



**HAL**  
open science

# Amélioration par la gestion de redondance du comportement des robots à structure hybride sous sollicitations d'usinage

Richard Cousturier

► **To cite this version:**

Richard Cousturier. Amélioration par la gestion de redondance du comportement des robots à structure hybride sous sollicitations d'usinage. Génie mécanique [physics.class-ph]. Université Clermont Auvergne [2017-2020], 2017. Français. NNT: 2017CLFAC090 . tel-01936694

**HAL Id: tel-01936694**

**<https://theses.hal.science/tel-01936694v1>**

Submitted on 27 Nov 2018

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Université CLERMONT AUVERGNE

Ecole Doctorale  
Science pour l'Ingénieur de Clermont Ferrand

**Thèse de Doctorat**

Présentée par

**Richard COUSTURIER**

En vue d'obtenir le grade de

**Docteur d'Université**

**Spécialité : Génie Mécanique**

**Amélioration par la gestion de redondances du  
comportement des robots à structure hybride sous  
sollicitations d'usinage**

Soutenue publiquement le 30 Novembre 2017 devant le jury :

Mme Claire LARTIGUE	Professeur des Universités, Université Paris-Sud	Présidente
M. Benoît FURET	Professeur des Universités, IRCCyn, Université de Nantes	Rapporteur
M. Peter MITROUCHEV	Maître de conférences HDR, G-SCOP, INPG	Rapporteur
M. Grigore GOGU	Professeur des Universités, Institut Pascal, Sigma	Directeur de thèse
M. Youcef MEZOUAR	Professeur des Universités, Institut Pascal, Sigma	Co-directeur de thèse
M. Laurent SABOURIN	Maître de conférences HDR, Institut Pascal, Sigma	Encadrant

Institut Pascal  
UMR 6602 UCA/CNRS/SIGMA



## Remerciements

**M**es premiers remerciements sont adressés à M. Grigore Gogu en sa qualité d'ancien directeur du Laboratoire de Mécanique et d'Ingénierie de Clermont-Ferrand, à M. Michel Dhôme en sa qualité de directeur de l'Institut Pascal et à M. Pascal Ray en sa qualité de directeur de l'Institut Français de Mécanique Avancée. Je les remercie pour les moyens humains et techniques qui ont été mis en œuvre dans le cadre de ce travail de thèse.

**J**e remercie aussi très sincèrement les membres du jury qui ont accepté d'évaluer mes travaux et mes différentes contributions scientifiques. Merci donc à Mme Claire Lartigue pour ses qualités de président du Jury et à M. Benoît Furet et M. Peter Mitrouchev pour la pertinence de leurs critiques envers ce manuscrit.

**J**e remercie M. Grigore Gogu pour ses qualités de directeur de thèse. Ses remarques pointues, son expérience et son soutien sont autant d'éléments qui m'ont permis de vivre au mieux mes travaux de thèse. Je le remercie aussi pour la patience dont il a fait preuve à mon égard.

**J**e remercie M. Youcef Mezouar en sa qualité de co-directeur de thèse. Ses conseils avisés m'auront beaucoup aidé à finaliser cette thèse.

**J**e remercie M. Laurent Sabourin pour son soutien sans faille. Ce fut un réel plaisir de travailler ensemble.

**J**e remercie les financeurs de cette thèse. En effet, Ce travail a bénéficié d'une aide de l'État gérée par l'Agence Nationale de la Recherche au titre du programme Investissements d'avenir dans le cadre du projet EquipEx Robotex (ANR-10-EQPX-44), d'une aide de l'Union Européenne au titre du Programme Compétitivité Régionale et Emploi 2007-2013 (FEDER – Région Auvergne), d'une aide de l'Institut Français de Mécanique Avancée, et d'une aide de la Région Auvergne).

**J**e remercie toutes les personnes de chez ABB que j'ai pu côtoyer.

**J**e remercie l'IRCCyN pour sa contribution à mes travaux de thèse.

**U**n grand merci aux différents doctorants, ingénieurs du laboratoire et techniciens avec qui j'ai pu travailler. Votre aide fut précieuse pour atteindre mes objectifs.

**U**n grand merci à tous les enseignants chercheurs, professeurs agrégés et professeurs pour leurs excellents échanges. Ils m'ont apporté énormément jusqu'à l'obtention de mon diplôme d'ingénieur mais aussi jusqu'à l'obtention de mon doctorat. Un merci à Olivier D., Hélène C., Vincent G., Nicolas B., Cécile M., Chedli B., Laurent K., Michel D., Caroline B., Sarah D., David T., Khalid K., Claude G., Jean-Christophe F., Sylvain C., Bruno A., Thierry R., Patrice T., Emmanuel D., Roland L..

**U**n merci chaleureux au personnel du Centre de Transfert de Technologie de l'IFMA. Merci à Nicolas B. pour son dynamisme et son soutien !

**U**n Grand merci à ceux avec qui j'ai pu partager ces années de thèse et dont le soutien et les conseils ont été précieux.

**M**es plus grands remerciements sont tout droit destinés à l'amour de ma vie qui m'a poussé à terminer cette thèse et m'a apporté tout le soutien possible et imaginable.

**J**e souhaite remercier mes parents qui m'ont toujours soutenu et aidé à atteindre mes objectifs, quel que soit le domaine. Vous rendre fiers est ma plus belle réalisation à ce jour !

**J**e tiens aussi à remercier mon chat Jack qui a été mon compagnon de travail pendant toute ma période d'écriture.

**J**e dédie cette thèse à Eva, à mes parents et à mon chat Jack.

## Table des matières

<b>Remerciements</b> .....	<b>3</b>
<b>Table des matières</b> .....	<b>5</b>
<b>Table des illustrations</b> .....	<b>9</b>
<b>Index des tableaux</b> .....	<b>14</b>
<b>Principales notations</b> .....	<b>15</b>
<b>Introduction</b> .....	<b>17</b>
<b>CHAPITRE 1 : Etat de l'art</b> .....	<b>19</b>
1.1 Contexte général .....	19
1.1.1 Contexte de l'usinage robotisé .....	19
1.2 Capabilités et espaces de travail associés .....	22
1.2.1 Espace de travail .....	22
1.2.2 Espace cinématique .....	23
1.2.3 Espace de précision .....	24
1.2.4 Espace de travail optimisé .....	29
1.3 Apports de la redondance .....	29
1.4 Apports de la redondance en usinage robotisé .....	30
1.4.1 Redondance fonctionnelle .....	31
1.4.2 Redondance structurale .....	32
1.5 Modélisation élasto-statique des robots .....	34
1.6 Objectifs de la thèse .....	35
1.7 Conclusion .....	36
<b>CHAPITRE 2 : Démarche d'optimisation du comportement de cellules robotisées redondantes</b> .....	<b>37</b>
2.1 Présentation des cellules .....	37
2.2 Eléments de modélisation .....	38
2.2.1 Modèle géométrique direct .....	39
2.2.2 Modèle géométrique inverse .....	41
2.2.3 Modèle cinématique direct .....	42
2.3 Modèles géométriques et cinématiques des cellules .....	43
2.3.1 Modélisation du robot hybride à structure mécanique à parallélogramme IRB6660 .....	43
2.3.2 Cellule à 9 ddls associée au robot IRB6660 .....	45
2.3.3 Synchronisation des articulations .....	46
2.4 Résolution de la redondance .....	47
2.4.1 Pseudo-inverse de Moore-Penrose LN (Least Norm) .....	48
2.4.2 Méthode du gradient projeté GPM (Gradient Projection Method) .....	49
2.5 Formalisation du problème .....	50
2.6 Méthode d'optimisation .....	50
2.6.1 Optimisations basées sur le gradient de la fonction objectif .....	51
2.6.2 Pondération variable .....	51
2.7 Critères d'optimisation .....	52
2.7.1 Critère de butées .....	52
2.7.2 Critère de singularité .....	52
2.7.3 Critère de capacité cinématique et mécanique .....	53

2.7.4 Critères liés aux sollicitations du procédé de coupe .....	55
2.7.5 Critère de rigidité .....	55
2.8 Outil d'optimisation .....	56
2.8.1 Logiciel de PHL Robotstudio® .....	56
2.8.2 Fonctionnalités de l'outil développé .....	56
2.8.3 Algorithme d'optimisation .....	57
2.8.4 Mise en œuvre de l'optimisation .....	59
2.9 Conclusion .....	63
<b>CHAPITRE 3 : Etude de la rigidité et des critères .....</b>	<b>65</b>
3.1 Modélisation Eléments Finis du manipulateur ABB IRB6660 .....	65
3.1.1 Modèle corps rigide/liaison flexible .....	65
3.1.2 Identification des rigidités articulaires .....	68
3.1.3 Modèle corps flexible/liaison rigide .....	71
3.1.4 Modèle corps flexible/liaison flexible .....	72
3.2 Paramétrage de l'étude des critères .....	75
3.3 Evolution des critères dans le plan xOy .....	76
3.3.1 Influence du positionnement suivant z du plan xOz .....	78
3.3.2 Influence du changement de configuration lié à la redondance fonctionnelle ...	83
3.3.3 Evolution du critère $\Phi_m$ sous sollicitations d'usinage .....	85
3.4 Evolution des critères dans le plan yOz .....	87
3.4.1 Evolution des critères pour la configuration élément 5 horizontal .....	87
3.4.2 Evolution des critères pour la configuration élément 5 vertical .....	89
3.4.3 Influence du positionnement suivant x du plan yOz configuration élément 5 horizontal .....	90
3.4.4 Influence du positionnement suivant x du plan yOz configuration élément 5 vertical .....	94
3.4.5 Influence du changement de configuration lié à la redondance fonctionnelle ...	98
3.4.6 Evolution du critère $\Phi_m$ sous sollicitations d'usinage .....	100
3.5 Evolution des critères dans le plan xOz .....	103
3.5.1 Evolution des critères pour la configuration élément 5 horizontal .....	103
3.5.2 Evolution des critères pour la configuration élément 5 vertical .....	104
3.5.3 Influence du positionnement suivant y du plan xOz configuration élément 5 horizontal .....	106
3.5.4 Influence du positionnement suivant y du plan xOz configuration élément 5 vertical .....	110
3.5.5 Influence du changement de configuration lié à la redondance fonctionnelle ...	114
3.5.6 Evolution du critère $\Phi_m$ sous sollicitations d'usinage .....	115
3.6 Conclusion .....	118
<b>CHAPITRE 4 : Applications et résultats .....</b>	<b>121</b>
4.1 Identification des rigidités articulaires .....	121
4.1.1 Environnement expérimental .....	121
4.1.2 Mesure des déviations et des efforts .....	122
4.1.3 Première identification des rigidités articulaires .....	123
4.1.4 Raffinement des valeurs de rigidités articulaires .....	124
4.2 Mise en œuvre de la cellule robotique d'usinage .....	129
4.3 Etude du comportement en rigidité sous sollicitations d'usinage .....	131
4.3.1 Efforts de coupe .....	132
4.3.2 Etude du critère de rigidité .....	133
4.3.3 Analyse des résultats d'usinage .....	137
4.4 Planification de trajectoire appliquée à une pièce test .....	138

---

4.4.1 Evaluation des efforts de coupe .....	139
4.4.2 Planification de la trajectoire S1 .....	139
4.4.3 Planification de la trajectoire C1 .....	144
4.4.4 Analyse des résultats .....	147
4.5 Conclusion .....	150
<b>Conclusion et Perspectives .....</b>	<b>151</b>
<b>Références bibliographiques .....</b>	<b>155</b>
<b>Annexes .....</b>	<b>165</b>
<b>Annexe 2-1 .....</b>	<b>165</b>
<b>Annexe 2-2 .....</b>	<b>169</b>
<b>Annexe 3-1 .....</b>	<b>175</b>
<b>Annexe 3-2 .....</b>	<b>189</b>
<b>Annexe 4-1 .....</b>	<b>191</b>
<b>Annexe 4-2 .....</b>	<b>193</b>
<b>Annexe 4-3 .....</b>	<b>197</b>
<b>Résumé .....</b>	<b>199</b>





## Table des illustrations

### Figures associées au chapitre 1

Figure 1-1 : Machines-outils parallèles d'usinage : HexaM de TOYODA (a) et cosmo center PM-600 de OKUMA(b), Architecture hybride d'usinage: PKM Tricept(c), Exechon(d) .....	20
Figure 1-2 : ABB IRB6660 (a), Staubli RX170HSM (b), Kuka Kr 240 (c) .....	21
Figure 1-3 : Correspondance entre les vitesses articulaires et opérationnelles réalisables dans un espace de dimension 2 (a) ; correspondance entre les efforts articulaires et opérationnels réalisables dans un espace de dimension 2 (b) .....	24
Figure 1-4 : Exactitude (a) et répétabilité (b) .....	24
Figure 1-5 : Contribution de chaque axe sur le déplacement du TCP lors d'un cycle de chauffe d'une heure d'un robot anthropomorphe [Cherif et al. 2010] .....	25
Figure 1-6 : Schéma-bloc de la double implémentation de PID tenant compte des écrêtages [Le Lann 2007] .....	25
Figure 1-7 : Modélisation d'un actionneur [Ostring et al. 2003] (a), [Oueslati et al. 2012] (b) .....	26
Figure 1-8 : Analyse numérique des modes vibratoires d'un manipulateur [Karagulle et al. 2012] ....	26
Figure 1-9 : Marquage important de la pièce dû aux vibrations du manipulateur [Pan et al. 2006] ....	27
Figure 1-10 : Evaluation de la rigidité cartésienne suivant la direction z [Abele et al. 2007] (a) [Sörnmo et al. 2012] (b) .....	27
Figure 1-11 : Compensation de la trajectoire en temps réel soumis à effort de coupe (a), précision d'usinage inférieure à 0.2mm (b) [Wang et al. 2009] .....	28
Figure 1-12 : Usinage en configuration de rigidité maximale (a) et minimale (b) [Olabi et al. 2010] ..	28
Figure 1-13 : Quantification des erreurs des architectures robots – Figure basée sur [Pritschow et al. 2002] .....	29
Figure 1-14 : Minimisation des couples induits [Zanchettin et al. 2011] (a), usinage sur pièce en bois [Xiao et al. 2011] (b) .....	31
Figure 1-15 : Optimisation du comportement : éloignement de la singularité (a et b), amélioration du comportement (c et d) [Xiao et al. 2011] .....	31
Figure 1-16 : Utilisation de la redondance fonctionnelle pour la planification de trajectoire .....	31
Figure 1-17 : Redondance fonctionnelle (a), évaluation de la déviation et trajectoire minimisant la fonction objectif (b) [Caro et al. 2013], évaluation du critère RTR [Zargarbashi et al. 2012] (c) .....	31
Figure 1-18 : Fraisage robotisé sur gouverne d'avion (a), cellule robotisée à 8 ddls (b) .....	32
Figure 1-19 : Système piezo à 3 ddls portant la broche (a), cellule d'usinage (b), déplacement de la broche suivant l'axe X et erreurs de précision obtenues (c) [Schneider et al. 2013] .....	32
Figure 1-20 : Cellule à 8 ddls pour l'usinage de polystyrène [Andres et al. 2011] (a), cellule à 8 ddls pour le parachèvement de pièces structurales en fonderie aluminium [Robin et al. 2011] (b) .....	33
Figure 1-21 : Cellule à 9 ddls (a), trajectoire avant et après optimisation [Subrin 2013] (b) .....	33
Figure 1-22 : Modèle grey-box [Wernholt & Gunnarsson 2005] (a), modèle VJM (Virtual joint modeling) [Pashkevich et al. 2011] (b) .....	33
Figure 1-23 : Modèle FEM [Karagulle et al. 2012] Modèle FEM du robot T3R1 [Bouzgarrou et al. 2003], Modèle FEM du robot Tricept [Wang et al. 06] (c) .....	35

### Figures associées au chapitre 2

Figure 2-1 : Vue en perspective de la cellule robotisée d'usinage .....	38
Figure 2-2 : Poste à table fixe (a) et cellule à 9 ddls (b) .....	38
Figure 2-3 : Exemple de modélisation associée à la méthode TCS .....	39
Figure 2-4 : Robot hybride à structure mécanique à parallélogramme (a), graphe (b) .....	43
Figure 2-5 : Modélisation de l'IRB6660 par la méthode TCS .....	43
Figure 2-6 : Singularité du poignet (a), singularité du coude (b), singularité de l'épaule non atteignable (c) .....	45
Figure 2-7 : Modélisation de l'architecture à 9 ddls par la méthode TCS .....	46
Figure 2-8 : Inversion du mouvement .....	47

Figure 2-9 : Représentation du domaine acceptable pour le choix de $\alpha$ [Luenberger2003] .....	50
Figure 2-10 : Fonction de poids et seuils associés aux différents critères .....	51
Figure 2-11 : Modélisation partielle de l'action de coupe en fraisage [Albert 2010] (a), résultante des efforts de coupe $F_c$ (b) [Robin 2007] .....	55
Figure 2-12 : Représentation de la cellule d'usinage dans RobotStudio® .....	56
Figure 2-13 : Représentation de la cellule d'usinage sous Matlab® .....	57
Figure 2-14 : Fonctionnalités de l'outil d'optimisation .....	57
Figure 2-15 : Algorithme utilisé .....	58
Figure 2-16 : Interface de réglage des paramètres d'optimisation .....	60
Figure 2-17 : Gestion de la redondance fonctionnelle d'angle $\Delta$ autour de $z_{TCP}$ par suppression de la ligne associée .....	60
Figure 2-18 : Structures des données de poses .....	61
Figure 2-19 : Discrétisation des poses pour la gestion du temps .....	62
Figure 2-20 : Visualisation des articulations hors courses d'une pose inaccessible .....	62

### Figures associées au chapitre 3

Figure 3-1 : Conditionnement de la Jacobienne basée sur la norme de Frobenius .....	66
Figure 3-2 : Conditionnement de la matrice Jacobienne dans l'espace de travail (a) et dans l'espace articulaire (b) .....	67
Figure 3-3 : Position des mires et sollicitations des liaisons 2 à 6 (a), enregistrement des efforts (b) ..	68
Figure 3-4 : Rigidités articulaires expérimentales liaisons 2 à 6 (1323N) .....	69
Figure 3-5 : Rigidités articulaires expérimentales liaisons 2 à 6 (750N) .....	69
Figure 3-6 : Rigidités articulaires expérimentales liaisons 2 à 6 (1360N) .....	70
Figure 3-7 : Rigidités articulaires expérimentales liaisons 2 à 6 (1860N) .....	70
Figure 3-8 : Synthèse des rigidités articulaires expérimentales .....	71
Figure 3-9 : Méthode d'obtention de l'erreur .....	72
Figure 3-10 : Géométrie IRB6660 (a), modélisation EF Ansys® (b), protocole expérimental (c) .....	73
Figure 3-11 : Carte expérimental de flèche (a), configurations du robot (b) .....	73
Figure 3-12 : Cartes des flèches expérimentales (a) (c), carte des flèches théoriques EF (b) (d) .....	74
Figure 3-13 : Cartes des flèches expérimentales sans prise en compte de la masse de l'outil (a), avec prise en compte de la masse de l'outil 89,9kg (b) .....	75
Figure 3-14 : Position de la broche .....	75
Figure 3-15 : IRB6660 et table (a), Cellule 9 axes avec table tilting montée sur track (b) .....	76
Figure 3-16 : Evolution des critères $\Phi_v$ , $\Phi_m$ , et $\Phi_r$ dans le plan xOy à $z=1050\text{mm}$ pour une direction de déplacement suivant x (a, c, e) et suivant y (b, d, f) .....	77
Figure 3-17 : Définition des poses suivant les 4 plans xOy .....	78
Figure 3-18 : Evolution du critère $\Phi_v$ pour une direction de déplacement suivant x .....	79
Figure 3-19 : Evolution du critère $\Phi_v$ pour une direction de déplacement suivant y .....	79
Figure 3-20 : Evolution des configurations pour un déplacement suivant la direction y .....	80
Figure 3-21 : Evolution du critère $\Phi_m$ pour une direction de déplacement suivant x .....	81
Figure 3-22 : Evolution du critère $\Phi_m$ pour une direction de déplacement suivant y .....	81
Figure 3-23 : Evolution du critère $\Phi_r$ pour une direction de déplacement suivant x .....	82
Figure 3-24 : Evolution du critère $\Phi_r$ pour une direction de déplacement suivant y .....	82
Figure 3-25 : Configuration du robot pour une réorientation d'angle $\Delta=45^\circ$ .....	83
Figure 3-26 : Evolution des critères $\Phi_v$ , $\Phi_m$ , et $\Phi_r$ dans le plan xOy pour une direction de déplacement suivant x (a, c, e) et suivant y (b, d, f) et une réorientation d'angle $\Delta$ de $45^\circ$ .....	84
Figure 3-27 : Effort de coupe $F_c$ pour un déplacement suivant x (a, b) et suivant y (c, d) .....	85
Figure 3-28 : Evolution de $\Phi_m$ pour une direction de déplacement suivant x (a, c) et suivant y (b, d) .	86
Figure 3-29 : Evolution de $\Phi_m$ pour une direction de déplacement suivant x (a, c) et suivant y (b, d) et une réorientation d'angle $\Delta$ de $45^\circ$ .....	86
Figure 3-30 : Configuration du robot élément 5 horizontal (a, b) et élément 5 vertical (c,d) .....	87
Figure 3-31 : Evolution des critères $\Phi_v$ , $\Phi_m$ , et $\Phi_r$ dans le plan yOz à $x=700\text{mm}$ pour une direction de déplacement suivent y (a, c, e) et suivant z (b, d, f) élément 5 horizontal .....	88

Figure 3-32 : Evolution des critères $\Phi_v$ , $\Phi_m$ , et $\Phi_r$ dans le plan yOz à $x=700\text{mm}$ pour une direction de déplacement suivant y (a, c, e) et suivant z (b, d, f) élément 5 vertical .....	89
Figure 3-33 : Définition des poses suivant les 4 plans yOz .....	90
Figure 3-34 : Evolution de $\Phi_v$ pour une direction de déplacement suivant y élément 5 horizontal .....	91
Figure 3-35 : Evolution de $\Phi_v$ pour une direction de déplacement suivant z élément 5 horizontal .....	91
Figure 3-36 : Evolution de $\Phi_m$ pour une direction de déplacement suivant y élément 5 horizontal .....	92
Figure 3-37 : Evolution de $\Phi_m$ pour une direction de déplacement suivant z élément 5 horizontal .....	92
Figure 3-38 : Evolution de $\Phi_r$ pour une direction de déplacement suivant y élément 5 horizontal .....	93
Figure 3-39 : Evolution de $\Phi_r$ pour une direction de déplacement suivant z élément 5 horizontal .....	93
Figure 3-40 : Définition des poses suivant les 4 plans yOz .....	94
Figure 3-41 : Evolution de $\Phi_v$ pour une direction de déplacement suivant y élément 5 vertical .....	95
Figure 3-42 : Evolution de $\Phi_v$ pour une direction de déplacement suivant z élément 5 vertical .....	95
Figure 3-43 : Evolution de $\Phi_m$ pour une direction de déplacement suivant y élément 5 vertical .....	96
Figure 3-44 : Evolution de $\Phi_m$ pour une direction de déplacement suivant z élément 5 vertical .....	96
Figure 3-45 : Evolution de $\Phi_r$ pour une direction de déplacement suivant y élément 5 vertical .....	97
Figure 3-46 : Evolution de $\Phi_r$ pour une direction de déplacement suivant z élément 5 vertical .....	97
Figure 3-47 : Configuration du robot pour une réorientation d'angle $\Delta=45^\circ$ .....	98
Figure 3-48 : Evolution des critères $\Phi_v$ , $\Phi_m$ , et $\Phi_r$ dans le plan yOz pour une direction de déplacement suivant y (a, c, e) et suivant z (b, d, f) et une réorientation d'angle $\Delta$ de $45^\circ$ .....	99
Figure 3-49 : Effort de coupe $F_c$ pour un déplacement suivant y (a, b) et suivant z (c, d) .....	100
Figure 3-50 : Evolution de $\Phi_m$ pour une direction de déplacement suivant y (a, c) et suivant z (b, d) élément 5 horizontal .....	101
Figure 3-51 : Evolution de $\Phi_m$ pour une direction de déplacement suivant y (a, c) et suivant z (b, d) élément 5 vertical .....	101
Figure 3-52 : Evolution de $\Phi_m$ pour une direction de déplacement suivant y (a, c) et suivant z (b, d) et une réorientation d'angle $\Delta$ de $45^\circ$ .....	102
Figure 3-53 : Configuration du robot élément 5 horizontal (a, b) et élément 5 vertical (c,d) .....	103
Figure 3-54 : Evolution des critères $\Phi_v$ , $\Phi_m$ , et $\Phi_r$ dans le plan xOz à $y=150\text{mm}$ pour une direction de déplacement suivant x (a, c, e) et suivant z (b, d, f) élément 5 horizontal .....	104
Figure 3-55 : Evolution des critères $\Phi_v$ , $\Phi_m$ , et $\Phi_r$ dans le plan xOz à $x=150\text{mm}$ pour une direction de déplacement suivant x (a, c, e) et suivant z (b, d, f) élément 5 vertical .....	105
Figure 3-56 : Définition des poses suivant les 4 plans xOz .....	106
Figure 3-57 : Evolution de $\Phi_v$ pour une direction de déplacement suivant x élément 5 horizontal .....	107
Figure 3-58 : Evolution de $\Phi_v$ pour une direction de déplacement suivant z élément 5 horizontal .....	107
Figure 3-59 : Evolution de $\Phi_m$ pour une direction de déplacement suivant x élément 5 horizontal .....	108
Figure 3-60 : Evolution de $\Phi_m$ pour une direction de déplacement suivant z élément 5 horizontal .....	108
Figure 3-61 : Evolution de $\Phi_r$ pour une direction de déplacement suivant x élément 5 horizontal .....	109
Figure 3-62 : Evolution de $\Phi_r$ pour une direction de déplacement suivant z élément 5 horizontal .....	109
Figure 3-63 : Définition des poses suivant les 4 plans xOz .....	110
Figure 3-64 : Evolution de $\Phi_v$ pour une direction de déplacement suivant x élément 5 vertical .....	111
Figure 3-65 : Evolution de $\Phi_v$ pour une direction de déplacement suivant z élément 5 vertical .....	111
Figure 3-66 : Evolution de $\Phi_m$ pour une direction de déplacement suivant x élément 5 vertical .....	112
Figure 3-67 : Evolution de $\Phi_m$ pour une direction de déplacement suivant z élément 5 vertical .....	112
Figure 3-68 : Evolution de $\Phi_r$ pour une direction de déplacement suivant x élément 5 vertical .....	113
Figure 3-69 : Evolution de $\Phi_r$ pour une direction de déplacement suivant z élément 5 vertical .....	113
Figure 3-70 : Configuration du robot pour une réorientation d'angle $\Delta=45^\circ$ .....	114
Figure 3-71 : Evolution des critères $\Phi_v$ , $\Phi_m$ , et $\Phi_r$ dans le plan xOz pour une direction de déplacement suivant x (a, c, e) et suivant z (b, d, f) et une réorientation d'angle $\Delta$ de $45^\circ$ .....	115
Figure 3-72 : Effort de coupe $F_c$ pour un déplacement suivant x (a, b) et suivant y (c, d) .....	116
Figure 3-73 : Evolution de $\Phi_m$ pour une direction de déplacement suivant x (a, c) et suivant z (b, d) élément 5 horizontal .....	117
Figure 3-74 : Evolution de $\Phi_m$ pour une direction de déplacement suivant x (a, c) et suivant z (b, d) élément 5 vertical .....	117

Figure 3-75 : Evolution de  $\Phi_m$  pour une direction de déplacement suivant x (a, c) et suivant z (b, d) et une réorientation d'angle  $\Delta$  de  $45^\circ$  ..... 118

#### Figures associées au chapitre 4

Figure 4-1 : Sollicitation de la liaison 1 (a), mesure de l'effort (b) et du couple (c) sur le capteur d'effort ATI 160 .....	121
Figure 4-2 : Définition des différents repères pour l'analyse de rigidité .....	122
Figure 4-3 : Configurations du robot (poses 6, 10) .....	123
Figure 4-4 : Représentation des rigidités articulaires (1323N) .....	124
Figure 4-5 : Configurations pour l'évaluation de la liaison 1 .....	125
Figure 4-6 : Configurations pour l'évaluation de la liaison 2 à 6 .....	125
Figure 4-7 : Evaluation de la liaison 1 (a), des liaisons 2 à 6 (b) .....	125
Figure 4-8 : Représentation des rigidités articulaires (870N) .....	126
Figure 4-9 : Représentation des rigidités articulaires (1360N) .....	127
Figure 4-10 : Représentation des rigidités articulaires (1860 N) .....	128
Figure 4-11 : Cellule robotique multi-redondante .....	129
Figure 4-12 : Broche d'usinage et capteur d'effort .....	130
Figure 4-13 : Table tilting intégré à la cellule robotique .....	130
Figure 4-14 : Dispositif expérimental .....	131
Figure 4-15 : Trajectoire1 usinage en avalant (a, b), trajectoire2 usinage en opposition (c, d) .....	131
Figure 4-16 : Enregistrement des efforts de coupe sur table dynamométrique .....	132
Figure 4-17 : Efforts exercés sur l'outil pour chaque trajectoire .....	133
Figure 4-18 : Trajectoire1 sans réorientation (a, b) et avec orientation $\Delta=45^\circ$ (c, d) .....	133
Figure 4-19 : Evolution de $\Phi_r$ , parcours en avalant (a), en opposition (b) .....	134
Figure 4-20 : Calcul des flèches de la pose P2 initiale (a, c) et avec orientation $\Delta=45^\circ$ (b, d) .....	134
Figure 4-21 : Calcul de flèches, parcours en avalant (a), en opposition (b) .....	135
Figure 4-22 : Trajectoire2 sans réorientation (a, b) et avec orientation $\Delta=-45^\circ$ (c, d) .....	135
Figure 4-23 : Evolution de $\Phi_r$ , parcours en avalant (a), en opposition (b) .....	136
Figure 4-24 : Calcul des flèches de la pose P2 initiale (a) et avec orientation $\Delta=45^\circ$ (b) .....	136
Figure 4-25 : Calcul de flèches, parcours en avalant (a), en opposition (b) .....	137
Figure 4-26 : Multicapteurs Werth (a), trajets parcourus en avalant (a), en opposition (b) .....	137
Figure 4-27 : Surfaçage (a, b), contournage (c, d) .....	138
Figure 4-28 : Cellule actuelle avec table tilting intégré sur le track (a), fraise SECO (b) .....	139
Figure 4-29 : Enregistrement des efforts de coupe sur table dynamométrique .....	139
Figure 4-30 : Détail de la trajectoire S1 .....	140
Figure 4-31 : Trajectoire S1 initiale .....	140
Figure 4-32 : Trajectoire S1 optimisée .....	141
Figure 4-33 : Evolution du critère $\Phi_v$ .....	141
Figure 4-34 : Evolution des critères $\Phi_m$ et $\Phi_r$ .....	142
Figure 4-35 : Calcul des flèches de la pose P4 trajectoire initiale (a), optimisée (b) .....	142
Figure 4-36 : Evolution de la flèche totale pour S1 .....	143
Figure 4-37 : Usinage de S1 .....	143
Figure 4-38 : Détail de la trajectoire C1 .....	144
Figure 4-39 : Trajectoire C1 initiale .....	144
Figure 4-40 : Trajectoire C1 optimisée .....	145
Figure 4-41 : Evolution du critère $\Phi_v$ .....	145
Figure 4-42 : Evolution des critères $\Phi_m$ et $\Phi_r$ .....	146
Figure 4-43 : Usinage de C1 .....	147
Figure 4-44 : Stratégie d'usinage sans option UGV (a), avec option UGV (b) .....	148
Figure 4-45 : Zone d'acquisition .....	148
Figure 4-46 : Profil d'ondulation pour la portion de trajectoire linéaire .....	149
Figure 4-47 : Profils d'ondulation pour la portion de trajectoire circulaire .....	149

## Figures associées aux annexes

Figure A21-1 : Modélisation de l'IRB6660 par la méthode TCS .....	165
Figure A22-1 : Modélisation TCS de l'architecture à 9ddl .....	169
Figure A31-1 : Configurations dans le plan xOy pour z=1050mm, direction de déplacement suivant x .....	175
Figure A31-2 : Configurations dans le plan xOy pour z=1050mm, direction de déplacement suivant y .....	176
Figure A31-3 : Configurations dans le plan xOy pour z=1050mm, direction de déplacement suivant x, réorientation des poses d'angle $\Delta=45^\circ$ .....	177
Figure A31-4 : Configurations dans le plan yOz pour x=1000mm, liaison 5 horizontale, direction de déplacement suivant y .....	178
Figure A31-5 : Configuration dans le plan yOz pour x=1000mm, liaison 5 horizontale, direction de déplacement suivant z .....	179
Figure A31-6 : Configuration dans le plan yOz pour x=1000mm, liaison 5 verticale, direction de déplacement suivant y .....	180
Figure A31-7 : Configuration dans le plan yOz pour x=1000mm, liaison 5 verticale, direction de déplacement suivant z .....	181
Figure A31-8 : Configuration dans le plan yOz pour x=1000mm, direction de déplacement suivant y, réorientation des poses d'angle $\Delta=45^\circ$ .....	182
Figure A31-9 : Configurations dans le plan xOz pour y=150mm, liaison 5 horizontale, direction de déplacement suivant x .....	183
Figure A31-10 : Configurations dans le plan xOz pour y=150mm, liaison 5 horizontale, direction de déplacement suivant z .....	184
Figure A31-11 : Configuration dans le plan xOz pour y=150mm, liaison 5 verticale, direction de déplacement suivant x .....	185
Figure A31-12 : Configuration dans le plan xOz pour y=150mm, liaison 5 verticale, direction de déplacement suivant z .....	186
Figure A31-13 : Configuration dans le plan xOz pour y=150mm, direction de déplacement suivant x, réorientation des poses d'angle $\Delta=45^\circ$ .....	187
Figure A32-1 : Rigidités cartésiennes dans le plan xOy pour z=1050mm .....	190
Figure A42-1 : Calcul des flèches pour la trajectoire1, parcours en avalant .....	193
Figure A42-2 : Calcul des flèches pour la trajectoire1, parcours en opposition .....	194
Figure A42-3 : Calcul des flèches pour la trajectoire2, parcours en avalant .....	195
Figure A42-4 : Calcul des flèches pour la trajectoire2, parcours en opposition .....	196

## Index des tableaux

Tableau 1-1 : Architecture et graphe de structure (R liaison rotoïde, P liaison prismatique) .....	23
Tableau 1-1 : Influence des facteurs sur le type d'imprécision .....	28
Tableau 1-3 : Critères associés à la gestion de la redondance .....	30
Tableau 2-1 : critères mis en œuvre .....	59
Tableau 3-1 : Rigidités articulaires .....	69
Tableau 3-2 : Rigidités articulaires (870N) .....	70
Tableau 3-3 : Rigidités articulaires (1360N) .....	70
Tableau 3-4 : Rigidités articulaires (1860N) .....	70
Tableau 3-5 : Rigidités articulaires retenues .....	71
Tableau 3-6 : Rigidités articulaires recalées .....	72
Tableau 3-7 : Rigidités articulaires recalées à 18% .....	72
Tableau 4-1 : Valeurs de rigidité articulaire (1323N) .....	124
Tableau 4-2 : Valeurs de rigidité articulaire (870N) .....	126
Tableau 4-3 : Rigidités articulaires IRCCyN (870N) .....	126
Tableau 4-4 : Valeurs de rigidité articulaire (1360N) .....	127
Tableau 4-5 : Rigidités articulaires IRCCyN (1360N) .....	127
Tableau 4-6 : Valeurs de rigidité articulaire (1860N) .....	128
Tableau 4-7 : Rigidités articulaires IRCCyN (1860N) .....	128
Tableau 4-8 : Moyenne des efforts enregistrés .....	132

## Principales notations

$V_c$	Vitesse de coupe
$V_f$	Vitesse d'avance
$V_n$	Vitesse normale à la vitesse d'avance $V_f$
$F_c$	Effort de coupe
$\Delta$	Angle de coupe ou orientation de la broche dans l'espace
$N$	Vitesse de rotation
$D$	Diamètre de l'outil
$f_z$	Avance de l'outil [mm/tour/dent]
$z_n$	Nombre de dents de l'outil
$TCP$	Tool Center Point
$MGD$	Modèle Géométrique Direct
$MGI$	Modèle Géométrique Inverse
$ddl_s$	Degrés de liberté
$m$	Spatialité d'un mécanisme
$n$	Mobilité d'un mécanisme
$x$	Set de paramètres dont les composantes définissent la pose de l'effecteur
$q$	Set de paramètres dont les composantes définissent la position articulaire des actionneurs



$F$	Effort appliqué à l'effecteur
$J(q)$	Matrice Jacobienne
$K_{\theta}$	Matrice de raideur articulaire
$K_x$	Matrice de rigidité cartésienne
$K_c$	Matrice de raideur complémentaire du robot
$t$	Degré de spatialité de la tâche
$\alpha$	Amplitude du mouvement interne de reconfiguration
$V$	Vitesse

## Introduction générale

Les robots industriels ont évolué fondamentalement ces dernières années pour répondre aux attentes industrielles de machines et mécanismes toujours plus exigeants en termes de capacités cinématiques et dynamiques. Ceci se traduit aujourd'hui par de nouveaux robots anthropomorphes plus adaptés laissant entrevoir la réalisation de tâches plus complexes et à fortes sollicitations comme l'usinage et le parachèvement.

Dans le domaine de l'usinage robotisé, l'amélioration des performances et de la compétitivité se sont exprimées par l'évolution des conditions d'usinage vers l'Usinage Grande Vitesse. Les architectures machines ont, elles-aussi, évolué avec le développement de robots parallèles pour travailler à des vitesses élevées. Ces architectures présentent une plus grande dynamique, un espace réduit vis-à-vis de leur empreinte au sol et un coût d'investissement supérieur à une machine-outil. A présent, les attentes se tournent vers la robotique sérielle qui bénéficie d'un plus grand espace de travail, de bonnes capacités cinématiques et dynamiques et dont le coût est plusieurs fois inférieur à celle d'une machine-outil. Les nouveaux robots industriels sont devenus plus rigides, plus fonctionnels et les caractéristiques avancées par les constructeurs valident la faisabilité de pièces de grandes dimensions dans un processus d'usinage robotisé. Cependant, les phénomènes liés à l'usinage sollicitent le robot dans toutes les directions et détériorent la qualité de la pièce produite. L'objectif est alors de travailler dans un espace où le comportement du manipulateur est en adéquation avec la tâche mais cette condition réduit également l'espace de travail.

L'objectif de cette thèse est alors d'étudier l'ajout et la gestion des redondances afin d'améliorer le comportement de cellules robotisées avec comme domaine d'application l'Usinage Grande Vitesse. Deux plateformes illustrent nos développements : une cellule robotique à 9 ddls incluant un robot hybride à structure mécanique à parallélogramme à 6 ddls ou un robot hybride à sous-structure parallèle à 6 ddls, 1 retourneur à 2 ddls et 1 track à 1 ddl.

Aujourd'hui, aucun logiciel commercial ne permet d'améliorer le comportement de ce type de cellules robotiques et les développements sont restreints à des applications types. C'est donc le développement des modèles et des méthodes pour la gestion des redondances qui ont motivé ce travail. Ce manuscrit doit permettre de donner les outils pour construire une cellule complexe, proposer un placement amélioré pour garantir la tâche à réaliser et optimiser ensuite le comportement de la cellule robotique redondante par rapport à un certain nombre de critères liés à la tâche.

Le premier chapitre présente l'état de l'art et les problématiques liées à l'Usinage Grande Vitesse. Nous détaillons par la suite les capacités des manipulateurs et précisons les sources entraînant des erreurs d'exactitude et de répétabilité. Nous précisons alors que pour améliorer le comportement des cellules robotiques, une piste consiste à contraindre le robot manipulateur à réaliser la tâche dans son espace optimisé où des caractéristiques mécaniques, cinématiques et dynamiques sont avérées. Cependant, ces conditions réduisent fortement l'espace de travail et nous l'étendons ainsi par l'ajout de redondance structurale. Nous présentons alors différents travaux portant sur l'ajout et la gestion des redondances cinématiques dans le domaine de l'usinage robotisé.

Le second chapitre développe la démarche d'optimisation. Nous présentons tout d'abord la formalisation de résolution de la redondance basée sur le gradient projeté et la fonction objectif construite par agrégation de critères pondérés (cinématique, mécanique, rigidité). La deuxième partie

est consacrée à la présentation des différents critères retenus et plus particulièrement au critère associé à la prise en compte de la rigidité. La dernière partie présente les fonctionnalités de l'outil d'optimisation développé et les différentes améliorations apportées.

Le troisième chapitre est consacré à l'étude de la rigidité et de l'évolution des critères (cinématique  $\Phi_v$ , mécanique  $\Phi_m$ , et de rigidité  $\Phi_r$ ) dans l'espace de travail du robot. La première partie est consacrée à la caractérisation des rigidités articulaires et la mise en place d'un modèle Eléments Finis corps flexible/liaison flexible. La deuxième partie est consacrée à l'étude de l'évolution des trois critères  $\Phi_v$ ,  $\Phi_m$ , et  $\Phi_r$  dans les trois plans  $xOy$ ,  $yOz$  et  $xOz$  suivant différentes directions de la vitesse d'avance  $V_f$  et différentes sollicitations d'usinage.

Le chapitre 4 présente les résultats de l'amélioration du comportement de la cellule robotique par la planification optimisée des trajectoires et la gestion des redondances. La première partie présente le protocole expérimental mis en œuvre pour l'identification des rigidités articulaires de l'IRB 6660. La deuxième partie est consacrée à l'amélioration du comportement en rigidité appliquée à un ensemble de trajectoire sur une pièce applicative.

Enfin, le chapitre 5 traite des conclusions et des perspectives de ces travaux.

Ce travail a bénéficié d'une aide de l'Etat gérée par l'Agence Nationale de la Recherche au titre du programme *Investissements d'avenir* dans le cadre du projet EquipEx Robotex (ANR-10-EQPX-44), d'une aide de l'Union Européenne au titre du Programme Compétitivité Régionale et Emploi 2007-2013 (FEDER – Région Auvergne), d'une aide de l'Institut Français de Mécanique Avancée et d'une aide de la Région Auvergne.

# Chapitre 1

## Etat de l'art

### SOMMAIRE DU CHAPITRE

1.1 Contexte général	19
1.2 Capabilités et espaces de travail associés	22
1.3 Apports de la redondance	29
1.4 Apports de la redondance en usinage robotisé	30
1.5 Modélisation élasto-statique des robots	34
1.6 Objectifs de la thèse	35
1.7 Conclusion	36

Ce premier chapitre présente tout d'abord le contexte de la robotisation d'opération d'usinage par outil tournant. Nous précisons les contraintes liées à ce domaine d'applications comme la prise en compte de la variabilité ou les sollicitations de procédé. Celles-ci sont traduites sous la forme de différentes capabilités et d'espaces. Nous montrons que dans le cadre de la robotisation de ces tâches complexes et induisant de fortes sollicitations, l'espace de travail est fortement réduit en raison du comportement anisotrope du robot manipulateur. Afin d'étendre cet espace de travail, la solution retenue consiste à ajouter et à gérer des redondances fonctionnelles ou cinématiques. Nous présentons, au travers d'un ensemble d'application dans le domaine de l'usinage, les apports de la redondance dans l'optimisation globale du comportement de ces cellules. La gestion des redondances nécessite la mise en place de critères et nous présentons un ensemble de critères utilisés dans l'amélioration des capacités des cellules robotiques. Cependant, peu de travaux portent sur la mise en place de critère lié à la prise en compte de la rigidité et sont plutôt associés à l'amélioration du comportement dynamique. Or dans le cadre de l'usinage, le poids de la broche embarquée et les efforts de coupe sollicitent de manière importante la structure. Il est donc important de pouvoir prédire la flèche générée en bout d'effecteur ce qui nécessite la mise en place d'un modèle numérique. La dernière partie est plus spécifiquement consacrée à la modélisation élasto-statique des structures robotiques

## 1.1 Contexte général

Dans cette partie, nous présentons le contexte général de la robotisation de tâches à fortes sollicitations dans le cadre de l'usinage grande vitesse.

### 1.1.1 Contexte de l'usinage robotisé

Les moyens de production en usinage ont fortement évolué ces dernières années, liés au développement de l'Usinage à Grande Vitesse (UGV) qui représente l'aboutissement des avancées réalisées dans le domaine de la coupe des matériaux et se caractérise par des conditions de coupe spécifiques. Les phénomènes de coupe en UGV sont différents de ceux observés en usinage conventionnel et montrent que plus la vitesse de coupe  $V_c$  augmente, plus l'énergie spécifique de coupe diminue [Tournier 2010]. Les avantages de ces conditions de coupe UGV sont largement développés dans la littérature et concernent particulièrement [Geiskopf *et al.* 1999] :

- l'amélioration de l'état de surface et de la précision dimensionnelle avec la fragmentation du copeau,
- la limitation des déformations thermiques garantissant une meilleure intégrité de la pièce par une importante dissipation de chaleur dans les copeaux,
- la possibilité d'usinage de parois minces liée à la diminution des efforts de coupe tangentiels par l'augmentation de la vitesse de coupe  $V_c$ ,
- des gains de temps de 3 à 10 par rapport à l'usinage conventionnel,
- la possibilité pour certain matériaux, d'usinage à sec, c'est-à-dire sans fluide de coupe.

La nécessité d'une grande vitesse d'avance  $V_f$  conduit au développement de nouvelles architectures de machines-outils parallèles [Merlet 1997] pouvant offrir de meilleures performances cinématiques et dynamiques (changements de direction) (Figure 1-1).

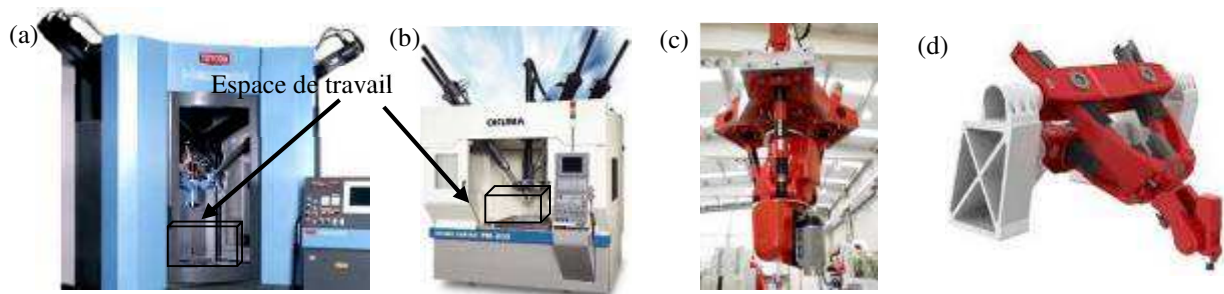


Figure 1-1 : Machines-outils parallèles d'usinage : HexaM de TOYODA (a) et cosmo center PM-600 de OKUMA(b), Architecture hybride d'usinage : PKM Tricept(c), Exechon(d)

Cependant, l'encombrement des architectures parallèles est important en comparaison avec l'espace de travail offert ce qui a conduit au développement d'architectures hybrides composées d'une sous-structure parallèle et d'un poignet sériel (Figure 1-1c, 1-1d). Ces nouvelles architectures sont complexes et coûteuses. Elles nécessitent un savoir-faire important afin de maîtriser au mieux l'augmentation des capacités cinématiques et dynamiques et d'assurer un comportement adéquat vis-à-vis des exigences en termes de précision (grande rigidité) et de productivité [Neumann 2006, Bonnemains 2009]. Ces solutions s'avèrent économiquement intéressantes pour des opérations ciblées nécessitant, par exemple, un fort taux d'enlèvement de matière [Pateloup 2011].

L'évolution des conditions d'usinage et le développement des architectures parallèles et hybrides a été un révélateur pour l'utilisation des robots anthropomorphes en usinage. L'usinage en condition UGV permet de réduire l'engagement de l'outil et limite ainsi les sollicitations sur la structure. En respectant ces conditions, la faisabilité d'usinage dans les aciers, les composites et les aluminiums a été démontrée pour les robots anthropomorphes [Kuka 2008] associée à la prise en compte d'un ensemble de contraintes.

### **Contraintes associées à l'usinage robotisé**

Les opérations d'usinage en fraisage sont des tâches complexes nécessitant le réglage d'un ensemble de paramètres non indépendants (géométrie d'outil, conditions de coupe, etc.). Le processus de coupe génère également des sollicitations variables en norme et en direction qui impactent fortement le comportement du robot. La robotisation de ces opérations se traduit par la prise en compte des contraintes suivantes :

- *capacité cinématique* : Il s'agit de garantir une vitesse d'avance  $V_f$  et un engagement d'outil le plus constant le long de la trajectoire et d'éviter les changements de direction par une adaptation des trajectoires [Robin 2007, Kim *et al.* 2012] ;

- *rigidité de la structure* : La structure nécessite une bonne rigidité pour limiter l'instabilité générée par le processus de coupe [Pan *et al.* 2006, Olabi *et al.* 2010, Dumas *et al.* 2011] ;
- *précision* : La précision doit être en rapport avec les spécifications géométriques attendues sur les pièces.

Les robots anthropomorphes souffrent d'un certain nombre de lacunes vis-à-vis de la réalisation d'opération d'usinage : une précision bien moindre et une rigidité faible (ratio de 1 à 50) par rapport aux machines-outils. Aussi, les constructeurs de robots commencent à se positionner sur ce marché et proposent des structures plus adaptées.

### ***Usinage par robot anthropomorphe***

Les constructeurs de robots industriels proposent aujourd'hui des architectures de manipulateurs davantage adaptées à l'usinage (Figure 1-2).

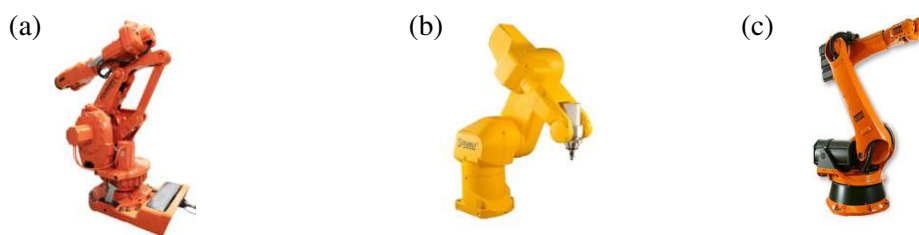


Figure 1-2 : ABB IRB6660 (a), Staubli RX170HSM (b), Kuka Kr 240 (c)

ABB avec l'IRB6660, propose une structure mécanique à parallélogramme et annonce une rigidité améliorée par rapport à un robot classique de même charge [ABB 2008]. Staubli avec le RX170HSM propose un robot à 5ddl et l'intégration directe de la broche au niveau de la liaison 5 permettant ainsi une diminution du porte-à-faux de l'outil et d'intégration de tous les faisceaux dans le bras. Kuka sur ses robots gros porteurs comme le Kr240 intègre un compensateur au niveau du second axe. Ces améliorations se traduisent aussi par l'intégration de réducteurs spéciaux plus rigides, de motorisations plus puissantes redimensionnées pour limiter les phénomènes vibratoires et encaisser les efforts multidirectionnels.

Un article publié par *The robotic Industries Association* montre que la barrière à l'adoption des robots anthropomorphes pour l'usinage est, en dépit de leur rigidité restreinte, le manque de connaissances des utilisateurs finaux sur le potentiel que peuvent offrir ces solutions [Chen *et al.* 2012]. Les robots anthropomorphes offrent en effet un large espace de travail, une bonne capacité d'orientation de l'outil et d'accessibilité aux formes complexes pour un coût d'investissement généralement inférieur à celui d'une machine-outil 5 axes.

Dans le cadre de l'usinage, les contraintes montrent la nécessité de capacités spatiales, cinématiques et dynamiques importantes de l'architecture pour garantir la qualité et la productivité. Il est nécessaire alors de vérifier l'adéquation entre les opérations envisagées et les performances des robots manipulateurs en termes de volume de travail, d'accessibilité, de capacité cinématique, de rigidité et de précision. Cette adéquation est associée aux définitions de capacités et d'espaces de travail.

## 1.2 Capabilités et espaces de travail associés

La capabilité caractérise la capacité d'un élément ou d'une méthode à être capable de réaliser une performance. La tâche est alors réalisable si la capabilité associée aux dimensions pertinentes est validée. On se ramène généralement à cinq dimensions pertinentes : comportement, dimension, accessibilité, précision et disponibilité [Brissaud 2003]. Nous précisons celles qui interviennent dans le cadre de notre application :

- *Capabilité de dimension* : la capabilité de dimension vérifie l'adéquation entre les performances de la cellule et les résultats attendus sur le produit. Ceci est vrai pour la taille mais aussi pour les efforts, les vitesses et autres caractéristiques liées à la tâche. Dans notre application, cette capabilité se traduit premièrement par la cohérence entre la tâche à réaliser et l'espace de travail. Nous parlerons dans ce cas de *capabilité spatiale*. La capabilité de dimension se traduit également par l'adéquation entre la vitesse programmée  $V_f$  et la capacité en vitesse de la cellule robotique. Nous parlerons dans ce cas de *capabilité cinématique*.
- *Capabilité d'accessibilité* : La capabilité d'accessibilité certifie que le travail envisagé peut avoir lieu sans collision particulière. Les configurations de travail étant nombreuses et variables, l'accessibilité est un élément crucial dans une étude de faisabilité. Dans notre application, les risques de collisions interviennent à deux niveaux : les collisions outil-pièce et robot-pièce, les collisions internes à la ressource qui représentent les interférences entre les éléments de la cellule (collisions effecteur-robot, endommagement des câbles, etc.). Les collisions outil-pièce-robot nécessitent une évaluation en simulation. En revanche les collisions internes peuvent être évitées systématiquement par la limitation des débattements articulaires.
- *Capabilité de précision* : La capabilité de précision permet d'assurer que la qualité souhaitée peut être obtenue avec le processus. Dans le cadre de l'usinage, cette notion est associée à la définition usuelle de *capabilité machine*.

Dans le cadre de nos applications, la réalisation de tâche est toujours un compromis entre volume de travail, la vitesse de l'effecteur, la capacité à générer des efforts et la précision attendue. Ces trois notions peuvent être associées à la notion d'espace de travail, de capacité cinématique, capacité en effort, espace de précision. Bien que ces espaces soient très complexes à représenter, car dépendant de la pose instantanée et des contraintes du procédé, ils permettent de définir l'ensemble des notions nécessaires à la caractérisation de critères de performance.

### 1.2.1 Espace de travail

L'espace de travail est tout d'abord caractérisé par l'espace géométrique associé à la capabilité spatiale se définit comme la zone accessible statiquement par l'effecteur et caractérise la capacité du robot à mettre en coïncidence partielle ou totale le repère lié à l'effecteur TCP (Tool Center Point) avec la pose de la tâche [Merlet 1997, Dombre 2001]. Celui-ci est dépendant de l'architecture du manipulateur, répartie en 3 catégories de mécanismes dépendant de la disposition des liaisons entre le bâti et l'effecteur (Tableau 1-1).

Le robot IRB6660 utilisé dans le cadre de nos travaux est un mécanisme à structure hybride. L'organe terminal est relié à la base par une chaîne cinématique complexe appelée *jambes complexes* [Gogu 2008]. Cette architecture représente un compromis entre les avantages et les inconvénients des mécanismes sériels et parallèles.


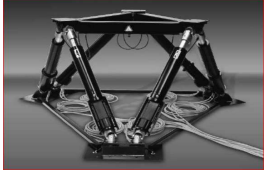


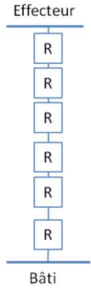
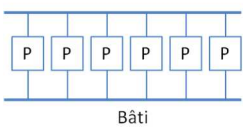
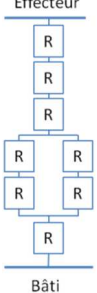
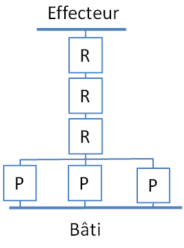
	Robots anthropomorphes	Robots parallèles	Robots hybrides	
Architectures				
Graphe des structures				

Tableau 1-1 : Architecture et graphe de structure (R liaison rotoïde, P liaison prismatique)

L'espace de travail permet d'analyser globalement l'accessibilité du robot. Cependant, lors du parcours d'un ensemble de poses d'une trajectoire, il est nécessaire de s'assurer que celle-ci peut être intégralement parcourue. La continuité de la trajectoire a été progressivement introduite par Chedmail et Wenger avec la caractérisation de la *T-parcourabilité*. Dans le cas d'environnement sans obstacle, une trajectoire continue sera intégralement parcourue par l'effecteur si et seulement si toutes les poses appartiennent au même aspect [Wenger *et al.* 1993]. Ce qui nécessite l'étude préalable des singularités.

### 1.2.2 Espace cinématique

Les architectures robotiques traitées étant anisotropes, l'étude de la performance dépend de la configuration instantanée et se définit suivant la direction de déplacement noté  $d$  et d'effort transmissible noté  $d'$ . Ceci est communément étudié sous la forme d'ellipsoïdes de vitesse et d'effort. Pour un domaine de vitesse articulaire  $\dot{q}$  défini par la sphère unité  $\|\dot{q}\| \leq 1$ , l'ellipsoïde de vitesse se caractérise par :

$$\dot{x}^T (JJ^T)^{-1} \dot{x} \leq 1 \quad (1-1)$$

Les axes principaux de l'ellipsoïde des vitesses opérationnelles, encore appelé ellipsoïde de manipulabilité en vitesse  $E_v$ , sont définis par les vecteurs propres  $e_i$  de  $(JJ^T)^{-1}$  et les longueurs des demi-axes sont les valeurs singulières  $\sigma_i$  de la matrice  $JJ^T$ . Les valeurs singulières  $\sigma_i$  représentent le rapport des vitesses entre les espaces opérationnels et articulaires. Pour un domaine de couple articulaire  $\Gamma$  défini par la sphère unité  $\|\Gamma\| \leq 1$ , l'ellipsoïde d'effort se caractérise par :

$$F^T (JJ^T) F \leq 1 \quad (1-2)$$

Les axes principaux de l'ellipsoïde des efforts opérationnels, encore appelé ellipsoïde de manipulabilité en effort  $E_f$ , sont définis par les vecteurs propres  $e_i'$  de  $JJ^T$  et les longueurs des demi-axes sont les valeurs singulières  $\sigma_i'$  de la matrice  $(JJ^T)^{-1}$ .

Dans le cas d'un mouvement plan d'une architecture à 2 ddls, les directions principales des ellipsoïdes de vitesse et d'effort sont identiques mais le petit axe et le grand axe sont en proportions



inverses. Cela signifie que la direction dans laquelle la capacité en vitesse est la plus importante est aussi celle dans laquelle la capacité en effort est la plus faible et inversement (Figure 1-3).

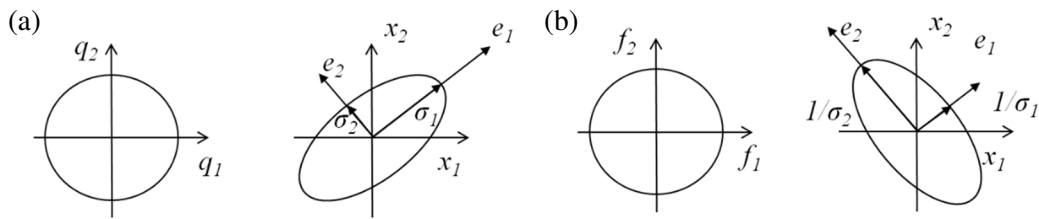


Figure 1-3 : Correspondance entre les vitesses articulaires et opérationnelles réalisables dans un espace de dimension 2 (a) ; correspondance entre les efforts articulaires et opérationnels réalisables dans un espace de dimension 2 (b)

Dans le cas général, le choix d'une direction d'avance de l'effecteur est un compromis entre capacité cinématique et capacité en effort [Chiu 1988].

### 1.2.3 Espace de précision

L'espace de précision associé à la *capabilité machine*, intègre les deux notions d'*exactitude* (erreurs statiques) et de *répétabilité* (erreurs dynamiques) qui sont fondamentalement différentes.

- *Exactitude* : elle se définit par l'écart entre une pose commandée et la moyenne des poses atteintes (Figure 1-4a).
- *Répétabilité* : elle se définit comme la dispersion maximale du nuage de poses atteintes pour une pose commandée (Figure 1-4b).

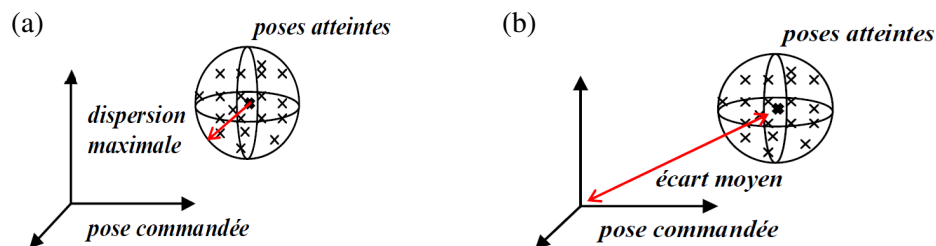


Figure 1-4 : Répétabilité (a) et exactitude (b)

Les sources d'imprécisions ne sont cependant pas de même nature et leur étendue est liée à de multiples facteurs. Ces facteurs vont affecter plus particulièrement l'exactitude ou la répétabilité. Or, il est plus facile de compenser ou au moins de prévoir un défaut d'exactitude, répétable, qu'un défaut de répétabilité, par définition incertain pouvant varier d'un rapport d'amplitude de 5 à 10. Leurs formulations sont définies dans l'ISO9283 (Annexe 1).

### Exactitude et facteurs d'imprécision

Nous présentons maintenant l'impact des différentes sources d'imprécision sur l'exactitude.

- *Modélisation géométrique*

Depuis plus de 20 ans, la recherche propose de nouvelles méthodes d'estimation des paramètres géométriques des différents constituants pour améliorer la précision du modèle géométrique. En effet, les paramètres utilisés dans la commande sont des estimations plus ou moins précises des éléments en raison des défauts liés à la fabrication des pièces, à l'assemblage, etc. Pour améliorer la précision de positionnement de l'effecteur, les constructeurs réalisent une identification

(modélisation, mesure, identification et correction) du manipulateur afin d'atténuer les erreurs (Absolute Accuracy). Cette identification peut être plus ou moins longue suivant l'amélioration souhaitée [Nubiola *et al.* 2013] et dans le cadre d'un robot anthropomorphe, la définition des poses mesurées doit permettre de solliciter l'ensemble des paramètres géométriques [Tian *et al.* 2011].

- *Déformations élastiques de la structure liées à l'effet de la pesanteur*

Suivant la configuration du robot, les différents constituants du robot agissent de manière différente sur les articulations entraînant une erreur d'exactitude. Dans le cas des robots industriels, ces défauts sont compensés par une calibration initiale qui ne tient toutefois pas compte de la charge embarquée en bout d'effecteur. Celle-ci est aujourd'hui prise en compte au travers d'une séquence d'identification de l'outil (masse, centre de gravité, position des axes d'inertie) réalisée par exemple chez ABB par la lecture des boucles de courant lors de balayages angulaires de l'effecteur.

- *Déformations thermiques*

Durant des cycles de mouvements, l'ensemble des actionneurs s'échauffent et génèrent de la dilatation thermique. Dans le cas des architectures anthropomorphes, l'erreur d'exactitude est amplifiée par la mise en série des différentes liaisons. A titre d'exemple, cette erreur a été évaluée à 1.4mm pour un robot Kuka KR 240 dont le rayon d'action est de 2,7 m (Figure 1-5) [Cherif *et al.* 2010].

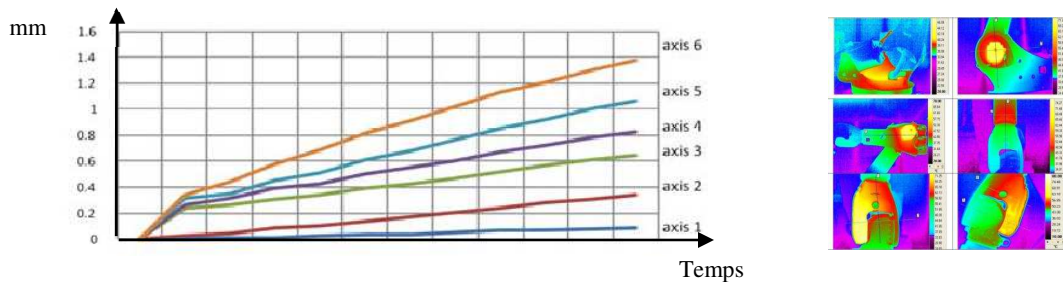


Figure 1-5 : Contribution de chaque axe sur le déplacement du TCP lors d'un cycle de chauffe d'une heure d'un robot anthropomorphe [Cherif *et al.* 2010]

### Répétabilité et facteurs d'imprécision

Nous présentons maintenant l'impact des différentes sources d'imprécision sur la répétabilité.

- *Asservissement*

L'asservissement des axes des robots est réalisé par l'intermédiaire de différentes boucles d'asservissements imbriquées, de type PID (Proportionnel-Intégral-Dérivé) choisis pour leur robustesse, leur rapidité et leur précision (Figure 1-6) [Le Lann 2007].

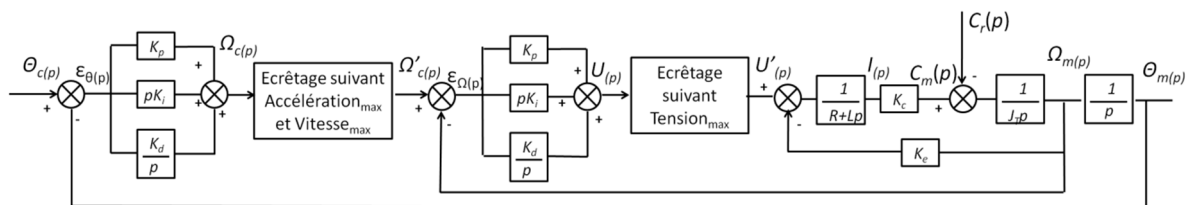


Figure 1-6 : Schéma-bloc de la double implémentation de PID tenant compte des écrêtages [Le Lann 2007]

Ces asservissements prennent en compte l'accélération, la vitesse et la tension maximale de l'actionneur ce qui nécessite un écrêtage des données et un réglage des différents gains pour obtenir

un bon compromis entre vitesse et précision lors du suivi d'une trajectoire à vitesse constante. La précision de l'asservissement est directement liée à la configuration instantanée du robot manipulateur impactant ainsi sa répétabilité.

- *Erreurs liées aux comportements dynamiques*

Les phénomènes dynamiques dans la chaîne mécanique ont un comportement non linéaire et dépendent fortement de la vitesse. La modélisation de ce comportement passe par l'identification des régions dites statiques (basse vitesse) ou dynamiques associées à des plages de vitesses articulaires [Vuong *et al.* 2009].

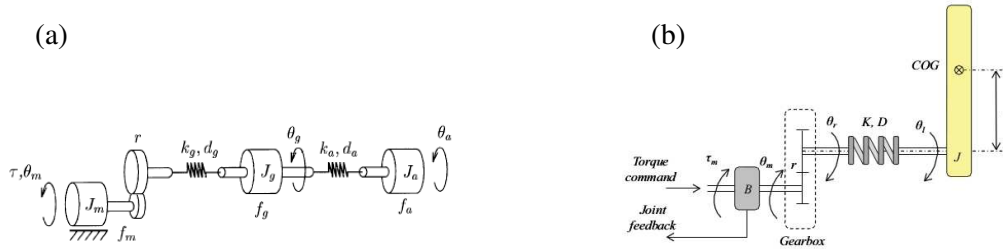


Figure 1-7 : Modélisation d'un actionneur [Ostring *et al.* 2003] (a), [Oueslati *et al.* 2012] (b)

Des auteurs mettent en avant qu'un modèle incluant 3 masses reliées par des ressorts et amortisseurs donnent une bonne description de la dynamique d'un actionneur [Ostring *et al.* 2003] (Figure 1-7a). Ces modélisations permettent, suivant l'application, l'amélioration du comportement dynamique afin par exemple de réduire les vibrations sur l'organe terminal (Figure 1-7b) [Oueslati *et al.* 2012].

- *Excitation des modes propres*

Le procédé de coupe est par nature une excitation variable en intensité et en direction générant un ensemble de sollicitations dynamiques sur le système usinant. La structure n'étant pas parfaitement rigide, il peut se produire un phénomène de broutement où l'épaisseur du copeau varie pendant la coupe impactant fortement la qualité des pièces produites. Un certain nombre de travaux ont permis de caractériser les fréquences propres des robots anthropomorphes. Les premiers modes propres apparaissent entre 15 et 30 Hz [Karagulle *et al.* 2012, Mejri *et al.* 2016] alors que les premiers modes de vibrations des machines-outils se situent au-delà de 70 Hz (Figure 1-8).



Figure 1-8 : Analyse numérique des modes vibratoires d'un manipulateur [Karagulle *et al.* 2012]

Cela se concrétise par l'apparition d'autres phénomènes vibratoires avec un couplage entre le phénomène de broutement lié à la coupe et les valeurs faibles des fréquences propres des robots manipulateurs (Figure 1-9) [Pan *et al.* 2006]. Pour une meilleure prise en compte de ces phénomènes, Matsuoka préconise de limiter les sollicitations en utilisant des fraises possédant de nombreuses dents et tournant à grande vitesse pour s'éloigner des zones instables [Matsuoka *et al.* 1999]. Différents auteurs s'accordent sur l'importance du choix de la configuration du robot pour améliorer la stabilité de coupe [Hearne 2009]. Pan préconise l'orientation des efforts de coupe vers l'axe de plus grande

rigidité du robot manipulateur [Pan *et al.* 2006] et montre que les vibrations sur la structure peuvent être réduites si l'index  $w$  de manipulabilité du robot est augmenté [Bian *et al.* 2010].



Figure 1-9 : Marquage important de la pièce dû aux vibrations du manipulateur [Pan *et al.* 2006]

- *Sollicitations des procédés*

De nombreux auteurs se sont intéressés à caractériser la rigidité des robots anthropomorphes et estiment une déviation approximée de  $1 \text{ N}/\mu\text{m}$  (cinquante fois inférieure à une machine-outil) dépendant de la configuration du robot. Aussi, certains auteurs proposent une cartographie de rigidité. Ces cartes mettent en avant que la configuration du robot, replié sur lui-même, est plus rigide (Figure 1-10a) [Abele *et al.* 2007, Guire *et al.* 2010]. D'autres auteurs préconisent de travailler dans une configuration poignet cassé afin de faire supporter l'effort à l'ensemble des liaisons (Figure 1-10b) [Sörnmo *et al.* 2012].

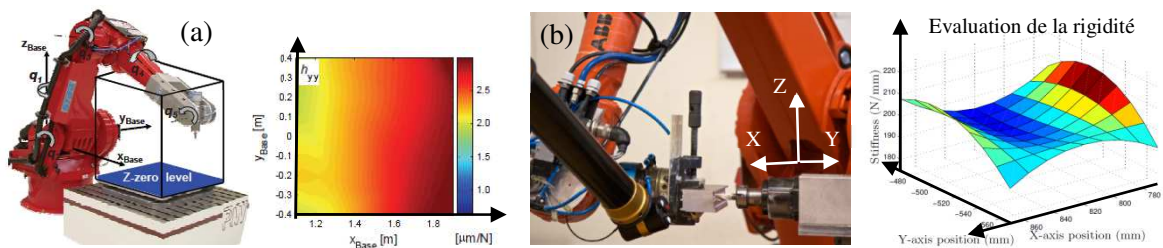


Figure 1-10 : Evaluation de la rigidité cartésienne suivant la direction  $z$  [Abele *et al.* 2007] (a) [Sörnmo *et al.* 2012] (b)

Afin de quantifier les déviations en bout d'effecteur, les travaux les plus récents considèrent que les flexibilités sont principalement localisées dans les liaisons. En effet, l'identification des rigidités articulaires, associées à une analyse éléments finis du manipulateur, montre que la majorité des déviations se concentre au niveau des actionneurs. Cela permet de définir une relation simplifiée de la rigidité cartésienne  $K_x$  à partir de la rigidité articulaire  $K_\theta$  et de la matrice Jacobienne  $J$  sous la forme [Alici *et al.* 2005, Dumas *et al.* 2011] :

$$K_\theta = J^T K_x J \quad (1-3)$$

L'identification de la matrice de rigidité articulaire  $K_\theta$  permet par exemple de réaliser une compensation de trajectoire en temps réel par la mesure des efforts d'usinage  $F_m$  (Figure 1-11a) réalisée par un capteur d'effort intégré [Wang *et al.* 2009]. Les résultats montrent que dans le cadre de l'usinage d'un alliage d'aluminium 6063, il est possible d'obtenir une précision géométrique inférieure à  $0.2\text{mm}$  sur la pièce (Figure 1-11b).

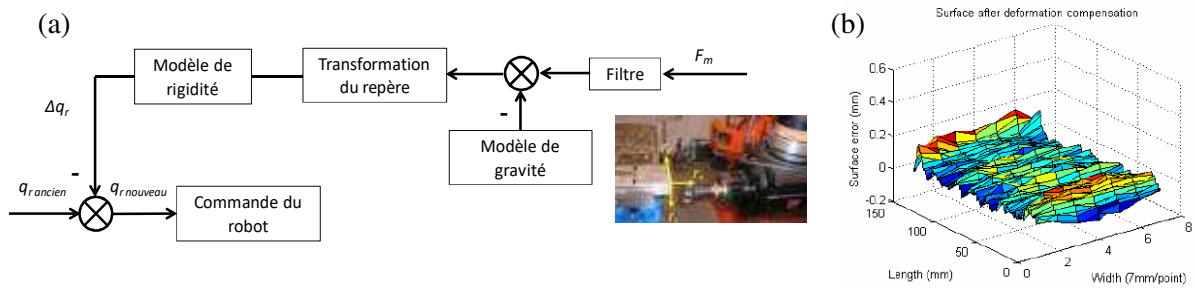


Figure 1-11 : Compensation de la trajectoire en temps réel soumis à effort de coupe (a), précision d'usinage inférieure à 0.2mm (b) [Wang et al. 2009]

L'évaluation de la matrice de rigidité permet également la planification optimisée de la trajectoire dans des configurations de rigidité maximales (Figure 1-12) [Olabi et al. 2010] limitant la déflexion du robot [Dumas et al. 2011] ou améliorant la stabilité de coupe [Moussavi 2016].

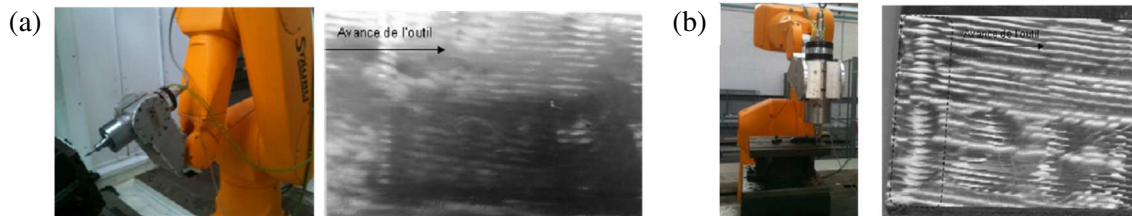


Figure 1-12 : Usinage en configuration de rigidité maximale (a) et minimale (b) [Olabi et al. 2010]

Des travaux actuels contribuent à l'amélioration de la modélisation en rigidité des robots manipulateurs en prenant également en compte les liaisons ou le comportement de compensateur venant rigidifier les axes porteurs [Pashkevitch et al. 2011, Klimchik et al. 2012].

**Synthèse des sources d'erreurs**

Les sources d'erreurs impactent différemment l'exactitude et la répétabilité. Celles-ci sont résumées dans le Tableau 1-2. Plus que le défaut lui-même, il est important de caractériser son amplitude et de connaître son influence sur le comportement final. Ceci permet d'identifier les facteurs clés sur lesquels il est nécessaire d'agir pour améliorer la précision du robot manipulateur pour la réalisation de la tâche.

Exactitude	Répétabilité
Modélisation géométrique	Commande, Asservissement
Déformations élastiques liées à la pesanteur	Modes propres et phénomènes vibratoires
Déformations thermiques ou erreurs environnementales	Déformations élastiques liées aux sollicitations du procédé et aux forces d'inertie

Tableau 1-2 : Influence des facteurs sur le type d'imprécision

La littérature présente une quantification des erreurs pour différentes architectures de robots [Pritschow et al. 2002, Chanal 2006, Robin 2007, Schneider et al. 2013] synthétisée dans le diagramme suivant (Figure 1-13).

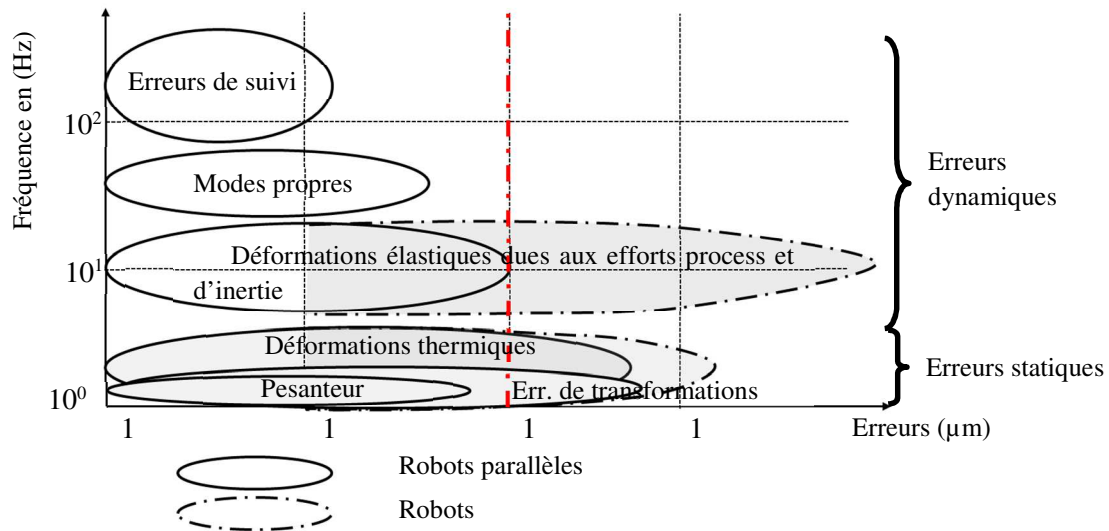


Figure 1-13 : Quantification des erreurs des architectures robots – Figure basée sur [Pritschow et al. 2002]

Concernant la compensation des erreurs d'exactitude, un certain nombre d'auteurs proposent des méthodes de calibration des modèles du robot ou le recalage de l'ensemble des poses de la trajectoire au moyen de différents capteurs extéroceptifs [Watanabe *et al.* 2006, Olsson *et al.* 2010, Sulzer *et al.* 2010, Belchior *et al.* 2013]. Parmi les sources d'erreurs liés à la répétabilité et de par leur amplitude importante, nous nous intéressons plus particulièrement à minimiser l'impact des sollicitations sur le comportement de la structure.

#### 1.2.4 Espace de travail optimisé

L'espace de travail optimisé pour une tâche donnée peut être défini comme l'intersection des différents espaces, géométriques, cinématiques, de précision [Chanal 2006, Bonnemains *et al.* 2009] et d'autres espaces, décrits dans la littérature, pouvant être pris en considération (espace T-parcourable, libre de collisions, etc.) [Wenger 2001]. Celui-ci représente alors une restriction forte de l'espace géométrique si l'on souhaite concilier une grande vitesse de déplacement de l'effecteur et une bonne précision (rigidité), composantes généralement antinomiques et dépendantes du comportement anisotrope des robots et des sollicitations de la tâche.

### 1.3 Apports de la redondance

La communauté des roboticiens utilise depuis longtemps l'ajout de redondance fonctionnelle ou structurale [Gogu 2002] pour améliorer les capacités des structures [Khalil *et al.* 1999, Angeles 2007, Gogu 2008]. Les premiers critères introduits ont eu pour objectif de pallier les limites de l'espace de travail :

- l'éloignement des butées [Liegeois 1977] et des singularités [Mitsi *et al.* 2008],
- la gestion des collisions [Wenger *et al.* 1993, Patel 2005, Le Boudec *et al.* 2006, Simas 2012, Curkovic *et al.* 2013],
- le parcours d'une trajectoire continue sans changement d'aspect (T-parcourabilité) [Wenger 2001].

De nombreux auteurs ont également défini des critères plus spécifiques liés à l'amélioration des capacités des structures robotiques :

- l'amélioration des performances cinématiques ou de dextérité [Yoshikawa 1985, Dubey *et al.* 1988] et basées sur l'étude et le conditionnement de la matrice Jacobienne [Andres *et al.* 2011, Gracia *et al.* 2012],
- l'amélioration des performances mécaniques [Vosniakos *et al.* 2010],
- la prise en compte de la rigidité [Gonçalves *et al.* 2010, Olabi *et al.* 2010, Dumas *et al.* 2011, Caro *et al.* 2013],
- la minimisation de la puissance mécanique [Graça Marcos *et al.* 2006, Vosniakos *et al.* 2009],
- la minimisation des déplacements, vitesses, accélérations, jerk [Béarée *et al.* 2005, Olabi *et al.* 2010],
- la minimisation des vibrations [Bian *et al.* 2010, Hearne 2009].

Ces principaux critères sont synthétisés (non exhaustifs) dans le tableau Tableau 1-3.

	Critères			Architecture	Red. Fonct.	Red. Struct.
	Butées	Sing.	Colis.			
[Huo <i>et al.</i> 2006]	X			Robot anth. 6ddl	X	
[Huo <i>et al.</i> 2008]	X	X		Robot anth. 6ddl	X	
[Huo <i>et al.</i> 2011]	X	X		Auto-adaptation des poids Robot anth. 6ddl	X	
[Vosniakos <i>et al.</i> 2009]	X	X		Minimisation de la puissance mécanique Robot anth. 6ddl + table 3 axes linéaires		X
[Vosniakos <i>et al.</i> 2010]	X	X		Manipulabilité de Yoshikawa et manipulabilité d'Asada ; Minimisation des couples articulaires Robot anth. 6ddl+ table 3 axes linéaires		X
[Robin <i>et al.</i> 2011]	X			Rigidité par minimisation du porte à faux, orientation des efforts vers le poignet, dextérité dans une direction donnée 8ddl (robot hybride+ track + retourneur)		X
[Xiao <i>et al.</i> 2010]	X	X		Robot anth. 6ddl	X	
[Xiao <i>et al.</i> 2012]	X	X	X	Robot anth. 6ddl	X	
[Andreset <i>al.</i> 2011; Gracia <i>et al.</i> 2012]	X	X		Critère conditionnement de la Jacobienne (condition number); maintenir une position de référence 8ddl (robot anth. + track + retourneur)		X
[Zanchettin <i>et al.</i> 2011]				Minimisation du ratio de couple Robot anth. 6ddl	X	
[Caro <i>et al.</i> 2013]	X	X		Minimisation du déplacement sous sollicitation Robot anth. 6ddl	X	

Tableau 1-3 : Critères associés à la gestion de la redondance

Ces critères ne sont toutefois pas limitatifs et des travaux actuels définissent de nouveaux critères plus spécifiques à la réalisation de tâches complexes et aux contraintes des procédés.

## 1.4 Apports de la redondance en usinage robotisé

De nombreux travaux concernant l'amélioration du comportement des structures robotiques soumis à de fortes sollicitations générées par le procédé de coupe, portent sur la gestion de redondance fonctionnelle ou l'ajout de redondances structurales. Dans la suite, nous présentons quelques applications d'utilisation de ces redondances.

### 1.4.1 Redondance fonctionnelle

Dans le cadre de l'usinage 5 axes, la dimension de l'espace de la tâche est de degré 5 et l'emploi courant de robot manipulateur à 6 ddls introduit une redondance fonctionnelle caractérisée par la reconfiguration du robot autour de l'axe de la broche d'usinage d'angle  $\Delta$  (Figure 14a). La redondance fonctionnelle permet par exemple de diminuer les sollicitations sur les actionneurs avec l'utilisation d'une optimisation monocritère [Zanchettin *et al.* 2011].

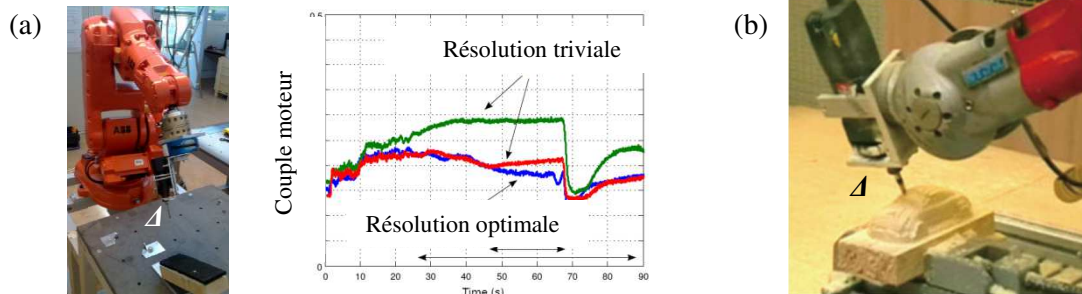


Figure 1-14 : Minimisation des couples induits [Zanchettin *et al.* 2011] (a), usinage sur pièce en bois [Xiao *et al.* 2011] (b)

D'autres travaux gèrent la redondance fonctionnelle par une optimisation multi critères [Xiao *et al.* 2011, Xiao *et al.* 2012] appliquée à l'usinage de pièce en bois (Figure 1-14b). Les critères pris en compte dans l'optimisation concernent l'évitement des singularités (Figure 1-15a, 1-15b), l'éloignement des butées articulaires et la définition de pose plus adaptée à l'opération (Figure 1-15c, 1-15d).

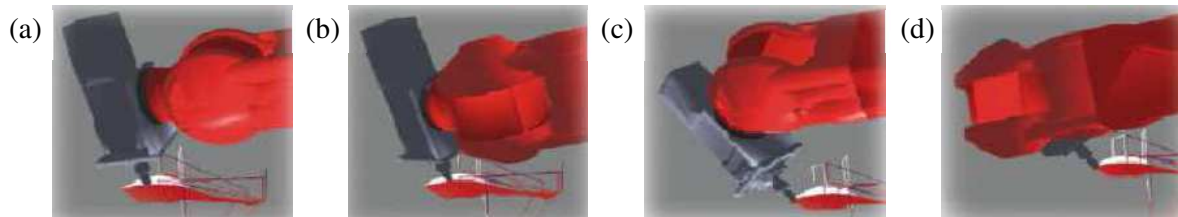


Figure 1-15 : Optimisation du comportement : éloignement de la singularité (a et b), amélioration du comportement (c et d) [Xiao *et al.* 2011]

L'optimisation consiste à balayer le domaine de variation de l'angle  $\Delta$  pour garantir un minimum à la fonction objectif sur l'ensemble de la trajectoire (Figure 1-16). La couleur bleue représente une configuration pertinente pour l'architecture et à l'inverse, les couleurs jaune/rouge définissent les configurations à éviter. L'objectif est ensuite de définir une trajectoire continue passant par les zones où la fonction objectif est minimale (Figure 1-16).

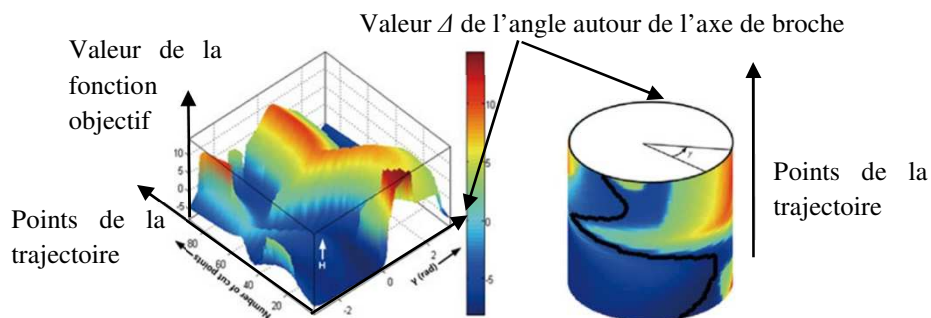


Figure 1-16 : Utilisation de la redondance fonctionnelle pour la planification de trajectoire



D'autres auteurs introduisent un critère de rigidité visant à minimiser les déviations de l'outil vis-à-vis des efforts de coupes [Dumas *et al.* 2012, Caro *et al.* 2013]. Les zones en rouge de la Figure 1-17b sont les configurations impactant fortement la déviation de l'outil. L'optimisation de la trajectoire est basée sur l'utilisation d'un algorithme génétique.

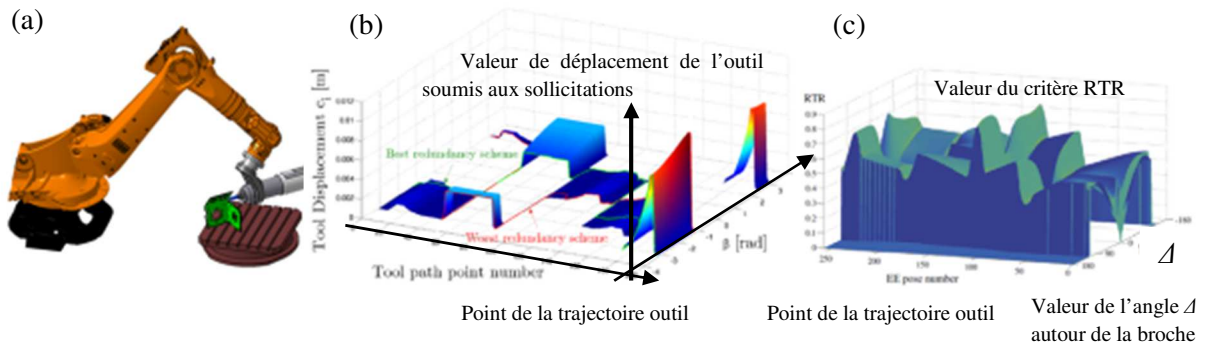


Figure 1-17 : Redondance fonctionnelle (a), évaluation de la déviation et trajectoire minimisant la fonction objectif (b) [Caro *et al.* 2013], évaluation du critère RTR [Zargarbashi *et al.* 2012] (c)

De la même manière, Zargarbashi [Zargarbashi *et al.* 2012] introduit le critère RTR (Robot Transmission Ratio) prenant en compte à la fois la performance cinématique et mécanique du robot manipulateur (Figure 1-17c).

#### 1.4.2 Redondance structurale

L'utilisation de la redondance structurale est une solution largement développée dans l'amélioration des capacités des structures robotiques, cependant, l'augmentation du nombre de liaisons compliquent la transformation géométrique, et peut dégrader le comportement en rigidité statique et dynamique [Cobet 2002]. La solution la plus répandue consiste à introduire des redondances réparties entre l'effecteur et la pièce (Figure 1-18). Ces cellules à 8 ddls disposent d'une redondance totale de degré 3, une redondance fonctionnelle caractérisée par la reconfiguration de l'effecteur d'angle  $\Delta$  autour de l'axe de la broche et de 2 redondances structurales.



Figure 1-18 : Fraisage robotisé sur gouverne d'avion (a), cellule robotisée à 8 ddls (b)

Pour l'application particulière développée dans le cadre du projet FP7 COMET, la broche est associée à une structure à compensation piézoélectrique à 3 ddls à faible débattement (0.5mm) permettant de compenser la déflexion du robot portant la pièce, soumis aux efforts de coupe (Figure 1-19a). Les essais montrent une amplitude de déflexion du robot de 0,06 mm suivant l'axe de la broche et la compensation de la trajectoire par ce système permet d'obtenir une précision d'usinage de 0,02 mm (Figure 1-19c) [Schneider *et al.* 2013]. Cette utilisation de la redondance répartie montre une approche pertinente dans l'amélioration de la capacité en précision de cette cellule.



Figure 1-19 : Système piezo à 3 ddls portant la broche (a), cellule d'usinage (b), déplacement de la broche suivant l'axe X et erreurs de précision obtenues (c) [Schneider et al. 2013]

Dans le premier exemple (Figure 1-20a), l'optimisation intègre des critères d'éloignement de la singularité du poignet et du parcours de la trajectoire sans changement de configuration, utilisant le conditionnement de la matrice Jacobienne [Andres et al. 2011]. Dans le deuxième exemple (Figure 1-20b) l'optimisation intègre des critères liés à l'amélioration de la performance cinématique, à une configuration rigide de l'effecteur (jambes repliées) et la minimisation des couples induits par les efforts de coupe sur les axes du poignet [Robin et al. 2011].

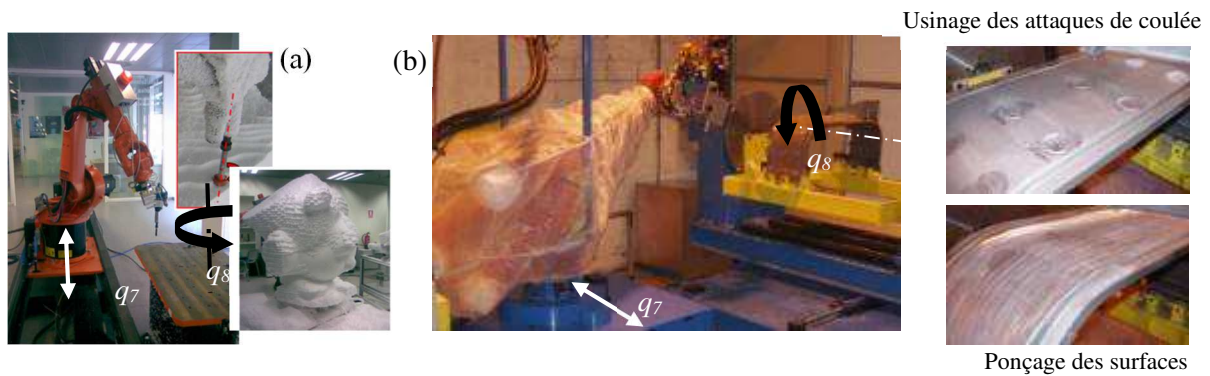


Figure 1-20 : Cellule à 8 ddls pour l'usinage de polystyrène [Andres et al. 2011] (a), cellule à 8 ddls pour le parachèvement de pièces structurales en fonderie aluminium [Robin et al. 2011] (b).

Dans ce troisième exemple en relation directe avec nos travaux (Figure 1-21), l'optimisation intègre des critères liés à l'amélioration de la performance cinématique, mécanique à une configuration rigide de l'effecteur [Subrin 2013, Sabourin et al. 2015].

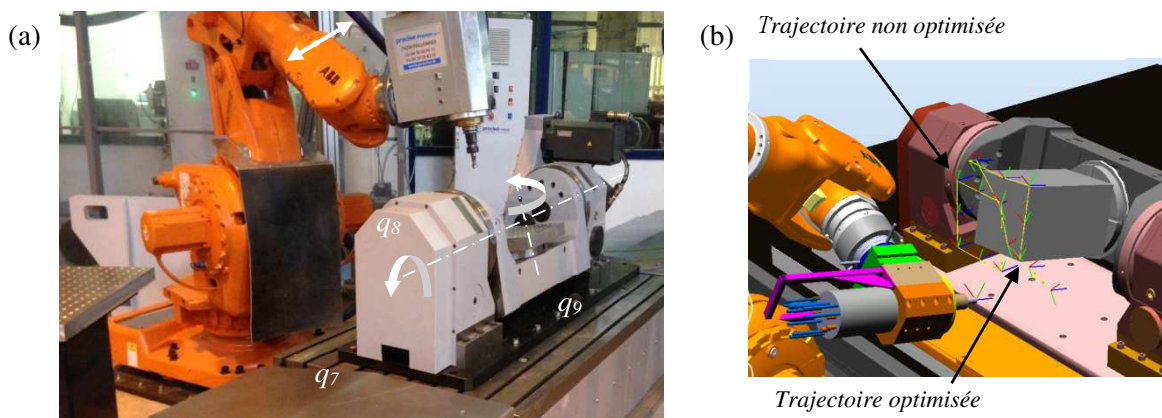


Figure 1-21 : Cellule à 9 ddls (a), trajectoire avant et après optimisation [Subrin 2013] (b).

La gestion de redondances structurales réparties entre l'effecteur et la pièce permet ainsi d'améliorer très fortement la capacité spatiale des cellules, mais également les capacités cinématiques, mécaniques et de précision.

## 1.5 Modélisation élasto-statique des robots

Le comportement élasto-statique d'un robot définit la façon dont celui-ci réagit lorsqu'un chargement (force et moment) est appliqué en bout d'effecteur. Cette réponse permet de définir la raideur du robot, c'est-à-dire la relation entre la déformation et les déplacements angulaires et linéaires mesurés en bout de l'effecteur.

Les robots ont deux sources principales de flexibilité : les souplesses localisées dans les corps constituant la structure, et celles localisées dans les articulations qui comprennent celles des moteurs et des transmissions. On distingue ainsi plusieurs modélisations du comportement élasto-statique des robots. Certains auteurs considèrent la flexibilité des liaisons comme négligeable devant celle des corps [Marcelo *et al.* 1997]. Lorsque la structure est constituée de bras élancés, comme pour les robots parallèles, les corps sont les éléments flexibles principaux. Les déformations induites par la flexibilité des liaisons sont alors négligées devant celles induites par la flexibilité des corps. A l'inverse, pour la majorité des robots industriels sériels à 6 ddl, la source principale de flexibilité se situe dans les liaisons [Gosselin 1990, Zhang *et al.* 2005, Alici *et al.* 2005, Abele *et al.* 2007]. Il a été mis en évidence que le ratio entre l'impact des déformations des liaisons vis-à-vis des corps est de 80% pour 20% dans le cas général des manipulateurs sériels industriels [Dumas *et al.* 2011]. D'autres enfin considèrent les corps et les liaisons comme flexibles [Pashkevich *et al.* 2011].

Concernant la modélisation des flexibilités articulaires, on trouve différents modèles, des modèles *grey-box* [Wernholt & Gunnarsson 2005] considérant les éléments de la chaîne mécanique des articulations et des modèles comme le modèle *Virtual joint modeling* qui consiste à ajouter des flexibilités pour prendre en compte la déformation des corps [Pashkevich *et al.* 2011]. Le modèle le plus couramment utilisé est le modèle *Conservative Congruence Transformation* permettant d'établir une relation entre la matrice cartésienne de raideur et la matrice des raideurs articulaires introduit par Chen et Kao [Chen & Kao 2000]. La caractérisation de la rigidité reste donc un vaste champ d'étude nécessitant des modélisations complexes de la structure et des liaisons [Abele *et al.* 2008, Pashkevich *et al.* 2011]. Des auteurs proposent de nouvelles méthodologies d'identification de la rigidité des robots sériels et l'expression de la matrice de raideur cartésienne en fonction des raideurs articulaires [Alici *et al.* 05, Zhang *et al.* 05, Abele *et al.* 2008].

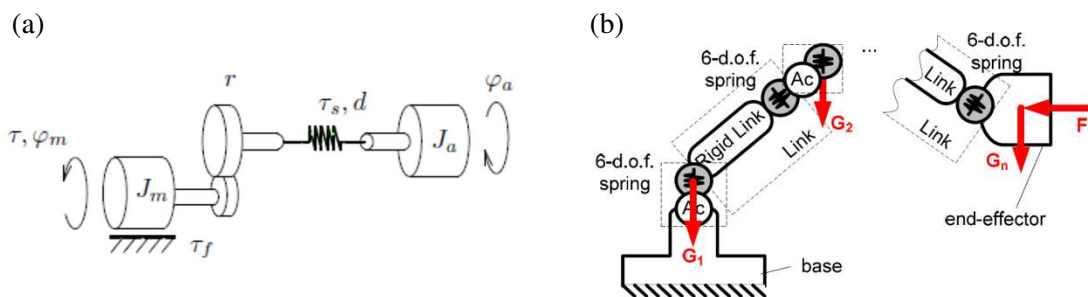


Figure 1-22 : Modèle *grey-box* [Wernholt & Gunnarsson 2005] (a), modèle *VJM* (*Virtual joint modeling*) [Pashkevich *et al.* 2011] (b)

Un ensemble d'auteurs proposent également des modèles de rigidité (RDM, MEF) ou l'utilisation de méthodes énergétiques permettant d'évaluer l'erreur d'une pose quelconque [Chanal *et al.* 2006, Wang *et al.* 2006, Bi *et al.* 2007]. La méthode MEF (Modélisation par Eléments Finis) permet d'analyser le

comportement de la structure en prenant en compte plus précisément toutes les sources de flexibilité. Les bras sont maillés et déformables, les liaisons sont modélisées par des ressorts de torsion. Cette méthode est largement utilisée car elle permet d'obtenir un modèle numérique fiable et précis pour les structures mécaniques mais avec coût calculatoire important. La précision de cette méthode dépend également fortement du maillage et des conditions limites. La MEF permet alors d'analyser les déformations statiques [Swiatek et al. 2010], de déterminer les fréquences et déformées modales [Karagulle et al. 2012] et de calculer des fonctions de réponses en fréquence (FRF). Pour les robots manipulateurs, la MEF a été largement utilisée afin de déterminer des cartes de rigidité dans l'espace de travail [Ruggiu 2012, Bouzgarrou 2001].

