



**HAL**  
open science

# Modélisation des écoulements de mousse dans les milieux poreux en récupération assistée du pétrole

Omar Gassara

► **To cite this version:**

Omar Gassara. Modélisation des écoulements de mousse dans les milieux poreux en récupération assistée du pétrole. Géologie appliquée. Université Pierre et Marie Curie - Paris VI, 2017. Français. NNT : 2017PA066588 . tel-01922252

**HAL Id: tel-01922252**

**<https://theses.hal.science/tel-01922252>**

Submitted on 14 Nov 2018

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



**THÈSE DE DOCTORAT DE  
L'UNIVERSITÉ PIERRE ET MARIE CURIE**

Géosciences, Ressources Naturelles et Environnement (ED 398)

Présentée par  
**Omar Gassara**

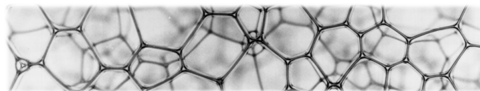
Pour obtenir le grade de  
**DOCTEUR de l'UNIVERSITÉ PIERRE ET MARIE CURIE**

Sujet de la thèse :

---

**Modélisation des écoulements de mousse dans les milieux  
poreux en récupération assistée du pétrole**

---



soutenue le 13 décembre 2017

devant le jury composé de :

M. William ROSSEN	TU Delft	rapporteur
M. Hugues BODIGUEL	Université de Grenoble	rapporteur
M. Pacelli ZHITA	TU Delft	examinateur
Mme Elise LORENCEAU	Université de Grenoble	examinateur
M. Michel QUINTARD	IMFT Toulouse	examinateur
M. Loïc LABROUSSE	GRNE, UPMC	président du jury
M. Lahcen NABZAR	IFP Énergies nouvelles	invité
M. Bernard BOURBIAUX	IFP Énergies nouvelles	directeur de thèse
M. Frédéric DOUARCHE	IFP Énergies nouvelles	encadrant
M. Benjamin BRACONNIER	IFP Énergies nouvelles	co-encadrant

---

# Remerciements

Je tiens à remercier en premier lieu mon directeur de thèse, Bernard Bourbiaux, ainsi que mes deux encadrants Frédéric Douarche et Benjamin Braconnier d'IFP Energies nouvelles pour leurs conseils précieux, leurs apports techniques dans ce travail et leurs soutiens considérables tout au long de mes trois ans de thèse. Bernard, Frédéric et Benjamin, j'ai vraiment le privilège d'avoir eu l'occasion de travailler avec vous, merci infiniment !

Toute ma gratitude aussi à l'ensemble des membres de jury : M. Willian Rossen, M. Hugues Bodiguel (rapporteurs), M. Pacelli Zhita, Mme Elise Lorenceau, M. Michel Quintard, M. Lahcen Nabzar (examineurs) et M. Loïc Labrousse (président du jury) pour avoir évalué ce travail avec beaucoup d'attention et pour les remarques et suggestions très judicieuses.

Un grand Merci également à M. Frédéric Roggero et Mme Olga Vizika de m'avoir accueilli et accepté dans le département Géothermohydrogéologie (R164) d'IFPEN. Merci à toute l'équipe de travail du département R164 pour leurs implications dans le projet de ma thèse et pour toutes les discussions et les conseils techniques. Je tiens à remercier également M. Souhail Youssef et M. Yannick Peysson d'avoir cru en moi pendant mon stage de fin d'études qui a précédé ma thèse.

Ce travail n'aurait pas pu être mené à bien sans la disponibilité et l'effort administratif fourni par Mme Djamela Buda, Mme Amel Boukraa, et Mme Meriem Jehl. Merci beaucoup pour vos aides. Mes remerciements vont aussi à tous les thésards et les stagiaires d'IFPEN avec lesquels j'ai pu partager des moments agréables pendant ces trois ans. Je pense notamment à Chahir Jerbi, Zady Ouraga, Nicolas Sobbecki, Nicolas Farah, Thomas Pouchou, Pierre Hacquard, Hugo Chavonnand, Thibaut Somma, Razi Ben Ahmed, Nizar Younes, Bertrand Paul, Anouk Beniest, Lucas Huille, Sébastien Szollosi, Valentina Caceres, et beaucoup d'autres que je n'ai pas mentionné leurs noms. J'ai appris beaucoup de choses à vos côtés de point de vue personnel ainsi que professionnel.

Au terme de ce parcours, je remercie enfin celles et ceux qui me sont chers et que j'ai quelque peu délaissés ces derniers mois pour achever cette thèse. Leurs attentions et encouragements

---

m'ont accompagné tout au long de ces années et surtout aux moments de doute. Je suis redevable à mon père Fathi Gassara pour son tendre soutien moral et son confiance indéfectible dans mes choix professionnels. Je souhaite également rendre un vibrant hommage à ma mère qui nous a quittés mais qui reste toujours dans nos cœurs. Enfin, j'ai une pensée toute particulière pour ma sœur Amal et mon frère Wael qui m'ont soutenu de toutes les manières possibles.

---

# Modélisation des écoulements de mousse dans les milieux poreux en récupération assistée du pétrole

---

## Résumé

Depuis les années 60, la mousse présente un grand potentiel pour améliorer le balayage volumétrique par le gaz dans un réservoir pétrolier : des travaux de laboratoire et des essais sur champs montrent l'intérêt technique et économique de ce procédé. En effet, ses caractéristiques uniques, qui résultent de la dispersion du gaz dans un volume de liquide contenant des tensioactifs, en font un bon agent de réduction de mobilité du gaz, et par conséquent, ce qui conduit à la réduction des instabilités visqueuses issues du contraste de mobilité entre le gaz et l'huile en place. Par ailleurs, la mousse atténue les effets préjudiciables des hétérogénéités et de la ségrégation gravitaire sur la récupération, grâce à son comportement différent entre les faciès du réservoir.

Dans la pratique industrielle, les simulateurs de réservoir s'attachent à ne modéliser que les effets de la mousse sur les déplacements en régime permanent, sans chercher à prédire son comportement dynamique régi par la génération, destruction et transport des lamelles (films minces) de mousse dans les milieux poreux. Suivant cette approche, la mousse est modélisée comme une réduction de mobilité du gaz, en particulier par le biais des perméabilités relatives, en utilisant des lois d'interpolations de paramètres impactant sa rhéologie, à savoir la vitesse et la qualité de la mousse, la saturation en huile, la concentration en tensioactif et la perméabilité du milieu poreux. Un tel modèle a l'avantage de la simplicité conceptuelle fondée sur l'extension des modèles de Darcy polyphasiques en n'utilisant que les paramètres d'écoulement mesurés au laboratoire, sans y intégrer le nouveau paramètre caractéristique de la mousse qui est la texture (densité des lamelles). Cependant, ces lois empiriques manquent de généralité et doivent être calibrées/ajustées à partir d'essais de laboratoire afin d'assurer la fiabilité des prévisions. Un modèle calibré à partir d'un nombre limité d'expériences comporte un degré d'incertitude et d'indétermination. L'ingénieur de réservoir a néanmoins recours à un tel modèle pour prédire

---


et guider l'exploitation du gisement sur la base de ce procédé. D'où l'objectif principal de cette thèse qui consiste à améliorer le paramétrage des modèles de mousse empiriques via des lois mieux formulées et calibrées afin d'accroître leur prédictivité.

Dans cette thèse, nous avons établi les fondements physiques nécessaires pour valider les modèles empiriques en développant leur équivalence avec les modèles en texture assurée par des relations d'interdépendance entre les paramètres des deux approches. Cette équivalence a été montrée et étudiée en utilisant un modèle à lamelles pré-calibré de la littérature aux mesures de déplacements de mousse en régime permanent. Par ailleurs, ce parallèle avec les modèles en texture nous a permis de mettre au point une nouvelle procédure pour calibrer d'une manière fiable et déterministe les modèles empiriques. Cette procédure a été testée à partir des résultats d'expériences menées à IFPEN traduits en termes de texture en régime permanent. Enfin, nous avons proposé et interprété des lois d'échelle des paramètres du modèle de mousse en fonction de la perméabilité du milieu poreux, en analysant les paramètres des modèles calibrés sur des carottes de différentes perméabilités. L'importance de ces lois a été mise en évidence à travers des simulations sur une coupe de réservoir bi-couche. Les résultats de la simulation indiquent que les prévisions de performance d'un procédé à base de mousse, appliqué à un réservoir hétérogène, nécessitent une bonne connaissance des lois d'échelle des paramètres empiriques avec la perméabilité.

**Mots clés :** Mousse - Milieu Poreux - Écoulement Polyphasique - Modélisation et Simulation - Modèles Empiriques - Modèles à Lamelles - Ingénierie de Réservoir - Récupération Assistée du Pétrole

---

# Modelling of foam flow in porous media for enhanced oil recovery



## Abstract

Conventional techniques of oil recovery consist in injecting water and/or gas into the geological formation to force out the oil. These methods may reveal ineffective because of high permeability contrasts, unfavorable mobility ratio between the driving fluid and the oil in place which generally generates viscous fingering, and gravity segregation. In this context, foam has shown a great potential to overcome all these detrimental effects, and thereafter, to improve the volumetric sweep efficiency. Still some key points need to be addressed regarding the predictive calculation of multiphase foam flow in porous media.

Methods for modelling foam flow in porous media fall into two categories: population balance (PB) models and (semi)-empirical (SE) models. On the one hand, PB models describe foam lamellas transport in porous media and predict the evolution of foam microstructure as the result of pore-scale mechanisms of lamellas generation and destruction. Within this framework, the modelling of foam effects on gas mobility is directly related to foam texture (lamellas density) along with the effects of other parameters impacting its rheology such as foam quality and velocity, permeability of the porous media, surfactant concentration, etc. On the other hand, SE models are based on the extension of multiphase classical Darcy's model to describe foam flow in porous media, such that the foam texture effects are described indirectly through a multi-parameter interpolation function of parameters measured/observed in laboratory. Such formulation has to be calibrated from foam flow experimental data on a case-by-case basis, which can turn to be a cumbersome task. Furthermore, SE models involve uncertainty because they are not based on mechanistic laws driving lamellas transport in porous media, and their predictive capacity remains low as too few laboratory data are generally available for their calibration. Nonetheless, the reservoir engineer needs a reliable foam model in order to design, assess and optimize foam enhanced oil recovery processes for field application. Accordingly,

---

this thesis aims at providing further insights into the topics related to the parameterization of (semi)-empirical models through better formulated and calibrated laws in order to improve their predictivity.

In this work, we have established the physical basis necessary to validate the (semi)-empirical models. Indeed, we developed the equivalence between SE and PB models achieved through relationships between the parameters of these two modeling approaches (industrial and physical). The equivalence has been established and studied using a pre-calibrated PB model of the literature to fit steady-state foam measurements. In addition, this equivalence allowed us to develop a new procedure to calibrate the (semi)-empirical models in a reliable and deterministic way. This procedure was tested and validated using results from IFPEN core-flood experiments by translating them into steady-state texture measurements. Finally, we proposed scaling laws for empirical model parameters with the permeability of the porous media, by analyzing the fitted parameters on cores of different permeabilities. Different interpretations of the scaling laws are herein provided using theoretical models for lamellas stability. Then, their importance has been demonstrated through simulations on a two layer reservoir cross-section. The simulation results indicate that the predictions of foam flow in a heterogeneous reservoir require a good knowledge of the scaling laws of SE model parameters with permeability.

**Keywords:** Foam - Porous Medium - Multiphase Flow - Modelling and Simulation - Empirical Models - Population Balance Models - Reservoir Engineering - Enhanced Oil Recovery



---

# Table des matières

<b>Remerciements</b>	<b>2</b>
<b>Résumé</b>	<b>4</b>
<b>Introduction générale : récupération assistée par la mousse</b>	<b>13</b>
<b>1 Écoulement des mousses en milieu poreux</b>	<b>23</b>
1.1 Définition de la mousse . . . . .	23
1.2 Comportement rhéologique de la mousse . . . . .	25
1.2.1 La mousse réduit la mobilité du gaz . . . . .	25
1.2.2 Facteurs influençant la mobilité du gaz . . . . .	26
1.3 Mécanismes de la réduction de mobilité du gaz . . . . .	30
1.3.1 Piégeage de la mousse . . . . .	30
1.3.2 Transport des lamelles . . . . .	31
1.3.2.1 Génération de la mousse . . . . .	32
1.3.2.2 Destruction de la mousse . . . . .	34
1.4 Conclusion . . . . .	36
<b>2 Techniques de modélisation des mousses en milieu poreux : état de l’art</b>	<b>39</b>
2.1 Modèle d’écoulement polyphasique . . . . .	40
2.2 Modèles empiriques . . . . .	43
2.3 Modèles à lamelles . . . . .	48
2.3.1 Taux de génération des lamelles . . . . .	49
2.3.2 Taux de destruction des lamelles . . . . .	50
2.3.3 Mobilité du gaz en présence de mousse . . . . .	51
2.3.3.1 Viscosité effective . . . . .	51
2.3.3.2 Perméabilité relative . . . . .	56
2.3.4 Version d’équilibre local des modèles à lamelles . . . . .	59
2.4 Conclusion . . . . .	60

<b>3</b>	<b>Équivalence entre les modèles de mousse empiriques et à lamelles</b>	<b>63</b>
3.1	Identification du modèle empirique à un modèle à lamelles à l'équilibre local . . .	63
3.2	Méthode de résolution de l'écoulement de mousse . . . . .	66
3.2.1	Hypothèses, équation d'écoulement et principe de résolution . . . . .	67
3.2.2	Expression du flux fractionnaire selon le modèle à lamelles à l'équilibre local	68
3.2.3	Expression du flux fractionnaire selon le modèle empirique . . . . .	69
3.3	Exemple d'identification d'un modèle empirique à un modèle à lamelles pré-calibré	70
3.3.1	Cas d'étude : les expériences d'Alvarez <i>et al</i> [1] . . . . .	70
3.3.2	Relation texture-saturation selon le modèle à lamelles pré-calibré . . . . .	72
3.3.3	Détermination des paramètres du modèle empirique équivalent par identification au modèle à lamelles pré-calibré . . . . .	73
3.3.4	Validation par comparaison des viscosités apparentes de mousse calculées selon les deux modèles . . . . .	75
3.3.4.1	Calcul du flux fractionnaire selon les deux modèles . . . . .	75
3.3.4.2	Calcul de la viscosité apparente de la mousse . . . . .	75
3.3.4.3	Comparaison et discussion . . . . .	77
3.4	Mise en œuvre du modèle empirique paramétré : simulation de déplacements de mousse de différentes qualités . . . . .	79
3.5	Conclusion . . . . .	82
<b>4</b>	<b>Calibration du modèle empirique pour différentes perméabilités et estimation de lois d'échelle</b>	<b>83</b>
4.1	Revue des méthodes de calibration existantes . . . . .	83
4.2	Expériences de déplacement de mousse à qualité, vitesse totale et perméabilité variables . . . . .	85
4.3	Calibration du modèle empirique . . . . .	88
4.3.1	Étape préliminaire : détermination des perméabilités relatives gaz-eau conventionnelles . . . . .	88
4.3.2	Méthodes de calibration du modèle empirique . . . . .	90
4.3.2.1	Méthode de Farajzadeh <i>et al</i> : ajustement par moindres carrés .	90
4.3.2.2	Méthode d'identification du modèle empirique au modèle à lamelles	91
4.4	Résultats et discussions . . . . .	93
4.4.1	Ajustement du flux fractionnaire gaz-eau conventionnel . . . . .	93
4.4.2	Estimation des paramètres du modèle empirique . . . . .	95
4.5	Impact de la perméabilité sur les paramètres de calibration : lois d'échelle . . . .	104
4.5.1	Évolution de la pression capillaire critique $P_c^*$ et de la saturation critique $S_w^*$ . . . . .	104
4.5.2	Évolution du paramètre de transition $\Theta$ . . . . .	107
4.5.3	Évolution du paramètre $M_{ref}$ . . . . .	110
4.6	Conclusion . . . . .	112

---

<b>5</b>	<b>Injection de mousse à grande échelle</b>	<b>115</b>
5.1	Modèle de simulation : une coupe bi-couche . . . . .	115
5.2	Effet des lois d'échelle selon l'hypothèse dynamique . . . . .	117
5.3	Effet des lois d'échelle selon les lois observées . . . . .	121
5.4	Conclusion . . . . .	125
	<b>Conclusions générales et perspectives</b>	<b>127</b>
<b>A</b>	<b>Vérification de la loi de pression associée à une bulle dans un canal rectangulaire</b>	<b>131</b>
<b>B</b>	<b>Analyse par flux fractionnaire</b>	<b>137</b>
<b>C</b>	<b>Comparaison de l'écoulement diphasique simulé/mesuré après un ajustement des perméabilités relatives</b>	<b>143</b>
<b>D</b>	<b>Comparaison de l'écoulement de mousse simulé/mesuré après un ajustement du modèle empirique aux mesures stabilisées</b>	<b>151</b>
<b>E</b>	<b>Publication d'articles scientifiques</b>	<b>155</b>
	<b>Bibliographie</b>	<b>193</b>



# Introduction générale : récupération assistée par la mousse

La consommation énergétique mondiale ne cesse de croître sous l'effet de l'augmentation de la population mondiale et de la croissance économique des pays émergents, notamment la Chine et l'Inde. Cette demande est en grande partie pourvue par la production d'hydrocarbures, à savoir le pétrole et le gaz naturel. Le monde consomme actuellement 95 millions de barils de pétrole par jour contre 76 millions en 2000, soit donc un taux d'augmentation de 1.2 % par an [2]. Toutefois, pour 5 barils de pétrole consommés par jour, seulement un nouveau baril est découvert. Pour satisfaire ces besoins dans ce contexte de plus en plus difficile, trois solutions s'imposent pour les compagnies pétrolières : (1) valorisation des ressources existantes par recours à des techniques de production plus avancées, (2) étendre le champ d'investigation à de nouveaux espaces tels que les horizons géologiques sous-marins très profonds et les zones arctiques, et (3) exploitation des ressources non-conventionnelles.

Pour des raisons pratiques et environnementales, plusieurs intervenants du secteur se sont engagés à développer la première solution afin d'améliorer les taux de récupération des gisements exploités. Pour ce faire, ils ont proposé diverses méthodes de récupération non classiques dites méthodes de récupération assistée du pétrole (EOR en abréviation anglaise pour –Enhanced Oil Recovery–).

L'exploitation des gisements pétroliers repose traditionnellement sur deux phases, dites respectivement récupération primaire, d'une part, et récupération secondaire, d'autre part. En effet, la production est dite primaire lorsque le pétrole est produit sous la seule action de l'énergie naturelle présente in situ. Ce mode de production appelé drainage naturel résulte principalement de l'expansion des fluides du gisement sous l'effet de la diminution de la pression au niveau des pores de la formation. Cette expansion concerne l'huile saturée ou non en gaz, le gaz libre éventuel et l'eau de l'aquifère (si présent et actif). La récupération par drainage naturel ne dépasse généralement pas 20 % des hydrocarbures initialement en place. Cette phase de production reste nécessaire puisqu'elle représente une première observation du comportement du

gisement et fournit donc les renseignements indispensables pour la planification de la production ultérieure.

Après l'épuisement de l'énergie naturelle du gisement, un apport extérieur d'énergie est nécessaire pour assurer la production. Spécifiquement, des fluides sont injectés dans le gisement par un ou plusieurs puits injecteurs dans le but de déplacer les hydrocarbures vers des puits de production. L'eau et le gaz sont fréquemment utilisés comme des fluides de déplacement. Toutefois, leurs efficacités sont limitées à cause de phénomènes préjudiciables aux déplacements des fluides dans les milieux poreux. Par conséquent, les taux de récupération à l'issue de la phase de production secondaire ne dépassent pas les 40 – 50%. La récupération durant cette phase d'injection est impactée par la disposition des puits, les effets de la pesanteur, l'hétérogénéité du réservoir, le piégeage capillaire et finalement le contraste de mobilité entre le fluide déplaçant et le fluide déplacé qui peut générer des instabilités visqueuses. Les effets des hétérogénéités, de pesanteur et du contraste de mobilité, qui nous intéressent dans le cadre de cette thèse, sont examinés ci-après.

**Effets des hétérogénéités.** Les hétérogénéités du réservoir influent sur la façon par laquelle le front de déplacement du fluide injecté avance. En effet, le déplacement d'un fluide est plus lent dans les zones les moins perméables, alors qu'il est plus rapide dans les zones de forte perméabilité tel que par exemple le réseau des fractures dans le réservoir. Il s'agit donc de voies de cheminement préférentiel pour le fluide déplaçant entre les puits injecteurs et producteurs. Ainsi l'huile reste piégée dans les zones de faible perméabilité demeurant mal balayées. Par conséquent, les hétérogénéités du réservoir contribuent à la déstabilisation du front de déplacement et à la percée précoce du fluide injecté, et sont responsables d'une perte importante de la récupération.

**Effet de la pesanteur.** Les forces de pesanteur provoquent une ségrégation verticale des fluides selon leurs densités. Ce phénomène peut avoir un effet néfaste sur le taux de récupération. Considérons par exemple une section verticale entre un puits injecteur et producteur. Si le fluide injecté est le gaz, il atteindra le puits producteur en cheminant dans les parties supérieures de la section par effet de densité, et donc la partie inférieure de la section reste mal ou non balayée.

**Phénomènes d'instabilité visqueuse.** Les effets des hétérogénéités combinés aux effets de la pesanteur sont souvent accentués par des phénomènes dits d'instabilités visqueuses. Définissons tout d'abord la notion de mobilité d'un fluide 1 en écoulement dans un milieu poreux comme son aisance à se déplacer et à avancer dans le réseau des pores en présence d'un autre fluide 2. Dans le cadre d'un écoulement darcéen, la mobilité d'un fluide 1 est donnée par le rapport de sa perméabilité relative par sa viscosité. Pour illustrer, considérons le cas simple où le fluide 1 se déplace verticalement du bas vers le haut dans un milieu poreux homogène contenant le fluide 2. Supposons que la masse volumique  $\rho_1$  du premier fluide est supérieure à  $\rho_2$  celle du deuxième fluide. Théoriquement, la surface qui sépare les deux fluides demeure plane et horizontale tout au long du déplacement. Ce type de déplacement est appelé déplacement stable. Or l'expérience

montre que réellement le phénomène se déroule d’une manière totalement différente à cause des facteurs perturbants comme la présence d’une hétérogénéité locale. Ainsi, la surface séparant les deux fluides se déforme montrant une petite avancée locale à l’intérieur du fluide 2 comme le montre la figure 1 (b). À cet instant, deux forces interviennent sur la propagation de cette digitation : la pesanteur qui va tendre à résorber cette avancée et les forces visqueuses dont l’effet est contrôlé par le rapport de mobilité entre les deux fluides. Si la mobilité du fluide 1 est inférieure à celle du fluide 2, la petite digitation aura tendance à progresser moins vite que le fluide déplacé, et dans ce cas, les forces visqueuses comme la pesanteur tendent à atténuer l’avancée du fluide 1 et homogénéiser (à aplanir) la surface qui sépare les deux fluides. Par contre, si la mobilité du fluide 1 est supérieure à celle du fluide 2, la digitation aura tendance à s’écouler plus vite que le fluide 2 et à créer des nouvelles digitations.

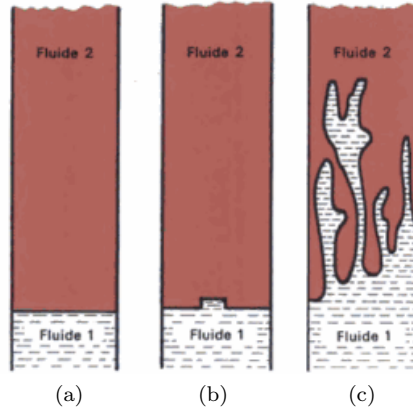


FIGURE 1 – Formation et croissance de digitations visqueuses sous forme de doigts : (a) état initial et profil théorique, (b) formation d’une digitation en raison d’une hétérogénéité locale et (c) digitations visqueuses développées [3].

Plus précisément, le problème de stabilité du déplacement illustré par la figure 1 peut être étudié par comparaison des influences des forces de pesanteur et des forces visqueuses. Sachant que les forces de viscosité sont d’autant plus importantes que la vitesse de filtration\* est plus grande, il a été démontré qu’il existe une vitesse de filtration critique  $u_c$  donnée par [4, 5, 6]

$$u_c = \frac{(\rho_1 - \rho_2) |\mathbf{g}|}{\frac{\mu_1}{k_1} - \frac{\mu_2}{k_2}} \quad (1)$$

où, pour chaque fluide  $i$ ,  $\rho_i$  désigne sa masse volumique,  $\mu_i$  sa viscosité,  $k_i$  sa perméabilité effective ;  $|\mathbf{g}|$  est la valeur absolue de l’accélération de la pesanteur. Si la vitesse de filtration du déplacement  $u$  est inférieure à  $u_c$ , le déplacement est dit stable puisque dans ce cas les petites perturbations de la surface ont tendance à se résorber et donc la surface ou bien le front séparant les deux fluides reste plane et horizontale. Mais si la vitesse de filtration  $u$  est supérieure

\*. La vitesse de filtration est définie comme la vitesse macroscopique fictive d’un fluide en mouvement à travers un milieu poreux saturé.



à la vitesse critique  $u_c$ , le déplacement est dit instable car les petites perturbations tendent à s'amplifier en formant des doigts qui pénètrent dans le fluide 2 comme illustré par la figure 1 (c). Ces phénomènes d'instabilité décrits plus haut dans un cas simple peuvent se produire dans tous les déplacements de fluides miscibles ou non miscibles quelle que soit la géométrie de l'écoulement et à toutes les échelles aussi bien celle des pores que celle du gisement où elles sont potentiellement encore amplifiées par l'hétérogénéité macroscopique («channeling»).

**Efficacité d'une injection.** L'influence de ces phénomènes préjudiciables à une opération d'injection est généralement traduite par la notion d'efficacité globale  $E_T$  du procédé. Celle-ci est équivalente au taux de récupération, défini comme le rapport de la quantité d'hydrocarbures extraits en conditions de fond à la quantité initialement en place.  $E_T$  peut être formulé comme le produit des trois efficacités suivantes (cf. Figure 2) :

$$E_T = \underbrace{E_S \times E_V}_E \times E_D \quad (2)$$

avec :

- $E_S$  efficacité superficielle (dans le plan des couches) : c'est le rapport entre la surface balayée par le front et la surface totale de la couche.
- $E_V$  efficacité verticale (dans une section orthogonale au plan des couches) : elle est définie comme la surface balayée par le front divisée par l'aire totale de la section verticale. Le produit  $E_S \times E_V$  est appelé efficacité du balayage volumétrique et est noté  $E$  dans la suite.
- $E_D$  efficacité du déplacement à l'échelle des pores dite aussi efficacité microscopique : c'est le rapport de la quantité d'hydrocarbures effectivement déplacés sur la quantité initialement présente dans la zone balayée.  $E_D$  est régie essentiellement par les saturations irréductibles en eau et en huile. En particulier, en raison des forces de capillarité associées à l'écoulement de fluides non miscibles, une saturation résiduelle en huile reste piégée entre les pores de la roche à la fin d'une injection d'eau ou de gaz.  $E_D$  vaut 1 dans le cas d'un déplacement par fluides miscibles.

Dans ce contexte, la récupération tertiaire par recours aux méthodes EOR a été proposée afin d'améliorer l'efficacité globale  $E_T$  d'une injection. Tout procédé EOR devra donc répondre à l'un des impératifs suivants :

- amélioration du balayage volumétrique grâce à un rapport de mobilité favorable entre fluides déplaçant et déplacé et par atténuation des effets de la pesanteur et des hétérogénéités,
- amélioration du déplacement microscopique par réduction, ou mieux par élimination, des forces capillaires qui retiennent l'huile dans les restrictions de pores de la formation dont l'idée de base est l'obtention de la miscibilité entre les deux fluides.

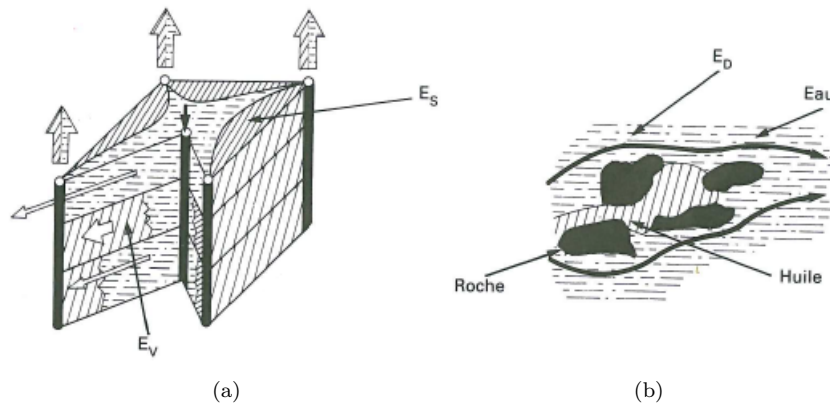


FIGURE 2 – Notion d'efficacité globale d'une injection : (a) efficacité du balayage volumétrique et (b) efficacité du déplacement à l'échelle des pores (adaptée de Cossé (1988) [7]).

Les méthodes EOR sont classées le plus souvent en trois catégories : l'injection du gaz miscible, les méthodes chimiques par l'ajout de produits chimiques dans les fluides injectés comme des polymères et des tensioactifs, et finalement les méthodes thermiques qui ont pour objectif de réduire la viscosité de l'huile en place. L'efficacité de ces méthodes est en général très supérieure à celle d'un drainage naturel suivi par une récupération secondaire. Les taux de récupération finaux peuvent atteindre, dans certains cas, 70 % [8].

**La mousse améliore l'efficacité du balayage volumétrique.** Durant la récupération secondaire par injection de gaz, les trois phénomènes décrits plus haut sont observés et engendrent des cheminements préférentiels pour le gaz dans un gisement d'huile, ce qui contribue à une percée précoce du gaz injecté et par conséquent à une réduction de l'efficacité du balayage. De ce fait, certaines zones du gisement sont mal balayées par le fluide déplaçant comme le montre la figure 3.

Une amélioration de l'efficacité volumétrique du balayage par le gaz est possible en réalisant une injection alternée d'eau et de gaz (dite WAG pour – Water Alternating Gas –). En effet, suivant cette configuration, l'eau ayant tendance à balayer les parties basses du gisement et le gaz les parties hautes, et ainsi optimiser l'efficacité verticale du déplacement (cf. Figure 3). De nombreuses améliorations du WAG ont été proposées dont la plus connue est l'ajout de tensioactifs dans l'eau afin de former la mousse in situ. Les travaux de Bond et Holbrook (1958) [9] montrent que les mousses peuvent améliorer davantage l'efficacité du balayage d'une injection d'eau et de gaz dans un réservoir pétrolier. En effet, la dispersion de gaz dans une solution de tensio-active que constitue la mousse est connue pour être un bon agent de réduction de mobilité du gaz dans le milieu poreux [10, 11, 12]. Cet effet résulte de l'augmentation de la viscosité effective du gaz transporté sous forme de mousse. De ce fait, la mousse remédie aux instabilités associées à l'injection du gaz et stabilise encore le front de déplacement, comme l'illustre la

figure 3.

La mousse a également pour effet d'immobiliser ou piéger le gaz qui la constitue dans les pores qu'elle envahit. Ceci a pour effet de réduire la section d'écoulement du gaz et d'augmenter la résistance à l'écoulement de la mousse mobile. À plus grande échelle, la mousse peut de cette façon bloquer l'écoulement du gaz dans les zones les plus perméables et le dévier vers les zones mal balayées du réservoir qui contiennent l'huile piégée après l'injection du gaz et/ou de l'eau. Ainsi, la mousse atténue l'effet des hétérogénéités et la ségrégation gravitaire du fluide déplaçant.

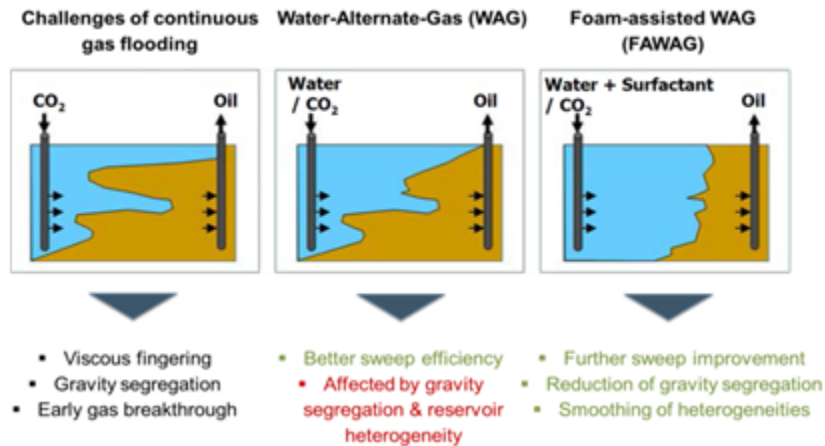


FIGURE 3 – Comparaison schématique, sur une section verticale de l'inter-puits d'un gisement, de l'efficacité volumétrique de balayage d'une injection de gaz, d'une injection alternée eau-gaz et d'une injection de mousse.

Les effets favorables de la mousse peuvent se résumer en :

- une stabilisation du front de déplacement à petite échelle par réduction de la mobilité du gaz et par conséquent la réduction des digitations visqueuses,
- une atténuation des effets des hétérogénéités du réservoir, par blocage des zones à forte perméabilité et déviation des fluides vers les couches moins perméables,
- et une limitation de la ségrégation gravitaire ; en présence de mousse, le gaz est dispersé dans l'eau sous forme de petites bulles maintenues par les films d'eau, ce qui viscosifie le gaz et ralentit ainsi son écoulement ascendant dans une coupe verticale par l'effet de la gravité.

En conséquence, la mousse retarde la percée du fluide déplaçant et améliore l'efficacité de balayage à toutes les échelles. Il convient de noter que la mousse peut améliorer aussi l'efficacité du déplacement microscopique par réduction de la tension interfaciale eau-huile suite à la présence du tensioactif dans la phase aqueuse. Cependant, divers facteurs liés aux fluides, au milieu poreux et aux conditions d'écoulement peuvent compromettre la stabilité de la mousse et réduire les bénéfices attendus sur le déplacement. Ces facteurs demeurent mal appréhendés et font l'objet de travaux de recherche. C'est le cas notamment des interactions entre la mousse et l'huile.

---

**Motivations et objectifs de la thèse.** Nous nous intéressons dans le cadre de cette thèse au procédé de récupération EOR basé sur la mousse comme un agent de contrôle de mobilité du gaz. Des essais pilotes de ce procédé sur gisement ont donné des résultats satisfaisants, confirmant ainsi les observations au laboratoire [9, 13, 14, 15, 16]. Néanmoins, la mise au point de cette technique comme un procédé de récupération nécessite encore plusieurs travaux de recherche théorique et expérimentale.

Les modèles de simulation de réservoir sont couramment utilisés par les compagnies pétrolières pour le développement de nouveaux projets, ainsi que pour les projets en cours, dans la mesure où ils aident à prendre des décisions d'investissement. En effet, ces modèles permettent de faire des calculs destinés à représenter le comportement des gisements, de prévoir la récupération d'hydrocarbures et d'optimiser l'exploitation du gisement par un emplacement de nouveaux puits et par un choix du meilleur procédé de récupération d'un point de vue technique et économique. En particulier, la faisabilité d'une injection de mousse est évaluée à partir de telles simulations, ce qui suppose de disposer d'un modèle de déplacement de mousse prédictif. Toutefois, la modélisation des déplacements basés sur la mousse demeure à ce jour un défi pour les compagnies pétrolières en raison du comportement complexe de la mousse dans les milieux poreux.

Les modèles qui sont répertoriés dans la littérature, peuvent être classés suivant deux approches différentes : une première, dite empirique qui vise à reproduire les observations au laboratoire en régime permanent, et une deuxième approche fondée sur la physique de l'écoulement des mousses à l'échelle des pores (génération, destruction et transport des lamelles). Cependant, aucune des deux ne répond au besoin de simulation prédictive à l'échelle du réservoir : d'une part, l'approche en texture repose sur trop d'approximations et ses lois microscopiques font intervenir une multitude de paramètres qui sont très difficiles à obtenir expérimentalement, et d'autre part, les modèles empiriques manquent de généralité et de fondement physique. Les fonctions empiriques de tels modèles devraient ainsi être calibrées à partir de multiples expériences de déplacement permettant de quantifier les effets de chacun des nombreux paramètres impactant la performance de la mousse, tels que la qualité et la texture de la mousse, la vitesse d'écoulement, la concentration en tensioactif, la saturation en huile, et la perméabilité et la porosité du milieu poreux. La calibration de ces lois empiriques doit donc être réalisée au cas par cas, c'est-à-dire en faisant varier, un par un, chacun des paramètres impactant la performance de la mousse. Or, la possibilité de réaliser de très nombreux essais au laboratoire est limitée pour des raisons évidentes de coût et de temps. Néanmoins, la mise à disposition d'un modèle prédictif est indispensable pour garantir la fiabilité des études de sensibilité destinées à optimiser le procédé à l'échelle du champ. D'où la motivation de ce sujet de thèse qui s'inscrit dans la continuité des travaux de recherche traditionnellement menés par les ingénieurs de réservoir. L'objectif principal de cette thèse est l'amélioration du paramétrage du modèle de mousse empirique, en donnant une meilleure compréhension des sujets de recherche suivants :

- appréhender l'écoulement des bulles de gaz à l'échelle des pores à partir de résultats expérimentaux obtenus par ailleurs à IFPEN sur des dispositifs de micro-fluidique. Nous

cherchons à valoriser/exploiter ce type de mesures dans le cadre de la modélisation des écoulements de mousse en milieu poreux, et aussi, proposer des recommandations pour les prochains travaux à mener au laboratoire,

- apporter un fondement physique au modèle de mousse empirique des simulateurs industriels, dont nous souhaitons conserver la structure fonctionnelle bien adaptée aux études de réservoir à grande échelle. Il s’agit notamment de faire évoluer les modèles empiriques à la lumière de modèles physiques à population de lamelles (ou bulles) pour accroître leur caractère prédictif,
- mettre au point des méthodes de calibration déterministes des modèles empiriques en se reposant sur les lois physiques de l’écoulement des mousses en régime stationnaire. Il s’agit de réduire le degré d’indétermination des modèles empiriques au moyen de méthodes de calibration fondées sur la physique du déplacement des lamelles en milieu poreux. Ces nouvelles méthodes de calibration seront validées et comparées à d’autres méthodes existantes dans la littérature à partir d’un nombre limité d’expériences de déplacement de mousse au laboratoire,
- proposer des lois d’échelle des paramètres du modèle de mousse en fonction des perméabilités de faciès et mettre en évidence leur intérêt pratique. Ces lois d’échelle sont essentielles pour l’évaluation de la performance d’un procédé mousse à l’échelle d’un pilote qui explore le plus souvent des niveaux-réservoirs à perméabilité contrastée.

**Plan de la thèse.** Ce manuscrit de thèse débute par un rappel des caractéristiques essentielles des mousses dans les milieux poreux. En particulier, les facteurs impactant le comportement rhéologique de la mousse ainsi que les mécanismes de la réduction de mobilité du gaz sont présentés et analysés dans le premier chapitre.

Ensuite, dans le deuxième chapitre, une synthèse bibliographique des différentes techniques de modélisation de mousse nous amène à confronter deux grandes familles de modèles, les modèles empiriques et les modèles à lamelles (en texture), dont nous mettons en évidence les points forts et les lacunes en vue d’ébaucher des voies d’amélioration du modèle empirique qui sous-tend le simulateur de réservoir de l’IFPEN.

Dans le troisième chapitre, nous établissons l’équivalence entre les deux modèles de mousse empirique et à lamelles sous l’hypothèse d’équilibre local. Cette équivalence est fondée sur des lois d’identification reliant les différents paramètres des deux approches. Ensuite, nous explicitons la résolution de l’écoulement de mousse selon chaque modèle, en particulier le modèle à lamelles qui implique un nouveau paramètre d’écoulement qui est la texture. Par ailleurs, nous mettons en pratique l’équivalence établie dans ce chapitre en considérant un modèle à lamelles pré-calibré par rapport à des données de mousse de la littérature. Finalement, nous comparons les résultats du modèle empirique avec les prévisions numériques qui sont utilisées en pratique à des échelles plus importantes.

Dans le quatrième chapitre, nous donnons tout d’abord un aperçu sur les procédures de calibration des modèles empiriques qui sont proposées dans la littérature et indiquons les limi-

---

tations de chacune. Ensuite, nous présentons une nouvelle méthodologie, basée sur l'utilisation des modèles physiques en texture comme intermédiaire pour calibrer le modèle empirique. Cette méthodologie est évaluée par application à des séries de mesures sur des grès de Fontainebleau de différentes perméabilités. Finalement, nous analysons l'impact de la perméabilité sur les paramètres du modèle en vue d'identifier des lois d'échelle de la mousse dans un réservoir hétérogène. Cette analyse est menée selon plusieurs points de vue et hypothèses.

Dans le cinquième chapitre, nous mettons en évidence l'intérêt pratique des lois d'échelle des paramètres de mousse avec la perméabilité proposées dans le chapitre précédent à partir de simulations de l'écoulement de mousse dans une section de réservoir bi-couche à fort contraste de perméabilité. Les résultats sont ainsi confrontés à ceux obtenus avec un modèle de mousse uniforme et invariant en fonction de la perméabilité. Les comparaisons portent sur les productions aux puits et sur les cartes de saturation et de texture à différents instants de l'injection.

Finalement, nous résumons les principales contributions de la thèse et nous proposons des recommandations pour les prochains travaux qui peuvent y faire suite.



# Chapitre 1

## Écoulement des mousses en milieu poreux

Les mousses sont couramment utilisées dans de nombreux domaines tels que l'alimentation, le transport, la construction, la sécurité et la médecine. Son application a été proposée depuis des décennies dans le domaine pétrolier. En effet, les travaux de laboratoire et les essais pilote montrent l'intérêt économique de l'injection de mousse comme un agent de contrôle de mobilité du gaz dans la récupération du pétrole. Ainsi, un modèle fiable et prédictif des écoulements de mousse en milieu poreux est nécessaire pour le développement d'un gisement pétrolier sur la base de ce procédé.

Il est important avant tout de bien définir le mélange de fluides que constitue la mousse, de détailler ses principales caractéristiques lors de son écoulement dans les milieux poreux et d'identifier les principaux mécanismes et paramètres influençant son comportement.

### 1.1 Définition de la mousse

Hors milieu poreux, la mousse est définie comme une dispersion d'un grand volume de gaz dans un petit volume de liquide. Les bulles de gaz sont séparées par des films de liquide très fins de l'ordre de 10-100 nm, appelés lamelles. Les lamelles se rencontrent pour former une jonction de liquide plus épaisse, dénommée bordure de Plateau (cf. Figure 1.1 (a) et (b)). Ces bordures de Plateau et ces lamelles forment un réseau continu pour la phase liquide.

Cette dispersion est instable et se désagrège rapidement pour des raisons essentiellement thermodynamiques : l'état de l'énergie libre la plus basse est l'état correspondant à une aire minimale des interfaces liquide/gaz, c'est-à-dire effondrement des bulles pour former une interface plane séparant les deux phases. Les processus déstabilisants d'une lamelle sont multiples dont deux sont prédominants : la coalescence des bulles par succion capillaire et la diffusion du gaz de la petite bulle vers la plus grosse. Ces notions sont présentées en détail en section 1.3.2.2.



L'ajout de tensioactifs permet de stabiliser les lamelles. Un tensioactif est une molécule constituée de deux parties : une tête hydrophile (ayant une affinité pour l'eau) et une queue hydrophobe (n'ayant pas d'affinité pour l'eau). La partie hydrophile peut être chargée ou pas selon ses caractéristiques chimiques. Les tensioactifs peuvent être de différents types en fonction de la polarité de la tête hydrophile : anionique, cationique, amphotère et non ionique. Les deux parties d'une molécule de tensioactif se fixent de part et d'autre des interfaces de liquide et se repoussent, assurant ainsi la stabilité des lamelles (cf. Figure 1.1 (c)). Le type du tensioactif à utiliser est généralement choisi en fonction de plusieurs considérations à savoir la solubilité du tensioactif dans l'huile, la stabilité à la température et à la pression du réservoir, la capacité moussante du tensioactif définie comme la quantité de mousse formée par unité de volume de solution, l'adsorption du tensioactif à la surface de la roche, etc. Ainsi, le gaz, le liquide et le tensioactif sont les trois éléments clés de la formation d'une mousse.

Pour les applications pétrolières, différents gaz peuvent être utilisés dans les solutions moussantes notamment le  $\text{CO}_2$ , le  $\text{N}_2$ , le gaz naturel ou encore la vapeur d'eau.

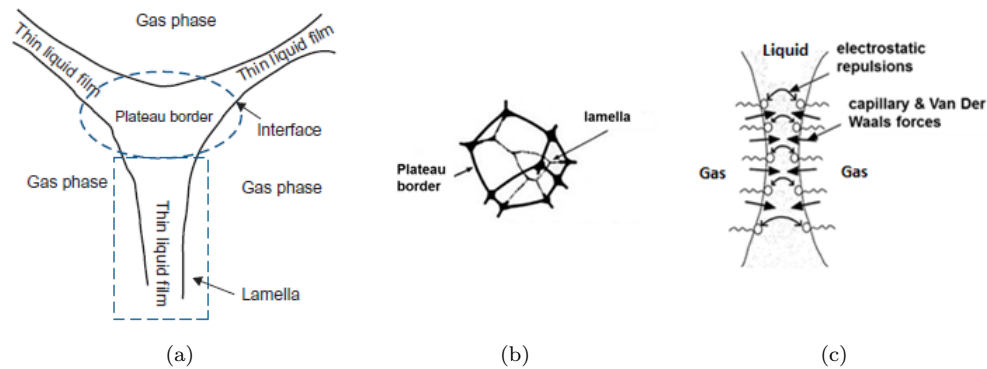


FIGURE 1.1 – (a) Schéma d'une mousse, (b) lamelle et bordure de Plateau, et (c) rôle des tensioactifs dans la stabilisation d'une lamelle.

Une fois injectée dans un milieu poreux, la mousse se présente généralement comme une succession de lamelles reliées entre elles par des films mouillant les parois. La taille des bulles de gaz dans un milieu poreux serait au moins aussi grande que celle des pores, voire bien supérieure. Ces conclusions sont issues d'observations des tailles de bulles à la sortie d'une carotte au laboratoire [17]. Cela a été expliqué par le phénomène de diffusion qui peut éliminer rapidement les bulles de gaz de taille plus petite que celle des pores. Par conséquent, la distance entre deux lamelles de liquide adjacentes est au moins supérieure à la longueur du pore considéré. On distingue généralement deux états de mousse en milieu poreux [18] :

- À phase gaz continue : pour laquelle il existe au moins un passage continu de gaz non interrompu par la présence des films de liquide. Les lamelles de liquide sont ainsi immobiles et bloquent l'écoulement du gaz uniquement dans des portions du milieu poreux. Dans ce cas, la mousse est appelée une mousse faible (cf. Figure 1.2 (b)).

- À phase gaz discontinue : pour laquelle il n'existe pas de chemin continu pour le gaz à grande distance en raison de la présence de films liquides dans tout le réseau poreux. Ainsi, l'écoulement du gaz ne peut avoir lieu à moins que les lamelles avancent dans le réseau poreux et franchissent les seuils entre pores, ce qui suppose que le gradient de pression excède une valeur-seuil. Dans ce cas, la mousse est dite mousse forte où les bulles de gaz présentes in-situ sont très petites et nombreuses (cf. Figure 1.2 (c)).

La transition entre une mousse faible et une mousse forte est appelée génération de mousse et est obtenue si le gradient de pression excède un seuil minimal de génération, auquel correspond un seuil de vitesse totale [19, 20, 21, 22]. Le comportement de la mousse en terme de rhéologie diffère entre les deux états puisque les mécanismes de transport des bulles de gaz semblent être très distincts. Cette distinction fait apparaître deux notions cruciales pour la caractérisation de l'écoulement des mousses : (1) **la texture** de la mousse qui est définie comme le nombre de lamelles par unité de volume de gaz et qui est donc inversement proportionnelle à la taille des bulles, et (2) **la qualité** de la mousse qui est définie comme la fraction volumique du gaz dans la mousse, qui est égale au rapport entre la vitesse de filtration du gaz et la vitesse de filtration totale (du gaz et du liquide constitutifs de la mousse).

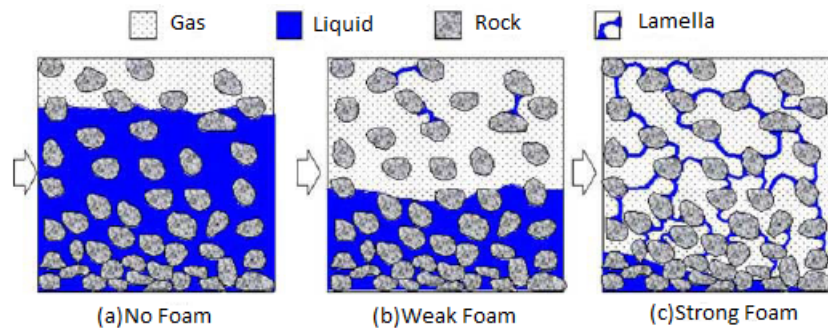


FIGURE 1.2 – États de la mousse dans un milieu poreux : (a) en l'absence de mousse (b) phase gaz continue (mousse faible), et (c) phase gaz discontinue (mousse forte) [23].

## 1.2 Comportement rhéologique de la mousse

### 1.2.1 La mousse réduit la mobilité du gaz

Il est généralement admis que la présence de mousse ne modifie pas directement la mobilité de l'eau [24, 25, 26]. En revanche, la mobilité du gaz est considérablement réduite en présence des films de liquide d'un facteur de 10 à 10 000 [11] : cela constitue l'effet principal de la mousse en milieu poreux. Dans notre cadre habituel d'écoulement Darcéen, cette réduction de mobilité du gaz peut être considérée comme une réduction de la perméabilité relative, ou une augmentation de la viscosité effective du gaz en présence de mousse, ou encore la combinaison des deux mécanismes. Tout au long de ce manuscrit, la mobilité de la mousse désigne la mobilité

du gaz en présence de mousse.

La réduction de mobilité du gaz moussant n'a lieu que lorsque des conditions d'existence de la mousse en milieu poreux sont satisfaites. En effet, pour une mousse forte (déjà formée), ces conditions font intervenir essentiellement une pression capillaire limite  $P_c^*$ . Khatib *et al* (1988) [27] ont en effet montré l'existence d'une valeur limite de pression capillaire au-delà de laquelle la mousse disparaît.

### 1.2.2 Facteurs influençant la mobilité du gaz

De nombreuses expériences en laboratoire et études théoriques ont montré que la mobilité de la mousse n'est pas uniquement fonction de la saturation comme dans le cas d'un fluide Newtonien, mais varie également en fonction d'autres paramètres tels que la texture de la mousse, les vitesses des deux fluides, la perméabilité et la porosité du milieu poreux, la concentration en tensioactif et son type, la salinité, la saturation en huile, etc. Ces effets sont les suivants.

**Effet de la texture :** plus la texture de la mousse est fine, plus le nombre de lamelles à mobiliser est important, et par conséquent, la résistance à l'écoulement des bulles de gaz augmente. La texture est le paramètre principal dans la détermination de la mobilité du gaz sous forme de mousse. Des relations de dépendance entre la mobilité du gaz et la texture ont été établies sur la base des études théoriques de l'écoulement de train de lamelles dans des capillaires qui présentent, ou pas selon la complexité de l'étude, des restrictions [10, 11, 28, 29]. Tous ces travaux montrent que la viscosité du gaz est proportionnelle à la texture, et en même temps, qu'elle dépend aussi d'autres paramètres influents. Il faut garder à l'esprit que la texture n'est pas un paramètre constant lors de l'écoulement de la mousse : elle résulte de plusieurs phénomènes de génération et de destruction qui se produisent à l'échelle des pores et qui sont eux-mêmes fonctions de plusieurs paramètres. Ceci rend la modélisation de la texture plus ou moins difficile et nécessite l'usage de lois de population microscopiques. Ces phénomènes au niveau des pores seront présentés en détail dans la section 1.3.2.

**Effet des vitesses :** les effets des vitesses d'eau et de gaz sur le comportement de la mousse peuvent être étudiés à l'aide du diagramme présenté d'abord par Osterloh et Jante (1992) [30], et ensuite, par Alvarez *et al* (2001) [1] et qui a été obtenu suite à des mesures expérimentales (cf. Figure 1.3 (a)). Ce diagramme met en évidence l'existence de deux régimes pour une mousse déjà formée : (1) un régime faible qualité pour lequel les gradients de pression stabilisés\* sont presque indépendants de la vitesse de l'eau, et (2) un régime haute qualité où les gradients de pression ne changent pas avec la vitesse du gaz. Notons que les deux régimes sont régis par des mécanismes différents : l'écoulement de la mousse dans le régime faible qualité est contrôlé par la génération et la mobilisation des lamelles, alors que le régime haute qualité est marqué par la destruction

---

\*. Les gradients de pression  $\nabla P$  sont donnés par  $\nabla P = \frac{\Delta P}{L}$ , où  $\Delta P$  désigne la différence de pression aux bornes du massif poreux et  $L$  sa longueur

et la coalescence des bulles puisque les films de liquide dans ce régime deviennent instables. Comme toute ligne droite tirée de l'origine de ce diagramme représente une qualité de mousse fixe, on peut distinguer une valeur de qualité spécifique, appelée qualité de mousse optimale, qui divise le domaine en deux parties et fournit le gradient de pression maximal pour une vitesse totale d'écoulement quelconque. Il est possible aussi de distinguer ces deux régimes de mousse en traçant l'évolution du gradient de pression  $\nabla P$  pour une série de déplacements à vitesse totale fixée d'une mousse de qualité variable. En particulier, en considérant la mousse comme une seule phase homogène dans le milieu poreux, il est possible de lui attribuer une viscosité apparente  $\mu_f^{\text{app}}$  calculée à partir de la loi de Darcy monophasique comme  $\mu_f^{\text{app}} = \frac{k}{u} |\nabla P|$ , où  $k$  désigne la perméabilité du milieu poreux et  $u$  la vitesse totale d'écoulement. Au régime faible qualité, la viscosité apparente augmente avec la qualité jusqu'à atteindre une valeur maximale pour une qualité dite optimale. Pour les qualités supérieures, la viscosité apparente diminue et atteste de la rupture des lamelles, marquant ainsi le régime haute qualité (cf. Figure 1.3 (b)).

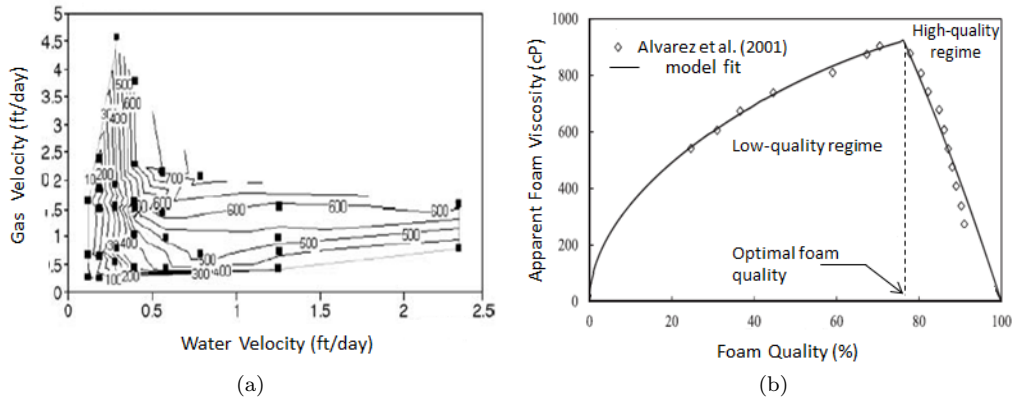


FIGURE 1.3 – Effets des vitesses : (a) contours iso-gradient de pression mesurés en régime permanent en fonction des vitesses de filtration d'eau et de gaz : les contours verticaux dans la partie supérieure-gauche désignent le régime haute qualité et les contours dans la partie inférieure-droite indiquent le régime faible qualité (adaptée de Alvarez *et al* (2001) [1]), et (b) viscosité apparente de la mousse pour des qualités variables de la mousse en déplacement à vitesse totale fixée (adaptée de Lotfollahi *et al* (2016) [31]).

Par ailleurs, la vitesse du gaz induit un comportement rhéo-fluidifiant de la mousse pour une texture donnée (mises en évidence le plus souvent en régime faible qualité où la texture est maintenue à sa valeur maximale). Autrement dit, la mobilité de la phase gazeuse d'une mousse de texture donnée augmente avec la vitesse d'écoulement. Cette dépendance a été mise en évidence par les études microscopiques de l'écoulement de la mousse dans des capillaires [32, 10]. Ces travaux prédisent que la viscosité effective du gaz varie en puissance  $-1/3$  de la vitesse du gaz. Ce coefficient a été retrouvé par Falls *et al* (1989) [28] suite à des mesures sur un micro-modèle de billes de verre et par Ettinger et Radke (1992) [17] en utilisant des grès de Berea. Par contre, il n'existe pas aujourd'hui de consensus sur la valeur exacte de ce coefficient rhéo-fluidifiant en raison de la complexité du transport des lamelles dans des milieux poreux

naturels, plus complexes que des capillaires de géométries simples. La rugosité, la sinuosité, les restrictions/élargissements et la connectivité des pores négligés peuvent être à l'origine d'une telle différence. Les équations d'écoulement de lamelles dans des capillaires seront présentées en détail dans le chapitre 2.

**Effet de la concentration en tensioactif :** la concentration en tensioactif affecte la performance de la mousse en milieu poreux. En effet, ce paramètre contrôle la stabilité des films de liquide et donc la durée de vie de la mousse. Il a été montré que la mobilité de la mousse diminue lorsque la concentration en tensioactif augmente pour la même formulation [33, 34, 35, 36, 27]. Cette dépendance est due à la stabilité des lamelles qui croît avec la concentration en tensioactif. Il est souvent souhaitable de rechercher une réduction de mobilité convenable obtenue avec une faible concentration en tensioactif pour des raisons évidentes de coût.

**Effet de la perméabilité :** les expériences de Moradi-Araghi *et al* (1997) [33] et Alvarez *et al* (2001) [1] ont montré que la perméabilité a un effet significatif sur la performance de la mousse. En particulier, la viscosité apparente de la mousse augmente avec la perméabilité pour les mêmes conditions d'injection (qualité et vitesse totale), ce qu'atteste une réduction de mobilité du gaz plus importante dans les carottes de grande perméabilité. Toutefois, la dépendance de la qualité de mousse optimale à la perméabilité reste ambiguë voire même contradictoire entre certaines études. D'une part, les mesures de Moradi-Araghi *et al* (1997), exploitées plus tard par Farajzadeh *et al* (2015) [34], montrent que la qualité optimale diminue lorsque la perméabilité du milieu poreux augmente comme représenté sur la figure 1.4 (a). Notons toutefois que, vu le faible nombre de mesures expérimentales de la qualité optimale, cette conclusion reste à confirmer avec d'autres expériences tout en sachant également la difficulté à réaliser des mesures dans la zone de transition entre le régime faible et haute qualité. D'autre part, les conclusions d'Alvarez *et al* (2001) [1] indiquent qu'une augmentation de la perméabilité augmentera la qualité de transition, comme le résume la représentation schématique en Figure 1.4 (b). Cela a été traduit par un déplacement vers le haut des lignes horizontales d'iso-gradient de pression  $\nabla P$  suite à une croissance de la perméabilité. En effet, la facilité avec laquelle une lamelle peut être transportée en régime faible qualité dépend de la taille des pores et de leurs seuils, et donc de la perméabilité. En raison de la dimension des pores plus élevée, une résistance capillaire inférieure est attendue dans un milieu poreux de forte perméabilité, générant ainsi un gradient de pression plus faible que celui obtenu avec une faible perméabilité. Par contre, la perméabilité semble avoir peu d'impact sur le gradient de pression d'un écoulement de mousse de haute qualité.

Comme la qualité optimale représente une qualité de transition du régime de transport des lamelles à un régime de coalescence des bulles, l'effet de la perméabilité sur ce paramètre est souvent considéré, à des fins de modélisation, comme un effet sur la rupture des films de liquide. Pour cela, plusieurs auteurs ont étudié la dépendance de la stabilité des lamelles à la perméabilité [27, 37].

Pour conclure, la perméabilité impacte la performance de la mousse de manière différenciée,

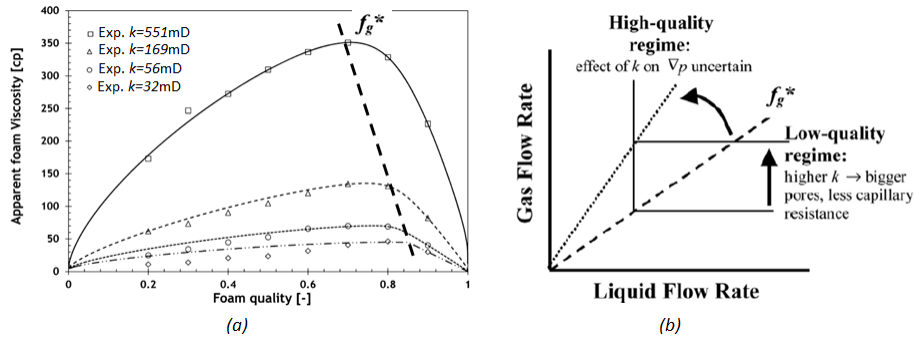


FIGURE 1.4 – Effet de la perméabilité : (a) viscosité apparente de la mousse en fonction de la qualité et de la perméabilité. Les données expérimentales (représentées en symboles) de Moradi-Araghi *et al* (1997) [33] ont été ajustées par Farajzadeh *et al* (2015) [34] en utilisant un modèle de mousse (tracé en lignes). Les résultats montrent que la qualité optimale diminue avec l’augmentation de la perméabilité à vitesse totale constante (guide visuel en trait discontinu) ; (b) le changement de la qualité optimale avec une perméabilité croissante comme décrite par Alvarez *et al* (2001) [1]. L’effet principal de la perméabilité est le déplacement vers le haut des iso-gradients horizontaux, ce qui signifie que la qualité optimale est une fonction croissante de la perméabilité.

ce qui contribue à l’uniformisation du front de déplacement entre couches de perméabilité différente. Ces effets sont considérables à l’échelle d’un pilote qui explore le plus souvent des niveaux de perméabilité contrastée et dans lequel une diversion du gaz est généralement observée entre les couches. Certains travaux de la littérature ont proposé des lois d’échelle liées à la perméabilité [34, 27, 38], mais ils demeurent peu concluants et doivent encore être approfondis.

**Effet de l’huile :** les interactions mousse/huile sont d’une importance cruciale pour les applications de la mousse dans le contexte de la récupération assistée du pétrole. Hélas, il a été montré que l’huile représente un agent anti-moussant menant à la destruction des films de liquide constitutifs d’une mousse [39, 40, 41, 42, 43, 44, 45, 46]. En particulier, des travaux expérimentaux montrent que la mousse ne peut pas être générée lorsque la saturation en huile dans la carotte dépasse une certaine valeur critique [47, 48, 49]. Les mécanismes de déstabilisation d’une mousse par une huile sont divers et comprennent essentiellement (1) la perte de concentration en tensioactif moussant sur les interfaces gaz/liquide au profit de la phase huile, (2) l’étalement des gouttelettes d’huile sur les films de liquide entraînant leur destruction et (3) l’occupation par l’huile résiduelle des pores dans lesquels des lamelles pourraient être générées. Toutefois, les mécanismes qui interviennent dans les interactions entre l’huile et les films de liquide sont beaucoup plus complexes et demeurent mal compris.

Récemment, Farzaneh et Sohrabi (2015) [46] ont décrit qualitativement l’effet de l’huile sur la stabilité de la mousse dans une colonne. Les observations expérimentales obtenues sont illustrées par la figure 1.5. Certes, ces observations sont loin d’être plausibles dans le cas d’un milieu poreux naturel, mais elles peuvent élucider les points en question et mettre en évidence

la caractère préjudiciable de l'huile à la présence de la mousse. Toutefois, certains travaux [50, 51, 52] ont montré que des films de liquide chargés d'huile peuvent exister et résister à la rupture catastrophique. En effet, l'interaction entre la mousse et l'huile dépend essentiellement de la physico-chimie du système de fluide utilisé.

Les effets de l'huile sur la stabilité de la mousse ne sont pas notre première préoccupation dans cette thèse, qui est consacrée aux spécificités de l'écoulement de mousse en milieu poreux, donc en l'absence de facteurs préjudiciables à sa stabilité tels que la présence d'huile.

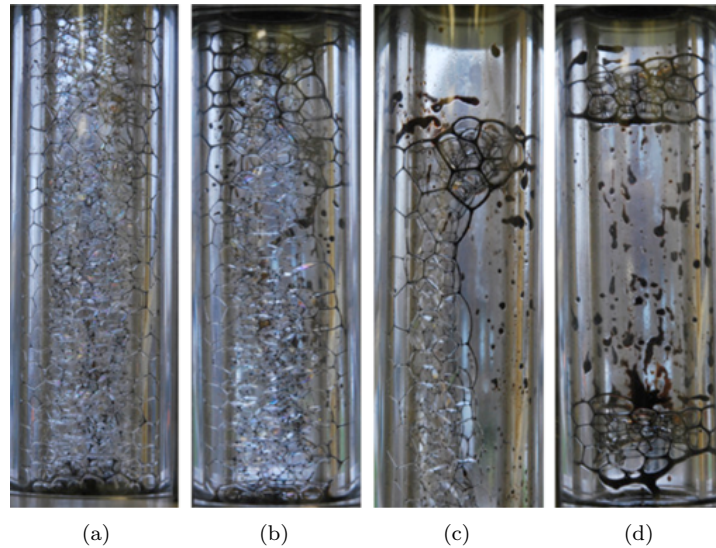


FIGURE 1.5 – Action de 10 % d'huile sur la stabilité des films de liquide dans une colonne de mousse à : (a)  $t=0$  min, (b)  $t=5$  min, (c)  $t=10$  min et (d)  $t=16$  min, selon Farzaneh et Sohrabi (2015) [46].

### 1.3 Mécanismes de la réduction de mobilité du gaz

La réduction de mobilité du gaz en présence de mousse dans les milieux poreux est due essentiellement à deux mécanismes : le piégeage du gaz et le transport des lamelles qui fait intervenir des mécanismes de génération et de destruction de lamelles.

#### 1.3.1 Piégeage de la mousse

Le piégeage de la mousse, dans des portions du milieu poreux, bloque l'écoulement du gaz par diminution de la section utile d'écoulement du gaz, ce qui engendre une résistance accrue au transport de cette phase. En effet, seule une fraction (continue et/ou discontinue) du gaz sous forme de mousse est en mouvement alors que l'autre est piégée/immobile (cf. Figure 1.6). Ce

---

mécanisme qui impacte fortement la mobilité de la mousse, est souvent décrit par une réduction de la perméabilité relative du gaz par la plupart des auteurs [11, 12, 53].

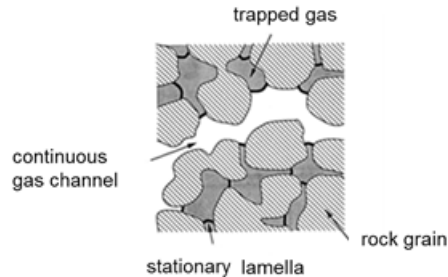


FIGURE 1.6 – Configuration d’une mousse à gaz continu en milieu poreux. Les grains de la roche sont hachurés ; le gaz piégé est représenté en gris et les lamelles immobiles en lignes noires épaisses ; le gaz continu est indiqué en blanc non hachuré [12].

Des études de traçage du gaz montrent que la proportion de gaz piégé dans une mousse en régime permanent dans les grès peut atteindre des valeurs assez grandes. Friedmann *et al* (1991) [26] ont utilisé des grès de Berea et une qualité d’injection de 95 %. Ils ont trouvé des fractions piégées d’environ 85 %, avec une légère augmentation de cette fraction avec la vitesse du gaz. Par ailleurs, Radke et Gillis (1990) [54] ont trouvé des fractions de gaz piégé entre 80 et 100 % selon les conditions d’injection en terme de vitesses des deux phases gaz et liquide. Nguyen *et al* (2002) [55] ont utilisé un micro-modèle pour évaluer au moyen d’un traceur la fraction de gaz piégée dans un écoulement de mousse. Ils ont observé que la diffusion du traceur impacte la mesure de gaz piégé, et que la distribution des zones de piégeage du gaz change de manière périodique au cours de l’écoulement. Pour permettre la mesure du gaz piégé, du gaz pur est injecté après un certain temps, et la fraction piégée est mesurée à partir du volume de mousse restant après son passage. Une fraction piégée de l’ordre de 65 % a été mesurée pour les différentes vitesses d’injection. Plus récemment, Nguyen *et al* (2009) [56] ont utilisé la tomographie à rayons X avec des traceurs de xénon pour fournir une estimation de la fraction piégée. Ils ont constaté que la fraction piégée diminue avec l’augmentation de la vitesse du gaz, et augmenterait faiblement avec le taux d’injection de liquide. Les valeurs mesurées de la fraction piégée sont comprises entre 0.47 et 0.6. Des images par scanner de la concentration du traceur sont présentées en Figure 1.7.

### 1.3.2 Transport des lamelles

Les bulles de gaz mobile subissent une traînée significative en raison de leurs interactions avec la structure poreuse (parois des pores et restrictions) et aussi des réarrangements des lamelles par forces visqueuses et capillaires [10, 28, 11]. En effet, pour que les bulles de gaz circulent, les lamelles doivent être forcées à travers le réseau des pores, entraînant ainsi une augmentation du gradient de pression appliqué et par conséquent de la viscosité effective du gaz.



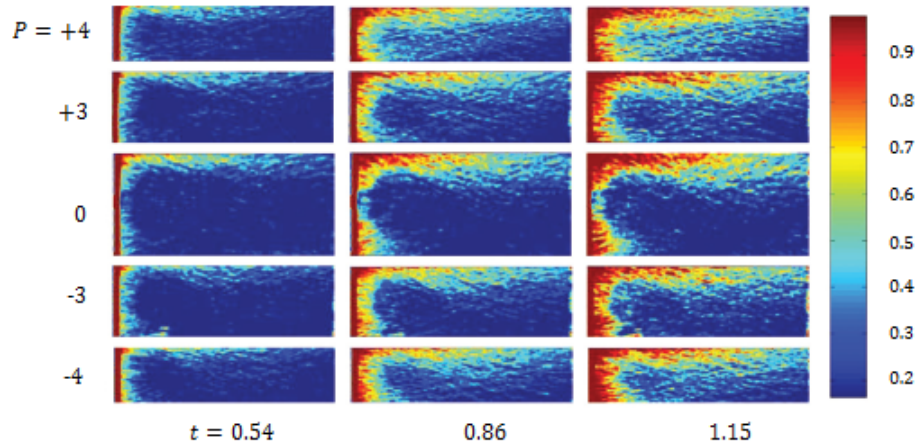


FIGURE 1.7 – Images axiales par tomographie à rayons X des déplacements de traceur Xe d’une mousse en régime permanent en fonction du temps d’injection adimensionnel (équivalent au volume de pore injecté). La valeur de  $P$  représente la coupe axiale par rapport à la tranche centrale  $P = 0$  (9 coupes axiales au totale). La barre de couleurs à droite indique la fraction molaire Xe dans la phase gazeuse, normalisée par la valeur injectée. La fraction mobile est visible en haut de la section, avec une concentration de traceur importante à la sortie de la carotte pour  $t = 1.15$  (adaptée de Nguyen *et al* (2009) [56]).

En milieu poreux, la mousse se propage en se formant et en se détruisant : des lamelles de liquide apparaissent alors que d’autres disparaissent. Ces événements au niveau des pores contrôlent, en premier lieu, l’évolution de la texture de la mousse dans le milieu poreux et ainsi la viscosité du gaz qui en résulte.

### 1.3.2.1 Génération de la mousse

Les mécanismes responsables de la génération des lamelles dans le milieu poreux sont nombreux ; dans cette partie nous présentons les trois mécanismes principaux.

**Snap-off.** Ce mécanisme a été mis en évidence par Roof (1970) [57] alors qu’il étudiait le piégeage de l’huile dans des milieux poreux mouillables à l’eau. Durant l’écoulement du gaz et à la rencontre d’une restriction, la bulle de gaz filtre en partie, se casse, et donne naissance à une nouvelle bulle. En effet, après passage de la restriction, le rayon de la bulle du gaz devient plus grand, ce qui entraîne une diminution de la pression capillaire, et donc un écoulement de retour du liquide vers la restriction. Ce qui fait, un amincissement et un ”claquage” du film de gaz se produisent au niveau de la restriction, faisant apparaître ainsi une nouvelle bulle de gaz, comme illustré par la figure 1.8.

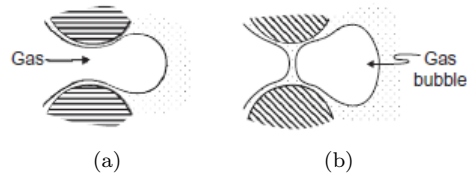


FIGURE 1.8 – Schéma du mécanisme de snap-off : (a) le gaz pénètre dans la restriction, et (b) l'accumulation du liquide dans la restriction et apparition d'une nouvelle bulle de gaz [58].

**Division de lamelle.** Lorsqu'une bulle de gaz arrive à un embranchement (les grains du milieu poreux), elle se divise en deux bulles (cf. Figure 1.9) ce qui contribue à l'augmentation de la texture de la mousse.

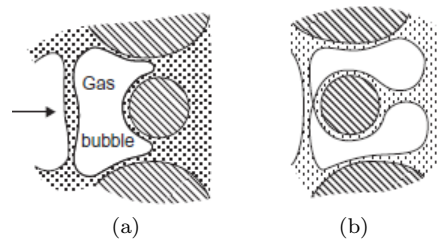


FIGURE 1.9 – Division de lamelle : (a) la bulle de gaz rencontre un embranchement, et (b) la division de la bulle en deux [58].

**Leave-behind.** Ce mécanisme intervient au cours du déplacement d'une solution tensio-active par du gaz : lorsque deux interfaces liquide/gaz se rapprochent, elles forment un film de liquide (lamelle) parallèle à la direction de l'écoulement du gaz, comme cela est illustré sur la figure 1.10. Ce mécanisme est important pour des faibles vitesses de gaz [16].

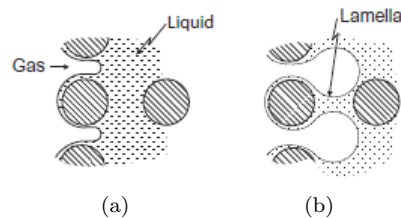


FIGURE 1.10 – Mécanisme de leave-behind : (a) entrée massive du gaz et déplacement de la solution tensio-active, et (b) rapprochement des ménisques et formation d'une lamelle [58].

### 1.3.2.2 Destruction de la mousse

Les mécanismes de génération de lamelles en milieu poreux sont contrebalancés par des processus de destruction. Chambers et Radke (1991) [59] ont montré que deux mécanismes sont essentiellement responsables de la destruction des lamelles : la succion capillaire et la diffusion du gaz.

**Succion capillaire.** La succion capillaire est toujours considérée comme étant le principal mécanisme responsable de la rupture des lamelles en milieu poreux. Le saut de pression  $P_c$  dans la direction normale à la surface qui sépare les deux phases gaz/liquide s'écrit d'après la loi de Laplace comme  $P_c = P_g - P_l = 2C_m\sigma$ , où  $C_m$  désigne la courbure moyenne de l'interface ( $2C_m$  correspond à la somme des inverses des deux rayons principaux de courbure),  $P_g$ ,  $P_l$ , et  $P_c$  désignent respectivement la pression du gaz, du liquide et la pression capillaire, et  $\sigma$  la tension interfaciale entre le gaz et le liquide. Le mode d'action de la pression capillaire sur la stabilité de la lamelle peut être analysé selon l'état statique ou dynamique de la lamelle.

Lamelle statique : on peut en première approximation considérer que les lamelles immobiles sont planes en raison de leur faible épaisseur et de leur direction (souvent orientées à  $90^\circ$  par rapport aux parois des pores). La figure 1.11 (a) représente schématiquement comment des tensioactifs anioniques peuvent peupler une interface gaz/liquide. On observe que la pression capillaire  $P_c^L$  au niveau du film plan est nulle, alors que celle  $P_c^{PB}$  au niveau de la bordure de Plateau incurvée n'est pas nulle. Compte tenu de la continuité de pression dans le gaz, il existe une différence de pression du liquide entre la lamelle et la bordure de plateau, qui est responsable du drainage, ou succion capillaire, de la lamelle.

La stabilité des lamelles (c'est-à-dire leur capacité à résister au drainage complet du liquide) est assurée par la présence d'une pression supplémentaire dans le liquide, dite pression de disjonction  $\Pi$ , qui existe grâce à la finesse des films de liquide et qui englobe, par ailleurs, les forces structurales s'exerçant entre les molécules. Cette pression supplémentaire, fonction unique de l'épaisseur du film  $\Pi(h)$ , comme cela est indiqué en Figure 1.11 (b), est la somme de trois contributions : la répulsion électrostatique  $\Pi_{el}$ , l'attraction de van der Waals  $\Pi_{vw}$ , et les forces stériques/d'hydratation  $\Pi_{s-h}$ . Les composantes répulsive de  $\Pi(h)$ , qui résultent de la présence de tensioactifs, assurent la stabilité des lamelles. La résultante de ces forces appliquées sur la surface des films équivaut ainsi à une pression positive  $\Pi$ , qui équilibre la pression capillaire qui s'exerce au sein du milieu poreux. En effet, l'épaisseur de la lamelle  $h$  s'ajuste de telle sorte que la pression de disjonction au sein de la lamelle équilibre la pression capillaire imposée par le milieu poreux telle que  $\Pi(h) = P_c$ .

Les deux lignes interrompues de la figure 1.11 (b) correspondent à deux éventuelles valeurs de la pression capillaire imposée par un milieu poreux. Pour une pression capillaire  $P_{c1}$ , qui est inférieure à  $\Pi_{max}$ , la pression de disjonction  $\Pi$  peut donner lieu à trois épaisseurs de film différentes. Toutefois, Vrij (1966) [60] indique à travers une analyse thermodynamique de stabilité par perturbations infinitésimales, que seules les lamelles dont l'épaisseur décroît lorsque leur

pression de disjonction augmente (i.e.  $\frac{d\Pi}{dh} < 0$ ) sont stables. Ainsi, deux types de films stables peuvent être identifiés sur la courbe  $\Pi(h)$  :

- des films extrêmement minces (Newton Black Films, NBF) : pour ces épaisseurs de film, les forces stériques/d’hydratation dominent la pression de disjonction. Il est peu probable que ces films soient assez robustes pour être stables en milieu confiné. Pour cette raison, l’existence de films NBF est considérée non plausible dans le cas de la mousse en milieu poreux [37, 59].
- les films les plus rencontrés (Common Black Films, CBF) : ces films ont une plus grande épaisseur, telle que la répulsion électrostatique domine l’ensemble des forces structurales.

En conséquence, seules les lamelles d’épaisseur supérieure à l’épaisseur critique  $h_c$ , pour laquelle  $\Pi_{\max}$  est atteinte, sont stables. Par contre, une pression capillaire  $P_{c2}$  supérieure à  $\Pi_{\max}$  déstabilise les lamelles : la rupture des films est inévitable pour des fortes pressions capillaires [61, 59]. Notons que la valeur de  $\Pi_{\max}$  est déterminée uniquement par la formulation tensio-active. Nous concluons que, pour une lamelle statique, la pression capillaire imposée par le milieu poreux détermine la stabilité des lamelles.

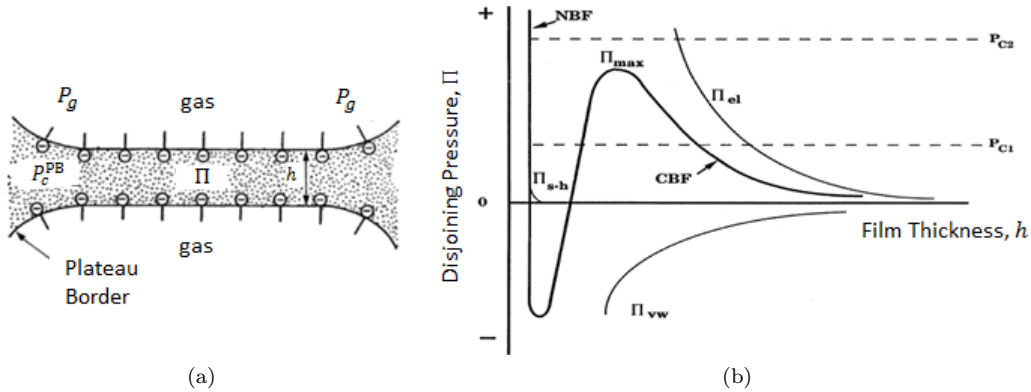


FIGURE 1.11 – (a) Mise en évidence de la pression de disjonction dans le liquide d’une lamelle plate et (b) pression de disjonction en fonction de l’épaisseur du film de liquide [61].

Lamelle dynamique : dans le cas dynamique, la coalescence des lamelles est beaucoup plus compliquée que dans le cas statique. La figure 1.12 schématise le franchissement d’un seuil entre pores par une lamelle. Près de la restriction, la lamelle est épaisse alors qu’elle s’amincit au sein du pore en raison de la dilatation de la bulle. Au cours de cet amincissement, si le rapport d’aspect entre le rayon du pore  $R_b$  et le rayon de la restriction  $R_c$  est assez grand, l’épaisseur de la lamelle peut chuter en dessous de l’épaisseur critique  $h_c$  et entraîner sa rupture. Toutefois, si la vitesse du gaz est faible, une réalimentation en liquide de la lamelle par la pression de disjonction peut se produire et éviter sa rupture. À l’opposé, une vitesse élevée favorise la déstabilisation des lamelles.

La pression capillaire pour laquelle la lamelle en mouvement se rompt est appelée pression capillaire limite  $P_c^*$ . Cette pression limite est inférieure à  $\Pi_{\max}$ , l’écart variant en fonction des

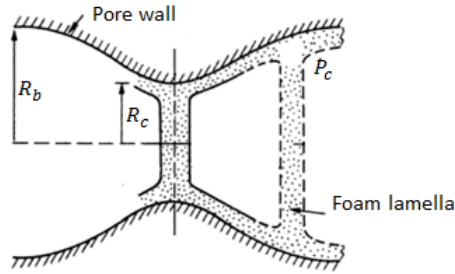


FIGURE 1.12 – Schéma de passage d’une lamelle d’une restriction à un pore sur une période de temps très faible. Le milieu poreux (assimilé ici par un capillaire périodiquement rétréci) impose la pression capillaire sur les bordures de Plateau (adaptée de Jiménez et Radke (1988) [37]).

influences respectives des mécanismes d’étirement et de succion capillaire.  $P_c^*$  dépend fortement du tensioactif, de sa concentration, de la perméabilité et la structure du milieu poreux (rapport d’aspect), et de la vitesse du gaz. En particulier, la valeur de  $P_c^*$  diminue lorsque la vitesse du gaz et/ou le rapport d’aspect  $\frac{R_b}{R_c}$  augmentent.

