



HAL
open science

Etude en laboratoire des propriétés d'un spectromètre de Fourier hétérodyne imageur pour applications spatiales

Cilia Damiani

► **To cite this version:**

Cilia Damiani. Etude en laboratoire des propriétés d'un spectromètre de Fourier hétérodyne imageur pour applications spatiales. Instrumentation et méthodes pour l'astrophysique [astro-ph.IM]. Observatoire de Paris, 2009. Français. NNT: . tel-01958551

HAL Id: tel-01958551

<https://theses.hal.science/tel-01958551>

Submitted on 18 Dec 2018

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

OBSERVATOIRE DE PARIS

ÉCOLE DOCTORALE D'ASTRONOMIE ET ASTROPHYSIQUE D'ÎLE-DE-FRANCE

Doctorat
ASTRONOMIE ET ASTROPHYSIQUE

AUTEUR : Cilia Damiani

ÉTUDE EN LABORATOIRE DES PROPRIÉTÉS D'UN
SPECTROMÈTRE DE FOURIER HÉTÉRODYNE IMAGEUR POUR
APPLICATIONS SPATIALES

Thèse dirigée par : Pierre Drossart

Soutenue le 5 juin 2009

Jury :

Benoît Mosser	Président du jury
Patrick Pinet	Rapporteur
Jérôme Genest	Rapporteur
David Laubier	Examineur
Thierry Viard	Examineur
Jean-Pierre Rozelot	Examineur
Pierre Drossart	Directeur de thèse
Jean-Pierre Maillard	Parrain de thèse

OBSERVATOIRE DE PARIS

ÉCOLE DOCTORALE D'ASTRONOMIE ET ASTROPHYSIQUE D'ÎLE-DE-FRANCE

Doctorat
ASTRONOMIE ET ASTROPHYSIQUE

AUTEUR : Cilia Damiani

ÉTUDE EN LABORATOIRE DES PROPRIÉTÉS D'UN
SPECTROMÈTRE DE FOURIER HÉTÉRODYNE IMAGEUR POUR
APPLICATIONS SPATIALES

Thèse dirigée par : Pierre Drossart

Soutenue le 5 juin 2009

Jury :

Benoit Mosser	Président du jury
Patrick Pinet	Rapporteur
Jérôme Genest	Rapporteur
David Laubier	Examineur
Thierry Viard	Examineur
Jean-Pierre Rozelot	Examineur
Pierre Drossart	Directeur de thèse
Jean-Pierre Maillard	Parrain de thèse



TABLE DES MATIÈRES

TABLE DES FIGURES	7
LISTE DES TABLEAUX	10
NOTATIONS ET DÉFINITIONS	11
INTRODUCTION	15
EXPLORATION PLANÉTAIRE ET SPECTRO-IMAGERIE	17
Imagerie spectrale à haute résolution	19
Origine du Spectromètre de Fourier Hétérodyne (SFH)	20
Principe du SFH	21
Imagerie et SFH	24
Démarche et objectif du travail	26
I THÉORIE DU SPECTROMÈTRE DE FOURIER HÉTÉRODYNE	29
1 CADRE GÉNÉRAL	31
1.1 Propriétés des ondes planes harmoniques	31
1.2 Phénomènes d'interférences	34
1.2.1 Superposition de deux ondes	34
1.2.2 Montage du Michelson modifié	35
1.2.3 Principe de l'hétérodynage spatial	36
1.3 Spectroscopie de Fourier hétérodyne	41
2 PARAMÈTRES FONDAMENTAUX D'UN SFH	43

TABLE DES MATIÈRES

2.1	Fonction d'appareil	43
2.1.1	Différence de marche finie	44
2.1.2	Ouverture finie	46
2.1.3	Effets cumulés	50
2.2	Comparaison avec les spectromètres à réseau classiques	52
2.3	Échantillonnage	55
2.4	Signal et bruit	58
2.4.1	Sources de bruit	58
	Bruit indépendant de l'intensité de la source	59
	Bruits dépendant de l'intensité de la source	60
2.4.2	De l'interférogramme au spectre	61
	Cas du spectre constant sur l'intervalle spectral libre	61
	Comparaison d'un spectre d'émission et d'un spectre d'absorption dans un cas particulier	62
	Rapport signal sur bruit d'un spectre quelconque	63
3	LIMITATIONS DES PERFORMANCES D'UN SFHI	67
3.1	Traitement général	68
3.2	Tolérances de réglage d'un SFHI	70
3.2.1	Paramètres de translation	70
	Réglage du système diffractant	70
	Position de la fente	75
	Alignement des optiques et du détecteur	80
3.2.2	Paramètres de rotation	83
	Orientation des réseaux	84
	Orientation du détecteur	87
	Orientation de la fente	88
3.2.3	Effets cumulés	88
3.3	Paramètres définissant l'efficacité d'un SFHI	89
3.3.1	Diffraction par les réseaux	89
	Efficacité des réseaux	89
	Dispersion angulaire et intervalle spectral libre	92
	Résolution	94
3.3.2	Cube séparateur compensateur	94
	Compensation	95
	Séparation	95

	Efficacité du cube	97
3.3.3	Réponse du détecteur	99
	Pixels "chauds" et pixels "morts"	100
	Variation spatiale de la sensibilité	102
3.3.4	Interférogramme brut	104
3.4	Rôle des aberrations en mode imageur	105
3.4.1	Diaphragme d'ouverture	106
3.4.2	Lentille convergente et lentille divergente	106
3.5	Conclusion	107
II MONTAGE DE TEST D'UN SFHI		111
4	VALIDATION EXPÉRIMENTALE DU MODÈLE DE SFHI	113
4.1	Conception de l'instrument	114
4.1.1	Mission BepiColombo	114
4.1.2	Doublet du sodium	115
4.1.3	Choix des composants	116
4.2	Tests des propriétés spectroscopiques	129
4.2.1	Rotation des réseaux autour de l'axe y	130
	Variation symétrique des angles	130
	Variation antisymétrique des angles	133
4.2.2	Rotation d'un réseau autour de l'axe x	136
4.2.3	Rotation des réseaux autour de l'axe z	140
4.2.4	Translation d'un réseau le long de l'axe z	142
4.3	Tests des propriétés d'imagerie	144
4.3.1	Fréquence en fonction de la position dans le champ	144
4.3.2	Intensité en fonction de la position dans le champ	148
4.3.3	Largeur en fonction de la position dans le champ	150
4.4	Défocalisation	151
4.5	Effets cumulés des défauts	153
4.5.1	La méthode des plans d'expérience	154
4.5.2	Effets des défauts de focalisation et angle de tilt	155
4.5.3	Effets des défauts d'orientation d'un réseau	156

TABLE DES MATIÈRES

5	ÉTALONNAGE ET CORRECTIONS	161
5.1	Étalonnage spectral	161
5.1.1	Détermination du nombre d'onde de Littrow	162
5.1.2	Terme de phase	165
5.1.3	Localisation de la différence de marche zéro et erreurs de phase	166
	Erreurs de phase nulle	166
	Erreurs de phase résiduelle	167
5.1.4	Corrections pour le terme de phase	169
5.2	Correction de champ plat des interférogrammes	171
	CONCLUSION	173
	PERSPECTIVES ET CONCLUSION	175
	Perspectives	175
	Réponse spectrale	175
	Étude de faisabilité	176
	Expérience test	178
	Aberrations optiques	180
	Étalonnage photométrique	181
	Domaine d'intérêt et miniaturisation	181
	Exemples d'applications	183
	Observation de la Terre	183
	Laplace, Europe et le Système Jovien	186
	REMERCIEMENTS	189
	ANNEXES	191
A	TRANSFORMATION DE FOURIER	193
A.1	Définition	193
A.2	Propriétés	194
B	ÉVALUATION DE L'INTÉGRALE DONNANT LA FONCTION D'APPAREIL	197
	BIBLIOGRAPHIE	204

TABLE DES FIGURES

FIG. I	Schéma de principe du spectromètre de Fourier hétérodyne	22
FIG. II	Montage de principe du spectromètre de Fourier hétérodyne imageur	24
FIG. III	Représentation géométrique du montage	25
FIG. 1.1	Propagation d'une onde plane harmonique	33
FIG. 1.2	Système de coordonnées et angles pour la diffraction sur l'un ou l'autre des réseaux.	36
FIG. 1.3	Projection de la partie dispersive sur le plan de diffraction	37
FIG. 1.4	Vue en perspective de la partie dispersive sur le plan de diffraction .	39
FIG. 2.1	Angle solide sous lequel est vue la source depuis la surface des réseaux	47
FIG. 2.2	Réponse normalisée à une onde monochromatique	51
FIG. 2.3	Comparaison de l'ouverture maximum sur le ciel acceptée par un SFH et un spectromètre à réseau classique en fonction de la résolution spectrale	53
FIG. 2.4	Échantillonnage par intégration sur un domaine de DDM	56
FIG. 3.1	Représentation de la TF d'un interférogramme pour un signal non-idéal	69
FIG. 3.2	Schéma optique dans la direction de le plan de diffraction	71
FIG. 3.3	Défauts d'alignement des réseaux	72
FIG. 3.4	Phase introduite par les réseaux	75
FIG. 3.5	Fente hors-axe	76
FIG. 3.6	Fente défocalisée	79
FIG. 3.7	Effet de la défocalisation sur le spectre	83
FIG. 3.8	Angle de blaze	90
FIG. 3.9	Efficacité des réseaux	91
FIG. 3.10	Réflexions parasites sur le cube	96
FIG. 3.11	Contraste des franges	98
FIG. 3.12	Efficacité du système	99
FIG. 3.13	Pixels Morts	100

TABLE DES FIGURES

FIG. 3.14	Exemple de répartition d'une dizaine de pixels morts	101
FIG. 3.15	Fonction d'appareil résultante pour la répartition de pixels morts de la figure 3.14	102
FIG. 3.16	Schéma optique sans lentille cylindrique	107
FIG. 4.1	Le banc de démonstration NeHFTIS	113
FIG. 4.2	Structure fine du sodium	115
FIG. 4.3	Relations entre les différents paramètres	117
FIG. 4.4	Premières franges observées en mode non-imageur.	120
FIG. 4.5	Simulations des premières franges observées en mode non-imageur.	121
FIG. 4.6	Premières franges observées en mode imageur.	124
FIG. 4.7	Comparaison entre les image géométrique simulée d'un trou source de 50 μm et MTF pour deux jeux de lentilles.	125
FIG. 4.8	Interférogramme et spectre d'un trou de 50 μm avec le système optimisé.	126
FIG. 4.9	Variation conjointe de l'angle des réseaux	130
FIG. 4.10	Évolution de la fréquence hétérodynée avec θ_0	132
FIG. 4.11	Évolution du rapport des intensités avec θ_0	133
FIG. 4.12	Variation différentielle des angles des réseaux	134
FIG. 4.13	Fréquences et rapport des intensités pour une variation différentielle des angles des réseaux	135
FIG. 4.14	Variation de l'angle entre les surfaces des réseaux	137
FIG. 4.15	Module de la TF 2D	138
FIG. 4.16	Évolution de la fréquence dans la dimension y en fonction de φ	139
FIG. 4.17	Variation de l'angle entre les traits du réseaux	140
FIG. 4.18	Fréquence et intensité de la raie D1 simulées pour une variation de l'angle des réseaux autour de z	141
FIG. 4.19	Variation de la distance du cube à l'un des réseaux	142
FIG. 4.20	Fréquences et rapport des intensités pour une variation de la distance entre le cube et un réseau	143
FIG. 4.21	Exemple d'interférogramme pour une fente de 100 μm	145
FIG. 4.22	Fréquences des deux raies de doublet du sodium mesurées en fonction de h pour des fentes de 200, 150, 125, 100 et 75 μm	146
FIG. 4.23	Fréquences mesurées pour une fente de 200 μm de large (en points de couleur) et courbe théorique (en noir)	147
FIG. 4.24	Rapport des intensités des raies mesurées en fonction de h pour des fentes de 200, 150, 125, 100 et 75 μm	148
FIG. 4.25	Rapport des intensités des raies simulées en fonction de h pour une fente de 75 μm	149
FIG. 4.26	Largeur des raies mesurées en fonction de h pour des fentes de 200, 150, 125, 100 et 75 μm	150

FIG. 4.27	Largeur des raies simulée en fonction de h pour une fente de $75 \mu\text{m}$.	151
FIG. 4.28	Fréquences et rapport des intensités des raies simulées en fonction de h pour différents défauts de focalisation.	152
FIG. 4.29	TF des interférogrammes obtenus pour les essais d'un plan F.	155
FIG. 4.30	Interférogrammes et TF obtenus pour les essais d'un plan R.	158
FIG. 5.1	Détermination de θ_0	163
FIG. 5.2	Étalonnage	164
FIG. 5.3	Erreur sur la position de la raie en fonction de position de la DDM nulle	168
FIG. 5.4	Fonction de phase moyenne sur la hauteur du détecteur pour les deux raies du sodium	170
FIG. V	Spectre solaire réel et simulation du spectre replié par l'hétérodynage	177
FIG. VI	Interférogramme et spectre solaire mesurés avec NeHFTIS	179
FIG. VII	Spectre simulé pour l'étude de cas de l'observation de la Terre	185

LISTE DES TABLEAUX

TAB. 4.1	Les raies du sodium	116
TAB. 4.2	Composants de base	118
TAB. 4.3	Performances attendues	118
TAB. 4.4	Lentilles disponibles pour le montage	119
TAB. 4.5	Lentilles choisies pour optimiser la qualité image	127
TAB. 4.6	Niveaux des facteurs pour le plan F	155
TAB. 4.7	Effets des facteurs pour le plan F	156
TAB. 4.8	Niveaux des facteurs pour le plan R	157
TAB. 4.9	Effets des facteurs pour le plan R.	159
TAB. I	Caractéristiques de la mission	183
TAB. II	Composants de base	184
TAB. III	Performances	184
TAB. A.1	Propriétés de parité	195

NOTATIONS ET DÉFINITIONS

SYSTÈMES DE COORDONNÉES

On note $R = (O, \mathbf{e}_x, \mathbf{e}_y, \mathbf{e}_z)$ le repère cartésien orthonormé d'origine O et de vecteurs de bases $(\mathbf{e}_x, \mathbf{e}_y, \mathbf{e}_z)$. Étant donné un repère cartésien R , les coordonnées sphériques (r, θ, φ) d'un point P sont définies par :

- r est la distance du point P au pôle O ;
- θ est l'angle orienté formé par les vecteurs \mathbf{e}_z et \overrightarrow{OP} , $\theta \in [0, \pi]$;
- Si on note $\overrightarrow{OP'}$ la projection orthogonale de \overrightarrow{OP} dans le plan $(O, \mathbf{e}_x, \mathbf{e}_y)$, alors φ est l'angle orienté formé par les vecteurs \mathbf{e}_x et $\overrightarrow{OP'}$, $\varphi \in [0, 2\pi]$.

Dans le même repère, on définit les coordonnées cartésiennes (x, y, z) par la transformation suivante :

$$\begin{aligned}x &= r \sin \theta \cos \varphi, \\y &= r \sin \theta \sin \varphi, \\z &= r \cos \theta.\end{aligned}$$

Ainsi, on a la transformation inverse correspondante :

$$\begin{aligned}r &= (x^2 + y^2 + z^2)^{\frac{1}{2}}, \\ \theta &= \arccos \left(\frac{z}{(x^2 + y^2 + z^2)^{\frac{1}{2}}} \right), \\ \varphi &= \arctan \left(\frac{y}{x} \right).\end{aligned}$$

De façon générale, on notera \mathbf{r} le vecteur position associé au point P . Les grandeurs vectorielles seront représentées en caractères gras.

NOTATIONS

LETTRES ROMAINES

E	vecteur champ électrique en $V \cdot m^{-1}$
c	vitesse de la lumière dans le vide, $c = 299792548 \text{ m.s}^{-1}$
H	vecteur excitation magnétique en $A \cdot m^{-1}$
n	indice de réfraction
S	vecteur de Poynting en $W \cdot m^{-2}$
I	intensité lumineuse en $W \cdot m^{-2}$
B	densité spectrale en $W \cdot cm^{-1}$

LETTRES GRECQUES

κ	nombre d'onde en m^{-1}
λ	longueur d'onde en m
ω	fréquence angulaire en $rad \cdot m^{-1}$
ϵ	permittivité en $F \cdot m^{-1}$
μ	perméabilité magnétique en $H \cdot m^{-1}$
σ	nombre d'onde hétérodyné $\kappa - \kappa_0$ en cm^{-1}
$\Psi(\mathbf{r}, t)$	vecteur amplitude complexe d'une onde au point P à l'instant t.

SYMBOLES MATHÉMATIQUES

On note

A^* le complexe conjugué de A

$i = \sqrt{-1}$

$\text{Im}(z)$ la partie imaginaire de z

$\text{Re}(z)$ la partie réelle de z

\mathbb{R} l'ensemble des réels

$\mathcal{F}\{f(x)\}$ la transformée de Fourier de f(x)

$\mathcal{F}^{-1}\{F(s)\}$ la transformée de Fourier inverse de F(s)

$\delta(x)$ la distribution de Dirac telle que

$$\delta(x) = 0 \text{ pour } x \neq 0$$

$$\text{et } \int_{-\infty}^{\infty} \delta(x) dx = 1$$

$\Pi_L(x)$ la fonction porte telle que

$$\Pi_L(x) = \begin{cases} 1 & \text{si } -L \leq x \leq L \\ 0 & \text{pour } x < -L \text{ et } x > L \end{cases}$$

$\text{sinc}(x)$ la fonction sinus cardinal telle que

$$\text{sinc}(x) = \begin{cases} 1 & \text{si } x = 0 \\ \frac{\sin(\pi x)}{\pi x} & \text{sinon} \end{cases}$$

ACRONYMES

ADU	Analog-to-Digital Unit
ASIC	Application Specific Integrated Circuit
CCD	Charge-Coupled Device
DDM	Différence de marche
FPGA	Field-Programmable Gate Array
FTS	Fourier Transform Spectroscopy (Spectroscopie par transformation de Fourier)
FWHM	Largeur à mi-hauteur (Full width at half maximum)
IFOV	Instantaneous Field Of View (Champ de vue instantané)
ISM	Infrared Imaging Spectrometer
LESIA	Laboratoires d'Études Spatiales et d'Instrumentation en Astrophysique
NeHFTIS	New Heterodyne Fourier Transform Imaging Spectrometer (Nouveau spectromètre imageur par transformation de Fourier hétérodyne)
NIMS	Near Infrared Mapping Spectrometer
OMEGA	Observatoire pour la Minéralogie, l'Eau, les Glaces et l'Activité
SHS	Spatial Heterodyne Spectroscopy (Spectroscopie hétérodyne spatiale)
SFH	Spectromètre de Fourier Hétérodyne
SFHI	Spectromètre de Fourier Hétérodyne Imageur
SISAM	Spectromètre Interférentiel à Sélection par l'Amplitude de Modulation
TF	Transformation de Fourier ou Transformée de Fourier
VIMS	Visual and Infrared Mapping Spectrometer
VIRTIS	Visible and Infrared Thermal Imaging Spectrometer

INTRODUCTION

EXPLORATION PLANÉTAIRE ET SPECTRO-IMAGERIE

L'exploration des planètes du système solaire a connu depuis une vingtaine d'année un essor remarquable, et la connaissance de la diversité de notre système, de la composition des planètes, de leur atmosphère, de leurs satellites et de leur environnement a été largement amélioré par les nombreuses missions spatiales dont elles ont fait l'objet. A côté de l'imagerie détaillée des surfaces, l'imagerie spectrale a, dans ce contexte, pleinement montré son intérêt. Par exemple, la sonde Galileo lancée en 1989, conçue pour l'étude de la planète Jupiter et de ses lunes, portait à son bord l'instrument NIMS (Near Infrared Mapping Spectrometer), un spectro-imageur infrarouge (de 0.7 à 5.2 μm). Celui-ci a permis entre autre une étude détaillée de l'atmosphère, de sa teneur en eau et de la structure nuageuse. Il a aussi permis, en route vers Jupiter, d'effectuer les premières observations de Vénus en spectro-imagerie infrarouge, mais aussi des observations de la Terre, de la Lune, des astéroïdes Gaspra et Ida et enfin de l'impact de la comète Shoemaker-Levy avec Jupiter (Carlson et al., 1996). La sonde Phobos-2, lancée la même année, avait quant à elle comme objectif l'étude de la planète Mars. Le spectro-imageur ISM (Infrared Imaging Spectrometer) embarqué sur cette sonde a obtenu des cubes de spectres en proche infrarouge (de 0.75 à 3.2 μm) qui ont constitué, jusqu'à la mission Mars-Express, le seul ensemble de données de spectro-imagerie à haute résolution spatiale disponible sur Mars. Les premiers spectres de Phobos (avec les observations du spectromètre UV-visible de la mission), et les premières observations résolues en infrarouge du plus gros satellite de Mars, très difficile à étudier depuis la Terre, ont aussi été obtenus par ISM. Ces observations ont permis de tracer les premières cartes minéralogiques de la planète et de son satellite (Mustard and Sunshine, 1995; Mustard et al., 1997) et d'étudier l'atmosphère de Mars (Drossart et al., 1991; Combes et al., 1991). Ce type d'observation est maintenant effectué par OMEGA (Observatoire pour la Minéralogie, l'Eau, les Glaces et l'Activité) à bord de la mission Mars-Express, lancée en 2003. Cette mission a permis de déterminer la composition minéralogique des sols martiens et de mieux comprendre leur histoire et leur formation (Bibring et al., 2005), en particulier la nature de la calotte polaire (Bibring et al.,

2004). On peut aussi citer la mission Cassini-Huygens, lancée en 2007 vers Saturne. Là encore, l'instrument VIMS (Visual and Infrared Mapping Spectrometer), un spectro-imageur pour le visible et l'infra-rouge a permis de découvrir un volcan de glace sur Titan et la présence de glace répartie en bandes sur la surface du satellite Encelade (Barnes et al., 2008).

L'énumération des succès de la spectro-imagerie en planétologie pourrait encore être longue, et il semble clair qu'elle constitue une technique de mesure irremplaçable pour l'avenir. Le LESIA (Laboratoires d'Études Spatiales et d'Instrumentation en Astrophysique), qui accueille cette thèse, est fortement impliqué dans la plupart des spectro-imageurs qui viennent d'être énumérés. Basés sur des instruments à réseau à fente d'entrée, à basse résolution (avec des pouvoirs de résolution compris entre 40 pour NIMS et 200 pour VIMS), ils obtiennent l'imagerie spectrale par la combinaison de l'image à une dimension donnée par la fente d'entrée et le mouvement de la sonde perpendiculairement à la direction de la fente. Ce mode d'acquisition spatiale de spectro-images, appelé à champ linéaire défilant ("pushbroom" en anglais), est particulièrement adapté pour l'exploration planétaire. Dans le cas d'instruments à réseau en orbite, le champ de vue instantané est alors limité par le pouvoir de résolution et la fauchée. On peut aussi éventuellement associer au champ défilant le déplacement d'un miroir secondaire, comme c'est le cas pour VIMS, afin d'obtenir consécutivement des images spectrales de la fente sur une plage bi-dimensionnelle. Ce mode d'acquisition spatial est appelé à trame pointée.

L'un des enjeux majeurs de l'instrumentation spatiale est de fournir des instruments capables d'obtenir les meilleures performances possibles, pour une complexité et un poids réduit. Les derniers spectro-imageurs développés au LESIA ont été embarqués l'un sur la sonde Rosetta, l'autre sur Venus Express, qui ont respectivement pour objet l'étude du noyau de la comète 67P/Churyumov-Gerasimenko et de l'atmosphère de Vénus. Ces spectro-imageurs nommés VIRTIS (Visible and Infrared Thermal Imaging Spectrometer) sont basés sur le même principe, VIRTIS pour Venus Express héritant de la technique développée pour Rosetta. Ils offrent une combinaison unique de haute résolution spatiale et moyenne résolution spectrale en utilisant deux voies de mesures. La première est la voie VIRTIS-M de spectro-imagerie visible et infrarouge (de 0.3 - 5 μm), donnant des observations de haute résolution spatiale (250 m à 1000 km d'altitude) et de résolution spectrale faible (~ 200). Comme VIMS, VIRTIS-M fonctionne sur le mode d'acquisition spatial à trame pointée et fournit des images spectrales à deux dimensions en combinant le champ défilant et le mouvement d'un miroir secondaire. La deuxième voie, VIRTIS-H, est la voie de spectroscopie à plus fort pouvoir de résolution (~ 1200), dans le domaine 2 - 5 μm . Cette forme d'instrument à deux voies a été choisie pour réaliser le meilleur compromis en terme de compacité et de performances.

Cette thèse présente l'étude d'un instrument à fente, mais basé sur un principe différent, un spectromètre de Fourier hétérodyne, qui offre la possibilité d'atteindre une véritable haute résolution spectrale (pouvoir de résolution supérieur à 10 000), tout

en utilisant un mode d'acquisition des spectro-images à champ défilant, qui permet de conserver un même type de résolution spatiale.

IMAGERIE SPECTRALE À HAUTE RÉOLUTION

La recherche de haute résolution spectrale oriente naturellement vers la spectroscopie par transformation de Fourier (FTS, pour Fourier Transform Spectrometer), bien connue pour ces propriétés dans ce domaine. En astronomie, cette technique a pris son essor en France au début des années soixante, avec pour but de construire des appareils acceptant, pour une résolution donnée, la plus grande étendue géométrique possible (Connes, 1961). Elle consiste à mesurer un interférogramme, c'est-à-dire l'intensité I de la lumière à la sortie d'un interféromètre à deux ondes à différence de marche variable. Cette intensité, comme montré par Michelson (Michelson, 1892), est la transformée de Fourier (TF) en cosinus de la densité spectrale de la lumière incidente. La TF étant une opération réciproque, il suffit de faire la TF en cosinus de la fonction interférogramme, représentant les variations de I en fonction de la différence de marche (DDM) entre les deux faisceaux interférents. Depuis, de nombreuses applications ont montré l'utilité de cette technique pour l'étude à haute résolution de sources stellaires et planétaires (Ridgway and Brault, 1984). Grâce aux développements des détecteurs à deux dimensions, elle a pu très bien s'adapter à la prise d'images spectrales (Maillard, 1995). Cependant, dans le FTS conventionnel, la nécessité d'utiliser un miroir mobile est contraignante pour des instruments spatiaux embarqués. Les nombreux FTS embarqués sur des sondes spatiales ou des avions sont utilisés pour faire de la spectroscopie, mais sans faire d'imagerie, car ils utilisent la technique du balayage rapide, qui permet de relâcher les contraintes sur le positionnement du miroir. Pour le mode imageur, l'enregistrement doit se faire par la méthode pas-à-pas, qui nécessite un positionnement précis du miroir pour échantillonner correctement les DDM. Il est nécessaire de créer un mécanisme fiable et fin, capable de supporter les conditions de vols, depuis le décollage jusqu'à la mise en orbite, les variations de température, etc, en assurant une position du miroir avec une précision inférieure à la longueur d'onde. Les montages ne présentant pas de partie mobile, de manière générale sont privilégiés dans le domaine spatial, car ils permettent de diminuer les coûts et la complexité des instruments de façon significative. Appliqué à la spectroscopie de Fourier cela a conduit à imaginer des systèmes désignés par spectromètres de Fourier statiques Ferrer (2008). Si la source est suffisamment brillante cette solution permet de bénéficier des propriétés multiplex attachées au spectromètre de Fourier, à savoir que le domaine spectral couvert n'est pas lié au nombre de pixels du détecteur comme pour le spectromètre dispersif. Par contre, si la source à observer est faible, un bilan radiométrique sera nécessaire pour choisir la solution la mieux adaptée selon la résolution spectrale recherchée et le domaine spectral à étudier.

Il existe de nombreux types de spectromètres de Fourier statiques (voir [Ferrec \(2008\)](#) pour une revue récente), mais ils ne permettent qu'une faible résolution spectrale (comme par exemple l'interféromètre statique à décalage latéral des rayons ([Ferrec, 2008](#))) ou bien ne sont pas compatibles avec l'imagerie (comme le système à miroirs à facettes proposé par [Rosak and Tintó \(2004\)](#)). Le spectromètre de Fourier à hétérodynage spatial ou Spatial Heterodyne Spectrometer (SHS), que dans ce qui suit nous désignerons par commodité "Spectromètre de Fourier Heterodyne" (SFH), est apparu comme une solution intéressante pour notre objectif : un interféromètre capable d'une haute résolution spectrale et compatible avec une spectro-imagerie par défilement de champ, qui convienne pour une mission spatiale en orbite autour d'une planète. Dans les paragraphes qui suivent, après un bref rappel de la façon dont cette technique est apparue, nous présenterons le principe de la technique et nous expliquerons le vocabulaire qu'on lui associe.

ORIGINE DU SPECTROMÈTRE DE FOURIER HÉTÉRODYNE (SFH)

D'après [Connes \(1961\)](#), "le principe des méthodes qui utilisent un interféromètre à deux ondes et une transformation de Fourier est connu depuis longtemps. Michelson a imaginé la première en 1891." En effet, une communication de 1892 ([Michelson, 1892](#)) rapporte comment Michelson a obtenu les premières mesures spectroscopiques à haute résolution, en utilisant le montage qui porte aujourd'hui son nom. La technique de FTS classique correspond exactement à l'expérience que Michelson avait menée. Cependant, ne disposant pas de moyens de calcul suffisant, il n'a pas abordé la question de la reconstruction d'un spectre quelconque et étendu. L'interféromètre de Michelson ne commencera à être utilisé pour faire de la spectroscopie qu'à la fin des années cinquante, quand les techniques modernes devinrent suffisantes pour traiter l'information contenue dans l'interférogramme. Les pionniers de la techniques, Fellget et Jacquinet, étaient préoccupés par le problème de l'efficacité d'un spectromètre. Jacquinet mettra en évidence l'avantage en étendue géométrique d'un interféromètre (valable aussi bien pour un montage de Michelson que pour un montage de Fabry-Pérot) et Fellget démontrera les propriétés multiplex du montage du Michelson utilisé comme spectromètre, pouvant conduire à un remarquable gain multiplex. A la suite de ces travaux, la thèse de J. Connes, publiée en 1961 ([Connes, 1961](#)), établit la théorie complète du FTS et contient deux résultats expérimentaux qui démontrent l'utilité et l'efficacité de la technique. Au moment où J. Connes préparait sa thèse, P. Connes est le premier à avoir l'idée de remplacer les miroirs du montage de Michelson par des réseaux ([Connes, 1957](#)). Son objectif était alors de faire un monochromateur qui, pour la même résolution spectrale qu'un instrument à réseau dispersif (qui pouvait être doublée en utilisant deux réseaux), pouvait avoir l'étendue géométrique d'un interféromètre. Pour cela, il faisait osciller rapidement la lame séparatrice autour de son axe vertical pour obtenir une modulation de l'interférogramme pour un nombre d'onde

donné, puis en tournant conjointement les deux réseaux pour explorer le spectre. Cet instrument fut baptisé SISAM (Connes, 1958) pour Spectromètre Interférentiel à Sélection par l'Amplitude de Modulation. Par la suite, les premiers FTS statiques, où les miroirs forment entre eux un petit angle, produisant des franges de coin d'air, vont utiliser des méthodes holographiques pour obtenir le spectre, à partir d'une photographie de l'interférogramme (Stroke and Funkhouser, 1965). Mais ce n'est qu'au début des années soixante-dix qu'apparaît ce qui peut vraiment être considéré comme le premier spectromètre de Fourier hétérodyne spatial (Spatial Heterodyne Spectrometer (SHS), en anglais). L'article de Dohi and Suzuki (1971) présente pour la première fois un interférogramme obtenu en laboratoire en utilisant cette technique pour le sodium, et le spectre hétérodyné correspondant. La fréquence spatiale de l'interférogramme obtenu par cette technique étant par principe très faible, elle donnait la possibilité d'utiliser des pellicules photographiques très sensibles, à une époque où leur résolution était relativement faible. Ensuite, la technique a connu une impulsion nouvelle dans les années quatre-vingt-dix, avec le travail de Roesler and Harlander (1990), qui construisent les premiers SHS pour l'astronomie, favorisés par l'apparition des capteurs à deux dimensions. Ils proposent aussi la première version de ce genre d'instrument pour l'étude du spectre ultra violet (Harlander et al., 1992), ainsi qu'une configuration entièrement composée d'éléments en réflexion pour les applications dans l'UV lointain, ou même les rayons X ($\lambda < 1100\text{\AA}$). La technique de la spectroscopie de Fourier hétérodyne spatiale va alors connaître un essor régulier, et plusieurs instruments seront construits, couvrant le spectre depuis l'ultra-violet jusqu'à l'infra-rouge (Milligan et al., 1999; Laubscher et al., 1999). En effet, comme nous allons le voir ci-après, la technique ne présente pas de limitation intrinsèque pour le domaine d'étude, et ce ne sont que les performances des réseaux et les propriétés des détecteurs qui conditionnent son extension vers les grandes longueurs d'onde.

PRINCIPE DU SFH

La figure I donne une vue schématique du principe de spectromètre de Fourier hétérodyne. Le cœur du montage est un interféromètre de Michelson, où les miroirs sont remplacés par des réseaux en réflexion identiques. L'axe optique est défini par deux directions perpendiculaires en entrée et en sortie de l'interféromètre. Il passe par le centre de la lame séparatrice et du réseau G_1 en entrée, et par celui de G_2 en sortie. La normale de chacun des réseaux forme un angle θ_0 avec cet axe. Cet angle définit le nombre d'onde¹ de Littrow κ_0 , pour lequel un rayon incident sur l'axe optique est diffracté dans sa direction incidente, c'est-à-dire sur l'axe. La lumière issue de l'objet est collimatée, puis séparée en deux fronts d'onde par la lame séparatrice. Chaque front d'onde est alors diffracté par un des réseaux, avec un angle γ , lequel dépend de

1. Les termes couramment utilisés en spectroscopie seront définis au chapitre 1

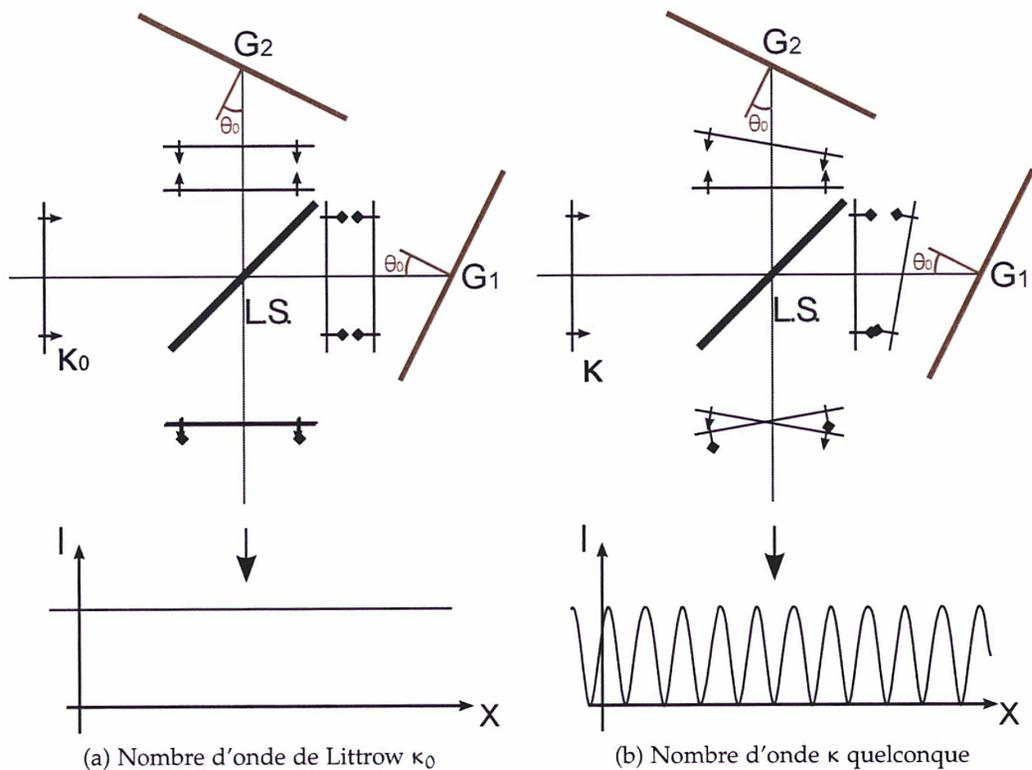


FIGURE I.: Schéma de principe du spectromètre de Fourier hétérodyne. Des réseaux identiques G_1 et G_2 remplacent les traditionnels miroirs de l'interféromètre de Michelson. Pour le nombre d'onde de Littrow (a), le front d'onde est diffracté sur l'axe par les réseaux, et le montage ne produit pas de franges. Pour un nombre d'onde quelconque (a), les fronts d'ondes forment entre eux un angle, et l'interféromètre fonctionne comme un Michelson désaligné.

sa longueur d'onde. Après le cube, les deux fronts d'onde sont à nouveau superposés, et forment entre eux un angle 2γ . Cela produit une différence de marche entre les deux fronts d'ondes qui interfèrent, tout comme dans un interféromètre de Michelson désaligné (franges de coin d'air). Les interférences produites sont, pour une source monochromatique de nombre d'onde κ quelconque, des franges rectilignes régulièrement espacées et dont la période spatiale dépend de la longueur de la lumière². Ces franges sont perpendiculaires au plan de diffraction. Le plan de diffraction est défini par deux directions : la normale des réseaux et la direction perpendiculaire aux traits des réseaux. La figure I est représentée dans le plan de diffraction. Finalement,

2. Ce résultat sera établi dans le § 1.2.3.

l'image des franges est formée sur le détecteur et le spectre est retrouvé en calculant la transformée de Fourier de l'intensité sur une ligne du détecteur. Pour être plus précis, la fréquence des franges est proportionnelle à 2γ et dépend de la *différence* entre κ et κ_0 . C'est le concept d'hétérodynage qui donne son nom à la technique. En effet, le mot *hétérodyne* est formé à partir du grecque *heteros* pour "autre" et *dunamis* pour "force". L'hétérodynage consiste ainsi à transposer à plus basse fréquence l'énergie du spectre pour la détecter. Ce terme étant généralement utilisé pour faire référence aux fréquences temporelles, le nom anglais de la technique, Spatial Heterodyne Spectroscopy (SHS) rappelle qu'ici, la période des franges est mesurée dans le domaine des longueurs, et qu'elle dépend de la différence en nombre d'onde, dont la dimension est l'inverse d'une longueur.

Ainsi, le montage du Michelson modifié produit un interférogramme à haute résolution sans partie mobile. On montrera que pour des pouvoirs de résolutions de l'ordre de 5.10^4 et dans le domaine visible, l'instrument peut être de volume réduit. On comprend tout le potentiel que cette technique représente pour l'instrumentation spatiale. Les distances entre les éléments optiques n'étant pas nécessaires à la production de l'interférogramme, on peut les réduire au minimum et envisager un instrument mono-bloc, particulièrement avantageux là-encore pour les applications spatiales. Ce genre de composant a été réalisé pour l'instrument SHIMMER, embarqué sur la sonde STPSat-1 lancée en mars 2007, en orbite basse autour de la Terre (Harlander et al., 2003), pour mesurer la fluorescence du radical hydroxyle (OH) atmosphérique autour de 308 nm. Un modèle de démonstration pour ce concept instrumental, non mono-bloc, avait déjà volé à bord de la navette spatiale Atlantis pendant la mission STS-112 en 2002 et a permis de valider les performances en orbite du spectromètre. SHIMMER possède de surcroît des fonctionnalités d'imagerie, adaptée au cas particulier de la mesure d'un profil atmosphérique au limbe. En effet, en observant le limbe terrestre depuis l'espace, l'image de la scène peut être formée sur les réseaux, qui sont eux-même ensuite imagés sur le CCD. Les réseaux sont disposés de façon à avoir le plan de dispersion parallèle à l'horizon. En utilisant cette technique, le défilement du limbe n'est pas nécessaire puisque le détecteur enregistre simultanément les interférogrammes de chaque ligne du CCD, qui correspondent chacun à un niveau d'altitude dans la hauteur d'atmosphère couverte par le champ de vue totale de l'instrument. On obtient ainsi un profil de l'intensité de l'émission avec l'altitude. Ce mode d'acquisition n'utilise pas de fente d'entrée et permet de tirer partie des avantages intrinsèques du SHS, à savoir une très haute résolution spectrale (SHIMMER sur STA-112 avait un pouvoir de résolution de 53 500, (Cardon et al., 2003)) et une étendue importante. Dans la direction horizontale, le champ de vue peut être augmenté par l'ajout de prismes entre le cube et les réseaux. Le SHS possède alors un énorme avantage en étendue comparé aux spectromètres à réseaux classiques qui nécessitent une fente étroite pour

atteindre un pouvoir de résolution élevé³. Cependant, il n'est pas ici question de faire de l'imagerie en 2 dimensions, et cette technique n'offre d'intérêt que si l'information spatiale que l'on cherche à obtenir se limite à une dimension.

IMAGERIE ET SFH

L'interférogramme contient toute l'information spectrale utile dans une seule dimension. Les matrices de détecteur à deux dimensions étant aujourd'hui très courantes, il semble avantageux de profiter de la deuxième dimension pour enregistrer une information supplémentaire.

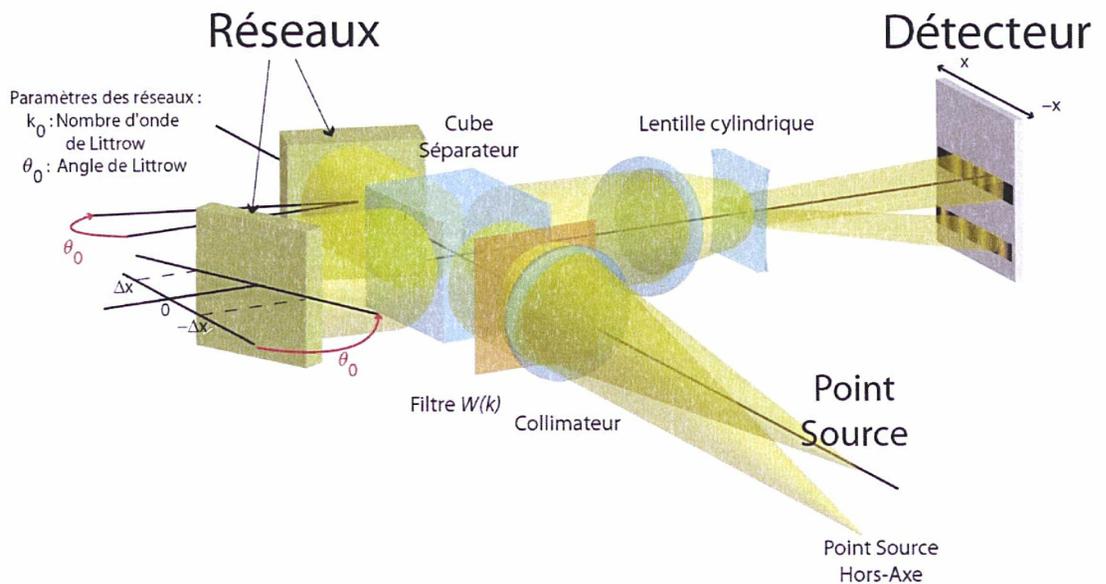


FIGURE II.: Montage de principe du spectromètre de Fourier hétérodyne imageur. La lentille cylindrique brise la symétrie axiale du système et modifie la puissance dans une direction. Ainsi pour un objet ponctuel sur l'axe, l'image enregistrée sur le détecteur est une ligne sur l'axe qui contient l'interférogramme. Pour un point hors-axe, l'image est elle aussi hors-axe, sa position verticale étant donnée par la conjugaison de l'objet avec le plan du détecteur, mais contient toujours en ligne l'interférogramme de ce point.

Contrairement à la technique développée pour SHIMMER, la stratégie développée au LESIA et présentée dans cette thèse consiste à faire l'image d'un objet à une dimension sur le détecteur, dans la direction perpendiculaire aux franges. Pour cela, il

3. voir (Cardon et al., 2003) et le §2.2

faut rompre la symétrie axiale du système et concevoir un système optique qui forme l'image des figures d'interférences pour chaque point d'une fente objet. Ceci peut être réalisé simplement en introduisant une lentille cylindrique à la sortie de l'interféromètre. Le principe de l'instrument résultant de cette modification est présenté sur la figure II. De cette façon, l'instrument possède deux puissances optiques différentes dans les directions tangentielle (représenté par l'axe x sur la figure II) et sagittale (perpendiculaire à l'autre)⁴.

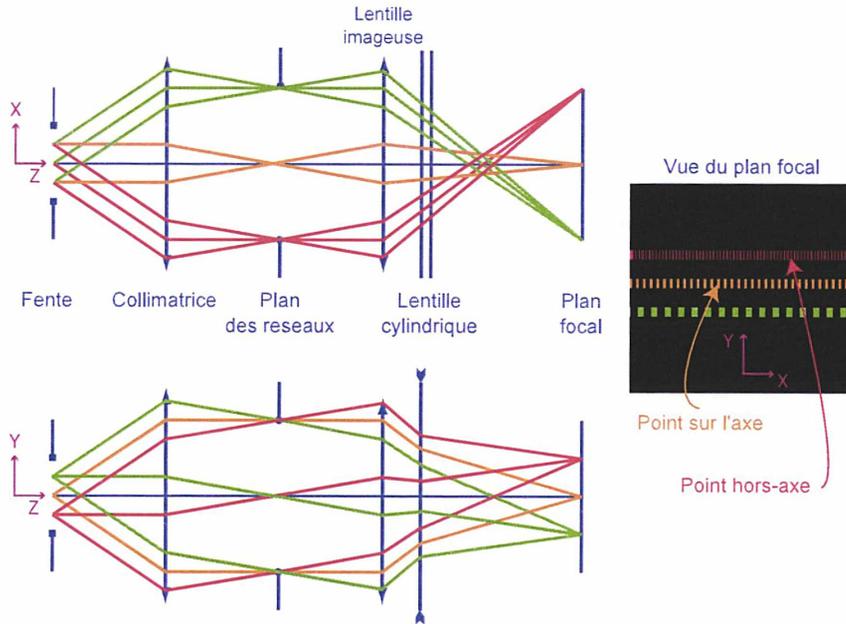


FIGURE III.: Représentation géométrique du montage. En haut, l'instrument est représenté dans la direction des franges, la lentille cylindrique est une lame à faces parallèles et l'image des réseaux est formée sur le détecteur. En bas, la dimension spatiale est représentée, et c'est la fente qui est imagée sur le détecteur. Sur la droite, l'image vue par le détecteur est schématisée.

Dans la direction tangentielle, la lentille cylindrique est équivalente à une lame à faces parallèles, elle n'a pas de puissance, et les franges, situées dans le plan de symétrie des réseaux, sont imagées sur le détecteur. Dans la direction sagittale, la lentille cylindrique affecte la trajectoire des rayons. Sa puissance est calculée de façon à avoir l'image de la fente objet dans le même plan que celle des franges obtenues dans l'autre direction. De cette façon chaque point de la fente agit indépendamment de l'autre. Du point de vue de l'optique géométrique le montage doit alors se représenter de deux

4. Je pourrais aussi appeler par la suite ces directions horizontale et verticale, respectivement

façons, une pour chaque dimension. Dans cette représentation, on néglige la diffraction sur les réseaux et on les représentent simplement par un diaphragme. On obtient alors le système équivalent représenté sur la figure III.

Incidentement, on peut remarquer que sans la lentille cylindrique, le système fait l'image de la pupille d'entrée sur le détecteur et les franges peuvent être enregistrées, pour un point source, sur toute la surface du détecteur. C'est ce qu'on appellera le mode non-imageur. A l'inverse, quand la lentille cylindrique est insérée dans le montage, l'image d'un point est une ligne qui contient l'information spectrale. On parlera alors de mode-imageur. Ainsi, on obtient une dimension spatiale et une dimension spectrale sans aucune partie mobile, et qui ne nécessite pas de traitement pour séparer les informations spatiales et spectrales. Le nombre de canaux spectraux observables dépend du nombre de pixels dans la largeur du détecteur. Cette limite (~ 1000 dans les dimensions couramment utilisées) définit le rapport de l'étendue spectrale à la résolution spectrale. Comme il sera montré dans les études de cas plus bas, cette limite est tout à fait acceptable même à très haute résolution spectrale pour certaines applications (sondage de raies atmosphériques par exemple, qui ne nécessite pas un large domaine spectral), tout en étant réalisable au moyen de conceptions instrumentales très compactes.

DÉMARCHE ET OBJECTIF DU TRAVAIL

L'objectif de cette thèse est de démontrer les performances d'un *spectromètre de Fourier hétérodyne imageur (SFHI)* à haute résolution spectrale, qui pourrait être embarqué sur une mission spatiale, destinée soit à l'exploration planétaire soit à l'observation de la Terre. Elle prend place dans le cadre d'une action de Recherche & Technologie du CNES, co-financée par un partenaire industriel, Thales Alenia Space. Cette technique devrait permettre de concevoir des instruments d'encombrements très réduits. Alors que les spectro-imageurs de la génération actuelle présentent un poids total d'une trentaine de kilogrammes, l'objectif pour la prochaine génération serait de peser moins de 3 kg. Avec une électronique miniaturisée comme le permettent les ASIC (Application Specific Integrated Circuit) et les FPGA (Field-Programmable Gate Array) la technique de spectro-imagerie de Fourier hétérodyne offre la possibilité d'obtenir des instruments représentant un poids de cet ordre de grandeur. Mon travail a eu pour but de donner un cadre formel et pratique aux futures études qui pourront être engagées par le laboratoire dans le cadre de réponse à appels d'offre. A travers une compréhension fine de l'instrument et de tous les paramètres qui peuvent affecter l'interférogramme, j'ai voulu préparer la conception d'une instrumentation miniaturisée, en fixant les tolérances acceptables sur les paramètres de position des composants optiques. De cette façon, les points durs peuvent être identifiés et isolés rapidement. Mon travail s'est organisé selon trois étapes : la construction d'un modèle instrumen-

tal théorique d'une part, la conduite de simulations avec ce modèles des effets des variations des principaux paramètres instrumentaux, et la construction d'un banc de démonstration permettant de valider ces simulations.

La thèse s'articule donc autour de deux grandes parties, encadrées par la présente introduction et par la conclusion de ce travail. La première partie développe les aspects théoriques de la technique, qui ont servi de base à l'élaboration du modèle numérique. La deuxième partie concerne le montage d'un SFHI et l'étude réalisée en laboratoire. Dans la première partie, le premier chapitre rappelle les principes généraux des phénomènes d'interférences. Ensuite, le deuxième chapitre présente les propriétés fondamentales d'un SFH d'après le formalisme initialement développé par Harlander (1991). Puis, le troisième chapitre propose une étude théorique originale des limitations des performances d'un SFHI, qui supporte la détermination de la sensibilité de l'instrument aux variations des paramètres, en prenant compte des spécificités liées à l'imagerie spectrale. La deuxième partie s'ouvre sur le quatrième chapitre, qui présente la conception du banc de démonstration et les différents tests de validation du modèle réalisés en laboratoire. Le cinquième chapitre évoque les aspects de l'étalonnage et de correction des interférogramme bruts. Enfin, la conclusion ouvre les perspectives d'études complémentaires et présente les domaines où cette technique peut montrer un intérêt, pour s'achever sur des exemples d'applications possibles pour la techniques du SFHI.

Première partie

THÉORIE DU SPECTROMÈTRE DE
FOURIER HÉTÉRODYNE

CADRE GÉNÉRAL

Ce travail s'intéressant à la sensibilité d'un instrument aux variations de ses paramètres, il est essentiel de décrire les concepts fondamentaux de la technique, et le formalisme mathématique employé pour décrire les phénomènes physiques à l'origine de la formation d'images spectrales. Ce chapitre présente les développements théoriques qui servent de cadre à cette étude, et qui permettent de comprendre les outils qui seront utilisés pour extraire l'information des images enregistrées. Ainsi, dans un premier temps les propriétés de bases des ondes électromagnétiques et les notations utilisées pour les représenter sont rappelés. La partie suivante donne l'expression de l'interférogramme pour le montage du Michelson modifié idéal. Enfin, ce chapitre se clôt sur la justification de l'utilisation de la transformation de Fourier qui donne son nom à la technique.

1.1 PROPRIÉTÉS DES ONDES PLANES HARMONIQUES

Dans les développements qui suivent, la lumière est considérée comme une onde électromagnétique, représentée par deux vecteurs \mathbf{E} et \mathbf{H} ¹, appelés respectivement champ électrique et excitation magnétique. Les équations de Maxwell établissent les relations entre les quantités élémentaires du champ électromagnétique par des équations différentielles. Leur résolution permet la détermination des vecteurs du champ pour une distribution donnée de courants et de charges. Lorsque la source lumineuse est ponctuelle, monochromatique et à l'infini, l'onde émise est considérée comme une onde plane harmonique. Pour ces ondes, en un point P de l'espace représenté par le vecteur position \mathbf{r} et à l'instant t , le vecteur \mathbf{E} ² solution des équations de Maxwell peut s'écrire (Born and Wolf, 1980, § 1.3 et 7.2) comme la partie réelle d'un vecteur

1. Les vecteurs seront représentés par des caractères gras. L'ensemble des notations, symboles, unités, repères et définitions mathématiques utilisés dans cette thèse est donné dans la partie [Notations](#)

2. Seule l'écriture de \mathbf{E} est ici détaillée pour des raisons de concision, mais un formalisme analogue s'applique à \mathbf{H} .

complexe Ψ nommé amplitude complexe de l'onde

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = \text{Re}(\Psi(\mathbf{r}, t)) = \frac{1}{2} [\Psi(\mathbf{r}, t) + \Psi^*(\mathbf{r}, t)] \quad (1.1)$$

avec

$$\Psi(\mathbf{r}, t) = \mathbf{A}(\mathbf{r})e^{i\omega t} \quad (1.2)$$

Ici ω est la fréquence angulaire, elle représente le nombre d'oscillations de l'onde en 2π secondes. Elle est liée à la longueur d'onde λ dans le milieu par la relation

$$\omega = 2\pi \frac{c}{n\lambda} \quad (1.3)$$

où c est la vitesse de la lumière dans le vide et n est l'indice de réfraction du milieu. L'amplitude \mathbf{A} a pour coordonnées cartésiennes

$$A_x = a_1(\mathbf{r})e^{-ig_1(\mathbf{r})} \quad A_y = a_2(\mathbf{r})e^{-ig_2(\mathbf{r})} \quad A_z = a_3(\mathbf{r})e^{-ig_3(\mathbf{r})} \quad (1.4)$$

où les a_j et g_j ($j = 1, 2, 3$) sont des fonctions réelles. Pour une onde plane homogène les a_j sont constants tandis que les g_j , appelés fonctions de phase sont de la forme

$$g_j(\mathbf{r}) = \mathbf{k} \cdot \mathbf{r} - \vartheta_j \quad (1.5)$$

Les ϑ_j sont des termes de phase constants qui déterminent l'état de polarisation de l'onde et le vecteur \mathbf{k} représente le vecteur d'onde dans le milieu. Il est orienté dans le sens de propagation de l'onde spécifié par le vecteur unitaire \mathbf{s} et sa norme est liée à la longueur d'onde par la relation

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} \quad (1.6)$$

Les grandeurs présentées ici sont représentées schématiquement sur la figure 1.1.

En spectroscopie, il est fréquent d'utiliser le concept de nombre d'onde, noté κ , qui est le nombre de longueurs d'onde par unité de longueur, habituellement exprimé en cm^{-1} ,

$$\kappa = \frac{1}{\lambda} \quad (1.7)$$

Une autre notion fréquemment utilisée est le chemin optique, $\mathcal{S}(\mathbf{r})$, qui est une fonction scalaire de la position. En séparant les fonctions de phases g_j (1.5) en deux termes, on peut écrire le vecteur de l'amplitude de l'onde sous la forme

$$\mathbf{A}(\mathbf{r}) = \mathbf{a}(\mathbf{r})e^{-i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}}e^{i\vartheta} \quad (1.8)$$

Alors on a

$$\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} = k_0 n(\mathbf{s} \cdot \mathbf{r}) = k_0 \mathcal{S}(\mathbf{r}) \quad (1.9)$$

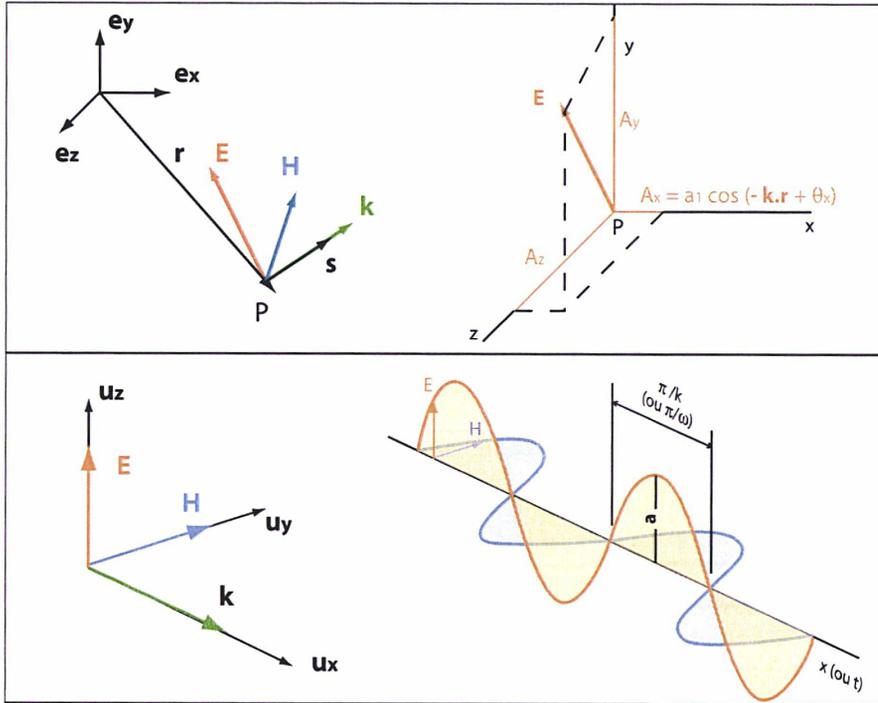


FIGURE 1.1.: Propagation d'une onde plane harmonique. En haut à gauche, schéma représentant le trièdre direct des vecteurs de bases orthonormés (\mathbf{e}_x , \mathbf{e}_y , \mathbf{e}_z) et les vecteurs champ électrique $\mathbf{E}(\mathbf{r}, t)$, excitation magnétique $\mathbf{H}(\mathbf{r}, t)$, le vecteur d'onde $\mathbf{k}(\mathbf{r}, t)$, et le vecteur unitaire de direction de propagation \mathbf{s} , pour un point P de l'espace à un instant t. En haut à droite, les coordonnées de l'amplitude, pour le point P à l'instant t. En bas, on représente la propagation de l'onde dans un repère orthonormé (\mathbf{u}_x , \mathbf{u}_y , \mathbf{u}_z) aligné sur les vecteurs du champ.

avec k_0 la norme du vecteur d'onde dans le vide, n l'indice du milieu, \mathbf{s} le vecteur unité de direction de propagation et $\mathcal{S}(\mathbf{r})$ le chemin optique. Le chemin optique dépend donc de l'indice du milieu.

Pour étudier un spectre, il faut mesurer la répartition en λ (ou κ) de l'intensité de la lumière. On considère donc la quantité d'énergie qui traverse par unité de temps un élément de surface perpendiculaire à la direction de propagation. Elle est représentée par le vecteur de Poynting, noté \mathbf{S} ,

$$\mathbf{S} = \frac{c}{4\pi} (\mathbf{E} \wedge \mathbf{H}) \quad (1.10)$$

Or pour une onde plane, les vecteurs \mathbf{E} , \mathbf{H} , et \mathbf{k} forment une trièdre orthogonal direct

et le vecteur de Poynting est colinéaire à la direction de propagation \mathbf{s} . La relation (1.10) se simplifie,

$$\mathbf{S} = \frac{c}{4\pi} \sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}} |\mathbf{E}|^2 \mathbf{s} \quad (1.11)$$

où ε est la permittivité et μ est la perméabilité magnétique du milieu.

Comme les fréquences optiques sont très grandes (ω est de l'ordre 5×10^{14} Hz pour le visible), il est impossible d'observer la valeur instantanée des grandeurs oscillant à ces fréquences, et on observe une quantité moyennée sur un intervalle de temps grand comparé à la période $T = 2\pi/\omega$. L'intensité de la lumière \bar{I} est donc définie comme la moyenne temporelle de la norme du vecteur de Poynting,

$$\bar{I} = \langle |\mathbf{S}| \rangle = \frac{c}{4\pi} \sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}} \langle |\mathbf{E}|^2 \rangle \quad (1.12)$$

1.2 PHÉNOMÈNES D'INTERFÉRENCES

Comme présenté au paragraphe , l'information spectrale est mesurée par interférométrie. Ces principes étant très bien connus, je me limite ici à une présentation sommaire. D'abord, je mets en place les équations de base qui aboutissent à la formulation du champ électrique résultant de la superposition de deux ondes en toute généralité. Ensuite, je restreins cette formulation générale au cas particulier de l'interféromètre de Michelson modifié. Enfin, je démontre le principe de l'hétérodynage spatial, principale propriété par laquelle le montage du Michelson à réseau diffère d'un interféromètre désaligné.

1.2.1 SUPERPOSITION DE DEUX ONDES

Supposons que deux ondes planes monochromatiques \mathbf{E}_1 et \mathbf{E}_2 , se superposent en un point P à l'instant t. Le champ électrique total au point P, conformément au principe de superposition, est

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = \mathbf{E}_1(\mathbf{r}, t) + \mathbf{E}_2(\mathbf{r}, t) \quad (1.13)$$

D'après l'équation (1.12), l'intensité au point P s'écrit, à une constante près

$$I = \langle |\mathbf{E}|^2 \rangle = \langle |\mathbf{E}_1|^2 \rangle + \langle |\mathbf{E}_2|^2 \rangle + \langle \mathbf{E}_1 \cdot \mathbf{E}_2^* \rangle + \langle \mathbf{E}_1^* \cdot \mathbf{E}_2 \rangle \quad (1.14)$$

ou bien

$$I = I_1 + I_2 + \langle \mathbf{E}_1 \cdot \mathbf{E}_2^* \rangle + \langle \mathbf{E}_1^* \cdot \mathbf{E}_2 \rangle \quad (1.15)$$

où I_1 et I_2 sont les intensités des deux ondes individuellement. Ce résultat général se simplifie beaucoup si on considère deux ondes polarisées linéairement. On peut écrire l'amplitude complexe Ψ_j pour $j = 1, 2$ de ces ondes sous la forme

$$\Psi_j(\mathbf{r}, t) = \mathbf{a}_j(\mathbf{r}) e^{i(\omega_j t - \Phi_j(\mathbf{r}))} \quad (1.16)$$

L'intensité du champ total devient

$$I = I_1 + I_2 + 2(\mathbf{a}_1(\mathbf{r}) \cdot \mathbf{a}_2(\mathbf{r})) \langle \cos((\omega_1 - \omega_2)t - (\Phi_1(\mathbf{r}) - \Phi_2(\mathbf{r}))) \rangle \quad (1.17)$$

Les interférences sont contenues dans le troisième terme du membre de gauche. Nous pouvons tirer deux conclusions importantes de ce résultat. Premièrement, si les deux ondes qui interfèrent sont polarisée perpendiculairement, il n'y aura pas d'effet d'interférences visible car le produit scalaire $\mathbf{a}_1 \cdot \mathbf{a}_2$ produira un coefficient nul. Deuxièmement, si les fréquences des deux ondes sont différentes, les effets d'interférences seront modulés périodiquement dans le temps, avec une fréquence de battement égale à la différence des fréquences.

L'intensité étant mesurée sur une période de temps finie, il faut que les deux ondes aient une relation de phase déterminée sur une durée plus longue que cette période pour pouvoir observer les interférences. Ces considérations sont l'objet de la théorie de la cohérence, qui n'est pas nécessaire dans le cadre de ces travaux et ne sera pas développée ici. Remarquons simplement que, dans le cas où les deux ondes sont issues d'une même source monochromatique, elles peuvent interférer. Le montage de l'interféromètre de Michelson utilise une lame séparatrice pour diviser le front d'onde incident en deux, de cette façon, les deux fronts d'ondes possèdent les caractéristiques nécessaires à la production d'interférences, dont la formulation est donnée dans la prochaine section.

