



HAL
open science

Outils pour l'analyse des courbes discrètes bruitées

Hayat Nasser

► **To cite this version:**

Hayat Nasser. Outils pour l'analyse des courbes discrètes bruitées. Géométrie algorithmique [cs.CG]. Université de Lorraine, 2018. Français. NNT : 2018LORR0159 . tel-01947024

HAL Id: tel-01947024

<https://theses.hal.science/tel-01947024>

Submitted on 6 Dec 2018

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



AVERTISSEMENT

Ce document est le fruit d'un long travail approuvé par le jury de soutenance et mis à disposition de l'ensemble de la communauté universitaire élargie.

Il est soumis à la propriété intellectuelle de l'auteur. Ceci implique une obligation de citation et de référencement lors de l'utilisation de ce document.

D'autre part, toute contrefaçon, plagiat, reproduction illicite encourt une poursuite pénale.

Contact : ddoc-theses-contact@univ-lorraine.fr

LIENS

Code de la Propriété Intellectuelle. articles L 122. 4

Code de la Propriété Intellectuelle. articles L 335.2- L 335.10

http://www.cfcopies.com/V2/leg/leg_droi.php

<http://www.culture.gouv.fr/culture/infos-pratiques/droits/protection.htm>

Outils pour l'analyse des courbes discrètes bruitées

THÈSE

présentée et soutenue publiquement le 30 octobre 2018

pour l'obtention du

Doctorat de l'Université de Lorraine
(mention informatique)

par

Hayat Nasser

Composition du jury

Rapporteurs : Eric ANDRES, XLIM, Professeur, Université de Poitiers
Fabien FESCHET, Institut Pascal, Professeur, Université Clermont Auvergne

Examineurs : Yukiko KENMOCHI, IGM, Chargée de recherche, Université Paris-Est
Laurent WENDLING, LIPADE, Professeur, Université Paris Descartes (Paris V)
Salvatore-Antoine TABBONE, LORIA, Professeur, Université de Lorraine
Hoai Diem Phuc NGO, LORIA, Maître de conférences, Université de Lorraine

Directrice : Isabelle DEBLED-RENNESON, LORIA, Professeure, Université de Lorraine

Mis en page avec la classe thesul.

Résumé

Dans cette thèse, nous nous intéressons à l'étude des courbes discrètes bruitées qui correspondent aux contours d'objets dans des images. Nous avons proposé plusieurs outils permettant de les analyser. Les points dominants (points dont l'estimation de la courbure est localement maximale) jouent un rôle très important dans la reconnaissance de formes et, nous avons développé une méthode non heuristique, rapide et fiable pour les détecter dans une courbe discrète. Cette méthode est une amélioration d'une méthode existante introduite par Nguyen et al.. La nouvelle méthode consiste à calculer une mesure d'angle. Nous avons proposé aussi deux approches pour la simplification polygonale : une méthode automatique minimisant, et une autre fixant le nombre de sommets du polygone résultant.

Ensuite, nous avons introduit un nouvel outil géométrique, nommé couverture tangentielle adaptative (ATC), reposant sur la détection des épaisseurs significatives introduites par Kerautret et al.. Ces épaisseurs calculées en chaque point du contour à analyser, permettent d'estimer localement le niveau de bruit. Dans ce contexte notre algorithme de construction de la couverture tangentielle adaptative prend en considération les différents niveaux de bruits présents dans la courbe à étudier et ne nécessite pas de paramètre.

Deux applications de l'ATC sont proposées en analyse d'images : d'une part la décomposition des contours d'une forme dans une image en arcs et en segments de droite et d'autre part, dans le cadre d'un projet avec une université d'Inde, autour du langage des signes et la reconnaissance des gestes de la main. Premièrement, la méthode de décomposition des courbes discrètes en arcs et en segments de droite est basée sur deux outils : la détection de points dominants en utilisant la couverture tangentielle adaptative et la représentation dans l'espace des tangentes du polygone, issue des points dominants détectés. Les expériences montrent la robustesse de la méthode w.r.t. le bruit. Deuxièmement, à partir des contours des mains extraits d'images prises par une Kinect, nous proposons différents descripteurs reposant sur des points dominants sélectionnés du contour des formes dans les images. Les descripteurs proposés, qui sont une combinaison entre descripteurs statistiques et descripteurs géométriques, sont efficaces et conviennent à la reconnaissance de gestes.

Mots-clés: géométrie discrète, courbes bruitées, couverture tangentielle, points dominants, simplification polygonale, décomposition de courbes discrètes en primitives discrètes, classification.

Abstract

In this thesis, we are interested in the study of noisy discrete curves that correspond to the contours of objects in images. We have proposed several tools to analyze them. The dominant points (points whose curvature estimation is locally maximal) play a very important role in pattern recognition and we have developed a non-heuristic, fast and reliable method to detect them in a discrete curve. This method is an improvement of an existing method introduced by Nguyen et al.. The new method consists in calculating a measure of angle. We have also proposed two approaches for polygonal simplification : an automatic method minimizing, and another fixing the vertex number of the resulting polygon.

Then we proposed a new geometric tool, called adaptive tangential cover ATC, based on the detection of meaningful thickness introduced by Kerautret et al.. These thicknesses are calculated at each point of the contours allow to locally estimate the noise level. In this context our construction algorithm of adaptive tangential cover takes into account the different levels of noise present in the curve to be studied and does not require a parameter.

Two applications of ATC in image analysis are proposed : on the one hand the decomposition of the contours of a shape in an image into arcs and right segments and on the other hand, within the framework of a project with an Indian university about the sign language and recognition of hand gestures. Firstly, the method to decompose discrete curves into arcs and straight segments is based on two tools : dominant point detection using adaptive tangential cover and tangent space representation of the polygon issued from detected dominant points. The experiments demonstrate the robustness of the method w.r.t. noise. Secondly, from the outlines of the hands extracted from images taken by a Kinect, we propose several descriptors from the selected dominant points computed from the adaptive tangential cover. The proposed descriptors, which are a combination of statistical descriptors and geometrical descriptors, are effective and suitable for gesture recognition.

Keywords: discrete geometry, noisy curves, tangential cover, dominant points, polygonal simplification, decomposition of discrete curves into discrete primitives, classification.

Remerciements

Mes plus vifs remerciements et ma profonde reconnaissance s'adressent à Madame Isabelle Debled-Rennesson, Professeure à l'IUT-Charlemagne - Université de Lorraine, pour avoir accepté de diriger cette thèse. Je la remercie chaleureusement pour ses conseils scientifiques, ses encouragements, et sa disponibilité.

Mes remerciements vont aussi à Madame Phuc Ngo, Maître de conférences à la FST - Université de Lorraine, pour son soutien et les échanges intéressants qu'on a eu pendant la thèse et pour tous les conseils qu'elle m'a donné qui m'ont permis d'avancer ainsi que Monsieur Salvatore-Antoine Tabbone en tant que référent interne à l'Université de Lorraine.

Je tiens aussi à remercier les membres du jury : Monsieur Eric Andres et Monsieur Fabien Feschet en tant que rapporteurs, Madame Yukiko Kenmochi, Monsieur Laurent Wendling et Monsieur Salvatore-Antoine Tabbone et Madame Phuc Ngo en tant qu'examineurs pour avoir accepté d'évaluer ces travaux.

Mes remerciements vont aussi à tous les membres de l'équipe ADAGIo du LORIA que j'ai côtoyés au quotidien. J'ai beaucoup apprécié l'ambiance de travail et les moments agréables passés avec eux. Une pensée particulière est adressée à mes amies : Laura Infante-Blanco, Lina Fahed, et Marharyta Aleksandrova. La liste n'étant pas exhaustive, mes remerciements les plus sincères sont adressés à toute personne qui a contribué de près ou de loin à la réalisation de cette thèse.

Merci à tous mes amis libanais à Nancy, particulièrement à Asma et Kassem, sans qui je ne pourrais pas supporter tout le stress que j'ai vécu durant le déroulement de cette thèse.

Mon travail durant cette thèse n'aurait pas été aussi fructueux sans l'aide et le courage précieux de mes parents, Maria et Yehya, ma sœur Hanan et de toute ma famille ainsi que de mes amis. Pour cela, je les remercie tous pour le soutien et le courage qu'ils m'ont donnés.

*Je dédie cette thèse
à ma famille*

Sommaire

Chapitre 1

Introduction Générale

1

1.1	Contexte de la thèse	1
1.2	Contributions	2
1.2.1	Un algorithme efficace de détection des points dominants d'un contour d'une forme	2
1.2.2	Couverture tangentielle adaptative <i>Adaptive tangential cover (ATC)</i> . . .	3
1.2.3	Applications en analyse d'images de l'ATC	3
1.3	Organisation du mémoire	3

Chapitre 2

Quelques notions de base

2.1	Introduction	5
2.2	Espace discret et connexité	6
2.3	Droite discrète 2D	7
2.3.1	Historique	7
2.3.2	Propriétés des droites discrètes de Reveillès	8
2.3.3	Couverture tangentielle basée sur les segments maximaux	8
2.4	Segment flou	11
2.4.1	Définition et propriétés	11
2.4.2	Couverture tangentielle basée sur les segments flous maximaux d'épaisseur ν	12
2.5	Approximation polygonale	14
2.6	Conclusion	19

Chapitre 3

Détection de points dominants et représentation polygonale

3.1	Introduction	21
3.2	Points dominants	22

3.3	Détection de points dominants	25
3.3.1	Méthode heuristique	25
3.3.2	Algorithme modifié	26
3.3.3	Expérimentations et comparaisons entre les deux méthodes	31
3.4	Simplification polygonale	33
3.4.1	Deux approches pour la simplification polygonale	33
3.4.2	Expérimentation et comparaison	37
3.5	Conclusion	45

Chapitre 4

Couverture Tangentielle Adaptative

4.1	Introduction	47
4.2	Estimation du bruit : épaisseur significative	48
4.3	Construction de la couverture tangentielle adaptative	52
4.4	Expérimentations et comparaisons	55
4.4.1	Points dominants	58
4.4.2	Longueur du contour	59
4.5	Estimateurs géométriques	62
4.5.1	Tangente basée sur $\lambda - MST$ à chaque point du contour	62
4.5.2	Détection des parties convexes et concaves du contour	64
4.6	Conclusion	66

Chapitre 5

Applications

5.1	Introduction	69
5.2	Décompositions en arcs et segments	70
5.2.1	Espace des tangentes ([ACH ⁺ 90], [LL00])	70
5.2.2	Algorithme modifié	72
5.2.3	Expérimentations	75
5.2.4	Comparaisons	77
5.3	Reconnaissance des gestes de la main	79
5.3.1	Méthode de classification	81
5.3.2	Expérimentations	82
5.3.3	Comparaisons avec d'autres méthodes	85
5.4	Conclusion	87

Chapitre 6**Conclusion générale et perspectives**

6.1 Bilan	89
6.2 Perspectives	90
Liste de publications	93
Bibliographie	95

Table des figures

2.1	Pavage en dimension 2 par carrés (pixels).	6
2.2	Représentation dual par maillage de la figure 2.1.	7
2.3	En gris, les pixels 4- et 8-voisins du pixel rouge en dimension 2.	7
2.4	Segments de droites avec des connexités différentes.	9
2.5	Un segment de droite discrète 2D $\mathcal{D}(1, 3, -3, 6)$. Les deux droites rouges $x-3y=-3$ et $x-3y=2$ sont les droites d'appui supérieur et inférieur de la droite discrète $\mathcal{D}(1, 3, -3, 6)$. Les points rouges sont les points d'appuis.	10
2.6	Un segment maximal où les points C_{i-1} et C_{j+1} de la courbe C n'appartiennent pas à ce segment discret.	10
2.7	La couverture tangentielle de deux contours discrets en se basant sur les segments maximaux naïfs [Lac06].	11
2.8	(a) Un exemple de courbe discrète obtenue dans un contour de l'image d'une feuille. (b) Une partie du contour et segmentation obtenue avec un algorithme de reconnaissance de segments de droites naïves. (c) La segmentation souhaitée qui présente mieux la forme géométrique sur la même partie de la courbe (Debled-Rennesson [DR07]).	12
2.9	La couverture tangentielle du contour interne de l'image de gauche avec $\nu = 1$	13
2.10	Exemple de simplification polygonale.	14
2.11	Approximation multi-échelle de la forme en basant sur la courbure virtuelle [LLL08].	19
3.1	La séquence des segments flous maximaux d'épaisseur ν de la courbe avec des pixels gris (chaque boîte rouge délimite les pixels d'un segment flou maximal d'épaisseur 1.4). Les indices des points début (B_i) et fin (E_i) des quatre premiers segments flous maximaux sont indiqués ($B_0 = 0$ et $E_0 = 15$, $B_1 = 5$ et $E_1 = 17$, . . .). Les points avec un cadre bleu sont des points dans la zone commune c-à-d zones de l'intersection de ces quatre premiers segments flous maximaux.	26
3.2	Calcul de l'angle en un point donné de la zone commune.	28
3.3	Illustration de l'algorithme 2.	29
3.4	Couverture tangentielle avec $\nu = 0.8$	30
3.5	Détection des points dominants de la courbe de la figure 3.4.	30
3.6	La dernière zone commune de la figure 3.4 avec les segments maximaux associés.	30
3.7	Amélioration des résultats par rapport à Nguyen [NDR11b]. Les points verts (resp. rouge) sont des points dominants détectés par l'algorithme de Nguyen (resp. modifié). Lignes en vert (resp. rouge) indiquent la décomposition polygonale en fonction des points dominants détectés	32
3.8	Calcul du poids associé à chaque point dominant.	34
3.9	Points dominants de la courbe chromosome.	36

3.10	Points dominants de la courbe feuille.	36
3.11	Points dominants de la courbe demi-cercle.	36
3.12	Représentation polygonale (en rouge) des données bruitées en utilisant les points dominants détectés par l'algorithme 2. (a) et (c) Les résultats de la simplification polygonale (en vert) en utilisant la valeur moyenne de l'épaisseur significative comme épaisseur de segmentation en appliquant l'algorithme 4. (b) et (d) Les résultats de la simplification polygonale (en vert) en utilisant la valeur moyenne de l'épaisseur significative comme épaisseur de segmentation en appliquant l'algorithme 3.	39
3.13	Représentation polygonale (en rouge) des données bruitées en utilisant les points dominants détectés par l'algorithme 2. (a) et (c) Les résultats de la simplification polygonale (en vert) en utilisant la valeur moyenne de l'épaisseur significative comme épaisseur de segmentation en appliquant l'algorithme 4. (b) et (d) Les résultats de la simplification polygonale (en vert) en utilisant la valeur moyenne de l'épaisseur significative comme épaisseur de segmentation en appliquant l'algorithme 3.	40
3.14	Courbe de FOM ₂ des images de la figure 3.13.	41
3.15	Les lignes rouges représentent le contour original et les lignes bleues représentent la simplification polygonale.	42
3.16	Les lignes rouges représentent le contour original et les lignes bleues représentent la simplification polygonale.	43
3.17	(a) superposition de la figure 3.15, (b) superposition de la figure 3.16.	44
4.1	Illustration de l'ensemble des segments maximaux passant par le point P à différentes échelles ((a) échelle= 1, (b) échelle= 2, (c) échelle= 3). (d-f) illustrent la couverture multi-épaisseurs d'un point P associée avec la longueur moyenne \mathcal{L}^k [KL12, KLS12, KL14].	49
4.2	Comparaison entre les profils multi-échelles (b) et multi-épaisseurs (c) sur différents types de points définis sur une forme (a) contenant des parties courbées (P_A , P_B) et plates (P_C , P_D) [KL12, KLS12, KL14].	50
4.3	Profils multi-épaisseurs (b-d) obtenus sur différents points de (a) [KLS12].	50
4.4	Comparaison entre les valeurs obtenues avec l'estimateur MS (a) et l'estimateur MT (b). La taille des cases bleues représente pour chaque pixel la valeur MS ou MT [KLS12].	51
4.5	Illustration de l'algorithme 5 avec $\mathcal{E} = MT$	54
4.6	Images données en entrée pour tester.	56
4.7	ATC_{MT} des images de la figure 4.6.	57
4.8	Illustration de l'algorithme de détection de points dominants avec la couverture tangentielle adaptative.	59
4.9	Détection de points dominants et représentations polygonales des images de la figure 4.6. La courbe rouge (resp. vert) est l'approximation polygonale des points dominants détectés en appliquant la couverture tangentielle adaptative (resp. avec l'épaisseur ν égale à la moyenne de MT).	60
4.10	Les valeurs de MT associées à chaque point de la courbe. Chaque couleur désigne une valeur (comme indiqué sur chaque figure, rouge: $\eta=1$).	61
4.11	L'ATC avec des différentes valeur du pas pour l'estimateur de bruit MT.	61
4.12	Points dominants détectés avec les différentes valeurs du pas.	62

4.13	Illustration du principe d'estimateur λ -MST défini à partir de la couverture tangentielle adaptative.	63
4.14	Résultats de l'estimateur de tangent ATC_{MT} λ -MST affichés comme vecteurs normaux sur la forme source extraite des images de la figure 4.6.	65
4.15	L'ATC de la figure 4.14(a) avec un agrandissement sur le petit MBS de la couverture tangentielle adaptative.	66
4.16	Détecteur de parties convexe et concave des images de la figure 4.6. Les segments en vert et en bleu indiquent respectivement les parties convexe et concave. Les segments rouges indiquent une transition entre les parties convexes et concaves.	67
5.1	Représentation de l'espace des tangentes d'une succession de segments.	71
5.2	Représentation des points centraux dans l'espace des tangentes [NDR11a].	72
5.3	Organigramme de l'algorithme amélioré 6.	73
5.4	Reconstructions avec des arcs et des segments des courbes bruitées. (a) images avec bruit gaussien, (b) contours extraits de l'image à gauche, (c) ATC, (d): résultats de la décomposition.	75
5.5	Reconstructions avec des arcs et des segments des courbes bruitées. (a) image avec le bruit Kanungo pour $\beta = 0.5$, (b) contours extraits de (a), (c) ATC, (d) résultats de la décomposition.	76
5.6	Reconstructions avec des arcs et des segments des courbes bruitées. (a) image avec le bruit Kanungo pour $\beta = 0.3$, (b) contours extraits de (a), (c) ATC, (d) résultats de la décomposition.	76
5.7	Reconstructions avec des arcs et des segments des courbes bruitées. (a): image avec le bruit Kanungo pour $\beta = 0.7$, (b) contours extraits de (a), (c) ATC, (d) résultats de la décomposition.	76
5.8	Résultat de comparaison de la courbe bruitée en (a). (b): résultats avec [RW89], (c) : résultats avec [NDR11a],(d) : résultats avec l'algorithme 6.	78
5.9	Résultat de comparaison sur l'image réelle en (a). (b) résultats avec [RW89], (c) résultats avec [NDR11a], (d) résultats avec l'algorithme 6.	78
5.10	Résultat de comparaison sur les images techniques en (a). (b) résultats avec [RW89], (c) résultats avec [NDR11a], (d) résultats avec l'algorithme 6.	78
5.11	Les deux modèles de Kinect.	79
5.12	Exemples de gestes de chiffre de 0 à 9 d'ASL capturés par l'intermédiaire de Kinect V1.	80
5.13	Exemples de gestes de chiffre de 0 à 9 d'ASL capturés par l'intermédiaire de Kinect V2.	81
5.14	Organigramme du système de reconnaissance de geste proposé.	82
5.15	Les angles de contour et les distances de contour: C et H sont le centre des points de contour et le centre des points de l'enveloppe convexe; P_i , L_i , a_i sont respectivement le point de contour, la distance de contour et l'angle de contour i	84
5.16	La partie convexe d'un contour de forme montre l'angle à chaque point dominant (P_i , P_{i+1} , P_{i+2} , P_{i+3}) pour déterminer le point de pic.	85
5.17	Les matrices de confusion de la reconnaissance gestuelle à l'aide de notre ensemble des descripteurs: (a) LOO CV sur un ensemble de données NTU, (b) 10-fold CV sur notre propre ensemble de données V2.	87

6.1	Exemple de l'ATC en 3D pour la courbe sans bruit en (a) et avec bruit en (b). Les segments flous maximaux en rose, bleu et gris sont des segments connectés aux niveaux de bruit 1, 2 et 3 respectivement.	91
-----	--	----

Chapitre 1

Introduction Générale

Sommaire

1.1	Contexte de la thèse	1
1.2	Contributions	2
1.2.1	Un algorithme efficace de détection des points dominants d'un contour d'une forme	2
1.2.2	Couverture tangentielle adaptative <i>Adaptive tangential cover (ATC)</i> . .	3
1.2.3	Applications en analyse d'images de l'ATC	3
1.3	Organisation du mémoire	3

1.1 Contexte de la thèse

Cette thèse se place dans le domaine de la géométrie discrète et du traitement d'images.

Dans le cadre du traitement d'images un problème classique est la recherche et l'identification des objets et des primitives dans une image. Nous nous concentrons sur la détection des jonctions entre les différentes structures d'images. Les jonctions sont les points dont l'estimation de la courbure est localement maximale, appelés les points dominants, ils jouent un rôle très important dans la reconnaissance de formes et l'analyse de l'image.

Dans le cadre de la géométrie discrète, la communauté s'est intéressée à la définition arithmétique d'objets discrets dits flous [DRFRD06, DRRRD03], correspondant à des objets dont la discrétisation contient du bruit, et à leur détection [KL12, KLS12, NDR11b, NDR11a, NDR08]. L'étude des propriétés de ces objets trouve des applications directes dans la modélisation ou l'analyse et le traitement d'images, en particulier quand il s'agit d'interpréter les formes géométriques présentes dans les images [NDR11b, NKDRL10]. Nous souhaitons définir et calculer des paramètres géométriques permettant de décrire et caractériser les courbes et régions étudiées.

Ces dernières années, les membres de l'équipe ADAGIo du LORIA ont développé de nombreux travaux dans ce cadre et des estimateurs de caractéristiques géométriques ont été élaborés : courbure [NDR07], points dominants [NDR11b], bruit présent sur la courbe [KL12, KLS12], détection d'arcs et de segments [NDR11a, NDR10, NKDRL10]. Nous nous intéressons à tester ces estimateurs sur des courbes discrètes bruitées. Un élément important dans ce domaine est la détection des points de jonction entre les primitives arcs et segments et plus spécifiquement assurer

la continuité entre ces primitives.

L'objectif de cette thèse est d'étudier des objets discrets qui contiennent du bruit qui est une conséquence de la phase d'acquisition. Des estimateurs et des caractéristiques géométriques sont obtenues à partir des outils développés dans cette thèse pour donner des applications directes en traitement d'images. Nous utilisons la notion de segments flous introduite par Debled-Rennesson et al.[DRFRD06, DRRRD03].

La notion de couverture tangentielle [FBF09, Fes05, FT99] est un outil bien connu pour étudier la géométrie d'une courbe discrète. Cependant, cette approche n'est pas robuste au bruit, alors que les contours extraits des images numériques contiennent généralement du bruit présent d'une manière irrégulière ce qui rend les tâches d'analyse géométrique sur ces contours difficiles.

Nous avons généralisé la notion de la couverture tangentielle utilisée en géométrie discrète afin d'utiliser des différentes épaisseurs lors de la construction de cette couverture. Cette nouvelle couverture tangentielle nous conduit à déduire des estimateurs géométriques des contours extraits des images numériques [Lac10, LdVV07, DRDR06, LVdV05]. Donc nous pouvons classer les travaux de cette thèse dans le cadre des estimateurs géométriques pour les contours des objets bruités.

1.2 Contributions

Les contributions apportées par nos travaux sont :

1. Détection efficace des points dominants d'un contour d'une forme basée sur une étude de la courbe discrète du contour
2. Analyse des contours de courbes discrètes bruitées avec un nouvel outil : la couverture tangentielle adaptative (ATC)
3. Proposition de deux applications en analyse d'images de l'ATC

Nous présentons maintenant brièvement ces contributions.

1.2.1 Un algorithme efficace de détection des points dominants d'un contour d'une forme

Nous avons proposé une nouvelle stratégie pour la détection des points dominants [NNDR18, NNDR15], ayant une courbure maximale par rapport à ses voisins, qui a donné de meilleurs résultats par rapport à l'ancienne méthode proposée dans [NDR11b] qui était basée sur une approche heuristique. La nouvelle méthode consiste à calculer une mesure d'angle. Nous avons proposé aussi deux approches pour la simplification polygonale : une méthode automatique, minimisant et une autre fixant le nombre de sommet du polygone résultant.

La séquence de tous les segments maximaux (les segments de droites discrètes inextensibles d'une courbe discrète) le long d'un contour d'une courbe discrète est appelée couverture tangentielle. Cette couverture tangentielle est un outil bien connu pour étudier les caractéristiques géométriques d'une courbe discrète. Cependant, elle n'a pas été adaptée aux contours des courbes irrégulièrement bruitées. Cette couverture tangentielle était construite avec une seule valeur

d'épaisseur de segments flous qui a été fixée au départ.

Nous nous sommes inspirés de cette notion pour proposer un nouvel outil géométrique, détaillé dans la contribution suivante, qui prend en considération le changement de bruit localement sur le contour de la courbe discrète.

1.2.2 Couverture tangentielle adaptative *Adaptive tangential cover (ATC)*

Nous avons présenté une nouvelle notion la «*Couverture Tangentielle Adaptative*» [NNDRK16, NDRKN17] basée sur la détection des épaisseurs significatives introduites par Kerautret et al. dans [KLS12]. Ces épaisseurs, calculées en chaque point du contour, permettent d'estimer localement le niveau de bruit. Nous construisons la couverture tangentielle avec différentes valeurs d'épaisseurs de segments flous. Cette construction prend en considération les différents niveaux de bruits dans la courbe à étudier. Nous avons utilisé cette nouvelle couverture dans l'application de la détection des points dominants et la simplification polygonale de formes discrètes.

Nous avons testé la nouvelle notion proposée et l'avons comparée à la couverture tangentielle avec une seule valeur d'épaisseur en se basant sur la détection des points dominants. Nous proposons quelques estimateurs géométriques pour tester la robustesse de cette nouvelle notion.

1.2.3 Applications en analyse d'images de l'ATC

Nous avons proposé deux applications en analyse d'images de l'ATC : la décomposition des contours d'une forme dans une image en arcs et en segments de droite et une autre application, dans le cadre d'un projet avec une université d'Inde, autour du langage des signes et la reconnaissance des gestes de la main.

Premièrement, la méthode de décomposition des courbes discrètes en arcs et en segments de droite [NNDRK17, NNDR17] est basée sur deux outils : la détection de points dominants en utilisant la couverture tangentielle adaptative et la représentation du polygone dans l'espace des tangentes, issue des points dominants détectés. Les expériences montrent la robustesse de la méthode w.r.t. le bruit.

Deuxièmement, à partir des contours des mains extraits d'images prises par une Kinect, nous proposons différents descripteurs reposant sur des points dominants sélectionnés du contour des formes dans les images [PNN⁺17]. Les descripteurs proposés, qui sont une combinaison entre descripteurs statistiques et descripteurs topologiques, sont efficaces et conviennent à une première approche de la reconnaissance de gestes.

1.3 Organisation du mémoire

Le reste du manuscrit est organisé comme suit : le chapitre 2 présente des notions de base de la géométrie discrète. Dans le chapitre 3, nous proposons une amélioration d'un algorithme pour la détection de points dominants et deux approches pour la simplification polygonales basées sur la détection de points dominants. Ensuite, nous abordons une nouvelle notion en géométrie discrète dans le chapitre 4 pour étudier les courbes irrégulièrement bruitées, nommée Couverture Tangentielle Adaptative. Le chapitre 5 introduit deux applications pour les outils déjà détaillés

dans le chapitre 3 et 4, la décomposition d'une courbe en arcs et en segments et la reconnaissance de gestes de la main. Nous concluons ce manuscrit et présentons les perspectives dans le chapitre 6.

Chapitre 2

Quelques notions de base

Sommaire

2.1	Introduction	5
2.2	Espace discret et connexité	6
2.3	Droite discrète 2D	7
2.3.1	Historique	7
2.3.2	Propriétés des droites discrètes de Reveillès	8
2.3.3	Couverture tangentielle basée sur les segments maximaux	8
2.4	Segment flou	11
2.4.1	Définition et propriétés	11
2.4.2	Couverture tangentielle basée sur les segments flous maximaux d'épaisseur ν	12
2.5	Approximation polygonale	14
2.6	Conclusion	19

Dans ce chapitre, nous présentons les primitives discrètes importantes de géométrie discrète qui sont utilisées dans ce mémoire. Nous commençons par résumer quelques éléments de base énoncés dans l'ouvrage [CMC07]. Ensuite, nous abordons les notions de couverture tangentielle et les différentes stratégies pour la simplification polygonale.

2.1 Introduction

La géométrie discrète est la modélisation géométrique et topologique des objets définis sur des structures régulières (des grilles de pixels ou de voxels), ou combinatoires (des graphes ou des cartes). Dans la géométrie discrète, on exploite les propriétés du support sur lequel sont décrits nos objets. Nous pouvons obtenir des algorithmes efficaces, certifiés et précis pour répondre à des problèmes de caractérisation géométrique ou topologique des objets discrets en dimension 2 ou multidimensionnels.

La géométrie discrète est l'étude de l'espace discret et de ses applications. C'est à dire au lieu de travailler avec R^n en géométrie euclidienne, la géométrie discrète travaille dans Z^n . Généralement, les propriétés classiques de la géométrie euclidienne ne sont plus valides lorsque l'on considère des ensembles de pixels, des nouvelles définitions sont donc à introduire. Dans le cadre de la géométrie discrète, plusieurs outils devenus standards [DR95, FT99, Lac10] ont été développés pour analyser les courbes discrètes.

L'étude des propriétés de ces objets trouve des applications directes dans la modélisation ou l'analyse et le traitement d'images, en particulier quand il s'agit d'interpréter les formes géométriques présentes dans les images. Plus spécifiquement, nous souhaitons définir et calculer des paramètres géométriques permettant de décrire et caractériser les courbes discrètes bruitées. Les outils classiques ne s'adaptent pas au bruit dans les images réelles, il faut donc introduire des nouveaux outils permettant de décrire et caractériser les courbes discrètes bruitées. C'est un des objectifs du travail détaillé dans ce manuscrit.

Dans la section 2.2, nous rappelons la notion d'espace discret ainsi que les différents types de connexités. La section 2.3, présente la primitive discrète de base : la droite discrète 2D, qui est un point de départ pour définir les notions de segments flous et segments flous maximaux qui seront utilisés dans la section 2.4. La notion de segments maximaux, de segments flous [DRFRD06, DRRRD03] est proposée pour prendre en compte le bruit présent dans les contours des objets discrets 2D. Dans la section 2.5, nous proposons un état de l'art concernant l'approximation polygonale.

2.2 Espace discret et connexité

Un espace discret est un pavage régulier du plan en dimension n . Un point discret est le centre de chaque pavage. En géométrie discrète, les espaces en dimension 2 sont souvent représentés par des carrés, dits pixels, et ceux en dimensions supérieures par des hyper-cubes . La figure 2.1 présente l'espace discret.

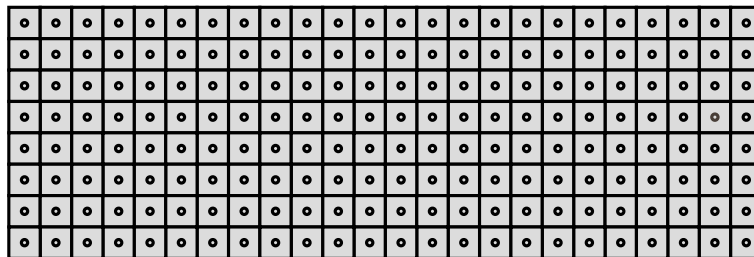


FIGURE 2.1 – Pavage en dimension 2 par carrés (pixels).

Le principe de dualité dans le plan consiste à faire correspondre de façon biunivoque un polygone à un nœud. Donc, le dual du pavage est le maillage qui relie les points discrets. Par suite, le maillage est un graphe dont les sommets sont les points discrets, et dont les arêtes sont adjacentes (voir figure 2.2).

Dans Z^2 à partir des pixels, il est possible de définir des relations de voisinages. Pour les éléments de l'espace discret de dimension 2, le 4-voisinage (resp. 8-voisinage) est défini par la relation d'adjacence par arêtes (resp. par coins et arêtes).

Deux points p et q sont dits :

4-voisins si et seulement si leur coordonnées vérifient l'équation $|x_p - x_q| + |y_p - y_q| = 1$.

8-voisins si et seulement si $\max(|x_p - x_q|, |y_p - y_q|) = 1$.

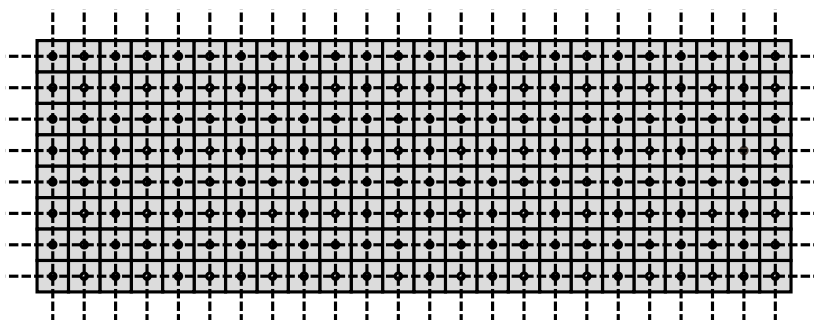


FIGURE 2.2 – Représentation dual par maillage de la figure 2.1.

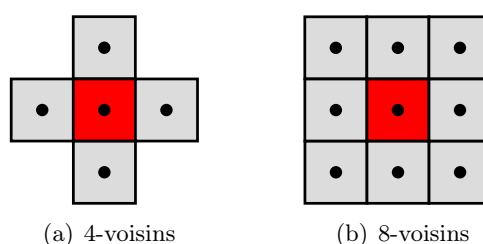


FIGURE 2.3 – En gris, les pixels 4- et 8-voisins du pixel rouge en dimension 2.

La figure 2.3 présente deux types de voisinage : 4-voisinage et 8-voisinage en dimension 2.

2.3 Droite discrète 2D

Dans cette section, nous présentons l'objet de base de la géométrie discrète : la droite discrète 2D. Nous nous intéressons spécifiquement aux objets dans Z^2 .

Premièrement, nous rappelons la notion de droite discrète. Nous allons étudier de façon plus détaillée la définition arithmétique de Reveillès [Rev91] que nous utiliserons fréquemment par la suite. Cette définition, qui est basée sur une approche arithmétique, est un point de départ pour définir les notions de segments flous [DRFRD06, DRRRD03]. La notion de segments flous est proposée pour prendre en compte le bruit présent dans les contours des objets discrets 2D.

D'autres objets discrets ont été explorés après les droites discrète 2D comme le cercle discret [NA84, And94] et le plan discret [ANF97].

2.3.1 Historique

La définition de cette droite discrète a intéressé plusieurs chercheurs dans les années précédentes [Fre61, Ros74, HK84, Rev91]. Nous citons plusieurs conditions caractérisant une droite discrète 2D.

- Les trois propriétés sur la chaîne du code de la courbe (Freeman, [Fre61])
- La propriété de la corde (Rosenfeld, [Ros74])
- L'absence de segments "irréguliers" (Hung, [HK84])

- La double inégalité diophantienne pour les droites discrète dites arithmétiques (Reveillès, [Rev91]) dont la définition est ci-dessous

Définition 1. Une droite discrète de pente a/b (avec $b \neq 0$), de borne inférieure μ et d'épaisseur arithmétique ω (avec a, b, μ et ω des entiers, et $\text{pgcd}(a, b) = 1$) est composée des points (x, y) vérifiant cette double inégalité $\mu \leq ax - by < \mu + \omega$. Une telle droite est notée par $\mathcal{D}(a, b, \mu, \omega)$.

2.3.2 Propriétés des droites discrètes de Reveillès

Reveillès a introduit également un théorème qui détermine la connexité des droites discrètes. La forme d'une droite discrète est déterminée par sa pente et son épaisseur arithmétique ω . Cette épaisseur donne une idée sur le type de connexité des points de la droite.

- si $\omega < \max(|a|, |b|)$ la droite est déconnectée.
- si $\omega = \max(|a|, |b|)$ la droite est 8-connexe, on parle alors de droite naïve.
- si $\max(|a|, |b|) < \omega < |a| + |b|$ la droite est *-connexe, elle présente des 4-voisinages et 8-voisinages.
- si $\omega = |a| + |b|$ la droite est strictement 4-connexe, on parle alors de droite standard.
- si $|a| + |b| < \omega$, on parle de droite épaisse.

La figure 2.4 montre les différentes connexités des droites discrètes ayant une même pente $2/5$ avec différentes épaisseurs.

Les notions de droites et points d'appui sont directement déduits de la définition 1. On définit la droite d'appui supérieure, la droite située au dessus de l'ensemble et de la même façon la droite d'appui inférieure qui se situe au dessous. Les droites d'appui définissent l'épaisseur de la droite discrète. Les points de la droite discrète \mathcal{D} qui appartiennent à l'une des droites d'appui sont respectivement appelés point d'appui supérieur et point d'appui inférieur. La figure 2.5 montre les droites d'appuis et les points d'appuis de la droite discrète $\mathcal{D}(1, 3, -3, 6)$.

Définition 2. Les droites réelles $ax - by = \mu$ et $ax - by = \mu + \omega - 1$ sont appelées les droites d'appui de la droite discrète $\mathcal{D}(a, b, \mu, \omega)$. Un point entier de ces droites sera nommé point d'appui.

Debled-Renesson [DR95] a développé une méthode linéaire incrémentale pour reconnaître des segments de droite discrète naïve. Cette méthode se base sur une approche arithmétique. Pour un segment de droite discrète naïve $\Sigma(a, b, \mu, l)$, elle a étudié les conséquences de l'ajout d'un point M au segment Σ et à quelle condition $\Sigma \cup M$ est un segment de droite discrète. Cette approche a été élargie aussi pour la reconnaissance des segments de droite d'épaisseur quelconque nommé segment flou qu'on va détailler dans la section suivante.

2.3.3 Couverture tangentielle basée sur les segments maximaux

Feschet et Tougne [FT99] ont introduit la notion de segment maximal sur une courbe discrète, ils se sont intéressés à la construction de l'ensemble des tangentes d'une courbe. Dans ce cas, chaque tangente est définie comme une suite de points correspondant à un segment de droite discret naïf qui ne peut pas être élargi ni à gauche ni à droite et de telle façon que la nouvelle tangente soit encore un segment de droite. Dans leur travail, ils utilisent l'algorithme de reconnaissance d'un segment de droite discrète naïve [DR95] pour tester si une suite de points

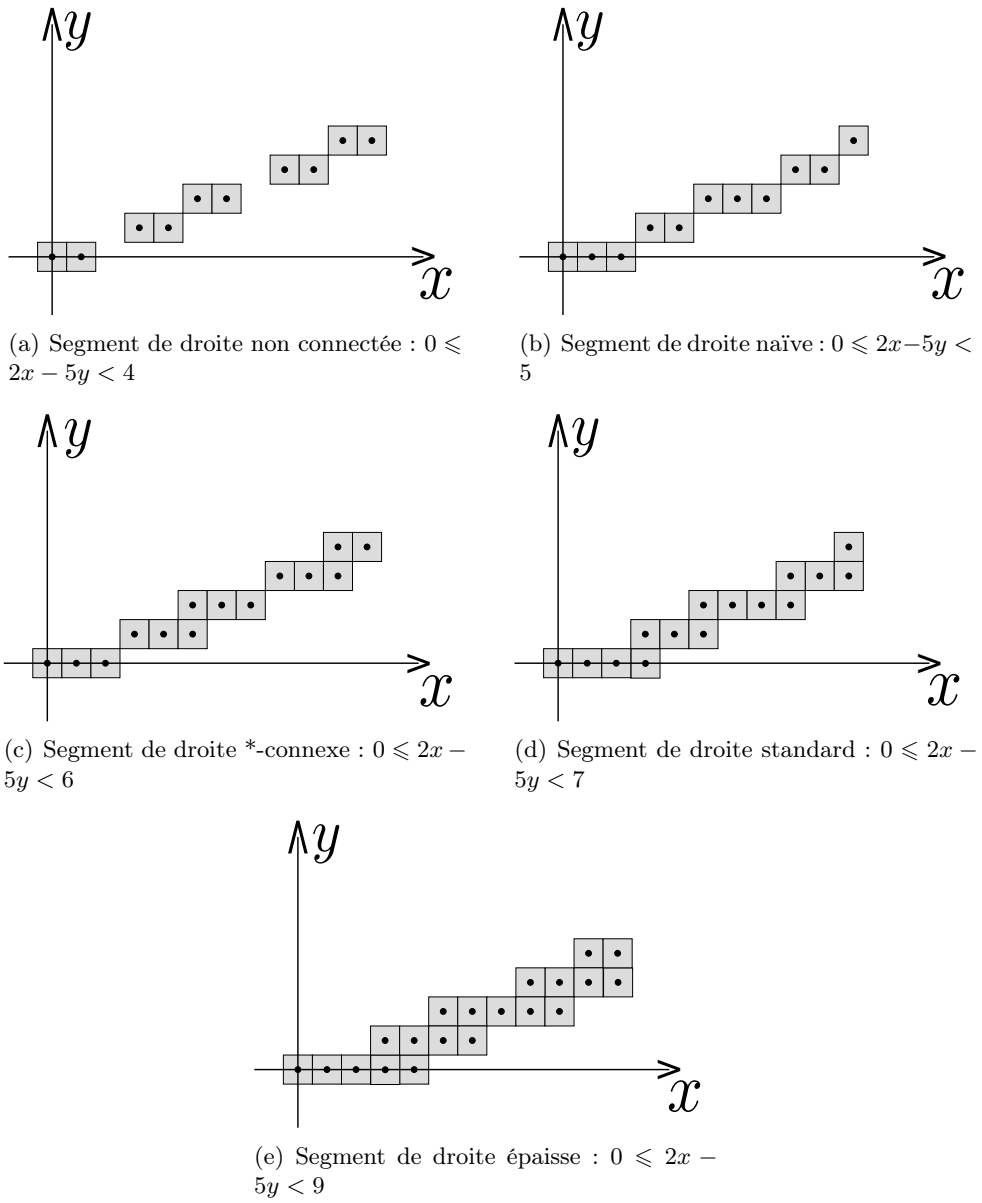


FIGURE 2.4 – Segments de droites avec des connexités différentes.

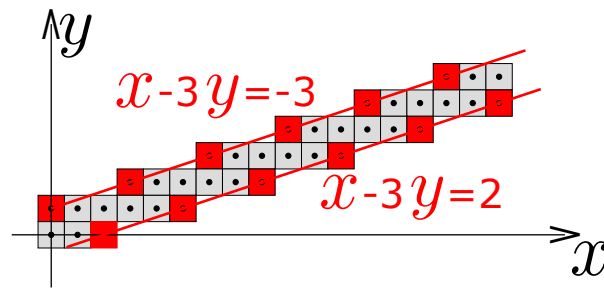


FIGURE 2.5 – Un segment de droite discrète 2D $\mathcal{D}(1, 3, -3, 6)$. Les deux droites rouges $x-3y=-3$ et $x-3y=2$ sont les droites d'appui supérieur et inférieur de la droite discrète $\mathcal{D}(1, 3, -3, 6)$. Les points rouges sont les points d'appuis.

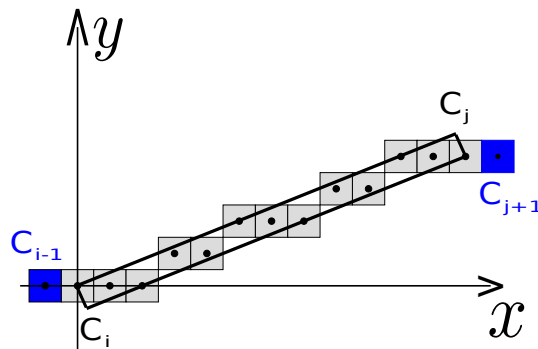


FIGURE 2.6 – Un segment maximal où les points C_{i-1} et C_{j+1} de la courbe C n'appartiennent pas à ce segment discret.

est encore un segment de droite. Nous rappelons ci-dessous la définition d'un segment maximal.

Soit C est une courbe discrète et $C_{i,j}$ une séquence de points de C indexés de i à j , nous noterons par $S(i, j)$ le prédicat " $C_{i,j}$ est un segment de droite discrète".

Définition 3. Un segment *maximal* de C est une séquence $C_{i,j}$ telle que $S(i, j) \wedge \neg S(i, j+1) \wedge \neg S(i-1, j)$. Les segments maximaux sont ainsi les segments de droites discrètes inextensibles sur C

La figure 2.6 illustre la notion du segment maximal. L'ensemble de tous les segments maximaux constitue la couverture tangentielle de la courbe C .

La couverture tangentielle est un ensemble ordonné de segments maximaux de droites naïves ou standards d'une courbe discrète 8 ou 4-connexe. La définition de la couverture tangentielle est liée à la notion de tangente discrète. Fabien Feschet a introduit une définition de la notion de la couverture tangentielle dans [FT99]. Cette définition est :

Définition 4. Pour une courbe C , l'ensemble $TC(C)$ de toutes les tangentes orientées, $TC(C) = \{T(p_k), k \in [0, n-1]\}$ est appelée la couverture tangentielle de C où $T(p_k)$ est la tangente orientée associée au point p_k de C .

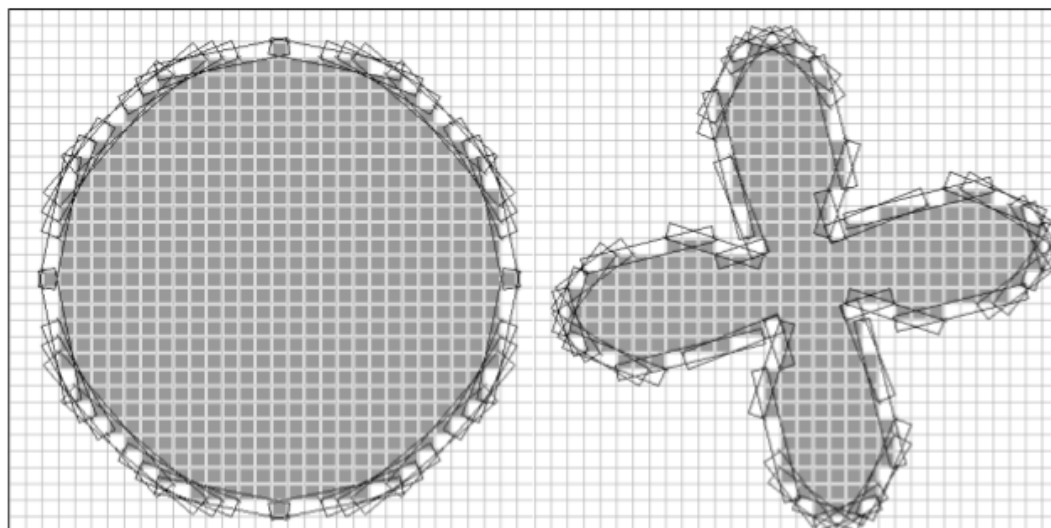


FIGURE 2.7 – La couverture tangentielle de deux contours discrets en se basant sur les segments maximaux naïfs [Lac06].

Par suite la couverture tangentielle d'une courbe discrète C est l'ensemble des segments maximaux (que l'on ne peut étendre dans aucune direction) de la courbe discrète C considérés dans l'orientation positive de la courbe où la taille de la couverture tangentielle est inférieure à n , le nombre de points de C . Si la forme de la courbe est plus linéaire, dans ce cas on a un nombre de segments maximaux très petit par rapport à n . La couverture tangentielle a été développée pour permettre de représenter (la polygonalisation) et analyser les courbes discrètes et tout particulièrement les courbes fermées.

Dans [FT99], un algorithme linéaire de calcul de cette couverture tangentielle (fondé sur la définition de tangente) est proposé. Ainsi, pour tout point du contour, nous avons l'ensemble des segments maximaux qui le contiennent. Les auteurs montrent que toute décomposition localement maximale peut être calculée directement à partir de la couverture tangentielle. La figure 2.7 montre la séquence des segments maximaux de deux contours. La complexité du calcul de cette couverture tangentielle est $O(n)$ avec n le nombre des points du contour discret étudié.

2.4 Segment flow

2.4.1 Définition et propriétés

L'algorithme de reconnaissance de segments de droites naïves [DR95], lorsqu'on travaille avec des données bruitées, produit des petits segments ce qui donne des résultats insatisfaisants (voir la figure 2.8(b)). Pour analyser les courbes bruitées, Debled-Rennesson et al. [DRRRD03, DRRRD05, DRFRD06] a introduit un nouvel objet discret nommé "*le segment flow*". Cette notion est basée sur la définition d'une droite discrète avec une épaisseur variable (voir la figure

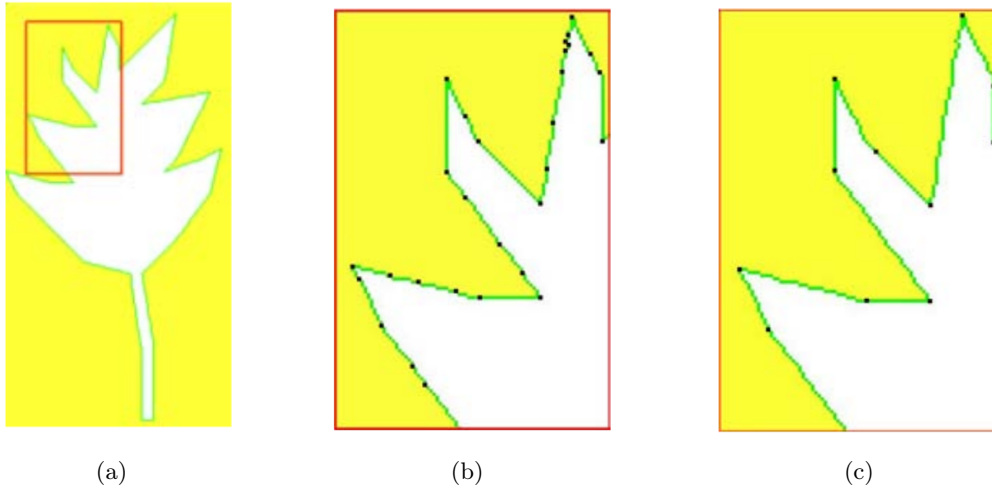


FIGURE 2.8 – (a) Un exemple de courbe discrète obtenue dans un contour de l’image d’une feuille. (b) Une partie du contour et segmentation obtenue avec un algorithme de reconnaissance de segments de droites naïves. (c) La segmentation souhaitée qui présente mieux la forme géométrique sur la même partie de la courbe (Debled-Rennesson [DR07]).

2.8(c)).

Deux approches ont été proposées par Debled-Rennesson, la première basée sur une approche arithmétique [DRRRD03, DRRRD05] et la seconde [DRFRD06] est basée sur une approche géométrique et repose sur le calcul de l’enveloppe convexe des points de la droite et le calcul de l’épaisseur verticale. C’est cette approche que nous utilisons par la suite avec les définitions suivantes :

Soit \mathcal{S}_f une suite de points de \mathbb{Z}^2 .

Définition 5. Une droite discrète $\mathcal{D}(a, b, \mu, \omega)$ est dite **englobante** pour \mathcal{S}_f si tous les points de \mathcal{S}_f appartiennent à $\mathcal{D}(a, b, \mu, \omega)$.

Définition 6. Une droite englobante $\mathcal{D}(a, b, \mu, \omega)$ d’une suite de points entiers \mathcal{S}_f est dite **optimale** si son épaisseur verticale (ou horizontale) $\frac{\omega-1}{\max(|a|, |b|)}$ est égale à l’épaisseur verticale (ou horizontale) de l’enveloppe convexe de \mathcal{S}_f .

Définition 7. Un ensemble \mathcal{S}_f de points entiers est un **segment flou d’épaisseur ν** si il existe une droite discrète $\mathcal{D}(a, b, \mu, \omega)$ telle que tous les points de \mathcal{S}_f appartiennent à \mathcal{D} et $\frac{\omega-1}{\max(|a|, |b|)} \leq \nu$

Un algorithme linéaire et incrémental a été proposé dans [DRFRD06] pour reconnaître si une suite de points est un segment flou d’épaisseur fixée. Cet algorithme repose sur le calcul incrémental et linéaire de l’enveloppe convexe du segment parcouru.

2.4.2 Couverture tangentielle basée sur les segments flous maximaux d’épaisseur ν

Dans cette partie, nous nous rappelons la notion des segments flous maximaux, une propriété importante de la décomposition d’une courbe 2D en suite des segments flous maximaux d’épaisseur ν . Soit C une courbe discrète et $C_{i,j}$ une séquence de points de C indexés de i à j . Supposons que

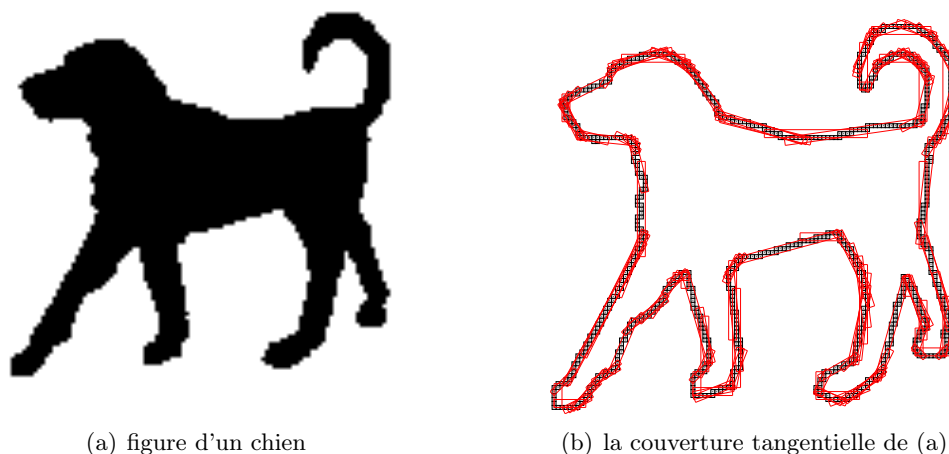


FIGURE 2.9 – La couverture tangentielle du contour interne de l'image de gauche avec $\nu = 1$.

le prédicat " $C_{i,j}$ est un segment flou d'épaisseur ν ", soit noté par $BS(i, j, \nu)$. Soit C une courbe discrète, $MBS_\nu(C)$ l'ensemble des segments flou maximaux d'épaisseur ν de la courbe C :

Définition 8. Un segment flou entre C_i et C_j de C est dit segment flou maximal d'épaisseur ν et noté par $MBS(i, j, \nu)$ ssi $BS(i, j, \nu)$, $\neg BS(i, j + 1, \nu)$ et $\neg BS(i - 1, j, \nu)$.

Pour mieux tenir compte du bruit dans les courbes discrètes, dans [NDR08, FBF09] les auteurs ont proposé d'utiliser les segments flous d'épaisseur ν au lieu des segments discrets. La définition et la construction de la couverture tangentielle restent inchangées, elle est l'ensemble ordonnée de tous les segments maximaux flous d'épaisseur ν , cette fois-ci, que l'on peut construire à partir de la courbe discrète considérée.

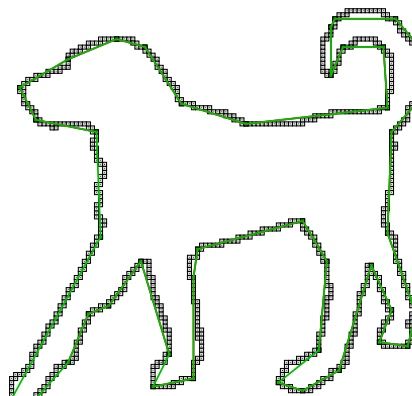
Un algorithme incrémental, déduit de la propriété précédente, a été proposé dans [NDR08] pour déterminer l'ensemble de tous les segments flous maximaux d'épaisseur ν d'une courbe discrète C . L'idée est de maintenir un segment flou lorsqu'un point est ajouté (ou supprimé) au (du) segment. La structure obtenue pour une épaisseur donnée ν peut être considérée comme une extension de la couverture tangentielle [FT99] et nous l'appelons la couverture tangentielle d'épaisseur ν de C . La figure 2.9(b) montre la séquence des segments flous maximaux d'épaisseur $\nu = 1$ du contours interne de la figure 2.9(a). En utilisant la méthode proposée, une telle couverture tangentielle peut être calculée en $O(n \log n)$ [FBF09].

La couverture tangentielle a été utilisée dans plusieurs travaux pour caractériser et représenter les courbes discrètes sous forme de polygone. Des estimateurs géométriques peuvent être déduit de cette couverture tangentielle comme la courbure [NDR07]. Dans le chapitre 4 de ce manuscrit, nous utiliserons une notion proche de la couverture tangentielle basée sur les segments flous appelé couverture tangentielle adaptative et nous en déduirons des estimateurs de caractéristiques géométriques.

Dans la section suivante, nous proposons une étude détaillée de l'état de l'art concernant l'approximation polygonale.



(a) figure d'un chien



(b) une simplification polygonale de
(a)

FIGURE 2.10 – Exemple de simplification polygonale.

2.5 Approximation polygonale

L'une des principales caractéristiques utilisée dans la vision par ordinateur est la forme des objets. Le contour d'un objet contient une grande quantité d'informations que nous pouvons utiliser dans diverses applications. Cependant, la forme d'un objet contient également des données redondantes qui peuvent être supprimées sans dévaluer les informations d'origine. Cela peut se faire en réduisant la taille de la représentation de la forme. Cette compression est obtenue en approchant la forme du contour en utilisant des segments. Dans la littérature, cette version réduite du contour est connue sous le nom de *simplification polygonale* ou *approximation polygonale*.

Officiellement, nous pouvons définir une approximation polygonale d'une courbe C comme un sous-ensemble de points M de l'ensemble original des points P de la courbe. La taille du sous-ensemble de points M est toujours inférieure (ou égal) à la taille de l'ensemble original des points P . Par conséquent, l'approximation polygonale est le résultat de la connexion des points consécutifs du sous-ensemble M . La figure 2.10 montre un contour de chien et un exemple d'approximation polygonale. Les approximations polygonales sont généralement formées par des segments de droite, mais d'autres simplifications des formes avec des primitives différentes sont présentes dans la littérature [PGF14, WV97, PH96, CVW96, RW89, NR79].

Comme on l'a dit plus haut, l'objectif principal de l'approximation polygonale est de réduire la quantité d'informations nécessaires pour représenter la forme d'un objet. Par exemple, dans la littérature, nous pouvons trouver ces méthodes pour réduire la quantité d'informations dans plusieurs domaines : analyse d'image médicale [LBM10], robots industriels pour la reconnaissance de forme [SPH14], prétraitement des méthodes de vision par ordinateur [SML12, WD99], de manière plus générale la détection d'objets et la reconnaissance de forme [MM94, KGK⁺04, PM13].

Le problème de l'approximation polygonale est généralement défini de deux manières différentes, comme indiqué dans [II88]. Selon la fonction de minimisation, le problème d'approxima-

tion polygonale peut être défini comme :

1. *min-#* : Dans ce problème, le nombre de segments qui forment l'approximation polygonale est minimisé. L'erreur ne doit pas dépasser un seuil ϵ défini par l'utilisateur. La solution optimale à ce problème devrait également avoir l'erreur minimale associée entre toutes les solutions avec le même nombre de segments.
2. *min- ϵ* : Ce problème d'optimisation minimise la distorsion associée à une approximation polygonale avec un nombre de segments fixé par l'utilisateur.

Plusieurs méthodes ont été proposées dans la littérature pour résoudre les problèmes *min- ϵ* et *min-#*. En fonction de la tâche que nous effectuons, une mesure de distorsion différente peut être utilisée :

1. La norme L_∞ est utilisée pour garantir que l'écart maximal, calculé sur l'ensemble de la courbe, ne dépasse pas un seuil déterminé par l'utilisateur.
2. La norme L_2 est utilisée pour obtenir une approximation polygonale dont la distorsion, en chaque partie significative de la courbe, soit inférieure à un seuil.

Nous pouvons séparer les différentes méthodes pour obtenir des approximations polygonales en fonction de l'optimalité de la solution trouvée. Ainsi, les algorithmes peuvent être classés en méthodes optimales et méthodes quasi optimales.

Méthodes optimales Comme cela est expliqué ci-dessus, le problème d'approximation polygonale est un problème d'optimisation discrète. Ainsi, les méthodes optimales pour résoudre, à la fois la *min- ϵ* et les *min-#* problèmes, sont basées sur différents cadres d'optimisation. Parmi le grand nombre d'algorithmes proposés, on peut les séparer en deux catégories : les méthodes basées sur la programmation dynamique et les algorithmes de recherche A^* .

Dans la littérature, il y a des méthodes basées sur la programmation dynamique pour résoudre le problème du *min-#* et d'autres pour résoudre le problème du *min- ϵ* . Le principe est identique dans toutes les méthodes mais la manière de découper la courbe diffère. La méthode de Papakonstantinou [Pap85] calcule le nombre minimum de segments nécessaires pour se rapprocher des points de P_i à P_j où P_i et P_j sont deux points distincts de la courbe, en tenant compte du fait que l'écart maximal est inférieur au seuil d'erreur fourni par l'utilisateur. Cette méthode est une approximation avec le nombre minimum possible de segments (*min-#*) de droite, basée sur **la norme L_2** . Dunham [Dun86] utilise **la norme L_∞** comme critère de distorsion pour résoudre le problème du *min-#*. L'algorithme proposé est basé sur le calcul récursif du nombre minimal de segments nécessaire pour se rapprocher de la courbe ouverte originale C à partir du point initial P_0 vers un point final P_i fixes.

Une autre alternative basée sur la programmation dynamique par Tseng et al. [TJCL98]. Cet auteur a utilisé trois mesures différentes d'erreur pour résoudre d'une manière optimale le problème de *min-#*. Le problème est réglé à l'aide de **la norme L_∞** , de **la norme L_2** et aussi la différence du périmètre entre la courbe d'origine et l'approximation polygonale.

Une approche intéressante a été proposée par Sato [Sat92]. L'auteur obtient une approximation polygonale optimale avec un certain nombre de segments ce qui minimise les différences entre la longueur d'arc de la courbe d'origine et l'approximation. Il utilise **la norme L_∞** comme critère de distorsion pour résoudre le problème du *min- ϵ* . Autrement dit, la solution optimale proposée est l'approximation polygonale avec un nombre bien défini de segments et la longueur de l'arc maximal. Perez et Vidal [PV94] ont proposé de résoudre le problème *min- ϵ* en utilisant une méthode basée sur la programmation dynamique pour calculer toutes les possibilités de point

extrémités P_i en utilisant M segments. Ils utilisent *la norme L_2* comme un critère de distorsion pour résoudre le problème du *min- ϵ* . Ce processus est répété jusqu'à ce que le dernier point soit atteint. La complexité de l'algorithme proposé par Perez et Vidal [PV94] est $O(P^2M)$, où P est le nombre de points de la courbe et M le nombre de segments.

Salotti [Sal01] a introduit une approche basée sur la recherche graphique qui aborde le même problème en utilisant le cadre des stratégies de recherche heuristiques pour trouver le chemin le plus court dans un graphique et montrer que la complexité de l'algorithme est de $O(P^2)$ où P est le nombre de points. Cette méthode utilise l'algorithme A^* pour rechercher la solution optimale du problème *min- ϵ* en utilisant le critère d'erreur *la norme L_2* . Les nœuds du graphe représentent les points extrémités des segments et leur rang (le nombre de segments nécessaires pour atteindre ce point). Une arête entre deux nœuds définit un segment de droite entre deux points. La valeur d'erreur du segment est associée à une arête. La meilleure approximation polygonale est déterminée par la recherche du chemin du coût minimum entre le premier nœud (le premier point de la courbe) et un nœud de but (le dernier point de la courbe).

Salotti [Sal02] a également résolu le problème du *min- $\#$* de manière optimale en utilisant comme critère d'erreur *la norme L_2* . Cette approche utilise également l'algorithme de recherche A^* pour obtenir la solution optimale. L'idée est d'estimer le nombre de segments restants et d'intégrer le coût dans l'algorithme de recherche A^* . La complexité de cet algorithme est identique à celui introduit dans [Sal01] ($O(P^2)$).

La plupart des méthodes proposées pour résoudre de manière optimale le problème de *min- ϵ* et de *min- $\#$* , est définie pour les courbes ouvertes. Pour résoudre ce problème d'une manière optimale pour les courbes fermées, les auteurs ont proposé de dupliquer le point de départ et le point final de la courbe [PV94]. Cette solution peut être appliquée sur des petits contours, en raison de la charge de calcul nécessaire.

Pour remédier à ce problème, certaines méthodes heuristiques ont été proposées. Sato [Sat92] a proposé d'utiliser le point le plus éloigné du centroïde de la courbe comme l'un des points le plus distinctifs et on considère ce point comme le point initial. Ce choix est généralement approprié si la courbe n'est pas trop bruitée.

Méthodes quasi optimales Le nombre de méthodes pour résoudre le problème d'approximation polygonale est important. Pour donner un aperçu des méthodes utilisées dans la littérature une petite classification est proposée. Parmi le grand nombre d'algorithmes proposés, on peut les séparer en deux catégories : les méthodes basées sur les méta-heuristiques et les heuristiques [AACPMCMJ16]. D'après Boussaid et al. [BLS13] une méthode heuristique, ou méthode approximative, est un algorithme qui fournit rapidement (en temps polynomial) une solution réalisable, pas nécessairement optimale, pour un problème d'optimisation NP-difficile. On parle de méta-heuristique pour les méthodes approximatives générales. Ces méthodes sont des méthodes génériques pouvant optimiser une large gamme de problèmes différents et elles peuvent ne pas trouver la solution optimale, et encore moins prouver l'optimalité de la solution trouvée. Une méthode heuristique donne une solution approximative sans dire à quel point elle est proche de la solution exacte. Une méthode méta-heuristique donne une solution d'approximation.

La méthode des colonies de fourmis "Ant Colony (COA)" [Yin03] a été utilisée pour résoudre le problème *min- $\#$* en utilisant *la norme L_2* . Cette méthode représente le problème en utilisant

un graphe où les nœuds sont les points de la courbe et les arêtes entre deux nœuds représentent l'erreur d'approximation associée au segment. Les « Ants » sont initialement placées dans certains nœuds et se déplacent d'un nœud à l'autre jusqu'à la fin d'un tour complet, c'est-à-dire que le nœud initial est à nouveau atteint. L'approximation polygonale est la meilleure solution trouvée à une itération spécifiée. Huang [Hua15] a proposé une autre approche basée sur la colonie d'abeilles artificielles "Artificial Bee Colony (ABC)". Cette méthode inspirée de la nature résout le problème de *min- ϵ* en utilisant *la norme L_2* . Le processus commence à générer un ensemble de solutions, une fonction est calculée pour chaque solution, un processus de recherche est alors exécuté, où différentes étapes tentent d'optimiser le pool de solutions générées. Si on trouve que la fonction est meilleure que la solution précédente donc on gardera cette solution sinon l'ancienne solution est conservée. Si le test d'une solution est supérieur à une limite, cette solution est rejetée. Ce processus de recherche est répété plusieurs fois afin d'obtenir la meilleure polygonalisation.

Des algorithmes génétiques ont également été utilisés pour résoudre le problème d'approximation polygonale. Une première solution au problème a été proposée par Yin [Yin98] : les individus sont représentés par des chaînes binaires, où un bit est égal à un si ce point est sélectionné pour la solution finale, ou zéro sinon. A chaque itération, cette population évolue à l'aide de l'opérateur de mutation. On peut trouver des autres approches dans la littérature qui utilisent le cadre de l'algorithme génétique [ZG01, GC07, HS99, LRA⁺06, SSS03] avec différentes mesures de distorsion pour trouver une approximation polygonale.

Le principal inconvénient des approches méta-heuristiques est le coût de calcul. Habituellement, les approches heuristiques obtiennent des résultats plus mauvais que les approches méta-heuristiques, mais le coût de calcul est plus faible. Les méthodes heuristiques décrites dans la littérature peuvent être classées en trois sous-catégories distinctes : approche séquentielle, approche merge, approche fusion.

L'approche séquentielle est un type rapide dans le cadre d'approximations polygonales, où l'algorithme effectue une opération sur chaque point de la courbe. En utilisant le résultat de cette opération, la méthode est capable de créer une approximation polygonale. Ce type d'algorithme est très rapide car l'ordre de complexité est $O(N)$. Quelques exemples de ce genre d'algorithmes ont pu être trouvés dans la littérature [TC89, SG80, RR94, MS04].

Certaines méthodes commencent par utiliser une approximation comme solution initiale pour l'approximation polygonale de la courbe C . Les méthodes continuent d'ajouter des points à cette approximation initiale jusqu'à ce que certains critères soient satisfaits, par exemple, l'erreur de distorsion est inférieure à un seuil. Cette heuristique est connue dans la littérature sous le nom de split approche et quelques exemples peuvent être trouvés dans [Ram72, DP73, Low87].

D'un autre côté, plusieurs méthodes utilisent une approche opposée, c'est-à-dire que la solution initiale est la courbe entière C . Ces algorithmes fusionnent les segments de droite en supprimant les points intermédiaires de ces segments. Cette procédure est répétée jusqu'à ce que la condition soit violée, par exemple, l'erreur de distorsion associée est supérieure à un seuil. Cette approche de fusion est largement utilisée dans la littérature [PD95, Mas07, Mas08b, MH07, PMCMCMS10].

Ces approches sont généralement regroupées dans l'approche "split-and-merge". Ce type d'al-

gorithmes commence par une approximation polygonale initiale. Ensuite, le processus split and-merge en deux étapes est exécuté de manière itérative. D’abord le segment avec l’erreur de distorsion maximale associée au point P_k est divisé en deux segments en ajoutant ce point P_k à la solution. Ensuite, la procédure de fusion recherche le point P_i avec la distorsion minimale au segment reliant ses deux points adjacents $P_{i-1}P_{i+1}$, et supprime P_i de la solution. Cette procédure se répète jusqu’à ce qu’une condition soit satisfaite. Cette procédure en deux étapes est très populaire et plusieurs exemples peuvent être trouvés dans la littérature [WSSL08, XZY01, AD91, PH74].

Dans le chapitre 3 de ce manuscrit, on fait une comparaison avec les deux approches proposées dans la section 3.4 et les trois méthodes suivantes.

La première méthode [LLL08] est la reconstruction polygonale à partir de la *Visual curvature (VC)* qui utilise un paramètre associé à l’échelle s de l’analyse de contour. Cette méthode propose une nouvelle définition de courbure qui peut être considérée comme une interprétation géométrique de la définition de courbure dans la géométrie différentielle. Basée sur cette définition, une courbure naturelle à plusieurs échelles est introduite. Liu et al. ont prouvé que la *Visual curvature (VC)* est la courbure standard pour les courbes régulières, et que la *Visual curvature (VC)* est identique à l’angle de rotation aux sommets pour les courbes polygonale. Cette courbure utilise des points extrémités d’une fonction de hauteur H . Lorsque le nombre de fonctions de hauteur est suffisamment grand, aucun point important n’est ignoré et des points importants de courbure élevée sont détectés, dans ce cas la simplification polygonale des formes basant sur la *Visual curvature (VC)* se rapproche de l’enveloppe convexe pour les plus grandes échelles s (voir figure 2.11(f) avec $s = 0.24$). Dans cette méthode, la principale charge de calcul est de calculer les mesures d’échelle pour tous les points extrêmes dans toutes les directions. Il y a N directions et s’il y a m points extrêmes par suite, la complexité est $O(Nm^2)$.

La seconde [Siv14] est une méthode de polygonalisation basée sur la distance de Fréchet (voir définition 9), la distance Fréchet est une mesure de la similarité entre les courbes qui prend en compte la localisation et l’ordre des points le long de la courbe, qui calcule une simplification de la courbe telle que la distance de Fréchet entre la courbe originale et la courbe simplifiée soit inférieure à l’erreur e (la distance de Fréchet) prédéfinie. L’algorithme utilise une approximation de la distance de Fréchet. La complexité théorique de l’algorithme est en $O(n \log n)$ par contre les expériences montrent un comportement linéaire en pratique.

Définition 9. soient f et g deux courbes spécifiées par les fonctions $f, g : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}^2$ et deux fonctions continues non décroissantes $\alpha, \beta : [0, 1] \rightarrow [0, 1]$ où $\alpha(0) = 0, \beta(0) = 0, \alpha(1) = 1, \beta(1) = 1$, la distance de Fréchet entre deux courbe f et g est défini comme suit :

$$\delta F(f, g) = \inf_{\alpha, \beta} \max_{0 \leq t \leq 1} d(f(\alpha(t)), g(\beta(t))) \text{ où } d \text{ est la distance euclidienne.}$$

La troisième [APMC14], sans paramètre, est basée sur l’arbre de concavité pour calculer l’approximation polygonale de la courbe. Elle présente une amélioration de certaines méthodes basées sur l’approche de fusion pour obtenir des approximations polygonales dans les contours est présentée. Le but de cette méthode est de réduire l’ensemble initial de points candidats pour la simplification polygonale des formes. Cet ensemble initial doit prendre en compte les différents niveaux de détail des différentes parties du contour d’origine. Dans les parties où un niveau de détail élevé est nécessaire, le nombre de points dominants candidats sera plus élevé que dans les parties où un petit niveau de détail est nécessaire. La complexité de cette méthode est $O(n \log n)$

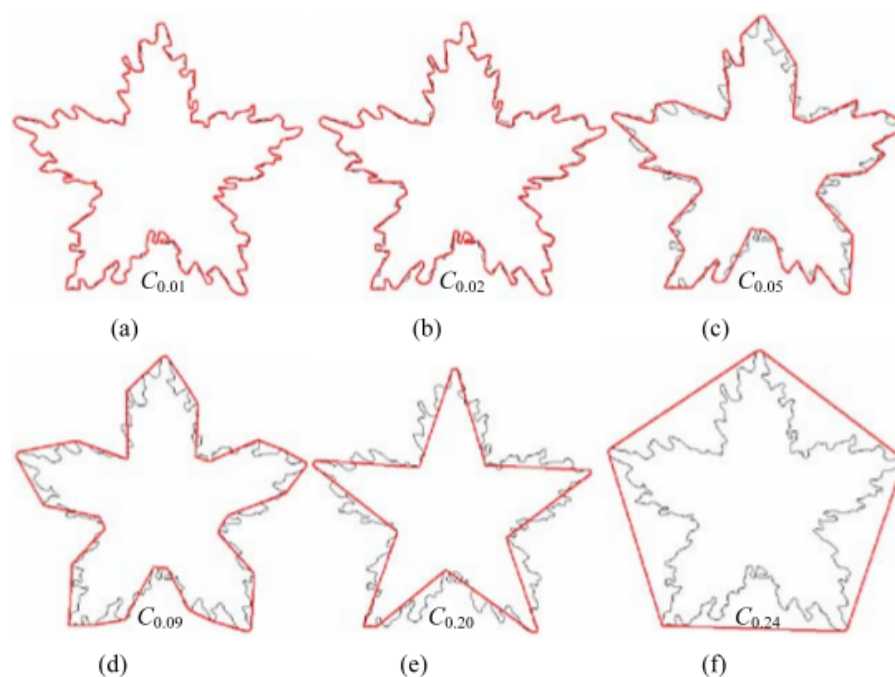


FIGURE 2.11 – Approximation multi-échelle de la forme en basant sur la courbure virtuelle [LLL08].

car elle revient à la complexité du calcul de l'enveloppe convexe.

2.6 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons rappelé les notions de géométrie discrète que nous utilisons dans la suite de ce mémoire et nous avons présenté un état de l'art concernant l'approximation polygonale. Nous avons regroupé les méthodes citées en deux catégories principales : les méthodes optimales et celles quasi optimales. Le chapitre 3 sera consacré à la description de la méthode améliorant la détection des points dominants. Deux approches, reposant sur cette méthode, seront présentées pour l'approximation polygonale ainsi que des comparaisons avec d'autres méthodes de la littérature.

Chapitre 3

Détection de points dominants et représentation polygonale

Sommaire

3.1	Introduction	21
3.2	Points dominants	22
3.3	Détection de points dominants	25
3.3.1	Méthode heuristique	25
3.3.2	Algorithme modifié	26
3.3.3	Expérimentations et comparaisons entre les deux méthodes	31
3.4	Simplification polygonale	33
3.4.1	Deux approches pour la simplification polygonale	33
3.4.2	Expérimentation et comparaison	37
3.5	Conclusion	45

3.1 Introduction

Les points dominants (DP) des courbes discrètes sont présentés par Attneave [Att54] comme des points de courbure maximale sur une courbe. Ces points représentent une information riche qui est suffisante pour caractériser une courbe. Les points dominants sont considérés comme des éléments représentatifs du contour de l'objet, parce qu'ils préservent les caractéristiques significatives de la courbe numérisée des images. Le rôle le plus important des points dominants est qu'ils sont des points clés pour la décomposition d'une courbe en parties significatives. Ils jouent un rôle critiques dans l'approximation de la courbe, la reconnaissance de formes dans les images et dans d'autres domaines de la vision par ordinateur [Att54].

Les méthodes de détection de points dominants choisissent des points à partir d'un contour pour représenter efficacement la courbe en utilisant moins de points. La courbe discrète est alors représentée comme un polygone avec des points dominants comme sommets et les segments de droite reliant les points dominants adjacents comme des arêtes. Les points dominants peuvent donc être utilisés pour segmenter le contour. Dans ce chapitre, nous allons présenter une amélioration de l'algorithme de détection de points dominants de Nguyen [NDR11b], ainsi que deux stratégies pour la simplification polygonale.

Nguyen et al. ont proposé une méthode qui ne nécessite qu'un seul paramètre, elle est invariante au choix du point de départ et fonctionne avec des courbes discrètes pouvant être bruitées ou déconnectées. Elle repose sur la structure géométrique de la courbe étudiée, en particulier la décomposition de la courbe en segments flous maximaux pour une épaisseur donnée [NDR07, FBF09]. Cependant à la fin de la méthode proposée, le choix des points dominants est fait par une stratégie heuristique. Nous améliorons la méthode de Nguyen [NDR11b] pour qu'elle soit non-heuristique. Nous proposons une amélioration de cet algorithme de détection de points dominants avec un choix efficace de points dominants en considérant une simple mesure d'angle.

De plus, nous présentons également un algorithme de simplification polygonale pour réduire le nombre de points dominants détectés tout en conservant les principaux écarts angulaires dans la courbe discrète du contour de la forme. Nous proposons deux stratégies de simplification polygonale. La première consiste à fixer le nombre de points dominants à obtenir. La seconde consiste à appliquer un processus de sélection automatique sur les points dominants détectés en fonction de critères d'erreur.

Le reste de ce chapitre est organisé comme suit. La prochaine section présentera quelques une des méthodes existantes dans la littérature pour la détection de points dominants, ainsi que les critères pour évaluer les méthodes de détection de points dominants. Dans la section 3.3, nous détaillons la méthode heuristique de Nguyen [NDR11b], notre méthode et à la fin de cette section nous présenterons les expérimentations et les comparaisons avec les autres méthodes. La section 3.4 montre deux approches de la simplification polygonale et des comparaisons avec d'autres méthodes de simplification polygonale.

3.2 Points dominants

Un grand nombre d'algorithmes de détection de points dominants utilise une notion de région de support (ROS) [RJ73, TC89, RR92, MS03, PGCMC05] pour chaque point du contour de la courbe C . Une région de support d'un point d'une courbe C contient ses points voisins sur C . Pour chaque point de C , une mesure particulière est calculée en relation avec son ROS. Les points dominants sont déterminés par la suppression des points avec les valeurs de mesure les plus basses. D'un autre côté, il existe beaucoup de travaux qui utilisent une approximation de la valeur de courbure [TC89, RR92, Wu03] pour déterminer les DP. D'autres méthodes utilisent le principe de la suppression des points de rupture [MS03, Mas08a, GMP⁺16, Ram72, DP73, PGCMC05, PM10] pour obtenir des DP.

Dans la section 4 de ce chapitre nous présentons deux approches de simplification polygonale reposant sur la détection des points dominants. Nous comparons avec des anciennes méthodes [Mas08a, MS03, TC89] sur les exemples classiques de la littérature (chromosome, feuille et demi-cercle (voir figures 3.9, 3.10 et 3.11)).

Masood [Mas08a] a développé une méthode simple et efficace basée sur l'extraction des *break points* (BP). Un *break point* est un point dont le code de Freeman est différent par rapport à celui du point précédent et du suivant dans la courbe. L'ensemble des *break points* (BP) est considéré comme l'ensemble initial des points dominants. Chaque point dominant est étiqueté par une valeur correspondante AVE (la valeur de l'erreur associée). Ensuite, l'algorithme supprime itérativement les DPs qui ont la valeur AVE la plus petite jusqu'à ce que l'approximation

d'erreur passe un seuil qui est fixé a priori.

Marji et al. [MS03] ont présenté une méthode d'optimisation pour éliminer les points colinéaires qui repose sur le concept des régions de support (ROS). Ils ont sélectionné des points de l'extrémité de la région de support comme points dominants reposant sur la fréquence de leur sélection. Cette méthode est non-paramétrique, elle n'a besoin d'aucun paramètre en entrée. De plus, le polygone approximé obtenu conserve la symétrie de la forme initiale (voir la figure 3.11(c)).

Teh et al. [TC89] ont introduit une méthode non-paramétrique pour la détection de points dominants. Ils ont utilisé la région de support (ROS) comme une mesure significative de courbure qui est déterminée en chaque point P de la courbe C . Ensuite, les points dominants sont détectés par un processus qui détecte des pics maximaux. La méthode est simple et assez rapide.

Critères d'évaluation Plusieurs méthodes de détection de points dominants et d'approximation polygonale ont été proposées, on a alors besoin d'une mesure d'évaluation permettant de comparer les méthodes existantes. Sarkar [Sar93] a proposé un critère qui repose sur l'erreur d'approximation et le taux de compression. L'erreur d'approximation peut être l'erreur quadratique "Integral Sum of Square Errors" (*ISSE*) ou bien la distance maximale (L_∞) entre les points de la courbe donnée en entrée et le polygone approximé.

$$L_\infty = \max\{d_i\}_{i=1}^n$$

où d_i est la distance du $i^{\text{ème}}$ point de courbe au polygone approximé. L'erreur quadratique (*ISSE*) est la somme des distances au carré des points de la courbe à partir du polygone approximé.

$$ISSE = \sum_{i=1}^n d_i^2$$

Si la valeur de *ISSE* est petite on obtient la meilleure description de la forme par le polygone approximé.

Le taux de compression est la capacité de réduction des données entre la courbe donnée en entrée et le polygone approximé. Le taux de compression (CR) est défini comme le rapport entre le nombre de points de la courbe (n) et le nombre de points dominants détectés ($\#DP$) :

$$CR = \frac{n}{\#DP}$$

Un grand taux de compression, une simplification des données plus efficace, apporte beaucoup d'erreurs d'approximation. Au contraire, le maintien d'une petite erreur d'approximation cause un petit taux de compression. Le critère de Sarkar [Sar93] nommé *FOM* (figure de mérite) est une division entre le taux de compression (CR) et l'erreur d'approximation (*ISSE*). Ce critère est un compromis entre l'erreur basse d'approximation et le bénéfice de la réduction de données élevées :

$$FOM = \frac{CR}{ISSE}$$

Plusieurs auteurs [Ros97, MS04, NDR09, Kol11] montrent que le critère FOM n'est pas suffisant pour faire un compromis entre l'intégrale de l'erreur quadratique ($ISSE$) et le taux de compression (CR). La raison est que l' $ISSE$ change plus rapidement par rapport CR pour plusieurs courbes testées.

Marji et al. [MS04] ont proposé une version modifiée du critère de Sarkar :

$$FOM_n = \frac{CR^n}{ISSE}$$

où n est utilisé pour réduire le déséquilibre entre le numérateur et le dénominateur. Les valeurs communes utilisées pour n sont 1, 2 et 3. Un travail récent [PGCMC05] a montré que la meilleure performance est obtenue lorsque $n = 2$ parce que le numérateur et le dénominateur sont de puissance égale.

Dans notre travail, on va utiliser ces critères d'évaluations pour comparer nos résultats avec certaines méthodes de la littérature. Par ailleurs, il existe autres critères d'évaluations dans la littérature comme la fidélité (*fidelity*), l'efficacité (*efficiency*) et une modification de FOM . Rosin [Ros97] montre que les deux termes de FOM_2 ne sont pas équilibrés, ce qui fait que la mesure est biaisée vers des approximations avec une $ISSE$ plus faible (qui peut être facilement obtenue en augmentant le nombre de points dominants détectés) et n'est donc pas la meilleure pour comparer des contours avec différents nombres de points dominants.

La fidélité indique dans quelle mesure le polygone obtenu par l'algorithme à tester correspond à la courbe par rapport au polygone optimal en terme d'erreur d'approximation. L'efficacité mesure la compacité du polygone obtenu par l'algorithme à tester par rapport au polygone optimal, ce qui entraîne la même erreur. Ils sont définis comme suit :

$$\text{Fidélité} = \frac{E_{opt}}{E_{approx}} * 100$$

$$\text{Efficacité} = \frac{M_{opt}}{M_{approx}} * 100$$

où E_{approx} est l'erreur estimée par l'algorithme à tester, et E_{opt} est l'erreur estimée par l'algorithme optimal, les deux algorithmes sont configurés pour produire le même nombre de segments. M_{approx} est le nombre de segments dans le polygone approximatif produit par l'algorithme à tester et M_{opt} est le nombre de segments que l'algorithme optimal nécessiterait pour produire la même erreur que l'algorithme testé. Une mesure combinée entre ces deux critères est définie comme suit :

$$Merit = \sqrt{\text{Fidélité} \times \text{Efficacité}}$$

Nguyen et al. [NDR09] ont proposé un nouveau critère en modifiant le critère FOM proposé par Sarkar en tenant compte de la remarque de Marji. Les auteurs combinent l' $ISSE$, la distance maximale L_∞ et le nombre de segments linéaires de l'approximation polygonale pour évaluer la méthode de détections des points dominants. Cette mesure est définie comme suit :

$$N_FOM = \frac{CR^3}{ISSE \times L_\infty}$$

Kolesnikov [Kol11] a introduit la figure de mérite paramétrée FOM_a en utilisant le paramètre RDC (Rate-Distortion Curve) comme suit :

$$FOM_a = ISSE \times M^a$$

où le paramètre a est calculé pour chaque contour C . Ceci est fait en utilisant la courbe de taux de distorsion de la courbe (Rate-Distortion Curve) qui dépend des valeurs sélectionnées pour les limites inférieure (M1) et supérieure (M2) du nombre de segments (M) de la simplification obtenue.

3.3 Détection de points dominants

Dans cette section, nous rappelons la méthode heuristique de Nguyen [NDR11b] puis nous aborderons en détail l'amélioration de cette méthode pour obtenir un algorithme non heuristique pour la détection des points dominants.

3.3.1 Méthode heuristique

Nguyen [NDR11b] a présenté une méthode pour la détection de points dominants reposant sur la décomposition d'une courbe en sa séquence de segments flous maximaux. L'ensemble des segments flous maximaux d'une courbe fournit des informations importantes sur la structure géométrique de la courbe étudiée. L'épaisseur ν des segments flous maximaux permet de travailler à différentes échelles et de considérer le bruit éventuellement présent dans une courbe C .

Dans [Att54], Attneave a défini un point dominant (point d'angle) sur une courbe comme un point avec une courbure maximale locale. De même, la méthode proposée dans [NDR11b] utilise une notion de région de support (*ROS*) d'un point dans une courbe discrète C .

Définition 10. [NDR11b] *Les segments flous d'épaisseur ν les plus longs qui sont construits à partir du point vers la gauche et vers la droite de la courbe C constituent sa région de support (*ROS*). L'angle entre eux est appelé l'angle *ROS* de ce point.*

Nguyen a remarqué que plus l'angle de *ROS* en un point de la courbe C est petit, plus le caractère dominant de ce point est élevé.

Un algorithme incrémental a été proposé dans [NDR11b] pour déterminer l'ensemble de tous les segments flous maximaux d'épaisseur ν d'une courbe discrète C . L'idée principale est de maintenir un segment flou d'épaisseur ν lorsqu'un point de la courbe C est ajouté (ou supprimé) à (de) ce segment flou. Cette importante propriété suivante a été prouvée par Nguyen.

Propriété 1. *Soit C une courbe discrète, $MBS_\nu(C)$ la séquence de segments flous maximaux d'épaisseur ν de la courbe C .*

$MBS_\nu(C) = \{MBS(B_0, E_0, \nu), MBS(B_1, E_1, \nu), \dots, MBS(B_{m-1}, E_{m-1}, \nu)\}$
statisfait $B_0 < B_1 < \dots < B_{m-1}$. Alors on a : $E_0 < E_1 < \dots < E_{m-1}$ avec m le nombre de segment flou maximal (voir figure 3.1).

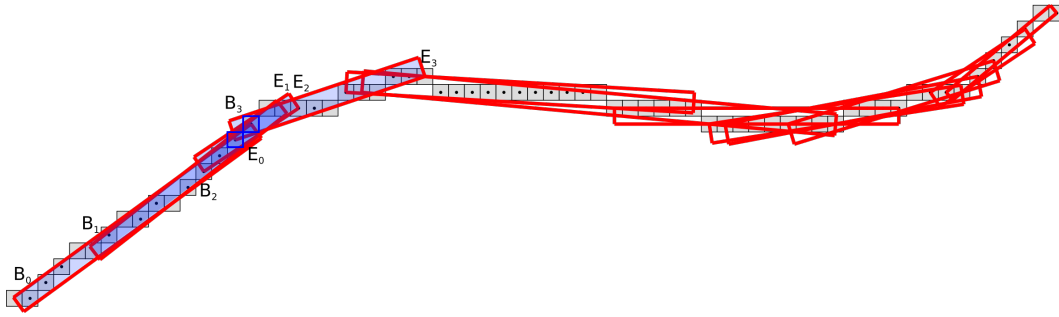


FIGURE 3.1 – La séquence des segments flous maximaux d'épaisseur ν de la courbe avec des pixels gris (chaque boîte rouge délimite les pixels d'un segment flou maximal d'épaisseur 1.4). Les indices des points début (B_i) et fin (E_i) des quatre premiers segments flous maximaux sont indiqués ($B_0 = 0$ et $E_0 = 15$, $B_1 = 5$ et $E_1 = 17$, ...). Les points avec un cadre bleu sont des points dans la zone commune c-à-d zones de l'intersection de ces quatre premiers segments flous maximaux.

La méthode fixe d'abord une largeur ν et calcule $MBS_\nu(C)$, l'ensemble des segments flous maximaux de C . L'idée principale de la méthode est que les points dominants de C sont localisés dans les zones communes de la succession des segments flous maximaux de C (voir figure 3.1).

Basé sur la proposition 1, l'algorithme proposé par Nguyen et al. dans [NDR11b] consiste à trouver la plus petite zone commune induite par des segments flous maximaux successifs d'épaisseur ν qui ont des pentes croissantes ou décroissantes. Il est précisé qu'une telle zone contient les candidats points dominants, puisque les points de cette zone ont le plus petit angle ROS . Par une stratégie heuristique, le point dominant est identifié comme le point au milieu de cette zone. Notons que la complexité de cette méthode est $O(n \log n)$, qui dépend de la complexité de la décomposition d'une courbe C de n points en segments flous maximaux [FBF09].

Proposition 1. *La zone commune la plus petite de segments flous maximaux successifs dont les pentes sont croissantes ou décroissantes contient un ou plusieurs points dont l'angle de ROS est localement minimal.*

D'après ce qui précède, Nguyen a remarqué qu'un segment flou maximal contient au maximum 2 points dominants.

L'algorithme 1 est divisé en deux parties principales, le balayage des zones communes des segments flous maximaux consécutifs (ligne 5-9) et la détection de points dominants dans la zone commune de chaque séquence monotone (ligne 10-15).

Le choix du point central est une méthode heuristique et nous proposons dans la suite une nouvelle stratégie, liée à la courbure, pour identifier le point dominant dans la zone commune.

3.3.2 Algorithme modifié

Dans cette section, nous présentons un algorithme modifié de [NDR11b] pour détecter les points dominants des courbes discrètes avec une plus grande précision. Comme le but de la détection des points dominants est de détecter des points significatifs avec une grande valeur de

Algorithme 1 : Détection des points dominants [NDR11b].

Entrées : C droite discrète de n points, ν épaisseur de segmentation

Sorties : D ensemble des points dominants

```

1 début
2   Construire  $MBS_\nu = \{MBS(B_i, E_i, \nu)\}_{i=0}^{m-1}, \{slope_i\}_{i=0}^{m-1}$  ;
3    $n = |C|$ ;  $m = |MBS_\nu|$  ;
4    $q = 1$ ;  $p = 1$ ;  $D = \emptyset$  ;
5   pour  $p < m$  faire
6     pour  $E_q > B_p$  faire
7        $p++$ 
8       Empiler  $(q, p - 1)$  ;
9        $q = p - 1$  ;
10    pour  $pile \neq \emptyset$  faire
11      Dépiler  $(q, p)$  ;
12      Décomposer  $\{slope_q, slope_{q+1}, \dots, slope_p\}$  en séquences monotones;
13      Déterminer la dernière séquence monotone  $\{slope_r, \dots, slope_p\}$  ;
14      Déterminer  $DP$  - le point central de la zone commune des segments flous
        maximaux  $MBS(B_r, E_r, \nu), \dots, MBS(B_p, E_p, \nu)$  ;
15       $D = \{D \cup DP\}$  ;

```

courbure, nous proposons une nouvelle stratégie de décision pour détecter les points dominants dans les zones communes. Pour cela, nous utilisons une mesure simple de courbure estimée pour chaque point situé dans les régions d'intérêt. Inspirée par la mesure de k-cosinus [RJ73], nous utilisons une mesure d'angle adaptée à la décomposition en segments flous maximaux d'épaisseur ν de la courbe discrète. Cet angle est l'angle entre le point considéré et les deux extrémités gauche et droite des segments flous maximaux d'épaisseur ν impliqués dans la localisation de la zone commune étudiée. Nous tenons à mentionner que cette mesure d'angle n'est généralement pas symétrique dans le *ROS*, contrairement à la mesure de k-cosinus.

Évidemment, le plus petit angle implique la plus grande courbure et donc le caractère dominant du point. En conséquence, le point dominant est identifié comme un point de la zone commune ayant localement une mesure d'angle minimale.

L'algorithme modifié est donné dans l'algorithme 2. Il est semblable à l'algorithme 1 à l'exception de la sélection des points dominants comme décrit ci-dessus. D'ailleurs nous simplifions le processus. En effet, nous n'avons pas besoin de décomposer les pentes des segments flous maximaux situés dans les zones communes en séquences monotones. Ceci est justifié car le calcul d'angle permet de bien localiser le point dominant dans chaque zone commune.

En particulier, dans l'algorithme 2 proposé, chaque zone commune est calculée par la ligne 6, où q est l'indice du premier segment flou maximal d'épaisseur ν impliqué dans la zone commune et $p-1$ est l'indice du dernier segment flou maximal d'épaisseur ν . Les points dans la zone commune sont des points de la portion de la courbe C dont les indices sont dans l'intervalle suivant $i \in \llbracket B_{p-1}, E_q \rrbracket$.

Algorithme 2 : Détection des points dominants proposé.

Entrées : C droite discrète de n points, ν épaisseur de segmentation
Sorties : D ensemble des points dominants

```

1 début
2   Construire  $MBS_\nu = \{MBS(B_i, E_i, \nu)\}_{i=0}^{m-1}$ ;
3    $n = |C|$ ;  $m = |MBS_\nu|$ ;
4    $q = 0$ ;  $p = 1$ ;  $D = \emptyset$ ;
5   tant que  $p < m$  faire
6     tant que  $E_q > B_p$  faire  $p++$ ;
7      $D = D \cup C_j$ , avec  $j$  l'indice du point de la courbe  $C$  tel que  $j$  correspond à l'indice
      de  $\min\{Angle(C_{B_q}, C_i, C_{E_{p-1}}) \mid i \in \llbracket B_{p-1}, E_q \rrbracket\}$ ;
8      $q = p - 1$ ;

```

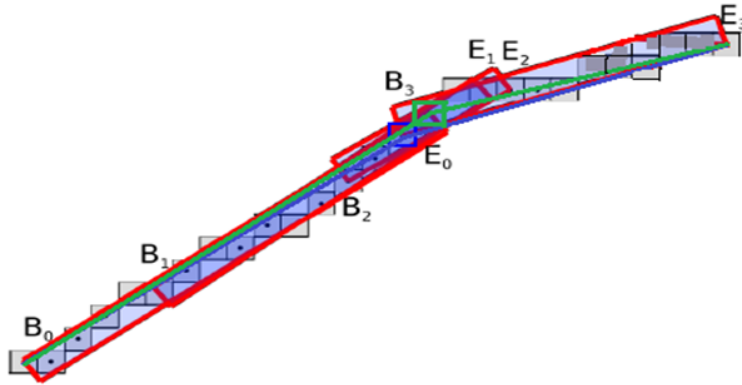


FIGURE 3.2 – Calcul de l'angle en un point donné de la zone commune.

A la ligne 7, la fonction *Angle* calcule l'angle (voir figure 3.2) entre le point de la courbe C et les deux extrémités des segments flous maximaux d'épaisseur ν pour chaque point dans la zone commune. Puis, dans une zone commune, le point dominant est le point avec l'angle le plus petit calculé localement. La prochaine zone commune est calculée en considérant le dernier segment (indice $p-1$) de la zone précédente en tant que premier (indice q) de la prochaine zone commune. Ce processus permet de détecter les points de la courbe par lesquels passe un nombre maximum de segments flous maximaux d'épaisseur ν (voir figure 3.3).

Si la courbe C n'est pas fermée, le premier et le dernier point de C sont des points dominants et ils doivent être ajoutés à D . L'algorithme est illustré à la figure 3.3; une courbe C est analysée par l'algorithme, la séquence de $MBS_{1.4}(C)$ est calculée et 12 segments flous maximaux d'épaisseur $\nu = 1.4$ (s_0 à s_{11}) sont obtenus. Les étoiles indiquent le nombre des segments flous maximaux passant par un point de la courbe C . Quatre zones communes sont détectées par l'algorithme : C_{14} à C_{15} , C_{22} à C_{26} , C_{49} à C_{52} et C_{59} à C_{62} . En regardant le nombre d'étoiles qui sont au-dessous de la courbe, nous remarquons que les points dominants se localisent dans la partie où un grand nombre de segments flous maximaux passe. Par exemple dans la dernière zone commune détectée qui débute par le point C_{59} et termine par le point C_{62} , le nombre de segments flous maximaux qui passe par C_{59} et C_{60} est plus grand que le nombre de segments

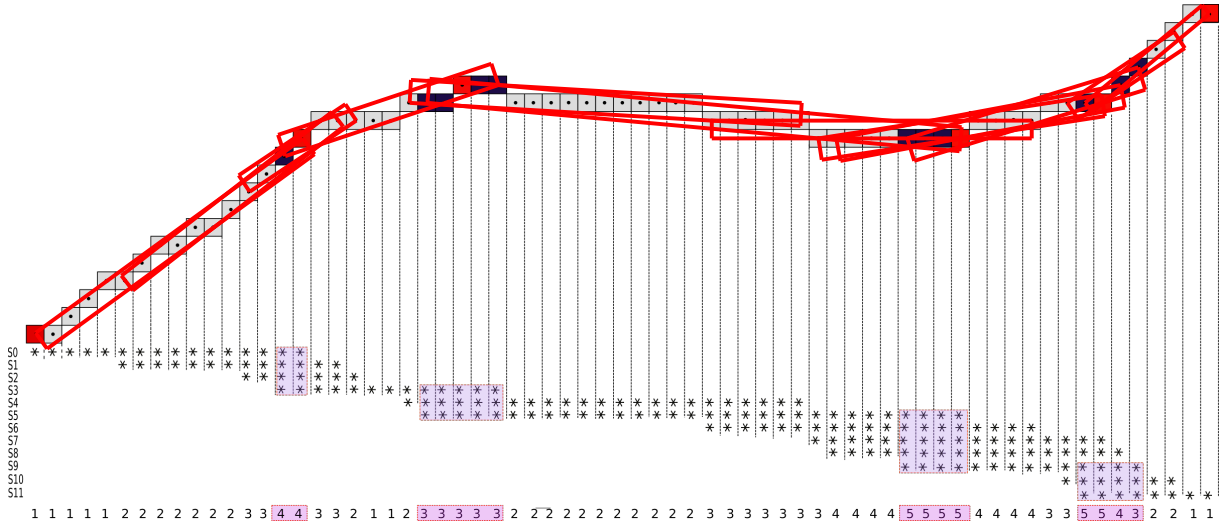


FIGURE 3.3 – Illustration de l’algorithme 2.

fous maximaux qui passe par C_{61} et C_{62} par suite le point dominant détecté dans cette zone doit être un des deux premiers points (C_{59} ou C_{60}).

Les angles sont calculés en considérant le point de départ du premier segment flou maximal impliqué dans la zone commune et le point final du dernier segment flou maximal impliqué. Le tableau 3.1 montre les angles calculés en chaque point des zones communes et nous permet de déduire les points dominants. Les valeurs minimales sont indiquées en gras dans le tableau 3.1 et les points correspondants sont en rouge dans la figure 3.3). Dans la zone commune 3, le point dominant sélectionné n’est pas situé au milieu de la zone commune contrairement à l’algorithme 1.

Pour bien visualiser la différence entre l’algorithme 1 et l’algorithme 2, nous détaillons l’exemple de la figure 3.4(a). La figure 3.4(b) montre la couverture tangentielle de 3.4(a). Pour la dernière zone commune formée par les segments S_6 à S_9 , on remarque que les segments flous maximaux d’épaisseur $\nu = 0.8$ formant cette zone ne sont pas monotones. D’après l’algorithme 1, il faut chercher le point centrale formé par la dernière séquence monotone de cette zone. La dernière sequence monotone est formée par le segment S_8 et S_9 . La zone commune commence par le point C_{19} et termine par le point C_{23} , le point central de cette zone est le point C_{21} indiqué en bleu dans la figure 3.6. La figure 3.5 montre les points dominants détectés en vert par les deux algorithmes et la représentation polygonale par les segments verts. D’après la figure 3.5, nous constatons que la méthode de détection des points dominants par l’algorithme 2 est meilleure que l’algorithme 1. La représentation polygonale dans 3.5(a) suit mieux l’allure de la courbe, dans ce cas on obtient de meilleures valeurs de ISSE et L_∞ . Avec l’algorithme 1 (respectivement 2), nous obtenons $ISSE = 5.851$ et $L_\infty = 1.227$ (respectivement $ISSE = 1.330$ et $L_\infty = 0.632$).

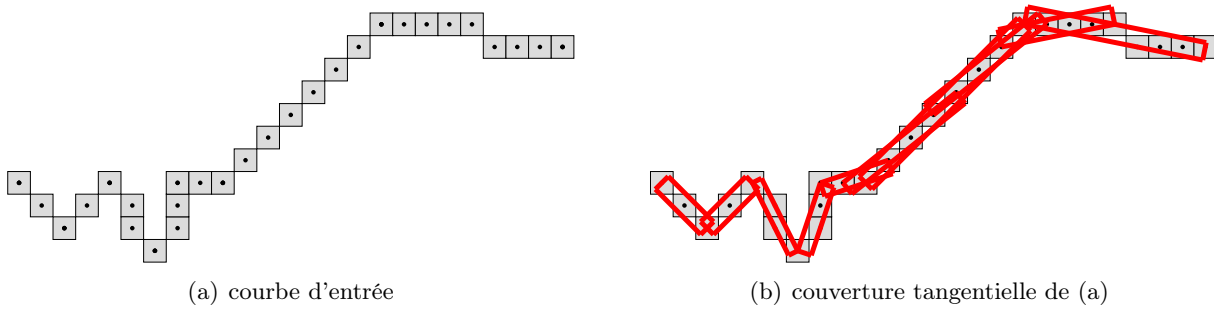


FIGURE 3.4 – Couverture tangentielle avec $\nu = 0.8$.

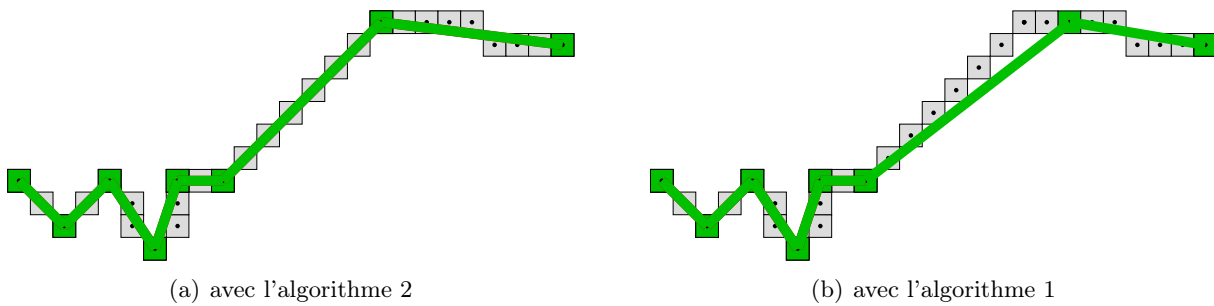


FIGURE 3.5 – Détection des points dominants de la courbe de la figure 3.4.

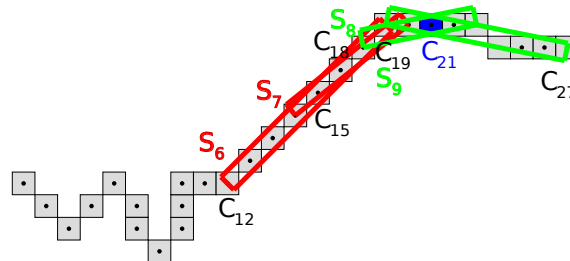


FIGURE 3.6 – La dernière zone commune de la figure 3.4 avec les segments maximaux associés.

Analyse de la complexité La complexité de l'algorithme proposé est identique à celle de [NDR11b], qui dépend de la complexité pour décomposer une courbe C de n points en segments flous maximaux. Nous pouvons utiliser la technique proposée dans [FBF09] pour obtenir la couverture tangentielle (correspondant à l'ensemble de segments flous maximaux pour une épaisseur donnée) et la complexité de cette méthode est $O(n \log n)$.

La sélection du paramètre Le seul paramètre de la méthode proposée est l'épaisseur des segments flous maximaux pour construire la couverture tangentielle de la courbe d'entrée C . Ce paramètre peut être sélectionné par l'utilisateur selon la simplification polygonale souhaitée.

Zone commune	Points	Angle
Zone commune 1 B_{S0} and E_{S3}	C_{14}	162.9
	C_{15}	159
Zone commune 2 B_{S3} and E_{S5}	C_{22}	155.6
	C_{23}	157.6
	C_{24}	152
	C_{25}	153.6
	C_{26}	154.9
Zone commune 3 B_{S5} and E_{S9}	C_{49}	158.6
	C_{50}	157.4
	C_{51}	156
	C_{52}	154.3
Zone commune 4 B_{S9} and E_{S11}	C_{59}	155.7
	C_{60}	150.5
	C_{61}	155.3
	C_{62}	160.2

TABLE 3.1 – Angles en chaque point des zones communes (voir figure 3.3).

Plus précisément, si la valeur de l'épaisseur ν est petite, notre algorithme capte plus de détails, y compris le bruit de la courbe et si cette valeur est très grande, elle permet une détection de point dominant plus lisse et réduit l'influence du bruit le long de la courbe. Quand le bruit est régulièrement distribué, il est proposé dans [NKDRL10] d'utiliser la notion d'épaisseur significative [KLS12] pour fixer cette épaisseur ν . En particulier, ν est égal à la moyenne de l'épaisseur significative détectées le long de la courbe C . Cet estimateur de bruit, l'épaisseur significative, sera détaillée dans la section 3 du chapitre 4 de ce mémoire.

3.3.3 Expérimentations et comparaisons entre les deux méthodes

Dans cette section, nous présentons les résultats expérimentaux de l'algorithme modifié (Algo. 2) et nous les comparons avec l'algorithme de Nguyen (Algo. 1). Les expérimentations sont effectuées sur des données bruitées (avec le bruit de Kanungo [KHS⁺00]) et non bruitées. Pour chaque courbe d'entrée, l'épaisseur ν des segments flous maximaux est fixée à 1.5. Cette valeur d'épaisseur est utilisée pour les expérimentations des deux algorithmes. Les résultats sont montrés dans la figure 3.7. Nous avons comparé notre méthode avec la méthode de Nguyen [NDR11b] selon les critères cités ci-dessus. Le tableau 3.2 montre la comparaison entre les deux algorithmes. On peut voir que la sélection du point milieu de la zone commune n'est pas toujours une stratégie pertinente, en particulier dans les zones de grande courbure.

La figure 3.7 montre l'efficacité de l'algorithme modifié (Algo. 2), le nouvel algorithme est plus significatif dans les zones avec une grande courbure du contour représentant l'objet. La différence entre les deux algorithmes est mise en évidence par les boîtes noires sur la figure 3.7. Les points verts sont des points dominants détectés par l'algorithme 1, les points rouges sont des

points dominants détectés par l'algorithme modifié (Algo. 2).

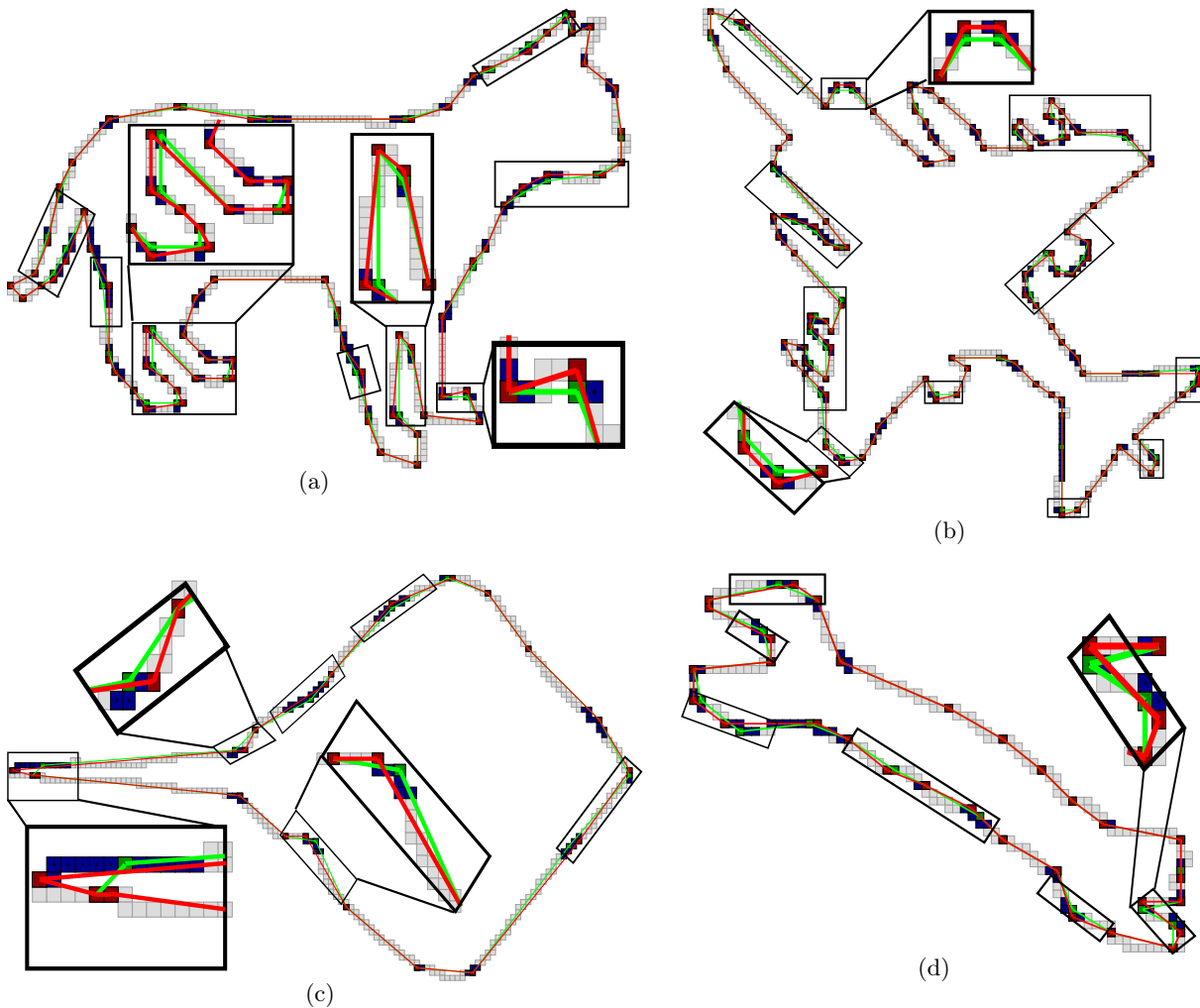


FIGURE 3.7 – Amélioration des résultats par rapport à Nguyen [NDR11b]. Les points verts (resp. rouge) sont des points dominants détectés par l'algorithme de Nguyen (resp. modifié). Lignes en vert (resp. rouge) indiquent la décomposition polygonale en fonction des points dominants détectés

Les lignes en vert indiquent l'approximation polygonale à partir des points dominants détectés par l'algorithme 1, les lignes en rouge indiquent l'approximation polygonale à partir des points dominants détectés par l'algorithme 2. Les points bleus sont des points candidats en tant que points dominants dans les régions d'intérêt (zones communes).

D'après le tableau 3.2, la nouvelle méthode (Algo. 2) nous donne des meilleurs résultats. Pour tous les exemples de la figure 3.7, on remarque que les valeurs de FOM et $ISSE$ trouvées par l'algorithme 2 soit meilleures que les valeurs trouvées quand on applique l'algorithme 1. Pour la figure 3.7(c), une courbe de 404 points, quand on applique l'algorithme 2, on trouve que la distance maximale L_∞ entre le contour initial de la courbe d'entrée et la représentation polygonale de cette courbe est plus petite que la distance maximale L_∞ entre le contour initial de la courbe d'entrée et le représentation polygonale de cette courbe si on applique l'algorithme 1.

Courbe	Méthode	#DP	ISSE	L_∞	FOM
Fig. 3.7 (a) $n = 536$	Algo. 1	68	149.15	1	0.0523
	Algo. 2	68	125.763	1	0.0627
Fig. 3.7 (b) $n = 722$	Algo. 1	105	202.809	1	0.0339
	Algo. 2	105	166.74	1	0.0412
Fig. 3.7 (c) $n = 404$	Algo. 1	20	236.806	3.536	0.0853
	Algo. 2	20	150.314	1.539	0.1344
Fig. 3.7 (d) $n = 252$	Algo. 1	43	68.896	1	0.0851
	Algo. 2	43	57.582	1	0.1018

TABLE 3.2 – Comparaison avec la méthode de Nguyen [NDR11b] sur la figure 3.7 en utilisant les critères d'évaluations.

3.4 Simplification polygonale

L'objectif associé à la recherche des points dominants est d'obtenir une description approximative de la courbe d'entrée C , appelée *simplification polygonale* ou *approximation polygonale*. D'une part, en raison de la nature de la séquence de segments fous maximaux définie sur une courbe discrète, on observe que les zones communes, contenant des candidats points dominants, peuvent être proches les unes des autres. D'autre part, en utilisant l'algorithme 2, le point dominant est choisi en fonction de son angle avec les extrémités des segments fous maximaux. En conséquence, les points dominants détectés sont parfois redondants ou restent très proches, ce qui est probablement indésirable pour la simplification polygonale. Plus précisément, cela conduit à un excès de points dominants et donc le polygone induit par de tels points n'est pas toujours une solution très bonne et appropriée de la simplification de la courbe.

Afin d'obtenir une compression élevée du polygone d'approximation de la courbe d'entrée, certains points dominants doivent être éliminés. Pour cela, nous associons à chaque point dominant détecté un poids indiquant son importance par rapport au polygone d'approximation de la courbe d'entrée. Un tel poids doit : (1) être lié à certains critères d'erreur d'approximation du polygone obtenu, et (2) ne pas provoquer de calcul coûteux.

3.4.1 Deux approches pour la simplification polygonale

Le critère *ISSE* décrit l'erreur causée par le polygone approché d'une courbe. Plus précisément, *ISSE* permet d'évaluer à quel point le polygone approché est similaire à la courbe d'entrée C , donc un *ISSE* plus petit signifie une meilleure description de la courbe par le polygone obtenu. Cette évaluation de l'erreur est adaptée à notre critère de poids associé aux points dominants puisque : (1) nous voudrions éliminer les points qui affectent le moins possible d'erreur (une petite valeur d'*ISSE*), et (2) en particulier l'*ISSE* peut être calculé localement en utilisant ses deux points dominants voisins. Plus précisément, soit D_i un point dominant, v_{i-1} et v_{i+1} sont

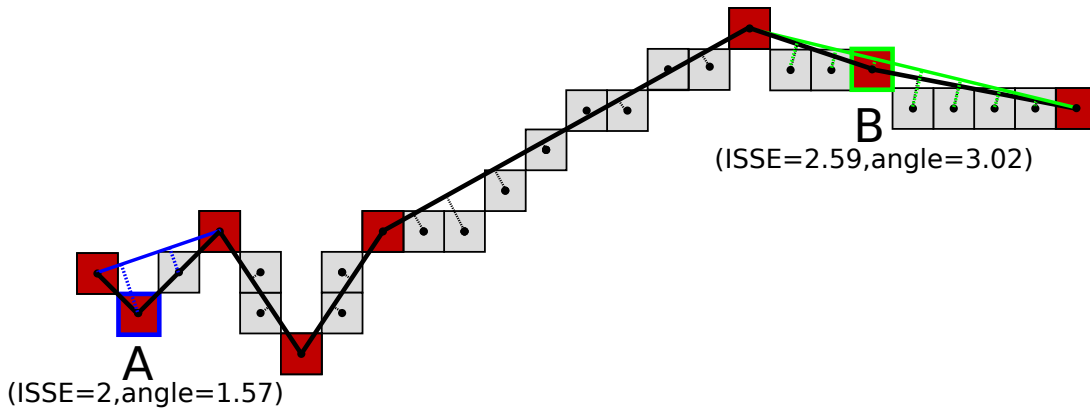


FIGURE 3.8 – Calcul du poids associé à chaque point dominant.

respectivement les indices sur C des deux points dominants voisins D_{i-1} et D_{i+1} de D_i .

$$ISSE_i = ISSE(D_{i-1}, D_i, D_{i+1}) = \sum_{j=v_{i-1}}^{v_{i+1}} d^2(C_j, \overline{D_{i-1}D_{i+1}}),$$

avec $d(P, \overline{AB})$ la distance du point P au segment \overline{AB} .

En effet, la valeur d'ISSE entre le polygone approché et la courbe avant et après la suppression d'un point dominant ne diffère que de la partie liée au point, en particulier ses deux voisins comme illustré à la figure 3.8. L'ISSE induit par les deux voisins d'un point dominant caractérise ainsi l'importance du point ; plus l'ISSE est importante, plus le point est important.

La figure 3.8 illustre le poids associé à chaque point dominant détecté par l'algorithme 2. Les points gris sont les points de la courbe. Les points rouges représentent les points dominants de la courbe. La ligne noire continue qui relie les points dominants représente le polygone approché de la courbe, alors que les lignes pointillées sont des distances perpendiculaires des points de la courbe au polygone approché, la somme de ces distances définit l'ISSE. Si l'on considère le point A en bleu (ou B en vert), la suppression de ce point conduit à une modification locale du polygone approché, et donc d'ISSE. On remarque que l'ISSE du point dans le cadre bleu est plus petit que le vert, mais selon les voisins, suivant l'angle, est plus important que le vert. Par conséquent, le poids $w(p_i)$ associé à chaque point dominant implique à la fois les critères d'ISSE et d'angle, en particulier $ISSE/angle$. Ensuite, le poids de A, $w(A)$, et de B, $w(B)$, sont respectivement de 1.27 et 0.86.

Nous remarquons que le point dominant peut avoir un petit ISSE, mais en ce qui concerne ses voisins, en particulier la relation angulaire, il est plus important que les autres. En d'autres termes, cet angle avec les voisins joue un rôle important dans la décision de supprimer un point dominant. Cela conduit à une prise en compte du poids $w(p_i)$ associé à chaque point dominant détecté qui n'implique pas seulement ISSE mais aussi l'angle de ses deux voisins.

Une question très importante se pose maintenant : combien de points dominants devraient être supprimés ?

Pour gérer cela, on propose 2 stratégies :

- La première consiste à **fixer le nombre m désiré de points dominants** sur le polygone approché, le procédé de simplification polygonale est effectué en enlevant un à un les points dominants de petit poids jusqu'à atteindre m . Notons que m doit être inférieur au nombre de points déjà obtenus.
- La deuxième approche consiste à **appliquer une simplification automatique** sur les points dominants détectés en fonction d'un critère d'erreur FOM_2 . le procédé de simplification polygonale est effectué en supprimant un point dominant ayant le plus petit poids jusqu'à ce qu'on obtient un minimum local de la fonction objectif FOM_2 .

En fixant le nombre m de points dominants

Cette stratégie est détaillée dans l'algorithme 3. A la ligne 2 et 4 on initialise la nouvelle suite des points dominants \widehat{D} et on calcule le poids associé à chaque point dominants de la courbe $w(p_i)$. Tant que le nombre des points dans l'ensemble \widehat{D} est plus grand que la valeur m , on cherche le point avec le plus petit poids p_j . On recalcule juste le poids associé au point p_{j-1} et p_{j+1} (ligne 7 et 8) puis on supprime le point p_j (ligne 9) de l'ensemble \widehat{D} . On répète ce processus pour obtenir m points dans l'ensemble \widehat{D} .

Algorithme 3 : Simplification polygonale en fixant le nombre m de points dominants.

Entrées : D suite des points dominants, m nombre des points fixé dans la simplification polygonale, $D = \{p_i\}_{i=0}^{|D|-1}$

Sorties : \widehat{D} nouvelle suite de m points dominants

1 **début**

2 $\widehat{D} = D$;

3 **pour** $i = 1 \rightarrow |\widehat{D}| - 1$ **faire**

4 $w(p_i) = ISSE(p_{i-1}, p_i, p_{i+1}) / Angle(p_{i-1}, p_i, p_{i+1})$;

5 **tant que** $|\widehat{D}| > m$ **faire**

6 $p_j = \min\{w(p_i) \mid p_i \in \widehat{D}\}$;

7 $w(p_{j-1}) = ISSE(p_{j-2}, p_{j-1}, p_{j+1}) / Angle(p_{j-2}, p_{j-1}, p_{j+1})$;

8 $w(p_{j+1}) = ISSE(p_{j-1}, p_{j+1}, p_{j+2}) / Angle(p_{j-1}, p_{j+1}, p_{j+2})$;

9 $\widehat{D} = \widehat{D} \setminus \{p_j\}$;

Nous présentons dans les figures 3.9, 3.10 et 3.11 les comparaisons avec d'autres méthodes de la littérature sur les 3 courbes : chromosome, feuille et demi-cercle. Le tableau 3.3 compare la méthode proposée (Algorithme 3) avec d'autres algorithmes populaires tels que celui de : Masood [Mas08a], Marji [MS03] et Teh [TC89], sur les benchmarks selon les critères d'évaluation décrits ci-dessus. Dans toutes les expériences, l'algorithme 3 présente une amélioration pour le calcul de FOM , et une meilleure $ISSE$ et L_∞ . Cependant, les courbes testées contiennent peu de points et ne sont pas bruitées.

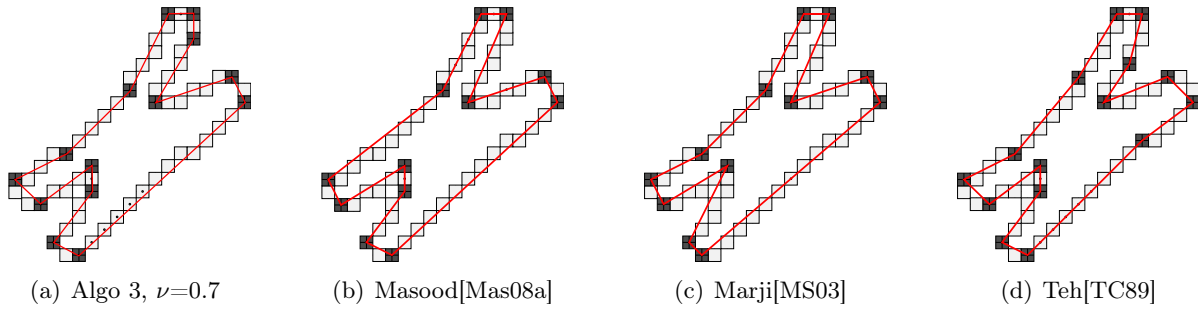


FIGURE 3.9 – Points dominants de la courbe chromosome.

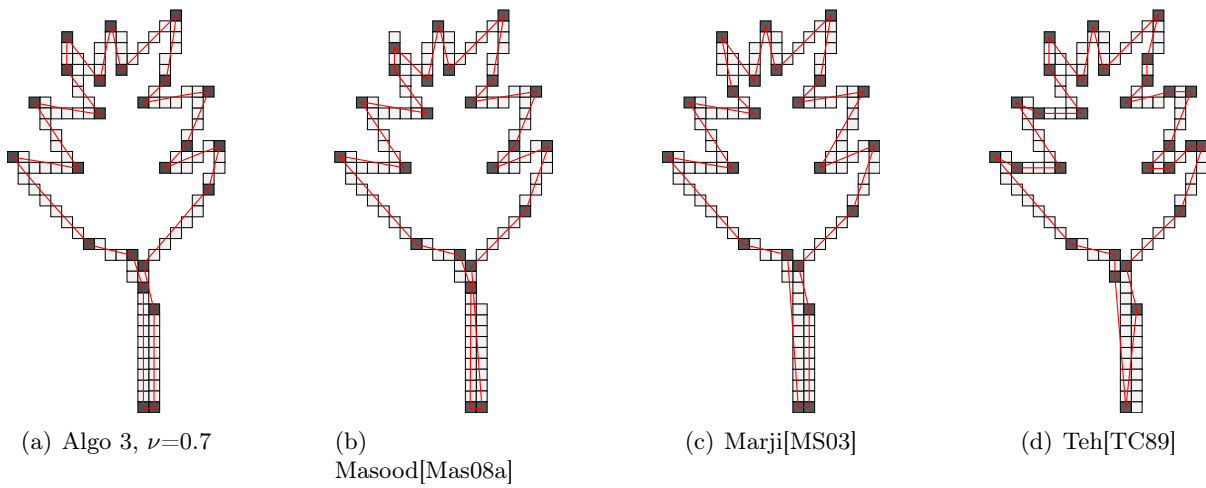


FIGURE 3.10 – Points dominants de la courbe feuille.

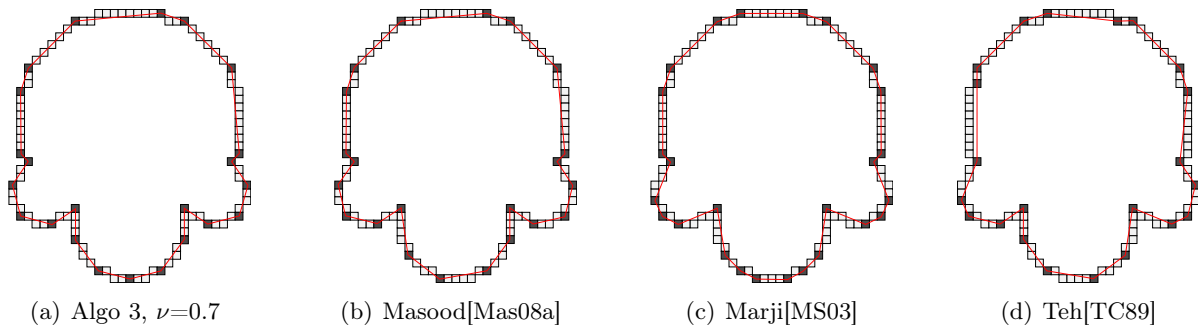


FIGURE 3.11 – Points dominants de la courbe demi-cercle.

Courbe	Méthode	#DP	CR	ISSE	L_∞	FOM	FOM ₂
Fig. 3.9 $n=60$	(a) Algo 3, $\nu=0.7$	14	4.28	4.97	0.70	0.86	3.68
	(b) Masood [Mas08a]	12	5	7.76	0.88	0.65	3.25
	(c) Marji [MS03]	12	5	8.03	0.89	0.62	3.1
	(d) Teh [TC89]	15	4	7.20	0.74	0.55	2.2
Fig. 3.10 $n=120$	(a) Algo 3, $\nu = 0.7$	24	4.95	9.96	0.74	0.49	2.43
	(b) Masood [Mas08a]	23	5.21	10.61	0.74	0.49	2.55
	(c) Marji [MS03]	22	5.45	13.21	0.78	0.41	2.23
	(d) Teh [TC89]	29	4.14	14.96	0.99	0.27	1.11
Fig. 3.11 $n=102$	(a) Algo 3, $\nu=0.7$	23	4.43	7.63	0.72	0.58	2.56
	(b) Masood [Mas08a]	22	4.64	8.61	0.72	0.54	2.50
	(c) Marji [MS03]	26	3.92	9.01	0.74	0.43	1.68
	(d) Teh [TC89]	22	4.64	20.61	1	0.22	1.02

TABLE 3.3 – Résultats de la méthode proposée et des autres méthodes.

Algorithme de simplification polygonale automatique

Comme cela a déjà été indiqué ci-dessus, le but est de garder le moins possible de points dominants, et d’avoir une bonne description de la courbe par le polygone approché. La première exigence peut être mesurée par le critère CR , tandis que la seconde par le critère FOM . En d’autres termes, notre fonction objectif du processus automatique est de minimiser la multiplication de CR et FOM . Le processus de simplification polygonale est effectué en supprimant un point dominant ayant le plus petit poids jusqu’à ce que la fonction objectif FOM_2 du nouvel ensemble de points dominants \hat{D} soit plus petite que la fonction objectif FOM_2 de l’ancien ensemble de points dominants D (ligne 12 de l’algorithme 4).

L’algorithme 4 utilise deux fonctions :

- $FOM_2(D)$ qui calcule le $FOM_2 = CR^2/ISSE$ de l’ensemble D
- $weight(p)$ qui calcule le $weight = ISSE/angle$ associé à chaque point dominant p de la courbe C .

Quand un point est enlevé à chaque itération, les valeurs de FOM_2 et de poids ne sont modifiées qu’autour du point supprimé. En d’autres termes, FOM_2 et poids sont calculés pour tous les points une fois au début. Ensuite, à chaque itération, nous devons recalculer seulement pour deux voisins du point supprimé (ligne 9-10 de l’algorithme 4).

Dans la section 3.4.2, nous testons les algorithmes proposés et les comparons aux autres techniques de simplification polygonale basées sur l’extraction de points dominants.

3.4.2 Expérimentation et comparaison

Tests des deux stratégies de simplification Les figures 3.12 et 3.13 montrent les résultats de la simplification polygonale sur des courbes bruitées. Les résultats montrent l’efficacité et la robustesse de la méthode de simplification sur les données bruitées. Les courbes rouges sont les représentations polygonales directement déduites des points dominants obtenus par l’algorithme 2. Sur le côté droit des figures 3.12 et 3.13, les courbes vertes sont les simplifications polygonales

Algorithme 4 : Simplification polygonale automatique à partir des points dominants détectés.

Input : D suite des points dominants, $D = \{p_i\}_{i=0}^{|D|-1}$

Output : \widehat{D} nouvelle suite de points dominants minimisant le critère FOM_2

```

1 début
2    $\widehat{D} = D$  ;
3    $F = FOM_2(\widehat{D})$  ;
4   pour  $i = 1 \rightarrow |\widehat{D}| - 1$  faire
5      $w(p_i) = ISSE(p_{i-1}, p_i, p_{i+1}) / Angle(p_{i-1}, p_i, p_{i+1})$ ;
6   répéter
7      $\widehat{F} = F$  ;
8      $p_j = \min\{w(p_i) \mid p_i \in \widehat{D}\}$  ;
9      $w(p_{j-1}) = ISSE(p_{j-2}, p_{j-1}, p_{j+1}) / Angle(p_{j-2}, p_{j-1}, p_{j+1})$  ;
10     $w(p_{j+1}) = ISSE(p_{j-1}, p_{j+1}, p_{j+2}) / Angle(p_{j-1}, p_{j+1}, p_{j+2})$ ;
11     $\widehat{D} = \widehat{D} \setminus \{p_j\}$ ;
12     $F = FOM_2(\widehat{D})$  ;
13  jusqu'à  $F < \widehat{F}$  ;

```

obtenues avec l'algorithme 3 : par exemple avec une réduction de 20% du nombre de points dominants obtenu initialement avec l'algorithme 2. Sur le côté gauche, les courbes vertes sont obtenues avec l'algorithme 4.

Le tableau 3.4 montre les différents critères d'évaluation des deux approches de simplification polygonale (algorithmes 3 et 4) par rapport à l'algorithme 2. Dans toutes les expériences, les deux approches présentent une amélioration de FOM et FOM_2 par rapport à l'algorithme 2. En particulier, les résultats de l'algorithme 4 ont la valeur la plus élevée de FOM_2 par rapport aux autres. Il convient de rappeler que l'algorithme 4 est une simplification polygonale automatique en trouvant un maximum local de FOM_2 . Avec la représentation polygonale basée sur l'algorithme 4, on obtient des valeurs de FOM et FOM_2 supérieures à celles obtenues par l'algorithme 3. Notons que si le nombre de points dominants obtenu par l'algorithme 4 est plus grand que celui fixé dans l'algorithme 3, l'ISSE et L_∞ présentent des meilleurs valeurs (voir figures 3.12 et 3.13). La figure 3.14(a) (resp. (b)) illustre la courbe de FOM_2 de la figure 3.13(a) (resp. (c)) après chaque itération d'élimination de points dominants ayant la plus petite valeur de poids en montrant le premier point maximum local sur la courbe FOM_2 . Le nombre de points dominants à ce point maximum local de la courbe est celui qui détermine la simplification polygonale automatique.

Comparaisons avec d'autres méthodes Dans cette partie nous avons testé trois autres méthodes [APMC14, LLL08, Siv14], en utilisant le code source mis à disposition par les auteurs¹ sur internet ou bien par d'autres chercheurs qui ont utilisé ces méthodes². Les tests ont été effectués sur des courbes bruitées contenant de nombreux points. Les résultats obtenus sont comparés à ceux obtenus avec notre méthode en appliquant l'algorithme 4.

1. <https://github.com/eusebioaguilera/cdp>

http://www.ipol.im/pub/art/2014/70/?utm_source=doi.

2. <http://gitlab.ker.iutsd.univ-lorraine.fr/kerautret/DGtalImageVectorization/tree/master>

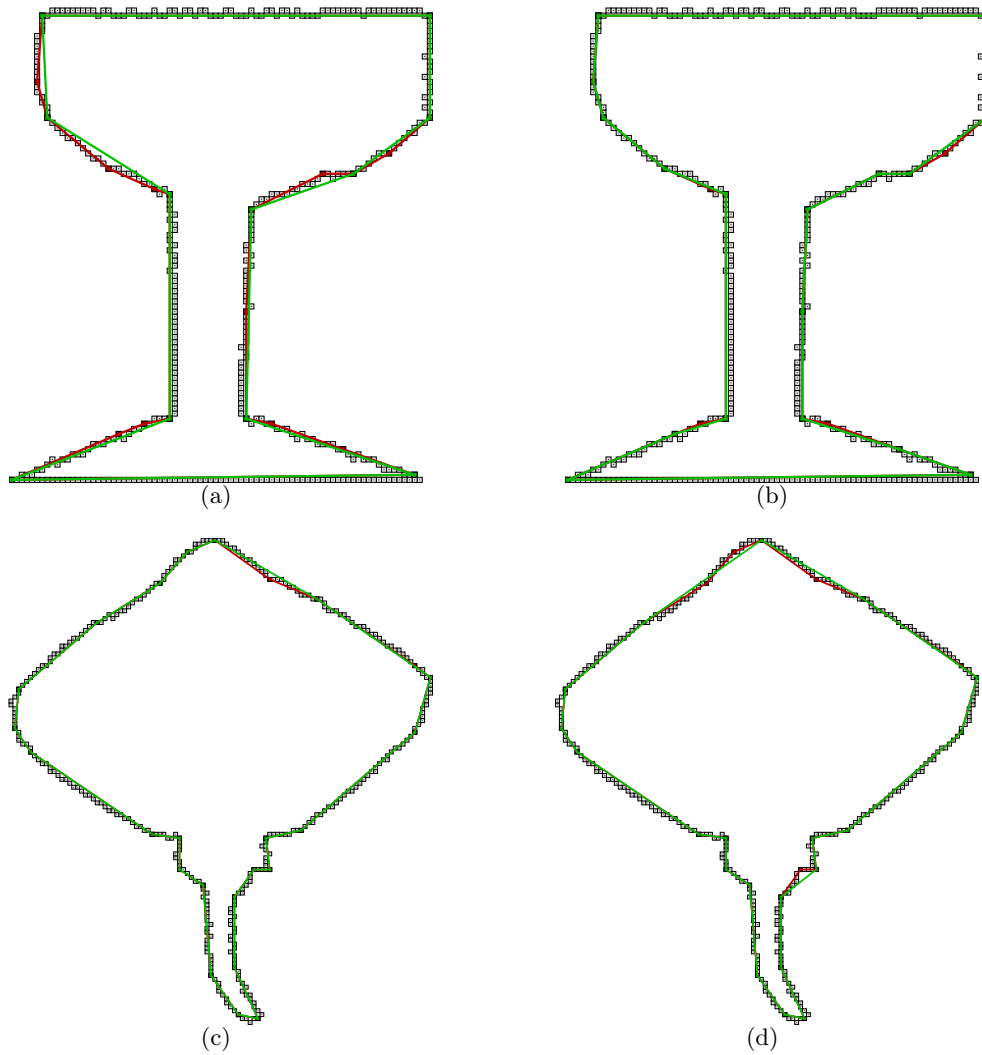


FIGURE 3.12 – Représentation polygonale (en rouge) des données bruitées en utilisant les points dominants détectés par l’algorithme 2. (a) et (c) Les résultats de la simplification polygonale (en vert) en utilisant la valeur moyenne de l’épaisseur significative comme épaisseur de segmentation en appliquant l’algorithme 4. (b) et (d) Les résultats de la simplification polygonale (en vert) en utilisant la valeur moyenne de l’épaisseur significative comme épaisseur de segmentation en appliquant l’algorithme 3.

Courbe	Méthode	#DP	CR	ISSE	L_∞	FOM	FOM ₂
Fig.3.12 (a) et (b) $n = 405$	Algo 2	21	19.285	160.701	1.299	0.120	2.314
	Algo 3	17	23.823	159.557	1.245	0.149	3.557
	Algo 4	11	36.818	238.449	2.12	0.154	5.684
Fig.3.12 (c) et (d) $n = 328$	Algo 2	25	13.12	118.661	1.691	0.110	1.450
	Algo 3	20	16.4	165.749	2.455	0.098	1.622
	Algo 4	23	14.260	121.376	1.691	0.117	1.675
Fig.3.13 (a) et (b) $n = 293$	Algo 2	23	12.739	76.675	1.435	0.166	2.116
	Algo 3	19	15.421	105.003	1.902	0.146	2.264
	Algo 4	21	13.952	72.701	1.340	0.191	2.677
Fig.3.13 (c) et (d) $n = 302$	Algo 2	37	8.162	71.205	1.29	0.114	0.935
	Algo 3	30	10.066	68.009	1.29	0.148	1.490
	Algo 4	17	17.764	85.669	1.66	0.185	2.949

TABLE 3.4 – Comparaisons entre les résultats de l’algorithme 2 et les résultats des deux stratégies de simplification polygonale (algorithmes 3 et 4).

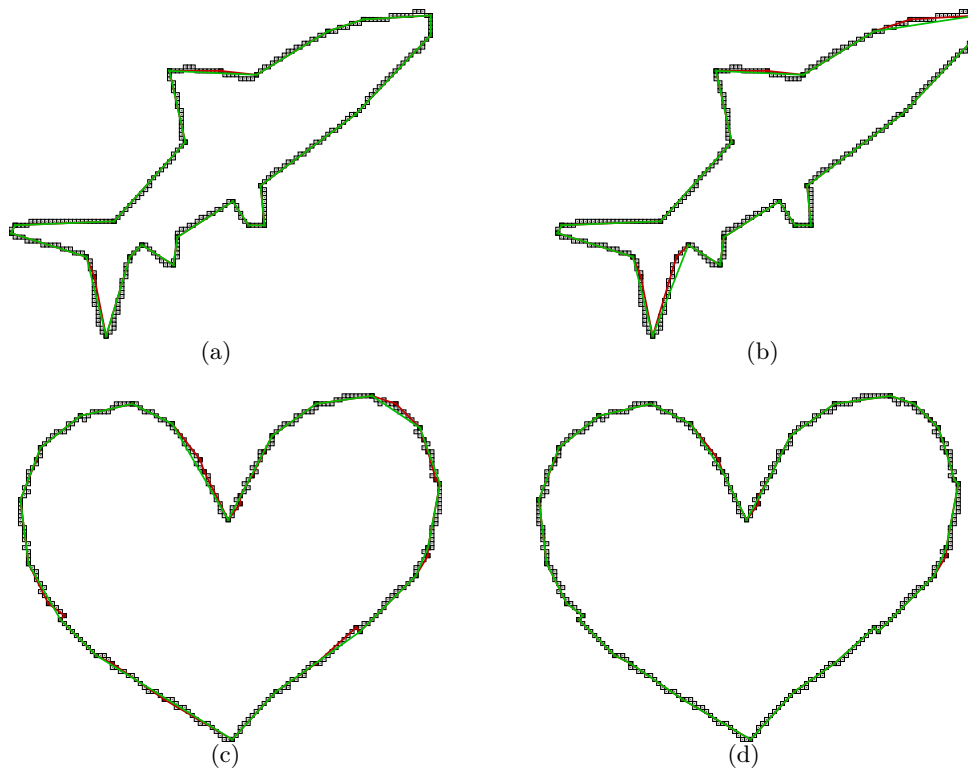
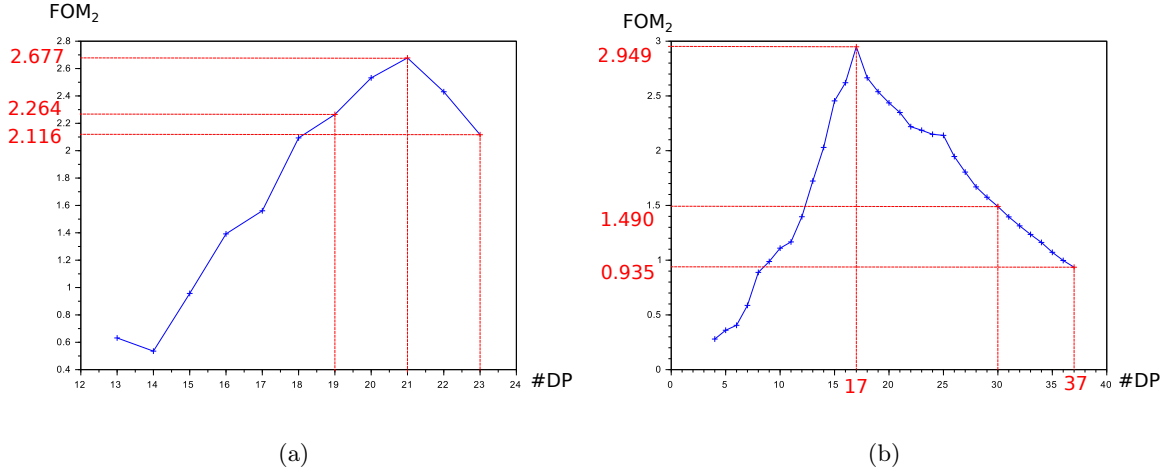


FIGURE 3.13 – Représentation polygonale (en rouge) des données bruitées en utilisant les points dominants détectés par l’algorithme 2. (a) et (c) Les résultats de la simplification polygonale (en vert) en utilisant la valeur moyenne de l’épaisseur significative comme épaisseur de segmentation en appliquant l’algorithme 4. (b) et (d) Les résultats de la simplification polygonale (en vert) en utilisant la valeur moyenne de l’épaisseur significative comme épaisseur de segmentation en appliquant l’algorithme 3.

FIGURE 3.14 – Courbe de FOM_2 des images de la figure 3.13.

Courbe	Méthode	#DP	CR	ISSE	L_∞	FOM	FOM_2
Fig.3.15 $n = 1082$	Algo 4, $\nu=1.9$	63	17.1746	664.941	2.5399	0.0255	0.4338
	Liu[LLL08], $s=0.063$	63	17.1746	2172.32	4.4141	0.0078	0.1327
	Sivignon[Siv14], $e=3.1$	63	17.1746	1200.75	2.1828	0.0141	0.2402
	Aguilera[APMC14]	275	3.9345	407.97.6	3	0.0095	0.0371
Fig.3.16 $n = 950$	Algo 4, $\nu=1.7$	45	21.1111	391.191	1.8392	0.0539	1.1392
	Liu[LLL08], $s=0.035$	45	21.1111	1197.74	4.0834	0.0176	0.3720
	Sivignon[Siv14], $e=2.55$	45	21.1111	623.846	1.8023	0.0338	0.7144
	Aguilera[APMC14]	141	6.7375	543.887	2.5607	0.0123	0.0834

TABLE 3.5 – Résultats de la méthode proposée et des autres méthodes pour la figure 3.15 et 3.16.

La première méthode [LLL08] est la reconstruction polygonale à partir de la courbure visuelle qui utilise un paramètre associé à l'échelle s de l'analyse de contour. La détection des coins est une application de cette méthode en faisant varier la valeur d'échelle s . La seconde [Siv14] calcule une simplification de la courbe telle que la distance de Fréchet entre la courbe originale et la courbe simplifiée soit inférieure à l'erreur e . La troisième [APMC14], sans paramètre, est basée sur l'arbre de concavité pour calculer l'approximation polygonale de la courbe. Ces trois méthodes sont déjà cités et expliqués dans la section 2.5 du chapitre 2.

Les figures 3.15 et 3.16 illustrent les différentes méthodes pour deux exemples. Pour être objectifs dans notre comparaison, nous choisissons la valeur de l'erreur e et de l'échelle s afin d'obtenir le même nombre de points dominants $\#DP$ que celui qui a été détecté par l'algorithme 4.

Le tableau 3.5 montre différents critères d'évaluation des représentations polygonales déduites

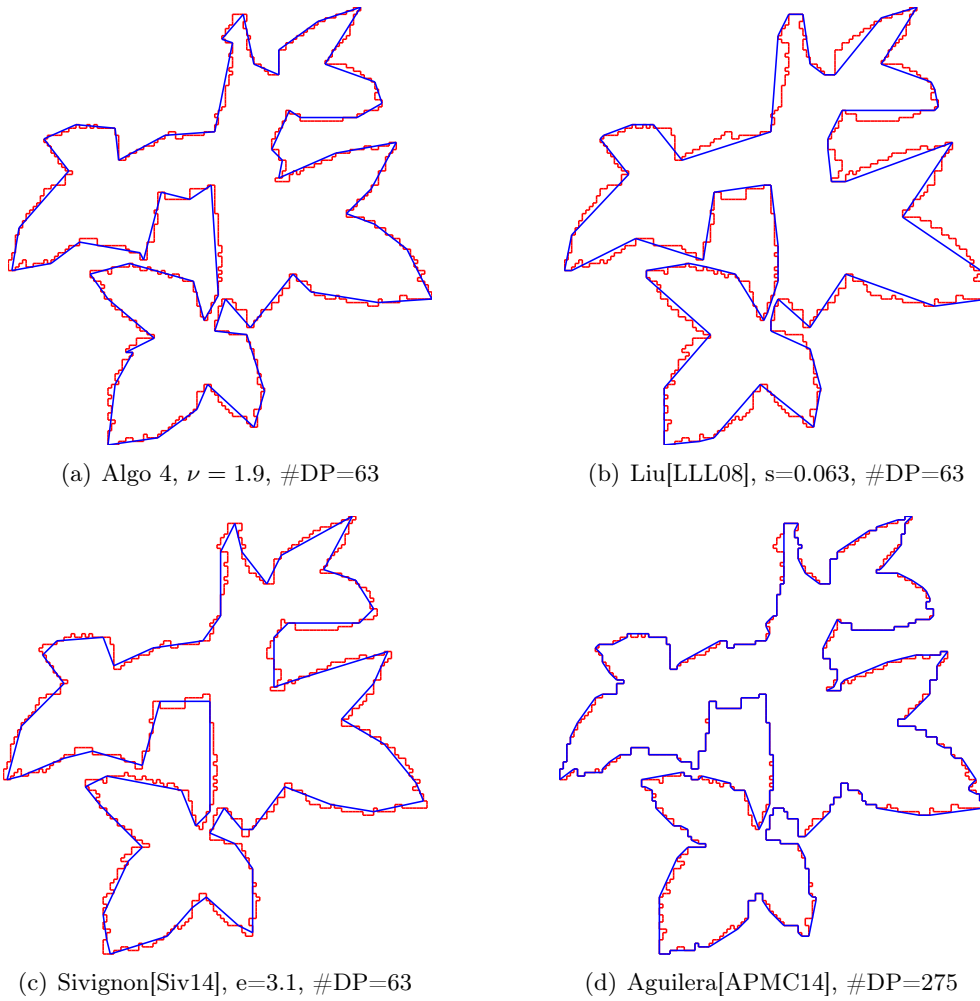
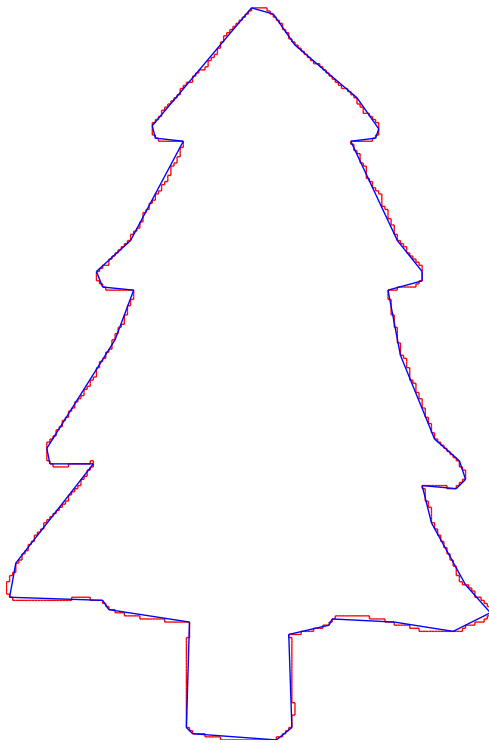
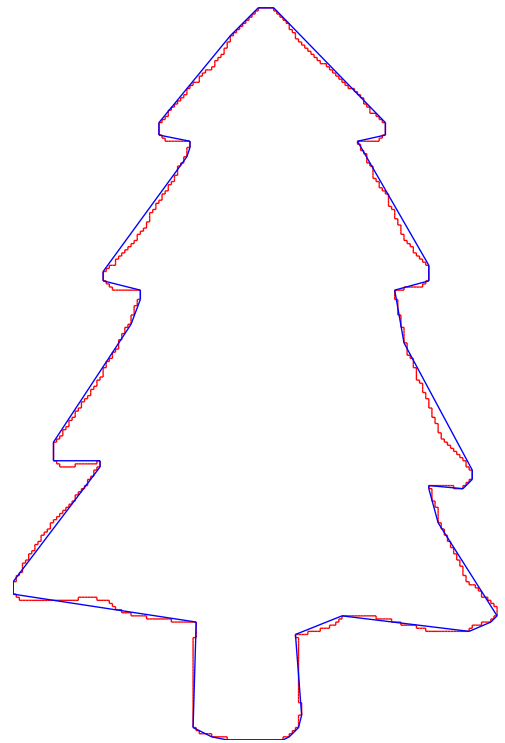


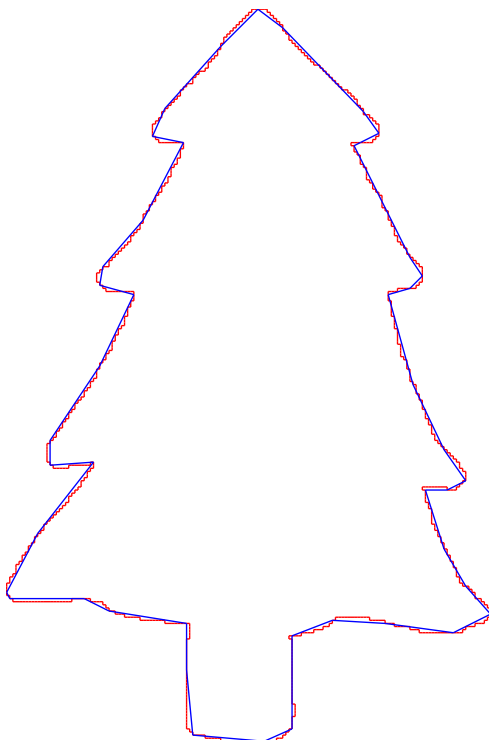
FIGURE 3.15 – Les lignes rouges représentent le contour original et les lignes bleues représentent la simplification polygonale.



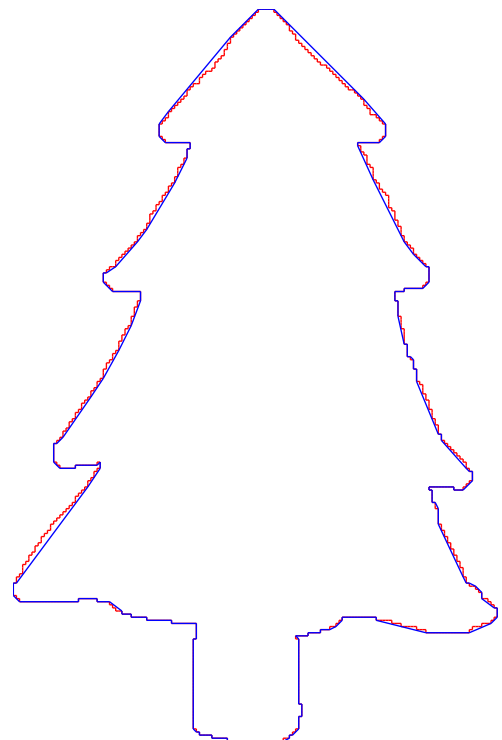
(a) Algo 4, $\nu = 1.7$, #DP=45



(b) Liu[LLL08], $s=0.035$, #DP=45



(c) Sivignon[Siv14], $e=2.55$, #DP=45



(d) Aguilera[APMC14], #DP=141

FIGURE 3.16 – Les lignes rouges représentent le contour original et les lignes bleues représentent la simplification polygonale.

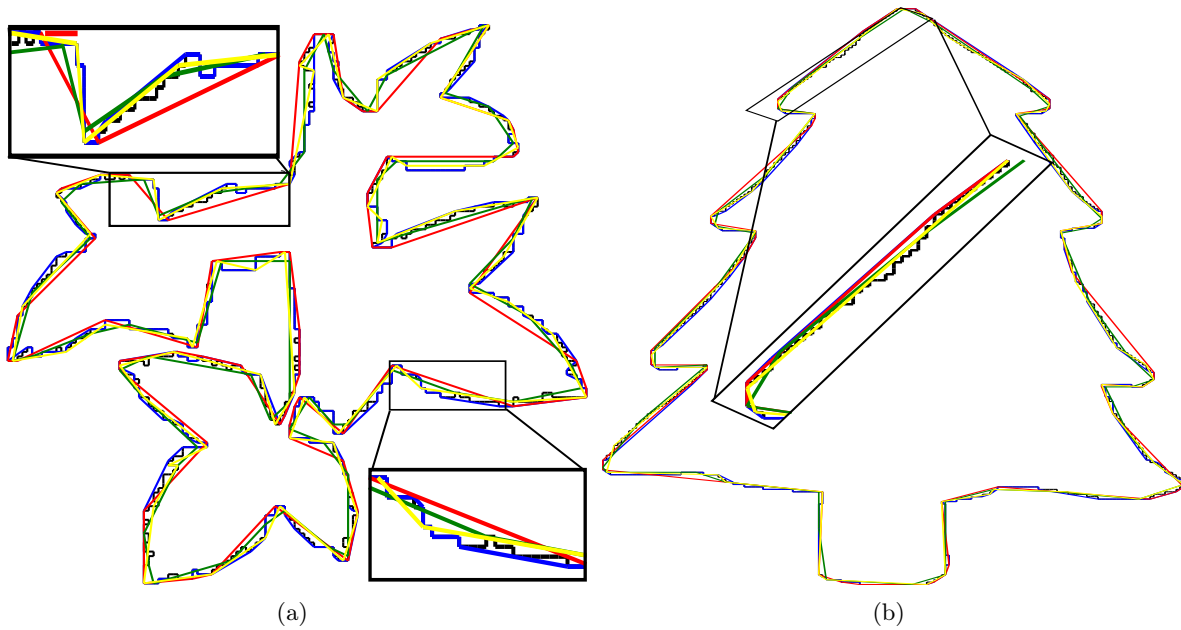


FIGURE 3.17 – (a) superposition de la figure 3.15, (b) superposition de la figure 3.16.

des points dominants calculés par les différentes méthodes. L’algorithme 4 obtient, comme prévu, les meilleures valeurs de FOM et FOM_2 mais aussi de bonnes valeurs d’ISSE. La méthode d’Aiguilera [APMC14] a un score élevé pour la valeur ISSE, induite par le nombre élevé de points dominants calculés. La méthode de Sivignon [Siv14] a les meilleures valeurs L_∞ , cela semble logique car cette méthode minimise la distance entre la courbe et sa représentation polygonale. Cependant les valeurs de L_∞ obtenues par l’algorithme 4 sont très proches de celles de la méthode de Sivignon. Par exemple, sur la figure 3.16(a), la valeur de L_∞ est de 1.8392 contre une valeur de 1.8023 sur la figure 3.16(c).

Pour mieux évaluer les expériences, nous montrons sur la figure 3.17 la superposition des simplifications polygonales obtenues par les différentes méthodes. La courbe d’origine est représenté par le polygone noir. Chaque couleur indique une méthode, par exemple la couleur bleue (ou rouge, verte) représente la méthode décrite par Aiguilera [APMC14] (respectivement Liu [LLL08], Sivignon [Siv14]). La courbe jaune représente le résultat de l’algorithme 4.

Comme la méthode de l’Aiguilera [APMC14] a détecté beaucoup plus de points dominants que les autres méthodes, le polygone bleu [APMC14] est très proche de la courbe initiale. Le polygone rouge [LLL08] est le plus éloigné du contour initial. Ceci est justifié par le fait que lorsque nous choisissons une valeur d’échelle s plus élevée, la représentation polygonale devient plus simple jusqu’à ce qu’elle converge vers la courbe limite de son enveloppe convexe. Les polygones jaunes (Algorithme 4) et verts (Sivignon [Siv14]) semblent bien représenter les courbes initiales. Cependant, les coins du contour sont mieux détectés par l’algorithme 4, par rapport aux polygones jaunes (voir par exemple la partie zoom de la figure 3.17).

3.5 Conclusion

La détection de points dominants dans les courbes discrètes est un sujet intéressant dans la description des formes. Elle donne directement des applications en analyse d'images, vectorisation, ou encore dans le cadre de simplification polygonale.

Dans ce chapitre nous avons présenté un algorithme de détection de points dominants, amélioration d'un algorithme précédent utilisant une stratégie heuristique. Cet algorithme repose sur la structure de la courbe discrète et l'épaisseur ν de la segmentation, cette épaisseur permet de travailler sur des données avec ou sans bruit. Pour une épaisseur ν donnée, notre méthode associe à chaque point dominant détecté un poids qui permet d'évaluer l'importance du point dominant dans la structure de la courbe étudiée. Nous en déduisons ensuite deux méthodes pour réduire le nombre de points dominants et obtenir une erreur plus faible, soit en fixant le nombre de points dominants m , soit en appliquant un processus automatique pour avoir une simplification polygonale selon le critère FOM_2 .

La méthode proposée pour la détection des points dominants ouvre de nombreuses perspectives de travaux futurs, par exemple la détection des points dominants dans des croquis manuels, l'étude du comportement de la méthode dans une approche multi-échelle pour détecter automatiquement l'épaisseur la plus appropriée pour la sélection de points dominants.

Chapitre 4

Couverture Tangentielle Adaptative

Sommaire

4.1	Introduction	47
4.2	Estimation du bruit : épaisseur significative	48
4.3	Construction de la couverture tangentielle adaptative	52
4.4	Expérimentations et comparaisons	55
4.4.1	Points dominants	58
4.4.2	Longueur du contour	59
4.5	Estimateurs géométriques	62
4.5.1	Tangente basée sur $\lambda - MST$ à chaque point du contour	62
4.5.2	Détection des parties convexes et concaves du contour	64
4.6	Conclusion	66

4.1 Introduction

La notion de couverture tangentielle est un outil très utilisé en géométrie discrète pour étudier la géométrie d'une courbe discrète (voir chapitre 2). Cependant, cette approche n'est pas robuste au bruit, alors que les contours extraits des images numériques contiennent généralement du bruit ce qui rend les tâches d'analyse géométrique sur ces contours difficiles.

Pour résoudre ce problème, nous nous introduisons une notion appelée *Couverture Tangentielle Adaptative (ATC)*, qui est basée sur la notion de couverture tangentielle et sur un estimateur de bruit local. Plus précisément, l'ATC est composée de segments flous maximaux avec des épaisseurs différentes déduites des valeurs locales de bruit estimées en chaque point du contour. Cette étude conduit à la proposition de plusieurs applications de l'ATC sur les contours numériques bruités : détection de points dominants, estimation de longueur du contour, estimation de tangente/normale, détection des parties convexes et concaves.

Nous utilisons l'ATC pour extraire une information géométrique sur les contours bruités. Une extension de l'algorithme 3 du chapitre 3 est proposée pour obtenir une représentation polygonale de courbe discrète bruitée. Ceci conduit à la proposition d'un estimateur de longueur pour les contours bruités. De plus, un estimateur de tangente, basé sur l'estimateur $\lambda - MST$ [LdVV07, LVdV05], est présenté, bien adapté aux contours bruités. En utilisant les pentes des segments flous maximaux successifs de l'ATC, un détecteur de parties convexes et concaves

d'un contour est également proposé. Les expérimentations et les comparaisons avec d'autres méthodes montrent l'intérêt du cadre de travail proposé utilisant l'ATC.

Le reste du chapitre est organisé comme suit : dans la section 4.2, nous parlons du choix de l'estimateur de bruit. Ensuite, dans la section 4.3, nous décrivons la structure discrète couverture tangentielle adaptative (ATC), et nous illustrons l'algorithme de construction de l'ATC. En se basant sur la détection des points dominants, sur la simplification polygonale ainsi que la longueur estimée du contour dans la section 4.4, nous comparons notre nouvel outil avec d'autres méthodes. A la fin de ce chapitre, nous proposons de calculer un estimateur géométrique de tangente et de détecter les parties convexes et concaves d'un contour à partir des points dominants détectés à l'aide de l'ATC.

4.2 Estimation du bruit : épaisseur significative

Le contour des formes peut présenter un certain niveau de bruit. Pour répondre à ce problème, on peut appliquer différents filtrages de pré-traitement ou de post-traitement afin de réduire l'influence du bruit. Cependant, l'idéal sera d'avoir un estimateur qui puisse directement intégrer un niveau de bruit tout en proposant une estimation précise et pertinente. Dans [KL12, KL14], une notion d'échelle significative (*meaningful scale (MS)*) a été conçue pour estimer localement quelle est la meilleure échelle pour analyser un contour. Cette estimation est basée sur l'étude des propriétés asymptotiques des longueurs discrètes L (nombre de points de la grille) des segments de droites maximaux. En particulier, il a été montré que les longueurs des DSS maximaux couvrant un point P situé au bord d'un objet continu C^3 doivent être comprises entre $\Omega(1/h^{1/3})$ et $O(1/h^{1/2})$ si P est situé sur une partie strictement concave ou convexe et près de $O(1/h)$ ailleurs sur des parties "plats" (où h représente la largeur d'une case de la grille). Cette propriété théorique définie sur des tailles de grille fines a été utilisée en prenant l'approche inverse avec le calcul des longueurs de segment maximaux obtenues avec des tailles de grille plus grandes (à partir du sous-échantillonnage). Cette stratégie est illustrée sur la figure 4.1 (a-c) avec un point P et sa couverture tangentielle définie à partir d'une taille de la grille de sous-échantillonnage égale à 2 (figure 4.1 (b)) et 3 (figure 4.1 (c)).

Les figures 4.1 (a-c) montrent les segments maximaux (avec la moyenne \bar{L} de leur longueur discrète) utilisés dans l'estimation d'échelle significative calculée en sous-échantillonnant de contour initial (a). A partir du graphe des longueurs moyennes des segments maximaux obtenues à différentes échelles, la méthode consiste à reconnaître la première échelle pour laquelle les longueurs suivent le comportement théorique.

Comme mentionné dans [KL12, KL14], le profil multi-échelles peut être utilisé pour détecter localement l'échelle considérée comme significative. A partir de cette notion d'échelle significative, un niveau de bruit peut être déduit et associé à chaque point du contour (voir la figure 4.4). Dans la suite, nous appelons MS cet estimateur de niveau de bruit local.

La méthode précédente de détection d'échelle significative [KL12, KL14] a été étendue à la détection de *l'épaisseur significative (Meaningful Thickness MT)* [KLS12]. Les auteurs dans [KLS12] ont montré expérimentalement que le comportement de MT est identique à celui de MS, donc ils ont utilisé MT comme un estimateur local du bruit. Cette méthode diffère principalement par le choix de la primitive de segment flou et par la définition d'échelle donnée

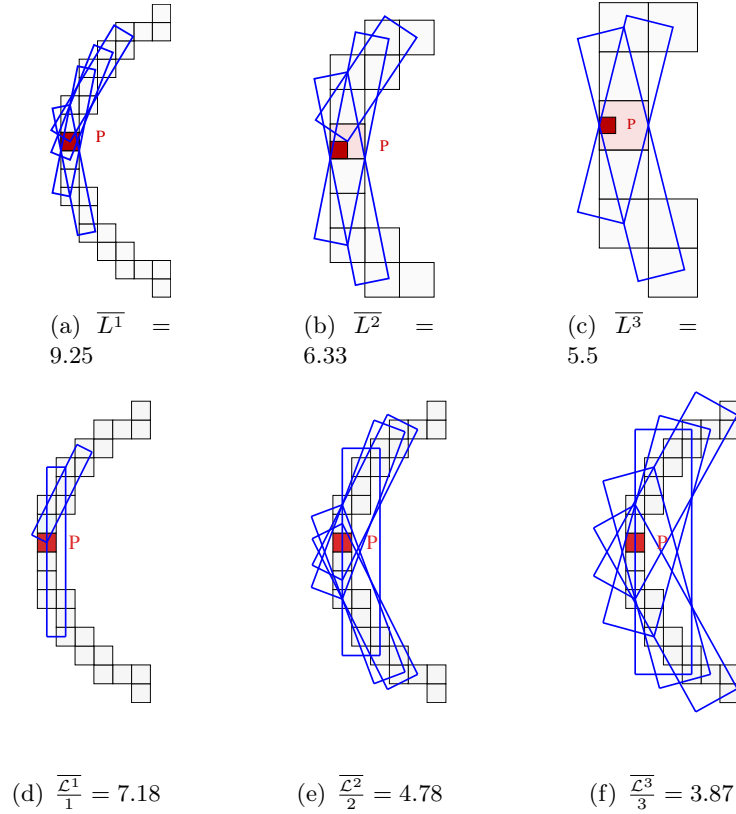


FIGURE 4.1 – Illustration de l'ensemble des segments maximaux passant par le point P à différentes échelles ((a) échelle= 1, (b) échelle= 2, (c) échelle= 3). (d-f) illustrent la couverture multi-épaisseurs d'un point P associée avec la longueur moyenne $\overline{\mathcal{L}}^k$ [KL12, KLS12, KL14].

par l'épaisseur du segment flou. Une telle stratégie présente comme premier avantage d'être plus facile à mettre en œuvre sans devoir appliquer différents sous-échantillonnages. La variation de longueur des segments flous maximaux, les longueurs euclidiennes des boîtes englobantes des segments flous, obtenue à des épaisseurs différentes semble suivre des propriétés équivalentes pour le DSS maximal défini à partir du sous-échantillonnage. La figure 4.2 montre la comparaison des variations de longueur obtenues avec le DSS maximal (b) et avec les segments flous maximaux (c). Dans les deux cas, l'évolution des longueurs présente des pentes équivalentes appartenant au même intervalle. Plus formellement, si on note t_i la largeur de valeur i , un profil multi-épaisseur $\mathcal{P}_n(P)$ d'un point P est défini dans [KLS12] comme :

$$\mathcal{P}_n(P) = (\log(t_i), \log(\overline{\mathcal{L}}^{t_i}/t_i))_{i=1, \dots, n}$$

avec $\overline{\mathcal{L}}^{t_i}$, la moyenne des longueurs euclidiennes des cases délimitant la largeur t_i des segments flous passant par le point P . La conjecture suivante a été vérifiée expérimentalement.

Conjecture 1. (Multi-épaisseur) Les tracés des longueurs $\overline{\mathcal{L}}_j^{t_i}/t_i$ dans l'échelle logarithmique sont approximativement affines avec des pentes négatives situées entre $-\frac{1}{2}$ et $-\frac{1}{3}$ pour une partie courbée et autour de -1 pour une partie plate.

On note $\mathcal{P}_n(P_j) = (X_i, Y_i)_{i=1, \dots, n}$ le profil multi-épaisseur de P_j . L'épaisseur significative à P_j est définie comme une paire (i_1, i_2) , $1 \leq i_1 < i_2 \leq n$, tel que pour tout i , $i_1 \leq i < i_2$,

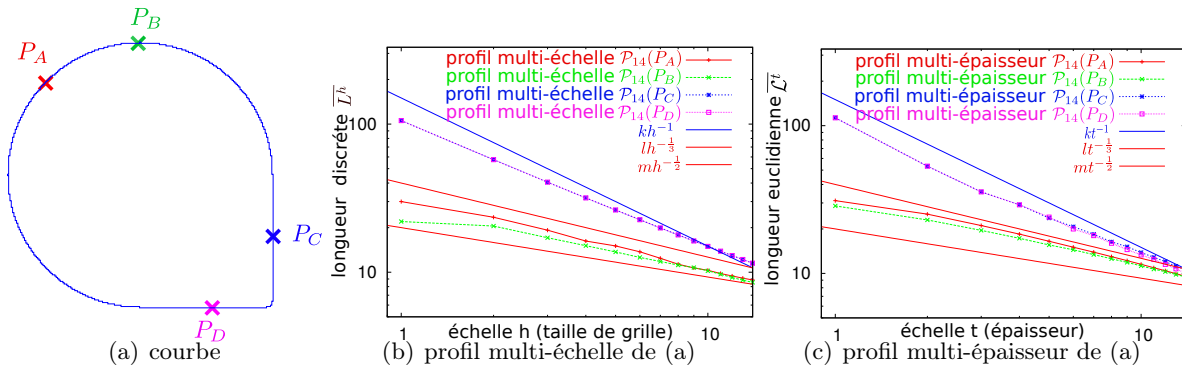


FIGURE 4.2 – Comparaison entre les profils multi-échelles (b) et multi-épaisseurs (c) sur différents types de points définis sur une forme (a) contenant des parties courbées (P_A , P_B) et plates (P_C , P_D) [KL12, KLS12, KL14].

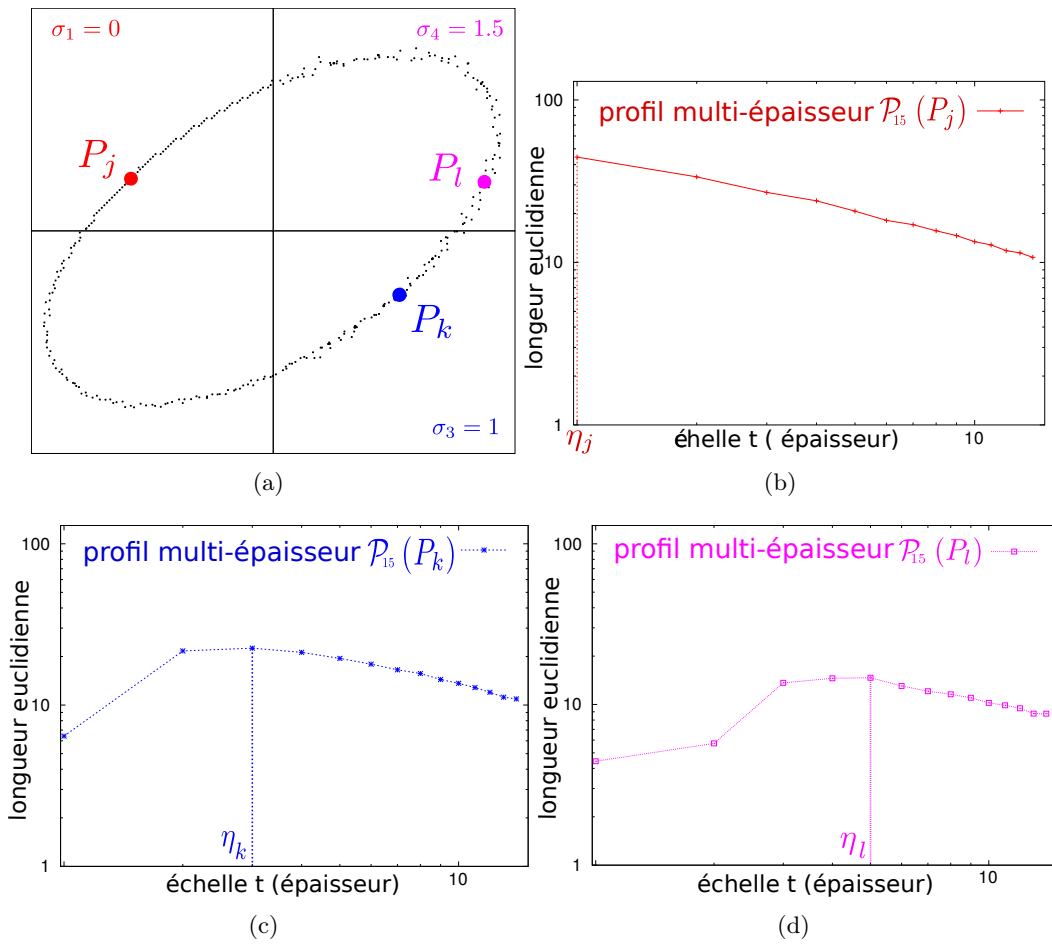


FIGURE 4.3 – Profils multi-épaisseurs (b-d) obtenus sur différents points de (a) [KLS12].

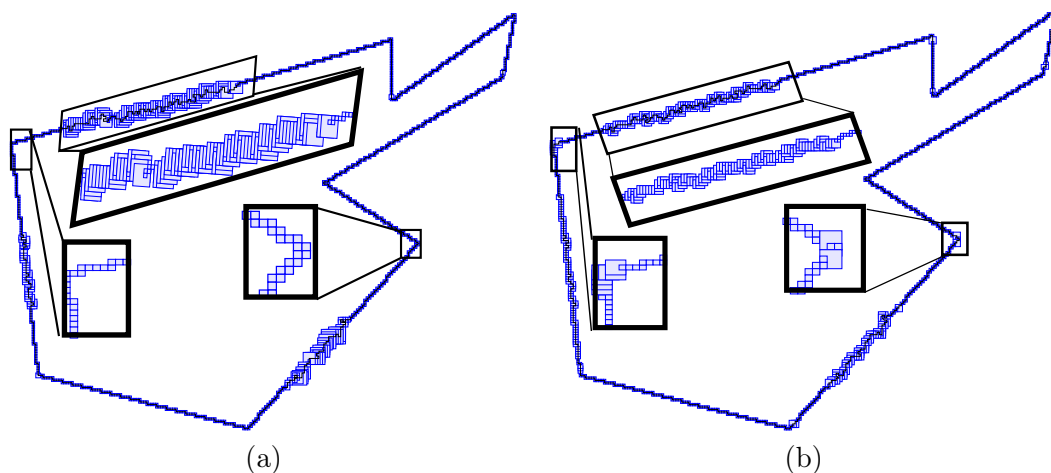


FIGURE 4.4 – Comparaison entre les valeurs obtenues avec l’estimateur MS (a) et l’estimateur MT (b). La taille des cases bleues représente pour chaque pixel la valeur MS ou MT [KLS12].

$\frac{Y_{i+1}-Y_i}{X_{i+1}-X_i} \leq T_m$, et la propriété n’est pas vraie pour $i_1 - 1$ et i_2 . Comme suggéré dans [KLS12], la valeur du paramètre T_m est mise à 0. Cet estimateur de niveau de bruit local est appelé MT.

La figure 4.3 (b) illustre le profil multi-épaisseur pour le point P_j situé sur une partie de contour (figure 4.3 (a)) ne présentant pas de bruit. La figure 4.3 (c) donne le profil multi-épaisseur pour un point avec faible bruit (P_k) et la figure 4.3 (d) montre le profil multi-épaisseur pour un point avec un bruit important (P_l). Nous noterons η_j la valeur i_1 correspondant à la première épaisseur significative (i_1, i_2) d’un point P_j . η_j est nommée valeur d’épaisseur significative (valeur MT) et permet de détecter le niveau de bruit en chaque point P_j d’une courbe. Les valeurs d’épaisseur significatives $\eta_j = 1$, $\eta_k = 3$ et $\eta_l = 5$ sont représentées sur chaque profil multi-épaisseur \mathcal{P}_{15} . Une autre illustration des valeurs obtenues avec l’estimateur MT est proposée à la figure 4.5(b).

La figure 4.4 montre la comparaison entre les valeurs de niveau de bruit obtenues avec l’estimateur MS et avec l’estimateur MT. L’estimateur MT montre légèrement plus de sensibilité pour les coins mais a l’avantage de pouvoir traiter des contours de coordonnées non entières.

La valeur de MT obtenue correspond à la première valeur de l’épaisseur du segment flou où le profil multi-épaisseur prend l’allure asymptotique (voir figure 4.2(c)).

Cet estimateur de bruit local est utilisé dans la section suivante pour définir une couverture tangentielle adaptative en prenant en compte la quantité de bruit sur la courbe.

Remarque Nous avons constaté d’après les expérimentations que la valeur de MT parfois augmente très rapidement et l’incrémentation de l’épaisseur avec un pas de 1 nous paraît trop forte.

4.3 Construction de la couverture tangentielle adaptative

Les couvertures tangentielles basées sur les segments flous appliquées pour la détection des points dominants [NNDR15], la détection des arcs/cercles [NKDRL10] et la détection des arcs/segments [NDR11a] utilisent principalement une seule valeur d'épaisseur, notée ν . Un tel paramètre ν permet de prendre en compte la quantité de bruit présente dans les contours discrets. Cette méthode présente deux inconvénients. Tout d'abord, la valeur de ν est ajustée manuellement afin d'obtenir un polygone approximé du contour. Deuxièmement, le bruit apparaissant le long du contour peut être aléatoire. En d'autres termes, différents niveaux de bruit peuvent être présents le long d'un contour. La figure 4.5(b) illustre les différents niveaux de bruit détectés par l'estimateur MT. Par conséquent, l'utilisation d'une valeur unique d'épaisseur ν pour les couvertures tangentielles est inadéquate en cas de courbes irrégulièrement bruitées. Pour surmonter ces problèmes, nous présentons la définition de la **couverture tangentielle adaptative** (**adaptive tangential cover ATC**) qui est une couverture tangentielle avec différentes valeurs d'épaisseur ν . Pour cela, nous introduisons d'abord la notion d'inclusion entre deux segments flous maximaux. Notons par $MBS(B_i, E_i, \cdot)$ un segment flou maximal d'épaisseur quelconque avec un point de départ B_i et un point final E_i .

Définition 11. Soit C une courbe discrète et $MBS_i = MBS(B_i, E_i, \cdot)$, $MBS_j = MBS(B_j, E_j, \cdot)$ avec $i \neq j$ deux segments flous maximaux distincts sur C . MBS_j est dit être **inclus** dans MBS_i si $B_i \leq B_j$ et $E_i \geq E_j$, et noté par $MBS_j \subseteq MBS_i$.

Définition 12. Soit $MBS(C)$ un ensemble de segments flous maximaux d'une courbe discrète C . $MBS_i = MBS(B_i, E_i, \cdot) \in MBS(C)$ est dit **plus grand** si pour tout $MBS_j \in MBS(C)$ avec $i \neq j$, $MBS_j \not\subseteq MBS_i$.

Définition 13. Soit $C = (C_i)_{0 \leq i \leq n-1}$ une courbe discrète et $\eta = (\eta_i)_{0 \leq i \leq n-1}$ le vecteur des niveaux de bruit associés à chaque C_i de C , obtenu avec un estimateur de niveau de bruit \mathcal{E} . Soit $MBS(C) = \{MBS_{\nu_k}(C)\}$ une suite de MBS pour les différentes valeurs ν_k de η . **Une couverture tangentielle adaptative** associée à \mathcal{E} ($ATC_{\mathcal{E}}$) de C est définie comme la suite la plus grande $\{MBS_j = MBS(B_j, E_j, \nu_k) \in MBS(C) \mid \nu_k = \max\{\eta_t \mid t \in [B_j, E_j]\}\}$.

Un estimateur de niveau de bruit local \mathcal{E} est ainsi intégré dans la construction de $ATC_{\mathcal{E}}$ pour fournir l'information de bruit le long du contour. Plus précisément, l' $ATC_{\mathcal{E}}$ contient les MBS avec des valeurs d'épaisseur variant en fonction des indications obtenues par les valeurs de niveau de bruit de \mathcal{E} . Puisque les niveaux de bruit sont différents le long de la courbe du contour C , l' $ATC_{\mathcal{E}}$ obtient des grandes valeurs d'épaisseurs dans les zones bruitées et des valeurs d'épaisseur plus faibles dans les zones moins bruitées ou sans bruit (voir figure 4.5(h)). De plus, le cadre de travail est sans paramètre, seul le choix de \mathcal{E} doit être fait.

La méthode pour calculer $ATC_{\mathcal{E}}$ est décrite dans l'algorithme 5. Cet algorithme est divisé en deux étapes : (1) étiqueter les points avec la valeur de l'estimateur de bruit \mathcal{E} , et (2) construire l' $ATC_{\mathcal{E}}$ de la courbe à partir des étiquettes obtenues à la fin de la première étape. Plus précisément, l'algorithme est initialisé avec un $ATC_{\mathcal{E}}$ vide et l'étiquette associée à chaque point est la même que la valeur du niveau de bruit (Lignes 3-4).

Dans la première étape (Lignes 5-9), les couvertures tangentielles avec les épaisseurs correspondant à tous les différents niveaux de bruit sont considérées afin de trouver l'étiquette de chaque point. A chaque niveau ν_k , l'étiquette d'un point est mise à jour par la valeur ν_k si le MBS passant par le point a une valeur maximale du niveau de bruit égale à ν_k . Il convient de

noter que le nombre de niveaux de bruit présent dans le contour est beaucoup plus petit que le nombre de points du contour, ainsi que le nombre de couvertures tangentielles considérées est souvent petit.

Ensuite, dans la deuxième étape (lignes 11-14), l' $ATC_{\mathcal{E}}$ est composée du MBS avec des épaisseurs correspondant à l'étiquette associée aux points constituant le MBS. Comme indiqué dans la section 4.2, l'estimateur MT permet d'estimer localement le niveau de bruit en chaque point d'un contour discret C . Pour illustrer la notion d'ATC, nous utilisons l'estimateur MT comme estimateur du niveau de bruit et nous notons la couverture tangentielle adaptative associée à l'épaisseur significative (ATC_{MT}).

Algorithme 5 : Calcul de la couverture tangentielle adaptative d'une courbe C , associée à \mathcal{E} : $ATC_{\mathcal{E}}$.

Input : $C = (C_i)_{0 \leq i \leq n-1}$ courbe discrète en entrée,
 \mathcal{E} : l'estimateur de niveau de bruit local
 $\eta = (\eta_i)_{0 \leq i \leq n-1}$ vecteur du niveau de bruit valeurs de \mathcal{E} associées à chaque point C_i de C ,
 $\nu = \{\nu_k \mid \nu_k \in \eta\}$ ensemble ordonné de valeurs de η ,
 $MBS(C) = \{MBS_{\nu_k}(C)\}_{k=0}^{m-1}$ ensemble de MBS C pour chaque valeur $\nu_k \in \nu$

Output : $ATC_{\mathcal{E}}(C)$ couverture tangentielle adaptative de C associée à \mathcal{E}

Variables : α valeur maximale de η dans un intervalle donné
 $\gamma = (\gamma_i)_{0 \leq i \leq n-1}$ vecteur d'étiquettes associé à chaque point C_i de C par rapport à $MBS(C)$,

```

1 début
2   /* Initialisation                                     */
3    $ATC_{\mathcal{E}}(C) = \emptyset$  ;
4    $\gamma_i = \eta_i$  pour  $i \in \llbracket 0, n-1 \rrbracket$  ; /* Étape 1: Étiqueter chaque point de  $C$  avec la
   valeur maximale du niveau de bruit par rapport à l'épaisseur de MBS  $\nu_k$ 
   passant par le point                                     */
5   pour chaque  $\nu_k \in \nu$  (en ordre décroissant) faire
6     pour chaque  $MBS(B_i, E_i, \nu_k) \in MBS_{\nu_k}(C)$  faire
7        $\alpha = \max\{\eta_i \mid i \in \llbracket B_i, E_i \rrbracket\}$  ;
8       si  $\alpha = \nu_k$  alors
9          $\gamma_i = \nu_k$  pour  $i \in \llbracket B_i, E_i \rrbracket$  ;
10  /* Étape 2: Calculer  $ATC_{\mathcal{E}}$  en conservant le MBS qui contient au moins un
   point dont l'étiquette est égale à l'épaisseur du MBS   */
11  pour chaque  $\nu_k \in \nu$  faire
12    pour chaque  $MBS(B_i, E_i, \nu_k) \in MBS_{\nu_k}(C)$  faire
13      si  $\exists \gamma_i$ , pour  $i \in \llbracket B_i, E_i \rrbracket$ , tel que  $\gamma_i = \nu_k$  alors
14         $ATC_{\mathcal{E}}(C) = ATC_{\mathcal{E}}(C) \cup \{MBS(B_i, E_i, \nu_k)\}$  ;

```

Une illustration de l'algorithme est donnée à la figure 4.5. La courbe discrète d'entrée C est donnée à la figure 4.5(a). La figure 4.5(b) présente le niveaux de bruit en chaque point C_i de C

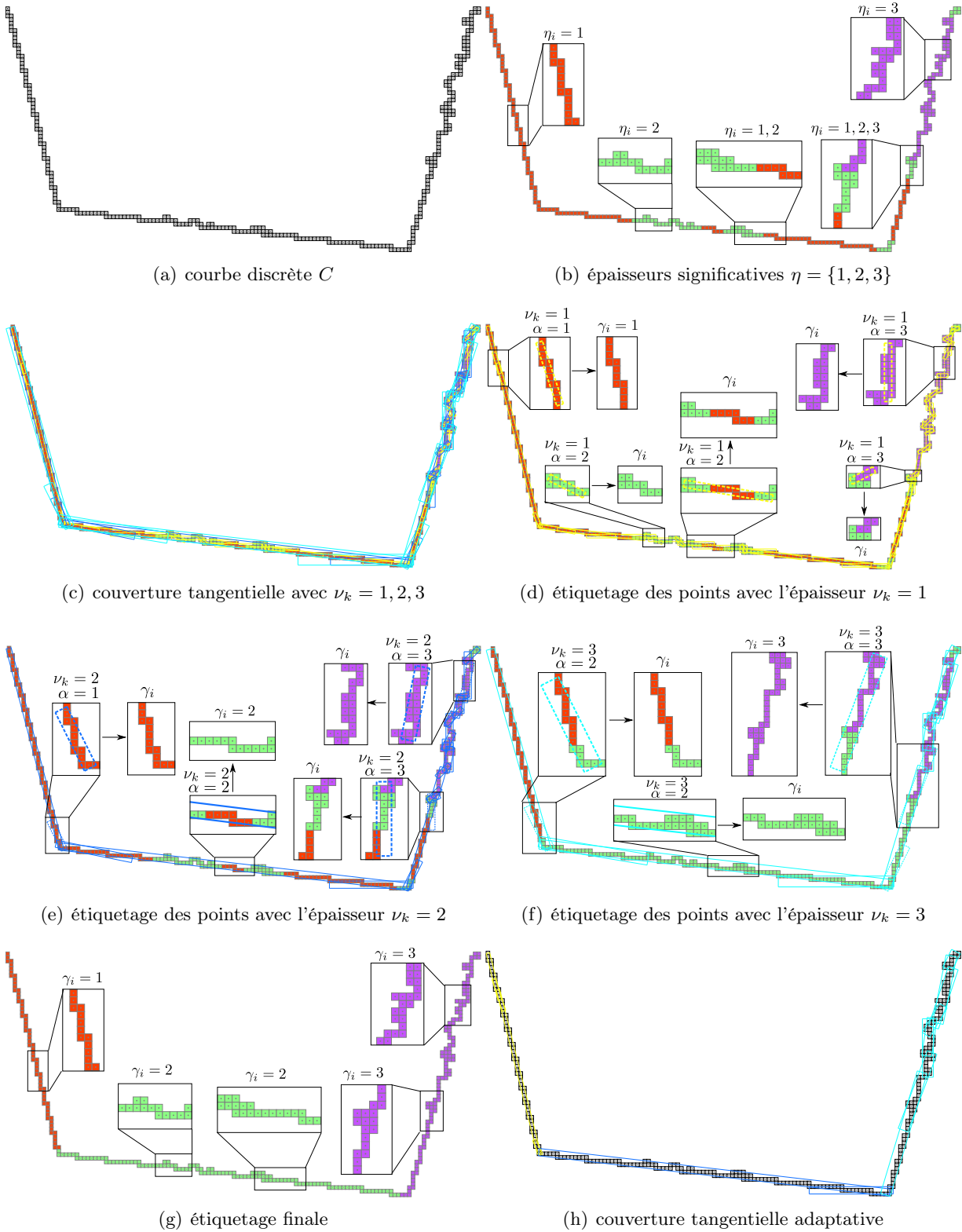


FIGURE 4.5 – Illustration de l'algorithme 5 avec $\mathcal{E} = MT$.

Contour	Niveaux de bruit					
	1	1.5	2	2.5	3	3.5
Figure 4.6 (a)	x	x	x			
Figure 4.6 (b)	x	x	x	x	x	x
Figure 4.6 (c)	x	x	x	x		
Figure 4.6 (d)	x	x	x	x	x	

TABLE 4.1 – Différents niveaux de bruit détectés par l’estimateur MT sur les images de la figure 4.6.

détecté par l’estimateur MT ; les points rouge, vert et violet correspondent en l’épaisseur significative η_i des valeurs 1, 2 et 3, respectivement. L’étiquette de chaque point C_i est initialisée par son η_i . Les couvertures tangentielles de trois épaisseurs différentes $\nu_k = 1, 2$ et 3 sont présentées en jaune, bleu et cyan à la figure 4.5(c). L’étiquetage de tous les points C_i de C en fonction de valeurs d’épaisseurs significatives et des couvertures tangentes d’épaisseur $\nu = 1, 2$ et 3 sont données à la figure 4.5(d-f). L’étiquette γ_i de chaque point C_i est mise à jour à ν_k si l’épaisseur maximale significative, à savoir α , des points appartenant aux $MBS(B_i, E_i, \nu_k)$ passant par C_i est égale à ν_k , et reste égale à γ_i autrement. La figure 4.5(g) montre la valeur de label γ_i associée à chaque point de la courbe considérée C . La couverture tangentielle adaptative obtenue à partir des couvertures tangentielles et des étiquettes de points est illustrée à la figure 4.5(h).

Dans la section 4.4, nous testons la nouvelle notion proposée et la comparons à la couverture tangentielle avec une seule valeur d’épaisseur en se basant sur la détection des points dominants.

4.4 Expérimentations et comparaisons entre la couverture tangentielle pour une épaisseur fixée et la couverture tangentielle adaptative

Dans cette section, nous présentons quelques expérimentations de l’ATC basées sur la détection de points dominants et le calcul de la longueur du contour. Les expériences sont effectuées sur les contours de la figure 4.6 obtenus en utilisant l’algorithme d’extraction de l’interface de région connectée [CKL14] et l’estimateur de niveau de bruit local, l’estimateur MT. En particulier, différents niveaux de bruit sont présentés sur ces contours dans le but de montrer l’efficacité de ATC_{MT} en cas de bruit non uniforme (voir tableau 4.1). La figure 4.6 montre une série d’images. La figure 4.6(a) contient des zones bruitées manuellement tandis que la figure 4.6(b) contient des zones bruitées d’une façon naturelle (ces images sont issues de [KL12]) et les figures 4.6(c,d) sont obtenues en utilisant le modèle de dégradation (Kanugo) de document implémenté dans le programme `imgAddNoise` du projet `DGtalTools`. Les ATC_{MT} associées au contour extrait de ces images sont représentées sur la figure 4.7. Les couleurs de MBS correspondent aux niveaux de bruit détectés avec l’estimateur MT. Par exemple, les MBS d’épaisseur 1.5 sont en bleu et ceux d’épaisseur 2 sont en vert (voir figure 4.7(a)).

D’après le tableau 4.1, nous remarquons que les niveaux de bruits détectés dans les différentes images de la figure 4.6 sont différents. Par exemple, dans la figure 4.6(b) on trouve 6 niveaux de bruits et dans la figure 4.6(a) on a juste 3 niveaux.

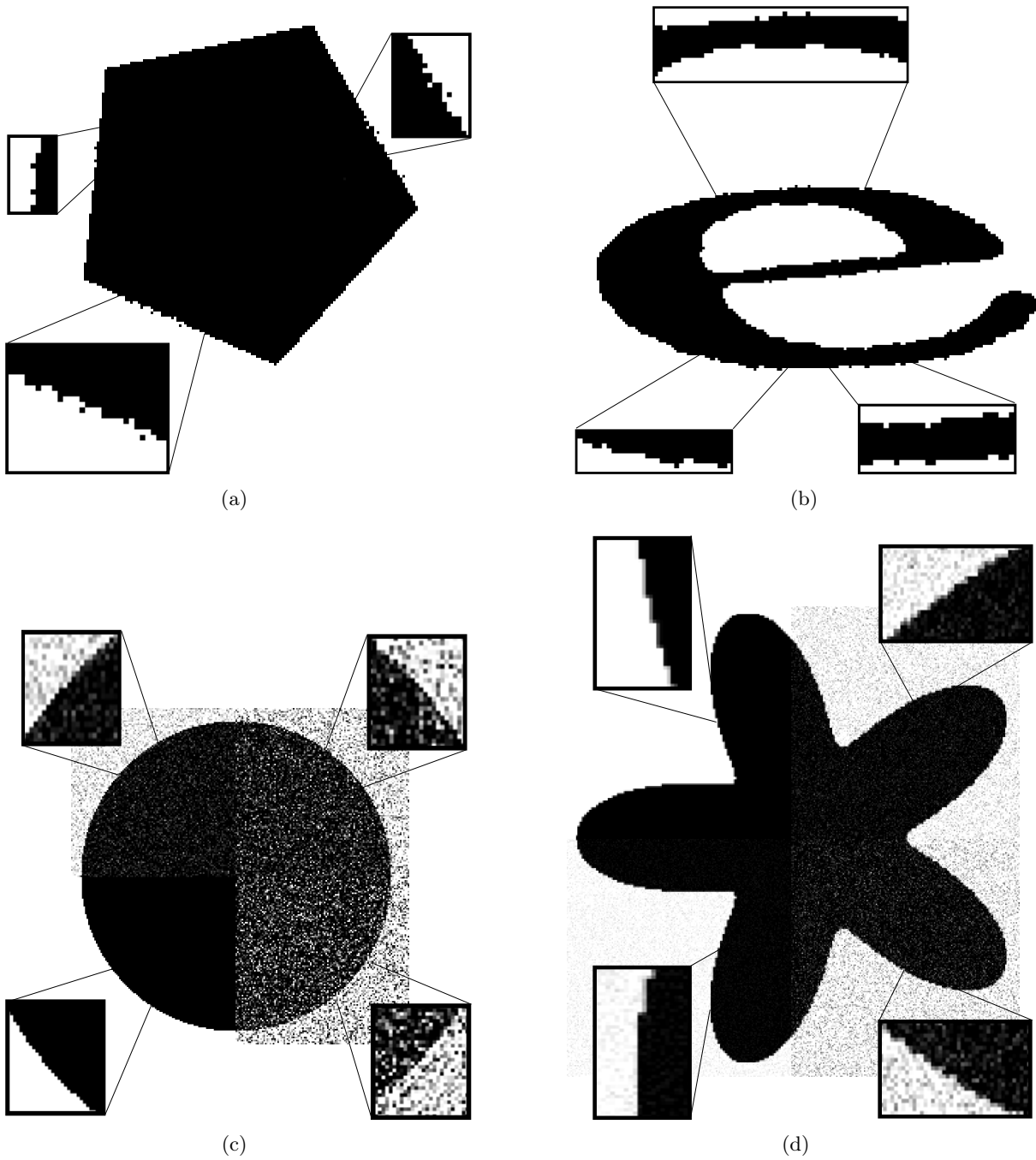


FIGURE 4.6 – Images données en entrée pour tester.

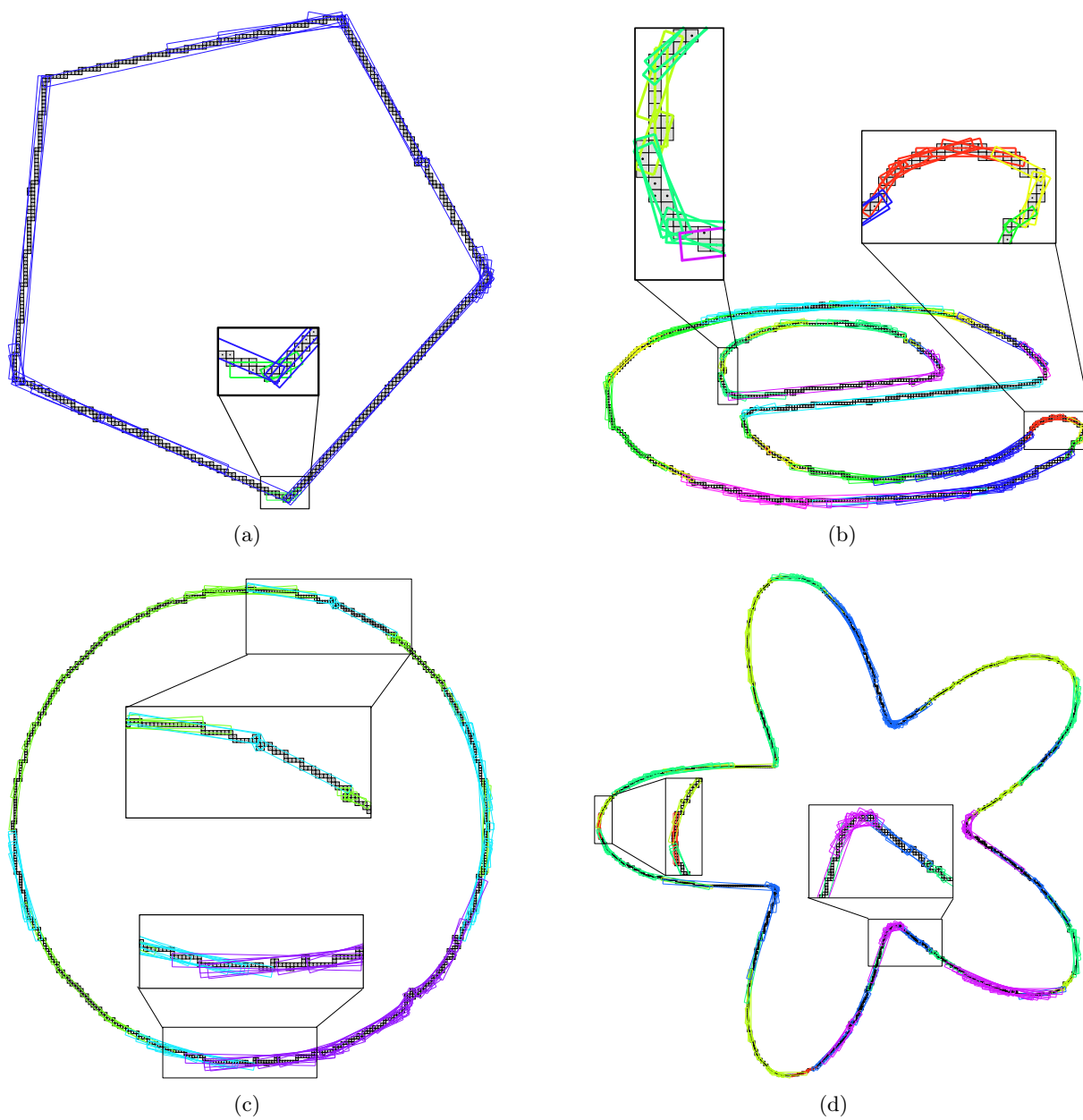


FIGURE 4.7 – ATC_{MT} des images de la figure 4.6.

4.4.1 Points dominants

Les couvertures tangentielles, comme indiqué précédemment, sont impliquées dans des applications de détection de points dominants [NNDR15, NDR11b]. Les approches précédentes utilisent des couvertures tangentielles composées de segments fous maximaux avec une épaisseur constante le long de la courbe. En général, ce paramètre doit être ajusté manuellement pour obtenir un bon résultat de l'algorithme de détection. Par conséquent, de telles approches ne sont pas adaptatives à des contours discrets avec un bruit irrégulier. Dans cette section, nous modifions l'algorithme de détection de points dominants présenté dans le chapitre 3 en utilisant ATC_{MT} . La raison de cette modification est double : (1) l' ATC_{MT} prend en compte la quantité de bruit sur la courbe et permet ainsi un meilleur modèle de segmentation de la courbe, et (2) l'algorithme pour calculer ATC_{MT} est sans paramètre.

Nous rappelons succinctement l'idée principale de l'algorithme de détection de points dominants présenté dans le chapitre précédent. Tout d'abord, l'algorithme trouve les candidats points dominants dans la plus petite zone commune induite par des segments fous maximaux successifs [NDR11b]. Ensuite, le point dominant de chaque zone commune est identifié comme étant le point ayant le plus petit angle avec les deux extrémités gauche et droite des segments fous maximaux composant la zone. Ceci est illustré à la figure 4.8. En considérant les segments fous maximaux $MBS(C_{69}, C_{189}, 2)$, $MBS(C_{164}, C_{191}, 2)$ et $MBS(C_{186}, C_{235}, 3)$ la zone commune déterminée par ces trois segments contient quatre points : $C_{186}, C_{187}, C_{188}$ et C_{189} (points verts et rouges dans le zoom). Les extrémités gauche et droite de la zone commune sont respectivement C_{69} et C_{235} . Les angles entre chaque point de la zone commune et les deux extrémités sont respectivement de 102.7° , 101.2° , 99.7° et 100.8° . Le point dominant est le point ayant la plus petite mesure d'angle, c.-à-d., C_{188} (point rouge).

La figure 4.9 montre les résultats de la détection de points dominants en utilisant ATC_{MT} . Les points verts (respectivement rouges) sont des points dominants détectés par la couverture tangentielle d'épaisseur $\bar{\eta}$ (respectivement ATC_{MT}) et les lignes vertes (respectivement rouges) sont des approximations polygonales des points dominants détectés. La valeur de cette épaisseur ($\bar{\eta}$) est égale à la moyenne des épaisseurs significatives obtenues en chaque point de la courbe étudiée et a été utilisée dans [NKDRL10].

Afin de comparer la méthode actuelle sans paramètre, nous considérons dans nos expériences la couverture tangentielle moyenne avec segments fous maximaux d'épaisseur $\bar{\eta}$. On peut voir sur la figure 4.9 que l'utilisation de la couverture tangentielle moyenne n'est pas toujours une stratégie pertinente, en particulier dans les zones très bruitées des courbes. Ceci est dû au fait que le paramètre $\bar{\eta}$ ne pouvait pas capturer le bruit local sur la courbe, contrairement à la méthode ATC_{MT} (voir figure 4.9 (a), (d)). Dans les zones de zoom, on observe que le point dominant détecté par la méthode ATC_{MT} correspond mieux aux angles, alors que la méthode moyenne induit une décomposition très proche de la courbe étudiée et détecte plus de points dominants. En d'autres termes, dans les zones courbées, la méthode ATC_{MT} simplifie la représentation de la courbe.

Nous remarquons que l'estimateur de bruit MT est bien lié à l'épaisseur des segments fous maximaux qu'ont utilisé pour estimer la valeur du bruit présent localement sur chaque point de

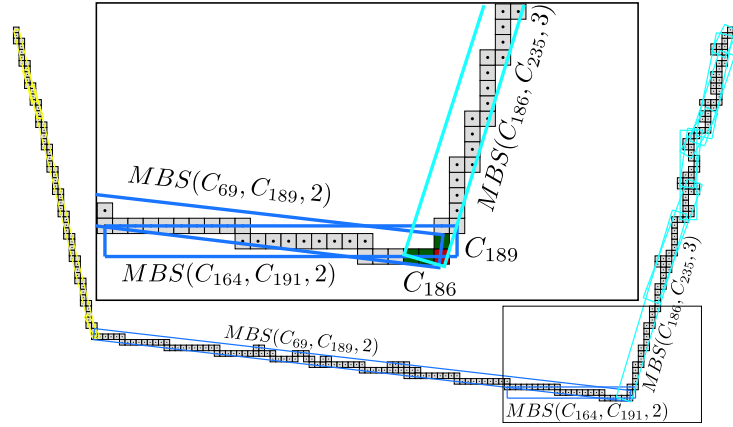


FIGURE 4.8 – Illustration de l'algorithme de détection de points dominants avec la couverture tangentielle adaptative.

la courbe. Normalement dans [KLS12], les auteurs utilisent une itération de pas égal à 1 pour calculer le profil multi-épaisseur ($\nu = 1, \nu = 2, \nu = 3, \nu = 4, \dots$). Nous proposons de modifier ce pas (réduire la valeur du pas) dans ce cas nous utilisons une valeur d'épaisseur plus précises pour estimer la valeur de MT. La figure 4.10 illustre la différence entre les valeurs de MT associées à chaque point de la courbe avec différents pas, la figure 4.10(a) avec un pas égal à 0.1, la figure 4.10(b) avec un pas égal à 0.5 et la figure 4.10(c) avec un pas égal à 1 (la valeur par défaut donnée par [KLS12]). La figure 4.11 montre les couvertures tangentielles adaptatives avec des différentes valeur du pas pour l'estimateur de bruit MT, la figure 4.11(a) avec un pas égal à 0.1, la figure 4.11(b) avec un pas égal à 0.5 et la figure 4.11(c) avec un pas égal à 1. Nous remarquons que quand nous utiliserons une valeur de pas assez grande, les segments flous maximaux avec une grande valeur d'épaisseur "mange" les détails du contour.

La figure 4.12 représente les différents points dominants détectés avec les différentes valeurs du pas. La figure 4.12(a) (respectivement(b),(c)) montre les points dominants détectés en utilisant le pas égal à 0.1 (respectivement 0.5, 1). Si on a besoin de détecter plus de détail dans notre contour, il faut utiliser une valeur petite du pas pour obtenir la valeur de MT associée à chaque point du contour. Dans toutes nos expérimentations, nous avons fixé ce paramètre à 0.5.

4.4.2 Longueur du contour

L'estimation de la longueur du contour est déduite naturellement des points dominants obtenus avec la méthode présentée dans la section précédente 4.4.1. La somme des distances euclidiennes entre chaque paire de points dominants consécutifs sur le contour fournit une estimation de la longueur du contour étudié. L'approche ATC_{MT} permet de réduire les effets du bruit irrégulier sur le contour.

Le tableau 4.2 montre les résultats expérimentaux en utilisant ATC_{MT} et la couverture tangentielle avec une épaisseur unique $\nu = 1, 2, 3$ et 4 [NDR11b]. Notez que d'autres estimateurs de longueur de contour pourraient être adaptés avec la couverture tangentielle adaptative proposée notamment en intégrant un vecteur normal comme décrit en [CK04]. Une telle possibilité pourrait être réalisée en exploitant par exemple l'estimateur λ -MST décrit dans la section suivante.

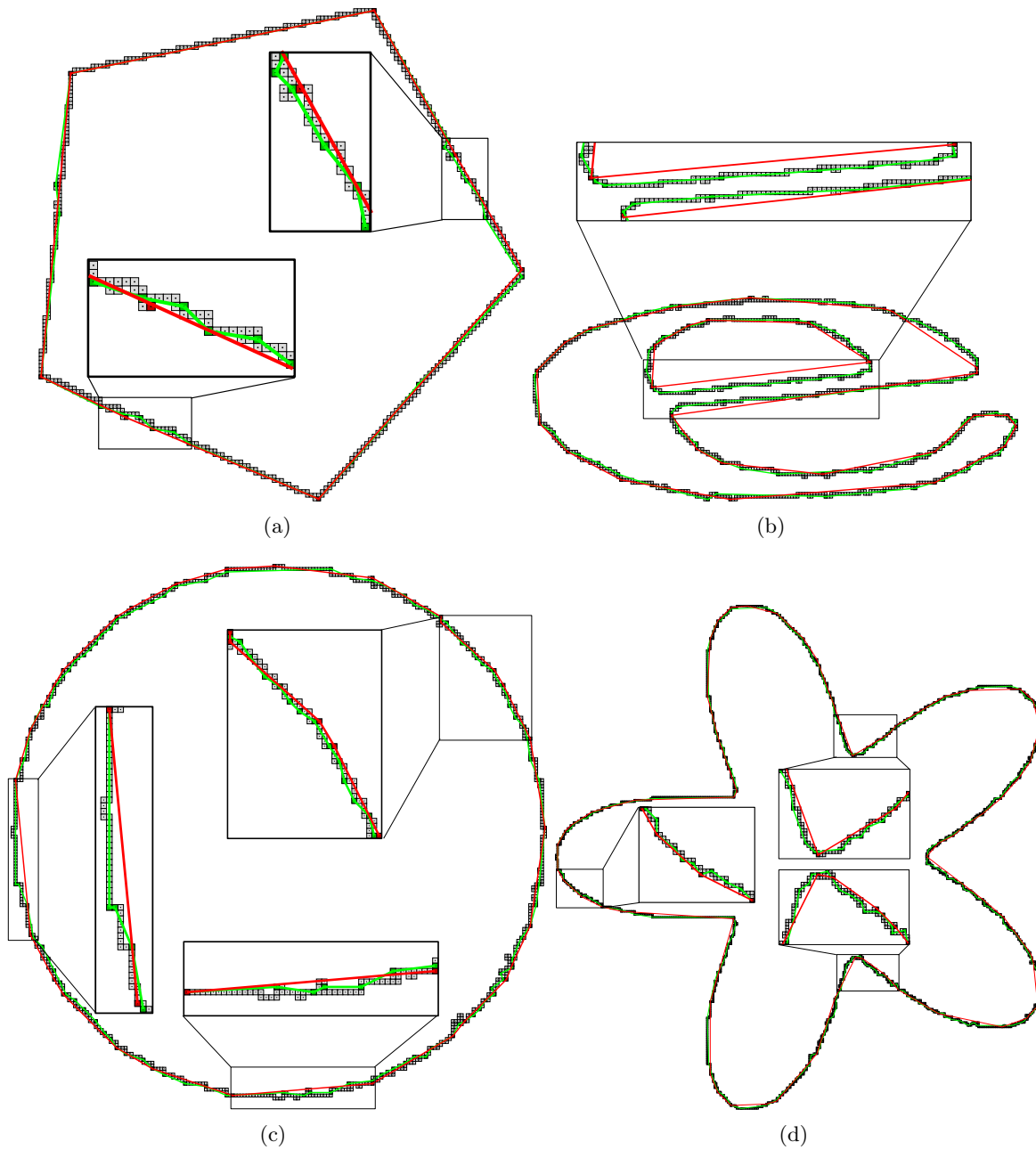


FIGURE 4.9 – Détection de points dominants et représentations polygonales des images de la figure 4.6. La courbe rouge (resp. vert) est l’approximation polygonale des points dominants détectés en appliquant la couverture tangentielle adaptative (resp. avec l’épaisseur ν égale à la moyenne de MT).

Contour	longueur réelle	longueur estimée				
		ATC_{MT}	1-TC	2-TC	3-TC	4-TC
Fig. 4.6 (a)	411.4497	411.594	414.416	412.046	415.639	417.09
Fig. 4.6 (b)	565.4867	565.419	573.874	568.044	563.393	558.178

TABLE 4.2 – Estimateur de longueur de contour des images de la figure 4.6.

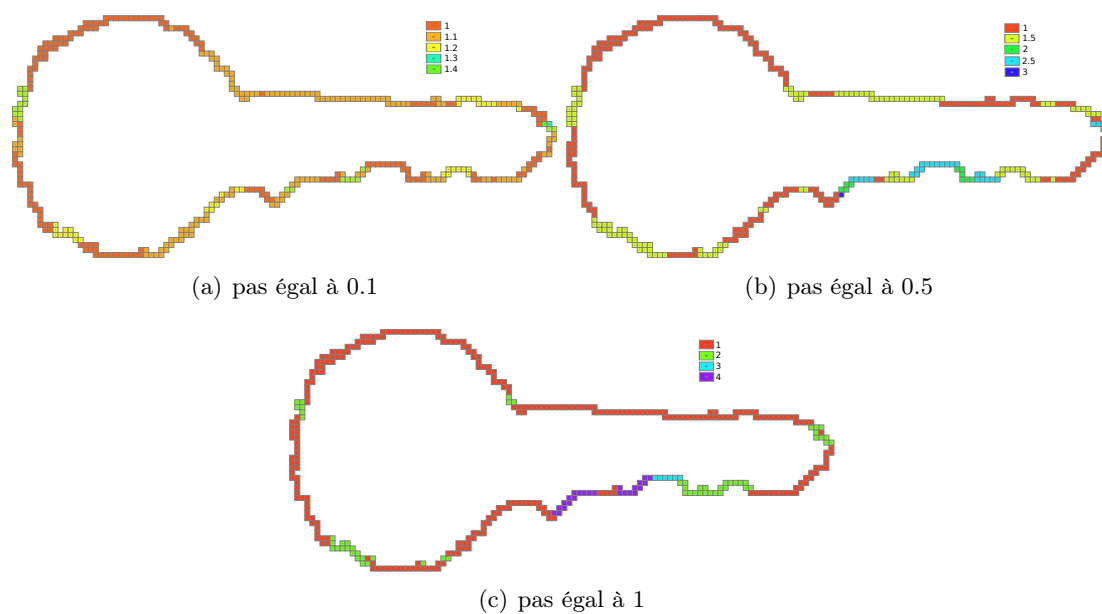


FIGURE 4.10 – Les valeurs de MT associées à chaque point de la courbe. Chaque couleur désigne une valeur (comme indiqué sur chaque figure, rouge : $\eta=1$).

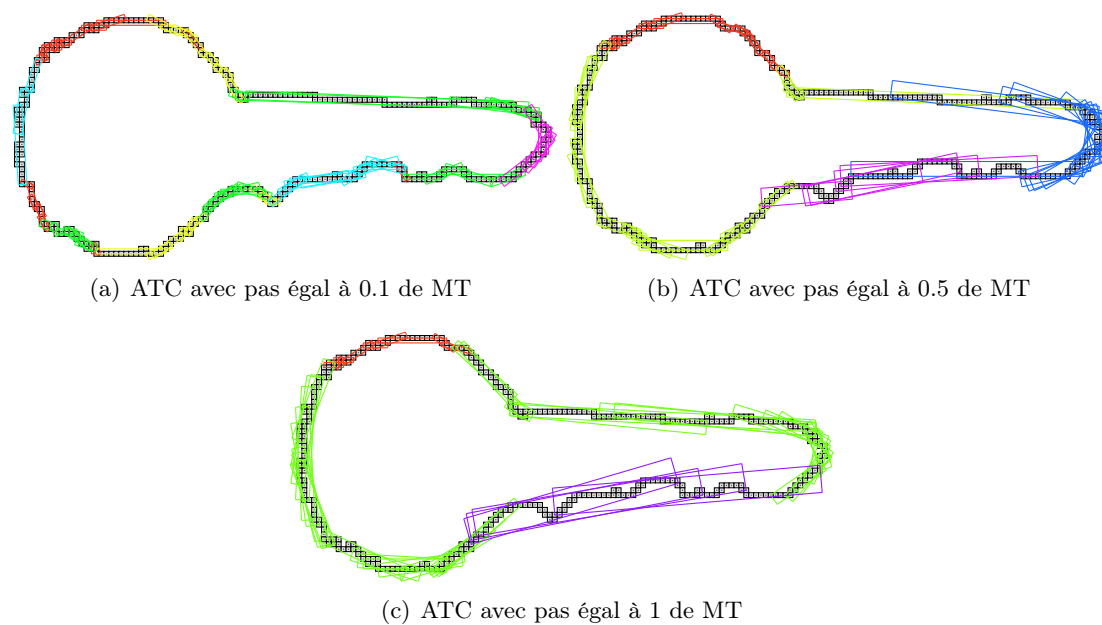


FIGURE 4.11 – L'ATC avec des différentes valeur du pas pour l'estimateur de bruit MT.

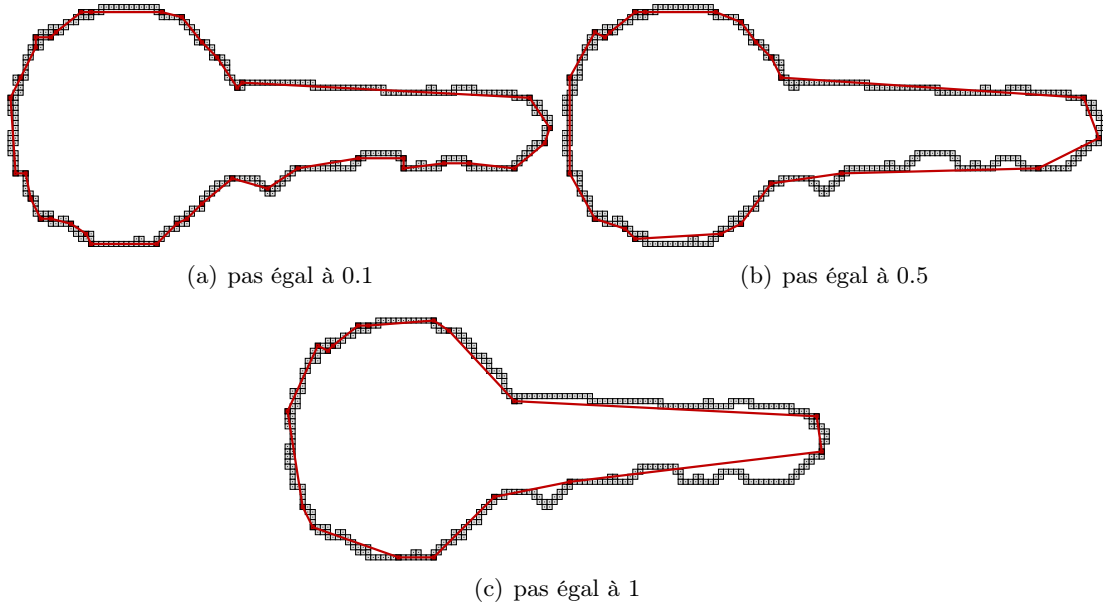


FIGURE 4.12 – Points dominants détectés avec les différentes valeurs du pas.

4.5 Estimateurs géométriques

La plupart des estimateurs géométriques ont une sensibilité élevée aux contours numériques perturbés par le bruit. L' ATC_{MT} est composée de MBS avec des épaisseurs appropriées, déduites des épaisseurs significatives, permettant d'obtenir des estimateurs géométriques sans paramètre en tenant compte du niveau de bruit détecté dans le contour étudié.

4.5.1 Tangente basée sur $\lambda - MST$ à chaque point du contour

L' ATC_{MT} peut également être utilisée pour améliorer la précision des estimateurs de tangentes existants en présence de bruit. En particulier, nous nous intéressons à un estimateur de tangente convergent multi-grille appelé λ -MST [LdVV07, LVdV05]. Cet estimateur est basé sur la couverture tangentielle utilisant les segments maximaux. Nous faisons l'hypothèse que l'utilisation de la primitive segment flou permette de gérer le bruit. Plus précisément, l'estimation de la tangente est obtenue en définissant un faisceau de segments flous maximaux $\mathcal{P}(k) = \{MBS_i = MBS(B_i, E_i, \cdot), \text{ avec } B_i \leq k \leq E_i\}$ autour du point extrémité ainsi qu'une fonction de mappage λ définie de $[0, 1]$ à \mathbb{R}^+ . A partir de ce faisceau, une notion d'excentricité a été introduite afin de répartir les poids sur tous les segments couvrant le point considéré. Plus formellement, l'excentricité a été définie comme [LVdV05] :

$$e_i(k) = \begin{cases} \|C_k - C_{E_i}\|_1 / L_i & \text{si } i \in \mathcal{P}(k) \\ 0 & \text{ailleurs} \end{cases}, \text{ avec } L_i = \|C_{E_i} - C_{B_i}\|_1 \quad (4.1)$$

La direction tangente $\hat{\theta}(k)$ d'un point de contour C_k est ensuite calculée par : $\frac{\sum_{i \in \mathcal{P}(k)} \lambda(e_i(k)) \theta_i}{\sum_{i \in \mathcal{P}(k)} \lambda(e_i(k))}$. Notons que pour les expériences présentées, nous avons utilisé la fonction lambda suivante $\lambda = 64(-x^6 + 3x^5 - 3x^4 + x^3)$. Cet estimateur peut naturellement être adapté en incluant l'ATC dans la définition de \mathcal{P} qui peut contenir un ensemble de MBS d'épaisseurs différentes.

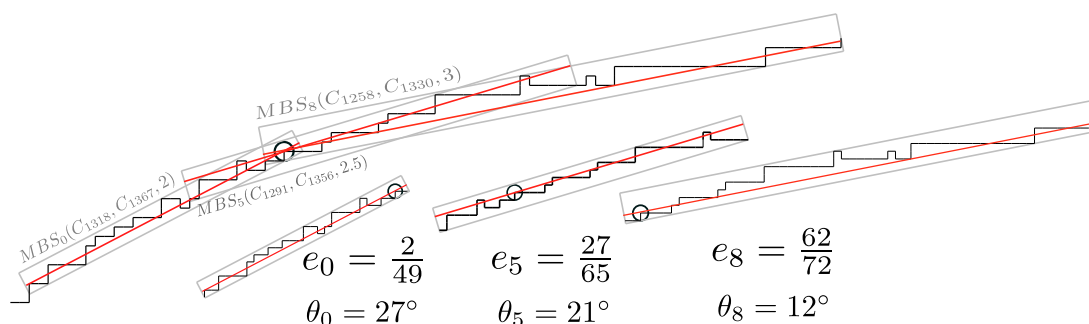


FIGURE 4.13 – Illustration du principe d'estimateur λ -MST défini à partir de la couverture tangentielle adaptative.

Contour	Erreur absolue	Méthodes										
		ATC_{MT}	1-TC	2-TC	3-TC	4-TC	MSMST	$VCM_{5,2}$	$VCM_{10,3}$	$VCM_{20,5}$	BC_1	BC_4
Fig. 4.6(a)	moyenne	0.065	0.11	0.065	0.071	0.084	0.02	0.097	0.068	0.066	0.074	0.063
	$P_{<0.1}$	82.1	40.4	77.9	79.5	75.5	94	36.7	60.1	77.1	74.9	78.8
Fig. 4.6(c)	moyenne	0.072	0.283	0.107	0.081	0.061	0.089	0.129	0.079	0.052	0.049	0.05
	$P_{<0.1}$	83	27.1	72	80	86.8	74.8	47.5	71.3	88.5	96.3	93.4

TABLE 4.3 – Erreurs de l'estimateur de tangente des images de la figure 4.6.

La figure 4.13 illustre l'idée principale de cet estimateur λ -MST basé sur l' ATC_{MT} .

A partir d'un point donné C_{1320} d'un contour bruité, les MBS passant par ce point sont affichés en gris (MBS_0 , MBS_5 et MBS_8 de $\mathcal{P}(1320)$). A partir de la position relative de C_{1320} d'après l'indice E_i , on peut calculer l'excentricité de chaque MBS (voir équation 4.1) et on peut alors déduire les poids de la fonction λ . Enfin, la direction de tangente $\hat{\theta}(k)$ peut être calculée à partir des différentes valeurs de θ_i avec leurs poids associés. Pour chaque segment MBS, l'excentricité est donnée avec l'angle tangent associé à la figure 4.13. Pour le MBS_0 , on trouve $e_0 = \frac{2}{49}$ et $\theta_0 = 27^\circ$. Pour le MBS_5 , on trouve $e_0 = \frac{27}{65}$ et $\theta_0 = 21^\circ$. Pour le MBS_8 , on trouve $e_0 = \frac{62}{72}$ et $\theta_0 = 12^\circ$.

Les comparaisons de tableau 4.3 ont été effectuées en calculant la moyenne de l'erreur absolue définie par l'écart d'angle tangent entre les tangentes estimées et les tangentes de la vérité au sol (déduites du point le plus proche de la forme de référence). Le pourcentage de points ayant de petites erreurs inférieures à 0,1 est également calculé pour mettre en évidence la quantité estimée de vecteurs tangents avec précision (notée $P_{<0.1}$).

Le tableau 4.3 présente les comparaisons de cet estimateur avec l'estimateur λ -MST défini par les couvertures tangentielle d'épaisseur ν avec $\nu = 1, 2, 3, 4$ et la méthode *Meaningful Scale Maximal Segment Tangent (MSMST)* proposée par Kerautret et Lachaud dans [KLS12]. La méthode *MSMST* consiste simplement à affecter, en chaque point p , la tangente λ -MST calculée à partir du contour donné à l'échelle définie par l'échelle significative de p . L'estimateur de tangente λ -MST basé sur l' ATC_{MT} a également été comparé à deux autres estimateurs qui ne sont pas basés sur la reconnaissance de segments droites discrets. Le premier est l'estimateur basé sur la convolution binomiale (*BC*) [MBF08] et le second est l'estimateur basé sur la mesure de covariance de Voronoï (*VCM*) [CLMT15] (voir tableau 4.3). Dans [MBF08] les auteurs ont proposé un estimateur reposant sur des produits de convolution discrets, ils ont défini ce qu'est un produit de convolution discret et, ensuite, comment l'utiliser pour construire un estimateur de tangente. Dans [CLMT15], les auteurs généralisent la notion de covariance de Voronoï à n'importe quelle distance et ils montrent que la nouvelle notion est résiliente au bruit de Hausdorff (la distance maximale de Hausdorff quand chaque point p de la courbe C peut être déplacé aléatoirement à une distance inférieure à cette distance maximale) et aux valeurs aberrantes, fournissant ainsi un outil pour estimer des normales robustes à partir d'une approximation de nuage de points. Les expériences montrent la robustesse de cette approche pour l'estimation de la normale. Les deux méthodes utilisent des paramètres qui sont indiqués comme index des noms de méthodes dans le tableau 4.3. Les expériences ont été obtenues à partir de la bibliothèque DGtal [dgta] et de l'implémentation DGtalTools [dgtb].

Ces résultats montrent que la combinaison proposée de l'estimateur λ -MST utilisant ATC_{MT} améliore globalement la stabilité de l'estimateur. Il préserve localement les discontinuités polygonales lorsqu'il n'y a pas de bruit et il lisse les directions tangentes lorsque des variations apparaissent (même si un certain bruit peut localement subsister en raison des limites de l'estimateur MT). Comme indiqué dans le tableau 4.3 (Fig. 4.6 (a)) l'estimateur λ -MST basé sur l' ATC_{MT} appliqué sur une forme polygonale montre les deuxièmes meilleurs résultats après l'estimateur *MSMST* qui utilise la détection d'échelle significative (qui donne une meilleure détection de bruit que l'épaisseur significative sur cette forme). Pour le cercle, le résultat apparaît également meilleur que l'estimateur 1,2,3-TC. L'estimateur 4-TC, les estimateurs $VCM_{20,5}$ et *BC* donnent de meilleurs résultats que l'estimateur λ -MST basé sur l' ATC_{MT} ou *MSMST* mais ces configurations ne sont pas complètement significatives puisque la forme circulaire n'est pas trop déformée par un paramètre de lissage trop important.

La figure 4.14 montre les résultats expérimentaux de l'estimateur de tangente λ -MST basé sur ATC_{MT} avec l'affichage des vecteurs normaux. L'estimateur de tangente basé sur l'ATC n'est pas pertinent lorsqu'on a des petits segments flous maximaux dans l'ATC (voir figure 4.15).

4.5.2 Détection des parties convexes et concaves du contour

La convexité des contours de formes discrètes est définie et étudiée dans [DRDR06, Lac10]. Une forme numérique O (sous-ensemble \mathbb{Z}^2) est dite convexe si et seulement si O est 4-connexe et la discrétisation de Gauss [KR04] de l'enveloppe convexe de O est égale à O . L'information de convexité globale peut être déduite des segments maximaux (basés sur DSS) du contour étudié. De plus, les parties convexe et concave du contour de la forme sont détectées à partir des segments maximaux successifs de la couverture tangentielle du contour. Dans [DRDR06], les auteurs ont prouvé que le contour d'un polyominos est convexe si les directions de ses segments maximaux

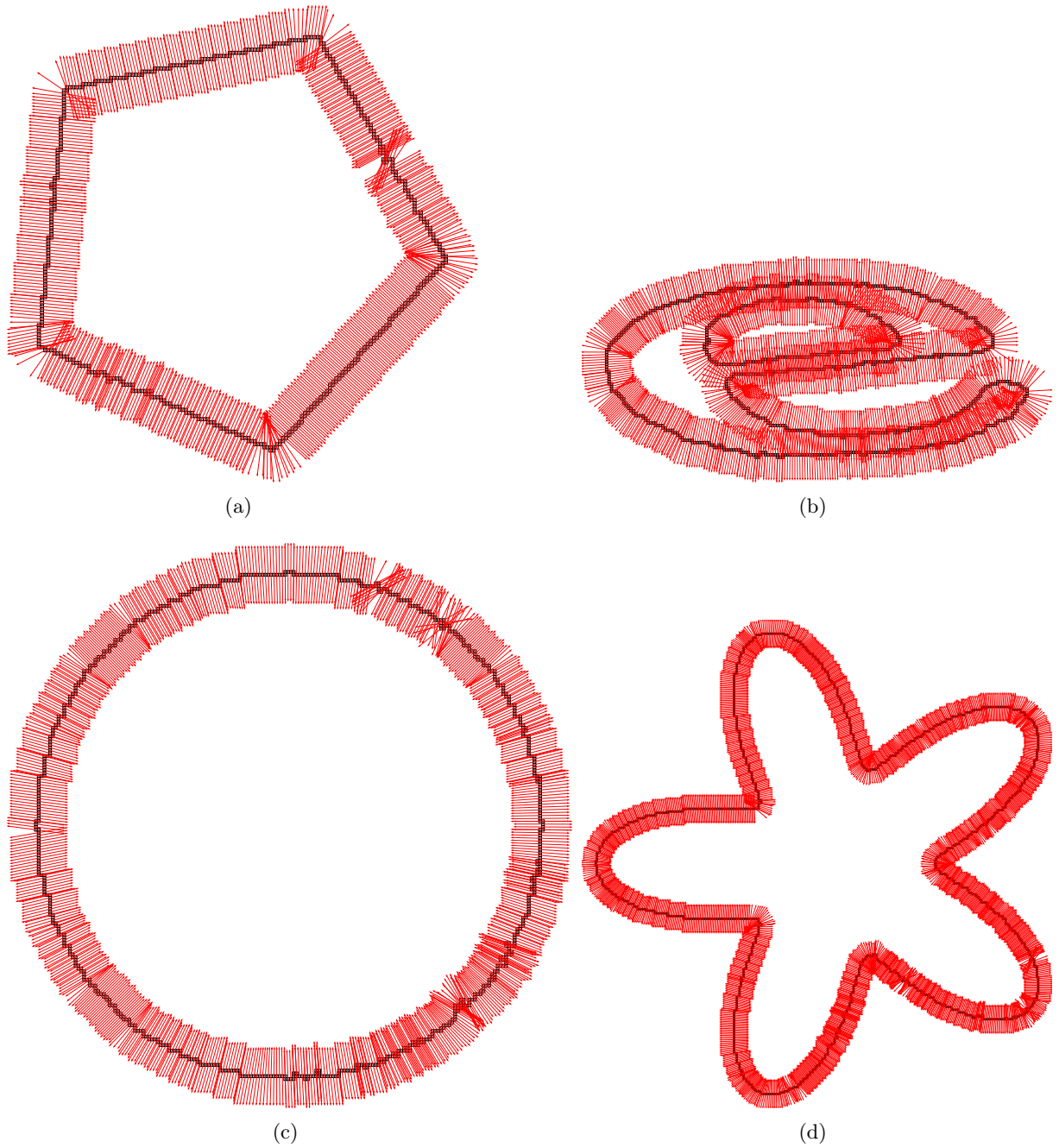


FIGURE 4.14 – Résultats de l'estimateur de tangent ATC_{MT} λ -MST affichés comme vecteurs normaux sur la forme source extraite des images de la figure 4.6.

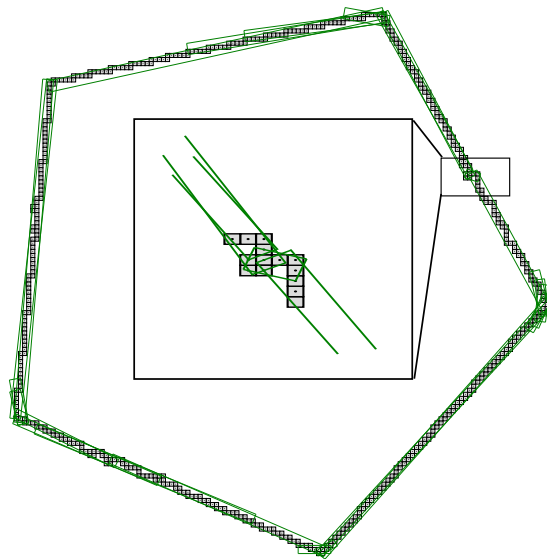


FIGURE 4.15 – L'ATC de la figure 4.14(a) avec un agrandissement sur le petit MBS de la couverture tangentielle adaptative.

(basés sur DSS) sont monotones.

Le détecteur de parties convexes et concaves [RDDR04] sur un contour de forme numérique consiste à détecter la séquence des segments maximaux successifs sur la couverture tangentielle dont les pentes sont monotones. Les segments maximaux, dont les directions des pentes augmentent d'un côté et diminuent de l'autre, sont des zones de transition et ils découpent le contour d'une forme numérique en parties convexes et concaves.

L' ATC_{MT} est une extension de la notion de couverture tangentielle avec des segments flous maximaux (MBS) et nous utilisons la même stratégie en considérant les directions des pentes successives de MBS. Nous avons testé sur plusieurs exemples le comportement de la séquence obtenue de MBS. Pour un contour numérique faiblement bruité, les directions de pente de MBS dans ATC localisent bien les parties convexes et concaves de la forme (voir la figure 4.16(b)). Pour les contours numériques plus bruités, les zones de transition sont des parties plus grandes mais les parties convexes et concaves sont également détectées (voir la figure 4.16(a, d)). Dans certains cas, si le bruit est irrégulièrement réparti, de petites perturbations dans la direction de la pente induisent de fausses détections de convexité ou de concavité sur de petites parties du contour (voir la figure 4.16(c)). Les segments en vert et en bleu indiquent respectivement les parties convexe et concave. Alors que les segments rouges indiquent une transition entre les parties convexes et concaves.

4.6 Conclusion

Dans ce chapitre nous avons introduit une nouvelle notion, nommée couverture tangentielle adaptative. Cette couverture est basée sur un estimateur de bruit local en chaque point du contour discret C .

Nous avons présenté un nouveau cadre pour analyser un contour numérique bruité reposant

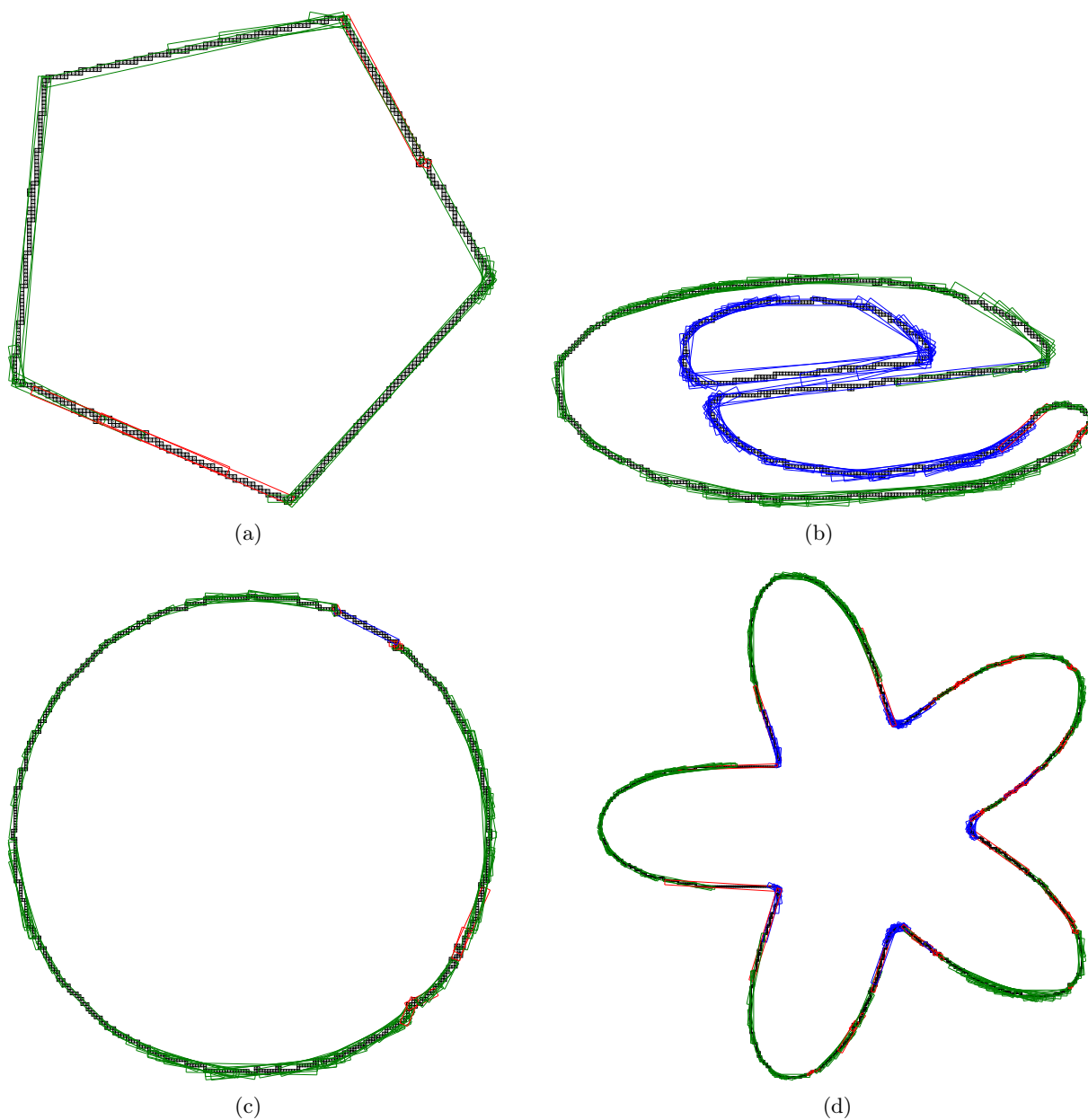


FIGURE 4.16 – Détecteur de parties convexe et concave des images de la figure 4.6. Les segments en vert et en bleu indiquent respectivement les parties convexe et concave. Les segments rouges indiquent une transition entre les parties convexes et concaves.

sur la nouvelle notion de couverture tangentielle adaptative. Plus précisément, cette approche combine l'analyse locale d'un estimateur de niveau de bruit (dans ce chapitre les expérimentations sont faites avec l'estimateur MT) avec la couverture tangentielle et permet d'obtenir une analyse géométrique adaptative au bruit. L'utilisation de l'ATC permet d'obtenir une méthode de polygonalisation résistante au bruit et sans paramètre. Ensuite, l'ATC a été utilisée dans différents estimateurs géométriques utilisant la notion de couverture tangentielle : (1) estimateur de longueur de contour, (2) estimateur de tangente avec l'estimateur convergent multi-grille λ -MST et (3) détecteur concave/convexe. Grâce à l'ATC, la robustesse au bruit de ces estimateurs a été améliorée sans qu'il soit nécessaire d'ajuster manuellement des paramètres. Une démonstration en ligne basée sur la bibliothèque DGtal [dgta] et ImaGene [Ima] permet de reproduire les principaux résultats de l'algorithme ATC et de la polygonalisation. Cette démonstration se trouve sur le lien suivant : http://ipol-geometry.loria.fr/~kerautre/ipol_demo/ATC_IPOLDemo/.

Cette notion d'ATC ouvre de nombreuses perspectives de travaux futurs, par exemple étendre la notion d'ATC à la 3D en utilisant les niveaux de bruit des courbes 2D obtenues en projetant la courbe 3D, et étudier et construire un estimateur de niveau de bruit local adapté aux courbes 3D.

Chapitre 5

Applications

Sommaire

5.1	Introduction	69
5.2	Décompositions en arcs et segments	70
5.2.1	Espace des tangentes ([ACH ⁺ 90], [LL00])	70
5.2.2	Algorithme modifié	72
5.2.3	Expérimentations	75
5.2.4	Comparaisons	77
5.3	Reconnaissance des gestes de la main	79
5.3.1	Méthode de classification	81
5.3.2	Expérimentations	82
5.3.3	Comparaisons avec d'autres méthodes	85
5.4	Conclusion	87

5.1 Introduction

L'extraction de caractéristiques significatives à partir des contours extraits de l'image est un problème important dans la vision par ordinateur. De nombreuses méthodes existantes utilisent des points critiques ou des segments comme caractéristiques significatives pour construire des descripteurs d'images de haut niveau.

Parmi les primitives (droites, cercles, arcs de cercle, ellipses, paraboles, etc.), l'arc et le segment sont celles qui apparaissent souvent dans les images, notamment dans les images de documents graphiques et les dessins techniques. De plus, une combinaison d'arcs de cercle et de segments de droites est une solution intéressante pour éviter une approximation d'arcs par de nombreux segments. De nombreuses méthodes ont été proposées pour décomposer une courbe en arcs et en segments. Des états de l'art sur les différentes approches peuvent être trouvés dans [NDR11a, AT13]. Plusieurs de ces méthodes fonctionnent dans un domaine transformé [ACH⁺90, LL00].

Inspiré des travaux sur la détection de points dominants utilisant la couverture tangentielle adaptative (ATC) qui a été introduite dans le chapitre 3 et la représentation dans l'espace des tangentes du polygone issu des points dominants détectés [NDR11a, NDR10], nous présentons dans ce chapitre dans la section 5.2 une variante de cette méthode de décomposition des courbes

discrètes en arcs et en segments. Plus précisément, l'algorithme détecte tout d'abord les points dominants de la courbe donnée en entrée. Ensuite, il transforme le polygone des points dominants détectés dans l'espace des tangentes [LL00]. Dans [NDR11a, NDR10], il a montré qu'un arc dépend de la colinéarité des points cela sera expliqué plus tard dans la section 5.2.1. Ainsi, le problème de la détection d'arc devient la reconnaissance des lignes droites dans l'espace des tangentes. En d'autres termes, on peut utiliser l'espace des tangentes pour identifier les segments et les arcs d'une courbe. Cependant, l'espace des tangentes est très sensible au bruit, la méthode proposée utilise l'ATC pour détecter les points dominants et ainsi le rendre plus résistant au bruit.

A partir des points dominants et la simplification polygonale qui a été introduite dans le chapitre 3, nous proposons une application dans le domaine de la reconnaissance du langage des signes. Ce travail est le fruit d'une collaboration avec une équipe de recherche de Kolkata, Inde. Nous menons des expérimentations liées à la détection des signes effectués par une main dans le cadre d'un projet autour du langage des signes. Les images nous ont été fournies par l'équipe indienne.

Ce chapitre est divisé en deux grandes parties : la première est détaillée dans la section 5.2 et la deuxième dans la section 5.3. La section 5.2 comprend la transformation dans l'espace des tangentes, l'algorithme de décomposition proposé, les principaux résultats ainsi que les comparaisons pour la segmentation de la courbe discrète en arcs et en segments. La section 5.3 comprend la méthode de classification utilisé pour la reconnaissance des gestes (alphabétiques et numériques) de la main, les expérimentations ainsi que les comparaisons.

5.2 Décompositions en arcs et segments

Dans la littérature, plusieurs méthodes ont été proposées pour la segmentation en arcs. Nguyen [Ngu10] dans sa thèse a proposé de les classer en trois groupes principaux : l'approximation en arc, la transformation circulaire de Hough, et l'extension progressive d'arc.

Nguyen et al. [NDR11a, NDR10] supposent que les jonctions entre deux primitives différentes (arc-segment, arc-arc, segment-segment) sont des points dominants d'une courbe, et proposent un algorithme pour décomposer les courbes en arcs et en segments en utilisant une couverture tangentielle avec une valeur fixe d'épaisseur de MBS et une représentation de l'espace des tangentes du polygone approché par les points dominants. Dans ce cas, la détection des points dominants est utilisée comme une étape de pré-traitement pour extraire des points d'intérêt de la courbe. Une telle approche n'est pas adaptée aux courbes bruitées à cause de l'utilisation d'une épaisseur fixe, en particulier lorsque le bruit n'est pas uniformément réparti sur le contour de l'objet. Inspirés par cette étude, nous proposons une approche adaptée pour les courbes bruitées en utilisant l'ATC.

Dans la section 5.2.2, nous détaillons l'algorithme pour la décomposition en arcs et segments. L'algorithme proposé est divisé en trois parties : (1) la détection des points dominants en utilisant l'ATC, (2) la représentation du polygone approximé dans l'espace des tangentes et (3) le calcul des arcs et des segments de la courbe considérée à partir de l'analyse de l'espace des tangentes.

5.2.1 Espace des tangentes ([ACH⁺90], [LL00])

Arkin [ACH⁺90], Latecki [LL00] ont proposé une représentation de l'espace des tangentes comme outil pour la mesure de similarité dans la reconnaissance des formes. Nguyen [Ngu10] s'est inspiré de ce travail et a proposé une représentation modifiée de l'espace des tangentes afin de représenter un polygone. La différence entre les deux représentations est que dans la représentation de Nguyen, la longueur du polygone n'est pas normalisée sur l'axe Ox.

Supposons que $P = \{P_i\}_{i=0}^m$ est une courbe polygonale, l_i la longueur du segment P_iP_{i+1} et $\alpha_i = \angle(\overrightarrow{P_{i-1}P_i}, \overrightarrow{P_iP_{i+1}})$ telque $\alpha_i > 0$ si P_{i+1} est sur le côté droit de $\overrightarrow{P_{i-1}P_i}$ et $\alpha_i < 0$ sinon. L'espace des tangentes $T(P)$ de P est constituée de segments $T_{i2}T_{(i+1)1}$ et $T_{(i+1)1}T_{(i+1)2}$ pour $0 \leq i < m$ avec $T_{02} = (0, 0)$, $T_{i1} = (T_{(i-1)2}.x + l_{i-1}, T_{(i-1)2}.y)$ pour $1 \leq i \leq m$, et $T_{i2} = (T_{i1}.x, T_{i1}.y + \alpha_i)$, $1 \leq i \leq (m - 1)$.

En d'autres termes, la différence entre deux ordonnées d'un pas adjacent dans l'espace des tangentes représente l'angle de rotation α_i de la paire correspondante des segments $\overrightarrow{P_{i-1}P_i}$ et $\overrightarrow{P_iP_{i+1}}$. La différence entre deux abscisses de deux extrémités d'un pas dans l'espace des tangentes représente la longueur l_i des segments P_iP_{i+1} correspondants (voir figure 5.1).

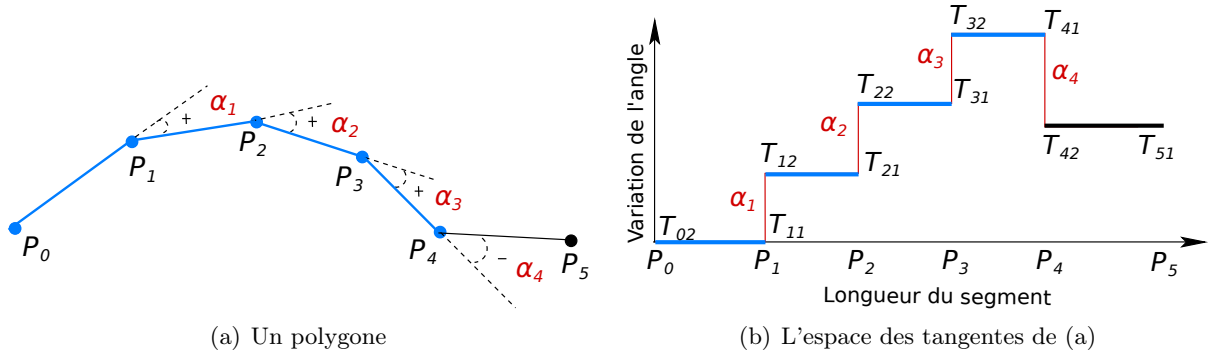


FIGURE 5.1 – Représentation de l'espace des tangentes d'une succession de segments.

Le résultat suivant est obtenu pour la relation entre la séquence des cordes d'un arc et la représentation dans l'espace des tangentes de la séquence (voir figure 5.2).

Proposition 2. [NDR11a, NDR10] *Supposons que $P = \{P_i\}_{i=0}^m$ est un polygone, $\alpha_i = \angle(\overrightarrow{P_{i-1}P_i}, \overrightarrow{P_iP_{i+1}})$ et tel que $\alpha_i \leq \alpha \leq \pi/4$ pour $0 \leq i < m$. On considère le polygone $T(P)$, correspondant à sa représentation dans l'espace des tangentes, constitué des segments $T_{i2}T_{(i+1)1}, T_{(i+1)1}T_{(i+1)2}$ pour i de 0 à $n-1$. $\{M_i\}_{i=0}^{n-1}$ est l'ensemble de points centraux de $\{T_{i2}T_{(i+1)1}\}_{i=1}^{n-1}$. Alors, P est un polygone qui approxime un cercle ou un arc de cercle si et seulement si $\{M_i\}_{i=0}^{n-1}$ est un ensemble de points colinéaires.*

Autrement dit, la détection des arcs de P devient le problème de la vérification de la quasi-colinéarité des points centraux de $\{T_{i2}T_{(i+1)1}\}_{i=1}^{n-1}$ dans la représentation tangentielle de P . En particulier, cette quasi-colinéarité peut être faite avec l'algorithme de MBS d'épaisseur ν avec des points centraux dans la représentation de l'espace des tangentes. En particulier, dans la courbe des milieux M de $T(P)$, un point milieu est dit un point isolé si la différence de valeurs d'ordonnées entre ce point et l'un des deux points milieux voisins est supérieur à un seuil α , alors ce point correspond à une jonction de deux primitives. Si cette condition de point isolé est satisfaite avec

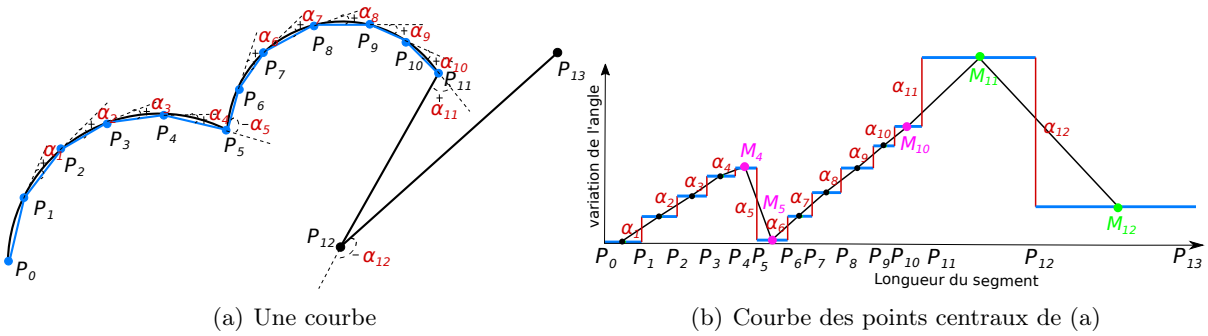


FIGURE 5.2 – Représentation des points centraux dans l’espace des tangentes [NDR11a].

tous les deux voisins, le point est appelé un point isolé complet et correspond à un segment dans P (voir figure 5.2). Les points en roses (M_4, M_5, M_{10}) sont des points isolés et correspondent à des jonctions de deux primitives, alors que les points noirs sont des points d’arcs. D’après la figure 5.2(b), on remarque que α_{11} et α_{12} ont des valeurs supérieures à $\pi/4$, donc sont des points isolés complets. Les points en vert (M_{11} et M_{12}) sont des points isolés complets. Par suite, ces deux points correspondent à des segments de la courbe correspondante. Donc la représentation d’un arc de cercle dans l’espace des tangentes est une ligne droite et un segment est représenté par un point isolé complet.

Nous remarquons qu’un segment de droite de la courbe correspond à un point isolé dans l’espace des tangentes, un point isolé dans l’espace des tangentes peut être colinéaire avec un ensemble de points colinéaires qui correspondent à un arc de la courbe et deux arcs consécutifs de la courbe correspondent à 2 segments de droite dans l’espace des tangentes qui ne contiennent aucun point isolé.

Dans la partie suivante, nous présentons l’algorithme modifié de Nguyen et al. [NDR11a, NDR10] pour la décomposition en arcs et en segments d’une courbe discrète en se basant sur la détection des points dominants.

5.2.2 Algorithme modifié

Le processus de décomposition est réalisé en analysant la représentation de l’espace des tangentes du polygone construit à partir des points dominants détectés de la courbe. Ensuite, il donne en sortie les ensembles de segments et d’arcs composant la courbe.

La figure 5.3 montre les parties de l’algorithme 6. A partir d’une courbe donnée, on calcule l’ensemble des points dominants à l’aide de la couverture tangentielle adaptative. Puis on représente le polygone approximé dans l’espace des tangentes. En analysant cette représentation, on obtient la décomposition en arcs et en segments de la courbe d’entrée. Les arcs de cercles sont représentés en rouge sur l’image résultante et les segments sont représentés en vert.

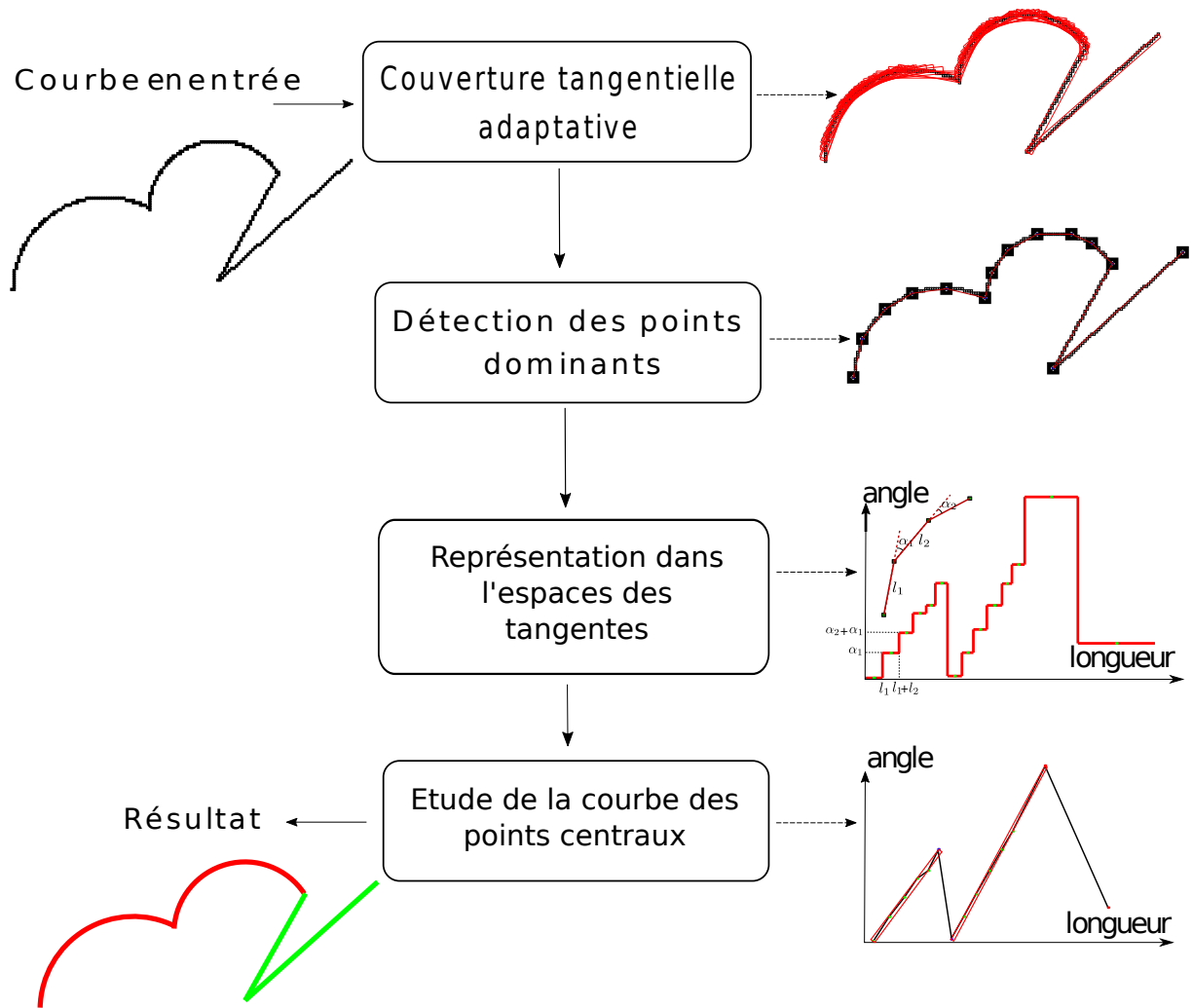


FIGURE 5.3 – Organigramme de l'algorithme amélioré 6.

L'algorithme 6, ligne 9 (respectivement 16) consiste à calculer les segments réels (respectivement les arcs) correspondant aux points de l'ensemble SEGs (respectivement ARCs). Nous considérons les extrémités comme des points dominants. Ainsi, chaque segment des SEGs est simplement le segment de droite passant par les points d'extrémité correspondants C_{b_i} et C_{e_i} qui sont aussi des points dominants. Alors que chaque arc dans ARCs est calculé comme l'arc passant par les deux points extrémités de pARC où pArc est l'ensemble des points de C, et le mieux adapté aux points dans pARC lorsque la distance au carré est utilisée. En raison d'une forte déviation angulaire près des extrémités d'un arc, nous vérifions l'arc le mieux ajusté avec un point dans la partie centrale d'un tiers de pARC et les deux extrémités de pARC. Notons que ceci améliore l'algorithme original proposé dans [NDR11a, NDR10] qui cherche simplement un point central sans optimisation des arcs détectés.

En outre, il est évident que deux points centraux quelconques dans l'espace des tangentes appartiennent à un segment, donc à un MBS. En conséquence, nous pouvons toujours déterminer un arc associé à ces points centraux. Afin d'obtenir une segmentation précise et une meilleure

description de la courbe avec des arcs et des segments, nous considérons un critère d'erreur. A condition de connaître la somme intégrale des erreurs au carré pour l'approximation de l'arc considéré. Plus précisément, nous calculons la valeur d'erreur pour la partie de la courbe approchée par un arc et pour celle approximée par des segments, si l'erreur obtenue par l'approximation de l'arc est plus petite que celle par un segments alors on garde l'arc dans la décomposition, et sinon on garde les segments.

Algorithme 6 : Décomposition d'une courbe en arcs et en segments.

Entrées : $C = (C_i)_{0 \leq i \leq n-1}$ une courbe discrète de n points, ν épaisseur de MBS pour tester la colinéarité dans l'espace des tangentes, α le seuil de l'angle admissible dans l'espace des tangentes.

Sorties : *ARCS* et *SEGS* ensembles des arcs et des segments de C .

```

1 début
2    $ARC_s \leftarrow \emptyset, SEGS \leftarrow \emptyset, pARC_s \leftarrow \emptyset, MBS_\nu \leftarrow \emptyset$  ;
3   Détecter les points dominants  $D$  de  $C$  (voir algorithme chapitre 3);
4   Transformer  $D$  dans l'espace des tangentes  $T(D)$  (voir section 2.2);
5   Construire la courbe des points centraux  $\{M_i\}_{i=0}^{m-1}$  de  $T(D)$  (voir section 2.2) ;
6   pour  $i \leftarrow 1$  to  $m - 2$  faire
7      $C_{b_i}C_{e_i}$  est une partie de  $C$  correspond à  $M_i$ ;
8     si  $(|M_i.y - M_{i-1}.y| > \alpha) \& (|M_i.y - M_{i+1}.y| > \alpha)$  alors
9        $SEGS \leftarrow SEGS \cup \{\text{trouver un segment de } C_{b_i}C_{e_i}\}$  ;
10       $MBS_\nu \leftarrow \emptyset$ ;
11     sinon
12       si  $MBS_\nu \cup \{M_i\}$  est un MBS d'épaisseur  $\nu$  alors
13          $MBS_\nu \leftarrow MBS_\nu \cup \{M_i\}$ ;
14          $pARC \leftarrow pARC \cup \{C_{b_i}C_{e_i}\}$ ;
15       sinon
16          $ARC_s \leftarrow ARC_s \cup \{\text{trouver un arc de } pARC\}$  ;
17          $pARC \leftarrow \emptyset$  ;

```

Complexité

L'algorithme 6 proposé a une complexité $O(n \log n + nm)$ avec n est le nombre de points de C et m est le nombre de points centraux. En effet, l'ATC et la détection de points dominants peuvent être effectués dans $O(n \log n)$ [NNDRK16] et la représentation de l'espace des tangentes des points dominants ainsi que la reconnaissance des MBS de la courbe des points centraux sont réalisés en $O(m)$ [FT99].

La boucle qui itère sur les points centraux pour trouver les segments et les arcs correspondants est effectuée en $O(nm)$. Plus précisément à la ligne 9, pour trouver un segment, la complexité de cette partie est $O(1)$ puisque le segment est déterminé par les extrémités $C_{b_i}C_{e_i}$. Pour trouver le meilleur arc associé à $pArc$ de la courbe à la ligne 16, on a $O(1)$ comme complexité pour calculer un arc passant par trois points et $O(|pArc|)$ pour calculer l'erreur d'ajustement, et $|pArc| = n/3$ dans le pire des cas. Finalement, la complexité de l'algorithme est $O(n \log n + nm)$.

Nous présenterons dans les sections suivantes les expérimentations et les comparaisons pour mettre en évidence l'efficacité de l'algorithme proposé et pour montrer la robustesse de la méthode par rapport au bruit.

5.2.3 Expérimentations

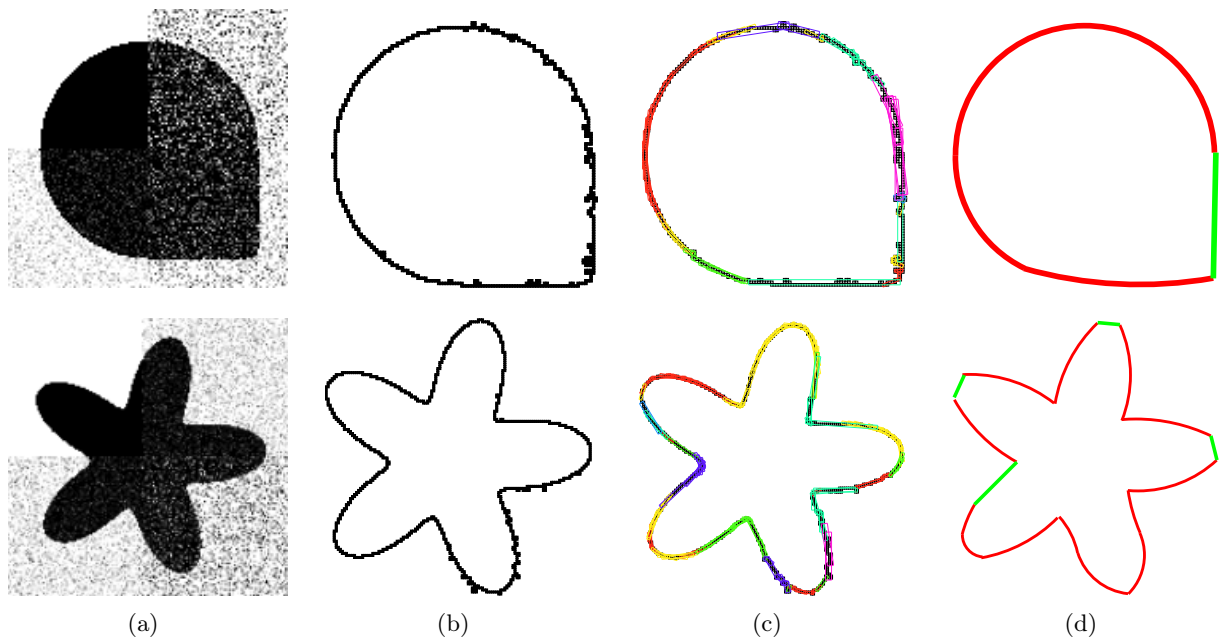


FIGURE 5.4 – Reconstructions avec des arcs et des segments des courbes bruitées. (a) images avec bruit gaussien, (b) contours extraits de l'image à gauche, (c) ATC, (d) : résultats de la décomposition.

Nous présentons maintenant quelques expériences pour illustrer l'efficacité de l'algorithme 6 pour décomposer des courbes discrètes en arcs et en segments. Pour ce faire, nous montrons d'abord les résultats de la décomposition en cas de données bruitées. Ensuite, nous fournissons quelques comparaisons avec les méthodes de Rosin [RW89] et de Nguyen [NDR11a]. Dans l'ensemble des expériences, les arcs sont colorés en rouge et les segments sont colorés en vert.

A partir de la proposition 2, on peut fixer l'angle admissible dans l'espace des tangentes $\alpha = \frac{\pi}{4}$. Comme il est mentionné dans [NDR11a], la valeur de l'épaisseur ν pour le test du quasi-colinéaire du MBS, repose sur l'erreur d'approximation $\sin \alpha_i \simeq \alpha_i$ dans l'espace des tangentes et elle est bornée par 0.1, par conséquent nous avons fixé $\nu = 0.1$.

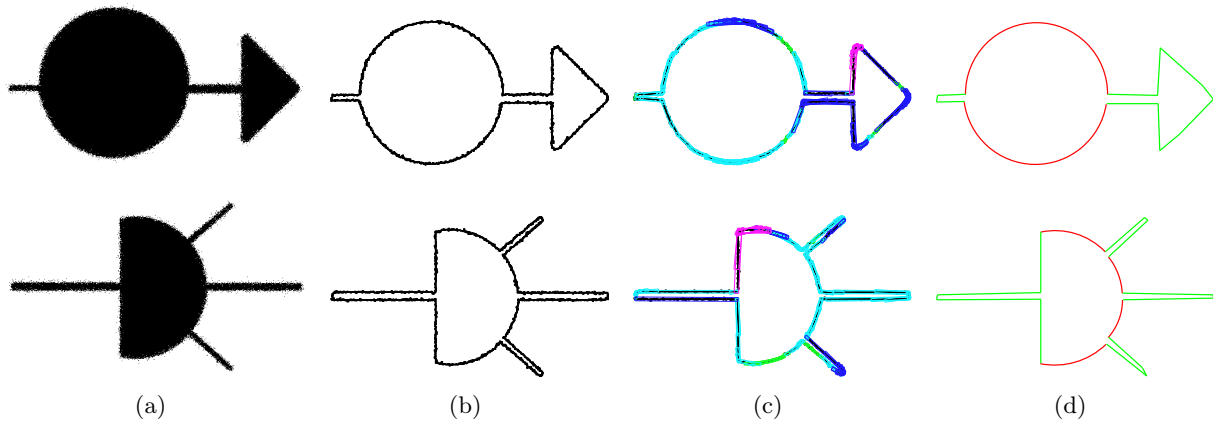


FIGURE 5.5 – Reconstructions avec des arcs et des segments des courbes bruitées. (a) image avec le bruit Kanungo pour $\beta = 0.5$, (b) contours extraits de (a), (c) ATC, (d) résultats de la décomposition.

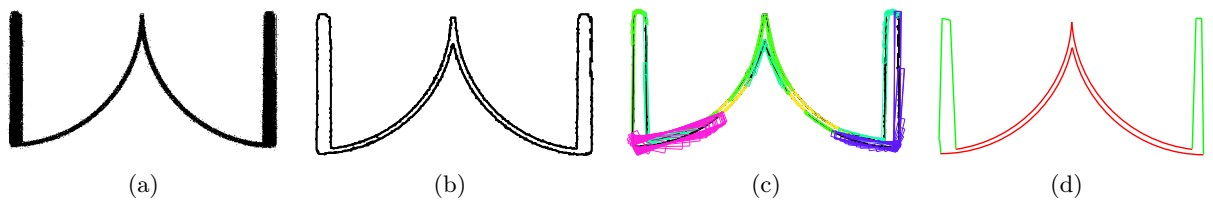


FIGURE 5.6 – Reconstructions avec des arcs et des segments des courbes bruitées. (a) image avec le bruit Kanungo pour $\beta = 0.3$, (b) contours extraits de (a), (c) ATC, (d) résultats de la décomposition.

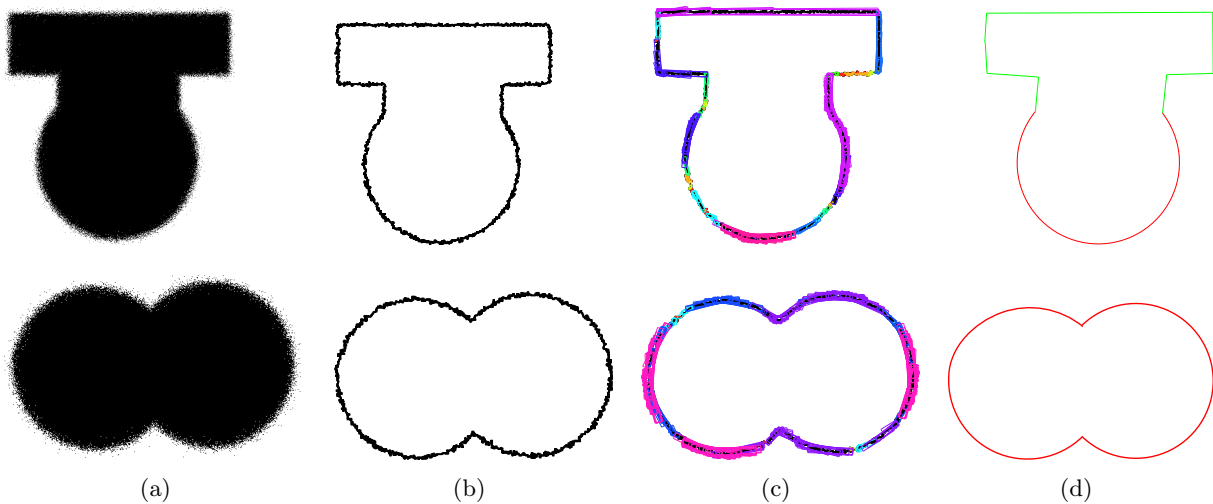


FIGURE 5.7 – Reconstructions avec des arcs et des segments des courbes bruitées. (a) : image avec le bruit Kanungo pour $\beta = 0.7$, (b) contours extraits de (a), (c) ATC, (d) résultats de la décomposition.

Afin de tester la robustesse de l'algorithme proposé vis-à-vis du bruit, nous considérons des images avec un bruit gaussien et des autres images avec un modèle de bruit statistique similaire au bruit de Kanungo [KHS⁺00], dans lequel la probabilité P_d de changer le pixel situé à une distance d de la limite de la forme est définie comme $P_d = \beta^d$ avec $0 < \beta < 1$. Les figures 5.5-5.7 montrent des courbes obtenues avec différents niveaux de bruit pour $\beta = 0.3, 0.5, 0.7$.

L'algorithme proposé dans [NDR11a] utilise les couvertures tangentielles avec une épaisseur unique pour la détection d'arcs et de segments. Comme le bruit peut apparaître d'une manière aléatoire le long du contour, cette méthode est inadéquate lorsque les contours présentent différents niveaux de bruit. Nous observons dans les figures 5.4-5.7 que l'ATC donne une meilleure représentation de couverture tangentielle et donc plus pertinente pour le bruit. On remarque que de bonnes reconstructions avec des arcs et des segments sont obtenues même avec un bruit important et non uniforme sur les contours numériques dans les figures 5.4-5.7.

5.2.4 Comparaisons

Nous présentons maintenant quelques comparaisons de l'algorithme proposé avec deux algorithmes proposés par Rosin [RW89] et Nguyen [NDR11a].

La célèbre approche de Rosin et West [RW89] repose sur l'ajustement des moindres carrés et cette méthode est non paramétrique. Il construit d'abord une description polygonale et détecte les arcs en regroupant les lignes connectées. Au lieu d'utiliser des seuils, la méthode est organisée de sorte qu'à chaque étape de décision, la meilleure option est prise, par exemple si un arc ou une combinaison de lignes droites et d'arcs est meilleur. La méthode est basée sur le principe de "split and merge", démarre à partir d'une segmentation initiale, puis divise itérativement une ligne si l'erreur est trop importante et sinon fusionnent deux lignes si l'erreur est trop petite.

L'algorithme 6 proposé et l'algorithme de Nguyen [NDR11a] sont fondamentalement identiques mais la différence réside dans la détection des arcs. Les deux approches sont basées sur la détection des points dominants de la courbe initiales, puis la représentation des points dominants détectés dans l'espace des tangentes.

Les expériences sont effectuées sur des courbes bruitées, des images techniques et réelles et montrées sur les figures 5.8-5.10. Les modifications de l'algorithme de décomposition permettent d'améliorer la qualité des courbes reconstruites avec des arcs et des segments par rapport à l'algorithme de Nguyen [NDR11a, NDR10] et en particulier pour les courbes bruitées.

Dans la section 5.2, on a détaillé la première application du nouvel outil discret "la couverture tangentielle adaptative". Cette application est une approche discrète pour décomposer une courbe discrète bruitée en arcs et en segments en utilisant la notion de la couverture tangentielle adaptative déduite de l'épaisseur significative (MT). Les expériences démontrent l'efficacité de l'approche proposée même avec un niveau de bruit important et non uniforme sur les contours donnés en entrée. Une démonstration en ligne basée sur la bibliothèque DGtal et ImaGene est disponible sur le site web suivant : http://ipol-geometry.loria.fr/~phuc/ipol_demo/ATC_ArcSegDecom_IPOLDemo.

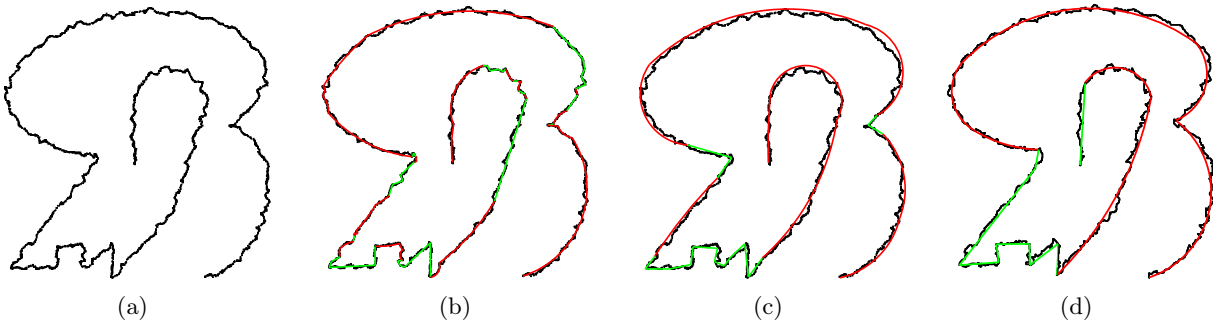


FIGURE 5.8 – Résultat de comparaison de la courbe bruitée en (a). (b) : résultats avec [RW89], (c) : résultats avec [NDR11a], (d) : résultats avec l’algorithme 6.

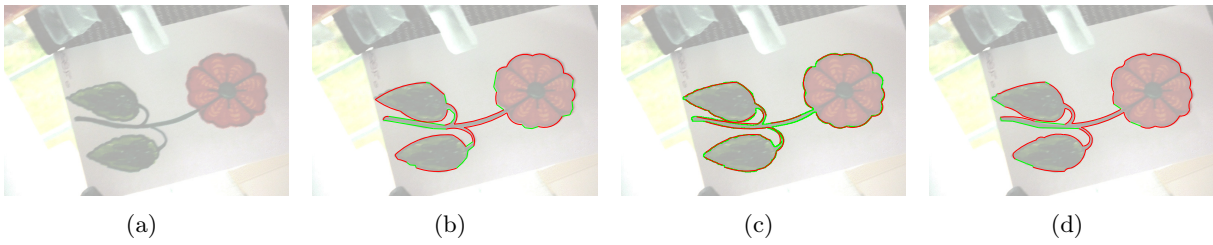


FIGURE 5.9 – Résultat de comparaison sur l’image réelle en (a). (b) résultats avec [RW89], (c) résultats avec [NDR11a], (d) résultats avec l’algorithme 6.

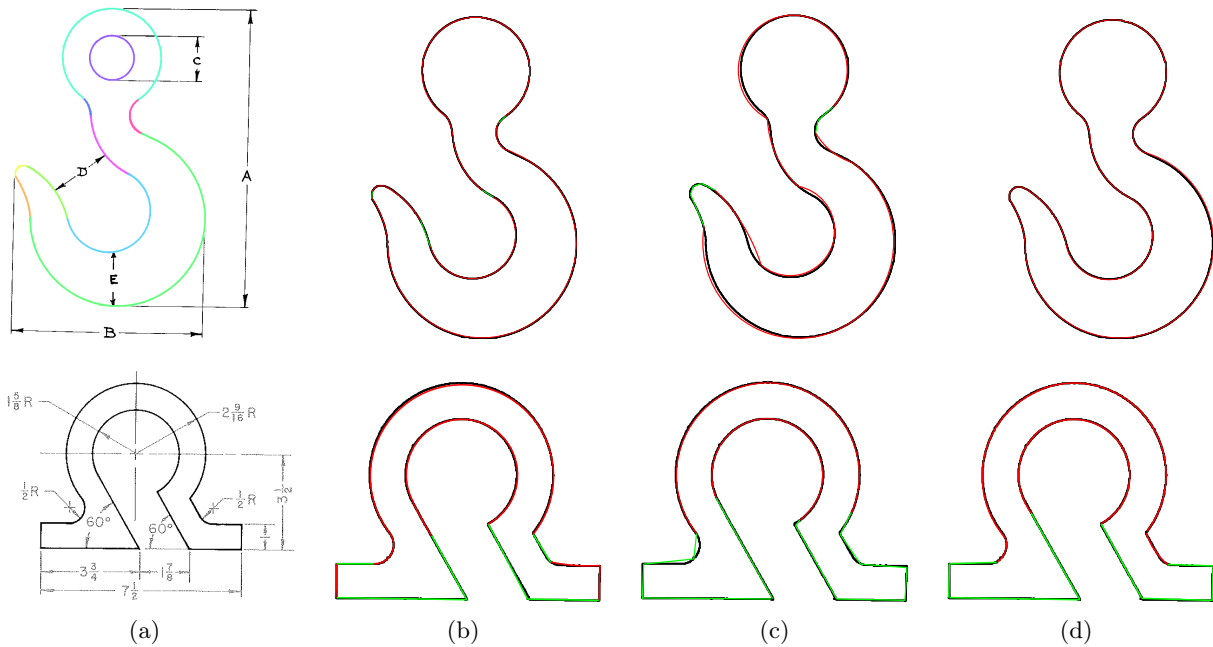


FIGURE 5.10 – Résultat de comparaison sur les images techniques en (a). (b) résultats avec [RW89], (c) résultats avec [NDR11a], (d) résultats avec l’algorithme 6.

5.3 Reconnaissance des gestes de la main

La reconnaissance du geste de la main a une grande importance en raison de ses applications potentielles dans l'interaction homme-machine (IHM). En particulier, la reconnaissance fiable des gestes de la main est cruciale pour de nombreuses applications, y compris la reconnaissance automatique du langage des signes pour les personnes avec des handicaps de l'audition. Certaines de ces techniques nécessitent le port d'un gant électronique [DDH04] pour que les principales caractéristiques de la main puissent être mesurées avec précision, mais le dispositif est coûteux et peu pratique pour les applications domestiques. Une autre classe de méthodes utilise des marqueurs optiques [KP06] au lieu des gants électroniques mais il exige une configuration plutôt complexe.



FIGURE 5.11 – Les deux modèles de Kinect.

D'un autre côté, les systèmes basés sur la profondeur donnent des résultats prometteurs dans le domaine de la reconnaissance du geste de la main. Microsoft Kinect [SSK⁺13] est l'un de ces capteurs RGB-D offrant une couleur et une image de profondeur synchronisées. Il a été lancé comme un appareil de jeu, mais la communauté de recherche en vision par ordinateur s'est intéressée à ce système et l'a étendu pour remplacer les caméras 3D traditionnelles, comme les caméras stéréo et les caméras *Time of Flight (TOF)*. En deux ans après la sortie de Kinect V1, un grand nombre d'articles scientifiques avec des démonstrations techniques ont commencé à apparaître dans divers lieux de publication. Récemment, la nouvelle version du capteur Kinect V2 a été lancée avec une technologie de détection de profondeur plus précise. Dans ce travail, les capteurs V1 et V2 sont impliqués à la fois pour la reconnaissance d'images isolées de profondeur (isolated depth images) de la langue des signes américaine standard (*American Sign Language ASL*). La figure 5.11 montre les deux modèles de Kinect V1 et V2.

De nombreux algorithmes de reconnaissance des gestes de la main basés sur la vision ont été proposés au cours des dernières années et des revues complètes peuvent être trouvées dans [MA07]. Des méthodes basées sur le modèle de couleur de la peau [YAT02] et le modèle de forme de la main [WLH05] ont également été proposées. Cependant, elles ne sont pas robustes dans l'environnement dynamique et dépendent fortement des modèles.

Le développement récent de caméras de profondeur, telles que Microsoft Kinect [SSK⁺13], Creative Senz3D ou Mesa Swiss-Ranger, ouvre de nouvelles voies pour la reconnaissance des gestes de la main. Dans les premières études, la détection des mains repose principalement sur des caractéristiques basées sur la vision qui étaient sensibles aux variations de couleurs de peau et d'éclairage.

Par contre, la caméra de profondeur offre un moyen beaucoup plus simple pour isoler les

mains par seuillage de profondeur. Après la localisation et la segmentation de la main, diverses caractéristiques de la main peuvent être extraites à partir des cartes de profondeur, par exemple l’histogramme des facettes 3D (Histogram of 3D Facets H3DF) [ZYT13], ou les images couleur correspondantes telles que l’histogramme des dégradés orientés (Histogram of Oriented Gradients HOG) [DTS06], qui sera ensuite utilisé pour la reconnaissance des gestes de la main. Ren et al. [RYMZ13] ont également comparé l’histogramme de la mesure de distance du centre de la main au contour.

La reconnaissance d’image basée sur la profondeur semble donc avoir plus d’avantages que les systèmes basés sur la vision. Dans les systèmes basés sur la profondeur, la tendance récente est d’utiliser un appareil à faible coût comme la Kinect V1 pour saisir des images, ce qui donne une image couleur de résolution 640 x 480 et une carte de profondeur de 320 x 240 à 30 images par seconde (IPS). Tandis que la Kinect V2 récemment lancée a une meilleure résolution RVB 1920 X 1080 et une résolution de profondeur 512 x 424 à 30 images par seconde (IPS). De plus, le champ de vision (l’angle solide à travers lequel le détecteur est sensible au rayonnement électromagnétique) a également été élargi, les points d’articulations des squelettes ont également été amélioré de 20 à 26 et surtout, avec USB 3.0, la vitesse a été augmentée pour obtenir plus de soutien pour les applications en temps réel. La figure 5.12 (respectivement la figure 5.13) donne des exemples de gestes de chiffre de 0 à 9 d’ASL capturés par l’intermédiaire de Kinect V1 (respectivement V2). Une comparaison détaillée avec la Kinect V1 et V2 peut être trouvée dans [SPN15].

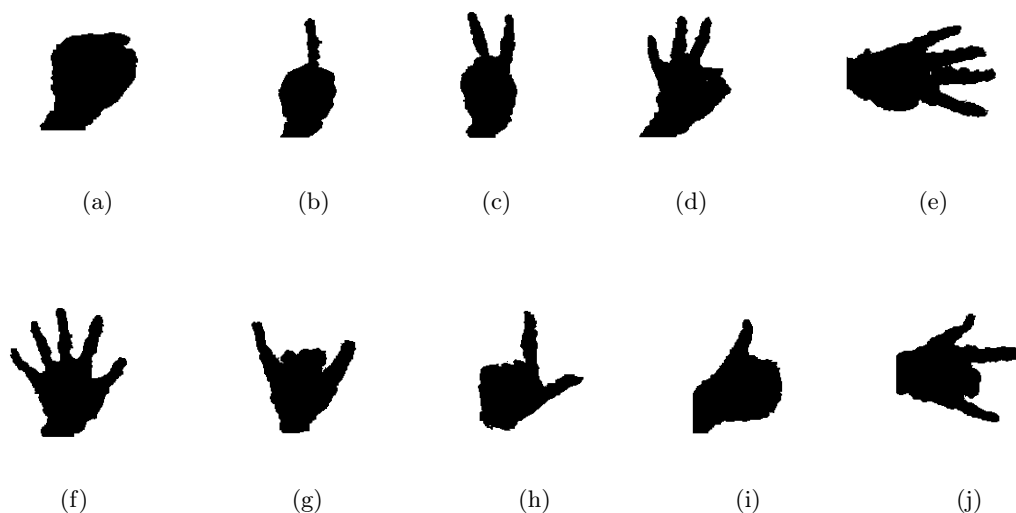


FIGURE 5.12 – Exemples de gestes de chiffre de 0 à 9 d’ASL capturés par l’intermédiaire de Kinect V1.

Avec l’utilisation de données de profondeur, on peut détecter les gestes de la main d’une manière robuste dans un fond encombré indépendamment des conditions d’éclairage. L’objectif du travail réalisé en collaboration avec l’équipe indienne est de créer un nouveau benchmark d’images numériques ASL multi-orientées et isolées à l’aide de la Kinect V2 et de concevoir des combinaisons statistiques-géométriques efficaces pour la reconnaissance des gestes de la main en utilisant l’ensemble de données disponibles issues du capteur V1 et également le nouveau jeu de

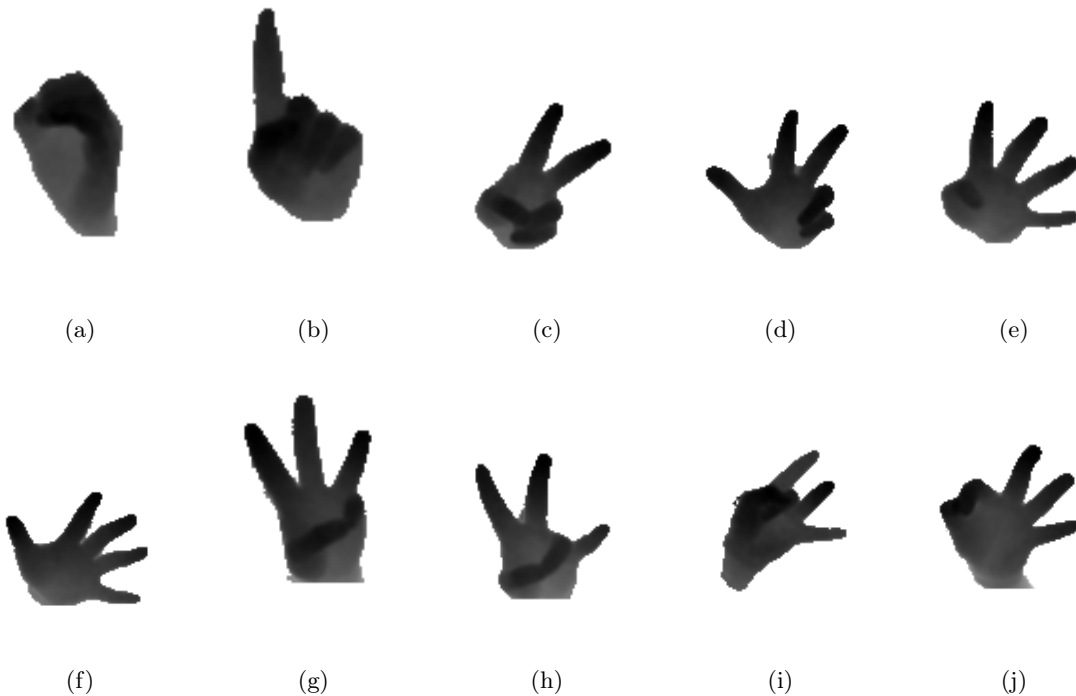


FIGURE 5.13 – Exemples de gestes de chiffre de 0 à 9 d’ASL capturés par l’intermédiaire de Kinect V2.

données V2. Dans la suite, on parlera de la méthode de classification utilisée et des résultats obtenus.

L’organigramme de la figure 5.14 représente le schéma de la méthode de toutes les étapes de la reconnaissance. Il y a un processus de pré-traitement pour extraire les descripteurs statistiques et topologiques. On applique le classifieur des forêts aléatoires sur ces descripteurs pour reconnaître les gestes des mains.

Dans les sections suivantes, nous présentons la méthode de classification utilisée, les expérimentations et comparaisons avec des autres méthodes de la littérature.

5.3.1 Méthode de classification

Dans la plupart des expérimentations qui seront présentées dans cette section, nous avons mis en place un protocole de classification d’images pour évaluer la performance des descripteurs proposés. La classification des images peut être effectuée à l’aide de classifications supervisées, comme les machines à vecteurs de support (*SVM Support Vector Machines*) ou les forêts aléatoires (*Random Forests*). L’équipe indienne avec qui nous travaillons sur ce projet, a choisi de travailler avec les forêts aléatoires.

Nous évaluons maintenant la performance du système proposé à partir de la prédiction moyenne et des comparaisons avec d’autres méthodes. Nous utilisons le classificateur des forêts aléatoires sur les descripteurs extraits en utilisant l’outil d’apprentissage automatique Weka version 3.6.12 (c) 1999-2014 [WEK96]. Nous avons effectué toutes les expériences sur un pro-

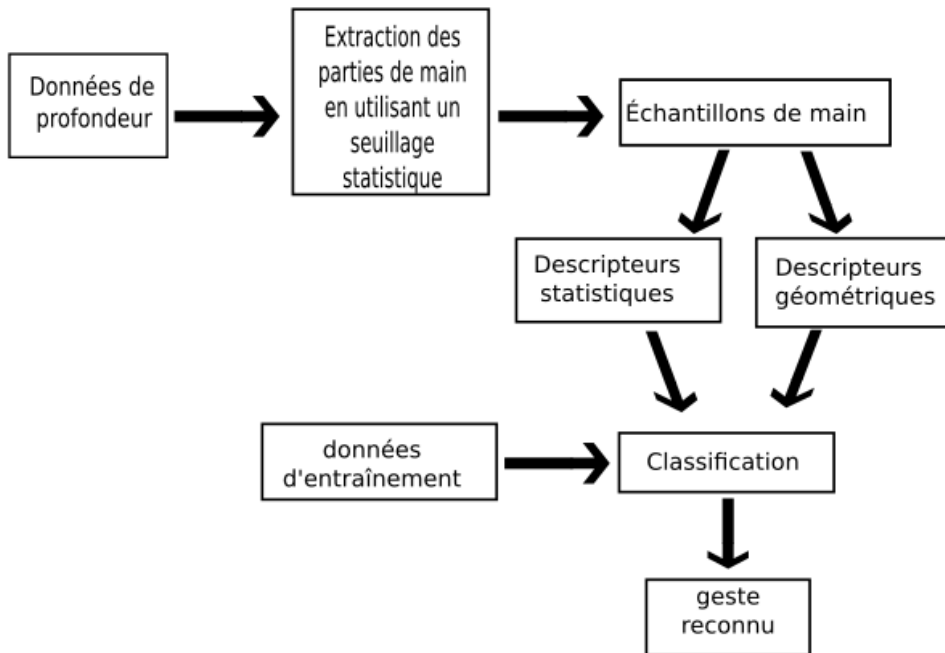


FIGURE 5.14 – Organigramme du système de reconnaissance de geste proposé.

cesseur Intel i7-6500U CPU @ 2.50 GHz avec 8 Go de RAM et 64 bits Windows 8.1 Pro OS.

Dans nos expériences, la validation croisée (CV) *leave-p-out* (LpO) est effectuée pour évaluer la performance de la reconnaissance, avec les instances M , les sujets $p < M$ sont utilisés pour les tests et pour les données d'entraînement. Ce processus est répété pour chaque combinaison de sujets afin que la précision moyenne puisse être calculée. Pour l'ensemble de données NTU [RYMZ13], nous avons seulement calculé le *leave-one-out* (LOO) pour comparer les résultats. Dans notre ensemble de données, deux valeurs de (1 et 100) sont considérées, qui sont respectivement appelées $LOO CV$ et avec un découpage de *10-fold* (k -fold *cross-validation*). On divise l'échantillon original en 10 échantillons, puis on sélectionne un des 10 échantillons comme ensemble de validation et les 9 autres échantillons constitueront l'ensemble d'apprentissage. On calcule le score de performance, puis on répète l'opération en sélectionnant un autre échantillon de validation parmi les 9 échantillons qui n'ont pas encore été utilisés pour la validation du modèle. L'opération se répète ainsi 10 fois pour qu'en fin de compte chaque sous-échantillon ait été utilisé exactement une fois comme ensemble de validation. La moyenne des 10 erreurs quadratiques moyennes est enfin calculée pour estimer l'erreur de prédiction (*Accuracy*). Les expériences basées sur ces deux CV sont présentées dans la section suivante.

5.3.2 Expérimentations

Dans ce travail, nous utilisons une combinaison de caractéristiques topologiques, statistiques et géométriques. Dans la suite, nous décrivons chaque descripteur en détail.

Descripteurs statistiques

Supposons qu'on ait m points de contour $(X_1, Y_1), \dots, (X_m, Y_m)$ définissant le contour d'une région R d'une image et n points sur son enveloppe convexe $(X'_1, Y'_1), \dots, (X'_n, Y'_n)$ avec $n < m$.

Les moments géométriques d'image (distribution des pixels dans l'image) avec une intensité de pixel $f(x, y)$ en (x, y) sont donnés par :

$$M_{ij} = \sum_{x,y} x^i y^j f(x, y) \quad (5.1)$$

Pour un contour ou un ensemble de points sans aucune intensité associée, $f(x, y)$ est pris pour être égale à 1. Dans notre cas, soit M_{ij}^c dénote les moments du contour et soit M_{ij}^h les moments des points de l'enveloppe convexe, alors le centre $C = (X_c, Y_c)$ des points du contour est donné par :

$$X_c = \frac{M_{10}^c}{M_{00}^c}, Y_c = \frac{M_{01}^c}{M_{00}^c}, \quad (5.2)$$

et le centre $H = (X_h, Y_h)$ de l'enveloppe convexe est donné par :

$$X_h = \frac{M_{10}^h}{M_{00}^h}, Y_h = \frac{M_{01}^h}{M_{00}^h}, \quad (5.3)$$

Ensuite, nous fixons le segment de droite L_{CH} entre les points C et H . Soit L_i le segment de droite joignant C au point de contour $P_i = (X_i, Y_i)$ et soit a_i l'angle entre L_{CH} et L_i formé au point C , pour $i = 1, \dots, m$.

Nous créons un histogramme avec 10 cases de largeur identique à partir de ces m angles a_1, \dots, a_m (m est le nombre des points du contour) et nous obtenons les 10 descripteurs suivants h_1, \dots, h_{10} .

Soit $|L_i|$ la longueur du segment L_i , $i = 1, \dots, m$. Nous créons un histogramme avec 10 cases de largeur identique à partir de ces m longueurs calculé à partir des m points du contour et donc nous obtenons les 10 descripteurs suivants l_1, \dots, l_{10} .

Dans la figure 5.15, nous expliquons l'ensemble des descripteurs ci-dessus.

Descripteurs géométriques

Nous utilisons différents types de moments géométriques comme suit. Nous utilisons l'équation (5.1) sur toute l'image, où (x, y) indique un emplacement de pixel et $f(x, y)$ indique la valeur d'intensité d'échelle de niveau de gris correspondante. A partir de là, nous générons 10 descripteurs M_{ij} , avec $0 \leq i + j \leq 3$. Plus explicitement, nous utilisons $M_{00}, M_{01}, M_{10}, \dots, M_{03}, M_{30}$.

Nous calculons d'abord les moments comme ci-dessus. Ensuite, nous définissons les moments centraux donnés par :

$$\mu_{ij} = \sum_{x,y} (x - \bar{x})^i (y - \bar{y})^j f(x, y), \quad (5.4)$$

où (x, y) indique un emplacement de pixel et $f(x, y)$ indique la valeur d'intensité d'échelle de niveau de gris correspondante, $\bar{x} = \frac{M_{10}}{M_{00}}$ et $\bar{y} = \frac{M_{01}}{M_{00}}$. A partir de là, nous générons 7 descripteurs

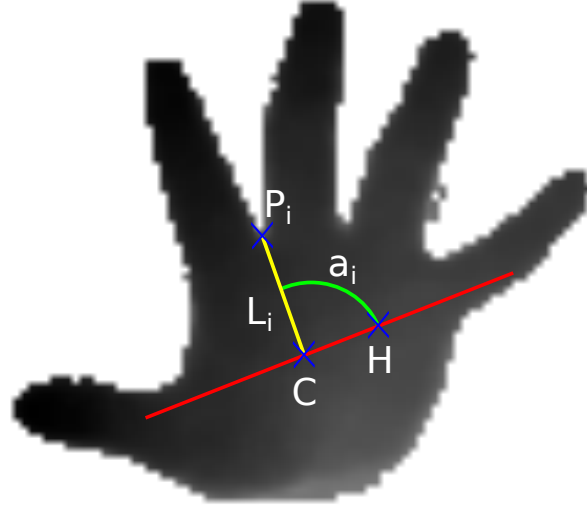


FIGURE 5.15 – Les angles de contour et les distances de contour : C et H sont le centre des points de contour et le centre des points de l’enveloppe convexe ; P_i , L_i , a_i sont respectivement le point de contour, la distance de contour et l’angle de contour i .

μ_{ij} , avec $2 \leq i + j \leq 3$. Plus explicitement, nous utilisons $\mu_{11}, \dots, \mu_{03}, \mu_{30}$.

Enfin, nous calculons les moments centraux normalisés. Ces moments sont des versions normalisées des moments centraux, définis comme suit :

$$\nu_{ij} = \frac{\mu_{ij}}{(M_{00})^{\frac{i+j}{2}+1}}. \quad (5.5)$$

Nous générons 7 descripteurs $\nu_{11}, \nu_{12}, \nu_{02}, \nu_{20}, \nu_{21}, \nu_{03}, \nu_{30}$.

Nous proposons différents descripteurs à partir des points dominants sélectionnés (DP), obtenus avec la méthode présentée au chapitre 3 à la section 3, appliquée sur une forme S . Le polygone obtenu avec le DP s’appelle $DP(S)$. Soit $per(DP(S))$ et $area(DP(S))$ respectivement le périmètre et la surface de $DP(S)$. Soit $ch(DP(S))$ l’enveloppe convexe de $DP(S)$. Les descripteurs suivants donnent des indications sur la compacité et la convexité de la forme S :

$$\frac{per(DP(S))^2}{area(DP(S))} \quad (5.6)$$

$$\frac{per(ch(DP(S)))^2}{area(ch(DP(S)))} \quad (5.7)$$

$$\frac{\text{area}(\text{ch}(DP(S)))}{\text{area}(DP(S))} \quad (5.8)$$

Nous calculons des descripteurs qui indiquent si le contour de la forme S est régulier ou contient de grosses irrégularités :

- valeur moyenne de l'angle entre deux segments successifs formés par trois points dominants successifs de $DP(S)$
- variances des valeurs d'angles entre deux segments successifs formés par trois points dominants successifs de $DP(S)$
- distance minimale entre le barycentre de S et les points dominants de S
- distance maximale entre le barycentre de S et les points dominants de S
- la différence entre les distances minimales et maximales
- variance des longueurs de segment en $DP(S)$
- nombre de pics détectés en S

Notons que le barycentre de S est le barycentre de la simplification polygonale de la forme S . Tous nos descripteurs géométriques sont basés sur les points dominants sélectionnés par le processus de simplification polygonale. Nous ne travaillons pas avec tous les points du contour S . De plus, nous détectons le nombre de «pics» dans chaque contour de forme.

Un pic est un point dominant situé dans une partie convexe du contour de forme avec un angle supérieur à un seuil donné (voir figure 5.16). Nous fixons cet angle de seuil à 1,38 radian. La figure 5.16 montre que dans cette partie convexe, le point P_{i+1} est considéré comme un point de pic car son angle est supérieur au seuil et l'angle au point P_{i+2} est inférieur au seuil.

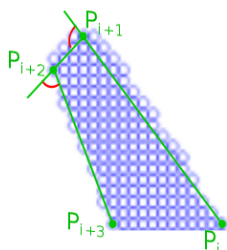


FIGURE 5.16 – La partie convexe d'un contour de forme montre l'angle à chaque point dominant ($P_i, P_{i+1}, P_{i+2}, P_{i+3}$) pour déterminer le point de pic.

5.3.3 Comparaisons avec d'autres méthodes

Citons quelques méthodes utilisées dans la littérature pour créer des descripteurs pour la reconnaissance du geste de la main. La méthode citée dans [BL08] propose un nouvel algorithme de correspondance de graphes et l'applique à la reconnaissance de formes basée sur des silhouettes d'objets. L'idée principale est de faire correspondre les graphes du squelette en comparant les chemins géodésiques (séquences de rayons de disques maximaux) entre les points d'extrémité du squelette. Contrairement aux méthodes classiques de correspondance d'arbres ou de graphes, les auteurs ne tiennent pas compte de la structure des graphes topologiques. La correspondance proposée du graphe des squelettes est basée sur la similarité des plus courts chemins entre

chaque paire de points d'extrémité des squelettes. Les plus courts chemins entre chaque paire de squelettes sont représenté comme des séquences de rayons des disques maximaux aux points de squelette.

Une nouvelle approche est présentée dans [BMP02] pour mesurer la similarité entre les formes et l'exploiter pour la reconnaissance d'objets. Belongie et al. [BMP02] ont proposé un descripteur de forme, appelé contexte de forme (*shape context (SC)*), représentant les histogrammes log-polaires de la distribution des contours. Chaque point du contour est décrit par un histogramme dans le contexte de la forme entière. Les descripteurs calculés dans des points similaires sur des formes similaires fourniront des histogrammes proches.

Dalal et al. [DTS06] utilisent un SVM pour détecter les humains dans une fenêtre de pixels. L'entrée est un ensemble d'entités codant la forme d'un humain. Les caractéristiques proviennent de l'utilisation d'un ensemble de descripteurs HOG (histogramme de gradients orientés) disposés dans l'espace et des histogrammes de mouvement. Le descripteur HOG fonctionne en divisant une région d'image en plusieurs cellules. Pour chaque cellule, un histogramme 1D des directions de gradient sur les pixels de la cellule est calculé. Cela permet de détecter les humains même lorsque la caméra ou l'arrière-plan sont en mouvement.

Le travail dans [RYMZ13] se concentre sur la construction des gestes de la main solide basé sur le système de reconnaissance en utilisant la Kinect. Pour gérer les formes bruitées des mains obtenues à partir du capteur Kinect, les auteurs proposent une nouvelle distance, *Finger-EarthMover's Distance (FEMD)*, pour mesurer la différence entre les formes des mains. Comme il ne fait que correspondre aux parties du doigt et non à la main entière, il peut mieux distinguer les gestes de la main de légères différences. Afin de mesurer la distance FEMD entre les formes des mains, il faut représenter la forme de la main comme une signature avec des groupes et chaque doigt représente une groupe. Les auteurs proposent deux méthodes de détection des doigts pour obtenir les parties des doigts dans les formes de la main, la décomposition suivant le proche du convexe (*Near-Convex Decomposition*) et la décomposition du seuil (*Thresholding Decomposition*).

Dans [ZYT13], l'histogramme des facettes 3D est décrit. La classification est effectuée par un SVM. Il y a plusieurs étapes pour obtenir ce descripteur : (1) calculer l'orientation dominante pour normaliser la variation d'apparence induite par la rotation dans le plan, (2) une facette 3D est alors extraite de chaque point de l'ensemble 3D discret (chacun correspond à un pixel sur l'image de profondeur) (3) un regroupement spatial concentrique est utilisé pour regrouper ces facettes 3D codées pour obtenir le descripteur.

Nous produisons des résultats comparatifs (voir le tableau 5.3.3) entre notre travail et d'autres approches sur un ensemble de données de la main NTU V1 [RYMZ13]. Notre prédiction moyenne (*Mean Accuracy*) est de 98,4%, ce qui dépasse tous les autres travaux mentionnés dans le tableau.

La figure 5.13 montre notre jeu de données V2, contenant les gestes ASL 0 à 9 capturés en utilisant Kinect V2. Sur ce jeu de données, nous obtenons une prédiction moyenne (*Mean Accuracy*) de 92,2% avec le même jeu de descripteurs que V1.

Algorithmes	Prédiction moyenne (<i>Mean Accuracy</i>)
Skeleton Matching [BL08]	78.6%
Shape Context with bending cost [BMP02]	79.1%
Shape Context without bending cost [BMP02]	83.2%
HOG[DTS06]	93.1%
Thresholding Decomposition+FEMD [RYMZ13]	93.2%
Near-convex Decomposition+FEMD [RYMZ13]	93.9%
H3DF [ZYT13]	95.5%
Notre travail	98.4%

TABLE 5.1 – Comparaison entre la prédiction moyenne (*Mean Accuracy*) des différentes méthodes sur le jeu de données NTU.

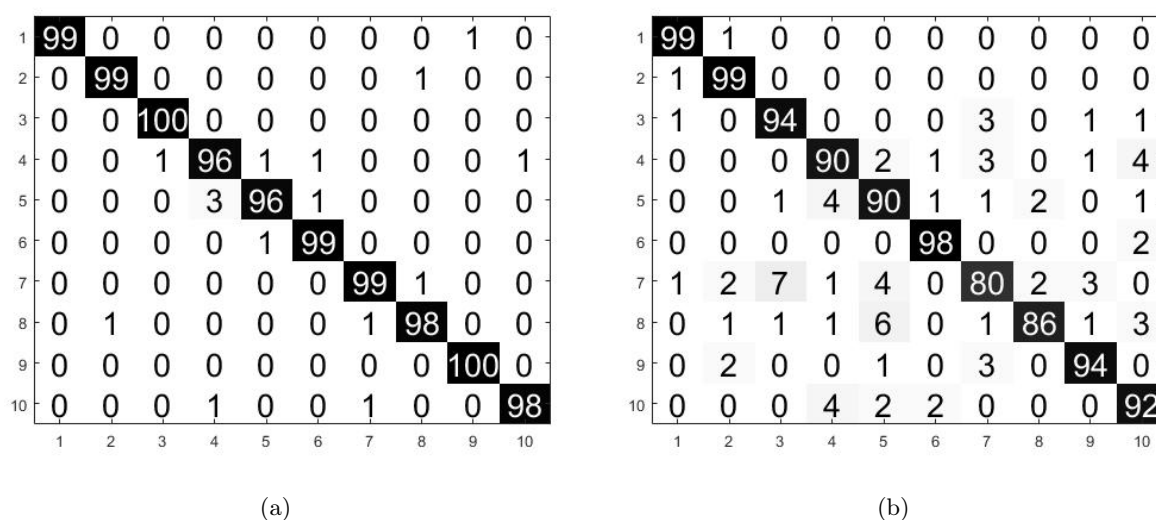


FIGURE 5.17 – Les matrices de confusion de la reconnaissance gestuelle à l’aide de notre ensemble des descripteurs : (a) LOO CV sur un ensemble de données NTU, (b) 10-fold CV sur notre propre ensemble de données V2.

La figure 5.17 illustre la matrice de confusion de la reconnaissance gestuelle manuelle sur l’ensemble de données de V1 et notre jeu de données de référence V2 (5.13) en utilisant l’ensemble des descripteurs détaillés à la section 5.3.2.

5.4 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons proposé une approche discrète pour décomposer une courbe discrète bruitées en arcs et segments en utilisant la notion de couverture tangentielle adaptative déduite de l’épaisseur significative et ainsi qu’un système de reconnaissance de gestes de la main à partir de données de profondeur utilisant des caractéristiques topologiques-statistiques pour l’IHM.

Pour la décomposition d’une courbe bruitées en arcs et en segments, les expériences montrent

l'efficacité de l'approche proposée même avec un niveau de bruit important et non uniforme sur les contours d'entrée. Nous considérons seulement deux primitives, l'arc de cercle et le segment de droite, pour l'approximation/description des courbes discrètes. Dans un travail ultérieur, nous pourrions utiliser d'autres primitives telles que les ellipses, les paraboles et autres primitives. Une autre perspective est d'étendre cette approche en 3D.

Pour le système de reconnaissance de gestes de la main, il est basé sur une extraction et une classification efficace des caractéristiques qui reconnaissent les gestes basés sur les caractéristiques de forme et de profondeur. L'efficacité du système est illustrée par des expériences approfondies sur deux ensembles de données réelles, un ensemble de données NTU [RYMZ13] et notre propre ensemble de données V2 (atteignant des précisions moyennes élevées de 98,4%, 92% respectivement). En comparaison avec des approches qui sont basées sur les mesures des distances telles que FEMD [RYMZ13], shape context [BMP02], correspondance de squelette [BL08], H3DF [ZYT13], HOG [DTS06], notre ensemble des descripteurs atteint des performances comparables pour la reconnaissance gestuelle. Récemment, un nouveau système de reconnaissance de gestes de la main basé sur un superpixel, basé sur une nouvelle métrique de distance de superpixel, associée à une caméra de profondeur Kinect (SPEMD) [WLC15] a été proposé avec une précision de 99.1% (LOO CV) sur leur propre ensemble de données. Nous sommes encore à comparer nos caractéristiques avec leur ensemble de données. Nos descripteurs proposés sont efficaces et conviennent donc à la reconnaissance rapide des gestes. Comme ce travail n'a été réalisé qu'à l'aide de la carte de profondeur, le travail ultérieur se concentrera sur l'exploration de caractéristiques de couleurs robustes et l'étendra au mouvement dynamique de la main, à la posture corporelle et à la reconnaissance d'objets génériques.

Chapitre 6

Conclusion générale et perspectives

Sommaire

6.1 Bilan	89
6.2 Perspectives	90

6.1 Bilan

Les travaux qui sont décrits dans ce manuscrit présentent différents problèmes de la géométrie discrète et de l'analyse d'images.

Le premier travail est une amélioration de la méthode de Nguyen [NDR11b] pour qu'elle soit non-heuristique. Nous avons proposé une amélioration de l'algorithme de détection de points dominants avec un choix efficace de points dominants en considérant une simple mesure d'angle. Deux approches pour la simplification polygonale étaient proposées dans ce travail. Ce travail a été présenté en 2015 à la conférence internationale (*International Workshop on Combinatorial Image Analysis (IWCIA) [NDR15]*) et son extension dans la revue *Journal of Computer and System Sciences* vient de paraître en 2018 [NDR18].

Le deuxième travail présente un outil "*sans paramètre*" pour analyser les contours de courbes bruitées, nommé Couverture Tangentielle Adaptative (ATC). Cette notion est une extension de la couverture tangentielle basé sur une seule épaisseur ν . La couverture tangentielle adaptative d'un contour discret est composé de MBS avec des épaisseurs appropriées, déduites du niveau de bruit détecté dans le contour. L'estimateur de bruit local calcule une valeur en chaque point du contour discret. Cela permet de déterminer les épaisseurs de segments flous maximaux MBS composant l'ATC. Par conséquent, l'algorithme pour calculer l'ATC est sans paramètre et fonctionne avec différents estimateurs de bruit locaux. Ce travail a été validé et publié en 2016 dans une conférence internationale (*IAPR international conference on Discrete Geometry for Computer Imagery (DGCI) [NDRK16]*). L'extension de ce travail a été publiée en 2017 dans la revue *Journal of Mathematical Imaging and Vision* [NDRKN17].

La troisième partie présente des applications des travaux présentés dans les 2 autres parties : d'une part la décomposition des contours d'une forme dans une image en arcs et en segments de droite et d'autre part, dans le cadre d'un projet avec une université d'Inde, autour du langage

des signes et la reconnaissance des gestes de la main.

Premièrement, la méthode de décomposition des courbes discrètes en arcs et en segments de droite repose sur la détection de points dominants en utilisant la couverture tangentielle adaptative et la représentation du polygone dans l'espace des tangentes, issu des points dominants détectés. Les expériences montrent la robustesse de la méthode w.r.t. le bruit. Ce travail a été validé et publié dans deux conférences internationales (*workshop of Asian Conference on Computer Vision (ACCV) [NNDR17]*, *Reproducible Research in Pattern Recognition - International Workshop (RRPR@ICPR) [NNDRK17]*).

Deuxièmement, à partir des contours des mains extraits d'images prises par une Kinect, nous proposons différents descripteurs reposant sur des points dominants sélectionnés du contour des formes dans les images. Les descripteurs proposés, qui sont une combinaison entre descripteurs statistiques et descripteurs géométriques, sont efficaces et conviennent à la reconnaissance de gestes. Ce travail a été validé et publié dans deux conférences internationales (*International Workshop on Combinatorial Image Analysis (IWCIA) [PNN⁺17]*), un extension du travail en collaboration avec l'université d'Inde est en cours de préparation pour être soumis dans une revue (papier soumis pour *Pattern Recognition Letters*).

Un article de conférences est en cours de préparation qui présente une nouvelle méthode permettant de décrire des formes à partir d'un ensemble de courbes polygonales à l'aide des descripteurs relationnels, ce travail est en collaboration avec l'université Paris Descartes.

6.2 Perspectives

Chapitre 3

Au début de la thèse, nous étions intéressés à la détection des points dominants dans les croquis manuels. Nous avons essayé l'algorithme de détection de points dominants de Nguyen [NDR11b] mais les résultats n'étaient pas pertinentes. Donc, nous pouvons modifier l'algorithme proposé au chapitre 3 et publié dans [NNDR18, NNDR15] pour qu'il s'adapte aux croquis manuels.

Une nouvelle approche de simplification polygonale a été introduite dans [Par15]. Parvez a proposé d'ajouter des points aux contours étudiés pour réduire l'erreur entre la courbe estimée et la courbe principale. Les sommets d'un polygone d'approximation n'ont pas besoin de se trouver sur le contour lui-même. L'auteur montre que cette approche donne plus de souplesse pour réduire l'erreur d'approximation du polygone par rapport à la méthode conventionnelle, où les sommets du polygone sont limités au contour. Nous pouvons nous inspirer de cette approche en ajoutant des points aux contours durant le processus de la simplification polygonale pour réduire l'erreur obtenue et avoir une simplification polygonale plus proche possible de contour initiale.

Chapitre 4

Dans la notion de la couverture tangentielle (ATC), nous avons utilisé un estimateur de bruit local MT introduit par Kerautret et al [KLS12]. Nous avons constaté d'après la remarque du

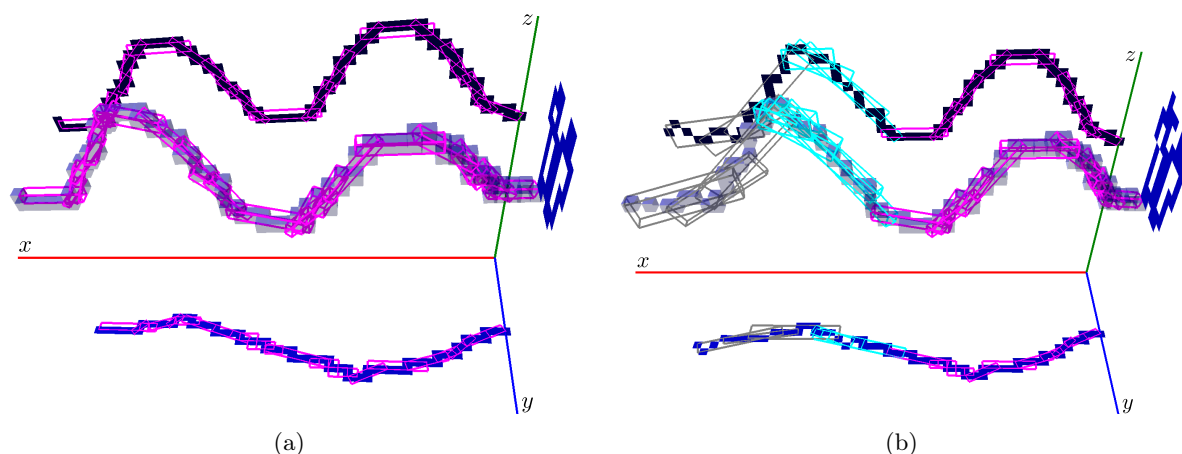


FIGURE 6.1 – Exemple de l’ATC en 3D pour la courbe sans bruit en (a) et avec bruit en (b). Les segments fous maximaux en rose, bleu et gris sont des segments connectés aux niveaux de bruit 1, 2 et 3 respectivement.

chapitre 4 que cet estimateur n’est pas assez efficace. Donc, nous proposons d’améliorer cet estimateur de bruit et de chercher un autre estimateur de bruit qui donne une vision plus efficace pour le niveau de bruit présent dans les contours.

Récemment, Feschet [Fes18] a proposé une généralisation de la couverture tangentielle utilisée en géométrie discrète afin d’utiliser des prédicats géométriques très généraux. Nous pouvons nous inspirer de cette généralisation de la couverture tangentielle pour améliorer la notion de la couverture tangentielle.

La notion de la couverture Tangentielle Adaptative (ATC) détaillée au chapitre 4 et publiée dans [NDRK16, NDRKN17], permet d’analyser des courbes 2D irrégulièrement bruitées. Cet outil repose sur la décomposition de la courbe en segments fous et utilise un estimateur de bruit local. Cette couverture permet de déduire des caractéristiques comme les points dominants ou encore une estimation de la longueur du contour, de la tangente en chaque point, une simplification polygonale du contour. Par suite une extension de ce travail est d’étendre cette notion d’ATC aux courbes en dimension 3 et de définir ainsi un cadre de travail adapté à l’étude des courbes discrètes 3D bruitées. Nous avons réalisé un premier travail en utilisant la notion d’ATC 3D définie dans le cadre restrictif des courbes possédant exactement deux plans de projection fonctionnels. Ce travail a été présenté dans la revue *Journal of Mathematical Imaging and Vision* (voir figure 6.1). La perspective sera de définir l’ACT d’une courbe 3D dans le cas quelconque ainsi que d’élaborer un algorithme de construction performant. Cette étude utilisera les notions de droites 3D et de segments fous 3D définies et utilisées dans des travaux antérieurs [NDR08]. A partir de cette couverture 3D, on peut définir des estimateurs de caractéristiques géométriques adaptées aux courbes 3D bruitées. Pour la nouvelle notion d’ATC 3D, on peut utiliser une détection d’épaisseur significative sur une courbe discrète 3D.

Chapitre 5

Dans [NDRK17, NNDR17], nous avons présenté une méthode pour décomposer la courbe

en arc de cercle et en segments. Naturellement, nous pensons à faire évoluer ce travail pour détecter des autres primitives non-linéaires comme les ellipses et les paraboles.

Dans [PNN⁺17], nous avons proposé une combinaison entre des caractéristiques statistiques et topologiques pour la reconnaissance des gestes de la main 2D isolés à partir d'images de profondeur basées sur une Kinect. Nous pouvons étendre cette approche pour la reconnaissance des gestes des mains 3D en utilisant la couverture tangentielle adaptative 3D. D'autre part, au lieu d'utiliser le contour des formes pour extraire les caractéristiques géométriques des gestes de main en 2D, nous pouvons essayer d'extraire la ligne centrale [KKDRL15] de chaque forme et à partir de cette ligne créer les descripteurs géométriques pour la classification. Nous pouvons aussi tester notre approche, i.e la combinaison des descripteurs géométriques et statistiques, sur d'autres bases de données pour montrer la robustesse des résultats qu'on peut obtenir.

Liste de publications

- [1] Hayat Nasser, Phuc Ngo, and Isabelle Debled-Rennesson. Dominant point detection based on discrete curve structure and applications. *Journal of Computer and System Sciences*, 95 :177–192, August 2018.
- [2] Phuc Ngo, Isabelle Debled-Rennesson, Bertrand Kerautret, and Hayat Nasser. Analysis of noisy digital contours with adaptive tangential cover. *Journal of Mathematical Imaging and Vision*, 59(1) :123–135, September 2017.
- [3] Phuc Ngo, Hayat Nasser, and Isabelle Debled-Rennesson. Efficient dominant point detection based on discrete curve structure. In *Combinatorial Image Analysis - 17th International Workshop, Kolkata, India, November 19-21, volume 9448 of LNCS*, pages 143–156, 2015.
- [4] Phuc Ngo, Hayat Nasser, Isabelle Debled-Rennesson, and Bertrand Kerautret. Adaptive tangential cover for noisy digital contours. In *Discrete Geometry for Computer Imagery - 19th IAPR International Conference, Nantes, France, volume 9647 of LNCS*, pages 439–451, 2016.
- [5] Phuc Ngo, Hayat Nasser, Isabelle Debled-Rennesson, and Bertrand Kerautret. An algorithm to decompose noisy digital contours. In *International Workshop on Reproducible Research in Pattern Recognition, Cancun, Mexico, December 4, volume 10214 of LNCS*, pages 131–149, 2016.
- [6] Phuc Ngo, Hayat Nasser, and Isabelle Debled-Rennesson. A discrete approach for decomposing noisy digital contours into arcs and segments. In *Computer Vision – ACCV 2016 International Workshops, Taipei, Taiwan, November 20-24, volume 10117 of LNCS*, pages 493–505, 2017.
- [7] Soumi Paul, Hayat Nasser, Mita Nasipuri, Phuc Ngo, Subhadip Basu, and Isabelle Debled-Rennesson. A statistical-topological feature combination for recognition of isolated hand gestures from kinect based depth images. In *Combinatorial Image Analysis - 18th International Workshop, Plovdiv, Bulgaria, June 19-21, volume 10256 of LNCS*, pages 256–267, 2017.

Bibliographie

- [AACPMCMJ16] Eusebio J Aguilera-Aguilera, A Carmona-Poyato, Francisco José Madrid-Cuevas, and Manuel Jesús Marín-Jiménez. Fast computation of optimal polygonal approximations of digital planar closed curves. *Graphical Models*, 84 :15–27, 2016.
- [ACH⁺90] Esther Arkin, Paul Chew, David Huttenlocher, Klara Kedem, and Joseph Mitchell. An efficiently computable metric for comparing polygonal shapes. In *Proceedings of the First Annual ACM-SIAM Symposium on Discrete Algorithms*, SODA '90, pages 129–137, 1990.
- [AD91] Nirwan Ansari and Edward Delp. On detecting dominant points. *Pattern Recognition*, 24 :441–451, 1991.
- [And94] Eric Andres. Discrete circles, rings and spheres. *Computers and Graphics*, 18(5) :695–706, 1994.
- [ANF97] Eric Andres, Philippe Nehlig, and Jean Françon. Supercover of straight lines, planes and triangles. In *Discrete Geometry for Computer Imagery, 7th International Workshop, DCGI'97, Montpellier, France, Secember 3-5, 1997, Proceedings*, pages 243–254, 1997.
- [APMC14] Eusebio J. Aguilera-Aguilera, Ángel Carmona Poyato, Francisco José Madrid-Cuevas, and Rafael Medina Carnicer. The computation of polygonal approximations for 2d contours based on a concavity tree. *Visual Communication and Image Representation*, 25(8) :1905–1917, 2014.
- [AT13] Cuneyt Akinlar and Cihan Topal. Edcircles : A real-time circle detector with a false detection control. *Pattern Recognition*, 46(3) :725–740, 2013.
- [Att54] Fred Attneave. Some informational aspects of visual perception. *Psychological Review*, 61(3) :183–193, 1954.
- [BL08] Xiang Bai and Longin Jan Latecki. Path similarity skeleton graph matching. *IEEE transactions on pattern analysis and machine intelligence*, 30(7) :1282–1292, 2008.
- [BLS13] Ilhem Boussaïd, Julien Lepagnot, and Patrick Siarry. A survey on optimization metaheuristics. *Inf. Sci.*, 237 :82–117, 2013.
- [BMP02] Serge Belongie, Jitendra Malik, and Jan Puzicha. Shape matching and object recognition using shape contexts. *IEEE transactions on pattern analysis and machine intelligence*, 24(4) :509–522, 2002.
- [CK04] David Coeurjolly and Reinhard Klette. A comparative evaluation of length estimators of digital curves. *IEEE transactions on pattern analysis and machine intelligence*, 26(2) :252–258, 2004.

- [CKL14] David Coeurjolly, Bertrand Kerautret, and Jacques-Olivier Lachaud. Extraction of Connected Region Boundary in Multidimensional Images. *Image Processing On Line*, 4 :30–43, 2014.
- [CLMT15] Louis Cuel, Jacques-Olivier Lachaud, Quentin Mérigot, and Boris Thibert. Robust geometry estimation using the generalized voronoi covariance measure. *SIAM Journal Imaging Sciences*, 8(2) :1293–1314, 2015.
- [CMC07] David COEURJOLLY, Annick MONTANVERT, and Jean-Marc CHASSERY. Géométrie discrète et images numériques, 2007. Hermès.
- [CVW96] Jen-Ming Chen, Jose A. Ventura, and Chih-Hang Wu. Segmentation of planar curves into circular arcs and line segments. *Image and Vision Computing*, 14(1) :71 – 83, 1996. Image and Vision Computing Journal on Vision-Based Aids for the Disabled.
- [DDH04] Guillaume Dewaele, Frédéric Devernay, and Radu Horaud. Hand motion from 3d point trajectories and a smooth surface model. In *European Conference on Computer Vision*, pages 495–507. Springer, 2004.
- [dgtal] DGtal : Digital Geometry tools and algorithms library.
- [dgtb] DGtalTools project : Tools associated with dgtal library.
- [DP73] David Douglas and Thomas Peucker. Algorithms for the reduction of the number of points required to represent a digitized line or its caricature. *The International Journal for Geographic Information and Geovisualization*, 10 :112–122, 1973.
- [DR95] Isabelle Debled-Rennesson. Reconnaissance des droites et plans discrets, 1995. Thèse de doctorat. Université Louis Pasteur, Strasbourg.
- [DR07] Isabelle Debled-Rennesson. Éléments de géométrie discrète vers une étude des structures discrètes bruitées, 2007. Habilitation à digérer des recherches. Université Nancy 1.
- [DRDR06] Helene Dörksen-Reiter and Isabelle Debled-Rennesson. Convex and concave parts of digital curves. In *Geometric Properties for Incomplete Data, Computational Imaging and Vision*, Springer, volume 31, pages 145–160, 2006.
- [DRFRD06] Isabelle Debled-Rennesson, Fabien Feschet, and Jocelyne Rouyer-Degli. Optimal blurred segments decomposition of noisy shapes in linear time. *Computers & Graphics*, 30(1) :30–36, 2006.
- [DRRRD03] Isabelle Debled-Rennesson, Jean-Luc Remy, and Jocelyne Rouyer-Degli. Segmentation of discrete curves into fuzzy segments. *Electronic Notes in Discrete Mathematics*, 12 :372–383, 2003.
- [DRRRD05] Isabelle Debled-Rennesson, Jean-Luc Remy, and Jocelyne Rouyer-Degli. Linear segmentation of discrete curves into blurred segments. *Discrete Applied Mathematics*, 151(1-3) :122–137, 2005.
- [DTS06] Navneet Dalal, Bill Triggs, and Cordelia Schmid. Human detection using oriented histograms of flow and appearance. In *European conference on computer vision*, pages 428–441. Springer, 2006.
- [Dun86] James George Dunham. Optimum uniform piecewise linear approximation of planar curves. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 8 :67–75, 1986.

-
- [FBF09] Alexandre Faure, Lilian Buzer, and Fabien Feschet. Tangential cover for thick digital curves. *Pattern Recognition*, 42(10) :2279–2287, 2009.
- [Fes05] Fabien Feschet. Canonical representations of discrete curves. *Pattern Analysis and Applications*, 8(1-2) :84–94, 2005.
- [Fes18] Fabien Feschet. The saturated subpaths decomposition in Z_2 : a short note on generalized tangential cover. *CoRR*, abs/1806.03053, 2018.
- [Fre61] Herbert Freeman. On the encoding of arbitrary geometric configurations. *IRE Transactions on Electronic Computers*, 10 :260–268, 1961.
- [FT99] Fabien Feschet and Laure Tougne. Optimal time computation of the tangent of a discrete curve : Application to the curvature. In *DGCI*, volume 1568 of *LNCS*, pages 31–40, 1999.
- [GC07] Liu Guanghui and Chen Chuanbo. A new approach for polygonal approximation of shape contours using genetic algorithm. *2nd IEEE Conference on Industrial Electronics and Applications*, 34 :0–0, 2007.
- [GMP⁺16] Nicolás Luis Fernández García, L. Del-Moral Martínez, Ángel Carmona Poyato, Francisco José Madrid-Cuevas, and Rafael Medina Carnicer. A new thresholding approach for automatic generation of polygonal approximations. *Visual Communication and Image Representation*, 35 :155–168, 2016.
- [HK84] S.H.Y. Hung and T. Kasvand. On the chord property and its equivalences. *International Conference on Pattern Recognition*, pages 116–119, 1984.
- [HS99] Shu-Chien Huang and Yung-Nien Sun. Polygonal approximation using genetic algorithms. *Pattern Recognition*, 32 :1409–1420, 1999.
- [Hua15] Shu-Chien Huang. Polygonal approximation using an artificial bee colony algorithm. *Mathematical Problems in Engineering*, 2015 :0–10, 2015.
- [II88] Hiroshi Imai and Masao Iri. Polygonal approximations of a curve - formulations and algorithm. *Machine Intelligence and Pattern Recognition*, 6 :71–86, 1988.
- [Ima] Imagene, Generic digital Image library. <http://gforge.liris.cnrs.fr/projects/imagene>.
- [K GK⁺04] M. Pawan Kumar, Saurabh Goyal, Sujit Kuthirummal, C.V. Jawahar, and P.J. Narayanan. Discrete contours in multiple views : approximation and recognition. *Image and Vision Computing*, 22(14) :1229 – 1239, 2004. The Indian Conference on Vision, Graphics and Image Processing.
- [KHS⁺00] Tapas Kanungo, Robert M. Haralick, Werner Stuezle, Henry S. Baird, and David Madigan. A statistical, nonparametric methodology for document degradation model validation. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 22(11) :1209–1223, 2000.
- [KKDRL15] Bertrand Kerautret, Adrien Krähenbühl, Isabelle Debled-Rennesson, and Jacques-Olivier Lachaud. 3d geometric analysis of tubular objects based on surface normal accumulation. In *Image Analysis and Processing - ICIAP 2015 - 18th International Conference, Genoa, Italy, September 7-11, 2015, Proceedings, Part I*, pages 319–331, 2015.
- [KL12] Bertrand Kerautret and Jacques-Olivier Lachaud. Meaningful Scales Detection along Digital Contours for Unsupervised Local Noise Estimation. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 34 :2379–2392, 2012.

- [KL14] Bertrand Kerautret and Jacques-Olivier Lachaud. Meaningful Scales Detection : an Unsupervised Noise Detection Algorithm for Digital Contours. *Image Processing On Line*, 4 :98–115, 2014.
- [KLS12] Bertrand Kerautret, Jacques-Olivier Lachaud, and Mouhammad Said. Meaningful Thickness Detection on Polygonal Curve. In *ICPRAM*, pages 372–379. SciTePress, 2012.
- [Kol11] Alexander Kolesnikov. Nonparametric polygonal and multimodel approximation of digital curves with rate-distortion curve modeling. In Benoît Macq and Peter Schelkens, editors, *18th IEEE International Conference on Image Processing, ICIP 2011, Brussels, Belgium, September 11-14, 2011*, pages 2889–2892. IEEE, 2011.
- [KP06] Paul G Kry and Dinesh K Pai. Interaction capture and synthesis. In *ACM Transactions on Graphics (TOG)*, volume 25, pages 872–880. ACM, 2006.
- [KR04] Reinhard Klette and Azriel Rosenfeld. Digital geometry : geometric methods for digital picture analysis, chapter 2 : Grids and digitization., 2004. San Diego : Morgan Kaufmann.
- [Lac06] J.-O. Lachaud. *Espaces non-euclidiens et analyse d'image : modèles déformables riemanniens et discrets, topologie et géométrie discrète*. Habilitation à Diriger des Recherches, Université Bordeaux 1, Talence, France, 2006. (in french).
- [Lac10] Jacques-Olivier Lachaud. Digital shape analysis with maximal segments. In *Applications of Discrete Geometry and Mathematical Morphology - First International Workshop, WADGMM 2010, Istanbul, Turkey*, pages 14–27, 2010.
- [LBM10] Fabian Lecron, Mohammed Benjelloun, and Saïd Mahmoudi. Points of interest detection in cervical spine radiographs by polygonal approximation. *2010 2nd International Conference on Image Processing Theory, Tools and Applications*, pages 81–86, 2010.
- [LdVV07] Jacques-Olivier Lachaud, François de Vieilleville, and Anne Vialard. Fast, Accurate and Convergent Tangent Estimation on Digital Contours. *Image and Vision Computing*, 25(10) :1572–1587, October 2007.
- [LL00] Longin Jan Latecki and Rolf Lakämper. Shape similarity measure based on correspondence of visual parts. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 22(10) :1185–1190, 2000.
- [LLL08] Hairong Liu, Longin Jan Latecki, and Wenyu Liu. A unified curvature definition for regular, polygonal, and digital planar curves. *International Journal Comput. Vision*, 80(1) :104–124, October 2008.
- [Low87] David Lowe. Three-dimensional object recognition from single two-dimensional images. *Artificial Intelligence*, 31 :355–395, 1987.
- [LRA⁺06] Herve Locteau, Romain Raveaux, Sebastien Adam, Yves Lecourtier, Pierre Heroux, and Eric Trupin. Polygonal approximation of digital curves using a multi-objective genetic algorithm. *Graphics Recognition*, pages 300–311, 2006.
- [LVdV05] Jacques-Olivier Lachaud, Anne Vialard, and François de Vieilleville. Analysis and comparative evaluation of discrete tangent estimators. In Eric Andrés, Guillaume Damiand, and Pascal Lienhardt, editors, *Proceeding International*

-
- Conference Discrete Geometry for Computer Imagery (DGCI'2005), Poitiers, France*, volume 3429 of *LNCS*, pages 140–251. Springer, 2005.
- [MA07] Sushmita Mitra and Tinku Acharya. Gesture recognition : A survey. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, Part C (Applications and Reviews)*, 37(3) :311–324, 2007.
- [Mas07] Asif Masood. Dominant point detection by reverse polygonization of digital curves. *Image and Vision Computing*, 26 :702–715, 2007.
- [Mas08a] Asif Masood. Dominant point detection by reverse polygonization of digital curves. *Image and Vision Computing*, 26(5) :702–715, 2008.
- [Mas08b] Asif Masood. Optimized polygonal approximation by dominant point deletion. *Pattern Recognition*, 26 :227–239, 2008.
- [MBF08] Rémy Malgouyres, Florent Brunet, and Sébastien Fourey. Binomial Convolutions and Derivatives Estimations from Noisy Discretizations. In *Proceedings of the international conference on DGCI*, volume 4992 of *LNCS*, pages 370–379. Springer, April 2008.
- [MH07] Asif Masood and Shaiq Haq. A novel approach to polygonal approximation of digital curves. *Journal of Visual Communication and Image Representation*, 18 :264–274, 2007.
- [MM94] D.A. Mitziias and B.G. Mertzios. Shape recognition with a neural classifier based on a fast polygon approximation technique. *Pattern Recognition*, 27(5) :627 – 636, 1994.
- [MS03] Majed Marji and Pepe Siy. A new algorithm for dominant points detection and polygonization of digital curves. *Pattern Recognition*, 36(10) :2239–2251, 2003.
- [MS04] Majed Marji and Pepe Siy. Polygonal representation of digital planar curves through dominant point detection - a nonparametric algorithm. *Pattern Recognition*, 24 :2113–2130, 2004.
- [NA84] Akira Nakamura and Kunio Aizawa. Digital circles. *Computer Vision, Graphics, and Image Processing*, 26(2) :242 – 255, 1984.
- [NDR07] Thanh Phuong Nguyen and Isabelle Debled-Rennesson. Curvature estimation in noisy curves. In *CAIP*, volume 4673 of *LNCS*, pages 474–481, 2007.
- [NDR08] Thanh Phuong Nguyen and Isabelle Debled-Rennesson. On the local properties of digital curves. *International Journal of Shape Modeling*, 14(2) :105–125, 2008.
- [NDR09] Thanh Phuong Nguyen and Isabelle Debled-Rennesson. Parameter-free method for polygonal representation of the noisy curves. In Petra Wiederhold and Reneta Barneva, editors, *Progress in Combinatorial Image Analysis. Proceedings of IWCIA 2009 Special Track on Applications, Playa del Carmen, Mexico, November 24-27, 2009.*, pages 65–78. Research Publishing, 2009.
- [NDR10] Thanh Phuong Nguyen and Isabelle Debled-Rennesson. Arc segmentation in linear time. In *CAIP '10*, volume 6854 of *LNCS*, pages 84–92, 2010.
- [NDR11a] Thanh Phuong Nguyen and Isabelle Debled-Rennesson. Decomposition of a curve into arcs and line segments based on dominant point detection. In *Image Analysis - 17th Scandinavian Conference, SCIA*, volume 6688 of *LNCS*, pages 794–805, 2011.

- [NDR11b] Thanh Phuong Nguyen and Isabelle Debled-Rennesson. A discrete geometry approach for dominant point detection. *Pattern Recognition*, 44(1) :32–44, 2011.
- [NDRKN17] Phuc Ngo, Isabelle Debled-Rennesson, Bertrand Kerautret, and Hayat Nasser. Analysis of noisy digital contours with adaptive tangential cover. *Journal of Mathematical Imaging and Vision*, 59(1) :123–135, Sep 2017.
- [Ngu10] Thanh Phuong Nguyen. étude des courbes discrètes : applications en analyse d’images, 2010. Thèse Université Henri Poincaré – Nancy.
- [NKDRL10] Thanh Phuong Nguyen, Bertrand Kerautret, Isabelle Debled-Rennesson, and Jaques Oliver Lachaud. Unsupervised, Fast and Precise Recognition of Digital Arcs in Noisy Images. In *ICCVG*, volume 6374, pages 59–68. LNCS, 2010.
- [NNDR15] Phuc Ngo, Hayat Nasser, and Isabelle Debled-Rennesson. Efficient dominant point detection based on discrete curve structure. In *International Workshop on Combinatorial Image Analysis (IWCIA), Kolkata, India, November*, volume 9448 of LNCS, 2015.
- [NNDR17] Phuc Ngo, Hayat Nasser, and Isabelle Debled-Rennesson. A discrete approach for decomposing noisy digital contours into arcs and segments. In Chu-Song Chen, Jiwen Lu, and Kai-Kuang Ma, editors, *Computer Vision – ACCV 2016 Workshops*, pages 493–505, Cham, 2017. Springer International Publishing.
- [NNDR18] Hayat Nasser, Phuc Ngo, and Isabelle Debled-Rennesson. Dominant point detection based on discrete curve structure and applications. *Journal of Computer and System Sciences*, 95 :177–192, August 2018.
- [NNDRK16] Phuc Ngo, Hayat Nasser, Isabelle Debled-Rennesson, and Bertrand Kerautret. Adaptive tangential cover for noisy digital contours. In *Discrete Geometry for Computer Imagery - 19th IAPR International Conference, DGCI 2016, Nantes, France*, volume 9647 of LNCS, pages 439–451, 2016.
- [NNDRK17] Phuc Ngo, Hayat Nasser, Isabelle Debled-Rennesson, and Bertrand Kerautret. An algorithm to decompose noisy digital contours. In Bertrand Kerautret, Miguel Colom, and Pascal Monasse, editors, *Reproducible Research in Pattern Recognition*, pages 131–149, Cham, 2017. Springer International Publishing.
- [NR79] Yasuo Nakagawa and Azriel Rosenfeld. A note on polygonal and elliptical approximation of mechanical parts. *Pattern Recognition*, 11(2) :133 – 142, 1979.
- [Pap85] G. Papakonstantinou. Optimal polygonal approximation of digital curves. *Signal Processing*, 8 :131–135, 1985.
- [Par15] Mohammad Tanvir Parvez. Optimized polygonal approximations through vertex relocations in contour neighborhoods. *Image and Vision Computing*, 34 :1 – 10, 2015.
- [PD95] Arie Pikaz and Its’hak Dinstein. An algorithm for polygonal approximation based on iterative point elimination. *Pattern Recognition Letters*, 16 :557–563, 1995.
- [PGCMC05] Ángel Carmona Poyato, Nicolás Luis Fernández García, Rafael Medina Carnicer, and Francisco José Madrid-Cuevas. Dominant point detection : A new proposal. *Image Vision Computing*, 23(13) :1226–1236, 2005.

-
- [PGF14] Laurent Provot, Yan Gerard, and Fabien Feschet. Digital Level Layers for Digital Curve Decomposition and Vectorization. *Image Processing On Line*, 4 :169–186, 2014.
- [PH74] Theodosios Pavlidis and Steven Horowitz. Segmentation of plane curves. *IEEE Transactions on Computers*, C-23 :860–870, 1974.
- [PH96] Soo-Chang Pei and Ji-Hwei Horng. Optimum approximation of digital planar curves using circular arcs. *Pattern Recognition*, 29(3) :383 – 388, 1996.
- [PM10] Mohammad Tanvir Parvez and Sabri Mahmoud. Polygonal approximation of digital planar curves through adaptive optimizations. *Pattern Recognition Letters*, 31(13) :1997–2005, 2010.
- [PM13] Mohammad Tanvir Parvez and Sabri Mahmoud. Arabic handwriting recognition using structural and syntactic pattern attributes. *Pattern Recognition*, 46(1) :141 – 154, 2013.
- [PMCMCMS10] Ángel Carmona Poyato, Francisco José Madrid-Cuevas, Rafael Medina-Carnicer, and Rafael Munoz-Salinas. Polygonal approximation of digital planar curves through break point suppression. *Pattern Recognition*, 43 :14–25, 2010.
- [PNN⁺17] Soumi Paul, Hayat Nasser, Mita Nasipuri, Phuc Ngo, Subhadip Basu, and Isabelle Debled-Rennesson. A statistical-topological feature combination for recognition of isolated hand gestures from kinect based depth images. In *Combinatorial Image Analysis - 18th International Workshop, IWCI 2017, Plovdiv, Bulgaria, June 19-21, 2017, Proceedings*, pages 256–267, 2017.
- [PV94] Juan-Carlos Perez and Enrique Vidal. Optimum polygonal approximation of digitized curves. *Pattern Recognition Letters*, 15 :743–750, 1994.
- [Ram72] Urs Ramer. An iterative procedure for the polygonal approximation of plane curves. *Computer Graphics and Image Processing*, 1 :244–256, 1972.
- [RDDR04] Hélène Reiter-Dorksen and Isabelle Debled-Rennesson. Convex and Concave Parts of Digital Curves. In none, editor, *Geometric Properties from Incomplete Data*, page 15 p. Kluwer, 2004. Contribution à un ouvrage.
- [Rev91] Jean-Pierre Reveillès. Géométrie discrète, calculs en nombre entiers et algorithmique, 1991. Thèse d'état. Université Louis Pasteur, Strasbourg.
- [RJ73] Azriel Rosenfeld and Emily Johnston. Angle detection on digital curves. *IEEE Transactions on Computers*, 22(9) :875–878, 1973.
- [Ros74] Azriel Rosenfeld. Digital straight line segments. *IEEE Transactions on Computers*, 23(12) :1264–1269, 1974.
- [Ros97] Paul Rosin. Techniques for assessing polygonal approximations of curves. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 19(6) :659–666, 1997.
- [RR92] Bimal Ray and Kumar Ray. Detection of significant points and polygonal approximation of digitized curves. *Pattern Recognition Letters*, 13(6) :443–452, 1992.
- [RR94] Bimal Ray and Kumar Ray. A non-parametric sequential method for polygonal approximation of digital curves. *Pattern Recognition Letters*, 15 :161–167, 1994.

- [RW89] Paul Rosin and Geoff Wesst. Segmentation of edges into lines and arcs. *Image and Vision Computing*, 7(2) :109–114, 1989.
- [RYMZ13] Zhou Ren, Junsong Yuan, Jingjing Meng, and Zhengyou Zhang. Robust part-based hand gesture recognition using kinect sensor. *IEEE transactions on multimedia*, 15(5) :1110–1120, 2013.
- [Sal01] Marc Salotti. An efficient algorithm for the optimal polygonal approximation of digitized curves. *Pattern Recognition Letters*, 22 :215–221, 2001.
- [Sal02] Marc Salotti. Optimal polygonal approximation of digitized curves using the sum of square deviations criterion. *Pattern Recognition*, 35(2) :435 – 443, 2002.
- [Sar93] Debranjjan Sarkar. A simple algorithm for detection of significant vertices for polygonal approximation of chain-coded curves. *Pattern Recognition Letters*, 14(12) :959–964, 1993.
- [Sat92] Yukio Sato. Piecewise linear approximation of plane curves by perimeter optimization. *Pattern Recognition*, 25 :1535–1543, 1992.
- [SG80] Jack Sklansky and Victor Gonzalez. Fast polygonal approximation of digitized curves. *Pattern Recognition*, 12 :327–331, 1980.
- [Siv14] Isabelle Sivignon. A Near-Linear Time Guaranteed Algorithm for Digital Curve Simplification Under the Fréchet Distance. *Image Processing On Line*, 4 :116–127, 2014.
- [SML12] Andrés Solís Montero and Jochen Lang. Skeleton pruning by contour approximation and the integer medial axis transform. 36 :477–487, 08 2012.
- [SPH14] Jan Stria, Daniel Průša, and Václav Hlaváč. Polygonal models for clothing. In *Advances in Autonomous Robotics Systems*, pages 173–184, Cham, 2014. Springer International Publishing.
- [SPN15] Subhadip Basu Soumi Paul and Mita Nasipurit. Microsoft kinect in gesture recognition : A short review. *International Journal of Control Theory and Applications*, 8(5) :2071–2076, 2015.
- [SSK⁺13] Jamie Shotton, Toby Sharp, Alex Kipman, Andrew Fitzgibbon, Mark Finocchio, Andrew Blake, Mat Cook, and Richard Moore. Real-time human pose recognition in parts from single depth images. *Communications of the ACM*, 56(1) :116–124, 2013.
- [SSS03] Biswajit Sarkar, Lokendra K. Singh, and Debranjjan Sarkar. Approximation of digital curves with line segments and circular arcs using genetic algorithms. *Pattern Recognition Letters*, 24 :2585–2595, 2003.
- [TC89] Cho-Huak Teh and Roland Chin. On the detection of dominant points on digital curves. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 11(8) :859–872, 1989.
- [TJCL98] Chien-Cheng Tseng, Chang-Jung Juan, Hsi-Cheng Chang, and Jeen-Fong Lin. An optimal line segment extraction algorithm for online chinese character recognition using dynamic programming. *Pattern Recognition Letters*, 19 :953–961, 1998.
- [WD99] Liu Wenyin and Dov Dori. From raster to vectors : Extracting visual information from line drawings. *Pattern Analysis & Applications*, 2(1) :10–21, Apr 1999.

-
- [WEK96] WEKA. Fibonacci notes, 1996.
- [WLC15] Chong Wang, Zhong Liu, and Shing-Chow Chan. Superpixel-based hand gesture recognition with kinect depth camera. *IEEE Transactions on Multimedia*, 17(1) :29–39, 2015.
- [WLH05] Ying Wu, John Lin, and Thomas S Huang. Analyzing and capturing articulated hand motion in image sequences. *IEEE transactions on pattern analysis and machine intelligence*, 27(12) :1910–1922, 2005.
- [WSSL08] Bin Wang, Huazhong Shu, Chaojian Shi, and Limin Luo. novel stochastic search method for polygonal approximation problem. *Neurocomputing*, 71 :3216–3216, 2008.
- [Wu03] Wen-Yen Wu. Dominant point detection using adaptive bending value. *Image Vision Computing*, 21(6) :517–525, 2003.
- [WV97] Wenhua Wan and José A. Ventura. Segmentation of planar curves into straight-line segments and elliptical arcs. *Graphical Models and Image Processing*, 59(6) :484 – 494, 1997.
- [XZY01] Yi Xiao, Ju Jia Zou, and Hong Yan. An adaptive split-and-merge method for binary image contour data compression. *Pattern Recognition Letters*, 22 :299–307, 2001.
- [YAT02] Ming-Hsuan Yang, Narendra Ahuja, and Mark Tabb. Extraction of 2d motion trajectories and its application to hand gesture recognition. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 24(8) :1061–1074, 2002.
- [Yin98] Peng-Yeng Yin. A new method for polygonal approximation using genetic algorithms. *Pattern Recognition Letters*, 19 :1017–1026, 1998.
- [Yin03] Peng-Yeng Yin. Ant colony search algorithms for optimal polygonal approximation of plane curves. *Pattern Recognition*, 36 :1783–1797, 2003.
- [ZG01] Hongbin Zhang and Jianjun Guo. Optimal polygonal approximation of digital planar curves using meta heuristics. *Pattern Recognition*, 34 :1429–10236, 2001.
- [ZYT13] Chenyang Zhang, Xiaodong Yang, and YingLi Tian. Histogram of 3d facets : A characteristic descriptor for hand gesture recognition. In *Automatic Face and Gesture Recognition (FG), 2013 10th IEEE International Conference and Workshops on*, pages 1–8. IEEE, 2013.

Résumé

Dans cette thèse, nous nous intéressons à l'étude des courbes discrètes bruitées qui correspondent aux contours d'objets dans des images. Nous avons proposé plusieurs outils permettant de les analyser. Les points dominants (points dont l'estimation de la courbure est localement maximale) jouent un rôle très important dans la reconnaissance de formes et, nous avons développé une méthode non heuristique, rapide et fiable pour les détecter dans une courbe discrète. Cette méthode est une amélioration d'une méthode existante introduite par Nguyen et al.. La nouvelle méthode consiste à calculer une mesure d'angle. Nous avons proposé aussi deux approches pour la simplification polygonale : une méthode automatique minimisant, et une autre fixant le nombre de sommets du polygone résultant.

Ensuite, nous avons introduit un nouvel outil géométrique, nommé couverture tangentielle adaptative (ATC), reposant sur la détection des épaisseurs significatives introduites par Kerautret et al.. Ces épaisseurs calculées en chaque point du contour à analyser, permettent d'estimer localement le niveau de bruit. Dans ce contexte notre algorithme de construction de la couverture tangentielle adaptative prend en considération les différents niveaux de bruits présents dans la courbe à étudier et ne nécessite pas de paramètre.

Deux applications de l'ATC sont proposées en analyse d'images : d'une part la décomposition des contours d'une forme dans une image en arcs et en segments de droite et d'autre part, dans le cadre d'un projet avec une université d'Inde, autour du langage des signes et la reconnaissance des gestes de la main. Premièrement, la méthode de décomposition des courbes discrètes en arcs et en segments de droite est basée sur deux outils : la détection de points dominants en utilisant la couverture tangentielle adaptative et la représentation dans l'espace des tangentes du polygone, issue des points dominants détectés. Les expériences montrent la robustesse de la méthode w.r.t. le bruit. Deuxièmement, à partir des contours des mains extraits d'images prises par une Kinect, nous proposons différents descripteurs reposant sur des points dominants sélectionnés du contour des formes dans les images. Les descripteurs proposés, qui sont une combinaison entre descripteurs statistiques et descripteurs géométriques, sont efficaces et conviennent à la reconnaissance de gestes.

Mots-clés: géométrie discrète, courbes bruitées, couverture tangentielle, points dominants, simplification polygonale, décomposition des courbes discrètes en primitives discrètes, classification.

Abstract

In this thesis, we are interested in the study of noisy discrete curves that correspond to the contours of objects in images. We have proposed several tools to analyze them. The dominant points (points whose curvature estimation is locally maximal) play a very important role in pattern recognition and we have developed a non-heuristic, fast and reliable method to detect them in a discrete curve. This method is an improvement of an existing method introduced by Nguyen et al.. The new method consists in calculating a measure of angle. We have also proposed two approaches for polygonal simplification : an automatic method minimizing, and another fixing the vertex number of the resulting polygon.

Then we proposed a new geometric tool, called adaptive tangential cover ATC, based on the detection of meaningful thickness introduced by Kerautret et al.. These thicknesses are calculated at each point of the contours allow to locally estimate the noise level. In this context our construction algorithm of adaptive tangential cover takes into account the different levels of noise present in the curve to be studied and does not require a parameter.

Two applications of ATC in image analysis are proposed : on the one hand the decomposition of the contours of a shape in an image into arcs and right segments and on the other hand, within the framework of a project with an Indian university about the sign language and recognition of hand gestures. Firstly, the method to decompose discrete curves into arcs and straight segments is based on two tools : dominant point detection using adaptive tangential cover and tangent space representation of the polygon issued from detected dominant points. The experiments demonstrate the robustness of the method w.r.t. noise. Secondly, from the outlines of the hands extracted from images taken by a Kinect, we propose several descriptors from the selected dominant points computed from the adaptive tangential cover. The proposed descriptors, which are a combination of statistical descriptors and geometrical descriptors, are effective and suitable for gesture recognition.

Keywords: discrete geometry, noisy curves, tangential cover, dominant points, polygonal simplification, decomposition of discrete curves into discrete primitives, classification.