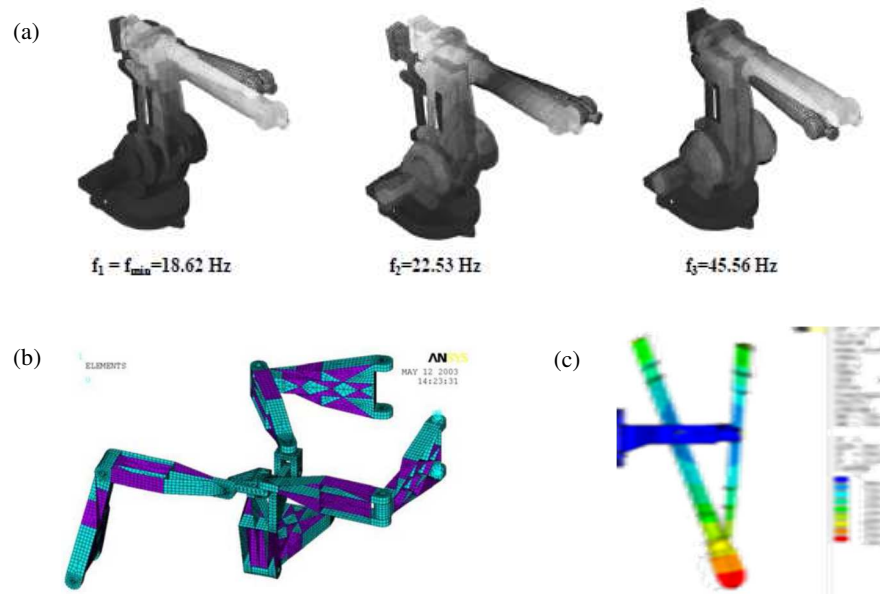


Figure 1-23 : Modèle FEM [Karagulle et al. 2012] Modèle FEM du robot T3R1 [Bouzgarrou et al. 2003], Modèle FEM du robot Tricept [Wang et al. 06] (c)

Le modèle EF, pour être précis, nécessite cependant une définition géométrique assez proche de l'ensemble des éléments de la structure ainsi que la connaissance des raideurs articulaires. Or les modèles CAO des robots industriels ne sont fournis que très partiellement et les valeurs des rigidités articulaires ne sont pas disponibles.

Nous proposons donc de définir un modèle EF corps flexible/liaison flexible suffisamment réaliste pour pouvoir comparer les déformations statiques du robot sous sollicitation d'usage dans différentes configurations. L'identification des raideurs articulaires permettant d'alimenter notre modèle EF s'appuiera sur les travaux réalisés dans ce domaine.

## 1.6 Objectifs de la thèse

Une des thématiques développées au sein de l'équipe MMSI (Machines, Mécanismes et Systèmes Industriels) de l'Institut Pascal consiste à planifier de manière optimisée les trajectoires par la gestion des redondances liée la prise en compte d'un ensemble de critères pondérés. C'est dans ce cadre que s'inscrivent nos travaux et plus particulièrement dans la définition et la validation d'un critère de rigidité. Les principaux objectifs sont donc :

- Définir un critère de rigidité restant simple dans sa formalisation pour minimiser les temps de calcul tout en reflétant le comportement de la structure sous sollicitations,

- Mettre en place un modèle numérique suffisamment réaliste pour évaluer la déflexion en bout d'effecteur,
- Evaluer la pertinence du critère de rigidité entre une trajectoire non optimisée et optimisée.

Une étape importante consiste donc à proposer un modèle numérique pertinent permettant d'évaluer le comportement de la structure robotique sous sollicitations.

## 1.7 Conclusion

Ce premier chapitre a présenté le contexte et les contraintes associées à la robotisation d'opération de coupe à fortes sollicitations telle que l'usinage. Il est nécessaire de vérifier l'adéquation entre les opérations envisagées et les performances des robots en termes de volume de travail, d'accessibilité, de capacité cinématique, de rigidité et de précision. Cette adéquation est associée aux définitions de capacités et d'espace géométrique, cinématique, de précision. L'étude des facteurs d'erreurs impactant l'exactitude et la répétabilité met en avant les éléments prépondérants à prendre en considération pour améliorer la précision. La prise en compte des contraintes montre une réduction forte de l'espace de travail lié au comportement anisotrope des robots dont les performances dépendent de la position instantanée.

La solution retenue pour étendre cet espace de travail et améliorer les capacités des robots consiste à gérer et/ou ajouter des redondances. La gestion de la redondance nécessite l'emploi de critères d'optimisation relatifs à l'architecture robotique (singularité, butée articulaire, etc.), aux capacités attendues (cinématique, mécanique, rigidité) et à la prise en compte des sollicitations du procédé. Nous illustrons au travers d'un ensemble d'exemples d'applications relatifs à l'usinage et au parachèvement l'amélioration des capacités des cellules robotiques par gestion de la redondance. L'introduction d'un critère de rigidité nécessite de pouvoir évaluer le comportement du robot sous sollicitations. Afin d'évaluer les apports du critère dans la recherche d'une configuration de meilleure rigidité, nous proposons l'utilisation d'un modèle EF corps flexible/liaison flexible.

Le deuxième chapitre est consacré tout d'abord à la modélisation des cellules. Nous présentons ensuite la méthode d'optimisation retenue, basée sur le gradient projeté, la définition des critères pris en compte dans la fonction objectif et l'outil d'optimisation développé. Le troisième chapitre présente le modèle EF corps flexible/liaison flexible et l'évolution des critères dans l'espace opérationnel. Le quatrième chapitre est consacré aux différentes expérimentations et résultats obtenus.

# Chapitre 2

## Démarche d'optimisation du comportement de cellules robotisées redondantes

### SOMMAIRE DU CHAPITRE

---

2.1 Présentation des cellules	37
2.2 Eléments de modélisation	38
2.3 Modèles géométriques et cinématiques des cellules	43
2.4 Résolution de la redondance	47
2.5 Formalisation du problème	50
2.6 Méthode d'optimisation	50
2.7 Critères d'optimisation	52
2.8 Outil d'optimisation	56
2.9 Conclusion	63

---

Ce deuxième chapitre est consacré à la démarche de résolution de la redondance. Nous présentons tout d'abord la formalisation de résolution de la redondance basée sur le gradient projeté et la fonction objectif construite par agrégation de critères pondérés (cinématique, mécanique, rigidité). La deuxième partie est consacrée à la présentation des différents critères retenus et plus particulièrement au critère associé à la prise en compte de la rigidité. La dernière partie présente les fonctionnalités de l'outil d'optimisation développé et les différentes améliorations apportées.

### 2.1 Présentation des cellules

Nous présentons tout d'abord l'architecture et les différents composants de la cellule développée pour l'usinage, implantée sur la plate-forme technique de SIGMA. Celle-ci sera composée dans sa configuration finale de deux robots positionnés en vis-à-vis servis par une table rotative portée par un track linéaire (Figure 2-1).

Le robot IRB 6660 est un robot hybride à structure mécanique à parallélogramme à 6 ddls intégrant une commande en effort. Le second est un robot hybride PKM Tricept T606 à 6 ddls à sous-structure parallèle. L'ensemble porte pièce est constitué de la table rotative 2ddls type berceau portée par un track linéaire 1 ddl. Les axes externes sont synchronisés avec chacune des baies de commande des robots. Les deux postes de travail constituent des architectures à 9 ddls répartis entre l'effecteur et la pièce. L'espace des tâches en usinage 5 axes étant de dimension 5, chaque poste dispose ainsi de 4 degrés de redondance, une redondance fonctionnelle d'angle  $\Delta$  définie autour de l'axe de broche et de 3 redondances structurales.

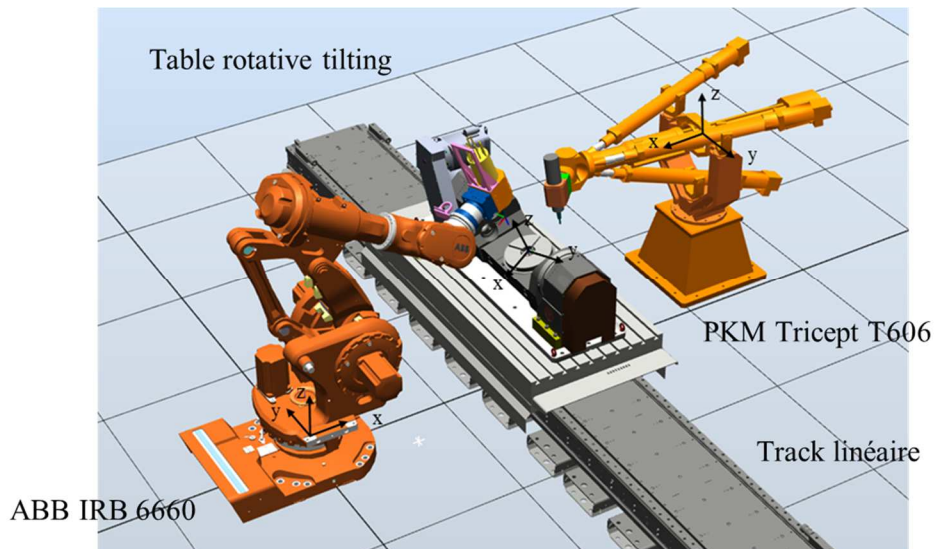


Figure 2-1 : Vue en perspective de la cellule robotisée d'usinage

Dans le cadre de nos travaux, nous nous intéressons uniquement au robot IRB6660. Celui-ci est intégré à deux postes de travail : robot seul pour usinage sur table (Figure 2-2a) et architecture à 9 ddls intégrant la table rotative tilting à 2ddls (Figure 2-2b). Ils représentent les deux postes que nous avons utilisés dans la phase expérimentale.

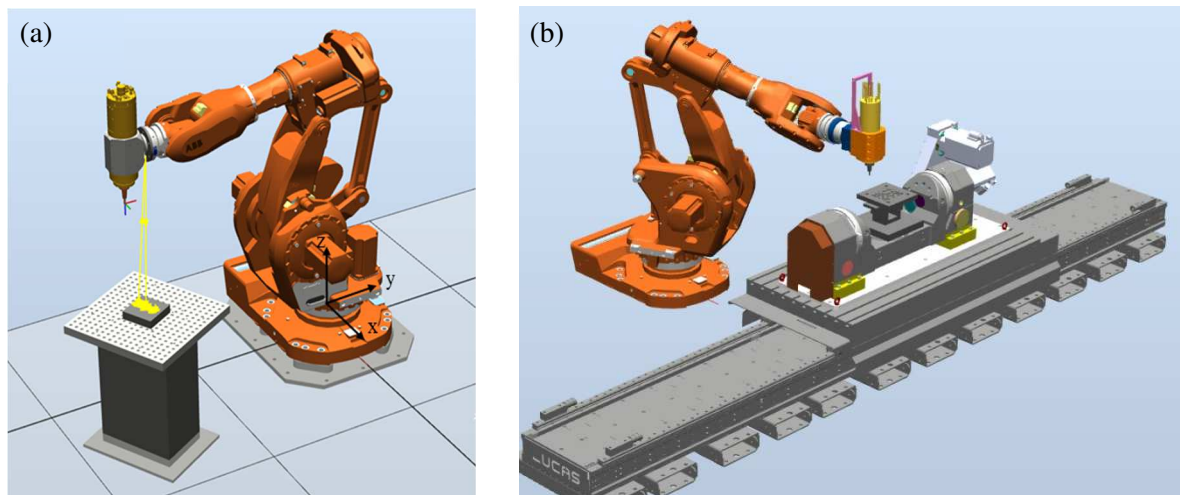


Figure 2-2 : Poste à table fixe (a) et cellule à 9 ddls (b)

## 2.2 Eléments de modélisation

Nous rappelons tout d'abord les bases théoriques de la méthode Travelling Coordinate System [Gogu *et al.* 1997] et les notations utilisées dans la définition des modèles géométriques et cinématiques. La modélisation retenue est basée sur la formalisation TCS car son utilisation permet une simplification des calculs et apporte une plus grande souplesse des notations [Gogu *et al.* 1997].

On considère que sont initialement connus le type de paires cinématiques (axe de rotation ou translation) et la position relative des différents axes (perpendiculaires ou parallèles). Les deux dimensions caractéristiques de chaque élément cinématique  $i$  sont notées :

- $a_i$  : distance définie sur l'axe de la paire  $(i-1, i)$  appelée excentricité de l'élément  $i$  (Figure 2-3a)
- $b_i$  : distance définie sur la direction de la normale commune aux axes des paires  $(i-1, i)$  et  $(i, i+1)$  appelée longueur de l'élément  $i$  (Figure 2-3b et Figure 2-3c)

L'ensemble de ces données sont alors définies sur les différents schémas cinématiques suivants (Figure 2-3).

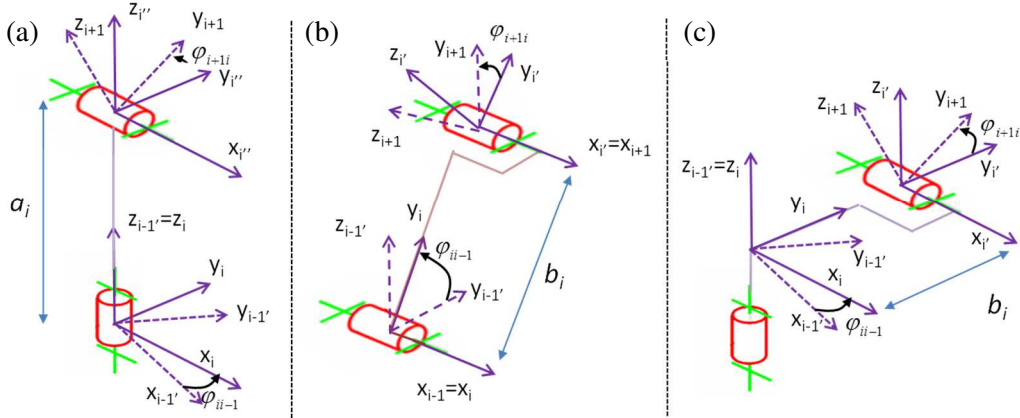


Figure 2-3 : Exemple de modélisation associée à la méthode TCS

### 2.2.1 Modèle géométrique direct

Par définition, le modèle géométrique direct est l'ensemble des relations qui permettent d'exprimer la situation de l'effecteur en fonction des coordonnées articulaires. Considérons un robot à  $n$  degré de mobilité possédant un espace opérationnel de dimension  $m$ , on définit  $f_{MGD}$  comme une application telle que :

$$f_{MGD}: R^n \rightarrow R^m \quad (2-1)$$

En considérant que  $x$  représente les coordonnées opérationnelles et  $q_i$  sont les coordonnées articulaires, nous pouvons écrire :

$$x = f_{MGD}(q_1, q_2, \dots, q_n) \quad (2-2)$$

Un ensemble de systèmes de coordonnées sont attachés aux paires cinématiques. Ainsi, la position et l'orientation d'un système de coordonnées  $j$  ( $O_j x_j y_j z_j$ ) par rapport à un système de coordonnées  $i$  ( $O_i x_i y_i z_i$ ) est représenté par un opérateur homogène  $A_{ij}$  défini par :

$$[A_{ij}] = \begin{bmatrix} k & 0 & 0 & 0 \\ r_{xi} & a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ r_{yi} & a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ r_{zi} & a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix} \Leftrightarrow [A_{ij}] = \begin{bmatrix} k & 0 \\ [r_{0j}]_i & [a_{ij}] \end{bmatrix} \quad (2-3)$$

avec  $k$  le facteur d'échelle (égal à 1 pour les opérateurs homogènes utilisés dans ce manuscrit)

$[r_{0j}]_i$  le vecteur de position de l'origine du système  $j$  par rapport au système  $i$  tel que :

$$[r_{0j}]_i = [O_i O_j]_i = [r_{xi} \quad r_{yi} \quad r_{zi}]^T \quad (2-4)$$

$$[a_{ij}] = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix} \Leftrightarrow [a_{ij}] = [i_j \quad j_j \quad k_j]_i \quad (2-5)$$

$[a_{ij}]$  est la matrice 3x3 des cosinus directeurs. Elle donne l'orientation des vecteurs unitaires du système de coordonnées  $j$  ( $i_j, j_j, k_j$ ) par rapport au système  $i$  (les projections des vecteurs unitaires du



système de coordonnées  $j$  sur les axes du système de coordonnées  $i$ ). Cette description permet de définir des opérateurs homogènes élémentaires  $T_x, T_y, T_z, R_x, R_y, R_z$ . Nous ne détaillons que  $T_x$  et  $R_x$ .

- L'opérateur homogène  $T_x$ , représente une translation pure de direction  $x$  et de valeur  $d_x$  :

$$T_x(d_x) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ d_x & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2-6)$$

- L'opérateur homogène  $R_x$  représentant une rotation pure autour de l'axe  $x$  et de valeur  $\theta_x$  :

$$R_x(\theta_x) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & C_x & -S_x \\ 0 & 0 & S_x & C_x \end{bmatrix} \quad (2-7)$$

Dans la suite du manuscrit, nous adopterons les notations suivantes :

- $C_{21} = \cos(\varphi_{21})$ ,
- $S_{21} = \sin(\varphi_{21})$ ,
- $C_{321} = \cos(\varphi_{32} + \varphi_{21})$ ,
- $S_{321} = \sin(\varphi_{32} + \varphi_{21})$ .

Les trajectoires sont définies par un ensemble de poses décrivant la position et l'orientation du point caractéristique de l'outil noté TCP (Tool Center Point).  $A_{0TCP}$  représente la position et l'orientation du repère associé au TCP  $O_{TCP}X_{TCP}Y_{TCP}Z_{TCP}$ . Pour caractériser le décalage du point TCP par rapport au point  $O_6$ , nous introduisons un opérateur homogène de translation, noté  $A_{6TCP}$  pour définir la position de l'origine  $O_{TCP}$  du repère associé au TCP par rapport au repère  $O_6X_6Y_6Z_6$ . Le modèle géométrique direct est alors la concaténation des différents opérateurs telle que :

$$A_{0TCP} = A_{06}A_{6TCP} = \left( \prod_{i=1}^6 A_{i-1,i} \right) A_{6TCP} \quad \text{où} \quad A_{0TCP} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ x_{TCP} & a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ y_{TCP} & a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ z_{TCP} & a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix} \quad (2-8)$$

$x_{TCP}, y_{TCP}, z_{TCP}$  représentent la position finale du TCP.  $a_{11} \dots a_{33}$  représentent les cosinus directeurs. Ils correspondent à l'orientation du repère associé au TCP dans le repère de référence.

### **Représentation des orientations par les quaternions**

L'ensemble des robots utilisés dans nos applications sont des robots ABB dont la description de l'orientation des poses est basée sur l'emploi des quaternions. Nous rappelons ici les expressions de transformations des cosinus directeurs sous la forme de quaternions et réciproquement.

$$\text{Soit } Q: [c_0 \ c_1 \ c_2 \ c_3] \quad (2-9)$$

L'expression des paramètres d'Euler appelés aussi paramètres d'Olindes-Rodrigues ou les composants du quaternion unitaire est donnée par:

$$c_0 = \frac{1}{2} \sqrt{a_{11} + a_{22} + a_{33} + 1} > 0 \quad (2-10)$$

La détermination des autres termes nécessitent une étude du signe :

$$c_1 = \frac{1}{2} \text{signe}(a_{32} - a_{23}) \sqrt{(a_{11} - a_{22} - a_{33} + 1)} \quad (2-11)$$

$$c_2 = \frac{1}{2} \text{signe}(a_{31} - a_{13}) \sqrt{(-a_{11} + a_{22} - a_{33} + 1)} \quad (2-12)$$

$$c_3 = \frac{1}{2} \text{signe}(a_{21} - a_{12}) \sqrt{(-a_{11} - a_{22} + a_{33} + 1)} \quad (2-13)$$

Inversement, l'expression des cosinus directeurs à partir des quaternions est donnée par la matrice suivante :

$$[a_{ij}] = \begin{bmatrix} 2(c_0^2 + c_1^2) - 1 & 2(c_1c_2 - c_0c_3) & 2(c_1c_3 + c_0c_2) \\ 2(c_1c_2 + c_0c_3) & 2(c_0^2 + c_2^2) - 1 & 2(c_2c_3 - c_0c_1) \\ 2(c_1c_3 - c_0c_2) & 2(c_2c_3 + c_0c_1) & 2(c_0^2 + c_3^2) - 1 \end{bmatrix} \quad (2-14)$$

### 2.2.2 Modèle géométrique inverse

Le modèle géométrique inverse permet de déterminer les coordonnées articulaires à partir d'une situation donnée de l'organe terminal dans l'espace opérationnel. Il se définit par l'application :

$$f_{MGI}: \mathbb{R}^m \rightarrow \mathbb{R}^n \quad \text{où} \quad q_i = f_{MGI}(x) \quad (2-15)$$

Pour le calcul du modèle géométrique inverse permettant de définir l'expression de coordonnée articulaire  $q_i$ , nous ne prenons pas en compte l'opérateur  $A_{6TCP}$ . Considérons l'opérateur  $A_{06}$  représentant la position et l'orientation du point à la concourance des trois dernières liaisons pivots définie par :

$$A_{06} = A_{01}(q_1) A_{12}(q_2) A_{23}(q_3) A_{34}(q_4) A_{45}(q_5) A_{56}(q_6) \quad (2-16)$$

Le calcul des coordonnées articulaires est basé sur la méthode de Paul [Paul 1981]. Soit  $U_0$  la position désirée représentant la position et l'orientation du centre du poignet :

$$U_0 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ p_x & a_x & n_x & s_x \\ p_y & a_y & a_y & a_y \\ p_z & a_z & a_z & a_z \end{bmatrix} \quad \text{avec} \quad U_0 = A_{01}A_{12}A_{23}A_{34}A_{45}A_{56} \quad (2-17)$$

En prémultipliant successivement les deux membres de l'équation par  $A_{i,i+1}^{-1}$ , les variables articulaires  $q_i$  peuvent être successivement séparées comme suit:

$$\begin{aligned} A_{01}^{-1}U_0 &= A_{12}A_{23}A_{34}A_{45}A_{56} \\ A_{12}^{-1}A_{01}^{-1}U_0 &= A_{23}A_{34}A_{45}A_{56} \\ A_{23}^{-1}A_{12}^{-1}A_{01}^{-1}U_0 &= A_{34}A_{45}A_{56} \\ A_{34}^{-1}A_{23}^{-1}A_{12}^{-1}A_{01}^{-1}U_0 &= A_{45}A_{56} \\ A_{45}^{-1}A_{34}^{-1}A_{23}^{-1}A_{12}^{-1}A_{01}^{-1}U_0 &= A_{56} \end{aligned} \quad (2-18)$$

Dans le cas général, trois cas peuvent se présenter :

- absence de solution en raison de la limitation des degrés de liberté, des débattements articulaires et des paramètres géométriques,

- infinité de solution si le robot est redondant vis-à-vis de la tâche ou dans une configuration singulière,
- solutions en nombre fini. Il est possible de calculer toutes les configurations permettant d'atteindre une situation donnée.

### 2.2.3 Modèle cinématique direct

Le modèle cinématique direct (MCD) relie les vitesses articulaires aux vitesses de l'effecteur. Il est caractérisé par la matrice Jacobienne  $J$  :

$$\begin{bmatrix} {}^p v \\ {}^p \omega_h \end{bmatrix} = [{}^p J_h] \cdot [\dot{q}] \quad (2-19)$$

${}^p v$  vecteur vitesse de translation d'un point  $h$  de l'élément final du robot exprimé dans le système de coordonnées  $p$ .

${}^p \omega$  vecteur vitesse de rotation d'un point  $h$  de l'élément final du robot exprimé dans le système de coordonnées  $p$ .

$\dot{q}$  le vecteur des vitesses articulaires

$[{}^p J_h]$  la matrice Jacobienne.

Il est d'usage de s'intéresser à la vitesse opérationnelle du point  $O_6$  ou  $O_{TCP}$  de l'organe terminal et de l'exprimer dans le repère de base ( $p=0$ ) ou dans le repère du TCP ( $p=TCP$ ). La littérature présente différentes méthodes de calcul de la matrice Jacobienne par dérivation du MGD. Pour une architecture à  $n$  degrés de liberté, les matrices Jacobiennes utilisées sont généralement  ${}^{TCP}J_{TCP}$  ou  ${}^0J_{TCP}$ . Cependant, si  $n_a$  est le nombre d'articulations, la matrice qui requiert le moins de calcul est donnée par :

$${}^e J_e \quad \text{avec} \quad e = \text{partie entière} \left( \frac{n_a}{2} \right) \quad (2-20)$$

Ainsi, dans le calcul de la Jacobienne d'un robot manipulateur à 6 ddl, le calcul de la matrice  ${}^3J_3$  est la matrice qui requiert le moins de calcul. La matrice Jacobienne  $[{}^p J_h]$  peut être calculée en utilisant la matrice Jacobienne canonique de type  $[{}^e J_e]$  par [Gogu *et al.* 2004] :

$$[{}^p J_h] = \begin{bmatrix} [a_{pe}] & [a_{pe}] [\wedge r_{he}] \\ 0 & [a_{pe}] \end{bmatrix} [{}^e J_e] \quad \text{où} \quad A_{pe} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ [r_{Oe}]_p & [a_{pe}] \end{bmatrix} \quad (2-21)$$

et  $[\wedge r_{he}]$  est la matrice du produit vectoriel associée au vecteur  $r_{he} = O_h O_e$ . Le passage du modèle géométrique direct au calcul des différentes colonnes de la matrice Jacobienne est donné dans [Gogu *et al.* 1997].

## 2.3 Modèles géométriques et cinématiques des cellules

Cette section présente les modèles géométriques et cinématiques utilisées dans nos travaux concernant le robot ABB IRB 6660 et les deux architectures à 6 et 9 ddl.

### 2.3.1 Modélisation du robot hybride à structure mécanique à parallélogramme IRB 6660

Le robot manipulateur considéré est composé de 9 liaisons et de 9 éléments (Figure 2-4a). Il comporte 6 liaisons actives de coordonnées  $q = [q_1 \dots q_6]$  et 3 liaisons passives notées  $(q_{p1}, q_{p2}, q_{c1})$  (Figure 2-4b).

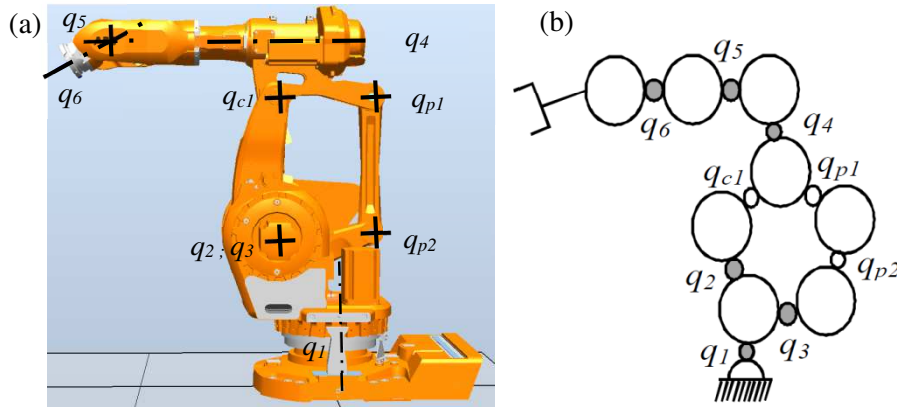


Figure 2-4 : Robot hybride à structure mécanique à parallélogramme (a), graphe (b)

Le modèle TCS est défini à la Figure 2-5. Le repère fixe est le repère  $O_0X_0Y_0Z_0$ .

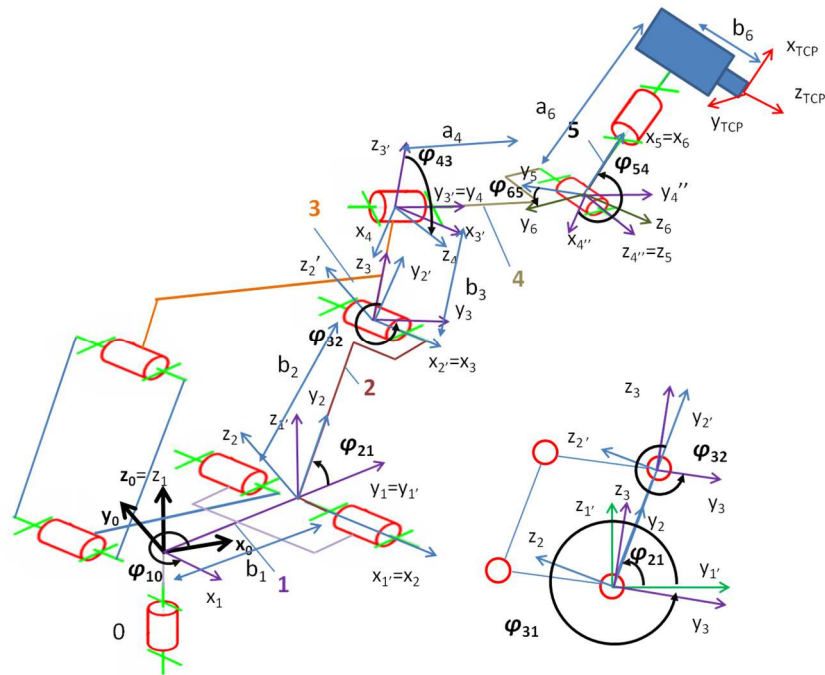


Figure 2-5 : Modélisation de l'IRB6660 par la méthode TCS

La modélisation est basée sur une architecture sérielle équivalente définie par les 6 rotations :

- $q_1 = \varphi_{10}$  angle de rotation autour de  $Z_1$
- $q_2 = \varphi_{21}$  angle de rotation autour de  $X_2$
- $q_3 = \varphi_{32}$  angle de rotation autour de  $X_3$

- $q_4 = \varphi_{43}$  angle de rotation autour de  $Y_4$
- $q_5 = \varphi_{54}$  angle de rotation autour de  $Z_5$
- $q_6 = \varphi_{65}$  angle de rotation autour de  $X_6$

Les paramètres géométriques liés à l'architecture du robot sont les suivants :

- $b_1$  longueur de la normale commune entre les axes des deux liaisons adjacents à l'élément 1
- $b_2$  longueur de la normale commune entre les axes des deux liaisons adjacents à l'élément 2
- $b_3$  longueur de la normale commune entre les axes des deux liaisons adjacents à l'élément 3
- $a_4$  dimension sur l'axe 3-4 suivant  $Y_3 = Y_4$

Dans le cadre de notre application d'usinage, la broche outil est montée perpendiculairement à l'axe 6. Le point piloté TCP intègre les décalages  $a_6$  et  $b_6$  suivant respectivement les axes  $X_6$  et  $Y_6$ .

### Modélisation du robot

Le modèle géométrique direct est représenté par les transformations allant du repère  $O_0X_0Y_0Z_0$  à  $O_{TCP}X_{TCP}Y_{TCP}Z_{TCP}$  :

$$\begin{aligned}
 O_0X_0Y_0Z_0 &\xrightarrow{R_{01}^z(\varphi_{10})} O_1X_1Y_1Z_1 \xrightarrow{T_{11}^y(b_1)} O_{1'}X_{1'}Y_{1'}Z_{1'} \xrightarrow{R_{1'2}^x(\varphi_{21})} O_2X_2Y_2Z_2 \xrightarrow{T_{22}^y(b_2)} O_{2'}X_{2'}Y_{2'}Z_{2'} \\
 &\xrightarrow{R_{2'3}^x(\varphi_{32})} O_3X_3Y_3Z_3 \xrightarrow{T_{33}^z(b_3)} O_{3'}X_{3'}Y_{3'}Z_{3'} \xrightarrow{R_{3'4}^y(\varphi_{43})} O_4X_4Y_4Z_4 \xrightarrow{T_{44}^y(a_4)} O_{4''}X_{4''}Y_{4''}Z_{4''} \\
 &\xrightarrow{R_{4''5}^z(\varphi_{54})} O_5X_5Y_5Z_5 \xrightarrow{R_{56}^x(\varphi_{65})} O_6X_6Y_6Z_6 \xrightarrow{T_{66}^x(a_6)} O_{6''}X_{6''}Y_{6''}Z_{6''} \xrightarrow{T_{6''TCP}^y(b_6)} O_{TCP}X_{TCP}Y_{TCP}Z_{TCP}
 \end{aligned} \quad (2-22)$$

$\varphi_{32}$  représente la position articulaire de l'élément 3 par rapport à l'élément 2. Celle-ci est reliée aux positions articulaires par la relation :

$$\varphi_{32} = \varphi_{31} - \varphi_{21} \quad (2-23)$$

La modélisation géométrique du robot est alors :

$$\begin{aligned}
 A_{0TCP} &= \underbrace{R_{01}^z(\varphi_{10}) T_{11}^y(b_1)}_{A_{01}} \underbrace{R_{1'2}^x(\varphi_{21}) T_{22}^y(b_2)}_{A_{12}} \underbrace{R_{2'3}^x(\varphi_{31} - \varphi_{21}) T_{33}^z(b_3)}_{A_{23}} \underbrace{R_{3'4}^y(\varphi_{43}) T_{44}^y(a_4)}_{A_{34}} \underbrace{R_{4''5}^z(\varphi_{54})}_{A_{45}} \\
 &\underbrace{R_{56}^x(\varphi_{65}) T_{66}^x(a_6) T_{6''TCP}^y(b_6)}_{A_{5TCP}}
 \end{aligned} \quad (2-24)$$

Le modèle est donné en Annexe 2-1.

### Modèle géométrique inverse

La résolution du modèle géométrique inverse est similaire au modèle présenté précédemment et intègre la relation :

$$\varphi_{31} = \varphi_{32} + \varphi_{21} \quad (2-25)$$

Le modèle est donné en Annexe 2-1.

### Modèle cinématique direct

Le modèle cinématique direct est similaire au modèle précédent et intègre la relation :

$$\dot{\varphi}_{32} = \dot{\varphi}_{31} - \dot{\varphi}_{21} \quad (2-26)$$

Le modèle est donné en Annexe 2-1 et vérifie la relation :

$$\dot{x}_{TCP} = {}^{TCP}J_{TCP} [\dot{q}_1 \quad \dot{q}_2 \quad \dot{q}_3 \quad \dot{q}_4 \quad \dot{q}_5 \quad \dot{q}_6]^T \quad (2-27)$$

$$\text{où } \dot{q}_2 = \dot{\varphi}_{21} \text{ et } \dot{q}_3 = \dot{\varphi}_{31} \quad (2-28)$$

### Calcul du déterminant

Nous calculons le déterminant afin de déterminer les positions singulières. Le calcul du déterminant nous donne :

$$Det(J) = -b_2 C_{54} (b_3 C_{32} + a_4 S_{32}) (b_1 + a_4 C_{321} - b_3 S_{321} + b_2 C_{21}) \quad (2-29)$$

Ce déterminant est nul pour les 3 configurations suivantes :

$$- C_{54} = 0 \quad (2-30)$$

$$- b_3 C_{32} + a_4 S_{32} = 0 \quad (2-31)$$

$$- b_1 + a_4 C_{321} - b_3 S_{321} + b_2 C_{21} = 0 \quad (2-32)$$

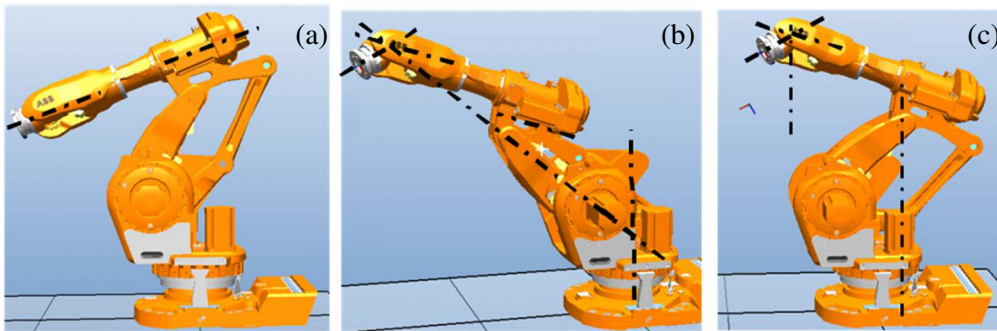


Figure 2-6 : Singularité du poignet (a), singularité du coude (b), singularité de l'épaule non atteignable (c)

Comme précédemment, ces trois configurations correspondent aux singularités du poignet, du coude et de l'épaule. La singularité du poignet, présentée à la Figure 2-6a, correspond à l'alignement des liaisons 4 et 6. La singularité du coude correspondant au passage d'une droite par tous les axes des liaisons motorisées se produit au voisinage des butées articulaires des liaisons 2 et 3 (Figure 2-6b). Enfin, la singularité de l'épaule n'est pas atteignable par le robot de part la limitation des butées articulaires et la configuration physique du robot (Figure 2-6c). Elle se réalise quand le point d'intersection des 3 axes de rotation du poignet se trouve sur l'axe de rotation de la première liaison pivot du robot.

### 2.3.2 Cellule à 9 dds associée au robot IRB6660

Nous présentons dans cette partie l'architecture redondante et l'intégration des paramètres géométriques et des nouveaux degrés de liberté pilotables. Cette cellule intègre 3 dds supplémentaires comprenant 1 guidage linéaire  $q_7$  et 2 rotations  $q_8$  et  $q_9$  correspondantes aux mobilités de la table rotative (Figure 2-7). Afin de ne pas décaler les notations, les articulations supplémentaires notées  $q_7$  à  $q_9$  sont placées en début de chaîne. La mise en œuvre du modèle géométrique complet à 9 dds est directe et inclue les paramètres suivants :

- $q_7 = d_{07}$  correspond à la translation suivant  $Y_7$
- $q_8 = \varphi_{78}$  correspond à la rotation autour de  $Y_7$
- $q_9 = \varphi_{89}$  correspond à la rotation autour de  $X_8$

- $b_7$  et  $a_1$  représentent les paramètres architecturaux définissant la position de la table rotative vis-à-vis du robot.

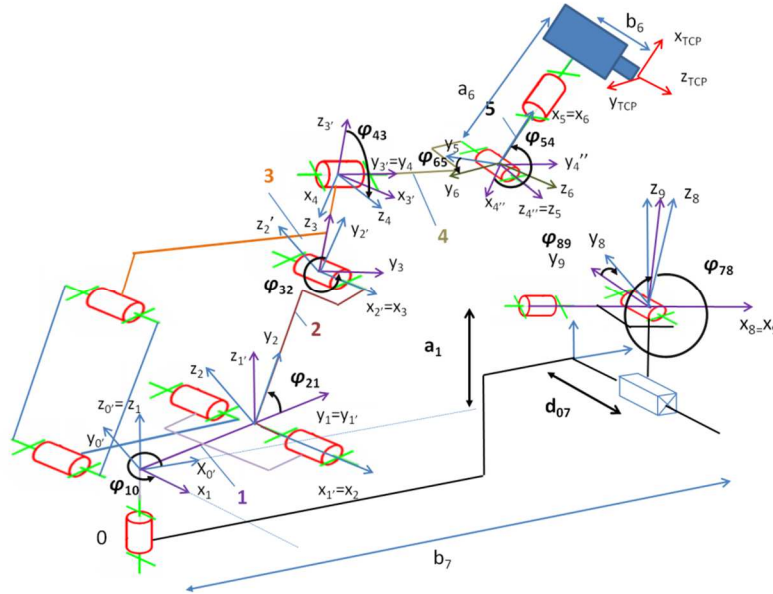


Figure 2-7 : Modélisation de l'architecture à 9 ddl par la méthode TCS

3 opérateurs homogènes sont alors introduits :

- $A_{98}$  est un opérateur de rotation sur l'axe  $X_8$
- $A_{87}$  est un opérateur de rotation sur l'axe  $Y_7$
- $A_{70}$  est un opérateur de translation suivant  $Y_7$

Le modèle géométrique direct de la cellule s'exprime alors par :

$$A_{9TCP} = \underbrace{R_{98}^x(\varphi_{89})}_{A_{98}} \underbrace{R_{87}^y(\varphi_{78})}_{A_{87}} \underbrace{I_{70}^y(d_{07})}_{A_{70}} \underbrace{I_{00}^x(b_7)}_{A_{70}} \underbrace{R_{01}^z(\varphi_{10})}_{A_{01}} \underbrace{I_{11}^z(a_1)}_{A_{01}} \underbrace{I_{11}^y(b_1)}_{A_{11}} \underbrace{R_{12}^x(\varphi_{21})}_{A_{12}} \underbrace{I_{22}^y(b_2)}_{A_{12}} \underbrace{R_{23}^x(\varphi_{32})}_{A_{23}} \underbrace{I_{33}^z(b_3)}_{A_{23}} \underbrace{R_{34}^y(\varphi_{43})}_{A_{34}} \underbrace{I_{44}^y(a_4)}_{A_{44}} \underbrace{R_{45}^z(\varphi_{54})}_{A_{45}} \underbrace{R_{56}^x(\varphi_{65})}_{A_{56}} \underbrace{I_{66}^x(a_6)}_{A_{66}} \underbrace{I_{66}^y(TCP)}_{A_{66}} \underbrace{I_{66}^z(b_6)}_{A_{66}} \quad (2-33)$$

Les résultats du modèle géométrique direct sont donnés en Annexe 2-2. La matrice Jacobienne  ${}^{TCP}J_{TCP}$  associée au modèle géométrique direct vérifie la relation suivante :

$$\dot{x} = {}^{TCP}J_{TCP} \begin{bmatrix} \dot{q}_9 & \dot{q}_8 & \dot{q}_7 & \dot{q}_1 & \dot{q}_2 & \dot{q}_3 & \dot{q}_4 & \dot{q}_5 & \dot{q}_6 \end{bmatrix}^T \quad (2-34)$$

L'expression de  ${}^{TCP}J_{TCP}$  est donnée en Annexe 2-2.

### 2.3.3 Synchronisation des articulations

Les cellules robotisées redondantes présentées sont construites dans un repère atelier qui positionne d'une part le repère de base  $O_0X_0Y_0Z_0$  des manipulateurs à 6 ddl et le repère associé à la table rotative. Afin de synchroniser l'ensemble des articulations, le mouvement est décrit en considérant le repère d'observation attaché au repère de la table et non au repère atelier.

On réalise ainsi une inversion cinématique du mouvement par rapport à la table et l'observateur est déplacé du sol sur la table. Les schémas cinématiques équivalents de nos architectures sont présentés à la Figure 2-8.

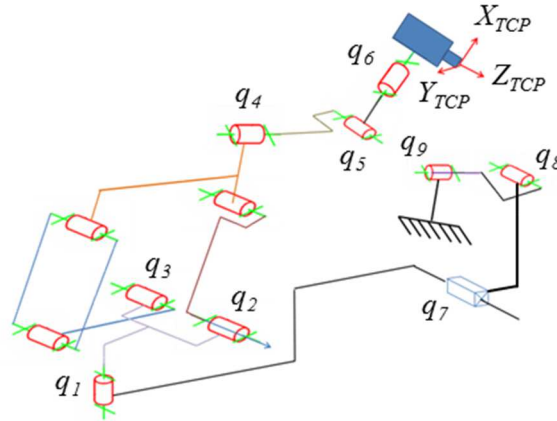


Figure 2-8 : Inversion du mouvement

## 2.4 Résolution de la redondance

Un certain nombre de méthodes d'optimisation ou de contrôle d'architecture redondante existe [Nenchev 1989, Bidaud 2009, Chiaverini *et al.* 2009, Yahya 2011]. Les méthodes les plus couramment utilisées sont listées ci-dessous :

- Pseudo-inverse de Moore Penrose [Whitney 1969, Whitney 1972]
- Moindres carrés amortis de Wampler ou avec pondération [Wampler 1986, Nakamura *et al.* 1986]
- Projection sur le noyau [Le Boudec *et al.* 2006, Guire *et al.* 2010, Andres *et al.* 2011, Huo *et al.* 2011, Robin *et al.* 2011, Subrin *et al.* 2014, Sabourin *et al.* 2015]
- Augmentation de la tâche ou Jacobienne étendue [Park *et al.* 2001, Tchoń *et al.* 2009, Singla *et al.* 2010]
- Méthode approchée [Wang *et al.* 2010, Xu *et al.* 2010, Xiao *et al.* 2010, Xiao *et al.* 2012]
- Algorithmes génétiques [Graça Marcos *et al.* 2006, Graça Marcos *et al.* 2009, Vosniakos *et al.* 2009, Dumas *et al.* 2011]

Ces méthodes sont soit locales et permettent l'optimisation du comportement de l'architecture à une pose donnée, soit globales et permettent de déterminer une solution pour l'ensemble des poses mais sont plus complexes à mettre en œuvre. La littérature présente des comparaisons de méthodes de résolution de la redondance suivant différents éléments de performance comme le temps de convergence, la pertinence vis-à-vis de l'adéquation critères/méthode employée, la précision [Chan *et al.* 1995, Huo *et al.* 2011, Andres *et al.* 2012]. Chacune des méthodes possède des avantages, des inconvénients et des limitations. Cependant, aucune d'entre-elles ne propose de solutions optimales et leurs performances dépendent fortement de l'application envisagée.

La méthode du gradient projeté GPM (Gradient Projection Method) retenue reste la plus employée et permet de gérer aussi bien des redondances fonctionnelles que des redondances structurales, associées à un ensemble de critères et de contraintes. Celle-ci a prouvé son efficacité pour des applications d'usinage [Robin *et al.* 2011, Andres *et al.* 2012, Sabourin *et al.* 2015] et de découpe de viande [Guire *et al.* 2010, Subrin *et al.* 2014]. Les formulations présentées de la méthode GPM s'appuient sur les différents travaux et améliorations réalisées au sein de l'équipe MMSI de l'Institut Pascal [Robin 2007, Guire 2011, Subrin 2013].



### 2.4.1 Pseudo-inverse de Moore-Penrose LN (Least Norm)

Le pilotage des actionneurs se faisant dans l'espace articulaire  $E_A$ , pour un mouvement défini dans l'espace cartésien  $E_O$ , il est nécessaire d'inverser l'équation suivante :

$$\dot{x} = J\dot{q} \quad (2-35)$$

Lorsque  $J$  est carrée, non singulière, on a :

$$\dot{q} = J^{-1}\dot{x} \quad (2-36)$$

Dans le cas d'une architecture redondante, la matrice Jacobienne  $J$  n'étant pas carrée, la pseudo-inverse de  $J$ , notée  $J^+$  peut être exploitée :

$$J^+ = J^T (JJ^T)^{-1} \quad (2-37)$$

On a alors :

$$\dot{q} = J^+ \dot{x} \quad \text{avec} \quad J^+ = J^T (JJ^T)^{-1} \quad (2-38)$$

Pour la gestion des redondances, la méthode retenue consiste à utiliser la pseudo-inverse à droite  $J^+$  de Moore-Penrose avec terme d'optimisation [Liegeois 1977]. On obtient ainsi d'une part une solution qui minimise les vitesses articulaires, et d'autre part, ceci permet d'adjoindre un ensemble de critères par l'intermédiaire du vecteur  $z$ . La formulation générale est la suivante :

$$\dot{q} = J^+ \dot{x} + \underbrace{(I - J^+ J)}_{J_h} z \quad (2-39)$$

Avec  $I$ , la matrice identité de dimension  $n$  et  $J_h$  la matrice de projection de  $z$  sur le noyau de  $J$ . Cette relation peut également s'écrire :

$$\dot{q} = \dot{q}_p + \alpha \dot{q}_h \quad (2-40)$$

où  $\dot{q}_p$  est la solution particulière minimisant la norme des vitesses articulaires  $\|\dot{q}\|^2$  et  $\dot{q}_h$  est la solution homogène de l'équation appelée aussi terme d'optimisation. Le paramètre  $\alpha$  est un gain permettant de moduler les objectifs de minimisation des vitesses et la solution homogène. Les vitesses articulaires et opérationnelles sont liées par l'application linéaire exprimée pour une configuration articulaire donnée par la matrice Jacobienne  $J$ . Cette application agit de l'espace articulaire  $E_A$  vers l'espace opérationnel  $E_O$  avec :

$$\dim E_A = \dim (E_O) + \dim \text{Ker} ( J ) \quad (2-41)$$

Dans le cas de robots non redondants, la dimension de l'espace articulaire  $E_A$  est la même que la dimension de l'espace image qui est l'espace opérationnel  $E_O$ . Tout déplacement ou combinaison de déplacements dans l'espace articulaire provoque un déplacement dans l'espace opérationnel et la dimension du noyau de l'application linéaire est nulle. Cependant, pour les robots redondants, la dimension de l'espace articulaire est supérieure à la dimension de l'espace opérationnel. La dimension du noyau est non nulle et égale au degré de redondance. Cela signifie que tout déplacement articulaire appartenant au noyau de l'application modifie la configuration du robot sans modifier la pose de l'effecteur. Cette propriété est très importante car elle fait apparaître la notion de *reconfiguration interne* appelée *self-motion*. Ainsi, un premier terme pouvant être exploité pour l'optimisation peut se définir après discrétisation comme :

$$dq = (I - J^+ J) z \quad (2-42)$$

### 2.4.2 Méthode du gradient projeté GPM (Gradient Projection Method)

Considérons  $\Phi(q)$  une fonction scalaire définie positive et  $\nabla \Phi$  le gradient associé.  $\nabla \Phi$  décrit la direction de croissance ou décroissance de la fonction  $\Phi(q)$ . La projection de ce gradient sur le noyau de  $J$  permet de ne pas affecter la solution principale. La solution homogène s'écrit alors :

$$dq = \alpha(I - J^+J)\nabla\Phi \quad \text{avec} \quad \nabla\Phi = \left[ \frac{\partial\Phi}{\partial q_1} \dots \frac{\partial\Phi}{\partial q_n} \right]^T \quad (2-43)$$

Le gradient de  $\nabla \Phi$  met en œuvre d'une pondération variable [Lee *et al.* 2006] avec la dominance de certains critères afin d'optimiser seulement les critères prépondérants. Le coefficient  $\alpha$  permet de moduler la contribution du gradient. Le choix du coefficient  $\alpha$  doit être modulable pendant l'optimisation lorsque le degré de redondance devient important ou que l'architecture est très agile avec des fluctuations importantes dans l'évaluation des critères. En effet, si la valeur du coefficient  $\alpha$  est trop faible, les critères supplémentaires sont alors pris en compte lorsque le gradient de  $\nabla \Phi$  est important. Cela peut entraîner par exemple un non évitement des butées. A l'inverse, si la valeur du coefficient  $\alpha$  est trop important, des oscillations peuvent se produire [Chan *et al.* 1995]. Dans la littérature, les valeurs minimales et maximales de  $\alpha$  doivent respecter les conditions suivantes [Lee *et al.* 2006] :

$$\alpha_{i_{max}} = \min \left\{ (\dot{q}_{i_{max}} - \dot{q}_{ip}) / \dot{q}_{ih}, (\dot{q}_{i_{min}} - \dot{q}_{ip}) / \dot{q}_{ih} \right\} \quad (2-44)$$

$$\alpha_{i_{min}} = \max \left\{ (\dot{q}_{i_{max}} - \dot{q}_{ip}) / \dot{q}_{ih}, (\dot{q}_{i_{min}} - \dot{q}_{ip}) / \dot{q}_{ih} \right\} \quad (2-45)$$

$\dot{q}_{ip}$  et  $\dot{q}_{ih}$  sont définis à l'équation 2-40 associée à l'articulation  $i$ . Les valeurs de  $\alpha_{min}$  et  $\alpha_{max}$  sont alors données par :

$$\alpha_{max} = \min \{ \alpha_{1_{max}} ; \alpha_{2_{max}} ; \dots \} \quad \text{et} \quad \alpha_{min} = \max \{ \alpha_{1_{min}} ; \alpha_{2_{min}} ; \dots \} \quad (2-46)$$

La solution retenue dans le cas des cellules redondantes à 9 ddls mais également dans le cas de la redondance fonctionnelle, consiste à utiliser un gain régit par la loi d'Armijo permettant à la valeur  $\alpha$  de s'ajuster à la norme du gradient [Chiaverini *et al.* 2009]. Pour cela, la solution consiste à borner une fonction  $g(\alpha)$  telle que (Figure 2-9) :

- Pour que  $\alpha$  ne soit pas trop grand :

$$g(\alpha) \leq g(0) + \varepsilon g'(0)\alpha \quad \text{avec} \quad 0 < \varepsilon < 1 \quad (2-47)$$

- Pour que  $\alpha$  ne soit pas trop petit :

$$g(\eta\alpha) > g(0) + \varepsilon g'(0)\eta\alpha \quad \text{avec} \quad \eta > 1 \quad (2-48)$$

En pratique, on définit une première valeur de  $\alpha$ . Si cette valeur satisfait les équations,  $\alpha$  est augmenté de  $\eta$  ( $\eta = 2$  et  $\varepsilon = 0.2$  est souvent utilisé) jusqu'à ne plus satisfaire les conditions. Si la valeur de  $\alpha$  n'est pas satisfaite,  $\alpha$  est alors divisée par  $\eta$  [Luenberger 2003].

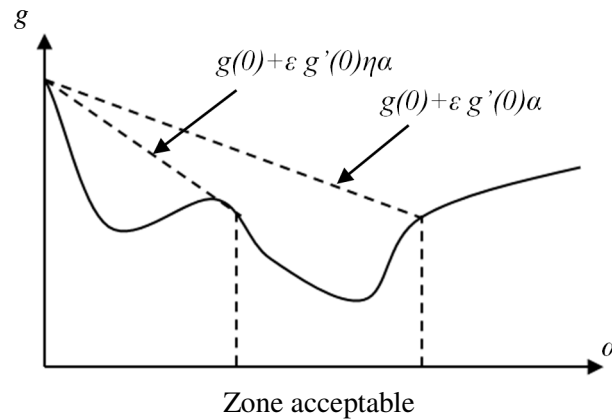


Figure 2-9 : Représentation du domaine acceptable pour le choix de  $\alpha$  [Luenberger2003].

## 2.5 Formalisation du problème

Le problème de suivi de trajectoires avec une architecture redondante amène à trouver un paramètre  $x$  qui satisfait différentes contraintes liées à la tâche, à la configuration du robot, à la capacité attendue. Le problème peut être exprimé ainsi :

$$\text{Soit } f : x \in \mathfrak{R}^n \rightarrow f(x) \in \mathfrak{R}^k$$

$$\text{trouver } \{x^*\} \text{ qui minimise } f(x) \quad (2-49)$$

$$\text{sous } h : x \rightarrow h(x) \leq 0 \quad \text{et} \quad g : x \rightarrow g(x) = 0$$

La formalisation du problème fait intervenir trois types de données : les variables d'état, les paramètres de gestion de la cellule, les contraintes et les critères d'optimisation.

- *Variables d'état* : Elles concernent les variables intrinsèques à l'architecture physique ( $a_i, b_i$ ) et correspondent aux données figées du problème décrivant la position des différents éléments (robot, axes externes).
- *Paramètres de gestion de la cellule* : ils représentent les valeurs articulaires des redondances structurales ( $q_7 \dots q_9$ ) et la redondance fonctionnelle d'angle  $\Delta$ .
- *Critères d'optimisation* : Ils sont liés à l'amélioration des capacités machines et cinématiques. La résolution du problème nécessite l'expression des critères sous forme d'indices de performance permettant une implémentation algorithmique.
- *Contraintes d'optimisation* : elles sont induites par les capacités de l'architecture robotique (butées, vitesses, accélérations et couples des différentes articulations, rigidité des axes) et par la stratégie du processus (direction d'avance  $d$ , vitesse d'avance  $V_f$ , efforts de coupe, T-parcourabilité).

Cet ensemble de contraintes associé à l'analyse du procédé sont repris sous la notion de critères d'optimisation.

## 2.6 Méthode d'optimisation

La solution retenue consiste à transformer l'optimisation multi-objectifs en un problème mono-objectif en incorporant l'ensemble des critères par agrégation dans une fonction objectif :

$$\text{trouver } \{x^*\} \text{ qui minimise } f(x) = \sum_{i=1}^k w_i f_i(x) \text{ sous } g(x) \leq 0 \quad (2-50)$$

Les paramètres  $w_i$  sont appelés poids et définissent la hiérarchisation entre la dominance des critères. Chaque critère est normalisé afin que la dominance ne soit effective qu'au niveau des poids.

### 2.6.1 Optimisations basées sur le gradient de la fonction objectif

La méthode d'optimisation retenue fait intervenir le gradient de la fonction objectif  $\Phi(q)$ . Celle-ci est construite par agrégation des critères normalisés pondérés. Elle est définie par :

$$\Phi(q) = \sum_{i=1}^k w_i (\Phi_i(x)) \bar{\Phi}_i(q) \quad \text{avec} \quad \bar{\Phi}_i(q) = \frac{\Phi_i(q) - \Phi_{i\text{inf}}}{\Phi_{i\text{sup}} - \Phi_{i\text{inf}}} \quad (2-51)$$

avec  $w_i \Phi_i(x)$  la fonction de poids dépendant du critère  $\bar{\Phi}_i$ .  $\Phi_{i\text{inf}}$  et  $\Phi_{i\text{sup}}$  caractérisent deux seuils. Un seuil supérieur  $\Phi_{i\text{sup}}$  au-dessus duquel le critère est considéré critique. Un seuil inférieur  $\Phi_{i\text{inf}}$  en-dessous duquel le critère est considéré satisfaisant.

### 2.6.2 Pondération variable

L'utilisation d'une pondération variable permet de projeter seulement les critères pertinents. Pour cela, des exigences minimales et maximales sont mises en avant [Robin *et al.* 2011]. Si le critère n'atteint pas l'exigence minimale, sa pondération  $w_i$  est de 1 pour être projeté complètement. Au-delà de l'exigence maximale, il n'est plus nécessaire de prendre ce critère en compte. Pour cela, deux seuils sont définis pour chacun des critères [Lee *et al.* 2006] (Figure 2-10) :

- un seuil supérieur  $\Phi_{i\text{sup}}$  au-dessus duquel le critère est critique,
- un seuil inférieur  $\Phi_{i\text{inf}}$  en dessous duquel le critère est considéré comme satisfaisant.

Entre les deux seuils, une fonction de raccordement sinusoïdale est définie [Robin *et al.* 2011] (Figure 2-10).

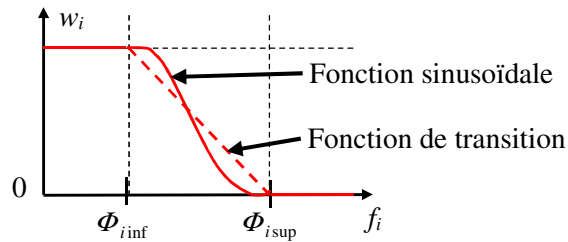


Figure 2-10 : Fonction de poids et seuils associés aux différents critères

La fonction sinusoïdale utilisée est la suivante :

$$\text{pour } \Phi_{i\text{inf}} < w_i < \Phi_{i\text{sup}}, \quad w_i = \frac{1 + \cos(\pi \bar{\Phi}_i)}{2} \quad (2-52)$$

$w_i$  variant entre 0 et 1,  $\Phi_i(x)$  permet de valoriser certains critères (dominance) par rapports aux autres.

Le calcul du gradient de la fonction objectif est alors :

$$\nabla \Phi(q) = \frac{\partial}{\partial q} \sum_{i=1}^k w_i(\Phi_i(x)) \bar{\Phi}_i(q) \quad (2-53)$$

$$= \sum_{i=1}^k \frac{\partial}{\partial q} w_i(\Phi_i(x)) \bar{\Phi}_i(q) \quad (2-54)$$

$$= \sum_{i=1}^k \left\{ \frac{\partial w_i(\Phi_i)}{\partial \Phi_i} \frac{\partial \Phi_i}{\partial q} \Phi_i + w_i(\Phi_i) \frac{\partial \bar{\Phi}_i}{\partial q} \right\} \quad (2-55)$$

$$= \sum_{i=1}^k \left\{ \frac{\partial w_i(\Phi_i)}{\partial \Phi_i} \Phi_i + w_i(\Phi_i) \right\} \nabla \bar{\Phi}_i \quad (2-56)$$

$$= \sum_{i=1}^k w'_i(\Phi_i) \nabla \bar{\Phi}_i \quad (2-57)$$

$$\text{où } \nabla \bar{\Phi}_i \text{ est le gradient de la fonction normalisée et } w'_i = \frac{\partial w_i(\Phi_i)}{\partial \Phi_i} \Phi_i + w_i(\Phi_i) \quad (2-58)$$

Cette formulation permet d'ajouter facilement de nouveaux critères dans la fonction objectif.

## 2.7 Critères d'optimisation

Nous présentons ici l'ensemble des critères mis en œuvre dans les différentes optimisations et leurs formulations dans l'expression du gradient de la fonction objectif  $\Phi(q)$ .

### 2.7.1 Critère de butées

Le critère lié aux butées articulaires a pour objectif d'éloigner la recherche de solution des valeurs  $q_{min}$  et  $q_{max}$  et de détecter la valeur de l'articulation lorsque celle-ci est dans une zone critique. Le critère d'éloignement des butées s'expriment sous la forme [Liegeois 1977, Chan *et al.* 1995] :

$$\Phi_J = \sum_i^n \left( \frac{q_i - q_{i\text{moy}}}{q_{i\text{max}} - q_{i\text{min}}} \right)^2 \quad \text{avec} \quad q_{i\text{moy}} = \frac{q_{i\text{max}} + q_{i\text{min}}}{2} \quad (2-59)$$

Avec  $n$ , le nombre d'articulations de l'architecture,  $q_{i\text{moy}}$  représente la position moyenne entre les butées  $q_{i\text{max}}$  et  $q_{i\text{min}}$  et  $\Delta q_i$  représente la plage de variation. Le calcul du gradient donne :

$$\frac{\partial \Phi_J}{\partial q_i} = 2 \left( \frac{q_i - q_{i\text{moy}}}{q_{i\text{max}} - q_{i\text{min}}} \right) \quad (2-60)$$

### 2.7.2 Critère de singularité

L'étude des singularités des robots montre que vis-à-vis des trajectoires suivies, la singularité du poignet est à prendre en compte dans nos algorithmes. Nous considérons le critère de singularité comme un critère de butée de la liaison 5. Ainsi, la liaison 5 est contrainte d'une part par les butée  $q_{min}$  et  $q_{max}$  et d'autre part par les butée  $q_{smin}$  et  $q_{smax}$  autour de la configuration singulière  $q_s$  correspondant à  $q_5=0^\circ$ .

### 2.7.3 Critère de capacité cinématique et mécanique

L'approche de Dubey [Dubey *et al.* 1988] qui est retenue introduit deux critères associés aux notions de ratio de vitesse du manipulateur (RVM) et d'avantage mécanique du manipulateur (AMM).

#### *Ratio de Vitesse du Manipulateur (RVM)*

La première notion présente la capacité de l'effecteur à se déplacer dans une direction donnée suivant l'importance accordée au domaine articulaire ou opérationnelle, on définit une norme de vitesse cartésienne et de vitesse articulaire telle que :

$$|\dot{x}|_{w_x} = \sqrt{\dot{x}^T W_x \dot{x}} \quad |\dot{q}|_{w_q} = \sqrt{\dot{q}^T W_q \dot{q}} \quad \text{et} \quad \dot{x}_v = W_x^{1/2} \dot{x} \quad \dot{q}_v = W_q^{1/2} \dot{q} \quad (2-61)$$

Les matrices  $W_x$  et  $W_q$ , sont des matrices de pondération définies positives qui, par simplicité, sont choisies diagonales. Elles permettent de répartir l'influence relative des éléments du vecteur des vitesses articulaires et des vitesses opérationnelles. Dans notre cas,  $W_q$  est définie à l'aide des vitesses maximales articulaires pour homogénéiser l'influence des vitesses articulaires.  $W_x$  est définie comme une matrice identité sans privilégier de direction. Sous cette forme, nous exprimons le modèle cinématique direct à l'aide de la matrice Jacobienne  $J_v$  pondérée incluant les vitesses maximales articulaires par :

$$\dot{x}_v = J_v \dot{q}_v \quad \text{avec} \quad J_v = W_x^{1/2} J W_q^{-1/2} \quad \text{et} \quad W_q(i, i) = \frac{1}{\dot{q}_{i, \max}^2}, i = 1, \dots, n \quad (2-62)$$

En introduisant la matrice  $J_v^+ = J_v^T (J_v J_v^T)^{-1}$  de Moore-Penrose dans les expressions du ratio de vitesse  $r_v$  avec  $u_v$  un vecteur unitaire suivant  $\dot{x}_v$ , on obtient :

$$r_v = \frac{|\dot{x}|_{w_x}}{|\dot{q}|_{w_q}} = \frac{\sqrt{\dot{x}_v^T \dot{x}_v}}{\sqrt{\dot{q}_v^T \dot{q}_v}} = \frac{\sqrt{\dot{x}_v^T \dot{x}_v}}{\sqrt{(J_v^+ \dot{x}_v)^T J_v^+ \dot{x}_v}} = \frac{1}{\sqrt{u_v^T (J_v J_v^T)^{-1} u_v}} \quad \text{avec} \quad u_v = \frac{\dot{x}_v}{\sqrt{\dot{x}_v^T \dot{x}_v}} \quad (2-63)$$

Ceci permet de définir notre critère cinématique par :

$$\Phi_v(q) = u_v^T (J_v J_v^T)^{-1} u_v \quad (2-64)$$

Ce critère étant lié à la norme du vecteur articulaire, il ne permet pas de rendre compte de la vitesse articulaire de chaque liaison. En considérant que la variation d'orientation de l'effecteur reste faible, la norme du vecteur des vitesses opérationnelles suivant la direction  $d$  est donnée par  $V_f$ . On obtient :

$$\forall i \in [1, n], \left| \frac{\dot{q}_i}{\dot{q}_{i, \max}} \right| \leq |\dot{q}|_{w_q} \quad \text{avec} \quad |\dot{q}|_{w_q} = |\dot{x}|_{w_x} \sqrt{\Phi_v(q)} \quad \text{où} \quad \left| \frac{\dot{q}_i}{\dot{q}_{i, \max}} \right| \leq V_f \sqrt{\Phi_v(q)} \quad (2-65)$$

Nous étudions la capacité du manipulateur à réaliser la vitesse de consigne  $V_f$  au travers du ratio de vitesse  $r_{vd}$  s'exprimant par :

$$r_{vd} = \min_i \left( \left| \frac{\dot{q}_{i, \max}}{\dot{q}_i} \right| \right) \quad \text{avec} \quad r_{vd} \geq 1 \quad \text{pour que la trajectoire soit exécutable} \quad (2-66)$$

Ainsi, l'amélioration du ratio  $r_{vd}$  traduit une augmentation de la capacité en vitesse.

La dérivation du critère de dextérité dans la direction d'avance  $d$  s'exprime alors :

$$\frac{\partial \Phi_v(q)}{\partial q_i} = -u_v^T (J_v J_v^T)^{-1} \left( \frac{\partial}{\partial q_i} (J_v J_v^T) \right) (J_v J_v^T)^{-1} u_v \quad (2-67)$$

La matrice  $J_v^T$ , calculée de manière symbolique, est exprimée dans un repère associé au vecteur  $u_v$ , exprimée dans le repère lié à l'effecteur et définie par :

$$J_v = {}^{TCP}J_{TCP} W_q^{-1/2} \quad (2-68)$$

où  $W_q^{-1/2}$  est une matrice diagonale incorporant les vitesses maximales.

Les données des matrices de pondération sont issues des caractéristiques du manipulateur indiquées par le constructeur (vitesses et couples).

### **Ratio d'Avantage Mécanique du Manipulateur AMM**

Cette seconde notion présente la capacité de l'effecteur à résister à une action mécanique dans une direction donnée. Suivant l'importance accordée au domaine articulaire ou opérationnelle, on définit une norme d'effort cartésien et de couple articulaire tel que :

$$|f|_{w_f} = \sqrt{f^T W_f f} \quad |\tau|_{w_\tau} = \sqrt{\tau^T W_\tau \tau} \quad \text{et} \quad f_m = W_f^{1/2} f \quad \tau_m = W_\tau^{1/2} \tau \quad (2-69)$$

Les matrices  $W_f$  et  $W_\tau$  sont des matrices de pondération définies positives qui, par simplicité, sont choisies diagonales. Elles permettent de répartir l'influence relative des éléments du vecteur des couples articulaires et des efforts engendrés de l'effecteur. Dans notre cas,  $W_\tau$  est définie à l'aide des couples maximaux articulaires pour homogénéiser l'influence des couples articulaires. L'étude des couples liée à la limitation d'un couple articulaire est plus importante que la minimisation de l'ensemble des couples articulaires [Choi 2011].  $W_f$  est définie comme une matrice identité sans privilégier de direction. Sous cette forme, nous exprimons le modèle statique direct à l'aide de la matrice Jacobienne  $J_m$  pondérée incluant les couples maximaux articulaires par :

$$\tau_m = J_m^T f_m \quad \text{avec} \quad J_m = W_f^{-1/2} J W_\tau^{1/2} \quad \text{et} \quad W_\tau(i,i) = \frac{1}{\tau_{i\max}^2}, i=1, \dots, n \quad (2-70)$$

En introduisant la matrice  $J_m^+ = J_m^T (J_m J_m^T)^{-1}$  de Moore-Penrose dans l'expression du ratio de performance mécanique  $r_m$  avec  $u_m$  un vecteur unitaire suivant  $f_m$ , on obtient :

$$r_m = \frac{|f|_{w_f}}{|\tau|_{w_\tau}} = \sqrt{\frac{f_m^T f_m}{\tau_m^T \tau_m}} = \sqrt{\frac{f_m^T f_m}{f_m^T J_m J_m^T f_m}} = \frac{1}{\sqrt{u_m^T (J_m J_m^T) u_m}} \quad \text{avec} \quad u_m = \frac{f_m}{\sqrt{f_m^T \cdot f_m}} \quad (2-71)$$

Ceci permet de définir notre critère de performance mécanique par :

$$\Phi_m(q) = u_m^T (J_m J_m^T) u_m \quad (2-72)$$

En considérant que la variation d'orientation de l'effecteur reste faible, la norme du vecteur des efforts opérationnels suivant la direction  $d'$  est donnée par  $f$ , on obtient alors :

$$\forall i \in [1, n], \quad \left| \frac{\tau_i}{\tau_{i\max}} \right| \leq |\tau|_{w_\tau} \quad \text{avec} \quad |\tau|_{w_\tau} = |f|_{w_f} \sqrt{\Phi_m(q)} \quad \text{où} \quad \left| \frac{\tau_i}{\tau_{i\max}} \right| \leq f_f \sqrt{\Phi_m(q)} \quad (2-73)$$

Nous étudions la capacité à réaliser l'effort de consigne  $f_f$  au travers du ratio  $r_{md}$  représentant le couple articulaire se rapprochant le plus de son couple maximale :

$$r_{md} = \min_i \left( \left| \frac{\tau_{i\max}}{\tau_i} \right| \right) \quad \text{avec} \quad r_{md} \geq 1 \quad \text{pour que la trajectoire soit exécutable} \quad (2-74)$$

Ainsi, l'amélioration du ratio  $r_{md}$  traduit une augmentation de la capacité mécanique.

La dérivation du critère, définie à l'équation 2-72 est reformulée sous la forme :

$$\Phi_m(q) = (J_m^T u_m)^T J_m^T u_m \quad (2-75)$$

Le calcul du gradient de  $\Phi_m$  s'exprime alors :

$$\frac{\partial \Phi_m(q)}{\partial q_i} = 2(J_m^T u_m)^T \frac{\partial (J_m^T u_m)}{\partial q_i} \quad (2-76)$$

#### 2.7.4 Critères liés aux sollicitations du procédé de coupe

La prise en compte des sollicitations du procédé de coupe nécessite de caractériser la direction et la densité des efforts de coupe, souvent complexe à évaluer du fait de la combinaison de nombreux paramètres liés à la géométrie de l'outil ( $\emptyset$ ,  $z$ , angle d'hélice, etc.) et aux conditions de coupe ( $V_c$ ,  $V_f$ ,  $a_p$ ,  $a_r$ ,  $a_e$ , etc.) (Figure 2-11a).

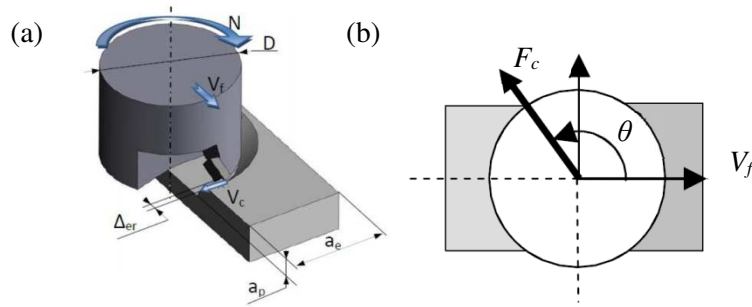


Figure 2-11 : Modélisation partielle de l'action de coupe en fraisage [Albert 2010] (a), résultante des efforts de coupe  $F_c$  (b) [Robin 2007]

Dans le cadre de nos travaux, ceux-ci sont caractérisés expérimentalement sur table dynamométrique. L'effort axial  $F_a$  étant très inférieur à l'effort radial  $F_r$ , nous approximations la résultante des efforts de coupe  $F_c$  à la composante  $F_r$  orientée d'un angle  $\theta$  par rapport à la direction de la vitesse d'avance  $V_f$  (Figure 2-11b).

#### 2.7.5 Critère de rigidité

Dans le cadre de la réalisation de tâche à fortes sollicitations, nous avons introduit le critère de rigidité privilégiant le déplacement sur les liaisons les plus rigides. Les variations infinitésimales  $\Delta q_i$  sont obtenues à partir des variations infinitésimales  $\Delta x$  définis suivant la direction d'avance  $d$  par la relation  $\Delta q_i = (J^+)^{-1} \Delta x$ . Ce critère de rigidité  $\Phi_r$  est formulé sous la forme :

$$\Phi_r(q) = \sum_{i=1}^6 \frac{k_{\theta_i}}{\sum_{j=1}^6 k_{\theta_j}} |\Delta q_i| \quad (2-77)$$

où les  $k_{\theta_i}$  représentent les rigidités articulaires. On notera que la valeur du critère est identique pour une direction de déplacement  $d$  parcourue en positif ou négatif, les  $|\Delta q_i|$  étant identiques. Le calcul du gradient de  $\Phi_r$  s'exprime alors :

$$\frac{\partial \Phi_r(q)}{\partial q_i} = \left( \frac{\sum_{i=1}^6 k_{\theta_i}}{\sum_{j=1}^6 k_{\theta_j}} \right) \quad (2-78)$$



On remarque que le gradient est une constante et que le déplacement sera réalisé en priorité sur les axes dont la rigidité est la meilleure.

## 2.8 Outil d'optimisation

Nous présentons tout d'abord les fonctionnalités de l'outil PHL Robotstudio® d'ABB et ses limitations, puis nous présentons l'algorithme mise en place et l'ensemble des fonctionnalités offertes par l'outil développé.

### 2.8.1 Logiciel de PHL Robotstudio®

L'outil de PHL RobotStudio® offre des fonctionnalités puissantes pour créer des trajectoires et valider le comportement de la cellule basé sur un contrôleur virtuel (Figure 2-12).

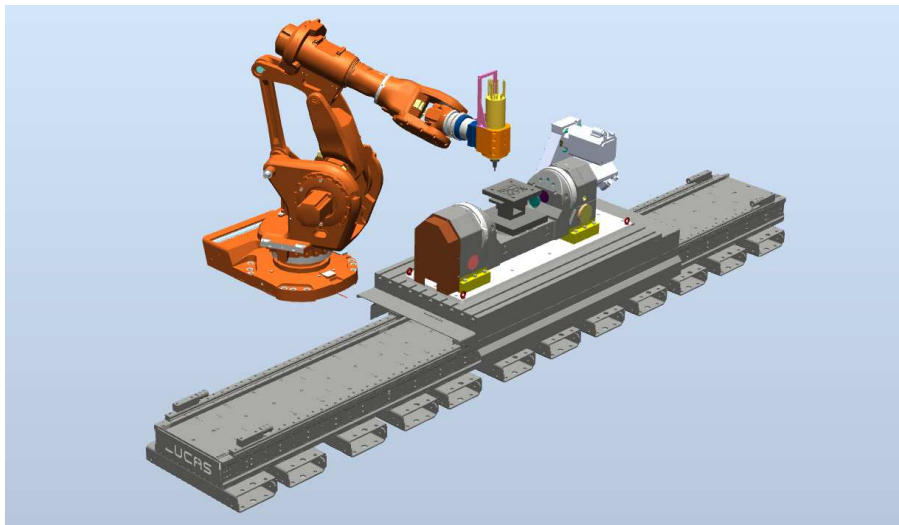


Figure 2-12 : Représentation de la cellule d'usinage dans RobotStudio®

Cependant, celui-ci ne permet pas pour l'instant d'optimiser une trajectoire par gestion automatique des redondances et comporte quelques limitations pour résoudre les problèmes d'accessibilité. Le parcours simulé de la trajectoire s'arrête sans proposer de solutions ni d'informations sur les causes possibles.

### 2.8.2 Fonctionnalités de l'outil développé

L'outil d'optimisation développé sous Matlab® s'appuie sur les travaux de thèse précédents de Robin [Robin 2007] et Subrin [Subrin 2013]. Il comporte une partie *simulation graphique* où la représentation des éléments physiques a été simplifiée pour limiter le temps de calcul mais reste suffisamment réaliste pour visualiser les problèmes éventuels de collisions (Figure 2-13). Les courses des différentes articulations ne sont pas limitées lors de la simulation mais apparaissent en rouge lorsqu'il y a dépassement des butées afin d'identifier très rapidement les problèmes. Il permet également d'importer différentes géométries (pièces, outils, etc.) ainsi que les parcours outils issus de FAO (code Aptsources) ou des programmes ABB (langage RAPID). Il dispose également de fonctionnalités d'import de géométrie en VRML (Virtual Reality Modeling Language) pour la visualisation des outils, pièces, etc.

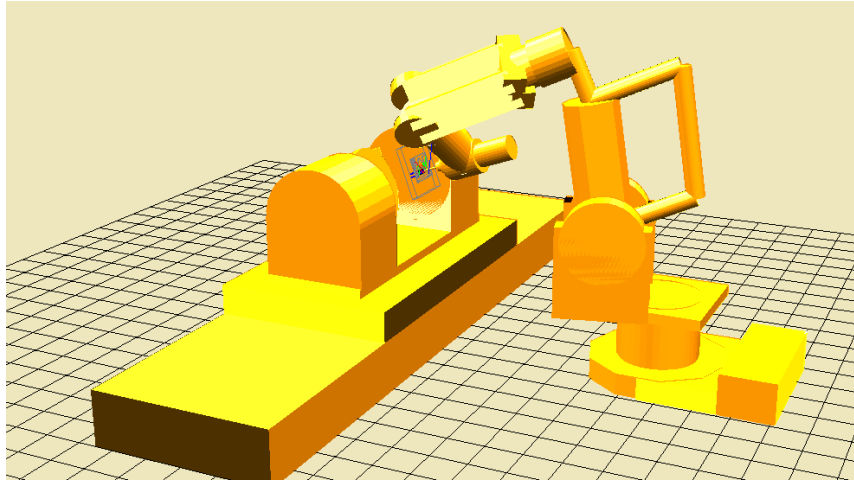


Figure 2-13 : Représentation de la cellule d'usinage sous Matlab®

L'optimisation permet d'améliorer la performance globale de la cellule robotisée en prenant en compte les performances cinématiques, mécaniques, en rigidité, en assurant le respect des butées et de la T-parcourabilité des trajectoires. Elle permet d'optimiser la planification des trajectoires par gestion des redondances suivant les différents critères que nous avons présentés.

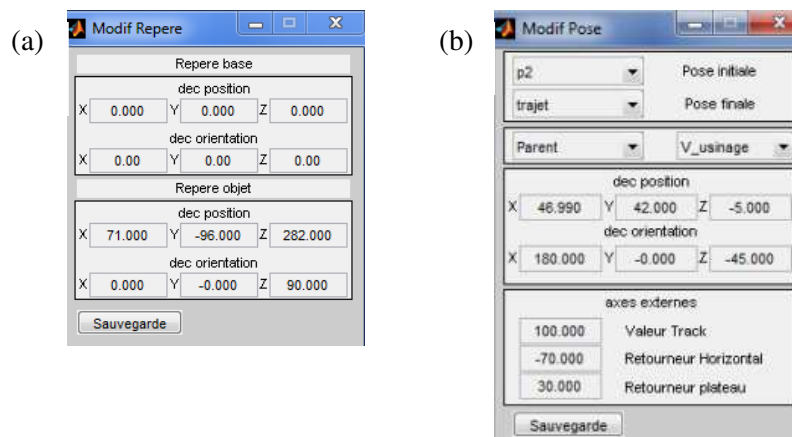


Figure 2-14 : Fonctionnalités de l'outil d'optimisation

Un certain nombre de fonctionnalités ont été intégrées dans la version actuelle de l'outil d'optimisation. Elles concernent la modification des différents repères associés aux trajectoires (Figure 2-14a) et aux représentations CAO des pièces, la modification des poses (position, orientation) et les valeurs des axes externes (Figure 2-14b). Ces fonctionnalités sont inspirées des fonctionnalités définies dans RobotStudio® permettant d'avoir un environnement très similaires. Ceci permet de repositionner la pièce ou modifier les trajectoires avant optimisation. D'autres fonctionnalités ont été intégrées permettant l'enregistrement et le chargement des valeurs des différents paramètres de l'optimisation (Figure 2-16).

### 2.8.3 Algorithme d'optimisation

L'algorithme mis en œuvre [Robin 2007] fonctionne en deux étapes. La première étape dite globale consiste à trouver la meilleure solution initiale pour une première pose qui satisfait l'ensemble des contraintes. L'étape dite locale permet ensuite d'affiner la valeur des redondances à partir de la pose initiale puis d'appliquer l'optimisation par étape successive à l'ensemble des poses de la trajectoire (Figure 2-15).

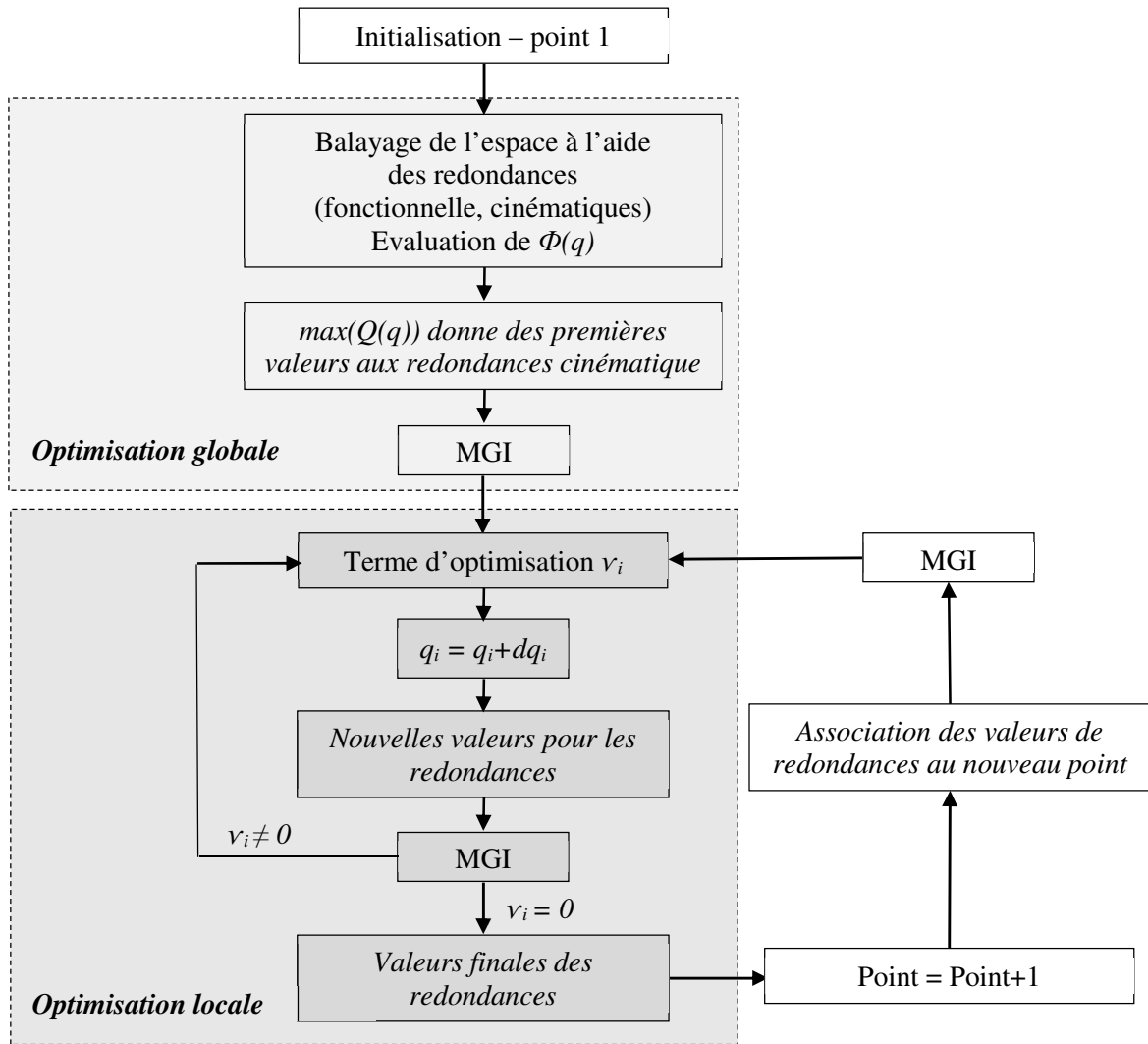


Figure 2-15 : Algorithme utilisé

**Phase d'initialisation de l'algorithme ou optimisation globale**

L'optimisation globale est utilisée pour une première pose. Elle permet d'obtenir des premières valeurs pour l'ensemble des coordonnées articulaires associées à la gestion de la redondance fonctionnelle et/ou des redondances cinématiques. Pour cela, la pose est réorientée de l'angle  $\Delta$  autour de l'axe de broche ou déplacée suivant les différents degrés de redondance afin de répondre aux exigences de la tâche par une discrétisation régulière de l'espace des paramètres. Cela revient à évaluer la somme pondérée des critères afin de trouver un premier extremum de la fonction objectif.

**Phase d'optimisation locale**

L'optimisation locale est ensuite utilisée pour déterminer un terme d'optimisation basé sur différentes méthodes. Une fois la convergence obtenue, les valeurs des redondances sont appliquées à la pose suivante et une nouvelle procédure d'optimisation locale est réalisée. L'algorithme utilise la méthode GPM qui permet de réaliser des optimisations locales en apportant une contribution articulaire issue du noyau de la matrice Jacobienne. L'expression utilise la pseudo inverse à droite  $J^+$  de Moore-Penrose avec terme d'optimisation sous la solution générale :

$$\dot{q} = J^+ \dot{x} + \alpha (I - J^+ J) \nabla \Phi \tag{2-79}$$

**Synthèse des critères mis en œuvre**

Le tableau suivant synthétise l'expression des différents critères et leur prise en compte dans l'optimisation (Tableau 2-1).

Critères	Optimisation globale	Optimisation locale (gradient)
Eloignement des butées articulaires	$\sum_i^n \left( \frac{q_i - q_{i\text{moy}}}{q_{i\text{max}} - q_{i\text{min}}} \right)^2$	$2 \left( \frac{q_i - q_{i\text{moy}}}{q_{i\text{max}} - q_{i\text{min}}} \right)$
Critère de dextérité dans la direction d'avance	$r_{vd} = \min_i \left( \left  \frac{\dot{q}_{i\text{max}}}{\dot{q}_i} \right  \right)$	$-2(J_v^T k)^T \frac{\partial}{\partial q_i} (J_v^T k)$ avec $k = (J_v J_v^T)^{-1} u_v$
Critère de performance mécanique suivant la direction de l'effort	$r_{md} = \min_i \left( \left  \frac{\tau_{i\text{max}}}{\tau_i} \right  \right)$	$2(J_m^T u_m)^T \frac{\partial (J_m^T u_m)}{\partial q_i}$
Critère de rigidité	$\sum_{i=1}^6 \frac{k_{\theta}}{\sum_{j=1}^6 k_{\theta}}  \Delta q_i $	$\left( \sum_{i=1}^6 \frac{k_{\theta}}{\sum_{j=1}^6 k_{\theta}} \right)$

Tableau 2-1 : critères mis en œuvre

**2.8.4 Mise en œuvre de l'optimisation**

**Réglage des paramètres**

Nous présentons à présent les options, le réglage des seuils d'optimisation et leur influence sur le résultat de l'optimisation (Figure 2-16). Le réglage des seuils permet de modifier le poids associé à chaque critère et d'orienter le comportement de l'optimisation en modifiant l'influence relative des différents critères :

- Critère de capacité en vitesse : possibilité de faire évoluer le ratio désiré.
- Critère de capacité mécanique : possibilité de faire évoluer le ratio désiré.
- Critère de capacité en rigidité : possibilité de faire évoluer le critère de rigidité associée.
- Butées articulaires : les seuils associés sont réglés par défaut suivant les données fournies par le constructeur. Cependant, l'utilisation d'outillages spécifiques sur le robot, l'accastillage (positionnement des gaines, etc.) et les contraintes sur la pièce nous amène à limiter le débattement articulaire de certaines liaisons.
- Dominance des critères : possibilité de faire varier l'influence des critères. Les critères basés sur les butées sont toujours plus fortement pondérés.

Le logiciel développé offre également différentes possibilités :

- Possibilité d'utiliser un gain  $\alpha$  fixe ou variable (suivant le degré de redondance),
- Possibilité de bloquer une redondance structurale,
- Possibilité de bloquer la redondance fonctionnelle.

L'outil développé dispose d'un environnement graphique permettant de simuler les mouvements de l'ensemble des articulations lors du suivi d'une trajectoire, d'analyser l'évolution des différents paramètres et d'apprécier le comportement cinématique.

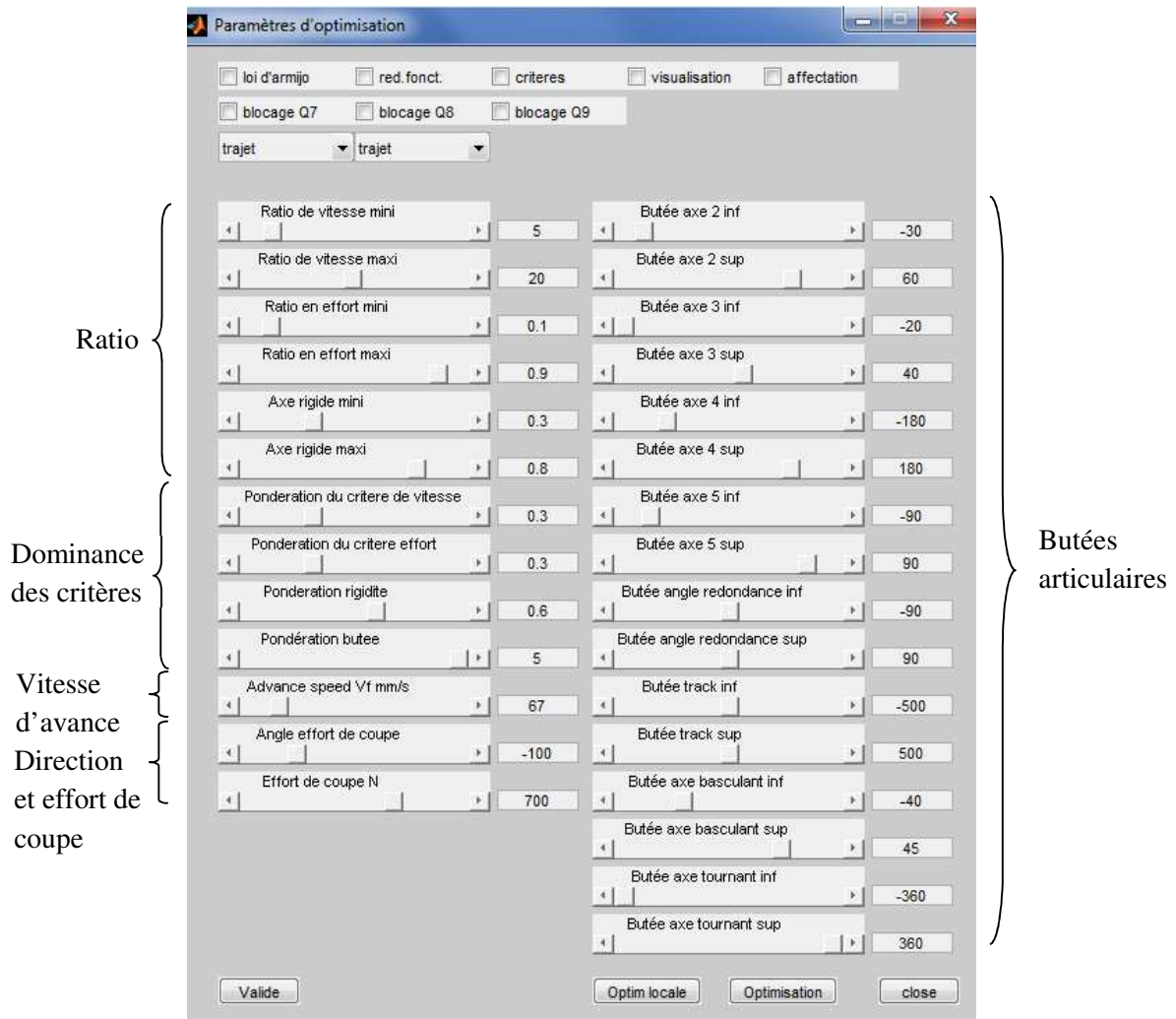
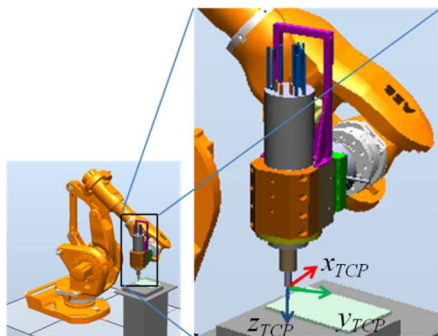


Figure 2-16 : Interface de réglage des paramètres d'optimisation

### Gestion des redondances

La Jacobienne  $J$  est la matrice d'une application linéaire reliant l'espace des vitesses articulaires à l'espace des vitesses opérationnelles. Son noyau est alors le domaine de l'espace des vitesses articulaires dont l'image par la matrice  $J$  est le vecteur des vitesses nulles dans l'espace des vitesses opérationnelles. Lorsque la matrice  $J$  est de rang plein, son espace image est l'espace des vitesses opérationnelles tout entier. Par construction, chacune des six lignes correspond à l'un des six degrés de liberté de l'espace des vitesses opérationnelles.



$$\begin{bmatrix}
 J_{Txq1} & J_{Txq(n-1)} & \dots & \dots & J_{Tiq1} & J_{Tiq2} & J_{Tiq3} & J_{Tiq4} & J_{Tiq5} & J_{Tiq6} \\
 J_{Tyq1} & \dots & \dots & \dots & J_{Tiq1} & \dots & \dots & \dots & \dots & J_{Tiq6} \\
 J_{Tzq1} & \dots & \dots & \dots & J_{Tiq1} & \dots & \dots & \dots & \dots & J_{Tiq6} \\
 J_{Fxaq1} & \dots & \dots & \dots & J_{Fxaq1} & \dots & \dots & \dots & \dots & J_{Fxaq6} \\
 J_{Fyq1} & \dots & \dots & \dots & J_{Fyq1} & \dots & \dots & \dots & \dots & J_{Fyq6} \\
 \hline
 J_{Fzq1} & \dots & \dots & \dots & J_{Fzq1} & \dots & \dots & \dots & \dots & J_{Fzq6}
 \end{bmatrix}$$

Figure 2-17 : gestion de la redondance fonctionnelle d'angle  $\Delta$  autour de  $Z_{TCP}$  par suppression de la ligne associée

Considérons une sous-matrice  $J_p$  de  $J$  par suppression d'une ligne  $i$  de  $J$  (Figure 2-17). L'espace image de l'application  $J_p$  est donc l'espace des vitesses opérationnelles, diminué de la composante associée à la ligne  $i$ . Le noyau de l'application  $J_p$  est alors le domaine de l'espace des vitesses articulaires dont l'image est un vecteur de vitesses opérationnelles dont les composantes sont nulles sauf celle associée à la ligne  $i$  supprimée de  $J$ . La matrice de projection correspondante,  $n \times n$ , est alors la matrice qui permet de projeter le vecteur d'optimisation sur le noyau de la nouvelle Jacobienne, c'est-à-dire qui permet une reconfiguration du robot pour les degrés de liberté non supprimés sans modifier la pose de l'effecteur.

Dans le cas par exemple de la redondance fonctionnelle, la ligne  $i$  supprimée de  $J$  engendre une vitesse de rotation autour de l'axe outil  $Z_{TCP}$  en prenant soin que la matrice  $J$  initiale soit exprimée dans le repère associé à l'outil.

### Gestion des poses

L'importation des poses de la trajectoire est réalisée à partir des fichiers de RobotStudio® ou d'un logiciel de FAO (Aptsource). Une routine permet de stocker ces données sous forme de tableau (Figure 2-18). L'orientation est exprimée sous forme de quaternion pour être en concordance avec le langage de programmation Rapid® d'ABB. La définition des configurations est un élément important qui conditionne la T-parcourabilité de la trajectoire. Celle-ci est directement intégrée dans le MGI du robot manipulateur.

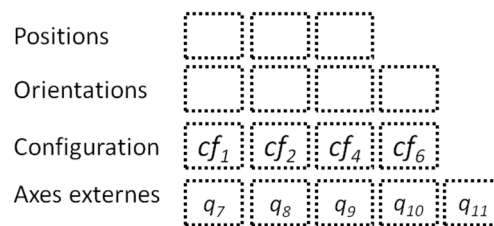


Figure 2-18 : Structures des données de poses

Dans la version actuelle, le paramètre de vitesse d'avance  $V_f$  est également associé à chacune des poses. Ceci permet de gérer différemment les trajets d'engagement et de déengagement hors matière et l'ensemble de poses des trajectoires d'usinage. Ainsi, à chaque nouvel engagement matière, l'algorithme recherche une nouvelle solution globale de la première pose de la trajectoire d'usinage avant optimisation locale. Pour l'ensemble des poses des trajets hors matière entre deux trajectoires d'usinage, la dernière configuration optimisée est appliquée.

### Comportement cinématique

Le critère d'optimisation cinématique, basée sur l'étude de la vitesse, nécessite la mise en œuvre d'une base de temps. Celle-ci est réalisée par une discrétisation de la trajectoire entre deux poses successives permettant d'apprécier le comportement cinématique et les notions de petits déplacements et de pas de discrétisation remplacent la notion de vitesse. L'objectif ici n'est pas une fidélité du rendu comme dans RobotStudio® mais d'apprécier une visualisation globale du comportement. Cette discrétisation permet également d'évaluer les évolutions articulaires des différents axes au cours du suivi de la trajectoire.

L'approche est analogue pour gérer les redondances. La discrétisation des poses dans le repère associé à l'axe externe est redéfinie dans un plan normal à l'axe par incrémentation successif des  $\Delta q$  associées aux degrés de liberté supplémentaires (Figure 2-19).

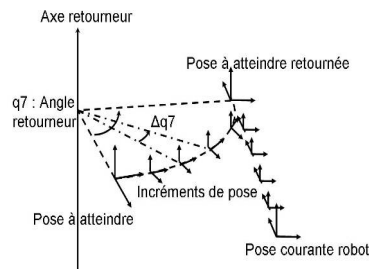


Figure 2-19 : Discrétisation des poses pour la gestion du temps

L'orientation relative entre les deux poses est calculée grâce au produit du quaternion de la pose à atteindre par le conjugué du quaternion de la position courante. Ceci permet de recalculer grâce au MGI les valeurs articulaires du robot pour chaque incrément de pose et d'avoir une estimation sur le respect de la capacité cinématique de l'architecture.

### *Analyse de l'accessibilité*

Le constat réalisé de l'utilisation de RobotStudio® est la difficulté à apprécier la non accessibilité des poses. En considérant géométriquement des articulations à débattement non limité, il est alors possible d'atteindre des poses en dehors de l'espace géométrique. Dans ce cas, les articulations hors courses s'affichent en rouge (Figure 2-20). Ceci permet d'apprécier plus facilement les causes d'inaccessibilité d'une pose.

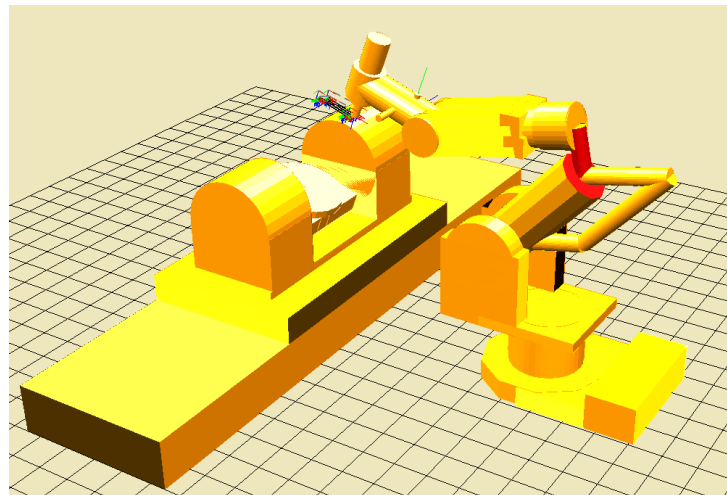


Figure 2-20 : Visualisation des articulations hors courses d'une pose inaccessible.

### *Critères d'arrêt*

Les critères d'arrêt permettent de sortir de la boucle d'optimisation de deux manières :

- une solution est trouvée respectant l'ensemble des critères,
- le nombre d'incrément a été atteint.

Ce deuxième critère est une sécurité pour sortir de de la boucle de l'algorithme. Nous rencontrons ce cas si le nombre d'itérations choisi est trop faible, ou lors d'instabilité de l'algorithme lié à un mauvais réglage du gain  $\alpha$  dans le cas de cellules fortement redondantes.

## 2.9 Conclusion

Ce chapitre présente tout d'abord la cellule redondante étudiée composée d'un robot hybride à structure à parallélogramme IRB6660 à 6ddl synchronisé avec une unité mécanique porte-pièce à 3 dds composée d'une table basculante tilting 2 axes elle-même portée par un axe linéaire. La cellule comporte ainsi 3 redondances cinématiques et une redondance fonctionnelle définie par la réorientation d'angle  $\Delta$  autour de l'axe de broche. La modélisation est basée sur ma méthode TCS utilisée pour la résolution des modèles géométriques et cinématiques. Nous présentons la méthode retenue du gradient projeté GPM permettant de gérer l'ensemble des redondances, fonctionnelle et structurales, au travers de la définition d'une fonction objectif définie par agrégation de critères pondérés. Nous présentons ensuite l'ensemble des critères utilisés, associés aux capacités cinématique, mécanique, de rigidité, et leurs formalisations mathématiques pour l'optimisation. Nous précisons en particulier le critère de rigidité que nous avons introduit, consistant à privilégier le déplacement sur les liaisons les plus rigides. La dernière partie présente les fonctionnalités de l'outil développé pour la planification des trajectoires, l'algorithme de résolution et la mise en œuvre de l'optimisation.





# Chapitre 3

## Etude de la rigidité et des critères

### SOMMAIRE DU CHAPITRE

3.1 Modélisation Eléments Finis du manipulateur ABB IRB6660	65
3.2 Paramétrage de l'étude des critères	75
3.3 Evolution des critères dans le plan xOy	76
3.4 Evolution des critères dans le plan yOz	87
3.5 Evolution des critères dans le plan xOz	103
3.6 Conclusion	118

Ce troisième chapitre est consacré à l'étude de l'évolution des trois critères cinématique  $\Phi_v$ , mécanique  $\Phi_m$ , et de rigidité  $\Phi_r$  dans l'espace de travail du robot. La première partie est consacrée à la caractérisation des rigidités articulaires et la mise en place d'un modèle EF corps flexible/liaison flexible. La deuxième partie est consacrée à l'étude de l'évolution des trois critères  $\Phi_v$ ,  $\Phi_m$ , et  $\Phi_r$  dans les trois plans xOy, yOz et xOz suivant différentes directions de la vitesse d'avance  $V_f$  et différentes sollicitations d'usinage.

### 3.1 Modélisation Eléments Finis du manipulateur ABB IRB6660

La détermination de la rigidité d'une structure est un exercice complexe, que nous abordons suivant deux axes complémentaires : la modélisation et l'expérimentation. Concernant la modélisation, nous nous appuyons sur une modélisation Eléments Finis (EF) *corps flexible/liaison flexible* afin d'obtenir un comportement simulé proche du comportement réel du robot. Nous nous sommes tout d'abord attachés à définir les rigidités articulaires du robot, puis à caractériser l'influence des déformations dans les éléments afin d'observer leur impact sur la déformation globale du robot. Ceci nous permet de mettre en place un modèle Eléments Finis *corps flexible/liaison flexible*.

#### 3.1.1 Modèle corps rigide/liaison flexible

Dans un premier temps, nous considérons, dans le modèle EF mis en place, les corps comme infiniment rigides. Celui-ci est basé sur une géométrie simplifiée du robot tout en conservant un rapport de masse équivalente. La caractérisation des rigidités articulaires s'appuie sur les travaux de Chen : *Conservation Congruence Transformation* (CCT) [Chen 2003] permettant d'étudier le comportement élasto-statique des robots anthropomorphes. Pour l'évaluation des rigidités articulaires, nous avons suivi la démarche mise en place par Dumas [Dumas *et al.* 2011]. Ainsi, le modèle statique du robot reliant les couples des actionneurs  $\Gamma$  et les 6 composantes d'efforts  $w$  sont donnés par :

$$\Gamma = J^T w \quad (3-1)$$

Les couples articulaires s'expriment aussi à partir de la matrice de rigidité articulaire  $K_\theta$  et la variation angulaire de chaque liaison  $\delta\theta$  :

$$\Gamma = K_\theta \delta\theta \quad (3-2)$$

où la matrice de rigidité articulaire s'exprime par :

$$K_{\theta} = \begin{bmatrix} k_{\theta_1} & 0 & \dots & \dots & \dots & 0 \\ 0 & k_{\theta_2} & \ddots & & & \vdots \\ \vdots & \ddots & k_{\theta_3} & \ddots & & \vdots \\ \vdots & & \ddots & k_{\theta_4} & \ddots & \vdots \\ \vdots & & & \ddots & k_{\theta_5} & 0 \\ 0 & \dots & \dots & \dots & 0 & k_{\theta_6} \end{bmatrix} \quad (3-3)$$

La différenciation du modèle statique (Equation 3-3) mène à la relation :

$$\frac{\partial \Gamma}{\partial \theta} = \left( \frac{\partial J^T}{\partial \theta} \right) w + J^T \frac{\partial w}{\partial d} \frac{\partial d}{\partial \theta} \quad (3-4)$$

Or l'expression de la rigidité cartésienne reliant les efforts extérieurs  $w$ , les déplacements extérieurs  $\delta d$  et la rigidité cartésienne  $K_x$  est donné par :

$$w = K_x \delta d \quad (3-5)$$

La relation exprimant la rigidité articulaire en fonction de la rigidité cartésienne est alors :

$$K_{\theta} = K_C + J^T K_x J \quad \text{avec} \quad K_C = \begin{bmatrix} \frac{\partial J^T}{\partial \theta_1} w & \frac{\partial J^T}{\partial \theta_2} w & \frac{\partial J^T}{\partial \theta_3} w & \frac{\partial J^T}{\partial \theta_4} w & \frac{\partial J^T}{\partial \theta_5} w & \frac{\partial J^T}{\partial \theta_6} w \end{bmatrix} \quad (3-6)$$

où  $K_C$  représente un complément de la matrice de rigidité. L'identification des rigidités articulaires est alors complexe car l'expression n'est pas linéaire et dépend fortement du conditionnement de la matrice Jacobienne  $J$ . Afin d'obtenir l'expression directe de raideur cartésienne  $K_x$  en fonction de la raideur articulaire  $K_{\theta}$ , il est nécessaire d'identifier les zones de l'espace de travail où  $K_C$  est négligeable. Ceci dépend fortement du conditionnement de la matrice Jacobienne  $J$  évalué à partir de la norme de Frobenius définie sous la forme :

$$\kappa_F({}^{TCP} J_{TCP}) = \frac{1}{m} \sqrt{\text{tr}({}^{TCP} J_{TCP} {}^T {}^{TCP} J_{TCP}) \text{tr}[({}^{TCP} J_{TCP} {}^T {}^{TCP} J_{TCP})^{-1}]} \quad (3-7)$$

où  $m$  représente la longueur caractéristique du manipulateur. Plus cette valeur est grande et plus le conditionnement de la matrice Jacobienne se détériore. Les résultats (Figure 3-1) montrent une dégradation forte du conditionnement de la matrice Jacobienne  $J$  au voisinage de la configuration de singularité du coude qui dans notre cas est proche de la butée articulaire liée au parallélogramme.

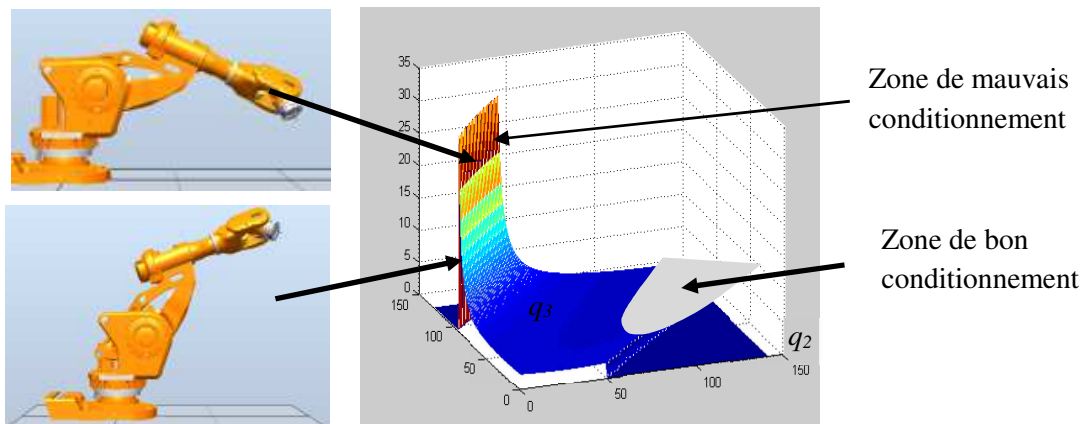


Figure 3-1 : Conditionnement de la Jacobienne basée sur la norme de Frobenius

Ces résultats sont complémentaires à l'analyse des configurations singulières du robot et corroborent les travaux présentés par Dumas [Dumas *et al.* 2011] (Figure 3-2) qui montrent la dégradation du conditionnement de la matrice Jacobienne au voisinage des singularités.

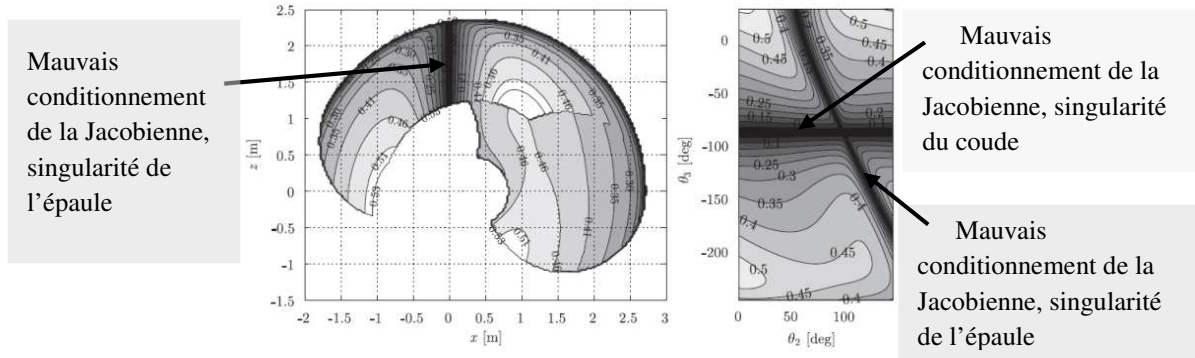


Figure 3-2 : Conditionnement de la matrice Jacobienne dans l'espace de travail (a) et dans l'espace articulaire (b)

Cette étude permet de définir une configuration adéquate pour les valeurs articulaires  $q_2$  et  $q_3$ . Le bon conditionnement de la matrice Jacobienne (configuration éloignée des singularités) permet alors de considérer  $K_c$  négligeable devant  $K_\theta$ . Cela permet d'obtenir une relation linéaire de la forme :

$$K_x = J^{-T} K_\theta J^{-1} \quad (3-8)$$

En injectant l'expression 3-8 dans l'expression 3-4, on obtient ainsi une relation entre les rigidités articulaires, les déviations du manipulateur  $\delta x$  et les sollicitations  $w$  définies par :

$$\delta x = JK_\theta^{-1} J^T w \quad (3-9)$$

A partir de la mesure des déviations du manipulateur  $\delta x$  et des sollicitations  $w$ , nous pouvons ainsi évaluer les rigidités articulaires  $K_\theta$  du robot. En notant :

$$K = [1/k_{\theta_1} \quad 1/k_{\theta_2} \quad 1/k_{\theta_3} \quad 1/k_{\theta_4} \quad 1/k_{\theta_5} \quad 1/k_{\theta_6}] \quad (3-10)$$

La variation de déplacement s'exprime sous la forme :

$$\delta x = \begin{bmatrix} \sum_{j=1}^6 (K_j J_{1j} \sum_{i=1}^6 J_{ij} w_i) \\ \dots \\ \dots \\ \dots \\ \dots \\ \sum_{j=1}^6 (K_j J_{6j} \sum_{i=1}^6 J_{ij} w_i) \end{bmatrix} \quad (3-11)$$

L'analyse de rigidité est réalisée en deux étapes. La première étape consiste à évaluer la rigidité articulaire de la première liaison. La seconde étape permet l'identification des rigidités articulaires des liaisons 2 à 6. Il est alors nécessaire d'enlever la contribution venant de la rigidité de la première liaison. La relation est alors définie par :

$$\delta x'_k = \delta x_k - K_1 J_{k1} \sum_{i=1}^6 J_{ik} w_i \quad (3-12)$$

En isolant les termes de rigidité, nous nous ramenons à une équation du type :

$$K = (A^T A)^{-1} A^T \delta x' \quad \text{avec}$$

$$A = \begin{bmatrix} J_{12} \sum_{i=1}^6 J_{i2} w_i & \cdots & \cdots & \cdots & J_{16} \sum_{i=1}^6 J_{i2} w_i \\ \vdots & \cdots & & & \vdots \\ \vdots & & \cdots & & \vdots \\ \vdots & & & \cdots & \vdots \\ J_{62} \sum_{i=1}^6 J_{i2} w_i & \cdots & \cdots & \cdots & J_{66} \sum_{i=1}^6 J_{i2} w_i \end{bmatrix} \quad (3-13)$$

### 3.1.2 Identification des rigidités articulaires

Le protocole expérimental s'appuie sur les travaux d'Alici [Alici *et al.* 2005] et de Dumas [Dumas *et al.* 2011]. La flèche est mesurée en bout d'effecteur en utilisant le dispositif de métrologie Laser Tracker Leica® ATD 901 et trois positions de mires optiques (Figure 3-3). L'évaluation des rigidités articulaires a été réalisée, dans un premier temps, par les moyens expérimentaux internes, puis dans un deuxième temps en collaboration avec l'IRCCyN de Nantes.

- *Première évaluation des rigidités articulaires*

Un effecteur a été conçu pour la mesure des trois positions de mire identifiée par  $P_1$ ,  $P_2$  et  $P_3$ .

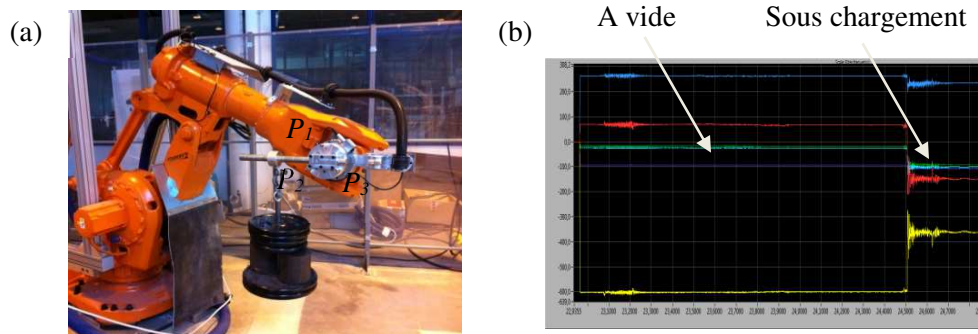


Figure 3-3 : Position des mires et sollicitations des liaisons 2 à 6 (a), enregistrement des efforts (b)

Les efforts et les moments sont mesurés par un capteur d'effort ATI 160, positionné en bout d'effecteur au travers de l'outil d'analyse des signaux *Signal Viewer*®. Les rigidités articulaires  $k_{\theta_i}$  des liaisons 2 à 6 sont obtenues à partir de la moyenne de 11 configurations du robot et un chargement total de 1323N (Figure 3-4). La valeur de  $k_{\theta_i}$  est obtenue en sollicitant le bout de l'effecteur par une composante horizontale réalisée au moyen d'un ensemble câble et poulie. Le détail des mesures et du protocole expérimental est développé au chapitre 4.

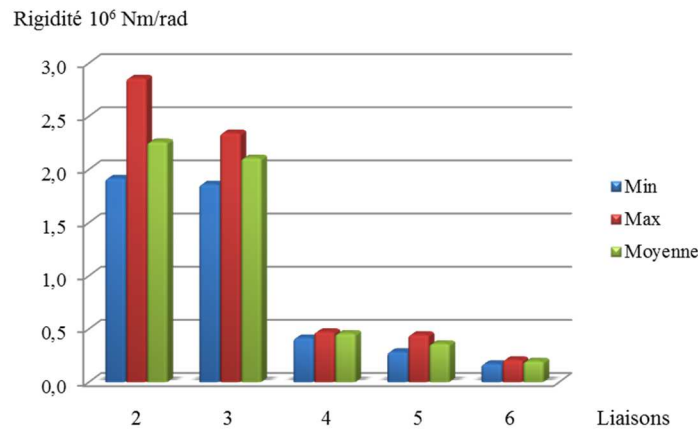


Figure 3-4 : Rigidités articulaires expérimentales liaisons 2 à 6 (1323N)

Articulations	1	2	3	4	5	6
$k_{\theta_i}$ (kNm/rad)	1180	2259	2108	458	366	197

Tableau 3-1 : Rigidités articulaires

On constate une assez bonne convergence des valeurs de rigidités articulaires pour les liaisons 3 à 6. Par contre, la dispersion est plus importante pour la valeur de rigidité articulaire  $k_{\theta_2}$  liée au fait que celle-ci est beaucoup plus sensible à la précision de mesure de la position des mires optiques lorsque l'élément 2 approche la verticale.

- **Raffinement des valeurs de rigidités articulaires**

L'évaluation a été réalisée avec le matériel prêté par l'IRCCyN de Nantes concernant l'effecteur portant les mires optiques et la mesure de la charge par dynamomètre. La mesure des poses est réalisée avec le Tracker Leica®. L'identification a été réalisée pour trois chargements : 870N, 1360N et 1860N. Les rigidités articulaires  $k_{\theta_i}$  des liaisons 2 à 6 sont obtenues à partir de la moyenne de 21 configurations du robot (Figure 3-5, 3-6, 3-7). La valeur de  $k_{\theta_1}$  est obtenue par la moyenne de 11 configurations en sollicitant le bout de l'effecteur par la tension d'une chaîne ancrée au sol. Nous présentons les valeurs de rigidité obtenues avec l'algorithme mis en place et les valeurs obtenues par l'IRCCyN pour les trois chargements. Les valeurs de rigidités articulaires  $k_{\theta_1}$  retenues sont celles obtenues par l'IRCCyN. Le détail des calculs est présenté au chapitre 4.

*Evaluation des rigidités articulaires pour un chargement de 870N*

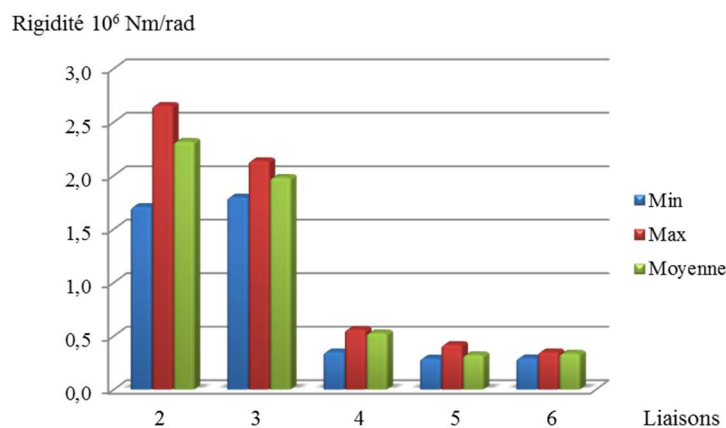


Figure 3-5 : Rigidités articulaires expérimentales liaisons 2 à 6 (750N)

Articulations	1	2	3	4	5	6
$k_{\theta i}$ (kNm/rad) - IP	1799	2319	1982	528	324	338
$k_{\theta i}$ (kNm/rad) - IRCCyN	1799	2266	1970	572	280	339

Tableau 3-2 : Rigidités articulaires (870N)

Evaluation des rigidités articulaires pour un chargement de 1360N

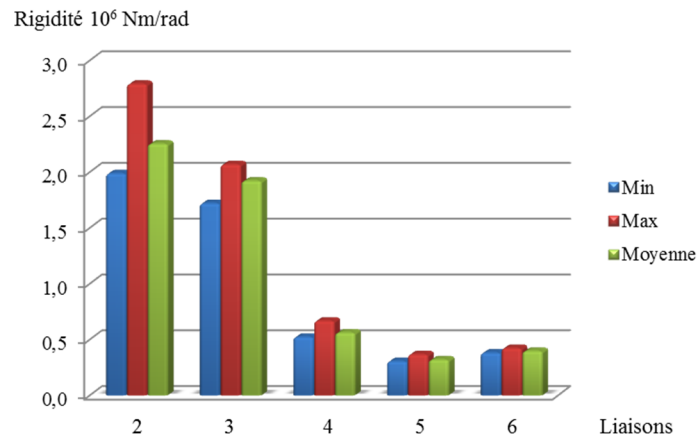


Figure 3-6 : Rigidités articulaires expérimentales liaisons 2 à 6 (1360N)

Articulations	1	2	3	4	5	6
$k_{\theta i}$ (kNm/rad) - IP	1920	2255	1923	563	322	399
$k_{\theta i}$ (kNm/rad) - IRCCyN	1920	2052	867	555	270	395

Tableau 3-3 : Rigidités articulaires (1360N)

Evaluation des rigidités articulaires pour un chargement de 870N

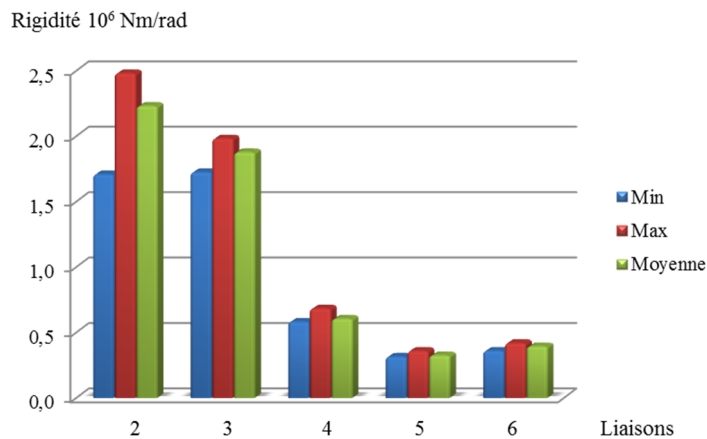


Figure 3-7 : Rigidités articulaires expérimentales liaisons 2 à 6 (870N)

Articulations	1	2	3	4	5	6
$k_{\theta i}$ (kNm/rad) - IP	2020	2233	1879	607	327	396
$k_{\theta i}$ (kNm/rad) - IRCCyN	2020	1979	1794	573	278	400

Tableau 3-4 : Rigidités articulaires (1860N)

- **Synthèse des valeurs**

Nous présentons une synthèse des différentes valeurs de rigidités évaluées au travers des quatre cas de chargement.

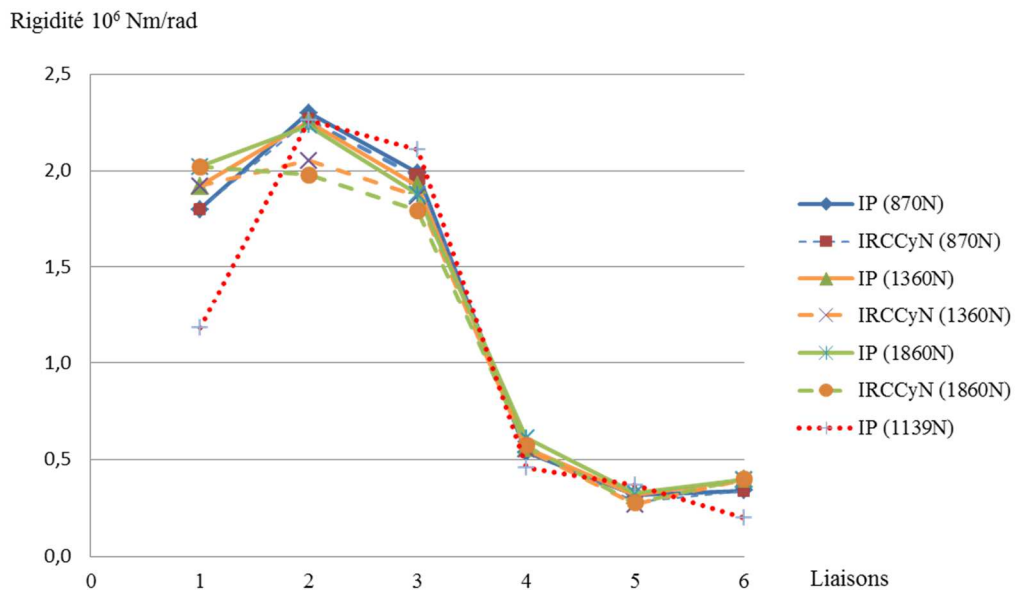


Figure 3-8 : Synthèse des rigidités articulaires expérimentales

On constate une assez bonne convergence des valeurs de rigidité articulaires  $k_{\theta 2}$  à  $k_{\theta 6}$  pour les trois chargements de 870N, 1360N et 1860N évaluées sur 21 configurations du robot par rapport aux premières valeurs définies sur 11 configurations dans une zone de l'espace de travail plus réduite (Tableau 3-5). Nous avons ainsi ajusté les valeurs de rigidités articulaires  $k_{\theta i}$  en considérant la moyenne de nos trois évaluations. Les valeurs ajustées sont les suivantes.

Articulations	1	2	3	4	5	6
$k_{\theta i}$ (kNm/rad)	1920	2260	1930	570	322	378

Tableau 3-5 : Rigidités articulaires retenues

### 3.1.3 Modèle corps flexible/liaison rigide

La démarche mise en œuvre précédemment permet d'obtenir les rigidités articulaires en faisant l'hypothèse que toutes les déformations sont localisées dans les liaisons. Or dans la réalité, les corps aussi sont responsables d'une partie des déformations de la structure.

Nous cherchons alors la valeur de l'erreur induite par la non prise en compte des déformations des éléments dans l'algorithme d'identification.



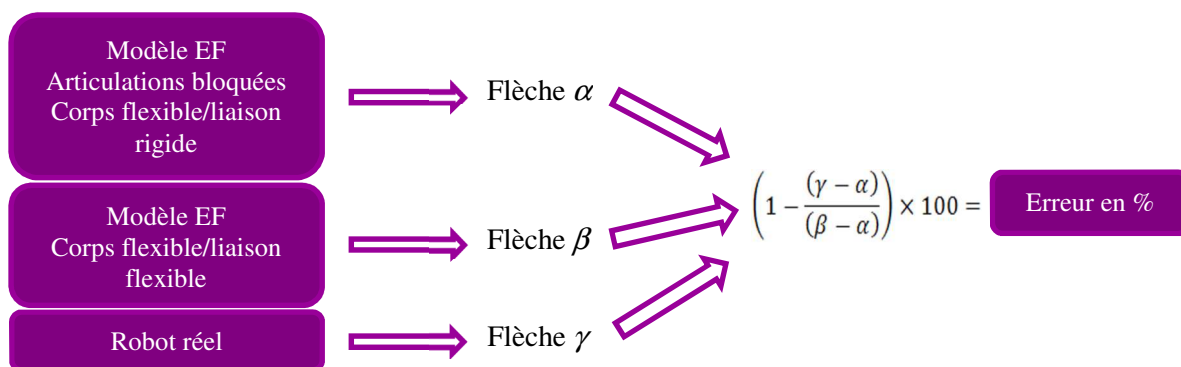


Figure 3-9 : Méthode d'obtention de l'erreur

Cette valeur est définie en utilisant le modèle EF et en y bloquant les liaisons. Ainsi nous obtenons une flèche ne décrivant que la déformation élastique des éléments. En soustrayant cette flèche à celles du modèle réel et EF, il est alors possible de quantifier l'écart au niveau des rigidités articulaires (Figure 3-9).

Cette méthode permet d'obtenir une évaluation de l'erreur qui est de 18% en moyenne.

Articulations	1	2	3	4	5	6
Ancienne valeur	1000	2259	2108	457	365	197
Nouvelle valeur	<b>1180</b>	<b>2666</b>	<b>2488</b>	<b>540</b>	<b>432</b>	<b>233</b>

Tableau 3-6 : Rigidités articulaires recalées

Correction à 18%

Articulations	1	2	3	4	5	6
Ancienne valeur	1180	2666	2488	540	432	233
Nouvelle valeur	<b>2257</b>	<b>2670</b>	<b>2278</b>	<b>672</b>	<b>379</b>	<b>446</b>

Tableau 3-7 : Rigidités articulaires recalées à 18%

### 3.1.4 Modèle corps flexible/liaison flexible

Afin de tenir compte de la déformation élastique des éléments intervenant pour 18% dans la valeur de flèche, les valeurs de rigidités articulaires  $k_{\theta_i}$  expérimentales ont été recalées dans le modèle EF (Tableau 3-7).

L'objectif est maintenant de vérifier la cohérence des valeurs de flèche estimées par notre modèle EF par rapport aux valeurs de flèche expérimentales.

Nous avons réalisé une première cartographie de déformation expérimentale dans le plan horizontal qui représente le chargement le plus critique associé au déplacement des poids de chaque élément pour les différentes configurations.

Nous sollicitons la structure avec une charge verticale de 1139N, ce qui correspond au chargement de la phase expérimentale. La flèche évaluée en bout d'effecteur par le modèle EF basé sur la géométrie simplifiée du robot (Figure 3-10b) est comparée aux flèches enregistrées expérimentalement pour l'ensemble des poses programmées pour un pas de 100mm dans un plan horizontal d'un rectangle défini

par les points extrémités  $P_1$  [1150, 500, 1200] et  $P_2$  [1850, -500, 1200] exprimé dans le repère de base du robot avec le TCP défini en Tool0 qui correspond à l'extrémité de l'axe 6 (Figure 3-10a). Les positions des mires laser se situent dans un plan décalé de 150mm suivant l'axe z du TCP.

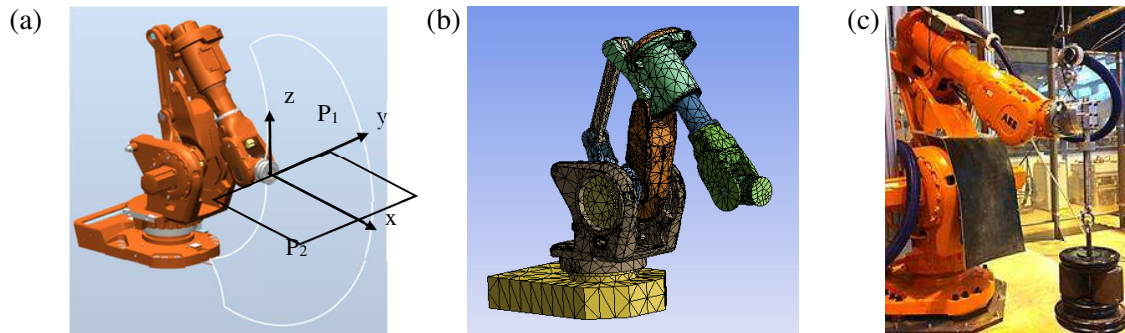


Figure 3-10 : Géométrie IRB6660 (a), modélisation EF Ansys® (b), protocole expérimental (c)

### Cartographie expérimentale et théorique EF

La cartographie est réalisée dans le plan horizontal et correspondant à un rectangle (1000mm x 700mm) positionné symétriquement par rapport au plan  $P$  passant par l'axe de la première liaison et perpendiculaire aux axes des liaisons du contour du parallélogramme (Figure 3-11). Le pas de déplacement est de 100mm selon les deux directions  $x$  et  $y$ . Le robot est soumis à deux chargements suivant l'axe  $z$ . Le chargement de 1323N est obtenu par un ensemble de masses accrochées en bout de l'effecteur et inclut le capteur d'effort. Le chargement de 899N correspond à la masse de la broche et inclut l'accastillage et le capteur d'effort. Pour chaque point de discrétisation, la mesure est réalisée sans et avec chargement. Le robot est sous puissance sans prise en compte de la masse embarquée (incluant la broche, son support, ainsi que les câbles d'alimentation) dans la définition de l'outil dans le système de commande. La mesure de la flèche permet d'obtenir une cartographie selon l'axe  $z$ .

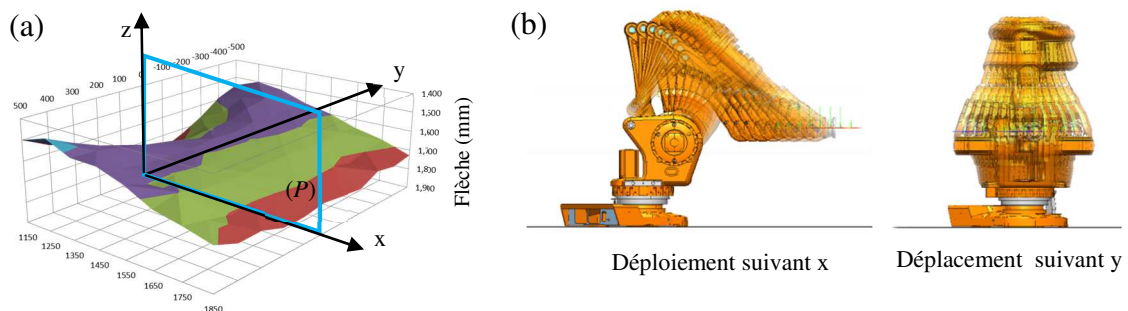


Figure 3-11 : Carte expérimental de flèche (a), configurations du robot (b)

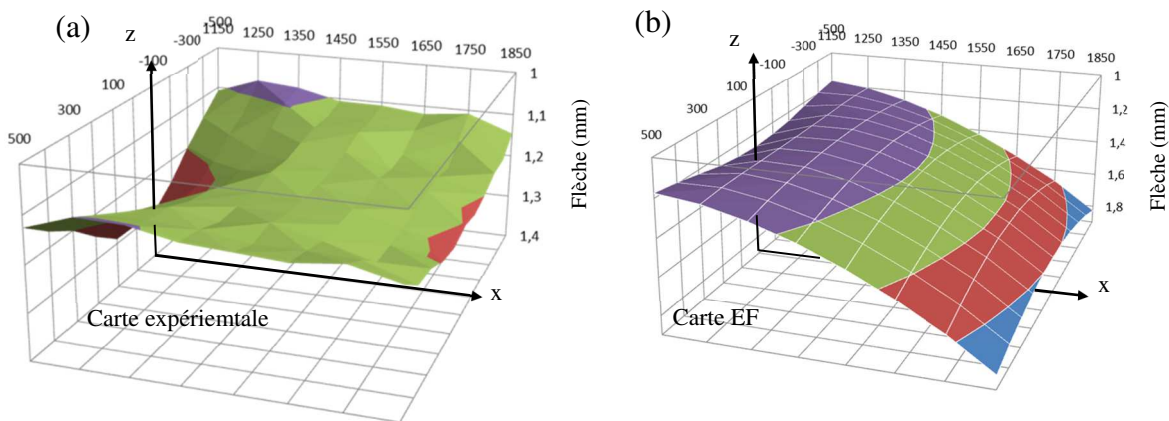
Les valeurs de rigidités articulaires précédemment obtenues sont utilisées dans le modèle EF soumis au même chargement. Ceci permet de calculer les valeurs de flèche (ou de rigidité cartésienne) en bout d'effecteur pour chaque position discrétisée (Figure 3-11).

### Comparaison et analyse des résultats

Nous présentons un comparatif des valeurs de flèche expérimentales et théoriques du modèle EF corps flexible/liaison flexible pour les deux chargements (Figure 3-12). Celui-ci montre que le comportement simulé est proche du comportement réel et que les valeurs des rigidités articulaires

estimées, et introduites dans le modèle EF, sont cohérentes. On obtient une moyenne des écarts entre les valeurs simulées et les valeurs expérimentales de 3% pour le chargement de 1323N avec un écart maxi de 15% (Figure 3-12d) et de 16% pour le chargement de 899N avec un écart maxi de 31% (Figure 3-12c). Ces écarts sont liés aux différentes hypothèses simplificatrices réalisées sur le modèle EF concernant entre autres les valeurs de masse et d'inertie estimées des différents éléments, les chaînes mécaniques des actionneurs et le réglage de la commande du robot. On observe que la flèche reste relativement constante pour un déplacement suivant y, et diminue pour des poses s'éloignant de la position centrale pour un déploiement suivant x compris entre 1350mm et 1650mm. Ceci correspond en partie à une diminution du couple induit sur  $q_5$  repris par la structure et l'ensemble des autres axes. Ceci conforte la définition de notre critère d'effort  $\Phi_r$ , consistant à privilégier le déplacement sur les liaisons les plus rigides et à retenir des configurations du poignet minimisant les couples induits.

Chargement 899N



Chargement 1323N

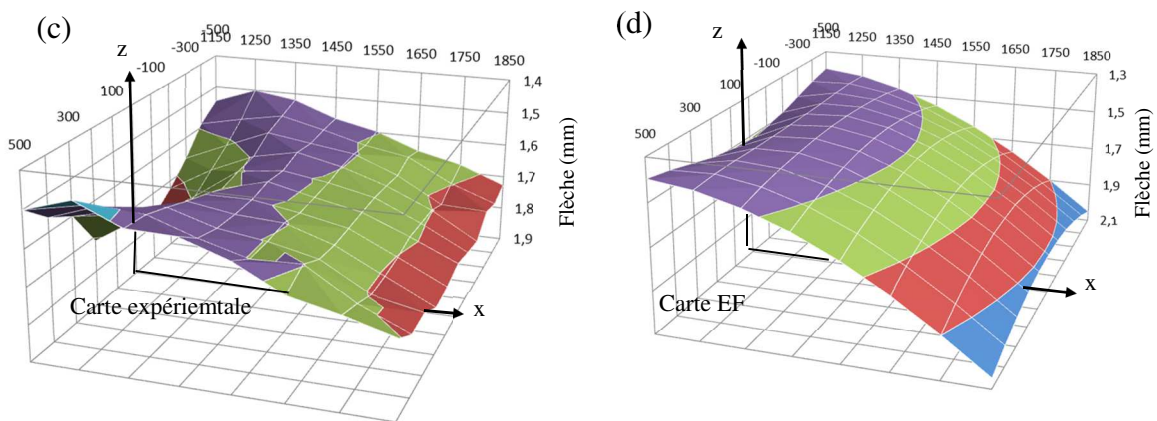


Figure 3-12 : Cartes des flèche expérimentales (a) (c), carte des flèches théoriques EF (b) (d)

La valeur de flèche dans le plan  $P$  pour  $y=0$  atteint son minimum pour la position longitudinale  $x$  proche de 1450mm. Ceci correspond au basculement avant de l'élément 2 au-delà de la verticale et au déploiement du parallélogramme qui tend à rigidifier la structure (Figure 3-11 b). Ces premiers résultats donnent des informations intéressantes quant au positionnement des parcours outils et aux configurations du robot. Ils permettent de définir une première zone de rigidité accrue comprise entre 1350mm et 1650mm suivant  $x$ . L'objectif de cette première étape est d'obtenir un modèle EF suffisamment réaliste pour être intégré par la suite dans un logiciel de simulation de mécanisme, et de valider l'apport de la prise en compte du critère mécanique  $\Phi_m$  et de rigidité  $\Phi_r$  dans la planification optimisée des trajectoires. Cette partie est présentée au chapitre 4.

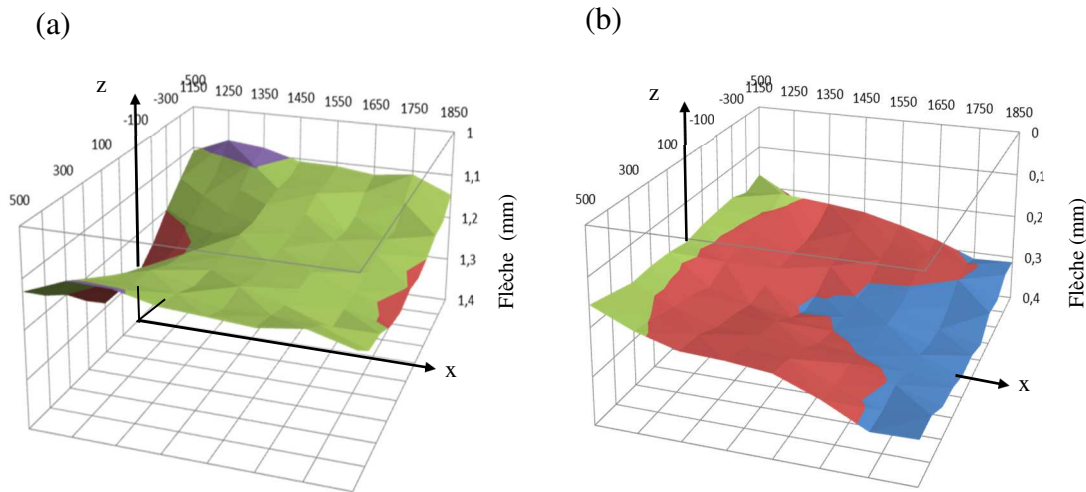


Figure 3-13 : Cartes des flèches expérimentales sans prise en compte de la masse de l'outil (a), avec prise en compte de la masse de l'outil 89,9kg (b)

Nous avons également réalisé la même carte pour la charge de 899N en prenant la déclaration de la masse de la broche dans le système de commande (Figure 3-13b). On constate une très bonne correction des poses et une amplitude de déviation inférieure à 0.25mm sur l'ensemble de la carte et inférieur à 0.1mm pour la plage de variation de 1250mm à 1750mm suivant x.

### 3.2 Paramétrage de l'étude des critères

Cette partie est consacrée à l'étude de l'évolution des trois critères normalisés, cinématique  $\Phi_v$ , mécanique  $\Phi_m$ , et de rigidité  $\Phi_r$ , dans les différents plans xOy, xOz et yOz. Nous étudions leur évolution pour différentes configurations du robot et deux sollicitations correspondant à un usinage en avalant et en opposition. Dans l'étude des cartes de flèches, les coordonnées des poses dans le plan xOy sont exprimées en Tool0 correspondant au repère outil défini à l'extrémité de l'axe 6 du robot, et exprimées dans le repère de base du robot (Figure 3-14a). Le TCP défini au nez de broche est décalé des composantes [150mm, 0, 300mm] par rapport au Tool0 (Figure 3-15a). Nous exprimons les coordonnées du TCP avec un décalage de 300mm suivant x. Ceci permet d'obtenir pour chaque pose exprimée dans le repère de base, les mêmes valeurs articulaires correspondant aux cartes de flèche précédentes.

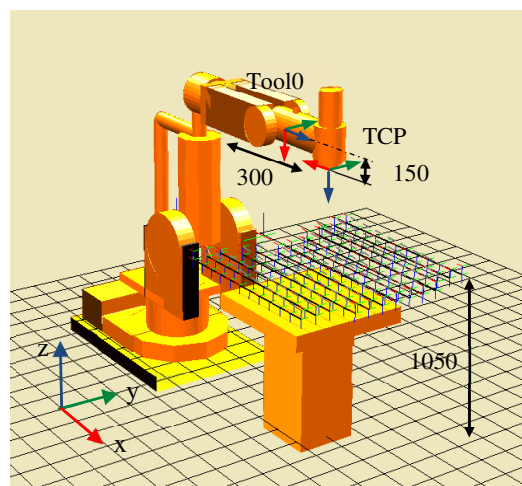


Figure 3-14 : Position de la broche

Pour l'analyse de l'évolution du critère cinématique  $\Phi_v$ , nous considérons une vitesse d'avance de 150mm/s et réglons les bornes de manière à obtenir un critère normalisé inférieur à 1 sur l'ensemble de l'espace balayé. Concernant le critère mécanique  $\Phi_m$ , le chargement sans effort de coupe correspond au poids de la broche de 890N. Nous appliquons un effort de coupe au nez de broche de 700N que nous orientons à  $45^\circ$  par rapport à la direction d'avance  $V_f$  simulant un usinage en avant, et  $135^\circ$  simulant un usinage en opposition afin de pouvoir utiliser le caractère de symétrie de l'évolution des critères. Nous analysons l'évolution des critères suivant deux directions de déplacement dans chaque plan considéré. Afin de minimiser les calculs, nous discrétisons l'espace balayé avec un pas de 100mm entre chaque pose suivant les différentes directions comme pour les cartes de flèche présentées précédemment. Le détail des configurations du robot pour quelques points particuliers est donné en Annexe 3-1.

### 3.3 Evolution des critères dans le plan xOy

Nous étudions tout d'abord l'évolution des critères  $\Phi_v$ ,  $\Phi_m$ , et  $\Phi_r$  dans un ensemble de plan xOy positionnés à différentes altitudes en z correspondant à la zone de travail envisageable pour le robot seul ou associé à la table tilting portée par le track (Figure 3-15b).

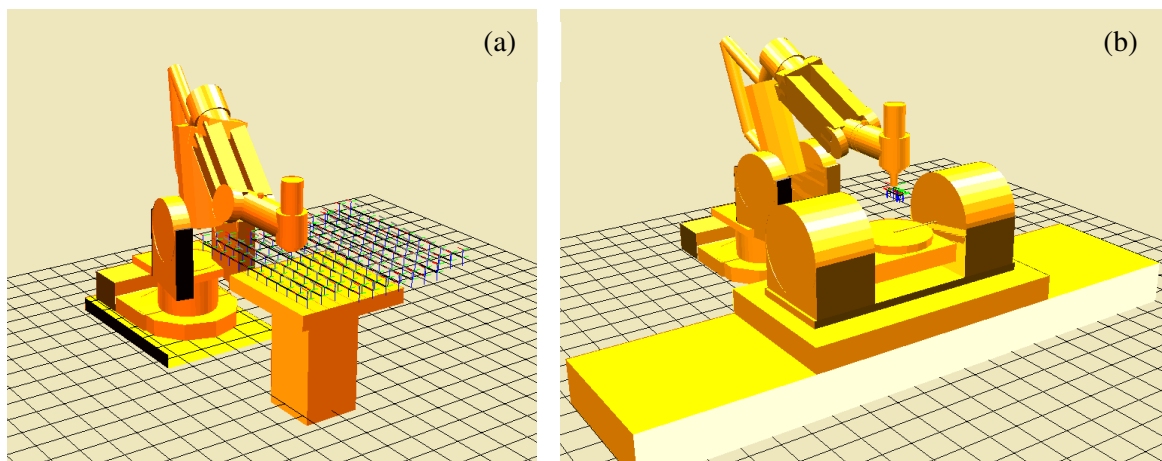


Figure 3-15 : IRB6660 et table (a), Cellule 9 axes avec table tilting montée sur track (b)

Nous considérons comme position initiale un plan xOy situé à une altitude de 1050mm correspondant à la zone de travail usuellement utilisée pour nos essais sur table (Figure 3-15a). L'évolution des critères dépendant de la direction d'avance, ceux-ci sont étudiés suivant les deux directions x et y du repère de base du robot.

Concernant l'évolution du critère cinématique  $\Phi_v$  pour une direction de déplacement suivant x et y, on constate une diminution importante de celui-ci au-delà de coordonnée des poses  $x=1700\text{mm}$ , lié en outre à l'augmentation des vitesses articulaires des liaisons  $q_2$  et  $q_3$  pour un même déplacement, que l'on retrouve dans une moindre mesure pour la coordonnée  $x < 1000\text{mm}$  (Figure 3-16a). Dans le cas d'une direction de déplacement suivant y, on constate une amélioration du critère cinématique  $\Phi_v$  à mesure que la coordonnée en y des poses s'éloigne de  $y=0$ , liée à une diminution de la vitesse articulaire de la liaison  $q_4$  pour engendrer la vitesse d'avance linéaire  $V_f$  (Figure 3-15b).

Concernant le critère mécanique  $\Phi_m$ , quelle que soit la direction de déplacement, on enregistre une diminution de celui-ci lorsque l'on se rapproche de la coordonnée  $y=0$  et au-delà de la coordonnée  $x=1500\text{mm}$  (Figure 3-16c, 3-16d). La liaison la plus sollicitée étant la liaison  $q_3$ , on constate donc une meilleure évolution du critère  $\Phi_m$  pour une configuration du robot replié.

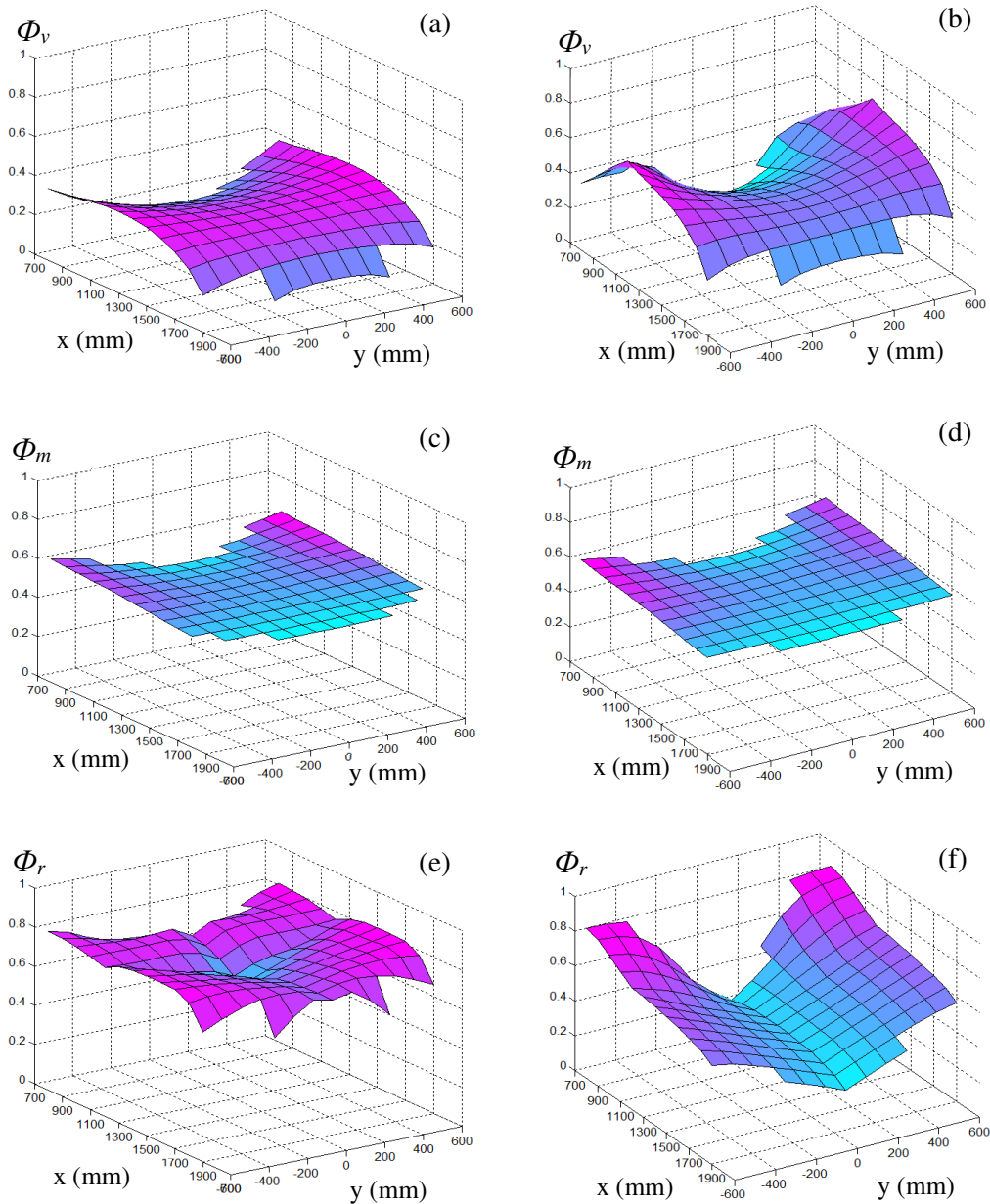


Figure 3-16 : Evolution des critères  $\Phi_v$ ,  $\Phi_m$ , et  $\Phi_r$  dans le plan  $xOy$  à  $z=1050\text{mm}$  pour une direction de déplacement suivant  $x$  (a, c, e) et suivant  $y$  (b, d, f)

Concernant le critère de rigidité  $\Phi_r$ , l'évolution de celui-ci n'est pas corrélée aux amplitudes de flèche présentées précédemment. On note cependant une nette amélioration du critère  $\Phi_r$  lorsque l'on s'écarte de la coordonnée  $y=0$  (Figure 3-16e, 3-16f). Pour  $y=0$ , les variations articulaires  $\Delta q_i$  s'appliquent plus particulièrement sur la liaison  $q_5$  pour un déplacement suivant  $x$ , et les liaisons  $q_4$  et  $q_6$  pour un déplacement suivant  $y$ . Lorsque la coordonnée en  $y$  des poses s'éloigne de la position  $y=0$ , les variations articulaires se répartissent sur l'ensemble des articulations du poignet et plus spécifiquement sur les liaisons  $q_2$  et  $q_3$  dont la rigidité articulaire est bien supérieure. Ceci entraîne une amélioration importante du critère de rigidité  $\Phi_r$ . On enregistre également, pour un déplacement suivant  $x$ , une répartition plus homogène des variations articulaires sur les liaisons  $q_2$  et  $q_3$  lorsque l'on s'écarte de la coordonnée  $x=1200\text{mm}$  correspondant sensiblement à la configuration verticale de l'élément 2. Concernant la

rigidité cartésienne  $K_{zz}$  évaluée (Annexe 3-2), on retrouve une similitude avec les cartes de flèches présentées précédemment.

### 3.3.1 Influence du positionnement suivant z du plan xOz

Nous nous intéressons tout d'abord à l'évolution des trois critères  $\Phi_v$ ,  $\Phi_m$ , et  $\Phi_r$  suivant quatre plans positionnés respectivement à  $z=850$ ,  $1050$ ,  $1250$  et  $1450$ mm (Figure 3-17).

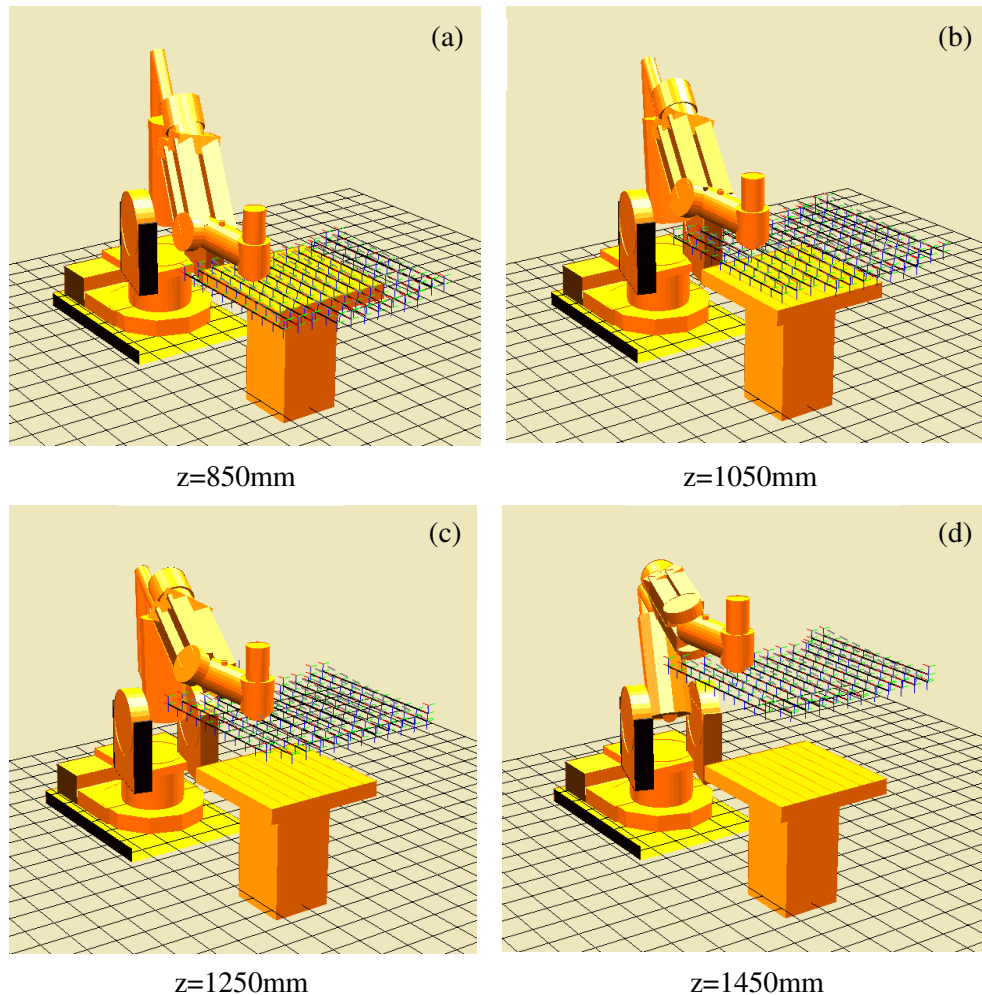


Figure 3-17 : Définition des poses suivant les 4 plans xOy

Nous considérons une zone de balayage dont les bornes sont définies suivant x par  $[700, 2100]$  et suivant y par  $[-600, 600]$ . Dans cet espace, nous ne considérons que les poses accessibles par le robot.

Concernant le critère cinématique  $\Phi_v$ , on constate une évolution assez similaire pour les altitudes des plans  $z=850$ ,  $1050$  et  $1250$ mm concernant la direction de déplacement suivant x (Figure 3-18) et suivant y (Figure 3-19). On note une diminution du critère  $\Phi_v$  assez marquée au-delà de la coordonnée  $x=1500$ mm pour aussi bien dans la direction de déplacement suivant x (Figure 3-18) que dans la direction de déplacement suivant y (Figure 3-19). On enregistre également une diminution importante du critère  $\Phi_v$  pour un déplacement suivant y dans les plans situés à  $z=1250$  et  $1450$ mm à mesure de l'on s'approche de la coordonnée  $y=0$ , générant des vitesses articulaires importantes sur les liaisons  $q_4$  et  $q_6$  (Figure 3-19c, 3-19d). Ceci est d'autant plus marqué pour le plan situé à  $z=1450$ mm car on s'approche de la singularité du poignet.

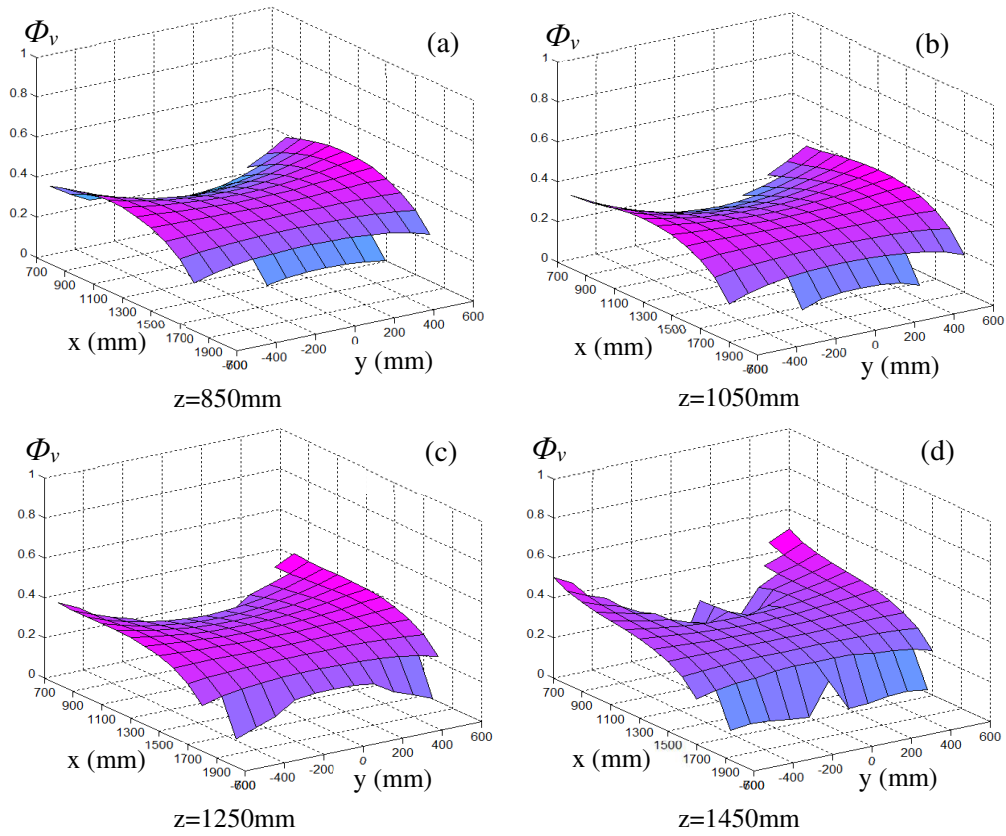


Figure 3-18 : Evolution du critère  $\Phi_v$  pour une direction de déplacement suivant  $x$

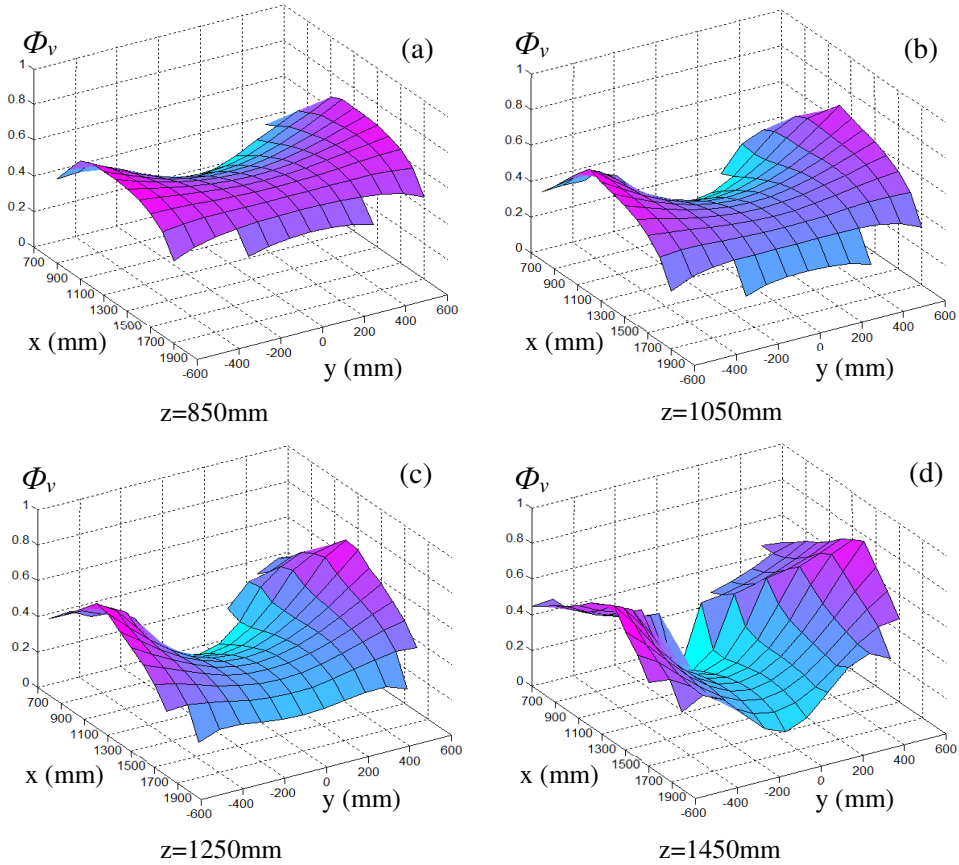


Figure 3-19 : Evolution du critère  $\Phi_v$  pour une direction de déplacement suivant  $y$



Concernant le critère de performance mécanique  $\Phi_m$ , on constate une évolution assez similaire concernant la direction de déplacement suivant x (Figure 3-21) et suivant y (Figure 3-22). On enregistre une diminution plus marquée du critère  $\Phi_m$  pour le plan situé en  $z=1450\text{mm}$  aussi bien dans la direction de déplacement suivant x (Figure 3-21d) et suivant y (Figure 3-22d) à mesure que l'on s'approche de la coordonnée  $y=0$ . Quelle que soit l'altitude des plans en  $z$ , on observe cependant une meilleure évolution du critère  $\Phi_m$  pour une configuration du robot replié.

Concernant le critère de rigidité  $\Phi_r$ , on constate une évolution assez similaire pour les plans situés en  $z=850, 1050$  et  $1250\text{mm}$  concernant la direction de déplacement suivant x (Figure 3-23) et suivant y (Figure 3-24). Comme pour le critère cinématique, on observe une diminution assez marquée du critère  $\Phi_r$  au-delà de la coordonnée  $x=1500\text{mm}$  pour le plan situé en  $z=1450\text{mm}$  dans la direction de déplacement x (Figure 3-23d). On enregistre également, pour un déplacement suivant y, une diminution importante du critère  $\Phi_r$  lorsque l'on s'approche de la coordonnée  $y=0$  amplifiée par l'altitude en  $z$ , lié au fait que l'on s'approche de la singularité du poignet et que les variations articulaires concernent plus particulièrement sur les liaisons  $q_4$  et  $q_6$  (Figure 3-20).

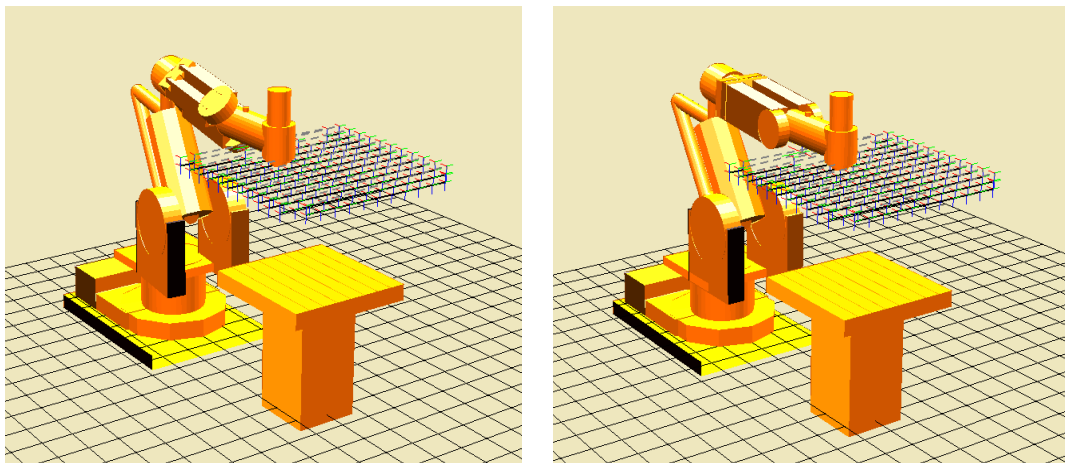


Figure 3-20 : Evolution des configurations pour un déplacement suivant la direction y

L'étude des trois critères  $\Phi_v$ ,  $\Phi_m$  et  $\Phi_r$ , dans les différents plans montre une évolution assez proche pour les trois plans situés en  $z=850, 1050$  et  $1250\text{mm}$  avec une diminution de ceux-ci à l'altitude  $z=1450\text{mm}$ . Il est donc souhaitable de positionner les trajectoires dans l'espace restreint  $z \in [850, 1250]$  en adéquation avec le placement de la table fixe et la configuration de la table tilting portée par le track. On observe également une évolution plus homogène des critères en restant dans la zone  $x \in [900, 1500]$  et en dehors du positionnement central des poses de coordonnée  $y=0$ .

Nous nous intéressons maintenant à l'influence de la redondance fonctionnelle sur l'évolution des trois critères.

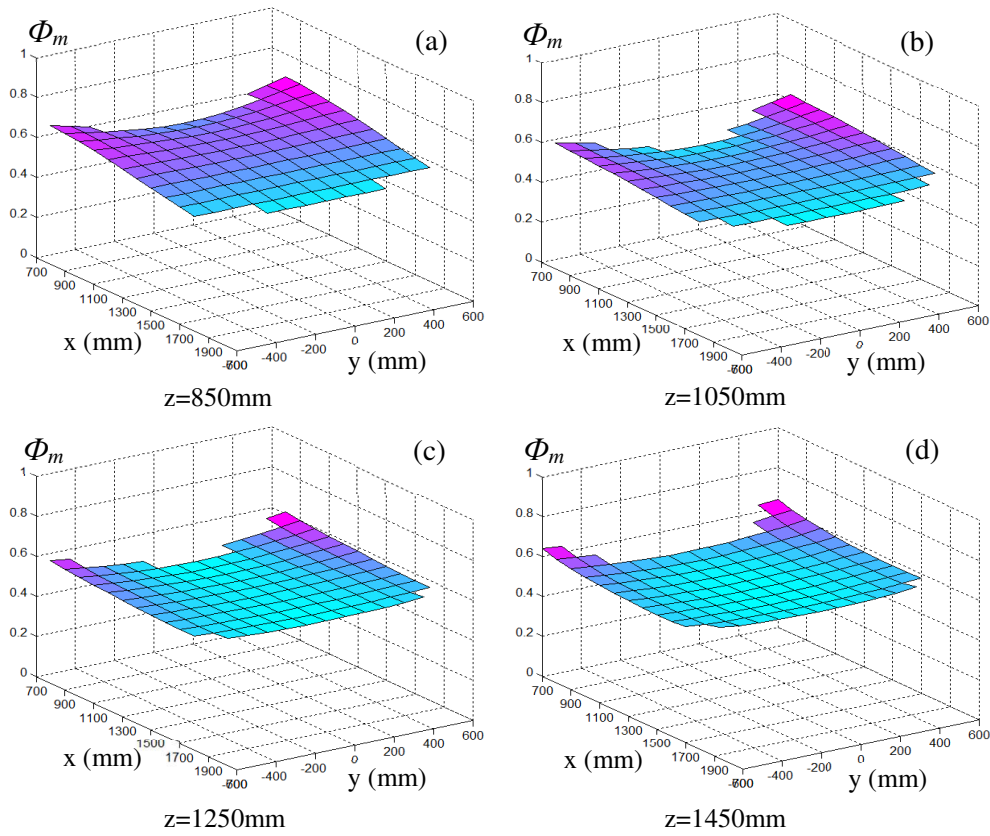


Figure 3-21 : Evolution du critère  $\Phi_m$  pour une direction de déplacement suivant  $x$

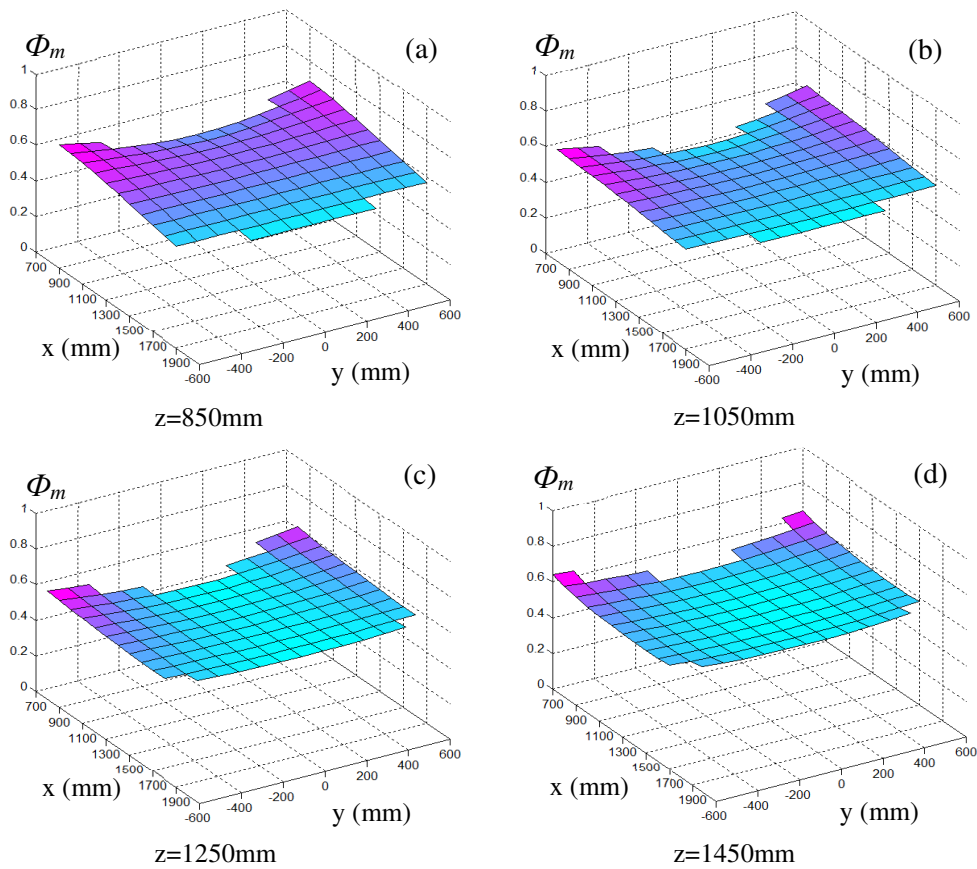


Figure 3-22 : Evolution du critère  $\Phi_m$  pour une direction de déplacement suivant  $y$

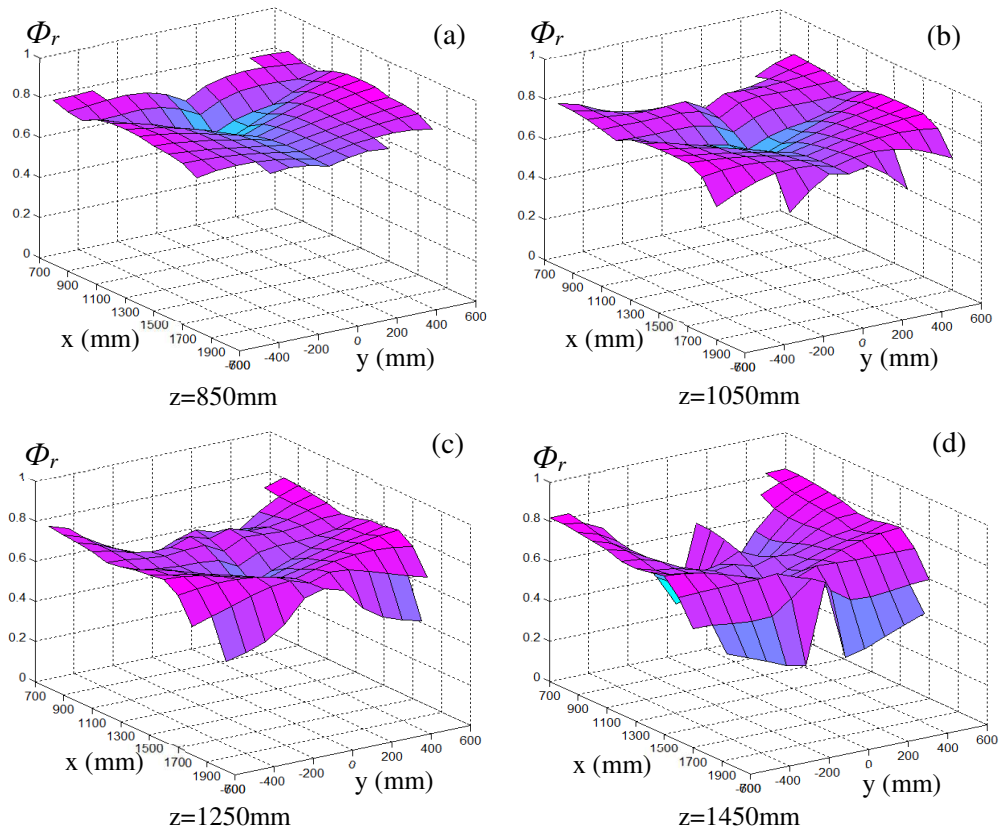


Figure 3-23 : Evolution du critère  $\Phi_r$  pour une direction de déplacement suivant  $x$

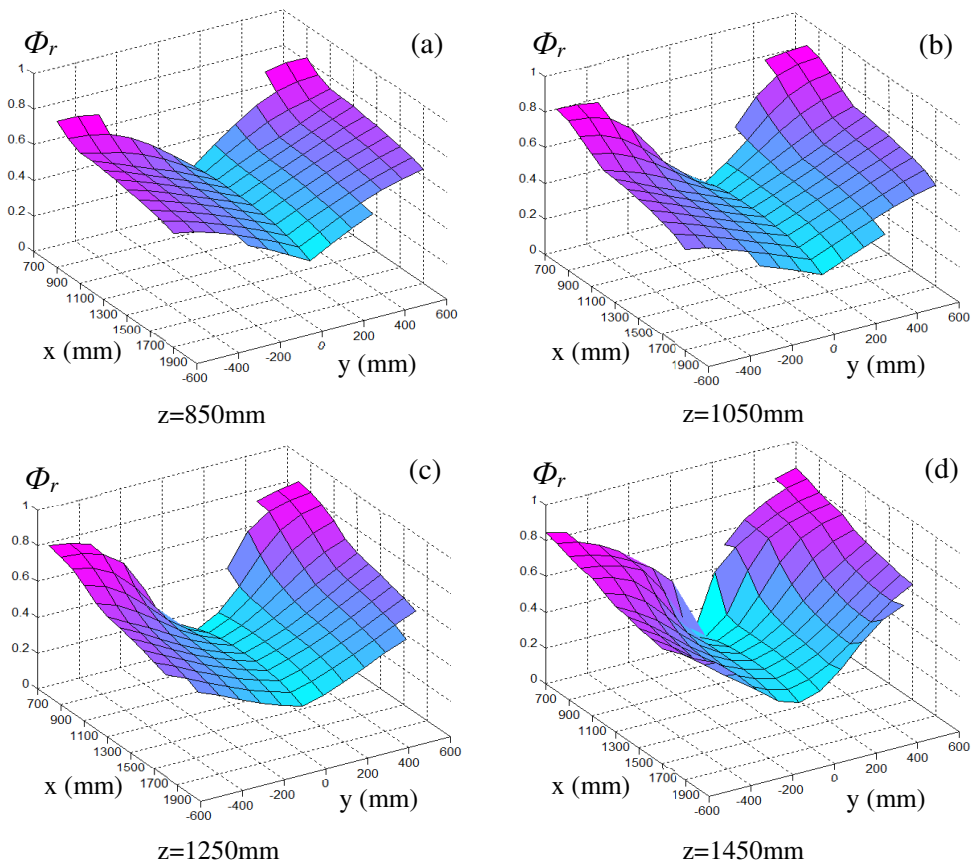


Figure 3-24 : Evolution du critère  $\Phi_r$  pour une direction de déplacement suivant  $y$

### 3.3.2 Influence du changement de configuration lié à la redondance fonctionnelle

Nous nous intéressons maintenant à l'influence de la configuration du robot sur les trois critères  $\Phi_v$ ,  $\Phi_m$ , et  $\Phi_r$  au travers de la redondance fonctionnelle définie par l'angle  $\Delta$  autour de l'axe de broche. Nous appliquons une réorientation d'angle  $\Delta=45^\circ$  de l'ensemble des poses (Figure 3-25). Nous étudions l'évolution des critères dans le plan situé en  $z=1050\text{mm}$ .

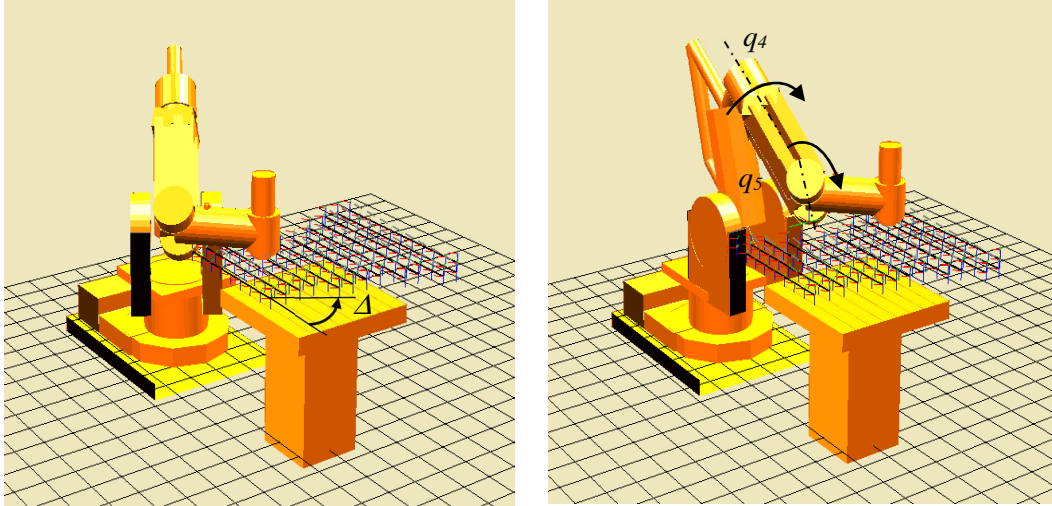


Figure 3-25 : Configuration du robot pour une réorientation d'angle  $\Delta=45^\circ$

Concernant le critère cinématique  $\Phi_v$ , on enregistre une amélioration globale de celui-ci pour la zone  $y \in [-600, 200]$  pour un déplacement suivant  $x$  (Figure 3-26a) et suivant  $y$  (Figure 3-26b) par rapport aux courbes précédentes (Figure 3-16). On minimise ainsi les vitesses articulaires sur la liaison  $q_5$  et les liaisons  $q_4, q_6$  suivant la direction de déplacement.

Concernant le critère mécanique  $\Phi_m$ , on observe également une amélioration globale de celui-ci pour la zone  $y \in [-600, 200]$  pour un déplacement suivant  $x$  (Figure 3-26c) et suivant  $y$  (Figure 3-26d) par rapport aux courbes précédentes (Figure 3-16).

Concernant le critère de rigidité  $\Phi_r$ , on observe également une amélioration globale de celui-ci pour la zone  $y \in [-600, 200]$  pour un déplacement suivant  $y$  (Figure 3-26f) par rapport aux courbes précédentes (Figure 3-16). Ceci est en accord avec le fait que l'on améliore le comportement en répartissant de manière plus homogène les variations articulaires sur l'ensemble des liaisons.

On constate donc une amélioration globale des trois critères  $\Phi_v$ ,  $\Phi_m$ , et  $\Phi_r$  pour la zone  $y \in [-600, 200]$  en utilisant le paramètre de redondance fonctionnelle d'angle  $\Delta$  autour de l'axe de broche.

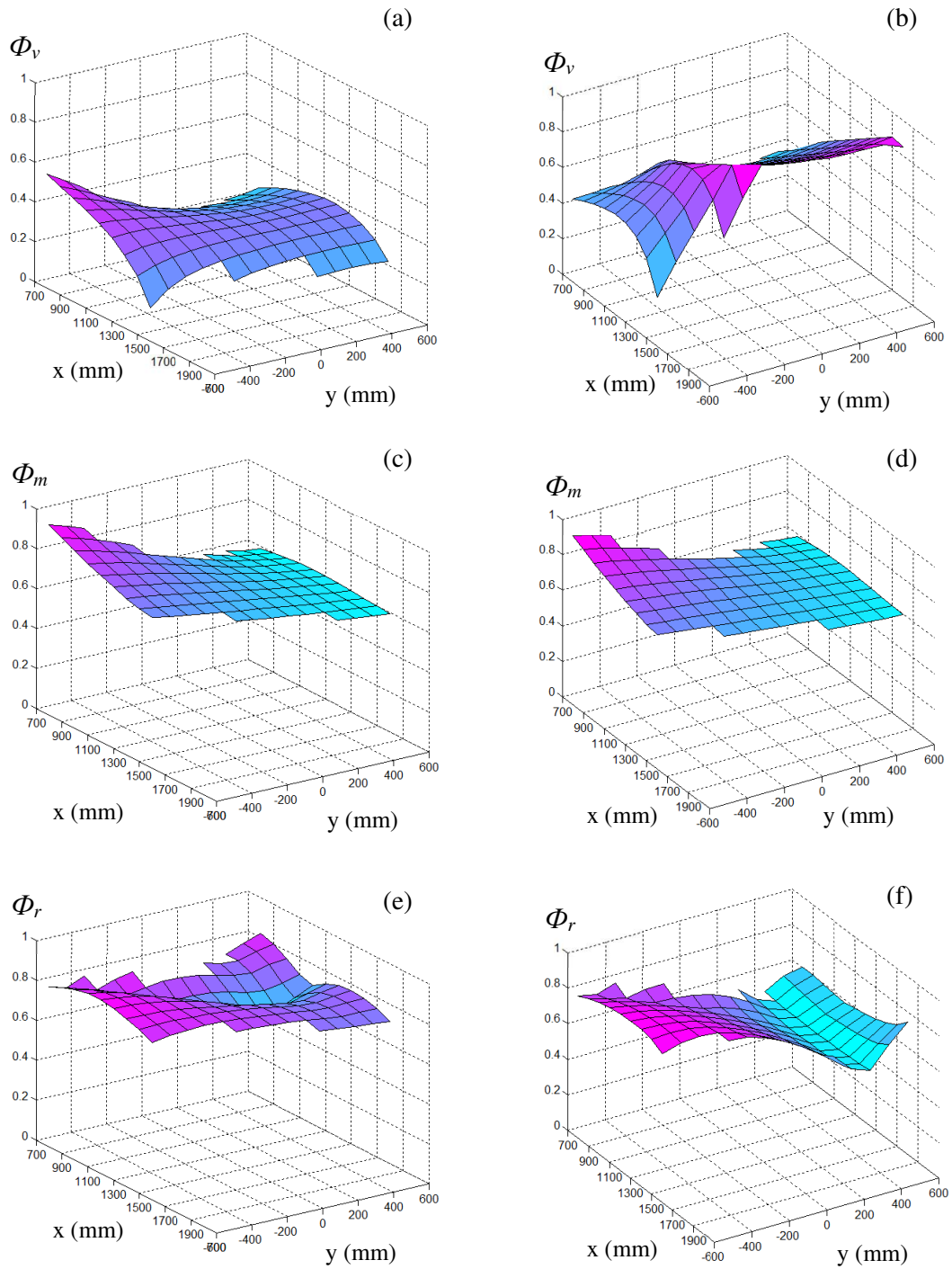


Figure 3-26 : Evolution des critères  $\Phi_v$ ,  $\Phi_m$ , et  $\Phi_r$  dans le plan  $xOy$  pour une direction de déplacement suivant  $x$  (a, c, e) et suivant  $y$  (b, d, f) et une réorientation d'angle  $\Delta$  de  $45^\circ$

### 3.3.3 Evolution du critère $\Phi_m$ sous sollicitations d'usinage

Nous nous intéressons maintenant à l'évolution du critère mécanique  $\Phi_m$  sous effort de coupe sans et avec prise en compte de la redondance fonctionnelle. La valeur de l'effort de coupe est de 700N orientée suivant deux directions, à 45° et 135° par rapport à la direction d'avance  $V_f$  pouvant correspondre respectivement à une opération d'usinage en avant et en opposition (Figure 3-27).

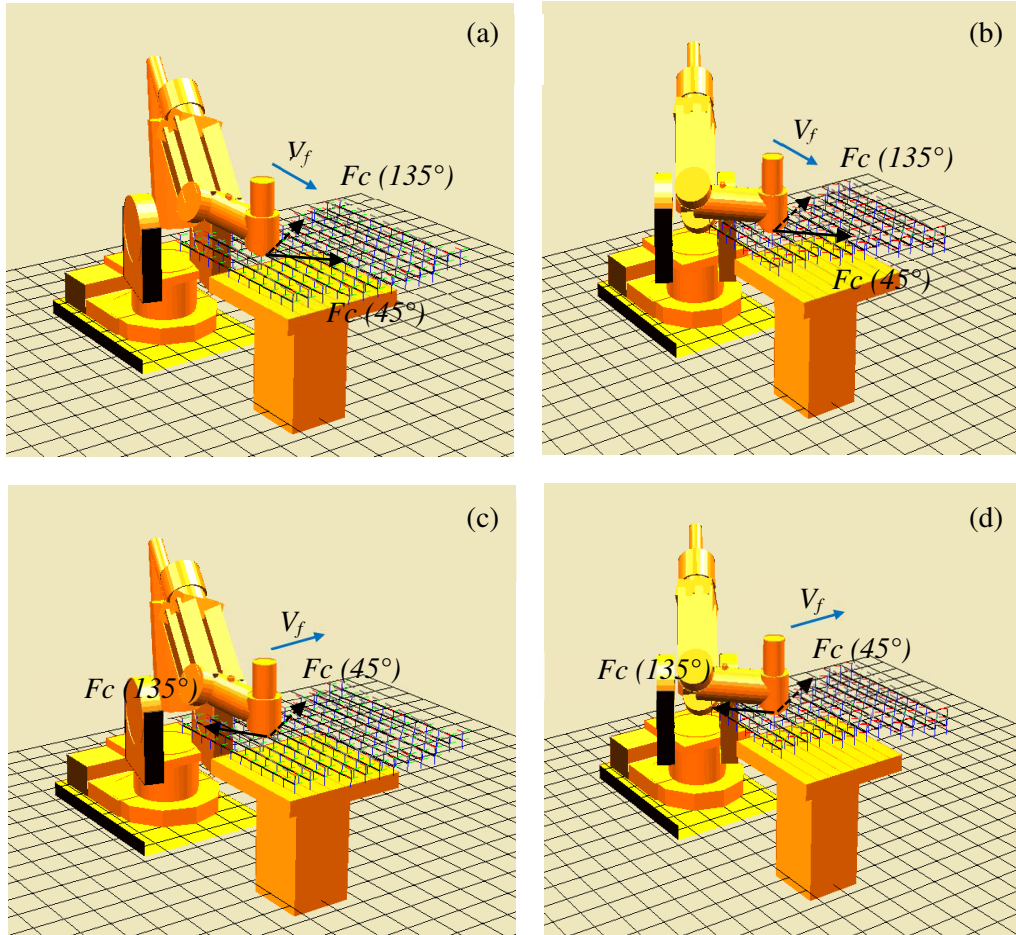


Figure 3-27 : Effort de coupe  $F_c$  pour un déplacement suivant  $x$  (a, b) et suivant  $y$  (c, d)

Concernant le déplacement suivant la direction  $x$ , on enregistre une meilleure évolution du critère mécanique  $\Phi_m$  dans la zone  $y \in [0, 600]$ . Pour un déplacement suivant la direction  $y$ , on constate un meilleur comportement pour la zone  $y \in [0, 600]$  pour l'orientation de l'effort  $F_c$  à 45° (Figure 3-28b) et inversement à 135° (Figure 3-28d). On ne peut donc pas en tirer de conclusion particulière.

Concernant la prise en compte de la redondance fonctionnelle, on observe une meilleure évolution du critère  $\Phi_m$  et plus particulièrement pour la zone  $y \in [-600, 200]$  lorsque l'effort  $F_c$  est aligné suivant l'axe de la liaison 5 (Figure 3-29a, 3-29d) que lorsque l'effort  $F_c$  s'applique perpendiculairement (Figure 3-29b, 3-29c). L'évolution du critère mécanique  $\Phi_m$  est donc fortement dépendante de la direction de déplacement  $V_f$  et de la direction d'application de l'effort de coupe  $F_c$ . On peut noter que pour un usinage en avalant, la valeur de redondance fonctionnelle  $\Delta=45^\circ$  amène un meilleur comportement mécanique pour la zone  $y \in [-600, 200]$ . Inversement, pour un usinage en opposition, nous aurons un meilleur comportement mécanique pour valeur de redondance fonctionnelle  $\Delta=-45^\circ$  pour la zone  $y \in [-200, 600]$ .

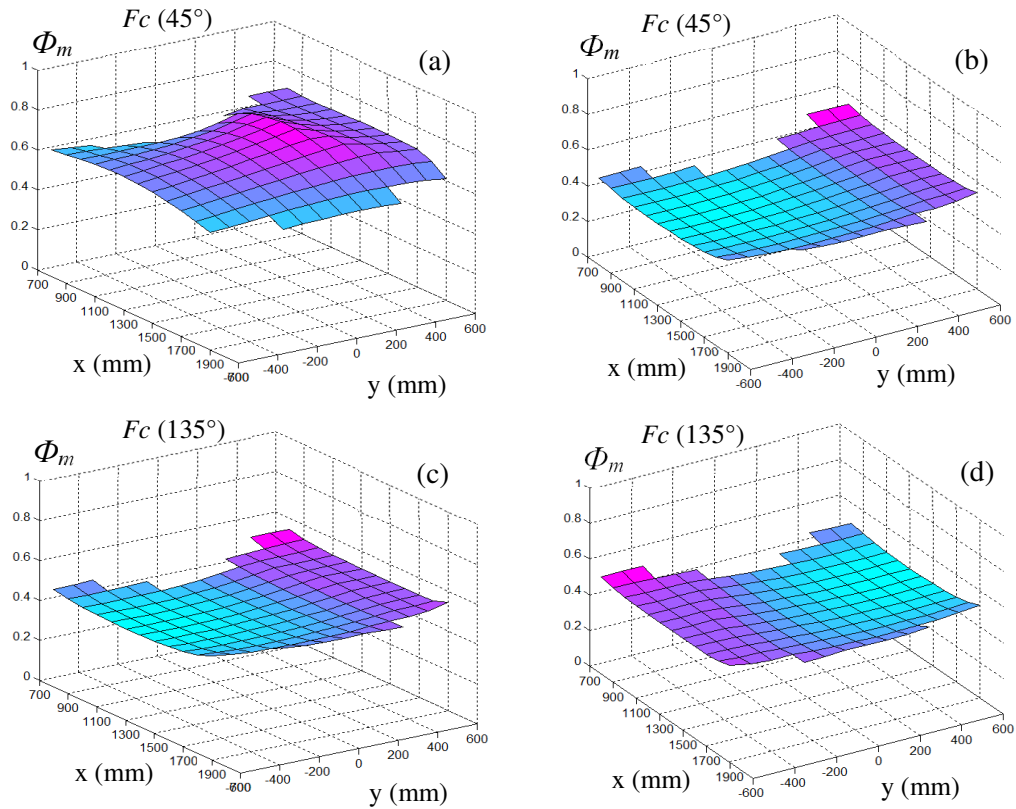


Figure 3-28 : Evolution de  $\Phi_m$  pour une direction de déplacement suivant x (a, c) et suivant y (b, d)

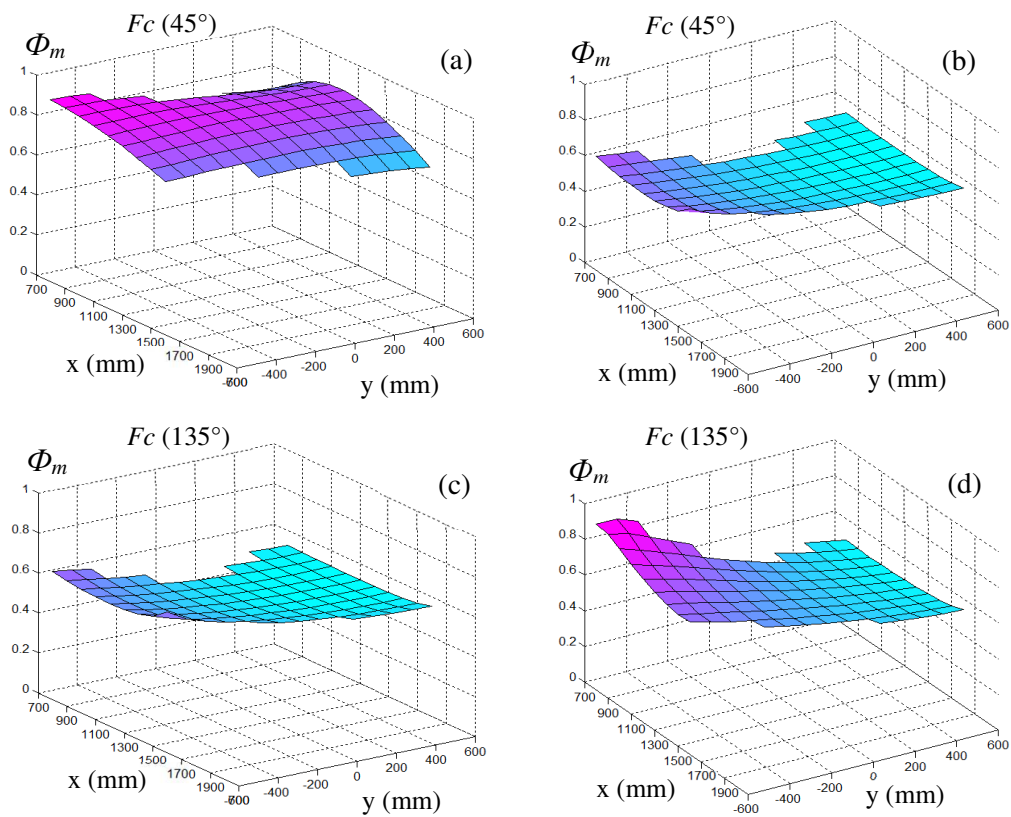


Figure 3-29 : Evolution de  $\Phi_m$  pour une direction de déplacement suivant x (a, c) et suivant y (b, d) et une réorientation d'angle  $\Delta$  de  $45^\circ$

### 3.4 Evolution des critères dans le plan yOz

Nous étudions maintenant l'évolution des critères  $\Phi_v$ ,  $\Phi_m$ , et  $\Phi_r$  dans l'ensemble du plan yOz définis à différentes positions en x correspondant à la zone de travail du robot seul ou associé à la table tilting portée par le track (Figure 3-15b). Afin de garder la correspondance des poses issues de l'étude dans le plan xOy, nous conservons les coordonnées précédentes correspondant à la position du TCP.

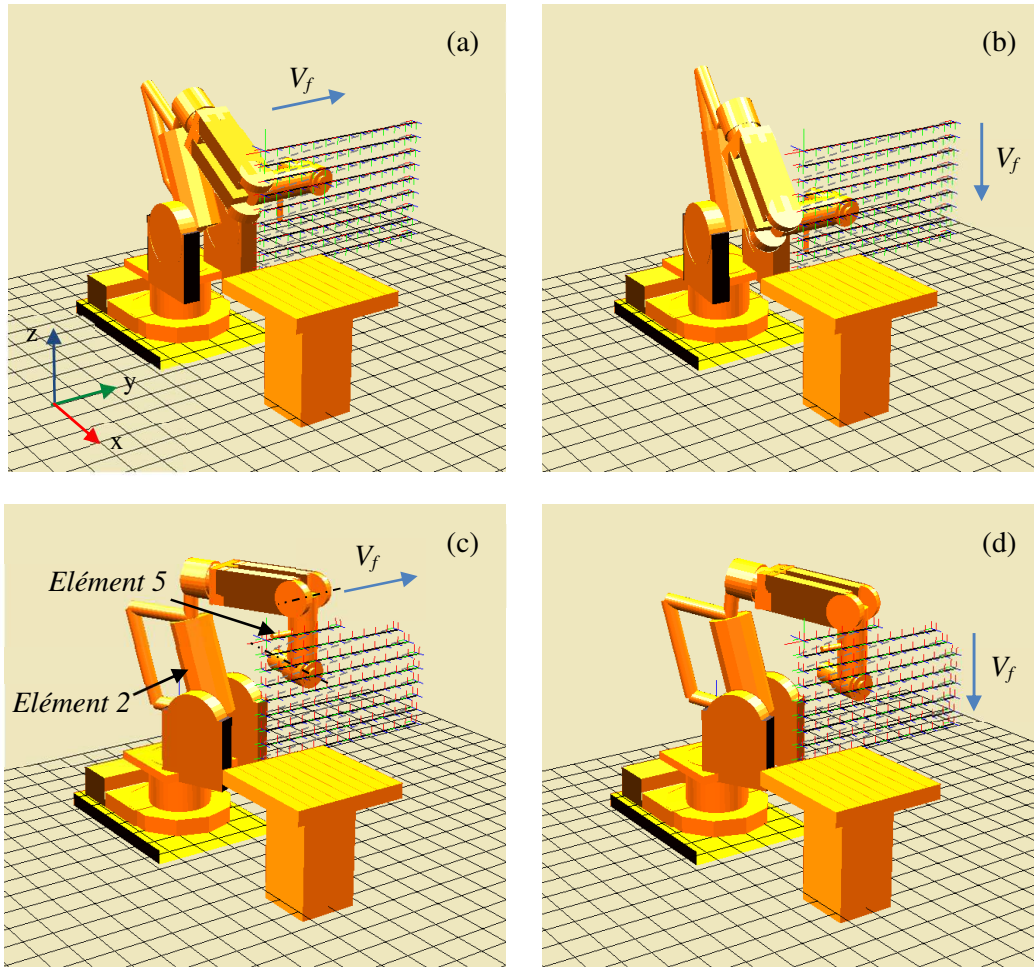


Figure 3-30 : Configuration du robot élément 5 horizontal (a, b) et élément 5 vertical (c, d)

Nous considérons comme position initiale un plan yOz situé à une la distance suivant x de 700mm (Figure 3-30). L'évolution des critères dépendant de la direction d'avance, ceux-ci sont étudiés suivant les deux directions de déplacement y et z du repère de base du robot et suivant deux configurations robot, configuration élément 5 horizontal (Figure 3-30a) et élément 5 vertical (Figure 3-30c).

#### 3.4.1 Evolution des critères pour la configuration élément 5 horizontal

Concernant l'évolution du critère cinématique  $\Phi_v$  pour une direction de déplacement suivant x, on enregistre les valeurs minimales de celui-ci pour la coordonnée des poses  $y=500\text{mm}$  qui correspond au changement de signe de la variation articulaire des liaisons  $q_1$  et  $q_5$ . De chaque côté de la coordonnée  $y=500\text{mm}$ , on note l'amélioration du critère cinématique  $\Phi_v$  liée à la diminution des vitesses articulaires sur les liaisons  $q_1$  et  $q_5$  (Figure 3-31a) par extension du bras. Concernant le déplacement suivant la direction z, on constate une évolution du critère  $\Phi_v$  assez similaire avec des valeurs minimales pour la coordonnée des poses  $y=500\text{mm}$  (Figure 3-31b).



Concernant le critère mécanique  $\Phi_m$ , quelle que soit la direction de déplacement, les courbes d'évolution du critère sont quasi identiques. On note que les liaisons les plus sollicitées sont celles du poignet et plus particulièrement la liaison  $q_5$ . On constate une diminution progressive de celui-ci à mesure que la coordonnée  $y$  des poses augmente (Figure 3-31b, 3-31c). On enregistre la même tendance à mesure que la coordonnée en  $z$  des poses augmente au-delà de  $z=1000\text{mm}$ . Là encore, on constate donc une meilleure évolution du critère  $\Phi_m$  pour une configuration du robot replié avec une diminution significative de celui-ci au-delà de la coordonnée  $y=800\text{mm}$  et en deçà de  $z=1000\text{mm}$ .

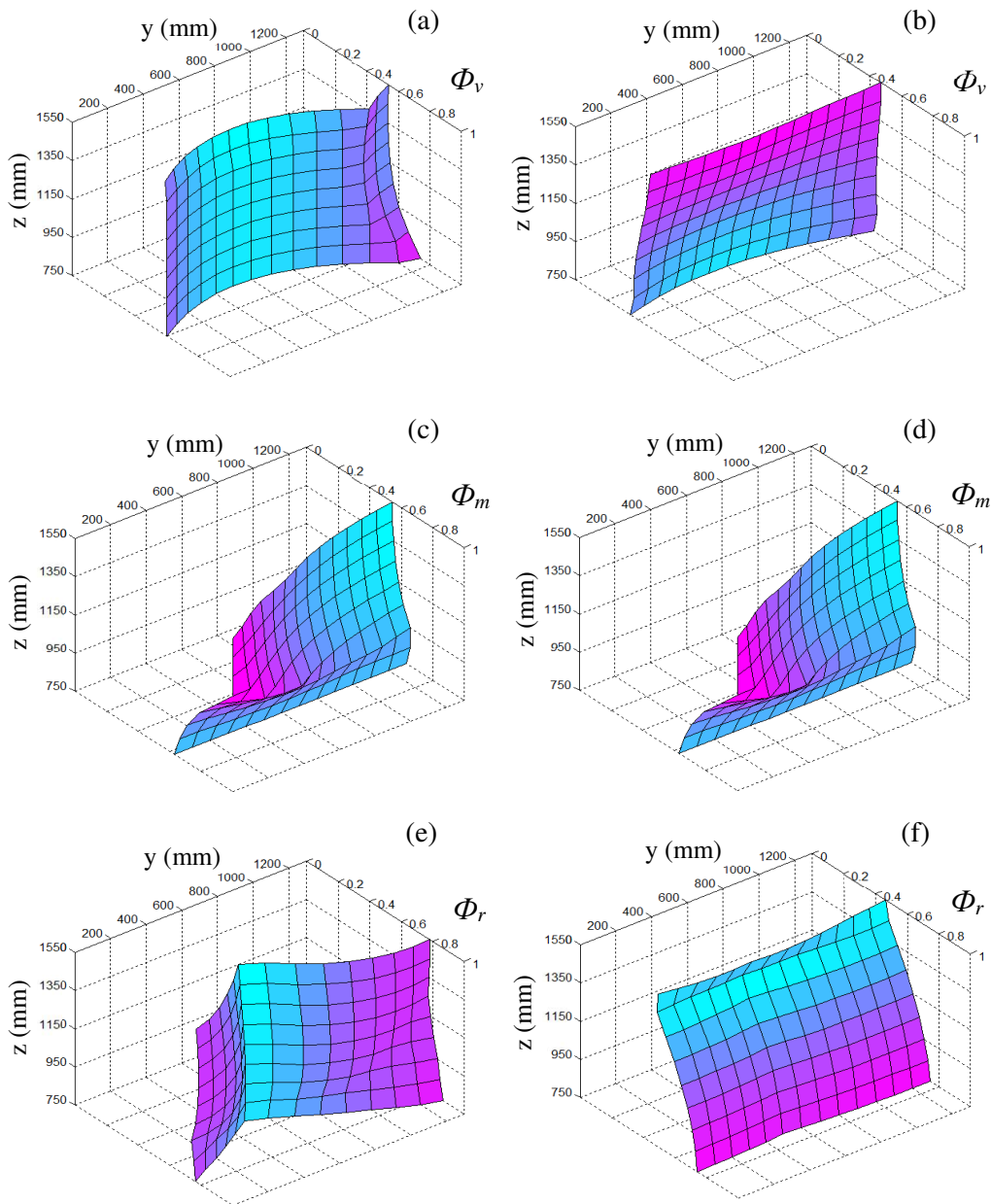


Figure 3-31 : Evolution des critères  $\Phi_v$ ,  $\Phi_m$ , et  $\Phi_r$  dans le plan  $yOz$  à  $x=700\text{mm}$  pour une direction de déplacement suivant  $y$  (a, c, e) et suivant  $z$  (b, d, f) élément 5 horizontal

Concernant le critère de rigidité  $\Phi_r$ , on enregistre la même tendance d'évolution que le critère cinématique  $\Phi_v$  avec une diminution forte de celui-ci lorsque l'on s'approche de la coordonnée  $y=500\text{mm}$  pour un déplacement suivant  $x$ . Ceci est lié au fait que les variations articulaires concernent plus particulièrement la liaison  $q_5$  (Figure 3-31e). Pour un déplacement suivant  $z$ , on constate une amélioration progressive du critère en deçà de la coordonnée  $z=1350\text{mm}$  (Figure 3-31f).

### 3.4.2 Evolution des critères pour la configuration élément 5 vertical

Concernant l'évolution du critère cinématique  $\Phi_v$  pour une direction de déplacement suivant  $x$ , celle-ci est liée plus particulièrement à la vitesse articulaire de la liaison  $q_1$ . On constate une amélioration progressive de  $\Phi_v$  autour de la coordonnée  $y=600\text{mm}$  (Figure 3-32a). Pour un déplacement suivant  $x$ , l'évolution du critère  $\Phi_v$  est liée plus particulièrement à la vitesse articulaire de la liaison  $q_5$ . On observe une amélioration de celui-ci à mesure que la coordonnée en  $y$  des poses s'éloigne de la position  $y=0$ . (Figure 3-32b).

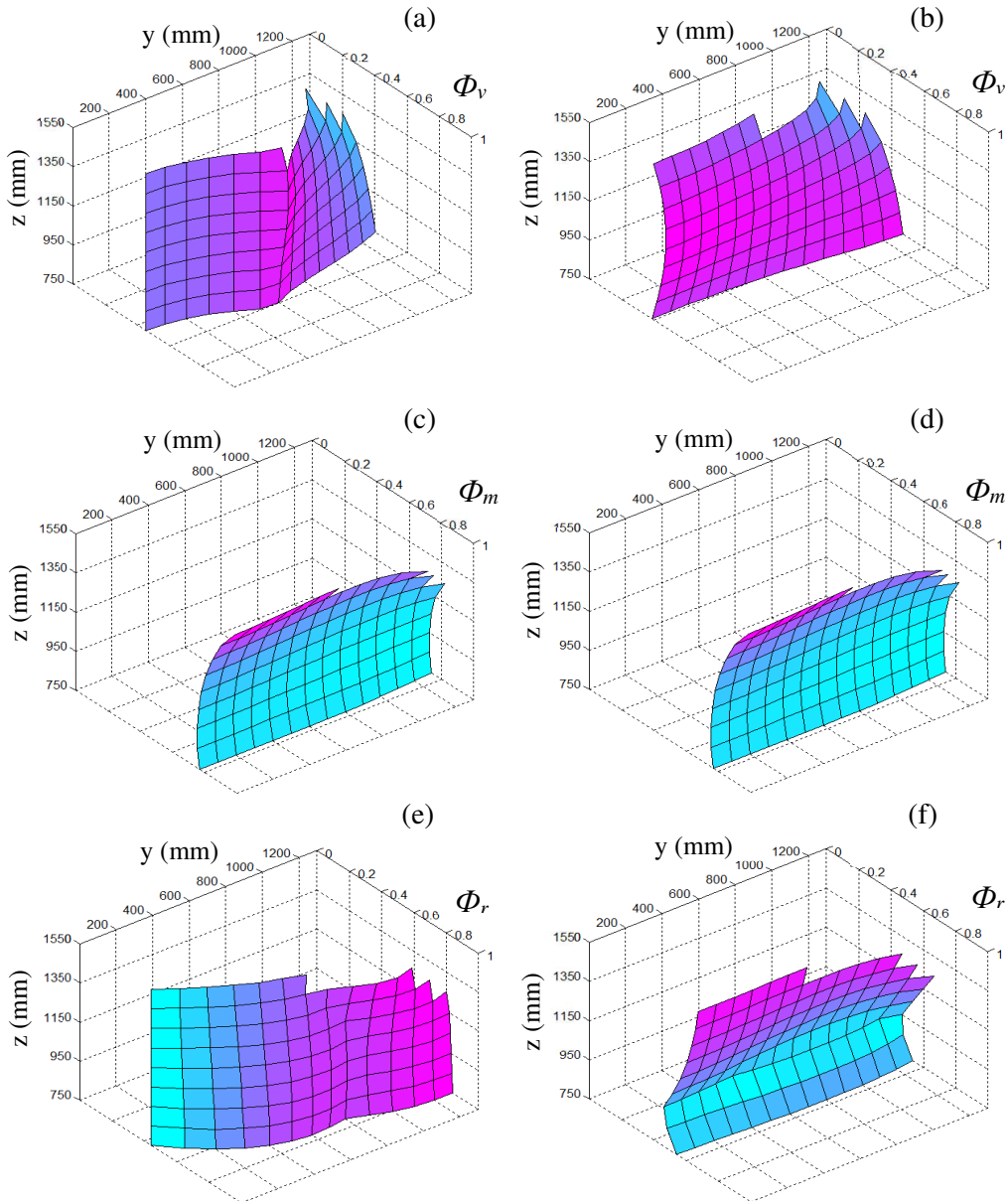


Figure 3-32 : Evolution des critères  $\Phi_v$ ,  $\Phi_m$  et  $\Phi_r$  dans le plan  $yOz$  à  $x=700\text{mm}$  pour une direction de déplacement suivant  $y$  (a, c, e) et suivant  $z$  (b, d, f) élément 5 vertical

Concernant le critère mécanique  $\Phi_m$ , quelle que soit la direction de déplacement, les courbes d'évolution du critère sont quasi identiques (Figure 3-32c, 3-32d). L'évolution du critère  $\Phi_m$  est plus particulièrement liée au couple exercé sur la liaison  $q_3$ . L'évolution du critère est plus homogène que pour la configuration élément 5 horizontal.

Concernant le critère de rigidité  $\Phi_r$ , on enregistre une amélioration de celui-ci à mesure que la coordonnée en y des poses augmente pour d'un déplacement suivant y (Figure 3-32e). On remarque un comportement plus homogène pour une direction de déplacement suivant z (Figure 3-32f), les variations articulaires concernant plus particulièrement la liaison  $q_3$ .

Nous nous intéressons maintenant à l'évolution des trois critères  $\Phi_v$ ,  $\Phi_m$ , et  $\Phi_r$  suivant quatre plans positionnés respectivement à  $x=700$ ,  $1000$ ,  $1300$  et  $1600$ mm suivant les deux configurations, élément 5 horizontal et vertical.

### 3.4.3 Influence du positionnement suivant x du plan yOz configuration élément 5 horizontal

Nous considérons tout d'abord la configuration élément 5 horizontal (Figure 3-33)

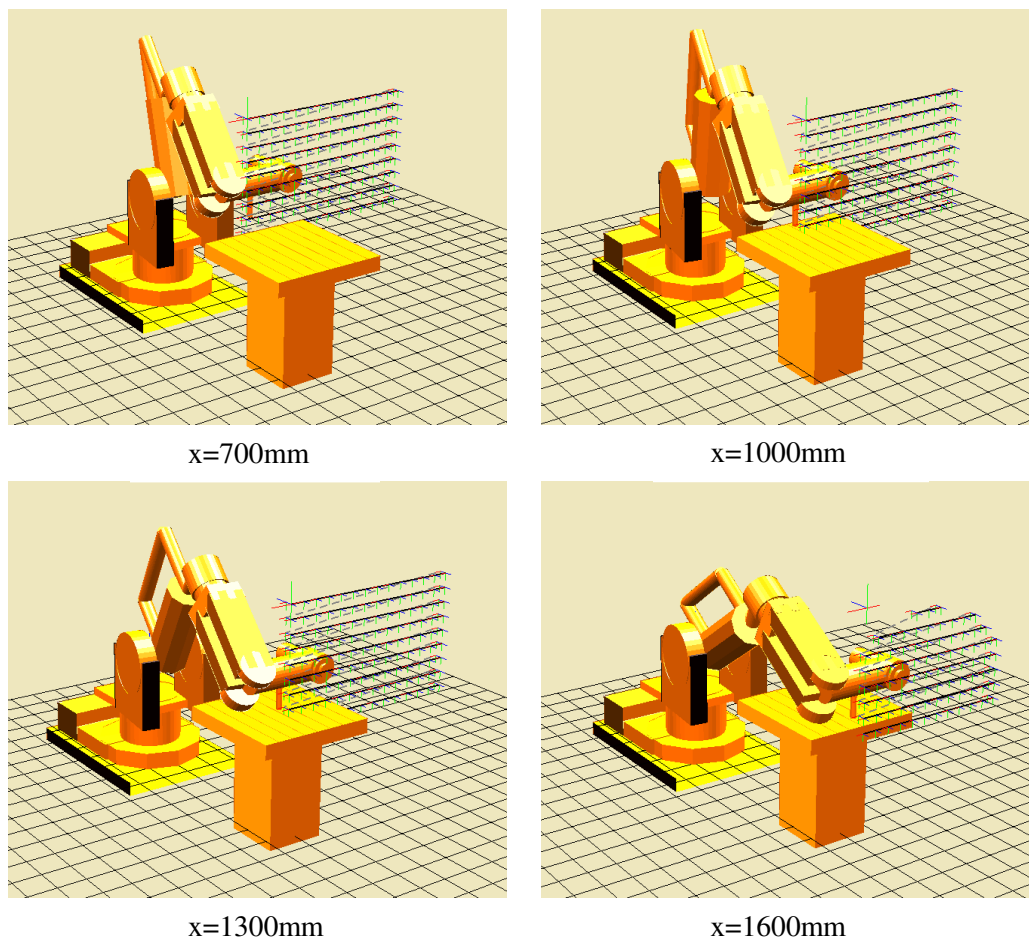


Figure 3-33 : Définition des poses suivant les 4 plans yOz

Concernant le critère cinématique  $\Phi_v$  dans la direction de déplacement y, on constate une amélioration de celui-ci pour les plans situés en  $x=1000$  et  $1300$ mm (Figure 3-34). Pour le plan situé en  $x=1600$ mm, on enregistre une diminution forte pour les zones  $y \in [0, 250]$  et  $[800, 1200]$  car les vitesses articulaires augmentent fortement sur les articulations  $q_2$  et  $q_3$  (Figure 3-34d). Pour un déplacement suivant la direction z, on observe également une amélioration progressive du critère cinématique  $\Phi_v$  à mesure que la position du plan en suivant x augmente (Figure 3-35).

Concernant le critère de performance mécanique  $\Phi_m$ , on constate une évolution quasi similaire de celui-ci concernant la direction de déplacement suivant y (Figure 3-36) et suivant z (Figure 3-37).

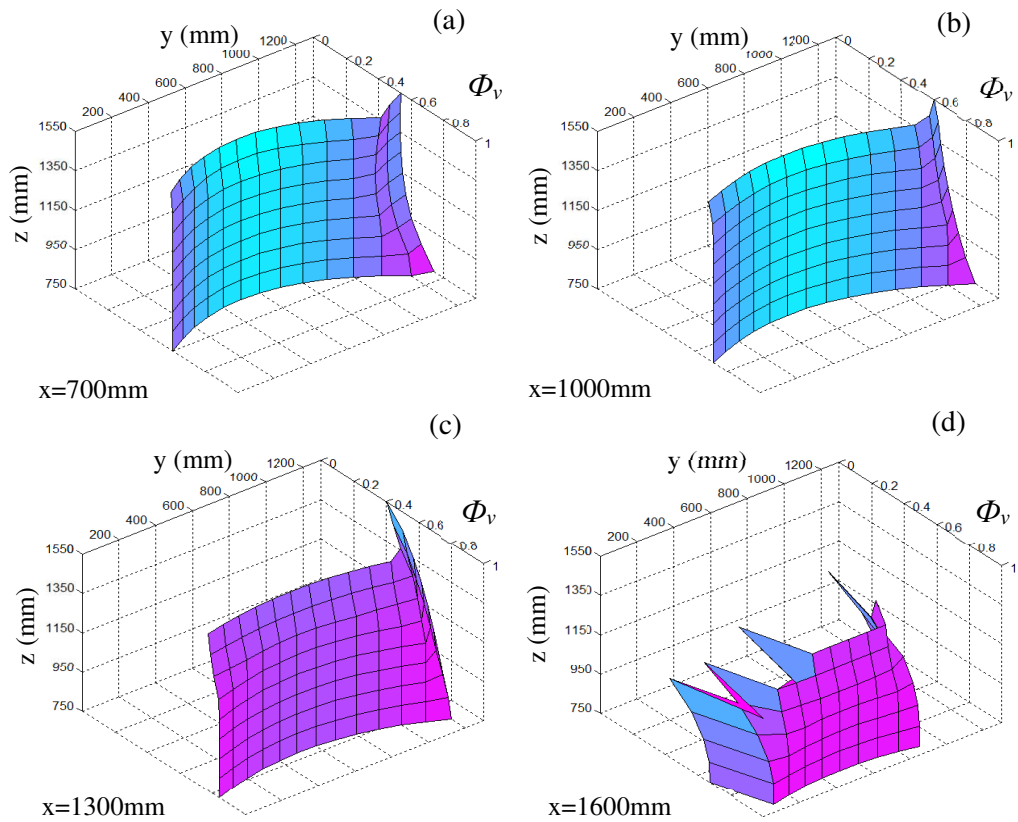


Figure 3-34 : Evolution de  $\Phi_v$  pour une direction de déplacement suivant  $y$  élément 5 horizontal

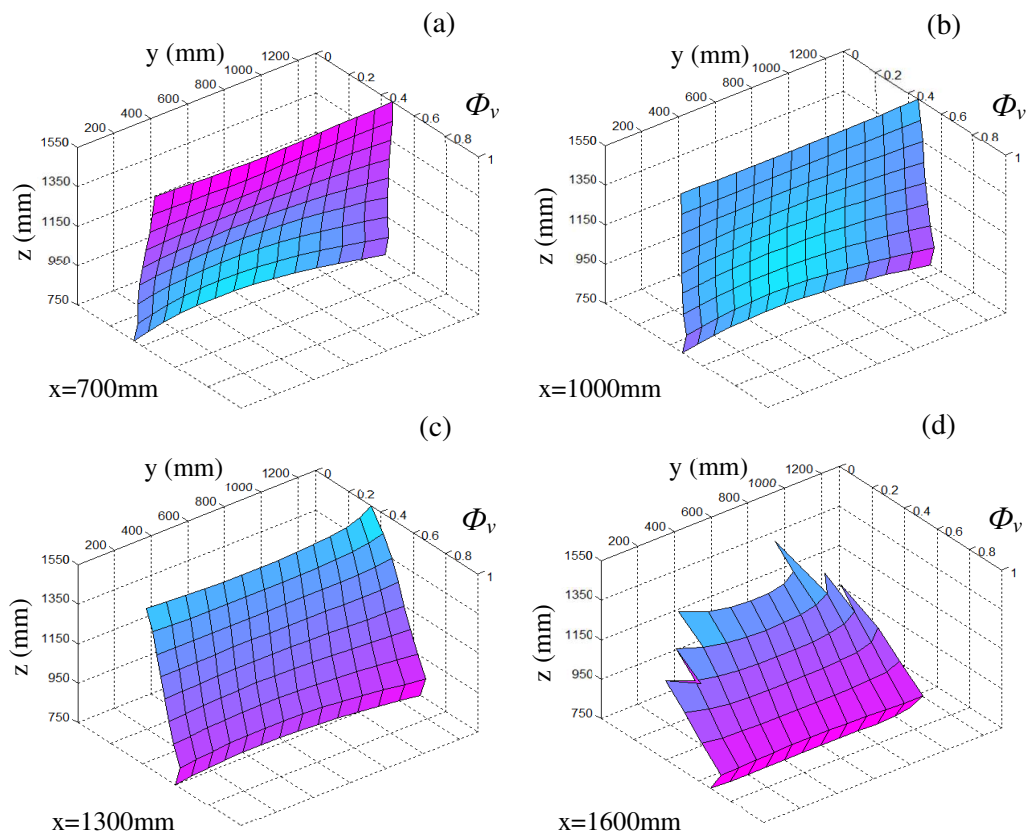


Figure 3-35 : Evolution de  $\Phi_v$  pour une direction de déplacement suivant  $z$  élément 5 horizontal

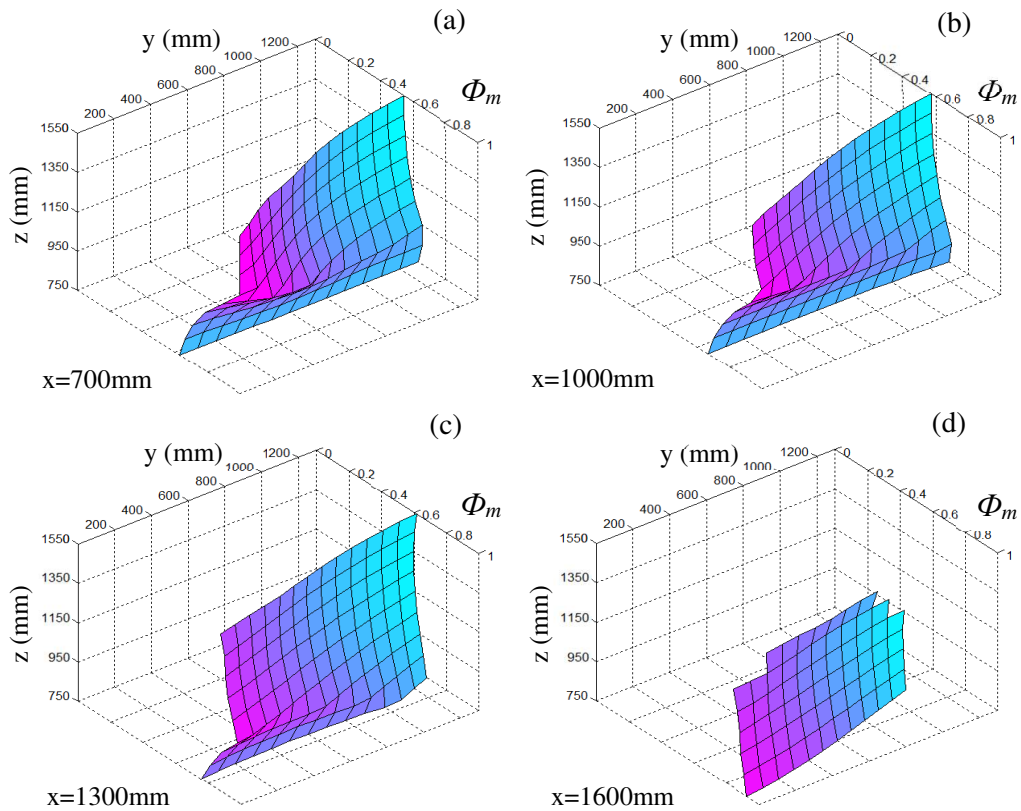


Figure 3-36 : Evolution de  $\Phi_m$  pour une direction de déplacement suivant  $y$  élément 5 horizontal

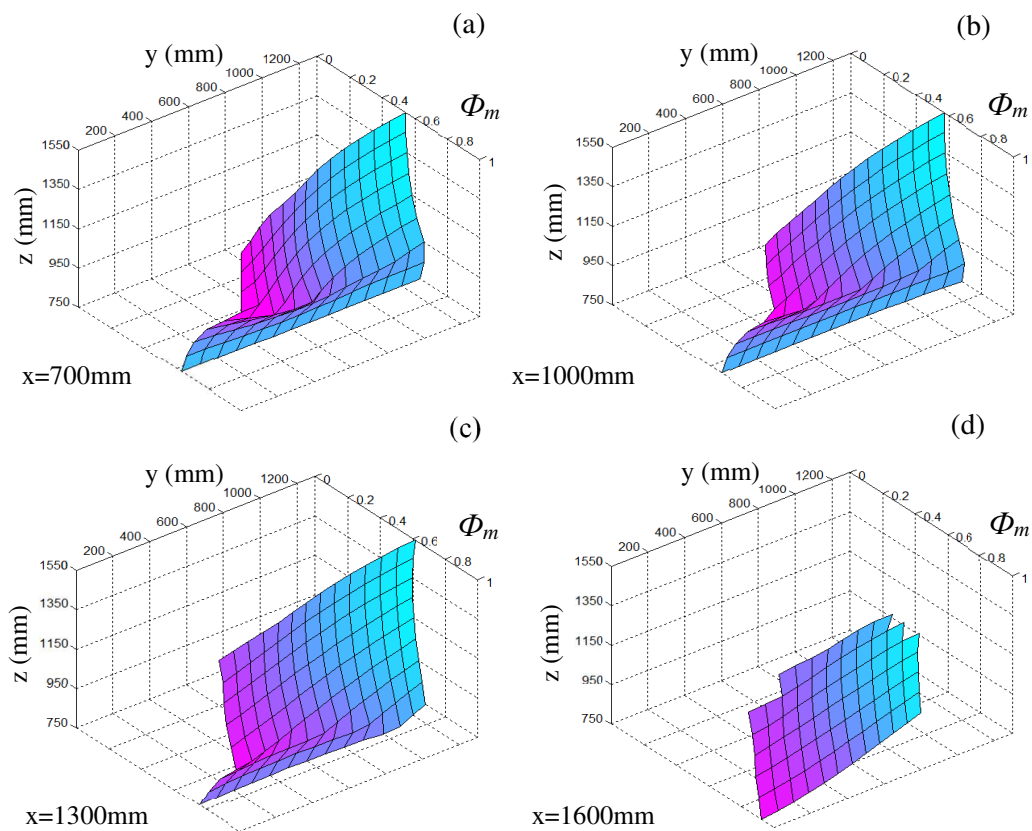


Figure 3-37 : Evolution de  $\Phi_m$  pour une direction de déplacement suivant  $z$  élément 5 horizontal

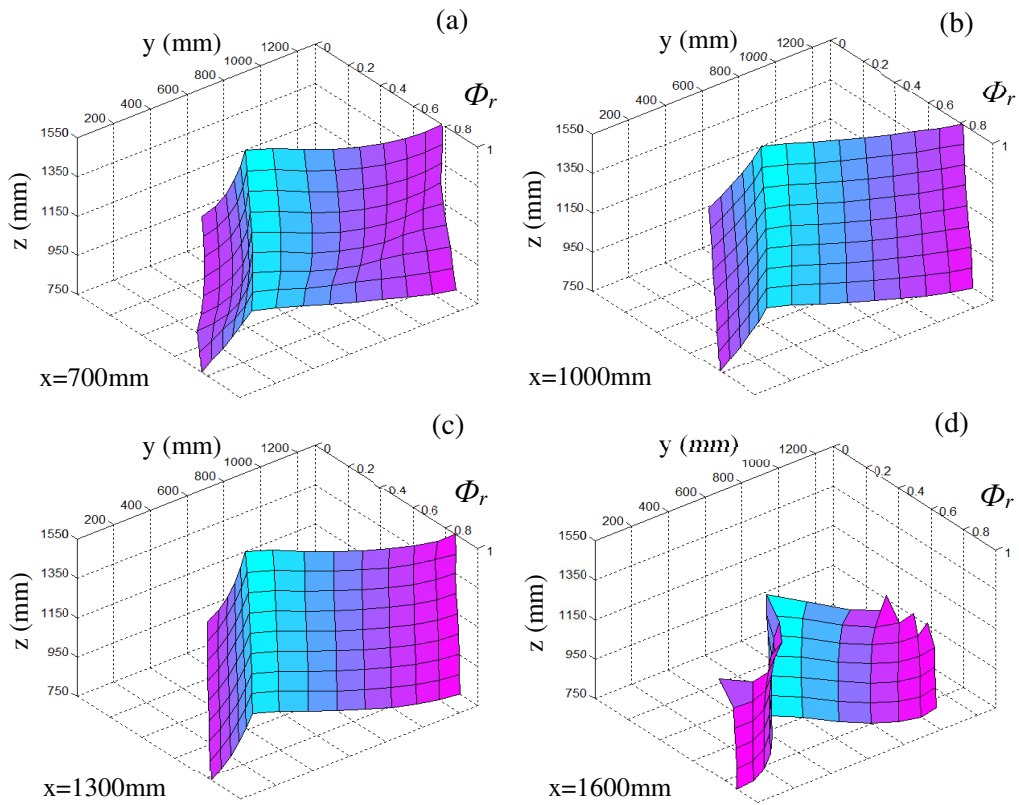


Figure 3-38 : Evolution de  $\Phi_r$  pour une direction de déplacement suivant  $y$  élément 5 horizontal

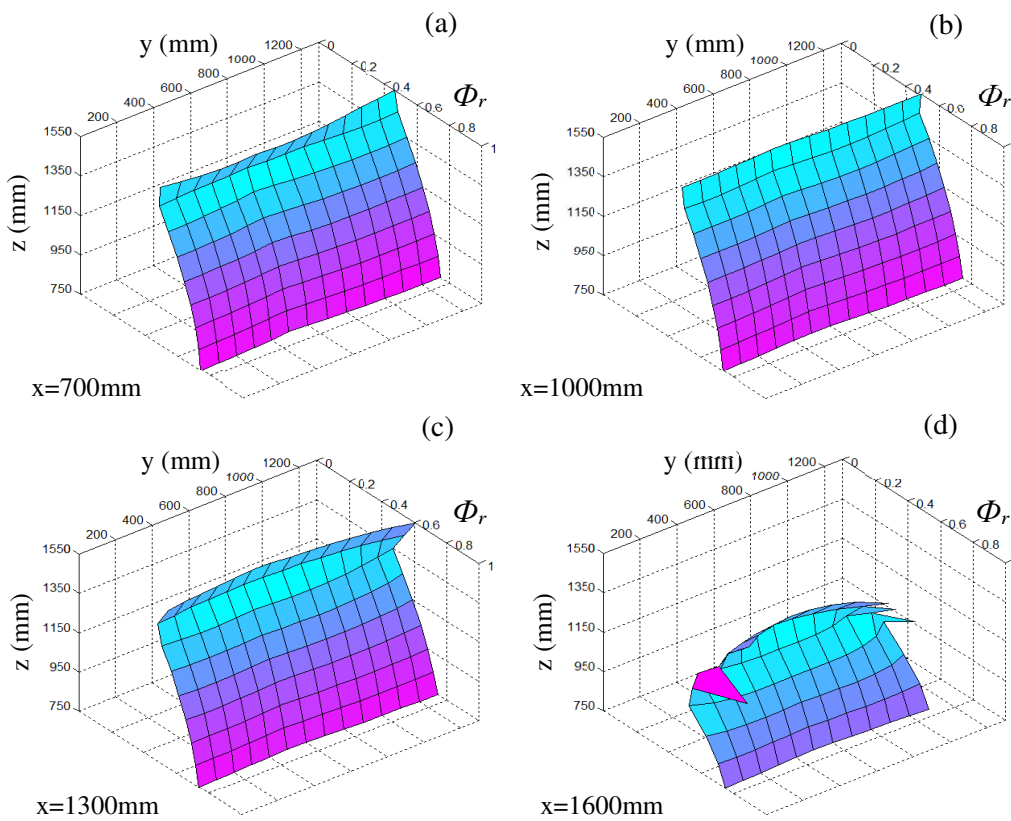


Figure 3-39 : Evolution de  $\Phi_r$  pour une direction de déplacement suivant  $z$  élément 5 horizontal

Concernant le critère de rigidité  $\Phi_r$ , on enregistre une évolution assez similaire de celui-ci pour les quatre plans, que ce soit dans la direction de déplacement suivant y (Figure 3-38) et suivant z (Figure 3-39). On observe également, pour un déplacement suivant y, que les minima du critère de rigidité  $\Phi_r$  sont situés à la coordonnée y=500mm des poses.

### 3.4.4 Influence du positionnement suivant x du plan yOz configuration élément 5 vertical

Nous considérons maintenant la configuration élément 5 horizontal (Figure 3-40). Par rapport à la configuration élément 5 horizontal, le volume accessible est cependant fortement réduit.

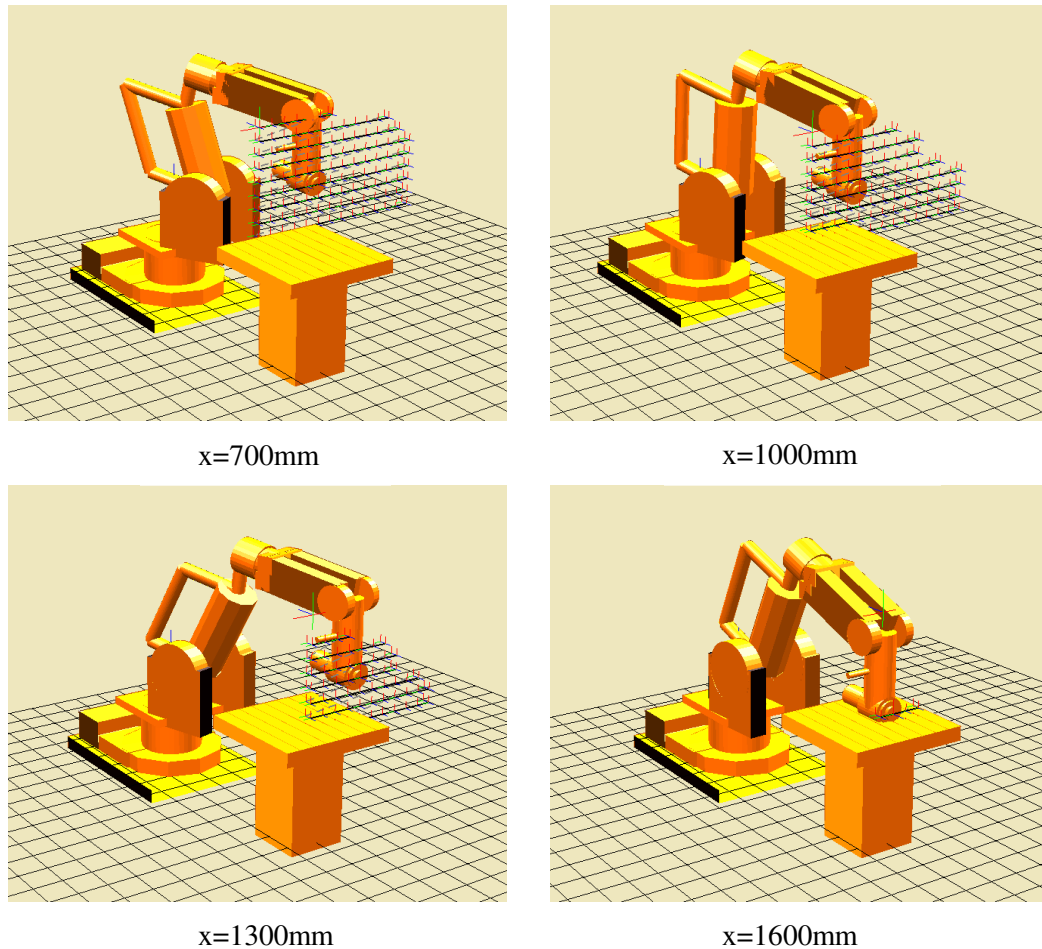


Figure 3-40 : Définition des poses suivant les 4 plans yOz

Concernant le critère cinématique  $\Phi_v$ , on observe une évolution assez similaire pour les quatre plans avec une augmentation de celui-ci à mesure que la position en x de ceux-ci augmente, que ce soit dans la direction de déplacement suivant y (Figure 3-41) et suivant z (Figure 3-42).

Concernant le critère de performance mécanique  $\Phi_m$ , comme précédemment, on constate une évolution quasi similaire concernant la direction de déplacement suivant y (Figure 3-43) et suivant z (Figure 3-44). On note très peu d'évolution du critère  $\Phi_m$  à mesure que la position en x des plans augmente.

Concernant le critère de rigidité  $\Phi_r$ , on enregistre une évolution quasi similaire concernant la direction de déplacement suivant y (Figure 3-45) et suivant z (Figure 3-46). On constate très peu d'évolution du critère  $\Phi_r$  à mesure que la position en x des plans augmente.

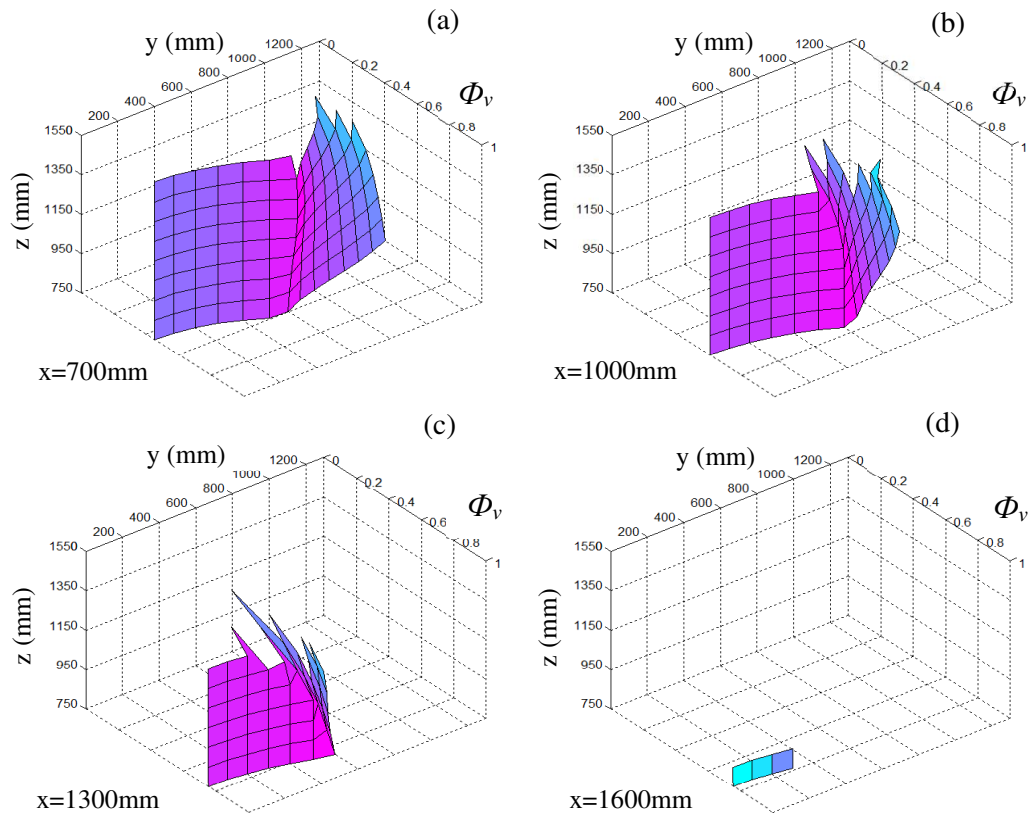


Figure 3-41 : Evolution de  $\Phi_v$  pour une direction de déplacement suivant y élément 5 vertical

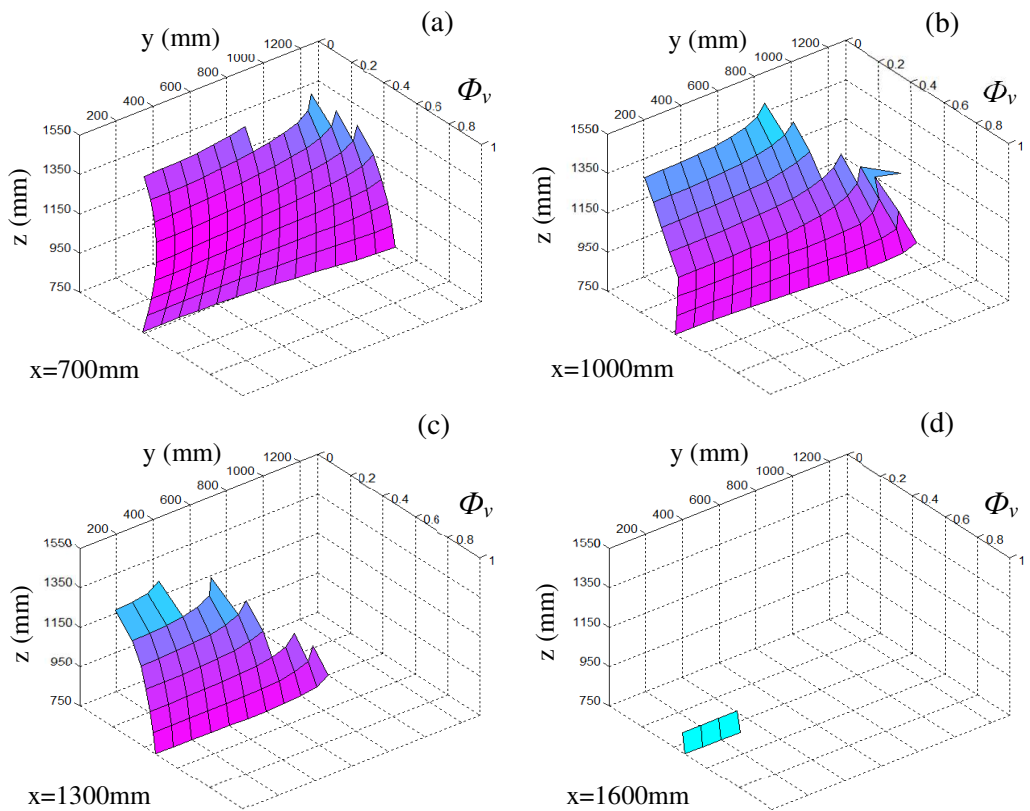


Figure 3-42 : Evolution de  $\Phi_v$  pour une direction de déplacement suivant z élément 5 vertical



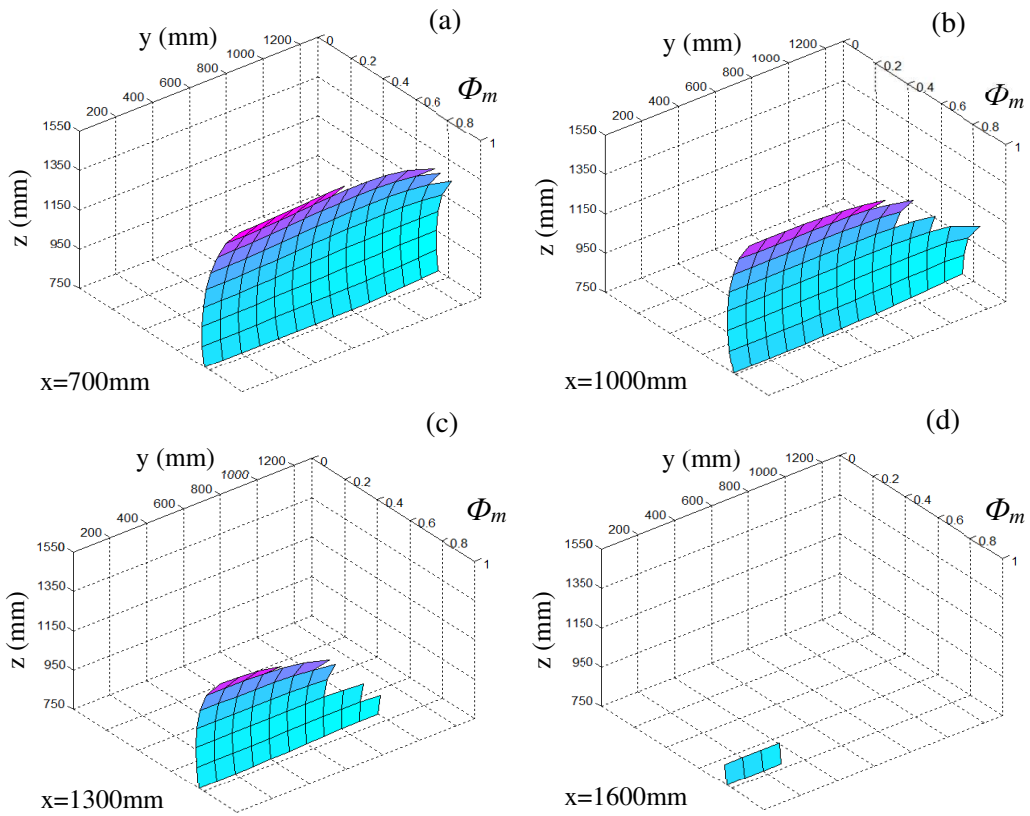


Figure 3-43 : Evolution de  $\Phi_m$  pour une direction de déplacement suivant y élément 5 vertical

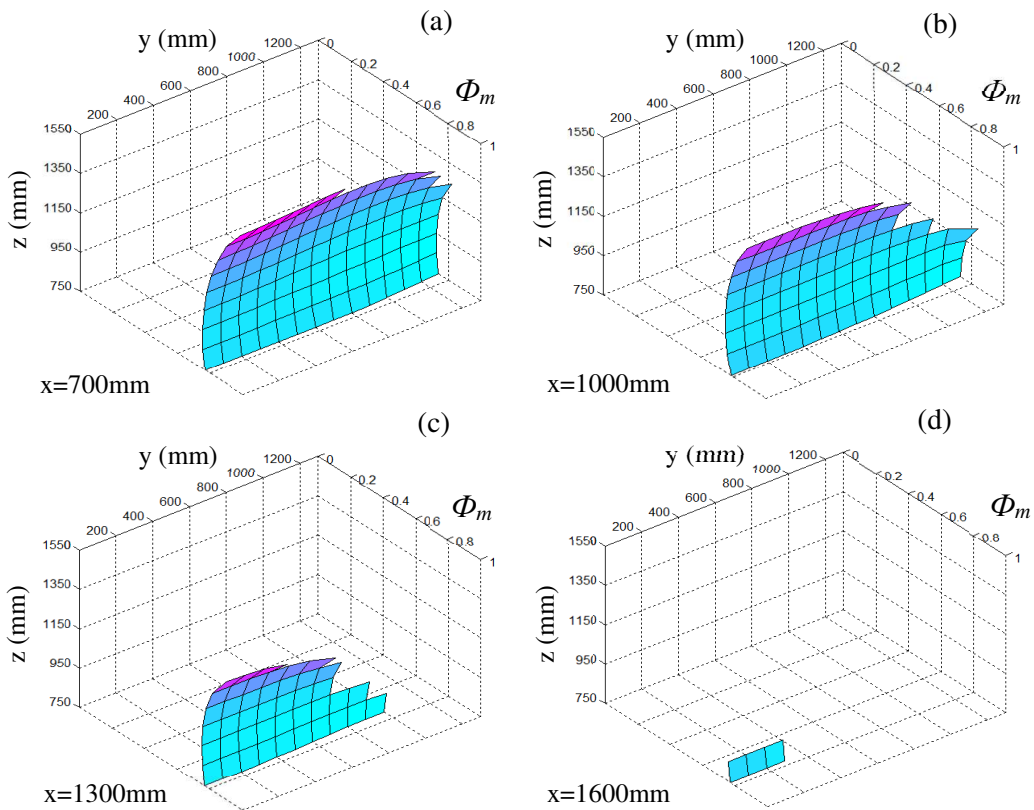


Figure 3-44 : Evolution de  $\Phi_m$  pour une direction de déplacement suivant z élément 5 vertical

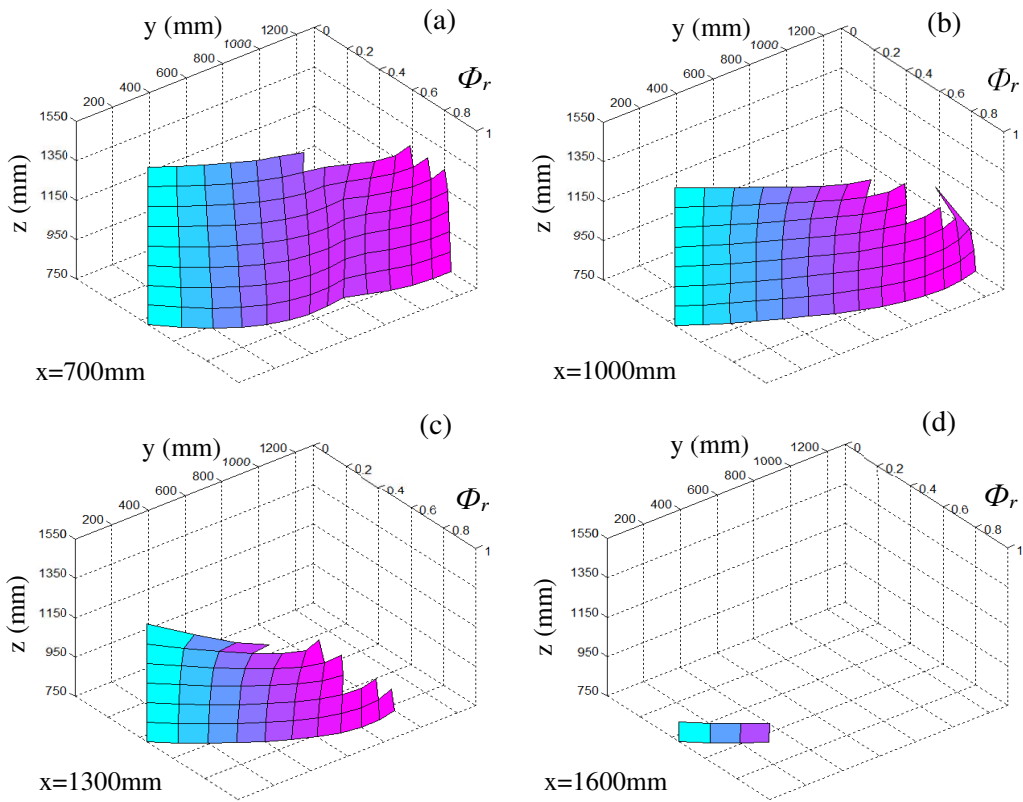


Figure 3-45 : Evolution de  $\Phi_r$  pour une direction de déplacement suivant  $y$  élément 5 vertical

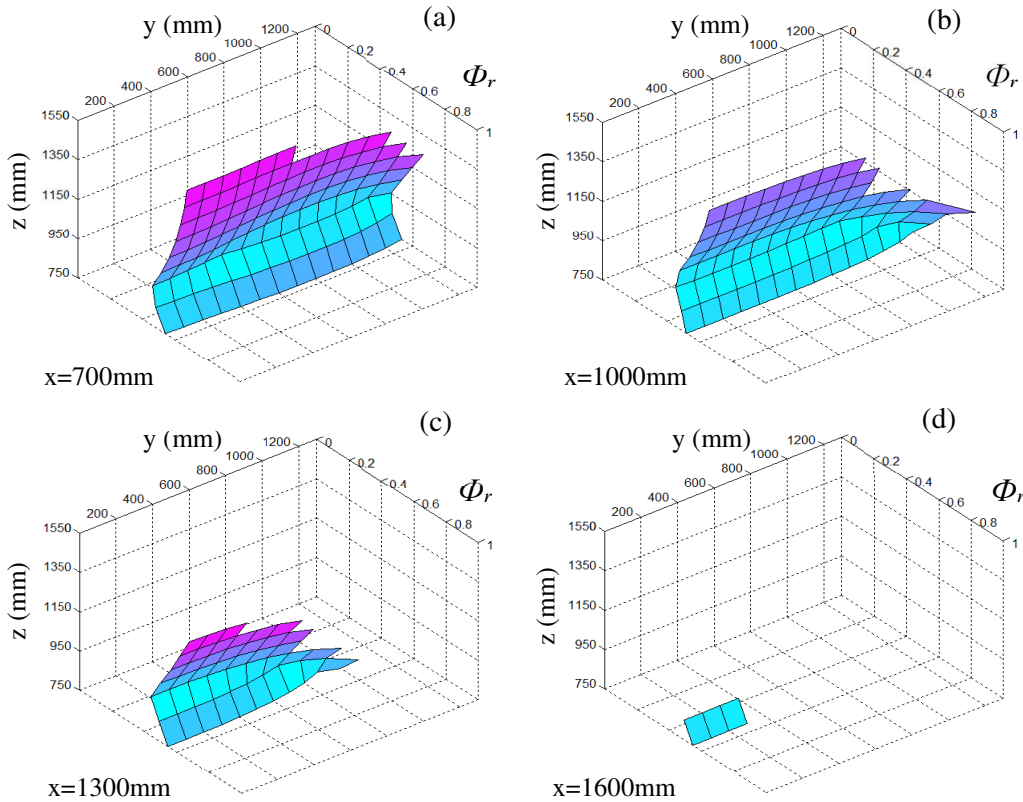


Figure 3-46 : Evolution de  $\Phi_r$  pour une direction de déplacement suivant  $z$  élément 5 vertical

### 3.4.5 Influence du changement de configuration liée à la redondance fonctionnelle

Nous nous intéressons maintenant à l'influence de la configuration du robot sur les trois critères  $\Phi_v$ ,  $\Phi_m$  et  $\Phi_r$  au travers de la redondance fonctionnelle définie par l'angle  $\Delta$  autour de l'axe de broche. Nous appliquons une réorientation d'angle  $\Delta=45^\circ$  de l'ensemble des poses (Figure 3-47). Nous étudions l'évolution des critères dans le plan situé en  $x=1000\text{mm}$ .

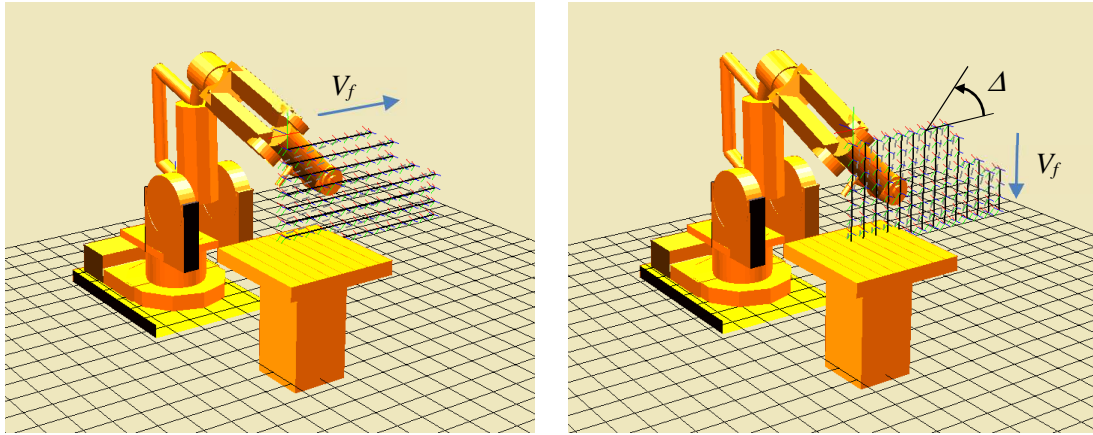


Figure 3-47 : Configuration du robot pour une réorientation d'angle  $\Delta=45^\circ$

Concernant le critère cinématique  $\Phi_v$ , on observe une homogénéisation de celui-ci pour la direction de déplacement  $z$  (Figure 3-48b) mais pas de changement ni d'amélioration particulière pour un déplacement suivant  $y$  (Figure 3-48a).

Concernant le critère mécanique  $\Phi_m$ , on observe également une homogénéisation globale de celui-ci quelle que soit la direction de déplacement et une amélioration nette à mesure que la coordonnée en  $y$  des poses diminue (Figure 3-48c, 3-48d).

Concernant le critère de rigidité  $\Phi_r$ , on constate peu d'évolution par rapport aux courbes précédentes (Figure 3-48e, 3-48f). On observe juste un déplacement des minima pour la coordonnée  $y=400\text{mm}$  des poses pour la direction de déplacement suivant  $y$  et la coordonnée  $z=1150\text{mm}$  pour la direction de déplacement suivant  $z$ .

L'étude de l'évolution des critères dans le plan  $yOz$  montre l'intérêt du track linéaire de manière à positionner la trajectoire dans une zone de meilleure évolution des critères  $\Phi_v$ ,  $\Phi_m$  et  $\Phi_r$ . On constate cependant que la configuration de l'élément 5 verticale offre une évolution plus homogène des critères avec un niveau supérieure à la configuration de l'élément 5 horizontale. On note également une meilleure homogénéité de l'évolution des critères  $\Phi_v$  et  $\Phi_m$  par le changement de configuration du robot lié à la prise en compte de la redondance fonctionnelle. On ne peut cependant pas définir une zone optimale car l'évolution des critères dépendant fortement de la direction d'avance  $V_f$ , de l'orientation de l'effort de coupe  $F_c$  et de la configuration du robot.

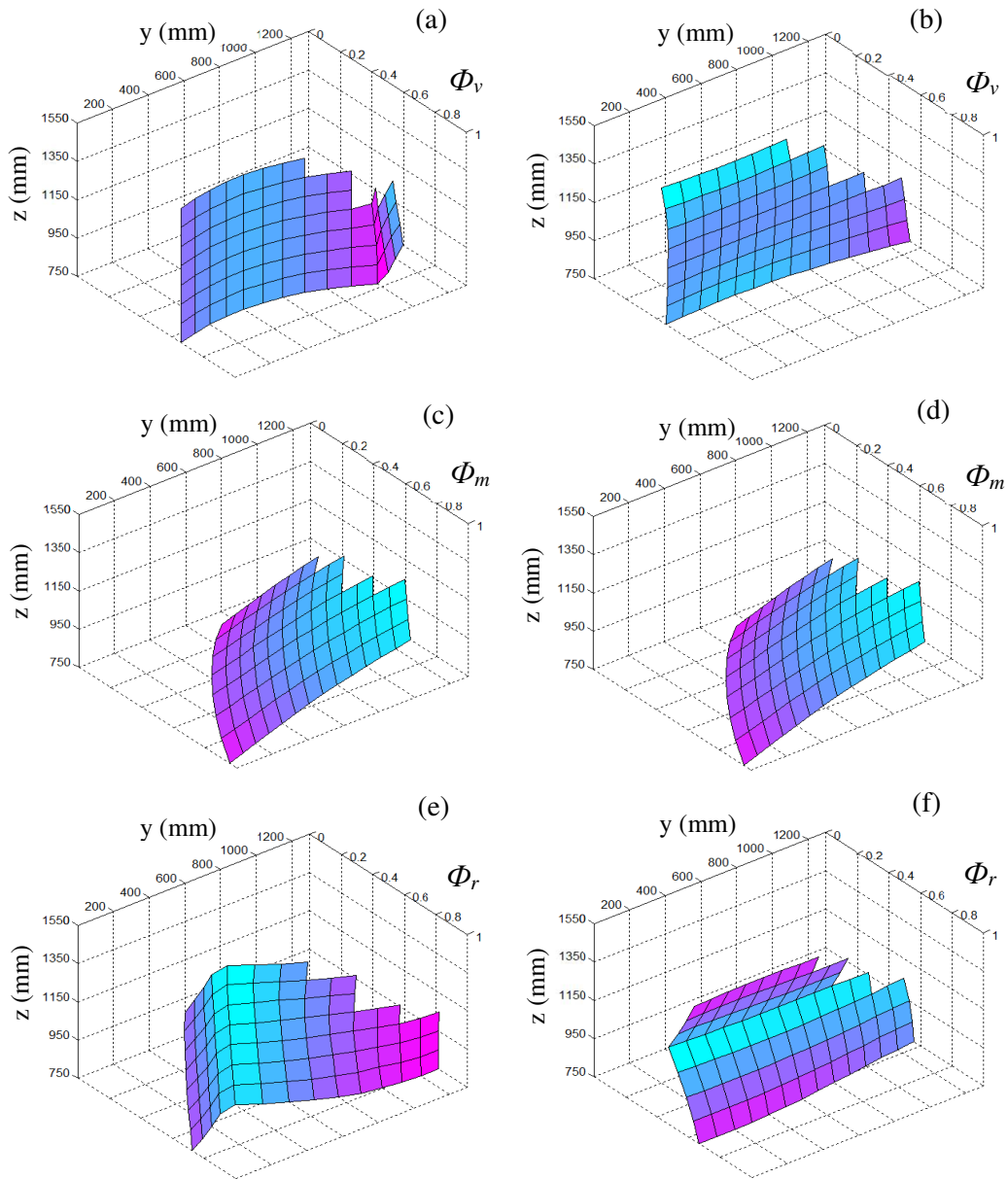


Figure 3-48 : Evolution des critères  $\Phi_v$ ,  $\Phi_m$ , et  $\Phi_r$  dans le plan  $yOz$  pour une direction de déplacement suivant  $y$  (a, c, e) et suivant  $z$  (b, d, f) et une réorientation d'angle  $\Delta$  de  $45^\circ$

### 3.4.6 Evolution du critère $\Phi_m$ sous sollicitations d'usinage

Nous nous intéressons maintenant à l'évolution du critère mécanique  $\Phi_m$  sous effort de coupe sans et avec prise en compte de la redondance fonctionnelle. La valeur de l'effort de coupe est de 700N orientée suivant deux directions, à 45° et 135° par rapport à la direction d'avance  $V_f$  (Figure 3-49).

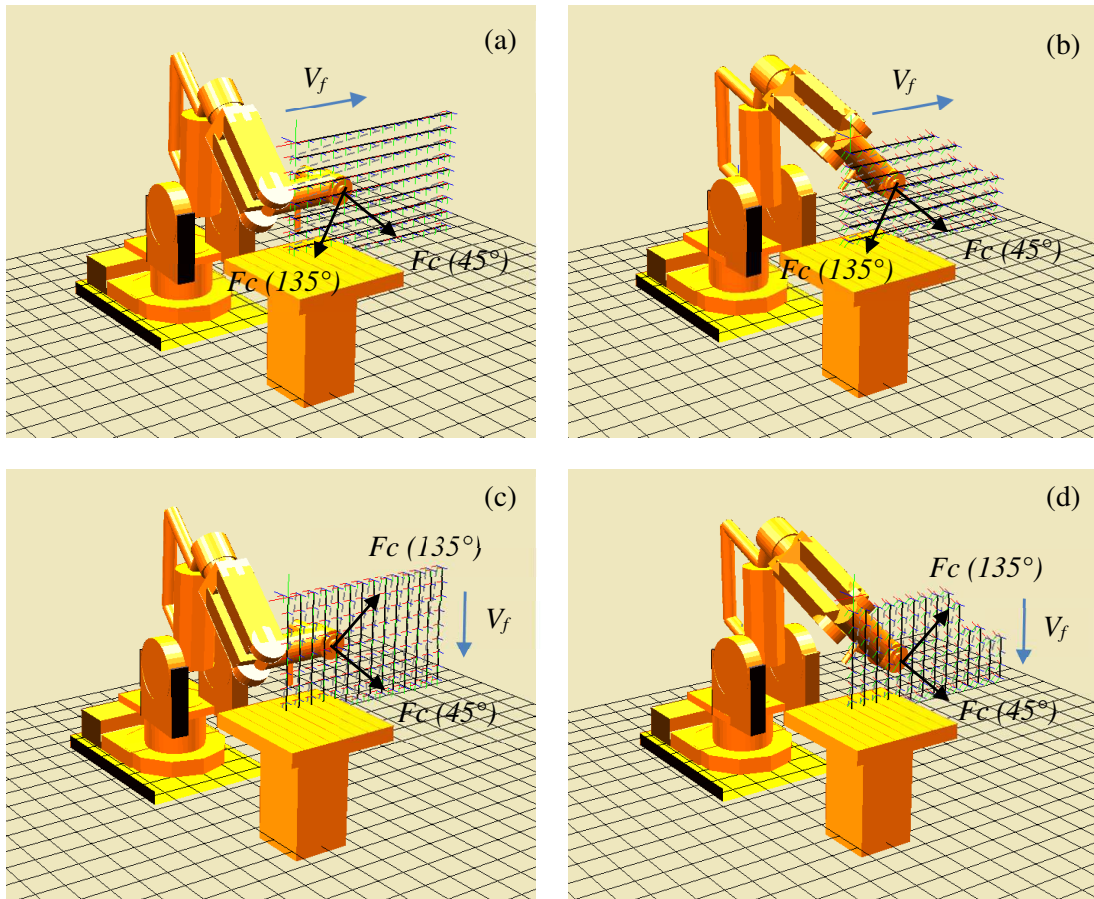


Figure 3-49 : Effort de coupe  $F_c$  pour un déplacement suivant  $y$  (a, b) et suivant  $z$  (c, d)

Concernant le déplacement suivant la direction  $y$  et suivant la direction  $z$ , avec une configuration élément 5 horizontal ou vertical, on observe une diminution du critère mécanique  $\Phi_m$  lorsque l'on ajoute la composante d'effort de coupe à l'effort lié au poids de la broche (Figure 3-50, 3-51). On note bien sûr une forte amélioration du critère mécanique  $\Phi_m$  lorsque l'on retranche la composante d'effort de coupe  $F_c$  à l'effort lié au poids de la broche (Figure 3-50d, 3-51d). L'évolution du critère mécanique  $\Phi_m$  est donc fortement dépendante de la direction de déplacement  $V_f$  et de la direction d'application de l'effort de coupe  $F_c$ .

Concernant la prise en compte de la redondance fonctionnelle, on observe une amélioration et une homogénéisation de l'évolution du critère mécanique  $\Phi_m$  (Figure 3-52). On enregistre également une forte amélioration du critère mécanique  $\Phi_m$  lorsque l'on retranche la composante d'effort de coupe  $F_c$  à l'effort lié au poids de la broche (Figure 3-52d).

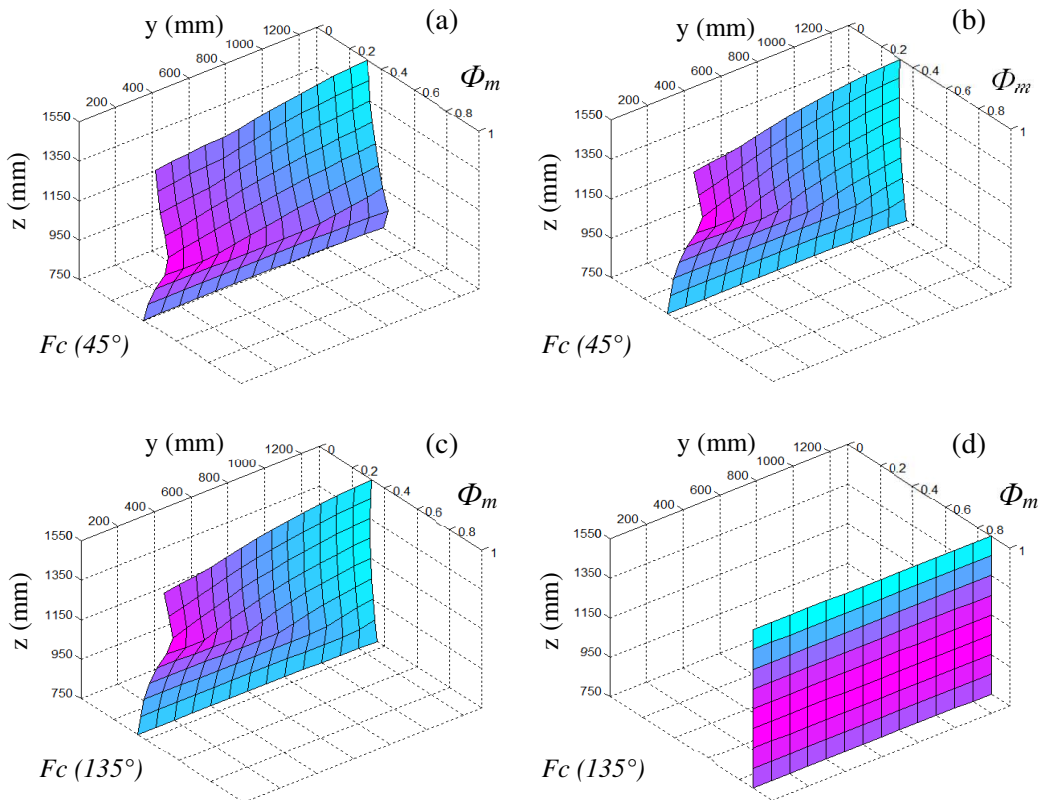


Figure 3-50 : Evolution de  $\Phi_m$  pour une direction de déplacement suivant y (a, c) et suivant z (b, d) élément 5 horizontal

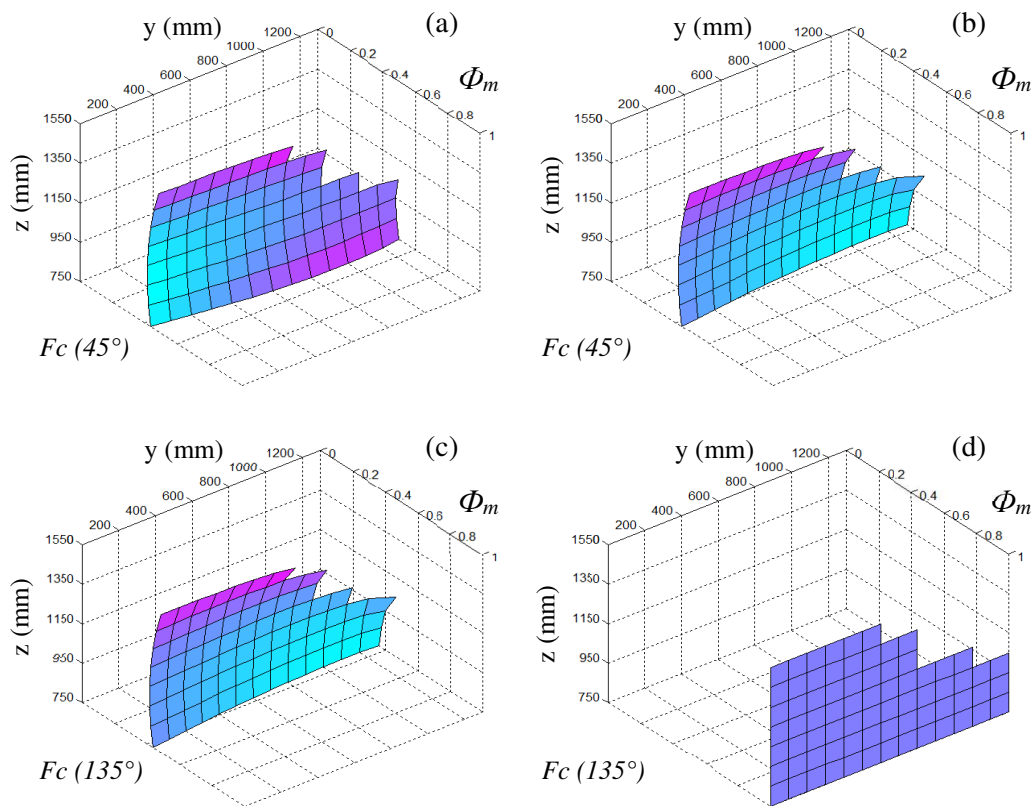


Figure 3-51 : Evolution de  $\Phi_m$  pour une direction de déplacement suivant y (a, c) et suivant z (b, d) élément 5 vertical

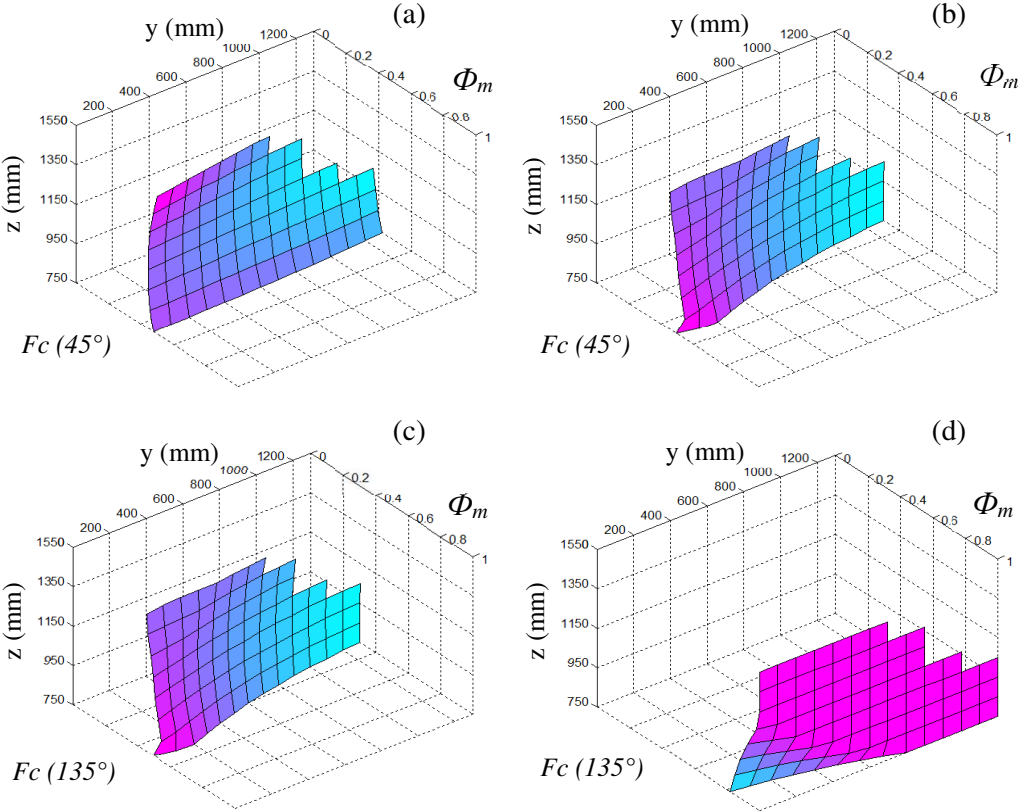


Figure 3-52 : Evolution de  $\Phi_m$  pour une direction de déplacement suivant  $y$  (a, c) et suivant  $z$  (b, d) et une réorientation d'angle  $\Delta$  de  $45^\circ$

### 3.5 Evolution des critères dans le plan xOz

Nous étudions maintenant l'évolution des critères  $\Phi_v$ ,  $\Phi_m$ , et  $\Phi_r$  suivant quatre plans xOz positionnés respectivement à  $y=-150, 150, 450$  et  $750\text{mm}$  correspondant à la zone de travail envisageable pour le robot seul ou associé à la table tilting portée par le track (Figure 3-53).

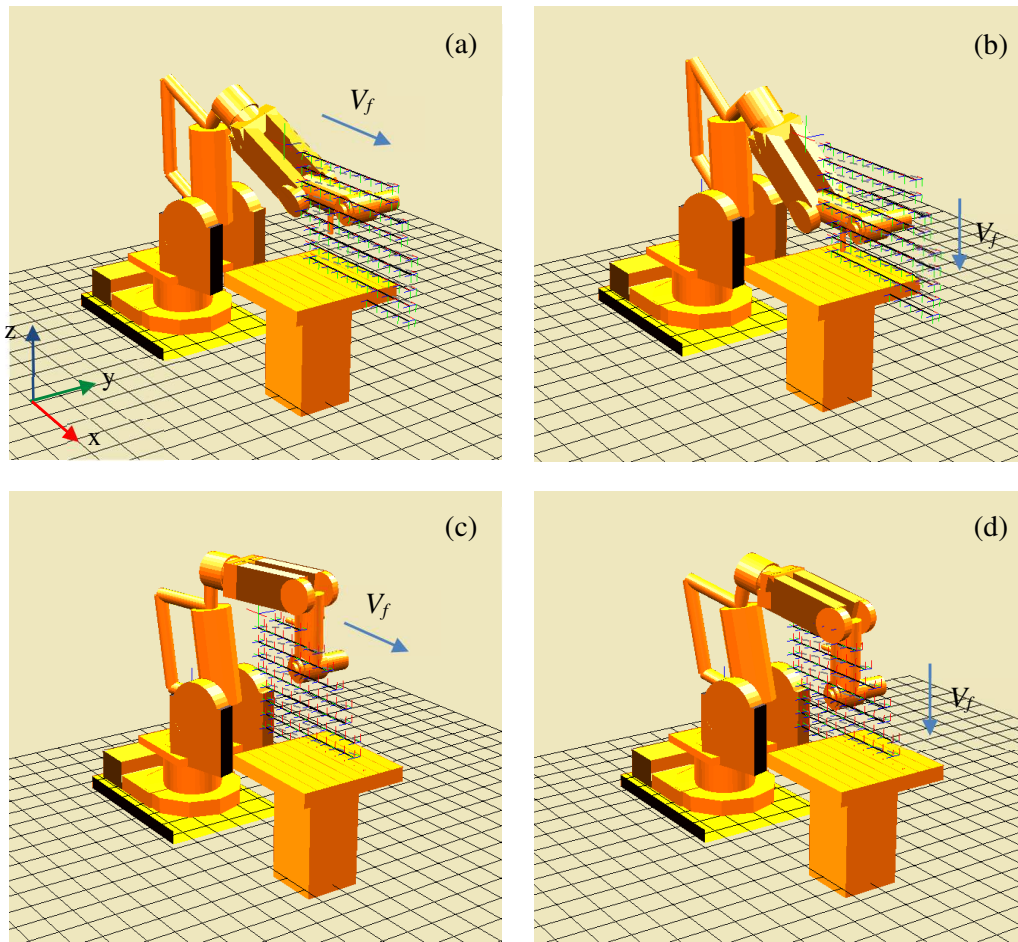


Figure 3-53 : Configuration du robot élément 5 horizontal (a, b) et élément 5 vertical (c,d)

Nous prenons comme position initiale le plan xOz situé en  $y=150\text{mm}$  (Figure 3-53). L'évolution des critères dépendant de la direction d'avance, ceux sont étudiés suivant les deux directions x et z du repère de base du robot et suivant les deux configurations, élément 5 horizontal (Figure 3-53a) et vertical (Figure 3-53c).

#### 3.5.1 Evolution des critères pour la configuration élément 5 horizontal

Concernant le déplacement suivant la direction x, l'évolution du critère  $\Phi_v$  est liée à la vitesse articulaire de la liaison  $q_2$ . On constate une amélioration de celui-ci à mesure que l'élément 2 s'approche de la configuration verticale (Figure 3-54a). Pour une direction de déplacement suivant z, l'évolution du critère  $\Phi_v$  est plus particulièrement liée aux vitesses articulaires associées aux liaisons  $q_3$  et  $q_5$ . On note une amélioration de  $\Phi_v$  à mesure de l'augmentation de la coordonnée x des poses (Figure 3-54b).

Concernant le critère mécanique  $\Phi_m$ , quelle que soit la direction de déplacement, l'évolution de celui-ci est quasi identique. On enregistre une diminution de celui-ci au-delà de la coordonnée  $x=1700\text{mm}$  (Figure 3-54b, 3-54c). On enregistre donc une meilleure évolution du critère  $\Phi_m$  pour une configuration du robot repliée.



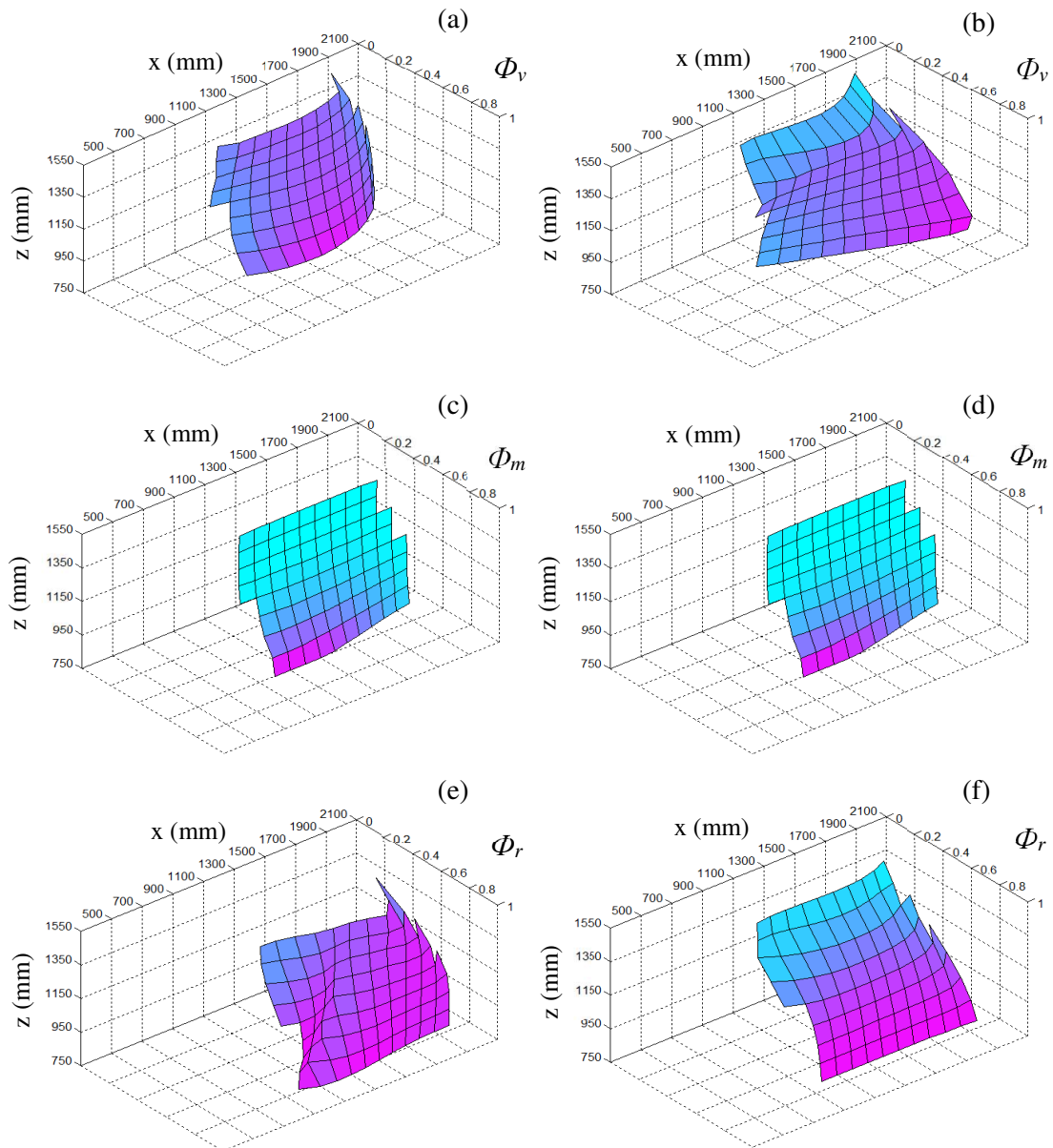


Figure 3-54 : Evolution des critères  $\Phi_v$ ,  $\Phi_m$ , et  $\Phi_r$  dans le plan  $xOz$  à  $y=150\text{mm}$  pour une direction de déplacement suivant  $x$  (a, c, e) et suivant  $z$  (b, d, f) élément 5 horizontal

Concernant le critère de rigidité  $\Phi_r$ , on enregistre une évolution assez similaire au critère cinématique  $\Phi_v$ , les variations articulaires impactant plus directement la liaison  $q_2$  pour un déplacement suivant  $x$  et les liaisons  $q_3$  et  $q_5$  pour un déplacement suivant  $z$  (Figure 3-54f). On note, pour la direction de déplacement suivant  $z$ , une diminution progressive du critère  $\Phi_r$  à mesure que la coordonnée en  $z$  des poses augmente.

### 3.5.2 Evolution des critères pour la configuration élément 5 vertical

Concernant l'évolution du critère cinématique  $\Phi_v$ , on retourne la même tendance d'évolution que pour la configuration élément 5 horizontal (Figure 3-55a, 3-55b).

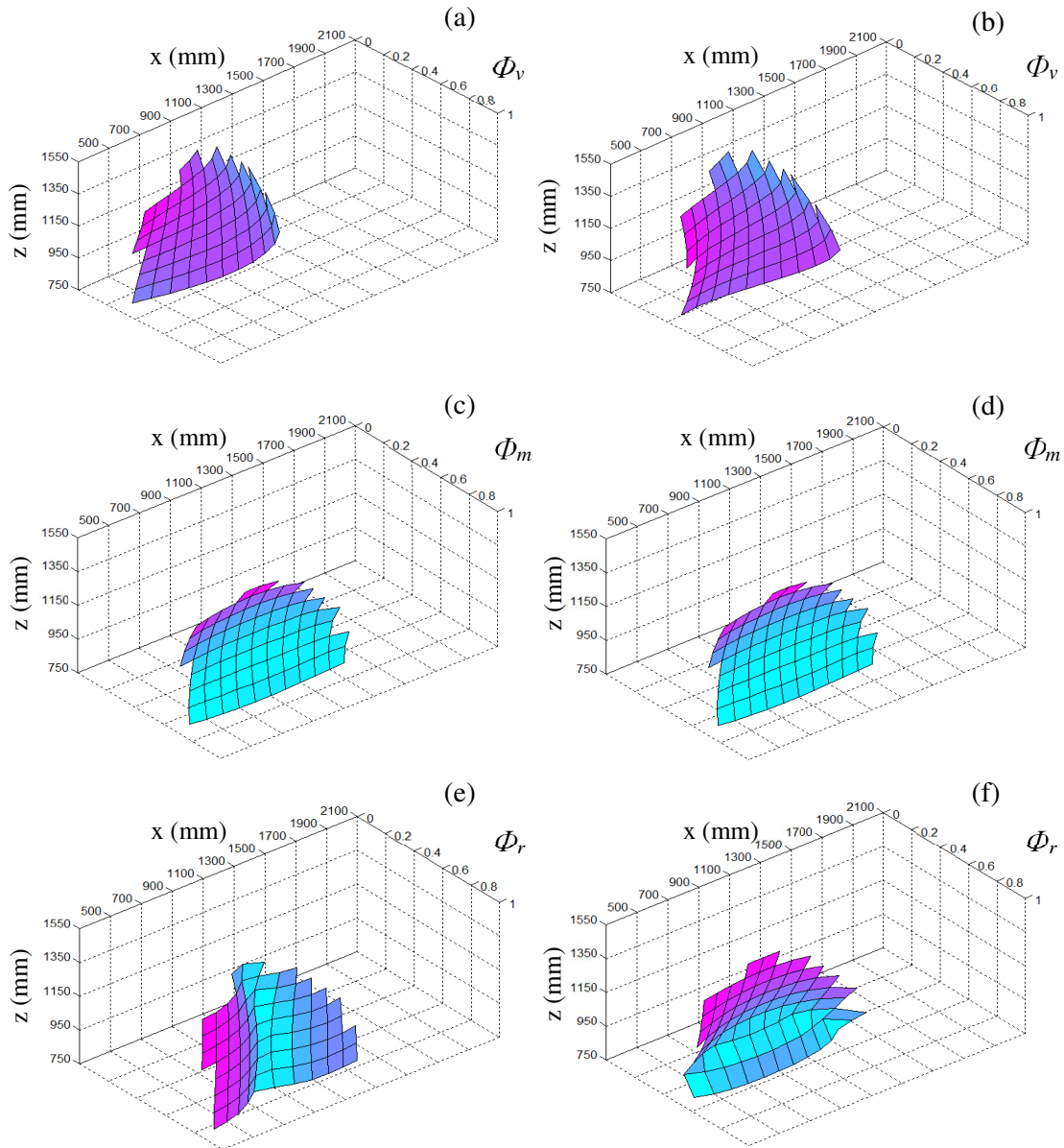


Figure 3-55 : Evolution des critères  $\Phi_v$ ,  $\Phi_m$ , et  $\Phi_r$  dans le plan  $xOz$  à  $x=150\text{mm}$  pour une direction de déplacement suivant  $x$  (a, c, e) et suivant  $z$  (b, d, f) élément 5 vertical

Concernant le critère mécanique  $\Phi_m$ , quelle que soit la direction de déplacement, l'évolution de celui-ci est quasi identique. On constate une légère diminution à mesure que la coordonnée en  $x$  des poses augmente (Figure 3-55c, 3-55d).

Concernant le critère de rigidité  $\Phi_r$ , pour la direction de déplacement suivant  $x$ , on note le positionnement des minima pour la coordonnée  $x=800\text{mm}$  des poses (Figure 3-55e) correspondant sensiblement à la configuration verticale de l'élément 2. Comme pour le plan  $xOy$ , la répartition des variations articulaires est plus homogène sur les liaisons  $q_2$  et  $q_3$  lorsque l'on s'écarte de cette position induisant l'amélioration du critère  $\Phi_r$ . Pour la direction de déplacement suivant  $z$ , les minima se situent autour de la coordonnée  $z=950\text{mm}$  (Figure 3-55f).

Nous nous intéressons maintenant à l'évolution des trois critères  $\Phi_v$ ,  $\Phi_m$ , et  $\Phi_r$  suivant les quatre plans et les deux configurations, élément 5 horizontal et vertical.

### 3.5.3 Influence du positionnement suivant y du plan xOz configuration élément 5 horizontal

Nous considérons tout d'abord la configuration élément 5 horizontal (Figure 3-56)

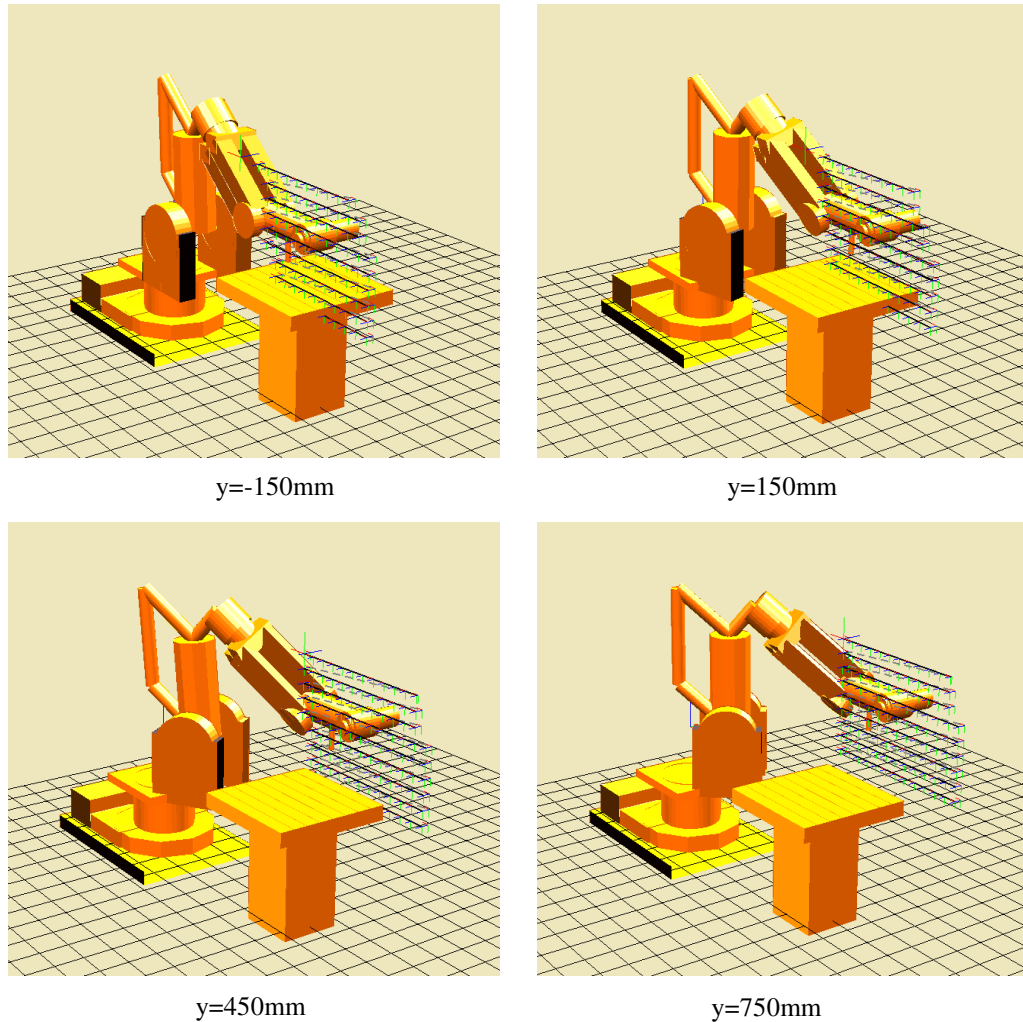


Figure 3-56 : Définition des poses suivant les 4 plans xOz

Concernant l'évolution du critère cinématique  $\Phi_v$  dans la direction de déplacement x, on enregistre une amélioration progressive de celui-ci à mesure que la position des plans en y augmente (Figure 3-57). Dans le cas d'un déplacement suivant z, on n'observe pas d'évolution particulière du critère  $\Phi_v$ . On retrouve, quel que soit la position du plan, l'amélioration du critère  $\Phi_v$  à mesure que la coordonnée des poses en x augmente (Figure 3-58).

Concernant le critère de performance mécanique  $\Phi_m$ , on constate une évolution quasi similaire de celui-ci concernant la direction de déplacement suivant x (Figure 3-59) et suivant z (Figure 3-60). On enregistre toutefois une diminution progressive du critère  $\Phi_m$  à mesure que la coordonnée des poses en x augmente. Là encore, quelle que soit la direction de déplacement, on note une meilleure évolution du critère  $\Phi_m$  pour une configuration du robot repliée.

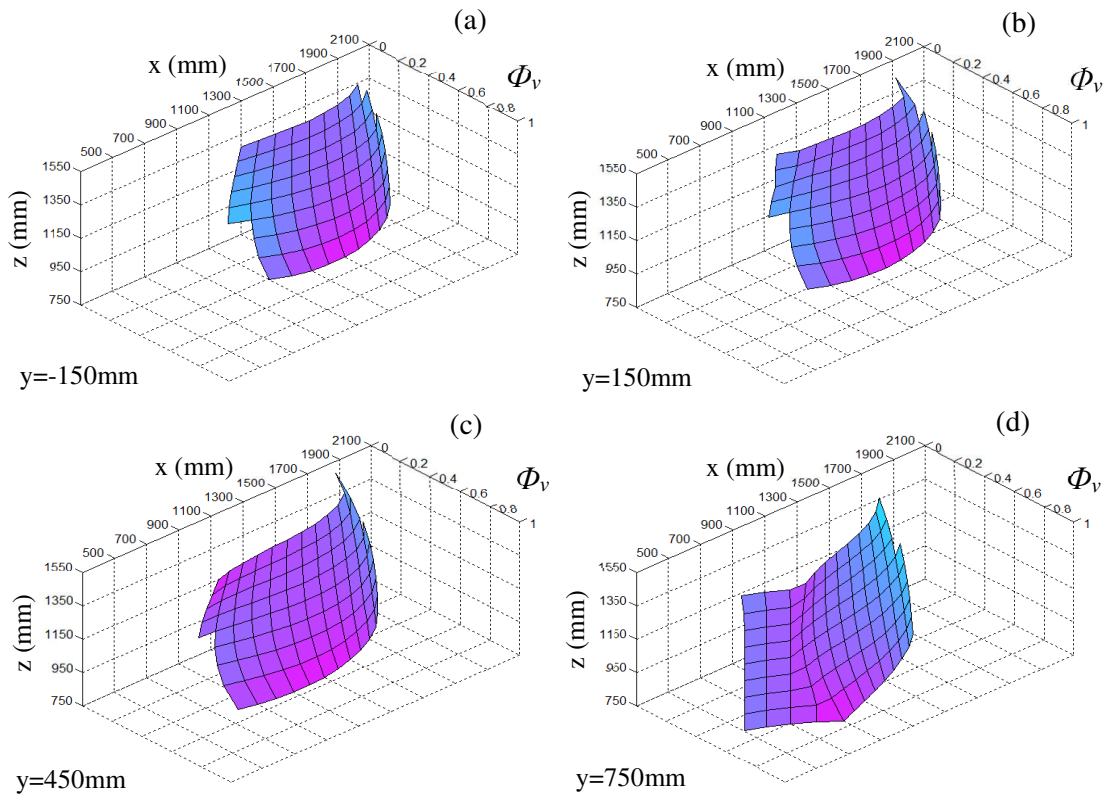


Figure 3-57 : Evolution de  $\Phi_v$  pour une direction de déplacement suivant  $x$  élément 5 horizontal

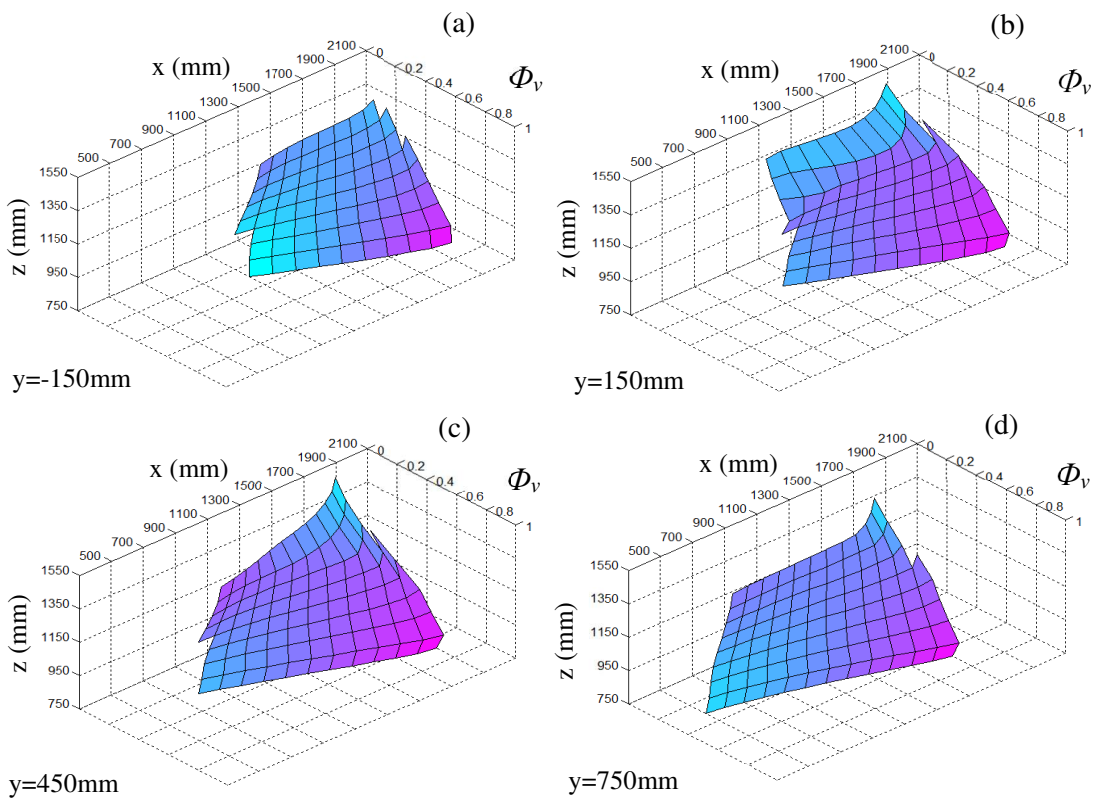


Figure 3-58 : Evolution de  $\Phi_v$  pour une direction de déplacement suivant  $z$  élément 5 horizontal

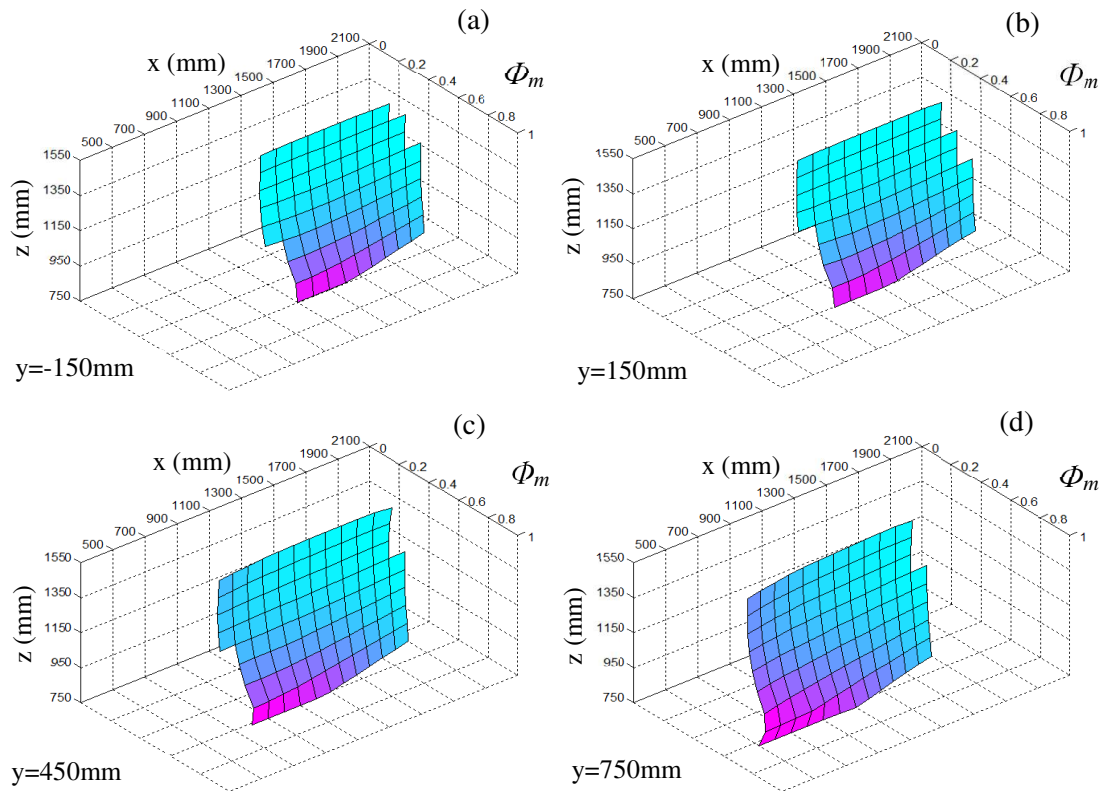


Figure 3-59 : Evolution de  $\Phi_m$  pour une direction de déplacement suivant  $x$  élément 5 horizontal

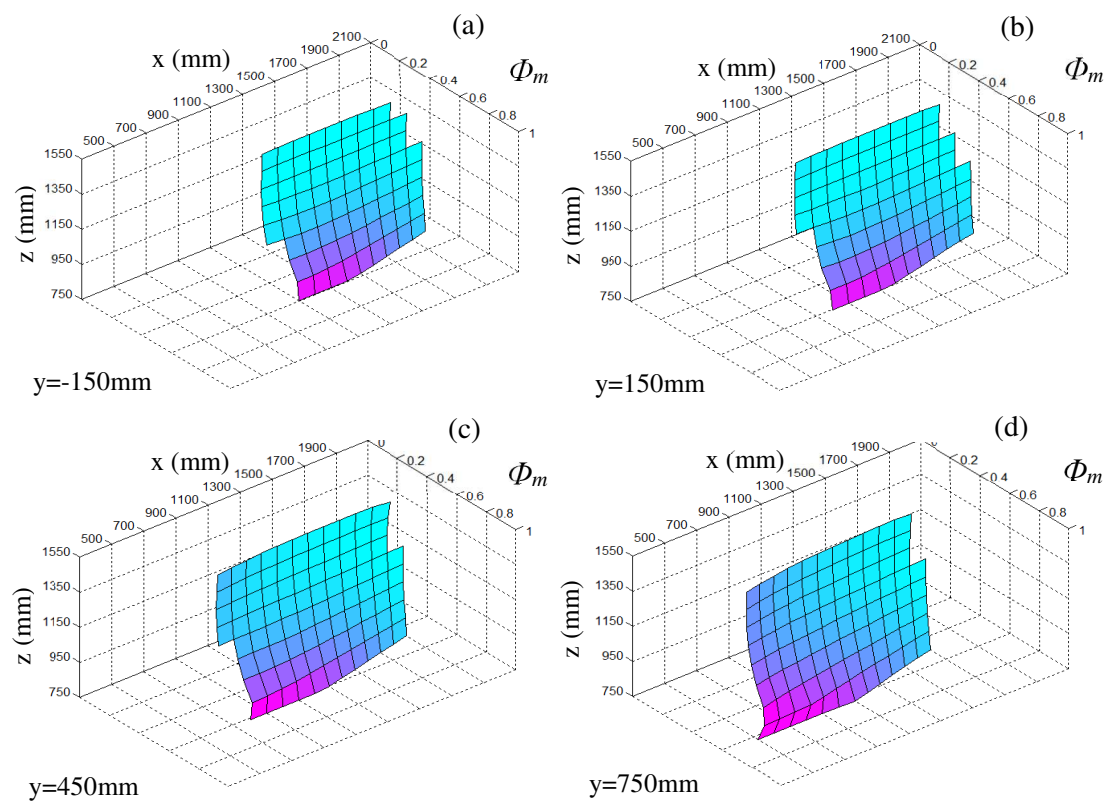


Figure 3-60 : Evolution de  $\Phi_m$  pour une direction de déplacement suivant  $z$  élément 5 horizontal

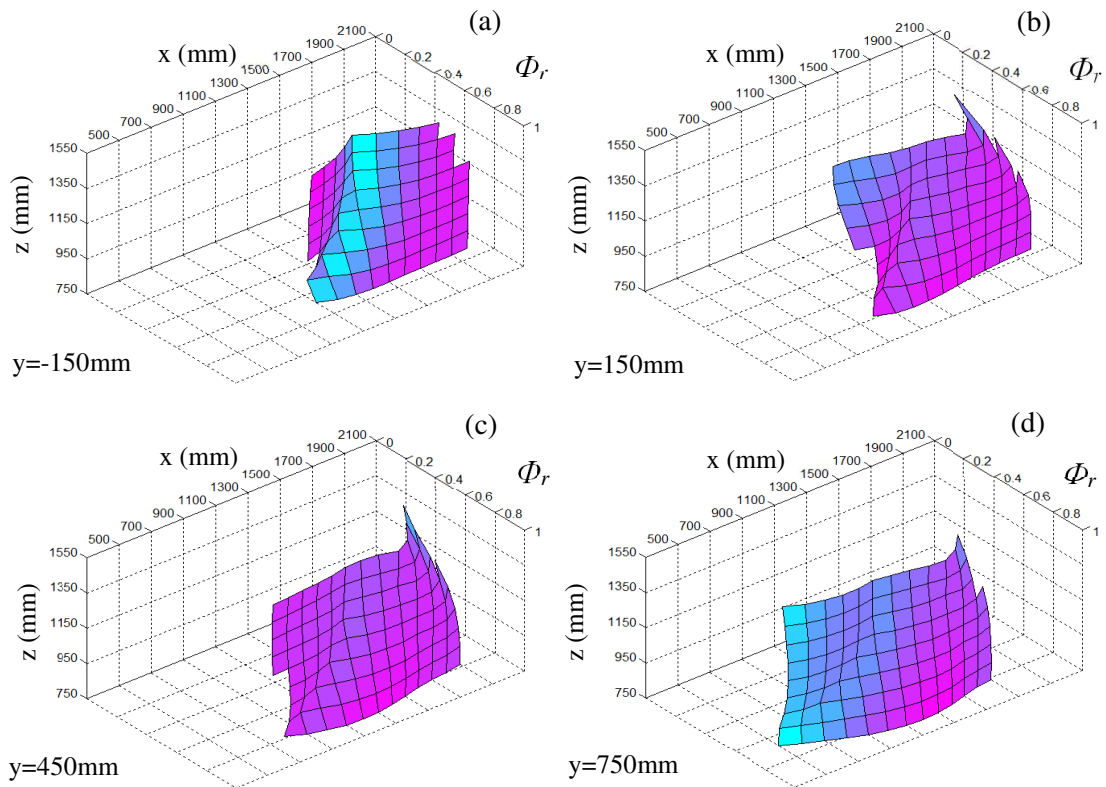


Figure 3-61 : Evolution de  $\Phi_r$  pour une direction de déplacement suivant  $x$  élément 5 horizontal

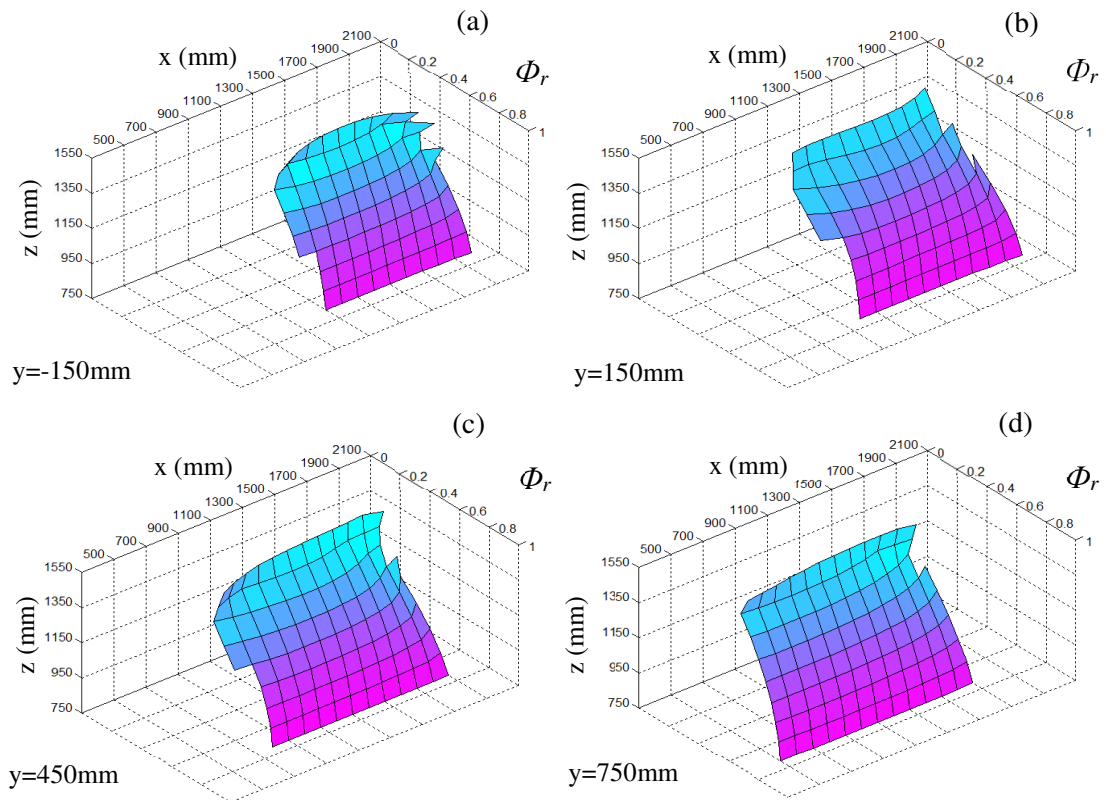


Figure 3-62 : Evolution de  $\Phi_r$  pour une direction de déplacement suivant  $z$  élément 5 horizontal

Concernant le critère de rigidité  $\Phi_r$ , pour un déplacement suivant x, on observe une évolution assez similaire de celui-ci avec une amélioration à mesure que la position des plans en y augmente (Figure 3-61). Concernant le déplacement suivant z, on enregistre peu d'évolution du critère de rigidité  $\Phi_r$  (Figure 3-62).

### 3.5.4 Influence du positionnement suivant y du plan xOz configuration élément 5 vertical

Nous considérons maintenant la configuration élément 5 horizontal (Figure 3-63). Par rapport à la configuration élément 5 horizontal, le volume accessible est cependant fortement réduit.

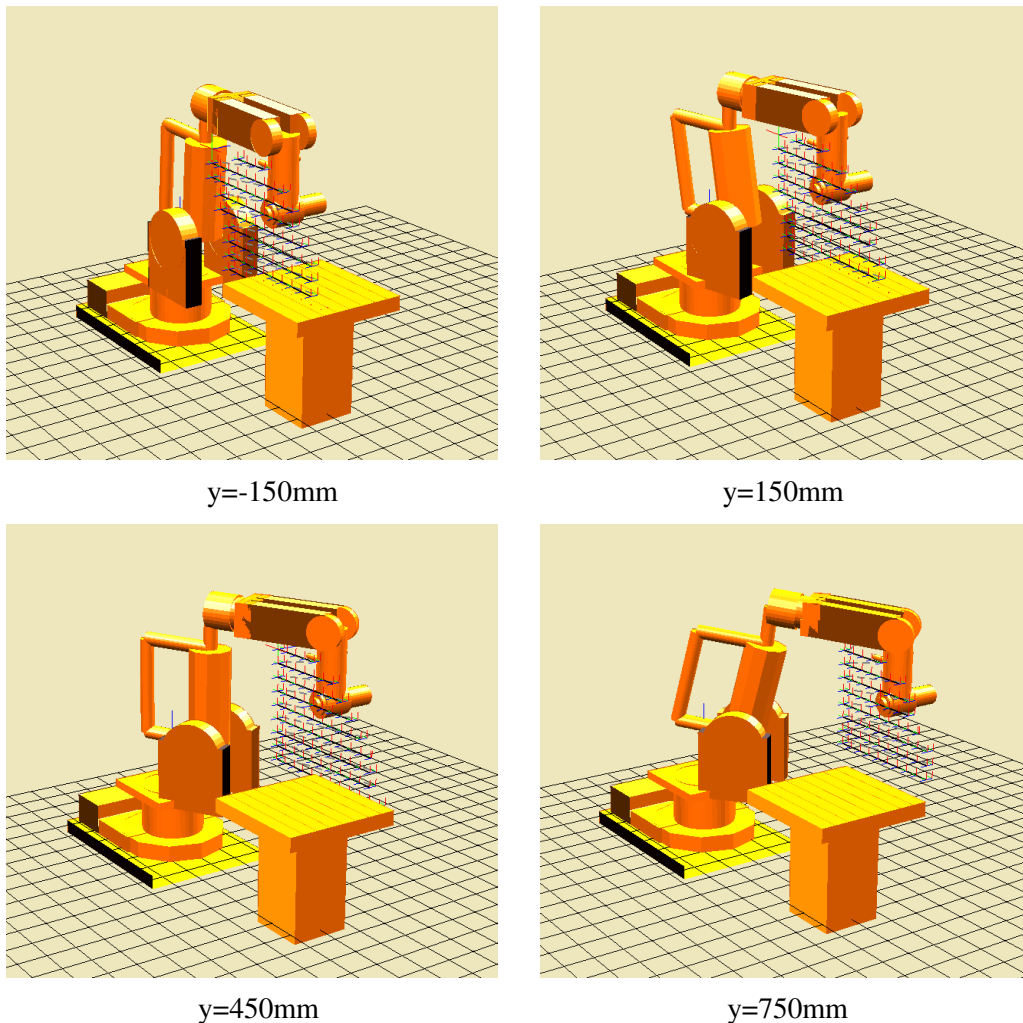


Figure 3-63 : Définition des poses suivant les 4 plans xOz

Concernant le critère cinématique  $\Phi_v$ , quelle que soit la direction de déplacement, on observe une évolution assez similaire pour les quatre plans (Figure 3-64, 3-65). Dans le cas d'un déplacement suivant la direction x, on note toutefois une amélioration de celui-ci lorsque la coordonnée des poses en x diminue pour les plans situés à y=450 et 750mm (Figure 3-65). On retrouve les mêmes tendances d'évolution du critère cinématique  $\Phi_v$  que pour la configuration élément 5 horizontal.

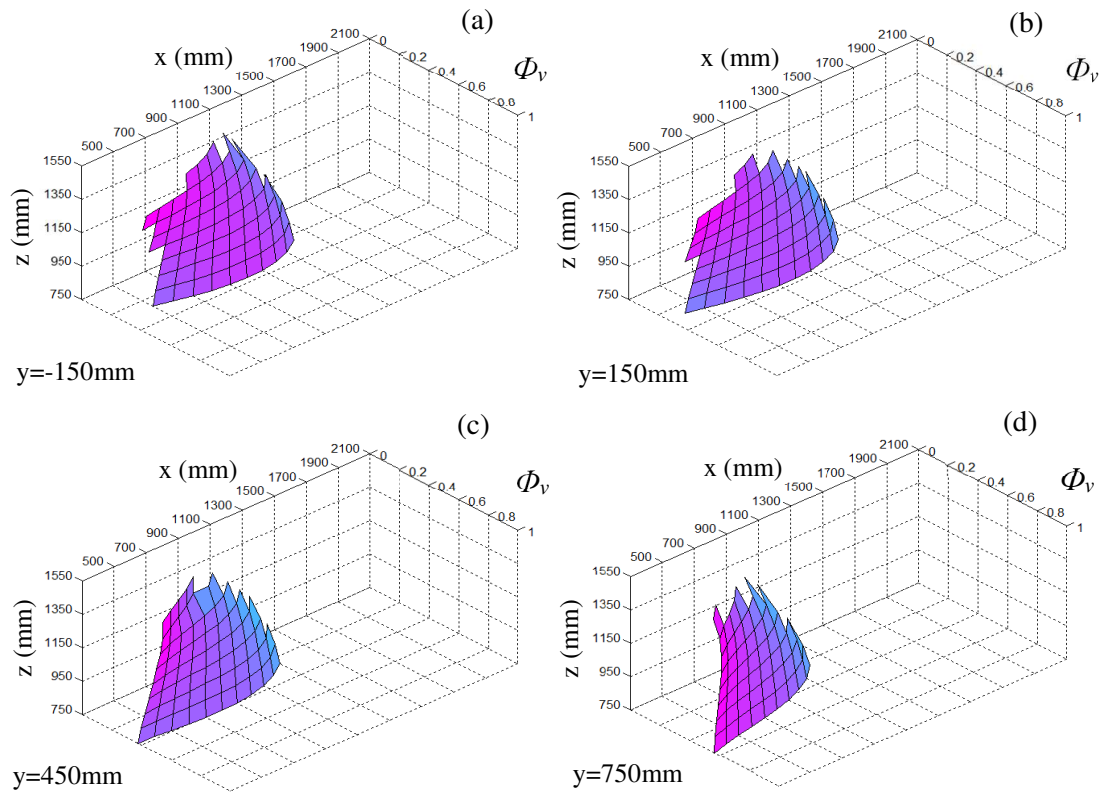


Figure 3-64 : Evolution de  $\Phi_v$  pour une direction de déplacement suivant x élément 5 vertical

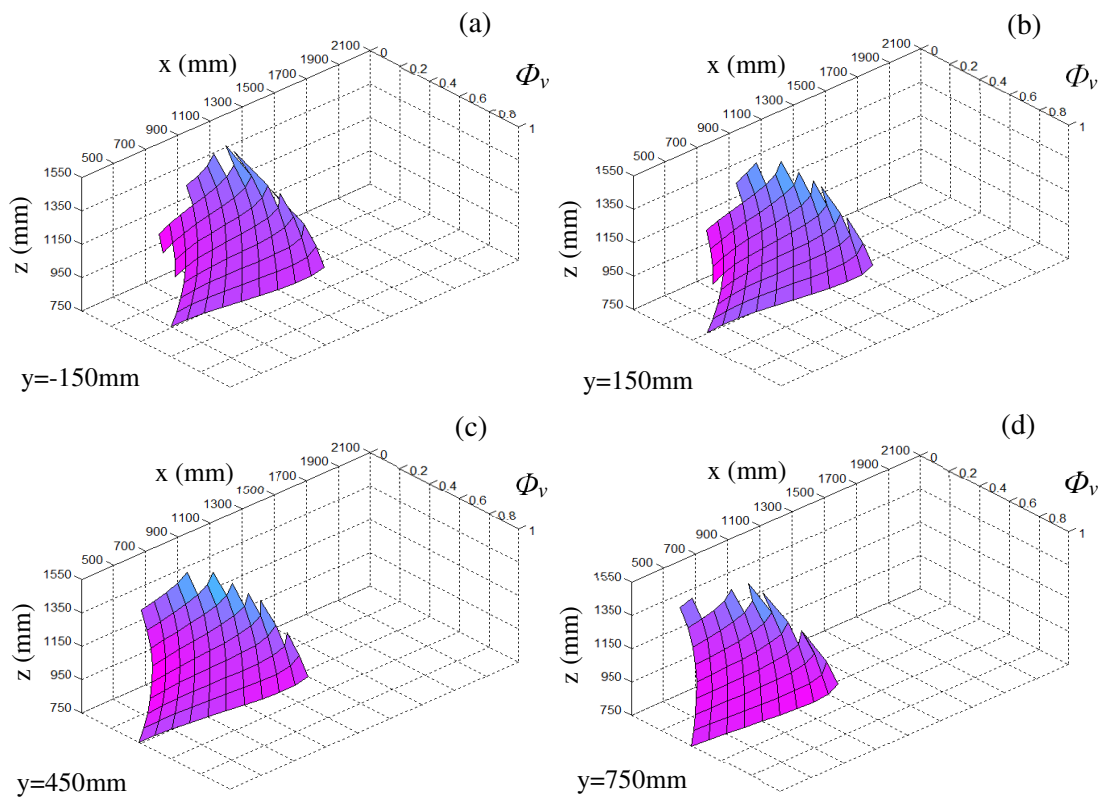


Figure 3-65 : Evolution de  $\Phi_v$  pour une direction de déplacement suivant z élément 5 vertical



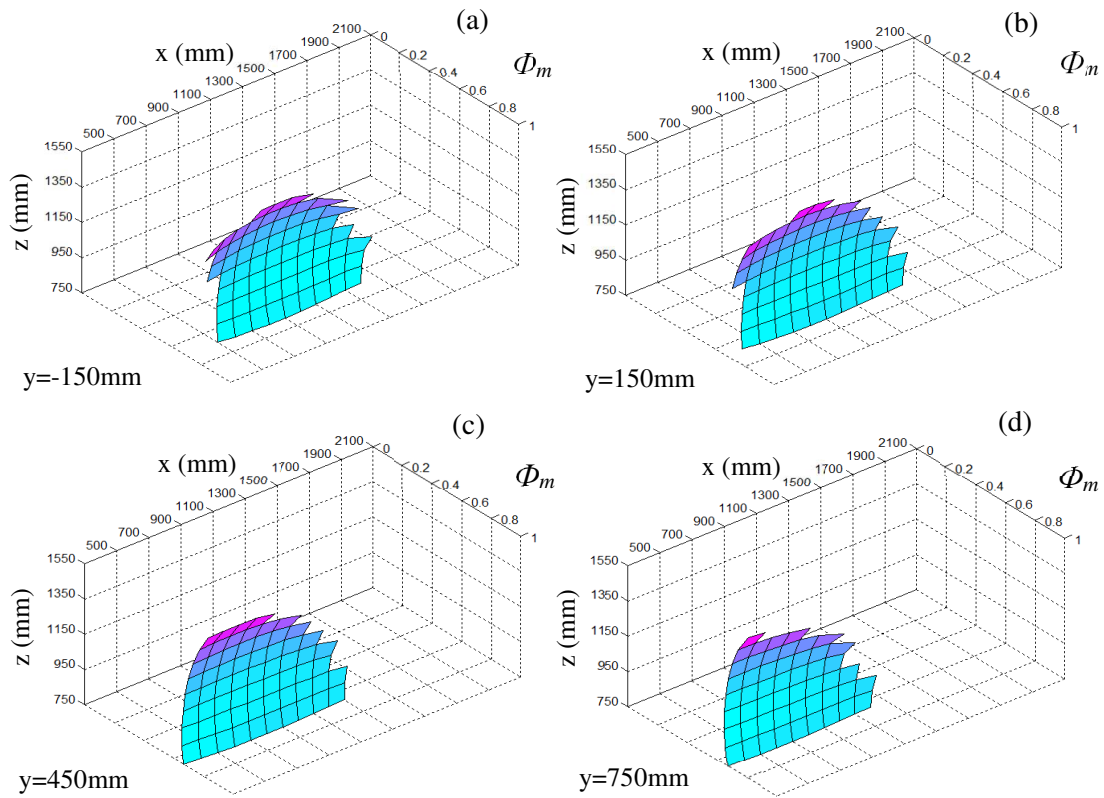


Figure 3-66 : Evolution de  $\Phi_m$  pour une direction de déplacement suivant x élément 5 vertical

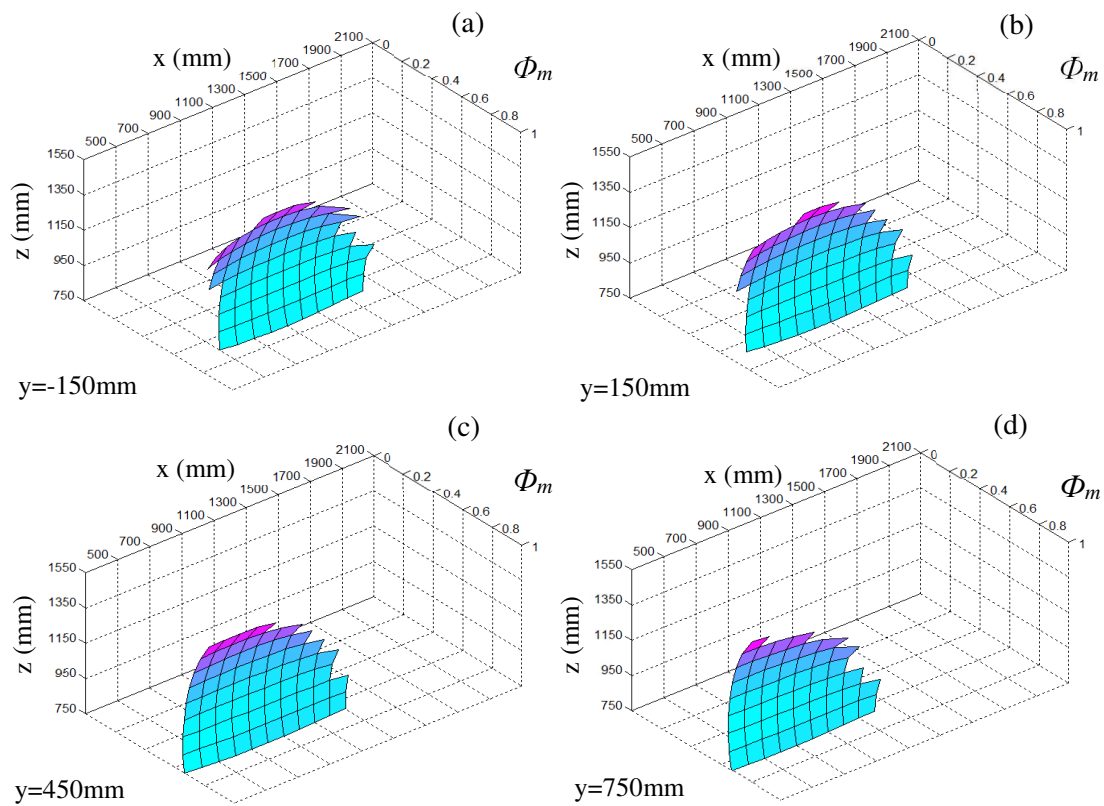


Figure 3-67 : Evolution de  $\Phi_m$  pour une direction de déplacement suivant z élément 5 vertical

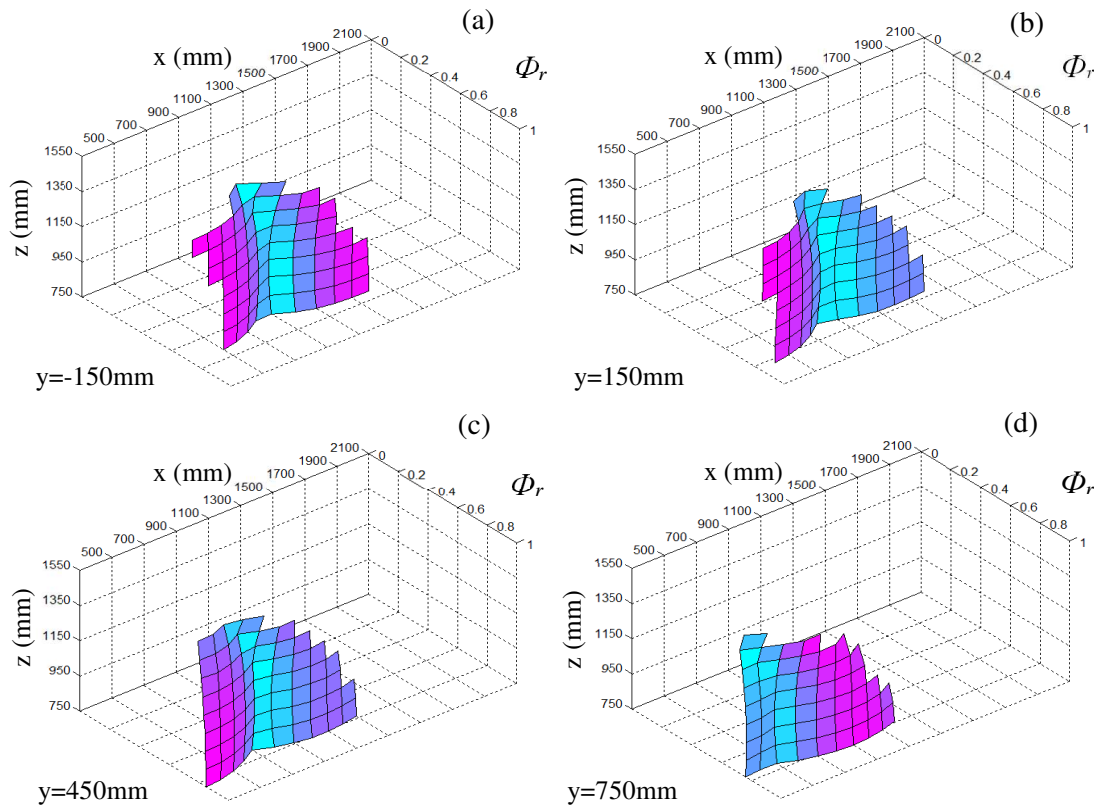


Figure 3-68 : Evolution de  $\Phi_r$  pour une direction de déplacement suivant  $x$  élément 5 vertical

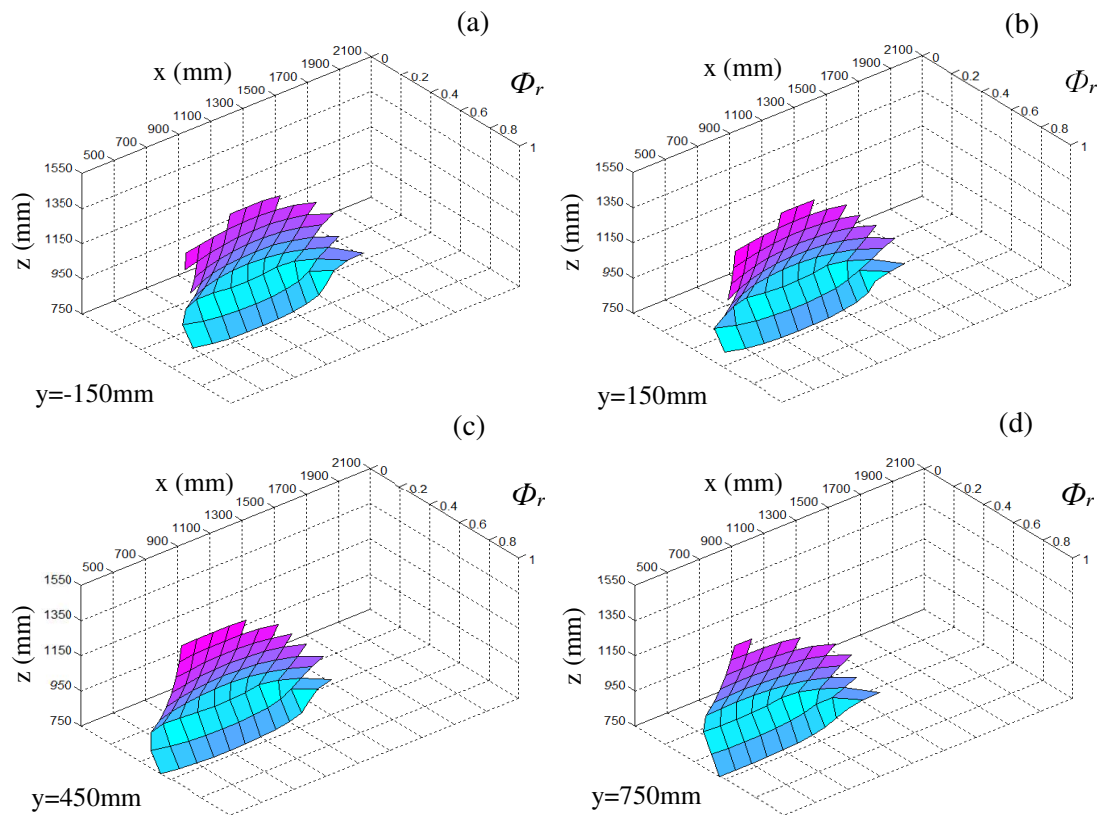


Figure 3-69 : Evolution de  $\Phi_r$  pour une direction de déplacement suivant  $z$  élément 5 vertical

Concernant le critère de performance mécanique  $\Phi_m$ , comme précédemment, on constate une évolution quasi similaire concernant la direction de déplacement suivant x (Figure 3-65) et suivant z (Figure 3-67). On enregistre une légère diminution du critère  $\Phi_m$  à mesure que la coordonnée en x des poses augmente.

Concernant le critère de rigidité  $\Phi_r$  pour un déplacement suivant x, on observe une évolution assez similaire de celui-ci pour les quatre plans. On note un déplacement de la position des minima à mesure que la position des plans en y augmente et une amélioration globale du critère  $\Phi_r$  (Figure 3-68). Concernant le déplacement suivant z, on observe une évolution assez similaire du critère  $\Phi_r$  pour les quatre plans (Figure 3-69). On retrouve les minima du critère  $\Phi_r$  pour la coordonnée z=950mm des poses.

### 3.5.5 Influence du changement de configuration lié à la redondance fonctionnelle

Nous nous intéressons maintenant à l'influence de la configuration du robot sur les trois critères  $\Phi_v$ ,  $\Phi_m$ , et  $\Phi_r$  au travers de la redondance fonctionnelle définie par l'angle  $\Delta$  autour de l'axe de broche. Nous appliquons une réorientation d'angle  $\Delta=45^\circ$  de l'ensemble des poses (Figure 3-70). Nous étudions l'évolution des critères dans le plan situé à y=150mm.

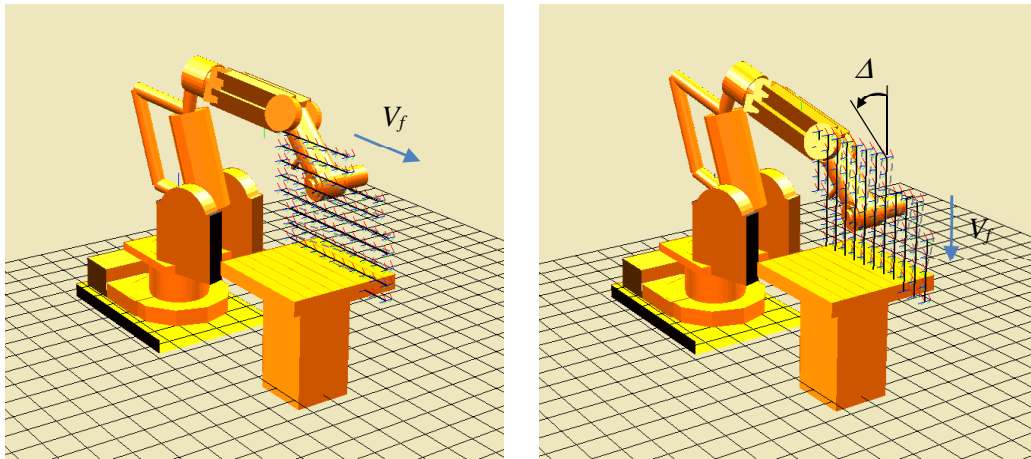


Figure 3-70 : Configuration du robot pour une réorientation d'angle  $\Delta=45^\circ$

Concernant le critère cinématique  $\Phi_v$ , on n'observe pas d'évolution significative de celui-ci pour un déplacement suivant x (Figure 3-71a) et une diminution pour un déplacement suivant z (Figure 3-71b) dans la zone de coordonnée des poses  $z \in [750, 950]$ .

Concernant le critère mécanique  $\Phi_m$ , on observe également peu d'évolution quelle que soit la direction de déplacement (Figure 3-71c, 3-71d).

Concernant le critère de rigidité  $\Phi_r$ , on constate également peu d'évolution pour un déplacement suivant x (Figure 3-71f). On note par contre une diminution notable du critère de rigidité  $\Phi_r$  pour un déplacement suivant z dans la zone de coordonnée des poses  $z \in [750, 950]$  (Figure 3-71f).

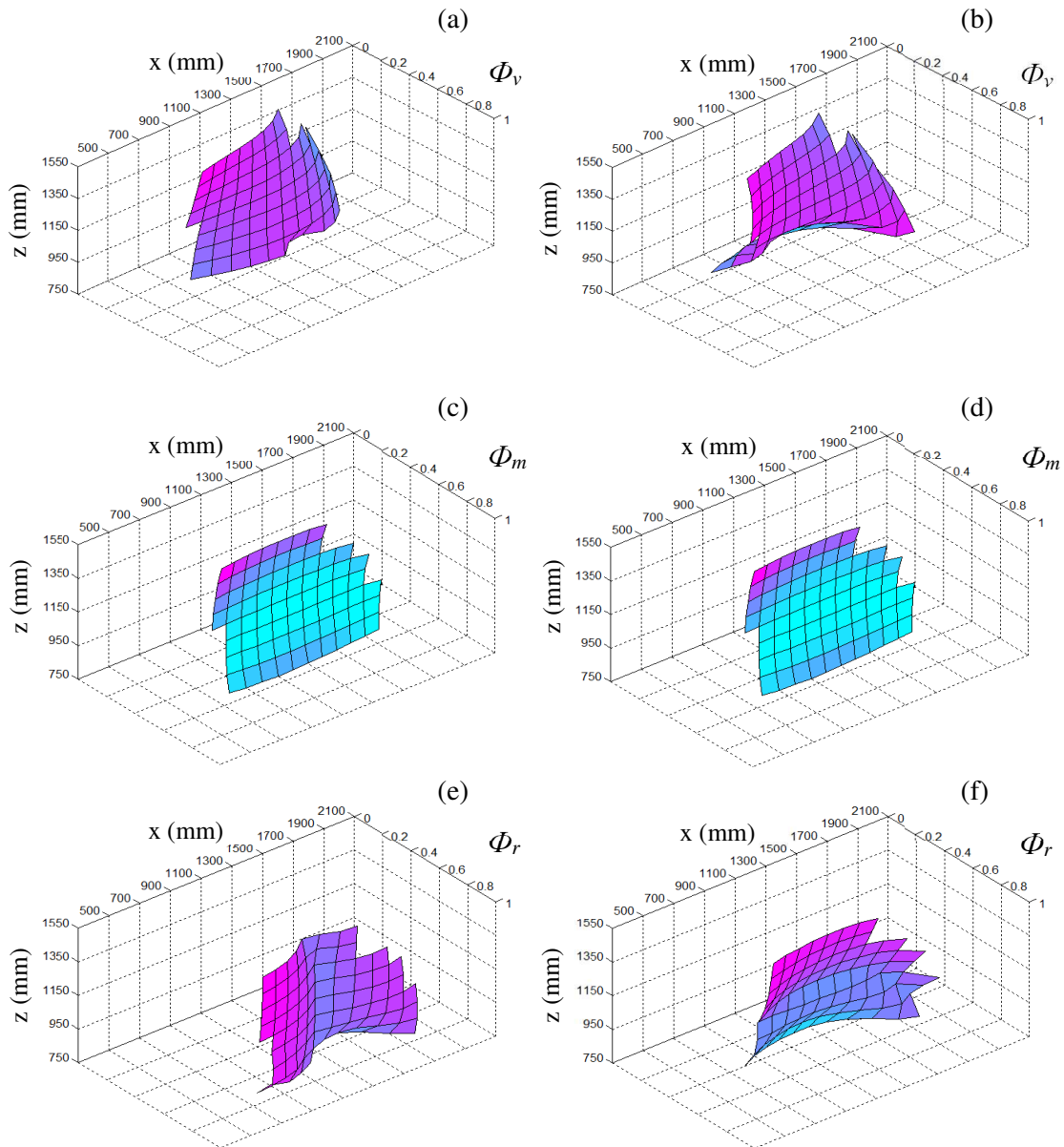


Figure 3-71 : Evolution des critères  $\Phi_v$ ,  $\Phi_m$ , et  $\Phi_r$  dans le plan  $xOz$  pour une direction de déplacement suivent  $x$  (a, c, e) et suivent  $z$  (b, d, f) et une réorientation d'angle  $\Delta$  de  $45^\circ$

### 3.5.6 Evolution du critère $\Phi_m$ sous sollicitations d'usinage

Nous nous intéressons maintenant à l'évolution du critère mécanique  $\Phi_m$  sous effort de coupe sans et avec prise en compte de la redondance fonctionnelle. La valeur de l'effort de coupe est de 700N orienté suivant deux directions, à  $45^\circ$  et  $135^\circ$  par rapport à la direction d'avance  $V_f$  (Figure 3-72).

Concernant le déplacement suivant la direction  $x$  et suivant la direction  $z$ , avec une configuration élément 5 horizontal ou vertical, on observe comme précédemment une diminution du critère mécanique  $\Phi_m$  lorsque l'on ajoute la composante d'effort de coupe à l'effort lié au poids de la broche (Figure 3-73, 3-74). On note bien sûr une forte amélioration du critère mécanique  $\Phi_m$  lorsque l'on retranche la composante d'effort de coupe  $F_c$  à l'effort lié au poids de la broche (Figure 3-73d, 3-74d). L'évolution du critère mécanique est donc fortement dépendante de la direction de déplacement  $V_f$  et de la direction de l'effort de coupe  $F_c$ .

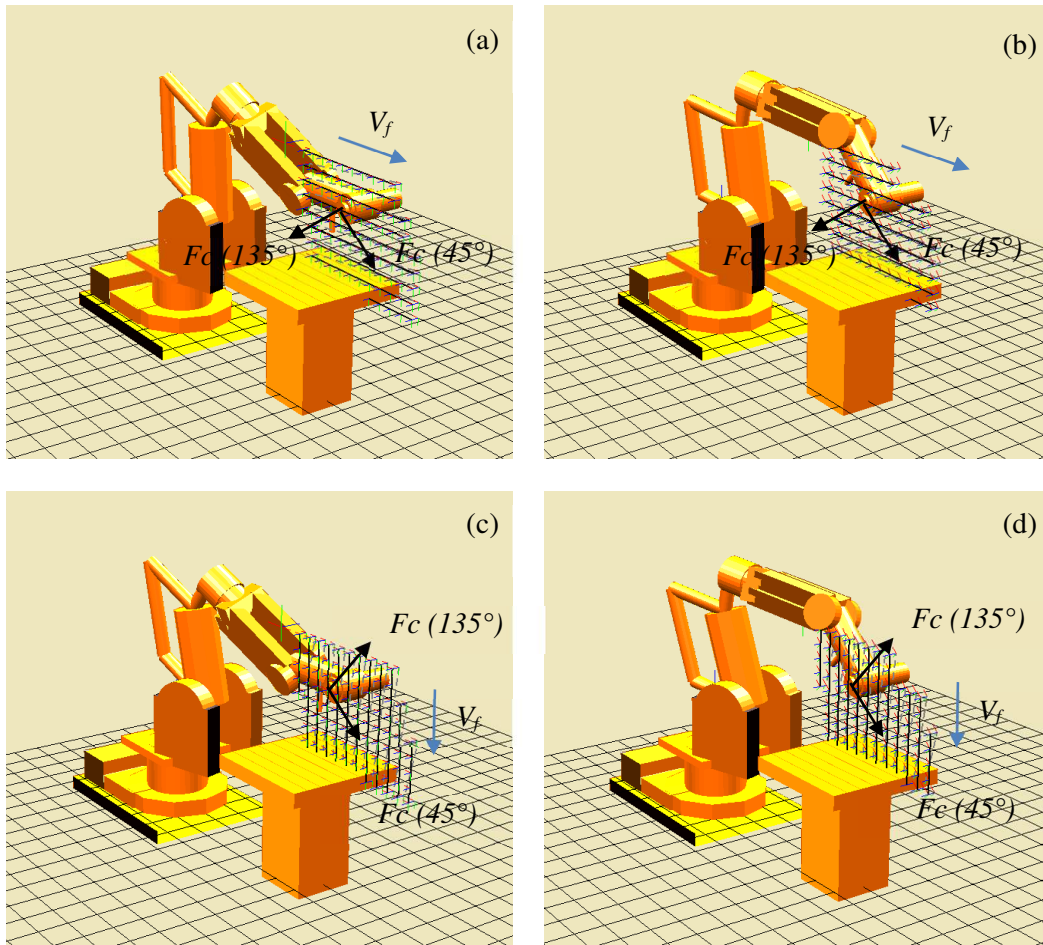


Figure 3-72 : Effort de coupe  $F_c$  pour un déplacement suivant  $x$  (a, b) et suivant  $y$  (c, d)

Concernant la prise en compte de la redondance fonctionnelle, on observe peu d'évolution du critère  $\Phi_m$  par rapport aux courbes précédentes (Figure 3-75).

Comme précédemment, on ne peut cependant pas définir une zone optimale car l'évolution des critères  $\Phi_v$ ,  $\Phi_m$  et  $\Phi_r$  dépend fortement de la direction d'avance  $V_f$ , de l'orientation de l'effort de coupe  $F_c$  et de la configuration du robot.

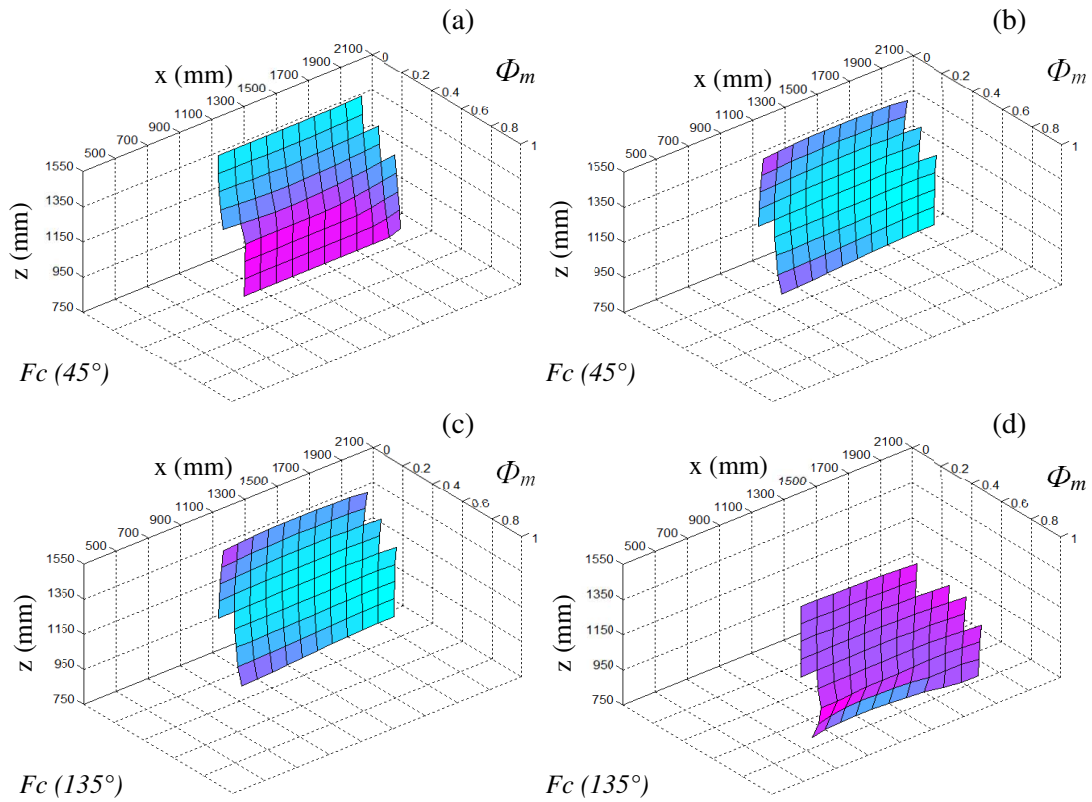


Figure 3-73 : Evolution de  $\Phi_m$  pour une direction de déplacement suivant x (a, c) et suivant z (b, d) élément 5 horizontal

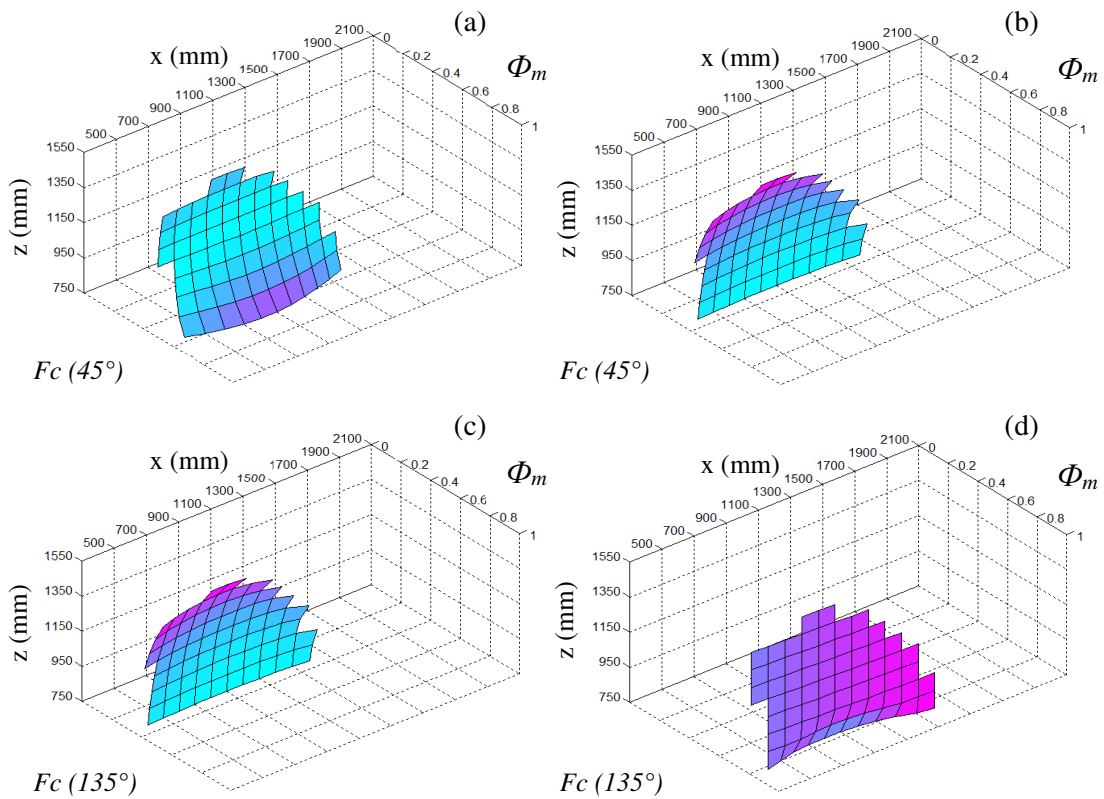


Figure 3-74 : Evolution de  $\Phi_m$  pour une direction de déplacement suivant x (a, c) et suivant z (b, d) élément 5 vertical

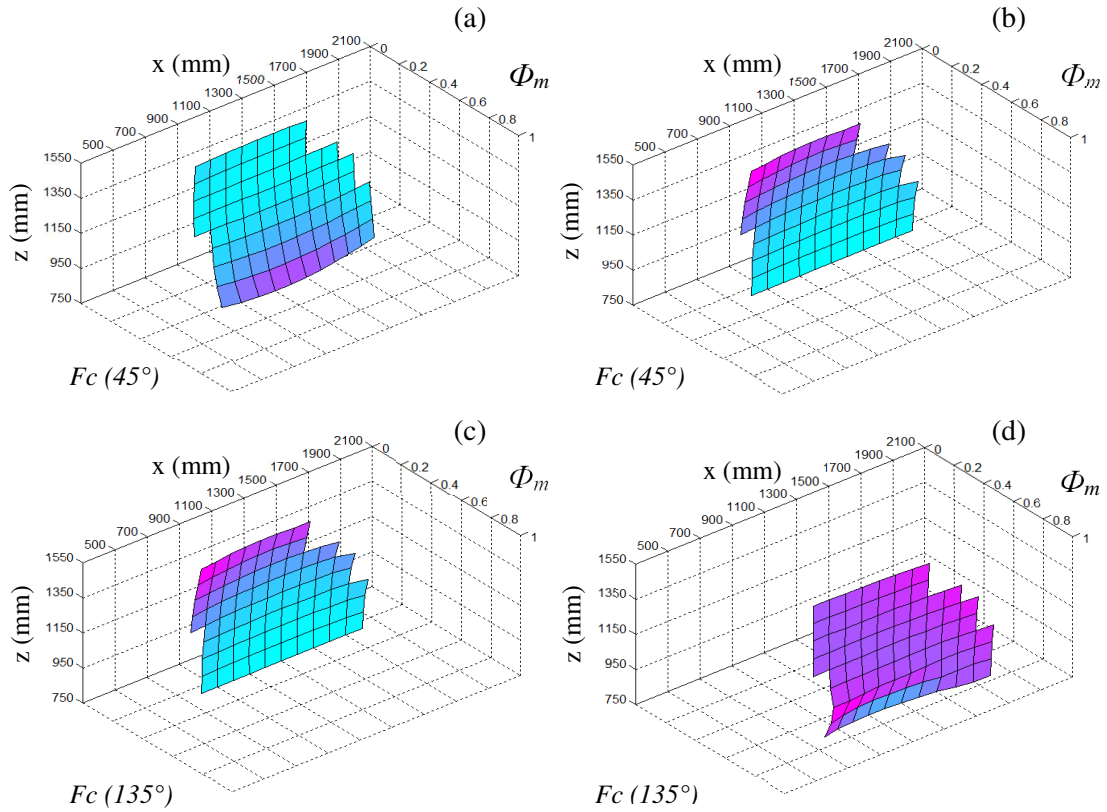


Figure 3-75 : Evolution de  $\Phi_m$  pour une direction de déplacement suivant  $x$  (a, c) et suivant  $z$  (b, d) et une réorientation d'angle  $\Delta$  de  $45^\circ$

### 3.6 Conclusion

La première partie de ce chapitre est consacrée à la caractérisation du comportement en rigidité du robot IRB6660. Nous considérons tout d'abord un modèle corps rigide/liaison flexible afin d'identifier expérimentalement un premier jeu de valeurs des rigidités articulaires. Afin de prendre en compte les déformations dans les corps, nous nous appuyons sur un modèle corps flexible/liaison rigide et montrons que la déformation élastique des éléments intervient en moyenne à hauteur de 18% dans la flèche évaluée en bout d'effecteur. Ceci nous permet d'obtenir un nouveau jeu de valeurs recalées des rigidités articulaires introduit dans notre modèle EF corps flexible/liaison flexible. Nous présentons ensuite un comparatif entre les cartes de flèches expérimentales et théoriques dans le plan  $xOy$  pour 2 chargements verticaux. On retrouve la même évolution des cartes de flèches expérimentales et théoriques avec une moyenne des écarts de 3% pour un chargement en bout d'effecteur de 1323N et de 16% pour un chargement de 899N. Nous obtenons ainsi un modèle EF corps flexible/liaison flexible suffisamment réaliste pour valider l'impact du critère de rigidité  $\Phi_r$  sur la planification optimisée des trajectoires.

La deuxième partie de ce chapitre est consacrée à l'étude de l'évolution des critères cinématique  $\Phi_v$ , mécanique  $\Phi_m$ , et de rigidité  $\Phi_r$  dans les différents plans  $xOy$ ,  $yOz$  et  $xOz$ . Nous étudions leurs évolutions pour différentes configurations du robot et deux directions de l'effort de coupe  $F_c$  pouvant correspondre à une opération d'usinage en avalant et en opposition.

Il ressort de cette étude qu'il n'est pas possible de définir une zone optimale de placement des parcours outils car l'évolution des critères  $\Phi_v$ ,  $\Phi_m$  et  $\Phi_r$  dépend fortement de la direction d'avance  $V_f$ , de l'orientation de l'effort de coupe  $F_c$  et de la configuration du robot. On peut cependant en tirer un certain nombre de préconisations.

Concernant l'évolution des critères dans le plan  $xOy$ , on observe une évolution plus homogène du critère cinématique  $\Phi_v$  dans la direction de déplacement suivant  $x$  que suivant  $y$ . On note la même évolution concernant le critère de rigidité  $\Phi_r$  avec une diminution importante de celui-ci dans la direction de déplacement  $y$  pour la coordonnée des poses  $y=0$ . Concernant le critère mécanique  $\Phi_m$ , on enregistre une évolution de celui-ci assez homogène quelle que soit la direction de déplacement. L'utilisation de la redondance fonctionnelle apporte une amélioration globale des trois critères. On privilégiera donc l'utilisation de cell-ci et le choix du signe de la liaison  $q_l$  pour positionner les parcours outils dans une zone de meilleur compromis des trois critères  $\Phi_v$ ,  $\Phi_m$  et  $\Phi_r$ .

Concernant l'évolution des critères dans le plan  $yOz$ , on observe une différence importante suivant la direction de déplacement et de la configuration horizontale ou verticale de l'élément 5. Pour un déplacement suivant la direction  $x$  et une configuration horizontale de l'élément 5, on observe une diminution des deux critères  $\Phi_v$  et  $\Phi_m$  à mesure que la coordonnée en  $y$  des poses s'approche de  $y=500\text{mm}$  correspondant au changement de signe de la liaison  $q_l$ . On note également une évolution plus favorable et plus homogène des trois critères pour une configuration verticale de l'élément 5 par rapport à la configuration horizontale. Le changement de configuration lié à la redondance permet également d'homogénéiser l'évolution des critères.

Concernant l'évolution des critères dans le plan  $xOz$ , on observe également une différence importante suivant la direction de déplacement et de la configuration horizontale ou verticale de l'élément 5. La configuration verticale de l'élément 5 apporte une meilleure évolution du critère mécanique  $\Phi_m$  mais réduit l'espace accessible. On observe également une meilleure évolution du critère cinématique  $\Phi_v$  et du critère de rigidité  $\Phi_r$  lorsque la coordonnée en  $y$  des poses augmente. L'utilisation de la redondance fonctionnelle apporte peu d'évolution quand l'évolution des critères mais permet d'étendre l'espace de travail.

En conclusion générale, les trois critères  $\Phi_v$ ,  $\Phi_m$  et  $\Phi_r$  évoluent de manière fortement indépendante dans l'espace de travail. Aussi, l'amélioration du comportement global du robot pour un parcours outil donné est fortement dépendante de l'opération envisagée : ébauche, finition, et des conditions de coupe (UGV, en avalant ou en opposition). L'utilisation de la table tilting et du track linéaire montre leur intérêt pour positionner les parcours outils dans une zone de meilleur compromis. La planification optimisée des trajectoires peut être abordée suivant deux objectifs, améliorer localement l'ensemble des critères mais également homogénéiser l'évolution de ceux-ci sur l'ensemble de la trajectoire. Le résultat de la planification optimisée va donc également dépendre de la pondération associée à chacun d'eux que nous présentons sur quelques opérations particulières au chapitre 4.





# Chapitre 4

## Applications et résultats

### SOMMAIRE DU CHAPITRE

4.1	Identification des rigidités articulaires	121
4.2	Mise en œuvre de la cellule robotique d'usinage	129
4.3	Etude du comportement en rigidité sous sollicitation d'usinage	131
4.4	Planification de trajectoire appliquée à une pièce test	138
4.5	Conclusion	150

Ce chapitre présente les résultats de l'amélioration du comportement de la cellule robotique par la planification optimisée des trajectoires et la gestion des redondances. La première partie présente le protocole expérimental mis en œuvre pour l'identification des rigidités articulaires de l'IRB 6660. La deuxième partie est consacrée à l'amélioration du comportement en rigidité appliquée à un ensemble de trajectoire sur une pièce applicative.

### 4.1 Identification des rigidités articulaires

L'évaluation des rigidités articulaires a été réalisée en deux étapes. Une première évaluation des valeurs a été définie avec notre propre matériel réalisé en interne. Nous avons ensuite réalisé une deuxième phase d'évaluation en collaboration avec l'IRCCyN de Nantes.

#### 4.1.1 Environnement expérimental

L'évaluation des rigidités articulaires du robot ABB IRB6660 est inspirée des travaux de Dumas [Dumas *et al.* 2011]. Cette première étape a été réalisée en collaboration avec Kevin Subrin [Subrin 2013] afin d'obtenir un premier jeu de valeurs du critère de rigidité.

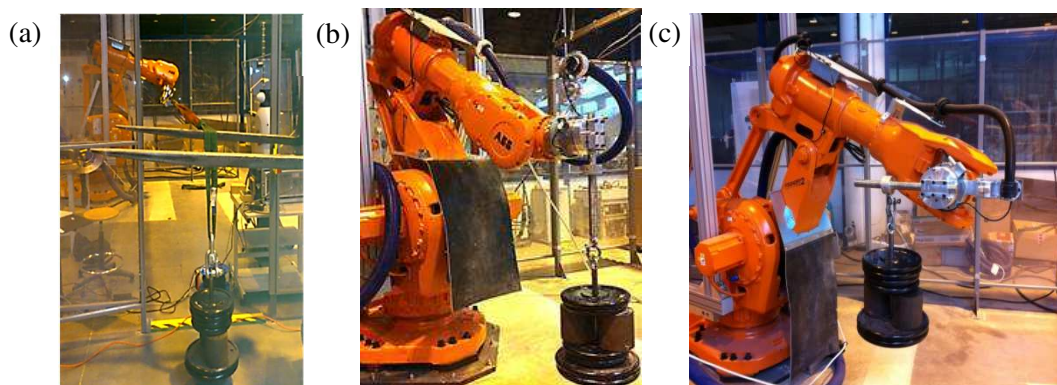


Figure 4-1 : Sollicitation de la liaison 1 (a), mesure de l'effort (b) et du couple (c) sur le capteur d'effort ATI 160

Nous avons donc réalisé un effecteur permettant la mesure de trois positions de mire laser. Le robot étant équipé d'une commande en effort, l'acquisition des efforts est réalisée au travers de l'utilitaire

*Signal Viewer* qui permet de scruter les valeurs de signaux du capteur ATI 160 à 6 composantes positionné en bout de l'axe 6 (Figure 4-1).

#### 4.1.2 Mesure des déviations et des efforts

La mesure des déplacements étant réalisée dans le repère de laser, il est nécessaire d'exprimer celles-ci dans le repère TCP (Figure 4-2).

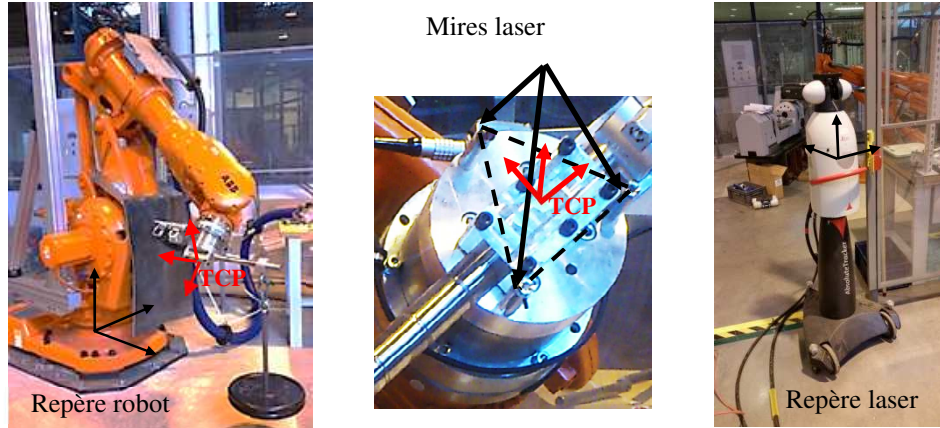


Figure 4-2 : Définition des différents repères pour l'analyse de rigidité

Nous avons défini pour cela un certain nombre d'opérateurs :

- $A_{OCF}$  matrice de passage permettant de définir le centre de la mesure d'effort dans le repère de base du robot,
- $A_{OTCP}$  matrice de passage donnant la position du TCP à vide et  $A_{OTCP}'$  donnant la position du TCP sous chargement dans le repère de base du robot,
- $A_{LTTCP}$  matrice de passage donnant la position du TCP dans le repère de base du laser.

Afin d'introduire la variation de position au niveau du MGD, il est nécessaire de connaître la matrice de passage donnant la position du repère de base du robot par rapport au repère du laser définie par :

$$A_{LT0} = A_{LTTCP} A_{OTCP}^{-1} \quad (4-1)$$

La position à vide du repère TCP exprimé dans le repère de base du robot est défini par :

$$A_{OTCP} = A_{ALT0}^{-1} A_{LTTCP} \quad (4-2)$$

La position sous chargement du TCP exprimé dans le repère de base du robot est défini par :

$$A_{OTCP}' = A_{ALT0}^{-1} A_{LTTCP}' \quad (4-3)$$

La variation de position est alors donnée par :

$$A_{TCPTCP}' = A_{OTCP}^{-1} A_{OTCP}' \quad (4-3)$$

$A_{TCPTCP}'$  fait intervenir la matrice des opérateurs infinitésimaux permettant de passer du système de coordonnées TCP au système de coordonnées TCP' par une rotation infinitésimale. L'opérateur de rotation infinitésimale permettant d'obtenir la valeur  $\delta x$  s'exprime alors en faisant abstraction des valeurs infinitésimales du deuxième ordre  $\delta_{xq} \delta_{yq}$ ,  $\delta_{xq} \delta_{yq}$  et  $\delta_{xq} \delta_{yq}$  [Gogu *et al.* 1997]. L'opérateur est défini par :

$$\begin{aligned}
 [A_{TCPTCP}] &= [T_q] [R_q^x] [R_q^y] [R_q^z] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ d_{xq} & 1 & 0 & 0 \\ d_{yq} & 0 & 1 & 0 \\ d_{zq} & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -\delta_{xq} \\ 0 & 0 & \delta_{xq} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & \delta_{yq} \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -\delta_{yq} & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -\delta_{zq} & 0 \\ 0 & \delta_{zq} & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \\
 [A_{TCPTCP}] &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ d_{xq} & 1 & -\delta_{zq} & \delta_{yq} \\ d_{yq} & \delta_{zq} & 1 & -\delta_{xq} \\ d_{zq} & -\delta_{yq} & \delta_{xq} & 1 \end{bmatrix} \quad (4-5)
 \end{aligned}$$

La mesure d'effort est de la même manière exprimée au niveau du TCP.

### 4.1.3 Première identification des rigidités articulaires

La première identification des rigidités articulaires a été réalisée à partir de 11 configurations du robot (Figure 4-3).

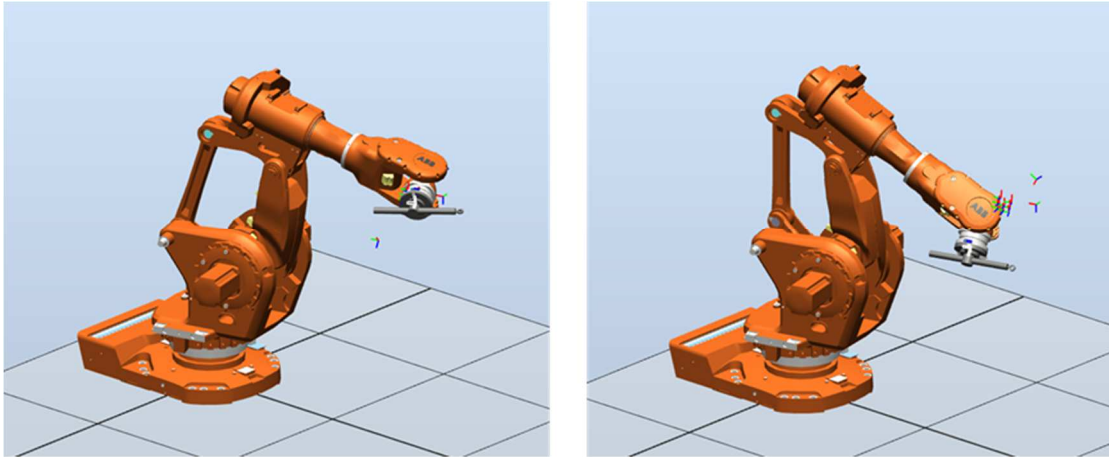


Figure 4-3 : Configurations du robot (poses 6, 10)

La somme des composantes des efforts enregistrée par le capteur d'effort en configuration initiale nous donne une composante verticale de 1139N (Figure 4-1b) à laquelle nous ajoutons dans l'algorithme la valeur de 184N correspondant au capteur d'effort ATI. La composante totale des efforts est de 1323N appliquée en bout d'effecteur est exprimée au niveau du TCP.

L'évaluation de  $k_{01}$  a été réalisée dans des conditions expérimentales non adéquates donnant une valeur fortement erronée de  $1,2 \cdot 10^6$  Nm/rad (Figure 4-1a). Nous avons donc fixé arbitrairement la valeur  $k_{01} = 2,0 \cdot 10^6$  Nm/rad proche des valeurs de  $k_{02}$  et  $k_{03}$  en considérant le fait que les moteurs des trois premières liaisons sont identiques.

Nous présentons maintenant l'étude de rigidité des liaisons 2 à 6. Les valeurs de rigidités articulaires estimées sont présentées au Tableau 4-1.

	$k_{02}$	$k_{03}$	$k_{04}$	$k_{05}$	$k_{06}$
Calcul 1	1,958	2,344	0,416	0,378	0,172
Calcul 2	2,453	2,231	0,440	0,326	0,185
Calcul 3	2,859	2,124	0,464	0,313	0,202
Calcul 4	2,193	2,078	0,474	0,363	0,202
Calcul 5	1,978	2,174	0,467	0,447	0,203
Calcul 6	2,022	2,025	0,467	0,434	0,191
Calcul 7	2,629	2,016	0,465	0,375	0,202
Calcul 8	1,918	2,138	0,454	0,302	0,198
Calcul 9	2,359	2,298	0,462	0,286	0,206
Calcul 10	2,306	1,862	0,472	0,330	0,202
Calcul 11	2,179	1,904	0,453	0,429	0,210
<b>Moyenne</b>	<b>2,259</b>	<b>2,108</b>	<b>0,458</b>	<b>0,362</b>	<b>0,198</b>
Min	1,918	1,862	0,416	0,286	0,172
Max	2,859	2,344	0,474	0,447	0,210
Ecart	0,942	0,482	0,058	0,161	0,038
Ecart % /Moy	41,7	22,9	12,6	44,4	19,1

Tableau 4-1 : Valeurs de rigidité articulaire (chargement de 1323N)

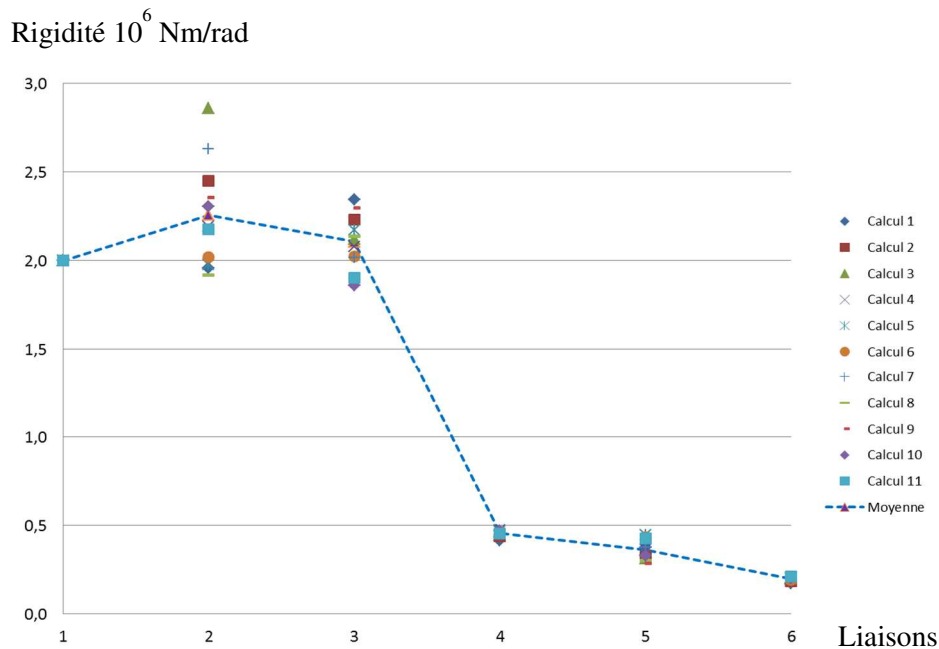


Figure 4-4 : Représentation des rigidités articulaires (chargement de 1323N)

On constate une bonne convergence des valeurs pour les liaisons articulaires 4 à 6. L'estimation de la rigidité articulaire des liaisons 2 et 3 est plus sensible à la position mesurée du TCP, d'autant plus marquée lorsque l'élément 2, associé à la liaison 2, s'approche de la verticale. Ceci engendre une plus forte dispersion sur les valeurs (Figure 4-4).

#### 4.1.4 Raffinement des valeurs de rigidités articulaires

Cette deuxième évaluation des rigidités articulaires a été réalisée en collaboration avec l'IRCCyN de Nantes. Les configurations pour l'évaluation nous ont été fournis, au nombre de 20 pour l'évaluation de la liaison 1 et de 50 pour l'évaluation des liaisons 2 à 6. Parmi l'ensemble des positions accessibles et mesurables par le laser tracker sans changement de position de celui-ci, nous avons retenues 11 configurations pour la liaison 1 (Figure 4-5) et 21 configurations pour les liaisons 2 à 6 (Figure 4-6).

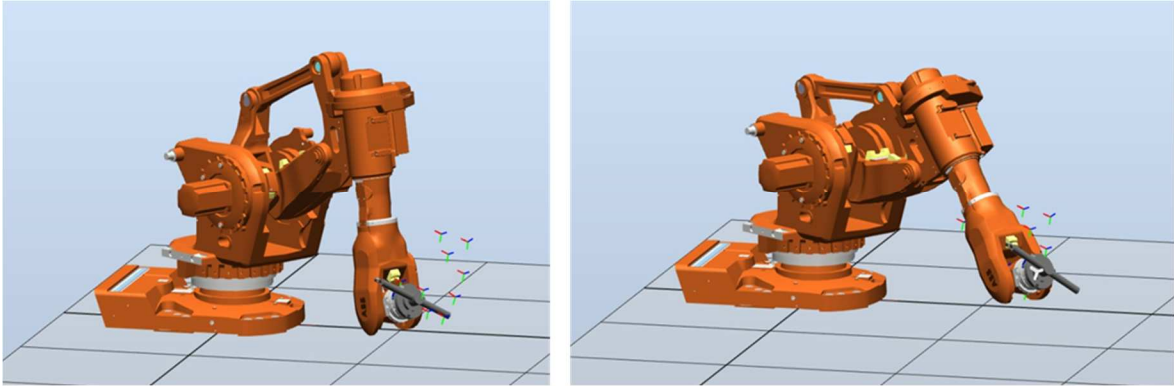


Figure 4-5 : Configurations pour l'évaluation de la liaison 1

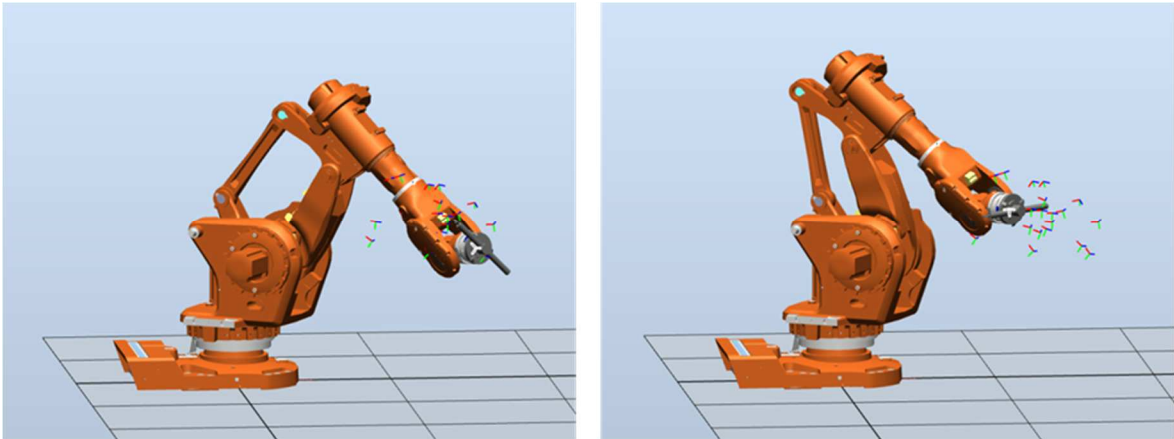


Figure 4-6 : Configurations pour l'évaluation de la liaison 2 à 6

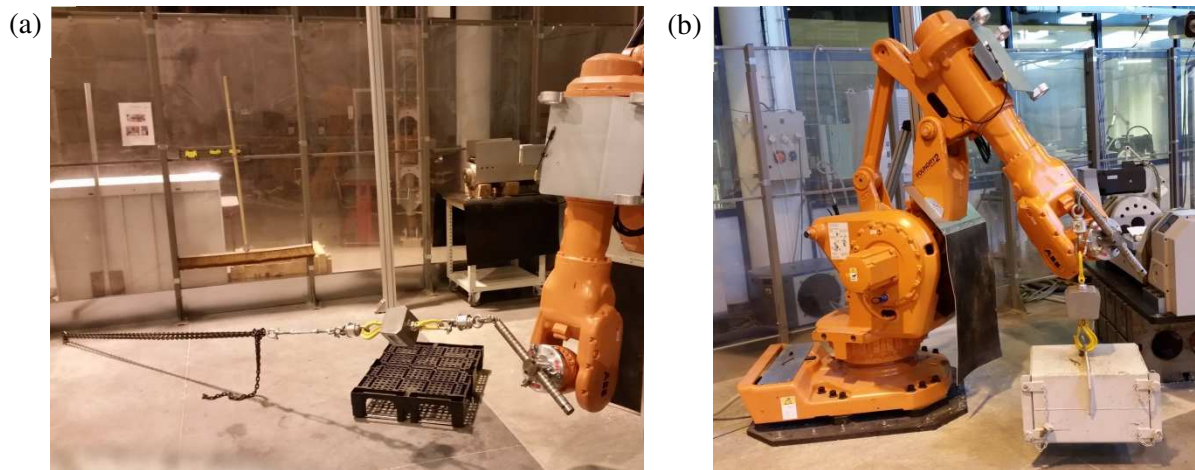


Figure 4-7 : Evaluation de la liaison 1 (a), des liaisons 2 à 6 (b)

L'évaluation de la liaison 1 a été réalisée à partir de 3 chargements : 700N, 1200N et 1700N (Figure 4-7a). L'évaluation des liaisons 2 à 6 a été réalisée pour trois chargements : 870N, 1360N et 1860N (Figure 4-7b).

• *Evaluation des rigidités articulaires pour un chargement de 870N*

	$k_{02}$	$k_{03}$	$k_{04}$	$k_{05}$	$k_{06}$
Calcul 1	2,452	2,005	0,493	0,420	0,330
Calcul 2	2,622	2,060	0,473	0,292	0,330
Calcul 3	2,472	2,042	0,505	0,322	0,295
Calcul 4	2,441	1,946	0,545	0,326	0,352
Calcul 5	1,709	1,950	0,543	0,330	0,338
Calcul 6	1,928	1,952	0,539	0,331	0,337
Calcul 7	2,208	2,138	0,538	0,296	0,340
Calcul 8	2,550	2,031	0,530	0,323	0,334
Calcul 9	2,084	1,989	0,527	0,322	0,332
Calcul 10	2,321	1,947	0,552	0,326	0,325
Calcul 11	1,998	1,961	0,553	0,317	0,333
Calcul 12	2,622	1,977	0,537	0,313	0,333
Calcul 13	2,491	1,998	0,550	0,300	0,341
Calcul 14	2,467	1,994	0,563	0,304	0,348
Calcul 15	2,396	2,003	0,557	0,310	0,345
Calcul 16	2,347	2,006	0,353	0,384	0,346
Calcul 17	2,300	1,988	0,544	0,314	0,347
Calcul 18	2,280	1,971	0,548	0,317	0,347
Calcul 19	2,655	1,798	0,549	0,319	0,350
Calcul 20	2,242	1,947	0,547	0,322	0,350
Calcul 21	2,104	1,909	0,551	0,323	0,348
<b>Moyenne</b>	<b>2,334</b>	<b>1,987</b>	<b>0,526</b>	<b>0,325</b>	<b>0,337</b>
Min	1,709	1,798	0,353	0,292	0,295
Max	2,655	2,138	0,563	0,420	0,352
Ecart	0,946	0,340	0,210	0,128	0,057
Ecart % /Moy	40,5	17,1	39,9	39,4	16,9

Tableau 4-2 : Valeurs de rigidité articulaire (chargement de 870N)

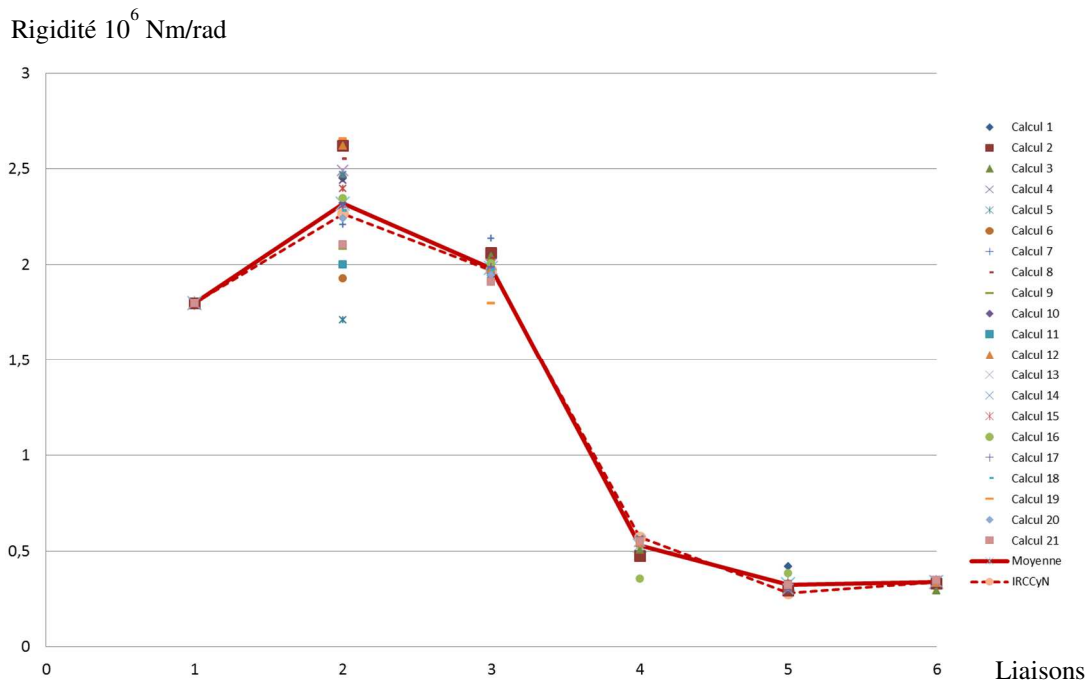


Figure 4-8 : Représentation des rigidités articulaires (chargement de 870N)

	$k_{01}$	$k_{02}$	$k_{03}$	$k_{04}$	$k_{05}$	$k_{06}$
<b>Moyenne</b>	<b>1,799</b>	<b>2,266</b>	<b>1,970</b>	<b>0,572</b>	<b>0,280</b>	<b>0,339</b>
Ecart	0,059	0,939	0,184	0,142	0,034	0,052
Ecart % /Moy	3,3	41,4	9,4	24,9	12,2	15,2

Tableau 4-3 : Rigidités articulaires IRCCyN (chargement de 870N)

• *Evaluation des rigidités articulaires pour un chargement de 1360N*

	$k_{02}$	$k_{03}$	$k_{04}$	$k_{05}$	$k_{06}$
Calcul 1	2,529	1,907	0,532	0,307	0,386
Calcul 2	2,409	1,914	0,566	0,329	0,383
Calcul 3	2,329	1,931	0,577	0,317	0,425
Calcul 4	2,326	1,945	0,559	0,311	0,412
Calcul 5	2,369	2,071	0,553	0,317	0,401
Calcul 6	2,272	1,886	0,552	0,315	0,404
Calcul 7	2,273	1,937	0,551	0,317	0,397
Calcul 8	2,095	1,870	0,549	0,316	0,394
Calcul 9	2,058	2,030	0,561	0,318	0,388
Calcul 10	2,083	1,722	0,563	0,315	0,394
Calcul 11	1,989	2,043	0,558	0,313	0,393
Calcul 12	2,326	1,907	0,568	0,307	0,395
Calcul 13	2,306	1,932	0,574	0,314	0,391
Calcul 14	2,253	1,947	0,572	0,318	0,392
Calcul 15	2,218	1,954	0,571	0,322	0,394
Calcul 16	2,184	1,940	0,560	0,319	0,397
Calcul 17	2,170	1,930	0,563	0,322	0,399
Calcul 18	2,164	1,922	0,562	0,323	0,400
Calcul 19	2,170	1,914	0,551	0,361	0,413
Calcul 20	2,043	1,877	0,524	0,324	0,398
Calcul 21	2,791	1,812	0,670	0,369	0,422
<b>Moyenne</b>	<b>2,255</b>	<b>1,923</b>	<b>0,563</b>	<b>0,322</b>	<b>0,399</b>
Min	1,989	1,722	0,524	0,307	0,383
max	2,791	2,071	0,670	0,369	0,425
Ecart	0,802	0,349	0,145	0,062	0,041
Ecart % /Moy	35,6	18,1	25,8	19,3	10,3

Tableau 4-4 : Valeurs de rigidité articulaire (chargement de 1360N)

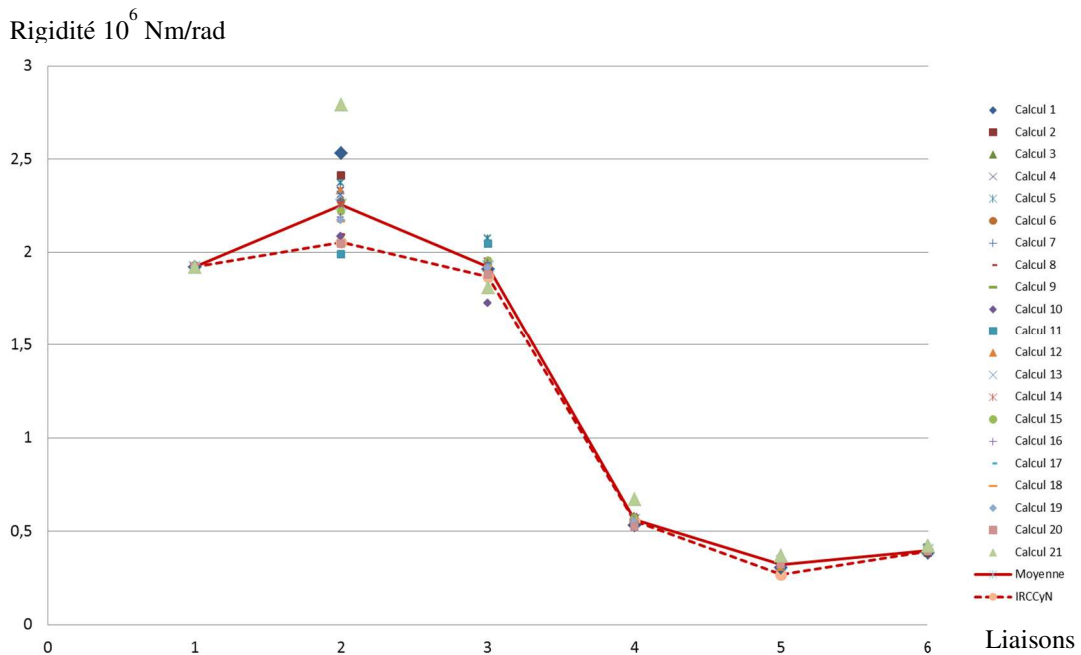


Figure 4-9 : Représentation des rigidités articulaires (chargement de 1360N)

	$k_{01}$	$k_{02}$	$k_{03}$	$k_{04}$	$k_{05}$	$k_{06}$
<b>Moyenne</b>	<b>1,920</b>	<b>2,052</b>	<b>1,867</b>	<b>0,555</b>	<b>0,270</b>	<b>0,395</b>
Ecart	0,043	0,444	0,100	0,079	0,021	0,049
Ecart % /Moy	2,27	21,6	5,4	14,3	7,9	12,5

Tableau 4-5 : Rigidités articulaires IRCCyN (chargement de 1360N)



• *Evaluation des rigidités articulaires pour un chargement de 1860N*

	$k_{02}$	$k_{03}$	$k_{04}$	$k_{05}$	$k_{06}$
Calcul 1	2,483	1,856	0,616	0,317	0,377
Calcul 2	2,409	1,862	0,646	0,334	0,378
Calcul 3	2,345	1,894	0,613	0,317	0,421
Calcul 4	2,289	1,895	0,607	0,320	0,408
Calcul 5	2,276	1,894	0,598	0,320	0,403
Calcul 6	2,068	1,863	0,593	0,319	0,406
Calcul 7	2,171	1,984	0,590	0,320	0,402
Calcul 8	2,302	1,920	0,584	0,321	0,399
Calcul 9	1,710	1,902	0,596	0,322	0,393
Calcul 10	2,367	1,727	0,602	0,320	0,393
Calcul 11	2,292	1,921	0,604	0,319	0,391
Calcul 12	2,483	1,856	0,606	0,322	0,391
Calcul 13	2,248	1,883	0,607	0,327	0,395
Calcul 14	2,208	1,898	0,607	0,330	0,397
Calcul 15	2,181	1,903	0,606	0,333	0,398
Calcul 16	2,150	1,891	0,595	0,331	0,401
Calcul 17	2,142	1,881	0,598	0,333	0,401
Calcul 18	2,144	1,878	0,596	0,334	0,403
Calcul 19	2,158	1,870	0,596	0,334	0,405
Calcul 20	2,039	1,836	0,596	0,332	0,402
Calcul 21	2,429	1,847	0,685	0,361	0,362
<b>Moyenne</b>	<b>2,233</b>	<b>1,879</b>	<b>0,607</b>	<b>0,327</b>	<b>0,396</b>
Min	1,710	1,727	0,584	0,317	0,362
Max	2,483	1,984	0,685	0,361	0,421
Ecart	0,773	0,258	0,101	0,044	0,059
Ecart % /Moy	34,6	13,7	16,7	13,5	14,9

Tableau 4-6 : Valeurs de rigidité articulaire (chargement de 1860N)

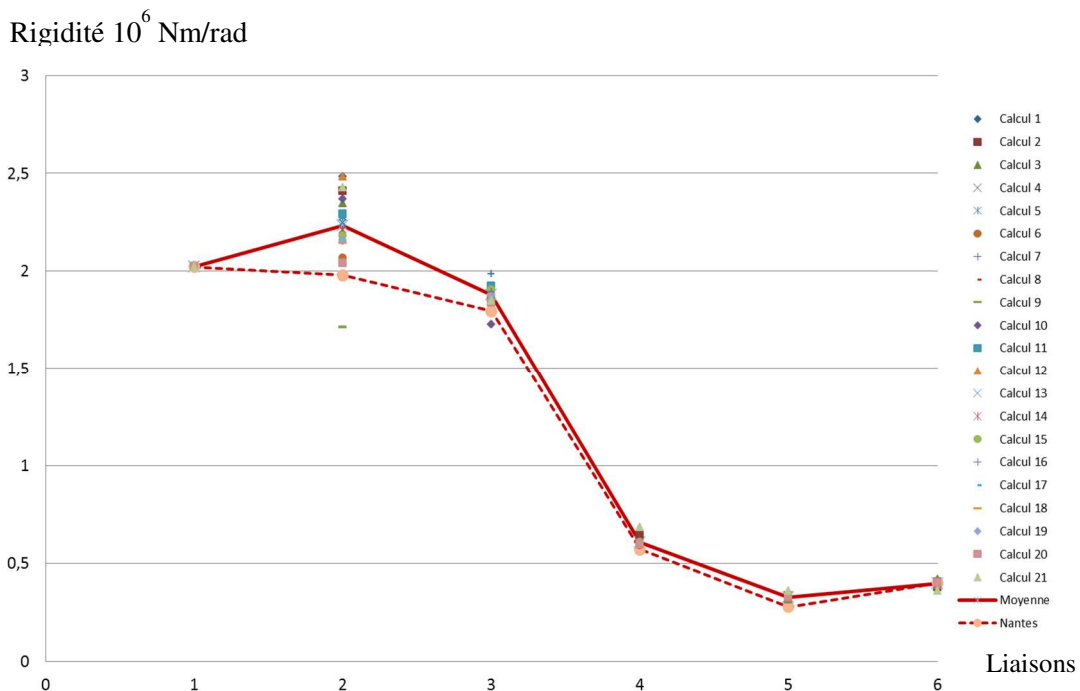


Figure 4-10 : Représentation des rigidités articulaires (chargement de 1860 N)

	$k_{01}$	$k_{02}$	$k_{03}$	$k_{04}$	$k_{05}$	$k_{06}$
<b>Moyenne</b>	<b>2,020</b>	<b>1,979</b>	<b>1,794</b>	<b>0,573</b>	<b>0,278</b>	<b>0,4</b>
Ecart	0,033	0,317	0,076	0,065	0,017	0,036
Ecart % /Moy	1,65	16,1	4,2	11,4	6,1	9,0

Tableau 4-7 : Rigidités articulaires IRCCyN (chargement de 1860N)

On note une bonne cohérence des valeurs de rigidité articulaire calculées par rapport aux valeurs fournies par l'IRCCyN avec toutefois un écart plus marqué sur l'évaluation de  $k_{\theta 2}$ . Ceci est en partie lié au fait que l'on enregistre la plus grande dispersion pour les valeurs articulaires calculées de  $k_{\theta 2}$  et  $k_{\theta 3}$  et ceci quel que soit la valeur du chargement. Par rapport aux premières valeurs estimées des rigidités articulaires (Tableau 4-1), On constate également une nette différence sur les valeurs articulaires  $k_{\theta 4}$ ,  $k_{\theta 5}$  et  $k_{\theta 6}$  (Tableau 4-4) pour le chargement de 1360N. Ceci est lié bien sûr à une meilleure évaluation sur les 21 poses mieux réparties dans l'espace de travail que pour les 11 poses initiales définies dans une zone restreinte.

## 4.2 Mise en œuvre de la cellule robotique d'usinage

Comme mentionné précédemment, La cellule robotique multi-redondante est destinée à des opérations d'usinage et de parachèvement de pièces rigides ou déformables (Figure 4-11). Elle se compose d'un robot IRB6660, d'un robot PKM Tricept T606 d'une table rotative deux axes, elle-même portée par un track linéaire.

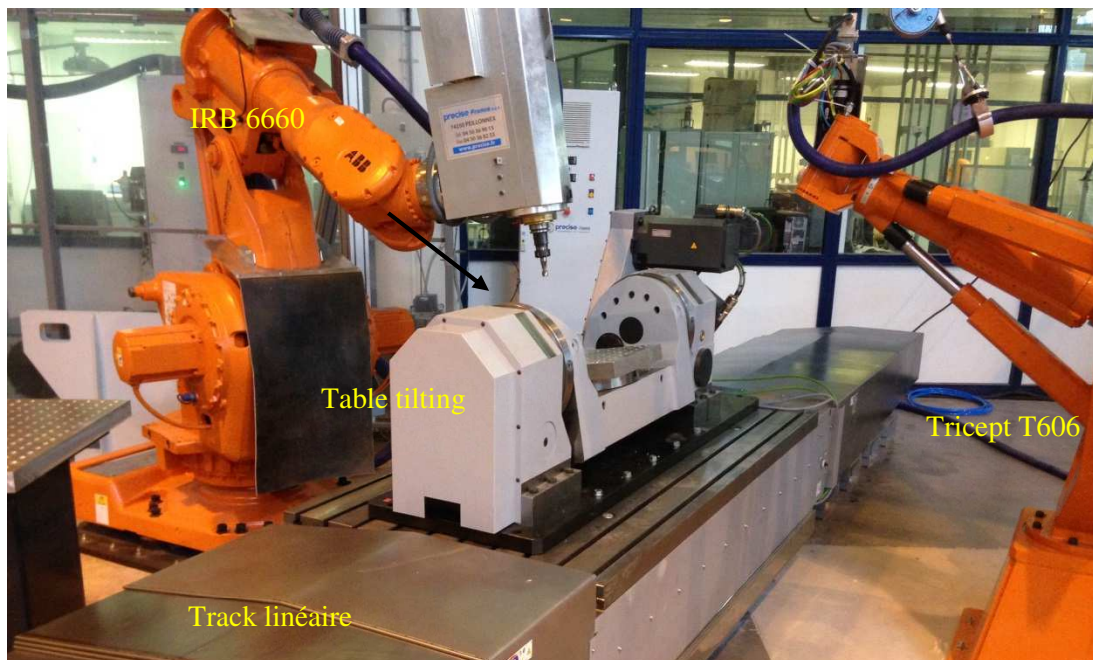


Figure 4-11: Cellule robotique multi-redondante

### **Robot hybride ABB IRB 6660 205/1.9**

Le robot IRB6660 205/1.9 offre une charge embarquée de 205kg (Annexe 4-1). Son architecture à structure mécanique à parallélogramme offre une rigidité supérieure à un robot anthropomorphe équivalent [ABB 2008]. La motorisation associée à la liaison 3 est positionnée au niveau de la liaison 2 ce qui permet de limiter la charge en mouvement. Celui-ci est équipé de la commande en effort associée au capteur ATI (ATI160 SI2500-400).

### **Broche d'usinage**

La broche d'usinage est une électro-broche FISCHER (MFW 1412/36) d'une puissance de 15.2kW et d'une plage de vitesse de rotation allant jusqu'à 36000trs/min (Figure 4-12).

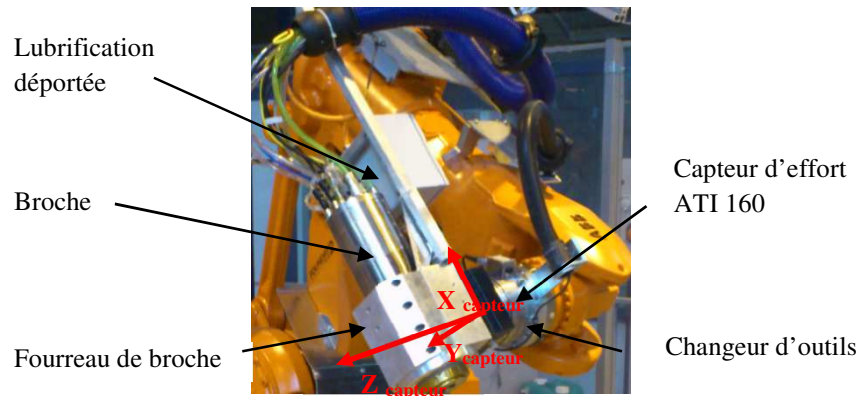


Figure 4-12: Broche d'usinage et capteur d'effort

### **Robot PKM Tricept T606**

Le robot PKM Tricept T606 offre une charge embarquée de 40 kg et possède une bonne dynamique avec une vitesse de maxi de déplacement de 60m/min et une accélération de 1G. Il est piloté par une baie de commande ABB IRC5 identique à l'IRB6660. La broche d'usinage est une électro-broche FISCHER (SD 5084M) d'une puissance de 7kW et d'une plage de vitesse de rotation allant jusqu'à 25000trs/min.

### **Table rotative deux axes (Tilting)**

La table rotative à axes Peiseler ZAS d'un diamètre de table de 280mm (Figure 4-13) est composée d'un berceau basculant et d'un plateau rotatif. Les couples d'entraînement associés aux deux axes rotatifs référencés  $q_{10}$  et  $q_{11}$  par la suite, sont respectivement de 1200Nm et 700Nm et supérieurs au couple d'entraînement des liaisons  $q_5$  et  $q_6$  de l'IRB6660 (1177Nm et 620Nm). Les vitesses articulaires  $q_{10}$  et  $q_{11}$  sont respectivement de 120°/s et 200°/s proche des performances cinématiques des liaisons  $q_5$  et  $q_6$  les plus rapides du l'IRB6660 (140°/s et 190°/s). Les rigidités des éléments mécaniques de cette table sont bien supérieures à celle du robot que nous considérons comme infiniment.

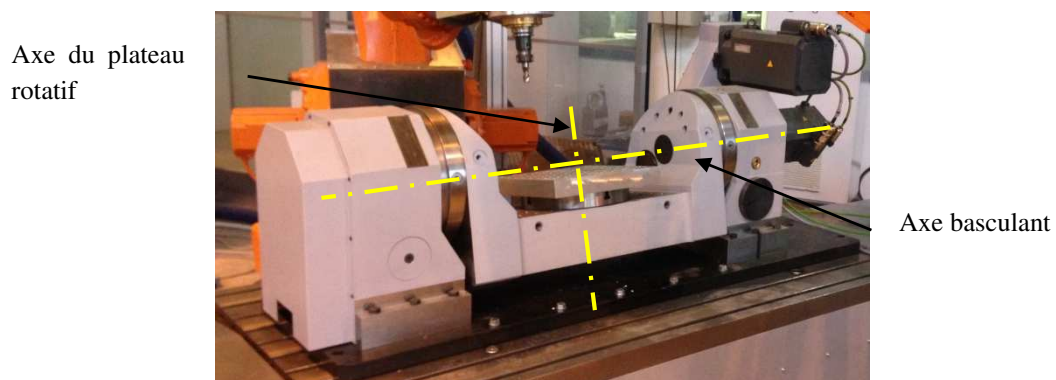


Figure 4-13 : Table tilting intégrée à la cellule robotique

### **Track linéaire**

Le track linéaire LUCAS possède une course utile de 2700mm et permet d'embarqué une charge utile de 1500kg, la table rotative pesant 1200kg. Celle-ci peut être déposée permettant ainsi le montage de grande pièce. La vitesse linéaire maxi est de 0.25m/s. Le track linéaire a été intégré à la cellule fin 2015 et n'a donc pas été utilisé durant nos travaux.

### 4.3 Etude du comportement en rigidité sous sollicitations d'usinage

Les premiers essais sont réalisés sur une table (Figure 4-14). L'enregistrement des efforts est réalisé à l'aide d'une table dynamométrique Kistler 9257B. L'outil est une fraise SECO Ø50mm, 4 dents (Figure 4-14a). Les pièces d'essais sont en alliage d'aluminium 2017 de 145mm de coté préalablement cubées. Les conditions de coupe retenues sont  $N=7000\text{trs/min}$  et une avance par dent  $f_z=0.1\text{mm}$  ( $V_f=2.8\text{m/min}$ ).

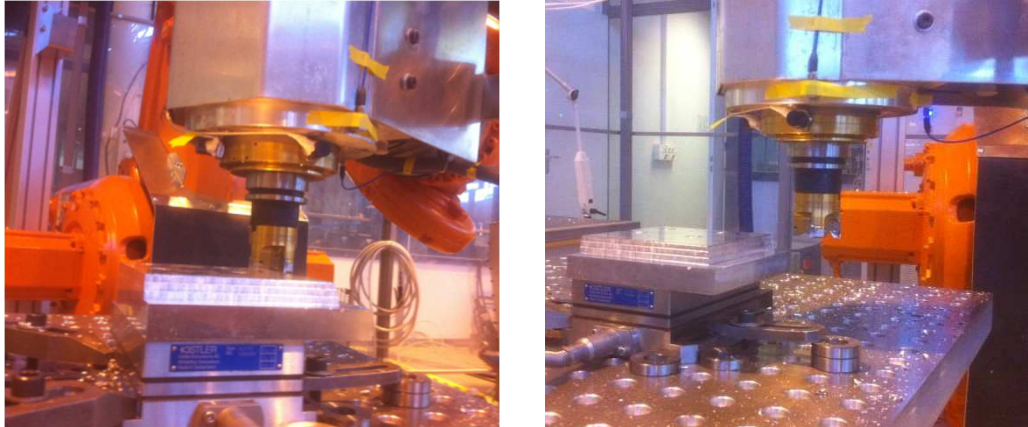


Figure 4-14 : Dispositif expérimental

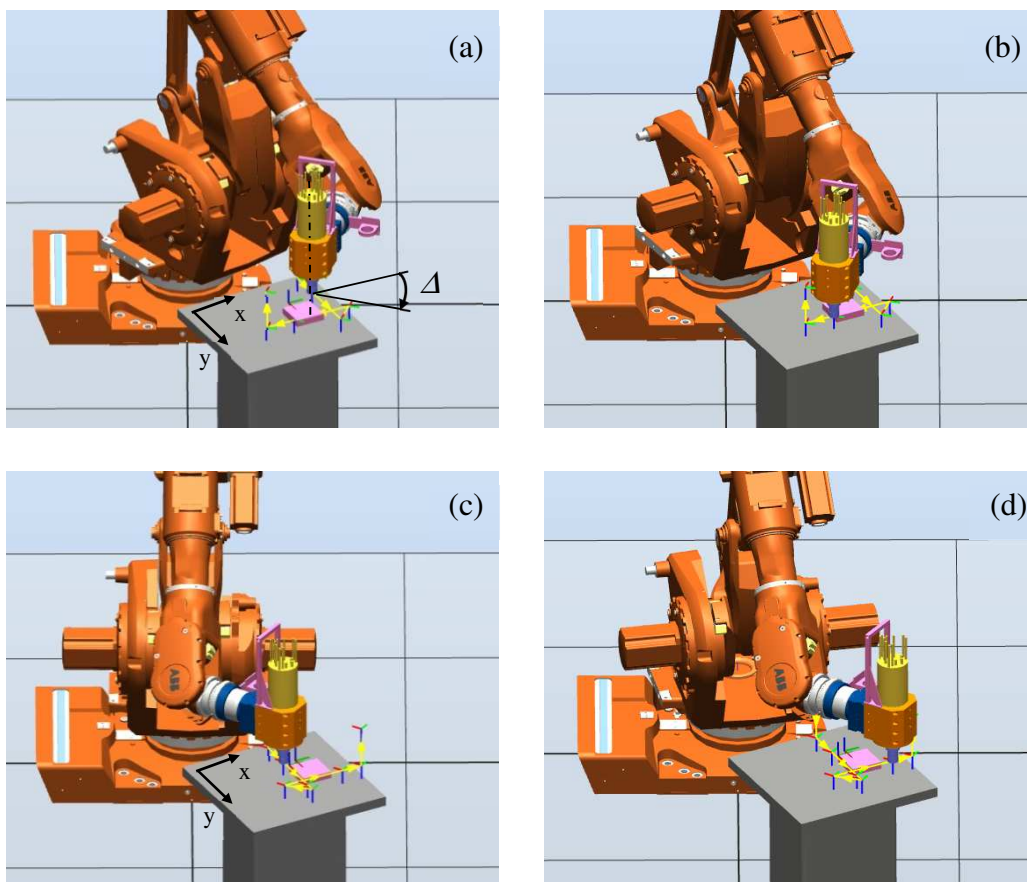


Figure 4-15 : Trajectoire1 usinage en avalant (a, b), trajectoire2 usinage en opposition (c, d)

Les essais sont réalisés pour deux configurations du robot avec une orientation d'angle  $\Delta=45^\circ$  constant par rapport à la direction Oy du repère table (Figure 4-15). Chaque trajectoire est parcourue en avalant (Figure 4-15a) et en opposition (Figure 4-15c). L'engagement outil correspond à une largeur de passe  $a_e=16.5\text{mm}$  et une profondeur  $a_p=5\text{mm}$ . La pièce est préalablement ébauchée pour assurer une section de coupe constante pour chaque passe. Un embrèvement latéral ( $a_e=2\text{mm}$ ,  $a_p=1\text{mm}$ ) est ensuite réalisé pour obtenir une surface de référence (Figure 4-17).

### 4.3.1 Efforts de coupe

Les enregistrements réalisés par la table dynamométrique permettent d'évaluer une valeur moyenne des efforts de coupe suivant les trois directions, calculée sur la zone restreinte hors entrée et sortie matière. Nous négligeons la composante  $F_z$  enregistrée par rapport à  $F_x$  et  $F_y$  (Figure 4-16).

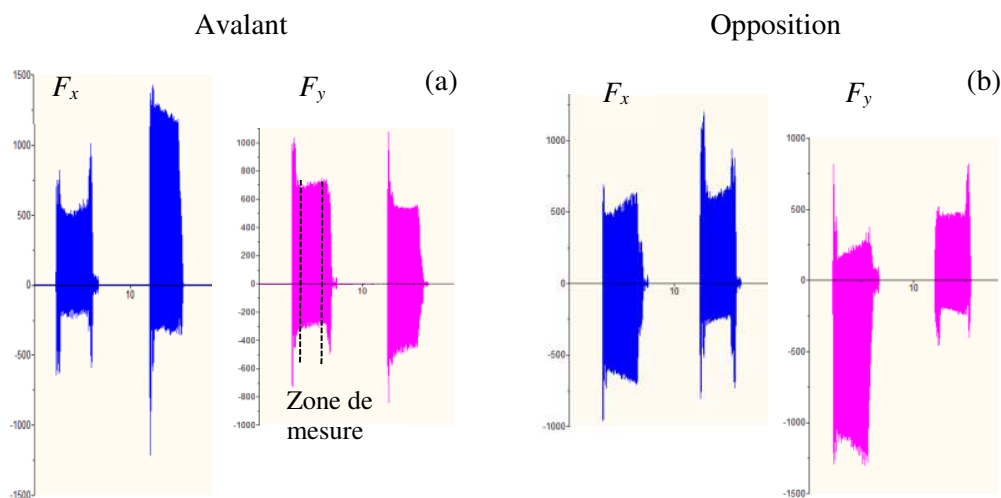


Figure 4-16 : Enregistrement des efforts de coupe sur table dynamométrique

La composante  $F_t$  (Tableau 4-8) correspond à la moyenne des  $F_t$  maxi calculées à partir des valeurs de  $F_x$  et  $F_y$  (Figure 4-16). L'angle d'orientation de la composante  $F_t$  par rapport à la direction de la vitesse d'avance  $V_f$  nous donne respectivement  $\theta \cong 62^\circ$  en avalant et  $\theta \cong 150^\circ$  en opposition.

	Trajectoire 1				Trajectoire 2			
	Av.		Op.		Av.		Op.	
	Tr1	Tr2	Tr2	Tr1	Tr1	Tr2	Tr2	Tr1
$F_x$	-354	177	352	179	194	348	-172	350
$F_y$	-183	-323	182	-323	-398	152	421	129
$F_t$	398	369	396	369	443	379	455	373

Tableau 4-8 : Moyenne des efforts enregistrés

Les essais réalisés nous donnent 4 directions d'effort de coupe pour chaque trajectoire (Figure 4-17), sollicitant plus particulièrement, suivant la direction d'avance  $V_f$ , les articulations  $q_1$ ,  $q_2$  et  $q_3$ . Les trajectoires sont déjà positionnées dans un espace donnant une bonne évolution du critère de rigidité  $\Phi_r$  (Figure 4-18).

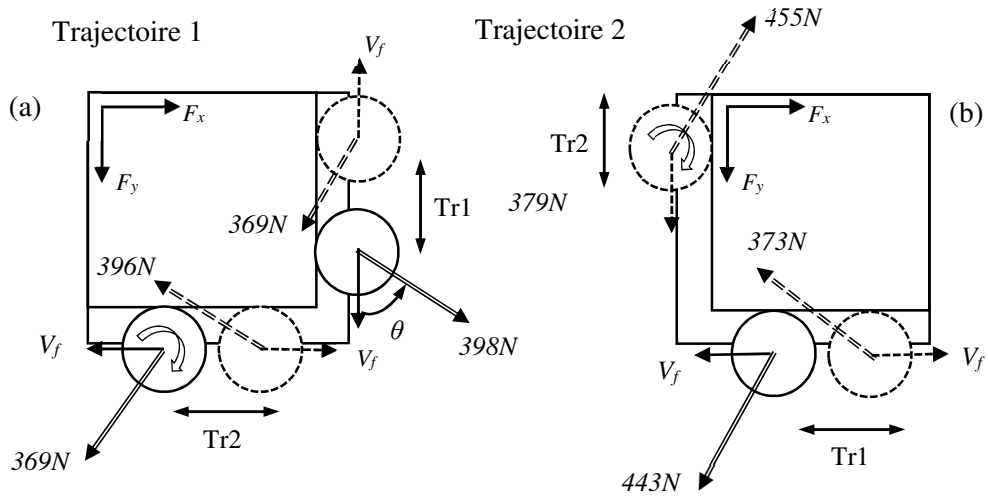


Figure 4-17 : Efforts exercés sur l'outil pour chaque trajectoire

### 4.3.2 Etude du critère de rigidité

Nous nous intéressons à l'évolution du critère de rigidité pour les trajectoires parcourues sans puis avec prise en compte de l'orientation d'angle  $\Delta=45^\circ$  pour les deux modes d'usinage.

#### Trajectoire 1

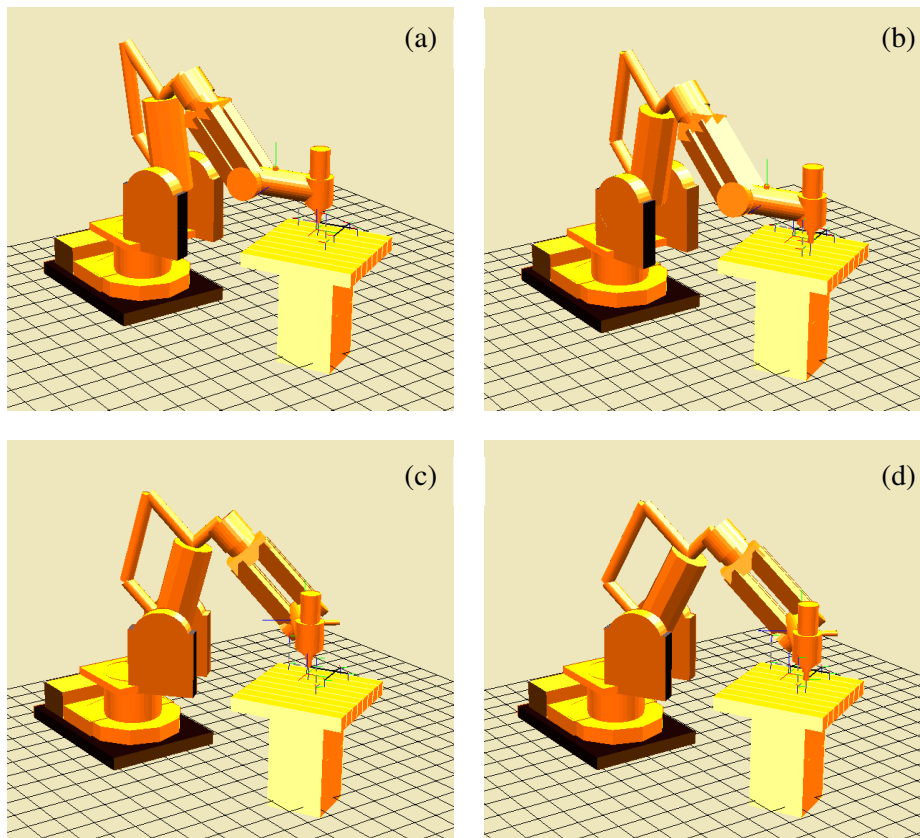


Figure 4-18 : Trajectoire 1 sans réorientation (a, b) et avec orientation  $\Delta=45^\circ$  (c, d)

Nous présentons l'évolution du critère de rigidité  $\Phi_r$  pour les 6 poses constituant les deux segments de la trajectoire1, parcourus en avalant et en opposition à la vitesse d'avance  $V_f$  représenté en trait plein (Figure 4-19), l'ensemble des autres poses étant associées à des déplacements hors matière.

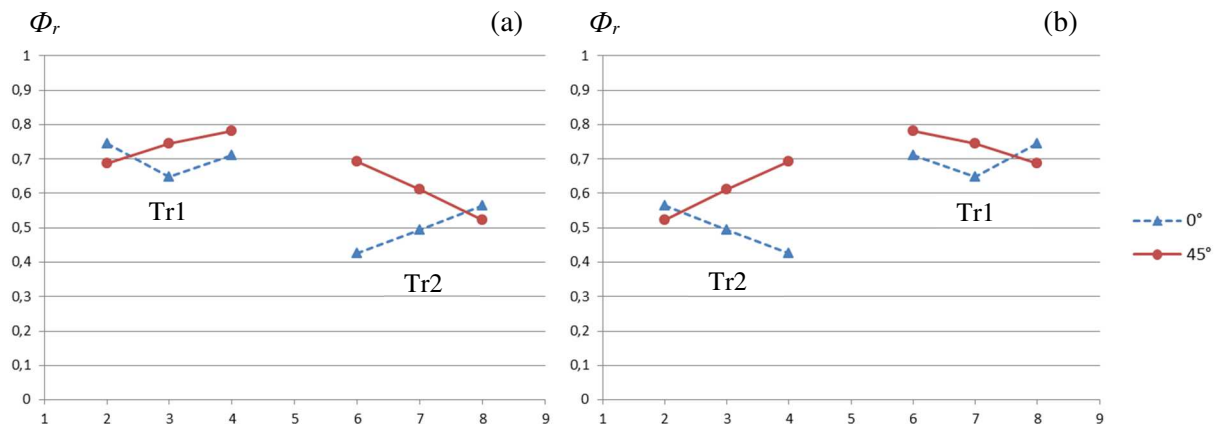


Figure 4-19 : Evolution de  $\Phi_r$ , parcours en avalant (a), en opposition (b)

Les valeurs du critère de rigidité  $\Phi_r$  sont identiques car les poses sont les mêmes pour les trajets Tr1 et Tr2 parcourues en avalant et en opposition. On observe que la valeur du critère de rigidité  $\Phi_r$  pour l'orientation d'angle  $\Delta=45^\circ$  est très proche ou supérieure à la valeur du critère sans réorientation (Figure 4-19). On obtient donc une amélioration globale du critère de rigidité  $\Phi_r$  pour les deux trajectoires parcourues en avalant et en opposition.

Nous présentons maintenant l'évolution de la flèche calculée avec et sans réorientation d'angle  $\Delta=45^\circ$ . Les flèches sont calculées à partir de notre modèle EF corps flexible/liaison flexible en configuration initiale et optimisée (Figure 4-20). Celles-ci sont calculées pour les deux directions d'effort de coupe  $F_c$  pour l'usinage en avalant (Figure 4-20a) et en opposition (Figure 4-20c). Le détail des calculs est donné en annexe 4-2.

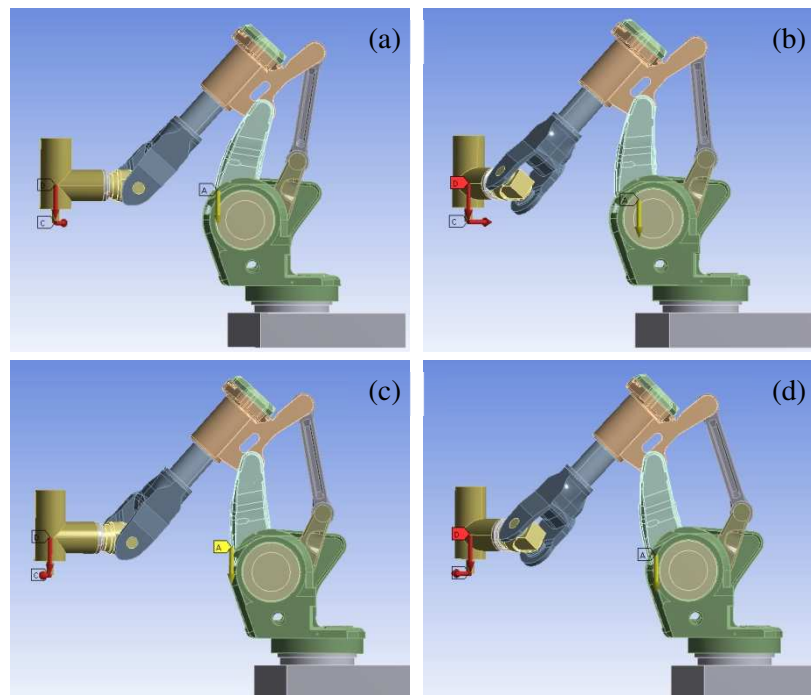


Figure 4-20 : Calcul des flèches de la pose P2 initiale (a, c) et avec orientation  $\Delta=45^\circ$  (b, d)

On observe que quel que soit le parcours, en avalant ou en opposition, les flèches calculées pour l'orientation d'angle  $\Delta=45^\circ$  sont toutes inférieures ou égales aux flèches calculées pour les poses de la trajectoire initiale (Figure 4-21). On remarque une diminution plus marquée sur les trajets Tr1 que sur les trajets Tr2. L'évolution des flèches calculées ne peut être reliée directement à l'évolution du critère de rigidité  $\Phi_r$ , on note cependant la diminution de celles-ci lorsque le critère  $\Phi_r$  augmente.

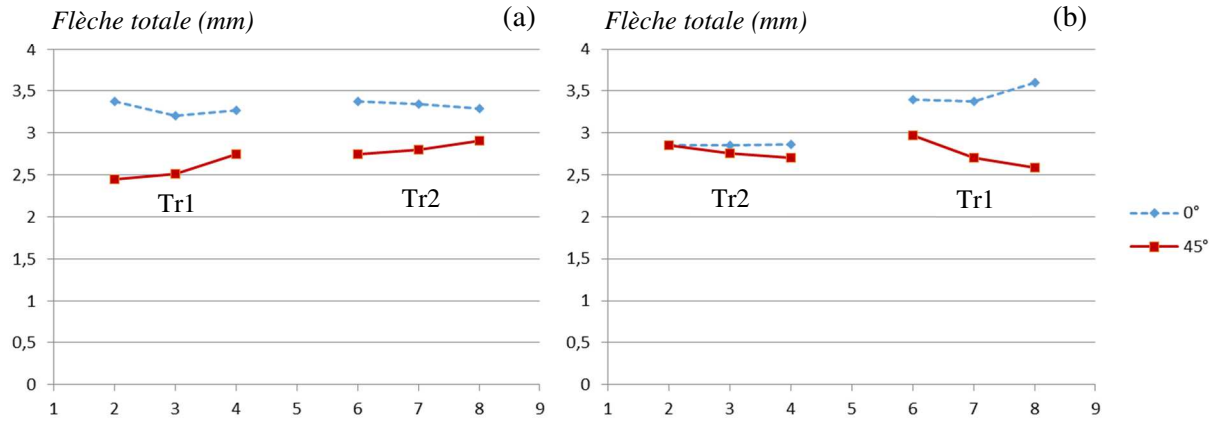


Figure 4-21 : Calcul de flèches, parcours en avalant (a), en opposition (b)

Comme précédemment, nous présentons l'évolution du critère de rigidité  $\Phi_r$  pour les 6 poses constituant les deux segments de la trajectoire d'usinage parcourus à la vitesse d'avance  $V_f$  représentée en trait plein (Figure 4-22).

### Trajectoire2

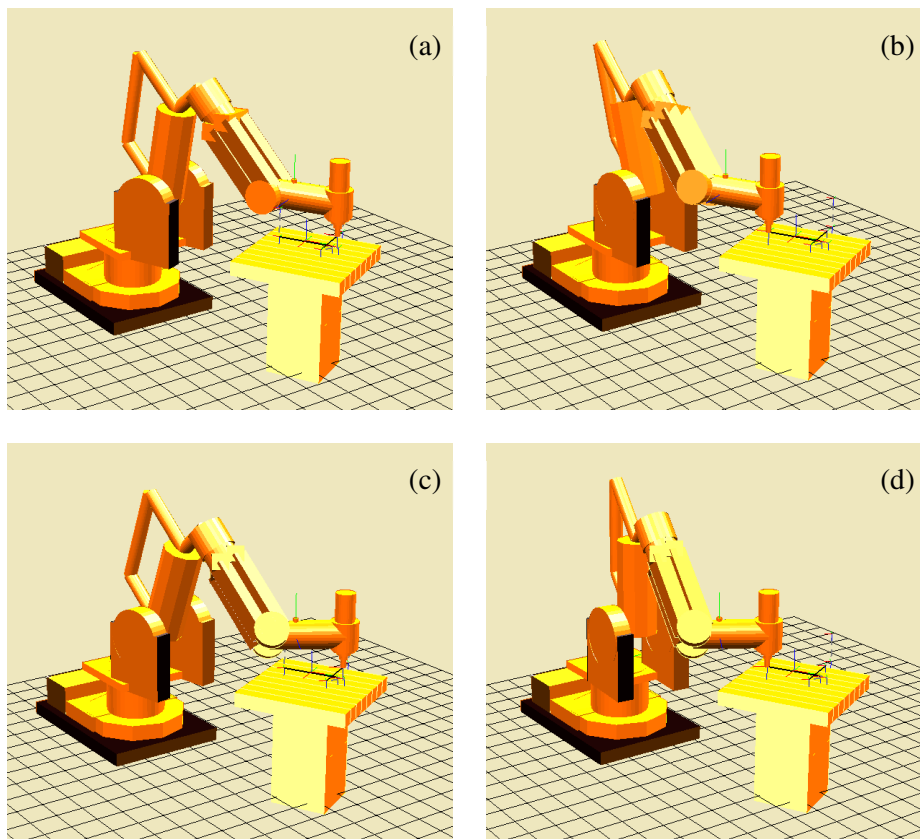


Figure 4-22 : Trajectoire2 sans réorientation (a, b) et avec orientation  $\Delta=-45^\circ$  (c, d)



On enregistre une amélioration du critère de rigidité  $\Phi_r$  pour les deux trajets Tr1 et Tr2 avec l'orientation d'angle  $\Delta=45^\circ$  (Figure 4-23). On obtient donc une amélioration globale du critère de rigidité  $\Phi_r$  pour les deux trajectoires parcourues en avalant et en opposition.

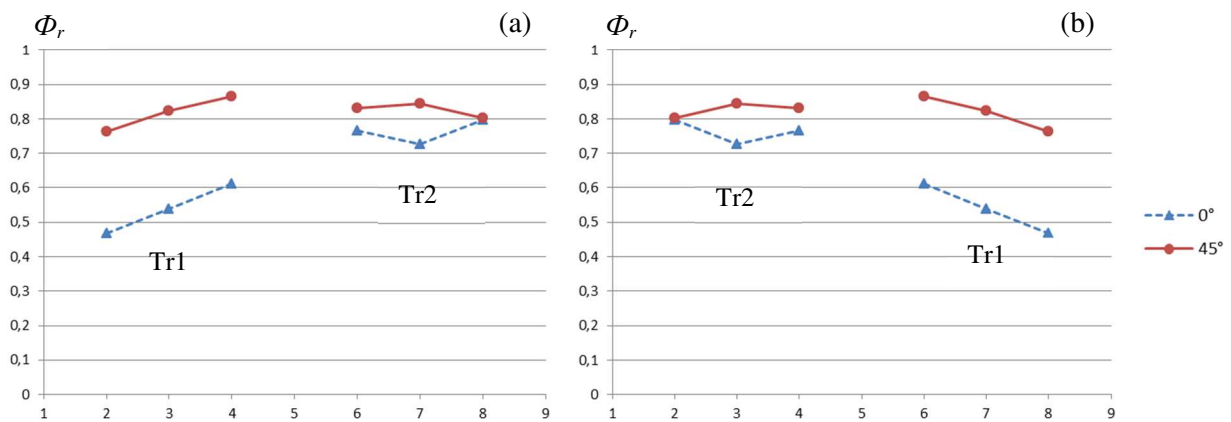


Figure 4-23 : Evolution de  $\Phi_r$ , parcours en avalant (a), en opposition (b)

Nous présentons maintenant l'évolution de la flèche calculée avec est sans orientation d'angle  $\Delta$  (Figure 4-24). Celles-ci sont calculées pour les deux directions d'effort de coupe  $F_c$  pour un usinage en avalant (Figure 4-24a) et en opposition (Figure 4-24c).

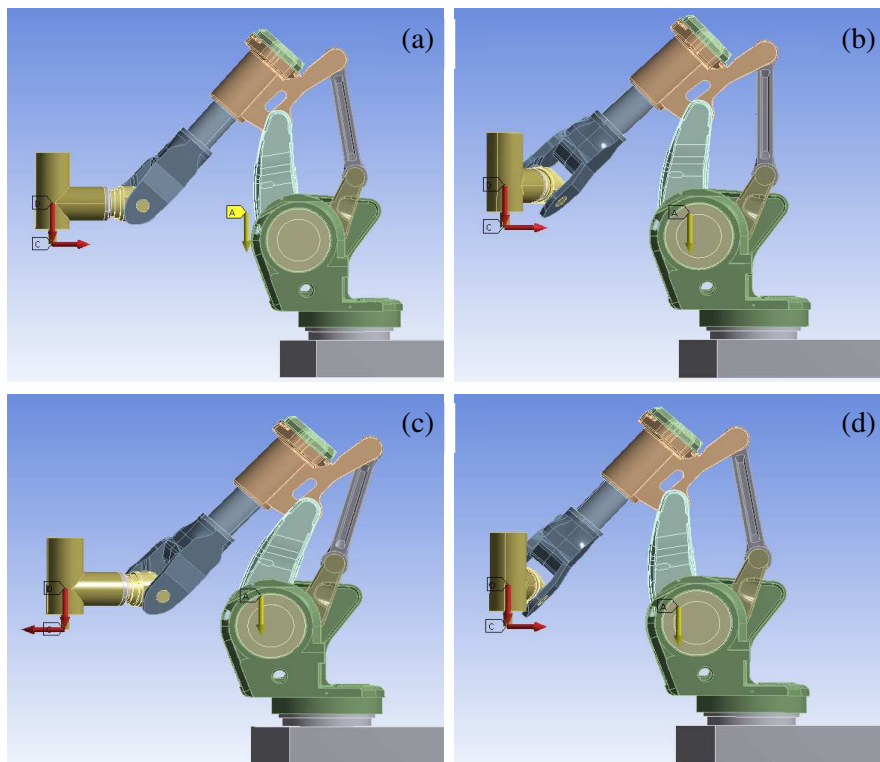


Figure 4-24 : Calcul des flèches de la pose P2 initiale (a) et avec orientation  $\Delta=45^\circ$  (b)

On constate que quel que soit le parcours, en avalant ou en opposition, les flèches calculées pour l'orientation d'angle  $\Delta=45^\circ$  sont là encore toutes inférieures ou égales aux flèches calculées pour les poses de la trajectoire initiale (Figure 4-21). On note de la même manière une diminution de celles-ci lorsque le critère  $\Phi_r$  augmente.

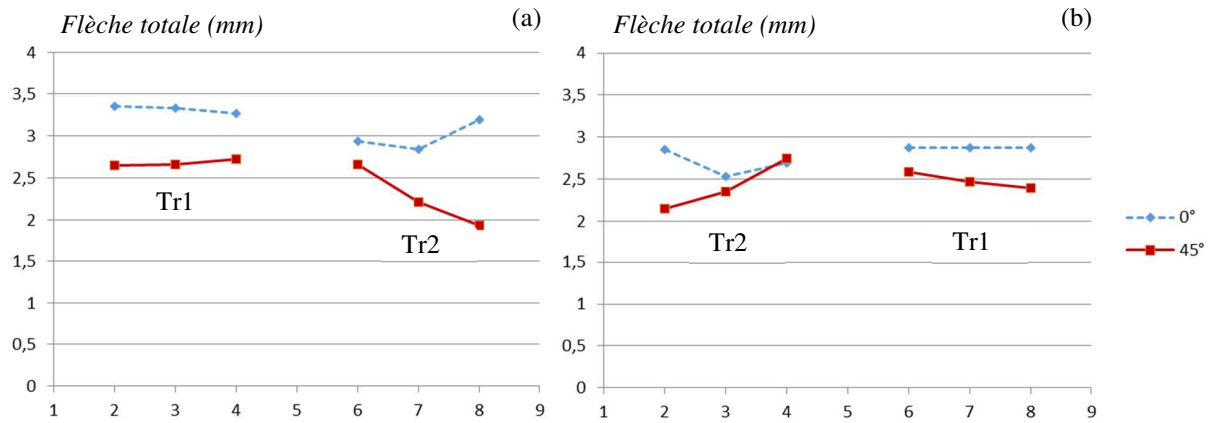


Figure 4-25 : Calcul de flèches, parcours en avalant (a), en opposition (b)

### 4.3.3 Analyse des résultats d'usinage

Nous ne nous intéressons pas pour l'instant à la qualité dimensionnelle obtenue mais uniquement au comportement de la structure du robot sous sollicitations. Les mesures sur la pièce sont réalisées à l'aide de la machine 3D multicapteurs Werth (Figure 4-26a) afin d'évaluer l'écart de position du profil usiné par rapport à l'embrèvement de référence.

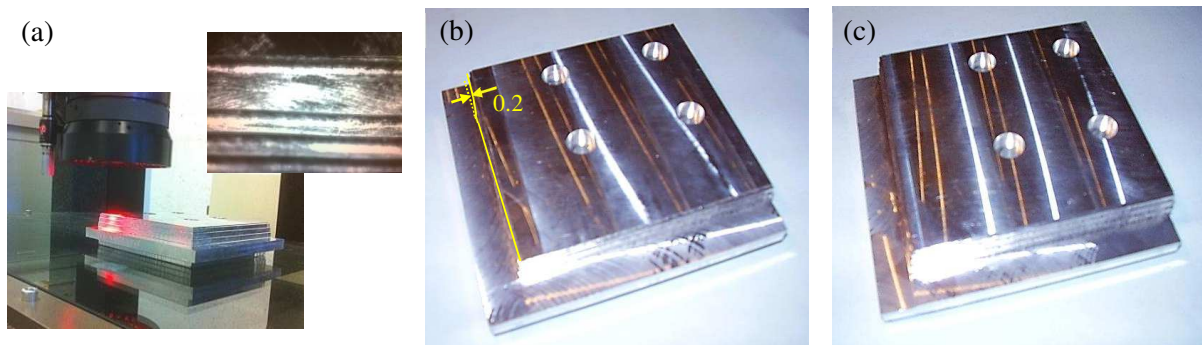


Figure 4-26 : Multicapteurs Werth (a), trajets parcourus en avalant (a), en opposition (b)

On constate un bon comportement du robot sans noter de problème particulière de défaut d'ondulation dans le plan  $xOy$  (Figure 4-26). On enregistre toutefois une ondulation légèrement plus marquée pour un usinage en avalant qu'en opposition. On enregistre sur le flanc de l'épaulement une ondulation autour du profil nominal d'une amplitude variant entre 0.02 et 0.03mm sur la longueur de l'usinage.

Dans le cas de l'usinage en avalant (Figure 4-26b), on observe cependant en phase de sortie de trajectoire, un overcut de l'ordre de 0.2mm quelle que soit la configuration et la direction d'avance  $V_f$ . On constate également une ondulation sur le flan et sur le fond moins marquée en usinant en opposition ce qui tend à confirmer les recommandations formulées par ABB. Ces premiers résultats confortent l'intérêt de la prise en compte du critère de rigidité  $\Phi_r$  pour la planification des trajectoires.

#### 4.4 Planification de trajectoire appliquée à une pièce test

Nous présentons à présent les résultats de l'optimisation des trajectoires appliquée à l'usinage d'une série de pièces tests. Celles-ci sont en alliage d'aluminium 2017 (300x300x80mm) montées sur la table Tilting.

Nous nous intéressons à deux trajectoires sollicitantes en terme d'effort de coupe représentant la réalisation d'un surfaçage et d'un contournage. Les trajectoires initiales ont été programmées sous CatiaV5 avec des stratégies UGV. Nous ne considérons dans le cadre de ces essais qu'à l'application de la redondance fonctionnelle d'angle  $\Delta$  pour la planification optimisée des trajectoires. Le track linéaire en cours de réalisation n'étant pas encore intégré dans la cellule, la table tilting est pour l'instant fixée sur un socle temporaire.

Nous présentons les deux trajectoires notée S1 pour l'opération de surfaçage (Figure 4-27a) et C1 pour l'opération de contournage (Figure 4-27c).

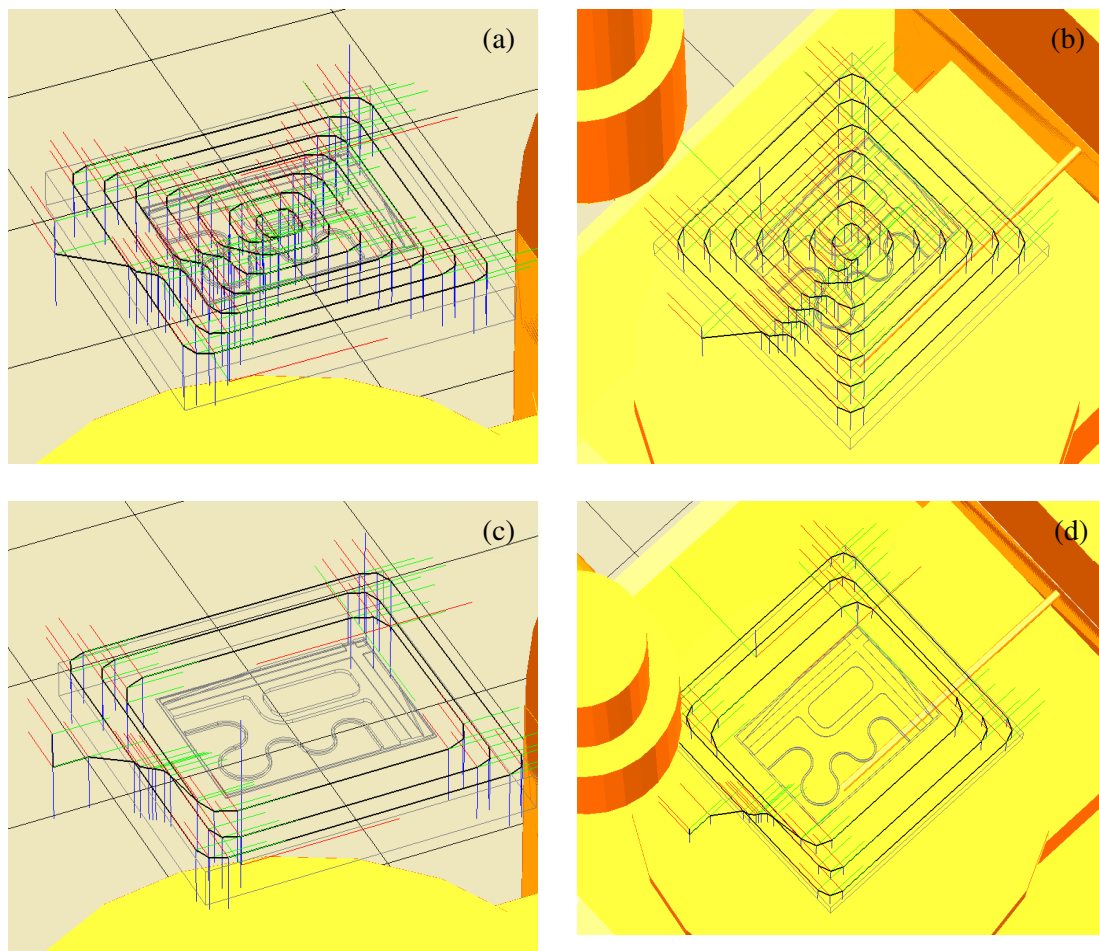


Figure 4-27 : Surfaçage (a, b), contournage (c, d)

L'outil utilisé est une fraise SECO  $\varnothing 50\text{mm}$ , 4 dents (Figure 4-28). Les conditions de coupe retenues sont  $N=8000\text{trs/min}$ , une vitesse d'avance  $V_f=4\text{m/min}$ , un engagement axial  $a_p=2\text{mm}$  et un engagement radial  $a_e=25\text{mm}$ .

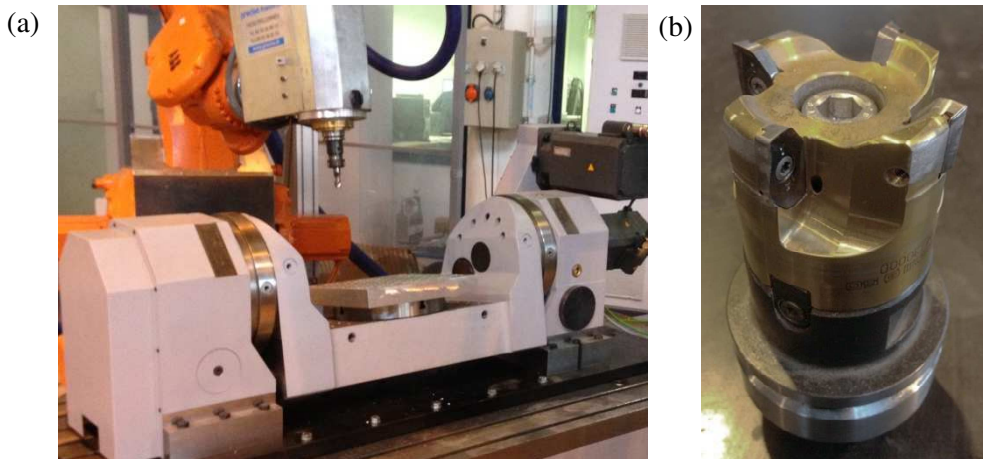


Figure 4-28 : Cellule actuelle avec table tilting intégrée sur le track (a), fraise SECO (b)

#### 4.4.1 Evaluation des efforts de coupe

Les essais de coupe ont été réalisés sur le centre d'usinage HURON KX15 dont la structure est beaucoup plus rigide (Figure 4-29). Les usinages sont réalisés sans lubrification. Les enregistrements réalisés par la table dynamométrique permettent de définir une valeur moyenne des efforts de coupe suivant les trois directions, calculée sur la zone restreinte hors entrée et sortie matière. La composante  $F_z$  enregistrée ( $\cong 60\text{N}$ ) reste faible devant  $F_x$  et  $F_y$  et n'est donc pas considérée.

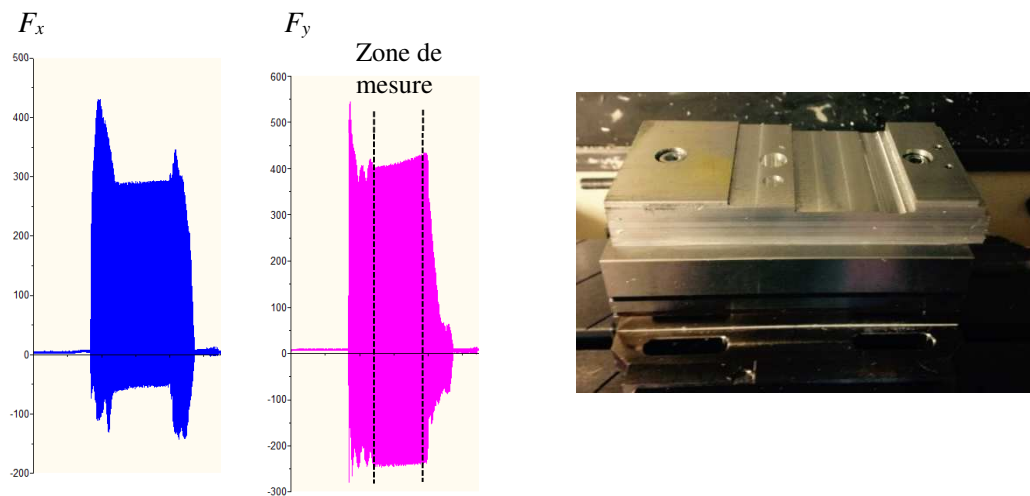


Figure 4-29 : Enregistrement des efforts de coupe sur table dynamométrique

La composante  $F_t \cong 445\text{N}$  correspond à la moyenne des  $F_t$  maxi calculées à partir des valeurs de  $F_x$  et  $F_y$ . L'angle d'orientation de la composante  $F_t$  par rapport à la direction de la vitesse d'avance  $V_f$  nous donne un angle  $\theta \cong 118^\circ$ .

#### 4.4.2 Planification de la trajectoire S1

Nous présentons le détail de la trajectoire S1 et des 8 poses retenues pour le calcul des flèches avant et après optimisation (Figure 4-30). La vitesse d'avance n'étant pas une contrainte prépondérante car celle-ci est respectée sur l'ensemble des trajectoires étudiées, nous appliquons une pondération de 0.3 sur le critère cinématique  $\Phi_v$  et de 0.6 sur le critère mécanique  $\Phi_m$  et de rigidité  $\Phi_r$ .

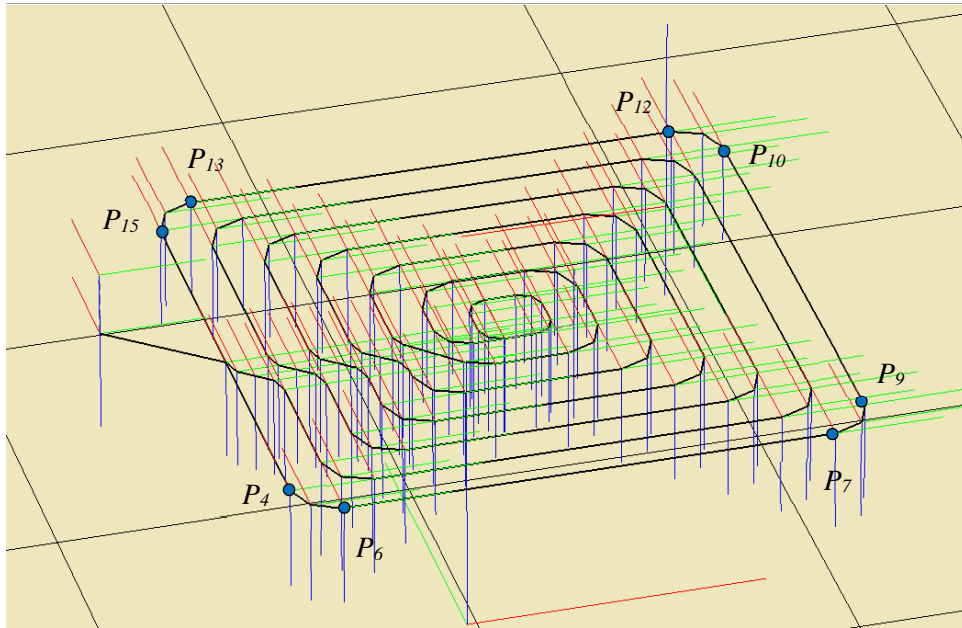


Figure 4-30 : Détail de la trajectoire S1

Nous présentons maintenant la trajectoire S1 non optimisée (Figure 4-31) et la trajectoire S1 optimisée (Figure 3-32) pour les 4 poses suivantes : P<sub>6</sub>, P<sub>9</sub>, P<sub>12</sub>, P<sub>15</sub>.

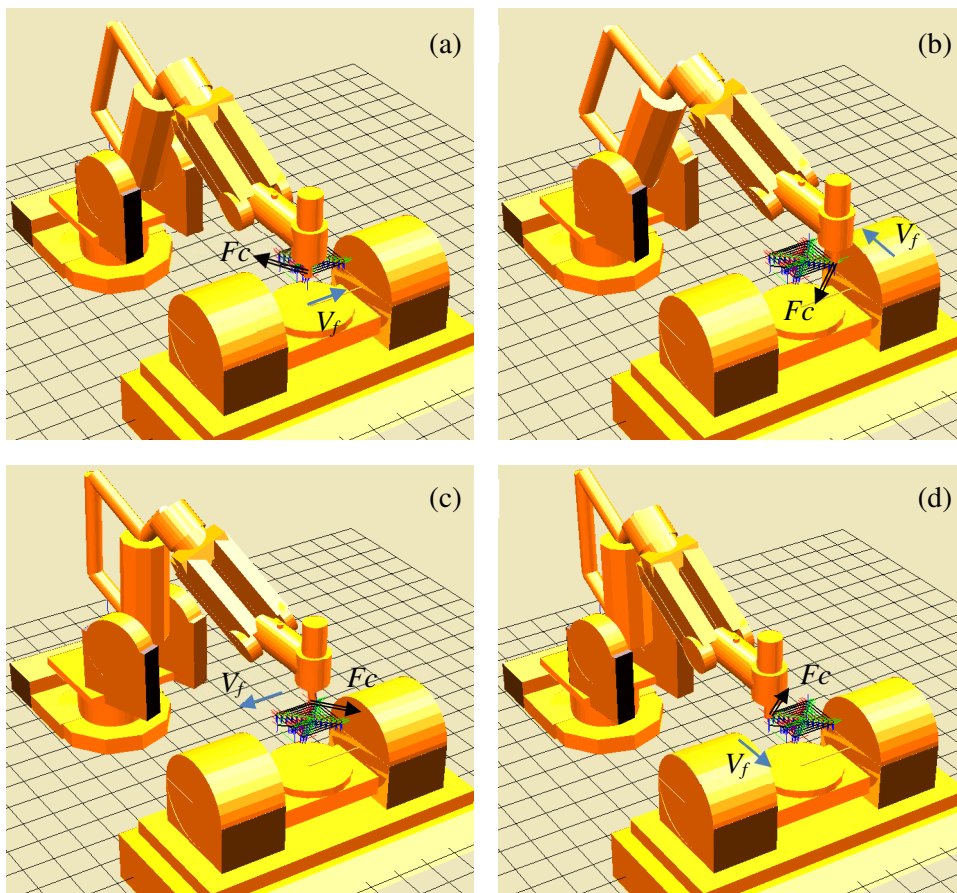


Figure 4-31 : Trajectoire S1 initiale

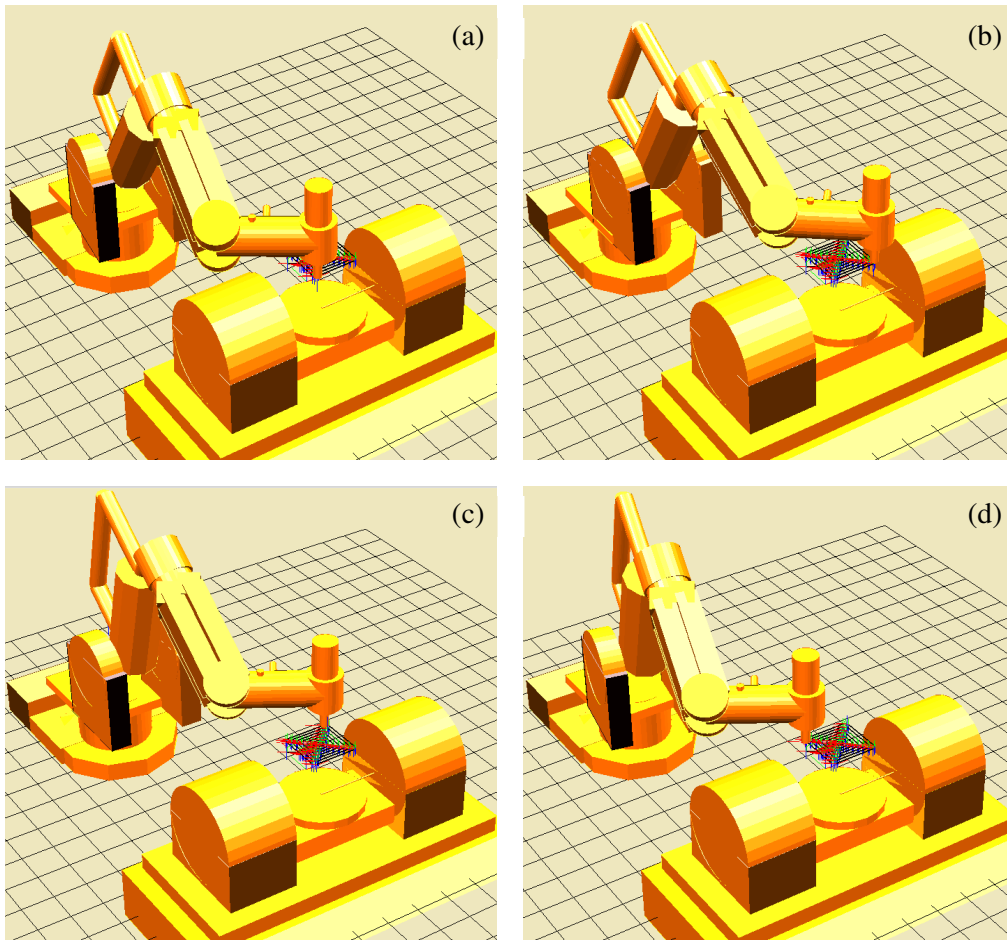


Figure 4-32 : Trajectoire SI optimisée

**Evolution des critères**

Concernant l'évolution du critère cinématique  $\Phi_v$ , on observe une forte amélioration de celui-ci sur l'ensemble des segments de déplacement linéaire (Figure 4-33). Pour le critère mécanique  $\Phi_m$ , on enregistre une amélioration assez nette de celui-ci sur l'ensemble de la trajectoire. Concernant le critère de rigidité  $\Phi_r$ , on constate également une amélioration de celui-ci sur l'ensemble de la trajectoire en notant que le niveau du critère est déjà élevé. (Figure 4-34).

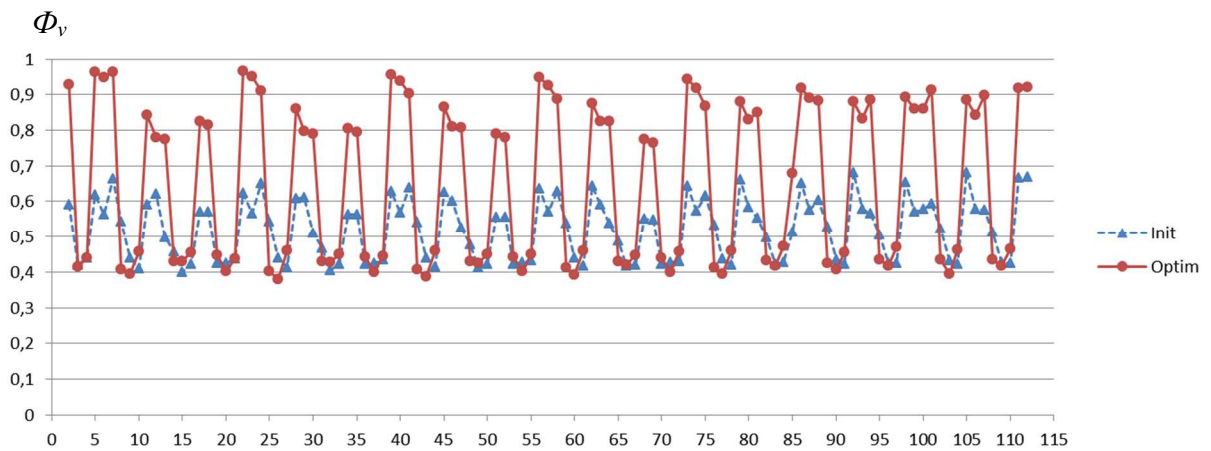


Figure 4-33 : Evolution du critère  $\Phi_v$

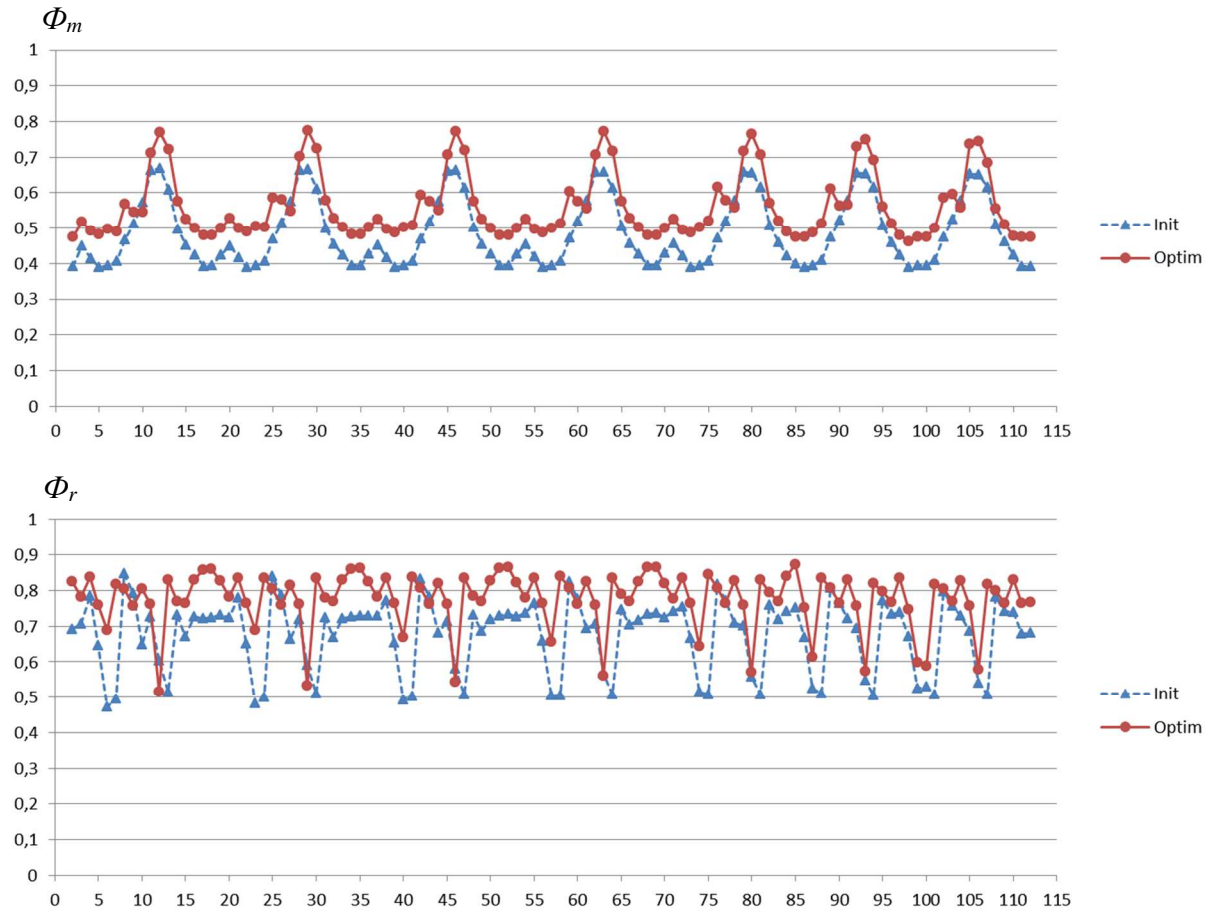


Figure 4-34 : Evolution du critère  $\Phi_m$  et  $\Phi_r$

### Evolution des flèches

Les déformations statiques sont calculées à partir de notre modèle EF corps flexible/liaison flexible en configuration initiale et optimisée (Figure 4-35).

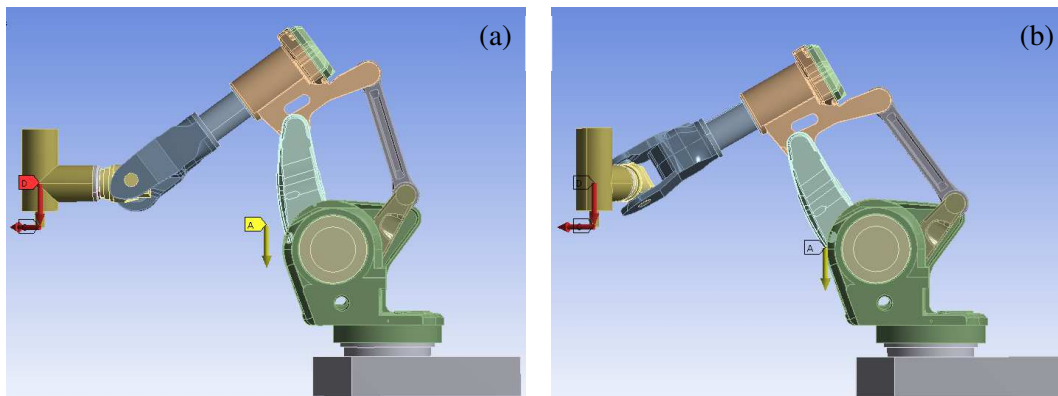


Figure 4-35 : Calcul des flèches de la pose P4 trajectoire initiale (a), optimisée (b)

Les flèches totales calculées (Figure 4-36) montrent une diminution de celles-ci sur la majorité de la trajectoire optimisée. Le détail des flèches est donné en Annexe 4-3. Les amplitudes des flèches calculées sont à comparer comme précédemment en relatif car celles-ci ne tiennent pas compte de la compensation de la charge embarquée gérée par la commande du robot.

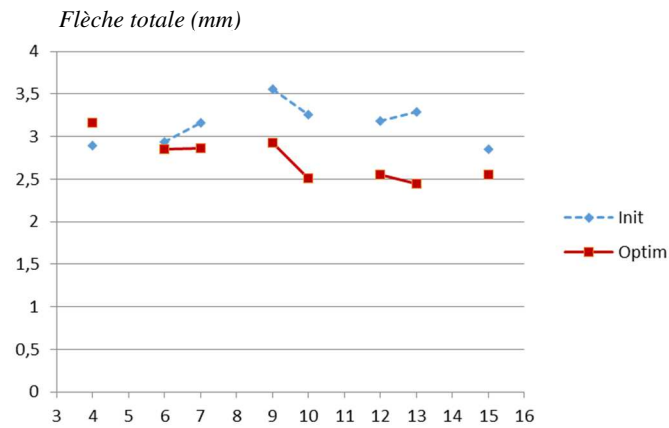


Figure 4-36 : Evolution de la flèche totale pour S1

### Comportement en usinage

L'usinage est réalisé sans lubrification mais avec soufflage d'air par le centre broche afin de faciliter l'évacuation des copeaux. Lors de ces essais, nous notons une bonne tenue mécanique de la structure du robot et une bonne qualité de coupe sans problème apparent de vibration (Figure 4-36). Nous notons toutefois dans certaine zone une ondulation de la surface avec des traces marquées de passage de l'outil.

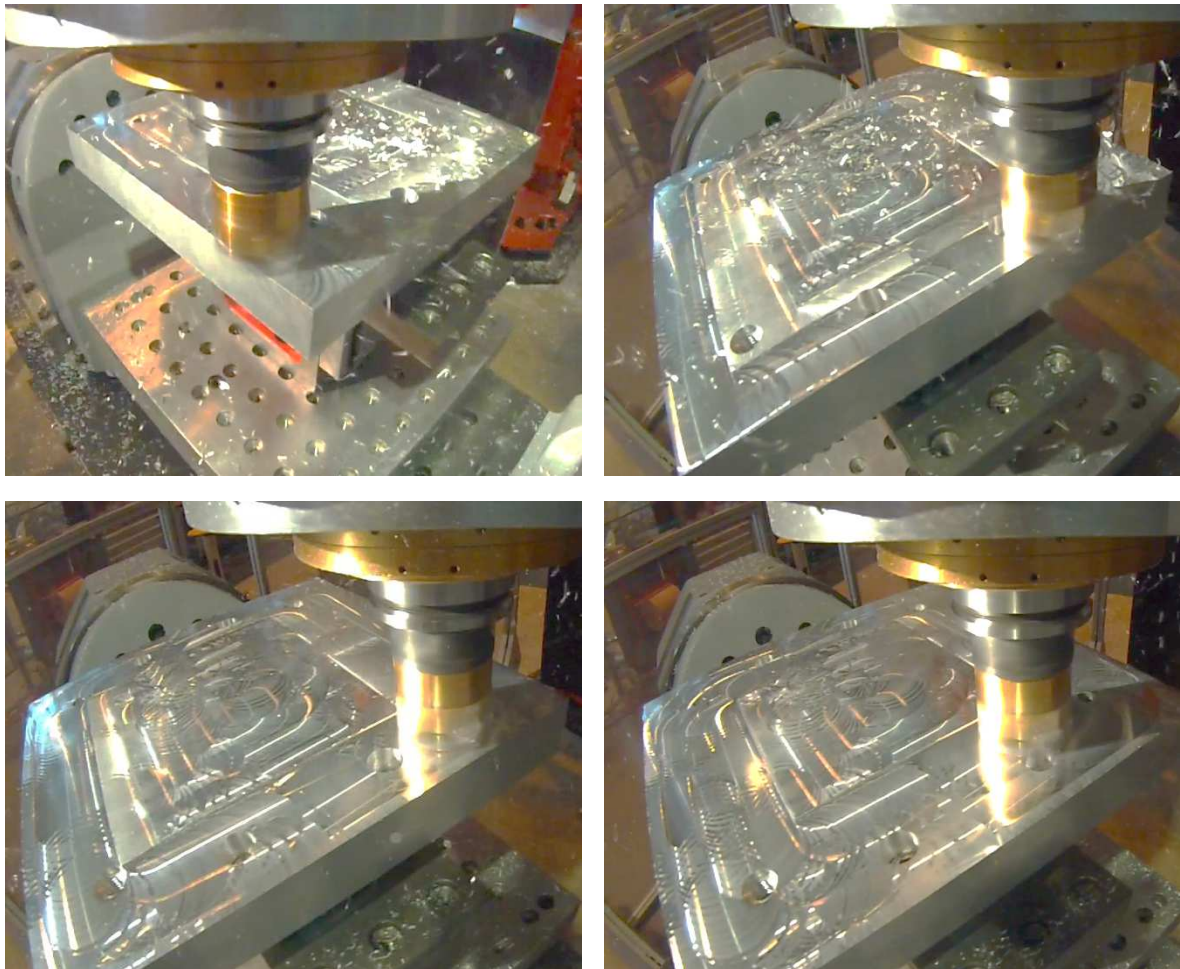


Figure 4-37 : Usinage de S1



### 4.4.3 Planification de la trajectoire C1

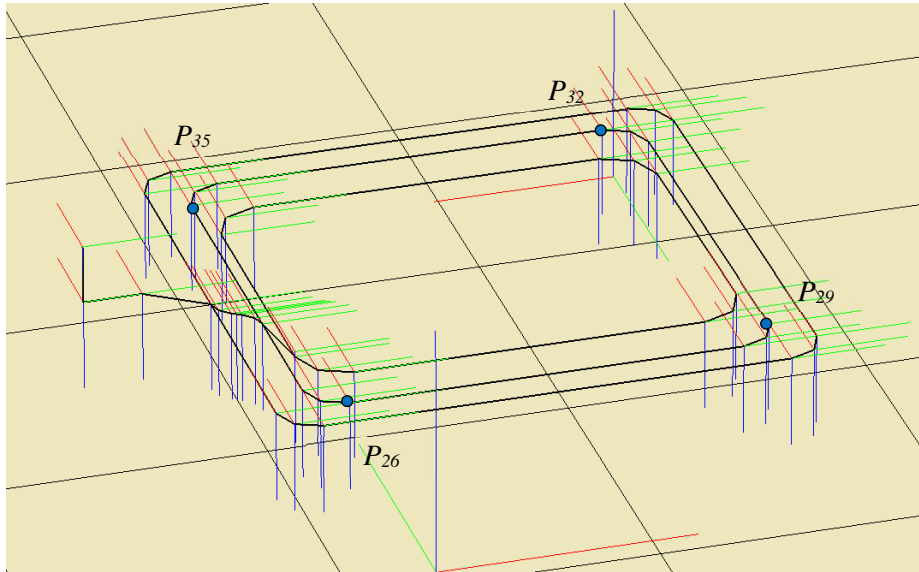


Figure 4-38 : Détail de la trajectoire C1

Nous présentons le détail de la trajectoire C1 (Figure 4-38), la trajectoire non optimisée (Figure 4-39) et la trajectoire optimisée (Figure 4-40) pour les 4 poses suivantes :  $P_{26}$ ,  $P_{29}$ ,  $P_{32}$ ,  $P_{35}$ .

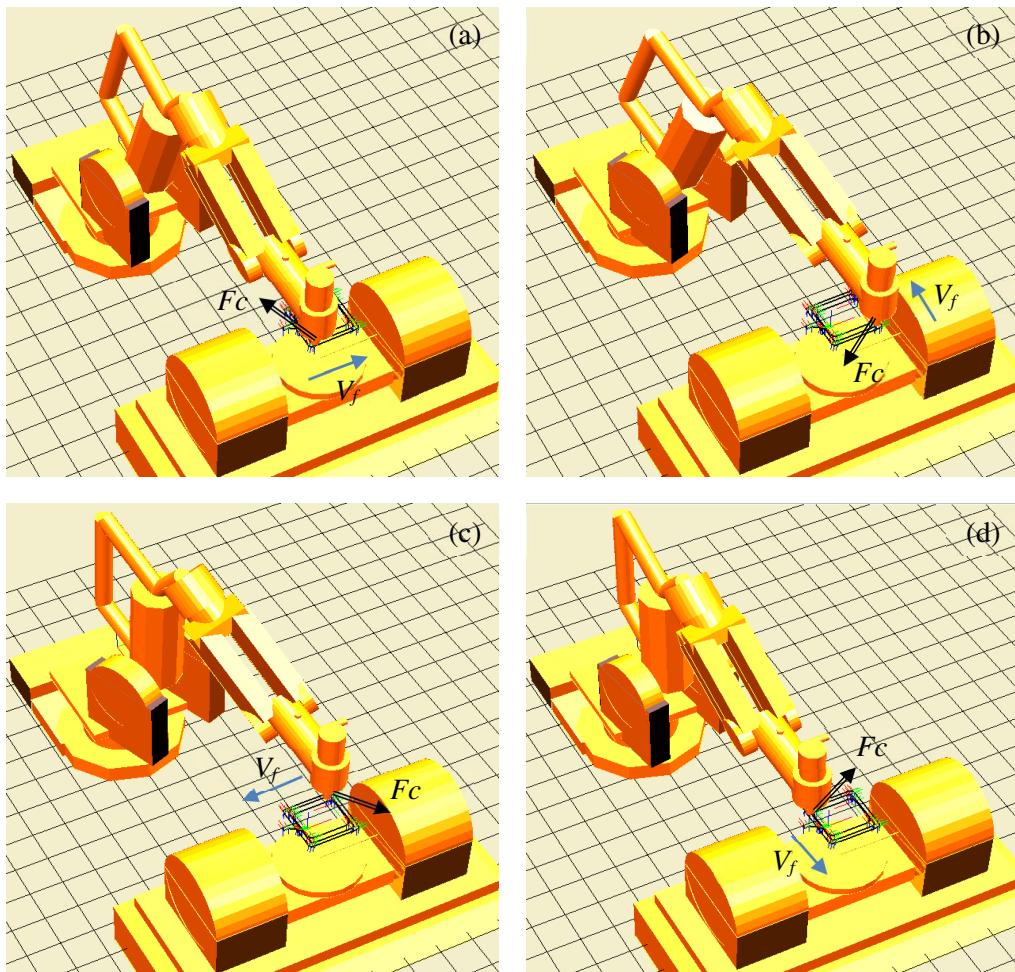


Figure 4-39 : Trajectoire C1 initiale

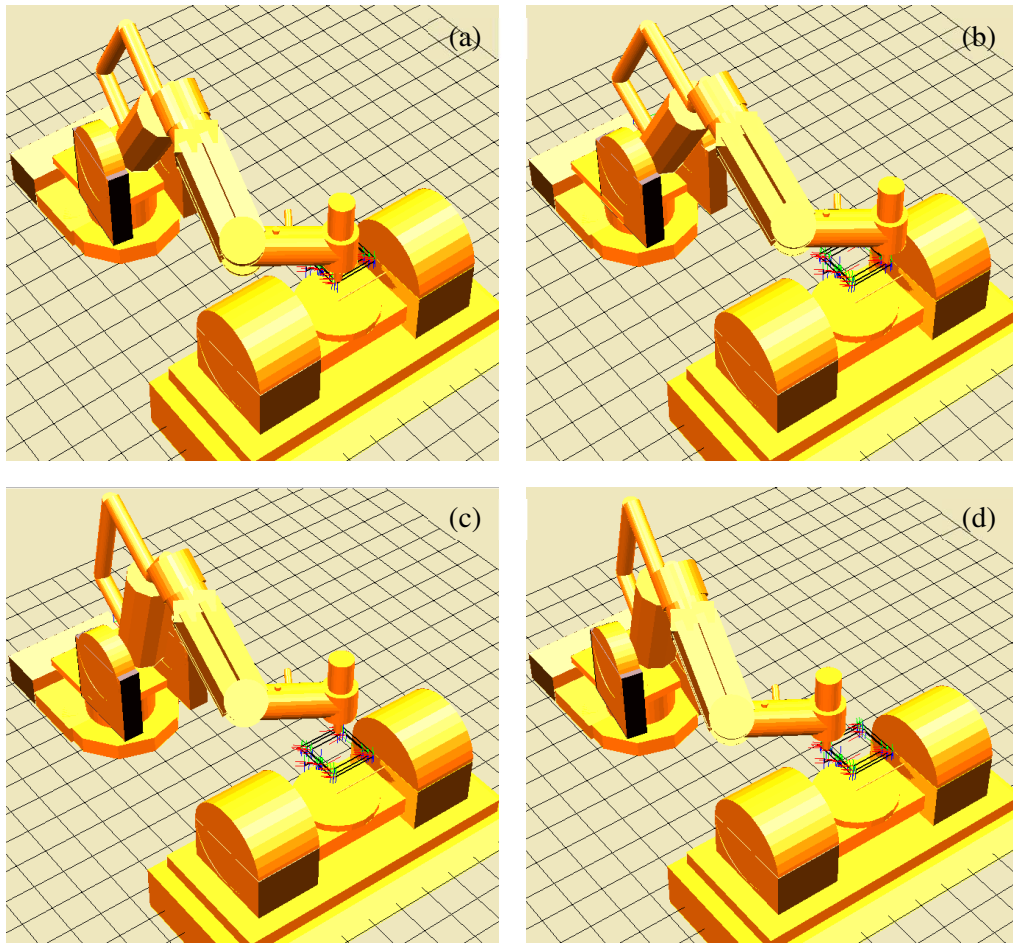


Figure 4-40 : Trajectoire C1 optimisée

Comme précédemment, la vitesse d'avance n'étant pas une contrainte prépondérante car celle-ci est respectée sur l'ensemble des trajectoires étudiées, nous appliquons une pondération de 0.3 sur le critère cinématique  $\Phi_v$  et de 0.6 sur le critère mécanique  $\Phi_m$  et de rigidité  $\Phi_r$ .

#### Evolution des critères

Concernant l'évolution du critère cinématique  $\Phi_v$ , on observe une forte amélioration de celui-ci sur l'ensemble des segments de déplacement linéaire (Figure 4-41).

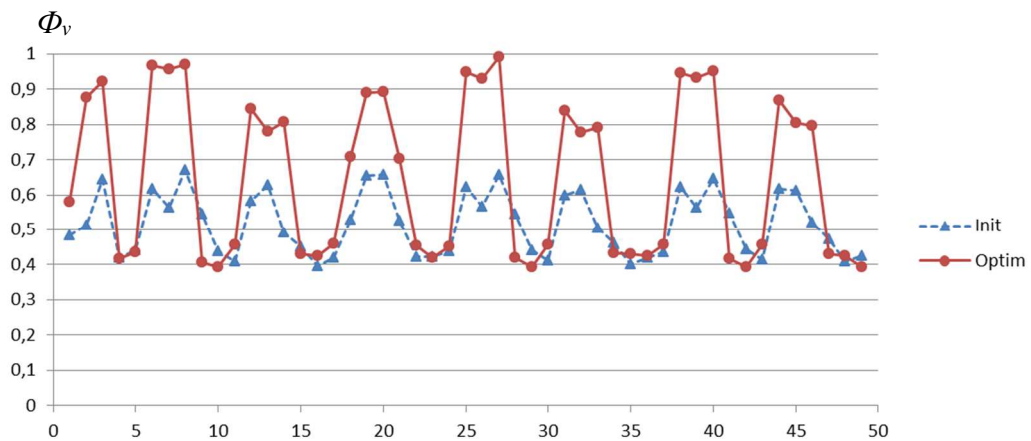


Figure 4-41 : Evolution du critère  $\Phi_v$

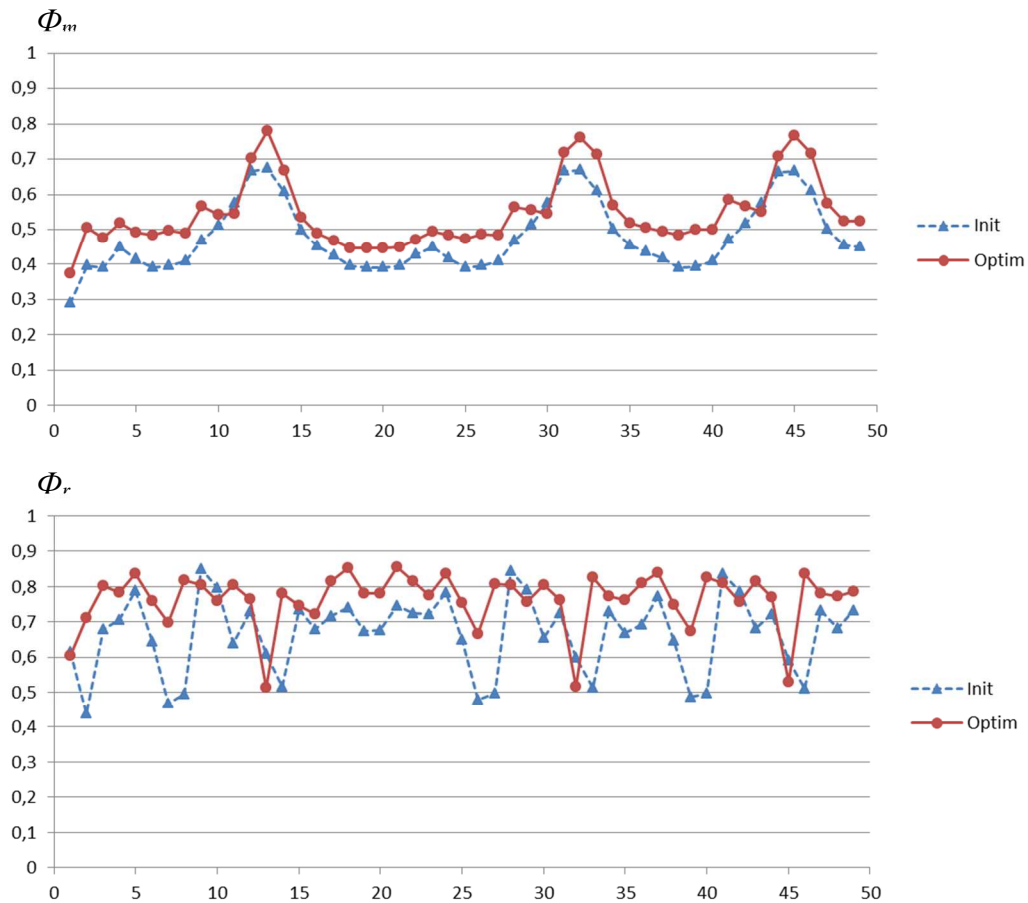


Figure 4-42 : Evolution du critère  $\Phi_m$  et  $\Phi_r$

Concernant le critère mécanique  $\Phi_m$ , on enregistre de la même manière une amélioration assez nette de celui-ci sur l'ensemble de la trajectoire. Concernant le critère de rigidité  $\Phi_r$ , on constate également une amélioration globale de celui-ci sur l'ensemble de la trajectoire (Figure 4-42).

#### ***Evolution des flèches***

Les poses de la trajectoire de contournage C1 sont proches des poses de la trajectoire de surfacage S1 ainsi que les configurations du robot avant et après optimisation. Nous nous appuyons donc sur les calculs des flèches obtenus pour la trajectoire S1 montrant une nette diminution de celle-ci pour la trajectoire optimisée.

#### ***Comportement en usinage***

Nous obtenons là encore une bonne tenue mécanique de la structure du robot et une bonne qualité de coupe sans problème apparent de vibration (Figure 4-43). Nous notons toutefois là encore dans certaine zone une ondulation de la surface avec des traces marquées de passage de l'outil.

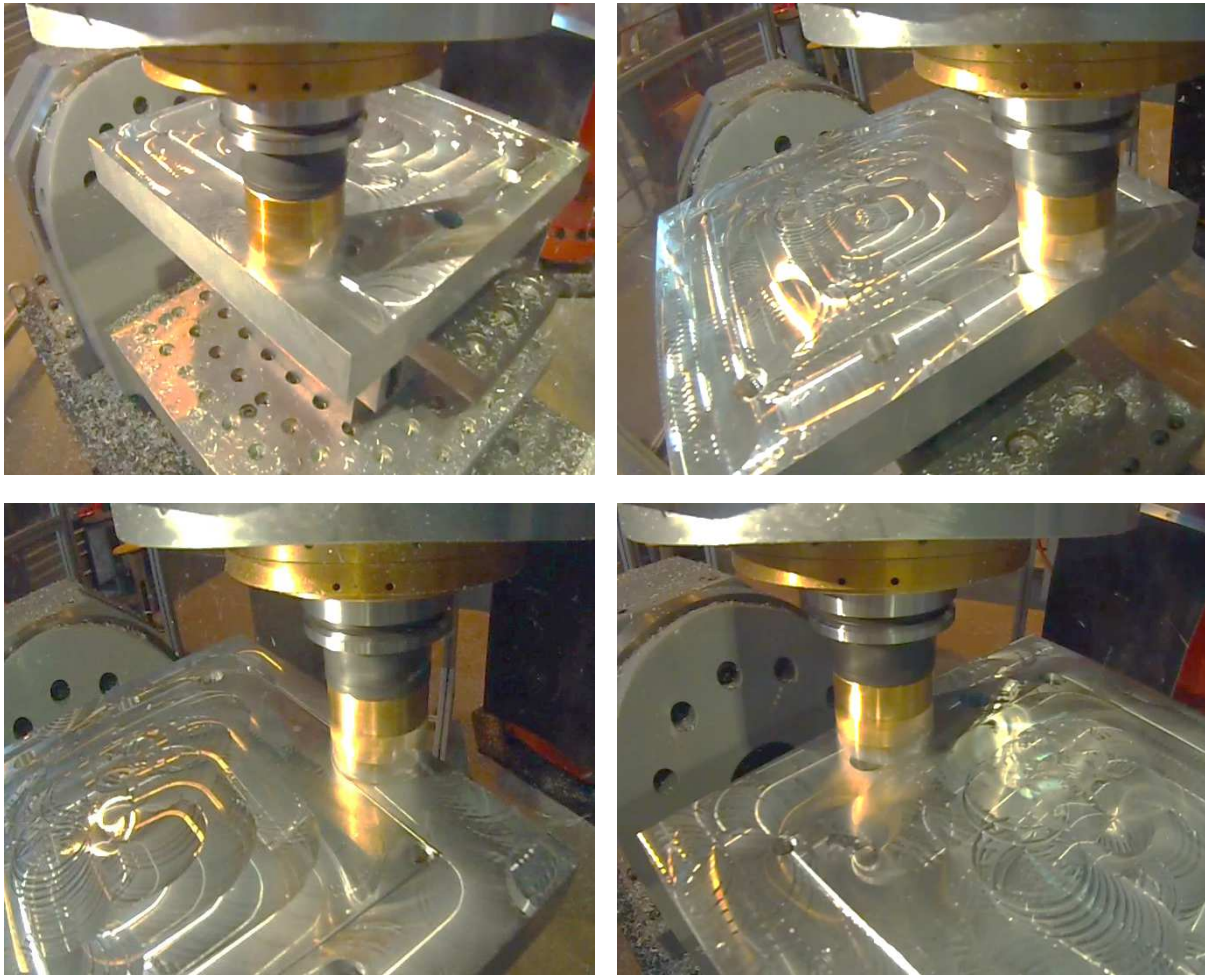


Figure 4-43 : Usinage de C1

#### 4.4.4 Analyse des résultats

Concernant la réalisation des deux opérations de surfacage et de contournage, les trajectoires optimisées par gestion de la redondance fonctionnelle induisent un changement important de la configuration du robot avec une réorientation d'angle  $\Delta > 50^\circ$  par rapport aux trajectoires initiales. Les trajectoires optimisées montrent une amélioration notable globale des trois critères  $\Phi_v$ ,  $\Phi_m$  et  $\Phi_r$  par rapport aux trajectoires initiales.

Concernant les flèches calculées à partir de notre modèle EF corps flexible/liaison flexible, les trajectoires optimisées montrent une diminution notable de celles-ci par rapport aux trajectoires initiales bien que cette évolution ne soit pas directement corrélée à l'évolution des critères  $\Phi_m$  et  $\Phi_r$ . Ceci est lié en particulier au fait que les flèches sont calculées pour un état statique ce qui ne représente pas le comportement réel du robot lors de l'usinage. Les hypothèses concernant l'intensité et la direction de l'effort de coupe sont très simplificatrices étant donné que ces deux paramètres varient en permanence lors du procédé de coupe. On peut cependant noter que pour les trajectoires étudiées, les configurations proposées par l'optimisation engendrent une diminution significative de la flèche calculée.

Nous montrons ainsi que la planification optimisée des trajectoires par gestion de la redondance fonctionnelle, réalisée à partir de la somme pondérée du critère mécanique  $\Phi_m$  et de rigidité  $\Phi_r$ , permet d'obtenir une minimisation significative de la flèche calculée au niveau TCP.

Concernant le choix des stratégies d'usinage, une première pièce a été réalisée avec des trajectoires standards de surfacage et de contournage sans application de l'option UGV. On constate une ondulation marquée lors de la prise de passe radiale liée à des changements brusque de la direction d'avance (Figure 4-44a). Ceci n'est plus le cas par application de l'option UGV permettant d'avoir un changement plus progressif de la direction d'avance lors de la prise de passe radiale (Figure 4-44b). Il est donc important dans la définition des trajectoires de minimiser les sollicitations dynamiques engendrées par les accélérations et décélérations liées aux changements brusques de la direction d'avance. La définition de trajectoire adaptée pour l'UGV est donc une solution d'amélioration de la qualité de réalisation en usinage robotisé.

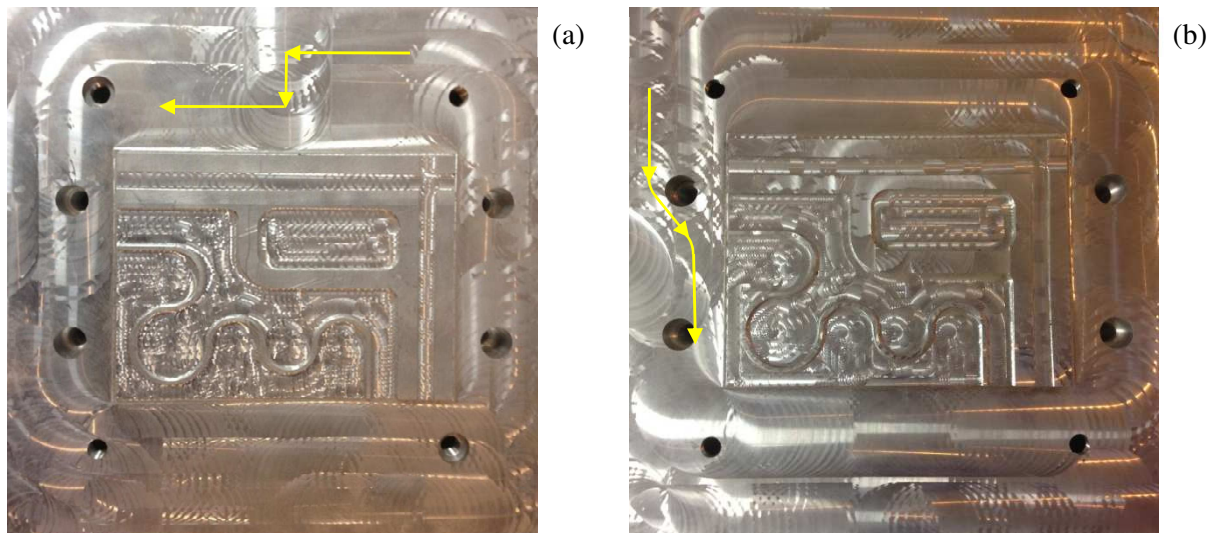


Figure 4-44 : Stratégie d'usinage sans option UGV (a), avec option UGV (b)

On note également pour les surfaces réalisées lors de l'opération de surfacage et de contournage une visualisation graphique d'ondulation. L'aspect visuel n'étant pas synonyme de forte ondulation, nous avons tout d'abord recherché au toucher des zones d'ondulation marquée. Nous avons ensuite quantifié sur différentes zones de la pièce cette ondulation à l'aide du système de mesure de surface optique 3D Alicona®. Nous présentons ici deux zones d'acquisition d'ondulation marquée correspondant à une portion de trajectoire linéaire et une portion de trajectoire circulaire (Figure 4-45).

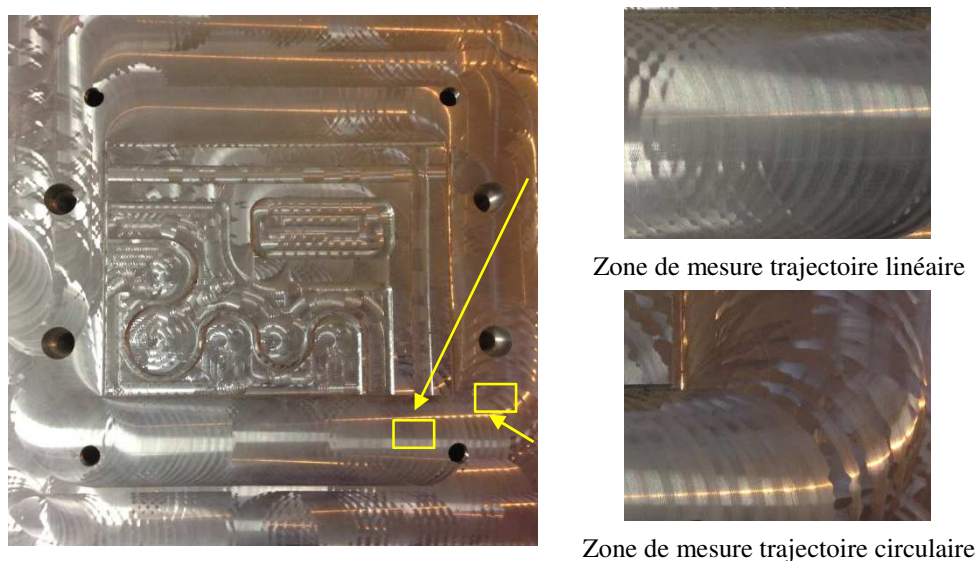
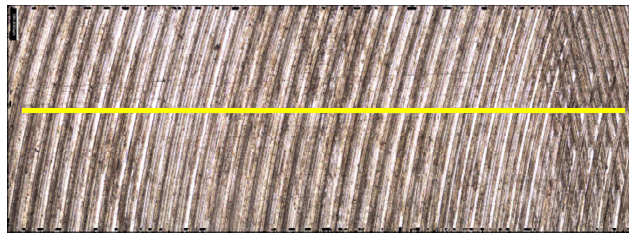


Figure 4-45 : Zone d'acquisition



Section de mesure

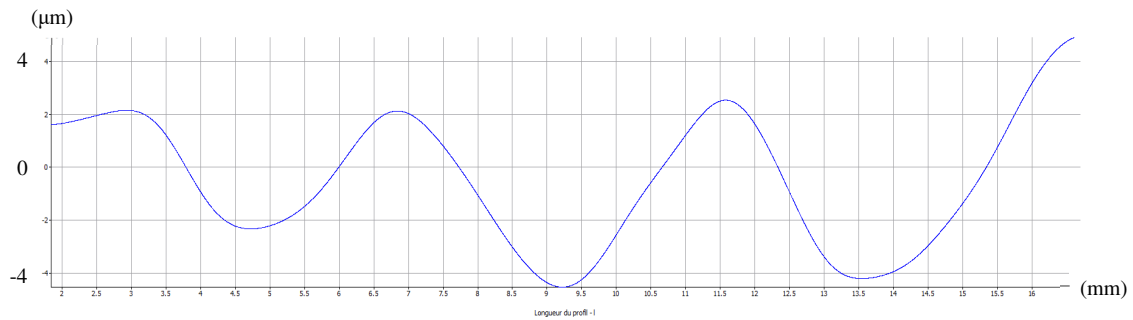
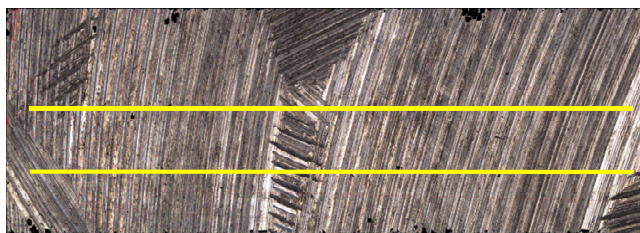


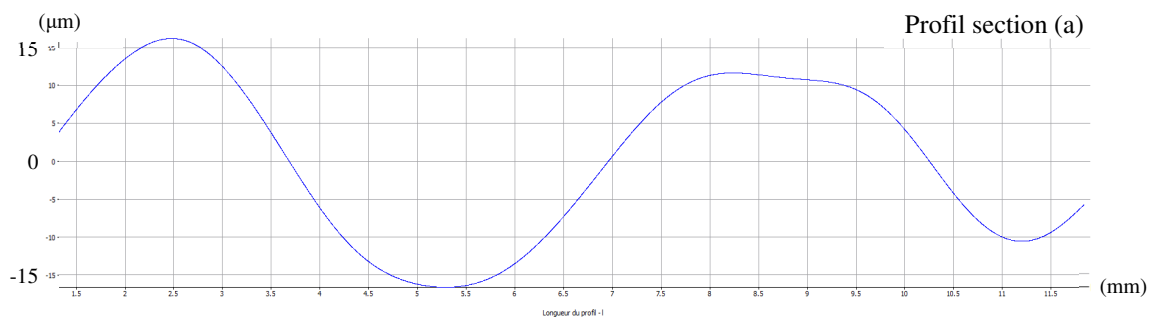
Figure 4-46 : Profil d'ondulation pour la portion de trajectoire linéaire

Concernant la portion de trajectoire linéaire, l'acquisition est réalisée sur une longueur de 16mm. L'amplitude du profil d'ondulation relevée reste inférieure à 10 $\mu\text{m}$  ce qui est très faible (Figure 4-46).

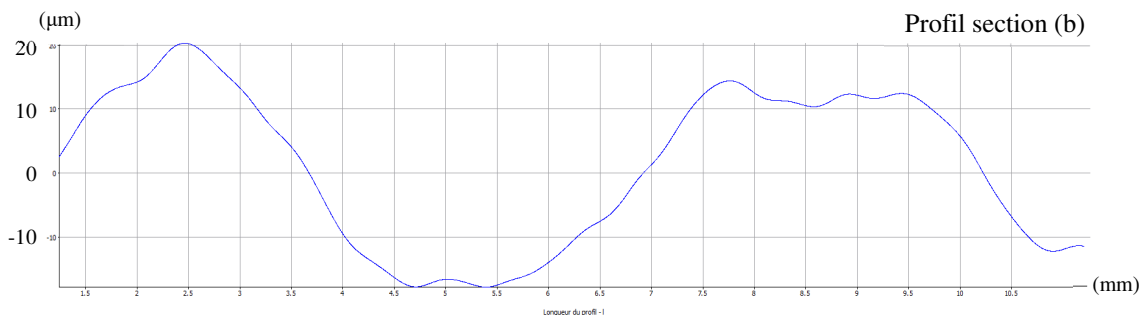


Section de mesure (a)

Section de mesure (b)



Profil section (a)



Profil section (b)

Figure 4-47 : Profils d'ondulation pour la portion de trajectoire circulaire

Concernant la portion de trajectoire circulaire, l'acquisition est réalisée sur une longueur d'environ 10mm dans deux sections (Figure 4-47). L'amplitude du profil d'ondulation relevée oscille entre 0.03mm à 0.04mm. Cette amplitude bien que non négligeable reste cependant faible et bien inférieure à

la précision intrinsèque de 0.07mm en répétabilité. Ce défaut d'ondulation, plus marquée dans les zones de changement important de la direction d'avance, est lié en partie à la variation des sollicitations générées par la coupe ( $F_t \cong 450\text{N}$ ) sur les différents axes du robot. On conserve néanmoins une bonne tenue en rigidité de la structure mécanique. Les défauts mesurés restent donc tout à fait acceptable dans le cadre d'opérations d'ébauche. Cette pièce test comporte une variété d'opérations pour la réalisation d'embrèvements et de poches pour lesquelles nous n'avons pas rencontré de problèmes particuliers, les sollicitations liées à la coupe étant beaucoup moins importantes.

