



HAL
open science

Contraintes imposées par une liaison inter-satellites au maintien à poste de deux satellites géostationnaires proches

Vincent Guermonprez

► **To cite this version:**

Vincent Guermonprez. Contraintes imposées par une liaison inter-satellites au maintien à poste de deux satellites géostationnaires proches. Astrophysique [astro-ph]. Observatoire de Paris, 1984. Français. NNT: . tel-01958586

HAL Id: tel-01958586

<https://theses.hal.science/tel-01958586>

Submitted on 18 Dec 2018

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

- THESE -

présentée à

L'OBSERVATOIRE DE PARIS 84 OBSP 0007

en vue de l'obtention du diplôme de

DOCTEUR INGENIEUR

spécialité: Astronomie et Techniques Spatiales

par

Vincent GUERMONPREZ

**"CONTRAINTES IMPOSEES PAR UNE LIAISON INTER-SATELLITES
AU MAINTIEN A POSTE DE DEUX SATELLITES GEOSTATIONNAIRES PROCHES"**

soutenue le 3 décembre 1984 au

Centre d'Etudes et de Recherches Géodynamiques et Astronomiques

devant la Commission d'Examen

M.M. F. BARLIER, président

F. NAHON
J. DELHAYE
P. ESCUDIER
C. MOREL
A. GIRARD

CONTRAINTES IMPOSEES
PAR UNE LIAISON INTER-SATELLITES
AU MAINTIEN A POSTE
DE DEUX SATELLITES GEOSTATIONNAIRES PROCHES

Thèse Docteur-Ingénieur

Edition du 11/10/84 Doc. n° 217 CA/TS



présentée à l'OBSERVATOIRE de PARIS
par Vincent GUERMONPREZ
soutenue au CERGA le 3 décembre 1984 à 14 h
devant la Commission d'Examen :

MM. F.BARLIER, Président
F.NAHON
J.DELHAYE
C.MOREL
A.GIRARD
P.ESCU DIE

Ce rapport conclut un stage effectué à l'AEROSPATIALE/CANNES, du 3 Octobre 1983 au 30 Novembre 1984, sous la responsabilité de M. A.GIRARD.

Pour avoir proposé et orienté cette recherche, qu'il trouve ici, avec M.C.MOREL qui m'a accueilli chaleureusement dans son Département Systèmes-Satellites, l'expression de ma vive reconnaissance.

Je tiens également à remercier M. P.MAUTE pour son aide tant précieuse que sympathique en Analyse de Mission, ainsi que M. R.GREFF et l'équipe du centre de simulation qui ont associé généreusement compétence et bonne humeur à mon travail informatique.

En me faisant bénéficier, sans retenue, de leurs connaissances en mécanique céleste et de leurs moyens de calcul, les chercheurs du CERGA ont beaucoup aidé l'étude du mouvement perturbé. La bienveillance témoignée par M. F.BARLIER, en particulier, dans le suivi patient de cette étude, me rend très sensible à l'honneur qu'il me fait de présider le Jury.

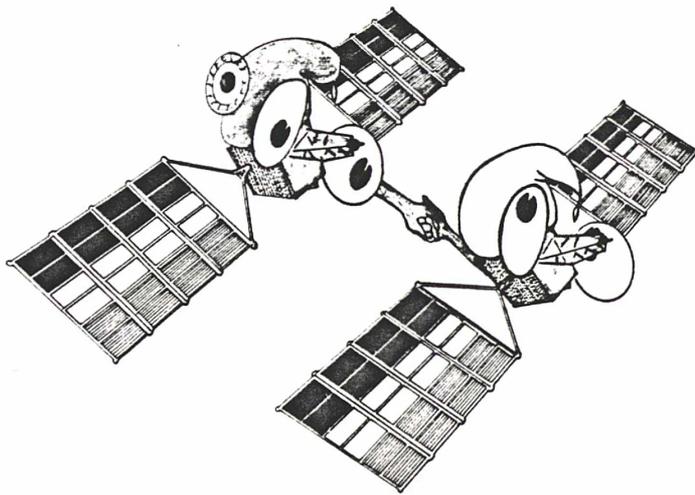
Je suis aussi reconnaissant à M. J.DELHAYE d'avoir permis que ce stage industriel fasse l'objet d'une préparation de thèse, ainsi qu'à M. F.NAHON d'avoir bien voulu examiner ce mémoire à caractère plus technique que mathématique. Leur goût pour les choses du ciel et l'art qu'ils ont de l'éveiller me laissent un excellent souvenir des cours de l'OBSERVATOIRE de PARIS.

Très heureux que M. P.ESCU DIE, du CNES, accepte de porter une appréciation de spécialiste à cette "Etude spatiale", je veux saluer tout spécialement la confiance spontanée qu'il m'a montrée.

Merci enfin à notre ami M. F.PORTE dont le soutien, tant technique que moral, a beaucoup contribué au maintien à poste des satellites, et du thésard !

*Alors, il tressaillit sous l'action de l'Esprit
et dit: "Je te remercie, Père, Seigneur du ciel
et de la terre, d'avoir caché cela aux docteurs et
aux sages et de l'avoir révélé aux tout-petits"*

Saint-Luc X-21



aux tout-petits Luc et Gwenn-Marie

SOMMAIRE

INTRODUCTION GENERALE

- 0.1 - INTERET DU "BINOME" GEOSTATIONNAIRE
- 0.2 - PROBLEME POSE PAR UNE LIAISON INTER-SATELLITES
- 0.3 - PLAN DE L'ETUDE

PREMIERE PARTIE

INTRODUCTION

- 1.1 - MOUVEMENT D'UN SATELLITE QUASI-GEOSTATIONNAIRE RELATIVEMENT A UN REPERE GEOSTATIONNAIRE
- 1.2 - CONFIGURATION POSSIBLE DE BINOME GEOSTATIONNAIRE
- 1.3 - MOUVEMENT KEPLERIEN RELATIF DE DEUX SATELLITES QUASI-GEOSTATIONNAIRES
- 1.4 - CONTRAINTES IMPOSEES AU MOUVEMENT RELATIF PAR LA LIAISON INTER-SATELLITES
- 1.5 - ECARTS MAXIMAUX ADMISSIBLES ENTRE LES ELEMENTS ORBITAUX DES SATELLITES

CONCLUSION

DEUXIEME PARTIE

INTRODUCTION

- 2.1 - EVOLUTION NATURELLE DES ORBITES QUASI-GEOSTATIONNAIRES
- 2.2 - SIMULATION ANALYTIQUE DES ORBITES QUASI-GEOSTATIONNAIRES

2.3 - MOUVEMENT RELATIF PERTURBE DE DEUX SATELLITES QUASI-
GEOSTATIONNAIRES

CONCLUSION

TROISIEME PARTIE

INTRODUCTION

3.1 - MAINTIEN A POSTE DU SATELLITE GEOSTATIONNAIRE

3.2 - PRECISION DU MAINTIEN A POSTE

3.3 - MAINTIEN A POSTE D'UN BINOME GEOSTATIONNAIRE AVEC CON-
TRAINTTE DE LIAISON INTER-SATELLITES

CONCLUSION

CONCLUSION GENERALE

BIBLIOGRAPHIE

ANNEXES

Annexe 1 - BULLETINS ORBITAUX D'UN BINOME NOMINAL INITIA-
LEMENT

Annexe 2 - BULLETIN ORBITAL D'UN BINOME QUASI-NOMINAL INI-
TIALEMENT

Annexe 3 - OPTIMISATION DE LA DUREE DU CYCLE EN INCLINAISON

Annexe 4 - OPTIMISATION DU CYCLE EN LONGITUDE MOYENNE

Annexe 5 - OPTIMISATION DU CYCLE EN EXCENTRICITE

Annexe 6 - IMPRECISION DES CORRECTIONS D'EXCENTRICITE ET
D'INCLINAISON

Annexe 7 - SIMULATION NUMERIQUE DE L'EVOLUTION ORBITALE D'UN
ESSAIM DE SATELLITES QUASI-GEOSTATIONNAIRES

INTRODUCTION GENERALE

SOMMAIRE

- 0.1 - INTERET DU "BINOME" GEOSTATIONNAIRE
- 0.2 - PROBLEME POSE PAR UNE LIAISON INTER-SATELLITES
- 0.3 - PLAN DE L'ETUDE

0.1 - INTERET DU "BINOME" GEOSTATIONNAIRE

L'accroissement incessant des besoins, notamment dans le domaine des télécommunications, impose à la technologie spatiale d'améliorer encore la performance de ses systèmes.

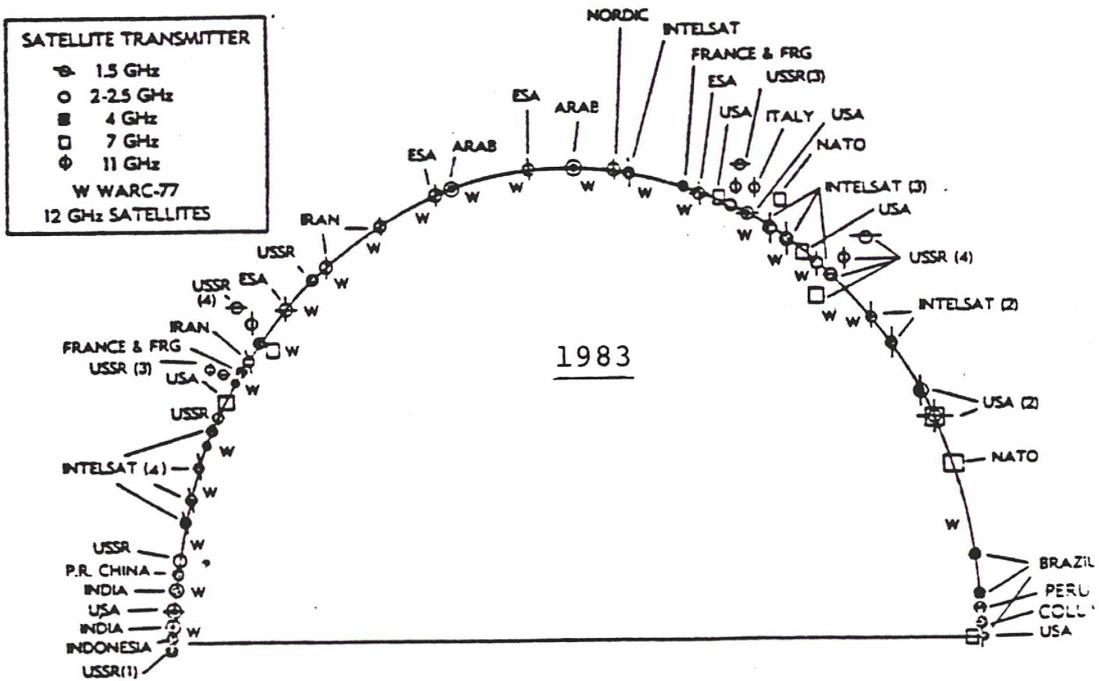
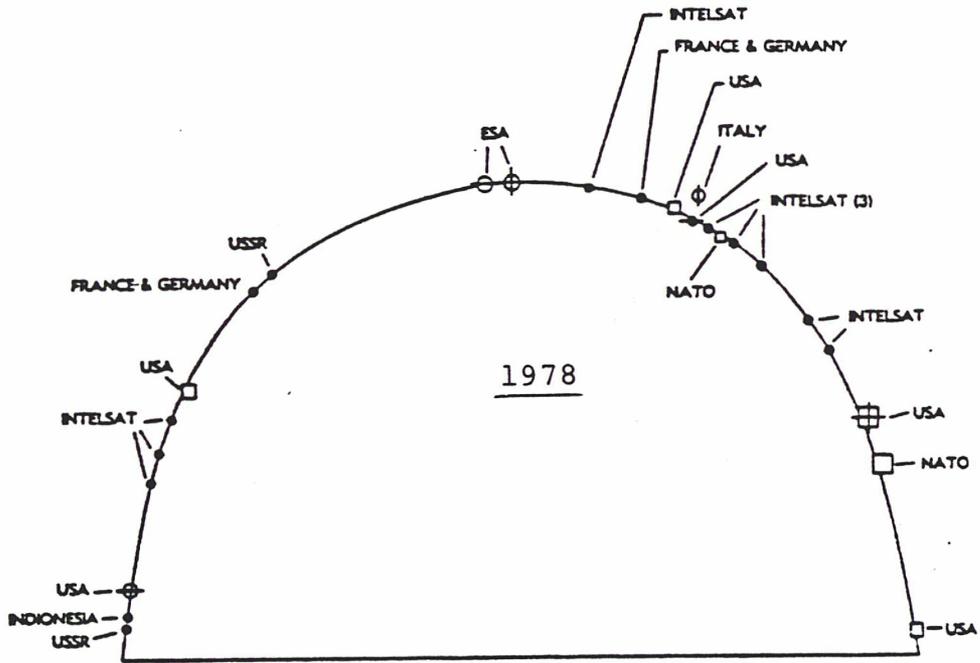
Cette évolution doit passer par une augmentation en masse et volume des matériels satellisés à l'altitude géostationnaire. Compte tenu aussi de l'allongement des durées de vie de ces matériels, il est raisonnable d'envisager un risque de saturation de l'arc géostationnaire, tant par encombrement physique que par interférences de fréquences.

La figure 1 illustre "l'explosion démographique" des satellites géostationnaires entre les années 1978 et 1983.

En vue de remédier à cette situation de "surpopulation géostationnaire", de nombreuses études ont examiné, ces dernières années, la possibilité de réaliser des assemblages en orbite et les "stations orbitales" ont déjà fait l'objet d'avant-projets plus ou moins futuristes. En fait, les solutions envisagées, pour être économiquement lourdes, ne sauraient être envisagées dans un avenir proche, avec les moyens de lancement actuels. Les limites de ces derniers, en effet, imposent des satellisations successives de nombreux sous-ensembles dont la mise à poste (pilotage en rendez-vous et arrimage à la structure principale) exigerait d'eux, en l'absence de station habitée permanente, toutes les fonctions, ou presque, d'un satellite autonome.

Figure 1

ENCOMBREMENT DE L'ORBITE
GÉOSTATIONNAIRE



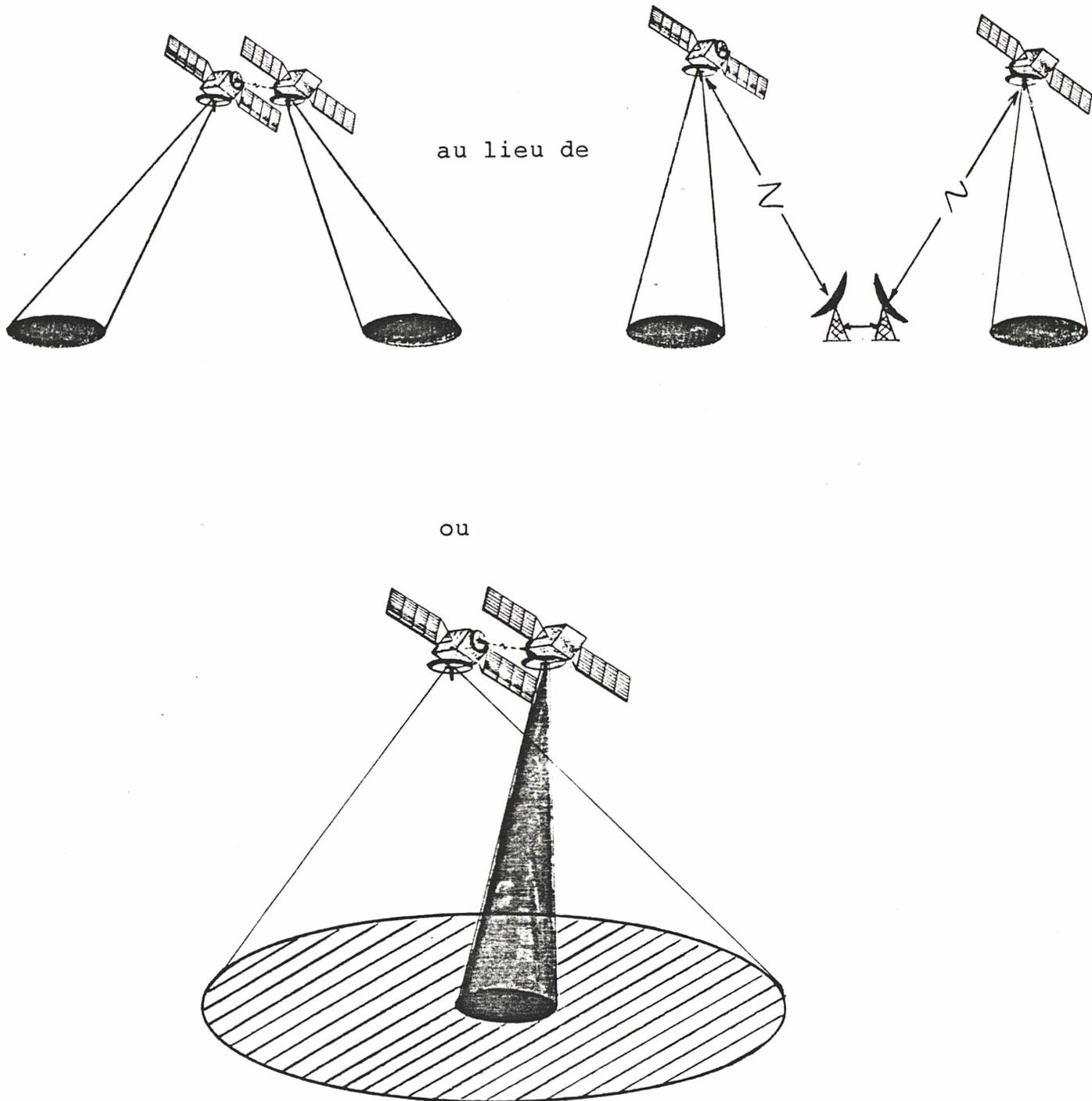
Il existe, en revanche, une solution "intérimaire" plus compatible avec les moyens de lancement actuels ; c'est la "coordination" de satellites rapprochés, distants de quelques hectomètres à quelques kilomètres. Celle-ci permet de multiplier les fonctions d'un ensemble en orbite géostationnaire, tout en conservant la souplesse d'exploitation du satellite classique. L'usage a déjà consacré l'appellation d'"essaim" à un tel ensemble de satellites proches coordonnés.

L'essaim le plus élémentaire est le "binôme" de satellites dont les utilisations possibles sont nombreuses. Dans le cadre des télécommunications, en particulier, il permet, par exemple, d'éviter le transit des signaux par deux stations-sol, dans le cas de longues distances (figure 2), ou encore d'associer une couverture d'antenne locale à une couverture plus globale (liaison type pays-continent).

La coordination exige alors un contrôle du mouvement relatif des deux satellites, qui doit autoriser en permanence la liaison inter-satellites. L'objet de cette étude est d'examiner les contraintes imposées par ce contrôle au maintien à poste de chacun des satellites.

Figure 2

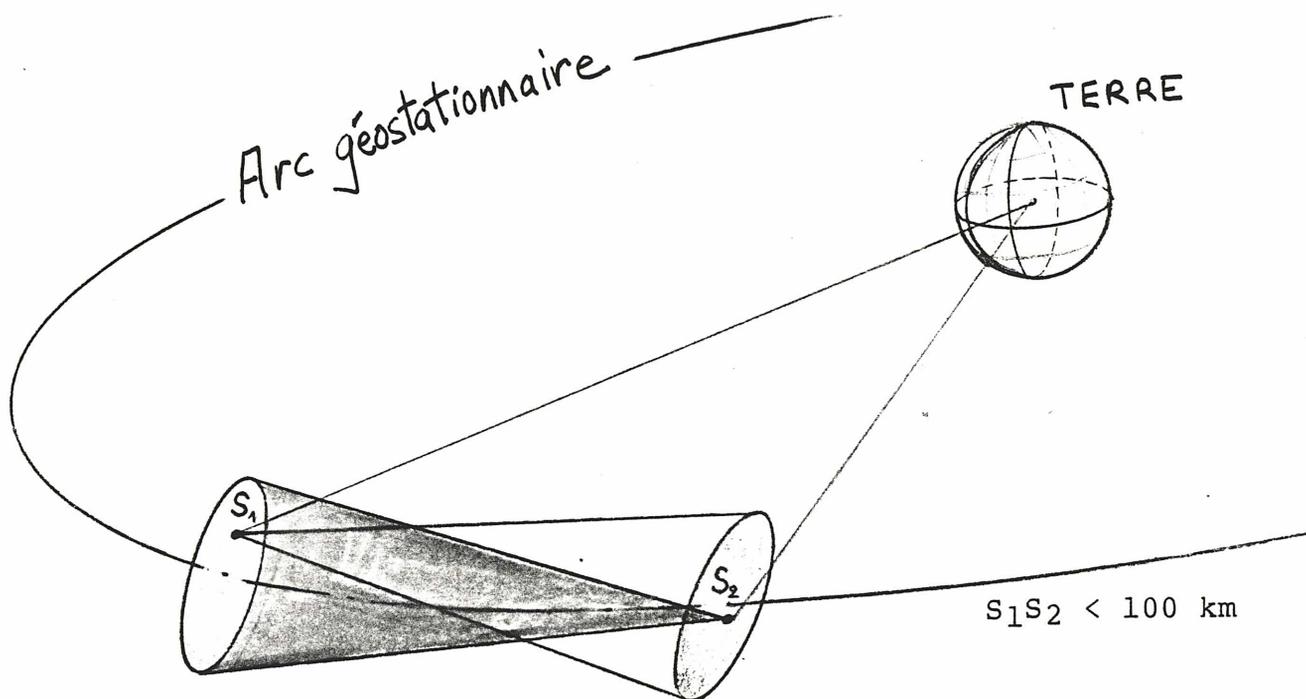
EXEMPLES D'UTILISATION D'UN BINOME DE
SATELLITES GEOSTATIONNAIRE DE TELECOMMUNICATIONS.



0.2 - PROBLEME POSE PAR UNE LIAISON INTER-SATELLITES

On considère donc un binôme géostationnaire constitué par deux satellites distants d'une centaine de kilomètres au plus, de façon à pouvoir les contrôler à partir d'une même station-sol.

Figure 3



Ces deux satellites échangent en permanence des signaux de télécommunications et quelles que soient les fréquences utilisées (radio-électriques ou optiques), la transmission ne doit nécessiter qu'un minimum de mouvements à bord des véhicules. En effet, des dépointages d'antenne ou de télescopes trop importants exigent non seulement des systèmes d'articulation et d'acquisition complexes, mais aussi rendent plus délicat le contrôle d'attitude des véhicules. De façon pratique, minimiser ce dépointage revient à exiger des satellites, en plus de la stabilisation requise pour leurs fonctions respectives, un mouvement relatif tel qu'ils restent en vis-à-vis, chacun d'eux dans un cône d'angle donné lié à l'autre (figure 3).

Les deux orbites étant définies géostationnaires, ce mouvement relatif résulte des écarts, pour chacun des satellites, entre l'orbite nominale et l'orbite réelle.

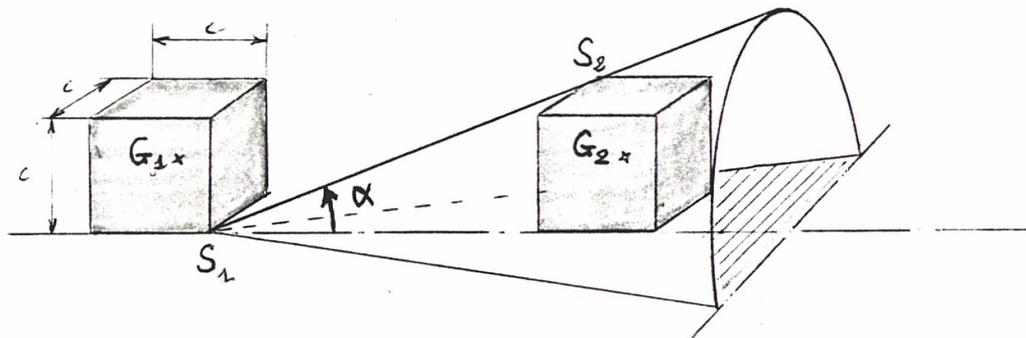
Ces écarts sont dus aux perturbations naturelles (irrégularités du champ de gravité terrestre, attraction luni-solaire et pression de radiation solaire) mais aussi aux erreurs affectant la réalisation des manoeuvres de maintien à poste destinées à contrer l'effet de ces perturbations. Le mouvement relatif nominal est donc nul et le mouvement relatif réel est dû à la différence des perturbations naturelles et à la différence des corrections artificielles d'orbite. A l'altitude géostationnaire (35 800 km) et pour les distances en jeu (< 100 km) les différences d'origine gravitationnelle (champ terrestre et attraction luni-solaire) sont largement négligeables devant celles dues à l'imprécision du contrôle des orbites et éventuellement aussi à la pression de radiation solaire dont l'influence dépend des rapports Surface/Masse de chaque satellite.

A priori, donc, 3 paramètres principaux vont intervenir:

- la distance nominale entre les deux satellites,
- l'angle du cône de tolérance pour les dépointages d'antennes,
- la précision du maintien à poste.

La précision du maintien à poste définit la "fenêtre orbitale", voisinage de la position nominale où peut se trouver le satellite. En plaçant les deux satellites à l'intérieur de leurs fenêtres respectives, dans la configuration relative la plus contraignante pour les dépointages d'antennes, on peut écrire une relation distance entre les positions géostationnaires nominales des véhicules, la largeur des fenêtres, et le demi-angle au sommet du cône de dépointage.

Figure 4



Désignant par:

- G_1 et G_2 : les positions géostationnaires nominales
- c : la largeur des fenêtres
- α : le demi-angle au sommet du cône

on a (figure 3):

$$(G_1G_2 - c) \cdot \operatorname{tg}\alpha = \sqrt{2}c \quad (1)$$

Ainsi, par exemple, si l'on contrôle la position de chacun des satellites à $\pm 0,05^\circ$, c'est-à-dire avec une largeur de fenêtre $c \approx 75$ km, et si les positions nominales sont distantes de 100 km, alors le dépointage des antennes doit pouvoir atteindre $\alpha = \pm 77^\circ$!!

Ce résultat numérique montre bien la nécessité de coordonner les mouvements des deux satellites à l'intérieur de leur fenêtre respective, afin de réduire les dépointages. La relation (1) en effet a été établie en supposant que pouvait se produire la configuration relative la plus défavorable. Pour réduire la contrainte imposée par ce dimensionnement grossier, on doit chercher, en fait, à coordonner l'évolution des satellites à l'intérieur de leur fenêtre respective pour pouvoir même superposer en grande partie ces deux fenêtres.

0.3 - PLAN DE L'ETUDE

Le binôme considéré dans l'étude qui suit est constitué par deux satellites géostationnaires distants de 50 km environ. La liaison, de type optique, ou radio-électrique ne doit pas imposer aux télescopes laser, ou aux antennes hyper-fréquences, des dépointages supérieurs à 11° .

Intitulée "BINOME KEPLERIEN", la première partie étudie le mouvement relatif képlérien de deux satellites quasi-géostationnaires à l'aide de leurs éléments orbitaux, puis détermine, en fonction des dépointages maximaux tolérés, les écarts admissibles entre ces éléments orbitaux.

Intitulée "BINOME PERTURBE", la deuxième partie décrit l'effet des perturbations naturelles sur le mouvement absolu et relatif des deux satellites du binôme en examinant particulièrement dans quelles mesures ce mouvement respecte la contrainte imposée aux dépointages.

Enfin, la troisième partie, intitulée "BINOME CONTROLE", présente l'adaptation d'une stratégie de contrôle d'orbite géostationnaire au maintien à poste simultané des deux satellites d'un binôme avec liaison inter-satellites.

11/10/84
TdT = 410A

Doc. n° 217 CA/TS
Page 15

PREMIERE PARTIE
BINOME KEPLERIEN

SOMMAIRE

INTRODUCTION

- 1.1 - MOUVEMENT D'UN SATELLITE QUASI-GEOSTATIONNAIRE RELATIVEMENT A UN REPERE GEOSTATIONNAIRE
 - 1.1.1 - Description du mouvement
 - 1.1.2 - Etude de la trajectoire relative
- 1.2 - CONFIGURATION POSSIBLE DE BINOME GEOSTATIONNAIRE
- 1.3 - MOUVEMENT KEPLERIEEN RELATIF DE DEUX SATELLITES QUASI-GEOSTATIONNAIRES
- 1.4 - CONTRAINTE IMPOSE AU MOUVEMENT RELATIF PAR LA LIAISON INTER-SATELLITES
- 1.5 - ECARTS MAXIMAUX ADMISSIBLES ENTRE LES ELEMENTS ORBITAUX DES SATELLITES
 - 1.5.1 - Etude du cas $\Delta a = \Delta e = \Delta i = 0$
 - 1.5.2 - Etude du cas $\Delta a \neq 0$
 - 1.5.3 - Etude du cas Δe et $\Delta i \neq 0$
 - 1.5.4 - Influence des valeurs de e et i

CONCLUSION

INTRODUCTION

La première partie étudie le mouvement relatif de deux satellites quasi-géostationnaires proches, en l'absence de toute perturbation naturelle. Le "binôme" ainsi examiné est appelé binôme "képlérien", puisque soumis au seul potentiel gravitationnel d'une terre considérée ponctuelle.

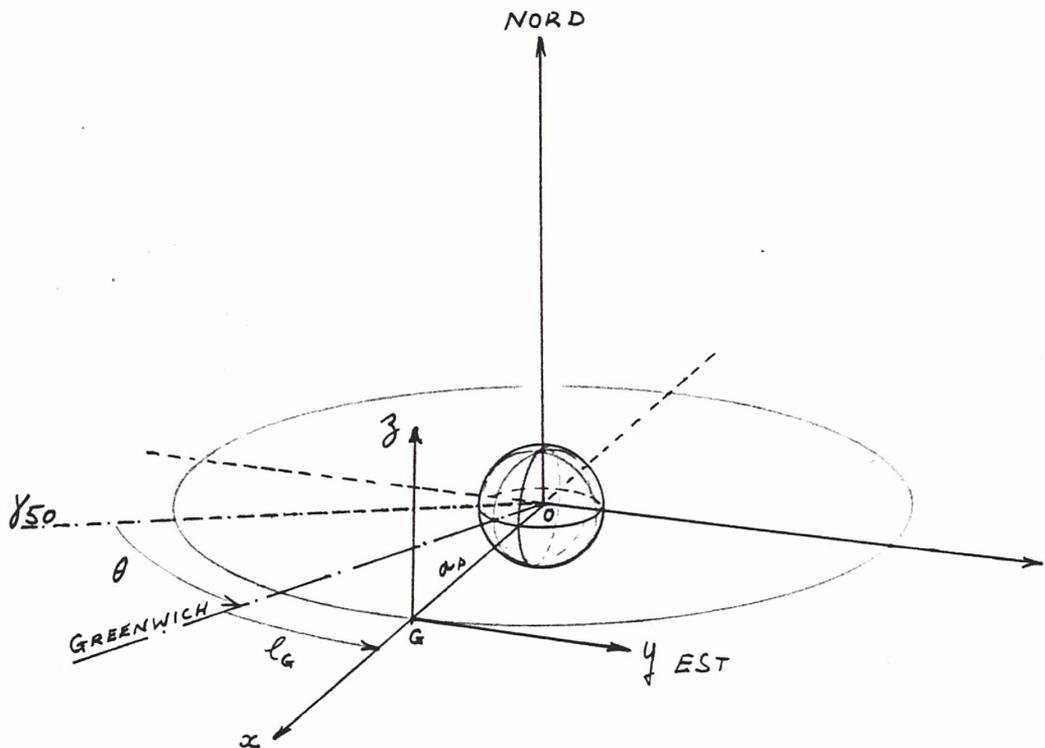
En prenant comme critère la possibilité d'établir en permanence une liaison inter-satellites avec des dépointages d'antenne minimaux, on définit une configuration de binôme envisageable. Celle-ci est décrite par les jeux d'éléments orbitaux des deux satellites.

Puis, en fonction des dépointages d'antennes tolérés, on détermine les écarts maximaux admissibles sur ces éléments orbitaux.

1.1 - MOUVEMENT D'UN SATELLITE QUASI-GEOSTATIONNAIRE RELATIVEMENT A UN REPERE GEOSTATIONNAIRE

1.1.1 - Description du mouvement

Figure 1.1.a



Par repère géostationnaire R_G , on désigne un repère lié à la terre dont l'origine G est un point du plan équatorial situé en une longitude l_G , à la distance géosynchrone a_s du centre O de la terre (figure 1.1.a)

Les axes G_x et G_y du repère appartiennent au plan équatorial et sont portés respectivement par l'axe \overline{OG} et sa normale orientée positivement vers l'est. L'axe G_z est dirigé suivant l'axe des pôles orienté positivement vers le nord.

Si θ désigne le temps sidéral, on passe du repère γ_{50} au repère géostationnaire R_G par une rotation d'angle $\theta + l_G$ autour de l'axe des pôles et une translation de vecteur \overline{OG} .

Dans le repère γ_{50} , les coordonnées du centre de gravité S d'un satellite en orbite terrestre s'écrivent:

$$\vec{OS} = \begin{pmatrix} r \cdot \cos \phi \cdot \cos \alpha \\ r \cdot \cos \phi \cdot \sin \alpha \\ r \cdot \sin \phi \end{pmatrix}$$

γ_{50}

avec:

- $r = || \vec{OS} ||$
- $\alpha =$ ascension droite de S / γ_{50}
- $\phi =$ latitude de S

Dans le repère géostationnaire R_G , on a donc:

$$\vec{GS} = \begin{bmatrix} \cos(\theta + l_G) & + \sin(\theta + l_G) \\ -\sin(\theta + l_G) & \cos(\theta + l_G) \end{bmatrix} \vec{OS}_{\gamma_{50}} - \vec{OG}_{R_G}$$

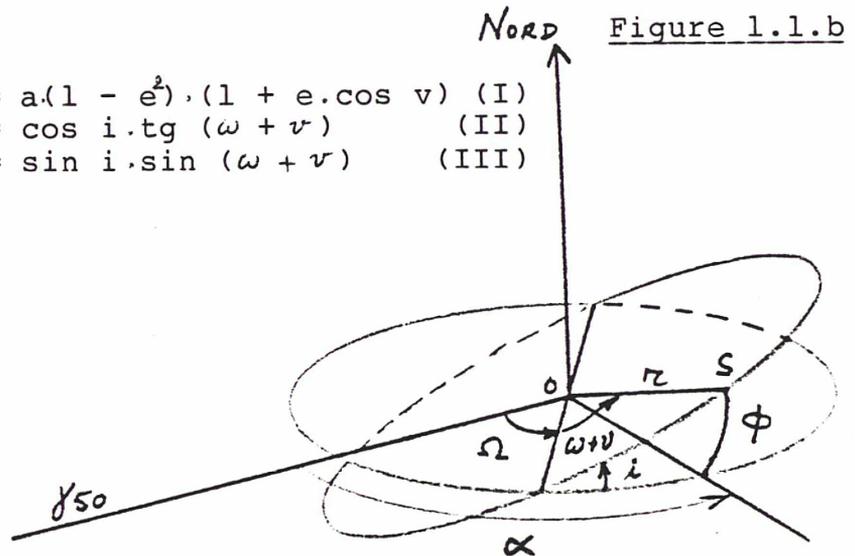
c'est-à-dire:

$$\vec{GS} = \begin{pmatrix} r \cdot \cos \phi \cdot \cos(\alpha - \theta - l_G) - a_s \\ r \cdot \cos \phi \cdot \sin(\alpha - \theta - l_G) \\ r \cdot \sin \phi \end{pmatrix}$$

R_G

D'autre part, comme le montre la figure 1.1.b, les coordonnées sphériques r, α, ϕ du satellite sont liées à ses paramètres orbitaux par les relations:

$$\begin{aligned} r &= a(1 - e^2) \cdot (1 + e \cdot \cos v) & \text{(I)} \\ \text{tg} (\alpha - \Omega) &= \cos i \cdot \text{tg} (\omega + v) & \text{(II)} \\ \sin \phi &= \sin i \cdot \sin (\omega + v) & \text{(III)} \end{aligned}$$



avec:

- a = demi grand axe de l'orbite
- e = excentricité
- i = inclinaison
- Ω = ascension droite du nœud ascendant
- ω = argument du périhélie
- v = anomalie vraie.

Pour les faibles inclinaisons, la relation (II) permet de calculer α au 2^e ordre près en $\sin i$:

$$\alpha = \Omega + \omega + v - \sin^2 \frac{i}{2} \cdot \sin 2(\omega + v)$$

Pour les faibles excentricités, le développement de v en série de FOURIER de l'anomalie moyenne M, limité au 2^e ordre en e s'écrit:

$$v = M + 2e \cdot \sin M + \frac{5}{4} e^2 \cdot \sin 2M$$

On a donc:

$$\alpha - \theta - \ell_G = \ell - \ell_G + 2e \cdot \sin M - \sin^2 \frac{i}{2} \cdot \sin 2(\omega + M) + \frac{5}{4} e^2 \cdot \sin 2M \quad (I)$$

où l désigne la longitude moyenne de S : $l = \Omega + \omega + M - \theta$

Pourvu que $l - \ell_G$ soit du même ordre que $\sin i$ et e , les relations (I), (III), (IV) et (V) permettent de calculer les coordonnées de S dans le repère R_G en fonction de ses paramètres orbitaux a , e , i , Ω , ω et M .

Au 2^e ordre en $\sin i$, e et $(l - \ell_G)$ on obtient:

$$\vec{GS} = \begin{cases} a \left[1 - e \cos M - 2 \sin^2 \frac{i}{2} \sin^2(\omega + M) - \frac{1}{2} (l - \ell_G)^2 - 2e(l - \ell_G) \sin M - e^2 \sin^2 M \right] - a_s \\ a \left[\ell - \ell_G + 2e \sin M - \sin^2 \frac{i}{2} \cdot \sin 2(\omega + M) - e(l - \ell_G) \cos M + \frac{e^2}{4} \sin 2M \right] \\ a \left[\sin i \cdot \sin(\omega + M) + e \cdot \sin i \cdot (\sin M \cdot \cos(\omega + M) - \sin \omega) \right] \end{cases}$$

R_G

C'est le terme en $\sin^2 i/2$ de la composante en y de GS qui provoque l'effet du "8" dans la poursuite au sol des satellites géosynchrones quand l'ordre de grandeur de $\sin^2 i/2$ est supérieur à celui de e .

Pour un satellite quasi-géostationnaire, $i < 0,1^\circ$, ce terme est tout à fait négligeable, et, au premier ordre en $\sin i$, e , et $(l - \ell_G)$, on a:

$$\vec{GS} = \begin{cases} x = a - a_s - ae \cdot \cos M \\ y = a \cdot (l - \ell_G) + 2ae \cdot \sin M \\ z = a \cdot \sin i \cdot \sin(\omega + M) \end{cases} \quad (1)$$

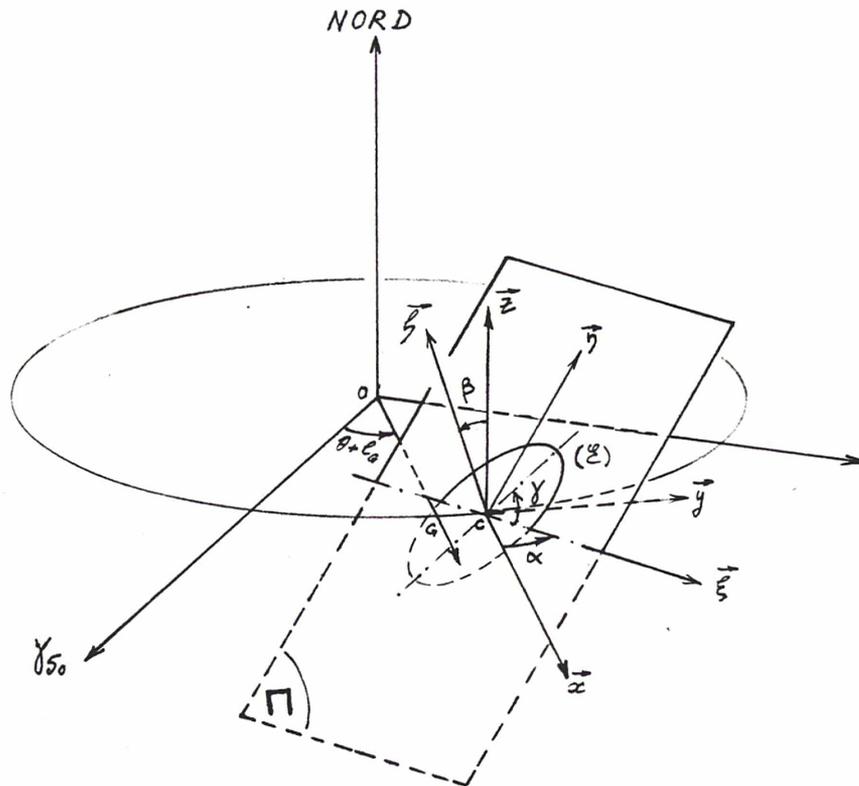
R_G

Si, de plus, $a = a_s$, le satellite est parfaitement géosynchrone et sa longitude moyenne est constante. Les équations montrent alors que le satellite décrit chaque jour une petite ellipse (ξ) autour de sa position équatoriale moyenne, dans le repère géostationnaire R_G .

Quand $a = a_s$, $M - \theta$, et donc l , est une fonction linéaire du temps et le centre de l'ellipse "osculatrice" de coordonnées $C_x = a - a_s$, $C_y = a(1 - l_G)$ dérive lentement le long de l'axe C_y .

1.1.2 - Etude de la trajectoire relative

Figure 1.1.c



Dans un repère R_C , en translation par rapport à R_G , et ayant pour origine le centre instantané C de l'ellipse, l'équation cartésienne du plan Π contenant (E) se déduit des équations (1). Elle s'écrit:

$$2 \sin \lambda \cdot \sin \omega \cdot (x) - \sin \lambda \cdot \cos \omega \cdot (y) + 2e \cdot (z) = 0$$

Ce plan coupe le plan équatorial suivant la direction du vecteur ξ dont l'angle α avec l'axe C_x est défini par

$$\cos \alpha = \cos \omega / \sqrt{1 + 3 \sin^2 \omega}$$

$$\text{et } \sin \alpha = 2 \sin \omega / \sqrt{1 + 3 \sin^2 \omega}$$

Ce plan est normal au vecteur $\vec{n} \begin{vmatrix} 2 \sin i \sin \omega \\ - \sin i \cos \omega \\ 2e \end{vmatrix}$

dont l'angle β avec l'axe nord-sud (Cz) est défini par:

$$\cos \beta = \vec{z} \cdot \vec{n} = 2e / \sqrt{4e^2 + \sin^2 i (1 + 3 \sin^2 \omega)}$$

$$\text{et } \sin \beta = (\vec{z} \wedge \frac{\vec{n}}{\|\vec{n}\|}) \cdot \vec{\xi} = \sin i \cdot \sqrt{1 + 3 \sin^2 \omega} / \sqrt{4e^2 + \sin^2 i (1 + 3 \sin^2 \omega)}$$

$$\text{Posons } \vec{\zeta} = \frac{\vec{n}}{\|\vec{n}\|} \text{ et } \vec{\eta} = \vec{\zeta} \wedge \vec{\xi} .$$

Dans le nouveau repère C, $\vec{\xi}, \vec{\eta}, \vec{\zeta}$ ainsi défini, les coordonnées des points de l'ellipse (\mathcal{E}) s'écrivent:

$$\vec{CS} = \begin{cases} \xi = \frac{ae}{\sqrt{1 + 3 \sin^2 \omega}} (4 \sin M \sin \omega - \cos M \cos \omega) \\ \eta = \frac{a \sqrt{4e^2 + \sin^2 i (1 + 3 \sin^2 \omega)}}{\sqrt{1 + 3 \sin^2 \omega}} \cdot \sin (M + \omega) \\ \zeta = 0 \end{cases}$$

L'élimination de M dans les composantes ξ et η fournit l'équation cartésienne de (\mathcal{E}):

$$\sigma^2 \xi^2 - 6e \cdot \sin \omega \cdot \cos \omega \cdot \sigma \cdot \eta \xi + e^2 (15 \sin^2 \omega + 1) \cdot \eta^2 - a^2 s^2 = 0$$

où l'on a posé:

$$s = \sqrt{1 + 3 \sin^2 \omega}$$

$$\text{et } \sigma = \sqrt{4e^2 + \sin^2 i \cdot s^2}$$

En réduisant alors cette forme quadratique, on obtient le demi grand axe A et le demi petit axe B de l'ellipse

$$A^2 = \frac{a^2}{2} \cdot \left[5e^2 + \sin^2 i + \sqrt{9e^4 + 6e^2 \sin^2 i \cos 2\omega + \sin^4 i} \right]$$

$$B^2 = \frac{a^2}{2} \cdot \left[5e^2 + \sin^2 i - \sqrt{9e^4 + 6e^2 \sin^2 i \cos 2\omega + \sin^4 i} \right]$$

ainsi que l'angle γ de ses directions principales avec la direction du vecteur $\vec{\xi}$:

$$\operatorname{tg} 2\gamma = \frac{3e \cdot \sin 2\omega}{e^2 \cdot (1 + 15 \sin^2 \omega) - 5^2}$$

1.2 - CONFIGURATION POSSIBLE DE BINÔME GEOSTATIONNAIRE

Chaque satellite du binôme tourne autour de la terre sur sa propre orbite comme si l'autre satellite était absent. La géométrie d'un binôme de satellites est donc entièrement définie par 2 jeux d'éléments orbitaux

$$[a_j, e_j, i_j, \Omega_j, \omega_j, M_j] \quad j = 1, 2$$

Pour que les satellites forment un binôme, des restrictions doivent être faites sur le choix de ces éléments orbitaux. Les demi grands axes doivent être égaux pour que les périodes des orbites soient égales et que le binôme ne se disperse pas au cours du temps. De plus, les longitudes moyennes, $l_j = \Omega_j + \omega_j + M_j - \theta$ ($j = 1, 2$), doivent être

approximativement égales, pour que les satellites du binôme soient effectivement regroupés. Enfin, chaque orbite étant quasi-géostationnaire la valeur connue du demi grand axe est imposée ($= a_s$) et les e_j et i_j sont tous proches de zéro et inférieurs à des valeurs e_{max} et i_{max} fixées par les contraintes de maintien à poste.

A ces restrictions, s'ajoutent celles qu'impose le lien inter-satellite que l'on désire maintenir en permanence à l'intérieur du binôme. Dans cette étude, on doit viser à minimiser les dépointages des télescopes laser limités par le "cône de dépointage" admissible de chacun des satellites. Comme première conséquence de cette contrainte de dépointage, on ne peut envisager de placer les deux satellites à la même longitude exactement.

En effet, d'après l'étude du paragraphe précédent, s'ils ont la même longitude moyenne, le mouvement journalier des satellites se fait sur deux ellipses (ξ_1) et (ξ_2) centrées au même point géostationnaire G et peut imposer à leurs antennes des dépointages de 2π stéradians (figure 1.2.a).

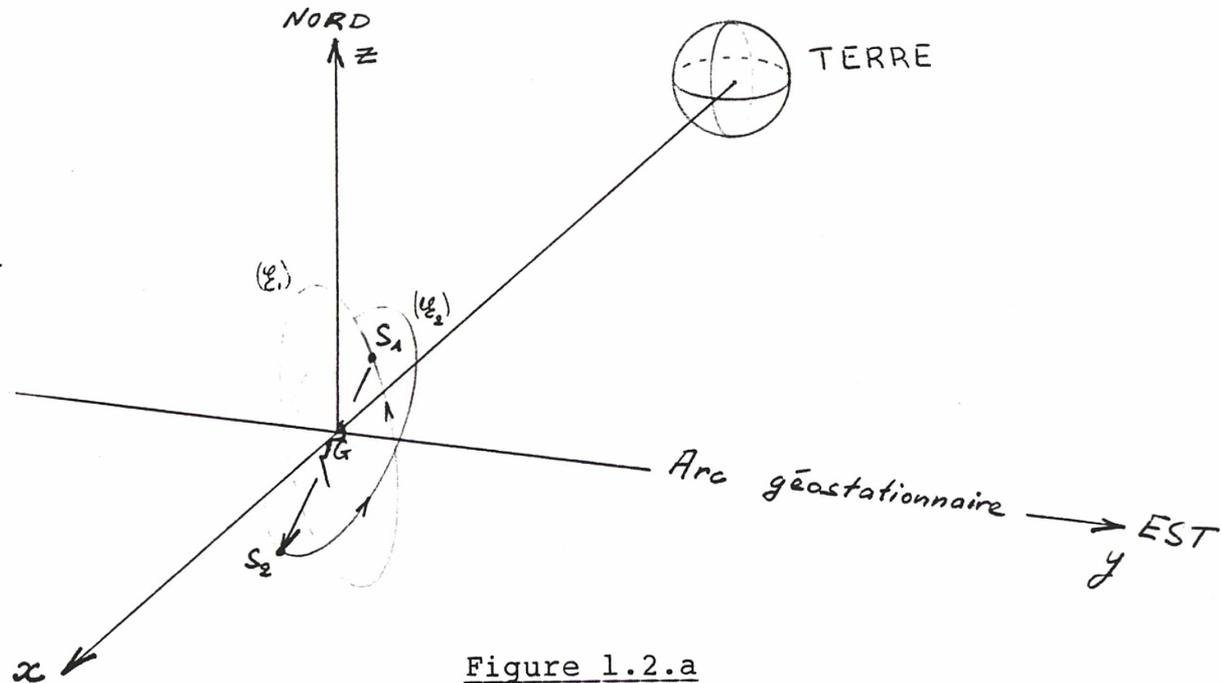
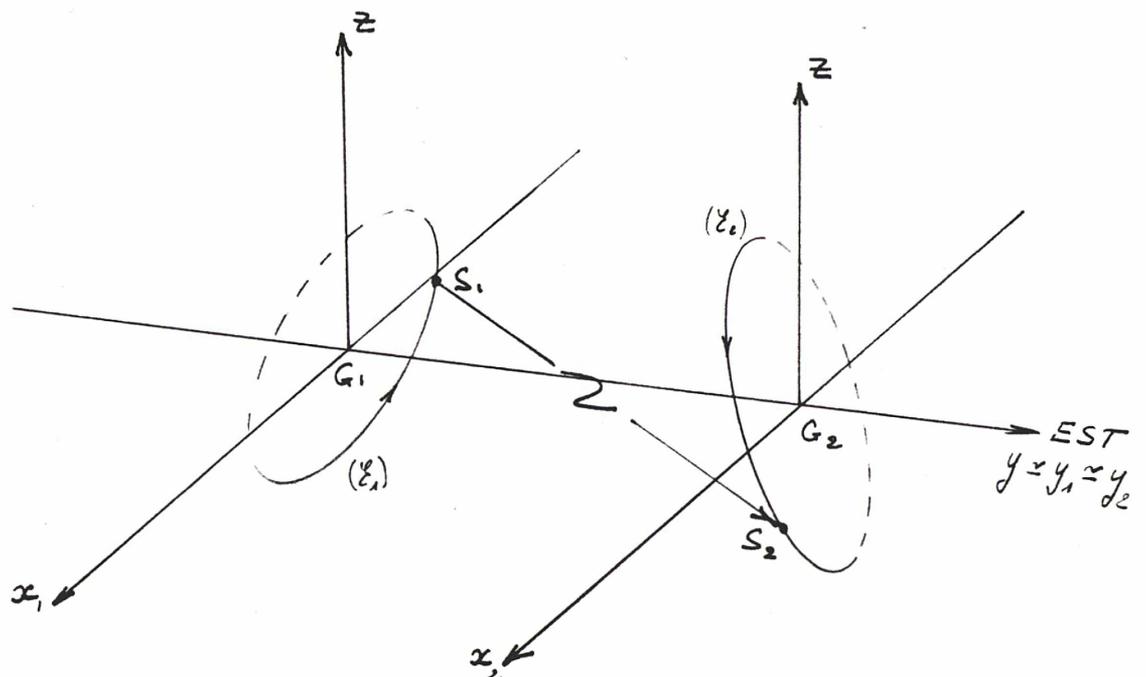


Figure 1.2.a

En fait, comme les deux satellites sont tous les deux stabilisés dans le repère géostationnaire xyz, pour respecter au mieux la contrainte de dépointage, on doit viser à maintenir les deux satellites S_1 et S_2 en translation le long de l'arc géostationnaire et leur assigner pour cela deux longitudes distinctes.