1.2.2 MONTAGE DU MICHELSON MODIFIÉ

Si on incline l'un des miroirs d'un Michelson classique, on obtient un interféromètre qui produit des franges d'égales épaisseurs, ou franges de Fizeau. Le montage étudié ici fonctionne sur un principe très similaire, mais se démarque par l'utilisation de réseaux de diffraction à la place des miroirs (voir la figure I). La lumière est d'abord collimatée puis séparée par le cube compensateur. Chaque front d'onde arrive ensuite sur les réseaux, supposés identiques, puis est diffracté. La superposition de ces deux fronts d'onde produit alors des interférences. Considérons le cas d'une source monochromatique ponctuelle d'intensité I_0 , qui émet une onde polarisée linéairement décrite par l'équation (1.16). Soit η l'efficacité de la diffraction des réseaux dans l'ordre considéré. On considère dans un premier temps que η ne dépend pas de l'incidence, ni de la polarisation. Supposons de plus que le cube soit parfait, c'est-à-dire sans absorption, sans réflexion sur ces faces et avec une lame qui réfléchit exactement la moitié du flux et non polarisante. Après le cube, les intensités des ondes sont égales avec $I_1 = I_2 = \eta I_0/4$ puisqu'une partie du flux incident est renvoyé vers la source. L'intensité totale en un point où les ondes se superposent s'écrit, d'après (1.17)

$$I(\mathbf{r}) = \eta \frac{I_0}{2} [1 + \cos(\Delta\Phi(\mathbf{r}))] \quad (1.18)$$

où $\Delta\Phi(\mathbf{r}) = \Phi_1(\mathbf{r}) - \Phi_2(\mathbf{r})$ est la différence de phase entre les ondes. Avec les suppositions précédemment faites, elle s'écrit

$$\Delta\Phi(\mathbf{r}) = (\mathbf{k}_2 - \mathbf{k}_1) \cdot \mathbf{r} \quad (1.19)$$

où \mathbf{k}_1 et \mathbf{k}_2 sont les vecteurs des ondes diffractées par les réseaux G_1 et G_2 . L'intensité possède une partie continue et une partie modulée par un cosinus qui dépend de la différence de phase. En comparaison avec un montage de Michelson désaligné, l'efficacité de la modulation est moindre, étant donné que l'énergie des ondes dépend de l'efficacité du réseau dans l'ordre de diffraction choisi. Par ailleurs, l'angle entre les deux fronts d'onde est produit par la diffraction sur les réseaux et dépend dès lors du nombre d'onde, ce qui représente une propriété particulière au montage.

1.2.3 PRINCIPE DE L'HÉTÉRODYNAGE SPATIAL

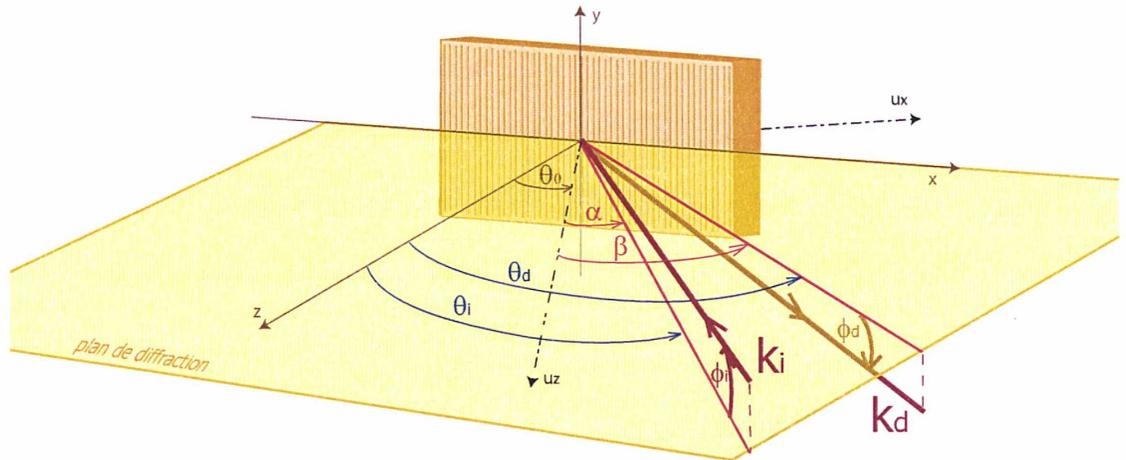


FIGURE 1.2.: Système de coordonnées et angles pour la diffraction sur l'un ou l'autre des réseaux. Les axes x et y définissent la surface du réseau avec x perpendiculaire aux traits et y dans la direction des traits. L'axe z est la normale du réseau et forme un angle θ_0 avec l'axe u_z du repère d'étude qui coïncide avec l'axe optique. Les axes y et u_y sont confondus. On repère ainsi un vecteur d'onde incident \mathbf{k}_i et un vecteur d'onde diffracté \mathbf{k}_d .

La figure 1.3 décrit la partie dispersive du montage et donne le trajet de la lumière pour un rayon incident sur l'axe, en vert et hors axe en rouge. Si on considère chaque

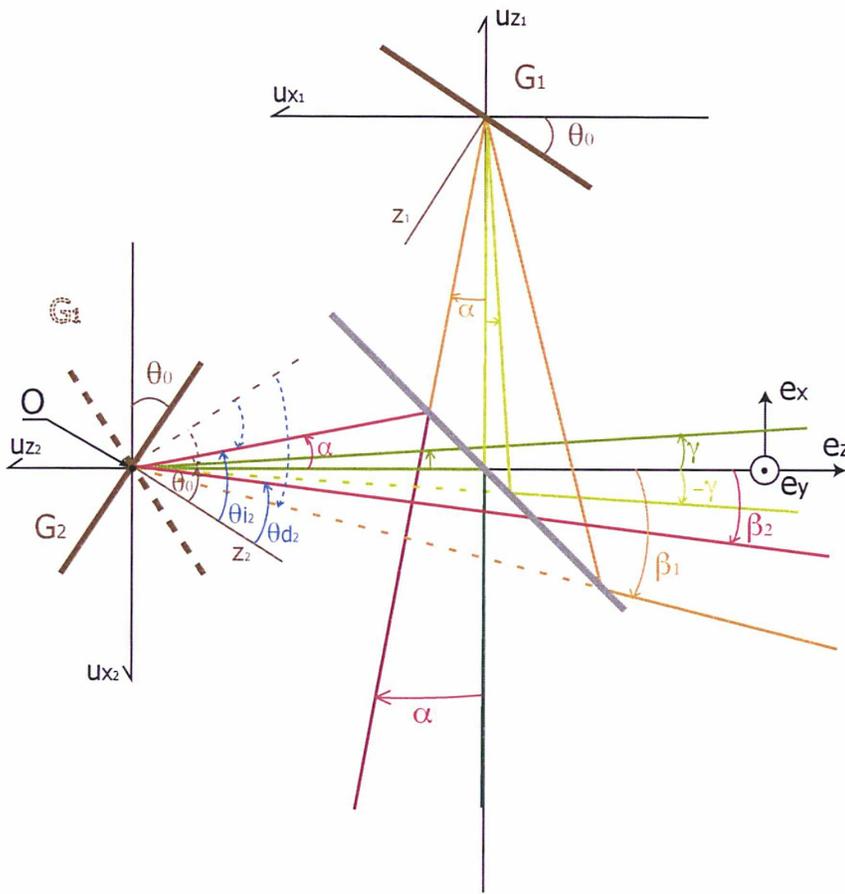


FIGURE 1.3.: Projection de la partie dispersive du montage sur le plan de diffraction. Le trait gris au centre de la figure représente la lame séparatrice et les réseaux G_1 en haut et G_2 à gauche sont en marron. L'image virtuelle du réseau G_1 par la séparatrice est représentée par des pointillés. La lumière collimatée incidente arrive par le bas de la figure, et repart vers le détecteur sur la droite. Le trajet de la lumière pour un rayon sur l'axe optique de longueur d'onde quelconque est représenté en vert foncé et clair avec les tons suivant : le rayon incident sur l'axe est représenté en vert bouteille, la partie réfléchiée par la lame séparatrice est en vert clair et la partie transmise est en vert chou. Les rayons diffractés par les réseaux forment chacun un angle γ et $-\gamma$ avec l'axe optique. Le trajet de la lumière pour un rayon de la même longueur d'onde mais avec un incidence hors-axe est représenté en rouge et orange. Les deux rayons diffractés forment les angles $\beta_1 = -\gamma - \alpha$ et $\beta_2 = \gamma - \alpha$ au premier ordre.

réseau séparément, on peut utiliser les notations données sur la figure 1.2. Les vecteurs \mathbf{x} , \mathbf{y} et \mathbf{z} sont définis par le réseau. Le vecteur \mathbf{z} correspond à la normale du réseau, le vecteur \mathbf{x} est perpendiculaire à la direction des traits du réseaux et \mathbf{y} est dans la direction des traits. Le repère d'étude local aux réseaux $(\mathbf{u}_x, \mathbf{u}_y, \mathbf{u}_z)$ s'obtient par rotation du trièdre $(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \mathbf{z})$ d'angle θ_0 autour de \mathbf{y} (\mathbf{u}_z est choisi pour coïncider avec l'axe optique). On définit alors un vecteur d'onde incident \mathbf{k}_i et un vecteur d'onde diffracté \mathbf{k}_d . Les vecteurs \mathbf{k}_1 et \mathbf{k}_2 sont les images, vues depuis la sortie du cube, des deux \mathbf{k}_d diffractés par chaque réseau. En suivant le raisonnement donné par Harlander (1991), on peut exprimer de façon simple les composantes de ces vecteurs. L'équation des réseaux (Palmer, 2002) donne, pour l'un ou l'autre des réseaux, pour une onde incidente de nombre d'onde κ et de vecteur d'onde \mathbf{k}_i .

$$\frac{m}{d} = \kappa \cos \phi_d (\sin \theta_i + \sin \theta_d) \quad (1.20a)$$

$$\phi_d = -\phi_i \quad (1.20b)$$

où θ_i et θ_d sont respectivement les angles formés par la normale au réseau et les vecteurs d'onde incidents et diffractés, ϕ_i et ϕ_d sont les angles entre le plan de diffraction et ces mêmes vecteurs d'onde, comme repérés sur la figure 1.2. L'entier m est appelé l'ordre d'interférence et d est la période des traits du réseau. On introduit alors le nombre d'onde de Littrow κ_0 , nombre d'onde pour lequel une onde incidente dans le plan de diffraction est diffractée sur elle-même et qui suit la relation

$$\frac{m}{d} = 2\kappa_0 \sin \theta_0 \quad (1.21)$$

L'équation (1.20a) peut s'écrire

$$\frac{m}{d} = \kappa \cos \phi_d (\sin(\theta_0 + \alpha) + \sin(\theta_0 + \beta)) \quad (1.22)$$

où α et β sont les angles que forment respectivement le vecteur d'onde incident \mathbf{k}_i et le vecteur d'onde diffracté \mathbf{k}_d avec l'axe optique \mathbf{u}_z (figure 1.2).

Vus depuis la sortie du cube (figure 1.3), les deux réseaux sont anti-symétriques. Ainsi une même incidence α hors-axe venant de la source est comptée positivement pour l'un et négativement pour l'autre. Cela conduit à des angles diffractés qui ne sont pas symétriques par rapport à l'axe optique. On a alors, en utilisant (1.21)

$$\beta_1 = \arcsin\left(\frac{m}{d} \frac{1}{\kappa \cos \phi_1} - \sin(\theta_0 + \alpha)\right) - \theta_0 \quad (1.23)$$

$$\beta_2 = -\arcsin\left(\frac{m}{d} \frac{1}{\kappa \cos \phi_2} - \sin(\theta_0 - \alpha)\right) + \theta_0 \quad (1.24)$$

Nous avons alors l'expression analytique des angles formés par chaque front d'onde diffracté avec l'axe optique, en fonction de θ_0 et de l'incidence. Pour calculer la différence de phase de l'équation (1.19), nous devons exprimer les coordonnées de \mathbf{k}_1 et \mathbf{k}_2

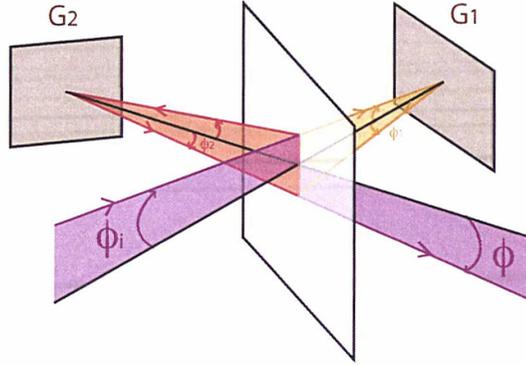


FIGURE 1.4.: Vue en perspective de la partie dispersive sur le plan de diffraction représentant un rayon incident hors-axe avec $\alpha = 0$ et ϕ_i quelconque. On a $\phi = \phi_1 = \phi_2 = -\phi_i$.

dans le même repère. Choisissons de nous placer dans le repère de base orthonormée $(\mathbf{e}_x, \mathbf{e}_y, \mathbf{e}_z)$ donnée sur la figure 1.3. Le vecteur \mathbf{e}_z donne la direction de l'axe optique, \mathbf{e}_x est contenu dans le plan de diffraction, et \mathbf{e}_y est perpendiculaire à ce plan. En notant k_{xj}, k_{yj}, k_{zj} pour $j = 1, 2$ les coordonnées des vecteurs d'onde diffractés \mathbf{k}_j par les deux bras de l'interféromètre dans cette base, on a

$$k_{xj} = 2\pi\kappa \cos \phi_j \sin \beta_j \quad (1.25)$$

$$k_{yj} = -2\pi\kappa \sin \phi_j \quad (1.26)$$

$$k_{zj} = 2\pi\kappa \cos \phi_j \cos \beta_j \quad (1.27)$$

Or $\phi_1 = \phi_2$, en vertu de (1.20b) car la lame séparatrice conserve l'angle hors-plan (voir figure 1.4) et on peut ainsi omettre l'indice.

La différence de phase donnée en (1.19) s'écrit, pour un point de coordonnées (x, y, z) dans le repère de base $(\mathbf{e}_x, \mathbf{e}_y, \mathbf{e}_z)$ centré sur le point O défini par l'intersection de \mathbf{e}_z et la surface de G_2 (figure 1.3)

$$\Delta\Phi(\mathbf{r}) = 2\pi\kappa \cos \phi ((\sin \beta_2 - \sin \beta_1)x + (\cos \beta_2 - \cos \beta_1)z) \quad (1.28)$$

En injectant (1.28) dans (1.18) on obtient l'intensité en fonction de la position, qui est l'interférogramme de la source. Pour une source ponctuelle de nombre d'onde κ , on voit que la différence de phase ne dépend que de x et de z . Ainsi, dans un plan

(x, y) donné, l'intensité d'une source ponctuelle monochromatique prend l'apparence de bandes brillantes régulièrement espacées dans la direction x . On parle de franges d'interférences, aussi appelées dans ce cas franges de Fizeau.

Dans le cas d'une onde plane monochromatique de vecteur d'onde orthogonal à la surface des réseaux, on a $\alpha = \phi = 0$. Les angles des rayons diffractés par les deux bras de l'interféromètre sont de signe opposé ; on note $\gamma = \pm\beta_{1,2}$ (cf. rayons verts sur la figure 1.3). La différence de phase prend alors la forme simple

$$\Delta\Phi(\mathbf{r}) = 4\pi\kappa \sin \gamma x \quad (1.29)$$

Elle ne dépend que de x et les franges sont visibles partout où les fronts d'onde sont superposés. Avec ces notations, la formule des réseaux (1.22) peut alors s'écrire

$$\frac{m}{d} = \kappa(\sin \theta_0 + \sin(\theta_0 + \gamma)) \quad (1.30)$$

En utilisant (1.21) et en développant (1.30) on obtient

$$\cos \gamma + \frac{\cos \theta_0}{\sin \theta_0} \sin \gamma = \frac{2\kappa_0}{\kappa} - 1 \quad (1.31)$$

En prenant le développement limité de cette équation en 0, on a

$$\gamma = 2\left(\frac{\kappa_0 - \kappa}{\kappa}\right) \tan \theta_0 + O(\gamma^2) \quad (1.32)$$

et comme $\gamma \ll 1$ on peut l'approximer par son développement au premier ordre

$$\sin \gamma \approx \gamma \approx 2\left(\frac{\kappa_0 - \kappa}{\kappa}\right) \tan \theta_0 \quad (1.33)$$

En utilisant (1.33) et (1.29), (1.18) s'écrit maintenant au premier ordre

$$I(\mathbf{r}) = \eta \frac{I_0}{2} [1 + \cos(8\pi(\kappa_0 - \kappa) \tan \theta_0 x)] \quad (1.34)$$

L'intensité varie donc périodiquement selon x avec une fréquence f_x

$$f_x = 4|(\kappa - \kappa_0)| \tan \theta_0 \quad (1.35)$$

En résumé, contrairement au cas du montage de Michelson classique, la différence de marche entre les deux bras n'est pas produite par le déplacement d'un des miroirs. Elle est obtenue par diffraction sur les réseaux qui introduit un angle entre les deux fronts d'onde. Il n'y a donc pas de partie mobile, ce qui est un atout pour les applications spatiales. Par ailleurs les réseaux étant inclinés sur l'axe et utilisés dans un ordre de diffraction non nul, la fréquence des franges ne dépend pas uniquement du

nombre d'onde. Elle est proportionnelle à la différence $\kappa - \kappa_0$ entre le nombre d'onde de la lumière et un nombre d'onde de référence, le nombre d'onde de Littrow, défini par l'angle des réseaux. C'est pour cette raison que la technique porte l'adjectif hétérodyne³. Nous allons voir que cela permet d'obtenir une haute résolution spectrale, avec des instruments qui peuvent, pour le visible, être rendu très compact, ce qui est un des buts recherchés pour un instrument embarqué.

1.3 SPECTROSCOPIE DE FOURIER HÉTÉRODYNE

Les développements précédents ont établi la relation entre l'intensité enregistrée et le nombre d'onde de la lumière incidente. Il reste à déterminer l'opération qui permettra de retrouver la densité spectrale de la source à partir de l'intensité enregistrée. C'est à ce niveau qu'intervient la transformation de Fourier qui donne son nom à la technique, qui constitue l'objet de cette partie. La définition et les principales propriétés de la transformation de Fourier⁴ sont présentées dans l'annexe A. Par la suite, TF sera indifféremment utilisé pour la transformation de Fourier ou pour la transformée de Fourier, fonction qui résulte de l'application d'une transformation de Fourier.

Considérons le cas d'une source polychromatique ponctuelle dont la lumière se propage selon l'axe optique. On représente cette source polychromatique comme la somme d'une infinité de sources monochromatiques. Pour les sources naturelles, étant donné les processus physiques à l'origine de la création du spectre, et en considérant l'échelle de temps sur laquelle se fait l'observation, on peut considérer que les composantes de différentes longueurs d'ondes sont incohérentes entre elles. La densité spectrale de la source, notée $B(\kappa)$, correspond à l'intensité par élément de fréquence. L'intensité totale sur tout le spectre s'écrit

$$J_0 = \int_0^{\infty} B(\kappa) d\kappa \quad (1.36)$$

D'après (1.34), l'interférogramme s'écrit

$$I(x) = \frac{1}{2} \int_0^{\infty} \eta(\kappa) B(\kappa) (1 + \cos(2\pi[4(\kappa_0 - \kappa) \tan \theta_0]x)) d\kappa \quad (1.37)$$

où $\eta(\kappa)$ représente la dépendance en nombre d'onde de l'efficacité des réseaux. Afin de faciliter les calculs, on effectue le changement de variable

$$u = 4x \tan \theta_0 \quad (1.38)$$

$$\sigma = \kappa - \kappa_0 \quad (1.39)$$

3. Voir paragraphe .

4. Pour un traitement plus complet de ces questions, le lecteur est invité à consulter [Bracewell \(2000\)](#)

et on appelle u la différence de marche et σ le nombre d'onde hétérodyné. Si de plus on pose

$$B_p(\kappa) = \eta(\kappa) \frac{1}{2} \frac{B(\kappa + \kappa_0) + B(-\kappa + \kappa_0)}{2} \quad (1.40)$$

de façon à prendre en compte les pertes de modulation dues à la lame séparatrice et aux réseaux, l'équation 1.37 devient

$$I(u) = \int_{-\infty}^{\infty} B_p(\sigma)(1 + \cos(2\pi\sigma u)) d\sigma \quad (1.41)$$

On voit que l'interférogramme se compose d'une partie constante et d'une partie variable. La partie constante est l'énergie totale diffractée par les réseaux dans l'ordre concerné. Elle représente la portion utile de l'énergie émise par la source, le reste du flux étant perdu à cause de la lame séparatrice et de la diffraction par les réseaux. La partie variable est, à une constante près, la transformée de Fourier en cosinus du spectre de la source, où l'origine des fréquences $\sigma = 0$ correspond à $\kappa = \kappa_0$. C'est ce qui donne son nom à la technique, puisque les fréquences ne sont pas connues de façon absolues mais par une différence à une autre fréquence, c'est donc une détection hétérodyne⁵. En appliquant la transformation de Fourier à $I(u)$ on obtient $B_p(\sigma)$, qui est la partie paire du spectre obtenu après le changement d'origine (1.39), et un terme additif à la fréquence nulle, correspondant à la TF d'un terme constant que l'on préfère en général supprimer. Comme $B(\sigma)$ est une fonction réelle, on peut utiliser la TF en cosinus de l'interférogramme, ou prendre le module de la TF complexe de l'interférogramme, indifféremment. Tout au long de l'exposé, j'utiliserai trois façons de représenter le spectre obtenu par TF, qui diffèrent par leur échelle de fréquence :

- la fréquence hétérodyne, $f = \sigma \tan \theta_0$. Elle représente l'échelle des fréquences de la TF sans connaître la valeur de la référence des nombres d'onde.
- le nombre d'onde hétérodyné, $\sigma = \kappa - \kappa_0$. Il n'est possible de le mesurer qu'en connaissant θ_0 . Il peut être positif ou négatif.
- le nombre d'onde κ , résultat de l'étalonnage du spectre.

Ce chapitre a posé le cadre général du principe théorique de la spectroscopie de Fourier hétérodyne, le prochain présente comment ce principe se met en œuvre en pratique.

5. voir

PARAMÈTRES FONDAMENTAUX D'UN SFH

Le chapitre précédent a permis de comprendre les mécanismes à l'origine de la formation des interférogrammes. En pratique, nous devons nous placer dans un cadre réaliste où les objets ne sont plus parfaits. Ces limitations physiques fondamentales vont donner les performances limites de l'instrument. Ce chapitre présente les paramètres fondamentaux d'un SFH, qui ne dépendent pas de la conception ou de la réalisation de l'instrument. Pour commencer, la description de la réponse de l'instrument à une source monochromatique est donnée, afin d'obtenir la limite de résolution en fonction des dimensions des composants. Ensuite le sujet de l'échantillonnage est abordé et ses conséquences sur les spectres mesurés sont définies. Enfin, ce chapitre se termine sur une étude quantitative de l'effet des sources de bruit sur les spectres enregistrés.

2.1 FONCTION D'APPAREIL

La fonction d'appareil théorique d'un spectromètre est la répartition de densité spectrale mesurée pour une radiation incidente rigoureusement monochromatique et ponctuelle. Dès lors elle est déterminée par la différence de marche permise par ce spectromètre, qui limite le domaine sur lequel $I(u)$ est défini. La fonction d'appareil réelle correspond à la densité spectrale mesurée pour une source monochromatique réelle, c'est-à-dire qui n'est pas rigoureusement ponctuelle. De cette façon, la nature étendue de la source contribue à la fonction d'appareil. Dans cette partie, je rappelle dans un premier temps la forme de la fonction d'appareil théorique, ensuite je montre l'effet de la nature étendue de la source, puis je discute de la fonction d'appareil résultante de ces deux effets fondamentaux.

2.1.1 DIFFÉRENCE DE MARCHE FINIE

Soit une source monochromatique de nombre d'onde κ_1 et d'intensité l'unité. La partie variable de l'interférogramme, définie par (1.34), s'écrit en utilisant le changement de variable donné par (1.38) et (1.39)

$$I(u) = \frac{1}{2}\eta \cos(2\pi\sigma_1 u) \quad (2.1)$$

Pour alléger l'écriture, nous utiliserons par la suite une valeur normée de la partie variable de l'interférogramme. Cela revient à ne considérer que la partie utile de l'énergie de la source, et ne change pas le fond du raisonnement, mais ce facteur devra être pris en compte pour établir les bilans photométriques. Nous gardons donc pour la suite

$$I(u) = \cos(2\pi\sigma_1 u) \quad (2.2)$$

L'interférogramme observé est défini pour des valeurs finies de u . Si l'instrument est bien réglé, on a $-U \leq u \leq U$. Par conséquent, l'interférogramme mesuré I_{mes} est le produit d'un interférogramme idéal $I(u)$ pour u variant de $-\infty$ à $+\infty$ et d'une fonction rectangle de largeur $2U$

$$I_{mes} = I(u)\Pi_U(u) \quad (2.3)$$

où $\Pi_U(u)$ est la fonction porte telle que

$$\Pi_U(u) = \begin{cases} 1 & \text{si } |u| \leq U \\ 0 & \text{pour } |u| > U \end{cases} \quad (2.4)$$

Selon A.17, la TF d'un produit est le produit de convolution des TF individuelles, le spectre $B_{mes}(\sigma)$ résultant de l'interférogramme mesuré est

$$B_{mes}(\sigma) = \mathcal{F}\{I_{mes}\} \quad (2.5)$$

$$= \mathcal{F}\{I(u)\} \otimes \mathcal{F}\{\Pi_U(u)\} \quad (2.6)$$

Or,

$$\mathcal{F}\{\Pi_U(u)\} = 2U \text{sinc}(2U\sigma) \quad (2.7)$$

alors,

$$B_{mes}(\sigma) = \frac{1}{2}(\delta(\sigma - \sigma_1) + \delta(\sigma + \sigma_1)) \otimes 2U \text{sinc}(2U\sigma) \quad (2.8)$$

ou bien

$$B_{mes}(\sigma) = U \left(\text{sinc}(2U(\sigma - \sigma_1)) + \text{sinc}(2U(\sigma + \sigma_1)) \right) \quad (2.9)$$

Ainsi la fonction d'appareil, en tant que TF d'une fonction réelle et paire, est réelle et paire. Elle comporte deux maxima centrés sur σ_1 et $-\sigma_1$. Dans le système hétérodyné, cela produit une ambiguïté sur le nombre d'onde de la raie, car il est impossible de faire la distinction entre deux nombres d'onde symétriques autour de κ_0 . Pour lever cette ambiguïté, il faut utiliser un filtre passe-bande qui sélectionne le spectre observable pour des valeurs de σ positive ou négative, exclusivement. De cette façon, on peut s'assurer que la totalité du spectre incident correspond, dans le spectre mesuré, à $\sigma > 0$ ou $\sigma < 0$.

La fonction d'appareil est donc la fonction¹ $\text{sinc}(2U\sigma)$. Cette fonction présente un maximum principal centré sur 0, puis des lobes successivement positifs et négatifs, qui s'annulent tous les $k/2U$, avec k entier, et dont l'intensité absolue décroît en proportion inverse de σ . Une raie infiniment fine apparaît comme étendue spectralement. Cela a deux conséquences. D'une part l'énergie présente dans les lobes perturbe le signal des raies voisines. Ceci peut être corrigé facilement par apodisation. L'apodisation est un procédé bien connu de ceux qui manipulent des transformées de Fourier. Son étymologie est à relier à celle du mot "apode" qui signifie sans pieds. Il s'agit donc de supprimer les pieds de la fonction d'appareil, et pour cela, il faut multiplier l'interférogramme par une fonction adaptée. Cela a pour effet d'élargir un peu plus la raie, et il faut faire un compromis entre la largeur du pic et l'énergie perdue dans les rebonds. Il existe plusieurs types de fonctions (Bartlett, Hann, Hamming ...) dont les caractéristiques vont changer la valeur de la largeur de la bande passante et l'intensité relative des lobes (Max, 1985, § XIV). Le choix final dépend des caractéristiques du spectre observé, et il n'est pas nécessaire d'entrer dans le détail ici. En revanche, la largeur du pic central est une caractéristique fondamentale de l'instrument, elle définit sa limite de résolution spectrale. Le critère de Rayleigh ne peut s'appliquer que dans le cas où la fonction d'appareil présente des minima nuls, ce qui n'est pas le cas ici, donc on choisit communément un critère semblable. On considère deux raies tout juste résolues si leur différence en fréquence mesurée $\delta\sigma$ est égale à la largeur à mi-hauteur de la fonction d'appareil, c'est-à-dire si $\delta\sigma = 1/2U$. Or on a

$$U = 4x_{\max} \tan \theta_0 \quad (2.10)$$

En effet, par définition la différence de marche maximale (DDM) est la différence de marche mesurée pour la valeur de x la plus grande, x_{\max} . Cette valeur s'exprime en fonction de W , la largeur éclairée des réseaux et θ_0 par

$$x_{\max} = \frac{W \cos \theta_0}{2} \quad (2.11)$$

Et finalement, comme $\sigma = \kappa - \kappa_0$, on a $\delta\sigma = \delta\kappa$. Ainsi l'élément de résolution théorique

1. voir la section [Notations](#)

s'écrit en fonction des paramètres des réseaux

$$\delta\kappa = \frac{1}{4W \sin \theta_0} \quad (2.12)$$

Le pouvoir de résolution théorique de l'instrument est alors défini comme

$$\mathcal{R}_0 \equiv \frac{\kappa}{\delta\kappa} = 4W\kappa \sin \theta_0 \quad (2.13)$$

De même que la résolution spectrale du FTS est entièrement définie par sa DDM, la dimension du réseau projetée définit complètement la résolution comme indiqué par 2.13, comme cela avait été montré il y a 50 ans par Connes (1957) pour l'instrument SISAM. Ceci représente une propriété importante, commune au FTS et au SFH, à savoir que la limite de résolution dépend seulement de la DDM maximale de l'interféromètre. Utiliser deux réseaux représente l'avantage supplémentaire, particulièrement pour les applications spatiales, d'obtenir pour une même taille de réseau, une différence de marche maximale multipliée par 2. Pour une même résolution, cela représente un gain de place, pour un même volume, cela représente un gain en résolution. Par ailleurs, comparé au FTS classique, l'obtention de la différence de marche sans partie mobile représente un avantage supplémentaire.

2.1.2 OUVERTURE FINIE

L'enregistrement de l'interférogramme est réalisé par un détecteur de taille finie. Ainsi la source sera toujours vue sous un angle solide fini et ne peut pas être considérée comme ponctuelle. Par ailleurs, il est intéressant d'élargir l'ouverture de l'instrument pour augmenter la sensibilité en admettant un flux lumineux plus important. Cependant, cela diminue dans le même temps le contraste des franges à cause des interférences produites par les rayons hors-axe. La source est vue depuis les réseaux avec la géométrie présentée à la figure 2.1. En injectant (1.28) dans (1.18), on obtient l'interférogramme pour un point de la source de coordonnées angulaires (α, ϕ) ,

$$I(\mathbf{r}) = \eta \frac{I_0}{2} \left[1 + \cos \left(2\pi\kappa \cos \phi \left((\sin \beta_2 - \sin \beta_1)x + (\cos \beta_2 - \cos \beta_1)z \right) \right) \right] \quad (2.14)$$

L'interférogramme dépend de x et de z . Or, à défaut d'ajouter de l'information sur le spectre, cette dépendance en z dégrade le signal. Pour s'en affranchir, on observe l'intensité en $z = 0$, c'est-à-dire dans le plan de symétrie des images des réseaux par le cube, et on néglige le terme en z par la suite. Dans le plan de symétrie des réseaux (pour $z = 0$), la fréquence de la figure de franges d'après (2.14) est donnée par

$$f_x = |\kappa_1 \cos \phi (\sin \beta_2 - \sin \beta_1)| \quad (2.15)$$

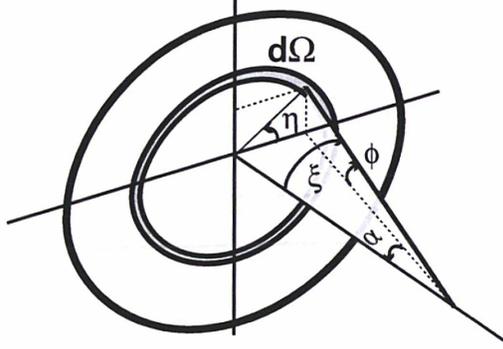


FIGURE 2.1.: Angle solide sous lequel est vue la source depuis la surface des réseaux

où β_1 et β_2 sont définis par les formules (1.23) et (1.24). On voudrait avoir une relation entre β_1 , β_2 , et γ , afin de comparer les interférogammes d'un point sur l'axe et d'un point hors-axe de même longueur d'onde. On réalise donc un développement limité au deuxième ordre en α et ϕ , avec les notations données à la figure 1.3. On peut écrire

$$f_x = \left| -2\kappa_1 \sin \gamma - \kappa_1 \alpha^2 \left(\cos \gamma \left(\frac{\sin \theta_0}{\cos(\theta_0 + \gamma)} + \frac{\cos^2 \theta_0 (2\kappa_0 \sin \theta_0 - \kappa \sin \theta_0)}{\kappa \cos^3(\theta_0 + \gamma)} \right) - \sin \gamma \frac{\cos^2 \theta_0}{\cos^2(\theta_0 + \gamma)} + o(\alpha^2) \right) - \kappa_1 \phi^2 \left(2 \cos \gamma \frac{\kappa_0 \sin \theta_0}{\kappa \cos(\theta_0 + \gamma)} + o(\phi^2) \right) \right| \quad (2.16)$$

où $o(\alpha^2)$ et $o(\phi^2)$ sont les notations de Landau et représentent une quantité négligeable devant leur argument. L'angle γ apparaît naturellement comme un produit du développement limité. En effet, d'après (1.23) et (1.24), on voit qu'au premier ordre, on a $\beta_1 = -\gamma - \alpha$ et $\beta_2 = \gamma - \alpha$. Toutefois pour obtenir (2.16) je n'ai pas utilisé ces expressions et je n'ai simplifié le résultat qu'après avoir fait le développement limité sur α et ϕ . Ensuite, si on développe à l'ordre zéro en γ et en ne gardant que les termes au deuxième ordre en angle, on a

$$f_x \approx \left| -2\kappa_1 \gamma - \alpha^2 (2\kappa_0 \tan \theta_0) - \phi^2 (2\kappa_0 \tan \theta_0) \right| \quad (2.17)$$

Ce résultat est différent de celui présenté par (Harlander, 1991, p.41). L'unique différence est qu'ici les angles à l'ordre deux sont multipliés par un facteur κ_0 alors que pour (Harlander, 1991), ces angles sont multipliés par κ . Ce calcul étant relativement long, il est possible que cette différence soit le résultat de l'ordre dans lequel les développements limités ont été faits. Les effets résultants étant du même ordre de grandeur (κ et κ_0 sont grands devant σ), cela n'a pas d'impact significatif sur les résultats. Les

développements étant conduits dans le même cadre d'approximation, c'est-à-dire au deuxième ordre en angle, les écarts entre le modèle analytique et la fonction réelle restent du même ordre de grandeur. Cependant, il est intéressant de remarquer que si cette formulation est correcte, cela signifie que, dans l'approximation des petits angles, la différence entre la fréquence des franges pour un rayon hors-axe et celle du rayon de même longueur d'onde sur l'axe ne dépend pas du nombre d'onde de la lumière incidente mais seulement de κ_0 .

On peut écrire l'intensité élémentaire pour un élément d'angle solide $d\omega$ sous la forme

$$d^2I(\mathbf{u}) = \eta \frac{I_0}{2} \left(1 + \cos \left(2\pi u \left(\sigma_1 - \kappa_0 \frac{\alpha^2 + \phi^2}{2} \right) \right) \right) d\omega \quad (2.18)$$

L'élément d'angle solide $d\omega$ s'exprime avec les notations données sur la figure 2.1 selon

$$d\omega = \sin \xi d\xi d\eta \quad (2.19)$$

En toute rigueur, l'interférogramme s'obtient donc par une double intégration de l'équation (2.18) sur ξ et η sur le champ de vue. Si on considère, à l'instar de [Harlander \(1991\)](#), que le système est à symétrie sphérique sur un élément de champ², alors pour une source uniforme, l'intensité ne dépend pas de η et on peut intégrer sur un anneau élémentaire. Alors, l'angle solide sous-tendu par cet anneau s'écrit

$$\Omega = 2\pi(1 - \cos \xi) \approx 2\pi \frac{\xi^2}{2} \quad (2.20)$$

en utilisant le développement limité du cosinus à l'ordre 2, et en remarquant que (cf. Fig. 2.1)

$$\xi^2 \approx \alpha^2 + \phi^2 \quad (2.21)$$

on obtient

$$\Omega \approx \pi(\alpha^2 + \phi^2) \quad (2.22)$$

Ainsi, en ne considérant que la partie variable normée de l'interférogramme, on peut écrire,

$$dI(\mathbf{u}) = \cos \left(2\pi u \left(\sigma_1 - \kappa_0 \frac{\Omega}{2\pi} \right) \right) d\Omega \quad (2.23)$$

En intégrant (2.23) pour un angle solide compris entre 0 et Ω_m , on obtient l'interférogramme $I_\epsilon(\mathbf{u})$ pour une source étendue³

$$I_\epsilon(\mathbf{u}) = \Omega_m \operatorname{sinc} \left(\frac{\kappa_0 u \Omega_m}{2\pi} \right) \cos \left(2\pi u \left(\sigma_1 - \frac{\kappa_0 \Omega_m}{4\pi} \right) \right) \quad (2.24)$$

2. Ce qui est vrai au regard de la diffraction mais pas de l'imagerie, à cause de l'introduction de la lentille cylindrique. Toutefois, cet effet ne sera à prendre en compte qu'au moment de l'étude globale sur la totalité champ de vue.

3. Le détail de ce calcul, qui justifie l'utilisation d'un sinc est donné dans l'annexe B

Ce résultat est très proche de celui qui est communément utilisé pour le FTS classique (Genest, 2001), pour lequel l'interférogramme est constitué d'un terme cosinusoidal multiplié par un sinus cardinal. Pour un U donné, la valeur de Ω_m qui maximise l'amplitude des franges donne la relation entre la résolution maximale à l'ouverture maximale. Je reprends ici la méthode exploitée par Brault (1985), qui lui-même reprend un résultat établi de longue par date par Jacquinot, pour le FTS et pour l'interféromètre de Fabry-Pérot. On a

$$\Omega_m < \frac{2\pi}{U\kappa_0} \quad (2.25)$$

Or on a vu que le pouvoir de résolution théorique \mathcal{R}_0 dépendait lui aussi de la différence de marche maximale. On peut donc écrire (Brault, 1985)

$$\Omega_m = k \frac{4\pi}{\mathcal{R}_0} \quad (2.26)$$

avec k réel, et la condition (2.25) revient à avoir $k < 1$. L'ouverture admissible est d'autant plus petite que le pouvoir de résolution est grand. La plupart du temps, l'application étudiée demande un certain pouvoir de résolution \mathcal{R} et une ouverture aussi large que possible. Cela revient à chercher l'amplitude maximale des franges pour la plus grande différence de marche. D'après (2.24), l'amplitude des franges est proportionnelle à

$$\Omega_m \operatorname{sinc}\left(\frac{\kappa_0 U \Omega_m}{2\pi}\right) = \frac{2}{U\kappa_0} \sin\left(\frac{\kappa_0 U \Omega_m}{2}\right) \quad (2.27)$$

Il suffit alors de maximiser la fonction sinus en ajustant son argument à $\frac{\pi}{2}$

$$\Omega_m = \frac{\pi}{U\kappa_0} \quad (2.28)$$

soit

$$\Omega_m = \frac{2\pi}{\mathcal{R}_0} \quad (2.29)$$

c'est-à-dire $k = \frac{1}{2}$. Ainsi, on voit que l'ouverture maximale admise pour garder le pouvoir de résolution théorique est la même que celle d'un FTS classique, ce qui correspond tout à fait au résultat qui était attendu en plaçant des réseaux dans un interféromètre de Michelson.

En conclusion, pour une source étendue à symétrie sphérique sur l'axe, la forme d'une raie, dans le domaine spectral, est le produit de convolution entre une fonction porte et une paire de distributions de Dirac. La largeur de la porte est $\frac{\kappa_0 \Omega_m}{\pi}$ et elle est centrée sur $\pm(\sigma_1 - \frac{\kappa_0 \Omega_m}{4\pi})$. Ce résultat ne peut toutefois pas s'étendre à toutes les formes de surfaces qui sous-tendent l'angle solide ni dans le cas d'une source non

centrée sur l'axe⁴. De plus, bien que la forme de la raie d'un spectromètre par transformation de Fourier ait souvent été assimilée à la convolution du champ de vue avec la vraie ligne spectrale, (Genest, 2001) rappelle que cette interprétation n'est pas tout à fait correcte. L'effet du champ de vue fini ne peut pas en général être exprimé comme une convolution avec le spectre. Toutefois dans le cas du SFH, la largeur de la fonction porte ne dépend pas du nombre d'onde κ_1 de la lumière incidente, mais simplement du nombre d'onde de Littrow κ_0 , au moins dans le cadre d'une approximation au deuxième ordre. C'est donc une constante du montage. De plus, le décentrage de la raie par rapport à σ_1 reste inférieur à la moitié de l'élément de résolution, si on reste dans les conditions données par (2.29). La convolution est donc une approximation sévère mais qui reste justifiable dans le cas du SFH. La validité de ces hypothèses pourra être observée dans la deuxième partie de cette thèse.

2.1.3 EFFETS CUMULÉS

L'effet de l'étendue finie de la source est combiné à celui de la différence de marche finie. Ainsi, l'interférogramme mesuré $I_{mes}(u)$ s'écrit

$$I_{mes}(u) = I_{\acute{e}}(u)\Pi_U(u) \quad (2.30)$$

En prenant la TF et en appliquant le théorème de convolution, on obtient bien que l'effet du champ de vue est cette fois-ci une véritable convolution entre le spectre tenant compte du champ de vue et le sinus cardinal causé par la différence de marche finie. En utilisant l'aire et le centre de gravité comme définitions pour respectivement, la puissance et la position de la raie, cette convolution n'affecte pas ces paramètres. Comme montré dans l'annexe A de (Genest, 2001), ces quantités sont invariantes par convolution avec une fonction symétrique.

Dans le cadre des approximations faites au paragraphe précédent, et en négligeant l'écart au centrage sur σ_1 , on peut donc considérer que la fonction d'appareil est le produit de convolution d'un sinc (effet de la différence de marche finie) de largeur $1/2U$ et d'une fonction porte (effet de l'ouverture finie) de largeur $\frac{\kappa_0 \Omega_m}{2\pi}$, comme illustré sur la figure 2.2. Si on utilise l'ouverture maximale, alors la largeur de la fonction porte est exactement d'un élément de résolution. Ainsi, pour une raie non résolue, l'effet dominant est celui de la différence de marche finie, comme on peut le voir sur la figure 2.2. Mais si on souhaite augmenter la résolution, l'effet de l'ouverture peut devenir prédominant (voir Brault (1985)). Enfin, nous devons remarquer que ces résultats ne sont valables que si on peut considérer que le champ de vue élémentaire est circulaire. Si l'on sort de ce cadre, alors la méthode classique que j'ai utilisée, qui consiste à intégrer l'interférogramme sur tous les angles admissibles dans l'instrument pour prendre ensuite la TF, peut devenir longue et fastidieuse, parfois infructueuse. Il

4. Voir le § 3.2.1 pour une discussion plus détaillée.

existe d'autres méthodes pour surmonter ces difficultés, et qui permettent de calculer la fonction d'appareil analytique pour n'importe quelle forme de champ de vue (Genest and Tremblay, 1999; Genest, 2001). Il n'a pas été possible de les mettre en œuvre pendant la durée de cette thèse, et l'analyse simplificatrice proposée est suffisante dans le cadre de ces travaux. Je poursuivrai l'exposé avec ces formulations simplifiées.

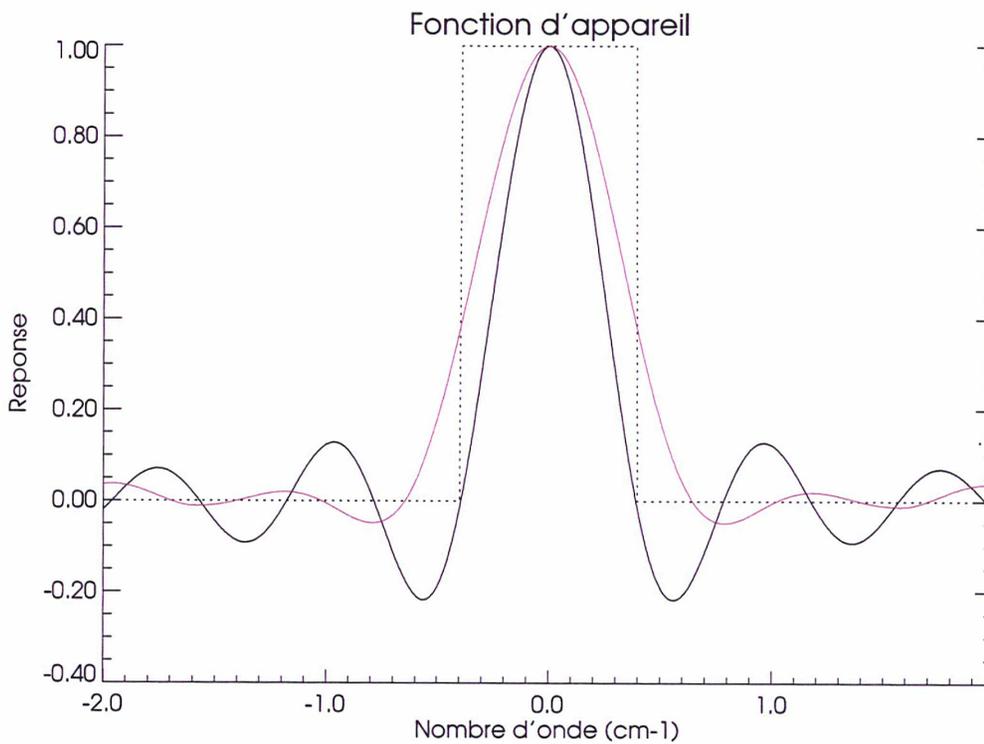


FIGURE 2.2.: Réponse normalisée de l'instrument à une onde monochromatique. La courbe noire représente l'effet de l'ouverture finie, la courbe en pointillés est l'effet de l'ouverture, et la courbe rose est la fonction d'appareil résultant du produit de convolution des deux. On voit que l'ouverture de la source a pour effet d'élargir la fonction d'appareil.

2.2 COMPARAISON AVEC LES SPECTROMÈTRES À RÉSEAU CLASSIQUES

Le LESIA s'est spécialisé dans la conception de spectromètres imageurs à fente, par champ défilant ou trame pointée, pour l'exploration des planètes du système solaire. C'est dans cette lignée que s'inscrit cette thèse et un de ses objectifs est de déterminer les avancées permises par la technique du SFH imageur, par rapport aux spectro-imageurs déjà conçus dans ce laboratoire. En particulier, un des points centraux de la technique est la possibilité d'atteindre une haute résolution spectrale tout en conservant des capacités d'imagerie en mode pushbroom, dans les conditions particulières d'un instrument embarqué sur un satellite en orbite autour de son objet d'étude. Il existe de nombreux types d'instruments permettant de faire de l'imagerie spectrale à haute résolution spatiale, ayant chacun des avantages particuliers. Le LESIA dispose d'un rapport très complet (Chemla, 2002) qui en traite un grand nombre (spectromètre à prisme, à filtre wedge, à réseaux, à interférences, à filtre acousto-optique, etc ...). Les différents concepts instrumentaux y sont comparés dans l'hypothèse d'une mission à haute ou basse résolution spectrale. L'analyse pouvant se trouver ailleurs, il n'est pas nécessaire de rentrer dans tous ces détails ici. Ce qui importe en revanche est la comparaison rigoureuse des performances qu'il est possible d'atteindre avec un SFH imageur, vis à vis de celle déjà permise par la dernière génération de spectro-imageurs à fente conçus au LESIA, afin d'établir clairement le domaine d'étude rendu possible par le SFH par rapport à ces derniers. Ces spectro-imageurs utilisent la dispersion par un réseau pour obtenir l'information spectrale. Nous les appellerons dans ce qui suit les spectromètres à réseau classiques. Ils présentent deux différences majeures avec les systèmes interférométriques. D'une part, ces systèmes bénéficient de la propriété multiplex quand ils enregistrent un intervalle spectral étendu, que ne possèdent pas les spectromètres à réseau classiques. De ce point de vue, la comparaison d'un spectromètre à réseau avec un SFH n'est pas aussi décisive qu'avec un FTS classique car alors que ce dernier utilise un détecteur unique, le SFH à besoin également d'un détecteur bidimensionnel. D'autre part, pour les spectromètres à réseau classiques, la haute résolution limite sévèrement la largeur de la fente, alors que les systèmes interférométriques bénéficient de l'avantage en étendue, aussi appelé avantage Jacquinot. Nous montrerons dans la suite de cette partie comment cette propriété se traduit dans le cas du SFHI, en comparaison avec un spectromètre à réseau classique.

En effet, le SFHI permet de garder une très haute résolution spectrale, même quand l'application requiert une très grande ouverture. On peut établir (Maillard, 1967) pour la résolution $\mathcal{R}_{\text{resf}}$ du spectromètre à réseau à fente classique, adapté à un télescope de diamètre D , ce qui signifie qu'il accepte toute l'étendue géométrique définie par le diamètre angulaire ϕ de la source et le diamètre du télescope, le réseau travaillant à

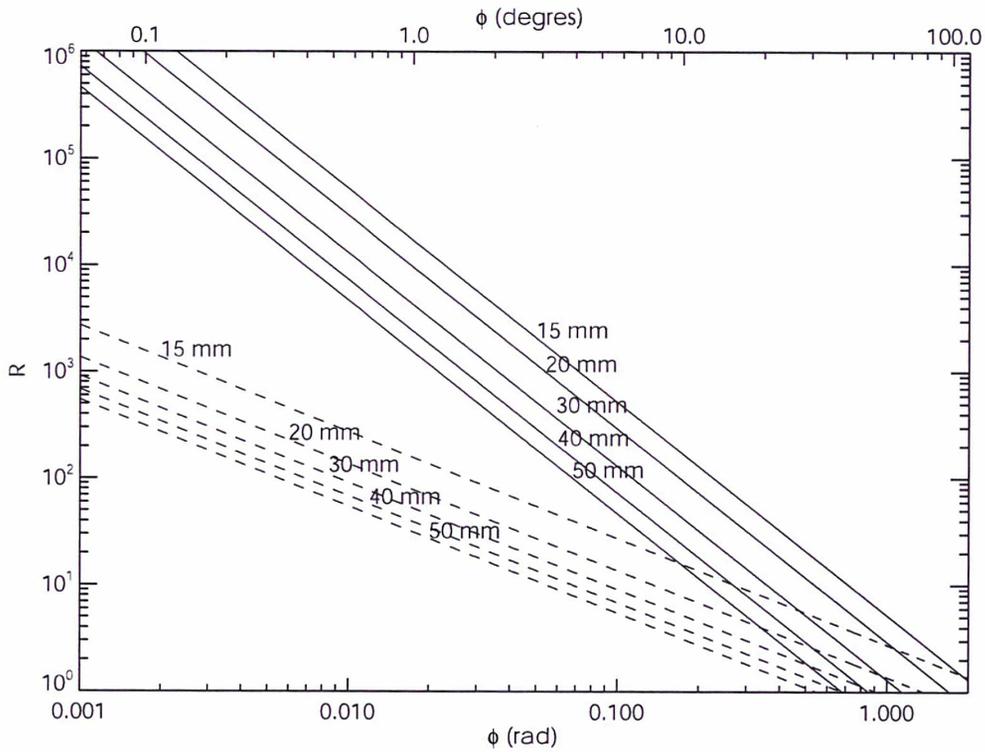


FIGURE 2.3.: Comparaison de l'ouverture maximum sur le ciel acceptée par un SFH (en ligne continue) et un spectromètre à réseau classique (en pointillés) en fonction de la résolution spectrale, pour différents diamètres de télescope (15, 20, 30, 40 et 50 mm). Ici, les réseaux ont une largeur de 14 mm et 17 mm et sont orientés avec un angle de 30° et de 54° sur l'axe, pour les deux instruments respectivement.

l'angle de blaze⁵ α_b , la relation

$$\mathcal{R}_{\text{resf}} = \frac{2 \sin \alpha_b}{\phi} \frac{W}{D} \quad (2.31)$$

où W est la largeur du réseau. Utilisé en système imageur l'angle ϕ définit l'élément de résolution spatiale. De même, pour le SFH, si on note Ω_m l'angle solide sous-tendu par la source, on vient de voir que l'interférogramme est multiplié par un terme

5. La condition de blaze signifie que l'on utilise ce que l'on appelle un réseau échelle, condition pour obtenir une efficacité maximum dans un ordre élevé à haute résolution.

proportionnel a

$$\Omega_m \operatorname{sinc}\left(\frac{\kappa_0 u \Omega_m}{2\pi}\right) \quad (2.32)$$

pour un point sur l'axe. Ceci a pour effet d'atténuer l'interférogramme. On doit alors se fixer un seuil pour l'ouverture maximum admissible par le système, et on choisit de considérer l'angle qui maximise ce terme à la plus grande différence de marche enregistrée. On retrouve alors une relation bien connue pour les spectromètres interférométriques entre la résolution \mathcal{R} et l'angle solide maximum admissible

$$\mathcal{R} = \frac{2\pi}{\Omega_m} \quad (2.33)$$

Les réseaux constituent ainsi le diaphragme d'ouverture du système, et on peut obtenir une relation entre le diamètre angulaire de la source, le diamètre du télescope, la largeur des réseaux projetée $W \cos \theta_0$, et l'angle hors-axe α dans l'interféromètre

$$\tan \frac{\phi}{2} = \frac{W \cos \theta_0}{D} \tan \alpha \quad (2.34)$$

Pour un élément de surface de la source sur l'axe, on a

$$\Omega_m \approx \pi \alpha^2 \quad (2.35)$$

En combinant (2.33), (2.34) et (2.35), on obtient

$$\mathcal{R} = \frac{8}{\phi^2} \frac{W^2 \cos^2 \theta_0}{D^2} \quad (2.36)$$

avec θ_0 l'angle de Littrow. On voit que dans le cas du SFH, la résolution augmente inversement au carré du diamètre du télescope alors que pour le spectromètre à réseau classique, elle augmente simplement en proportion inverse. Ceci est illustré par la figure 2.3. Elle donne le pouvoir de résolution atteint, en fonction du diamètre angulaire de l'élément spatial de résolution, pour plusieurs diamètres de télescope. Les valeurs numériques ont été choisies pour offrir une comparaison avec l'instrument VIRTIS, représentant la dernière génération de spectro-imageurs développés au LESIA et embarqué sur la mission Rosetta. Pour une limite de résolution spatiale donnée, définissant ϕ et une largeur de fente, on voit immédiatement que pour un même télescope, le SFH permet de gagner facilement deux ordres de grandeur en résolution par rapport au spectromètre à réseau classique. Réciproquement pour une même résolution, le SFH permet d'utiliser un télescope nettement plus petit. Ici la condition utilisée pour obtenir (2.33) n'est pas la perte totale des franges qui survient quand le sinc s'annule, mais l'amplitude maximale des franges. Cela constitue une limite supérieure sur l'angle accepté par l'instrument. Toutefois, du fait que la formule a été déduite sans introduire

de facteur de contraste des franges, en pratique l'angle maximal accepté sera un peu plus petit. Néanmoins, l'instrument offre un grand choix de résolutions spatiales possibles pour une résolution spectrale donnée. Le choix du diamètre du télescope est guidé par la sensibilité recherchée d'après la brillance de la cible. Pour le SFHI, la figure 2.3 donne aussi une indication sur la taille maximale de la fauchée. En effet pour garder la résolution spectrale voulue pour les points extrêmes du champ, l'angle correspondant ne doit pas excéder le diamètre angulaire maximum admissible. Comme on le voit, le SFHI peut atteindre une haute résolution spectrale (> 10000) pour une fauchée de l'ordre de la dizaine de mrad. A titre d'illustration, on peut comparer les performances attendues d'un SFHI avec celles de la voie imageuse de l'instrument VIRTIS sur Rosetta, VIRTIS-M, pour laquelle les spécifications imposent une résolution spatiale de 16mrad et un champ de vue de 64mrad. En utilisant un télescope de diamètre comparable ($D = 30\text{mm}$) à celui utilisé pour VIRTIS, et des réseaux adaptés ($W = 30\text{mm}$), un SFHI permet d'atteindre un pouvoir de résolution ~ 1400 (le facteur limitant étant la taille de la fauchée), là où VIRTIS-M n'atteint qu'un pouvoir de résolution de 500 et VIRTIS-H (qui ne permet pas de faire de l'imagerie) a un pouvoir de résolution maximum de 3000. En réduisant la fauchée à 24mrad, le SFHI atteint alors un pouvoir de résolution spectrale de ~ 10400 . Ainsi, en divisant le champ de vue par un facteur de seulement 2.7 on multiplie le pouvoir de résolution par 20. Si le SFHI n'offre pas d'avantage crucial en terme de rapport signal sur bruit comparé à un spectromètre à réseau classique, non seulement il permet d'allier les fonctionnalités d'imagerie et de spectroscopie dans une seule voie de mesure, mais il permet de surcroît d'atteindre une bien meilleure résolution spectrale.

De nombreux domaines sont exclusivement réservés au SFHI. Par exemple, une application demandant une très haute résolution spectrale et un large élément de résolution spatiale est exclue avec le spectromètre à réseau classique, mais est possible avec le SFHI. C'est le cas aussi si l'on souhaite une haute résolution spectrale et un faible diamètre de télescope, car alors la fente d'entrée du spectromètre à réseau classique doit être extrêmement fine. Dans les domaines où les deux techniques sont envisageables, le faible diamètre du télescope représente un avantage pour le SFHI, surtout si la masse et l'encombrement représentent des contraintes fortes. L'intérêt du SFHI se présente donc réellement dans un objectif de miniaturisation des instruments spatiaux.

2.3 ÉCHANTILLONNAGE

La différence de marche est non seulement finie, mais aussi mesurée de façon discrète. Pour le cas de la transformée hétérodyne utilisée avec un capteur du type CCD, c'est la taille du pixel qui va donner le pas de l'échantillonnage. Dans le cas d'un échantillonnage régulier par une matrice de pixels, si les pixels ne sont pas jointifs, l'interférogramme n'est pas enregistré de façon continue. Considérons le cas où la

partie sensible est composée de rectangles de dimension $(\Delta u, \Delta v)$ et dont les centres sont distants de U_e, V_e , comme représenté à la figure 2.4. J'ai adapté au cas particulier de notre instrument la méthode générale présentée par Max (1985). L'interférogramme

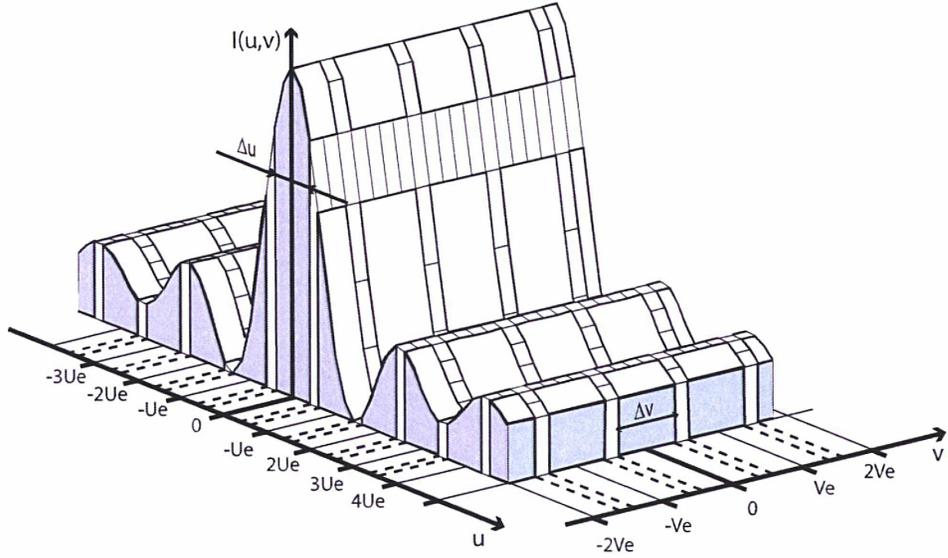


FIGURE 2.4.: Échantillonnage par intégration sur un domaine de DDM. Le signal est intégré sur une surface de dimension $(\Delta u, \Delta v)$, chaque échantillon est mesuré de façon périodique selon u et v tous les U_e et V_e

est intégré sur la surface des pixels, qui représente un petit intervalle de DDM. De plus il est enregistré pour des valeurs discrètes. L'interférogramme échantillonné I_e peut donc s'écrire

$$I_e(u, v) = \frac{1}{\Delta u} \frac{1}{\Delta v} (I(u, v) \otimes \Pi_{(\frac{\Delta u}{2}, \frac{\Delta v}{2})}(u, v)) \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \delta(u - nU_e) \sum_{m=-\infty}^{+\infty} \delta(v - mU_e) \quad (2.37)$$

où $\Pi_{(\frac{\Delta u}{2}, \frac{\Delta v}{2})}$ représente la fonction porte à deux dimensions, et n et m sont des entiers. Or l'interférogramme ne dépend que de u ; donc l'échantillonnage dans la direction perpendiculaire ne produit pas d'effet, ce qui légitime de continuer le raisonnement à une dimension. Ainsi en prenant la transformée de Fourier à une dimension de (2.37), d'après la formule de Poisson on a

$$B_e(\sigma) = B_p(\sigma) \text{sinc}(\Delta u \sigma) F_e \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \delta(\sigma - nF_e) \quad (2.38)$$

Cela signifie que le spectre est rendu périodique par l'échantillonnage, c'est-à-dire qu'il est répété sur l'axe des fréquences avec une période $F_e = 1/U_e$. Cela conduit

au théorème d'échantillonnage de Shannon, qui énonce qu'il suffit que la fréquence d'échantillonnage soit égale ou supérieure à deux fois la fréquence maximale pour obtenir toute l'information présente dans le spectre. C'est ainsi qu'on détermine la bande passante de l'instrument. Si on note σ_{\max} le plus grand nombre d'onde hétérodyné qui permet d'avoir un spectre non déformé et N le nombre de points échantillonnés, on doit avoir

$$2\sigma_{\max} \leq F_e \quad (2.39)$$

$$2|\kappa_{\max} - \kappa_0| \leq \frac{N}{2U} \quad (2.40)$$

$$|\kappa_{\max} - \kappa_0| \leq \frac{N}{8W \sin \theta_0} \quad (2.41)$$

Finalement, pour lever l'ambiguïté sur la fréquence du spectre évoquée au paragraphe 2.1.1, on introduit un filtre pour limiter la bande passante à

$$\kappa_0 - \frac{N}{8W \sin \theta_0} \leq \kappa < \kappa_0 \quad (2.42)$$

$$\kappa_0 < \kappa \leq \frac{N}{8W \sin \theta_0} + \kappa_0 \quad (2.43)$$

selon que l'on souhaite considérer les nombres d'onde hétérodynés positifs ($\kappa_{\min} > \kappa_0$) ou négatifs ($\kappa_{\max} > \kappa_0$).

D'autre part, on voit dans (2.38) que le spectre est multiplié par un sinc, qui affecte son module. On peut noter

$$\Delta u = \eta U_e \quad (2.44)$$

où η représente le rapport entre la taille de la partie sensible et l'espacement des pixels (voir figure 2.4). Si $\eta = 1$ les pixels sont jointifs. On peut aussi noter

$$F_e = 2\rho\sigma_{\max} \quad (2.45)$$

où le facteur ρ représente le taux d'échantillonnage, par rapport à la fréquence de Shannon. Si $\rho < 1$, le spectre est sous-échantillonné. La valeur E_s du facteur multiplicatif en sinc devient

$$E_s = \text{sinc}\left(\frac{\eta\sigma}{2\rho\sigma_{\max}}\right) \quad (2.46)$$

Ainsi, le spectre est multiplié par un sinus cardinal, qui peut devenir nul. À η et ρ fixés, l'argument de ce sinus cardinal est maximal pour $\sigma = \sigma_{\max}$, σ_{\max} étant imposé par l'application. On choisit donc la taille du pixel et le nombre de pixels de façon à limiter l'atténuation pour $\sigma = \sigma_{\max}$. Par exemple, si on veut que l'effet provoqué par l'échantillonnage soit inférieur à 10%, on doit avoir $\text{sinc}\left(\frac{\eta}{\rho}\right) > 0.9$ soit $\frac{\eta}{\rho} \leq 0.25$. Donc si on choisit un échantillonnage à la fréquence de Shannon, on a $\rho = 1$ et η doit

être inférieur à 0.25, c'est-à-dire que les pixels doivent être séparés par un intervalle de l'ordre de deux fois leur dimension. A l'inverse, si on choisit des pixels contigus et la fréquence d'échantillonnage de Shannon, alors l'effet sur le spectre pour σ_{\max} vaut $E_s = \text{sinc}(0.5) \approx 0.637$. On perd presque la moitié de l'énergie aux plus hautes fréquences, cet effet n'est donc pas négligeable.

Enfin, considérons l'intérêt du sur-échantillonnage. Par exemple, prenons un spectre constant sur l'intervalle $[0, \sigma_1]$ et nul ailleurs. Le théorème de Shannon indique qu'il faut échantillonner l'interférogramme à une fréquence d'au moins $F_s = 2\sigma_1$ pour reconstruire un spectre non déformé. Sans changer la valeur de la différence de marche maximale, si on choisit de prendre $F_e = 3\sigma_1$, c'est-à-dire $\rho = \frac{3}{2}$ (ce qui revient à prendre 50% de pixels en plus que ce qui est imposé par la limite de Shannon), toujours avec des pixels jointifs, on a maintenant $\frac{\eta}{\rho} = 0.66$ et ainsi $\text{sinc}(\frac{\eta}{\rho}) = 0.42$, le spectre à haute fréquence perd 60% d'intensité. Cependant, en prenant plus de pixel, nous avons aussi changé les bornes de l'intervalle spectrale mesurable au sens de Shannon. En effet, la DDM maximale définit la résolution spectrale, et elle est identique dans les deux cas. Le nombre de pixel nécessaire à l'échantillonnage de Shannon est $N_s = 4\sigma_1 U$ et de cette façon la fréquence maximale pour laquelle le spectre n'est pas déformée est $\sigma_{\max} = \sigma_1$. Cependant, dans le cas suréchantillonné, on a $N_e = 6\sigma_1 U$ et cela conduit à $\sigma_{\max} = \frac{3}{2}\sigma_1$. Certes les hautes fréquences sont atténuées, mais elles se trouvent en dehors de la zone d'intérêt du spectre, qui présente une énergie nulle sur la partie $[\sigma_1, \frac{3}{2}\sigma_1]$. L'atténuation effective pour σ_1 est alors $E_s = \text{sinc}(0.5)$, ce qui est équivalent à l'échantillonnage à la fréquence de Shannon. Le suréchantillonnage n'affecte pas l'intensité enregistrée. En revanche, certains auteurs ([Ivchenko and Lapchuk, 1997](#)), suggèrent que cela permet de diminuer l'intensité des lobes secondaires de l'interférogramme et de porter la contributions du bruit de lecture à haute fréquence.

2.4 SIGNAL ET BRUIT

La prochain sujet abordé dans ce chapitre porte sur les pertes ou déformations inévitables de l'information contenue dans l'interférogramme et par conséquent dans le spectre, à savoir le bruit. Dans un premier temps, les origines et définitions des principaux types de bruits seront exposées. Ensuite leur impact sur le spectre mesuré sera évalué au moyen du calcul du rapport signal sur bruit. Ces questions ont déjà été largement traitées dans la cas du FTS classique ([Brault, 1985](#); [Maillard, 1967](#)), et la plupart des développements peuvent s'appliquer au cas du SFH. Je ne fais ici que transposer brièvement les résultats à la TF hétérodyne.

2.4.1 SOURCES DE BRUIT

L'origine des bruits est variée et leurs effets sont plus ou moins gênants sur le résultat final. Cette partie examine les bruits, pris dans le sens de grandeurs physiques qui

provoquent des variations aléatoires de la quantité mesurée, c'est-à-dire de l'intensité. Les perturbations non-aléatoires seront traitées au prochain chapitre. Pour caractériser l'effet de ces variables aléatoires, on considère leur écart-type qui quantifie l'amplitude des valeurs prises par ces variables et de l'incertitude qu'elles introduisent. Généralement, les erreurs provenant de ce type de bruit n'interagissent pas entre elle et nous pouvons les étudier de façon séparée.

Bruit indépendant de l'intensité de la source

Ce type de bruit peut se rencontrer au niveau de la source, du détecteur, ou de l'électronique de mesure. Au niveau de la source, il peut être produit par de la lumière parasite sans rapport avec le signal, comme par exemple, en astronomie, c'est le cas de la brillance du fond de ciel. Au niveau du détecteur, c'est le courant d'obscurité provoqué par l'émission spontanée d'électrons en l'absence d'excitation et le bruit de lecture, provoqué par exemple par les fluctuations des capacités d'intégration et de stockage au niveau de chaque cellule élémentaire, de chaque colonne, etc. Au niveau de l'électronique, on peut considérer le bruit de la chaîne d'amplification et d'offset, les courants parasites, etc. Dans tous les cas, ce bruit est additif, et l'interférogramme mesuré $S(u)$ est de la forme

$$S(u) = I(u) + \epsilon(u) \quad (2.47)$$

avec $I(u)$ la valeur de l'intensité à la différence de marche (DDM) u , et $\epsilon(u)$ l'incertitude qui est la somme quadratique des différentes erreurs introduites par les sources de bruit énoncées plus haut. Les $\epsilon(u)$ sont statistiquement indépendants pour chaque u . Le spectre calculé B_b s'écrit

$$B_b(\sigma) = B(\sigma) + Y(\sigma) \quad (2.48)$$

où $B(\sigma)$ est le spectre de la source et $Y(\sigma)$ est celui du bruit, c'est-à-dire la partie réelle de la TF de $\epsilon(u)$. On voit que ce spectre du bruit ne change pas la fonction d'appareil et s'additionne simplement au spectre de la source. Le bruit du détecteur, en le considérant réduit au bruit de grenaille par un montage adapté, permet de définir le rapport signal sur bruit (SNR) optimal (cf. 2.4.2). Toutes les autres causes énoncées plus haut ne font que détériorer ce rapport, c'est pourquoi la chaîne de lecture est toujours conçue de manière à ce que son bruit soit négligeable devant le bruit du détecteur.

Bruit de numérisation - Champ Dynamique Le signal est lu sous forme analogique puis converti en signal numérique par un convertisseur analogique numérique (CAN) pour chaque pixel. Tandis que l'entrée analogique croît de façon monotone, la sortie numérique augmente par marche. L'erreur en fonction de l'entrée est ainsi une fonction

périodique triangulaire avec une amplitude de $1/2$ BMP (bit de moindre poids). L'erreur quadratique vaut alors $\sim \frac{1}{3}$ BMP (Brault, 1985). Ce type de bruit ne dépend pas de l'intensité reçue par le détecteur mais affecte l'intensité mesurée. Soit D le champ dynamique du convertisseur on a

$$D = \frac{\text{Max}}{\text{BMP}} \approx \frac{\text{Max}}{3\text{RMS}} \quad (2.49)$$

où Max représente la valeur maximale convertible par le convertisseur et BMP la valeur du bit de moindre poids. Si l'on ajuste le convertisseur et les gains des amplificateurs pour que les pics de l'interférogramme atteignent la valeur de saturation du CAN, alors le bruit de numérisation est

$$\epsilon(u) = \frac{I_{\text{max}}}{3D} \quad (2.50)$$

Pour un convertisseur sur b bits non signés, $D = 2^b$. Ainsi, si l'on veut, ce qui est souhaitable, que le bruit de numérisation soit inférieur au bruit de photons, avec un signal maximum de P photons, il faut trouver la valeur de b telle que

$$b > \ln \left(\frac{\sqrt{P}}{3} - 2 \right) \quad (2.51)$$

Bruits dépendant de l'intensité de la source

Ces bruits peuvent prendre leur origine au niveau de la source (bruit de photons), au niveau du détecteur (réponse des pixels) ou dans la chaîne de mesure. Parmi ces différents bruits, certains sont inévitables, comme le bruit de photons. Si ce type de bruit est prépondérant, alors les méthodes multiplex comme le FTS ou le SFH, perdent l'avantage multiplex par rapport à la spectroscopie dispersive, par exemple le spectromètre à réseaux. Toutefois, pour bien comparer les techniques, il faut prendre en compte l'ensemble des facteurs affectant la chaîne de mesure (entre autres les capacités de collecte, de dispersion et de détection du signal).

Bruit de photons Le bruit de photons est un bruit statistique lié à la nature quantique du champ électromagnétique. Si n photons sont collectés en moyenne pendant un intervalle de temps, alors l'incertitude sur la mesure est $\pm \sqrt{n}$. Ce bruit étant inévitable, il s'agit de réduire les autres types de bruits, afin que ce dernier domine, dans le cas de source brillante (on en peut pas toujours le garantir dans le cas de sources faibles).

Bruit de scintillation Dans la technique FTS, les points de l'interférogramme sont enregistrés de façon séquentielle dans le temps, et une modulation indésirable peut être

introduite si l'intensité de la source varie pendant l'acquisition. En astronomie au sol, ce bruit, appelé bruit de scintillation, est une conséquence de la turbulence de l'atmosphère. La modulation interne et balayage rapide (Maillard, 1967; Brault, 1985) sont des techniques d'acquisition de données développées pour en minimiser les effets. La spectroscopie hétérodyne a l'avantage d'enregistrer le signal spectral de façon instantanée. Elle est ainsi insensible au bruit de scintillation, et en général aux variations temporelles de la source. Cependant, l'interférogramme est enregistré sur une matrice sur laquelle des disparités de réponse entre pixels peuvent conduire à des distorsions analogues si les détecteurs ne sont pas correctement étalonnés (voir le paragraphe 3.3.3).

2.4.2 DE L'INTERFÉROGRAMME AU SPECTRE

Les sources de bruit étant identifiées, la manière dont elles affectent le spectre peut être abordée. Pour un SFH comme pour un FTS, le signal mesuré est l'interférogramme et non directement le spectre. L'enjeu est de relier le bruit et le rapport signal sur bruit du spectre et de l'interférogramme. Pour un traitement général, Brault (1985) utilise un spectromètre à deux sorties. Dans le cas du SFH, on n'exploite pas le faisceau renvoyé vers la source et il n'est pas possible de faire la soustraction des contributions des deux bras, qui aboutit à une formulation simple du bruit en fonction du signal. Pour avoir une idée du rapport signal sur bruit, on prend dans un premier temps un cas d'étude simplifié. Ensuite, on compare deux cas extrêmes pour un type de bruit particulier et enfin, on peut élargir la formulation du rapport signal sur bruit pour un spectre quelconque.

Cas du spectre constant sur l'intervalle spectral libre

Soit une source à spectre constant tel que $B(\sigma) = C_0$ pour tout σ . La partie paire du spectre vaut⁶ $B_p(\sigma) = \frac{1}{2}\eta\frac{C_0}{2}$ si on choisit κ_0 (le nombre de Littrow) de façon à ce que la partie d'intérêt du spectre soit toujours pour des σ de même signe. L'interférogramme $I(u)$ est alors la TF discrète inverse du spectre. Si N est le nombre de pixels, on accède à N valeurs de la TF, pour des σ_n discrets, avec n entier dans $[N/2 - 1, N/2]$, et tels que $\sigma_n = n\delta\sigma$, où $\delta\sigma$ représente l'échantillon spectral. On a

$$I(u) = \delta\sigma \sum_n B_p(\sigma_n)(1 + \exp(i2\pi\sigma_n u)) \quad (2.52)$$

$$= \frac{1}{2}\eta C_0 \frac{\delta\sigma}{2} N(1 + \delta(u)) \quad (2.53)$$

6. Rappelons que η représente l'efficacité de la diffraction des réseaux dans l'ordre choisi, ici supposée constante sur la bande passante et le facteur $\frac{1}{2}$ est introduit par la lame séparatrice

où $\delta(u)$ est la fonction impulsion. Autrement dit, à la DDM nulle, $I(0) = \frac{1}{2}\eta C_0 N \delta\sigma$, tandis que tous les autres points de l'interférogramme valent $I(0)/2$, la moitié de la valeur à la DDM nulle. Par linéarité, on considère que le bruit dans le spectre est la TF du bruit dans l'image, le théorème de Parseval relie l'énergie totale des deux bruits moyens. En notant ϵ_u la valeur quadratique du bruit dans l'interférogramme et ϵ_{σ_T} celle du bruit dans le spectre, on a

$$2U\epsilon_u^2 = 2\sigma_{\max}\epsilon_{\sigma_T}^2 \quad (2.54)$$

Or la moitié de la puissance du bruit est dans la partie imaginaire (la transformée de la partie impaire du bruit). Si on ne s'intéresse qu'à la partie réelle, le bruit quadratique moyen ϵ_{σ} vaut $\epsilon_{\sigma} = \epsilon_{\sigma_T}/\sqrt{2}$. On a donc pour la différence de marche u_n le rapport signal sur bruit SNR_{u_n}

$$SNR_{u_n} = \frac{I(u_n)}{\epsilon_u} = \frac{\frac{1}{2}\eta C_0 \frac{N\delta\sigma}{2}}{\frac{\sqrt{2\sigma_{\max}}}{\sqrt{2U}}\epsilon_{\sigma_T}} = \frac{1}{2}\eta C_0 \sqrt{\frac{N}{2}} \frac{1}{\epsilon_{\sigma}} \quad (2.55)$$

En utilisant la relation entre ϵ_{σ} et SNR_{u_n} ainsi obtenue, le rapport signal sur bruit dans le spectre mesuré pour le nombre d'onde σ_m s'écrit

$$SNR_{\sigma_m} = \frac{B_p(\sigma)}{\epsilon_{\sigma}} = \sqrt{\frac{2}{N}} SNR_{u_n} \quad (2.56)$$

Ainsi, dans le cas simple d'un spectre constant sur toute la bande spectrale, le rapport signal sur bruit dans le spectre est diminué d'un facteur $\sqrt{\frac{2}{N}}$ par rapport à celui dans l'interférogramme. Pour $N = 512$, le SNR dans le spectre est 16 fois plus petit que celui dans l'interférogramme.

Comparaison d'un spectre d'émission et d'un spectre d'absorption dans un cas particulier

En revanche, si on considère un spectre de même énergie totale que le précédent mais concentré dans une unique raie, le résultat change sensiblement. Par exemple, dans le cas du bruit de numérisation, pour comparer les deux cas, on peut calculer simplement le SNR pour un spectre constant et pour un spectre de raie.

Considérons un spectre de densité spectrale constante sur la bande passante. La valeur maximale de l'interférogramme est obtenue pour la différence de marche nulle et vaut, en normant l'énergie à la partie effectivement diffractée par les réseaux,

$$I_{\max} = I(0) = N\delta\sigma = 2\sigma_{\max} \quad (2.57)$$

Si le gain est ajusté de façon à ce que $I(0)$ corresponde à la valeur maximale du convertisseur, alors $\epsilon_u = 2\sigma_{\max}/3D$ et, d'après le théorème de Parseval,

$$\epsilon_\sigma = \epsilon_u \sqrt{\frac{2U}{2\sigma_{\max}}} = \frac{2\sigma_{\max}}{3D} \sqrt{\frac{2U}{2\sigma_{\max}}} = \frac{4\sqrt{U}\sigma_{\max}}{3D} = \frac{\sqrt{N}}{6D} \quad (2.58)$$

En l'absence de toute autre source de bruit, le rapport signal sur bruit SNR est donc

$$\text{SNR} = \frac{B_p(\sigma)}{\epsilon_\sigma} = \frac{3D}{\sqrt{N}} \quad (2.59)$$

Avec un convertisseur sur 15 bits, on a $3D \approx 10^5$ et pour un détecteur de 512 pixels, la dynamique du détecteur permet d'atteindre un rapport signal sur bruit de l'ordre de 4.4×10^3 .

Dans le cas inverse d'un spectre de même énergie totale mais constitué d'une raie unique, à la différence de marche nulle on a

$$I(0) = \delta\sigma \quad (2.60)$$

et une analyse similaire à la précédente conduit à l'estimation

$$\text{SNR} = 3D \frac{\sqrt{N}}{2} \quad (2.61)$$

et la même application numérique que précédemment donne cette fois-ci un SNR de 1.1×10^6 . La différence de résultat est nette d'un type de spectre à l'autre. Il est plus facile d'obtenir un bon rapport signal sur bruit dans la raie d'un spectre d'émission, dans le cas où le bruit de numérisation domine, avec un SFH imageur, par rapport à un spectre d'absorption.

Rapport signal sur bruit d'un spectre quelconque

Ces exemples sont néanmoins des cas extrêmes, et les spectres réels peuvent prendre une infinité de formes intermédiaires. Pour le cas général, (Harlander, 1991) donne une estimation du rapport signal sur bruit dans le spectre par celui de la DDM nulle. En effet, l'interférogramme, à la différence de marche nulle, contient la totalité de l'énergie dans la bande passante. Dans l'hypothèse d'un bruit blanc, on peut donc considérer que le bruit moyen dans le spectre est simplement proportionnel à celui obtenu pour la différence de marche nulle. On a alors

$$\text{SNR}_\sigma = \sqrt{\frac{2}{N}} \frac{B_p(\sigma)}{B_p} \text{SNR}_{u_0} \quad (2.62)$$

où SNR_σ est le rapport signal sur bruit pour le nombre d'onde σ , N est le nombre d'échantillons, $B_p(\sigma)$ est l'énergie dans la partie paire du spectre pour le nombre

d'onde σ , $\overline{B_p}$ est l'énergie moyenne de la partie paire sur toute la bande passante, et SNR_{u_0} est le bruit dans l'interférogramme à la DDM nulle. Cette formule est identique à celle trouvée par (Brault, 1985) pour le FTS classique. La seule différence se trouve au niveau du bilan énergétique total : le SFH ne module qu'une partie de la lumière incidente. Le rapport signal sur bruit dans le spectre mesuré est donc le même, mais si on compare le signal incident et le signal mesuré, le SFH a une efficacité au moins pour moitié moindre par rapport à un FTS à deux voies. De plus, rappelons, que le SFHI ne bénéficie pas d'un réel effet multiplex, car si tous les N éléments spectraux sont mesurés simultanément, le nombre de pixels nécessaires à la mesure du spectre est tout de même $2N$. Au niveau du rapport signal sur bruit, le signal moyen par élément spectral et par pixel est donc le même dans le cas d'un SFHI ou d'un spectromètre dispersif à fente. Ainsi, le SFHI ne présente pas d'avantage en terme de signal sur bruit par rapport à ce derniers.

Cette étude montre que le véritable avantage d'un SFHI sur le spectro-imageur à fente réside dans sa capacité à garder une très haute résolution même quand il est nécessaire d'utiliser une étendue géométrique importante, contrairement aux spectromètres à fente. Il est clair que ce type d'avantage rend le SFHI intéressant dans des conditions très particulières, et que cette nouvelle technique correspond plus à une instrumentation de "niche", qu'à une gamme d'application large. De plus, utiliser l'avantage en étendue du SFHI limite forcément la résolution spatiale, dans la direction perpendiculaire au mouvement du satellite. Le choix d'un SFHI repose donc sur des critères bien définis : une étendue importante, une haute (voir très haute) résolution spectrale, et le besoin d'une imagerie en mode pushbroom à moyenne résolution. Dans ce domaine bien délimité, il représente une des seules solutions techniquement réalisables sans parties mobiles. C'est d'ailleurs cet avantage en étendue qui a d'abord suscité l'intérêt des chercheurs modernes, comme le montre les travaux de Roesler et Harlander (Harlander, 1991). Ils ont même mis au point une solution qui permet d'augmenter encore l'étendue sans dégrader la résolution. Pour cela, ils introduisent des prismes sur le chemin des rayons avant les réseaux. L'angle de ces prismes est calculé de façon à limiter l'inclinaison des rayons extrêmes du IFOV avec l'axe, produisant de cette façon ce que l'on appelle un interféromètre à champ compensé. Ainsi, l'étendue de l'instrument peut être encore plus importante. Tous leurs travaux s'insèrent dans cette utilisation du SFH : ajouter des prismes pour augmenter l'étendue admise par l'instrument. Les travaux présentés ici suivent une démarche très différente et complètement inédite. Sans chercher à pousser plus avant l'avantage en étendue permis par ces instruments⁷, nous proposons une technique qui permet de produire des instruments à haute résolution spectrale, et compatible avec la prise d'image en orbite.

En conclusion, ce chapitre a établi la relation entre les dimensions des réseaux et

7. On peut remarquer par ailleurs que, dans le concept choisi, rien n'empêche l'utilisation d'un prisme pour augmenter encore plus l'étendue.

la résolution spectrale, et relié l'ouverture maximale admissible à cette résolution. La façon dont l'échantillonnage et le bruit affectent la mesure ont été présentés. Finalement, au travers d'une illustration, les avantages du SFHI ont été mis en lumière. Il n'est pas possible de s'affranchir de ces effets, ils sont inhérents à la technique. Ainsi, ce sont ces paramètres qui détermineront en premier le choix de ce genre d'instrumentation. On voit déjà que cette technique présente de nombreux avantages pour la spatialisation, parce qu'elle permet d'atteindre une haute résolution sans partie mobile et qu'elle s'adapte à la prise d'image en mode pushbroom. Cependant on voit aussi qu'elle est plutôt avantageuse par l'étude de spectres d'émission et qu'elle est limitée à l'étude d'un domaine spectral peu étendu. Elle est comparativement plus avantageuse que les spectro-imageurs à fente pour une mesure dominée par les bruits indépendants du signal. Son véritable et net avantage réside dans sa capacité à obtenir une large étendue géométrique acceptée par l'instrument, sans perte de résolution et sans parties mobiles. Les effets des paramètres qui peuvent, moyennant du temps ou de l'argent, être rendus négligeables vont maintenant être étudiés. Une connaissance précise de ces effets permettra d'adopter les compromis les plus avantageux et les plus économiques.

LIMITATIONS DES PERFORMANCES D'UN SFHI

Les phénomènes d'interférences varient rapidement à l'échelle de la longueur d'onde, les réglages sont très sensibles pour un instrument destiné à fonctionner dans le domaine visible. Pour étudier les effets sur l'interférogramme et sur le spectre des défauts d'alignement, de centrage et de réglage, nous nous plaçons dans le cadre de l'optique paraxiale, et nous considérons que le système optique est aplanétique, les ondes planes. De plus, on ne considère pas les effets de diffraction par les optiques, hormis bien sûr pour le réseau. Nous allons considérer des ajustements de deux ordres : ceux qui portent sur les paramètres de translation et ceux qui portent sur les paramètres de rotation. Nous les étudierons d'abord séparément, puis nous conclurons sur l'influence d'une transformation quelconque de la géométrie. Nous définissons pour cela 7 blocs élémentaires caractérisés par leur fonction :

- A. la fente source, prise comme objet. Nous ne parlerons pas des problèmes de formation de l'image de la scène par le télescope que nous considérons comme parfait
- B. le collimateur
- C. le cube séparateur compensateur
- D. le système diffractant constitué par l'image virtuelle des réseaux dans le cube vue depuis le détecteur
- E. le système optique formant l'image des réseaux sur le détecteur
- F. le système optique formant l'image de la source sur le détecteur
- G. le détecteur

Ensuite les paramètres définissant l'efficacité d'un SFHI sont étudiés. En particulier les réseaux, qui sont à l'origine des différences de marche dans ce montage, seront l'objet d'une étude qualitative, et nous aborderons les particularités du montage qui

le distinguent d'un FTS classique. Les différences de marche étant produites de façon statique et variant dans une dimension spatiale (contrairement au FTS classique qui fait varier les différences de marche dans le domaine temporel) nous considérerons les problèmes de compensation de différence de chemin optique dans les bras de l'interféromètre. Nous aurons alors une bonne compréhension de la partie spectroscopique du montage. Cette étude systématique des effets des réglages sur les interférogrammes d'un SFHI ne se trouve à notre connaissance dans aucun autre ouvrage. L'équipe de [Harlander](#) a bien posé les bases de ce genre d'analyse, en particulier les calculs concernant la forme de la fonction d'appareil présenté au chapitre précédent sont connus depuis les années 90. Sur la question de l'effet des paramètres, [Harlander](#) ne propose que l'étude d'un des paramètres de rotation, qui correspond au paragraphe 3.2.2 de cette thèse. Dans les papiers plus récents, on ne trouve à notre connaissance que mention de la forme générale de l'interférogramme perturbé, décrite dans la section 3.3.4, sans description précise et analytique des effets des réglages, ou des paramètres définissant l'efficacité. Ce genre d'étude en revanche a été mené par différents auteurs pour le cas du FTS. Le travail qui va être présenté dans ce chapitre s'est attaché à retrouver ces résultats pour le cas particulier du SFH et à les synthétiser dans un seul et même ouvrage.

3.1 TRAITEMENT GÉNÉRAL

Les différentes perturbations que nous venons d'énoncer (défauts d'alignement, de centrage et de réglage) ont différents effets que nous allons traiter en détail dans ce chapitre. Toutefois, nous pouvons d'ores et déjà établir un cadre général qui permet d'appréhender l'impact des variations sur le spectre. Je propose dans ce chapitre une nouvelle notation pour mieux comparer les effets de chaque paramètre, qui s'inspire du formalisme utilisé par [Takeda et al. \(1982\)](#) pour décrire sa méthode de correction des interférogrammes. Ainsi, d'après les développements présentés au chapitre 1 et d'après ([Takeda et al., 1982](#)), on peut déduire que les écarts aux conditions idéales produisent, pour une source monochromatique de nombre d'onde κ_1 , un interférogramme de la forme

$$g(u, y) = a(u, y) + b(u, y) \cos(2\pi\sigma_1 u + \phi(u, y)) \quad (3.1)$$

où u est la variable spatiale dans la direction des franges, en utilisant le changement de variable (1.38). Les fonctions $a(u, y)$ et $b(u, y)$ représentent les variations spatiales de luminance respectivement non-modulées et modulées par les réseaux et $\phi(u, y)$ est un terme de phase (lié à la différence de marche) non désiré dans l'interférogramme. Ces fonctions peuvent aussi dépendre du nombre d'onde. Pour simplifier les calculs, nous pouvons réécrire cette équation sous la forme ([Takeda et al., 1982](#)).

$$g(u, y) = a(u, y) + \frac{1}{2}(c(u, y)e^{2\pi i\sigma_1 u} + c^*(u, y)e^{-2\pi i\sigma_1 u}) \quad (3.2)$$

avec

$$c(u, y) = b(u, y)e^{i\phi(u, y)} \quad (3.3)$$

Si on effectue la transformation de Fourier de (3.2) de la variable u , on obtient le spectre expérimental B_{exp}

$$B_{\text{exp}}(\sigma) = A(\sigma, y) + \frac{1}{2}(C(\sigma, y) \otimes \delta(\sigma - \sigma_1) + C(\sigma, y)^* \otimes \delta(\sigma + \sigma_1)) \quad (3.4)$$

Le spectre réel d'une source monochromatique est en théorie un Dirac centré sur la fréquence σ_1 . Si les variations spatiales des fonctions $a(u, y)$, $b(u, y)$ et $\phi(u, y)$ sont lentes par rapport à la fréquence σ_1 , les transformées de Fourier de l'équation (3.4) sont séparées par la fréquence porteuse σ_1 , comme illustré à la figure 3.1. De cette façon, $C(\sigma, y)$ représente la fonction d'appareil, qui limite la résolution, et la fonction $A(\sigma, y)$ introduit une erreur systématique, due à une mauvaise estimation de la partie non-modulée de l'interférogramme. J'ai choisi de présenter l'effet des différents dé-

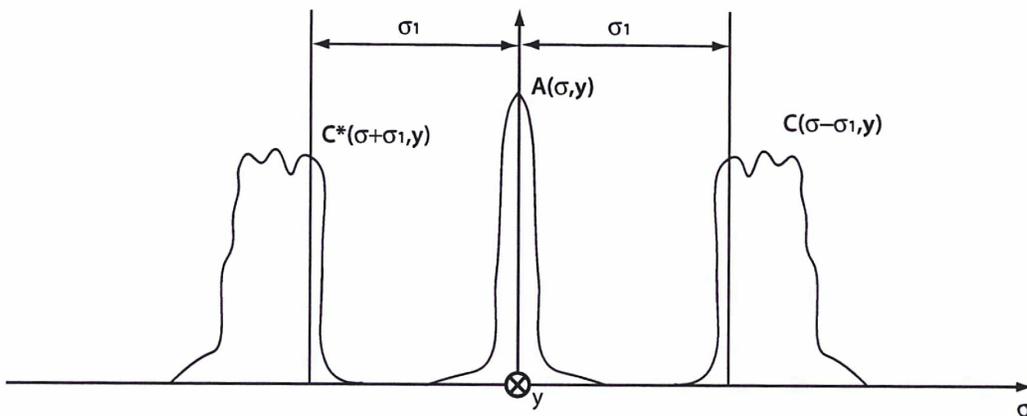


FIGURE 3.1.: Représentation de la TF d'un interférogramme pour un signal non-idéal. Si les défauts varient lentement avec la différence de marche, les effets sont des fonctions séparées par la fréquence porteuse σ_1 .

fauts sous cette forme afin de permettre une comparaison rapide des résultats. Il faut bien garder à l'esprit que pour obtenir le spectre mesuré, il faut prendre le produit de convolution du spectre réel de la source et de la fonction $C(\sigma, y)$, aussi notée $C(\sigma)$ quand elle ne dépend pas de la dimension de l'imagerie.

3.2 TOLÉRANCES DE RÉGLAGE D'UN SFHI

La technique possède un bon potentiel pour la miniaturisation. Dans un instrument compact, le système optique peut impliquer des tolérances de positionnement des différents éléments serrées, par exemple, un système très ouvert sera plus sensible aux défauts de focalisation. Cette partie présente l'étude de la tolérance aux réglages d'un SFHI, dans le but de dégager les points les plus critiques à la réalisation d'un instrument miniaturisé.

3.2.1 PARAMÈTRES DE TRANSLATION

L'instrument est conçu pour réaliser l'image de la source et de la fente dans un même plan, en utilisant une lentille cylindrique. Ainsi, dans un premier temps, nous pouvons considérer que le système est invariant par translation dans la direction de la fente. L'étude se place donc à présent dans un plan parallèle au plan de diffraction des réseaux. Dans ce plan, la résolution spectrale de l'instrument est limitée par la différence de marche maximale d'une part, et l'ouverture du faisceau d'autre part. Il y a donc deux conditions pour assurer la résolution spectrale optimale. D'abord, il faut que les réseaux soient entièrement éclairés par la lumière collimatée de la source. On les choisit donc comme diaphragme d'ouverture du système. Ensuite, il faut choisir la focale du collimateur de façon à ce que l'incidence des points extrêmes dans la largeur de la fente permettent que la relation (2.29) soit vérifiée. Le montage peut alors se schématiser comme présenté sur la figure 3.2. L'axe optique est défini par le cube séparateur, à la fois pour des raisons pratiques (l'alignement sur le banc se fait relativement au cube) et de simplicité, car c'est le point de symétrie de l'instrument. Ainsi pour un instrument réglé, les réseaux sont antisymétriques par rapport au cube. La bissectrice de l'angle entre les normales des images des réseaux, forme un angle de $\pi/4$ avec la lame séparatrice (voir figure 1.3). De cette façon, je ne détaillerai pas les conséquences d'un mauvais réglage du cube, et on pourra les retrouver en considérant un changement du repère d'étude.

Réglage du système diffractant

Étudions d'abord les conséquences d'une absence de symétrie entre les images des réseaux par le cube. On prend pour référence le repère défini par le cube séparateur. L'axe y est dans la hauteur de la lame séparatrice et l'axe z forme un angle de $\pi/4$ avec la direction de la lame. On suppose des optiques assez grandes, ou des déplacements assez petits pour ne pas provoquer de vignettage.

Réglage de la différence de marche nulle. La distance entre les réseaux et le cube n'intervient de façon absolue que lorsque l'on s'intéresse aux positions des pupilles d'entrée

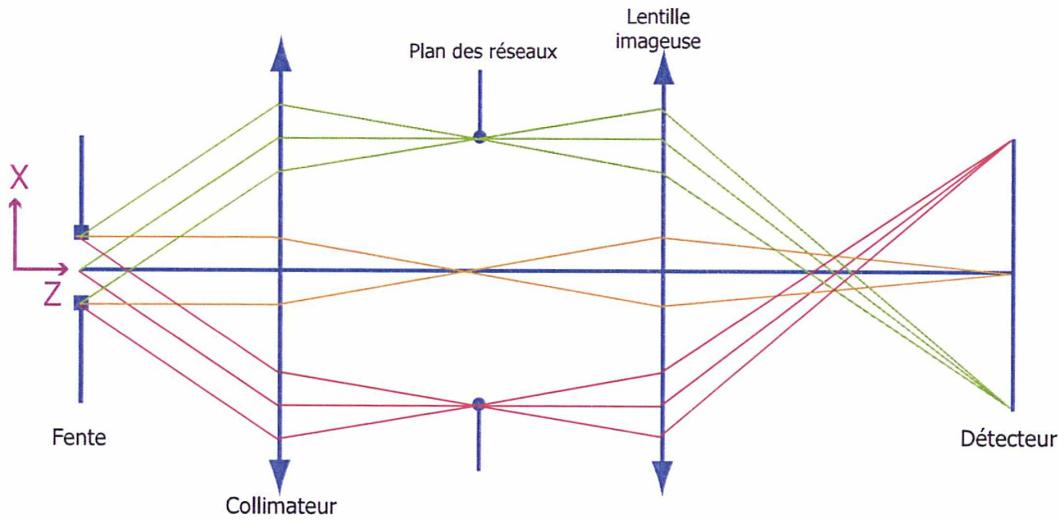


FIGURE 3.2.: Représentation schématique du principe de l'imagerie dans le sens des franges sans prendre en compte la diffraction sur les réseaux.

et aux problèmes d'imagerie. Pour l'instant je ne fais pas d'hypothèse sur les focales ou les diamètres des lentilles. La distance entre le cube et les réseaux peut être quelconque. En revanche, les positions relatives des centres des réseaux jouent un rôle dans la formation des interférences. Si on considère que seul un des réseaux n'est pas correctement centré par rapport au reste de l'instrument, on peut paramétrer les écarts entre l'image des réseaux comme noté sur la figure 3.3. Sur cette figure, la position des rond blancs sur les fronts d'onde en gras signalent la position des centres des réseaux. On se place donc dans le cas général où un réseau est mal placé à la fois en x et en z . L'onde étant supposée parfaitement plane, un défaut de position en x d'un des réseaux laisse les propriétés du front d'onde diffracté invariants¹. On considère les décalages assez petits pour ne pas produire de vignettage. Le cas échéant, la résolution est diminuée car elle est directement proportionnelle à la partie éclairée des réseaux, d'après l'équation (2.13). Ceci étant dit, si les réseaux ne sont pas vignettés, on peut se restreindre au cas d'un décalage d'un des réseaux uniquement selon z . Alors, pour une onde incidente sur l'axe de longueur d'onde quelconque, la différence de marche pour un point P de coordonnées (x, y) dans un plan d'observation dont l'origine se trouve sur l'un des réseaux s'écrit

$$\Delta\Phi(x) = 2\pi\kappa(2 \sin \gamma x + z_0) \quad (3.5)$$

En injectant dans (1.18) et en intégrant sur les nombres d'onde, on obtient alors le

1. La diffraction sur les réseaux introduit tout de même un terme de phase si les traits des deux réseaux ne se superposent pas, comme il sera vu dans la partie suivante

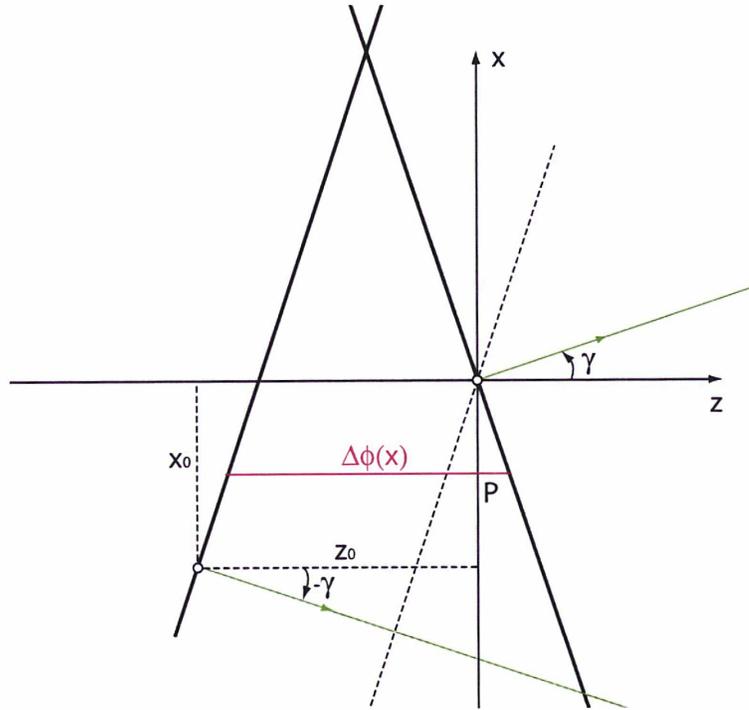


FIGURE 3.3.: Défauts d'alignement des réseaux. Les traits en gras représentent les fronts d'ondes vus par le détecteur à un instant t . Le trait gras qui passe par le centre du repère est celui qui est correctement réglé. Les pointillés représente la position du deuxième s'il était réglé, et sa position effective est représentée par le deuxième trait gras. Les ronds blancs sur les fronts d'ondes symbolisent les centres des réseaux desquels chaque onde est diffractée.

spectre. Si on considère que γ est assez petit pour se satisfaire d'un développement à l'ordre 2 de son sinus et de sa tangente, on peut exprimer l'intensité enregistrée sous la forme

$$I(u) = \eta \frac{I_0}{2} [1 + \cos(2\pi\sigma_1(u + z_0))] \quad (3.6)$$

ce qui revient à mal estimer la position de la différence de marche nulle. Alors si on compare aux équations (3.1) et (3.4) on peut écrire

$$c(x, y) = e^{i2\pi\sigma z_0} \quad (3.7)$$

qui ne dépend pas de la différence de marche. Alors, en faisant la transformation de Fourier en u on obtient

$$C(\sigma, y) = e^{i2\pi\sigma z_0} \quad (3.8)$$

Ainsi, on reconnaît l'effet classique d'une mauvaise localisation de la différence de marche nulle. Cet effet est abordé plus en détail au chapitre 5.1.3. Dans ce cas, la fonction d'appareil varie avec le nombre d'onde, comme montré par (Connes, 1961). Ce problème, bien connu dans le cas du FTS classique, peut être abordé de deux façons. On peut appliquer une procédure qui vise à corriger le spectre pour le terme de phase introduit. Ceci est développé dans le chapitre 5. Alternativement, on peut observer le spectre de puissance plutôt que la partie réelle de la TF de l'interférogramme. Le choix entre les deux méthodes sera discuté au chapitre 5, mais on peut déjà remarquer d'après la section 2.4.2 qu'il est plus avantageux pour la rapport signal sur bruit d'observer la partie réelle de la TF. Dans ce cas, la figure 5.3 donne l'erreur sur la position de la raie, par unité de phase et ramené à la largeur de la raie, en fonction du rapport entre les différences de marche extrêmes enregistrées pour les DDM négative (U_1) et positive (U_2). Si on note ϵ_σ l'erreur sur la position de la raie, $\delta\sigma$ la largeur de la raie², ϕ_0 la phase introduite par le décalage z_0 du réseau et y l'ordonnée du graphique de la figure 5.3, on a

$$y \left(\frac{U_1}{U_2} \right) = \frac{1}{\phi_0} \frac{\epsilon_\sigma}{\delta\sigma} \quad (3.9)$$

Ici $\phi_0 = 2\pi\sigma z_0$ pour le nombre d'onde σ et si on pose $\chi = \frac{U_1}{U_2}$, on a

$$\frac{\epsilon_\sigma}{\delta\sigma} = 2\pi\sigma U y(\chi) \frac{1-\chi}{1+\chi} \quad (3.10)$$

où U est la différence de marche maximale pour l'instrument réglé. Sachant que dans le cas d'une raie dont la largeur est limitée par la multiplication de l'interférogramme avec une fonction porte résultant de la mesure pour des différences de marches finies, l'erreur sur la position du centre de la raie s'écrit

$$\epsilon_\sigma = \pi\sigma U(\chi) \frac{1-\chi}{1+\chi} \quad (3.11)$$

Par exemple, pour $\sigma = 100\text{cm}^{-1}$ et pour $\alpha = 0.95$ on obtient une erreur sur la position du pic central $\epsilon_\sigma = 0.2\text{cm}^{-1}$. Pour une DDM maximale de 5 mm cela correspond à un défaut de position des réseaux $z_0 \approx 130\mu\text{m}$. Dans le cas du SFH, la tolérance sur la position de la DDM nulle est très relâchée. D'une part car on mesure un interférogramme symétrique par principe, dans ce cas il existe de nombreuses méthodes pour corriger ce problème. D'autre part car une erreur sur la position de la DDM nulle n'affecte le spectre que proportionnellement à σ , le nombre d'onde hétérodyné, contrairement au cas du FTS, où celle-ci est proportionnelle à κ . Or il peut y avoir facilement deux ordres de grandeur entre les deux.

2. Nous sommes dans le cas d'une raie non résolue, avec la résolution limitée par la différence de marche finie

Par ailleurs, $C(\sigma, y)$ n'est pas nulle pour $\sigma = 0$. Par convolution avec le spectre, ceci affecte la partie modulée de l'interférogramme mais n'affecte pas la partie constante. Or, on peut considérer que pour de grandes différences de marche, la partie variable de l'interférogramme tend vers $I_0/2$. Un moyen de détection de ce genre de défaut est donc d'observer la valeur de l'interférogramme à la différence de marche de maximale et de la comparer avec la valeur en 0. Si la valeur à grande différence de marche est plus forte que la moitié de la valeur en 0, alors les réseaux sont mal réglés. Une autre méthode consiste à éclairer l'appareil en lumière blanche. Alors la DDM nulle est matérialisée par la frange centrale, beaucoup plus brillante que le reste de l'interférogramme. Cependant cette méthode ne peut être utilisée que si la bande passante acceptée par l'instrument est assez large pour créer un fort contraste entre la DDM nulle et les autres.

Centrage des traits des réseaux. La sensibilité de la position des réseaux soulève le problème du centrage des traits des réseaux sur la face même des réseaux. En effet, l'alignement des réseaux entre eux va aussi introduire un terme de phase qui provient des interférences de la lumière sur les traits des réseaux, comme l'a montré [Döhlen \(1994\)](#) pour le cas du SFH à un réseau. Cet effet demeure, amoindri, dans le cas où on utilise deux réseaux. Pour le comprendre, rappelons le principe de Huygens qui établit que chaque élément d'un front d'onde se comporte comme une source secondaire émettant des ondelettes sphériques. Ainsi, la position du front d'onde à un temps ultérieur est donnée par l'enveloppe des ondelettes. Or le réseau peut être considéré comme une surface absorbante avec de fins traits de matériau réfléchissant. Alors on peut considérer que les traits forment les sources secondaires du principe de Huygens qui vont être séparées par des bandes de matériau absorbant. La figure 3.4 (a) représente schématiquement ce phénomène pour trois différents nombres d'ondes. On voit clairement que les fronts d'onde ne se coupent (et donc sont en phase) qu'au niveau des traits. Les fronts d'ondes qui vont en résulter par propagations sont caractérisés par des noeuds de phase séparés par la période des traits des réseaux, comme on le voit en figure 3.4 (b). Alors quand les fronts d'ondes issus des bras de l'interféromètre se superposent, la position de la différence de marche nulle ne coïncide pour tous les nombres d'onde que si les noeuds de phase des deux réseaux coïncident, c'est-à-dire si les traits de chaque réseau se superposent parfaitement. Donc cet effet est le même pour tous les nombres d'onde et va simplement introduire un terme de phase constant dans le spectre qui dépend du décalage entre les noeuds de phase les plus proches, c'est-à-dire entre les centres des faces réfléchissantes des réseaux. L'exemple précédent montrait que la tolérance sur la position du centre des réseaux est d'une centaine de microns. Sur un réseau de densité de traits de $1800 \text{ traits} \cdot \text{mm}^{-1}$, il y a 18 traits par microns. Le décalage entre les noeuds de phase les plus proches est au maximum de deux ordres de grandeur plus petit. La superposition des traits des réseaux et le cen-

trage d'un trait sur l'axe est donc négligeable devant la position relative des centres des réseaux.

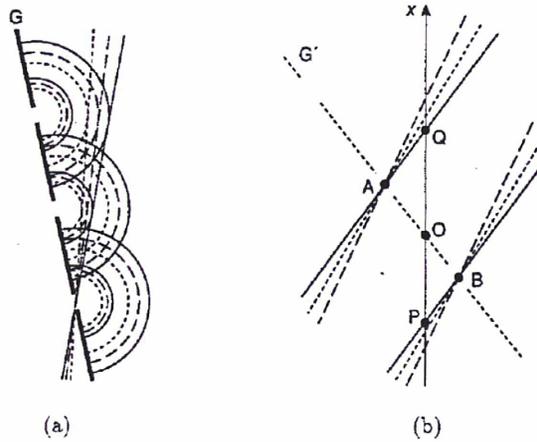


FIGURE 3.4.: (a) Fronts d'ondes pour trois nombres d'ondes différents (représentés respectivement par des lignes continues, en pointillés et des tirets) émergeant d'un réseau (noté G) construits à partir du principe de Huygens. (b) L'axe x représente le plan imagés sur le détecteur et le lieu des interférences entre les deux bras de l'interféromètre. Le deuxième réseau n'est pas représenté, mais son image serait symétrique à G par rapport à l'axe x . Source (Döhlen, 1994).

Position de la fente

Comme on l'a vu, l'interférogramme pour un point hors-axe est différent de celui pour un point sur l'axe. Considérons donc maintenant le cas où le collimateur est aligné avec le cube, et les réseaux symétriques, mais où la fente n'est pas correctement placée sur l'axe. Il va y avoir deux problèmes distincts : quand le centre de la fente n'appartient pas à l'axe optique, et quand le centre de la fente appartient à l'axe, mais n'est pas confondu avec le foyer du collimateur.

Positionnement transversal. Nous devons à nouveau considérer la direction de la hauteur de la fente, mais simplement sur l'étendue d'un élément de résolution spatiale. Tout d'abord rappelons que, pour un rayon incident formant un angle ξ , avec l'axe optique, l'on peut écrire un interférogramme de la forme

$$\cos\left(2\pi u\left(\sigma_1 - \kappa_0 \frac{\xi^2}{2}\right)\right) \quad (3.12)$$

avec

$$\xi = \frac{r}{f_c} \quad (3.13)$$

où r repère la position du point en coordonnées cylindriques dans un plan perpendiculaire à l'axe optique et f_c désigne la focale du collimateur. Si la fente n'est pas centrée sur l'axe, on ne peut plus faire l'hypothèse de symétrie sphérique qui nous a permis d'intégrer la valeur de l'intensité sur tout l'angle solide. Nous allons donc utiliser une autre méthode, adaptée de [Guelachvili \(1981\)](#) pour un FTS. La figure 3.5 représente le plan focal du collimateur. La position de l'axe optique est donnée par O . Les surfaces T_1 et T_2 représentent le même élément de surface de la fente dans les cas respectivement sur et hors-axe. Pour T_2 , la méthode qui consiste à intégrer

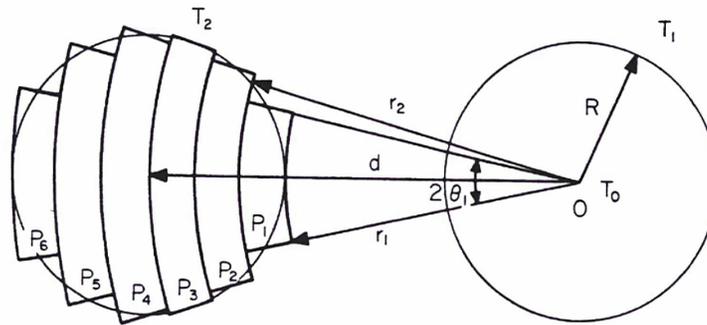


FIGURE 3.5.: A droite, un élément de fente T_1 sur l'axe (repéré par O) centré sur O et à gauche, T_2 représente le même élément non-centré sur l'axe. D'après ([Guelachvili, 1981](#)).

l'interférogramme sur tout l'angle solide pour ensuite en prendre la TF, est connue, dans le cas du FTS, pour ne donner de résultat analytique de la forme d'appareil que dans des cas élémentaires, comme par exemple celui d'une source circulaire uniforme centrée sur l'axe ([Brault, 1985](#)). Il existe des méthodes qui permettent de surmonter ces difficultés. Par exemple, ([Genest and Tremblay, 1999](#)) propose une méthode qui, en passant directement de la distribution d'énergie de la source au spectre, permet d'obtenir facilement des solutions analytiques pour n'importe quelle géométrie d'ouverture. Cette méthode n'a malheureusement pas pu être développée pendant cette thèse. A la place, nous avons essayé de donner une solution approchée en considérant la surface de T_2 constituée de secteurs circulaires, notés P_1, P_2, \dots, P_6 , ayant tous O comme centre de courbure. Cette méthode reste limitée, et elle ne permet pas de calculer la forme de la fonction d'appareil dans le cas d'une géométrie quelconque de l'angle solide sous-tendu par la source. Elle ne peut étudier le cas d'une source non-uniforme qu'au prix de simplifications (à savoir que chaque secteur P_j possède

une luminance propre). Néanmoins, elle reste relativement simple à mettre en œuvre et elle constitue une approximation valable dans le cadre des petits angles. Ainsi, si on suppose qu'un secteur élémentaire, par exemple P_1 , est défini par deux rayons r_1, r_2 et un angle $2\theta_1$, alors l'interférogramme pour une source monochromatique de nombre d'onde κ_1 peut s'écrire

$$I_{P_1}(u) = \int_{r_1-\theta_1}^{r_2} \int_{-\theta_1}^{\theta_1} \cos\left(2\pi u\left(\sigma_1 - \kappa_0 \frac{r^2}{2f_c^2}\right)\right) r dr d\theta \quad (3.14)$$

où r désigne la position transversale de la surface élémentaire et en considérant la position angulaire $\xi = \frac{r}{f_c}$ suffisamment petite. En intégrant maintenant (3.14) pour un secteur, par exemple, le secteur P_1 on obtient

$$I_{P_1}(u) = \theta_1(r_2^2 - r_1^2) \operatorname{sinc}\left(\frac{\kappa_0 u(r_2^2 - r_1^2)}{2f_c^2}\right) \cos\left(2\pi u\left(\sigma_1 - \frac{\kappa_0(r_2^2 - r_1^2)}{4f_c^2}\right)\right) \quad (3.15)$$

On voit que l'intensité enregistrée à une valeur proportionnelle à l'aire $r_2^2 - r_1^2$ du secteur. L'interférogramme correspondant subit un changement d'échelle en nombre d'onde et une modulation de l'enveloppe des franges par un sinc. Par ailleurs, on peut écrire

$$\frac{r_2^2 - r_1^2}{f_c^2} = \frac{\Omega_2 - \Omega_1}{\pi} \quad (3.16)$$

Alors la fonction $c_{P_1}(u)$, pour le secteur P_1 dépend de l'angle solide

$$c_{P_1}(u) = \theta_1(r_2^2 - r_1^2) \operatorname{sinc}\left(\frac{\kappa_0 u(\Omega_2 - \Omega_1)}{2\pi}\right) e^{i2\pi u \frac{\kappa_0(\Omega_2 - \Omega_1)}{4\pi}} \quad (3.17)$$

et on a la fonction d'appareil

$$C_{P_1}(\sigma) = \theta_1(r_2^2 - r_1^2) \Pi_{\frac{\kappa_0(\Omega_2 - \Omega_1)}{2\pi}}(\sigma) \otimes \delta\left(\sigma - \frac{\kappa_0(\Omega_2 - \Omega_1)}{4\pi}\right) \quad (3.18)$$

Les effets sur le spectre de toute la surface T_2 peuvent être considérés comme la somme des effets dus aux différents secteurs P_1, \dots, P_6 et le spectre mesuré est la somme des produits de convolution entre le spectre et chaque fonction C_{P_1}, \dots, C_{P_6} . Pour chaque secteur, la largeur de la fonction porte et le décalage d'origine sont proportionnels à la surface, qui comme on le voit sur le schéma, croît puis décroît avec r_1 . Pour chaque secteur, la raie est donc décalée en fréquence et élargie de façon non uniforme. De plus, l'intensité de chaque secteur est proportionnelle à la surface du secteur considéré. La somme de ces contributions ne présente plus de symétrie par rapport au centre de la raie et la résolution ainsi que l'intensité de la raies sont dégradées. On peut

estimer l'effet spectral dans le cas d'une fente ayant pour largeur la valeur maximale admissible, donnée par la résolution des réseaux. Dans ce cas, si l'écart entre la position du centre de la fente et l'axe optique dépasse 15% de la largeur de la fente, la fréquence de la raie est décalée d'un élément de résolution spectrale, à la fréquence maximale dans le spectre. Dans le même temps, la largeur équivalente de la raie est multipliée par 2. Ces tolérances peuvent sembler relâchées, mais cet effet dépend de la fréquence et une correction a posteriori peut s'avérer difficile si on ne connaît pas précisément la valeur du défaut d'alignement.

Fente défocalisée. Dans les développements ci-dessus, la fente était supposée dans le plan focal du collimateur. Si maintenant on veut observer les effets de la défocalisation, il convient de considérer une fente placée à une distance Δf du plan focal, de la même façon que [Guelachvili \(1981\)](#) le fait pour le FTS classique. En supposant que le collimateur n'introduit pas d'aberrations optiques, l'onde collimatée, au lieu d'être une onde plane, peut être considérée comme une onde sphérique de rayon de courbure qui dépend du signe et de l'amplitude de Δf . Alors les interférences produites par un point sur axe ont plusieurs incidences sur les réseaux, et nous nous retrouvons dans le cas du rayon hors-axe. Toutefois, l'angle d'incidence dépend maintenant des coordonnées du rayon dans le plan de la pupille d'entrée. Pour connaître l'expression analytique de l'interferogramme pour toute la surface d'un élément de surface de la fente, il faudrait pouvoir exprimer $i(\rho)$ en fonction des coordonnées du point hors-axe et ensuite intégrer sur l'angle solide. Toutefois, ces calculs dépendent de nombreux paramètres du système et deviennent inutilement compliqués dans le cas général. Nous nous contenterons ici de supposer que les dimensions de l'élément de surface sont suffisamment petites au regard des autres paramètres du système pour considérer que l'effet des rayons hors-axes est le même pour tous les points de la surface élémentaire.

L'intensité au point u dans le plan de symétrie des réseaux pour une source ponctuelle monochromatique κ_1 va donc s'écrire

$$\cos\left(2\pi u\left(\sigma_1 - \kappa_0 \frac{i(\rho)^2}{2}\right)\right) d\omega \quad (3.19)$$

à condition que $i(\rho)$ soit assez petit pour considérer qu'on peut prendre son développement au deuxième ordre sans faire une grande erreur, ce qui est vrai si Δf est petit devant f . Et on peut écrire

$$\tan i(\rho) = \frac{\Delta f}{f} \tan \rho \quad (3.20)$$

$$i(\rho) \approx \rho \frac{\Delta f}{f} \quad (3.21)$$

Alors en supposant toujours la symétrie sphérique sur un élément de champ, on peut

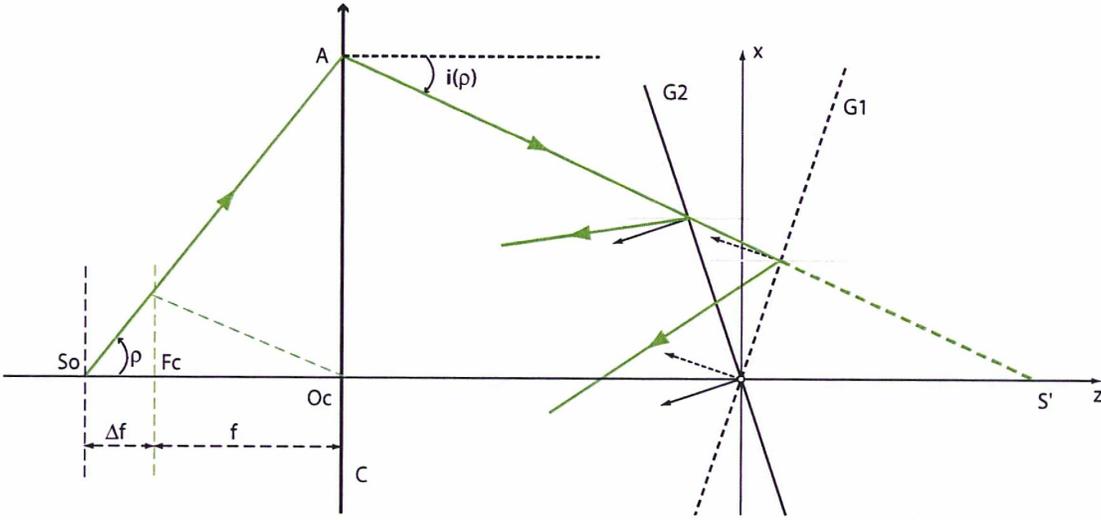


FIGURE 3.6.: Vue schématique de l'entrée du montage pour une fente défocalisée de Δf par rapport à la position F du foyer du collimateur. Ici on a représenté une fente en arrière du plan focal, produisant une onde sphérique convergente. Sur le schéma, pour plus de clarté, le collimateur est la pupille d'entrée. En réalité, ce sont les réseaux qui doivent être le diaphragme d'ouverture, mais cela n'a pas d'importance pour les raisonnements.

écrire en intégrant sur l'angle solide $\Omega \approx \rho^2/2$ compris entre 0 et ρ_m

$$I(u) = 2\pi \int_0^{\rho_m} \cos\left(2\pi u \left(\sigma_1 - \kappa_0 \frac{1}{2} \left(\frac{\Delta f^2}{f^2} \rho^2\right)\right)\right) \rho d\rho \quad (3.22)$$

qui est encore une fois similaire à 2.23 et qui provoque un décalage de fréquence ainsi qu'une modulation de l'enveloppe selon

$$I(u) = \Omega_r \text{sinc}\left(\frac{\kappa_0 \Delta f^2 \Omega_r u}{2f^2 \pi}\right) \cos\left(2\pi u \left(\sigma_1 - \kappa_0 \frac{\Delta f^2 \Omega_r}{4f^2 \pi}\right)\right) \quad (3.23)$$

et donc

$$C(\sigma) = \Omega_r \Pi_{\frac{\kappa_0 \Delta f^2 \Omega_r}{2f^2 \pi}}(\sigma) \otimes \delta\left(\sigma - \kappa_0 \frac{\Delta f^2 \Omega_r}{4f^2 \pi}\right) \quad (3.24)$$

Ainsi, on voit d'abord que le décalage en fréquence est proportionnel au carré de la défocalisation. Ensuite, l'angle solide présent dans cette équation est celui sous lequel est vu la source par les réseaux. Or la distance entre la source et les réseaux a diminué,

elle est passé de l'infini à une valeur finie dans l'espace image. Donc l'angle solide sous lequel est vu la source, à diamètre fixé, depuis les réseaux, est plus grand que dans le cas où la source est focalisée. Pour une résolution donnée, on peut déterminer la défocalisation admissible par le système en calculant la valeur de $\frac{\Omega_r \Delta f^2}{f^2}$ pour laquelle le sinus cardinal reste positif à la plus grande différence de marche. Nous aurons alors une relation entre la résolution, l'ouverture maximum admissible et le défaut de focalisation, qui donnera la sensibilité au défaut de focalisation.

Dans la direction de la fente, une défocalisation de la fente provoque la superposition des interférogrammes de différents points du champ, puisque les rayons issus d'un même point de la fente ne convergent pas sur le détecteur. On ne peut plus, en toute rigueur, se placer dans l'approximation de l'invariance en translation du système dans le sens de la fente. L'image de la fente est rendue floue par convolution de l'intensité avec une tache de défocalisation. Le diamètre de cette tache varie linéairement avec le décalage $\Delta f'$ dans l'espace image et avec l'angle du cône du faisceau de rayons qui forment l'image du point (Goodman, 1995). La forme de la tache est celle de la pupille de sortie projetée sur la surface du détecteur. Si le système n'est pas télémétrique, un autre effet d'une mauvaise focalisation est une translation latérale de la position du centre de la tache par rapport à la position du point correctement focalisé. Dans le cas le plus simple, ce décalage est à peu près linéaire avec la hauteur dans le champ, et a la même effet qu'une variation de grossissement. De plus la forme de la tache dépend des aberrations optiques. En résumé, les effets de la focalisation de la source dans le sens de la fente sont nombreux, complexes et dépendent de la conception optique. D'une part, ils diminuent les performances en imagerie de l'instrument, mais ils rendent aussi la séparation des spectres de points adjacents très difficile. Ces effets seront étudiés par simulation dans le chapitre 4.

Alignement des optiques et du détecteur

Les optiques d'imagerie sont calculées de façon à imager dans un même plan l'image de la source dans une direction et l'image des réseaux dans la direction perpendiculaire. Donc de mauvais alignements transversaux provoquent simplement un déplacement de l'image sur le détecteur. Dans la direction des réseaux, cela est équivalent à une translation des réseaux vue au paragraphe 3.2.1, qui produit un terme de phase qui varie linéairement avec le nombre d'onde. Dans la direction de la fente, cela déplace le champ vu par le détecteur, et l'importance de l'effet dépend de la précision voulue sur le pointé. En revanche, les translations le long de l'axe sont critiques. En effet, si l'image des réseaux n'est plus exactement dans le plan du détecteur, la tache de défocalisation confond les interférences de plusieurs valeurs de différence de marche. En effet, si on considère un déplacement $-\Delta z$ de la position du centre de L2 et en

notant z et z' les positions nominales des réseaux et du détecteur, on a

$$\Delta z' = \frac{z'^2}{z^2} \Delta z \quad (3.25)$$

Alors en considérant que le grossissement vaut 1, et en supposant que l'angle formé par le faisceau de rayons convergents en un point ne varie pas d'une quantité significative et que la pupille de sortie est circulaire, la tache de défocalisation aura un rayon R_d pour un angle d'ouverture α ,

$$R_d = \tan \alpha \Delta z' \approx \alpha \Delta z \quad (3.26)$$

En prenant le changement de variable $u = 4x \tan \theta_0$ et $v = 4y \tan \theta_0$, le rayon r_d de la tache dans ce repère s'écrit

$$r_d = 4 \tan \theta_0 R_d \quad (3.27)$$

Alors la fonction représentant la tache de défocalisation peut s'écrire,

$$h_{r_d}(u, v) = \mathcal{O}(r_d^2 - (u^2 + v^2)) \quad (3.28)$$

où $\mathcal{O}(r_d^2 - (u^2 + v^2))$ est la fonction disque telle que

$$\mathcal{O}(r_d^2 - (u^2 + v^2)) = \begin{cases} 1 & \text{si } u^2 + v^2 \leq r_d^2 \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad (3.29)$$

Alors l'intensité $I_d(u, v)$ enregistrée au point P sera la convolution de l'interférogramme et du disque $h_{r_d}(u, v)$ de défocalisation.

$$I_d(u, v) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} I(t, w) h_{r_d}(u - t, v - w) dt dw = (I \otimes h_{r_d})(u, v) \quad (3.30)$$

Prenant la transformation de Fourier en u et v on trouve

$$\mathcal{F}\{I_d(u, v)\} = \mathcal{F}\{I(u, v)\} H_{r_d}(\sigma, \nu) \quad (3.31)$$

où $H_{r_d}(\sigma, \nu)$ désigne la transformée de Fourier à deux dimensions de $h_{r_d}(u, v)$, avec σ la fréquence selon u et ν la fréquence selon v . Pour exprimer cette transformée, il vaut mieux passer en notation cylindrique, et on exprime les coordonnées cartésiennes (u, v) en coordonnées cylindriques (r, θ) dans l'espace du détecteur, et de même pour les coordonnées (σ, ν) en (s, ϕ) , dans l'espace de Fourier. Alors la TF pour une fonction radiale à deux dimensions $f(r)$ s'exprime, en coordonnées cylindriques

$$F(s, \phi) = 2\pi \int_0^{\infty} r J_0(2\pi s r) f(r) dr \quad (3.32)$$

où $J_0(x)$ est la fonction de Bessel d'ordre 0 avec pour n entier quelconque

$$J_n(x) = \frac{i^{-n}}{2\pi} \int_0^{2\pi} e^{ix \cos \theta} e^{in\theta} d\theta \quad (3.33)$$

On a donc pour la fonction disque

$$H(s, \phi) = 2 \frac{J_1(r_d s)}{r_d s} \quad (3.34)$$

Si on refait le changement vers les coordonnées cartésiennes alors le spectre s'écrit

$$B_d(\sigma, \nu) = 2B_p(\sigma, \nu) \frac{J_1(r_d \sqrt{\sigma^2 + \nu^2})}{r_d \sqrt{\sigma^2 + \nu^2}} \quad (3.35)$$

et comme B ne dépend pas de ν on peut écrire

$$B_d(\sigma) = 2B_p(\sigma) \frac{J_1(4 \tan \theta_0 \alpha \Delta z \sigma)}{4 \tan \theta_0 \alpha \Delta z \sigma} \quad (3.36)$$

Le spectre est ainsi multiplié par une fonction de Bessel. Cette fonction présente un maximum en zéro et décroît ensuite en lobes successivement positifs et négatifs d'amplitude décroissante, comme montré en figure 3.7. Au pire, il faut limiter la valeur de la défocalisation des réseaux de façon à rester dans la partie positive de la fonction. Les valeurs de cette fonction sont données dans des tables et le premier zéro est pour $x = 1.22\pi$, les autres zéros ne sont pas réguliers. La limite de la bande passante étant donnée par la taille du pixel, on peut exprimer Δz en fonction de la taille du pixel Δx et l'angle d'ouverture. Si on choisit d'échantillonner à la fréquence de Shannon, et si on veut limiter l'effet sur le spectre au plus grand nombre d'onde à moins de 5%, il faut limiter Δz à

$$\Delta z < 0.35 \frac{\Delta x}{\alpha} \quad (3.37)$$

Ainsi en toute logique la profondeur de champ dépend de l'ouverture du système dans la direction des réseaux. Par exemple, pour un pixel de $20\mu\text{m}$, et une fente de $200\mu\text{m}$, au foyer d'une lentille de 250mm de distance focale, une atténuation du spectre de 5% s'obtient pour $\Delta z \approx 9\text{cm}$. Des simulations optiques montrent en effet la grande tolérance de l'instrument à ce défaut. Toutefois ce modèle est très simpliste et ne donne que des ordres de grandeurs. En particulier, on a considéré ici que la forme de la tache de diffraction était ronde et ne dépendait pas de l'angle du cône de rayons convergents. Or en toute rigueur ces raisonnements ne peuvent être valables que dans une seule dimension, pour avoir une estimation plus fine, il faudrait prendre en compte la géométrie particulière de la lentille cylindrique. La fonction de Bessel serait alors

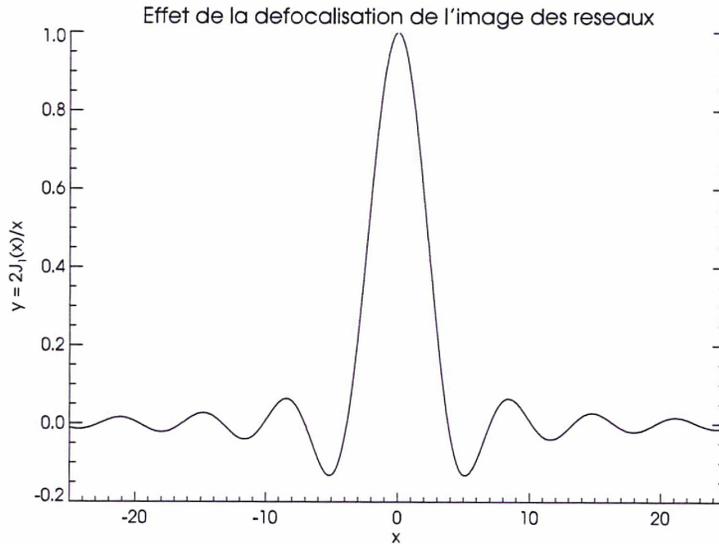


FIGURE 3.7.: La fonction $y = \frac{2J_1(x)}{x}$ représente l'effet de la défocalisation des réseaux sur le spectre. x dépend de la défocalisation Δz et de σ , lié aux fréquences du spectre avec la relation $x = 4 \tan \theta_0 \alpha \Delta z \sigma$. Cette défocalisation est, en pratique, peu significative.

remplacé par un sinus cardinal (TF d'une fonction carrée) mais globalement les résultats seraient comparables. Pour conclure, on peut dire que la plupart des désalignements provoquent à la fois un changement d'échelle de fréquence et une modulation de l'enveloppe des franges. Les translations étant commutatives on peut considérer chaque effet comme étant indépendant de l'autre. Si plusieurs éléments sont mal alignés, les effets vont se composer. L'interférogramme résultant sera alors très loin d'être la transformée du spectre et les effets sur la fréquence ne seront pas linéaires. L'expression analytique d'une telle situation offre peu d'intérêt, et nous avons préféré recourir à des modèles numériques pour quantifier les effets cumulés des différents défauts, comme cela est présenté dans la partie 4.5.

3.2.2 PARAMÈTRES DE ROTATION

Nous nous plaçons maintenant dans l'espace à trois dimensions, défini par trois axes x , y , et z . Pour un instrument réglé, z est l'axe optique, et y et x sont respectivement colinéaire et perpendiculaire aux traits du réseaux. De la même façon que l'on a procédé pour les paramètres de translation, on peut observer l'effet de l'introduction de dé-

fauts d'angle dans le positionnement des composants. C'est ce que j'appelle examiner les effets des rotations des composants autour des axes du repère. Nous considérons dans un premier temps le cas du système non-imageur. Par la suite, nous prendrons en compte l'effet de la lentille cylindrique en intégrant l'intensité sur la variable y .

Orientation des réseaux

Les réseaux ont trois axes de rotations chacun. Une fois encore, nous pouvons considérer les différences des paramètres entre un réseau réglé et l'autre, ou bien les variations globales du système formé par la superposition des deux réseaux qui alors ne seraient plus réglés par rapport au reste de l'instrument. Toutefois, en pratique, ce dernier cas ne surviendrait que pour un interféromètre formé d'un seul bloc, ou bien pour des changements très homogènes des conditions extérieures qui affectent les réglages (effets thermiques par exemple). Cependant, l'observation en simulation et en pratique d'effets de ce genre nous permet de valider nos modèles de façon simple.

Rotation autour de l'axe z. Une rotation de φ_z autour de l'axe z , qui conserve le parallélisme des traits, donne une différence de marche de la forme

$$\Delta\Phi(\mathbf{r}) = 2\pi\kappa \cos\phi((\sin\beta_2 - \sin\beta_1)(\cos\varphi_z x - \sin\varphi_z y) + (\cos\beta_2 - \cos\beta_1)z) \quad (3.38)$$

L'intensité enregistrée dépend de x , y et z . Dans le plan des réseaux les franges sont alors inclinées par rapport au détecteur. C'est d'ailleurs en alignant les franges sur le détecteurs que l'on règle les réseaux. Par les propriétés de similitude de la TF³, l'effet de la variation de ce paramètre est de dilater la fréquence mesurée par un facteur $\frac{1}{\cos\varphi_z}$. Alors pour un même nombre de pixels, la bande passante est réduite, et l'élément de résolution est multiplié par ce même facteur. Dans la dimension spectrale, cet effet n'est pas critique, on a une perte de moins de 0.1% de résolution pour une rotation inférieure à 4.10^{-2} rad. Mais dans la dimension de fente, la lentille cylindrique intègre le flux émis par la surface des réseaux le long de y . Alors la partie variable de l'intéférogramme devient, quantitativement, pour une onde monochromatique incidente sur l'axe

$$I(u) \propto \int_{-y_m}^{y_m} \cos(8\pi\sigma \tan\theta_0(\cos\varphi_z x - \sin\varphi_z y)) dy \quad (3.39)$$

$$\propto 2y_{max} \text{sinc}(\sigma \sin\varphi_z V) \cos(2\pi\sigma \cos\varphi_z u) \quad (3.40)$$

en posant $V = 4y_{max} \tan\theta_0$ avec y_{max} la hauteur de l'image des réseaux. Le sinus cardinal ne dépend pas de u et peut se mettre en facteur de la TF. Le spectre

3. voir Annexe A

est alors multiplié par un facteur qui dépend du nombre d'onde et qui peut devenir négatif. Pour que ce facteur n'atténue pas le signal de plus de 50%, il faut avoir $\sin(\varphi_z) \leq \frac{1}{8\sigma_{\max}V}$. Pour un nombre d'onde hétérodyné maximal $\sigma_{\max} = 100\text{cm}^{-1}$, $y_{\max} = 3\text{mm}$ et $\theta_0 = 32^\circ$, cela représente environ $\varphi_z < 5\text{mrad}$.

En revanche, pour une rotation de φ_{1z} autour de z d'un réseau seulement, on introduit une modulation spatiale de la différence de marche dans le plan des réseaux et on peut écrire pour une source monochromatique incidente sur l'axe

$$\Delta\Phi(\mathbf{r}) = 2\pi\kappa \sin\gamma x + 2\pi\kappa \sin\gamma(\cos\varphi_{1z} x - \sin\varphi_{1z} y) \quad (3.41)$$

On observe alors des franges inclinées sur l'axe avec un angle η qui ne dépend que de φ_{1z} et cette fois-ci la fréquence le long de y est elle aussi hétérodynée. Si on revient à la forme proposée en (3.4) on a alors

$$c(u, y) = e^{i(2\pi\sigma(\cos\varphi_{1z}u - 4\tan\theta_0 \sin\varphi_{1z}y))} \quad (3.42)$$

et la transformée de Fourier donne la fonction d'appareil correspondante

$$C(\sigma, \nu) = \frac{1}{\cos\varphi_{1z}} e^{2i\pi\sigma \tan\varphi_{1z}\nu} \delta\left(\frac{\sigma}{\cos\varphi_{1z}}\right) \quad (3.43)$$

où on a effectué le changement de variable $\nu = 4\tan\theta_0 y$. On dilate encore une fois l'axe des fréquences par un facteur $\cos\varphi_{1z}$. Si maintenant on intègre sur y on retrouve en facteur de la partie réelle le sinus cardinal qui dépend de y_{\max} comme dans l'équation (3.40). Cette fois-ci, pour un nombre d'onde hétérodyné maximal $\sigma_{\max} = 100\text{cm}^{-1}$, $y_{\max} = 3\text{mm}$ et $\theta_0 = 32^\circ$, cela représente environ $\varphi_{1z} < 0.5\text{mrad}$.

Rotation autour de l'axe x . Une rotation selon x , qui garde les faces des réseaux parallèles, affecte l'interférogramme seulement le long de l'axe des z . Cela ne change donc pas le spectre. Toutefois, le plan de diffraction est incliné et ne contient plus l'axe optique. Ainsi, cela a le même effet qu'une translation de la source dans la direction de la hauteur de la fente.

Si on tourne l'un des réseaux d'un angle $\varphi_x/2$ autour de l'axe x , alors les angles diffractés ne sont plus symétriques et ne s'annulent plus, une variation de la différence de marche est produite dans la direction y . Pour un rayon incident sur l'axe optique, la partie variable de l'interférogramme s'écrit alors, en accord avec Harlander (1991)

$$I(x, y) = \cos(2\pi(4\sigma \tan\theta_0 x + \kappa\varphi_x y)) \quad (3.44)$$

Cette fois-ci l'angle η formé par les franges dans le plan des réseaux va dépendre de la fréquence et non de la fréquence hétérodynée, selon

$$\tan\eta = -\frac{4\sigma \tan\theta_0}{\kappa\varphi_x} \quad (3.45)$$

Alors si $\kappa > \kappa_0$ alors $\sigma > 0$ et $\eta < 0$ mais si $\kappa < \kappa_0$ alors $\sigma < 0$ et $\eta > 0$. Pour une onde monochromatique, la transformée de Fourier en deux dimensions de l'interférogramme va produire deux fonctions sinus cardinal (en deux dimensions) centrées sur les fréquences $(4\sigma \tan \theta_0, \sigma + \kappa_0)$ et $(-4\sigma \tan \theta_0, -\sigma - \kappa_0)$ dans le plan de Fourier (f_x, f_y) . Donc si on n'exploite pas la deuxième dimension pour l'imagerie, on peut faire la différence entre le véritable spectre de la source, et celui artificiellement produit par la parité de la transformée de Fourier d'une fonction réelle. Ils se trouvent de part et d'autre de la fréquence 0 dans la dimension y . L'introduction de la lentille cylindrique annule bien sûr cette possibilité, toutefois, la résolution spectrale dans la dimension y est inutile, seule la connaissance de la fréquence importe. On pourra donc, dans le cas d'un spectre de raies résolues, envisager de sur-échantillonner le champ de vue. En utilisant 3 lignes de pixels pour un élément de résolution spatiale, on peut utiliser la TF en deux dimensions et lever l'ambiguïté sur le signe des nombres d'ondes, en retrouvant la forme du spectre dans la direction y . Pour ne pas perdre d'énergie dans le spectre on pourra ensuite sommer sur les lignes de pixels, et ne garder que les raies qui auront été repérées avec la TF à deux dimensions. Cette possibilité peut présenter l'avantage d'utiliser tout le signal contenu dans l'interférogramme et ainsi de doubler la bande passante. Cette configuration change sensiblement le concept de l'instrument et nous ne reviendrons pas sur toutes les implications de ce choix. Nous considérons l'angle de tilt comme un défaut. Alors en sommant le long de y , on obtient un interférogramme multiplié par un sinus cardinal

$$I(u) = 2y_{\max} \text{sinc}(2\kappa\varphi_x y_{\max}) \cos(2\pi\sigma u) \quad (3.46)$$

mais cette fois-ci, c'est le nombre d'onde absolu κ que l'on trouve dans le sinus cardinal, et l'effet est très rapidement significatif. En effet le sinc s'annule pour $2\kappa\varphi_x y_{\max} = 1$. Il faut avoir $\varphi_x < \frac{1}{2\kappa y_{\max}}$ pour rester dans la partie positive du sinc. Ainsi, pour $\kappa = 17000\text{cm}^{-1}$ et $y_{\max} = 3\text{mm}$, cela correspond à $\varphi_x < 0.1\text{mrad}$. Ceci revient donc à un effet d'apodisation de l'interférogramme, qui dégrade la résolution.

Rotation autour de l'axe y Une rotation identique des deux réseaux autour de y change, par définition, le nombre d'onde de Littrow, origine du spectre hétérodyné. Si cet angle varie, la référence des nombres d'ondes va varier selon la relation

$$\kappa_0 = \frac{N_t}{2 \sin \theta_0} \quad (3.47)$$

avec N_t la densité de traits des réseaux. Ainsi en prenant la différentielle on a

$$d\kappa_0 = \frac{N_t \cos \theta_0 d\theta_0}{2 \sin^2 \theta_0} = \kappa_0 \cot \theta_0 d\theta_0 \quad (3.48)$$

De cette façon, on peut facilement définir la précision tolérée sur θ_0 en fonction de la résolution

$$d\theta_0 \leq \frac{1}{\mathcal{R}} \quad (3.49)$$

C'est-à-dire que pour obtenir une référence des fréquences connue avec une précision de un élément de résolution spectrale, il faut pouvoir obtenir θ_0 avec une précision de l'ordre de l'inverse de la résolution. Par ailleurs, la fréquence mesurée dans l'interférogramme dépend de l'angle entre l'axe et la normale aux réseaux selon

$$f_x(\theta_0) = 4\kappa \tan \theta_0 - \frac{2N_t}{\cos \theta_0} \quad (3.50)$$

Étant donné que N_t et κ sont à peu près du même ordre de grandeur et sont très grand devant l'amplitude des variations de $\tan \theta_0$ et $\cos \theta_0$, cette courbe est quasiment linéaire en θ_0 , ce que l'on pourra confirmer par simulation et par mesure. Donc les effets des variations du nombre de Littrow sont en eux-même très simples à déterminer et corriger. Ces considérations seront traitées au chapitre 5.

Finalement, pour une rotation des réseaux différente autour de y , il suffit de calculer, en fonction de l'angle φ_y introduit, la direction de la normale au plan de symétrie des réseaux. De cette façon on se ramène à la situation décrite plus haut.

Nous avons maintenant passé en revue les défauts d'orientation des réseaux et leurs principaux effets sur le spectre. Nous sommes revenu au cas d'une source incidente sur l'axe, mais la même démarche peut être reproduite pour une source étendue. Pour obtenir la formulation analytique, une des méthodes consiste à se ramener au cas d'une variable à symétrie de rotation pour pouvoir intégrer le cosinus de la différence de marche sur l'angle solide, car comme on l'a vu, pour une source étendue, la différence de marche dépend du carré des angles d'incidence. Cette méthode n'aboutit pas toujours à des résultats sous forme analytique. Le modèle présenté permet une première approche pour estimer la sensibilité d'un système donné aux variations de paramètres mais pour avoir une idée précise, nous avons choisi d'effectuer des simulations (voir § 4.2).

Orientation du détecteur

Le détecteur étant le dernier élément de la chaîne de mesure, une variation de ses paramètres peut se retrouver par les variations correspondantes des autres éléments. Ainsi, si les colonnes ou les lignes des pixels ne sont pas alignées sur les axes du système, on retrouve le même effet que pour les rotations globales du système formé par les deux réseaux, hormis pour le tilt autour de x . Dans ce cas là, le détecteur n'est plus coplanaire avec l'image du plan de symétrie des réseaux et l'interférogramme va être flou. Alors on se retrouve dans le cas présenté au paragraphe 3.2.1, mais cette fois-ci la taille de la tache de défocalisation doit dépendre de la hauteur sur l'axe. En effet, le

décalage entre la position de meilleure focalisation et la position réelle est alors proportionnelle à l'angle formé par le plan du détecteur et la verticale. Qui plus est, une rotation du détecteur autour de z a pour effet de "mélanger" sur une même ligne les différents interférogrammes des points du champ. Donc non seulement la fréquence mesurée est modifiée comme dans l'équation (3.43), ce qui dégrade la résolution, mais aussi, il ne sera possible de séparer l'information spectrale et l'information spatiale que si l'angle α_{det} entre l'axe optique et les lignes du détecteur est connu. Au pire, α_{det} doit satisfaire $\alpha_{\text{det}} < \arcsin\left(\frac{2\Delta y}{N\Delta x}\right)$, avec Δy la taille du pixel dans le sens de l'image de la fente, Δx la taille du pixel dans la dimension spectrale et N le nombre de pixels. Pour un détecteur de $N = 512$ pixels carrés de $20\mu\text{m}$ de côté, cela impose $\alpha_{\text{det}} < 4\text{mrad}$.

Orientation de la fente

Une fente qui n'est pas alignée dans sa longueur avec l'axe y , à cause d'une rotation autour de z , produit des angles hors-axe. Ainsi, chaque point du champ est décalé par rapport au précédent et l'interférogramme a une dérive en nombre d'onde et en modulation (voir (3.18)) qui varie dans la hauteur du champ. La dimension de la source le long de l'axe x , c'est-à-dire dans sa largeur étant très petite comparées aux autres paramètres, on peut négliger l'effet d'une rotation autour de y . En revanche une rotation autour de x produit une défocalisation des points hors-axe, d'après l'équation (3.24), ou le terme Δf évolue en fonction de l'angle de rotation avec la hauteur dans le champ. Même si cet effet peut être corrigé par étalonnage, il vaudra mieux le limiter pour pouvoir comparer les spectres des points dans la hauteur de la fente.

3.2.3 EFFETS CUMULÉS

Nous avons présenté, élément par élément, paramètre par paramètre, les principaux effets d'un mauvais alignement de l'instrument. Il faut maintenant pouvoir les combiner les uns aux autres pour comprendre les effets de plusieurs défauts simultanés. Les transformations par rotation et par translation ne sont pas commutatives. Ainsi pour pouvoir estimer les effets cumulés, il faut prendre en compte le changement de variable imposé par l'ordre des transformations, ce qui en pratique est impossible. Un étalonnage est nécessaire, avec une fréquence qui sera d'autant plus grande que les paramètres primordiaux varieront rapidement. Les paramètres les plus sensibles doivent être déterminés par l'interaction des paramètres entre eux, pour un instrument particulier. Je propose, dans la partie 4.5, une méthode qui permet de déterminer les paramètres les plus sensibles ainsi que les interactions les plus significatives. Au moment de la conception, une telle étude permettra de fixer la tolérance sur les variations des paramètres en fonction des besoins particuliers à la mission.

3.3 PARAMÈTRES DÉFINISSANT L'EFFICACITÉ D'UN SFHI

3.3.1 DIFFRACTION PAR LES RÉSEAUX

Dans ce montage, ce sont les réseaux qui codent l'information spectrale. Or ces réseaux vont avoir des limites de performance qui leur sont propres, en dehors des considérations géométriques. Nous rappelons ici les principaux paramètres à considérer pour la conception d'un SFHI.

Efficacité des réseaux

La distribution de l'énergie dans une longueur d'onde après diffraction par les réseaux dépend de nombreux paramètres, comme l'intensité et la polarisation de la lumière, les angles d'incidence et de diffraction, l'indice (complexe) de réfraction du matériau du réseau et l'espacement des traits. Pour un réseau en réflexion, l'efficacité est définie comme le rapport entre le flux lumineux d'une onde monochromatique diffractée dans l'ordre d'intérêt et le flux lumineux de l'onde incidente (efficacité absolue) ou le flux lumineux de la réflexion spéculaire d'une surface réfléchissante du même matériau (efficacité relative). Un traitement complet de l'efficacité des réseaux requiert le formalisme vectoriel de l'électromagnétique (Mashev and Popov, 1987; Petit, 1975; Moharam and Gaylord, 1983), qui dépasse le cadre de cette thèse. Toutefois nous pouvons donner des indications qui permettent de prédire dans une bonne approximation le comportement des réseaux.

Angle de blaze et polarisation. Le contrôle de la proportion et des variations de l'énergie diffractée en fonction de la longueur d'onde s'obtient par l'angle de blaze des réseaux, qui dépend de la géométrie des traits. Dans le cas de traits triangulaires, l'intensité maximum est obtenue quand l'angle de la facette (l'angle de blaze) est tel que l'angle de la réflexion spéculaire pour l'angle d'incidence est égal en valeur absolue à l'angle de réfraction et opposé en signe (voir figure 3.8). Dans l'idéal, les facettes des traits devraient être régulières et à bords droits à une précision d'environ 1/10 de la longueur d'onde diffractée. La courbe d'efficacité des réseaux à facettes triangulaires dépend de l'angle de blaze et de la polarisation. En général, la diffraction sera très différente pour une onde incidente avec une polarisation parallèle à la direction des traits (onde TE ou polarisation P), ou une polarisation perpendiculaire aux traits (onde TM, ou polarisation S). On peut trouver des anomalies dans la courbe d'efficacité⁴ c'est-à-dire des régions pour lesquelles l'efficacité change très brutalement. Pour une lumière absolument non polarisée, la courbe d'efficacité se trouve exactement entre les courbes de polarisation S et P. On peut alors distinguer 6 catégories (Loewen et al., 1977) qui correspondent à des intervalles d'angles de blaze qui vont de très faible ($< 5^\circ$) à très

4. La courbe d'efficacité donne l'efficacité du réseau en fonction de la longueur d'onde.

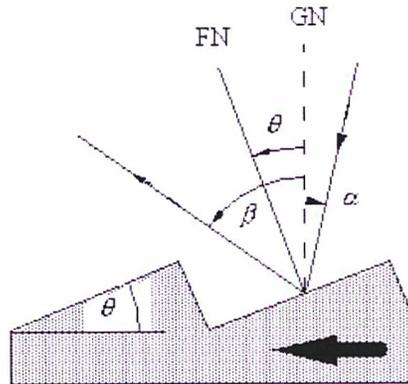


FIGURE 3.8.: Géométrie de traits triangulaires. Les angles d'incidences α et de diffraction β sont représentés par rapport à l'angle de la facette θ pour un blaze qui correspond à la longueur d'onde considérée. GN est la normale au réseau et FN est la normale à la facette. La normale à la facette est la bissectrice de l'angle formé par les rayons incident et diffracté.

fort ($> 38^\circ$) et dont les allures sont extrêmement différentes à la fois entre elles et en fonction de la polarisation. Le lecteur trouvera dans (Loewen et al., 1977) une description complète des différentes courbes d'efficacité pour toutes les catégories d'angle de blaze en fonction de la polarisation. Notons simplement ici que si l'application nécessite l'étude d'un spectre de raies polarisées dans des directions perpendiculaires, alors les réseaux à faible angle de blaze sont intéressants car ils donnent la même efficacité dans les deux directions de polarisation, cependant l'énergie est concentrée dans une bande très étroite autour de la longueur d'onde de blaze, et la courbe d'efficacité est très piquée. Les réseaux à fort angles de blaze ($22^\circ < \theta < 38^\circ$) sont eux largement utilisés, surtout pour la lumière non polarisée car ils permettent une efficacité importante sur une large bande spectrale. Quant à l'utilisation des réseaux dans un ordre supérieur, il faut noter que pour des réseaux blazés, le pic d'énergie au deuxième ordre aura lieu pour une longueur d'onde obtenue en divisant par deux la longueur d'onde du pic nominal au premier ordre, le troisième, par trois, etc. Pour la longueur d'onde du pic nominal au premier ordre (définie par l'angle de blaze) on peut considérer que la quasi-totalité de l'énergie se trouve dans l'ordre 1⁵. Dans les autres ordres, l'énergie pour cette longueur d'onde est négligeable. Enfin, les effets de polarisations sont moins significatifs à mesure que l'ordre augmente.

5. L'efficacité dans ce cas est facilement supérieure à 0.9, le reste représentant les pertes provoqués par les défauts du réseau

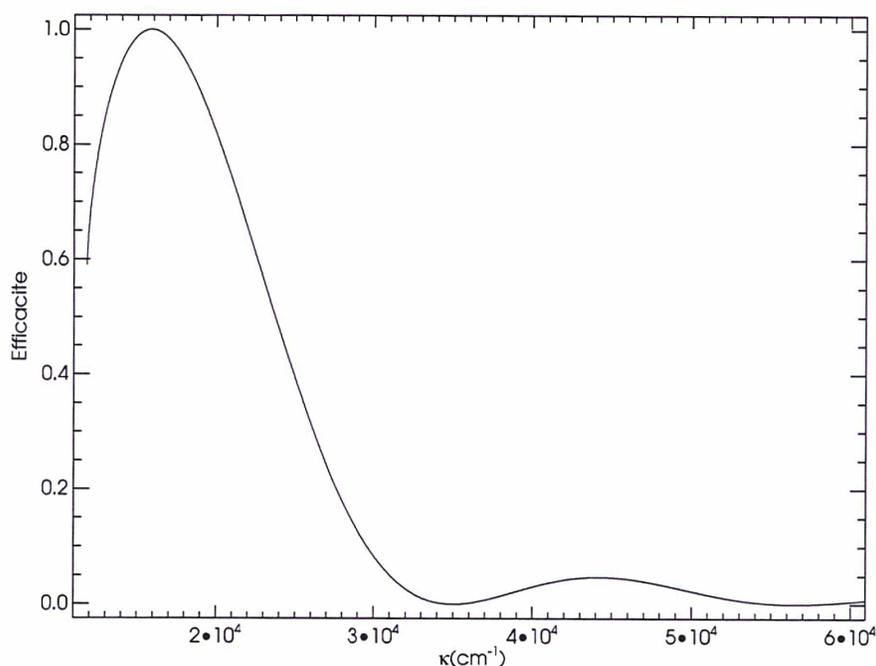


FIGURE 3.9.: Efficacité des réseaux calculée pour un réseau de densité $1800 \text{ traits} \cdot \text{mm}^{-1}$, blazé pour $\sigma_b = 15873 \text{cm}^{-1}$ ($\theta \approx 34.5^\circ$), pour une incidence de 32° .

Dans le cas de raies spectrales fortement polarisées, les caractéristiques du SFHI en lumière polarisée devrait être approfondi, cette étude n'a pas été dans le cadre de cette thèse. Dans le cas non polarisé, on peut exprimer simplement l'efficacité des réseaux de façon approchée. La figure 3.9 représente l'allure typique d'une courbe d'efficacité pour un angle de blaze fort ($\approx 34.5^\circ$). Si on utilise un réseau blazé pour le nombre d'onde moyen du domaine spectral, on peut considérer que l'efficacité des réseaux dans le premier ordre pour ce nombre d'onde est proche de l'unité et que les pertes d'énergie dans les autres ordres sont négligeables. La bande passante d'un SFHI est par principe étroite, pour un angle de blaze fort, l'efficacité des réseaux est pratiquement constante sur le domaine spectral.

Lumière parasite La lumière parasite est la lumière non désirée qui atteint le détecteur et qui dégrade le signal que l'on veut analyser. Pour notre instrument, on peut séparer la lumière parasite en deux catégories : celle qui atteint le détecteur sans avoir été diffractée selon l'équation (1.20a) et celle n'ayant pas été modulée et qui ne fait

qu'ajouter à la partie constante de l'interférogramme. Tous les composants du système peuvent participer à la lumière parasite, mais les réseaux constituent l'élément critique puisqu'ils sont à l'origine même de la modulation.

Quand une onde arrive à la surface des réseaux, une partie va être diffractée selon l'équation (1.20a), une partie va être absorbée par les réseaux eux-mêmes. Le reste va participer à la lumière parasite. Plusieurs facteurs peuvent en être à l'origine. Pour les réseaux, les défauts de l'état de surface sont la première cause de lumière parasite. Cette lumière parasite est diffusée dans tout l'hémisphère à l'avant des réseaux, et va affecter tout le champ. Pour une onde monochromatique avec une incidence donnée, l'intensité de la lumière parasite est plus forte dans les directions de diffraction qu'entre les différents ordres. Palmer indique que cette intensité est proportionnelle à la surface de la fente. Ainsi, ces défauts ajoutent un terme basse fréquence dans le spectre. Il est d'autant moins important que la fente est étroite. Des défauts dans la forme et l'espacement des traits produisent eux aussi une lumière parasite, principalement dans le plan de diffraction. Chaque point du champ est alors affecté par une lumière parasite dont l'intensité proportionnelle à κ^2 provenant de son spectre propre. Enfin, nous pouvons évoquer les "ghosts", qui sont provoqués par des erreurs périodiques dans l'espacement des traits. La fabrication des réseaux doit alors limiter l'intensité des "ghosts" à une valeur inférieure à la sensibilité du système.

Dispersion angulaire et intervalle spectral libre

La dispersion mesure la séparation angulaire ou spatiale entre les rayons diffractés de différentes longueurs d'onde. La dispersion angulaire exprime l'intervalle spectral par unité d'angle. Ainsi à l'ordre m , l'étendue angulaire entre les nombres d'onde κ et $\kappa + d\kappa$ peut être obtenue en différentiant (1.22). En supposant un angle d'incidence α constant, la variation D en angle de diffraction par unité d'angle est alors (Palmer, 2002)

$$D = \frac{\partial\beta}{\partial\kappa} = \frac{m}{d \cos(\theta_0 + \beta)} \quad (3.51)$$

avec toujours m l'ordre de diffraction, d la période des traits et θ_0 l'angle entre les réseaux et l'axe optique. Plus la densité de traits ($1/d$) augmente, plus la dispersion angulaire augmente. Cependant, il est important de remarquer que la quantité m/d n'est pas un facteur qui peut être choisi indépendamment des autres paramètres. Tous les calculs menés jusqu'à présent ne présupposaient pas l'ordre dans lequel sont utilisés les réseaux, et en effet, la dispersion des réseaux peut s'exprimer sous la forme

$$D = \frac{\partial\beta}{\partial\kappa} = \frac{\sigma \sin(\theta_0 + \alpha) + \sin(\theta_0 + \beta)}{d \cos(\theta_0 + \beta)} \quad (3.52)$$

Pour un nombre d'onde donné, cela montre que la dispersion angulaire peut être considérée comme une fonction des angles d'incidence et de diffraction uniquement.

Ainsi, une fois que β a été choisi, en considérant la résolution spectrale de l'instrument voulu, il reste à faire le choix entre un réseau avec une importante densité de traits utilisé dans un ordre faible, ou un réseau avec peu de traits utilisé dans un ordre supérieur. Or l'ordre dans lequel va être utilisé le réseau impose l'intervalle spectral libre, c'est-à-dire l'intervalle en nombre d'onde pour lequel la lumière des ordres adjacents ne se superpose pas à celle de l'ordre considéré. Par définition, on obtient l'intervalle libre en considérant la direction pour laquelle l'énergie au nombre d'onde κ_1 à l'ordre m est identique à celle du nombre d'onde $\kappa_1 + \Delta\kappa$ à l'ordre $m + 1$

$$\kappa_1 + \Delta\kappa = \frac{m}{m+1} \frac{1}{\kappa_1} \quad (3.53)$$

$$\Delta\kappa = \frac{\kappa_1}{m} \quad (3.54)$$

Ainsi l'intervalle spectral libre et l'ordre du réseau sont étroitement liés, et l'hétérodynage ne change rien au problème. Si le domaine spectral sur lequel on souhaite observer le spectre est plus grand que l'intervalle libre des réseaux à l'ordre de travail pour une longueur d'onde donnée, alors il y aura un autre nombre d'onde dans le spectre qui sera diffracté dans la même direction, mais pour un ordre différent. De plus, si par exemple, on décide de travailler à l'ordre n , alors pour l'angle θ_0 le nombre de Littrow suivra la relation

$$\frac{n}{d} = 2\kappa_0 \sin \theta_0 \quad (3.55)$$

Et pour une onde incidente sur l'axe, de nombre d'onde κ_n , on pourra exprimer γ l'angle de diffraction dans le n ème ordre selon la formule (1.32). Si on considère maintenant un nombre d'onde κ_m dans un ordre m quelconque différent de n qui, pour la même incidence sur axe, aura le même angle diffracté, alors cet angle est donné par la formule (1.30)

$$\frac{m}{d} = \kappa_m (\sin \theta_0 + \sin(\theta_0 + \gamma)) \quad (3.56)$$

et on aura $\kappa_m = \frac{m\kappa_n}{n}$. Alors la fréquence des franges pour le nombre d'onde κ_m sera pour le rayon diffracté à l'ordre n

$$f_x = 4|(\kappa_m - \kappa_0)| \tan \theta_0 \quad (3.57)$$

mais pour le rayon diffracté à l'ordre m on aura

$$f_m = 4\left|\frac{m}{n}(\kappa_n - \kappa_0)\right| \tan \theta_0 \quad (3.58)$$

Si par exemple, on travaille à l'ordre 1, et on considère l'énergie pour le nombre d'onde κ_1 , dans un spectre tel que $\kappa_{\max} > 2\kappa_1$. Pour le nombre d'onde $\kappa_2 = 2\kappa_1$, une partie

de l'énergie est dans la fréquence au premier ordre en σ_2 , mais aussi dans la fréquence au deuxième ordre, qui s'ajoute au spectre hétérodyné à la fréquence $2\sigma_1$. Or $2\sigma_1 \neq \sigma_2$ et l'inversion du spectre n'est plus possible, sauf si le spectre est nul en $2\sigma_1$. Utiliser un ordre faible permet un important intervalle spectral libre et semble plus intéressant, même s'il faut alors utiliser un filtre pour limiter la bande passante et éviter les superpositions d'ordres. Pour ces considérations, les propriétés du filtre sont moins contraignantes dans le premier ordre qu'à un ordre élevé. Les réseaux à grande densité de traits sont aujourd'hui communs et faciles à réaliser, c'est pourquoi il est préférable de travailler dans un ordre de diffraction faible, typiquement l'ordre 1 et de choisir la densité de traits correspondante. En pratique, la bande passante de l'instrument est ultimement limitée par l'intervalle spectral libre, imposé par le détecteur.

Résolution

Pour un spectromètre à fente, la qualité optique de la surface des réseaux ou la régularité de l'espacement des traits vont jouer sur la résolution de ces derniers et donc sur celle de l'instrument. D'après (Palmer, 2002), un écart de l'ordre de $\lambda/10$ par rapport à la planéité provoque des aberrations dans le plan de l'image, et entraîne une perte de résolution. L'espacement des traits du réseau doit rester constant à environ 1% de la longueur d'onde à laquelle la performance théorique est voulue. Cependant, avec SFH, ces défauts ne vont pas jouer sur la résolution du système, mais vont affecter le contraste des franges. Les modèles analytiques de diffraction par les réseaux étant très difficiles à établir, si les défauts des réseaux dépassent ces valeurs limites, une étude particulière au réseau doit être conduite pour quantifier exactement les pertes de contraste entraînées.

3.3.2 CUBE SÉPARATEUR COMPENSATEUR

Dans l'idéal, le cube séparateur divise exactement l'onde en deux intensités égales, pour toutes les longueurs d'onde et sans perte. Dans la pratique, ses performances dépendent des domaines de longueur d'onde. De plus, les rayons arrivant à 45° sur la lame séparatrice, de forts effets de polarisation peuvent survenir, en fonction du matériau utilisé. Cependant, si on néglige dans un premier temps les effets de polarisation, on peut calculer l'effet sur l'interférogramme d'une séparation du faisceau non-idéal. Pour cela, nous devons considérer les différentes transmissions et réflexions des surfaces du cube. On inclura dans l'étude l'efficacité des réseaux, qui comme on l'a vu au paragraphe précédent dépend du nombre d'onde.

Compensation

Pour séparer le faisceau dans le montage du Michelson modifié, on doit utiliser une lame semi-réfléchissante. Ces lames sont souvent⁶ réalisées par le dépôt d'un traitement en couche mince sur un substrat. Alors la lumière qui passe par l'un des deux bras de l'interféromètre traverse obligatoirement 3 fois plus de substrat que l'autre. Pour corriger cette différence de marche entre les deux bras, on utilise une lame compensatrice.

Notre instrument doit opérer dans une gamme de longueur d'onde réduite et on peut désirer se passer de la lame compensatrice, en considérant que les effets de dispersion dans la séparatrice sont négligeables sur la bande passante. Ces effets entraînent alors un défaut de phase qui peut être négligé ou corrigé en déconvoluant le spectre par une fonction adéquate. Cependant, en procédant de la sorte, on a les images des réseaux qui ne sont plus superposées l'une à l'autre, vues depuis la sortie du cube. Nous sommes dans la situation décrite en 3.2.1. Qui plus est, la valeur et z_0 dépend alors du nombre d'onde. En toute rigueur, cette dépendance est non linéaire, l'indice variant proportionnellement au carré du nombre d'onde. Mais on peut considérer la bande spectrale suffisamment étroite pour considérer une variation linéaire, cependant, on a toujours un terme de phase quadratique, d'autant plus important que le décalage introduit entre les réseaux pour compenser l'épaisseur du verre est grand. Ainsi, il est préférable d'introduire une lame qui compense la différence de chemin optique de la meilleure façon possible. Ceci, dans le cas d'un interféromètre où les bras sont à angle droit, est facilement réalisé en utilisant un cube séparateur compensateur.

Séparation

En utilisant donc un cube séparateur compensateur, si on pose, en suivant un raisonnement identique à Døhlen (1994)

- R et T les coefficients de réflexion et de transmission de la lame séparatrice, dont la somme n'atteint pas l'unité si la lame est absorbante. On considère que les coefficients sont les mêmes pour les deux sens d'incidence.
- R_o et T_o sont les coefficients de réflexion et de transmission des faces du cube. Il n'y a pas d'absorption et leur somme vaut 1.
- R_1 et R_2 sont les efficacités de la diffraction sur les réseaux.

Alors en notant I_0 l'intensité du rayon incident sur le cube, on peut exprimer les intensités des deux bras qui vont atteindre le détecteur par

$$I_1 = I_0 T_o T T_o R_1 T_o R T_o = I_0 T_o^4 R_1 R T \quad (3.59)$$

$$I_2 = I_0 T_o R T_o R_2 T_o T T_o = I_0 T_o^4 R_2 R T \quad (3.60)$$

6. La composition de la lame dépend principalement de la gamme de longueur d'onde à laquelle on veut opérer.

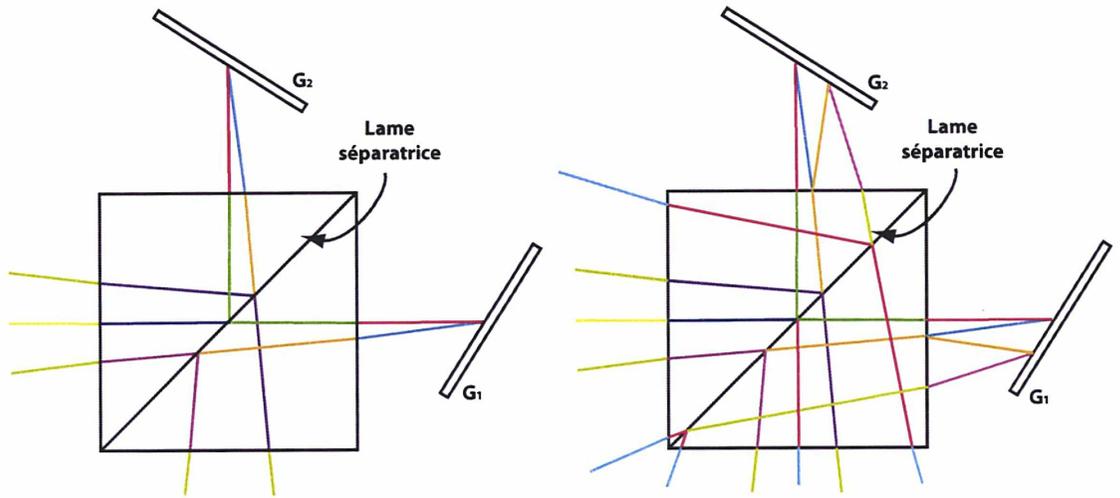


FIGURE 3.10.: Réflexions parasites sur le cube. Les changements de couleurs indiquent les pertes d'énergie. A gauche, un rayon séparé par le cube est diffracté par les réseaux dans le cas idéal : la moitié de l'intensité est dirigée vers le détecteur. A droite, le même rayon pour des faces du cube avec un coefficient de réflexion non nul, seule la première réflexion sur les faces du cube est représentée.

Mais ce n'est pas tout, le cube séparateur peut aussi produire de nombreux rayons provenant de réflexions parasites qui dégradent le contraste. Les plus énergétiques sont issus de la réflexion sur les faces du cube, après la première séparation par la lame. Ces rayons sont réfléchis sur eux-mêmes, c'est-à-dire sur l'axe, et n'atteignent pas les réseaux avant d'être dirigés vers le détecteur. On note leurs intensités I'_1 et I'_2 et on peut écrire

$$I'_1 = I_0 T_o T R_o R T_o = I_0 T_o^2 R_o R T \quad (3.61)$$

$$I'_2 = I_0 T_o R R_o T T_o = I_0 T_o^2 R_o R T \quad (3.62)$$

En théorie, ces deux rayons ont subi exactement le même chemin optique, et n'ont pas été diffractés, donc il devraient simplement s'ajouter au fond continu. Cependant, si les faces du cubes ne sont pas exactement orientées à 45° avec la lame et/ou non-parallèles entre elles (ce qui était le cas dans notre expérience) alors des franges de coin d'air peuvent apparaître et un interférogramme parasite va s'ajouter à l'interférogramme voulu. L'intensité de cette interférogramme s'écrit

$$I'(r) = 2I_0 T_o^2 R_o R T (1 + \cos(2\pi\kappa(\sin \epsilon x + \sin \eta y))) \quad (3.63)$$

où ϵ est l'angle de rotation de la face par rapport à l'axe y et η est l'angle de tilt. Cet interférogramme parasite n'est pas hétérodyné, donc les ordres de grandeurs des fréquences dans l'interférogramme sont très différents. De plus, ces interférences sont comparables aux interférences d'un Michelson réglé en coin d'air. Elle sont donc localisées sur la face du cube. Or comme on fait l'image de la face des réseaux, elles ne seront donc pas visibles. Cependant leur intensité va participer à la partie constante de l'interférogramme. Donc l'intensité enregistrée au niveau du détecteur peut s'écrire

$$I(u) = I_1 + I_2 + I'_1 + I'_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos(2\pi\sigma u) \quad (3.64)$$

$$= \left(1 + \frac{2\sqrt{I_1 I_2}}{\sum I} \cos(2\pi\sigma u)\right) \sum I \quad (3.65)$$

où $\sum I$ est la somme des intensités individuelles, qui donne la partie continue de l'interférogramme. Ainsi, la visibilité ou contraste des franges γ va s'écrire

$$\gamma = \frac{2\sqrt{I_1 I_2}}{\sum I} \quad (3.66)$$

$$= \frac{2T_o^2 \sqrt{R_1 R_2}}{T_o^2 (R_1 + R_2) + 2R_o} \quad (3.67)$$

et ne dépend pas des facteurs de transmission et de réflexion de la lame séparatrice. Si R_o est assez faible, on peut le négliger devant $T_o^2 (R_1 + R_2)$. En posant $\Delta R = R_1 - R_2$, qui représente la différence d'efficacité des réseaux, et $R_r = (R_1 + R_2)/2$ qui représente l'efficacité moyenne du système, alors la visibilité peut s'écrire

$$\gamma \approx \sqrt{1 - \frac{\Delta R^2}{4R_r^2}} \quad (3.68)$$

Si on peut considérer que la différence d'efficacité des réseaux est faible par rapport à la moyenne, on peut prendre le développement limité de cette relation. On remarque alors que la visibilité des franges ne dépend de la différence entre les deux réseaux seulement au deuxième degré, ce qui suggère une contrainte faible sur la similitude des deux réseaux, comme le montre la figure 3.11.

Efficacité du cube

Un contraste élevé est important mais ne suffit pas à assurer les bonnes performances de l'instrument, il faut aussi que la plus grande partie possible de la lumière collectée au niveau de la source atteignent le détecteur. L'efficacité de l'instrument, c'est-à-dire, la quantité de l'énergie de la source effectivement utilisée pour former les franges, dépend des optiques du système. En supposant que les deux réseaux ont environ la même efficacité, proche de l'unité et en considérant que les optiques ont

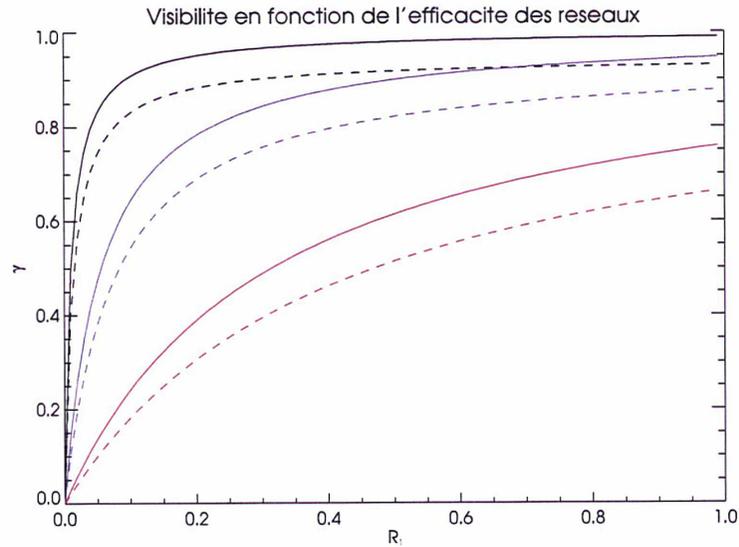


FIGURE 3.11.: Visibilité des franges en fonction de l'efficacité des réseaux. Les courbes continues représentent la visibilité pour le cas où les deux réseaux ont une différence en efficacité inférieure à 1% et les courbes en pointillé pour une différence de 50%. En noir, visibilité pour un coefficient de réflexion des faces du cube inférieur à 1%, en violet de 5%, en rouge de 20%

une absorption faible alors on peut considérer que la plus grande source de perte est le cube séparateur, et on peut écrire l'efficacité

$$\frac{\sum I}{I_0} \approx 2RT = \frac{(1-A)^2 - B^2}{2} \quad (3.69)$$

où A est le coefficient d'absorption du cube et $B = R - T$ est la différence entre les coefficients d'absorption et de transmission de la lame. La figure 3.12 montre l'efficacité du système en fonction du coefficient de réflexion de la lame séparatrice pour plusieurs valeurs d'absorption. La facteur de transmission a une valeur limite de $1/2$, car la moitié de la lumière est forcément renvoyée dans la direction de la source et est perdue.

Pour finir, je précise que ces calculs concernant le contraste des franges et le facteur de transmission ne prennent pas en compte d'éventuels effets de polarisation. La présence de sauts de phase peut grandement réduire la cohérence de la lumière et réduire la visibilité des franges. Les traitements utilisés pour la lame séparatrice peuvent

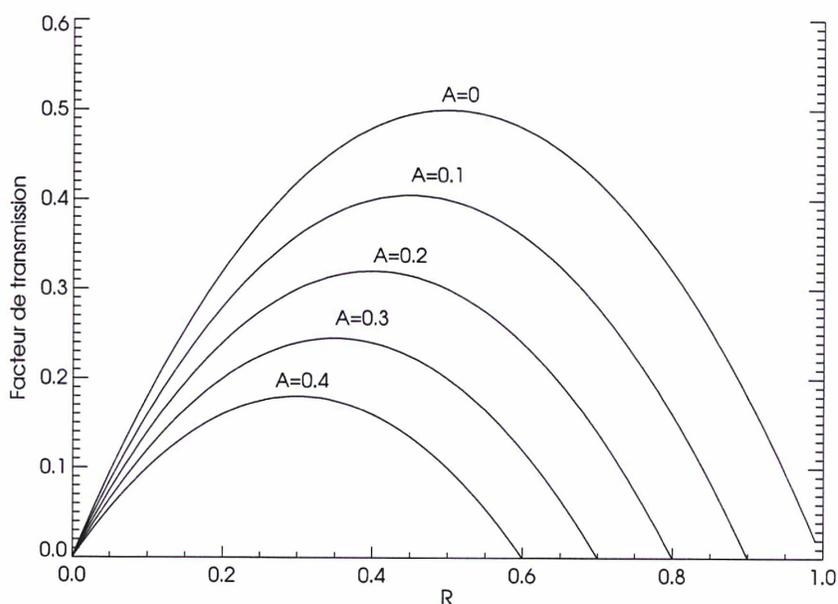


FIGURE 3.12.: Efficacité du système en fonction du coefficient de réflexion de la lame séparatrice pour plusieurs valeurs d'absorption.

introduire des changements de phase aux interfaces. Ce problème a été étudié par [Lemarquis et al. \(1995\)](#), qui propose une méthode pour concevoir des lames séparatrices qui ne rajoute aucun défaut de phase entre les deux bras de l'interféromètre. De plus on peut considérer que les effets différentiels dus à la polarisation sont faibles et qu'ils peuvent être négligés tant que l'instrument opère sur une bande spectrale étroite.

3.3.3 RÉPONSE DU DÉTECTEUR

Comme on l'a vu au chapitre 2.4.1, une des propriétés du SFHI est d'enregistrer simultanément toutes les différences de marche, ce qui rend l'instrument insensible aux variations temporelles d'intensité de la source. Cependant, un effet comparable peut être à craindre car les pixels du détecteur ne réagissent pas tous de la même façon à la même onde incidente. Nous pouvons considérer deux types de défauts du détecteur : un ou plusieurs pixels inutilisables (pixels "chauds" ou pixels "morts") et une variation de la sensibilité d'un pixel à l'autre.

Pixels "chauds" et pixels "morts"

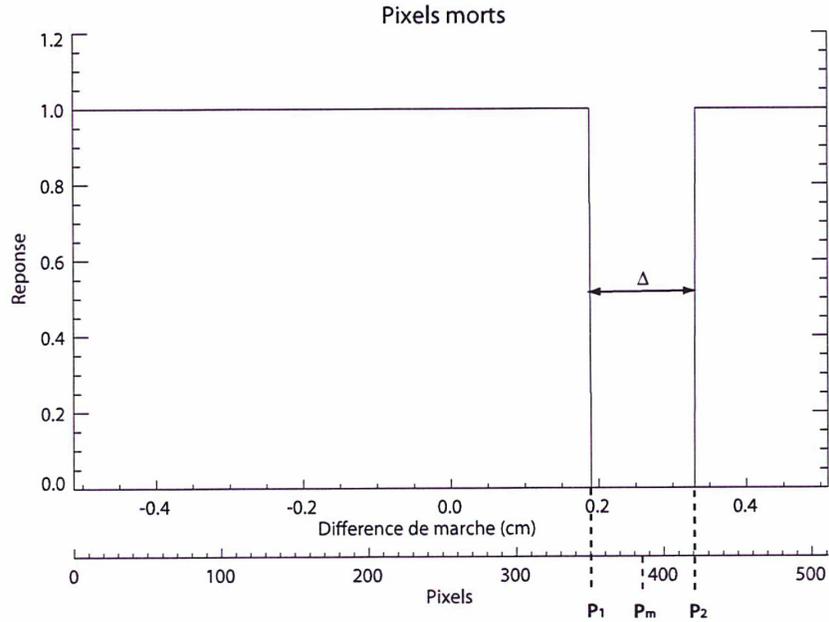


FIGURE 3.13.: Fonction de transfert équivalente à la réponse du détecteur pour un groupe de pixels morts entre P_1 et P_2 .

Commençons par considérer la cas de pixels morts, entre les pixels P_1 et P_2 comme noté à la figure 3.13 en reprenant le développement donné par Maillard (1967). Alors tout se passe comme si on multipliait l'interférogramme par une fonction créneau $c_{P_1, P_2}(u)$ qui se définit par

$$c_{P_1, P_2}(u) = \Pi_U(u) - \Pi_{\frac{\Delta}{2}}(u + P_m) \quad (3.70)$$

avec $P_m = \frac{P_2 - P_1}{2}$, $\Delta = \frac{P_2 - P_1}{2}$ et $\Pi_{\frac{\Delta}{2}}(u + P_m)$ la fonction porte de largeur Δ et translatée sur l'axe de P_m

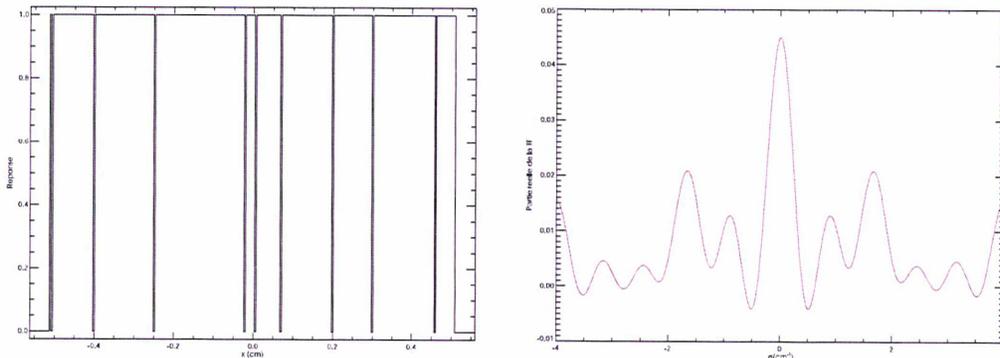
$$\Pi_{\frac{\Delta}{2}}(u + P_m) = \begin{cases} 1 & \text{si } P_m - \frac{\Delta}{2} \leq u \leq P_m + \frac{\Delta}{2} \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad (3.71)$$

La TF est linéaire donc la TF de $c_{P_1, P_2}(u)$ est la différence entre la TF d'une fonction porte de largeur $2U$ centrée sur la différence de marche nulle, et la TF d'une fonction porte de largeur Δ et centrée sur P_m . Par les propriétés de translation de la TF, cette TF

s'obtient simplement à partir de la TF de la fonction porte centrée sur 0. En définitive la partie réelle de la fonction d'appareil va s'écrire

$$C(\sigma) = 2U \operatorname{sinc}(2U\sigma) - 2\Delta \cos(2\pi P_m \sigma) \operatorname{sinc}(2\Delta \sigma) \quad (3.72)$$

ce qui donne, soustrait du sinus cardinal déjà vu, une fonction de largeur $\delta\sigma = 1/\Delta$ et de hauteur 2Δ modulée à une période $\sigma_p = 1/P_m$ qui est donc d'autant plus courte que l'accident se produit en bord de l'interférogramme. On peut la plupart du temps considérer que la largeur $1/\Delta$ est très grande et qu'elle a peu d'effet sur la fonction d'appareil. Elle est cependant significative pour l'exactitude radiométrique. On obtient en définitive la fonction d'appareil habituelle accompagnée d'une sinusoïde parasite d'amplitude Δ/U . La figure 3.14 présente l'exemple de l'effet d'une répartition aléa-



(a) Fonction de transfert représentant l'effet d'un dizaine de pixels morts sur le détecteur. (b) Partie réelle de la transformée de Fourier de la fonction de la figure (a).

FIGURE 3.14.: Exemple de répartition d'une dizaine de pixels morts.

toire d'une dizaine de pixels morts sur le détecteur. Sur la figure 3.14(a), les pixels morts sont représentés deux fois plus larges qu'ils ne le sont pour la clarté de la figure. La figure 3.15 présente la forme de la fonction d'appareil résultante. Les effets des pixels morts restent mineurs même si beaucoup de pixels sont défectueux. Au final, les pixels morts dégradent surtout la réponse en intensité mais affectent peu la résolution. Cependant, il faut noter que si le pixel qui enregistre la différence de marche nulle est défectueux, on perd l'information sur l'intensité moyenne du spectre, et on ne peut plus reconstruire le spectre de façon complète. De plus, cela fait disparaître totalement la composante continue du spectre, ce qui est catastrophique pour un spectre en absorption.

On voit que le cas des pixels chauds se déduit immédiatement de celui des pixels morts. En effet, il suffit de considérer, non pas une soustraction de la fonction porte

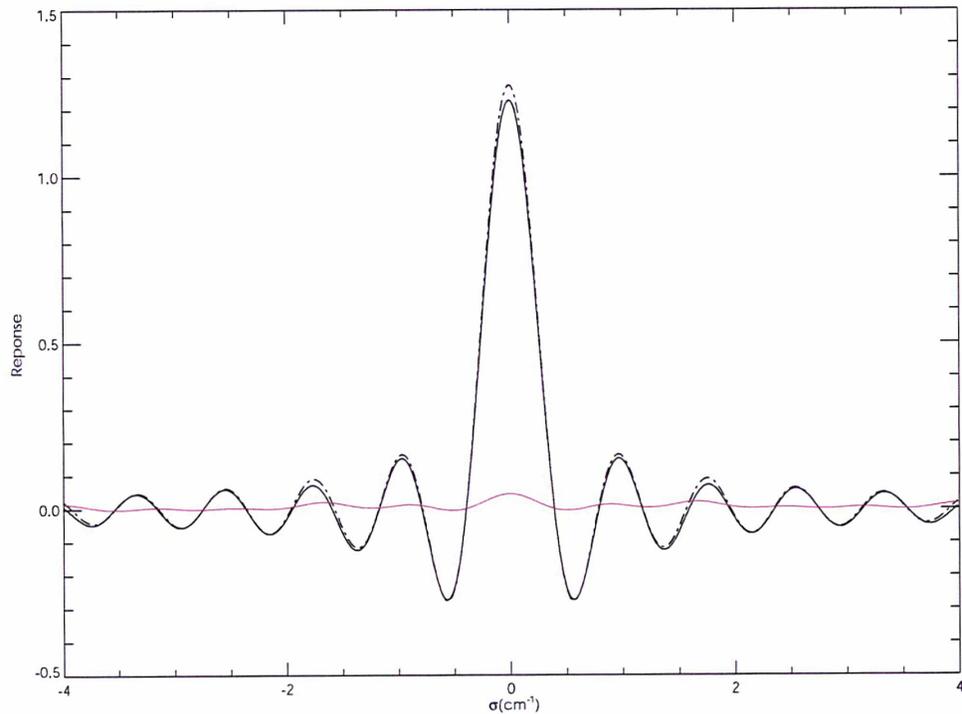


FIGURE 3.15.: Fonction d'appareil résultante pour la répartition de pixels morts de la figure 3.14. La fonction d'appareil nominale est représentée en ligne pointillées, la reproduction à l'échelle de la figure 3.14(b) est en rose, et en trait continu on peut voir la fonction d'appareil résultante. La ligne en pointillés se démarque de la courbe nominale surtout en intensité.

de largeur Δ mais une addition, éventuellement multipliée d'un facteur pour prendre en compte la différence entre le niveau de l'interférogramme et celui de la saturation des pixels. Cependant cette fois-ci l'effet des pixels chauds peut être désastreux, car ils représentent des points parasites très intenses artificiellement ajoutés à l'interférogramme, qui par transformation de Fourier, superposent une sinusoïde de forte amplitude sur tout le spectre. Il importe, dans le traitement des interférogrammes, de détecter ces pixels chauds et de les remplacer par la valeur du signal moyen (hors pixels chauds). De cette façon leur impact est minimisé.

Variation spatiale de la sensibilité

(Maillard, 1967) a montré que pour le FTS classique, les effets de fluctuations tem-

porelles d'enregistrement du fond continu peuvent être considérables. La technique de SHS, bien que tout aussi sensible aux fluctuations spatiales, possède un avantage, car les défauts pouvant provoquer des effets importants sont statiques et peuvent être corrigés par un bon étalonnage. En effet, revenons sur le développement présenté par Maillard (1967). L'intensité à la différence de marche u s'écrit

$$I(u) = \frac{1}{2} \int_0^{\infty} B(\sigma)(1 + \cos(2\pi\sigma u))d\sigma \quad (3.73)$$

On a vu que pour obtenir le spectre il faut soustraire la partie continue de l'interférogramme et prendre la transformée de Fourier. Si la partie continue n'est pas la même à chaque différence de marche, on introduit donc une déformation sur le spectre. Sur l'exemple d'un spectre d'intensité moyenne 1 et de largeur $\Delta\sigma$, Maillard montre qu'une variation de $r\%$ de l'intensité moyenne au D_m sur un intervalle de différence de marche P , convolue le spectre par la TF d'une fonction porte déplacée de D_m par rapport à 0, de largeur P et de hauteur $r\frac{\Delta\sigma}{2}$. C'est la même démarche que pour le cas des pixels morts. Cette fois-ci la fonction d'appareil a la forme

$$C(\sigma) = r\frac{\Delta\sigma}{2} \text{Psinc}(P\sigma)e^{i2\pi D_m \sigma} \quad (3.74)$$

On retrouve quelque chose de semblable à ce qu'on a vu pour le cas des pixels morts. Dans le cas du spectre continu, on peut considérer que la largeur du sinus a un effet négligeable, mais que l'exponentielle superpose une sinusoïde d'amplitude $r\frac{\Delta\sigma}{2}P$ sur le spectre. Or on peut exprimer l'élément de résolution spectral par

$$\delta\sigma = \frac{1}{2u} = \frac{1}{N\delta u} \quad (3.75)$$

où N représente le nombre de points dans l'interférogramme et δu la taille du pixel. Si le spectre contient M éléments spectraux, on a $\Delta\sigma = \frac{M}{N\delta u}$ et si le défaut s'étend sur p pixels on a $P = n\delta u$, donc

$$r\frac{\Delta\sigma}{2}P = r\frac{M}{2} \frac{n}{N} \quad (3.76)$$

L'intensité de la sinusoïde parasite dépend évidemment de l'importance du défaut, mais surtout du nombre d'éléments spectraux du spectre. Plus le spectre sera étendu spectralement et plus il sera sensible aux variations locales d'intensité dans l'interférogramme. Cependant, pour le SHS, les variations locales d'intensité peuvent être causées par une réponse non-uniforme pixel à pixel, par exemple à cause d'une variation de la capacité d'intégration, ou au niveau d'une ligne à cause des variations des composants actifs, tels les amplificateurs (Ghomchi, 2001). Les fluctuations aléatoires de ces grandeurs font partie des bruits que nous avons traités plus haut. Donc il suffit

de réaliser un étalonnage de l'instrument pour s'affranchir de ces effets. De plus, les dérives temporelles éventuelles se corrigent facilement à partir de deux points étalons, quasiment en temps réel.