## 4.5 Conclusion

La première partie de ce chapitre présente le protocole expérimental mis en place pour l'évaluation des rigidités articulaires. Nous présentons les premiers résultats obtenus à partir d'un nombre de poses restreint, puis l'évaluation menée en collaboration avec l'IRCCyN de Nantes sur un nombre de poses plus important. Nous obtenons une bonne corrélation entre nos valeurs calculées et les valeurs calculées par l'IRCCyN validant par la même notre programme de calcul. Ces résultats ont été utilisés pour définir notre modèle EF corps flexible/liaison flexible présenté au chapitre 3.

La deuxième partie présente les essais d'usinage réalisés dans le plan xOy et montre l'effet positif de l'utilisation de la redondance fonctionnelle pour la planification des trajectoires. L'étude du critère  $\Phi_r$  montre une l'évolution positive de celui-ci pour une trajectoire optimisée par rapport à une trajectoire non optimisée. Les flèches calculées à partir de notre modèle EF pour chaque trajectoire, parcourue en avalant et en opposition, montrent dans tous les cas une diminution effective de celles-ci pour les trajectoires optimisées. Les usinages réalisés donnent de bons résultats en termes de qualité de surface avec cependant l'observation d'un overcut en sortie de trajectoire dans le cas d'un usinage en avanlant. Le constructeur ABB préconise d'ailleurs de privilégier la stratégie d'usinage en opposition.

La troisième partie est consacrée à la planification de deux trajectoires sollicitantes en terme d'efforts de coupe relatives à une opération de surfacçage et de contournage. Nous présentons l'évolution des trois critères cinématique  $\Phi_v$ , mécanique  $\Phi_m$  et de rigidité  $\Phi_r$  pour la trajectoire initiale et optimisée et les flèches calculées en bout d'outil. Nous montrons que la trajectoire optimisée par gestion de la redondance fonctionnelle permet d'améliorer globalement les trois critères  $\Phi_v$ ,  $\Phi_m$  et  $\Phi_r$ . Les pièces test réalisées à partir des trajectoires optimisées montrent une aptitude intéressante du robot dans le cadre de ces opérations d'ébauche.

## Conclusions et Perspectives

Les travaux présentés dans ce mémoire portent sur l'amélioration des capacités en usinage du robot anthropomorphe IRB6660 par la gestion de redondance fonctionnelle définie autour de l'axe de broche et l'utilisation d'une somme pondérée de critères : cinématique, mécanique et de rigidité, dans la planification optimisée des trajectoires.

Le premier chapitre présente tout d'abord le contexte de la robotisation des opérations d'usinage. Ainsi, le développement de machines à base de structures parallèles et hybrides a été un révélateur des potentialités offertes par les robots anthropomorphes. Cependant, bien que les constructeurs proposent des solutions plus adaptées, l'utilisation des robots anthropomorphes reste encore limitée en raison d'un ensemble de facteurs d'erreur et des sollicitations du procédé de coupe qui impactent la précision et la répétabilité. L'amélioration des capacités des robots consiste à positionner la tâche dans un espace optimisé où les caractéristiques mécaniques, cinématiques et dynamiques sont avérées. Cependant, celui-ci représente une réduction forte de l'espace géométrique. Une solution largement développée et que nous avons retenue consiste à améliorer les capacités des cellules par la gestion de la redondance (fonctionnelle, structurale). La gestion de la redondance nécessite la mise en place de méthodes d'optimisation et la définition de critères, cinématique, mécanique, que nous illustrons au travers de différents travaux et application en usinage et parachèvement. Afin d'améliorer les capacités et prendre en compte la flexibilité des robots sériels, nous proposons d'introduire un nouveau critère de rigidité dans l'optimisation. Afin de pouvoir comparer une configuration optimisée et non optimisée, il est important de disposer d'un modèle numérique permettant d'évaluer la déflexion en bout d'effecteur soumis aux sollicitations d'usinage. Les travaux présentés sur ce point proposent des modèles basés sur l'identification des rigidités articulaires et des modèles EF prenant en compte tout ou partie des différentes flexibilités, chaque modèle ayant des avantages et des limites. Afin d'obtenir une évaluation suffisamment réaliste des déflexions, nous proposons donc d'utiliser un modèle EF corps flexible/liaison flexible.

Le deuxième chapitre présente tout d'abord la cellule redondante étudiée composée d'un robot hybride à structure à parallélogramme IRB6660 à 6ddl synchronisé avec une unité mécanique porte-pièce à 3 ddl composée d'une table basculante tilting 2 axes elle-même portée par un axe linéaire. La cellule comporte ainsi 3 redondances cinématiques et une redondance fonctionnelle définie par la réorientation d'angle  $\Delta$  autour de l'axe de broche. La modélisation est basée sur la méthode TCS utilisée pour la résolution des modèles géométriques et cinématiques. Nous présentons la méthode retenue du gradient projeté GPM permettant de gérer l'ensemble des redondances, fonctionnelle et structurales, au travers de la définition d'une fonction objectif définie par agrégation de critères pondérés. Nous présentons ensuite l'ensemble des critères utilisés, associés aux capacités cinématique, mécanique, de rigidité, et leurs formalisations mathématiques pour l'optimisation. Nous précisons en particulier le critère de rigidité que nous avons introduit, consistant à privilégier le déplacement sur les liaisons les plus rigides. La dernière partie présente les fonctionnalités de l'outil développé pour la planification des trajectoires, l'algorithme de résolution et la mise en œuvre de l'optimisation.

Le troisième chapitre présente tout d'abord la caractérisation du comportement en rigidité du robot IRB6660. Nous proposons un modèle EF corps flexible/liaison flexible intégrant les valeurs de rigidités articulaires obtenues expérimentalement et recalées afin de prendre en compte les déformations élastiques des éléments intervenant à hauteur de 18% de la flèche évaluée en bout d'effecteur. Nous présentons un comparatif entre les cartes de flèches expérimentales et théoriques obtenues à partir de notre modèle EF dans le plan xOy pour 2 chargements verticaux. Nous enregistrons la même évolution



des flèches expérimentales et théoriques avec une moyenne des écarts de l'ordre de 3% pour un chargement de 1323N et de 16% pour un chargement de 899N. Nous obtenons ainsi un modèle EF corps flexible/liaison flexible suffisamment réaliste pour calculer de manière adéquate la flèche en bout d'effecteur.

La deuxième partie de ce chapitre est consacrée à l'étude de l'évolution des critères : cinématique, mécanique, et de rigidité dans les différents plans  $xOy$ ,  $yOz$  et  $xOz$ . Nous étudions leurs évolutions pour différentes configurations du robot et deux directions de l'effort de coupe  $F_c$  pouvant correspondre à une opération d'usinage en avalant et en opposition. Il ressort de cette étude qu'il n'est pas possible de définir une zone optimale de placement des parcours outils car l'évolution du critère cinématique  $\Phi_v$ , mécanique  $\Phi_m$  et de rigidité  $\Phi_r$  dépend fortement de la direction d'avance  $V_f$ , de l'orientation de l'effort de coupe  $F_c$  et de la configuration du robot. Cette étude montre notamment l'intérêt de l'utilisation de la redondance fonctionnelle, de la table tilting et du track linéaire pour positionner les parcours outils dans une zone de meilleur compromis des différents critères et permet d'exprimer quelques préconisations quant au placement de la tâche dans l'espace opérationnel du robot. Nous montrons en particulier que l'utilisation de la redondance fonctionnelle permet homogénéiser et/ou d'améliorer l'évolution des différents critères et que le choix du cadran de la liaison 1 et la configuration horizontal ou verticale de l'élément 5 du robot sont particulièrement déterminants sur l'évolution des critères.

Le quatrième chapitre présente tout d'abord le protocole expérimental mis en place pour l'évaluation des rigidités articulaires et les valeurs obtenues. Ces travaux ont été menés en collaboration avec l'IRCCyN de Nantes.

La deuxième partie présente les premiers essais d'usinage réalisés à partir de trajectoires planifiées par la prise en compte de la redondance fonctionnelle d'angle  $\Delta$  autour de l'axe de broche. L'étude du critère de rigidité montre une évolution positive de celui-ci pour une trajectoire optimisée par rapport à une trajectoire non optimisée. Les flèches calculées à partir de notre modèle EF corps flexible/liaison flexible montrent également une diminution effective de celles-ci pour les trajectoires optimisées. La qualité d'usinage obtenue montre une bonne tenue mécanique de la structure du robot soumis à différentes sollicitations d'usinage, les trajets outils étant parcourus en avalant et en opposition. On observe cependant un overcut en sortie de trajectoire pour un parcours en avalant. Ceci conforte les préconisations du constructeur ABB consistant à privilégier la stratégie d'usinage en opposition et que nous avons appliquées pour la suite des essais.

La troisième partie est consacrée à la planification de quatre trajectoires sollicitantes en terme d'efforts de coupe associés à la réalisation d'une opération de surfacage et de contournage sur une pièce test. Nous présentons l'évolution des trois critères cinématique  $\Phi_v$ , mécanique  $\Phi_m$  et de rigidité  $\Phi_r$  pour chaque trajectoire initiale et optimisée et les flèches calculées. Nous montrons en particulier que la trajectoire optimisée, par gestion de la redondance fonctionnelle, permet d'obtenir une amélioration notable du critère mécanique  $\Phi_m$  et une diminution des flèches calculées au niveau du TCP. Ceci se concrétise par une amélioration de la tenue en rigidité de la structure du robot. L'ondulation mesurée sur les pièces reste inférieure à 0.04mm qui, bien que non négligeable, reste cependant faible et bien inférieure à la précision intrinsèque de 0.07mm en répétabilité du robot. Ainsi, les opérations d'usinage ébauche à sollicitation importantes deviennent envisageables par les robots anthropomorphes à condition de choisir des configurations adaptées aux capacités de ceux-ci et à la rigidité de la structure.

Ces travaux s'inscrivent dans le cadre de l'action Robotool de la thématique RobProd du projet d'équipement d'excellence Equipex Robotex.

## Perspectives

Cette première phase d'essai d'usinage a montré les potentialités en usinage du robot IRB6660 et l'intérêt de la gestion de la redondance pour utiliser pleinement les capacités de la structure robotique. La pièce test réalisée nous fournit une variété de trajets outils pour tester et évaluer à posteriori les fonctionnalités de notre outil de planification. L'évaluation de l'apport des trajectoires optimisées va nécessiter une phase expérimentale importante afin de prendre en compte la gestion de l'ensemble des redondances cinématique. La mise en œuvre de la cellule est aujourd'hui totalement finalisée avec l'intégration du track linéaire portant la table rotative tilting. Elle permet ainsi entrevoir des perspectives importantes quant à l'utilisation des redondances cinématiques pour la planification optimisée des trajectoires et suscite un intérêt particulier des industriels pour le déploiement plus large de robot pour des opérations d'usinage et de parachèvement.

La première continuité de nos travaux va consister à évaluer les apports des redondances cinématiques et de la redondance fonctionnelle dans la planification des trajectoires en vue de définir un positionnement optimal des trajets outils. Ceci va nécessiter une phase expérimentale importante d'essais d'usinage et de contrôle des pièces, aussi bien en termes de qualité géométrique, dimensionnelle que de qualité de coupe. Les premiers résultats obtenus sur la pièce test sont très encourageants. Nous avons toutefois noté que dans certaines zones, la qualité géométrique n'est pas optimale, se traduisant par une ondulation plus ou moins marquée de la surface. Celle-ci est liée aux sollicitations de coupe mais également aux sollicitations dynamiques liées aux changements de la direction d'avance ce qui nécessite une étude plus approfondie du comportement dynamique.

Cette problématique est déjà abordée au sein de l'Institut Pascal au travers du projet EquipEx Robotex et la thématique RobProd (robotique de production) mais également dans le cadre du Labex IMobS<sup>3</sup> et plus particulièrement au travers de l'action RobDyn visant la maîtrise du comportement des systèmes robotiques sous fortes sollicitations dynamiques. Deux thèses ont été menées en parallèle de nos travaux visant à identifier et évaluer le comportement dynamique des robots sous sollicitation d'usinage. Les résultats de la première thèse [Mejri 2016], portant sur l'évaluation du comportement dynamique au travers de l'identification modale opérationnelle, montre que la configuration du robot à une forte influence sur la stabilité de coupe. La seconde thèse [Moussavi 2016] a fourni un modèle numérique développé sous Matlab<sup>®</sup> permettant de prédire le comportement dynamique vibratoire du robot IRB 6660. Celui-ci permet d'établir une cartographie 3D des limites de stabilité de la coupe en fonction des paramètres de coupe et de la position de l'effecteur.

Une seconde voie de continuité de nos travaux vise à établir une possible corrélation entre la configuration optimisée du robot obtenue par notre outil de planification et la prédiction de stabilité de la coupe. Dans le cas contraire, il sera peut-être nécessaire d'introduire un nouveau critère d'optimisation lié à la prise en compte de la stabilité de la coupe. Ceci peut cependant s'avérer complexe car les paramètres de coupe à prendre en considération dépendent fortement de l'opération considérée et de la stratégie d'usinage appliquée.

Une troisième voie consiste à appareiller la structure et mettre en œuvre de nouvelles méthodes d'identification du comportement instantané du robot manipulateur (déplacement, accélération, effort, vitesse). Ceci doit permettre une meilleure prise en compte des conditions réelles d'utilisation et d'accroître la précision et la robustesse du comportement en s'affranchissant des fortes non linéarités liées au comportement anisotrope des robots. Il s'agit ensuite d'intégrer cet ensemble (système de mesure et méthode d'identification) dans la commande du robot.

Une quatrième voie consiste à adapter les trajectoires d'usinage afin de diminuer les sollicitations dynamiques générées sur la structure. Nous avons montré que la définition de trajectoires adaptées à

l'UGV permet une amélioration de la qualité de réalisation. Un objectif est maintenant de voir à prendre en compte plus spécifiquement les redondances cinématiques dans la planification des trajectoires en vue de diminuer les sollicitations dynamiques sur la structure du robot par une prise en compte plus importante des mobilités cinématiques apportées par les axes externes.

**Références Bibliographiques**

- [ABB 2008] ABB 2008, <http://new.abb.com/products/robotics/industrial-robots/irb-6660-for-pre-machining>
- [Abele et al. 2007] Abele E., Weigold M. & Rothenbücher S., *Modeling and identification of an industrial robot for machining applications*, CIRP Annals - Manufacturing Technology, Vol. 56(1), pp. 387-390, 2007.
- [Abele et al. 2008] Abele E., Bauer J., Rothenbücher S., Stelzer M. & Von Stryk O., *Prediction of the tool displacement by coupled models of the compliant industrial robot and the milling process*, In proceeding of the International Conference on Process machine Interactions, pp. 223-230, Hannover, Germany, 2008.
- [Albert 2010] Albert Gaëtan, 2010. *Identification et modélisation du torseur des actions de coupe en fraisage*, - Université Bordeaux I - Ecole Doctorale des Sciences Physiques et de l'Ingénieur, 2010.
- [Alici et al. 2005] Alici G. & Bijan S., *Enhanced stiffness modeling, identification and characterization for robot manipulators*, IEEE Transactions Robotics, pp. 554-564, 2005.
- [Andres et al. 2012] Andres J., Gracia L. & Tornero J., *Implementation and testing of a CAM postprocessor for an industrial redundant workcell with evaluation of several fuzzified Redundancy Resolution Schemes*, Robotics and Computer-Integrated Manufacturing, Vol. 28(2), pp. 265-274, 2012.
- [Andres et al. 2011] Andres J., Gracia L. & Tornero J., *Calibration and control of a redundant robotic workcell for milling tasks*, International Journal of Computer Integrated Manufacturing, Vol. 24 (6), pp. 561-573, 2011.
- [Angeles 2007] Angeles J., *Fundamentals of Robotic Mechanical System: theory, methods, and algorithms*. Springer, 2007.
- [Béarée et al. 2005] Béarée R., PJ Barre P.J., Dumetz E., *Influence du jerk sur le comportement dynamique d'un robot cartésien 3 axes*, Mécanique & Industries, Vol. 6(4), pp. 439-445, 2005.
- [Belchior et al. 2013] Belchior J., Guillo M., Courteille E., Maurine P., Leotoing L. & Guines D., *Off-line compensation of the tool path deviations on robotic machining: Application to incremental sheet forming*, Robotics and Computer-Integrated Manufacturing Vol. 29(4), pp. 58-69, 2013.
- [Bi et al 07] Bi Z., Lang S., Vernier M., *Dynamic modelling and validation of a tripod-based machine tool*, Journal of Advanced Manufacturing Technology, Vol. 37 (3-4), pp. 410-421, 2007.
- [Bian et al. 2010] Bian, Y., Gao Z. & Yun C., *Study on vibration reduction and mobility improvement for the flexible manipulator via redundancy resolution*, Nonlinear Dynamics, Vol. 65(4), pp. 359-368, 2011.

- [Bidaud 2009] Bidaud P., *Cours de robotique avancée Redondance et Optimisation*, Université Pierre et Marie Curie- Paris 6, Master Sciences de l'Ingénieur. Disponible sur [www.isir.ipmc.fr](http://www.isir.ipmc.fr) en septembre 2013.
- [Bonnemains 2009] Bonnemains T., *Etude du comportement mécanique des machine-outils à structure parallèle en Usinage Grande Vitesse*, Université Blaise Pascal - Clermont II, Ecole Doctorale Sciences pour l'Ingénieur de Clermont-Ferrand, 2009.
- [Bonnemains et al. 2009] Bonnemains T., Chanal H., Bouzgarrou B. C. & Ray P., *Stiffness computation and identification of parallel kinematic machine tools*, Journal of manufacturing science and engineering, Vol. 131(4), 2009.
- [Bouzgarrou 01] Bouzgarrou B.C., Conception et modélisation d'une machine-outil à architecture hybride pour l'UTGV, Thèse Université Blaise Pascal, 2001.
- [Bouzgarrou et al. 03] Bouzgarrou B.C., Fauroux J.C., Gogu G., Heerah Y., *Rigidity analysis of T3R1 parallel robot with uncoupled kinematics*, In Proc. of the 35th International Symposium on Robotics (ISR), Paris, France.
- [Brissaud 2003] Brissaud D., Chapitre 8: LA FAO: une activité de développement des produits, Fabrication assistée par ordinateur, sous la direction d'Alain Bernard, Hermès Science, Paris, ISBN 2-7462-0618-8, 2003.
- [Caro et al. 2013] Caro S., Dumas C., Garnier S. & Furet B., *Workpiece Placement Optimization for Machining Operations with a KUKA KR270-2 Robot*, IEEE International Conference on Robotics and Automation, Karlsruhe, Germany, May 6-10, 2013.
- [Chan et al. 1995] Chan T. F. & Dubey R.V., *A weighted least norm solution based scheme for avoiding joint limits for redundant joint manipulators*, IEEE Transactions on Robotics and Automotion, Vol. 11(2), pp. 286-292, 1995.
- [Chanal et al. 2006] Chanal H., Duc E. & Ray P., *A study of the impact of machine tool structure on machining processes*. International Journal of Machine Tools and Manufacture Vol. 46, pp. 98-106, 2006.
- [Chanal 2006] Chanal H., *Etude de l'emploi des machines outils à structure parallèle en usinage* - Université Blaise Pascal - Clermont II, Ecole Doctorale Sciences pour l'Ingénieur de Clermont-Ferrand, 2006.
- [Chen 2003] Chen S.F., *The 6x6 stiffness formulation and transformation of serial manipulators via the CCT theory*, IEEE International Conference on In Robotics and Automation, Vol. 3, pp. 4042-4047, 2003.
- [Chen et al. 2012] Chen Y. & Dong F., *Robot machining: recent development and future research issues*, The International Journal of Advanced Manufacturing Technology, pp. 1-9, 2012.
- [Cherif et al. 2010] Cherif M., K'nevez J.-Y. & Ballu A., *Quantification des effets thermiques sur la précision d'un robot d'usinage*. In Intercut 2010 - 6ème Assises MUGV, Arts et Métiers ParisTech Cluny, 2010.
- [Chiaverini et al. 2009] Chiaverini S., Oriolo G. & Walker I., *Kinematically redundant manipulators*. In Handbooks of Robotics, O. Khatib and B. Siciliano, Springer, 2009.

- [Chiu 1988] Chiu, S. L., *Task compatibility of manipulator postures*, The International Journal of Robotics Research, Vol. 7(5), pp. 13-21, 1988.
- [Choi et al. 2011] Choi H.-B., Lee S. & Lee J., *Minimum infinity-norm joint velocity solutions for singularity-robust inverse kinematics*, International Journal of Precision Engineering and Manufacturing, Vol. 12(3), pp. 469-474, 2011.
- [Cobet 2002] Cobet M., *Designing PKMs: Working volume, stiffness, frequencies*, 3rd Chemnitzer Parallel kinematik seminar, pp. 83-103, 2002.
- [Curkovic et al. 2013] Curkovic P., Jerbic B. & Stipancic T., *Co-Evolutionary Algorithm for Motion Planning of Two Industrial Robots with Overlapping Workspaces*, International Journal of Advanced Robotic Systems, Vol. 10(55), 2013.
- [Dombre 2001] Dombre E., *Analyse et modélisation des robots manipulateurs*, ISBN 2-746-26300-6, Hermès, 2001.
- [Dubey et al. 1988] Dubey R. & Luh J., *Redundant robot control using task based performance measures*. Journal of Robotic systems, Vol. 5(5), pp. 409-432, 1988.
- [Dumas 2011] Dumas Claire, *Développement de méthodes robotisées pour le parachèvement de pièces métalliques et composites*. Université de Nantes, 2011.
- [Dumas et al. 2012] Dumas C., Caro S., Garnier S. & Furet B., *Workpiece Placement Optimization of Six-revolute Industrial Serial Robots for Machining Operations*, Proceedings of the ASME 2012, 11th Biennial Conference On Engineering Systems Design And Analysis ESDA 2012, ESDA2012-82559, Nantes, France, July 2-4, 2012.
- [Dumas et al. 2011] Dumas C., Caro S., Garnier S. & Furet B., *Joint stiffness identification of six revolute industrial serial robots*. Robotics and Computer-Integrated Manufacturing, Vol. 27(4), pp. 881-888, 2011.
- [Geiskopf et al. 1999] Geiskopf F., Landon Y. & Duc E., 1999. *L'usinage grande vitesse* - Polycopié du LURPA. ENS CACHAN.
- [Gogu et al. 1997] Gogu G., Coiffet P. & Barraco A., *Représentations des déplacements des robots*, Paris: Hermès, Mathématiques pour la robotique, 1997.
- [Gogu 2002] Gogu G., *Families of 6R orthogonal robotic manipulators with only isolated and pseudo-isolated singularities*, Mechanism and Machine Theory, Vol. 37(11), pp. 1347-1375, 2002.
- [Gogu et al. 2004] Gogu G. & Coiffet P., *Structural synthesis of anthropomorphic robotic manipulators with only isolated singularities*, In Proceedings of 35th International Symposium on Robotics (ISR 2004), Paris, France. 2004.
- [Gogu 2008] Gogu G., *Structural synthesis of parallel robots: Part1 - Methodology*, ISBN 978-1-4020-5102-9, Springer, 2008.
- [Gonçalves et al. 2010] Gonçalves R.S., Carvalho J.C.M., Carbone G. & Ceccarelli M., *Indices for Stiffness and Singularity Evaluation for Designing 5R Parallel Manipulators*, The Open Mechanical Engineering Journal Vol. 4(1), pp. 61-68, 2010.
- [Graça Marcos et al. 2006] Da Graça Marcos M., Duarte B.F. & Machado J.T., *Complex dynamics in the trajectory control of redundant manipulators*, Proceedings of the Conference. Beijing (Chine), Vol.7, pp. 12, 2006.

- [Graça Marcos et al. 2009] Da Graça Marcos M., Machado J.T. & Azevedo-Perdicoulis T.-P., *Trajectory planning of redundant manipulators using genetic algorithms*, Commun Nonlinear Sci Numer Simulation, Vol. 14, pp. 2858-2869, 2009.
- [Graça Marcos, 2012] Da Graça Marcos M., Machado J.T. & Azevedo-Perdicoulis T.-P., *A multi-objective approach for the motion planning of redundant manipulators*, Applied Soft Computing, Vol. 12(2), pp. 589-599, 2012.
- [Guire et al. 2010] Guire G., Sabourin L., Gogu G. & Lemoine E., *Robotic cell for beef carcass primal cutting and pork ham boning in meat industry*, Industrial Robot: An International Journal, Vol. 37(6) pp. 532-541, 2010.
- [Guire 2011] Guire Gregory., *Contribution à la mise en œuvre d'un processus robotisé pour la découpe primaire de carcasses bovine et de désossage de jambon*. Université Blaise Pascal - Clermont II, Ecole Doctorale Sciences pour l'Ingénieur de Clermont-Ferrand, 2011.
- [Hearne 2009] Hearne J., *Posture Dependent Vibration Resistance of Serial Robot Manipulators to Applied Oscillating Loads*, Master of Applied Science in Mechanical Engineering, Waterloo, Ontario, Canada: University of Waterloo, 2009.
- [Huo et al. 2011] Huo L. & Baron L., *The self-adaptation of weights for joint-limits and singularity avoidances of functionally redundant robotic-task*, Robotics and Computer-Integrated Manufacturing, Vol. 27(2), pp. 367-376, 2011.
- [Karagulle et al. 2012] Karagulle H., Amindari A., Akdag M., Malgaca L. & Yavuz S., *Kinematic-Kinetic-Rigidity Evaluation of a Six Axis Robot Performing a Task*, International Journal of Advanced Robotic Systems, pp. 1-9, 2012.
- [Khalil et al. 1999] Khalil W. & Dombre E., *Modélisation identification et commande des robots - 2eme édition revue et augmentée*, Paris, Hermès Sciences Publications, 1999.
- [Khalil et al. 2002] Khalil W. & Dombre E., *Modeling, Identification & Control of Robots*. Taylor & Francis, 2002.
- [Kim et al. 2012] Kim H., Li Z., Milutinovic D. & Rosen J., *Resolving the redundancy of a seven dof wearable robotic system based on kinematic and dynamic constraint*, IEEE Int. Conf. On. Robotics and Automation, pp. 305-310, 2012.
- [Klimchik et al. 2012] Klimchik A., Pashkevich A., Caro S. & Chablat D., *Stiffness Modeling of Robotic-Manipulators Under Auxiliary Loadings*, In The ASME 2012 International Design Engineering Technical Conferences (IDETC) and Computers and Information in Engineering Conference (CIE), 2012.
- [Kuka 2008] Kuka, *Usinage avec un kuka*, avril 2008 – Ausbourg 2008.
- [Le Boudec et al. 2006] Le Boudec B., Maarouf S. & Nerguizian V., *Modeling and adaptive control of redundant robots*, Mathematics and Computer in Simulation, Vol. 71(4), pp. 395-403, 2006.
- [Le Lann 2007] Le Lann C., *Le PID utilisé en régulation de position et/ou de vitesse de moteurs électriques*, disponible sur svcrobotics.
- [Lee et al., 2006] Lee K. & Buss M., *Redundancy Resolution With Multiple Criteria*. IEEE/RSJ.

- [Liegeois 1977] Liegeois A., *Automatic Supervisory control of the configuration and behaviour of multibody*, IEEE transactions on systems, man, and cybernetics, Vol. 7(12), pp. 868-871, doi:10.1109/TSMC.1977.4309644, 1977.
- [Luenberger 2003] Luenberger D.G. *Linear and nonlinear programming*. Springer, 2003.
- [Matsuoka et al. 1999] Matsuoka S., Shimizu K., Yamakazi N. & Oki Y., *High-speed end milling of an articulated robot and its characteristics*, Journal of Materials Processing technology, Vol. 95, pp. 83-89, 1999.
- [Marcelo et al. 1997] Marcelo H.A.J., Wang W., Loh R.N.K. & Low T-S., *Passive compliance from robot limbs and its usefulness in robotic automation*, Journal of Intelligent and Robotic Systems, Vol. 20(1), pp. 1-21, 1997.
- [Mejri 2016] Mejri Seifeddine, *Identification et modélisation du comportement dynamique des robots d'usinage*, Université Blaise Pascal - Clermont II, Ecole Doctorale Sciences pour l'Ingénieur de Clermont-Ferrand, 2016.
- [Mejri et al. 2016] Seifeddine Mejri S., Vincent Gagnol V., Le T-H., Sabourin L., Ray P., Paultre P., *Dynamic characterization of machining robot and stability analysis*, International Journal of Advanced Manufacturing Technology, Vol. 82(4), pp 351-359, 2016.
- [Merlet 1997] Merlet. *Les robots parallèles*. Hermès. Paris, 1997.
- [Mitsi et al. 2008] Mitsi S., Bouzakis K-D., Sagris D. & Mansour G., *Determination of optimum robot base location considering discrete end-effector positions by means of hybrid genetic algorithm*, Robotics and Computer-Integrated Manufacturing, Vol. 24, pp. 50-59, 2008.
- [Moussavi 2016] Moussavi Said, *Analyse de la stabilité de la coupe d'un procédé d'usinage robotisé*, Université Blaise Pascal - Clermont II, Ecole Doctorale Sciences pour l'Ingénieur de Clermont-Ferrand, 2016.
- [Nakamura et al. 1986] Nakamura Y. & Hanafusa H., *Inverse kinematic solutions with singularity robustness for robot manipulator control*, ASME, Transactions, Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control, Vol. 108, 1986.
- [Nenchev 1989] Nenchev, D.N., *Redundancy resolution through local optimization: a review*, Journal of robotic systems, Vol.6 (6), pp. 769-798, 1989.
- [Neumann 2006] Neumann K.-E., *Exechon Concept*, In Parallel Kinematic Machines in Research and Practice, pp. 787-802, Chemnitz, Germany, April 2006.
- [Nubiola et al. 2013] Nubiola A. & Bonev I.A., *Absolute calibration of an ABB IRB 1600 robot using a laser tracker*, Robotics and Computer-Integrated Manufacturing, Vol. 29(1), pp. 236-245, doi:10.1016/j.rcim.2012.06.004, 2013.
- [Olabi et al. 2010] Olabi A., Béarée R., Damak M. & Gibaru O., *Mouvement à rigidité maximale pour un robot à 6 axes destiné à des opérations d'usinage*. In Intercut 2010 - 6ème Assises MUGV 2010. Arts et Métiers ParisTech Cluny, 2010.
- [Olabi et al. 2010] Olabi A., Béarée R., Gibaru O. & Damak M., *Feedrate planning for machining with industrial six-axis robots*. Control Engineering Practice, Vol. 18, pp. 471-482, 2010.



- [Olabi 2011] Olabi Adel, *Amélioration de la précision des robots industriels pour des applications d'usinage à grande vitesse*, École Nationale Supérieure d'Arts et Métiers, Ecole Doctorale Sciences des Métiers de l'Ingénieur, 2011.
- [Olsson et al. 2010] Olsson T., Haage M., Kihlman H., Johansson R., Nilsson K., Robertsson A., Björkman M., Isaksson R., Ossbahr G. & Broga T., *Cost-efficient drilling using industrial robots with high-bandwidth force feedback*, Robotics and Computer-integrated Manufacturing, Vol. 26, pp. 24-38, 2010.
- [Ostring et al. 2003] Ostring M., Gunnarsson S. & Norrlof M., *Closed-loop identification of an industrial robot containing flexibilities*, Control Engineering Practice, Vol. 11, pp. 291-300, 2003.
- [Oueslati et al. 2012] Oueslati M., Béarée R., Gibaru O. & Moraru G., *Improving the Dynamic Accuracy of Elastic Industrial Robot Joint by Algebraic Identification Approach*. In 1st International Conference on Systems and Computer Science, pp. 1-6, 2012.
- [Pan et al. 2006] Pan Z., Zhang H., Zhu Z. & Wang J., *Chatter analysis of robotic machining process*, Journal of Materials Processing technology, Vol. 173, pp. 301-309, 2006.
- [Park et al. 2001] Park K.C., Chang P.-H. & Lee S., *Analysis and control of redundant manipulator dynamics based on an extended operational space*, Robotica, Vol. 19, pp. 649-662, 2001.
- [Pashkevitch et al. 2011] Pashkevitch A., Klimchik A. & Chablat D., *Enhanced stiffness modeling of manipulators with passive joints*, Mechanism and Machine Theory, Vol. 46(5), pp. 662-679, 2011.
- [Patel et al. 2005] Patel R. V., Shadpey F., Ranjbaran F. & Angeles J., *A collision-avoidance scheme for redundant manipulators: Theory and experiments*. Journal of Robotic Systems, Vol. 22(12), pp. 737-757, 2005.
- [Pateloup 2011] Pateloup S., *Modélisation et aptitudes à l'emploi des machines-outils à structure parallèle : vers une optimisation dirigée du processus*, Université Blaise Pascal - Clermont II, Ecole Doctorale Sciences pour l'Ingénieur de Clermont-Ferrand, 2011.
- [Paul 1981] Paul R.P., *Robot manipulators: mathematics, programming, and control: the computer control of robot manipulators*, Richard Paul, 1981.
- [Pritschow et al. 2002] Pritschow G., Eppler C. & Garber T., *Influence of the dynamic stiffness on the accuracy of PKM*. In 3rd Chemnitz Parallel Kinematic Seminar, pp. 313-333, Chemnitz, 2002.
- [Robin 2007] Robin Vincent., *Contribution à la mise en oeuvre et l'optimisation d'une cellule robotisée: application au parachèvement de pièces de fonderie*, Université Blaise Pascal - Clermont II, Ecole Doctorale Sciences pour l'Ingénieur de Clermont-Ferrand, 2007.
- [Robin et al. 2011] Robin V., Sabourin L. & Gogu G., *Optimization of a robotized cell with redundant architecture*, Robotics and Computer-Integrated Manufacturing, Vol. 27, pp. 13-21, 2011.

- [Ruggiu 2012] Ruggiu Maurizio, *Cartesian stiffness matrix mapping of a translational parallel mechanism with elastic joints*, International Journal of Advanced Robotic, Vol. 9, No. 5, p. 195, 2012
- [Sabourin et al. 2015] Sabourin L., Subrin K., Cousturier R. & Gogu G., *Redundancy-based optimization approach to optimize robotic cell behavior: application to robotic machining*, Industrial robot: An international Journal, Vol. 42(2), pp. 167-178, 2015.
- [Schneider et al. 2013] Schneider U., Ansaloni M., Drust M. & Leali F., *Experimental Investigation of Sources of Error in Robot Machining*, Robotics in Smart Manufacturing, Springer Berlin Heidelberg, pp. 14-26, 2013.
- [Simas 2012] Simas H., Dias A. & Martins D., *Extended jacobian for redundant robots obtained from the kinematics constraint*, ABCM Symposium Series in Mechatronics, Vol. 5, pp. 1005-1014, 2012.
- [Singla et al. 2010] Singla E., Tripathi, S., Rakesh V. & Dasgupta B., *Dimensional synthesis of kinematically redundant serial manipulators for cluttered environments*. Robotics and Autonomous Systems, Vol. 58(5), pp. 585-595, 2010.
- [Sornmo et al. 2012] Sörnmo O., Olofsson B., Robertsson A. & Johansson R., *Increasing time efficiency and accuracy of robotic machining processes using model based adaptive force control*, In Proceedings of the 10th International IFAC Symposium on Robot Control. Dubrovnik, 2012.
- [Sornmo et al. 2012] Sornmo O., Olofsson B., Schneider U., Robertsson A. & Johansson R., *Increasing the milling accuracy for industrial robots using a piezo-actuated high-dynamic micro manipulator*, IEEE/ASME International Conference on Advanced Intelligent Mechatronics (AIM), pp. 104–110, 2012.
- [Sulzer et al. 2010] Sulzer J. & Kovac I., *Enhancement of positioning accuracy of industrial robots with a reconfigurable fine positioning module*, Precision Engineering, Vol. 34, pp. 201-217, 2008.
- [Subrin 2013] Subrin Kevin., *Optimisation du comportement de cellules robotiques par gestion des redondances : application à la découpe de viande et à l'Usinage Grande Vitesse*. Université Blaise Pascal - Clermont II, Ecole Doctorale Sciences pour l'Ingénieur de Clermont-Ferrand, 2013.
- [Subrin et al. 2014] Subrin K., Sabourin L., Stephan F. & Gogu G., *Analysis of human arm gesture for optimizing cutting process in ham deboning with a redundant robotic cell*, Industrial robot: An international Journal, Vol. 41(2), pp. 190-202, 2014.
- [Swiatek et al. 2010] Swiatek, G., Liu, Z., & Hazel, B., *Dynamic simulation and configuration dependant modal identification of a portable flexible-link and flexible-joint robot*. In 28th Seminar on Machinery Vibration, Québec, Canada, 2010
- [Tchoń et al. 2009] Tchoń K. & Janiak M., *Repeatable approximation of the Jacobian pseudo-inverse*, Systems & Control Letters Vol. 58(12), pp. 849-856, 2009.
- [Tian et al. 2011] Tian H., Pujun B., Jiangping M. & Derek G., *Tolerance Design and Kinematic Calibration of a Four-Degrees-of-Freedom Pick-and-Place Parallel Robot*, Journal of Mechanisms and Robotics, Vol. 8(6), 2011.

- [Tournier 2010] Tournier C. (Dir.), *Usinage à grande Vitesse, Technique et Ingénierie*, Série Mécanique et Matériaux, ISBN 978-2-10-051810-4, Dunod, 2010.
- [Vosniakos et al. 2009] Vosniakos G.-C. & Kannas Z., *Motion coordination for industrial robotic systems with redundant degrees of freedom*, Robotics and Computer-Integrated Manufacturing, Vol. 25, pp. 417-431, 2009.
- [Vosniakos et al. 2010] Vosniakos G.-C. & Matsas E., *Improving feasibility of robotic milling through robot placement optimisation*, Robotics and Computer-Integrated Manufacturing, Vol. 26, pp. 517-525, 2010.
- [Vuong et al. 2009] Vuong N. D. & Marcelo H.A.Jr., *Dynamic Model Identification for Industrial Robots*, Acta Polytechnica Hungarica, Vol. 6(5), pp. 51-68, 2009.
- [Wampler 1986] Wampler C.W., *Manipulator inverse kinematic solutions based on vector formulations and damped least-squares methods*. IEEE Transactions on Systems, Man & Cybernetics, Vol. 16(1), pp. 93-101, 1986.
- [Wang et al. 06] Wang Y.Y., Huang T., Zhao X.M., Mei J.P., Chetwynd D.G., Hu S.J., *Finite element analysis and comparison of two hybrid robots the Tricept and the TriVariant*, Proceedings of the IEEE/RSJ, Beijing, China, 2006.
- [Wang et al. 2009] Wang J., Zhang H. & Fuhlbrigge T., *Improving machining accuracy with robot deformation compensation*, IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems, pp. 3826-3831, 2009.
- [Wang et al. 2010] Wang J., Li Y. & Zhao X., *Inverse kinematics and control of a 7dof redundant manipulator based on closed loop algorithm*, International Journal of Advanced Robotic Systems, Vol. 7(4), pp. 1-10, 2010.
- [Watanabe et al. 2006] Watanabe A., Sakakibara S., Ban K., Yamada M., Shen G. & Arai T., *A kinematic calibration method for industrial robots using autonomous visual measurement*, CIRP Annals-Manufacturing Technology, Vol.55(1), pp. 1-6, 2006.
- [Wenger 2001] Wenger P., *Analyse et modélisation des robots manipulateurs sous la direction d'Etienne DOMBRE*. Paris: Hermès science publications, 2001.
- [Wenger et al. 1993] Wenger P., Chedmail P. & Reynier F., *A global analysis of following trajectories by redundant manipulators in the presence of obstacles*, Proc. IEEE, Atlanta, pp. 3901-3906, 1993.
- [Whitney 1969] Whitney D.E., *Resolved motion rate control of manipulators and human prostheses*, IEEE transactions on Man-Machine Systems, Vol. 10(2), pp. 47-53, 1969.
- [Whitney 1972] Whitney D., *The mathematics of coordinated control of prostheses and manipulators*, In Proc of the 3rd Annual Conference on Manual Control, 1972.
- [Xiao et al. 2011] Xiao W., Strauß H., Looß T., Hoffmeister H. W. & Hesselbach J., *Closed-form inverse kinematics of 6R milling robot with singularity avoidance*, Production Engineering, Vol. 5(1), pp. 103-110, 2011.

- [Xiao et al. 2012] Xiao W. & Huan J., *Redundancy and optimization of a 6R robot for five-axis milling applications: singularity, joint limits and collision*, Production Engineering, Vol. 6(3), pp. 287-296, 2012.
- [Xu et al. 2010] Xu J., Wang W. & Sun Y., *Two optimization algorithms for solving robotics inverse kinematics with redundancy*, Journal of Control Theory and Applications, Vol. 8(2), pp. 166-175, 2010.
- [Yahya 2011] Yahya S., Moghavvemi M. & Mohamed H.A., *Redundant manipulators kinematics inversion*, Scientific Research and Essays, Vol. 6(26), pp. 5462-5470, 2011.
- [Yoshikawa 1985] Yoshikawa T., *Manipulability of robotic mechanisms*, The International Journal of Robotics Research, Vol. 4(2), pp. 3-9, 1985.
- [Zanchettin, 2011] Zanchettin, A. M., Rocco, P., Robertsson, A., & Johansson, R., *Exploiting task redundancy in industrial manipulators during drilling operations*, IEEE International Conference on Robotics and Automation, pp. 128-133, 2011.
- [Zargabashi et al. 2012] Zargabashi, S.H., Khan W. & Angeles J., *Posture optimization in robot-assisted machining operations*, Mechanism and Machine Theory, Vol. 51, pp. 74-86, 2012.
- [Zhang et al. 2005] Zhang H., Wang. J., Zhang G., Gan Z., Pan Z., Chi H. & Zhu Z., *Machining with flexible manipulator : toward improving robotic machining performance*, In IEEE/ASME International Conference on Advanced Intelligent Mechatronics, 2005.



## Annexe 2-1 : Modélisation associée à l'IRB6660

### A) Modèle Géométrique Direct de l'IRB6660

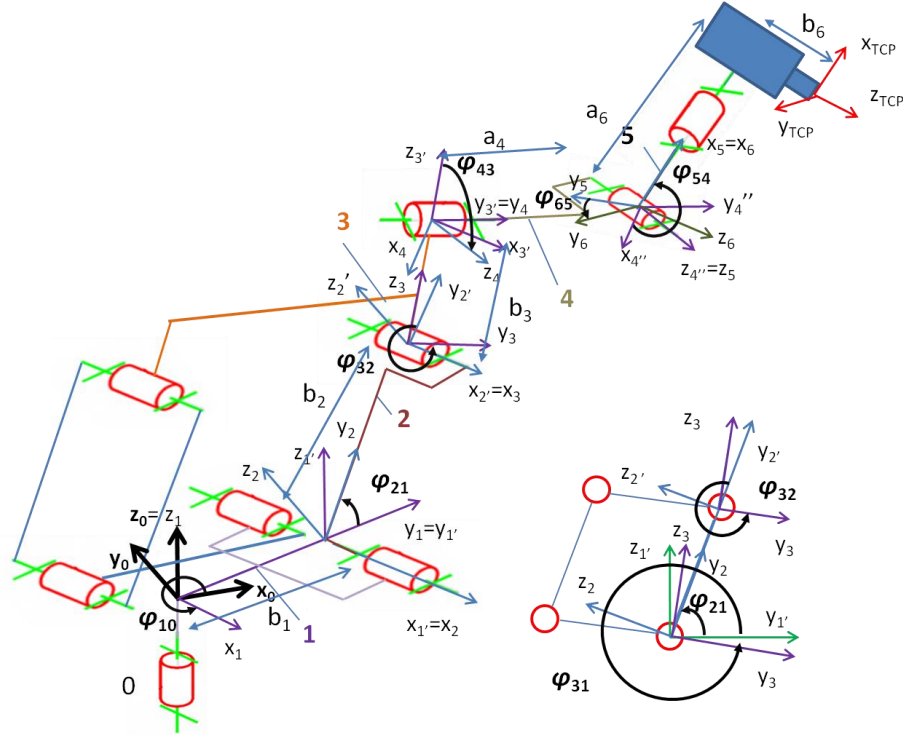


Figure A21-1 : Modélisation de l'IRB6660 par la méthode TCS

Le modèle géométrique direct du robot intègre l'angle  $\varphi_{32}$  où sa valeur est définie par la relation :

$$\varphi_{32} = \varphi_{31} - \varphi_{21}$$

$$A_{0TCP} = \underbrace{R_{01}^z(\varphi_{10})T_{11'}^y(b_1)}_{A_{01}} \underbrace{R_{12}^x(\varphi_{21})T_{22'}^y(b_2)}_{A_{12}} \underbrace{R_{23}^x(\varphi_{32})T_{33'}^z(b_3)}_{A_{23}} \underbrace{R_{34}^y(\varphi_{43})T_{44'}^y(a_4)}_{A_{34}} \underbrace{R_{45}^z(\varphi_{54})}_{A_{45}} \underbrace{R_{56}^x(\varphi_{65})T_{66''}^x(a_6)T_{6''TCP}^z(b_6)}_{A_{5TCP}}$$

Le calcul de  $A_{0TCP}$  est le résultat de la multiplication matricielle des opérateurs élémentaires :

$$A_{0TCP} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ p_x & a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ p_y & a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ p_z & a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix}$$

$$p_x = -S_{10} * b_1 + C_{10} * (C_{43} * (C_{54} * a_6 + S_{54} * S_{65} * b_6) + S_{43} * C_{65} * b_6) - S_{10} * (C_{21} * b_2 + C_{21} * (-S_{32} * b_3 + C_{32} * (a_4 + S_{54} * a_6 - C_{54} * S_{65} * b_6)) - S_{32} * (-S_{43} * (C_{54} * a_6 + S_{54} * S_{65} * b_6) + C_{43} * b_6 * C_{65})) - S_{21} * (C_{32} * b_3 + S_{32} * (a_4 + S_{54} * a_6 - C_{54} * S_{65} * b_6) + C_{32} * (-S_{43} * (C_{54} * a_6 + S_{54} * S_{65} * b_6) + C_{43} * b_6 * C_{65})))$$

$$p_y = C_{10} * b_1 + S_{10} * (C_{43} * (C_{54} * a_6 + S_{54} * S_{65} * b_6) + S_{43} * C_{65} * b_6) + C_{10} * (C_{21} * b_2 + C_{21} * (-S_{32} * b_3 + C_{32} * (a_4 + S_{54} * a_6 - C_{54} * S_{65} * b_6)) - S_{32} * (-S_{43} * (C_{54} * a_6 + S_{54} * S_{65} * b_6) + C_{43} * b_6 * C_{65})) - S_{21} * (C_{32} * b_3 + S_{32} * (a_4 + S_{54} * a_6 - C_{54} * S_{65} * b_6) + C_{32} * (-S_{43} * (C_{54} * a_6 + S_{54} * S_{65} * b_6) + C_{43} * b_6 * C_{65})))$$

$$p_z = S_{21} * b_2 + S_{21} * (-S_{32} * b_3 + C_{32} * (a_4 + S_{54} * a_6 - C_{54} * S_{65} * b_6)) - S_{32} * (-S_{43} * (C_{54} * a_6 + S_{54} * S_{65} * b_6) + C_{43} * b_6 * C_{65})) + C_{21} * (C_{32} * b_3 + S_{32} * (a_4 + S_{54} * a_6 - C_{54} * S_{65} * b_6) + C_{32} * (-S_{43} * (C_{54} * a_6 + S_{54} * S_{65} * b_6) + C_{43} * b_6 * C_{65})))$$

$$a_{11} = C_{10} * C_{43} * C_{54} - S_{10} * (C_{21} * (C_{32} * S_{54} + S_{32} * S_{43} * C_{54}) - S_{21} * (S_{32} * S_{54} - C_{32} * S_{43} * C_{54}))$$

$$a_{21} = S_{10} * C_{43} * C_{54} + C_{10} * (C_{21} * (C_{32} * S_{54} + S_{32} * S_{43} * C_{54}) - S_{21} * (S_{32} * S_{54} - C_{32} * S_{43} * C_{54}))$$

$$a_{31} = S_{21} * (C_{32} * S_{54} + S_{32} * S_{43} * C_{54}) + C_{21} * (S_{32} * S_{54} - C_{32} * S_{43} * C_{54})$$

$$a_{12} = C_{10} * (-C_{43} * S_{54} * C_{65} + S_{43} * S_{65}) - S_{10} * (C_{21} * (C_{32} * C_{54} * C_{65} - S_{32} * (S_{43} * S_{54} * C_{65} + C_{43} * S_{65})) - S_{21} * (S_{32} * C_{54} * C_{65} + C_{32} * (S_{43} * S_{54} * C_{65} + C_{43} * S_{65})))$$

$$a_{22} = S_{10} * (-C_{43} * S_{54} * C_{65} + S_{43} * S_{65}) + C_{10} * (C_{21} * (C_{32} * C_{54} * C_{65} - S_{32} * (S_{43} * S_{54} * C_{65} + C_{43} * S_{65})) - S_{21} * (S_{32} * C_{54} * C_{65} + C_{32} * (S_{43} * S_{54} * C_{65} + C_{43} * S_{65})))$$

$$a_{32} = S_{21} * (C_{32} * C_{54} * C_{65} - S_{32} * (S_{43} * S_{54} * C_{65} + C_{43} * S_{65})) + C_{21} * (S_{32} * C_{54} * C_{65} + C_{32} * (S_{43} * S_{54} * C_{65} + C_{43} * S_{65}))$$

$$a_{13} = C_{10} * (C_{43} * S_{54} * S_{65} + S_{43} * C_{65}) - S_{10} * (C_{21} * (-C_{32} * C_{54} * S_{65} - S_{32} * (-S_{43} * S_{54} * S_{65} + C_{43} * C_{65})) - S_{21} * (-S_{32} * C_{54} * S_{65} + C_{32} * (-S_{43} * S_{54} * S_{65} + C_{43} * C_{65})))$$

$$a_{23} = S_{10} * (C_{43} * S_{54} * S_{65} + S_{43} * C_{65}) + C_{10} * (C_{21} * (-C_{32} * C_{54} * S_{65} - S_{32} * (-S_{43} * S_{54} * S_{65} + C_{43} * C_{65})) - S_{21} * (-S_{32} * C_{54} * S_{65} + C_{32} * (-S_{43} * S_{54} * S_{65} + C_{43} * C_{65})))$$

$$a_{33} = S_{21} * (-C_{32} * C_{54} * S_{65} - S_{32} * (-S_{43} * S_{54} * S_{65} + C_{43} * C_{65})) + C_{21} * (-S_{32} * C_{54} * S_{65} + C_{32} * (-S_{43} * S_{54} * S_{65} + C_{43} * C_{65}))$$

### Modèle cinématique direct

Le modèle cinématique direct est similaire au modèle précédent et intègre la relation :

$$\dot{\varphi}_{32} = \dot{\varphi}_{31} - \dot{\varphi}_{21}$$

L'expression de  ${}^{TCP}J_{TCP}$  vérifie les relations :

$$\dot{x}_{TCP} = {}^{TCP}J_{TCP} [\dot{q}_1 \quad \dot{q}_2 \quad \dot{q}_3 \quad \dot{q}_4 \quad \dot{q}_5 \quad \dot{q}_6]^T \text{ avec } {}^{TCP}J_{TCP} = \begin{bmatrix} J_{11} & \cdots & \cdots & J_{14} & \cdots & J_{16} \\ \vdots & \ddots & & & & \vdots \\ \vdots & & \ddots & & & \vdots \\ J_{41} & & & J_{44} & & \vdots \\ \vdots & & & & \ddots & \vdots \\ J_{61} & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & J_{66} \end{bmatrix}$$

$$J_{11} = -b_1 * C_{43} * C_{54} + S_{21} * S_{32} * a_4 * C_{43} * C_{54} + C_{65} * b_6 * C_{21} * S_{32} * C_{54} + C_{21} * S_{32} * b_3 * C_{43} * C_{54} + C_{43} * S_{65} * b_6 * C_{21} * C_{32} + S_{43} * C_{65} * b_6 * C_{21} * C_{32} * S_{54} + S_{21} * C_{32} * b_3 * C_{43} * C_{54} + C_{65} * b_6 * S_{21} * C_{32} * C_{54} - C_{21} * b_2 * C_{43} * C_{54} - C_{43} * S_{65} * b_6 * S_{21} * S_{32} - C_{21} * C_{32} * a_4 * C_{43} * C_{54} - S_{43} * C_{65} * b_6 * S_{21} * S_{32} * S_{54}$$

$$J_{21} = -b_1 * S_{43} * S_{65} - S_{21} * C_{32} * b_3 * C_{43} * S_{54} * C_{65} - S_{21} * C_{32} * C_{54} * a_6 * S_{65} + C_{21} * C_{32} * a_6 * C_{43} * C_{65} + S_{21} * S_{32} * S_{54} * a_6 * S_{43} * S_{65} + S_{21} * S_{32} * a_4 * S_{43} * S_{65} + C_{21} * C_{32} * C_{54} * b_6 * S_{43} - S_{21} * S_{32} * a_6 * C_{43} * C_{65} - C_{21} * C_{32} * S_{54} * a_6 * S_{43} * S_{65} + C_{21} * C_{32} * a_4 * C_{43} * S_{54} * C_{65} - S_{21} * S_{32} * a_4 * C_{43} * S_{54} * C_{65} - C_{21} * S_{32} * C_{54} * a_6 * S_{65} + C_{21} * b_2 * C_{43} * S_{54} * C_{65} + b_1 * C_{43} * S_{54} * C_{65} - S_{21} * S_{32} * C_{54} * b_6 * S_{43} - S_{21} * C_{32} * S_{54} * b_6 + S_{21} * C_{32} * b_3 * S_{43} * S_{65} + C_{21} * S_{32} * b_3 * S_{43} * S_{65} - C_{21} * S_{32} * S_{54} * b_6 - C_{21} * S_{32} * b_3 * C_{43} * S_{54} * C_{65} - C_{21} * C_{32} * a_4 * S_{43} * S_{65} - C_{21} * b_2 * S_{43} * S_{65}$$

$$J_{31} = -C_{21} * C_{32} * a_6 * C_{43} * S_{65} - C_{21} * C_{32} * S_{54} * a_6 * S_{43} * C_{65} - C_{21} * S_{32} * C_{54} * a_6 * C_{65} - C_{21} * C_{32} * a_4 * C_{43} * S_{54} * S_{65} - C_{21} * b_2 * C_{43} * S_{54} * S_{65} - b_1 * S_{43} * C_{65} + S_{21} * S_{32} * S_{54} * a_6 * S_{43} * C_{65} + S_{21} * C_{32} * b_3 * S_{43} * C_{65} + S_{21} * C_{32} * b_3 * C_{43} * S_{54} * S_{65} + S_{21} * S_{32} * a_4 * C_{43} * S_{54} * S_{65} + C_{21} * S_{32} * b_3 * C_{43} * S_{54} * S_{65} + C_{21} * S_{32} * b_3 * S_{43} * C_{65} + S_{21} * S_{32} * a_4 * S_{43} * C_{65} + S_{21} * S_{32} * a_6 * C_{43} * S_{65} - S_{21} * C_{32} * C_{54} * a_6 * C_{65} - C_{21} * C_{32} * a_4 * S_{43} * C_{65} - b_1 * C_{43} * S_{54} * S_{65} - C_{21} * b_2 * S_{43} * C_{65}$$

$$J_{41} = S_{21} * C_{32} * S_{54} + S_{21} * S_{32} * S_{43} * C_{54} + C_{21} * S_{32} * S_{54} - C_{21} * C_{32} * S_{43} * C_{54}$$

$$J_{51} = C_{21} * S_{32} * C_{65} * C_{54} + C_{43} * S_{65} * C_{21} * C_{32} + S_{43} * C_{65} * C_{21} * C_{32} * S_{54} + S_{21} * C_{32} * C_{65} * C_{54} - C_{43} * S_{65} * S_{21} * S_{32} - S_{43} * C_{65} * S_{21} * S_{32} * S_{54}$$

$$J_{61} = -C_{54} * S_{21} * C_{32} * S_{65} + C_{21} * C_{32} * C_{43} * C_{65} + S_{21} * S_{32} * S_{54} * S_{43} * S_{65} - S_{21} * S_{32} * C_{43} * C_{65} - C_{21} * C_{32} * S_{54} * S_{43} * S_{65} - C_{54} * C_{21} * S_{32} * S_{65}$$

$$J_{12} = b_2 * S_{32} * S_{54} - b_2 * C_{32} * S_{43} * C_{54}$$

$$J_{22} = b_2 * C_{32} * S_{43} * S_{54} * C_{65} + b_2 * S_{32} * C_{54} * C_{65} + b_2 * C_{32} * C_{43} * S_{65}$$

$$J_{32} = -b_2 * S_{32} * C_{54} * S_{65} - b_2 * C_{32} * S_{43} * S_{54} * S_{65} + b_2 * C_{32} * C_{43} * C_{65}$$

$$J_{42} = 0$$

$$J_{52} = 0$$

$$J_{62} = 0$$

$$J_{13} = S_{43} * S_{65} * b_6 - C_{43} * b_6 * C_{65} * S_{54} - a_4 * S_{43} * C_{54} - b_3 * S_{54}$$

$$J_{23} = -b_3 * C_{54} * C_{65} + a_4 * C_{43} * S_{65} + a_4 * S_{43} * S_{54} * C_{65} + a_6 * S_{43} * C_{65} + S_{54} * a_6 * C_{43} * S_{65} - C_{54} * b_6 * C_{43}$$

$$J_{33} = b_3 * C_{54} * S_{65} + a_4 * C_{65} * C_{43} - a_4 * S_{43} * S_{54} * S_{65} - a_6 * S_{43} * S_{65} + S_{54} * a_6 * C_{65} * C_{43}$$

$$J_{43} = C_{43} * C_{54}$$

$$J_{53} = -C_{43} * S_{54} * C_{65} + S_{43} * S_{65}$$

$$J_{63} = C_{43} * S_{54} * S_{65} + S_{43} * C_{65}$$

$$J_{14} = C_{54} * b_6 * C_{65}$$

$$J_{24} = -C_{54} * a_6 * S_{65} - S_{54} * b_6$$

$$J_{34} = -C_{54} * a_6 * C_{65}$$

$$J_{44} = S_{54}$$

$$J_{54} = C_{54} * C_{65}$$

$$J_{64} = -C_{54} * S_{65}$$

$$J_{15} = b_6 * S_{65}$$

$$J_{25} = a_6 * C_{65}$$

$$J_{35} = -a_6 * S_{65}$$

$$J_{45} = 0$$

$$J_{55} = S_{65}$$

$$J_{65} = C_{65}$$

$$J_{16} = 0$$

$$J_{26} = -b_6$$



$$J_{36} = 0$$

$$J_{46} = 1$$

$$J_{56} = 0$$

$$J_{66} = 0$$

## Annexe 2-2 : Modélisation associée à la cellule redondante à 9ddl

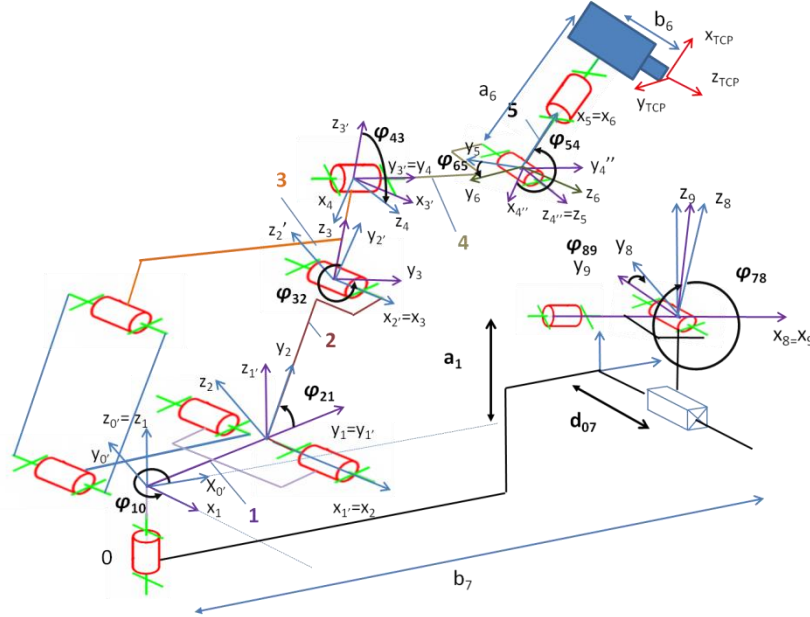


Figure A22-1 : Modélisation TCS de l'architecture à 9ddl

La modélisation complète intègre 3 degrés de liberté supplémentaires (retourneur à 2ddl et track à 1ddl). Afin de ne pas décaler les notations, les articulations supplémentaires sont notées  $q_7$ ,  $q_8$ ,  $q_9$  et sont placées en début de chaîne.

3 opérateurs homogènes sont alors introduits :

- $A_{98}$  est une paire en rotation sur l'axe **X**
- $A_{87}$  est une paire en rotation sur l'axe **Y**
- $A_{70}$  est une paire en translation sur l'axe **Y**

La position relative du retourneur et du track vis-à-vis du robot est décrite par les paramètres architecturaux  $a_1$  et  $b_7$ . Les opérateurs homogènes décrivant les rotations sont alors  $R_{98}^x(\varphi_{89})$  et  $R_{87}^y(\varphi_{78})$ . L'opérateur homogène décrivant la translation du track est  $T_{70}^y(d_{07})$ . Les paramètres de positionnement à introduire sont alors  $T_{00}^x(b_7)$  et  $T_{11}^z(a_1)$ . Le modèle géométrique direct de la cellule s'exprime alors :

$$A_{9TCP} = R_{98}^x(\varphi_{89})R_{87}^y(\varphi_{78})T_{00}^x(d_{07})T_{00}^x(b_7)R_{01}^z(\varphi_{10})T_{11}^z(a_1)T_{11}^y(b_1)R_{12}^x(\varphi_{21})T_{22}^y(b_2)R_{23}^x(\varphi_{32})T_{33}^z(b_3)R_{34}^y(\varphi_{43})T_{44}^y(a_4)R_{45}^z(\varphi_{54})R_{56}^x(\varphi_{65})T_{66}^x(a_6)T_{66}^z(b_6)$$

L'utilisation de la méthode TCS permet d'utiliser les règles afin d'écrire les colonnes de la matrice Jacobienne. Afin de déterminer  ${}^{TPC}J_{TCP}$ , on considère les opérateurs suivants :

$$A_{9TCP} = \underbrace{R_{98}^x(\varphi_{89})}_{A_{98}} \underbrace{R_{87}^y(\varphi_{78})}_{A_{87}} \underbrace{T_{70}^y(d_{07})T_{00}^x(b_7)}_{A_{70}} \underbrace{R_{01}^z(\varphi_{10})T_{11}^z(a_1)T_{11}^y(b_1)}_{A_{01}} \underbrace{R_{12}^x(\varphi_{21})T_{22}^y(b_2)}_{A_{12}} \underbrace{R_{23}^x(\varphi_{32})T_{33}^z(b_3)}_{A_{23}} \underbrace{R_{34}^y(\varphi_{43})T_{44}^y(a_4)}_{A_{34}} \underbrace{R_{45}^z(\varphi_{54})R_{56}^x(\varphi_{65})T_{66}^x(a_6)T_{66}^z(b_6)}_{A_{5TCP}}$$



$$S_{21}*(S_{32}*C_{54}*C_{65}+C_{32}*(S_{43}*S_{54}*C_{65}+C_{43}*S_{65}))) + C_{78}*(S_{21}*(C_{32}*C_{54}*C_{65}-$$

$$S_{32}*(S_{43}*S_{54}*C_{65}+C_{43}*S_{65}))+C_{21}*(S_{32}*C_{54}*C_{65}+C_{32}*(S_{43}*S_{54}*C_{65}+C_{43}*S_{65}))))$$

$$J_{31} =$$

$$(C_{89}*(d_{07}+C_{10}*b_1+S_{10}*(C_{43}*(C_{54}*a_6+S_{54}*S_{65}*b_6)+S_{43}*C_{65}*b_6)+C_{10}*(C_{21}*b_2+C_{21}*(-$$

$$S_{32}*b_3+C_{32}*(a_4+S_{54}*a_6-C_{54}*S_{65}*b_6)-S_{32}*(-S_{43}*(C_{54}*a_6+S_{54}*S_{65}*b_6)+C_{43}*C_{65}*b_6))-$$

$$S_{21}*(C_{32}*b_3+S_{32}*(a_4+S_{54}*a_6-C_{54}*S_{65}*b_6)+C_{32}*(-S_{43}*(C_{54}*a_6+S_{54}*S_{65}*b_6)+C_{43}*C_{65}*b_6))))-S_{89}*(-S_{78}*(b_7-$$

$$S_{10}*b_1+C_{10}*(C_{43}*(C_{54}*a_6+S_{54}*S_{65}*b_6)+S_{43}*C_{65}*b_6)-S_{10}*(C_{21}*b_2+C_{21}*(-S_{32}*b_3+C_{32}*(a_4+S_{54}*a_6-$$

$$C_{54}*S_{65}*b_6)-S_{32}*(-S_{43}*(C_{54}*a_6+S_{54}*S_{65}*b_6)+C_{43}*C_{65}*b_6))-S_{21}*(C_{32}*b_3+S_{32}*(a_4+S_{54}*a_6-$$

$$C_{54}*S_{65}*b_6)+C_{32}*(-S_{43}*(C_{54}*a_6+S_{54}*S_{65}*b_6)+C_{43}*C_{65}*b_6))))+C_{78}*(a_1+S_{21}*b_2+S_{21}*(-$$

$$S_{32}*b_3+C_{32}*(a_4+S_{54}*a_6-C_{54}*S_{65}*b_6)-S_{32}*(-$$

$$S_{43}*(C_{54}*a_6+S_{54}*S_{65}*b_6)+C_{43}*C_{65}*b_6))+C_{21}*(C_{32}*b_3+S_{32}*(a_4+S_{54}*a_6-C_{54}*S_{65}*b_6)+C_{32}*(-$$

$$S_{43}*(C_{54}*a_6+S_{54}*S_{65}*b_6)+C_{43}*C_{65}*b_6))))*(S_{89}*(S_{10}*(C_{43}*S_{54}*S_{65}+S_{43}*C_{65})+C_{10}*(C_{21}*(-C_{32}*C_{54}*S_{65}-$$

$$S_{32}*(-S_{43}*S_{54}*S_{65}+C_{43}*C_{65}))-S_{21}*(-S_{32}*C_{54}*S_{65}+C_{32}*(-S_{43}*S_{54}*S_{65}+C_{43}*C_{65}))))+C_{89}*(-$$

$$S_{78}*(C_{10}*(C_{43}*S_{54}*S_{65}+S_{43}*C_{65})-S_{10}*(C_{21}*(-C_{32}*C_{54}*S_{65}-S_{32}*(-S_{43}*S_{54}*S_{65}+C_{43}*C_{65}))-S_{21}*(-$$

$$S_{32}*C_{54}*S_{65}+C_{32}*(-S_{43}*S_{54}*S_{65}+C_{43}*C_{65}))))+C_{78}*(S_{21}*(-C_{32}*C_{54}*S_{65}-S_{32}*(-$$

$$S_{43}*S_{54}*S_{65}+C_{43}*C_{65}))+C_{21}*(-S_{32}*C_{54}*S_{65}+C_{32}*(-S_{43}*S_{54}*S_{65}+C_{43}*C_{65}))))-$$

$$(S_{89}*(d_{07}+C_{10}*b_1+S_{10}*(C_{43}*(C_{54}*a_6+S_{54}*S_{65}*b_6)+S_{43}*C_{65}*b_6)+C_{10}*(C_{21}*b_2+C_{21}*(-$$

$$S_{32}*b_3+C_{32}*(a_4+S_{54}*a_6-C_{54}*S_{65}*b_6)-S_{32}*(-S_{43}*(C_{54}*a_6+S_{54}*S_{65}*b_6)+C_{43}*C_{65}*b_6))-$$

$$S_{21}*(C_{32}*b_3+S_{32}*(a_4+S_{54}*a_6-C_{54}*S_{65}*b_6)+C_{32}*(-S_{43}*(C_{54}*a_6+S_{54}*S_{65}*b_6)+C_{43}*C_{65}*b_6))))+C_{89}*(-$$

$$S_{78}*(b_7-S_{10}*b_1+C_{10}*(C_{43}*(C_{54}*a_6+S_{54}*S_{65}*b_6)+S_{43}*C_{65}*b_6)-S_{10}*(C_{21}*b_2+C_{21}*(-S_{32}*b_3+C_{32}*(a_4+S_{54}*a_6-$$

$$C_{54}*S_{65}*b_6)-S_{32}*(-S_{43}*(C_{54}*a_6+S_{54}*S_{65}*b_6)+C_{43}*C_{65}*b_6))-S_{21}*(C_{32}*b_3+S_{32}*(a_4+S_{54}*a_6-$$

$$C_{54}*S_{65}*b_6)+C_{32}*(-S_{43}*(C_{54}*a_6+S_{54}*S_{65}*b_6)+C_{43}*C_{65}*b_6))))+C_{78}*(a_1+S_{21}*b_2+S_{21}*(-$$

$$S_{32}*b_3+C_{32}*(a_4+S_{54}*a_6-C_{54}*S_{65}*b_6)-S_{32}*(-$$

$$S_{43}*(C_{54}*a_6+S_{54}*S_{65}*b_6)+C_{43}*C_{65}*b_6))+C_{21}*(C_{32}*b_3+S_{32}*(a_4+S_{54}*a_6-C_{54}*S_{65}*b_6)+C_{32}*(-$$

$$S_{43}*(C_{54}*a_6+S_{54}*S_{65}*b_6)+C_{43}*C_{65}*b_6))))*(C_{89}*(S_{10}*(C_{43}*S_{54}*S_{65}+S_{43}*C_{65})+C_{10}*(C_{21}*(-C_{32}*C_{54}*S_{65}-$$

$$S_{32}*(-S_{43}*S_{54}*S_{65}+C_{43}*C_{65}))-S_{21}*(-S_{32}*C_{54}*S_{65}+C_{32}*(-S_{43}*S_{54}*S_{65}+C_{43}*C_{65}))))-S_{89}*(-$$

$$S_{78}*(C_{10}*(C_{43}*S_{54}*S_{65}+S_{43}*C_{65})-S_{10}*(C_{21}*(-C_{32}*C_{54}*S_{65}-S_{32}*(-S_{43}*S_{54}*S_{65}+C_{43}*C_{65}))-S_{21}*(-$$

$$S_{32}*C_{54}*S_{65}+C_{32}*(-S_{43}*S_{54}*S_{65}+C_{43}*C_{65}))))+C_{78}*(S_{21}*(-C_{32}*C_{54}*S_{65}-S_{32}*(-$$

$$S_{43}*S_{54}*S_{65}+C_{43}*C_{65}))+C_{21}*(-S_{32}*C_{54}*S_{65}+C_{32}*(-S_{43}*S_{54}*S_{65}+C_{43}*C_{65}))))$$

$$J_{41} = C_{78}*(C_{10}*C_{43}*C_{54}-S_{10}*(C_{21}*(C_{32}*S_{54}+S_{32}*S_{43}*C_{54})-S_{21}*(S_{32}*S_{54}-$$

$$C_{32}*S_{43}*C_{54}))) + S_{78}*(S_{21}*(C_{32}*S_{54}+S_{32}*S_{43}*C_{54})+C_{21}*(S_{32}*S_{54}-C_{32}*S_{43}*C_{54}))$$

$$J_{51} = C_{78}*(C_{10}*(-C_{43}*S_{54}*C_{65}+S_{43}*S_{65})-S_{10}*(C_{21}*(C_{32}*C_{54}*C_{65}-S_{32}*(S_{43}*S_{54}*C_{65}+C_{43}*S_{65}))-$$

$$S_{21}*(S_{32}*C_{54}*C_{65}+C_{32}*(S_{43}*S_{54}*C_{65}+C_{43}*S_{65})))) + S_{78}*(S_{21}*(C_{32}*C_{54}*C_{65}-$$

$$S_{32}*(S_{43}*S_{54}*C_{65}+C_{43}*S_{65}))+C_{21}*(S_{32}*C_{54}*C_{65}+C_{32}*(S_{43}*S_{54}*C_{65}+C_{43}*S_{65}))))$$

$$J_{61} = C_{78}*(C_{10}*(C_{43}*S_{54}*S_{65}+S_{43}*C_{65})-S_{10}*(C_{21}*(-C_{32}*C_{54}*S_{65}-S_{32}*(-S_{43}*S_{54}*S_{65}+C_{43}*C_{65}))-S_{21}*(-$$

$$S_{32}*C_{54}*S_{65}+C_{32}*(-S_{43}*S_{54}*S_{65}+C_{43}*C_{65})))) + S_{78}*(S_{21}*(-C_{32}*C_{54}*S_{65}-S_{32}*(-$$

$$S_{43}*S_{54}*S_{65}+C_{43}*C_{65}))+C_{21}*(-S_{32}*C_{54}*S_{65}+C_{32}*(-S_{43}*S_{54}*S_{65}+C_{43}*C_{65}))))$$

$$J_{12} = b_2*S_{10}*S_{32}*S_{54}+S_{43}*S_{65}*b_6*S_{10}-b_3*S_{10}*S_{54}-$$

$$b_7*C_{21}*S_{32}*S_{54}+S_{10}*b_1*S_{21}*C_{32}*S_{54}+S_{10}*b_1*S_{21}*S_{32}*S_{43}*C_{54}-b_7*S_{21}*S_{32}*S_{43}*C_{54}-$$

$$S_{21}*S_{32}*b_3*C_{10}*C_{43}*C_{54}+S_{10}*b_1*C_{21}*S_{32}*S_{54}+C_{10}*C_{65}*b_6*C_{21}*C_{32}*C_{54}-C_{43}*C_{65}*b_6*S_{10}*S_{54}-$$

$$b_2*S_{10}*C_{32}*S_{43}*C_{54}-C_{10}*C_{43}*S_{65}*b_6*S_{21}*C_{32}-C_{10}*C_{43}*S_{65}*b_6*C_{21}*S_{32}-S_{10}*a_4*S_{43}*C_{54}-$$

$$a_1*S_{10}*C_{21}*S_{32}*S_{43}*C_{54}-a_1*S_{10}*S_{21}*C_{32}*S_{43}*C_{54}-b_7*S_{21}*C_{32}*S_{54}-a_1*S_{10}*C_{21}*C_{32}*S_{54}-$$

$$S_{10}*b_1*C_{21}*C_{32}*S_{43}*C_{54}-C_{10}*S_{43}*C_{65}*b_6*C_{21}*S_{32}*S_{54}-C_{10}*S_{43}*C_{65}*b_6*S_{21}*C_{32}*S_{54}-$$

$$C_{10}*C_{65}*b_6*S_{21}*S_{32}*C_{54}+b_7*C_{21}*C_{32}*S_{43}*C_{54}+S_{21}*C_{32}*a_4*C_{10}*C_{43}*C_{54}+C_{21}*C_{32}*b_3*C_{10}*C_{43}*C_{54}+a_1*$$

$$C_{10}*C_{43}*C_{54}+S_{21}*b_2*C_{10}*C_{43}*C_{54}+a_1*S_{10}*S_{21}*S_{32}*S_{54}+C_{21}*S_{32}*a_4*C_{10}*C_{43}*C_{54}$$

$$\begin{aligned}
 J_{22} = & S_{10} * a_4 * C_{43} * S_{65} + S_{10} * a_6 * S_{43} * C_{65} + a_1 * C_{10} * S_{43} * S_{65} - S_{10} * C_{54} * b_6 * C_{43} - \\
 & b_3 * S_{10} * C_{54} * C_{65} + b_2 * S_{10} * C_{32} * S_{43} * S_{54} * C_{65} + S_{10} * b_1 * S_{21} * C_{32} * C_{54} * C_{65} + S_{10} * a_4 * S_{43} * S_{54} * C_{65} + S_{10} * S_{54} * a_6 * C_{43} \\
 & * S_{65} + S_{21} * S_{32} * b_3 * C_{10} * C_{43} * S_{54} * C_{65} + S_{21} * b_2 * C_{10} * S_{43} * S_{65} + b_7 * S_{21} * S_{32} * C_{43} * S_{65} + C_{21} * C_{32} * b_3 * C_{10} * S_{43} * S_{65} + S \\
 & 21 * C_{32} * S_{54} * a_6 * C_{10} * S_{43} * S_{65} + b_2 * S_{10} * C_{32} * C_{43} * S_{65} + b_2 * S_{10} * S_{32} * C_{54} * C_{65} + S_{21} * S_{32} * C_{54} * a_6 * C_{10} * S_{65} + a_1 * S_{10} * \\
 & C_{21} * S_{32} * S_{43} * S_{54} * C_{65} + a_1 * S_{10} * S_{21} * C_{32} * S_{43} * S_{54} * C_{65} + C_{21} * S_{32} * a_4 * C_{10} * S_{43} * S_{65} - S_{10} * b_1 * S_{21} * S_{32} * C_{43} * S_{65} - \\
 & S_{21} * C_{32} * a_4 * C_{10} * C_{43} * S_{54} * C_{65} - \\
 & C_{21} * C_{32} * C_{54} * a_6 * C_{10} * S_{65} + b_7 * S_{21} * S_{32} * S_{43} * S_{54} * C_{65} + C_{21} * S_{32} * S_{54} * a_6 * C_{10} * S_{43} * S_{65} + S_{21} * S_{32} * S_{54} * b_6 * C_{10} - \\
 & C_{21} * C_{32} * S_{54} * b_6 * C_{10} - C_{21} * C_{32} * b_3 * C_{10} * C_{43} * S_{54} * C_{65} - a_1 * S_{10} * C_{21} * C_{32} * C_{54} * C_{65} - \\
 & C_{21} * S_{32} * a_4 * C_{10} * C_{43} * S_{54} * C_{65} - S_{10} * b_1 * S_{21} * S_{32} * S_{43} * S_{54} * C_{65} - C_{21} * S_{32} * C_{54} * b_6 * C_{10} * S_{43} - a_1 * C_{10} * C_{43} * S_{54} * C_{65} - \\
 & b_7 * S_{21} * C_{32} * C_{54} * C_{65} - b_7 * C_{21} * S_{32} * C_{54} * C_{65} - b_7 * C_{21} * C_{32} * C_{43} * S_{65} - S_{21} * S_{32} * b_3 * C_{10} * S_{43} * S_{65} - \\
 & S_{21} * b_2 * C_{10} * C_{43} * S_{54} * C_{65} - S_{21} * C_{32} * C_{54} * b_6 * C_{10} * S_{43} - S_{21} * C_{32} * a_6 * C_{10} * C_{43} * C_{65} - C_{21} * S_{32} * a_6 * C_{10} * C_{43} * C_{65} - \\
 & b_7 * C_{21} * C_{32} * S_{43} * S_{54} * C_{65} + S_{10} * b_1 * C_{21} * C_{32} * C_{43} * S_{65} + S_{10} * b_1 * C_{21} * S_{32} * C_{54} * C_{65} + S_{21} * C_{32} * a_4 * C_{10} * S_{43} * S_{65} + a \\
 & 1 * S_{10} * C_{21} * S_{32} * C_{43} * S_{65} + a_1 * S_{10} * S_{21} * S_{32} * C_{54} * C_{65} + a_1 * S_{10} * S_{21} * C_{32} * C_{43} * S_{65} + S_{10} * b_1 * C_{21} * C_{32} * S_{43} * S_{54} * C_{65}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 J_{32} = & a_1 * C_{10} * S_{43} * C_{65} - \\
 & S_{10} * a_6 * S_{43} * S_{65} + b_3 * S_{10} * C_{54} * S_{65} + S_{10} * a_4 * C_{43} * C_{65} + S_{10} * b_1 * S_{21} * S_{32} * S_{43} * S_{54} * S_{65} + S_{21} * C_{32} * S_{54} * a_6 * C_{10} * S_{43} * \\
 & C_{65} + C_{21} * S_{32} * S_{54} * a_6 * C_{10} * S_{43} * C_{65} + C_{21} * C_{32} * b_3 * C_{10} * C_{43} * S_{54} * S_{65} + S_{21} * C_{32} * a_4 * C_{10} * C_{43} * S_{54} * S_{65} + C_{21} * S_{32} * \\
 & a_4 * C_{10} * C_{43} * S_{54} * S_{65} - S_{10} * b_1 * C_{21} * C_{32} * S_{43} * S_{54} * S_{65} - a_1 * S_{10} * S_{21} * C_{32} * S_{43} * S_{54} * S_{65} - \\
 & a_1 * S_{10} * C_{21} * S_{32} * S_{43} * S_{54} * S_{65} - S_{21} * S_{32} * b_3 * C_{10} * C_{43} * S_{54} * S_{65} - \\
 & S_{10} * b_1 * S_{21} * C_{32} * C_{54} * S_{65} + C_{21} * C_{32} * b_3 * C_{10} * S_{43} * C_{65} + S_{21} * C_{32} * a_4 * C_{10} * S_{43} * C_{65} - S_{10} * b_1 * S_{21} * S_{32} * C_{43} * C_{65} - \\
 & a_1 * S_{10} * S_{21} * S_{32} * C_{54} * S_{65} - S_{10} * b_1 * C_{21} * S_{32} * C_{54} * S_{65} - S_{21} * S_{32} * b_3 * C_{10} * S_{43} * C_{65} - \\
 & b_7 * S_{21} * S_{32} * S_{43} * S_{54} * S_{65} + S_{21} * S_{32} * C_{54} * a_6 * C_{10} * C_{65} + S_{21} * C_{32} * a_6 * C_{10} * C_{43} * S_{65} + C_{21} * S_{32} * a_6 * C_{10} * C_{43} * S_{65} + S_{10} \\
 & 0 * b_1 * C_{21} * C_{32} * C_{43} * C_{65} - b_2 * S_{10} * C_{32} * S_{43} * S_{54} * S_{65} - \\
 & C_{21} * C_{32} * C_{54} * a_6 * C_{10} * C_{65} + a_1 * S_{10} * C_{21} * S_{32} * C_{43} * C_{65} + a_1 * S_{10} * S_{21} * C_{32} * C_{43} * C_{65} + a_1 * S_{10} * C_{21} * C_{32} * C_{54} * S_{65} + \\
 & C_{21} * S_{32} * a_4 * C_{10} * S_{43} * C_{65} + S_{21} * b_2 * C_{10} * C_{43} * S_{54} * S_{65} + b_7 * C_{21} * C_{32} * S_{43} * S_{54} * S_{65} - \\
 & b_2 * S_{10} * S_{32} * C_{54} * S_{65} + b_7 * C_{21} * S_{32} * C_{54} * S_{65} + S_{21} * b_2 * C_{10} * S_{43} * C_{65} + b_7 * S_{21} * S_{32} * C_{43} * C_{65} + a_1 * C_{10} * C_{43} * S_{54} * S_{65} \\
 & + b_7 * S_{21} * C_{32} * C_{54} * S_{65} - b_7 * C_{21} * C_{32} * C_{43} * C_{65} + S_{10} * S_{54} * a_6 * C_{43} * C_{65} - \\
 & S_{10} * a_4 * S_{43} * S_{54} * S_{65} + b_2 * S_{10} * C_{32} * C_{43} * C_{65}
 \end{aligned}$$

$$J_{42} = S_{10} * C_{43} * C_{54} + C_{10} * C_{21} * S_{32} * S_{43} * C_{54} + C_{10} * C_{21} * C_{32} * S_{54} - C_{10} * S_{21} * S_{32} * S_{54} + C_{10} * S_{21} * C_{32} * S_{43} * C_{54}$$

$$\begin{aligned}
 J_{52} = & -S_{10} * C_{43} * S_{54} * C_{65} + S_{10} * S_{43} * S_{65} + C_{10} * C_{21} * C_{32} * C_{54} * C_{65} - C_{10} * C_{21} * S_{32} * S_{43} * S_{54} * C_{65} - \\
 & C_{10} * C_{21} * S_{32} * C_{43} * S_{65} - C_{10} * S_{21} * S_{32} * C_{54} * C_{65} - C_{10} * S_{21} * C_{32} * S_{43} * S_{54} * C_{65} - C_{10} * S_{21} * C_{32} * C_{43} * S_{65}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 J_{62} = & S_{10} * C_{43} * S_{54} * S_{65} + S_{10} * S_{43} * C_{65} - C_{10} * C_{21} * C_{32} * C_{54} * S_{65} + C_{10} * C_{21} * S_{32} * S_{43} * S_{54} * S_{65} - \\
 & C_{10} * C_{21} * S_{32} * C_{43} * C_{65} + C_{10} * S_{21} * S_{32} * C_{54} * S_{65} + C_{10} * S_{21} * C_{32} * S_{43} * S_{54} * S_{65} - C_{10} * S_{21} * C_{32} * C_{43} * C_{65}
 \end{aligned}$$

$$J_{13} = S_{10} * C_{43} * C_{54} + C_{10} * (C_{21} * (C_{32} * S_{54} + S_{32} * S_{43} * C_{54}) - S_{21} * (S_{32} * S_{54} - C_{32} * S_{43} * C_{54}))$$

$$\begin{aligned}
 J_{23} = & S_{10} * (-C_{43} * S_{54} * C_{65} + S_{43} * S_{65}) + C_{10} * (C_{21} * (C_{32} * C_{54} * C_{65} - S_{32} * (S_{43} * S_{54} * C_{65} + C_{43} * S_{65})) - \\
 & S_{21} * (S_{32} * C_{54} * C_{65} + C_{32} * (S_{43} * S_{54} * C_{65} + C_{43} * S_{65})))
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 J_{33} = & S_{10} * (C_{43} * S_{54} * S_{65} + S_{43} * C_{65}) + C_{10} * (C_{21} * (-C_{32} * C_{54} * S_{65} - S_{32} * (-S_{43} * S_{54} * S_{65} + C_{43} * C_{65})) - S_{21} * (- \\
 & S_{32} * C_{54} * S_{65} + C_{32} * (-S_{43} * S_{54} * S_{65} + C_{43} * C_{65})))
 \end{aligned}$$

$$J_{43} = 0$$

$$J_{53} = 0$$

$$J_{63} = 0$$

$$\begin{aligned}
 J_{14} = & -C_{21} * C_{32} * a_4 * C_{43} * C_{54} - C_{43} * S_{65} * b_6 * S_{21} * S_{32} - S_{43} * C_{65} * b_6 * S_{21} * S_{32} * S_{54} - \\
 & b_1 * C_{43} * C_{54} + C_{65} * b_6 * S_{21} * C_{32} * C_{54} + C_{21} * S_{32} * b_3 * C_{43} * C_{54} + S_{21} * C_{32} * b_3 * C_{43} * C_{54} + S_{21} * S_{32} * a_4 * C_{43} * C_{54} + C_{43} * \\
 & S_{65} * b_6 * C_{21} * C_{32} + C_{65} * b_6 * C_{21} * S_{32} * C_{54} + S_{43} * C_{65} * b_6 * C_{21} * C_{32} * S_{54} - C_{21} * b_2 * C_{43} * C_{54}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 J_{24} = & S_{21} * S_{32} * S_{54} * a_6 * S_{43} * S_{65} + C_{21} * C_{32} * a_6 * C_{43} * C_{65} - b_1 * S_{43} * S_{65} + b_1 * C_{43} * S_{54} * C_{65} - C_{21} * b_2 * S_{43} * S_{65} - \\
 & C_{21} * S_{32} * b_3 * C_{43} * S_{54} * C_{65} - C_{21} * C_{32} * S_{54} * a_6 * S_{43} * S_{65} - C_{21} * S_{32} * S_{54} * b_6 - C_{21} * S_{32} * C_{54} * a_6 * S_{65} - \\
 & S_{21} * C_{32} * b_3 * C_{43} * S_{54} * C_{65} - S_{21} * S_{32} * a_4 * C_{43} * S_{54} * C_{65} - S_{21} * S_{32} * a_6 * C_{43} * C_{65} - S_{21} * S_{32} * C_{54} * b_6 * S_{43} - \\
 & S_{21} * C_{32} * S_{54} * b_6 - \\
 & S_{21} * C_{32} * C_{54} * a_6 * S_{65} + C_{21} * S_{32} * b_3 * S_{43} * S_{65} + C_{21} * b_2 * C_{43} * S_{54} * C_{65} + S_{21} * C_{32} * b_3 * S_{43} * S_{65} + S_{21} * S_{32} * a_4 * S_{43} * S_{65} - \\
 & C_{21} * C_{32} * a_4 * S_{43} * S_{65} + C_{21} * C_{32} * a_4 * C_{43} * S_{54} * C_{65} + C_{21} * C_{32} * C_{54} * b_6 * S_{43}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 J_{34} = & -C_{21} * b_2 * S_{43} * C_{65} - b_1 * C_{43} * S_{54} * S_{65} + S_{21} * C_{32} * b_3 * S_{43} * C_{65} + S_{21} * S_{32} * a_4 * S_{43} * C_{65} - \\
 & C_{21} * C_{32} * a_4 * S_{43} * C_{65} + C_{21} * S_{32} * b_3 * S_{43} * C_{65} - C_{21} * b_2 * C_{43} * S_{54} * S_{65} - \\
 & b_1 * S_{43} * C_{65} + C_{21} * S_{32} * b_3 * C_{43} * S_{54} * S_{65} + S_{21} * S_{32} * a_4 * C_{43} * S_{54} * S_{65} + S_{21} * S_{32} * a_6 * C_{43} * S_{65} + S_{21} * S_{32} * S_{54} * a_6 * S_{43} * \\
 & C_{65} + S_{21} * C_{32} * b_3 * C_{43} * S_{54} * S_{65} - C_{21} * C_{32} * a_4 * C_{43} * S_{54} * S_{65} - C_{21} * C_{32} * a_6 * C_{43} * S_{65} - C_{21} * C_{32} * S_{54} * a_6 * S_{43} * C_{65} - \\
 & C_{21} * S_{32} * C_{54} * a_6 * C_{65} - S_{21} * C_{32} * C_{54} * a_6 * C_{65}
 \end{aligned}$$

$$J_{44} = S_{21} * S_{32} * S_{43} * C_{54} + S_{21} * C_{32} * S_{54} + C_{21} * S_{32} * S_{54} - C_{21} * C_{32} * S_{43} * C_{54}$$

$$\begin{aligned}
 J_{54} = & S_{21} * C_{32} * C_{54} * C_{65} - S_{21} * S_{32} * S_{43} * S_{54} * C_{65} - \\
 & S_{21} * S_{32} * C_{43} * S_{65} + C_{21} * S_{32} * C_{54} * C_{65} + C_{21} * C_{32} * S_{43} * S_{54} * C_{65} + C_{21} * C_{32} * C_{43} * S_{65}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 J_{64} = & -S_{21} * C_{32} * C_{54} * S_{65} + S_{21} * S_{32} * S_{43} * S_{54} * S_{65} - S_{21} * S_{32} * C_{43} * C_{65} - C_{21} * S_{32} * C_{54} * S_{65} - \\
 & C_{21} * C_{32} * S_{43} * S_{54} * S_{65} + C_{21} * C_{32} * C_{43} * C_{65}
 \end{aligned}$$

$$J_{15} = b_2 * S_{32} * S_{54} - b_2 * C_{32} * S_{43} * C_{54}$$

$$J_{25} = b_2 * C_{32} * C_{43} * S_{65} + b_2 * S_{32} * C_{54} * C_{65} + b_2 * C_{32} * S_{43} * S_{54} * C_{65}$$

$$J_{35} = -b_2 * S_{32} * C_{54} * S_{65} + b_2 * C_{32} * C_{43} * C_{65} - b_2 * C_{32} * S_{43} * S_{54} * S_{65}$$

$$J_{45} = 0$$

$$J_{55} = 0$$

$$J_{65} = 0$$

$$J_{16} = -b_3 * S_{54} * a_4 * S_{43} * C_{54} + S_{43} * S_{65} * b_6 - C_{43} * C_{65} * b_6 * S_{54}$$

$$J_{26} = a_6 * S_{43} * C_{65} + a_4 * S_{43} * S_{54} * C_{65} + S_{54} * a_6 * C_{43} * S_{65} - C_{54} * b_6 * C_{43} - b_3 * C_{54} * C_{65} + a_4 * C_{43} * S_{65}$$

$$J_{36} = b_3 * C_{54} * S_{65} + a_4 * C_{43} * C_{65} - a_4 * S_{43} * S_{54} * S_{65} - a_6 * S_{43} * S_{65} + S_{54} * a_6 * C_{43} * C_{65}$$

$$J_{46} = C_{43} * C_{54}$$

$$J_{56} = -C_{43} * S_{54} * C_{65} + S_{43} * S_{65}$$

$$J_{66} = C_{43} * S_{54} * S_{65} + S_{43} * C_{65}$$

$$J_{17} = C_{54} * C_{65} * b_6$$

$$J_{27} = -C_{54} * a_6 * S_{65} - S_{54} * b_6$$

$$J_{37} = -C_{54} * a_6 * C_{65}$$

$$J_{47} = S_{54}$$

$$J_{57} = C_{54} * C_{65}$$

$$J_{67} = -C_{54} * S_{65}$$

$$J_{18} = S_{65} * b_6$$

$$J_{28} = C_{65} * a_6$$

$$J_{38} = -a_6 * S_{65}$$

$$J_{48}=0$$

$$J_{58}=S_{65}$$

$$J_{68}=C_{65}$$

$$J_{19}=0$$

$$J_{29}=-b_6$$

$$J_{39}=0$$

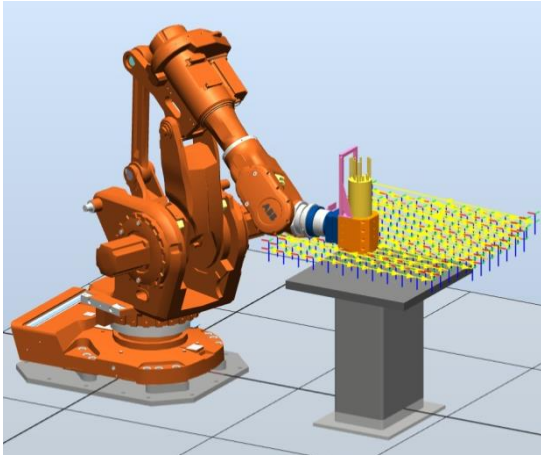
$$J_{49}=1$$

$$J_{59}=0$$

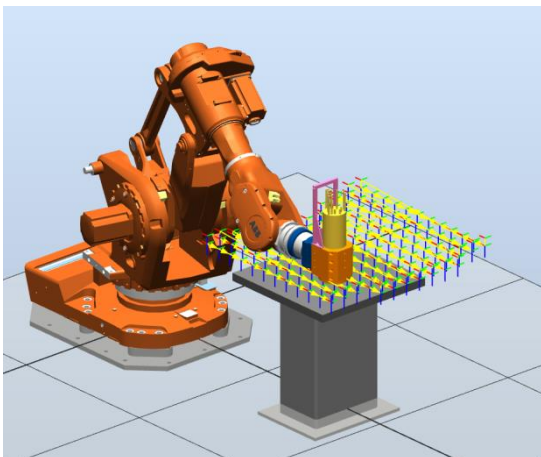
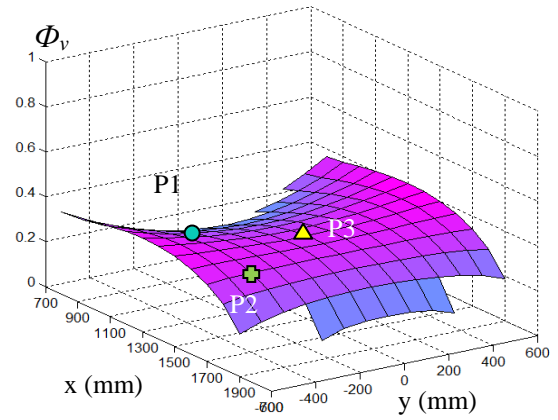
$$J_{69}=0$$

## Annexe 3-1 : Configurations robot

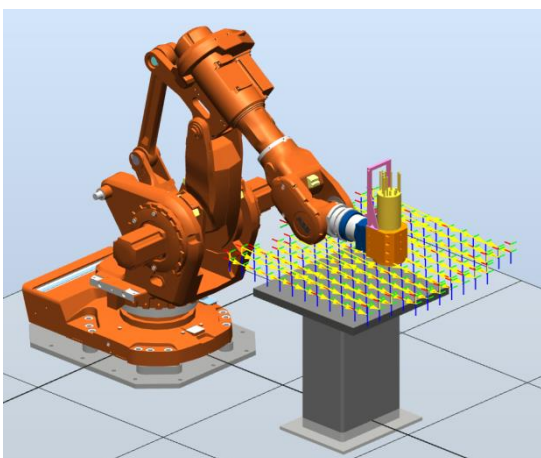
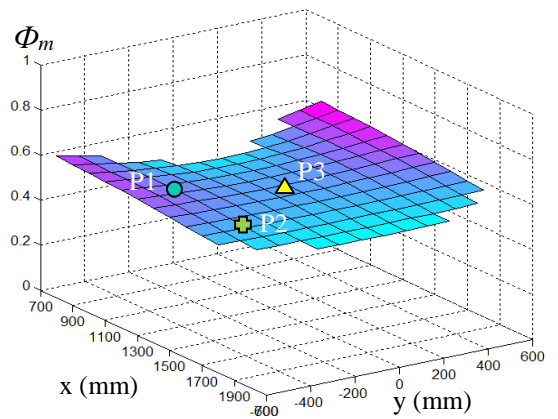
Figure A31-1 : Configurations dans le plan  $xOy$  pour  $z=1050\text{mm}$ , direction de déplacement suivant  $x$



Configuration P1 [1300, -400, 1050]



Configuration P2 [1700, -400, 1050]



Configuration P3 [1500, 0, 1050]

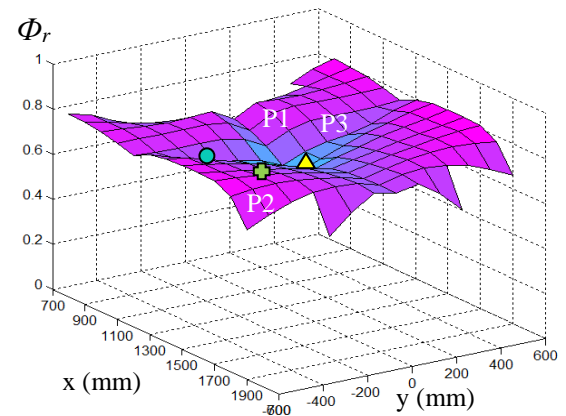
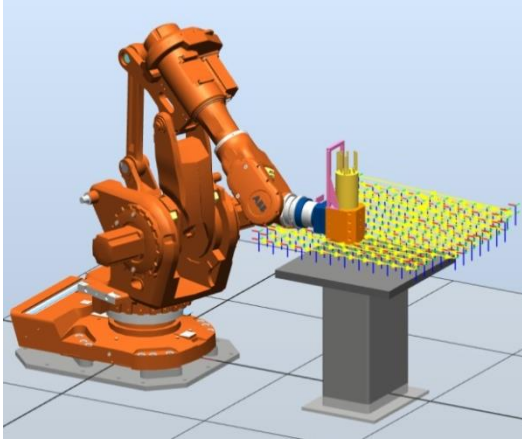
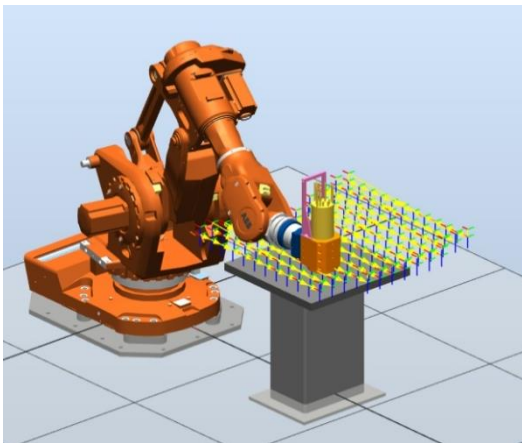
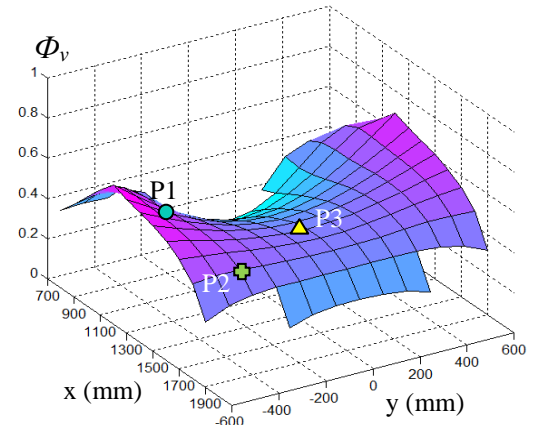




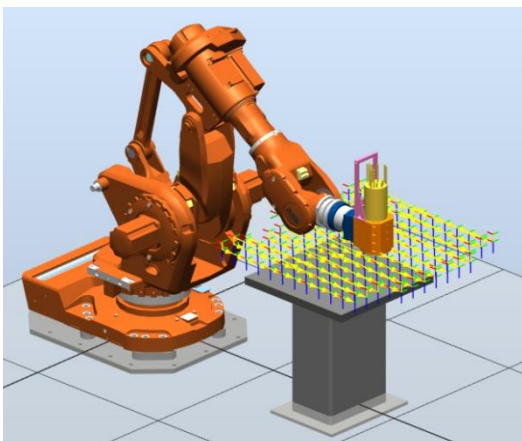
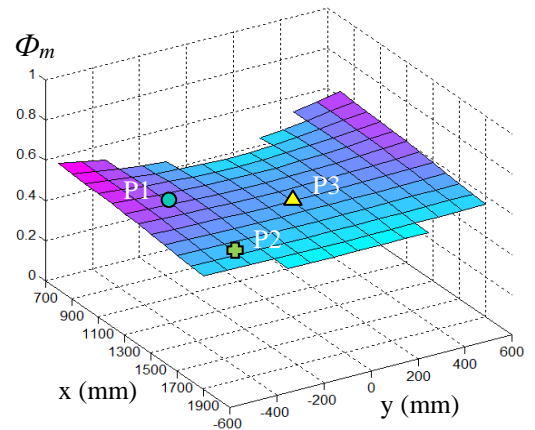
Figure A31-2 : Configurations dans le plan  $xOy$  pour  $z=1050\text{mm}$ , direction de déplacement suivant  $y$



Configuration P1 [1300, -400, 1050]



Configuration P2 [1700, -400, 1050]



Configuration P3 [1500, 0, 1050]

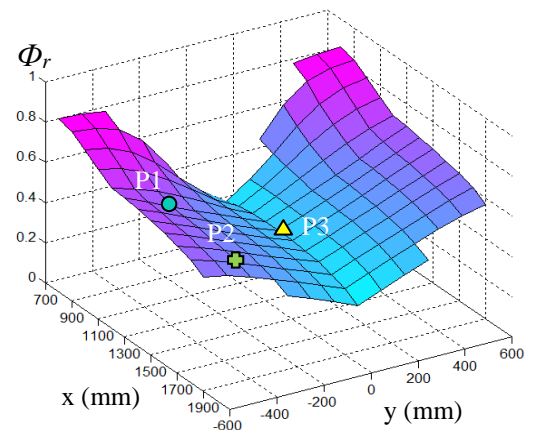
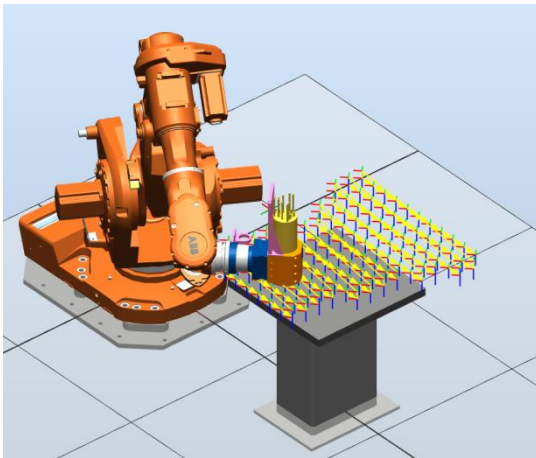
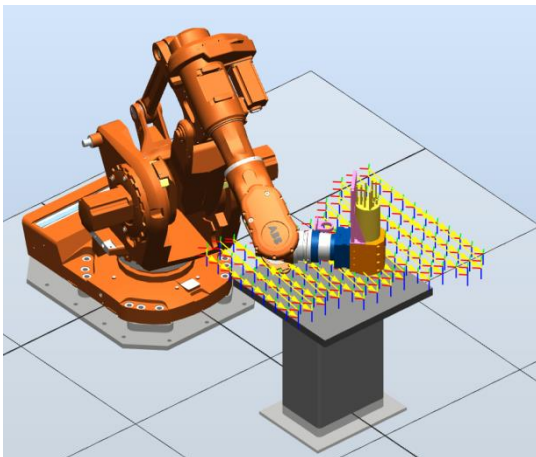
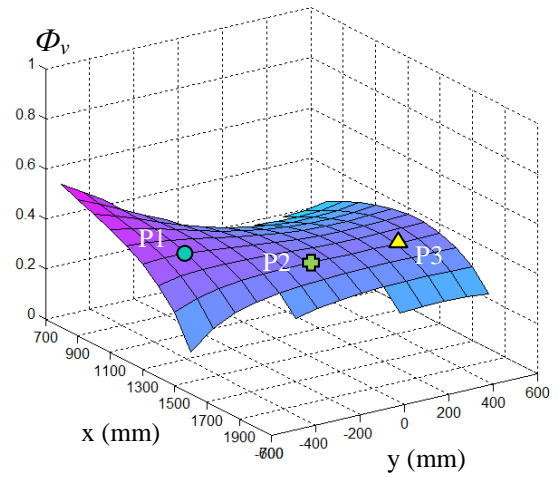


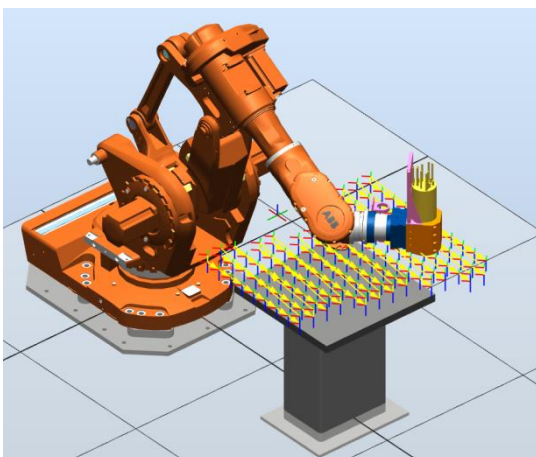
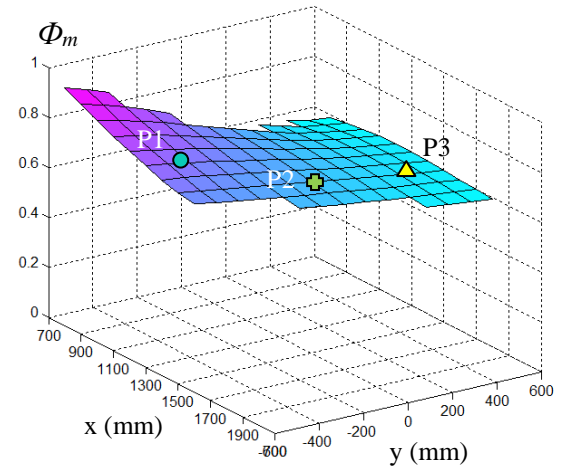
Figure A31-3 : Configurations dans le plan  $xOy$  pour  $z=1050\text{mm}$ , direction de déplacement suivant  $x$ , réorientation des poses d'angle  $\Delta=45^\circ$



Configuration P1 [1300, -400, 1050]



Configuration P2 [1500, 0, 1050]



Configuration P3 [1500, 400, 1050]

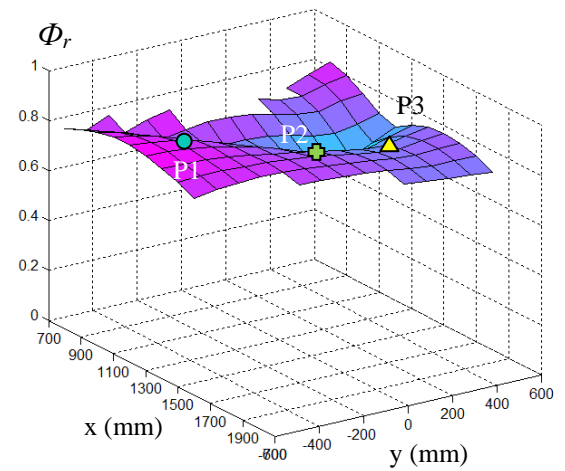
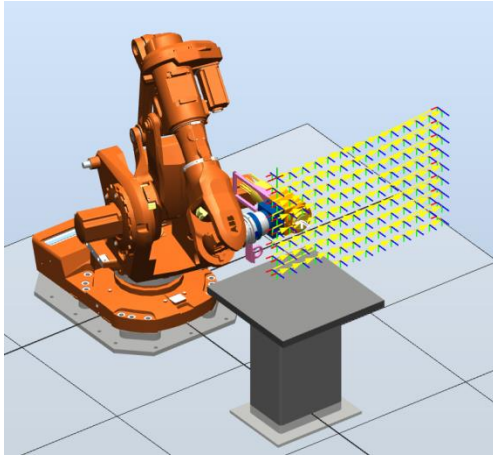
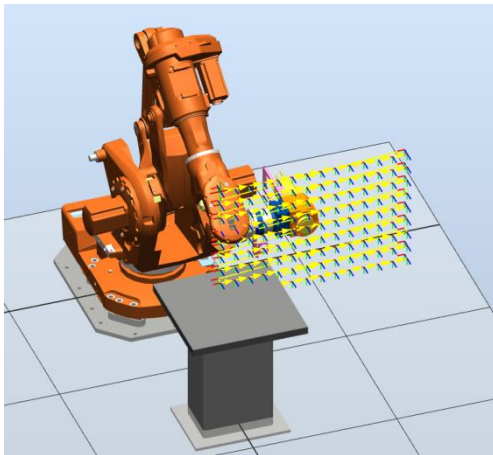
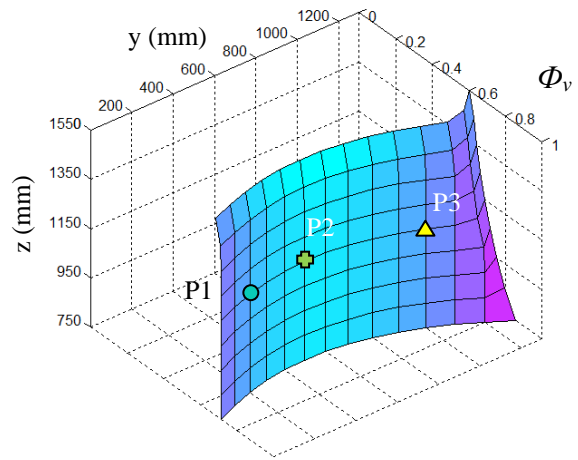


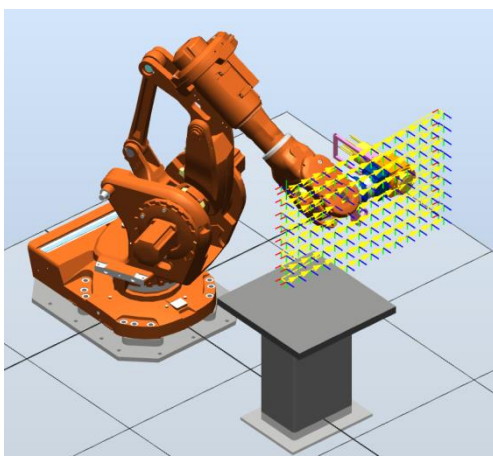
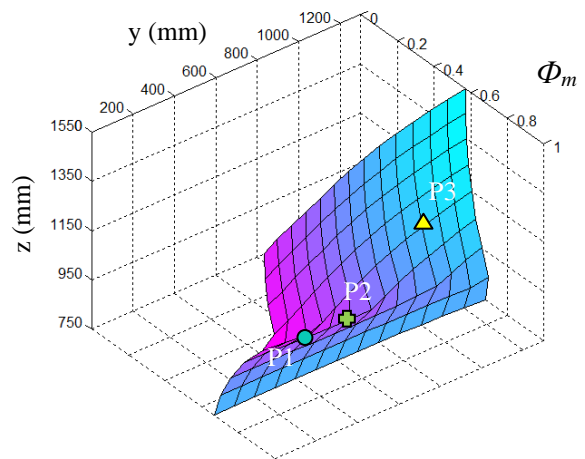
Figure A31-4 : Configurations dans le plan  $yOz$  pour  $x=1000\text{mm}$ , liaison 5 horizontale, direction de déplacement suivant  $y$



Configuration P1 [1000, 200, 1150]



Configuration P2 [1000, 500, 1150]



Configuration P3 [1000, 1000, 1150]

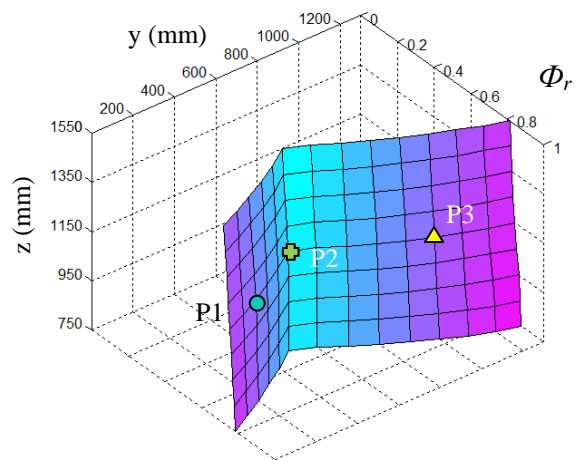
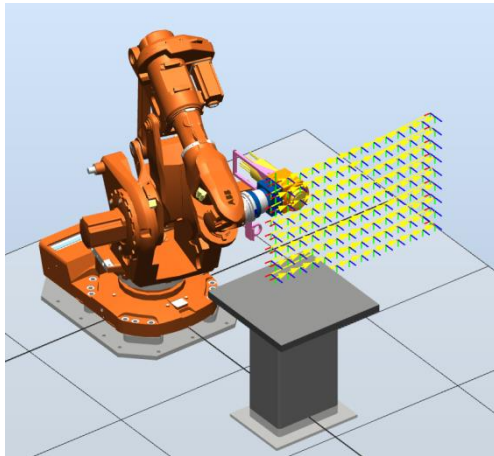
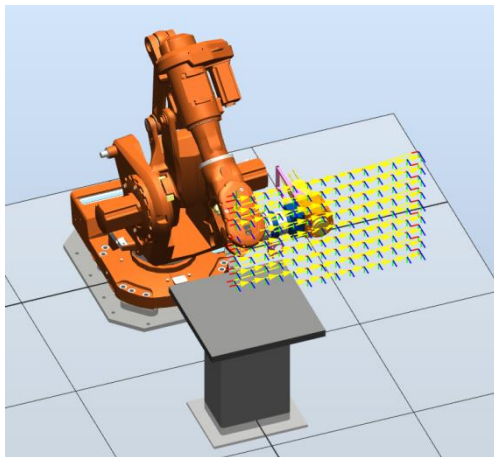
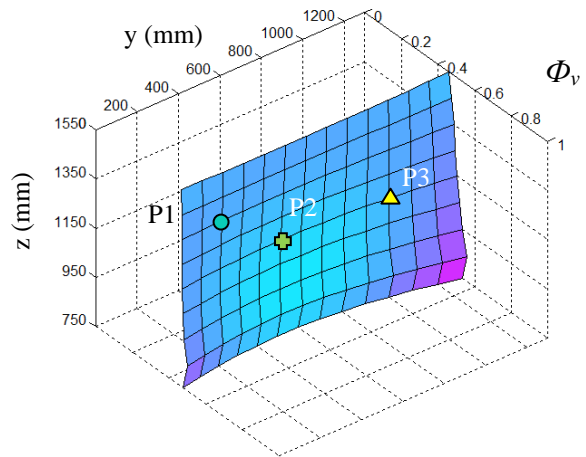


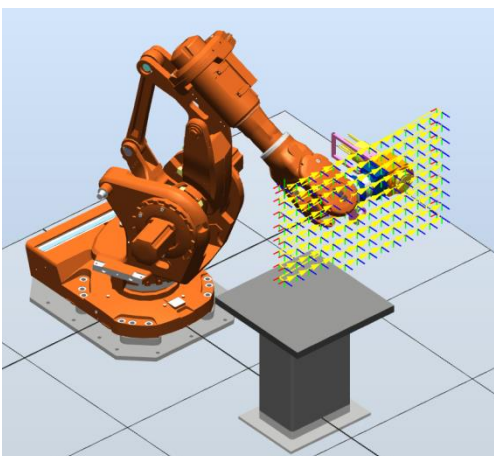
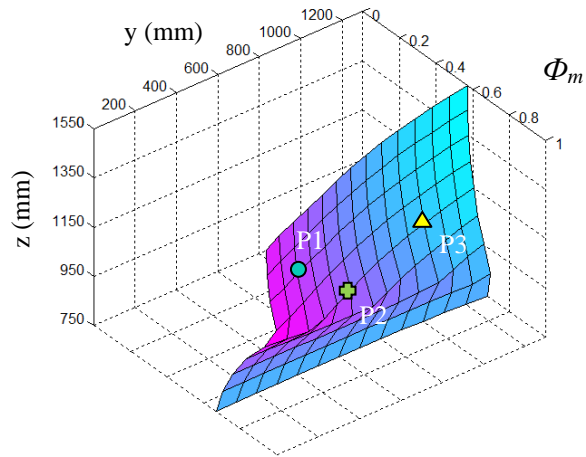
Figure A31-5 : Configuration dans le plan  $yOz$  pour  $x=1000\text{mm}$ , liaison 5 horizontale, direction de déplacement suivant  $z$



Configuration P1 [1000, 200, 1350]



Configuration P2 [1000, 600, 1150]



Configuration P3 [1000, 1000, 1150]

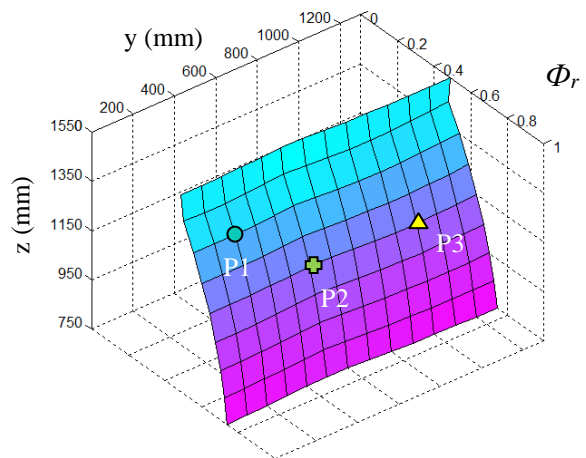
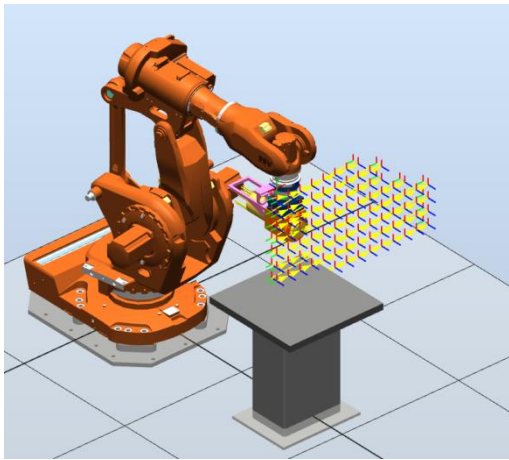
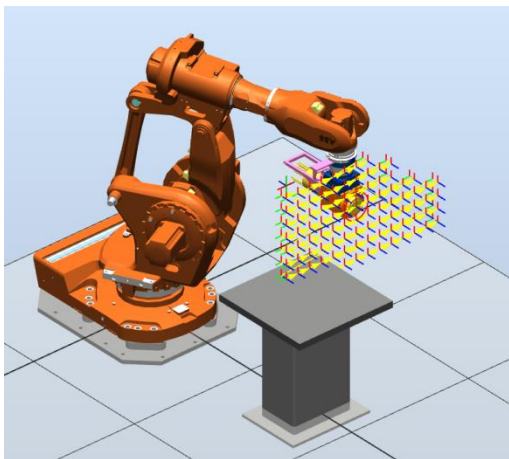
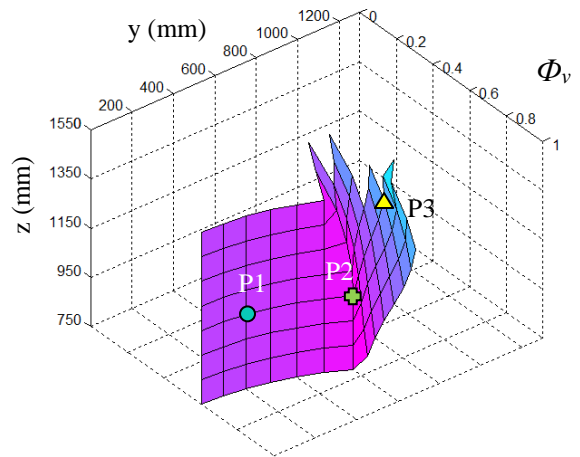


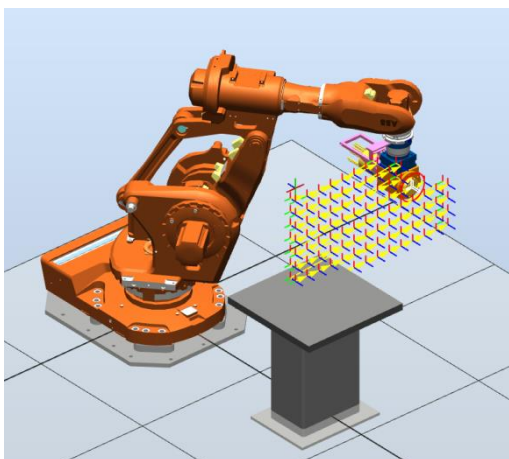
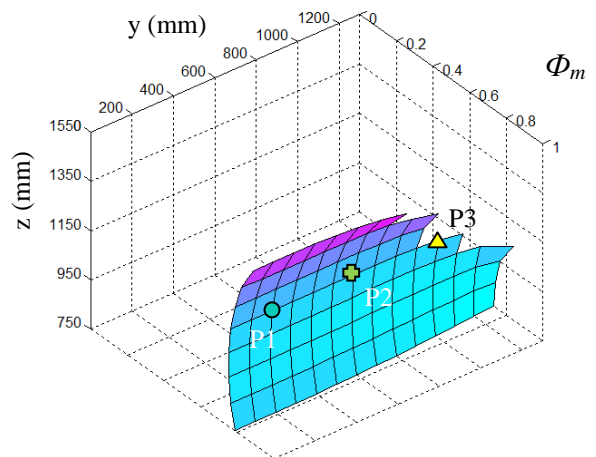
Figure A31-6 : Configuration dans le plan  $yOz$ , pour  $x=1000\text{mm}$ , liaison 5 verticale, direction de déplacement suivant  $y$



Configuration P1 [1000, 200, 1150]



Configuration P2 [1000, 600, 1150]



Configuration P3 [1000, 1000, 1150]

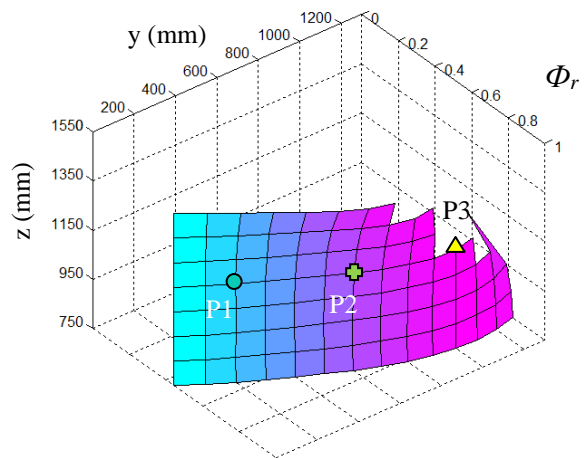
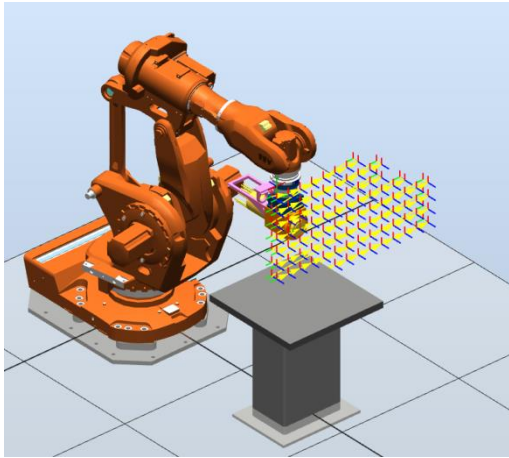
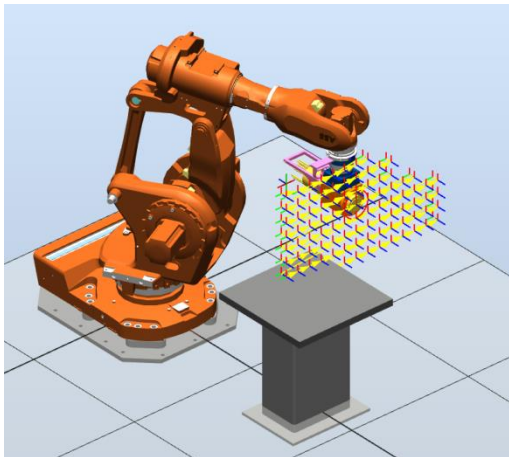
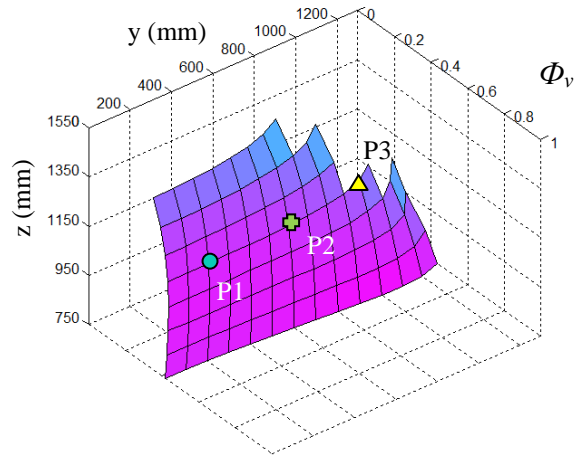


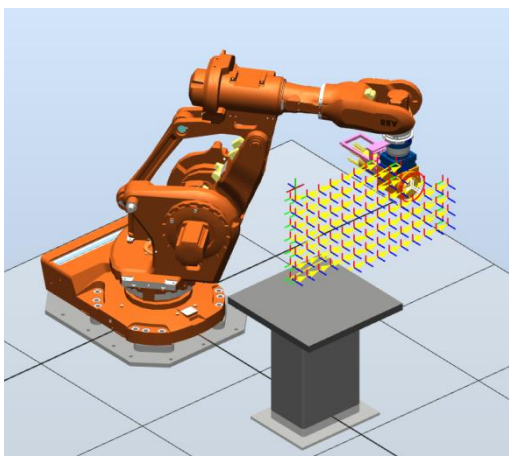
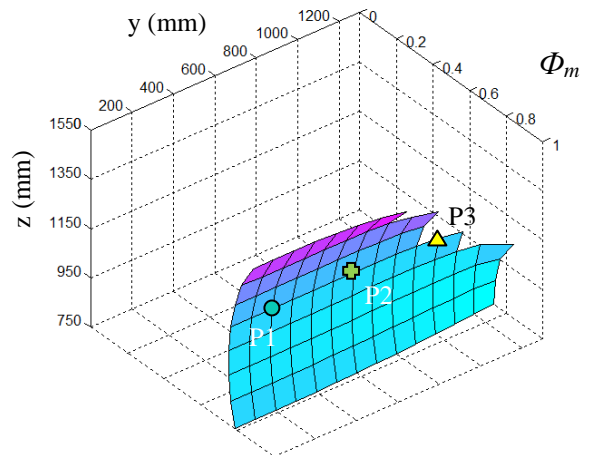
Figure A31-7 : Configuration dans le plan  $yOz$ , pour  $x=1000\text{mm}$ , liaison 5 verticale, direction de déplacement suivant  $z$



Configuration P1 [1000, 200, 1150]



Configuration P2 [1000, 600, 1150]



Configuration P3 [1000, 1000, 1150]

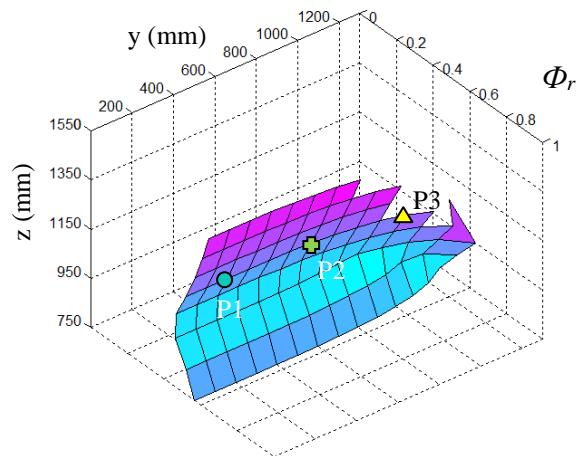
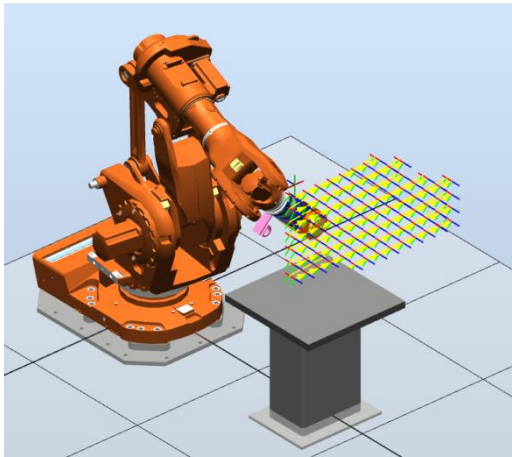
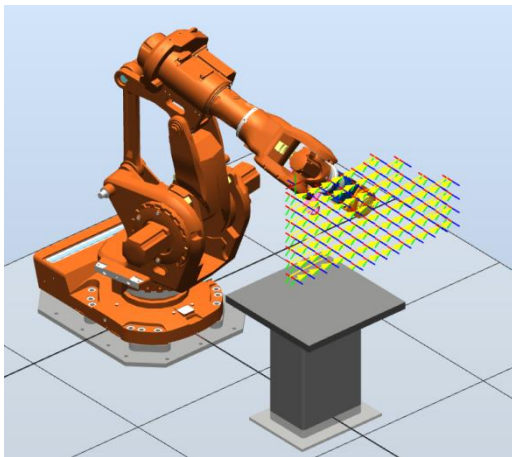
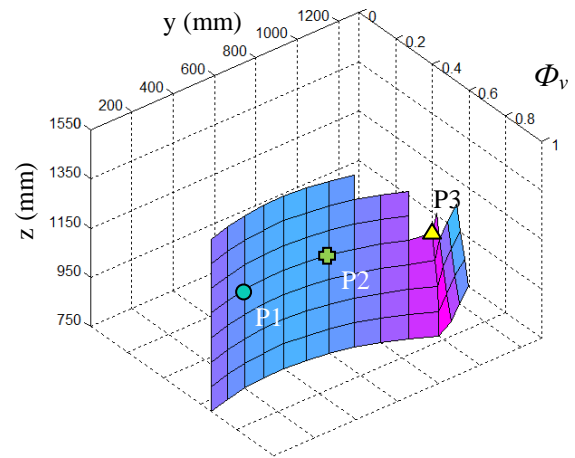


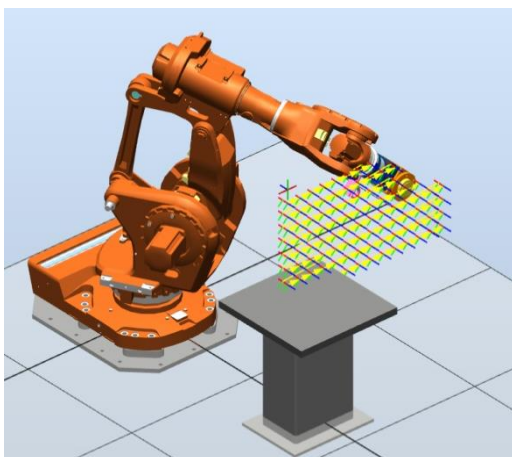
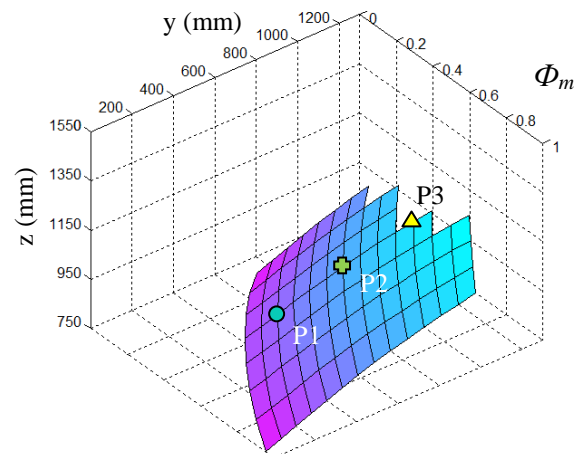
Figure A31-8 : Configuration dans le plan  $yOz$  pour  $x=1000\text{mm}$ , direction de déplacement suivant  $y$ , réorientation des poses d'angle  $\Delta=45^\circ$



Configuration P1 [1000, 200, 1150]



Configuration P2 [1000, 600, 1150]



Configuration P3 [1000, 1000, 1150]

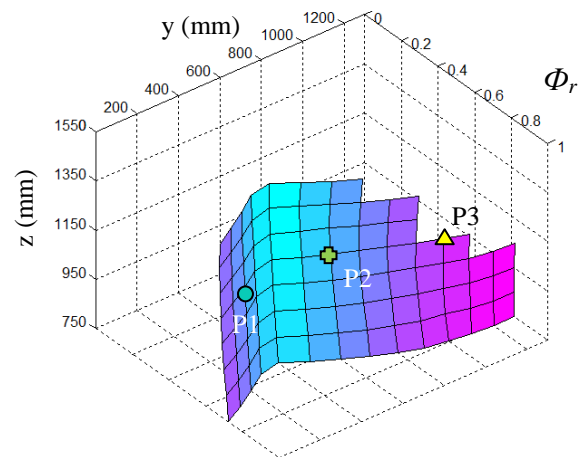
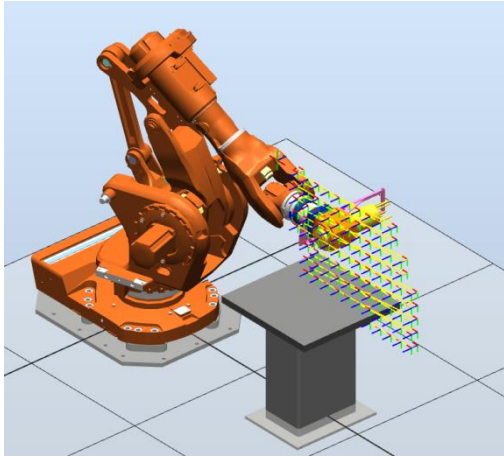
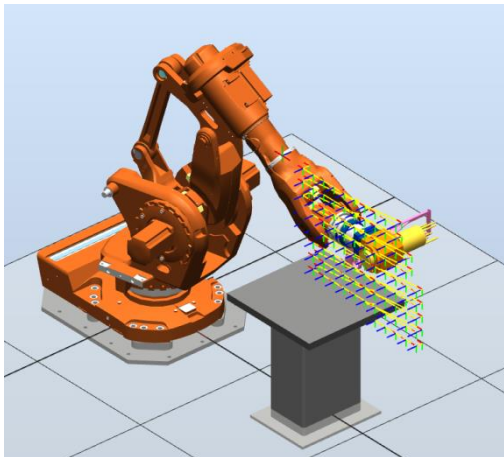
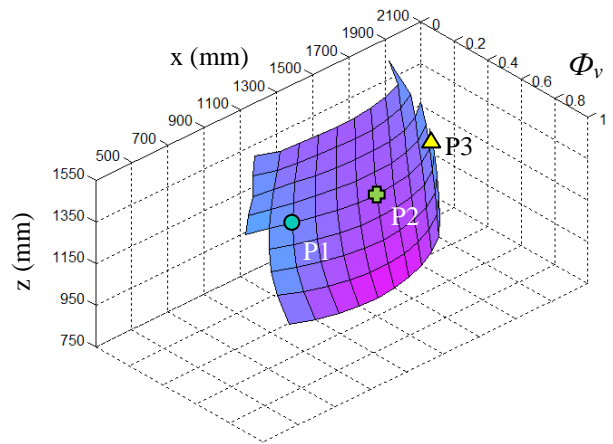


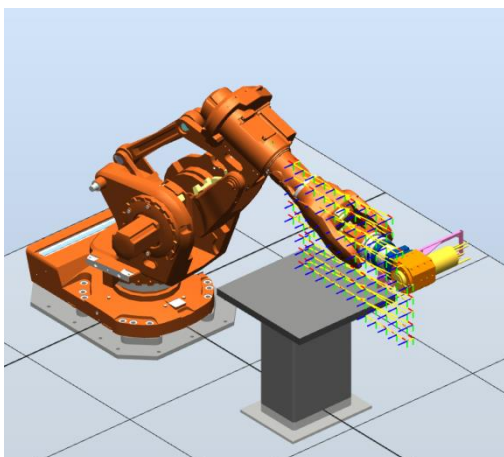
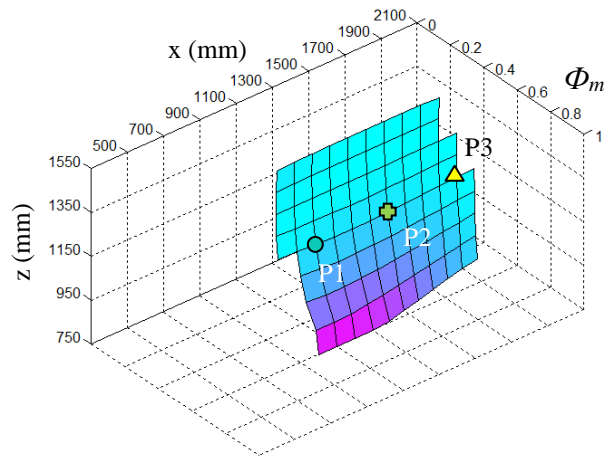
Figure A31-9 : Configurations dans le plan  $xOz$  pour  $y=150\text{mm}$ , liaison 5 horizontale, direction de déplacement suivant  $x$



Configuration P1 [1100, 150, 1150]



Configuration P2 [1500, 150, 1150]



Configuration P3 [1900, 150, 1150]

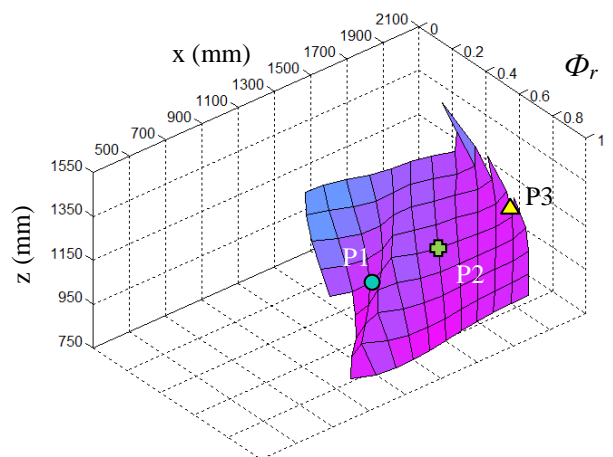
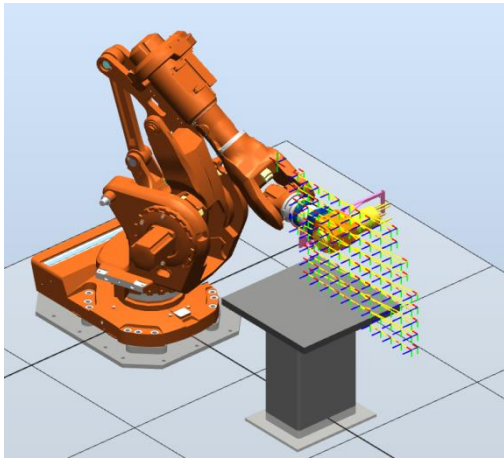
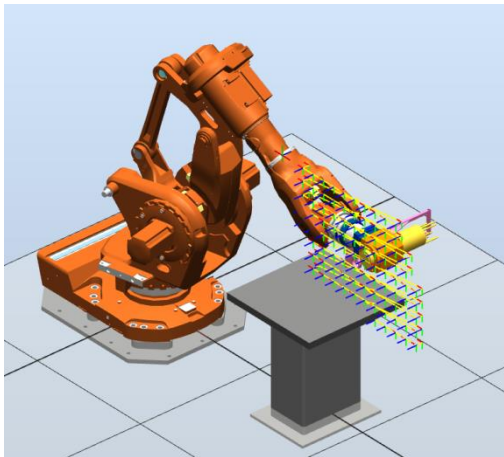
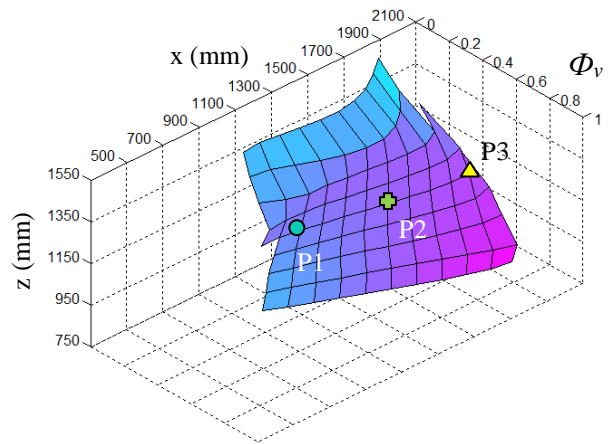




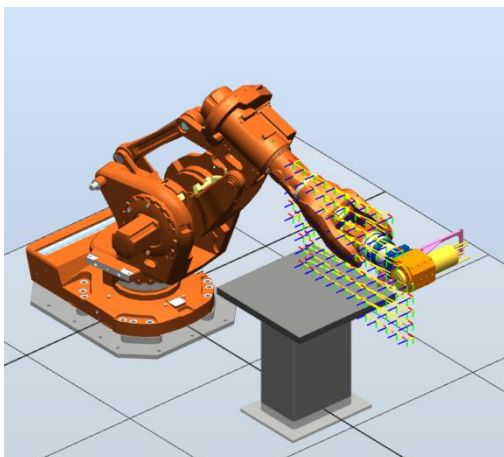
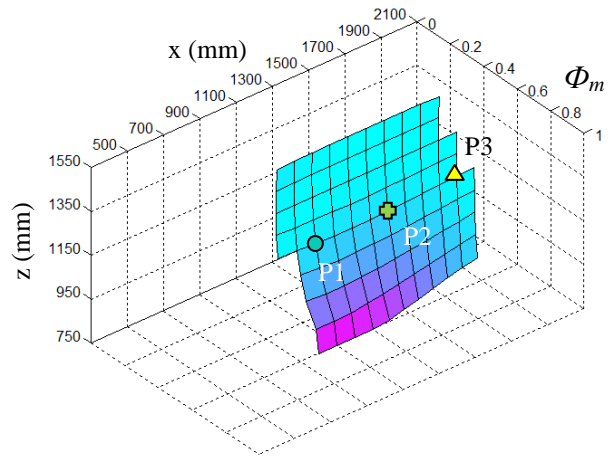
Figure A31-10 : Configurations dans le plan  $xOz$  pour  $y=150\text{mm}$ , liaison 5 horizontale, direction de déplacement suivant  $z$



Configuration P1 [1100, 150, 1150]



Configuration P2 [1500, 150, 1150]



Configuration P3 [1900, 150, 1150]

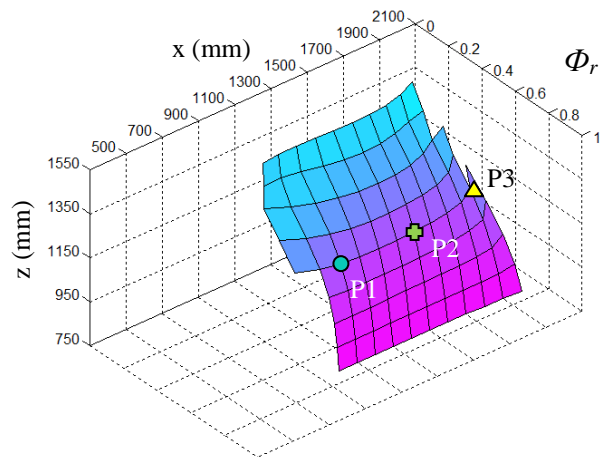
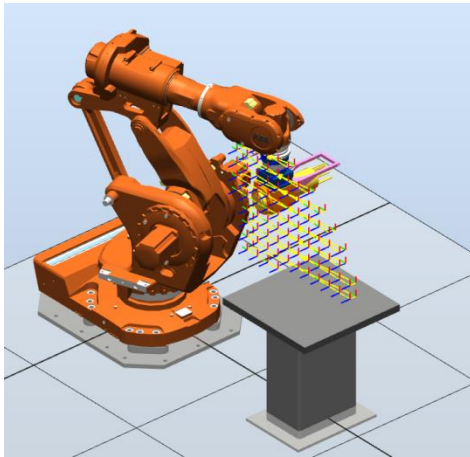
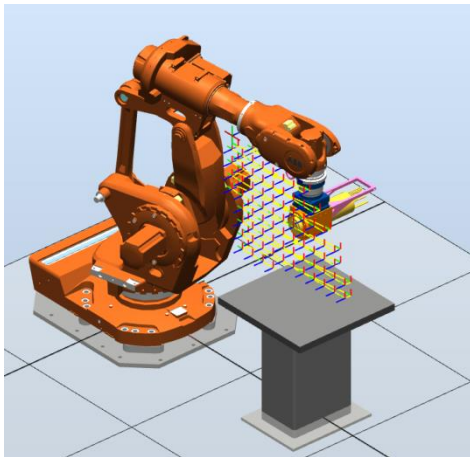
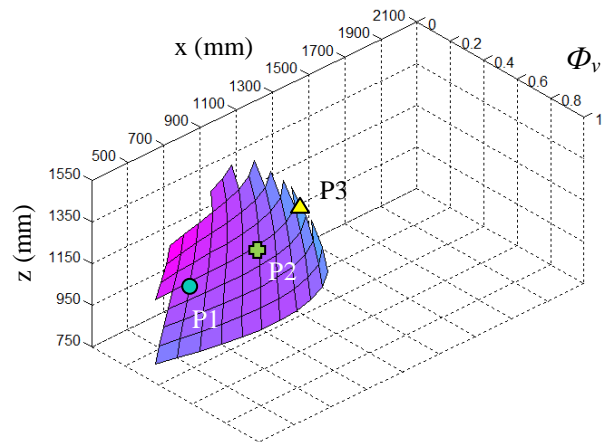


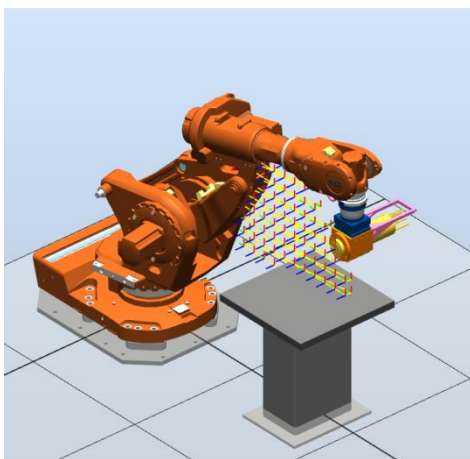
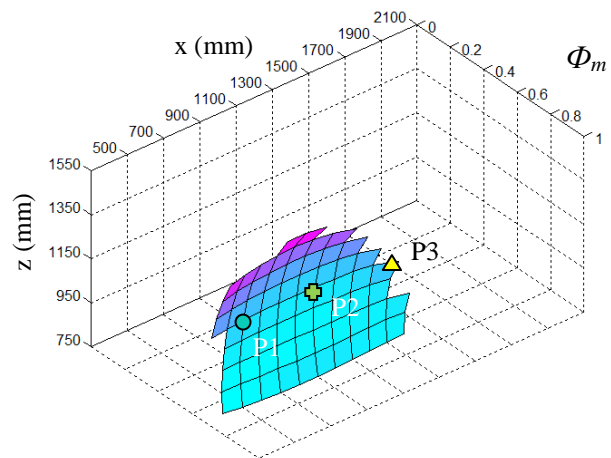
Figure A31-11 : Configuration dans le plan  $xOz$  pour  $y=150\text{mm}$ , liaison 5 verticale, direction de déplacement suivant  $x$



Configuration P3 [500, 150, 1150]



Configuration P3 [900, 150, 1150]



Configuration P3 [1300, 150, 1150]

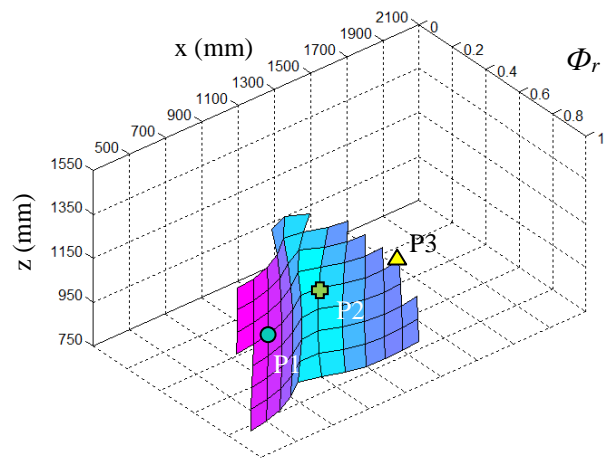
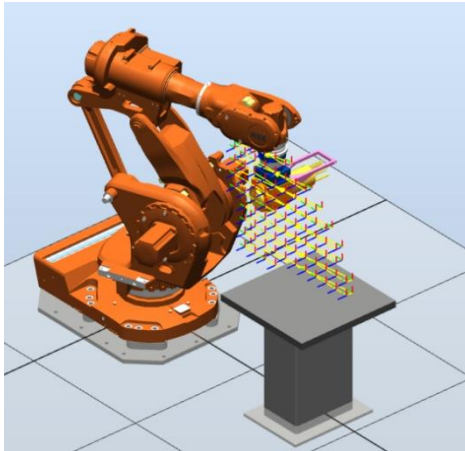
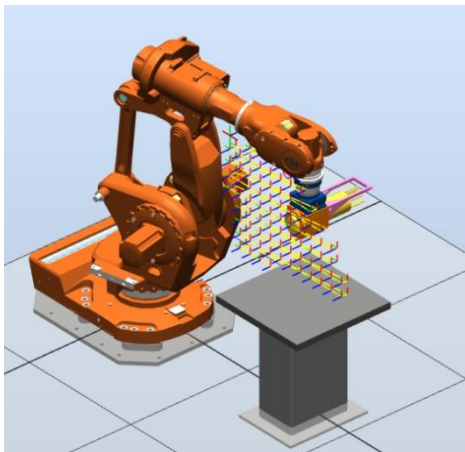
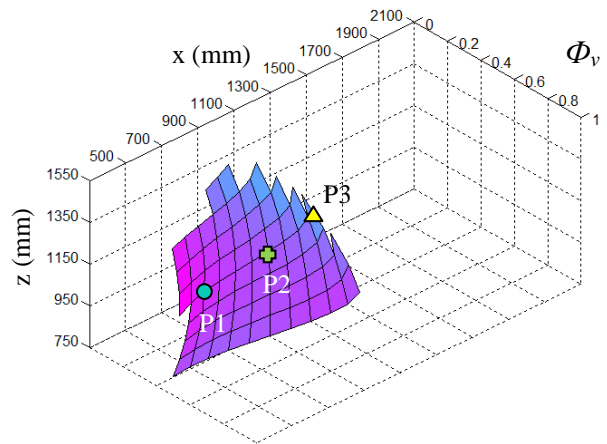


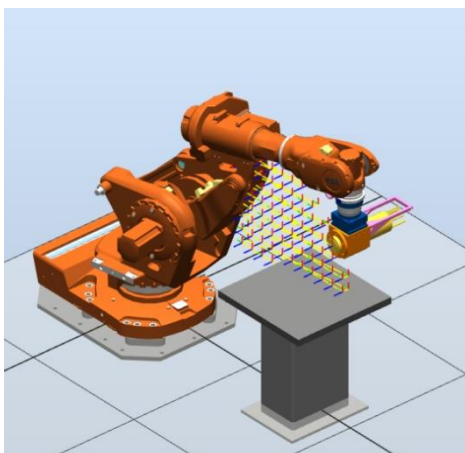
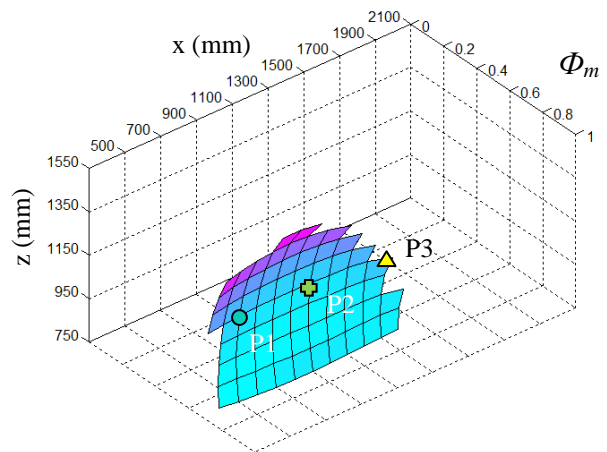
Figure A31-12 : Configuration dans le plan  $xOz$  pour  $y=150\text{mm}$ , liaison 5 verticale, direction de déplacement suivant  $z$



Configuration P3 [500, 150, 1150]



Configuration P3 [900, 150, 1150]



Configuration P3 [1300, 150, 1150]

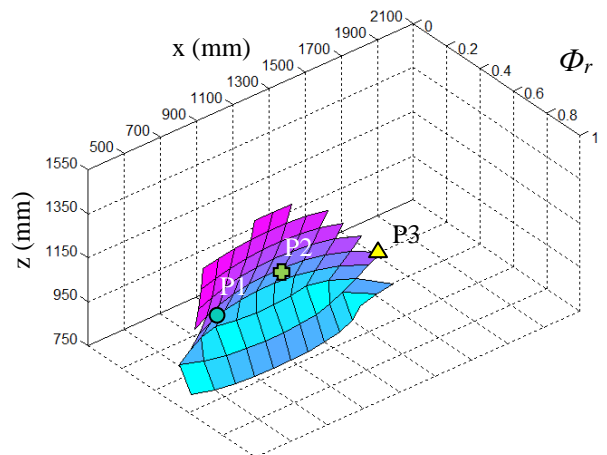
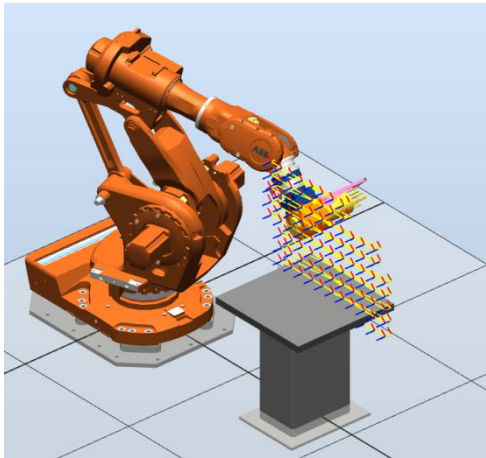
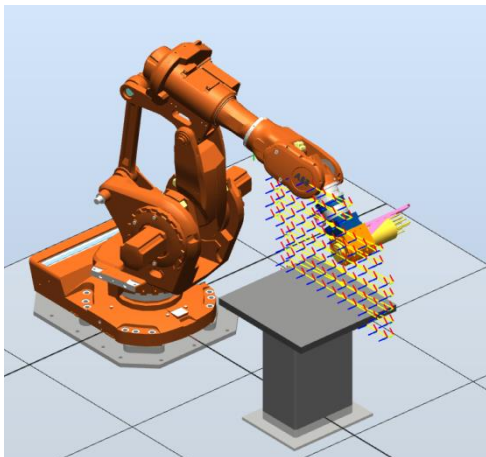
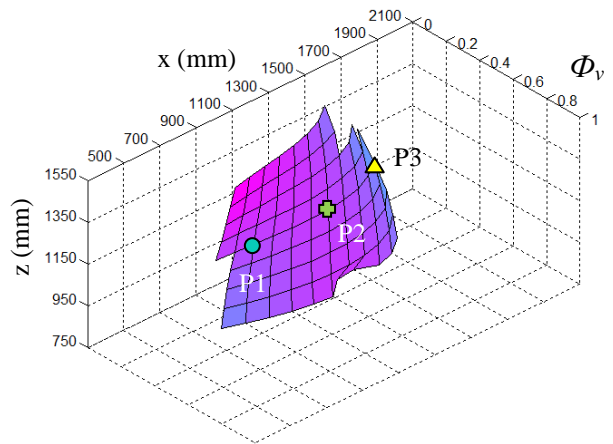


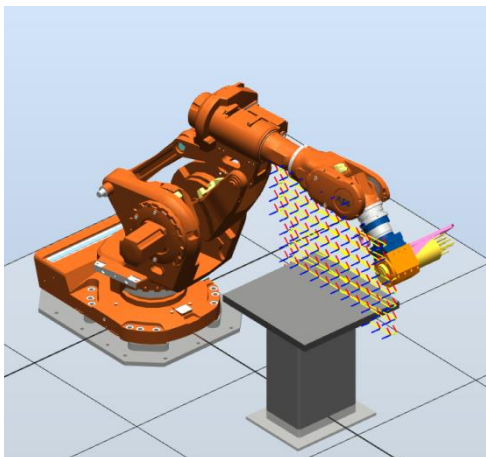
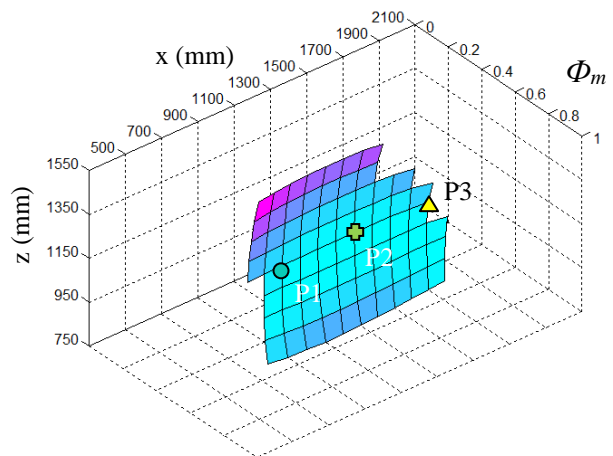
Figure A31-13 : Configuration dans le plan  $xOz$  pour  $y=150\text{mm}$ , direction de déplacement suivant  $x$ , réorientation des poses d'angle  $\Delta=45^\circ$



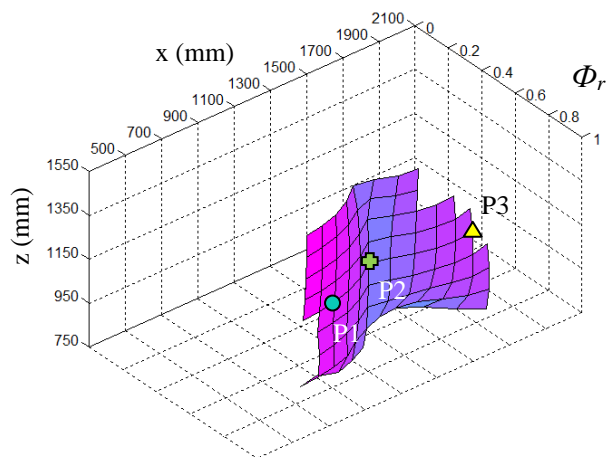
Configuration P3 [900, 150, 1150]



Configuration P3 [1300, 150, 1150]



Configuration P3 [1700, 150, 1150]





## Annexe 3-2 : Rigidités cartésiennes dans le plan xOy

Dans le cas d'un bon conditionnement de la matrice Jacobienne J, on peut établir la relation linéaire entre la matrice de rigidité cartésienne  $K_x$  et la matrice de rigidité articulaire  $K_\theta$  de la forme :

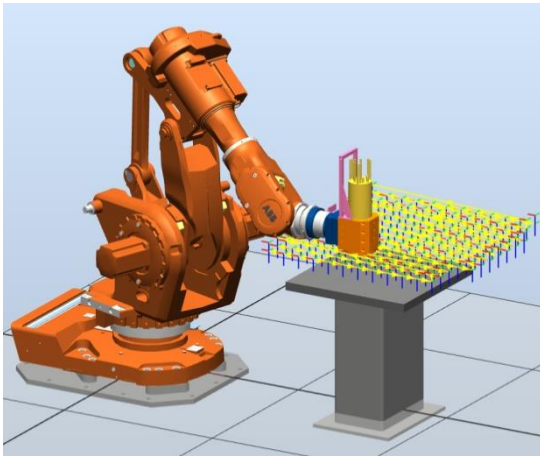
$$K_x \cong J^{-T} K_\theta J^{-1} \quad (A3-1)$$

Les termes diagonaux dans la sous matrice 3x3 de  $K_x$  correspondent aux rigidités cartésiennes suivant les directions x, y et z exprimées dans le repère de base du robot. Le reste des termes de la sous matrice donnent les rigidité de couplage entre les axes.

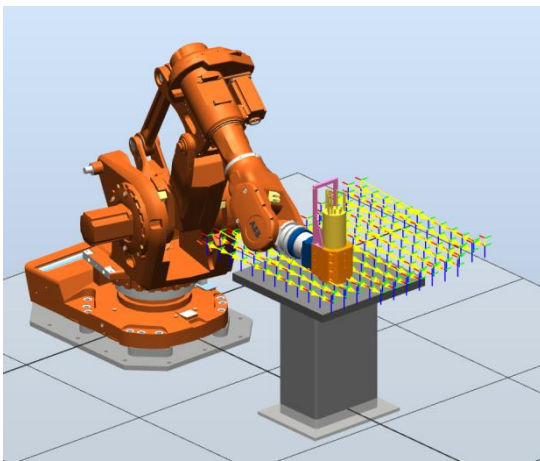
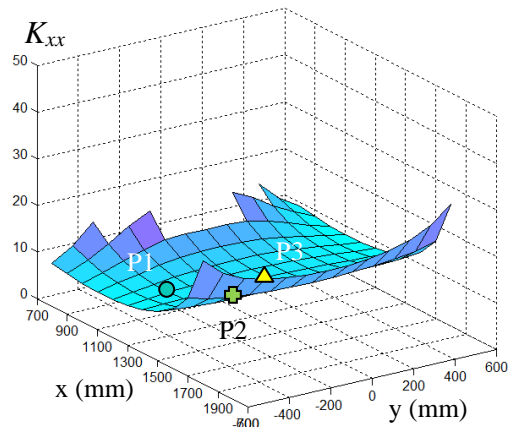
$$K_x = \begin{bmatrix} K_{xx} & K_{xy} & K_{xz} & \\ K_{yx} & K_{yy} & K_{yz} & \vdots \\ K_{zx} & K_{zy} & K_{zz} & \\ & \dots & & \ddots \end{bmatrix} \quad (A3-5)$$

A partir des valeurs des raideurs articulaires présentées au chapitre 3, nous pouvons ainsi établir les cartes de rigidité cartésienne  $K_{xx}$ ,  $K_{yy}$  et  $K_{zz}$  dans les trois plan xOy. Les valeurs de rigidité sont exprimées en N/ $\mu$ m.

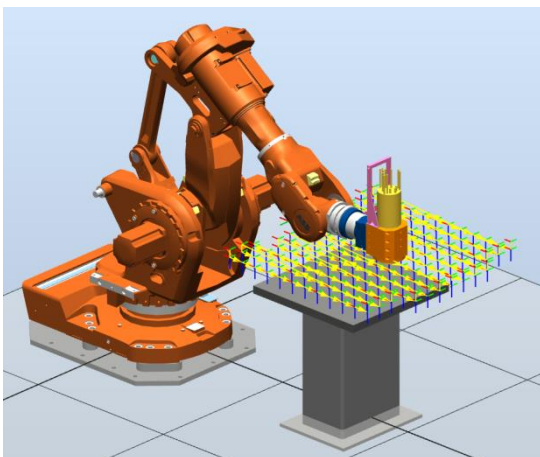
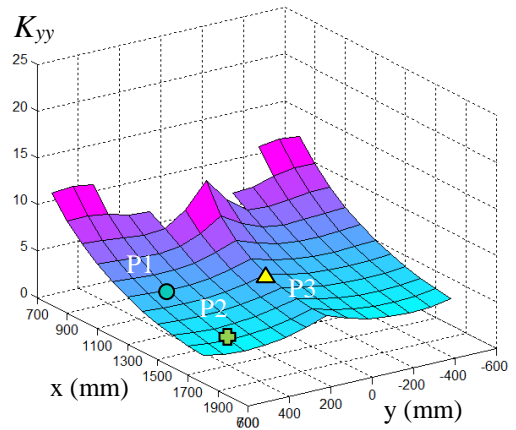
Figure A32-1 : Rigidités cartésiennes dans le plan  $xOy$  pour  $z=1050\text{mm}$



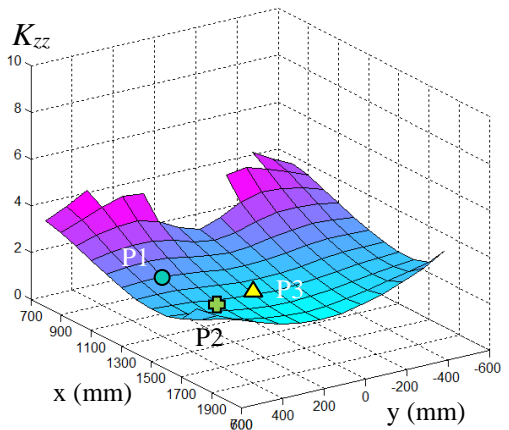
Configuration P1 [1300, -400, 1050]



Configuration P2 [1700, -400, 1050]



Configuration P3 [1500, 0, 1050]



## Annexe 4.1 : Caractéristiques techniques, robot IRB 6660

### SPECIFICATIONS

Versions du robot	Rayon d'action	Capacité de charge	Centre de gravité	Couple au poignet	
IRB 6660-205/1,9	1,93 m	205 kg	375 mm	Axe 5 Axe 6	1177 Nm 620 Nm

Des charges supplémentaires peuvent être montées sur le robot.  
15 kg sur le bras supérieur si utilisé avec la charge nominale de 250 kg et 500 kg sur la structure de l'axe 1.

Nombre d'axes	6
Protection complète du robot	IP 67
Montage	Protection contre les copeaux Fixé au sol

### PERFORMANCES

Répétabilité de positionnement	Zone de travail		Vitesse maximum par axe
Mouvement des axes			
Axe 1	+180° à -180°		130°/s
Axe 2	+85° à -42°		130°/s
Axe 3	+120° à -20°		130°/s
Axe 4	+300° à -300°		150°/s
Axe 5	+120° à -120°		120°/s
Axe 6	+360° à -360°		190°/s
Axes 2-3	+160° à +20°		

Une fonction de supervision empêche toute surchauffe dans les applications nécessitant des mouvements fréquents et intenses.

### RACCORDEMENTS ELECTRIQUES

Tension d'alimentation	200-600 V,50/60 Hz
Consommation	2,7 kW lors du test du Cube ISO
Mouvement normal du robot	3,8 kW

### DIMENSIONS ET POIDS

Dimensions embase robot	1206 x 798 mm
Masse	1730 kg

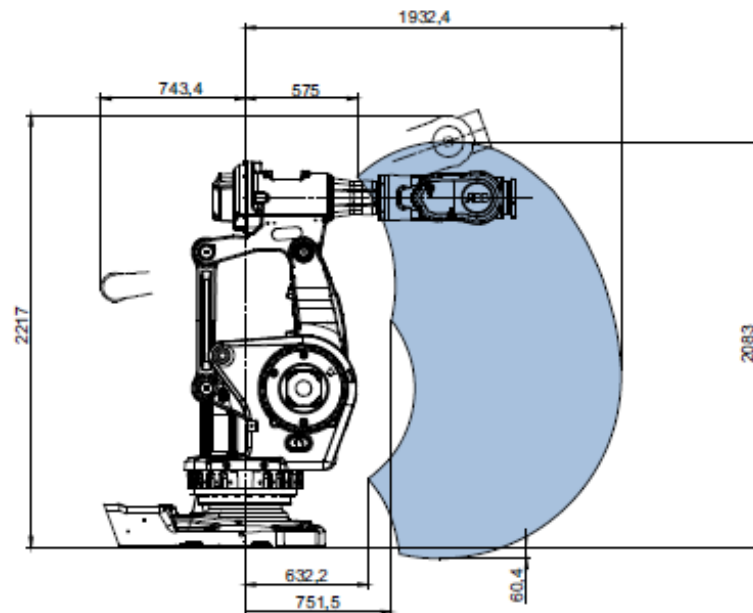
### ENVIRONNEMENT

Température ambiante pour le robot	
En fonctionnement	+ 5° C (41°F) - +50°C (122°F)
Lors du transport et du stockage	- 25° C (13°F) - +55°C (131°F)
Pendant une courte durée (max. 24h)	Jusqu'à +70° C (158°F)
Humidité relative	Maxi. 95 %
Niveau sonore	Maxi. 70 dB(A)
Sécurité	Double circuits avec supervision, arrêts d'urgence et fonctions sécurité, palette homme-mort 3 positions
Immunité	Blindage CEM/EM
Options	RobotWare Machining Force Control, Foundry Plus, Précision Absolue (Absolute Accuracy)

Les données et dimensions peuvent être modifiées sans préavis.

### ENVELOPPE DE TRAVAIL

IRB 6600 optimisé pour le pré-usinage  
IRB 6600-205/1,9

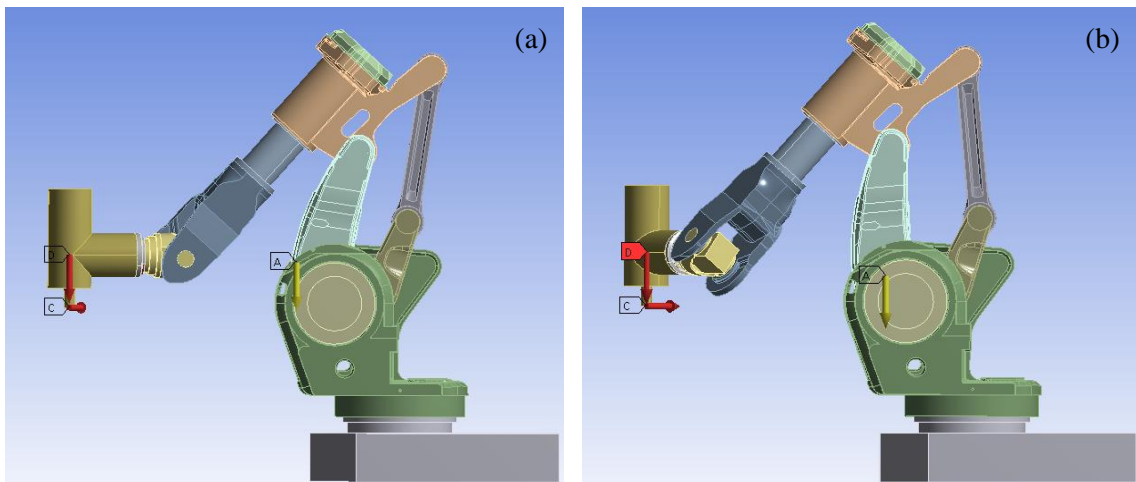
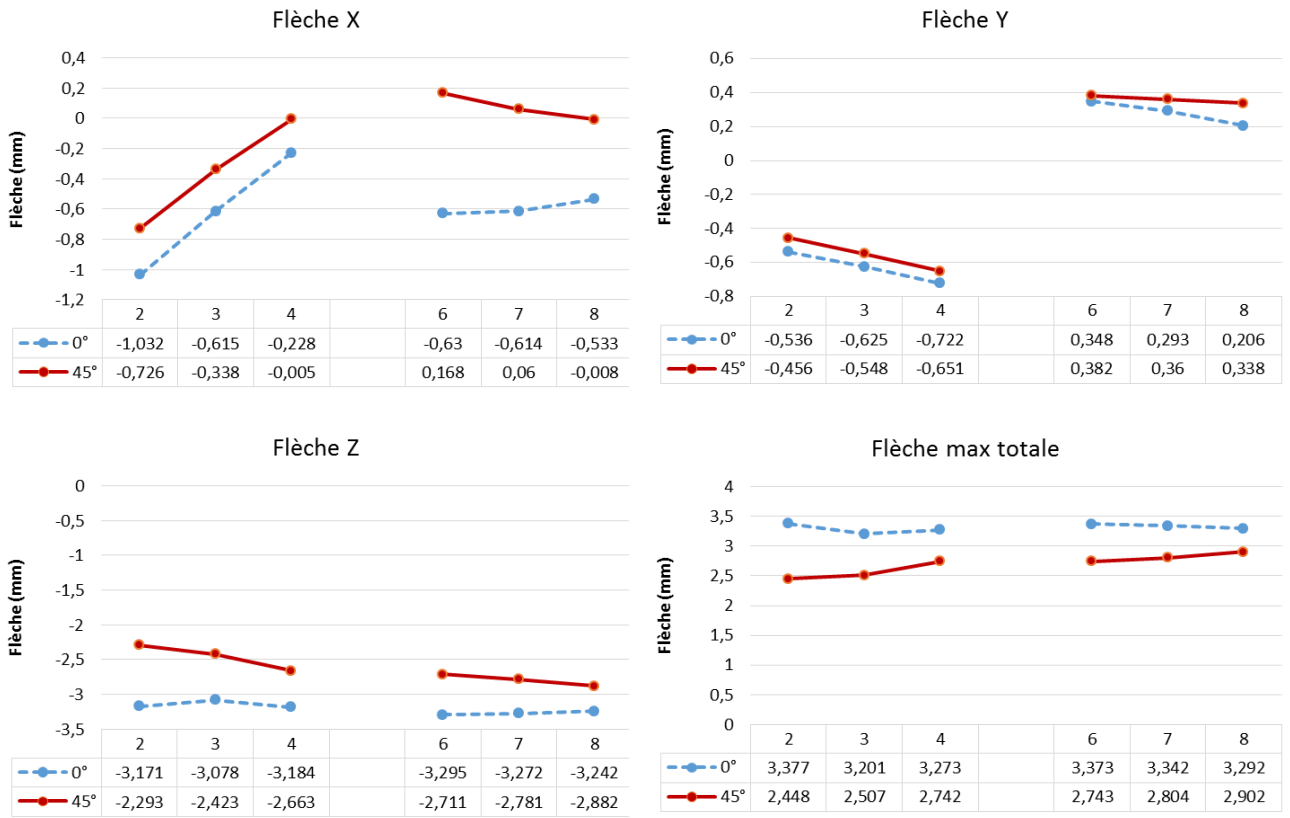






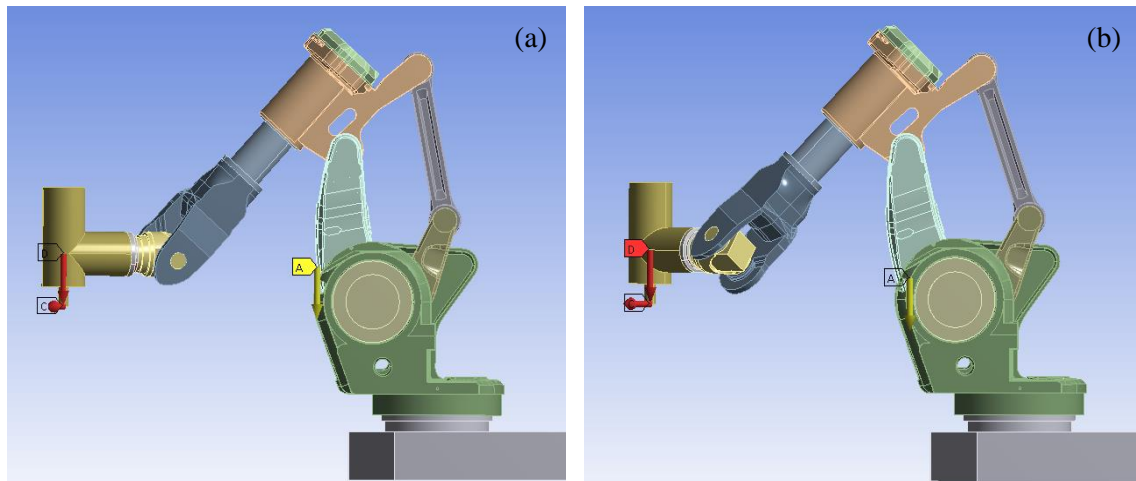
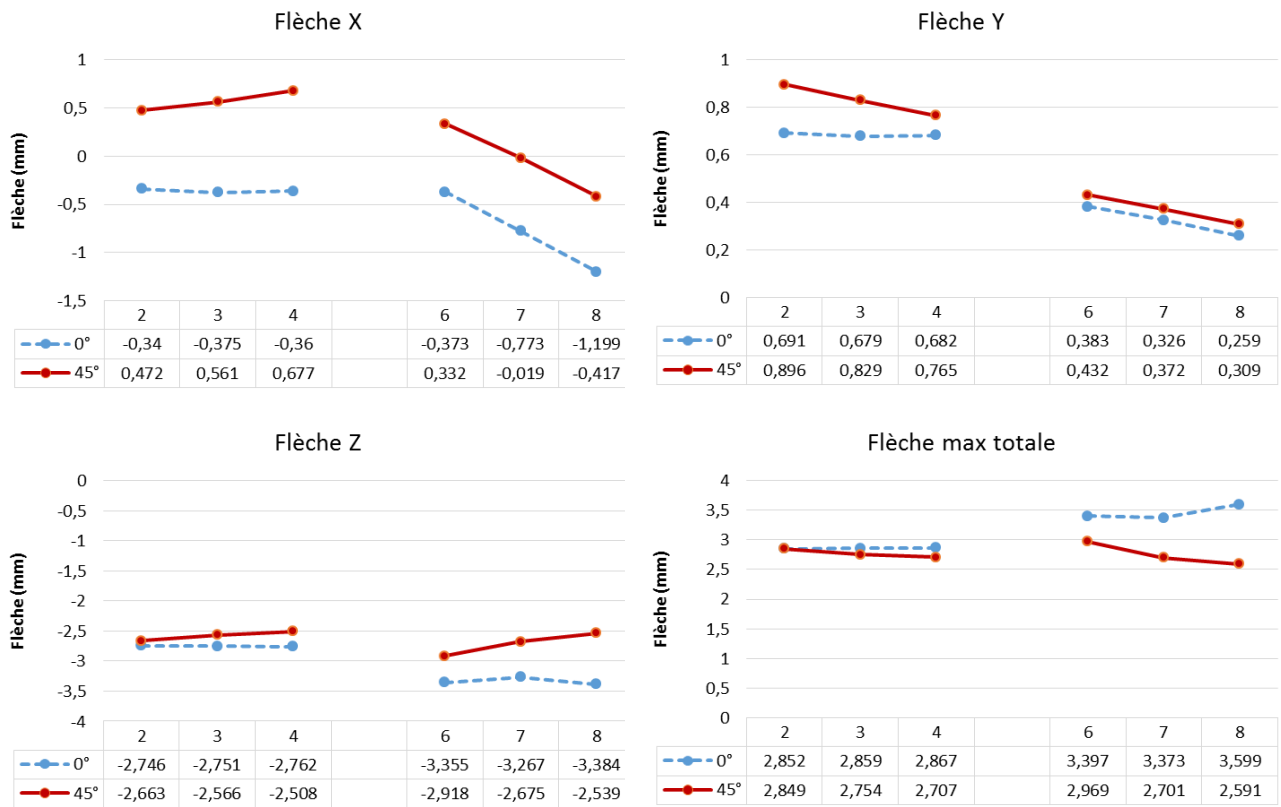
### Annexe 4-2 : Calcul des flèches

Figure A42-1 : Calcul des flèches pour la trajectoire 1, parcours en avalant



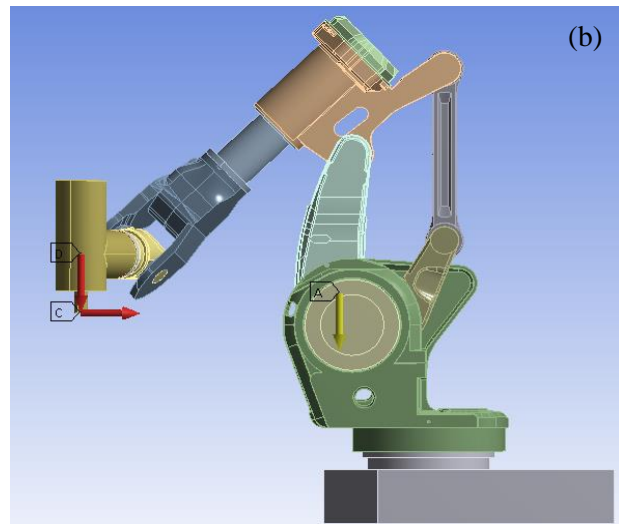
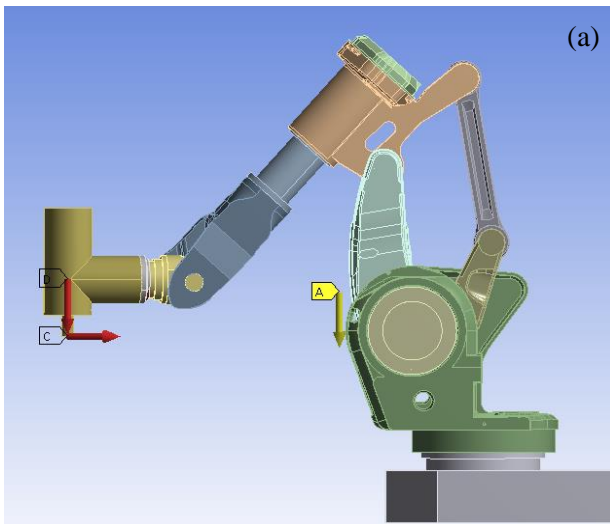
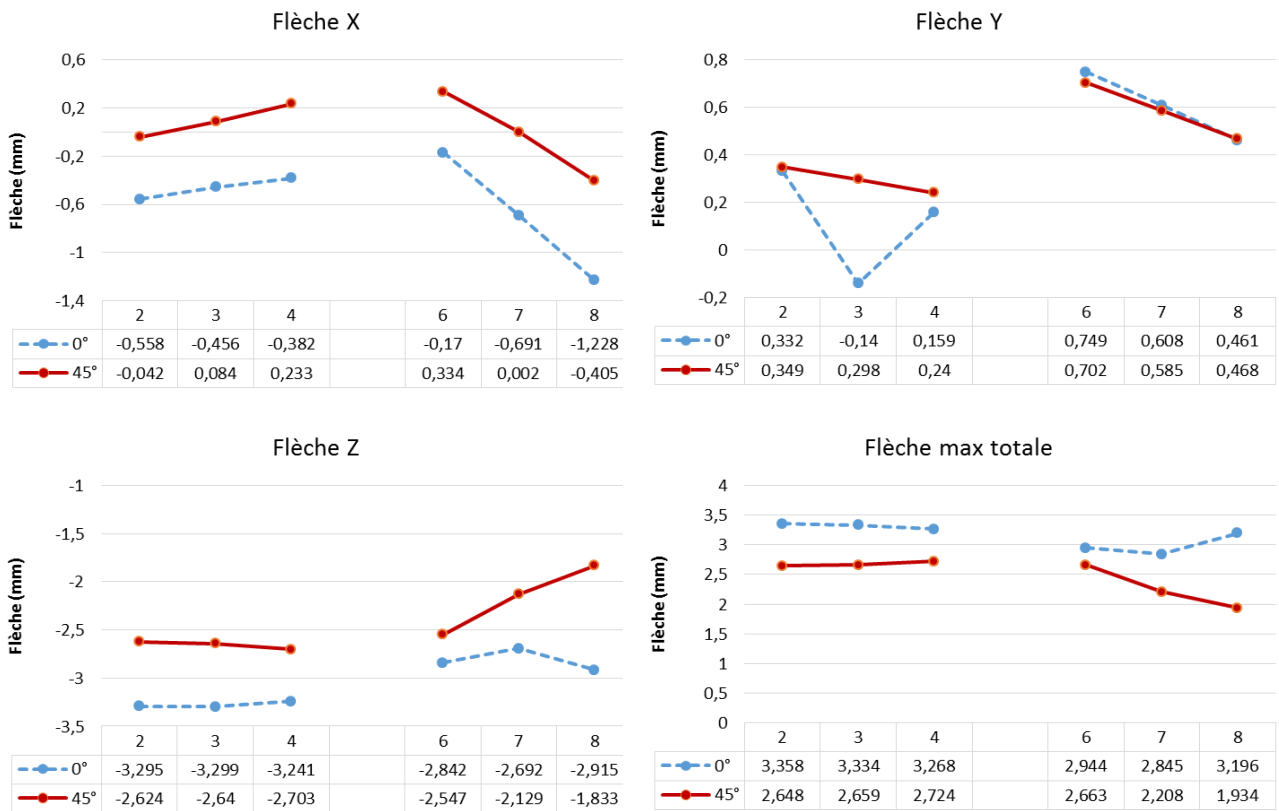
Configuration de la pose P2, trajectoire initiale (a), optimisée (b)

Figure A42-2 : Calcul des flèches pour la trajectoire 1, parcours en opposition



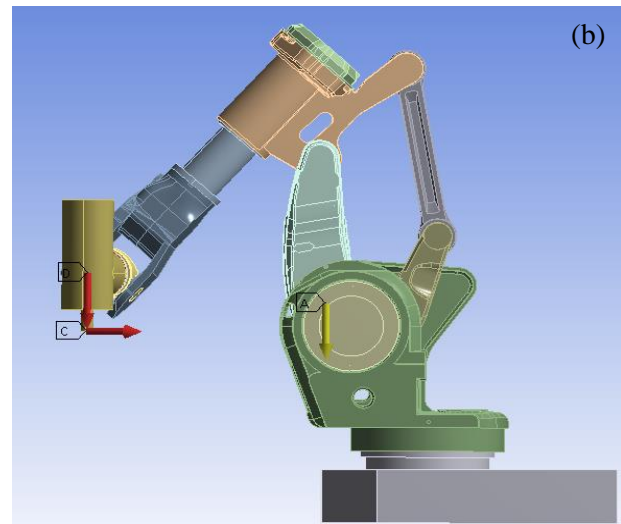
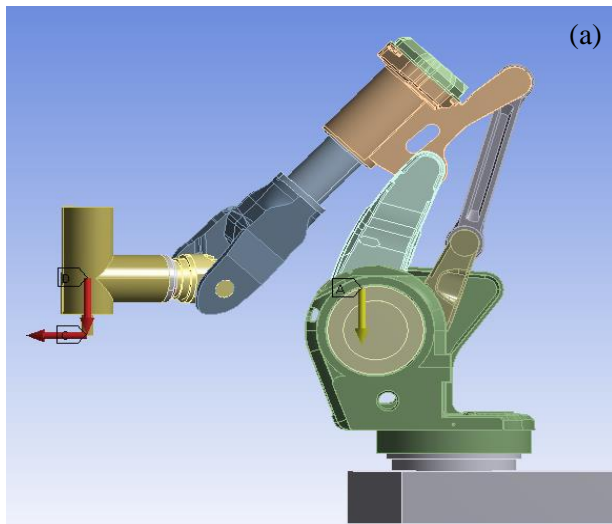
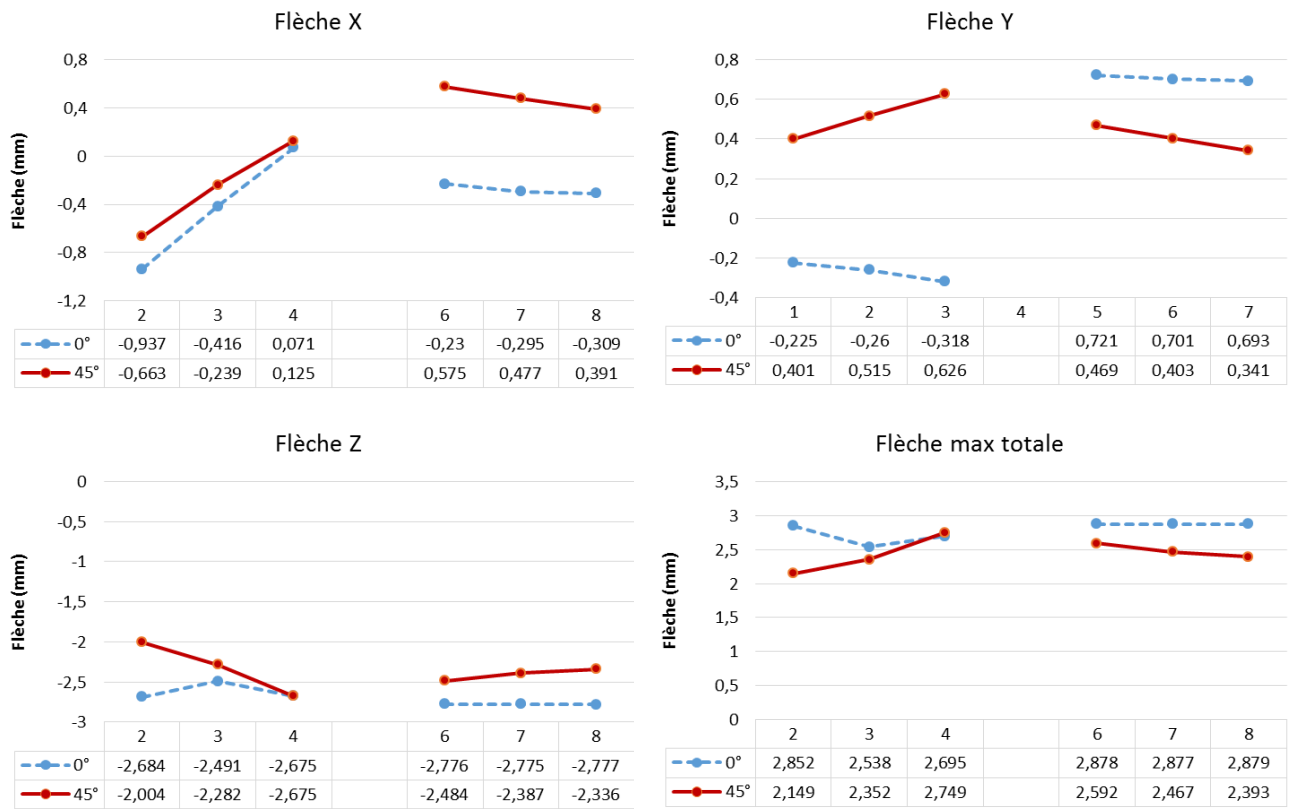
Configuration de la pose P2, trajectoire initiale (a), optimisée (b)

Figure A42-3 : Calcul des flèches pour la trajectoire2, parcours en avalant



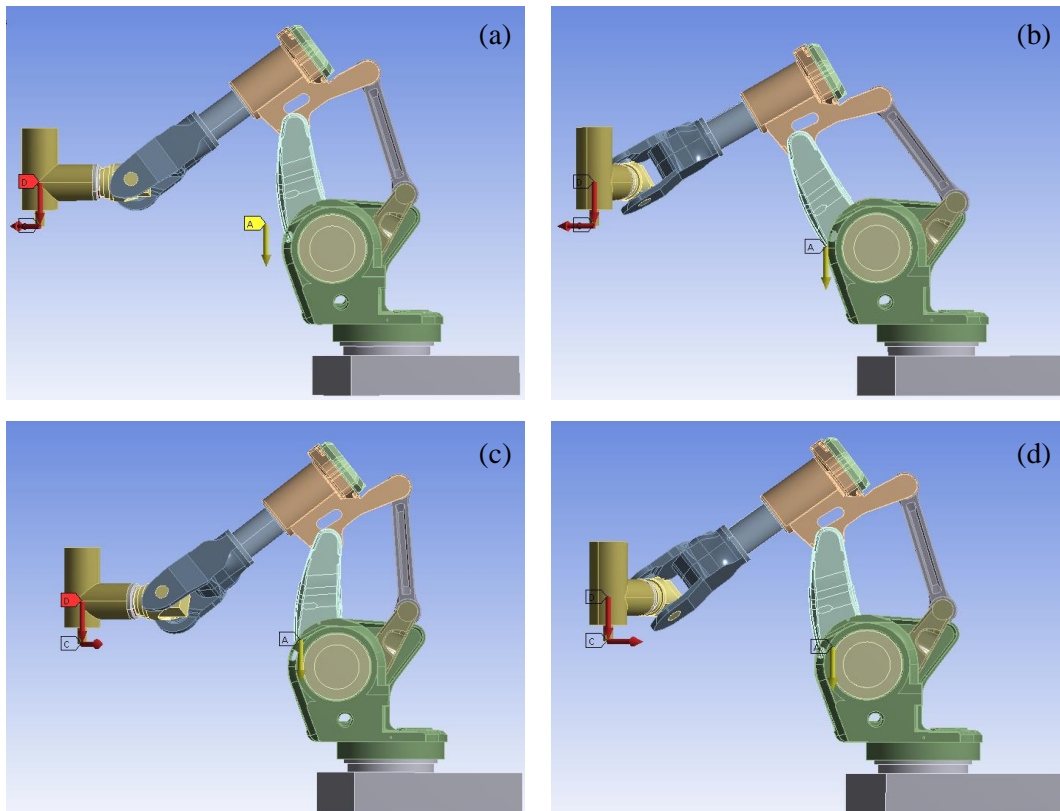
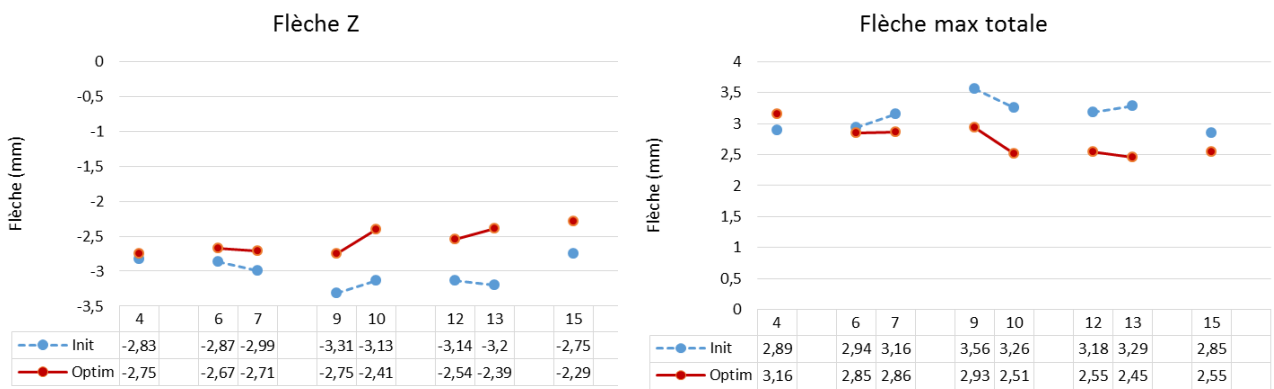
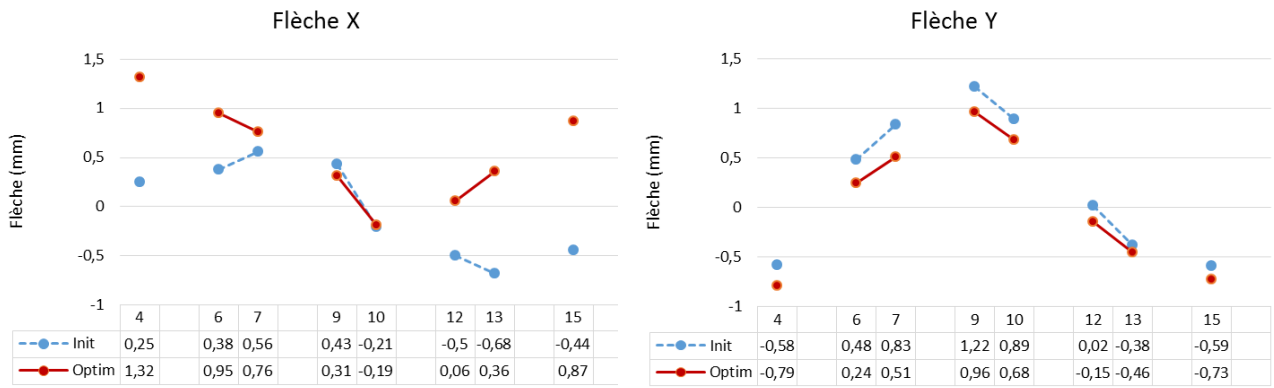
Configuration de la pose P2, trajectoire initiale (a), optimisée (b)

Figure A42-4 : Calcul des flèches pour la trajectoire2, parcours en opposition



Configuration de la pose P2, trajectoire initiale (a), optimisée (b)

### Annexe 4-3 : Calcul des flèches de la pièce test



Configuration des poses P4 et P10, trajectoire initiale (a, c), optimisée (b, d)



## Résumé

Les robots industriels ont évolué fondamentalement ces dernières années pour répondre aux exigences industrielles de machines et mécanismes toujours plus performants. Ceci se traduit aujourd'hui par de nouveaux robots anthropomorphes plus adaptés laissant entrevoir la réalisation de tâches plus complexes et soumis à de fortes sollicitations comme durant l'usinage. L'étude du comportement des robots anthropomorphes, à structures parallèles ou hybrides montre une anisotropie aussi bien cinématique, que dynamique, impactant la précision attendue. Ces travaux de thèse étudient l'intégration des redondances cinématiques qui permettent de pallier en partie ce problème en positionnant au mieux la tâche à réaliser dans un espace de travail compatible avec les capacités attendues.

Ces travaux ont permis d'améliorer notre outil d'optimisation et de le tester à la fois sur un modèle Eléments Finis du robot et sur le robot réel.

Ainsi, ces travaux de thèse apportent des contributions à : - la définition de critères adaptés à la réalisation de tâches complexes et sollicitantes pour la gestion des redondances cinématiques ; - l'identification du comportement des structures sous sollicitations par moyen métrologique (Laser tracker) ; - l'optimisation du comportement permettant l'amélioration de la qualité de réalisation des opérations d'usinage ; - la modélisation Eléments Finis des robots prenant en compte l'identification des rigidités des corps et articulaires.

**Mots-clés** : Robot industriel, Planification de trajectoire, Redondance, Optimisation hors ligne, Méthode du gradient, Usinage robotisé, Modélisation Eléments Finis, Méthode d'identification

## Summary

Industrial robots have evolved fundamentally in recent years to reach the industrial requirements. We now find more suitable anthropomorphic robots leading to the realization of more complex tasks like deformable objects cutting such as meat cutting or constrained to high loading like during machining. The behavior study of anthropomorphic robots, parallel or hybrid one highlights a kinematic and dynamic anisotropy, which impacts the expected accuracy.

This thesis studied the integration of the kinematic redundancy that can partially overcome this problem by well setting the task to achieve it in a space compatible with the expected capacity.

This work helped us to improve our optimization tool and to try it on both FE model of the robot and real robot.

Thus, the thesis makes contributions to: - the definition of criteria adapted to the realization of complex and under high loading task for the management of the kinematic redundancy; - the structural behavior identification, under loading, by metrology tools (Laser tracker) ; - the behavior optimization to improve the cutting process quality during machining ; - robots finite elements modeling using stiffness identification for both bodies and joints.

**Keywords**: Industrial robots, Trajectory planning, Redundancy, Off-line optimization, Gradient projection method, Machining robotic, Finite Elements modeling, Identification method