Du fait de l'excentricité et de l'inclinaison de leurs orbites, les satellites décrivent alors deux ellipses distinctes (\mathcal{E}_1) et (\mathcal{E}_2) autour de leurs positions nominales respectives G_1 et G_2 (figure 1.2.b).

Figure 1.2.b



Les dépointages de télescopes nécessaires au lien inter-satellite sont minimisés quand ces ellipses sont semblables, dans des plans parallèles, et décrites "simultanément" par les deux satellites (figure 1.2.c).

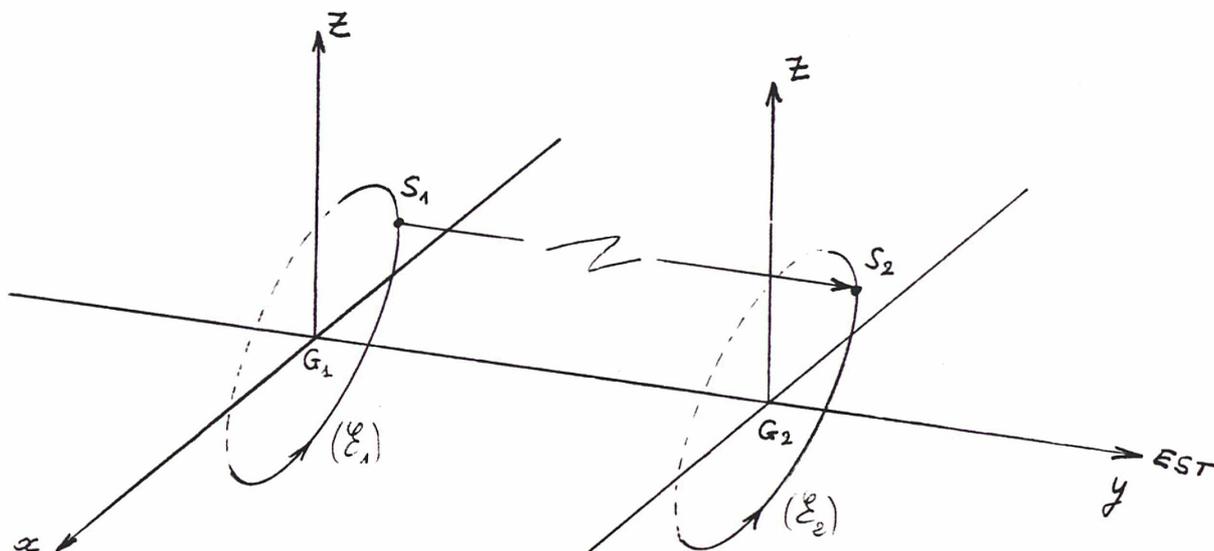


Figure 1.2.c

L'ordre de grandeur de la distance entre les satellites (50 km) correspond à un écart en longitude de $0,07^\circ$ pour lequel on peut considérer au deuxième ordre près que les repères $G_1x_1y_1z_1$ et $G_2x_2y_2z_2$ sont en translation.

L'étude du paragraphe précédent montre alors que les deux ellipses (E_1) et (E_2) sont semblables et parallèles quand les éléments orbitaux e , i et ω des deux orbites sont égaux. Les mouvements des satellites sur ces ellipses sont "simultanés", quand les anomalies moyennes des satellites sont égales. L'écart en longitude δl doit donc être assuré par un écart entre les noeuds ascendants Ω_1 et Ω_2 .

Le binôme quasi-stationnaire "idéal" du point de vue du lien inter-satellite envisagé est donc défini par:

$$a_1 = a_2 = a_s \text{ (demi grand axe synchrone)}$$

$$e_1 = e_2 = e \text{ (même excentricité)}$$

$$i_1 = i_2 = i \text{ (" inclinaison)}$$

$$\omega_1 = \omega_2 = \omega \quad (\text{m\^eme argument du p\^erig\^ee})$$

$$M_1 = M_2 = M \quad (\text{c'est-\^a-dire (puisque } a_1 = a_2 \text{): m\^eme ins-}$$

tant de passage au p\^erig\^ee)

$$\Omega_1 = \Omega_2 - \delta\ell \quad (\text{\'e}cart des noeuds ascendants correspondant$$

\^a l'\^e}cart en longitude).

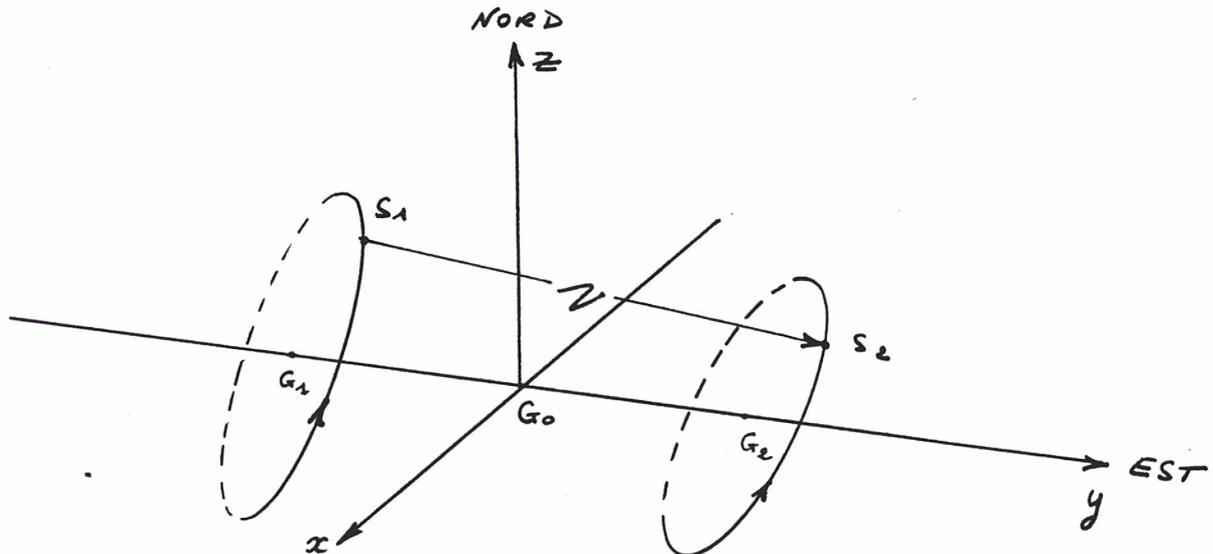
1.3 - MOUVEMENT KEPLERIEN RELATIF DE DEUX SATELLITES QUASI-GEOSTATIONNAIRES

Dans la pratique, il est évidemment impossible de réaliser la stricte égalité des éléments orbitaux. Il convient donc d'étudier le mouvement relatif des deux satellites quand il existe des écarts sur les paramètres orbitaux.

Pour cela, on se place dans un repère géostationnaire ayant pour origine G_0 milieu des positions géostationnaires nominales de S_1 et S_2 . Si l_1 et l_2 sont les longitudes de ces positions, la longitude de G_0 est

$$l_0 = \frac{l_1 + l_2}{2}$$

Figure 1.3.a



Dans ce repère, on a , pour $j = 1$ et $j = 2$

$$\vec{G_0 S_j} = \begin{pmatrix} a_j - a_s - a_j e_j \cos M_j \\ a_j (l_j - l_0) + 2 a_j e_j \sin M_j \\ a_j \sin i_j \sin (\omega_j + M_j) \end{pmatrix}$$

Le mouvement relatif des deux satellites est décrit par le vecteur $\overrightarrow{S_1S_2} = \overrightarrow{GoS_2} - \overrightarrow{GoS_1}$.

En notant alors $a = a_1$, $e = e_1$, $i = i_1$, $\Delta a = a_2 - a_1$, $\Delta e = e_2 - e_1$, $\Delta i = i_2 - i_1$, $\Delta l = l_2 - l_1$, et en tenant compte du fait que la différence $M_2 - M_1$ peut, au bout de plusieurs jours, devenir trop importante, à cause du Δa , pour être traitée comme un premier ordre, on obtient:

$$\overrightarrow{S_1S_2} = \begin{cases} \Delta a - (a \cdot \Delta e + e \cdot \Delta a) \frac{1}{2} (\cos M_1 + \cos M_2) - a e (\cos M_2 - \cos M_1) \\ a \Delta l + (a \Delta e + e \Delta a) (\sin M_1 + \sin M_2) + 2 a e (\sin M_2 - \sin M_1) \\ (\Delta a \sin i + a \Delta i \cos i) \frac{1}{2} [\sin(\omega_1 + M_1) + \sin(\omega_2 + M_2)] + 2 a \sin i [\sin(\omega_2 + M_2) - \sin(\omega_1 + M_1)] \end{cases}$$

c'est à dire:

$$\overrightarrow{S_1S_2} = \begin{cases} \Delta a - (a \Delta e + e \Delta a) \cos M \cos \frac{\Delta M}{2} + 2 a e \sin M \sin \frac{\Delta M}{2} \\ a \Delta l + 2(a \Delta e + e \Delta a) \sin M \cos \frac{\Delta M}{2} + 4 a e \cos M \sin \frac{\Delta M}{2} \\ (\Delta a \sin i + a \Delta i \cos i) \sin(M + \omega) \cos \frac{\Delta M + \Delta \omega}{2} + 2 a \sin i \cos(M + \omega) \sin \frac{\Delta M + \Delta \omega}{2} \end{cases}$$

avec $M = \frac{M_1}{2} + \frac{M_2}{2}$, $\omega = \frac{\omega_1}{2} + \frac{\omega_2}{2}$, $\Delta M = M_2 - M_1$ et $\Delta \omega = \omega_2 - \omega_1$

mais où seuls les éléments métriques Δa , Δe et Δi sont considérés comme des infiniment petits.

Enfin, en posant:

$$A^2 = (a \Delta e + e \Delta a)^2 \cos^2 \frac{\Delta M}{2} + 4 a^2 e^2 \sin^2 \frac{\Delta M}{2}$$

$$B^2 = (\Delta a \sin i + a \Delta i \cos i)^2 \cos^2 \frac{\Delta M + \Delta \omega}{2} + 4 a^2 \sin^2 i \sin^2 \frac{\Delta M + \Delta \omega}{2}$$

$$\alpha = 2 \operatorname{Arctg} \left[\frac{2ae \cdot \sin \frac{\Delta M}{2}}{A + (a \cdot \Delta e + e \cdot \Delta a) \cdot \cos \frac{\Delta M}{2}} \right]$$

$$\beta = 2 \operatorname{Arctg} \left[\frac{2ae \cdot \sin i \cdot \sin \frac{\Delta M + \Delta \omega}{2}}{B + (\Delta a \cdot \sin i + a \cdot \Delta i \cos i) \cos \frac{\Delta M + \Delta \omega}{2}} \right]$$

on obtient:

$$\overrightarrow{S_1 S_2} = \begin{cases} \Delta a + A \cdot \cos (M + \alpha) \\ a \Delta l + 2A \cdot \sin (M + \alpha) \\ B \cdot \cos (M + \omega + \beta) \end{cases}$$

1.4 - CONTRAINTE IMPOSE AU MOUVEMENT RELATIF PAR LA LIAISON INTER-SATELLITE

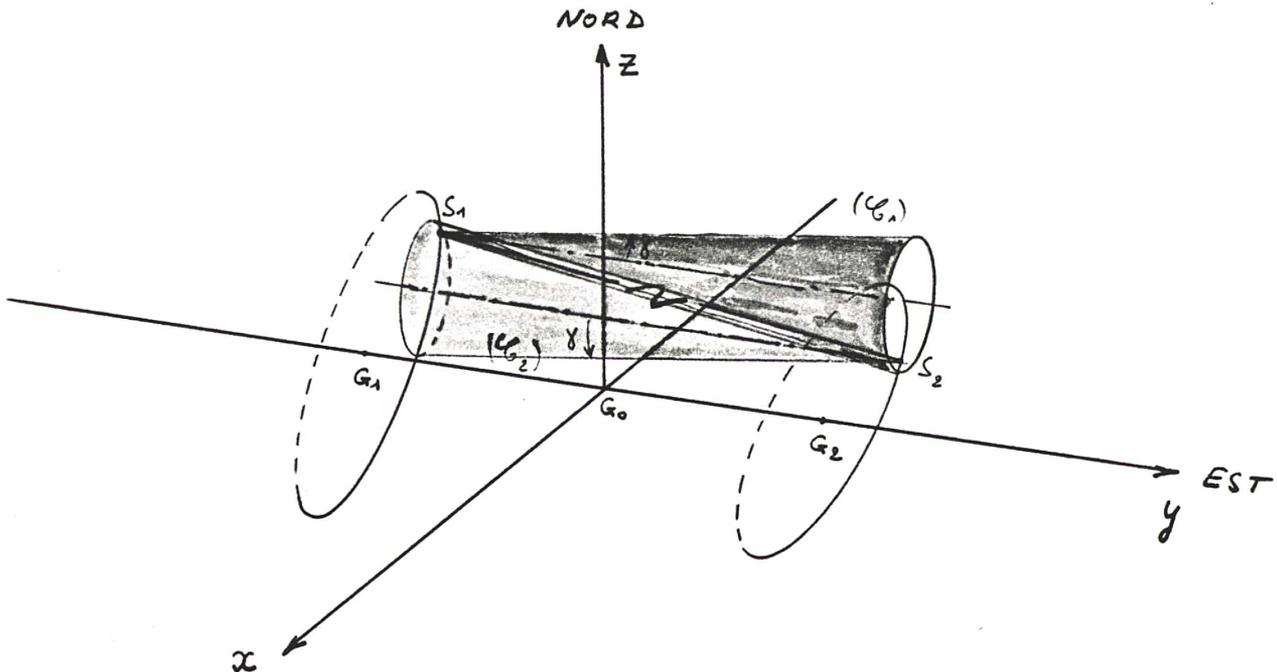


Figure 1.4.a

La liaison satellite n'est possible que si le vecteur $\overline{S_1S_2}$ est situé à l'intérieur des cônes de dépointage admissible pour chaque satellite (figure 1.4.a). Les sommets de ces cônes coïncident avec chacun des satellites, et, aux erreurs d'attitude près, leurs axes sont dirigés parallèlement à l'axe des y.

Par $\mathcal{C}(S, \gamma)$ on désigne le cône de sommet S, de demi-angle au sommet γ et dont l'axe est parallèle à l'axe des y. Si les demi-angles au sommet des cônes de dépointage sont les mêmes pour les deux satellites, égaux à γ^* , on a l'équivalence:

$$\overline{S_1S_2} \in \mathcal{C}(S_1, \gamma^*) \iff \overline{S_2S_1} \in \mathcal{C}(S_2, \gamma^*)$$

Aux erreurs d'attitude près, il suffit donc que $\overline{S_1S_2} \in \mathcal{C}(S_1, \gamma^*)$ à tout instant, pour que la liaison inter-satellite puisse être maintenue.

On tient compte des erreurs d'attitude en restreignant le demi-angle au sommet du cône de dépointage γ^* à $\gamma = \gamma^* - \mathcal{E}$ où \mathcal{E} désigne la moyenne quadratique des erreurs maximales d'attitude en lacet et tangage ($\mathcal{E} = \sqrt{\delta_{\psi_{max}}^2 + \delta_{\theta_{max}}^2}$).

L'erreur d'attitude en roulis n'intervient qu'à un ordre inférieur puisque l'axe de roulis est parallèle à celui des cônes de dépointage, dans la direction \bar{y} .

Pour des performances de stabilisation classiques, \mathcal{E} est inférieur au degré. Pour des précisions d'attitude de $0,2^\circ$ en tangage et $0,5^\circ$ en lacet, $\mathcal{E} = 0,6^\circ$ suffit.

On retiendra $\mathcal{E} = 1^\circ$ et, dans l'étude qui va suivre, l'angle $\gamma = 10^\circ$ retenu pour les cônes de "dépointage" du bi-nôme envisagé, correspond en fait à des dépointages réels maximaux de $\gamma^* = 11^\circ$.

Soit s_x , s_y et s_z les composantes du vecteur $\overrightarrow{S_1 S_2}$ dans le repère géostationnaire R_{G_0} . Ces composantes ont été calculées au paragraphe précédent. En reprenant les mêmes notations, on a:

$$s_x = \Delta a + A \cdot \cos (M + \alpha)$$

$$s_y = a \cdot \Delta l + 2A \cdot \sin (M + \alpha)$$

$$s_z = B \cos (M + \omega + \beta)$$

La condition $\overrightarrow{S_1 S_2} \in \mathcal{E}(S_1, \gamma)$ est équivalente à l'inégalité suivante:

$$\sqrt{s_x^2 + s_z^2} \leq s_y \cdot \operatorname{tg} \gamma$$

Si l'on suppose $l_2 > l_1$ (et donc $\Delta l > 0$), elle est toujours vérifiée quand:

$$\boxed{\sqrt{(\Delta a + \varepsilon_{\Delta a} A)^2 + B^2} \leq (a \cdot \Delta l - 2A) \cdot \operatorname{tg} \gamma} \quad (I)$$

où $\varepsilon_{\Delta a}$ désigne le signe de Δa .

C'est cette dernière inégalité (I) qui constitue la condition discriminante pour établir les écarts maximaux admissibles entre les paramètres orbitaux des satellites du binôme.

On rappelle que:

$$A^2 = (a \cdot \Delta e + e \cdot \Delta a)^2 \cdot \cos^2 \frac{\Delta M}{2} + 4 a^2 \cdot e^2 \cdot \sin^2 \frac{\Delta M}{2}$$

$$\text{et } B^2 = (\Delta a \cdot \sin i + a \cdot \Delta i \cos i)^2 \cos^2 \frac{\Delta M + \Delta \omega}{2} + 4 a^2 \cdot \sin^2 i \cdot \sin^2 \frac{\Delta M + \Delta \omega}{2}$$

1.5 - ECARTS MAXIMAUX ADMISSIBLES ENTRE LES ELEMENTS ORBITAUX DES SATELLITES

L'inégalité (I) trouvée au paragraphe précédent est en fait une relation entre les écarts maximaux admissibles Δa , Δe , Δi , $\Delta \omega$, ΔM , Δl et le demi-angle au sommet des cônes de dépointage γ .

La quantité ΔM est liée à $\Delta \Omega$, $\Delta \omega$ et Δa par une fonction linéaire du temps. En effet, pour $j = 1, 2$ on a :

$$l_j = \Omega_j + \omega_j + M_j(t_0) + \sqrt{\frac{\mu}{a_s^3}} (t - t_0) - \theta(t)$$

avec des notations déjà précisées et donc, à $2k\pi$ près :

$$\Delta l(t) = \Delta \Omega + \Delta \omega + \Delta M(t_0) - \frac{3}{2} \frac{\Delta a}{a_s} \sqrt{\frac{\mu}{a_s^3}} (t - t_0)$$

Posant $t - t_0 = \Delta t$ on a donc :

$$\Delta M(t) = \Delta l(t_0) - \Delta \Omega - \Delta \omega - \frac{3}{2} \frac{\Delta a}{a_s} \sqrt{\frac{\mu}{a_s^3}} \Delta t$$

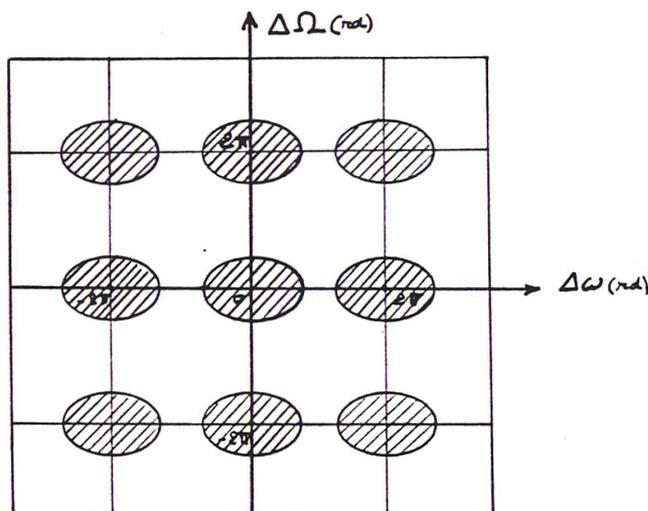
1.5.1 - Etude du cas $\Delta a = \Delta e = \Delta i = 0$

On suppose que les orbites des deux satellites sont parfaitement géosynchrones, et donc que les mouvements elliptiques qu'ils décrivent autour de leurs positions géostationnaires nominales respectives sont fermés et ne dérivent pas. Le calcul de ΔM précédent, associé à l'inégalité (I) fournit la condition :

$$2 \sqrt{e^2 \sin^2 \frac{\Delta \Omega + \Delta \omega - \Delta \ell}{2} + \sin^2 i \cdot \sin^2 \frac{\Delta \Omega - \Delta \ell}{2}} \leq (\Delta \ell - 4e \sin \frac{\Delta \Omega + \Delta \omega - \Delta \ell}{2}) \cdot \tan \gamma$$

Pour des valeurs de e , i , Δl et γ fixées, cette dernière relation définit les domaines admissibles du plan $\Delta\omega, \Delta\Omega$. Ces domaines ont l'allure suivante, modulo 2π suivant les 2 axes.

Figure 1.5.a



L'inégalité obtenue peut être résolue analytiquement en l'écrivant sous la forme

$$\sin^2 \frac{\Delta\Omega - \Delta\ell}{2} \leq \frac{1}{4 \sin^2 i} \cdot \left[(\Delta\ell - 4e \cdot \sin \frac{\Delta\Omega + \Delta\omega - \Delta\ell}{2})^2 \cdot \tan^2 \gamma - 4e^2 \sin^2 \frac{\Delta\Omega + \Delta\omega - \Delta\ell}{2} \right]$$

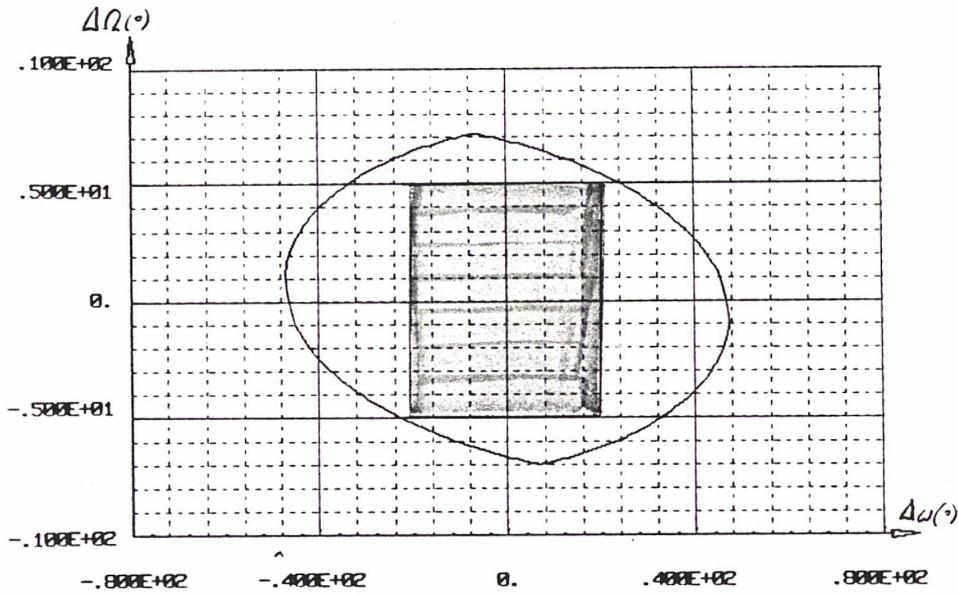
On fixe la somme $\Delta\Omega + \Delta\omega$ puis on détermine successivement les $\Delta\Omega$ extrêmes admissibles et les $\Delta\omega$ correspondants.

La résolution a été faite pour le cas numérique du binôme envisagé:

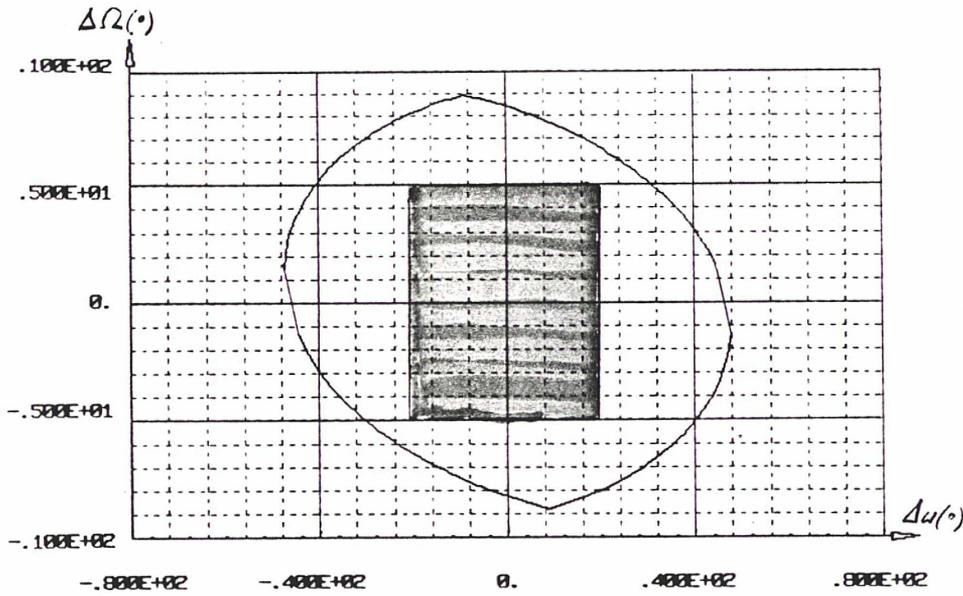
- une distance nominale inter-satellite de 50 km, c'est à dire $\Delta l = 0,07^\circ$,
- des dépointages d'antenne maximaux à $\gamma = 10^\circ$.

On a tracé (fig. 1.5.b) les domaines admissibles du plan $\Delta\omega, \Delta\Omega$ pour différentes valeurs de e et i correspondant aux valeurs maximales autorisées par les contraintes classiques du maintien à poste des satellites de télécommunications.

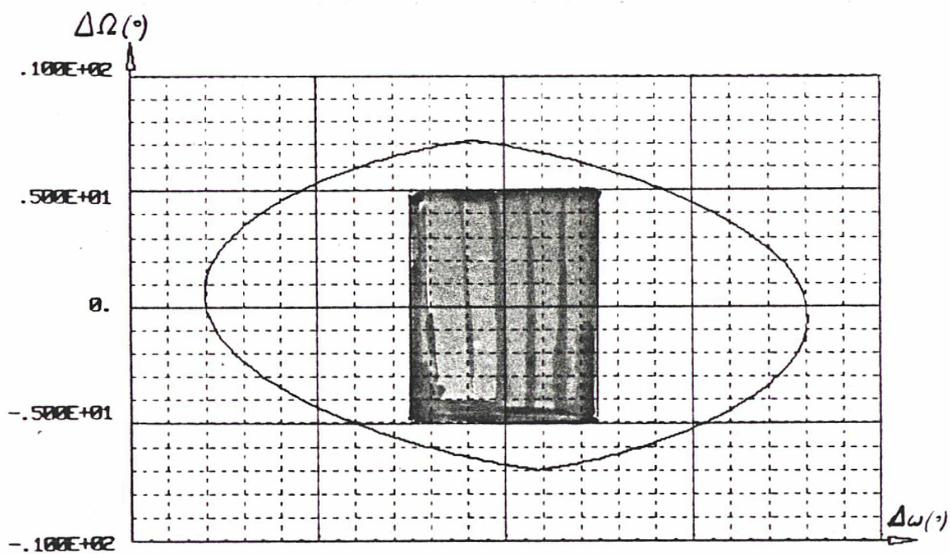
Figure 1.5.b



$$e = 2 \cdot 10^{-4}$$
$$i = 0,1^{\circ}$$



$$e = 2 \cdot 10^{-4}$$
$$i = 0,08^{\circ}$$



$$e = 1,5 \cdot 10^{-4}$$
$$i = 0,1^{\circ}$$

- Les domaines ainsi trouvés montrent que les écarts admissibles $\Delta\Omega$ et $\Delta\omega$ dépendent respectivement des valeurs de i_{\max} et de e_{\max} retenues comme contraintes de maintien à poste.

- Comme ils en dépendent de façon inverse, ces écarts admissibles seront d'autant plus importants que les excentricités et inclinaisons maximales tolérées seront faibles.

- L'explication physique de ces résultats est simple: un écart entre les noeuds ascendants des orbites des deux satellites provoque un déphasage de leur mouvement nord-sud dont l'amplitude est proportionnelle à $\sin i$ (cf. 1.1). De même, l'écart des arguments du périhélie crée un déphasage des mouvements dans le plan équatorial dont l'amplitude est proportionnelle à e .

- On constate que pour les valeurs retenues de e_{\max} et i_{\max} , les écarts maximaux admissibles sur ω sont de l'ordre de 10 fois les écarts maximaux sur Ω . Ce résultat est directement lié au rapport des ordres de grandeur entre $\sin i_{\max}$ et e_{\max} .

$$\sin i_{\max} = \sin (0,1^\circ) = 1,8 \cdot 10^{-3} \quad \text{et} \quad e = 2 \cdot 10^{-4}$$

En prenant une marge de sécurité, on peut, en conclusion de cette étude, retenir pour écarts maximaux admissibles avec $i_{\max} = 0,1^\circ$ et $e_{\max} = 2 \cdot 10^{-4}$

$$\Delta\omega = \pm 20^\circ \quad \text{et} \quad \Delta\Omega = \pm 5^\circ$$

correspondant au domaine rectangle représenté sur les diagrammes $\Delta\omega, \Delta\Omega$ de la figure 1.5.b.

La contrainte obtenue sur $\Delta\Omega$ dans le cas de $i_{\max} = 0,1^\circ$ est sévère: quelques degrés. Il est très important de noter que cette contrainte diminue beaucoup avec la valeur de l'inclinaison. En effet, au cours d'un cycle nord-sud, l'inclinaison d'un satellite quasi-géostationnaire passe par un minimum proche de zéro pour lequel il est nécessaire, comme le montrera la 2ème partie, de tolérer des écarts beaucoup plus importants entre les noeuds ascendants des satellites du binôme.

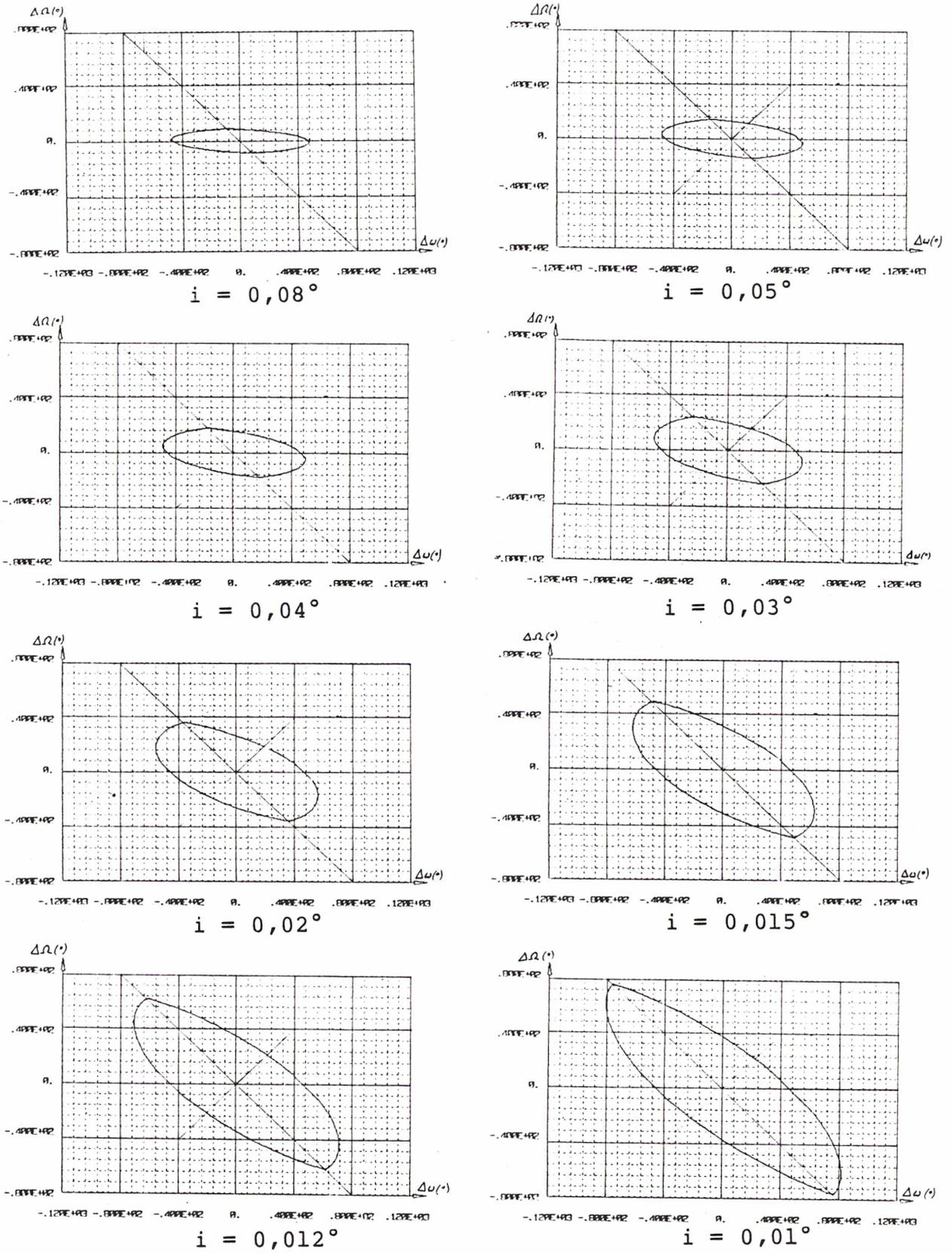
Pour bien rendre compte de cette variation des écarts $\Delta\Omega$ admissibles en fonction de l'inclinaison, on a tracé, pour une même excentricité $e = 2.10^{-4}$, les domaines $\Delta\omega, \Delta\Omega$ correspondant à différentes inclinaisons entre $i = 0,01^\circ$ et $i = 0,08^\circ$.

Les domaines, présentés sur la figure 1.5.c, montrent que, pour une inclinaison de $i = 0,05^\circ$, on peut tolérer des écarts $\Delta\Omega = \Delta\omega$ de $\pm 10^\circ$, et pour $i = 0,02^\circ$, des écarts $\Delta\Omega = \Delta\omega$ de $\pm 20^\circ$.

D'autre part, on remarque que les domaines sont symétriques par rapport à la droite $\Delta\Omega + \Delta\omega = 0$ et les plus grands écarts admissibles $\Delta\Omega$ sont atteints sur cette droite. Autrement dit, l'écart admissible sur Ω est d'autant plus important que l'écart sur la somme $\Omega + \omega$ est proche de zéro.

Ces résultats sont particulièrement intéressants. En effet, la deuxième partie montrera que les perturbations naturelles ne produisent pratiquement pas de variations de l'écart $\Delta(\Omega + \omega)$. Par contre, elles affectent d'autant plus l'écart $\Delta\Omega$ que l'inclinaison de l'orbite est faible.

Figure 1.5.c



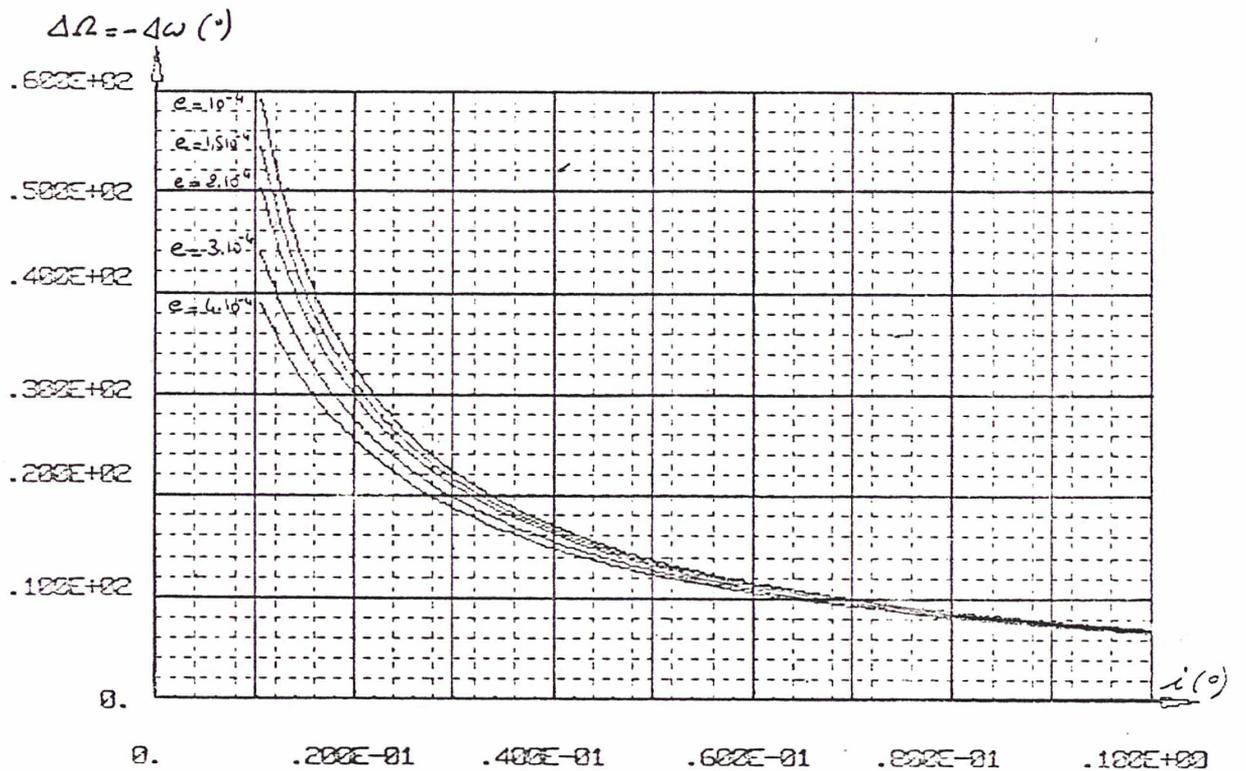
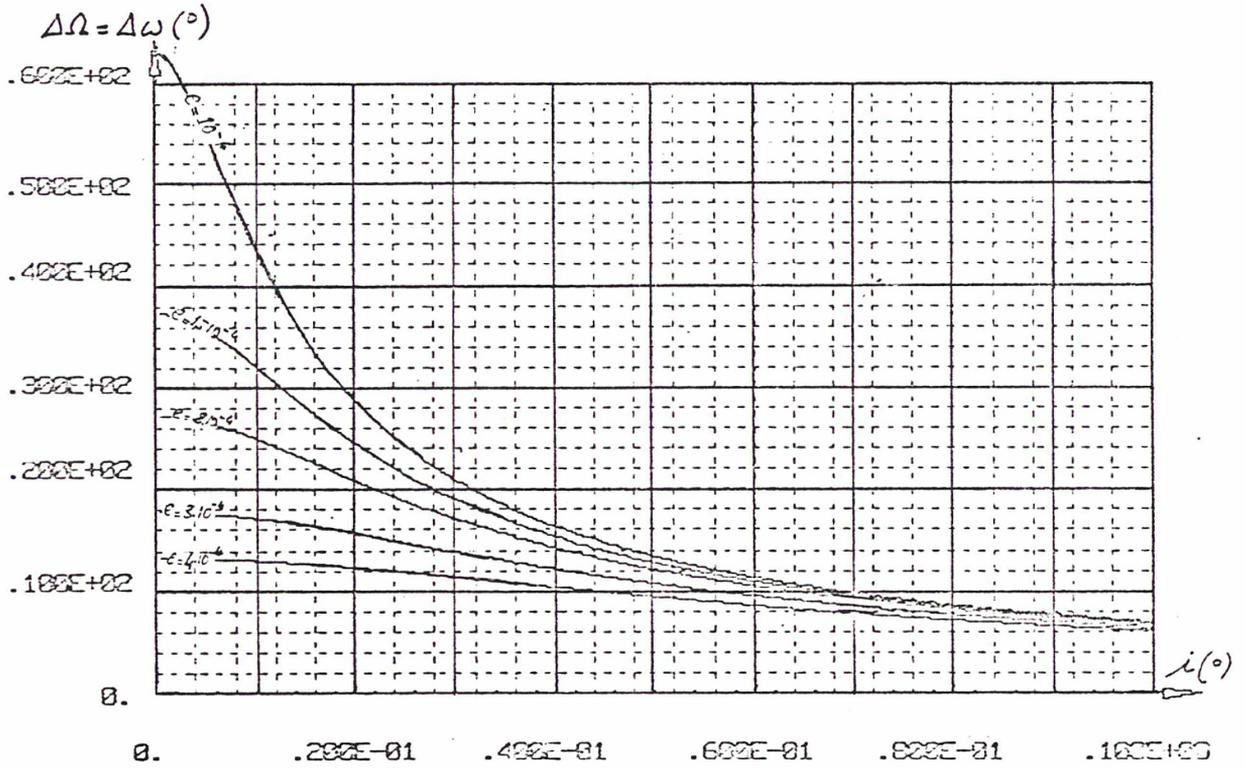
Sur la figure 1.5.d, page suivante, on donne les courbes des écarts $|\Delta\Omega|_{\max}$ admissibles en fonction de l'inclinaison i pour différentes valeurs de l'excentricité e .

On vient de montrer que les $|\Delta\Omega|_{\max}$ dépendaient beaucoup des $|\Delta\omega|_{\max}$.

Aussi donne-t-on ici les $|\Delta\Omega|_{\max}$ correspondant à deux points caractéristiques des domaines $(\Delta\omega, \Delta\Omega)$. Le point pour lequel $\Delta\omega = \Delta\Omega$ (graphique du haut) et celui pour lequel $\Delta\omega = -\Delta\Omega$ (graphique du bas).

On constate que ces points correspondent à des $\Delta\Omega$ très voisins quand l'inclinaison i est supérieure à $0,05^\circ$. D'autre part, les variations d'excentricité n'ont d'influence significative que pour les faibles valeurs de l'inclinaison ($i < 0,05^\circ$) et ce d'autant que le point $(\Delta\omega, \Delta\Omega)$ est proche de l'axe de symétrie $\Delta(\Omega + \omega) = 0$. Enfin, ces courbes montrent la forte augmentation des écarts $\Delta\Omega$ admissibles pour de très faibles inclinaisons ($i \leq 0,02^\circ$) et des valeurs moyennes de l'excentricité ($e \simeq 2.10^{-4}$), et ce quels que soient les écarts $\Delta\omega$.

Figure 1.5.d $(\Delta \ell_0 = 0,07^\circ)$



1.5.2 - Etude du cas où $\Delta a \neq 0$

Dans le paragraphe précédent, on se plaçait dans le cas idéal où les deux satellites étaient parfaitement géo-synchrones. Il faut maintenant considérer le cas réel où chacun des demi grand-axes est légèrement différent du demi grand-axe synchrone, de sorte que les deux satellites présentent une dérive relative.

Dans le meilleur des cas, cette dérive éloigne les deux petites ellipses décrites par les satellites et les dépointages d'antenne nécessaires à la liaison inter-satellite deviennent plus faibles.

Au contraire, quand cette dérive rapproche les deux ellipses, les dépointages nécessaires deviennent de jour en jour plus importants. Au bout d'un temps ΔT_{\max} , la condition $\vec{S}_1 \vec{S}_2 \in \mathcal{E}(S_1, \gamma)$ n'est plus réalisée.

Avec toujours $\Delta e = \Delta i = 0$, la durée ΔT_{\max} dépend des écarts Δa , $\Delta \Omega$ et $\Delta \omega$.

Dans l'inégalité (I) et ses paramètres A et B, on doit porter:

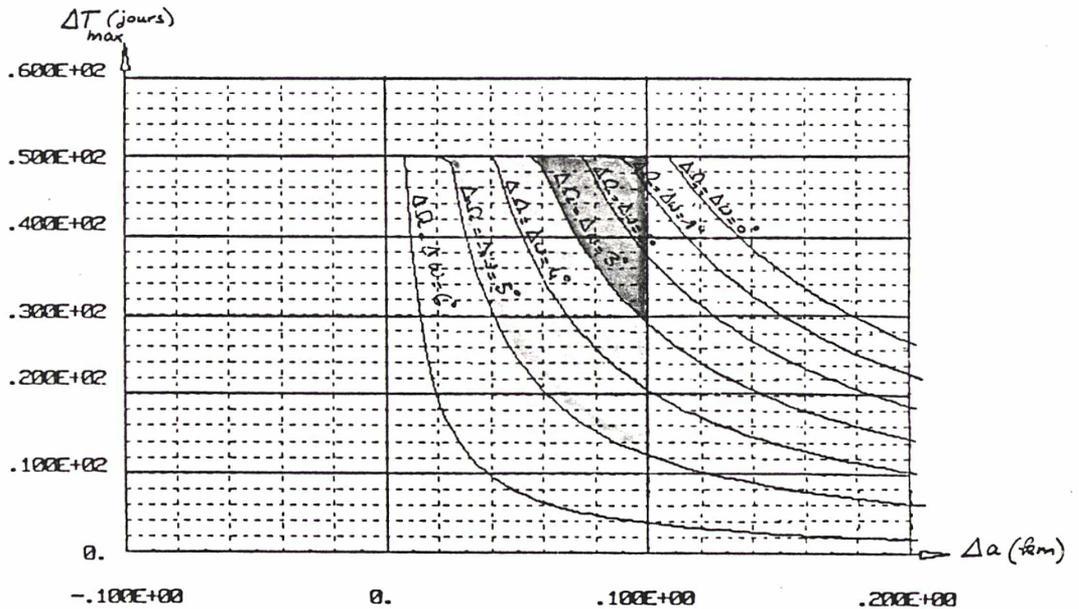
$$\Delta l = \Delta l(t_0) - \frac{3}{2} \cdot \frac{\Delta a}{a_s} \cdot \sqrt{\frac{\mu}{a_s^3}} \cdot \Delta T$$

$$\text{et } \Delta M = \Delta l - \Delta \Omega - \Delta \omega$$

avec toujours $\Delta l(t_0) = 0,07^\circ$ et $\gamma = 10^\circ$ pour le binôme envisagé.

Sur la figure 1.5.e, on a représenté cette durée limite ΔT_{\max} , en fonction des valeurs de $\Delta a = a_2 - a_1$, pour différents écarts $\Delta \Omega$ et $\Delta \omega$. Pour chaque courbe, on a pris $\Delta \Omega = \Delta \omega$, et, pour éviter d'augmenter inutilement les temps de calcul, on a limité à 50 jours les valeurs possibles de ΔT_{\max} .

Figure 1.5.e



On constate que pour des écarts $\Delta\Omega = \Delta\omega > 6,1^\circ$, la condition (I) de "dépointage" n'est jamais réalisée, comme l'indiquait l'étude du 1).

Pour des écarts $\Delta\Omega = \Delta\omega < 6^\circ$, la durée maximale pendant laquelle la condition est vérifiée, dépend du signe du Δa et de sa valeur si Δa est positif.

Quand $\Delta a < 0$, elle est toujours vérifiée pour tout $\Delta T < 50$ jours. Du point de vue physique, c'est le cas où la dérive relative $-\frac{3}{2} \frac{\Delta a}{a_s} \sqrt{\frac{\mu}{a_s^3}}$. ΔT éloigne les petites ellipses décrites par les satellites.

Quand $\Delta a > 0$, les courbes obtenues sont du type hyperbolique, asymptotes aux droites $\Delta a = 0^+$ et $\Delta t = 0$.

En conclusion de cette étude, on retient que, pour maintenir la condition de dépointage pendant 1 mois avec un écart sur les demi grand axes $\Delta a < 100$ mètres, il faut des écarts $\Delta \Omega$ et $\Delta \omega < 3^\circ$ pour une inclinaison de l'ordre de $0,1^\circ$ et une excentricité de $2 \cdot 10^{-4}$.

Avec les mêmes valeurs de Δa , i et e , pour des écarts $\Delta \Omega$ et $\Delta \omega < 5^\circ$, la condition n'est réalisée que pendant 12 jours au mieux.

Quand on fera l'étude du maintien à poste du binôme, une bonne manière de tenir compte des éventuels Δa sera d'estimer le pire rapprochement des satellites pouvant se produire pendant la période retenue pour le cycle de contrôle. On en déduira alors des contraintes du type obtenu au paragraphe précédent (1.5.1), comme pour $\Delta a = 0$, mais avec un $\Delta i < 0,07^\circ$.

Pour $\Delta a = +100$ mètres, le rapprochement en longitude est de $1,28 \cdot 10^{-3}^\circ/\text{jour}$. Ainsi, au bout de 15 jours, la liaison sera sûrement possible pour les domaines $\Delta \omega, \Delta \Omega$ de la figure 1.5.f, correspondant à $\Delta a = 0$ mais avec $\Delta i = 0,07^\circ - 15 \times 1,28 \cdot 10^{-3} \approx 0,05^\circ$.

La figure 1.5.g reprend les courbes de la figure 1.5.d, mais pour $\Delta i = 0,05^\circ$.

Les deux figures montrent une augmentation très nette des contraintes par rapport au cas $\Delta i = 0,07^\circ$ traité au paragraphe précédent (figures 1.5.c, 1.5.d).

Figure 1.5.f

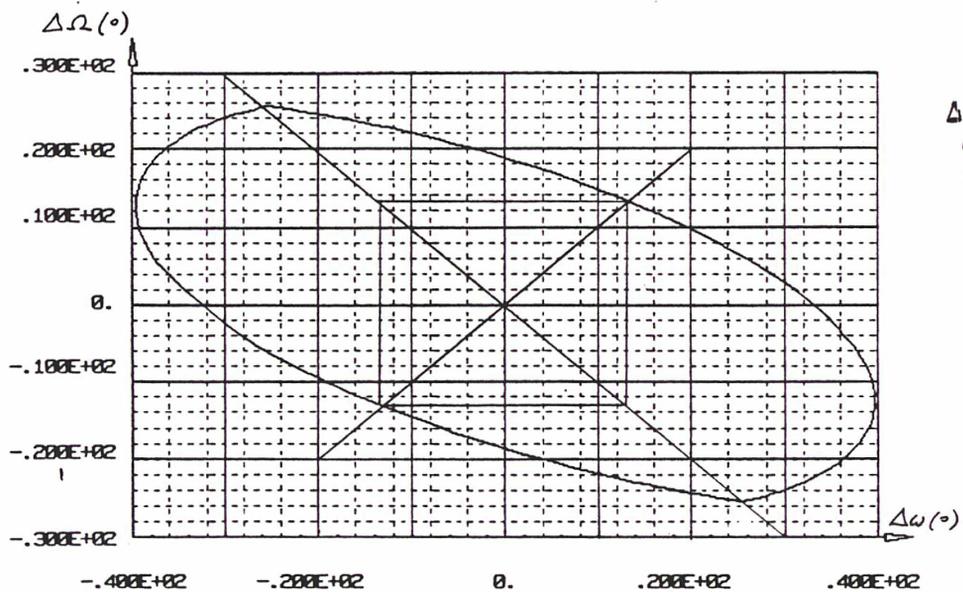
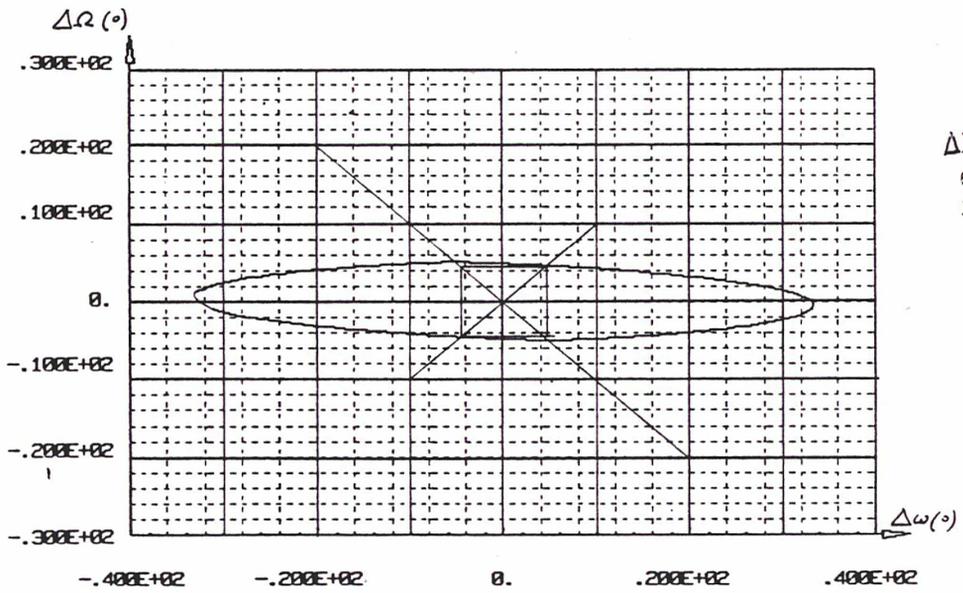
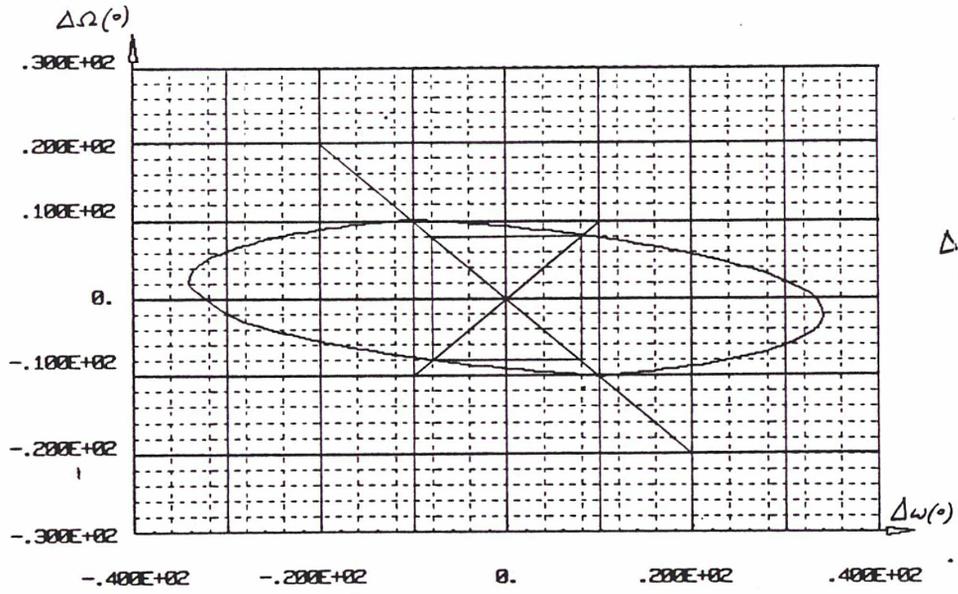
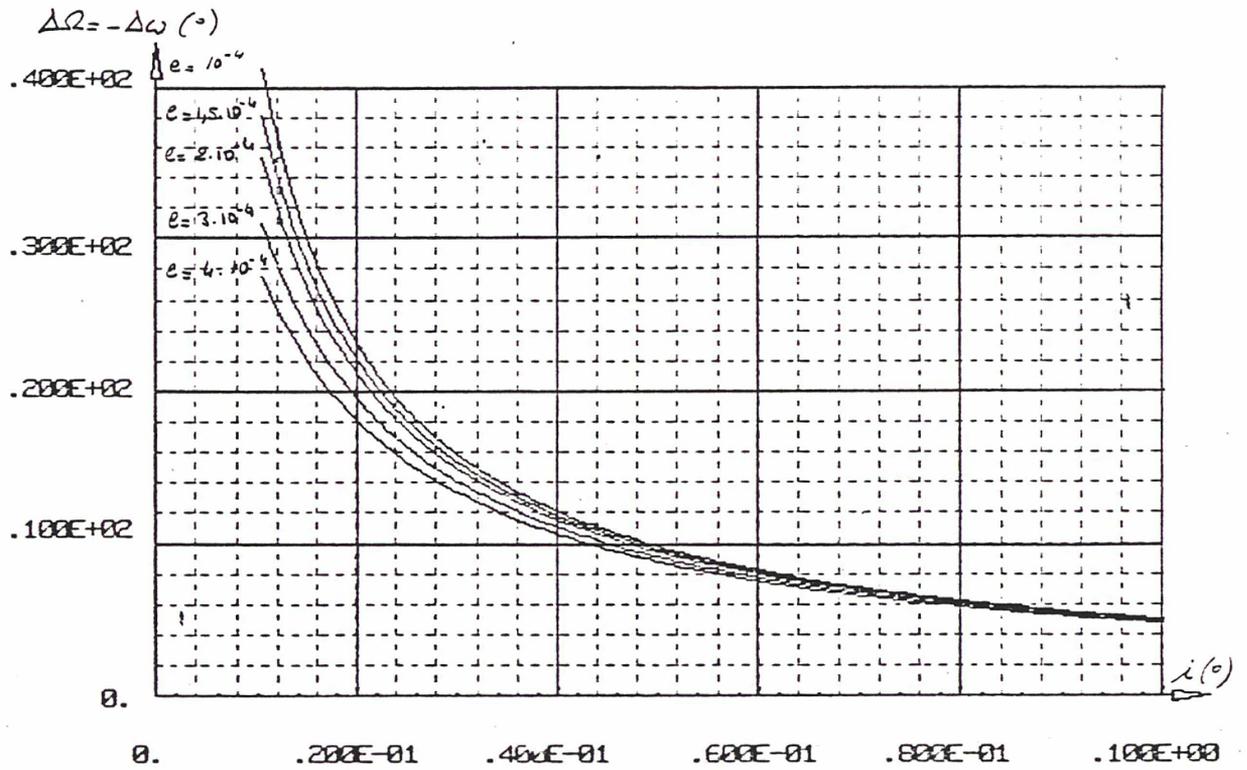
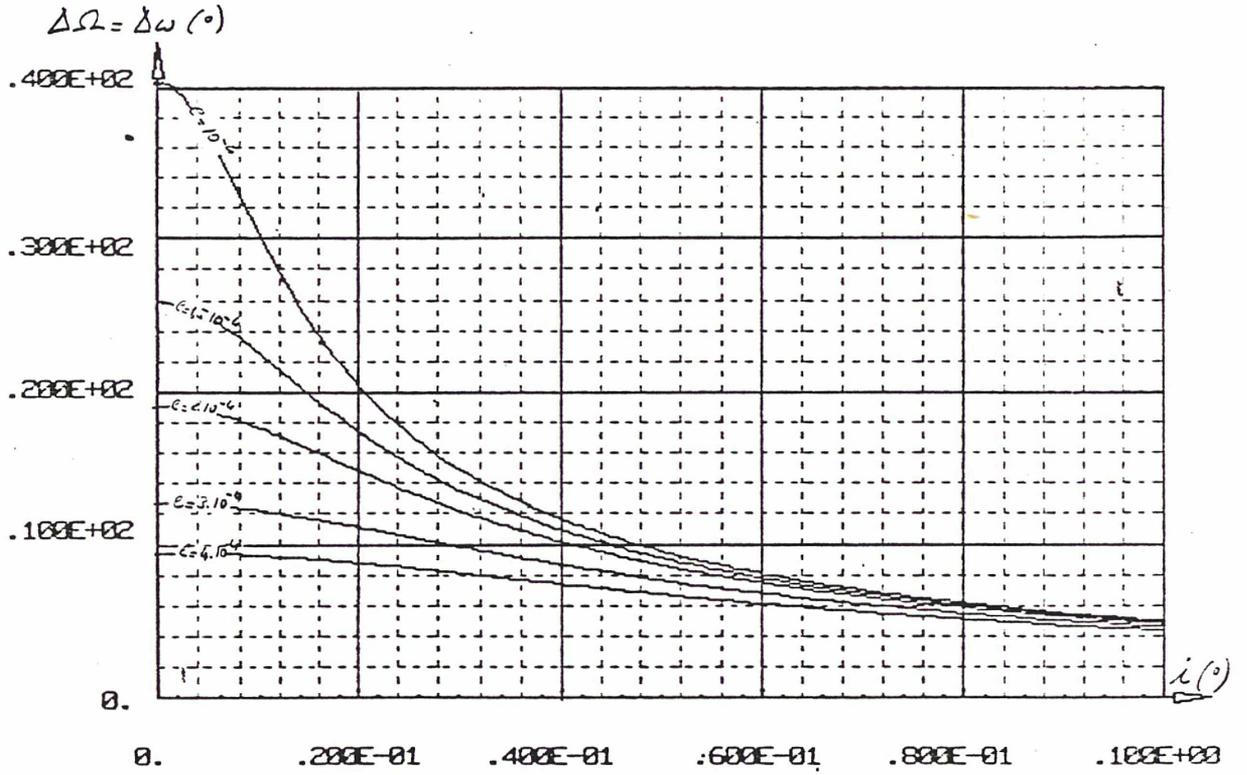


Figure 1.5.g

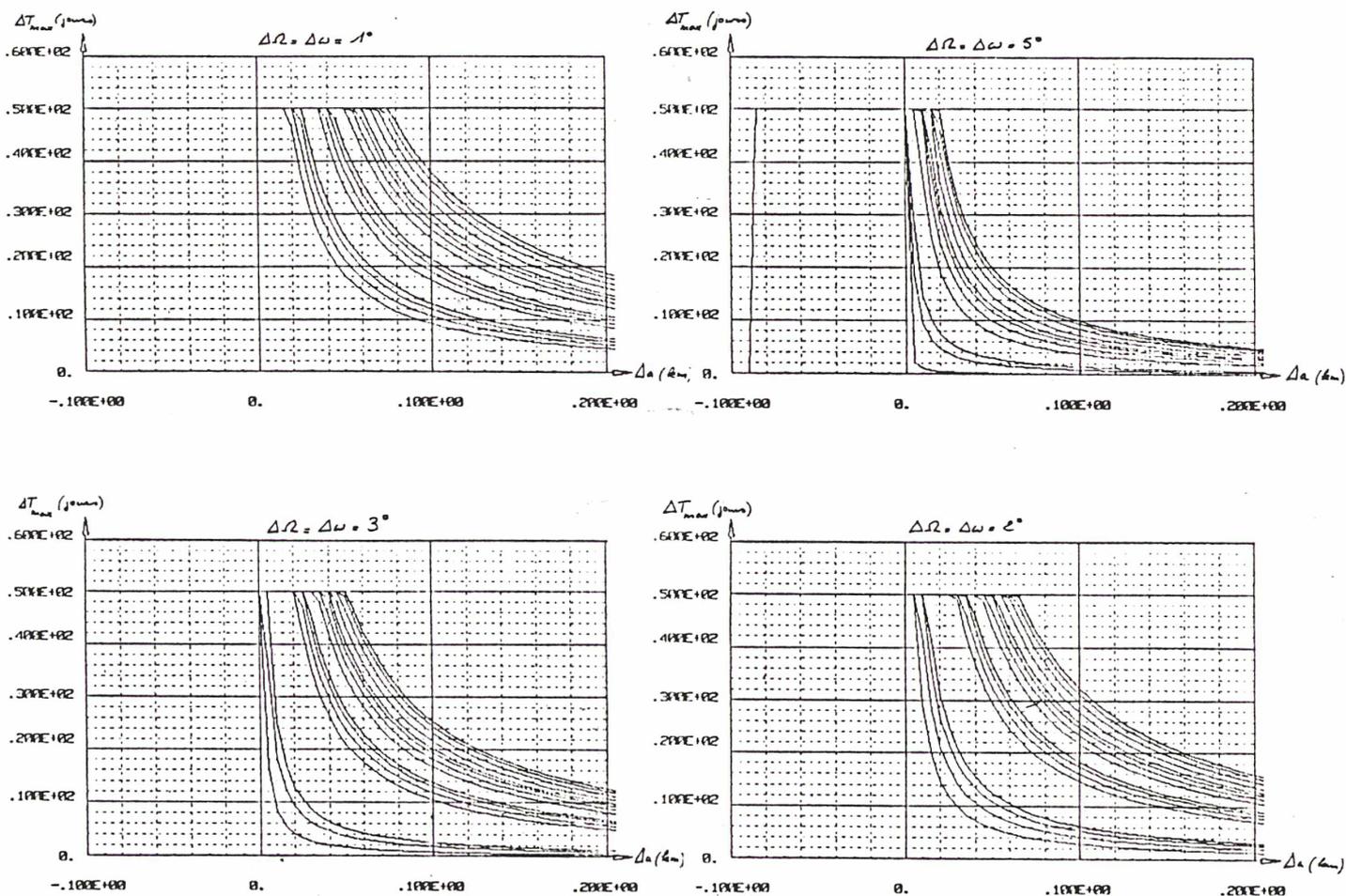
Pour un écart en longitude $\Delta l = 0,05^\circ$



1.5.3 - Etude du cas où Δe et $\Delta i \neq 0$

Des petits écarts Δe et Δi sur les excentricités et inclinaisons des orbites ont pour effet de contraindre plus encore les écarts admissibles $\Delta \omega$ et $\Delta \Omega$. Sur les figures 1.5.h, on a représenté les mêmes courbes qu'au 2), ΔT_{max} fonction de Δa pour différentes valeurs de Δe et Δi , à $\Delta \Omega = \Delta \omega$ fixés:

Figures 1.5.h



avec $\Delta i = 0,003^\circ ; 0,005^\circ ; 0,007^\circ ; 0,01^\circ$
 et $\Delta e = 1.10^{-5} ; 2.10^{-5} ; 4.10^{-5} ; 6.10^{-5}$.

Sur chaque figure, les courbes se regroupent en 4 faisceaux correspondant, du haut vers le bas, aux 4 valeurs croissantes de Δi : $0,003^\circ$, $0,005^\circ$, $0,007^\circ$ et $0,01^\circ$. A l'intérieur de chaque faisceau, les courbes correspondent, du haut vers le bas encore, aux différentes valeurs de Δe : 10^{-5} , 2.10^{-5} , 4.10^{-5} et 6.10^{-5} .

On constate que l'effet des Δe considérés est très inférieur à celui des Δi (les faisceaux sont même tous disjoints). Ceci est lié directement au rapport de $\Delta e / \Delta i$ (rad) qui est de l'ordre de e/i (rad) c'est-à-dire de 10^{-1} comme on l'a déjà remarqué. Une autre raison est que les effets de Δe et Δi dépendent respectivement des valeurs de $\Delta \omega$ et $\Delta \Omega$. L'effet d'un Δe est d'autant plus faible que $\Delta \omega$ est petit devant le $\Delta \omega_{\max}$ admissible. Or le $\Delta \omega$ retenu est de l'ordre de $\Delta \omega_{\max}/10$ pour être pris égal au $\Delta \Omega$, à l'intérieur du rectangle $\Delta \omega \Delta \Omega$ retenu au 1).

Pour $\Delta \Omega = \Delta \omega = 5^\circ$, il n'existe pas de faisceau pour $\Delta i = 0,01^\circ$: la condition de dépointage n'est jamais réalisée. Les courbes obtenues pour cette valeur de $\Delta \Omega$ et $\Delta \omega$ montrent aussi qu'il est difficile de maintenir la condition plus de 8 jours. De tels écarts sur les Ω et ω des orbites sont à exclure.

Pour les valeurs de $\Delta \Omega = \Delta \omega$, 1° - 2° - 3° , on a résumé les résultats obtenus dans le tableau suivant:

ΔT_{\max}		12 Jours	20 Jours	30 Jours
1°	$\frac{\Delta i_{\max}}{\Delta e_{\max}}$	$\frac{0,01^\circ}{2.10^{-5}}$	$\frac{0,007^\circ}{2.10^{-5}}$	$\frac{0,005^\circ}{10^{-5}}$
2°	$\frac{\Delta i_{\max}}{\Delta e_{\max}}$	$\frac{0,008^\circ}{3.10^{-5}}$	$\frac{0,006^\circ}{2.10^{-5}}$	$\frac{0,003^\circ}{4.10^{-5}}$
3°	$\frac{\Delta i_{\max}}{\Delta e_{\max}}$	$\frac{0,007^\circ}{4.10^{-5}}$	$\frac{0,005^\circ}{10^{-5}}$	\times

$\Delta a = 100 \text{ m}$
 $i_{\max} = 0,1^\circ !$
 $e_{\max} = 2.10^{-4}$

1.5.4 - Influence des valeurs de l'excentricité e et de l'inclinaison i

Les résultats précédents ont été établis pour une excentricité $e = 2.10^{-4}$ et une inclinaison $i = 0,1^\circ$. De même que l'inégalité (I) qui a permis de les établir, ils dépendent des valeurs de l'excentricité et de l'inclinaison retenues comme éléments orbitaux maximaux tolérés pour les satellites quasi-géostationnaires du binôme.

Toutefois, à cause du facteur $\frac{\Delta M}{2}$ dans l'expression des coefficients A et B de l'inégalité (I) et du fait aussi que le terme $e \Delta a$ (respectivement $\sin i \cdot \Delta a$) est négligeable devant $a \Delta e$ (respectivement $a \Delta i$) pour les valeurs de Δa considérées (< 200 m), l'effet d'une variation de e ou i sur les courbes $\Delta T_{\max} = f(\Delta a)$ est d'autant plus faible que ΔM , c'est à dire $\Delta \Omega$ et $\Delta \omega$, est faible.

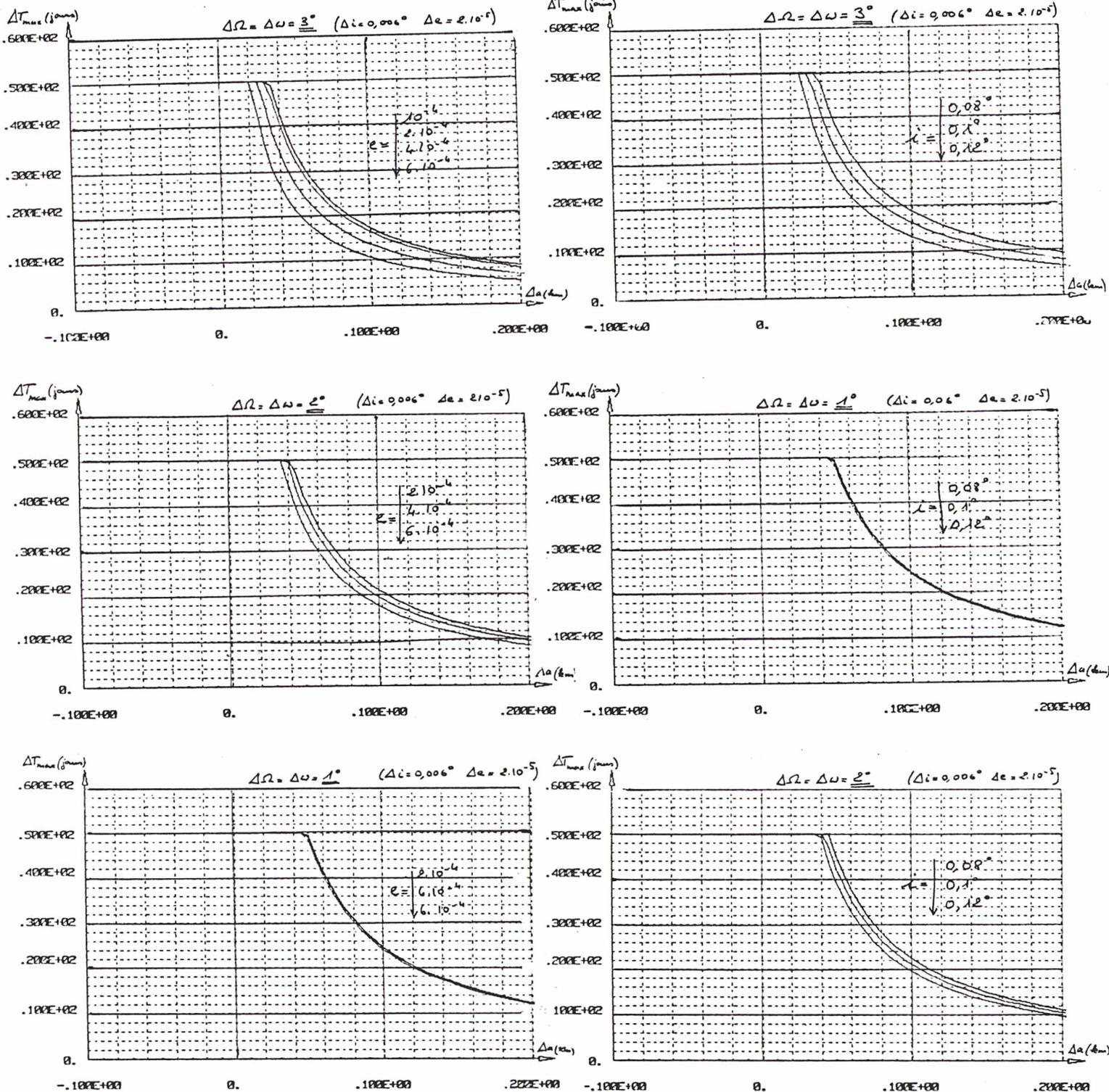
La figure 1.5.i présente les courbes $\Delta T_{\max} = f(\Delta a)$ (à Δi et Δe fixés) pour différentes valeurs de e, i, et $\Delta \Omega = \Delta \omega$.

Pour $\Delta \Omega = \Delta \omega = 3^\circ$, on constate qu'à une augmentation de 2.10^{-4} de la valeur de e correspond une diminution inférieure à 3 jours de la durée ΔT_{\max} à $\Delta a = 100$ m. Cette variation de ΔT_{\max} (100 m) est inférieure à 2 jours pour $\Delta \Omega = \Delta \omega = 2^\circ$ et n'est plus que d'une fraction de jours pour $\Delta \Omega = \Delta \omega = 1^\circ$.

Ces derniers résultats pourront servir à adapter ceux du 1.5.3 à différentes stratégies de maintien à poste. Ces stratégies doivent respecter les contraintes liées à la condition de dépointage et traduites en écarts maximaux admissibles Δa_{\max} , Δe_{\max} , Δi_{\max} , $\Delta \Omega_{\max}$, $\Delta \omega_{\max}$.

Figure 1.5.i

Influence des valeurs de l'excentricité e et de l'inclinaison i pour différentes valeurs de $\Delta\Omega = \Delta\omega$: 3° 2° et 1°



CONCLUSION

L'étude effectuée dans cette première partie a permis de traduire en écarts maximaux admissibles sur les éléments orbitaux d'un binôme, la contrainte imposée aux dépointages d'antennes requis par la liaison inter-satellites.

Ces écarts, principalement à cause de la dérive relative que provoque une différence de demi grand-axe, ne permettent toutefois d'assurer la liaison que pendant des durées limitées. Pour maintenir cette dernière en permanence, il convient donc de prévoir un réajustement périodique des éléments orbitaux. Dans la dernière partie, on étudiera la possibilité de corrélérer ces corrections orbitales avec les classiques opérations de maintien à poste destinées à contrer les perturbations naturelles des satellites géostationnaires. La deuxième partie présente l'effet de ces perturbations.

11/10/84
TdT = 410A

Doc. n° 217 CA/TS
Page 53

DEUXIEME PARTIE

BINOME PERTURBE

SOMMAIRE

INTRODUCTION

2.1 - EVOLUTION NATURELLE DES ORBITES QUASI-GEOSTATIONNAIRES

- 2.1.1 - Les dissymétries du potentiel terrestre
- 2.1.2 - L'attraction luni-solaire
- 2.1.3 - La pression de radiation solaire
- 2.1.4 - Autres perturbations du satellite géostationnaire

2.2 - SIMULATION ANALYTIQUE DES ORBITES QUASI-GEOSTATIONNAIRES

- 2.2.1 - Paramètres utilisés
- 2.2.2 - Equations d'évolution du modèle
- 2.2.3 - Equations d'évolution linéarisées
- 2.2.4 - Le modèle de force
- 2.2.5 - Intégration des équations
- 2.2.6 - Solution analytique de P. LEGENDRE
- 2.2.7 - Classification des termes périodiques
- 2.2.8 - Lien avec les phénomènes physiques décrits au 2.1
- 2.2.9 - Domaine de validité du modèle
- 2.2.10 - Exemple de résultats obtenus.

2.3 - MOUVEMENT RELATIF PERTURBE DE DEUX SATELLITES QUASI-GEOSTATIONNAIRES

- 2.3.1 - Evolution naturelle d'une configuration nominale
- 2.3.2 - Evolution naturelle d'une configuration quasi-nominale
- 2.3.3 - Influence d'une différence de produits Cp.S/M

CONCLUSION

INTRODUCTION

Après une description qualitative de l'effet des perturbations naturelles sur l'évolution des orbites géostationnaires, on en présente un modèle de simulation analytique.

On applique ensuite ce modèle à l'étude du mouvement relatif perturbé des deux satellites quasi-géostationnaires du binôme défini dans la première partie.

Enfin, en vue de définir une stratégie de maintien à poste, on examine tout particulièrement dans quelle mesure ce mouvement relatif respecte les conditions de liaison inter-satellites déterminées dans la première partie.

2.1 - EVOLUTION NATURELLE DES ORBITES QUASI-GEOSTATIONNAIRES

Le satellite géostationnaire est soumis à des forces perturbatrices qui modifient son orbite et l'écartent de sa position nominale. Les trois perturbations orbitales importantes sont celles que provoquent:

- les dissymétries du potentiel terrestre,
- l'attraction gravitationnelle de la lune et du soleil,
- la pression de radiation solaire.

2.1.1 - Les dissymétries du potentiel terrestre

L'égalité de la période "géosynchrone" avec la période de rotation de la terre confère aux perturbations du satellite géostationnaire par le potentiel terrestre les caractéristiques ordinaires des mouvements de résonance. A des petites perturbations "habituelles" s'ajoute une perturbation résonnante principale avec des mouvements de circulation ou de libration suivant les conditions initiales.

Une bonne façon de décrire ce phénomène de résonance est d'examiner le mouvement de la position équatoriale moyenne du satellite, c'est à dire du centre C de la petite ellipse étudiée au 1.1.1. On rappelle que C est situé en la longitude moyenne du satellite $l = \Omega + \omega + M - \theta$, à la distance a du centre de la terre.

Soit F, la valeur de la fonction de force perturbatrice à l'endroit de la position équatoriale moyenne:

$$F(a, l) = \frac{\mu}{a} \sum_{j=2}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} \left(\frac{R_{\oplus}}{a}\right)^j J_{j,m} P_{j,m}(\cos \ell) \cos m(l - \lambda_{j,m})$$

avec:

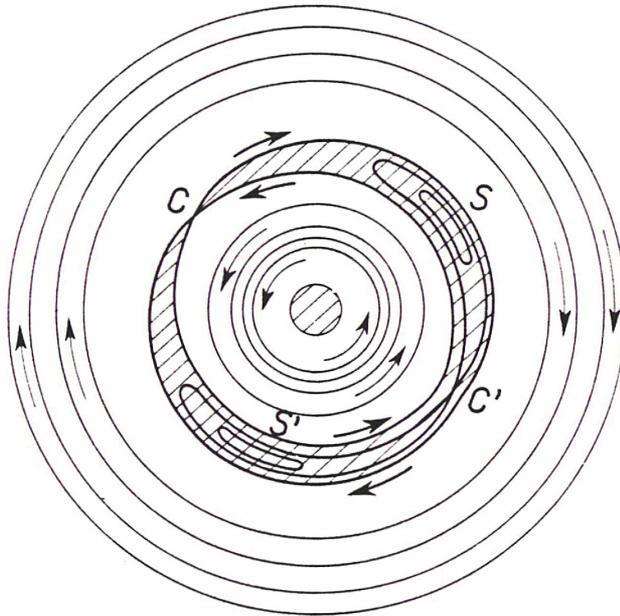
- R_{\oplus} : rayon terrestre
- P_{jm} : fonction de LEGENDRE
- J_{jm}, λ_{jm} : coefficients du modèle de potentiel terrestre.

On montre facilement que la somme

$$\sigma(a, l) = \frac{\mu}{2a} + \dot{\theta} \sqrt{\mu a} + F(a, l)$$

est une intégrale première du mouvement principal de C dans un repère lié à la terre. La position équatoriale moyenne du satellite suit donc les courbes de niveau correspondantes représentées sur la figure 2.1.a.

Figure 2.1.a



La partie de révolution du potentiel terrestre (celle des harmoniques zonaux $J_{j,0}$) n'a que peu d'effet: avec elle seule, les courbes de niveau de $\sigma(a, l)$ resteraient des cercles et il y aurait une infinité de points d'équilibres géostationnaires, à la distance du minimum de $\sigma(a, l)$.

C'est la présence d'harmoniques tesseraux en $J_{j,m}$ (avec $m \neq 0$) qui provoque la dissymétrie de la figure ci-dessus et principalement les termes en J_{22} , J_{31} et J_{33} .

Le terme $\frac{\mu}{2a} + \dot{\theta} \sqrt{\mu a}$ est minimal à la distance géostationnaire képlérienne: $a_k = \sqrt[3]{\frac{\mu}{\dot{\theta}^2}} = 42164,2 \text{ km}$.

Loin de ce minimum a_k , $\frac{\mu}{2a} + \dot{\theta} \sqrt{\mu a}$ présente un fort gradient en fonction de a et les courbes de niveau de $\sigma(a, l)$ sont presque des cercles. La position équatoriale moyenne C du satellite possède un mouvement de "circulation", vers l'Est si $a < a_k$, ou vers l'Ouest si $a > a_k$.

Près de la distance a_k , il existe une "bande d'accrochage", hachurée sur la figure, à l'intérieur de laquelle les courbes de niveau ne font plus le tour de la terre. Sur ces courbes de niveau, le satellite se balance (mouvement dit de "libration"), tout en restant "accroché" à la rotation de la terre. La bande d'accrochage a une largeur maximale de 80 km.

Aux minimums de $\sigma(a, l)$ correspondent les deux points d'équilibre stable S et S' notés sur la figure:

- S est à environ 76° Est (Inde),
- S' est à environ 105° Ouest (Pacifique oriental).

Les points C et C' sont des cols, ils correspondent à des points d'équilibre instable:

- C est à environ 162° Est (Archipel Bismarck),
- C' est à environ 11° Ouest (Sierra Leone).

En dehors des deux points stables, l'équilibre n'est pas possible et il est nécessaire d'effectuer artificiellement le maintien à poste du satellite.

Si on laisse dériver la position équatoriale moyenne du satellite le long d'une courbe de niveau de $\sigma(a, l)$ le mouvement en longitude se fait pratiquement suivant la loi:

$$\frac{d^2 l}{dt^2} = - \frac{3}{a^2} \frac{\partial F}{\partial l}$$

Autrement dit, l'accélération circonférentielle de la position équatoriale moyenne ($a \frac{d^2 l}{dt^2}$) est pratiquement égale à - 3 fois la composante circonférentielle $\frac{1}{a} \frac{\partial F}{\partial l}$ de l'accélération perturbatrice. Ce facteur négatif, -3, est directement lié à un "paradoxe des satellites" bien connu dans le cas du freinage atmosphérique: un satellite freiné descend

sur une orbite plus basse et sa vitesse s'en trouve finalement augmentée.

La période des mouvements "de libration" dans la bande hachurée de la figure est d'au moins 2 ans.

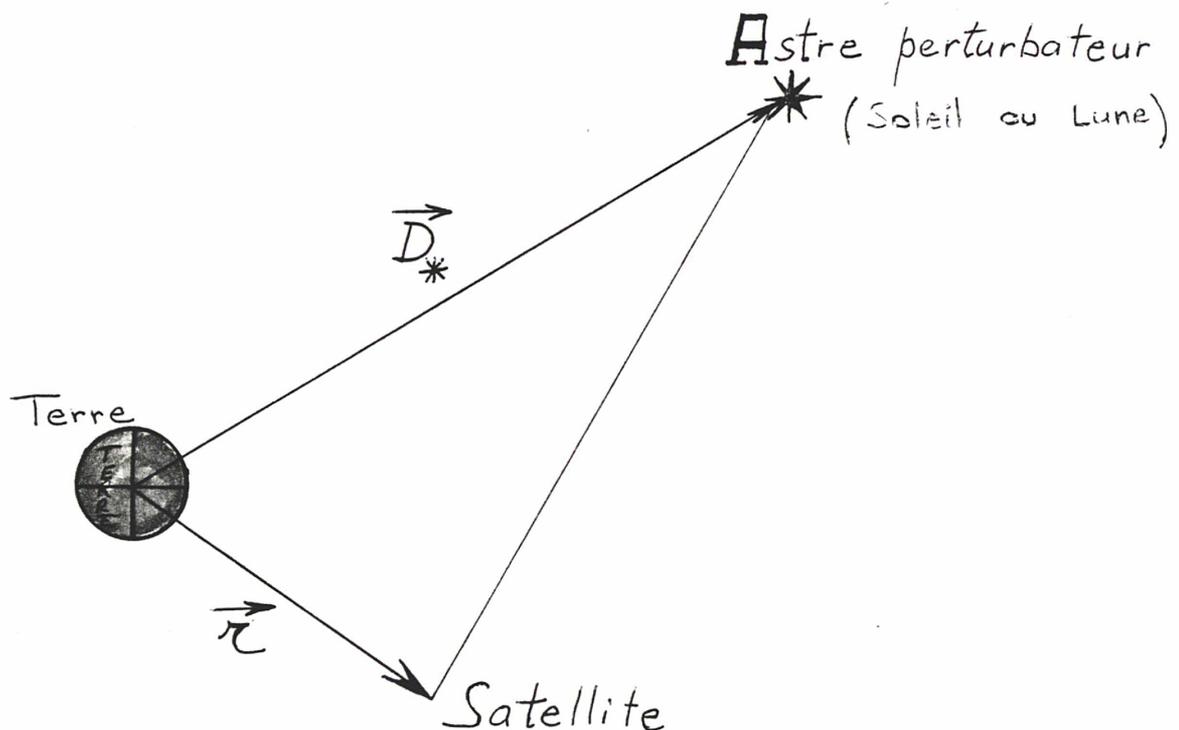
La perturbation "résonnante" due aux dissymétries du potentiel terrestre affecte donc principalement le demi grand-axe et la longitude d'un satellite quasi-géostationnaire.

S'il existe également un effet à courte période (de l'ordre du jour) sur le vecteur excentricité, l'influence sur le vecteur inclinaison est parfaitement négligeable.

2.1.2 - L'attraction de la lune et du soleil

L'astre perturbateur (soleil ou lune) agit simultanément sur la terre et sur le satellite de sorte que la perturbation provoquée est due à la différence de ces deux actions (figure 2.1.b).

Figure 2.1.b



L'effet principal est une rotation du plan de l'orbite autour de la direction de l'astre attirant. Dans ce qui suit, le symbole * est mis pour \odot dans le cas du soleil et pour ☾ dans celui de la lune. Désignant alors par :

μ_* , le produit de la constante de NEWTON par la masse de l'astre *

\vec{D}_* , le vecteur Terre-Astre *

et \vec{k} le vecteur unitaire normal au plan de l'orbite du satellite et orienté suivant le moment cinétique,

le vecteur rotation du plan de l'orbite induit par l'astre * est principalement :

$$\vec{\rho}_* = \frac{3}{2} \cdot \frac{\mu_*}{n} \cdot \frac{(\vec{D}_* \cdot \vec{k}) \vec{D}_*}{\|\vec{D}_*\|^5}$$

Les expressions de ρ_0 et ρ_c sont valables quelle que soit l'inclinaison de l'orbite du satellite, tant que l'excentricité reste voisine de zéro.

Les normes et directions des vecteurs \vec{D}_0 et \vec{D}_c sont variables, mais comme les rotations ρ_0 et ρ_c dues au soleil et à la lune ne correspondent qu'à quelques degrés par an, on peut avoir une idée excellente du phénomène en effectuant une moyenne sur une année et une lunaison respectivement. On obtient ainsi :

$$\vec{\rho}_{*m} = \frac{3}{4} \cdot \frac{\mu_*}{m b_*^3} \cdot \vec{k}_*$$

où b_* , désigne le demi petit-axe de l'orbite de l'astre * relative à la terre,

\vec{k}_* , la projection de \vec{K} sur le plan de l'orbite de l'astre *.

Cependant, même ainsi simplifiée, l'évolution du plan de l'orbite et du vecteur normal \vec{k} reste complexe et l'équation d'évolution:

$$\frac{d\vec{k}}{dt} = (\vec{\rho}_{0m} + \vec{\rho}_{cm}) \wedge \vec{k}$$

est rendue peu maniable par la variation du plan de l'orbite lunaire dont l'inclinaison sur l'écliptique oscille entre 5° et $5^\circ 3$ et dont les noeuds écliptiques rétrogradent sur une période de 18,613 années.

Pour une courte période (quelques mois), on peut supposer le plan de l'orbite lunaire à peu près fixe pour décrire le phénomène.

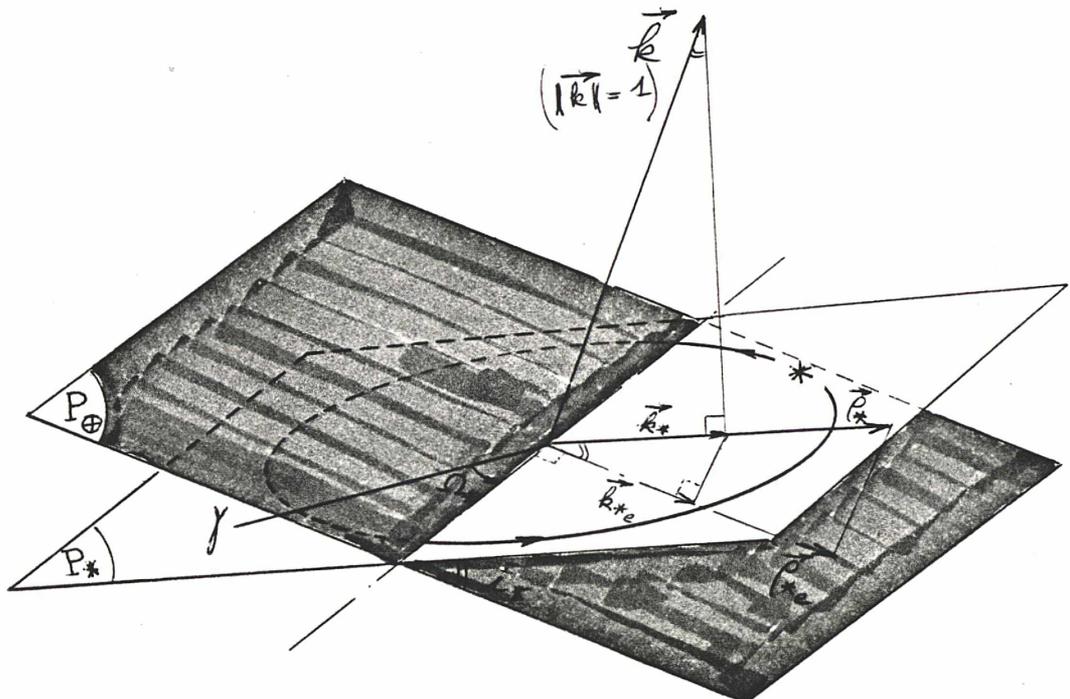
Enfin, comme seules les composantes de $\vec{\rho}_{0m}$ et $\vec{\rho}_{cm}$ perpendiculaires à \vec{k} modifient le plan orbital, le vecteur rotation "efficace" est, en fait, la somme de ces composantes notées $\vec{\rho}_{0e}$ et $\vec{\rho}_{ce}$.

Désignant alors par \vec{k}_{*e} , la projection de \vec{k}_* sur le plan orbital et par i_* , l'inclinaison de l'orbite de l'astre * sur celle du satellite, on a, comme l'indique la figure 2.1.c:

$$|| \vec{k}_{*e} || = || \vec{k}_* || \cdot \cos i_* = \sin i_* \cdot \cos i_*$$

$$\text{et donc: } || \vec{\rho}_{*e} || = \frac{3}{4} \cdot \frac{\mu_*}{mb_*^3} \cdot || \vec{k}_{*e} || = \frac{3}{8} \cdot \frac{\mu_*}{mb_*^3} \cdot \sin 2i_*$$

Figure 2.1.c



Pour les satellites quasi-équatoriaux, dont le plan orbital est très voisin du plan équatorial ($i < 0,1^\circ$), i_\odot correspond à l'obliquité $\varepsilon = 23^\circ 44$ et i_e varie entre $\varepsilon - 5^\circ 3$ et $\varepsilon + 5^\circ 3$. On a donc:

$$\|\vec{p}_{oe}\| = 0,270^\circ/\text{an} \quad \text{et} \quad \|\vec{p}_{ee}\| = \begin{cases} 0,476^\circ/\text{an} \\ 0,588^\circ/\text{an} \\ 0,679^\circ/\text{an} \end{cases}$$

suivant que l'inclinaison de la lune sur le plan de l'équateur est minimale, moyenne ou maximale. Le dernier maximum d'inclinaison de l'orbite lunaire a eu lieu fin Mars 1969, le prochain aura lieu début Novembre 1987.

Quant à la direction des vecteurs \vec{p}_* , un raisonnement géométrique simple, aidé par la figure 2.1.c, montre qu'elle est perpendiculaire à l'intersection du plan orbital avec le plan de l'orbite de l'astre *.

Dans le cas des satellites quasi-équatoriaux, cette intersection coïncide "quasiment" avec la ligne des noeuds équatoriaux dont la direction fait avec celle du point γ l'angle Ω_* : ascension droite du noeud ascendant équatorial de l'astre *.

Pour le soleil, par définition du point γ cet angle est nul. Pour la lune, il peut varier entre les valeurs de $-12^\circ 87$ et $+12^\circ 87$ atteintes quand l'inclinaison lunaire i_e est moyenne. Pour les valeurs extrêmes de l'inclinaison lunaire, \vec{p}_{ee} et \vec{p}_{oe} sont colinéaires, perpendiculaires à la direction du point γ .

Par conséquent:

- pour i_e extrême, \vec{p}_e est perpendiculaire au point γ et sa valeur en module vaut:

$$\|\vec{p}_e\| = \|\vec{p}_{oe}\| + \|\vec{p}_{ee}\| = \begin{cases} 0^\circ 746/\text{an} \text{ si } i_e = 28^\circ 74 \\ 0^\circ 949/\text{an} \text{ si } i_e = 18^\circ 14 \end{cases}$$

- pour i_e moyen = $23^\circ 44$, \vec{p}_e a pour module:

$$\begin{aligned} \|\vec{p}_e\| &= \left(\|\vec{p}_{oe}\|^2 + \|\vec{p}_{ee}\|^2 + 2\|\vec{p}_{oe}\|\|\vec{p}_{ee}\|\cos \Omega_{e\max} \right)^{1/2} \\ &= 0,853^\circ/\text{an} \end{aligned}$$

et sa direction, située dans le plan de l'orbite, fait avec celle du point γ un angle

$$\phi = 90^\circ \pm \frac{\rho_{ce} \cdot \sin \Omega_{cmax}}{\rho_{oe} + \rho_{ce} \cos \Omega_{cmax}} = 90^\circ \pm 8^\circ 83$$

Il est intéressant de connaître à peu près la direction de l'axe instantané de rotation du plan de l'orbite pour ébaucher une stratégie de maintien à poste en latitude. En effet, la rotation du plan de l'orbite du satellite modifie ses éléments i et Ω et on montrera dans la troisième partie que la condition de maintien à poste $i < i_{max}$ est vérifiée le plus longtemps quand le noeud ascendant initial est situé dans la direction opposée à celle de l'axe de rotation du plan de l'orbite, c'est-à-dire à environ 270° du point γ .

A la rotation du plan orbital, il faut ajouter comme effets principaux de l'attraction luni-solaire, des variations séculaires ou quasi-séculaires de la position de l'orbite dans son plan, définie par ω , et de l'anomalie moyenne M du satellite. Ces dernières provoquent donc des variations de la longitude moyenne et, corrélativement, des variations du demi grand-axe. Enfin, s'ajoutent aussi des effets du 2ème ordre à périodes plus ou moins courtes sur tous les éléments orbitaux, ainsi que des effets séculaires de résonance entre attraction luni-solaire et potentiel terrestre affectant demi grand-axe et longitude moyenne.

Dernière remarque pour clore ce paragraphe: le vecteur rotation du plan orbital induit par le terme principal (en J_2) de l'applatissage de la terre est:

$$\vec{\rho}_\oplus = \frac{3}{2} \cdot J_{20} \cdot \left(\frac{R_\oplus}{a}\right)^2 \cdot m \cdot \cos i \cdot \vec{u}_\oplus$$

où \vec{u}_\oplus désigne le vecteur unitaire normal au plan équatorial, dirigé vers le nord ($J_{20} < 0$).

La composante "efficace" de $\vec{\rho}_\oplus$ est parallèle au plan de l'orbite et s'écrit:

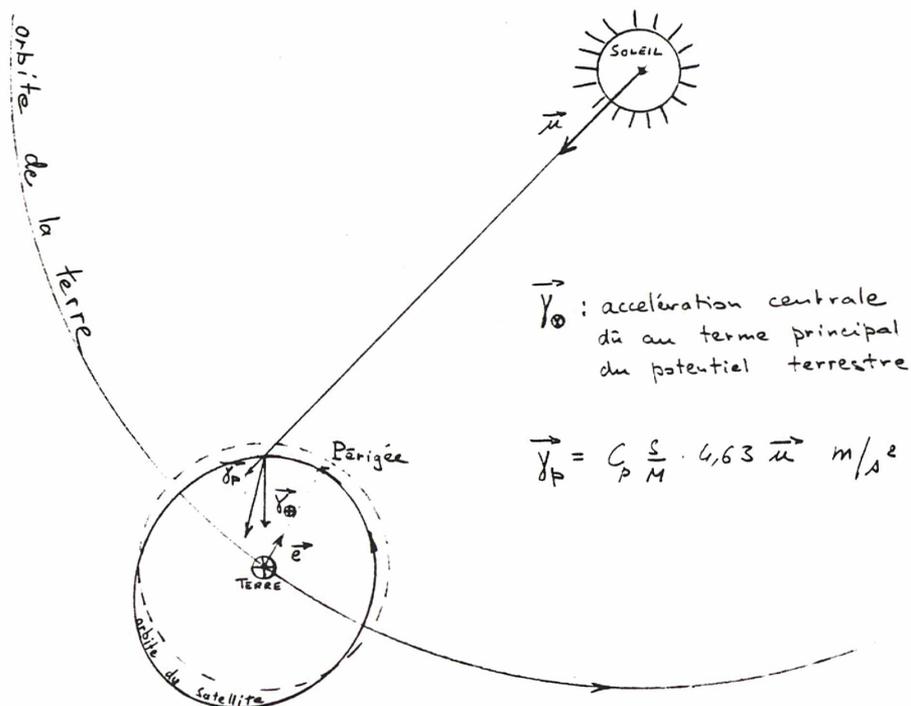
$$\|\vec{\rho}_{\oplus e}\| = \|\vec{\rho}_\oplus\| \sin i = \frac{3}{4} \cdot J_{20} \left(\frac{R_\oplus}{a}\right)^2 \cdot \sin 2i$$

Pour un satellite quasi-équatorial avec $i < 0,1^\circ$ elle n'excède pas $- 8,5 \cdot 10^{-3} \text{ }^\circ/\text{an}$ ce qui est tout à fait négligeable devant ρ_{oe} et ρ_{e} comme on l'affirmait à la fin du paragraphe précédent concernant les effets du potentiel terrestre.

2.1.3 - La pression de radiation solaire

La pression de radiation solaire affecte principalement l'excentricité de l'orbite et son orientation dans son plan.

Figure 2.1.d



L'accélération perturbatrice est proportionnelle au rapport S/m de la surface apparente S du satellite dans la direction du soleil et de sa masse m . Le coefficient de proportionnalité est le produit de la pression solaire par unité de surface ($4,63 \cdot 10^{-3} \text{ N/m}^2$) par un coefficient de réflexivité C_p dépendant des caractéristiques du satellite, et, particulièrement, de la taille de ses panneaux solaires. Les valeurs extrêmes de C_p sont 1 (correspondant à des panneaux totalement absorbants) et 2 (panneaux totalement réfléchissants). Pour un satellite de la classe d'ARABSAT, la valeur de C_p est comprise entre 1,3 et 1,4.

L'excentricité subit des variations bornées de période annuelle tandis que le périhélie de l'orbite oscille ou circule, avec la même période, suivant la position relative initiale de sa direction avec celle du soleil, la valeur initiale de l'excentricité et la valeur du produit $C_p.S/m$.

La pression de radiation solaire a également quelques effets à courtes périodes sur le demi grand-axe et la longitude moyenne du satellite.

Pour étudier, de façon quantitative, l'influence de la pression de radiation solaire, on négligera les passages à l'ombre et on confondra la direction soleil-satellite avec la direction soleil-centre terre. L'accélération perturbatrice dérive alors d'une pseudo-fonction de force:

$$F = - C_p.S/m.r.\cos \theta$$

où: r désigne la distance terre-satellite

et θ l'angle entre la direction du soleil et la direction du satellite vue du centre de la terre.

La négligence des passages à l'ombre du satellite est justifiée puisqu'à l'altitude géosynchrone, les éclipses n'ont lieu que pendant une période de $\approx 22,5$ jours autour des équinoxes avec une durée maximale de 72 minutes par jour, soit moins de 1 % du temps en orbite.

2.1.4 - Autres perturbations du satellite géostationnaire

Les autres perturbations naturelles modifient beaucoup plus l'attitude d'un satellite quasi-géostationnaire que son orbite. Il s'agit principalement des effets du champ magnétique terrestre et du gradient de gravité terrestre qui induisent des couples sur le satellite. La pression de radiation solaire peut également créer un couple perturbateur dont l'importance est directement liée à la taille des panneaux solaires.

Les perturbations dues aux pressions de radiation réémises par la terre et la lune, de même que celles provoquées par le flux de particules chargées provenant du soleil sont tout à fait négligeables. De même, la force propulsive réalisée par les photons radio émis par le satellite.

Notons cependant que les couples produits par ces diverses perturbations ont un effet perturbateur indirect sur l'orbite du satellite. En effet ces couples sont contrés par des roues cinétiques dont la désaturation demande des petites poussées de tuyères. Celles-ci ne créent pas des couples purs et induisent des perturbations artificielles parasites.

2.2 - SIMULATION ANALYTIQUE DES ORBITES QUASI-GEOSTATIONNAIRES

Pour décrire et calculer l'évolution naturelle des orbites quasi-géostationnaires, on a utilisé un modèle de simulation analytique présenté par P. LEGENDRE au congrès IAF de Budapest en 1983. (Réf. 2).

Les perturbations prises en compte par ce modèle sont:

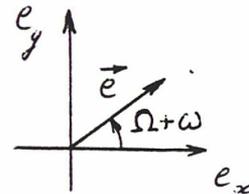
- le potentiel terrestre (termes zonaux et tesseraux jusqu'à l'ordre 8),
- l'attraction de la lune et du soleil,
- la pression de radiation solaire (sans ombre).

2.2.1 - Paramètres utilisés

Pour s'affranchir des singularités présentées par les équations de LAGRANGE dans les cas d'orbites circulaires ($e = 0$) ou équatoriales ($i = 0$), on utilise un jeu de paramètres "adaptés" aux orbites quasi-géostationnaires:

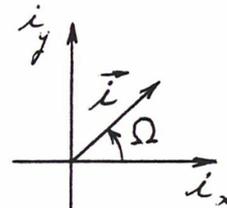
- le demi grand-axe a
- les deux composantes du "vecteur excentricité"

$$\vec{e} \begin{cases} e_x = e \cdot \cos (\Omega + \omega) \\ e_y = e \cdot \sin (\Omega + \omega) \end{cases}$$



- les deux composantes du "vecteur inclinaison"

$$\vec{i} \begin{cases} i_x = i \cdot \cos \Omega \\ i_y = i \cdot \sin \Omega \end{cases}$$



- la longitude moyenne $l = \Omega + \omega + M - \theta_t$

où: Ω désigne l'ascension droite du noeud ascendant

ω , l'argument du périégée

M , l'anomalie moyenne

θ_t , le temps sidéral à la date t .

2.2.2 - Equations d'évolution du modèle

Avec ces paramètres, les équations de LAGRANGE s'écrivent:

$$\frac{da}{dt} = \frac{e}{na} \cdot \frac{\partial F}{\partial e}$$

$$\frac{de_x}{dt} = -\frac{1}{c} \left[(1-e^2) \frac{\partial F}{\partial e_y} + e_y \cdot \frac{\tan \frac{i}{2}}{i} (i_x \frac{\partial F}{\partial i_x} + i_y \frac{\partial F}{\partial i_y}) + \frac{e_x (1-e^2)}{1 + \sqrt{1-e^2}} \cdot \frac{\partial F}{\partial e} \right]$$

$$\frac{de_y}{dt} = -\frac{1}{c} \left[(1-e^2) \frac{\partial F}{\partial e_x} + e_x \cdot \frac{\tan \frac{i}{2}}{i} (i_x \frac{\partial F}{\partial i_x} + i_y \frac{\partial F}{\partial i_y}) - \frac{e_y (1-e^2)}{1 + \sqrt{1-e^2}} \cdot \frac{\partial F}{\partial e} \right]$$

$$\frac{di_x}{dt} = -\frac{1}{c} \left[\frac{i}{\sin i} \cdot \frac{\partial F}{\partial i_y} - \frac{i_x \tan \frac{i}{2}}{i} \cdot (e_y \frac{\partial F}{\partial e_x} - e_x \frac{\partial F}{\partial e_y} + \frac{\partial F}{\partial e}) \right]$$

$$\frac{di_y}{dt} = +\frac{1}{c} \left[\frac{i}{\sin i} \cdot \frac{\partial F}{\partial i_x} + \frac{i_y \tan \frac{i}{2}}{i} \cdot (e_y \frac{\partial F}{\partial e_x} - e_x \frac{\partial F}{\partial e_y} - \frac{\partial F}{\partial e}) \right]$$

$$\frac{dl}{dt} = m - \dot{\theta} - \frac{e}{na} \frac{\partial F}{\partial a} + \frac{1}{c} \left[\frac{1-e^2}{1 + \sqrt{1-e^2}} (e_x \frac{\partial F}{\partial e_x} - e_y \frac{\partial F}{\partial e_y}) - \frac{\tan \frac{i}{2}}{i} (i_x \frac{\partial F}{\partial i_x} + i_y \frac{\partial F}{\partial i_y}) \right]$$

avec:

- n : moyen-mouvement

($n = \sqrt{\frac{\mu}{a^3}}$ si $\mu = C_{\text{Newton}} \times \text{Masse de la Terre}$)

- c : module du moment cinétique ($c = na^2 \sqrt{1 - e^2}$)

- $\dot{\theta}$: vitesse angulaire de rotation de la terre

et F : fonction de force perturbatrice.

En négligeant tous les termes d'ordre inférieur ou égal à $o(e)$ et $o(i)$, on obtient les équations d'évolution du modèle. Elles se regroupent en trois paires d'équations couplées:

$$\begin{aligned} \frac{da}{dt} &= \frac{2}{na} \cdot \frac{\partial F}{\partial \ell} & ; & \quad \frac{dl}{dt} = m - \dot{\theta} - \frac{e}{na} \cdot \frac{\partial F}{\partial \ell} \\ \frac{dex}{dt} &= -\frac{1}{na^2} \cdot \frac{\partial F}{\partial e_y} & ; & \quad \frac{dey}{dt} = \frac{1}{na^2} \cdot \frac{\partial F}{\partial e_x} \\ \frac{dix}{dt} &= -\frac{1}{na^2} \cdot \frac{\partial F}{\partial i_y} & ; & \quad \frac{diy}{dt} = \frac{1}{na^2} \cdot \frac{\partial F}{\partial i_x} \end{aligned}$$

L'intégrale première $\sigma(a, l)$ indiquée au paragraphe 2.1.1 se déduit directement du premier couple d'équations:

$$\frac{da}{dt} = \frac{e}{na} \cdot \frac{\partial F}{\partial \ell} \quad \text{et} \quad \frac{dl}{dt} = m - \dot{\theta} - \frac{e}{na} \cdot \frac{\partial F}{\partial \ell}$$

Ces équations permettent en effet d'écrire:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\mu}{2a} \right) = -\frac{\mu}{2a^2} \cdot \frac{da}{dt} = -m \cdot \frac{\partial F}{\partial \ell}$$

$$\frac{d}{dt} (\dot{\theta} \sqrt{\mu a}) = \dot{\theta} \sqrt{\frac{\mu}{a}} \cdot \frac{da}{dt} = \dot{\theta} \cdot \frac{\partial F}{\partial \ell}$$

$$\frac{dF}{dt} = \frac{\partial F}{\partial a} \cdot \frac{da}{dt} + \frac{\partial F}{\partial \ell} \cdot \frac{dl}{dt} = (m - \dot{\theta}) \frac{\partial F}{\partial \ell}$$

et finalement:
$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\mu}{2a} + \dot{\theta} \sqrt{\mu a} + F(a, e) \right) = 0$$

c'est-à-dire:
$$\sigma(a, e) = \frac{\mu}{2a} + \dot{\theta} \sqrt{\mu a} + F(a, e) = \mathcal{C}^{\text{te}}$$

2.2.3 - Equations d'évolution linéarisées

A cause du terme $(n - \dot{\theta})$ dans l'équation en l , il est nécessaire, pour l'intégrer, de linéariser le couple d'équations en a et l autour des valeurs a_s et l_s définies par:

- l_s longitude de stationnement
- a_s demi grand axe synchrone solution de l'équation

$$n_s - \dot{\theta} - \frac{e}{n_s a_s} \frac{\partial \bar{F}}{\partial a} = 0 \quad (*)$$

où n_s désigne le moyen-mouvement synchrone $n_s = \sqrt{\frac{\mu}{a_s^3}}$

et \bar{F} , la partie séculaire de la fonction de force perturbatrice, c'est-à-dire les contributions du potentiel terrestre et de l'attraction luni-solaire indépendantes du temps.

Développé au 1er ordre en $(a - a_s)$ et $(l - l_s)$, le couple d'équations en a et l devient alors:

$$\frac{da}{dt} = \frac{2}{m_s a_s} \frac{\partial \bar{F}}{\partial l} + \frac{2}{m_s a_s} \frac{\partial^2 \bar{F}}{\partial l^2} (l - l_s)$$

$$\frac{dl}{dt} = -\frac{3}{2} \frac{m_s}{a_s} (a - a_s) - \frac{2}{m_s a_s} \frac{\partial \tilde{F}}{\partial a}$$

avec $\tilde{F} = F - \bar{F}$, partie périodique de la fonction de force perturbatrice.

Pour déterminer a_s , on résout l'équation (*) en posant $a_s = a_k + \delta a$ avec : $\sqrt{\frac{\mu}{a_k^3}} = \dot{\theta}$. Après linéarisation de l'équation, on obtient:

$$\delta a = -\frac{4}{3} \frac{a_k^3}{\mu} \frac{\partial \bar{F}}{\partial a} (a_k, l_s)$$

2.2.4 - Le modèle de force

La fonction de force perturbatrice F se décompose en

$$F = F_{\oplus} + F_{\odot} + F_{p\odot}$$

avec F_{\oplus} : fonction de force due aux irrégularités du potentiel terrestre (modèle GEM6 ordre et degré 8)

F_{\odot} : fonction de force due à l'attraction luni-solaire calculée à l'aide des théories de BROWN pour la lune et de NEWCOMB pour le soleil

$F_{p\odot}$: fonction de force dont dérive la force de pression de radiation solaire. Une telle fonction de force n'existe que si l'on ne tient pas compte des passages à l'ombre.

Aux parties séculaires de F_{θ} et $F_{\epsilon\theta}$ correspondent respectivement un δa_{θ} et un $\delta a_{\epsilon\theta}$ pour le calcul de a_s .

Le δa_{θ} , lui-même, se décompose en $\delta a_{\theta z}$ dû aux termes zonaux du potentiel (et donc indépendants de la longitude de stationnement l_s) et $\delta a_{\theta t}$ dû aux termes tesseraux (et dépendant de l_s).

$$\delta a_{\theta z} \simeq 2,089 \text{ km tandis que } \delta a_{\theta t}(l_s) \leq 30 \text{ mètres}$$

$$\delta a_{\epsilon\theta} \simeq - 0,504 \text{ km.}$$

Enfin, comme le demi grand-axe képlérien $a_k = \sqrt[3]{\frac{\mu}{\theta^2}}$
 $\simeq 42\,164,203 \text{ km}$, la valeur du demi grand-axe synchrone a_s est, à $\delta a_{\theta t}$ près:

$$a_s = a_k + \delta a_{\theta z} + \delta a_{\epsilon\theta} = 42\,165,787 \text{ km.}$$

Après avoir exprimé les trois fonctions de force à l'aide des paramètres adaptés, P. LEGENDRE a développé les 2^e membres des équations d'évolution en séries trigonométriques, fonctions du temps, pour intégrer les équations analytiquement.

2.2.5 - Intégration des équations

La méthode d'intégration est la suivante:

- a) l'évolution de chacun des couples de paramètres (a, l) , (e_x, e_y) et (i_x, i_y) est étudiée séparément de l'évolution des deux autres couples,
- b) dans l'expression des membres de droite, on néglige les termes en $o(e)$, $o(i)$, $o(a - a_s)$ et $o(l - l_s)$.

Aussi, pour étudier l'évolution de i_x et i_y , par exemple, on suppose que $a = a_s$ et $e = 0$ et on néglige les termes en $o(i^2)$. Les termes en $o(i)$ ne sont négligés qu'une fois effectuée la dérivation de F.

Notons, toutefois, qu'à cause de la présence de dans l'équation de l , certains termes en $o(a - a_s)$ et $o(l - l_s)$, spécialement significatifs, sont retenus dans les équations de a et l .

c) les séries trigonométriques qui constituent alors les membres de droite des équations en (e_x, e_y) et (i_x, i_y) s'intègrent aisément.

Pour les équations en a et l des termes linéaires du temps, à coefficients constants, s'ajoutent aux séries trigonométriques dans le 2^e membre. L'intégration ne fait donc pas plus de difficultés.

2.2.6 - Solution analytique de P. LEGENDRE

La résolution des équations confère alors au modèle la structure suivante, si X est le vecteur des paramètres $(a, l, e_x, e_y, i_x, i_y)$.

$$X(t) = \underbrace{F(t, t_0, \bar{X}(t_0))}_{\text{évolution séculaire}} + \underbrace{\sum P(t)}_{\text{termes périodiques}}$$

évolution séculaire termes périodiques

où $\bar{X}(t_0) = X(t_0) - \sum P(t_0)$ représente le vecteur des paramètres moyens.

- $a(t), l(t)$:

L'évolution du demi grand axe et de la longitude moyenne est décrite par:

$$\begin{bmatrix} a \\ l \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_s \\ l_s \end{bmatrix} + \mathcal{M}(t-t_0) \begin{bmatrix} \bar{a}(t_0) - a_s \\ \bar{l}(t_0) - l_s - R_l(t_0) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} R_a(t-t_0) \\ R_l(t-t_0) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} P_a(t) \\ P_l(t) \end{bmatrix}$$

Pour $q \in \{a, l\}$,

$P_q(t)$ désigne la somme des termes périodiques:

$$P_q(t) = \sum_{j=1}^{N_q} \alpha_{qj} (w_{qj} t + \phi_{qj} + k_{qj} \alpha_t)$$

avec:

$$\alpha_t = \theta_t + l_s \quad (\theta_t : \text{temps sidéral à la date } t)$$

$\alpha_{qj}, w_{qj}, \phi_{qj}, k_{qj}$: coefficients proposés par
P. LEGENDRE jusqu'à $N_a = 78$ pour a
et $N_1 = 38$ pour l .

$\bar{q}(t_0)$ désigne le paramètre q moyen à la date t_0

$$\bar{q}(t_0) = q(t_0) - Pq(t_0)$$

$$\mathcal{M}(\tau) = \begin{bmatrix} \cos \omega \tau & \frac{G_2 \sin \omega \tau}{\kappa} \\ \frac{\kappa \sin \omega \tau}{\omega} & \cos \omega \tau \end{bmatrix} \text{ ou } \begin{bmatrix} ch \omega \tau & \frac{G_2 sh \omega \tau}{\omega} \\ \frac{\kappa sh \omega \tau}{\omega} & ch \omega \tau \end{bmatrix} \text{ ou } \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \kappa \tau & 1 \end{bmatrix}$$

suivant que $G_2 > 0$ ou que $G_2 < 0$ ou que $G_2 = 0$ avec:

$$G_2 = -2m_s a_s \sum_{j=2}^8 \sum_{m=1}^j m^2 \left(\frac{R_\oplus}{a_s}\right)^j \cdot J_{j,m} \cdot P_{j,m}(0) \cdot \cos m(\ell_s - d_{j,m})$$

$(R_\oplus$: rayon terrestre,

P_{jm} : fonction de LEGENDRE (le vieux!)

$J_{jm} \lambda_{jm}$: coefficients du modèle de potentiel terrestre)

$$\kappa = -\frac{3}{2} \frac{m_s}{a_s} \quad \text{et} \quad \omega = \sqrt{|G_2 \kappa|}$$

Enfin, R_a et R_l sont des termes séculaires complémentaires ne dépendant que de $(t - t_0)$ et l_s . Ils prennent en compte les effets de résonance entre attraction luni-solaire et potentiel terrestre.

$$(R_a(0) = 0, \text{ mais } R_l(0) = -G_1/G_2 \text{ si } G_2 \neq 0 \text{ et } R_l(0) = 0 \text{ si } G_2 = 0)$$

$(G_1 = \int G_2(\ell_s) d\ell_s)$

$\vec{e}(t), \vec{i}(t)$:

L'évolution des vecteurs excentricité et inclinaison est décrite par:

$$\vec{e} \left| \begin{array}{l} e_x(t) = \bar{e}_x(t_0) + \delta e_x(t - t_0) + P e_x(t) \\ e_y(t) = \bar{e}_y(t_0) + \delta e_y(t - t_0) + P e_y(t) \end{array} \right.$$

$$\text{et } \vec{i} \left| \begin{array}{l} i_x(t) = \bar{i}_x(t_0) + P i_x(t) \\ i_y(t) = \bar{i}_y(t_0) + \delta i_y(t - t_0) + P i_y(t) \end{array} \right.$$

Pour $q \in \{e, i\}$,

$Pq_x(t)$ et $Pq_y(t)$ désignent les sommes de termes périodiques:

$$Pq_x(t) = \sum_{j=1}^{N_q} \alpha_{qj} \cos(\omega_{qj} t + \phi_{qj} + k_{qj} \alpha_t)$$

$$Pq_y(t) = \sum_{j=1}^{N_q} \beta_{qj} \sin(\omega_{qj} t + \phi_{qj} + k_{qj} \alpha_t)$$

avec:

$$\alpha_t = \theta_t + 1s \quad (\theta_t : \text{temps sidéral à la date } t)$$

$\alpha_{qj}, \beta_{qj}, \omega_{qj}, \phi_{qj}, k_{qj}$: coefficients proposés par
P. LEGENDRE jusqu'à $N_e = 46$
pour e et $N_i = 40$ pour i .

$\bar{q}_x(t_0)$ et $\bar{q}_y(t_0)$ désignent les paramètres q_x et q_y moyens à la date t

$$\bar{q}_x(t_0) = q_x(t_0) - Pq_x(t_0)$$

$$\bar{q}_y(t_0) = q_y(t_0) - Pq_y(t_0)$$

δq_x et δq_y , les dérivées de ces paramètres moyens

$$\left| \begin{array}{l} \delta e_x = - 2,925 \cdot 10^{-6} C_p S/M \\ \delta e_y = - 0,687 \cdot 10^{-6} C_p S/M \end{array} \right. \text{ et } \left| \begin{array}{l} \delta i_x = 0 \\ \delta i_y = 2,323 \cdot 10^{-3} \text{ °/jour} \end{array} \right.$$

avec:

- C_p : coefficient de réflexivité du satellite
- S : section effectivement perpendiculaire à la radiation solaire
- M : masse du satellite.

De ces paramètres C_p , S et M dépendent également les amplitudes de quelques termes périodiques dans l'évolution du demi grand-axe, de la longitude moyenne et du vecteur excentricité. Ces termes décrivent, avec les termes séculaires en δe_x et δe_y , l'effet de la pression de radiation solaire.

2.2.7 - Classification des termes périodiques

Les termes périodiques du modèle d'évolution ont des périodes très variables qui permettent toutefois de les répartir en 4 classes:

- les termes quasi-séculaires, de période supérieure à 1800 jours (> 5 ans),
- les termes à longues périodes, de période comprise entre 90 jours et 400 jours (3 mois-1 an),
- les termes à moyennes périodes, de période comprise entre 6,5 jours et 36 jours (1 semaine-5 semaines),
- les termes à courtes périodes, de période inférieure à 1, 2 jours (< 30 heures).

Le modèle permet de distinguer les différents effets des dissymétries du potentiel terrestre, de l'attraction luni-solaire et de la pression de radiation solaire sur les paramètres adaptés d'une orbite quasi-géostationnaire:

$$a, \vec{e} (e_x, e_y), \vec{i} (i_x, i_y) \text{ et } l.$$

Causés par les dissymétries du potentiel terrestre:

- des effets séculaires couplés sur a et l pouvant conférer au satellite des accélérations maximales en longitude de $0,002^\circ/\text{jours}^2$,
- des effets à courtes périodes sur \vec{e} .

Causés par l'attraction luni-solaire:

- un effet séculaire important sur la composante $i_y = i \sin \Omega$, de \vec{i} ,
- des effets quasi-séculaires importants sur \vec{i} et faibles sur a , \vec{e} et l ,
- des effets à longues périodes sur a (dus au couplage entre terme sur longitude et potentiel), sur \vec{e} , \vec{i} et l ,
- des effets à moyennes périodes sur \vec{e} , \vec{i} et l (et pas sur a),
- des effets à courtes périodes sur a , \vec{e} , \vec{i} et l .

Causés par la pression de radiation solaire:

- un faible effet séculaire sur \vec{e} ,
- un effet à longue période important sur \vec{e} ,
- des effets à courtes périodes sur a et l .

2.2.8 - Lien avec les phénomènes physiques décrits au 2.1

Du point de vue physique:

- les effets séculaires sur le demi grand-axe et la longitude moyenne correspondent aux mouvements de résonance avec les dissymétries du potentiel terrestre,
- les effets séculaires et quasi-séculaires sur le vecteur inclinaison correspondent à la dérive du pôle de l'orbite dans une direction proche de celle du point , comme on l'a décrite au 2.1.2,

- les effets à longues périodes sur le vecteur excentricité correspondent au mouvement annuel de son extrémité sur une ellipse quasi-circulaire dont le rayon moyen dépend des paramètres C_p , S et M par

$$R_e = 1,115 \cdot 10^{-2} C_p \frac{S \text{ (m}^2\text{)}}{M \text{ (kg)}}$$

et dont le demi grand axe, $a_e = 1,017 \cdot R_e$, est perpendiculaire à la direction du point .

2.2.9 - Domaine de validité du modèle

Les équations de LAGRANGE étant linéarisées autour des paramètres d'une orbite parfaitement géostationnaire ($a = a_s$, $e = 0$, $i = 0$, $l = l_s$), la précision du modèle se dégrade d'autant plus que l'on s'éloigne des conditions de géostationnarité.

Le domaine de validité du modèle est défini par les limites suivantes:

- sur le demi grand-axe:

$$|a - a_s| < 5 \text{ km (on rappelle que } a_s \simeq 42\,165,8 \text{ km)}$$

- en longitude par rapport à une longitude de stationnement l_s :

$$|l - l_s| < 0,5^\circ \text{ (} \simeq 335 \text{ km à l'altitude géosynchrone)}$$

- en excentricité:

$$e < 10^{-3}$$

- en inclinaison:

$$i < 0,1^\circ.$$

A l'intérieur de ce domaine, la comparaison avec une intégration numérique des équations de LAGRANGE sur 6 périodes de 10 jours chacune, fournit le tableau de précisions suivant:

Paramètre	Ecart quadratique moyen
a	5 mètres
e	$1,5 \cdot 10^{-6}$
i	10^{-4} °
l	$2,5 \cdot 10^{-4} \text{ }^\circ$ (184 mètres)

2.2.10 - Exemples de résultats obtenus à l'aide du modèle

Dans ce paragraphe, on présente des résultats obtenus à l'aide du modèle décrit précédemment, pour un satellite quasi-géostationnaire dont la longitude de stationnement nominale est celle de Greenwich, 0° et pour lequel le produit $C_p \times S/m = 1,2 \times 0,04 = 0,048 \text{ m}^2/\text{kg}$.

La date initiale de mise à poste est le 1er Janvier 1990 à 0 h et l'évolution orbitale est évaluée sur 90 jours. La longueur de cette période dégrade évidemment les précisions annoncées au paragraphe précédent (sur 10 jours) mais elle permet toutefois de mettre en évidence les différentes périodes des variations.

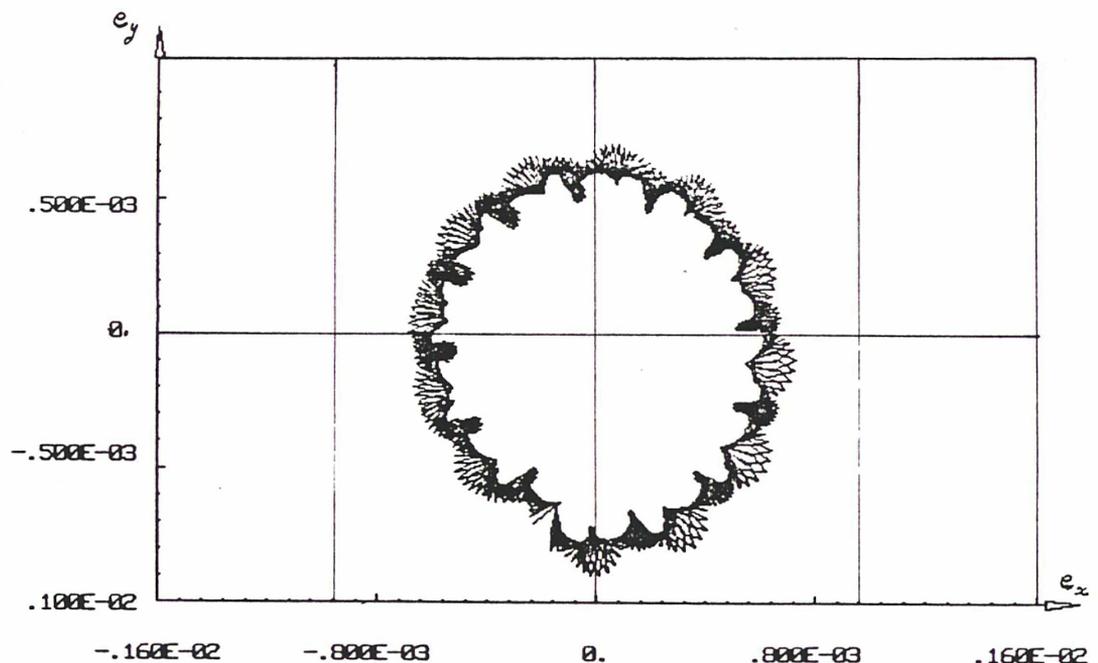
Sur la figure 2.2.b sont regroupés des résultats concernant le demi grand-axe a et la longitude moyenne l. Les conditions initiales ($a = 42\,168,6 \text{ km}$ et $l = 0,32^\circ$) ont été choisies pour provoquer un changement de signe de la dérive à $-0,32^\circ$. La dernière figure met ainsi en évidence le profil parabolique sur lequel oscille le point courant (l,a) lors d'un cycle Est-Ouest optimal, à savoir un cycle qui maximise le temps pendant lequel $|l - l_s| < 0,32^\circ$.

Sur la figure 2.2.c, on a regroupé des résultats concernant l'inclinaison et l'ascension droite du noeud ascendant. Les conditions initiales ($i = 0,1^\circ$ et $\Omega = 270^\circ$) ont été choisies pour mettre en évidence une évolution quasi-optimale du vecteur inclinaison, à savoir une évolution qui respecte la condition $i < 0,1^\circ$ pendant un temps maximal.

Sur la figure 2.2.d, enfin, sont regroupés des résultats concernant l'excentricité e et l'argument du périégée ω . Les conditions initiales ($e = 4.10^{-4}$ et $\omega = 0^\circ$) placent approximativement le périégée de l'orbite dans la direction du soleil. (Au solstice d'hiver, l'ascension droite du soleil est proche de 270° qui est une valeur de $\Omega + \omega$). La dernière figure met ainsi en évidence une portion (un peu moins d'un quart) du cercle décrit annuellement par l'extrémité du vecteur excentricité moyen.

Ci-dessous (figure 2.2.a), on donne un exemple de cercle décrit pendant un an par le vecteur excentricité d'un autre satellite. Ici, l'excentricité initiale est choisie égale au rayon du cercle et le périégée dirigé vers le soleil, de sorte que le cercle est exactement centré sur l'origine:

Figure 2.2.a



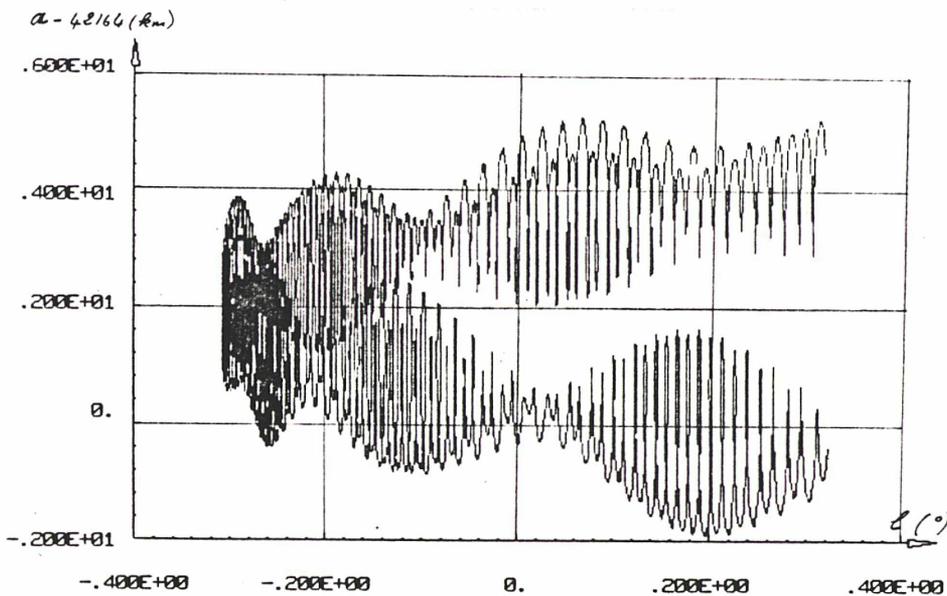
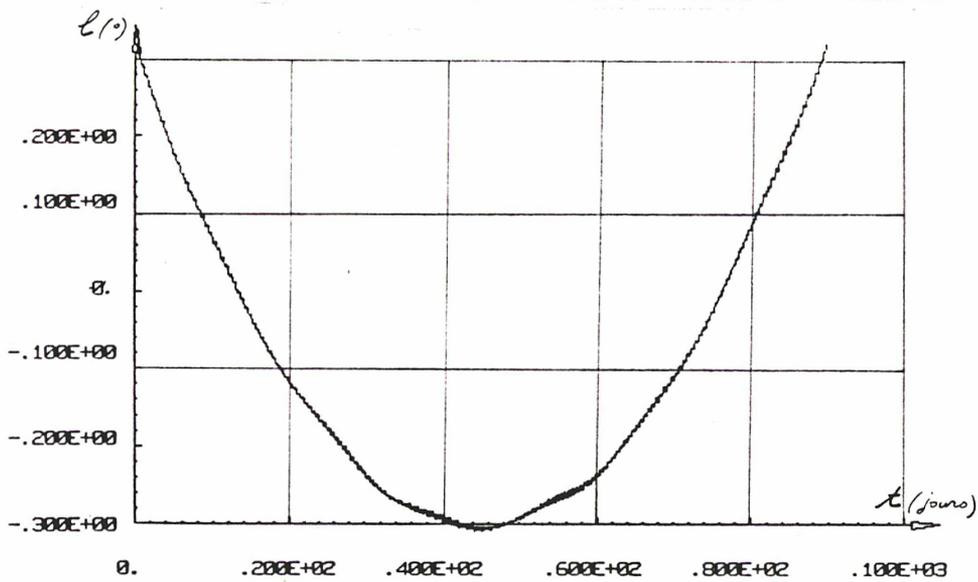
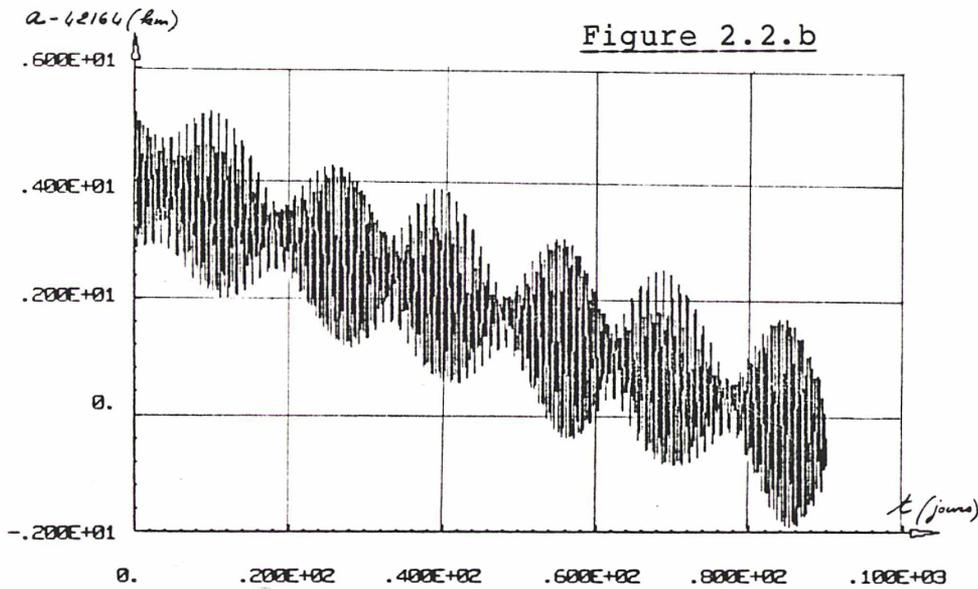
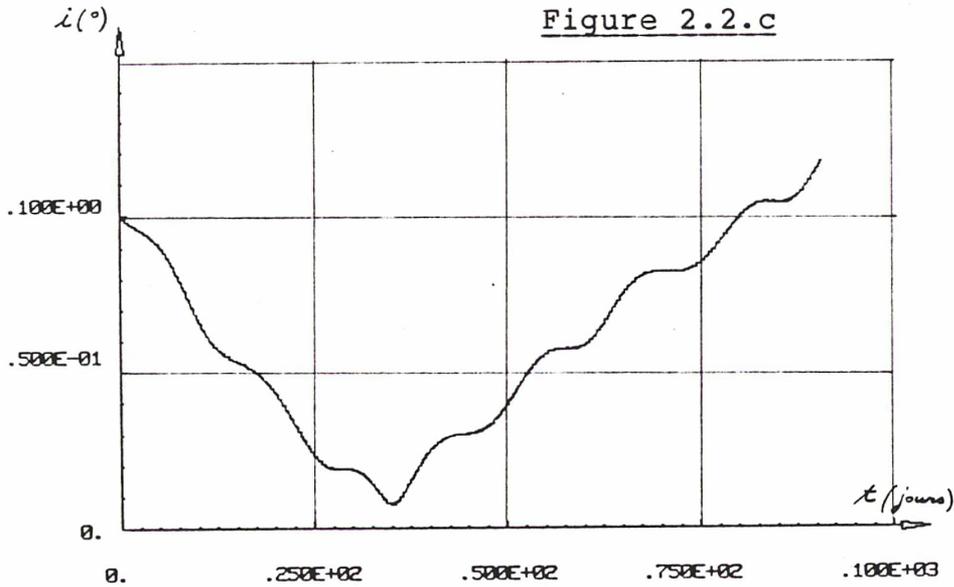
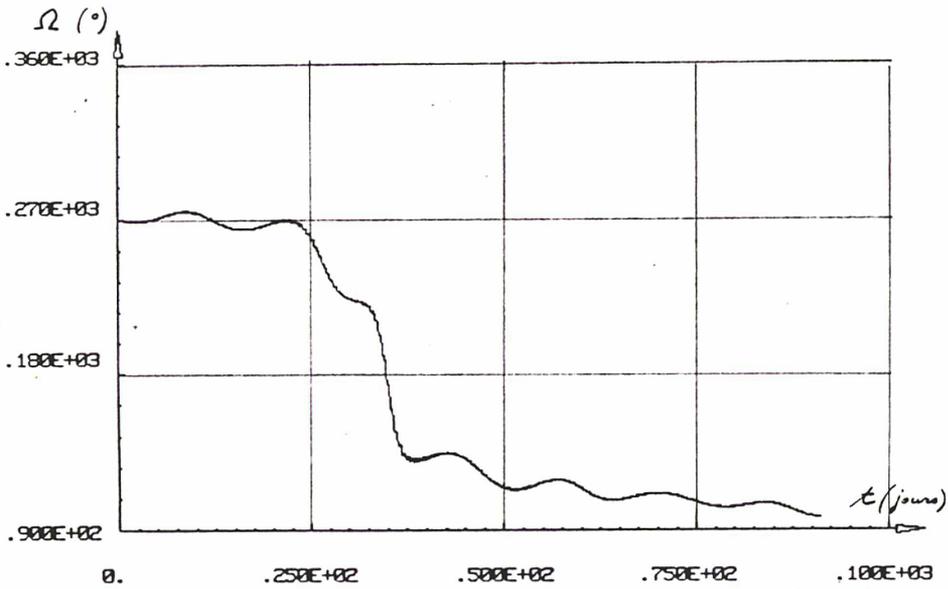


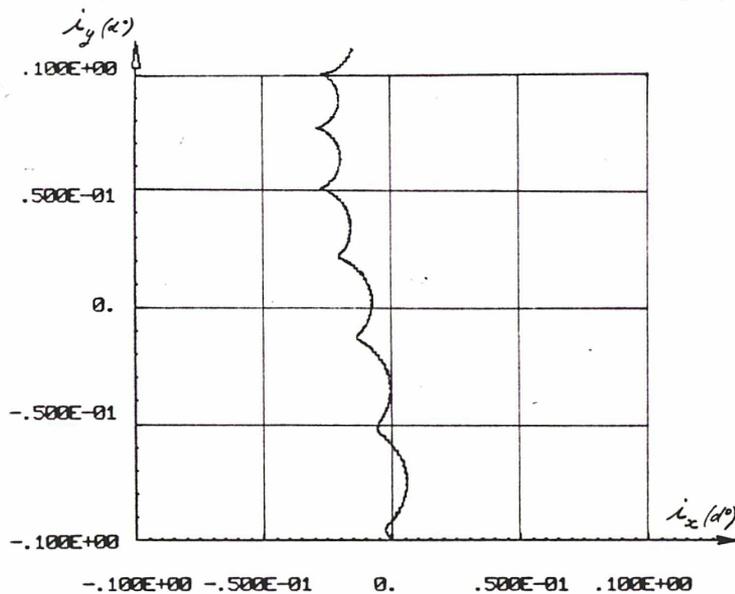
Figure 2.2.c



Evolution de l'inclinaison en fonction du temps sur 90 jours



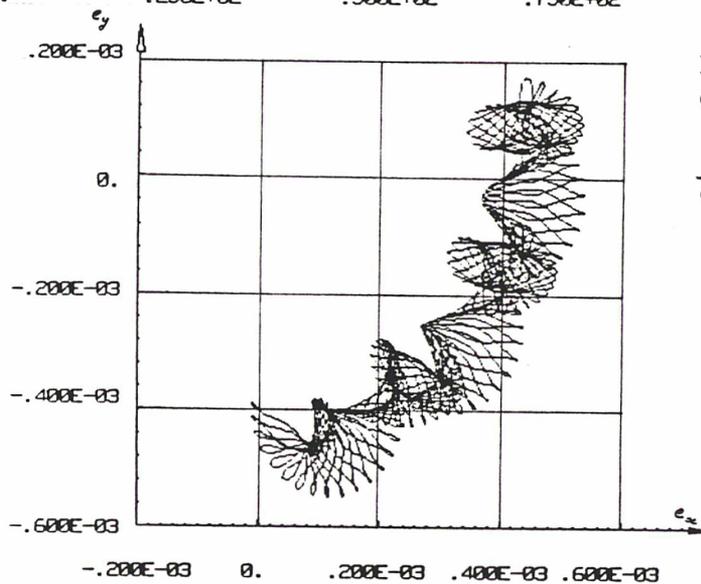
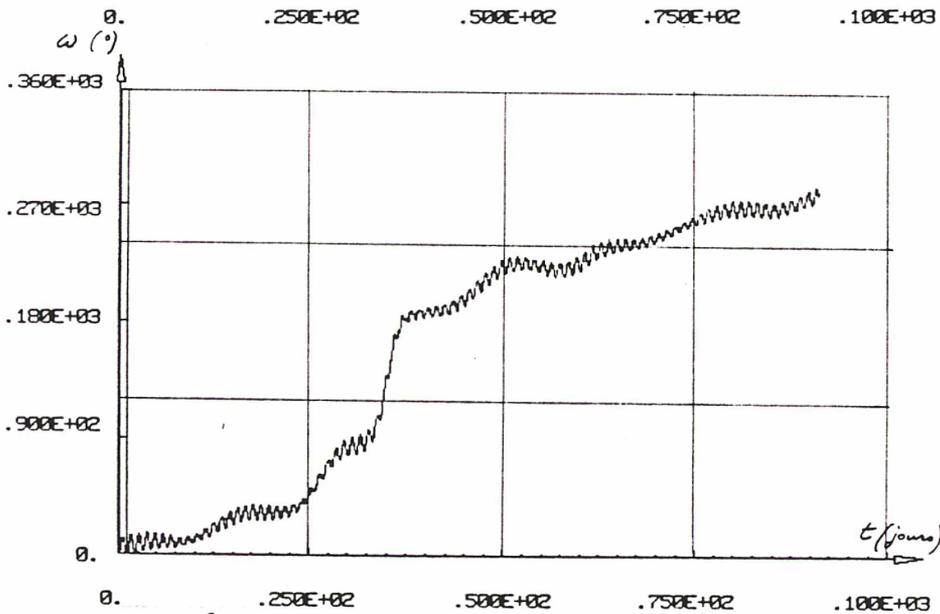
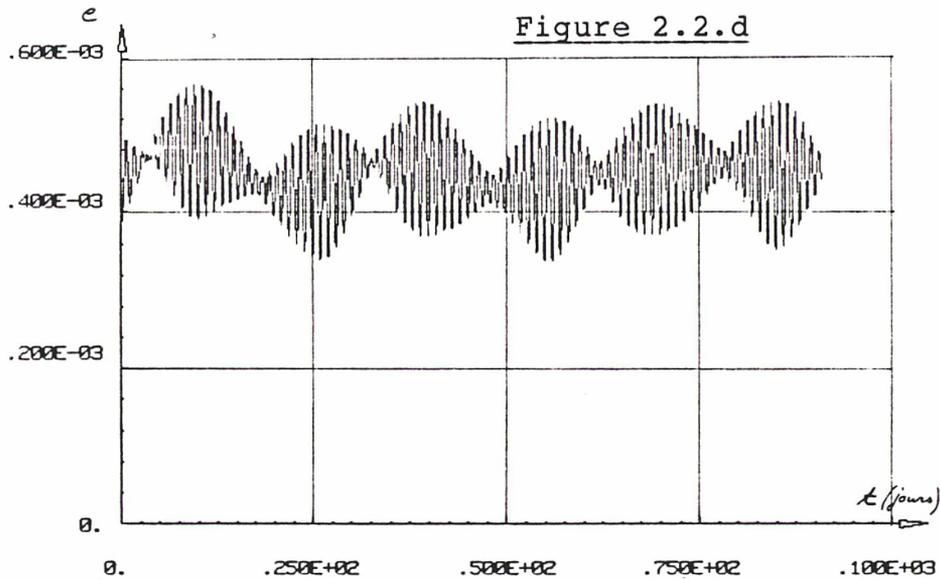
Evolution de l'ascension droite du noeud ascendant, en fonction du temps, sur 90 jours



Plan du vecteur inclinaison:

$$\vec{i} \begin{cases} i_x = i \cdot \cos \Omega \\ i_y = i \cdot \sin \Omega \end{cases}$$

sur 90 jours.



2.3 - MOUVEMENT RELATIF PERTURBE DE DEUX SATELLITES QUASI-GEOSTATIONNAIRES PROCHES

Dans ce paragraphe, on étudie l'évolution naturelle du binôme envisagé dans la première partie, sous l'effet des perturbations naturelles que l'on vient de modéliser.

On rappelle que ce binôme est constitué de deux satellites distants de 50 km, c'est-à-dire que leurs longitudes de stationnement nominales diffèrent de $0,07^\circ$ ($6,79 \cdot 10^{-2}^\circ$ précisément). Cet écart en longitude est créé par un écart de même amplitude sur les ascensions droites des noeuds ascendants Ω_1 et Ω_2 , les autres éléments orbitaux des satellites étant par ailleurs égaux. Dans la configuration nominale donc $a_2 = a_1$; $e_2 = e_1$; $i_2 = i_1$; $\Omega_2 = \Omega_1 + 0,07^\circ$, $\omega_2 = \omega_1$ et $M_2 = M_1$.

Il est prévisible que les variations des éléments orbitaux deviennent, après un temps relativement court, du même ordre de grandeur que l'écart en longitude. Toutefois, du fait de leurs longitudes presque identiques, on peut s'attendre aussi à ce que les deux satellites soient soumis aux mêmes accélérations perturbatrices, au 2^e ordre près, à condition toutefois qu'ils soient "semblables" du point de vue du contrôle d'orbite, c'est-à-dire qu'ils présentent le même produit $C_p \times S/m$. Ainsi, l'effet différentiel sur les deux satellites sera négligeable et le binôme conservera un mouvement de translation par rapport à sa position nominale. Mathématiquement, en reprenant les notations de la première partie, cela s'écrit: $\vec{S}_1\vec{S}_2(t) = \vec{S}_1\vec{S}_2(t_0)$.

Pour mettre en évidence cette quasi-nullité de l'effet différentiel des perturbations, on a simulé l'évolution naturelle d'un binôme à l'aide du modèle décrit au 2.2. On s'est d'abord placé dans le cas idéal où les satellites se trouvent initialement dans leur configuration relative nominale. Puis, on a regardé le cas plus réaliste où il existe des écarts non voulus entre les éléments orbitaux initiaux.

Enfin, on a examiné l'effet d'une différence de rapport S/m ou de coefficient de réflexivité C_p entre les satellites sur leur évolution relative.

2.3.1 - Evolution naturelle d'une configuration nominale

L'évolution du binôme est calculée sur 50 jours et le bulletin des éléments orbitaux, $a, e, i, \Omega, \omega, l$ est donné tous les 10 jours pour 3 satellites : les satellites 1 et 2 composant le binôme et un satellite 3 "virtuel" placé initialement au milieu de leurs positions nominales.

Les 8 simulations ainsi rapportées dans l'annexe I correspondent à 2 dates de mise à poste initiales différentes (hiver-printemps) pour 4 longitudes de stationnement nominales du binôme. La longitude de stationnement nominale d'un binôme est le milieu des longitudes de stationnement nominales de ses satellites. Ainsi le binôme composé d'un satellite à $+ 0,035^\circ$ et d'un satellite à $- 0,035^\circ$ a une longitude de stationnement nominale de 0° . Les 4 longitudes retenues sont classiques pour les satellites de télécommunications occidentaux. 10° Ouest en particulier est la longitude de TELECOM 1 et correspond à un point d'équilibre instable du point de vue des effets du potentiel terrestre (cf. 2.1.1).

On constate que, dans tous les cas de longitude considérés ($-30^\circ, -19^\circ, -10^\circ, 0^\circ$), l'écart relatif sur les excentricités reste très nettement inférieur à la précision du modèle, même au bout de 50 jours. Cette quasi-nullité des variations relatives demeure quand l'excentricité commune initiale est plus importante (de l'ordre du double: $4 \cdot 10^{-4}$).

Sur les inclinaisons, des écarts apparaissent au bout de 20 jours pour les mises à poste réalisées initialement au printemps 1990 et de 30 jours pour celles réalisées en hiver 1990. Cette différence est liée à la variation de position de l'orbite lunaire. Dans les deux cas et pour toutes les longitudes de stationnement considérées, l'écart ne devient significatif, à savoir n'atteint la précision du modèle en inclinaison ($\Delta i \simeq 10^{-4}^\circ$) qu'au bout de 30 jours. Cette variation relative des inclinaisons s'explique par la différence de $0,07^\circ$ sur les noeuds ascendants qui distingue les plans d'orbite initiaux.

La rotation des plans orbitaux causée par l'attraction luni-solaire provoque également une légère variation des écarts sur les noeuds ascendants. Ceux-ci toutefois n'excèdent pas le demi-degré. Les déphasages qu'ils sont susceptibles de provoquer sur les mouvements nord-sud des satellites sont donc tout à fait "inoffensifs" du point de vue

de la liaison inter-satellite, d'après l'étude faite en première partie.

Les arguments des périées présentent également des variations relatives directement corrélées à celles des noeuds ascendants. On constate, en effet, que les écarts sur la somme $\Omega + \omega$ ne dépassent pas $4 \cdot 10^{-4}$ d°: les vecteurs excentricités ne présentent pratiquement pas de variations relatives. D'autre part, toujours d'après l'étude de la première partie, les écarts atteints entre les arguments des périées sont également "inoffensifs" du point de vue de la liaison inter-satellites.

Enfin, c'est sur les longitudes moyennes que l'on constate les plus grandes variations relatives. Sur 30 jours, elles atteignent près de $2,8 \cdot 10^{-3}$ d° pour le binôme situé à 10° ouest et sont couplées à des variations relatives de l'ordre de 10 mètres sur les demi grand-axes. Cette perturbation relative est due évidemment à la différence de 0,07° sur les longitudes initiales de stationnement. Elle est la plus importante pour le binôme de longitude nominale 10° ouest, proche d'un point d'équilibre instable du point de vue des effets du potentiel terrestre. (Pour le binôme situé à 30° ouest, elle n'atteint que $2,2 \cdot 10^{-3}$ d° au bout de la même période de 30 jours).

Enfin, notons que ces perturbations sont nettement inférieures à celles que provoque une différence de 100 mètres sur les demi grand-axes d'un binôme "képlérien". (On a montré, dans la première partie, qu'un tel écart $\Delta a = 0,1$ km provoquait des variations relatives en longitude de $1,28 \cdot 10^{-3}$ d°/jour). De plus, il est particulièrement intéressant de noter que, pour les longitudes occidentales considérées (0°- 40° ouest), la variation relative des longitudes induites par le potentiel terrestre rend moins contraignante la condition de liaison inter-satellites puisqu'elle éloigne systématiquement les deux satellites du binôme. Au contraire, dans le voisinage d'un point d'équilibre stable, elle les rapprocherait.

En plus des bulletins orbitaux de l'annexe I qui viennent d'être commentés, on propose sur les pages suivantes (figures 2.3.a à 2.3.c) des résultats plus visuels correspondant à un binôme centré initialement à 0° de longitude. Les figures présentent l'évolution des écarts entre les éléments orbitaux des satellites au cours des 80 jours qui suivent leur mise à poste initiale, effectuée le 1/1/90.

Initialement, le bulletin orbital du binôme est le suivant:

- $a_1 = a_2 = 42\,165,8$ km
- $e_1 = e_2 = 0,0002$
- $i_1 = i_2 = 0,1^\circ$
- $\Omega_1 = 269,965^\circ$ $\Omega_2 = 270,035^\circ$ ($\Delta\Omega = 0,07^\circ$)
- $\omega_1 = \omega_2 = 0^\circ$
- $l_1 = -0,035^\circ$ $l_2 = +0,035^\circ$ ($\Delta l = 0,07^\circ$).

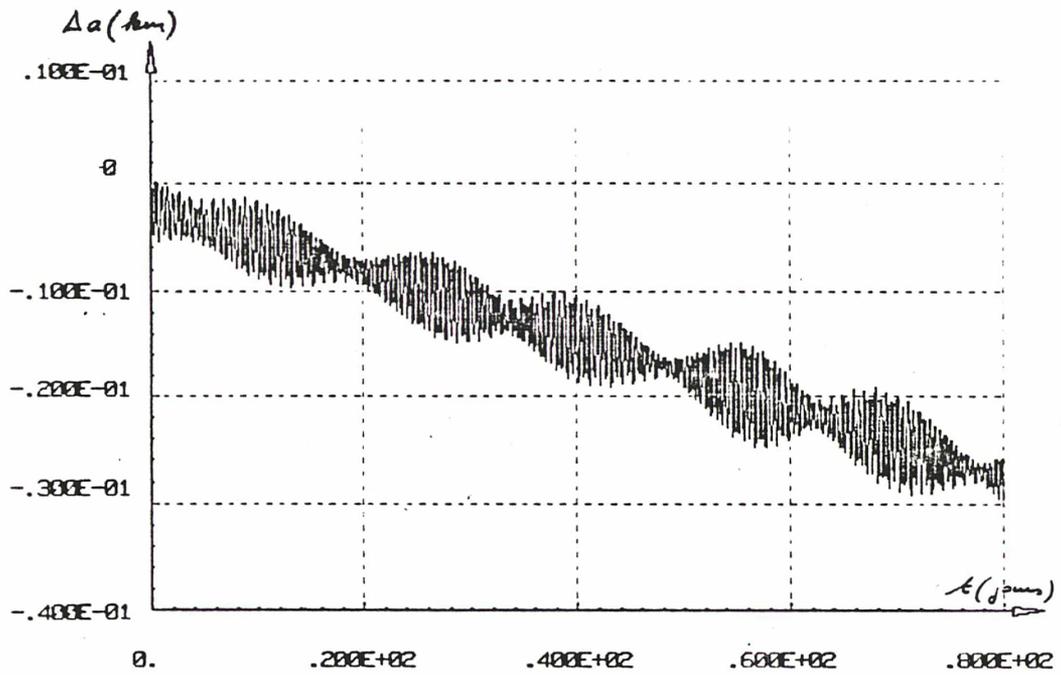
Sur la figure 2.3.b, on note, en particulier, les variations corrélées de Δi et $\Delta\Omega$. Les maximums de $\Delta\Omega$ correspondent au minimum de Δi . Sur les bulletins orbitaux du binôme donnés en annexe I, on constate que ce minimum de Δi correspond également aux plus faibles valeurs atteintes par i_1 et i_2 , de l'ordre de $0,01^\circ$.

Le paragraphe suivant (2.3.2) montrera que cette propriété (directement liée à la géométrie de la rotation des plans orbitaux quasi-équatoriaux) demeure quand les éléments orbitaux du binôme présentent des petits écarts par rapport à leurs valeurs nominales. Les variations de $\Delta\Omega$ deviennent alors beaucoup plus importantes mais correspondent toujours aux plus faibles inclinaisons atteintes. Aussi, le déphasage maximal entre les mouvements nord-sud des satellites intervient quand l'amplitude de ces mouvements est minimale. Ce résultat est évidemment intéressant du point de vue de la contrainte de liaison inter-satellites.

Figure 2.3.a

EVOLUTION SUR 80 JOURS DES ECARTS Δa ET $\Delta \ell$ POUR UN BINOME CENTRE INITIALEMENT A 0° DE LONGITUDE

Sur 80 jours: $\Delta a < 30$ mètres



Sur 80 jours d $|\Delta \ell| < 1,5 \cdot 10^{-2} \text{ }^\circ$

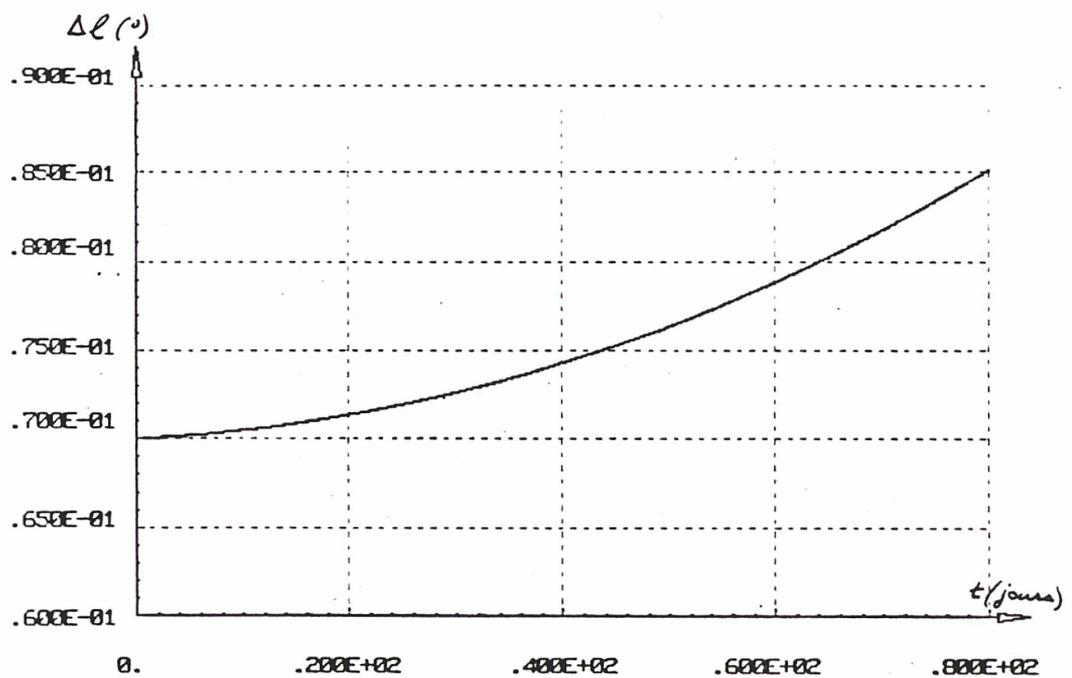
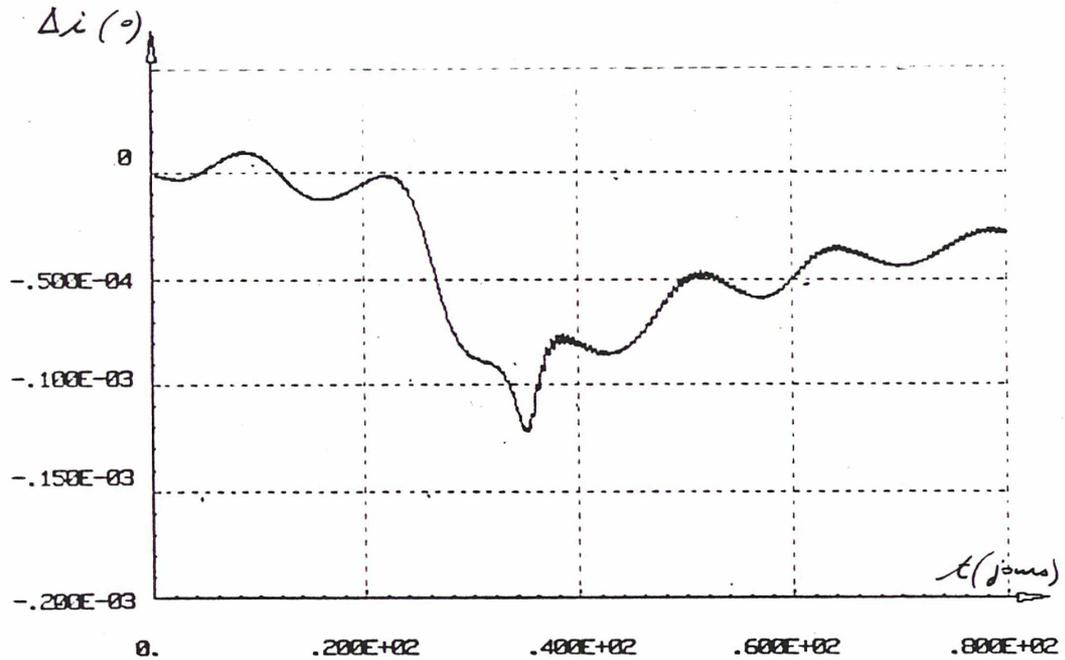


Figure 2.3.b

EVOLUTION SUR 80 JOURS DES ECARTS Δi ET $\Delta \Omega$ POUR
UN BINOME CENTRE INITIALEMENT A 0° DE LONGITUDE

Sur 80 jours: $|\Delta i| < 1,3 \cdot 10^{-4} \text{ }^\circ$



Sur 80 jours: $|\Delta \Omega| < 0,5^\circ$. On remarque que les maximums de $\Delta \Omega$ correspondent au minimum de Δi , c'est-à-dire aussi aux plus faibles valeurs de i_1 et i_2 , au milieu du cycle nord-sud environ.

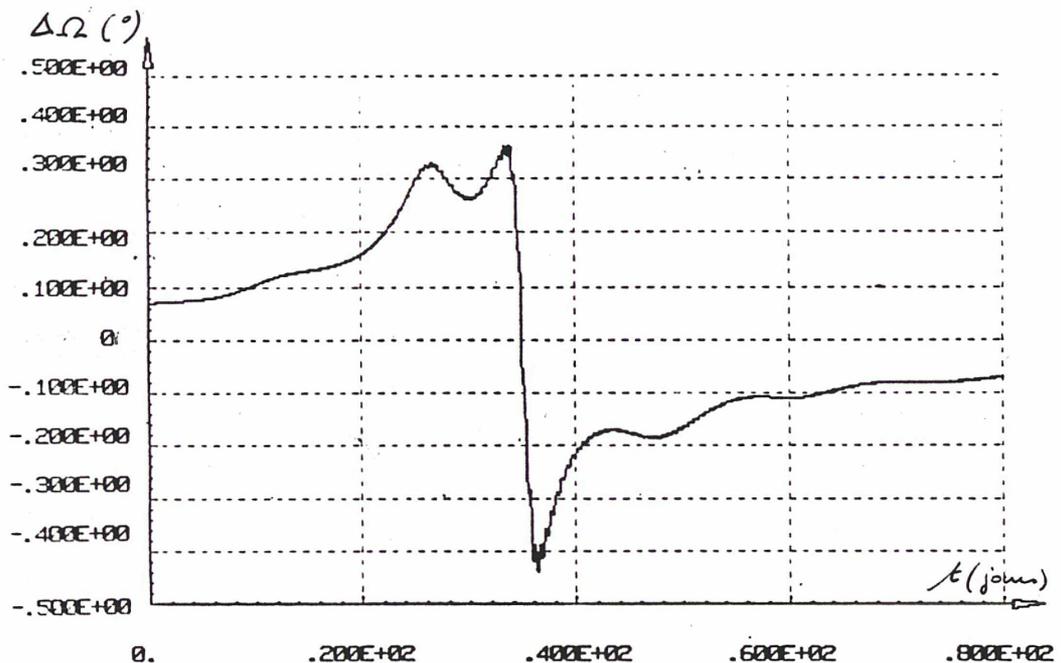
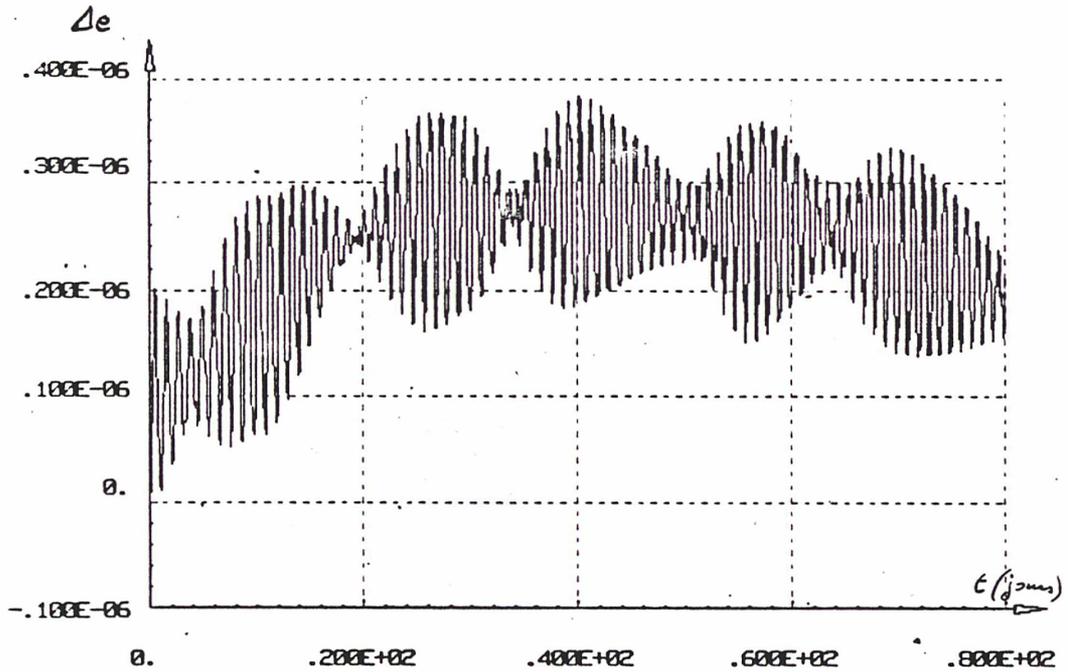


Figure 2.3.c

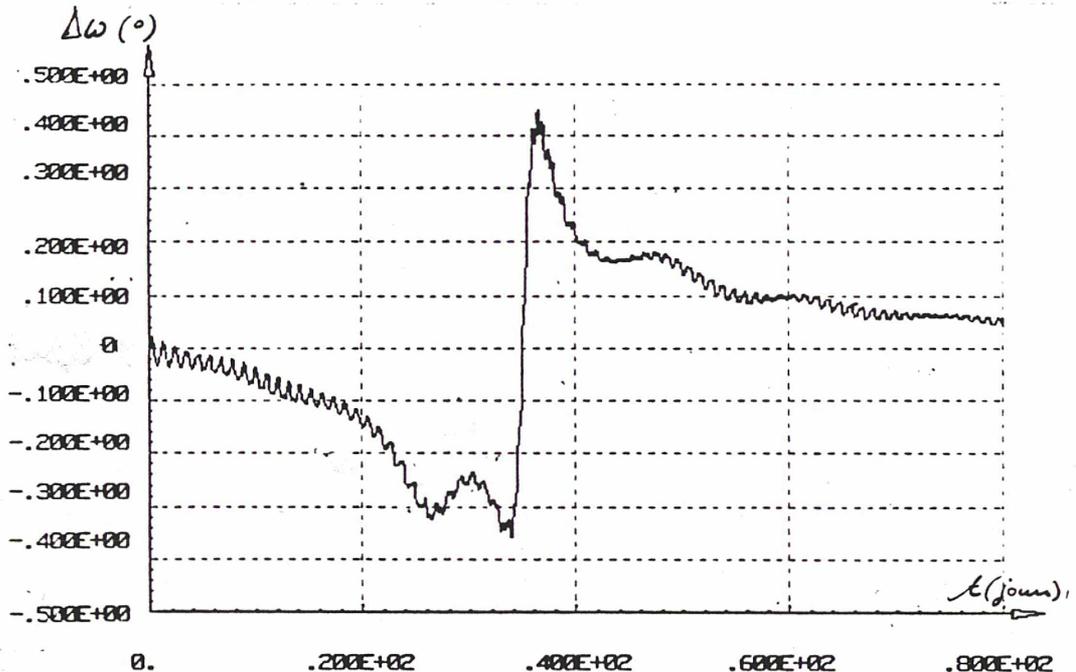
EVOLUTION SUR 80 JOURS DES ECARTS Δe ET $\Delta \omega$ POUR
UN BINOME CENTRE INITIALEMENT A 0° DE LONGITUDE

Sur 80 jours: $\Delta e < 4.10^{-7}$ non significatif



Sur 80 jours: $\Delta \omega < 0,5^\circ$ directement corrélé à $\Delta \Omega$ puisque les ascensions droites des périhélie ne présentent pratiquement pas de variations relatives:

$$\forall t : \Omega_1 + \omega_1 \simeq \Omega_2 + \omega_2 - 0,07^\circ$$



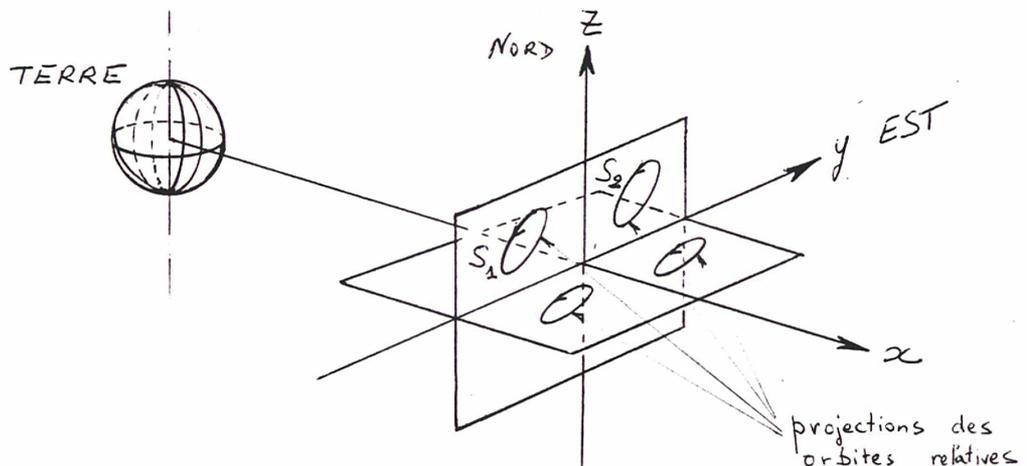
En conclusion du paragraphe, on peut dire que pour un binôme initialement nominal, la direction du vecteur $\overrightarrow{S_1S_2}$ est préservée sous l'effet des perturbations naturelles.

Son module $|| \overrightarrow{S_1S_2} ||$, c'est-à-dire la distance entre les satellites varie avec l'écart sur leurs longitudes. Dans les zones occidentales considérées, cet écart augmente de moins de 10^{-3} d° en un mois et correspond à un éloignement des satellites inférieur à 3 km.

Pour mieux visualiser cette évolution en translation du vecteur $\overrightarrow{S_1S_2}$, on donne sur les figures 2.3.e et 2.3.f les traces des orbites de S_1 et S_2 dans un repère géostationnaire lié au centre nominal du binôme, à 0° de longitude.

La figure 2.3.e présente la projection des traces dans le plan équatorial (Y → EST) et la figure 2.3.f, dans le plan perpendiculaire en rayon vecteur nominal. On rappelle l'orientation de ces plans sur la figure 2.3.d:

Figure 2.3.d

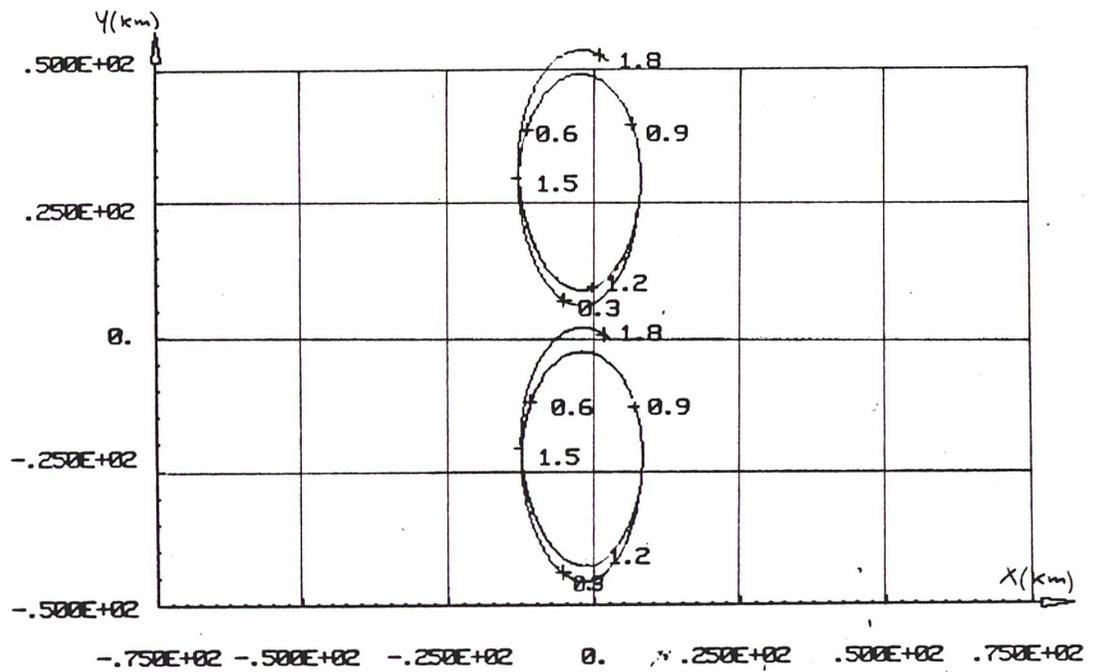


Sur chaque figure 2.3.e et 2.3.f, la première trace correspond à l'évolution du satellite pendant le premier jour (1,8 jour précisément) après sa mise à poste initial, la deuxième trace à l'évolution au cours du 30^e jour après la mise à poste. Les traces sont paramétrées par le temps exprimé en fraction de jour. Enfin, sur une troisième figure 2.3.g on a rassemblé les projections de l'évolution orbitale du binôme sur 32 jours dans les 3 plans de coordonnées du repère géostationnaire.

Figure 2.3.e

PROJECTIONS, DANS LE PLAN EQUATORIAL, DES ORBITES DES
SATELLITES DU BINOME, DANS UN REPERE GEOSTATIONNAIRE
A 0° DE LONGITUDE

Evolution au cours du 1er jour:

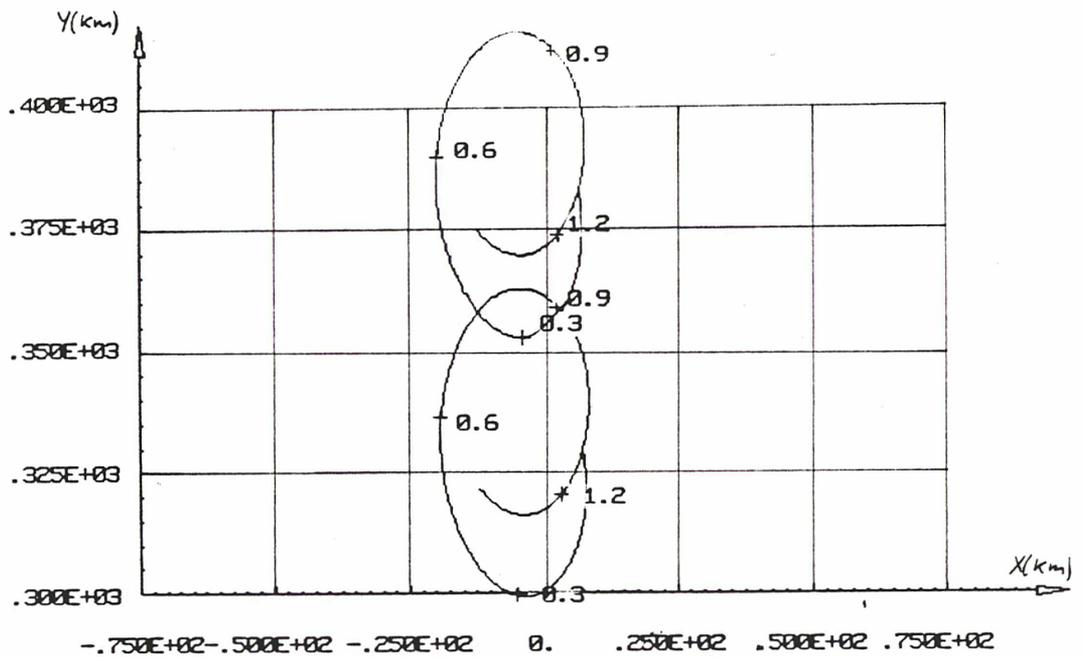


On reconnaît la petite ellipse dérivant, décrite au début de la première partie au 1.1.1.

Figure 2.3.e (suite)

PROJECTIONS, DANS LE PLAN EQUATORIAL, DES ORBITES DES
SATELLITES DU BINOME, DANS UN REPERE GEOSTATIONNAIRE
A 0° DE LONGITUDE

Evolution au cours du 31^e jour:



On constate que les satellites ont, tous deux, dérivé en longitude de la même façon à quelques 2 km près.

Figure 2.3.f

PROJECTIONS, DANS LE PLAN PERPENDICULAIRE AU RAYON VECTEUR
DES ORBITES DES SATELLITES DU BINOME, DANS UN REPERE
GEOSTATIONNAIRE A 0° DE LONGITUDE

Evolution au cours du 1er jour:

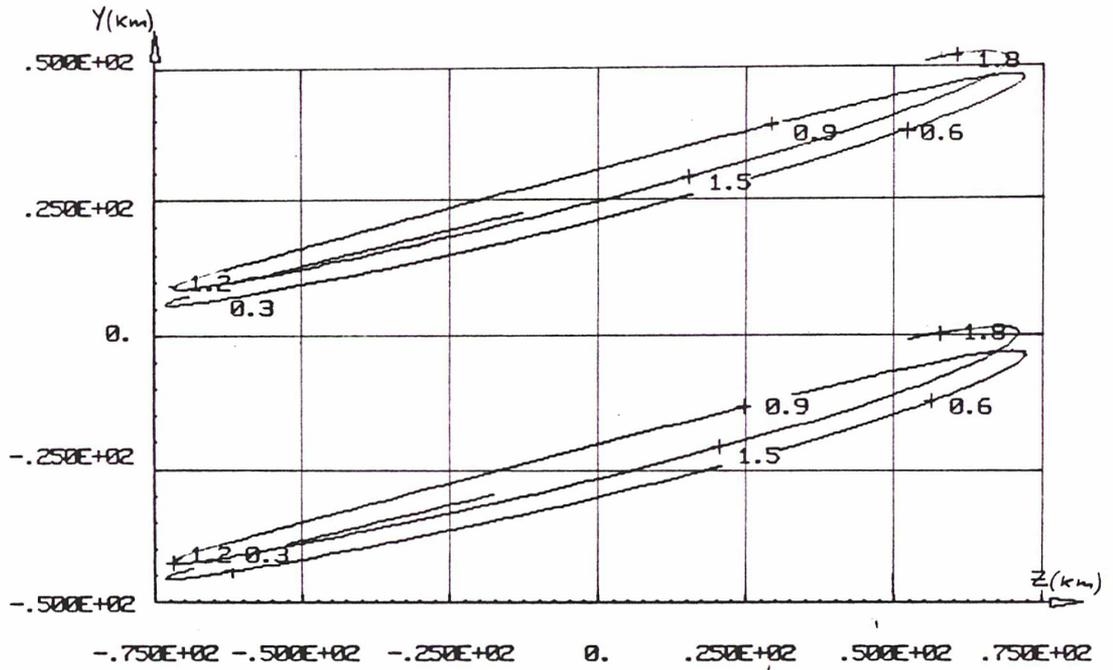
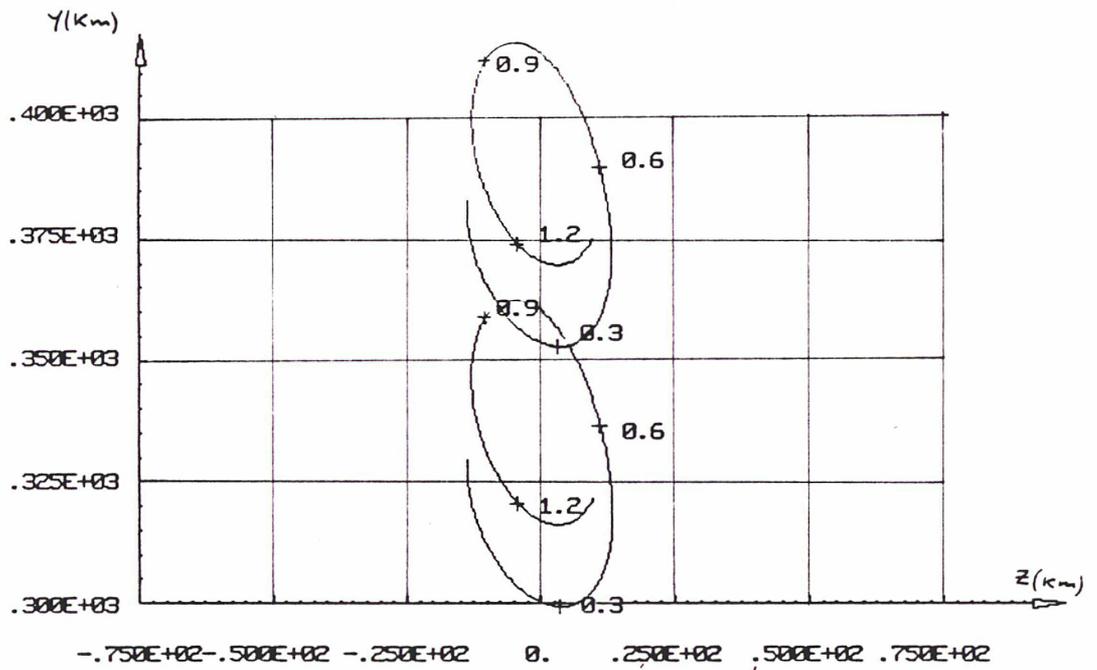


Figure 2.3.f (suite)

PROJECTIONS, DANS LE PLAN PERPENDICULAIRE AU RAYON VECTEUR
DES ORBITES DES SATELLITES DU BINOME, DANS UN REPERE
GEOSTATIONNAIRE A 0° DE LONGITUDE

Evolution au cours du 31^e jour:



L'amplitude du mouvement nord-sud (en Z) a beaucoup varié, directement liée à l'inclinaison passée de 0,1° le 1^{er} jour à 0,086° le 31^e, de la même façon pour les deux satellites.

Figure 2.3.g

EVOLUTION SUR 32 JOURS DU MOUVEMENT
DU BINOME DANS LES PLANS DE COORDONNEES
DU REPERE GEOSTATIONNAIRE A 0° DE LONGITUDE

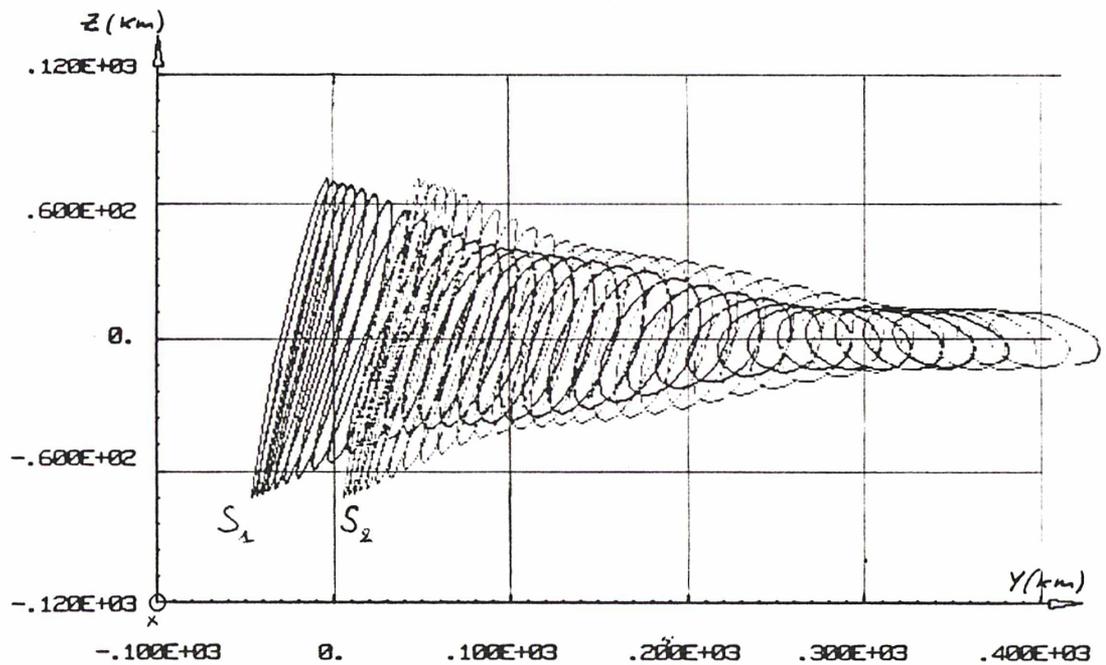
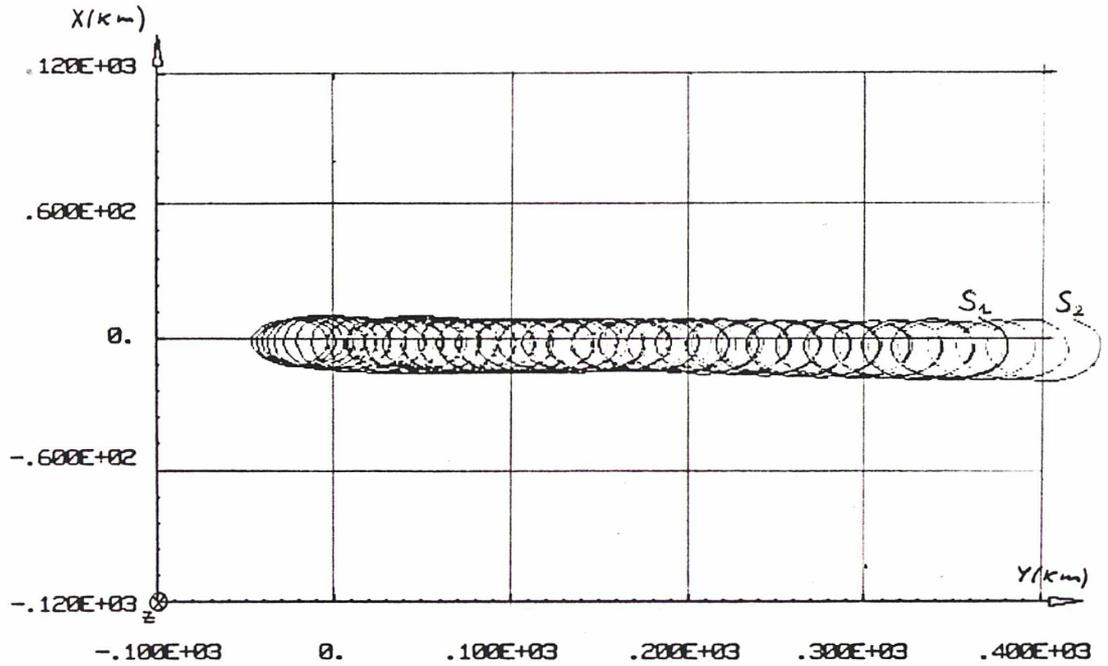
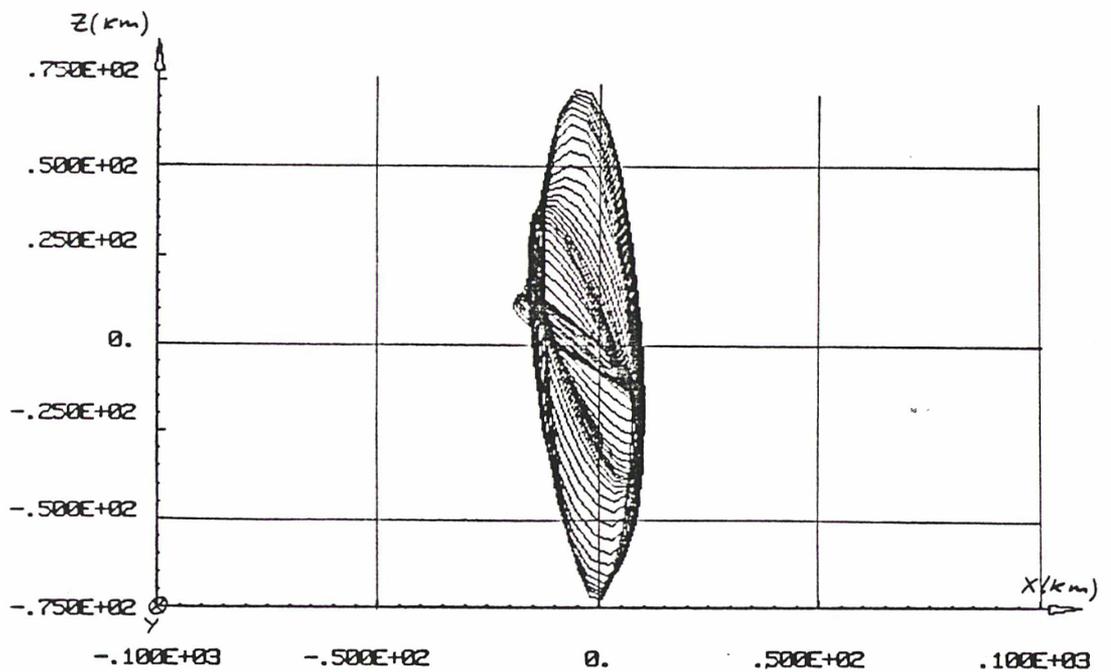


Figure 2.3.g (suite)

(PLAN PERPENDICULAIRE A L'ARC GEOSTATIONNAIRE)



2.3.2 - Evolution naturelle d'une configuration quasi-nominale

On reprend ici l'étude du paragraphe précédent dans le cas où il existe initialement des écarts entre les éléments orbitaux réels du binôme et ses éléments nominaux. Comme on vient de montrer que les perturbations naturelles relatives des satellites du binôme restaient minimales, on pourrait s'attendre à ce que l'écart initial se conserve sous l'effet de ces perturbations. Si cette intuition se révèle effectivement justifiée par les simulations pour les éléments métriques a , e et i , il convient d'examiner plus en détail l'évolution des éléments angulaires Ω , ω et l .

Les figures 2.3.h à 2.3.m des pages suivantes présentent l'évolution sur 80 jours des écarts entre les éléments orbitaux du binôme pour le bulletin initial suivant, noté bulletin "B":

- $a_1 = 42165,750$ km	≠	$a_2 = 42165,850$ km
- $e_1 = 0,0002125$	≠	$e_2 = 0,0001975$
- $i_1 = 0,098^\circ$	≠	$i_2 = 0,102^\circ$
- $\Omega_1 = 269,955^\circ$	≠	$\Omega_2 = 270,045^\circ$
- $\omega_1 = 0,01^\circ$	≠	$\omega_2 = 359,99^\circ$
- $l_1 = - 0,037^\circ$	≠	$l_2 = + 0,037^\circ$

Les bulletins orbitaux correspondant sont donnés tous les dix jours sur 50 jours, dans l'annexe II.

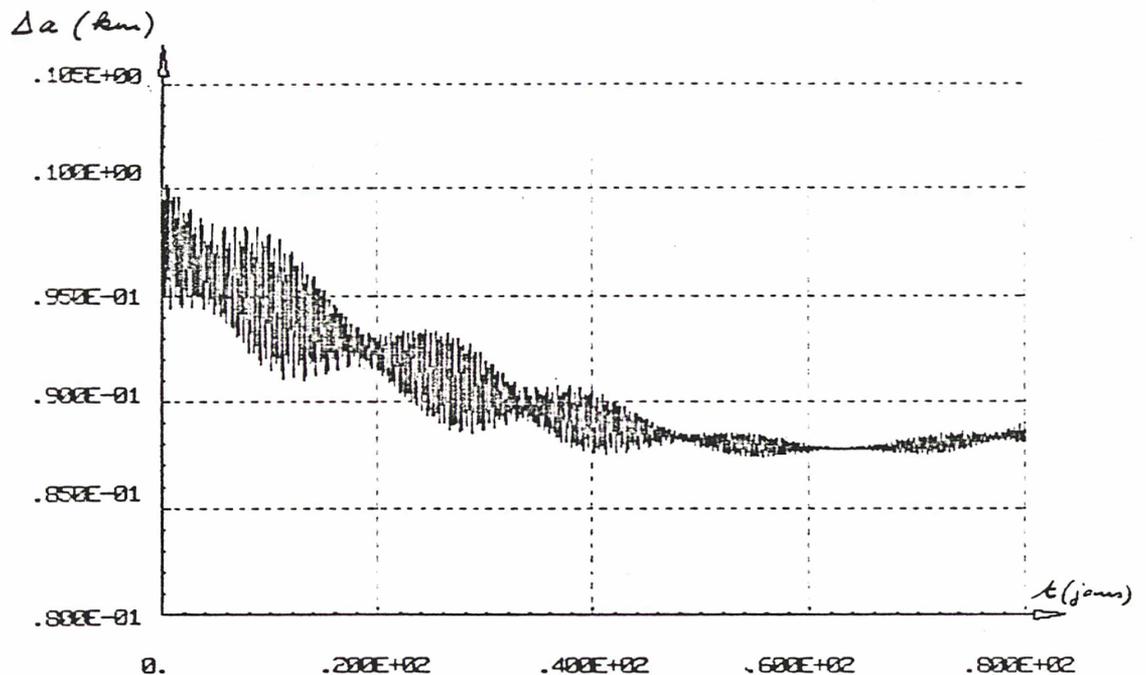
Initialement, on a donc:

- $\Delta a_0 = +100$ m	au lieu de	$\Delta a_0 = 0$
- $\Delta e_0 = 1,5 \cdot 10^{-5}$	"	$\Delta e_0 = 0$
- $\Delta i_0 = 4 \cdot 10^{-3}^\circ$	"	$\Delta i_0 = 0^\circ$
- $\Delta \Omega_0 = 9 \cdot 10^{-1}^\circ$	"	$\Delta \Omega_0 = 7 \cdot 10^{-2}^\circ$
- $\Delta \omega_0 = 10^{-2}^\circ$	"	$\Delta \omega_0 = 0^\circ$
- $\Delta l_0 = 0,074^\circ$	"	$\Delta l_0 = 0,07^\circ$

- $\Delta a (t)$:

Figure 2.3.h

EVOLUTION SUR 80 JOURS DE L'ECART Δa POUR LE BINOME
DU BULLETIN "B", CENTRE INITIALEMENT A 0° ,
AVEC UN $\Delta a_0 = + 100$ m



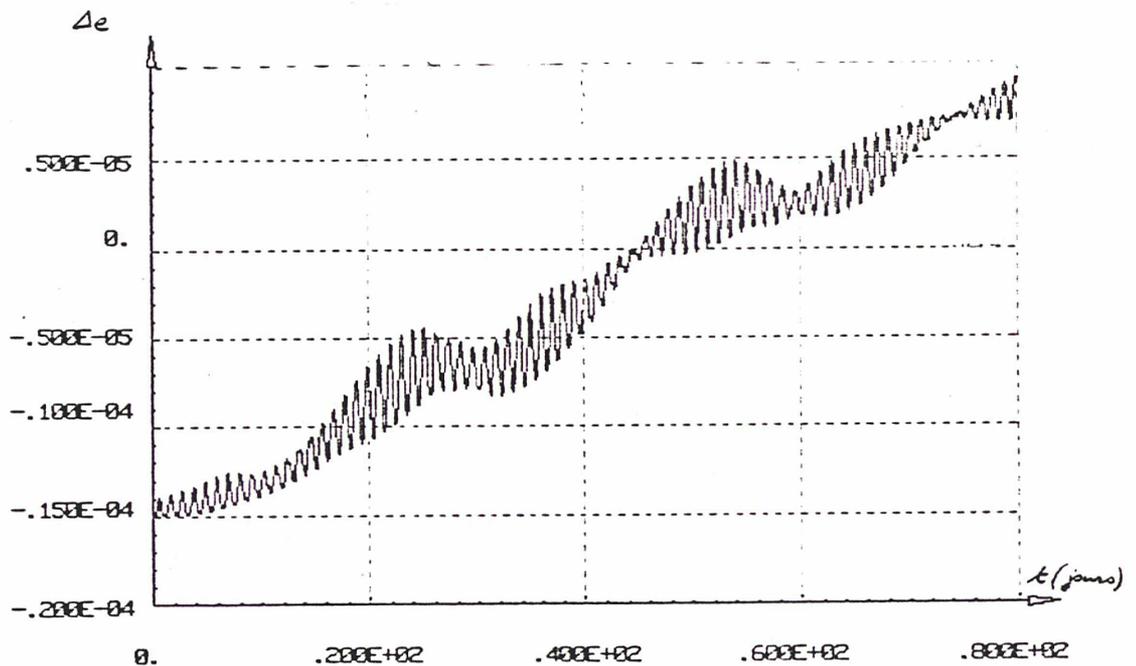
Par rapport au cas où $\Delta a_0 = 0$ (fig. 2.3.a), on constate une légère diminution de la variation de Δa qui ne devient sensible qu'au bout d'une quarantaine de jours. Au bout de cette période, en effet, la différence entre l'écart moyen Δa et l'écart initial Δa_0 est de 12 m dans le cas présent $\Delta a_0 = 100$ m au lieu de 15 m dans le cas $\Delta a_0 = 0$ m. Cette différence de 3 m atteint seulement alors l'ordre de grandeur de l'amplitude des variations à courtes périodes de Δa .

Cette différence entre les évolutions de Δa est évidemment liée directement aux variations de l'écart en longitude que provoque le Δa_0 initial de 100 m. En particulier, en examinant les figures 2.3.h et 2.3.m, on constate que le point stationnaire des variations de Δa atteint au bout de 60 jours, correspond à l'annulation de l'écart en longitude Δl .

- $\Delta e(t)$:

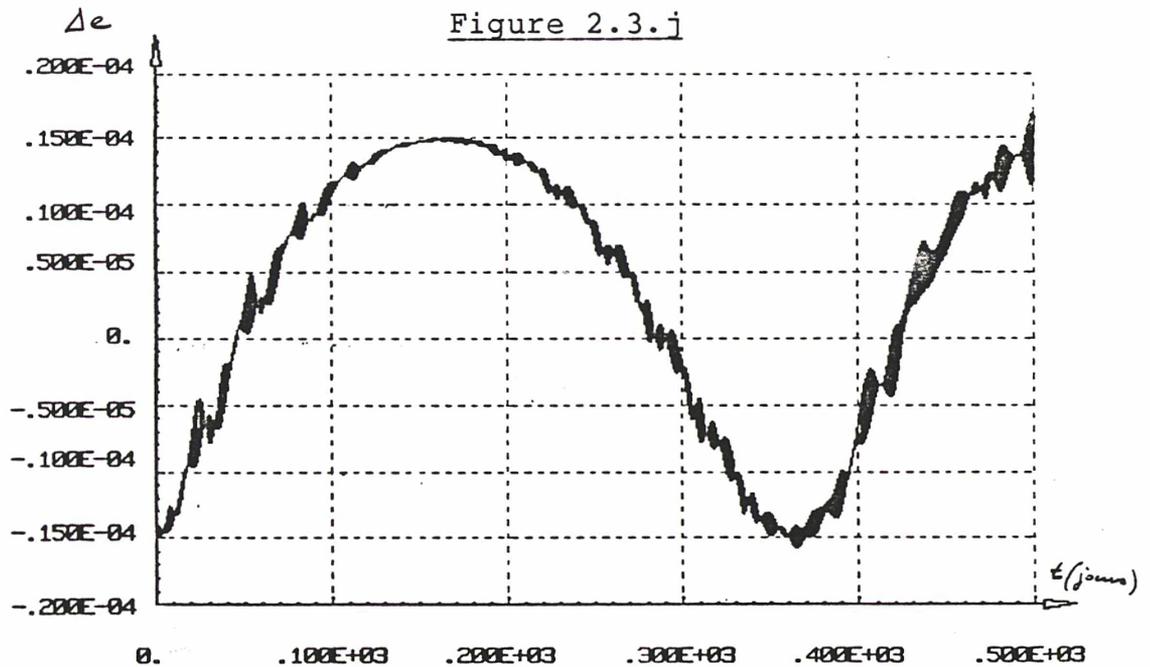
Figure 2.3.i

EVOLUTION SUR 80 JOURS DE L'ECART Δe POUR LE BINOME
DU BULLETIN "B", CENTRE INITIALEMENT A 0° ,
AVEC UN $\Delta e_0 = 1,5 \cdot 10^{-5}$



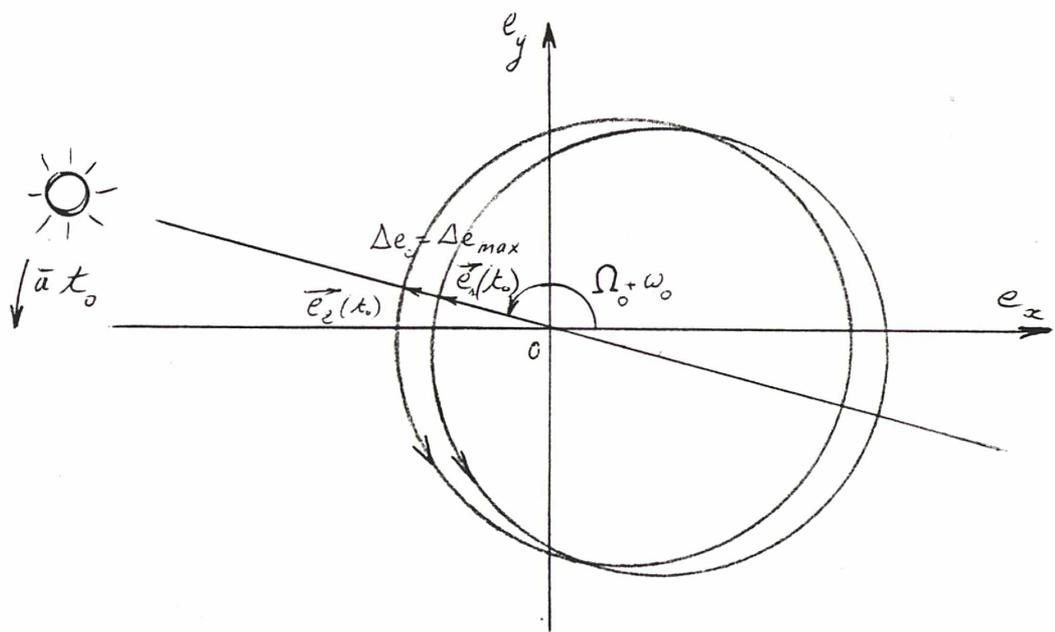
La variation de Δe est beaucoup plus importante que dans le cas où $\Delta e_0 = 0$. Toutefois son amplitude n'atteint l'ordre de grandeur de l'amplitude initiale qu'au bout de 40 jours.

De plus, on peut s'attendre à retrouver pour cette variation de Δe , une période égale à celle des variations de l'excentricité des orbites des deux satellites. Effectivement, en traçant l'évolution de Δe sur 500 jours (fig. 2.3.j), on constate que ces variations présentent une longue période de l'ordre d'une année, c'est-à-dire la période sur laquelle les extrémités des vecteurs excentricités de S_1 et S_2 décrivent leurs ellipses quasi-circulaires respectives. Aussi quelle que soit la valeur initiale de l'écart Δe , ses variations restent bornées, ce qui est évidemment très intéressant pour le contrôle du binôme.



Dans le cas considéré, les vecteurs excentricités initiaux sont à peu près alignés tous les deux dans la direction du soleil. C'est pourquoi la valeur absolue initiale de l'écart Δe_0 constitue la borne supérieure des variations de Δe , comme aide à le comprendre la figure suivante (fig. 2.3.k) représentant le plan des vecteurs excentricités. (On montrera que l'écart $\Delta(\Omega + \omega)$ ne varie que de quelques degrés au plus sur une année).

Figure 2.3.k



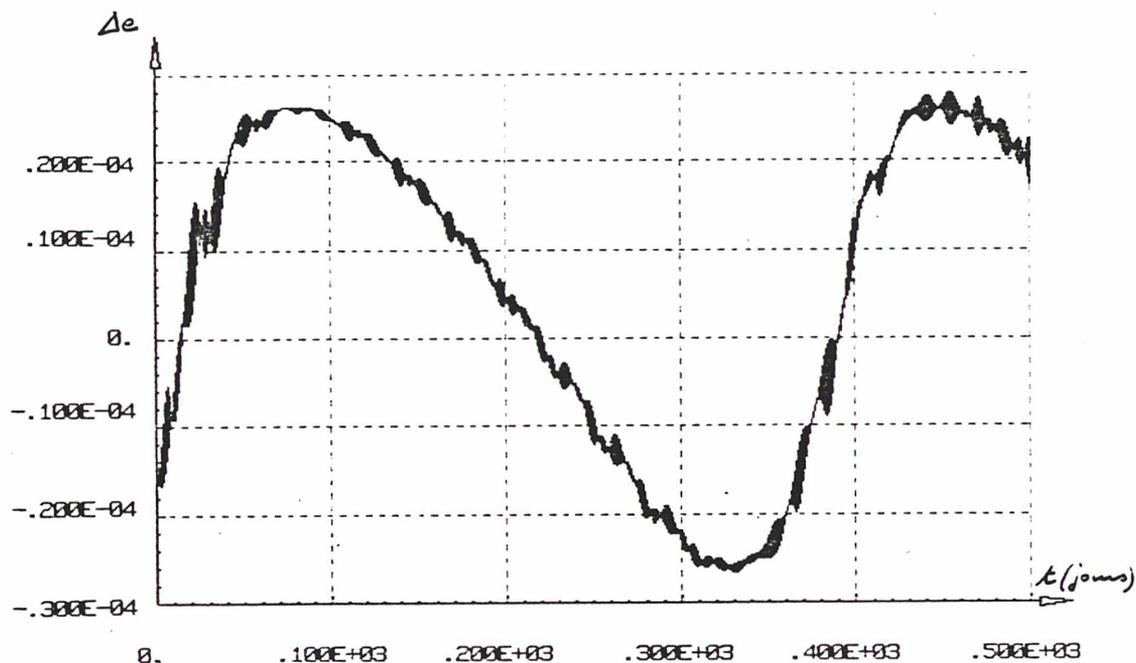
En général, d'une part, la direction initiale des vecteurs excentricités dépend de la stratégie retenue pour le contrôle des excentricités, et, d'autre part, l'écart $\Delta(\Omega + \omega)_0$ initial peut atteindre quelques degrés. Lors de l'étude du contrôle du binôme, il faudra donc évaluer l'écart maximal, Δe_{\max} , pouvant intervenir au cours d'un cycle Est-Ouest à cause de l'éventuel Δe_0 initial.

La figure 2.3.1 présente l'évolution de l'écart Δe correspondant au binôme de bulletin initial suivant, noté bulletin "B*":

- $a_1 = 42165,750$ km	=	$a_2 = 42165,850$ km
- $e_1 = 0,0002125$	=	$e_2 = 0,0001975$
- $i_1 = 0,098$	=	$i_2 = 0,102$
- $\Omega_1 = 268,5^\circ$	=	$\Omega_2 = 271,5^\circ$
- $\omega_1 = 359,5^\circ$	=	$\omega_2 = 1,5^\circ$
- $l_1 = - 0,037^\circ$	=	$l_2 = + 0,037^\circ$

Initialement, on a donc $\Delta(\Omega + \omega)_0 = 6^\circ$ et les périhéliees ne sont pas tout à fait dirigés vers le soleil.

Figure 2.3.1



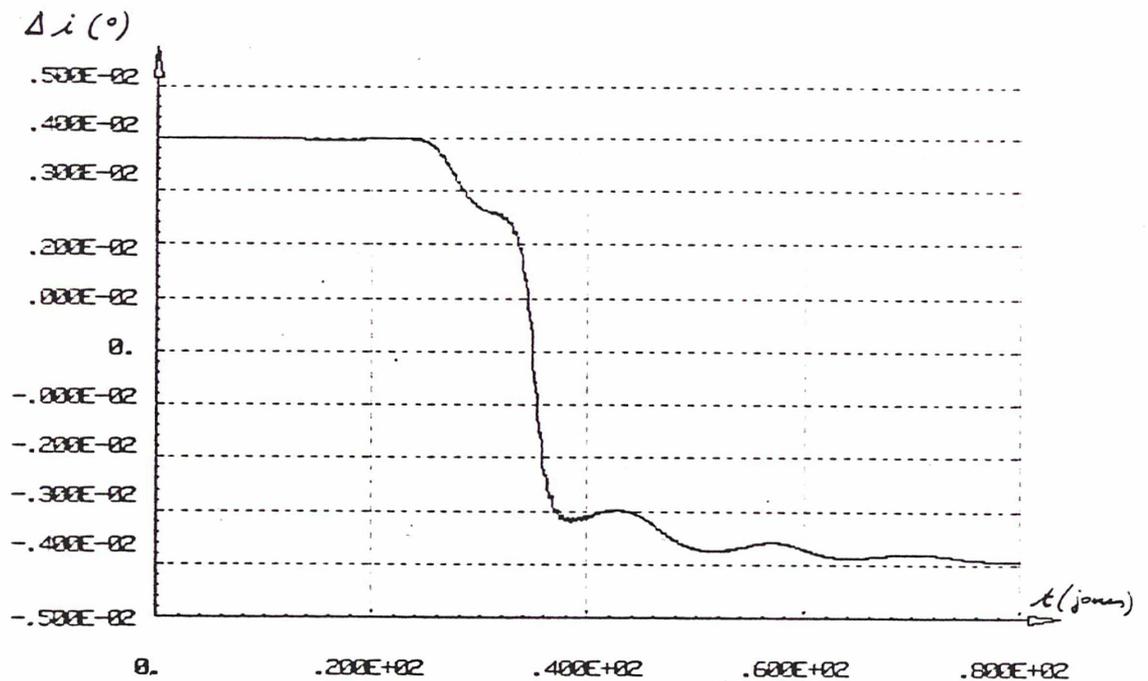
On constate que l'écart Δe atteint avant 50 jours la valeur initiale de $2,6 \cdot 10^{-5}$ très nettement supérieure à la valeur absolue initiale de $1,5 \cdot 10^{-5}$.

Toutefois, la première partie a montré que des écarts Δe de cet ordre de grandeur ($\leq 3 \cdot 10^{-5}$) n'affectaient que très peu les contraintes requises pour maintenir la liaison inter-satellite. Celles-ci, de plus, à cause de l'éventuel Δa positif en particulier, imposent des fréquences de corrections Est Ouest bien inférieures aux 40 jours nécessaires pour rendre sensibles les variations de Δe .

- $\Delta i(t)$:

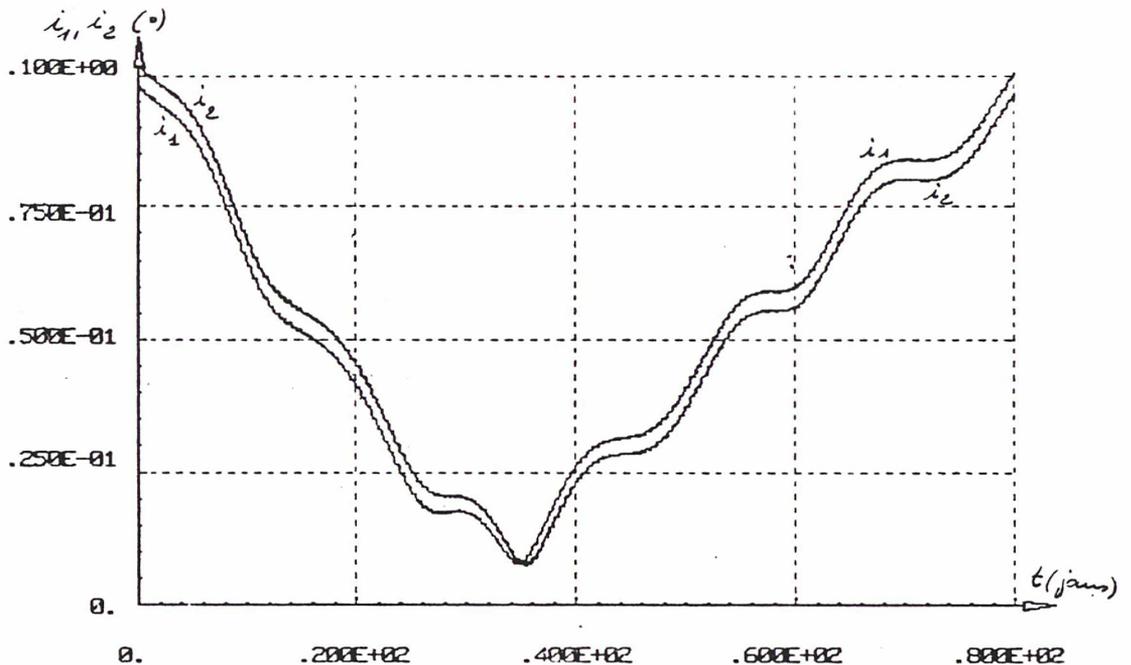
Figure 2.3.m

EVOLUTION SUR 80 JOURS DE L'ECART Δi POUR LE BINOME
DU BULLETIN "B", CENTRE INITIALEMENT A 0° ,
AVEC UN $\Delta i_0 = 4.10^{-3} d^\circ$



On constate que l'écart Δi reste borné par sa valeur initiale de 4.10^{-4} . Il s'annule au bout de 34 jours et atteint une valeur égale et opposée à sa valeur initiale au bout de 80 jours. Cette variation de Δi est évidemment liée directement aux variations des inclinaisons i_1 et i_2 des deux satellites. Ces dernières sont toutes deux présentées sur la figure 2.3.n.

Figure 2.3.n



Les courbes d'évolution $i_1(t)$ et $i_2(t)$ apparaissent quasiment parallèles, décalées en translation de 2 jours au plus. Elles se coupent très près de leurs minimums, à la date où se produit le changement du signe de l'écart Δi .

Ces variations des inclinaisons ont l'allure générale d'une variation d'inclinaison au cours d'un "cycle nord-sud" optimal. Un tel cycle maximise le temps pendant lequel l'inclinaison reste inférieure à l'inclinaison "de contrôle" i_{max} tolérée. On montrera, dans la troisième partie, que pour une date initiale donnée et une inclinaison initiale égale à i_{max} , ce temps dépend uniquement du noeud ascendant initial de l'orbite. L'ascension droite du noeud "optimal" est toujours comprise entre 250° et 290° . Pour la date initiale du 1/1/80: 0 h, avec $i_{max} = 0,1^\circ$, c'est 277° . Dans le cas qui vient d'être présenté, les deux valeurs initiales de Ω_1 et Ω_2 n'en sont pas très éloignées. ($\Omega_1 = 269^\circ,955$ et $\Omega_2 = 270^\circ,045$). Elles rendent donc les évolutions de i_1 et i_2 proches des évolutions optimales que l'on cherchera effectivement à réaliser.

Remarquons aussi que l'écart initial $\Delta\Omega_0$ est ici relativement faible, de l'ordre de $0,1^\circ$. Pour des écarts initiaux $\Delta\Omega_0$ plus importants, on doit s'attendre à des décalages plus sensibles des courbes $i_1(t)$ et $i_2(t)$. Leur intersection, en particulier, peut s'éloigner suffisamment de leurs minimums pour provoquer des écarts Δi supérieurs à l'écart initial.

La figure 2.3.0 présente les courbes $i_1(t)$ et $i_2(t)$ ainsi que l'évolution de Δi correspondant au binôme de bulletin initial suivant "B*" pour lequel initialement $\Delta\Omega_0 = + 3^\circ$.

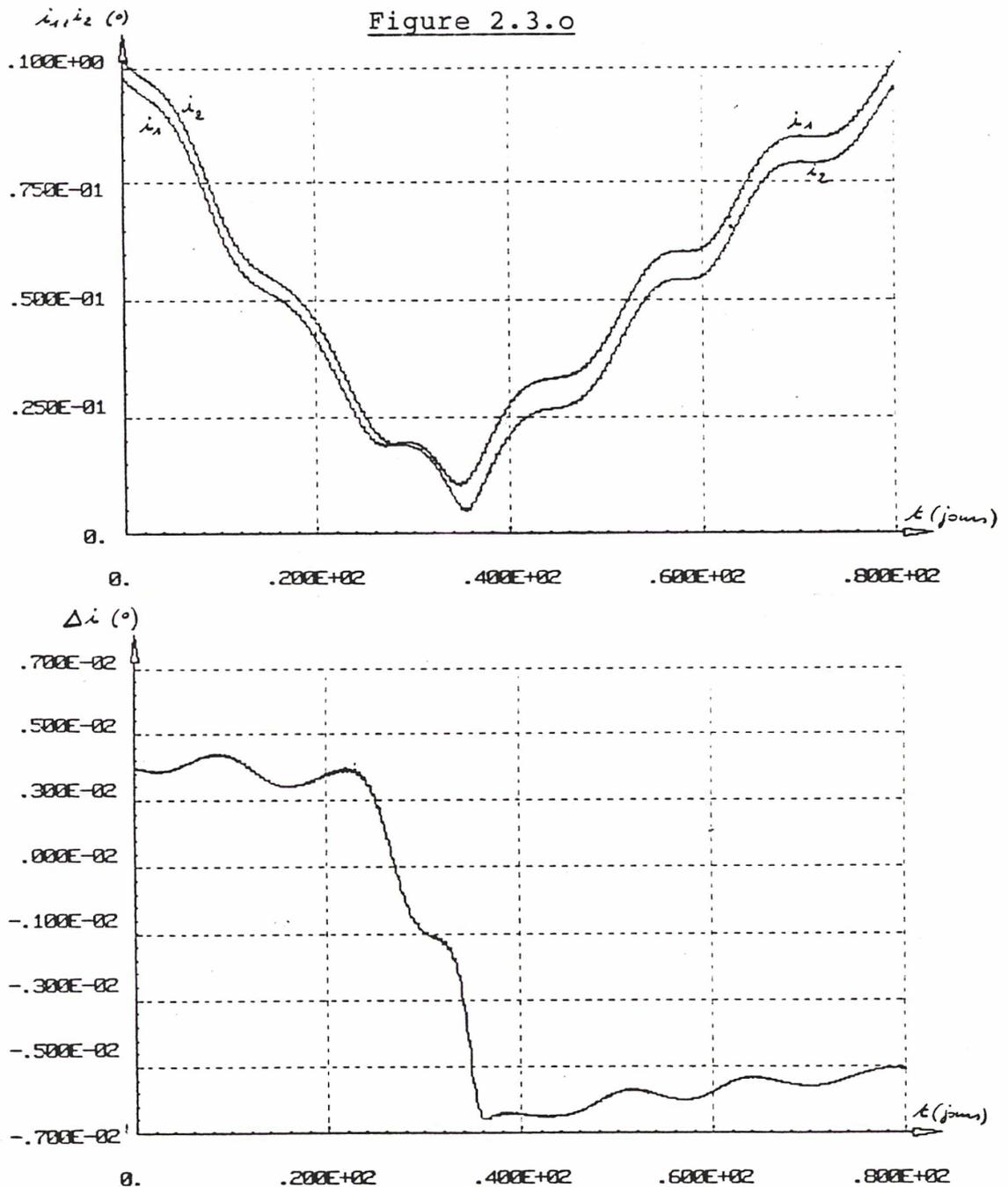
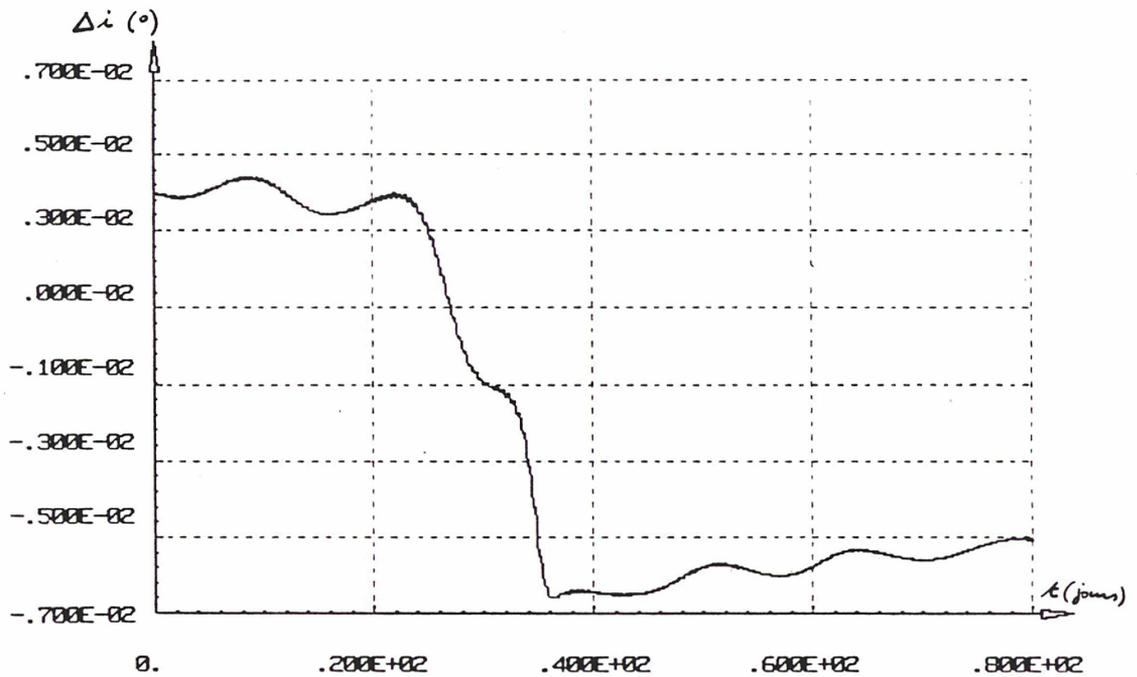


Figure 2.3.o (suite)



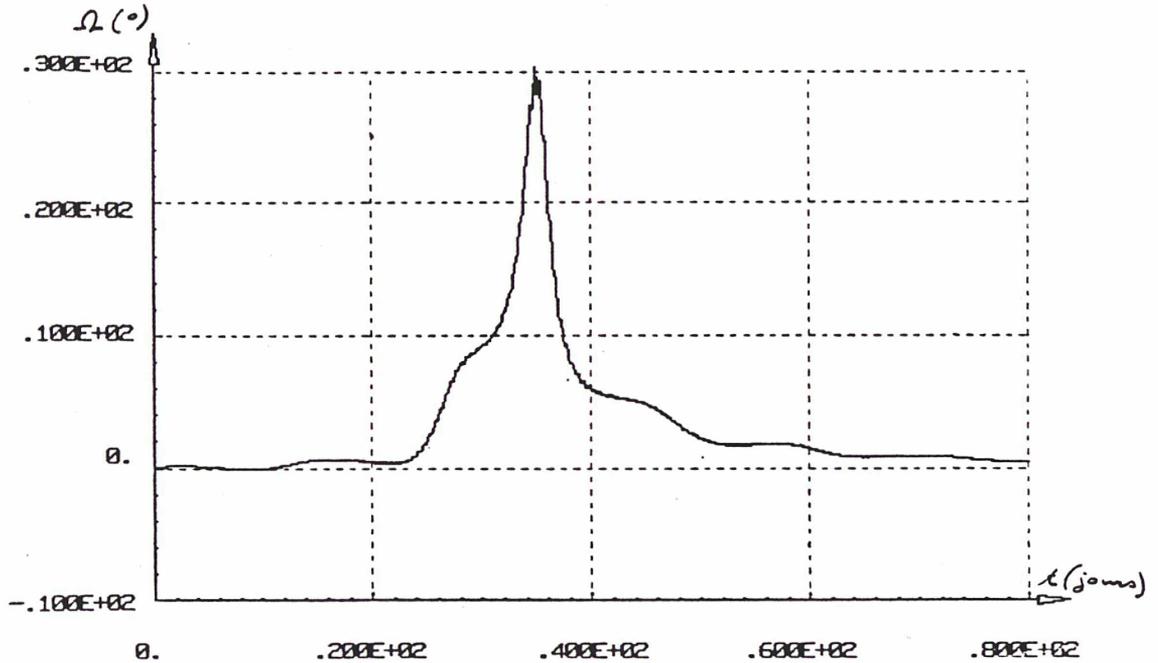
On constate que l'écart Δi atteint avant la "mi-cycle" une valeur absolue de $6,7 \cdot 10^{-3}$ d° nettement supérieure à sa valeur initiale de $4 \cdot 10^{-3}$ d°. Lors de l'étude du contrôle du binôme, il sera donc important d'évaluer l'écart maximal, Δi_{max} , pouvant intervenir au cours d'un cycle Nord-Sud à cause des Δi_0 et $\Delta \Omega_0$ initiaux.

Le paragraphe 1.5.3 de la première partie a montré, en effet, l'influence sensible d'écarts Δi de l'ordre de $3 \cdot 10^{-3}$ d° à $7 \cdot 10^{-3}$ d° sur les contraintes requises par la liaison inter-satellites.

- $\Delta\Omega(t)$:

Figure 2.3.p

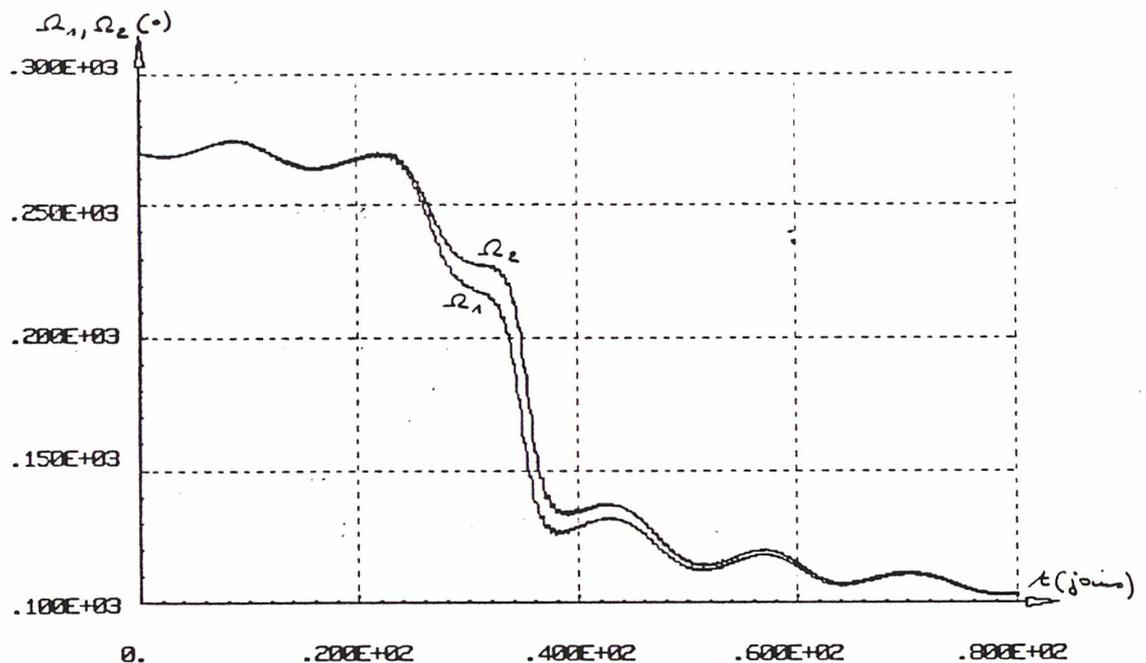
EVOLUTION SUR 80 JOURS DE L'ECART $\Delta\Omega$ POUR LE BINOME DU BULLETIN "B" CENTRE INITIALEMENT A 0° AVEC $\Delta\Omega_0 = 9.10^{-2} d^\circ$



Le pic, tout à fait remarquable, présenté par la variation de l'écart $\Delta\Omega$ peut, a priori, faire craindre le pire du point de vue de la liaison inter-satellites. Il convient donc d'examiner soigneusement ce phénomène.

Physiquement, il s'explique aisément. On comprend bien, en effet, que le noeud ascendant d'une orbite est d'autant plus affecté par la rotation du plan orbital que ce plan est faiblement incliné. Or, on vient de montrer qu'un écart initial en inclinaison Δi_0 décalait dans le temps les passages des orbites à leur inclinaison minimale, au cours d'un cycle nord-sud quasi-optimal. Aussi, les fortes variations des noeuds ascendants qui interviennent aux inclinaisons minimales sont elles décalées d'autant, engendrant ainsi le pic important (30°) constaté sur l'écart $\Delta\Omega$. Pour mieux visualiser ce phénomène, on présente sur la figure 2.3.q les variations des noeuds ascendants Ω_1 et Ω_2 des deux satellites.

Figure 2.3.g



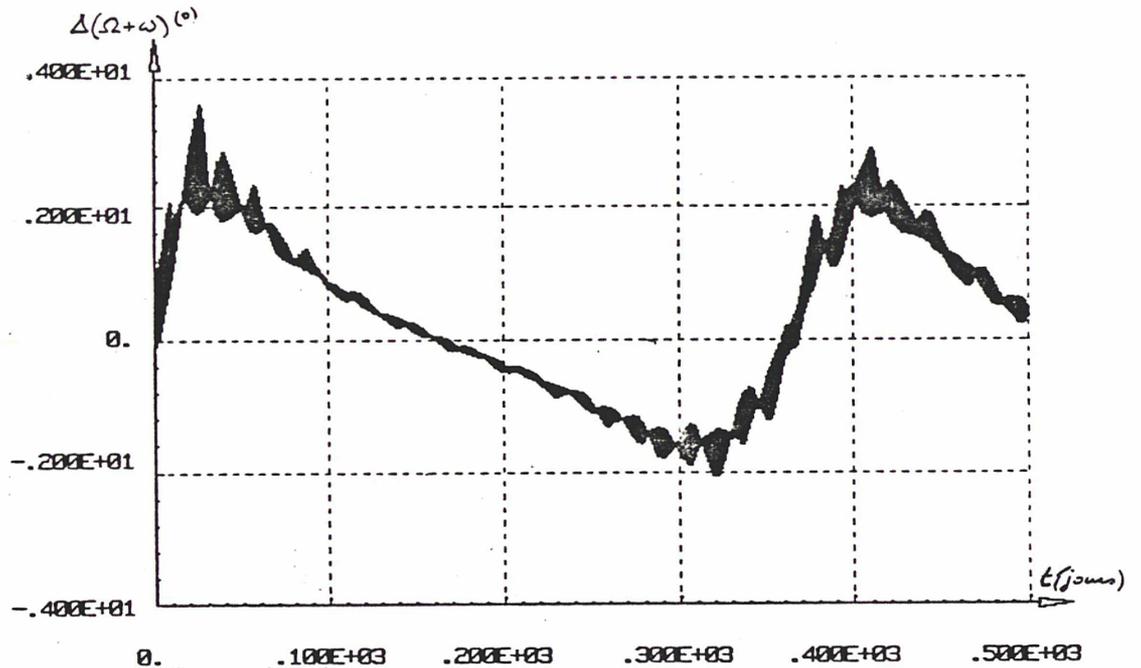
L'écart $\Delta\Omega$ atteint donc une valeur maximale de 30° au 35^e jour après la date initiale. A cette date, les inclinaisons sont de l'ordre de 10^{-3} d°. (Cf. fig. 2.3.n).

En se rapportant aux courbes présentées sur la figure 1.5.d, on constate qu'un tel couple de valeurs ($\Delta\Omega, i$) se situe au-dessus de la limite supérieure calculée pour l'excentricité de $2 \cdot 10^{-4}$ considérée, dans le cas défavorable où $\Delta\omega = +\Delta\Omega$. Il convient donc d'examiner les variations de l'écart sur la somme $\Omega + \omega$.

On a déjà annoncé, entre parenthèses, lors de l'étude de l'évolution de Δe que l'écart $\Delta(\Omega + \omega)$ ne variait que de quelques degrés au plus sur une année. On peut même, en fait, prévoir pour cette variation une période annuelle, telle que la présente les variations des vecteurs excentricités et de Δe .

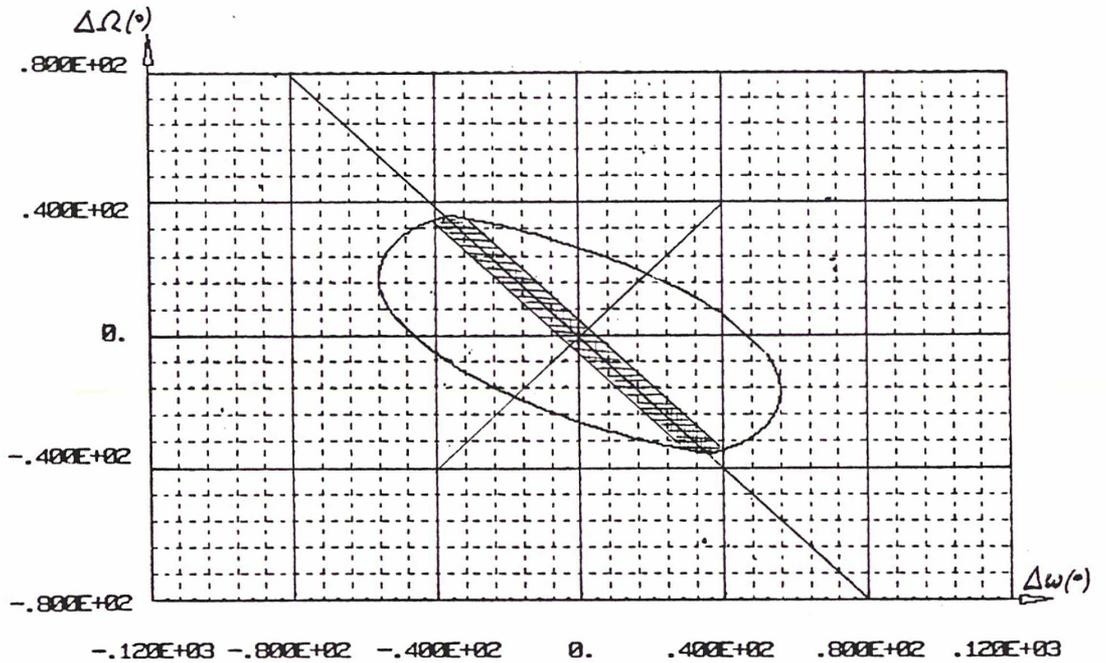
Pour vérifier ces présomptions, on présente sur la figure 2.3.r l'évolution sur 500 jours de l'écart $\Delta(\Omega + \omega)$.

Figure 2.3.r



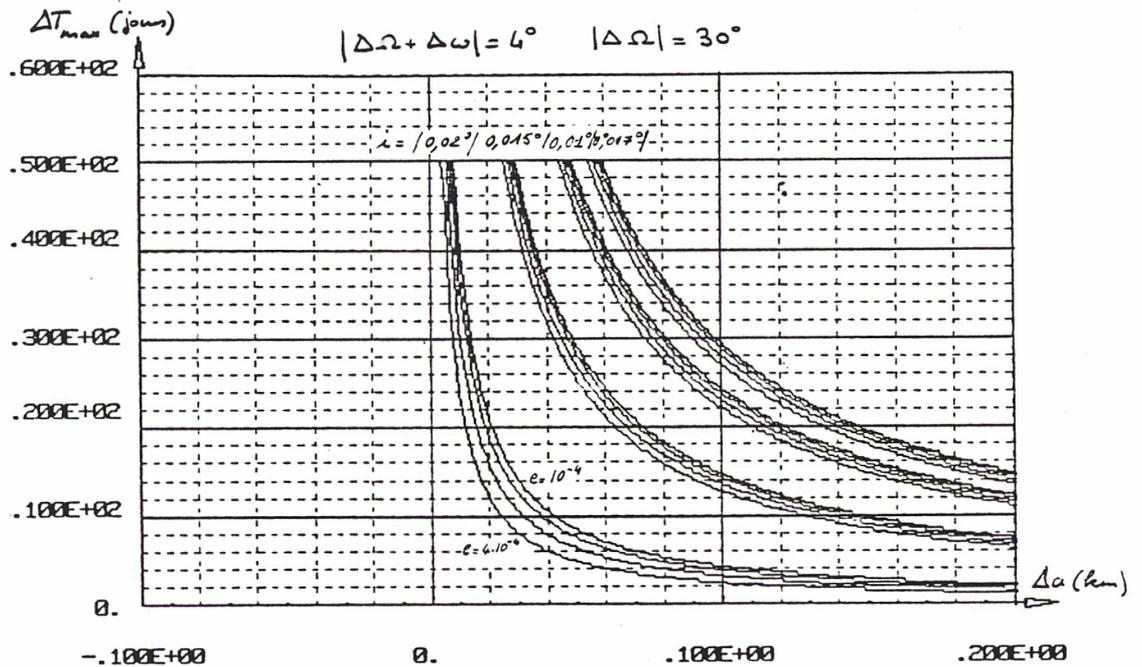
La longue période des variations de $\Delta(\Omega + \omega)$ apparaît clairement. Des courtes périodes s'y ajoutent, habituelles pour les vecteurs excentricités, mais l'amplitude de l'écart $\Delta(\Omega + \omega)$ reste inférieure à 4° . Ainsi, les points effectivement atteints du plan $\Delta\omega, \Delta\Omega$ sont toujours situés entre les droites $\Delta(\Omega + \omega) = + 4^\circ$ et $\Delta(\Omega + \omega) = - 4^\circ$. Les domaines admissibles de ce plan, présentés dans la première partie sur la figure 1.5.c, montrent alors que l'on peut tolérer des écarts $\Delta\Omega$ jusqu'à 32° dès que les inclinaisons sont inférieures à $0,02^\circ$. La figure 2.3.s reproduit le domaine $(\Delta\omega, \Delta\Omega)$ correspondant à cette valeur de i , avec dessus tracées les droites frontières $\Delta(\Omega + \omega) = \pm 4^\circ$.

Figure 2.3.s



Pour tenir compte, en plus, des éventuels écarts sur les éléments métriques, Δa , Δe et Δi on peut tracer les courbes Δa , ΔT_{\max} présentées au chapitre 1.5 de la première partie. La figure 2.3.t présente les courbes de Δa , ΔT_{\max} correspondant à un $\Delta\Omega = 30^\circ$ avec $\Delta\Omega + \Delta\omega = \pm 4^\circ$, pour différentes inclinaisons "faibles" comprises entre $0,007^\circ$ et $0,02^\circ$, et différentes excentricités entre 10^{-4} et $6 \cdot 10^{-4}$. L'écart Δe est pris égal à sa valeur maximale sur l'année: $1,5 \cdot 10^{-5}$. L'écart Δi , à sa valeur maximale atteinte sur 80 jours: $0,004^\circ$, valeur très supérieure, en fait, aux valeurs de Δi correspondant aux fortes variations de $\Delta\Omega$ comme le montre la courbe d'évolution $\Delta i(t)$ sur la figure 2.3.m.

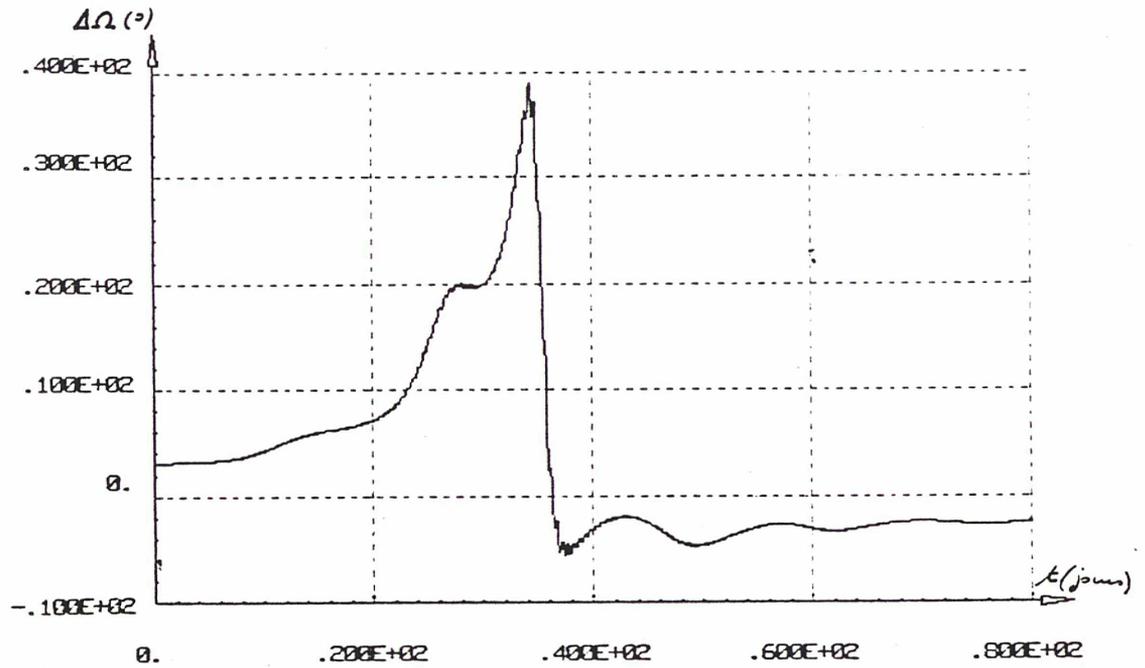
Figure 2.3.t



Avec un écart initial en longitude $\Delta l_0 = 0,07^\circ$ et un $\Delta a_0 = 100$ m, pour une inclinaison $i = 0,015^\circ$, la liaison peut être maintenue entre 13 et 15 jours suivant les valeurs de l'excentricité. Or, le passage de l'écart $\Delta\Omega$ à son maximum de 30° ne dure pas plus d'un jour. (Précisément $\Delta\Omega$ reste supérieur à 10° pendant 6 jours avec i_1 et i_2 inférieurs à $0,02^\circ$). Les jours de reste autorisent un rapprochement en longitude $\delta(\Delta l)$ de l'ordre de $0,02^\circ$.

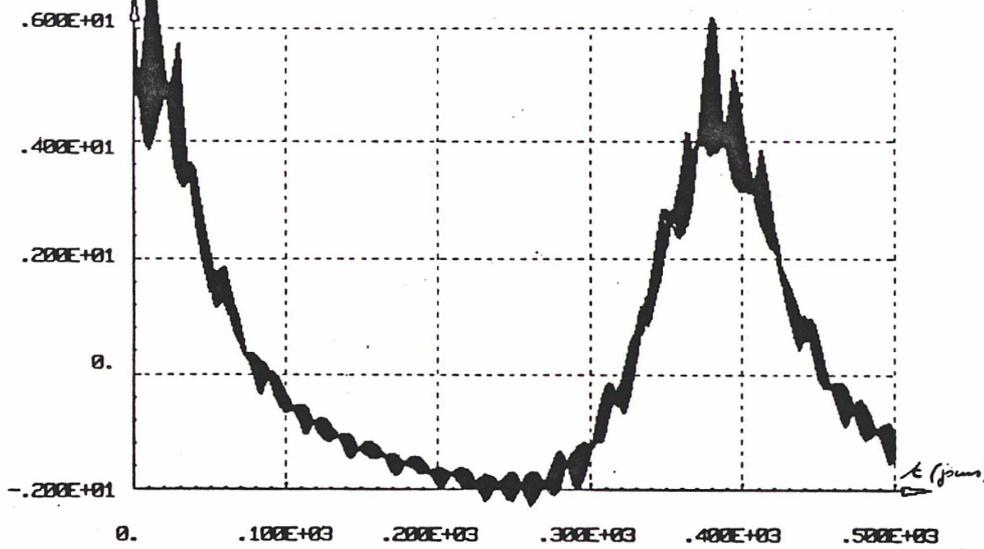
Il reste à regarder comment se modifient ces résultats obtenus pour un écart initial $\Delta\Omega_0$ de l'ordre de $0,1^\circ$, quand celui-ci est de quelques degrés. La figure 2.3.u présente l'évolution de l'écart $\Delta\Omega$ correspondant au bulletin "B*" pour lequel initialement $\Delta\Omega_0 = +3^\circ$.

Figure 2.3.u

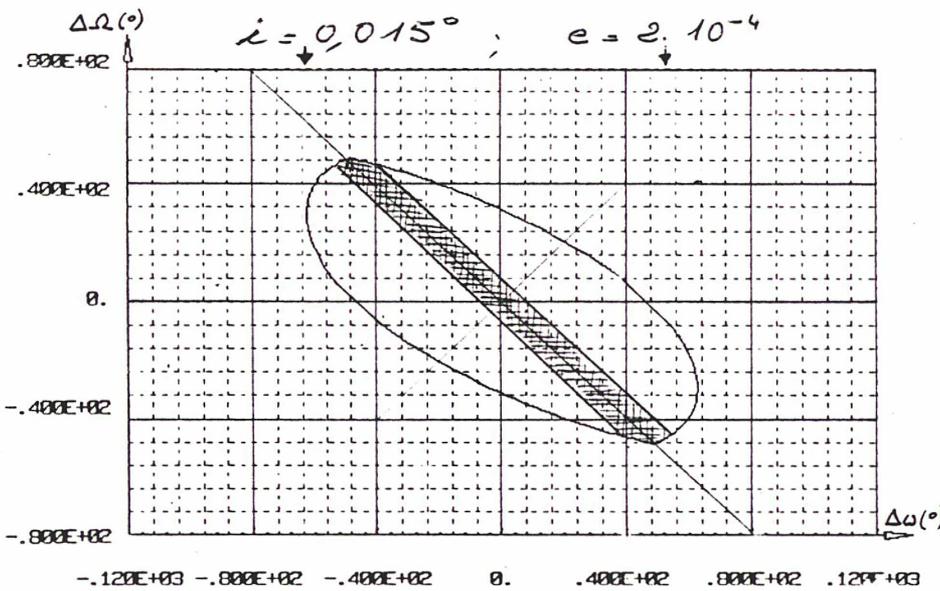


Les variations de $\Delta\Omega$ sont sensiblement plus importantes puisque l'écart reste supérieur à 10° pendant près de 14 jours et atteint un maximum de 40° au lieu de 30° . En se reportant aux courbes $i(t)$ présentées sur la figure 2.3.o, on constate que ces valeurs de $\Delta\Omega$ correspondent à des inclinaisons comprises entre $0,01^\circ$ et $0,025^\circ$.

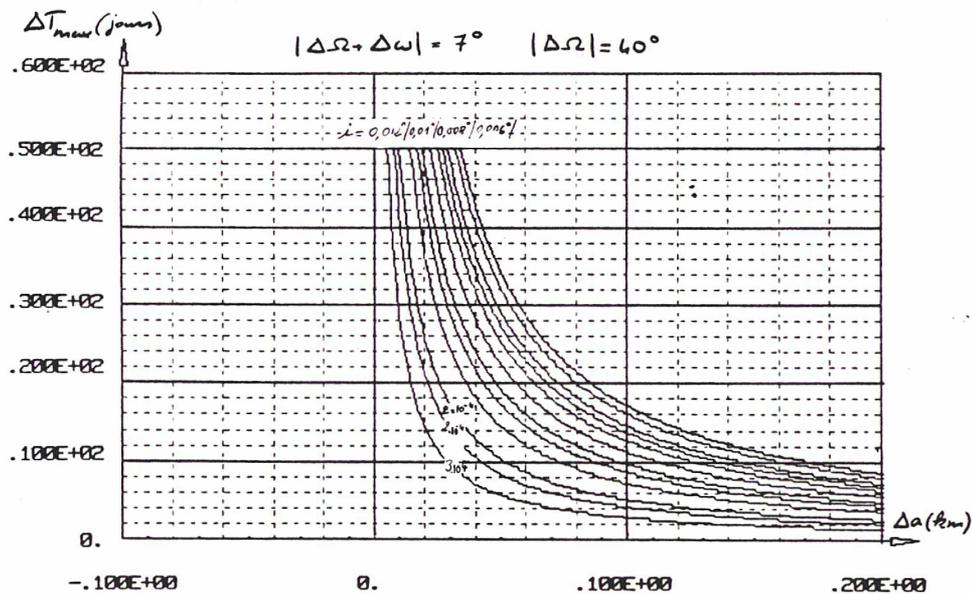
$\Delta(\Omega + \omega)^{(\circ)}$ On refait alors le "parcours" précédent:



Variation de $\Delta(\Omega + \omega)$:
 $|\Delta(\Omega + \omega)| \leq 7^\circ$



Ecart $\Delta\Omega = \pm 40^\circ$
admissible dès que $i \leq 0,015^\circ$



$\Delta e = |\Delta e|_{\max} = 2,6 \cdot 10^{-5}$

$\Delta i = |\Delta i|_{\max} = 0,007^\circ$

Avec initialement $\Delta l_0 = 0,07^\circ$, la liaison est maintenue 9 jours pour $\Delta a = + 100$ m avec $e = 2.10^{-4}$ et $i = 0,01^\circ$. Or la figure 2.3.0 montre que cette valeur de l'inclinaison est bien supérieure à la valeur minimale de $0,006^\circ$ atteinte par i_2 quand l'écart $\Delta\Omega$ est à son maximum de 40° . Un rapprochement en longitude de l'ordre de $0,01^\circ$ est donc tolérable.

Ce dernier cas présenté montre que des écarts de quelques degrés entre les noeuds ascendants initiaux peuvent engendrer des écarts de plusieurs dizaines de degrés dont le maximum ne correspond pas forcément aux plus faibles écarts des inclinaisons.

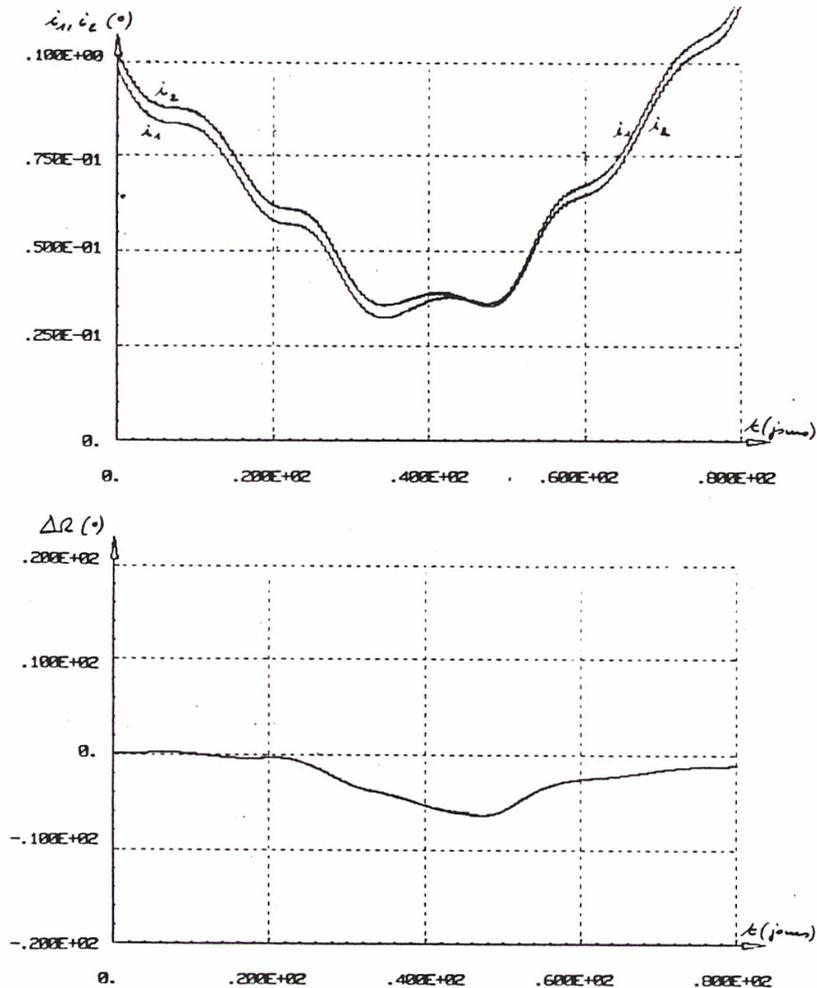
On a toutefois montré que la liaison inter-satellite pouvait être maintenue, sans problème pendant les quelques jours où interviennent les fortes variations de l'écart $\Delta\Omega$, mais en supposant que l'écart en longitude correspondant à la date du pic était de $0,07^\circ$. Or, le maximum de $\Delta\Omega$ pour un cycle nord-sud classique à $i_{\max} = 0,1^\circ$ ne se produit pas avant 30 jours, à la mi-cycle environ, quand l'inclinaison est minimale. L'étude du paragraphe 1.5.3, dans la première partie, a conclu qu'une telle période de 30 jours était très dangereuse, du point de vue de la liaison pour des écarts initiaux $\Delta l_0 = 0,07^\circ$, $\Delta a = + 100$ m, $\Delta\Omega = \Delta\omega = 3^\circ$.

En fait, si $\Delta l_0 = 0,07^\circ$ initialement, un $\Delta a_0 = + 100$ m produit un $\Delta l \approx 0,03^\circ$, 30 jours après, au moment du pic. Il est donc important de souligner ici la nécessité de corriger l'écart en longitude sur des périodes plus courtes que celles de tels cycles nord-sud. Ces corrections seront évidemment réalisées par les classiques corrections Est-Ouest dont la période est justement inférieure, en général, à celle des corrections nord-sud.

La liaison inter-satellites ajoutera donc aux contraintes du maintien à poste des satellites une contrainte de synchronisation supplémentaire des cycles. Il sera intéressant, en particulier, de prévoir des corrections en longitude précédant de quelques jours seulement les minimums d'inclinaison. On pourra également envisager d'éviter de trop faibles inclinaisons, quitte à s'éloigner un peu des cycles nord-sud "optimaux".

Pour illustrer cette possibilité, la figure 2.3.v présente les courbes d'évolution $i(t)$ et $\Delta\Omega(t)$ du binôme correspond au premier bulletin orbital "B" proposé mais pour une date initiale différente: le 1 Avril 1990.

Figure 2.3.v

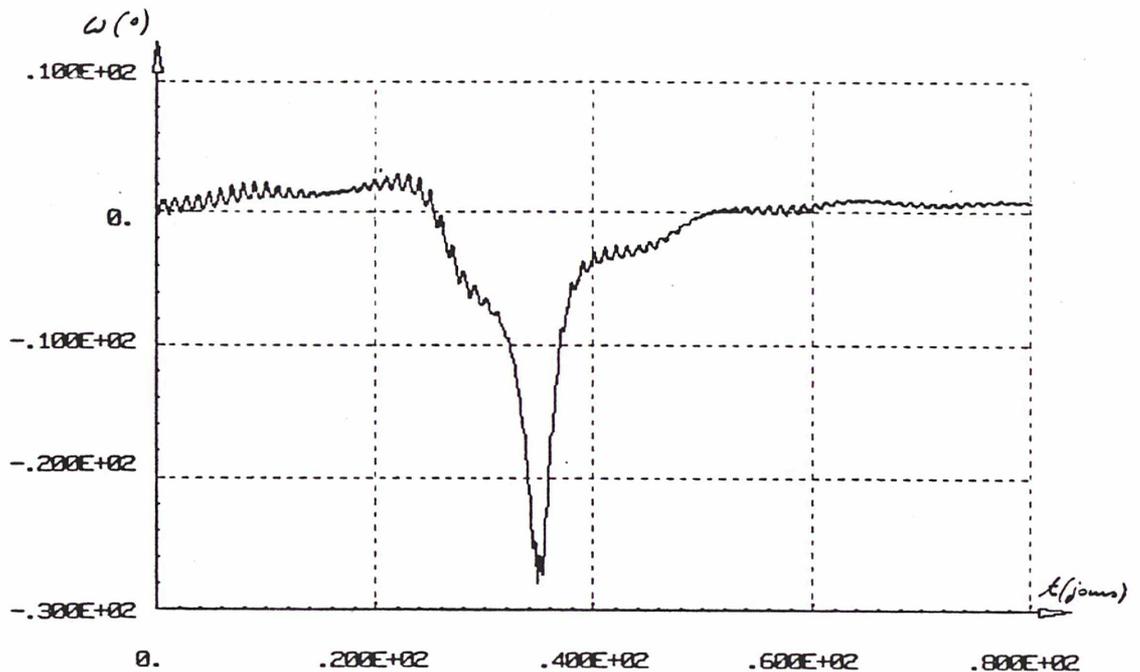


Les noeuds ascendants initiaux proches de 270° (avec $\Delta\Omega_0 = 0,1^\circ$) sont encore plus éloignés du noeud optimal de 253° pour cette date. Quelques 5 jours sont perdus sur la durée du cycle optimal de 76 jours. Mais aussi, les inclinaisons minimales atteintes sont moins faibles ($\approx 0,03^\circ$) et, corrélativement, la variation de l'écart $\Delta\Omega$ moins importante (de l'ordre de 6°). Remarquons, pour finir, qu'il est possible d'atteindre des inclinaisons minimales aussi peu faibles sans s'éloigner autant du cycle optimal qui, lui-même, ne passe pas forcément par les plus faibles inclinaisons.

- $\Delta\omega(t)$:

Figure 2.3.w

EVOLUTION SUR 80 JOURS DE L'ECART $\Delta\omega$ POUR LE BINOME
DU BULLETIN "B", CENTRE INITIALEMENT A 0° ,
AVEC UN $\Delta\omega_0 = 0,1^\circ$

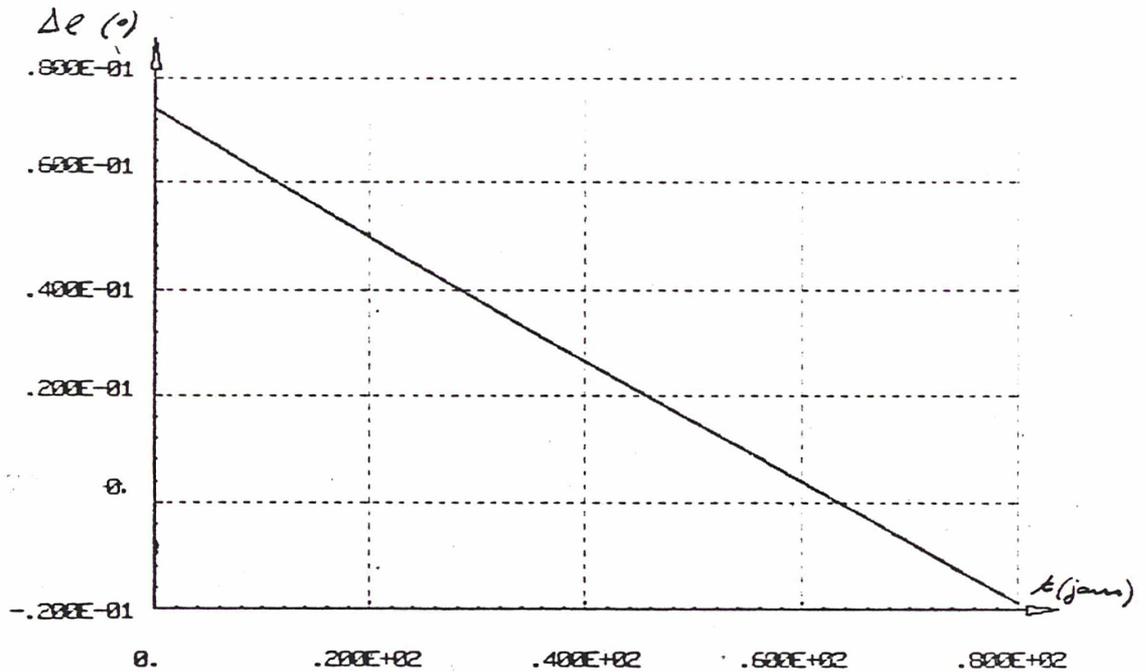


L'évolution de l'écart $\Delta\omega$ est directement corrélée à celle de l'écart $\Delta\Omega$. On a montré, en effet, que l'écart $\Delta(\Omega + \omega)$ ne variait que de quelques degrés sur une période annuelle. Aussi, l'effet de la variation de l'écart $\Delta\omega$ sur la liaison inter-satellites a-t-il été examiné implicitement lors de l'étude des variations de $\Delta\Omega$.

- $\Delta l(t)$:

Figure 2.3.x

EVOLUTION SUR 80 JOURS DE L'ECART Δl POUR LE BINOME
DU BULLETIN "B", CENTRE INITIALEMENT A 0° ,
AVEC UN $\Delta l_0 = 0,074^\circ$



Il apparaît que l'effet provoqué par l'écart initial positif de 100 mètres sur les demi grand-axes absorbe très nettement les effets du potentiel terrestre sur l'évolution de l'écart en longitude Δl . Le paragraphe 2.3.2 a montré que ces effets tendaient systématiquement à éloigner les deux satellites des binômes situés en des longitudes "occidentales" (-30° , 0°). Aussi, le rapprochement que provoque le $\Delta a_0 = + 100$ m se fait-il moins vite que s'il n'y avait pas l'effet perturbateur du potentiel terrestre. Sans ce dernier, en effet, l'annulation du Δl se ferait dès le 57^e jour ($= 0,0074^\circ / 1,28 \cdot 10^{-3}$), au lieu du 64^e jour constaté sur la figure 2.3.x. Remarquons que l'écart initial proposé $\Delta l_0 = 0,074^\circ$ présente une différence "favorable" de $+ 0,004^\circ$ par rapport à l'écart nominal. Une différence opposée de $- 0,004^\circ$ diminue les durées précédentes d'environ 3 jours.

De toutes façons, on peut dire que le potentiel terrestre fait "gagner du temps", en quelque sorte, aux binômes de satellites occidentaux.

Pour mieux concrétiser les résultats obtenus, on présente sur la figure suivante 2.3.y les traces orbitales d'un binôme dans un repère géostationnaire lié à son centre nominal. De telles traces ont déjà été proposées à la fin du chapitre précédent. On rappelle que l'axe \bar{z} est parallèle à l'axe nord-sud, dirigé vers le nord. L'axe \bar{y} est tangent à l'arc géostationnaire dirigé vers l'est.

Le binôme considéré ici est le binôme "B*" pour lequel initialement:

$$\begin{aligned}\Delta a_0 &= + 100 \text{ m} & \Delta e_0 &= 1,5 \cdot 10^{-5} & \Delta i_0 &= 4 \cdot 10^{-3}^\circ \\ \Delta \Omega_0 &= + 3^\circ & \Delta \omega_0 &= + 3^\circ & \Delta l_0 &= 0,074^\circ\end{aligned}$$

Les traces présentées correspondent à l'évolution du binôme au cours du 35^e jour pour lequel les Δi et $\Delta \Omega$ sont maximaux. En ce jour:

$$\begin{aligned}\Delta i &= - 0,006^\circ & ; & e \leq 1,4 \cdot 10^{-5} \\ \Delta \Omega &\leq 40^\circ & ; & \Delta(\Omega + \omega) \leq 3^\circ \\ \Delta l &\leq 0,032^\circ.\end{aligned}$$

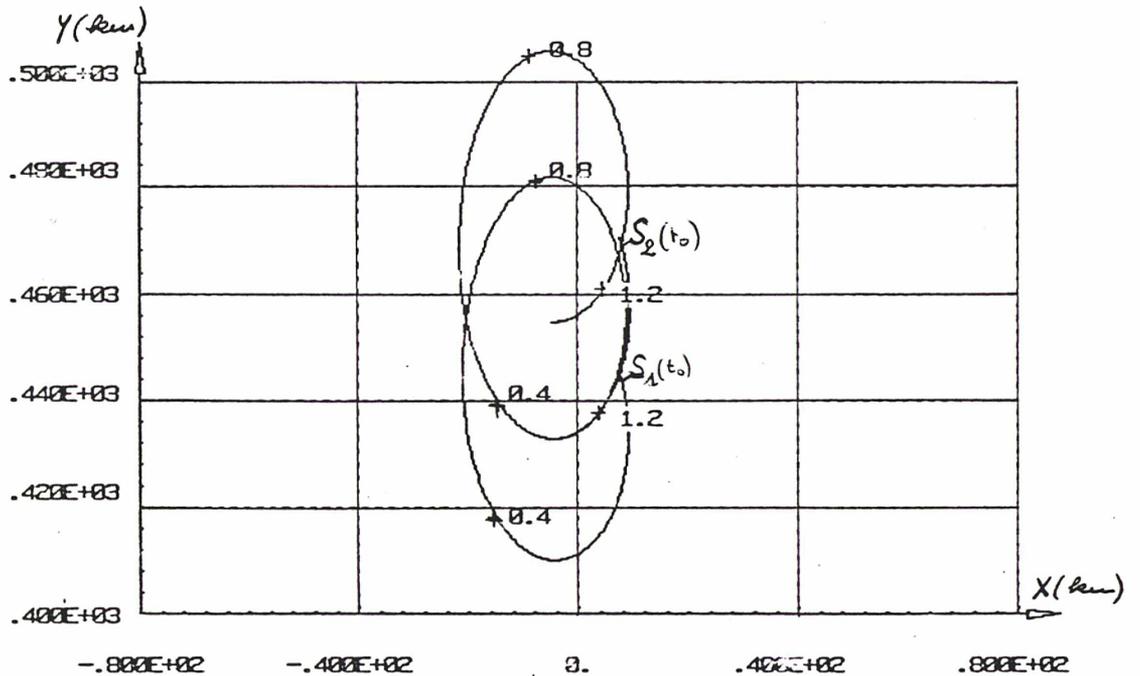
On constate que si l'écart en x est négligeable (Δe et $\Delta(\Omega + \omega)$ faibles), l'écart maximal de 5 km atteint en z au cours du jour est incompatible avec la condition de liaison pour l'écart de 24 km en y qui lui correspond.

$$\left(\text{Arctg} \frac{\Delta z}{\Delta y} = \text{Arctg} \frac{5}{24} > 10^\circ\right).$$

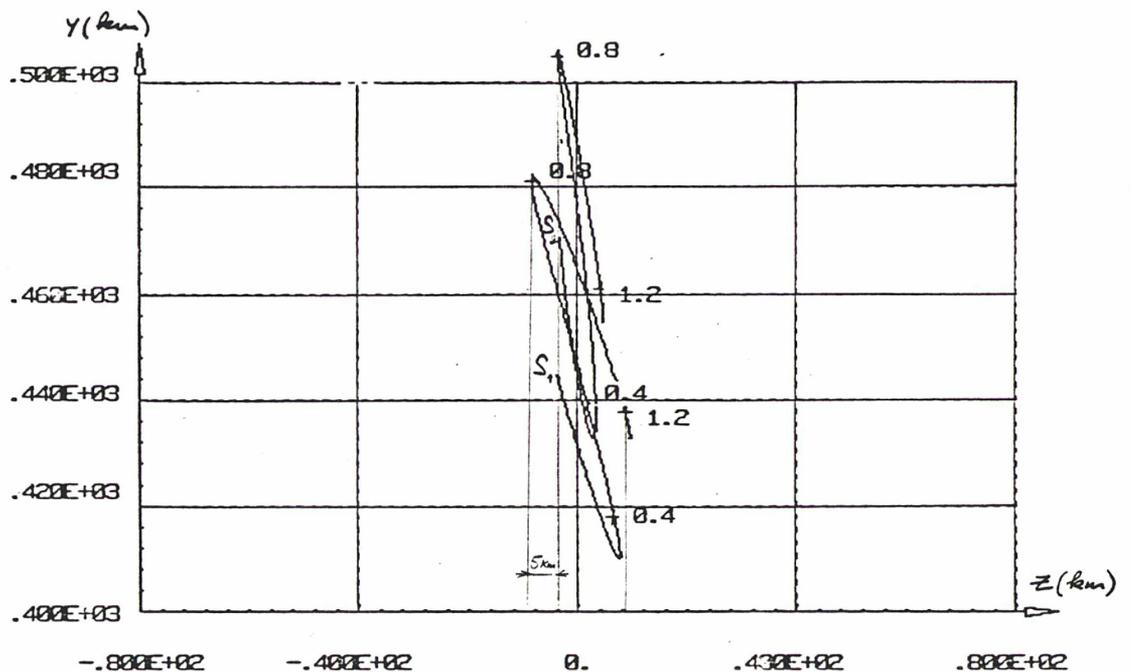
L'effet "physique" des écarts Δi et $\Delta \Omega$ apparaît donc très clairement. Pour éviter que ces écarts deviennent "dangereux" du point de vue de la liaison inter-satellites, il est nécessaire de corriger l'écart en longitude Δl avant l'intervention des valeurs maximales du Δi et $\Delta \Omega$. L'écart minimal en longitude tolérable, pour un écart en z de 5 km, est de l'ordre de $0,04^\circ$.

Figure 2.3.y

PROJECTIONS, DANS LE PLAN EQUATORIAL, DES ORBITES DU BINOME DANS UN REPERE GEOSTATIONNAIRE A 0° DE LONGITUDE



PROJECTIONS, DANS LE PLAN PERPENDICULAIRE AU RAYON VECTEUR, DES ORBITES DU BINOME DANS LE MEME REPERE



2.3.3 - Influence d'une différence de produits $C_p.S/M$

Une différence de produit $C_p.S/M$ entre les deux satellites du binôme affecte essentiellement les écarts en excentricité Δe et en ascension droite des périgées $\Delta(\Omega + \omega)$.

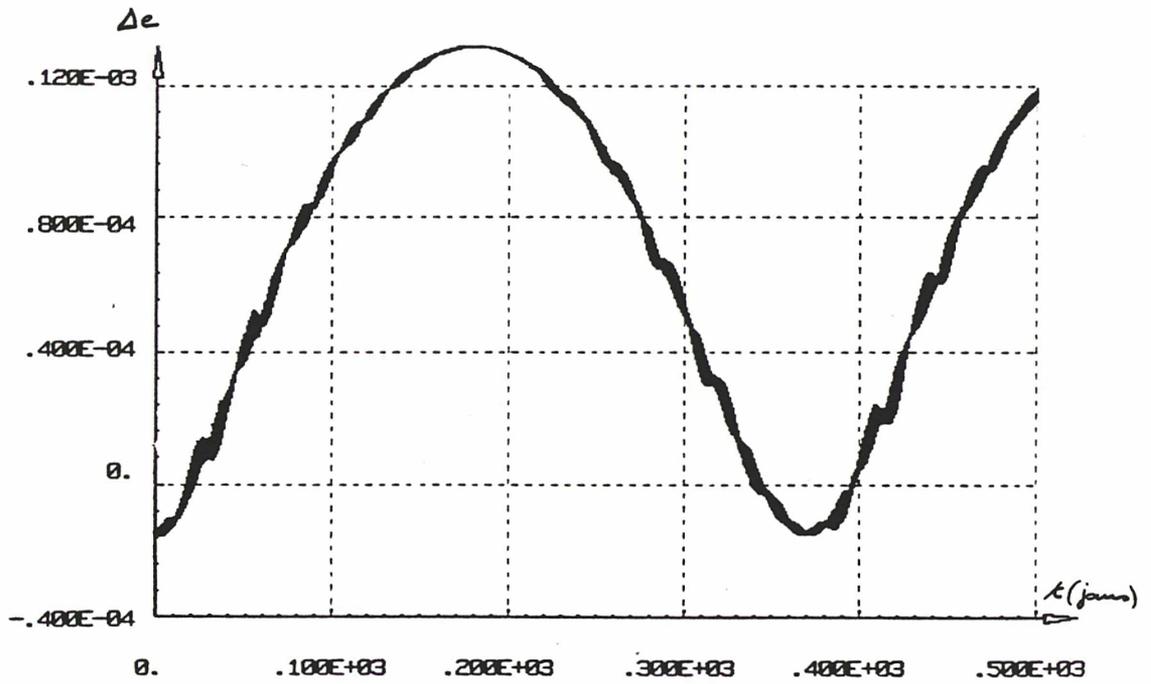
Pour donner une idée de l'importance de ces effets, on a simulé l'évolution orbitale d'un binôme de bulletin "B" dans le cas où le satellite S_2 présente un produit $C_p.S/M$ supérieur de 10 % à celui de S_1 . $(C_p.S/M)_2 = 1,1 (C_p.S/M)_1$.

La figure 2.3.z présente les variations des écarts Δe et $\Delta(\Omega + \omega)$. On constate que l'écart en excentricités peut atteindre sur l'année des valeurs 10 fois plus importantes que l'écart initial $\Delta e_0 = 1,5 \cdot 10^{-5}$. Ces valeurs, qui sont de l'ordre de grandeur des excentricités elles-mêmes (10^{-4}), ne correspondent qu'à des variations de l'écart $\Delta(\Omega + \omega)$ inférieures à 10° , mais risquent d'être dangereuses pour la liaison inter-satellites. Toutefois, sur une période de 40 jours, la variation de Δe , de l'ordre de grandeur de l'écart initial Δe_0 , reste inoffensive. Un contrôle d'orbite respectant la liaison inter-satellite est donc envisageable pour un tel binôme "dissymétrique" par les $C_p.S/M$. Ce contrôle, toutefois, impose une correction périodique de l'écart Δe , c'est-à-dire des corrections différenciées des excentricités des orbites. Ces corrections, dont l'efficacité dépend principalement des ascensions droites où elles sont réalisées seront difficiles à synchroniser. Aussi, pour rester dans le cadre d'un maintien à poste de binôme n'impliquant qu'un minimum de multiplications de manœuvres par rapport au maintien à poste du satellite "solitaire", l'étude de la 3ème partie sera limitée au cas où les 2 satellites présentent des produits $C_p.S/M$ égaux à 1 % près.

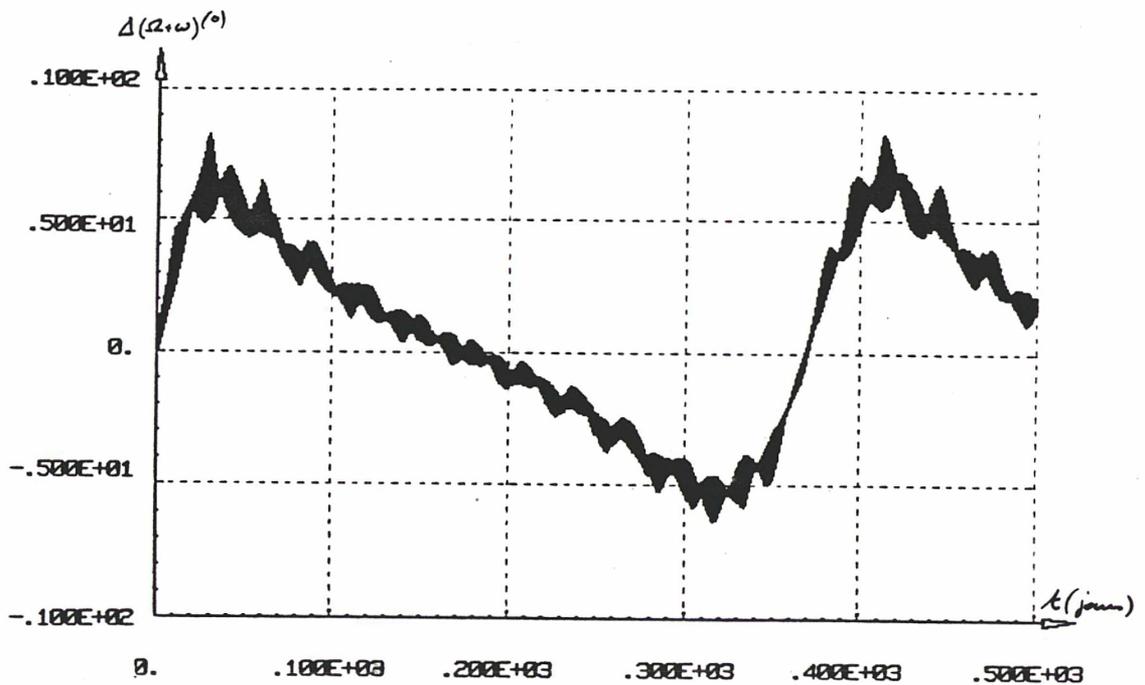
Figure 2.3.z

VARIATION DE L'ECART Δe SUR 500 JOURS POUR UN BINOME DE

BULLETIN "B" AVEC $(C_p.S/M)_2 = 1,1.(C_p.S/M)_1$



VARIATION CORRESPONDANTE DE L'ECART $\Delta(\Omega + \omega)$



CONCLUSION

L'étude présentée dans la deuxième partie a montré que l'évolution du binôme, décrite par le vecteur $\vec{S}_1\vec{S}_2(t)$, était directement liée aux écarts initiaux entre les éléments orbitaux des deux satellites.

De faibles écarts par rapport aux éléments nominaux peuvent engendrer sur des périodes de temps de l'ordre du mois des variations du vecteur $\vec{S}_1\vec{S}_2$ suffisantes pour que ne soit plus respectée la condition de liaison inter-satellites établie dans la première partie.

Le contrôle périodique de ces écarts, ainsi rendu nécessaire, va entraîner des contraintes spécifiques sur la stratégie de maintien à poste définie dans la troisième partie.

Le plus déterminant pour ces contraintes est l'écart en longitude, Δl , fonction quasi-linéaire de l'écart sur les demi grand-axes, Δa . Pour des valeurs convenables de Δl , les écarts sur les vecteurs inclinaisons, Δi , $\Delta \Omega$, ne sont pas contraignants.

Quant aux écarts sur les vecteurs excentricités, Δe , $\Delta(\Omega + \omega)$, pourvu que les satellites présentent des produits $C_p.S/M$ égaux, ils sont pratiquement "inoffensifs". Toutefois, comme les autres écarts, ils rendent plus délicat le problème de la synchronisation des manoeuvres de contrôle orbital.

11/10/84
TdT = 410A

Doc. n° 217 CA/TS
Page 124

TROISIEME PARTIE

BINOME CONTROLE

SOMMAIRE

INTRODUCTION

3.1 - MAINTIEN A POSTE D'UN SATELLITE GEOSTATIONNAIRE

- 3.1.1 - Présentation du problème
- 3.1.2 - Effet d'une impulsion $\Delta\vec{V}$ sur une orbite quasi-
géostationnaire
- 3.1.3 - Contrôle Nord-Sud
- 3.1.4 - Contrôle Est-Ouest

3.2 - PRECISION DU MAINTIEN A POSTE

- 3.2.1 - Les erreurs de réalisation des corrections
- 3.2.2 - Les erreurs de restitution d'orbite
- 3.2.3 - Les perturbations non considérées

3.3 - MAINTIEN A POSTE D'UN BINOME GEOSTATIONNAIRE AVEC CON- TRAINTTE DE LIAISON INTER-SATELLITES

- 3.3.1 - Objectifs du maintien à poste
- 3.3.2 - Contraintes imposées par la liaison aux cycles
de contrôle
- 3.3.3 - Corrections principales du maintien à poste
- 3.3.4 - Synchronisation des manoeuvres et corrections
d'ajustement
- 3.3.5 - Cycle de maintien à poste du binôme

CONCLUSION

INTRODUCTION

Après description du maintien à poste des satellites géostationnaires classiques, on examine les imprécisions affectant sa réalisation.

En tenant compte de ces imprécisions, on définit pour le binôme un cycle de contrôle orbital visant à maintenir les deux satellites dans une même fenêtre de $\pm 0,1^\circ$ avec un mouvement relatif permettant la liaison inter-satellites.

La stratégie de Contrôle n'utilise pas cette liaison. Elle est recherchée avec le souci d'une adaptation mineure des procédures habituellement suivies par les stations-sol.

3.1 - MAINTIEN A POSTE D'UN SATELLITE GEOSTATIONNAIRE

3.1.1 - Présentation du problème

La deuxième partie a montré comment les perturbations naturelles modifient l'orbite du satellite géostationnaire et l'écartent de sa position nominale. Il est donc nécessaire de tolérer un écart en longitude et en latitude et d'effectuer des corrections d'orbite pour maintenir en permanence le satellite à l'intérieur de ces "fenêtres".

Il existe plusieurs façons de corriger l'orbite suivant les équipements dont dispose le satellite. Dans la suite, nous nous placerons dans le cas le plus classique où le système de contrôle d'orbite utilise des actuateurs à faible niveau de poussée (quelques newtons).

Les corrections d'orbites sont alors pratiquement des impulsions provoquant un changement instantané des paramètres d'orbite. Ces impulsions correspondent à une modification ΔV du vecteur vitesse à position constante.

Elaborer une stratégie de maintien à poste consiste à rechercher un maintien à poste optimal. Le critère majeur est la minimisation de la somme des modules des impulsions, c'est-à-dire la minimisation de la masse d'ergol et son utilisation la plus économique pendant la durée de vie du satellite.

Toutefois, d'autres facteurs sont à prendre en compte, et, en premier lieu, la charge de travail du centre d'opération. Chaque manoeuvre de correction est une opération complexe et leur nombre doit rester limité. En plus des critères de consommation d'ergol, il faut prendre en considération des critères de souplesse des opérations (simplicité, répétitivité, fiabilité). Notons enfin que le problème est rendu stochastique par les erreurs affectant la restitution d'orbite et la réalisation des corrections.

3.1.2 - Effet d'une impulsion $\Delta\vec{V}$ sur une orbite quasi-géostationnaire

On examine ici l'effet d'une correction impulsionnelle sur les paramètres adaptés à l'orbite géostationnaire. Ces paramètres ont été définis dans la deuxième partie. On rappelle que:

- a désigne le demi grand axe de l'orbite
- \vec{e} le vecteur excentricité de composantes:

$$\begin{cases} e_x = e \cdot \cos(\Omega + \omega) \\ e_y = e \cdot \sin(\Omega + \omega) \end{cases}$$

- \vec{i} le vecteur inclinaison des composantes:

$$\begin{cases} i_x = i \cdot \cos \Omega \\ i_y = i \cdot \sin \Omega \end{cases}$$

- l la longitude moyenne du satellite

$$l = \Omega + \omega + M - \theta \quad \text{avec } \theta = \text{temps sidéral.}$$

L'instant où est effectuée la correction est repéré par l'ascension droite du satellite notée α_I .

$$\alpha_I = \Omega + \omega + v \quad \text{avec } v : \text{anomalie vraie.}$$

En utilisant des développements au premier ordre en e et i , la position instantanée du satellite décrite par sa distance r au centre terre, sa longitude réelle λ et sa latitude φ s'écrit:

$$\begin{cases} r = a - a_s(e_x \cdot \cos \alpha_I + e_y \cdot \sin \alpha_I) \\ \lambda = l + 2 \cdot e_x \cdot \sin \alpha_I - 2 \cdot e_y \cdot \cos \alpha_I \\ \varphi = i_x \cdot \sin \alpha_I - i_y \cdot \cos \alpha_I \end{cases}$$

D'autre part, dans le repère orbital local défini par:

- \vec{N} : perpendiculaire au plan de l'orbite du satellite dirigé vers le nord
- \vec{R} : suivant l'axe centre terre satellite dirigé de la terre vers le satellite
- \vec{T} : perpendiculaire à \vec{R} et \vec{N} dirigé dans le sens de la vitesse.

Les composantes de la vitesse sont données par les formules suivantes (au premier ordre en e et i), V_S désignant

la vitesse géostationnaire ($V_S = \sqrt{\frac{\mu}{a_S}}$).

$$\begin{cases} V_N = a_S \dot{\varphi} = V_S (i_x \cdot \cos \alpha_I + i_y \cdot \sin \alpha_I) \\ V_T = a_S (\dot{\lambda} + \dot{\theta}) = V_S - 3/2 \cdot n_S (a - a_S) + 2V_S (e_x \cos \alpha_I + e_y \sin \alpha_I) \\ V_R = \dot{r} = V_S (e_x \sin \alpha_I - e_y \cos \alpha_I) \end{cases}$$

Soit ΔV_N , ΔV_T , ΔV_R les composantes de la correction impulsionnelle dans ce même repère. Les écarts induits sur les éléments orbitaux s'obtiennent par résolution des six équations obtenues en écrivant que:

- r , λ , φ sont inchangés pendant la manoeuvre (correction impulsionnelle)
- V_N , V_T , V_R deviennent $V_N + \Delta V_N$, $V_T + \Delta V_T$, $V_R + \Delta V_R$

Les écarts obtenus sur les éléments orbitaux s'écrivent:

$$\left\{ \begin{array}{l} \Delta a = 2 \frac{a_s \cdot \Delta V_T}{V_s} \\ \Delta e_x = 2 \frac{\Delta V_T}{V_s} \cdot \cos \alpha_I + \frac{V_R}{V_s} \cdot \sin \alpha_I \\ \Delta e_y = 2 \frac{\Delta V_T}{V_s} \cdot \sin \alpha_I - \frac{V_R}{V_s} \cdot \cos \alpha_I \\ \Delta i_x = \frac{\Delta V_N}{V_s} \cdot \cos \alpha_I \\ \Delta i_y = \frac{\Delta V_N}{V_s} \cdot \sin \alpha_I \\ \Delta l = - \frac{2}{V_s} \cdot \Delta V_R \end{array} \right.$$

La figure 3.1.a représente l'effet d'une impulsion dans les plans:

- longitude moyenne/demi grand-axe
- excentricité
- inclinaison.

Les impulsions étant exprimées en m/s, les variations orbitales s'écrivent:

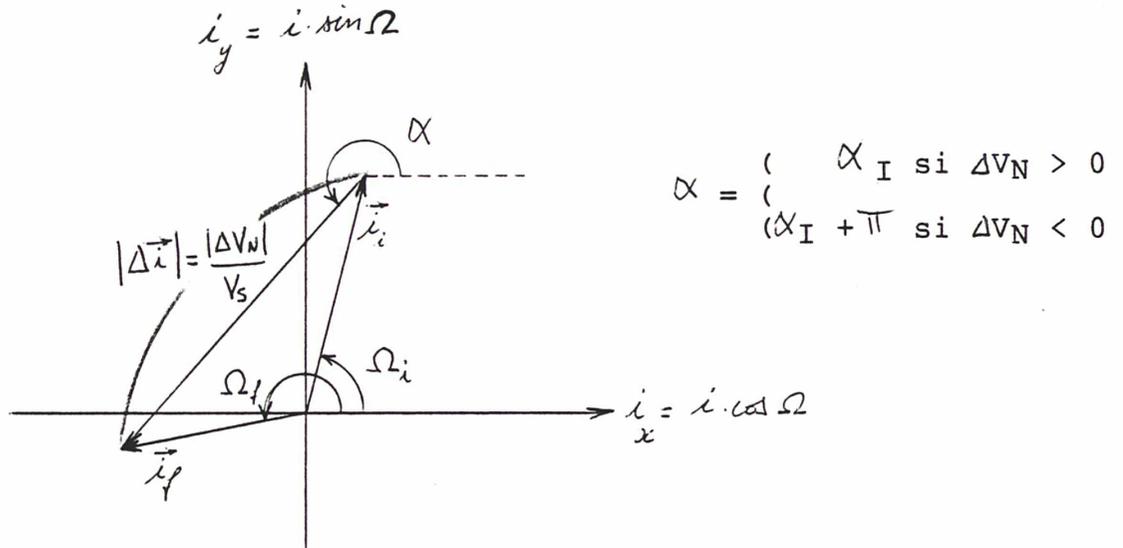
$$\left\{ \begin{array}{l} |\Delta a| \text{ (km)} = 4,5226 \cdot 10^{-3} \cdot \Delta V_T \\ |\Delta l| \text{ (deg)} = 0,01863 \cdot \Delta V_N \\ |\Delta \vec{e}| = 6,504 \cdot 10^{-4} \cdot \Delta V_T \text{ ou } 3,252 \cdot 10^{-4} \cdot \Delta V_R \\ |\Delta \vec{i}| = 0,01863 \cdot \Delta V_N \end{array} \right.$$

On peut noter que:

- le plan de l'orbite n'est sensible qu'aux impulsions normales,
- le demi grand-axe n'est affecté que par des corrections tangentielles,

- l'excentricité est affectée par des corrections tangentielle ou radiales, mais les corrections tangentielles sont deux fois plus efficaces que les radiales.

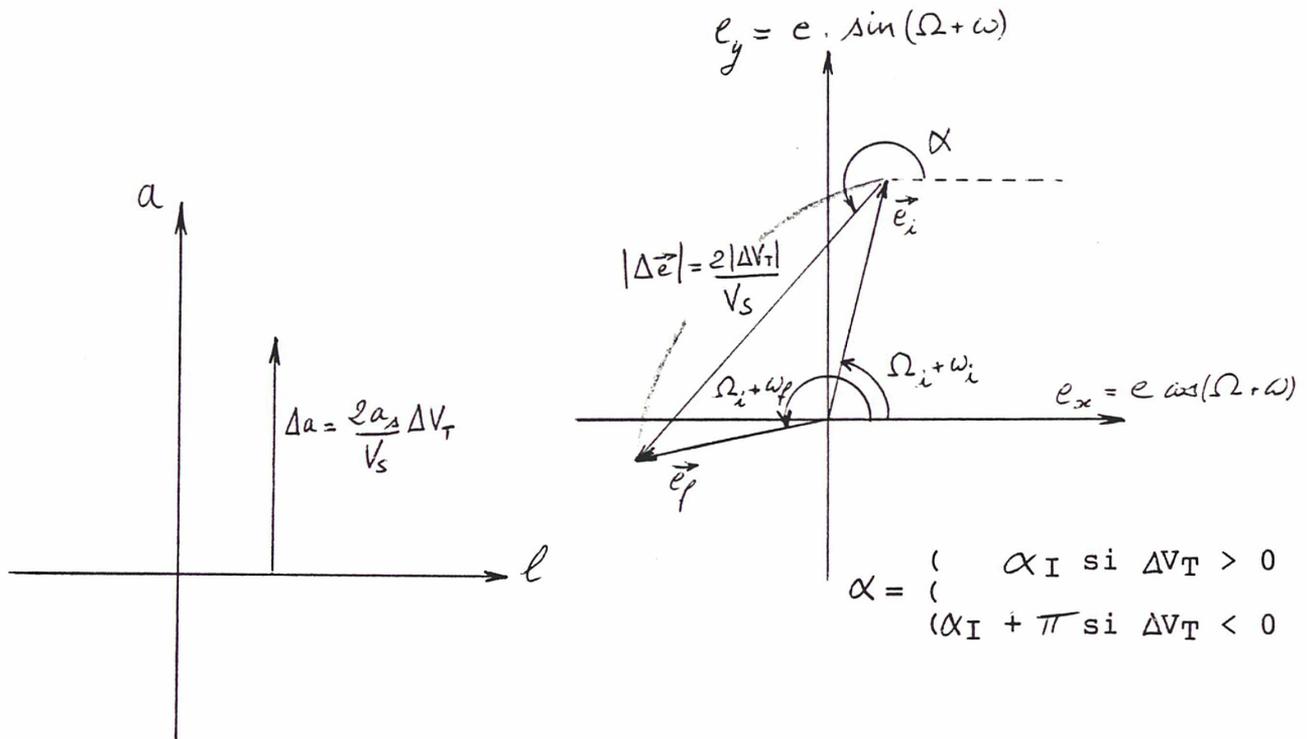
Figure 3.1.a



Remarque : si $|\vec{i}_f| = |\vec{i}_i| = i$, $|\Delta \vec{i}| = 2i \cdot \sin \frac{\Delta \Omega}{2}$

Changement de vecteur inclinaison dû à une impulsion ΔV_N normale au plan de l'orbite.

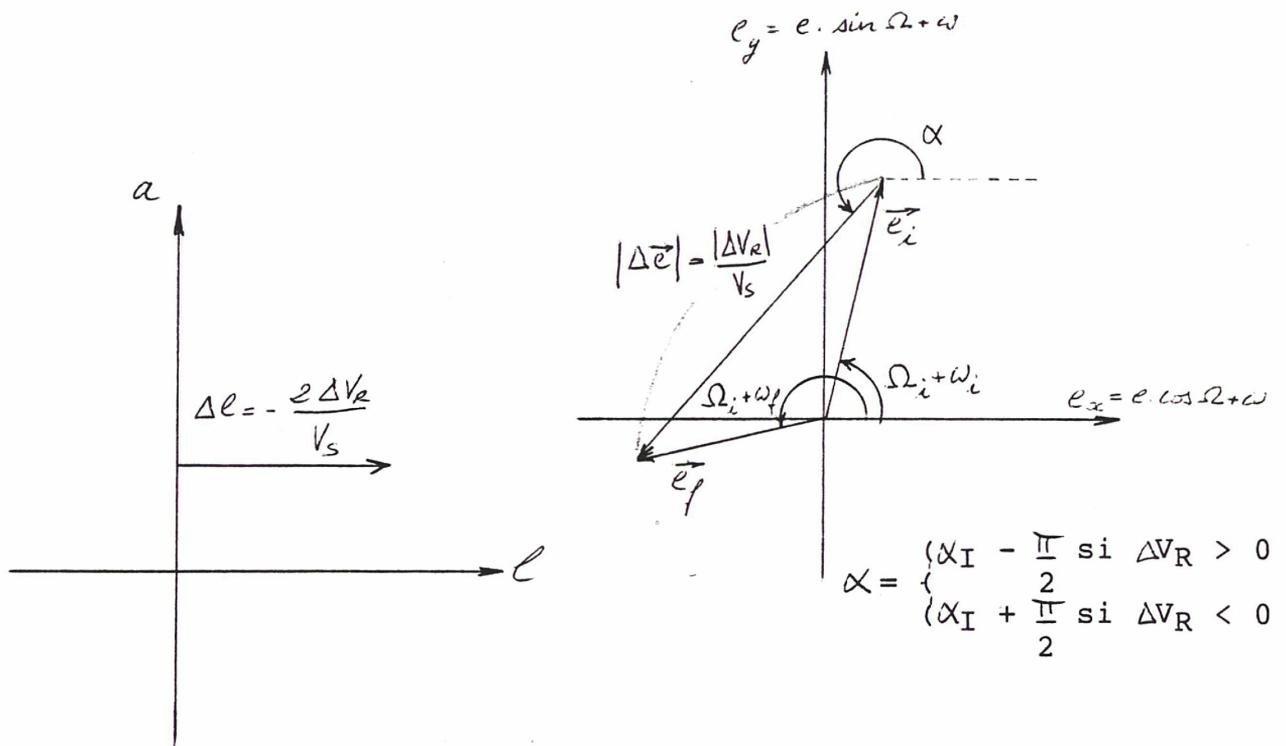
Figure 3.1.a (suite)



Remarque : si $|\vec{e}_f| = |\vec{e}_i| = e$, $|\Delta \vec{e}| = 2e \cdot \sin \frac{\Delta \omega}{2}$

Changements de demi grand-axe et de vecteur excentricité dus à une impulsion ΔV_T tangente à l'orbite.

Figure 3.1.a (suite)



Remarque : si $|\vec{e}_f| = |\vec{e}_i| = e$, $|\Delta \vec{e}| = 2e \cdot \sin \frac{\Delta \omega}{2}$

Changements de longitude moyenne et de vecteur excentricité dus à une impulsion radiale ΔV_R .

3.1.3 - Contrôle Nord-Sud

On appelle contrôle Nord-Sud le contrôle du vecteur inclinaison de l'orbite, réalisé, d'après le paragraphe précédent, par des impulsions ΔV_N perpendiculaires au plan orbital quasi-équatorial.

La fenêtre de tolérance en latitude impose à l'orbite une inclinaison maximale appelée inclinaison de contrôle. La stratégie optimale de contrôle consiste alors à maximiser la durée du cycle pendant lequel le vecteur inclinaison garde un module inférieur à l'inclinaison de contrôle.

Le chapitre 2.1.2 a montré comment l'attraction luni-solaire provoquait une rotation de l'orbite géostationnaire autour d'un axe situé dans son plan en une direction à peu près perpendiculaire à celle du point γ (jusqu'à $\pm 15^\circ$ de cette perpendiculaire, suivant la position de l'orbite lunaire). Cette rotation se traduit par une précession du pôle de l'orbite dans une direction proche de celle du point γ .

La stratégie optimale consiste donc à placer en début de cycle le pôle orbital dans une direction à peu près opposée à celle du point γ , le plus loin possible à la limite de l'inclinaison tolérée. Le cycle s'achève dès que la rotation du plan orbital rend l'inclinaison supérieure à l'inclinaison de contrôle. Une correction Nord/Sud doit alors repositionner convenablement le pôle de l'orbite pour le cycle suivant.

La position du pôle orbital, au début de chaque cycle, est définie par le noeud ascendant initial Ω_0 de l'orbite et son inclinaison prise alors égale à l'inclinaison de contrôle. La direction initiale du pôle, "à peu près opposée" à celle du point γ , correspond à une valeur initiale du noeud ascendant $\Omega_0 = 270^\circ$. En fait, on a dit que sa direction exacte dépendait de la position de l'orbite lunaire et donc de la date t_0 de début du cycle.

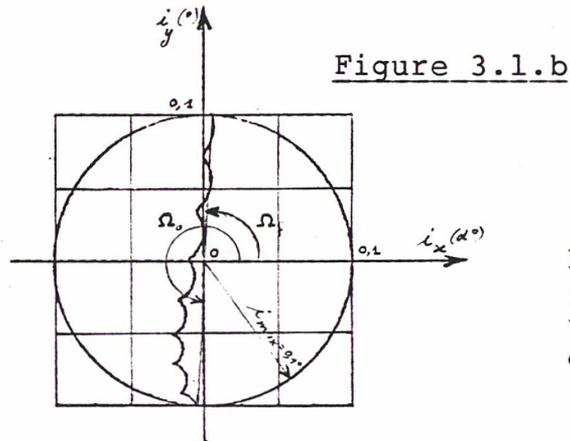
Pour une date t_0 donnée, le modèle analytique décrit dans la deuxième partie (chapitre 2.2) permet de déterminer le noeud ascendant correspondant à cette direction optimale du pôle. Ce noeud ascendant initial, lui-même appelé noeud optimal, est tel qu'en fin de cycle, quand l'inclinaison reprend sa valeur maximale initiale, le noeud ascendant final est $\Omega_f = \Omega_0 - 180^\circ$.

La démonstration, un peu technique, de ce résultat est rapportée dans l'annexe 3. Elle découvre au noeud optimal une propriété facilitant beaucoup son évaluation numérique à l'aide du modèle analytique.

La figure 3.1.b présente un exemple de cycle Nord/Sud optimal pour une inclinaison de contrôle $i_{\max} = 0,1^\circ$.

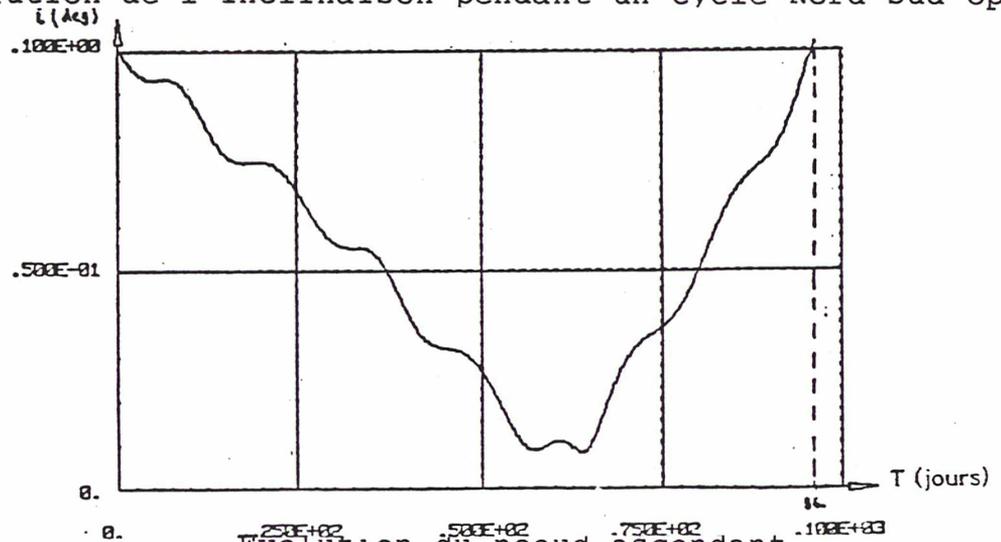
Le noeud optimal correspondant à la date initiale, est ici $\Omega_0 = 266^\circ$. Le parcours décrit par le vecteur inclinaison dans son plan maximise sa durée de présence à l'intérieur du cercle, de contrôle de rayon i_{\max} (96 jours).

Au cours du cycle, l'inclinaison passe par un minimum, et, sur la période où elle atteint ses plus faibles valeurs, le noeud ascendant subit une forte variation. La variation totale de ce dernier, au cours du cycle, est bien de 180° exactement comme annoncé plus haut.

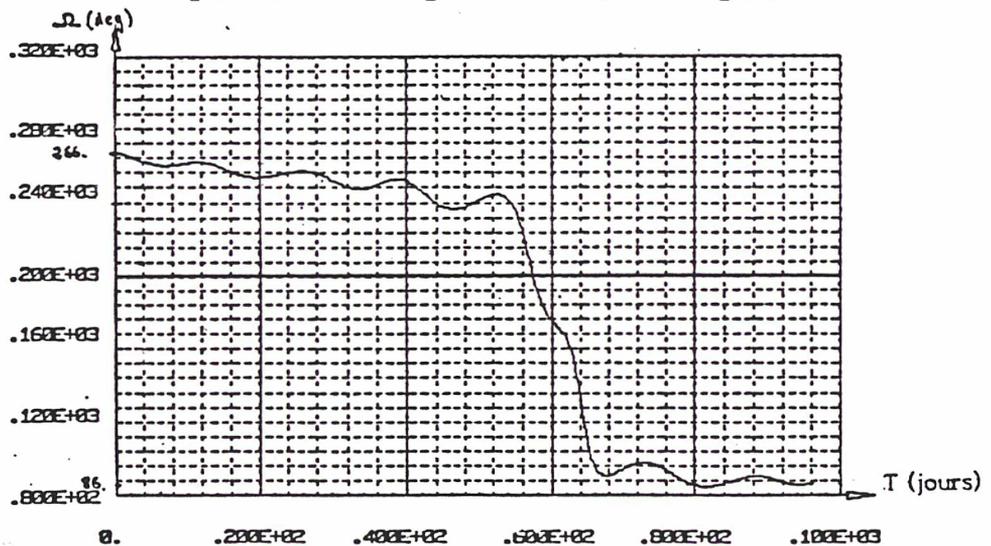


Evolution du vecteur
inclinaison pendant
un cycle Nord/Sud
optimal avec $i_{max} = 0,1^\circ$

Evolution de l'inclinaison pendant un cycle Nord-Sud optimal

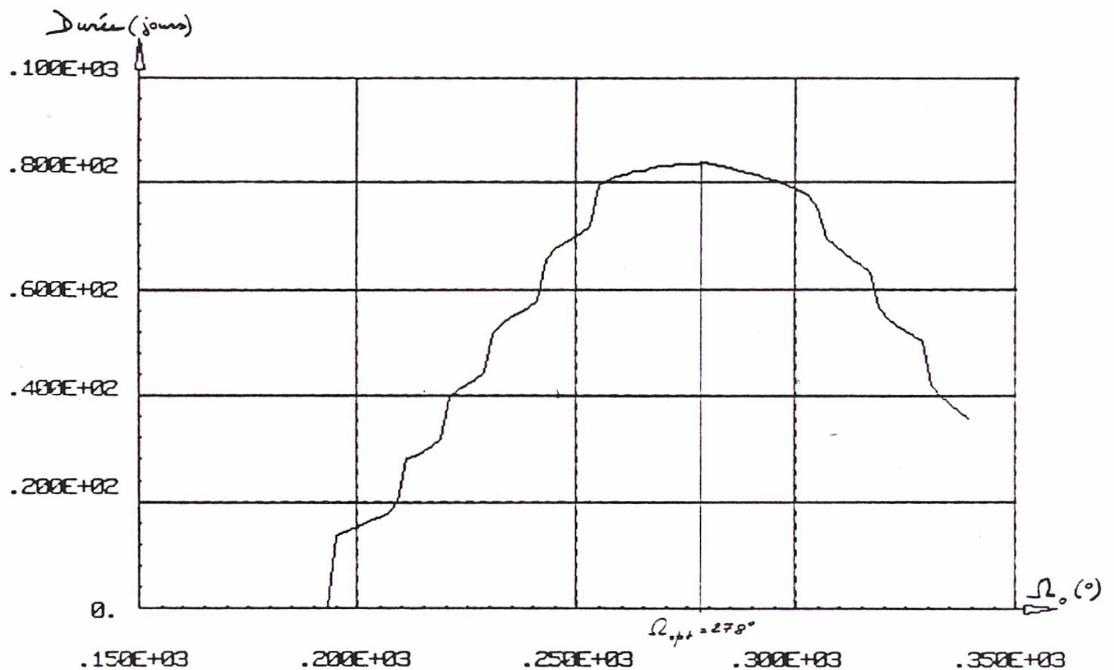


Evolution du noeud ascendant
pendant un cycle Nord/Sud optimal



La figure 3.1.c montre l'influence du noeud ascendant initial sur la durée d'un cycle Nord/Sud. On constate bien l'existence d'une valeur optimale du noeud ainsi que la forte diminution de la durée du cycle pouvant intervenir quand on s'éloigne suffisamment de cette valeur optimale. Il apparaît toutefois que cette durée ne varie pas de plus de deux jours pour des écarts de $\pm 10^\circ$ par rapport au noeud optimal.

Figure 3.1.c



Durée d'un cycle Nord/Sud en fonction du noeud ascendant initial

Notons aussi que la durée du cycle optimal dépendant de la date initiale, elle peut varier de plusieurs jours d'un cycle à l'autre, et ce d'autant plus que l'inclinaison de contrôle est faible. Cette variation peut être gênante du point de vue de la répétitivité des manoeuvres de correction effectuées en station sol. Si l'on impose une durée de cycle Nord/Sud t_c constante, il faut choisir une inclinaison de contrôle i_{max} telle que la durée minimale des cycles Nord/Sud optimaux pour i_{max} soit justement t_c . Ceux des cycles Nord/Sud ayant une durée supérieure à t_c , au cours de la durée de vie du satellite, sont interrompus au bout du temps t_c , avant que l'inclinaison ne recouvre la valeur i_{max} .

Toutefois, même ainsi rendues tout à fait périodiques, les corrections Nord/Sud sont différentes à chaque fin de cycle. Elles visent toujours l'inclinaison de contrôle i_{max} , mais un noeud optimal fonction de la date. De plus, les vecteurs inclinaisons en fin de cycle, c'est-à-dire les inclinaisons et noeuds ascendants à corriger pour initialiser le cycle suivant, sont à chaque fois différents.

On désigne par $\vec{i}_{i,n}$ et $\vec{i}_{f,n}$, respectivement, les vecteurs inclinaisons au début et à la fin du $n^{\text{ième}}$ cycle. D'après le paragraphe précédent (3.1.2), la correction faisant passer, au dernier jour du cycle, le vecteur inclinaison de la valeur $\vec{i}_{f,n}$ à la valeur $\vec{i}_{i,n+1}$ est réalisée par une impulsion Nord/Sud:

$$\Delta V_N = - 53,68 |\Delta \vec{i}| \text{ m/s avec } \Delta \vec{i} = \vec{i}_{i,n+1} - \vec{i}_{fn}$$

effectuée à l'instant du jour où l'ascension droite du satellite est:

$$\alpha_I = \varepsilon \text{ Arc cos } \frac{\Delta \vec{i} \cdot \vec{i}_x}{|\Delta \vec{i}|} + \pi$$

avec $\vec{i}_x = (1,0)$, $\vec{i}_y = (0,1)$ et $\varepsilon = \text{sgn}(\Delta \vec{i} \cdot \vec{i}_y) = - 1$

Le même résultat peut être obtenu par une impulsion Sud/Nord de même module, réalisée à 12 heures d'intervalle environ, à l'ascension droite $\alpha_I \pm \pi$. Aussi les satellites permettant les deux types d'impulsion (Nord/Sud et Sud/Nord) autoriseront-ils également un sommeil nocturne aux stations-sol chargées des manoeuvres !

Notons enfin que l'évolution principale du vecteur inclinaison étant quasi-séculaire, le coût annuel du contrôle Nord-Sud est pratiquement indépendant de l'inclinaison de contrôle i_{max} . Ce coût varie entre 40 et 52 m/s suivant la position de l'orbite lunaire.

En diminuant i_{max} , on multiplie les corrections, mais on diminue également leur amplitude et donc aussi l'impact Est-Ouest que peut avoir l'imprécision de leur réalisation. Le chapitre suivant (3.2) étudiera ces effets ΔV parasites et l'on cherchera dans le dernier chapitre à définir un compromis adapté au cas du binôme.

3.1.4 - Le contrôle Est/Ouest

On appelle contrôle Est/Ouest le contrôle de la longitude moyenne du satellite, de son demi grand axe, et de son vecteur excentricité.

Ce contrôle doit prendre en compte plusieurs phénomènes qui conduisent à une répartition de la fenêtre en longitude suivant différents postes:

- une plage pour la dérive en longitude induite par les dissymétries du potentiel terrestre,

- une plage pour le mouvement journalier induit par l'excentricité $\Delta l = \pm 2e$ (rad),

- une plage pour le mouvement journalier, du second ordre, induit par l'inclinaison $\Delta l = \pm \frac{i^2}{4}$ (rad),

négligeable pour $i = 0,1^\circ$ dès que $e \approx 10^{-5}$

- une marge de sécurité pour les perturbations à courtes et moyennes périodes (principalement dues à l'attraction luni-solaire) sur les cycles en dérive et en excentricité.

L'importance relative de ces différents postes dépend du rayon du cercle décrit par le vecteur excentricité moyen (c'est-à-dire en fait du produit $C_p \times S/M$ du satellite) ainsi que de la longitude de stationnement.

Les marges supplémentaires requises par la prise en compte des erreurs de restitution d'orbite et de réalisation des corrections feront l'objet du paragraphe suivant (3.1.5).

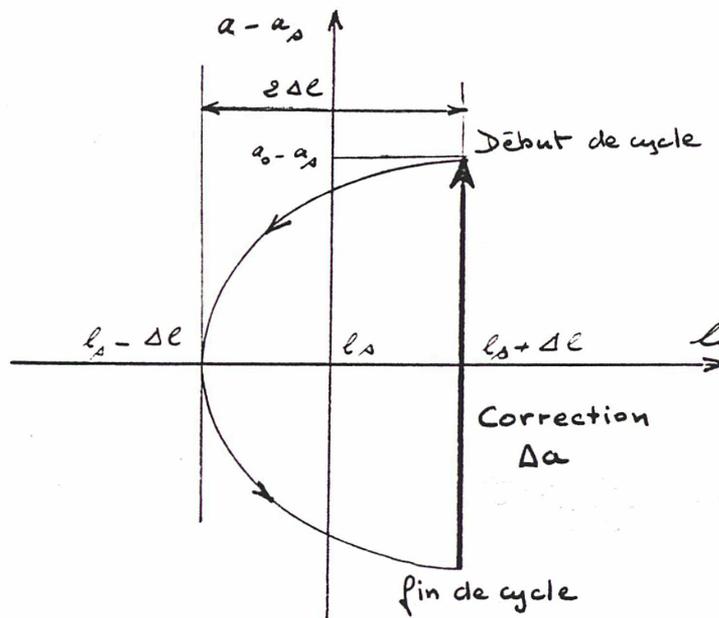
Cycle longitude demi grand-axe

Pour fixer les idées, on suppose que la longitude de stationnement l_s est située à l'Ouest du point d'équilibre stable le plus proche. Désignant alors par Δl la plage de longitude allouée au contrôle de la longitude moyenne, la stratégie optimale est la suivante:

en début de cycle, le satellite est placé à la longitude limite $l_s + \Delta l$ avec un demi grand-axe a_0 tel qu'il dérive d'abord vers l'Ouest, sa vitesse de dérive s'annulant à la longitude $l_s - \Delta l$. L'effet du potentiel terrestre le fait alors dériver pendant la seconde moitié du cycle dans la direction du point stable jusqu'à la longitude $l_s + \Delta l$ où la correction Est/Ouest doit être réalisée.

Cette procédure conduit à un cycle répétitif schématisé sur la figure 3.1.2. Pour une plage de longitude Δl donnée, le coût de ce cycle est minimal.

Figure 3.1.2



Le modèle analytique décrit dans la deuxième partie et un peu de mathématique, rapportée dans l'annexe 4, permettent de calculer le demi grand-axe a_0 requis en début de cycle, en fonction de la longitude de stationnement l_s et de l'écart Δl toléré. En reprenant les notations du paragraphe 2.2.6, où l'on rappelle que

$$K = - \frac{3}{2} \frac{n_s}{a_s} \left(- 1,2840916 \cdot 10^{-2} \text{ d}^\circ/\text{jour}/\text{km} \right)$$

$$\text{et } G_1 = - 2n_s a_s \cdot \sum_{j=2}^5 \sum_{m=1}^j m \cdot \left(\frac{R_\oplus}{a_s} \right)^j \cdot J_{j,m} \cdot P_{j,m}^{(0)} \cdot \sin m (l_s - \lambda_{j,m})$$

On trouve

$$a_0 = a_s - 2\varepsilon \sqrt{\frac{G_1 \Delta l}{K}} \quad \text{avec} \quad \varepsilon = \text{sgn} (G_1)$$

En fin de cycle, la valeur du demi grand axe est

$$a_f = 2 a_s - a_0$$

et la correction à effectuer doit faire varier le demi grand-axe de

$$\Delta a = a_0 - a_f = -4\varepsilon \sqrt{\frac{G_1 \Delta l}{K}} \quad [\varepsilon = \text{sgn} (G_1)]$$

D'après le paragraphe 3.1.2, cette correction est réalisée par une impulsion Est/Ouest, tangente à l'orbite, de module:

$$\Delta V_T = \frac{v_s}{\mathcal{L} a_s} \Delta a = -2 n_s \varepsilon \sqrt{\frac{G_1 \Delta l}{K}}$$

Le calcul de la durée τ_c du cycle Est/Ouest ainsi décrit est également rapporté dans l'annexe 4. Son expression dépend du signe de $G_2 = \frac{\partial G_1}{\partial l_s}$, mais il est constant pour une longitude de stationnement l_s et une plage en longitude Δl données.

$$- \text{ si } G_2 < 0 : \tau_c = \frac{4}{\sqrt{G_2 |K|}} \text{ Arg th } \left(\sqrt{\frac{G_2 \Delta 1}{G_1}} \right)$$

$$- \text{ si } G_2 = 0 : \tau_c = 4 \sqrt{\frac{\Delta 1}{KG_1}}$$

$$- \text{ si } G_2 > 0 : \tau_c = \frac{4}{\sqrt{G_2 |K|}} \text{ Arc tg } \left(\sqrt{\frac{G_2 \Delta 1}{-G_1}} \right)$$

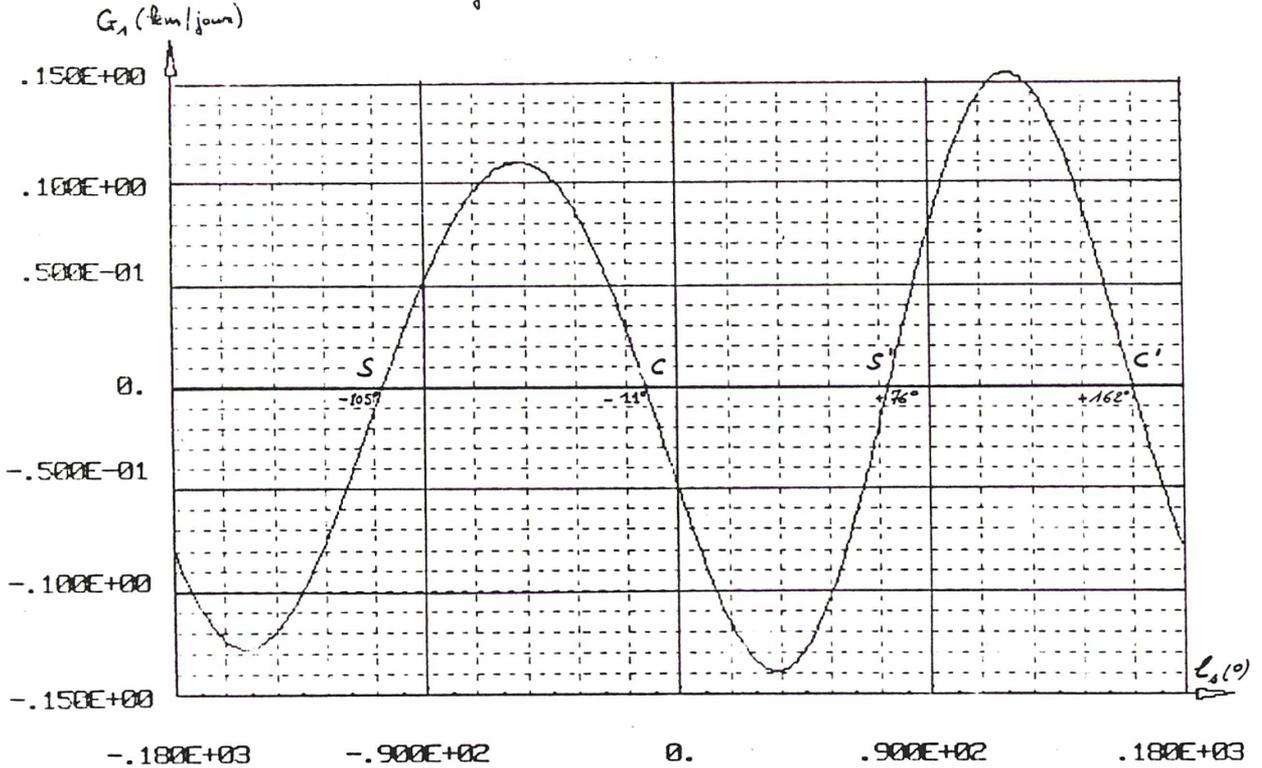
La figure 3.1.f présente les variations de G_1 et $G_2 = \frac{\partial G_1}{\partial l_s}$ en fonction de la longitude de stationnement l_s .

Les maximums de G_2 correspondent aux points d'équilibre stable S et S' (-105° et 76° Est) et les minimums de G_2 , aux points d'équilibre instable (-11° et 162° Est). En ces quatre points d'équilibre, la fonction G_1 s'annule en changeant de signe. Ainsi, pour une longitude de stationnement donnée, la direction du point d'équilibre stable le plus proche est indiquée par le signe de G_1 , vers l'Est si $G_1 < 0$, et vers l'Ouest si $G_1 > 0$. Ce signe est aussi opposé à celui de l'écart en longitude l en début de cycle. On remarque alors que l'inégalité $G_1 \Delta 1 < 0$ assure la définition des radicaux intervenant dans les expressions de Δa et τ_c . Enfin, notons que quand la longitude de stationnement correspond exactement à un point d'équilibre, $G_1(l_s) = 0$ et $l(t) = l_s \forall t$, pourvu qu'en début de cycle $l_0 = l_s$ ($\Delta 1 = 0$).

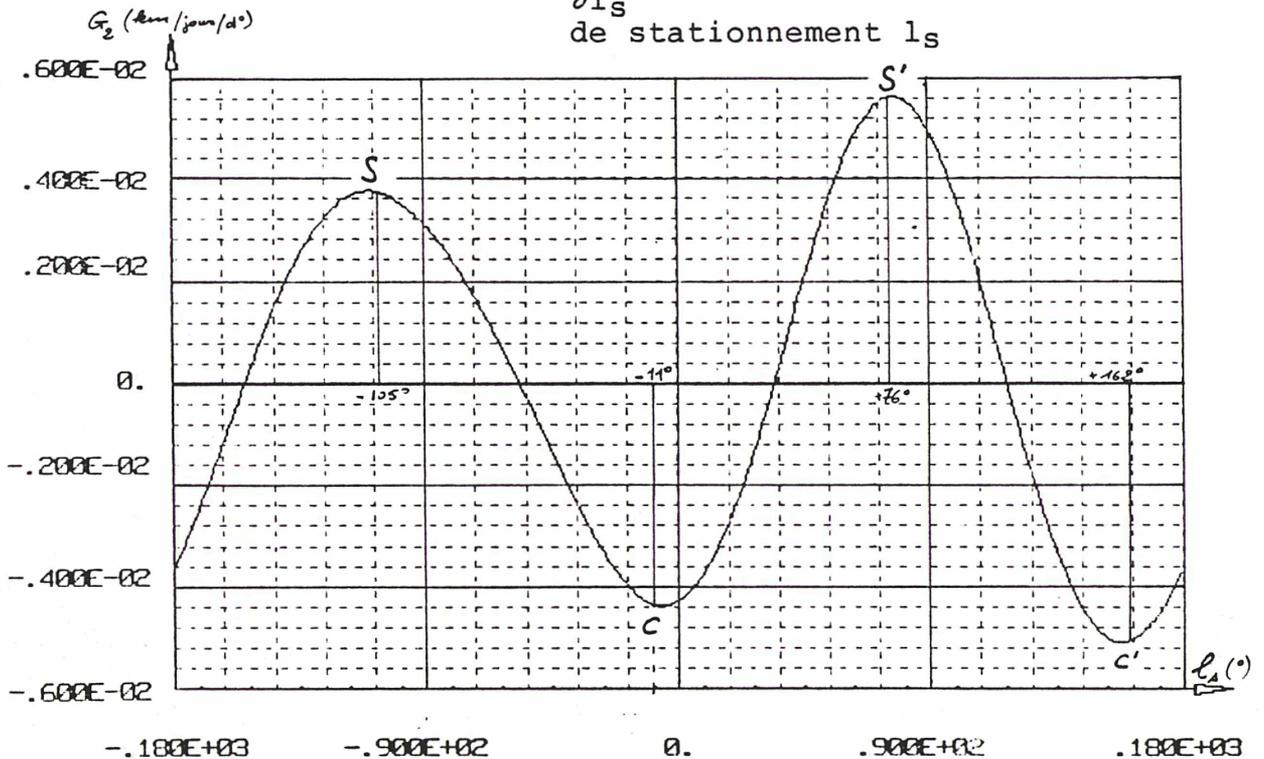
Figure 3.1.f

Variation de G_1 en fonction de la longitude
de stationnement l_s

$$G_1 = -2n_s a_s \sum_{j=1}^p \sum_{m=1}^q m \left(\frac{R_{\oplus}}{a_s}\right)^j J_{jm} P_{jm}(\sin i) \sin m(l_s - d_{jm})$$



Variation de $G_2 = \frac{\partial G_1}{\partial l_s}$ en fonction de la longitude
de stationnement l_s



La stratégie de contrôle de la longitude moyenne présentée précédemment ne prend en compte que les effets du potentiel terrestre, ainsi que les effets séculaires de l'attraction luni-solaire par modification du demi grand axe synchrone ($a_s = a_{sk} + \delta a_{\oplus} + \delta a_{\odot}$). Les effets périodiques de l'attraction luni-solaire et de la pression de radiation solaire perturbent les cycles (a,l) décrits en introduisant principalement:

- des termes à moyennes et à longues périodes sur l,
- des termes à courtes périodes sur a.

Plus la longitude de stationnement sera proche d'un point d'équilibre (stable ou instable), plus ces termes auront de l'importance relativement à ceux produits par le potentiel terrestre.

Leur influence sur le cycle décrit précédemment est double:

- des écarts en longitude moyenne par rapport au cycle "nominal" au plus égal à $0,005^\circ$,
- une modification de la durée τ_c du cycle qui devient fonction de l'époque (suivant les perturbations luni-solaire).

Le premier problème est résolu facilement en soustrayant à la plage Δl une marge de "sécurité" luni-solaire $\delta l_{oe} = 0,006^\circ$.

Quant au deuxième point, il ne fait problème que si l'on impose à la durée τ_c du cycle d'être constante.

Il est alors nécessaire d'adapter les corrections tangentielles pour chaque cycle. Comme elles ne modifient instantanément que le demi grand axe, on peut encore les effectuer à la longitude extrême devenue $l_c = l_s + \Delta l - \delta l_{oe}$. Mais le demi grand axe à créer initialement pour rejoindre cette longitude au bout du temps τ_c diffère légèrement à chaque cycle. La valeur a_s , fonction de la date initiale t_0 , est fournie par l'équation d'évolution de l.

En notant $t_f = t_0 + \tau_c$, l'égalité $l(t_f) = l(t_0) = l_c$ fournit:

(*)

$$a_0(t_0) = a_s + P_a(t_0) + \frac{\omega}{K \Delta(\omega \tau_c)} \left\{ l_c - l_s - [l_c - l_s - P_l(t_0) - R_l(0)] \cdot c(\omega \tau_c) - R_l(\tau_c) - P_l(t_f) \right\}$$

avec (s,c) mis pour (sin,cos) ou (sh,ch) ou (Id,1) suivant le signe de G_2 et en reprenant les notations du paragraphe 2.2.6 de la deuxième partie.

La valeur du demi grand axe en fin de cycle, $a_f(t_f)$, est fournie par l'équation d'évolution de a :

$$a_f(t_f) = a_s + [a_0(t_0) - a_s - P_a(t_0)] c(\omega \tau_c) + [l_c - l_s - P_l(t_0) - R_l(0)] \frac{G_2}{K} A(\omega \tau_c) + R_a(\tau_c) + P_a(t_f)$$

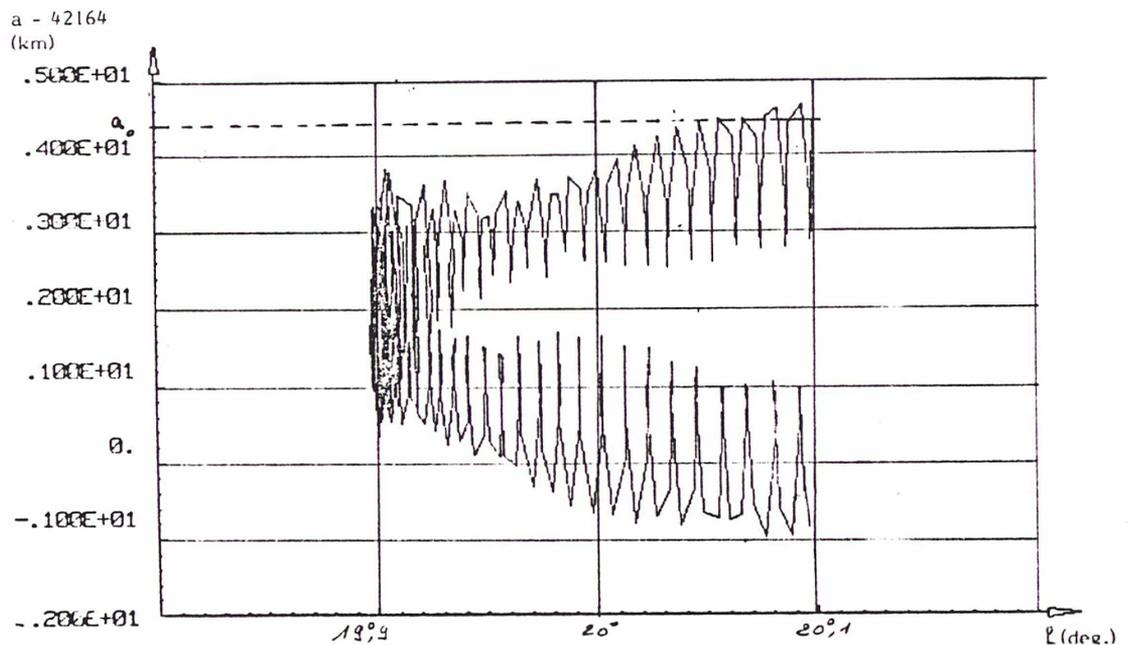
La correction à effectuer au temps t_f est alors :

$$\Delta a = a_0(t'_0) - a_f(t_f)$$

où $a_0(t'_0)$ désigne le demi grand-axe initial du cycle suivant calculée comme $a_0(t_0)$ par (*) en remplaçant t_0 par $t'_0 = t_0 + \tau_c$ et t_f par $t'_f = t'_0 + \tau_c$.

La figure 3.1.g présente un exemple de cycle en longitude prenant en compte les perturbations luni-solaires. La durée est fixée à 32 jours et l'écart toléré de $\pm 0,1^\circ$. La longitude de stationnement est celle d'un satellite ARABSAT à $+ 20^\circ$ E.

Figure 3.1.g



On constate que le demi grand axe initial permettant de rejoindre la longitude initiale, $20^\circ 1$, en 32 jours est $a_0 = 42168,4$ km. Cette valeur diffère de 700 mètres de la valeur calculée sans tenir compte des perturbations

$$(a_s + 2 \sqrt{\frac{G_1(20^\circ)\Delta l}{K}} = 42167,7 \text{ km}).$$

D'autre part le dépassement à l'Ouest de la longitude minimale autorisée $19^\circ 9$ montre clairement la nécessité de prendre une marge de sécurité luni-solaire δe_{or} .

Pour calculer le coût théorique "principal" (sans perturbations luni-solaires) du contrôle de la dérive en longitude, on exprime l'impulsion ΔV_T en fonction de la période τ_c calculée pour un écart Δl . Par élimination de Δl , on obtient:

$$|\Delta V_T| = 2 n_s \frac{|G_1|}{\omega} \times \begin{cases} \text{th}(T) & \text{si } G_2 < 0 \\ T & \text{si } G_2 = 0 \\ \text{tg}(T) & \text{si } G_2 > 0 \end{cases}$$

$$\text{avec } \omega = \sqrt{|G_2 K|} \text{ et } T = \frac{\omega \tau_c}{4}$$

Pour une durée D de maintien à poste, le coût total est alors:

$$\sum |\Delta V_T| / D = \frac{D}{c} |\Delta V_T| = D \cdot n_s |G_1| \frac{f(T)}{2T}$$

avec $f = \text{th}, \text{tg}$ ou Id suivant le signe de G_2 .

Ce coût dépend de la longitude de stationnement:

- en zone instable ($G_2 < 0$), il est minimal, égal à $D n_s |G_1|$, pour une période nulle et donc une fenêtre Δl nulle. Le système de contrôle d'orbite retenu (par impulsions discrètes et non pas continues) impose toutefois de s'écarter de ce cycle "nul" optimal,
- en zone stable ($G_2 > 0$), le coût décroît quand la période augmente mais, dans ce cas, la fenêtre Δl augmente aussi,
- dans les cas limites ($G_2 = 0$), le coût est strictement indépendant de la période.

En fait, pour de faibles écarts Δl ($< 0,1^\circ$), et donc de faibles périodes, on peut faire l'approximation $\frac{f(T)}{T} \approx 1$ (au 2^e ordre en $T = \frac{\omega \tau_c}{4}$) et dire que le coût du cycle est relativement indépendant de sa période τ_c :

$$\sum |\Delta v_T| / D_{\text{jours}} \simeq \frac{D \cdot n_s}{2} |G_1| \text{ m/s}$$

Il ne dépend alors que de la longitude de stationnement et atteint ses maximums loin des points d'équilibre. Le maximum, de 2 m/s/an, correspond à la longitude de 145° Est. A titre indicatif pour nos longitudes occidentales, il est de 0,7 m/s/an pour $l_s = 0^\circ$.

Les perturbations luni-solaires périodiques entraînent des variations de coût d'un cycle à l'autre qui se compensent en moyenne. Près des points stables, toutefois, où le coût théorique "principal" est nul ($G_1 = 0$), les effets perturbateurs deviennent les principaux effets à corriger et doivent faire l'objet d'une étude spécifique.

Notons enfin que, dans tous les cas, le coût du contrôle de la longitude moyenne est très nettement inférieur au coût du contrôle Nord/Sud.

(Au plus un rapport $\frac{2}{40} \text{ m/s} = 5 \%$)

Cycle en excentricité

La plage de longitude Δl_{exc} tolérée pour la libration diurne due à l'excentricité impose à celle-ci la valeur maximale

$$e_c^* = \frac{1}{2} \Delta l_{exc}$$

Le modèle analytique montre que le mouvement principal du vecteur excentricité est dû à la pression de radiation solaire et fait décrire à son extrémité une ellipse quasi-circulaire dont le rayon moyen dépend du produit $C_p.S/M$ du satellite

$$R_e = 1,115 \cdot 10^{-2} C_p.S/M \quad (\text{rd})$$

et dont le centre dérive très lentement à la vitesse

$$\sqrt{\delta e_x^2 + \delta e_y^2} = 3 \cdot 10^{-6} C_p.S/M \quad (/\text{jour})$$

A ce mouvement principal s'ajoutent des perturbations périodiques dues à des effets à courtes périodes du potentiel terrestre et des effets de toutes périodes de l'attraction luni-solaire. L'amplitude totale de ces perturbations, où dominent les termes luni-solaires à courtes périodes, est bornée par $\delta e_{\text{total}} \approx 5 \cdot 10^{-5}$.

Pour définir la stratégie retenue pour le cycle du vecteur excentricité, on ne considère que son évolution principale circulaire et l'on tient compte de l'ellipsité et des perturbations en diminuant la valeur de l'excentricité de contrôle de $0,017 R_e + \delta e_{\text{total}}$. La nouvelle valeur notée e_c est donc:

$$e_c = e_c^* - 0,017 \cdot R_e - 5 \cdot 10^{-5}$$

($0,017 \cdot R_e$ est la différence entre le demi grand-axe, $a_e = 1,017 R_e$, et R_e).

Si l'excentricité de contrôle e_c est supérieure à R_e , la stratégie optimale consiste à placer initialement le vecteur excentricité:

- dans la direction du soleil,
- avec un module égal à R_e .

Dans son mouvement principal quasi-circulaire, son module ne varie pas de plus de $0,017.R_e$ et reste donc inférieur à e_c . Les seules corrections à effectuer sont, de temps à autres, les corrections de la dérive $\sqrt{\delta e_x^2 + \delta e_y^2}$ du centre de l'ellipse.

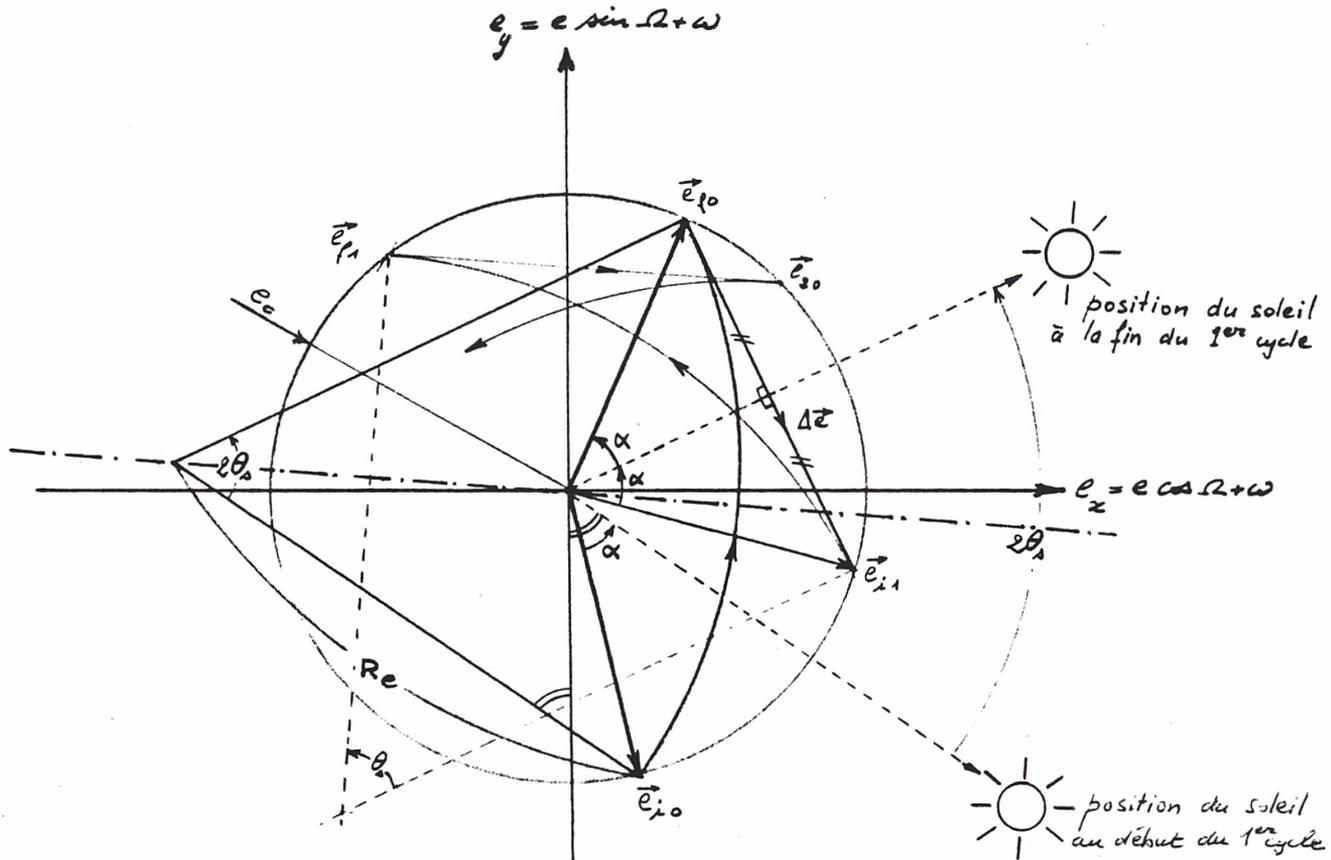
Pour un satellite de la classe d'ARABSAT avec un $C_p.S/M \approx 3,5.10^{-2}$, cette dérive est de l'ordre de $4.10^{-5}/an$. Le rayon $R_e \approx 4.10^{-4}$ et, pour une excentricité de contrôle $e_c = 5.10^{-4}$, une correction tous les deux ans est suffisante.

Souvent, hélas, l'excentricité de contrôle e_c est inférieure à R_e . Notons, par exemple, que la valeur $R_e = 4.10^{-4}$ donnée précédemment correspond à une plage en longitude de $\pm 8.10^{-4}$ rd = $\pm 0,05^\circ$ difficilement compatible avec les fenêtres de contrôle imposées actuellement aux satellites de télécommunication ($\pm 0,1^\circ$, voire même $\pm 0,05^\circ$.)

Il est alors nécessaire de contrôler beaucoup plus fréquemment le module du vecteur excentricité par des impulsions Est-Ouest définies par la stratégie optimale suivante:

- en début de cycle, le vecteur excentricité, de module e_c , est retardé par rapport à la direction du soleil d'un angle α . Cet angle est tel qu'au milieu du cycle le vecteur excentricité soit aligné dans la direction du soleil. Son module est alors minimal. Le cycle s'achève quand le module reprend sa valeur initiale égale à e_c . Le vecteur excentricité est alors en avance d'un angle α par rapport au soleil
- en fin de cycle, une rotation de la ligne des apsides effectuée à excentricité constante e_c rend au vecteur excentricité sa direction relative au soleil initiale.

Figure 3.1.h



La figure 3.1.h présente deux cycles consécutifs avec la correction $\Delta \vec{e}$ qui les sépare. Un peu de géométrie permet d'exprimer celle-ci à l'aide des différents paramètres du problème:

$$|\Delta \vec{e}| = 2e_c \cdot \sin \alpha$$

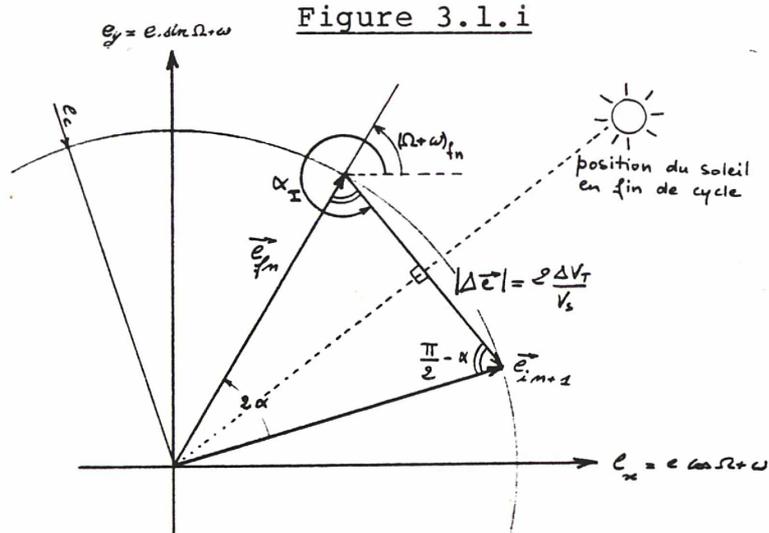
$$\sin \alpha = \frac{\sin \theta_s}{e_c} [R_e \cos \theta_s - \sqrt{e_c^2 - R_e^2 \sin^2 \theta_s}]$$

$$\text{et } \theta_s = \frac{1}{2} \omega_s P_e$$

avec ω_s : vitesse de rotation apparente du soleil
(= 0,9856°/j)

P_e : période du cycle en excentricité.

La correction $\Delta \vec{e}$ est effectuée par une impulsion tangentielle $|\Delta V_T| = \frac{1}{2} V_S |\Delta \vec{e}|$, deux fois plus efficace qu'une correction radiale.

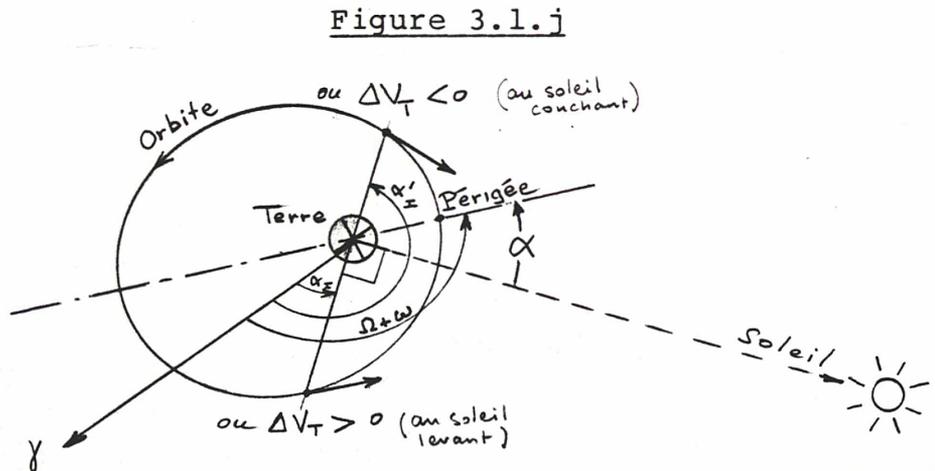


Si $(\Omega + \omega)_{fn}$ désigne l'ascension droite du périhélie à la fin du nième cycle, l'étude du paragraphe 3.1.2 montre, avec la figure 3.1.i, que la correction doit être effectuée à l'ascension droite

$$\alpha_I = (\Omega + \omega)_{fn} + \frac{3\pi}{2} - \alpha \quad \text{avec} \quad \Delta V_T > 0 \quad \left(= \frac{V_S}{2} |\Delta \vec{e}| \right)$$

$$\text{ou} \quad \alpha_I = \alpha_I - \pi \quad \text{avec} \quad V_T < 0 \quad \left(= - \frac{V_S}{2} |\Delta \vec{e}| \right)$$

L'ascension droite du soleil étant alors $(\Omega + \omega)_{fn} - \alpha$, on constate que l'impulsion doit être appliquée quand la direction du satellite est perpendiculaire à celle du soleil (figure 3.1.j).



Le coût annuel du contrôle de l'excentricité est égal à

$$\sum |\Delta v_T| / \text{an} = \frac{\pi}{\theta_s} \frac{v_s}{2} |\Delta \vec{e}|$$

avec $|\Delta \vec{e}| = 2 \sin \theta_s (R_e \cos \theta_s - \sqrt{e_c^2 - R_e^2 \sin^2 \theta_s})$

On constate qu'il croît avec R_e et décroît avec e_c . Pour un produit $C_p.S/M$ donné, on a donc intérêt à prendre la plus grande excentricité de contrôle e_c possible.

Par contre, l'étude de la fonction $\frac{1}{\theta_s} |\Delta \vec{e}(\theta_s)|$ montre que le coût augmente faiblement avec l'angle θ_s , et donc avec la période du cycle, $P_e = \frac{2}{\omega_s} \theta_s$, et ce d'autant plus que le rapport R_e/e_c est faible (cas d'ARABSAT).

Le contrôle optimal du vecteur excentricité n'est donc pas celui qui maximise sa durée de présence dans le "cercle de contrôle", contrairement au contrôle du vecteur inclinaison. Ce résultat est commenté dans l'annexe 4 qui présente également des abaques donnant l'angle de recalage α et le coût annuel du cycle en fonction de sa période P_e , pour différents rapports R_e/e_c .

A titre indicatif, pour un satellite de la classe ARABSAT ($R_e \simeq 4.10^{-4}$), une excentricité de contrôle $e_c = 2.10^{-4}$ impose pour une période $P_e = 10$ jours un angle $\alpha = 5^\circ$ et un coût $\sum |\Delta v_T| / \text{an} = 3,9$ m/s (supérieur au coût du maintien de la longitude moyenne à $20^\circ E \pm 0,1^\circ$).

Le contrôle est donc optimal quand la période tend vers 0 (cas limite du contrôle continu, incompatible avec le système de contrôle d'orbite considéré). La faible influence de la période sur le coût permet cependant d'utiliser la même période pour recalibrer la dérive en longitude et l'excentricité. On cherche alors à combiner les corrections de l'excentricité avec celles du demi grand-axe.

Contrôle combiné excentricité/demi grand-axe

Les impulsions tangentielles ont à la fois un effet sur l'excentricité et le demi grand-axe. D'autre part, l'effet sur le demi grand axe ne dépend pas de l'ascension droite du satellite à l'instant de correction. Les formules du paragraphe 3.1.2 montrent alors qu'il est possible de corriger simultanément l'excentricité et le demi grand-axe en ne payant que le maximum des deux coûts, ΔV_e et ΔV_a , imposés par chacune de ces corrections. On applique à 12 heures d'intervalle environ ($\Delta \alpha_T = \pi$) les impulsions tangentielles définies comme suit:

$$V_1 = \frac{1}{2} | \Delta V_e + \Delta V_a |$$

$$V_2 = \frac{1}{2} | \Delta V_e - \Delta V_a |$$

Le coût global est alors:

$$\Delta V_T = | \Delta V_1 | + | \Delta V_2 | = \text{Max} (| \Delta V_e | , | \Delta V_a |)$$

Par exemple, si $| \Delta V_e | > | \Delta V_a |$, la dérive en longitude due au potentiel terrestre est corrigée gratuitement, et si $| \Delta V_e | < | \Delta V_a |$, c'est l'excentricité qui est contrôlée gratuitement.

Notons qu'il est nécessaire de prendre en compte la dérive parasite introduite pendant les 12 heures séparant les impulsions pour calculer le demi grand-axe à créer à chaque début de cycle. Cette dérive croît avec ΔV_e . Pour qu'elle fasse systématiquement "gagner du temps", on effectue d'abord l'impulsion ΔV_i ($i = 1$ ou 2) ayant le signe de ΔV_a , c'est-à-dire celle qui modifie le demi grand axe dans le sens de sa correction.

3.2 - PRECISION DU MAINTIEN A POSTE

Avant d'adapter la stratégie de maintien à poste au cas du binôme, il convient d'examiner les imprécisions qui affectent sa mise en oeuvre. Ces imprécisions proviennent principalement:

- des erreurs de réalisation des corrections
- des erreurs de restitution d'orbite
- des perturbations non considérées.

3.2.1 - Les erreurs de réalisation des corrections

Le système de contrôle d'orbite considéré utilise comme actuateurs des moteurs à faible niveau de poussée (quelques Newtons). Le modèle impulsional des corrections orbitales est donc approximatif. Dans la réalité, l'incrément de vitesse $\Delta \vec{V}$ est obtenu par une poussée effectuée en mode continu ou pulsé sur un intervalle de temps au cours duquel la position du satellite varie. Les 2 minutes de poussée nécessaires à la réalisation d'une "impulsion" de contrôle Nord/Sud d'un satellite du type ARABSAT, par exemple, correspondent à une variation de $0,5^\circ$ de son ascension droite. Il est important de prendre en compte cette variation pour définir précisément l'instant de correction.

D'autre part, l'imprécision de l'alignement des tuyères, souvent associées par paires, l'incertitude sur la position du centre de gravité du satellite et surtout l'imprécision de sa stabilisation en attitude provoquent des erreurs sur l'orientation des impulsions de vitesse réalisées.

On peut considérer qu'après calibration des biais systématiques contenus dans ces différentes erreurs, le module d'une impulsion $\Delta \vec{V}$ est précis à $\pm 2,5 \%$ et sa direction à $0,2^\circ$ en roulis et $0,15^\circ$ en lacet et tangage.

Dans le cas de l'impulsion tangentielle ΔV_T (de l'ordre de 2 m/s) les effets parasites normal et radial (de l'ordre de $\sin 0,15^\circ \cdot (1,025) \Delta V_T \simeq 5,4 \cdot 10^{-3}$ m/s) sont négligeables. Il faut toutefois prendre en compte les erreurs affectant le module ΔV_T en définissant, par exemple, les cycles limites en longitude que peuvent engendrer les ΔV_T minimal et maximal.

On peut aussi prévoir de réaliser une double correction en réalisant après la manoeuvre nominale une correction fine de réajustement, plus précise, puisque plus faible. L'intervalle de temps minimal pouvant séparer les deux corrections est imposé par la restitution d'orbite. En pratique, il faut compter 48 heures. Pour le contrôle Est/Ouest des satellites d'un binôme, la contrainte imposée à l'écart en longitude conduira naturellement à adapter ce type de corrections en deux étapes.

Notons également que l'erreur en module affectant une impulsion ΔV_T provoque, avec l'imprécision de l'ascension droite où elle est appliquée au satellite, une erreur sur le vecteur excentricité visé par la correction. On tient compte de cette erreur en diminuant de 3 % l'excentricité de contrôle (cf. annexe 6). L'incertitude sur la rotation du périhélie réalisée est de l'ordre de $\pm 1^\circ$.

Enfin, comme les corrections Est/Ouest sont découpées en 2, voire 3 impulsions tangentielles, pour combiner les contrôles d'excentricité et de dérive, l'incertitude sur la rotation du périhélie peut atteindre jusqu'à $\pm 3^\circ$.

On pourrait chercher à réduire cette incertitude en l'affinant par de petites rotations du périhélie (plus précises d'après l'annexe 6). En fait le paragraphe 3.2.2 suivant indique que cette incertitude est déjà de l'ordre de grandeur de l'erreur commise sur l'argument du périhélie par la restitution d'orbite.

Dans le cas de l'impulsion normale $\Delta \vec{V}_N$ (de l'ordre de 10 m/s pour un contrôle à $i_{\max} = 0,1^\circ$), l'effet parasite radial (de l'ordre de $\sin 0,2^\circ \cdot 1,025 \cdot \Delta V_N \simeq 3,6 \cdot 10^{-2}$ m/s) sur l'excentricité et la longitude est tout à fait négligeable. En revanche, on doit prendre en compte l'effet tangentiel dont l'amplitude (de l'ordre de $\sin 0,15^\circ \cdot 1,025 \cdot \Delta V_N \simeq 2,7 \cdot 10^{-2}$ m/s) suffit à modifier de façon significative le demi grand axe, et donc la dérive en longitude ($\Delta a = 2 \frac{a_s}{V_s} \Delta V_{NT} \simeq 0,74$ km). Aussi est-il absolument nécessaire de faire suivre les corrections Nord/Sud d'une correction tangentielle de leur impact Est/Ouest.

Deux stratégies sont alors possibles, suivant que la durée du cycle en longitude est imposée ou non:

- à durée non fixée, on peut prévoir de réserver une plage de la fenêtre en longitude à l'impact Est/Ouest pour ne la corriger qu'en fin de cycle à l'occasion de la correction principale
- à durée fixée, il est nécessaire d'effectuer la correction de l'impact Est/Ouest avant la fin du cycle pour replacer le satellite sur le cycle nominal. On choisit alors une date de manoeuvre Nord/Sud telle que l'impact Est/Ouest ne risque pas de faire dépasser la longitude limite de la mi-cycle. Il est ainsi inutile de réserver une plage de la fenêtre à l'impact Est/Ouest.

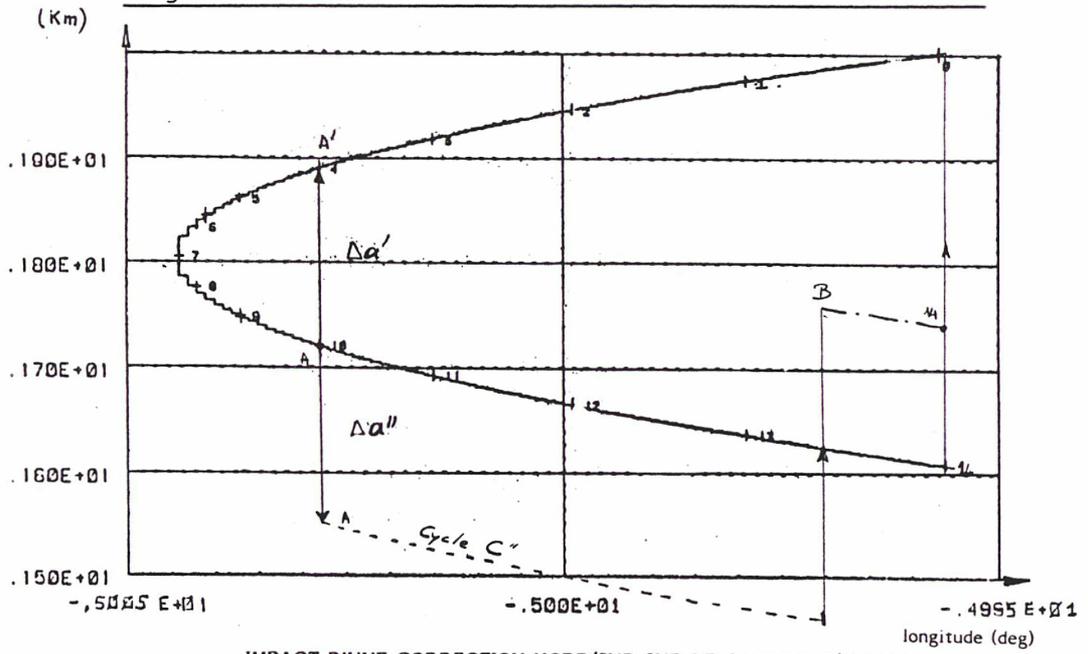
Pour les deux stratégies, les délais de restitution d'orbite imposent aux corrections Nord/Sud d'être réalisées au moins 48 heures avant la fin d'un cycle en longitude.

Pour illustrer la deuxième stratégie dite "de l'impact corrigé", la figure 3.2.a présente des exemples de cycles de dérive perturbés par l'impact Est/Ouest d'une impulsion Nord/Sud et sa correction. La plage de fenêtre allouée à la dérive en longitude est de $\pm 0,0045^\circ$ autour de $l_s = 5^\circ$ Ouest. La durée du cycle de dérive est fixée à 14 jours et la date de manoeuvre Nord/Sud au onzième jour du cycle.

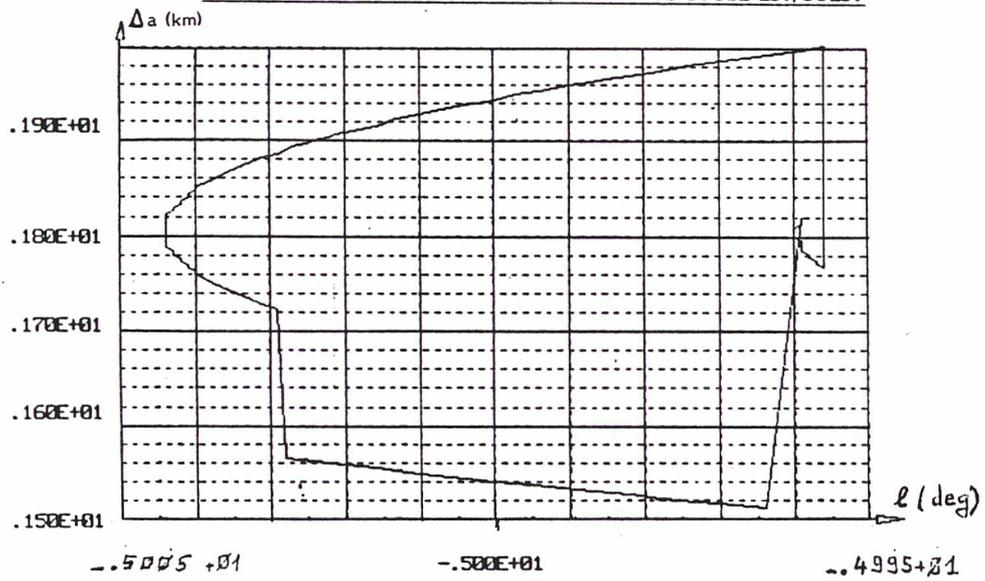
Ainsi, si le ΔV_{NT} parasite est orienté dans le sens rétrograde à l'orbite, le Δa induit amène au plus le satellite au point A' situé sur le cycle nominal et donc la plage de longitude allouée au cycle de dérive n'est pas dépassée. Au contraire, si le ΔV_{NT} est orienté dans le sens de la vitesse le satellite est placé au plus au point A" d'un cycle C" qui est corrigé au bout de deux jours de façon à ne pas dépasser la plage de longitude nominale en fin de cycle.

Dans les deux cas d'ailleurs, le satellite est remplacé au bout de deux jours de restitution d'orbite sur un cycle corrigé destiné à le ramener le quatorzième jour à la longitude $-5 \pm 0,0045$ degrés, de façon à préserver la répétitivité de ce cycle à durée fixée.

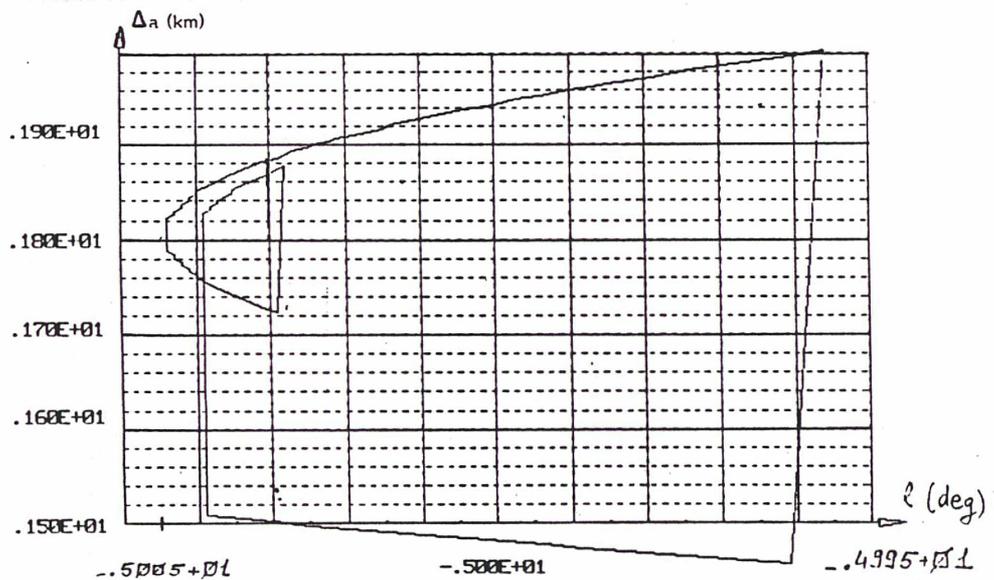
Figure 3.2.a : STRATEGIE DE L'IMPACT CORRIGE



- IMPACT D'UNE CORRECTION NORD/SUD SUR LE CYCLE EST/OUEST



- EXEMPLE DE CYCLE EST/OUEST PERTURBE PAR UNE MANOEUVRE NORD/SUD



- EXEMPLE DE CYCLE EST/OUEST PERTURBE PAR UNE MANOEUVRE NORD/SUD

Notons enfin que l'erreur en module affectant l'impulsion ΔV_N provoque, avec l'imprécision de l'ascension droite où elle est appliquée au satellite, une erreur sur le vecteur inclinaison visé par la correction. On tient compte de cette erreur en diminuant de 3 % l'inclinaison de contrôle (cf. annexe 7). L'incertitude sur la rotation de la ligne des noeuds réalisée est de l'ordre de $\pm 0,7^\circ$. Cette incertitude est difficilement réductible par des corrections fines du noeud ascendant.

Le paragraphe suivant, en effet, indique qu'elle est déjà de l'ordre de grandeur de l'erreur commise sur le noeud ascendant par la restitution d'orbite.

3.2.2 - Les erreurs de restitution d'orbite

La précision de restitution des paramètres d'une orbite quasi-géostationnaire dépend du type des mesures de position et de vitesse, et de la longitude du satellite par rapport aux stations de mesures.

Les valeurs présentées ci-dessous sont données par le CNES pour une restitution à 3 σ faite par le réseau des trois stations: Aussaguel, Prétoria, