



**HAL**  
open science

# Dynamique d'un hydrofoil dans un fluide visqueux : algorithmes de couplage en IFS et application

Tolotra Emerry Rajaomazava Iii

## ► To cite this version:

Tolotra Emerry Rajaomazava Iii. Dynamique d'un hydrofoil dans un fluide visqueux : algorithmes de couplage en IFS et application. Mécanique des fluides [physics.class-ph]. Université de Bretagne occidentale - Brest, 2014. Français. NNT : 2014BRES0062 . tel-01939303

**HAL Id: tel-01939303**

**<https://theses.hal.science/tel-01939303>**

Submitted on 29 Nov 2018

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



université de bretagne  
occidentale



**THÈSE / UNIVERSITÉ DE BRETAGNE OCCIDENTALE**  
*sous le sceau de l'Université européenne de Bretagne*  
pour obtenir le titre de  
**DOCTEUR DE L'UNIVERSITÉ DE BRETAGNE OCCIDENTALE**  
*Mention : Mécanique des Fluides*  
École Doctorale des **SCIENCES de la MER**

présentée par  
**Toltra Emery RAJAZAZAVA III**  
Préparée à l'Institut de Recherche de l'École Navale  
Équipe d'accueil 3634

« Dynamique d'un hydrofoil  
dans un fluide visqueux.  
Algorithmes de couplage en  
IFS et application »



**Thèse soutenue le 17 Avril 2014**

Devant le jury composé de :

**Dominique Raphaël RAJAZAZAVA**

Professeur des Universités, LOMC, Université du Havre / *Président*

**Olivier DOARE**

Professeur des Universités, ENSTA-Paristech, Palaiseau / *Rapporteur*

**Jean Pierre FONTAINE**

Professeur des Universités, Institut Pascal, Université Blaise-Pascal  
Clermont-Ferrand / *Rapporteur*

**Aziz HAMDOUNI**

Professeur des Universités, LaSIE, Université de La Rochelle / *Examineur*

**Mohamed BENBOUZID**

Professeur des Universités, LBMS, Université de Bretagne Occidentale / *Examineur*

**Jacques-André ASTOLFI**

Maître de conférences HDR, IRENAV, Lanvéoc Poulmic / *Directeur de thèse*

**Mustapha Benaouicha**

Chercheur, LaMSID/CNRS, Clamart / *Co-encadrant de thèse*



*A ma mère, à ma famille*

" Ny hevitra tsy azo tsy amin'Olombelona "

" ( Les idées ne viennent que par des échanges entre les Hommes ) "



## REMERCIEMENTS

Par ces quelques lignes, je tiens à remercier bon nombre de personnes qui ont contribué de près ou de loin à la réalisation de cette thèse, partant de l'élaboration du sujet jusqu'à la soutenance.

Mes plus profonds remerciements s'adressent à Mustapha Benaouicha et Jacques André Astolfi, que j'ai eu la chance d'avoir comme encadrant et directeur de thèse. Merci de m'avoir conseiller, me pousser et me guider pendant ces quatre ans de thèse. M. Benaouicha, par sa disponibilité et son implication personnelle, m'a transmis ses compétences en interaction fluide structure numérique mais aussi la rigueur d'un travail scientifique bien établi. M. Astolfi avec son expertise scientifique qui a su nous guider et montrer les bonnes directions à explorer. Des heures d'échanges, de travail qui a formé un jeune chercheur. C'est un début de collaboration scientifique et humaine que j'espère continuer à travers de futur projet.

J'adresse mes remerciements aux membres de Jury. M. Dominique R. Rajaona d'avoir présidé le jury. Sa présence est à la fois pour moi un honneur et tout aussi symbolique envers mon pays. Jean Pierre Fontaine et Olivier Doare d'avoir accepté la lourde tâche d'être rapporteur et pour toutes les remarques et suggestions concernant mon travail. Merci également à Aziz Hamdouni et Mohamed Benbouzid de m'avoir fait l'honneur de faire partie de mon jury de thèse. Votre présence a été source d'une discussion constructive et une bonne perspective de travail.

Des grands remerciements vont également à bon nombre de personne au sein de l'IRE-Nav et de l'École Navale. Dans un environnement assez particulier composé de chercheurs, marins, militaires, vous avez su régner une ambiance familiale. Ces remerciements vont à toutes les corps : cadres dirigeantes et militaires pour la confiance qu'ils m'ont accordé afin

d'effectuer mes recherches au sein de l'Institut. Les enseignants chercheurs qui forment les piliers de l'institut ... les post-doctorants et les communément appelés anciens avec les conseils très pratiques qu'ils ont donné ... les doctorants sans qui les quatre ans auraient été un calvaire ... aux services de soutiens avec leurs bonne humeur exemplaire malgré les tonnes de demandes qui leurs sont adressées. Nombreuses sont les discussions faites avec vous dans la salle à café, que ce soit scientifique ou non, et qui s'en sont suivi par une collaboration ou des super moments de détente. Un clin d'oeil particulier à mes compagnons de galère que sont Georges, Imad pour les parcours et doléances effectués ensemble.

Un grand merci va également à ma famille qui, par sa présence et ses prières, m'ont accompagné durant ces années. La réussite de ce projet n'est pas seulement la mienne mais aussi la sienne. En particulier, Pelagie, Vola, Abel, Christophe mes frères Dina, Njara qui ont été toujours là pour me faire changer d'idée pendant les durs moments mais aussi d'avoir subi mes arrivées tardives pendant les voyages de réunion à Paris. J'en profite également de cette occasion pour dire un profond merci à ma mère, une supportrice inconditionnelle et aussi une source de motivation. Un grand merci pour toutes ces années, d'avoir consacré une grande partie de sa vie à ma réussite.



<b>INTRODUCTION</b>	<b>1</b>
<b>I ALGORITHMES DE COUPLAGE : APPLICATION A L'ÉQUATION DE BURGERS DANS UN DOMAINE MOBILE</b>	<b>13</b>
I.1 Formulation du problème . . . . .	14
I.2 Linéarisation du problème couplé . . . . .	17
I.3 Algorithme de couplage . . . . .	19
I.3.1 Schéma explicite . . . . .	19
I.3.2 Schéma semi-implicite . . . . .	20
I.3.3 Schéma implicite-externe . . . . .	21
I.3.4 Schéma implicite-interne . . . . .	23
I.4 Résolution par éléments finis de l'équation de Burgers . . . . .	24
I.4.1 Comparaison avec la solution analytique . . . . .	26
I.5 Discrétisation de l'équation de l'interface . . . . .	29
I.6 Schéma d'actualisation du maillage . . . . .	31
I.7 Performances des schémas de couplage . . . . .	35
I.7.1 Solution du problème couplé . . . . .	35
I.7.2 Comparaison des schémas de couplage . . . . .	36
I.8 Conclusion . . . . .	42
<b>II DYNAMIQUE DES FLUIDES ET MODÉLISATION DE LA STRUCTURE</b>	<b>47</b>
II.1 Dynamique des fluides . . . . .	48
II.1.1 Équation de Navier-Stokes en formulation ALE . . . . .	48
II.1.2 Formulation faible de l'équation de Navier-Stokes . . . . .	50

II.1.3	Méthode de projection . . . . .	50
II.1.4	Écoulement autour d'un hydrofoil immobile . . . . .	55
II.2	Modélisation de la dynamique de la structure . . . . .	61
II.2.1	Formulation Lagrangienne - Modélisation . . . . .	62
II.2.2	Méthode de résolution numérique . . . . .	64
II.3	Conclusion . . . . .	70
<b>III</b>	<b>DYNAMIQUE D'UN HYDROFOIL IMMERGÉ</b>	<b>71</b>
III.1	Problème couplé en interaction fluide-structure . . . . .	72
III.1.1	Algorithme de couplage . . . . .	73
III.2	Ecoulement autour d'un hydrofoil en mouvement forcé . . . . .	75
III.2.1	Mouvement de pilonnement pur . . . . .	75
III.2.2	Mouvement de tangage pur . . . . .	79
III.2.3	Hydrofoil en tangage et pilonnement . . . . .	83
III.3	Dynamique d'un hydrofoil dans un fluide au repos . . . . .	86
III.3.1	Mouvement de pilonnement pur . . . . .	87
III.3.2	Mouvement de tangage pur . . . . .	90
III.3.3	Mouvement de pilonnement et tangage . . . . .	93
III.4	Dynamique d'un Hydrofoil dans un fluide en écoulement . . . . .	97
III.4.1	Mouvement de pilonnement pur . . . . .	97
III.4.2	Mouvement de tangage pur . . . . .	99
III.4.3	Hydrofoil en pilonnement et tangage . . . . .	101
III.5	Conclusion . . . . .	104
<b>IV</b>	<b>EFFETS DE MASSE AJOUTÉE EN FLUIDE NON-HOMOGENÈ</b>	<b>107</b>
IV.1	Notion de masse ajoutée en fluide homogène . . . . .	108
IV.2	Masse ajoutée en fluide non-homogène . . . . .	109
IV.3	Description de la cavitation . . . . .	114
IV.3.1	Cavitation par poche . . . . .	115
IV.3.2	Modèle simplifié de cavitation . . . . .	116
IV.4	Effet de la masse ajoutée sur la dynamique de l'hydrofoil en pilonnement . . . . .	118
IV.4.1	Poche de vapeur stable . . . . .	120
IV.4.2	Poche de vapeur oscillante . . . . .	121
IV.4.3	Mise en évidence des modulations de fréquence et d'amplitude . . . . .	123
IV.5	Effet de la masse ajoutée sur la dynamique d'un hydrofoil en tangage et pilonnement . . . . .	127

---

IV.6 Conclusion . . . . .	132
<b>CONCLUSION</b>	<b>134</b>
<b>ANNEXES</b>	<b>138</b>
A Tableau résumé des performances des algorithmes de couplage . . . . .	139
B Mouvements en pilonnement, tangage et pilonnement-tangage forcé dans un écoulement . . . . .	140
C Mouvements en pilonnement, tangage et pilonnement-tangage dans un fluide au repos . . . . .	147
D Mouvements en pilonnement, tangage et pilonnement-tangage soumis à un écoulement . . . . .	153
E Re-formulation de l'équation du système fluide autour d'une structure vibrante	159

## NOMENCLATURE

$c$	Corde
$C$	Centre de poussée
$C_D$	Coefficient de Trainée
$C_L$	Coefficient de portance
$G$	Centre de gravité
$k_y$	Raideur du ressort en $y$
$k_\theta$	Raideur du ressort spiral
$m$	Masse de la structure
$\vec{n}$	Vecteur unitaire normal à l'interface
$p$	Pression du fluide
$t$	Temps
$u$	Vitesse du fluide
$u_0$	Vitesse initiale du fluide
$w$	Vitesse de déplacement du domaine fluide
$\beta$	Position (angle d'incidence) en équilibre du foil
$\Gamma$	Interface Fluide structure
$\Gamma_I$	Interface entrée fluide
$\Gamma_O$	Interface sortie fluide
$\Gamma_W$	Interface bords fixes
$\Delta t$	Pas de temps
$\xi$	Position de la structure
$\xi_f$	Déplacement du domaine fluide
$\theta$	Angle de rotation du foil
$\theta_0$	Valeur initiale de $\theta$ à $t = t_0$
$\mu$	Viscosité dynamique du fluide
$\nu$	Viscosité cinématique du fluide
$\rho_f$	Masse volumique du fluide
$\sigma_f$	Contrainte fluide
$\sigma_s$	Contrainte structure
$\Omega_f$	Domaine du fluide

---

$\Omega_s$	Domaine de la structure
$\partial\Omega_*$	Frontière de $\Omega_*$
$\omega_y$	Pulsation propre du système suivant $y$
$\omega_\theta$	Pulsation propre du système suivant $\theta$
$F_y$	Force dans la direction $\vec{y}$ (Portance)
$F_x$	Force dans la direction $\vec{x}$ (Trainée)
$\mathcal{M}_{F/O}$	Moment de la force $F$ au point $O$
$E$	Centre élastique (Centre de rotation)
$J$	Moment d'inertie de la structure par rapport à $E$
$\mathcal{Y}$	Position de la structure suivant l'axe $\vec{y}$



La simulation des problèmes couplés (ou multiphysiques) a connu un essor considérable ces dernières années. Ce développement est dû, en particulier, au besoin d'une simulation plus réaliste dans l'industrie, au progrès de la modélisation, au développement des méthodes de résolutions numériques mais aussi aux performances croissantes des calculateurs. Parmi ces problèmes couplés, on distingue l'interaction fluide-structure (IFS).

On parle d'interaction fluide structure lorsque la dynamique d'une structure est modifiée par un fluide et dont le déplacement de la structure modifie localement l'écoulement. En exemple, la présence d'un drapeau modifie l'écoulement (local) autour de celui-ci. Réciproquement, l'écoulement définit le battement du drapeau. Le mouvement de l'un affecte l'autre.

Les domaines d'application sont très vastes, trois grands axes sont toutefois bien définis sur lesquels des communautés se sont développées. En premier lieu, l'aéroélasticité, regroupe les applications où la structure se déplace à grandes vitesses (ailes d'avion, pâles d'hélice d'un hélicoptère, surface de contrôle d'un missile, ...), le déplacement d'une structure très souple (voile, planeur, déploiement d'un airbag, ...), l'étude des grandes structures (tablier d'un pont, écoulement autour d'un gratte-ciel, grand réservoir, ...). En second lieu, les applications en hydrodynamique, les applications marines (coque des sous marins, les surfaces de contrôles d'une torpille, les pâles d'hélices marines, ...), les énergies renouvelables (pâles d'hydrolienne, pelamis, ...), les grandes structures (plate-forme pétrolière, navire, ...). En troisième lieu, la médecine, qui étudie les écoulement internes (aortes, écoulements sanguins, l'anévrisme, ...). L'interaction fluide structure peut être vue également

dans d'autres domaines aussi importants que les autres, en environnemental, en biomimétisme, ... D'importants travaux scientifiques sont donc faits sur ces domaines respectifs, démontrés et confrontés à des résultats expérimentaux.

Dans ce processus vers une simulation plus réaliste, les récentes recherches s'orientent vers l'extension du couplage fluide-structure en prenant en compte d'autres phénomènes physiques. Entre autres, on peut citer l'acoustique (étude du bruit propre d'une antenne sonar [Gobert, 2009], ...), le thermique (échangeurs des centrales nucléaires, ...), la cavitation (étude des pâles d'hélices marines, pâles des aubes de turbines, ...), ... Cependant, cette approche relève d'un défi en simulation numérique. Faire un couplage revient à rassembler plusieurs modèles et plusieurs méthodes de résolutions numériques. Plusieurs questions se posent : doit-on modéliser le système comme étant un seul et unique système ou va-t-on privilégier l'échange d'information via une interface de couplage ? Quel outil utilise-t-on pour la modélisation ? Quelle méthode de résolution numérique est adaptée au modèle ? Une fois ces étapes effectuées, l'analyse et l'interprétation des résultats obtenus nécessitent également la compréhension de chaque domaine. Par exemple, si une solution diverge, l'origine peut être multiple : le problème est physiquement instable ou la méthode utilisée ne correspond pas à la physique ou la méthode de couplage n'est pas adaptée ou la divergence est simplement le résultat de l'accumulation de tous ces problèmes.

L'interaction fluide structure apparaît lorsqu'une structure est en contact avec un fluide. L'écoulement du fluide influe ainsi sur la dynamique de la structure et le déplacement de celle-ci modifie localement l'écoulement du fluide. Dans ce chapitre, nous présentons quelques approches et méthodes utilisées dans la littérature, pour l'étude de cette classe de problème. Notre apport sur le sujet et le domaine d'application de notre étude seront ainsi clarifiés.

L'étude des problèmes d'IFS peut être réalisée avec trois méthodes différentes mais complémentaires. Méthodes théoriques, avec lesquelles la solution du problème couplé est obtenue analytiquement [Jang *et al.*, 2013]. De telles techniques sont difficiles à mettre en œuvre et encore impossibles dans le cas de la plupart des problèmes industriels. Dans la plupart des cas, les résultats issus de ces méthodes ne sont possibles qu'après plusieurs simplifications du problème. L'IFS est également étudiée avec des méthodes expérimentales. Son utilisation s'accompagne de la mise en place d'un banc expérimental, généralement coûteux. Plusieurs études ont été effectuées avec cette approche [Ducoin *et al.*, 2012,

Augier *et al.*, 2012, Hoo *et al.*, 2005]. L'IFS est aussi étudiée en utilisant des approches numériques. Ces dernières connaissent un essor constant ces dernières années grâce à l'évolution permanente des performances des calculateurs. Aussi, et grâce aux développements réalisés dans les domaines de la modélisation et de l'analyse numérique, cette approche bénéficie d'une évolution continue. Plusieurs méthodes sont ainsi proposées dans la littérature scientifique concernant la simulation numérique de l'IFS.

Actuellement, ces trois approches sont utilisées de façon complémentaire pour la compréhension des phénomènes liés à l'interaction fluide-structure. Il arrive également que ces méthodes soient utilisées simultanément pour la résolution d'un problème couplé. Dans cette thèse, l'approche numérique est utilisée pour la résolution des problèmes couplés en interaction fluide-structure. Certains aspects théoriques sont également abordés pour la validation des résultats numériques ou pour la résolution de certains cas simples.

## Aspect physique du couplage fluide-structure

La simulation numérique d'un problème d'interaction fluide-structure nécessite la résolution de deux problèmes distincts, fluide et structure. Ces derniers sont couplés par un échange d'énergie et de quantité de mouvement à leur interface de contact.

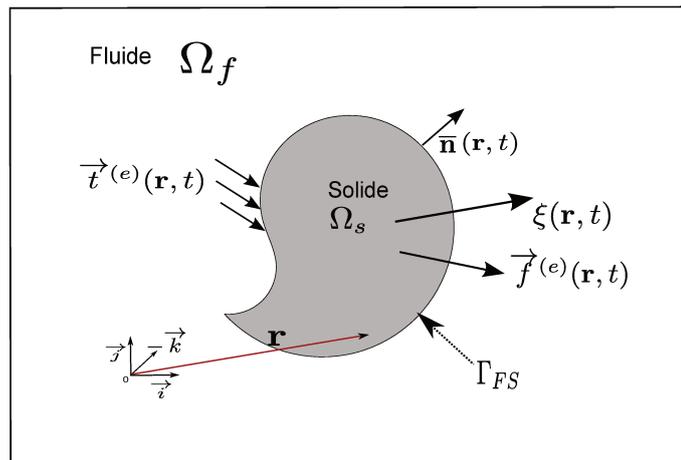


Fig. 1 – Corps solide immergé dans un fluide

Considérons un corps solide déformable de forme quelconque immergé dans un fluide (Fig. 1). L'équilibre dynamique du corps solide sollicité par des efforts externes de den-

sité volumique  $\vec{f}^e(\mathbf{r}, t)$  et par des forces externes de densité surfacique  $\vec{t}^e(\mathbf{r}, t)$  s'exerçant sur la frontière  $\Gamma$  de normale  $\bar{\mathbf{n}}$  est régi par les équations de la mécanique des milieux continus sous la forme [Axisa, 2001a] :

$$\begin{aligned} \rho_s \ddot{v} - \nabla \cdot \sigma_s &= \vec{f}^{(e)}(\mathbf{r}, t) & \forall \mathbf{r} \in \Omega_s & \quad (a) \\ \sigma_s \cdot \bar{\mathbf{n}} &= \vec{t}^{(e)}(\mathbf{r}, t) & \forall \mathbf{r} \in \Gamma & \quad (b) \end{aligned} \tag{1}$$

où  $v(\mathbf{r}, t)$  est le champ de déplacement défini en tout point de  $\Omega_s$ ,  $\mathbf{r}$  le vecteur position et  $\sigma_s$  le tenseur des contraintes du solide. Le système peut être excité par les efforts, mais aussi par des mouvements imposés de ces points.

La mécanique des milieux continus considère également le fluide comme étant un milieu déformable, comparable à un solide [Axisa, 2001b]. Les deux systèmes d'équations peuvent être écrit en formulation lagrangienne, toutefois pour des raisons pratiques la formulation eulérienne est généralement utilisée pour l'équation du système fluide. Ainsi, le système couplé est régi par l'ensemble des systèmes d'équations fluides et structure, qui sont munis des conditions aux limites et des conditions de couplage à l'interface  $\Gamma$ . Le couplage intervient à l'interface fluide-structure  $\Gamma$  et s'exprime sous la forme suivante :

- A l'interface fluide structure, le mouvement fluide est le même que celui du solide
- L'interface fluide - structure est en équilibre local. En conséquence, les contraintes  $\sigma_s$  et  $\sigma_f$  sont en équilibre.

Les échanges d'énergie et quantité de mouvement se font à l'interface fluide-structure par le principe d'action/réaction. On montrera dans le prochain chapitre que la vérification de ce principe permet également de mesurer la performance d'un schéma de couplage en simulation numérique [Michler *et al.*, 2003].

## Méthode de couplage en IFS

Il existe plusieurs méthode de résolution numérique d'un problème couplé en interaction fluide-structure. La figure (2) présente un classement des méthodes les plus utilisées [Jus, 2011, Jürgens, 2009]. On distingue deux catégories de schéma de couplage, les algorithmes monolithiques et les algorithmes partitionnés.

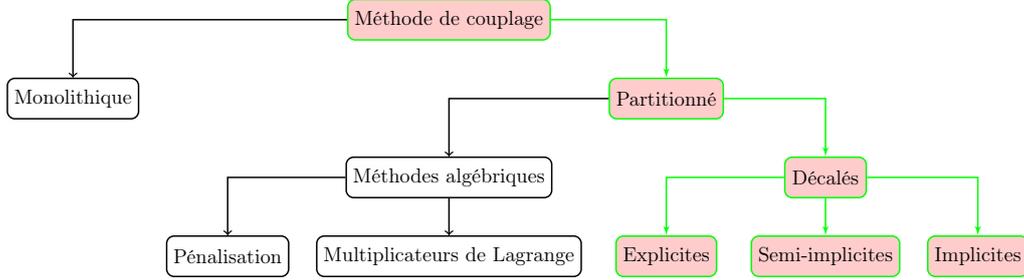


Fig. 2 – Méthodes de couplage fluide-structure [Jus, 2011, Jürgens, 2009]

### Méthode de couplage monolithique

Les algorithmes monolithiques consistent à résoudre simultanément le problème fluide et le problème structure. La position du maillage du domaine fluide ainsi que toutes les grandeurs physiques du fluide et de la structure deviennent ainsi des inconnues du problème [Benaouicha, 2007].

Considérons un problème couplé de deux champs scalaires  $X_f$  et  $X_s$  (Fig. 3). Les deux champs sont identifiés respectivement par les variables  $x(t)$  et  $y(t)$  et gouvernés par le système d'équations différentielles suivant :

$$\begin{cases} a_f \dot{x} + b_f x + c_f y = f(t) \\ a_s \dot{y} + b_s y + c_s x = g(t) \end{cases} \quad (2)$$

où  $f(t)$  et  $g(t)$  sont des forces appliquées au système. Le problème peut être discrétisé en utilisant le schéma implicite d'Euler suivant,

$$x^{n+1} = x^n + \Delta t \dot{x}^{n+1} \quad \text{et} \quad y^{n+1} = y^n + \Delta t \dot{y}^{n+1} \quad (3)$$

où  $x^n = x(t^n)$ ,  $y^n = y(t^n)$ . Le système discrétisé peut alors s'écrire sous la forme matricielle suivante :

$$\begin{pmatrix} a_f + b_f \Delta t & c_f \Delta t \\ c_s \Delta t & a_s + b_s \Delta t \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x^{n+1} \\ y^{n+1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \Delta t f^{n+1} + a_f x^n \\ \Delta t g^{n+1} + a_s y^n \end{pmatrix} \quad (4)$$

où  $(x^0, y^0)$  est donné par les conditions initiales. La solution du problème couplé  $(x^{n+1}, y^{n+1})$  est ainsi obtenue simultanément à chaque instant. Pour la résolution de ce problème matriciel, il est nécessaire d'avoir accès à toutes les variables de chaque sous-problème [Felippa *et al.*, 2001]. Pour un problème plus complexe, la taille du système algébrique à résoudre peut être prohibitif.

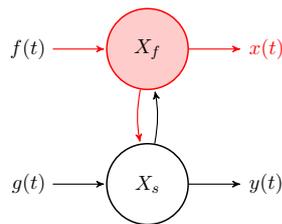


Fig. 3 – Champs scalaires couplés

Blom [Blom, 1998] a appliqué l'approche monolithique pour la résolution numérique du problème de piston. Des travaux plus récents appliquent cette méthode à des cas plus complexes : on peut citer à titre d'exemples les travaux de Rugonyi, Bathe *et al.* [Rugonyi et Bathe, 2001, Bathe *et al.*, 1995, Bathe et Zhang, 2004], Hron *et al.* [Hron et Turek, 2006], Heil [Heil, 2004] . . . . L'intégration simultanée permet de garantir la conservation de l'énergie locale à l'interface et d'avoir un schéma stable, précis et qui supporte mieux les grands déplacements de la structure. Toutefois la mise en oeuvre reste assez difficile lorsque la géométrie est complexe.

### Méthode de couplage partitionnée

Les algorithmes de couplage partitionnés sont les plus utilisés à ce jour. L'algorithme se base sur le principe d'échange d'information à l'interface entre le solveur fluide et le solveur structure. On distingue deux catégories de cette approche : les méthodes algébriques et les méthodes décalées (différentielles). Dans le cas des méthodes algébriques, le système couplé est d'abord discrétisé en espace avant d'être décomposé en deux sous domaines fluide et structure. L'idée générale des méthodes algébriques est d'introduire des multiplicateurs de Lagrange afin de satisfaire l'équation algébrique de l'interface. Tandis que dans le cas des méthodes décalées, le système est d'abord divisé en deux sous domaines fluide et structure avant d'être discrétisé chacun de son côté [Felippa *et al.*, 2001]. Le principe consiste à résoudre le problème fluide d'un côté et le problème structure de l'autre. Le couplage des deux problèmes est réalisé à l'aide des algorithmes de couplage. Le solveur fluide et

le solveur structure sont indépendants, ce qui facilitent la mise en oeuvre du couplage et qui permettent de bénéficier des avancées réalisées dans les méthodes de résolution des problèmes de la mécanique des fluides et de la mécanique des structures.

Considérons, comme exemple, les mêmes champs scalaires  $X_s$  et  $X_f$  présentés dans le système d'équation (2) et le schéma implicite d'Euler (Eq. 3) pour la discrétisation en temps. Alors la solution du système couplé  $(x^{n+1}, y^{n+1})$  est donnée par :

$$\begin{pmatrix} a_f + b_f \Delta t & 0 \\ c_s \Delta t & a_s + b_s \Delta t \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x^{n+1} \\ y^{n+1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \Delta t f^{n+1} + a_f x^n + \Delta t y_p^{n+1} \\ \Delta t g^{n+1} + a_s y^n \end{pmatrix} \quad (5)$$

où  $y_p^{n+1}$  peut prendre différentes valeurs. Le premier choix consiste à prendre  $y_p^{n+1} = y^n$ . Le second consiste à effectuer une prédiction sur la position qu'aura  $y$  à l'instant  $n + 1$ , en exemple [Felippa *et al.*, 2001] :  $y_p^{n+1} = y^n + \Delta t \dot{y}^n$ . Un exemple de processus de résolution du problème couplé des deux champs scalaires est donné par

1. Prédiction de la position  $y$ ,  $y_p^{n+1} = y^n + \Delta t \dot{y}^n$
2. Avance en temps de  $x$ ,  $x^{n+1} = \frac{1}{a_f + b_f \Delta t} (\Delta t f^{n+1} + a_f x^n + \Delta t y_p^{n+1})$
3. Echange d'information entre solveur,  $x^{n+1} = x^{n+1}$
4. Avance en temps de  $y$ ,  $y^{n+1} = \frac{1}{a_s + b_s \Delta t} (g^{n+1} + a_s y^n - c_s \Delta t x^{n+1})$

Plusieurs techniques ont été développées afin de pallier à ce décalage. Il est possible d'obtenir  $y_p^{n+1} \approx y^{n+1}$ , mais la réalisation de ce dernier nécessite une résolution itérative du système (Eq. 5) et plusieurs corrections. Ainsi, plusieurs des étapes présentées ci-dessus seront re-exécuter pendant un seul pas de temps, ce qui a pour conséquence immédiate d'alourdir le calcul.

## Méthodes de frontières immergées

La méthode de frontières immergées (FI) est l'une des méthodes utilisées pour la résolution des problèmes d'interaction fluide-structure. Introduite par Peskin [Peskin, 1972] pour la simulation des mécanismes cardiaques et ses flux sanguins, la méthode était novatrice car la simulation est effectuée sur une grille cartésienne eulérienne non adaptée à la géométrie du coeur.

Depuis, cette méthode a connu plusieurs variantes et plusieurs améliorations. Les méthodes des frontières immergées se sont avérées comme un outil de simulation puissant pour la résolution d'un problème couplé en interaction fluide-structure, grâce à leur capacité de suivre une interface de géométrie quelconque sans aucune stratégie de remaillage ni de déplacement de maillage. Dans [Sotiropoulos et Yang, 2013], les auteurs ont effectué une synthèse des différentes approches développées jusqu'à aujourd'hui. Les équations de Navier-Stokes sont résolues avec un maillage fixe qui peut être cartésien, curviligne ou non structuré. Les interfaces fluide-structure sont représentées par des maillages indépendants et leurs effets sur l'écoulement sont prises en comptes, soit par des forces fictives introduites dans l'équation de Navier-Stokes, soit en modifiant localement la structure du maillage. La principale difficulté dans les méthodes FI se présente lorsqu'il s'agit d'imposer les conditions de bords sur la frontière. C'est également cette étape qui différencie une méthode de frontières immergées d'une autre [Hovnanian, 2012]. Cette méthode a été utilisée pour le développement de la méthode de décomposition de modèles par POD en interaction fluide-structure [Liberge, 2008, Liberge et Hamdouni, 2010]. Cette méthode permet un gain considérable de temps de calcul et de capacité de stockage de données.

## Méthode de Lattice Boltzman

La méthode de Lattice Boltzman (LBM) suscite un grand intérêt car elle est bien adaptée au calcul parallèle à haute performance. La méthode est largement utilisée en mécanique des fluides. La difficulté a été de prendre en compte la mobilité du domaine en appliquant les conditions à l'interface. Les récents développements offrent cette possibilité et permettent de traiter les problèmes couplés fluides-structures. Krafczyk *et al.* [Krafczyk *et al.*, 2001] ont utilisé la méthode LBM pour la simulation des valves cardiaques artificielles. Le même principe que la méthode de frontières immergées est utilisé pour la discrétisation spatiale. A savoir le maillage du domaine fluide est fixe et celui de la structure est inclus dans le domaine fluide. De Rosis *et al.* [De Rosis *et al.*, 2013] ont utilisé la méthode LBM pour la

résolution de l'équation du fluide couplée à la méthode des éléments finis pour la résolution de l'équation de la dynamique de la structure. Le couplage des deux problèmes fluide et structure a été réalisé avec trois algorithmes de couplage décalés. Une étude de Meldi *et al.* [Meldi *et al.*, 2013] propose une nouvelle approche de la méthode LBM avec une formulation ALE de l'équation de Boltzmann. La méthode est appliquée pour la résolution d'un problème académique et les résultats obtenus sont d'une bonne précision et la méthode est robuste et stable. Toutefois, elle est très sensible à la taille des mailles dynamiques.

### Méthode SPH

Initialement utilisée dans l'astronomie [Gingold et Monaghan, 1977], la méthode SPH (Smoothed particle hydrodynamics) s'avère un outil intéressant pour la résolution des problèmes couplés en interaction fluide-structure. Il s'agit d'une méthode lagrangienne et fait partie des méthodes dites sans maillage. Plusieurs approches sont disponibles pour le traitement des conditions aux limites, que ce soient pour une frontière fixe ou mobile. Les avantages et inconvénients de chaque méthode sont présentés dans les travaux de Monaghan *et al.* [Monaghan et Kajtar, 2009]. Elle peut être utilisée pour la résolution d'un problème complet en interaction fluide-structure (fluide et structure) [Antoci *et al.*, 2007] ou couplée à la méthode des éléments finis pour la résolution de l'équation de la dynamique de la structure [Yang *et al.*, 2012, Thiyahuddin *et al.*, 2013]. Une étude 3D d'un écoulement à travers un obstacle lors d'une rupture de barrage a été effectuée dans [Marrone *et al.*, 2011]. Les résultats obtenus sont en bon accord avec ceux obtenus avec d'autres méthodes.

### Méthode Level-Set

La description de l'interface avec une approche Level-set donne une nouvelle manière de formuler un problème d'interaction fluide-structure. Legay [Legay *et al.*, 2006] présente cette approche avec une méthode d'Euler-Lagrange. Une description Eulérienne est utilisée pour le fluide et une description Lagrangienne pour la structure. Le maillage du domaine fluide demeure fixe et indépendant de la modification du domaine structure ainsi que le maillage de ce dernier. L'interface de contact entre les domaines fluide et structure est définie par une fonction Level set. Les continuités des efforts et de la vitesse sont imposées par des multiplicateurs de Lagrange et un coefficient de pénalité, introduites dans les équations de conservation de la masse et du moment. Une comparaison des performances de cette méthode par rapport aux autres méthodes de couplage en interaction fluide-structure

en 1-d et 2-d est présentée dans [Arienti *et al.*, 2003]. La méthode reproduit très bien les phénomènes observés sur les cas tests et la précision à l'interface est d'au moins du première ordre en espace.

## Contexte et objectifs

L'Institut de Recherche de l'École Navale (IRENav) est un centre de recherche orienté vers le domaine maritime et de son développement durable. L'Interaction Fluide-Structure (IFS) et les écoulements diphasiques font partie des thématiques de recherche développées au sein du groupe mécanique et énergie en environnement naval. Le domaine d'expertise s'applique sur les corps portants et les corps profilés. De récents travaux ont été effectués afin de jumeler les deux domaines (IFS et écoulement diphasique). A ce sujet, des études expérimentales ont été effectuées sur l'IFS en écoulement cavitant sur un hydrofoil. Une première approche a également été effectuée en simulation numérique [Gaugain, 2013].

Cette thèse s'inscrit dans ce programme de recherche relatif à l'utilisation d'hydrofoil flexible en mouvement pour des applications navales. Elle relève du dimensionnement des surfaces de contrôles innovantes pour des applications navales (gouvernes, safrans, stabilisateurs, pales d'hélices) qui peuvent être soumises à des dynamiques plus ou moins rapides pour lesquelles la prédiction des chargements hydrodynamiques, des déformations et des contraintes est un élément essentiel pour le concepteur. Dans ce contexte, la thèse est concentrée sur l'aspect modélisation et algorithmes de couplage en interaction fluide.

L'objet de cette thèse est d'analyser les algorithmes de couplages décalés à travers un problème académique, avec lequel le couplage est traité dans sa globalité. L'étude est axée sur la modélisation et les méthodes de résolutions numériques des problèmes fluide structure en utilisant les algorithmes de couplage décalés. Nous appliquons ensuite ces méthodes à un problème d'interaction fluide structure relatif à un hydrofoil en mouvement immergé dans un fluide visqueux. Enfin, une première approche des IFS dans un écoulement cavitant est aussi effectuée en étudiant la dynamique vibratoire du problème couplé due à la variation de la masse ajoutée dans un fluide non-homogène. Un modèle simplifié de la poche de cavitation est considéré pour la réalisation de cette dernière étude.

## Plan de la thèse

Le premier chapitre présente le travail sur les algorithmes de couplage en IFS, appliqué à la résolution de l'équation de Burgers dans un domaine borné, dont l'une des interfaces est

mobile. Les problèmes fluide et structure peuvent être formulés en opérateurs non-linéaire et linéaire dont le couplage forme un système non unique non linéaire. Le problème couplé est formulé en un problème du point fixe et résolu à l'aide d'un processus itératif. Quatre schémas de couplages sont ainsi obtenus et appliqués au même problème avec lequel une étude comparative sur leurs performances est effectuée. L'équation de Burgers en domaine mobile est résolu en élément finis/différence finie et l'équation de l'interface par différence finie. Un code en langage Fortran, spécialement dédié à la résolution du problème couplé, a été développé afin d'aborder dans sa globalité le problème autant sur la modélisation que sur le plan de la résolution numérique.

Un des algorithmes de couplage sera ensuite appliqué à un problème d'interaction fluide, un hydrofoil immergé dans un fluide. Le mouvement d'un hydrofoil en pilonnement et tangage est étudié à travers un modèle 2d. Ainsi, dans le chapitre II, nous développons les équations de la dynamique des fluides et de la dynamique de la structure. La résolution de l'équation de Navier-Stokes incompressible par élément finis est présentée. La méthode de projection est utilisée pour la discrétisation en temps de Navier-Stokes et qui permet également de résoudre le problème mixte vitesse-pression. Le code en langage gubiane, Cast3M est utilisé pour la résolution numérique du problème fluide et du problème structure. Une étude du problème fluide et du problème structure, indépendamment l'un de l'autre est effectuée. Elle permet, entre autre de mesurer la sensibilité des résultats par rapport aux différents paramètres (maillage, pas de temps) mais aussi de connaître la dynamique du fluide et la dynamique de la structure sans le couplage en vue d'une étude IFS pour la suite.

Le chapitre III complète le chapitre précédent en considérant le problème fluide-structure couplé. Il est principalement consacré aux résultats de l'étude de la dynamique de l'hydrofoil immergé dans un fluide visqueux. Trois configurations sont ainsi étudiées : la structure en mouvement forcé dans un fluide en écoulement, la structure en mouvement libre dans un fluide au repos et la structure en mouvement libre dans un fluide en écoulement. Le mouvement de pilonnement et celui de tangage sont initialement dissociés avant d'être étudiés ensemble pour identifier les phénomènes liés au couplage de mouvement pilonnement-tangage. D'un autre côté, le couplage fluide-structure fait apparaître des phénomènes dynamiques : l'hystérésis, l'amortissement, la masse ajoutée, la variation de la position du centre de poussée, ... Ces phénomènes sont discutés autour de quatre cas choisis en fonction de leurs fréquences propres adimensionnées.

Dans le chapitre IV, nous abordons le problème d'IFS en écoulement cavitant par l'étude vibratoire de la dynamique d'un hydrofoil immergé dans un fluide non-homogène.

Un modèle basé sur la décomposition des variables fluides (vitesse et pression) en deux composantes est utilisé ( $u = \tilde{u} + u'$ ,  $p = \tilde{p} + p'$ ). La première composante ( $u, p$ ) décrit l'écoulement autour de l'hydrofoil tandis que la seconde ( $u', p'$ ) est reliée à l'écoulement généré par la vibration. Un système d'équations linéarisées décrivant l'écoulement induit par la vibration de la structure est obtenu. Ces équations prennent en compte la présence d'un fluide non-homogène à l'interface fluide-structure. Un modèle simplifié, de type cavitation par poche, est utilisé pour prendre en compte la variation de la masse volumique à l'interface. La dynamique de l'hydrofoil est analysée pour le mouvement en pilonnement et celui du pilonnement-tangage.

Nous complétons ce travail par une annexe sur laquelle sont présentés des détails liés à une démonstration, des tableaux résumant les résultats et les figures complémentaires des cas non présentés dans le corps du document.

# CHAPITRE I

## ALGORITHMES DE COUPLAGE : APPLICATION A L'ÉQUATION DE BURGERS DANS UN DOMAINE MOBILE

### Sommaire

---

<b>I.1</b>	<b>Formulation du problème</b>	<b>14</b>
<b>I.2</b>	<b>Linéarisation du problème couplé</b>	<b>17</b>
<b>I.3</b>	<b>Algorithme de couplage</b>	<b>19</b>
I.3.1	Schéma explicite	19
I.3.2	Schéma semi-implicite	20
I.3.3	Schéma implicite-externe	21
I.3.4	Schéma implicite-interne	23
<b>I.4</b>	<b>Résolution par éléments finis de l'équation de Burgers</b>	<b>24</b>
I.4.1	Comparaison avec la solution analytique	26
<b>I.5</b>	<b>Discrétisation de l'équation de l'interface</b>	<b>29</b>
<b>I.6</b>	<b>Schéma d'actualisation du maillage</b>	<b>31</b>
<b>I.7</b>	<b>Performances des schémas de couplage</b>	<b>35</b>
I.7.1	Solution du problème couplé	35
I.7.2	Comparaison des schémas de couplage	36
<b>I.8</b>	<b>Conclusion</b>	<b>42</b>

---

Le problème d'interaction fluide structure se présente sous forme de couplage de deux modèles, un modèle décrivant le fluide d'une part et un modèle pour la dynamique de la structure d'autre part. On obtient ainsi, un problème couplé non linéaire. Des méthodes itératives, dérivant du théorème du point fixe [Ujević *et al.*, 2007, Granas et Dugundji, 2003, Bellman et Kalaba, 1965], peuvent alors être utilisées pour la résolution du problème. Différents algorithmes de couplage peuvent être ainsi obtenus en fonction des processus itératifs utilisés [Rajaomazava III<sup>a</sup> *et al.*, 2011]. Dans ce chapitre, nous proposons une analyse numérique de quelques schémas de couplage, en résolvant l'équation de Burgers dans un domaine borné, dont l'une des interfaces est mobile. L'équation de celle ci, représentée par un problème de type masse-ressort, est ainsi couplée à l'équation non linéaire de Burgers à travers les conditions aux limites. La stabilité et la vitesse de convergence des algorithmes seront discutées, ainsi que la précision des résultats obtenus.

## I.1 Formulation du problème

La formulation Arbitraire Eulérienne-Lagrangienne (ALE) est utilisée pour l'écriture de l'équation de Burgers 1d dans un domaine mobile. Notons par  $\Omega = \Omega_f \cup \Omega_s$  le domaine de définition du problème couplé où  $\Omega_f$  définit le domaine occupé par le fluide et  $\Omega_s$  celui occupé par la structure (Fig. I.1). Ainsi, l'interface fluide-structure est notée par  $\Gamma = \partial\Omega_f \cap \partial\Omega_s$ . Le domaine fluide étant mobile,  $\Omega_f = \Omega_f(t)$ , notons par  $\xi_f : \Omega_f \times [0, \eta] \rightarrow \mathbb{R}$  son déplacement au cours du temps où  $0 < \eta < +\infty$ . Il est défini par  $\xi_f = Ext_{\Omega_f}(\xi|_{\Gamma})$  où  $Ext_{\Omega_f}(\cdot)$  désigne un opérateur d'extension arbitraire de  $\Gamma$  sur le domaine  $\Omega_f$  et  $\xi|_{\Gamma}$  le déplacement de la structure (l'interface mobile).

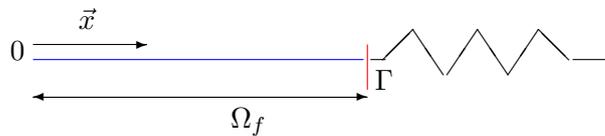


Fig. I.1 – Configuration du problème

Le problème couplé non-linéaire consiste à trouver la vitesse du fluide  $u : \Omega_f \times [0, \eta] \rightarrow \mathbb{R}$  et le déplacement de l'interface  $\xi : [0, \eta] \rightarrow \mathbb{R}$  tels que :

$$\left\{ \begin{array}{ll} \rho \left[ \frac{\partial u}{\partial t} + (u - w) \frac{\partial u}{\partial x} \right] = \mu \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} & \text{sur } \Omega_f(t) \quad (a) \\ \ddot{\xi} + \omega^2 \xi = \frac{F}{m} & \text{sur } [0, \eta] \quad (b) \end{array} \right. \quad (I.1)$$

$w$  représente la vitesse de déplacement du domaine fluide, elle dépend du mouvement de la structure.  $F$  correspond à la force externe exercée par le fluide sur la structure. Elles sont définies à l'interface mobile par les conditions de couplage suivantes :

$$\left\{ \begin{array}{ll} u = \dot{\xi} & \text{sur } \Gamma(t) \quad (a) \\ \xi_f = Ext_{\Omega_f}(\xi) & \text{sur } \Omega_f \quad (b) \\ w = \partial_t \xi_f & \text{sur } \Omega_f \quad (c) \\ F = \sigma_f \cdot \mathbf{n}|_{\Gamma} & \quad (d) \end{array} \right. \quad (I.2)$$

La condition aux limites sur le bords fixe et les conditions initiales sont données par :

$$\left\{ \begin{array}{ll} u = 0 & \text{sur } \partial\Omega_f \setminus \Gamma \quad (a) \\ u|_{t=0} = 0 & \text{sur } \Omega_f \quad (b) \\ \xi(0) = \xi_0 & \quad (c) \\ \dot{\xi}(0) = \dot{\xi}_0 & \quad (d) \end{array} \right. \quad (I.3)$$

où  $\sigma_f(u) = 2\mu D(u)$  est le tenseur des contraintes de Cauchy dans le fluide,  $D(u) = \frac{1}{2}(\nabla u + \nabla^T u)$  le tenseur des taux de déformation dans le fluide et  $\mathbf{n}|_{\Gamma}$  le vecteur normal unitaire à l'interface  $\Gamma$ , extérieure au domaine fluide. Dans le cas d'un problème 1d,  $D(u) = \frac{\partial u}{\partial x}$  et

$$\sigma_f(u) = 2\mu \frac{\partial u}{\partial x} \Rightarrow F = 2\mu \frac{\partial u}{\partial x}|_{x=\xi} \quad (I.4)$$

$\omega = \sqrt{\frac{k_s}{m}}$ , où  $k_s$  et  $\omega$  désignent respectivement la raideur et la masse dans le système masse-ressort. La vitesse de déplacement du domaine fluide  $w$  est définie par l'opérateur d'extension arbitraire  $Ext_{\Omega_f}(\cdot)$ . Elle peut être déterminée par plusieurs méthodes [Donea *et al.*, 1982, Hughes *et al.*, 1981, Belytschko *et al.*, 1982]. Dans notre cas, elle est obtenue en résolvant l'équation de Laplace suivante :

$$\left\{ \begin{array}{ll} \Delta w = 0 & \text{sur } \Omega_f \\ w = \dot{\xi} & \text{sur } \Gamma \\ w = 0 & \text{sur } \partial\Omega_f \setminus \Gamma \end{array} \right. \quad (I.5)$$

Dans le cas d'un problème 1d, la solution de cette équation est donnée par :

$$w(x, t) = \frac{\dot{\xi}(t)}{\xi(t)} x \quad (I.6)$$

### Principe de conservation de l'énergie à l'interface

En interaction fluide structure, la conservation de l'énergie à l'interface est une propriété à vérifier afin de s'assurer de la bonne application des lois physiques [Mani, 2003]. Ce principe est essentiel pour préserver la stabilité et la robustesse des schémas numériques de couplage [Le Tallec et Mani, 2000]. Elle est obtenue à partir des conditions de couplage à l'interface : la condition cinématique (Eq.I.2-a) et la condition dynamique (Eq.I.2-d) représentée sous la forme,

$$\sigma_s \cdot \bar{\mathbf{n}}_{|\Gamma} = -\sigma_f \cdot \mathbf{n}_{|\Gamma}$$

où  $\sigma_s$  est le tenseur des contraintes de Cauchy dans la structure et  $\bar{\mathbf{n}}_{|\Gamma} (= -\mathbf{n}_{|\Gamma})$  le vecteur normal à l'interface  $\Gamma$  dirigé vers l'intérieur du domaine fluide. La combinaison des deux conditions de couplage donne l'égalité suivante :

$$\sigma_f \cdot \mathbf{n}_{|\Gamma} \dot{\xi} = -\sigma_s \cdot \bar{\mathbf{n}}_{|\Gamma} u_{|\Gamma} \quad (\text{I.7})$$

et en intégrant sur l'interface  $\Gamma$ , on obtient

$$\int_{\Gamma} \sigma_f \cdot \mathbf{n}_{|\Gamma} \dot{\xi} ds = - \int_{\Gamma} \sigma_s \cdot \bar{\mathbf{n}}_{|\Gamma} u_{|\Gamma} ds \Rightarrow P_{s|\Gamma} = -P_{f|\Gamma} \quad (\text{I.8})$$

où  $P_{f|\Gamma}$  (respectivement  $P_{s|\Gamma}$ ) est la puissance mécanique à l'interface des efforts dus au fluide et appliqués à la structure (respectivement, des efforts dus à la structure et appliqués au fluide). Ainsi, la puissance mécanique totale s'annule à l'interface fluide-structure. Elle est donnée par la relation suivante :

$$P_{|\Gamma} = P_{f|\Gamma} + P_{s|\Gamma} = 0 \quad (\text{I.9})$$

D'où la conservation de l'énergie totale à l'interface  $\Gamma$  car,

$$\frac{dE_{|\Gamma}}{dt} = P_{|\Gamma} = 0 \quad \Rightarrow \quad E_{|\Gamma}(t) = \text{constante} \quad (\text{I.10})$$

Les schémas d'intégration en temps des problèmes couplés en interaction fluide-structure ne satisfont pas nécessairement le principe de conservation de l'énergie à l'interface. Pour certains schémas, (voir §I.3), ce principe fait partie des conditions à vérifier et il devient ainsi un critère de convergence des algorithmes de couplage.

## I.2 Linéarisation du problème couplé

Le système d'équation (I.1) peut s'écrire formellement sous la forme suivante :

$$\begin{cases} \mathcal{L}(u, \xi) = f(u) & (a) \\ \mathcal{S}(\xi) = h(u, \xi) & (b) \end{cases} \quad (\text{I.11})$$

où  $\mathcal{L}$  est l'opérateur différentiel linéaire par rapport à  $u$ , défini sur l'ensemble des fonctions continues de  $\Omega_f \times [0, \eta]$  dans  $\mathbb{R}$  par,

$$\mathcal{L}(u, \xi) = \frac{\partial u}{\partial t} - w(\xi) \frac{\partial u}{\partial x} - \nu \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \quad (\text{I.12})$$

et  $\mathcal{S}$  l'opérateur linéaire défini par l'ensemble des fonctions continues de  $[0, \eta]$  dans  $\mathbb{R}$  par,

$$\mathcal{S}(\xi) = \frac{d^2 \xi}{dt^2} + \omega^2 \xi \quad (\text{I.13})$$

$f$  et  $h$  sont des fonctions définies par :

$$f(u) = -u \frac{\partial u}{\partial x} \quad (\text{I.14})$$

et

$$h(u, \xi) = 2 \frac{\mu}{m} \frac{\partial u}{\partial x} \Big|_{x=\xi} \quad (\text{I.15})$$

La fonction  $f$  est non linéaire, ce qui rend le problème couplé (Eq. I.11) non linéaire. La fonction  $h$  peut être linéaire ou non-linéaire. Sa nonlinéarité serait due essentiellement au fait qu'elle soit définie sur l'interface mobile dont la position dépend de la vitesse du fluide  $u$ . Il existe plusieurs méthodes pour la linéarisation du problème couplé [Fournier *et al.*, 2002, Wang *et al.*, 2013]. Dans cette étude nous nous intéressons principalement aux méthodes itératives de Newton [Yamamoto, 2000] et de Picard-Lindelof [Hyvonen, 1997].

### Méthode itérative de Newton

L'équation (I.11-a) peut être linéarisée par la méthode de Newton [Bellman *et al.*, 1961], qui consiste à considérer une suite de fonction  $\{u_k\}$  vérifiant les conditions aux limites définies pour  $u$  et l'équation aux dérivées partielles linéaire suivante,

$$\mathcal{L}(u_{k+1}, \xi) = f(u_k) + (u_{k+1} - u_k) f'(u_k) \quad (\text{I.16})$$

La fonction  $f$  est supposée différentiable. Il est clair que l'équation précédente représente les itérations du point fixe. En effet, elle peut être exprimée sous la forme,

$$u_{k+1} = \frac{1}{f'(u_k)} [\mathcal{L}(u_{k+1}, \xi) - f(u_k)] + u_k \quad (\text{I.17})$$

Le problème se ramène donc à la recherche du point fixe de la fonction  $F$  définie par

$$F(u_{k+1}, \xi) = \frac{1}{f'(u_k)} [\mathcal{L}(u_{k+1}, \xi) - f(u_k)] + u_k \quad (\text{I.18})$$

La suite  $\{u_k\}_{k \in \mathbb{N}}$ , lorsqu'elle converge, admet une convergence quadratique [Ames, 1992]. En approximant  $f'(u_k)$  par

$$f'(u_k) \approx \frac{f(u_k + \delta u_k) - f(u_k)}{\delta u_k}$$

où  $|\delta u_k| = |u_{k+1} - u_k| \ll 1$  et en négligeant le terme de second ordre  $\delta u_k \frac{\partial(\delta u_k)}{\partial x}$ , l'équation (I.16) peut s'écrire sous la forme simplifiée suivante :

$$\mathcal{L}(u_{k+1}, \xi) = -u_k \frac{\partial u_{k+1}}{\partial x} - u_{k+1} \frac{\partial u_k}{\partial x} + u_k \frac{\partial u_k}{\partial x} \quad (\text{I.19})$$

Une autre alternative possible pour écrire cette équation est d'utiliser la méthode quasi-Newton, plus générale. L'équation (I.16) s'exprime alors sous la forme suivante :

$$\mathcal{L}(u_{k+1}, \xi) = -u_k \frac{\partial u_{k+1}}{\partial x} - \alpha u_{k+1} \frac{\partial u_k}{\partial x} + \alpha u_k \frac{\partial u_k}{\partial x} \quad (\text{I.20})$$

avec  $0 \leq \alpha \leq 1$ . Pour  $\alpha = 1$ , on retrouve la méthode de Newton, pour  $\alpha = 0$ , on retrouve la méthode de Picard-Lindelof.

### Méthode itérative de Picard-Lindelof

La méthode de Picard-Lindelof peut être utilisée pour la linéarisation de l'équation (I.11-b). Elle consiste à construire une suite de fonctions  $\{\xi_l\}_{l \in \mathbb{N}}$  vérifiant l'équation différentielle suivante,

$$\mathcal{S}(\xi_{l+1}) = h(u, \xi_l) \quad (\text{I.21})$$

On peut montrer que le processus itératif (Eq.I.21) peut être écrit sous forme d'un problème du point fixe d'un opérateur donné  $G$  [Ramos, 2009, Hyvonen, 1997], tel que :

$$\xi_{l+1} = G(u, \xi_l) \quad (\text{I.22})$$

où la convergence de la suite  $\{\xi_l\}_{l \in \mathbb{N}}$ , si elle existe, est linéaire.

### I.3 Algorithme de couplage

Le problème couplé (Eq.I.1) peut être écrit formellement comme un problème du point fixe [Matthies et Steindorf, 2002], qui peut être résolu à l'aide d'un processus itératif,

$$\begin{cases} u_{k+1} = F(u_k, \xi) & (a) \\ \xi_{l+1} = G(u, \xi_l) & (b) \end{cases} \quad (\text{I.23})$$

où  $F$  et  $G$  sont deux fonctions dont les points fixes sont les solutions du système d'équation (Eq.I.1). La nonlinéarité du problème couplé est clairement exprimée à travers cette formulation. L'indice  $k$  désigne l'itération de Newton et l'indice  $l$  désigne l'itération de Picard, aussi appelée itération de couplage. La condition de convergence pour la procédure itérative de Newton est donnée par

$$\|u_k - u_{k-1}\| < \varepsilon_1 \quad (\text{I.24})$$

et celle de Picard est donnée par

$$\|P_{|\Gamma, l}\| = \|P_{f|\Gamma, l} + P_{s|\Gamma, l}\| < \varepsilon_2 \quad (\text{I.25})$$

où  $\varepsilon_1$  et  $\varepsilon_2$  sont les critères de convergence. Le problème couplé est résolu en utilisant les schémas de couplage décalés. Quatre algorithmes de couplage sont déduits en fonction de la discrétisation en temps du problème et suivant que les itérations de couplage sont réalisées à l'intérieur ou à l'extérieure des itérations de Newton [Rajaomazava III<sup>b</sup> et al., 2011].

#### I.3.1 Schéma explicite

Dans ce cas, les équations (I.1-a) et (I.1-b) sont résolues d'une manière séquentielle une fois par pas de temps. Le seul critère de convergence qui sera vérifié est celui de la procédure de Newton (Eq.I.24). La non-vérification du critère de convergence de la procédure de couplage ne garantit donc pas la conservation de l'énergie totale à l'interface fluide-structure (Eq.I.10). Ce dernier point est à l'origine du problème de stabilité numérique inhérent au

schéma de couplage explicite [Piperno, 1995, Piperno *et al.*, 1995]. Ce qui conduit généralement à l'utilisation de petits pas de temps. Par ailleurs, la simplicité de mise en œuvre de cet algorithme constitue l'un de ses principaux atouts. D'où sa popularité et sa large utilisation, notamment dans les codes industriels.

L'algorithme, présenté en détail dans la figure (I.2), peut être résumé selon les trois étapes suivantes pour chaque pas de temps :

- a. Résoudre l'équation (I.1-a) jusqu'à convergence de la procédure de Newton,
- b. Résoudre l'équation de l'interface (I.1-b),
- c. Résoudre l'équation (I.5) et actualiser le maillage.

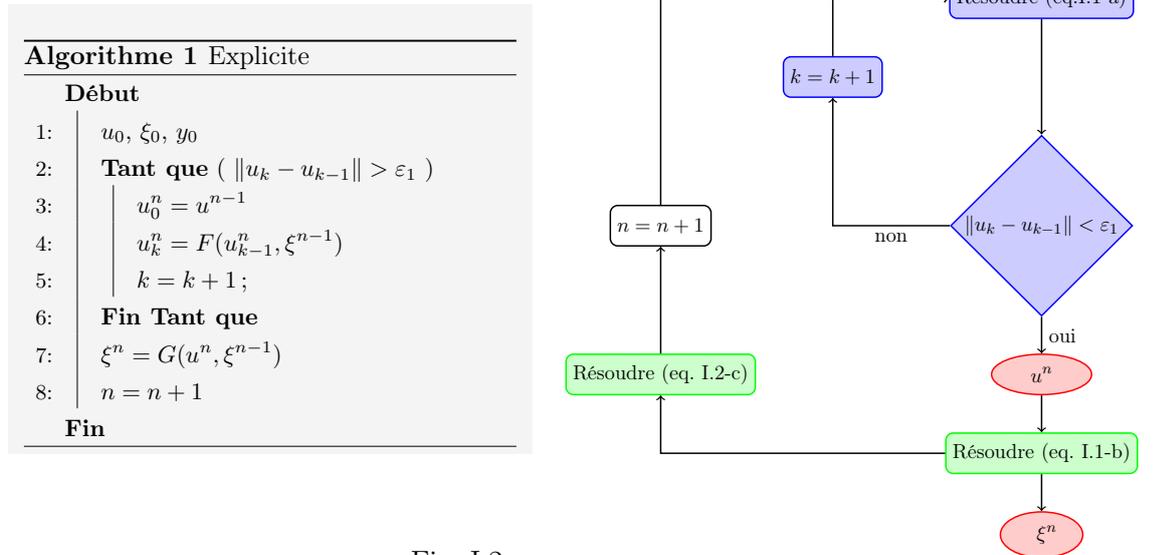


Fig. I.2 – Algorithme explicite

### I.3.2 Schéma semi-implicite

Ce schéma de couplage, que nous appelons ici semi-implicite, est identique sur plusieurs points au schéma de couplage explicite. La seule différence est que l'équation (I.1-b) est résolue non pas à l'extérieur du processus itératif de Newton, comme dans le cas précédent, mais à l'intérieur de celui-ci (voir Fig. I.3). La particularité de cet algorithme est que la condition de conservation de l'énergie totale à l'interface fluide-structure est naturellement

vérifiée, avec une erreur qui peut être de l'ordre de  $10^{-3}$  pour certains cas étudiés (voir §I.7), sans que la condition (Eq.I.10) soit imposée. Ceci constitue le point fort de cet algorithme. Néanmoins, sa mise en œuvre nécessite une intervention à l'intérieur des codes de calcul. Ce qui risque d'être difficile notamment lorsqu'on utilise les logiciels industriels de type "boite noire".

Le schéma de couplage semi-implicite, présenté dans la figure (I.3), peut être résumé selon les étapes suivantes pour chaque pas de temps :

- a. Résoudre l'équation (I.1-a) pour une seule itération de Newton,
- b. Résoudre l'équation de l'interface (I.1-b),
- c. Résoudre l'équation (I.5) et actualiser le maillage
- d. Refaire l'étape (a) à (c) jusqu'à la convergence de la procédure de Newton

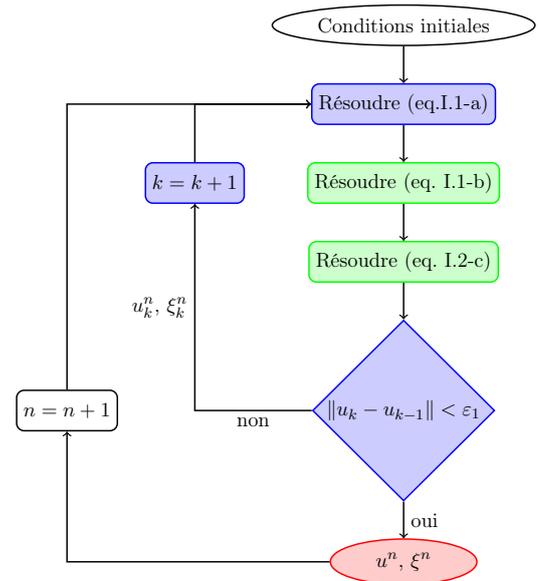
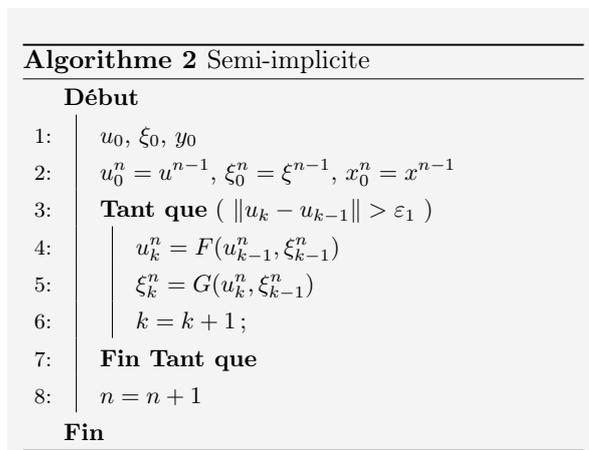


Fig. I.3 – Algorithme semi-implicite

### I.3.3 Schéma implicite-externe

Les schémas de couplage implicites nécessitent la vérification des deux conditions de convergence (Eq.I.24 et Eq.I.25) simultanément. Ceci garantit la conservation de l'énergie totale à l'interface fluide-structure, avec une erreur  $\varepsilon_2$  que l'on fixe au préalable. Similaires aux cas des deux schémas précédents, on distingue deux situations différentes selon lesquelles l'équation (II.1-b) est résolue à l'extérieur ou à l'intérieur de la procédure itérative de Newton. On

appellera alors schéma implicite-externe (voir Fig. I.4) le cas correspondant à la première situation et schéma implicite-interne (voir Fig. I.5) le deuxième cas. L'algorithme implicite-externe est déjà étudié dans la littérature sous l'appellation générique de schéma implicite ou schéma itératif [Abouri *et al.*, 2003, Farhat et Lesoinne, 2000, Piperno *et al.*, 1995]. Il a été montré que cet algorithme, présenté en détail dans la figure (I.4), est inconditionnellement stable [Abouri *et al.*, 2003].

Il peut être résumé selon les étapes suivantes pour chaque pas de temps :

- Résoudre l'équation (I.1-a) jusqu'à convergence de la procédure de Newton,
- Résoudre l'équation de l'interface (I.1-b),
- Résoudre l'équation (I.5) et actualiser le maillage,
- Refaire l'étape (a) à (c) jusqu'à la vérification de la condition de conservation de l'énergie à l'interface (Eq.I.10).

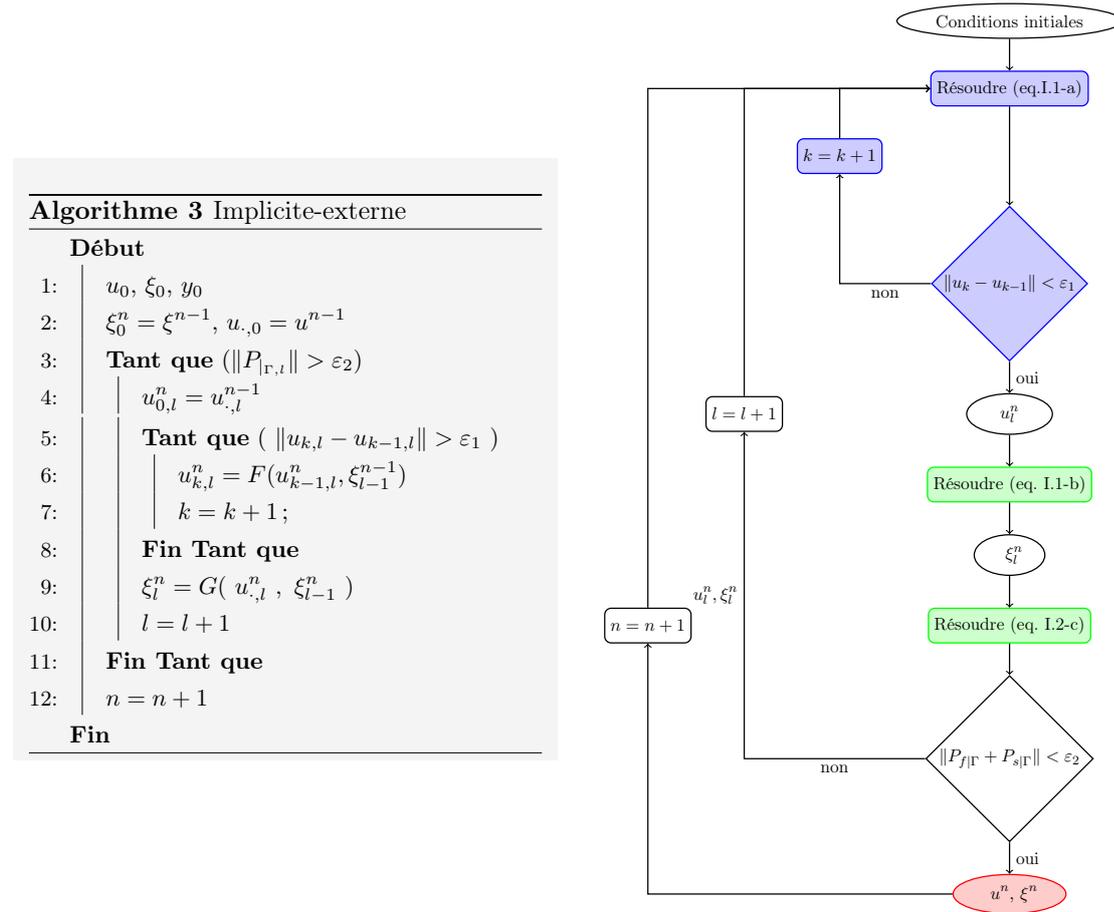


Fig. I.4 – Algorithme implicite-externe

### I.3.4 Schéma implicite-interne

Cet algorithme de couplage se présente comme le schéma semi-implicite, à la différence que dans celui-ci, les deux critères de convergence (Eq.I.24 et Eq.I.10) sont imposés simultanément (voir Fig. I.5). Si avec le schéma semi-implicite la conservation de l'énergie à l'interface fluide-structure est obtenue naturellement, avec une erreur calculée à posteriori, le schéma implicite-interne nous donne la possibilité de contrôler cette erreur à travers le critère de convergence  $\varepsilon_2$ . Ce qui rend cet algorithme très puissant, mais souffre en même temps du même inconvénient que le schéma semi-implicite, à savoir la difficulté de mise en œuvre. Il a été montré que la convergence de ce schéma de couplage, présenté en détail dans la figure (I.5), élimine les erreurs dus à la linéarisation, la factorisation et les conditions aux limites décalées [Morton *et al.*, 1998] .

Il peut être résumé selon les étapes suivantes pour chaque pas de temps :

- a. Résoudre l'équation (I.1-a) pour une seule itération de Newton,
- b. Résoudre l'équation de l'interface (I.1-b),
- c. Résoudre l'équation (I.5) et actualiser le maillage
- d. Refaire l'étape (a) à (c) jusqu'à la convergence de la procédure de Newton et vérification de la condition de conservation de l'énergie à l'interface (Eq.I.10).

#### Algorithme 4 Implicite-interne

##### Début

- 1:  $u_0, \xi_0, y_0$
- 2:  $u_0^n = u^{n-1}, \xi_0^n = \xi^{n-1}, x_0^n = x^{n-1}$
- 3: **Tant que** (  $\|u_k - u_{k-1}\| > \varepsilon_1$  et  $\|P_{\Gamma,k}\| > \varepsilon_2$  )
- 4:      $u_k^n = F(u_{k-1}^n, \xi_{k-1}^n)$
- 5:      $\xi_k^n = G(u_k^n, \xi_{k-1}^n)$
- 6:      $k = k + 1$  ;
- 7: **Fin Tant que**
- 8:  $n = n + 1$

##### Fin

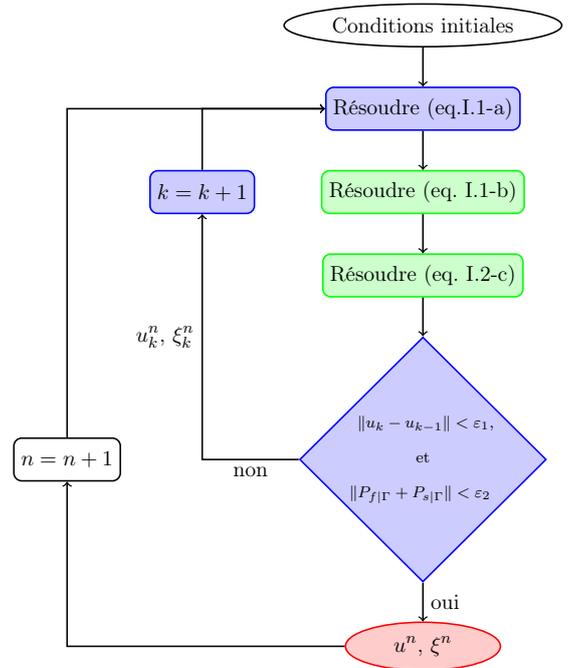


Fig. I.5 – Algorithme implicite-interne

## I.4 Résolution par éléments finis de l'équation de Burgers

La méthode des éléments finis est utilisée pour la résolution de l'équation de Burgers [Dogan, 2004, Donea et Huerta, 2003]. La formulation variationnelle de l'équation (I.1-a) est donnée par :

$$\int_0^\xi \left[ \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} - w \frac{\partial u}{\partial x} - \nu \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \right] u^* dx = 0 \quad (\text{I.26})$$

$\forall u^* \in H_0^1(\Omega_f) = \{v \in L^2(\Omega_f) : \frac{\partial v}{\partial x} \in L^2(\Omega_f) \text{ et } v(x) = 0, \forall x \in \partial\Omega_f\}$  où  $\nu = \frac{\mu}{\rho}$  représente le coefficient de viscosité cinématique du fluide.  $\Omega_f = [0, \xi]$  et  $\partial\Omega_f = \{0, \xi\}$ . Ainsi,  $u^*(0) = u^*(\xi) = 0$ . Après intégration par partie et en prenant en compte les conditions aux limites (Eq.I.3), l'équation (I.26) peut être exprimée sous la formulation faible suivante :

$$\int_0^\xi \left[ \frac{\partial u}{\partial t} u^* + (u - w) \frac{\partial u}{\partial x} u^* + \nu \frac{\partial u}{\partial x} \frac{\partial u^*}{\partial x} \right] dx = 0 \quad (\text{I.27})$$

Le schéma d'Euler implicite est utilisé pour la discrétisation en temps et la méthode itérative de Newton (Eq.I.19) pour la linéarisation de l'équation de Burgers. Le problème s'écrit alors au  $n$ -ième pas de temps et à la  $k$ -ème itération sous la forme suivante :

$$\int_0^\xi \left[ \frac{u^n - u^{n-1}}{\Delta t} u^* + u_{k-1}^n \frac{\partial u_k^n}{\partial x} u^* + u_k^n \frac{\partial u_{k-1}^n}{\partial x} u^* - u_{k-1}^n \frac{\partial u_{k-1}^n}{\partial x} u^* - w^q \frac{\partial u^n}{\partial x} u^* + \nu \frac{\partial u^n}{\partial x} \frac{\partial u^*}{\partial x} \right] dx = 0 \quad (\text{I.28})$$

$\forall u^* \in H_0^1(\Omega_f)$ , où  $\Delta t$  représente le pas de temps et  $u^n = u(t_n)$ ,  $t_n = n \Delta t$ . La vitesse de déplacement du domaine fluide est donnée par  $w^q = w(t_q)$  où  $q = n$  pour le schéma de couplage implicite et semi-implicite et  $q = n - 1$  pour les schémas de couplage explicites. Les éléments finis quadratiques  $\mathbb{P}_2$  sont utilisés pour la discrétisation en espace de l'équation de Burgers. Les fonctions de forme locale pour  $\zeta \in [-1, 1]$  sont données par :

$$\varphi_1(\zeta) = \frac{1}{2}\zeta(\zeta - 1), \quad \varphi_2(\zeta) = \frac{1}{2}\zeta(\zeta + 1), \quad \varphi_3(\zeta) = 1 - \zeta^2$$

Ainsi, la formulation matricielle du problème dans un élément  $m$  de taille  $\Delta x_m$ , variant en fonction du temps, s'écrit sous la forme suivante :

$$\left[ \frac{\Delta x_m}{2\Delta t} M + \frac{2\nu}{\Delta x_m} S + D_k^n + \alpha C_k^n - H(w^q) \right] U_{k+1}^n = \frac{\Delta x_m}{2\Delta t} M U^{n-1} + \alpha V_k^n \quad (\text{I.29})$$

où les matrices  $S = (s_{ij})$ ,  $M = (m_{ij})$ ,  $H = (h_{ij})$ ,  $C_k^n = ((c_k^n)_{ij})$ ,  $D_k^n = ((d_k^n)_{ij})$ , et  $H = (h_{ij})$  pour  $i, j \in \{1, 2, 3\}$  sont données par :

$$\begin{aligned} s_{ij} &= \int_{-1}^1 \varphi'_i(\zeta) \varphi'_j(\zeta) d\zeta, \\ m_{ij} &= \int_{-1}^1 \varphi_i(\zeta) \varphi_j(\zeta) d\zeta, \\ h_{ij} &= \int_{-1}^1 w^q(x^m) \varphi_i(\zeta) \varphi'_j(\zeta) d\zeta, \\ (c_k^n)_{ij} &= \int_{-1}^1 \varphi_i(\zeta) \varphi_j(\zeta) (u_k^n)_l \varphi'_l(\zeta) d\zeta \\ (d_k^n)_{ij} &= \int_{-1}^1 \varphi_i(\zeta) \varphi'_j(\zeta) (u_k^n)_l \varphi_l(\zeta) d\zeta \end{aligned}$$

et le vecteur des efforts externes  $V = (v_j)_{j=1,2,3}$  est donné par :

$$v_j^{n,k} = \int_{-1}^1 (u_k^n)_r \varphi'_r(\zeta) \varphi_j(\zeta) (u_k^n)_l \varphi_l(\zeta) d\zeta$$

où  $l, r = \{1, 2, 3\}$ . Notons que la convention de sommation d'Einstein est utilisée pour les indices répétés.

Le système matriciel (Eq.I.29) peut s'écrire sous la forme

$$A_k^{n,m} U_{k+1}^{n,m} = B_k^{n,m} \quad (\text{I.30})$$

où

$$A_k^{n,m} = \frac{\Delta x_m}{2\Delta t} M + \frac{2\nu}{\Delta x_m} S + D_k^n + \alpha C_k^n - H(w^q) \quad \text{et} \quad B_k^{n,m} = \frac{\Delta x_m}{2\Delta t} M U^{n-1} + \alpha V_k^n$$

et dont les valeurs pour un élément  $m$  sont notées  $A_{ij}^{n,m} = (a)_{ij}^m$ ,  $B_j^{n,m} = (b)_j^m$ ,  $U_j^{n,m} = (u)_j^m$  avec  $i, j \in \{1, 2, 3\}$ . Ainsi, le système d'équations linéaires global, obtenu par assemblage des matrices et vecteurs élémentaires  $A_k^{n,m}$ ,  $U_{k+1}^{n,m}$  et  $B_k^{n,m}$  avec  $m = 1, \dots, N_0$  donne  $A_k^n$ ,  $U_{k+1}^n$  et  $B_k^n$  tels que

$$A_k^n \cdot U_{k+1}^n = B_k^n \quad (\text{I.31})$$

avec



Pour un coefficient de viscosité  $\nu = 0.1$ , la solution numérique de l'équation de Burgers est représentée dans la figure (I.6). La figure (I.7) montre la comparaison avec la solution analytique en trois instants  $t_1 = 0.1$ ,  $t_2 = 0.2$  et  $t_3 = 0.3$ . On observe que les deux solutions sont très proches. Les écarts sont de l'ordre de  $10^{-4}$ .

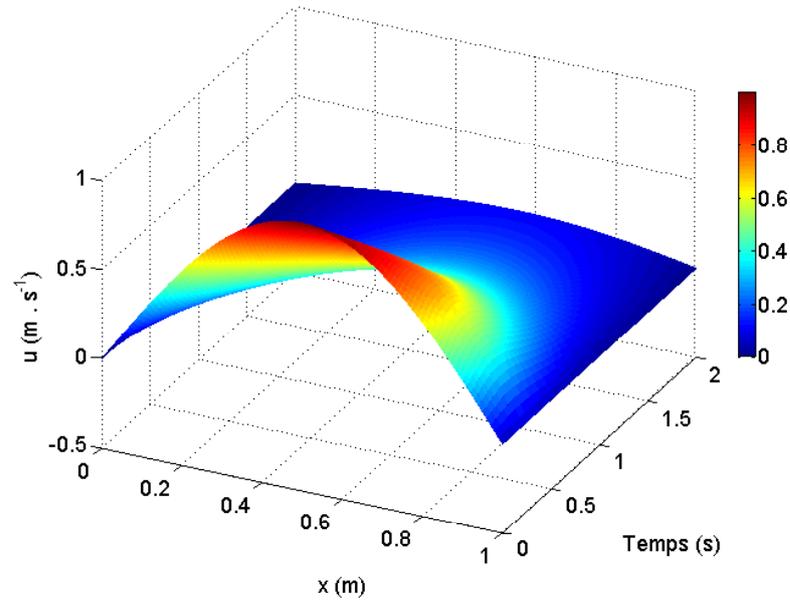


Fig. I.6 – Solution numérique de l'équation de Burgers

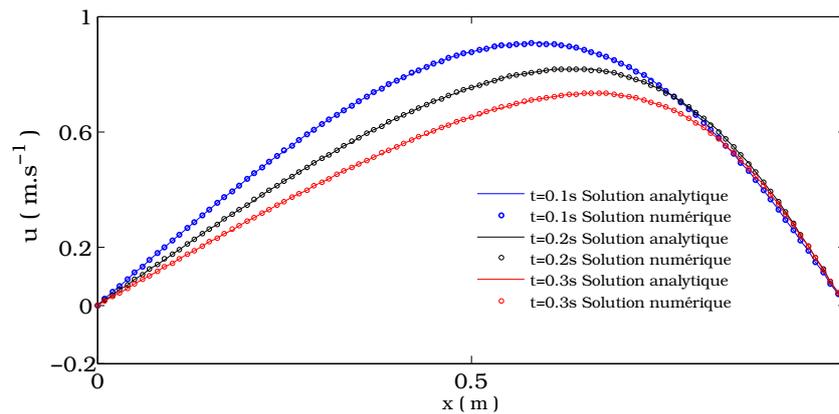


Fig. I.7 – Solutions numérique et analytique

Le code que nous avons développé a été validé également sur d'autres cas bornés dont les solutions analytiques sont connues [Rodin, 1970, Benton et Platzman, 1972]. La solution de l'équation de Burgers définie sur le domaine  $\Omega_f = [-1, 0]$  et pour la condition initiale

$u_0 = -\sin(\pi x)$ , est donnée par :

$$u(x, t) = 4\pi\nu \frac{\sum_{n=1}^{\infty} n a_n e^{-\nu n^2 \pi^2 t} \sin(n\pi x)}{a_0 + 2 \sum_{n=1}^{\infty} a_n e^{-\nu n^2 \pi^2 t} \cos(n\pi x)} \quad (\text{I.35})$$

où  $a_n = (-1)^n I_n(1/2\pi\nu)$  et  $I_n$  désigne la fonction de Bessel modifiée du premier type, d'ordre  $n$ . La comparaison entre les deux solutions pour  $\nu = 10^{-2} m^2 \cdot s^{-1}$  aux instants  $t_1 = 1.8$  et  $t_2 = 2$  est présentée dans la figure (I.8-a). On constate que les deux solutions sont très proches.

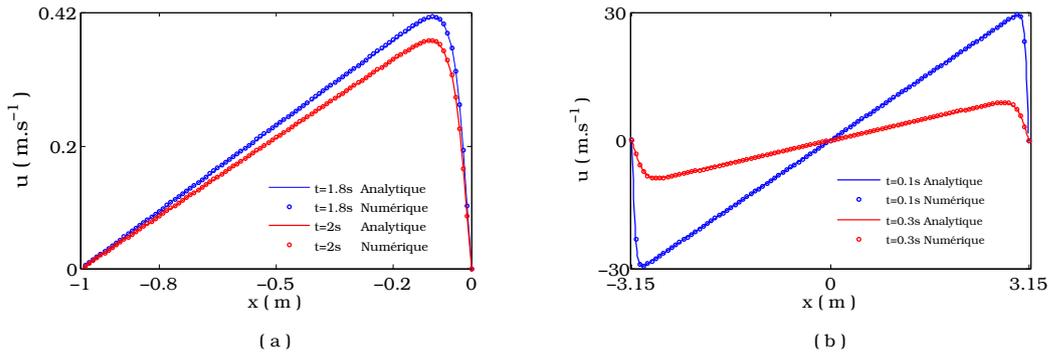


Fig. I.8 – (a) Solutions numérique et analytique (Eq.I.35), (b) Solutions numérique et analytique (Eq.I.36)

La solution de l'équation de Burgers définie sur le domaine  $\Omega_f = [-\pi, \pi]$  et pour la condition initiale  $u_0 = -2 \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{\sin(nx)}{\sinh(nt_0)}$ , est donnée par :

$$u(x, t) = -2 \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{\sin(nx)}{\sinh(nt)} \quad (\text{I.36})$$

où  $\sinh$  est la fonction sinus hyperbolique. La comparaison entre les deux solutions (numérique et analytique) pour  $\nu = 1 m^2 \cdot s^{-1}$  aux instants  $t_1 = 0.1$  et  $t_2 = 0.3$  est présentée dans la figure (I.8-b). Les deux solutions sont très proches. Les solutions obtenues par la méthode numérique offrent une bonne approximation des solutions analytiques pour différentes conditions initiales et conditions aux limites.

## I.5 Discrétisation de l'équation de l'interface

Le schéma de Newmark est utilisé pour la discrétisation en temps de l'équation de l'interface (Eq.I.1-b). Il existe deux approches de ce schéma [Zienkiewicz, 1977]. L'approche en déplacement donnée par :

$$\begin{cases} \dot{\xi}^n = -\frac{1-2\beta}{2\beta}\dot{\xi}^{n-1} + \frac{1}{2\beta\Delta t}(\xi^n - \xi^{n-1}) & (a) \\ \ddot{\xi}^n = -\frac{1-\gamma}{\gamma}\ddot{\xi}^{n-1} + \frac{1}{\gamma\Delta t}(\dot{\xi}^n - \dot{\xi}^{n-1}) & (b) \end{cases} \quad (I.37)$$

et l'approche en accélération donnée par :

$$\begin{cases} \xi^n = \xi^{n-1} + \Delta t \dot{\xi}^{n-1} + \frac{1}{2}\Delta t^2 [(1-2\beta)\ddot{\xi}^{n-1} + 2\beta\ddot{\xi}^n] & (a) \\ \dot{\xi}^n = \dot{\xi}^{n-1} + \Delta t [(1-\gamma)\ddot{\xi}^{n-1} + \gamma\ddot{\xi}^n] & (b) \end{cases} \quad (I.38)$$

où  $0 < \gamma \leq 1$  et  $0 < \beta \leq \frac{1}{2}$ . Pour des raisons de performance et de précision [Kane *et al.*, 2000, Kane, 1999], l'approche en accélération du schéma de Newmark est utilisée. Celui-ci est implicite pour les valeurs de  $\gamma = 0.5$  et  $\beta = 0.25$ . L'accélération de l'interface, à l'instant  $t_n = n\Delta t$ , est alors donnée par

$$\ddot{\xi}^n = \ddot{\xi}(t_n) = \frac{F^q}{m \cdot Q} - \frac{\omega^2 \xi^{n-1}}{Q} - \frac{\omega^2 \Delta t \dot{\xi}^{n-1}}{Q} - \frac{\omega^2 \Delta t^2}{4Q} \ddot{\xi}^{n-1} \quad (I.39)$$

où  $Q = (1 + \frac{\Delta t^2 \omega^2}{4})$ .  $\xi^n$  et  $\dot{\xi}^n$  étant respectivement le déplacement et la vitesse de l'interface à l'instant  $t_n$ . La force  $F$  est obtenue à partir de l'équation (I.4). L'exposant  $q$  peut prendre la valeur  $n$  ou  $n-1$  selon l'algorithme de couplage utilisé. Il a été montré [Kane *et al.*, 2000, Kane, 1999] que le schéma de Newmark est un schéma de second ordre de précision, il conserve l'énergie totale pour un système conservatif et possède un bon comportement dans le cas d'un système dissipatif.

En effet, considérons l'équation suivante :

$$\begin{cases} \ddot{\xi} + \omega^2 \xi = 0 & (a) \\ \xi(0) = \xi_0 = 2 & (b) \\ \dot{\xi}(0) = \dot{\xi}_0 = 0 & (c) \end{cases} \quad (I.40)$$

dont la solution analytique est donnée par :

$$\xi(t) = \xi_0 \cos(\omega t) + \frac{\dot{\xi}_0}{\omega} \sin(\omega t) \quad (\text{I.41})$$

Cette équation décrit la dynamique d'un système mécanique dont l'énergie totale est donnée par :

$$\mathcal{E} = \frac{1}{2} m \dot{\xi}^2 + \frac{1}{2} k \xi^2 \quad (\text{I.42})$$

Il est clair qu'il s'agit d'un système conservatif en énergie,

$$\frac{d\mathcal{E}}{dt} = 0 \quad (\text{I.43})$$

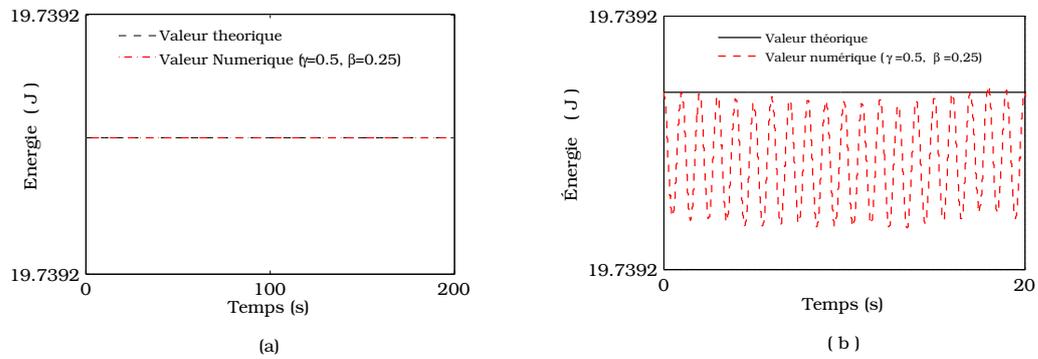


Fig. I.9 – Conservation de l'énergie : (a) Approche en accélération, (b) - Approche en déplacement

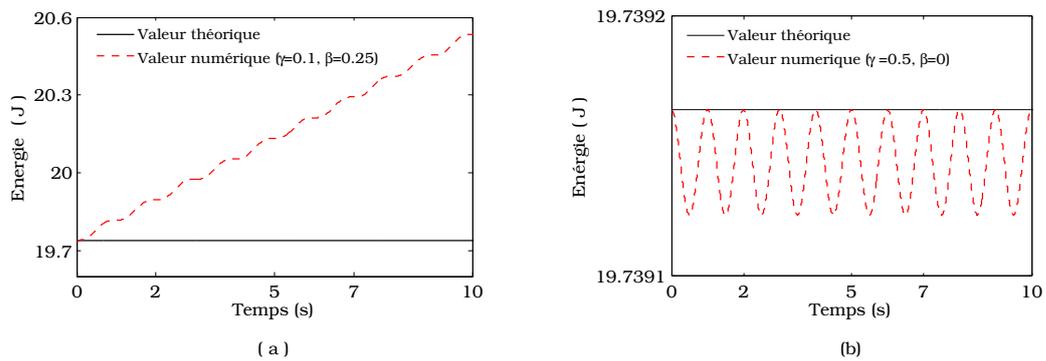


Fig. I.10 – Conservation de l'énergie avec le schéma de Newmark, Approche en accélération

Le schéma de Newmark implicite, approche en accélération, garantie également la conservation de l'énergie du système.

En effet,  $\forall n \in \mathbb{N}$ ,

$$\begin{aligned}\tilde{\mathcal{E}}^n - \tilde{\mathcal{E}}^{n-1} &= (\dot{\xi}^n)^2 - (\dot{\xi}^{n-1})^2 + \omega^2 [(\xi^n)^2 - (\xi^{n-1})^2] \\ &= \frac{\Delta t^2}{4} (\ddot{\xi}^n + \ddot{\xi}^{n-1})^2 + \omega^2 \Delta t^2 \left[ \dot{\xi}^{n-1} + \frac{\Delta t}{4} (\ddot{\xi}^n + \ddot{\xi}^{n-1}) \right]^2 \\ &\quad + \dot{\xi}^{n-1} \Delta t (\ddot{\xi}^{n-1} + 2\omega^2 \xi^{n-1}) + \Delta t \dot{\xi}^{n-1} \ddot{\xi}^{n-1} + \frac{\Delta t^2}{2} \omega^2 \xi^{n-1} (\ddot{\xi}^n + \ddot{\xi}^{n-1})\end{aligned}$$

où  $\tilde{\mathcal{E}} = 2 m \mathcal{E}^n = \dot{\xi}^2 + \omega^2 x^2$

L'équation du système (Eq.I.40-a) étant vérifiée à l'instant  $t_n$ , on a :

$$\begin{aligned}\tilde{\mathcal{E}}^n - \tilde{\mathcal{E}}^{n-1} &= \frac{\Delta t^2}{4} ((\ddot{\xi}^n)^2 - (\ddot{\xi}^{n-1})^2) + \omega^2 \Delta t \dot{\xi}^{n-1} (\xi^n - \xi^{n-1}) \\ &\quad + \frac{\Delta t^2 \omega^2}{4} (\ddot{\xi}^n + \ddot{\xi}^{n-1}) (\xi^n - \xi^{n-1}) - \Delta t \dot{\xi}^{n-1} \omega^2 \xi^n + \Delta t \dot{\xi}^{n-1} \omega^2 \xi^{n-1} \\ &= 0\end{aligned}$$

$$\Rightarrow \mathcal{E}^n = \mathcal{E}^{n-1}, \quad \forall n \in \mathbb{N} \quad \Longrightarrow \quad \mathcal{E}^n = \mathcal{E}(t_n) = \text{constante}, \quad \forall n$$

D'où la conservation de l'énergie mécanique du système.

Avec le schéma de Newmark, les figures Fig. I.9 et Fig. I.10 montrent la variation de l'énergie en fonction du temps, obtenue pour différentes valeurs de  $\alpha$  et  $\beta$ . Il est clair que la conservation est obtenue, avec le schéma de Newmark implicite<sup>1</sup>, formulation en accélération. D'où le choix d'utiliser ce schéma dans cette étude.

## I.6 Schéma d'actualisation du maillage

Le domaine étant mobile, le maillage est actualisé à chaque pas de temps. Sa vitesse de déplacement  $w$  est déterminée en résolvant l'équation (I.5) dont la solution est donnée par l'équation (I.6). Elle dépend de la vitesse de déplacement  $\dot{\xi}$  de l'interface  $\Gamma(t)$ . Les positions des nœuds du maillage fluide sont obtenues par l'intégration de l'équation (I.2-c) sur le domaine  $\Omega_f$  discrétisé. Notons par  $\Gamma_{fs}$  la position du nœud du maillage fluide associée à l'interface mobile  $\Gamma(t)$ . Elle peut-être considérée comme étant la position de l'interface fluide-structure, du point de vue du fluide. D'autre part, la position de l'interface fluide-structure, du point de vue de la structure, sera notée par  $\Gamma_{sf}$ . Elle est donnée par la solution  $\xi$  de l'équation de la dynamique de la structure (Eq.I.1-b). En théorie, les deux interfaces

1. Il est nécessaire d'effectuer les calculs en double précision pour éviter les erreurs dus aux arrondies numériques

sont confondues ( $\Gamma_{fs} \equiv \Gamma_{sf} \equiv \Gamma$ ). Toutefois, en raison de l'approximation numérique de la position de l'interface et de l'algorithme décalé utilisé pour la résolution du problème couplé, les positions  $\Gamma_{fs}$  et  $\Gamma_{sf}$  de l'interface fluide-structure sont généralement différentes (Fig. I.11).

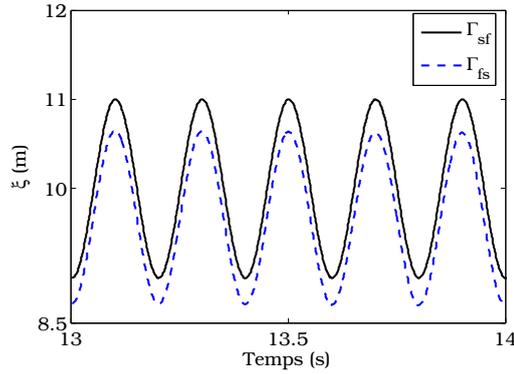


Fig. I.11 – Positions des interfaces  $\Gamma_{fs}$  and  $\Gamma_{sf}$  : Schéma d'Euler du 1<sup>er</sup> ordre

L'écart entre les positions des deux interfaces  $\Gamma_{fs}$  et  $\Gamma_{sf}$  est analysé via un problème dit "faiblement couplé". Ici on considère que la structure n'est pas soumise aux efforts dus au fluide. Elle est animée par un mouvement forcé sur lequel le fluide n'a aucun effet. En revanche, le déplacement de la structure modifie localement l'écoulement du fluide. Le problème s'écrit sous la forme suivante,

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial u}{\partial t} + (u - w) \frac{\partial u}{\partial x} = \nu \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \quad \text{sur } \Omega_f(t) \quad (a) \\ \ddot{\xi} + \omega^2 \xi = 0 \quad \text{sur } \mathbb{R}^+ \quad (b) \end{array} \right. \quad (\text{I.44})$$

avec les conditions aux limites, à l'interface mobile et sur le bord fixe, suivantes

$$\left\{ \begin{array}{l} u = \dot{\xi} \quad \text{sur } \Gamma(t) \quad (a) \\ u = 0 \quad \text{sur } \partial\Omega_f \setminus \Gamma \quad (b) \end{array} \right. \quad (\text{I.45})$$

et les conditions initiales données par :

$$\left\{ \begin{array}{ll} u|_{t=0} = 0 & \text{sur } \Omega_f \quad (a) \\ \xi(0) = \xi_0 & (b) \\ \dot{\xi}(0) = \dot{\xi}_0 & (c) \end{array} \right. \quad (I.46)$$

Le déplacement et la vitesse du domaine fluide sont donnés par les équations (I.2-c) et (I.5). Dans ce cas, la position exacte de l'interface mobile  $\Gamma_{sf}$  est donnée par la solution analytique de l'équation (I.44-b) :

$$\xi(t) = \xi_0 \cos(\omega t)$$

Celle-ci est comparée à la position de l'interface  $\Gamma_{fs}$  obtenue en intégrant numériquement l'équation (I.2-c). Trois schémas d'intégration ou d'actualisation du maillage sont analysés :

#### Schéma d'Euler du premier ordre

$$\frac{\xi_f^n - \xi_f^{n-1}}{\Delta t} = w^n \quad (I.47)$$

#### Schéma d'Euler du second ordre

$$\frac{\xi_f^n - \xi_f^{n-1}}{\Delta t} = w^n + \frac{\Delta t}{2} \dot{w}^n \quad (I.48)$$

#### Schéma de Newmark

$$\frac{\xi_f^n - \xi_f^{n-1}}{\Delta t} = w^{n-1} + \frac{\Delta t}{4} (\dot{w}^n + w^{n-1}) \quad (I.49)$$

où  $\dot{w}(t) = \partial_t w = \partial_{tt} \xi$  est l'accélération du domaine fluide à l'instant  $t$  et  $\dot{w}^n = \dot{w}(t_n)$ . Elle est obtenue en résolvant l'équation de Laplace suivante :

$$\left\{ \begin{array}{ll} \Delta \dot{w} = 0 & x \in \Omega_f \\ \dot{w} = \ddot{\xi} & x \in \Gamma \\ \dot{w} = 0 & x \in \partial\Omega_f \setminus \Gamma \end{array} \right. \quad (I.50)$$

Notons que dans notre cas (système de dimension 1), la solution de l'équation (I.50) est donnée par :

$$\dot{w}(x, t) = \frac{\ddot{\xi}(t)}{\xi(t)} x \quad (\text{I.51})$$

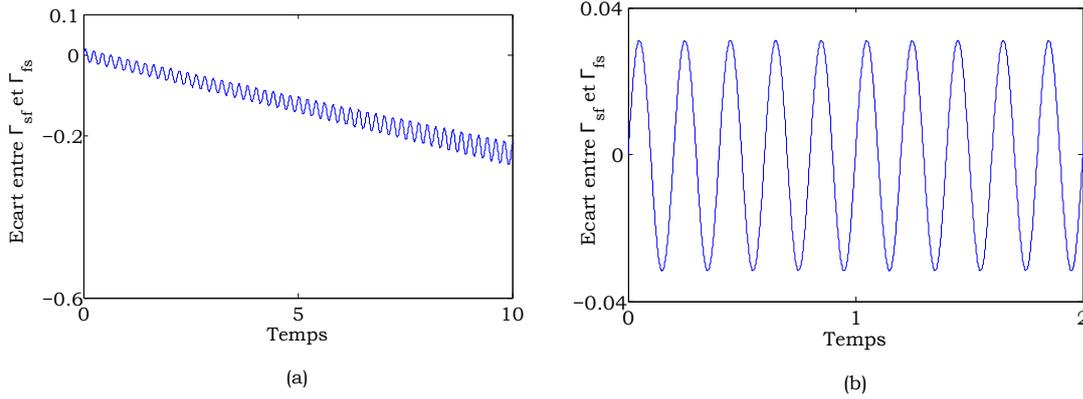


Fig. I.12 – Ecart entre  $\Gamma_{sf}$  et  $\Gamma_{fs}$ . Schémas : (a)- Euler du 1<sup>er</sup> ordre, (b)- Euler du 2<sup>nd</sup> ordre

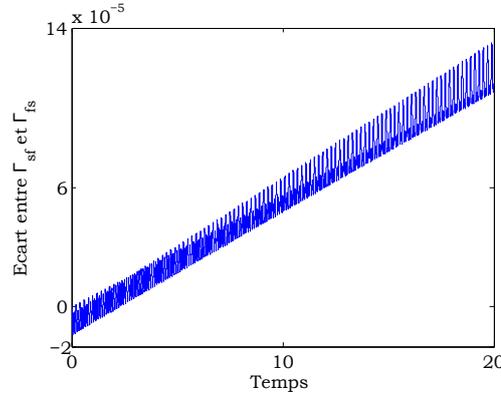


Fig. I.13 – Ecart entre  $\Gamma_{sf}$  et  $\Gamma_{fs}$ , Schema de Newmark

L'écart entre les positions des interfaces  $\Gamma_{sf}$  et  $\Gamma_{fs}$  est croissant pour le schéma d'Euler du 1<sup>er</sup> ordre (Fig. I.12-a). Il est de l'ordre de 0.3 à  $t = 10$  s. Une nette amélioration est observée pour le schéma d'Euler d'ordre 2 (Fig. I.12-b). L'écart entre  $\Gamma_{sf}$  et  $\Gamma_{fs}$  oscille entre une valeur maximale (positive) et une valeur minimale (négative), et reste stable avec une amplitude maximale de l'ordre de 0.03. Le schéma implicite de Newmark fournit un meilleur résultat (Fig.I.13). Bien que l'écart est croissant dans le temps, il est de l'ordre de  $10^{-4}$  à  $t = 20$  s. Ainsi, le schéma de Newmark sera utilisé dans cette étude où les temps de calculs sont inférieurs à 20 s.

## I.7 Performances des schémas de couplage

### I.7.1 Solution du problème couplé

La solution numérique du problème couplé (Eq.I.1) est obtenue en utilisant les schémas de couplage décrits au §I.3. Les conditions initiales et les caractéristiques du système sont données par  $\xi_0 = 9$ ,  $\dot{\xi}_0 = 0$  et  $\omega = 10\pi$ . L'évolution en temps et en espace de la solution obtenue par le schéma de couplage explicite (Fig.I.2) est représentée dans la figure (I.14). Une évolution de la solution de l'équation de Burgers aux différents instants, allant de  $t_0 = 0$  s à  $t_6 = 0.19$  s, est présentée dans la figure (I.15).

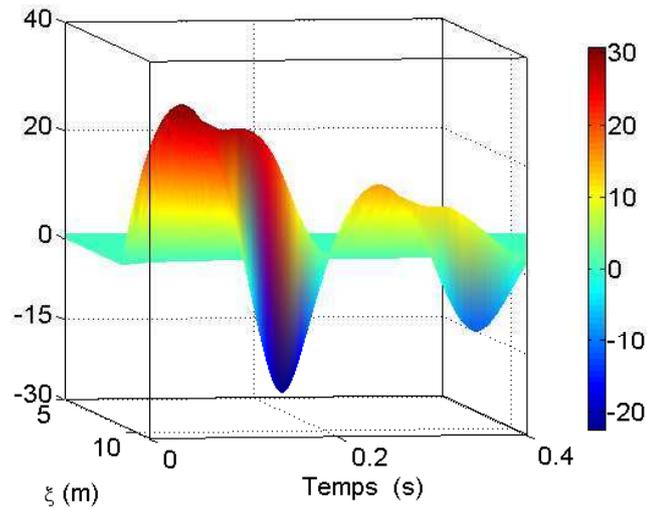


Fig. I.14 – Solution de l'équation de Burgers. Schéma de couplage explicite

Comme indiqué dans la section précédente, les deux positions de l'interface fluide-structure  $\Gamma_{fs}$  et  $\Gamma_{sf}$ , relatives aux deux points de vue fluide et structure, sont légèrement différentes. Le déplacement de ces interfaces au cours du temps est présenté dans la figure (I.16). Un effet d'amortissement de la structure dû au fluide est observé.

La figure (I.17) montre que lorsque l'on garde le même schéma d'actualisation de maillage, les écarts entre les positions de  $\Gamma_{sf}$  et  $\Gamma_{fs}$  pour différents schémas de couplage sont de l'ordre de  $10^{-7}$ . D'autre part, si l'on garde le même schéma de couplage en utilisant différents schémas d'actualisation de maillage, les écarts entre les positions des deux interfaces sont beaucoup plus considérables. Ils sont de l'ordre de  $10^{-3}$ .

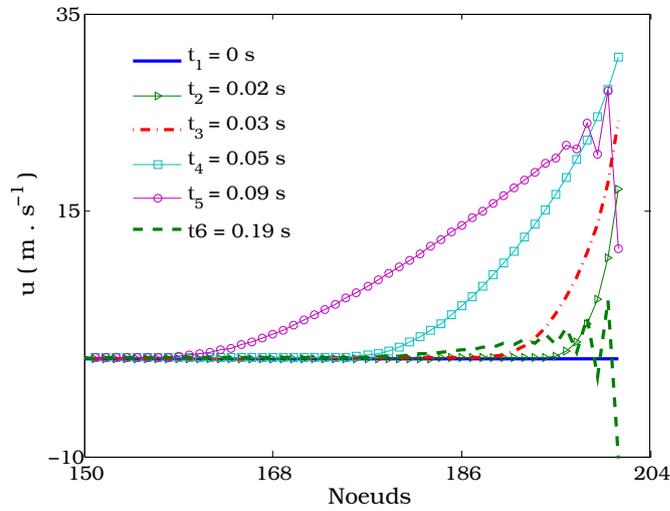


Fig. I.15 – Solution de l'équation de Burgers à différents instants. Schéma de couplage explicite

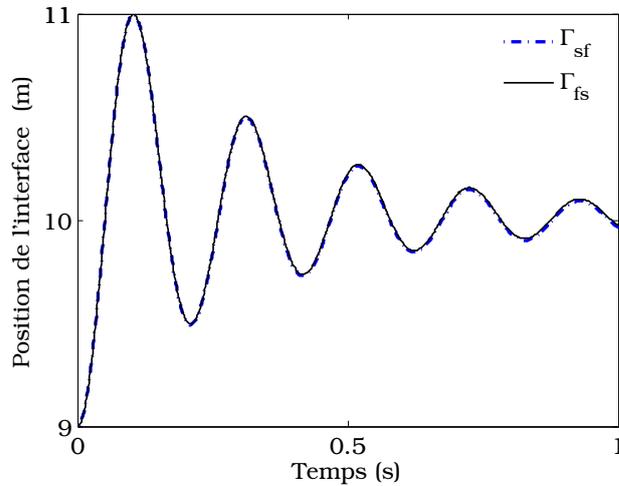


Fig. I.16 – Position de l'interface. Schéma de couplage explicite

## I.7.2 Comparaison des schémas de couplage

Les solutions du problème couplé obtenues par les différents schémas de couplage pour différents pas de temps sont présentées dans les figures (I.18 et I.19). Avec un petit pas de temps  $\Delta t = 10^{-4}$ s, les solutions sont très proches. L'écart entre les solutions obtenues avec les différents schémas de couplage augmente au fur et à mesure que  $\Delta t$  augmente.

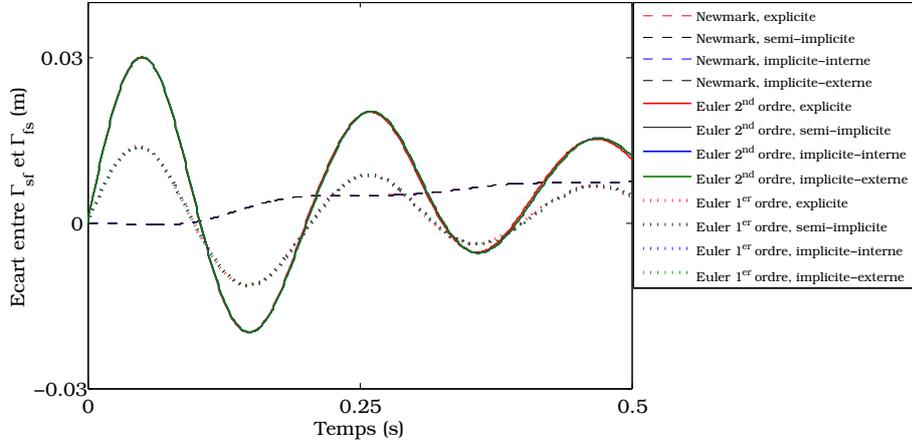
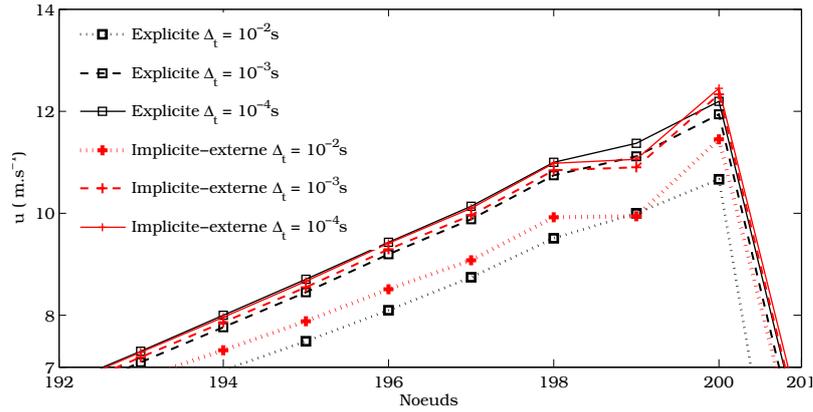
Fig. I.17 – Ecart entre  $\Gamma_{sf}$  et  $\Gamma_{fs}$  en fonction des schémas d'actualisation du maillage et des schémas de couplage

Fig. I.18 – Solution de l'équation de Burgers

Notons que la puissance totale ( $P_\Gamma$ ) des efforts à l'interface est donnée par l'équation

$$P_\Gamma = P_{f|\Gamma} + P_{s|\Gamma} = 0$$

La puissance de la force fluide ( $P_{s|\Gamma}^n$ ) et la puissance de la force structure ( $P_{f|\Gamma}^n$ ) à l'instant  $t = t^n$  sont données par :

$$P_{s|\Gamma}^n = 2\mu \left( \frac{\partial u_l^n}{\partial x} \right)_{x=\Gamma_l^n} \cdot \xi_l^n \quad (\text{I.52})$$

$$P_{f|\Gamma}^n = m (\ddot{\xi}_l^n + \omega^2 \xi_l^n) \cdot u_l^n \quad (\text{I.53})$$

L'analyse de la puissance totale des efforts à l'interface fluide-structure, qui doit être nulle en théorie, indique que le principe de conservation de l'énergie à l'interface n'est pas vérifié

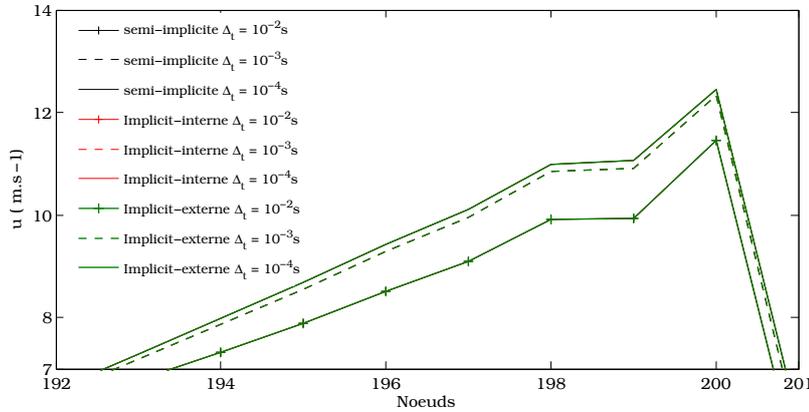


Fig. I.19 – Solution de l'équation de Burgers [Rajaomazava III<sup>e</sup> *et al.*, 2011]

pour le schéma de couplage explicite (Fig. I.20-a). En effet, la puissance à l'interface atteint une valeur maximale de l'ordre de  $10^2$ , avec un pas de temps  $\Delta t$  égal à  $10^{-3}$ . Par ailleurs, l'énergie est partiellement conservée dans le cas du schéma semi-implicite. La valeur maximale de la puissance à l'interface est de l'ordre de  $10^{-3}$  (Fig. I.20-b). Il est à noter qu'aucune condition sur la conservation de l'énergie à l'interface fluide-structure n'est imposée dans le schéma de couplage semi-implicite. Celle-ci est naturellement vérifiée. En revanche, ce schéma n'offre aucun moyen de contrôle sur l'erreur relative aux variations de l'énergie à l'interface. Cette erreur est de l'ordre de  $10^{-3}$  pour le cas étudié ici. Afin de garantir la conservation de l'énergie à l'interface, avec une erreur fixée et choisie, l'utilisation des schémas de couplage implicites est nécessaire. En effet, la conservation de l'énergie est imposée comme un critère de convergence dans les schémas implicite-interne et implicite-externe. Ce critère de convergence détermine l'erreur relative à la variation de l'énergie à l'interface. Dans le cas étudié ici, il est fixé à  $10^{-7}$  (Fig. I.21-c et Fig. I.21-d).

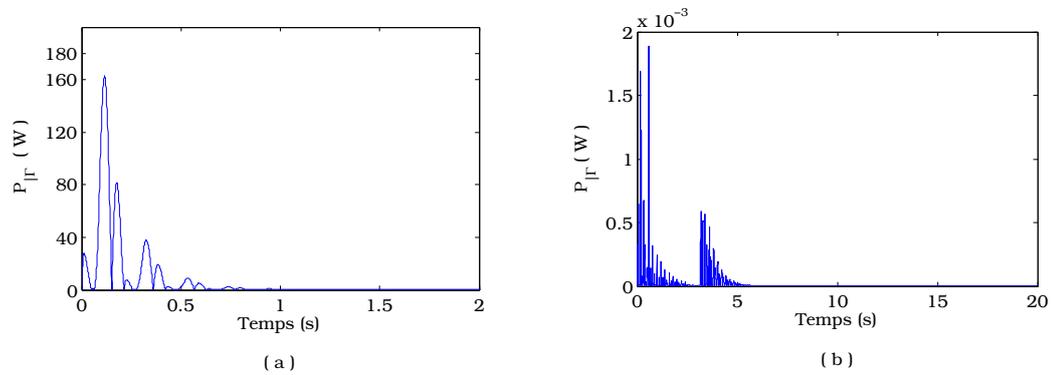
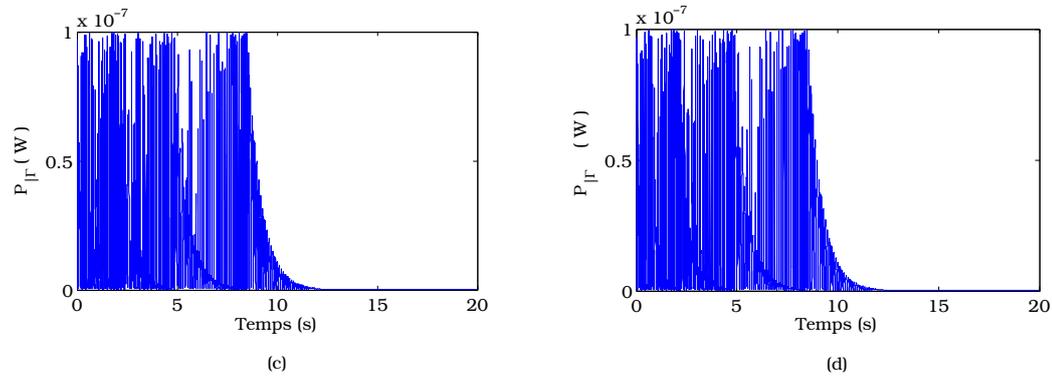
Fig. I.20 – Puissance à l'interface  $\Gamma$  : (a) Schéma explicite, (b) Schéma semi-implicite

Fig. I.21 – Puissance à l'interface : (a) Schéma implicite-externe, (b) Schéma implicite-interne

### Temps de calcul et convergence de schéma de couplage

Le nombre d'itérations dans chaque schéma de couplage donne une indication sur la vitesse de convergence de l'algorithme et par conséquent sur le temps de calcul. Pour les schémas explicite et semi-implicite, seul le processus itératif de Newton est pris en compte. La figure (Fig.I.22) montre que le schéma semi-implicite nécessite plus d'itération par pas de temps que le schéma explicite. En effet, dans le schéma semi-implicite, la procédure de Newton englobe la résolution de l'équation du fluide, l'équation de l'interface ainsi que l'actualisation du maillage. Les conditions aux limites sont ainsi modifiées à chaque itération.

La figure (Fig. I.23-a) montre que le nombre d'itérations de Newton augmente considérablement dans le cas du schéma de couplage implicite-externe. Par ailleurs, dans le cas du schéma implicite-interne, le nombre d'itérations de Newton est le même que le nombre

d'itérations de couplage (Fig. I.23-b). Ceci implique que la vitesse de convergence de celui-ci est meilleure que celle obtenue avec le schéma implicite-externe. Le tableau (Tab.I.1) illustre les performances des schémas de couplage implicites pour différentes valeurs de  $\varepsilon_2$ . Il convient de noter que le nombre d'itérations total augmente lorsque le critère de convergence  $\varepsilon_2$ , sur la conservation de l'énergie à l'interface, diminue.

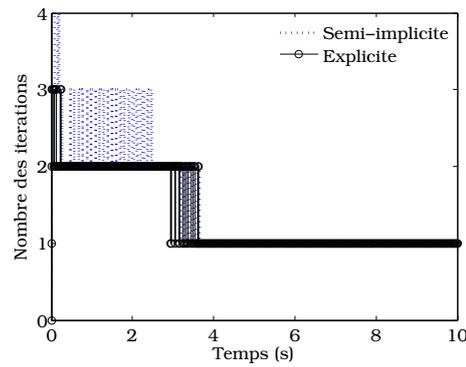


Fig. I.22 – Nombre d'itérations : Schémas explicite et semi-implicite,  $\Delta t = 10^{-3}$

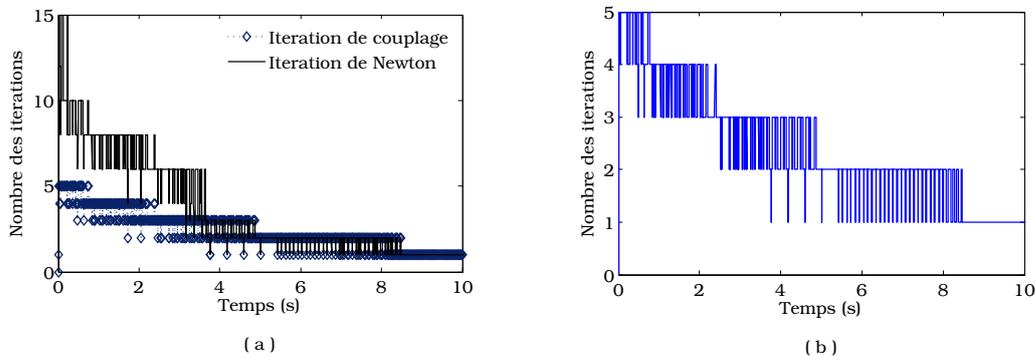


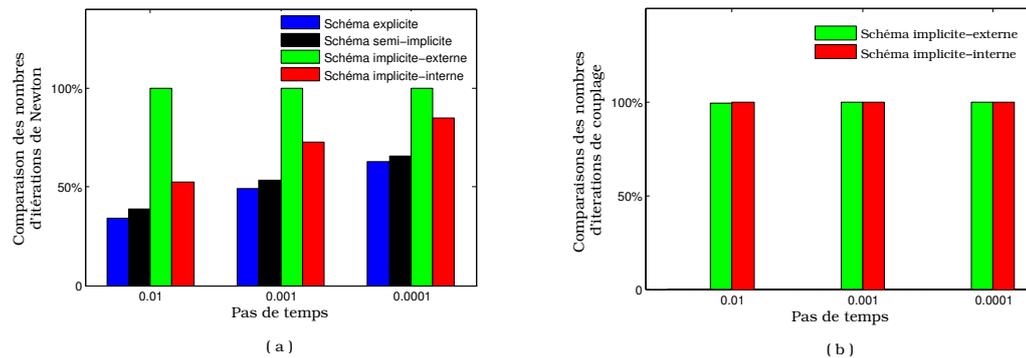
Fig. I.23 – Nombre d'itérations : (a) Schéma implicite-externe , (b) Schéma implicite-interne

Un récapitulatif des performances<sup>2</sup> des schémas de couplage, analysé dans cette étude, est présenté dans les figures (I.24 et I.25). Le nombre d'itérations, le temps de calcul ainsi que la puissance totale des efforts à l'interface, sont donnés pour chaque schéma en fonction de la taille du pas de temps. On constate que pour le problème étudié, le schéma explicite est le moins coûteux en temps de calcul et en nombre d'itérations. Toutefois, il induit une

2. Calcul effectué avec un processeur Intel core 2.5 GHz

Schéma de couplage	Puissance		Iterations de Newton	Iterations de couplage	Temps CPU
	maximale à l'interface	Pas de temps			
Implicite-externe	$10^{-3}$	$10^{-3}$	31139	23677	1mn 51s
Implicite-externe	$10^{-5}$	$10^{-3}$	38364	28007	2mn 13s
Implicite-externe	$10^{-8}$	$10^{-3}$	53887	39202	3mn 09s
Implicite-externe	$10^{-10}$	$10^{-3}$	67405	49873	3mn 52s
Implicite-interne	$10^{-3}$	$10^{-3}$	25594	25594	1mn 30s
Implicite-interne	$10^{-5}$	$10^{-3}$	28124	28124	1mn 39s
Implicite-interne	$10^{-8}$	$10^{-3}$	39212	39212	2mn 14s
Implicite-interne	$10^{-10}$	$10^{-3}$	49875	49875	2mn47s

Tab. I.1 – Performances des schémas de couplage implicites

Fig. I.24 – (a) Nombre d'itérations de Newton , (b) Nombre d'itération de couplage,  $\varepsilon_2 = 10^{-7}$ 

grande variation de l'énergie mécanique à l'interface fluide-structure. Celle-ci est d'autant plus importante que le pas de temps utilisé est grand. Elle est en outre à l'origine de l'instabilité numérique du schéma explicite. D'où la condition d'utiliser des petits pas de temps.

Le schéma semi-implicite nécessite un temps de calcul supérieur à celui requis par le schéma explicite. En revanche, la puissance totale des efforts à l'interface fluide-structure est assez faible. La conservation de l'énergie à l'interface est ainsi partiellement vérifiée et ceci sans aucune condition imposée.

Le schéma implicite-externe est le schéma le plus coûteux en temps de calcul. Comparé

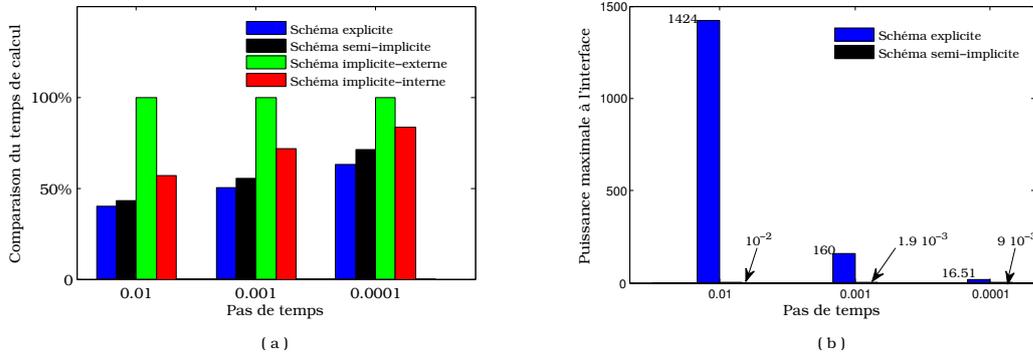


Fig. I.25 – : (a) Temps de calcul avec les différents schémas de couplage , (b) Puissance maximale à l'interface

au schéma explicite, il peut être 100% plus élevé. Néanmoins, la conservation de l'énergie mécanique à l'interface fluide-structure est garantie par cet algorithme. Ce qui le rend inconditionnellement stable et permet l'utilisation de grands pas de temps. Cette caractéristique est également valable pour le schéma de couplage implicite-interne. De plus, il a l'avantage d'être moins coûteux en temps de calcul. En effet, comparé au schéma explicite, il peut être 40% plus élevé.

## I.8 Conclusion

Une étude comparative d'algorithmes de couplage en interaction fluide-structure a été présentée. L'équation non linéaire de Burgers dans un domaine mobile a été résolue numériquement avec la méthode des éléments finis. Le problème couplé est formulé en un problème du point fixe et résolu à l'aide d'un processus itératif. Quatre schémas de couplages sont ainsi obtenus : explicite, semi-implicite, implicite-externe, implicite-interne. Ils sont appliqués pour résoudre le problème couplé et une étude comparative sur leurs performances a été réalisée. Il a été constaté que le schéma explicite est le schéma de couplage le moins coûteux en temps de calcul. Toutefois, sa stabilité est conditionnée par l'utilisation d'un petit pas de temps. Le schéma semi-implicite nécessite plus d'itérations et de temps de calcul que le schéma explicite, en revanche la condition de conservation de l'énergie à l'interface est partiellement vérifiée. Les schémas implicites augmentent le nombre d'itération globale mais ils sont inconditionnellement stables et la condition de conservation de l'énergie à l'interface est vérifiée. L'analyse des déplacements de l'interface montre que l'erreur numérique entre la position donnée par l'équation de l'interface et celle donnée par le nœud correspondant dans le domaine fluide dépend principalement du schéma d'actualisation du

maillage.

Le choix d'un schéma de couplage dépend principalement de l'objectif de l'étude. Dans une perspective d'un calcul rapide, le schéma explicite est le meilleur candidat. Celle-ci peut être un avantage pour avoir un premier aperçu du résultat. Si la précision est de rigueur, l'utilisation d'un schéma de couplage implicite est nécessaire. Entre les deux schémas de couplage implicites, le temps de calcul est plus faible avec le schéma de couplage implicite-interne.