Les travaux de Khatib *et al* (1988) [27] représentent les premières mesures de la pression capillaire limite  $P_c^*$  lors de la destruction des lamelles dans des sables de très fortes perméabilités. Plus tard, Jiménez et Radke (1988) [37] ont proposé la théorie qui quantifie les divers mécanismes régissant la destruction d’une lamelle dynamique dans un capillaire périodiquement rétréci. Un bon accord a été conclu entre la théorie et l’expérience de Khatib *et al*.

**Diffusion du gaz.** La diffusion du gaz est le deuxième mécanisme responsable de la destruction de la mousse en milieu poreux et concerne principalement les bulles piégées. En effet, en raison de la différence de pression du gaz entre les bulles de différentes tailles (bulles de différentes courbures), le gaz se dissout dans les films de liquide et diffuse des bulles de petites tailles vers les bulles de grandes tailles selon le mûrissement d’Ostwald. Ainsi, les petites bulles ont tendance à disparaître au profit des grosses bulles. La texture de la mousse devient ainsi grossière.

Ce phénomène entraîne donc une augmentation de la taille des bulles piégées et favorise ainsi leur dépiégeage.

## 1.4 Conclusion

Ce chapitre nous a permis de mettre en évidence les mécanismes principaux d’écoulement de mousse en milieu poreux. La mobilité du gaz en milieu poreux est fortement réduite lorsqu’il s’écoule sous forme de mousse, alors que la mobilité du liquide reste inchangée. Cette réduction de mobilité du gaz est une fonction de plusieurs paramètres dont l’élément prépondérant est la texture de la mousse. Cette texture résulte de la compétition entre des mécanismes de génération et de destruction des bulles de gaz qui se produisent à l’échelle des pores. Ces mécanismes

---

dépendent eux-mêmes de la perméabilité du milieu poreux, la concentration en tensioactif et la vitesse du gaz. Dès lors, un modèle de mousse doit inclure soit une description explicite de ces mécanismes par des lois microscopiques qui vont déterminer la texture et par conséquent la mobilité du gaz, soit des fonctions empiriques qui représentent implicitement les effets généraux de la texture sur la mobilité du gaz. Ces lois ou fonctions peuvent être déduites à partir de données expérimentales de déplacement acquises sur des modèles simplifiés de milieu confiné (capillaires) ou sur des milieux poreux naturels.



## Chapitre 2

# Techniques de modélisation des mousses en milieu poreux : état de l’art

Les principaux effets de la mousse qui doivent être modélisés sont : (1) la réduction de mobilité du gaz et sa dépendance aux divers paramètres impactant la performance de la mousse, et (2) l’absence de modification de la mobilité des phases huile et eau dans les applications pétrolières. Par conséquent, pour ces deux phases liquides, les lois de Darcy généralisées restent inchangées à la présence de mousse en milieu poreux. En ce qui concerne le gaz, l’usage de cette loi classique est délicat en raison de sa structure caractéristique en présence de mousse (phase discontinue). Pour un écoulement Darcéen, la réduction de mobilité du gaz sous forme de mousse peut être portée par la perméabilité relative au gaz et/ou par la viscosité du gaz.

Dans la littérature, une multitude de modèles est proposée pour prédire le comportement de la mousse dans les milieux poreux. Ces modèles peuvent être classés en deux catégories :

- modèles à lamelles (également appelés « population balance models ») qui simulent la génération, la destruction et le transport des lamelles en milieu poreux,
- modèles empiriques (à l’équilibre) qui ne cherchent à prédire que la réduction de mobilité du gaz en régime permanent lorsque celui-ci s’écoule sous forme de mousse. Ces modèles sont fondés sur des formulations empiriques calibrées à partir de déplacements de mousse sur carottes au laboratoire.

Ces modélisations ont fait l’objet de plusieurs revues scientifiques [62, 63, 23, 64]. Dans ce chapitre, nous présentons d’abord le modèle d’écoulement polyphasique commun à ces deux approches, puis nous explicitons les caractéristiques de chaque type de modèle en mettant en évidence les forces et faiblesses de chaque approche.



## 2.1 Modèle d'écoulement polyphasique

La modélisation des mousses en milieu poreux s'inscrit dans le cadre des équations de Darcy généralisées. En effet, l'écoulement des fluides en milieu poreux est régi par un système d'équations aux dérivées partielles résultant de la conservation de la masse de chaque phase et de leur compositions d'une part, et d'une loi de comportement reliant la vitesse, la pression et la saturation de cette phase, d'autre part (loi de Darcy généralisée). Dans le cadre d'applications pétrolières, nous considérons un écoulement polyphasique d'eau, gaz et huile transportant différents constituants  $\alpha$  dont les équations de conservation de masse s'écrivent

$$\begin{cases} \partial_t (\rho_i \phi S_i) + \text{div} (\rho_i \mathbf{u}_i) = s_i(t) & \sum_i S_i = 1 \\ \partial_t (\rho_i \phi S_i x_i^\alpha) + \text{div} (\rho_i x_i^\alpha \mathbf{u}_i) = s_i^\alpha(t) & \sum_\alpha x_i^\alpha = 1 \end{cases} \quad (2.1)$$

où, pour chaque phase  $i = w, g, o$ ,  $S_i$  désigne la saturation,  $\rho_i$  la masse volumique,  $s_i$  et  $s_i^\alpha$  le débit massique injecté ou produit aux puits ;  $x_i^\alpha$  désigne la fraction massique du constituant  $\alpha$  transporté par la phase  $i$ ,  $\phi$  la porosité du milieu poreux et  $\mathbf{u}_i$  la vitesse de filtration. Pour des écoulements laminaires (i.e. faibles vitesses), la vitesse  $\mathbf{u}_i$  est régie par la loi de Darcy généralisée

$$\mathbf{u}_i = -\frac{k k_{r_i}(S_i)}{\mu_i} (\nabla P_i - \rho_i \mathbf{g}) \quad \text{avec} \quad P_i(S_i) - P_j(S_i) = P_c^{ij}(S_i) \quad (2.2)$$

où  $P_i$  désigne la pression de la phase  $i$ ,  $k_{r_i}$  sa perméabilité relative,  $\mu_i$  sa viscosité ;  $k$  désigne la perméabilité du milieu poreux et  $\mathbf{g}$  l'accélération de la gravité ;  $P_c^{ij}$  désigne la différence de pression, ou encore la pression capillaire, entre deux phases  $i$  et  $j$ . Les flux de diffusion-dispersion et l'adsorption des composants sont omis dans le système (2.1). Notons que ce système doit être complété par les conditions initiales et aux limites (flux ou pression aux bords imposés) pour poser complètement le problème.

L'application de la loi de Darcy généralisée dans les modèles de réservoir est basée sur l'existence d'un volume élémentaire représentatif (REV) qui désigne le plus petit volume au-dessus duquel un effet de moyenne se manifeste sur les phénomènes ayant lieu à l'échelle du pore. Si par exemple on choisit un élément de volume  $V$  constitué par une sphère centrée sur le point considéré, et si on fait varier le rayon  $R$  de cette sphère, on obtient une porosité moyenne  $\bar{\phi} = \frac{1}{V(R)} \int_0^R \phi(R) dV$  fonction de  $R$  telle qu'illustrée sur la figure 2.1. Nous remarquons que la porosité moyenne  $\bar{\phi}$  peut être constante à une échelle locale caractérisée par le REV. Ainsi, le milieu poreux peut être considéré comme un milieu continu caractérisé par des valeurs locales et les lois macroscopiques de l'écoulement peuvent être appliquées en tout point de l'espace.

La pression capillaire  $P_c^{ij}$  entre les deux phases non miscibles  $i$  et  $j$  résulte de la courbure de l'interface séparant les deux fluides et de la tension interfaciale  $\sigma$  caractéristique du couple de fluides considéré. Un raisonnement simple sur un tube capillaire montre que la pression la plus forte doit être celle du fluide mouillant situé du côté de la concavité. De plus, le saut de pression dans ce cas vaut  $P_c = 2\sigma \cos \theta / r$ , où  $\theta$  désigne l'angle de mouillage du fluide mouillant à la paroi et  $r$  le rayon du tube, en vertu de la loi de Laplace-Young. Dans un milieu poreux donné

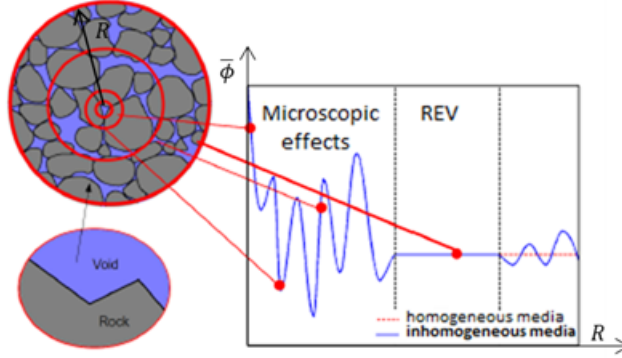


FIGURE 2.1 – Volume élémentaire représentative (REV) illustré pour la porosité : le plus petit volume au-dessus duquel une mesure de porosité peut être représentative.

et pour une échelle suffisamment grande, la pression capillaire peut être liée uniquement à la saturation et de la façon dont on conduit l'expérience. Considérons par exemple l'expérience de drainage suivante : on injecte un fluide 2 non mouillant dans un échantillon initialement saturé en fluide 1 mouillant. La relation pression capillaire-saturation, qui est généralement mesurée au cours d'un drainage, est illustrée par la courbe 1 en Figure 2.2 (a). On remarque qu'une certaine quantité du fluide 1 reste dans l'échantillon même pour les pressions les plus élevées : c'est la saturation irréductible en fluide mouillant. Si maintenant, on part de l'échantillon à cette saturation et on déplace le fluide non mouillant par le fluide mouillant (processus d'imbibition), on obtient la courbe 2 de la figure 2.2 (a). On note ainsi une saturation résiduelle en fluide non mouillant pour une pression capillaire nulle. Nous remarquons que pour la même valeur de saturation, la pression capillaire diffère notablement entre les deux processus (effet d'hystérésis). Ces phénomènes d'hystérésis n'ont toutefois pas été pris en compte dans le cadre de cette étude de déplacements de mousse car ceux-ci sont quasi-toujours des processus de drainage (saturation en gaz du milieu toujours croissante).

Pour des milieux poreux homothétiques, l'influence des paramètres impactant la pression capillaire s'exprime au moyen de la fonction sans dimension suivante, connue sous le nom de fonction de Leverett [65] :

$$J(S_w) = \frac{P_c(S_w)}{\sigma \cos \theta} \sqrt{\frac{k}{\phi}} \quad (2.3)$$

où  $J(S_w)$  dépend uniquement de la saturation et est invariante pour les milieux poreux homothétiques.

Les perméabilités relatives  $k_{r,i}$  sont des mesures adimensionnelles des perméabilités effectives de chaque phase  $i$ . Elles reflètent la capacité d'une phase à traverser un milieu poreux en présence d'autres phases qui gênent son écoulement. Ces grandeurs dépendent de plusieurs paramètres dont la saturation et l'angle de mouillage  $\theta$  sont les principaux [6]. Notons ainsi que deux milieux poreux homothétiques doivent avoir les mêmes courbes de perméabilités relatives

puisque l'influence de la dimension caractéristique des pores sur les fonctions de  $k_r$  est souvent négligeable.

Considérons toujours l'expérience du déplacement de deux fluides non miscibles décrite plus haut. Les perméabilités relatives sont définies donc uniquement dans l'intervalle de saturation en fluide 1 :  $S_{1i} \leq S_1 \leq 1 - S_{2r}$ , où  $S_{1i}$  est la saturation irréductible en fluide 1 et  $S_{2r}$  saturation résiduelle en fluide 2. L'allure générale de ces fonctions est représentée sur la figure 2.2 (b). On remarque que la perméabilité relative au fluide mouillant  $k_{r1}$  a, pour la saturation maximale  $1 - S_{2r}$ , une valeur très faible, tandis que  $k_{r2}$  a, pour la saturation  $S_{1i}$ , une valeur proche de 1. Cela signifie que la présence du fluide mouillant à sa saturation irréductible gêne très peu l'écoulement du fluide non mouillant puisqu'il occupe les petits pores qui ne contribuent que faiblement à l'écoulement. Par contre, la présence du fluide non mouillant à sa saturation résiduelle gêne significativement l'écoulement du fluide mouillant. En effet, cette saturation résiduelle en fluide non mouillant est présente sous forme de gouttelettes piégées dans les gros pores et qui bloquent effectivement le flux du fluide mouillant dans ces pores.

Les perméabilités relatives, tout comme la pression capillaire, dépendent de la façon dont on a conduit l'expérience. Les courbes de la figure 2.2 (b) mettent en évidence cette dépendance. On remarque que la perméabilité relative au fluide 1 mouillant change très peu avec le sens de variation de la saturation, tandis que celle du fluide 2 non mouillant montre une forte sensibilité aux processus (drainage ou imbibition). Cet effet d'hystérésis sur les  $k_r$  est couramment observé en laboratoire.

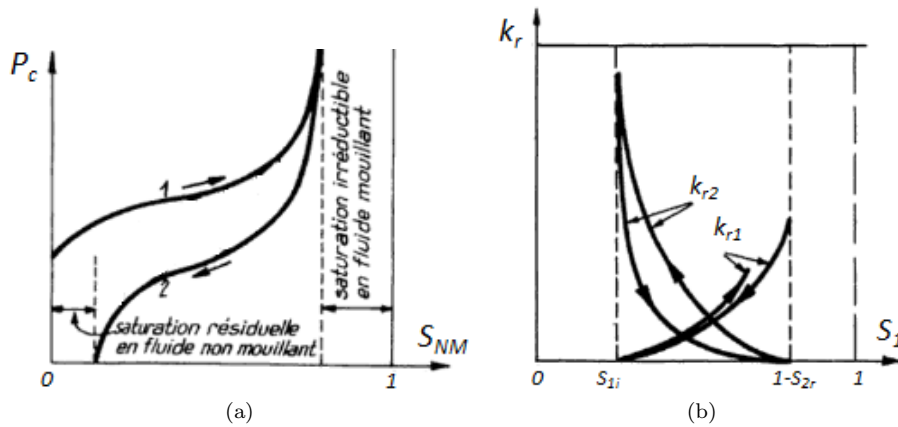


FIGURE 2.2 – Fonctions typiques de : (a) pression capillaire et (b) perméabilités relatives pour un couple de deux fluides non miscibles pour les deux processus drainage et imbibition. Les deux courbes mettent en évidence l'hystérésis qui peut avoir lieu lors de l'écoulement de deux fluides non miscibles (adapté de Marle (1984) [6]).

La facilité de déplacement d'une phase  $i$  par une autre dans un milieu poreux est contrôlée par la mobilité  $\lambda_i$ , qui est définie comme le ratio de la perméabilité relative  $k_{r,i}$  par la viscosité  $\mu_i$ .

---

Considérons maintenant l'écoulement diphasique gaz/eau  $i = w, g$  avec un composant tensioactifs transporté par la phase aqueuse, dont la fraction massique est notée  $x_w^s$ . Nous rappelons que ces trois éléments sont indispensables pour former une mousse. Comme déjà évoqué dans le premier chapitre, la mousse réduit uniquement la mobilité du gaz sans aucun effet sur la mobilité de l'eau. Ainsi, en présence de tensioactif, la loi de Darcy appliquée à la phase aqueuse reste inchangée, tandis que celle appliquée à la phase gazeuse est modifiée afin de tenir compte de la réduction de mobilité du gaz. Le système d'équations qui régit l'écoulement de la mousse est donné par

$$\left\{ \begin{array}{l} \partial_t (\rho_w \phi S_w) + \text{div} (\rho_w \mathbf{u}_w) = s_w(t) \\ \partial_t (\rho_w \phi S_w x_w^s) + \text{div} (\rho_w x_w^s \mathbf{u}_w) = s_w^s(t) \\ \partial_t (\rho_g \phi S_g) + \text{div} (\rho_g \mathbf{u}_g^f) = s_g(t) \end{array} \right. \quad \text{avec} \quad \left\{ \begin{array}{l} \mathbf{u}_w = -\frac{k k_{rw}}{\mu_w} (\nabla P_w - \rho_w \mathbf{g}) \\ \mathbf{u}_g^f = -\frac{k k_{rg}^f}{\mu_g^f} (\nabla P_g - \rho_g \mathbf{g}) \\ P_g(S_g) - P_w(S_g) = P_c(S_g) \\ S_g + S_w = 1 \end{array} \right. \quad (2.4)$$

où  $\mathbf{u}_g^f$  désigne la vitesse,  $k_{rg}^f$  la perméabilité relative et  $\mu_g^f$  la viscosité du gaz sous forme de mousse. Ainsi, la mobilité de la mousse  $\lambda_g^f$  est donnée par  $\lambda_g^f = k_{rg}^f / \mu_g^f$ . On entend par un modèle de mousse toute formulation de la mobilité  $\lambda_g^f$  en fonction des paramètres impactant sa performance tels que la texture de la mousse, les vitesses de fluides, la perméabilité du milieu poreux, la saturation en huile, etc.

## 2.2 Modèles empiriques

Étant donné la complexité des mécanismes mis en jeu par les solutions moussantes, plusieurs auteurs ont adopté une modélisation empirique des effets de la mousse qui se traduit essentiellement par une réduction de mobilité du gaz sans chercher à décrire son comportement dynamique lié à la génération, destruction et transport des lamelles en milieu poreux. Cela signifie que, dans ce type de modèle, il est supposé que la texture de la mousse atteint instantanément une valeur locale constante. En réalité, ces modèles sont basés sur l'hypothèse de l'équilibre local entre génération et destruction des lamelles dans le milieu poreux. Cette hypothèse peut se justifier dans le cas particulier où les phénomènes transitoires de génération et de destruction de la mousse ont lieu sur des échelles de temps très courtes. Ce genre d'approche est essentiellement motivé par la nécessité de disposer d'un modèle pratique et simple qui puisse s'adapter aux structures extrêmement compliquées des gisements d'hydrocarbures (géométrie et distribution des fluides et des hétérogénéités), avec un nombre de paramètres minimal, moyennant des étapes de calibration à partir de mesures de déplacements sur micro-modèles ou milieux poreux naturels. Ces modèles n'explicitent pas de relation entre la mobilité du gaz et la texture de la mousse mais restituent uniquement la réduction de mobilité du gaz au moyen de corrélations aux multiples paramètres (concentration, saturations, vitesse) reconnus impacter la mousse. Plus précisément,

ces modèles, dits empiriques, interpolent la viscosité du gaz ou la perméabilité relative au gaz en fonction de ces paramètres. Nous les passons en revue ci-dessous.

Le premier modèle empirique a été proposé par Marfoe *et al* (1987) [66] : la réduction de mobilité du gaz a été décrite par une viscosité effective du gaz  $\mu_g^f$  comme une fonction de la saturation en eau  $S_w$ , concentration en tensioactif  $C_s$  et vitesse du gaz sous forme de mousse  $u_g^f$

$$\mu_g^f = \mu_g [1 + 0.01C_s (S_w - S_{wi}) f(u_g^f)] \quad (2.5)$$

où  $S_{wi}$  désigne la saturation irréductible en eau et  $f$  une fonction d'ajustement (dans leur travaux, Marfoe *et al* (1987) ont fixé  $f$  à 1). L'équation (2.5) montre que la viscosité effective du gaz moussant augmente avec la concentration en tensioactif et la saturation en eau. Plus tard, cette formulation simple a été améliorée par Islam et Ali (1988) [67] pour inclure les effets de la perméabilité du milieu  $k$  et la saturation en huile  $S_o$  comme

$$\mu_g^f = \frac{\mu_g [1 + D f_c(C_s) (S_w - S_{wi}) f_k(k) + f_p(\nabla P_g)]}{1 + E S_o^2} \quad (2.6)$$

où  $\nabla P_g$  désigne le gradient local de la pression du gaz. Les paramètres  $D$  et  $E$ , et les fonctions  $f_c$ ,  $f_k$ , et  $f_p$  permettent une certaine flexibilité du modèle pour un meilleur ajustement des données expérimentales et assurent la conformité avec les observations expérimentales : la viscosité effective du gaz sous forme de mousse diminue avec la saturation en huile (effet préjudiciable à la présence des mousses) et augmente avec la perméabilité du milieu poreux (une réduction de mobilité du gaz plus importante dans les zones de fortes perméabilités).

Les modèles empiriques les plus utilisés reproduisent la réduction de mobilité de la mousse via la perméabilité relative au gaz. Le plus utilisé en pratique est le modèle de mousse du simulateur de réservoir STARS développé par Computer Modeling Group (CMG). Ce modèle fait référence aux travaux de Shrivastava *et al* (1997) [68], Martinsen et Vassenden (1999) [69], Cheng *et al* (2000) [70], et Rossen et Renkema (2007) [71]. Par ailleurs, le modèle de mousse de PumaFlow (simulateur de réservoir de l'IFPEN [72]) repose également sur cette approche empirique pour représenter les effets de la mousse sur la mobilité du gaz. Par souci de simplicité, la viscosité du gaz est supposée inchangée que la mousse soit présente ou non, i.e.  $\mu_g^f = \mu_g$ , tandis que la perméabilité relative au gaz  $k_{rg}$  est multipliée par une fonction d'interpolation multi-paramétrique  $FM$  traduisant l'effet de chaque paramètre ayant des incidences sur le comportement de la mousse. La formulation de la fonction  $FM$  est interpolée entre une valeur maximale connue/mesurée au laboratoire et la valeur unité en l'absence de mousse. Le modèle s'écrit comme

$$\begin{cases} k_{rg}^f = FM \times k_{rg} \\ \mu_g^f = \mu_g \end{cases} \quad \text{avec} \quad FM = \frac{1}{1 + (M_{\text{ref}} - 1) \prod_{i=1}^4 F_i} \quad (2.7)$$

où  $M_{\text{ref}}$  désigne la réduction de mobilité de référence mesurée dans des conditions optimales de présence de mousse pour un système roche-fluide donné, et  $F_i$  sont les fonctions d'interpolation

---

pour les paramètres suivants : concentration en tensioactif  $C_s$ , saturation en eau  $S_w$ , saturation en huile  $S_o$  et nombre capillaire du gaz  $N_{cg}$  (ou équivalent à la vitesse du gaz). Ces fonctions sont données par

$$\begin{cases} F_1(C_s) = \left( \frac{\min(C_s, C_s^{\text{ref}})}{C_s^{\text{ref}}} \right)^{e_s} & F_3(S_o) = \left( \frac{\max(0, S_o^* - S_o)}{S_o^*} \right)^{e_o} \\ F_2(S_w) = \frac{1}{2} + \frac{1}{\pi} \arctan [\Theta (S_w - S_w^*)] & F_4(N_{cg}) = \left( \frac{N_{cg}^{\text{ref}}}{N_{cg}} \right)^{e_c} \end{cases} \quad (2.8)$$

La fonction  $F_1(C_s)$  représente l'effet de la concentration en tensioactif  $C_s$ , où  $C_s^{\text{ref}}$  désigne la concentration en tensioactif de référence et  $e_s$  l'exposant régissant la variation au voisinage de  $C_s^{\text{ref}}$ . Une valeur nulle de  $e_s$  signifie que la mobilité de la mousse ne dépend pas de la concentration en tensioactif. Des valeurs très grandes de  $e_s$  mènent à une destruction brutale de la mousse pour les concentrations en dessous de  $C_s^{\text{ref}}$ .

La fonction  $F_2(S_w)$ , dite fonction de « dry-out », décrit l'effet de la saturation en eau  $S_w$  sur la performance de la mousse.  $S_w^*$  désigne la saturation en eau limite pour laquelle la pression capillaire limite  $P_c^*$  est atteinte et les lamelles de la mousse disparaissent rapidement par coalescence.  $\Theta$  est le paramètre qui régit le caractère abrupt ou lissé de la transition entre le régime faible qualité et haute qualité pour une mousse forte. Une valeur très élevée de  $\Theta$  (plusieurs milliers) permet de modéliser une coalescence rapide de la mousse au voisinage de la saturation en eau critique  $S_w^*$ , alors qu'une valeur peu élevée (inférieure à 100 par exemple) modélise une disparition progressive de la mousse par décroissance de la saturation en eau au voisinage de  $S_w^*$ .

La fonction  $F_3(S_o)$  décrit l'effet préjudiciable de l'huile à la présence/stabilité de la mousse. Cet effet est pris en compte à travers la saturation en huile  $S_o$ .  $S_o^*$  désigne la saturation en huile critique au-delà de laquelle la coalescence des bulles de mousse est totale. L'exposant  $e_o$  permet d'exprimer la dépendance de la mobilité du gaz à la saturation en huile présente dans le milieu poreux.

La fonction  $F_4(N_c)$  modélise le caractère rhéofluidifiant et rhéoépaississant des mousses au moyen du nombre capillaire du gaz  $N_{cg}$ . Le nombre capillaire est défini comme le rapport entre les forces visqueuses et les forces capillaires agissant sur l'écoulement de deux fluides non miscibles. Dans notre modèle, le nombre capillaire est donné par  $N_{cg} = \mu_g v_g^f / \sigma$ , où  $v_g^f$  désigne la vitesse interstitielle du gaz sous forme de mousse et s'écrit  $v_g^f = u_g^f / (\phi S_g)$  et  $\sigma$  désigne la tension interfaciale entre le liquide et le gaz.  $N_{cg}^{\text{ref}}$  est le nombre capillaire de référence pour lequel  $M_{\text{ref}}$  est mesuré et  $e_c$  l'exposant rhéofluidifiant. Pour négliger les effets de vitesse du gaz sur les performances de la mousse, il suffit d'annuler  $e_c$ . La fonction  $F_4$  représente l'aspect rhéofluidifiant des mousses pour toutes les vitesses du gaz, mêmes celles inférieures au seuil de génération (correspondant à  $N_{cg}^{\text{ref}}$ ), ce qui permet de reproduire le caractère rhéoépaississant favorable à la réduction de mobilité du gaz lorsque la vitesse décroît. Cependant, l'expression appropriée du nombre capillaire dans la fonction  $F_4$  est controversée et demeure l'objet de travaux de

recherche [62, 73, 74]. Par exemple, Boeije et Rossen [74] expriment le nombre capillaire comme  $N_{cg} = -k\nabla P/\sigma = \mu_f^{\text{app}} u\sigma$ , où  $\nabla P$  désigne le gradient de pression et  $\mu_f^{\text{app}}$  la viscosité apparente de la mousse, de tel sorte que l'aspect rhéofluidifiant devient lié à la vitesse totale de la mousse considérée comme une nouvelle phase équivalente.

Par conséquent, La formulation de chaque contribution des paramètres inclut également deux constantes, soit 8 constantes au total. Ces constantes doivent être estimées à partir d'essais de laboratoire faisant varier chacun des 4 paramètres d'interpolation. Pour avoir une idée sur les variations de ces fonctions d'interpolation, nous présentons en Figure 2.3 les effets possibles de chaque paramètre sur la réduction de mobilité.

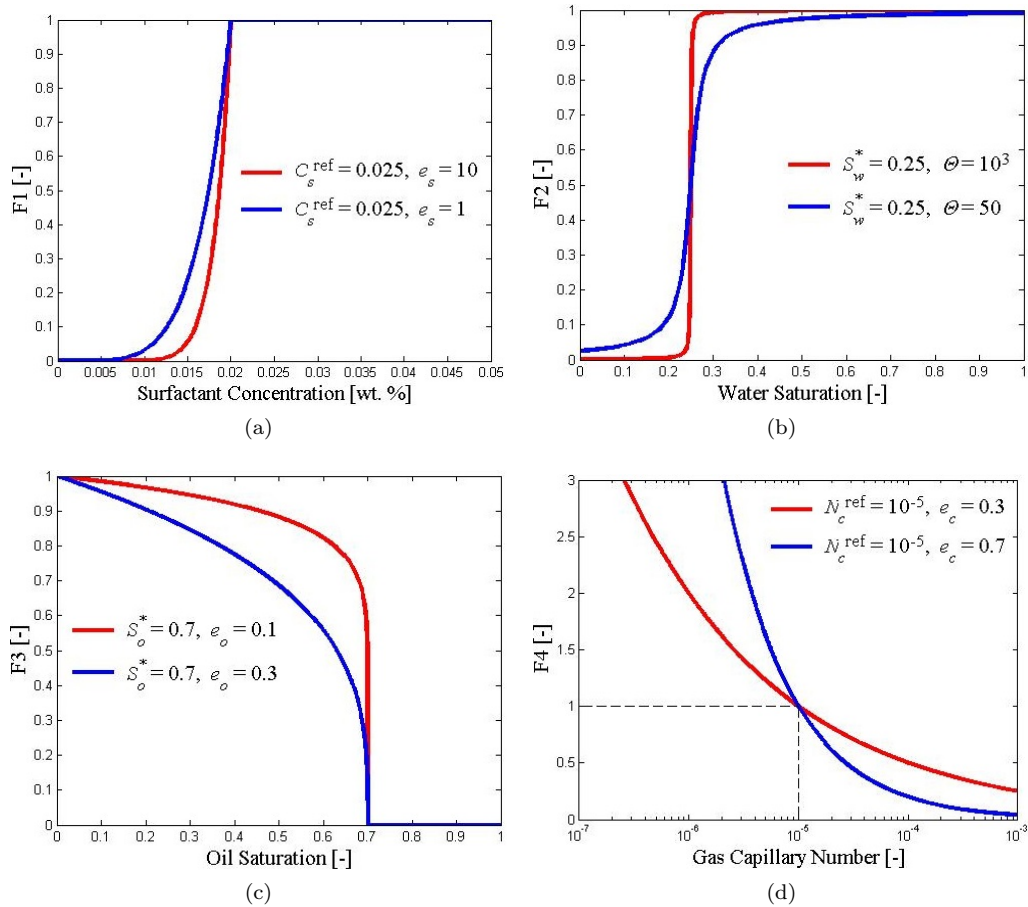


FIGURE 2.3 – Tendances des fonctions d'interpolation  $F_i$  des paramètres impactant la performance de la mousse telles que décrites par le modèle empirique de PumaFlow : (a) fonction de la concentration en tensioactifs, (b) fonction de la saturation en eau, (c) fonction de la saturation en huile et (d) fonction du nombre capillaire du gaz.

### Avantages

- Les modèles empiriques représentent une extension des modèles polyphasiques classiques

---

couramment utilisés dans les simulateurs de réservoir. En effet, l'approche empirique ne fait pas apparaître de nouveaux paramètres que ceux étudiés expérimentalement dans un écoulement polyphasique, à savoir la saturation, la vitesse, et la perméabilité. L'effet de la texture de la mousse est décrit implicitement et grossièrement au moyen de fonctions algébriques de ces paramètres d'écoulement. Ainsi, les équations de bilan du système (2.4) ne nécessitent pas une équation supplémentaire décrivant le transport microscopique des lamelles.

- La simplicité conceptuelle de cette approche a permis de mettre au point un modèle de mousse pratique pour qu'un ingénieur de réservoir puisse effectuer des calculs et des estimations rapides en un temps raisonnable. En effet, un nombre minimal de paramètre est utilisé dans ces modèles pour décrire les effets macroscopiques de la mousse sans chercher à prédire son comportement complexe dans les milieux poreux.
- Dans certains cas, les hypothèses de travail sous-jacentes telles que la représentation implicite des effets de la texture sur la mobilité du gaz et l'hypothèse du régime permanent sont justifiées : sur la base des conclusions de Ettinger et Radke (1992) [17], Rossen *et al* (1999) [75], Kam *et al* (2007) [76], Kavscek *et al* (2010) [77], la complexité des modèles en texture n'est pas toujours nécessaire. En effet, ces travaux révèlent que les deux approches génèrent des résultats comparables à l'échelle du réservoir et même à l'échelle de la carotte, sauf dans des zones particulières du domaine et que, par ailleurs, les observations expérimentales soutiennent davantage l'hypothèse de l'équilibre local sur la texture en régime permanent. Par conséquent, il est crucial de déterminer les conditions pour lesquelles la complexité de la modélisation des lamelles est indispensable pour la fiabilité des prévisions des simulateurs.

### Limitations

- La réduction de mobilité suivant cette approche intègre une formulation empirique avec des paramètres à calibrer au cas par cas à partir d'essais de laboratoire. On tente alors d'effectuer la calibration des fonctions d'interpolation sélectivement par paramètre en fixant tous les autres à des valeurs optimales de référence pour lesquelles la réduction de mobilité est maximale. Cela suppose que (1) les fonctions d'interpolation sont indépendantes, ou autrement que les effets de chaque paramètre sont séparables et peuvent être exprimés au moyen d'un produit de fonctions, et (2) le paramétrage du modèle est unique, ce qui n'est pas assuré dans le cas d'un problème sous contraint d'un nombre de données expérimentales très limité [78]. Par conséquent, la prédictivité de ce modèle repose sur un très grand nombre d'essais de laboratoire pour des déplacements de mousse d'une part, et d'eau/gaz d'autre part.
- La réduction de mobilité suivant ces modèles n'est pas déduite des processus induit lors d'écoulement de mousse en milieu poreux tels que la génération, la destruction et le transport des lamelles. En effet, l'approche empirique néglige l'historique d'apparition et de disparition des lamelles et suppose un équilibre local qui s'établit instantanément entre



ces phénomènes microscopiques. Toutefois, les modèles d'équilibre local sont incapables de prédire les phases transitoires du déplacement de mousse constatées notamment sur la face d'entrée du milieu poreux à l'échelle de la carotte et au voisinage des puits injecteurs à l'échelle du réservoir [76, 77]. Ainsi, ces modèles empiriques manquent de généralité et ne tiennent pas compte de la physique complète de transport de mousse en milieu poreux.

## 2.3 Modèles à lamelles

Les modèles à lamelles sont les plus complets à ce jour car ils tiennent compte explicitement des mécanismes de génération, destruction et transport des lamelles en milieu poreux. Ils se basent donc sur une description microscopique du comportement de la mousse. Cette approche a été appliquée pour la première fois sur des écoulements unidimensionnels de mousse par Falls *et al* (1988) [11].

Nous rappelons que la mobilité apparente de la mousse dépend fortement de sa texture et de la fraction de gaz piégé (cf. section 1.3). Autrement dit, la taille des bulles de gaz et la fraction de gaz piégé déterminent la résistance accrue à l'écoulement de cette phase sous forme de mousse, et ainsi le degré de réduction de sa mobilité. C'est dans cette optique que s'inscrit le principe de cette approche qui repose sur l'établissement d'une relation explicite entre la mobilité du gaz, la texture de la mousse, et la fraction de gaz immobile, ainsi que d'autres facteurs impactant la rhéologie de la mousse comme la vitesse du gaz, la perméabilité du milieu, la porosité. Dans ce cas, le problème revient donc à déterminer et suivre l'évolution de la texture qui est la résultante de la compétition entre les mécanismes de création et de destruction qui sont eux mêmes fonction des conditions locales, à travers une équation de bilan sur le nombre de lamelles. Ainsi, le système d'équation (2.4) est complété par une équation de conservation qui peut être construite par analogie avec le transport du tensioactif, comme [11, 12, 79]

$$\partial_t [\phi (S_f n_f + S_t n_t)] + \text{div} (n_f \mathbf{u}_g^f) = \phi S_g (r_g - r_c) + s_f(t) \quad (2.9)$$

où les indices  $f$  et  $t$  désignent respectivement la mousse en mouvement et piégée et en particulier  $n_f$  et  $n_t$  la texture de la mousse mobile et piégée. La saturation du gaz est donnée par  $S_g = 1 - S_w = S_f + S_t$ . Le premier terme de la dérivée par rapport au temps de l'équation (2.9) représente la variation de la texture de la mousse par unité de volume de la roche, et le deuxième terme correspond au piégeage de la mousse. Dans le second membre de (2.9),  $r_g$  et  $r_c$  désignent respectivement les taux de génération et coalescence de la mousse par unité de volume de gaz et  $s_f$  le terme source des bulles de gaz injectées (dans le cas où la mousse est générée in-situ  $s_f$  est nul). En régime permanent, le taux de génération de lamelles est égal au taux de destruction, i.e.  $r_g = r_c$ . Des expressions cinétiques de  $r_g$  et  $r_c$  en fonction des conditions locales comme les vitesses des deux phases, la pression capillaire et la concentration en tensioactif sont ainsi nécessaires pour prédire l'évolution de la texture de mousse et par la suite ses effets sur les déplacements. Les modèles à lamelles diffèrent uniquement par la façon dont ces lois de

---

génération et destruction sont décrites.

### 2.3.1 Taux de génération des lamelles

Une grande variété d'expression a été proposée dans la littérature pour décrire les mécanismes de génération des lamelles en milieu poreux (cf. section 1.3.2.1). Les recherches se focalisent essentiellement sur la génération de la mousse par snap-off ou par division de lamelles vu que le mécanisme leave-behind a été toujours considéré comme un mécanisme secondaire menant souvent à une mousse grossière et inefficace [26].

En étendant l'analyse hydrodynamique de Ransohoff *et al* (1987) [80], Kovscek (1993) [81] a exprimé la vitesse de génération des lamelles par le mécanisme de snap-off en fonction de la vitesse du liquide (dépendance linéaire) et de la vitesse du gaz (loi puissance avec un exposant inférieur à l'unité). Cette expression a été par la suite étendue par Kovscek et Radke (1994) [12], Myers et Radke (2000) [39] sous la forme

$$r_g = k_1 v_f^a v_w^b \quad (2.10)$$

où  $k_1$  désigne le coefficient qui reflète le nombre des sites de germination de lamelles dans le milieu poreux,  $v_f = u_f/(\phi S_f)$  la vitesse interstitielle de la mousse mobile, et  $v_w = u_w/(\phi S_w)$  la vitesse interstitielle du liquide;  $a$  et  $b$  sont deux exposants ( $b$  est proche de 1). L'équation (2.10) montre que, pour la même vitesse d'eau, le taux de génération des lamelles  $r_g$  augmente avec la vitesse du gaz mobile. Par ailleurs, Falls *et al* (1988) [11] ont décrit la génération des lamelles, par le mécanisme de snap-off, comme une fonction de la pression capillaire  $P_c$ , où la génération a lieu uniquement lorsque  $P_c$  dépasse une valeur critique de génération  $P_c^{\text{crit}}$ . De même, Friedmann *et al* (1991) [26] ont supposé que la création des lamelles est déclenchée si une vitesse minimale de gaz  $v_g^{\text{crit}}$ , appelée vitesse critique de génération de mousse en milieu poreux, est dépassée. Cette vitesse critique dépendrait des conditions initiales (en particulier de la saturation initiale en eau) et qu'elle peut être négligée dans le cas du drainage au gaz d'un milieu poreux saturé en solution tensio-active [82, 12].

En se basant sur le modèle de percolation proposé par Rossen et Gauglitz (1990) [19], Kam *et al* [83, 76] ont proposé une relation plus générale pour modéliser la génération de la mousse par le mécanisme de division de lamelles. En effet, la formation d'une mousse en milieu poreux passe par la création ou la division de lamelles au niveau des restrictions ainsi que leur transport. Dès lors, le gradient local du gaz  $|\nabla P_g|$  doit être supérieur à la pression capillaire qui retient les lamelles au niveau des seuils. Ainsi, le taux de génération  $r_g$  a été formulé par

$$r_g = c_g S_w |\nabla P_g|^m \quad (2.11)$$

où  $c_g$  désigne le coefficient de génération et  $m$  un paramètre ajustable. L'expression (2.11) montre que le taux de génération  $r_g$  est proportionnel à la saturation en eau et à une loi puissance du gradient de pression de la phase gazeuse. Notons que, selon ce dernier modèle,  $r_g$  augmente avec

la saturation en eau pour le même gradient  $\nabla P_g$ . Cela signifie que la génération par division de lamelle est plus facile à une saturation en eau plus élevée, car il y a plus de films de liquide qui peuvent être transportés dans le réseau de pores. Plus récemment, Kam (2008) [84] a proposé une expression améliorée de l'équation (2.11) pour que le taux de génération  $r_g$  satisfasse deux contraintes supplémentaires : le gradient de pression  $|\nabla P_g|$  doit dépasser le gradient de pression minimum  $|\nabla P_{g,0}|$ , nécessaire pour déplacer une lamelle, et par ailleurs, la génération de lamelles doit se stabiliser à un gradient de pression élevé. Par conséquent, l'équation (2.11) devient

$$r_g = \frac{c_g}{2} \left[ \operatorname{erf} \left( \frac{|\nabla P_g| - |\nabla P_{g,0}|}{\sqrt{2}} \right) - \operatorname{erf} \left( -\frac{|\nabla P_{g,0}|}{\sqrt{2}} \right) \right] \quad (2.12)$$

où  $\operatorname{erf}(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x e^{-y^2} dy$  est la fonction erreur. Le mécanisme de division de lamelles contribue à la formation de bulles si celles-ci peuvent vaincre la résistance capillaire au mouvement et échapper à la coalescence au passage des restrictions entre pores. En d'autres termes, la stabilité des lamelles est une condition requise pour la la génération de mousse.

### 2.3.2 Taux de destruction des lamelles

Contrairement aux taux de génération, les taux de destruction des lamelles en milieu poreux, qui ont été proposés dans la littérature, ont beaucoup plus de choses en commun. En effet, les expressions du taux de destruction se sont toutes fondées sur le concept de la pression capillaire limite  $P_c^*$  proposé par Khatib *et al* (1988) [27] : une coalescence de la mousse se produit lorsque la pression capillaire dépasse  $P_c^*$ , ou encore lorsque la saturation en eau est près de la valeur limite  $S_w^*$ , qui correspond à  $P_c^*$ . D'un point de vue mathématique, le taux de destruction doit diverger vers l'infini lorsque  $P_c$  approche  $P_c^*$ , ou  $S_w$  approche  $S_w^*$ . Cette divergence a été représentée par différents modèles dont les plus connus sont détaillés dans la suite.

Comme cela a déjà été mentionné dans la section 1.3.2.2, la vitesse du gaz joue un rôle très important dans la stabilité des lamelles. Dès lors, plusieurs auteurs [17, 12, 53, 85, 77] ont formulé le taux de coalescence des bulles  $r_c$  en fonction de leur flux  $v_f n_f$

$$r_c = f_c(S_w) v_f n_f \quad (2.13)$$

où  $f_c$  est une fonction de destruction qui dépend de la saturation en eau. L'équation (2.13) montre que le taux de destruction  $r_c$  augmente avec la vitesse du gaz à texture constante : le réarrangement du liquide, lors de l'étirement de la lamelle au moment de son passage de la restriction vers le pore, ne peut pas avoir lieu à vitesse élevée, ce qui conduit à la rupture du film de liquide. La fonction de destruction  $f_c$  a été exprimée de différentes manières :

$$f_c(S_w) = \begin{cases} f_c^0 \frac{1 - S_w}{S_w - S_w^*}, & [12] \\ f_c^0 \left( \frac{P_c}{P_c^* - P_c} \right)^2, & [53, 85, 77] \end{cases} \quad (2.14)$$

---

où  $f_c^0$  est un coefficient et  $P_c^*$  est une fonction de la concentration en tensioactif  $C_s$ , qui s'écrit  $P_c^* = P_c^{*\max} \tanh\left(\frac{C_s}{C_s^0}\right)$ , où  $P_c^{*\max}$  désigne la valeur maximale de  $P_c^*$  obtenue à la concentration en tensioactif de référence  $C_s^0$ . Remarquons que l'expression de  $P_c^*$  montre que la pression capillaire limite de stabilité des lamelles augmente avec la concentration en tensioactif. En effet, l'augmentation du nombre de molécules tensio-actives présentes sur une interface gaz/liquide permet d'accroître les interactions répulsives dans l'expression de la pression de disjonction  $\Pi$ , et par conséquent, sa valeur limite de stabilité statique  $\Pi_{\max}$  (voir Figure 1.11 (b)). Par ailleurs, notons que l'expression (2.13) combinée avec (2.14) montre que le taux de destruction des lamelles  $r_c$  diverge lorsque la saturation en eau approche sa valeur critique  $S_w^*$ .

Plus récemment, Kam *et al* [83, 76, 84] ont proposé d'autres relations du taux de destruction des lamelles  $r_c$  en négligeant l'effet de vitesse, de telle sorte que l'équation (2.13) devient

$$r_c = \begin{cases} c_c n_f (S_w - S_w^*)^{-n}, & [83, 76] \\ c_c n_f \left(\frac{S_w}{S_w - S_w^*}\right)^n, & [84] \end{cases} \quad (2.15)$$

où  $c_c$  est un coefficient constant de destruction et  $n$  un exposant de la loi puissance de destruction. Pour conclure cette section, toutes les formulations mathématiques de  $r_c$  prévoient une divergence du taux de destruction lorsque  $S_w \rightarrow S_w^*$ , ou  $P_c \rightarrow P_c^*$ .

### 2.3.3 Mobilité du gaz en présence de mousse

Les modèles à lamelles traitent la réduction de mobilité du gaz en présence de mousse de deux manières différentes, ceci en distinguant l'effet de la mousse mobile et celui de la mousse piégée : (1) une augmentation de la viscosité effective du gaz puisque les trains de lamelles, qui représentent la fraction de mousse mobile, subissent une déformation significative en raison de la présence de parois poreuses et de restrictions, et (2) une réduction de la perméabilité relative au gaz puisque la mousse piégée bloque un grand nombre de cheminements possibles pour la phase gazeuse.

#### 2.3.3.1 Viscosité effective

Plusieurs expressions de la viscosité effective  $\mu_g^f$  ont été proposées. Elles ont en commun une dépendance à trois paramètres clés que sont la densité de lamelles mobiles  $n_f$ , la perméabilité du milieu poreux  $k$ , et la vitesse locale du gaz mobile  $v_f$ . Ces expressions sont basées essentiellement sur les lois d'écoulement d'un train de bulles dans des capillaires. Un aperçu général de ces lois est donné ci-dessous.

**Écoulement d'un train de bulles dans un tube capillaire.** L'écoulement d'une bulle de gaz dans un tube capillaire a été étudié par Bretherton [32], à travers une étude expérimentale et théorique des perturbations induites par la présence de cette bulle sur l'écoulement du fluide porteur. Les conclusions de ses travaux portent essentiellement sur les expressions de l'écart de

pression associé à une bulle isolée et l'épaisseur des films mouillants de liquide entre le gaz et le tube. Les hypothèses de travail se basent essentiellement sur une tension interfaciale constante tout au long de l'interface gaz/liquide et des faibles nombres capillaires  $N_{cg}$  (de l'ordre de  $10^{-5}$ ). Notons que le nombre capillaire de la bulle est défini, par convention pour les systèmes micro-fluidiques, par  $N_{cg} = \frac{\mu_w u}{\sigma}$ , où  $u$  désigne la vitesse de la bulle,  $\mu_w$  la viscosité du liquide porteur et  $\sigma$  la tension interfaciale entre le liquide et le gaz. Bretherton a montré que la vitesse moyenne du liquide  $v$  et la vitesse de la bulle  $u$  sont reliées par l'expression  $v = (1 - w) u$  où  $w \simeq 1.29 (3\mu_w u/\sigma)^{2/3}$ . De plus, il a montré que l'écart de pression  $\Delta P$  associé à une bulle isolée, en mouvement dans un capillaire de rayon  $r$ , est proportionnelle à  $u^{2/3}$  :

$$\Delta P = 3.58 \left( \frac{3\mu_w u}{\sigma} \right)^{\frac{2}{3}} \frac{\sigma}{r} \quad (2.16)$$

Cette équation traduit le caractère rhéofluidifiant de l'écoulement de la bulle de gaz dans les tubes capillaires. Autrement dit, la viscosité équivalente, définie comme le ratio de la différence de pression  $\Delta P$  par la vitesse de la bulle  $u$ , diminue lorsque la vitesse de cette dernière augmente. Notons que la viscosité du gaz est considérée négligeable et la longueur de la bulle n'a aucun effet sur la différence de pression  $\Delta P$ . En effet, seules les deux extrémités de la bulle en amont et en aval contribuent à la perte de charge de part et d'autre de la bulle.

Hirasaki et Lawson [10] ont étendu ces travaux pour étudier l'écoulement d'un train de bulles dans des solutions tensio-actives. En se basant sur la loi de Hagen-Poiseuille\*, ils ont montré que la différence de pression totale  $\Delta P$  induite par la présence des bulles s'écrit

$$\Delta P = 8\mu_w \frac{L_s}{r^2} u + \left[ 2.26 \frac{n_L \sigma}{r_c} \left( \frac{r_c^2}{r^2} + 1 \right) + \frac{8}{3} \frac{n_L \sigma}{r} \sqrt{N_s} \frac{1 - e^{-N_L}}{1 + e^{-N_L}} \right] \left( \frac{3\mu_w u}{\sigma} \right)^{2/3} \quad (2.17)$$

où  $n_L$  désigne le nombre de lamelles équivalent par unité de longueur,  $L_s$  la longueur des bouchons de liquide,  $r$  le rayon du tube capillaire,  $r_c$  le rayon de la courbure de l'interface gaz/liquide,  $N_s$  un nombre adimensionnel exprimant l'effet du gradient de la tension interfaciale ( $N_s = \frac{\beta}{r_c}$ , avec  $\beta$  un paramètre empirique) et  $N_L$  la longueur adimensionnelle de la bulle donnée par

$$N_L = \frac{2}{C} \frac{L_B}{r_c} \left( \frac{\sigma}{3\mu_w u} \right)^{\frac{1}{3}} N_s^{-\frac{1}{2}} \quad (2.18)$$

où  $C$  est un paramètre empirique et  $L_B$  la longueur du corps de la bulle, comme montré en Figure 2.4 (a). Le premier terme de l'équation (2.17) représente la contribution des bouchons de liquide qui séparent les bulles de gaz. Notons que cette dernière contribution est négligeable dans le cas des bulles jointives, car leur longueur  $L_s$  tend vers zéro. Le deuxième terme décrit la résistance due à la déformation de l'interface gaz/liquide (i.e. la contribution de Bretherton). Le troisième terme représente la contribution du gradient de tension interfaciale qui se produit

\*. Elle décrit l'écoulement laminaire d'un fluide Newtonien dans un tube capillaire de rayon  $r$  et de longueur  $L$  comme  $Q = \frac{\pi r^4}{8\mu} \frac{\Delta P}{L}$ , où  $Q$  désigne le débit du fluide,  $\mu$  sa viscosité et  $\Delta P$  la différence de pression.

lorsque les tensioactifs circulent du front de la bulle à l'arrière de celle-ci (cf. Figure 2.4 (b)). Les expériences et les calculs de Hirasaki et Lawson indiquent que même si la contribution du gradient de tension interfaciale est importante, la contribution de Bretherton est dominante. En effet, cette dernière est responsable d'une augmentation de 100 fois de la différence de pression tandis que celle du gradient interfaciale contribue à une augmentation de 10 fois. Ainsi, dans le cas des bulles jointives, nous obtenons l'expression de la viscosité effective du gaz  $\mu_g^f$  en remplaçant  $\Delta P$  par son expression dans la loi d'écoulement de Hagen-Poiseuille, ce qui donne

$$\begin{aligned} \frac{\mu_g^f}{\mu_w} &= \left[ 0.85 \frac{n_L}{r_c} (r_c^2 + r^2) + n_L r \sqrt{N_s} \frac{1 - e^{-N_L}}{1 + e^{-N_L}} \right] \left( \frac{\sigma}{3\mu_w u} \right)^{\frac{1}{3}} \\ &\approx 0.85 \frac{n_L}{r_c} (r_c^2 + r^2) \left( \frac{\sigma}{3\mu_w u} \right)^{\frac{1}{3}} \end{aligned} \quad (2.19)$$

Nous reportons ainsi le résultat principal de ces travaux : la viscosité effective d'un train de bulles jointives dans un capillaire est proportionnelle à la densité linéique des lamelles  $n_L$  et à  $u^{-\frac{1}{3}}$  (effet rhéo-fluidifiant des bulles à nombre de lamelles fixé).

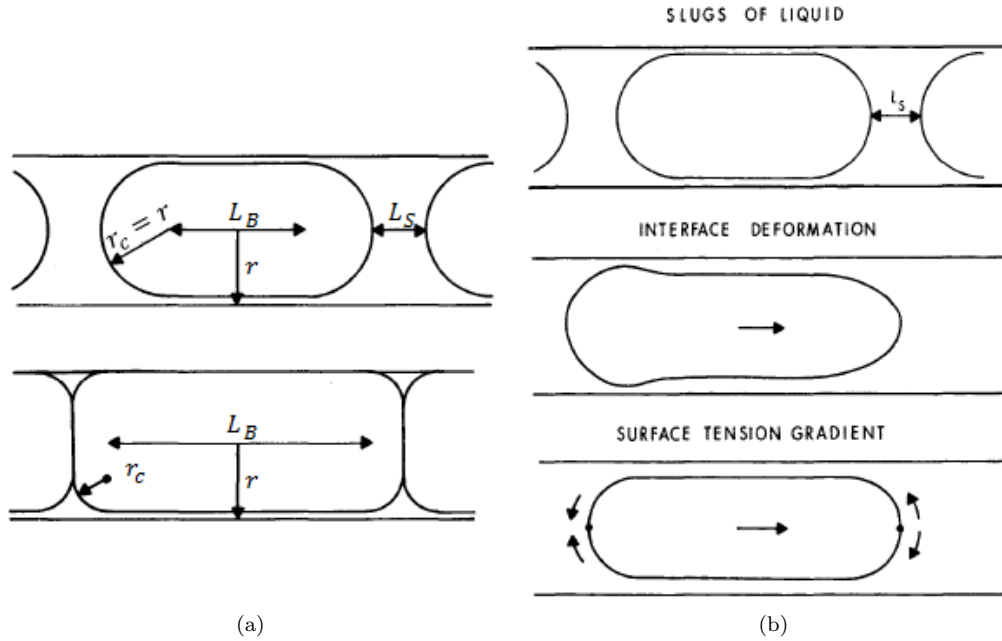


FIGURE 2.4 – Écoulement d'un train de bulles dans des capillaires : (a) configurations de bulles possibles, des bulles séparées par des bouchons de liquide et des bulles jointives et (b) mécanismes affectant la viscosité effective des bulles [10].

**Écoulement d'un train de bulles dans un canal de section rectangulaire.** Comme les tubes capillaires ne comportent pas les angulosités caractéristiques de la géométrie des pores en milieu poreux, Wong *et al* [86, 87] ont étudié l'écoulement des bulles dans des capillaires

de forme polyédrale. Ils ont trouvé que la relation pression/vitesse peut être linéaire ou pas en fonction du débit du liquide porteur. En effet, deux types d'écoulement du liquide peuvent s'établir : un écoulement piston lorsque le liquide porteur s'écoule en poussant la bulle de gaz, et un écoulement dans les coins des capillaires lorsque le liquide court-circuite la bulle, comme illustré par les figures 2.5 (a), (b) et (c) pour une section rectangulaire. Notons que la transition entre ces deux derniers régimes s'effectue autour d'un débit de liquide critique  $Q_{wc}$ , qui est fonction de la géométrie du capillaire et la longueur de la bulle (pour les six géométries étudiées, Wong *et al* ont trouvé que  $Q_{wc} \ll 10^{-6}$  rendu sans dimension en le divisant par  $\sigma\zeta^2/\mu_w$ , où  $\zeta$  désigne le rayon de la plus grande sphère inscrite). Pour un débit de liquide adimensionné  $Q_w$  supérieur à  $Q_{wc}$ , l'écoulement piston du liquide domine et le gradient de pression varie en  $Q_w^{2/3}$ , tandis que pour  $Q_w \ll Q_{wc}$ , l'écoulement dans les coins est dominant et le gradient de pression est proportionnel au débit du liquide. Ce régime linéaire d'écoulement du liquide dans les coins est absent dans le cas des capillaires de section circulaire.

Plus tard, Fuerstman *et al* [88] ont repris le calcul de Wong *et al* afin de déterminer l'expression de l'écart de pression total  $\Delta P$  induit par présence d'un train de bulles dans des canaux de section rectangulaire et pour des débits de liquide supérieurs au débit critique. L'écoulement d'un fluide Newtonien, de viscosité  $\mu$ , dans un canal de largeur  $w$ , de profondeur  $h$  et de longueur  $L$  peut être approximé par [89] :

$$\Delta P = \frac{a\mu L}{wh^3}Q \quad \text{avec} \quad a = 12 \left[ 1 - \frac{192h}{\pi^5 w} \tanh\left(\frac{\pi w}{2h}\right) \right]^{-1} \quad (2.20)$$

où  $\Delta P$  désigne la différence de pression associée à l'écoulement du fluide avec un débit  $Q$  et  $a$  une constante adimensionnelle qui dépend du rapport d'aspect  $\frac{w}{h}$ . Fuerstman *et al* ont étendu l'équation (2.20) pour estimer la différence de pression totale  $\Delta P$  induite par la présence d'un train de bulles conduit par l'eau dans ce canal de section rectangulaire. Ils ont écrit  $\Delta P$  comme la somme de (cf. Figure 2.5 (d)) : (1) la différence de pression associée aux bouchons de liquide  $\Delta P_l$ , (2) la différence de pression associée au corps de la bulle  $\Delta P_{\text{body}}$ , et (3) la différence de pression associée aux extrémités de la bulle  $\Delta P_{\text{caps}}$ . L'expression de  $\Delta P$  s'écrit [88] :

$$\begin{aligned} \Delta P &= \Delta P_l + \Delta P_{\text{body}} + \Delta P_{\text{caps}} \\ &= (aL_s + bn_b L_B) \frac{\alpha\mu_w}{h^2}u + \frac{cn_b\sigma}{h} \left( \frac{\mu_w u}{\sigma} \right)^{2/3} \end{aligned} \quad (2.21)$$

où  $b$  et  $c$  sont deux paramètres empiriques qui sont déterminés expérimentalement en fonction de la géométrie du canal et du système de fluide utilisé,  $\alpha$  le coefficient de proportionnalité entre la vitesse locale des bulles  $u$  et du liquide  $v$  tel que  $v = \alpha u$ ,  $L_s$  la longueur totale des bouchons de liquide,  $L_B$  la longueur du corps de la bulle (sans les deux extrémités) et  $n_b$  le nombre des bulles.

Nous nous intéressons maintenant au cas où les bulles de gaz sont jointives qui approche au mieux la configuration des mousses en milieux poreux. Par conséquence, la contribution des bouchons de liquide  $\Delta P_l$  est nulle dans l'équation (2.21). Par ailleurs, les travaux de Parthiban

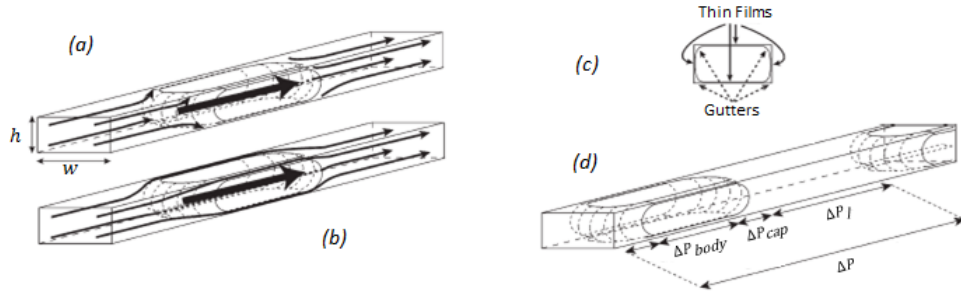


FIGURE 2.5 – Écoulement d’un train de bulles dans un canal de section rectangulaire : (a) un écoulement piston du liquide en poussant la bulle ; (b) écoulement dans les coins selon lequel le liquide court-circuite la bulle par les coins ; (c) coupe transversale dans le plan qui contient la bulle ; (d) calcul de la différence de pression totale  $\Delta P$ , qui est la somme de la différence de pression associée au liquide  $\Delta P_l$ , au corps de la bulle  $\Delta P_{\text{body}}$  et aux extrémités de la bulle  $\Delta P_{\text{caps}}$  [88].

et Khan [90] et de Hourtané *et al* [91, 92] montrent que le terme  $bu$  peut être négligeable, de manière que la différence de pression de part et d’autre de la bulle devient régie par ses deux extrémités (déformation mécanique). Ainsi, l’équation (2.21) devient dans ce cas  $\Delta P = \Delta P_{\text{caps}} = \frac{cn_b\sigma}{h} \left(\frac{\mu_w u}{\sigma}\right)^{2/3}$ . En se basant sur l’équation (2.20), l’expression de la viscosité effective du gaz  $\mu_g^f$  pour un train de bulles jointives s’écrit alors

$$\mu_g^f = \frac{h^2}{aL} \frac{\Delta P_{\text{caps}}}{u} = \frac{c\mu_w h}{a} n_L \left(\frac{\mu_w u}{\sigma}\right)^{-1/3} \quad (2.22)$$

où  $n_L$  désigne le nombre de lamelles équivalent par unité de longueur, donné par  $n_L = \frac{n_b}{L}$ .

Dans cette optique, des essais micro-fluidiques ont été réalisés à IFPEN par Quennouz *et al* [93] dont l’objectif de l’étude était de valider un système micro-fluidique moussant et de caractériser les écoulements des trains de bulles dans ce système. Nous exploitons ces données expérimentales afin d’examiner la loi de Bretherton étendue au cas d’un canal de section rectangulaire, autrement dit, examiner la proportionnalité en  $u^{2/3}$  de l’écart de pression de part et d’autre de la bulle pour des faibles nombres capillaires, et de dégager des indications utiles sur la variation de la viscosité effective du gaz. Le détail de cette vérification, les résultats et les discussions de cette analyse sont présentés en Annexe A. Les résultats obtenus montrent que les mesures interprétées en écart de pression associé à une bulle et en viscosité effective du gaz suivent bien les lois théoriques.

Pour conclure, l’étude paramétrique de l’écoulement d’un train de bulles dans des capillaires est utile afin d’appréhender les lois d’écoulement des bulles à l’échelle des pores, qui régissent la rhéologie complexe de la mousse en milieu poreux. Hirasaki et Lawson ont établi une étude exhaustive de ce point mais pour des tubes de section circulaire. Les limitations de leurs travaux résident dans le choix de la section circulaire des capillaires, qui est loin d’être représentative des irrégularités des pores en milieu poreux. Ces travaux ont été étendus au cas de capillaires de section polyédrale par Wong *et al*, qui ont montré que deux régimes d’écoulement de liquide



peuvent s'établir selon le débit du liquide (cf. Figure 2.5). L'élément essentiel à retenir de tous ces travaux que la viscosité effective du gaz  $\mu_g^f$  pour un train de bulles jointives (où les interactions entre les bulles sont importantes) est proportionnelle à la densité linéique des lamelles  $n_L$  et à  $u^{-1/3}$  (comportement rhéo-fluidifiant des bulles à nombre de lamelle fixé).

**En milieux poreux.** En se basant sur les lois établies pour des tubes capillaires, plusieurs auteurs ont proposé la relation suivante pour exprimer la viscosité effective non-Newtonienne du gaz moussant en milieux poreux [12, 53, 85, 83, 76, 84, 39, 77] :

$$\mu_g^f = \mu_g + \frac{C_f n_f}{v_f^c} \quad (2.23)$$

où  $C_f$  est une constante de proportionnalité qui dépend du système roche-fluide utilisé, en particulier de la formulation tensio-active utilisée et de la perméabilité du milieu poreux [38], et  $c$  un exposant caractérisant le comportement rhéo-fluidifiant. L'équation (2.23) montre que la viscosité effective du gaz sous forme de mousse augmente lorsque la texture augmente, et prévoit également un effet rhéo-fluidifiant lié à la vitesse interstitielle du gaz mobile. La valeur de l'exposant  $c$  est proche de 1/3 [32, 10, 86, 87, 88], valeur théorique propre aux tubes capillaires. Notons que d'autres auteurs [94, 95, 17, 26] ont utilisé une expression similaire à (2.23) pour décrire la viscosité effective du gaz sous forme de mousse.

### 2.3.3.2 Perméabilité relative

La perméabilité relative à la mousse mobile  $k_{rg}^f$  tient compte de la réduction de section de passage du gaz suite à la présence des bulles immobiles. Par conséquent,  $k_{rg}^f$  est réduite par rapport à la fraction de gaz mobile  $X_f$ , qui est définie comme le ratio de la saturation en gaz mobile par la saturation en gaz totale (mobile et immobile), i.e.  $X_f = S_f/S_g = S_f/(S_f + S_t)$ . Par ailleurs, la perméabilité relative à la mousse piégée  $k_{rg}^t$  est nulle et la perméabilité relative à l'eau  $k_{rw}$  demeure inchangée en présence de mousse. Dans le cas où les fonctions de  $k_r$  sont approximées par des lois puissances, les perméabilités relatives à chaque phase sont données par

$$\begin{cases} k_{rg}^f = k_{rg}^{\max} S_{fD}^{n_g} \\ k_{rw} = k_{rw}^{\max} (1 - S)^{n_w} \end{cases} \quad \text{avec} \quad \begin{cases} S_{fD} = X_f S \\ S = \frac{S_g - S_{gi}}{1 - S_{gi} - S_{wr}} \end{cases} \quad (2.24)$$

où, pour chaque phase  $i$ ,  $k_{ri}^{\max}$  désigne sa perméabilité maximale,  $n_i$  un exposant ;  $S_{wr}$  et  $S_{gi}$  sont respectivement la saturation résiduelle en eau et la saturation irréductible en gaz ;  $S_{fD}$  et  $S$  la saturation en mousse mobile et en gaz normalisées sur tout l'intervalle de saturation de l'écoulement diphasique.

Pour compléter le modèle, il reste à déterminer la fraction de gaz en écoulement  $X_f$ , ou la fraction de gaz piégé  $X_t$  ( $X_t + X_f = 1$ ). Vu que la pression capillaire qui est responsable du piégeage des bulles de mousse est plus importante dans les pores les plus petits, il est plus

probable que les bulles immobiles résident dans les petits pores remplis de gaz, tandis que les bulles mobiles s'écoulent dans les plus grands. Toutefois, il s'avère que la fraction de gaz piégé n'est pas déterminée uniquement par la pression capillaire, mais aussi par la vitesse locale du gaz [96] et la saturation en eau [12].

À l'heure actuelle, il n'existe pas d'expression complète de cette fraction : seules des informations qualitatives sont disponibles dans la littérature. Radke, Gillis (1990) [54] et Friedmann *et al* (1991) [26] ont mesuré cette fraction en régime permanent en utilisant des traceurs : les valeurs trouvées varient entre 85 % et 99 %. Les observations expérimentales de Tang, Kavscek (2006) [97] montrent bien que 80% du gaz en présence de mousse est immobile (i.e.  $X_t = 0.8$ ) en régime permanent dans des grès, et leur théorie de percolation indique que  $X_t$  est une fonction du gradient de pression, de la texture et de la perméabilité du milieu poreux. Par ailleurs, Kavscek et Radke (1994) [12] ont utilisé une isotherme de Langmuir pour décrire la fraction de gaz piégé :

$$X_t = X_{t,\max} \frac{\beta n_t}{1 + \beta n_t} \quad (2.25)$$

où  $X_{t,\max}$  désigne la fraction maximale du gaz piégé,  $\beta$  la constante de Langmuir et  $n_t$  la texture de mousse piégée. Dans leurs travaux, Kavscek et Radke (1994) ont néanmoins supposé que la texture de la mousse piégée  $n_t$  et mobile  $n_f$  sont égaux durant la co-injection du liquide et du gaz. Kavscek *et al* (2010) [77] et Fergui (1995) [98] ont choisi de maintenir la valeur de  $X_t$  constante au cours du temps dès que la mousse apparaît dans le milieu poreux : Fergui (1995) fixe ainsi une valeur de  $X_t$  à 0.9 et Kavscek *et al* (2010) fixent  $X_t$  à 0.8.

Pour des raisons de simplicité, plusieurs auteurs incorporent l'effet de la mousse piégée sur la perméabilité relative au gaz dans le terme de la viscosité (cf. équation (2.23)) de telle sorte que le paramètre  $C_f$  reporte les effets du piégeage et de la résistance à l'écoulement des lamelles et que le modèle ne tient pas compte explicitement de la variable  $X_t$  [83, 76, 84].

Pour illustrer le système d'équations à résoudre dans un modèle de mousse à lamelles, nous considérons le modèle classique proposé par Kam *et al* (2007) basé sur une loi de viscosité donnée par l'équation (2.23). Dans ce cas, le système d'équations (2.4) devient

$$\left\{ \begin{array}{l} \partial_t (\rho_w \phi S_w) + \text{div} (\rho_w \mathbf{u}_w) = s_w(t) \\ \partial_t (\rho_w \phi S_w x_w^s) + \text{div} (\rho_w x_w^s \mathbf{u}_w) = s_w^s(t) \\ \partial_t (\rho_g \phi S_g) + \text{div} (\rho_g \mathbf{u}_g^f) = s_g(t) \\ \partial_t (\phi S_g n_f) + \text{div} (n_f \mathbf{u}_g^f) = \phi S_g (r_g - r_c) + s_f(t) \\ r_g = c_g S_w |\nabla P_g|^m \\ r_c = c_c n_f (S_w - S_w^*)^{-n} \\ S_g + S_w = 1 \end{array} \right. \quad \text{avec} \quad \left\{ \begin{array}{l} \mathbf{u}_w = -\frac{k k_{rw}}{\mu_w} (\nabla P_w - \rho_w \mathbf{g}) \\ \mathbf{u}_g^f = -\frac{k k_{rg}}{\mu_g^f} (\nabla P_g - \rho_g \mathbf{g}) \\ \mu_g^f = \mu_g + C_f n_f \left( \frac{|\mathbf{u}_g^f|}{\phi S_g} \right)^{-c} \\ P_g(S_g) - P_w(S_g) = P_c(S_g) \end{array} \right. \quad (2.26)$$

où les paramètres du modèle sont  $c_g$ ,  $m$ ,  $c_c$ ,  $S_w^*$ ,  $n$ ,  $C_f$  et les inconnues du système sont les masses volumiques, les saturations, les vitesses et les pressions de chaque phase liquide et gaz, la concentration en tensioactif, et finalement la texture de la mousse.

### Avantages

- La force de l’approche à lamelle réside dans sa capacité à adresser directement l’évolution de la texture de la mousse qui a été toujours considérée comme le paramètre clé dans la modélisation de la mousse, et par conséquent, la réduction de mobilité du gaz. En outre, la méthode décrit les mécanismes microscopiques qui se produisent à l’échelle de pore à savoir la génération, destruction et transport des lamelles. Autrement dit, cette approche fournit le cadre complet où les lois physiques de l’écoulement des mousses en milieu poreux peuvent être exprimées.
- Seuls les modèles à lamelles peuvent décrire le comportement transitoire de la mousse dans les régions où l’hypothèse de l’équilibre local n’est plus valable, c’est-à-dire fort vraisemblablement au voisinage points/puits d’injection des fluides et au front du déplacement diphasique gaz/eau [99]. En effet, la texture de la mousse dans ces portions du milieu poreux change brutalement en raison des mécanismes de génération/destruction des lamelles.

### Limitations

- Inclure une équation d’évolution de la texture de la mousse nécessite des lois de génération et de destruction locales, et par conséquent, la connaissance ou l’ajustement de paramètres supplémentaires. De plus, cette approche s’est révélée peu pratique en raison des temps de simulation élevés qu’implique la résolution de l’équation de conservation du nombre de lamelles [98]. Pour cela, ces modèles en texture ne sont évoqués qu’à titre exploratoire sur des systèmes pétrophysiques et n’ont pas fait l’objet d’applications à grande échelle comme celle d’un pilote ou d’un gisement. Des voies d’amélioration pratique de ces modèles sont parues intéressantes suite aux travaux de Ettinger et Radke (1992) [17] et Hatzivramidis *et al* (1995) [100] qui ont proposé une version dite d’équilibre local de l’approche en texture, qui diminue considérablement le temps de calcul tout en maintenant le lien étroit avec la physique des mousses en milieu poreux (voir section 2.3.4).
- À l’heure actuelle, les mécanismes de génération, destruction et transport de lamelles en milieu poreux demeurent mal compris et un grand nombre d’inconnues sur la stabilité de la mousse reste à explorer. D’un point de vue physique et pratique, pour mettre en place un modèle simple et prédictif, il est indispensable de mener un grand nombre d’expériences en laboratoire pour définir les corrélations adéquates aux phénomènes observés à l’échelle microscopique (snap-off, division de lamelle, destruction et rupture des lamelles, etc.) et macroscopique (différence de pression et production des fluides). Notons que ces paramètres sont très difficiles à cerner et à contrôler en raison de la complexité des mécanismes mis en jeu par les solutions moussantes en milieu poreux. En fin de

---

compte, le même problème que celui déjà rencontré dans les modèles empiriques se pose : comment définir des fonctions fiables pour quantifier la mobilité du gaz en présence de mousse ?

### 2.3.4 Version d'équilibre local des modèles à lamelles

Pour ce type de modèle, la texture de la mousse  $n_f$  s'obtient en égalisant les deux taux de génération  $r_g$  et de destruction des lamelles  $r_c$ , à l'opposé de sa version complète précédemment présentée, où  $n_f$  est obtenue par la résolution d'une équation aux dérivées partielles (équation (2.9) de conservation du nombre de lamelles). On calcule ainsi la texture de la mousse  $n_f$  en résolvant une équation algébrique faisant intervenir les différents paramètres régissant les mécanismes de génération/destruction, comme la vitesse du gaz, la saturation, le gradient de pression, la concentration en tensioactif et la perméabilité du massif poreux.

À l'issue de leur étude, Ettinger et Radke (1992) [17] ont conclu que l'équilibre local est une hypothèse raisonnable pour un écoulement de mousse en milieu poreux en régime permanent : les mécanismes responsables de la génération et de la destruction des lamelles sont presque en équilibre. En égalisant les deux taux ( $r_g = r_c$ ), Ettinger et Radke (1992) ont exprimé la texture de la mousse en équilibre  $n_f^{\text{LE}}$  comme

$$n_f^{\text{LE}} = \frac{k_1}{k_{-1}} |\mathbf{u}_g|^{m-n} \quad (2.27)$$

où  $k_1$ ,  $k_{-1}$ ,  $m$  et  $n$  sont des coefficients constants du modèle. La comparaison avec les observations expérimentales révèle que l'exposant  $m-n$  peut être fixé à  $-2/3$  (pour les simulations numériques, Ettinger et Radke (1992) ont fixé  $m$  à  $1/3$  et  $n$  à  $1$ ). En utilisant les mesures de la texture en sortie et l'équation (2.27), ils ont conclu que le rapport  $\frac{k_1}{k_{-1}}$  peut-être estimé à  $0.784 \text{ cm}^{-1/3} \text{ s}^{-2/3} \text{ mm}^3$ . Plus tard, ce modèle a été repris par Hatzivramidis *et al* (1995) [100] pour la simulation du procédé d'injection de vapeur moussante sur le champ de South Belridge de Mobil. En effet, ce procédé a démontré une très grande capacité à améliorer la récupération de l'huile lourde sans surcoût considérable.

Plus tard, Kam *et al.* [76, 84] ont supposé qu'un état d'équilibre local et instantané est établi entre la génération et la destruction des lamelles et que la texture ne peut pas dépasser une valeur limite  $n_f^{\text{max}}$  pour un milieu poreux donné. En d'autres termes, une fois que la mousse est déjà fine et que la taille de la bulle est approximativement égal à la taille moyenne des pores, la texture de la mousse ne s'accroît plus et atteint une valeur limite. Il convient de noter que la valeur de  $n_f^{\text{max}}$  est corrélée à la taille moyenne des pores du milieu poreux considéré. D'un point de vue mathématique, l'équilibre du modèle de Kam *et al* (2007) a été obtenu en égalisant les équations (2.11) et (2.15) d'une part

$$n_f^{\text{LE}} = \begin{cases} \frac{c_g}{c_c} S_w (S_w - S_w^*)^n |\nabla P_g|^m & \text{si } n_f < n_f^{\text{max}} \\ n_f^{\text{max}} & \text{sinon} \end{cases} \quad (2.28)$$

et les équations (2.12) et (2.15) d'autre part pour le modèle de Kam (2008), comme

$$n_f^{\text{LE}} = \begin{cases} \frac{c_g}{2c_c} \left( \frac{S_w - S_w^*}{S_w} \right)^n \left[ \operatorname{erf} \left( \frac{|\nabla P_g| - |\nabla P_{g,0}|}{\sqrt{2}} \right) - \operatorname{erf} \left( -\frac{|\nabla P_{g,0}|}{\sqrt{2}} \right) \right] & \text{si } n_f < n_f^{\text{max}} \\ n_f^{\text{max}} & \text{sinon} \end{cases} \quad (2.29)$$

Dans la même optique et en mesurant la taille des bulles de gaz à l'entrée et en sortie de la carotte, Kavscek *et al* (2010) [77] ont également proposé un modèle simple basé sur l'hypothèse d'équilibre local. Un bon accord entre les résultats expérimentaux et les prédictions du modèle a été obtenu, avec un faible écart à l'entrée de la carotte. Suivant leurs travaux, l'équation algébrique utilisée pour le calcul de la texture s'écrit

$$(n_f^{\text{LE}})^w + \frac{(n_f^{\text{max}})^w k_{-1} |v_f|^{2/3}}{k_1^0 |v_w|} n_f^{\text{LE}} - (n_f^{\text{max}})^w = 0 \quad (2.30)$$

où  $n_f^{\text{max}}$  désigne la texture de la mousse maximale et  $w$  est un exposant constant. Notons que dans leur étude, Kavscek *et al* (2010) ont fixé  $w$  à 3 de sorte que l'équation (2.30) devient une équation cubique de la texture  $n_f^{\text{LE}}$  dont la résolution est facile pour des vitesses de liquide et de gaz, et une pression capillaire données.

## 2.4 Conclusion

Pour conclure, les démarches de modélisation des mousses suivant chaque approche sont présentées et comparées en Figure 2.6. Par ailleurs, la synthèse bibliographique des deux grands types de modèles de mousse a permis aussi de mettre en évidence leurs avantages et inconvénients respectifs :

- les modèles empiriques, axés sur les effets macroscopiques de la mousse en termes de réduction de mobilité, ont l'avantage de la simplicité. En effet, ils sont fondés sur une modification de la perméabilité relative au gaz, via une fonctionnelle d'interpolation qui dépend des paramètres impactant la performance de la mousse. Cependant, ces modèles de perméabilité relative ne font pas intervenir les paramètres régissant les mécanismes de déplacement de la mousse à l'échelle du réseau poreux, notamment la densité des lamelles. En conséquence, l'ajustement des constantes impliquées dans les modèles empiriques doit être réalisé au cas par cas via des essais en milieu poreux, et le caractère prédictif de ces modèles est réduit à un espace paramétrique réduit aux conditions de ces essais.
- À l'inverse, les modèles à lamelles, axés sur la représentation des mécanismes de déplacement des lamelles à l'échelle des pores, font directement intervenir les paramètres responsables de la perte de charge accrue en présence de mousse et notamment la densité de lamelles. Certains modèles plus élaborés tiennent également compte du piégeage additionnel de gaz en présence de lamelles. En contrepartie, la mise en œuvre de ces

---

modèles est complexe, car elle implique la connaissance des lois et paramètres physiques de déplacement de la mousse, qui demeurent mal connus et très difficiles à mesurer au laboratoire.

Certes, le caractère prédictif des modèles à lamelles n'est pas garanti à ce jour, mais la représentation physique des mécanismes générateurs des pertes de charge associés à une mousse peut servir à valider les fonctions d'interpolations du modèle empirique dont on souhaite conserver la structure fonctionnelle, bien adaptée aux études de réservoir à grande échelle. C'est précisément l'objectif des deux chapitres suivants de faire évoluer le modèle empirique de mousse de notre simulateur PumaFlow à la lumière de modèles en texture et de données expérimentales.

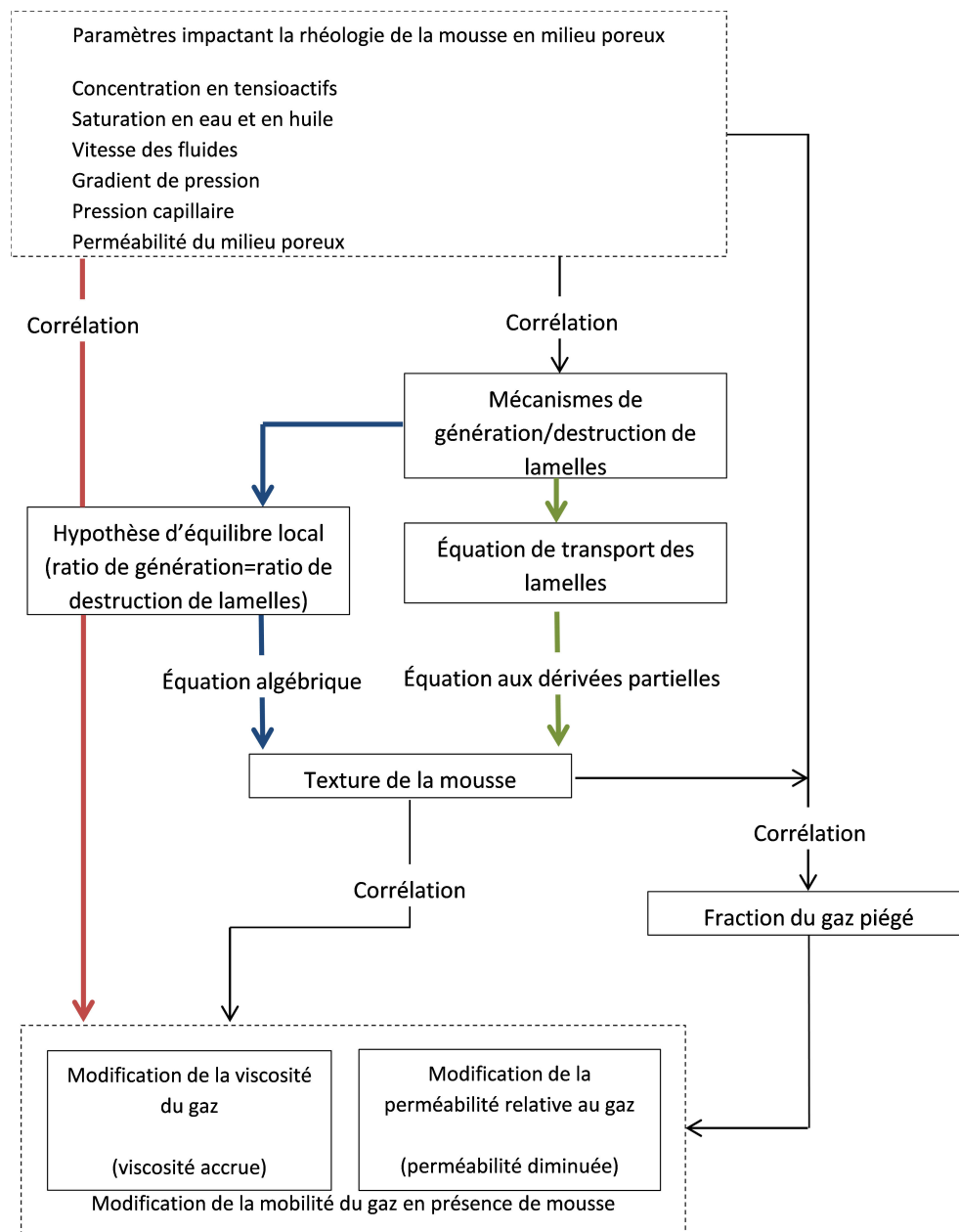


FIGURE 2.6 – Comparaison entre les deux approches, modèles à lamelles vs modèles empiriques. Les flèches en rouges, bleus, et verts désignent respectivement l’approche des modèles empiriques, et les deux versions, à l’équilibre local et dynamique, de l’approche physique des modèles à lamelles ; en noir la partie commune des deux versions.

## Chapitre 3

# Équivalence entre les modèles de mousse empiriques et à lamelles

L'objectif visé dans ce chapitre est de renforcer davantage les fondements physiques des modèles empiriques en les confrontant aux modèles à lamelles et en y intégrant les effets de la texture des solutions moussantes. Pour développer notre analyse, nous avons choisi les deux modèles suivants comme exemple : d'une part, le modèle empirique de PumaFlow, donné par l'équation (2.7) et, d'autre part, le modèle à lamelles à l'équilibre local de Kam *et al* décrit par l'équation (2.28). Nous rappelons que, dans le modèle de Kam *et al*, l'effet du piégeage et l'effet viscosifiant des lamelles ne sont pas séparés et sont décrits par une seule loi de viscosité donnée par l'équation (2.23). De plus, dans cette analyse nous mettons l'accent uniquement sur l'effet de saturation et de vitesse en l'absence de la phase huile. Autrement dit, nous ne considérons pas l'effet de la concentration en tensioactif sur la stabilité de la mousse et de la saturation en huile (i.e.  $S_o = 0$ ) sur la réduction de mobilité du gaz en présence de mousse. Ce choix de modèles et d'hypothèses a été motivé par des considérations de simplification et de démonstration. Notons que ce chapitre a fait l'objet de la publication Gassara *et al* [101] reproduite en Annexe E.

### 3.1 Identification du modèle empirique à un modèle à lamelles à l'équilibre local

Étant donné que les expressions de la mobilité du gaz moussant diffèrent d'une approche à une autre, nous utilisons les notations suivantes pour la mobilité du gaz à des fins de clarté :

$$\lambda_g^f = \begin{cases} \lambda_g^{\text{PB}} = k_{rg}/\mu_g^f & \text{pour les modèles à lamelles,} \\ \lambda_g^{\text{SE}} = k_{rg}^{\text{SE}}/\mu_g & \text{pour les modèles empiriques,} \end{cases} \quad (3.1)$$



où  $\lambda_g^{\text{PB}}$  désigne la mobilité du gaz moussant selon les modèles à lamelles (PB abréviation anglaise de « population-balance ») et  $\lambda_g^{\text{SE}}$  la mobilité telle que décrite par les modèles empiriques (SE abréviation anglaise de « (semi-)empirical »).

Comme déjà expliqué dans le deuxième chapitre, la mobilité du gaz moussant  $\lambda_g^{\text{PB}}$  dans le modèle de Kam *et al* est basée sur une loi de viscosité, tandis que la mobilité  $\lambda_g^{\text{SE}}$  dans le modèle de PumaFlow est décrite par une fonction de perméabilité relative modifiée. Par conséquent, l'identification des deux modèles à l'équilibre local peut être développée à partir de l'égalité entre les deux mobilités du gaz moussant, i.e.  $\lambda_g^{\text{SE}} = \lambda_g^{\text{PB}}$  qui s'écrit comme  $k_{rg}^{\text{SE}}/\mu_g = k_{rg}/\mu_g^f$ . En remplaçant respectivement les expressions de  $k_{rg}^{\text{SE}}$  et  $\mu_g^f$  par les équations (2.7) et (2.23), nous obtenons

$$\frac{FM \cdot k_{rg}}{\mu_g} = \frac{k_{rg}}{\mu_g + \frac{C_f n_f}{v_f^c}} \implies (M_{\text{ref}} - 1) \prod_{i=1}^4 F_i = \frac{C_f n_f}{\mu_g v_f^c} \quad (3.2)$$

En l'absence de la phase huile (écoulement diphasique gaz/eau) et pour une concentration optimale en tensioactifs, le produit  $\prod_{i=1}^4 F_i$  implique uniquement les deux fonctions  $F_2(S_w)$  et  $F_4(N_{cg})$ . Afin de développer l'identification entre les deux mobilités, nous exprimons la vitesse interstitielle du gaz moussant  $v_f$  à l'aide du nombre capillaire  $N_{cg} = \frac{\mu_g v_f}{\sigma}$  de telle sorte que l'équation (3.2) s'écrit

$$(M_{\text{ref}} - 1) F_2(S_w) F_4(N_{cg}) = \frac{C_f n_f}{\mu_g} \left( \frac{\mu_g}{N_{cg} \sigma} \right)^c \quad (3.3)$$

La dernière relation montre que le membre de droite émanant du modèle à lamelles suit une fonction similaire à  $F_4$ . En introduisant le nombre capillaire de référence  $N_{cg}^{\text{ref}}$ , la relation (3.3) devient

$$(M_{\text{ref}} - 1) F_2(S_w) \left( \frac{N_{cg}^{\text{ref}}}{N_{cg}} \right)^{e_c} = \frac{C_f n_f}{\mu_g} \left( \frac{\mu_g}{N_{cg}^{\text{ref}} \sigma} \right)^c \left( \frac{N_{cg}^{\text{ref}}}{N_{cg}} \right)^c \quad (3.4)$$

À ce stade, un premier élément d'identification, qui concerne le comportement rhéo-fluidifiant de la mousse, peut être souligné. La relation (3.4) montre que la dépendance des deux membres de gauche et de droite au nombre capillaire est similaire si l'exposant  $e_c$  du modèle empirique est égal au paramètre  $c$  du modèle à lamelles.

Les deux termes qui restent à identifier comprennent, d'une part, la texture  $n_f$ , qui est la résultante du processus de génération et de destruction des lamelles à l'échelle locale, et d'autre part, la fonction d'interpolation  $F_2$  en saturation. Par conséquent, pour un système de fluides donné,  $F_2$  peut être identifiée comme  $F_2(S_w) = A n_f$ , où  $A$  est une constante. Étant donné que  $F_2(S_w)$  est une fonction normée entre 0 et 1, nous définissons la constante  $A$  comme l'inverse de la texture maximale  $n_f^{\text{max}}$ .

Rappelons que la fonction  $F_2(S_w)$  modélise l'effet de la coalescence des bulles sur la mobilité du gaz moussant. Cette coalescence se produit sur un intervalle de valeurs de la pression capillaire

---

(ou de la pression de disjonction des films de liquide). Un tel comportement est bien représenté par la fonction  $F_2$  donnée par l'équation (2.8),  $F_2(S_w) = \frac{1}{2} + \frac{1}{\pi} \arctan [\Theta (S_w - S_w^{*SE})]$ , où la saturation critique  $S_w^{*SE}$  correspond au milieu de l'intervalle de saturation  $[S_w^{*SE} - \delta, S_w^{*SE} + \delta]$  sur lequel la coalescence de la mousse se produit et le paramètre de transition  $\Theta$  définit la largeur de cet intervalle de saturation.

La fonction  $F_2(S_w)$  décrit directement la destruction de la mousse à la saturation critique, tandis que le modèle à lamelles à l'équilibre local modélise indirectement cette dépendance via la texture, qui elle-même résulte d'un taux de destruction fonction de la saturation. Le seuil de saturation  $S_w^{*PB}$  intégré dans ladite fonction de destruction de Kam *et al* est analogue mais n'est pas égal exactement à la saturation  $S_w^{*SE}$  du modèle de PumaFlow. En effet,  $S_w^{*PB}$  représente la valeur de la saturation en eau la plus basse en-deça de laquelle la mousse n'existe plus, ce qui correspond à une valeur de la fonction  $F_2$  égale à 0. Pour des soucis de clarté, nous continuerons à distinguer  $S_w^{*PB}$  de  $S_w^{*SE}$ , dont la différence est donnée par  $\delta = S_w^{*SE} - S_w^{*PB} = F_2^{-1}(\frac{1}{2}) - F_2^{-1}(0)$ , où  $F_2^{-1}$  est la fonction inverse de  $F_2$ .

L'identification du modèle empirique à un modèle à lamelles à l'équilibre local, telle qu'écrite dans la relation (3.4), ne nous permet pas d'exprimer explicitement les paramètres  $\Theta$  et  $S_w^{*SE}$  en fonction des paramètres du modèle en texture. Ainsi,  $F_2(S_w)$  ne peut être identifiée que globalement à la texture de mousse adimensionnelle  $n_f/n_f^{\max}$ . Ainsi, nous pouvons écrire

$$F_2(S_w) = \frac{n_f}{n_f^{\max}} = n_D \quad (3.5)$$

où  $n_D$  désigne la texture de la mousse adimensionnelle. Différentes valeurs de la texture  $n_f^i$  et de la saturation en eau correspondante  $S_w^i$  peuvent être déterminées en résolvant le modèle à lamelles pour un ensemble de valeurs de la qualité de mousse  $f_g^i$ , comme sera expliqué dans la section (3.2.2). Ainsi, les paramètres  $\Theta$  et  $S_w^{*SE}$  peuvent être déterminés à travers une optimisation sur l'ensemble des équations suivantes

$$\frac{n_f^i(S_w^i)}{n_f^{\max}} = \frac{1}{2} + \frac{1}{\pi} \arctan [\Theta (S_w^i - S_w^{*SE})] \quad (3.6)$$

Alternativement, dans le cas où la fonction  $n_f$  est calculée précisément, on peut déterminer directement la valeur de la saturation en eau critique  $S_w^{*SE}$  du modèle empirique à partir de la fonction texture, comme  $S_w^{*SE} = n_D^{-1}(\frac{1}{2})$ , où  $n_D^{-1}$  désigne la fonction inverse de la texture  $n_D$ . Une fois  $S_w^{*SE}$  identifiée, le paramètre de transition  $\Theta$  peut être déterminé en fixant la fonction  $F_2$  à zéro pour la saturation  $S_w^{*PB}$ , i.e.  $F_2(S_w^{*PB}) = 0$ . Comme une valeur nulle ne peut pas être strictement atteinte, une tolérance  $\epsilon$  est accordée à  $F_2(S_w^{*PB})$ , de telle sorte que  $\frac{1}{2} + \frac{1}{\pi} \arctan [\Theta (S_w^{*PB} - S_w^{*SE})] = \epsilon$ , qui peut être également écrit comme  $\frac{1}{2} - \frac{1}{\pi} \arctan (\Theta \delta) = \epsilon$ , ce qui donne finalement  $\Theta = \frac{1}{\delta} \tan [\pi (\frac{1}{2} - \epsilon)]$ .

Pour compléter l'identification des paramètres empiriques au modèle à lamelles, nous réécrivons l'équation (3.4) comme

$$(M_{\text{ref}} - 1) F_2(S_w) \left( \frac{N_{cg}^{\text{ref}}}{N_{cg}} \right)^{e_c} = \frac{C_f n_f^{\text{max}}}{\mu_g} \left( \frac{\mu_g}{N_{cg}^{\text{ref}} \sigma} \right)^c n_D \left( \frac{N_{cg}^{\text{ref}}}{N_{cg}} \right)^c \quad (3.7)$$

Compte tenu des identifications précédentes,  $M_{\text{ref}}$  peut être relié aux paramètres du modèle à lamelles par l'expression

$$M_{\text{ref}} = 1 + \frac{C_f n_f^{\text{max}}}{\mu_g} \left( \frac{\mu_g}{N_{cg}^{\text{ref}} \sigma} \right)^c \quad (3.8)$$

Le résumé de l'identification des paramètres empiriques au modèle en texture est alors:

$$\begin{cases} M_{\text{ref}} = 1 + \frac{C_f n_f^{\text{max}}}{\mu_g} \left( \frac{\mu_g}{N_{cg}^{\text{ref}} \sigma} \right)^c & e_c = c \\ F_2(S_w) = \frac{n_f}{n_f^{\text{max}}} = n_D & F_4(N_{cg}) = \left( \frac{N_{cg}^{\text{ref}}}{N_{cg}} \right)^c \end{cases} \quad (3.9)$$

Nous avons établi une équivalence entre les deux approches, c'est-à-dire un ensemble de relations reliant les paramètres du modèle empirique aux ceux du modèle à lamelles, et en particulier, à la texture de la mousse qui est variable avec les paramètres d'écoulement. Reste alors à déterminer l'évolution de cette texture à l'équilibre local, que nous effectuons ci-après au moyen de la résolution des équations d'écoulement diphasiques formulées en flux fractionnaires.

## 3.2 Méthode de résolution de l'écoulement de mousse

Dans cette section nous présentons la méthode de résolution des équations d'écoulement de mousse utilisée pour : (1) calculer la texture de la mousse à l'équilibre local selon le modèle de Kam *et al* et (2) comparer les prévisions de la viscosité apparente de la mousse calculées en régime permanent selon chaque modèle (empirique et à lamelles). La méthode utilisée est basée sur l'analyse par flux fractionnaire de Buckley et Leverett (1941) [102] qui a été proposée initialement pour résoudre analytiquement un écoulement diphasique conventionnel sous un ensemble d'hypothèses simplificatrices. Au préalable, nous rappelons dans l'Annexe B la démarche de cette méthode dans le cas d'une co-injection gaz/eau (sans mousse) telle qu'elle a été reportée dans les ouvrages de modélisation de réservoir [6, 103, 104].

Cette méthode simple a été étendue plus tard pour étudier les écoulements dans le contexte de la récupération assistée du pétrole, notamment les déplacements unidimensionnels par injection de polymère, de surfactant, avec ou sans adsorption sur la roche [105, 103, 106, 107]. En particulier, Rossen *et al* [108, 107, 109] ont appliqué cette méthode dans le cas de la mousse dont nous rappelons ci-dessous les éléments essentiels.

---

### 3.2.1 Hypothèses, équation d'écoulement et principe de résolution

Nous considérons à nouveau l'expérience de co-injection décrite en Annexe B, mais cette fois, nous ajoutons du tensioactif à l'eau injectée. La concentration en tensioactif, notée  $C_s$ , est maintenue constante durant l'expérience. Les conditions aux limites et initiales restent inchangées. L'écoulement des fluides est supposé incompressible et unidimensionnel. Par ailleurs, les gradients de pression capillaire entre les deux phases sont négligeables dans cette étude.

En ajoutant du tensioactif, la mousse se développe dans le massif et l'équation (B.3) du flux fractionnaire du gaz  $f_g$  devient non seulement une fonction de la saturation  $S_g$  (comme dans le cas diphasique) mais aussi des autres paramètres du modèle de mousse :

$$\partial_t (S_g) + \frac{u}{\phi} \partial_x (f_g) = 0 \quad \text{avec} \quad \frac{1}{f_g} = \frac{\lambda_g^f + \lambda_w}{\lambda_g^f} = 1 + \frac{\mu_g^f k_{rw}}{\mu_w k_{rg}^f} \quad (3.10)$$

où  $\lambda_g^f = k_{rg}^f / \mu_g^f$  est la mobilité du gaz moussant telle que décrite par le modèle de mousse considéré (empirique ou à lamelles).

Le problème d'une injection de mousse se traite de la même façon que la co-injection gaz/eau seule, à ceci près qu'au lieu d'avoir un seul front, nous allons obtenir deux fronts qui vont se propager à travers le poreux au cours de l'injection. Le premier front, dit front de gaz, se forme puisque la saturation en gaz augmente de sa valeur initiale et avance rapidement dans le milieu poreux, tandis que le deuxième front, appelé front de mousse, se forme au front de la concentration en tensioactif, i.e. là où le tensioactif, l'eau et le gaz co-existent [108, 107, 109]. Notons que le front de gaz apparaît uniquement dans le cas où une saturation en gaz est initialement présente dans le poreux et que, dans le cas contraire, les deux phases avancent à la même vitesse donnant lieu à un seul front de mousse. Étant donné que le front du gaz est d'une amplitude très faible et n'a pas d'incidence sur l'évolution des paramètres d'écoulement pour les faibles qualités d'injection, nous le négligeons dans toute la suite afin de simplifier la résolution de l'écoulement de mousse.

Le problème dans le cas d'un écoulement de mousse revient donc à une construction du flux fractionnaire du gaz moussant  $f_g$  en fonction de la saturation. Nous proposons, dans la suite, une méthode de construction de cette relation  $f_g$ - $S_g$  selon les deux modèles empirique et à lamelles. Une fois cette relation obtenue, nous appliquons l'analyse par flux fractionnaire, décrite en Annexe B, pour résoudre l'écoulement de mousse en régime permanent. Notons que la fraction du gaz à l'entrée  $f_{g0}$  devient dans ce cas la qualité de la mousse imposée. Par ailleurs, comme dans le cas diphasique, la solution du problème en régime permanent, qui est la saturation  $S_g$ , est uniforme tout au long du massif et est égale à la valeur imposée à l'entrée  $S_{g0}$  (rappelons que  $S_{g0} = f_g^{-1}(f_{g0})$ , où  $f_g^{-1}$  désigne la fonction inverse de  $f_g$ ). Par conséquent, nous avons  $S_g = S_{g0}$  et  $f_g = f_{g0}$  en régime permanent.

### 3.2.2 Expression du flux fractionnaire selon le modèle à lamelles à l'équilibre local

Afin d'obtenir l'expression du flux fractionnaire du gaz selon le modèle à lamelles, nous remplaçons la mobilité de la mousse  $\lambda_g^f$  par son expression dans l'équation (3.10) :

$$\frac{1}{f_g} = 1 + \left( \mu_g + \frac{C_f n_f}{v_f^c} \right) \frac{k_{rw}(S_g)}{\mu_w k_{rg}(S_g)} \quad (3.11)$$

Nous remarquons que le flux fractionnaire du gaz  $f_g$  selon l'équation (3.11) dépend de deux paramètres d'écoulement qui sont la saturation et la texture de la mousse. Rappelons que l'évolution de la texture à l'équilibre local est déterminée en égalisant les deux taux de génération et de destruction des lamelles. Toutefois, ces deux taux sont eux-mêmes des fonctions du flux fractionnaire. Ainsi, le flux fractionnaire, la texture et la saturation sont liés et une relation mutuelle entre deux de ces trois paramètres est nécessaire pour construire la variation de  $f_g$ . Dans la suite, nous proposons une méthode pour construire la relation texture-saturation qui est indispensable pour déterminer la relation flux fractionnaire-saturation.

L'idée sous-jacente consiste à résoudre conjointement l'équation (3.11) du flux fractionnaire et l'équation de l'équilibre local, avec la saturation et la texture de la mousse comme des paramètres inconnus. En effet, le flux fractionnaire du gaz moussant  $f_g$ , dit aussi qualité de la mousse, est souvent considéré un paramètre connu du problème en régime permanent, c'est-à-dire en l'occurrence  $f_g = f_{g0}$ , où  $f_{g0}$  la qualité imposée à l'entrée de la carotte.

D'une part, l'équation (3.11) du flux fractionnaire peut être inversée afin d'exprimer la texture de la mousse en fonction de la saturation et du flux fractionnaire du gaz moussant, comme, en notant  $n_f^{\text{FF}}$  cette texture de mousse dérivée du flux fractionnaire :

$$n_f^{\text{FF}} = \left( \frac{u}{\phi S_g} \right)^c \frac{1 - f_g \left( 1 + \frac{\mu_g k_{rw}}{\mu_w k_{rg}} \right)}{f_g^{1-c} \frac{C_f k_{rw}}{\mu_w k_{rg}}} \quad (3.12)$$

D'autre part, nous rappelons que, selon le modèle de Kam *et al* (2007), la texture à l'équilibre local est régie par

$$n_f^{\text{LE}} = \begin{cases} \frac{c_g}{c_c} S_w (S_w - S_w^{\text{PB}})^n |\nabla P|^m & \text{if } n_f < n_f^{\text{max}} \\ n_f^{\text{max}} & \text{sinon} \end{cases} \quad (3.13)$$

où  $\nabla P$  est le gradient de pression qui peut être déterminé à partir de la loi de Darcy appliquée à la phase eau dont l'écoulement n'est pas affecté par la présence de la mousse :

$$|\nabla P| = \frac{\mu_w u (1 - f_g)}{k k_{rw}} \quad (3.14)$$

Il faut souligner qu'une valeur de la texture maximale  $n_f^{\text{max}}$  doit être fixée à priori pour résoudre ce problème d'équilibre local. Comme indiqué dans la section 2.3.4 du chapitre 2,

$n_f^{\max}$  est corrél   à la taille moyenne des pores, caract  ristique du milieu poreux consid  r  . Bien évidemment, il s'agit d'une approximation pour les milieux poreux naturels qui se caract  risent par une distribution de taille de pores plus ou moins complexe.

Selon l'expression de la texture à l'équilibre local, donn  e par l'équation (3.13), la résolution du problème devrait distinguer deux cas :

- pour n'importe quelle  $f_g$  dans le régime de faible qualité, la texture de la mousse est constante et est égale à sa valeur maximale (i.e.  $n_f = n_f^{\max}$ ). Ainsi, il ne reste qu'à calculer la saturation en gaz à partir de l'équation du flux fractionnaire (3.12), qui s'écrit

$$S_g = \frac{u}{\phi} \left[ \frac{1 - f_g \left( 1 + \frac{\mu_g}{\mu_w} \frac{k_{rw}}{k_{rg}} \right)}{n_f^{\max} f_g^{1-c} \frac{C_f}{\mu_w} \frac{k_{rw}}{k_{rg}}} \right]^{\frac{1}{c}} \quad (3.15)$$

- pour toute  $f_g$  dans le régime de haute qualité ( $n_f < n_f^{\max}$ ), l'égalité entre les deux équations (3.12) et (3.13) donne l'équation de saturation en gaz suivante :

$$\overbrace{\frac{c_g}{c_c} (1 - S_g) (1 - S_g - S_w^{*PB})^n \left| \frac{\mu_w u (1 - f_g)}{k k_{rw}} \right|^m}^{n_f^{LE}(S_g)} = \overbrace{\left( \frac{u}{\phi S_g} \right)^c \frac{1 - f_g \left( 1 + \frac{\mu_g}{\mu_w} \frac{k_{rw}}{k_{rg}} \right)}{f_g^{1-c} \frac{C_f}{\mu_w} \frac{k_{rw}}{k_{rg}}}}^{n_f^{FF}(S_g)} \quad (3.16)$$

où  $n_f^{LE}$  représente la texture de mousse obtenue à partir de l'équilibre local et  $n_f^{FF}$  est la texture de mousse calculée à partir de l'équation du flux fractionnaire de gaz en présence de mousse.

Les deux équations (3.15) et (3.16) doivent être résolues numériquement en utilisant par exemple la méthode de Newton ou une dichotomie. Finalement, une variation de la qualité de la mousse  $f_g \in ]0, 1[$  à vitesse totale constante est nécessaire afin de reconstruire, dans un premier temps, la relation texture-saturation à l'équilibre local, et dans un deuxième temps, la variation du flux fractionnaire du gaz  $f_g$  en fonction de la saturation en utilisant l'équation (3.11).

### 3.2.3 Expression du flux fractionnaire selon le modèle empirique

Afin d'obtenir l'expression du flux fractionnaire selon le modèle empirique, nous insérons les équations (2.7) et (2.8) de la mobilité de la mousse dans la relation (3.10) et nous explicitons les expressions des fonctions d'interpolation  $F_2$  et  $F_4$ , ce qui donne

$$\frac{1}{f_g} = 1 + \frac{\mu_g}{\mu_w} \frac{k_{rw}}{k_{rg}} \left[ 1 + (M_{\text{ref}} - 1) \left( \frac{1}{2} + \frac{1}{\pi} \arctan [\Theta (S_w - S_w^{*SE})] \right) \left( \frac{N_{cg}^{\text{ref}}}{N_{cg}} \right)^{e_c} \right] \quad (3.17)$$

En utilisant l'expression du nombre capillaire  $N_{cg}$  définie en chapitre 2 ( $N_{cg} = \frac{\mu_g f_g u}{\sigma \phi S_g}$ ), nous obtenons la relation suivante qui lie le flux fractionnaire à la saturation et aux paramètres du

modèle empirique

$$\frac{1}{f_g} = 1 + \frac{\mu_g}{\mu_w} \frac{k_{rw}}{k_{rg}} \left[ 1 + (M_{\text{ref}} - 1) \left( \frac{1}{2} + \frac{1}{\pi} \arctan [\Theta (S_w - S_w^{*SE})] \right) \left( \frac{N_{cg}^{\text{ref}}}{\frac{\mu_g f_g u}{\sigma \phi S_g}} \right)^{e_c} \right] \quad (3.18)$$

Par conséquent, l'expression de  $f_g$  en fonction de la saturation à vitesse totale constante n'est pas directe. Cette relation peut être construite en variant  $f_g$  dans  $]0, 1[$  et en cherchant la saturation  $S_g$  qui vérifie la relation (3.18). Notons que cette étape suppose que les paramètres du modèle  $M_{\text{ref}}$ ,  $\Theta$ ,  $S_w^{*SE}$ , et  $e_c$  ainsi que les perméabilités relatives  $k_{rg}$  et  $k_{rw}$  de l'écoulement diphasique sont connus et fixés au préalable. Cette étape qui consiste à déterminer la racine d'une fonction non linéaire, peut être menée numériquement avec Matlab par exemple.

### 3.3 Exemple d'identification d'un modèle empirique à un modèle à lamelles pré-calibré

Dans cette section, nous appliquons l'identification pour calibrer le modèle empirique de déplacements de mousse relatifs aux données expérimentales d'Alvarez *et al* (2001) [1] publiées dans la littérature. Les auteurs ont mesuré la viscosité apparente de la mousse en régime permanent pour différentes qualités de la mousse à vitesse totale constante. Nous rappelons que nous nous intéressons uniquement à l'état de mousse forte et particulièrement à ses deux régimes (faible et haute qualité).

#### 3.3.1 Cas d'étude : les expériences d'Alvarez *et al* [1]

Les expériences d'Alvarez *et al* [1] ont été effectuées avec des grès de Berea et une mousse à base d'azote  $N_2$  à température ambiante et pour une pression de sortie de 41 bar. La carotte est de 5 cm de diamètre et 28 cm de longueur. La solution moussante a été obtenue en dissolvant 1% massique de tensioactif dans une solution de saumure contenant 3% massique de NaCl et 0.01% massique de  $CaCl_2$ .

Une mousse pré-générée de qualité donnée est injectée dans la carotte initialement saturée en eau. Tout en maintenant constant le débit total de gaz et d'eau, la qualité de la mousse a été changée d'une expérience à une autre afin de balayer un intervalle de variation entre 0.25 et 0.91. La viscosité apparente de la mousse mesurée varie de 274 à 905 cP. La transition entre les deux régimes se produit à la qualité de mousse optimale  $f_g^* = 0.78$ , pour laquelle la viscosité de la mousse apparente maximale de 905 cP est atteinte, comme indiqué dans la figure 3.1. La table 3.1 résume les propriétés de la roche et des fluides de ces expériences de déplacement de mousse.

Récemment, Lotfollahi *et al* [31] ont calibré différents modèles à lamelles sur la base de ces mesures en régime permanent. En particulier, le modèle de Kam *et al* qui nous intéresse dans cette étude a été calibré. Précisément, les paramètres ajustables étaient  $c_g/c_c$ ,  $C_f$ ,  $n$ ,  $m$  et  $S_w^{*PB}$  (l'exposant  $c$  a été fixé à  $1/3$  au préalable). Les valeurs de paramètres ajustées aux données expérimentales sont reportées dans la table 3.2 (les perméabilités relatives au gaz et à l'eau en l'absence de mousse ont été ajustées avec des lois puissance, à savoir  $k_{rg} = k_{rg}^{\max} S^{n_g}$  et  $k_{rw} = k_{rw}^{\max} (1 - S)^{n_w}$  et avec  $S = \frac{S_g - S_{gi}}{1 - S_{gi} - S_{wr}}$ ) et les résultats de l'ajustement sont montrés en Figure 3.1.

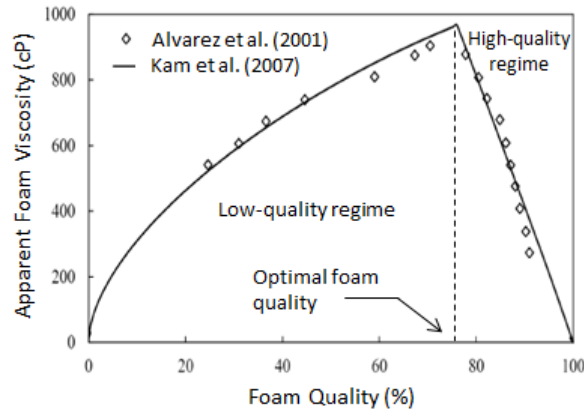


FIGURE 3.1 – Viscosité apparente de la mousse due à Alvarez *et al* [1] et la calibration du modèle à lamelles de Kam *et al* (2007) (adaptée de Lotfollahi *et al* [31]). Les symboles ne représentent pas tous des mesures directes ; certains points du régime haute-qualité ont été obtenus par une interpolation graphique pour guider la calibration du modèle dans ce régime.

TABLE 3.1 – Propriétés de la roche et des fluides utilisés dans les expériences d'Alvarez *et al* [1].

Gaz	N <sub>2</sub>	$u$ (cm/hour)	3.175
$T$ (°C)	25	$f_g$ range (-)	0.25 – 0.91
$P$ (bar)	41	$\mu_w(T, P)$ (cP)	0.7
$\sigma$ (mN/m)	30	$\mu_g(T, P)$ (cP)	0.02
$k$ (mD)	530	$\rho_w(T, P)$ (kg/m <sup>3</sup> )	998
$\phi$ (-)	0.18	$\rho_g(T, P)$ (kg/m <sup>3</sup> )	46

Dans la section suivante, nous calculons la texture de la mousse en régime permanent en utilisant les paramètres du modèle Kam *et al* donnés dans le tableau 3.2. Ceci représente la première étape de l'identification du modèle empirique au modèle à lamelles.



TABLE 3.2 – Modèle de Kam *et al* (2007) calibré sur la base des mesures d’Alvarez *et al* selon les travaux de Lotfollahi *et al* (2016) [31].

Perméabilité relative au gaz/eau		Paramètres du modèle Kam <i>et al</i>	
$S_{wr}$ (-)	0.2	$S_w^{*PB}$ (-)	0.31
$S_{gi}$ (-)	0.2	$n_f^{\max}$ (m <sup>-3</sup> )	$19.1 \times 10^{12}$
$k_{rw}^{\max}$ (-)	0.2	$C_f$ (m <sup>10/3</sup> hour <sup>-1/3</sup> cP)	$2.77 \times 10^{-11}$
$k_{rg}^{\max}$ (-)	0.94	$c_g/c_c$ (-)	$8 \times 10^{16}$
$n_w$ (-)	4.2	$n$ (-)	1.91
$n_g$ (-)	1.3	$m$ (-)	0.2
		$c$ (-)	1/3

### 3.3.2 Relation texture-saturation selon le modèle à lamelles pré-calibré

La relation texture-saturation du modèle à lamelles à l’équilibre local peut être obtenue par la méthode explicitée en section 3.2.2. Cette relation représente la donnée d’entrée principale pour l’identification des paramètres empiriques au modèle à lamelles. De plus, elle est nécessaire pour la construction du flux fractionnaire du gaz moussant, comme sera utilisée en section 3.3.4.1.

Nous rappelons que deux régimes doivent être distingués pour déterminer la texture de la mousse à qualité fixée. D’une part, dans le régime faible qualité, la texture  $n_f$  est connue et est égale à la valeur maximale  $n_f^{\max}$  de sorte que seule la saturation en gaz reste à calculer à l’aide de l’équation (3.15). D’autre part, dans le régime haute qualité, il faut d’abord déterminer la saturation en gaz en résolvant l’équation (3.16), puis calculer la valeur de la texture correspondante en utilisant la relation (3.12). Cependant, ceci suppose que, pour chaque qualité, la solution  $S_g$  est unique dans les deux régimes. Pour cela, nous vérifions l’unicité de la solution en traçant dans la figure 3.2 les deux fonctions de la texture  $n_f^{LE}(S_g)$  et  $n_f^{FF}(S_g)$  pour plusieurs qualités de mousse. Leur intersection donne la saturation en gaz qui correspond à une texture de mousse donnée dans le régime haute qualité. Par ailleurs, l’intersection de la ligne horizontale à la valeur  $n_f^{\max}$  et  $n_f^{FF}$  donne la saturation en gaz dans le régime faible qualité.

La figure 3.2 montre que l’intersection de ces fonctions sont uniques pour chaque qualité de mousse (voir aussi Table 3.4 qui reporte quelques solutions de saturation et de texture). Ainsi, l’ensemble optimal des paramètres du modèle Kam *et al* (cf. Table 3.2) garantit l’unicité de la solution (texture de la mousse et saturation en gaz) pour les deux régimes (faible et haute qualité). La relation texture-saturation ainsi obtenue est donnée en Figure 3.3.

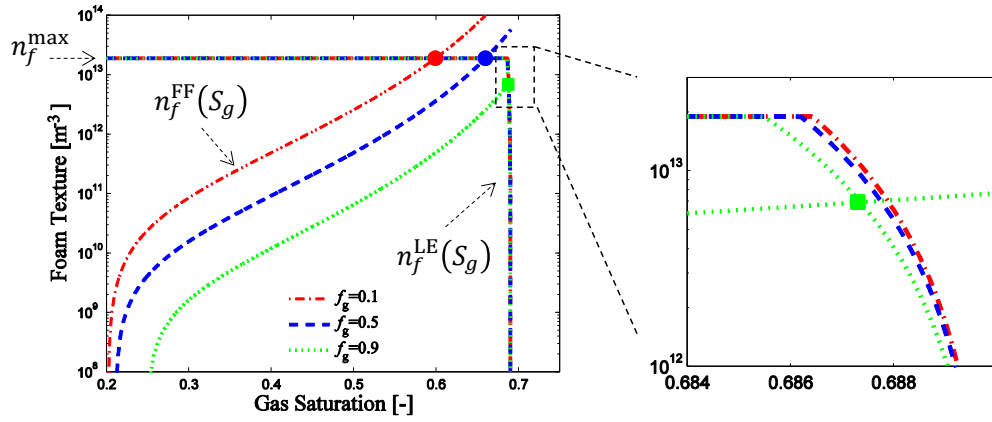


FIGURE 3.2 – Texture de la mousse dérivée à l'équilibre local en utilisant le modèle de Kam *et al* ajusté par Lotfollahi *et al* [31] sur les expériences d'Alvarez *et al* [1]. Les points correspondants aux solutions pour chaque qualité de mousse sont donnés par des marqueurs circulaires (o) pour  $n_f = n_f^{\max}$  et des marqueurs carrés (□) pour  $n_f < n_f^{\max}$  ( $n_f^{\max} = 19.1 \times 10^{12} \text{ m}^{-3}$ ).

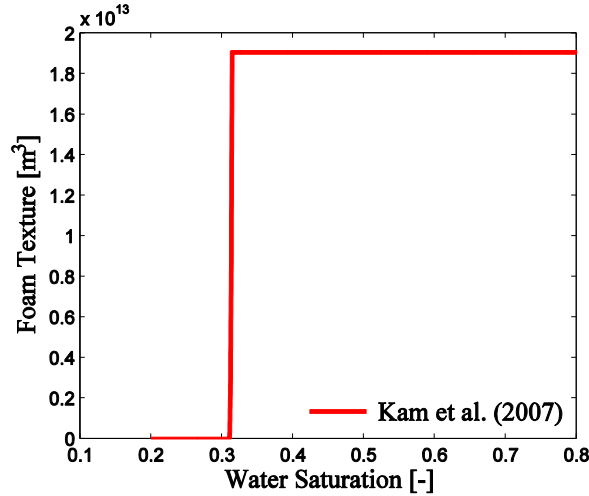


FIGURE 3.3 – Variation de la texture de la mousse à l'équilibre local en fonction de la saturation selon le modèle de Kam *et al* pré-calibré.

### 3.3.3 Détermination des paramètres du modèle empirique équivalent par identification au modèle à lamelles pré-calibré

Le modèle à lamelles de Kam *et al* pré-calibré est maintenant utilisé pour identifier les paramètres du modèle empirique de PumaFlow selon la procédure décrite dans la section 3.1.

**Identification de la fonction  $F_2$ .** Tout d'abord, nous déterminons la saturation en eau critique  $S_w^{*SE}$  en inversant la fonction de la texture adimensionnelle  $n_D$ . Nous avons trouvé que  $S_w^{*SE} = n_D^{-1}(\frac{1}{2}) = 0.313$ . En outre, le paramètre  $\Theta$  est calculé de telle sorte que  $F_2(S_w^{*PB}) = \epsilon$ .

Une tolérance  $\epsilon$  de 0.05 est appliquée pour rendre au mieux la variation de la texture adimensionnelle, ce qui donne une valeur de  $\Theta = 2.1 \times 10^3$ , comme indiqué dans le tableau 3.3. La figure 3.4 (a) montre la variation de la fonction résultante  $F_2$  et de la fonction de texture adimensionnelle  $n_D$  par rapport à la saturation en eau.

**Identification de la fonction  $F_4$ .** Le nombre capillaire de référence  $N_{cg}^{\text{ref}}$  est fixé à la valeur minimale de  $N_{cg}$  atteinte durant les expériences, à savoir  $N_{cg}^{\text{ref}} = (\mu_g f_g^{\text{min}} u) / (\sigma \phi S_g^{\text{min}})$ , où  $f_g^{\text{min}} = 0.25$  est la plus faible qualité. La saturation en gaz la plus faible  $S_g^{\text{min}}$  est calculée comme suit. En appliquant la loi de Darcy généralisée à la phase liquide, nous obtenons  $k_{rw} = \frac{\mu_w u (1 - f_g)}{k |\nabla P|}$ . En effet, les perméabilités relatives à l'eau demeurent inchangées que la mousse soit présente ou pas. Or, en exprimant les perméabilités relatives par des lois de puissance, la saturation en eau  $S_w$  en régime permanent peut être obtenue en inversant les  $k_{rw}$  comme

$$S_w = S_{wi} + (1 - S_{wi} - S_{gr}) \left( \frac{k_{rw}}{k_{rw}^{\text{max}}} \right)^{1/n_w}$$

Par conséquent, si on remplace  $k_{rw}$  par l'expression ci-dessus fonction de  $|\nabla P|$ , on obtient

$$S_w = S_{wi} + (1 - S_{gr} - S_{wi}) \left( \frac{\mu_w u (1 - f_g)}{k |\nabla P| k_{rw}^{\text{max}}} \right)^{1/n_w}$$

Finalement, cette dernière expression peut être exprimée en fonction de la viscosité apparente mesurée  $\mu_f^{\text{exp}}$  :

$$S_w = S_{wi} + (1 - S_{wr} - S_{gi}) \left( \frac{\mu_w (1 - f_g)}{\mu_f^{\text{exp}} k_{rw}^{\text{max}}} \right)^{1/n_w} \quad (3.19)$$

Ainsi, la saturation en gaz minimale est obtenue en remplaçant  $f_g$  par  $f_g^{\text{min}}$  dans l'équation (3.19). L'application numérique donne  $S_g^{\text{min}} = 0.63$  pour  $f_g^{\text{min}} = 0.25$ , d'où  $N_{cg}^{\text{ref}} = 1.27 \times 10^{-8}$ , comme indiqué en Table 3.3. La fonction  $F_4$  obtenue est présentée en Figure 3.4 (b). Notons que selon cette méthode d'identification, la valeur de  $N_{cg}^{\text{ref}}$  n'affecte pas les résultats du modèle empirique puisque  $M_{\text{ref}}$  et  $N_{cg}^{\text{ref}}$  sont corrélés, selon l'équation (3.8).

TABLE 3.3 – Paramètres du modèle empirique estimés directement à partir d'un modèle à lamelles pré-calibré.

$M_{\text{ref}} (-)$	$S_w^{\text{SE}} (-)$	$\Theta (-)$	$N_{cg}^{\text{ref}} (-)$	$e_c (-)$
$6.4637 \times 10^4$	0.313	$2.1 \times 10^3$	$1.27 \times 10^{-8}$	$\frac{1}{3}$

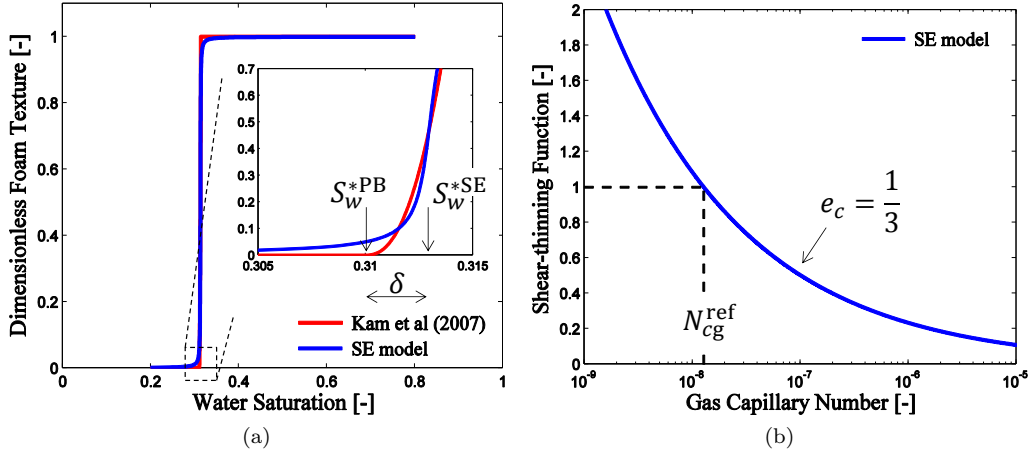


FIGURE 3.4 – (a) Texture de la mousse adimensionnelle obtenue explicitement à partir du modèle de Kam *et al* et implicitement à partir du modèle empirique de PumaFlow pour calibrer les mesures d’Alvarez *et al*, et (b) fonction  $F_4$  utilisée pour décrire le comportement rhéo-fluidifiant de la mousse dans ces expériences.

### 3.3.4 Validation par comparaison des viscosités apparentes de mousse calculées selon les deux modèles

#### 3.3.4.1 Calcul du flux fractionnaire selon les deux modèles

Afin de calculer les viscosités apparentes de la mousse selon chaque modèle, nous appliquons la méthode des flux fractionnaires (explicitée dans la section 3.2) pour la détermination de la saturation en régime permanent. Pour cela, nous reconstruisons la variation du flux fractionnaire du gaz moussant selon chaque modèle en utilisant les paramètres du modèle empirique identifié (cf. Table 3.3) et du modèle à lamelles pré-calibré (cf. Table 3.2), comme explicité dans les sections 3.2.2 et 3.2.3.

La figure 3.5 montre la relation  $f_g$ - $S_g$  ainsi obtenue pour chaque modèle. Nous remarquons que la méthode d’identification assure une précision et une exactitude maximales entre les deux fonctions, avec un petit écart au voisinage de la saturation en eau critique qui est due à la différence entre  $F_2(S_w)$  et  $n_D$  dans cette zone.

#### 3.3.4.2 Calcul de la viscosité apparente de la mousse

Les viscosités apparentes de la mousse mesurées dans les expériences d’Alvarez *et al* ont été recalculées en utilisant les relations  $f_g$ - $S_g$  obtenues ci-dessus. Plus précisément, pour une valeur donnée de la qualité  $f_g$ , la viscosité apparente de la mousse  $\mu_f^{\text{app}}$  selon chaque modèle est recalculée en régime permanent comme

$$\frac{1}{\mu_f^{\text{app}}} = \begin{cases} \frac{k_{rw} + \frac{k_{rg}}{\mu_g}}{\mu_w} & \text{selon le modèle à lamelles (PB)} \\ \frac{k_{rw} + \frac{FM \cdot k_{rg}}{\mu_g}}{\mu_w} & \text{selon le modèle empirique (SE)} \end{cases} \quad (3.20)$$

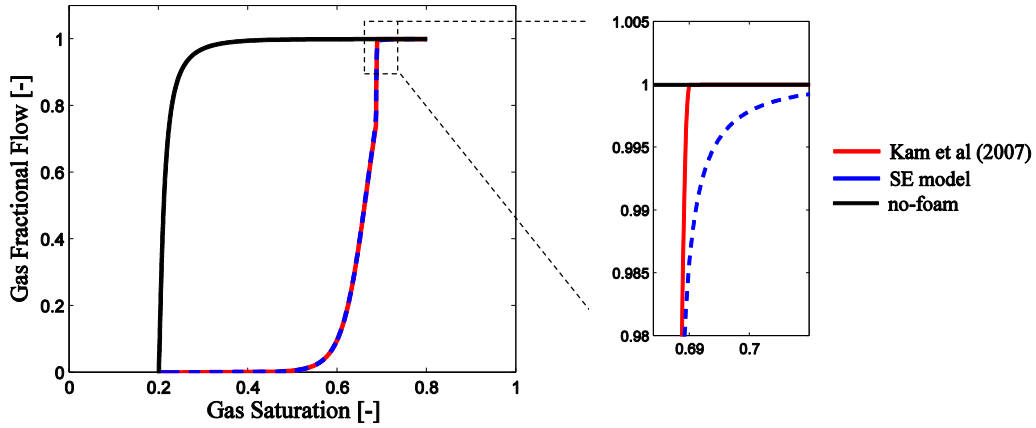


FIGURE 3.5 – Flux fractionnaire du gaz moussant calculé à partir des deux modèles de mousse (modèle empirique identifié et modèle à lamelles pré-calibré).

où  $\mu_g^f = \mu_g + C_f n_f \left( \frac{\phi S_g}{u f_g} \right)^{1/3}$  est la viscosité effective du gaz moussant et  $FM$  la fonctionnelle de mobilité, évaluées à la saturation correspondante. Nous montrons dans la figure 3.6 la variation de ces deux fonctions avec la qualité de la mousse. D'une part, la figure 3.6 (a) montre que la viscosité effective  $\mu_g^f$  est une fonction décroissante de la qualité (ou encore de la vitesse du gaz) et atteste une chute (quasi-linéaire) lorsque cette qualité dépasse légèrement la valeur optimale  $f_g^*$ , jusqu'à tendre vers la viscosité du gaz  $\mu_g$ . Comme attendu,  $\mu_g^f$  atteint des fortes valeurs (5 Pa.s) lorsque la qualité de la mousse est très faible. D'autre part, la figure 3.6 (b) montre que la fonctionnelle  $FM$  augmente avec la qualité de la mousse et qu'elle croît rapidement vers 1 lorsque la qualité dépasse la valeur optimale  $f_g^*$  (dans le régime haute qualité). Les tables 3.4 et 3.5 indiquent les résultats détaillés de ce calcul pour quelques qualités allant de 0.1 à 0.9.

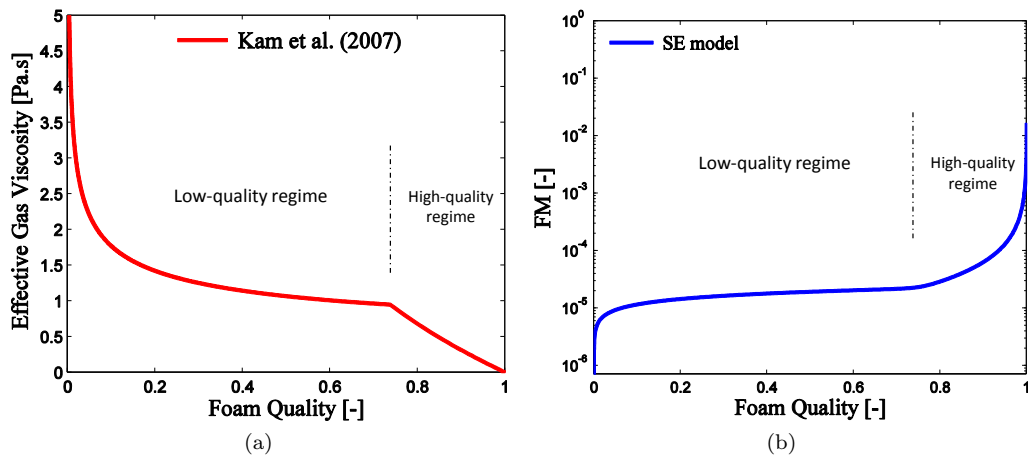


FIGURE 3.6 – Propriétés de la mousse en régime permanent prédites par le modèle de Kam *et al* pré-calibré : (a) variation de la viscosité effective du gaz sous forme de mousse en fonction de la qualité et (b) confrontation entre la viscosité apparente calculée et mesurée.

TABLE 3.4 – Propriétés de la mousse en régime permanent prédites par le modèle Kam *et al* pré-calibré ( $n_f^{\max} = 19.1 \times 10^{12} \text{ m}^{-3}$ ).

$f_g$ (-)	$S_g$ (-)	$n_f$ ( $\text{m}^{-3}$ )	$n_D$ (-)	$\mu_g^f$ (cP)	$\mu_f^{\text{app}}$ (cP)
0.1	0.5988	$19.1 \times 10^{12}$	1	$1.7134 \times 10^3$	310
0.3	0.6370	$19.1 \times 10^{12}$	1	$1.2128 \times 10^3$	584
0.5	0.6595	$19.1 \times 10^{12}$	1	$1.0348 \times 10^3$	778
0.7	0.6807	$19.1 \times 10^{12}$	1	$0.9348 \times 10^3$	928
0.9	0.6873	$6.93 \times 10^{12}$	0.36	$0.3137 \times 10^3$	393

TABLE 3.5 – Propriétés de la mousse en régime permanent prédites par le modèle de PumaFlow.

$f_g$ (-)	$S_w$ (-)	$F_2$ (-)	$F_4$ (-)	$FM$ (-)	$\mu_f^{\text{app}}$ (cP)
0.1	0.4013	0.9983	1.3254	$0.1169 \times 10^{-4}$	309
0.3	0.3631	0.9970	0.9381	$0.1654 \times 10^{-4}$	582
0.5	0.3407	0.9945	0.8004	$0.1944 \times 10^{-4}$	774
0.7	0.3199	0.9780	0.7229	$0.2188 \times 10^{-4}$	909
0.9	0.3128	0.3620	0.6671	$0.6407 \times 10^{-4}$	391

### 3.3.4.3 Comparaison et discussion

Les viscosités apparentes de la mousse ainsi calculées selon les deux modèles sont confrontées aux mesures en Figure 3.7 (a). Nous remarquons que la viscosité apparente issue du modèle empirique identifié est très proche de celle mesurée et de celle dérivée du modèle de Kam *et al*, sur tout l'intervalle de la qualité. De plus, la viscosité maximale et la qualité optimale sont également prédites avec succès par le modèle empirique. Nous notons une transition lisse entre les deux régimes de faible et haute qualité, par opposition à la transition abrupte décrite par le modèle de Kam *et al*. En effet, les résultats obtenus selon le modèle à lamelles indiquent un effondrement brusque de la mousse qui se produit à la saturation  $S_w^{*\text{PB}} = 0.31$ . En revanche, il n'y a pas de points expérimentaux suffisants pour justifier le caractère régulier ou abrupt de cette zone de transition (au voisinage de la qualité optimale  $f_g^*$ ).

La table 3.6 reporte les viscosités apparentes de la mousse calculées à partir des deux approches de modélisation et leurs erreurs relatives par rapport aux mesures  $\Delta_{\text{PB}} = |(\mu_f^{\text{app}})_{\text{PB}} - \mu_f^{\text{exp}}|/\mu_f^{\text{exp}}$  et  $\Delta_{\text{SE}} = |(\mu_f^{\text{app}})_{\text{SE}} - \mu_f^{\text{exp}}|/\mu_f^{\text{exp}}$ . Ces erreurs relatives sont également montrées en Figure 3.7 (b). Dans l'ensemble, elles ne dépassent pas 5 % sauf pour les grandes qualités. Ainsi, les deux modèles reproduisent de manière équivalente les mesures de la viscosité apparente en régime permanent.

Pour conclure cette section, le modèle empirique est capable de reproduire les effets de la texture de la mousse (comme décrit par les modèles à lamelles à l'équilibre) et de générer les mêmes résultats qu'un modèle à lamelles en régime permanent. Cela est obtenu grâce à

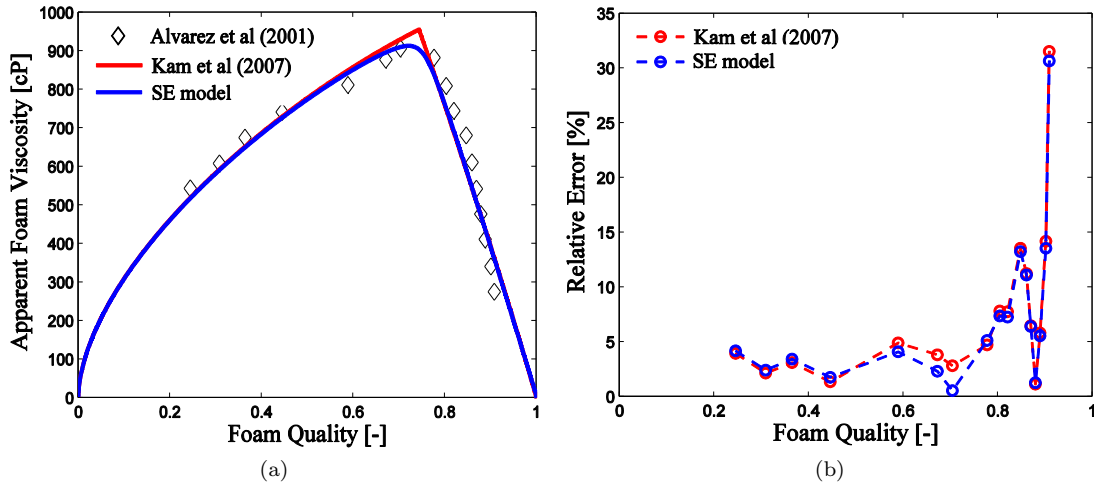


FIGURE 3.7 – (a) Comparaison de la viscosité apparente mesurée par Alvarez *et al* avec celle calculée à partir du modèle empirique (PumaFlow) dont les paramètres sont directement estimés à partir du modèle pré-calibré de Kam *et al* ; (b) erreurs relatives de la viscosité apparente par rapport aux mesures.

TABLE 3.6 – Viscosités apparentes de la mousse et les erreurs relatives par rapport aux mesures, à la fois pour le modèle de Kam *et al* ( $\Delta_{PB}$ ) et le modèle empirique de PumaFlow ( $\Delta_{SE}$ ; voir le texte).

	Mesures		Modèle de Kam <i>et al</i> (PB)		Modèle de PumaFlow (SE)	
	$f_g$ (-)	$\mu_f^{\text{exp}}$ (cP)	$\mu_f^{\text{app}}$ (cP)	$\Delta_{PB}$ (%)	$\mu_f^{\text{app}}$ (cP)	$\Delta_{SE}$ (%)
Régime faible qualité	0.25	542.2	520.8	4	519.5	4
	0.30	607.4	594.3	2	592.6	2
	0.36	674.0	653.0	3	650.9	3
	0.45	740.7	730.7	1	727.6	2
	0.59	810.6	850.4	5	843.9	4
	0.67	876.5	910.1	4	896.9	2
	0.70	905.6	931.1	3	910.6	1
Régime haute qualité	0.78	881.4	839.7	5	836.2	5
	0.80	808.6	745.3	8	749.0	7
	0.82	743.7	685.9	8	689.6	7
	0.85	680.0	587.7	14	589.9	13
	0.86	609.8	541.2	11	542.0	11
	0.87	541.7	506.6	6	506.9	6
	0.88	476.1	470.6	1	470.0	1
	0.89	410.2	434.1	6	433.0	6
	0.90	339.7	387.9	14	385.8	14
	0.91	273.9	360.3	32	357.9	31

la méthode d'identification proposée dans ce chapitre. Cette méthode assure ainsi l'équivalence entre les deux modèles. Cela ouvre la voie à une utilisation fiable du modèle de mousse empirique

---

pour les simulations de réservoir.

### 3.4 Mise en œuvre du modèle empirique paramétré : simulation de déplacements de mousse de différentes qualités

En pratique, les paramètres ajustés du modèle empirique seraient utilisés pour simuler le déplacement de la mousse pour plusieurs qualités imposées au puits injecteur. En particulier, le gradient de pression simulé en régime permanent  $|\nabla P| = \frac{|\Delta P|}{L}$  permet de calculer la viscosité apparente de la mousse  $\mu_f^{\text{app}} = \frac{k}{u} |\nabla P|$  par application de la loi de Darcy monophasique. Il serait donc intéressant de comparer les prévisions numériques de la viscosité apparentes aux calculs analytiques faits précédemment et d'étudier la précision numérique nécessaire pour l'accord entre les deux résultats.

À cet effet, nous utilisons le simulateur de réservoir PumaFlow. La géométrie du milieu poreux est décrite par une grille unidimensionnelle, maillée suivant l'axe de l'écoulement, de façon cartésienne, avec un pas de discrétisation  $\Delta x$  constant. Les dimensions  $L_y$  et  $L_z$  sont choisies telles le produit  $L_y \times L_z$  soit égal à l'aire  $A$  de la section droite de la carotte. Les propriétés pétrophysiques du milieu (porosité et perméabilité) ainsi que les saturations et les pressions initiales sont définies aux centres des mailles et sont uniformes sur toute la grille. Les perméabilités relatives eau/gaz sont à nouveau exprimées par des lois puissances comme celles utilisées par Lotfoallahi *et al* (cf. Table 3.2). Par ailleurs, les gradients de pression capillaire, ainsi que l'adsorption des tensioactifs sont négligés dans cette étude.

Les puits injecteur et producteur sont positionnés au centre de la première et dernière maille. Dans ces puits, nous imposons des conditions aux limites bien définies telles qu'un débit constant en entrée pour chaque phase et une pression constante en sortie. Pour réduire les effets de la diffusion numérique sur les résultats de la simulation, nous avons choisi une discrétisation très fine et uniforme dans la direction de l'écoulement ( $\Delta x = 0.028$  cm qui correspond à une discrétisation de 1000 mailles). La simulation est réalisée à l'aide d'un schéma numérique implicite [72].

La table 3.7 donne la viscosité apparente de la mousse ainsi obtenue dérivée du gradient de pression simulé pour plusieurs qualités, en utilisant le modèle de PumaFlow calibré. Comme prévu, ces valeurs simulées sont très proches de celles analytiques données en Table 3.5, puisque la plupart des erreurs relatives par rapport aux résultats analytiques sont de l'ordre de 1 %, sauf dans le régime haute qualité pour lequel l'erreur de la viscosité apparente est de l'ordre de 4%.

Par la suite, afin d'avoir une idée sur la dynamique des profils de saturation et l'évolution des paramètres d'écoulement lors de l'injection de mousse, nous présentons en Figure 3.8 les résultats numériques (PumaFlow) et analytiques (flux fractionnaire) pour la qualité imposée  $f_{g0} = 0.4$  au puits injecteur. La figure 3.8 montre que les résultats numériques coïncident parfaitement avec les solutions analytiques du cas étudié. En particulier, la dynamique des profils de saturation,



TABLE 3.7 – Viscosité apparente de la mousse, pour plusieurs qualités, simulé au moyen du modèle empirique PumaFlow à partir du gradient de pression numérique stabilisé  $|\nabla P| = \frac{|\Delta P|}{L}$ . Les erreurs relatives  $\Delta S_w$  et  $\Delta \mu_f^{\text{app}}$  se réfèrent aux valeurs analytiques indiquées dans la table 3.5.

$f_g$ (-)	$S_w$ (-)	$\Delta S_w$ (%)	$\Delta P$ (bar)	$ \nabla P $ (bar/m)	$\mu_f^{\text{app}}$ (cP)	$\Delta \mu_f^{\text{app}}$ (%)
0.1	0.3942	1.8	14.3345	51.2460	303.93	1.6
0.3	0.3571	1.7	27.1031	96.8940	574.66	1.3
0.5	0.3355	1.5	36.0873	129.0124	765.15	1.1
0.7	0.3161	1.2	41.4113	148.0458	878.03	3.4
0.9	0.3118	0.3	19.1824	68.5774	406.72	4.0

le temps de la percée du gaz, ainsi que l'évolution de la perte de charge ont été reproduits avec succès par la simulation. Par conséquent, moyennant l'adoption de pas de discrétisation approprié (entre 100 et 1000 mailles), un très bon accord est généralement obtenu entre les prévisions numériques et les calculs analytiques. Ceci nous permet de valider les prévisions numériques qui sont utilisées en pratique sur des échelles plus importantes.

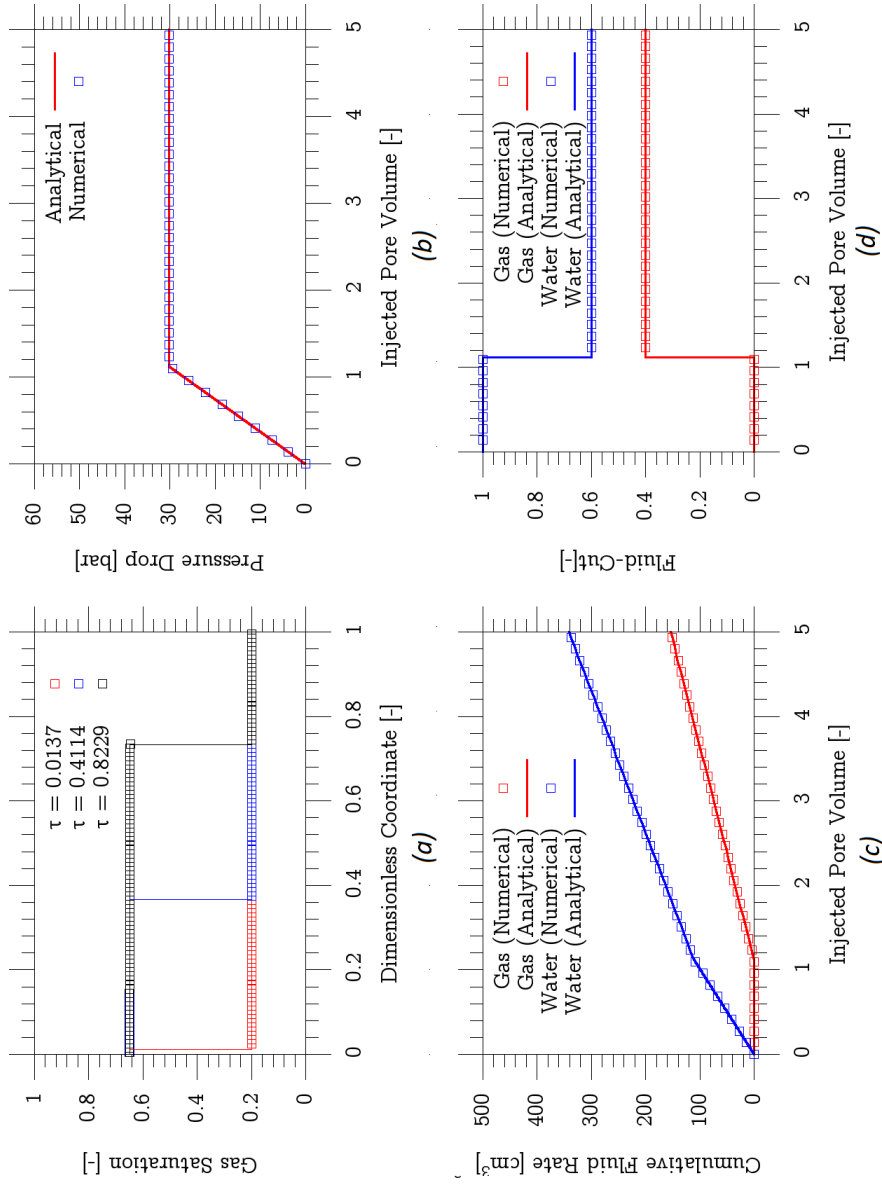


FIGURE 3.8 – Comparaison entre les résultats analytiques et numériques pour un écoulement transitoire de la mousse en régime de faible qualité ( $f_{g0} = 0.4$ ) : (a) profils de saturation à différents instants, (b) différence de pression entre les deux extrémités de la carotte, (c) cumulés en fluides en sortie du massif et (d) débits des fluides à la sortie rapporté au débit total d'injection (traits continus représentent les résultats analytiques et les symboles les résultats numériques).

### 3.5 Conclusion

L'objectif de ce chapitre était de renforcer les fondements physiques des modèles empiriques, en particulier pour les deux fonctions d'interpolation  $F_2$  et  $F_4$ , en vue d'améliorer leur prédictivité. Cet objectif a été assuré en développant l'équivalence entre les modèles empiriques et les modèles à lamelles qui sont fondés sur la description microscopique de la structure moussante. Plus précisément, l'égalité entre la mobilité du gaz moussant, comme exprimée par chaque modèle, nous a permis d'identifier les paramètres empiriques aux paramètres physiques microscopiques (des lois de génération et de destruction des lamelles), et par conséquent, de développer le parallèle entre les deux approches de modélisation. La pertinence de cette équivalence a été montrée et étudiée en utilisant un modèle à lamelles pré-calibré sur la base de données expérimentales de la littérature. Un très bon accord a été constaté entre les résultats des deux modèles. La méthodologie proposée est synthétisée par le graphe ci-dessous.

Ce parallèle ouvre les voies à une nouvelle procédure de calibration des modèles empiriques qui est vraisemblablement plus contraignante par les effets de la texture sur la mobilité du gaz moussant en régime permanent. Une nouvelle procédure sera explicitée, appliquée et comparée à d'autres méthodes de calibration dans le chapitre suivant.

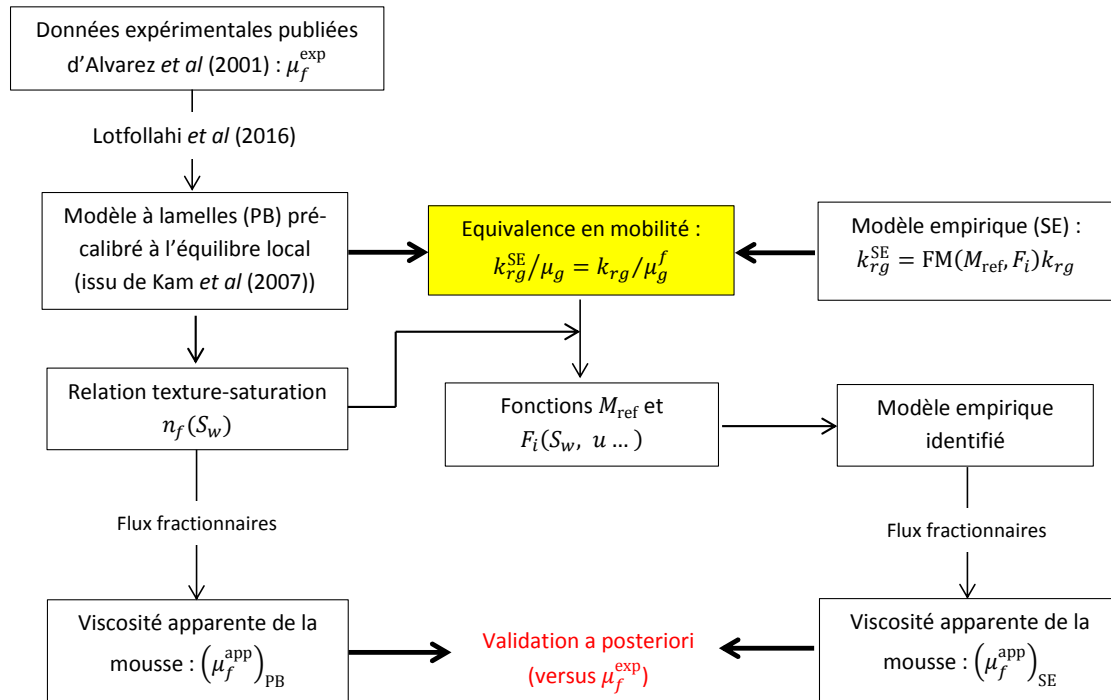


FIGURE 3.9 – Workflow proposé dans ce chapitre pour montrer l'équivalence entre le modèle empirique et le modèle à lamelles de Kam *et al* pré-calibré ; cette équivalence est validée sur la base de la comparaison des viscosités apparentes de la mousse calculées dans le régime permanent selon chaque modèle.

## Chapitre 4

# Calibration du modèle empirique pour différentes perméabilités et estimation de lois d'échelle

L'objectif dans ce chapitre est double : (1) application d'une méthodologie d'identification analogue à celle du chapitre 3 pour calibrer le modèle de mousse empirique à partir de mesures stabilisées de la viscosité apparente de la mousse sur un milieu poreux naturel avec différentes qualités et différentes vitesses totales d'injection ; selon cette méthodologie, nous interprétons les mesures de la viscosité apparente de manière à calculer la texture pour chaque expérience en utilisant un modèle à lamelles en régime permanent, et (2) établir des lois d'échelle des paramètres empiriques avec la perméabilité du milieu poreux. Les lois identifiées expérimentalement seront ainsi discutées et confrontées à des lois théoriques développées pour l'écoulement des trains de bulles de gaz dans des capillaires suivant deux hypothèses (la coalescence statique et dynamiques des lamelles). Ces lois d'échelle sont d'une importance primordiale pour l'évaluation des processus de récupération assistée à base de mousse dans des réservoirs hétérogènes. Notons que les résultats de ce chapitre ont fait l'objet de la deuxième publication Gassara *et al* [110] reproduite en Annexe E et d'un brevet.

Avant de commencer, nous rappelons tout d'abord les méthodes de calibration répertoriées dans la littérature tout en discutant les limitations associées.

### 4.1 Revue des méthodes de calibration existantes

Plusieurs procédures de calibration des modèles empiriques avec des mesures stabilisées de la viscosité apparente de la mousse (ou encore du gradient de pression) sont disponibles dans la littérature. Ces méthodes permettent d'ajuster les paramètres du modèle sur la base d'expériences réalisées avec différentes qualités de mousse et à vitesse totale constante. Ces

méthodes sont examinées et discutées ci-après.

**Boeije et Rossen (2015) [74]** ont proposé une procédure manuelle simple pour calibrer les modèles empiriques avec des mesures de la viscosité apparente. La procédure est basée sur six étapes traitant séparément les données des deux régimes faible et haute qualité. Leur approche suppose une transition abrupte entre les deux régimes, c'est-à-dire de grandes valeurs de  $\Theta$  sont fixées à l'avance ( $\Theta$  entre  $10^4$  et  $10^5$ ). Par ailleurs, les hypothèses de travail incluent une saturation en eau constante et une rhéologie de mousse newtonienne dans le régime haute qualité. Autrement dit, on suppose que le gradient de pression diminue linéairement avec la qualité de la mousse dans ce régime. Les autres paramètres du modèle empirique sont calculés étape par étape. L'approche est simple dans la mesure où elle peut être appliquée directement sur le graphique des données au moyen d'une règle, d'un crayon et d'une calculatrice. Néanmoins, la méthode ne peut pas ajuster correctement une transition progressive entre les deux régimes. Dans ce cas, les auteurs proposent d'utiliser les résultats de leur méthode pour initier un ajustement par moindres carrés.

**Lotfollahi et al (2016) [31]** ont utilisé la méthode de minimisation par moindres carrés non linéaire pour calibrer les modèles empiriques et à lamelles de deux séries de données expérimentales issues d'Alvarez *et al* [1] et Moradi-Araghi *et al* [111]. L'ajustement est fait conjointement sur les deux régimes en utilisant toutes les mesures. Les paramètres du modèle empirique à optimiser sont  $M_{\text{ref}}$ ,  $S_w^*$ ,  $\Theta$  et  $e_c$ . Les limitations de cette méthode sont principalement liées aux lacunes de la minimisation par moindre carrés : l'ajustement final dépend fortement de l'initialisation des paramètres, c'est-à-dire le choix du guess initial doit être effectué d'une manière très soigneuse, et par ailleurs, la solution (la combinaison des paramètres qui ajuste les données expérimentales) peut ne représenter pas la réalité physique des phénomènes qui ont lieu.

**Farajzadeh et al (2015) [34]** ont ajouté des pondérations pour les mesures et des contraintes sur les intervalles de variation des paramètres à estimer par moindres carrés. Notamment, les valeurs de la saturation en eau correspondantes aux points de mesures ont été utilisées dans la définition de la fonction objectif, qui s'écrit dans ce cas

$$\mathcal{O}(X) = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^{n_{\text{data}}} w_j [\mu_{f,j}^{\text{app}}(X, S_{w,j}) - \mu_{f,j}^{\text{exp}}]^2 \quad (4.1)$$

au lieu de  $\mathcal{O}(X) = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^{n_{\text{data}}} [\mu_{f,j}^{\text{app}}(X) - \mu_{f,j}^{\text{exp}}]^2$ , où  $X = (M_{\text{ref}}, S_w^*, \Theta, e_c)$  désigne l'ensemble des paramètres à optimiser ; pour chaque mesure  $j$ ,  $w_j$  est le poids,  $\mu_{f,j}^{\text{app}}$  la viscosité apparente calculée,  $\mu_{f,j}^{\text{exp}}$  la viscosité apparente mesurée et  $S_{w,j}$  la saturation en eau déterminée à partir de la perméabilité relative à l'eau comme expliqué dans la section 3.3.3 du chapitre 3 avec l'équation (3.19). Cette procédure d'ajustement est plus robuste que les précédentes mais

---

demeure néanmoins conditionnée par la fiabilité à accorder aux perméabilités relatives conventionnelles, ce qui ainsi suppose de réaliser un nombre suffisant de déplacements diphasiques.

**Ma *et al* [112, 62]** ont proposé une méthode graphique, avec  $M_{\text{ref}}$  et  $S_w^*$  comme variables, afin de modéliser la transition entre les deux régimes (viscosité apparente maximale et qualité optimale). L’hypothèse de travail consiste à négliger l’effet rhéo-fluidifiant de la mousse dans les expériences à qualité variable et vitesse totale fixée. Le paramètre  $\Theta$  est estimé à posteriori au moyen d’une minimisation par la méthode des moindres carrés sur les autres mesures stabilisées ainsi que sur les données de l’écoulement transitoire de la mousse. Les lacunes de cette procédure résident dans la nécessité d’avoir mesuré précisément l’écoulement transitoire pour pouvoir estimer le paramètre  $\Theta$  et l’hypothèse de travail plus ou moins forte qui consiste à négliger le comportement rhéo-fluidifiant de la mousse dans ce type d’expérience et qui demeure sans justification jusqu’à présent. Plus tard, Ma *et al* [62] ont déterminé les mêmes trois paramètres du modèle  $M_{\text{ref}}$ ,  $S_w^*$ ,  $\Theta$  en utilisant la méthode des moindres carrés comme les autres auteurs, mais en ajoutant une contrainte sur  $S_w^*$  pour éviter la non-unicité des solutions ( $M_{\text{ref}}$ ,  $S_w^*$ ).

Pour conclure, cet aperçu général des procédures de calibration des modèles empiriques montre que toutes les méthodes sont basées sur une exploitation directe des données expérimentales pour estimer les paramètres du modèle, sans chercher à expliquer/valider l’ajustement par des lois physiques relatives à l’écoulement de mousse. Par ailleurs, le nombre d’inconnues du problème et les discontinuités (chocs) caractérisant les solutions des équations du flux fractionnaire du gaz moussant rendent la calibration du modèle imprécise, voir peuvent conduire à des indéterminations (solutions multiples). Pour cela, nous proposons une nouvelle méthode qui vise à surmonter ces difficultés en se basant sur les modèles en texture. Plus précisément, la méthode proposée décrit l’utilisation d’un modèle à lamelles en régime permanent comme intermédiaire pour calibrer le modèle empirique de manière plus justifiée.

## 4.2 Expériences de déplacement de mousse à qualité, vitesse totale et perméabilité variables

Les expériences considérées [113] sont des séries de déplacement de mousse réalisées sur trois carottes de grès de Fontainebleau. La phase gazeuse est composée de 80 % de dioxyde de carbone  $\text{CO}_2$  et 20 % de méthane  $\text{CH}_4$ , et la phase aqueuse est une solution d’eau de mer désulfatée synthétique (DSW), dans laquelle un tensioactif est dissous à une concentration de 5 g/L pour générer la mousse. Les conditions thermodynamiques sont 60 °C et 80 bar. Pour chacune des trois carottes, une série de déplacements a été effectuée avec différentes valeurs de la qualité de la mousse et de la vitesse totale d’injection imposées en entrée.

Chaque série de mesures a été réalisée comme suit : on commence par la co-injection de saumure et de gaz à différents débits totaux successifs croissants avec une fraction de gaz fixe. La différence de pression entre les deux extrémités de la carotte est enregistrée. La même séquence

d'injection est effectuée à nouveau, mais cette fois avec la solution de tensioactif au lieu de la saumure. Une fois le débit le plus élevé injecté, la mousse est réinjectée à la vitesse initiale la plus faible pour mesurer l'effet de l'hystérésis sur la mousse. Cependant, ces effets d'hystérésis ne sont pas analysés dans le cadre de notre étude. Les tables 4.1 et 4.2 résument les propriétés des trois carottes et des fluides utilisés dans cette étude expérimentale.

TABLE 4.1 – Propriétés des milieux poreux utilisés [113].

Carotte	Diamètre (cm)	Longueur (cm)	Porosité $\phi$ (%)	Perméabilité $k$ (mD)
1	2.4	8.8	12	368
2	2.4	13.1	11	121
3	2.4	15.4	10	55

TABLE 4.2 – Propriétés des fluides injectés [113].

Gaz	80%CO <sub>2</sub> -20%CH <sub>4</sub>	$\mu_w(T, P)$ (cP)	0.58
$T$ (°C)	60	$\mu_g(T, P)$ (cP)	0.019
$P$ (bar)	80	$\rho_w(T, P)$ (kg/m <sup>3</sup> )	980
$\sigma$ (mN/m)	43	$\rho_g(T, P)$ (kg/m <sup>3</sup> )	140

Étant donné que les mesures de la différence de pression en régime permanent présentent des oscillations, nous avons moyenné les mesures afin de lisser les fluctuations expérimentales. Ensuite, nous déduisons la viscosité apparente de la mousse mesurée  $\mu_f^{\text{exp}}$  comme  $\mu_f^{\text{exp}} = \frac{k}{u} \frac{|\Delta P|}{L}$ , où  $\Delta P$  est la différence de pression mesurée en écoulement permanent et  $L$  la longueur de la carotte. Ainsi, pour chaque milieu poreux,  $\mu_f^{\text{exp}}$  est déterminée en fonction de la qualité de la mousse  $f_g$  et de la vitesse totale  $u$ . Ces données, reportées en Figure 4.1, constituent les mesures principales de cette étude expérimentale.

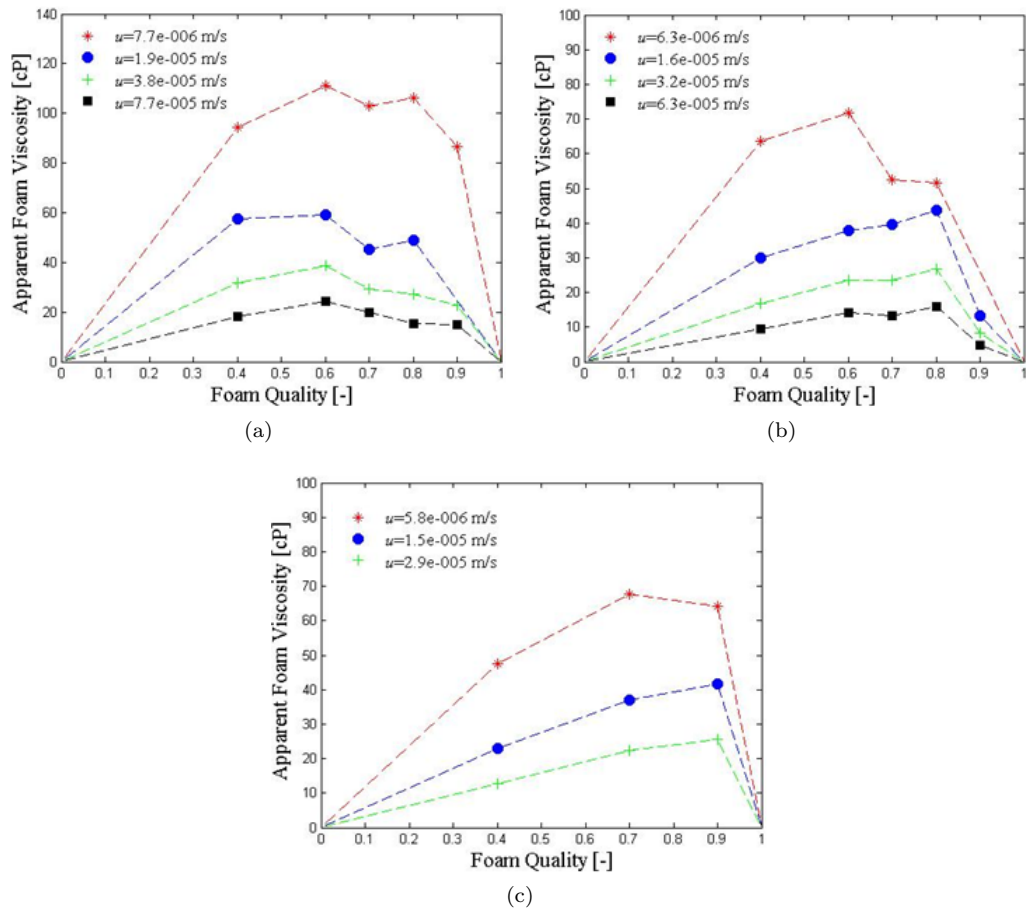


FIGURE 4.1 – Variation de la viscosité apparente mesurée en régime permanent en fonction de la qualité et de la vitesse totale d'injection : (a) carotte 1, (b) carotte 2 et (c) carotte 3. Les symboles représentent les mesures et les lignes discontinues des guides visuels pour la lecture des données à vitesse totale constante.



### 4.3 Calibration du modèle empirique

Comme discuté en section 4.1, plusieurs procédures de calibration des modèles empiriques à partir de mesures de viscosité apparente à qualité variable ont été proposées et utilisées dans la littérature. Deux méthodes seront appliquées et comparées dans ce chapitre pour ajuster le modèle de mousse empirique du simulateur de PumaFlow aux données expérimentales de Pedroni et Nabzar (2016) [113].

La première méthode appliquée est basée sur la procédure proposée par Farajzadeh *et al* [34] que nous avons modifiée pour tenir compte des effets de la vitesse totale. La deuxième méthode proposée est basée sur l'équivalence entre les modèles de mousse empiriques et à lamelles, de sorte que l'ajustement des fonctions  $F_2$  et  $F_4$  peut être mené séparément. La calibration de  $F_2$  est assurée directement à partir des mesures expérimentales transcrites en texture de mousse adimensionnelle et  $F_4$  est estimée à partir des séries de mesures à vitesse totale variable dans le régime faible qualité.

Chaque méthode sera appliquée pour les trois carottes afin d'étudier l'impact de la perméabilité sur les paramètres du modèle. Au préalable, des perméabilités relatives gaz-eau conventionnelles sont nécessaires. Elles sont déterminées ci-après.

#### 4.3.1 Étape préliminaire : détermination des perméabilités relatives gaz-eau conventionnelles

Cette étape est obligatoire si les perméabilités relatives conventionnelles ne sont pas disponibles. Les perméabilités relatives gaz-eau ont été déterminées à partir des données de coinjection gaz-eau mesurées avec différentes fractions de gaz, comme décrit dans la section 4.2. Seules les mesures stabilisées à la vitesse la plus élevée sont considérées pour les raisons suivantes : (1) les fluctuations de mesure se réduisent avec l'augmentation de la vitesse, et (2) l'hypothèse d'une pression capillaire négligeable est plus légitime pour un débit élevé (voir l'expression de  $\psi_g$  dans l'équation (B.2)). Des lois puissance ont été utilisées pour ajuster les fonctions de perméabilité relative, à savoir

$$k_{rg}(S) = k_{rg}^{\max} S^{n_g} \quad \text{et} \quad k_{rw}(S) = k_{rw}^{\max} (1 - S)^{n_w} \quad (4.2)$$

où  $S = \frac{S_g - S_{gi}}{1 - S_{gi} - S_{wr}}$  désigne la saturation en gaz normalisée,  $S_{wr}$  la saturation en eau résiduelle,  $S_{gi}$  la saturation en gaz irréductible;  $k_{rg}^{\max}$  et  $k_{rw}^{\max}$  désignent respectivement la perméabilité relative maximale au gaz et à l'eau, et  $n_g$  et  $n_w$  les exposants. Par conséquent, le problème de la détermination des perméabilités relatives implique six inconnues qui sont les points des saturations limites, les perméabilités maximales et les exposants, menant au sextuplet d'inconnues

$$X = (n_g, n_w, S_{wr}, S_{gi}, k_{rg}^{\max}, \text{ et } k_{rw}^{\max})$$

---

Ces inconnues sont déterminées en résolvant un problème d'optimisation qui consiste à minimiser la somme quadratique des écarts entre les mesures et les prédictions de la différence de pression stabilisée pour chaque fraction de gaz  $f_g$  imposée lors de l'expérience de co-injection gaz/eau. Nous notons  $\mathcal{F}_\alpha$  l'ensemble des fractions de gaz injectées l'échantillon  $\alpha = 1, 2, \text{ et } 3$ . Pour chaque carotte  $\alpha$ , nous définissons la fonction objectif suivante

$$\mathcal{O}_\alpha^{k_r}(X) = \frac{1}{2} \sum_{f_g \in \mathcal{F}_\alpha} |\delta(f_g, X)|^2 \quad \text{avec} \quad \delta(f_g, X) = \frac{\Delta P^{\text{exp}}(f_g) - \Delta P^{\text{cal}}(f_g, X)}{\Delta P^{\text{exp}}(f_g)} \quad (4.3)$$

où, pour chaque fraction de gaz  $f_g \in \mathcal{F}_\alpha$ ,  $\delta(f_g, X)$  désigne l'erreur relative à la mesure;  $\Delta P^{\text{exp}}(f_g)$  et  $\Delta P^{\text{cal}}(f_g, X)$  sont respectivement la différence de pression mesurée et calculée.

Les valeurs du sixuplet  $X$  minimisant la fonction objectif  $\mathcal{O}_\alpha^{k_r}(X)$  sont recherchées dans un espace  $\mathcal{X}$ . Cet espace est finement discrétisé sur des intervalles de variation suffisamment importants. Les limites inférieures et supérieures pour chaque paramètre ont été sélectionnées de telle sorte que les résultats soient cohérents avec les fonctions de perméabilité relative d'un grès mouillables à l'eau [114, 115, 116].

Pour chaque combinaison de paramètres  $X \in \mathcal{X}$ , les valeurs de la différence de pression sont calculées en deux étapes. Tout d'abord, la saturation en gaz  $S_g$  en régime permanent, correspondante à la fraction de gaz étudiée  $f_g \in \mathcal{F}_\alpha$ , est déterminée en inversant l'équation du flux fractionnaire de gaz, reformulée ci-dessous avec les fonctions de puissance des perméabilités relatives (voir Annexe B) :

$$\frac{1}{f_g(S_g)} = 1 + C \frac{(1 - S_g - S_{wr})^{n_w}}{(S_g - S_{gi})^{n_g}} \quad \text{avec} \quad C = \frac{\mu_g k_{rg}^{\max}}{\mu_w k_{rw}^{\max}} (1 - S_{gi} - S_{wr})^{n_g - n_w} \quad (4.4)$$

Puis, la différence de pression en régime permanent est calculée par application de la loi de Darcy généralisée à n'importe quelle phase, par exemple à la phase gazeuse comme :

$$\Delta P^{\text{cal}}(f_g, X) = \frac{\mu_g L f_g u}{k k_{rg}(S_g)}$$

Un jeu de  $k_r$  unique a été déterminé pour les deux premières carottes les plus perméables et un autre pour la troisième, car la structure poreuse diffère entre les deux premiers échantillons et le troisième d'après les données de pressions capillaires. En effet, les courbes d'injection de mercure mesurées sur des échantillons similaires montrent que la distribution de la taille des pores pour le grès de Fontainebleau est modifiée lorsque la perméabilité est inférieure à quelques dizaines de millidarcy, probablement en raison de la cimentation accrue. Ces données d'injection de mercure ont été utilisées pour déterminer les fonctions capillaires gaz-eau de nos trois échantillons, comme le montre la figure 4.9 (a). La courbe de pression capillaire de la troisième carotte diffère significativement des deux autres qui sont homothétiques. Par conséquent, un ensemble unique de paramètres des  $k_r$  a été déterminé pour les carottes 1 et 2, à partir de

la minimisation de la somme  $\mathcal{O}_1^{k_r}(X) + \mathcal{O}_2^{k_r}(X)$ , et un autre pour la carotte 3 en minimisant  $\mathcal{O}_3^{k_r}(X)$ .

### 4.3.2 Méthodes de calibration du modèle empirique

Pour commencer, on détermine la saturation en eau obtenue pour chaque expérience de déplacement de mousse. Compte tenu de l'hypothèse d'invariance de la perméabilité relative à l'eau  $k_{rw}$  en présence et en absence de mousse,  $S_w$  est obtenue en inversant la fonction  $k_{rw}$ , comme indiqué en section 3.3.3 du chapitre 3 (voir équation (3.19)). Ainsi, la saturation en eau  $S_w$  est liée à la mesure de la viscosité apparente par

$$S_w = S_{wr} + (1 - S_{wr} - S_{gi}) \left[ \frac{\mu_w(1 - f_g)}{k_{rw}^{\max} \mu_f^{\exp}(f_g u)} \right]^{1/n_w} \quad (4.5)$$

Comme indiqué ci-dessus, deux méthodes seront appliquées dans cette section afin de calibrer le modèle de mousse empirique à partir des mesures. Tout d'abord, nous présentons la méthode directe proposée par Farajzadeh *et al* [34] qui repose sur une minimisation par moindres carrés. Ensuite, nous explicitons notre nouvelle procédure.

#### 4.3.2.1 Méthode de Farajzadeh *et al* : ajustement par moindres carrés

Les valeurs de la saturation en eau déterminées dans la deuxième étape sont utilisées dans la définition de la fonction objectif  $\mathcal{O}^{FM}$  qui minimise l'écart entre la viscosité apparente mesurée et prédite par le modèle empirique. Nous rappelons que la viscosité apparente pour chaque point de mesure peut être calculée comme (voir équation (3.20))

$$\frac{1}{\mu_f^{\text{app}}(Y; f_g u)} = \frac{k_{rw}(S_w)}{\mu_w} + \frac{FM(Y; f_g u) \cdot k_{rg}(S_w)}{\mu_g} \quad (4.6)$$

où  $S_w$  est obtenue pour chaque mesure à partir de l'équation (4.5), et  $FM$  est évaluée comme

$$\frac{1}{FM(Y; f_g u)} = 1 + (M_{\text{ref}} - 1) F_2(S_w) F_4(f_g u) \quad (4.7)$$

où  $Y = (M_{\text{ref}}, S_w^*, \Theta, e_c)$  est le quadruplet d'inconnues du modèle de mousse à estimer. Les contraintes sur les paramètres sont à définir par rapport aux limites physiques, à savoir  $M_{\text{ref}} \geq 0$ ,  $S_{wr} \leq S_w^* \leq 1 - S_{gi}$ ,  $\Theta > 0$  et  $e_c \geq 0$ . Par ailleurs, le nombre capillaire de référence  $N_{cg}^{\text{ref}}$  est fixé à la valeur expérimentale minimale, atteinte en régime permanent, comme

$$N_{cg}^{\text{ref}} = \min_{\alpha \in \{1,2,3\}} \left( \min_{f_g \in \mathcal{F}_\alpha, u \in \mathcal{U}_\alpha} \frac{\mu_g f_g u}{\sigma \phi S_g} \right) \quad (4.8)$$

Finalement, la fonction objectif  $\mathcal{O}^{FM}(Y)$  à minimiser est définie pour chaque carotte  $\alpha$  par

$$\mathcal{O}_\alpha^{FM}(Y) = \frac{1}{2} \sum_{f_g \in \mathcal{F}_\alpha} \sum_{u \in \mathcal{U}_\alpha} |\delta(Y; f_g u)|^2 \quad \text{avec} \quad \delta(Y; f_g u) = \frac{\mu_f^{\text{exp}}(f_g u) - \mu_f^{\text{app}}(Y; f_g u)}{\mu_f^{\text{exp}}(f_g u)} \quad (4.9)$$

où pour chaque carotte  $\alpha$  et chaque couple de valeurs expérimentales de la qualité  $f_g$  et de la vitesse totale  $u$ ,  $\delta(Y; f_g u)$  désigne l'erreur relative de la viscosité apparente du modèle. Le même poids a été appliqué pour toutes les mesures car nous ne disposons pas de l'incertitude de chaque mesure  $\mu_f^{\text{exp}}$ . La fonction objectif est minimisée à l'aide d'un algorithme de moindres carrés non linéaire.

#### 4.3.2.2 Méthode d'identification du modèle empirique au modèle à lamelles

La méthode d'identification s'appuie sur l'équivalence entre les modèles de mousse empiriques et à lamelles à l'équilibre local, comme nous l'avons décrit dans le chapitre 3 [101]. Toutefois, à la différence du chapitre 3 où nous adoptons un modèle à lamelles pré-calibré, nous repartons ici de la loi de viscosité du gaz s'écoulant sous forme de mousse en fonction de la densité de lamelles  $n_f$ , exprimée par :

$$\mu_g^f = \mu_g + \frac{C_f n_f}{v_f^c} \quad (4.10)$$

où  $C_f$  est une constante pour le système roche-fluides considéré et  $c$  l'exposant qui exprime le caractère rhéo-fluidifiant de la mousse lorsque la vitesse croît à texture fixée. Cette loi rhéologique du gaz s'écoulant sous forme de bulles est déduite de travaux publiés sur les écoulements d'une ou plusieurs bulles de gaz dans des tubes capillaires [32, 10, 86, 87, 88] et dont nous avons pu vérifier la validité sur des mesures microfluidiques mises à disposition au début de cette thèse (voir Annexe A). Ces études indiquent que la valeur théorique de  $c$  est proche de  $\frac{1}{3}$ . Toutefois, la valeur exacte de cet exposant demeure controversée dans la littérature en raison de la complexité de l'écoulement de mousse dans les milieux poreux naturels qui peuvent difficilement être assimilés à des tubes capillaires parallèles.

Ce modèle physique en texture permet de relier la saturation (paramètre caractéristique de l'écoulement polyphasique en milieu poreux) à la texture (paramètre caractéristique de la mousse). La relation entre ces deux paramètres s'obtient en remplaçant  $\mu_g^f$  par son expression (4.10) dans le ratio  $\frac{f_g}{f_w}$ , qui s'écrit comme  $\frac{k_{rg} \mu_w}{k_{rw} \mu_g^f}$  selon les équations de Darcy généralisées à pression capillaire négligée. En réarrangeant les termes, nous obtenons

$$C_f n_f = \left( \frac{1 - f_g}{f_g} \frac{k_{rg}(S_w)}{k_{rw}(S_w)} \mu_w - \mu_g \right) \left( \frac{f_g u}{\phi S_g} \right)^c \quad (4.11)$$

Au moyen des relations (4.5) et (4.11), il est possible pour toute valeur de la qualité de la mousse  $f_g$  et de la vitesse totale  $u$ , de déterminer une unique valeur de saturation et une valeur de la texture (à la valeur de la constante  $C_f$  près). Ainsi, la texture  $n_f$  peut être vue comme une fonction de la saturation en eau.

Compte tenu de l'invariance de  $C_f$  pour un système moussant donné, on calcule la texture normée  $n_D$  pour chaque série d'expérience comme :

$$n_D(f_g u) = \frac{C_f n_f(f_g u)}{\max_{f'_g \in \mathcal{F}_\alpha, u' \in \mathcal{U}_\alpha} C_f n_f(f'_g u')} \quad (4.12)$$

La constante  $C_f$  est estimée à partir de la valeur maximale du produit  $C_f n_f$ , égale à  $C_f n_f^{\max}$ , où  $n_f^{\max}$  est la texture maximale de la mousse. En effet, en première approche, cette dernière peut être corrélée au rayon caractéristique des pores du milieu poreux étudié. Ce rayon peut être formulé comme  $r = \sqrt{8k/\phi}$  selon la représentation simplifiée d'un milieu poreux de porosité  $\phi$  et de perméabilité  $k$  comme un assemblage de capillaires parallèles identiques. La simplification physique de  $n_f^{\max}$  doit être encore précisée. En effet, la différence de pression mesurée au cours d'un déplacement unidimensionnel de mousse est liée au nombre de lamelles par unité de longueur de la direction de l'écoulement. Par conséquent, la texture de la mousse à considérer dans l'équation (4.10) est une texture linéique, i.e. le nombre de lamelles par unité de longueur. Ainsi, en considérant des bulles de mousse sphériques de rayon égal (ou proportionnel) au rayon de pore  $r$ , le nombre de lamelles par unité de longueur de pore est proportionnel à  $\frac{\pi r^2}{\frac{4}{3}\pi r^3} = \frac{3}{4r} \sim \frac{1}{r}$ . Finalement, la texture maximale  $n_f^{\max}$ , également notée  $n_L^{\max}$ , sera quantifiée comme suit :

$$n_f^{\max} = n_L^{\max} = \frac{3}{4} \sqrt{\frac{\phi}{8k}} \quad (4.13)$$

Les conditions expérimentales pour lesquelles la texture maximale  $n_f^{\max}$  est atteinte sont appelées conditions de référence (réduction de mobilité du gaz maximale).

Avant de détailler le paramétrage des fonctions d'interpolation du modèle empirique par identification au modèle physique en texture, nous rappelons les égalités de l'équivalence développées en chapitre 3 :

$$\begin{cases} M_{\text{ref}} = 1 + \frac{C_f n_f^{\max}}{\mu_g} \left( \frac{\mu_g}{N_{cg}^{\text{ref}} \sigma} \right)^c & e_c = c \\ F_2(S_w) = \frac{n_f}{n_f^{\max}} = n_D & F_4(N_{cg}) = \left( \frac{N_{cg}^{\text{ref}}}{N_{cg}} \right)^c \end{cases} \quad (4.14)$$

où  $N_{cg}^{\text{ref}}$  est le minimum des valeurs de  $N_{cg}$  donné par l'équation (4.8). Par conséquent, le paramètre  $M_{\text{ref}}$  peut être facilement déterminé à partir des paramètres physiques  $C_f$  et  $n_f^{\max}$ , caractéristiques du système roche-fluide considéré. Néanmoins, le paramétrage de la fonction  $F_2$  et  $F_4$  n'est pas simple et doit être détaillé dans ce qui suit.

**Calibration de la fonction  $F_4$ .** L'exposant  $c$  (ou par équivalence  $e_c$ ) du caractère rhéofluidifiant de la mousse en milieu poreux est déterminé à partir des expériences de déplacement de mousse à vitesse totale variable pour une qualité fixée dans le régime faible qualité. En combinant l'expression de la viscosité apparente de la mousse  $\mu_f^{\text{app}} = \frac{k}{u} |\nabla P|$ , l'expression de

$|\nabla P|$  selon l'équation de Darcy généralisée pour le gaz moussant, et l'équation (4.10) de la viscosité effective  $\mu_g^f$ , nous pouvons exprimer  $\mu_f^{\text{app}}$  comme suit

$$\mu_f^{\text{app}} = \frac{k}{u} |\nabla P| = \mu_g^f \frac{f_g}{k_{rg}} \approx \frac{C_f n_f^{\text{max}} n_D(S_w)}{(v_g^f)^c} \frac{f_g}{k_{rg}(S_w)} \quad (4.15)$$

en négligeant la contribution de la viscosité du gaz dans l'expression de  $\mu_g^f$ . Par ailleurs, nous supposons que, dans le régime faible qualité, la texture adimensionnelle  $n_D$  est fixe et proche de 1 ( $n_D \approx 1$ ) pour toutes les vitesses. Par conséquent, d'après l'équation (4.15), nous concluons que  $\mu_f^{\text{app}} k_{rg}(S_w)$  est inversement proportionnel à une fonction puissance de la vitesse interstitielle du gaz moussant  $(v_g^f)^c$  (ou du nombre capillaire  $N_{cg}$  suivant les notations de la fonction  $F_4$ ) pour les expériences à vitesse totale variable pour une qualité fixée du régime de faible qualité. Nous notons  $\mathcal{LQ}_\alpha$  l'ensemble des valeurs de qualité adoptées en régime de faible qualité à l'échantillon  $\alpha = 1, 2$ , et 3 et  $N_\alpha$  son nombre d'éléments. Ainsi, pour chaque carotte  $\alpha$  et pour les différentes valeurs de  $f_g \in \mathcal{LQ}_\alpha$ , une valeur de l'exposant  $c(f_g)$  peut être déterminée par un ajustement des données de  $\mu_f^{\text{exp}} k_{rg}(S_w)$  à une loi de puissance de  $N_{cg}$ . La valeur de  $c$  ainsi ajustée ne varie pas trop entre les séries de déplacement réalisée. Par conséquent, une valeur moyenne  $c = \frac{1}{N_\alpha} \sum_{f_g \in \mathcal{LQ}_\alpha} c(f_g)$  peut être retenue, comme indiqué plus loin.

**Calibration de la fonction  $F_2$ .** Après avoir déterminé le coefficient  $c$  et la valeur de  $n_f^{\text{max}}$  selon l'équation (4.13), nous pouvons transcrire les mesures de la viscosité apparente en textures adimensionnelles  $n_D$  au moyen des relations (4.11) et (4.12). Ainsi, les paramètres  $S_w^*$  et  $\Theta$  de la fonction  $F_2(S_w)$ , qui est identifiée à la fonction  $n_D$ , peuvent être déterminés par un ajustement numérique. Alternativement, on peut déterminer graphiquement ces deux paramètres en traçant  $n_D(S_w)$ . Tout d'abord,  $S_w^*$  est identifiée à l'inverse de  $n_D(S_w)$  pour une valeur de  $\frac{1}{2}$ . Une fois  $S_w^*$  identifiée, le paramètre  $\Theta$  peut être déterminé en fixant  $F_2 = 1$  à la saturation en eau de référence  $S_w^{\text{ref}}$  (donnée de saturation correspondante à la texture de mousse maximale). Comme  $F_2$  est exprimée par une fonction arctan, une tolérance  $\epsilon$  sur  $F_2(S_w^{\text{ref}})$  doit être considérée telle que  $F_2(S_w^{\text{ref}}) = 1 - \epsilon$ , ainsi  $\Theta = \tan[\pi(\frac{1}{2} - \epsilon)] / (S_w^{\text{ref}} - S_w^*)$ . Cette dernière méthode graphique est pertinente si les données de textures échantillonnent suffisamment la transition entre les deux régimes faible et haute qualité. Sinon,  $S_w^*$  et  $\Theta$  ne peuvent être estimés qu'approximativement et une méthode de moindres carrés est alors utilisée pour ajuster au mieux ces paramètres.

## 4.4 Résultats et discussions

### 4.4.1 Ajustement du flux fractionnaire gaz-eau conventionnel

En suivant la méthode détaillée dans la section 4.3.1, nous calibrons les fonctions de perméabilité relative gaz-eau. À cette fin, les deux ensembles de paramètres optimaux qui minimisent les fonctions objectifs  $\mathcal{O}_1^{k_r} + \mathcal{O}_2^{k_r}$  et  $\mathcal{O}_3^{k_r}$  telles que définies dans la section 4.3.1, sont recherchés sur un espace discret fin  $\mathcal{X}$ , défini par  $n_g \in [1.3, 2.8]$  avec  $\Delta n_g = 0.1$ ,  $n_w \in [2.8, 4.2]$

avec  $\Delta n_w = 0.1$ ,  $S_{wr} \in [0, 0.4]$  avec  $\Delta S_{wr} = 0.05$ ,  $S_{gi} \in [0, 0.2]$  avec  $\Delta S_{gi} = 0.05$ ,  $k_{rw}^{\max} \in [0.1, 0.5]$  avec  $\Delta k_{rw}^{\max} = 0.05$  et  $k_{rg}^{\max} \in [0.6, 0.9]$  avec  $\Delta k_{rg}^{\max} = 0.05$ . Les ensembles optimaux sont listés dans la table 4.3, et les perméabilités relatives gaz-eau correspondantes ainsi que les flux fractionnaires sont présentés en Figure 4.2.

TABLE 4.3 – Fonctions de perméabilités relatives optimales pour les carottes 1-2 et pour la carotte 3.

Carotte	$n_g$ (-)	$n_w$ (-)	$S_{wr}$ (-)	$S_{gi}$ (-)	$k_{rg}^{\max}$ (-)	$k_{rw}^{\max}$ (-)
1 et 2	1.4	4.2	0.2	0.1	0.6	0.5
3	2.0	3.6	0.15	0.05	0.6	0.35

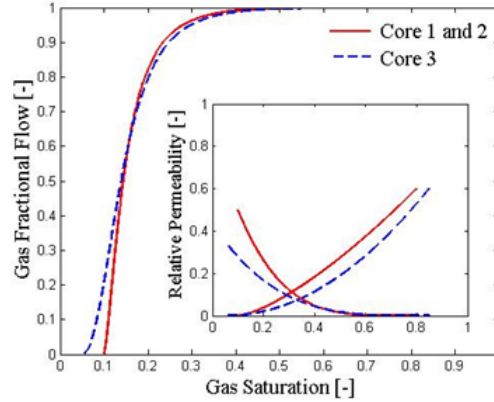


FIGURE 4.2 – Courbes de flux fractionnaire du gaz et de perméabilité relative ajustées pour les carottes 1 et 2 d'une part, et pour la carotte 3, d'autre part (les paramètres optimaux sont donnés dans la table 4.3).

Afin de vérifier la qualité de l'ajustement pour chaque carotte, nous confrontons les différences de pression calculées à celles mesurées en régime permanent dans la figure 4.3. Nous remarquons que les  $k_r$  ajustées décrivent correctement les données expérimentales, à des degrés différents selon la fraction du gaz imposée. Notons que les données expérimentales montrent quelques anomalies dans l'ordre de classement des différences de pression en fonction de la fraction du gaz, telle que notamment les fractions du gaz 0.7 et 0.8 pour la première carotte. L'évolution de la différence de pression simulée et mesurée en transitoire, pour les fractions de gaz imposées sur les trois carottes, sont montrées dans l'annexe C. Les gradients de pression capillaire ont été intégrés dans ces simulations afin d'évaluer leur impact sur l'écoulement diphasique et de valider notre hypothèse de travail. Nous avons trouvé que les  $k_r$  ajustées à partir des mesures stabilisées au débit le plus élevé prédisent bien l'évolution du  $\Delta P$  en transitoire et que donc l'hypothèse de gradients de pression capillaire négligeables est légitime dans notre étude.

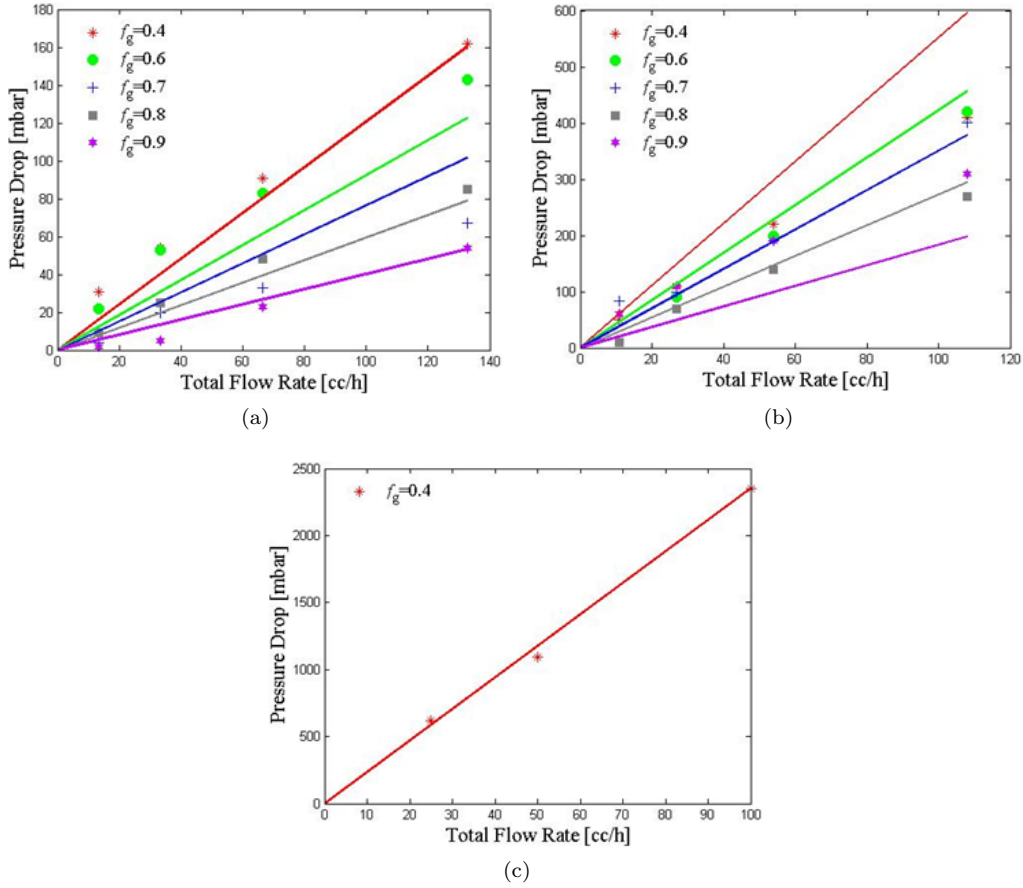


FIGURE 4.3 – Comparaison entre la différence de pression calculée et mesurée en régime permanent après ajustement des perméabilités relatives au débit total le plus élevé dans chaque cas : (a) carotte 1, (b) carotte 2 et (c) carotte 3 (les lignes et les symboles représentent respectivement les calculs analytiques et les mesures).

#### 4.4.2 Estimation des paramètres du modèle empirique

D'une part, nous commençons par la méthode de Farajzadeh *et al* décrite dans la section 4.3.2.1. L'ensemble des paramètres du modèle de mousse, désigné par  $Y$ , est ajusté à l'aide d'une méthode de moindres carrés appliquée sur un domaine discret de paramètres, limité par

$$\begin{cases} 10^2 \leq M_{\text{ref}} \leq 10^4 & S_{wr} \leq S_w^* \leq S_{wr} + 0.3 \\ 10 \leq \Theta \leq 10^4 & 0.1 \leq e_c \leq 0.8 \end{cases} \quad (4.16)$$

Les paramètres du modèle de mousse calibré avec cette méthode sont donnés dans la table 4.5.

D'autre part, nous appliquons la méthode d'identification du modèle de mousse empirique au modèle physique en texture comme suit :

- Nous commençons par la détermination de l'exposant de la fonction  $F_4$ . À cette fin,



pour chaque qualité de mousse  $f_g \in \mathcal{LQ}_\alpha$ , les produits  $\mu_f^{\text{app}} k_{rg}(S_w)$  à différentes vitesses totales sont ajustés par une loi de puissance avec un exposant  $c(f_g)$  selon les développements précédents (voir la section 4.3.2.2). Comme le montre la figure 4.4, les valeurs  $c(f_g)$  ajustées pour chaque carotte sont très proches et une valeur moyenne  $c = \frac{1}{N_\alpha} \sum_{f_g \in \mathcal{LQ}_\alpha} c(f_g)$  peut être retenue. Par ailleurs, les valeurs de  $c$  sont également très proches d'une carotte à une autre, comme indiqué dans la table 4.5. En conséquence, nous n'avons pas tenté d'identifier une loi d'échelle de ce paramètre en fonction de la perméabilité.

- Nous procédons ensuite au paramétrage de la fonction  $F_2$ . À cette fin, les valeurs  $C_f n_f$  calculées à l'aide de l'équation (4.11) sont tracées en fonction de la qualité de la mousse, afin de déterminer le produit  $C_f n_f$  maximum, qui est égal à  $C_f n_f^{\text{max}}$  étant donné que  $C_f$  est invariant pour un système roche-fluide donné. La texture maximale  $n_f^{\text{max}}$  est estimée à partir de la taille de pore caractéristique de la carotte considérée (estimée à partir de sa porosité et de sa perméabilité comme indiqué par l'équation (4.13)). Les résultats obtenus sont présentés en Figure 4.5.
- La texture adimensionnelle  $n_D$  peut être ainsi calculée et tracée en fonction de la qualité de la mousse, ou en fonction de la saturation en tenant compte de la relation bi-univoque entre  $f_g$  et  $S_w$  résultant de l'équation (4.5). La fonction  $n_D(S_w)$  déterminée peut alors être utilisée pour déterminer les paramètres  $S_w^*$  et  $\Theta$  de la fonction  $F_2$ . La méthode de moindres carrés a été utilisée et appliquée aux données transcrites en texture à la plus faible vitesse puisqu'elles reflètent le mieux les effets de la texture et présentent également moins de dispersion (voir Figure 4.6). En effet, le modèle de mousse empirique suppose implicitement que  $F_2$ , et en particulier le paramètre  $S_w^*$ , est indépendant de la vitesse du gaz dont l'effet est pris en compte par la fonction  $F_4$ . L'invariance de  $S_w^*$  est également conforme au concept de la modélisation de la mousse à la pression capillaire critique  $P_c^*$  tel qu'expliqué par Zhou et Rossen [108, 117].
- Finalement, la réduction de mobilité du gaz de référence  $M_{\text{ref}}$  est estimée au moyen de l'équation (4.14).

Pour résumer, la méthode d'identification ci-dessus se révèle être une procédure de traitement déterministe basée sur une transcription de mesures de viscosité apparente en termes de saturation et de texture. Certes le modèle de mousse résultant reste un modèle approximatif, en raison des incertitudes de mesure et des hypothèses sous-jacentes à la méthode de transcription des mesures, comme l'absence d'effets capillaires et de la compressibilité et l'établissement du régime permanent.

Les paramètres du modèle à lamelles ainsi obtenus sont donnés dans la table 4.4 et les paramètres du modèle empirique ajusté selon les deux méthodes sont résumés dans la table 4.5.

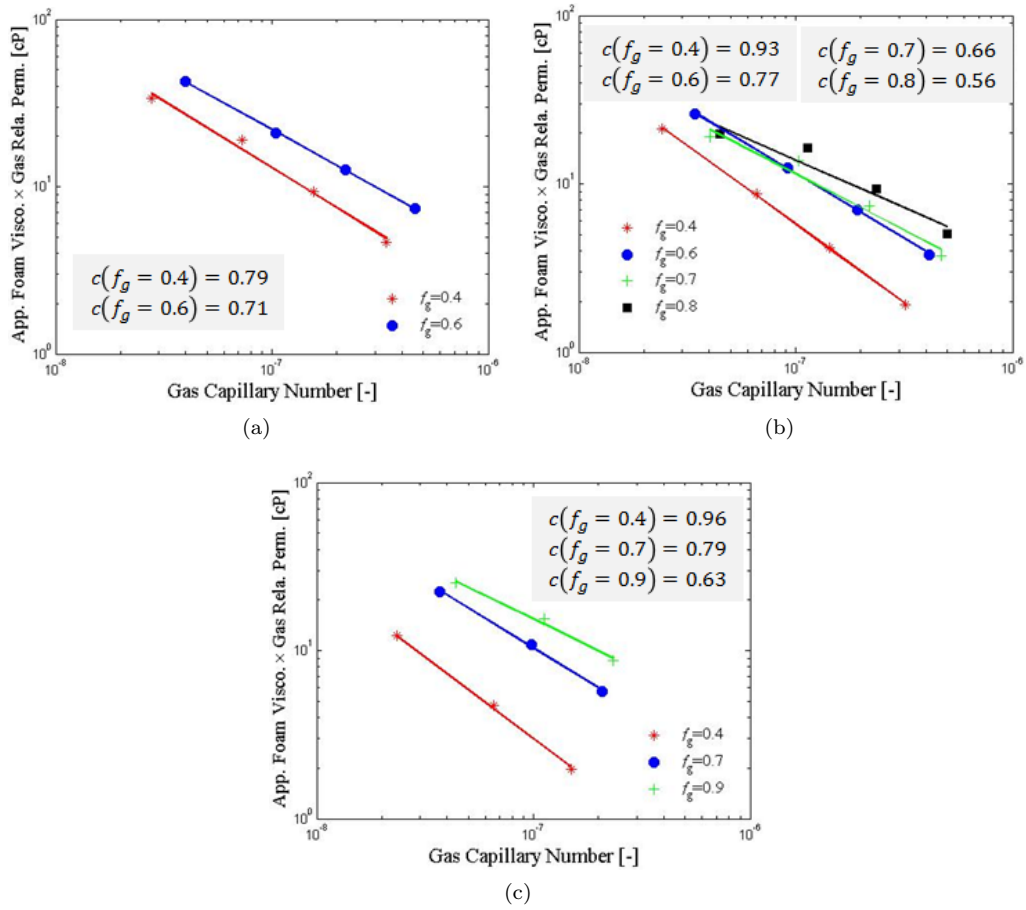


FIGURE 4.4 – Ajustement de lois puissances de  $N_{cg}$  sur les essais de déplacement de mousse à vitesse totale variable et à qualité fixée : (a) carotte 1, (b) carotte 2 et (c) carotte 3. Les lignes sont les lois finales ajustées et les symboles sont les données expérimentales. Les valeurs  $c(f_g)$  indiquées en légende correspondent aux exposants ajustés pour chaque qualité de mousse  $f_g \in \mathcal{LQ}_\alpha$ . Une moyenne de ces valeurs de  $c(f_g)$  est retenue comme l'exposant shear-thinning final  $c$  pour une carotte donnée.

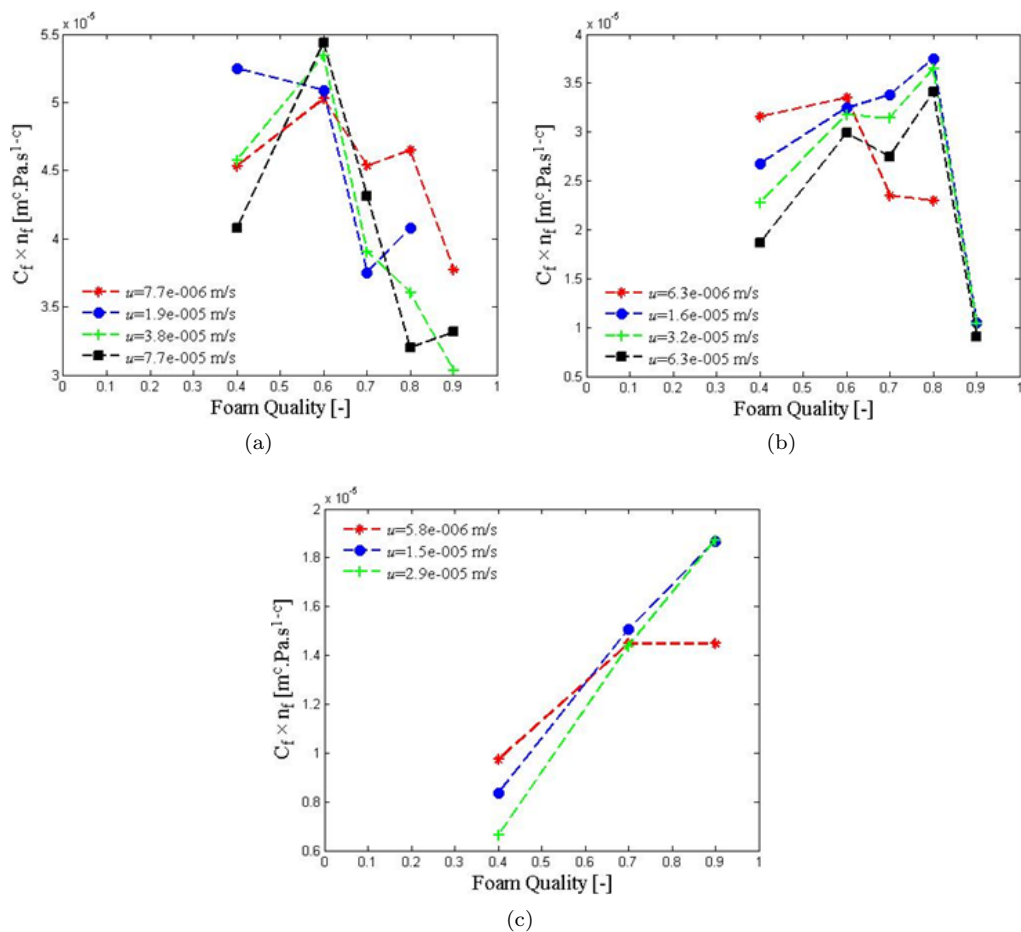


FIGURE 4.5 – Produit  $C_f n_f$  en fonction de la qualité de la mousse : (a) carotte 1, (b) carotte 2, et (c) carotte 3 (les lignes discontinues représentent des guides visuels pour la lecture des mesures à vitesse totale fixée).

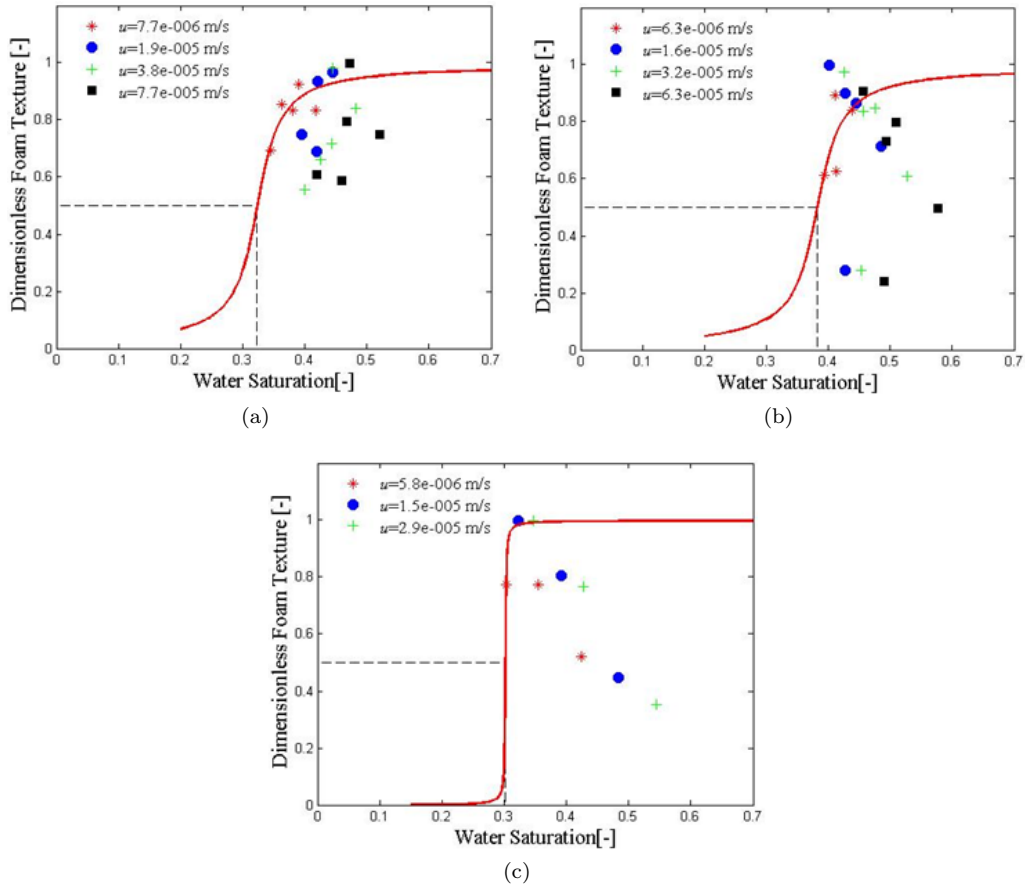


FIGURE 4.6 – Variation de la texture adimensionnelle  $n_D$  (obtenue au moyen de la méthode d'identification) en fonction de la saturation en eau : (a) carotte 1, (b) carotte 2 et (c) carotte 3. Les symboles sont les valeurs de texture issues des données expérimentales et les lignes représentent les fonctions  $F_2$  ajustées aux valeurs de texture à la vitesse totale la plus faible.

TABLE 4.4 – Paramètres du modèle à lamelles déterminés à partir des mesures de viscosité apparente de la mousse. La constante  $c$  affichée dans l’unité de  $C_f$  est l’exposant shear-thinning ajusté pour chaque carotte.

Carotte	$C_f$ ( $\text{m}^{1+c} \cdot \text{Pa} \cdot \text{s}^{1-c}$ )	$n_f^{\max}$ ( $\text{m}^{-1}$ )
1	$3.56 \times 10^{-10}$	$1.52 \times 10^5$
2	$1.42 \times 10^{-10}$	$2.63 \times 10^5$
3	$0.498 \times 10^{-10}$	$3.75 \times 10^5$

TABLE 4.5 – Paramètres du modèle de mousse empirique déduits données expérimentales, selon la méthode de Farajzadeh *et al* [34] et selon la méthode d’identification proposée dans ce chapitre.

Carotte	$M_{\text{ref}}$ (-)	$S_w^*$ (-)	$\Theta$ (-)	$N_{cg}^{\text{ref}}$ (-)	$c = e_c$ (-)
Méthode de Farajzadeh <i>et al</i>					
1	4342	0.341	424	$2.774 \times 10^{-8}$	0.72
2	2983	0.392	308	$2.774 \times 10^{-8}$	0.76
3	2055	0.278	549	$2.774 \times 10^{-8}$	0.67
Méthode d’identification					
1	5317	0.323	36	$2.774 \times 10^{-8}$	0.75
2	3002	0.382	34	$2.774 \times 10^{-8}$	0.73
3	2736	0.302	$10^3$	$2.774 \times 10^{-8}$	0.79

La qualité de la calibration du modèle de mousse a été évaluée à partir de la comparaison du flux fractionnaire du gaz moussant, d’une part, et de la viscosité apparente de la mousse, d’autre part, calculés avec les données expérimentales. Tout d’abord, nous calculons le flux fractionnaire  $f_g(Y; S_g)$ , comme indiqué dans la section 3.2.3 du chapitre 3. Puis, nous utilisons la relation  $f_g-S_g$  obtenue pour calculer la viscosité apparente à partir de l’équation (4.6).

Les résultats de la comparaison sont présentés à la figure 4.7. La comparaison est effectuée pour les deux modèles calibrés selon la méthode des moindres carrés et la méthode d’identification. Nous constatons que les flux fractionnaires, les viscosités apparentes maximales et les transitions entre les deux régimes de faible et haute qualité sont prédits avec succès pour les deux premières carottes 1 et 2, alors que pour la troisième, le régime de faible qualité n’est pas bien reproduit. Ce problème est mis en évidence par la figure 4.6 (c) : celle-ci montre que la texture de la mousse diminue avec la saturation en eau dans le régime faible qualité, ce qui est inattendu et ne peut être restitué par la fonction  $F_2$  du modèle empirique qui suppose que la texture de la mousse est constante et maximale dans ce régime. En raison de l’ajustement non satisfaisant des données de la carotte 3, certaines réserves seront prises dans la mise à l’échelle des paramètres empiriques en fonction de la perméabilité qui a été réalisée dans la dernière section de ce chapitre. Par ailleurs, la figure 4.7 (b) montre que les mesures du régime haute qualité ( $f_g = 0.9$ ) pour la deuxième carotte sont incertaines ou bruitées, ce qui rend la calibration du modèle dans ce régime est très difficile.

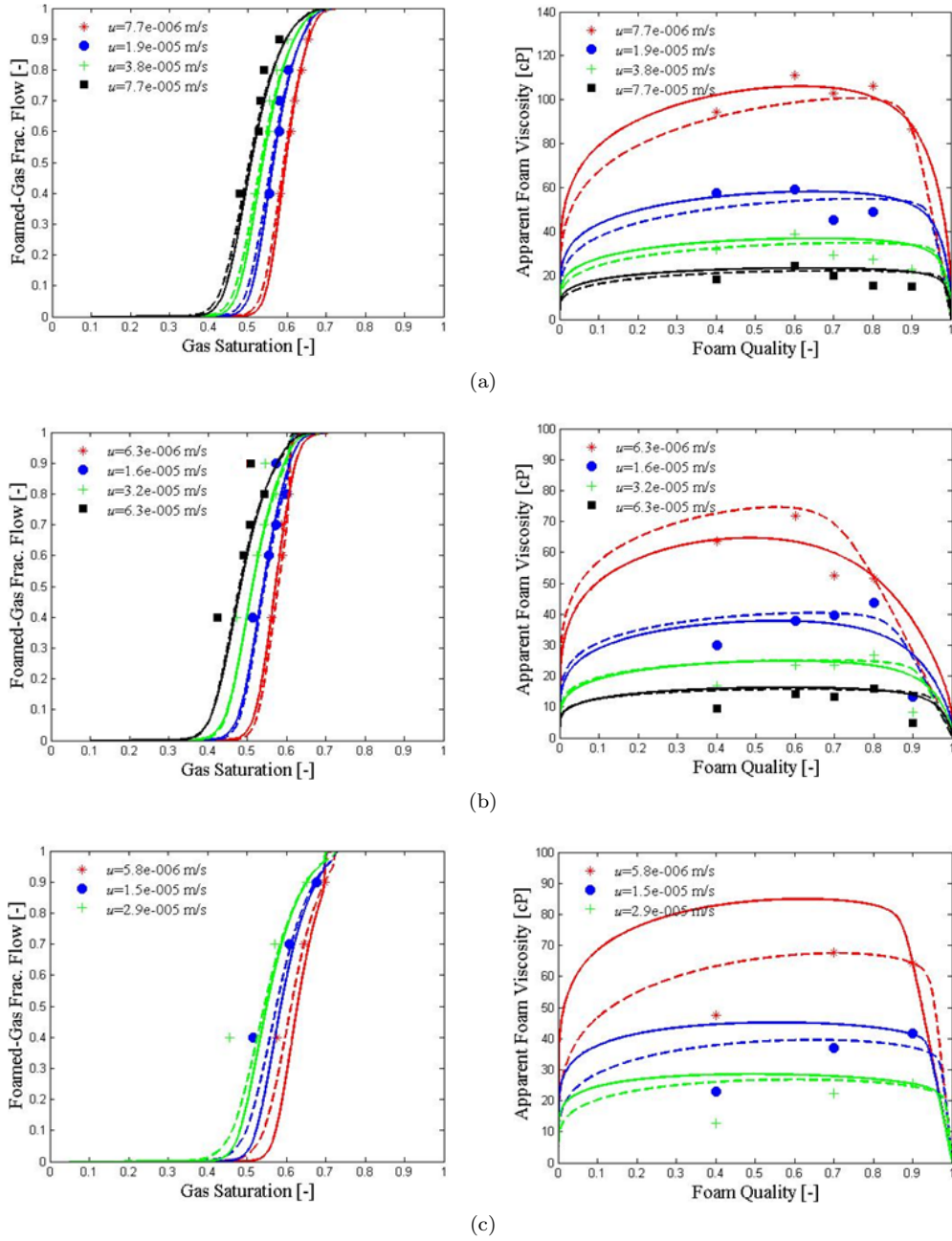


FIGURE 4.7 – Comparaison entre les flux fractionnaires du gaz moussant et les viscosités apparentes de la mousse calculés avec les données expérimentales : (a) carotte 1, (b) carotte 2 et (c) carotte 3. Les lignes représentent les résultats calculés (lignes discontinues pour les résultats de la méthode de Farajzadeh *et al.* et des lignes continues pour la méthode d'identification) et les symboles sont les données expérimentales.

Une autre manière de représenter les résultats est celle adoptée par Osterloh et Jante [30] : en utilisant les paramètres calibrés du modèle empirique, nous traçons les iso- $\Delta P$  pour différentes vitesses totales et qualités afin d’avoir une représentation globale des prévisions du modèle. Les résultats obtenus sont reportés en Figure 4.8. Celle-ci illustre le régime faible qualité (caractérisé par des lignes iso- $\Delta P$  horizontales), le régime haute qualité (caractérisé par des lignes iso- $\Delta P$  quasi-verticales) et la transition entre ces deux régimes pour les trois carottes. Rappelons qu’une droite tirée à partir de l’origine du graphe représente les déplacements de mousse à qualité fixée et vitesse totale variable. Nous observons qu’en suivant cette droite, les courbes d’iso- $\Delta P$  qui sont tracées à pas régulier de  $\Delta P$  s’écartent de plus en plus à vitesse élevée, ce qui illustre l’effet ”shear-thinning” (amincissement) des films de liquide sur la performance de la mousse. Cet effet est principalement régi par la fonction  $F_4$  du modèle de mousse dont l’exposant  $e_c$  est égal à 0.75 pour la carotte 1, 0.73 pour la carotte 2 et 0.79 pour la carotte 3.

**Remarque.** La calibration du modèle empirique est généralement basée sur les mesures stabilisées de l’écoulement de mousse, comme c’est le cas dans notre étude, pour s’affranchir du régime transitoire de génération ou de destruction des lamelles dont le modèle empirique ne tient pas compte. Néanmoins, en pratique, les modèles calibrés en régime permanent sont utilisés pour simuler l’écoulement de mousse en transitoire. Nous avons ainsi confronté les prévisions du modèle aux mesures transitoires de la différence de pression. Les résultats pour chaque carotte sont reportés dans l’annexe D. Comme dans le cas diphasique, nous évaluons également dans cette annexe notre hypothèse de travail qui consiste à négliger la pression capillaire dans l’écoulement de mousse. Nous avons trouvé que : (1) la prédiction du modèle est globalement acceptable et satisfaisante compte tenu des incertitudes des mesures inhérentes aux déplacements de mousse en milieu poreux naturels, en particulier dans le régime haute qualité où l’écoulement des mousses est très instable et très sensible aux conditions expérimentales, et (2) les effets de la pression capillaire peuvent être négligés pour le cas d’étude considéré.

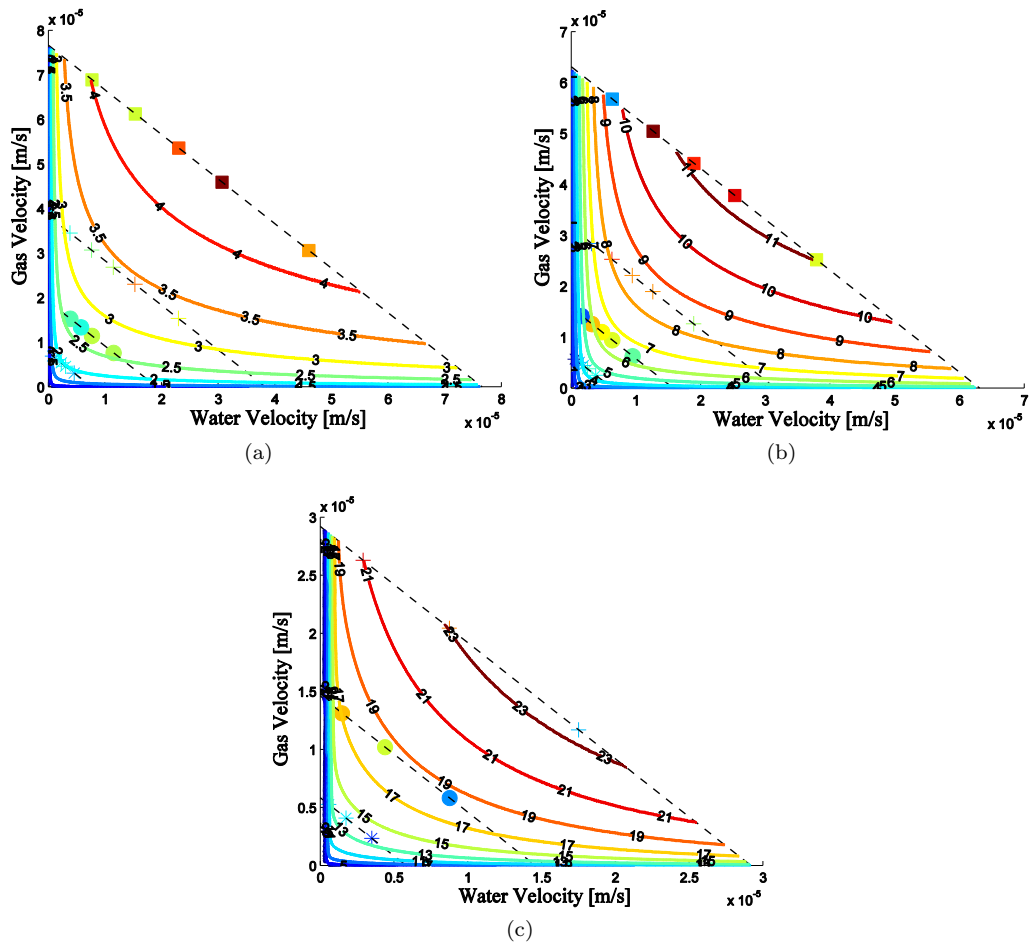


FIGURE 4.8 – Contours iso- $\Delta P$  en fonction de la vitesse de filtration de l'eau et du gaz calculés en utilisant le modèle de mousse calibré par la méthode d'identification : (a) carotte 1, (b) carotte 2 et (c) carotte 3. Les valeurs affichées sur les contours de  $\Delta P$  sont en bar. Les symboles représentent les données expérimentales sur lesquelles la calibration du modèle de mousse a été effectuée. Les traits discontinus représentent les variations de la qualité de mousse à vitesse totale fixée.



## 4.5 Impact de la perméabilité sur les paramètres de calibration : lois d'échelle

Les mécanismes de génération, de propagation et de destruction de la mousse, qui déterminent sa texture et sa mobilité, dépendent de la distribution de la taille des pores, caractérisée par la pression capillaire du milieu poreux. À cet égard, les paramètres du modèle de mousse empirique, en particulier  $S_w^*$  (ou encore  $P_c^*$ ),  $\Theta$  et  $M_{\text{ref}}$ , varient d'un milieu poreux à un autre. Ce point a été abordé dans la littérature [27, 34, 78] ; mais des relations qualitatives ont seulement pu être mises en évidence en raison de l'imprécision des mesures. Ce contexte nous conduit à étudier l'impact du milieu poreux, essentiellement caractérisé par sa perméabilité (ou sa pression capillaire), sur les paramètres du modèle empirique. Pour cela, nous considérons les modèles de mousse calibrés en section 4.4.2 au moyen de la méthode d'identification.

Étant donné que la porosité ne varie pas de plus de 1 %, nous négligeons ses effets dans l'analyse présentée ci-dessous. De plus, l'impact des vitesses d'eau et de gaz semble indépendant des propriétés du milieu poreux puisque les valeurs ajustées du paramètre  $e_c$  de la fonction  $F_4$  sont très proches d'une carotte à l'autre. Aussi, la mise à l'échelle de ce paramètre  $e_c$  en fonction de la perméabilité n'est pas étudiée dans ce qui suit.

### 4.5.1 Évolution de la pression capillaire critique $P_c^*$ et de la saturation critique $S_w^*$

La relation entre la saturation en eau limite  $S_w^*$  et la perméabilité peut être étudiée au moyen de la fonction de pression capillaire en raison de la relation univoque entre la saturation et la pression capillaire. Nous commençons par déterminer les fonctions  $P_c(S_w)$  de chaque carotte comme suit. Des mesures de la  $P_c$  par porosimétrie au mercure sur des échantillons similaires de perméabilités 465 et 50 mD sont disponibles. Les mesures montrent que la structure poreuse des deux massifs n'est pas homothétique et ne correspond pas à la même fonction adimensionnelle  $J(S_w)$  de Leverett (voir équation 2.3). Par conséquent, nous avons déterminé une fonction commune aux carottes 1 et 2 à partir des données de l'échantillon de 465 mD et une autre fonction pour la carotte 3 à partir des mesures effectuées sur l'échantillon de 50 mD. Les courbes de  $P_c$  sont ensuite déterminées par inversion de la relation (2.3). Les résultats sont présentés sur la figure 4.9 (a).

Nous examinons maintenant l'évolution de  $S_w^*$  entre les trois carottes. La table 4.5 montre une augmentation de  $S_w^*$  lorsque la perméabilité diminue pour les carottes 1 et 2 qui ont la même structure poreuse. Ce résultat est conforme aux observations faites par les autres auteurs tels que Farajzadeh *et al* [34], Khatib *et al* [27] et Kapetas *et al* [78]. L'interprétation de ce résultat est recherchée et discutée comme suit.

Un point de vue quasi-statique de l'écoulement des mousses aux faibles vitesses est adopté dans un premier temps. Cela nous amène à supposer que la coalescence des bulles commence lorsque la pression de disjonction des lamelles est atteinte, c'est-à-dire lorsque  $P_c = \Pi_{\text{max}}$  compte

tenu de l'hypothèse d'équilibre quasi-statique (voir section 1.3.2.2 du chapitre 1). Autrement dit, nous supposons que  $P_c^* = \Pi_{\max}$ , quelles que soient les propriétés du milieu poreux. Par conséquent, l'inversion de la fonction  $P_c$  pour la valeur  $\Pi_{\max}$ , caractéristique du système moussant considéré, fournit la valeur de  $S_w^*$ . Celle-ci augmente nécessairement lorsque la perméabilité de milieux poreux homothétiques décroît (comme dans le cas de la carotte 1 et 2) pour les raisons suivantes : (1) la fonction  $P_c$  est monotone (décroissante) de  $S_w$ , et (b)  $P_c$  augmente lorsque la perméabilité diminue. Nous avons essayé de vérifier si cette interprétation était conforme aux valeurs de  $S_w^*$  ajustées pour les carottes homothétiques 1 et 2. À cette fin, nous avons estimé  $\Pi_{\max} = P_c^*$  comme la valeur de  $P_c$  de la carotte 1 à la saturation critique (donnée dans la table 4.5) puis nous avons inversé la fonction  $P_c$  de la carotte 2 pour cette même valeur afin de déterminer  $S_w^*$  pour cette deuxième carotte. Malheureusement, la valeur  $S_w^*$  ainsi déterminée est d'environ 0.83 beaucoup plus élevée que la valeur 0.38 déduite par un ajustement aux mesures (cf. Table 4.5). Finalement, l'hypothèse d'une  $P_c^*$  constante explique la décroissance de  $S_w^*$  avec la perméabilité, mais n'est pas valable sur un plan quantitatif.

Nous examinons maintenant l'évolution de la pression capillaire critique avec la perméabilité. Les valeurs de  $P_c^*$  ont été déterminées simplement à partir des courbes de  $P_c$  de la figure 4.9 (a) pour les valeurs  $S_w^*$  calibrées de la table 4.5. La variation résultante de  $P_c^*$  en fonction de la perméabilité est représentée dans la figure 4.9 (b). Nous constatons que  $P_c^*$  diminue lorsque la perméabilité croît. Cette observation implique que  $P_c^*$  dans le cas des mousses en milieu poreux ne dépend pas uniquement de la pression de disjonction des lamelles, mais aussi de la perméabilité du milieu. Une évolution proche de  $1/\sqrt{k}$  a été trouvée comme dans les études de Khatib *et al* [27] et Farajzadeh *et al* [34].

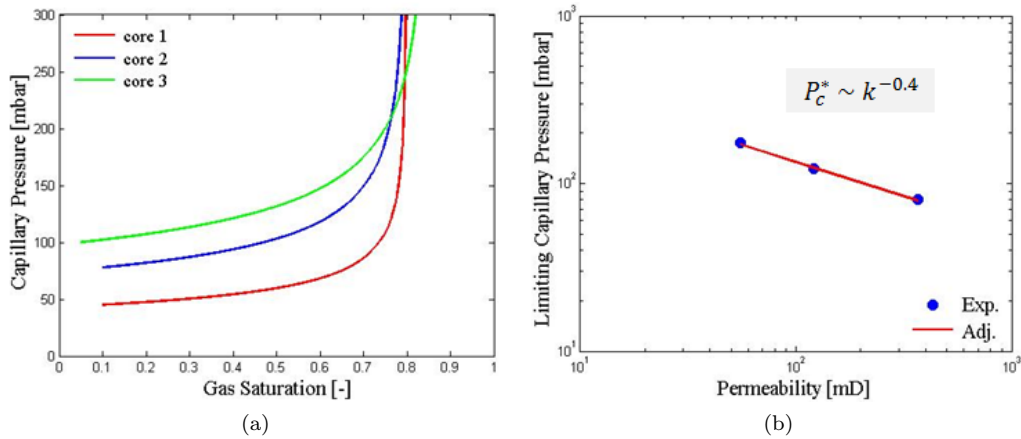


FIGURE 4.9 – (a) Courbes de pression capillaire de chaque carotte ; (b) impact de la perméabilité sur la pression capillaire limite  $P_c^*$ . Les points expérimentaux sont estimés à partir des saturations en eau limites  $S_w^*$  ajustées par la méthode d'identification (cf. Table 4.5) et la ligne continue représente l'ajustement des données par une loi de puissance. L'ajustement final est tel que  $P_c^* \sim k^{-0.4}$ .

L'interprétation d'une telle évolution peut être tentée selon un point de vue dynamique. Nous supposons maintenant que la coalescence de la mousse est due à l'étirement de la lamelle/amincissement des lamelles par frottement à la paroi des pores et se produit lorsque la dérivée transversale de la vitesse locale dans les pores, notée  $\frac{dw}{dy}$  (dérivée de la vitesse locale dans un pore par rapport à la distance transversale  $y$  de l'axe des pores) dépasse une valeur limite notée par  $w'_{\max}$ , qui est une caractéristique de la mousse considérée. Pour un écoulement de Poiseuille d'un film de liquide dans un tube capillaire de rayon  $r$ ,  $\frac{dw}{dy}$  est maximum à la paroi et égal à  $\frac{r}{2\mu}|\nabla P|$ . Par conséquent, la limite de stabilité des films est atteinte pour un gradient de pression  $|\nabla P|_{\max}$  égal à  $\frac{2\mu}{r}w'_{\max}$ , c'est-à-dire inversement proportionnel au rayon caractéristique des pores  $r$ . À ce gradient de pression maximum correspond une valeur maximale  $P_c^*$  de la  $P_c$ , qui est donc inversement proportionnelle à  $r$ , ou encore à  $\sqrt{k}$ . Ainsi, le point de vue dynamique de la stabilité des films explique l'évolution observée de  $P_c^*$  avec la perméabilité. Cependant, une mise à l'échelle de  $P_c^*$  comme  $1/\sqrt{k}$  implique que  $S_w^*$  est indépendante de la perméabilité, alors qu'une augmentation de  $S_w^*$  est généralement constatée lorsque la perméabilité diminue.

Finalement, aucune des deux interprétations quasi-statique ( $P_c^*$  constante) et dynamique ( $S_w^*$  constante) n'explique à la fois l'évolution de  $S_w^*$  et de  $P_c^*$  avec la perméabilité. Les résultats de cette étude indiquent que la réalité serait intermédiaire, mais toutefois plus proche de l'interprétation dynamique avec une valeur de  $P_c^*$  qui évolue comme  $1/k^\alpha$ , avec  $\alpha$  proche de  $1/2$ .

Afin de tirer la loi de mise à l'échelle équivalente de la saturation en eau critique, nous modélisons la pression capillaire comme [118]  $P_c(S) = P_e(1 - S)^{-1/\lambda}$ , où  $P_e$  désigne la pression capillaire d'entrée,  $S$  la saturation en gaz normalisée et  $\lambda$  l'indice de distribution des tailles de pores ( $\lambda = 3$  dans notre cas). La relation entre  $S_w^*$  et  $P_c^*$  est obtenue en inversant la fonction  $P_c$  pour  $P_c^*$ , ce qui conduit à :

$$S_w^* = S_{wr} + (1 - S_{wr} - S_{gi}) \left( \frac{P_e}{P_c^*} \right)^\lambda \quad (4.17)$$

En insérant la loi de mise à l'échelle de  $P_c^*$  dans cette expression et sachant que  $P_e \sim 1/\sqrt{k}$ , nous obtenons  $S_w^* \sim k^{\lambda(\alpha - \frac{1}{2})}$ . Ainsi, lorsque  $\alpha < \frac{1}{2}$ , la saturation en eau critique (comme la pression capillaire critique) augmente lorsque la perméabilité décroît. Dans notre cas, nous avons trouvé  $S_w^* \sim k^{-0.3}$  pour les deux carottes homothétiques. La figure 4.10 montre l'évolution obtenue du paramètre  $S_w^*$  en fonction de la perméabilité pour les trois carottes.

La table 4.6 résume les points de vue de la stabilité des films décrits ci-dessus et les évolutions correspondantes des paramètres du modèle empirique. Sans aucun doute, le problème est probablement plus complexe et ne peut pas être réduit à la simple analyse tentée ci-dessus. Comme l'indiquent Rossen et Zhou [117], la texture des mousses, qui change dans des conditions critiques caractérisées par  $P_c^*$  et  $S_w^*$ , l'hystérésis et le piégeage du gaz rendent l'analyse encore plus complexe. Indubitablement, d'autres travaux de recherche sont nécessaires pour clarifier les caractéristiques d'écoulement dans ces conditions dites critiques, sur la base d'expériences bien documentées qui couvrent toute la transition entre les deux régimes à faible et haute qualité.

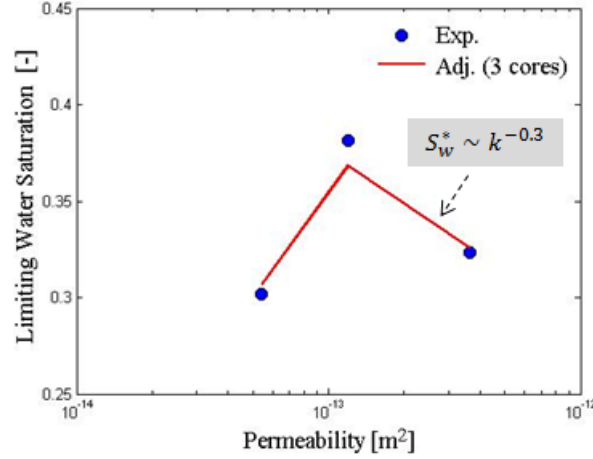


FIGURE 4.10 – Évolution de la saturation en eau critique  $S_w^*$  en fonction de la perméabilité : les points sont les données issues de la calibration du modèle empirique (cf. Table 4.5) et les traits continus les calculs suivant l'équation (4.17). La loi d'échelle pour les deux carottes homothétiques 1 et 2 est  $S_w^* \sim k^{-0.3}$ .

#### 4.5.2 Évolution du paramètre de transition $\Theta$

En ce qui concerne le paramètre de transition  $\Theta$ , les résultats de la table 4.5 ne montrent pas clairement une tendance dans l'évolution de  $\Theta$  avec la perméabilité. Pour les deux premières carottes homothétiques, le paramètre  $\Theta$  semble être plus ou moins invariant. En intégrant la troisième carotte dans l'analyse (bien que cela ne soit pas rigoureux d'un point de vue physique), on peut constater une augmentation de ce paramètre lorsque la perméabilité diminue. Une telle évolution est en accord avec les résultats de Farajzadeh *et al* [34]. L'interprétation de cette relation entre  $\Theta$  et la perméabilité est délicate en raison de la complexité des mécanismes de destruction des lamelles dans les milieux poreux. Néanmoins, nous tentons ci-après d'éclaircir la question à partir de l'analyse de la fonction  $F_2$ . On rappelle que, pour un milieu poreux quelconque, la fonction  $F_2$  du modèle empirique s'exprime en fonction de la saturation comme :

$$F_2(S_w) = \frac{1}{2} + \frac{1}{\pi} \arctan[\Theta(S_w - S_w^*)] \quad (4.18)$$

où  $S_w^* = F_2^{-1}(\frac{1}{2})$  désigne la saturation en eau limite qui correspond à la valeur limite de la pression capillaire  $P_c^*$  au voisinage de laquelle les films coalescent. Le modèle suppose une évolution symétrique de la réduction de mobilité au voisinage de  $S_w^*$  entre l'état de mousse bien formée/optimale (valeur de  $F_2$  quasi-égale à 1 correspondant à une saturation optimale  $S_w^{\text{opt}}$ ) et l'état complètement dégradé (valeur de  $F_2$  quasi-nulle correspondant à une saturation minimale  $S_w^{\text{min}}$ ). Ainsi, un intervalle de transition  $I$  peut être défini pour chaque perméabilité, comme  $I = S_w^{\text{opt}} - S_w^{\text{min}}$ . La transition de  $F_2$  au voisinage de la saturation  $S_w^*$  est régie par la valeur du paramètre  $\Theta$ . En linéarisant la fonction  $F_2$  au voisinage de son point de symétrie  $S_w^*$ , on trouve que l'intervalle de transition  $I$  est égal à  $1/\Theta$ , i.e. le produit  $I \times \Theta$  est invariant et ne

dépend pas de la perméabilité du milieu poreux.

La question posée alors est de déterminer l'évolution de  $\Theta$  avec la perméabilité. Encore une fois, nous devons considérer l'un ou l'autre des deux points de vue quasi-statique et dynamique de l'écoulement des lamelles dans les milieux poreux.

Tout d'abord, l'hypothèse quasi-statique implique que la coalescence de la mousse se produit sur un intervalle de  $P_c$  centré sur la valeur  $P_c^*$  fixe correspondant à la pression de disjonction  $\Pi_{\max}$  de la mousse. Cet intervalle de  $P_c$ , noté  $[\pi^-, \pi^+]$ , est le même quelle que soit la perméabilité du milieu poreux, comme illustré par la figure 4.11. Pour un milieu poreux de perméabilité  $k_{\text{ref}}$ , la largeur de l'intervalle de transition  $I_{\text{ref}}$  peut alors être exprimée comme  $I_{\text{ref}} = (S_w^{\text{opt}})_{\text{ref}} - (S_w^{\text{min}})_{\text{ref}} = P_{c,\text{ref}}^{-1}(\pi^-) - P_{c,\text{ref}}^{-1}(\pi^+)$ . De plus, pour un milieu poreux de perméabilité arbitraire  $k$ , on peut aussi écrire  $I = S_w^{\text{opt}} - S_w^{\text{min}} = P_c^{-1}(\pi^-) - P_c^{-1}(\pi^+)$ . À partir de ces deux dernières relations, nous déduisons la relation de mise à l'échelle comme suit:

$$\frac{I}{I_{\text{ref}}} = \frac{S_w^{\text{opt}} - S_w^{\text{min}}}{(S_w^{\text{opt}})_{\text{ref}} - (S_w^{\text{min}})_{\text{ref}}} = \frac{\Theta_{\text{ref}}}{\Theta} = \frac{P_c^{-1}(\pi^-) - P_c^{-1}(\pi^+)}{P_{c,\text{ref}}^{-1}(\pi^-) - P_{c,\text{ref}}^{-1}(\pi^+)} \quad (4.19)$$

ce qui donne

$$\Theta = \Theta_{\text{ref}} \frac{P_{c,\text{ref}}^{-1}(\pi^-) - P_{c,\text{ref}}^{-1}(\pi^+)}{P_c^{-1}(\pi^-) - P_c^{-1}(\pi^+)} \quad (4.20)$$

Si on considère un intervalle de coalescence  $[\pi^-, \pi^+]$  étroit, alors la variation des fonctions inverses de  $P_c$  et de  $P_{c,\text{ref}}$  sur cet intervalle peut être approchée comme

$$\begin{cases} P_c^{-1}(\pi^-) - P_c^{-1}(\pi^+) = S_w^{\text{opt}} - S_w^{\text{min}} \approx \left( \frac{dS_w}{dP_c} \right)_{\Pi_{\max}} (\pi^- - \pi^+) \\ P_{c,\text{ref}}^{-1}(\pi^-) - P_{c,\text{ref}}^{-1}(\pi^+) = (S_w^{\text{opt}})_{\text{ref}} - (S_w^{\text{min}})_{\text{ref}} \approx \left( \frac{dS_w}{dP_{c,\text{ref}}} \right)_{\Pi_{\max}} (\pi^- - \pi^+) \end{cases} \quad (4.21)$$

ce qui conduit finalement à

$$\Theta = \Theta_{\text{ref}} \frac{\left( \frac{dS_w}{dP_{c,\text{ref}}} \right)_{\Pi_{\max}}}{\left( \frac{dS_w}{dP_c} \right)_{\Pi_{\max}}} \quad (4.22)$$

L'évolution explicite de  $\Theta$  en fonction de  $k$  ne peut pas être prédite a priori à partir de cette relation, même pour les milieux poreux homothétiques, car la dernière expression dépend de la forme de  $P_c$  et de  $P_{c,\text{ref}}$  à la valeur  $\Pi_{\max}$ . Nous n'avons pas testé cette relation sur les valeurs de  $\Theta$  calibrées de la table 4.5 car l'hypothèse d'une  $P_c^*$  constante n'est pas vérifiée dans notre cas d'étude.

Considérons maintenant l'hypothèse dynamique, suivant laquelle la coalescence des lamelles se produit sur un intervalle invariant du gradient de vitesse transversal à la direction des pores, noté  $[(w'_{\max})^-, (w'_{\max})^+]$ . Comme expliqué dans la section 4.5.1, à cet intervalle de vitesse correspond un intervalle de gradient de pression  $[\frac{2\mu}{r}(w'_{\max})^-, \frac{2\mu}{r}(w'_{\max})^+]$  et un intervalle de pression capillaire critique  $[(P_c^*)^-, (P_c^*)^+]$  pour un milieu poreux de perméabilité  $k$  et de rayon caractéristique  $r$  (avec  $r \sim \sqrt{k}$ ). L'invariance des gradients de vitesse implique également l'inva-

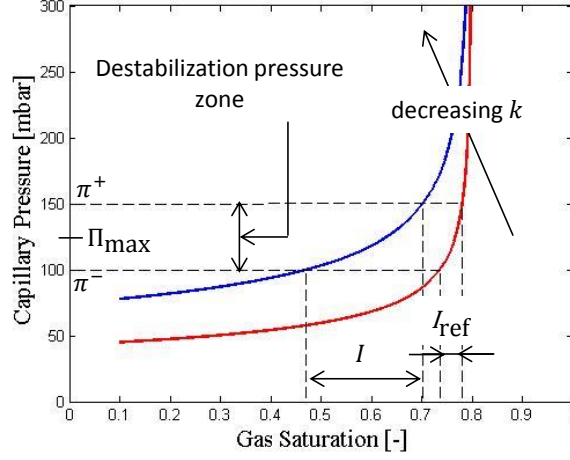


FIGURE 4.11 – Hypothèse quasi-statique pour la détermination du paramètre de transition  $\Theta$  dans le cas de deux milieux poreux homothétiques.  $I_{\text{ref}}$  et  $I$  sont respectivement les deux intervalles de transition pour la première perméabilité  $k_{\text{ref}}$  et la deuxième  $k$  (avec  $k \leq k_{\text{ref}}$ ). Les paramètres de transition correspondants  $\Theta_{\text{ref}} \sim \frac{1}{I_{\text{ref}}}$  et  $\Theta \sim \frac{1}{I}$  sont liés par la relation (4.22).

riance du produit  $rP_c^*$  comme le gradient de pression et la pression capillaire sont proportionnels. La relation de mise à l'échelle pour l'intervalle de coalescence  $[S_w^{\text{opt}}, S_w^{\text{min}}]$  peut ainsi être exprimée comme une invariance du produit  $rP_c^*$  sur cet intervalle, comme développée ci-après.

Pour deux milieux poreux homothétiques de rayon caractéristique  $r$  et  $r_{\text{ref}}$ , l'invariance de l'intervalle  $[(P_c^*)^-, (P_c^*)^+]$  nous donne

$$r [P_c(S_w^{\text{opt}}) - P_c(S_w^{\text{min}})] = r_{\text{ref}} \{P_{c,\text{ref}}[(S_w^{\text{opt}})_{\text{ref}}] - P_{c,\text{ref}}[(S_w^{\text{min}})_{\text{ref}}]\} \quad (4.23)$$

En linéarisant au voisinage de  $S_w^*$ , la relation précédente s'écrit :

$$r (S_w^{\text{opt}} - S_w^{\text{min}}) \left( \frac{dP_c}{dS_w} \right)_{S_w^*} = r_{\text{ref}} [(S_w^{\text{opt}})_{\text{ref}} - (S_w^{\text{min}})_{\text{ref}}] \left( \frac{dP_{c,\text{ref}}}{dS_w} \right)_{(S_w^*)_{\text{ref}}} \quad (4.24)$$

Compte tenu de l'invariance de  $\Theta \times I$ , nous déduisons la relation générale suivante entre  $\Theta$  et  $\Theta_{\text{ref}}$  :

$$\Theta = \Theta_{\text{ref}} \frac{(S_w^{\text{opt}})_{\text{ref}} - (S_w^{\text{min}})_{\text{ref}}}{S_w^{\text{opt}} - S_w^{\text{min}}} = \Theta_{\text{ref}} \frac{r \left( \frac{dP_c}{dS_w} \right)_{S_w^*}}{r_{\text{ref}} \left( \frac{dP_{c,\text{ref}}}{dS_w} \right)_{(S_w^*)_{\text{ref}}}} \quad (4.25)$$

Dans le cas de deux milieux poreux homothétiques, nous avons  $P_c(S_w) = \frac{r_{\text{ref}}}{r} P_{c,\text{ref}}(S_w)$ , et donc l'invariance de  $rP_c^*$ , i.e.  $rP_c(S_w^*) = r_{\text{ref}} P_{c,\text{ref}}[(S_w^*)_{\text{ref}}]$  conduit à  $P_{c,\text{ref}}(S_w^*) = P_{c,\text{ref}}[(S_w^*)_{\text{ref}}]$ , i.e.  $S_w^* = (S_w^*)_{\text{ref}}$ , ce qui est également vrai pour les deux saturations optimale et minimale. Par conséquent,  $I = I_{\text{ref}}$ , ou autrement dit,  $\Theta = \Theta_{\text{ref}}$  pour deux milieux poreux homothétiques selon

l'hypothèse dynamique. Les valeurs quasi-identiques de  $\Theta$  obtenues pour les carottes 1 et 2, i.e. 36 et 34, sont en accord avec cette hypothèse dynamique.

En ce qui concerne la carotte 3, qui n'est pas homothétique aux deux autres échantillons, on peut vérifier si la relation de mise à l'échelle établie sous l'hypothèse dynamique peut être généralisée pour estimer  $\Theta$  pour la carotte 3, en se basant sur la valeur déterminée pour la carotte 1 par exemple. D'une part, le ratio des rayons caractéristiques  $r_3/r_1$  est égal à 0.4 à partir des données  $(k, \phi)$  de la table 4.1. D'autre part, le ratio des dérivées de  $P_c$  à la saturation en eau critique de ces deux carottes est proche de 1.7. Par conséquent, le paramètre de transition pour la carotte 3 ne devrait pas différer beaucoup de celui de la première : un tel calcul donne une estimation de  $\Theta_3$  de 25. Cette prédiction n'est pas conforme à la valeur réellement calibrée, qui est de l'ordre de 1000. Il est cependant difficile de conclure car la sensibilité du paramètre de transition est très élevée pour les mousses. Par conséquent, son ajustement est incertain et très approximatif en raison de la forte dispersion des données expérimentales et du nombre de mesures très limité dans la zone de transition (voir Figure 4.6).

### 4.5.3 Évolution du paramètre $M_{\text{ref}}$

Pour une mousse donnée, la réduction de mobilité de référence  $M_{\text{ref}}$  représente le rapport entre la mobilité du gaz conventionnel  $\frac{k_{rg}}{\mu_g}$  et la mobilité du gaz moussant qui est définie comme  $\frac{k_{rg}^f}{\mu_g^f}$  suivant les modèles empiriques, ou comme  $\frac{k_{rg}}{\mu_g^f}$  suivant les modèles à lamelles, dans les conditions optimales de réduction de mobilité. La loi d'échelle de  $M_{\text{ref}}$  avec la perméabilité de milieux poreux homothétiques, qui sont caractérisés par les mêmes fonctions  $k_{rg}$ , se ramène alors à la mise à l'échelle de  $\mu_g^f$ . L'équation d'identification (4.14) pour  $M_{\text{ref}}$  souligne que, pour la même vitesse de référence, la réduction de la mobilité est au premier ordre déterminée par le produit de  $C_f$  et de la texture maximale  $n_f^{\text{max}}$ .

Pour expliciter la dépendance à la perméabilité du paramètre  $C_f$ , nous considérons l'expression de la viscosité effective du gaz développée par Hirasaki et Lawson [10] pour l'écoulement d'un train de lamelles dans un capillaire (voir équation (2.19))

$$\mu_g^f = 0.85 \mu_w \frac{n_L}{r_c} (r^2 + r_c^2) \left( \frac{\sigma}{3\mu_w v_f} \right)^{\frac{1}{3}} \quad (4.26)$$

où  $r$  désigne le rayon du capillaire,  $r_c$  le rayon de courbure de la bordure de Plateau limitant les bulles de gaz et  $n_L$  la densité linéique des lamelles. Notons que dans la dernière expression nous négligeons la contribution des bouchons de liquide et du gradient de tension interfaciale à travers la bulle. Cette expression de la viscosité effective peut être considérée à des fins de mise à l'échelle, car elle tient compte des caractéristiques géométriques des tubes capillaires représentatives des propriétés du milieu poreux assimilé à un ensemble de tels tubes capillaires.

Pour une mousse donnée qui s'écoule dans un milieu poreux de perméabilité  $k$  et de porosité  $\phi$ , le rayon du tube capillaire  $r$  est donc équivalent à la quantité  $\sqrt{8k/\phi}$  (comme déjà indiqué en section 4.3.2.2) et le rayon  $r_c$  est lié à la pression capillaire dans les films de liquide. Nous

supposons par ailleurs que  $r_c$  est négligeable par rapport aux rayons des pores  $r$  (i.e.  $r_c \ll r$ , une telle hypothèse pourrait cependant ne pas être valable dans le cas des milieux poreux de très faible perméabilité) et que ce rayon  $r_c$  est invariant pour la même mousse déplacée à travers différents milieux poreux. Par conséquent,  $\mu_g^f$  est proportionnel à  $n_L r^2$  pour les mêmes conditions de vitesse. En particulier, pour des milieux poreux homothétiques de différentes perméabilités et de porosités similaires, le rayon  $r$  varie comme  $\sqrt{k}$  et la texture linéique de la mousse  $n_L$ , quantifiée par  $\frac{3}{4r}$ , varie comme l'inverse du rayon  $r$ , c'est-à-dire  $n_L \sim 1/\sqrt{k}$  (voir section 4.3.2.2), ce qui conduit à  $\mu_g^f \sim \sqrt{k}$ . L'analyse ci-dessus indique ainsi que  $M_{\text{ref}}$  devrait augmenter avec la racine carrée de la perméabilité pour des milieux poreux homothétiques de différentes perméabilités. Cette approximation de la mise à l'échelle néglige les petites variations de porosité par rapport aux variations de perméabilité dans les milieux poreux naturels.

L'analyse des résultats de  $M_{\text{ref}}$  pour les carottes 1 et 2 est conforme à la relation précédente. En effet, la table 4.5 indique que  $M_{\text{ref}}^2 = 3002$  est très proche de  $M_{\text{ref}}^1 \sqrt{k_2/k_1} = 5317 \sqrt{121/368} = 3049$ . La carotte 3 de faible perméabilité est caractérisée par une structure poreuse légèrement différente de celle des carottes 1 et 2. Sa valeur de  $M_{\text{ref}}$  est inférieure aux valeurs correspondantes pour les deux premières carottes, mais la proportionnalité à  $\sqrt{k}$  n'est pas tout à fait respectée, comme l'illustre la figure 4.12.

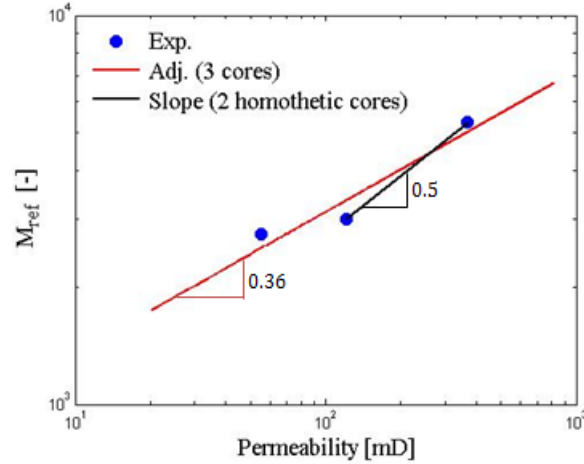


FIGURE 4.12 – Dépendance de  $M_{\text{ref}}$  à la perméabilité du milieu poreux. Notons que l'ajustement intègre les données des trois carottes bien que la troisième carotte ait une structure poreuse légèrement différente. L'ajustement optimal donne  $M_{\text{ref}} \sim k^{0.36}$ . Les mesures des carottes homothétiques 1 et 2 montrent que  $M_{\text{ref}} \sim \sqrt{k}$  conformément à la loi d'échelle démontrée plus haut.

Pour conclure, l'évolution des paramètres du modèle de mousse avec les propriétés du milieu poreux semble suivre les lois de mise à l'échelle dérivées d'une équivalence entre l'écoulement de la mousse dans un milieu poreux et l'écoulement des bulles de gaz dans des tubes capillaires. La table 4.6 synthétise toutes les lois d'échelle identifiées et proposées dans ce chapitre et les variations des paramètres du modèle empirique qu'en découlant. De telles lois méritent d'être



étudiées/validées davantage sur la base d'un ensemble de mesures plus large effectuées sur des milieux poreux naturels bien caractérisés.

TABLE 4.6 – Récapitulation des lois d'échelle des paramètres du modèle de mousse empirique par rapport à la perméabilité.

Hypothèse de stabilité des lamelles	Évolution de $P_c^*$ avec $k$	Évolution de $S_w^*$ avec $k$	Évolution de $\Theta$ avec $k$	Évolution de $M_{\text{ref}}$ avec $k$
Quasi-statique	$P_c^*$ constante	$S_w^*$ augmente lorsque $k$ décroît	dépendante de $P_c$	$M_{\text{ref}} \sim \sqrt{k}$
Dynamique	$P_c^* \sim 1/\sqrt{k}$	$S_w^*$ constant	$\Theta$ constant	$M_{\text{ref}} \sim \sqrt{k}$
Observation	$P_c^* \sim 1/k^\alpha$ avec $\alpha \leq \frac{1}{2}$ (proche de $\frac{1}{2}$ )	$S_w^*$ augmente légèrement lorsque $k$ décroît, comme $S_w^* \sim k^{\lambda(\alpha - \frac{1}{2})}$	Quasi constant	$M_{\text{ref}} \sim \sqrt{k}$

## 4.6 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons proposé une nouvelle méthodologie déterministe, basée sur l'équivalence à un modèle en texture, pour calibrer un modèle de mousse empirique. Les étapes du workflow proposé sont explicitées sur la figure 3.9. Cette approche a été appliquée à des séries de mesures sur des grès de Fontainebleau de différentes perméabilités, à la fois pour démontrer la robustesse (unicité) et le caractère prédictif du modèle, et pour établir les lois d'échelle des paramètres ajustables de ce modèle par rapport aux propriétés du milieu poreux. Les principales conclusions tirées de ce chapitre sont :

- (a) La calibration d'un modèle de mousse empirique peut être effectuée de façon déterministe au moyen de mesures de la viscosité apparente de la mousse en régime permanent. La calibration demeure cependant approximative pour des ensembles de données incomplets ou dispersés tels que deux acquis sur la carotte de faible perméabilité considérée dans cette étude.
- (b) Les lois d'échelle des paramètres de mousse avec la perméabilité du milieu poreux ont été identifiées. Les lois trouvées sont en accord avec les tendances observées dans les travaux publiés :
  - La fonction  $F_4$  de cisaillement qui modélise l'impact de la vitesse interstitielle du gaz sur la mobilité des mousses semble être invariante pour les carottes de différentes perméabilités, dont l'exposant caractéristique  $e_c$  est proche de 0.7.
  - Pour les milieux poreux homothétiques, la saturation en eau  $S_w^*$  est peu modifiée (faible augmentation) lorsque la perméabilité diminue ; en conséquence, la pression

---

capillaire limite  $P_c^*$  augmente selon une loi proche de  $1/\sqrt{k}$ . L'interprétation de ces résultats a été analysée grâce à deux points de vue quasi-statique et dynamique de la coalescence des bulles de mousse dans les milieux poreux. Le point de vue dynamique apparaît être plus pertinent que l'hypothèse quasi-statique, car celle-ci implique une  $P_c^*$  constante quelle que soit la perméabilité, ce qui est en désaccord avec les observations expérimentales. De plus l'invariance de  $S_w^*$  prédite selon l'hypothèse dynamique n'est toutefois pas parfaitement respectée.

- L'évolution du paramètre de transition  $\Theta$  entre les régimes de faible et haute qualité a été formulée selon les points de vue statique et dynamique. La quasi-invariance des valeurs de  $\Theta$  calibrées pour les deux carottes homothétiques est conforme à l'hypothèse dynamique.
- La réduction de mobilité de référence  $M_{\text{ref}}$  varie comme la racine carrée de la perméabilité. Cette loi d'échelle a été déduite d'une analogie entre l'écoulement de la mousse dans les milieux poreux et l'écoulement d'un train de lamelles dans des capillaires, et rend bien compte des différentes valeurs de  $M_{\text{ref}}$  déduits de la modélisation des données expérimentales disponibles sur les trois carottes.

Pour conclure, nous disposons d'une procédure robuste pour calibrer un modèle de mousse empirique aux données expérimentales. De plus, les lois d'échelle des paramètres empiriques ont été établies à partir des résultats de déplacements de mousse sur des carottes de différentes perméabilités. Bien que l'accord théorie/expérience soit satisfait sur un nombre de paramètres, ces lois doivent être confirmées et étendues à des milieux poreux naturels de différentes structures et propriétés, à l'aide d'autres ensembles de données expérimentales bien documentés et précis. En particulier, les données caractérisant la zone de transition entre les régimes faible et haute qualité sont insuffisantes, ce qui ne permet pas la validation du point de vue dynamique de la coalescence des bulles et des relations de mise à l'échelle correspondantes, établies dans ce document. Nonobstant, la méthodologie et les relations physiques développées dans cette thèse procurent de bases utiles pour guider l'évaluation et la sélection d'un procédé EOR basé sur la mousse dans un réservoir hétérogène. Dans cette optique, nous montrons dans le chapitre suivant l'impact qui aurait la prise en compte de telles lois d'échelle sur la performance de la mousse dans une coupe verticale de réservoir bi-couche.

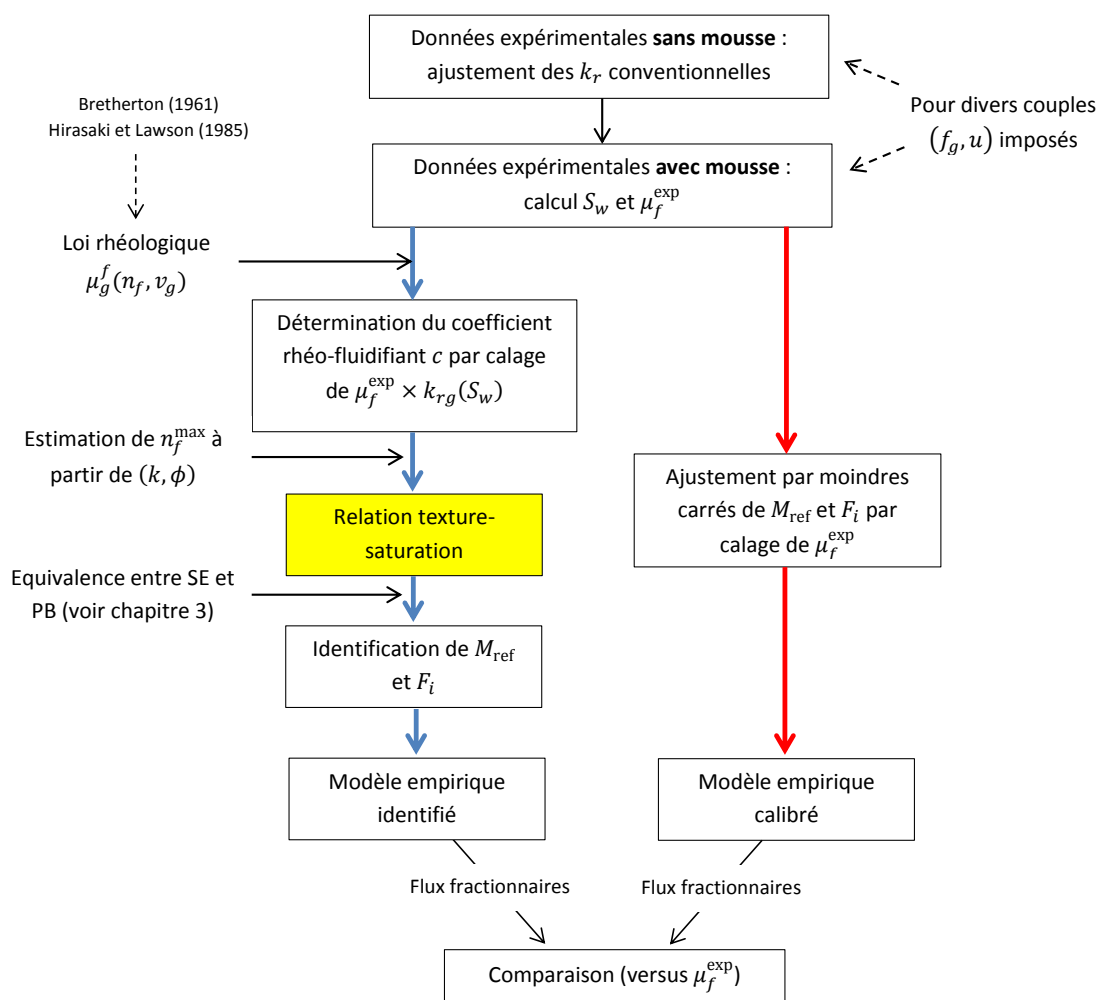


FIGURE 4.13 – Workflow adopté dans ce chapitre pour ajuster les mesures de la viscosité apparente de la mousse par un modèle empirique. Deux méthodes sont appliquées et comparées : la méthode de Farajzadeh *et al* [34] est représentée par un trait continu rouge (à droite) et la méthode d'identification, proposée dans cette thèse, en trait continu bleu (à gauche).

## Chapitre 5

# Injection de mousse à grande échelle

L'objectif de ce chapitre est de mettre en évidence l'impact de la prise en compte des lois d'échelle des paramètres du modèle de mousse avec la perméabilité (identifiées au chapitre 4) dans un réservoir hétérogène. Pour cela, nous considérons un modèle de simulation à grande échelle constitué de deux couches dont les perméabilités présentent un contraste important. L'écoulement de mousse est simulé ainsi de deux manières différentes avec et sans les lois d'échelle développées en chapitre 4 afin de saisir leurs incidences sur le comportement de la mousse.

### 5.1 Modèle de simulation : une coupe bi-couche

Le modèle de simulation considéré correspond à une coupe verticale de réservoir constitué de deux couches de lithologies différentes, comme illustré par la figure 5.1. Les deux couches sont horizontales et d'épaisseur constante et leurs propriétés, qui correspondent à un grès de Fontainebleau, sont supposées homothétiques. Le réservoir est maillé suivant les deux axes  $X$  et  $Z$ , de façon cartésienne, avec des pas de discrétisation constants  $\Delta X = 2$  m et  $\Delta Z = 1$  m. La hauteur  $h_i$  de chaque couche  $i = 1, 2$  est de 10 m (la hauteur totale du réservoir est 20 m) et leur extension horizontale (selon l'axe  $X$ ) est de 200 m. L'épaisseur  $e$  du modèle (suivant l'axe  $Y$ ) est fixée à 20 m.

Deux puits injecteur et producteur sont positionnés au centre des mailles en  $X = 0$  et  $X = 200$  m. Dans ces puits, nous imposons les conditions aux limites suivantes : un débit constant en entrée pour chaque phase (gaz et eau) et une pression  $P = 100$  bar constante en sortie. Une concentration constante en tensioactif de 5 g/L est associée à l'eau injectée. Le débit total  $Q$  est fixé à 26.4 m<sup>3</sup>/jour et la qualité de mousse imposée  $f_{g0}$  en entrée est de 0.6 ce qui est proche de la qualité optimale pour les deux milieux. La résolution du système d'équations correspondant au cas étudié a été réalisée à l'aide d'un schéma numérique implicite [72] du

simulateur de réservoir PumaFlow d'IFPEN.

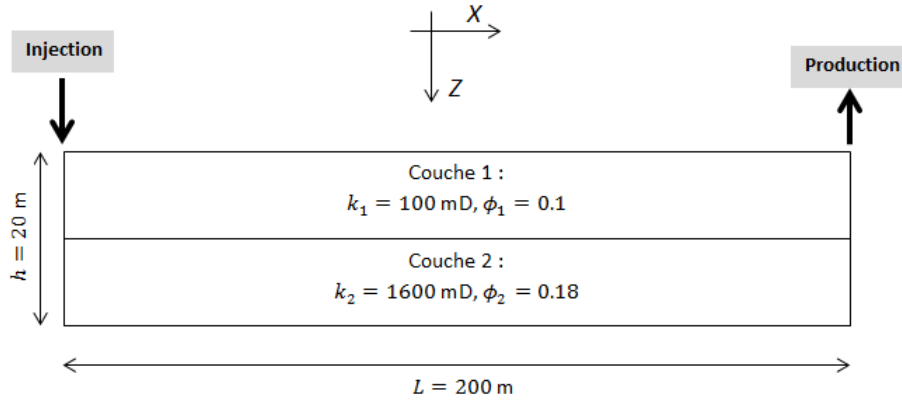


FIGURE 5.1 – Modèle de réservoir bi-couche utilisé pour la simulation de l'écoulement de mousse avec et sans lois d'échelle des paramètres du modèle empirique par rapport la perméabilité du milieu poreux.

Les propriétés pétrophysiques du milieu ainsi que la saturation et la pression initiales sont définies au centre de chaque maille. La grille est initialement saturée à 100 % en eau (sans tensioactifs) et une pression initiale de 100 bar a été appliquée au milieu de la formation. Les perméabilités relatives eau/gaz des deux couches sont exprimées par des lois puissances comme celle ajustées pour les deux carottes homothétiques considérées au chapitre 4. Par ailleurs, les pressions capillaires sont de nouveau déduites à partir de la fonction de Leverett  $J(S_w)$  ajustée pour ces deux carottes (voir section 4.5.1 chapitre 4). Les fonctions obtenues sont représentées sur la figure 5.2.

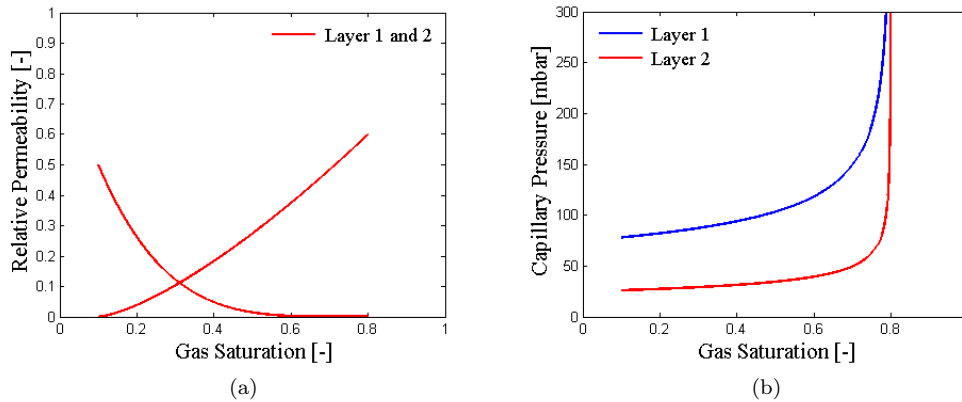


FIGURE 5.2 – Propriétés pétrophysiques du réservoir bi-couche obtenues par un ajustement des mesures sur carottes : (a) fonctions de perméabilité relative pour les deux couches et (b) pression capillaire pour chaque couche.

Dans cette étude, nous tenons compte de la compressibilité du gaz considéré à travers son facteur de compressibilité  $Z$  donné par la relation empirique  $Z = -3.6 \times 10^{-3}P + 1.03$  [113] à température constante, où  $P$  désigne la pression (en bar). L'adsorption du tensioactif sur la roche est toujours négligée. Les propriétés pétrophysiques des deux couches ainsi que celles des fluides utilisés dans la simulation sont récapitulés dans la table 5.1.

TABLE 5.1 – Modèle de simulation de l'écoulement de mousse à grande échelle.

	Couche 1	Couche 2
Extension horizontale, $L$ (m)	200	200
Largeur, $h$ (m)	10	10
Épaisseur, $e$ (m)	20	20
Porosité, $\phi$ (-)	0.1	0.18
Perméabilité, $k$ (mD)	100	1600
Saturation en eau résiduelle, $S_{wr}$ (-)		0.2
Saturation en gaz irréductible, $S_{gi}$ (-)		0.1
Perméabilité relative à l'eau maximale, $k_{rw}^{\max}$ (-)		0.5
Perméabilité relative au gaz maximale, $k_{rg}^{\max}$ (-)		0.6
Exposant, $n_w$ (-)		4.2
Exposant, $n_g$ (-)		1.4
Pression capillaire d'entrée, $P_e$ (mbar)	78	26
Exposant, $\lambda$ (-)	3	3
Viscosité de l'eau, $\mu_w$ (cP)		0.58
Viscosité du gaz, $\mu_g$ (cP)		0.019
Masse volumique de l'eau, $\rho_w$ (kg/m <sup>3</sup> )		980
Masse volumique du gaz, $\rho_g$ (kg/m <sup>3</sup> )		149
Pression, $P$ (bar)		100
Température, $T$ (°C)		60
Débit total, $Q$ (m <sup>3</sup> /jour)		26.4
Qualité de mousse imposée, $f_{g0}$ (-)		0.6
Concentration en tensioactif, $C_s$ (g/L)		5
Pas de discrétisation, $\Delta X$ (m)		2
Pas de discrétisation, $\Delta Y$ (m)		20
Pas de discrétisation, $\Delta Z$ (m)		1

## 5.2 Effet des lois d'échelle selon l'hypothèse dynamique

Rappelons tout d'abord que l'hypothèse dynamique de la stabilité des lamelles indique que le paramètre  $M_{\text{ref}}$  du modèle de mousse varie en fonction de la perméabilité  $k$  du milieu poreux comme  $M_{\text{ref}} \sim \sqrt{k}$ , tandis que les autres paramètres  $S_w^*$  et  $\Theta$  demeurent constants (voir Table 4.6). Dans cette section, nous appliquons cette hypothèse pour la mise à l'échelle du

modèle de mousse pour la coupe bi-couche et nous mettons l'accent sur son incidence sur le comportement de la mousse par rapport au cas où le modèle de mousse est supposé identique pour les deux couches. Nous supposons que la perméabilité de référence est celle de la première couche. La table 5.2 montre les performances de la mousse ainsi considérées suivant les deux cas simulés. Les débits au puits de production, les pressions à l'injection, ainsi que les cartes de saturation et de texture obtenues à différentes dates dans chaque cas traité sont comparés en Figures 5.3, 5.4 et 5.5.

TABLE 5.2 – Modèles de mousse utilisés pour la mise en évidence de l'incidence des lois d'échelle selon l'hypothèse dynamique sur l'écoulement de mousse dans une section bi-couche.

	$M_{\text{ref}}$ (-)	$S_w^*$ (-)	$\Theta$ (-)	$N_{cg}^{\text{ref}}$ (-)	$e_c$ (-)
Simulation <b>avec</b> lois d'échelle					
Couche 1	273	0.38	34	$2.77 \times 10^{-8}$	0.7
Couche 2	1092				
Simulation <b>sans</b> lois d'échelle					
Couche 1 et 2	273	0.38	34	$2.77 \times 10^{-8}$	0.7

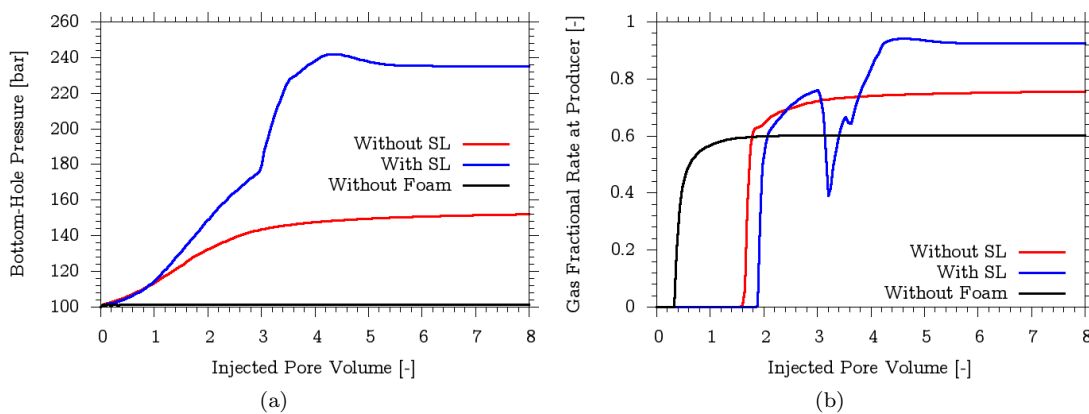


FIGURE 5.3 – Comparaison des données de puits : (a) la pression au fond du puits injecteur et (b) la fraction volumique de gaz dans l'effluent produit ; « SL » désigne les lois d'échelle.

Nous remarquons que la prise en compte des lois d'échelle conduit à la prévision d'une pression beaucoup plus élevée au puits injecteur, c'est-à-dire une performance de mousse accrue. Cela est attendu car une augmentation de la réduction de mobilité du gaz en présence de mousse a été appliquée dans la deuxième couche (de forte perméabilité) par comparaison au cas avec un  $M_{\text{ref}}$  uniforme. Par ailleurs, la percée du gaz dans le puits producteur est retardée et la production de gaz est accrue aux temps longs, ce qu'on peut également observer sur les champs de saturation et de texture reportés en Figure 5.4 et 5.5.

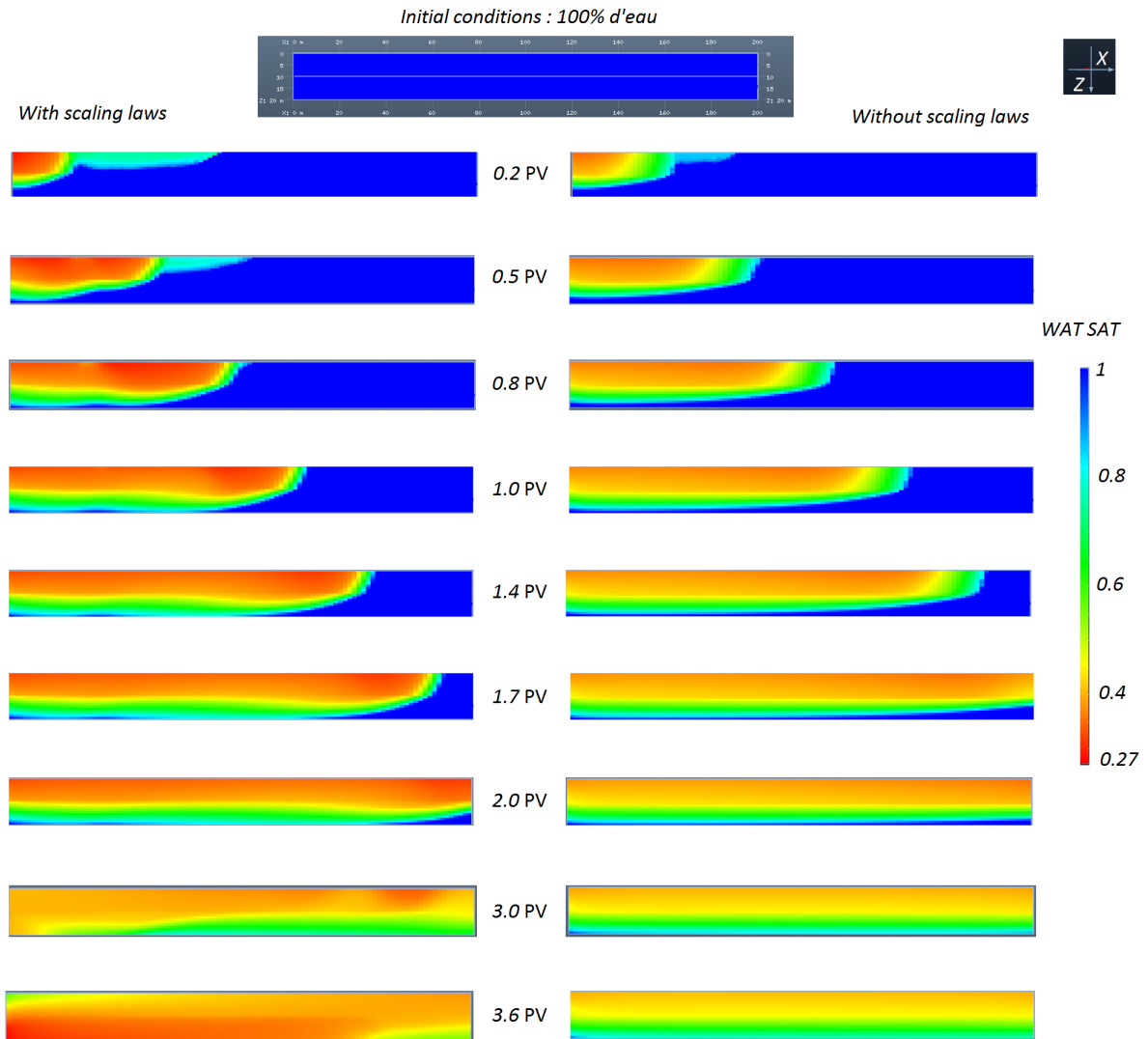


FIGURE 5.4 – Injection de gaz et d’une solution tensioactif (avec une qualité  $f_{g0} = 0.6$ ) dans une coupe de réservoir bi-couche initialement saturé en eau. À gauche, les cartes de saturation obtenues avec un modèle de mousse mis à l’échelle (selon l’hypothèse dynamique) par rapport à la perméabilité et à droite les résultats avec un modèle de mousse invariant avec la perméabilité.



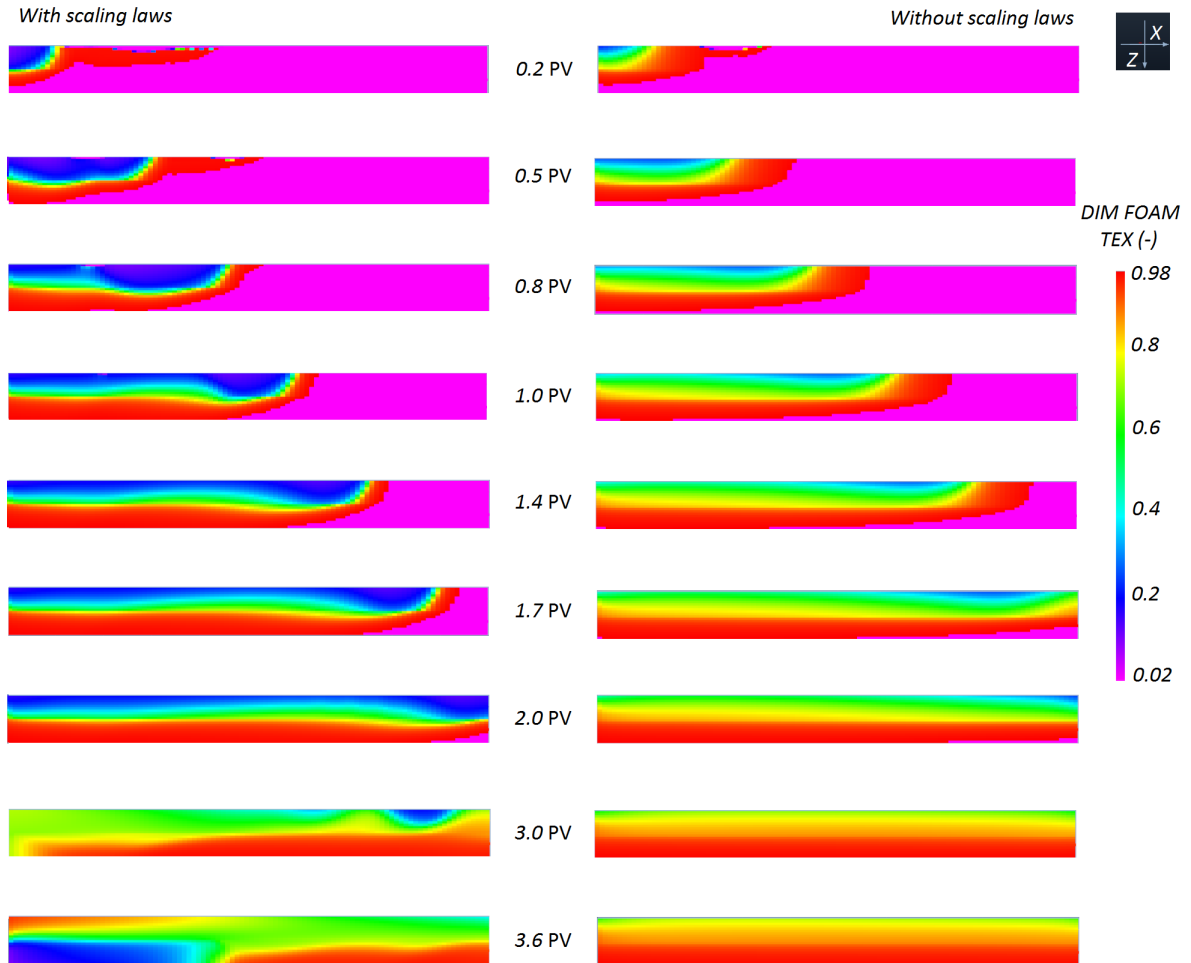


FIGURE 5.5 – Évolution de la texture adimensionnelle de la mousse ( $n_D = F_2$  sous l'hypothèse de l'équilibre local) à différents instants de l'injection : à gauche, les résultats avec les lois d'échelle et à droite sans lois d'échelle.

La figure 5.4 montre que les répartitions des fluides diffèrent considérablement entre les deux cas simulés pour des volumes injectés identiques. Le front de gaz s'avère plus stable et résistant à la ségrégation gravitaire en tenant compte des lois d'échelle. En effet, la forte réduction de mobilité dans la couche inférieure retient le gaz injecté plus longtemps avant qu'il se ségrège au toit de la section. Dans les deux cas, la mousse n'efface pas totalement les effets gravitaires bien que la couche supérieure de moindre perméabilité soit susceptible de les limiter. Notons qu'après un volume injecté très important (3.6 PV), la répartition du gaz demeure différente selon les deux modèles.

En ce qui concerne l'évolution de la texture adimensionnelle dans la grille, nous constatons que la mousse se forme brusquement au front du gaz, pour atteindre sa valeur maximale, dans les deux cas simulés. Nous remarquons qu'en tenant compte des lois d'échelles : (1) la mousse se casse plus rapidement à l'arrière du front, et en particulier, dans la couche supérieure, et (2) la mousse se crée et coalesce dans toute la grille, attestant ainsi d'un échange important entre les deux couches, tandis que dans le cas contraire la texture reste constante dans chaque couche.

### 5.3 Effet des lois d'échelle selon les lois observées

Rappelons que les lois identifiées à partir de la calibration du modèle de mousse sur des carottes de différentes perméabilités montrent que les deux paramètres  $S_w^*$  et  $M_{\text{ref}}$  varient avec la perméabilité  $k$  comme  $M_{\text{ref}} \sim \sqrt{k}$  et  $S_w^* \sim k^{-0.3}$ , et que le paramètre  $\Theta$  est quasi-constant. Dans cette section, nous appliquons ces lois pour la mise à l'échelle du modèle de mousse et nous comparons les résultats à ceux obtenus le modèle invariant. La table 5.3 reporte les modèles de mousse utilisés dans les deux cas et les figures 5.6, 5.7 et 5.8 comparent les deux cas.

TABLE 5.3 – Modèles de mousse utilisés pour la mise en évidence de l'incidence des lois d'échelle calibrées expérimentalement sur l'écoulement de mousse dans une section hétérogène.

	$M_{\text{ref}}$ (-)	$S_w^*$ (-)	$\Theta$ (-)	$N_{cg}^{\text{ref}}$ (-)	$e_c$ (-)
Simulation <b>avec</b> lois d'échelle					
Couche 1	273	0.38	34	$2.77 \times 10^{-8}$	0.7
Couche 2	1092	0.16			
Simulation <b>sans</b> lois d'échelle					
Couche 1 et 2	273	0.38	34	$2.77 \times 10^{-8}$	0.7

Nous constatons qu'en ajoutant la dépendance du paramètre  $S_w^*$  à la perméabilité, la pression au puits injecteur augmente plus vite encore (régime transitoire plus court) que selon les lois d'échelle précédentes (cf. section 5.2). Toutefois, les valeurs obtenues aux temps longs sont peu modifiées. La figure 5.7 montre que cette dépendance de  $S_w^*$  corrige davantage le front d'avancée du gaz (front quasi-homogène entre les deux couches), en contrôlant mieux la ségrégation gravitaire. En effet, un  $S_w^*$  plus faible dans la couche inférieure la plus perméable favorise la circulation

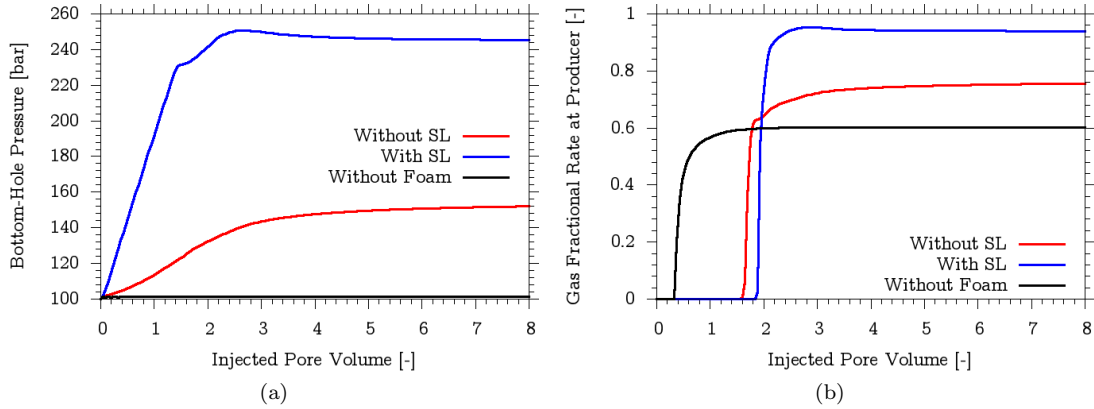


FIGURE 5.6 – Comparaison des résultats de puits : (a) la pression au fond du puits injecteur et (b) la fraction de gaz dans l’effluent produit (gas-cut) ; « SL » désigne les lois d’échelle.

du gaz dans cette couche, ce qui limite sa ségrégation. Cela est encore retrouvé sur la figure 5.8 qui montre une texture de mousse maximale dans la couche supérieure (mousse plus fine) et une texture de valeur plus faible dans la deuxième couche (mousse grossière). La texture demeure toujours à sa valeur maximale dans la couche de faible perméabilité, même après la percée du gaz, alors qu’elle se casse et se crée dans la couche de forte perméabilité. Par conséquent, un  $S_w^*$  dépendant de la perméabilité (selon les lois observées) donne un comportement de mousse très différent à celui obtenu avec un  $S_w^*$  invariant selon l’hypothèse dynamique.

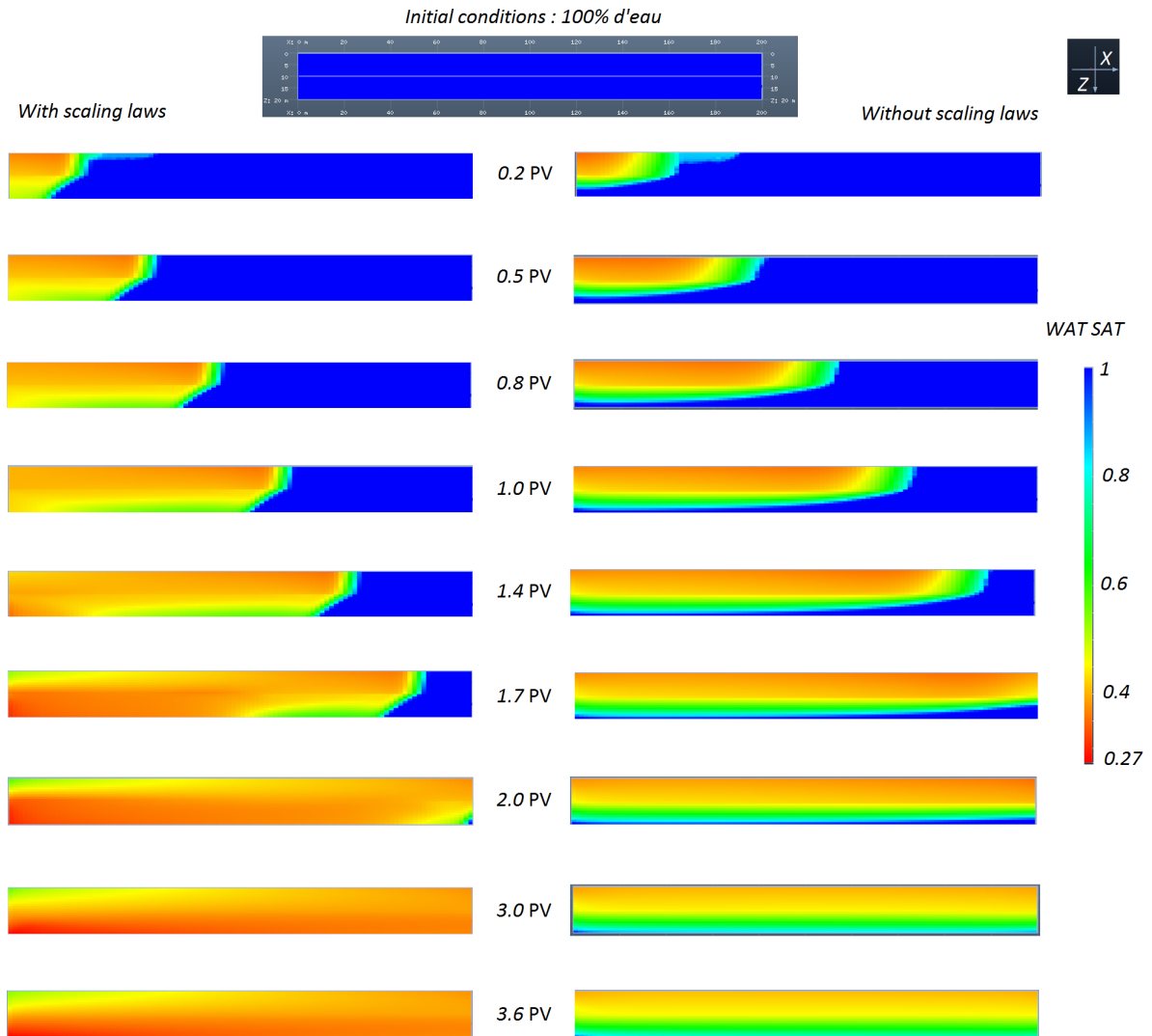


FIGURE 5.7 – Injection de gaz et d’une solution tensioactif (avec une qualité  $f_{g0} = 0.6$ ) dans une section bi-couche initialement saturée en eau. À gauche, les résultats obtenus avec un modèle de mousse mis à l’échelle (selon les lois observées) par rapport à la perméabilité et à droite les résultats avec un modèle de mousse invariant.

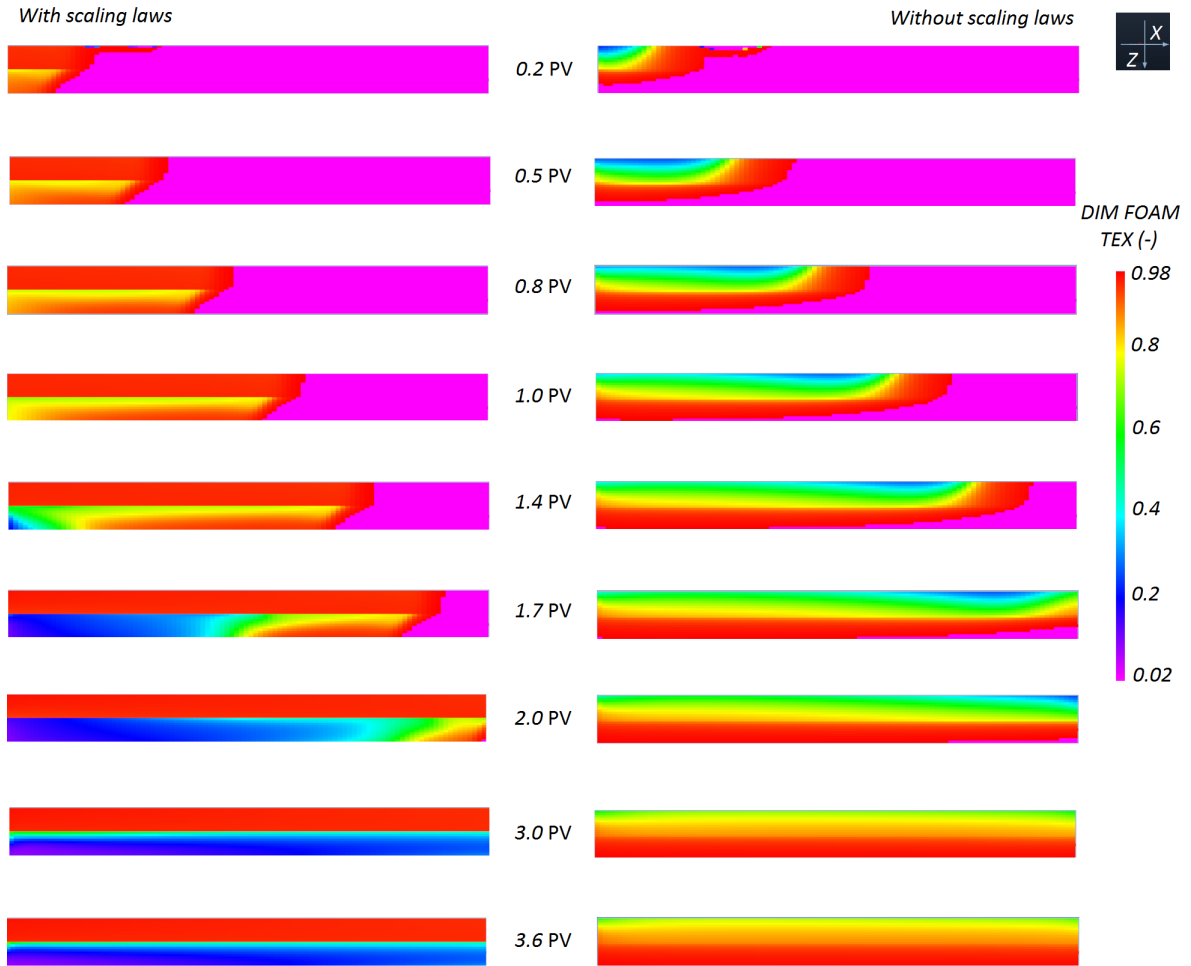


FIGURE 5.8 – Évolution de la texture adimensionnelle de la mousse ( $n_D = F_2$  sous l'hypothèse de l'équilibre local) à différents instants de l'injection : à gauche, les résultats avec les lois d'échelle observées et à droite sans tenant compte des lois d'échelle.

---

## 5.4 Conclusion

Les lois d'échelle, selon l'hypothèse dynamique et l'observation, ont un impact important sur les prévisions du déplacement de mousse dans un modèle de réservoir comportant des niveaux de perméabilités contrastés. Cet impact concerne à la fois les productions et la distribution des fluides et de la texture de la mousse au sein du réservoir. Ces lois d'échelle peuvent modifier, dans un sens ou un autre, le comportement de la mousse à grande échelle. Cela a été mis en évidence grâce à un modèle de simulation simple qui correspond à un réservoir bi-couche. Certes ce modèle est loin d'être représentatif d'un cas réel et ne nous permet pas de tirer de conclusion générale sur les effets escomptés de la mousse à grande échelle, cependant il indique clairement que les prévisions de performance d'un procédé à base de mousse, appliqué à un réservoir hétérogène, nécessitent une bonne connaissance des lois d'échelle du modèle de mousse avec la perméabilité. C'est pourquoi il serait utile de confirmer et préciser ces dernières à partir d'études expérimentales sur des milieux de propriétés contrastés.



# Conclusions générales et perspectives

Durant cette thèse, nous avons traité différents aspects de l'écoulement des mousses en milieu poreux dans le contexte de la récupération assistée du pétrole, afin de répondre aux objectifs de cette thèse qui sont principalement axés sur l'amélioration du paramétrage du modèle de mousse empirique. Le sujet a été abordé à diverses échelles, allant de l'écoulement des bulles dans des capillaires à l'écoulement de la mousse à l'échelle d'un pilote. Ici, nous présentons les principales conclusions de ce travail et nous proposons par la suite des perspectives pour cette étude.

Les résultats de la thèse peuvent être synthétisés comme suit :

- Une étude bibliographique approfondie des différentes techniques de modélisation des déplacements de mousse en milieu poreux nous a permis de mettre en évidence les avantages et les limitations des deux grandes familles de modèles. D'une part les modèles empiriques qui simulent la réduction de mobilité associée au déplacement d'une mousse au moyen d'un modèle de Darcy polyphasique étendu. Ces modèles sont basés sur une description macroscopique de la mousse en termes de réduction de mobilité du gaz sans chercher à décrire son comportement dynamique à l'échelle microscopique tel que la génération, la destruction et le transport des lamelles. La description est fondée sur une fonctionnelle d'interpolation multiparamétrique qui dépend des paramètres impactant la performance de la mousse. Cela leur confère une simplicité et un sens pratique essentiel pour les études de réservoir à grande échelle. Cependant, les fonctionnelles empiriques de ces modèles manquent de généralité et de fondement physique puisqu'elles ne font pas intervenir directement les mécanismes microscopiques responsables de la réduction de mobilité, et par conséquent, leur caractère prédictif est réduit à un espace paramétrique limité aux expériences de déplacement qui ont servi à calibrer ces modèles. D'autre part, les modèles à lamelles, qui prédisent les propriétés d'écoulement d'une mousse en milieu confiné de géométrie simple, concernent des géométries simples dans la littérature. La réduction de mobilité du gaz suivant ces modèles est donnée par des lois rhéologiques fonction de la densité des lamelles (ou texture), le paramètre essentiel dans le comportement de la mousse. Ce nouveau paramètre spécifique aux écoulements de mousse n'est



pas constant et est défini par des lois microscopiques de génération et de destruction des lamelles. Toutefois, la texture est invariante à l'équilibre local entre la génération et la destruction. C'est pourquoi les modèles à lamelles ont été mis à profit pour paramétrer les modèles empiriques.

- Nous avons montré que les deux modèles empirique et à lamelles sont équivalents et peuvent prédire les mêmes résultats à l'équilibre local. En effet, nous avons mis au point une méthode pour identifier les deux modèles via des lois de correspondance entre les paramètres des deux approches. Plus précisément, l'égalité entre la mobilité du gaz moussant, exprimée selon chaque modèle, nous a permis d'identifier les paramètres empiriques aux paramètres physiques microscopiques, notamment la texture de la mousse. Cette équivalence apporte un fondement physique aux modèles empiriques. De manière générale, elle permet de paramétrer facilement les modèles empiriques à partir de la relation entre la texture et la saturation en régime permanent. Finalement, la pertinence de cette équivalence a été étudiée en utilisant un modèle à lamelles calibré sur la base des données expérimentales de la littérature. Un très bon accord a été constaté entre les résultats des deux modèles.
- Nous avons appliqué la nouvelle procédure proposée, basée sur le parallèle avec un modèle en texture, pour calibrer le modèle de mousse empirique par rapport à des mesures de la viscosité apparente de la mousse en régime permanent pour différentes qualités de mousse, vitesses totales et perméabilités. Un modèle de viscosité du gaz moussant en tube capillaire, hérité des travaux de Bretherton étendus par Hirasaki et Lawson, a été adopté. Il nous a permis de transcrire les mesures de la viscosité apparente en termes de texture et de saturation. Ces couples texture-saturation permettent de calibrer les paramètres empiriques au moyen des lois de correspondance établies dans le cadre de cette thèse. Par ailleurs, une autre méthode de calibration disponible dans la littérature, basée sur la méthode des moindres carrés, a été appliquée aux mêmes mesures afin de comparer les deux méthodes. Les résultats obtenus par les deux méthodes sont très satisfaisants et encourageants pour les deux milieux poreux homothétiques considérés dans cette étude. La calibration demeure cependant approximative pour des ensembles de données incomplets ou dispersés, tels que celui acquis sur un troisième poreux de faible perméabilité.
- La calibration du modèle de mousse sur différents milieux poreux, nous a permis d'étudier les lois d'échelle des paramètres empiriques avec la perméabilité selon deux hypothèses statique et dynamique de stabilité des lamelles. Les lois proposées dans cette thèse sont en accord avec les constats de la littérature et il paraît que l'hypothèse dynamique rend beaucoup mieux compte de ces effets d'échelle que l'hypothèse statique. Les lois d'échelle sont essentielles pour l'évaluation de la performance de la mousse à l'échelle d'un pilote qui explore le plus souvent des niveaux-réservoirs de perméabilités contrastées.
- Nous avons mis en évidence l'importance des lois d'échelle à partir de simulations de l'écoulement de mousse sur une coupe verticale de réservoir bi-couche montrant un contraste de perméabilité important. Nous avons trouvé que leur impact sur le comporte-

---

ment de la mousse à l'échelle du réservoir est tout à fait significatif. En effet, les données de puits et les cartes de saturation et de texture diffèrent considérablement par rapport au cas où le modèle de mousse est supposé invariant en fonction de la perméabilité. Ainsi, les lois d'échelle sont essentielles pour mieux prédire le comportement de la mousse, et donc pour mener une évaluation plus pertinente des procédés EOR basés sur la mousse, dans un réservoir hétérogène.

Pour conclure, nous avons mis au point une procédure robuste pour calibrer d'une manière fiable les modèles de mousse en régime permanent. Cette procédure a été mise au point et testée en deux étapes : en premier lieu, à partir d'un modèle en texture pré-calibré issu de la littérature, puis à partir des résultats d'expériences menées à IFPEN traduits en termes de texture. Enfin, nous avons proposé et interprété des lois d'échelle des paramètres du modèle de mousse en fonction de la perméabilité du milieu poreux, en analysant les paramètres des modèles calibrés sur des carottes de différentes perméabilités.

L'ensemble de résultats de cette thèse a fait l'objet de deux articles scientifiques publiés dans des journaux à comité de lecture (voir Annexe E), un brevet et des présentations orales et un poster :

- O. Gassara, F. Douarche, B. Braconnier, and B. Bourbiaux. Equivalence between semi-empirical and population-balance foam models. *Transport in Porous Media* (published), 2017.
- O. Gassara, F. Douarche, B. Braconnier, and B. Bourbiaux. Calibrating and interpreting implicit-texture models of foam flow through porous media of different permeabilities. *Journal of Petroleum Science and Engineering* (published), 2017.
- O. Gassara, F. Douarche, B. Braconnier, and B. Bourbiaux. Procédé d'exploitation d'un gisement d'hydrocarbures par injection d'un gaz sous forme de mousse. Patent Filed to FR *Institut National de la Propriété Industrielle*, 2017.
- Présentation orale au congrès *13ème Journées d'Études des Milieux Poreux* (JEMP2016) qui s'est tenu à Côte Basque les 12 et 14 Octobre 2016.
- Présentation orale au congrès *Complexe Fluid Flow in Porous Media* (ComFlowPore15) qui s'est tenu à Bordeaux les 12 et 14 Octobre 2015.
- Poster à la rencontre scientifique *Microfluidics: from laboratory tools to process development* (RS-Microfluidics) qui s'est tenue à Rueil-Malmaison les 04 et 05 Novembre 2015.

**Perspectives.** Cette étude constitue une étape importante vers la mise en place d'un modèle de mousse prédictif indispensable pour les études de sensibilités destinées à optimiser les procédés EOR basés sur la mousse à l'échelle d'un champ pétrolier. Néanmoins, plusieurs aspects restent à explorer et nécessitent une étude plus approfondie, notamment

- Les lois d'échelle développées dans cette étude doivent être confirmées et étendues à des milieux poreux naturels de différentes structures et propriétés, à l'aide d'autres ensembles de données expérimentales plus détaillés et précis. En effet, le manque de mesures qui couvrent la zone de transition entre les régimes faible et haute qualité ne nous permet

pas de tirer une conclusion définitive concernant la validité de l'hypothèse dynamique de coalescence de la mousse qui sous-tend les relations de mise à l'échelle correspondantes établies dans ce document.

- L'ajustement des régimes transitoires de l'écoulement de mousse, conduisant aux états permanents, constitue l'étape suivante. celle-ci peut être abordée à partir d'essais disposant d'informations suffisantes (profils de saturation et de pression, les productions, etc.), dans le but d'enrichir et de contraindre davantage le modèle empirique, ce qu'il rende compte de l'impact des phénomènes de génération et de destruction de la mousse à l'échelle du réservoir.
- Les effets des autres paramètres impactant la performance de la mousse demeurent à étudier, à savoir la concentration en tensioactif, la saturation en huile et également le gradient de pression minimal pour la génération de la mousse qui n'est pas intégré dans la version actuelle du modèle. Compte tenu des applications pétrolières du modèle, l'ajustement de la fonction d'interpolation  $F_3$  à partir des mesures de déplacements de mousse en présence d'huile est essentiel.
- L'étude de l'effet de l'adsorption du tensioactif sur la performance de la mousse car en pratique des quantités limitées de tensioactif sont généralement injectées dans le réservoir. En particulier, des lois d'échelle de l'adsorption du tensioactif avec la perméabilité du milieu poreux sont à étudier.

## Annexe A

# Vérification de la loi de pression associée à une bulle dans un canal rectangulaire

**Expériences micro-fluidiques.** Dans le cadre de l'étude des propriétés de l'écoulement des mousses dans les dispositifs micro-fluidiques, Quennouz *et al* [93] ont réalisé une étude expérimentale en utilisant le système micro-fluidique M14, montré en Figure A.1. L'idée était de réaliser un système micro-fluidique moussant et d'effectuer des mesures pour la caractérisation des écoulements de bulles de gaz. Nous exploitons ces données expérimentales pour vérifier la loi de pression (loi de Bretherton généralisée) associée à une bulle de gaz dans ces systèmes.

Le processus de formation des bulles mis en place correspond à la co-injection de gaz et d'eau à travers une jonction en croix (notée «foam generator» en Figure A.1). La formation de mousse est contrôlée et caractérisée en pilotant les pressions d'injection d'eau et de gaz tout en amont du dispositif micro-fluidique. Durant ces expériences, l'agent moussant SDS (Sodium n-Dodecyl Sulfate) est ajouté à la phase aqueuse (fraction massique de 1%) pour assurer la stabilité des films liquides. Le gaz injecté est l'azote, de sorte que la tension interfaciale entre les deux fluides injectés est de l'ordre de 30 mN/m. Notons que les trois canaux de sortie de ce

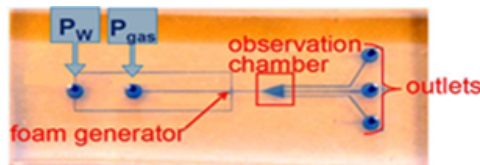


FIGURE A.1 – Système micro-fluidique M14 [93].

dispositif présentent la même longueur  $L = 6.3$  mm, la même profondeur  $h = 47$   $\mu\text{m}$  et trois largeurs différentes  $w = 124.7, 65.3$  et  $30.4$   $\mu\text{m}$ . L'écoulement des bulles a été caractérisé dans

chaque canal de manière indépendante, c'est-à-dire que seul le canal considéré avait une sortie ouverte. L'expérience consiste non seulement en des mesures directes, obtenues à partir d'un débitmètre et d'un contrôleur de pression, mais également l'acquisition d'images par caméra rapide dont la fréquence d'acquisition était de 2000 images par seconde. Cette dernière a permis de caractériser précisément la vitesse des bulles dans les canaux, ainsi que d'autres paramètres tels que la longueur et le nombre des bulles présentes dans le canal, la fraction du gaz, etc. Chaque essai était caractérisé par un couple donné des valeurs de pression d'eau et de pression de gaz imposées en amont. Les conditions opératoires induisent des comportements distincts des bulles. À titre d'exemple, la figure A.2 montre les formes de bulles de gaz développées dans le cas du grand canal. Nous remarquons que plus l'écart entre la pression d'eau  $P_w$  et la pression du gaz  $P_g$  est important, plus les bulles sont nombreuses et petites.

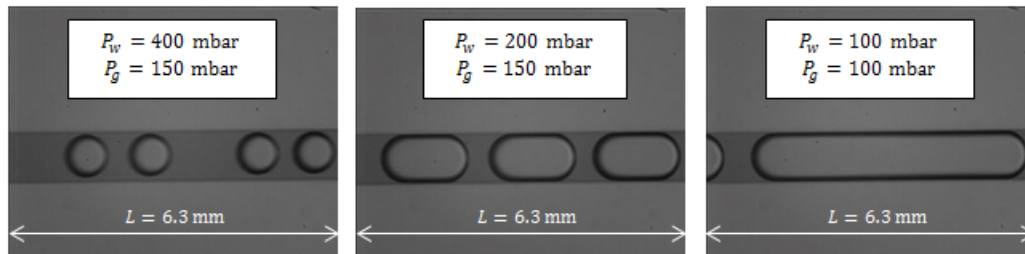


FIGURE A.2 – Forme des bulles de gaz à différentes combinaisons de  $P_w$  et  $P_g$  dans le cas du grand canal.

**Correction des pertes de charges.** Les valeurs de la différence de pression mesurée entre l'entrée et la sortie du dispositif expérimental sont corrigées afin de soustraire la perte de charge due à la résistance hydraulique  $R_H$  des tubes d'injection en amont du système micro-fluidique. En effet, le système d'injection en amont est relié au dispositif micro-fluidique par des tubes (de même longueur pour la solution moussante et le gaz) comme l'indique la figure A.3. La perte de charge  $\Delta P_{\text{amont}}$  dans ces tubes d'entrée est déterminée à partir de la relation  $\Delta P_{\text{amont}} = R_H Q_w$ , où  $Q_w$  désigne le débit volumique du liquide. La valeur de la résistance  $R_H$  utilisée dans toute la suite est  $18.4 \text{ Pa}\cdot\text{m}^{-3}\cdot\text{s}$  [119].

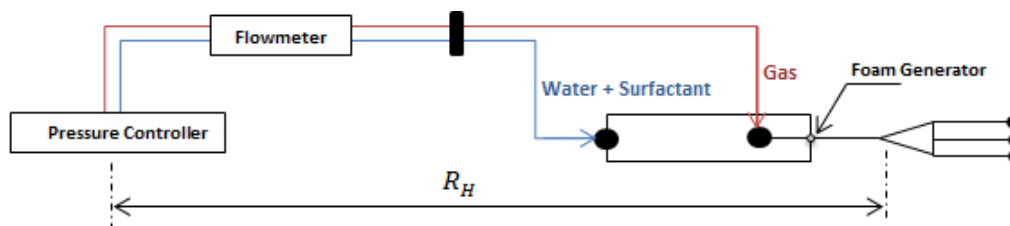


FIGURE A.3 – Schéma du montage expérimental en amont du système micro-fluidique.

---

## Résultats et discussions

**Écart de pression associé à une bulle.** L'équation (2.21) de la différence de pression totale peut s'écrire sous la forme

$$\begin{aligned}\Delta P &= \Delta P_l + n_b \Delta P_{\text{bulle}} \\ &= \frac{aL_s \alpha \mu_w}{h^2} u + n_b \left[ \frac{bL_B \alpha \mu_w}{h^2} u + \frac{c\sigma}{h} \left( \frac{\mu_w u}{\sigma} \right)^{2/3} \right]\end{aligned}\quad (\text{A.1})$$

Par conséquent, l'écart de pression associé à une bulle peut être déterminé expérimentalement comme

$$\Delta P_{\text{bulle}} = \frac{\Delta P - \Delta P_l}{n_b} \quad (\text{A.2})$$

Or,  $\Delta P_l$  qui désigne la contribution des bouchons de liquide peut être approximée par la loi linéaire  $\Delta P \propto Q$  relative à un fluide newtonien, soit [89]

$$\Delta P_l = \frac{aL_s \mu_w}{wh^3} Q \quad (\text{A.3})$$

où  $a$  désigne à nouveau un coefficient (voir équation (2.20)),  $L_s$  la longueur totale des bouchons de liquide et  $Q$  le débit total dans le canal.  $Q = uwh$ , où  $u$  est la vitesse des bulles, si la vitesse d'écoulement du liquide est égale à celle de la bulle, i.e.  $\alpha = 1$ . Par conséquent, pour chaque mesure de  $\Delta P$ , nous déterminons  $\Delta P_{\text{bulle}}$  en utilisant les équations (A.2) et (A.3). Les résultats obtenus pour les trois canaux sont montrés en Figure A.4. L'ajustement des données expérimentales par une seule loi de puissance montre que  $\Delta P_{\text{bulle}}$  varie en  $u^{2/3}$ , qui est en accord avec la loi de pression proposée par Bretherton [32] pour des capillaires de section circulaire et étendue pour des sections rectangulaires par Wong *et al* [86, 87] et Fuerstman *et al* [88]. De plus, nous trouvons que le terme en  $bu$  dans l'équation (A.1) est négligeable, comme démontré par Hourtané *et al* [91, 92] et par Parthiban et Khan [90].

Nous pouvons également ajuster séparément les données expérimentales de chaque canal en raison de la dépendance du coefficient de proportionnalité  $c$  aux dimensions de la section de passage des bulles. Nous avons trouvé les pentes 0.63, 0.65 et 0.60 pour le grand canal, le moyen canal et le petit canal, successivement. Cette analyse nous a permis de déterminer aussi la valeur du paramètre empirique  $c$  de l'équation (A.1). Nous trouvons une valeur de  $c = 19$  pour le grand canal (de largeur  $w = 124.7 \mu\text{m}$ ),  $c = 21$  pour le moyen canal (de largeur  $w = 65.3 \mu\text{m}$ ) et  $c = 29$  pour le petit canal (de largeur  $w = 30.4 \mu\text{m}$ ). Nous rappelons que la profondeur de tous les canaux est  $h = 47 \mu\text{m}$  et la longueur est  $L = 6.3 \text{ mm}$ . Hourtané *et al* [91, 92] ont trouvé les valeurs suivantes :  $c = 34$  pour un canal de dimensions  $250 \times 300 \mu\text{m}$  et  $c = 25$  pour un autre de dimensions  $100 \times 100 \mu\text{m}$ .

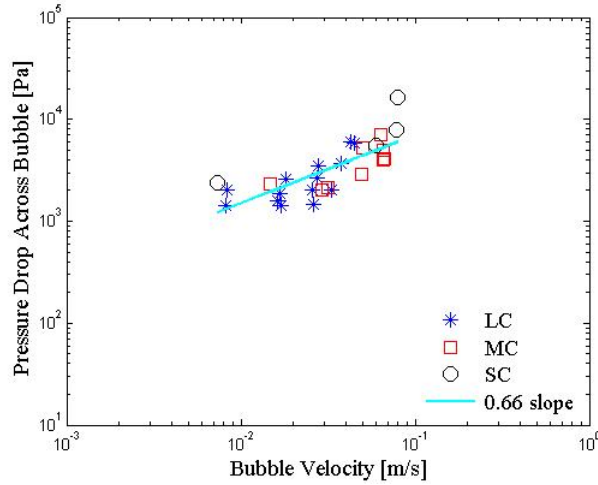


FIGURE A.4 – Écart de pression  $\Delta P_{\text{bulle}}$  associé à une bulle en fonction de la vitesse de la bulle  $u$  pour les trois canaux. Les symboles sont les données expérimentales interprétées (LC désigne le grand canal, MC le moyen canal, et SC le petit canal) et le trait continu représente l’ajustement des données par une seule loi de puissance. L’ajustement montre que  $\Delta P_{\text{bulle}}$  varie  $u^{2/3}$ .

**Viscosité effective du gaz.** Les différences de pression totales  $\Delta P$ , mesurées pour chaque canal micro-fluidique, ont été utilisées pour calculer la viscosité effective du gaz  $\mu_g^f$  comme

$$\mu_g^f = \frac{h^2}{an_b L_B} \frac{\Delta P - \Delta P_l}{u} \quad (\text{A.4})$$

Les résultats obtenus sont montrés en Figure A.5. D’une part, l’ajustement des données à nombre de bulles similaire, par une loi de puissance, montre une variation de  $\mu_g^f$  proche de  $u^{-1/3}$  pour les trois canaux, ce qui est en accord avec le modèle proposé par Fuerstman *et al.* D’autre part, les résultats montrent également un ordre de classement acceptable de la viscosité effective du gaz selon la perméabilité des canaux :  $\mu_g^f$  est beaucoup plus importante dans le grand canal (le plus perméable) ce qui est cohérent avec les effets attendus de la mousse dans des milieux poreux de différentes perméabilités.

**Conclusions et recommandations.** Dans cette annexe, nous avons pu transcrire les mesures micro-fluidiques d’un écoulement de train de bulles en des mesures de la perte de charge associée à une seule bulle et en viscosité effective du gaz. Cela est très important pour mettre en pratique les mesures micro-fluidiques et étudier les lois microscopiques régissant l’écoulement de la mousse en milieu poreux. Nous avons constaté un accord qualitatif avec les lois connues de la littérature. Nous retiendrons que, dans un canal droit, l’écart de pression de part et d’autre d’une bulle est proportionnel à la puissance 2/3 de la vitesse du gaz et que la viscosité effective du gaz varie comme la puissance -1/3 de la vitesse à densité de bulles (texture) donnée.

Cette interprétation de mesures micro-fluidiques offre des perspectives de développement,

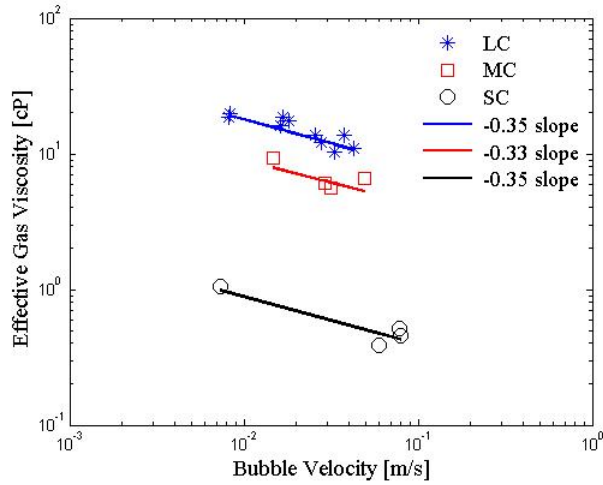


FIGURE A.5 – Viscosité effective du gaz  $\mu_g^f$  en fonction de la vitesse de la bulle  $u$  à nombre de bulles  $n_b$  similaire :  $n_b = 3 - 4$  pour le grand canal (LC) et  $n_b = 1$  pour le moyen (MC) et petit canal (SC). L'ajustement des données pour chaque canal montre une variation de  $\mu_g^f$  proche de  $u^{-1/3}$  pour les trois canaux.

dont nous évoquons quelques exemples bien qu'en dehors du cadre de cette thèse : (1) des mesures avec d'autres dispositifs d'injection (générant des tailles de bulle contrôlées), et/ou d'autres agents moussants permettraient de quantifier l'impact du nombre de bulles sur la viscosité effective du gaz à vitesse des bulles fixée, (2) le dispositif expérimental et/ou les conditions opératoires pourraient être adaptés afin de simuler les conditions de déplacement dans des canaux de différentes dimensions et sur des intervalles de vitesse plus larges et (3) effectuer des mesures de référence en absence de tensioactif (gaz sous forme continue) afin, par différence, de véritablement quantifier l'impact des lamelles (films) sur la réduction de mobilité du gaz s'écoulant sous forme de mousse.





## Annexe B

# Analyse par flux fractionnaire

**Expérience de co-injection.** Considérons un écoulement diphasique gaz/eau dans un massif poreux cylindrique de section  $A$ , de longueur  $L$  et d'axe  $Ox$  horizontal. L'écoulement est unidimensionnel et parallèle à  $Ox$ . Les fluides sont supposés incompressibles et de viscosités constantes. Le massif est initialement saturé en gaz à hauteur de  $S_g(x, t = 0^-) = S_{gi}$  (saturation irréductible en gaz), le complément du volume poreux étant occupé par l'eau à hauteur de  $S_w(x, t = 0^-) = 1 - S_{gi}$ , quel que soit  $x \in [0, L]$  (on rappelle que  $S_g + S_w = 1$ ). A l'entrée du massif, située en  $x = 0$ , les deux fluides gaz et eau sont injectés à des vitesses de Darcy  $u_{g0}$  et  $u_{w0}$ , constantes au cours du temps. Par conséquent, le flux fractionnaire de gaz  $f_{g0}$  imposé à l'entrée est tel que  $f_{g0} = u_{g0}/u$  (la fraction d'eau injectée  $f_{w0}$  est  $f_{w0} = 1 - f_{g0}$  par équivalence), où  $u = u_{g0} + u_{w0}$  désigne la vitesse totale d'injection qui est maintenue constante durant l'expérience. La face de sortie du massif est libre en  $x = L$ .

**Équations et méthode de résolution.** En prenant pour nouvelles variables les flux fractionnaires  $f_g = \frac{u_g}{u}$  et  $f_w = \frac{u_w}{u} = 1 - f_g$ , le système d'équations (2.1) de l'écoulement devient :

$$\partial_t (S_g) + \frac{u}{\phi} \partial_x (f_g) = 0 \quad \text{avec} \quad f_g = \varphi_g + \psi_g \partial_x (S_g) \quad (\text{B.1})$$

où

$$\varphi_g = \frac{\lambda_g}{\lambda_g + \lambda_w} \quad \text{et} \quad \psi_g = \frac{k}{u} \frac{\lambda_g \lambda_w}{\lambda_g + \lambda_w} \frac{dP_c}{dS_g} \quad (\text{B.2})$$

et  $P_c = P_g - P_w$  désigne la pression capillaire gaz/eau. Dans le cas où les gradients de la pression capillaire sont faibles et/ou la vitesse totale de l'écoulement  $u$  est importante, le terme de pression capillaire  $\psi_g$  dans l'équation (B.1) est négligeable et le flux fractionnaire du gaz s'écrit :

$$f_g = \frac{1}{1 + \frac{\mu_g}{\mu_w} \frac{k_{rw}}{k_{rg}}} \quad (\text{B.3})$$

Les équations (B.1) et (B.3) définissent ainsi une équation aux dérivées partielles du premier ordre pour l'inconnue  $S_g$ . Cette équation complétée par les conditions initiales (saturation initiale en chaque fluide) et aux limites (les vitesses  $u_{g0}$  et  $u_{w0}$ , ou encore  $f_{g0}$ ) peut être résolue analytiquement par la méthode des flux fractionnaires. L'application de cette méthode, ainsi que l'interprétation des paramètres d'écoulement à savoir les profils de saturation, l'évolution de la différence de pression entre les deux extrémités du massif, les débits et les cumulés des fluides en sortie du poreux durant l'expérience, sont détaillés ci-après.

Cherchons à quelle vitesse avance une tranche de saturation  $S_g$  donnée : si  $v(S_g)$  est cette vitesse, on doit avoir  $dS_g = \frac{\partial S_g}{\partial x} dx + \frac{\partial S_g}{\partial t} dt = 0$  avec par ailleurs  $dx = v(S_g) dt$ , c'est à dire  $\frac{\partial S_g}{\partial t} + v(S_g) \frac{\partial S_g}{\partial x} = 0$ , ce qui donne en reportant cette dernière expression dans (B.1) et en développant  $\frac{\partial f_g}{\partial x} = \frac{\partial f_g}{\partial S_g} \frac{\partial S_g}{\partial x}$  [6]

$$v(S_g) = \left( \frac{dx}{dt} \right)_{S_g} = \frac{u}{\phi} \frac{\partial f_g}{\partial S_g} \Rightarrow x(S_g) = \frac{ut}{\phi} \frac{\partial f_g}{\partial S_g} \quad (\text{B.4})$$

Ce dernier résultat, qui donne la position  $x(S_g)$  d'une tranche de saturation  $S_g$  le long du massif poreux, peut encore s'exprimer sous forme adimensionnelle, comme

$$X = \tau f'_g \quad (\text{B.5})$$

où  $\tau = ut/V_p$  désigne le volume de gaz injecté à l'instant  $t$  rapporté au volume poreux  $V_p$  du massif ( $V_p = AL\phi$ ),  $X = x/L \in [0, 1]$  la position adimensionnelle de la tranche de saturation  $S_g$  et  $f'_g = \frac{\partial f_g}{\partial S_g}$ . Nous avons donc le résultat fondamental suivant : au cours du déplacement, la tranche de saturation  $S_g$  se déplace à une vitesse constante donnée par la formule (B.4) ; cette vitesse dépend uniquement de la saturation  $S_g$  considérée. Plus simplement, il suffit de connaître l'état des saturations dans un massif à un instant donné et les conditions limites pour construire les profils de saturation à tout temps  $t$ . En effet, les conditions aux limites déterminent la saturation  $S_{g0}$  à l'entrée du massif qui diffère de la saturation maximale en gaz  $1 - S_{wr}$ . La saturation  $S_{g0}$  est obtenue par inversion du flux fractionnaire à sa valeur imposée en  $x = 0$ , telle que  $S_{g0} = f_g^{-1}(f_{g0})$ , où  $f_g^{-1}$  est la fonction inverse du flux fractionnaire  $f_g$ .

Néanmoins, les profils de saturation calculés sont assez étirés et peuvent montrer deux valeurs de saturation à la même abscisse  $x$  de l'axe  $Ox$  du massif, comme cela indiqué en Figure B.1 (c). La solution consiste à corriger le profil trouvé en introduisant une discontinuité (connue par front de déplacement ou encore choc), de manière à ce que le profil retenu satisfasse la conservation de masse du fluide injecté. Par conséquent la discontinuité doit être placée de façon telle que les deux aires situées sous les courbes en trait continu et pointillés de la figure B.1 (c) soient égales :

---


$$\begin{aligned}
(S_{gf} - S_{gi}) \frac{ut}{\phi} \left( \frac{\partial f_g}{\partial S_g} \right)_{S_{gf}} &= \int_{S_{gi}}^{S_{gf}} \frac{ut}{\phi} \frac{\partial f_g}{\partial S_g} dS_g \\
\Rightarrow \left( \frac{\partial f_g}{\partial S_g} \right)_{S_{gf}} &= \frac{f_g(S_{gf}) - f_g(S_{gi})}{S_{gf} - S_{gi}}
\end{aligned} \tag{B.6}$$

L'interprétation géométrique de cette dernière expression est simple : la corde joignant les deux points d'abscisse  $S_{gf}$  et  $S_{gi}$  de la courbe des flux fractionnaires est tangente à cette courbe  $f_g(S_g)$  au point d'abscisse  $S_{gf}$  comme le montre la figure B.1 (b). D'où une méthode graphique simple, connue sous le nom de la tangente de Welge (Welge 1952), pour déterminer la saturation au front  $S_{gf}$  et par la suite, en utilisant l'équation (B.5), nous pouvons calculer la position de cette tranche de saturation à chaque instant.

Dès lors, deux cas peuvent se présenter : (1) si  $S_{g0} \leq S_{gf}$ , l'écoulement est dit piston où un seul front d'amplitude  $S_{g0}$  avance dans le milieu poreux avec une vitesse constante  $v(S_{g0}) = \frac{u}{\phi} \frac{\Delta f_g}{\Delta S_g}$ , où  $\Delta f_g = f_{g0} - f_g(S_{gi})$  et  $\Delta S_g = S_{g0} - S_{gi}$ , et (2) si  $S_{g0} > S_{gf}$ , un étalement des tranches de saturation apparaît entre la saturation  $S_{g0}$  et le front du gaz  $S_{gf}$ . Dans les deux cas, le régime permanent est caractérisé par une saturation en gaz  $S_g$  uniformément répartie sur toute la longueur du massif et un flux fractionnaire  $f_g$  constant, tels que  $S_g = S_{g0}$  et  $f_g = f_{g0}$ .

Une fois la saturation au front  $S_{gf}$  déterminée, nous pouvons facilement prédire la date de percée  $\tau_{BT}$  du front à l'extrémité  $x = L$  du massif poreux : il suffit d'évaluer la position adimensionnelle  $X$  à 1 et la dérivée du flux fractionnaire à la saturation au front, ce qui donne  $\tau_{BT} = 1/f'_g(S_{gf})$ . De plus, les débits de chaque phase à la sortie du poreux sont donnés par

$$Q_g = \begin{cases} 0 & \text{si } \tau \leq \tau_{BT} \\ f_g(S_g \in [S_{gf}, S_{g0}]) \times Q & \text{si } \tau > \tau_{BT} \end{cases} \quad Q_w = Q - Q_g \tag{B.7}$$

$Q_g$  et  $Q_w$  désignent respectivement le débit du gaz et d'eau à l'extrémité  $x = L$  du massif poreux et  $Q$  le débit total. Notons que pour les différents temps de l'injection, la somme des deux débits est constante telle que  $Q_g(t) + Q_w(t) = Q$  dû à la compressibilité des fluides. La figure B.1 (e) reporte les récupérations instantanées des fluides en sortie du poreux calculées avec la relation (B.7).

Les débits cumulés se déduisent par sommation ou encore en remarquant que le volume de l'eau déplacée à l'instant  $t$  est égal au volume de gaz situé sous le profil de saturation  $S_g(X, \tau)$ , en ayant soin d'en soustraire le volume de gaz initialement en place  $S_{gi}$  et ajouter la quantité d'eau injectée à l'extrémité amont. Par conséquent, les débits cumulés du gaz  $N_g(\tau)$  et d'eau  $N_w(\tau)$  sont données par les relations suivantes :

$$N_g = \begin{cases} 0 & \text{si } \tau \leq \tau_{BT} \\ V_p \tau - N_w(\tau) & \text{si } \tau > \tau_{BT} \end{cases} \quad N_w = \begin{cases} V_p \tau & \text{si } \tau \leq \tau_{BT} \\ V_p (\bar{S}_g(\tau) - S_{gi}) + \tau f_{w0} & \text{si } \tau > \tau_{BT} \end{cases} \tag{B.8}$$

où  $\bar{S}_g(\tau) = \int_0^1 S_g(X, \tau) dX$  désigne la saturation moyenne en gaz qui peut être déterminée par une méthode géométrique simple : la tangente au flux fractionnaire  $f_g$  au point  $(S_g^*, f_g^*)$  intercepte la droite  $f_g = 1$  en un point d'abscisse  $S_g(\tau)$ , ou  $S_g^*$  désigne la saturation en gaz à l'extrémité de la carotte après la percée (i.e.  $S_g^* = S_g(X = 1, \tau > \tau_{BT})$ ) et  $f_g^*$  le flux fractionnaire du gaz correspondant à cette saturation (i.e.  $f_g^* = f_g(S_g^*)$ ).

Maintenant, nous calculons la différence de pression  $\Delta P$  entre les deux extrémités  $x = 0$  et  $x = L$  du milieu poreux. Pour ce faire, nous rappelons de l'équation de Darcy et nous introduisons la mobilité totale  $\lambda = \lambda_g + \lambda_w = \frac{k_{rg}}{\mu_g} + \frac{k_{rw}}{\mu_w}$  telle que  $u = -k\lambda \frac{dP}{dx}$ , où  $u$  désigne la vitesse total de l'écoulement et  $P = P_g = P_w$  la pression. Cette relation s'écrit après une intégration

$$\Delta P(\tau) = \frac{u}{k} \int_0^L \lambda^{-1} dx = \frac{uL}{k} \mu(\tau) \quad \text{avec} \quad \mu(\tau) = \frac{1}{L} \int_0^L \lambda^{-1} dx \quad (\text{B.9})$$

où  $\mu(\tau)$  désigne la viscosité effective. Le calcul de la perte de charge  $\Delta P(\tau)$  revient donc à une évaluation de cette viscosité effective à différents temps d'injection. En explicitant les mobilités de chaque phase dans la relation (B.9), nous obtenons :

$$\mu = \begin{cases} \frac{1}{\lambda(S_{gi})} + \frac{\tau}{\tau_{BT}} \left( \mu_f - \frac{1}{\lambda(S_{gi})} \right) & \text{si } \tau \leq \tau_{BT} \\ -\tau \int_{S_g^*}^{S_{g0}} \lambda^{-1}(S_g) df'_g(S_g) & \text{si } \tau > \tau_{BT} \end{cases} \quad (\text{B.10})$$

avec

$$\mu_f = -\tau_{BT} \int_{S_{gf}}^{S_{g0}} \lambda^{-1}(S_g) df'_g(S_g) \quad (\text{B.11})$$

Pour conclure, il convient de noter que le calcul de la différence de pression  $\Delta P$  en fonction du volume de pore injecté se ramène à une évaluation de la dérivée seconde des flux fractionnaires pour chaque tranche de saturation  $S_g$ , et puis, à un calcul de la viscosité effective  $\mu(\tau)$  par sommation sur le profil de saturation. La figure B.1 (f) reporte la différence de pression calculée à partir des relations (B.9) - (B.11).

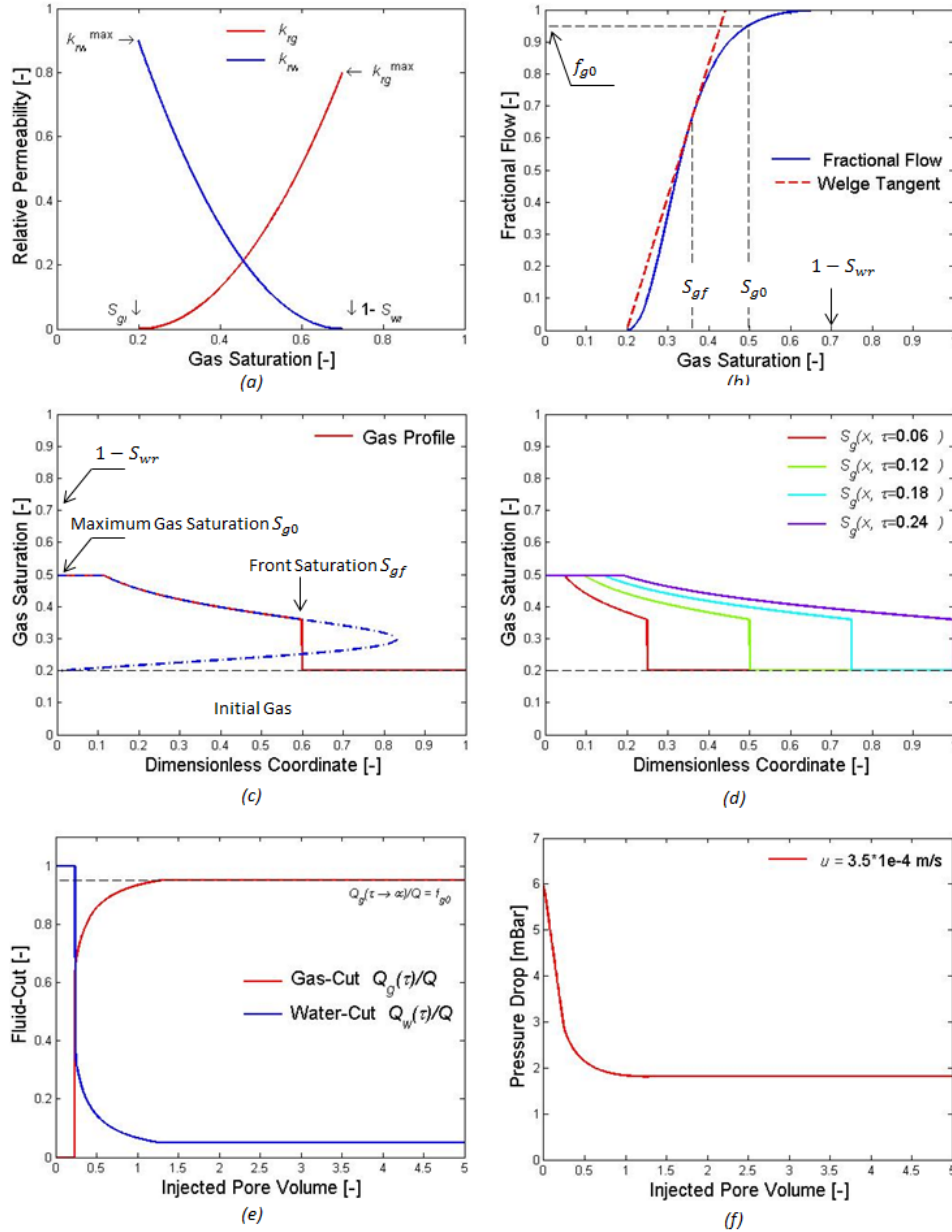


FIGURE B.1 – Analyse par flux fractionnaire : (a) perméabilités relatives diphasique gaz/eau exprimées sous la forme d’une loi de puissance  $k_{rg}(S_g) = k_{rg}^{\max} S^{n_g}$  et  $k_{rw}(S_g) = k_{rw}^{\max} (1 - S)^{n_w}$ , où  $S = (S_g - S_{gi}) / (1 - S_{gi} - S_{wr})$  désigne la saturation en gaz normalisée (ici  $S_{gi} = 0.2$ ,  $S_{wr} = 0.3$ ,  $k_{rg}^{\max} = 0.8$ ,  $k_{rw}^{\max} = 0.9$ ,  $n_g = 2$  et  $n_w = 2$ ), (b) flux fractionnaire  $f_g(S_g)$ , tangente de Welge associée ( $\mu_g = 0.01$  cP et  $\mu_w = 0.1$  cP) et détermination de  $S_{g0}$  par inversion de  $f_g$  à la condition aux limites  $f_{g0}$ , (c) profil de saturation le long du massif  $S_g(X, \tau = 0.14)$  calculé d’après la relation (B.5) en pointillés, et après introduction du front  $S_{gf}$  en trait continu, (d) calcul des profils de saturation à différents instants de l’expérience, (e) débits de gaz et d’eau en sortie du massif rapportés au débit total d’injection  $Q$ , calculés en vertu de la relation (B.7), et (f) différence de pression calculée à partir des relations (B.9) - (B.11).



## Annexe C

# Comparaison de l'écoulement diphastique simulé/mesuré après un ajustement des perméabilités relatives

Nous utilisons le modèle de simulation donnée en Figure C.1 pour la résolution numérique de l'écoulement diphastique gaz/eau après un ajustement des  $k_r$ . Nous estimons que ce modèle de simulation est le plus proche possible au système d'injection utilisé dans l'étude expérimentale de Pedroni et Nabzar [113]. Le milieu poreux est assimilé à une grille unidimensionnelle discrétisée suivant l'axe  $Ox$  de l'écoulement avec un pas de discrétisation  $\Delta_x$  constant. Les dimensions  $L_y$  et  $L_z$  sont choisies de façon que le produit  $L_y \times L_z$  soit égal à l'aire  $A$  de la section droite de la carotte. Initialement, le poreux est complètement saturé en eau. L'injection des fluides est assuré par deux puits (le premier est pour l'eau et le deuxième pour le gaz) qui sont connectés directement à la première maille du milieu poreux. Les débits dans chaque puits sont donnés par les conditions aux limites imposées lors de l'étude expérimentale. Par ailleurs, la production en sortie du poreux est assuré par un puits connecté à une maille périphérique dont la perméabilité est très importante. Ceci nous permet de capturer les effets escomptés de la pression capillaire à l'extrémité aval du milieu poreux lors d'un écoulement diphastique. La courbe de pression capillaire  $P_c$  caractéristique de chaque carotte est exprimée par [118]

$$P_c(S_g) = P_e (1 - S)^{-1/\lambda} \quad (\text{C.1})$$

où  $P_e$  désigne la pression capillaire d'entrée à la saturation  $S_{gi}$ ,  $S$  la saturation en gaz normalisée (voir équation (4.2)) et  $\lambda$  un exposant caractéristique de taille des pores. Notons que  $\lambda$  prend



des valeurs infinies pour une distribution uniforme de taille des pores, c'est-à-dire dans le cas d'un massif poreux homogène.

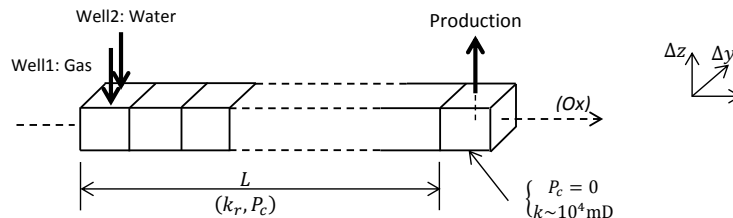


FIGURE C.1 – Modèle de simulation utilisé pour résoudre l'écoulement (avec et sans  $P_c$ ) et le comparer aux mesures faites sur des carottes.

Les propriétés de la roche ainsi que celles des fluides utilisés dans la simulation sont récapitulés dans la table C.1. Nous rappelons que la compressibilité des fluides est toujours négligée dans cette étude.

TABLE C.1 – Modèle de simulation de l'écoulement diphasique gaz-eau.

	Carotte 1	Carotte 2	Carotte 3
Longueur, $L_x$ (cm)	8.8	13.1	15.4
Pas de discrétisation $\Delta x$ (cm)	$8.8 \times 10^{-2}$	$13.1 \times 10^{-2}$	$15.4 \times 10^{-2}$
Section, $A = L_y \times L_z$ (cm <sup>2</sup> )	4.7	4.7	4.7
Porosité, $\phi$ (-)	0.12	0.11	0.10
Volume poreux, $V_p = \phi A L_x$ (cm <sup>3</sup> )	5.08	6.86	7.94
Perméabilité, $k$ (mD)	368	121	55
Saturation en eau résiduelle, $S_{wr}$ (-)		0.2	0.15
Saturation en gaz irréductible, $S_{gi}$ (-)		0.1	0.05
Perméabilité relative à l'eau maximale, $k_{rw}^{\max}$ (-)		0.5	0.35
Perméabilité relative au gaz maximale, $k_{rg}^{\max}$ (-)		0.6	0.6
Exposant, $n_w$ (-)		4.2	3.6
Exposant, $n_g$ (-)		1.4	2.0
Pression capillaire d'entrée, $P_e$ (mbar)	45	77	100
Exposant, $\lambda$ (-)	3	3	3
Viscosité de l'eau, $\mu_w$ (cP)		0.58	
Viscosité du gaz, $\mu_g$ (cP)		0.019	
Masse volumique de l'eau, $\rho_w$ (g/cm <sup>3</sup> )		0.98	
Masse volumique du gaz, $\rho_g$ (g/cm <sup>3</sup> )		0.14	

Les résultats obtenus comparés aux mesures expérimentales pour toutes les carottes sont montrés en Figures C.2, C.3 et C.4. D'une part, les prévisions numériques sont très proches aux mesures dans les deux régimes (transitoire et permanent). Ainsi, le calage des  $k_r$  par rapport les données de la vitesses totale la plus élevée en permanent semble être très acceptable. D'autre

part, nous remarquons que, pour les trois carottes, les effets de la pression capillaire ne sont pas importants, surtout pour les fractions du gaz les plus faibles. Par conséquent, l'hypothèse qui consiste à négliger les gradients de la pression capillaire est légitime dans notre étude.

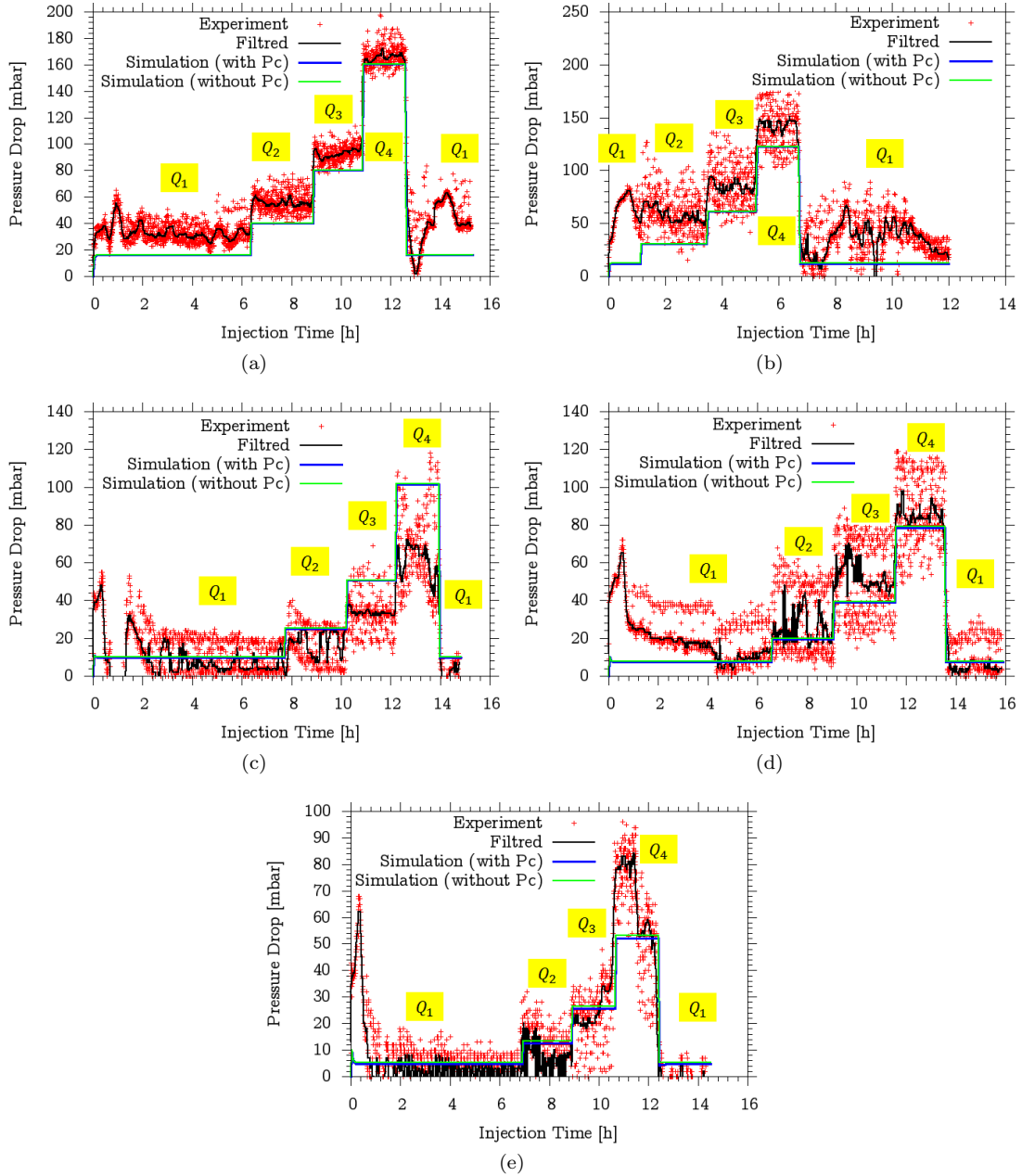


FIGURE C.2 – Différence de pression simulée (avec et sans pression capillaire) et mesurée dans le cas de la première carotte ( $k = 368$  mD) en transitoire pour les fractions de gaz : (a)  $f_{g0} = 0.4$ , (b)  $f_{g0} = 0.6$ , (c)  $f_{g0} = 0.7$ , (d)  $f_{g0} = 0.8$  et (e)  $f_{g0} = 0.9$ .  $Q_i$  ( $i = 1 \dots 4$ ) représentent les débits totales imposés dont les valeurs sont mentionnées dans la table C.2.

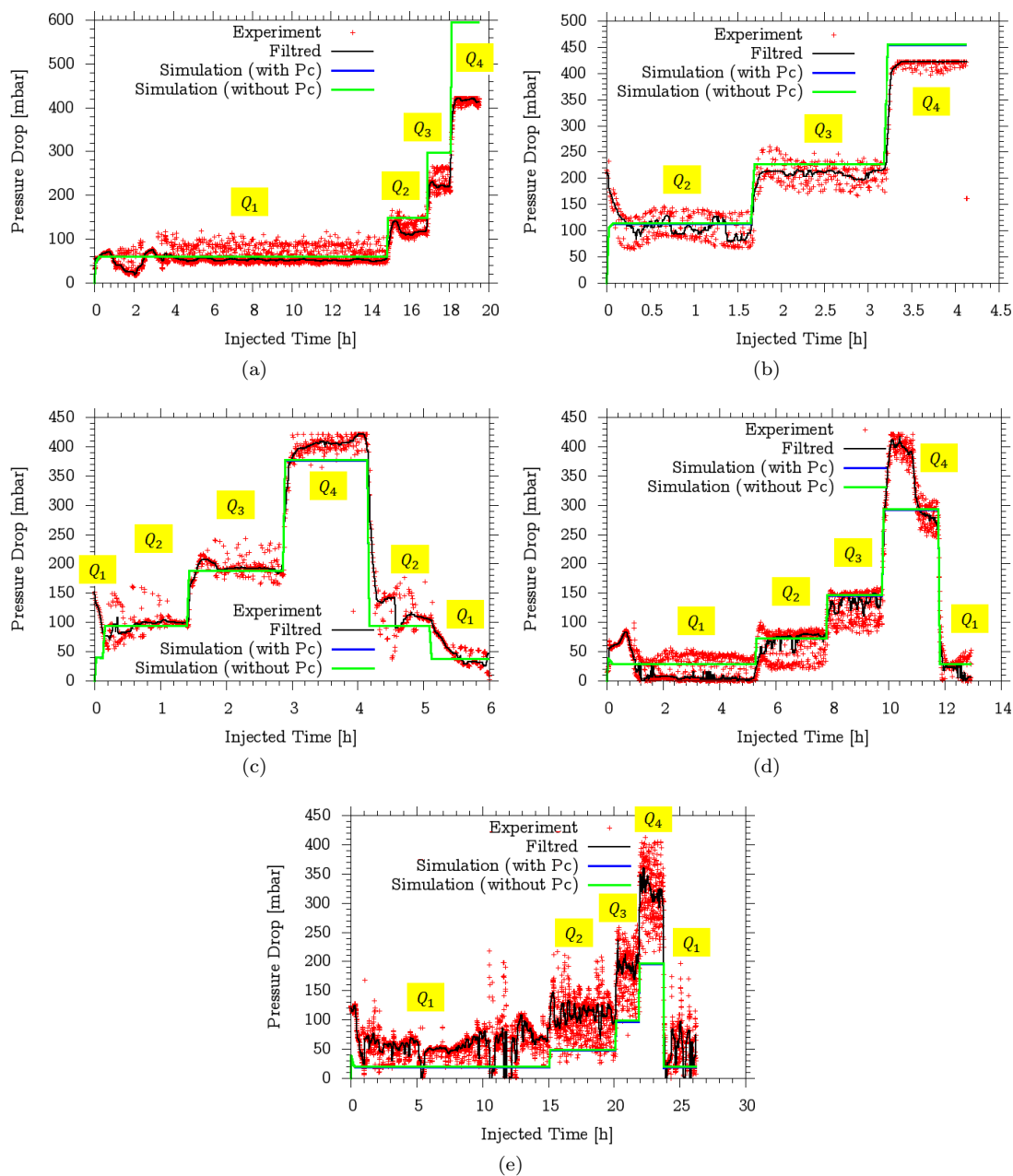


FIGURE C.3 – Différence de pression simulée (avec et sans pression capillaire) et mesurée dans le cas de la deuxième carotte ( $k = 121$  mD) en transitoire pour les fractions de gaz : (a)  $f_{g0} = 0.4$ , (b)  $f_{g0} = 0.6$ , (c)  $f_{g0} = 0.7$ , (d)  $f_{g0} = 0.8$  et (e)  $f_{g0} = 0.9$ .  $Q_i$  ( $i = 1 \dots 4$ ) représentent les débits totales imposés dont les valeurs sont mentionnées dans la table C.2.

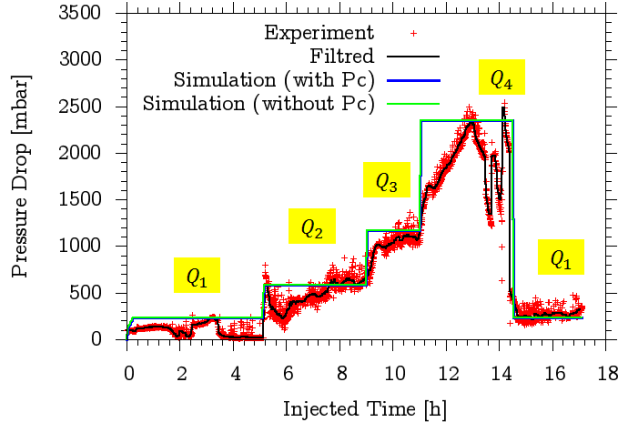


FIGURE C.4 – Différence de pression simulée (avec et sans pression capillaire) et mesurée dans le cas de la troisième carotte ( $k = 55$  mD) en transitoire pour  $f_{g0} = 0.4$ .  $Q_i$  ( $i = 1 \dots 4$ ) représentent les débits totaux imposés dont les valeurs sont mentionnées dans la table C.2.

TABLE C.2 – Débit total imposé pour chaque séquence d’injection de l’écoulement diphasique gaz/eau.

	$Q_1$ (cc/h)	$Q_2$ (cc/h)	$Q_3$ (cc/h)	$Q_4$ (cc/h)
Carotte 1	13.25	33.15	66.3	132.6
Carotte 2	10.8	27	54	108
Carotte 3	10	25	50	100

Afin d’avoir une idée sur les effets de la pression capillaire sur la dynamique des profils de saturation, nous traçons en Figures C.5, C.6 et C.7 les variations de la saturation obtenues en présence et en absence de la pression capillaire. Ces effets sont clairs au moins en deux endroits :

- sur la discontinuité (front) de saturation qui subisse un étalement en tenant compte de la pression capillaire. Cela conduit à une percé prématurée du gaz dans les puits producteurs.
- à l’extrémité aval du milieu poreux, par où sorte les fluides, connu par le terme de ”pied” capillaire dans ce type d’expérience. La longueur caractéristique de ce ”pied” capillaire est d’autant plus faible que la vitesse de l’écoulement est plus élevée, car l’importance relative des forces capillaires comparées aux forces de viscosité décroît lorsque la vitesse croît.

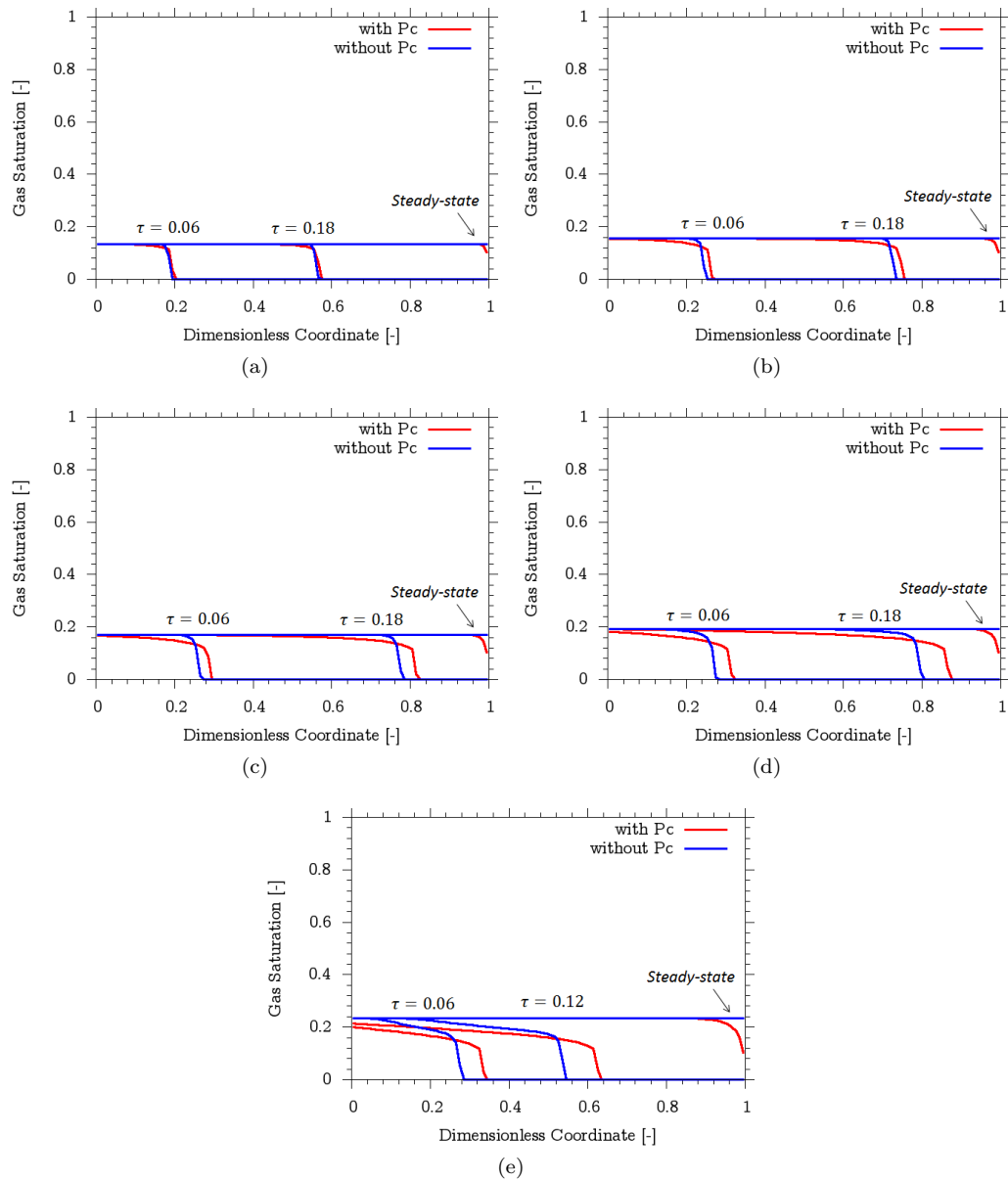


FIGURE C.5 – Dynamique des profils de saturation (avec et sans pression capillaire) dans le cas de la première carotte ( $k = 368$  mD) pour les fractions de gaz : (a)  $f_{g0} = 0.4$ , (b)  $f_{g0} = 0.6$ , (c)  $f_{g0} = 0.7$ , (d)  $f_{g0} = 0.8$  et (e)  $f_{g0} = 0.9$ .

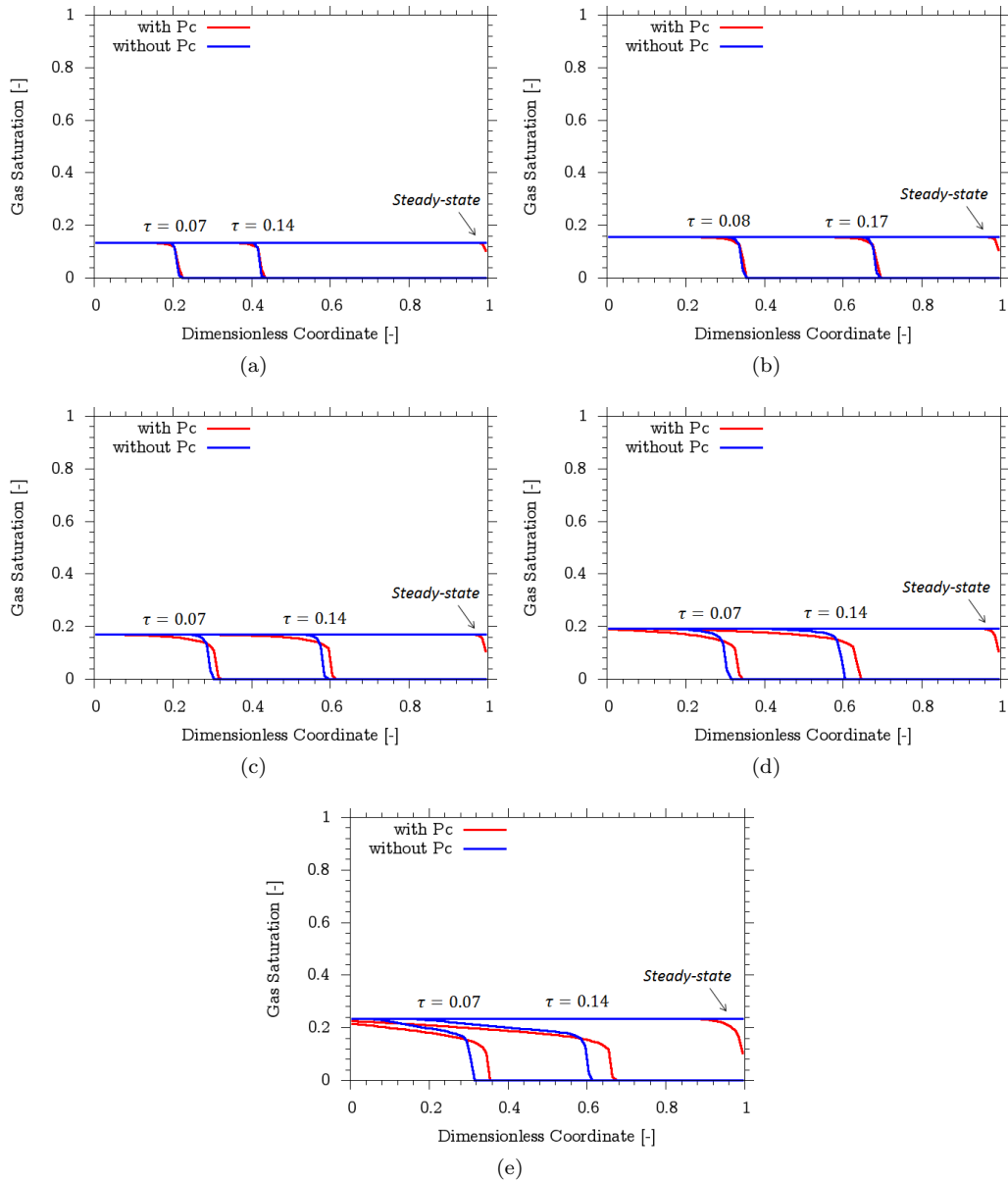


FIGURE C.6 – Dynamique des profils de saturation (avec et sans pression capillaire) dans le cas de la deuxième carotte ( $k = 121$  mD) pour les fractions de gaz : (a)  $f_{g0} = 0.4$ , (b)  $f_{g0} = 0.6$ , (c)  $f_{g0} = 0.7$ , (d)  $f_{g0} = 0.8$  et (e)  $f_{g0} = 0.9$ .

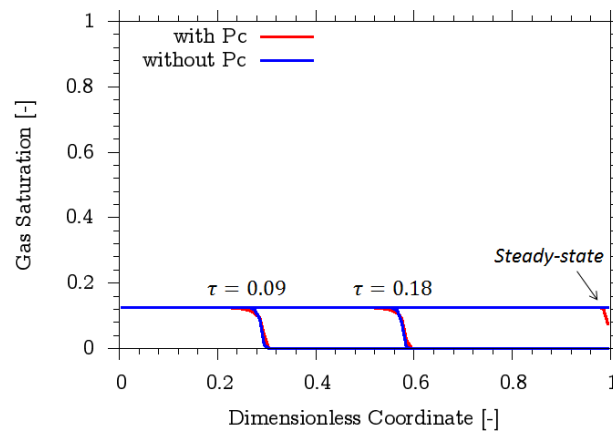


FIGURE C.7 – Dynamique des profils de saturation (avec et sans pression capillaire) dans le cas de la troisième carotte ( $k = 55$  mD) pour  $f_{g0} = 0.4$ .

## Annexe D

# Comparaison de l'écoulement de mousse simulé/mesuré après un ajustement du modèle empirique aux mesures stabilisées

Nous considérons encore le modèle de simulation détaillé en Annexe C pour simuler l'écoulement de mousse (sans et avec pression capillaire) et le comparer aux mesures expérimentales en régime transitoire pour les qualités de mousse imposées. Nous rappelons que, jusqu'à présent, nous avons considéré que les mesures stabilisées du régime permanent pour la calibration du modèle. Néanmoins, il serait intéressant de savoir dans quelle mesure le modèle calibré décrit et prédit bien les mesures dans le régime transitoire de l'écoulement de mousse. Les paramètres du modèle utilisés dans les simulations sont obtenus par application de la méthode d'identification et sont montrés en Table 4.5. Les résultats de la simulation pour les trois carottes sont montrés en Figures D.1, D.2 et D.3.



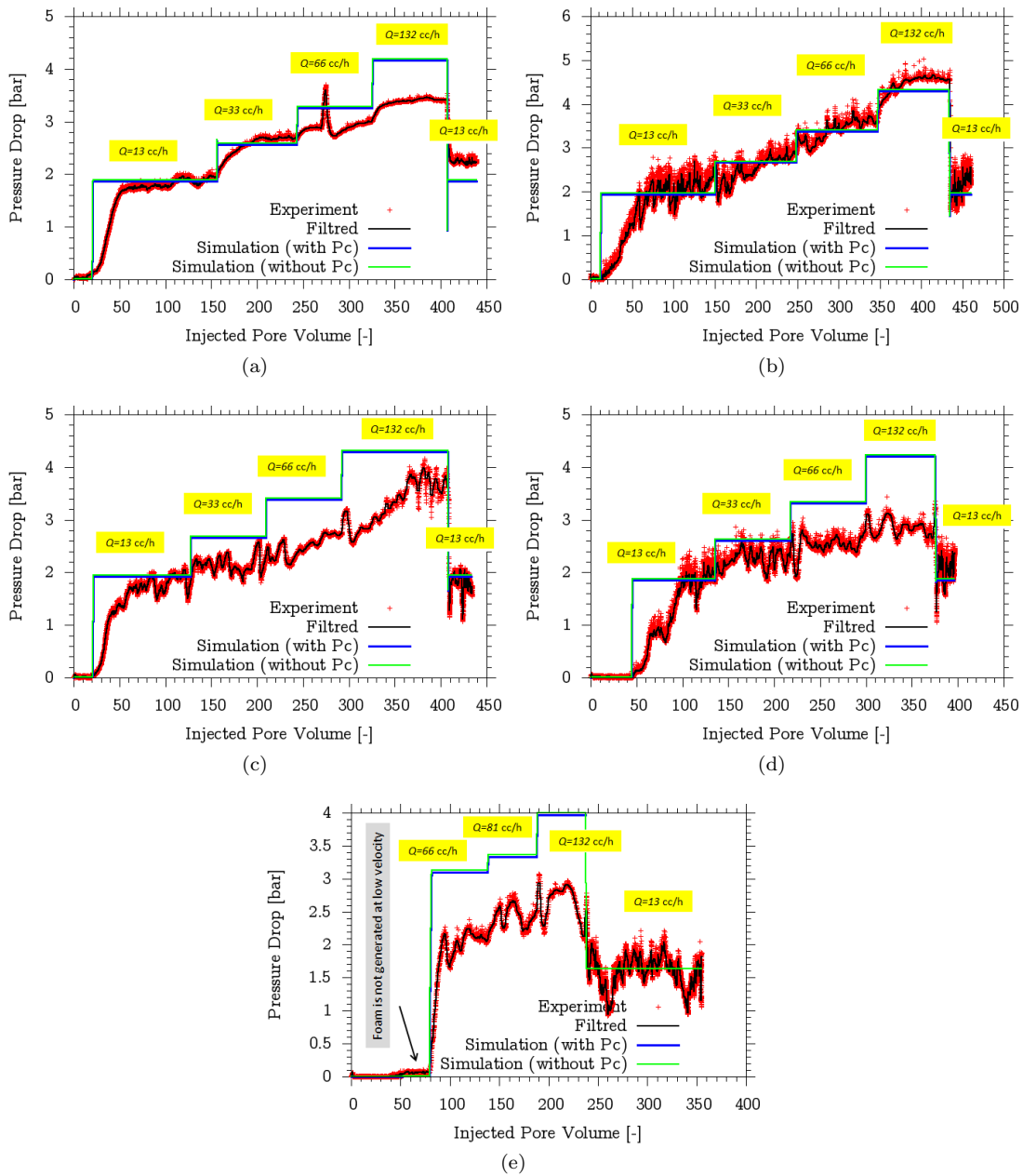


FIGURE D.1 – Différence de pression simulée (avec et sans pression capillaire) et mesurée dans le cas de la première carotte ( $k = 368$  mD) en transitoire pour les qualités imposées : (a)  $f_{g0} = 0.4$ , (b)  $f_{g0} = 0.6$ , (c)  $f_{g0} = 0.7$ , (d)  $f_{g0} = 0.8$  et (e)  $f_{g0} = 0.9$ .

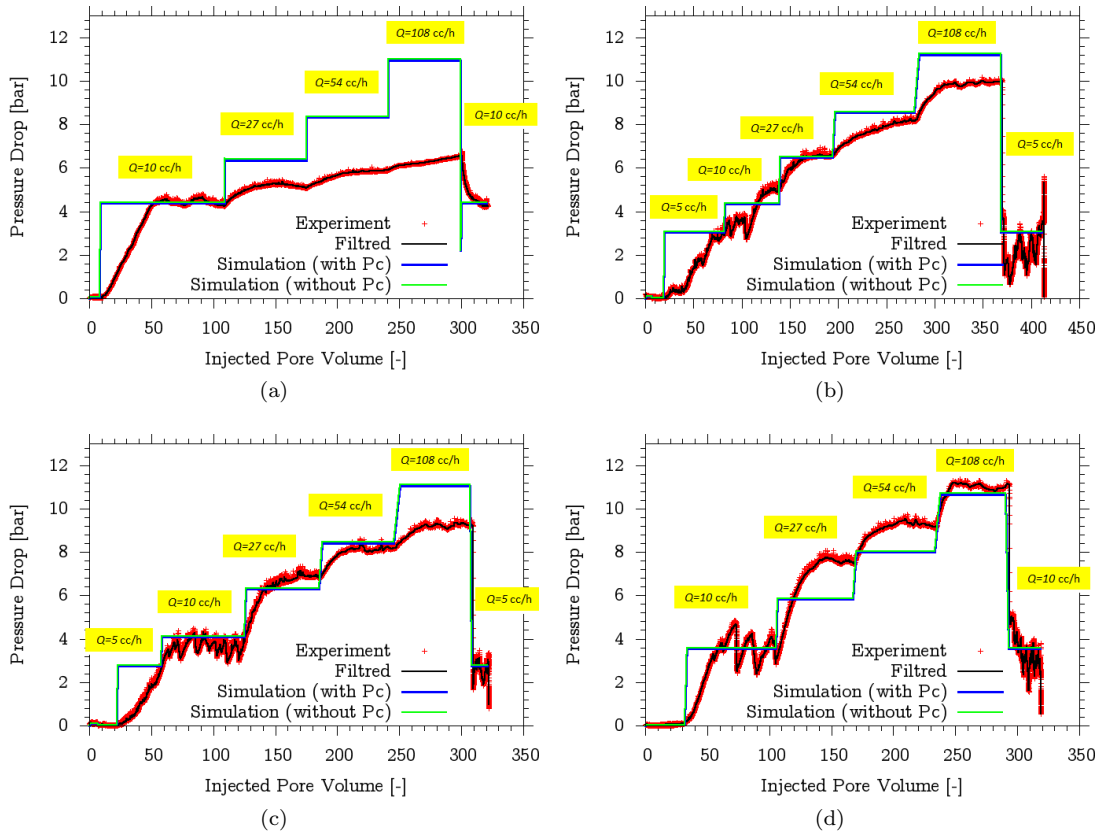


FIGURE D.2 – Différence de pression simulée (avec et sans pression capillaire) et mesurée dans le cas de la deuxième carotte ( $k = 121$  mD) en transitoire pour les qualités imposées : (a)  $f_{g0} = 0.4$ , (b)  $f_{g0} = 0.6$ , (c)  $f_{g0} = 0.7$  et (d)  $f_{g0} = 0.8$ .

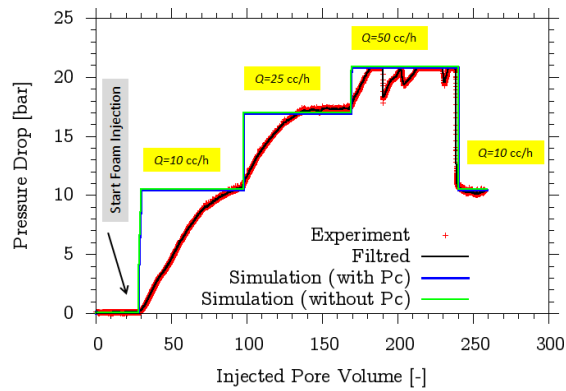


FIGURE D.3 – Différence de pression simulée (avec et sans pression capillaire) et mesurée dans le cas de la troisième carotte ( $k = 55$  mD) en transitoire pour la qualité imposée  $f_{g0} = 0.9$ .

Nous avons trouvé que les prévisions numériques décrivent qualitativement les mesures de la différence de pression. En gardant à l'esprit la complexité des mécanismes de l'écoulement des mousses en milieu poreux, les résultats numériques semblent très satisfaisants dans certain cas et non dans autres, notamment dans le régime haute qualité. En effet, particulièrement dans ce régime, la différence de pression est très sensible à la solution et à la précision numérique, ce qui peut être à l'origine de cet écart constaté entre la mesure et le calcul. Nous rappelons, par ailleurs, que la calibration du modèle selon la méthode d'identification a été effectuée simultanément sur toutes les mesures stabilisées (à différentes qualités) de la vitesse totale la plus faible pour lesquelles les objectifs à optimiser (déviations des mesures aux prédictions) peuvent être contradictoire, ce qui rend la calibration dans notre cas très difficile. Par ailleurs, nous avons supposé que la texture (et donc la saturation) est homogène et constante tout au long de la carotte en régime permanent, ce qui ne peut pas être pertinent. En effet, les longueurs des carottes considérées dans cette étude varient entre 8 et 15 cm. Les effets d'entrée de la mousse sont généralement importants dans ce cas et peuvent avoir des incidences sur les valeurs mesurées de la différence de pression [77]. En effet, une longueur d'entrée (longueur caractéristique de la formation de la mousse) qui ne dépasse pas quelques centimètres est requise pour la génération de la mousse dans les milieux poreux, si cette dernière n'a pas été préformée, avant que sa texture soit stabilisée en régime permanent. Malheureusement, les profils de saturation n'ont pas été mesurés dans ces expériences ce qui nous ne permet pas d'étudier cet impact sur les mesures et améliorer l'ajustement des données expérimentales.

Notons de plus que les mesures montrent des transitions très longues (de l'ordre de 50 VP) avant que le premier régime permanent soit établi, au contraire des simulations numériques selon lesquelles la transition est très rapide (quelques VP). Cela peut être dû à la génération lente de la mousse que notre modèle empirique n'en prend pas compte, (rappelons que le modèle empirique modélise uniquement les régimes permanents de la mousse pour lesquels un état stationnaire local est obtenu), ou encore aux hypothèses simplificatrices retenues dans cette étude telles que la négligence de la compressibilité du gaz et de l'adsorption du tensioactif sur la roche qui pourraient retarder la formation de la mousse et donc augmenter les temps de transition simulés, ou finalement aux problèmes techniques liés à l'injectivité du gaz sous les conditions opératoires.

Finalement, nous remarquons que la pression capillaire n'a pas d'incidence sur la variation de la différence de pression et donc l'hypothèse de travail qui consiste à la négliger dans le calcul de la viscosité apparente de la mousse semble très légitime dans notre étude.

**Annexe E**

**Publication d'articles scientifiques**

# Equivalence Between Semi-empirical and Population-Balance Foam Models

O. Gassara<sup>1</sup> · F. Douarche<sup>1</sup>  · B. Braconnier<sup>2</sup> · B. Bourbiaux<sup>1</sup>

Received: 9 February 2017 / Accepted: 18 September 2017  
© Springer Science+Business Media B.V. 2017

**Abstract** Models for simulating foam-based displacements in enhanced oil recovery processes fall into two categories: population-balance (PB) models that derive explicitly foam texture, or bubble size, evolution in porous media from pore-level mechanisms related to lamellas generation and coalescence, and semi-empirical (SE) models that account implicitly for foam texture effects through a gas mobility reduction factor that depends on fluid saturation, interstitial velocity, surfactant concentration, and other factors. This mobility reduction factor has to be calibrated from a large number of experiments on a case by case basis in order to match the physical effect of each considered parameter on foam behavior. This paper develops a method for identifying the SE models from the physics of foams as derived from PB models at local equilibrium (LE). The identification of both foam flow models leads to a method for calibrating SE models from the PB model translation of foam flow data. Application to a set of foam quality-scan experiments at fixed total flow rate shows that the SE and PB models at LE match equally well the measurements and generate almost the same results in both the so-called high- and low-quality regimes. We demonstrate that the two approaches are equivalent at local equilibrium and differ only in the way in which the complex dynamic mechanisms of lamellas are handled. This physical approach of foam flow could circumvent some difficulties in the direct calibration of SE models from foam mobility (or apparent viscosity) data.

---

F. Douarche  
frederic.douarche@ifpen.fr

O. Gassara  
omar.gassara@ifpen.fr

B. Braconnier  
benjamin.braconnier@ifpen.fr

B. Bourbiaux  
bernard.bourbiaux@ifpen.fr

<sup>1</sup> Geosciences Division, IFP Energies nouvelles, 1 et 4 Avenue de Bois-Préau, 92852 Rueil-Malmaison Cedex, France

<sup>2</sup> Mechatronics and Numerics Division, IFP Energies nouvelles, 1 et 4 Avenue de Bois-Préau, 92852 Rueil-Malmaison Cedex, France

**Keywords** Multiphase flow · Porous media · Foam · Models · Reservoir simulation · Reservoir engineering · Enhanced oil recovery

## 1 Introduction

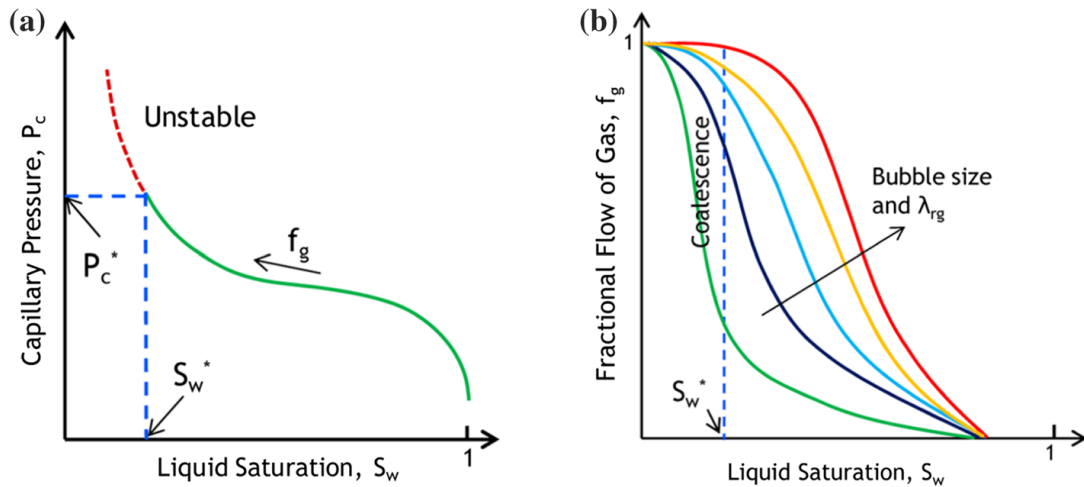
In view of the recent oil production challenges resulting from rising oil demand and declining new fields discoveries, enhanced oil recovery (EOR) methods are increasingly becoming important. They follow primary production by depletion and secondary recovery methods by water or gas injection. Gas injection processes suffer from poor volumetric sweep efficiency due to both channeling and gravity override. Foam has revealed great potential to overcome these detrimental effects by reducing gas mobility, and consequently, it proves itself as a promising EOR method (Bond and Holbrook 1958; Holm 1970; Jonas et al. 1990; Heller et al. 1995).

Foam consists in a succession of gas bubbles separated by thin liquid films called lamellas. Foam is usually characterized by its quality and texture. The foam quality is the gas volumetric fraction in the bulk foam, or the gas fractional rate when injected in a porous medium, and the foam texture is the number of lamellas per unit volume of foam. The gas phase flowing as a dispersed phase within a foam is much less mobile than the same gas flowing as a continuous phase. That mobility reduction can be seen as the result of an increased effective viscosity of gas, of a decreased relative permeability of gas (Falls et al. 1988), of a high trapping of gas (Kovscek and Radke 1994), or also as a conjunction of several such phenomena. Increased effective viscosity of gas flowing as a foam can be explained thanks to a microscopic approach of foam flowing as a train of gas bubbles separated by lamellas (Hirasaki and Lawson 1985), which are responsible for an additional resistance to gas flow according to Bretherton's study of bubble flow in a capillary (Bretherton 1961). Therefore, the effective gas viscosity in presence of foam depends strongly on foam texture: the finer the texture, the larger the number of lamellas, hence the higher resistance to the flow of the gas phase. However, foam flow properties within a porous medium are not controlled by the foam texture alone, because porous structure and pore thresholds have a determinant impact on the flow behavior of a given foam. Furthermore, foam texture can change within porous media as the result of multiple pore-level mechanisms resulting in foam bubbles creation and coalescence (Ransohoff and Radke 1988; Khatib et al. 1988; Kovscek and Radke 1994; Chambers and Radke 1991).

Experimental evidence of lamellas coalescence in foam models led Khatib et al. (1988) to introduce the limiting capillary pressure  $P_c^*$  concept. Above that threshold, foam films become unstable, and foam becomes coarser and coarser as a result of bubbles coalescence (cf Fig. 1). The magnitude of  $P_c^*$  varies with surfactant concentration, electrolyte concentration, gas flow rate and porous medium permeability (Khatib et al. 1988; Farajzadeh et al. 2015).

The behavior of foam flowing at a given velocity within a porous medium exhibits two distinct flow regimes depending on foam quality (Osterloh and Jante 1992): a low-quality regime such that the pressure gradient, or the apparent foam viscosity, increases with foam quality until an optimal foam quality  $f_g^*$  is obtained, and a high-quality regime such that the pressure gradient and the apparent foam viscosity decrease.

A variety of models has been proposed for modeling foam flow in porous media, which can be classified into two main groups. The first group includes population-balance (PB) models that account for pore-level mechanisms related to lamella creation and coalescence in order to track the dynamical behavior of foam texture in porous media along with its effect on gas mobility (Falls et al. 1988; Friedmann et al. 1991; Ettinger and Radke 1992; Kovscek



**Fig. 1** Limiting capillary pressure schematics (Khatib et al. 1988; Farajzadeh et al. 2015). **a** Capillary pressure as a function of water saturation: capillary pressure increases with the gas saturation up to  $P_c^*$ , above which foam lamellas become unstable and coalesce; **b** fractional flow of gas as a function of water saturation and bubble size: when water saturation reaches  $S_w^*$  corresponding to  $P_c^*$ , foam becomes coarser, gas fractional flow increases and consequently gas mobility increases. At low-quality regime, for  $S_w > S_w^*$ , the fractional flow of gas follows the green curve, then a transition occurs at  $S_w = S_w^*$  (dotted line), and finally the fractional flow of gas follows the red curve at high-quality regime for  $S_w < S_w^*$

and Bertin 2003). Alternatively, a local steady-state version of PB models (Ettinger and Radke 1992; Kovscek and Bertin 2003; Chen et al. 2010) comes out by equating the lamella creation and coalescence rates; solving this equation yields the foam texture. Semi-empirical (SE) models that constitute the second group assume that an equilibrium state is attained instantaneously such that the foam texture effects can be represented implicitly through a gas mobility reduction factor that depends on fluid saturation, interstitial velocity, surfactant concentration and other factors (Martinsen and Vassenden 1999; Cheng et al. 2000). SE models incorporate implicitly the limiting capillary pressure with a steep transition function which represents the coalescence effects on the mobility reduction factor. This mobility reduction factor has to be calibrated from a large number of experiments on a case by case basis in order to match the physical effect of each considered parameter on foam behavior.

In the laboratory, the foam flow behavior in a porous medium is generally characterized by its apparent viscosity  $\mu_f^{\text{app}}$ . Considering foam as a single homogeneous phase in a porous medium whose boundaries are subjected to a pressure difference  $\Delta P$ , one can apply Darcy law and define the foam apparent viscosity as  $\mu_f^{\text{app}} = \frac{k}{|\mathbf{u}|} \frac{\Delta P}{L}$ , where  $k$  is the average porous media permeability,  $L$  the porous medium length across which the pressure difference is applied, and  $|\mathbf{u}|$  the foam velocity. Procedures to fit SE models to foam quality-scan experiments at fixed total flow rate have been successfully provided by several authors (Cheng et al. 2000; Ma et al. 2014; Boeijs and Rossen 2015; Farajzadeh et al. 2015). They are discussed later on and compared to the present paper method.

This paper develops a method for identifying the SE models from the physics of foams as derived from PB models. The motivation of this work is to strengthen further the physical basis of SE models and constrain the model calibration by reproducing as closely as possible the foam texture effects on gas mobility, as suggested by PB models. The addressed items are covered in the following, namely:

- Summary of PB and SE models features and differences,
- Equivalence between SE and PB models at local equilibrium,

- Validation of the proposed SE models identification method against experimental data,
- Comparison between the results of this work with others found in the literature.

## 2 Foam Modeling Approaches

In this section, we detail the two main modeling categories that describe foam in the framework of a reservoir simulator, namely the population-balance (PB) models and the semi-empirical (SE) models. These models extend the usual three-phase reservoir simulators based on the generalized Darcy law. Thus, for these models, foam is not modeled as an additional phase: rather, it is still described as a mixture of two water and gas phases, where the gas phase mobility is modified and the liquid phase mobility remains unchanged (Bernard and Jacobs 1965; Lawson and Reisberg 1980; Friedmann et al. 1991). In addition, both models require to model a surfactant which is needed for the foam or lamellas formation and stability. Before underlining PB and SE models specific features regarding the gas mobility, we present the material balance equations for the water, hydrocarbon and surfactant components that underlie both types of model.

### 2.1 Hydrocarbons, Surfactant and Water Mass Balance Equations

We consider a model for a three-phase flow in a porous medium in the presence of foam. We distinguish three phases: an aqueous phase  $w$ , an oil phase  $o$  and a gas phase  $g$ . This flow is modified by the presence of foam. Modeling foam requires the presence of a surfactant, which is transported by the water phase, and which is described by an additional mass balance equation. The surfactant is either mobile or adsorbed on the rock. When present in the water phase, we assume that the surfactant mass does not affect the water mass.

It has been shown (Bernard and Jacobs 1965; Lawson and Reisberg 1980; Friedmann et al. 1991) that the transport of liquid is not affected by the presence of foam. On the opposite, the gas velocity is significantly reduced by the presence of foam. Thus, to describe the water and hydrocarbon phases, we consider a black-oil model (Peaceman 1977; Trangenstein and Bell 1989) where the gas phase involves a modified velocity which will be denoted  $\mathbf{u}_g^f$ . The mass conservation equations read

$$\begin{cases} \partial_t(\Phi\rho_w S_w) + \nabla \cdot (\rho_w \mathbf{u}_w) = q_w, \\ \partial_t(\Phi\rho_w S_w C_w^s + (1 - \Phi)\rho_r C_r^s) + \nabla \cdot (\rho_w \mathbf{u}_w C_w^s) = q_w C_w^s, \\ \partial_t(\Phi C_h \rho_o S_o) + \nabla \cdot (\rho_o C_h \mathbf{u}_o) = C_h q_o, \\ \partial_t(\Phi\rho_g S_g + \Phi C_v \rho_o S_o) + \nabla \cdot (\rho_o C_v \mathbf{u}_o + \rho_g \mathbf{u}_g^f) = q_g + C_v q_o, \end{cases} \quad (1)$$

where  $\Phi$  is the rock porosity. For each phase denoted  $\psi = w, o, g$ ,  $S_\psi$  is the saturation,  $\rho_\psi$  the mass density and  $q_\psi$  the source/sink term per unit volume of porous medium. The gas phase contains a single volatile component denoted  $v$ , whereas the oil phase contains a heavy component denoted  $h$  and previous volatile component  $v$ , with  $C_h$  and  $C_v = 1 - C_h$  their respective mass fraction (in that phase). The equilibrium constant  $K_v = \frac{1}{X_v}$ , with  $X_v$  the molar fraction of volatile component in the oil phase, is defined from  $C_v$  and  $C_h$ .  $K_v$  is a function of pressure.  $C_w^s$  stands for the flowing surfactant mass fraction in the water phase and  $C_r^s$  for the adsorbed surfactant mass fraction on the rock with  $\rho_r$  the rock mass density. Mobile and adsorbed surfactant mass fractions are related with an adsorption law such as the Langmuir isotherm (Lake 1989; Green and Willhite 1998).



Under creeping (i.e., low-velocity) flow conditions, the pure phase velocities in permeable porous media are governed by the generalized Darcy law:

$$\mathbf{u}_\psi = -\frac{kk_{r\psi}}{\mu_\psi} (\nabla P_\psi - \rho_\psi \mathbf{g}), \quad (2)$$

where  $k$  is the rock permeability,  $\mu_\psi$  the pure phase viscosity,  $P_\psi$  the pressure of the phase  $\psi$  and  $\mathbf{g}$  the gravity.  $k_{r\psi}$  is the relative permeability for the pure phase  $\psi$ , i.e., without lamellas. We suppose the relative permeabilities and capillary pressure functions are known, with given saturation end points. In our specific context of foam modeling, we will only consider the gas and water phases; thus,  $S_g \in [S_{gr}, 1 - S_{wi}]$  where  $S_{gr}$  is the residual gas saturation and  $S_{wi}$  the irreducible water saturation.

In order to simplify the notations in the following, we introduce the phase mobility  $\lambda_\psi = k_{r\psi}/\mu_\psi$  and the interstitial velocity  $\mathbf{v}_\psi = \mathbf{u}_\psi/(\Phi S_\psi)$  [see [Marle \(1981\)](#) for more details]. We also introduce the phase fractional flow  $f_\psi = |\mathbf{u}_\psi|/|\mathbf{u}|$  where the total velocity  $\mathbf{u} = \sum_{\psi \in \{w,o,g\}} \mathbf{u}_\psi$  is the sum of the phase velocities.

The flow of gas in the presence of foam is discussed later on as it is modeled differently whether a population-balance or an semi-empirical modeling approach is used. These models are based on Darcy type laws which are extended to obtain a modified gas velocity so that

$$\mathbf{u}_g^f = \begin{cases} \mathbf{u}_g^{\text{PB}} & \text{for PB models,} \\ \mathbf{u}_g^{\text{SE}} & \text{for SE models,} \end{cases} \quad (3)$$

where  $\mathbf{u}_g^{\text{PB}}$  stands for the gas velocity in the presence of foam according to PB models and  $\mathbf{u}_g^{\text{SE}}$  is the gas velocity in the presence of foam for the SE models. These two gas velocities models are detailed in the two next sections.

## 2.2 Population-Balance Lamellas Models

Foam mobility is strongly related to its texture which is a key variable in foam modeling in porous media: as foam texture increases, the resistance to gas flow in porous media increases. Population-balance models were designed in order to relate explicitly the gas mobility reduction to the foam texture. Thus, for PB models, the dynamics of foam texture needs to be modeled and a lamella population-balance equation is considered. The impact of foam texture on gas mobility is modeled through an effective gas viscosity and a gas trapping for more elaborated models ([Friedmann et al. 1991](#); [Chen et al. 2010](#); [Kovscek and Radke 1994](#)). In this study, we focus on viscosity-type PB models and do not consider gas trapping.

The population-balance model involves a lamellas balance that includes lamellas advection at the modified gas velocity and source/sink terms taking into account lamellas creation and destruction ([Patzek 1988](#); [Falls et al. 1988](#)). The lamellas population balance equation reads

$$\partial_t (\Phi S_g n_f) + \nabla \cdot (\mathbf{u}_g^{\text{PB}} n_f) = \Phi S_g (r_g - r_c) + q_f, \quad (4)$$

where  $n_f$  is the number of flowing lamellas (or foam bubbles) per unit volume of gas and  $q_f$  is the external lamellas source/sink term (number of lamellas per unit of time).

As mentioned earlier, the gas velocity is significantly reduced when foam develops. The viscosity-type PB models extend the generalized Darcy equation for the gas phase as follows:

$$\mathbf{u}_g^{\text{PB}} = -\frac{kk_{rg}}{\mu_g^{\text{PB}}} (\nabla P_g - \rho_g \mathbf{g}),$$

where  $\mu_g^{\text{PB}}$  is the effective gas viscosity when flowing as a succession of bubbles. The rheology of PB models of foam flow is classically based on Bretherton's flow model of a single bubble within a capillary (Bretherton 1961) that was later extended by Hirasaki and co-workers to a train of bubbles (Hirasaki and Lawson 1985), thus leading to the following expression for the effective gas viscosity:

$$\mu_g^{\text{PB}} = \mu_g + \frac{c_f n_f}{|\mathbf{v}_g^{\text{PB}}|^{1/3}}, \quad (5)$$

where  $\mathbf{v}_g^{\text{PB}}$  is the interstitial gas velocity in the presence of foam, deduced from  $\mathbf{u}_g^{\text{PB}}$ .  $c_f$  is a constant depending on the surfactant concentration and the permeability of the porous medium (Kovscek and Bertin 2003).  $r_g$  and  $r_c$  are the rates of lamellas creation and coalescence.

Different formulas have been proposed in the PB models of the literature to model these rates (Kovscek and Radke 1994; Kam et al. 2007; Kam 2008). For the purpose of our paper, we propose to focus on the Kam et al. (2007) model for which the creation and coalescence rates read:

$$r_g = c_g S_w |\nabla P_g|^m, \quad r_c = \frac{c_c n_f}{(S_w - S_w^{*\text{-PB}})^n}, \quad (6)$$

where  $c_g$  is the generation rate coefficient,  $c_c$  the coalescence rate coefficient,  $n$  a coalescence exponent,  $m$  a model parameter, and where the foam texture  $n_f$  cannot exceed a maximum value  $n_f^{\text{max}}$ .

The formulations of these rates need to be commented as they involve porous medium control on the typical foam behavior that can be observed in core flow experiments. Regarding lamellas generation, Kam et al. (2007) suggested that the rate of lamellas creation in porous media is proportional to the water saturation and to a power law expression of the gas-phase pressure gradient. Specifically, foam generation is easier at higher water saturation because more liquid lenses can be generated within the pore network. Regarding lamellas coalescence, the rate  $r_c$  is expressed as a function of the foam texture  $n_f$  and the limiting water saturation  $S_w^{*\text{-PB}}$ , corresponding to the limiting capillary pressure  $P_c^*$ . The expression of  $r_c$  predicts that lamellas destruction diverges toward infinity as  $S_w$  approaches  $S_w^{*\text{-PB}}$ .

From a more mathematical point of view, let us observe that the local steady-state version of the population-balance model is obtained by assuming local steady-state and instantaneous equilibrium between the rates of foam generation and coalescence. This equality between  $r_g$  and  $r_c$  yields the foam texture, as will be shown in Sect. 4.

As regards the foam texture in a porous medium, it is acknowledged that the size of foam bubbles (that is the inverse of  $n_f$ ) is closely depending on the porous structure (Falls et al. 1988; Friedmann et al. 1991). In first approximation, it can be estimated as the volume of spherical bubbles with a radius  $r$  in the order of characteristic pore radius, the latter being a function of porous medium flow properties (Kovscek and Bertin 2003). Following Alvarez et al.'s (2001) working hypothesis, Kam et al. (2007) assume that the size of individual foam bubbles is constant in the low-quality regime once the conditions of foam generation (velocity) are met, then increases in the high-quality regime because of coalescence. To end with, according to Kam et al. model, the maximum foam texture  $n_f^{\text{max}}$  is obtained in the low-quality regime and can be estimated from a characteristic pore radius. However, that question of foam texture remains controversial because the mechanisms of lamellas generation are complex (Kovscek and Radke 1994) and hardly tractable in the context of natural porous media, but such a discussion is beyond the scope of present work.

Overall, expressions (6) incorporate the qualitative physical trends of foam texture dependence on the porous medium as discussed above, but they still have to be calibrated from experiments, such as the ones from Alvarez et al. (2001) and Moradi-Araghi et al. (1997).

### 2.3 Semi-empirical Foam Models

Most semi-empirical (SE) foam flow simulators are based on the same modeling approach that consists in applying a gas mobility reduction factor when foam is present. A SE model implemented in IFPEN simulator PumaFlow (Braconnier et al. 2014) is considered herein for the only purpose of demonstrating the identification methodology of that paper. Herein, a two-phase gas–water fluid system is considered. Surfactant is transported by the water phase and assumed not to adsorb on the rock. Hence, the mass conservation equations system (1) reads

$$\begin{cases} \partial_t(\Phi\rho_w S_w) + \nabla \cdot (\rho_w \mathbf{u}_w) = q_w, \\ \partial_t(\Phi\rho_w S_w C_w^s) + \nabla \cdot (\rho_w \mathbf{u}_w C_w^s) = q_w C_w^s, \\ \partial_t(\Phi\rho_g S_g) + \nabla \cdot (\rho_g \mathbf{u}_g^f) = q_g. \end{cases} \tag{7}$$

The main features of that SE model are described hereafter. The gas mobility  $\lambda_g^{SE}$  of SE model is scaled by a multi-parameter interpolation function  $FM$  assigned to the relative permeability, while the gas viscosity is assumed unchanged whether foam is present or not:

$$\mathbf{u}_g^{SE} = -k\lambda_g^{SE} (\nabla P_g - \rho_g \mathbf{g}) \quad \text{with} \quad \lambda_g^{SE} = \frac{k_{rg}^{SE}}{\mu_g} = \frac{FM \cdot k_{rg}}{\mu_g}, \tag{8}$$

where  $k_{rg}^{SE}$  is the modified gas relative permeability for the SE model in the presence of foam and  $k_{rg}$  is the conventional relative permeability of gas.  $FM$  is a multi-parameter interpolation functional form that includes the contributions of physical parameters impacting the gas mobility reduction.  $FM$  is formulated as follows:

$$FM = \frac{1}{1 + (M_{ref} - 1) \prod_{i=1}^4 F_i}, \tag{9}$$

where  $M_{ref}$  is the reference (maximum) gas mobility reduction under optimal conditions of the rock-fluid-additive system under consideration, and  $F_i$  are functions of four physical parameters that are surfactant concentration, water saturation, oil saturation, and gas velocity, or equivalently, the gas capillary number. In this paper, we study the effect of water saturation and gas velocity on foam performance. Thus, we focus on the so-called dry-out function  $F_2$  and shear-thinning function  $F_4$  ( $F_1$  and  $F_3$  functions account for surfactant concentration and oil saturation effect on foam performance, and are not developed herein). In our model,  $F_2$  reads

$$F_2(S_w) = \frac{1}{2} + \frac{1}{\pi} \arctan [\Theta (S_w - S_w^{*-SE})], \tag{10}$$

where the dimensionless constant  $\Theta$  governs the sharpness of the transition from the low-quality regime to the high-quality regime when water saturation decreases below  $S_w^{*-SE}$ . A very high value of  $\Theta$  (several thousands) leads to a steep transition and in this case foam coalescence occurs at the given water saturation  $S_w^{*-SE}$ , whereas a low value (less than 100 or 10) means a smooth transition in the vicinity of  $S_w^{*-SE}$ .

Furthermore,  $FM$  includes a shear-thinning function  $F_4$  expressing the non-Newtonian behavior of foam flow in porous media: at fixed foam parameters (surfactant concentration,

foam texture and fluids saturations), foam viscosity decreases with gas velocity, and subsequently, foam mobility increases (Bretherton 1961; Hirasaki and Lawson 1985; Falls et al. 1988; Friedmann et al. 1991). In SE models, this dependence is expressed via the local gas capillary number  $N_{cg}$  which represents the relative effect of viscous forces versus capillary ones. The shear-thinning function is defined as

$$F_4(N_{cg}) = \left( \frac{N_{cg}^{\text{ref}}}{N_{cg}} \right)^{e_c} \quad \text{with} \quad N_{cg} = \frac{\mu_g |\mathbf{u}_g^{\text{SE}}|}{\Phi \sigma S_g}, \quad (11)$$

where  $N_{cg}^{\text{ref}}$  is a reference capillary number for which  $M_{\text{ref}}$  is measured,  $e_c$  an exponent representing the extent of shear-thinning behavior and  $\sigma$  the interfacial tension between gas and water. Shear-thinning behavior can be ignored by setting  $e_c = 0$ .

### 3 Identification of SE and PB Models at Local Steady State

As only local steady-state foam flow is modeled by SE model, the identification procedure developed hereafter will involve only the solutions of PB models at local equilibrium. As explained in the previous section, the gas-phase mobility  $\lambda_g^{\text{PB}}$  in most PB models is based on a modified gas viscosity, whereas the foam mobility  $\lambda_g^{\text{SE}}$  in SE models is based on a modified relative permeability of gas. Hence, the identification of SE model gas mobility to PB model gas mobility is  $\lambda_g^{\text{SE}} = \lambda_g^{\text{PB}}$ , that is  $k_{rg}^{\text{SE}}/\mu_g = k_{rg}^{\text{PB}}/\mu_g^{\text{PB}}$ . Reintroducing the expressions of  $k_{rg}^{\text{SE}}$  and  $\mu_g^{\text{PB}}$  given by Eqs. (8), (9) and (5) we obtain:

$$(M_{\text{ref}} - 1) \prod_{i=1}^4 F_i = \frac{c_f n_f}{\mu_g |\mathbf{v}_g^{\text{PB}}|^{1/3}}. \quad (12)$$

Assuming no oil and optimal concentration of foaming additive, the  $\prod_{i=1}^4 F_i$  product only involves the dry-out and shear thinning functions  $F_2$  and  $F_4$  given by Eqs. (10) and (11). In order to go further with the identification, the interstitial velocity is expressed as a function of the capillary number  $N_{cg}$  defined in Eq. (11), such that Eq. (12) can be rewritten as:

$$(M_{\text{ref}} - 1) F_2 \left( \frac{N_{cg}^{\text{ref}}}{N_{cg}} \right)^{e_c} = \frac{c_f n_f}{\mu_g} \left( \frac{\mu_g}{N_{cg} \sigma} \right)^{1/3}. \quad (13)$$

Rearranging shows that the right member emanating from PB model includes the  $N_{cg}$ -dependent  $F_4$  function corresponding to the shear-thinning regime:

$$(M_{\text{ref}} - 1) F_2 \left( \frac{N_{cg}^{\text{ref}}}{N_{cg}} \right)^{e_c} = \frac{c_f n_f}{\mu_g} \left( \frac{\mu_g}{N_{cg}^{\text{ref}} \sigma} \right)^{1/3} \left( \frac{N_{cg}^{\text{ref}}}{N_{cg}} \right)^{1/3}. \quad (14)$$

At that stage, a first identification item can be pointed out, that concerns the shear-thinning impact on the mobility reduction function. Previous equation shows that dependence on velocity, here expressed through  $N_{cg}$ , involves an exponent  $e_c$  equal to  $\frac{1}{3}$  according to the motion law of bubbles established by Bretherton (1961). We note that both our SE model and under consideration PB model account for the shear-thinning effect on foam performance for any gas velocity, because the latter is assumed higher than a minimum value corresponding to  $N_{cg}^{\text{ref}}$  and satisfying foam generation.

To go further on with  $F_2$  identification, we note that, apart from the velocity-dependent  $N_{cg}$  term, on the one hand, the remaining variable is  $n_f$ , and on the other hand  $F_2$  is a function that is scaled between 0 and 1. Therefore,  $F_2$  can be identified as follows

$$F_2 = An_f, \quad (15)$$

where  $A$  is a constant. Allowing  $F_2$  to reach the unity value requires to set  $A$  to the inverse of the maximum foam texture  $n_f^{\max}$ . It is worth underlining that the shear-thinning mechanism is ignored in  $F_2$  identification, because that mechanism is held by  $N_{cg}$ -dependent function.

The dry-out function  $F_2$  models the decreasing impact of foam on mobility when the porous medium induces a coalescence of foam bubbles because of capillary pressure effects on foam films stability (Farajzadeh et al. 2015; Boeije and Rossen 2015; Ma et al. 2014). In other words, the volumetric concentration of bubbles, i.e., the foam texture  $n_f$ , decreases rapidly as gas saturation exceeds a certain threshold value that limits films stability. However, that coalescence of the foam occurs over a certain range of capillary pressure values (or of films disjoining pressures). Such a behavior is well represented by the  $F_2$  function given by Eq. (10),  $F_2(S_w) = \frac{1}{2} + \frac{1}{\pi} \arctan \left[ \Theta (S_w - S_w^{*-SE}) \right]$ , where the  $S_w^{*-SE}$  saturation corresponds to the middle of the saturation range  $[S_w^{*-SE} - \delta, S_w^{*-SE} + \delta]$  over which foam collapses and the  $\Theta$  parameter drives the width of that saturation range.

The  $F_2$  function accounts directly for the dependence of foam performance on the porous medium saturation, whereas in PB models at local steady state, the same dependence is modeled indirectly via the foam texture that is itself modeled as a function of saturation. Considering the Kam's model taken as PB model type, the threshold saturation  $S_w^{*-PB}$  involved in that PB model is analog but not exactly equal to the water saturation threshold  $S_w^{*-SE}$  of the SE model, because  $S_w^{*-PB}$  is the lowest water saturation value below which foam no more exists, which corresponds to a value of the  $F_2$  function equal to 0. For the sake of clarity, we will then keep on distinguishing  $S_w^{*-SE}$  and  $S_w^{*-PB}$ , whose difference is given by  $\delta = S_w^{*-SE} - S_w^{*-PB} = F_2^{-1}(\frac{1}{2}) - F_2^{-1}(0)$  where  $F_2^{-1}$  is the inverse of the  $F_2(S_w)$  function.

Obviously, regarding the  $F_2$  function, the identification of SE model to PB model on the basis of their respective gas mobilities at local steady state as written before in Eq. (14) does not help to determine directly  $\Theta$  and  $S_w^{*-SE}$  as an expression of PB model parameters. Thus,  $F_2$  can only be identified globally as the dimensionless foam texture  $n_f/n_f^{\max}$ , knowing however that all the underlying physics of porous medium effects as described before is held in the foam texture, that is the local steady-state solution of the PB model. That is, we can write

$$F_2 = \frac{n_f}{n_f^{\max}} = n_D, \quad (16)$$

where  $n_D$  is the dimensionless foam texture. Different values of the foam texture  $n_f^i$  and of the corresponding saturation  $S_w^i$  can be determined by solving PB model at local steady state for a set of foam quality values  $f_g^i$ , as explained in Sect. 4. That is,  $\Theta$  and  $S_w^{*-SE}$  constants can be determined through an optimization of a set equations written as

$$\frac{n_f^i(S_w^i)}{n_f^{\max}} = \frac{1}{2} + \frac{1}{\pi} \arctan \left[ \Theta (S_w^i - S_w^{*-SE}) \right]. \quad (17)$$

Alternatively, one can determine directly the limiting water saturation  $S_w^{*-SE}$  in SE models from the dimensionless foam texture function  $n_D$  as  $S_w^{*-SE} = n_D^{-1}(\frac{1}{2})$ , where  $n_D^{-1}$  is the inverse of the  $n_D(S_w)$  function. Once  $S_w^{*-SE}$  is calculated, the parameter  $\Theta$  can be determined by setting the  $F_2$  function to zero at  $S_w^{*-PB}$ , i.e.,  $F_2(S_w^{*-PB}) = 0$ . As such a

value cannot be strictly attained, a tolerance  $\varepsilon$  should be permitted on  $F_2(S_w^{*-PB})$  such that  $\frac{1}{2} + \frac{1}{\pi} \arctan [\Theta(S_w^{*-PB} - S_w^{*-SE})] = \varepsilon$ , that can also be written as  $\frac{1}{2} - \frac{1}{\pi} \arctan (\Theta\delta) = \varepsilon$ , which yields  $\Theta = \frac{1}{\delta} \tan [\pi (\frac{1}{2} - \varepsilon)]$ . The choice of tolerance  $\varepsilon$  is discussed later on in Sect. 5.3.

To end up with the identification of SE model empirical parameters to PB model, we rewrite Eq. (14) as

$$(M_{\text{ref}} - 1) F_2 \left( \frac{N_{cg}^{\text{ref}}}{N_{cg}} \right)^{e_c} = \frac{c_f n_f^{\text{max}}}{\mu_g} \left( \frac{\mu_g}{N_{cg}^{\text{ref}} \sigma} \right)^{1/3} n_D \left( \frac{N_{cg}^{\text{ref}}}{N_{cg}} \right)^{1/3}. \quad (18)$$

Taking into account previous identifications,  $M_{\text{ref}}$  expression versus PB model parameters is

$$M_{\text{ref}} = 1 + \frac{c_f n_f^{\text{max}}}{\mu_g} \left( \frac{\mu_g}{N_{cg}^{\text{ref}} \sigma} \right)^{1/3}. \quad (19)$$

Identification summary is then:

$$M_{\text{ref}} = 1 + \frac{c_f n_f^{\text{max}}}{\mu_g} \left( \frac{\mu_g}{N_{cg}^{\text{ref}} \sigma} \right)^{1/3}, \quad F_2 = \frac{n_f}{n_f^{\text{max}}} = n_D, \quad F_4 = \left( \frac{N_{cg}^{\text{ref}}}{N_{cg}} \right)^{1/3}. \quad (20)$$

To proceed with the identification of an SE model using the results of the above identification, we need to know the foam texture  $n_f$  for various foam flow conditions. This is provided by the solution of PB models at local steady state which is detailed hereafter.

#### 4 Analytical Approach to Relate Gas Saturation and Foam Texture at Local Steady State

In this section, we propose an analytical approach to calculate foam texture at local steady state. The texture is obtained by equating the generation and coalescence rates of the PB model given by Eq. (6). The basic idea consists in solving jointly the foam-gas fractional flow equation and the local equilibrium equation, with gas saturation and foam texture as unknowns. Indeed, the foam-gas fractional flow  $f_g$  is a known parameter of the problem at local steady state. The problem set-up is worth being detailed due to the peculiarity of entailed resolution.

Herein, a two-phase gas–water fluid system is considered. Capillary pressure and gravity are neglected. Porosity is assumed constant. A one-dimensional incompressible flow is considered without any sink terms. The PB model Eqs. (1) and (4) can be combined into the following fractional flow equation

$$\partial_t (S_g) + \frac{u}{\Phi} \partial_x (f_g(S_g, n_f)) = 0, \quad (21)$$

where, for the PB model, the gas fractional flow rate depends on gas saturation and foam texture:

$$f_g(S_g, n_f) = \frac{1}{1 + \left( \mu_g + \frac{c_f n_f}{(r_g^{\text{PB}})^{1/3}} \right) \frac{k_{rw}}{\mu_w k_{rg}}}. \quad (22)$$

That equation can be inverted in order to express the foam texture as a function of saturation and gas fractional flow, that is, denoting  $n_f^{\text{FF}}$  this fractional-flow-derived foam texture:

$$n_f^{\text{FF}} = \left( \frac{u}{\Phi S_g} \right)^{1/3} \frac{1 - f_g \left( 1 + \frac{\mu_g k_{rw}}{\mu_w k_{rg}} \right)}{f_g^{2/3} \frac{c_f k_{rw}}{\mu_w k_{rg}}}. \quad (23)$$

At local equilibrium, the generation and coalescence rates of the PB model are equal. According to Eq. (6) and considering the maximum texture limitation, this local equilibrium yields the following expression of the foam texture at local equilibrium denoted  $n_f^{\text{LE}}$ :

$$n_f^{\text{LE}} = \begin{cases} \frac{c_g}{c_c} S_w (S_w - S_w^{*\text{-PB}})^n |\nabla P|^m & \text{if } n_f < n_f^{\text{max}}, \\ n_f^{\text{max}} & \text{otherwise,} \end{cases} \quad (24)$$

where  $\nabla P$  is the pressure gradient which can be expressed from Darcy equation applied to the water phase, whose flow properties are not affected by the presence of foam:

$$|\nabla P| = \frac{\mu_w u (1 - f_g)}{k k_{rw}}. \quad (25)$$

As explained in Sect. 2.2, the maximum foam texture  $n_f^{\text{max}}$  is estimated as the characteristic pore size of the porous medium under consideration. This is an approximation for natural porous media characterized by a more or less complex pore size distribution. Therefore, it remains a variable subject to adjustment in PB models at local equilibrium (Chen et al. 2010).

Following the expression of foam texture at local equilibrium given by Eq. (24), problem solving should distinguish two cases:

- For any  $f_g$  within the low-quality regime, foam texture is constant and is equal to the maximum value ( $n_f = n_f^{\text{max}}$ ). Thus, only gas saturation remains to be calculated from the gas fractional flow Eq. (23), which yields

$$S_g = \frac{u}{\Phi} \left[ \frac{1 - f_g \left( 1 + \frac{\mu_g k_{rw}}{\mu_w k_{rg}} \right)}{n_f^{\text{max}} f_g^{2/3} \frac{c_f k_{rw}}{\mu_w k_{rg}}} \right]^3. \quad (26)$$

- For any given  $f_g$  within the high-quality regime ( $n_f < n_f^{\text{max}}$ ), equating Eqs. (24) and (23) yields the following gas saturation equation:

$$\underbrace{\frac{c_g}{c_c} (1 - S_g) (1 - S_g - S_w^{*\text{-PB}})^n \left| \frac{\mu_w u (1 - f_g)}{k k_{rw}} \right|^m}_{n_f^{\text{LE}}(S_g)} = \underbrace{\left( \frac{u}{\Phi S_g} \right)^{1/3} \frac{1 - f_g \left( 1 + \frac{\mu_g k_{rw}}{\mu_w k_{rg}} \right)}{f_g^{2/3} \frac{c_f k_{rw}}{\mu_w k_{rg}}}}_{n_f^{\text{FF}}(S_g)}, \quad (27)$$

where  $n_f^{\text{LE}}$  represents the foam texture obtained from the local equilibrium of the PB model and  $n_f^{\text{FF}}$  is the foam texture computed from the gas fractional flow equation in the presence of foam.

Equations (26) and (27) have to be solved with numerical methods, as described later on in Sect. 5.

Finally, a series of measurements varying the foam quality at fixed total injection rate is needed in order to relate the gas saturation to the foam texture at local equilibrium for any

**Table 1** Rock and fluids properties of Alvarez et al. (2001) foam displacements

Gas	N <sub>2</sub>	$u$ (cm/h)	3.175
$T$ (°C)	25	$f_g$ range (-)	0.25 – 0.91
$P$ (bar)	41	$\mu_w(T, P)$ (cP)	0.7
$\sigma$ (mN/m)	30	$\mu_g(T, P)$ (cP)	0.02
$k$ (mD)	530	$\rho_w(T, P)$ (kg/m <sup>3</sup> )	998
$\Phi$ (-)	0.18	$\rho_g(T, P)$ (kg/m <sup>3</sup> )	46

quality of the foam under consideration. This relationship underlies the possibility to identify an SE model to a PB model.

## 5 Application to a Foam Data Set: Identification of our SE Model to Calibrated Kam et al. PB Model

We apply the previous identification method to calibrate our SE model to a given experimental data set published by Alvarez et al. (2001). Specifically, the authors measured the steady state apparent foam viscosity for several foam qualities at constant total injection rate. All these experiments are two-phase flow displacements involving water, gas and surfactant.

The considered PB model for the application of the calibration method is previously-described in the Sect. 2.2. We focus on the steady-state foam flow that is representative of flow conditions achieved in a reservoir beyond the near-wellbore region where foam generation conditions are fulfilled.

### 5.1 Case Study: Alvarez et al. (2001) Experiments

The experiments of Alvarez et al. (2001) are conducted on a Berea sandstone core with a N<sub>2</sub>-based foam at ambient temperature and an outlet pressure of 41 bar. The core is 5 cm in diameter and 28 cm in length. The aqueous phase of foam is a 1 wt% solution of surfactant in a brine containing 3 wt% NaCl and 0.01 wt% CaCl<sub>2</sub>.

A pre-generated foam of given quality is injected in the water-saturated core. While keeping constant the total flow rate of gas and water, the foam quality is changed from one experiment to another to cover a range from 0.25 to 0.91. The measured apparent foam viscosity ranges from 274 to 905 cP. The transition between the two regimes occurs at the optimal foam quality  $f_g^* = 0.78$  for which the maximum apparent foam viscosity of 905 cP is reached, as reported in Fig. 4. Table 1 summarizes the rock and fluids properties of these foam displacement experiments.

Recently, Lotfollahi et al. (2016) performed an extensive treatment of the foam apparent viscosity data recorded during these experiments. They calibrated different SE models, as well as three PB models, among which Kam et al. (2007) model. Specifically, adjustable parameters were  $c_g/c_c$ ,  $c_f$ ,  $n$ ,  $m$  and  $S_w^{*PB}$ . The adjusted parameter values that fit the experimental data are reported in Table 2 (gas and water relative permeabilities in the absence of foam were adjusted with power laws, namely  $k_{rw} = k_{rw}^0 S_w^n$  and  $k_{rg} = k_{rg}^0 (1 - S)^{ng}$  with  $S = \frac{S_w - S_{wi}}{1 - S_{gr} - S_{wi}}$ ).



**Table 2** Kam et al. (2007) model parameters adjusted on Alvarez et al. (2001) experiments by Lotfollahi et al. (2016)

Gas and water relative permeabilities		Kam et al. model parameters	
$S_{wi}$ (-)	0.2	$S_w^{*-PB}$ (-)	0.31
$S_{gr}$ (-)	0.2	$n_f^{\max}$ (m <sup>-3</sup> )	$19.1 \times 10^{12}$
$k_{rw}^0$ (-)	0.2	$c_f$ (m <sup>10/3</sup> hour <sup>-1/3</sup> cP)	$2.77 \times 10^{-11}$
$k_{rg}^0$ (-)	0.94	$c_g/c_c$ (-)	$8 \times 10^{16}$
$n_w$ (-)	4.2	$n$ (-)	1.91
$n_g$ (-)	1.3	$m$ (-)	0.2

In the following section, we first compute the local steady-state foam texture using the Kam et al. model parameters given in Table 2, since it is the first step for SE model identification to PB model according to Eq. (20).

## 5.2 Determination of Foam Texture at Local Equilibrium Using Kam et al. PB Model: A Posteriori Validation

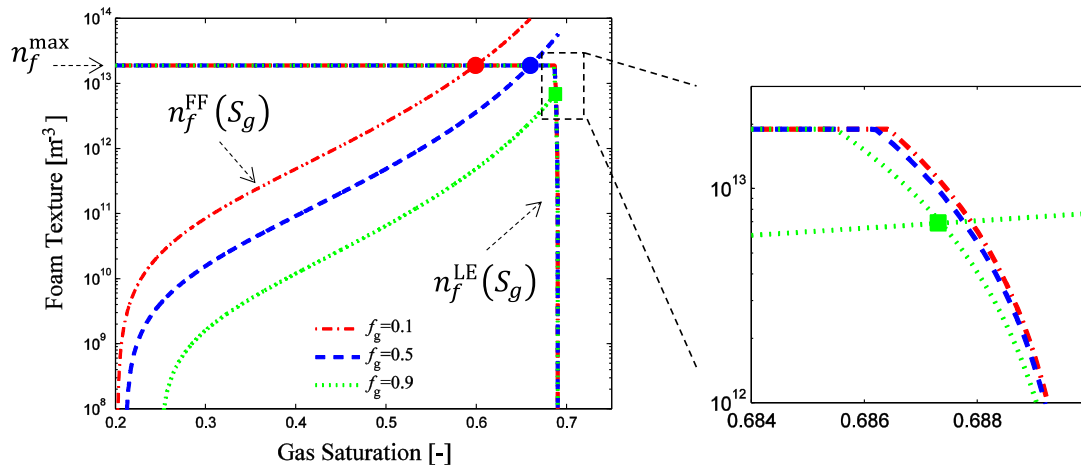
As explained in Sect. 4, one can solve Kam et al. model at local equilibrium by equating Eqs. (24) and (23). Accordingly, two regimes should be distinguished for foam texture calculations. On the one hand, within the low-quality regime, the foam texture  $n_f$  is known and is equal to the maximum value  $n_f^{\max}$  so that only gas saturation remains to be calculated using Eq. (26). On the other hand, within the high-quality regime, one should first determine the gas saturation by solving Eq. (27), and after use Eq. (23) to calculate the corresponding foam texture value.

In practice, for any foam quality value  $f_g \in ]0, 1[$ , the solution  $S_g$  is obtained using the following algorithm:

1. Find the gas saturation by solving the equality (27).
2. Calculate the corresponding foam texture from Eq. (23).
3. If the obtained foam texture is lower than the limiting foam texture  $n_f^{\max}$ , a high-quality regime is obtained, and in this case the resolution process is iterated with another  $f_g$ . Otherwise, a low-quality regime is achieved with a maximum foam texture that is equal to  $n_f^{\max}$ , and the gas saturation has to be determined again from Eq. (26) before proceeding with another  $f_g$ .

This algorithm computes the exact fractional flow of gas in the presence of foam as a function of the gas saturation, hence the foam texture at local equilibrium. However, the uniqueness of the solution  $S_g$  within the two regimes has to be checked. For this reason, we plot in Fig. 2 the foam textures  $n_f^{LE}(S_g)$  and  $n_f^{FF}(S_g)$  for several foam qualities and we verify the solution uniqueness. Their intersection yields the gas saturation that corresponds to a given foam texture within the high-quality regime. Intersection of  $n_f^{\max}$  line and  $n_f^{FF}$  yields the gas saturation within the low-quality regime.

Figure 2 shows that the intersection points between  $n_f^{\max}$  line and  $n_f^{FF}$  on the one hand, and  $n_f^{LE}(S_g)$  and  $n_f^{FF}(S_g)$  on the other hand, are unique for each foam quality (see also Table 3 which reports a few saturation and texture solutions). Thus, the optimal set of Kam et al model parameters ensure the uniqueness of the solution (foam texture and gas saturation) for both low- and high-quality regimes.



**Fig. 2** Derived foam texture at local equilibrium using Kam et al. optimal model adjusted by Lotfollahi et al. (2016) on Alvarez et al. (2001) experiments. The points corresponding to the solutions for each foam quality are given by circular markers (o) for  $n_f = n_f^{\max}$  and square markers (□) for  $n_f < n_f^{\max}$  ( $n_f^{\max} = 19.1 \times 10^{12} \text{ m}^{-3}$ )

**Table 3** Steady-state foam properties predicted by Kam et al. PB model ( $n_f^{\max} = 19.1 \times 10^{12} \text{ m}^{-3}$ )

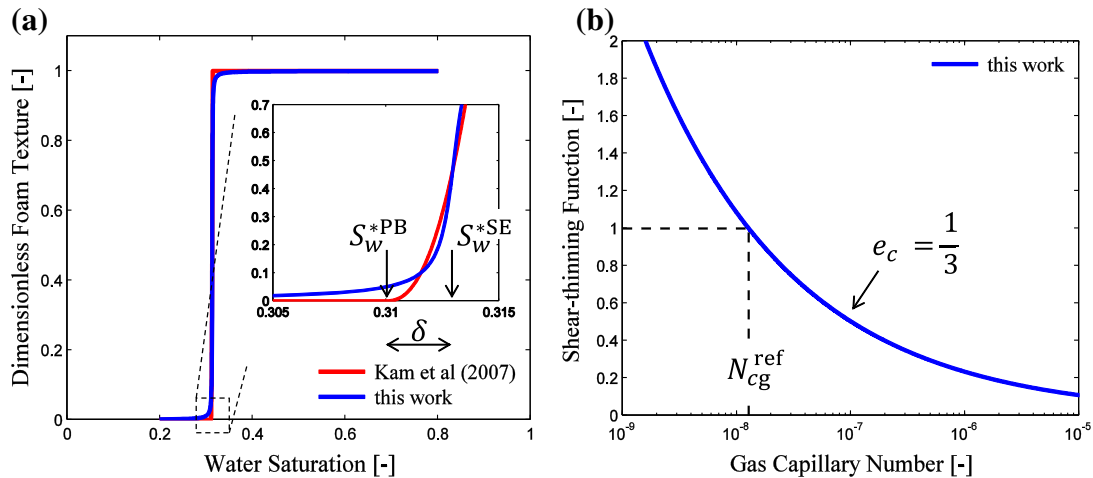
$f_g$ (-)	$S_g$ (-)	$n_f$ ( $\text{m}^{-3}$ )	$n_D$ (-)	$\mu_g^{\text{PB}}$ (cP)	$\mu_f^{\text{app}}$ (cP)
0.1	0.5988	$19.1 \times 10^{12}$	1	$1.7134 \times 10^3$	310
0.3	0.6370	$19.1 \times 10^{12}$	1	$1.2128 \times 10^3$	584
0.5	0.6595	$19.1 \times 10^{12}$	1	$1.0348 \times 10^3$	778
0.7	0.6807	$19.1 \times 10^{12}$	1	$0.9348 \times 10^3$	928
0.9	0.6873	$6.93 \times 10^{12}$	0.36	$0.3137 \times 10^3$	393

Finally, to check the validity and accuracy of that PB model, the apparent foam viscosity data from Alvarez et al. experiments were recalculated using above foam texture and gas saturation solutions. More precisely, for any given value of foam quality, the foam apparent viscosity is recalculated as  $\frac{1}{\mu_f^{\text{app}}} = \frac{k_{rw}}{\mu_w} + \frac{k_{rg}}{\mu_g^{\text{PB}}}$  (derived from  $u = u_w + u_g^f = \frac{k|\nabla P|}{\mu_f^{\text{app}}} = \frac{kk_{rw}|\nabla P|}{\mu_w} + \frac{kk_{rg}|\nabla P|}{\mu_g^{\text{PB}}}$ ) where  $\mu_g^{\text{PB}} = \mu_g + \left(\frac{\phi}{u}\right)^{1/3} \frac{c_f n_f}{(f_g/S_g)^{1/3}}$  is the effective gas viscosity given by Eq. (5), and where  $n_f$  and  $S_g$  are the foam texture and the saturation solutions determined at local equilibrium as before. Table 3 reports the detailed results of this calculation for a few qualities ranging from 0.1 to 0.9.

Figure 4 reports the obtained results over the entire foam quality range: one can observe the very good agreement of the computed apparent foam viscosity from Kam et al. model with the measurements of Alvarez et al. (2001), both at the low- and high-quality regimes. Furthermore, the obtained results point out an abrupt foam collapse that occurs at almost a single water saturation  $S_w^{*-\text{PB}} = 0.31$ . Thus, a PB model, such as Kam et al. model, can be used to properly fit steady-state foam mobility at both high-quality and low-quality regimes.

### 5.3 Identification of SE Model to Calibrated PB Model

The Kam et al. PB model, as calibrated and validated before, is used to directly identify the SE model following the procedure of Sect. 3, with the relationship between fluid saturation



**Fig. 3** **a** Dimensionless foam texture obtained explicitly from Kam et al. model and implicitly from our model to fit Alvarez et al. measurements; **b** shear-thinning function  $F_4$  used in our SE model

and foam texture as determined in Sect. 4. First, we determine the limiting water saturation  $S_w^{*SE}$  by inverting the computed dimensionless foam texture function  $n_D$ . We found that  $S_w^{*SE} = n_D^{-1}(\frac{1}{2}) = 0.313$ . In addition, the parameter  $\Theta$  is calculated ensuring  $F_2(S_w^{*PB}) = \varepsilon$ . A tolerance  $\varepsilon$  of 0.05 is applied in order to render at best the dimensionless foam texture variation, leading to a value of  $\Theta = 2.1 \times 10^3$ , as reported in Table 4. Figure 3a shows the resulting dry-out function  $F_2$  and the dimensionless foam texture function  $n_D$  as functions of water saturation.

The reference capillary number, given by Eq. (11), is set at the lowest reached value during the experiments, namely  $N_{cg}^{ref} = (\mu_g f_g^{min} u) / (\sigma \Phi S_g^{min})$  where  $f_g^{min} = 0.25$  is the lowest foam quality. The lowest gas saturation  $S_g^{min}$  is calculated as follows. By application of the generalized Darcy law to the water phase one has  $u_w = \frac{k k_{rw}}{\mu_w} |\nabla P|$  hence  $k_{rw} = \frac{\mu_w u f_w}{k |\nabla P|}$ . With a  $k_{rw}$  power law function such that  $k_{rw} = k_{rw}^0 S^{n_w}$  with  $S = \frac{S_w - S_{wi}}{1 - S_{gr} - S_{wi}}$ ,  $S_w$  can be written as  $S_w = S_{wi} + (1 - S_{wi} - S_{gr}) \left( \frac{k_{rw}}{k_{rw}^0} \right)^{1/n_w}$ . Replacing  $k_{rw}$  by the above expression versus  $|\nabla P|$ , we obtain  $S_w = S_{wi} + (1 - S_{gr} - S_{wi}) \left( \frac{\mu_w u f_w}{k |\nabla P| k_{rw}^0} \right)^{1/n_w}$ . Applying the one-phase Darcy law to the equivalent fluid yields  $\mu_f^{app} = \frac{k |\nabla P|}{u}$ , and as a consequence

$$S_w = S_{wi} + (1 - S_{wi} - S_{gr}) \left( \frac{\mu_w (1 - f_g)}{\mu_f^{app} k_{rw}^0} \right)^{1/n_w}. \quad (28)$$

Therefore, the lowest gas saturation  $S_g^{min}$  can be calculated as  $S_g^{min} = 1 - S_{wi} - (1 - S_{gr} - S_{wi}) \left( \frac{\mu_w (1 - f_g^{min})}{\mu_f^{app} k_{rw}^0} \right)^{1/n_w}$ . Specifically, one has  $f_g^{min} = 0.25$  and  $S_g^{min} = 0.63$  for Alvarez et al. measurements, hence  $N_{cg}^{ref} = 1.27 \times 10^{-8}$ , as reported in Table 4. The obtained shear-thinning function  $F_4$  is reported in Fig. 3b. Note that according to this identification method, the  $N_{cg}^{ref}$  value does not affect the SE model results as  $M_{ref}$  and  $N_{cg}^{ref}$  are correlated as given by Eq. (20).

The SE model parameters, which are reported in Table 4, are then used to calculate the apparent foam viscosity  $\mu_f^{app}$  which can be written in the SE model framework as  $\frac{1}{\mu_f^{app}} =$

**Table 4** SE model parameters directly estimated from the calibrated PB model

$M_{\text{ref}} (-)$	$S_w^{*\text{-SE}} (-)$	$\Theta (-)$	$N_{\text{cg}}^{\text{ref}} (-)$	$e_c (-)$
$6.4637 \times 10^4$	0.313	$2.1 \times 10^3$	$1.27 \times 10^{-8}$	$\frac{1}{3}$

**Table 5** Steady-state foam properties predicted by our SE model

$f_g (-)$	$S_w (-)$	$F_2 (-)$	$F_4 (-)$	$FM (-)$	$\mu_f^{\text{app}} (\text{cP})$
0.1	0.4013	0.9983	1.3254	$0.1169 \times 10^{-4}$	309
0.3	0.3631	0.9970	0.9381	$0.1654 \times 10^{-4}$	582
0.5	0.3407	0.9945	0.8004	$0.1944 \times 10^{-4}$	774
0.7	0.3199	0.9780	0.7229	$0.2188 \times 10^{-4}$	909
0.9	0.3128	0.3620	0.6671	$0.6407 \times 10^{-4}$	391

**Table 6** Apparent foam viscosity, for several qualities, predicted by our SE model from the simulated steady-state pressure gradient  $|\nabla P| = \frac{\Delta P}{L}$  across the core

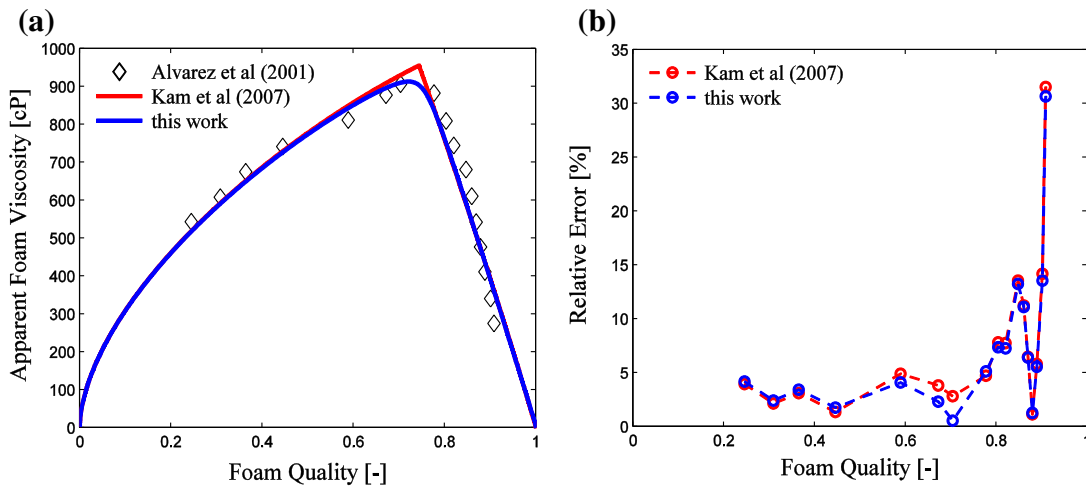
$f_g (-)$	$S_w (-)$	$\Delta S_w (\%)$	$\Delta P (\text{bar})$	$ \nabla P  (\text{bar/m})$	$\mu_f^{\text{app}} (\text{cP})$	$\Delta \mu_f^{\text{app}} (\%)$
0.1	0.3942	1.8	14.3345	51.2460	303.93	1.6
0.3	0.3571	1.7	27.1031	96.8940	574.66	1.3
0.5	0.3355	1.5	36.0873	129.0124	765.15	1.1
0.7	0.3161	1.2	41.4113	148.0458	878.03	3.4
0.9	0.3118	0.3	19.1824	68.5774	406.72	4.0

Relative errors  $\Delta S_w$  and  $\Delta \mu_f^{\text{app}}$  refer to steady-state values reported in Table 5

$\frac{k_{rw}}{\mu_w} + \frac{FM \cdot k_{rg}}{\mu_g}$ , derived again from the expression of total velocity as the sum of water and gas velocities, with gas velocity from Eq. (8) where  $FM$  is given by Eq. (9), and only involves the product of  $F_2$  and  $F_4$  functions. The water saturation corresponding to each foam quality is obtained by solving the gas fractional flow equation  $f_g = 1 / (1 + \frac{\mu_g}{\mu_w} \frac{k_{rw}}{FM \cdot k_{rg}})$ . Table 5 reports the detailed results of this calculation for a few qualities ranging from 0.1 to 0.9. The so obtained apparent foam viscosity, which is reported in Fig. 4a, is very close to the measured one and to the one derived from the Kam PB model over the entire foam quality interval.

In practice, the SE parameters would be used to simulate the displacement for several foam qualities. The simulated steady-state pressure gradient  $|\nabla P| = \frac{\Delta P}{L}$  allows to compute the foam apparent viscosity  $\mu_f^{\text{app}} = \frac{k|\nabla P|}{u}$  by application of the one-phase Darcy law to the equivalent fluid. Table 6 reports the so obtained apparent foam viscosity derived from the simulated pressure gradient for several qualities, with our SE model. As expected, these simulated values are very close to the ones reported in Table 5, since most of the relative errors with respect to the reported values in Table 5 are of the order of 1%.

The apparent foam viscosities computed from SE model and PB model at local equilibrium are almost equal over the whole range of foam qualities. The maximum apparent foam viscosity and the optimal foam quality are also successfully predicted by the SE model. We note a slightly smoother transition between low- and high-quality regimes than the sharp transition predicted by Kam et al. model. A larger value of  $\Theta$  parameter could have been used to refine the fit in the transition region around the optimal foam quality  $f_g^*$ .



**Fig. 4** **a** Comparison of Alvarez et al. apparent foam viscosity measurements with the apparent viscosity computed from SE model with parameters directly estimated from the calibrated Kam et al. model; **b** apparent foam viscosity relative errors with respect to the measurements

**Table 7** Apparent foam viscosities and relative errors with respect to the measurements, both for Kam PB model ( $\Delta_{PB}$ ) and our SE model ( $\Delta_{SE}$ ; see the text)

	Measurements		Kam et al. PB model		Our SE model	
	$f_g$ (-)	$\mu_f^{app}$ (cP)	$\mu_f^{app}$ (cP)	$\Delta_{PB}$ (%)	$\mu_f^{app}$ (cP)	$\Delta_{SE}$ (%)
Low-quality regime	0.25	542.2	520.8	4	519.5	4
	0.30	607.4	594.3	2	592.6	2
	0.36	674.0	653.0	3	650.9	3
	0.45	740.7	730.7	1	727.6	2
	0.59	810.6	850.4	5	843.9	4
	0.67	876.5	910.1	4	896.9	2
	0.70	905.6	931.1	3	910.6	1
High-quality regime	0.78	881.4	839.7	5	836.2	5
	0.80	808.6	745.3	8	749.0	7
	0.82	743.7	685.9	8	689.6	7
	0.85	680.0	587.7	14	589.9	13
	0.86	609.8	541.2	11	542.0	11
	0.87	541.7	506.6	6	506.9	6
	0.88	476.1	470.6	1	470.0	1
	0.89	410.2	434.1	6	433.0	6
	0.90	339.7	387.9	14	385.8	14
	0.91	273.9	360.3	32	357.9	31

Table 7 reports the so obtained PB and SE models apparent foam viscosities and their relative errors with respect to the measurements  $\Delta_{PB} = |(\mu_f^{app})_{PB} - \mu_f^{app}| / \mu_f^{app}$  and  $\Delta_{SE} = |(\mu_f^{app})_{SE} - \mu_f^{app}| / \mu_f^{app}$ . These relative errors are also reported in Fig. 4b. Overall, they do not exceed 5% except for large qualities. Thus, both models adjust equally well the steady-state measurements of the apparent foam viscosity.

To conclude, the main input for SE model identification to PB model is the relationship between fluid saturation and the foam texture predicted by PB model. As expected, the resulting SE model is found to fit foam quality-scan experiments as well as the original PB model. This opens the way for reliable use of foam flow models for reservoir applications.

#### 5.4 Comparison with Other Calibration Methods

Several adjustment procedures of the apparent foam viscosity measurements to a single scan of foam quality are available in the literature. They are reviewed and discussed hereafter.

Boeije and Rossen (2015) proposed a simple manual procedure to fit SE models to the apparent foam viscosity measurements. The procedure is based on six steps dealing separately with the data in the high-quality and low-quality regimes. The latter approach assumes an abrupt transition between the two regimes such that large values of  $\Theta$  are considered beforehand ( $\Theta$  between  $10^4$  and  $10^5$ ). In addition, the pressure gradient is assumed to decrease linearly with the foam quality, in the high-quality regime. The other SE model parameters are calculated step by step. The proposed approach is simple as it can be carried out directly from the plot of the apparent foam viscosity versus foam quality. Nevertheless, the method cannot fit properly the measurements when the experimental data show a gradual transition between high- and low-quality regimes. In that case, the authors propose to use the results of their method to initiate a least squares fit of all foam model parameters to further tune the SE model.

Lotfollahi et al. (2016) used a least squares minimization method to fit different SE models and PB models to two experimental data sets from Alvarez et al. (2001) and Moradi-Araghi et al. (1997). The fit is performed within the two regimes using all the measurements. The SE model parameters to be optimized are  $M_{\text{ref}}$ ,  $S_w^{*\text{-SE}}$ ,  $\Theta$  and  $e_c$ . The authors indicate that the final fit may depend on the initial guess, that is the method does not guarantee to yield the optimal model. This non-uniqueness is also pointed out by Kapetas et al. (2015), who obtained different sets of foam parameters when applying the two previous methods on a large set of experimental data.

To improve the model match, Farajzadeh et al. (2015) used data weighting and constraints in the least squares minimization method. In addition, they added liquid saturation values for each measurement to the definition of the objective function which reads in this case  $\mathcal{O}(X) = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^{n_{\text{data}}} w_j [\mu_{f,j}^{\text{app}}(X, S_{w,j}) - \mu_{f,j}^{\text{exp}}]^2$ , where  $X = (M_{\text{ref}}, S_w^{*\text{-SE}}, \Theta, e_c)$  is vector of parameters to be optimized,  $w_j$  weights,  $\mu_{f,j}^{\text{app}}$  computed apparent foam viscosity,  $\mu_{f,j}^{\text{exp}}$  measured apparent foam viscosity and  $S_{w,j}$  is liquid saturation for each data point which is calculated from the liquid relative permeability as  $S_{w,j} = S_{wi} + (1 - S_{gr} - S_{wi}) \left( \frac{\mu_w(1-f_{g,j})}{\mu_{f,j}^{\text{exp}} k_{rw}} \right)^{1/n_w}$  for power law  $k_r$  functions, as explained in Sect. 5.3 [see Eq. (28)].

Assuming no shear-thinning effect in foam quality-scan experiments, Ma et al. (2013) proposed a graphical method with  $M_{\text{ref}}$  and  $S_w^{*\text{-SE}}$  as variables, in order to match the transition foam viscosity between the low- and high-quality regimes. The  $\Theta$  parameter is matched after with a least squares method applied to the other steady-state apparent viscosity measurements. Later on, Ma et al. (2014) determined the same three model parameters ( $M_{\text{ref}}$ ,  $S_w^{*\text{-SE}}$ ,  $\Theta$ ) by using a least squares minimization method as other authors, but adding a constraint on  $S_w^{*\text{-SE}}$  to avoid non unique ( $M_{\text{ref}}$ ,  $S_w^{*\text{-SE}}$ ) solutions.

Then, Zeng et al. (2016) converted the three-parameter ( $M_{\text{ref}}$ ,  $S_w^{*\text{-SE}}$ ,  $\Theta$ ) optimization problem (Ma et al. 2014) to a single-parameter ( $M_{\text{ref}}$ ) problem by using steady-state apparent viscosity data and searching the  $M_{\text{ref}}$  value that fits a linear function of the saturation

with  $(S_w^{*SE}, \Theta)$  as parameters. The same authors also adjusted the shear-thinning function separately from total-flow-rate-scan experiments.

To end with, this limited survey of SE models indicate that calibration methods are based on a direct identification of the parameters of the SE model relative permeability function, without using the physical representation of foam as a succession of lamellas. Many alternative methods of implementation have been developed to deal with the multi-variable nature of the identification problem and with the peculiarity of foam flow equations involving discontinuities in solutions. The method of this paper aims at overcoming these difficulties via the PB model representation as flow-restricting lamellas.

## 6 Conclusions and Perspectives

The objective of this paper was to establish the equivalence between semi-empirical foam flow models, based on a modified relative permeability concept, and population-balance models that keeps track of the intrinsic physics of foam that explains mobility reduction in porous media. The identification of both foam flow models leads to a method for calibrating SE models from the PB model translation (i.e., foam texture translation) of foam flow data. This physical approach of foam flow could circumvent some difficulties in the direct calibration of SE model from foam mobility (or apparent viscosity) data. The use of least squares method is not really adapted to the calculation of a flow model involving discontinuities as observed with foams. Lamellas-based models involve the foam texture physical variable whose evolution is precisely responsible of more or less pronounced foam flow discontinuities. The method developed and discussed in this paper calls for further developments regarding the impact of capillary pressure on the foam SE model parameters. In addition, the question has to be addressed for reservoir applications involving different rock permeabilities and pore structures.

## References

- Alvarez, J.M., Rivas, H.J., Rossen, W.R.: Unified model for steady-state foam behavior at high and low foam qualities. *SPE J.* **6**(3), 325–333 (2001)
- Bernard, G., Jacobs, W.L.: Effect of foam on trapped gas saturation and on permeability of porous media to water. *SPE J.* **5**(4), 295–300 (1965)
- Boeije, C.S., Rossen, W.R.: Fitting foam-simulation-model parameters to data: I. coinjection of gas and liquid. *SPE Reserv. Eval. Eng.* **18**(2), 264–272 (2015)
- Bond, D.G., Holbrook, O.C.: Gas drive oil recovery. Patent no. US Pat 2866507 (1958)
- Braconnier, B., Flauraud, E., Nguyen, Q.L.: Efficient scheme for chemical flooding. *Oil Gas Sci. Technol. Rev. IFP Nouvelles* **69**(4), 585–601 (2014)
- Bretherton, F.P.: The motion of long bubbles in tubes. *J. Fluid Mech.* **10**(2), 166 (1961)
- Chambers, K.T., Radke, C.J.: Capillary phenomena in foam flow through porous media. In: Morrow, N.R. (ed.) *Interfacial Phenomena in Petroleum Recovery*, vol. 3, pp. 191–256. Marcel Dekker, Inc (1991)
- Chen, Q., Kovscek, A.R., Gerritsen, M.: Modeling foam displacement with the local-equilibrium approximation: theory and experimental verification. *SPE J.* **15**(01), 171–183 (2010)
- Cheng, L., Reme, A.B., Shan, D., Coombe, D.A., Rossen, W.R.: Simulating foam processes at high and low foam qualities. In: *SPE/DOE Improved Oil Recovery Symposium*, Tulsa, Oklahoma (2000)
- Ettinger, R.A., Radke, C.J.: Influence of texture on steady foam flow in Berea sandstone. *SPE Reserv. Eng.* **7**(1), 83–90 (1992)
- Falls, A.H., Hirasaki, G.J., Patzek, T.W., Gauglitz, D.A., Miller, D.D., Ratulowski, T.: Development of a mechanistic foam simulator: the population balance and generation by snap-off. *SPE Reserv. Eng.* **3**(3), 884–892 (1988)

- Farajzadeh, R., Lotfollahi, M., Eftekhari, A.A., Rossen, W.R., Hirasaki, G.J.H.: Effect of permeability on implicit-texture foam model parameters and the limiting capillary pressure. *Energy Fuels* **29**(5), 3011–3018 (2015)
- Friedmann, F., Chen, W.H., Gauglitz, P.A.: Experimental and simulation study of high-temperature foam displacement in porous media. *SPE Reserv. Eng.* **6**(1), 37–45 (1991)
- Green, D.W., Willhite, G.P.: Enhanced Oil Recovery, volume 6 of SPE Textbook Series. Henry L. Doherty Memorial Fund of AIME. Society of Petroleum Engineers (1998)
- Heller, J.P., Boone, D.A., Watts, R.J.: Field test of CO<sub>2</sub> mobility control at Rock Creek. Society of Petroleum Engineers, Paper SPE-14395-MS, (1995)
- Hirasaki, G.J., Lawson, J.B.: Mechanisms of foam flow in porous media: apparent viscosity in smooth capillaries. *SPE J.* **25**(2), 176–190 (1985)
- Holm, L.W.: Foam injection test in the Siggins field, Illinois. Society of Petroleum Engineers, Paper SPE-2750-PA, vol. 22 (1970)
- Jonas, T.M., Chou, S.I., Vasicek, S.L.: Evaluation of a CO<sub>2</sub> foam field trial: Rangely Weber Sand Unit. Society of Petroleum Engineers, Paper SPE-20468-MS, (1990)
- Kam, S.I.: Improved mechanistic foam simulation with foam catastrophe theory. *Colloids Surf. A Physicochem. Eng. Asp.* **318**(1–3), 62–77 (2008)
- Kam, S.I., Nguyen, Q.P., Li, Q., Rossen, W.R.: Dynamic simulations with an improved model for foam generation. *SPE J.* **12**(1), 35–48 (2007)
- Kapetas, L., Vincent-Bonnieu, S., Farajzadeh, R., Eftekhari, A.A., Mohd-Shafian, S.R., Kamarul Bahrim, R.Z., Rossen, W.R.: Effect of permeability on foam-model parameters—an integrated approach from coreflood experiments through to foam diversion calculations. In: 18th European Symposium on Improved Oil Recovery, Dresden, 14–16 April (2015)
- Khatib, Z.I., Hirasaki, G.J., Falls, A.H.: Effects of capillary pressure on coalescence and phase mobilities in foams flowing through porous media. *SPE Reserv. Eng.* **3**(3), 919–926 (1988)
- Kovscek, A.R., Bertin, H.J.: Foam mobility in heterogeneous porous media. *Transp. Porous Media* **52**(1), 37–49 (2003)
- Kovscek, A. R., Radke, C. J.: Fundamentals of foam transport in porous media. In: Comstock, M.J., Schramm, L.L. (eds.) *Foams: Fundamentals and Applications in the Petroleum Industry*. American Chemical Society Advances in Chemistry, vol. 242, pp. 115–163 (1994)
- Lake, L.W.: *Enhanced Oil Recovery*. Prentice Hall (1989)
- Lawson, J.B., Reisberg, J.: Alternate slugs of gas and dilute surfactant for mobility control during chemical flooding. In: *SPE/DOE Enhanced Oil Recovery Symposium*, Tulsa, Oklahoma (1980)
- Lotfollahi, M., Farajzadeh, R., Delshad, M., Varavei, A., Rossen, W.R.: Comparison of implicit-texture and population-balance foam models. *J. Natl. Gas Sci. Eng.* **31**, 184–197 (2016)
- Ma, K., Lopez-Salinas, J.L., Puerto, M.C., Miller, C.A., Biswal, S.L., Hirasaki, G.J.: Estimation of parameters for the simulation of foam flow through porous media. part 1: the dry-out effect. *Energy Fuels* **27**(5), 2363–2375 (2013)
- Ma, K., Farajzadeh, R., Lopez-Salinas, J.L., Miller, C.A., Biswal, S.L., Hirasaki, G.J.: Non-uniqueness, numerical artifacts, and parameter sensitivity in simulating steady-state and transient foam flow through porous media. *Transp. Porous Media* **102**(3), 325–348 (2014)
- Marle, C.M.: *Multiphase Flow in Porous Media*, 3rd edn. Gulf Publishing Company (1981)
- Martinsen, H., Vassenden, F.: Foam assisted water alternating gas (FAWAG) process on Snorre. In: 10th European Symposium on Improved Oil Recovery, Brighton, UK (1999)
- Moradi-Araghi, A., Johnston, E.L., Zornes, D.R., Harpole, K.J.: Laboratory evaluation of surfactants for CO<sub>2</sub>-foam applications at the South Cowden Unit. In: *International Symposium on Oilfield Chemistry*, Houston, Texas (1997)
- Osterloh, W.T., Jante, M.J.: Effects of gas and liquid velocity on steady-state foam flow at high temperature. *SPE/DOE* 24179 (1992)
- Patzek, T.W.: Description of foam flow in porous media by the population balance method. In: Duane, H.S. (ed.) *Surfactant-Based Mobility Control*. American Chemical Society Symposium Series vol. 373, pp. 326–341 (1988)
- Peaceman, D.W.: *Fundamentals of Numerical Reservoir Simulation*, Developments in Petroleum Science, vol. 6. Elsevier Science, Amsterdam (1977)
- Ransohoff, T.C., Radke, C.J.: Mechanisms of foam generation in glass bead packs. *SPE Reserv. Eng.* **3**, 573–585 (1988)
- Trangenstein, J.A., Bell, J.B.: Mathematical structure of the black-oil model for petroleum reservoir simulation. *SIAM J. Appl. Math.* **49**(3), 749–783 (1989)



Zeng, Y., Muthuswamy, A., Ma, K., Le, W., Farajzadeh, R., Puerto, M., Vincent-Bonnieu, S., Eftekhari, A.A., Wang, Y., Da, C., Joyce, J.C., Biswal, S.L., Hirasaki, G.J.: Insights on foam transport from a texture-implicit local-equilibrium model with an improved parameter estimation algorithm. *Ind. Eng. Chem. Res.* **55**(28), 7819–7829 (2016)



## Calibrating and interpreting implicit-texture models of foam flow through porous media of different permeabilities



O. Gassara<sup>a</sup>, F. Douarche<sup>a,\*</sup>, B. Braconnier<sup>b</sup>, B. Bourbiaux<sup>a</sup>

<sup>a</sup> IFP Energies nouvelles, Geosciences Division, France

<sup>b</sup> IFP Energies nouvelles, Mechatronics and Numerics Division, France

### ARTICLE INFO

#### Keywords:

Enhanced oil recovery  
Foam  
Multiphase flow  
Porous media  
Capillary pressure  
Permeability  
Reservoir simulation

### ABSTRACT

This paper proposes a robust methodology to calibrate steady-state models of foam flow through porous reservoirs from foam displacements on core samples. The underlying approach consists in linking foam mobility and foam lamellas density (or texture) at local equilibrium. This calibration methodology is applied to foam displacements at different qualities and velocities on a series of sandstones of different permeabilities. Its advantages lie in a deterministic non-iterative transcription of flow measurements into texture data, and in a separation of texture effects and shear-thinning (velocity) effects. They are discussed with respect to calibration methods that consist in a least-square fit of apparent viscosity data.

Scaling trends of foam parameters with porous medium permeability are then identified and discussed with the help of theoretical representations of foam flow in a confined medium. Although they remain to be further confirmed from other well-documented experimental data sets, these scaling laws can increase the reliability of reservoir simulators for the assessment of foam-based improved recovery processes in heterogeneous reservoirs.

### 1. Introduction

Since the sixties, foam-drive processes have been considered as a promising enhanced oil recovery (EOR) technique (Bond et al., 1958; Holm, 1970; Jonas et al., 1990; Heller et al., 1995; Sheng, 2013). Indeed, the injection of foam instead of gas alleviates gravity override and detrimental effects of heterogeneities and viscous instabilities on displacement efficiency.

Foam in porous media is defined as a dispersion of gas in liquid carrying surfactants, such that at least a fraction of the gas phase is discontinuous and the liquid phase is continuous and connected through wetting films and lamellas separating gas bubbles. Surfactants in foam context are used to stabilize the thin liquid lamellas and promote the foaming ability of the mixture. Foam is usually characterized by its texture, defined as the number of foam bubbles or lamellas per unit volume of gas, and also its quality  $f_g$  which is the ratio between the volumetric flux of foamed-gas and the total volumetric flux of gas and liquid.

Foam reduces gas mobility compared to gas flowing as a continuous phase, whereas the mobility of liquid phase is presumed to remain unchanged (Bernard and Jacobs, 1965a; Lawson and Reisberg, 1980a; Friedmann et al., 1991). This reduced gas mobility can be seen as an

increased effective gas viscosity, a decreased gas relative permeability, or also as a combination of the two effects (Hirasaki and Lawson, 1985; Falls et al., 1988; Kovscek et al., 1994, 1995). Rheological properties of foam are complicated since they depend on several parameters such as foam texture, which is the result of several pore-level scale mechanisms of lamellas generation and destruction, gas and liquid velocities (foam behaves as a shear-thinning fluid in porous media), permeability and porosity of the porous medium, surfactant formulation and concentration. Coarsely-textured foams are characterized by a small number of lamellas and are referred to as weak foams since they provide a moderate gas mobility reduction, whereas finely-textured foams, called strong foams, are characterized by a large number of lamellas and reduce gas mobility remarkably. The transition from weak foam to strong foam state is called foam generation which is usually thought to be governed by pressure gradient (or equivalently total velocity) (Rossen and Gauglitz, 1990; Dholkawala et al., 2007; Gauglitz et al., 2002; Lotfollahi et al., 2017).

The strong foam resulting from that generation process exhibits two different regimes: the low-quality regime, at which the steady-state pressure gradient is almost independent of water flow rate, and the high-quality regime at which the pressure gradient is nearly independent of gas velocity. These two regimes were first highlighted by Osterloh and

\* Corresponding author.

E-mail address: [frederic.douarche@ifpen.fr](mailto:frederic.douarche@ifpen.fr) (F. Douarche).

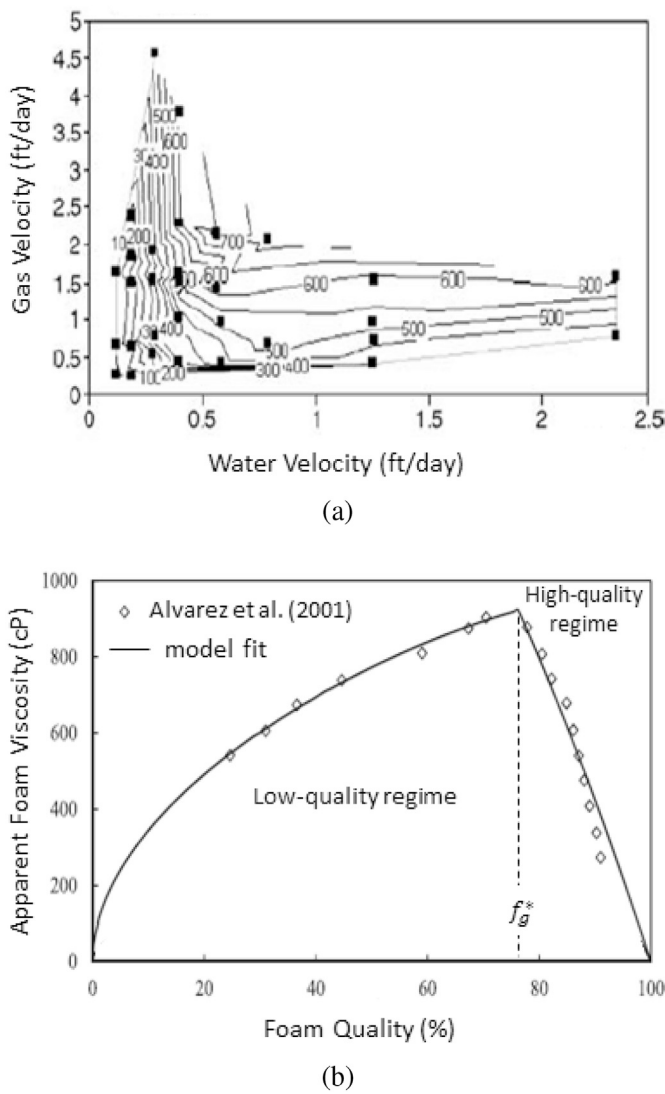


Fig. 1. (a) Contours of iso-steady-state pressure gradient as a function of gas and liquid velocities: vertical and horizontal contours represent the high- and low-quality regimes, respectively (adapted from Alvarez et al., 2001); (b) Apparent foam viscosity for a single scan of foam quality at constant total velocity (adapted from Lotfollahi et al., 2016).

Jante (1992) and later on by Alvarez et al. (2001) who represented the iso-value contours of the steady-state pressure gradient of strong foam as a function of gas and liquid volumetric fluxes as shown in Fig. 1(a). As any straight line drawn from the origin in this diagram represents a fixed foam quality, one can distinguish a specific value, called the optimal foam quality  $f_g^*$ , that divides the domain into two parts and provides the maximum pressure gradient that can be obtained for any given value of the total velocity. One can also clearly identify these two regimes from the evolution of the apparent foam viscosity  $\mu_f$  with foam quality at constant total velocity, as reported in Fig. 1(b).  $\mu_f$  is directly inferred from the pressure gradient  $\nabla P$  by application of Darcy's law to foam considered as a single homogenous phase, that is  $\mu_f = k|\nabla P|/u$ , where  $k$  is the permeability of the porous medium and  $u$  the total velocity. In the low-quality regime,  $\mu_f$  (or  $\nabla P$ ) increases with foam quality  $f_g$  until the optimal foam quality  $f_g^*$  for which the maximum value of the apparent foam viscosity is reached. For foam qualities higher than  $f_g^*$ , lamellas rupture occurs and  $\mu_f$  (or  $\nabla P$ ) decreases, as reported in Fig. 1(b).

The two strong-foam regimes are dominated by different mechanisms: the low-quality regime is characterized by the mobilization of foam bubbles in proportion to foam quality (bubble size is nearly fixed),

and the high-quality regime is characterized by lamellas coalescence as the liquid films in this regime become unstable. By conducting foam flow experiments in beadpacks, Khatib et al. (1988) found that the transition between these two regimes corresponds to a maximum or critical gas-liquid capillary pressure, denoted  $P_c^*$ , above which foam collapses. Since capillary pressure is related to water saturation, there is a limiting water saturation  $S_w^*$  corresponding to  $P_c^*$ . It has been shown that the magnitude of  $P_c^*$ , or equivalently  $S_w^*$ , varies with surfactant concentration, electrolyte concentration, gas flow rate and permeability (Khatib et al., 1988). The dependence of  $P_c^*$  to the permeability is not yet clearly elucidated. Nonetheless, predicting the evolution of foam apparent viscosity with the permeability of the porous medium is of primary importance in evaluating foam process at the scale of a reservoir with permeability heterogeneities.

The objective of this work is twofold. The first main purpose is to set up and apply a novel methodology for calibrating an Implicit Texture (IT) foam flow model from experimental data expressed in terms of lamellas (texture) thanks to Population Balance (PB) modelling approach at steady state. A second purpose is to elucidate the scaling laws of the so-calibrated model with respect to the permeability of the porous medium.

Thus, this paper is organized as follows. Foam flow modelling in porous media and implicit texture foam flow models are introduced first. Then, after a summary of experimental data sets used in this work, the whole calibration methodology is detailed, starting with relative permeability data acquisition and going on with foam IT model calibration itself. A formal equivalence between IT model and PB model at steady state (Kam et al., 2007) underlies this methodology; it is developed in another paper under review (Gassara et al., 2017) and is summarized herein. Distinctive features of the methodology compared to usual calibrating procedures (Lotfollahi et al., 2016; Boeije and Rossen, 2015; Ma et al., 2013, 2014; Farajzadeh et al., 2015) include (a) the determination of a relation between foam-gas viscosity and foam texture (Hirasaki and Lawson, 1985; Bretherton, 1961) thanks to a deterministic processing of experimental apparent viscosity data, and (b) the sequential calibration of shear-thinning effects and texture effects. Next, the methodology is implemented to parameterize the IT model of foam flow data measured on three cores of different permeabilities. The last section is dedicated to the analysis of calibrated parameters evolution with core permeability according to different assumptions regarding lamellas stability, in order to elucidate scaling laws of IT model parameters in the context of heterogeneous reservoirs.

## 2. Foam modelling in porous media

We consider a model for a two-phase flow in a porous medium in the presence of foam. We distinguish two phases: an aqueous phase  $w$  and a gas phase  $g$ . This flow is modified by the presence of foam. Modelling foam requires the presence of a surfactant, which is transported by the water phase, and which is described by an additional mass balance equation. The surfactant is either mobile or adsorbed on the rock.

It has been shown that the transport of liquid is not affected by the presence of foam (Friedmann et al., 1991; Bernard and Jacobs, 1965b; Lawson and Reisberg, 1980b). On the opposite, the gas velocity is significantly reduced by the presence of foam. Thus, to describe the water and gas phases, we consider a black-oil model (Peaceman, 1977; Trangenstein and Bell, 1989) where the gas phase involves a modified velocity which will be denoted  $\mathbf{u}_g^f$ . The mass conservation equations read:

$$\begin{cases} \partial_t(\Phi\rho_w S_w) + \nabla \cdot (\rho_w \mathbf{u}_w) = q_w \\ \partial_t(\Phi\rho_w S_w C_w^s + (1-\Phi)\rho_r C_r^s) + \nabla \cdot (\rho_w \mathbf{u}_w C_w^s) = q_w C_w^s \\ \partial_t(\Phi\rho_g S_g) + \nabla \cdot (\rho_g \mathbf{u}_g^f) = q_g \end{cases} \quad (1)$$

where  $\Phi$  is the rock porosity. For each phase denoted  $i \in \{w, g\}$ ,  $S_i$  is the saturation,  $\rho_i$  the mass density and  $q_i$  the source/sink term per unit volume of porous medium.  $C_w^s$  stands for the flowing surfactant mass

fraction in the water phase and  $C_r^s$  for the adsorbed surfactant mass fraction on the rock with  $\rho_r$  the rock mass density. Mobile and adsorbed surfactant mass fractions are related with an adsorption law such as the Langmuir isotherm (Green and Willhite, 1998; Lake, 1989).

Under laminar flow conditions, the pure phase velocities in permeable porous media are governed by the generalized Darcy law:

$$\mathbf{u}_i = -\frac{kk_{ri}}{\mu_i}(\nabla P_i - \rho_i \mathbf{g}) \quad (2)$$

where  $k$  is the rock permeability,  $\mu_i$  the pure phase viscosity,  $P_i$  the pressure of the phase  $i$  and  $\mathbf{g}$  the gravity.  $k_{ri}$  is the relative permeability for the pure phase  $i$ , i.e. without lamellas. We suppose the relative permeabilities and capillary pressure functions are known, with given saturation end points. In our specific context of foam modelling, we will only consider the gas and water phases, thus  $S_g \in [S_{gc}, 1 - S_{wr}]$  where  $S_{gc}$  is the connate gas saturation and  $S_{wr}$  the residual water saturation.

In order to simplify the notations in the following, we introduce the phase mobility  $\lambda_i = k_{ri} / \mu_i$  and the interstitial velocity  $\mathbf{v}_i = \mathbf{u}_i / (\Phi S_i)$  (see Marle, 1981 for more details). We also introduce the phase fractional flow  $f_i = |\mathbf{u}_i| / |\mathbf{u}|$  where the total velocity  $\mathbf{u} = \sum_{i \in \{w,g\}} \mathbf{u}_i$  is the sum of the phases velocities.

As mentioned earlier, the gas velocity is significantly reduced when foam develops. Hence, in the presence of foam, the liquid velocity reads  $\mathbf{u}_w = -k\lambda_w(\nabla P_w - \rho_w \mathbf{g})$ , while the Darcy's law for the gas phase is modified to account for the gas mobility reduction and reads:

$$\mathbf{u}_g^f = -k\lambda_g^f(\nabla P_g - \rho_g \mathbf{g}) \quad \text{with} \quad \lambda_g^f = \frac{k_{rg}^f}{\mu_g^f}$$

where  $\lambda_g^f$  is the gas mobility when foam is present,  $k_{rg}^f$  and  $\mu_g^f$  the relative permeability and the viscosity of the foamed-gas, respectively.

Let us consider now the case of a one-dimensional, horizontal and incompressible two-phase flow of gas and water. System given by Eqs (1) and (2) becomes:

$$\partial_t(S_g) + \frac{u}{\Phi} \partial_x(f_g) = 0 \quad (3)$$

with  $f_g = \varphi_g + \psi_g \partial_x(S_g)$

where

$$\varphi_g = \frac{\lambda_g}{\lambda_g + \lambda_w} \quad \text{and} \quad \psi_g = \frac{k}{u} \frac{\lambda_g \lambda_w}{\lambda_g + \lambda_w} \frac{dP_c}{dS_g} \quad (4)$$

and  $P_c = P_g - P_w$  denotes the gas-water capillary pressure. Whenever the capillary pressure derivative is small and/or the total velocity  $u$  is high, the capillary pressure term  $\psi_g$  is negligible and the fractional flow of gas reads:

$$f_g = \frac{\lambda_g}{\lambda_g + \lambda_w} = \frac{1}{1 + \frac{\mu_g}{\mu_w} \frac{k_{rw}}{k_{rg}}} \quad (5)$$

When foam develops, Eqs (3) and (5) read:

$$\partial_t(S_g) + \frac{u}{\Phi} \partial_x(f_g^f) = 0$$

with  $f_g^f = \frac{\lambda_g^f}{\lambda_g^f + \lambda_w} = \frac{1}{1 + \frac{\mu_g^f}{\mu_w} \frac{k_{rw}}{k_{rg}^f}}$  (6)

Eq. (6) is completed by a foam model that relates gas permeability and/or viscosity to some foam and flow parameters that are relevant for the model formulation. In the next section, we focus on a implicit-texture foam model.

In order to simplify the notations in the following, the gas and the

foamed-gas fractional flow functions will be both denoted  $f_g$ .

### 3. Implicit-texture foam model

Since a gas viscosity increase is equivalent to a decrease in the gas relative permeability term, most implicit-texture (IT) models include all foam effects, for the sake of simplicity, in the gas relative permeability term, such that the gas viscosity remains unchanged whether foam is present or not, i.e.  $\mu_g^f = \mu_g$ . However, the gas relative permeability  $k_{rg}$  is multiplied by a multi-parameter interpolation function  $FM$  including the contributions of physical parameters impacting the gas mobility reduction, such that  $k_{rg}^f = FM k_{rg}$ . The IT model of IPEN PumaFlow simulator (Braconnier et al., 2014) is considered in this study for the only purpose of demonstrating the methodology of IT model calibration. Following PumaFlow IT model,  $FM$  is given by

$$FM = \frac{1}{1 + (M_{ref} - 1) \prod_{i=1}^4 F_i}$$

where  $M_{ref}$  is the reference gas mobility reduction under optimal conditions of the rock-fluid-additive system under consideration, and  $F_i$  are functions of the parameters impacting foam performance that are surfactant concentration, water saturation, oil saturation and gas velocity, or equivalently the gas capillary number. In this paper, we focus on the effect of water saturation and gas velocity on foam performance. Thus, we only consider the so-called dry-out function,  $F_2$ , and the shear-thinning function,  $F_4$ . The  $F_1$  and  $F_3$  functions accounting for the surfactant concentration and oil saturation effect are not developed herein.

Function  $F_2$  is defined as:

$$F_2(S_w) = \frac{1}{2} + \frac{1}{\pi} \arctan[\Theta(S_w - S_w^*)]$$

where  $\Theta$  is the parameter governing the sharpness of transition from the high-quality to the low-quality regimes of strong foam when the water saturation approaches the  $S_w^*$  value. A very high value of  $\Theta$  (several thousands) leads to a steep transition and in this case foam coalescence occurs at the single water saturation  $S_w^*$ , whereas a low value (less than 100 for instance) leads to a smooth transition in the vicinity of  $S_w^*$ . As previously described,  $S_w^*$  corresponds to the water saturation at which  $P_c^*$  is reached and foam becomes subject to significant coarsening and collapsing. Note that  $F_2$  function can be regarded also as an implicit description of the foam texture effects on gas mobility at local-equilibrium (Lotfollahi et al., 2016; Gassara et al., 2017).

The shear-thinning function,  $F_4$ , is defined as:

$$F_4(N_{cg}) = \left(\frac{N_{cg}^{ref}}{N_{cg}}\right)^{e_c} \quad \text{with} \quad N_{cg} = \frac{\mu_g^f v_g^f}{\sigma}$$

where  $N_{cg}^{ref}$  is the reference capillary number associated with  $M_{ref}$  value,  $v_g^f = u_g^f / (\Phi S_g)$  the interstitial foamed-gas velocities,  $\sigma$  the surface tension between gas and water in presence of surfactant and  $e_c$  the shear-thinning exponent. The  $F_4$  function definition remains controversial since some authors (Boeije and Rossen, 2015; Ma et al., 2014; Zeng et al., 2016) consider the total velocity instead of the gas velocity to define the capillary number.

### 4. Foam displacements experimental data

The experiments under consideration (Pedroni and Nabzar, 2016) consist in foam displacements in three Fontainebleau sandstone cores. The gas phase is composed of 80% of carbon dioxide and 20% of methane, and the aqueous phase of synthetic desulfated sea water (DSW), wherein a 5 g/L surfactant is dissolved to generate foam. The thermodynamic conditions are 60 °C and 80 bar. For each of the three cores, a set

**Table 1**  
Core samples properties (Pedroni and Nabzar, 2016).

Core	Diameter (cm)	Length (cm)	$\phi$ (%)	$k$ (mD)
1	2.4	8.8	12	368
2	2.4	13.1	11.7	121
3	2.4	15.4	10.9	55

of displacements was performed with different values of the foam quality. Each experiment at a given quality begins with the co-injection of brine and gas at different total flow rates respecting the selected quality value. The pressure drop is recorded at steady state at each selected total flow rate. The same injection sequence at a given quality and different total flow rates is then performed again, but with the surfactant solution instead of brine in order to generate foam. After the highest flow rate has been tested, foam is re-injected at the initial rate to measure the hysteresis of foam mobility. However, these hysteresis effects are not investigated herein. Table 1 summarizes the properties of the three cores used for this experimental study.

As raw steady-state pressure drop measurements show fluctuations at low velocities, they were averaged to smooth unavoidable experimental fluctuations. Then, we infer the measured apparent foam viscosity  $\mu_f^{exp}$  as  $\mu_f^{exp} = \frac{k}{u} \frac{\Delta P}{L}$ , where  $\Delta P$  is the pressure drop measured at steady-state and  $L$  the core length. Thus, for each core,  $\mu_f^{exp}$  is determined as a function of foam quality  $f_g$  and total velocity  $u$  and constitutes the main experiment output.

### 5. IT foam model calibration

Procedures to fit apparent foam viscosity  $\mu_f^{exp}$  as a function of foam quality have been provided by several authors (Lotfollahi et al., 2016; Boeije and Rossen, 2015; Ma et al., 2013, 2014; Farajzadeh et al., 2015). Two methods will be applied and compared herein. The first one is based on the procedure proposed by Farajzadeh et al. (2015) that we have modified to account for the total velocity effects. The second proposed method is based on the equivalence between implicit-texture (IT) and population-balance (PB) foam models, such that the adjustment of the dry-out function  $F_2$  and the shear-thinning function  $F_4$  can be made separately.  $F_2$  calibration is ensured directly from the experimental measurements transcribed into dimensionless foam texture and  $F_4$  is estimated from flow rate-scan experiments at low-quality regime. Each method will be applied for the three cores in order to investigate the effect of rock permeability on the foam model parameters. Conventional gas-water relative permeabilities are required and determined hereafter.

#### 5.1. Preliminary step: determination of conventional gas-water relative permeabilities

This step is mandatory if conventional relative permeabilities are not available. Gas-water relative permeabilities were determined from the gas-water coinjection data measured with different flow rate ratios, as described in Section 4. Only the steady-state measurements at the highest velocity are considered for the following reasons: (1) the fluctuations of pressure measurements are reduced when increasing the velocity, and (2) the assumption of negligible capillary pressure is more relevant at high flow rate than at low flow rate (see expression of  $\psi_g$  in Eq. (4)). Power laws were used to adjust the relative permeability functions, namely:

$$k_{rg} = k_{rg}^0 (1 - S)^{n_g} \quad \text{and} \quad k_{rw} = k_{rw}^0 S^{n_w} \tag{7}$$

where  $S = (S_w - S_{wr}) / (1 - S_{wr} - S_{gc})$  is the normalized water saturation,  $S_{wr}$  the residual water saturation and  $S_{gc}$  the connate gas saturation;  $k_{rg}^0$  and  $k_{rw}^0$  denote the gas and water maximum relative permeabilities, and  $n_g$  and  $n_w$  gas and water relative permeabilities exponents. Hence, the

relative permeability determination problem involves six unknowns that are the water and gas saturation endpoints, maximum relative permeabilities and exponents, leading to the 6-tuple  $X = (n_g, n_w, S_{wr}, S_{gc}, k_{rg}^0, k_{rw}^0)$ .

These unknowns are determined by solving an optimization problem that consists in minimizing the sum of the squared differences between calculated and measured pressure drops at steady-state for each fractional flow value investigated during gas-water co-injection experiment. We note  $\mathcal{F}_\alpha$  the set of fractional flow applied to core sample  $\alpha = 1, 2, 3$ . That is, for any core  $\alpha$ , we define the following objective function

$$\mathcal{O}_\alpha^k(X) = \frac{1}{2} \sum_{f_g \in \mathcal{F}_\alpha} |\delta(f_g, X)|^2$$

with 
$$\delta(f_g, X) = \frac{\Delta P^{exp}(f_g) - \Delta P^{cal}(f_g, X)}{\Delta P^{exp}(f_g)}$$

where, for any fractional flow  $f_g \in \mathcal{F}_\alpha$ ,  $\delta(f_g, X)$  is the relative error to measurement.  $\Delta P^{exp}(f_g)$  and  $\Delta P^{cal}(f_g, X)$  are the measured and the calculated pressure drops, respectively.

The minimum value of the objective function  $\mathcal{O}_\alpha^k(X)$  is resolved on a discrete set  $\mathcal{X}$  of the  $k_r$  parameters. This space is finely sampled over sufficiently-large intervals: the lower and the upper bounds for each parameter are selected such that the results are consistent with relative permeability functions of water-wet sandstones (Farokhpoor et al., 2016; Keelan, 1976; Hagoort, 1988).

For any such parameters combination  $X \in \mathcal{X}$ , the pressure drop values are calculated in two steps. First, the gas saturation  $S_g$ , corresponding to the investigated gas fractional flow  $f_g \in \mathcal{F}_\alpha$ , is determined by inverting the gas fractional flow equation reformulated below with the relative permeability power functions:

$$f_g(S_g) = \frac{1}{1 + c \frac{(1 - S_g - S_{wr})^{n_w}}{(S_g - S_{gc})^{n_g}}}$$

with 
$$c = \frac{\mu_g}{\mu_w} \frac{k_{rw}^0}{k_{rg}^0} (1 - S_{gc} - S_{wr})^{n_g - n_w}$$

The steady-state pressure drop is then calculated by application of generalized Darcy law to any phase, for instance gas phase as follows:

$$\Delta P^{cal}(f_g, X) = \frac{\mu_g I f_g u}{k k_{rg}(S_g)}$$

A unique set of  $k_r$  parameters was determined for the first two cores of highest permeabilities and another set for the third one, because the porous structure differs between the first two cores and the third one according to capillary pressure data. Indeed, the mercury injection curves measured on companion plugs show that pore size distribution for Fontainebleau sandstone is modified for permeabilities in the order of a few tenths millidarcies or less, probably as a result of increased cementing. These mercury injection data were used to determine the gas-water capillary functions of our three samples as shown in Fig. 8(a). The third core capillary pressure curve differs significantly from the other two that are homothetic. Hence, a unique set of  $k_r$  parameters was determined for the first two cores of highest permeabilities from the minimization of the sum  $\mathcal{O}_1^k(X) + \mathcal{O}_2^k(X)$ , and another set for the third one by minimizing  $\mathcal{O}_3^k(X)$ .

#### 5.2. Foam model calibration

To start with, one determines the liquid saturation established for each foam displacement. Taking into account that the water relative permeability  $k_{rw}$  remains unchanged in the presence of foam,  $S_w$  is

obtained by inverting the  $k_{rw}$  function. Indeed, combining the equation of the apparent foam viscosity and the generalized Darcy's law applied to the water phase, one infers  $k_{rw} = \mu_w(1 - f_g)/\mu_f^{exp}(f_g, u)$ . Replacing  $k_{rw}$  by the power law function given by Eq. (7) yields the following expression for the liquid saturation  $S_w$ :

$$S_w = S_{wr} + (1 - S_{wr} - S_{gc}) \left[ \frac{\mu_w(1 - f_g)}{k_{rw}^0 \mu_f^{exp}(f_g, u)} \right]^{1/n_w} \quad (8)$$

As evoked above, two methods will be applied herein in order to calibrate the IT foam model from the measurements. First, we present the direct calibration method proposed by Farajzadeh et al. (2015) which is based on a least-square minimization. Then, we propose our new methodology that circumvents some difficulties in the calibration method.

5.2.1. Farajzadeh et al. method: adjustment by a least-square minimization

The values of liquid saturation obtained in the second step are used in the definition of an objective function  $\mathcal{E}^{FM}$  that minimizes the differences between the foam apparent viscosity values determined from experimental data and the ones calculated according to the IT foam model. Using generalized Darcy equations and the modified  $k_{rg}$  function of IT model, the calculated apparent foam viscosity for each point can be derived from the following equation:

$$\mu_f^{cal}(Y; f_g, u) = \frac{1}{\frac{k_{rw}(S_w)}{\mu_w} + \frac{F M(Y; S_w, f_g, u) k_{rg}(S_w)}{\mu_g}}$$

where  $S_w$  is computed from the experimented  $f_g$  with Eq. (8) and

$$F M(Y; S_w, f_g, u) = \frac{1}{1 + (M_{ref} - 1) F_2(S_w) F_4(f_g, u)}$$

where  $Y = (M_{ref}, S_w^*, \theta, e_c)$  is the 4-tuple composed of the IT foam model parameters to be adjusted. The constraints on parameters are needed to be set at physical limits, namely  $M_{ref} \geq 0$ ,  $S_{wr} \leq S_w^* \leq 1 - S_{gc}$ ,  $\theta > 0$  and  $e_c \geq 0$ . In addition, the reference capillary number  $N_{cg}^{ref}$  is set at the minimum reached value of the gas capillary number during the experimental study reached in steady-state, such that

$$N_{cg}^{ref} = \min_{\alpha \in \{1,2,3\}} \left( \min_{f_g \in \mathcal{F}_\alpha, u \in \mathcal{U}_\alpha} \frac{\mu_w f_g u}{\sigma \Phi S_g} \right) \quad (9)$$

The objective function  $\mathcal{E}^{FM}(Y)$  to be minimized was defined for each core as:

$$\mathcal{E}_\alpha^{FM}(Y) = \frac{1}{2} \sum_{f_g \in \mathcal{F}_\alpha} \sum_{u \in \mathcal{U}_\alpha} |\delta(Y; f_g, u)|^2$$

with 
$$\delta(Y; f_g, u) = \frac{\mu_f^{exp}(f_g, u) - \mu_f^{cal}(Y; f_g, u)}{\mu_f^{exp}(f_g, u)}$$

where for any core  $\alpha$ , for any experimental foam quality  $f_g$  and any experimental total velocity  $u$ ,  $\delta(Y; f_g, u)$  is the relative error on the measured apparent foam viscosity. The objective function is minimized using a constrained least-square algorithm. The constraints are in form of lower and upper bounds on each foam model parameter of the set  $Y$ .

5.2.2. Identification method between IT and PB foam models

The identification method (Gassara et al., 2017) is based on an equivalence of foamed-gas mobilities between IT model and PB model. Steady-state foam flow conditions are assumed to establish that equivalence. The IT model gas mobility is equal to  $\frac{k_{rg}^f}{\mu_g}$ , with  $k_{rg}^f = FM \times k_{rg}$ , according to the assumptions underlying IT model stated at the beginning of Section 3. The gas mobility of PB model is expressed as  $\frac{k_{rg}}{\mu_g^f}$ , because in such model the gas mobility reduction is held by the viscosity, through an

effective gas viscosity  $\mu_g^f$ , and not the relative permeability as in an IT model. Before developing the identification procedure, the main input of a PB is recalled hereafter.

5.2.2.1. PB model. The main feature of PB model, qualified of mechanistic, is that the effective gas viscosity of PB model,  $\mu_g^f$ , involves foam texture as follows (Hirasaki and Lawson, 1985; Falls et al., 1988; Kovscek et al., 1994; Kam et al., 2007):

$$\mu_g^f = \mu_g + \frac{C_f n_f}{(v_g^f)^c} \quad (10)$$

where the constant  $C_f$  varies with the porous medium permeability and the surfactant (Kovscek and Bertin, 2003),  $n_f$  is the lineic foam texture,  $v_g^f$  the foamed-gas interstitial velocity, and  $c$  an exponent that expresses the shear-thinning behavior of foam at fixed foam texture. That viscosity law results from an extension of the equation of gas bubble motion in a tube proposed by Bretherton (1961) to a train of bubbles or lamellas (Hirasaki and Lawson, 1985). These theoretical studies indicate that the value of  $c$  is close to  $\frac{1}{3}$  at lower velocities. The exact value of the shear-thinning exponent  $c$  remains controversial in the literature due to the complexity of foam flow in natural porous media that can hardly be assimilated to smooth parallel capillary tubes.

Combined with multiphase flow equations, this rheological law allows us to relate porous medium saturation to foam texture, as developed hereafter.

5.2.2.2. Linking saturation and texture under steady-state flow conditions. For given quality and velocity of foam, the relationship between gas or liquid saturation and foam texture is obtained by introducing the expression of  $\mu_g^f$  given by Eq. (10) into the gas-to-water fractional flow ratio,  $\frac{f_g}{f_w}$ , written as  $\frac{k_{rg} \mu_w}{k_{rw} \mu_g}$  according to generalized Darcy equations under the assumption of negligible capillary effects. After rearranging the terms, we obtain:

$$C_f n_f = \left( \frac{1 - f_g}{f_g} \frac{k_{rg}(S_w)}{k_{rw}(S_w)} \mu_w - \mu_g \right) \left( \frac{f_g u}{\Phi S_g} \right)^c \quad (11)$$

Taking into account water saturation given by Eq. (8), Eq. (11) shows that a single value of foam texture  $n_f$  can be determined for any value of foam quality  $f_g$  and of total velocity  $u$ .

In view of the independence of the parameter  $C_f$  on foam flow parameters, one can calculate the dimensionless foam texture values  $n_D$  for each set of experiments as:

$$n_D(f_g, u) = \frac{C_f n_f(f_g, u)}{\max_{f_g' \in \mathcal{F}_\alpha, u' \in \mathcal{U}_\alpha} C_f n_f(f_g', u')} \quad (12)$$

Then, the parameter  $C_f$  can be estimated from the maximum value of the product  $C_f n_f$  which is, in this case, equal to  $C_f n_f^{max}$ , where  $n_f^{max}$  is the reference foam texture value.  $n_f^{max}$  is correlated to the average pore radius  $r$  of the porous medium under consideration which can be estimated by  $r = \sqrt{8k/\Phi}$ , following the simplified representation of the porous medium as a bundle of identical capillary tubes with a radius  $r$ .  $n_f^{max}$  definition has to be specified further. Indeed, the pressure gradient due to foam flow is related to the number of lamellas per unit length in the flow direction under consideration, therefore the foam texture to be considered in Eq. (10) is a lineic texture, i.e. the number of lamellas per flow-length unit, denoted  $n_L$ . Then, considering foam bubbles as spheres of radius equal (or proportional) to pore radius  $r$ , the number of lamellas per unit flow length within pores of radius  $r$  is equal to  $\frac{\pi r^2}{\frac{4}{3}\pi(\lambda r)^3} = \frac{3}{4\lambda^3 r} \sim \frac{1}{r}$ , where  $\lambda$  is a proportionality constant between the bubble and the pore radius. For model calibration developed later on,  $\lambda$  will be arbitrarily

**Table 2**  
Optimal  $k_r$  functions for both cores 1 and 2, and core 3.

Core	$n_g$	$n_w$	$S_{wr}$	$S_{gc}$	$k_{rg}^0$	$k_{rw}^0$
1/2	1.4	4.2	0.2	0.1	0.6	0.5
3	2.0	3.6	0.15	0.05	0.6	0.35

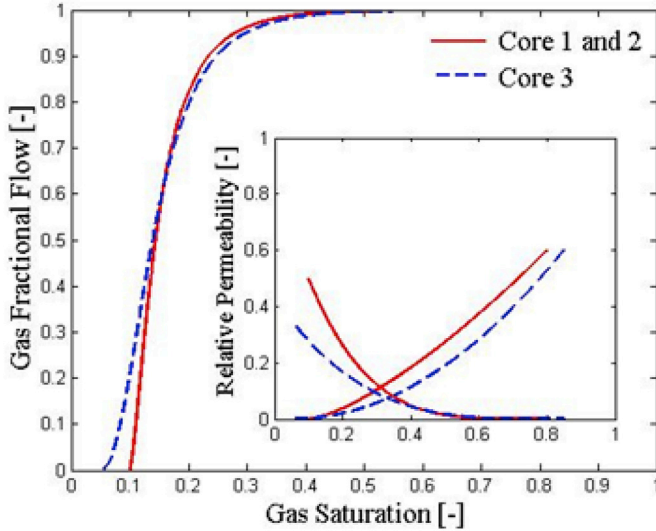


Fig. 2. Adjusted gas fractional flow curves and relative permeability functions for cores 1 and 2, and core 3 (optimal parameters are reported in Table 2).

taken equal to 1 (spherical bubbles of radius  $r$ ). Finally the maximum texture  $n_f^{\max}$  also denoted  $n_L^{\max}$ , will be quantified as:

$$n_f^{\max} = n_L^{\max} = \frac{3}{4} \sqrt{\frac{\Phi}{8k}} \quad (13)$$

5.2.2.3. Identifying the 4 parameters of IT model. The identification of reduced gas mobilities according to IT and PB models writes:

$$\frac{k_{rg}^f}{\mu_g} = \frac{k_{rg}}{\mu_g^f}$$

Taking into account the  $k_{rg}^f$  definition as  $FM \times k_{rg}$  for IT model (Section 3), and the  $\mu_g^f$  definition according to PB model (Eq. (10)), the developed expression of previous equality is:

$$\frac{k_{rg}}{\mu_g (1 + (M_{ref} - 1)F_2F_4)} = \frac{k_{rg}}{\mu_g + \frac{C_f n_f}{(v_g^f)^c}}$$

that leads to:

$$(M_{ref} - 1)F_2F_4 = \frac{C_f n_f}{\mu_g (v_g^f)^c}$$

Introducing the reference conditions of velocity and texture for optimal (maximum) gas mobility reduction, and expressing velocity variable  $v_g^f$  as a function of capillary number  $N_{cg}$ , previous equality becomes:

$$(M_{ref} - 1)F_2F_4 = \frac{C_f n_f^{\max}}{\mu_g \left(\frac{\sigma N_{cg}^{ref}}{\mu_g}\right)^c n_D \left(\frac{N_{cg}^{ref}}{N_{cg}}\right)^c}$$

As further explained in Gassara et al. (2017), that equation leads to the identification of the IT model terms as follows:

$$\begin{cases} M_{ref} = 1 + \frac{C_f n_f^{\max}}{\mu_g} \left(\frac{\mu_g}{N_{cg}^{ref} \sigma}\right)^c \\ F_2 = n_D \\ F_4 = \left(\frac{N_{cg}^{ref}}{N_{cg}}\right)^c \quad (i.e. e_c = c) \end{cases} \quad (14)$$

$M_{ref}$  is constant for a given rock-fluid system and is calculated directly from the first equation of previous set with the input of  $N_{cg}^{ref}$  from Eq. (9) and the maximum value of product  $C_f n_f^{\max}$  once the exponent of the  $F_4$  function has been identified. The calibration of that function  $F_4$  and of function  $F_2$  is not straightforward and is detailed further in the following.

5.2.2.4. Calibration of  $F_4$  function. The shear-thinning exponent  $c$  is determined from flow-rate-scan experiments at given foam qualities within the low-quality regime. The underlying principle is that the texture function  $n_D$  does not account for flow velocity effects, hence  $n_D(S_w)$  is fixed in flow experiments at fixed foam quality and different flow velocities. This gives the possibility to calibrate the  $F_4$ -function exponent from the velocity correlation derived as follows. For a given foam quality, gas velocity can be expressed either as a function of apparent foam viscosity as  $u_g = f_g u = f_g \frac{k}{\mu_g} \nabla P$ , or from the generalized Darcy law for gas as  $u_g = \frac{kk_{rg}}{\mu_g} \nabla P$ , with  $\mu_g^f$  from Eq. (10). Equality between both expressions leads to:

$$\mu_f k_{rg} = f_g \mu_g^f$$

We neglect the contribution of gas viscosity  $\mu_g$  in the expression of  $\mu_g^f$  versus foam texture from Eq. (10), which leads to:

$$\mu_f k_{rg} \approx f_g \frac{C_f n_f}{(v_g^f)^c}$$

That expression shows that for foam flow experiments at fixed quality (i.e. fixed  $f_g$ ) within the low-quality regime, the product of apparent foam viscosity and gas relative permeability is inversely proportional to the power function of gas phase velocity  $(v_g^f)^c$  or of gas capillary number  $(N_{cg})^c$  following the notations of IT-model  $F_4$ -function. Thus, for a set of experiments at different velocities with a given foam quality, the value of shear-thinning exponent  $c$  is determined from the fit of  $\mu_f^{exp} k_{rg}(S_w)$  data to a power function of  $N_{cg}$ . As the fitted  $c$  value does not much vary from one quality to another, an average value can be adopted, as shown later on.

5.2.2.5. Calibration of  $F_2$  function. The dry-out function is identified to the dimensionless foam texture  $n_D$ , that is, the parameters  $\Theta$  and  $S_w^*$  can be determined by adjusting  $n_D$ . Alternatively, one can determine graphically these two parameters plotting  $n_D(S_w)$ . First,  $S_w^*$  is identified as the inverse of  $n_D(S_w)$  function for a dimensionless texture equal to  $\frac{1}{2}$ . Once  $S_w^*$  is identified, the parameter  $\Theta$  can be determined by setting  $F_2 = 1$  at an optimal water saturation  $S_w^{opt}$ , that is the minimum water saturation with maximum foam texture. As  $F_2$  is defined as an arctan function, a tolerance  $\epsilon$  on  $F_2(S_w^{opt})$  is considered such that  $F_2(S_w^{opt}) = 1 - \epsilon$ , hence  $\Theta = \tan \left[ \pi \left( \frac{1}{2} - \epsilon \right) \right] / (S_w^{opt} - S_w^*)$ . The latter graphical method is accurate if the dimensionless foam texture  $n_D$  data covers the transition range between low- and high-quality regimes. Otherwise,  $S_w^*$  and  $\Theta$  can only be roughly estimated and a least-square method may be used to further adjust those parameters.

In summary, our methodology for parameterizing the foam IT model consists in a deterministic processing of apparent foam viscosity data to obtain a discrete set of (experimentally-derived) values of saturation and texture to feed equations. By comparison with usual methods based on

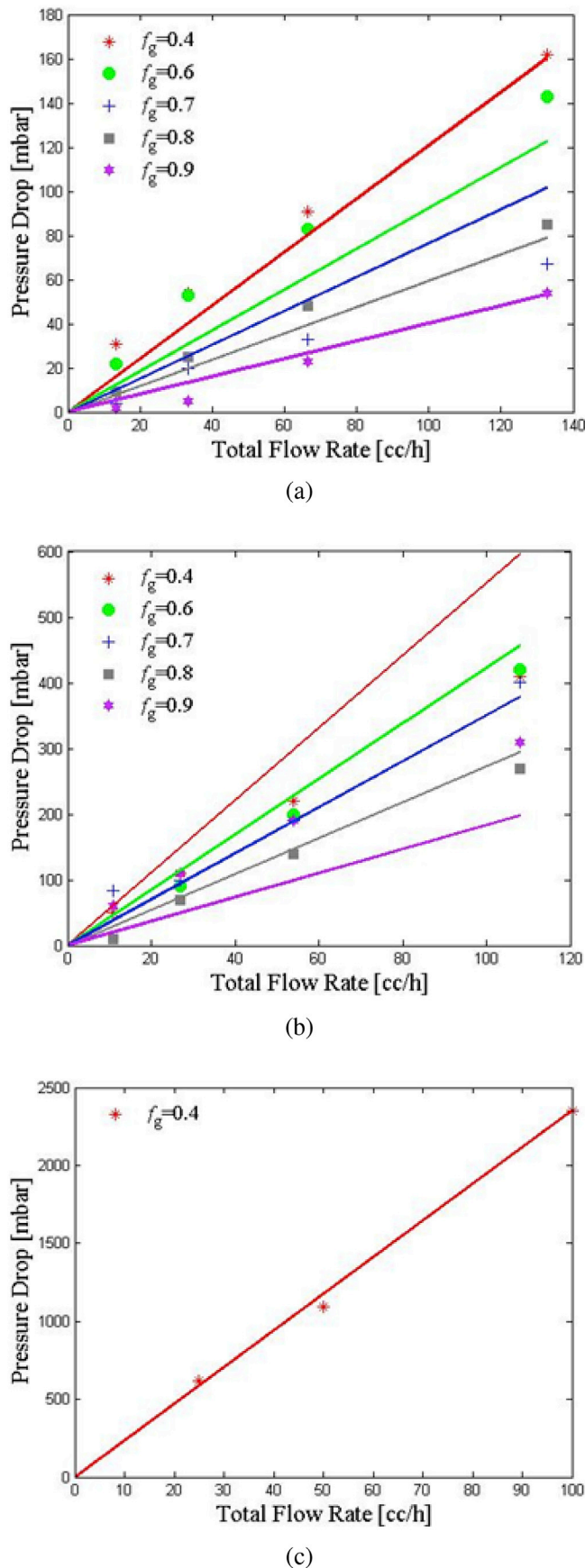


Fig. 3. Comparison between the calculated/measured steady-state pressure drops after adjustment of the relative permeabilities with respect to the higher total flow rate in each case: (a) core 1, (b) core 2 and (c) core 3 (lines and symbols represent the calculation and the measurements, respectively).

the overall calibration of IT model parameters, the proposed methodology leads to calibrate shear-thinning exponent and texture function sequentially, thanks to the input of a rheological law of foam gas bubbles (or lamellas) into Darcy flow equations. The method is convenient for the reservoir engineer in charge of the setting-up of a foam IT model for reservoir assessment purposes, because he disposes then of a single model that is consistent with available experimental data. However, the physical accuracy and exactness and that model remain dependent on the quality and amount of experimental foam flow data, and also of conventional relative permeability data. Actually, the methodology cannot palliate the consequence of scarce or noisy data on the uncertainty of the resulting foam IT model: that relevant issue is not dealt with in our paper.

## 6. Results and discussions

### 6.1. Adjustment of conventional gas-water fractional flow

By following the method detailed in Section 5.1, we calibrate the end-points and exponents of the gas-water relative permeability functions. To that end, the two optimal parameter sets that minimize the objective functions  $\mathcal{O}_1^k + \mathcal{O}_2^k$  and  $\mathcal{O}_3^k$  as defined in Section 5.1, are searched on a discrete space defined by  $n_g \in [1.3, 2.8]$  with  $\Delta n_g = 0.1$ ,  $n_w \in [2.8, 4.2]$  with  $\Delta n_w = 0.1$ ,  $S_{wr} \in [0, 0.4]$  with  $\Delta S_{wr} = 0.05$ ,  $S_{gc} \in [0, 0.2]$  with  $\Delta S_{gc} = 0.05$ ,  $k_{rw}^0 \in [0.1, 0.5]$  with  $\Delta k_{rw}^0 = 0.05$  and  $k_{rg}^0 \in [0.6, 0.9]$  with  $\Delta k_{rg}^0 = 0.05$ . The optimal sets are listed in Table 2, and the corresponding gas-water relative permeabilities and fractional flow curves are plotted in Fig. 2. The corresponding steady-state pressure drops are reported in Fig. 3.

### 6.2. Calibration of IT foam model parameters

On one hand, we begin with Farajzadeh et al. method (see Section 5.2.1). The set of foam model parameters,  $Y = (M_{ref}, S_w^*, \Theta, e_c)$ , is adjusted using a least-square method applied over a discrete domain of values limited by the lower bound  $(10^2, S_{wr}, 10, 0.1)$  and the upper bound  $(10^4, S_{wr} + 0.3, 10^4, 0.8)$ . The IT foam model parameters calibrated with that method are given in Table 4.

On the other hand, we apply the method of identification of IT foam model to PB model. We start with the determination of the shear-thinning exponent. For this purpose, the products  $\mu_f^{exp} k_{rg}(S_w)$  at different total flow velocities and given quality are adjusted to a power law function with an exponent equal to the shear-thinning parameter according to previous developments (see Section 5.2.2). As shown in Fig. 4, adjusted  $c$  values are very close and an average  $c$  value can be retained. Averaged  $c$  values are also very close from one core to another, as reported in Table 4; as a consequence we did not attempt to identify any scaling law.

Then, we proceed with the calibration of the dry-out function  $F_2$ . To that end, the  $C_f n_f$  values calculated using Eq. (11) are plotted against foam quality, in order to determine the maximum  $C_f n_f$  product, that is equal to  $C_f n_f^{max}$  since  $C_f$  is invariant for a given foam-rock system. The maximum foam texture  $n_f^{max}$  is estimated from the characteristic pore size of the core under consideration (estimated itself from its porosity and permeability as specified before). Results are shown in Fig. 5.

The dimensionless texture  $n_D$  can then be calculated and drawn versus saturation, since saturation is related to foam quality according to Eq. (8) for each flow experiment characterized by given values of foam quality and total velocity. The so-determined  $n_D(S_w)$  function can then be used to calibrate the constants  $S_w^*$  and  $\Theta$  of the dry-out function  $F_2$ . A least-square method of adjustment was used and applied to the sole experimental data at low velocity that best reflects the texture effects and are also less dispersed (see Fig. 6). Indeed, the IT foam model implicitly assumes that  $F_2$ , and in particular  $S_w^*$ , is independent of flow rate whose effect is accounted for by function  $F_4$ . Invariant  $S_w^*$  is also consistent with the concept of fixed limiting capillary pressure  $P_c^*$  as explained by Zhou and



**Table 3**

Adjusted steady-state PB model parameters with respect to apparent foam viscosity measurements. The constant  $c$  shown in the unit of  $C_f$  is the calibrated shear-thinning exponent for each core.

Core	$C_f$ (m <sup>1+c</sup> ·Pa·s <sup>1-c</sup> )	$n_f^{\max}$ (m <sup>-1</sup> )
1	$3.56 \times 10^{-10}$	$1.52 \times 10^5$
2	$1.42 \times 10^{-10}$	$2.63 \times 10^5$
3	$0.498 \times 10^{-10}$	$3.75 \times 10^5$

**Table 4**

Adjusted foam model parameters with respect to experimental data obtained from both Farajzadeh et al. (2015) method and identification method.

Core	$M_{ref}$	$S_w^*$	$\Theta$	$N_{eg}^{ref}$	$c = e_c$
Farajzadeh et al. method					
1	4342	0.341	424	$2.774 \times 10^{-8}$	0.72
2	2983	0.392	308	$2.774 \times 10^{-8}$	0.76
3	2055	0.278	549	$2.774 \times 10^{-8}$	0.67
IT-PB identification					
1	5317	0.323	36	$2.774 \times 10^{-8}$	0.75
2	3002	0.382	34	$2.774 \times 10^{-8}$	0.73
3	2736	0.302	10 <sup>3</sup>	$2.774 \times 10^{-8}$	0.79

Rossen (1995). To end with the IT-PB identification method, the optimal gas mobility reduction,  $M_{ref}$  is calculated from Eq. (14). To summarize, the above calibration sequence turns out to be an almost-fully deterministic treatment procedure of experimental data based on a transcription of apparent viscosity measurements in terms of both saturation and texture. Of course, the resulting foam model remains an approximate model, which is inherent to the usual noise observed on foam flow data and to the underlying assumptions of the foam flow model, such as the absence of any capillary effects.

The steady-state PB model parameters obtained from the identification method are given in Table 3 and the calibrated IT foam model parameters using the two methods are reported in Table 4.

The predictive capacity of the IT model calibrated before was tested from the comparison of both the foamed-gas fractional flow and the apparent foam viscosity calculated with that model, with the experimental data. First, we solve analytically the fractional flow equation obtained by expressing the foam mobility in Eq. (6) with the IT-model formulation, that is

$$f_g(Y; S_g) = \frac{1}{1 + \frac{\mu_w}{\mu_g} \frac{k_{rw}(S_g)}{F M(Y; S_g) k_{rg}(S_g)}} \quad (15)$$

where  $Y$  is one of the two sets of IT-model parameters given in Table 4. Indeed, the foamed-gas fractional flow versus gas saturation was constructed by finely discretizing the variation interval ]0, 1[ of  $f_g$  and calculating for each point the corresponding gas saturation  $S_g$  by inverting Eq. (15). Then, we use the relation  $f_g \cdot S_g$  in order to compute the IT-model apparent viscosity from  $\frac{1}{\mu_f} = \frac{k_{rw}}{\mu_w} + \frac{F M}{\mu_g} \frac{k_{rg}}{k_{rg}}$ . Comparison results are shown in Fig. 7. The comparison is shown for both models calibrated with either the least-square method or the PB-IT identification method. We found that the fractional flow, the maximum apparent foam viscosities and the transition between low- and high-quality regimes are fairly well matched for the two first cores, whereas for the third one, the low-quality regime is hardly predicted. This issue is clear on Fig. 6(c) since it shows that the foam texture decreases with water saturation in the low-quality regime, which is unexpected, and consequently cannot be captured by the  $F_2$  function of an IT foam model that assumes a constant foam texture in the low-quality regime. Due to the poor consistency of core 3 data, some reserves will be taken in the scaling of foam model parameters with respect to the permeability, as discussed in the last section of that paper.

### 6.3. Effect of permeability on foam model parameters

Foam generation, propagation and destruction mechanisms that determine its texture and mobility are influenced by the pore size distribution, characterized by the capillary pressure of the porous medium through which foam is flowing. In this regard, IT foam model parameters, specifically  $S_w^*$  (or equivalently  $P_c^*$ ),  $\Theta$  and  $M_{ref}$ , are believed to vary with the porous medium. This issue is addressed in the literature (Khatib et al., 1988; Farajzadeh et al., 2015; Kapetas et al., 2015); qualitative trends are only reported due to the difficulties in acquiring consistent and complete data sets to constrain models. In this context, we investigate the impact of the porous medium, essentially characterized by its permeability (or its capillary pressure), on IT model parameterization by interpreting the results of model calibration for the reviewed cores. Porosity does not vary by more than 1%, hence it has been discarded in the analysis presented hereafter. Furthermore, our analysis is mainly based on the results of the PB-IT identification method. The impact of flow velocity conditions seems to be independent of the porous medium properties according to the obtained  $c$  exponent values which are very closed from one core to another, as previously discussed in Section 6.2. Thus the scaling of the function  $F_4$  parameters is not studied in the following.

#### 6.3.1. Effect of permeability on critical saturation $S_w^*$ and critical capillary pressure $P_c^*$

The dependence of critical saturation  $S_w^*$  on the porous medium properties can be analyzed in terms of capillary pressure due to the univocal relationship between saturation and capillary pressure. To that end, one has to specify those  $P_c(S_w)$  functions for the three cores under consideration. Different flow behaviors between the first two cores and the third one lead us suspect that the latter had a different porous structure. This was acknowledged by the  $P_c$  data measured on similar plugs respectively of 50 mD and 465 mD, that are found not to obey the same dimensionless J-function. Then the  $P_c$  functions of cores 1 and 2 were determined from the same J-function derived from the 465 mD-plug  $P_c$  data and the  $P_c$  function of core 3 from the J-function derived from the 50 mD-plug  $P_c$  data. These  $P_c$  curves are given in Fig. 8(a).

Let us now examine the evolution of  $S_w^*$  between the three cores. Table 4 shows an increase of  $S_w^*$  when the permeability decreases for cores 1 and 2 that have the same porous structure (i.e. homothetic, following the same J-function). That result is consistent with the observations from other authors, Farajzadeh et al. (2015), Khatib et al. (1988) and Kapetas et al. (2015). Interpretation of such result is discussed as follows.

To begin with, a quasi-static viewpoint of foam flow at low velocities is considered. This leads us to assume that foam coalescence starts when the saturation corresponds to a fixed critical value of the capillary pressure, that is equal to the characteristic disjoining pressure of the foam under consideration, whatever the porous medium properties. Retaining a fixed- $P_c^*$  assumption for given foam, the inversion of  $P_c$  function for  $P_c^*$  leads to a  $S_w^*$  value that necessarily increases for homothetic porous media of decreasing permeability (like cores 1 and 2). The reason is that (a) gas-water  $P_c$  is a monotonous decreasing function of  $S_w$ , and (b)  $P_c$  increases when the permeability of homothetic cores decreases. We tried to verify if previous interpretation was consistent with the  $S_w^*$  values calibrated for homothetic cores 1 and 2. To that end, we determined  $P_c^*$  as the  $P_c$  value of core 1 at the critical saturation (given in Table 4) then inverted the  $P_c$  function of core 2 for that fixed  $P_c^*$  value. Unfortunately, the  $S_w^*$  determined this way for core 2 was about 0.83 which is much higher than the actually-calibrated value of Table 4. Finally, it turns out that a fixed- $P_c^*$  assumption would explain the trend of evolution of  $S_w^*$  with permeability, but is not valid at all from a quantitative standpoint.

Let us then examine the evolution of the critical capillary pressure with the permeability.  $P_c^*$  values were simply determined from the  $P_c$  curves of Fig. 8(a) for the calibrated  $S_w^*$  values of Table 4. The resulting  $P_c^*$

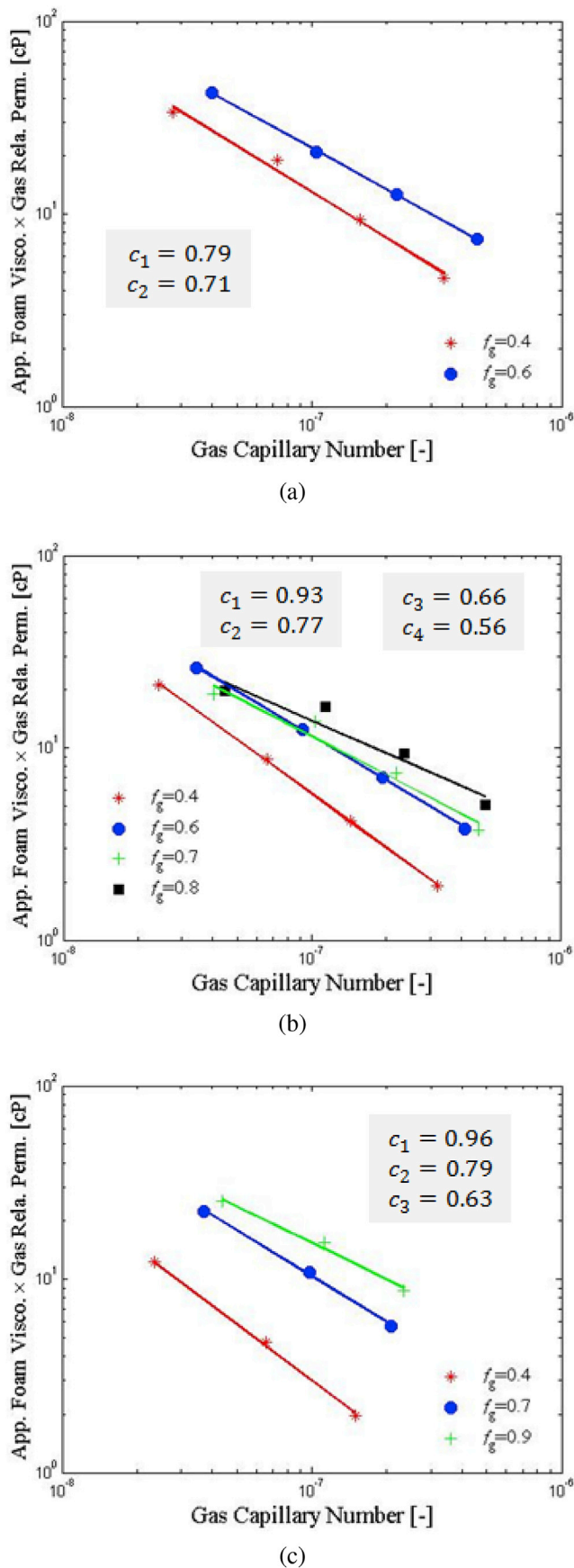


Fig. 4. Adjustment of flow rate-scan experiments at low-quality regime by power laws in order to determine the shear-thinning exponent: (a) core 1, (b) core 2 and (c) core 3. The lines are the final adjusted power laws and the symbols the experimental data.  $c_i$  values

values for the 3 cores are shown in Fig. 8(b) as a function of permeability.  $P_c^*$  is found to decrease with increasing permeability, with an evolution close to  $1/\sqrt{k}$  as reported in published studies from Khatib et al. (1988) and Farajzadeh et al. (2015).

Interpretation of such an evolution can be attempted from a dynamic standpoint. We have to consider the conditions of rupture of films flowing in pores. Film rupture occurs dynamically through a shear process when the transverse gradient of local velocity within pore, denoted  $dw/dy$  (derivative of the local velocity within a pore with respect to distance  $y$  from pore axis), exceeds a given threshold value  $w'_{max}$  that is a characteristic of the foam under consideration. For a laminar (Poiseuille) flow of gas in a capillary tube of radius  $r$ ,  $dw/dy$  is maximum at pore wall and equal to  $\frac{r}{2\mu} |\nabla P|$ . Therefore, the limit of stability of films is reached for a pressure gradient  $|\nabla P|_{max}$  equal to  $2\mu w'_{max}/r$ , i.e. inversely proportional to characteristic pore radius  $r$ . To that maximum pressure gradient corresponds a maximum value of the dynamic capillary pressure within the porous medium, called the critical capillary pressure  $P_c^*$ , that is also inversely proportional to  $r$  or  $\sqrt{k}$ . Finally, the dynamic viewpoint of film stability explains the observed evolution of  $P_c^*$  with the permeability. However, a scaling of  $P_c^*$  as  $1/\sqrt{k}$  would imply that  $S_w^*$  remains constant for homothetic porous media, whereas an increase of  $S_w^*$  with decreasing permeability, although moderate, is acknowledged. Eventually, neither the quasi-static (fixed  $P_c^*$ ) interpretation model nor the dynamic (fixed  $S_w^*$ ) one explain both  $S_w^*$  and  $P_c^*$  evolutions with  $k$ . The reality seems to lie between these two models but looks closer to the dynamic one, such that  $P_c^* \sim 1/k^\alpha$  with  $\alpha < \frac{1}{2}$ .

In order to develop the equivalent scaling law of the limiting water saturation, we write the capillary pressure as Brooks and Corey (1966)  $P_c(S) = \frac{P_e}{S^{1/\lambda}}$ , where  $P_e$  is the entry capillary pressure,  $S$  the normalized water saturation and  $\lambda$  the pore size distribution index ( $\lambda = 3$  in our case). Then, the relation between  $S_w^*$  and  $P_c^*$  is obtained by inverting the  $P_c$  function at  $P_c^*$ , leading to  $S_w^* = S_{wr} + (1 - S_{wr} - S_{gc})(P_e/P_c^*)^\lambda$ . Inserting the scaling law of  $P_c^*$  in the latter expression of  $S_w^*$  and knowing that  $P_e \sim 1/\sqrt{k}$  yields  $S_w^* \sim k^{\lambda(\frac{\alpha-1}{2})}$ . Thus, when  $\alpha < \frac{1}{2}$ , the limiting water saturation (as the limiting capillary pressure) increases with decreasing permeability. In our case,  $S_w^* \sim k^{-0.3}$  for the two homothetic cores.

Table 5 summarizes all the films stability standpoints discussed above and the resulting parameters evolution with permeability. Undoubtedly, the problem is probably more complex and cannot be reduced to the simple analysis attempted above. As indicated by Rossen and Zhou (1995), the texture of foams changes under critical conditions, and hysteresis and gas trapping (Chen et al., 1990) renders the analysis still more complex. Definitely, further research work is required to clarify the flow characteristics under these so-called critical conditions, on the basis of well-documented experimental data that cover the whole transition in foam flow regime.

### 6.3.2. Evolution of transition parameter $\Theta$ with permeability

Regarding the transition parameter  $\Theta$ , results from Table 4 do not clearly indicate a trend in the evolution of  $\Theta$  with permeability. Considering the first two homothetic cores,  $\Theta$  seems more or less invariant. Including the third non-homothetic core in the analysis (although this is not rigorous on a physical standpoint),  $\Theta$  seems to increase with decreasing permeability. Such evolution is in agreement with Farajzadeh et al. findings (Farajzadeh et al., 2015).

We will nevertheless try to establish what is the expected evolution of  $\Theta$  with  $k$  based on the analysis of the  $F_2$  function where  $\Theta$  is the

shown in sub-figures correspond to the adjusted exponents for each foam quality. The shear-thinning exponent  $c$  for each core is calculated from the average of the  $c_i$  values.

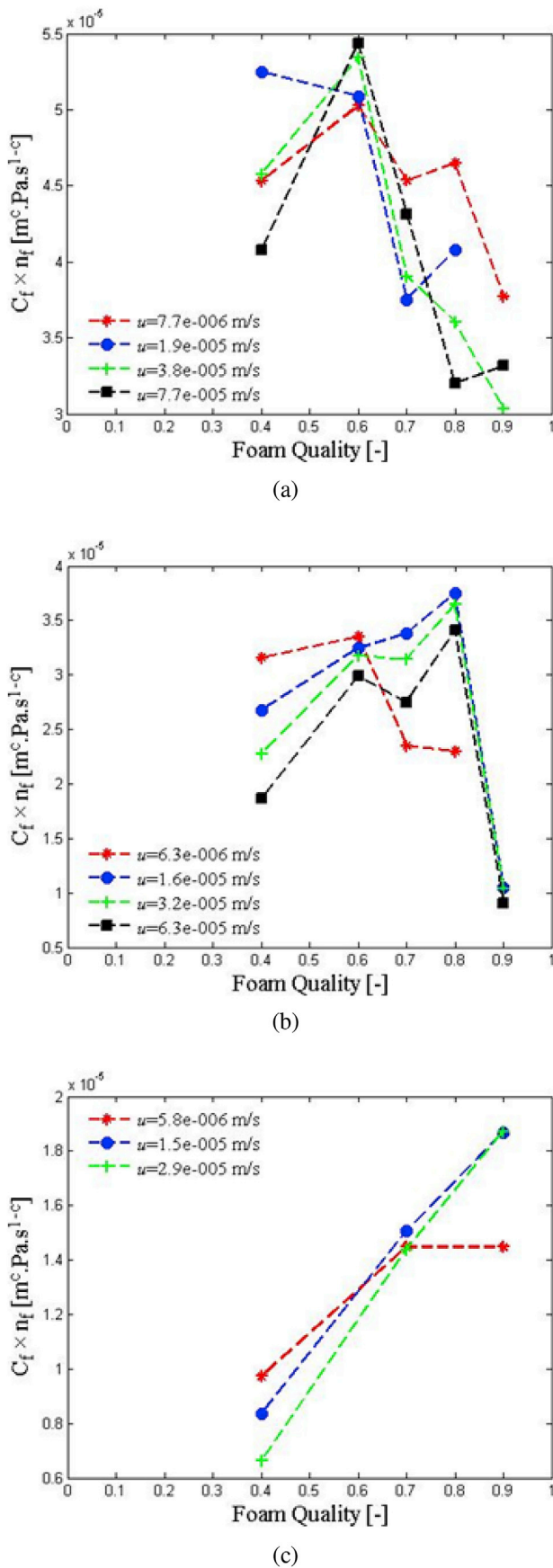


Fig. 5. Variation of the product  $C_f n_f$  versus foam quality: (a) core 1, (b) core 2 and (c) core 3 (dashed lines represent visual guides for the variation at constant total velocity and symbols the measurements).

driving parameter:

$$F_2(S_w) = \frac{1}{2} + \frac{1}{\pi} \arctan[\Theta(S_w - S_w^*)]$$

The  $F_2$  function quantifies the increase of gas phase mobility due to foam coarsening when the gas saturation increases beyond a certain limit denoted  $1 - S_w^{opt}$ .  $S_w^{opt}$  is the optimal water saturation below which foam coalescence occurs ( $F_2 \approx 1$  for  $S_w \geq S_w^{opt}$ ). A symmetrical arctan function of  $S_w$  centered on the critical saturation  $S_w^*$  is adopted for modelling that coalescence. This implies that foam vanishes completely ( $F_2 \approx 0$ ) and original gas mobility is restored when  $S_w$  equals  $S_w^{min}$  such that  $S_w^{opt} - S_w^* = S_w^* - S_w^{min}$ .  $\Theta$  drives the decrease of  $F_2$  with  $S_w$ . Actually, the derivative of  $F_2$  with respect to  $S_w$  is equal to

$$\frac{dF_2}{dS_w} = \frac{1}{\pi} \frac{\Theta}{1 + [\Theta(S_w - S_w^*)]^2}$$

By linearizing that symmetrical  $F_2$  function in the vicinity of  $S_w^*$  where  $\frac{dF_2}{dS_w}$  equals  $\frac{\Theta}{\pi}$ , the width of the saturation transition, i.e.  $S_w^{opt} - S_w^{min}$ , can be approximated as

$$\frac{F_2(S_w^{opt}) - F_2(S_w^{min})}{\left(\frac{dF_2}{dS_w}\right)_{S_w^*}} = \frac{1}{\left(\frac{dF_2}{dS_w}\right)_{S_w^*}} = \frac{\pi}{\Theta}$$

The question raised is that of determining the evolution of  $\Theta$  with the permeability. Again, we have to consider either of the two quasi-static and dynamic viewpoints of foam flow within porous media.

First, the *static assumption* implies that coalescence of foam occurs over a  $P_c$  interval centered around the  $P_c^*$  value corresponding to the disjoining pressure  $\pi$  of the foam. That  $P_c$  interval, denoted  $[\pi^-, \pi^+]$ , is the same whatever the permeability of the porous medium. For a porous medium of permeability  $k_{ref}$ , the width of the saturation transition, i.e.  $(S_w^{opt})_{ref} - (S_w^{min})_{ref}$ , can then be expressed as  $P_{c,ref}^{-1}(\pi^-) - P_{c,ref}^{-1}(\pi^+)$  that is also equal to  $\pi / \Theta_{ref}$ .

For a porous medium of arbitrary permeability  $k$ , we can also write  $S_w^{opt} - S_w^{min} = P_c^{-1}(\pi^-) - P_c^{-1}(\pi^+)$  that is also equal to  $\pi / \Theta$ . From these two equalities, we infer the scaling relationship as follows:

$$\frac{S_w^{opt} - S_w^{min}}{(S_w^{opt})_{ref} - (S_w^{min})_{ref}} = \frac{\Theta_{ref}}{\Theta} = \frac{P_c^{-1}(\pi^-) - P_c^{-1}(\pi^+)}{P_{c,ref}^{-1}(\pi^-) - P_{c,ref}^{-1}(\pi^+)}$$

That is:

$$\Theta = \Theta_{ref} \frac{P_{c,ref}^{-1}(\pi^-) - P_{c,ref}^{-1}(\pi^+)}{P_c^{-1}(\pi^-) - P_c^{-1}(\pi^+)}$$

If one considers a narrow disjoining pressure interval, then the variation of inverse  $P_c$  ( $P_{c,ref}$ ) functions over  $\pi$  interval can be approximated as

$$P_c^{-1}(\pi^-) - P_c^{-1}(\pi^+) = S_w^{opt} - S_w^{min} \approx \left(\frac{dS_w}{dP_c}\right)_\pi (\pi^- - \pi^+) \quad \text{and}$$

$$P_{c,ref}^{-1}(\pi^-) - P_{c,ref}^{-1}(\pi^+) = (S_w^{opt})_{ref} - (S_w^{min})_{ref} \approx \left(\frac{dS_w}{dP_{c,ref}}\right)_\pi (\pi^- - \pi^+).$$

This leads to:

$$\Theta = \Theta_{ref} \frac{\left(\frac{dS_w}{dP_{c,ref}}\right)_\pi}{\left(\frac{dS_w}{dP_c}\right)_\pi}$$

The evolution of  $\Theta$  as a function of  $k$  cannot be predicted a priori from this relationship, even for homothetic porous media, because it depends on the shape of the  $P_c$  and  $P_{c,ref}$  curves with respect to the value of  $\pi$ . We did not test this relationship against our calibrated  $\Theta$  values because the assumption of fixed  $P_c^*$  is not verified.

Considering now the *dynamic assumption*, the collapse of foam films

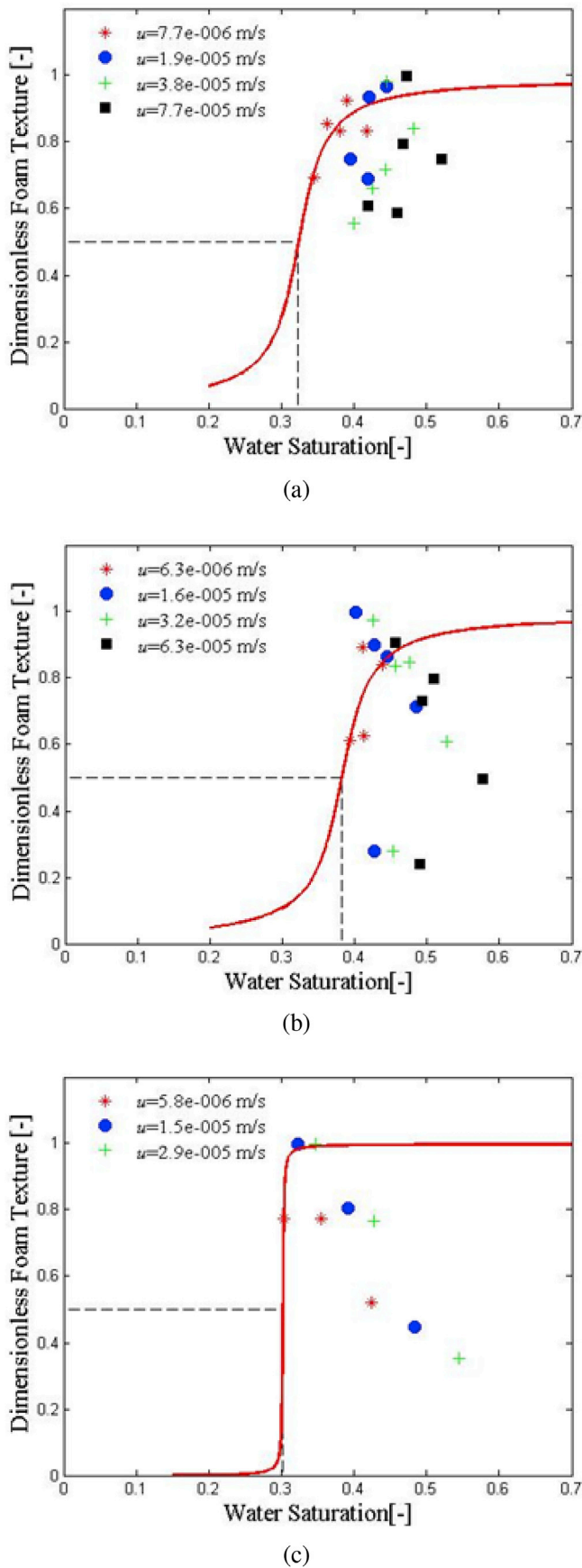


Fig. 6. Variation of dimensionless foam texture versus water saturation as inferred from the identification method: (a) core 1, (b) core 2 and (c) core 3. The continuous lines

occurs over an invariant interval of the transverse velocity gradient within pores, denoted  $[(w'_{max})^-, (w'_{max})^+]$ . As explained in Section 6.3.1, to that fixed transverse velocity interval correspond a pressure gradient interval  $[2\mu(w'_{max})^-/r, 2\mu(w'_{max})^+/r]$  along flow direction and a critical capillary pressure interval  $[(P_c^*)^-, (P_c^*)^+]$  for a porous medium with given characteristic pore radius  $r$  and permeability  $k$  ( $r \sim \sqrt{k}$ ). The invariance of  $[(w'_{max})^-, (w'_{max})^+]$  interval for different porous media implies that the interval  $[r(P_c^*)^-, r(P_c^*)^+]$  is constant since the pressure gradient and capillary pressure are in proportion one another. The scaling relationship for coalescence interval can then be expressed as an invariance of the product  $rP_c^*$  that we develop hereafter.

For two porous media with respective characteristic pore radii  $r$  and  $r_{ref}$ , the scaling relationship can be written over  $[(w'_{max})^-, (w'_{max})^+]$  interval as  $rP_c(S_w^{opt}) = r_{ref}P_{c,ref}[(S_w^{opt})_{ref}]$  and  $rP_c(S_w^{min}) = r_{ref}P_{c,ref}[(S_w^{min})_{ref}]$ , that is:

$$r[P_c(S_w^{opt}) - P_c(S_w^{min})] = r_{ref}\{P_{c,ref}[(S_w^{opt})_{ref}] - P_{c,ref}[(S_w^{min})_{ref}]\}$$

For a generally-abrupt transition, previous relationship can be written:

$$r(S_w^{opt} - S_w^{min})\left(\frac{dP_c}{dS_w}\right)_{S_w^*} = r_{ref}[(S_w^{opt})_{ref} - (S_w^{min})_{ref}]\left(\frac{dP_{c,ref}}{dS_w}\right)_{(S_w^*)_{ref}}$$

Taking into account the relationship established above between  $\Theta$  and saturation interval, we infer the following general relation between  $\Theta$  and  $\Theta_{ref}$  that holds for any couple of porous media:

$$\Theta = \Theta_{ref} \frac{(S_w^{opt})_{ref} - (S_w^{min})_{ref}}{S_w^{opt} - S_w^{min}} = \Theta_{ref} \frac{r\left(\frac{dP_c}{dS_w}\right)_{S_w^*}}{r_{ref}\left(\frac{dP_{c,ref}}{dS_w}\right)_{(S_w^*)_{ref}}}$$

For two homothetic porous media of characteristic pore radii  $r$  and  $r_{ref}$ ,  $P_c(S_w) = \frac{r_{ref}}{r}P_{c,ref}(S_w)$ , then the invariance of  $rP_c^*$ , i.e.  $rP_c(S_w^*) = r_{ref}P_{c,ref}[(S_w^*)_{ref}]$ , implies that  $P_{c,ref}(S_w^*) = P_c,ref[(S_w^*)_{ref}]$ , i.e. that  $S_w^* = (S_w^*)_{ref}$ , which is also verified for the optimal and minimal saturation. Hence  $S_w^{opt} - S_w^{min} = (S_w^{opt})_{ref} - (S_w^{min})_{ref}$  and  $\Theta = \Theta_{ref}$ . Therefore, the transition saturation interval is invariant for homothetic porous media under dynamic assumption.

The quasi-identical values of  $\Theta$  for homothetic cores 1 and 2, i.e. 36 and 34, are in line with that dynamic assumption of foam coalescence.

Regarding core 3 that is not homothetic with the other two cores, one can check if the general scaling relationship established under dynamic assumption makes possible the estimation of  $\Theta$  for core 3 from the value determined for core 1 for instance. The ratio of characteristic radius for cores 1 and 3 is approximated as  $\sqrt{8k/\phi}$  although this is not really legitimate for non-homothetic cores (underlying assumption is that for these samples of the same sandstone, essentially the shape of the  $P_c$  curves is modified). Then,  $r_3/r_1$  is equal to 0.4 from the  $(k, \phi)$  data of Table 1, and the ratio of the  $P_c$  derivatives at core critical saturation between core 3 and core 1 is close to 1.7, from Fig. 8(a) with  $S_w^*$  values of Table 4 for IT-PB identification method. Hence, the transition parameter for core 3 should not differ much from that for core 1: such a calculation would predict a  $\Theta_3$  estimate of 25. That prediction is not in line with the actually-calibrated value, which is of the order of 1000. In reality, we have to keep in mind that the sensitivity of the transition parameter is

represent the adjusted  $F_2$  function with respect to the lowest velocity and the points are the experimental data.

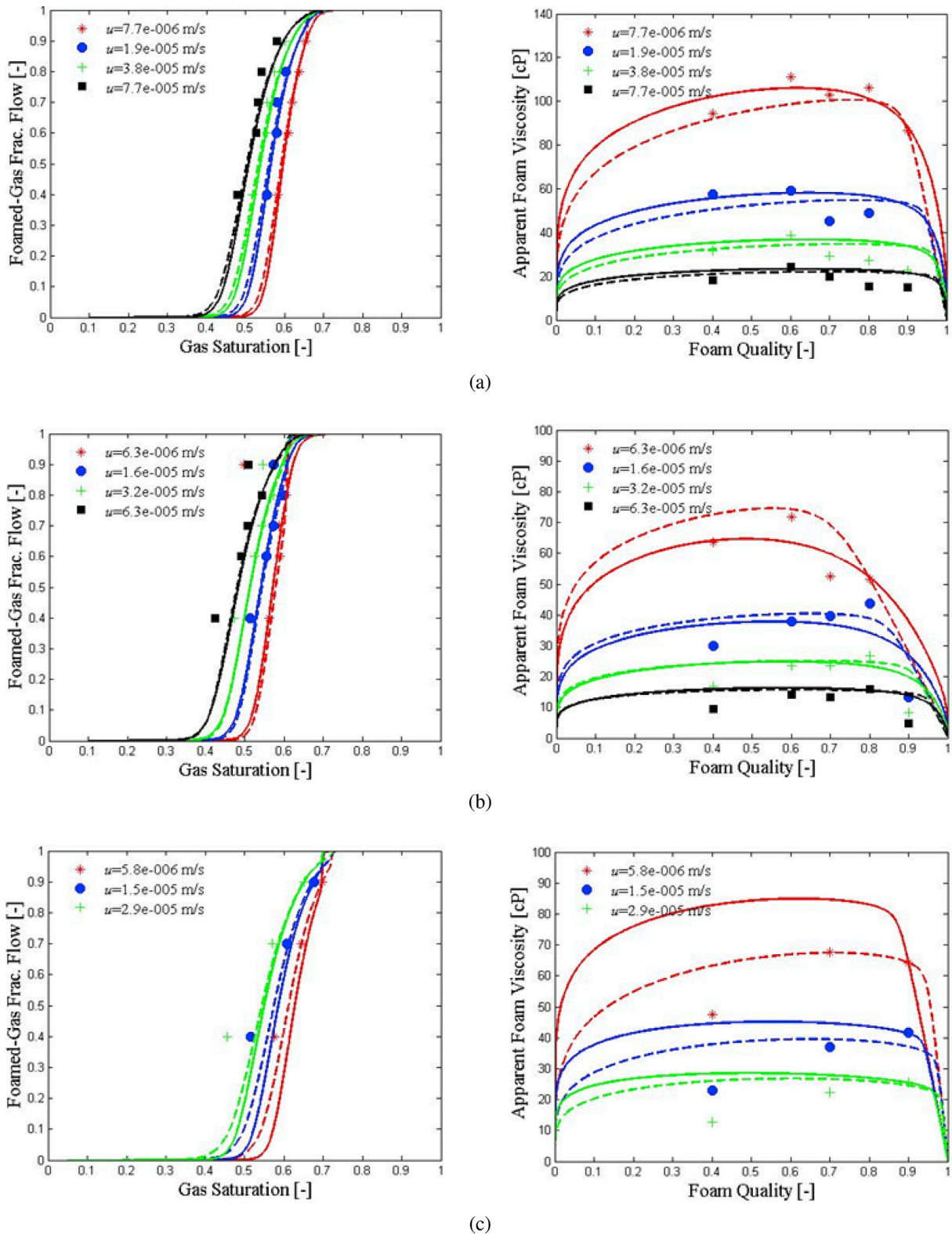


Fig. 7. Comparison between both the computed foamed-gas fractional flow and the apparent foam viscosity, and the experimental data: (a) core 1, (b) core 2 and (c) core 3. The lines represent the computed results (dashed lines for Farajzadeh et al. method and solid lines for the PB-IT identification method) and the symbols the experimental data.

very high for foams. Hence, its calibration is uncertain and very approximate if we consider the high dispersion of raw experimental data.

6.3.3. Effect of permeability on  $M_{ref}$

For a given foam, the mobility reduction  $M_{ref}$  represents the ratio

between the continuous gas mobility  $k_{rg}/\mu_g$  and the foamed-gas mobility that is defined as  $k_{rg}^f/\mu_g$  in IT models, or as  $k_{rg}/\mu_g^f$  in PB models, at optimal foaming conditions. Scaling  $M_{ref}$  for different porous media characterized by the same  $k_{rg}$  functions can then be reduced to the scaling of  $\mu_g^f$ . Analogy between flow in a capillary tube (originally formulated by

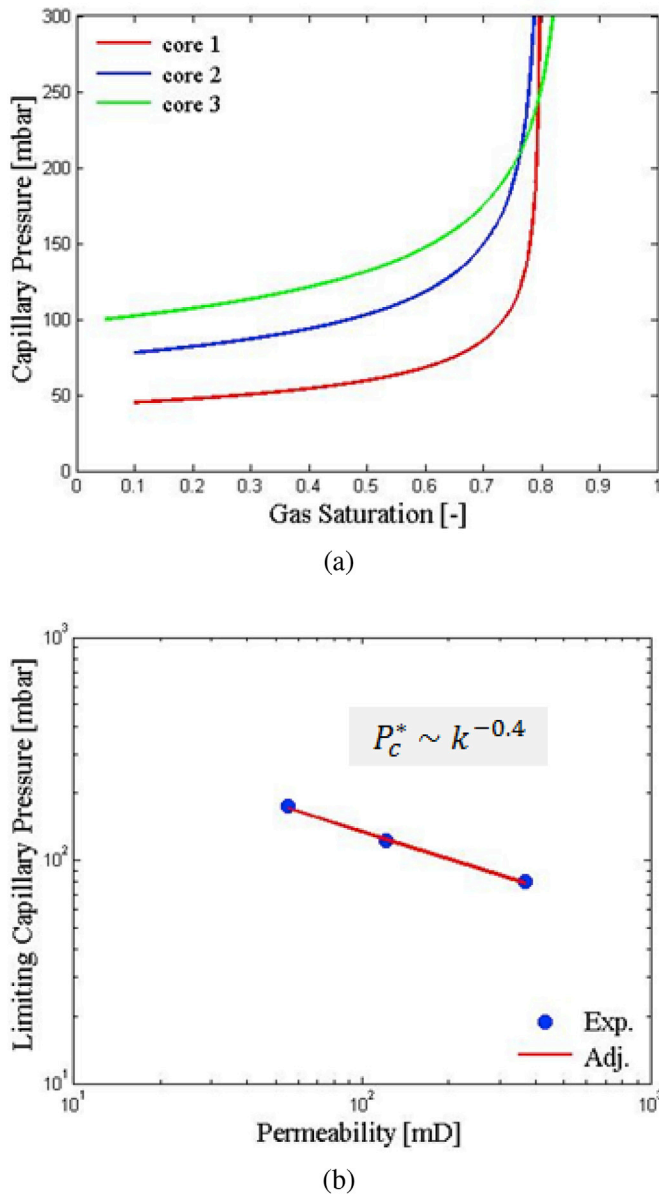


Fig. 8. (a) Capillary pressure curves used for each core; (b) Effect of permeability on the limiting capillary pressure  $P_c^*$ . The points are estimated from the water saturation  $S_w^*$  given in Table 4 using the identification method and the line is a power law adjustment. The

Table 5  
Scaling law trends recapitulation for homothetic porous media.

Theoretical model for films stability	Expected evolution of $P_c^*$ with $k$	Expected evolution of $S_w^*$ with $k$	Expected evolution of $\Theta$ with $k$	Expected evolution of $M_{ref}$ with $k$
Static picture	Constant $P_c^*$	$S_w^*$ increase with $k$ decrease	$P_c$ -dependent	$M_{ref} \sim \sqrt{k}$
Dynamic picture	$P_c^* \sim 1/\sqrt{k}$	Constant $S_w^*$	Constant $\Theta$	$M_{ref} \sim \sqrt{k}$
Observation	$P_c^* \sim 1/k^\alpha$ with $\alpha \leq \frac{1}{2}$	Moderate $S_w^*$ increase with $k$ decrease as $S_w^* \sim k^{\lambda \left( \frac{1}{\alpha-1/2} \right)}$	Quasi-constant	$M_{ref} \sim \sqrt{k}$

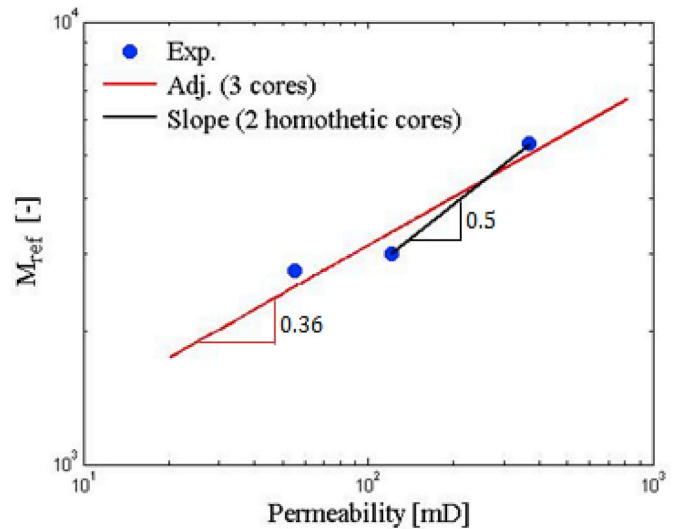


Fig. 9. Dependence of  $M_{ref}$  to the permeability  $k$ . Note that the adjustment includes three cores although the third core has a slightly different porous structure. The optimal adjustment yields  $M_{ref} \sim k^{0.36}$ . The data of the homothetic cores 1 and 2 show that  $M_{ref} \sim \sqrt{k}$ .

Bretherton, 1961) and flow in a porous medium has led most authors to use the empirical rheological law given by Eq. (10) for foamed-gas. Eq. (14) for  $M_{ref}$  tells us that, for a given velocity, the mobility reduction is at the first order determined by the product of constant  $C_f$  and maximum texture  $n_f^{max}$ .

Kovscek and Bertin (2003) derived an expression of  $\mu_g^f$  scaled with respect to rock permeability and capillary pressure by establishing an equivalence between rheological law given by Eq. (10) and Hirasaki and Lawson's formula (Hirasaki and Lawson, 1985) for the apparent viscosity of a train of bubbles of pre-determined volume flowing in a capillary tube, that is:

$$\mu_g^f = 0.85 \mu_w \frac{n_L}{r_c} (r^2 + r_c^2) \left( \frac{\sigma}{3\mu_w v_g^f} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (16)$$

where  $r$  is the tube radius and  $r_c$  the curvature radius of the Plateau borders separating gas bubbles. That formula also assumes that the surface tension gradient effects on effective gas viscosity are negligible, as well as the impact of water slugs when touching bubbles are flowing through the capillary. Actually, that expression of the effective viscosity can be considered for scaling purpose, because it is related to the geometrical characteristics of capillary tubes, or to the properties of the equivalent porous medium represented as a bundle of such capillary tubes. In the following, we consider again the formula given by Eq. (16) for apparent foam viscosity; however, our analysis differs from the development made by Kovscek and Bertin.

For a given foam flowing in a porous medium of permeability  $k$  and porosity  $\Phi$ , capillary tube radius  $r$  is equivalent to the quantity  $\sqrt{8k/\Phi}$  and  $r_c$  is related to the disjoining pressure of the films of the foam under consideration (Bergeron and Radke, 1992).  $r_c$  is therefore assumed invariant for the same foam displaced through different porous media. Furthermore, we assume that  $r_c$  is negligible compared to pore radii (such an assumption may not be valid however in very-low-permeability media). Therefore,  $\mu_g^f$  scales as  $n_L r^2$  under given velocity conditions. For homothetic porous media of different permeabilities with similar porosities,  $r$  scales as  $\sqrt{k}$  and the lineic foam texture,  $n_L$ , that is proportional to  $1/r$  (see Section 5.2.2), scales as  $1/\sqrt{k}$ , hence  $\mu_g^f$  scales as  $\sqrt{k}$ . To end with, above analysis indicates that  $M_{ref}$  is expected to increase as the square root of permeability for homothetic porous media of different permeabilities. That scaling approximation neglects small porosity

variations compared to permeability variations in many natural porous media.

Analysis of  $M_{ref}$  results for homothetic samples 1 and 2 is consistent with the previous relationship. Indeed, for homothetic cores 1 and 2, Table 4 indicates that, according to our modelling methodology by IT-PB models identification,  $M_{ref,2} = 3002$  is very close to  $M_{ref,1} \sqrt{k_2/k_1} = 5317 \sqrt{121/368} = 3049$ . The low-permeability core 3 is characterized by a porous structure slightly different from that of cores 1 and 2. Its  $M_{ref}$  value is also lower than the values for cores 1 and 2 but scaling permeability exponent differs from  $\frac{1}{2}$ . The dependence of the parameter  $M_{ref}$  to the permeability  $k$ , as obtained from Table 4, is shown in Fig. 9.

To conclude, the evolution of foam model parameters with porous medium properties seems to follow the scaling laws derived from an equivalence between foam flow in a porous medium and foam flow in capillary tubes. Such results are worth being investigated further on the basis of more extensive data set acquired on well-characterized porous media. Indeed, scaling foam performance with respect to rock properties is an important reservoir engineering issue because foam processes are primarily dedicated to reservoirs where the detrimental impact of heterogeneities on displacement has to be reduced.

## 7. Conclusions

A new methodology based on an equivalence with a foam texture model has been implemented to calibrate the steady-state implicit-texture model to predict foam flow effects on gas mobility in reservoir simulators. This calibration involves a deterministic processing of steady-state foam flow data measured with different foam qualities and velocities. The method was applied to foam flow data sets measured on three sandstones of different permeabilities, both for demonstrating the advantage in terms of model robustness, and for elucidating the scaling of foam flow model parameters with respect to porous medium properties. The following main conclusions can be drawn:

- An IT foam model can be calibrated thanks to a deterministic processing of experimental steady-state apparent viscosity data, including the transition between the two low-quality and high-quality regimes. Calibration may however remain approximate for incomplete or scattered data sets such as the one acquired on the low-permeability core under consideration in this study.
- Scaling trends of foam parameters with porous medium permeability were found consistent with other published observations and interpreted:
  - The shear-thinning function that models the flow velocity impact on foam mobility appears to be fairly invariant for cores of different permeabilities, with a characteristic exponent close to 0.7.
  - For homothetic porous media, the critical water saturation  $S_w^*$  increases slightly when the permeability decreases; accordingly, the limiting capillary pressure increases according to a law close to  $1/\sqrt{k}$  but maybe not exactly if one considers the  $S_w^*$  change. Interpretation of such results was attempted thanks to two static and dynamic viewpoints of foam bubbles coalescence within porous media. The dynamic viewpoint seems to be more relevant than the (quasi-)static viewpoint because the latter implies a fixed  $P_c^*$  whatever the porous medium, which is not verified experimentally.
  - The evolution of transition parameter between low-quality and high quality regimes for different porous media has been formulated according to the static and dynamic viewpoints of foam coalescence. The quasi-invariance of calibrated  $\Theta$  values for the two homothetic cores is consistent with the dynamic viewpoint.

- The main result is a scaling of the mobility reduction ratio  $M_{ref}$  as the square root of permeability. This scaling law was inferred from an analogy between foam flow in porous media and foam flow in capillary tubes, and was found consistent with the modelling of available experimental data on three cores, and with other experimental findings.

To conclude, we dispose of a robust procedure to analyze and model foam flow measurements in porous media. The scaling trends derived from the analysis of available data require to be further confirmed and extended to natural porous media of different structures and properties, with the help of other extensively-documented and accurate experimental data sets. Indeed, the lack of experimental data does not allow us to draw a definitive conclusion regarding the validity of the dynamic viewpoint of foam coalescence and of the corresponding scaling relationships established in that paper. Notwithstanding, the methodology and physical relationships developed herein should be helpful for the assessment and selection of a foam-based process for improved oil recovery purposes.

## Acknowledgements

The authors thank L. Nabzar and L. G. Pedroni for useful discussions and IFPEN for permission to publish this work.

## References

- Alvarez, J.M., Rivas, H.J., Rossen, W.R., 2001. Unified model for steady-state foam behavior at high and low foam qualities. *SPE J.* 6, 325–333.
- Bergeron, V., Radke, C.J., 1992. Equilibrium measurements of oscillatory disjoining pressures in aqueous foam films. *Langmuir* 8, 3020–3026.
- Bernard, G., Jacobs, W.L., 1965. Effect of foam on trapped gas saturation and on permeability of porous media to water. *Soc. Petrol. Eng. J.* 5, 295–300.
- Bernard, G., Jacobs, W.L., 1965. Effect of foam on trapped gas saturation and on permeability of porous media to water. *SPE J.* 5, 295–300.
- Boeije, C.S., Rossen, W.R., 2015. Fitting foam-simulation-model parameters to data: I. coinjection of gas and liquid. *SPE Reserv. Eval. Eng.* 18, 264–272.
- Bond, D.G., Holbrook, O.C., 1958. Gas drive oil recovery, Patent no. US Pat 2866507.
- Braconnier, B., Flauraud, E., Nguyen, Q.L., 2014. Efficient scheme for chemical flooding simulation. *Oil Gas Sci. Technol. – Revue d'IFP Energies nouvelles* 69, 585–601.
- Bretherton, F.P., 1961. The motion of long bubbles in tubes. *J. Fluid Mech.* 10, 166.
- Brooks, R.H., Corey, T., June 1966. Properties of porous media affecting fluid flow. *J. Irrigation Drainage Div. IR2* 61–88.
- Chen, H.-L., Ke, M.-J., Chuang, T.-K., Flumerfelt, R.W., 1990. Experimental studies of capillary pressure effects of foams in porous media. *SPE Pap.* 20069.
- Dholkavala, Z.F., Sarma, H.K., Kam, S.I., 2007. Application of fractional flow theory to foams in porous media. *J. Petrol. Sci. Eng.* 57, 152–165.
- Falls, A.H., Hirasaki, G.J., Patzek, T.W., Gauglitz, D.A., Miller, D.D., Ratulowski, T., 1988. Development of a mechanistic foam simulator: the population balance and generation by snap-off. *SPE Reserv. Eng.* 3, 884–892.
- Farajzadeh, R., Lotfollahi, M., Eftekhari, A.A., Rossen, W.R., Hirasaki, G.J.H., 2015. Effect of permeability on implicit-texture foam model parameters and the limiting capillary pressure. *Energy & Fuels* 29, 3011–3018.
- Farokhpoor, R., Westphal, E., Idowu, N., Oren, P.E., Fletcher, B., 2016. In: Gas Water Steady-state Relative Permeability Determination with Two Approaches: Experimental and Digital Rock Analysis, Strength and Weaknesses.
- Friedmann, F., Chen, W.H., Gauglitz, P.A., 1991. Experimental and simulation study of high-temperature foam displacement in porous media. *SPE Reserv. Eng.* 6, 37–45.
- Gassara, O., Douarche, F., Braconnier, B., Bourbiaux, B., 2017. Equivalence between Implicit-texture and Population-balance Foam Models. *Transport in Porous Media*.
- Gauglitz, P.A., Friedmann, F., Kam, S.I., Rossen, W.R., 2002. Foam generation in homogeneous porous media. *Chem. Eng. Sci.* 57, 4037–4052.
- Green, D.W., Willhite, G.P., 1998. Enhanced Oil Recovery, Volume 6 of SPE Textbook Series. Henry L. Doherty Memorial Fund of AIME. Society of Petroleum Engineers.
- Hagoort, J., 1988. Fundamentals of Gas Reservoir Engineering, Volume 23 of Developments in Petroleum Science. Elsevier and Distributors for the U.S. and Canada. Elsevier Science Pub. Co, Amsterdam and New York and New York, NY, U.S.A.
- Heller, J.P., Boone, D.A., Watts, R.J., 1995. Field Test of CO<sub>2</sub> Mobility Control at Rock Creek. Society of Petroleum Engineers, Paper SPE-14395-MS.
- Hirasaki, G.J., Lawson, J.B., 1985. Mechanisms of foam flow in porous media: apparent viscosity in smooth capillaries. *Soc. Petrol. Eng. J.* 25, 176–190.
- Holm, L.W., 1970. Foam injection test in the Siggins field, Illinois. *Soc. Petrol. Eng.* 22.
- Jonas, T.M., Chou, S.I., Vasicek, S.L., 1990. Evaluation of a CO<sub>2</sub> Foam Field Trial: Rangely Weber Sand Unit. Society of Petroleum Engineers.
- Kam, S.I., Nguyen, Q.P., Li, Q., Rossen, W.R., 2007. Dynamic simulations with an improved model for foam generation. *SPE J.* 12, 35–48.

- Kapetas, L., Vincent-Bonnieu, S., Farajzadeh, R., Eftekhari, A.A., Mohd-Shafian, S.R., Bahrim, R.Z.K., Rossen, W.R., 2015. In: Effect of Permeability on Foam-model Parameters - an Integrated Approach from Coreflood Experiments through to Foam Diversion Calculations, 18th European Symposium on Improved Oil Recovery, Dresden, 14–16 April.
- Keelan, D.K., 1976. A practical approach to determination of imbibition gas-water relative permeability. *J. Petrol. Technol.* 199–204.
- Khatib, Z.I., Hirasaki, G.J., Falls, A.H., 1988. Effects of capillary pressure on coalescence and phase mobilities in foams flowing through porous media. *SPE Reserv. Eng.* 3, 919–926.
- Kovscek, A.R., Bertin, H.J., 2003. Foam mobility in heterogeneous porous media. *Transp. Porous Media* 52, 37–49.
- Kovscek, A.R., Radke, C.J., 1994. Fundamentals of foam transport in porous media. In: Comstock, M.J., Schramm, L.L. (Eds.), *Foams: Fundamentals and Applications in the Petroleum Industry*. American Chemical Society Advances in Chemistry.
- Kovscek, A.R., Patzek, T.W., Radke, C.J., 1995. A mechanistic population balance model for transient and steady-state foam flow in Boise sandstone. *Chem. Eng. Sci.* 50, 3783–3799.
- Lake, L.W., 1989. *Enhanced Oil Recovery*. Prentice Hall.
- Lawson, J.B., Reisberg, J., 1980. Alternate slugs of gas and dilute surfactant for mobility control during chemical flooding. In: *SPE/DOE Enhanced Oil Recovery Symposium*.
- Lawson, J.B., Reisberg, J., 1980. Alternate slugs of gas and dilute surfactant for mobility control during chemical flooding. In: *SPE/DOE Enhanced Oil Recovery Symposium*, Tulsa, Oklahoma.
- Lotfollahi, M., Farajzadeh, R., Delshad, M., Varavei, A., Rossen, W.R., 2016. Comparison of implicit-texture and population-balance foam models. *J. Nat. Gas Sci. Eng.* 31, 184–197.
- Lotfollahi, M., Kim, I., Beygi, M.R., Worthen, A.J., Huh, C., Johnston, K.P., Wheeler, M.F., DiCarlo, D.A., 2017. Foam generation hysteresis in porous media: experiments and new insights. *Transp. Porous Media* 116, 687–703.
- Ma, K., Lopez-Salinas, J.L., Puerto, M.C., Miller, C.A., Biswal, S.L., Hirasaki, G.J., 2013. Estimation of Parameters for the Simulation of Foam Flow through Porous Media. Part 1: the Dry-out Effect. <https://doi.org/10.1021/ef302036s>.
- Ma, K., Farajzadeh, R., Lopez-Salinas, J.L., Miller, C.A., Biswal, S.L., Hirasaki, G.J., 2014. Non-uniqueness, numerical artifacts, and parameter sensitivity in simulating steady-state and transient foam flow through porous media. *Transp. Porous Media* 102, 325–348.
- Marle, C.M., 1981. *Multiphase Flow in Porous Media*, third ed. Gulf Publishing Company.
- Osterloh, W.T., Jante, M.J., 1992. Effects of Gas and Liquid Velocity on Steady-state Foam Flow at High Temperature. Society of Petroleum Engineers.
- Peaceman, D.W., 1977. *Fundamentals of Numerical Reservoir Simulation*, Volume 6 of *Developments in Petroleum Science*. Elsevier Science, Amsterdam.
- Pedroni, L.G., Nabzar, L., 2016. New insights on foam rheology in porous media. In: *Rio Oil and Gas Expo and Conference 2016 Proceedings*.
- Rossen, W.R., Gauglitz, P.A., 1990. Percolation theory of creation and mobilization of foams in porous media. *AIChE J.* 36, 1176–1188.
- Rossen, W.R., Zhou, Z.H., 1995. Modeling foam mobility at the limiting capillary pressure. *SPE Adv. Technol. Ser.* 3, 146–153.
- Sheng, J.J., 2013. Foams and their applications in enhancing oil recovery. In: *Enhanced Oil Recovery Field Case Studies*. Elsevier, pp. 251–280.
- Trangenstein, J.A., Bell, J.B., 1989. Mathematical structure of the black-oil model for petroleum reservoir simulation. *SIAM J. Appl. Math.* 49, 749–783.
- Zeng, Y., Muthuswamy, A., Ma, K., Wang, L., Farajzadeh, R., Puerto, M., Vincent-Bonnieu, S., Eftekhari, A.A., Wang, Y., Da, C., Joyce, J.C., Biswal, S.L., Hirasaki, G.J., 2016. Insights on foam transport from a texture-implicit local-equilibrium model with an improved parameter estimation algorithm. *Ind. Eng. Chem. Res.* 55, 7819–7829.
- Zhou, Z., Rossen, W.R., 1995. Applying fractional flow theory to foam processes at the limiting capillary pressure. *SPE Adv. Technol. Ser.* 3, 154–162.





# Bibliographie

- [1] J. M. Alvarez, H. J. Rivas, and W. R. Rossen. Unified model for steady-state foam behavior at high and low foam qualities. *SPE Journal*, 6(3):325–333, 2001.
- [2] BP. Statistical review of world energy (2016).
- [3] P. Bia. *L'Exploitation des gisements d'hydrocarbures: domaines scientifiques et principes généraux*. Recherches et témoignages. Technip, Paris, 1974.
- [4] P. G. Saffman and G. Taylor. The penetration of a fluid into a porous medium or hele-shaw cell containing a more viscous liquid. *Proceedings of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, 245(1242):312–329, 1958.
- [5] R.L. Chuoke, and P. V. Meurs and C. V. Poel. The instability of slow, immiscible, viscous liquid-liquid displacements in permeable media. 216(SPE1141-G), 1959.
- [6] C. M. Marle. *Cours de production: Les écoulements polyphasiques en milieu poreux. Tome IV*. Ed. Technip, 1984.
- [7] R. Cossé. *Le gisement: Techniques d'exploitation pétrolière*. Publications de l'Institut Français du Pétrole. Technip, Paris, 1988.
- [8] Gauer, P. Enhanced oil recovery total experiences. 2008.
- [9] D. G. Bond and O. C. Holbrook. Gas drive oil recovery. *Patent no. US Pat 2866507*, 1958.
- [10] G. J. Hirasaki and J. B. Lawson. Mechanisms of foam flow in porous media: Apparent viscosity in smooth capillaries. *Society of Petroleum Engineers Journal*, 25(02):176–190, 1985.
- [11] A. H. Falls, G. J. Hirasaki, T. W. Patzek, D. A. Gauglitz, D. D. Miller, and T. Ratulowski. Development of a mechanistic foam simulator: The population balance and generation by snap-off. *SPE Reservoir Engineering*, 3(03):884–892, 1988.
- [12] A. R. Kovysek and C. J. Radke. Fundamentals of foam transport in porous media. *in Foams: fundamentals and applications in the petroleum industry, American Chemical Society Advances in Chemistry (M. J. Comstock and L. L. Schramm Eds)*, 1994.
- [13] L. W. Holm. Foam injection test in the Siggins field, Illinois. *Society of Petroleum Engineers*, 22, 1970.

- 
- [14] T. M. Jonas, S. I. Chou, and S. L. Vasicek. Evaluation of a CO<sub>2</sub> foam field trial: Rangely Weber Sand Unit. *Society of Petroleum Engineers, Paper SPE-20468-MS*, 1990.
- [15] R. J. Watts J. P. Heller, D. A. Boone. Field test of CO<sub>2</sub> mobility control at Rock Creek. *Society of Petroleum Engineers, Paper SPE-14395-MS*, 1995.
- [16] J. Sheng. Foams and their applications in enhancing oil recovery. In *Enhanced Oil Recovery Field Case Studies*, pages 251–280. Elsevier, 2013.
- [17] R. A. Ettinger and C. J. Radke. Influence of texture on steady foam flow in berea sandstone. *SPE Reservoir Engineering*, 7(01):83–90, 1992.
- [18] G. J. Hirasaki. A review of the steam foam process mechanisms. (SPE 19518), 1989.
- [19] W. R. Rossen and P. A. Gauglitz. Percolation theory of creation and mobilization of foams in porous media. *AIChE Journal*, 36(8):1176–1188, 1990.
- [20] P. A. Gauglitz, F. Friedmann, S. I. Kam, and W. R. Rossen. Foam generation in homogeneous porous media. *Chemical Engineering Science*, 57(19):4037–4052, 2002.
- [21] Z. F. Dholkawala, H. K. Sarma, and S. I. Kam. Application of fractional flow theory to foams in porous media. *Journal of Petroleum Science and Engineering*, 57(1-2):152–165, 2007.
- [22] M. Lotfollahi, I. Kim, M. R. Beygi, A. J. Worthen, C. Huh, K. P. Johnston, M. F. Wheeler, and D. A. DiCarlo. Foam generation hysteresis in porous media: Experiments and new insights. *Transport in Porous Media*, 116(2):687–703, 2017.
- [23] Z. F. Zhang, V. L. Freedman, and L. Zhong. Foam transport in porous media – a review. *Pacific Northwest National Laboratory*, 2009.
- [24] G. Bernard and W. L. Jacobs. Effect of foam on trapped gas saturation and on permeability of porous media to water. *Society of Petroleum Engineers Journal*, 5(04):295–300, 1965.
- [25] J. B. Lawson and J. Reisberg. Alternate slugs of gas and dilute surfactant for mobility control during chemical flooding. In *SPE/DOE Enhanced Oil Recovery Symposium*, 1980.
- [26] F. Friedmann, W. H. Chen, and P. A. Gauglitz. Experimental and simulation study of high-temperature foam displacement in porous media. *SPE Reservoir Engineering*, 6(01):37–45, 1991.
- [27] Z. I. Khatib, G. J. Hirasaki, and A. H. Falls. Effects of capillary pressure on coalescence and phase mobilities in foams flowing through porous media. *SPE Reservoir Engineering*, 3(3):919–926, 1988.
- [28] A. H. Falls, J. J. Musters, and J. Ratulowski. The apparent viscosity of foams in homogeneous bead packs. *SPE Reservoir Engineering*, 4(02):155–164, 1989.
- [29] G. M. Ginley and C. J. Radke. Influence of soluble surfactants on the flow of long bubbles through a cylindrical capillary. In John K. Borchardt and Teh Fu Yen, editors, *Oil-Field Chemistry*, volume 396 of *ACS Symposium Series*, pages 480–501. American Chemical Society, Washington, DC, 1989.

- 
- [30] W. T. Osterloh and M. J. Jante. Effects of gas and liquid velocity on steady-state foam flow at high temperature. (SPE/DOE 24179), 1992.
- [31] M. Lotfollahi, R. Farajzadeh, M. Delshad, A. Varavei, and W. R. Rossen. Comparison of implicit-texture and population-balance foam models. *Journal of Natural Gas Science and Engineering*, 31:184–197, 2016.
- [32] F. P. Bretherton. The motion of long bubbles in tubes. *Journal of Fluid Mechanics*, 10(2):166, 1961.
- [33] A. Moradi-Araghi, E. L. Johnston, D. R. Zornes, and K. J. Harpole. Laboratory evaluation of surfactants for co<sub>2</sub>-foam applications at the south cowden unit. In *International Symposium on Oilfield Chemistry*, 1997.
- [34] R. Farajzadeh, M. Lotfollahi, A. A. Eftekhari, W. R. Rossen, and Hirasaki, G. J. H. Effect of permeability on implicit-texture foam model parameters and the limiting capillary pressure. *Energy & Fuels*, 29(5):3011–3018, 2015.
- [35] Y. Zeng, K. Ma, R. Farajzadeh, M. Puerto, S. L. Biswal, and G. J. Hirasaki. Effect of surfactant partitioning between gaseous phase and aqueous phase on  $\text{CO}_2$  foam transport for enhanced oil recovery. *Transport in Porous Media*, 114(3):777–793, 2016.
- [36] S. A. Jones, G. Laskaris, S. Vincent-Bonnieu, R. Farajzadeh, and W. R. Rossen. Surfactant effect on foam: From core flood experiments to implicit-texture foam-model parameters. In *SPE Improved Oil Recovery Conference*. Society of Petroleum Engineers, 2016.
- [37] A. I. Jiménez and C. J. Radke. Dynamic stability of foam lamellae flowing through a periodically constricted pore. In Duane H. Smith, editor, *Surfactant-Based Mobility Control*, volume 396 of *ACS Symposium Series*, pages 460–479. American Chemical Society, Washington, DC, 1988.
- [38] A. R. Kavscek and H. J. Bertin. Foam mobility in heterogeneous porous media. *Transport in Porous Media*, 52(1):37–49, 2003.
- [39] T. J. Myers and C. J. Radke. Transient foam displacement in the presence of residual oil: Experiment and simulation using a population-balance model. *Industrial & Engineering Chemistry Research*, 39(8):2725–2741, 2000.
- [40] R. Farajzadeh, A. Andrianov, R. Krastev, G. J. Hirasaki, and W. R. Rossen. Foam-oil interaction in porous media: implications for foam assisted enhanced oil recovery. *Advances in colloid and interface science*, 183-184:1–13, 2012.
- [41] M. M. Almajid and A. R. Kavscek. Pore-level mechanics of foam generation and coalescence in the presence of oil. *Advances in colloid and interface science*, 2015.
- [42] A. D. Nikolov, D. T. Wasan, D. W. Huang, and D. A. Edwards. The effect of oil on foam stability: Mechanisms and implications for oil displacement by foam in porous media. In *SPE Annual Technical Conference and Exhibition*. Society of Petroleum Engineers, 2013.

- 
- [43] J. H. Duerksen. Laboratory study of foaming surfactants as steam-diverting additives. *SPE Reservoir Engineering*, 1(01):44–52, 2013.
- [44] G. G. Bernard and L. W. Holm. Effect of foam on permeability of porous media to gas. *Society of Petroleum Engineers Journal*, 4(03):267–274, 2013.
- [45] L. L. Schramm and J. J. Novosad. The destabilization of foams for improved oil recovery by crude oils: Effect of the nature of the oil. *Journal of Petroleum Science and Engineering*, 7(1-2):77–90, 1992.
- [46] S. A. Farzaneh and M. Sohrabi. Experimental investigation of co<sub>2</sub>-foam stability improvement by alkaline in the presence of crude oil. *Chemical Engineering Research and Design*, 94:375–389, 2015.
- [47] J. A. Jensen and F. Friedmann. Physical and chemical effects of an oil phase on the propagation of foam in porous media. In *SPE California Regional Meeting*. Society of Petroleum Engineers, 1986.
- [48] D. A. Hudgins and T. H. Chung. Long-distance propagation of foams. In *SPE/DOE Enhanced Oil Recovery Symposium*. Society of Petroleum Engineers, 1990.
- [49] S. H. Yang and R. L. Reed. Mobility control using co<sub>2</sub> forms. In *SPE Annual Technical Conference and Exhibition*. Society of Petroleum Engineers, 1989.
- [50] R. Mensire and E. Lorenceau. Stable oil-laden foams: Formation and evolution. *Advances in colloid and interface science*, 247:465–476, 2017.
- [51] R. Mensire, K. Piroird, and E. Lorenceau. Capillary imbibition of aqueous foams by miscible and nonmiscible liquids. *Physical review. E, Statistical, nonlinear, and soft matter physics*, 92(5):053014, 2015.
- [52] K. Piroird and E. Lorenceau. Capillary flow of oil in a single foam microchannel. *Physical review letters*, 111(23):234503, 2013.
- [53] A. R. Kavscek, T. W. Patzek, and C. J. Radke. A mechanistic population balance model for transient and steady-state foam flow in boise sandstone. *Chemical Engineering Science*, 50(23):3783–3799, 1995.
- [54] C. J. Radke and J. V. Gillis. A dual gas tracer technique for determining trapped gas saturation during steady foam flow in porous media. In *SPE Annual Technical Conference and Exhibition*, 1990.
- [55] Q. P. Nguyen, M. H. Thissen, and P. L. Zitha. Effect of trapped foam on gas tracer diffusion in a visual microflow model. In *SPE/DOE Improved Oil Recovery Symposium*. Society of Petroleum Engineers, 2002.
- [56] Q. P. Nguyen, W. R. Rossen, P. L. Zitha, and P. K. Currie. Determination of gas trapping with foam using x-ray computed tomography and effluent analysis. *SPE Journal*, 14(02):222–236, 2009.

- 
- [57] J. G. Roof. Snap-off of oil droplets in water-wet pores. *Society of Petroleum Engineers Journal*, 10(01):85–90, 1970.
- [58] T. C. Ransohoff and C. J. Radke. Mechanisms of foam generation in glass-bead packs. *SPE Reservoir Engineering*, 3(02):573–585, 1988.
- [59] K. T. Chambers and C. J. Radke. Capillary phenomena in foam flow through porous media. In Norman R. Morrow, editor, *Interfacial phenomena in petroleum recovery*, volume v. 36 of *Surfactant science series*. Marcel Dekker, New York, 1991.
- [60] A. Vrij. Possible mechanism for the spontaneous rupture of thin, free liquid films. *Discussions of the Faraday Society*, 42:23, 1966.
- [61] A. S. Aronson, V. Bergeron, M. E. Fagan, and C. J. Radke. The influence of disjoining pressure on foam stability and flow in porous media. 83:109–120, 1994.
- [62] K. Ma, G. Ren, K. Mateen, D. Morel, and P. Cordelier. Literature review of modeling techniques for foam flow through porous media. In *SPE Improved Oil Recovery Symposium*, 2014.
- [63] G. Ren. *Dynamics of Supercritical CO<sub>2</sub> Foam in Porous Media with CO<sub>2</sub> Soluble Surfactants*. PhD thesis, 2012.
- [64] Q. P. Nguyen, A. V. Alexandrov, P. L. Zitha, and P. K. Currie. Experimental and modeling studies on foam in porous media: A review. In *SPE International Symposium on Formation Damage Control*, 2000.
- [65] M. C. Leverett. Capillary behavior in porous solids. *Transactions of the AIME*, 142(01):152–169, 1941.
- [66] C. H. Marfoe, H. Kazemi, and W. F. Ramirez. Numerical simulation of foam flow in porous media. In *SPE Annual Technical Conference and Exhibition*, 1987.
- [67] M. R. Islam and S. F. Ali. Numerical simulation of foam flow in porous media. In *Annual Technical Meeting*, 1988.
- [68] V. K. Shrivastava, A. K. Singhal, D. A. Coombe, and J.D.M. Belgrave. Numerical simulation of foam flooding for sweep improvement. In *Annual Technical Meeting*, 1997.
- [69] H. Martinsen and F. Vassenden. Foam assisted water alternating gas (fawag) process on snorre. In *IOR 1999 - 10th European Symposium on Improved Oil Recovery*, Proceedings. EAGE Publications BVNetherlands, 1999.
- [70] L. Cheng, A. B. Reme, D. Shan, D. A. Coombe, and W. R. Rossen. Simulating foam processes at high and low foam qualities. In *SPE/DOE Improved Oil Recovery Symposium*, 2000.
- [71] W. R. Rossen and W. J. Renkema. Success of foam sag processes in heterogeneous reservoirs. In *SPE Annual Technical Conference and Exhibition*, 2007.
- [72] B. Braconnier, E. Flauraud, and Q. L. Nguyen. Efficient scheme for chemical flooding simulation. *Oil & Gas Science and Technology – Revue d’IFP Energies nouvelles*, 69(4):585–601, 2014.

- [73] Y. Zeng, A. Muthuswamy, K. Ma, L. Wang, R. Farajzadeh, M. Puerto, S. Vincent-Bonnieu, A. A. Eftekhari, Y. Wang, C. Da, J. C. Joyce, S. L. Biswal, and G. J. Hirasaki. Insights on foam transport from a texture-implicit local-equilibrium model with an improved parameter estimation algorithm. *Industrial & Engineering Chemistry Research*, 55(28):7819–7829, 2016.
- [74] C. S. Boeije and W. R. Rossen. Fitting foam-simulation-model parameters to data: I. coinjection of gas and liquid. *SPE Reservoir Evaluation & Engineering*, 18(02):264–272, 2015.
- [75] W. R. Rossen, S. C. Zeilinger, J. X. Shi, and M. T. Lim. Simplified mechanistic simulation of foam processes in porous media. *SPE Journal*, 4(03):279–287, 1999.
- [76] S. I. Kam, Q. P. Nguyen, Q. Li, and W. R. Rossen. Dynamic simulations with an improved model for foam generation. *SPE Journal*, 12(01):35–48, 2007.
- [77] A. R. Kovscek, Q. Chen, and M. Gerritsen. Modeling foam displacement with the local-equilibrium approximation: Theory and experimental verification. *SPE Journal*, 15(01):171–183, 2010.
- [78] L. Kapetas, S. Vincent-Bonnieu, R. Farajzadeh, A. A. Eftekhari, S. R. Mohd-Shafian, R. Z. Kamarul Bahrim, and W. R. Rossen. Effect of permeability on foam-model parameters - an integrated approach from coreflood experiments through to foam diversion calculations. 18<sup>th</sup> *European Symposium on Improved Oil Recovery, Dresden, 14-16 April*, 2015.
- [79] T. W. Patzek. Description of foam flow in porous media by the population balance method. In Duane H. Smith, editor, *Surfactant-Based Mobility Control*, volume 373 of *ACS Symposium Series*, pages 326–341. American Chemical Society, Washington, DC, 1988.
- [80] T. C. Ransohoff, P. A. Gauglitz, and C. J. Radke. Snap-off of gas bubbles in smoothly constricted noncircular capillaries. *AIChE Journal*, 33(5):753–765, 1987.
- [81] A. R. Kovscek. *Foam Displacement in Porous Media: Experiment and Mechanistic Prediction by the Population Balance Method*. PhD thesis, University of California at Berkeley, Berkeley, California, 1993.
- [82] S. I. Chou. Conditions for generating foam in porous media. In *SPE Annual Technical Conference and Exhibition*, 1991.
- [83] S. I. Kam and W. R. Rossen. A model for foam generation in homogeneous media. *SPE Journal*, 8(04):417–425, 2003.
- [84] S. I. Kam. Improved mechanistic foam simulation with foam catastrophe theory. *Colloids and Surfaces A: Physicochemical and Engineering Aspects*, 318(1-3):62–77, 2008.
- [85] A. R. Kovscek, T. W. Patzek, and C. J. Radke. Mechanistic foam flow simulation in heterogeneous and multidimensional porous media. *Society of Petroleum Engineers Journal*, 2, 1997.

- 
- [86] H. Wong, C. J. Radke, and S. Morris. The motion of long bubbles in polygonal capillaries. part 1. thin films. *Journal of Fluid Mechanics*, 292(-1):71, 1995.
- [87] H. Wong, C. J. Radke, and S. Morris. The motion of long bubbles in polygonal capillaries. part 2. drag, fluid pressure and fluid flow. *Journal of Fluid Mechanics*, 292(-1):95, 1995.
- [88] M. J. Fuerstman, A. Lai, M. E. Thurlow, S. S. Shevkoplyas, H. A. Stone, and G. M. Whitesides. The pressure drop along rectangular microchannels containing bubbles. *Lab on a Chip*, 7(11):1479, 2007.
- [89] C. Pozrikidis. *Fluid dynamics: Theory, computation, and numerical simulation : accompanied by the software library FDLIB*. Kluwer Academic Publishers, Boston, 2001.
- [90] P. Parthiban and S. A. Khan. Filtering microfluidic bubble trains at a symmetric junction. *Lab on a chip*, 12(3):582–588, 2012.
- [91] V. Hourtane, H. Bodiguel, and A. Colin. Dense bubble traffic in microfluidic loops: Selection rules and clogging. *Physical review. E*, 93(3):032607, 2016.
- [92] H. Virgine. *Ecoulement de mousses dans des modèles de milieux poreux*. PhD thesis, Université de Bordeaux, Bordeaux, 2014.
- [93] N. Quennouz, M. Ryba, J.-F. Argillier, B. Herzhaft, Y. Peysson, and N. Pannacci. Microfluidic study of foams flow for enhanced oil recovery (eor). *Oil & Gas Science and Technology – Revue d’IFP Energies nouvelles*, 69(3):457–466, 2014.
- [94] P. L. Zitha and D. X. Du. A new stochastic bubble population model for foam flow in porous media. *Transport in Porous Media*, 83(3):603–621, 2010.
- [95] P. L. Zitha, D. X. Du, M. Uijttenhout, and Q. P. Nguyen. Numerical analysis of a new stochastic bubble population foam model. In *SPE/DOE Symposium on Improved Oil Recovery*. Society of Petroleum Engineers, 2006.
- [96] A. Mauray, M. Chabert, and H. Bodiguel. Foam flow in porous media. *13èmes journées d’études des milieux poreux (JEMP2016)*, 2016.
- [97] G.-Q. Tang and A. R. Kavscek. Trapped gas fraction during steady-state foam flow. *Transport in Porous Media*, 65(2):287–307, 2006.
- [98] O. Fergui. *Ecoulement instationnaire de mousses en milieu poreux*. PhD thesis, Université de Bordeaux, Bordeaux, 1995.
- [99] Maryam, N. Z. *Simulation and Optimization of Foam EOR Processes*. PhD thesis, delft university of technology, 2011.
- [100] D. T. Hatzivramidis, B. R. Alameddine, H. G. Weinstein, N. F. Djabbarah, and J. M. Revay. A mechanistic foam model for simulation of steamfoam field applications. In *SPE Annual Technical Conference and Exhibition*, 1995.
- [101] O. Gassara, F. Douarche, B. Braconnier, and B. Bourbiaux. Equivalence between semi-empirical and population-balance foam models. *Transport in Porous Media*, 6(3):325, 2017.



- 
- [102] S. E. Buckley and M. C. Leverett. Mechanism of fluid displacement in sands. *Trans. AIME*, 146(1):107–116, 1942. SPE-942107-G.
- [103] G. P. Willhite. *Waterflooding*, volume v. 3 of *SPE textbook series*. Society of Petroleum Engineers, Richardson, TX, 1986.
- [104] R.L. Christiansen. *Two-phase Flow Through Porous Media: Theory, Art and Reality of Relative Permeability and Capillary Pressure*. R.L. Christiansen, 2001.
- [105] G. A. Pope. The application of fractional flow theory to enhanced oil recovery. *Society of Petroleum Engineers Journal*, 20(03):191–205, 1980.
- [106] L. W. Lake. *Enhanced Oil Recovery*. Prentice-Hall, 1989.
- [107] W. R. Rossen, A. Venkatraman, R. T. Johns, K. R. Kibodeaux, H. Lai, and N. Moradi Tehrani. Fractional flow theory applicable to non-newtonian behavior in eor processes. *Transport in Porous Media*, 89(2):213–236, 2011.
- [108] Z. Zhou and W. R. Rossen. Applying fractional flow theory to foam processes at the limiting capillary pressure. *SPE Advanced Technology Series*, 3(01):154–162, 1995.
- [109] E. Ashoori, D. Marchesin, and W. R. Rossen. Roles of transient and local equilibrium foam behavior in porous media: Traveling wave. *Colloids and Surfaces A: Physicochemical and Engineering Aspects*, 377(1-3):228–242, 2011.
- [110] O. Gassara, F. Douarche, B. Braconnier, and B. Bourbiaux. Calibrating and interpreting implicit-texture models of foam flow through porous media of different permeabilities. *Journal of Petroleum Science and Engineering*, 2017.
- [111] A. Moradi-Araghi, E. L. Johnston, D. R. Zornes, and K. J. Harpole. Laboratory evaluation of surfactants for CO<sub>2</sub>-foam applications at the South Cowden Unit. *International Symposium on Oilfield Chemistry, Houston, Texas*, 1997.
- [112] K. Ma, J. L. Lopez-Salinas, M. C. Puerto, C. A. Miller, S. L. Biswal, and G. J. Hirasaki. Estimation of parameters for the simulation of foam flow through porous media. part 1: the dry-out effect. *Energy & Fuels*, 27(5):2363–2375, 2013.
- [113] L. G. Pedroni and L. Nabzar. New insights on foam rheology in porous media. *Rio Oil and Gas Expo and Conference 2016 Proceedings*, (IBP. ISSN 2525 7560), 2016.
- [114] R. Farokhpoor, E. Westphal, N. Idowu, P. E. Oren, and B. Fletcher, editors. *gas water steady-state relative permeability determination with two approaches: experimental and digital rock analysis, strenght and weaknesses*, 2016.
- [115] D. K. Keelan. A practical approach to determination of imbibition gas-water relative permeability. *Journal of Petroleum Technology*, pages 199–204, 1976.
- [116] J. Hagoort. *Fundamentals of gas reservoir engineering*, volume 23 of *Developments in petroleum science*. Elsevier and Distributors for the U.S. and Canada, Elsevier Science Pub. Co, Amsterdam and New York and New York, NY, U.S.A., 1988.

- 
- [117] W. R. Rossen and Z. H. Zhou. Modeling foam mobility at the limiting capillary pressure. *SPE Advanced Technology Series*, 3(01):146–153, 1995.
- [118] R. H. Brooks and T. Corey. Properties of porous media affecting fluid flow. *Journal of the Irrigation and Drainage Division*, IR2(Proceedings of the American Society of Civil Engineers), 1966.
- [119] O. Gassara. Interprétation des perméabilités relatives dans le cas de mousses à partir d’expériences de micro-fluidique. *Note technique R164-OG/db-04-2016, IFP Energies nouvelles*, 2015.