En conclusion, les effets de la variabilité de l'énergie enregistrée en fonction de la différence de marche ont la même forme que dans le cas d'un FTS classique. L'avantage demeure cependant, car, hormis pour les pixels défectueux qui ont un effet relativement peu important, ces variations sont statiques (ou corrigées en temps réel) et il suffit de caractériser la réponse du détecteur avec soin pour pouvoir les éliminer efficacement, par déconvolution. Par ailleurs, l'enregistrement simultané de toutes les différences de marche, rend la technique indifférente aux variations temporelles de la source. C'est un des avantages indéniables du SHS sur la méthode FTS classique.

3.3.4 INTERFÉROGRAMME BRUT

Pour résumer tout ce qui vient d'être étudié, les perturbations du signal peuvent avoir de nombreuses causes mais ont souvent les mêmes effets : changement d'origine, défauts de phase et modulation de l'enveloppe. Les aberrations et les déformations du front d'onde introduites par les optiques peuvent aussi affecter l'interférogramme. Nous allons traiter ces problèmes de façon globale, en donnant une formulation dans le cas le plus général de l'interférogramme brut. Dans le cas où l'instrument n'assure pas, d'une part la même différence de marche entre les deux bras A et B et d'autre part, la division de l'amplitude de l'onde en deux ondes d'intensité égales, (Englert and Harlander, 2006) proposent d'écrire l'interférogramme sous la forme

$$I(x) = \int_0^{\infty} B(K) (t_A^2(x, K) + t_B^2(x, K) + 2\epsilon(x, K)t_A(x, K)t_B(x, K) \cos(2\pi Kx + \Theta(x, K))) dK \quad (3.77)$$

avec $K \equiv 4(\kappa - \kappa_0) \tan \theta_0$ est la fréquence hétérodynée, $\epsilon(x, K)$ représente l'efficacité des réseaux, et $\Theta(x, K)$ le terme de phase. Les termes $t_A^2(x, K)$ et $t_B^2(x, K)$ sont les intensités transmises par les optiques des bras A et B multipliées par la réponse du détecteur. Ainsi, pour un instrument idéal :

– $t_A^2(x, K) = t_B^2(x, K) = 1/4$ et ne dépendent pas de x ,

– $\Theta(K, x)$ est nulle

– et $\epsilon(x, K)$ est la fonction sinus cardinal due à l'ouverture finie. Elle est proche de l'unité pour la différence de marche nulle et décroît lentement avec x .

En pratique ces fonctions prennent d'autres valeurs. Nous changeons ici légèrement les notations, afin d'une part de suivre celles prises par (Englert and Harlander, 2006) et d'autre part pour des raisons physiques. En effet, le changement de variable pour

les variables de Fourier conjuguées est arbitraire, et le facteur $4 \tan \theta_0$ peut être intégré dans la formulation des fréquences ou des longueurs, indifféremment. Cependant, en pratique, les fonctions susceptibles de dépendre de la variable spatiale peuvent être étalonnées indépendamment de θ_0 . Par ailleurs la variable x est celle qui est la plus directement accessible quand on manipule. De plus, on suppose que les dépendances spectrales des deux bras sont identiques et qu'on peut séparer la dépendance avec le nombre d'onde dans un terme $R(K)$ ce qui se justifie facilement en pratique, il suffit de prendre des réseaux identiques et de travailler sur un faible intervalle spectral, et on peut maintenant écrire

$$I(x) = \int_0^{\infty} B(K)R(K)(t_A^2(x) + t_B^2(x))dK + \int_0^{\infty} 2B(K)R(K)\epsilon(x, K)t_A(x)t_B(x) \cos(2\pi Kx + \Theta(x, K))dK \quad (3.78)$$

Ainsi toutes les inhomogénéités sont prises en compte. L'interférogramme est constitué d'un terme continu et d'un terme d'interférence qui sont chacun affecté par tous les défauts. Même si on peut mettre de côté le terme de phase, qui se corrige indépendamment, on voit que l'interférogramme comprenant l'effet des défauts n'est plus du tout la transformée de Fourier du spectre. D'une part, il contient la transformée de Fourier de la partie du signal qui n'est pas modulé par les interférences. Cette fonction présente un pic important en 0 puis des fluctuations qui peuvent s'étendre très loin, en fonction du type et de l'importance du bruit dominant. D'autre part la TF de l'interférogramme comporte aussi le spectre de la source, convolué par la TF de $R(K)\epsilon(x, K)t_A(x)t_B(x)$ et avec une phase additionnelle $\Theta(x, K)$. Tout le problème de l'interprétation juste de ce spectre brut est de corriger correctement ces effets. Nous proposerons au chapitre 5 des méthodes concrètes pour gérer ces difficultés.

3.4 RÔLE DES ABERRATIONS EN MODE IMAGEUR

L'entrée de l'instrument est nécessairement une fente, dont la largeur est déterminée par la relation (2.29) entre l'ouverture et la résolution. La lentille cylindrique permet de faire l'imagerie dans le sens du champ. Les performances de l'instrument en tant qu'imageur sont donc très liées à celles de la lentille cylindrique. En particulier, dans le sens de la fente, les capacités de diffraction des réseaux ne changent pas et ce sont les aberrations optiques introduites par la lentille cylindrique (ajoutée à celle du reste des lentilles sphériques) qui représentent le facteur limitant pour déterminer le champ maximum admissible.

3.4.1 DIAPHRAGME D'OUVERTURE

Nous pouvons remarquer que la résolution théorique dépend de la largeur des réseaux. Ceci implique que pour atteindre cette résolution, il faut évidemment que les réseaux soient entièrement imagés sur le détecteur. Par ailleurs, pour que la relation (2.29) entre ouverture maximum admissible et résolution soit assurée, il faut qu'ils constituent le diaphragme d'ouverture, dans la dimension spectrale. Dans ces conditions, la largeur de la fente l_{fente} est alors simplement limitée par la focale du collimateur f_c et le pouvoir de résolution \mathcal{R} selon la relation

$$l_{\text{fente}} = 2f_c \frac{\sqrt{2\mathcal{R}-1}}{\mathcal{R}-1} \quad (3.79)$$

Ceci est un avantage net par rapport au spectromètre à fente, dans le cas où on souhaite élargir l'ouverture pour collecter plus de lumière sur une source étendue, tout en gardant une résolution importante.

3.4.2 LENTILLE CONVERGENTE ET LENTILLE DIVERGENTE

La technique de SHS produit des franges rectilignes. L'émergence des matrices de détecteur à deux dimensions permet son exploitation pour l'imagerie, en utilisant la direction des franges pour obtenir l'information spatiale. La stratégie adoptée par le LESIA a été d'utiliser une lentille cylindrique pour réaliser l'image de la fente, tout en conservant l'image de l'interférogramme dans la direction perpendiculaire. En effet, sans introduction d'une lentille cylindrique, le système se présente comme sur la figure 3.16. L'interférogramme se trouve dans le plan des réseaux, dont nous voulons avoir l'image sur le détecteur. Il constitue un objet réel pour la lentille imageuse, et pour en avoir une image réelle, il faut nécessairement que la lentille L2 soit convergente. Alors, la source étant à l'infini et les réseaux à une distance finie du centre de la lentille, l'image des réseaux se trouve dans un plan plus éloigné du centre de L2 que l'image de la fente, qui se trouve au foyer de L2. Il faut, par l'introduction de la lentille cylindrique, ramener ces deux images dans un même plan. On peut donc considérer deux méthodes. Soit augmenter la puissance du système imageur, c'est-à-dire diminuer la focale dans la direction des réseaux, pour ramener l'image de ces derniers dans le plan focal de la lentille L2. Soit diminuer la puissance, c'est-à-dire augmenter la focale du système dans la direction de la fente pour ramener son image dans le plan de l'image des réseaux. Ainsi dans le premier cas, on utilise une lentille cylindrique convergente dont la puissance se trouve dans la direction de l'image des franges et dans le deuxième cas, on utilise une lentille cylindrique divergente dont la puissance se trouve dans la direction de l'image de la fente. Il est préférable d'utiliser la puissance nulle de la lentille cylindrique dans la direction de l'interférogramme, information la plus importante de l'instrument, pour moins l'affecter par les aberrations. Le souci principal est de ne pas déformer l'image des franges par l'épaisseur de

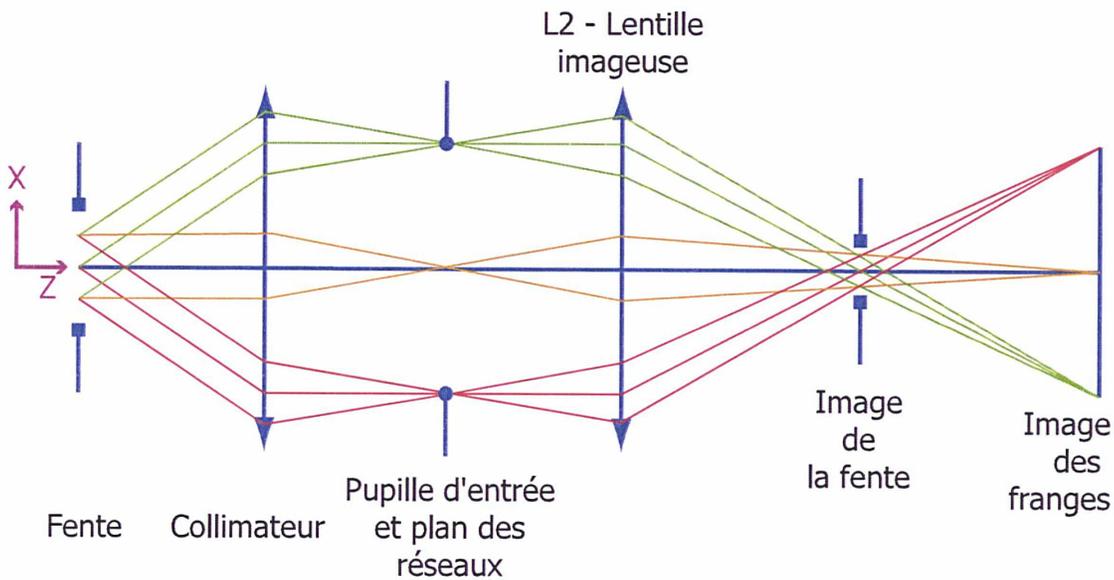


FIGURE 3.16.: Représentation schématique de l'instrument sans optique cylindrique. L'image de la fente n'est pas dans le même plan que l'image des réseaux.

verre traversée supplémentaire, ce qui constitue une contrainte beaucoup moins forte sur le design optique. Nous avons donc choisi d'utiliser une lentille cylindrique divergente pour notre modèle de démonstration. Par ailleurs, cette option facilite les réglages et la mise au point sur les franges.

3.5 CONCLUSION

Nous arrivons à la fin de cette partie consacrée à l'étude des limitations des performances d'un SFHI. Rappelons les principaux points étudiés. Nous avons vu que

- l'alignement des réseaux multiplie la partie réelle du spectre avec un fonction qui varie avec la longueur d'onde et introduit un terme de phase variable, qui peut être corrigé par une procédure de traitement. Ces effets disparaissent si on utilise le module de la TF, le cas échéant le bruit est alors plus important dans le spectre que si on utilise la TF en cosinus ;
- la position de la source change la fonction d'appareil, et dégrade la résolution en conséquence, en élargissant la réponse spectrale et en la rendant non symétrique ;
- la défocalisation de la source affecte la fonction d'appareil proportionnellement à un facteur quadratique du décalage introduit ;
- le mauvais positionnement des optiques d'imagerie provoque une défocalisation

de l'image de l'interférogramme qui le rend flou. Cela a pour effet de multiplier le spectre par une fonction de Bessel qui sera d'autant plus étroite que le décalage sera grand ;

- les rotations conjointes des réseaux changent fondamentalement le spectre soit à cause de l'utilisation de la lentille cylindrique, soit par un changement d'échelle des fréquences hétérodynées. La rotation autour de l'axe optique en revanche ne change rien ;
- les rotations différentielles des réseaux sont très critiques, ils peuvent provoquer le brouillage complet des franges à cause de l'utilisation de la lentille cylindrique, ou déformer le spectre par une dilatation de l'échelle des fréquences ;
- l'orientation du détecteur a le même résultat qu'une rotation conjointe des réseaux, mais en plus, une rotation autour de l'axe optique provoque la confusion entre les interférogrammes des différents points de la source. Il est possible de reconstruire le spectre si la valeur de l'angle est connu, sinon, il faut le limiter à un facteur qui dépend des dimensions et du nombre des pixels ;
- une mauvaise orientation de la fente entraîne des points hors-axes et une défocalisation de franges qui dégradent rapidement l'interférogramme ;
- l'ordre de diffraction dans lequel sont utilisés les réseaux limite l'intervalle spectral libre ;
- l'efficacité des réseaux affecte la visibilité des franges et peut avoir des effets très différents en fonction de la polarisation ;
- la compensation par le cube est essentielle si on veut éviter des termes de phases non linéaires ;
- la visibilité des franges, pour une onde monochromatique, dépend de façon quadratique de la différence entre les deux transmissions des réseaux ;
- la facteur de transmission vaut au maximum 0.5 et dépend de façon quadratique de la réflexion de la lame ;
- les pixels défectueux nuisent à l'exactitude photométrique mais ont un effet négligeable sur la résolution pour quelques pixels. Ces effets sont plus importants quand ils surviennent vers le bord du détecteur, et sont désastreux si l'un deux correspond à la DDM nulle.
- le spectre est insensible aux variations d'intensité de la source, et les variations de la réponse des pixels sont facilement corrigées par étalonnage ;
- nous pouvons donner une forme générale à l'interférogramme brut qui rend compte de toutes les inhomogénéités ;
- la largeur de la fente n'est limitée que par la résolution, si les réseaux sont le diaphragme d'ouverture du système ;
- pour réduire les effets des aberrations optiques, il vaut mieux utiliser une lentille cylindrique divergente ;

Nous allons maintenant pouvoir tester ce modèle analytique sur un modèle numérique et un modèle expérimental afin d'une part, de valider les résultats attendus, et

d'autre part de tester la sensibilité de cet instrument aux variations conjointes de ces paramètres.

Deuxième partie

MONTAGE DE TEST D'UN SFHI

VALIDATION EXPÉRIMENTALE DU MODÈLE DE SFHI

La théorie analytique décrite dans la première partie a permis de programmer une version numérique de l'instrument. Ce modèle numérique reproduit les performances attendues et permet de concevoir un instrument adapté aux besoins d'une mission spatiale. Cependant, pour s'assurer que la compréhension de l'instrument est correcte et que les hypothèses permettant le développement des calculs sont réalistes, il faut confronter le modèle à la pratique. C'est l'étude qui est présentée dans ce chapitre. Le banc de démonstration a été conçu dans cet objectif et cela a guidé le choix des montures et l'assemblage de l'instrument. Un montage offrant de nombreuses possibilités de réglages a été utilisé.

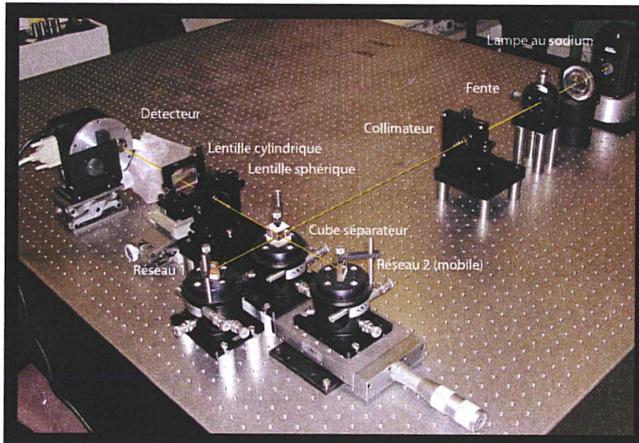


FIGURE 4.1.: Le banc de démonstration NeHFTIS

En contrepartie, l'encombrement du banc n'est pas réduit au minimum comme on peut le voir sur la figure 4.1. La banc a été nommé NeHFTIS d'après l'acronyme pour New Heterodyne Fourier Transform Imaging Spectrometer.

4.1 CONCEPTION DE L'INSTRUMENT

Mon premier objectif a été de réaliser un banc de démonstration, c'est-à-dire de vérifier par l'expérience que la théorie permet de dimensionner un instrument et d'obtenir des spectres le long d'une fente avec les performances prévues. Ensuite, j'ai voulu valider le modèle théorique de sensibilité avec des observations réelles que j'ai comparées à des simulations numériques. Nous avons choisi de démontrer les capacités de l'instrument avec l'objectif de résoudre le doublet du sodium. Ce choix était motivé par deux raisons principales. La première est que le sujet de cette thèse avait à l'origine été motivé par un appel d'offre pour la mission BepiColombo. Un des objectifs était de cartographier le sodium atmosphérique sur Mercure. D'autre part, il est relativement facile d'utiliser une source à vapeur de sodium en laboratoire. Cette partie rappelle rapidement les objectifs scientifiques de la mission BepiColombo, ainsi que les caractéristiques du doublet du sodium. Ensuite, la démarche adoptée pour le choix des composants du banc est décrite, ainsi que le système finalement retenu et utilisé pour l'étude de la sensibilité aux paramètres.

4.1.1 MISSION BEPICOLOMBO

La mission BepiColombo est dédiée à l'étude de Mercure, la planète la plus proche du Soleil et la plus petite du système solaire. Elle sera lancée en 2013 pour être en orbite autour de la planète en 2019. Mercure est encore une planète mystérieuse puisque seule une partie de sa surface est connue. Les seules sondes spatiales à avoir survolé la planète sont Mariner 10 (3 fois en 1974-1975) et Messenger (une fois en 2008). Les objectifs de la mission sont donc nombreux, et l'étude de l'atmosphère doit apporter de nombreuses informations. En effet, Mercure est entourée d'une atmosphère ténue, où le gaz, peu dense, est non collisionnel (Chamberlain and Hunten, 1986). Ainsi, l'atmosphère de Mercure peut être considérée comme étant uniquement composée d'une exosphère, dont l'exobase est la surface de la planète elle-même. Le survol de Mariner 10 et des mesures au sol ont permis de détecter six constituants dans cette exosphère : hydrogène, hélium, oxygène, sodium, calcium et potassium. Les atomes ionisés sont emportés par le vent solaire ou le long des lignes de champs magnétique. La durée de vie des atomes neutres ne dépend que de la gravité. De plus, comme il n'y a pas de collisions dans le gaz, chaque espèce exosphérique représente une exosphère indépendante, avec des paramètres propres (température, hauteur d'échelle...). Pour entretenir l'atmosphère, il faut que différents processus endogènes ou exogènes entrent en œuvre, comme par exemple, la neutralisation d'atomes ionisés du vent solaire (pour H et He), la radioactivité (He), les vapeurs produites par l'impact de météorites (Na, O, K), la pulvérisation photonique (Na, K) ou ionique (Ca, Na, K). La position des sources et la distribution des espèces chimiques dans l'atmosphère sont encore mal connues (Sprague et al., 1998). Un spectromètre imageur à haute résolution peut four-

nir de telles informations en produisant des cartes 2D de la densité de colonne du gaz. En effet, l'observation au nadir des raies d'émission du sodium nécessite une haute résolution spectrale (Sprague et al., 1998) à cause de la présence des mêmes raies en absorption dans le spectre solaire réfléchi par la planète. Les raies du sodium en émission provenant de la planète s'élèvent donc du fond des raies en absorption et sont très sensibles aux variations d'albédo. D'après les observations au sol, on estime que le pouvoir de résolution nécessaire pour avoir un bon contraste dans les raies est de 50000 avec un rapport signal à bruit supérieur à 100 dans le continuum SIMBIO-SYS (2004). Nous avons donc retenu ces valeurs pour notre démonstrateur.

4.1.2 DOUBLET DU SODIUM

Le doublet du sodium est très facile à observer en laboratoire car il représente environ 90% de la lumière émise par une lampe à vapeur de sodium basse pression. Il est le résultat de la transition $3p - 3s$. C'est-à-dire que les électrons de nombre quantique

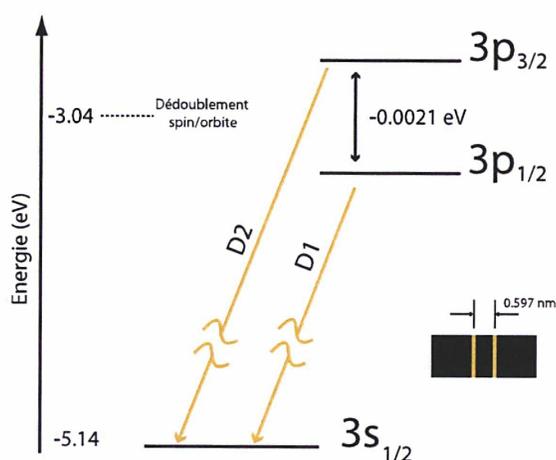


FIGURE 4.2.: Représentation des transitions associées au doublet du sodium

principal $n = 3$ (la troisième couche d'électrons en partant du noyau) et un nombre quantique orbital $l = 1$, noté p , émettent spontanément de l'énergie pour arriver au niveau d'énergie plus faible décrit par le nombre quantique orbital $l = 0$ noté s . Le moment quantique orbital représente l'énergie que l'électron possède du fait de sa rotation autour du noyau. Or, d'après le principe d'exclusion de Pauli, deux types d'électrons différant par leur spin peuvent peupler le niveau $3p$. Le spin de l'électron (ou moment magnétique intrinsèque), se combine au moment magnétique orbital pour

former le moment magnétique global. On définit un troisième nombre quantique, le nombre quantique de moment angulaire total j , qui peut prendre les valeurs $j = l \pm \frac{1}{2}$. Ainsi, la couche 3p est en fait constituée des deux sous-niveaux peuplés par les électrons $3p_{\frac{1}{2}}$ d'une part et $3p_{\frac{3}{2}}$ d'autre part. C'est ce qu'on appelle la structure fine du sodium. La figure 4.2 en donne une illustration. Les grandeurs qui seront utiles sont

	SYMBOLE	D1	D2
Longueur d'onde (vide)	λ_0	589.7566 nm	588.1583 nm
Longueur d'onde (air)	λ	589.5924 nm	588.9950 nm
Nombre d'onde (air)	κ	16 960.8699 cm ⁻¹	16 978.0728 cm ⁻¹
Largeur naturelle de la raie	FWHM	61.355 MHz	61.544 MHz
Intensité relative à D1		1	2

TABLE 4.1.: Propriétés optiques des transitions D1 et D2 du sodium

données dans le tableau 4.1, d'après [Ralchenko et al. \(2008\)](#). Les longueurs d'onde dans l'air λ sont prises pour des valeurs d'indices de réfraction qui correspondent aux conditions de laboratoire, c'est-à-dire une pression $P = 100$ kPa, une température $T = 20^\circ\text{C}$, et 50% de taux d'humidité. La largeur des raies est obtenue par l'inverse de la durée de vie moyenne, et correspond à $\sim 4 \cdot 10^{-2}$ cm⁻¹. L'écart entre les deux raies est beaucoup plus significatif que la largeur individuelle des raies avec une valeur $\Delta\kappa = 17.20$ cm⁻¹ et, avec un pouvoir de résolution de 50000, il correspond à peu près à 50 éléments spectraux. Dans la suite, je me référerai aux raies du sodium par la dénomination D1 et D2 et j'utiliserai les indices 1 et 2 pour désigner les grandeurs associées à chaque raie.

4.1.3 CHOIX DES COMPOSANTS

Au commencement de la présente thèse, la plupart des composants du banc avaient été déjà commandés pour une étude préliminaire. Nous tenterons d'expliquer ce choix en reprenant la démarche qui conduit à la spécification des pièces. Le choix des composants du démonstrateur a été dirigé par deux décisions de départ. Premièrement, pouvoir résoudre le doublet du sodium avec un pouvoir de résolution de 50000 et deuxièmement, utiliser des composants disponibles dans le commerce. Si on récapitule ce qui a été vu dans la première partie, on a les relations suivantes

$$\delta\kappa = \frac{1}{2U} \quad \sin\theta_0 = \frac{m}{d} \frac{1}{\kappa_0} \quad U = 2W \sin\theta_0 \quad (4.1)$$

$$N \geq 8W \sin\theta_0 |\kappa_{\max} - \kappa_0| \quad \Delta x = \frac{1}{4 \tan\theta_0 N \delta\kappa} \quad (4.2)$$

où, rappelons-le, $\delta\kappa$ est l'élément de résolution spectrale, U est la différence de marche maximale (obtenue par changement de variable), θ_0 est l'angle que forment les réseaux avec l'axe optique, et qui définit κ_0 le nombre d'onde de Littrow en fonction de l'ordre m et de la période des traits des réseaux d , W est la largeur des réseaux, N est le nombre de points d'échantillonnage, c'est-à-dire le nombre de pixels, κ_{\max} est la borne extrême de la bande passante spectrale et Δx est la taille du pixel.

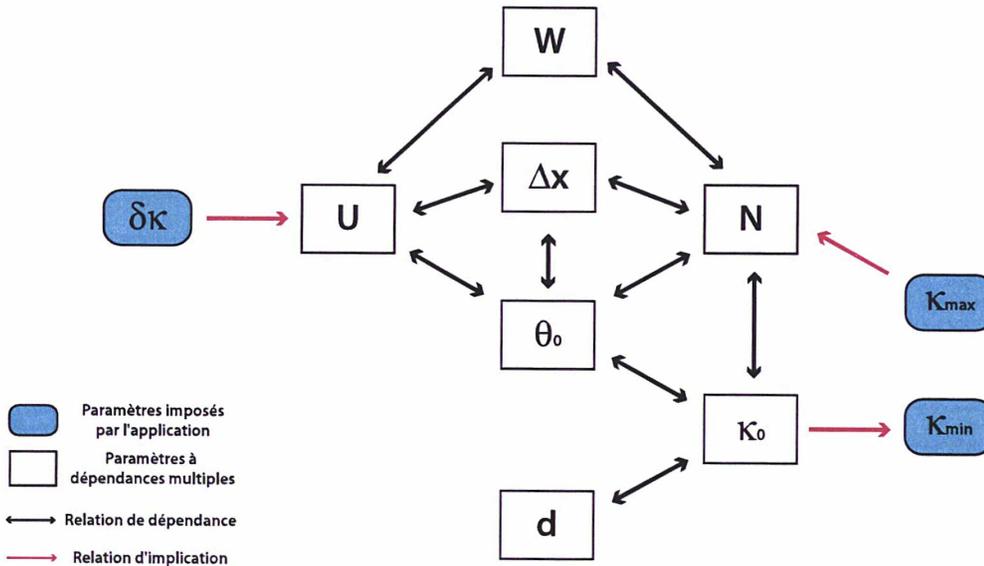


FIGURE 4.3.: Relations entre les différents paramètres fondamentaux de l'instrument.

D'abord j'ai choisi d'utiliser les réseaux dans le premier ordre de diffraction pour éviter les recouvrements d'ordres (cf. § 3.3.1). Ensuite, j'ai établi la différence de marche maximale imposée par la résolution voulue. Une résolution de $\mathcal{R} = 50000$ impose un élément spectral maximum $\delta\kappa = \kappa/\mathcal{R} = 0.339 \text{ cm}^{-1}$. Cela implique une différence de marche maximale $U = 1/2\delta\kappa = 14.725 \text{ mm}$. Reste alors à déterminer les deux paramètres θ_0 et W dont le produit forme U . La figure 4.3 montre que les paramètres restants forment un chaîne imbriquée et la détermination de l'un d'entre eux influe sur les autres. Il faut donc adopter une démarche itérative pour obtenir le meilleur résultat. Dans le cas général du dimensionnement d'un instrument pour une mission spatiale, le domaine spectral est une donnée imposée par l'application et il conditionne une partie des degrés de liberté, par les relations impliquant à κ_{\max} .

Ici, il faut s'adapter aux composants que l'on peut trouver dans le commerce. La domaine spectral d'étude est, dans ce cas particulier, une contrainte faible, et on demande seulement à pouvoir avoir $\sigma_{\max} > \max(\sigma_2, \sigma_1)$. En fonction des détecteurs

disponibles dans le commerce, on adaptera les bornes exactes du domaine spectral. La taille des réseaux est fixée en premier. En effet, W (la largeur des réseaux) ne peut prendre que certaines valeurs (celles fournies par le fabricant) alors que θ_0 peut être quelconque. Le choix de W détermine alors θ_0 . Le choix final des paramètres des composants de base du banc, qui résulte de compromis entre matériel disponible et performances, est donné dans le tableau 4.2.

PARAMÈTRE	VALEUR
Largeur des réseaux W	25 mm
Densité de traits des réseaux N_t	1800 mm^{-1}
Nombre de pixels du détecteur	512×512
Taille des pixels	$20 \mu\text{m}$
Dimension détecteur	$10.24 \times 10.24 \text{ mm}$
Bande passante du filtre	$584 - 594 \text{ nm}$

TABLE 4.2.: Composants de base.

La différence de marche maximale est limitée par la dimension des réseaux. La résolution maximum est obtenue par la plus grande différence de marche enregistrée. Or, avec ces composants, pour faire correspondre la différence de marche maximale avec la taille du détecteur, la valeur de θ_0 conduit à une bande passante trop restreinte, qui ne permet pas d'observer le sodium. Ce montage était à l'origine prévu pour fonctionner avec un grossissement inférieur à un entre les réseaux et le détecteur. Dans ce cas on peut déduire les paramètres nominaux de l'instrument, donnés dans le tableau 4.3.

PARAMÈTRES NOMINAUX	VALEUR
Angle de Littrow θ_0	32.1°
Nombre d'onde de Littrow κ_0	$16936.440 \text{ cm}^{-1}$
Grossissement entre réseau et détecteur	0.555
Élément de résolution spectrale	0.195 cm^{-1}
Nombre d'onde maxi/min hétérodynée	$\pm 49.81 \text{ cm}^{-1}$
Nombre d'onde hétérodynée σ_1	24.28 cm^{-1}
Nombre d'onde hétérodynée σ_2	41.48 cm^{-1}

TABLE 4.3.: Performances attendues.

Ensuite, il faut caractériser les optiques. Elles consistent en un doublet de lentilles L_1

pour collimater la fente, un doublet L_2 pour faire l'image des réseaux sur le détecteur et une lentille cylindrique L_3 pour faire l'image de la fente (voir figure I). Pour le choix de ces lentilles, les critères sont

- obtenir que l'image des réseaux soit dans le même plan que l'image de la fente par la lentille cylindrique,
- ne pas avoir de vignettage et s'assurer que les réseaux forment bien le diaphragme d'ouverture.

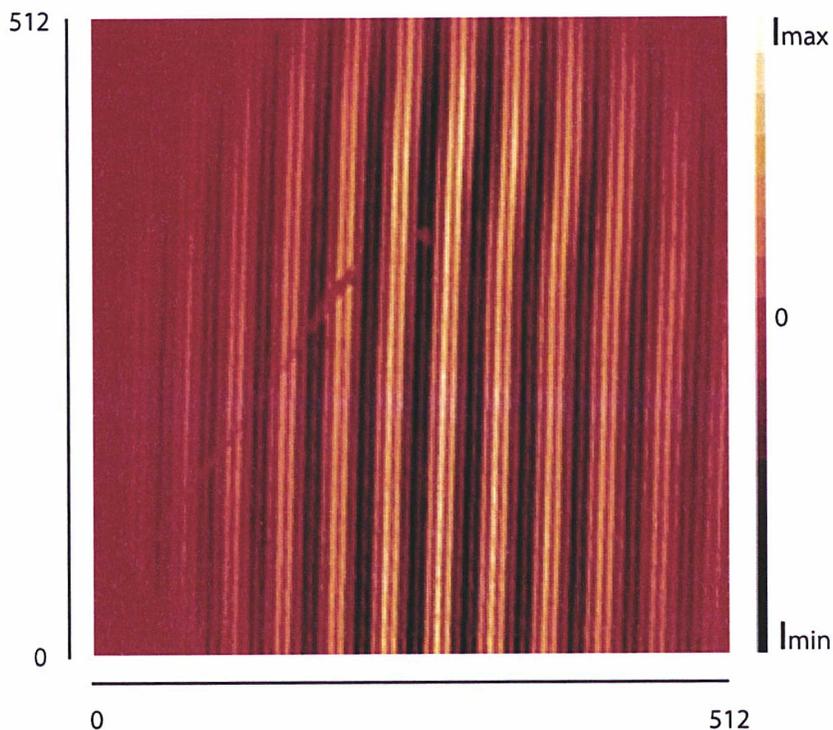
Les lentilles disponibles pour le montage au début de la thèse sont données dans le tableau 4.4.

LENTILLE	FOCALE	DIAMÈTRE
L_1	250 mm	38.1 mm
L_2	200 mm	25.4 mm
L_c	-200 mm	25.4 mm

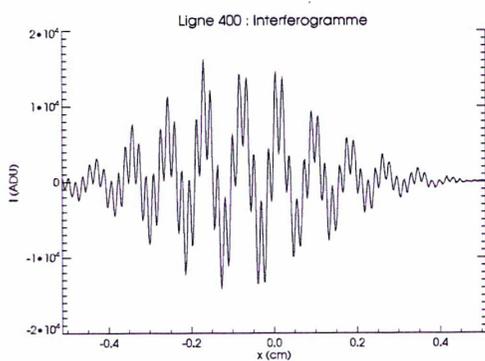
TABLE 4.4.: Lentilles disponibles pour le montage

Le premier objectif était de remonter le banc qui avait été conçu par le laboratoire. J'ai pu obtenir ainsi les premières franges avec le doublet du sodium, avant l'introduction de la lentille cylindrique, que l'on voit sur la figure 4.4.

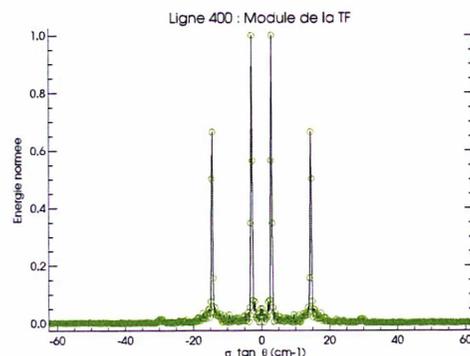
Pour obtenir cet interférogramme, j'ai utilisé un trou de $50 \mu\text{m}$ et un grossissement de 1 pour la conjugaison des réseaux et du détecteur. L'échantillonnage dans ces conditions limite la résolution, car on n'enregistre pas la plus grande différence de marche possible. Je n'ai pas déterminé l'angle des réseaux avec précision, il s'agissait simplement de vérifier que nous obtenions bien deux raies, mais je me suis assurée d'avoir les deux fréquences hétérodynées du même signe. En effet, on voit sur la figure 4.4(c), qui représente le module de la TF de l'interférogramme, que le spectre obtenu est bien similaire à celui du sodium, avec une raie environ deux fois plus intense que l'autre. Sans connaître la valeur de θ_0 , on ne peut pas obtenir de mesure absolue des nombres d'onde des raies; nous reviendrons sur ce sujet dans la partie 5. Pour l'instant, on peut simplement dire que les raies sont bien séparées par l'instrument. Ici on trouve que les deux raies ne sont écartées que de 47 éléments spectraux. Avec un élément de résolution spectrale de 0.339cm^{-1} initialement souhaité, le doublet du sodium étant séparé de $\kappa_1 - \kappa_2 = 17,20\text{cm}^{-1}$, on aurait voulu avoir 51 éléments spectraux entre les raies pour avoir la résolution théorique. La résolution est donc légèrement inférieure à l'objectif initial, comparée à celle que le dimensionnement de l'instrument avait probablement prévu (voir tableau 4.3), mais cela s'explique par le fait que l'image des réseaux est obtenue avec un grossissement de 1, au lieu de 0.555. Dans ces conditions, la différence de marche maximale permise par le réseau n'est pas enregistrée et cela limite la résolution. De plus, l'effet de la taille finie de l'ouverture se voit très bien sur



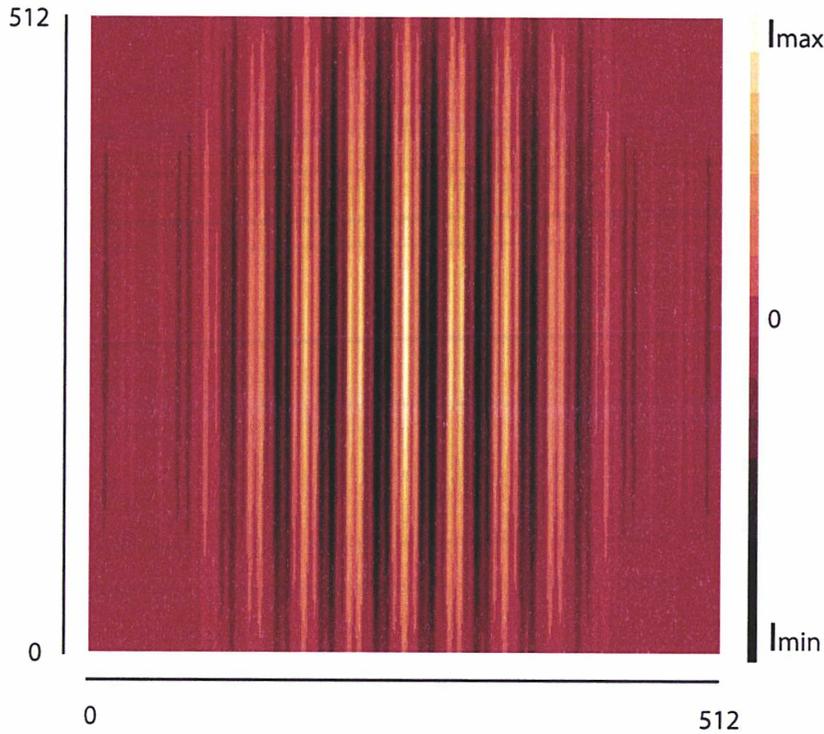
(a) Premières franges enregistrées. On voit une perte de contraste rapide sur les bords de l'image et une longue trace en diagonale sur la gauche qui est l'image d'une profonde rayure sur l'un des réseaux



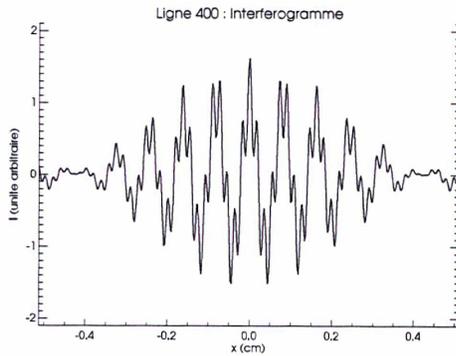
(b) Partie variable de l'interférogramme correspondant à la ligne 400. On voit clairement le battement entre les deux fréquences du doublet et l'atténuation due à l'ouverture finie. On remarque que la différence de marche nulle n'est pas exactement au centre du détecteur, il faut prendre le module de la TF pour éviter l'effet du défaut de phase introduit.



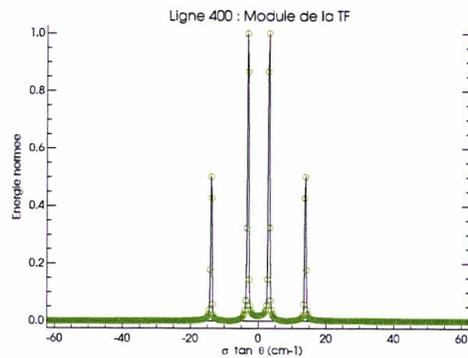
(c) Module de la transformée de Fourier normalisée. La ligne continue est une interpolation entre les points d'échantillonnage. On obtient la partie paire du spectre, ce qui explique la présence de quatre raies.



(a) Simulations des premières franges enregistrées. On retrouve la perte de contraste observée (causée par la taille de la source), et les franges ne sont pas déformées (en l'absence d'aberrations optiques).



(b) Partie variable de l'interférogramme simulé correspondant à la ligne 400. On retrouve une allure quasi-identique à celle de l'interférogramme enregistré, sans le décalage du 0.



(c) Module de la transformée de Fourier normée de l'interférogramme simulé. Le spectre est quasi identique à celui contenu expérimentalement ce qui montre la robustesse du module de la TF aux défauts de phase.

FIGURE 4.5.: Simulations des premières franges observées en mode non-imageur.

les figures 4.4(a) et 4.4(b). En utilisant le modèle analytique développé en première partie, on peut s'assurer que l'expérience concorde avec ce qui était attendu. Le figure 4.5 présente les résultats obtenus en utilisant un modèle simple qui reproduit l'effet de la différence de marche finie et de l'ouverture finie (cf. chapitre 2) en utilisant une valeur de θ_0 estimée à partir du spectre réel. On voit que la principale différence se trouve dans les déformations de l'interférogramme sur toute la surface du détecteur, qui sont causées par les aberrations optiques et dans l'inclinaison des franges, qui peut résulter d'un mauvais réglage des réseaux par rapport au détecteur. Cependant, l'effet sur une ligne est négligeable, et le module du spectre n'est presque pas affecté. On remarque toutefois la présence d'artefacts dans le spectre (vers $\sigma \tan \theta = \pm 30 \text{cm}^{-1}$). Ceci pourrait être l'harmonique d'ordre deux de la raie D₁ et suggérerait alors une légère non-linéarité du système, qui résulte probablement du défaut qui provoque l'inclinaison des franges observées.

On a vu à la partie 3.2.2 qu'une inclinaison des franges telle que celle que l'on observe sur le premier interférogramme enregistré peut induire des effets importants sur le spectre après introduction de la lentille cylindrique. Pour cette mesure, les franges forment un angle d'environ 2° avec l'horizontale.

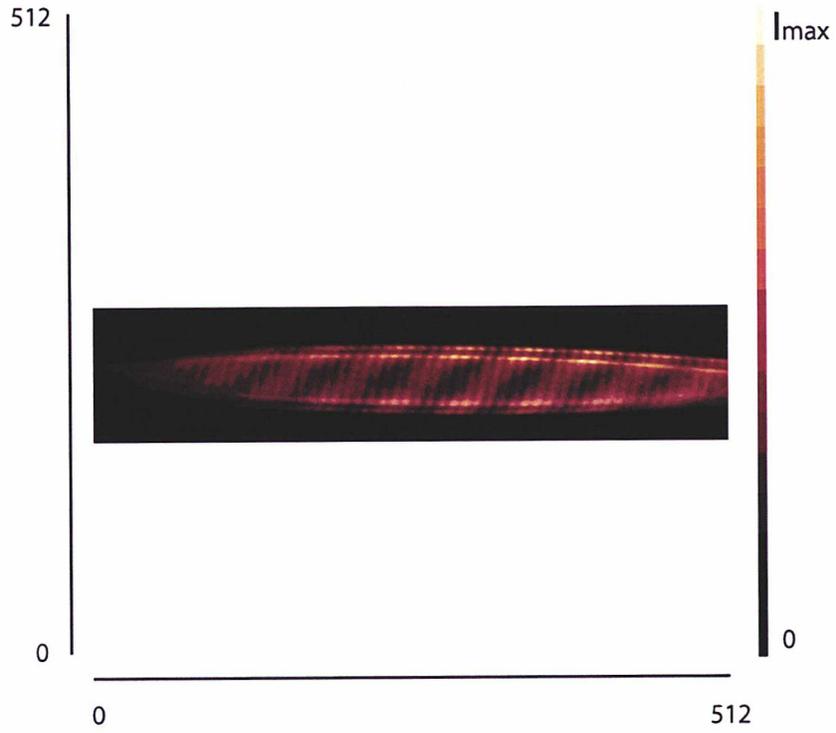
La figure 4.6 présente le résultat de l'introduction de la lentille cylindrique sur l'interférogramme précédent. On peut remarquer plusieurs caractéristiques non désirées. Premièrement, l'image du trou par la lentille cylindrique est de très mauvaise qualité, les aberrations provoquent une image en forme de barillet alors qu'elle devrait être droite, et on observe un effet de halo sur le contour de l'image. Ce genre de défaut est à proscrire. Ensuite, l'inclinaison des franges précédemment observées provoque ici une forte perte de contraste et après TF, quand on considère l'interférogramme pris ligne par ligne, les raies sont à peine visibles et noyées dans le bruit, surtout D₁. Or, si on somme les modules des TF des pixels éclairés, on augmente significativement le rapport signal sur bruit. La figure 4.6(c) présente le spectre ainsi obtenu, corrigé des contributions basse fréquence qui viennent des inhomogénéités d'éclairement des pixels. En pointillés, on représente la fonction sinus cardinal donnée par l'équation (3.40). Le spectre observé est le produit de cette fonction et de l'interférogramme en mode non-imageur. La calibration photométrique n'étant pas faite, on ne peut pas comparer les intensités absolues des spectres, cependant on peut voir qu'en intensité relative, l'effet de la lentille cylindrique sur un interférogramme incliné correspond bien aux prédictions du modèle. En effet, le module de la TF représenté sur la figure 4.6(c) est normalisé sur la valeur de la raie la plus intense. Comme on le voit sur la figure, le sinus cardinal correspondant à l'effet de l'angle affecte déjà l'intensité de cette raie. De cette façon, l'intensité de D₁ représentée sur ce graphique est multipliée par un facteur qui correspond au rapport $\frac{\text{sinc}(\sigma_2 \sin \phi_z V)}{\text{sinc}(\sigma_1 \sin \phi_z V)}$. C'est pourquoi la valeur de l'intensité de la raie D₁ n'est pas confondue avec la fonction sinus cardinal due à l'inclinaison des franges. Ainsi, la courbe permet de trouver la valeur du rapport déjà

mentionné, et on peut retrouver la valeur de l'intensité après correction. On trouve alors une énergie d'environ 0.6, ce qui correspond à l'intensité de la raie trouvée sur la figure 4.4.

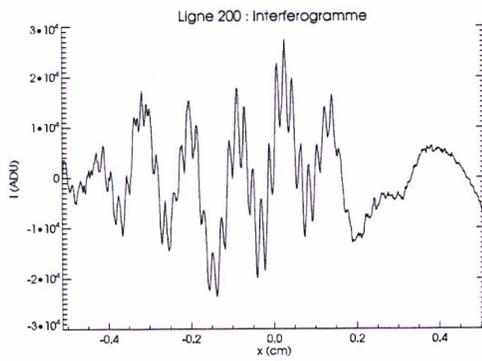
Ceci est très satisfaisant au regard de la qualité du modèle, mais avec les éléments décrits plus haut, la capacité d'imagerie du banc de démonstration n'est pas suffisante pour tester la sensibilité du mode imageur. En effet, en réalisant un modèle numérique à l'aide d'un logiciel d'optique, j'ai pu analyser la qualité image du banc en fonction des propriétés des composants choisis. Il est apparu que ces derniers ne permettent pas, avec les supports mécaniques utilisés sur le banc, d'avoir une bonne focalisation à la fois dans le sens des franges et dans le sens de la fente. La figure 4.7 présente l'image géométrique d'un trou de $50 \mu\text{m}$ obtenue par le modèle numérique (sans considérer les effets d'interférences) et la modulation de la fonction de transfert polychromatique (MTF) qui représente la capacité du système à faire l'image des variations d'intensité spatiales de l'objet. La MTF est donnée en fonction des fréquences mesurées dans le plan image, qu'il faut diviser par le facteur $4 \tan \theta_0$ pour obtenir les nombres d'onde hétérodynés. Ainsi, on voit que la MTF décroît avec la fréquence et présente des rebonds. Cela produit des distorsions dans le spectre et certaines fréquences sont complètement invisibles pour le système.

En vue d'améliorer ces performances j'ai choisi un nouveau jeu de lentilles pour le banc. Le nombre de paramètres étant important, j'ai utilisé les algorithmes d'optimisation du logiciel Zemax. Les critères utilisés concernaient la coïncidence des images des réseaux et de la fente dans le même plan et la qualité optique de l'image (taille de la tâche image). Les caractéristiques du nouveau système sont données dans le tableau 4.5. Pour améliorer la MTF, j'ai dû introduire un diaphragme entre la lentille imageuse et la lentille cylindrique. En effet pour ce montage, l'aberration affectant le front d'onde de la façon la plus importante est l'aberration de coma, qui prend naissance dans les dissymétries du système. En introduisant un diaphragme dans le sens de la largeur des réseaux, on rétablit l'équilibre. En revanche, les réseaux ne sont plus dès lors le diaphragme d'ouverture du système et la relation entre ouverture et résolution n'est plus assurée. Sur la figure 4.7(d) le champ de pleine lumière, repéré par le maximum d'intensité (en rouge), ne couvre pas la largeur du détecteur. De plus, la différence de marche maximale visible est réduite, et la résolution avec elle. Toutefois, étant donné les contraintes que nous nous sommes imposées, à savoir d'utiliser des lentilles disponibles dans le commerce, ces pertes sont nécessaires, et il est inévitable de faire des compromis pour assurer à la fois les fonctions spectrale et spatiale. Pour un instrument réel, la conception d'une optique sophistiquée, utilisant un train de lentilles réalisé sur-mesure, permet de bien corriger les aberrations. Si on y met les moyens, ces compromis entre qualité de l'image et résolution spectrale ne sont plus nécessaires.

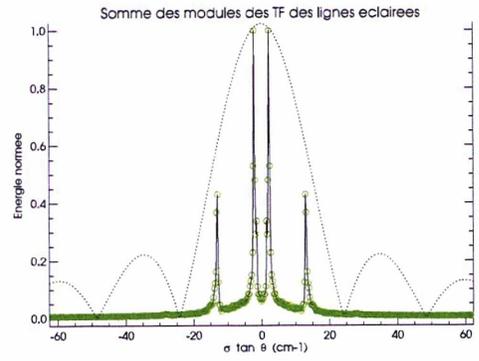
Finalement, le système utilisé pour le reste de l'étude donne typiquement le genre d'images présentées sur la figure 4.8. On voit que la qualité image est nettement



(a) Après introduction de la lentille cylindrique l'image théorique du trou est une ligne. Ici, elle est déformée par les aberrations optiques du système. L'image est représentée à la même échelle que la précédente, mais cadrée autour de la zone d'intérêt. L'échelle de couleur est différente de la figure 4.4.



(b) Partie variable de l'interférogramme correspondant à la ligne 200. Les franges sont dégradées et la qualité de l'image n'est pas bonne.



(c) Somme des modules des TF des lignes éclairées normalisées. L'inclinaison des franges provoque une contraction des fréquences hétérodynées et multiplie le spectre par un sinus cardinal. La ligne pointillée représente cet effet, estimé à partir de la valeur de l'angle d'inclinaison mesuré sur l'interférogramme en mode non-imageur.

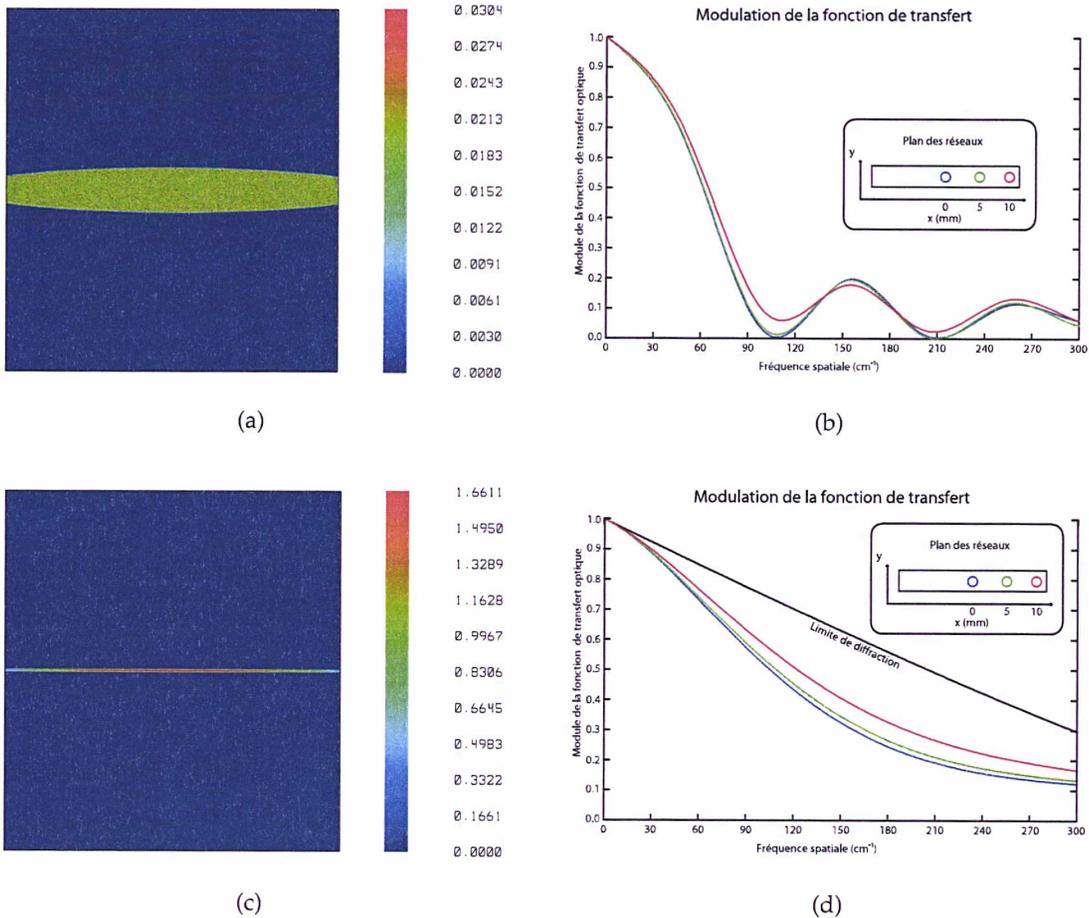
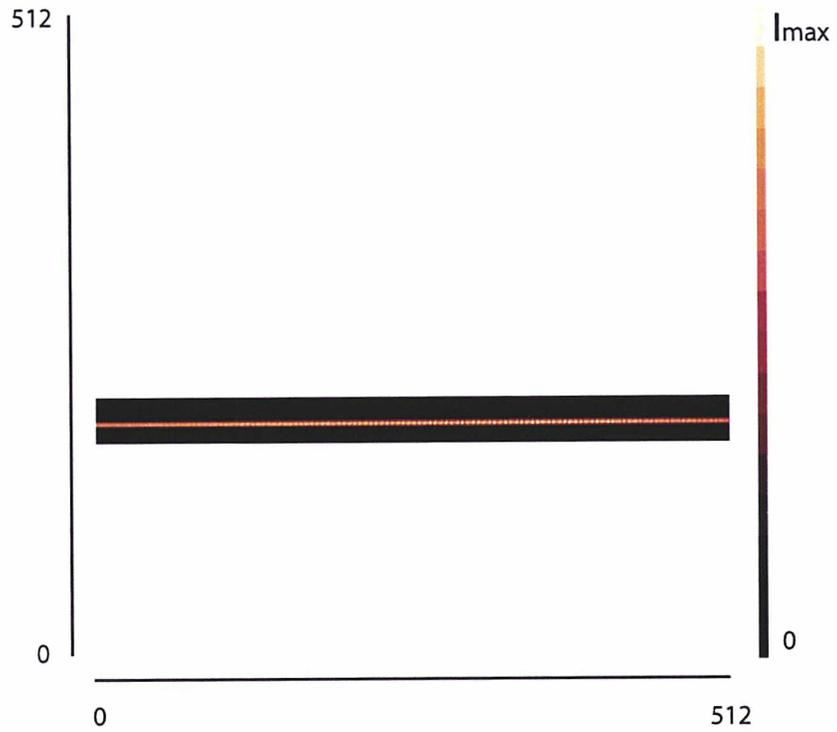
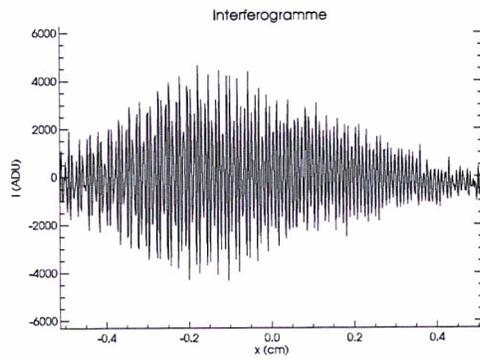


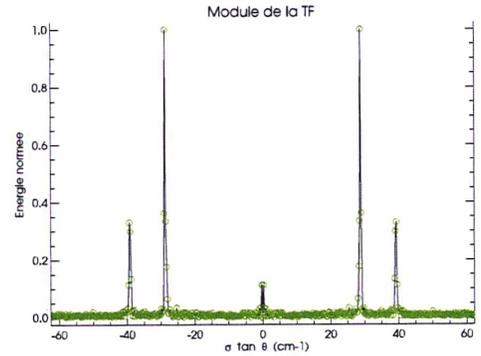
FIGURE 4.7.: Image géométrique simulée d'un trou source de $50\ \mu\text{m}$ et MTF du système, avec le premier jeu de lentilles (a) et (b), et avec le jeu de lentille obtenu par optimisation de la qualité image (c) et (d). Pour les figures (b) et (d), la courbe bleue représente la réponse pour le centre du plan des réseaux et les courbes verte et rouge pour des points écartés du centre, comme représenté dans le cartouche. La courbe noire représente la MTF limitée par la diffraction. Il n'a pas été possible de la calculer dans le premier cas.



(a) Image d'un trou de $50 \mu\text{m}$ avec le système optimisé. La partie non éclairée du détecteur n'est pas représentée. Les franges sont peu visibles à l'oeil nu mais leur contraste est bon, comme on le voit sur la figure suivante.



(b) Partie variable de l'interférogramme.



(c) Module de la TF de l'interférogramme. On remarque que la valeur de θ_0 n'est plus la même et que la résolution est plus faible.

FIGURE 4.8.: Interférogramme et spectre d'un trou de $50 \mu\text{m}$ avec le système optimisé.

LENTILLE	FOCALE	DIAMÈTRE
L_1	250 mm	38.1 mm
L_2	150 mm	25.4 mm
L_c	-100 mm	25.4 mm

TABLE 4.5.: Lentilles choisies pour optimiser la qualité de l'image

meilleure. Ici, la mesure est réalisée avec une valeur de θ_0 un peu différente de la valeur pour les figures 4.6, ce qui change l'allure de l'interférogramme et la fréquence apparente des raies. On a aussi utilisé un temps de pause différent qui change la valeur de l'unité ADU¹ et on ne peut pas comparer l'intensité entre les mesures. Le rapport d'intensité entre les raies n'est pas correct, et on observe une valeur non nulle en zéro. La figure 4.8(c) représente la partie variable de l'interférogramme, ce qui veut dire qu'entre la lecture de l'image 4.8(a) et la figure 4.8(c), une opération de suppression du terme continu a été faite. Elle consiste à soustraire de l'image de l'interférogramme les images des deux bras, enregistrés séparément. Cette opération n'est pas complète, probablement en raison des incertitudes des réglages, qui ne permettent pas une superposition suffisamment bonne des différentes images, au regard des dimensions du trou. Le pic résiduel en 0 n'est pas gênant en soit, et résulte simplement d'un résidu du terme continu. On note toutefois que le rapport signal sur bruit est toujours aussi bon.

Pour conclure, on peut remarquer que le choix des composants a été justifié d'une part par le modèle analytique présenté dans la première partie, et d'autre part par un modèle numérique construit à partir de celui-ci. On observe un accord remarquable entre observations et prédictions théoriques. Ainsi, on peut, quand les difficultés techniques se révèlent trop importantes, envisager d'utiliser le modèle numérique pour estimer les résultats. Afin de vérifier la fiabilité de cette approche j'ai testé le comportement du banc vis à vis des variations de paramètres pour valider le modèle, comme exposé dans la prochaine partie. Mais avant de commencer l'exposé, il est important de préciser quelques points concernant les résultats obtenus avec le banc de démonstration.

Tout d'abord, la première contrainte de l'étude était d'utiliser des composants sur étagère, peu coûteux et immédiatement disponibles. Il en résulte que les composants du banc, mais aussi les montures et les instruments de mesure utilisés ont été choisis dans une liste limitée, impliquant un choix d'options et de performances réduit. Cependant, la qualité des résultats présentés ci-après prouve le potentiel de cet instrument pour les applications spatiales, où ces limitations matérielles n'entrent pas en

1. Analog to Digital Unit

considération.

L'aspect le plus limitant dans les conditions de l'expérience tient à la connaissance des capacités (et des précisions) offertes par les composants choisis. L'exemple le plus frappant est la lampe au sodium. Elle présente l'avantage d'avoir un flux important, mais elle n'est pas conçue pour la calibration photométrique et présente des faibles performances en matière de stabilité de puissance et il est impossible de connaître à priori de façon absolue le flux émis. Toute possibilité de détermination précise des performances photométriques de l'instrument aurait nécessité la modification du banc pour y introduire une voie de mesure du flux de la source parallèlement à l'acquisition des spectres, ou bien l'utilisation d'un corps noir. Ici, de plus, nous disposons d'un modèle numérique, produit en utilisant Zemax, qui, pour peu qu'on dispose de ressources de calcul suffisantes, est tout à fait capable de fournir des résultats quantitatifs sur la photométrie. Il est clair que pour une étude dans le cadre d'une préparation à une mission, ces sujets doivent être abordés. Cependant, ici, ces propriétés étant de toute façon très liées aux composants eux-mêmes et non pas à la technique dans sa généralité, j'ai considéré qu'une étude quantitative fondée sur l'étude du rapport des intensités des raies était convenable pour les objectifs de cette thèse. En effet, de nombreux effets de paramètres se manifestent soit par une variation de fréquence, soit par la multiplication du spectre par une fonction. De cette façon, examiner le rapport des raies, qui est une donnée physique fondamentale qui ne dépend pas du matériel, nous renseigne sur les effets variables en longueur d'onde. Les spectres présentés sont donc normés ou rapportés à une valeur qui permet de les comparer directement. Cela exclue de fait les quantifications de l'exactitude photométrique et du rapport signal bruit permis par le banc, et cette étude s'est surtout centrée sur la précision spectrale.

Les montures fixent la précision des variations des paramètres de position et d'orientation des différents éléments. Les informations précises sur les incertitudes, la reproductibilité ou la sensibilité des réglages sont mal documentés. Pourtant la mesure est indubitablement affectée d'une erreur qu'il est nécessaire d'estimer pour appréhender la qualité des résultats. J'ai estimé l'erreur en fonction des données présentes dans les spécifications des composants et des résultats expérimentaux.

Ensuite, malgré l'effort apporté pour rendre le banc NeHFTIS le plus flexible possible, il reste certaines configurations impossibles à obtenir en pratique. Pour valider le modèle théorique, j'ai donc utilisé des simulations numériques. J'ai programmé un premier modèle qui reproduit le comportement fondamental de l'interféromètre, et dont les paramètres d'entrée sont la densité de traits, et les angles d'incidence des vecteurs d'ondes sur les réseaux. Ce modèle ne prend pas en compte les effets des optiques, et l'effet de la lentille cylindrique sur l'interférogramme y est modélisé par une somme du flux sur la hauteur de la pupille. En revanche, il a l'avantage de permettre d'observer des variations des paramètres de façon indépendante. Pour avoir une estimation correcte des aberrations introduites par l'optique et de l'effet de l'imagerie sur l'interférogramme, j'ai utilisé Zemax. J'ai entré dans ce modèle les caractéristiques des

composants données par le fournisseur, ce qui doit assurer un comportement proche de celui observé sur le banc. Cependant, les capacités de ce logiciel sont limitées. Il dispose d'un mode non-séquentiel qui permet de tracer les rayons un par un, en calculant à chaque nouvelle surface rencontrée la phase et l'amplitude de l'onde associée aux rayons. C'est grâce à cette technique qu'il est possible de simuler des interférences. Toutefois, j'ai remarqué que cette méthode de calcul entraînait quelques limitations importantes dans l'estimation de l'énergie. En particulier, quand on prend en compte les traitements sur les faces des lentilles, et leurs propriétés de transmission et d'absorption réelles, on observe un interférogramme nettement plus bruité que les interférogrammes qu'on peut observer sur le banc. Ce bruit est si important qu'il empêche la détection des raies. Pour obtenir une simulation plus réaliste, il faudrait augmenter le nombre de rayons tirés. Le temps de calcul devient alors prohibitif. J'ai ainsi dû renoncer à prendre en compte ces propriétés des optiques. A ce niveau, les insuffisances du banc de démonstration n'ont pas pu être comblées par les modélisations numériques.

Pour finir, les méthodes d'analyse des spectres observés que j'ai développées sont aussi une source d'erreur sur l'estimation de leurs paramètres. Toutefois elles restent largement inférieures aux incertitudes expérimentales. Pour déterminer les paramètres des raies du sodium mesurées, j'ai utilisé une méthode d'ajustement par une gaussienne. Or, si on reste dans les conditions de faible ouverture (ce qui est le cas ici) et en considérant l'instrument bien réglé, que la forme d'une raie non résolue est à peu près sinus cardinal, mais elle change beaucoup dans le cas de certains défauts. Cependant, l'objet de l'étude n'étant pas la détermination exacte de la forme de la fonction d'appareil, les paramètres importants pour sont son intensité au pic, sa largeur équivalente et la fréquence de son maximum. Dans ce cas, la meilleure gaussienne évaluée sur les points au-delà de la mi-hauteur de la raie donne une très bonne approximation de la véritable position du maximum de la raie, comme j'ai pu le tester sur les simulations.

4.2 TESTS DES PROPRIÉTÉS SPECTROSCOPIQUES

Cette étude présente le résultat d'expériences qui m'ont semblé pertinentes en considérant d'une part l'objectif de validation du modèle, d'autre part la problématique de la conception et du réglage d'un instrument réel, elle n'est donc pas exhaustive. Les composants du bloc interférométrique de NeFTIS sont montés sur des supports réglables en rotation autour de trois axes. De plus l'un des deux réseaux possède un degré de liberté en translation le long de l'axe optique. J'ai pu, avec l'aide d'Antoine Dupré, stagiaire de Licence en alternance, réaliser des séries de mesures en faisant varier certains paramètres. Ces derniers ont été choisis en fonction des résultats de l'étude analytique, soit pour montrer leur importance, soit pour démontrer l'absence d'effets notables sur le spectre dans un cas concret. J'utilise un repère de référence, noté $(\mathbf{u}_x, \mathbf{u}_y, \mathbf{u}_z)$ définit pour chaque réseau et correspondant au repère de l'instru-

ment (\mathbf{u}_z est l'axe optique, \mathbf{u}_y est dans la direction des colonnes du détecteur, et \mathbf{u}_x complète le trièdre direct) et un repère (x, y, z) lié à chaque réseau, avec z défini par la normale au réseau, y dans la direction des traits et x qui complète le trièdre direct. De cette façon on peut vérifier l'exactitude du modèle analytique pour la détermination des fréquences dans le cas où l'instrument subit un dérèglement correspondant à :

- une rotation symétrique ou antisymétrique des réseaux autour de l'axe y ,
- une rotation d'un réseau autour de l'axe x ,
- une rotation symétrique ou antisymétrique des réseaux autour de l'axe z ,
- et une translation d'un réseau le long de l'axe z .

4.2.1 ROTATION DES RÉSEAUX AUTOUR DE L'AXE y

Pour commencer, il semble important de vérifier le comportement de l'instrument le déterminant : l'hétérodynage. En effet, si la théorie permet un changement de variable élégant, c'est au prix de plusieurs approximations. J'ai montré dans la partie 3.2.2 que la fréquence hétérodynée dépend uniquement du nombre de traits du réseau N_t et de l'angle θ_0 formé par la normale du réseau et l'axe optique selon la relation

$$f_x(\theta_0) = 4\kappa \tan \theta_0 - \frac{2N_t}{\cos \theta_0} \quad (4.3)$$

Pour vérifier l'exactitude de cette relation, j'ai étudié le spectre du sodium obtenu pour différentes valeurs de θ_0 dans le mode non-imageur, en faisant la somme des interférogrammes sur la hauteur du détecteur.

Variation symétrique des angles

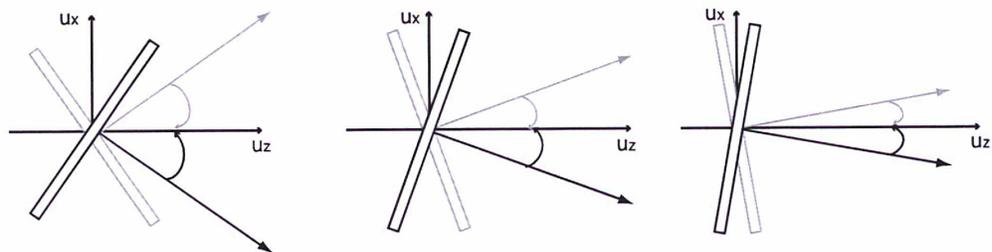


FIGURE 4.9.: Principe de l'expérience de variation de la fréquence hétérodynée, vue de dessus pour plusieurs points de mesure. Les vecteurs $(\mathbf{u}_x, \mathbf{u}_z)$ représentent le repère d'étude. Le réseau en gris est l'image du deuxième réseau vu depuis la sortie de l'instrument, et l'angle de rotation θ_0 est déterminé par la normale à la surface des réseaux et l'axe \mathbf{u}_z .

Le principe de l'expérience est simple. On observe toujours la même densité spectrale, et on fait varier conjointement l'angle de chacun des réseaux, comme indiqué schématiquement sur la figure 4.9. Pour une densité de traits donné du réseau, la valeur de θ_0 variant, le nombre de Littrow κ_0 qui constitue la référence du spectre hétérodyné lui aussi varie, dans un sens opposé à celui de θ_0 . Alors, la fréquence mesurée, c'est-à-dire la fréquence hétérodynée, évolue elle aussi, bien que le spectre observé soit toujours le même. Si on repère les fréquences hétérodynées pour chacune des raies du sodium, alors on doit voir ces fréquences évoluer avec θ_0 selon la relation (4.3). C'est en effet ce que l'on observe, comme on peut le voir sur les figures 4.10 et 4.11, qui synthétisent les résultats obtenus en prenant le module de la transformée de Fourier de l'interférogramme.

Sur la figure 4.10, ne sont représentées que les fréquences des raies, qui sont déterminées par la position de la valeur maximale de la meilleure gaussienne passant par les points de la raie. J'obtiens pour l'ajustement un intervalle de confiance à 1σ qui en donne la qualité. Les raies étant très fines, cet intervalle est très faible, mais il ne représente que l'erreur statistique d'évaluation du paramètre. Pour évaluer les barres d'erreurs, j'ai considéré la largeur de la raie détectée. De cette façon, je prend en compte les écarts de la forme réelle de la raie à la gaussienne, en considérant que la véritable position du pic de la raie se trouve dans la largeur de la gaussienne ajustée, qui correspond à la fonction d'appareil². De façon générale, la position de la raie peut être connue avec une précision éventuellement meilleure que la largeur de la fonction d'appareil. En effet, (Maillard, 1973) montre que la précision sur la position du sommet d'une raie (supposée symétrique), est proportionnelle à la limite de résolution et inversement proportionnelle au rapport signal sur bruit. Ici cela correspond à environ $1/100^e$ d'élément spectral pour D_1 et deux fois moins pour D_2 . Cependant, la véritable erreur sur la mesure prend son origine dans plusieurs phénomènes, à commencer par la détermination de l'angle des réseaux. Ce dernier est mesuré en se plaçant à la teinte plate pour l'une des deux raies, puis en manipulant les vis de rotation des supports dont la précision est très difficile à déterminer. C'est pourquoi je représente sur cette figure et les suivantes les points de mesure par des cercles, dont la taille prend en compte une estimation de l'erreur expérimentale, à partir des spécifications des composants du banc fournies par le fournisseur, soit environ 5.10^{-2} mrad. Les courbes représentent ce qui est attendu à partir de l'équation (4.3) pour les valeurs de θ_0 considérées. On observe un accord remarquable entre la théorie et la mesure. En effet, le coefficient de corrélation entre la courbe observée et la courbe théorique est supérieur à 0.995 pour les deux raies, ce qui suggère que les valeurs observées sont significativement corrélées aux valeurs théoriques au degré de confiance 99.9%. Ce résultat est d'autant plus remarquable que les images utilisées ici n'ont fait l'objet

2. Car la largeur propre des raies du sodium n'est pas suffisamment importante pour être échantillonnée par notre instrument

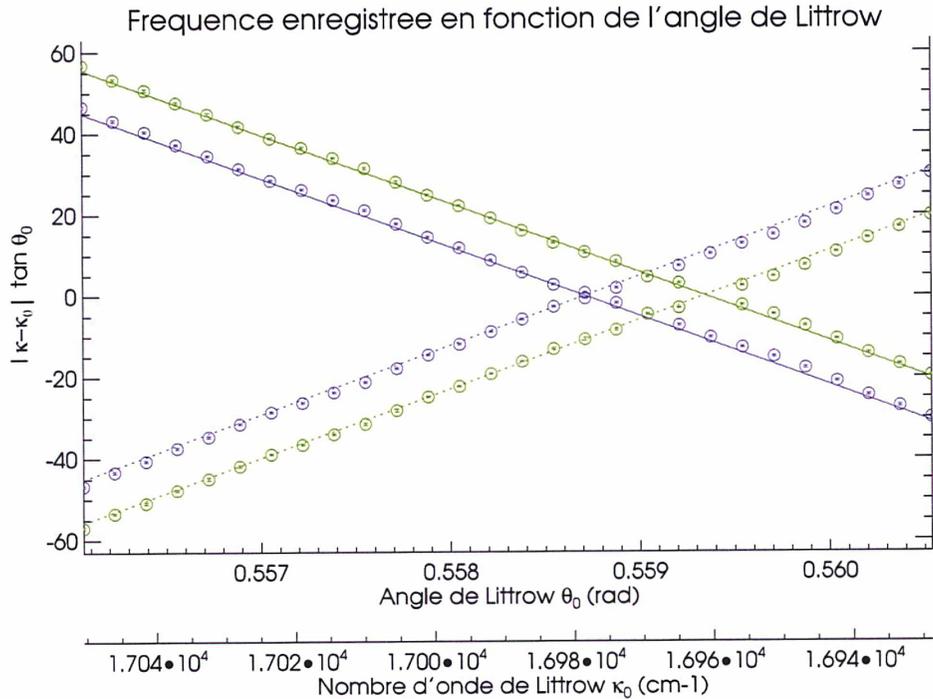


FIGURE 4.10.: Évolution de la fréquence hétérodynée avec θ_0 . La raie D1 est représentée en vert et la raie D2 en violet. Les points représentent la position du centre de la raie mesurée et les lignes indiquent la valeur attendue par la formule (4.3). Les pointillés indiquent les artefacts produits par la transformation de Fourier. On observe un accord excellent entre la théorie et la mesure.

que de peu de traitements correctifs, en l'occurrence seulement la soustraction de la partie constante de l'interférogramme. Évidemment, l'utilisation du module de la TF de l'interférogramme supprime les problèmes de défaut de phase, néanmoins, c'est aussi une preuve de la pertinence du modèle.

Enfin, la figure 4.11 présente la valeur du rapport des raies mesurées pour les différentes valeurs de θ_0 . La ligne en pointillés donne la valeur réelle de ce rapport. Cette expérience a été réalisée principalement pour observer l'évolution de la fréquence hétérodynée avec l'angle, et les mesures nécessaires à une bonne estimation de l'intensité des raies n'ont pas pu être réalisées par manque de temps. Ainsi, les corrections de champ plat n'ont pas été réalisées pour chaque mesure. On observe donc d'import-

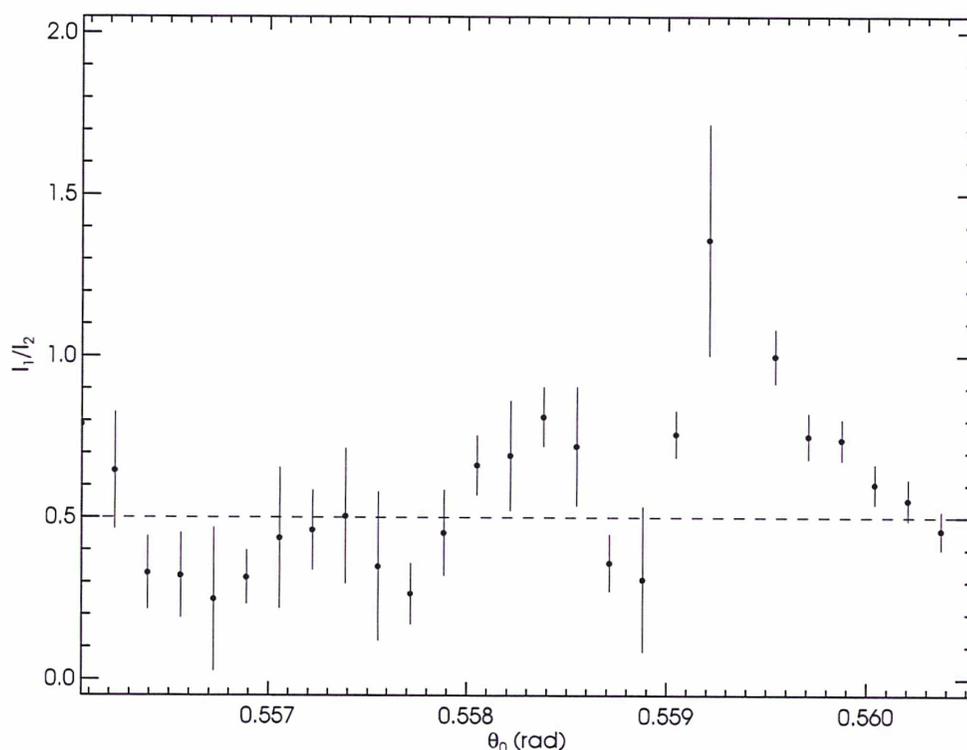


FIGURE 4.11.: Évolution du rapport d'intensité avec θ_0 . Les points noirs représentent la valeur du rapport des intensités des raies mesuré et la ligne pointillée représente le rapport des raies du sodium.

tantes fluctuations de l'intensité observée, à la fois le long de la dimension y et entre deux mesures successives. Les barres d'erreur sur cette figure représentent cette variabilité. Pour chaque valeur de θ_0 , j'ai estimé l'incertitude sur l'intensité des raies en considérant la variance des rapports des intensités des raies mesurées ligne par ligne. Ainsi, la valeur relative d'intensité mesurée reste proche de sa valeur effective, surtout au regard des barres d'erreur, mais l'incertitude sur ce rapport est très importante. Dans des conditions réelles de fonctionnement, ces performances sont inacceptables et il est nécessaire de porter un soin beaucoup plus grand à ces corrections.

Variation antisymétrique des angles

On peut aussi vérifier l'effet d'une variation différente des angles des deux réseaux. Afin de tester la précision des rotations des platines en même temps que le compor-

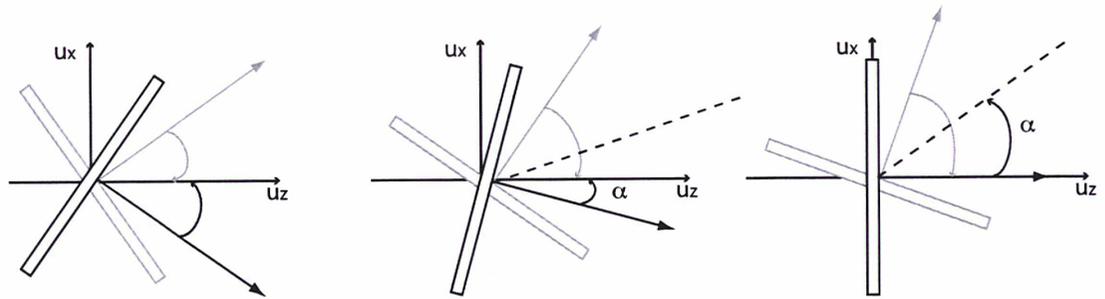


FIGURE 4.12.: Schéma similaire à la figure 4.9, avec l'angle entre les normales des réseaux et l'axe optique variable. On garde toujours le même angle entre les deux réseaux. La différence de marche nulle pour tous les nombres d'ondes n'est plus confondue avec l'axe, elle est représentée par une ligne en pointillés.

tements de l'instrument, il est judicieux de se placer à la teinte plate pour l'une des deux raies (par exemple ici D_2) et de faire varier les réseaux de la même quantité mais dans des sens opposés de façon à ce que l'angle formé par les réseaux ne change pas. De cette façon, comme on le voit sur la figure 4.12, la valeur du nombre de Littrow est différente pour les deux réseaux. Il en résulte que l'angle formé par la bissectrice des normales au réseau et l'axe optique, noté α sur la figure 4.12 n'est plus nul. Cependant la valeur importante pour l'interférogramme est celle de l'angle formé par les deux fronts d'ondes diffractés. Pour un nombre d'onde donné, l'angle diffracté ne dépend que de l'angle entre l'axe optique et la normale. Donc l'angle entre les deux fronts d'ondes ne doit dépendre que de celui entre les deux normales. Ainsi, pour une variation de paramètres telle que celle décrite par la figure 4.12, on ne doit pas avoir de variation de l'interférogramme enregistré, puisque l'angle entre les deux normales reste constant. Cependant, on observe les résultats donnés sur la figure 4.13.

Les mesures ont été réalisées en faisant varier l'angle de chaque réseau d'une quantité régulière mesurée sur la vis du réglage en rotation des supports. J'ai d'abord fait varier α pour des valeurs négatives, ce qui donne la figure 4.13(b), puis en se replaçant à la position initiale, j'ai fait évoluer α pour des valeurs positives, comme on le voit sur la figure 4.13(a). En théorie, on ne devrait pas observer la raie D_2 pour laquelle l'angle entre les fronts d'ondes est réglé pour être nul, sa contribution ne devrait donc participer qu'à la partie continue de l'interférogramme, qu'on soustrait pour obtenir le spectre. Cependant on voit que dès la première mesure, la raie D_2 apparaît. Ensuite elle semble varier régulièrement avec α . Finalement, lorsque l'on remet les réseaux dans leur position initiale pour aller vers les valeurs positives de α , D_2 est à nouveau visible. Toutefois, on remarque que la raie D_1 suit pratiquement la même évolution

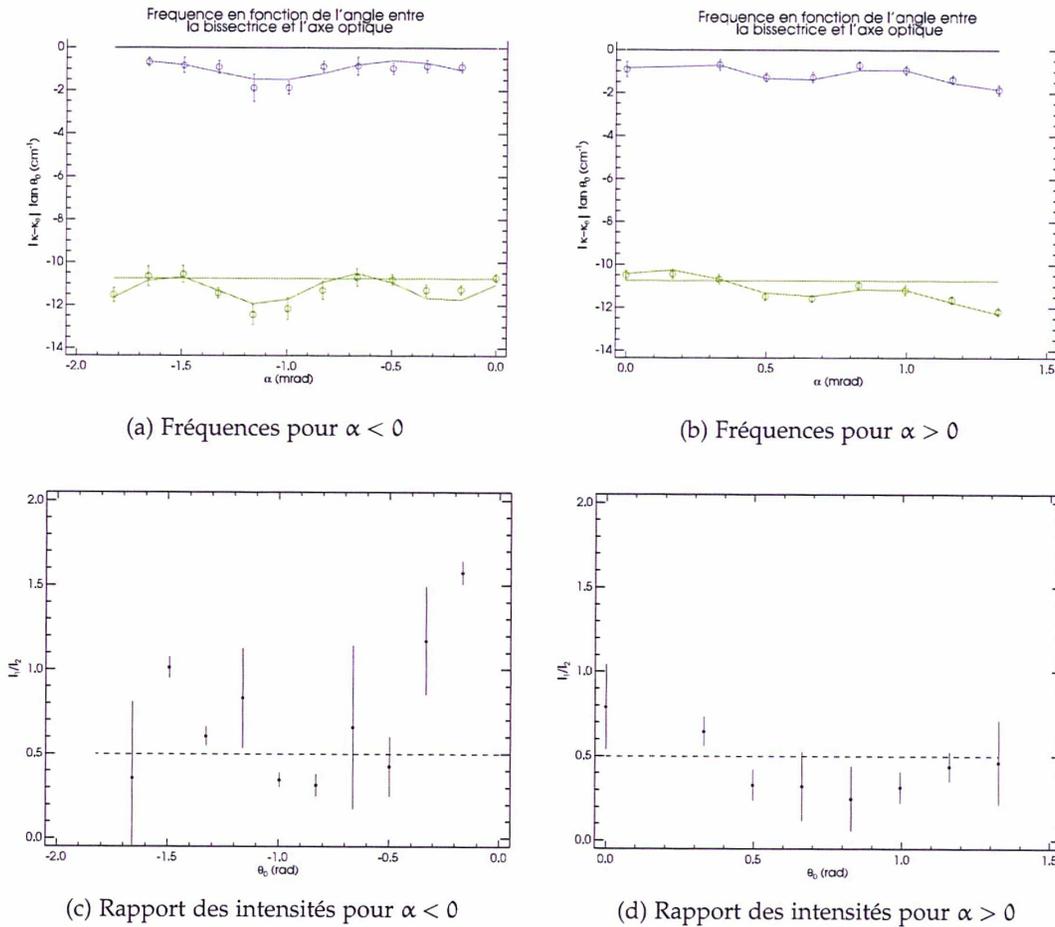


FIGURE 4.13.: Fréquences et rapport des intensités des raies mesurées pour une variation de l'angle entre la bissectrice de l'angle formé par les normales aux réseaux et l'axe optique. Sur les figures (a) et (b), la position de la raie D2 est représentée en violet et D1 en vert. Les ronds correspondent aux points de mesure. Les lignes horizontales sont les courbes attendues d'après la théorie. On observe des écarts à la théorie, incarnés par les lignes continues, qui sont les meilleures sinusoides passant par les points. Sur les figures (c) et (d), les points pour lesquels D2 est à la teinte plate ne sont pas calculés. La ligne en pointillés représente la valeur réelle du rapport des raies.

et la différence entre les deux raies reste constante à un élément de résolution près (ici l'élément de résolution vaut 0.4 cm^{-1}). Si on analyse plus en détail la variation de la position des raies, on observe une variation cyclique de la position de la raie autour d'une valeur presque constante. En ajustant une sinusoïde sur ces courbes on s'aperçoit que la période de cette variation vaut environ 1.3 mrad ce qui correspond environ à un tour de vis de réglage et que son amplitude vaut environ 1 cm^{-1} . Ces résultats semblent indiquer que les variations observées proviennent en fait d'un défaut systématique au niveau du contrôle de la position de l'angle. En effet, on a vu dans la partie 3.4.1 que la précision sur l'angle des réseaux doit être de l'ordre de l'inverse de la résolution pour assurer la valeur de κ_0 à un élément de résolution près, soit ici à peu près $2 \cdot 10^{-2} \text{ mrad}$. Or ici, la sensibilité du matériel implique une incertitude sur le nombre d'onde de l'ordre de 0.95 cm^{-1} soit environ deux éléments spectraux. La variabilité observée correspond bien à l'incertitude liée aux manipulations des réglages. Le rapport des intensités des raies mesurées donné sur la même figure confirme ce résultat, on retrouve bien le facteur $1/2$ (donné par la ligne en pointillés) aux erreurs de mesure près. Ces erreurs sont calculées de la même façon que dans le premier paragraphe. Leur amplitude est en moyenne plus faible, ce qui montre l'influence de l'orientation des réseaux sur l'intensité transmise. La valeur du rapport de l'intensité des raies est quant à elle moins proche de sa valeur théorique, cela s'explique par la configuration utilisée, avec la raie D2 presque à la teinte plate. En effet, on voit que la valeur du rapport est plus mauvaise quand D1 est plus proche de sa valeur attendue. Dans ce cas, l'énergie de la raie D2 est modulée à très basse fréquence, et une petite portion peut produire un signal très proche de 0. Le retrait de la partie constante n'élimine alors qu'une partie de l'énergie de D2, et le reste produit une raie de très faible énergie qui provoque un rapport des intensités des raies beaucoup plus grand. C'est pourquoi il faut s'assurer que la valeur du nombre de Littrow est en dehors de la bande passante étudiée, ou dans une partie du spectre où l'énergie est nulle sur un intervalle de deux éléments spectraux. Pour conclure, on voit que la sensibilité au paramètre de rotation autour de l'axe y est extrême. Néanmoins, le comportement global du banc reste très fidèle à ce que le modèle prévoit. Ce résultat implique une tolérance très faible sur la valeur de l'angle des réseaux par rapport à l'axe, ici elle est de l'ordre de $3 \cdot 10^{-2} \text{ mrad/cm}^{-1}$.

4.2.2 ROTATION D'UN RÉSEAU AUTOUR DE L'AXE X

L'étude analytique a montré que le paramètre de rotation autour de l'axe x peut avoir un effet non négligeable, en particulier à cause de l'introduction de la lentille cylindrique. J'ai déjà montré au paragraphe 4.1.3 que l'inclinaison de l'interférogramme produisait un effet sur le spectre prédit par le modèle. Cependant dans ce cas, la quantité à l'origine du défaut n'était pas connue. J'ai donc reproduit l'expérience en contrôlant les paramètres de rotation des réseaux (figure 4.14). Les supports multi-axe

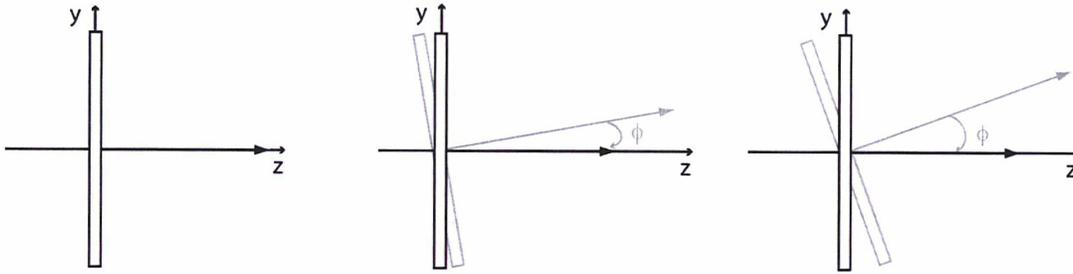


FIGURE 4.14.: Rotation d'un réseau autour de l'axe x , vue de coupe dans le repère (y, z) associé aux réseaux. L'axe optique n'est pas compris dans le plan de diffraction, les rayons sont déviés dans la direction y .

sur lesquels sont installés les réseaux possèdent deux réglages d'inclinaison indépendants. On peut donc observer l'effet d'une rotation autour de l'axe x , l'axe qui, dans le plan des réseaux, est perpendiculaire à la direction des traits. Dans un premier temps, j'ai effectué les mesures dans le mode non-imageur, puisque l'effet d'une rotation autour de cet axe se voit dans la direction y sur le détecteur. Ainsi, comme présenté dans le paragraphe 3.2.2, quand on fait la TF selon les deux dimensions du détecteur, on observe la séparation du spectre réel et des artefacts produits par la TF. La figure 4.15 représente le module de la transformée de Fourier à deux dimensions pour $\varphi = 0.08^\circ$. Ici, l'interféromètre est réglé de façon à ce que $\kappa_0 < \kappa_1 < \kappa_2$, ainsi, pour les deux raies, l'angle η défini par (3.45) est négatif et les deux raies réelles se placent dans le même demi-plan des fréquences de Fourier, qui correspond aux fréquences négatives dans la dimension y . Les artefacts sont renvoyés dans l'autre demi-plan. La levée de l'ambiguïté sur les fréquences confirme l'estimation de l'intensité des raies, avec D_2 environ deux fois plus intense que D_1 . En théorie, la fréquence mesurée dans la dimension y dépend directement du nombre d'onde. Ici, l'échantillonnage, adapté à l'observation des fréquences hétérodynées, n'est pas suffisant pour résoudre les deux raies dans cette dimension. On peut le voir sur la partie supérieure de la figure 4.15 qui représente la position des raies dans le plan des fréquences de Fourier. En effet, l'élément de résolution vaut dans cette direction $\delta f_y = 0.976 \text{ cm}^{-1}$ et la différence entre les deux fréquences mesurées vaut au plus 0.031 cm^{-1} . Ainsi, dans la dimension y , on observe une seule raie. En faisant varier φ , on peut voir que la position de cette raie varie conformément à la théorie. La figure présente les fréquences mesurées dans la dimension y pour différentes valeurs de φ superposées à la courbe théorique. On observe un excellent accord. Le coefficient de corrélation avec la courbe théorique est supérieur à 0.995 à 99.9%. En revanche cela implique qu'en présence d'une rotation des réseaux autour de x , l'introduction de la lentille cylindrique annule toute possibilité

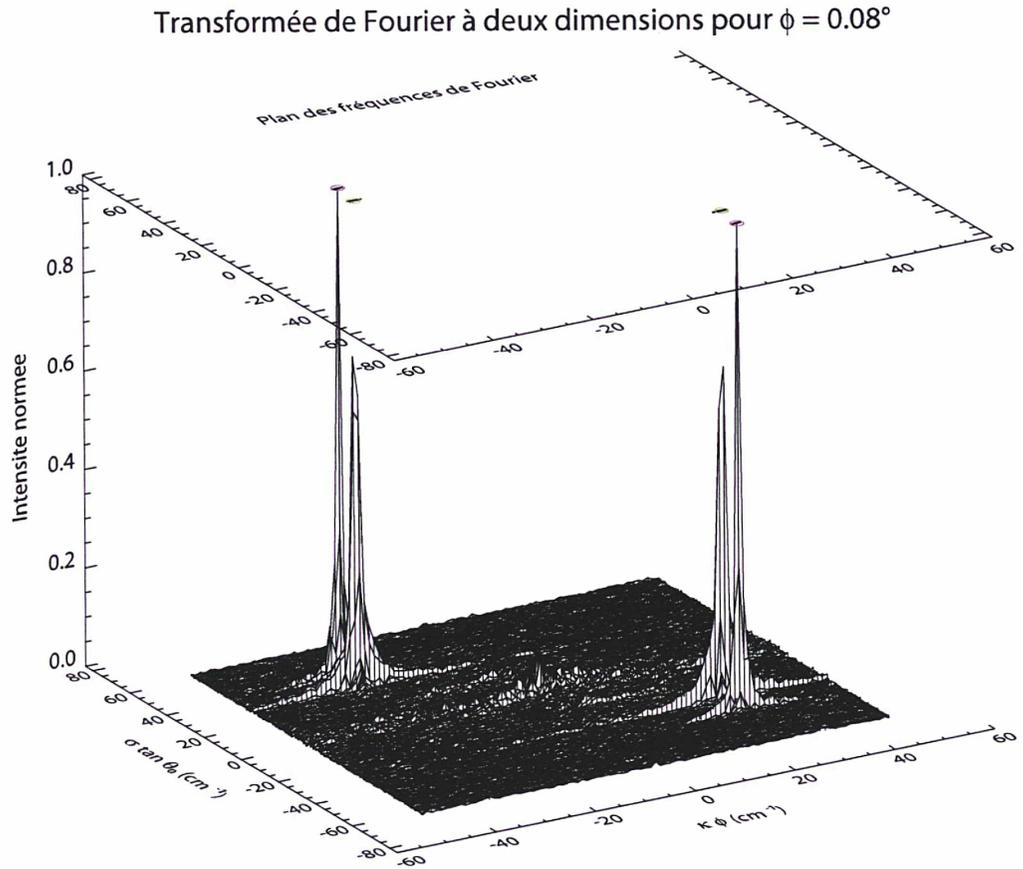


FIGURE 4.15.: Module de la transformée de Fourier à deux dimensions pour $\varphi = 0.08^\circ$. L'interféromètre est réglé de façon à avoir $\kappa_0 < \kappa_1 < \kappa_2$. Dans une dimension, on observe la fréquence hétérodynée $\sigma \tan \theta_0$ et dans l'autre, la fréquence absolue $\kappa \varphi$. Dans cette dimension, l'échantillonnage ne permet pas la résolution des deux raies, et elles sont observées pour la même valeur de $\kappa \varphi$. Le graphique superposé en haut de la figure montre la projection du spectre dans le plan des fréquences de Fourier. Les pics correspondant à D1 sont notés en vert et ceux correspondant à D2 sont notés en violet.

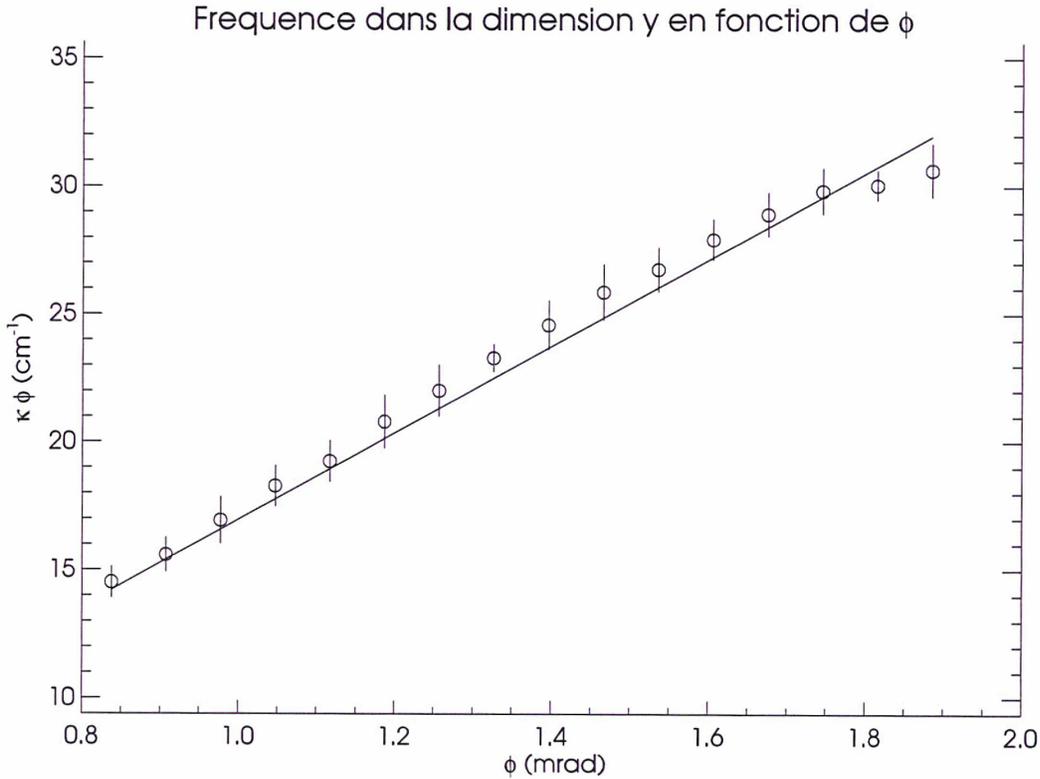


FIGURE 4.16.: Évolution de la fréquence dans la dimension y en fonction de ϕ . Les points représentent les valeurs mesurées et la droite représente le comportement attendu par la théorie.

d'observer les franges. C'est ce qu'on peut observer en sommant les interférogrammes obtenus en mode non-imageur le long de la dimension y . La valeur de l'angle limite acceptable dans le mode imageur dépend de la taille du détecteur et du rapport signal sur bruit. En effet, l'effet de la rotation autour de cet axe multiplie le spectre par un facteur en $\text{sinc}(2\kappa\phi y_{\text{max}})$ où y_{max} est la demi-hauteur des réseaux. Or, le sinus cardinal s'annule pour $2\kappa\phi y_{\text{max}} = 1$, puis présente des maximums secondaires dont la valeur maximale décroît de façon inversement proportionnelle à l'argument. Ainsi pour $\phi > 1/(2\kappa y_{\text{max}})$, le signal de la raie est perdu. Si on travaille avec un rapport signal sur bruit (noté SNR) alors le signal ne doit pas être plus atténué que le niveau du bruit et on a

$$\text{sinc}(2\kappa\phi y_{\text{max}}) > \frac{1}{\text{SNR}} \quad (4.4)$$

Typiquement sur le banc, $\kappa_{\max} = 17000\text{cm}^{-1}$, $y_{\max} = 1.25\text{cm}$ et $\text{SNR} \approx 20$. Cela correspond à un angle φ inférieur au dixième de mrad, ce qui correspond tout juste à la précision permise par les montures. Néanmoins en pratique, on travaille avec des signaux qui possèdent un SNR au moins de 3 et cette tolérance sera plus sévère dans le cas d'un instrument réel. Par ailleurs, l'un des fronts d'onde ayant une composante dans la dimension y , il semble provenir d'une source hors-axe. Si la séparation de ces sources n'est pas négligeable devant la résolution spatiale de la lentille cylindrique, les images provenant des deux bras ne sont pas superposées et les franges ne sont pas visibles. Pour NeHFTIS, les simulations montrent que l'angle maximum toléré en mode imageur est d'environ $2.6 \cdot 10^{-2}$ mrad ce qui correspond encore une fois tout juste à la sensibilité des réglages des supports. Et en effet, les manipulations sur le banc ont montré son extrême sensibilité à ce paramètre. En conclusion, il faut prendre un grand soin à la mise en place des réseaux et qui plus est, il faut absolument empêcher les variations de ce paramètre. En effet, un défaut de parallélisme entre les deux faces des réseaux rend les spectres impossibles à détecter, sans possibilité de corriger la mesure par un étalonnage en vol. Là encore, ce résultat encourage fortement l'utilisation d'un interféromètre monobloc.

4.2.3 ROTATION DES RÉSEAUX AUTOUR DE L'AXE Z

Avec NeHFTIS, il n'est pas possible de faire varier l'angle des réseaux autour de l'axe z indépendamment des autres axes. Je présente donc ici le résultat d'une analyse numérique. Tout d'abord, si on incline les traits des réseaux autour de l'axe optique de

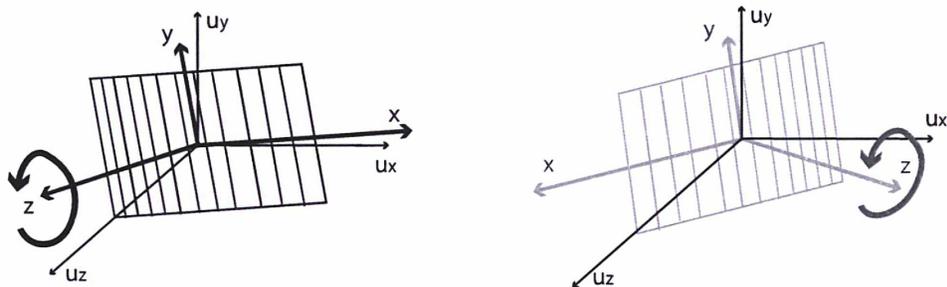
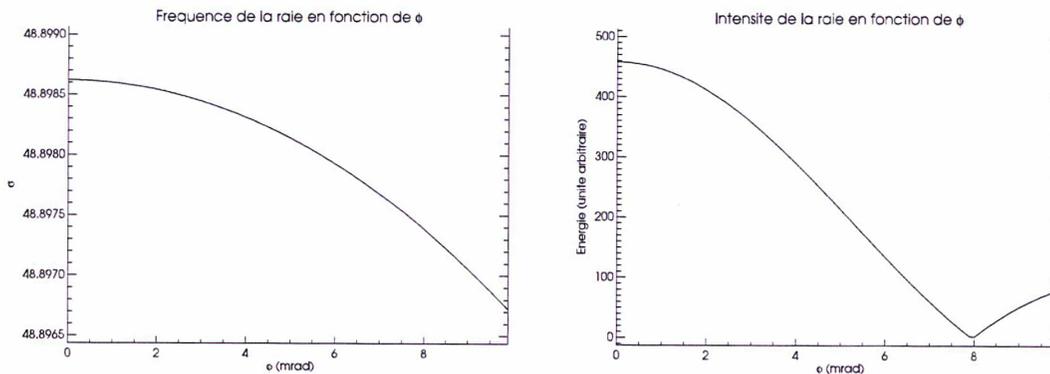


FIGURE 4.17.: Rotation conjointes des réseaux autour de l'axe z . La figure de droite représente l'image virtuelle du deuxième réseau. Pour des raisons de clarté, elle est représentée à droite, mais en réalité les deux images sont superposées. Les traits restent parallèles entre eux, mais le plan de diffraction est incliné.

façon symétrique (figure 4.17), les simulations avec Zemax confirment que les franges sont obtenues pour des valeurs importantes d'angle. L'interférogramme ressemble à

celui qu'on obtient pour la rotation d'un des réseaux autour de l'axe x , mais la période dans la dimension y est elle aussi hétérodynée. Les fronts d'onde diffractés ont dans ce cas une composante non-nulle selon l'axe y , et l'image d'un point sur l'axe semble provenir d'un point hors-axe. Ainsi, un défaut de ce genre revient à un défaut de pointage, dont la criticité dépend de l'application. Par ailleurs, cela va aussi affecter l'intensité du spectre et l'échelle des fréquences. Ainsi, en réalisant des simulations pour l'une des raies du sodium, j'obtiens les résultats présentés sur la figure 4.18 qui représente l'intensité de la raie en fonction de l'angle des réseaux ϕ . On retrouve



(a) Nombre d'onde hétérodyne obtenu par simulation en fonction de ϕ , pour la raie D1 et un angle de Littrow de 32.152° . La courbe décrite correspond au résultat de l'étude analytique, et la variation de fréquence est inférieure à la limite de résolution pour ces valeurs d'angle.

(b) Intensité de la raie en fonction de ϕ . La raie est multipliée par un facteur qui varie comme le sinus cardinal de ϕ .

FIGURE 4.18.: Simulations : Fréquence et intensité de la raie D1 obtenues pour une variation de l'angle des réseaux autour de z .

bien la faible sensibilité de la fréquence hétérodynée aux variations de ce paramètre et l'effet beaucoup plus important sur l'intensité. Les simulations réalisées avec Zemax confirme ce qu'on trouve pour les fréquences, mais ne présentent pas un comportement compréhensible en intensité. Il n'est pas possible à ce stade de dire si cela est un problème du logiciel ou bien si cela correspond à une réalité physique. Une étude photométrique complète est nécessaire ici. Ensuite, quand on considère une rotation autour de z telle que les traits des réseaux ne restent pas parallèles, la tolérance sur ce paramètre devient beaucoup plus faible. Les simulations montrent que les franges disparaissent complètement à partir d'une différence d'angle de $1.4 \cdot 10^{-1}$ mrad.

4.2.4 TRANSLATION D'UN RÉSEAU LE LONG DE L'AXE Z

Dans un Michelson classique, la translation d'un des miroirs le long de l'axe optique (figure 4.19) introduit la différence de marche entre les deux bras de l'interféromètre. A cet égard, le comportement du montage SHS est tout à fait différent. En effet, ici,

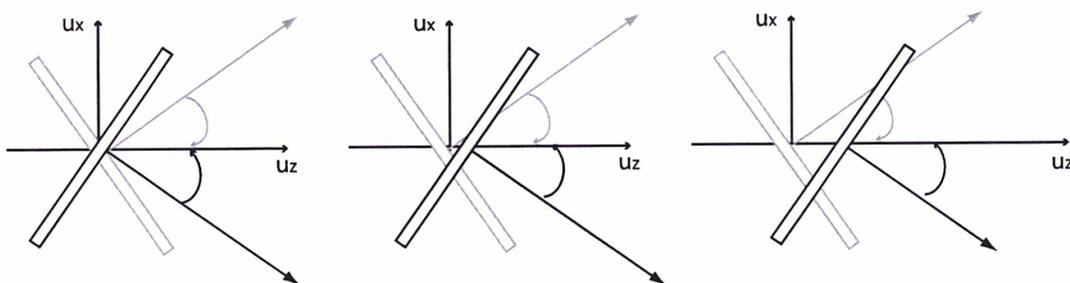
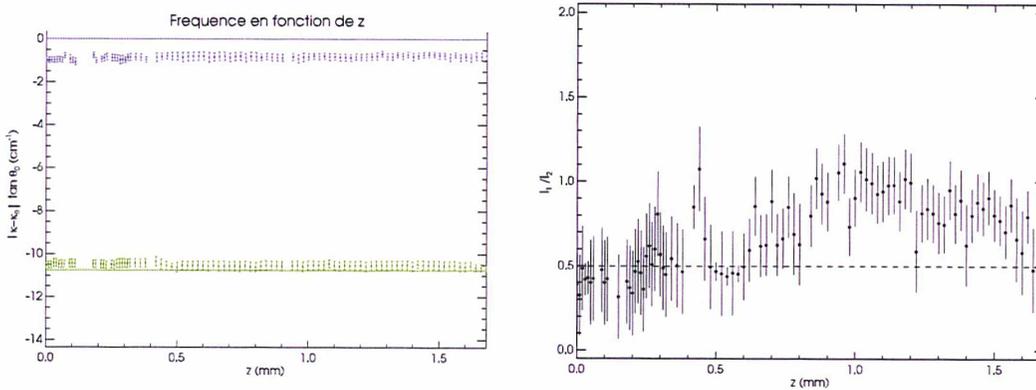


FIGURE 4.19.: Translation d'un des réseaux le long de z , en vue de dessus.

cette translation revient simplement à introduire un terme de phase entre les deux fronts d'onde. On se retrouve donc le cas bien connu de la correction de phase due à une mauvaise détermination de la DDM nulle, très bien étudié pour le cas du FTS et identique pour le SFH. En revanche, si la translation d'un réseau n'affecte que la phase, comme le modèle le prédit, quand on observe le module de la TF pour différentes positions le long de l'axe z d'un des réseaux, on doit toujours observer le même spectre hétérodyné. C'est en effet ce qu'on obtient, comme le présente la figure 4.20(a).

Pour cette expérience, j'ai choisi d'utiliser à nouveau le banc dans les conditions décrites dans la partie 4.2.1. On observe le même décalage (aux incertitudes près) pour la raie ajustée en 0 qu'avec les autres figures du même type. En effet, après avoir noté la position de la teinte plate pour D_2 pour la première série de mesure, nous avons systématiquement utilisé les platines dans la même position, repérée à l'aide d'un vernier. Les premiers points de la série de mesure ont été obtenus pour de faibles valeurs du pas en z , puis après une trentaine de mesures, nous avons espacé les points de mesure. On voit qu'une fois encore, les réseaux ne sont pas parfaitement orientés selon l'angle voulu et on voit apparaître D_2 à basse fréquence. Cela ne change pas le comportement global des fréquences mesurées en fonction de z et le module de la TF de l'interférogramme est invariant par translation d'un des réseaux, comme prévu par la théorie. Le rapport des intensités est encore une fois très incertain du fait de la configuration choisie pour l'expérience. Les raies du sodium sont très fines et la longueur de cohérence de chaque raie est largement supérieure à la phase introduite par la translation. En conséquence, on n'observe pas de perte de contraste, en revanche l'incertitude sur la mesure devient plus grande à mesure que z croît. Ici, les corrections pour le champ plat n'ont pas été faites et il est difficile d'expliquer les fluctuations



(a) Fréquences mesurées en fonction de z . Les ronds représentent les valeurs mesurées et les droites représentent le comportement attendu par la théorie. La raie D2 est représentée en violet et D1 en vert.

(b) Rapport des intensités des raies en fonction de z . La valeur réelle du rapport des intensités des raies est représentée par une ligne en pointillé.

FIGURE 4.20.: Fréquences et rapport des intensités des raies mesurées pour une translation de l'un des réseaux le long de l'axe optique.

des barres d'erreur avec z . Pour conclure, il est donc clair que le comportement en fréquence des spectres mesurés correspond très bien à la théorie, mais la variation de l'intensité détectée devrait faire l'objet d'une étude plus poussée, qu'il n'a pas été possible de faire durant la thèse.

En conclusion, cette étude non exhaustive mais complète montre que le comportement de l'instrument, en fonction des paramètres de position des éléments du bloc interférométrique, est parfaitement connu au niveau spectral. Le modèle prédit avec exactitude les réponses observées dans tous les cas, et on peut sans crainte l'utiliser pour explorer des domaines inaccessibles par l'expérience, en particulier pour connaître la sensibilité de l'instrument. Il faut noter que le comportement global de l'intensité enregistré suit relativement bien le modèle, mais les conditions pratiques n'ont ici pas permis d'en dire plus. Une étude photométrique quantitative sera donc réellement nécessaire pour des développements plus poussés. Finalement, conformément à ce que l'on pouvait attendre, la sensibilité de l'instrument aux différents paramètres de rotation différentielle est extrême. Pour un instrument embarqué sur un satellite, l'idéal est donc d'opter pour un montage monobloc de l'interféromètre. Les précisions requises sur l'assemblage d'un composant de la sorte sont d'ores et déjà permises par les techniques actuelles, comme le prototype réalisé par [Harlander et al. \(2003\)](#) l'a montré. Une fois le bloc interférométrique assemblé, le modèle permet un étalonnage simple de l'instrument.

L'aspect interférométrique étant bien compris, intéressons-nous à la fonction d'imagerie de l'instrument. Les deux principaux axes que j'ai choisi d'étudier concernent la relation entre ouverture et résolution, et la déformation du spectre le long de la hauteur de la fente.

4.3 TESTS DES PROPRIÉTÉS D'IMAGERIE

Le modèle reproduit très bien le comportement de l'instrument en fréquence. En théorie, l'introduction de la lentille cylindrique ne fait qu'intégrer le flux dans la direction sagittale pour chaque point du champ. Cependant, la lentille cylindrique peut introduire une distorsion de l'image qui provoque une déformation de l'interférogramme. Il peut alors se produire plusieurs effets problématiques. D'une part, l'interférogramme le long d'une ligne peut être perturbé, ce qui induit une mauvaise estimation du spectre pour le point du champ concerné. D'autre part, il faut s'assurer que l'étendue de la source dans la direction sagittale n'affecte pas la résolution spectrale, et que seule la largeur de la fente limite la résolution. Finalement, les interférogrammes des différents points du champ peuvent être mal séparés, ce qui provoque une confusion entre les spectres des points du champ.

4.3.1 FRÉQUENCE EN FONCTION DE LA POSITION DANS LE CHAMP

Pour étudier les deux premiers effets, j'ai réalisé des mesures en utilisant plusieurs fentes de largeurs différentes et en les éclairant uniformément avec la lampe au sodium. Dans ces conditions, tous les points du champ possèdent le même spectre. La figure 4.21 présente un exemple typique de l'image qu'on obtient, ici pour une fente large de 100 μm . La hauteur de la fente vaut 3 mm avec un grossissement de 2 environ dans cette dimension, l'image de la fente n'occupe donc pas toute la hauteur du détecteur. La fente n'est pas parfaitement centrée sur le détecteur mais ce n'est pas réellement nécessaire ici. Les mesures réalisées sont très satisfaisantes et valident la capacité de l'instrument à faire l'image d'un objet étendu dans une dimension. On peut voir sur la gauche de la figure 4.21, que le contraste des franges diminue vers les bords du détecteur, mais ce n'est que l'effet de l'ouverture finie de la fente.

Chaque ligne de pixels du détecteur représente un point dans la hauteur du champ. Du fait des incertitudes sur le centrage, il n'est pas réellement possible de quantifier exactement la position de chaque point dans le repère de l'instrument, et je repère les positions des points le long de la fente dans un repère relatif, par la variable h qui représente la position sur l'image, dont le zéro est pris au plus près du centre de l'image, et la valeur ramenée dans l'espace objet en divisant par le grossissement dans l'instrument. Je peux alors calculer la TF de chaque ligne de l'interférogramme et observer le spectre obtenu. La figure 4.22 présente les fréquences mesurées pour les deux raies du sodium, pour chaque point du champ, pour différentes largeurs de

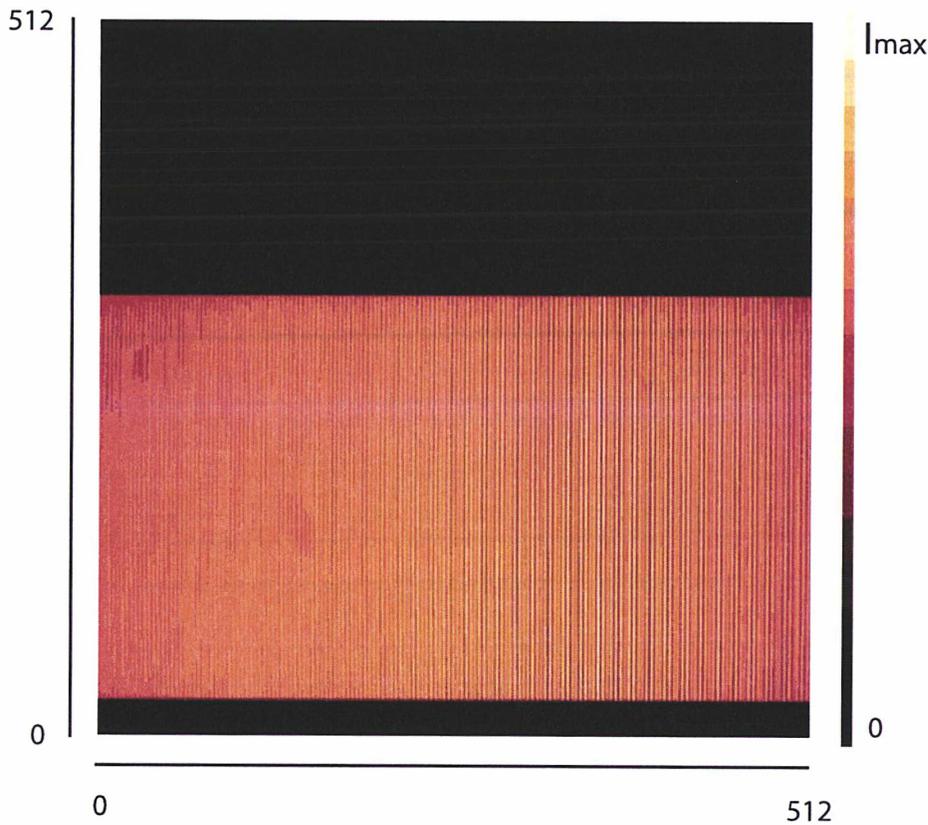


FIGURE 4.21.: Exemple d'interférogramme mesuré sur le banc pour une fente de largeur 100 µm et de hauteur 3 mm. La fente n'est pas parfaitement centrée en hauteur sur le détecteur.

fente. L'échelle en fréquence est la même pour les deux raies, seul l'intervalle l'origine change. En effet, la raie D2 est tracée pour des valeurs de fréquences entre 39.7 et 40.1 cm^{-1} et la raie D1 est comprise entre 29.4 et 20.8 cm^{-1} . Ceci permet une comparaison directe des deux raies dans le champ sur la même figure. On peut ainsi voir que les courbes des deux raies présentent des comportements similaires. Globalement, la séparation des raies reste constante dans le champ à 0.05 cm^{-1} près, et la résolution est conservée sur toute la hauteur de la fente. Quand on observe précisément la raie D1, on remarque toutefois une légère variation de la fréquence avec la largeur de la fente, pour les points extrêmes du champ. Les courbes semblent s'écartier les une des autres plus on s'éloigne du centre de la fente, avec une différence maximale d'autant plus grande que la fente est large. La différence maximum observée, pour D1, entre

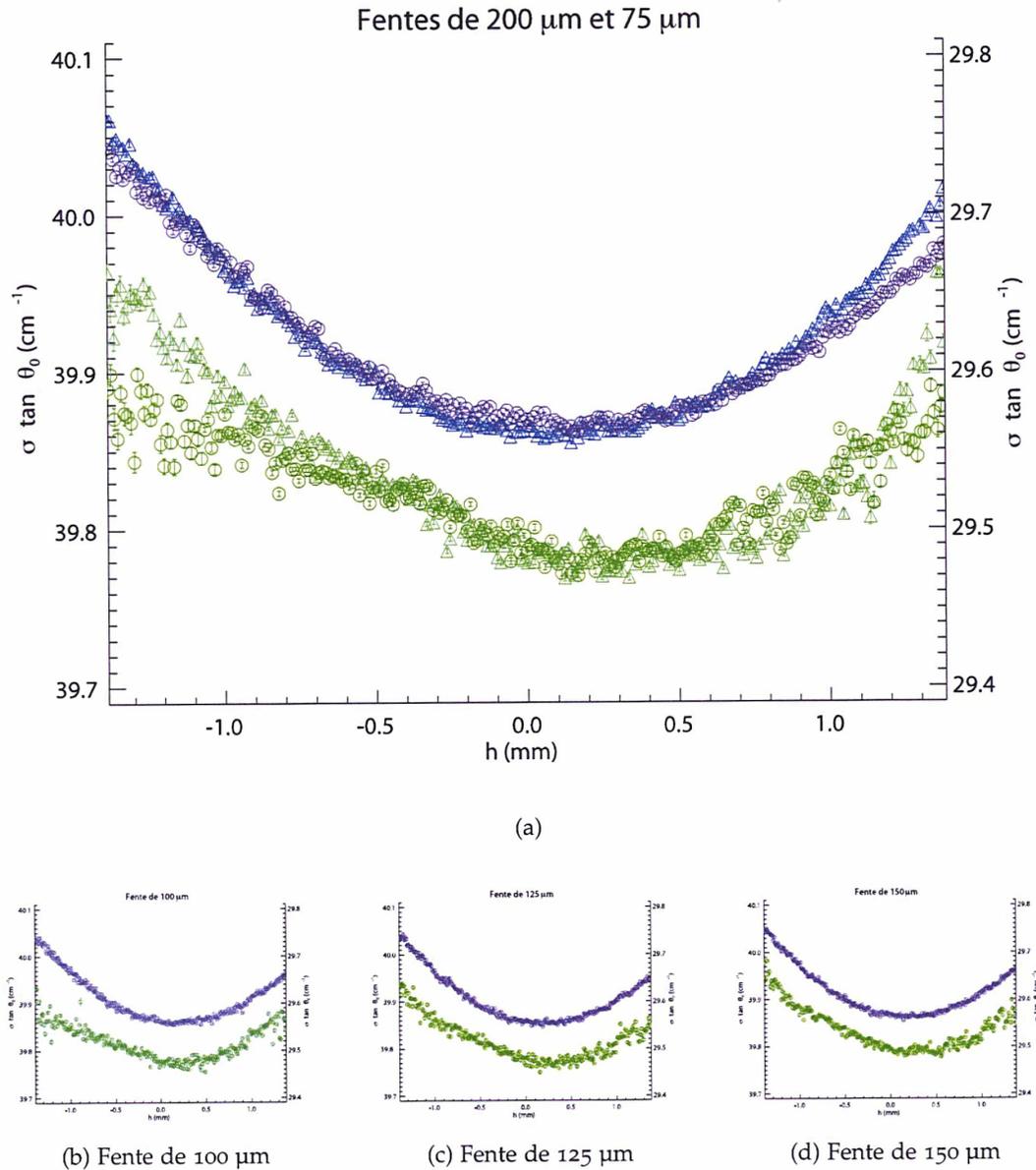


FIGURE 4.22.: Fréquences mesurées en fonction de h pour des fentes de 200 (a)-ronds, 150 (d), 125 (c), 100 (b) et 75 (a)-triangles μm . La raie D2 est représentée en bleu et correspond pour chaque graphe à l'échelle donnée sur l'axe de gauche. La raie D1 est tracée en vert et correspond à l'échelle donnée sur l'axe de droite. Les deux raies possèdent la même échelle de fréquence.

la fente de 200 μm et la fente de 75 μm vaut environ 0.06cm^{-1} . En théorie, la fréquence des raies doivent varier dans la hauteur du champ comme le cosinus de l'angle hors-axe, selon la relation

$$f_x = |\kappa \cos \phi (\sin \beta_2 - \sin \beta_1)| \quad (4.5)$$

qui peut se développer au second ordre en angle et au premier ordre en fréquence par

$$f_x \approx |-4\sigma \tan \theta_0 - \alpha^2(2\kappa_0 \tan \theta_0) - \phi^2(2\kappa_0 \tan \theta_0)| \quad (4.6)$$

avec α et ϕ les angles hors-axe respectivement dans la direction tangentielle et sagittale. C'est bien ce qu'on observe sur la figure 4.23, qui superpose une courbe représentant la valeur théorique aux fréquences mesurées. Pour calculer cette courbe, j'ai estimé la position du centre de la fente à l'aide de la fréquence minimale. La théorie reproduit très bien l'allure observée.

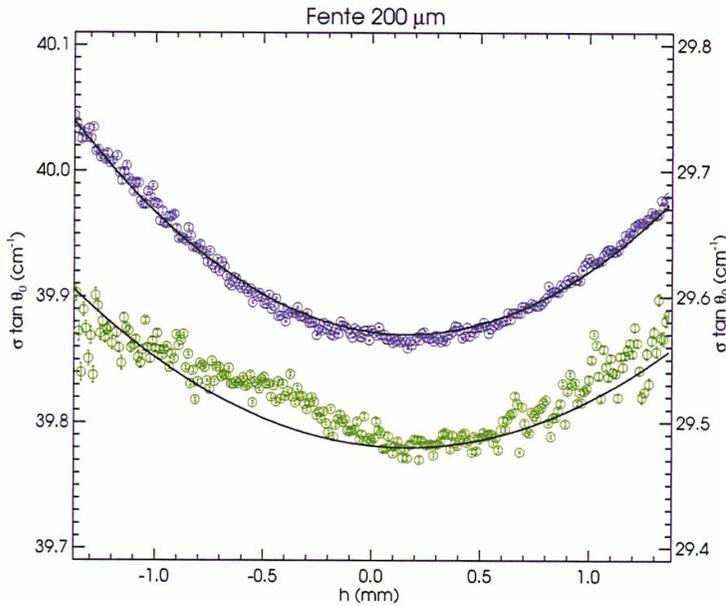


FIGURE 4.23.: Fréquences mesurées pour une fente de 200 μm de large (en points de couleur) et courbe théorique (en noir)

En terme de fréquences non calibrées, c'est-à-dire non corrigées du facteur $\tan \theta_0$, l'amplitude de ces variations ne dépasse pas 0.17cm^{-1} , et ici, on peut estimer que $\tan \theta_0 \approx 0.556$. Cela veut dire que ces variations ne sont observables que sous le seuil de l'élément de résolution. En comparant les résultats obtenus pour des largeurs de fente de 200, 150, 125, 100, et 75 μm on observe globalement la même chose, montrant ainsi que cette distorsion dépend peu de la taille de la fente. En effet, ici, $\alpha \ll \phi$ et on

peut considérer que seul l'effet des rayons issus de la hauteur de la fente est visible. Par ailleurs, la théorie prédit un décalage de l'origine des fréquences qui dépend de l'ouverture de la fente (voir formule (2.24)). Ici, le décalage maximum est obtenu par la plus grande largeur de fente, mais il devrait être de l'ordre de $3.10^{-4} \text{ cm}^{-1}$. Ici, avec un rapport signal sur bruit d'environ 80 dans D_2 , la précision du pointé du pic des raies est du même ordre de grandeur, et pour D_1 elle est deux fois plus grande. Il n'est donc pas possible de voir cet effet sur ces courbes et la largeur de la fente à un effet négligeable sur la fréquence mesurée. Cela se voit clairement sur la figure 4.22(a), où sont superposés les résultats pour les deux valeurs extrêmes de largeur de fente utilisées, 200 et 75 μm . On remarque par ailleurs sur la figure 4.22 que pour des fentes de plus en plus large, les deux paraboles ne sont plus identiques. Cela se voit en particulier au bord du champ, pour les valeurs de h négatives sur la figure 4.22(a). Ces effets sont plus difficiles à modéliser et viennent certainement de l'optique d'imagerie. Par conséquent ces défauts sont probablement statiques et peuvent être corrigés par étalonnage, si l'application nécessite une précision de cet ordre.

4.3.2 INTENSITÉ EN FONCTION DE LA POSITION DANS LE CHAMP

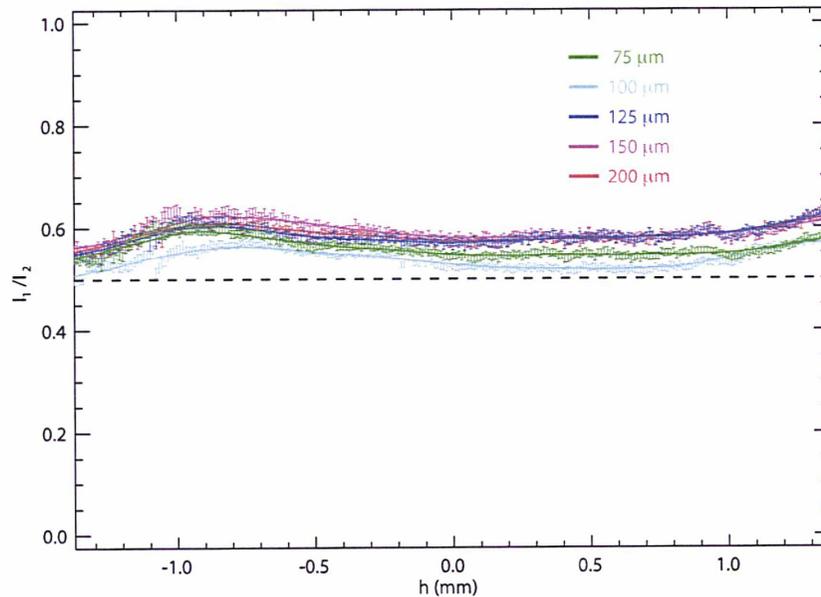


FIGURE 4.24.: Rapport des intensités des raies mesurées en fonction de h pour des fentes de 200, 150, 125, 100 et 75 μm . Une courbe de tendance obtenue par lissage des points de mesures est représentée en ligne continue pour chaque largeur de fente. Les pointillés sont la valeur réelle du rapport.

Les effets de l'imagerie par lentille cylindrique sont négligeables sur la fréquence et la résolution est pratiquement conservée sur toute la hauteur du champ. Il convient aussi de s'assurer que la réponse en intensité dans le champ est correcte. La figure 4.24 représente le rapport de l'intensité des deux raies du sodium pour chaque spectre mesuré suivant la hauteur de la fente, pour les différentes largeurs de fente énumérées plus haut. On voit pour commencer que l'allure globale des courbes est la même pour toutes les tailles de fentes et le rapport des intensités reste constant à environ 10% près pour chaque largeur de fente. Les simulations réalisées avec le modèle Zemax donne le résultat présenté sur la figure 4.25 pour une fente de $75\mu\text{m}$, qui confirme l'absence d'effet des optiques sur la valeur du rapport des intensités des raies, qui doit bien rester constant dans le champ. Si on considère, les rapports des intensités

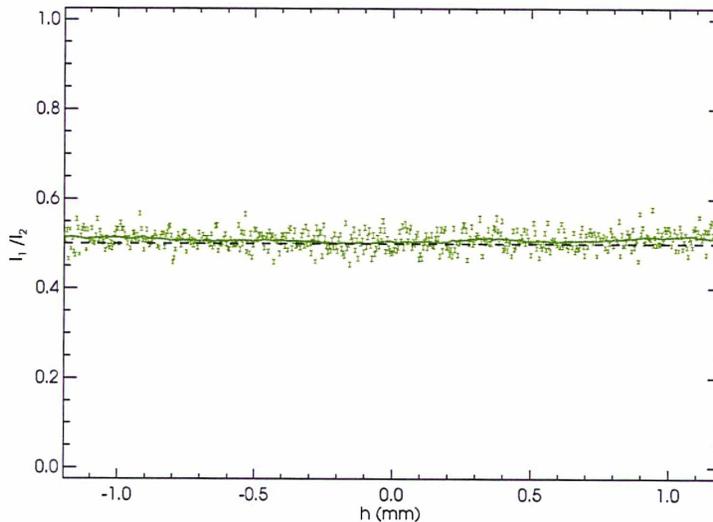


FIGURE 4.25.: Rapport des intensités des raies simulé en fonction de h pour une fente de $75\mu\text{m}$.

pour chaque fente, on observe de légères différences de niveau moyen. Il est difficile de connaître l'origine de ces différences, l'instrument étant réglé aussi bien que les précisions des réglages le permettent. Néanmoins, d'après ces courbes on peut dire que la réponse en intensité spectrale de l'instrument correspond à 20% près à celle du rapport réel des raies. Par ailleurs, dans le cas d'un instrument réel, la taille de la fente ne varie pas et ce genre de défaut est une caractéristique de l'instrument. Il est nécessaire d'effectuer un étalonnage méticuleux de l'instrument, à l'aide d'un corps noir ou d'un détecteur de référence. Les mesures photométriques n'étant pas effectuées dans de bonnes conditions, cet étalonnage n'a pas été étudié.

4.3.3 LARGEUR EN FONCTION DE LA POSITION DANS LE CHAMP

En théorie, la largeur d'une raie non résolue dépend de l'angle solide maximum admis dans l'instrument, donc en faisant varier la largeur de la fente, on peut s'attendre à voir les raies du sodium devenir plus large à mesure que la fente s'ouvre. Ici, la largeur de l'élément de résolution donne $R \approx 42000$; l'angle solide maximum admissible vaut $\Omega_m \approx 1.44 \times 10^{-4} \text{sr}^2$. Or les fentes dont je dispose, placées au foyer de la lentille collimatrice, engendrent un angle solide pas plus grand que $2 \times 10^{-6} \text{sr}^2$. J'ai utilisé les fentes de précision les plus larges disponibles en catalogue. L'utilisation de fentes plus large a été rejetée car de tels fentes comporte une partie mobile, réglable. D'une part, la connaissance de la largeur de fente effective n'est alors pas connue, mais d'autre part, le parallélisme des bord de la fente est très mauvais. L'effet de l'ouverture de la fente reste donc largement inférieur à celui de la différence de marche finie, et on ne devrait pas observer de variation de la largeur de la raie en changeant la taille de la fente. L'effet de la différence de marche ne dépend pas du nombre d'onde. Donc les deux raies devraient avoir des largeurs identiques. La figure (4.26) présente les largeurs des deux raies mesurées, dans la hauteur du champ pour plusieurs largeurs de fentes. Elles sont différentes. Ceci peut être un argument en faveur de la théorie d'(Harlander, 1991), avec laquelle je n'ai pourtant pas pu me mettre en accord analytiquement. Alors les changements d'ouverture provoqués par la largeur de la fente restent de toutes façon trop petits pour être discerné, mais la fonction d'appareil exhibe tout de même une sensibilité au nombre d'onde, dont la différence est nettement plus significative que les largeurs de fente. On observe bien une largeur comparable pour chaque lar-

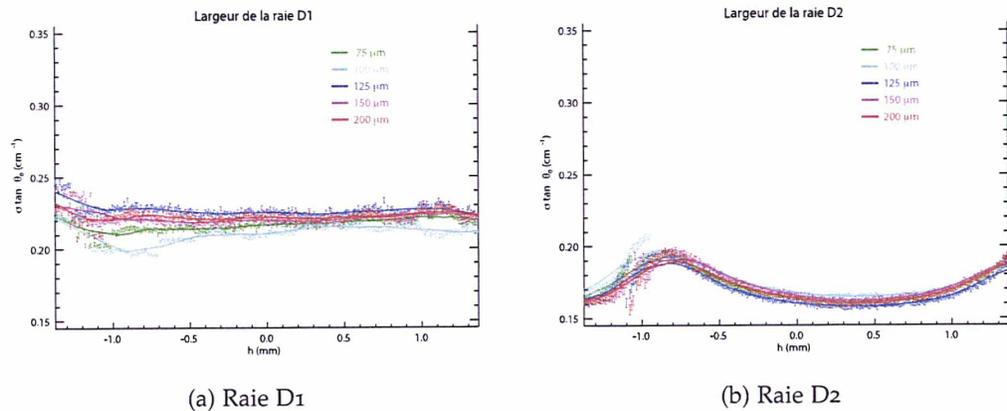


FIGURE 4.26.: Largeur de la raie mesurée en fonction de h pour des fentes de 200, 150, 125, 100 et 75 μm pour D1 (a) et D2 (b)

geur de fente. On remarque aussi que la raie D1 est légèrement plus large que la raie

D2, toutefois, la différence vaut environ 0.06 cm^{-1} , ce qui est supérieur à ce que l'on peut déduire par la théorie. La figure 4.27 présente les largeurs des raies calculées par simulations. On trouve une différence de 0.02 cm^{-1} , ce qui ne reproduit pas bien ce qu'on observe expérimentalement. Il faut aussi noter de légères variations de la largeur des raies dans la hauteur du champ, d'une amplitude de l'ordre de 0.02 cm^{-1} .

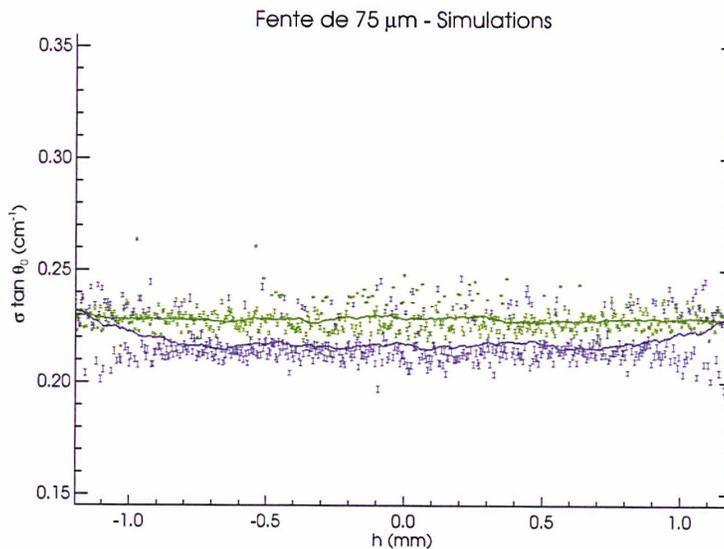
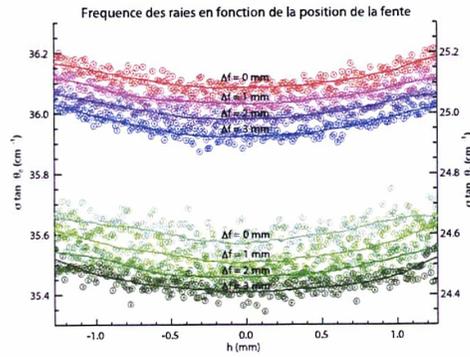


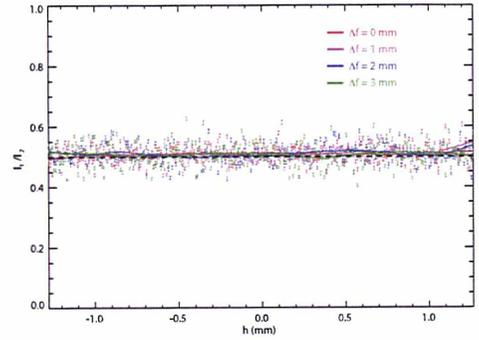
FIGURE 4.27.: Rapport des intensités des raies simulé en fonction de h pour une fente de $75 \mu\text{m}$.

4.4 DÉFOCALISATION

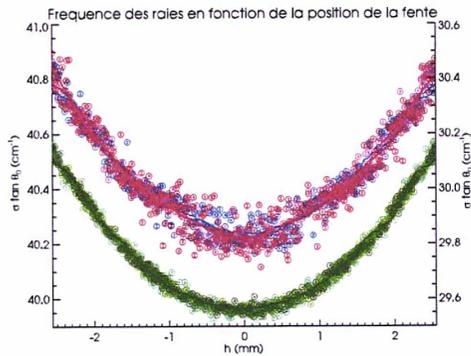
Les variations thermiques qui peuvent avoir lieu dans le cas d'un instrument en orbite autour d'une planète peuvent donner naissance à des défauts de focalisation. L'instrument étant conçu pour faire à la fois l'image de la fente et des réseaux, les variations de position des éléments le long de l'axe optique a des effets différents comme le montrent les équations (3.24) et (3.36). Pour valider ces résultats, j'ai réalisé des simulations avec Zemax. En effet, les effets de la défocalisation de l'image des réseaux provoquant une modification de l'énergie du spectre, je voulais pouvoir obtenir des résultats plus fiables que dans le cas expérimental, où la photométrie est mal connue. Les résultats montrent une très grande robustesse de l'instrument à la défocalisation, comme le laisse prévoir la théorie. Les figures 4.28(a) et 4.28(b) présentent les



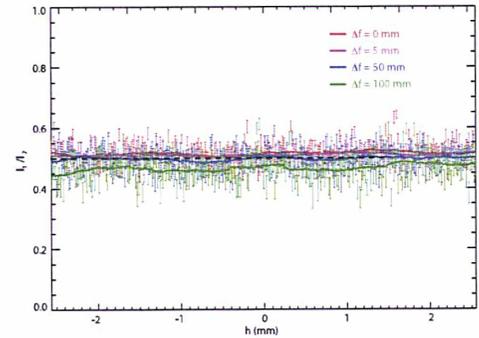
(a) Fréquences en fonction de la hauteur dans le champ pour des positions de fente décalées de 0, 1, 2, et 3 mm par rapport au foyer de la lentille collimatrice.



(b) Rapport des intensités en fonction de la hauteur dans le champ pour des positions de fente décalées de 0, 1, 2, et 3 mm par rapport au foyer de la lentille collimatrice.



(c) Fréquences en fonction de la hauteur dans le champ pour des déplacements de 0, 5, 50, et 100 mm du bloc imageur.



(d) Rapport des intensités en fonction de la hauteur dans le champ pour des déplacements de 0, 5, 50, et 100 mm du bloc imageur

FIGURE 4.28.: Fréquences et rapport des intensités des raies simulées en fonction de h pour différents défauts de focalisation. Sur les figures (a) et (c), les différentes valeurs de déplacements sont représentées en violet, bleu, rose, et rouge pour la raie D2 et en tons de vert pour la raie D1.

fréquences et le rapport des raies obtenues par simulations pour plusieurs valeurs de décalage de position de la fente Δf par rapport au foyer de la lentille. Comme prévu par la théorie, le rapport des raies reste inchangé, tandis que la fréquence subit un changement d'origine. On peut en effet voir sur la figure 4.28(a) que les deux raies gardent un intervalle constant entre elles, quelque soit la valeur du défaut de focalisation. On voit qu'il faut un défaut de position de plus de 3 mm pour décaler le spectre de l'équivalent d'un élément spectral. D'autres simulations ont montré que l'effet de la défocalisation n'était pas significatif pour des défauts de position de la fente allant jusqu'à 500 μm . Les tolérances sur ce paramètre sont donc très relâchées. On peut observer les défauts de focalisation de l'image des réseaux en déplaçant l'ensemble imageur. Les figures 4.28(c) et 4.28(d) présentent les résultats obtenus quand on augmente la distance entre les réseaux et la lentille sphérique, sans changer les distances entre la lentille sphérique, la lentille cylindrique et le détecteur. On voit que, en accord avec le modèle théorique, les fréquences ne sont pas affectées par ce genre de défaut, même pour des valeurs du défaut très importantes. En revanche, le rapport des raies est diminué progressivement et l'erreur sur l'estimation de l'intensité est plus importante. Toutefois, il n'y a pas d'effet significatif jusqu'à un déplacement de 50mm, ce qui dénote la robustesse des mesures. Notons que les simulations présentées sur les figures 4.28(c) et 4.28(d) sont réalisées pour une fente de 5 mm de hauteur ce qui permet de couvrir toute la hauteur du détecteur. Même si ces fentes ne sont pas disponibles dans les catalogues, cela permet d'observer l'influence du défaut sur la totalité du champ de vue permis par l'instrument. On observe que l'évolution des courbes est bien régulière. Les tolérances de positionnement des éléments imageurs étant validées, elles peuvent aisément être respectées. Ceci étant, pour un imageur ce test n'est pas complètement pertinent car la question de la résolution spatiale n'est pas abordée.

4.5 EFFETS CUMULÉS DES DÉFAUTS

Cette étude a montré que les effets des variations de réglage de l'instrument étaient conformes au modèle analytique en considérant chaque défaut séparément, dans un instrument par ailleurs bien réglé. Or dans des conditions réelles, il est peu probable que ce genre de situation se présente. La question est donc de savoir si les effets des défauts sont indépendants les uns des autres et si l'on peut obtenir l'interférogramme résultant par convolution des différentes réponses ou si les défauts ont des interactions entre eux. La méthode des plans d'expérience permet de mener une étude qui détermine les paramètres les plus influents, et les interactions entre les paramètres. J'ai utilisé la méthode des plans d'expérience pour choisir les essais à réaliser et je présente ici les résultats de deux expériences : l'une portant sur les défauts de focalisation et l'autre sur les rotations des réseaux.

4.5.1 LA MÉTHODE DES PLANS D'EXPÉRIENCE

Cette méthode a d'abord été développée pour des applications où la possibilité d'expérimentation est réduite. Elle permet de tirer le maximum d'information avec une incertitude minimale sur les résultats, pour un nombre donné de mesures. Chaque mesure est appelée essai, et elle est réalisée pour des valeurs des paramètres, appelés facteurs, dont la combinaison est guidée par le plan. L'ensemble de ses opérations constitue l'expérience. Chaque mesure m est sujette à une incertitude de mesure ϵ , et l'on peut considérer le résultat de la mesure comme la réalisation d'une variable aléatoire de distribution normale, de variance $\sigma = \epsilon^2$. A chaque plan peut être associé une matrice E nommée matrice des essais et une matrice X nommée matrice des effets. La matrice E donne les valeurs des facteurs pour chaque essai. Elle se compose de N lignes, qui représentent chaque essai, et k colonnes qui représentent le nombre de facteurs à étudier. La matrice X représente l'ensemble des informations qu'il est possible d'obtenir en analysant les résultats de ces essais. Pour faciliter les calculs et assurer l'indépendance des estimations, X doit être orthogonale. Pour N essais réalisés avec la même variance σ , par l'inégalité de Cauchy-Schwartz, la variance du résultat ne peut être inférieure à σ/N . Pour obtenir un plan optimal, c'est-à-dire qui minimise la variance du résultat pour un nombre de mesures donné, X doit vérifier la relation (Sado and Sado, 1991)

$$X^T X = NI \quad (4.7)$$

où X^T est la transposée de X et I est la matrice identité. Alors on montre (Sado and Sado, 1991) qu'une telle matrice existe si et seulement si $N = 2$ ou $N = 4k$ avec $k \in \mathbb{N}$. Les matrices qui satisfont cette relation, qui sont orthogonales et dont les éléments valent 1 ou -1 sont appelées matrice d'Hadamard. Si N n'est pas un multiple de 4, on doit utiliser un autre critère. Pour plus de détails, le lecteur peut consulter les références (Sado and Sado, 1991), (Vigier, 1988) et (Goupy, 1988). Les matrices d'Hadamard sont à l'origine des plans d'expériences que l'on nomme les plans factoriels à deux niveaux et ce sont celles que j'ai choisi d'utiliser. Pour chaque facteur on choisit alors deux valeurs que l'on appelle niveau et qu'on symbolise par $+$ et $-$. Le plan comporte $N = 2^k$ expériences, et la matrice des essais est donnée par les k . Ainsi, on obtient 2^k informations : la moyenne, les k effets moyens des facteurs, les C_k^2 interactions du 1^{er} ordre, les C_k^3 interactions du 2^{ème} ordre, et de mêmes tous les autres ordres d'interaction des facteurs, jusqu'à l'interaction des k facteurs entre eux. Les variations de la réponse observées au cours de l'exécution du plan factoriel sont dues aux changements de niveaux des facteurs et aux incertitudes de mesures et de détection des raies. En calculant la variance des effets, on peut la comparer à la variance des mesures et conclure à l'importance de l'effet considéré.

4.5.2 EFFETS DES DÉFAUTS DE FOCALISATION ET ANGLE DE TILT

Les résultats d'un plan factoriel complet à deux niveaux à 3 facteurs, que j'appellerai le plan F, sont présentés ici. J'ai choisi de considérer les facteurs suivants :

- la distance entre la fente et le foyer de la collimatrice
- la distance entre les réseaux et le bloc imageur
- l'angle de tilt d'un des réseaux

J'ai utilisé pour ces facteurs les niveaux donnés dans le tableau 4.6

	A (mm)	B (mm)	c (°)
+	3	3	1.5×10^{-4}
-	0.5	0.5	0.5×10^{-4}

TABLE 4.6.: Niveaux des facteurs pour le plan F

Les simulations ont été réalisées pour une fente de 2 mm de hauteur pour 50 μm de large. Le spectre de la source contenait la raie D2 du sodium pour la moitié supérieure de la fente et D1 pour la moitié inférieure. La figure 4.29 présente les spectres mesurés pour chaque combinaison des niveaux des facteurs.

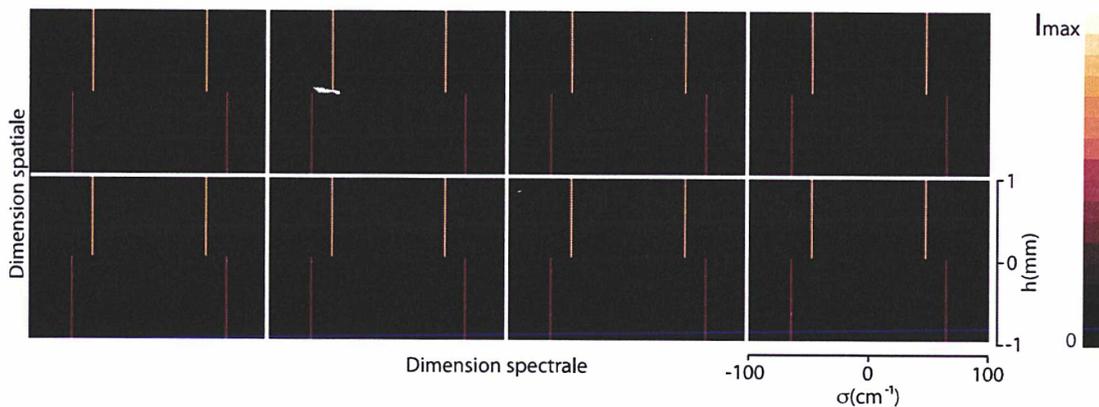


FIGURE 4.29.: TF des interférogrammes obtenus pour les essais d'un plan F. Chaque cadre représente la TF de l'interférogramme obtenu pour une combinaison des niveaux des facteurs. Ils sont tous représentés avec l'échelle donnée en bas à droite. On observe bien la différence des deux spectres dans la hauteur du champ, mais pas d'effet visible des variations des facteurs.

J'ai pris $\theta_0 = 31.911^\circ$, ce qui devrait en théorie produire des nombres d'onde hétérodynés $\sigma_1 = -64.87\text{cm}^{-1}$ et $\sigma_2 = -47.67\text{cm}^{-1}$, et l'élément de résolution $\delta\sigma = 0.392$. Le tableau 4.7 donne les résultats de l'analyse, qui donne par colonne l'effet moyen de chaque facteur et des combinaisons de facteurs. En ligne, sont représentées différentes réponses d'intérêt à savoir, le nombre d'onde moyen sur la hauteur du champ de la raie D1 (σ_1), celui de D2 (σ_2) et le rapport des intensités des raies. Si on examine

	A	B	C	A.B	B.C	A.C	A.B.C	MOYENNE
$\sigma_1(\text{cm}^{-1})$	-0.080	-0.092	-0.032	-0.003	-0.091	0.011	0.	-64.792
$\sigma_2(\text{cm}^{-1})$	-0.131	-0.049	0.005	-0.003	-0.004	0.051	0.040	-47.685
I_1/I_2	-0.001	-0.001	-0.001	0	-0.001	0	0	0.499

TABLE 4.7.: Effets des facteurs pour le plan F.

d'abord la réponse en nombre d'onde, on peut considérer qu'un facteur joue un rôle notable si son effet moyen est supérieur à la moitié de l'élément de résolution. Alors on observe qu'aucun des facteurs n'a d'effet notable sur le spectre, ce qui vient confirmer les résultats précédents. Par ailleurs, les interactions des facteurs sont tout aussi négligeables, et le nombre d'onde moyen sur tout le domaine expérimental exploré par les différentes combinaisons des facteurs donne une valeur très proche de celle attendue dans le cas d'un instrument réglé. En ce qui concerne le rapport des intensités des raies, on considère cette fois-ci qu'un effet est négligeable s'il est inférieur à la dispersion de ce paramètre dans la hauteur de la fente pour un instrument réglé. Ici cela donne une incertitude de $\epsilon = 0.05$. On voit donc que les facteurs n'influent pas sur le rapport des raies dans la plages considérée.

Ainsi on peut raisonnablement considérer que ces différents effets, qui ne sont pas individuellement significatifs, le restent quand on les cumule. C'est toujours vrai pour une source monochromatique, mais cela peut changer si l'on observe un scène variée spectralement. En effet, les différents spectre se retrouvent alors superposés. Il faut dans ce cas limiter la tache de défocalisation à un demi-élément de résolution spatiale. Ici, on peut voir au niveau de la transition entre l'instrument est plutôt robuste vis à vis des défauts de focalisation.

4.5.3 EFFETS DES DÉFAUTS D'ORIENTATION D'UN RÉSEAU

Les résultats d'un autre plan factoriel complet à deux niveaux à 3 facteurs, qui sera appelé le plan R, sont présentés ici. L'étude des effets des rotations prises séparément les unes des autres ayant montré un très bon accord avec la théorie, il faut vérifier que les effets cumulés s'ajoutent bien de façon linéaire. J'ai choisi d'observer les facteurs suivant

- A. la rotation d'un réseau autour de y
- B. la rotation d'un réseau autour de x
- C. la rotation d'un réseau autour de z

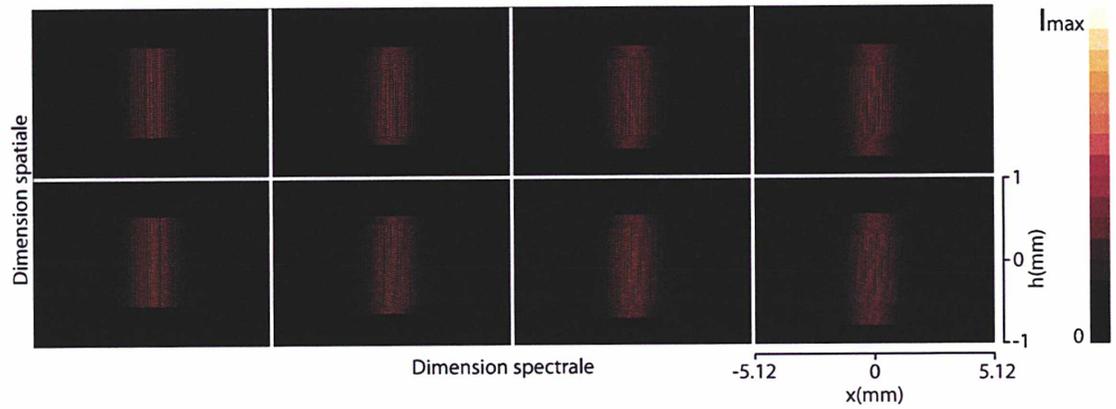
J'ai utilisé pour ces facteurs les niveaux donnés dans le tableau 4.8

	A (°)	B (°)	C (°)
+	0	0	0
-	0.02	0.02	0.02

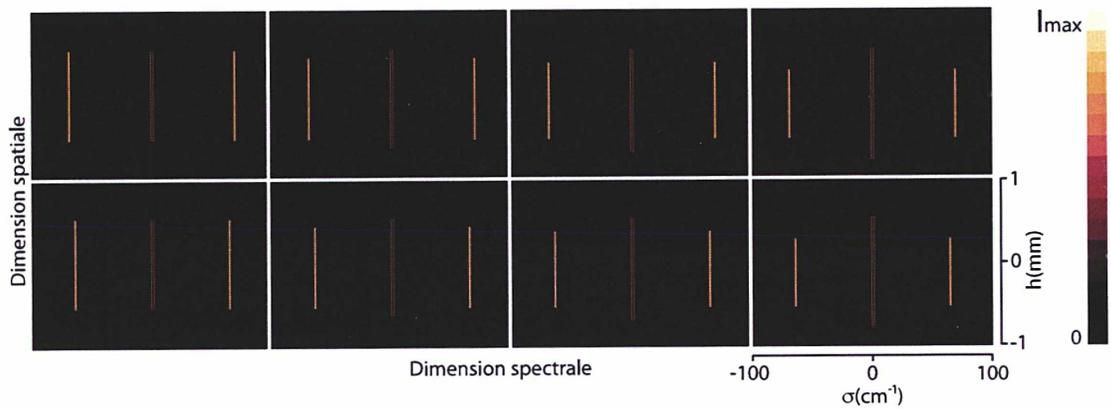
TABLE 4.8.: Niveaux des facteurs pour le plan R.

Les simulations ont été réalisées pour une fente de 1 mm de hauteur pour $50\ \mu\text{m}$ de large. Le spectre de la source était cette fois-ci monochromatique. La théorie prédit que les effets seront significatifs. De plus, la variation de ces paramètres modifie la position de l'image sur le détecteur, et cela va provoquer la perte d'une partie du champ de vue. En effet, on voit sur la figure 4.30(a), qui présente les interférogrammes évalués pour chaque combinaison des niveaux des facteurs, que les franges ne sont pas visibles sur toute la hauteur du champ pour certaines combinaisons de paramètres. Ces interférogrammes correspondent aux essais où les facteurs A et B sont au niveau + (trois dernières colonnes). On voit aussi que dans ces configurations les franges sont inclinées, toujours en accord avec la théorie. On observe une perte rapide du contraste en s'éloignant du centre dans la direction spectrale, mais cela vient de défaut de modélisation de la source, en particulier de ses propriétés de cohérence, qu'il est difficile de maîtriser avec Zemax. Toutefois, cela ne pose pas de problème sérieux pour l'étude, et affecte principalement la largeur de la raie, avec une légère tendance à la surestimer et à disperser les valeurs calculées.

Par ailleurs pour la première colonne, seule la valeur du facteur A varie de haut en bas de la figure et on voit que l'effet de ce facteur est bien de changer la fréquence apparente des raies. Les TF de ces interférogrammes sont représentées sur la figure 4.30(b) et on y retrouve les mêmes informations. Pour donner une référence, j'ai représenté les pieds de la partie continue de l'interférogramme, qui forme la fréquence nulle de l'interférogramme. Cette dernière est trop intense et je l'ai supprimée pour pouvoir garder la même échelle pour chaque spectre, tout en gardant une bonne visibilité des fréquences. De cette façon, on voit que lorsque les facteurs B ou C sont au niveau +, les parties de l'image où les signaux des deux bras ne se superposent pas ne produisent pas de raies détectables, mais la partie continue de l'interférogramme, elle, est visible. Ceci explique la différence de longueur (dans le sens de la hauteur du champ) entre les raies et la partie continue. Par ailleurs, on observe aussi, et en particulier sur la



(a)



(b)

FIGURE 4.30.: Interférogrammes (a) et TF (b) obtenus pour les essais d'un plan R. Chaque cadre représente une combinaison des niveaux des facteurs. Ils sont tous représentés avec les échelles données en bas à droite de chaque figure. Sur la figure (a), on observe la disparition des franges pour les parties extrêmes du champ, quand les paramètres B ou C sont au niveau +. On observe aussi l'inclinaison des franges prévue par la théorie. On retrouve ces informations sur la figure (b). Les pieds de la partie continue, qui constitue le pic à la fréquence nulle de la TF, sont représentés. De cette façon on peut voir les parties du détecteur qui sont éclairées mais où il n'est pas possible d'observer des interférences, car les faisceaux ne se superposent pas.

première colonne, qui représente des essais où seul A change de niveau, la variation de la fréquence estimée pour la raie.

Cela se retrouve de façon quantitative quand on examine les résultats de l'analyse du plan R, qui sont présentés dans le tableau 4.9. La valeur de θ_0 et de σ_1 sont les mêmes que précédemment. On observe ici, pour la fréquence des valeurs significatives

	A	B	C	A.B	B.C	A.C	A.B.C	MOYENNE
σ_1 (cm ⁻¹)	-1.328	1.541	0.944	-0.009	0.230	-0.021	0.0249	-79.983
I_1 (u.a.)	0	-0.007	-0.005	0	0	0	0	0.166

TABLE 4.9.: Effets des facteurs pour le plan R.

pour les paramètres A, B, et C, comme on pouvait l'attendre. Les effets de l'interaction des facteurs A et B, et A et C sont faibles et on peut en conclure que A et B d'une part et A et C d'autre part, sont indépendants. L'effet moyen de l'interaction B et C, est légèrement supérieur à un élément de résolution et on peut le considérer comme non négligeable. Enfin, l'interaction des trois paramètres entre eux peut être négligée. La valeur moyenne quant à elle est très différente de la valeur idéale, dénotant l'importance des effets du premier ordre additionné. Quant aux effets sur l'intensité de la raie détectée, on peut globalement considérer qu'ils ne sont pas importants, cependant il faut garder à l'esprit qu'une partie du champ ne produit tout simplement pas de raie. Avec ce plan, on peut conclure sur l'effet sur le spectre de plusieurs défauts d'orientation des réseaux. Il indique que les effets des différents paramètres peuvent être calculés indépendamment et que la présence simultanée de défauts d'orientation sur les trois axes ne provoque pas d'interaction au niveau des effets, hormis dans le cas des rotations autour de x et z. En effet, ces paramètres provoquent des changements dans la direction du vecteur d'onde, qui n'est pas simplement l'effet de l'un et de l'autre indépendamment, mais qui se composent. Cependant, ceci peut se considérer de façon indépendante de la rotation autour de y. Ce résultat n'est pas étonnant et s'explique par les symétries et invariances du système.

Pour conclure, dans ce chapitre j'ai pu montrer la validité du concept et du modèle analytique. Pour cela, j'ai utilisé principalement des mesures en laboratoire, réalisées sur une version très basique de l'instrument. J'ai aussi réalisé des simulations en utilisant des paramètres très proches de ceux du banc. Il est très encourageant pour de futures applications de constater que le comportement du banc est bien compris, et que même en utilisant un modèle de laboratoire n'utilisant que des composants de fabrication courante, on arrive à obtenir de très bonnes performances en résolution. La précision des résultats obtenus concernant l'aspect photométrique est certes limitée. Néanmoins, en vue des applications pour ce type d'instrumentation, qui focalise beaucoup plus sur la recherche de variations spectrales relatives et moins sur l'inten-

sité des raies, une précision de l'ordre de 20% sur l'intensité est tout a fait acceptable dans la pratique. Nous avons réalisé des images spectrales sur la hauteur d'une fente de 3 mm de haut et démontré la qualité des spectres obtenus dans la dimension de l'image. Les variations cumulées des paramètres montrent eux aussi un bon accord avec le modèle analytique. Dans ces conditions, l'étalonnage de l'instrument est grandement facilité par la connaissance de son comportement global. Le chapitre suivant expose les points clefs de cette étape essentielle à l'exploitation correcte des mesures.

ÉTALONNAGE ET CORRECTIONS

Pour un spectro-imageur, il y a en principe trois grandeurs à étalonner : la fréquence, l'intensité, et la qualité image. L'étalonnage en intensité, faute d'avoir utilisé un corps noir, n'a pas été abordé, puisqu'il était de fait inutile pour les manipulations expérimentales. Pour des applications spectroscopiques, identification d'espèce chimique, détermination de température d'excitation pour une molécule, comparaison d'intensité de raies entre un point et un autre d'une source étendue, un étalonnage relatif est suffisant. Il en est de même pour des tests en laboratoire. Toutefois, pour qualifier un prototype complet et permettre des mesures d'abondance des éléments détectés, un étalonnage absolu en intensité est indispensable, beaucoup plus contraignant. Le problème de la qualité image sera évoqué dans la dernière partie. Ce chapitre présente les étapes de l'étalonnage spectral. Les traitements des interférogrammes sont évoqués. Comme on l'a vu tout au long de cette étude, au niveau de l'analyse des données, la technique du SHS peut vraiment être considérée comme un FTS classique, à un changement de variable près. Il en résulte que l'exploitation de l'interférogramme pour en obtenir le spectre est tout à fait semblable à celle du FTS classique. Ainsi, je ne présenterai que brièvement les techniques de correction des interférogrammes enregistrés, afin de souligner leur différences ou similitudes au FTS classique. Enfin, je présenterai un exemple d'étalonnage spectral, réalisé dans le cadre d'une expérience qui visait à valider la possibilité de former des images spectrales d'un objet étendu et de spectre varié le long du champ.

5.1 ÉTALONNAGE SPECTRAL

L'échelle des nombres d'onde dans un SHS dépend de trois grandeurs :

1. la taille des pixels,
2. l'angle θ_0 entre l'axe optique et la normale aux réseaux,

3. l'angle entre les rayons provenant des points hors axe de la source et l'axe optique, comme discuté au paragraphe 2.1.2

La taille des pixels est connue et l'effet de l'ouverture finie introduit au maximum un décalage du zéro de l'ordre de l'élément de résolution, si on reste à la résolution maximum permise par les réseaux. Le paramètre le plus fondamental de la technique est donc le nombre de Littrow. Il détermine principalement la bande spectrale d'étude, et subsidiairement, l'élément de résolution spectrale. Sa connaissance conditionne l'interprétation des spectres, elle nécessite un réglage minutieux de l'instrument.

5.1.1 DÉTERMINATION DU NOMBRE D'ONDE DE LITROW

Le réglage des composants du bloc interférométrique s'effectue de la même façon que pour un Michelson classique. Cependant, pour le SHS, le contact optique (obtenu quand les images des deux réseaux se superposent parfaitement) ne peut pas être repéré par l'obtention de la teinte plate. Pour une source monochromatique, une différence de distance entre les réseaux et la face du cube ne produit pas d'effet visible, comme on l'a vu au paragraphe 4.2.4. Les rotations autour de z et x sont aussi indifférents tant que les réseaux sont symétriques. De ce fait, l'utilisation d'une lumière cohérente et monochromatique, comme un laser, ne peut servir qu'à un réglage grossier. Il faut utiliser d'autres méthodes pour assurer la symétrie des réseaux vus depuis la sortie du cube, par exemple en formant tour à tour l'image des réseaux par la lentille sphérique. Ceci permet aussi de régler l'alignement des centres des éléments. Le meilleur moyen de fixer le nombre de Littrow est d'utiliser un doublet comme source d'étalonnage. De cette façon, on peut avoir une connaissance du nombre de Littrow aussi précise que les éléments mécaniques de réglage le permettent. En effet, un doublet produit deux systèmes de franges qui se superposent. En réglant l'angle des réseaux de façon à ne voir qu'un seul système de frange, on se place très exactement à l'angle de Littrow correspondant à l'une des deux raies, ce qui correspond à la teinte plate pour cette raie. Ensuite, si la deuxième raie est de nombre d'onde supérieur, la deuxième teinte plate sera obtenue pour une valeur de θ_0 inférieure à la première, et inversement, si la deuxième raie est de nombre d'onde inférieur, elle sera obtenue pour une valeur plus grande. Donc en cherchant la deuxième teinte plate et en notant le sens de variation de θ_0 on peut savoir exactement pour laquelle des deux raies les réseaux sont orientés à l'angle de Littrow. Cette démarche est bien adaptée pour le doublet du sodium, mais ne se transpose pas facilement à tous les intervalles spectraux. Une solution consiste à faire le réglage avec un doublet, pour déterminer le sens de variation de θ_0 et ensuite à obtenir la teinte plate pour une raie unique, dans le domaine d'étude. Il faut dans ce cas prévoir une course des platines qui supporte le changement d'angle correspond à l'écart de longueur d'onde. Après avoir déterminé θ_0 , on doit être capable d'étalonner un intervalle spectral pour cet angle. S'il n'existe pas de source possédant une raie d'émission compatible avec la course des platines

et le domaine d'étude, il faut assurer le positionnement des réseaux par des pièces mécaniques fixes, réalisées pour les tolérances données dans la partie 3. Il peut alors être nécessaire de calibrer l'instrument en utilisant un spectre de référence.

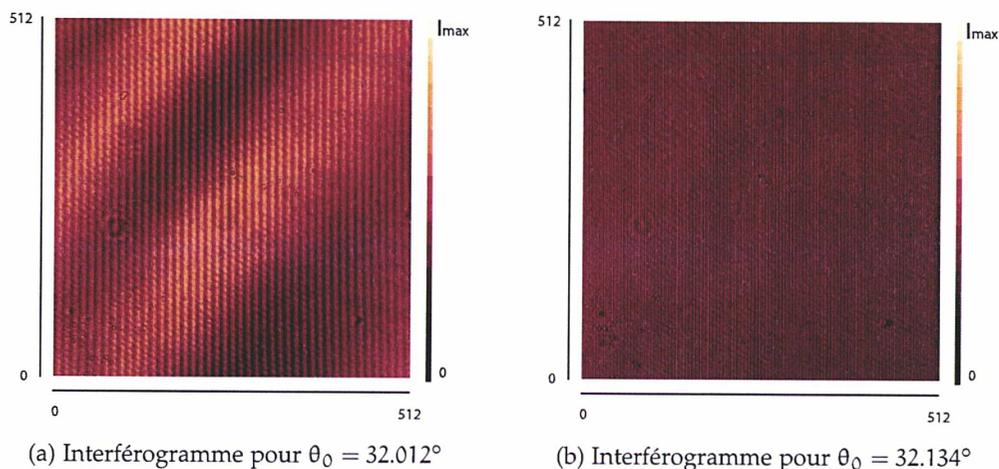


FIGURE 5.1.: Détermination de θ_0 . On voit sur la figure (a) un système de franges produites par D1 et une modulation à très basse fréquence produite par D2. La teinte plate ne peut être obtenue que dans le limite de la sensibilité des réglage. Pour une valeur différente de θ_0 (b) les deux systèmes de franges se superposent.

Cette méthode est très précise. Nous avons procédé de la sorte pour obtenir les interférogrammes présentés sur la figure 5.1. La figure 5.1(a) correspond à la teinte plate pour la raie D2, soit $\theta_0 = 32.012^\circ$. On peut voir qu'il reste des signes de la présence de la deuxième raie dans la modulation de l'interférogramme à basse fréquence, mais la teinte plate ne peut être obtenue que dans la limite de sensibilité des réglages. Ensuite, pour centrer l'intervalle spectral d'étude au milieu du doublet, nous avons modifié la valeur de θ_0 de façon à avoir $\theta_0 = 32.134^\circ$, ce qui donne l'interférogramme de la figure 5.1(b). On peut retrouver la valeur de θ_0 à partir des fréquences mesurées dans la TF de cet interférogramme. En effet, on sait que la fréquence hétérodynée mesurée par la TF s'exprime, pour les deux raies du sodium, par

$$f_1 = (\kappa_1 - \kappa_0) \tan \theta_0 \quad (5.1)$$

$$f_2 = (\kappa_2 - \kappa_0) \tan \theta_0 \quad (5.2)$$

Alors on peut facilement obtenir κ_0 en fonction des raies mesurées dans le spectre et

des nombres d'onde du doublet

$$\kappa_0 = \frac{1}{2} \left(\kappa_1 + \kappa_2 - (\kappa_1 - \kappa_2) \frac{f_1 + f_2}{f_1 - f_2} \right) \quad (5.3)$$

cependant, pour que cette estimation de κ_0 soit juste, il faut pouvoir attribuer la fréquence hétérodynée à la bonne raie. En effet, pour le SHS, les fréquences négatives sont possibles. On est donc face à une ambiguïté et la formule précédente peut renvoyer les deux valeurs de κ_0 symétriques par rapport à la moyenne des deux raies, selon qu'on utilise les valeurs positives ou négatives de f_1 et f_2 . La situation est encore plus confuse si on ne s'est pas assuré d'avoir $\kappa_0 < \kappa_1$ ou $\kappa_0 > \kappa_2$. Ainsi pour déterminer κ_0 il est nécessaire d'avoir une connaissance grossière de θ_0 avant la mesure. La manipulation indiquée au début de cette section donne un moyen facile d'avoir cette connaissance. On peut aussi considérer l'énergie relative de chaque raie pour discriminer les raies, et le doublet du sodium s'y prête tout à fait. Cependant, si le centrage des optiques n'est pas correct, l'information sur l'énergie des raies est corrompue. Ici nous avons les deux informations, et l'énergie des raies confirme bien que $\kappa_0 < \kappa_1$.

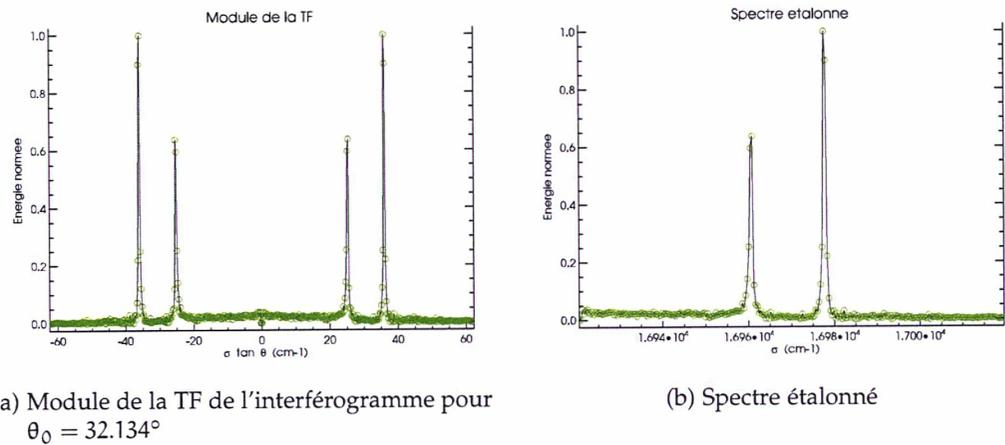


FIGURE 5.2.: Étalonage

Pour la TF de la figure 5.1(b), qui est donnée sur la figure 5.2(a), on mesure $f_1 = 25.246\text{cm}^{-1}$ et $f_2 = 35.995\text{cm}^{-1}$ et on obtient $\kappa_0 = 16920.47\text{cm}^{-1}$, ce qui correspond à $\theta_0 = 32.1339^\circ$. La valeur de l'angle de Littrow correspond exactement à celle désirée, aux incertitudes de mesure près. L'accord entre la mesure et ce qui était prévu par le réglage est optimal étant donné les précisions des mesures et des réglages. Nous pouvons en conclure que l'utilisation du module de la TF pour estimer le spectre suffit à se prémunir des défauts de phases, qui proviennent des incertitudes sur les réglages en

position vues au chapitre 3. D'autre part, les défauts de phase qui pourraient avoir un effet sur l'estimation de la position des raies en utilisant le module de la TF sont négligeables. Les sections suivantes développent les considérations qui permettent d'établir ces conclusions.

5.1.2 TERME DE PHASE

Dans le cas d'un interférogramme idéal et parfaitement symétrique, le spectre peut être obtenu en utilisant une transformation en cosinus seule, c'est-à-dire la partie réelle de la transformée de Fourier complexe. Mais en pratique, l'interféromètre n'est jamais parfaitement symétrique et l'inversion complète du spectre doit se faire en utilisant la transformation de Fourier complexe. Si on introduit un terme de phase supplémentaire $\phi(\sigma)$ dans l'interférogramme, la partie variable de (1.41) devient.

$$\begin{aligned} I(u) &= \int_{-\infty}^{\infty} B_p(\sigma) \cos(2\pi\sigma u + \phi(\sigma)) d\sigma \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{2} \left(B_p(\sigma) e^{i2\pi\sigma u} e^{i\phi(\sigma)} + B_p^*(\sigma) e^{-i2\pi\sigma u} e^{-i\phi(\sigma)} \right) d\sigma \end{aligned} \quad (5.4)$$

Il est alors possible de considérer deux démarches pour supprimer l'effet d'un défaut de phase. La première consiste à utiliser le module de la transformée de Fourier complexe de l'interférogramme. Avec les moyens informatiques actuels, ceci n'est pas plus coûteux que de calculer uniquement la partie réelle. C'est ce que j'ai utilisé tout au long de cet exposé. Cependant, en agissant ainsi, on détériore le rapport signal sur bruit, en intégrant la partie impaire du bruit dans le spectre. Par ailleurs, cela a pour effet de rendre la valeur moyenne du bruit non nulle. Considérant la qualité du signal et du rapport signal sur bruit, pour les mesures réalisées avec NeHFTIS, cela ne posait pas de problème. Cependant, certaines applications peuvent être critiques en terme de rapport signal sur bruit, il faut alors considérer la deuxième démarche. Celle-ci consiste à évaluer le terme de phase en utilisant la partie réelle et la partie imaginaire de la TF de l'interférogramme, afin de pouvoir l'extraire de la partie réelle.

La correction pour les termes de phase est un problème bien connu dans le cas des FTS classiques (Brault, 1987), (Forman et al., 1966), (Sakai et al., 1968), (Learner et al., 1995). L'interférogramme s'écrivant de la même façon pour le SHS, il peut être traité d'une façon tout à fait semblable, comme montré par Englert et al. (2004). En effet, si on considère l'interférogramme sous la forme donnée dans l'équation (3.1), adaptée pour le cas d'une source polychromatique, de densité spectrale $\beta(\sigma)$

$$I(u) = \int_{-\infty}^{\infty} a(u)\beta(\sigma)d\sigma + \frac{1}{2}(c(u,\sigma)\beta(\sigma)e^{2\pi i\sigma u} + c^*(u,\sigma)\beta^*(\sigma)e^{-2\pi i\sigma u})d\sigma \quad (5.5)$$

avec

$$c(u, \sigma) = b(u, \sigma)e^{i\phi(u, \sigma)} \quad (5.6)$$

où $a(u)$, $b(u, \sigma)$ et $\phi(u, \sigma)$ sont des fonctions réelles qui représentent l'ensemble des distorsions possibles sur un interférogramme. Le but des corrections apportées à l'interférogramme est de retrouver la densité spectrale $\beta(\sigma)$. Dans l'interférogramme, elle est multipliée par une enveloppe $b(u, \sigma)$ qui de façon générale peut dépendre de σ . La fonction enveloppe implique que la TF de l'interférogramme donne le produit de convolution entre la TF de l'enveloppe et la densité spectrale. Cet effet est similaire à celui du FTS classique. Il aboutit à la résolution finie de l'instrument quand la fonction enveloppe correspond à la différence de marche finie, et de façon générale à la forme de la fonction d'appareil. Dans le cas du SHS il peut dépendre du nombre d'onde, comme c'est le cas pour la différence de marche finie. Cet effet est bien connu pour le FTS classique (Sakai et al., 1968), cependant, il a été montré (Learner et al., 1995) que des difficultés particulières apparaissent pour le cas d'un spectre en émission rendant les méthodes classiques de correction inefficaces. Les propriétés de $b(u, \sigma)$, et en particulier ses propriétés de parité, par rapport à la différence de marche nulle, déterminent la sensibilité de l'instrument aux erreurs de phase.

5.1.3 LOCALISATION DE LA DIFFÉRENCE DE MARCHE ZÉRO ET ERREURS DE PHASE

En effet, tout comme dans un FTS classique, la transformée de Fourier de $b(u, \sigma)$ possède une partie réelle paire $B_e(\sigma)$, qui est la TF de sa partie paire, et une partie imaginaire impaire $B_o(\sigma)$ qui est la TF de sa partie impaire. En supposant qu'on puisse écrire la fonction de phase comme ne dépendant que de σ , la TF de la partie variable de l'interférogramme peut s'écrire, à un coefficient près

$$\mathcal{F}\{I\} = (B_e(\sigma) + iB_o(\sigma)) \otimes e^{i\phi(\sigma)}\beta(\sigma) \quad (5.7)$$

nous allons considérer deux cas. Dans le premier cas, la différence de marche nulle ne coïncide pas avec le centre du détecteur, et le défaut de phase est nul, dans le deuxième cas, le défaut de phase est non-nul. On note U_1 la différence de marche maximale positive, et $-U_2$ la différence de marche maximale négative.

Erreurs de phase nulle

Si le terme de phase $\phi(\sigma)$ est nul, comme $\beta(\sigma)$ est réelle, la partie impaire de la fonction d'appareil ne joue pas de rôle et peut simplement être ignorée. On est dans le cas bien connu de l'interférogramme dissymétrique. Si on met de côté tous les autres effets, la fonction B est alors la TF de la fonction porte de largeur $U_1 + U_2$

et décentrée de $\frac{u_2 - u_1}{2}$ par rapport à zéro. On a

$$B(\sigma) = 2(u_1 + u_2) \text{sinc}(2(u_1 + u_2)\sigma) e^{i2\pi \frac{u_2 - u_1}{2} \sigma} \quad (5.8)$$

Si on utilise le module de la transformée de Fourier, alors l'effet du mauvais centrage de la DDM nulle n'importe pas, et la fonction d'appareil n'est pas modifiée. Si on veut utiliser la partie réelle de la TF de l'interférogramme, alors il faut corriger le spectre pour le terme introduit par l'exponentielle. Tout cela est très bien maîtrisé à l'heure actuelle. En revanche s'il reste un terme de phase dans l'interférogramme, la contamination du spectre peut être plus sévère.

Erreurs de phase résiduelle

S'il subsiste un terme de phase $\delta(\phi)$ pour tout nombre d'onde, alors on a

$$e^{i\phi(\sigma)} \beta(\sigma) = \beta(\sigma) \cos(\delta(\phi)) + i\beta(\sigma) \sin(\delta(\phi)) \approx \beta(\sigma) + i\beta(\sigma)\delta(\phi) \quad (5.9)$$

Et la partie réelle de (5.7) contient un second terme qui résulte de la convolution de $\beta(\sigma)\delta(\phi)$ avec la partie impaire de la TF de l'enveloppe $B_o(\sigma)$

$$\text{Re}(\mathcal{F}\{I\}) = B_e(\sigma) \otimes \beta(\sigma) + B_o(\sigma) \otimes \beta(\sigma)\delta(\phi) \quad (5.10)$$

Si on considère que le terme de phase varie peu sur l'intervalle spectral libre, on peut écrire

$$\text{Re}(\mathcal{F}\{I\}) = \beta(\sigma) \otimes (B_e(\sigma) + B_o(\sigma)\delta(\phi)) \quad (5.11)$$

Le terme supplémentaire déplace et déforme les raies observées d'une quantité qui dépend de la valeur locale du défaut de phase. Ce résultat est valable pour le SHS comme pour le FTS et montre l'importance de la localisation de la différence de marche nulle dans les interférogrammes enregistrés. En effet, la plupart des défauts de phase rencontrés dans les parties 2 et 3 sont symétriques par rapport à la différence de marche nulle, à commencer par l'effet de la différence de marche finie. La figure 5.3 est adaptée de Learner et al. (1995) et montre l'importance de l'erreur sur la position de la raie. Rappelons que u_1 et u_2 représentent les différences de marche maximum enregistrées pour les DDM respectivement positive et négative. L'abscisse de ce graphique est donc la mesure du centrage de la position de la différence de marche nulle sur le détecteur. En ordonnée, la figure 5.3 présente l'erreur commise sur la position du centre de la raie par unité d'erreur de phase relativement à la largeur à mi-hauteur (FWHM) de la raie dans deux cas : le cas d'une raie gaussienne résolue, c'est-à-dire dont la forme est échantillonnée et le cas d'une raie non résolue, dont la forme est le sinus cardinal représentant la fonction d'appareil car sa largeur propre est indiscernable pour l'instrument et s'apparente à un dirac. Par principe, le SHS est moins sensible à cet effet qu'un FTS classique. En effet, l'amplitude de $B_o(\sigma)$ est d'autant

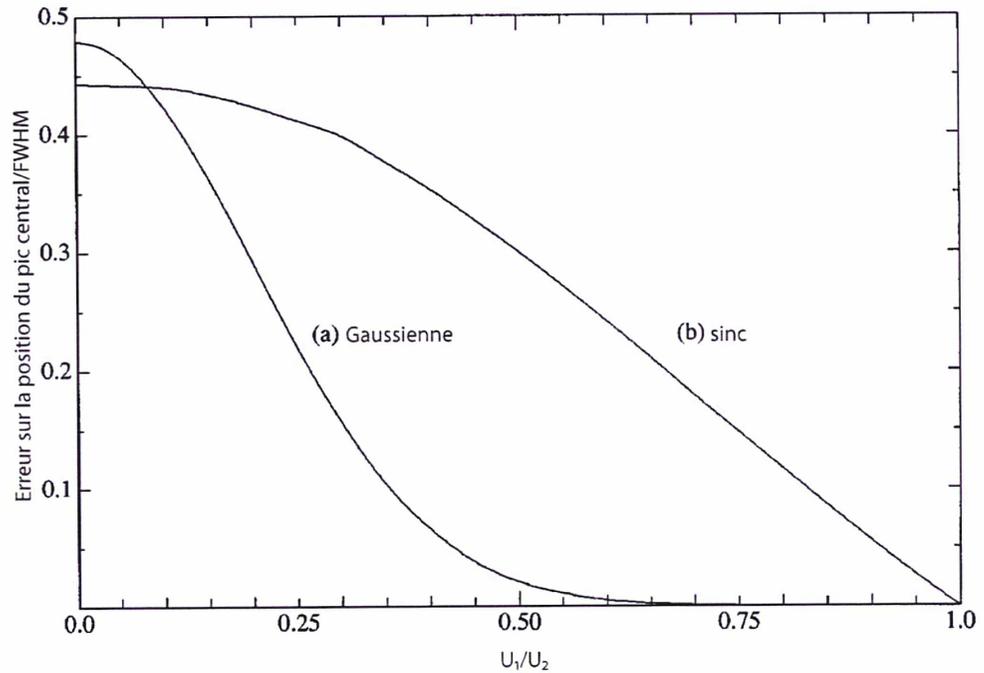


FIGURE 5.3.: Erreur sur la position de la raie en fonction du rapport entre les différence de marche extrêmes enregistrées pour les DDM négative et positive. Le rapport entre l'erreur sur la position de la raie par unité d'erreur sur la phase et la largeur à mi-hauteur de la raie est tracé en fonction de la position de la DDM nulle sur la largeur du détecteur pour deux cas : (a) une raie gaussienne résolue et (b) une raie non résolue représentant le sinus cardinal de la fonction d'appareil. Figure adaptée de [Learner et al. \(1995\)](#)

plus faible que la fonction enveloppe est symétrique par rapport à zéro. La figure 5.3 montre que dans le cas d'une raie résolue, l'effet de la phase est négligeable pour une erreur sur le centrage de la DDM nulle inférieure à 30% de la demi-largeur du détecteur. Dans le cas du SHS imageur ou non, la DDM nulle se trouve à l'intersection des deux fronts d'ondes diffractés par les bras de l'interféromètre. Dans sa configuration optimale, la DDM nulle est donc centrée sur le détecteur, à la précision des positions des éléments près. Ainsi, il est très facile de se placer dans les conditions énoncées ci-dessus, avec une erreur sur la localisation de la DDM nulle inférieure à 30% de la demi-largeur du détecteur. En pratique les effets de la position de la DDM nulle sont donc négligeables pour une raie résolue. Cependant, pour une raie non résolue, l'effet

de la position de la DDMo est plus sensible, et l'utilisation de la partie réelle de la TF de l'interférogramme nécessite une correction pour le terme de phase.

5.1.4 CORRECTIONS POUR LE TERME DE PHASE

Un article récent par [Englert et al. \(2004\)](#) présente les particularités de la correction du terme de phase pour le SHS. Dans le cas du SHS imageur, il suffit d'appliquer ces méthodes ligne par ligne dans la hauteur de l'interférogramme pour avoir le terme de phase utile pour chaque interférogramme des points du champ de vue. Je rappelle ici brièvement les conclusions de l'article de [Englert et al. \(2004\)](#), où les développements théoriques ainsi que la démonstration de l'efficacité de la méthode proposée sont détaillés.

Pour le FTS classique, la phase est évaluée par une source large, tel un corps noir, pour connaître la phase à toutes les fréquences. Pour le SFH, étant donné l'étroitesse de la bande passante, on utilise une technique basée sur la mesure de la phase pour des raies monochromatiques. Il s'agit de faire l'hypothèse que les variations du terme de phase sont lentes comparées à celle de l'interférogramme et d'utiliser une source monochromatique, de nombre d'onde σ_1 . Alors la TF de l'interférogramme n'a de valeur significative qu'autour des pics de la raie de nombre d'onde σ_1 et en isolant une petite région de la TF au moyen d'une fenêtre gaussienne autour de la raie positive, on prélève l'information de phase $\phi(\sigma_1)$ liée à ce nombre d'onde. Alors en translatant la TF de la quantité $-\sigma_1$ et en calculant à nouveau la TF inverse de la raie isolée, on obtient

$$I_{\sigma_1} = b(u, \sigma_1) e^{i(\phi(\sigma_1, u))} \quad (5.12)$$

Et la phase pour σ_1 peut être obtenue par

$$\phi(\sigma_1, u) = \arctan \frac{\text{Im}(I_{\sigma_1})}{\text{Re}(I_{\sigma_1})} \quad (5.13)$$

Il suffit alors de recommencer l'opération pour plusieurs nombre d'ondes et la fonction de phase est connue en fonction du nombre d'onde. Pour ce faire, la méthode la plus précise est l'utilisation d'une source monochromatique de longueur d'onde variable, mais on peut aussi utiliser une source dont les raies d'émission sont bien séparées. ([Englert et al., 2004](#)), en définissant un plan de phase, donne une méthode pour extrapoler la phase des nombres d'ondes entre les points de mesures. La figure 5.4 donne la fonction de phase moyenne sur la hauteur du détecteur calculée pour l'interférogramme présenté sur la figure 5.1b, pour chacune des raies du sodium. Ces courbes sont corrigées de façon à avoir le terme de phase nul à la DDM nulle. Le comportement de ces courbes pour les valeurs extrêmes de x n'est pas significatif et n'est que le reflet d'effets de bord dans les calculs numériques. On peut voir que les deux courbes ont des allures similaires ce qui indique que les défauts de phases sont

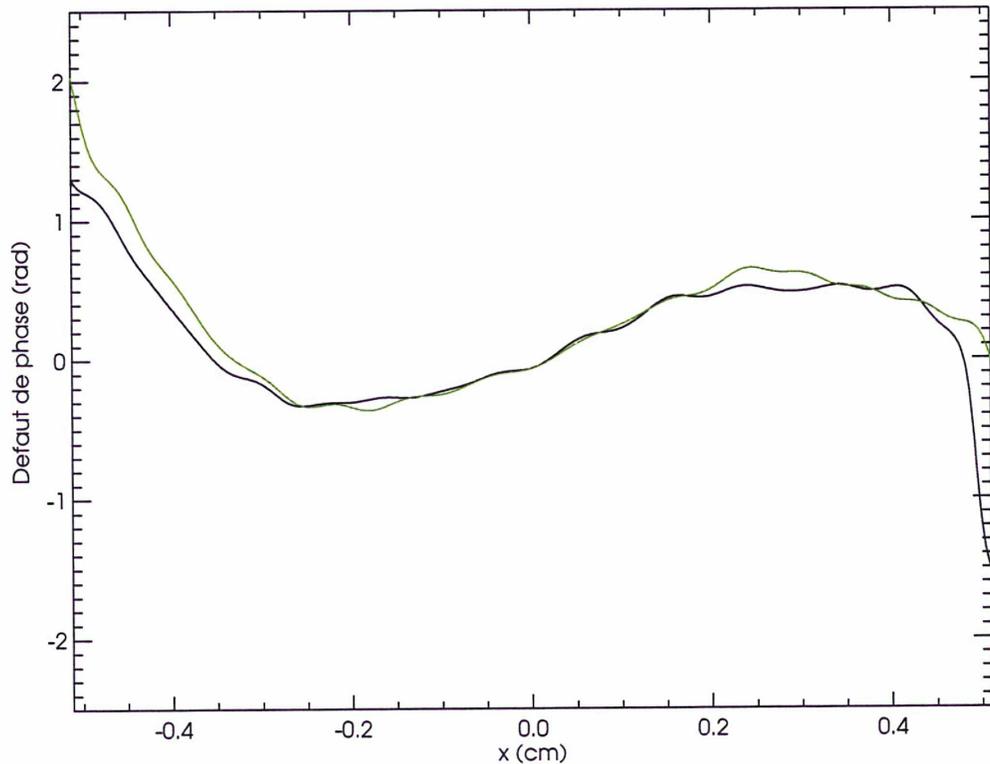


FIGURE 5.4.: Fonction de phase moyenne sur la hauteur du détecteur pour les deux raies du sodium, en noir D1 et en vert D2. Les deux courbes ont la même allure ce qui indique que la fonction de phase ne présente pas de dépendance avec le nombre d'onde sur ce court intervalle.

proche pour ces deux nombres d'ondes. Étant donné la nature étroite des spectres mesurés, il est difficile de conclure si un effet a une variation de fréquences ou non. La valeur de la fonction de phase est presque nulle pour les valeur de x proches de 0, mais un faible terme de phase apparaît à mesure que l'on s'éloigne de la DDM nulle. L'aspect régulier de la courbe est une conséquence directe de l'utilisation d'une fenêtre gaussienne pour sélectionner chaque raie. Dans l'idéal, une source monochromatique est utilisée pour déterminer la fonction de phase, ce qui supprime le besoin d'une fenêtre pour isoler la raie ; de cette façon la fonction de phase peut être déterminée à haute résolution pour ce nombre d'onde. Cependant, tant que le terme de phase varie lentement avec la différence de marche, sa détermination à haute résolution n'est pas nécessaire. Le terme de phase, dans le cas du SHS, est principalement une caractéristique de l'instrument lui-même, il émane des déformations provoquées

par les optiques, ou de défauts sur les réseaux. Même s'il devient significatif, il peut être mesuré puis corrigé. Sur ce point, la technique présente une simplicité que le FTS n'égale pas. De plus en fonction des dépendances de la fonction de phase (dépendance avec la DDM seule, le nombre d'onde seul, ou bien dépendance conjointe) les techniques de corrections peuvent être simplifiées, comme le montre [Englert et al. \(2004\)](#). J'ai essayé d'utiliser des méthodes de détermination de la phase plus raffinées, comme par exemple l'utilisation de fenêtre de largeurs variables pour l'isolation des raies, associée à l'utilisation d'ondelettes pour explorer les effets des dépendances de la phase avec le nombre d'onde et la différence de marche, selon la méthode proposée par [Zhong and Zeng \(2007\)](#). Je n'ai pu montrer aucune différence significative avec la méthode à basse résolution. Ceci vient justifier a posteriori la validité de l'hypothèse sur la variation lente de la fonction de phase.

5.2 CORRECTION DE CHAMP PLAT DES INTERFÉROGRAMMES

Une des différences majeures entre le FTS et le SHS est que, pour ce dernier, l'interférogramme n'est pas enregistré dans le domaine temporel mais dans le domaine spatial. En conséquence cette technique n'est pas sensible aux variations temporelles de la source. Cependant, comme présenté dans la partie 3.3.3, si l'interférogramme enregistré pour chaque élément de différence de marche varie sensiblement, le spectre inversé peut être contaminé. Cet effet est similaire à celui d'une variation temporelle de la scène pour un FTS classique, avec la différence notable qu'ici les variations sont caractéristiques de l'instrument et ne dépendent pas de la scène observée, rendant ainsi possible un étalonnage de l'instrument indépendant de la scène. [Englert and Harlander \(2006\)](#) propose d'adapter le terme de champ plat pour cette correction, puisque ce terme est communément utilisé pour qualifier les corrections des variations de pixel à pixel des détecteurs en imagerie. Le même article expose plusieurs méthodes pour corriger les interférogrammes bruts, en fonction des contraintes imposées par les conditions expérimentales. Ces méthodes sont efficaces et complètes et je les ai utilisées pour obtenir les spectres présentés dans ce travail. En particulier, l'approche qui consiste à mesurer la réponse de l'instrument alternativement pour chaque bras de l'interféromètre, en obstruant successivement une voie puis l'autre, donne de très bons résultats et permet de rendre homogène l'éclairement sur la surface du détecteur. Le détail de ces méthodes et la démonstration de leur performance sont très bien montrés dans l'article de [Englert and Harlander](#). Je les ai utilisées exactement comme elles sont décrites, il n'est donc pas nécessaire que je les développe ici. Ce chapitre a présenté une méthode permettant de corriger l'interférogramme des effets instrumentaux indésirables, et une procédure pour l'étalonnage spectral. Il reste donc pour qualifier cette instrument à faire l'étalonnage de la qualité image et de l'imagerie. Toute deux nécessitaient des composants supplémentaires, (un corps noir ou l'obser-

vation d'une scène variée spectralement dans sa dimension spatiale) et elles n'ont pas pu aboutir avant la fin de thèse. Le chapitre suivant présente les essais préliminaires en liaisons avec ces démarches, et revient sur quelques points qu'il faudrait mentionner à défaut de pouvoir les intégrer à l'étude.

CONCLUSION

PERSPECTIVES ET CONCLUSION

En conclusion, le concept du spectromètre imageur de Fourier hétérodyne recèle un fort potentiel pour l'imagerie spectrale planétaire à haute résolution. C'est un instrument capable d'atteindre une haute résolution spectrale, sans partie mobile, et pour des diamètres de télescope moindre, comparés au spectromètres à réseau à fente. Embarqué en orbite planétaire, il devrait bien se prêter à l'acquisition d'images par le mode pushbroom. Il présente un avantage net sur d'autres techniques dans des cadres de mission assez restreint, ce qui en fait un type d'instrumentation de "niche". Cette thèse a permis d'en valider le concept. Le cadre théorique développé décrit les performances de l'instrument, et donne les connaissances nécessaires pour la caractérisation des composants en fonction des performances attendues. Les tolérances aux réglages et l'efficacité de l'instrument en fonction des paramètres du système est établi. De plus, les prédictions théoriques ont été validées par la réalisation du banc NeFHTIS. Ce démonstrateur a montré qu'en utilisant des composants simples et courants, il est possible d'obtenir de bonnes performances en terme de résolution spectrale (42 000) et d'imagerie. Une série de tests variés ont mis en évidence la conformité de l'instrument au comportement théorique, dans la limite de précision des réglages. Des images spectrales fidèles ont été obtenues dans la hauteur d'une fente. La durée de la thèse étant limitée, il reste bien sûr de nombreuses voies à explorer. Ce chapitre propose tout d'abord une présentation des recherches qui n'ont pas pu voir d'aboutissement dans le cadre de cette thèse et qu'il est souhaitable de poursuivre. Pour l'heure, il reste possible d'envisager ce concept dans le cadre de véritables missions planétaires, et de dégager les applications pour lesquelles il représente un intérêt plus fort que d'autres méthodes de spectro-imagerie.

PERSPECTIVES

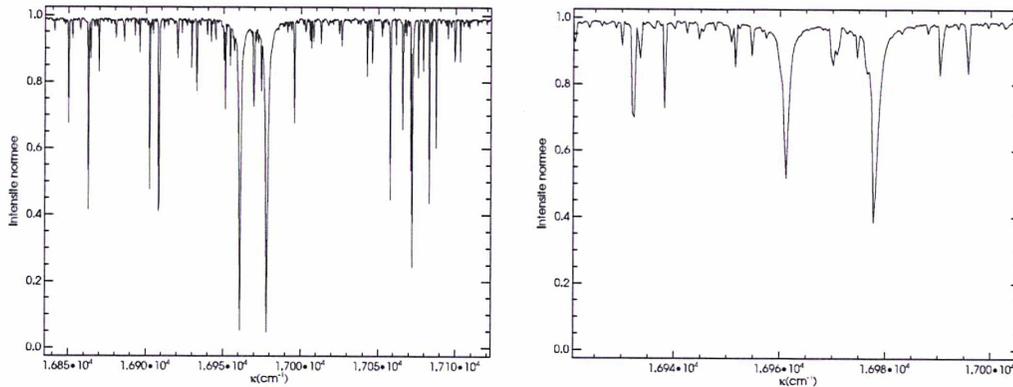
RÉPONSE SPECTRALE

Bien que les capacités fondamentales de l'instrument soient à ce stade démontrées, une expérience d'imagerie spectrale d'une scène d'intérêt scientifique n'est pas encore

obtenue. Pour connaître la réponse de l'instrument pour une source variant spectrale-ment dans le champ, nous avons voulu y apporter des modifications importantes. En effet, les dimensions du détecteur limitent le champ de vue maximum à environ 1.45° , avec une résolution spatiale de 0.005° . De plus la bande passante spectrale est de 2nm. Pour valider les performances de l'instrument sur un objet complexe, il faut donc pouvoir avoir une source présentant des motifs spectraux à haute résolution variés dans un angle de vue peu important. Dans ces conditions, l'utilisation de moyens de laboratoire semble très difficile. Il est donc apparu judicieux d'utiliser le télescope de la tour solaire de Meudon pour former l'image d'une tache solaire au foyer du collimateur. Grâce aux phénomènes magnétiques intenses dans les taches, il est possible de voir de fines signatures spectrales dans la hauteur du détecteur. L'image spectrale en deux dimensions d'une tache solaire peut être ensuite obtenue en utilisant le mouvement du Soleil. De plus utiliser un télescope proche géographiquement rend la mise en place de l'expérience beaucoup moins risquée, et ne limite pas l'obtention de résultats à la durée d'une courte mission. Ce choix a donc été retenu pour une étude de faisabilité, qui est présentée dans la section suivante.

Étude de faisabilité

Le Soleil a un diamètre apparent de $32'$, et son image au foyer du télescope de 45m de focale a un diamètre de 42cm. Alors, $1'$ sur le Soleil représente $217\mu\text{m}$ au foyer du télescope et environ $390\mu\text{m}$ sur le détecteur, soit 20 pixels environ. Une tache solaire ayant un diamètre apparent pouvant varier entre $2''$ et $2'$, il est possible de voir une évolution du spectre sur 1 à 40 pixels, et même d'avoir plusieurs taches dans le champ. Cependant, la stabilité et la précision du banc nécessitent qu'il soit installé sur un table optique et il n'est pas possible de l'adapter au foyer du télescope de la tour solaire. Il est donc nécessaire d'établir une liaison entre le foyer de la tour solaire, et celui du collimateur de NeHFTIS, situé dans une salle à une centaine de mètres de la tour. Ceci est possible en utilisant un toron de fibres, spécialement conçu pour que chaque fibre échantillonne une portion du champ de vue, en superposant les cœurs des fibres l'un sur l'autre, en ligne. Des études préliminaires montrent la faisabilité du concept. Néanmoins, pour avoir une résolution spatiale de $2''$ sur le Soleil, il faudra des fibres de $40\mu\text{m}$ de diamètre de cœur. Les fibres de diamètre de cœur inférieur à $100\mu\text{m}$ sont particulièrement sensibles au niveau de leur connecteur (qui permet l'adaptation sur un banc). Pour minimiser les risques d'échec, il a été jugé préférable de réduire la résolution spatiale et d'utiliser des fibres de $100\mu\text{m}$ de diamètre de cœur. Dans ces conditions seules les taches de diamètre supérieur à $30''$ peuvent être échantillonnées. Un toron d'une cinquantaine de fibres donne alors un champ de vue d'environ $2.5'$, ce qui est suffisant pour faire l'image d'une grosse tache ou de plusieurs petites. Pour obtenir un champ continu, les fibres doivent être montées avec une grande précision en utilisant des micro-lentilles pour échantillonner la pupille. Il faut aussi commander



(a) Spectre solaire pour une résolution $\delta\sigma = 0.380\text{cm}^{-1}$ dans la bande passante permise par le filtre

(b) Spectre repliée autour de $\sigma_0 = 16920.44\text{cm}^{-1}$ et convolué par le fonction d'appareil avec $\delta\sigma = 0.389\text{cm}^{-1}$

FIGURE V.: (a) Spectre solaire réel et (b) simulation du spectre repliée autour de σ_0 produit par l'hétérodynage. Le doublet du sodium en absorption reste visible.

un filtre de bande passante de 2nm, centré sur le doublet du sodium. Ce genre de filtre n'est pas disponible sur catalogue, et il faut le réaliser sur mesure. Il n'a pas été possible de la faire, en particulier pour des raisons budgétaires. Par ailleurs, il était possible et souhaitable de réduire les coûts de la manipulation. D'une part, on peut utiliser un nombre de fibres bien moins important. Cela implique que le champ observé sera plus faible. Le Soleil étant dans sa phase d'activité la plus basse, cela ne représente pas une grosse perte, étant donné que la taille des taches, et leur nombre, sont très faibles. D'autre part on peut choisir de ne pas utiliser de micro-lentilles. Ce dernier choix semble très avantageux car le coût de la réalisation et de la pause des micro-lentilles représente un coût fixe qui participe à hauteur de 50% du prix d'achat des fibres.

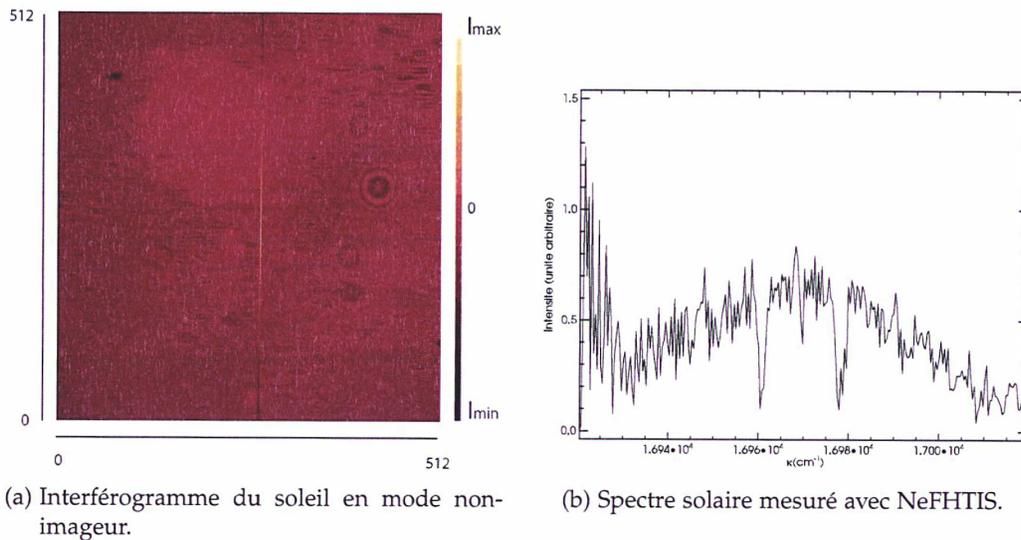
Cela a deux conséquences principales. D'une part, le champ n'est pas échantillonné continûment et l'image de la tache n'est que partielle. Cependant, cette conséquence est mineure étant donné l'objectif de l'expérience. D'autre part et de façon beaucoup plus significative, étant donné les ouvertures des fibres disponibles, celle du télescope et celle de l'instrument, une partie non négligeable du flux est alors perdue. Une étude numérique a été réalisée et elle a montré que même en considérant ces pertes, la sensibilité de l'instrument permet tout de même d'enregistrer un signal dans ces conditions. Toutefois, les performances photométriques du banc restent mal connues et les résultats de cette étude sont soumis à une très grande incertitude. Étant donné le budget conséquent à engager dans l'expérience, même pour une version simplifiée,

il a été jugé préférable de commencer par tester la réponse pour une seule fibre, sans utiliser de filtre.

Expérience test

Dans ces conditions, les éléments spectraux dans une bande passante de 100cm^{-1} environ avant et après le nombre d'onde de Littrow sont superposés dans le spectre. De plus, le filtre installé sur le banc ayant une bande passante supérieure à celle permise par l'échantillonnage, des effets d'aliasing sont inévitables. Ceci rend l'exploitation des spectres et leur utilisation à des fins scientifiques complètement impossible. Cependant, en choisissant bien l'angle de Littrow, il est possible que la partie du spectre qui se superpose à l'autre soit uniquement dans le continuum du spectre, et en théorie, cela n'empêche pas la détection des raies en absorption. En utilisant un spectre enregistré au sol par un spectrographe à haute résolution (Delbouille et al., 1972), tel que présenté sur la figure V (a), on peut simuler l'effet de l'absence de filtre sur le spectre hétérodyné, comme présenté sur la figure V (b). On voit que malgré l'absence de filtre, le doublet du sodium en absorption est encore visible, bien que sa valeur par rapport au continuum soit affectée. En tout cas, le spectre résultant offre encore assez de motifs pour tester l'utilisation de fibres sur le banc. Nous avons donc choisi d'installer une fibre de 150 m de longueur et 100 μm de diamètre entre le foyer du télescope et le foyer de l'instrument.

Cette première tentative a échoué, aucun flux n'étant transmis par la fibre après l'installation. Une fibre de diamètre si faible est particulièrement fragile, surtout au niveau des connecteurs, et nous avons décidé d'en commander une plus robuste, plutôt que de réparer l'existante. Il faut alors utiliser une fibre de cœur de 200 μm . Ceci dégrade encore la résolution spatiale, mais reste dans des conditions de résolution spectrales admissibles. En installant la nouvelle fibre, nous avons compris la cause de l'échec de la première tentative : la fibre avait été sectionnée à environ 10 m du télescope, probablement par un rongeur. Néanmoins avec la nouvelle fibre les précautions nécessaires ont été prises pour éviter ce genre d'incident et le flux a cette fois-ci bien été acheminé jusqu'au foyer de l'instrument. Moyennant un temps de pause de 5 secondes, le spectre du soleil a pu être enregistré. Cependant, le Soleil étant au plus bas de son activité, il n'y avait aucune tache à sa surface pendant la durée de la campagne de mesure, et nous avons simplement mesuré le spectre solaire en période de faible activité. La figure VI présente l'interférogramme enregistré en mode non-imageur. La ligne plus verticale plus intense représente la position de la DDM nulle. On voit qu'elle n'est pas exactement centrée sur le détecteur. L'écart à la position voulue est de 320 μm et correspond au meilleur centrage possible avec les moyens de réglage disponible. Toutefois, cette erreur est dans la limite du défaut normalement admissible, et peut être négligée. Ensuite, on observe par les variations de l'intensité le long de cette ligne verticale, qu'il subsiste un léger défaut d'orientation des réseaux, provoquant l'inclinaison de la co-



(a) Interférogramme du soleil en mode non-imageur.

(b) Spectre solaire mesuré avec NeHFTIS.

FIGURE VI.: (a) Interférogramme et (b) spectre solaire mesurés avec NeHFTIS. On peut voir sur la figure (a) que la DDM nulle n'est pas exactement centrée et qu'il subsiste un léger défaut d'orientation des angles provoquant l'inclinaison de la colonne de DDMo d'un angle de 0.4° . Cependant, on peut tout de même distinguer les raies du sodium, parfaitement placées en nombre d'onde sur la figure (b).

lonne de DDM nulle, dont la mesure donne un angle de 0.4° . Cet angle signifie que la sommation sur les lignes du détecteur brouille le spectre en le multipliant par un sinus cardinal qui dépend de la longueur d'onde. Cependant, en calculant la TF de l'interférogramme ligne par ligne, il n'est pas possible d'observer le spectre, le rapport signal sur bruit n'est pas suffisant. Toutefois, en sommant l'interférogramme sur toute la hauteur du détecteur, on améliore nettement le rapport signal sur bruit, démontrant par la même que le bruit d'un pixel à l'autre n'est pas corrélé. En conséquence, l'effet du sinus cardinal sur le spectre est relativement moindre. En effet, on peut voir sur la figure VI(b), le doublet du sodium sortir du bruit, avec une bonne estimation des fréquences des raies. Le centre des raies mesurées correspond à la valeur théorique du doublet du sodium à un élément de résolution spectrale près. Néanmoins, on remarque deux gros problèmes. Premièrement, la partie basse fréquence du spectre est très mal corrigée, et les techniques de champ plat habituelles ne semblent pas être suffisantes. Ceci peut être le reflet des effets d'aliasing mentionnés plus haut. De plus, le spectre est particulièrement déformé, et les profils de raies, bien qu'elles soient résolues, ne sont pas fidèles. Par ailleurs, on voit nettement que la réponse en intensité n'est pas uniforme pour toutes les longueurs d'ondes. Il est difficile de déterminer l'origine exacte de cet

effet, et un étalonnage photométrique de l'instrument est nécessaire. Cependant, nous avons tout de même essayé d'utiliser la lentille cylindrique pour former l'image de la fibre. Avec la lentille cylindrique, les effets des défauts deviennent encore plus significatifs, et de fait, le spectre est indiscernable. Ainsi, pour passer en mode imageur avec un spectre continu, il est nécessaire d'avoir une maîtrise des alignements et rotations des éléments du banc environ dix fois plus précise que celle dont nous disposons. Il serait aussi préférable d'utiliser une fibre de diamètre de cœur inférieur. L'obtention d'une image spectrale d'une tache est possible, mais les moyens à mettre en place sont donc importants, et il n'était pas possible d'aller plus loin dans le temps imparti à la thèse. Néanmoins, cette expérience a permis de caractériser au moins partiellement la réponse de l'instrument pour une source polychromatique, et de valider les méthodes de calibrations spectrales. En effet, les centres des raies ont la valeur attendue par la théorie à un élément spectral près. De cette façon, les méthodes d'étalonnage spectral sont validées.

ABERRATIONS OPTIQUES

Les aberrations optiques peuvent provenir de tous les éléments du système. Elles déforment le front d'onde de manière plus ou moins importante, provoquant des erreurs dans l'interférogramme enregistré. Elles proviennent bien sûr des lentilles, mais les défauts des traits des réseaux ou les inhomogénéités d'indice peuvent aussi donner naissance à ces défauts. L'importance de ces effets peut cependant être réduite par une conception méticuleuse. À l'inverse, si on peut déterminer l'importance des aberrations sur le spectre, on peut optimiser le système.

L'utilisation de la lentille cylindrique pour former l'image de la fente permet de donner plus de flexibilité pour concevoir une optique corrigée des principales aberrations dans le sens des réseaux, toutefois, les différents types d'aberrations ont des effets différents sur l'interférogramme. Les aberrations font varier le chemin optique suivi par la lumière en fonction des positions des rayons lumineux dans la pupille, et il n'existe plus de relation linéaire entre la différence de phase et la position sur le détecteur, produisant une variation de la période des franges avec la position ou un brouillage des franges. Pour prendre en compte les effets des aberrations sur l'interférogramme, il faut étudier les aberrations sur la base de la théorie de la diffraction. Ainsi, [Born and Wolf \(1980\)](#) montre que les aberrations peuvent se caractériser par des déformations du front d'onde qui viennent s'ajouter à la phase de l'onde considérée. Ainsi, on note $\Phi_{abb}(x, y)$ la fonction d'aberration, on peut écrire la différence de phase entre les deux bras de l'interféromètre

$$\Delta\Phi(x, y) = 8\pi\kappa\sigma \tan \theta_0 x - \Delta\Phi_{abb}(x, y) \quad (5.14)$$

Or la fonction $\Delta\Phi(x, y)$ dépend du type d'aberration et elle prend la forme d'un polynôme en coordonnées polaire dans la pupille. Ces effets sur le spectre sont donc

très difficiles à évaluer analytiquement. Les erreurs introduites par les aberrations du front d'onde peuvent être considérées comme un échantillonnage irrégulier de l'interférogramme Døhlen (1994), c'est-à-dire que l'interférogramme enregistré peut s'écrire $I_E(u) = I(u + \epsilon)$, avec ϵ l'erreur d'échantillonnage. Dans le cas du SHS, les irrégularités d'échantillonnage dépendent de la longueur d'onde la correction de ces effets, comme cela se fait pour le FTS classique, peut être obtenue par le ré-échantillonnage de l'interférogramme.

ÉTALONNAGE PHOTOMÉTRIQUE

Pour finir, il est important de mentionner encore une fois qu'un des derniers points cruciaux pour la connaissance complète de l'instrument est l'étalonnage photométrique. Pour se faire, il faut disposer d'un filtre adapté à l'intervalle spectrale libre défini par le détecteur et d'une source continue et étalonnée en flux. Pour obtenir un étalonnage absolu, la connaissance exacte du flux injecté dans l'instrument est nécessaire, ce qui requiert l'adaptation parfaite de l'éclairage au train optique de l'instrument.

DOMAINE D'INTÉRÊT ET MINIATURISATION

Un des grands atouts de cette technique est sa versatilité. Malgré le fait que l'avantage de ce type d'instrument ne peut s'exprimer que pour des missions très particulières (très haute résolution spectrale, large étendue, imagerie en mode pushbroom), le concept ne se limite pas à une seule région spectrale, et le domaine du possible est simplement limité par les performances des détecteurs ou des optiques. Certes, le banc de démonstration présenté ici était conçu pour le visible, mais il suffit d'effectuer de légères modifications pour utiliser cet instrument dans un vaste des domaines optiques. Concernant l'ultra-violet, il existe une version du montage n'utilisant que des éléments réfléchissants mis au point par Harlander et al. (1992) qui pourrait être aussi adaptée à l'imagerie, en utilisant des miroirs asphériques. Cette version utilise simplement les réseaux comme lame séparatrice, en utilisant les ordres de diffraction $+1$ et -1 pour chaque bras. Toutefois, cela change significativement les contraintes sur le système et une nouvelle étude serait nécessaire. Concernant l'infrarouge, il suffit de changer la densité de traits des réseaux et le détecteur pour pouvoir atteindre la même résolution dans le domaine infrarouge proche. Pour l'infrarouge lointain, la dimension des réseaux limite la résolution du système et les hautes résolutions spectrales ne peuvent plus être atteintes dans un volume réduit. En effet, à ces longueurs d'onde, pour avoir un réseau de petite taille, la relation $R = 4W\sigma \sin \theta_0$ implique un angle de Littrow très faible, qui à son tour implique une faible densité de traits, pour travailler à l'ordre 1. A l'heure actuelle, il est encore assez difficile techniquement de produire de tels réseaux et le FTS est préférable dans ce domaine.

La taille et la densité des traits des réseaux est d'ailleurs une des limitations technologiques majeures du concept. Cela limite la résolution pour l'infrarouge, mais réciproquement, il est difficile d'obtenir des basses résolutions pour des longueurs d'onde plus faibles. Néanmoins dans ces cas là, il existe d'autres possibilités pour dégrader la résolution, en augmentant l'étendue par exemple. Cependant, ce genre de compromis peut se révéler désavantageux vis à vis d'autres méthodes, comme les méthodes dispersives par exemple (Ferrec, 2008). En effet, même à basse résolution la bande passante reste intrinsèquement limitée par le nombre de pixels, dont la moitié seulement participe à l'intervalle spectral libre, ce qui n'est pas le cas pour un système dispersif. Le concept du SIFH reste principalement conçu pour atteindre une haute résolution spectrale, et c'est dans cette configuration qu'il présente le plus d'intérêt vis-à-vis des autres techniques.

Par ailleurs, cette haute résolution est obtenue au prix d'un intervalle spectral libre réduit. Il est essentiellement déterminé par le nombre de pixels qui, pour les détecteurs actuels, ne dépasse pas le millier. C'est donc un deuxième élément déterminant pour l'intérêt de la technique, et les SIFH ne se prêtent bien qu'aux missions scientifiques ayant des objectifs modestes en bande passante. La compacité de l'instrument permet certes d'envisager l'intégration de plusieurs modules sur un même satellite. Ces modules, en utilisant exactement les mêmes composants, pourraient avoir des bandes passantes contiguës en jouant sur l'angle des réseaux. Cependant, dans ce cas l'information de tous les points du champ ne peut pas être obtenue de façon instantanée pour toute la bande passante, et on réintroduit les problèmes de variabilité temporelle qui sont si gênants pour l'inversion des spectres. Cette technique doit vraiment se limiter à la bande passante permise par le nombre d'éléments sur le détecteur, les seules améliorations possibles doivent venir des progrès technologiques.

Enfin, le rapport signal sur bruit typique de ces instruments, les rendent plus adaptés et performant pour l'observation de spectre d'émission, dans le cas d'une détection limitée par le bruit de photons. Le bruit enregistré dans le domaine de l'interférogramme dépendant surtout du signal moyen, et étant redistribué sur tous les éléments spectraux, les spectres d'absorption ont un moins bon rapport signal sur bruit dans le continuum. A l'inverse, les spectres d'émissions sont favorisés par ces mêmes caractéristiques. Dans ce cas, le bruit est réparti dans les éléments du spectre ne contenant pas d'information, et le rapport signal sur bruit dans la raie devient bien meilleur que pour un autre type d'instrument.

Le SFHI est un instrument d'une grande simplicité et l'adaptation du SHS à l'imagerie, en utilisant une lentille cylindrique et une solution élégante et efficace. Elle nécessite toutefois de prendre quelques précautions, en particulier assurer que les réseaux soient pratiquement immobiles entre eux. Dans ces conditions, l'utilisation d'un instrument mono-bloc est très fortement recommandée. Bien que les méthodes traditionnelles de maintien en position des différents éléments soient capables d'assurer les tolérances très serrées sur ces paramètres, la simplicité du montage et le faible nombre

de composant rendent une solution mono-bloc très intéressante. Le compromis entre performances et difficultés technologique de réalisation, étant donné les progrès des techniques d'assemblage et de taillage des blocs optiques, penche réellement en faveur de la conception d'un cœur interférométrique monolithique.

EXEMPLES D'APPLICATIONS

Les applications pour ce type d'instrument sont, comme on l'a vu dans l'introduction, très nombreuses. Pendant la durée de la thèse, plusieurs projets ont été étudiés, pour établir l'intérêt et la faisabilité de ce genre d'instrument dans le cadre d'applications réelles. Pour illustrer les perspectives permises par ce genre d'instrument, j'en présente ici deux exemples, qui pourront être développés dans le futur.

OBSERVATION DE LA TERRE

Plusieurs missions d'observation de la Terre ont été proposées par le co-financeur de cette thèse, Thalès Alenia Space. Les résultats de l'étude de faisabilité que j'ai réalisée pour l'une d'elles est présenté ici. Étant donné le caractère industriel de ces études, le contexte général de l'étude n'est pas explicité.

Fauchée	3.4°
IFOV	0.008°
Temps de pose maximum	3.1s
Domaine spectral	755 – 775nm
Élément de résolution spectral	objectif 0.02nm (seuil 0.17nm)
Diamètre de la pupille d'entrée	90mm maximum
Rapport signal à bruit de l'instrument	2000 (objectif) sur la luminance de référence

TABLE I.: Caractéristiques de la mission

La question était de savoir s'il est possible d'envisager un SFHI pour une mission dont les caractéristiques sont données dans le tableau I. De plus, pour cette application la très haute résolution spectrale est prioritaire sur le rapport signal à bruit. Un SFHI est en effet envisageable pour ce genre de mission. Les résultats de l'étude de faisabilité préconisent les caractéristiques donné dans le tableau

La largeur des réseaux, la densité de traits et θ_0 permettent d'atteindre les performances en bande passante et en résolution spectrale désirées. Ces composants ne présentent aucune difficulté de fabrication. La taille de la fente et la focale du télescope permettent d'assurer la résolution spatiale, et le collimateur assure l'adaptation à la résolution maximale obtenue par les réseaux. Le nombre de pixels du détecteur est

PARAMÈTRE	VALEUR
Largeur des réseaux W	25 mm
Densité de traits des réseaux N_t	1032 mm^{-1}
Nombre de pixels du détecteur	2048×1336
Taille des pixels	$8 \times 24 \text{ }\mu\text{m}$
Dimension détecteur	$16.384 \times 32.064 \text{ mm}$
θ_0	23.604°
Bande Passante du filtre	755 – 775 nm
Ouverture du télescope N_{tel}	2
Focale du collimateur f_c	50 mm
Focale du télescope f_{tel}	180 mm
Dimension de la fente	$10.7\text{mm} \times 25\mu\text{m}$

TABLE II.: Composants de base

alors ajusté pour garantir la résolution spectrale et la taille de la fauchée. Ces composants correspondent aux performances qu'on peut obtenir dès aujourd'hui et qui sont données dans la tableau III.

On voit qu'on répond à tous les objectifs scientifiques de la mission. Pour déterminer le rapport signal sur bruit, un spectre simulé par un modèle atmosphérique a été utilisé. Alors en considérant qu'on est limité par le bruit de photons, et en ajustant les caractéristique du détecteur au temps de pose maximum autorisé, on obtient le spectre simulé bruité, résultant de l'introduction d'un bruit de Poisson dans l'interférogramme. Ce résultat est présenté sur la figure VII. Elle donne en noir, le spectre utilisé comme donnée, et en rouge le spectre qu'on obtient par simulation en utilisant les composants détaillés ci-dessus. Ces simulations n'introduisent pas de défauts dans l'interférogramme et ne considèrent que le bruit. La différence entre le spectre donné

PARAMÈTRE	VALEUR
Élément de résolution spectrale $\delta\sigma$	0.34 cm^{-1} (soit 0.02 nm)
FOV	3.4°
IFOV	0.008°
Diamètre de la pupille d'entrée Φ_p	90 mm
Encombrement global	$190 \times 190 \times 35\text{mm}$

TABLE III.: Performances

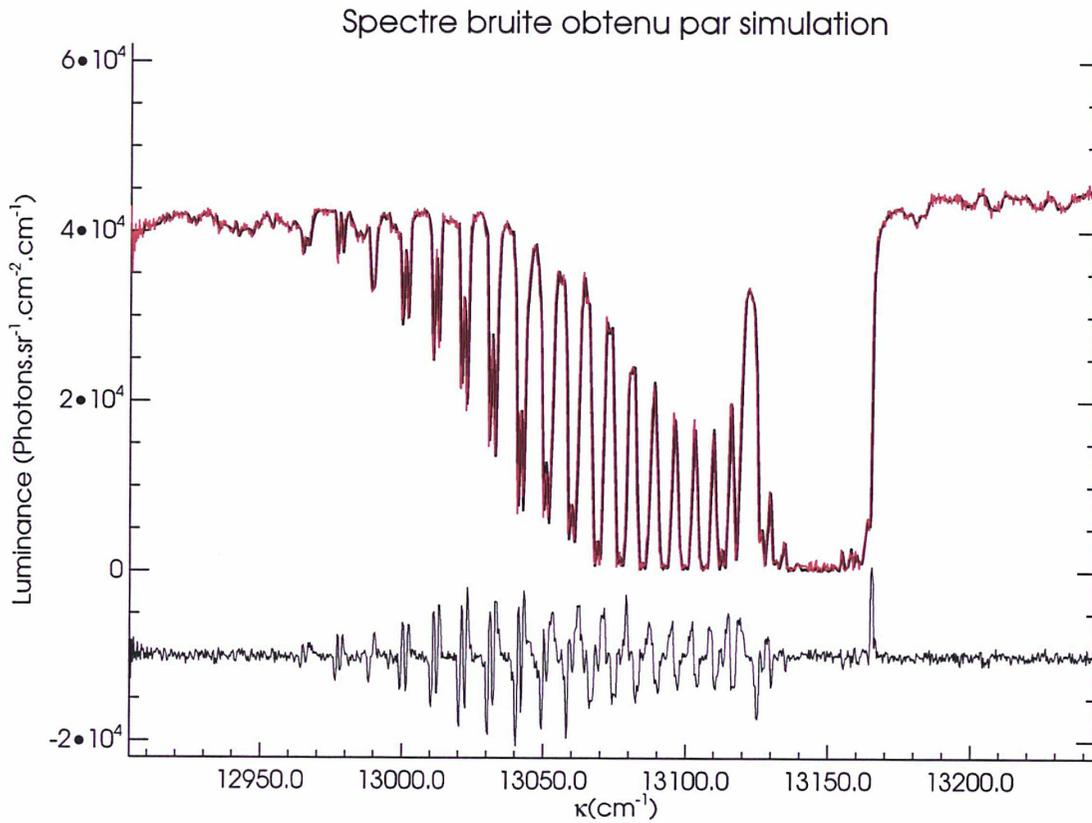


FIGURE VII.: Spectre simulé pour l'étude de cas de l'observation de la Terre. Le spectre utilisé comme donnée est représenté en noir. Le spectre simulé avec les paramètres calculés et donnés dans le tableau II est représenté en rouge. La différence entre les deux est représentée en noir au bas de la figure, décalé de $-1 \times 10^4 \text{ photons} \cdot \text{sr}^{-1} \cdot \text{cm}^{-2} \cdot \text{cm}^{-1}$

et le spectre simulé est représentée sur la même figure, décalé verticalement pour plus de clarté. Elle est en valeur absolue et en moyenne de l'ordre de 6% de la luminance de référence. Cette erreur présente de grandes variations, et elle est particulièrement intense dans les creux des raies en absorption, quand le spectre présente de brutales variations d'intensité. Toutefois ce résultat est très encourageant et démontre la faisabilité de l'instrument et sa capacité à atteindre les performances désirées, en première approche.

LAPLACE, EUROPE ET LE SYSTÈME JOVIEN

Un instrument de ce genre pourra être proposé dans le cadre de la mission Laplace, suite à la sélection de cette mission en réponse à l'appel à proposition Cosmic Vision de l'ESA pour l'horizon 2015-2025. Le système jovien, souvent comparé à un système solaire miniature, est une cible majeure dans le projet Cosmic Vision 2015-2025. Jupiter étant l'archétype des planètes géantes du système solaire et des nombreuses planètes, à présent connues, orbitant autour d'autres étoiles. Les satellites galiléens de Jupiter, dont trois peuvent posséder des océans internes, sont la clef pour comprendre l'habitabilité des mondes glacés. La mission en elle-même a récemment été remodelée et les dernières études proposent l'utilisation de deux satellites : l'un pris en charge par la NASA appelé Jupiter Europa Orbiter (JEO) et l'autre sous la responsabilité de l'ESA nommé Jupiter Ganymede Orbiter (JGO). JEO et JGO exécuteront l'exploration du système jovien durant leur phase d'approche, avant de se mettre en orbite autour d'Europe et de Ganymède respectivement. JEO et JGO porteront chacun à leur bord une dizaine d'instruments complémentaires, pour assurer le suivi de phénomènes dynamiques (comme les volcans d'Io ou l'atmosphère de Jupiter), pour cartographier la magnétosphère jovienne et ses interactions avec les satellites galiléens, et pour caractériser les océans d'eau liquide sous la surface glacée d'Europe et de Ganymède. À l'heure actuelle, les masses et les charges utiles de JEO et JGO sont définies, à titre de modèle pour déterminer la faisabilité de la mission, mais ne sont pas encore définitifs. La charge utile de JEO sera de 106 kg et celle de JGO de 73 kg. Cet objectif privilégie l'utilisation de systèmes très miniaturisés et intégrés pour leur instrumentation. C'est exactement le genre de mission où un SFHI pourrait être exploité au maximum de son potentiel. Un des instruments prévus à bord de JGO est un spectromètre imageur, travaillant sur le domaine 400-5200 nm à basse résolution. Pour l'étude de l'atmosphère, il est très intéressant de disposer de plus de très haute résolution. Un SFHI conçu d'une seule pièce permettrait des très hautes performances de spectro-imagerie, pour un faible poids, une consommation d'énergie minimale, et une grande robustesse. Sans alourdir le bilan de masse, il pourrait prendre place au côté d'un spectro-imageur basse résolution, apportant une information complémentaire permettant d'élargir l'étendue des thèmes scientifiques abordés par la mission.

Pour finir, j'ai proposé dans cette thèse une nouvelle technique de spectro-imagerie à haute résolution ; il a été montré les performances qu'un SFHI peut atteindre, et il a été établi un cadre partiel pour la conception et la détermination des tolérances sur les paramètres de ce genre d'instrument. On peut donc considérer que si l'opportunité d'utiliser un SFHI se présente, ce travail constituera la base d'une proposition future de recherche spatiale sur un instrument de haute performances en spectro-imagerie planétaire à haute résolution spectrale.

REMERCIEMENTS

Ce manuscrit doit énormément à ses aimables relecteurs et je voudrais tout d'abord les remercier, en particulier Jean-Pierre Maillard, le parrain de cette thèse, pour son aide inestimable. Son expertise et sa disponibilité ont donné à ce texte la forme qu'il a aujourd'hui.

Je remercie mes financeurs, le CNES en la personne de David Laubier et Thalès Alenia Space en la personne de Thierry Viard, ainsi que le LESIA et mon directeur de thèse Pierre Drossart, pour m'avoir donnée la possibilité d'effectuer pendant trois ans mon doctorat. J'exprime de surcroît mes remerciements aux membres de mon jury et à mes rapporteurs pour avoir accepté de participer à l'évaluation de mon travail.

Cette thèse comporte une importante partie expérimentale. Je remercie bien sincèrement Olivier Dupuis, pour son implication, sa compétence et son soutien permanent dans la réalisation, l'amélioration continue et le réglage du banc de mesure. Je lui dois la qualité et la quantité des mesures réalisées et je ne peux assez le remercier. Je remercie aussi Antoine Deprée, qui dans le cadre de sa licence en alternance, a travaillé plusieurs mois sur ce banc. Un grand merci aux mécaniciens du LESIA, Vartan Arslanyan et Claude Collin, pour leur disponibilité et leur gentillesse. Merci aussi à Christine Balsamo et Aurélie Sévellec. Merci à Jérôme Parisot pour son rôle dans la mise en place de l'expérience solaire, et pour la réalisation de la liaison fibrée du banc à la tour.

J'adresse mes chaleureux remerciements à Jean-Michel Réess. Non seulement m'a-t-il formé au travail qui allait être le mien pour trois ans, mais il a aussi toujours été présent au quotidien, pour répondre à mes angoissantes questions optico-métaphysiques, pour me conseiller et m'éclairer, pour m'emmener en voiture à Meudon (et supporter mes incessants bavardages dès 8h25). Et surtout, il m'a donné la recette du gâteau de mémé. Jean-Michel, merci ! Mes sincères remerciements vont aussi à Alain Sémary, notre vénéré chef d'équipe, pour sa bienveillance, son écoute et ses conseils, et pour m'avoir guidée dans mon travail. Alain, merci !

Au delà de l'aspect professionnel, je remercie du fond du cœur tous ceux qui ont rendu mon passage à Meudon agréable, à commencer par tous les gentils chauffeurs qui m'ont généreusement tractée de et à l'observatoire. Merci au peuple du petit sidé,

aux immigrés du 1 mètre et aux autres oiseaux de passage, pour la saveur des pauses cafés, des déjeuners, des garden parties, et des repas de Noël. Un merci tout particulier pour l'amour du kitch d'Alain, pour les pique-niques estivaux avec Florence, pour le chapeau de Catherinette de Jérôme et Véro, pour le turrón de Jean-Michel, et pour le lit de camp d'Agnès. Merci aussi aux collègues du pôle plasma. Un énorme merci surtout particulièrement à mes compagnons de galère, la joyeuse bande des Forces Précaires Libres (FPL), pour les pauses thé et le reste. Merci à Pierre pour les révisions, les coups de mains et les bons moments. Merci infiniment à Lo le sage pour ses cadeaux, entre autre la moto, le gingko, le vélo, les pipeaux, les apéros, les gâteaux, les nespessos, les beaux débats, les hauts des bas, et la belle Christelle.

Si je suis arrivée au bout de cette thèse, c'est aussi grâce aux encouragements et au soutien de ceux qui me connaissent depuis plus longtemps. Je voudrais remercier particulièrement Jean-Pierre Rozelot, qui m'a permis de faire mes débuts dans la recherche il y a sept ans déjà, de publier mes premiers articles, de supporter les moments difficiles, et de tracer ma voie. Jean-Pierre, pour votre soutien passé et à venir, merci ! Je dois aussi beaucoup à mon colocataire et ami, Benjamin Huet, aka le Schfou, bon-homme géologue spécialiste du métamorphisme. Merci Schfou pour avoir parlé de transformée de Fourier avec moi au petit dej', pour m'avoir fait des infusions quand j'étais malade, pour avoir été là pour partager les bons et les mauvais moments. Je veux remercier aussi très chaleureusement ma chère poulette, Anne Cori, l'amie fidèle, la fonceuse, la très belle, la brillante, celle qui peut m'aider à la fois quand je galère sur les maths et quand je galère dans la vie. Merci Anne d'être toi et d'être là. Merci à Jeanne, merci à Vaness, merci à Colo, Fred et leur famille.

Et enfin et surtout je veux remercier ma petite maman, dont l'amour seul m'a portée où je suis. Maman, cette thèse, elle est pour toi.

ANNEXES

TRANSFORMATION DE FOURIER

La transformation de Fourier a été introduite au XIX^{ème} siècle par Joseph Fourier pour étudier la diffusion la chaleur. Elle est rapidement devenue un outil mathématique fondamental dans les domaines les plus variés. Sa définition et quelques propriétés sont présentées ici.

A.1 DÉFINITION

Soit une fonction $f(x)$ définie sur \mathbb{R} telle que

- A. $f(x)$ est absolument convergente, c'est-à-dire que l'intégrale de $|f(x)|$ entre $-\infty$ et ∞ existe,
- B. les discontinuités de $f(x)$ sont finies.

La transformée de Fourier $F(s)$ de $f(x)$ est définie, pour $s \in \mathbb{R}$ par

$$F(s) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x)e^{-i2\pi xs} dx. \quad (\text{A.1})$$

On note parfois aussi $F(s) = \mathcal{F}\{f(x)\}$. La fonction $F(s)$ est une fonction complexe, elle comprend donc une partie réelle et une partie imaginaire

$$\operatorname{Re}(F(s)) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x) \cos(2\pi xs) dx, \quad (\text{A.2})$$

$$\operatorname{Im}(F(s)) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x) \sin(2\pi xs) dx. \quad (\text{A.3})$$

On définit son module, appelé spectre d'amplitude, et à sa phase notée φ

$$|F(s)| = \sqrt{\operatorname{Re}(F(s))^2 + \operatorname{Im}(F(s))^2}, \quad (\text{A.4})$$

$$\varphi(s) = \arctan\left(-\frac{\operatorname{Re}(F(s))}{\operatorname{Im}(F(s))}\right). \quad (\text{A.5})$$

La transformation de Fourier constitue l'analyse harmonique de f . F est la représentation de f comme une superposition d'ondes de bases, qui sont des fonctions trigonométriques de la variable s , appelée fréquence, dont la dimension l'inverse de celle de x . Le point crucial de l'analyse par transformation de Fourier est la question réciproque de la synthèse harmonique, c'est-à-dire de savoir si l'on peut reconstruire f à partir de F . Si $F(s)$ vérifie les conditions A et B, alors on définit la transformation de Fourier inverse, notée $\mathcal{F}^{-1}\{F(s)\}$, par

$$\mathcal{F}^{-1}\{F(s)\} = \int_{-\infty}^{\infty} F(s)e^{i2\pi xs} ds. \quad (\text{A.6})$$

Or, si une fonction $f(x)$ vérifie les conditions A et B, rien n'oblige sa transformée à vérifier aussi ces conditions. Cependant c'est le cas de toutes les fonctions qui décrivent des phénomènes physiques, essentiellement parce qu'on les observe sur un temps fini. Il est alors immédiat de conclure que

$$F(s) = \mathcal{F}\{f(x)\} \Leftrightarrow \mathcal{F}^{-1}\{F(s)\} = f(x). \quad (\text{A.7})$$

A.2 PROPRIÉTÉS

Quelques propriétés de la transformation de Fourier sont présentées. Le lecteur pourra trouver d'excellents schémas illustrant ces propriétés dans [Max \(1985, chap. 2\)](#).

Linéarité. La transformation de Fourier est une opération linéaire,

$$\mathcal{F}\{af(x) + bg(x)\} = aF(s) + bG(s). \quad (\text{A.8})$$

Parité. Une fonction E telle que $\forall x, E(-x) = E(x)$ est une fonction paire et une fonction O telle que $\forall x, O(-x) = -O(x)$ est impaire. Par ailleurs, toute fonction $f(x)$ peut se décomposer de façon unique comme la somme d'une fonction paire et d'une fonction impaire. On donne dans le tableau [A.1](#) les relations de symétrie entre la fonction $f(x)$ et sa transformée $F(s)$.

D'autre part, si $f(x)$ est réelle, $F(s)$ est hermitienne, c'est-à-dire que sa partie réelle est paire et sa partie imaginaire est impaire,

$$F(-s) = F^*(s), \quad (\text{A.9})$$

FONCTION	TRANSFORMÉE
Réelle et paire	Réelle et paire
Réelle et impaire	Imaginaire et impaire
Imaginaire et paire	Imaginaire et paire
Imaginaire et impaire	Réelle et impaire
Réelle quelconque	Partie réelle paire, partie imaginaire impaire
Imaginaire quelconque	Partie réelle impaire, partie imaginaire paire

TABLE A.1.: Propriétés de parité

et si $f(x)$ est imaginaire, $F(s)$ est anti-hermitienne,

$$F(-s) = -F^*(s). \quad (\text{A.10})$$

Similitude. Un étalement de l'espace des distances conduit à une contraction dans l'espace des fréquences, et inversement.

$$\forall a \in \mathbb{R}, \mathcal{F}\{f(ax)\} = \frac{1}{|a|} F\left(\frac{s}{a}\right). \quad (\text{A.11})$$

Translation. La transformée de Fourier de $f(x - a)$ a le même module que la transformée de Fourier de $f(x)$ mais la transformée de $f(x - a)$ subit un déphasage de $2\pi as$

$$\forall a \in \mathbb{R}, \mathcal{F}\{f(x - a)\} = e^{i2\pi as} F(s). \quad (\text{A.12})$$

Cette propriété est réciproque,

$$\forall a \in \mathbb{R}^*, \mathcal{F}^{-1}\{F(s - a)\} = e^{i2\pi ax} f(x). \quad (\text{A.13})$$

Formule de Poisson. La somme d'une série est égale à la somme de la série de la transformée de Fourier son terme général.

$$\sum_{n \in \mathbb{Z}} f(n) = \sum_{m \in \mathbb{Z}} F(m). \quad (\text{A.14})$$

Dérivation. Dériver dans l'espace des distances, c'est multiplier par $i2\pi s$ dans l'espace des fréquences.

$$\mathcal{F}\{f'(x)\} = i2\pi s F(s). \quad (\text{A.15})$$

Convolution. Le théorème de convolution est extrêmement utile en pratique et ses applications sont très nombreuses. Il permet de simplifier de nombreux calculs de convolution de fonctions en leur substituant le produit de leurs transformées de Fourier. En effet, on définit le produit de convolution de deux fonctions f et g par

$$(f \otimes g)(x) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x-t)g(t)dt = \int_{-\infty}^{\infty} f(t)g(x-t)dt. \quad (\text{A.16})$$

La transformée d'un produit de convolution est le produit des transformées,

$$\mathcal{F}\{(f \otimes g)(x)\} = F(s)G(s). \quad (\text{A.17})$$

et, inversement, la transformée d'un produit est la convolution des transformées,

$$\mathcal{F}\{f(x)g(x)\} = (F \otimes G)(s). \quad (\text{A.18})$$

Égalité de Parseval. L'énergie totale d'un signal ne dépend pas de la représentation choisie.

$$\int_{-\infty}^{\infty} |f(x)|^2 dx = \int_{-\infty}^{\infty} |F(s)|^2 ds. \quad (\text{A.19})$$

ÉVALUATION DE L'INTÉGRALE DONNANT LA FONCTION D'APPAREIL

Dans cette étude, il est fréquent de rencontrer une intégrale du type

$$f(x, t) = \int_0^t \cos 2\pi(a + bx) dx \quad (\text{B.1})$$

où a et b ne dépendent pas de x . Il est possible d'exprimer cette quantité sous une forme qui rend l'interprétation physique des résultats plus directe. Soit

$$z = 2\pi(a + bx) \quad (\text{B.2})$$

$$dz = 2\pi b dx \quad (\text{B.3})$$

Avec ce changement de variable, l'intégrale devient

$$f = \frac{1}{2\pi b} \int_{2\pi a}^{2\pi(a+bt)} \cos(z) dz \quad (\text{B.4})$$

$$= \frac{1}{2\pi b} (\sin(2\pi(a + bt)) - \sin(2\pi a)) \quad (\text{B.5})$$

En utilisant la relation

$$\sin p + \sin q = 2 \sin \frac{p+q}{2} \cos \frac{p-q}{2} \quad (\text{B.6})$$

on obtient

$$f = \frac{1}{\pi b} \left(\sin \frac{2\pi b t}{2} \cos \frac{2\pi(2a + bt)}{2} \right) \quad (\text{B.7})$$

Ceci peut se réécrire

$$f = t \frac{\sin \pi b t}{\pi b t} \cos 2\pi \left(a + \frac{b}{2} t \right) \quad (\text{B.8})$$

et finalement

$$f(x, t) = t \text{sinc}(bt) \cos 2\pi \left(a + \frac{b}{2} t \right) \quad (\text{B.9})$$

BIBLIOGRAPHIE

- J. W. Barnes, R. H. Brown, L. Soderblom, C. Sotin, S. Le Mouèlic, S. Rodriguez, R. Jaumann, R. A. Beyer, B. J. Buratti, K. Pitman, K. H. Baines, R. Clark, and P. Nicholson. Spectroscopy, morphometry, and photoclinometry of Titan's dunefields from Cassini/VIMS. *Icarus*, 195 :400–414, 2008.
- J.-P. Bibring, Y. Langevin, F. Poulet, A. Gendrin, B. Gondet, M. Berthé, A. Soufflot, P. Drossart, M. Combes, G. Bellucci, V. Moroz, N. Mangold, B. Schmitt, and t. OMEGA team. Perennial water ice identified in the south polar cap of Mars. *Nature*, 428 :627–630, 2004.
- J.-P. Bibring, Y. Langevin, A. Gendrin, B. Gondet, F. Poulet, M. Berthé, A. Soufflot, R. Arvidson, N. Mangold, J. Mustard, and P. Drossart. Mars surface diversity as revealed by the OMEGA/Mars Express observations. *Science*, 307 :1576–1581, 2005.
- M. Born and E. Wolf. *Principles of Optics*. Cambridge University Press, The Edinburgh Building, Cambridge, UK, 6th edition, 1980.
- R. N. Bracewell. *The Fourier Transform and Its Applications*. McGraw Hill, Boston, MA, USA, 3rd edition, 2000.
- J.W Brault. Fourier Transform Spectrometry. In *High Resolution in Astronomy*, Sauverny, Suisse, 1985. Swiss Society of Astronomy and Astrophysics, Observatoire de Genève.
- J.W. Brault. High precision fourier transform spectrometry : The critical role of phase corrections. *Mikrochimica Acta*, 3 :215–227, 1987.
- J. Cardon, C. Englert, J.M. Harlander, F. Roesler, and M. Stevens. SHIMMER on STS-112 : DEvelopment and proof-of-concept flight. In *AIAA Space 2003 Tech Papers*, volume 2 of *Conference Proceeding Series*, 2003.
- R. Carlson, W. Smythe, K. Baines, E. Barbinis, K. Becker, R. Burns, S. Calcutt, W. Calvin, R. Clark, G. Danielson, A. Davies, P. Drossart, T. Encrenaz, F. Fanale, J. Granahan, G. Hansen, P. Herrera, C. Hibbitts, J. Hui, P. Irwin, T. Johnson, L. Kamp, H. Kieffer, F. Leader, E. Lellouch, R. Lopes-Gautier, D. Matson, T. McCord, R. Mehlman,



- A. Ocampo, G. Orton, M. Roos-Serote, M. Segura, J. Shirley, L. Soderblom, A. Stevenson, F. Taylor, J. Torson, A. Weir, and P. Weissman. Near-infrared spectroscopy and spectral mapping of Jupiter and the galilean satellites : Results from Galileo's initial orbit. *Science*, 274 :385–388, 1996.
- J.W. Chamberlain and D.M. Hunten. *Theory of planetary Atmosphere*. Academic Press, 1986.
- F. Chemla. Étude comparative de différents concepts d'instruments hyperspectraux pour l'observation de la Terre. Technical Report 711/2/CNES/0033, Observatoire de Paris, 2002.
- M. Combes, C. Cara, P. Drossart, T. Encrenaz, E. Lellouch, J. Rosenqvist, J.-P. Bibring, S. Erard, B. Gondet, Y. Langevin, A. Soufflot, V. I. Moroz, A. V. Grygoriev, L. V. Ksanfomality, Y. V. Nikolsky, N. F. Sanko, D. V. Titov, O. Forni, P. Masson, and C. Sotin. Martian atmosphere studies from the ISM experiment. *Planetary and Space Science*, 39 :189–197, 1991.
- J. Connes. Recherche sur la spectroscopie par transformation de Fourier. *Revue d'optique théorique et instrumentale*, 40(2,3,4,5) :45,116,171,231, 1961.
- P. Connes. Un nouveau type de spectromètre : l'interféromètre à réseaux. *Opt. Acta*, 4 (4) :136–144, 1957.
- P. Connes. Spectromètre interférentiel à sélection par l'amplitude de modulation. *Le Journal de Physique*, 19 :215–222, 1958.
- L. Delbouille, L. Neven, and Roland G. Spectre solaire haute résolution. Disponible en ligne http://bass2000.obspm.fr/solar_spect.php?lang=fr, 1972.
- T. Dohi and T. Suzuki. Attainment of high resolution holographic Fourier transform spectroscopy. *Applied Letters*, 10(5) :1137–1140, 1971.
- K. Døhlen. *Design of an Interferometric Spectrometer for Environmental Surveillance*. PhD thesis, University of London, 1994.
- P. Drossart, J. Rosenqvist, M. Combes, S. Erard, Y. Langevin, and J. P. Bibring. Martian aerosol properties from the Phobos/ISM experiment. *Annales Geophysicae*, 9 :754–760, 1991.
- C.R. Englert, J.M. Harlander, J.G. Cardon, and F.L. Roesler. Correction of phase distortion in spatial heterodyne spectroscopy. *Applied optics*, 43(36) :6680–6687, 2004.
- R. C Englert and J.M Harlander. Flatfielding in spatial heterodyne spectroscopy. *Applied optics*, 15(19) :4538–4590, July 2006.

- Y. Ferrec. *Spectro-imagerie aéroportée par transformation de Fourier avec un interféromètre statique à décalage latéral : réalisation et mise en œuvre*. PhD thesis, Université de Paris-Sud XI, 2008.
- L.M. Forman, W. H. Steel, and G. A. Vanasse. Correction of asymmetric interferograms obtained in Fourier spectroscopy. *Journal of the Optical Society of America*, 56(1) :59–63, 1966.
- J. Genest. *Théorie de la cohérence optique et modélisation de la forme de raie des spectromètres par transformation de Fourier*. PhD thesis, Université de Laval, 2001.
- J. Genest and P. Tremblay. Instrument line shape of Fourier transform spectrometers : analytic solutions for non-uniformly illuminated off-axis detectors. *Applied Optics*, 38(25) :5438–5446, Septembre 1999.
- Y. Ghomchi. *Caractérisation et étalonnage du détecteur infrarouge de l'instrument VIRTIS-H pour la mission cométaire Rosetta*. PhD thesis, Université de Paris VI, 2001.
- D. S. Goodman. General Principles of Geometric Optics. In M. Bass, E. Stryland, D. Williams, and W. Wolfe, editors, *Handbook of Optics*, volume 1. McGraw-Hill, Inc., 2nd edition, 1995.
- J. Goupy. *La méthode des plans d'expériences*. Dunod, 1988.
- G. Guelachvili. Distorsion in Fourier Spectra and Diagnosis. In George A. Vanasse, editor, *Spectrometric Techniques*, volume 2. Academic, Press, Inc, New York, NY, USA, 1981.
- J. Harlander, J.R. Reynolds, and F.L. Roesler. Spatial heterodyne spectroscopy for the exploration of diffuse interstellar emission lines at far-ultraviolet wavelenghts. *The Astrophysical Journal*, 396 :730–740, 1992.
- J. M. Harlander. *Spatial Heterodyne Spectroscopy : Interferometric Performance At Any Wavelength Without Scanning*. PhD thesis, University of Wisconsin, 1991.
- J. M. Harlander, F. L. Roesler, C. R. Englert, J. G. Cardon, R. R. Conway, C. M. Brown, and J. Wimperis. Robust monolithic ultraviolet interferometer for the SHIMMER instrument on STPSat-1. *Applied Optics*, 42 :2829–2834, 2003.
- V. N. Ivchenko and V. P. Lapchuk. Optical measurements in the project "Poperedzhennya" ("Warning"). In V. N. Ivchenko, editor, *Society of Photo-Optical Instrumentation Engineers (SPIE) Conference Series*, volume 3237 of *Society of Photo-Optical Instrumentation Engineers (SPIE) Conference Series*, pages 44–49, September 1997.

- B. E. Laubscher, B. W. Smith, B. J. Cooke, P. C. Ladelfe, R. R. Berggren, P. V. Villeneuve, R. M. Goeller, G. M. Obbink, S. Milligan, J. W. Howard, P. R. Norton, M. Stegall, C. B. Burgett, J. M. Harlander, and R. F. Horton. Infrared imaging spatial heterodyne spectrometer (IRISHS) experiment effort. In G. C. Holst, editor, *Society of Photo-Optical Instrumentation Engineers (SPIE) Conference Series*, volume 3701 of *Society of Photo-Optical Instrumentation Engineers (SPIE) Conference Series*, pages 194–205, 1999.
- R.C.M. Learner, A.P. Thorne, I. Wynne-Jones, J.W. Brault, and M.C. Abrams. Phase correction of emission line Fourier transform spectra. *Journal of the Optical Society of America A*, 12(10) :2165–2171, 1995.
- F. Lemarquis, A Formier, and E Pelletier. Compensation of phase shift induced by beam-splitter plate and compensating plate coatings in a Michelson-type interferometer. *Pure Applied Optics*, 4 :185–198, 1995.
- E.G. Loewen, M Nevière, and D. Maystre. Grating efficiency theory as it applies to blazed and holographic gratings. *Applied Optics*, 16(10) :2711–2721, Octobre 1977.
- J.P Maillard. *Spectroscopie par Transformation de Fourier dans le proche infrarouge appliquée à l'Astronomie*. Thèse de troisième cycle, Université de Paris, 1967.
- J.P Maillard. *Spectres à haute résolution de planètes, d'étoiles froides et chaudes de 1 à 2.5 microns par spectrométrie de Fourier*. Thèse d'État, Université de Paris-Sud, 1973.
- J.P. Maillard. 3-D spectroscopy with a Fourier transform spectrometer. In *Tridimensional Optical Spectroscopic Methods in Astrophysics*, volume 71, pages 316–327. ASP Conference Series, G. Comte, M. Marcelin, 1995.
- L Mashev and E Popov. Reflection gratings in conical diffraction mounting. *Journal of Optics*, 18(1) :3–8, 1987.
- J. Max. *Méthodes et techniques de traitement du signal et applications aux mesures physiques*. Masson, Paris, France, 4^e édition, 1985.
- A. A. Michelson. Application of interference methods to spectroscopic measurement. *Publications of the Astronomical Society of the Pacific*, 4 :190–192, 1892.
- S. Milligan, J. W. Howard, B. E. Laubscher, B. W. Smith, R. R. Berggren, and J. M. Harlander. Optical design of an imaging spatial heterodyne infrared spectrometer. In B. F. Andresen and M. Strojnik Scholl, editors, *Society of Photo-Optical Instrumentation Engineers (SPIE) Conference Series*, volume 3698 of *Society of Photo-Optical Instrumentation Engineers (SPIE) Conference Series*, pages 869–881, 1999.
- M.G Moharam and T.K. Gaylord. Three-dimensional vector coupled-wave analysis of planar-grating diffraction. *Journal of the Optical Society of America*, 73(9) :1105–1112, September 1983.

- J. F. Mustard and J. M. Sunshine. Seeing through the dust - martian crustal heterogeneity and links to the SNC meteorites. *Science*, 267 :1623, 1995.
- J. F. Mustard, S. Murchie, S. Erard, and J. Sunshine. In situ compositions of martian volcanics : Implications for the mantle. *Journal of Geophysical Research*, 102 :25605–25616, 1997.
- C. Palmer. *Diffraction Grating Handbook*. Thermo RGL, New York, NY, USA, 5th edition, 2002.
- R Petit. Electromagnetic grating theories : limitations and successes. *Nouvelle revue d'optique*, 6(3) :129–135, 1975.
- Yu Ralchenko, A.E. Kramida, J Reader, and NIST ASD Team. NIST Atomic Spectre Database. Disponible en ligne <http://physics.nist.gov/asd3>, August 2008. Version 3.1.5.
- S. T. Ridgway and J. W. Brault. Astronomical Fourier transform spectroscopy revisited. *Annual Review of Astronomy and Astrophysics*, 22 :291–317, 1984.
- F.L. Roesler and J. Harlander. Spatial heterodyne spectroscopy : a novel technique for ground-based and space astronomy. *SPIE, Instrumentation in Astronomy VII*, 1235 : 622–633, 1990.
- A. Rosak and F. Tintó. Progress report of a static Fourier transform spectrometer breadboard. In B. Warmbein, editor, *5th International Conference on Space Optics*, volume 554 of *ESA Special Publication*, pages 67–71, 2004.
- G. Sado and M-C. Sado. *Les plans d'expériences*. Afnor technique, 1991.
- H. Sakai, G. A. Vanasse, and L. M. Forman. Spectral recovery in Fourier spectroscopy. *Journal of the Optical Society of America*, 58(1) :59–63, 1968.
- team SIMBIO-SYS. SIMBIO-SYS EXPERIMENT, Scientific and Technological Plan. Technical Report Issue 0, Agenzia spaziale italiana, 2004.
- A.L. Sprague, W.J. Schmitt, and R.E Hill. Mercury : Sodium atmospheric enhancement, radar bright spots and visible surface features. *Icarus*, 136 :60–69, 1998.
- G.W. Stroke and A.T. Funkhouser. Fourier-transform spectroscopy using holographic imaging without computing and with stationary interferometers. *Physics Letters*, 16 (3) :272–274, 1965.
- M. Takeda, H. Ina, and S. Kobayashi. Fourier-transform method of fringe-pattern analysis for computer-based topography and interferometry. *Journal of the Optical Society of America*, 72(1) :156–160, January 1982.

M. Vigier. *Pratique des plans d'expériences*. Les éditions d'organisation, 1988.

J. Zhong and H. Zeng. Multiscale windowed Fourier transform for phase extraction of fringe patterns. *Applied optics*, 46(14) :2670–2675, 2007.