### Autres algorithmes

Définissons, les diagrammes suivants pour la construction d'un algorithme de couplage,

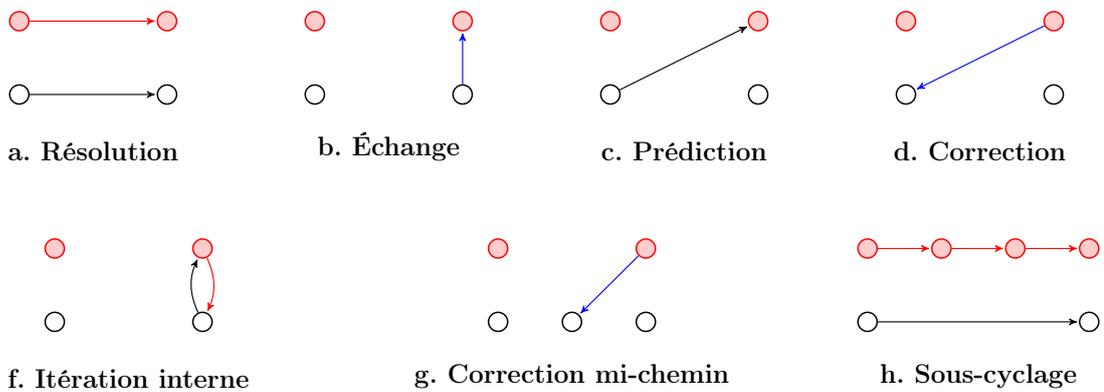


Fig. I.26 – Diagramme de construction d'un algorithme de couplage en IFS

A partir de (Fig. I.26), d'autres formes d'algorithmes de couplage peuvent être envisagés : un algorithme de type synchrone explicite avec un sous-cycle (Fig. I.27), un algorithme asynchrone explicite (Fig. I.28), un algorithme implicite (Fig. I.29), ...

Présentée dans [Piperno, 1995], l'intégration en temps du problème couplé se fait en quatre étapes pour l'algorithme synchrone explicite (Fig. I.27) mais l'étape 1 est composée de plusieurs sous étapes. L'avantage de cet algorithme est la possibilité d'utiliser deux pas de temps différents sur les deux solveurs. Une comparaison à l'algorithme explicite s'avère une piste à explorer. Les deux schémas permettent un calcul rapide mais tous les deux sont également soumis à une condition de stabilité.

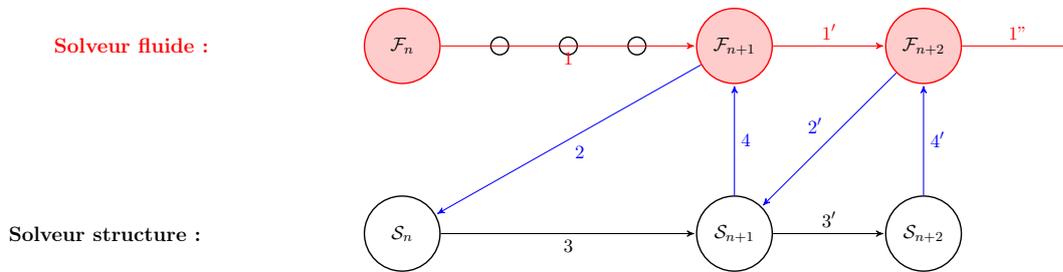


Fig. I.27 – Représentation séquentielle d'un algorithme synchrone avec un sous-cycle

Le principe de l'algorithme asynchrone (Fig. I.28) consiste à calculer le fluide et la structure à deux instants physiques différents. Utilisé par Lesoinne *et al.* dans [Lesoinne et Farhat, 1998, Felippa *et al.*, 2001], l'objectif de l'auteur est de pouvoir exploiter au maximum les performances de la méthode en effectuant des corrections "mi-chemin" ( $n \pm \frac{1}{2}$ ). Les apports du traitement du calcul à mi-chemin et des corrections à mi-chemin dans un algorithme de couplage sont à explorer.

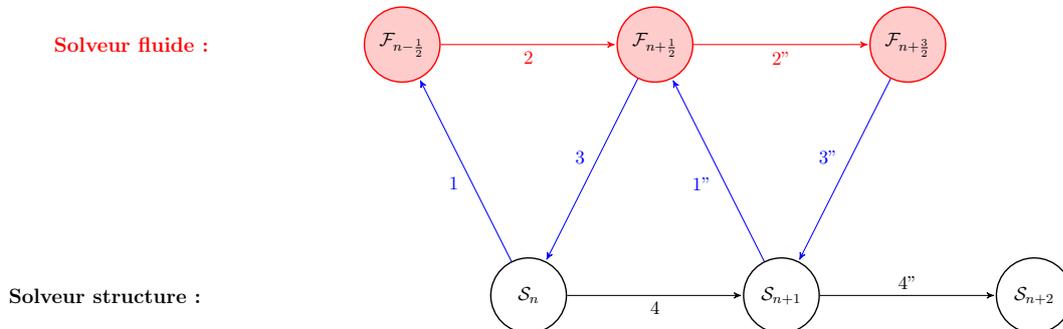


Fig. I.28 – Représentation séquentielle d'un algorithme asynchrone explicite

L'effet des prédictions dans les algorithmes proposés dans ce chapitre est également à étudier. En effet, celles-ci peuvent être à la fois appliquées dans le cas des algorithmes explicites et implicites. Dans [Felippa *et al.*, 2001], une prédiction est associée à un algorithme implicite interne (Fig. I.29) et dans [Bendjeddou, 2005], elle est associée à un algorithme asynchrone.

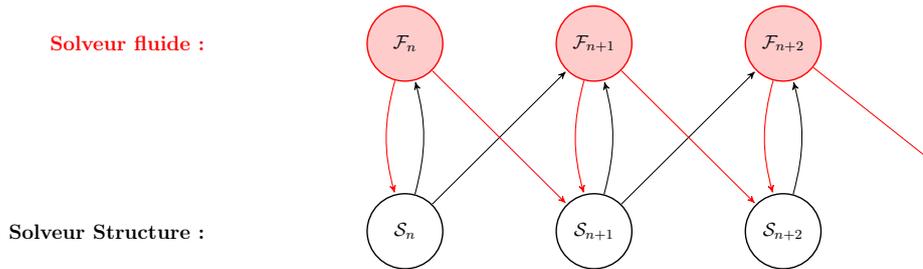


Fig. I.29 – Représentation séquentielle d'un algorithme implicite avec prédiction



## CHAPITRE II

# DYNAMIQUE DES FLUIDES ET MODÉLISATION DE LA STRUCTURE

### Sommaire

---

<b>II.1</b>	<b>Dynamique des fluides</b>	<b>48</b>
II.1.1	Équation de Navier-Stokes en formulation ALE	48
II.1.2	Formulation faible de l'équation de Navier-Stokes	50
II.1.3	Méthode de projection	50
II.1.4	Écoulement autour d'un hydrofoil immobile	55
<b>II.2</b>	<b>Modélisation de la dynamique de la structure</b>	<b>61</b>
II.2.1	Formulation Lagrangienne - Modélisation	62
II.2.2	Méthode de résolution numérique	64
<b>II.3</b>	<b>Conclusion</b>	<b>70</b>

---

Dans ce chapitre, nous présentons les équations de la dynamique des fluides et de la dynamique de la structure, d'un hydrofoil immergé dans un fluide. Les modèles et les méthodes utilisés pour la résolution des équations y sont également présentés. La déformation en flexion et torsion d'un hydrofoil est étudiée à travers un modèle 2d. Pour cela, on considère une section d'un hydrofoil rigide de type NACA 0012 en inox, de masse volumique  $\rho_s = 7850 \text{ Kg.m}^{-3}$  et de moment d'inertie  $J = 3.12 \cdot 10^{-2} \text{ Kg.m}$  supportée par un ressort

linéaire (représentant la flexion) de raideur  $k_y$  et un ressort spiral (représentant la torsion) de raideur  $k_\theta$  (Fig. II.1). Le problème est ainsi ramené à un système masse-ressort à 2 degrés de libertés (DDL) : tangage et pilonnement. Le problème couplé fluide-hydrofoil est exprimé en formulation ALE et résolu avec la méthode des éléments finis en utilisant le code Castem [Fichoux, 1998].

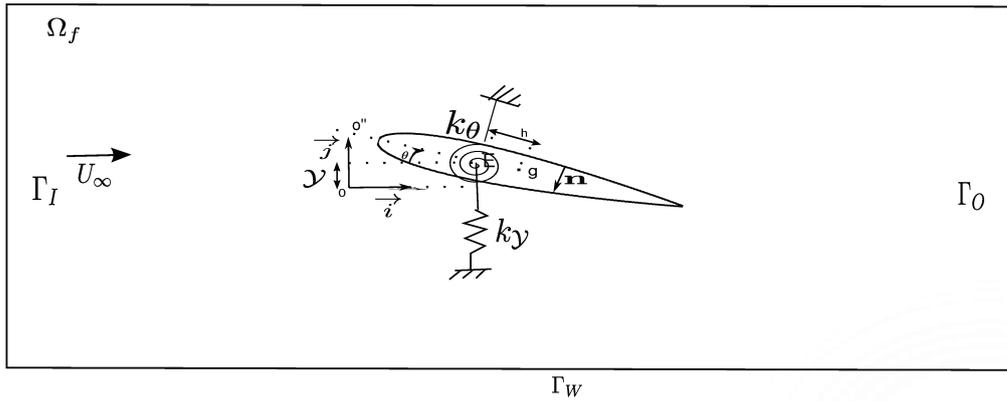


Fig. II.1 – Configuration du foil en pilonnement, tangage

## II.1 Dynamique des fluides

### II.1.1 Équation de Navier-Stokes en formulation ALE

Dans cette section, nous décrivons la méthode de résolution de l'équation de Navier-Stokes, en utilisant le code éléments finis Castem. Notons par  $\Omega_f$  le domaine mobile occupé par le fluide et  $\Omega_s$  le domaine occupé par la structure. Le problème couplé est défini dans le domaine  $\Omega = \Omega_f \cup \Omega_s$ . Le domaine fluide  $\Omega_f \subset \mathbb{R}^2$  est délimité par une frontière fixe  $\Gamma_w$ , l'entrée de l'écoulement  $\Gamma_I$ , la sortie de l'écoulement  $\Gamma_O$  et d'une frontière mobile, en commun avec la frontière de la structure,  $\Gamma = \Omega_f \cap \Omega_s$  (Fig. II.1).

Le fluide étant Newtonien, incompressible, visqueux, homogène et isotrope, l'équation de Navier-Stokes en formulation ALE s'écrit :

$$\begin{cases} \rho \left[ \frac{\partial u}{\partial t} + ((u - w) \cdot \nabla) u \right] = \mu \Delta u - \nabla p & \text{sur } \Omega_f & (a) \\ \nabla \cdot u = 0 & \text{sur } \Omega_f & (b) \end{cases} \quad (\text{II.1})$$

où

$$\begin{cases} u : ]0, T[ \times \Omega_f \rightarrow \mathbb{R}^2 \\ t, x \mapsto u(t, x) \end{cases} \quad (\text{II.2})$$

est la vitesse du fluide,

$$\begin{cases} p : ]0, T[ \times \Omega_f \rightarrow \mathbb{R} \\ t, x \mapsto p(t, x) \end{cases} \quad (\text{II.3})$$

la pression et

$$w = \frac{\partial \xi_f}{\partial t} \quad (\text{II.4})$$

la vitesse de déplacement du domaine (voir §I.1).  $\xi_f = Ext_{\Omega_f}(\xi_{|\Gamma})$  étant le déplacement du domaine fluide. Il est défini par l'opérateur d'extension arbitraire  $Ext_{\Omega_f}$ . Les variables  $\mu$  et  $\rho$  représentent respectivement la viscosité dynamique et la masse volumique du fluide.

Les conditions aux limites associées sont :

$$\begin{cases} u = U_\infty & \text{sur } \Gamma_I & \text{et } \frac{\partial u}{\partial \mathbf{n}} = 0 & \text{sur } \Gamma_O \\ u = 0 & \text{sur } \Gamma_W & \text{et } u = \dot{\xi} & \text{sur } \Gamma(t) \end{cases} \quad (\text{II.5})$$

où  $\xi$  est le déplacement de la structure et  $\dot{\xi}$  désigne la vitesse correspondante.

L'équation de la dynamique du fluide est donnée en formulation adimensionnelle sous la forme suivante,

$$\begin{cases} \frac{\partial u^*}{\partial t} + ((u^* - w^*) \cdot \nabla^*) u^* = \frac{1}{Re} \Delta^* u^* - \nabla^* p^* & \text{sur } \Omega_f \\ \nabla^* \cdot u^* = 0 & \text{sur } \Omega_f \end{cases} \quad (\text{II.6})$$

avec

$$Re = \frac{U_\infty c}{\nu}$$

représente le nombre de Reynolds où  $U_\infty$  est la vitesse du fluide en amont,  $c$  la longueur de corde de l'hydrofoil et  $\nu = \frac{\mu}{\rho}$  la viscosité cinématique du fluide. L'exposant "\*" indique que la grandeur physique correspondante est sans dimension. Il en résulte les conditions aux limites suivantes

$$\begin{cases} u^* = 1 & \text{sur } \Gamma_I & \text{et } \frac{\partial u^*}{\partial \mathbf{n}} = 0 & \text{sur } \Gamma_O \\ u^* = 0 & \text{sur } \Gamma_W & \text{et } u^* = \dot{\xi}^* & \text{sur } \Gamma(t) \end{cases} \quad (\text{II.7})$$

### II.1.2 Formulation faible de l'équation de Navier-Stokes

Notons par  $H^1(\Omega_f)$  l'espace de Sobolev suivant,

$$H^1(\Omega_f) = \{v \in L^2(\Omega_f) : \frac{\partial v}{\partial x_i} \in L^2(\Omega_f), i = 1, 2\}$$

et notons par  $H_{\Gamma_D}^1(\Omega_f) \subset H^1(\Omega_f)$ , le sous espace défini par

$$H_{\Gamma_D}^1(\Omega_f) = \{u \in H^1(\Omega_f) \text{ tel que } u = 0 \text{ sur } \Gamma_D\}$$

où  $\Gamma_D = \partial\Omega_f \setminus \Gamma_O$  est la frontière où les conditions aux limites de type Dirichlet sont appliquées et

$$L^2(\Omega_f) = \{f : \Omega_f \rightarrow \mathbb{R} \text{ tel que } \left( \int_{\Omega_f} |f|^2 dx \right)^{\frac{1}{2}} < +\infty\}$$

désigne l'espace de Lebesgue. La résolution du problème (Eq. II.1) se ramène ainsi à la recherche de  $u(t, x) \in ]0, T[ \times H^1(\Omega_f)$  et  $p(t, x) \in ]0, t[ \times L^2$ , tels que

$$\begin{cases} \int_{\Omega_f} \frac{\partial u}{\partial t} \cdot v dx + \int_{\Omega_f} v \cdot [(u - w) \cdot \nabla] u dx = \frac{1}{\rho} \int_{\Omega_f} p \nabla \cdot v dx - \nu \int_{\Omega_f} \nabla u \cdot \nabla v ds \\ \int_{\Omega_f} q \nabla \cdot v dx = 0 \end{cases} \quad (\text{II.8})$$

$$\forall (v, q) \in H_{\Gamma_D}^1(\Omega_f) \times L^2,$$

### II.1.3 Méthode de projection

La méthode de projection, proposée initialement dans [Temam<sup>b</sup>, 1969, Temam<sup>c</sup>, 2001] et dans [Chorin, 1968], est utilisée pour la discrétisation en temps de l'équation de Navier-Stokes. Le principe de la méthode consiste à calculer séparément les champs de vitesse et de pression en introduisant dans une première étape une vitesse intermédiaire (pas nécessairement à divergence nulle) qui sera projetée par la suite sur le sous espace des fonctions vectorielles solénoïdales. La méthode est basée sur le principe de décomposition d'Helmholtz : **" tout champs de vecteur  $w$  défini sur  $\Omega_f$  admet une décomposition orthogonale unique  $w = v + \nabla \phi$  "** où  $\phi$  est une fonction scalaire,  $\nabla \cdot v = 0$  et  $\mathbf{n} \cdot v = 0$  sur  $\partial\Omega_f \setminus \Gamma$  [Donea et Huerta, 2003]. Afin de simplifier la présentation, nous considérons un problème avec des conditions aux limites de type Dirichlet ; et notons par  $u_D$  les valeurs que prendra la vitesse sur chaque interface correspondante. La première étape consiste à introduire la vitesse intermédiaire  $\tilde{u}^n$  telle que

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\tilde{u}^n - u^{n-1}}{\Delta t} + [(u^\dagger - w) \cdot \nabla] u^{\dagger\dagger} - \nu \delta u^{\dagger\dagger} = 0 \quad \text{sur } \Omega_f \\ \tilde{u}^n = u_D \quad \text{sur } \partial\Omega_f \end{array} \right. \quad (\text{II.9})$$

où  $u^\dagger = u^{\dagger\dagger} = u^{n-1}$  dans le cas d'un schéma d'Euler explicite.  $u^\dagger = u^{n-1}$  et  $u^{\dagger\dagger} = \tilde{u}^n$  dans le cas d'un schéma semi-implicite et  $u^\dagger = u^{\dagger\dagger} = \tilde{u}^n$  dans le cas d'un schéma implicite. Le problème se ramène ainsi à la recherche de la vitesse intermédiaire  $\tilde{u}^n \in H^1(\Omega_f)$ . Le problème étant résolu par élément finis, la formulation faible correspondante (voir Eq.II.8) est donnée par :

$$\int_{\Omega_f} \frac{\tilde{u}^n - u^{n-1}}{\Delta t} v \, dx + \int_{\Omega_f} v \cdot [(u^\dagger - w) \cdot \nabla] u^{\dagger\dagger} \, dx + \nu \int_{\Omega_f} \nabla u^{\dagger\dagger} \cdot \nabla v \, dx = 0 \quad (\text{II.10})$$

$\forall v \in H_{\Gamma_D}^1(\Omega_f)$ . Après la discrétisation spatiale, la formulation matricielle du problème est donnée par :

$$M \left( \frac{\tilde{u}^n - u^{n-1}}{\Delta t} \right) + (C(\tilde{u}^\dagger) + K) \tilde{u}^n = V^{n+1} \quad (\text{II.11})$$

où  $M$  est la matrice de masse,  $C$  la matrice de convection,  $K$  la matrice de viscosité et  $V$  le vecteur obtenu en appliquant les conditions aux limites et conditions initiales [Donea et Huerta, 2003]. Dans le cas d'un schéma implicite, la nonlinéarité du problème requiert une procédure itérative pour sa résolution. La méthode de Picard ou la méthode de quasi-Newton peut alors être utilisée (voir chapitre II).

La seconde étape de la méthode de projection permet d'obtenir la vitesse du fluide et le champ de pression en résolvant l'équation suivante :

$$\left\{ \begin{array}{ll} \frac{u^n - \tilde{u}^n}{\Delta t} + \nabla p^n = 0 & \text{sur } \Omega_f \quad (a) \\ \nabla \cdot u^n = 0 & \text{sur } \Omega_f \quad (b) \\ n \cdot u^n = n \cdot u_D^n & \text{sur } \partial\Omega_f \quad (c) \end{array} \right. \quad (\text{II.12})$$

La formulation faible du problème (Eq. II.12) se présente comme suit : déterminer la vitesse  $u^n \in H^1(\Omega_f)$  et la pression  $p^n \in L^2(\Omega_f)$  tel que  $\forall (v, q) \in H_{\Gamma_D}^1(\Omega_f) \times L^2(\Omega_f)$ ,

$$\begin{cases} \int_{\Omega_f} v \cdot \frac{u^n - \tilde{u}^n}{\Delta t} dx - \frac{1}{\rho} \int_{\Omega_f} p \nabla \cdot v dx = 0 & \text{sur } \Omega_f \\ \int_{\Omega_f} q \nabla \cdot u^n dx = 0 \end{cases} \quad (\text{II.13})$$

Après discrétisation spatiale, la formulation matricielle du système est donnée par :

$$\begin{cases} M' \left( \frac{u^n - \tilde{u}^n}{\Delta t} \right) + G p^n = 0 \\ G^T u = 0 \end{cases} \quad (\text{II.14})$$

où  $M'$  et  $G$  sont des matrices issues de la discrétisation en éléments finis de l'équation (II.13) [Donea et Huerta, 2003]. Elle peut également être reformulée sous la forme suivante,

$$\boxed{\begin{pmatrix} \frac{M'}{\Delta t} & G \\ G^T & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u^n \\ p^n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{M'}{\Delta t} \tilde{u}^n \\ 0 \end{pmatrix}} \quad (\text{II.15})$$

### Méthode de projection incrémentale

Dans cette version de la méthode de projection, l'incrément de la pression  $p^n - p^{n-1}$  est utilisé à la place de la pression totale dans la seconde étape de la méthode. La première étape est modifiée de la manière suivante :

$$\begin{cases} \frac{\tilde{u}^n - u^{n-1}}{\Delta t} + [(u^\dagger - w) \cdot \nabla] u^{\dagger\dagger} - \nu \delta u^{\dagger\dagger} = -\frac{1}{\rho} \nabla p^{n-1} & \text{sur } \Omega_f \\ \tilde{u}^n = u_D & \text{sur } \partial\Omega_f \end{cases} \quad (\text{II.16})$$

la seconde étape est alors donnée par :

$$\begin{cases} \frac{u^n - \tilde{u}^n}{\Delta t} + \frac{1}{\rho} \nabla (p^n - p^{n-1}) = 0 & \text{sur } \Omega_f \\ \nabla \cdot u^{n+1} = 0 & \text{sur } \Omega_f \\ n \cdot u^n = n \cdot u_D^n & \text{sur } \Gamma \end{cases} \quad (\text{II.17})$$

Le lecteur peut trouver plus de détails sur la méthode de projection et ses variantes dans par exemple [Donea et Huerta, 2003, Guermond *et al.*, 2006].

### Discrétisation spatiale et Maillage

Dans cette étude, l'élément fini de Crouzeix-Raviart  $\mathbb{P}_2$ -bulle/ $\mathbb{P}_1$  est utilisé (Fig. II.2). Cet élément est quadratique pour la vitesse et linéaire pour la pression, il permet l'approximation discontinue en pression avec un ordre de convergence spatiale d'ordre trois pour la vitesse et d'ordre deux pour la pression [Benaouicha, 2007, Ern et Guermond, 2002].

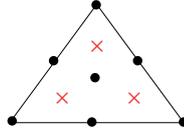


Fig. II.2 – Élément de Crouzeix-Raviart

Le domaine fluide  $\Omega_f$  (Fig. II.3) est divisé en 2 sous-domaines complémentaires  $\Omega_e$  (Fig. II.4) et  $\Omega_f \setminus \Omega_e$ . (Fig. II.5). Le premier sous-domaine est sous forme d'une ellipse autour de l'hydrofoil. Il représente le voisinage proche de la structure. Cette configuration permet d'éviter les distorsions du maillage qui peuvent apparaître au niveau des bords d'attaque et de fuite lors du déplacement de l'hydrofoil. En effet, le maillage de  $\Omega_e$  subit un déplacement rigide identique à celui de l'hydrofoil. Il peut ainsi être raffiné au voisinage de celui-ci.

Le déplacement du maillage dans le reste du domaine, est déterminé par la vitesse  $w$  qui est solution de l'équation de Laplace suivante (voir §I.1, §I.6),

$$\left\{ \begin{array}{ll} \Delta w = 0 & x \in \Omega_f \setminus \Omega_e \\ \nabla \cdot (\kappa \nabla w(x, t)) = 0 & x \in \Omega_e \\ w(x, t) = \dot{\xi} & x \in \Gamma \\ w(x, t) = 0 & x \in \partial\Omega_f \setminus \Gamma \end{array} \right. \quad (\text{II.18})$$

où  $\kappa$  est infini. D'une manière générale, afin de limiter la déformation du maillage, ceci revient à résoudre l'équation de diffusion non-homogène suivante,

$$\left\{ \begin{array}{ll} \nabla \cdot (\lambda \nabla w(x, t)) = 0 & x \in \Omega_f \\ w(x, t) = \dot{\xi} & x \in \Gamma \\ w(x, t) = 0 & x \in \partial\Omega_f \setminus \Gamma \end{array} \right. \quad (\text{II.19})$$

avec  $\lambda(x) \in \mathbb{R}$  est le coefficient de diffusion, variable dans le domaine  $\Omega_f$ , et  $\dot{\xi}$  est la vitesse de déplacement de l'interface. Dans notre cas,  $\lambda$  est pris infini dans  $\Omega_e$ . Il est constant et fini dans le reste du domaine.

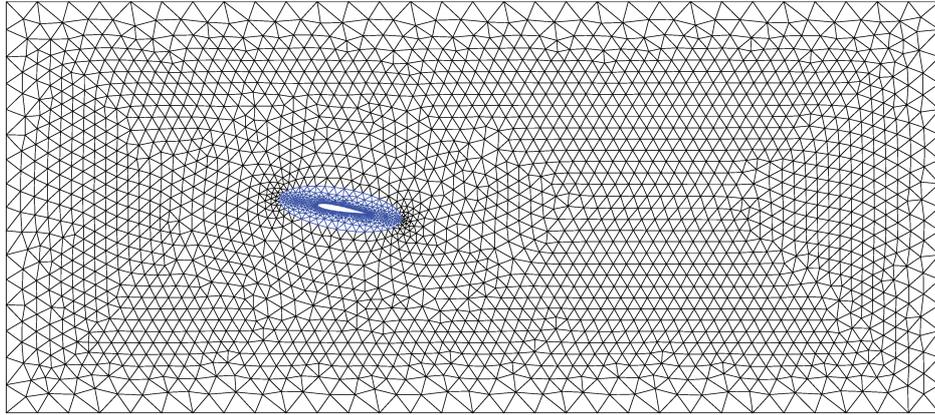


Fig. II.3 – Maillage du domaine fluide ( $\Omega_f$ )

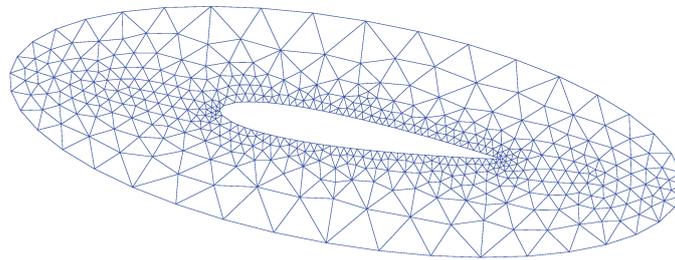
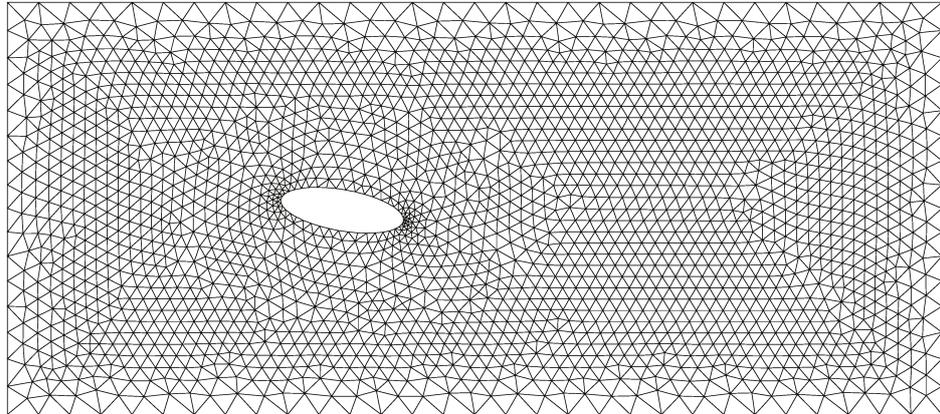


Fig. II.4 – Maillage rigide ( $\Omega_e$ )

Fig. II.5 – Maillage flexible ( $\Omega_f \setminus \Omega_e$ )

#### II.1.4 Écoulement autour d'un hydrofoil immobile

Dans cette section, l'hydrofoil est considéré immobile. La vitesse  $w$  de déplacement du maillage est par conséquent nulle. Le couplage fluide-structure n'est donc pas considéré dans ce cas. L'objectif étant l'étude de la sensibilité des résultats numériques au maillage. Il s'agira notamment d'obtenir un résultat de référence qui permettra de distinguer l'effet du déplacement de la structure et du couplage fluide-structure sur l'écoulement du fluide et les coefficients hydrodynamiques de portance, traînée et pression. Ils sont donnés respectivement par,

$$C_D = \frac{F_x}{\frac{1}{2}\rho_f U_\infty^2 c}; \quad C_L = \frac{F_y}{\frac{1}{2}\rho_f U_\infty^2 c}; \quad C_P = \frac{p - p_\infty}{\frac{1}{2}\rho_f U_\infty^2} \quad (\text{II.20})$$

Dans cette étude, le nombre de Reynolds est pris égal à 1000. La sensibilité au maillage des résultats correspondant aux coefficients hydrodynamiques, est représentée sur la figure (II.6). On observe qu'à partir de 17000 éléments du maillage, correspondant à 52000 noeuds, l'influence de celui-ci sur les résultats devient négligeable. Ainsi, ce maillage sera utilisé pour le reste de l'étude.

Les composantes suivant  $x$  et suivant  $y$  du champs de vitesse ainsi que le champ de pression du fluide, pour un angle d'incidence  $\theta = 8^\circ$ , sont présentés dans les figures (II.7), (II.8) et (II.9). On observe les variations du champs de vitesse en  $x$  et en  $y$  dans la zone de sillage

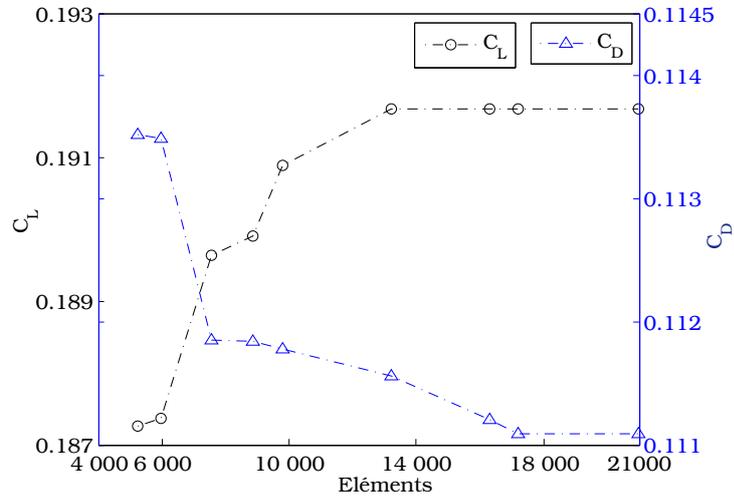
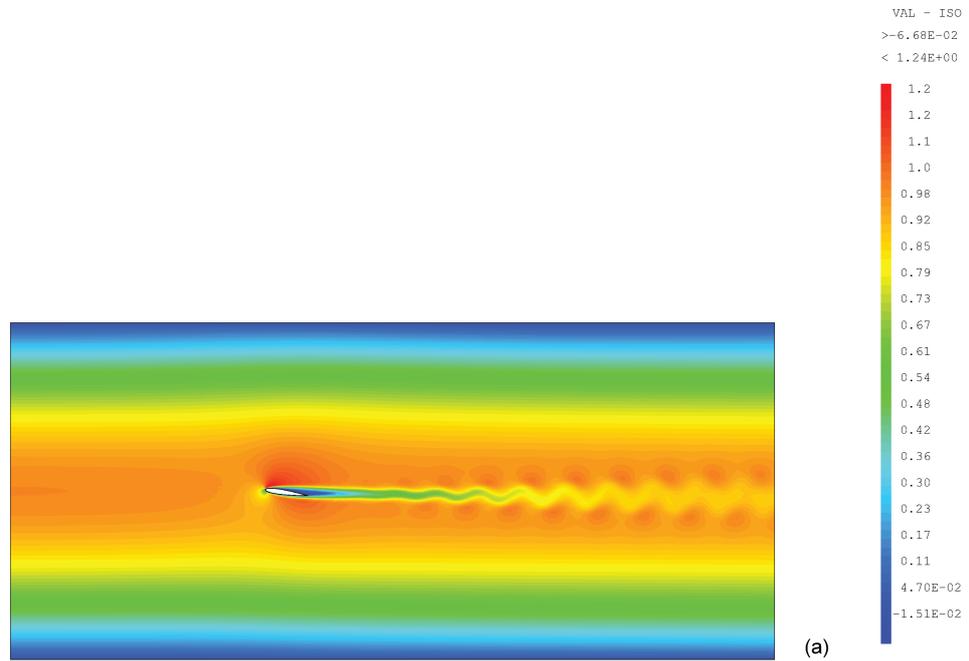
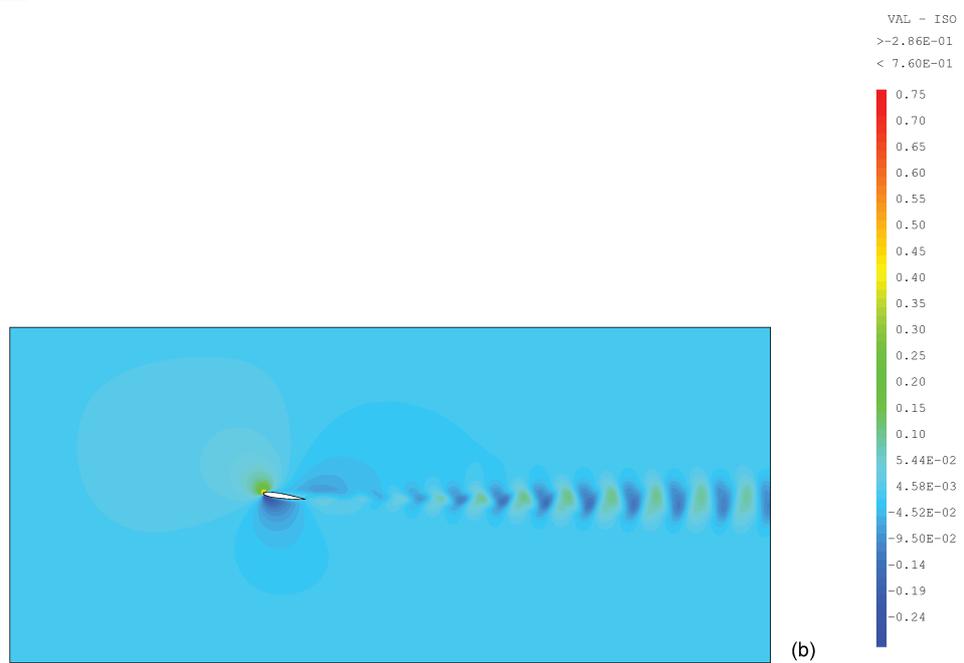


Fig. II.6 – Influence du maillage.  $Re = 1000$ ,  $dt = 10^{-2}$ ,  $\theta = 4^\circ$

et au voisinage de l'hydrofoil. Le champ de pression présenté sur (Fig. II.10) montre une dépression (pression) à l'extrados (resp intrados) dont le coefficient de pression correspondante est présenté sur (Fig. II.11-b) avec un point d'arrêt à  $x/c = 0.022$ .

Fig. II.7 – Composante en  $x$  de la vitesse  $u$ ,  $\theta = 8^\circ$ Fig. II.8 – Composante en  $y$  de la vitesse  $u$ ,  $\theta = 8^\circ$ 

Les coefficients hydrodynamiques sont représentés sur (Fig. II.11). Ce sont les solutions du problème fluide en instationnaire. Le calcul est effectué avec les conditions aux limites

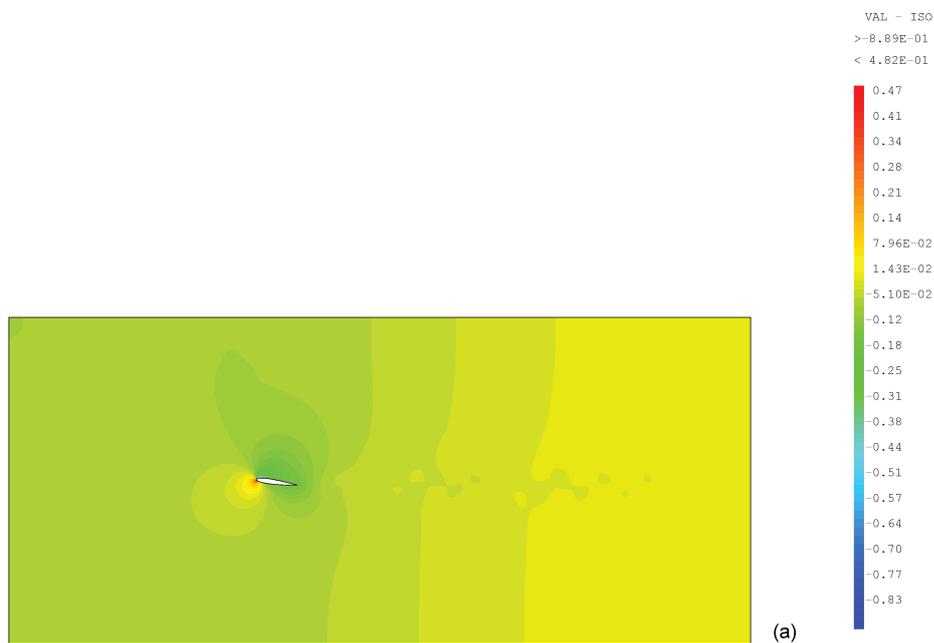


Fig. II.9 – Solution de la pression sur le domaine fluide  $\Omega_f$

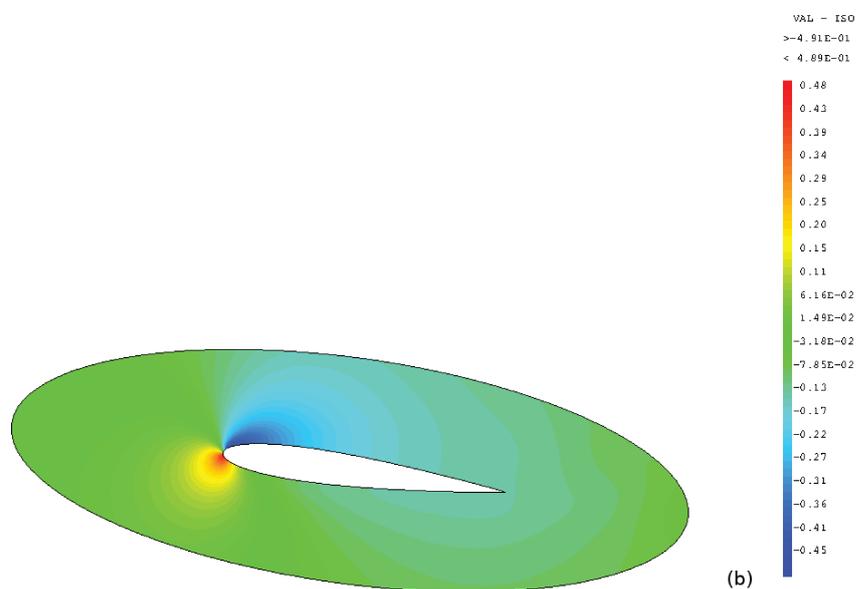


Fig. II.10 – Solution de la pression sur le sous domaine  $\Omega_c$

(Eq. II.7). L'écoulement est établi après  $t^*$  égal à 30. Il est à noter que le temps utilisé est adimensionnel et le temps de référence  $T_{ref}$  est de 22.5s.  $T_{ref}$  correspond au temps que mettra une particule fluide pour traverser l'hydrofoil.  $T_{ref} = c/U_\infty$  où  $c$  est la longueur

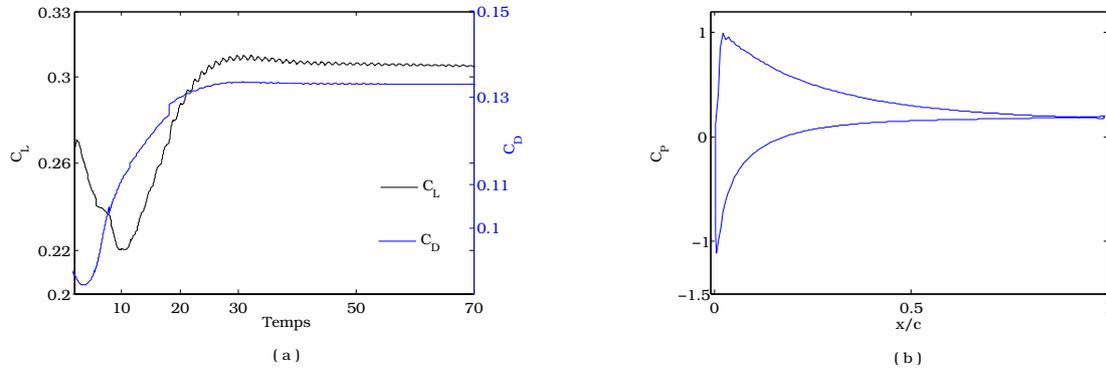
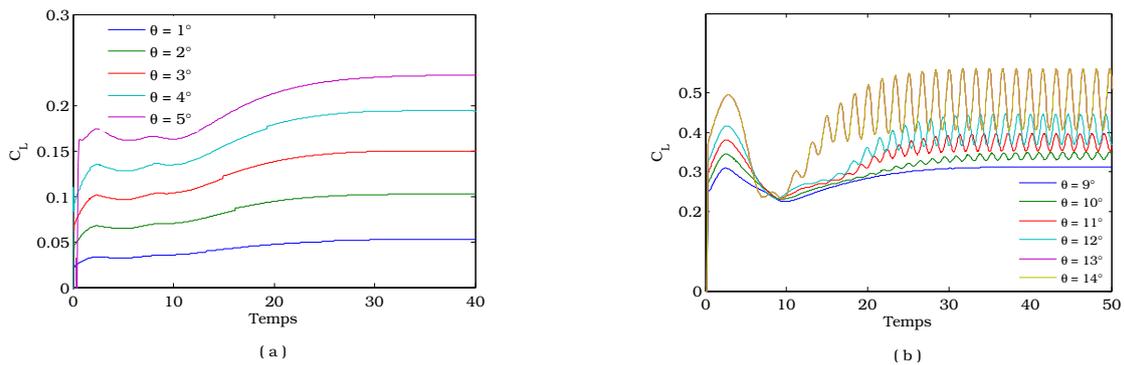
Fig. II.11 – Évolution des coefficients de portance, traînée et coefficient de pression à  $t^* = 50$  ( $\theta = 8^\circ$ )

Fig. II.12 – Coefficient de portance en écoulement instationnaire

de la corde. Bien qu'une tendance asymptotique soit observée (Fig. II.11-a), des oscillations locales de faible amplitude liées au phénomène instationnaire apparaissent. En effet, à faible angle d'attaque ( $\theta \leq 9^\circ$ ), les coefficients hydrodynamiques sont approximativement constants lorsque l'écoulement est établi (Fig. II.12-a). Lorsque  $\theta$  atteint des valeurs élevées, une forme d'oscillation périodique apparaît (Fig. II.12-b). Plus l'angle d'attaque est élevé, plus l'amplitude des oscillations est grande. La forme des oscillations est divisée en deux classes, une forme sinusoïdale pour les angles d'attaques moins élevés (Fig. II.12) et une forme plus complexe pour les angles d'incidences élevés (Fig. II.13-a). Ces observations sont autant valables pour la portance que pour la traînée (Fig. II.13-b).

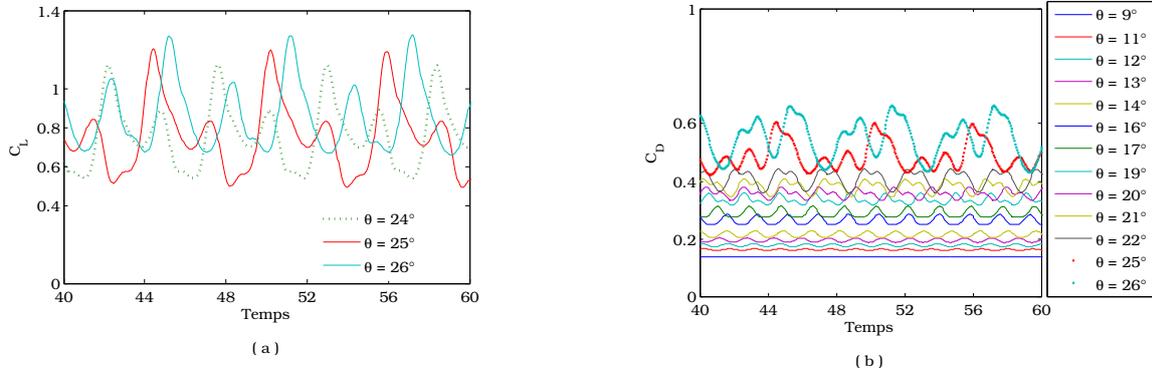


Fig. II.13 – (a) : Coefficient de portance en écoulement instationnaire pour  $\theta = 24^\circ, 25^\circ, 26^\circ$   
 (b) : Coefficient de traînée en écoulement instationnaire pour  $\theta = [9^\circ - 26^\circ]$

Les oscillations résultent de l'apparition des tourbillons de Von Kármán. Ces tourbillons naissent au voisinage du bord d'attaque et sont convectés par l'écoulement amont vers le sillage. Plus l'angle d'incidence est élevé, plus l'intensité de celui-ci augmente, ce qui se traduit par une augmentation de l'effet observé sur les coefficients hydrodynamiques. Ces variations sont également observables sur le sillage de l'hydrofoile (Fig. II.14). Lorsque l'angle est très élevé, une seconde série de tourbillon apparaît en bord de fuite, ceci explique la forme des signaux observés sur la figure (II.13). L'écoulement en aval de l'hydrofoile est plus perturbé pour les angles d'incidences élevés. Avec un  $Re = 1000$ , la valeur moyenne de la portance augmente avec l'angle d'attaque jusqu'à  $34^\circ$  où on observe une diminution de la portance (Fig. II.15).

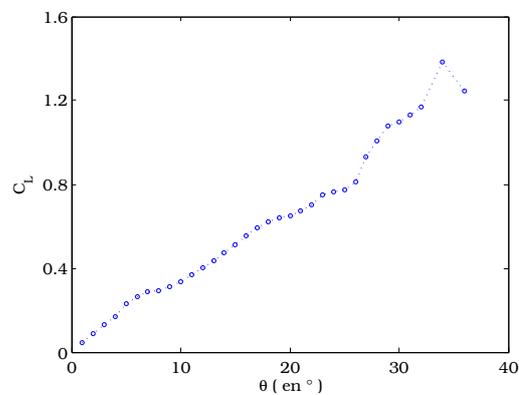


Fig. II.15 – Valeur moyenne de la portance en fonction de l'angle d'attaque

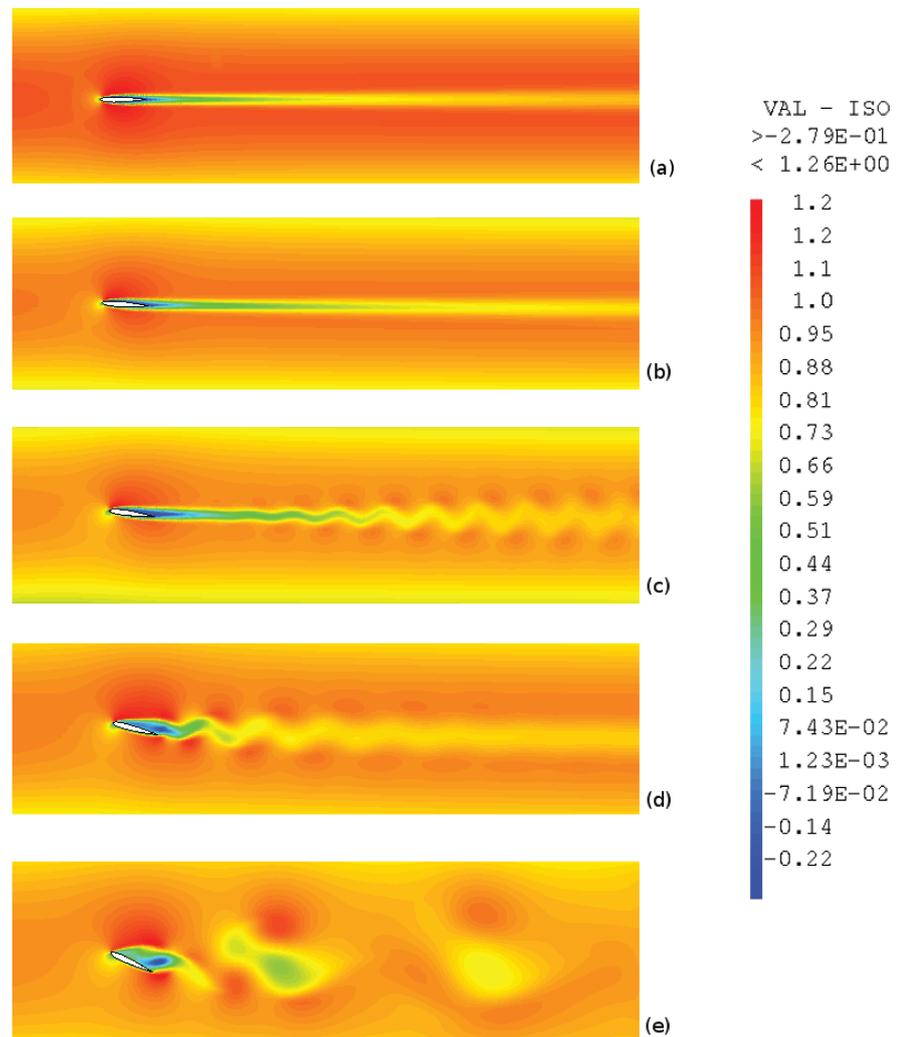


Fig. II.14 – Écoulement autour d'un hydrofoil NACA0012, a -  $0^\circ$ , b -  $4^\circ$ , c -  $8^\circ$ , d -  $15^\circ$ , e -  $25^\circ$

## II.2 Modélisation de la dynamique de la structure

Un hydrofoil de section rigide et symétrique de type NACA0012 est considéré. Le système est à deux degrés de libertés (2-DDL). Il est muni d'un déplacement suivant l'axe vertical et d'une rotation par rapport à son centre élastique (Fig. II.1). Le système modélise le mouvement de pilonnement et de tangage, et est également sollicité par les forces externes induites par le fluide.

### II.2.1 Formulation Lagrangienne - Modélisation

La méthode de Lagrange est utilisée pour la modélisation de la dynamique du système. Le Lagrangien  $\mathcal{L}$  est donné par :

$$\mathcal{L} = \mathcal{E}_c - \mathcal{E}_p$$

où  $\mathcal{E}_c$  est l'énergie cinétique, donnée par :

$$\mathcal{E}_c = \frac{1}{2}(J - mH^2 \sin^2 \theta)\dot{\theta}^2 + \frac{1}{2}m\dot{\mathcal{Y}}^2 - mH\dot{\theta}\dot{\mathcal{Y}} \cos \theta$$

et  $\mathcal{E}_p$  est l'énergie potentielle, donnée par :

$$\mathcal{E}_p = \frac{1}{2}k_y\mathcal{Y}^2 + \frac{1}{2}k_\theta(\theta - \beta)^2$$

$\beta$  représente l'angle d'incidence de l'hydrofoil en équilibre. Les équations de la dynamique de l'hydrofoil sont données par l'équation de Lagrange :

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial r_i} \right) - \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial r_i} = \mathcal{Q}_i \quad (\text{II.21})$$

où  $r_i, i = \{1, 2\}$ , désignent les coordonnées généralisées  $\mathcal{Y}$  et  $\theta$ .  $\mathcal{Q}_i, i = \{1, 2\}$ , représentent les forces généralisées induites par le fluide. Ainsi, on obtient le système d'équations différentielles non linéaire suivant :

$$\begin{cases} (J - mH^2 \sin^2 \theta)\ddot{\theta} - mH\ddot{\mathcal{Y}} - mH^2 \sin \theta \cos(\theta)\dot{\theta}^2 + k_\theta(\theta - \beta) = \mathcal{M} & (a) \\ -mH \cos(\theta)\ddot{\theta} + m\ddot{\mathcal{Y}} + mH \sin(\theta)\dot{\theta}^2 + k_y\mathcal{Y} = F_y & (b) \end{cases} \quad (\text{II.22})$$

avec les conditions initiales suivantes  $\mathcal{Y}_0 = \mathcal{Y}(t_0)$ ,  $\theta_0 = \theta(t_0)$  et  $\dot{\mathcal{Y}}_0 = \dot{\mathcal{Y}}(t_0)$ ,  $\dot{\theta}_0 = \dot{\theta}(t_0)$ . Les valeurs initiales de  $\ddot{\mathcal{Y}}_0 = \ddot{\mathcal{Y}}(t_0)$  et  $\ddot{\theta}_0 = \ddot{\theta}(t_0)$  sont obtenues en résolvant directement le système d'équations (II.22) avec les conditions initiales précitées.  $J$  est le moment d'inertie par rapport au centre élastique  $E$  (ou centre de rotation).  $\mathcal{M}$  et  $F$  sont respectivement le moment et la force externe dus au fluide,  $F = \begin{pmatrix} F_x \\ F_y \end{pmatrix}$ . La non-linéarité de ce système d'équations par rapport à  $\theta$  résulte de la distance  $H$  entre le centre de gravité et le centre élastique. Lorsque ces deux centres sont confondus sur un seul point, les mouvements en pilonnement et tangage sont découplés.

Le système d'équations de la structure et l'équation de Navier-Stokes sont adimensionnés avec les mêmes vitesse de référence  $U_{ref}$  et longueur de référence  $L_{ref}$ . Dans la suite de cette étude,  $U_{ref}$  est égale à la vitesse uniforme en amont de l'hydrofoil  $U_\infty$  et  $L_{ref}$  est égale à la corde  $c$ . Par conséquent, l'équation (II.22) est équivalente au système :

$$\begin{cases} (1 - C_3 \sin^2 \theta) \ddot{\theta}^* - C_2 \cos(\theta) \ddot{\mathcal{Y}}^* - \frac{C_3}{2} \dot{\theta}^{*2} \sin(2\theta) + \omega_\theta^{*2} \theta & = \omega_\theta^{*2} \beta - C_4 \cos \theta C_L - C_4 C_D \sin \theta \\ -\frac{H}{c} \cos(\theta) \ddot{\theta}^* + \ddot{\mathcal{Y}}^* + \frac{H}{c} \dot{\theta}^{*2} \sin(\theta) + \omega_y^{*2} \mathcal{Y}^* & = C_1 C_L \end{cases} \quad (\text{II.23})$$

où les variables adimensionnelles sont indiquées par l'exposant "\*".  $C_1, C_2, C_3, C_4$  désignent les coefficients adimensionnels suivants

$$C_1 = \frac{c^2 \rho_f}{2m}, \quad C_2 = \frac{mHc}{J}, \quad C_3 = \frac{mH^2}{J}, \quad C_4 = \frac{hc^3}{2J} \rho_f \quad (\text{II.24})$$

$h$  est la distance algébrique entre le centre de pression, point d'application des forces hydrodynamiques, et le centre élastique. Notons que la position du centre de pression est variable en fonction du mouvement de la structure et de la dynamique de l'écoulement autour. Ainsi, contrairement aux autres,  $C_4$  est un coefficient instationnaire. La formulation matricielle du problème s'écrit sous la forme suivante :

$$\boxed{\mathbf{M}(\theta) \ddot{\mathcal{X}} + \mathbf{C}(\theta) \dot{\mathcal{X}} + \mathbf{K} \mathcal{X} = \mathbf{P}} \quad (\text{II.25})$$

où

$$\mathbf{M}(\theta) = \begin{pmatrix} 1 - C_3 \sin^2 \theta & -C_2 \cos \theta \\ -\frac{H}{c} \cos \theta & 1 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{C}(\theta) = \begin{pmatrix} -\frac{C_3}{2} \dot{\theta}^* \sin(2\theta) & 0 \\ \frac{H}{c} \dot{\theta}^* \sin(\theta) & 0 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{K} = \begin{pmatrix} \omega_\theta^{*2} & 0 \\ 0 & \omega_y^{*2} \end{pmatrix},$$

$$\mathbf{P} = \begin{pmatrix} \mathcal{M}^* + \omega_\theta^{*2} \beta \\ C_1 C_L \end{pmatrix} \quad \text{et} \quad \mathcal{X} = \begin{pmatrix} \theta^* \\ \mathcal{Y}^* \end{pmatrix}.$$

### Position du centre de pression

La position du centre de pression ( $C$ ) permet de calculer le coefficient  $\mathcal{C}_4$ . Elle joue un rôle important pour la détermination du mouvement des forces hydrodynamiques. Elle est déterminée en utilisant le Théorème de Varignon suivant :

**Théorème de Varignon :** *Le moment de la résultante par rapport à un pôle quelconque est égal au moment résultant par rapport à ce même pôle.*

En d'autres termes

$$\mathcal{M}_{F/O''} = \overrightarrow{O''C} \wedge \vec{F} = \int_{\Gamma} (\overrightarrow{O''A} \wedge \sigma_f \cdot \vec{n}) dx, \quad \forall O'' \in \Gamma, \quad \forall A \in \Gamma$$

alors la position du centre de poussée est donnée par  $C = \begin{pmatrix} x_c \\ y_c \end{pmatrix}$ .

$$\begin{aligned} x_c &= \frac{\mathcal{M}_{F/O''}}{F_y + \tan \theta \cdot F_x} + \frac{c}{4}(1 - \cos \theta) \\ y_c &= \mathcal{Y} - x_c \tan \theta \end{aligned} \quad (\text{II.26})$$

Si on choisit de noter  $O'' = \begin{pmatrix} x_{O''} \\ x_{O''} \end{pmatrix}$  le bord d'attaque et  $A \in \Gamma$ , la variation de la position de  $C$  en fonction des dynamiques de la structure et de l'écoulement est clairement démontrée dans la relation (Eq. II.26). Il est à noter que lorsque les efforts hydrodynamiques s'annulent, le centre de pression n'existe pas. Ceci se traduit par une singularité dans l'équation (II.26).

### II.2.2 Méthode de résolution numérique

La méthode de Newmark [Kane *et al.*, 2000, Kane, 1999] avec une approche en accélération (Eq. I.38) est utilisée pour la discrétisation en temps de l'équation (Eq. II.25). Elle est donnée sous forme matricielle suivante :

$$\begin{cases} \mathcal{X}^n = \mathcal{X}^{n-1} + \Delta t \dot{\mathcal{X}}^{n-1} + \frac{\Delta t^2}{4} (\ddot{\mathcal{X}}^{n-1} + \ddot{\mathcal{X}}^n) & (a) \\ \dot{\mathcal{X}}^n = \dot{\mathcal{X}}^{n-1} + \frac{\Delta t}{2} (\ddot{\mathcal{X}}^{n-1} + \ddot{\mathcal{X}}^n) & (b) \end{cases} \quad (\text{II.27})$$

L'Équation (II.25) s'écrit alors,

$$\mathbf{M}^{n-1}(\theta)\ddot{\mathcal{X}}^n + \mathbf{C}^{n-1}(\theta)\dot{\mathcal{X}}^n + \mathbf{K}\mathcal{X}^n = \mathbf{P}^q \quad (\text{II.28})$$

où

$$\mathbf{M}^{n-1}(\theta) = \begin{pmatrix} 1 - \mathcal{C}_3 \sin^2 \theta^{n-1} & -\mathcal{C}_2 \cos \theta^{n-1} \\ -\frac{H}{c} \cos \theta^{n-1} & 1 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{C}(\theta) = \begin{pmatrix} -\frac{\mathcal{C}_3}{2} \dot{\theta}^{*n-1} \sin(2\theta^{n-1}) & 0 \\ \frac{H}{c} \dot{\theta}^{*n-1} \sin(\theta^{n-1}) & 0 \end{pmatrix},$$

$$\mathbf{P}^q = \begin{pmatrix} \mathcal{M}^{*q} + \omega_{\theta}^* \beta \\ \mathcal{C}_1 \mathcal{C}_L^q \end{pmatrix} \quad \text{et} \quad \mathcal{X}^n = \mathcal{X}(t_n)$$

avec  $t_n = n\Delta t$ ,  $\Delta t$  étant le pas de discrétisation en temps. L'exposant  $q$  définit la nature du schéma de couplage utilisé,  $q = n$  pour le schéma implicite et  $q = n - 1$  pour le schéma explicite. L'accélération  $\ddot{\mathcal{X}}^n = \ddot{\mathcal{X}}(t_n)$  est donnée alors par,

$$\ddot{\mathcal{X}}^n = \left( \mathbf{M}^{n-1}(\theta) + \mathbf{C}^{n-1}(\theta) \frac{\Delta t}{2} + \mathbf{K}(\theta) \frac{\Delta t^2}{4} \right)^{-1} \left( \mathbf{P}^q - \mathbf{C}^{n-1}(\theta) \dot{\mathcal{X}}^{n-1} - \mathbf{K}(\theta) \mathcal{X}^{n-1} \right) \quad (\text{II.29})$$

avec  $\tilde{\mathcal{X}}^{n-1} = \mathcal{X}^{n-1} + \Delta t \dot{\mathcal{X}}^{n-1} + \frac{\Delta t^2}{4} \ddot{\mathcal{X}}^{n-1}$  et  $\dot{\tilde{\mathcal{X}}}^{n-1} = \dot{\mathcal{X}}^{n-1} + \frac{\Delta t}{2} \ddot{\mathcal{X}}^{n-1}$

Dans le chapitre III, une étude détaillée de la dynamique de l'hydrofoil immergé dans un fluide en écoulement, avec prise en compte du couplage fluide structure, sera présentée. Pour cette étude, quatre cas seront présentés, en fonction de la fréquence propre adimensionnelle en eau au repos de la structure. En effet, celle ci, définie par  $f_e^* = f_e * t_{ref}$ , permet de classifier les phénomènes d'interaction fluide structure en trois catégories [Hémon, 2006], où  $f_e$  est la fréquence propre de la structure en eau au repos et  $t_{ref}$  est un temps de réf-

rence défini par  $t_{ref} = \frac{c}{U_\infty}$ . Une valeur de  $f_e^* \gg 1$  signifie que la structure vibre à une fréquence élevée comparée à celle du fluide et une particule fluide qui la traverse aura le temps de subir plusieurs périodes de mouvements. Ils en résultent que les charges hydrodynamiques soient calculées en fonctions de ses oscillations. Cette classe relève généralement des études vibratoires. Si  $f_e^* \approx 1$ , on assiste à un véritable couplage, le temps qu'une particule fluide traverse la structure correspond à la période de vibration de la structure. Les amplitudes des mouvements peuvent devenir très grandes et les effets non linéaires prépondérants. Lorsque  $f_e^* \ll 1$  la structure est quasiment immobile vis à vis de l'écoulement fluide. Cela correspond à une vitesse élevée du fluide et une vibration basse fréquence de la structure. Dans cette dernière, il est possible de considérer le phénomène comme étant quasi-statique, où l'influence des oscillations sur l'écoulement autour de la structure est limitée. Des simplifications, ainsi que l'utilisation des charges hydrodynamiques obtenues en statique, sont ainsi envisageables. Cette classe relève généralement des études en aéroélasticité [Hémon, 2006].

		Cas 1	Cas 2	Cas 3	Cas 4
<b>Fréquences propre en air</b>	en $\mathcal{Y}$	18	0.45	0.45	1.35
	en $\theta$	45	0.675	18	1.35
<b>Fréquences en eau au repos</b>	en $\mathcal{Y}$	11.86	0.28	0.28	0.879
	en $\theta$	31.82	0.473	12.64	0.91
<b>Fréquence réduite</b>	en $\mathcal{Y}$	$f_e^* > 1$	$f_e^* < 1$	$f_e^* < 1$	$f_e^* \approx 1$
	en $\theta$			$f_e^* > 1$	

Tab. II.1 – Les quatre cas étudiés

Les quatre cas étudiés sont présentés dans le tableau (II.1). Les fréquences ont été choisies de façon à obtenir les différentes catégories de fréquences propres adimensionnelles présentées précédemment.

Le système dynamique (Eq. II.28) est résolu, dans les différents cas, pour  $\beta = 4^\circ$  et les conditions initiales suivantes,

$$\theta_0 = 4^\circ, \mathcal{Y}_0 = 0, \dot{\theta}_0 = \dot{\mathcal{Y}}_0 = 0.2 \quad (\text{II.30})$$

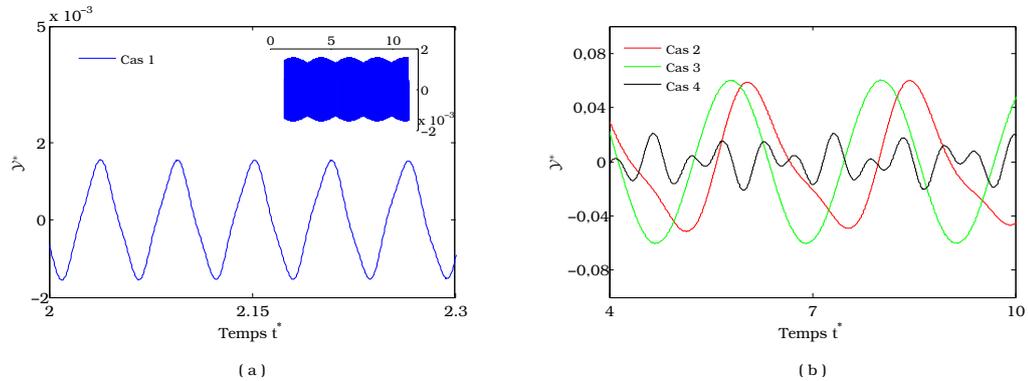


Fig. II.16 – Déplacement de la structure dans les quatre cas (pilonnement)

Dans cette section, nous considérons un système dynamique libre où le fluide n'a aucun effet sur le mouvement de la structure. Ainsi, le second membre de l'équation (II.28) est nul ( $\mathbf{P} = 0$ ). Le but étant de résoudre l'équation de la dynamique de l'hydrofoil à l'aide des méthodes numériques présentées précédemment. Cela nous permettra d'analyser le mouvement couplé pilonnement-tangage de l'hydrofoil en fonction des fréquences d'oscillations. Les figures (II.16-a) et (II.16-b) montrent les déplacements en pilonnement de l'hydrofoil dans les quatre cas étudiés. Les solutions sont périodiques, sinusoïdales pour certains cas et de forme complexes pour d'autres. Une modulation peut être observée à long terme, notamment le cas 1 (zoom dans Fig. II.16-a). L'amplitude des mouvements en pilonnement est de l'ordre de  $10^{-3}$  pour le cas 1 et de l'ordre de  $10^{-2}$  pour les autres. Les cas 2 et 3 ont les mêmes fréquences propres de pilonnement mais les solutions sont différentes. Ceci est dû au couplage entre les mouvements de pilonnement et tangage. En effet, l'analyse fréquentielle par la transformée de Fourier des mouvements montre deux pics de fréquences propres bien distincts (Fig. II.18-a) pour tous les cas. Ces fréquences sont différentes des fréquences propres initiales. Elles diminuent pour le pilonnement et augmentent pour le tangage.

Des remarques similaires peuvent être faites sur le mouvement en tangage. Les déplacements sont périodiques et de formes sinusoïdales (Fig. II.17). L'analyse fréquentielle montre également deux pics de fréquences propres distincts (Fig. II.18-b). Les fréquences obtenues sont exactement les mêmes que celles obtenues dans le cas du pilonnement. La différence entre les deux spectres est l'amplitude. Un résumé des fréquences dans le cas du mouvement couplé tangage-pilonnement est présenté sur le tableaux (II.2).

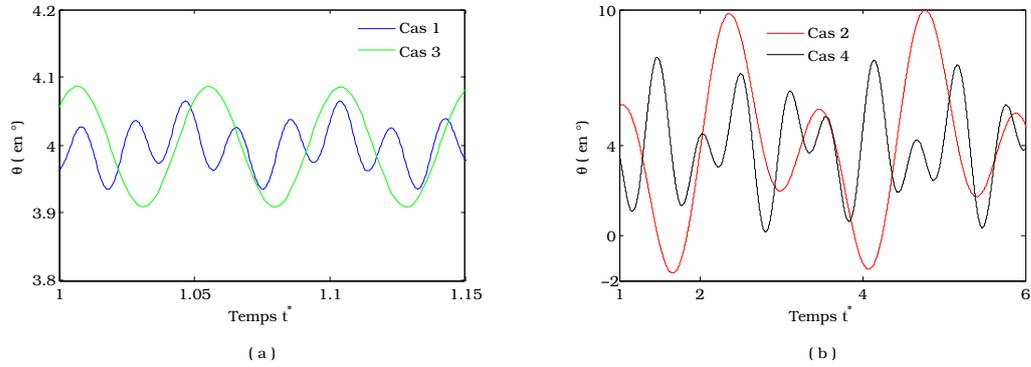


Fig. II.17 – Déplacement de la structure dans les quatre cas (tangage)

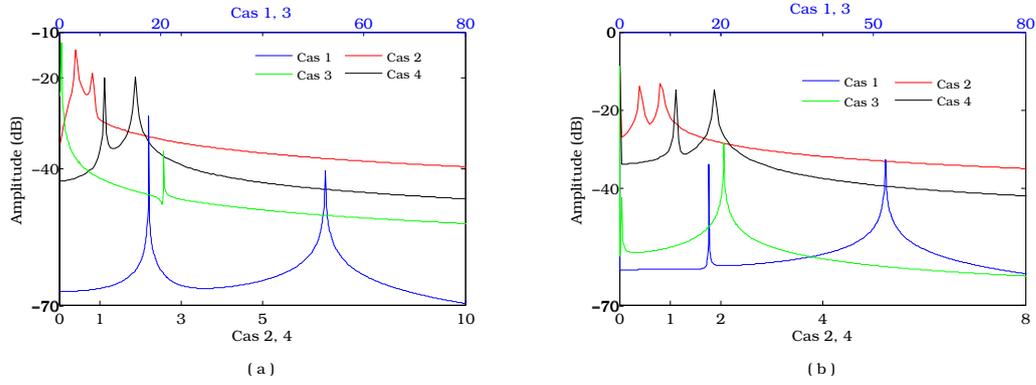


Fig. II.18 – Fréquence de (a) pilonnement et (b) tangage

			Cas 1	Cas 2	Cas 3	Cas 4
<b>Fréquence induite</b>	en $\mathcal{Y}$	1 <sup>er</sup> pic	17.658	0.425475	0.425475	1.0638
		2 <sup>ème</sup> pic	52.335	0.85095	20.529	1.91475
	en $\theta$	1 <sup>er</sup> pic	17.658	0.425475	0.425475	1.0638
		2 <sup>ème</sup> pic	52.335	0.85095	20.529	1.91475

Tab. II.2 – Fréquences de pilonnement et tangage dans les 4 cas

Afin d'identifier les phénomènes directement liés au mouvement couplé tangage-pilonnement, considérons l'équation de l'hydrofoil en pilonnement pur suivante :

$$\ddot{\mathcal{Y}}^* + \omega_y^{*2} \mathcal{Y}^* = \mathcal{C}_1 C_L \quad (\text{II.31})$$

En absence des efforts dus au fluide ( $C_L$ ), la solution de l'équation (II.31) est périodique et sinusoidale (Fig. II.19). Dans ce cas, la fréquence d'oscillation du mouvement reste égale à la fréquence propre de la structure.

De la même façon, l'équation de l'hydrofoil en tangage pur est donnée par

$$(1 - C_3) \ddot{\theta}^* + \omega_{\theta}^{*2}(\theta - \beta) = -C_4 C_D \sin \theta - C_4 C_L \cos \theta \quad (\text{II.32})$$

Dans le cas où  $C_L = 0$  et  $C_D = 0$  (système dynamique libre), la solution de l'équation (II.32) est également périodique et sinusoidale (Fig. II.20). La fréquence d'oscillation du mouvement est égale à la fréquence propre de la structure. Les coefficients  $C_1$  et  $C_2$  sont définis dans l'équation (Eq. II.24).

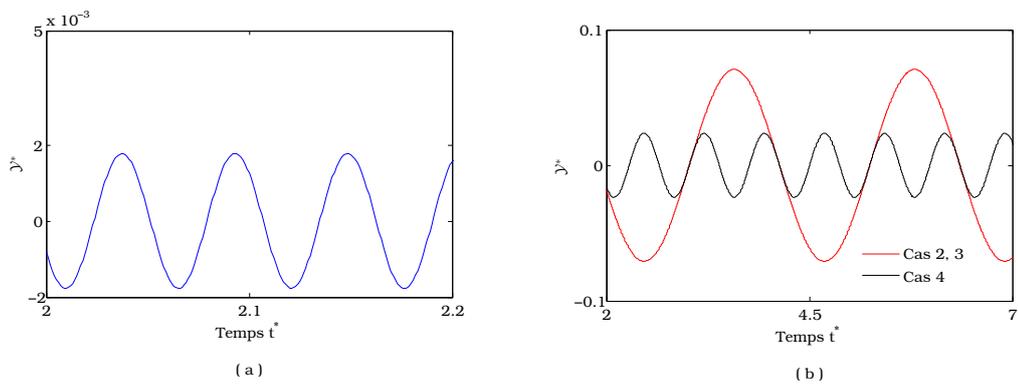


Fig. II.19 – Dynamique de la structure en pilonnement pur

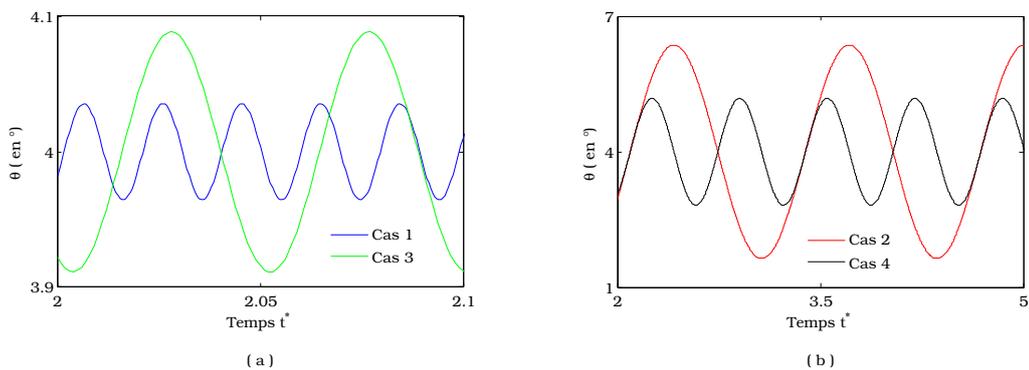


Fig. II.20 – Dynamique de la structure en tangage pur

## II.3 Conclusion

Dans ce chapitre, les équations de la dynamique du fluide et de la structure sont présentées. L'équation de Navier-Stokes en formulation ALE a été résolue numériquement, en utilisant le code en éléments finis Castem, pour différents angles d'incidences de l'hydrofoil immobile. Une analyse des coefficients hydrodynamiques ainsi que la position du centre de poussée a été réalisée, en fonction de l'angle d'incidence. Par ailleurs, la méthode de déplacement du maillage ainsi que la stratégie de maillage correspondante, au vu d'une étude IFS (dans le prochain chapitre), est présentée. Aussi, une étude de la sensibilité des résultats numériques au maillage est effectuée. En outre, la résolution de l'équation de la dynamique de l'hydrofoil en tangage et pilonnement, en utilisant le schéma de Newmark, a été présentée. Quatre cas, correspondant à différentes fréquences propres de la structure ont été étudiés. Il a été constaté que le mouvement couplé pilonnement-tangage influe sur les fréquences et amplitudes des mouvements. Il s'agit d'une étude préliminaire pour aborder dans le prochain chapitre, le problème couplé fluide-structure.

## CHAPITRE III

# DYNAMIQUE D'UN HYDROFOIL IMMERGÉ

### Sommaire

---

<b>III.1 Problème couplé en interaction fluide-structure . . . . .</b>	<b>72</b>
III.1.1 Algorithme de couplage . . . . .	73
<b>III.2 Ecoulement autour d'un hydrofoil en mouvement forcé . . . . .</b>	<b>75</b>
III.2.1 Mouvement de pilonnement pur . . . . .	75
III.2.2 Mouvement de tangage pur . . . . .	79
III.2.3 Hydrofoil en tangage et pilonnement . . . . .	83
<b>III.3 Dynamique d'un hydrofoil dans un fluide au repos . . . . .</b>	<b>86</b>
III.3.1 Mouvement de pilonnement pur . . . . .	87
III.3.2 Mouvement de tangage pur . . . . .	90
III.3.3 Mouvement de pilonnement et tangage . . . . .	93
<b>III.4 Dynamique d'un Hydrofoil dans un fluide en écoulement . . . . .</b>	<b>97</b>
III.4.1 Mouvement de pilonnement pur . . . . .	97
III.4.2 Mouvement de tangage pur . . . . .	99
III.4.3 Hydrofoil en pilonnement et tangage . . . . .	101
<b>III.5 Conclusion . . . . .</b>	<b>104</b>

---

L'étude réalisée dans les chapitres précédents est complétée dans ce chapitre, en considérant le problème couplé fluide-structure. La dynamique de la structure, la variation de la force hydrodynamique ainsi que l'évolution du centre de poussée sont analysées. Trois configurations sont étudiées : structure en mouvement forcé dans un fluide en écoulement, structure en mouvement libre dans un fluide au repos et une structure en mouvement libre dans un fluide en écoulement. Le problème couplé est résolu en utilisant l'algorithme de couplage explicite, défini au chapitre I, adapté au cas de l'équation de Navier-Stokes en formulation ALE et de l'équation de la dynamique de l'hydrofoil.

### III.1 Problème couplé en interaction fluide-structure

Dans ce cas, la dynamique de la structure dépend des forces que le fluide exerce sur celle-ci. Inversement, l'écoulement du fluide est modifié localement par le mouvement de la structure. Le couplage a lieu ainsi à l'interface entre le fluide et la structure. Dans l'équation de Navier-Stokes en formulation ALE, le couplage est pris en compte à la fois par les conditions aux limites à l'interface fluide-structure, la mobilité du domaine  $\Omega_f(t)$  ainsi que la présence de la vitesse  $w$  de déplacement du domaine fluide dans l'équation. Ces derniers points dépendent eux-mêmes du déplacement de la structure.

L'équation de Navier-Stokes en formulation ALE est donnée sous la forme adimensionnelle suivante,

$$\left\{ \begin{array}{ll} \frac{\partial u^*}{\partial t} + ((u^* - w^*) \cdot \nabla) u^* = \frac{1}{Re} \Delta u^* - \nabla^* p^* & \text{sur } \Omega_f \quad (a) \\ \nabla^* \cdot u^* = 0 & \text{sur } \Omega_f \quad (b) \end{array} \right. \quad (\text{III.1})$$

L'équation de la dynamique de la structure est donnée sous la forme adimensionnelle suivante :

$$\left\{ \begin{array}{l} (1 - C_3 \sin^2 \theta) \ddot{\theta}^* - C_2 \cos(\theta) \ddot{y}^* - \frac{C_3}{2} \dot{\theta}^{*2} \sin(2\theta) + \omega_\theta^2 \theta = \omega_\theta^{*2} \beta + \mathcal{M}^* \\ -\frac{H}{c} \cos(\theta) \ddot{\theta}^* + \ddot{y}^* + \frac{H}{c} \dot{\theta}^{*2} \sin(\theta) + \omega_y^{*2} y^* = F_y^* \end{array} \right. \quad (\text{III.2})$$

où  $F_y^*$  est la force de portance adimensionnelle et  $\mathcal{M}^*$  le moment adimensionnel de la force hydrodynamique dus au fluide en écoulement. Les conditions de continuité des vitesses et continuité des efforts sont imposés à l'interface. Elles sont données par :

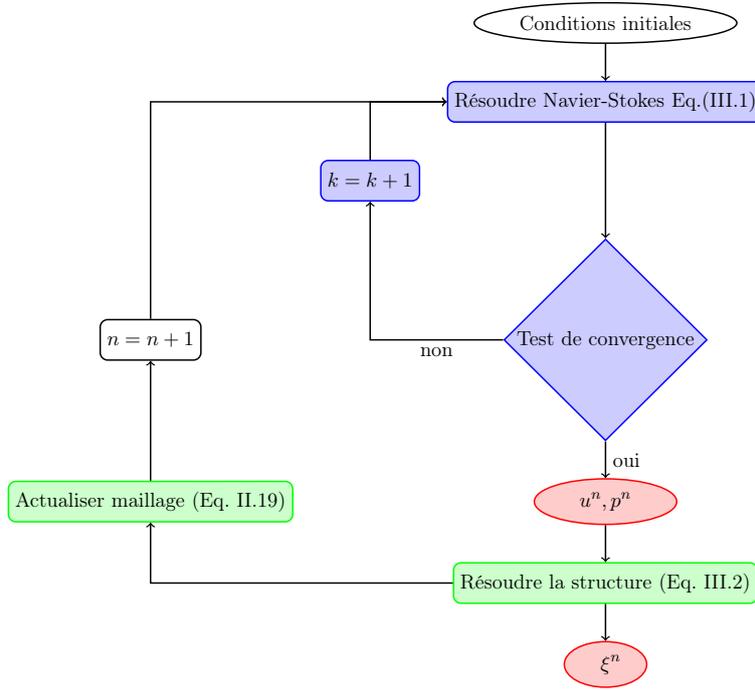
$$\left\{ \begin{array}{ll} u^* = \dot{\xi}^* & \text{sur } \Gamma \quad (a) \\ F_y^* = \frac{2}{\rho_f U_\infty^2 c} \int_{\Gamma} (\sigma_f|_z \cdot \vec{n}|_{|\Gamma}) dl & \text{sur } \Gamma \quad (b) \\ \mathcal{M}^* = \frac{2}{\rho_f U_\infty^2 c^2} \int_{\Gamma} [(\sigma_f \wedge \overrightarrow{AE}) \cdot \vec{n}|_{|\Gamma}] dl & \text{sur } \Gamma \quad (c) \end{array} \right. \quad (\text{III.3})$$

L'algorithme de couplage explicite, étudié au chapitre I (Fig. I.2), adapté à un problème couplé  $2d$  (Fig. III.1) est utilisé pour la résolution du problème.

### III.1.1 Algorithme de couplage

Le schéma de couplage explicite peut être décrit selon les étapes suivantes (représentées dans la figure III.1) :

- a. Résolution du problème fluide (Eq. III.1)
- b. Résolution du problème structure (Eq. III.2)
- c. Actualisation du maillage (Eq. II.19)

Fig. III.1 – Algorithme de couplage explicite [Rajaomazava III<sup>d</sup> et al., 2012]

Le déplacement  $\xi$  de la structure est donné, en fonction de  $\mathcal{Y}$  et  $\theta$ , par la relation suivante :

$$\xi^n = \mathcal{R}(\delta\theta) \overrightarrow{E^{n-1}A^{n-1}} + \overrightarrow{\delta\mathcal{Y}} \quad (\text{III.4})$$

où  $A^{n-1}$  est un point quelconque de l'hydrofoil à l'instant  $t^{n-1}$ ,  $\delta\theta = \theta^n - \theta^{n-1}$ ,  $\overrightarrow{\delta\mathcal{Y}} = (\mathcal{Y}^n - \mathcal{Y}^{n-1}) \overrightarrow{j}$  est le vecteur de déplacement vertical de  $E$  et  $\mathcal{R} = \begin{pmatrix} \cos(\delta\theta) - 1 & \sin(\delta\theta) \\ -\sin(\delta\theta) & \cos(\delta\theta) - 1 \end{pmatrix}$ .

Le déplacement  $\xi_f$  du domaine fluide est défini, en fonction de  $\xi$ , par la relation suivante (voir Eq. I.2) :

$$\xi_f = Ext_{\Omega_f}(\xi) \quad \text{sur } \Omega_f \quad (\text{III.5})$$

$Ext_{\Omega_f}(\cdot)$  étant un opérateur d'extension arbitraire. La vitesse  $w$  de déplacement du domaine fluide est donnée par (voir Eq. I.2) :

$$w = \partial_t \xi_f \quad \text{sur } \Omega_f \quad (\text{III.6})$$

Elle est obtenue en résolvant l'équation de diffusion (II.19).

## III.2 Ecoulement autour d'un hydrofoil en mouvement forcé

Dans cette section, la structure est supposée être en mouvement forcé. L'écoulement du fluide n'a aucun effet sur la dynamique de la structure. En revanche, celle-ci modifie l'écoulement du fluide. Par conséquent, les charges hydrodynamiques ne sont pas prises en compte dans l'équation du système dynamique (Eq. III.2).

Les mouvements de pilonnement et de tangage sont d'abord étudiés séparément. Ensuite, les phénomènes physiques induits par le couplage des deux mouvements sont analysés. Les quatre cas présentés au tableau (II.1) sont étudiés.

### III.2.1 Mouvement de pilonnement pur

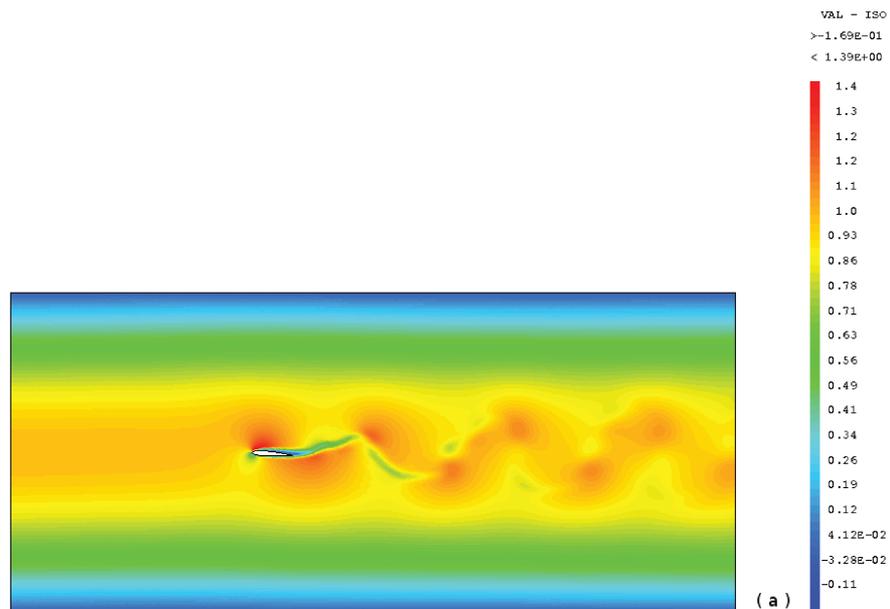


Fig. III.2 – Composante en  $x$  du champ de vitesse  $u$  à  $t^* = 4.2$ . Cas 3.

L'équation de la dynamique de l'hydrofoil en pilonnement (Eq. II.31) est considérée dans ce cas. L'angle d'attaque de l'hydrofoil en équilibre est  $\beta = 4^\circ$  et les conditions initiales suivantes  $\ddot{\mathcal{Y}}_0 = \mathcal{Y}_0 = 0$ ,  $\dot{\mathcal{Y}}_0 = 0.2$  sont imposées au système dynamique. Le mouvement de l'hydrofoil est périodique et sinusoïdal (Fig. II.19).

La figure (III.2) représente une composante, suivant l'axe des abscisses  $x$ , du champ de vitesse  $u$  du fluide. Des structures tourbillonnaires sont observées en aval de l'hydrofoil.

Elles sont causées à la fois par le caractère instationnaire de l'écoulement du fluide (décrit au §III.3) et le déplacement en pilonnement de l'hydrofoil. Celles-ci sont également visibles dans la figure (III.3), représentant la composante, suivant l'axe des ordonnées  $y$ , du champ de vitesse  $u$  du fluide. La figure (III.4) représente le champ de pression dans le fluide. De fortes variations sont observées au voisinage de l'obstacle mobile (hydrofoil).

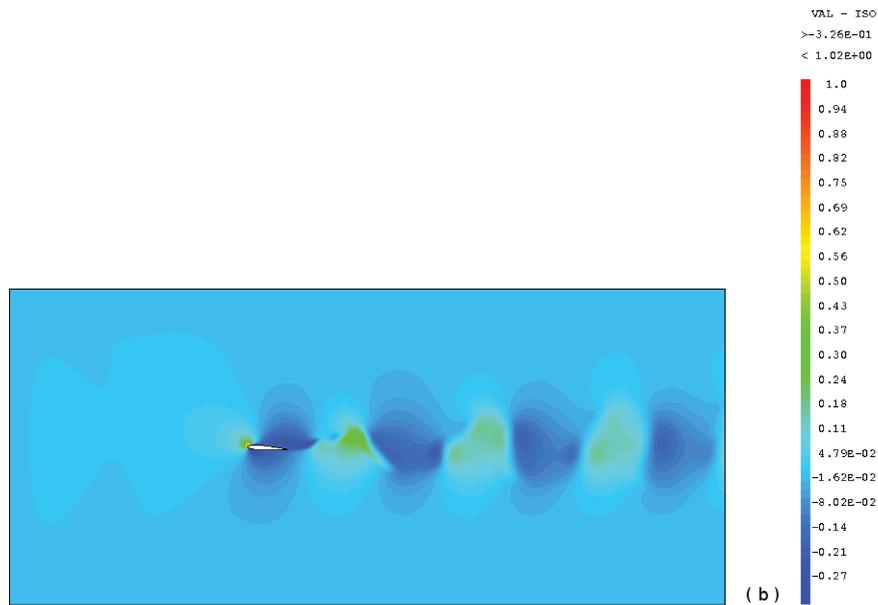


Fig. III.3 – Composante en  $y$  du champ de vitesse  $u$  à  $t^* = 4.2$ . Cas 3.

L'évolution des coefficients de portance est périodique. Elle prend successivement des valeurs positives et négatives et l'amplitude varie suivant le cas étudié (Tab. II.1). L'amplitude la plus élevée correspond au cas 1. On remarque que la portance croît pendant la phase ascendante de l'hydrofoil ( $\mathcal{Y}^* \nearrow$ ) et décroît pendant la phase descendante ( $\mathcal{Y}^* \searrow$ ) avec un léger déphasage entre les deux évolutions, comme le montre la figure (III.5-a) représentant le coefficient de portance en fonction du temps, correspondant au cas 1. Pour les autres cas étudiés, les figures correspondantes sont présentées en annexe B (Fig. VI.20).

Remarquons que, par comparaison au cas 1, l'amplitude de déplacement de l'hydrofoil est plus élevée dans le cas 2 (Fig. II.19) alors que l'amplitude du coefficient de portance  $y$  est plus faible (0,9 pour le cas 2 contre 7,70 pour le cas 1). En effet, l'amplitude de la vitesse de déplacement de l'hydrofoil, qui est aussi la vitesse du fluide à l'interface fluide-structure, dépend du produit fréquence-amplitude de l'hydrofoil. Il est plus élevé pour le cas 1 et très faible pour le cas 2 (Tab. II.1).

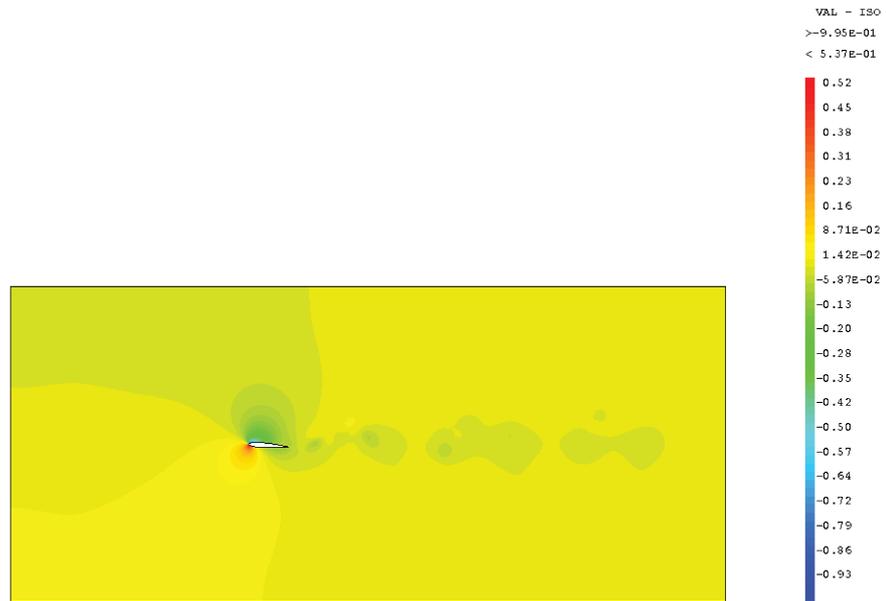


Fig. III.4 – Champ de pression dans le fluide à  $t^* = 4.2$ . Cas 3.

Le coefficient de traînée est également périodique. Il prend une valeur négative uniquement dans le cas 1 (Fig. VI.21) et son amplitude est plus élevée par rapport aux autres cas étudiés (voir annexe B).

Les figures (III.6-a et III.6-b) représentent les variations des coefficients hydrodynamiques en fonction du déplacement de l'hydrofoil. On remarque le phénomène d'hystérésis indiquant la phase entre le pilonnement et la variation des coefficients hydrodynamiques. En effet, à la même position  $\mathcal{Y}^*$  de la structure, les coefficients hydrodynamiques varient en fonction du sens de déplacement de celles-ci (indiqué par une flèche sur les courbes). Les variations de  $C_L$  et  $C_D$  en fonction de  $\mathcal{Y}^*$  sont ainsi périodiques. On remarque que, dans tous les cas étudiés ici, la portance est plus élevée pendant la phase descendante de l'hydrofoil, tandis que la traînée n'est plus élevée pendant la phase descendante que dans les cas 1, 2 et 3 (Fig. III.6-b). L'hystérésis apparaît généralement dans l'étude dynamique des corps portants. On peut citer les travaux d'Yalibi [Yalibi *et al.*, 2012], de Hoo [Hoo *et al.*, 2005] sur lesquels l'hystérésis apparaît pour un hydrofoil en tangage.

La transformée de Fourier (FFT) des portances obtenues dans les différents cas étudiés est représentée dans la figure (III.7-a). On observe la fréquence fondamentale qui correspond à la fréquence propre dans l'air de l'hydrofoil dans chaque cas (ex : cas 1, pic  $1 \simeq 18$ ) et

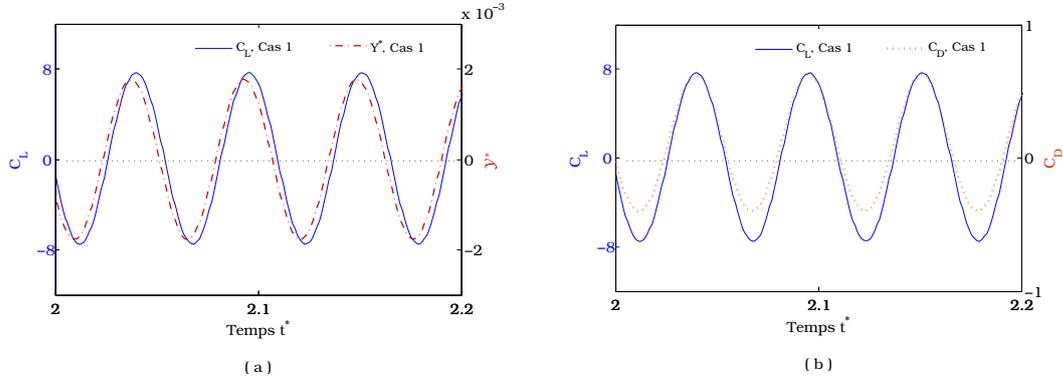


Fig. III.5 – (a)-  $C_L$  et  $\gamma^*$  en fonction de  $t^*$ . (b)-  $C_L$  et  $C_D$  en fonction de  $t^*$ . Cas 1.

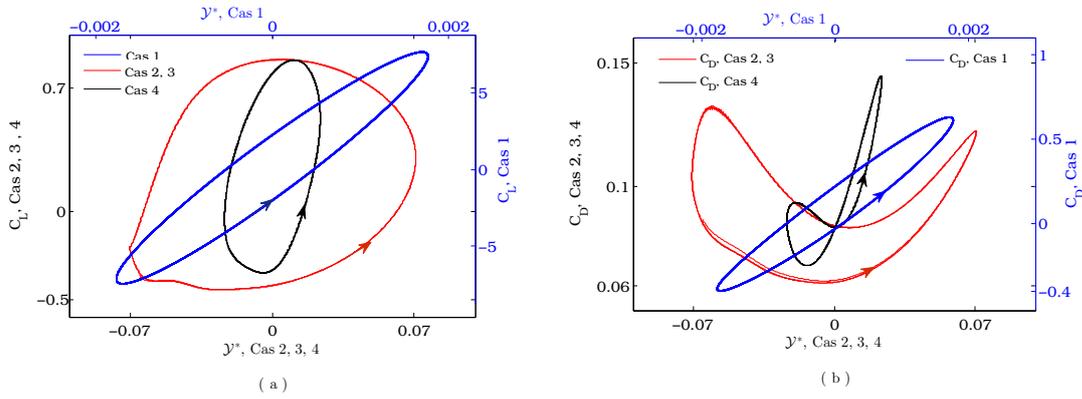


Fig. III.6 –  $C_L$  en fonction de  $\gamma^*$

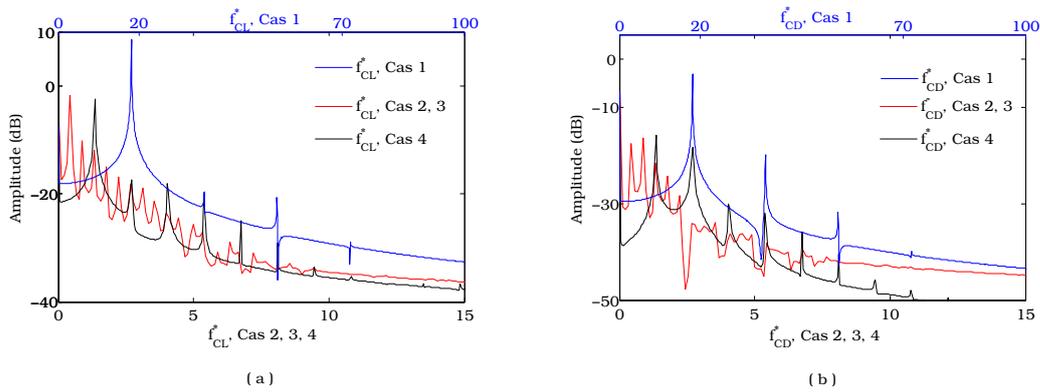


Fig. III.7 – Fréquence adimensionnelle de la portance (a) et de la traînée (b)

des harmoniques multiples de la fondamentale (pic 2  $\simeq$  36, pic 3  $\simeq$  54, ...). Les mêmes observations sont constatées pour les fréquences des traînées. Le spectre est composé de la

fréquence fondamentale et de ses harmoniques (Fig. III.7-b).

### Position du centre de poussée

La position du centre de poussée est donnée par l'équation (Eq. II.26). Elle dépend de la position de l'hydrofoil ainsi que de l'écoulement du fluide autour. La figure (III.8-a) représente la distance adimensionnelle entre le bord d'attaque et le centre de poussée de l'hydrofoil dans les quatre cas étudiés, tandis que la figure (III.8-b) représente un zoom sur le cas 1. A l'état statique de l'hydrofoil avec un angle d'attaque  $\beta = 4^\circ$ , le centre de poussée se situe à une distance de 0.21 du bord d'attaque. Les variations, liées au caractère instationnaire de l'écoulement du fluide, sont de l'ordre de  $10^{-3}$ . Lorsque l'hydrofoil est en mouvement, des points singuliers apparaissent d'une façon périodique, dont la période dépend de la fréquence d'oscillation de l'hydrofoil, dans l'évolution du centre de poussée. En effet, ceux-ci correspondent aux instants (ou aux positions de l'hydrofoil) où les forces hydrodynamiques s'annulent (Fig. III.5-b). Toutefois, une valeur moyenne de la position du centre de poussée par rapport au bord d'attaque (Fig. III.8-a) peut être observée. Elle est donnée en annexe B dans le tableau (VI.3) pour chacun des cas.

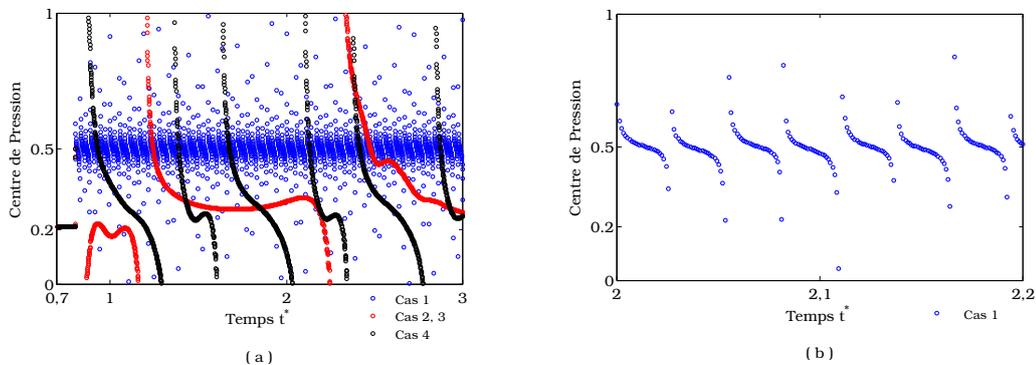


Fig. III.8 – Evolution du centre de poussée

### III.2.2 Mouvement de tangage pur

Dans ce cas, l'équation de la dynamique de l'hydrofoil est donnée par (Eq. II.32). L'angle d'attaque de l'hydrofoil en équilibre est  $\beta = 4^\circ$  et les conditions initiales suivantes  $\ddot{\theta}_0 = 0$ ,  $\dot{\theta}_0 = 0.2$ ,  $\theta_0 = \beta$  sont imposées au système dynamique. Le mouvement de l'hydrofoil est périodique et sinusoïdal (Fig. II.20).

La figure (III.9) représente la composante, suivant l'axe des abscisses  $x$ , du champ de vitesse

$u$  du fluide dans le cas 2 (voir Tab. II.1). Un sillage périodique, causé par le déplacement en tangage de l'hydrofoil, est observé en aval de l'hydrofoil.

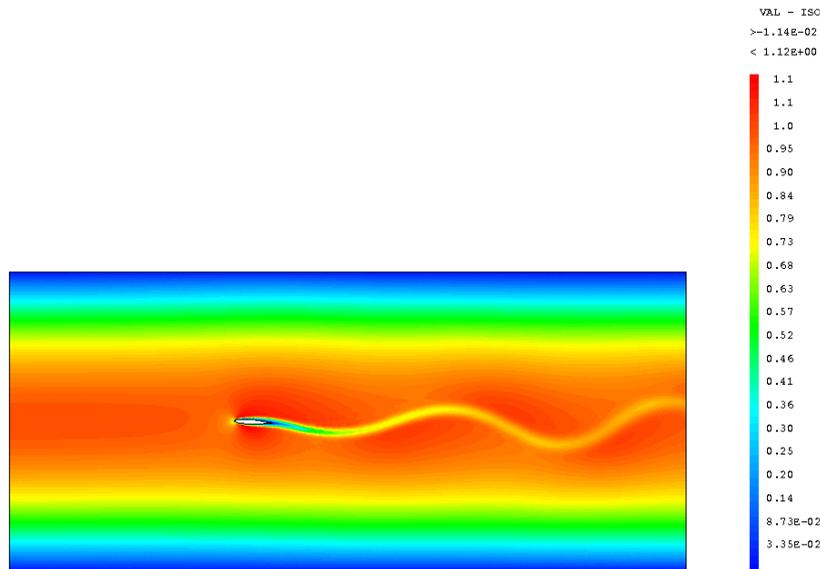


Fig. III.9 – Composante en  $x$  du champ de vitesse  $u$  à  $t^* = 5.4$ . Cas 2.

L'évolution du coefficient de portance est périodique dans les quatre cas étudiés. Il prend des valeurs négatives dans les cas 1 et 3. L'amplitude des oscillations de l'hydrofoil autour de  $\beta$  est plus faible dans les cas 1 et 3 en comparaison aux autres cas (Fig. II.20). En revanche l'amplitude d'oscillation du coefficient de portance dans ces cas est plus élevée (Fig. VI.22). En effet, les fréquences propres choisies dans les cas 1 et 3 (Tab. II.1) entraînent des vitesses plus élevées de l'hydrofoil, donc du fluide, à l'interface fluide-structure.

Pour un nombre de Reynolds de 1000, le coefficient de portance dans le cas d'un fluide en écoulement autour d'un hydrofoil immobile, varie entre 0 à 1.39 en fonction de l'angle d'attaque allant de 0 à  $34^\circ$  (Fig. II.15). Dans le cas d'un hydrofoil en mouvement de tangage, ce coefficient peut prendre des valeurs allant de  $-2.48$  à  $2.83$ . Les figures (III.10-a) et (III.10-b) montrent l'évolution des coefficients hydrodynamiques en fonction de  $\theta$  dans les quatre cas étudiés. On remarque qu'à la même position  $\theta$  de la structure, les coefficients hydrodynamiques varient en fonction du sens de déplacement de celle-ci (indiquée par une flèche sur les courbes). En effet, l'écoulement au voisinage de l'obstacle varie en fonction de son déplacement. La figure (III.11) montre le sillage de l'hydrofoil à un angle d'attaque  $\theta = 3.2^\circ$  pendant sa phase ascendante (à  $t^* = 4.6$ ) puis descendante (à  $t^* = 5.4$ ). Les

variations de  $C_L$  et  $C_D$  en fonction de  $\theta$  sont cependant périodiques.

A la différence du cas précédent (hydrofoil en pilonnement pur), dans le cas du tangage les coefficients hydrodynamiques sont plus élevés pendant la phase ascendante de l'hydrofoil. Pour les cas où la fréquence réduite est inférieure ou approximativement égale à 1 (cas 2 et 4), les coefficients hydrodynamiques croissent pendant la phase ascendante ( $\theta \nearrow$ ) et décroissent pendant la phase descendante ( $\theta \searrow$ ). En revanche, pour les cas où la fréquence réduite est supérieure à 1 (cas 1 et 3), les coefficients hydrodynamiques décroissent pendant la phase ascendante et croissent pendant la phase descendante.

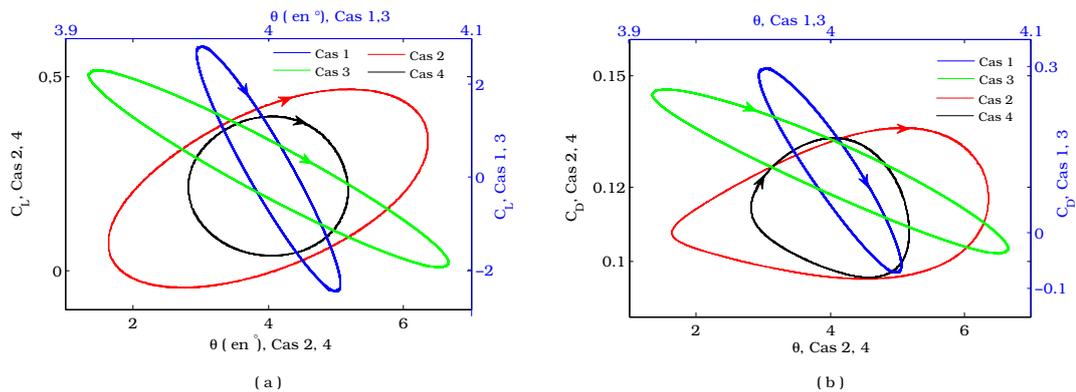


Fig. III.10 –  $C_L$  et  $C_D$  en fonction de  $\theta$

L'analyse des spectres de fréquences des forces hydrodynamiques, des cas étudiés (Tab. II.1), montrent la présence d'une fréquence fondamentale dans chacun des quatre cas (Fig. III.12-a et b). Celle-ci correspond (avec un écart de 0.87%) à la fréquence propre dans l'air de l'hydrofoil dans chaque cas. On observe également des fréquences harmoniques correspondants aux multiples des fréquences fondamentales avec de faibles amplitudes.

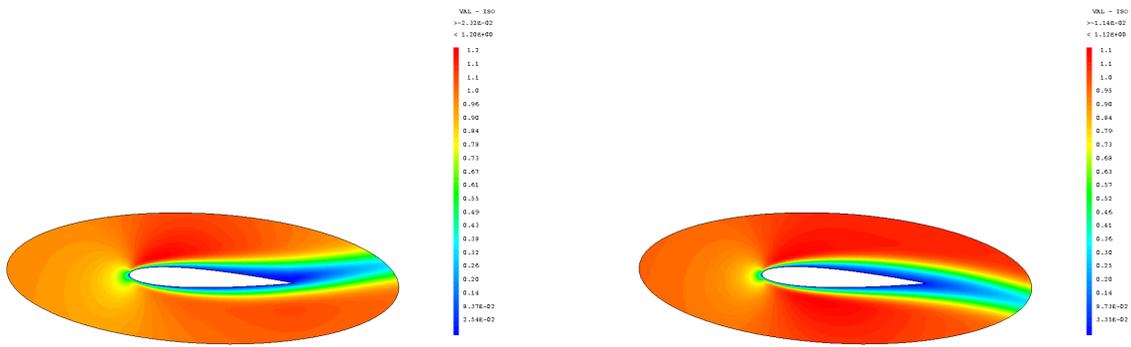


Fig. III.11 – Sillage pendant les phases ascendante (g) puis descendante (d) de l'hydrofoil en tangage. Cas 2.

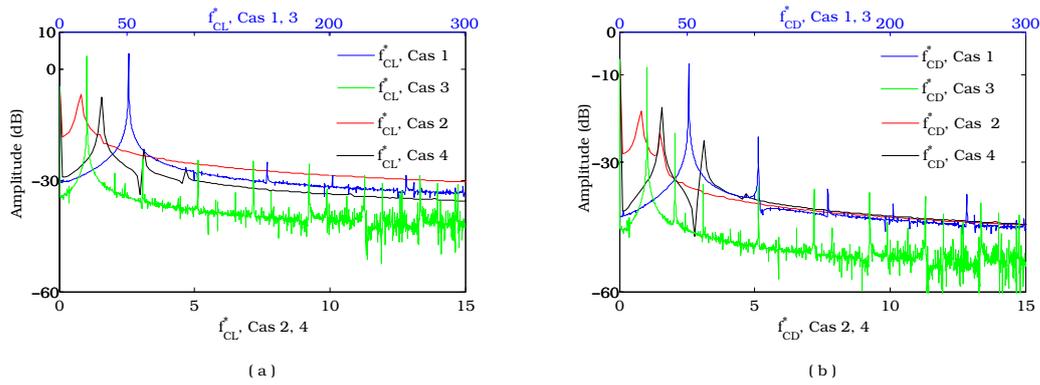


Fig. III.12 – Fréquence adimensionnelle de la portance (a) et de la traînée (b)

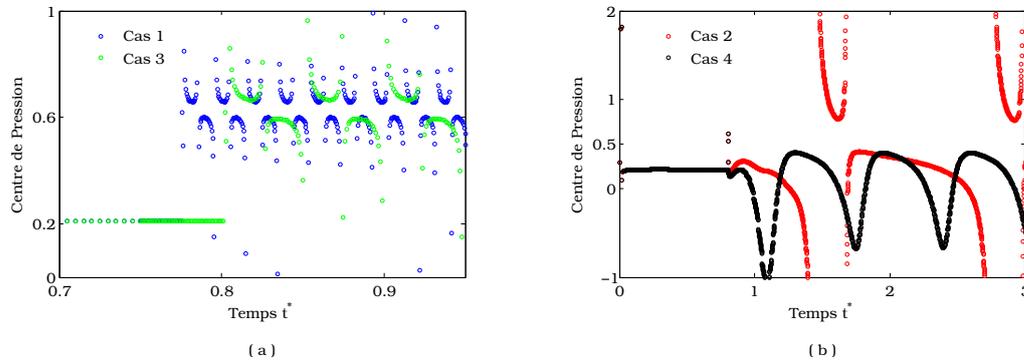


Fig. III.13 – Évolution du centre de poussée

### Position du centre de poussée

Les figures (III.13-a) et (III.13-b) montrent la distance algébrique adimensionnelle entre le bord d'attaque et la position du centre de poussée de l'hydrofoil. À  $t^* \lesssim 0.8$ , celle-ci correspond à la position du centre de poussée dans le cas d'un hydrofoil immobile à un angle d'incidence  $\beta = 4^\circ$ . Le centre de poussée se déplace le long de la corde, dès que l'hydrofoil se met en mouvement de tangage. Des points singuliers, dus à l'annulation des efforts hydrodynamiques, apparaissent de façon périodique dans la fonction décrivant l'évolution du centre de poussée pour les cas 1, 2 et 3. Ces points singuliers n'apparaissent pas dans le cas 4, car dans ce cas les coefficients hydrodynamiques sont strictement positifs (voir les figures VI.22 et VI.23). Toutefois, une valeur moyenne de la position du centre de poussée par rapport au bord d'attaque, peut être observée. Elle est donnée en annexe B dans le tableau (VI.3) pour chacun des cas.

### III.2.3 Hydrofoil en tangage et pilonnement

L'équation de la dynamique de l'hydrofoil en tangage et pilonnement est donnée par l'équation (III.2). L'angle d'attaque de l'hydrofoil en équilibre est fixé à  $\beta = 4^\circ$ . Les conditions initiales suivantes  $\theta_0 = \beta$ ,  $\mathcal{Y}_0 = 0$ , et  $\dot{\mathcal{Y}}_0 = \dot{\theta}_0 = 0.2$  sont imposées. La dynamique de l'hydrofoil seul en pilonnement et tangage est étudiée dans le chapitre (II). Les trajectoires en deux degrés de liberté sont présentées sur les figures (II.16) et (II.17). Le mouvement de l'hydrofoil est pseudo-périodique (pour  $\mathcal{Y}$  et pour  $\theta$ ) et l'analyse fréquentielle a montré l'existence de deux fréquences bien distinctes (Fig. II.18).

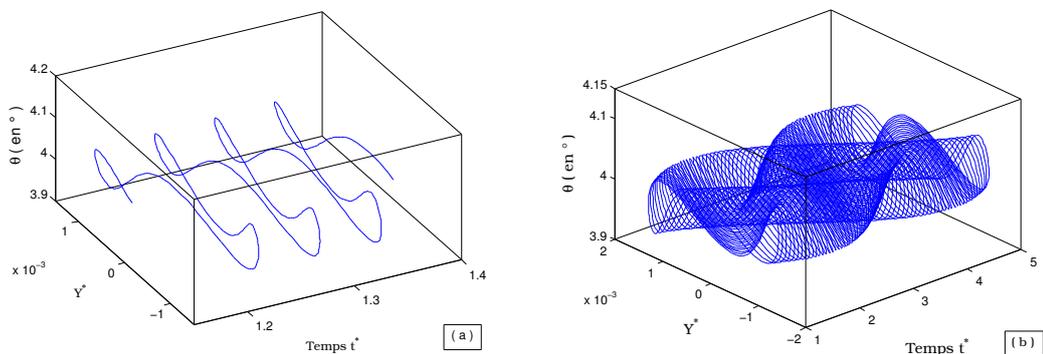


Fig. III.14 – Dynamique de l'hydrofoil en pilonnement et en tangage, Cas 1

Une représentation de la dynamique de l'hydrofoil en fonction du pilonnement, du tangage

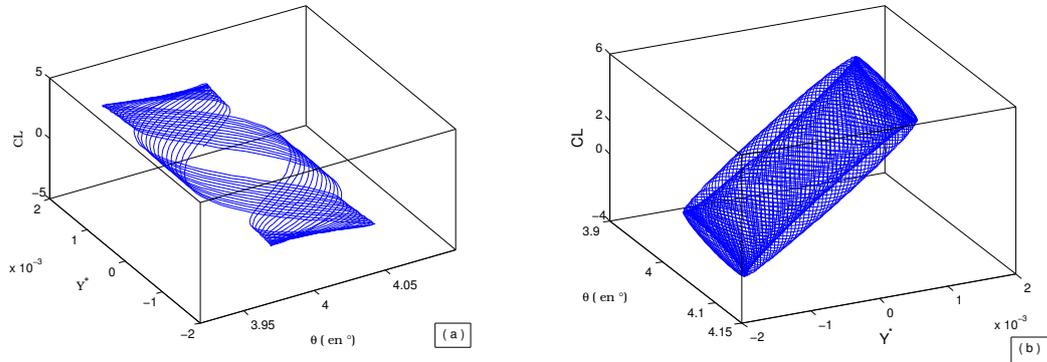


Fig. III.15 – Coefficients de portance, Cas 1

et du temps est représentée sur la figure (III.14) pour le cas 1. On remarque la nature pseudo-périodique du mouvement (Fig. III.14-a). Avec une observation plus longue, un déphasage par rapport à la première période est observable (Fig. III.14-b). Le déplacement de l'hydrofoil est composé des mouvements à basse et haute fréquences. Les mêmes remarques sont observées pour les autres cas présentés en annexes B (Fig. VI.26, VI.27, VI.28).

L'évolution de la portance est également pseudo-périodique. À la même position  $\mathcal{Y}$  de la structure, il peut y avoir plusieurs valeurs différentes de coefficients de portances. Ces valeurs peuvent aller au-delà des deux valeurs observées dans les cas de l'hydrofoil en pinnement pur et hydrofoil en tangage pur. La même observation est constatée pour les coefficients hydrodynamiques par rapport à  $\theta$ . Une illustration correspondant au cas 1 est présentée dans la figure (III.15-a). Elle montre l'évolution du coefficient de portance en fonction de  $\theta$  et  $\mathcal{Y}$  durant quelques périodes. Après plusieurs périodes, cette fonction finit par représenter un courbe de Lissajous (Fig. III.15-b). Al-Mdallal *et al.* [Al-Mdallal *et al.*, 2007] a effectué des travaux sur la relation entre la fréquence de lâcher tourbillonnaire et la fréquence propre de la structure pour un cylindre en mouvement forcé dans un écoulement. Ils ont démontré que les courbes de Lissajous non périodiques indiquent qu'il n'existe pas d'accrochage fréquentiel de la portance avec le mouvement de la structure. Cela se traduit sur le sillage proche du bord de fuite : les tourbillons ne sont pas accrochés à la structure. L'évolution du coefficient de traînée forme également une forme géométrique de Lissajous. Les figures représentant les coefficients de portance et de traînée en fonction du temps et en fonction de  $\theta$ ,  $\mathcal{Y}$ , pour les autres cas étudiés, sont données en annexe B.

L'analyse des spectres des fréquences des coefficients de portance montre la présence de

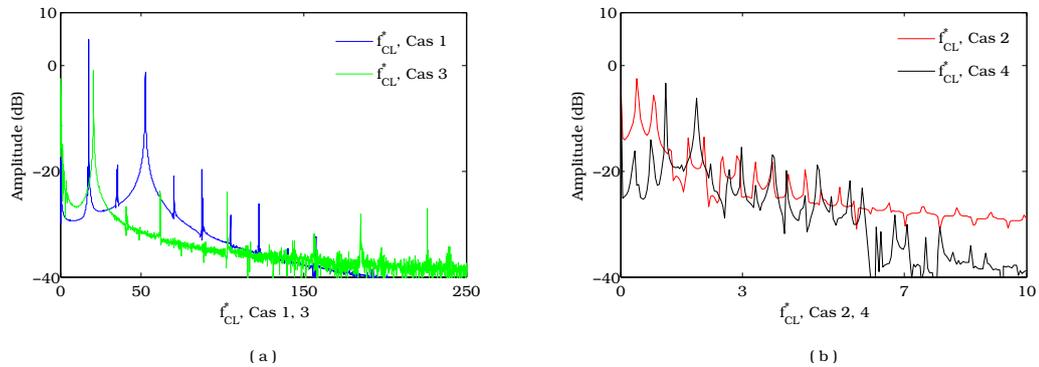


Fig. III.16 – Fréquence adimensionnée de la portance en tangage et pilonnement

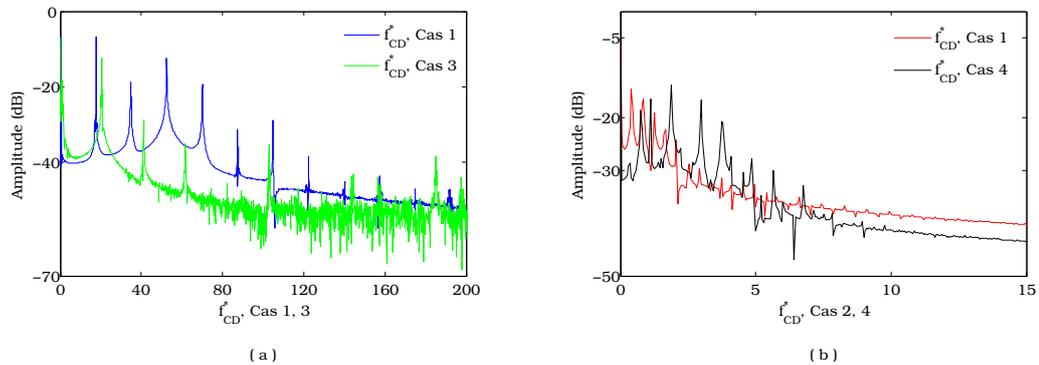


Fig. III.17 – Fréquence adimensionnée de la traînée en tangage et pilonnement

deux fréquences fondamentales qui correspondent aux fréquences dues au couplage des mouvements de pilonnement et tangage (Tab. II.2). Pour les cas 1, 2 et 3, les harmoniques sont composés des harmoniques de la première fondamentale et de celui de la seconde fondamentale. Pour le cas 4, on trouve des pics de fréquences secondaires, de faible amplitude, qui sont différents des harmoniques des deux fondamentales (Fig. III.16). Les mêmes tendances peuvent être observées pour les coefficients de traînée (Fig. III.17). Le spectre est composé des mêmes fréquences que celles des coefficients de portances mais avec des amplitudes beaucoup plus faibles.

### Position du centre de poussée

L'existence des points singuliers dans l'évolution de la position du centre de poussée, due principalement à l'annulation des charges hydrodynamiques, a été observée dans le cas d'un hydrofoil en pilonnement pur et tangage pur. Les coefficients de portance et de traî-

née prennent successivement dans le cas du mouvement couplé pilonnement-tangage, des valeurs négatives puis positives (Fig. VI.24, Fig. VI.25), ce qui entraîne l'apparition des points singuliers. Les analyses précédentes ont montré que les mouvements de l'hydrofoil ne sont pas périodiques dans le cas du pilonnement et tangage. Par conséquent, l'évolution du centre de poussée n'est pas périodique (Fig. III.18). Elle est différente des cas de pilonnement pur ou tangage pur. À la différence des cas précédents (pilonnement pur et tangage pur), les positions sont distribuées autour d'une valeur moyenne mais avec un écart-type plus important (exemple : cas 1, Fig. III.18-a).

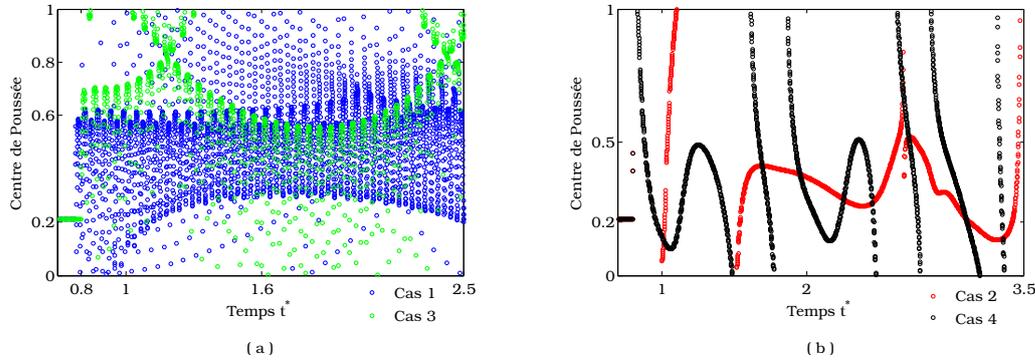


Fig. III.18 – Evolution du centre de poussée

### III.3 Dynamique d'un hydrofoil dans un fluide au repos

Le couplage fluide structure est considéré dans cette section. On considère un fluide initialement au repos. L'écoulement est généré par le mouvement de la structure, toute la dynamique propre dépend des conditions initiales imposées. L'algorithme de couplage explicite présenté dans la figure (III.1) est utilisé. Les mouvements de pilonnement et de tangage sont initialement dissociés et les 4 cas présentés précédemment sont étudiés avec les mêmes conditions.

La formulation adimensionnelle des équations de Navier-Stokes et de la dynamique de la structure est considérée. Les grandeurs de référence suivantes sont utilisées :  $L_{ref} = c$ ,  $t_{ref} = 1/f$ ,  $U_{ref} = \frac{L_{ref}}{t_{ref}}$ . Le nombre de Stokes ( $St$ ) est donné par  $St = \frac{f c^2}{\nu}$  où  $f$  est la fréquence propre de l'hydrofoil dans l'eau.

### III.3.1 Mouvement de pilonnement pur

L'équation de la dynamique de l'hydrofoil en pilonnement (Eq. II.31) est considérée. L'angle d'attaque de l'hydrofoil est fixé à  $\beta = 4^\circ$ . Les conditions initiales sur la structure sont les suivantes  $\mathcal{Y}_0 = 0$  et  $\dot{\mathcal{Y}}_0 = 0.2$ .

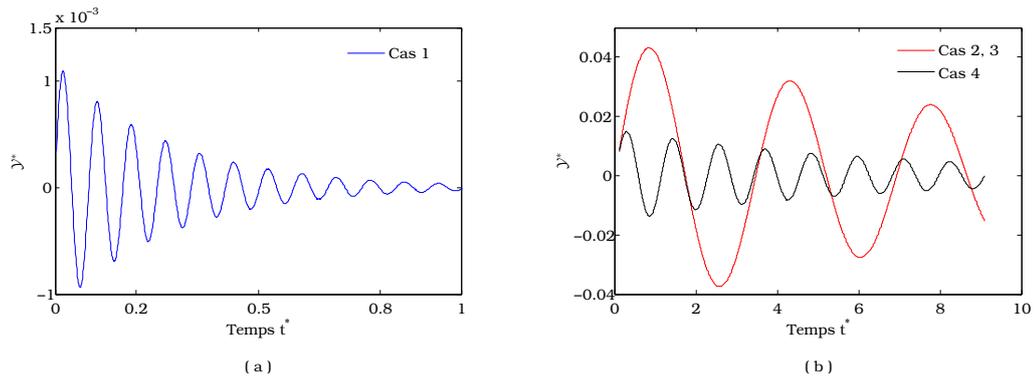


Fig. III.19 – Dynamique de l'hydrofoil en pilonnement pur

Les figures (III.19-a) et (III.19-b) montrent le déplacement de l'hydrofoil en pilonnement. L'hydrofoil est animé d'un mouvement oscillatoire pseudo-périodique. Un amortissement induit par le couplage fluide-structure est observé. Une diminution de l'amplitude maximale est également constatée en comparaison au déplacement de la structure en système forcé.

Le taux d'amortissement  $\zeta$  de la structure dû au fluide, peut être obtenu par la relation suivante :

$$\zeta = \frac{|\delta|}{\sqrt{4n^2\pi^2 + \delta^2}} \quad (\text{III.7})$$

où  $\delta$  représente le décrément logarithmique

$$\delta = \ln \frac{\xi(t + nT_a)}{\xi(t)},$$

et  $T_a$  la pseudo-période du mouvement de l'hydrofoil.

$$T_a = \frac{2\pi}{\omega\sqrt{1 - \zeta^2}}$$

où  $n$  étant le nombre de période séparant les deux maxima des pics d'oscillations  $\xi(t)$  et

$\xi(t + nT_a)$ . Le taux d'amortissement  $\zeta$  obtenu par période, pour chaque cas étudié, est présenté dans la figure (III.20-a). Il est de l'ordre de 0.02% pour le cas 4 et de l'ordre de 0.04% pour les autres cas. L'amortissement maximal est observé au début du couplage, il décroît ensuite avec un taux de décroissance de l'ordre de  $10^{-3}$  à chaque période. L'amortissement de la structure, dû au fluide, est variable et non linéaire en temps, comme l'ont déjà constaté Li [Li, 2007] et Yabili [Yabili *et al.*, 2012] dans leurs travaux expérimentaux et numériques sur un hydrofoil en tangage et en pilonnement. Par ailleurs, dans le cas d'un couplage fluide structure, ils ont proposé un modèle d'amortissement polynomial qui leur a permis de faire correspondre les résultats numériques avec l'expérience.

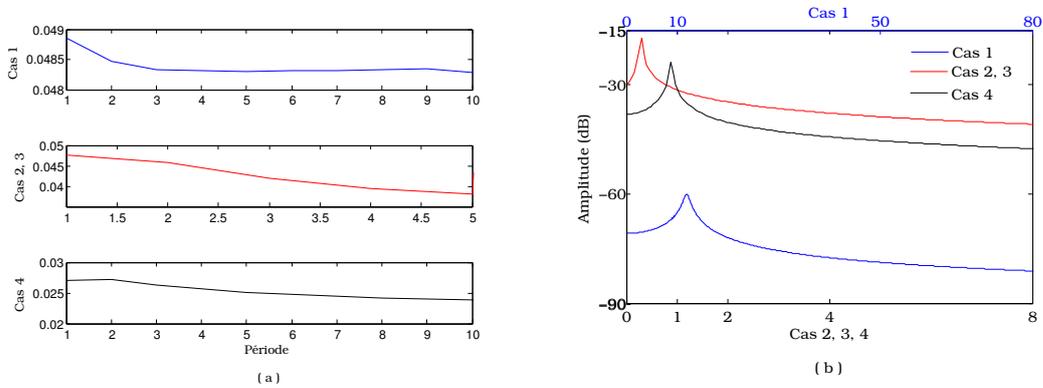


Fig. III.20 – Taux d'amortissements et fréquences adimensionnées en pilonnement

La fréquence du mouvement de pilonnement pur, obtenue par FFT, est présentée dans la figure (III.20-b) pour tous les cas étudiés. Les fréquences  $(f_i)_{i=1,2,3,4}$  en eau au repos, sont inférieures aux fréquences propres correspondantes en air (notée ici  $f_{y_i}$   $_{i=1,2,3,4}$ ). Cette différence traduit l'effet de masse ajoutée qui peut être approximé par la relation suivante [Blevins, 1979] :

$$m_{a_i} = m \left( \frac{f_{y_i}^2}{f_i^2} - 1 \right), \quad i = 1, 2, 3, 4 \quad (\text{III.8})$$

Une méthode de calcul de l'opérateur de masse ajoutée pour n'importe quelle géométrie est présentée dans Benaouicha *et al.* [Benaouicha et Astolfi, 2012]. Cette méthode a été utilisée pour le calcul de masse et moment ajoutés, pour un hydrofoil de type NACA0012 à  $4^\circ$  d'incidence, en mouvement de cavement, pilonnement et tangage. Elle donne

$$M_a = \begin{pmatrix} 0.5617 & 2.364 & 9.21 \cdot 10^{-2} \\ 2.364 & 17.046 & 0.646 \\ 9.211 & 0.646 & 3.66 \cdot 10^{-2} \end{pmatrix} \quad (\text{III.9})$$

La masse ajoutée correspondant au mouvement de pilonnement pur est  $M_a(2, 2) = 17.046 \text{ Kg.m}^{-1}$ . L'équation (III.8) donne respectivement une masse ajoutée de  $18.90 \text{ Kg.m}^{-1}$ ,  $20.78 \text{ Kg.m}^{-1}$ ,  $20.78 \text{ Kg.m}^{-1}$ ,  $19.65 \text{ Kg.m}^{-1}$  pour les cas 1, 2, 3 et 4. Les résultats sont globalement comparables. On observe néanmoins de légers écarts qui peuvent être dus à plusieurs paramètres (numériques, modèle théorique, physique, ...).

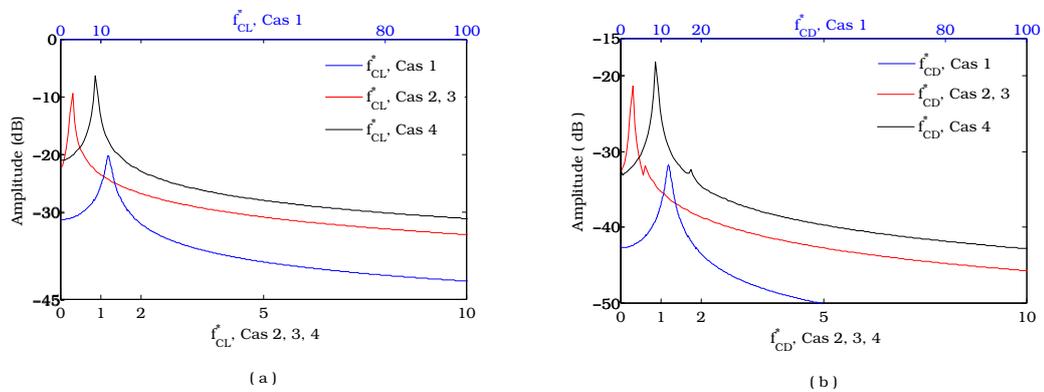


Fig. III.21 – Fréquences adimensionnées de la portance (a) et de la traînée (b)

L'évolution des coefficients de portance et de traînée suit la même évolution que les déplacements de l'hydrofoil, comme le montrent les figures (Fig. VI.36, Fig. VI.37) présentées en annexe (C). Les coefficients prennent des valeurs positives et négatives. Pour les cas 2, 3 et 4, la portance (resp traînée) croît pendant la phase ascendante de l'hydrofoil et décroît dans la phase descendante. Par contre, pour le cas 1, le coefficient de portance (resp traînée) diminue pendant la phase ascendante de l'hydrofoil et croît pendant la phase descendante.

La figure (III.21-a) représente le spectre des fréquences de la portance. Les valeurs sont les mêmes que la fréquence d'oscillation du système. La même fréquence est aussi observée avec le spectre de fréquence de la traînée (Fig. III.21-b).

### Position du centre de poussée

Les coefficients hydrodynamiques ( $C_L, C_D$ ) prennent des valeurs positives et négatives, entraînant ainsi l'existence de points singuliers de la fonction décrivant la position du

centre de poussée. Au voisinage de ces points, celui-ci s'approche du bord de fuite et du bord d'attaque. Loin de ces points singuliers, le centre de poussée se positionne à une distance moyenne adimensionnelle de 0.5 du bord d'attaque (Fig. III.22).

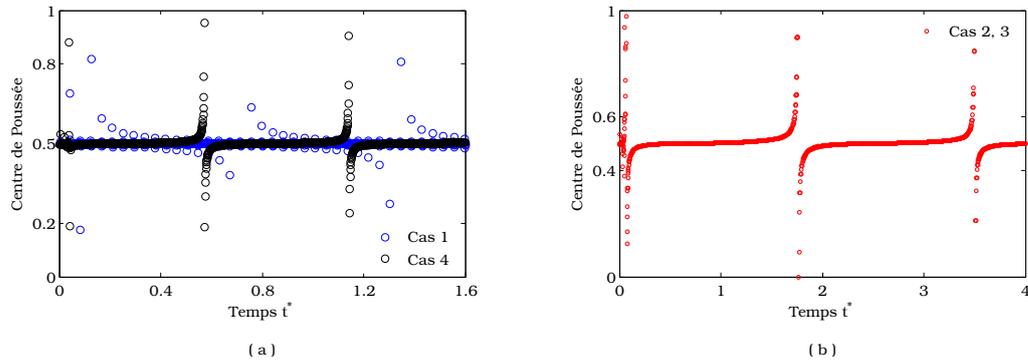


Fig. III.22 – Évolution du centre de poussée

### III.3.2 Mouvement de tangage pur

La dynamique de l'hydrofoil en tangage pur est décrite par l'équation (II.32).  $\theta_0 = \beta$  et  $\dot{\theta}_0 = 0.2$ . La vitesse initiale à l'instant  $t_0^*$  du fluide est nulle partout. Les deux conditions sont imposées. Elle est résolue pour  $\beta = 4^\circ$  (angle d'attaque à l'équilibre), avec les conditions initiales suivantes :

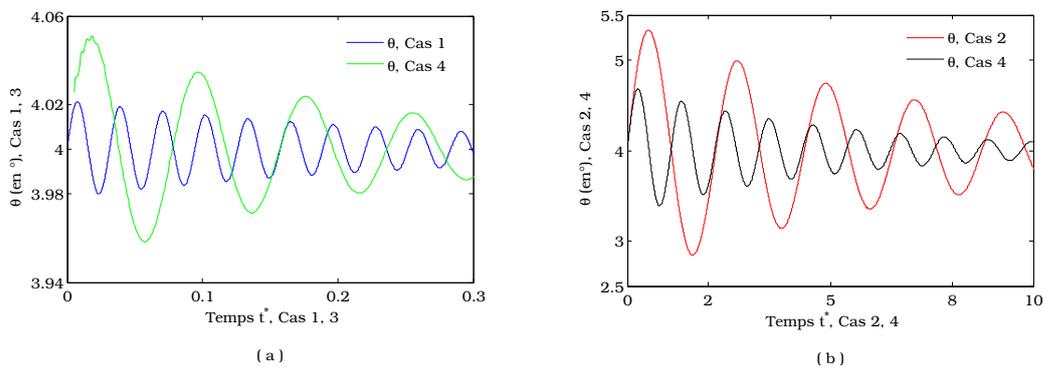


Fig. III.23 – Dynamique de l'hydrofoil en tangage pur

Les figures (III.23-a) et (III.23-b) montrent le déplacement de l'hydrofoil en tangage. L'hydrofoil est muni d'un mouvement oscillatoire pseudo-périodique autour de  $\beta$ . Un amortis-

sement positif est induit par le couplage fluide-structure. Le taux d'amortissement  $\zeta$  est représenté en fonction du temps dans la figure (III.24-a). On remarque que  $\zeta(t)$  n'est pas constant mais décroissant en temps.

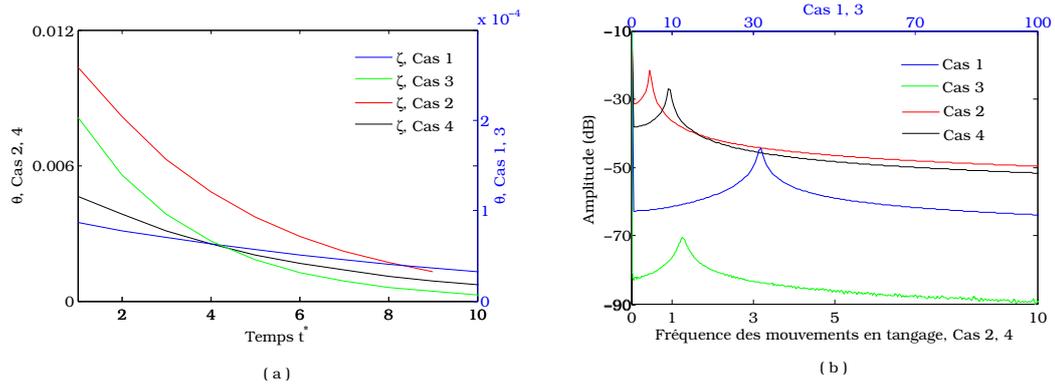


Fig. III.24 – Amortissements et fréquences adimensionnées des mouvements en tangage

Le spectre de fréquence des mouvements en tangage pur représenté dans la figure (III.24-b) montre une fréquence  $f_i$  inférieure à la fréquence propre dans l'air (notée  $f_{\theta_i}$ ,  $i=1,2,3,4$ ). La variation de la fréquence est due au moment ajouté induit par le couplage fluide-structure. Celui-ci peut être approximé en utilisant la formulation suivante :

$$I_{a_1} = J \left( \frac{f_{\theta_i}^2}{f_i^2} - 1 \right), \quad i = 1, 2, 3, 4 \quad (\text{III.10})$$

Les moments ajoutés par unité de longueur obtenus pour les cas 1, 2, 3 et 4 sont respectivement  $3.12 \cdot 10^{-2} \text{Kg.m}$ ,  $3.23 \cdot 10^{-2} \text{Kg.m}$ ,  $3.21 \cdot 10^{-2} \text{Kg.m}$  et  $3.7 \cdot 10^{-2} \text{Kg.m}$ . Ces valeurs sont comparables au moment ajouté,  $M_a(3, 3) = 3.66 \cdot 10^{-2} \text{Kg.m}$ , donné dans la matrice (Eq. III.9).

L'amortissement observé sur la dynamique de l'hydrofoil est aussi observé sur l'évolution des coefficients de portance et de traînée (Fig. VI.38, Fig. VI.39 présentées en annexe). Les coefficients prennent des valeurs positives et négatives. Pour tous les cas, les forces hydrodynamiques décroissent pendant la phase ascendante de l'hydrofoil et croissent pendant la phase descendante. Les fréquences correspondantes sont les mêmes que la fréquence d'oscillation du système pour les cas 1, 2, 3 (Fig. III.25-a). Une légère diminution de la fréquence adimensionnelle (0.88) par rapport à la fréquence d'oscillation du système (0.90) est observée pour le cas 4. Les mêmes valeurs de fréquences sont observées dans le spectre

de fréquence de la traînée (Fig. III.25-b).

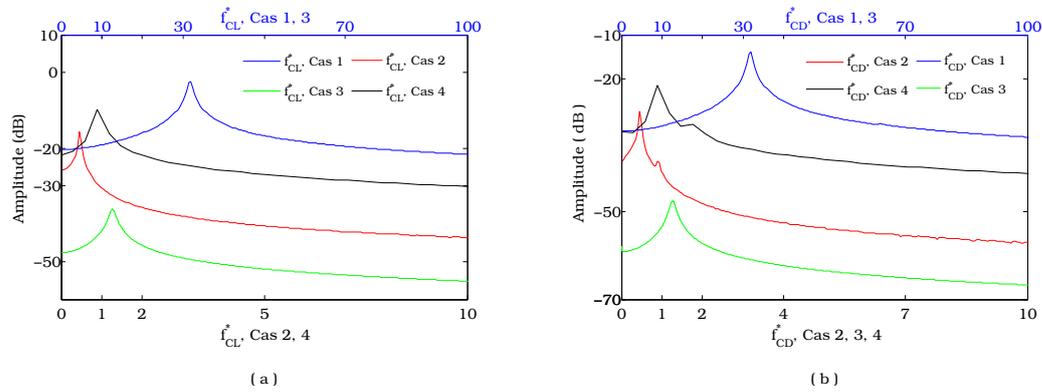


Fig. III.25 – Fréquence adimensionnée de la portance (a) et de la traînée (b) en tangage

### Position du centre de poussée

Les coefficients hydrodynamiques sont pseudo-périodiques et oscillent entre des valeurs positives et négatives. Aussi, des points singuliers dans l'évolution de la position du centre de poussée sont observés. Au voisinage des points singuliers, le centre de poussée s'approche du bord d'attaque ou du bord de fuite (Fig. III.26). Loin de ces points singuliers, le centre de poussée se situe à une distance moyenne adimensionnelle de 0.63 du bord d'attaque.

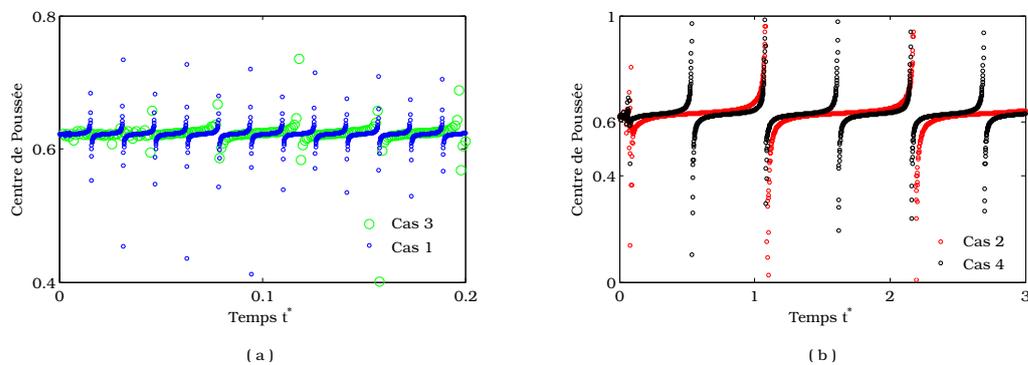


Fig. III.26 – Évolution de la position du centre de poussée

### III.3.3 Mouvement de pilonnement et tangage

La dynamique de l'hydrofoil en pilonnement et tangage est donnée par le système d'équation (III.2). L'angle d'attaque de l'hydrofoil en équilibre est  $\beta = 4^\circ$ . Le fluide est initialement au repos et les conditions initiales  $\mathcal{Y}_0 = 0$ ,  $\dot{\mathcal{Y}}_0 = \dot{\theta}_0 = 0.2$  et  $\theta_0 = \beta$  sont imposées.

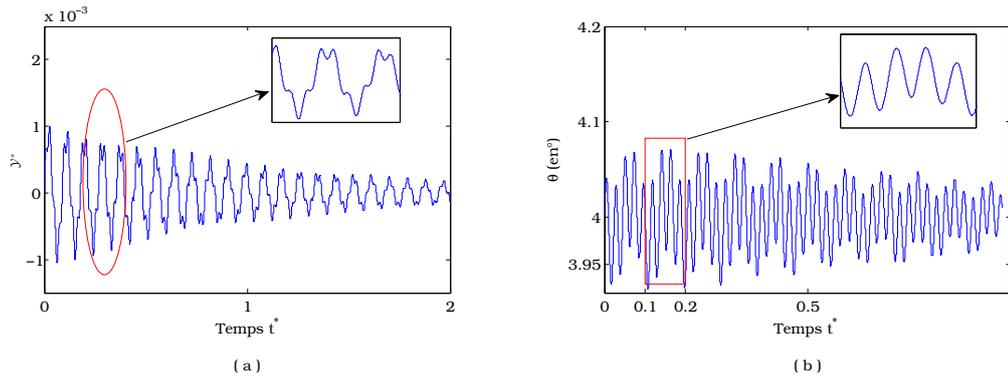


Fig. III.27 – Dynamique de l'hydrofoil en pilonnement et tangage, Cas 1

Le couplage fluide structure induit un amortissement du mouvement en pilonnement et en tangage. En effet, une diminution de l'amplitude du mouvement au cours du temps est observée. Une illustration est présentée pour le cas 1 dans la figure (III.27-a et b) pour les mouvements en pilonnement et tangage respectivement. Les résultats concernant les autres cas 2, 3 et 4 sont présentés en annexe C dans les figures (VI.40 et VI.41).

La complexité du signal issu de la dynamique de l'hydrofoil, dû au couplage des deux mouvements en pilonnement et tangage, rend la relation (III.7) impossible à utiliser pour le calcul de l'amortissement. Il a été néanmoins estimé grâce à une enveloppe du signal par des segments de droite. Les résultats synthétiques pour les différents cas étudiés sont présentés en annexe C dans le tableau (VI.4).

L'analyse fréquentielle du mouvement de l'hydrofoil montre l'existence de deux fréquences principales  $f_{i1}$  et  $f_{i2}$ , ainsi que des pics secondaires à très faibles amplitudes. Les mêmes valeurs de  $f_{i1}$  et  $f_{i2}$  sont obtenues à partir des signaux correspondants aux mouvements de pilonnement (Fig. III.28-a) et de tangage (Fig. III.28-b), exceptée celle du cas 3 où le 2<sup>ème</sup> pic est absent dans le spectre de fréquence du mouvement en tangage. La comparaison des 2 pics de fréquences entre le système en mouvement où le fluide n'agit pas sur la dynamique

\* Cette fréquence n'apparaît pas dans le spectre des mouvements en  $\mathcal{Y}$

		Cas 1	Cas 2	Cas 3	Cas 4
Fréquences en mouvement forcé	1 <sup>er</sup> pic	17.658	0.425475	0.425475	1.0638
	2 <sup>ème</sup> pic	52.335	0.85095	20.529	1.91475
Fréquence en couplage IFS	1 <sup>er</sup> pic	11.17	0.25	0.303	0.682
	2 <sup>ème</sup> pic	44.18	0.656	16.01*	1.591

Tab. III.1 – Fréquence induite des mouvements en pilonnement et tangage

de l'hydrofoil, et le système couplé avec le fluide est présenté dans le tableau (III.1). Les résultats montrent une diminution de la fréquence dans le cas du couplage fluide-structure.

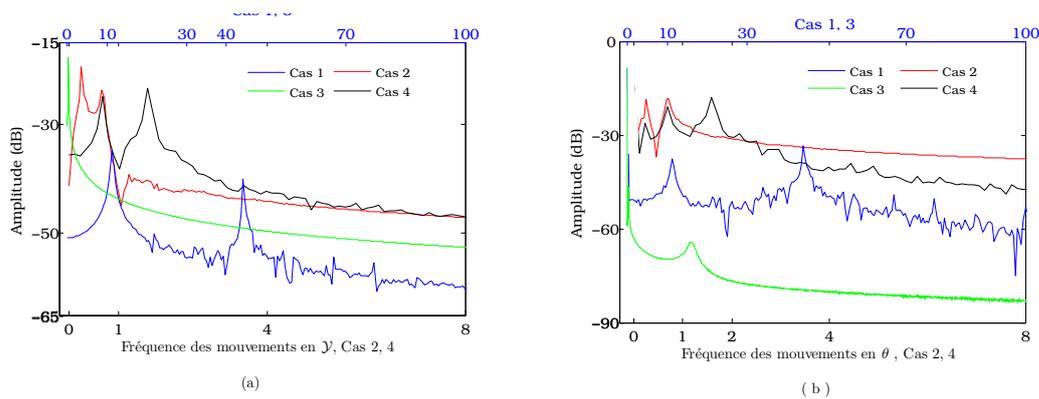


Fig. III.28 – Fréquences adimensionnées du mouvement en pilonnement (a) et en tangage (b)

La figure (III.29) montre l'évolution du coefficient de portance pour le cas 1. Elle est pseudo périodique et prend des valeurs positives et négatives. Une observation sur plusieurs périodes montre une évolution amortie. De fortes oscillations sont observées, contrairement au cas sans couplage fluide-structure. Elles apparaissent d'une manière périodique au cours du temps. Les mêmes observations sont constatées pour tous les autres cas étudiés, ainsi que sur l'évolution des coefficients de trainée. Les résultats sont présentés en annexe C dans les figures (VI.42 et VI.43).

Les spectres des fréquences des coefficients hydrodynamiques ( $C_L$ ,  $C_D$ ) sont présentés respectivement dans les figures (III.30) et (III.31). Les valeurs des fréquences obtenues sont

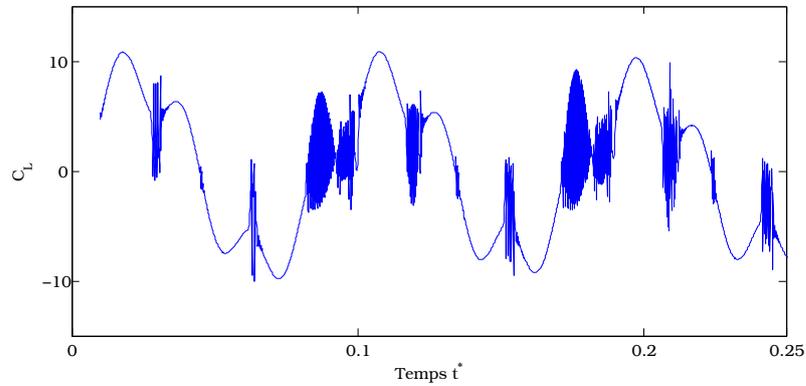


Fig. III.29 – Évolution du coefficient de portance, Cas 1

les mêmes pour le coefficient de portance et pour le coefficient de traînée. Les 2 fréquences fondamentales observées dans le spectre du coefficient de portance sont identiques à celles du spectre des mouvements de pilonnement et tangage. Des pics secondaires sont également observés dans le spectre avec des amplitudes plus importantes que ceux observés dans celui des mouvements de l'hydrofoil (Fig. III.28).

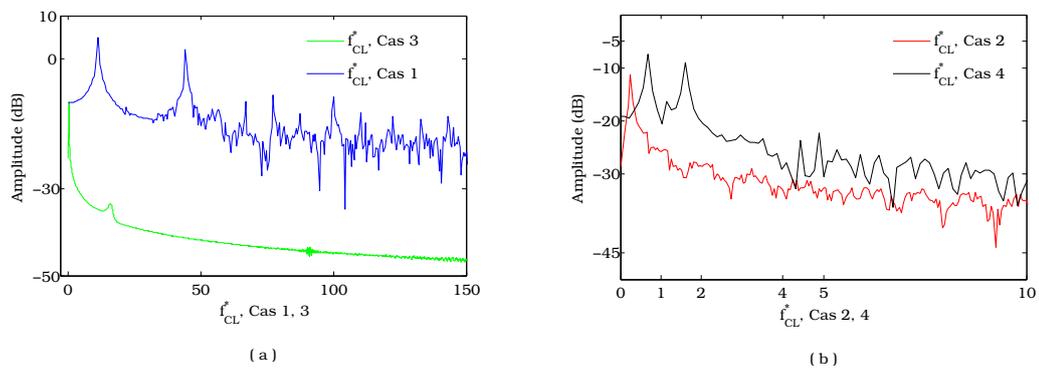


Fig. III.30 – Fréquences adimensionnées de la portance en pilonnement et tangage

### Position du centre de poussée

L'équation (II.26) montre la relation entre la position du centre de poussée et les charges hydrodynamiques  $(F_x, F_y)$ . Dans le cas du mouvement de pilonnement-tangage dans un fluide initialement au repos, ces charges oscillent entre des valeurs positives et des valeurs

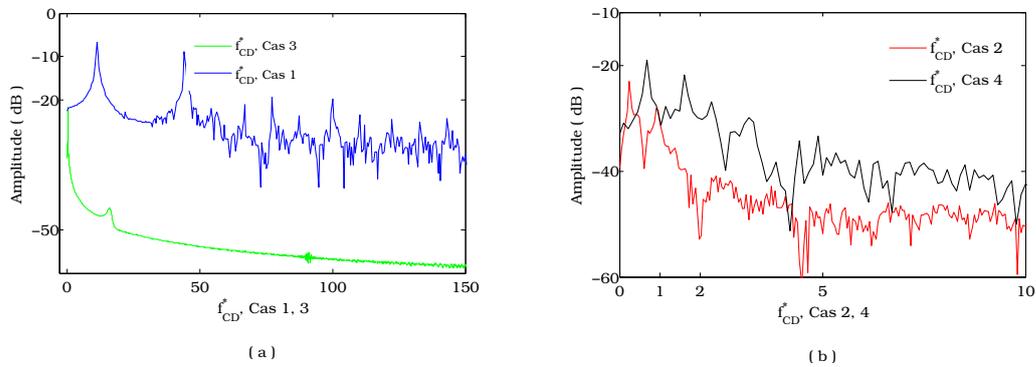


Fig. III.31 – Fréquences adimensionnées de la traînée en pilonnement et tangage

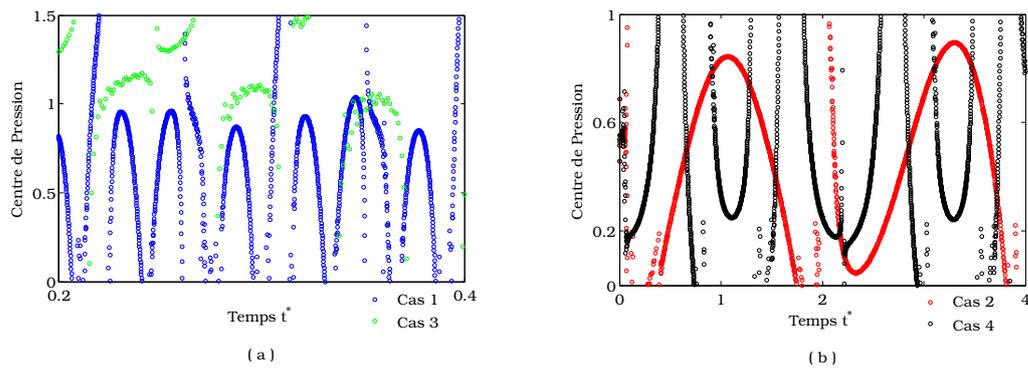


Fig. III.32 – (a)- Evolution du centre de poussée

négligées en passant par des valeurs nulles. Ainsi, l'évolution du centre de poussée dans ce cas présente plusieurs points singuliers et des variations beaucoup plus importantes que ce qui a été observé dans les cas précédents où le couplage fluide structure n'est pas pris en compte (Fig. III.32). Les positions sont distribuées autour d'une valeur moyenne mais avec un écart-type plus important. La même observation a été faite pour la position du centre de poussée d'un hydrofoil en pilonnement-tangage en mouvement forcé dans un écoulement (Fig. III.18).

Les résultats relatifs aux différents cas étudiés non présentés dans le corps du manuscrit sont présentés en annexes (C).

### III.4 Dynamique d'un Hydrofoil dans un fluide en écoulement

Dans cette section, le fluide environnant est considéré en écoulement, tel que le nombre de Reynolds est fixé à  $Re = 1000$ . L'hydrofoil, en état d'équilibre à l'instant initial, est mis en mouvement sous l'action des forces hydrodynamiques. Inversement, l'écoulement est modifié localement par les déplacements de la structure. Les mouvements de pilonnement et de tangage sont d'abord considérés séparément, avant de prendre en compte le cas couplé pilonnement-tangage. Les 4 cas définis précédemment sont étudiés.

#### III.4.1 Mouvement de pilonnement pur

L'hydrofoil est initialement en position d'équilibre,  $\dot{\mathcal{Y}}_0 = \mathcal{Y}_0 = 0$ , à un angle d'attaque fixé à  $\beta = 4^\circ$ . Le fluide est considéré initialement en écoulement établi autour de l'hydrofoil. La dynamique de la structure est décrite par l'équation (II.31).

L'hydrofoil se décale de sa position d'équilibre initiale à  $t_0^*$  sous l'effet des forces hydrodynamiques, effectuant des amplitudes relativement grandes avant de s'amortir (Fig. III.33-a). Le mouvement est pseudo-périodique et le taux d'amortissement est maximal à la première période avant de décroître au cours du temps. Après un temps suffisamment grand, l'amplitude des oscillations devient très faible et l'hydrofoil continue à osciller autour d'une position d'équilibre différente de sa position initiale (Fig. III.33-b). Les résultats correspondants aux autres cas étudiés sont présentés en annexe (D) dans les figures (VI.44 et VI.45).

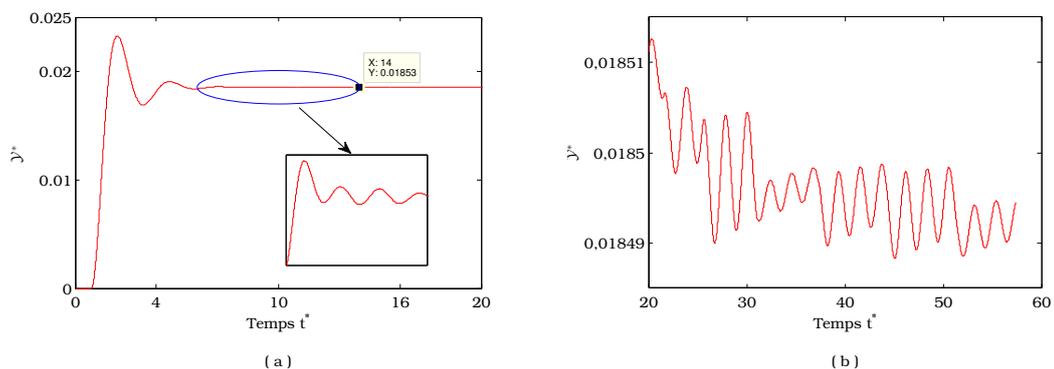


Fig. III.33 – Dynamique de l'hydrofoil en pilonnement, Cas 2

Le spectre des fréquences d'oscillation du mouvement de l'hydrofoil est présenté dans la figure (III.34-a). Il montre des fréquences adimensionnelles légèrement inférieures aux fré-

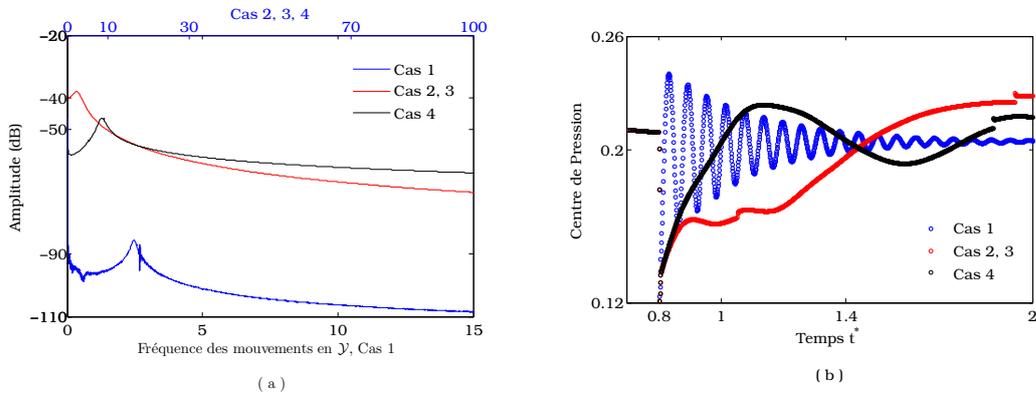


Fig. III.34 – (a) - Fréquence  $f_y^*$  des mouvements, ( b ) - Evolution de la position du centre de poussée

quences propres dans l'air. Elles sont respectivement de 16.48 , 0.40 , 0.40 , 1.3 pour les cas 1, 2, 3, 4. Toutefois, ces fréquences sont supérieures aux fréquences propres obtenues lorsque l'hydrofoil est immergé dans un fluide au repos. Par conséquent, des phénomènes liés à la dynamique de l'écoulement interviennent dans la modification de la fréquence propre du mouvement de la structure.

L'évolution des coefficients de portance et de traînée est représentée dans les figures en annexes (D) (Fig. VI.46 et Fig. VI.47 ). Contrairement aux cas précédents, les coefficients sont positifs et ne s'annulent pas. Les spectres des fréquences correspondants représentés dans les figures (III.35-a, et III.35-b) montrent des fréquences comparables aux fréquences d'oscillation du système.

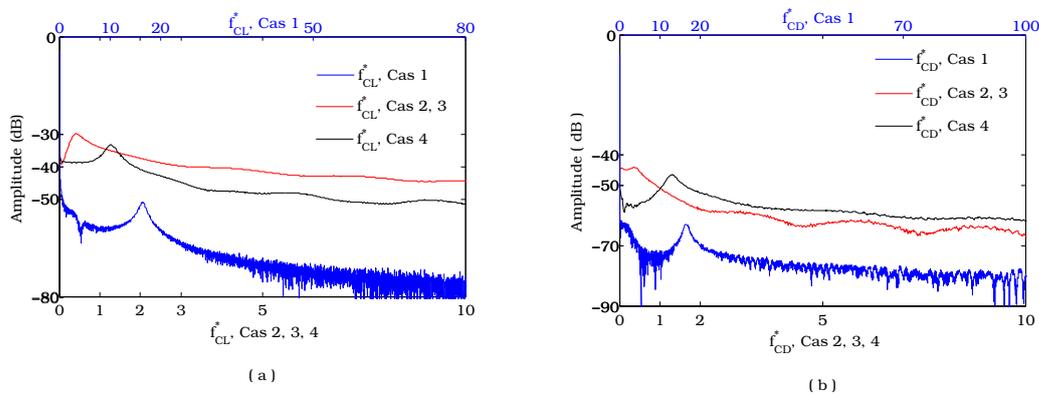


Fig. III.35 – Fréquence adimensionnée des coefficients de portance (a) et de traînée (b)

### Position du centre de poussée

Soumis à un écoulement, avec les charges hydrodynamiques positifs, on trouve aucun point singulier dans l'évolution du centre de poussée. Les positions sont bien contenues dans l'hydrofoil et oscillent autour de sa position à l'état d'équilibre (Fig. III.34-b).

### III.4.2 Mouvement de tangage pur

L'angle d'attaque en équilibre est, comme dans les sections précédentes, à  $\beta = 4^\circ$ . Les conditions initiales suivantes  $\dot{\theta}_0 = 0$  et  $\theta_0 = \beta = 4^\circ$  sont imposées. L'équation de la dynamique de l'hydrofoil est donnée par l'équation (II.32). Le mouvement de la structure est engendré par les forces hydrodynamiques du fluide en écoulement.

L'évolution de  $\theta$  est semblable à celui d'un oscillateur pseudo périodique amorti (Fig. III.36-a). Le taux d'amortissement est très élevé au début des oscillations avant de décroître au cours du temps. Au bout de plusieurs périodes, l'hydrofoil oscille autour d'une position d'équilibre à un angle d'incidence  $\beta' = 4.207^\circ > \beta$  (Fig.III.36-b). La fréquence correspondante est légèrement supérieure à la fréquence propre dans l'air du système (Fig. III.37, Tab VI.5).

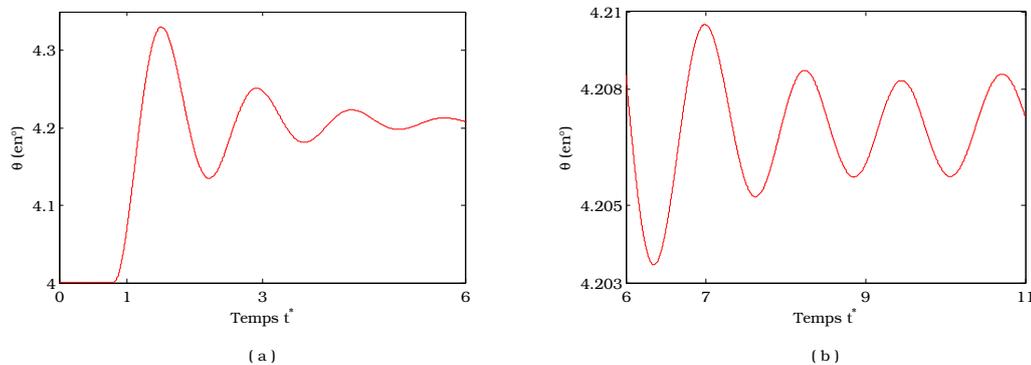


Fig. III.36 – Dynamique de l'hydrofoil en tangage, Cas 2. (a)  $t^* \leq 6$ , (b)  $t^* \geq 6$

Les courbes d'évolution des coefficients de portance et de traînée suivent la même tendance que celui du mouvement en tangage de l'hydrofoil. Elles sont données en annexe (D) (Fig. VI.50, Fig. VI.51). L'ordre de grandeur des amplitudes des coefficients sont approximativement les mêmes pour les 4 cas étudiés. Les coefficients de portance et de traînée sont en phase avec la variation de l'angle d'attaque pour les cas 2 et 4. Par ailleurs, pour les cas 1 et 3, les coefficients de portance et de traînée sont en opposition de phase par rapport à

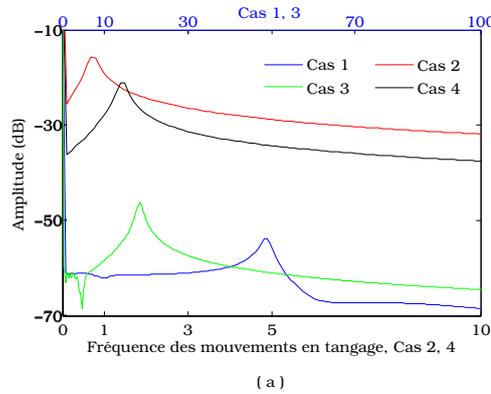
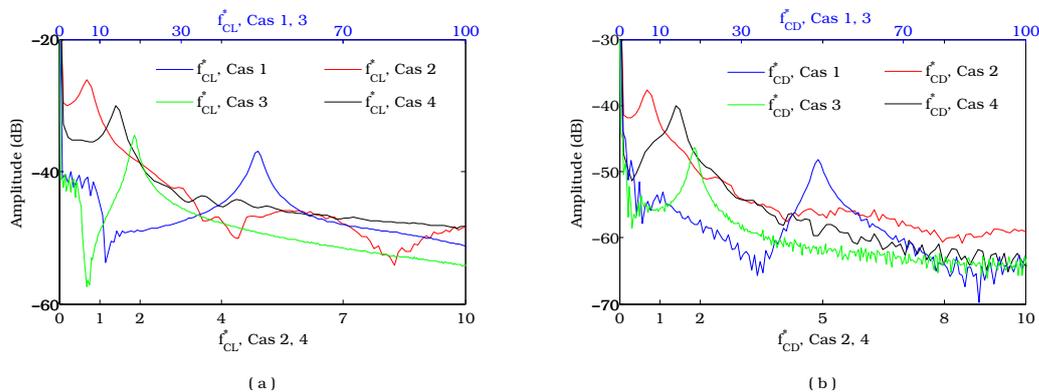


Fig. III.37 – Fréquence adimensionnée du mouvement en tangage

l'évolution de l'angle d'incidence  $\theta$ .

L'analyse des spectres de fréquences des coefficients hydrodynamiques montrent les mêmes valeurs de fréquences pour la portance, la traînée et le mouvement de tangage de l'hydrofoil. Ces fréquences adimensionnées sont respectivement 48.75, 0.68, 18.57 et 1.384 pour les cas 1, 2, 3 et 4. Un effet de l'écoulement du fluide sur les fréquences de tangage de l'hydrofoil peut être signalé. En effet, les fréquences des coefficients hydrodynamiques obtenues lorsque l'hydrofoil est en mouvement libre dans un écoulement sont au-dessus des fréquences propres dans l'air du système (§III.2).

Fig. III.38 – Fréquence adimensionnée du mouvement (a)-en  $\mathcal{Y}$ , (b)-en  $\theta$

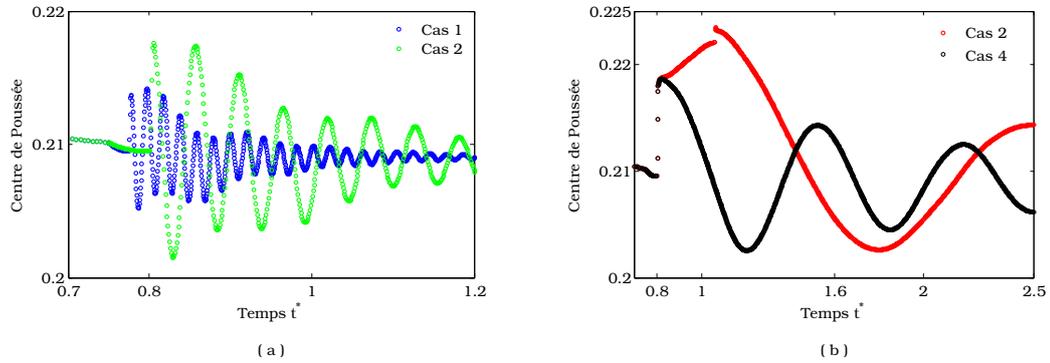


Fig. III.39 – Évolution du centre de poussée

### Position du centre de poussée

Les coefficients hydrodynamiques étant positifs, l'évolution de la position du centre de poussée est continue et la position de  $C$  est contenue dans la corde (Fig. III.39).

### III.4.3 Hydrofoil en pilonnement et tangage

Dans ce paragraphe, l'hydrofoil est considéré en mouvement de pilonnement et tangage. La dynamique de l'hydrofoil est décrite par l'équation (III.2). L'angle d'attaque de l'hydrofoil en équilibre est  $\beta = 4^\circ$ . Les conditions initiales suivantes  $\dot{\mathcal{Y}}_0 = \dot{\theta}_0 = \mathcal{Y}_0 = 0$  et  $\theta_0 = \beta = 4^\circ$  sont imposées. Le déplacement de la structure est engendré par les charges hydrodynamiques du fluide en écoulement.

Les mouvements de pilonnement et de tangage de l'hydrofoil sont amortis comme le montrent les figures (III.40 et III.41). L'hydrofoil s'écarte de sa position d'équilibre et oscille autour d'une position  $\mathcal{Y}_l^* > 0$  pour le mouvement en pilonnement et autour d'un angle d'incidence  $\theta_l$  supérieur à  $\beta$  pour le mouvement en tangage.

Les figures (Fig. III.42-a et III.42-b) montrent, respectivement, les spectres de fréquence des mouvements en  $\mathcal{Y}^*$  et des mouvements en  $\theta$  pour les 4 cas étudiés. L'étude de la dynamique de l'hydrofoil en pilonnement et tangage en mouvement forcé (§III.2.3) a montré que le couplage entre les mouvements de tangage et pilonnement fait apparaître deux pics de fréquences fondamentales correspondant à chacun des mouvements. Les mêmes observations sont constatées ici pour les cas 1 et 4, avec le premier pic, légèrement en dessous de la fréquence propre en pilonnement pur et le second pic, légèrement supérieur à la fréquence propre de tangage (Fig. III.42, Tab. VI.5). Pour le cas 2, le premier pic de fréquence ap-

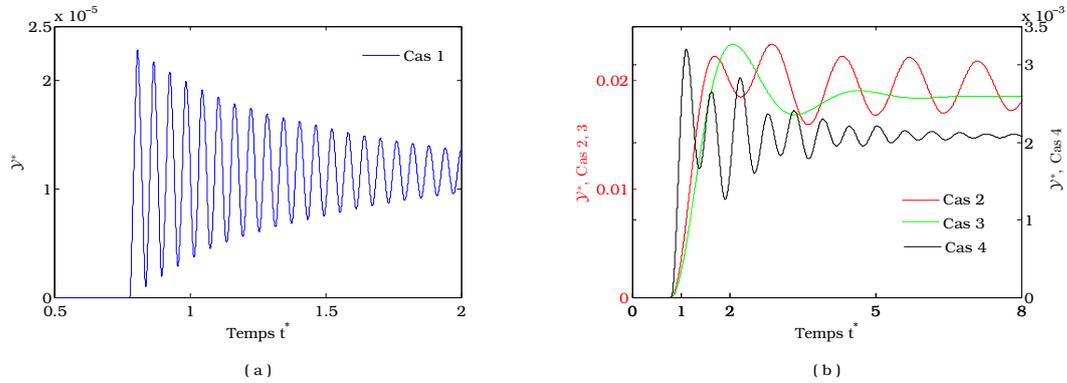


Fig. III.40 – Dynamique de l'hydrofoil en pilonnement et tangage, évolution de  $Y^*$

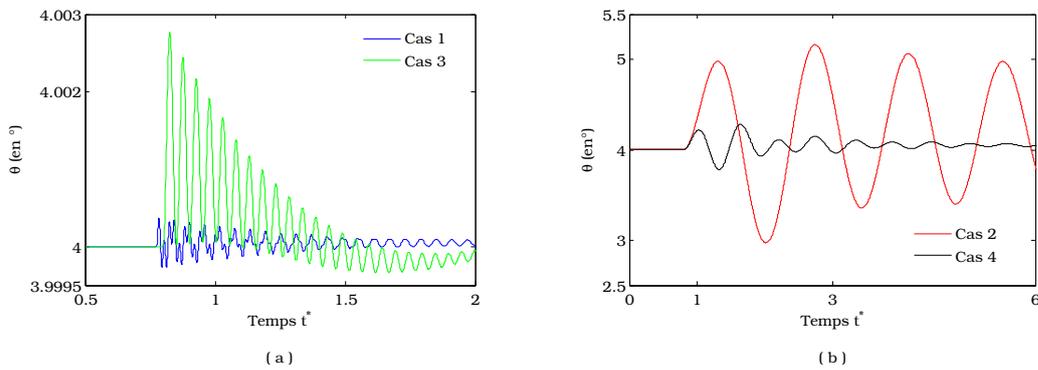


Fig. III.41 – Dynamique de l'hydrofoil en pilonnement et tangage, évolution de  $\theta$

paraît avec une très faible amplitude, dans le déplacement en pilonnement (Fig. III.42-a). Il est par ailleurs absent dans la courbe de déplacement en tangage (Fig. III.42-b). Pour le cas 3, le second pic est absent du déplacement en pilonnement mais apparaît dans celle du tangage avec des harmoniques.

Les coefficients de portance et de traînée sont positifs. Les valeurs des fréquences observées dans les signaux de la portance et de la traînée sont identiques pour chacun des cas étudiés, sauf pour le cas 3, où la deuxième fréquence n'apparaît pas dans le spectre de fréquence de la portance (Fig. III.43). Pour le cas 2, il n'existe qu'un seul pic de fréquence et il correspond à la fréquence principale observée dans les signaux des mouvements de l'hydrofoil. Pour le cas 3, la deuxième fréquence n'apparaît pas dans la portance. Ceci montre que le mouvement de pilonnement est principalement dû à la force de portance.

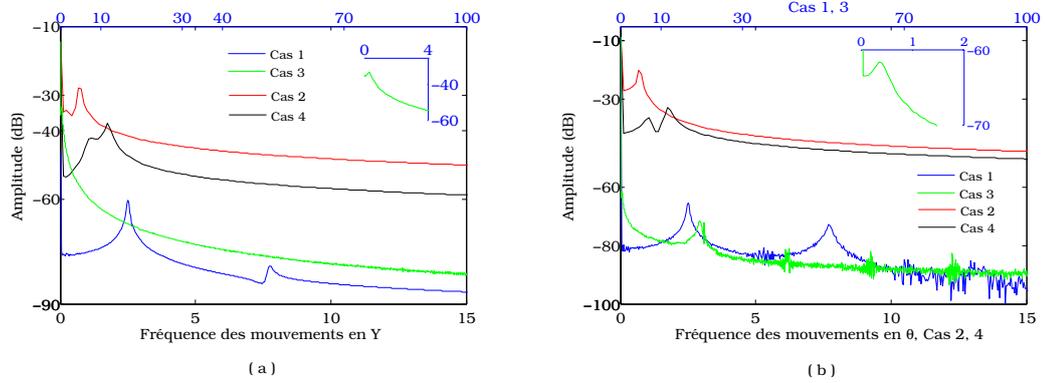


Fig. III.42 – Fréquence adimensionnée du mouvement en  $\mathcal{Y}$  (a) et en  $\theta$  (b)

### Position du centre de poussée

La variation de la position du centre de poussée est représentée dans la figure (III.44). Elle montre que les fonctions correspondantes n'admettent pas de singularités. Ceci s'explique par le fait que les forces hydrodynamiques gardent le même signe (positif) dans le temps.

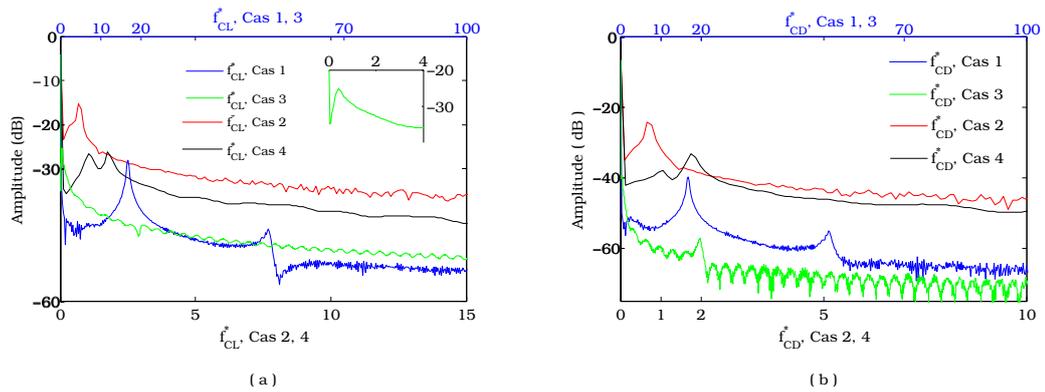


Fig. III.43 – Fréquence adimensionnée de la portance (a) et de la traînée (b) en pilonnement et tangage

Des résultats complémentaires sont présentés en annexe (D), notamment ceux relatifs aux charges hydrodynamiques et les valeurs moyennes de la position du centre de poussée sont présentées dans le tableau (VI.5).

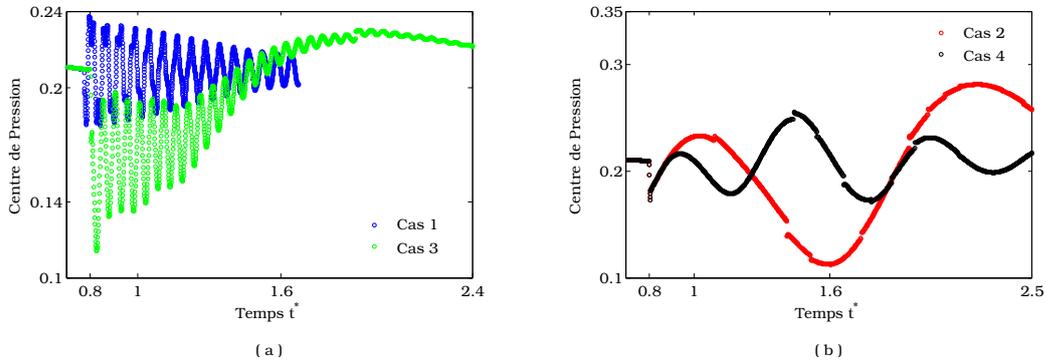


Fig. III.44 – Évolution du centre de poussée

### III.5 Conclusion

Un problème d'interaction fluide structure en hydrodynamique a été résolu et analysé dans ce chapitre. Un hydrofoil complètement immergé dans un fluide au repos ou en écoulement a été considéré. Les cas d'une structure en mouvement forcé dans un fluide en écoulement ont été également abordés.

Le déplacement de l'hydrofoil est un mouvement oscillatoire périodique dans le cas d'un mouvement forcé en pilonnement, en tangage ou en pilonnement-tangage. Le spectre de fréquence du mouvement en pilonnement et tangage montre l'apparition de deux pics de fréquences fondamentales, dont le premier est une fréquence inférieure à la fréquence du système lorsqu'il est en pilonnement pur tandis que le second correspond à une fréquence supérieure à celle obtenue en tangage pur. Les coefficients de portance et de traînée sont également périodiques. Ils oscillent entre des valeurs positives et négatives. Le changement de signe des charges hydrodynamiques entraîne l'apparition de points singuliers dans l'évolution de la position du centre de poussée. Toutefois, une valeur moyenne de celle-ci peut être obtenue.

Lorsque le problème fluide-structure est résolu en prenant en compte le couplage, la dynamique de la structure est pseudo périodique amortie. La fréquence d'oscillation du système est inférieure à la fréquence propre dans l'air lorsque l'hydrofoil est immergé dans un fluide initialement au repos. Ceci est dû à l'effet de la masse et le moment ajoutés de l'hydrofoil, qui ont été estimés numériquement et analytiquement. Lorsque l'hydrofoil est immergé dans un fluide en écoulement, un effet supplémentaire dû à l'écoulement, a

été observé sur la fréquence. Par ailleurs, les coefficients hydrodynamiques étant positifs dans ce cas, induisant une continuité et une absence de singularité dans les variations de la position du centre de poussée.



# CHAPITRE IV

## EFFETS DE MASSE AJOUTÉE EN FLUIDE NON-HOMOGENÈNE

### Sommaire

---

<b>IV.1</b>	<b>Notion de masse ajoutée en fluide homogène . . . . .</b>	<b>108</b>
<b>IV.2</b>	<b>Masse ajoutée en fluide non-homogène . . . . .</b>	<b>109</b>
<b>IV.3</b>	<b>Description de la cavitation . . . . .</b>	<b>114</b>
IV.3.1	Cavitation par poche . . . . .	115
IV.3.2	Modèle simplifié de cavitation . . . . .	116
<b>IV.4</b>	<b>Effet de la masse ajoutée sur la dynamique de l'hydrofoil en     pilonnement . . . . .</b>	<b>118</b>
IV.4.1	Poche de vapeur stable . . . . .	120
IV.4.2	Poche de vapeur oscillante . . . . .	121
IV.4.3	Mise en évidence des modulations de fréquence et d'amplitude .	123
<b>IV.5</b>	<b>Effet de la masse ajoutée sur la dynamique d'un hydrofoil en     tangage et pilonnement . . . . .</b>	<b>127</b>
<b>IV.6</b>	<b>Conclusion . . . . .</b>	<b>132</b>

---

Ce chapitre concerne l'étude de l'effet des variations de la masse volumique du fluide le long de l'interface fluide-structure, dans le cas de l'IFS dans un fluide non-homogène et son impact sur la dynamique de la structure. On s'intéresse particulièrement aux effets inertiels (ou de masse ajoutée) dans un écoulement cavitant par poche. Ce dernier est considéré ici du point de vue des variations de la masse volumique induites par l'oscillation de la poche de cavitation le long de la surface de la structure, pouvant aller de  $1 \text{ Kg.m}^{-3}$  (pour la vapeur) jusqu'à  $1000 \text{ Kg.m}^{-3}$  (pour l'eau). Le travail préliminaire réalisé dans [Benaouicha et Astolfi, 2012], dont un rappel succinct est donné dans la suite de ce chapitre, est complété par une étude sur la dynamique de la structure.

Il s'agit d'une contribution à une meilleure compréhension des phénomènes physiques liés au couplage fluide-structure dans le cas d'un écoulement cavitant. Un problème complexe dont les travaux ne sont pas abondants, mais qui intéresse de plus en plus de scientifiques sur plusieurs aspects. On peut citer à titre d'exemple des travaux concernant les vibrations induites par la cavitation et des modèles de couplage fluide-structure dans un écoulement cavitant [Ducoin *et al.*, 2012, Benaouicha *et al.*, 2009, Young, 2008, Amromin et Kovinskaya, 2000].

## IV.1 Notion de masse ajoutée en fluide homogène

Plusieurs travaux ont été menés sur la notion de masse ajoutée dans un fluide homogène [Newman, 1977, Wang, 2008]. Plus particulièrement, des méthodes permettant d'obtenir les forces et moments que le fluide exerce sur la structure ont été développées dans le cadre de la théorie des écoulements potentiels. La matrice de masse ajoutée ( $m_{ij}^a$ ,  $i = 1, 2, 3$  ;  $j = 1, 2, 3$ ) pour un fluide incompressible et irrotationnel peut être ainsi déterminée par la relation suivante

$$m_{ij}^a = \rho \int_{\Gamma} \phi_j \frac{\partial \phi_i}{\partial \mathbf{n}} ds = \rho \int_{\Omega_f} \nabla \phi_i \cdot \nabla \phi_j d\nu, \quad (\text{IV.1})$$

où  $\phi_i$  est le potentiel de vitesse dû au mouvement de la structure suivant le mode  $i$  [Newman, 1977, Wang, 2008]. A partir de cette formulation, il est aisé de montrer que la matrice de masse ajoutée est symétrique et dépend uniquement de la géométrie de la structure. Blevins [Blevins, 1979] a par ailleurs montré que la masse ajoutée d'une structure immergée dans un fluide au repos dépend uniquement de la géométrie de sa surface, de sa position relative par rapport au bord, de l'amplitude et de la direction de sa vibration

ainsi que la viscosité du fluide. Une équation reliant la fréquence propre  $f_{|f}$  dans un fluide au repos d'une structure à sa fréquence propre dans le vide  $f_{|v}$  est donnée par :

$$\frac{f_{|f}}{f_{|v}} = \frac{1}{\left(1 + \frac{m_a}{M}\right)^{\frac{1}{2}}} \quad (\text{IV.2})$$

La force fluide peut être décomposée en force inertielle et force due à la viscosité [Brennen, 1995, Ackermann et Arbhabhirama, 1964, McConnell et Young, 1965]. Les deux forces (inertielle et visqueuse) sont généralement séparées. La force inertielle peut être exprimée en terme de masse ajoutée [Korotkin, 2009]. L'objectif de l'étude étant d'analyser l'effet de la masse ajoutée en fluide non-homogène, nous considérons ainsi l'hypothèse d'un fluide parfait. Le cas non homogène considéré est celui d'un écoulement cavitant. Un écoulement cavitant est considéré comme un écoulement diphasique incompressible avec une grande variation de masse volumique le long de l'interface fluide-structure [Coutier-Delgosha *et al.*, 2007].

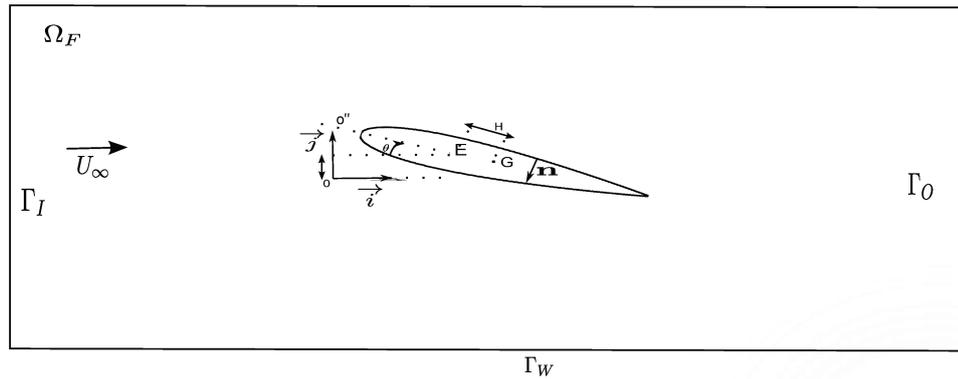


Fig. IV.1 – Domaine fluide et structure

## IV.2 Masse ajoutée en fluide non-homogène

On considère un hydrofoil (NACA0012) en mouvement de tangage et de pilonnement immergé dans un fluide en écoulement (Fig. IV.1). Le domaine occupé par le fluide est supposé très grand par rapport au domaine occupé par la structure. Le déplacement  $\xi = (\xi_x, \xi_y)$  d'un point A, sur la surface de l'hydrofoil, dans le repère orthonormé  $(O, \vec{i}, \vec{j})$ , peut être lié au mouvement de pilonnement et tangage par les relations suivantes

$$\dot{\xi}(A, t) = \dot{\xi}(E, t) + \boldsymbol{\omega} \wedge \mathbf{r} = \dot{\xi}_x \vec{i} + \dot{\xi}_y \vec{j} \quad (\text{IV.3})$$

et

$$\ddot{\xi}(A, t) = \ddot{\xi}(E, t) + \dot{\boldsymbol{\omega}} \wedge \mathbf{r} + \boldsymbol{\omega} \wedge (\boldsymbol{\omega} \wedge \mathbf{r}) = \ddot{\xi}_x \vec{i} + \ddot{\xi}_y \vec{j} \quad (\text{IV.4})$$

où  $\mathbf{r} = \overrightarrow{AE}$ ,  $(\dot{\xi}_x, \dot{\xi}_y)$  et  $(\ddot{\xi}_x, \ddot{\xi}_y)$  sont respectivement les vitesses de déplacement et accélération axiales d'un point A quelconque appartenant à l'hydrofoil.  $\boldsymbol{\omega}$  est la vitesse angulaire de l'hydrofoil et  $\dot{\boldsymbol{\omega}} = -\ddot{\theta} \vec{k}$  est son accélération. Le point E correspond au centre élastique (ou centre de rotation) de l'hydrofoil.

L'équation décrivant l'écoulement du fluide parfait est donnée par

$$\left\{ \begin{array}{ll} \frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{u}) = 0 & \text{sur } \Omega_f \quad (a) \\ \frac{\partial(\rho \mathbf{u})}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{u} \otimes \mathbf{u}) = -\nabla p & \text{sur } \Gamma \quad (b) \end{array} \right. \quad (\text{IV.5})$$

avec les conditions aux limites

$$\left\{ \begin{array}{ll} u = u_\infty & \text{sur } \Gamma_I \quad (a) \\ -p \mathbf{n} = 0 & \text{sur } \Gamma_O \quad (b) \\ u \cdot \mathbf{n} = 0 & \text{sur } \Gamma_W \quad (c) \\ u \cdot \mathbf{n} = \dot{\xi} \cdot \mathbf{n} & \text{sur } \Gamma \quad (d) \end{array} \right. \quad (\text{IV.6})$$

où  $\rho$  est la masse volumique du fluide non-homogène. Elle est variable dans le temps et l'espace. Considérons la décomposition suivante des variables :

$$u = \tilde{u} + u', \text{ et } p = \tilde{p} + p' \quad (\text{IV.7})$$

où  $\tilde{u}$  et  $\tilde{p}$  désignent la vitesse et la pression dans le fluide lorsque la structure est immobile dans sa position d'équilibre.  $u'$  et  $p'$  désignent la vitesse et la pression du fluide induites par la vibration de la structure autour de sa position d'équilibre.

Les variations de la densité volumique du fluide ( $\rho$ ) dues aux vibrations de la structure, sont supposées négligeables. En utilisant la décomposition (Eq. IV.7), on obtient le système d'équations suivant :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial(\rho \tilde{u})}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \tilde{u} \otimes \tilde{u}) + \nabla \tilde{p} + \frac{\partial(\rho u')}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho u' \otimes u') + \nabla p' = -\nabla \cdot (\rho [(\tilde{u} \otimes u') + (u' \otimes \tilde{u})]) \\ \frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \tilde{u}) + \nabla \cdot (\rho u') = 0 \end{array} \right. \quad (\text{IV.8})$$

Dans le cas d'un domaine fluide infini, la vitesse  $u'$  s'annule, loin de l'interface fluide-structure mobile. Ainsi, la condition à l'infini est supposée vérifiée et  $u'$  est alors nulle sur  $\partial\Omega_f \setminus \Gamma$ . Les conditions aux limites séparées suivantes sont ainsi considérées :

$$\left\{ \begin{array}{lll} \tilde{u} = u_\infty & \text{et } u' = 0 & \text{sur } \Gamma_I \\ \tilde{p} \mathbf{n} = 0 & \text{et } u' = 0 & \text{sur } \Gamma_O \\ \tilde{u} \cdot \mathbf{n} = 0 & \text{et } u' = 0 & \text{sur } \Gamma_W \\ \tilde{u} \cdot \mathbf{n} = 0 & \text{et } u' \cdot \mathbf{n} = \xi \mathbf{n} & \text{sur } \Gamma \end{array} \right. \quad (\text{IV.9})$$

$u'$  est supposé petit, de telle sorte que  $u' \otimes u'$  puisse être négligeable. Notons que si  $\tilde{u} = 0$  sur  $\Gamma$  (ce qui est le cas dans un fluide visqueux), alors la valeur moyenne sur  $\Omega_f$  du terme de droite de l'équation (IV.8) est nulle. En effet, en utilisant le Théorème d'Ostrogradsky et les conditions limites (IV.9), on peut montrer que :

$$\int_{\Omega_f} \nabla \cdot (\rho [(\tilde{u} \otimes u') + (u' \otimes \tilde{u})]) dV = \int_{\Omega_f} (\rho [(\tilde{u} \otimes u') + (u' \otimes \tilde{u})]) \cdot \mathbf{n} dS \quad (\text{IV.10})$$

En supposant que  $\tilde{u}$  et  $u'$  sont décorréliées, on peut alors considérer que ce terme de couplage est négligeable dans  $\Omega$ . Le problème peut alors être décomposé en deux problèmes séparés :

✓ - l'équation du fluide autour d'une structure immobile dans sa position d'équilibre :

$$\left\{ \begin{array}{lll} \frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \tilde{u}) = 0 & \text{sur } \Omega_f & (a) \\ \frac{\partial \rho \tilde{u}}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \tilde{u} \otimes \tilde{u}) = -\nabla \tilde{p} & \text{sur } \Omega_f & (b) \\ \tilde{u} = u_\infty & \text{sur } \Gamma_I & (c) \\ \tilde{p} \mathbf{n} = 0 & \text{sur } \Gamma_O & (d) \\ \tilde{u} \cdot \mathbf{n} = 0 & \text{sur } \Gamma_W \cup \Gamma & (e) \end{array} \right. \quad (\text{IV.11})$$

√ - l'équation du fluide en écoulement induit par la vibration de la structure :

$$\left\{ \begin{array}{ll} \nabla \cdot (\rho u') = 0 & \text{sur } \Omega_f \quad (a) \\ \frac{\partial(\rho u')}{\partial t} + \nabla p' = 0 & \text{sur } \Omega_f \quad (b) \\ u' \cdot \mathbf{n} = \dot{\xi} \cdot \mathbf{n} & \text{sur } \Gamma \quad (c) \\ u' = 0 & \text{sur } \partial\Omega_f \setminus \Gamma \quad (d) \end{array} \right. \quad (\text{IV.12})$$

Les deux problèmes (Eq. IV.11 et IV.12) sont en réalité couplés. En effet  $\dot{\xi}$  dépend de  $p$  qui est fonction de  $\tilde{u}$  et  $\tilde{p}$ . L'objet de cette étude étant l'analyse de la masse ajoutée, l'équation (IV.12) sera résolue. Elle peut être écrite sous la forme suivante :

$$\left\{ \begin{array}{ll} \Delta p' = 0 & \text{sur } \Omega_f \quad (a) \\ \nabla p' \cdot \mathbf{n} = -\rho \ddot{\xi} \cdot \mathbf{n} - \frac{\partial \rho}{\partial t} \dot{\xi} \cdot \mathbf{n} & \text{sur } \Gamma \quad (b) \\ p' = 0 & \text{sur } \partial\Omega_f \setminus \Gamma \quad (c) \end{array} \right. \quad (\text{IV.13})$$

La force due au fluide appliquée à la structure est donnée par :

$$F(t) = - \int_{\Gamma} p' \mathbf{n} ds \quad (\text{IV.14})$$

Le système étant linéaire, le principe de superposition s'applique et la solution  $p'$  de l'équation (IV.13) peut être exprimée par  $p' = p_1 + p_2$ , où  $p_1$  et  $p_2$  sont respectivement les solutions des équations suivantes :

$$\left\{ \begin{array}{ll} \Delta p_1 = 0 & \text{sur } \Omega_f \quad (a) \\ \nabla p_1 \cdot \mathbf{n} = -\rho \ddot{\xi} \cdot \mathbf{n} & \text{sur } \Gamma \quad (b) \\ p_1 = 0 & \text{sur } \partial\Omega_f \setminus \Gamma \quad (c) \end{array} \right. \quad (\text{IV.15})$$

et

$$\left\{ \begin{array}{ll} \Delta p_2 = 0 & \text{sur } \Omega_f \quad (a) \\ \nabla p_2 \cdot \mathbf{n} = -\frac{\partial \rho}{\partial t} \dot{\xi} \cdot \mathbf{n} & \text{sur } \Gamma \quad (b) \\ p_2 = 0 & \text{sur } \partial\Omega_f \setminus \Gamma \quad (c) \end{array} \right. \quad (\text{IV.16})$$

Il est clair que l'équation (IV.15) représente l'effet inertiel car la solution est proportionnelle à l'accélération  $\ddot{\xi}$  de l'interface, tandis que l'équation (IV.16) peut être définie comme un amortissement ajouté car la solution est proportionnelle à la vitesse  $\dot{\xi}$ .

### Matrice de masse et de moment ajoutés

La force inertielle peut être déduite de la solution de l'équation (IV.15), elle est donnée par

$$F_a(t) = - \int_{\Gamma} p_1 \mathbf{n} \, ds \quad (\text{IV.17})$$

et le moment correspondant par

$$\mathcal{M}_a(t) = - \int_{\Gamma} p_1 (\mathbf{r} \wedge \mathbf{n}) \, ds \quad (\text{IV.18})$$

La force  $F_a = \begin{pmatrix} F_{a_1} \\ F_{a_2} \end{pmatrix}$  et le moment  $\mathcal{M}_a$  peuvent être exprimés sous la forme suivante :

$$\begin{aligned} F_{a_1}(t) &= -m_{11}^a \ddot{X}_1 - m_{12}^a \ddot{X}_2 - m_{13}^a \ddot{X}_3 \\ F_{a_2}(t) &= -m_{21}^a \ddot{X}_1 - m_{22}^a \ddot{X}_2 - m_{23}^a \ddot{X}_3 \\ \mathcal{M}_a(t) &= -m_{31}^a \ddot{X}_1 - m_{32}^a \ddot{X}_2 - m_{33}^a \ddot{X}_3 \end{aligned} \quad (\text{IV.19})$$

où  $\ddot{X}_1(t) = \ddot{\xi}_x(C, t)$  et  $\ddot{X}_2(t) = \ddot{\xi}_y(C, t)$  sont respectivement les accélérations de la structure dans les directions  $\vec{i}$  et  $\vec{j}$ , au centre de rotation  $C$ .  $\ddot{X}_3(t) = \dot{\omega}(t)$  est l'accélération angulaire et les coefficients  $(m_{ij}^a)_{i,j=1,2,3}$  représentent les coefficients de masse et de moment ajoutés. La matrice  $\mathbf{M}^a = (m_{ij}^a)_{i,j=1,2,3}$  représente la matrice de masse et moment ajoutés telle que

$$\mathcal{F}(t) = -\mathbf{M}^a \ddot{\mathbf{X}} \quad (\text{IV.20})$$

avec  $\mathcal{F}(t) = \begin{pmatrix} F_{a_1} \\ F_{a_2} \\ \mathcal{M}_a \end{pmatrix}$ ,  $\ddot{\mathbf{X}} = (\ddot{X}_i)_{i=1,2,3}$ .

### Matrice d'amortissement ajouté

Dans le même principe utilisé pour l'obtention de la masse ajoutée, on définit l'amortissement ajouté à partir de la solution de l'équation (IV.16). La force correspondante due au fluide, est donnée par

$$F_a^*(t) = - \int_{\Gamma} p_2 \mathbf{n} \, ds \quad (\text{IV.21})$$

et le moment par,

$$\mathcal{M}_a^*(t) = - \int_{\Gamma} p_2 (\mathbf{r} \wedge \mathbf{n}) \, ds \quad (\text{IV.22})$$

Ils peuvent être exprimés sous la forme suivante :

$$\begin{aligned} F_{a1}^*(t) &= -d_{11}^a \ddot{X}_1 - d_{12}^a \ddot{X}_2 - d_{13}^a \ddot{X}_3 \\ F_{a2}^*(t) &= -d_{21}^a \ddot{X}_1 - d_{22}^a \ddot{X}_2 - d_{23}^a \ddot{X}_3 \\ \mathcal{M}_a^*(t) &= -d_{31}^a \ddot{X}_1 - d_{32}^a \ddot{X}_2 - d_{33}^a \ddot{X}_3 \end{aligned} \quad (\text{IV.23})$$

où  $\mathbf{D}^a = (d_{ij}^a)_{i=1,2,3}$  correspond à une matrice d'amortissement ajouté. La masse volumique  $\rho$  du fluide, étant variable, les coefficients de la matrice de masse ajoutée  $\mathbf{M}^a$  et ceux de la matrice d'amortissement ajouté  $\mathbf{D}^a$  sont également variables. Les variations de la masse volumique  $\rho$  sont considérées dans ce travail dans le contexte de la cavitation par poche.

### IV.3 Description de la cavitation

La cavitation apparaît dans un écoulement lorsque la pression locale est en dessous de la pression de vapeur saturante. Il s'agit de l'apparition et du développement d'une phase vapeur dans les zones d'écoulements. La cavitation est généralement créée par le déplacement à grande vitesse d'une structure dans un fluide en écoulement ou bien par une dépression locale suite à un obstacle ou un fort cisaillement. Elle peut être observée sur une grande variété de systèmes hydrauliques comme les hélices marines [Young, 2007], turbomachines [Kumar et Saini, 2010], mais aussi sur les injecteurs [Salvador *et al.*, 2010], les torpilles [MA *et al.*, 2006], etc. La cavitation entraîne des effets indésirables dans les installations navales et industrielles. Elle engendre une baisse de performance, de l'érosion, du bruit et des vibrations. Toutefois, elle peut être bénéfique dans certaines applications, comme la génération de micro-bulles pour le nettoyage d'objets [Ohl *et al.*, 2006] ou en tant que catalyseur d'une réaction chimique [Suslick *et al.*, 1999].

Plusieurs paramètres interviennent dans l'apparition de la cavitation, la teneur en germe, l'angle d'attaque (pour un corps profilé), l'état de la surface (rugueuse ou pas) et le nombre de cavitation  $\sigma$ . Ce dernier définit l'intensité de la cavitation, il est donné par :

$$\sigma = \frac{P_\infty - P_v}{\frac{1}{2} \rho U_\infty^2} \quad (\text{IV.24})$$

où  $P_v$  est la pression de la vapeur saturante et  $P_\infty$  est la pression de référence.

De ces paramètres, on peut définir plusieurs types de cavitation, comme par exemple, la cavitation par poche. Elle se produit généralement sur la surface des corps portants. Elle apparaît sous forme de poche attachée à l'extrados d'un hydrofoil. Dans cette étude, on s'intéresse particulièrement à ce type de cavitation.

### IV.3.1 Cavitation par poche

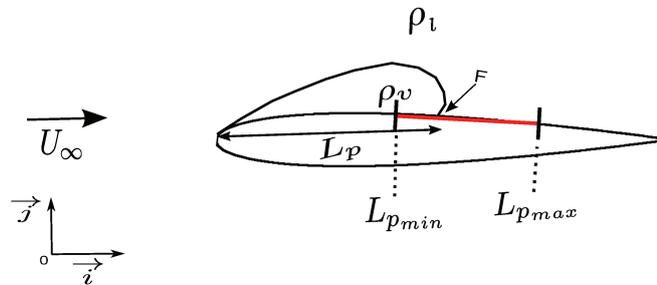


Fig. IV.2 – Configuration d'une poche de cavitation

La cavitation par poche est caractérisée par la formation d'une poche de vapeur d'eau sur l'extrados, due à une dépression locale. Attachée au bord d'attaque, cette poche est de longueur  $L_p$  variant entre une longueur minimale  $L_{p_{min}}$  et une longueur maximale  $L_{p_{max}}$  (Fig. IV.2). L'intérieur de cette poche est composé principalement de vapeur d'eau de masse volumique  $\rho_v$ . A l'extérieur, elle est entourée d'un liquide de masse volumique  $\rho_l$ . On distingue plusieurs phases de développement de la cavitation. Initialement, la position du point de fermeture (désigné par F dans la figure IV.2) varie peu, la cavité peut alors être considérée comme stationnaire. Lorsque celle-ci s'allonge, le point de fermeture peut alors osciller entre une valeur maximale et une valeur minimale, conduisant à des instationnarités de la cavité. Les cas étudiés dans ce travail correspondent à ces deux premières phases. Le processus de développement de la cavitation peut se poursuivre par une déstabilisation de la cavité, accompagnée d'un lâché périodique de nuage de vapeur [Stutz et Reboud, 1997, Jousselein *et al.*, 1991]. La figure (IV.3) montre ces différentes phases de développement appelée cavitation partielle. Il existe également une autre phase appelée supercavitation où la structure est complètement enveloppée par la vapeur d'eau.

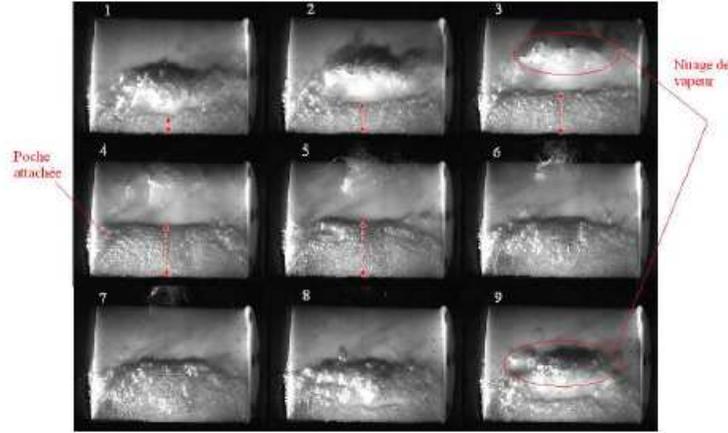


Fig. IV.3 – Evolution expérimentale de la poche de cavitation sur un profil Naca [Frikha, 2010]

### IV.3.2 Modèle simplifié de cavitation

Pendant la phase instationnaire de la cavité, la longueur de poche de cavitation varie suivant une fonction périodique [Leroux *et al.*, 2005, Frikha, 2010]. Le point de fermeture  $F$  oscille entre une valeur minimale  $L_{p_{min}}$  et une valeur maximale  $L_{p_{max}}$  à une fréquence  $f$ . La figure (IV.4) illustre cette évolution périodique de la poche de cavitation. On observe la progression du point de fermeture  $F$  (représenté par des lignes discontinue dans la figure) sur l'extrados. Dans cette étude, un modèle simplifié de l'évolution de la poche de cavitation est considéré. La longueur  $L_p(t)$  de la cavité est définie par :

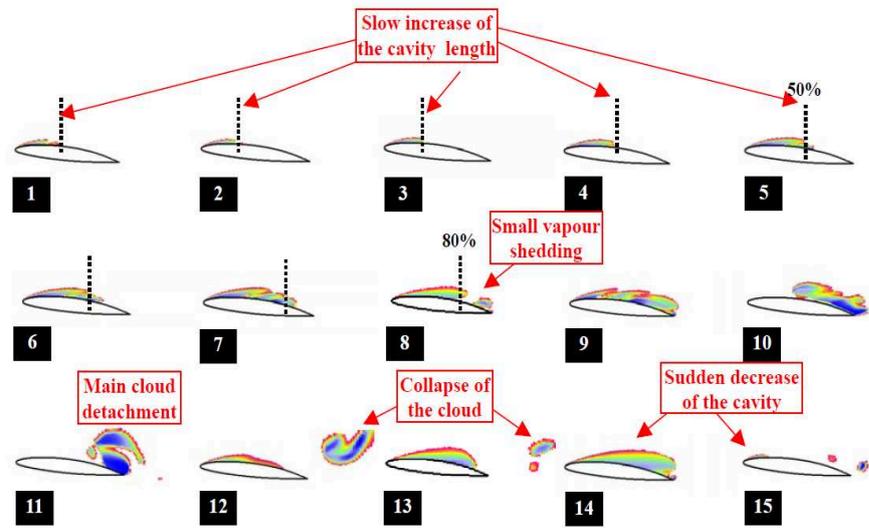
$$L_p(t) = L_{p_{min}} + \frac{L_{p_{max}} - L_{p_{min}}}{2} (1 - \cos(2\pi ft)) \quad (\text{IV.25})$$

La vitesse de variation de la poche de cavitation est donnée par

$$\frac{dL_p}{dt} = (L_{p_{max}} - L_{p_{min}}) \pi f \sin(2\pi ft) \quad (\text{IV.26})$$

Ainsi à l'interface fluide-structure  $\Gamma$ , la masse volumique  $\rho$  du fluide dépend de la longueur  $L_p(t)$  de la poche de cavitation. Elle est définie par la relation suivante :

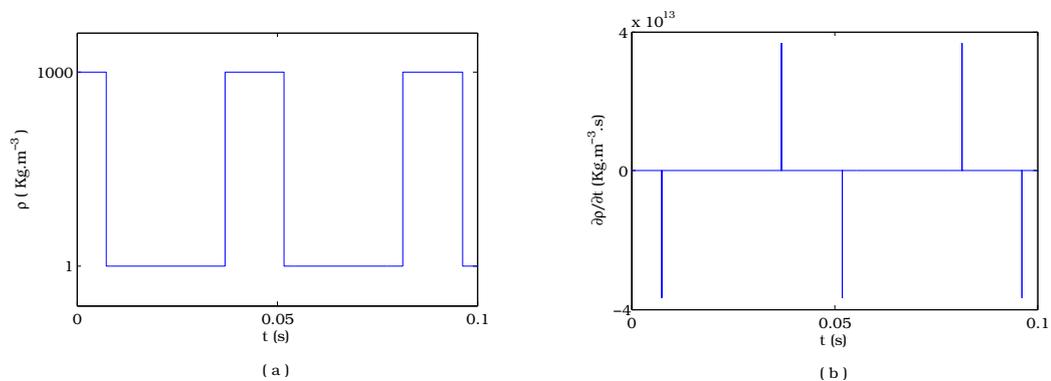
$$\rho(x, y, t) = \begin{cases} \rho_v = 1 \text{ kg/m}^3 & \text{si } 0 \leq x < L_p(t) & (a) \\ \rho_l = 1000 \text{ kg/m}^3 & \text{si } L_p(t) \leq x < c & (b) \end{cases} \quad (\text{IV.27})$$

Fig. IV.4 – Comportement instationnaire d'une poche de cavitation [Leroux *et al.*, 2005]

dont le taux de variation est donné par :

$$\begin{cases} \frac{\partial \rho}{\partial t} = (\rho_v - \rho_l) \delta(x - L_p(t)) \frac{\partial L_p(t)}{\partial t}, \\ 0 \leq x \leq c, \quad (x, y) \in \Gamma \quad \text{et} \quad L_{p_{min}} \leq L_p(t) \leq L_{p_{max}}. \end{cases} \quad (\text{IV.28})$$

où  $\delta$  est la fonction de Dirac. L'hydrofoil en acier inoxydable de type NACA0012, de masse volumique  $7850 \text{ kg.m}^{-3}$  est considéré. La poche de cavitation est supposée osciller à une fréquence  $f = 22.5 \text{ Hz}$  entre le bord d'attaque ( $L_{p_{min}} = 0$ ) et un point situé à 40% de la corde ( $L_{p_{max}} = 0.4c$ ). Les évolutions des solutions des équations (IV.27) et (IV.28) sur un point A de l'hydrofoil sont présentées sur la figure (IV.5).

Fig. IV.5 – (a)- Variation de  $\rho$  en  $A \in \Gamma$ , (b)- Taux de variation de  $\rho$  en  $A \in \Gamma$

#### IV.4 Effet de la masse ajoutée sur la dynamique de l'hydrofoil en pilonnement

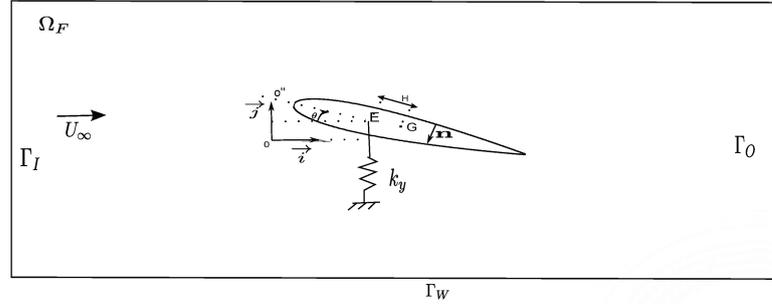


Fig. IV.6 – Domaine fluide et structure

Dans cette section, l'effet de la variation de la masse volumique le long de l'interface fluide-structure sur la dynamique de l'hydrofoil est étudié. L'hydrofoil est supposé muni d'un mouvement de pilonnement (Fig. IV.6). L'équation du système est donnée par

$$\left\{ \begin{array}{ll} m \ddot{\xi}_y + K_y \xi_y = F_y & (a) \\ \dot{\xi}_y(0) = \dot{\xi}_0 & (b) \\ \xi_y(0) = \xi_0 & (c) \end{array} \right. \quad (IV.29)$$

où  $F_y$  est la portance due au champ de pression  $p'$  solution de l'équation de Laplace suivante (Eq. IV.13) :

$$\left\{ \begin{array}{ll} \Delta p' = 0 & \text{sur } \Omega_f \quad (a) \\ \nabla p' \cdot \mathbf{n} = -\rho \ddot{\xi}_y \mathbf{n}_y - \frac{\partial \rho}{\partial t} \dot{\xi}_y \mathbf{n}_y & \text{sur } \Gamma \quad (b) \\ p' = 0 & \text{sur } \partial\Omega_f \setminus \Gamma \quad (c) \end{array} \right. \quad (IV.30)$$

où  $n_y = n \cdot \vec{j}$ . Il s'agit d'un problème couplé, où les conditions de couplage sont exprimées par la force  $F_y$  d'une part (Eq. IV.29-a) et la condition (Eq. IV.30-b) d'autre part. La

force  $F_y = F \cdot \vec{j}$  (Eq. IV.14), due au fluide, peut alors être exprimée sous la forme suivante,

$$F_y = - \int p' \mathbf{n}_y ds = - \int_{\Gamma} p_1 \mathbf{n}_y ds - \int_{\Gamma} p_2 \mathbf{n}_y ds \quad (\text{IV.31})$$

où  $p_1$  et  $p_2$  sont les solutions des systèmes d'équations (Eq. IV.32) et (Eq. IV.33) suivantes :

$$\left\{ \begin{array}{ll} \Delta p_1 = 0 & \text{sur } \Omega_f \quad (a) \\ \nabla p_1 \cdot \mathbf{n} = -\ddot{\xi}_y \rho \mathbf{n}_y & \text{sur } \Gamma \quad (b) \\ p_1 = 0 & \text{sur } \partial\Omega_f \setminus \Gamma \quad (c) \end{array} \right. \quad (\text{IV.32})$$

et

$$\left\{ \begin{array}{ll} \Delta p_2 = 0 & \text{sur } \Omega_f \quad (a) \\ \nabla p_2 \cdot \mathbf{n} = -\dot{\xi}_y \frac{\partial \rho}{\partial t} \mathbf{n}_y & \text{sur } \Gamma \quad (b) \\ p_2 = 0 & \text{sur } \partial\Omega_f \setminus \Gamma \quad (c) \end{array} \right. \quad (\text{IV.33})$$

Par linéarité des deux systèmes d'équations, les solutions  $p_1$  et  $p_2$  peuvent être écrites sous la forme suivante :

$$p_1 = -\ddot{\xi}_y p'_1 \text{ et } p_2 = -\dot{\xi}_y p'_2$$

où  $p'_1$  et  $p'_2$  sont respectivement les solutions des équations suivantes :

$$\left\{ \begin{array}{ll} \Delta p'_1 = 0 & \text{sur } \Omega_f \quad (a) \\ \nabla p'_1 \cdot \mathbf{n} = \rho \mathbf{n}_y & \text{sur } \Gamma \quad (b) \\ p'_1 = 0 & \text{sur } \partial\Omega_f \setminus \Gamma \quad (c) \end{array} \right. \quad (\text{IV.34})$$

et

$$\left\{ \begin{array}{ll} \Delta p'_2 = 0 & \text{sur } \Omega_f \quad (a) \\ \nabla p'_2 \cdot \mathbf{n} = \frac{\partial \rho}{\partial t} \mathbf{n}_y & \text{sur } \Gamma \quad (b) \\ p'_2 = 0 & \text{sur } \partial\Omega_f \setminus \Gamma \quad (c) \end{array} \right. \quad (\text{IV.35})$$

La force  $F_y$  peut donc être écrite sous la forme suivante :

$$F_y = -\ddot{\xi} \int_{\Gamma} p'_1 \mathbf{n}_y ds - \dot{\xi} \int_{\Gamma} p'_2 \mathbf{n}_y ds \quad (\text{IV.36})$$

L'équation de la dynamique de l'hydrofoil (Eq. IV.29), s'écrit alors sous la forme suivante,

$$(m + m_a) \ddot{\xi} + d_a \dot{\xi} + K_y \xi = 0 \quad (\text{IV.37})$$

où  $m_a$  et  $d_a$  sont respectivement la masse et l'amortissement ajoutés,

$$m_a = \int_{\Gamma} p'_1 \mathbf{n}_y ds \quad \text{et} \quad d_a = \int_{\Gamma} p'_2 \mathbf{n}_y ds$$

Les valeurs de la masse ajoutée ( $m_a$ ) et de l'amortissement ajouté ( $d_a$ ) sont dépendantes de la masse volumique  $\rho$  du fluide. Ainsi, deux cas sont abordés. Le cas  $\frac{\partial \rho}{\partial t} = 0$  et le cas  $\frac{\partial \rho}{\partial t} \neq 0$ . Ils correspondent respectivement, aux cas de poche de vapeur dite stable (non-oscillante) et le cas d'une poche oscillante.

#### IV.4.1 Poche de vapeur stable

Une poche de vapeur est dite stable lorsque sa longueur  $L_p$  est constante. Par conséquent, la masse volumique du fluide n'est pas variable dans le temps et  $\frac{\partial \rho}{\partial t} = 0$ . Ainsi, la solution  $p'_2$  de l'équation (IV.35) est nulle. Dans ce cas, le terme d'amortissement ajouté  $d_a$  s'annule et le terme de masse ajoutée  $m_a$  est constant.

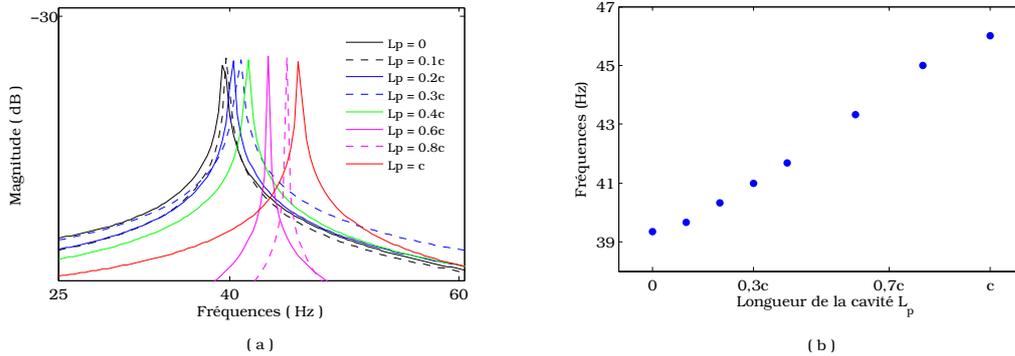


Fig. IV.7 – Fréquence du mouvement  $\xi_y$  de l'hydrofoil pour différent  $L_p$  stable [Rajaomazava III<sup>c</sup> et al., 2013]

Les fréquences des mouvements de l'hydrofoil pour différentes valeurs de la longueur de poche  $L_p$  sont présentées dans les figures (IV.7-a) et (IV.7-b). Elles montrent que la lon-

gueur de la poche n'a pas d'effet sur l'amplitude des oscillations, en revanche elle modifie la fréquence du système dans le fluide. Ceci est dû à l'effet de masse ajoutée, comme le montre l'équation suivante, obtenue à partir de l'équation (IV.37) pour  $d_a = 0$ ,

$$f_I = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{Ky}{m + m_a}} \quad (\text{IV.38})$$

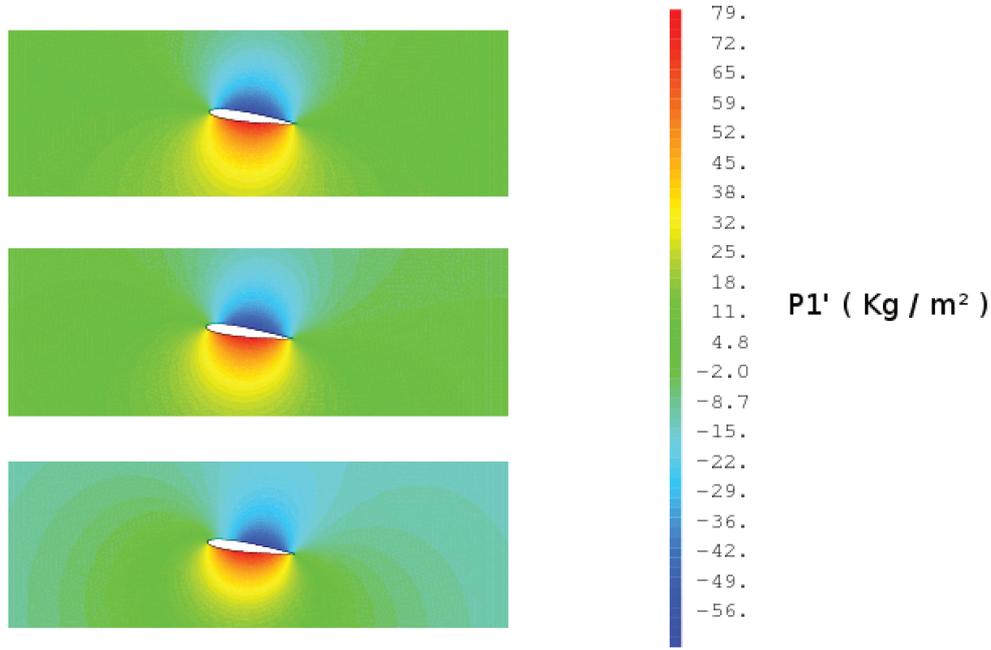
Plus la longueur de poche est grande, plus la fréquence propre est élevée. Cette tendance s'explique par le fait que l'augmentation de la longueur de poche entraîne l'augmentation de la surface de l'hydrofoil recouverte par la vapeur. En effet, l'équation (Eq. III.8) montre que la fréquence propre d'une structure dans le vide est inférieure à sa fréquence propre dans l'eau.

#### IV.4.2 Poche de vapeur oscillante

Dans ce cas la longueur de la poche est donnée par l'équation (IV.25) et la masse volumique du fluide est obtenue à partir de l'équation (IV.27). Les solutions  $p'_1$  correspondantes à trois différents instants sont présentées dans la figure (IV.8). La valeur de  $p'_1$  varie au cours du temps et elle est plus faible sur l'extrados de l'hydrofoil. En effet,  $p'_1$  est proportionnelle à la masse volumique  $\rho$  du fluide (Eq. IV.34) et au voisinage de l'extrados se trouve la poche de vapeur avec une densité volumique plus petite. La valeur de  $p'_2$  à trois instants différents, présentée dans la figure (IV.9) montre l'évolution de la solution de l'équation (IV.35). La zone à forte intensité de  $p'_2$  correspond à la position du point de fermeture de la poche. En effet,  $p'_2$  est proportionnelle au taux de variation de la masse volumique, laquelle est définie avec une fonction de Dirac au point de fermeture (Eq. IV.26).

Les variations de la masse ajoutée sont présentées dans la figure (IV.10-a). Elles sont périodiques et oscillent entre  $13.92 \text{ Kg.m}^{-1}$  et  $17.04 \text{ Kg.m}^{-1}$  avec une période de  $0.09\text{s}$ . La valeur maximale de la masse ajoutée correspond à la valeur de la masse ajoutée dans un fluide homogène. La masse ajoutée et la fréquence induite étant reliées (Eq. III.8), la variation de  $m_a$  entraîne une modulation de la fréquence. Le pilonnement de l'hydrofoil dans les cas homogène et non homogène sont représentés dans la figure (IV.10-b). Le déphasage entre les deux courbes augmente en fonction du temps.

La variation de l'amortissement ajouté est représentée sur la figure (IV.11-a). Celle-ci est périodique et prend des valeurs négatives qui peuvent être à l'origine d'instabilités de la

Fig. IV.8 – Évolution en temps de la solution de  $p_1'$ 

structure ou bien comme c'est le cas dans cette étude, de la modulation des amplitudes du déplacement, comme le montre la figure (IV.11-b) où on observe des harmoniques de part et d'autre de la fréquence fondamentale. La modulation en amplitude est liée à la longueur et l'oscillation de la poche. En effet, en modifiant la longueur de la poche, les fréquences fondamentales et les harmoniques varient (Tab. IV.1).

$L_{p_{max}}$	1 <sup>er</sup> Harmonique 1	Fondamentale	2 <sup>me</sup> Harmonique
0.2c	17.54	39.47	61.4
0.6c	19.37	41.16	62.95
0.8c	19.22	41.26	63.61
c	17.47	43.67	69.87

Tab. IV.1 – Fréquences d'oscillations de l'hydrofoil pour différents  $L_{p_{max}}$

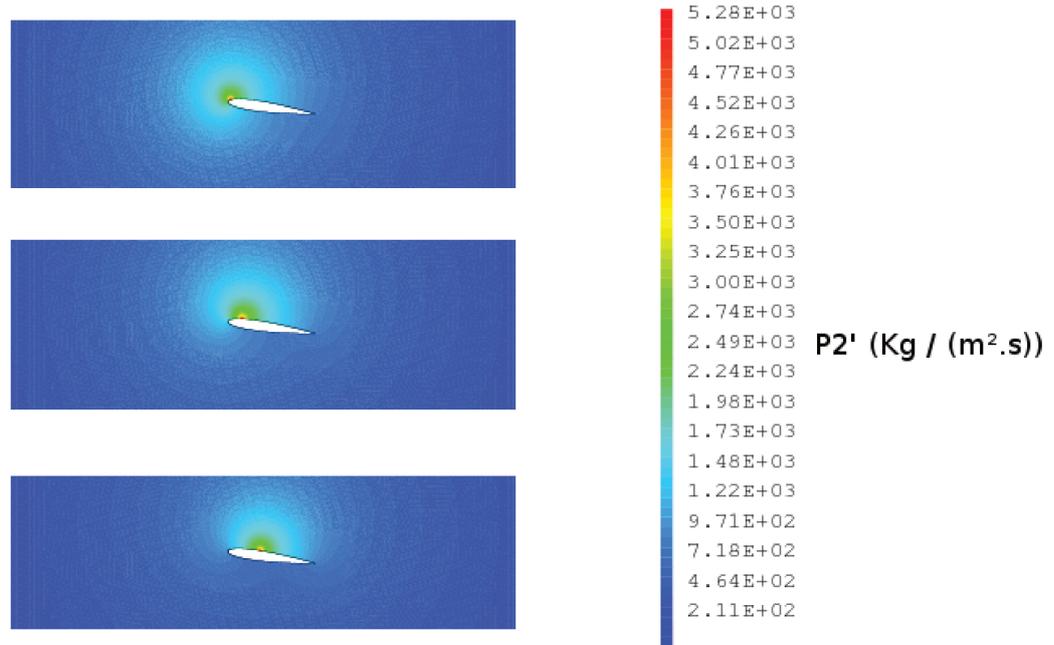
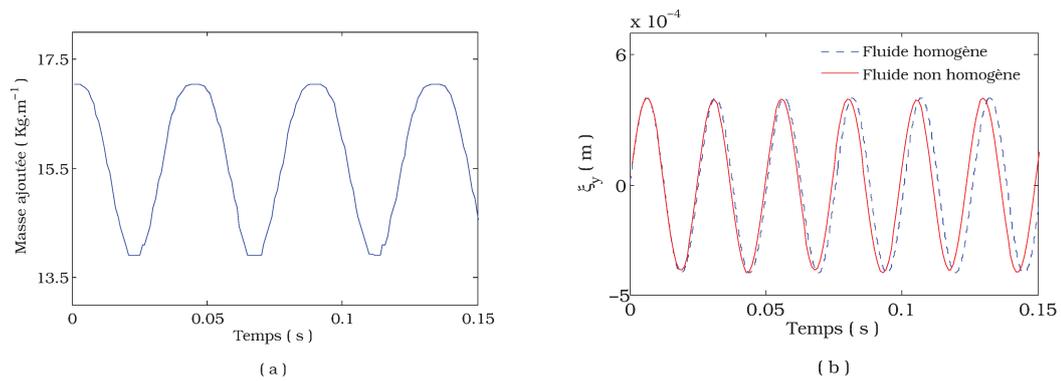
Fig. IV.9 – Évolution en temps de la solution  $p'_2$ 

Fig. IV.10 – (a)- Variation de la masse ajoutée, (b)- Déplacement en pilonnement de l'hydrofoil

#### IV.4.3 Mise en évidence des modulations de fréquence et d'amplitude

Pour une meilleure analyse fréquentielle par transformée de Fourier de la dynamique de l'hydrofoil dans ce cas, une poche oscillante à une fréquence  $f = 11$  Hz et une longueur

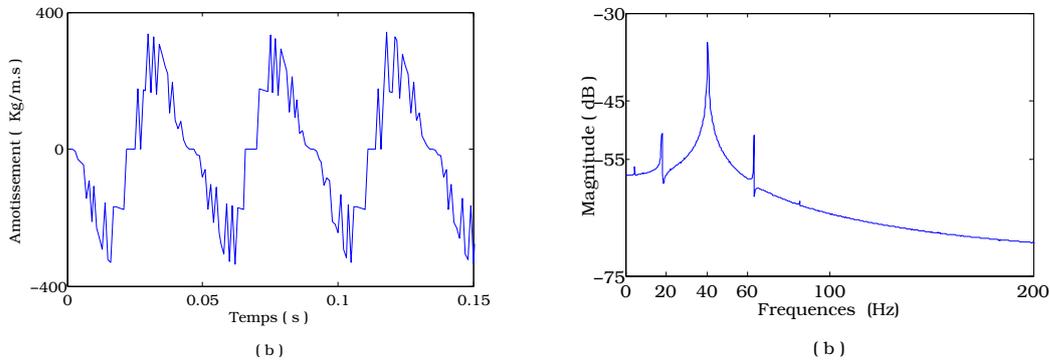


Fig. IV.11 – (a) Variation de l'amortissement ajouté (b)- Fréquence du mouvement en pilonnement de l'hydrofoil

maximale de 80% de la corde, est considérée. La fréquence propre dans l'air du système est 58.52 Hz. Le déplacement  $\xi_y$  de la structure et le spectrogramme des mouvements sont respectivement présentés dans les figures (IV.12-a) et (IV.12-b). Le spectrogramme montre une fréquence oscillant autour de 40 Hz et avec une fréquence proche de la fréquence de la poche. Cependant, l'augmentation de la précision en temps engendre une diminution de la précision en fréquence. Ainsi, afin d'obtenir la fréquence instantanée, la méthode de décomposition empirique (EMD) est utilisée.

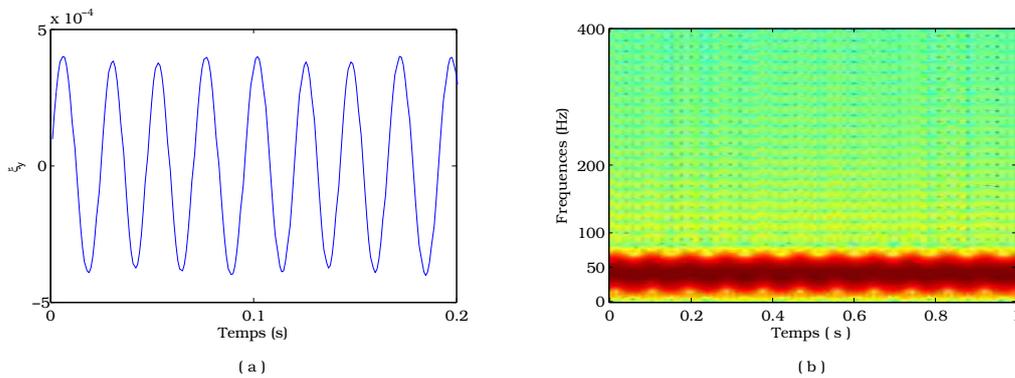


Fig. IV.12 – (a) Dynamique de l'hydrofoil (b) - Spectrogramme de  $\xi$  dans le cas non homogène

### Principe de la méthode EMD

La décomposition modale empirique (EMD pour Empirical Modes Decomposition), introduite par Huang *et al.* [Huang *et al.*, 1998], est une technique de décomposition locale et

auto-adaptative des signaux. Ainsi, tout signal non-stationnaire issu ou non d'un système linéaire est décomposé en nombre fini de fonctions de base appelées modes empiriques ou IMFs (Intrinsic Modes Functions). Étant donné un signal constitué de plusieurs composantes (fréquentielles), sa décomposition en différentes contributions, par l'EMD, permet de l'analyser plus finement par la suite. Un exemple d'une telle analyse, est le calcul de la fréquence instantanée de chaque IMF. L'EMD est basé sur un processus itératif appelé tamisage (ou sifting), pour extraire une IMF du signal original. Ce processus consiste à interpoler les maxima et minima locaux du signal par des splines [Rilling *et al.*, 2003] et construire ainsi les enveloppes supérieures ( $E_{max}$ ) et inférieures ( $E_{min}$ ) respectivement. La moyenne des deux enveloppes  $m(t) = (E_{max} + E_{min})/2$  est calculée puis soustraite du signal initial. Cette différence  $d(t) = s(t) - m(t)$  est qualifiée d'IMF si elle vérifie les conditions suivantes :

- Nombre d'extrema locaux et de passages à zéros différent d'au plus un,
- Moyenne nulle

Notons par  $s(t)$  le signal de départ, alors la procédure d'extraction des modes est définie par l'algorithme suivant :

1. **Initialisation**,  $i = 1$ ,  $s(t) = res_0(t)$
2. **Extraction** du  $i$ -ème IMF :
  - a - **Initialisation**  $d_0(t) = res_i(t)$ ,  $k = 1$
  - b - Localisation des **maxima** et **minima** de  $d_{k-1}(t)$
  - c - Construction des **enveloppes**  $E_{max}$  et  $E_{min}$
  - d - Calcul de la **moyenne**  $m_{k-1}$  des enveloppes de  $d_{k-1}(t)$
  - e - **Définir**  $d_k(t) = d_{k-1}(t) - m_{k-1}(t)$
  - f - Si le **critère d'arrêt** est satisfait alors  $IMF_i = d_k$ , sinon retour à à l'étape 2. b et  $k = k + 1$
3.  $res_i = res_{i-1} - IMF_i$
4. Si  $res_i$  a plus de deux extremums alors retour à l'étape 2.a avec  $i = i + 1$  sinon la décomposition est finie et  $res_i$  est le résidu.

Le signal peut ainsi être décomposé sous la forme

$$s(t) = \sum_{i=1}^{n_i} IMF_i + res_{n_i}; \quad (IV.39)$$

où  $n_i$  est le nombre de mode et  $res_{n_i}$  le résidu de la décomposition.

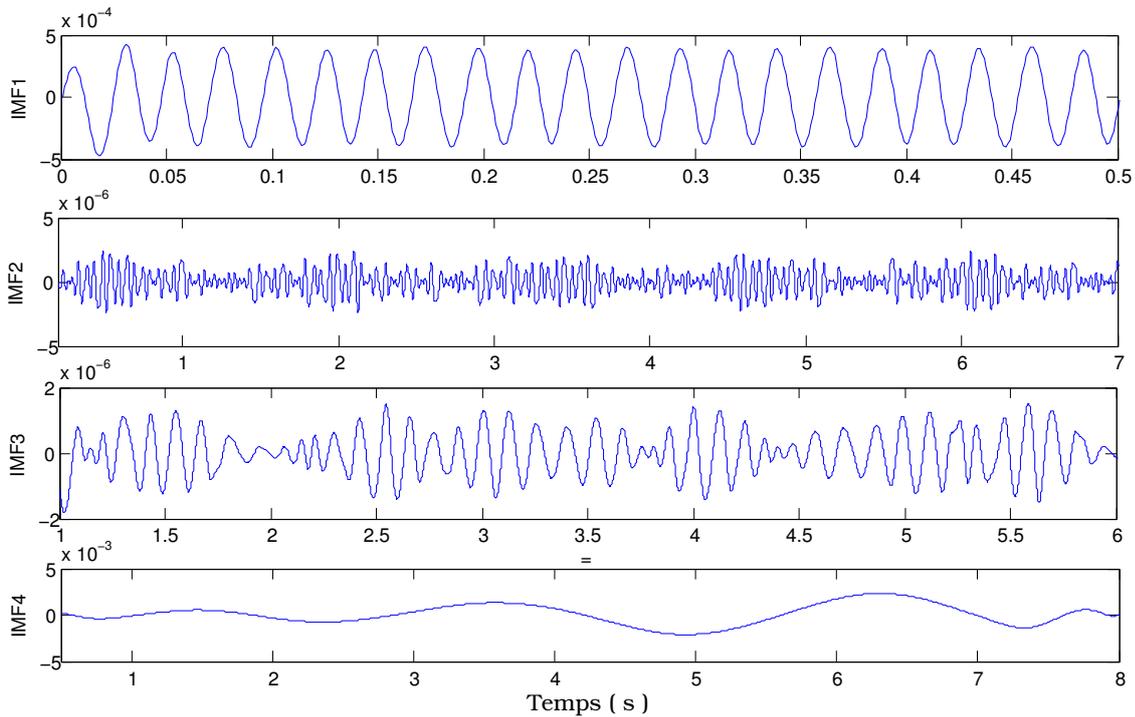


Fig. IV.13 – Les quatre premières IMF de la décomposition de  $\xi_y$

Les quatre premiers modes issus de la décomposition du signal  $\xi_y(t)$  par la méthode EMD sont présentés dans la figure (IV.13). Par construction des IMF, le premier mode correspond à la fréquence la plus élevée du signal. De plus, dans notre cas, ce mode possède l'amplitude le plus élevé en comparaison avec les autres IMF. Le déplacement de l'hydrofoil est donc principalement muni du mouvement défini par IMF1. La fréquence instantanée correspondant à ce mode est présentée sur la figure (IV.14-a). La fréquence instantanée est définie comme étant la dérivée de la phase en temps du signal analytique instantané [Boashash<sup>a</sup>, 1992, Boashash<sup>b</sup>, 1992]. Celle-ci oscille de 39.38 Hz à 44.98 Hz avec des extrêmes qui peuvent prendre 35.35Hz et 46.99Hz tout au début du calcul. La variation de cette fréquence correspond à la variation de la longueur de poche, ces deux oscillations ont

exactement les mêmes fréquences. Ces valeurs de fréquences, en particulier les extremums, sont proches de celles obtenues lorsque les poches étaient stables (Fig. IV.7).

Une représentation du déplacement de l'hydrofoil sur de longues périodes montre les effets sur la modulation en amplitude (Fig. IV.14-b) .

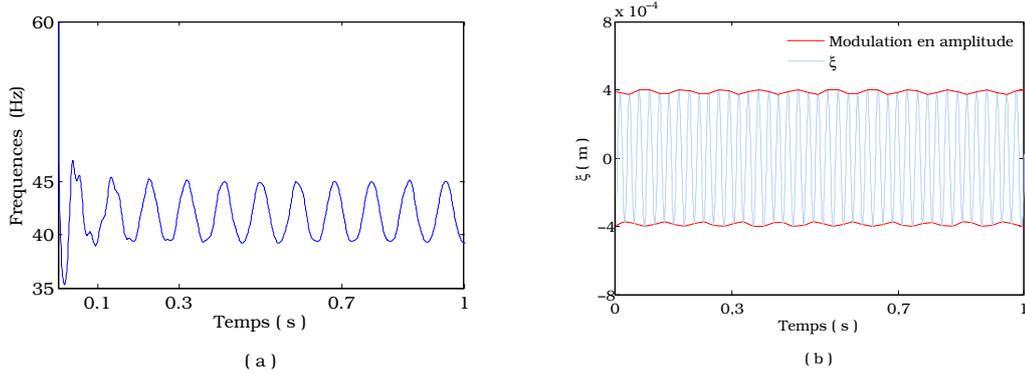


Fig. IV.14 – (a) Fréquence instantanée du premier mode IMF1 (b)- Déplacement  $\xi_y$  de l'hydrofoil en pilonnement

## IV.5 Effet de la masse ajoutée sur la dynamique d'un hydrofoil en tangage et pilonnement

Dans cette section, le déplacement en pilonnement et tangage de l'hydrofoil est considéré (Fig. II.1). L'effet des variations de la masse volumique du fluide le long de l'interface fluide-structure sur la dynamique de l'hydrofoil est étudié. Un couplage est effectué entre l'équation de l'écoulement induit par la vibration de la structure et l'équation qui gouverne la dynamique de l'hydrofoil. Il s'agit d'une extension de l'étude présentée dans la section précédente (§IV.4) à un cas à 2 degrés de liberté.

L'équation de la dynamique de la structure est donnée par (Eq. II.22) :

$$\begin{cases} (J - m H^2 \sin^2 \theta) \ddot{\theta} - m H \ddot{y} - m H^2 \sin \theta \cos(\theta) \dot{\theta}^2 + k_\theta(\theta - \beta) = \mathcal{M} & (a) \\ -m H \cos(\theta) \ddot{\theta} + m \ddot{y} + m H \sin(\theta) \dot{\theta}^2 + k_y y = F_y & (b) \end{cases} \quad (IV.40)$$

où  $H$  est la distance entre le centre de gravité et le centre de rotation.  $h$  est la distance algébrique entre le centre de poussée et le centre de rotation. Le centre de poussée a été fixé

à 20% de la corde.  $\mathcal{M} = -h \cos \theta F_y - h \sin \theta F_x$  où  $F = \begin{pmatrix} F_x \\ F_y \end{pmatrix}$  est la force de pression donnée par l'équation (Eq. IV.14) à partir de la solution  $p'$  de l'équation (IV.13). Elle peut être réécrite sous la forme suivante :

$$\begin{aligned} F_x &= -\ddot{\xi}_x \int_{\Gamma} p_1 \mathbf{n}_x dS - \ddot{\xi}_y \int_{\Gamma} p_2 \mathbf{n}_x dS - \dot{\xi}_x \int_{\Gamma} p_3 \mathbf{n}_x dS - \dot{\xi}_y \int_{\Gamma} p_4 \mathbf{n}_x dS \\ F_y &= -\ddot{\xi}_x \int_{\Gamma} p_1 \mathbf{n}_y dS - \ddot{\xi}_y \int_{\Gamma} p_2 \mathbf{n}_y dS - \dot{\xi}_x \int_{\Gamma} p_3 \mathbf{n}_y dS - \dot{\xi}_y \int_{\Gamma} p_4 \mathbf{n}_y dS \end{aligned} \quad (\text{IV.41})$$

où  $\mathbf{n}_x = \mathbf{n} \cdot \vec{i}$  et  $p_1, p_2, p_3, p_4$  sont respectivement les solutions des équations suivantes :

$$\left\{ \begin{array}{l} \Delta p_1 = 0 \\ \nabla p_1 \cdot \mathbf{n} = \rho \mathbf{n}_x \\ p_1 = 0 \end{array} \right. \quad \text{et} \quad \left\{ \begin{array}{ll} \Delta p_2 = 0 & \text{sur } \Omega_f \quad (a) \\ \nabla p_2 \cdot \mathbf{n} = \rho \mathbf{n}_y & \text{sur } \Gamma \quad (b) \\ p'_2 = 0 & \text{sur } \partial\Omega_f \setminus \Gamma \quad (c) \end{array} \right. \quad (\text{IV.42})$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \Delta p_3 = 0 \\ \nabla p_3 \cdot \mathbf{n} = \frac{\partial \rho}{\partial t} \mathbf{n}_x \\ p_3 = 0 \end{array} \right. \quad \text{et} \quad \left\{ \begin{array}{ll} \Delta p_4 = 0 & \text{on } \Omega_f \quad (a) \\ \nabla p_4 \cdot \mathbf{n} = \frac{\partial \rho}{\partial t} \mathbf{n}_y & \text{on } \Gamma \quad (b) \\ p_4 = 0 & \text{on } \partial\Omega_f \setminus \Gamma \quad (c) \end{array} \right. \quad (\text{IV.43})$$

telles que  $p' = -\ddot{\xi}_x p_1 - \ddot{\xi}_y p_2 - \dot{\xi}_x p_3 - \dot{\xi}_y p_4$ . Les valeurs de  $\theta$  et  $\mathcal{Y}$  étant reliées aux variables locales  $\xi$  par les relations (Eq. IV.3 et IV.4), on déduit :

$$\begin{aligned} \dot{\xi}_x &= \dot{\theta} \mathbf{r}_y \\ \dot{\xi}_y &= \dot{\mathcal{Y}} - \dot{\theta} \mathbf{r}_x \\ \ddot{\xi}_x &= \ddot{\theta} \mathbf{r}_y - \dot{\theta}^2 \mathbf{r}_x \\ \ddot{\xi}_y &= \ddot{\mathcal{Y}} - \dot{\theta}^2 - \ddot{\theta} \mathbf{r}_x \end{aligned} \quad (\text{IV.44})$$

où  $\mathbf{r} = \begin{pmatrix} \mathbf{r}_x \\ \mathbf{r}_y \end{pmatrix}$ .  $\xi$  est le déplacement défini sur un point quelconque appartenant à l'interface de l'hydrofoil et  $\mathcal{Y}$  son déplacement vertical au centre de rotation  $E$ . L'équation (IV.40) peut alors s'écrire sous forme matricielle suivante :

$$\boxed{\begin{pmatrix} m_{11} & m_{12} \\ m_{21} & m_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \ddot{\theta} \\ \ddot{\mathcal{Y}} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} \\ c_{21} & c_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot{\theta} \\ \dot{\mathcal{Y}} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & k_y \\ k_\theta & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \theta \\ \mathcal{Y} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ k_\theta \beta \end{pmatrix}}$$

(IV.45)

où,

$$m_{11} = J - m H^2 \sin^2 \theta - \mathbf{r}_y h \cos \theta \int_{\Gamma} p_1 \mathbf{n}_y ds - \mathbf{r}_y h \sin \theta \int_{\Gamma} p_1 \mathbf{n}_x ds$$

$$+ \mathbf{r}_x h \cos \theta \int_{\Gamma} p_2 \mathbf{n}_y ds + \mathbf{r}_x h \sin \theta \int_{\Gamma} p_2 \mathbf{n}_x ds$$

$$m_{12} = -m H \cos \theta - h \cos \theta \int_{\Gamma} p_2 \mathbf{n}_y ds - h \sin \theta \int_{\Gamma} p_2 \mathbf{n}_x ds$$

$$m_{21} = \mathbf{r}_y \int_{\Gamma} p_1 \mathbf{n}_y ds + \mathbf{r}_x \int_{\Gamma} p_2 \mathbf{n}_y ds - m H \cos \theta$$

$$m_{22} = m + \int_{\Gamma} p_2 \mathbf{n}_y ds$$

$$c_{11} = -m H^2 \dot{\theta} \frac{\sin(2\theta)}{2} + \dot{\theta} \mathbf{r}_x h \cos \theta \int_{\Gamma} p_1 \mathbf{n}_y ds + \dot{\theta} \mathbf{r}_x h \sin \theta \int_{\Gamma} p_1 \mathbf{n}_x ds + \dot{\theta} \mathbf{r}_y h \cos \theta \int_{\Gamma} p_2 \mathbf{n}_y ds$$

$$+ \dot{\theta} \mathbf{r}_y h \sin \theta \int_{\Gamma} p_2 \mathbf{n}_x ds + \mathbf{r}_x h \cos \theta \int_{\Gamma} p_4 \mathbf{n}_y ds + \mathbf{r}_x h \sin \theta \int_{\Gamma} p_4 \mathbf{n}_x ds - \mathbf{r}_y h \cos \theta \int_{\Gamma} p_3 \mathbf{n}_y ds$$

$$- \mathbf{r}_y h \sin \theta \int_{\Gamma} p_3 \mathbf{n}_x ds$$

$$c_{12} = h \cos \theta \int_{\Gamma} p_4 \mathbf{n}_y ds + h \sin \theta \int_{\Gamma} p_4 \mathbf{n}_x ds$$

$$c_{21} = m H \dot{\theta} \sin \theta - \dot{\theta} \mathbf{r}_x \int_{\Gamma} p_1 \mathbf{n}_y ds - \dot{\theta} \mathbf{r}_y \int_{\Gamma} p_2 \mathbf{n}_y ds + \mathbf{r}_y \int_{\Gamma} p_3 \mathbf{n}_y ds - \mathbf{r}_x \int_{\Gamma} p_4 \mathbf{n}_y ds$$

$$c_{22} = \int_{\Gamma} p_4 \mathbf{n}_y ds$$

Un hydrofoil de type NACA0012 en acier inoxydable de masse  $14.505 \text{kg.m}^{-1}$  est considéré. La longueur maximale de la poche est  $L_{p_{max}} = 0.4c$  et la longueur minimale est  $L_{p_{min}} = 0$ . La fréquence propre en pilonnement est de 58.52 Hz et celle en tangage est de 159.66 Hz. La fréquence d'oscillation de la poche de cavitation  $f$  est égale à 22.5Hz.

Les mouvements en pilonnement et en tangage sont respectivement présentés dans les fi-

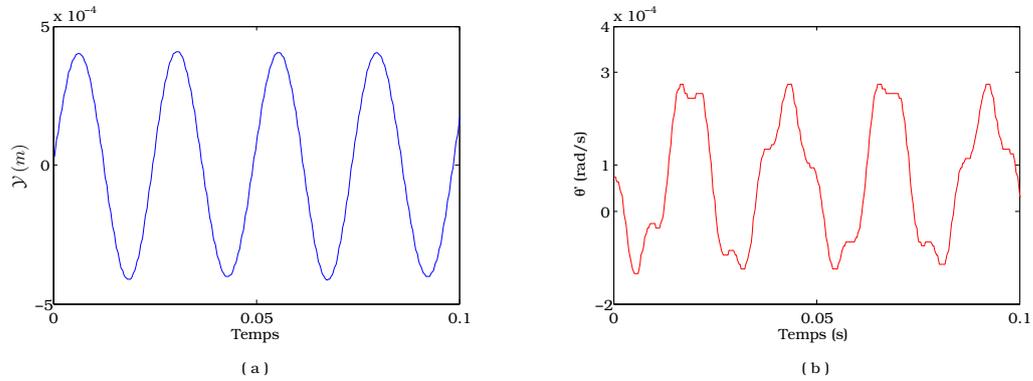


Fig. IV.15 – (a) Déplacement en pilonnement (b)- Déplacement en tangage

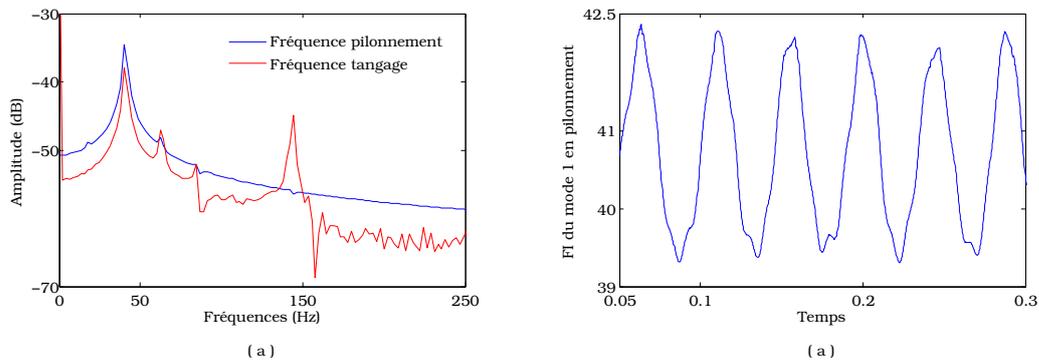


Fig. IV.16 – (a)- Fréquence propre en pilonnement et tangage (b)- FI du premier mode du mouvement en pilonnement

gures (IV.15-a) et (IV.15-b). Ces mouvements sont périodiques avec des fréquences en dessous de la fréquence propre du système dans l'air. Les fréquences de pilonnement sont composées d'une fondamentale à 40Hz et des harmoniques 17.78 Hz, 62.22 Hz, tandis que les fréquences de tangage sont composées de deux pics principaux 40 Hz, 144.4 Hz et des harmoniques de 62.22 Hz et 84.4 Hz. L'analyse fréquentielle par transformée de Fourier du déplacement de l'hydrofoil montre le couplage entre les mouvements de pilonnement et tangage. En effet, les deux pics principaux de fréquences (Fig. IV.16-a) sont constatés dans les deux signaux. Néanmoins, ceci ne permet pas d'observer les modulations de fréquence dues à l'oscillation de la poche. Une décomposition modale par EMD des signaux a été effectuée. Les modes propres pour chacun des mouvements sont respectivement présentés dans les figures (IV.17) et (IV.18). Les modes significatifs et les fréquences instantanées sont ainsi déterminés. La fréquence instantanée du premier mode du mouvement de pilonnement

montre la modulation en fréquence du mouvement (IV.16-b). Deux modes significatifs ont été obtenus du signal issu du mouvement de tangage (Fig. IV.19). La représentation de la fréquence instantanée montre que les fréquences de pilonnement et tangage sont modulées par la fréquence d'oscillation de la poche.

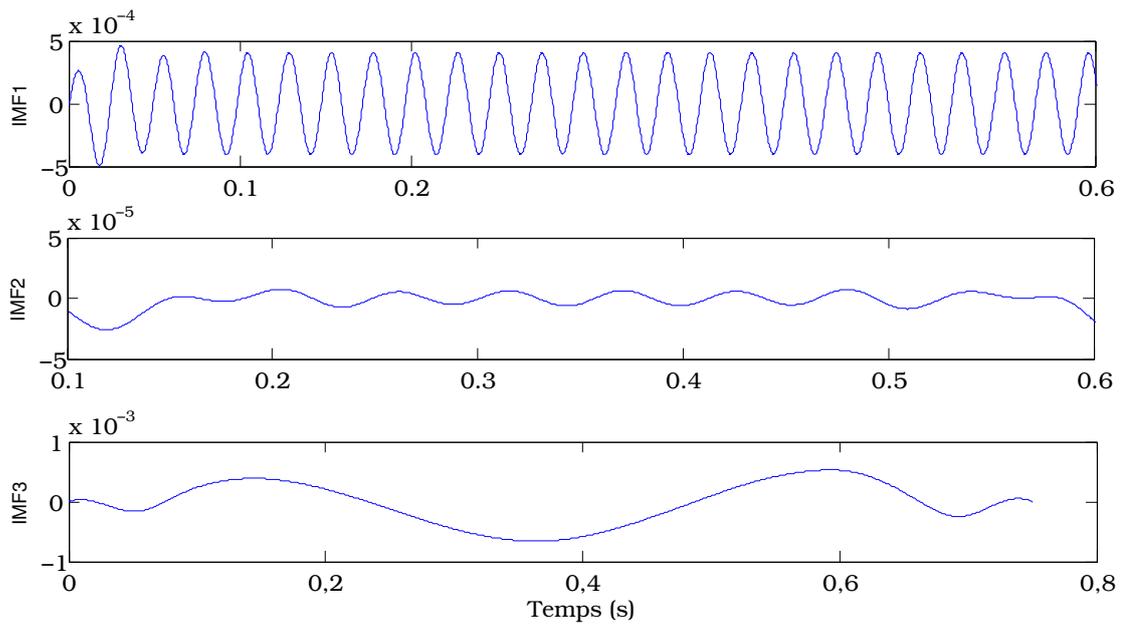


Fig. IV.17 – Décomposition en IMF du mouvement de pilonnement

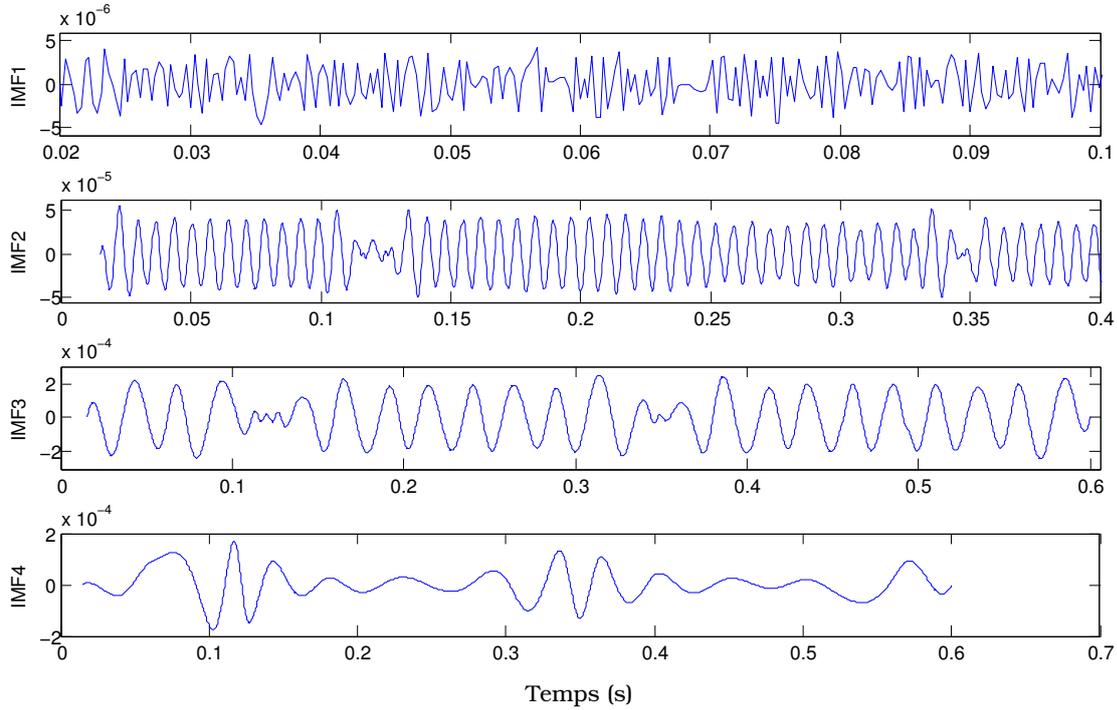


Fig. IV.18 – Décomposition en IMF du mouvement en tangage

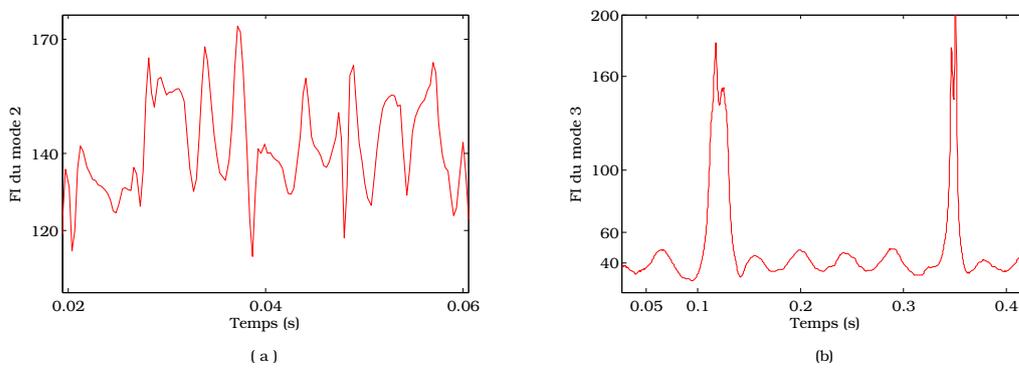


Fig. IV.19 – Fréquence instantanée du second (a) et du troisième (b) mode du mouvement en pilonnement-tangage

## IV.6 Conclusion

L'analyse de l'effet des variations de la masse volumique du fluide le long de l'interface fluide-structure sur la dynamique de l'hydrofoil en pilonnement et en tangage a été effectuée. Une méthode basée sur la décomposition des variables fluides en deux composantes est présentée. La première composante décrit l'écoulement du fluide autour de l'hydrofoil immobile, tandis que la deuxième représente l'écoulement généré par la vibration de la

structure. L'équation linéarisée décrivant l'écoulement induit par la vibration de la structure est ainsi obtenue. Celle-ci est couplée à l'équation de la dynamique de l'hydrofoil. Un modèle de variation de la masse volumique le long de l'interface fluide-structure, de type cavitation par poche est utilisé.

La variation de la masse volumique modifie la masse ajoutée et fait apparaître un amortissement ajoutée qui peut prendre des valeurs négatives. Elle affecte ainsi la dynamique de l'hydrofoil en induisant des modulations d'amplitude et de fréquence. Celles-ci ont été mises en évidence par la décomposition des signaux en modes empiriques avec la méthode de décomposition modale EMD. Les fréquences instantanées sont ainsi obtenues.



## CONCLUSIONS ET PERSPECTIVES

Ce travail de thèse présente une analyse globale de quatre algorithmes de couplages en interaction fluide structure à travers le couplage de l'équation de Burgers à un problème de type masse ressort. Il est ensuite suivi d'une application à un hydrofoil en mouvement de pilonnement et tangage. Trois configurations ont été abordées : structure en mouvement forcé dans un fluide en écoulement, structure en mouvement libre dans un fluide au repos et une structure en mouvement libre dans un écoulement. Il est finalisé par une première approche sur l'étude des interactions fluide structure en écoulement non homogène. Ces travaux sont principalement axés sur la modélisation, l'étude numérique et l'aspect théorique.

L'étude du couplage de l'équation de Burgers à une interface nous a permis de formuler le problème couplé sous forme d'un problème du point fixe et de résoudre à l'aide d'un processus itératif. Quatre schémas de couplage sont ainsi obtenus : explicite, semi-implicite, implicite-externe, implicite-interne. Une analyse comparative sur leurs performances a été réalisée. Le schéma explicite bénéficie d'un calcul plus rapide et une mise en oeuvre plus facile par rapport aux autres schémas de couplage, son utilisation est conseillée dans la perspective d'un calcul rapide. Pour les calculs qui nécessitent plus de précision, l'utilisation des schémas implicites sont nécessaires. Entre les deux schémas implicites, l'implicite-interne bénéficie d'un rapport précision/temps de calcul avantageux, toutefois la mise en oeuvre nécessite un accès aux solveurs internes du code qui le rend inaccessible sur une grande partie des logiciels commerciaux actuellement disponibles. Plusieurs travaux sur les algorithmes de couplages ont déjà précédé cette thèse, nos apports se portent principalement sur la linéarisation du problème couplé. Il est envisageable à partir de cette étude de construire un algorithme de couplage plus performant, en incluant d'autres formes d'optimisation,

entre autres en utilisant un schéma de prédiction de l'interface fluide structure, ...

Un problème d'IFS, dynamique d'un hydrofoil immergé dans un fluide, est ensuite étudié. Les effets dynamiques liés au couplage fluide structure et liés au couplage du mouvement de pilonnement et tangage sont présentés. L'étude est effectuée à travers les trois configurations précitées et les quatre cas qui diffèrent par leurs fréquences propres. L'hydrofoil est muni d'un mouvement périodique lorsqu'il est en mouvement forcé dans un fluide en écoulement. Les effets dynamiques du couplage sont caractérisés par un hystérésis en pilonnement pur et tangage pur. Lorsque l'hydrofoil est en pilonnement-tangage, les coefficients hydrodynamiques forment une courbe de Lissajous témoignant de la différence de phase entre la dynamique de la structure et ces coefficients. Une étude approfondie de ces signaux en utilisant des méthodes développées en "analyse de signal" forme une perspective immédiate sur l'analyse de ces résultats. Lorsque le problème fluide structure est couplé, l'hydrofoil est muni d'un mouvement pseudo périodique amorti. Le mouvement s'accompagne d'une baisse des fréquences propres en comparaison de celle dans l'air dans le cas de pilonnement pur, tangage pur et pilonnement-tangage. La masse ajoutée a été ainsi déduite et comparée avec un résultat issu d'une autre méthode. Le mouvement de l'hydrofoil est également muni d'une variation des taux d'amortissement, caractéristique des mouvements à faible amplitude. En présence d'écoulement, la diminution de la fréquence propre est peu significative, voir augmentée dans le cas d'un tangage pure. La fréquence propre du système et la fréquence de variation des coefficients hydrodynamiques sont les mêmes. L'analyse sur la position du centre de poussée montre qu'elle dépend des forces hydrodynamiques, elle varie en fonction du temps. Cette variation suit celle du mouvement, périodique lorsque le mouvement de l'hydrofoil l'est et amortie lorsque celui ci l'est également. Des points singuliers peuvent toutefois apparaître lorsque les forces hydrodynamiques s'annulent simultanément. L'apparition de ces points est aussi périodique lorsque les forces le sont.

De cette thèse, un outil de simulation sur les hydrofoils en dynamique a été développé au sein du Laboratoire. Le code étant accessible (libre, open source), il peut être modifié et adapté selon le problème étudié. Son utilisation avisée permet d'étudier un phénomène particulier en l'associant à d'autre modèle ou en modifiant certain paramètres. Entre autre, l'amortissement, la turbulence, ... sont tous des domaines à explorer. L'hypothèse de l'appartenance du centre de poussée à la corde peut être également amélioré en permettant son déplacement orthogonal à la corde. La considération d'un corps déformable (structure non rigide) est une étape logique la suite de cette thèse, modifiant ainsi le modèle utilisé sur la structure.

Une première approche sur les interactions fluide structure en écoulement non homogène a été effectuée. L'hydrofoil est muni d'un mouvement de pilonnement et de pilonnement-tangage. Une méthode, basée sur la décomposition des variables fluides en deux composantes, est présentée. La première décrit l'écoulement autour de l'hydrofoil immobile tandis que la seconde représente la composante générée par la vibration. L'équation linéarisée décrivant l'écoulement induit par la vibration est ainsi obtenue. Celle-ci a permis d'obtenir l'opérateur de masse ajoutée et en même temps de montrer l'existence d'un amortissement ajouté. Cette équation a été couplée à l'équation de la dynamique de la structure. Un modèle de type cavitation par poche a été utilisé pour prendre en compte la variation de la masse volumique à l'interface. Une étude statique sur la variation de la poche a montré l'augmentation de la fréquence propre de la structure en fonction de l'augmentation de la poche. Lorsque la poche varie, l'écoulement induit par la vibration fait apparaître un amortissement ajouté dû à la variation de la masse volumique. Cet amortissement varie périodiquement et prend des valeurs positives et négatives.



## A Tableau résumé des performances des algorithmes de couplage

Détails des calculs effectués pour un temps d'étude de 20s, représenté en pourcentage sur les figures (I.24) et (I.25).

Schéma de couplage	puissance maximale sur $\Gamma$	Pas de temps	Itérations de Newton	Itérations de couplage	Temps CPU
Explicite	1424 w	$10^{-2}$ s	3078	2000	12s
Semi-implicite	$10^{-2}$ w	$10^{-2}$ s	3486	3486	13s
implicite-externe	$10^{-7}$ w	$10^{-2}$ s	8993	4662	30s
implicite-interne	$10^{-7}$ w	$10^{-2}$ s	4704	4704	17s
Explicite	160 w	$10^{-3}$ s	23506	20000	1mn 22s
Semi-implicite	$1.9 \cdot 10^{-3}$ w	$10^{-3}$ s	25570	25570	1mn 30s
implicite-externe	$10^{-7}$ w	$10^{-3}$ s	47986	34771	2mn 43s
implicite-interne	$10^{-7}$ w	$10^{-3}$ s	34783	34783	1mn 57s
Explicite	16.51 w	$10^{-4}$ s	216119	200000	12mn 45s
Semi-implicite	$9 \cdot 10^{-3}$ w	$10^{-4}$ s	226168	226168	14mn 22s
implicite-externe	$10^{-7}$ w	$10^{-4}$ s	344590	291583	20mn 11s
implicite-interne	$10^{-7}$ w	$10^{-4}$ s	291607	291607	16mn 49s

Tab. VI.2 – Performances des algorithmes de couplage

## B Mouvements en pilonnement, tangage et pilonnement-tangage forcé dans un écoulement

### B.1 Charges hydrodynamiques d'un hydrofoil en pilonnement pur

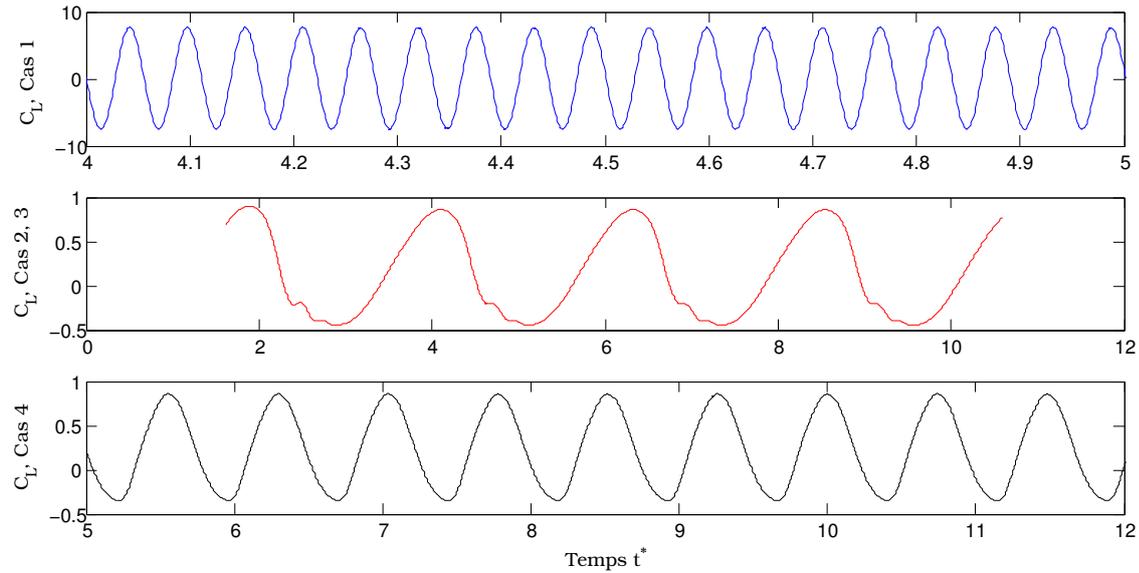


Fig. VI.20 – Evolution des coefficients de portances

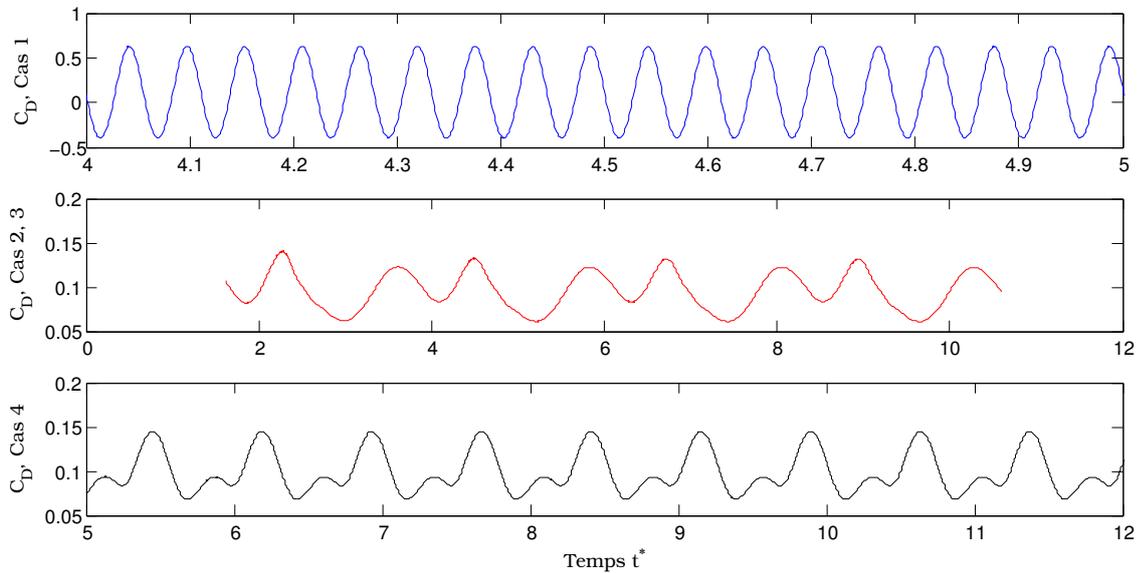


Fig. VI.21 – Evolution des coefficients de traînée

## B.2 Charges hydrodynamiques d'un hydrofoil en tangage pur

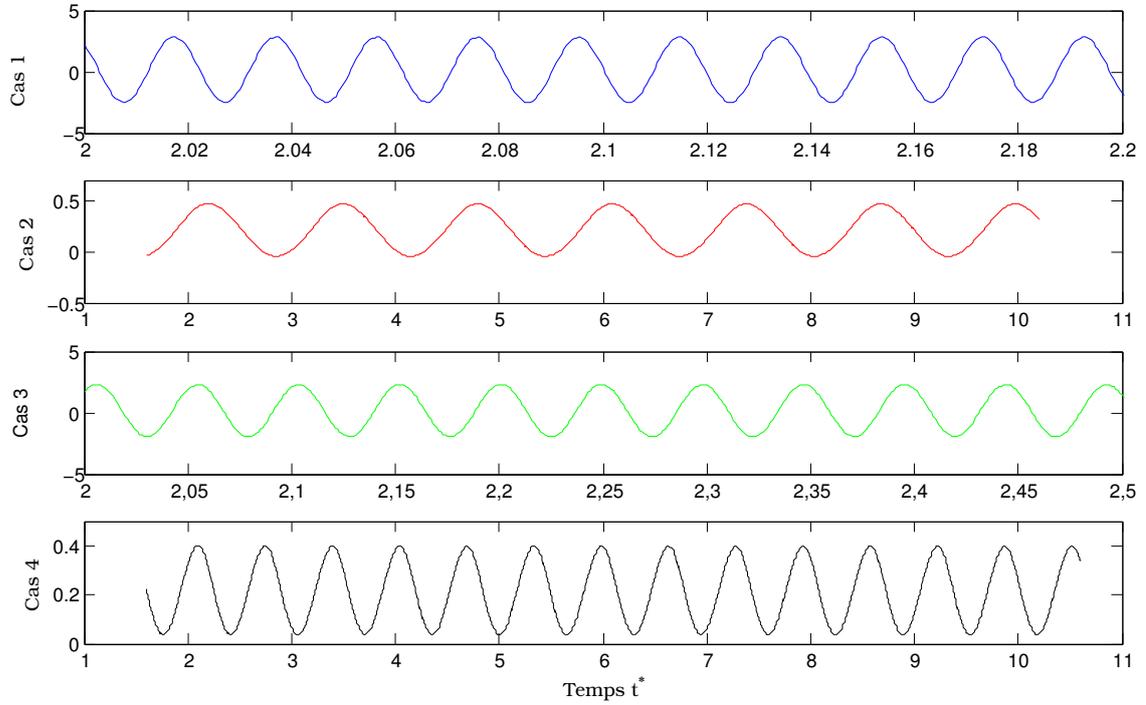


Fig. VI.22 – Evolution des coefficients de portance

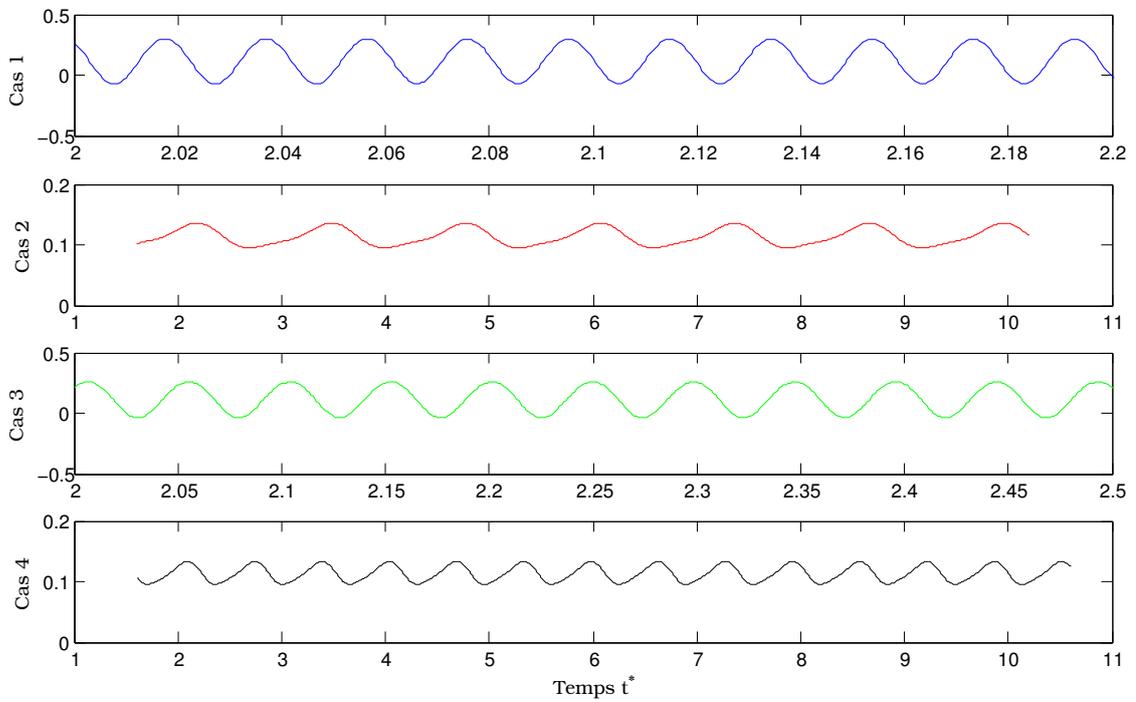


Fig. VI.23 – Evolution des coefficients de traînée

### B.3 Charges hydrodynamiques d'un hydrofoil en pilonnement et tangage

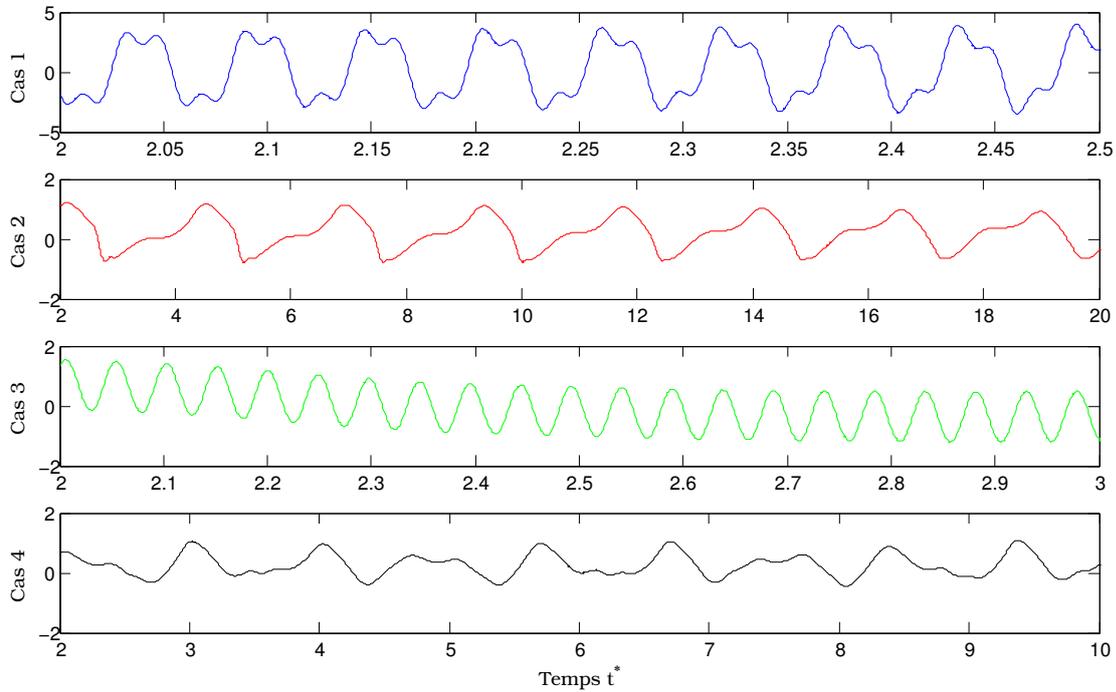


Fig. VI.24 – Evolution des coefficients de portance

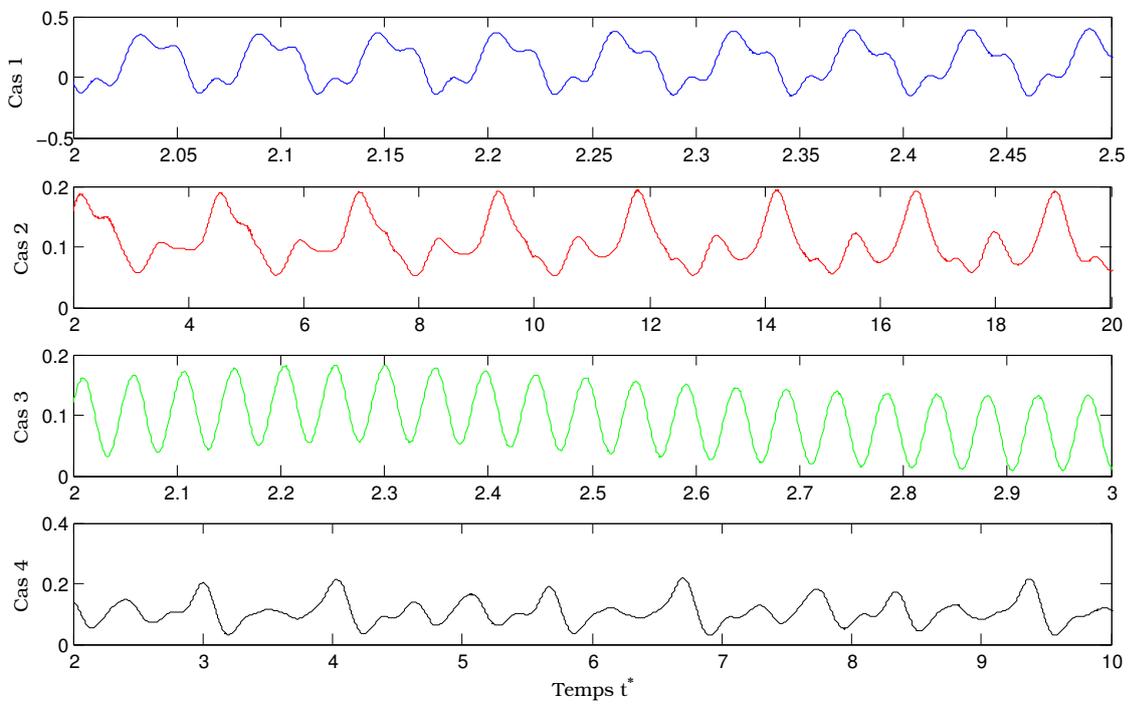


Fig. VI.25 – Evolution des coefficients de traînée

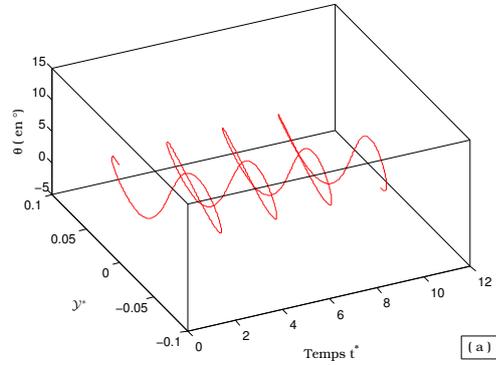


Fig. VI.26 – Dynamique de l'hydrofoil en pilonnement et tangage, Cas 2

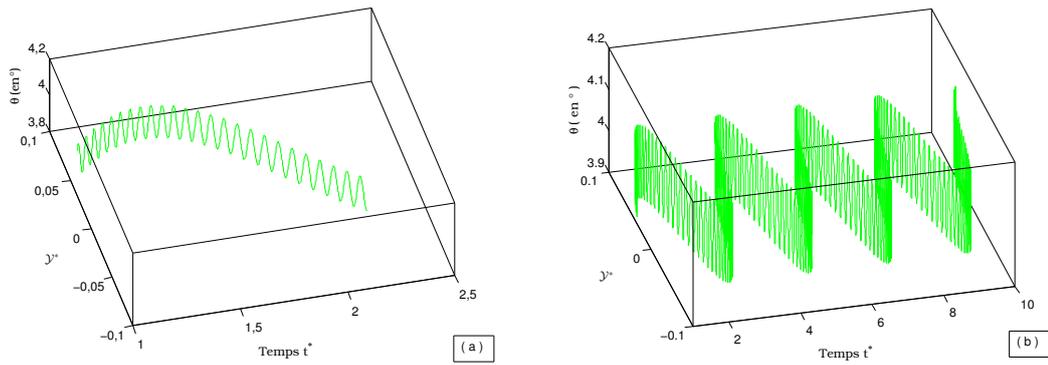


Fig. VI.27 – Dynamique de l'hydrofoil en pilonnement et tangage, Cas 3

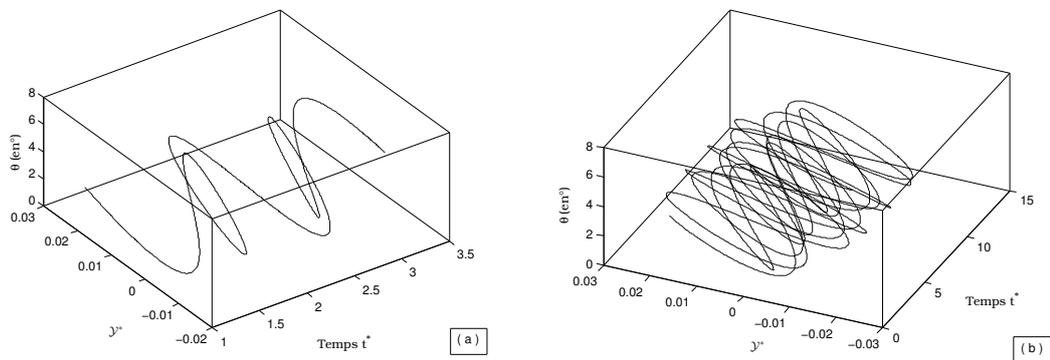


Fig. VI.28 – Dynamique de l'hydrofoil en pilonnement et tangage, Cas 4

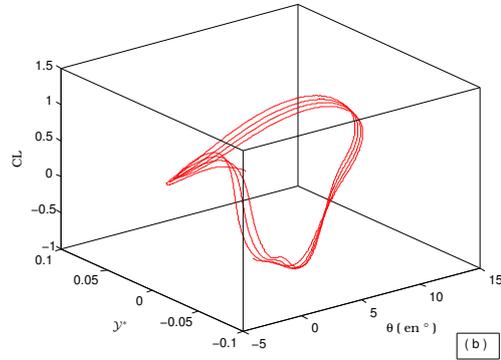


Fig. VI.29 – Evolution du coefficient de portance, Cas 2

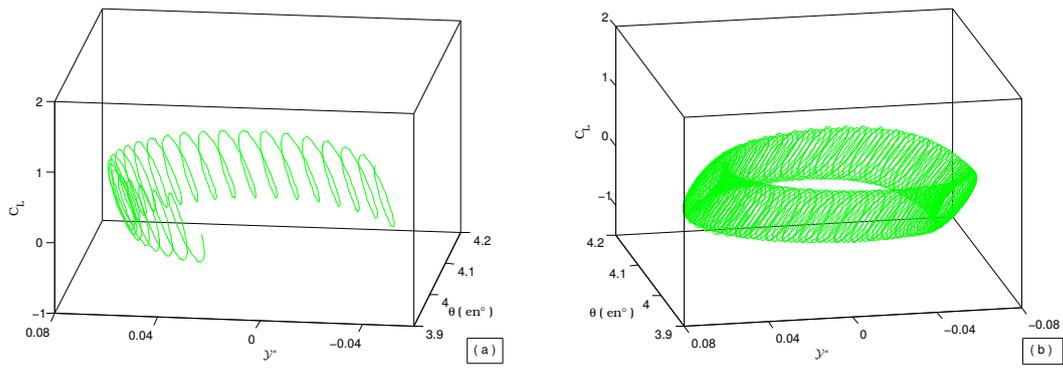


Fig. VI.30 – Evolution du coefficient de portance, Cas 3

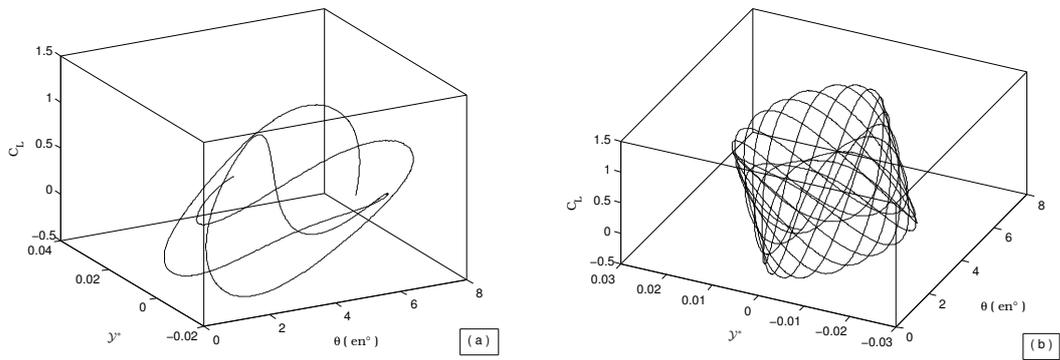


Fig. VI.31 – Evolution du coefficient de portance, Cas 4

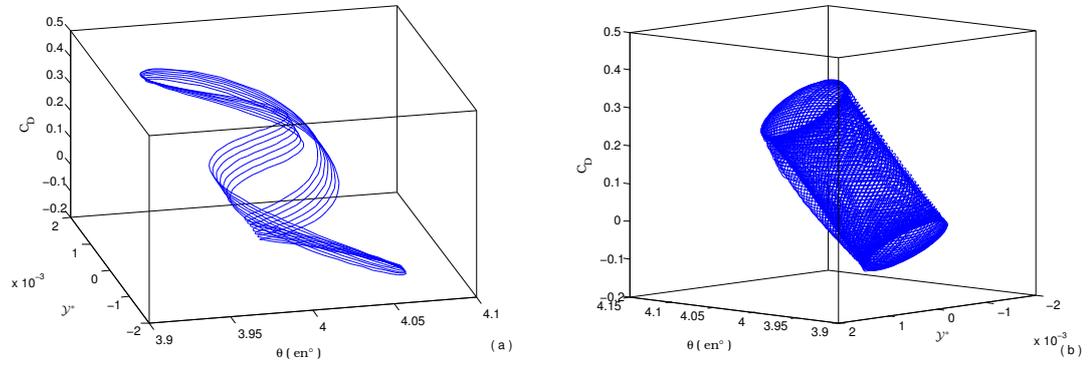


Fig. VI.32 – Evolution du coefficient de traînée, Cas 1

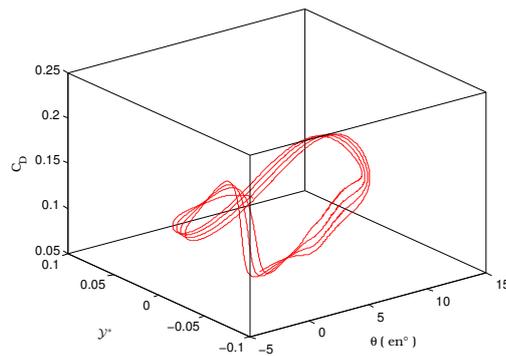


Fig. VI.33 – Evolution du coefficient de traînée, Cas 2

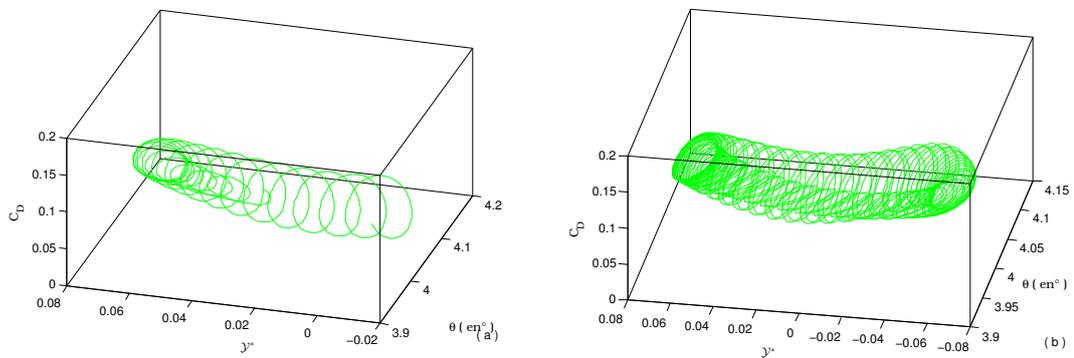


Fig. VI.34 – Evolution du coefficient de traînée, Cas 3

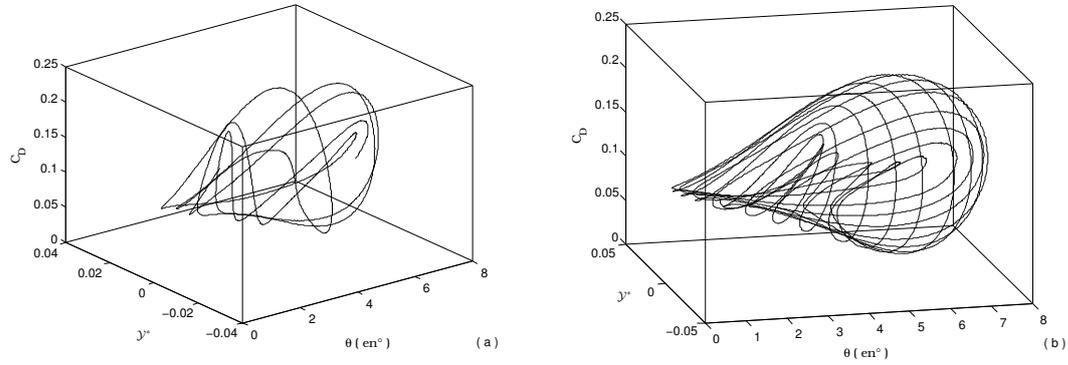


Fig. VI.35 – Evolution du coefficient de traînée, Cas 4

		Cas 1	Cas 2	Cas 3	Cas 4
Hydrofoil en pilonnement pur	$C_L$	[-7.49; 7.70]	[-0.45; 0.9]		[-0.36; 0.86]
	$C_D$	[-0.40; 0.63]	[0.06; 0.14]		[0.07; 0.15]
	[O" C]	0.48	0.29		0.24
Hydrofoil en tangage pur	$C_L$	[-2.48; 2.83]	[-0.05; 0.47]	[-2.0; 2.31]	[0.03; 0.40]
	$C_D$	[-0.07; 0.30]	[0.10; 0.14]	[-0.04; 0.26]	[0.1; 0.14]
	[O" C]	0.61	0.28	0.61	0.08
Hydrofoil en pilonnement et tangage couplé	$C_L$	[-3.99; 4.34]	[-0.79; 1.21]	[-1.20; 1.60]	[-0.46; 1.08]
	$C_D$	[-0.17; 0.4]	[0.05; 0.19]	[0.01; 0.18]	[0.03; 0.22]
	[O" C]	0.47	0.26	0.55	0.28

Tab. VI.3 – Charges hydrodynamiques d'un hydrofoil en système libre en mouvement de pilonnement et tangage

## C Mouvements en pilonnement, tangage et pilonnement-tangage dans un fluide au repos

### C-1 Calcul du coefficient d'amortissement

Soit  $X$  un signal pseudo périodique amorti dépendant du temps  $t$ , alors  $X = X(t)$  et  $\dot{X}(t)$  est une solution de l'équation différentielle

$$\ddot{X} + 2\zeta\omega_0\dot{X} + \omega_0^2 X = 0$$

Le mouvement est amorti donc  $\zeta < 1$  et la solution générale  $X(t)$  de l'équation différentielle est de la forme

$$X(t) = \left[ A \cos(\omega\sqrt{1-\zeta^2}t) + B \sin(\omega\sqrt{1-\zeta^2}t) \right] e^{-\zeta\omega t}$$

Avec les conditions initiales  $X_0$  et  $\dot{X}_0$ , on obtient

$$X(t) = \left[ X_0 \cos(\omega\sqrt{1-\zeta^2}t) + \frac{\dot{X}_0 + \zeta\omega X_0}{\omega\sqrt{1-\zeta^2}} \sin(\omega\sqrt{1-\zeta^2}t) \right] e^{-\zeta\omega t}$$

En notant  $T_a$  la pseudo période,

$$T_a = \frac{2\pi}{\omega\sqrt{1-\zeta^2}}$$

Par suite,

$$\frac{X(t + bT_a)}{X(t)} = e^{\frac{-2\zeta\pi b}{\sqrt{1-\zeta^2}}}$$

, ensuite,

$$\ln \left( \frac{X(t + bT_a)}{X(t)} \right) = \frac{-2\zeta\pi b}{\sqrt{1-\zeta^2}}$$

, ainsi

$$\zeta = \ln \left( \frac{X(t + bT_a)}{X(t)} \right) \times \frac{1}{\sqrt{4\pi^2 + \delta^2}}$$

où  $b \in \mathbb{N}$  est le nombre de période entre  $t$  et  $t + bT_a$ .

## C-2 Charges hydrodynamiques d'un hydrofoil en pilonnement pur

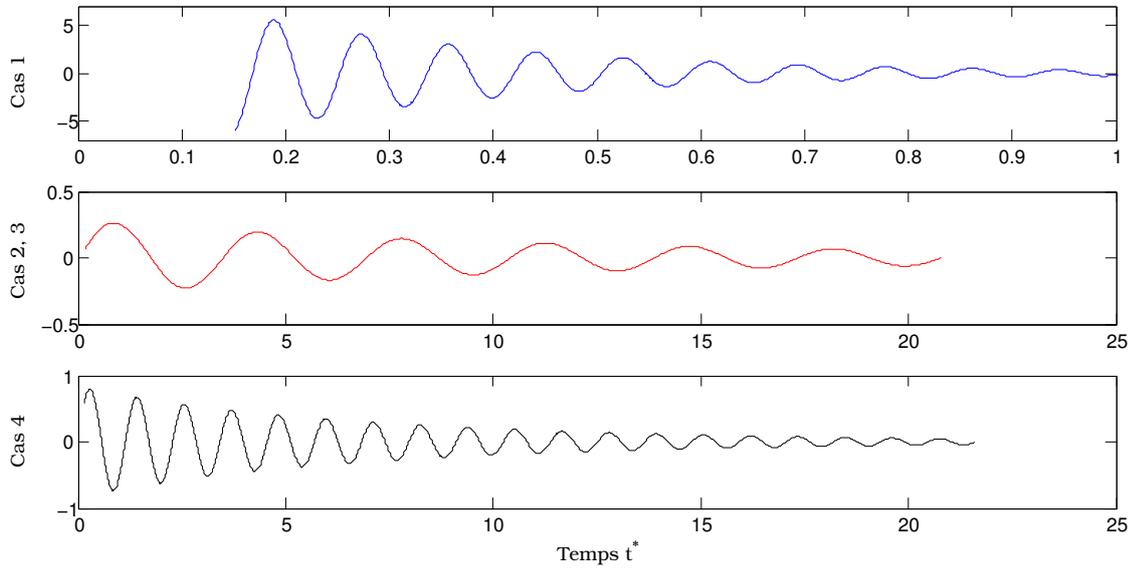


Fig. VI.36 – Evolution des coefficients de portance

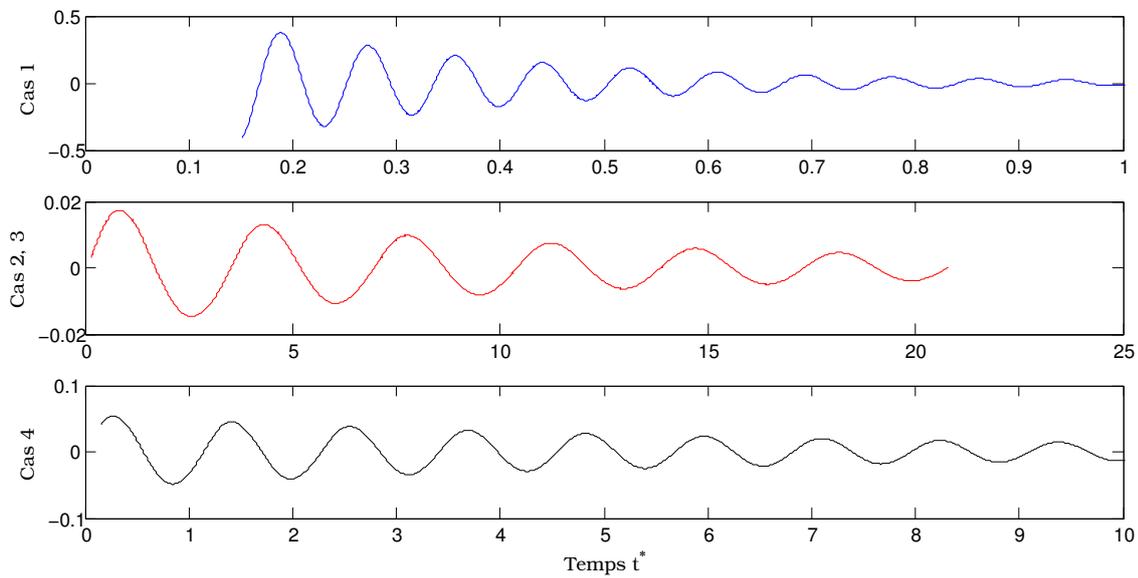


Fig. VI.37 – Evolution des coefficients de traînée

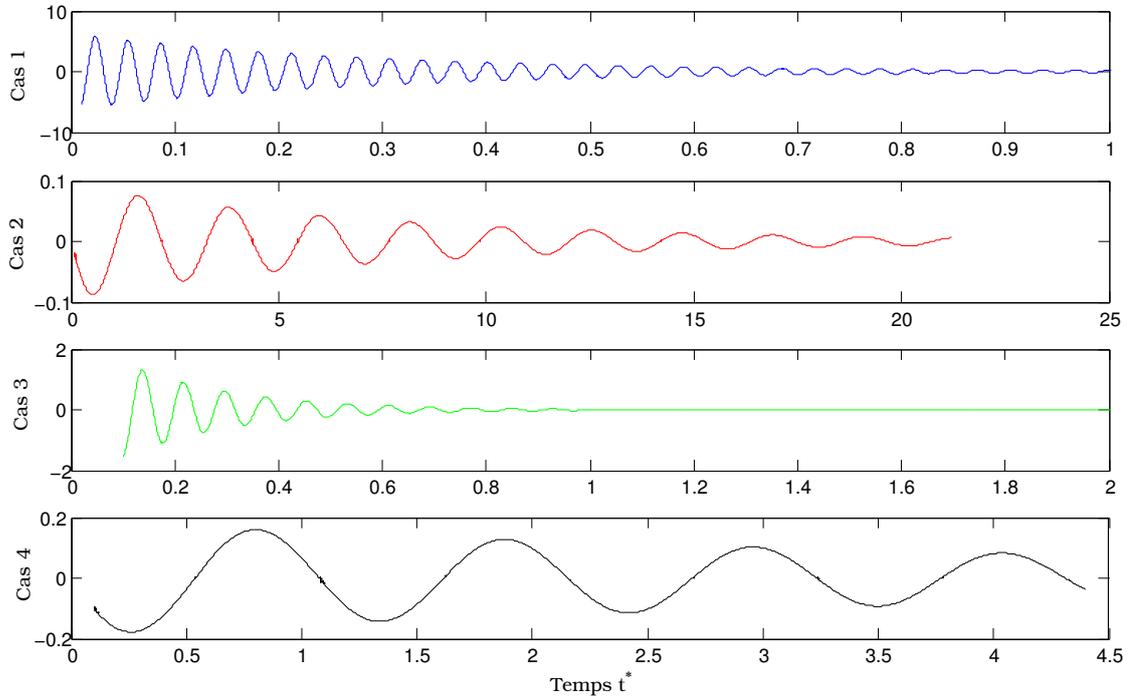
**C-3 Charges hydrodynamiques d'un hydrofoil en tangage pur**

Fig. VI.38 – Evolution des coefficients de portance

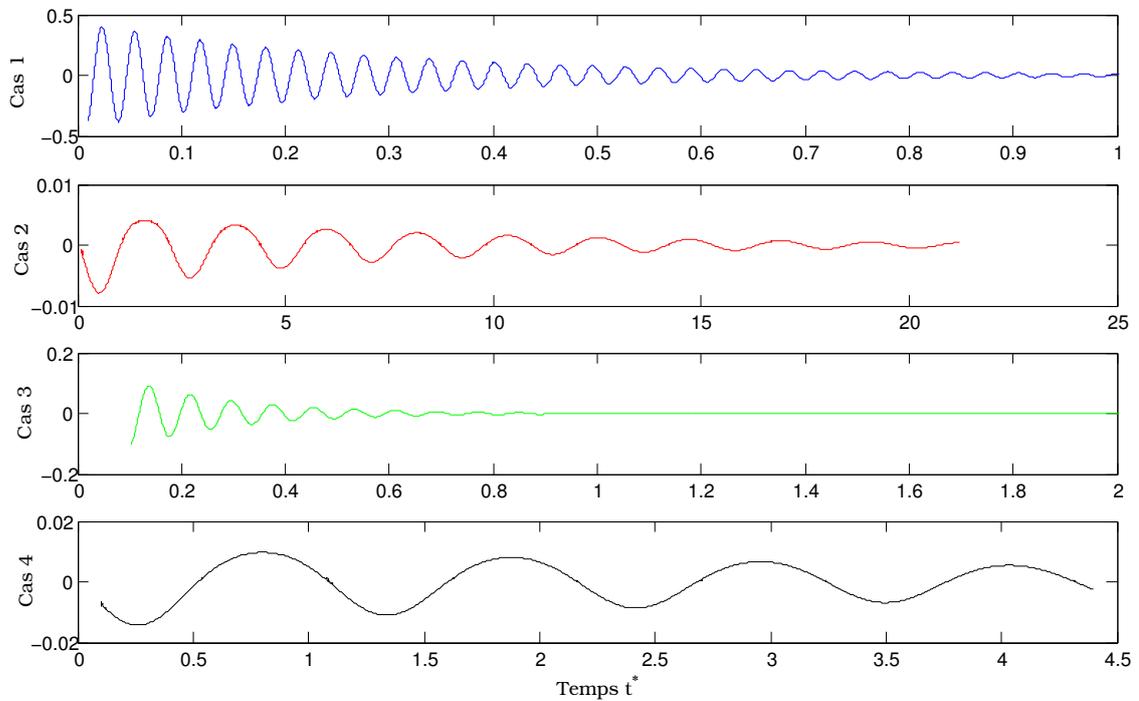


Fig. VI.39 – Evolution des coefficients de traînée

## C-4 Dynamique d'un hydrofoil en pilonnement et tangage

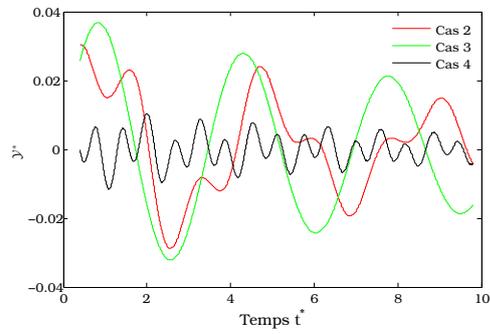


Fig. VI.40 – Dynamique de l'hydrofoil en pilonnement et tangage, Cas 2, 3, 4

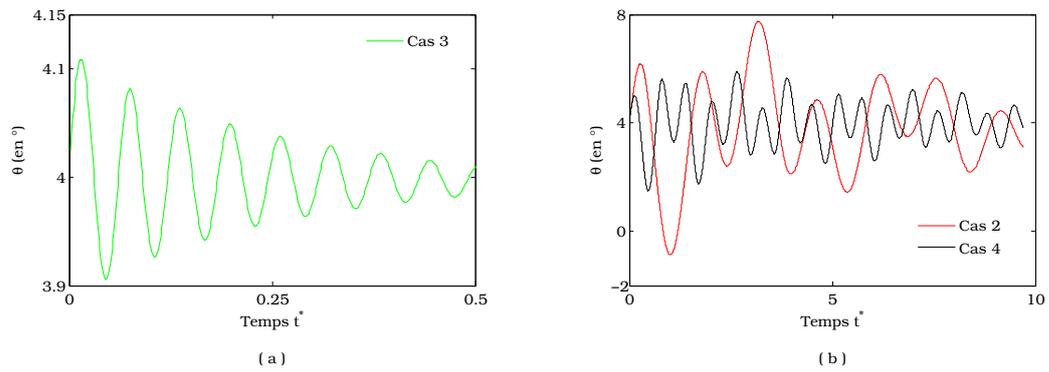


Fig. VI.41 – Dynamique de l'hydrofoil en pilonnement et tangage

## C-5 Charges hydrodynamiques d'un hydrofoil en pilonnement et tangage

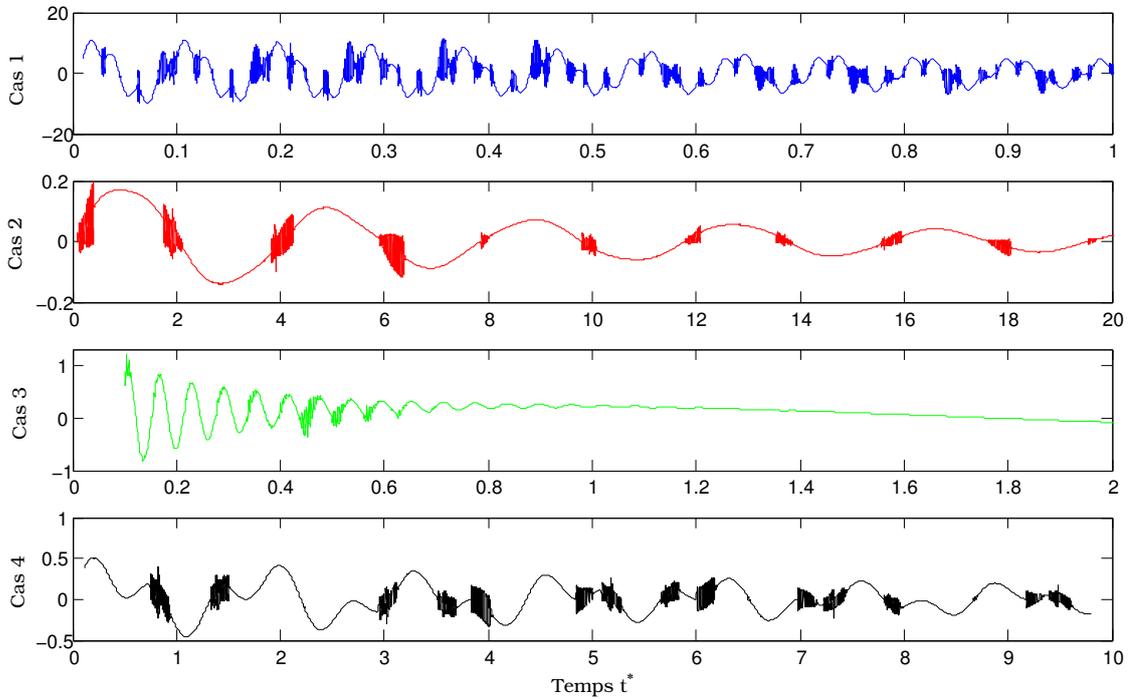


Fig. VI.42 – Evolution des coefficients de portance

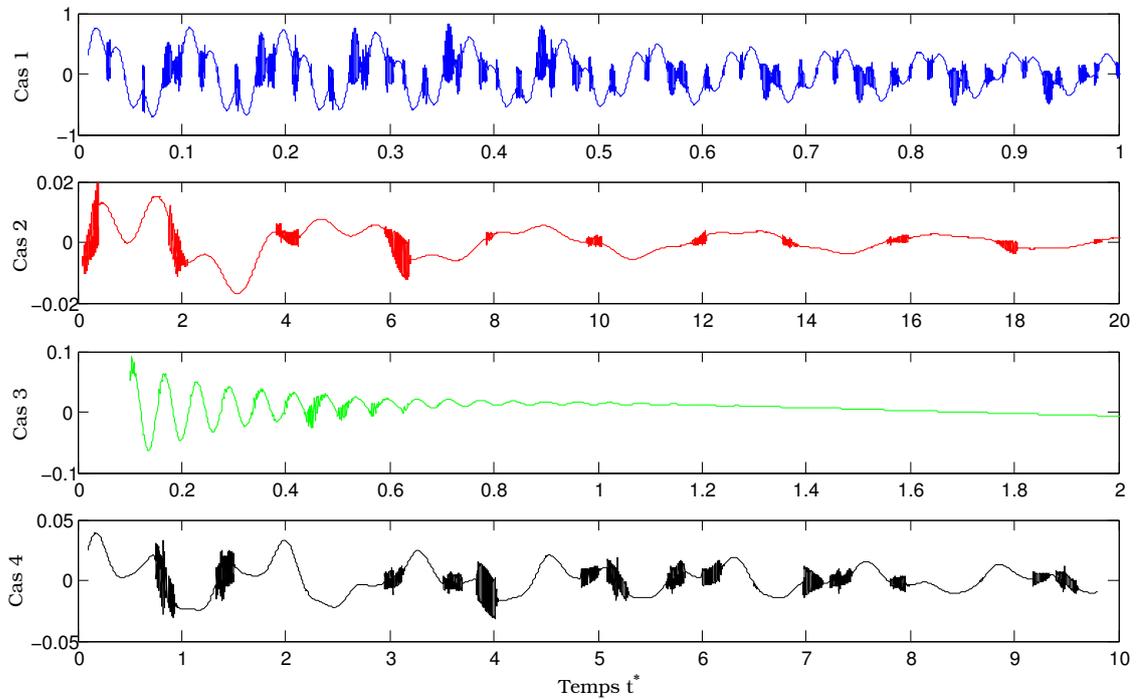


Fig. VI.43 – Evolution des coefficients de traînée

		Cas 1	Cas 2	Cas 3	Cas 4
<b>Hydrofoil en pilonnement pur</b>	$a_y$	$[-9.38 \cdot 10^{-4}; 0.001]$	$[-0.037; 0.043]$		$[-0.0137; 0.0149]$
	$f_i$	11.86	0.288		0.8797
	$C_L$	$[-8.74; 7.49]$	$[-0.23; 0.26]$		$[-0.73; 0.79]$
	$C_D$	$[-0.6; 0.51]$	$[-0.015; 0.017]$		$[-0.049; 0.053]$
	[O°C]	0.5	0.5		0.5
	$\zeta_{i_{maxy}}$	0.049	0.048		0.027
	$m_{a_1}$	18.90	20.78		19.65
<b>Hydrofoil en tangage pur</b>	$a_\theta$	$[3.98; 4.02]$	$[2.85; 5.33]$	$[3.96; 4.05]$	$[3.39; 4.68]$
	$f_i$	31.91	0.473	12.62	0.90
	$C_L$	$[-5.46; 5.77]$	$[-0.0871; 0.076]$	$[-1.53; 2.46]$	$[-0.18; 0.16]$
	$C_D$	$[-0.45; 0.4]$	$[-0.0079; 0.04]$	$[-0.11; 0.17]$	$[-0.014; 0.01]$
	[O°C]	0.62	0.63	0.63	0.63
	$\zeta_{i_{max\theta}}$	$7.7 \cdot 10^{-4}$	0.01	$6.39 \cdot 10^{-4}$	0.0046
	$I_{a_1}$	0.0312	0.0323	0.0321	0.037
<b>Hydrofoil en pilonnement et tangage couplé</b>	$a_y$	$[-0.001; 0.001]$	$[-0.028; 0.03]$	$[-0.032; 0.037]$	$[-0.011; 0.013]$
	$a_\theta$	$[3.92; 4.07]$	$[-0.86; 7.75]$	$[3.91; 4.10]$	$[1.48; 5.89]$
	$f_{i_1}$	11.2	0.24	0.2886	0.715
	$f_{i_2}$	44.47	0.67	16.55	1.634
	$C_L$	$[-10.06; 11.42]$	$[-0.14; 0.199]$	$[-0.82; 1.21]$	$[-0.46; 0.51]$
	$C_D$	$[-0.71; 0.81]$	$[-0.017; 0.02]$	$[-0.06; 0.09]$	$[-0.03; 0.039]$
	[O°C]	0.65	0.53	0.503	0.35
	$\zeta_{i_{maxy}}$	0.0051	0.025	0.044	0.012
	$\zeta_{i_{max\theta}}$	$3.82 \cdot 10^{-5}$	0.0098	0.0011	0.003
	$m_{a_1}$	21.55	31.08	17.02	17.60
$I_{a_1}$	0.012	0.019	0.017	0.0116	

Tab. VI.4 – Dynamiques et charges hydrodynamiques d'un hydrofoil en pilonnement, en tangage et en pilonnement-tangage dans un fluide initialement au repos

$m_{a_1}$  et  $I_{a_1}$  sont obtenues avec la formulation (Eq. III.8) telle que les fréquences  $f_y$  et  $f_\theta$  sont respectivement les fréquences propres dans l'air en pilonnement et en tangage. Lorsque l'hydrofoil est en pilonnement-tangage,  $f_y$  et  $f_\theta$  correspondent respectivement au 1<sup>er</sup> et 2<sup>nd</sup>

pics fondamentaux du spectre de fréquence du mouvement.

## D Mouvements en pilonnement, tangage et pilonnement-tangage soumis à un écoulement

### D-1 Dynamique d'un hydrofoil en pilonnement pur

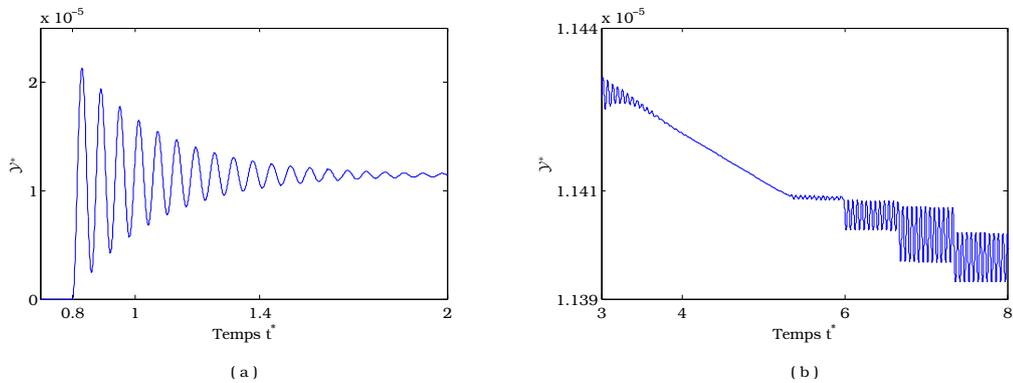


Fig. VI.44 – Dynamique de l'hydrofoil en pilonnement, Cas 1

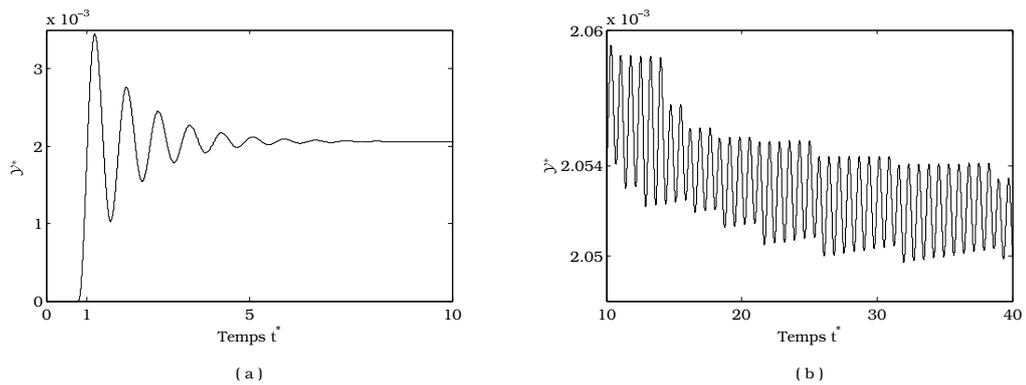


Fig. VI.45 – Dynamique de l'hydrofoil en pilonnement, Cas 4

## D-2 Charges hydrodynamiques d'un hydrofoil en pilonnement pur

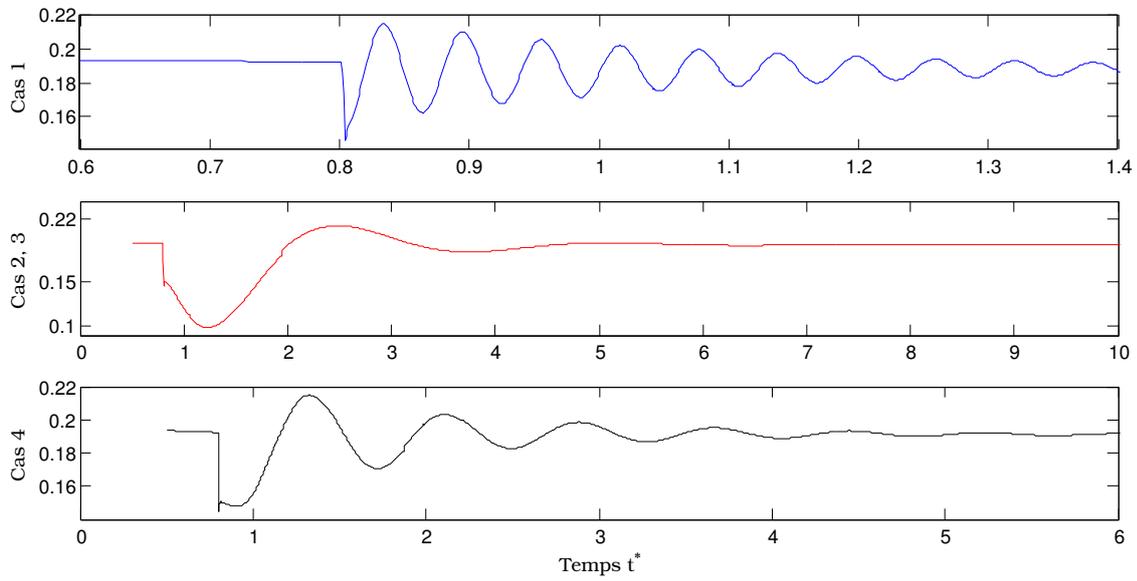


Fig. VI.46 – Evolution des coefficients de portance

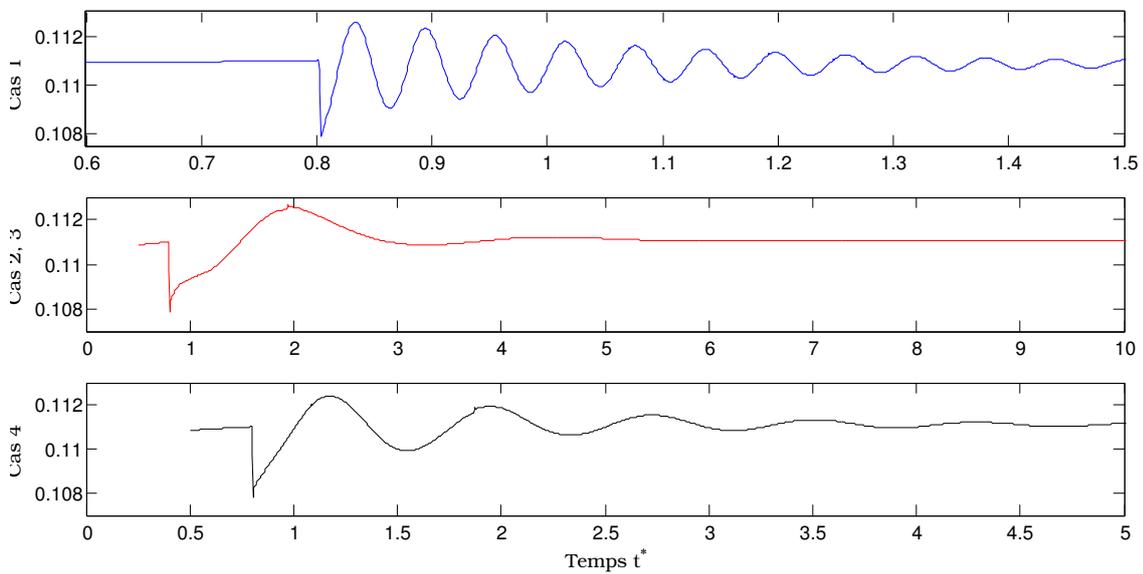


Fig. VI.47 – Evolution des coefficients de traînée

## D-2 Dynamique d'un hydrofoil en tangage pur

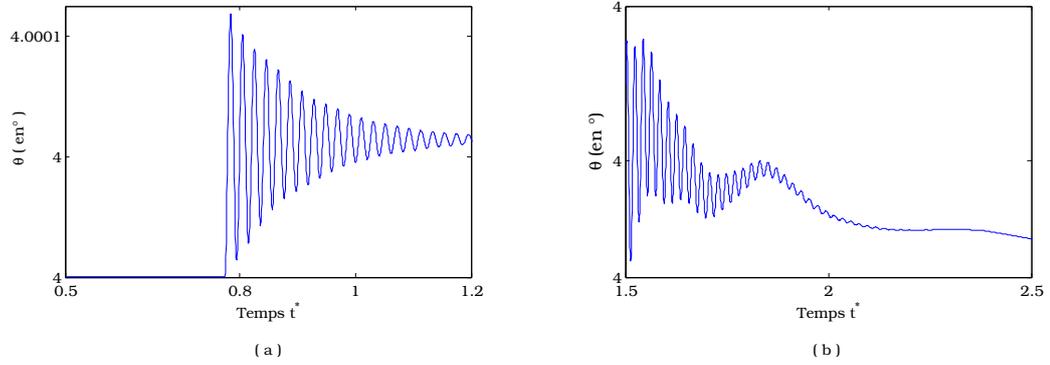


Fig. VI.48 – Dynamique de l'hydrofoil en tangage, Cas 1

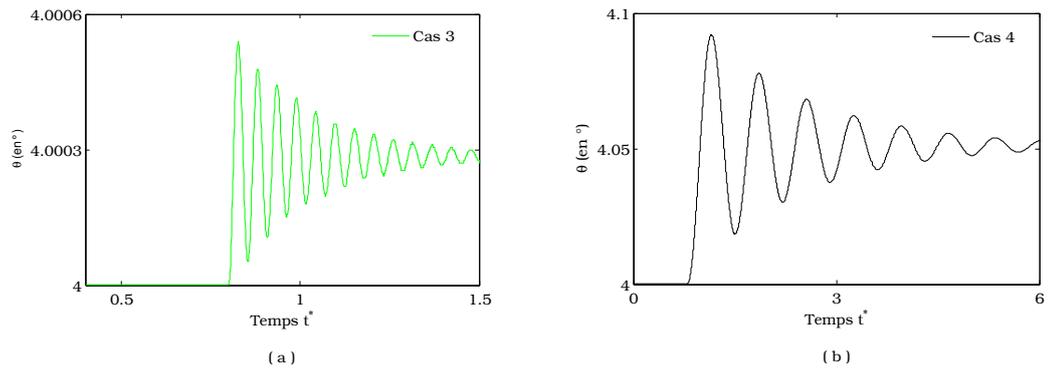


Fig. VI.49 – Dynamique de l'hydrofoil en tangage, Cas 3, 4

### D-3 Charges hydrodynamiques d'un hydrofoil en tangage pur

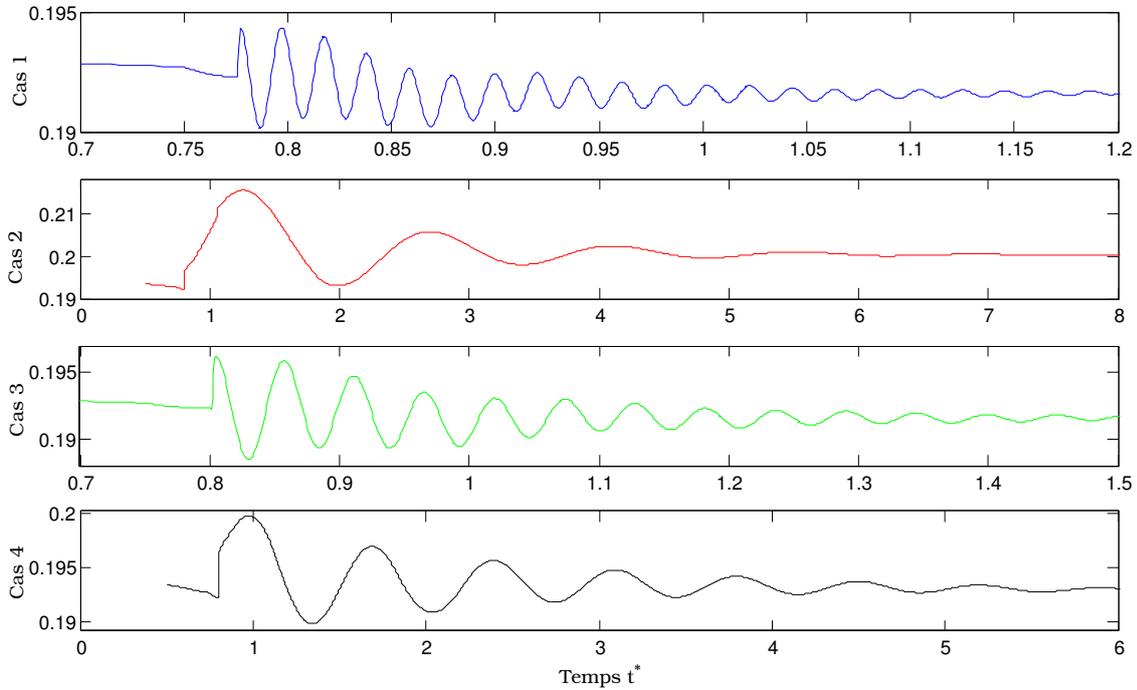


Fig. VI.50 – Evolution des coefficients de portance

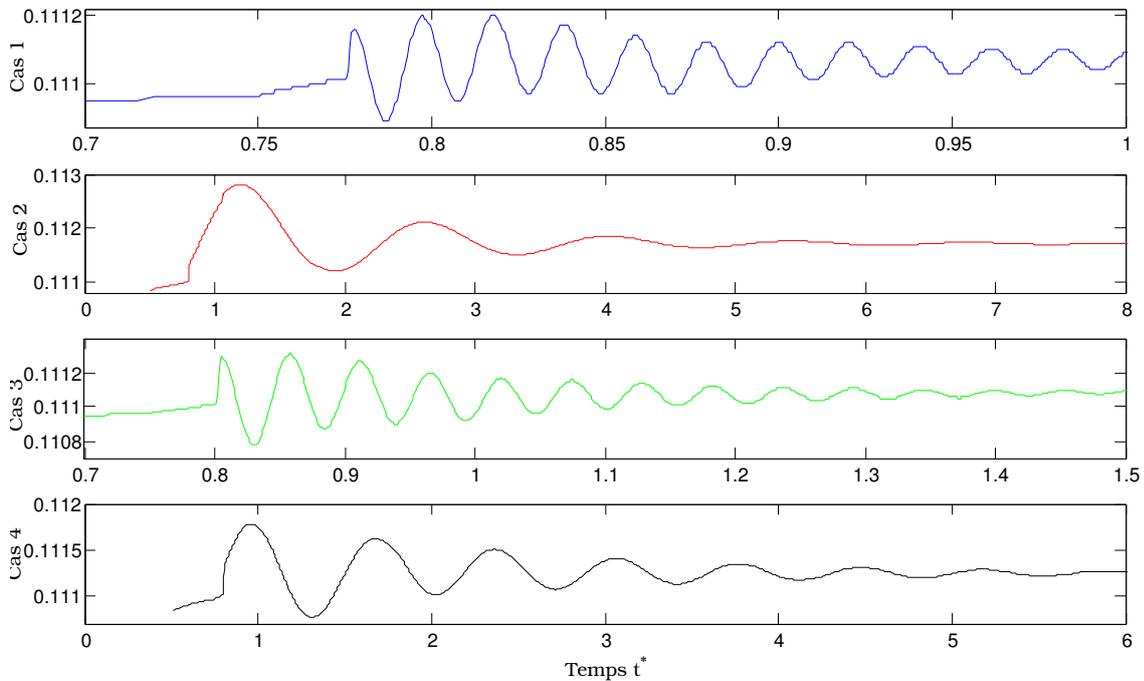


Fig. VI.51 – Evolution des coefficients de traînée

## D-4 Charges hydrodynamiques d'un hydrofoil en pilonnement et tangage

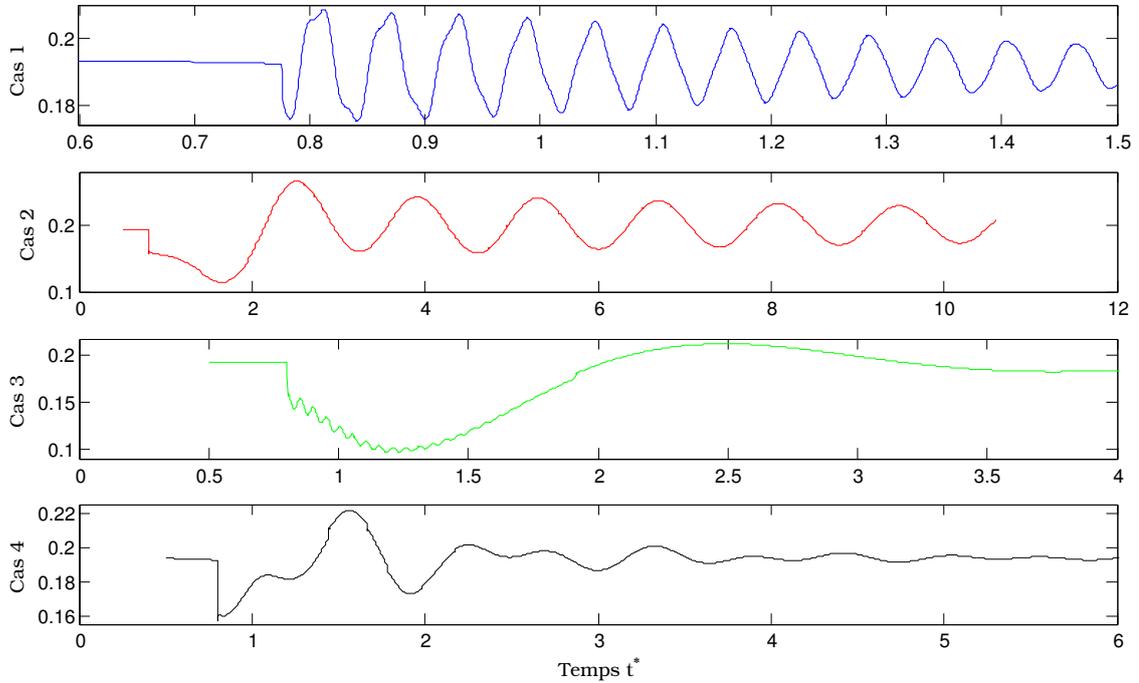


Fig. VI.52 – Evolution des coefficients de portance

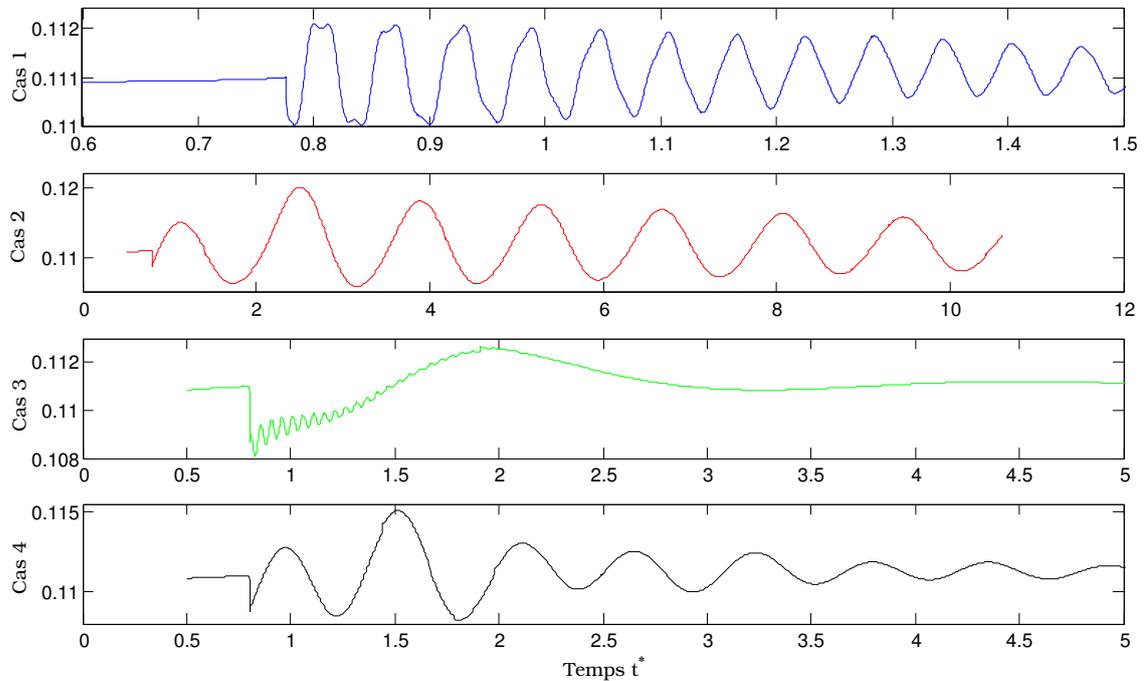


Fig. VI.53 – Evolution des coefficients de traînée

## D-4 Résumé des charges et coefficients hydrodynamiques d'un hydrofoil

		Cas 1	Cas 2	Cas 3	Cas 4
<b>Hydrofoil en pilonnement</b>	$a_y$	[0; 2.13 10 <sup>-5</sup> ]	[0; 0.025]		[0; 0.0034]
	$f_i$	16.48	0.4064		1.3
	$C_L$	[0.15; 0.22]	[0.1; 0.21]		[0.15; 0.21]
	$C_D$	[0.107; 0.11]	[0.108; 0.11]		[0.107; 0.11]
	[O"C]	[0.12; 0.24]	[0.12; 0.23]		[0.12; 0.22]
	$\zeta_{i_{maxy}}$	0.0152	0.032		0.0352
	$m_{a_1}$	2.8	3.27		1.16
<b>Hydrofoil en tangage</b>	$a_\theta$	[4; 4.0001]	[4; 4.33]	[4; 4.0005]	[4; 4.08]
	$f_i$	48.75	0.68	18.57	1.384
	$C_L$	[0.19; 0.1943]	[0.19; 0.22]	[0.19; 0.20]	[0.19; 0.20]
	$C_D$	0.11	0.11	0.11	0.11
	[O"C]	[0.205; 0.2142]	[0.2; 0.22]	[0.20; 0.22]	[0.20; 0.22]
	$\zeta_{i_{max\theta}}$	2.28 10 <sup>-7</sup>	0.0029	2.5 10 <sup>-6</sup>	4.5 10 <sup>-4</sup>
	$I_{a_1}$				
<b>Hydrofoil en pilonnement et tangage couplé</b>	$a_y$	[0; 2.27 10 <sup>-5</sup> ]	[0; 0.023]	[0; 0.023]	[0; 0.0032]
	$a_\theta$	[3.99; 4.0004]	[2.98; 5.16]	[3.99; 4.0028]	[3.78; 4.28]
	$f_{i_1}$	16.81	0.7142	0.396	1.064
	$f_{i_2}$	51.27		19.55	1.808
	$C_L$	[0.175; 0.21]	[0.11; 0.27]	[0.096; 0.21]	[0.157; 0.22]
	$C_D$	0.11	[0.106; 0.12]	0.11	[0.108; 0.12]
	[O"C]	[0.18; 0.24]	[0.11; 0.28]	[0.12; 0.23]	[0.17; 0.255]
	$\zeta_{i_{maxy}}$	0.007	0.079	0.0324	0.0106
	$\zeta_{i_{max\theta}}$	1. 10 <sup>-6</sup>	0.003	1.29 10 <sup>-5</sup>	0.0024
	$m_{a_1}$	2.15		2.24	
	$I_{a_1}$	0.0013		0.0032	0.0038

Tab. VI.5 – Dynamiques et charges hydrodynamiques d'un hydrofoil en pilonnement, en tangage et en pilonnement-tangage soumis à un écoulement

## E Re-formulation de l'équation du système fluide autour d'une structure vibrante

L'équation du système fluide autour d'une structure vibrante est donnée par

$$\left\{ \begin{array}{ll} \nabla \cdot (\rho u') = 0 & \text{sur } \Omega_f \quad (a) \\ \frac{\partial(\rho u')}{\partial t} + \nabla p' = 0 & \text{sur } \Omega_f \quad (b) \\ u' \cdot \mathbf{n} = \dot{\xi} \cdot \mathbf{n} & \text{sur } \Gamma_{FS}, \quad (c) \\ u' = 0 & \text{sur } \partial\Omega_f \setminus \Gamma_{FS} \quad (d) \end{array} \right. \quad (\text{VI.46})$$

En prenant la divergence de l'équation (VI.46-b) et en tenant compte de (Eq. VI.46-a), on obtient

$$\Delta p' = 0 \quad (\text{VI.47})$$

et la projection de (Eq. VI.46-b) sur  $\mathbf{n}$  à l'interface  $\Gamma_{FS}$  donne

$$\frac{\partial(\rho u')}{\partial t} \cdot \mathbf{n} = -\nabla p' \cdot \mathbf{n}, \quad (\text{VI.48})$$

avec la condition aux limites (Eq. VI.46-c) et pour  $t \in [0, +\infty]$ , le terme à gauche de l'égalité peut être développé à l'interface  $\Gamma_{FS}$  comme suit :

$$\frac{\partial(\rho u')}{\partial t} \cdot \mathbf{n} = \left( \rho \frac{\partial u'}{\partial t} + \frac{\partial \rho}{\partial t} u' \right) \cdot \mathbf{n} = \rho \ddot{\xi} \cdot \mathbf{n} + \frac{\partial \rho}{\partial t} \dot{\xi} \cdot \mathbf{n} \quad (\text{VI.49})$$

Les équations (VI.47), (VI.49) et l'hypothèse **h2** donnent,

$$\left\{ \begin{array}{ll} \Delta p' = 0 & \text{sur } \Omega_f \quad (a) \\ \nabla p' \cdot \mathbf{n} = -\rho \ddot{\xi} \cdot \mathbf{n} - \frac{\partial \rho}{\partial t} \dot{\xi} \cdot \mathbf{n} & \text{sur } \Gamma_{FS} \quad (b) \\ p' = 0 & \text{sur } \partial\Omega_f \setminus \Gamma_{FS} \quad (c) \end{array} \right. \quad (\text{VI.50})$$



- [Abouri *et al.*, 2003] ABOURI, D., PARRY, A. et HAMDOUNI, A. (2003). Fluid/rigid body interaction in complex industrial flows. *Advances In Fluid Mechanics*, 36:295–306.
- [Ackermann et Arbhabhiraama, 1964] ACKERMANN, N. et ARBHABHIRAMA, A. (1964). Viscous and boundary effects on virtual mass. *Eng. Mech. Div., ASCE*, 90:123–130.
- [Al-Mdallal *et al.*, 2007] AL-MDALLAL, Q., LAWRENCE, K. et KOCABIYIK, S. (2007). Forced streamwise oscillations of a circular cylinder : Locked-on modes and resulting fluid forces. *Journal of Fluids and Structures*, 23(5):681–701.
- [Ames, 1992] AMES, W. (1992). *Numerical methods for partial differential equations*. Academic Press.
- [Amromin et Kovinskaya, 2000] AMROMIN, E. et KOVINSKAYA, S. (2000). Vibration of cavitating elastic wing in a periodically perturbed flow : excitation of subharmonics. *Journal of fluids and structures*, 14(5):735–751.
- [Antoci *et al.*, 2007] ANTOCI, C., GALLATI, M. et SIBILLA, S. (2007). Numerical simulation of fluid–structure interaction by SPH. *Computers and Structures*, 85(11-14):879–890.
- [Arienti *et al.*, 2003] ARIENTI, M., HUNG, P., MORANO, E. et SHEPHERD, J. E. (2003). A level set approach to eulerian–lagrangian coupling. *Journal of Computational Physics*, 185(1):213–251.
- [Augier *et al.*, 2012] AUGIER, B., BOT, P., HAUVILLE, F. et DURAND, M. (2012). Experimental validation of unsteady models for fluid structure interaction : Application to yacht sails and rigs. *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, 101:53–66.
- [Axisa, 2001a] AXISA, F. (2001a). *Modélisation des systèmes mécaniques : Interactions fluide-structure*. Hermès Science publ.

- [Axisa, 2001b] AXISA, F. (2001b). *Systèmes continus*. Hermès Science publ.
- [Bathe *et al.*, 1995] BATHE, K., ZHANG, H. et WANG, M. (1995). Finite element analysis of incompressible and compressible fluid flows with free surfaces and structural interactions. *Computers & Structures*, 56(2):193–213.
- [Bathe et Zhang, 2004] BATHE, K.-J. et ZHANG, H. (2004). Finite element developments for general fluid flows with structural interactions. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 60(1):213–232.
- [Bellman *et al.*, 1961] BELLMAN, R., JUNCOSA, M. et KALABA, R. (1961). Some numerical experiments using Newton’s method for nonlinear parabolic and elliptic boundary value problems. *Comm. ACM*, 4:187–191.
- [Bellman et Kalaba, 1965] BELLMAN, R. E. et KALABA, R. E. (1965). *Quazilinearization and nonlinear boundary-value problems*. Rand Corporation.
- [Belytschko *et al.*, 1982] BELYTSCHKO, T., FLANAGAN, D. et KENNEDY, J. (1982). Finite element methods with user-controlled meshes for fluid-structure interaction. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 33(1):669–688.
- [Benaouicha, 2007] BENAOUICHA, M. (2007). *Contribution au Développement d’Algorithmes de Couplage en Interaction Fluide-Structure*. Thèse de doctorat, Université de La Rochelle.
- [Benaouicha et Astolfi, 2012] BENAOUICHA, M. et ASTOLFI, J.-A. (2012). Analysis of added mass in cavitating flow. *Journal of Fluids and Structures*, 31:30–48.
- [Benaouicha *et al.*, 2009] BENAOUICHA, M., DUCOIN, A., FRIKHA, S., ASTOLFI, J.-A. et DEBECDELIEVRE, H. (Marseille, 24-28 Août 2009). Etude numérique et expérimentale du comportement hydroélastique d’un hydrofoil dans un écoulement cavitant. *19ème Congrès Français de Mécanique*.
- [Bendjeddou, 2005] BENDJEDDOU, Z. (2005). *Méthodologie pour la simulation numérique des vibrations induites par écoulements dans les faisceaux de tubes*. Thèse de doctorat, Université Lille 1.
- [Benton et Platzman, 1972] BENTON, E. et PLATZMAN, G. (1972). A table of solutions of the one-dimensional Burgers equation. *Quart. Appl. Math*, 30(2):195–211.
- [Blevins, 1979] BLEVINS, R. (1979). *Formulas for natural frequency and mode shape*. Van Nostrand Reinhold NewYork.
- [Blom, 1998] BLOM, F. (1998). A monolithic fluid-structure interaction algorithm applied to the piston problem. *Computer methods in applied mechanics and engineering*, 167(3-4):369–391.

- [Boashash<sup>a</sup>, 1992] BOASHASH<sup>a</sup>, B. (1992). Estimating and interpreting the instantaneous frequency of a signal. Part I : Fundamentals. *In IEEE*.
- [Boashash<sup>b</sup>, 1992] BOASHASH<sup>b</sup>, B. (1992). Estimating and interpreting the instantaneous frequency of a signal. Part II : Algorithms and applications. *In IEEE*.
- [Brennen, 1995] BRENNEN, C. E. (1995). *Cavitation and bubble dynamics*. Numéro 44. Oxford University Press.
- [Chorin, 1968] CHORIN, A. J. (1968). Numerical solution of the navier-stokes equations. *Mathematics of computation*, 22(104):745–762.
- [Coutier-Delgosha *et al.*, 2007] COUTIER-DELGOSHA, O., STUTZ, B., VABRE, A., LEGOUPIL, S. *et al.* (2007). Analysis of cavitating flow structure by experimental and numerical investigations. *Journal of Fluid Mechanics*, 578:171–222.
- [De Rosis *et al.*, 2013] DE ROSIS, A., FALCUCCI, G., UBERTINI, S. et UBERTINI, F. (2013). A coupled lattice boltzmann-finite element approach for two-dimensional fluid–structure interaction. *Computers & Fluids*, 86:558–568.
- [Dogan, 2004] DOGAN, A. (2004). A galerkin finite element approach to burgers’ equation. *Applied Mechanics and Computation*, 157:331–346.
- [Donea *et al.*, 1982] DONEA, J., GIULIANI, S. et HALLEUX, J. (1982). An arbitrary lagrangian-eulerian finite element method for transient dynamic fluid-structure interactions. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 33(1):689–723.
- [Donea et Huerta, 2003] DONEA, J. et HUERTA, A. (2003). *Finite element methods for flow problems*. John Wiley & Sons.
- [Ducoin *et al.*, 2012] DUCOIN, A., ASTOLFI, J.-A. et SIGRIST, J.-F. (2012). An experimental analysis of fluid structure interaction on a flexible hydrofoil in various flow regimes including cavitating flow. *European Journal of Mechanics-B/Fluids*, 36:63–74.
- [Ern et Guermond, 2002] ERN, A. et GUERMOND, J.-L. (2002). *Éléments finis : théorie, applications, mise en oeuvre*. Numéro 36. Springer.
- [Farhat et Lesoinne, 2000] FARHAT, C. et LESOINNE, M. (2000). Two efficient staggered algorithms for the serial and parallel solution of three-dimensional nonlinear transient aeroelastic problems. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 182(3-4):499–515.
- [Felippa *et al.*, 2001] FELIPPA, C., PARK, K. et FARHAT, C. (2001). Partitioned analysis of coupled mechanical systems. *Computer methods in applied mechanics and engineering*, 190(24-25):3247–3270.

- [Fichoux, 1998] FICHOUX, E. L. (1998). *Présentation et utilisation de Castem 2000*. ENSTA - LME.
- [Fournier et al., 2002] FOURNIER, E., GAUTHIER, S. et RENAUD, F. (2002). 2d pseudo-spectral parallel navier–stokes simulations of compressible rayleigh–taylor instability. *Computers & fluids*, 31(4):569–587.
- [Frikha, 2010] FRIKHA, S. (2010). *Étude numérique et expérimentale des écoulements cavitants sur corps portants*. Thèse de doctorat, Arts et Métiers ParisTech.
- [Gaugain, 2013] GAUGAIN, F. (2013). *Analyse expérimentale et simulations numériques de l'interaction fluide-structure d'un hydrofoil élastique en écoulements subcavitant et cavitant*. Thèse de doctorat, Arts et Métiers ParisTech.
- [Gingold et Monaghan, 1977] GINGOLD, R. A. et MONAGHAN, J. J. (1977). Smoothed particle hydrodynamics-theory and application to non-spherical stars. *Monthly notices of the royal astronomical society*, 181:375–389.
- [Gobert, 2009] GOBERT, M. (2009). *Étude de l'interaction entre un écoulement de couche limite instable et une structure déformable. Application à la prédiction du bruit propre hydrodynamique d'une antenne Sonar*. Thèse de doctorat, Arts et Métiers ParisTech.
- [Granás et Dugundji, 2003] GRANAS, A. et DUGUNDJI, J. (2003). *Fixed point theory*. Springer.
- [Guermont et al., 2006] GUERMOND, J., MINEV, P. et SHEN, J. (2006). An overview of projection methods for incompressible flows. *Computer methods in applied mechanics and engineering*, 195(44):6011–6045.
- [Heil, 2004] HEIL, M. (2004). An efficient solver for the fully coupled solution of large-displacement fluid–structure interaction problems. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 193(1):1–23.
- [Hémon, 2006] HÉMON, P. (2006). *Vibrations des structures couplées avec le vent*. Editions Ecole Polytechnique.
- [Hoo et al., 2005] HOO, E., DO, K. et PAN, J. (2005). An investigation on the lift force of a wing pitching in dynamic stall for a comfort control vessel. *Journal of fluids and structures*, 21(8):707–730.
- [Hovnanian, 2012] HOVNANIAN, J. (2012). *Méthode de frontières immergées pour la mécanique des fluides. Application à la simulation de la nage*. Thèse de doctorat, Université Sciences et Technologies-Bordeaux I.

- [Hron et Turek, 2006] HRON, J. et TUREK, S. (2006). *A monolithic FEM/multigrid solver for an ALE formulation of fluid-structure interaction with applications in biomechanics*. Springer.
- [Huang et al., 1998] HUANG, E. N., ZHENG, S., STEVEN, R., MANLI, C., HSING, H., QUANAN, Z., NAI-CHYUAN, Y., CHI, C. et HENRY, H. (1998). The empirical mode decomposition and the hilbert spectrum for non-linear and non-stationary times series analysis. *Proceedings of the Royal society*, 454:903–995.
- [Hughes et al., 1981] HUGHES, T. J., LIU, W. K. et ZIMMERMANN, T. K. (1981). Lagrangian-eulerian finite element formulation for incompressible viscous flows. *Computer methods in applied mechanics and engineering*, 29(3):329–349.
- [Hyvonen, 1997] HYVONEN, S. (1997). Convergence of the Arnoldi process when applied to the Picard-Lindelof iteration operator. *Journal of Computational and Applied Mathematics*, 87:303–320.
- [Jang et al., 2013] JANG, G.-W., CHANG, S.-M. et GIM, G.-H. (2013). Fluid–structure interaction of quasi-one-dimensional potential flow along channel bounded by symmetric cantilever beams. *Journal of Fluids and Structures*.
- [Jürgens, 2009] JÜRGENS, D. (2009). Survey on software engineering for scientific applications. *Institute for Scientific Computing, Germany*.
- [Joussellin et al., 1991] JOUSSELLIN, F., DELANNOY, Y., SAUVAGE-BOUTAR, E. et GOIRAND, B. (1991). Experimental investigations on unsteady attached cavities. *Cavitation, ASME-FED-116*, 91:61–66.
- [Jus, 2011] JUS, Y. (2011). *Modélisation et simulation numérique de vibrations induites par écoulements autour d’obstacles cylindriques seuls ou en réseaux*. Thèse de doctorat, Université Pierre et Marie Curie-Paris VI.
- [Kane, 1999] KANE, C. (1999). *Variational integrators and the Newmark algorithm for conservative and dissipative mechanical systems*. Thèse de doctorat, Citeseer.
- [Kane et al., 2000] KANE, C., MARSDEN, J., ORTIZ, M. et WEST, M. (2000). Variational integrators and the Newmark algorithm for conservative and dissipative mechanical systems. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 49(10):1295–1325.
- [Korotkin, 2009] KOROTKIN, A. I. (2009). *Added masses of ship structures*, volume 88. Springer.
- [Krafczyk et al., 2001] KRAFczyk, M., TÖLKE, J., RANK, E. et SCHULZ, M. (2001). Two-dimensional simulation of fluid–structure interaction using lattice-boltzmann methods. *Computers & Structures*, 79(22):2031–2037.

- [Kumar et Saini, 2010] KUMAR, P. et SAINI, R. (2010). Study of cavitation in hydro turbines - a review. *Renewable and Sustainable Energy Reviews*, 14(1):374–383.
- [Legay et al., 2006] LEGAY, A., CHESSA, J. et BELYTSCHKO, T. (2006). An Eulerian-Lagrangian method for fluid-structure interaction based on level sets. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 195(17-18):2070–2087.
- [Le Tallec et Mani, 2000] LE TALLEC, P. et MANI, S. (2000). Numerical analysis of a linearised fluid-structure interaction problem. *Numerische Mathematik*, 87(2):317–354.
- [Leroux et al., 2005] LEROUX, J.-B., COUTIER-DELGOSHA, O. et ASTOLFI, J.-A. (2005). A joint experimental and numerical study of mechanisms associated to instability of partial cavitation on two-dimensional hydrofoil. *Physics of fluids*, 17:052–101.
- [Lesoinne et Farhat, 1998] LESOINNE, M. et FARHAT, C. (1998). Higher-order subiteration-free staggered algorithm for nonlinear transient aeroelastic problems. *AIAA journal*, 36(9):1754–1757.
- [Li, 2007] LI, J. (2007). *Experimental investigation of the low speed stall flutter of an airfoil*. Thèse de doctorat, University of Manchester.
- [Liberge, 2008] LIBERGE, E. (2008). *Réduction de modèles par POD-Galerkin pour les problèmes d'interaction fluide-structure*. Thèse de doctorat, Université de La Rochelle.
- [Liberge et Hamdouni, 2010] LIBERGE, E. et HAMDOUNI, A. (2010). Reduced order modelling method via proper orthogonal decomposition (pod) for flow around an oscillating cylinder. *Journal of fluids and structures*, 26(2):292–311.
- [MA et al., 2006] MA, C., JIA, D., QIAN, Z.-f. et FENG, D.-h. (2006). Study on cavitation flows of underwater vehicle. *Journal of Hydrodynamics, Ser. B*, 18(3):373–377.
- [Mani, 2003] MANI, S. (2003). Truncation error and energy conservation for fluid-structure interactions. *Computer methods in applied mechanics and engineering*, 192:4769–4804.
- [Marrone et al., 2011] MARRONE, S., ANTUONO, M., COLAGROSSI, A., COLICCHIO, G., LE TOUZÉ, D. et GRAZIANI, G. (2011).  $\delta$ -sph model for simulating violent impact flows. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 200(13):1526–1542.
- [Matthies et Steindorf, 2002] MATTHIES, H. et STEINDORF, J. (2002). Partitioned but strongly coupled iteration schemes for nonlinear fluid-structure interaction. *Computers & Structures*, 80(27-30):1991–1999.
- [McConnell et Young, 1965] MCCONNELL, K. G. et YOUNG, D. F. (1965). Added mass of a sphere in a bounded viscous fluid (solid body motion in viscous fluid, discussing acceleration and added mass concept). *American Society of civil Engineers, Engineering Mechanics Division, Journal*, 91:147–164.

- [Meldi *et al.*, 2013] MELDI, M., VERGNAULT, E. et SAGAUT, P. (2013). An arbitrary lagrangian-eulerian approach for the simulation of immersed moving solids with lattice boltzmann method. *Journal of Computational Physics*, 235:182 – 198.
- [Michler *et al.*, 2003] MICHLER, C., VAN BRUMMELEN, E., HULSHOFF, S. et DE BORST, R. (2003). The relevance of conservation for stability and accuracy of numerical methods for fluid–structure interaction. *Computer methods in applied mechanics and engineering*, 192(37):4195–4215.
- [Monaghan et Kajtar, 2009] MONAGHAN, J. et KAJTAR, J. (2009). Sph particle boundary forces for arbitrary boundaries. *Computer Physics Communications*, 180(10):1811–1820.
- [Morton *et al.*, 1998] MORTON, S. A., MELVILLE, R. B. et VISBAL, M. R. (1998). Accuracy and coupling issues of aeroelastic navier-stokes solutions on deforming meshes. *Journal of Aircraft*, 35(5):798–805.
- [Newman, 1977] NEWMAN, J. N. (1977). *Marine hydrodynamics*. The MIT press.
- [Ohl *et al.*, 2006] OHL, C.-D., ARORA, M., DIJKINK, R., JANVE, V. et LOHSE, D. (2006). Surface cleaning from laser-induced cavitation bubbles. *Applied physics letters*, 89(7): 074102–074102.
- [Peskin, 1972] PESKIN, C. S. (1972). Flow patterns around heart valves : a numerical method. *Journal of Computational Physics*, 10(2):252–271.
- [Piperno, 1995] PIPERNO, S. (1995). *Simulation numérique de phénomènes d'interaction fluide-structure*. Thèse de doctorat, École Nationale Des Ponts et Chaussées.
- [Piperno *et al.*, 1995] PIPERNO, S., FARHAT, C. et LARROUTUROU, B. (1995). Partitioned procedures for the transient solution of coupled aroelastic problems part i : Model problem, theory and two-dimensional application. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 124(1-2):79–112.
- [Rajaomazava III<sup>a</sup> *et al.*, 2011] RAJAOMAZAVA III<sup>a</sup>, T. E., BENAOUICHA, M. et ASTOLFI, J.-A. (July 17-21, Maryland, 2011). A comparison study of coupling algorithms for fluid-structure interaction problems. *In Pressure Vessels and Piping Division Conference*. ASME.
- [Rajaomazava III<sup>b</sup> *et al.*, 2011] RAJAOMAZAVA III<sup>b</sup>, T. E., BENAOUICHA, M. et ASTOLFI, J.-A. (May 9–12, Warsaw, 2011). Numerical resolution of burgers equation with moving boundary in ale formulation : Study of coupling algorithms. *In Computer Methods in Mechanics 2011*.

- [Rajaomazava III<sup>c</sup> et al., 2013] RAJAOMAZAVA III<sup>c</sup>, T. E., BENAOUICHA, M. et ASTOLFI, J.-A. (July 14-18, Paris, 2013). Structure dynamics analysis in inhomogeneous density flows . *In Pressure Vessels and Piping Division Conference*. ASME.
- [Rajaomazava III<sup>d</sup> et al., 2012] RAJAOMAZAVA III<sup>d</sup>, T. E., BENAOUICHA, M. et ASTOLFI, J.-A. (July 15-19, Ontario, 2012). Numerical Analysis of hydrofoil dynamics using a fluid-structure interaction approach . *In Pressure Vessels and Piping Division Conference*. ASME.
- [Rajaomazava III<sup>e</sup> et al., 2011] RAJAOMAZAVA III<sup>e</sup>, T. E., BENAOUICHA, M. et ASTOLFI, J.-A. (29 Août–2 Septembre, Besançon, 2011). Etude Numérique de schémas de couplages en interaction fluide-structure . *In 20<sup>me</sup> Congrès Français de la mécanique*. AFM.
- [Ramos, 2009] RAMOS, J. (2009). Picard's iterative method for nonlinear advection-reaction-diffusion equations. *Applied Mathematics and Computation*, 215:1526–1536.
- [Rilling et al., 2003] RILLING, G., FLANDRIN, P., GONÇALVÉS, P. et al. (2003). On empirical mode decomposition and its algorithms. *In IEEE-EURASIP Workshop on Nonlinear Signal and Image Processing NSIP*, volume 3, pages 8–11.
- [Rodin, 1970] RODIN, E. (1970). On some approximate and exact solutions of boundary value problems for Burgers' equation. *Journal of Mathematical Analysis and Applications*, 30:401–414.
- [Rugonyi et Bathe, 2001] RUGONYI, S. et BATHE, K. (2001). On finite element analysis of fluid flows fully coupled with structural interactions. *CMES- Computer Modeling in Engineering and Sciences*, 2(2):195–212.
- [Salvador et al., 2010] SALVADOR, F., ROMERO, J.-V., ROSELLÓ, M.-D. et MARTÍNEZ-LÓPEZ, J. (2010). Validation of a code for modeling cavitation phenomena in diesel injector nozzles. *Mathematical and Computer Modelling*, 52(7):1123–1132.
- [Sotiropoulos et Yang, 2013] SOTIROPOULOS, F. et YANG, X. (2013). Immersed boundary methods for simulating fluid–structure interaction. *Progress in Aerospace Sciences*, In Press.
- [Stutz et Reboud, 1997] STUTZ, B. et REBOUD, J. (1997). Experiments on unsteady cavitation. *Experiments in Fluids*, 22(3):191–198.
- [Suslick et al., 1999] SUSLICK, K. S., DIDENKO, Y., FANG, M. M., HYEON, T., KOLBECK, K. J., MCNAMARA, W. B., MDLELENI, M. M. et WONG, M. (1999). Acoustic cavitation and its chemical consequences. *Philosophical Transactions of the Royal Society of London. Series A : Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, 357(1751):335–353.

- [Temam<sup>b</sup>, 1969] TEMAM<sup>b</sup>, R. (1969). Sur l'approximation de la solution des équations de Navier-Stokes par la méthode des pas fractionnaires (II). *Archive for Rational Mechanics and Analysis*, 33(5):377–385.
- [Temam<sup>c</sup>, 2001] TEMAM<sup>c</sup>, R. (2001). *Navier-Stokes equations : theory and numerical analysis*, volume 343. Oxford University Press.
- [Thiyahuddin *et al.*, 2013] THIYAHUDDIN, M., GU, Y., GOVER, R. et THAMBIRATNAM, D. (2013). Fluid–structure interaction analysis of full scale vehicle-barrier impact using coupled SPH–FEA. *Engineering Analysis with Boundary Elements*.
- [Ujević *et al.*, 2007] UJEVIĆ, N., ERCEG, G. et LEVIĆ, I. (2007). A family of methods for solving nonlinear equations. *Applied Mathematics and Computation*, 192:311–318.
- [Wang *et al.*, 2013] WANG, D., XIAO, A. et YANG, W. (2013). Crank-Nicolson difference scheme for the coupled nonlinear Schrödinger equations with the Riesz space fractional derivative. *Journal of Computational Physics*, 242:670–681.
- [Wang, 2008] WANG, X. S. (2008). *Fundamentals of Fluid-solid Interactions : Analytical and Computational Approaches*, volume 8. Elsevier.
- [Yabili *et al.*, 2012] YABILI, S., SMITH, M. et DIMITRIADIS, G. (January 9-12, Tennessee, 2012). Unsteady navier–stokes simulation of low-reynolds stall flutter. *50th AIAA Meeting Paper*, 37.
- [Yamamoto, 2000] YAMAMOTO, T. (2000). Historical developments in convergence analysis for Newton's and Newton-like methods. *Journal of Computational and Applied Mathematics*, 124:1–23.
- [Yang *et al.*, 2012] YANG, Q., JONES, V. et MCCUE, L. (2012). Free-surface flow interactions with deformable structures using an sph–fem model. *Ocean Engineering*, 55(0):136–147.
- [Young, 2007] YOUNG, Y. (2007). Time-dependent hydroelastic analysis of cavitating propellers. *Journal of Fluids and Structures*, 23(2):269–295.
- [Young, 2008] YOUNG, Y. (2008). Fluid–structure interaction analysis of flexible composite marine propellers. *Journal of Fluids and Structures*, 24(6):799–818.
- [Zienkiewicz, 1977] ZIENKIEWICZ, O. C. (1977). A new look at the newmark, houbolt and other time stepping formulas. a weighted residual approach. *Earthquake Engineering & Structural Dynamics*, 5(4):413–418.

### ABSTRACT

A numerical study of Fluid Structure Interaction (FSI) in hydrodynamic case is addressed in this thesis. Firstly, the analysis of coupling methods (staggered schemes) was established to an academic case. It corresponds to the resolution of non linear Burgers equation in a moving domain where the moving interface is assimilated to a mass spring system. According to the time discretisation and linearization of the coupled problem, four coupling scheme can be defined : explicit, semi-implicit, implicit-outer and implicit-inner. A comparative performance study in convergence and computing time were performed. The performance depends on the coupling scheme used. The explicit scheme requires less time compared to the others schemes. However, it does not allow the mechanical energy conservation at the interface, inducing the stability issue of the numerical scheme. This instabilities does not arise for the implicit coupling algorithms because the energy conservation at the interface is fulfilled. Indeed, a convergence condition is added for implicit schemes. Even though these schemes require more computing time, they are necessary to get better precision. Inter alia, the fluid-structure interface analysis shows that the gap between the interface taken as the moving boundary and the structure position mostly depends on the actualization scheme of the chosen mesh.

In the second part, the coupling algorithm study is extended to physical problem of FSI. A hydrofoil in heave and pitch immersed in a fluid flow is then studied. The equation of hydrofoil movement takes account the distance between the rotation center and the center of gravity. This causes the equation to be nonlinear and introduces a coupling of the two movements (heave and pitch) and a damping of the heave movement. The hydrofoil dynamic is studied for different configurations : forced movements or not, immersed in a fluid at rest or a flowing one. It shows that the hydrofoil movement is pseudo-periodic followed by a damping movement. The hydrodynamic forces tend to follow the same evolution and converge to an equilibrium point. The vibration study clearly shows a frequency modification of the system that depends on the fluid flow (at rest or with an inflow). The problem is also coupled to center of pressure position's equation which depends on the hydrofoil position and the fluid flow. The trend of the position presents a singularity when the lift and drag coefficients vanishes at the same time.

Last part, the equation that take into account the inhomogeneous characteristic of the fluid at the fluid-structure interface as well as sheet cavitation in steady or unsteady case, was developed. The method allows the separation of the fluid variables when flowing around the fixed hydrofoil on one hand and the flow generated by the hydrofoil vibration one the other. This introduces an asymmetric added mass operator and an added damping operation due to the variation of the density of the fluid at the interface in unsteady case. The whole system results in a natural frequencies and amplitudes modulation over time.

**Keywords :** Coupled problem, Fluid structure interaction, staggered coupling algorithm, added mass, ALE formulation, inhomogeneous fluid

# DYNAMIQUE D'UN HYDROFOIL DANS UN FLUIDE VISQUEUX. ALGORITHMES DE COUPLAGE EN IFS ET APPLICATION

---

## RÉSUMÉ

Le travail engagé dans cette thèse porte sur l'étude numérique des Interactions Fluide-structure en hydrodynamique. Dans une première partie, une analyse détaillée des méthodes de couplage (schémas décalés) a été effectuée sur un cas académique. Il s'agit de la résolution de l'équation non-linéaire de Burgers dans un domaine mobile, dont l'interface mobile est représentée par un système de type masse ressort. Selon la discrétisation en temps et la linéarisation du problème couplé, on distingue quatre schémas de couplages différents : explicite, semi-implicite, implicite-externe et implicite-interne. Une étude comparative des performances en vitesse de convergence et en temps de calcul de ces schémas a été effectuée. Les performances varient suivant le schéma de couplage utilisé. Le schéma explicite permet un calcul rapide en comparaison des autres schémas. En revanche il n'assure pas la conservation de l'énergie mécanique à l'interface fluide-structure. D'où le problème de stabilité du schéma numérique. Ce problème ne se pose pas pour les algorithmes de couplage implicites, car dans ce cas la conservation de l'énergie à l'interface est assurée. Il s'agit en effet d'une condition de convergence du schéma implicite. Ce schéma requiert plus de temps de calcul, mais son utilisation est nécessaire pour avoir plus de précision dans les résultats. Par ailleurs, l'analyse des déplacements de l'interface fluide-structure montre que l'écart entre la position de l'interface comme étant le bord mobile du fluide et la position de la structure, dépend principalement du schéma d'actualisation du maillage choisi.

Dans une deuxième partie une extension de l'étude des algorithmes de couplage à un problème plus concret d'IFS est effectuée. Un hydrofoil en pilonnement et tangage est ainsi étudié. L'équation de la dynamique de l'hydrofoil est écrite en considérant un centre de rotation situé à une distance non nulle du centre de gravité. Ce qui rend l'équation non-linéaire et introduit un couplage des deux modes (pilonnement et tangage) ainsi qu'un amortissement du tangage. La dynamique de l'hydrofoil est étudiée pour différentes configurations : en mouvement libre ou forcé, dans un fluide au repos ou en écoulement. On observe que le mouvement de l'hydrofoil est pseudo périodique amorti. L'évolution des charges hydrodynamiques suit également cette tendance et tend vers un point d'équilibre. L'étude vibratoire montre bien une modification des fréquences propres du système, qui varient suivant que le fluide est au repos ou en écoulement. Le problème est également couplé à l'équation de la position du centre de pression, qui dépend de la position de l'hydrofoil et de l'écoulement. Celle-ci présente une singularité lorsque la portance et la traînée s'annulent simultanément.

Enfin les équations prenant en compte la présence d'un fluide non-homogène à l'interface fluide-structure, du type des écoulements cavitants par poche stationnaire ou auto-oscillante, ont été développées. La méthode consiste à séparer les variables du fluide en écoulement autour d'un hydrofoil immobile d'une part et celles de l'écoulement généré par la vibration de l'hydrofoil d'autre part. Il en résulte un opérateur de masse ajoutée non symétrique en milieu non homogène et un opérateur d'amortissement ajouté dû au taux de variation de masse volumique à l'interface dans le cas auto-oscillant. L'ensemble se traduit par une modulation au cours du temps des fréquences propres et des amplitudes du système.

**Mots clés :** Problème couplé, Interaction fluide-structure, algorithme de couplage décalé, masse ajoutée, Formulation ALE, fluide non homogène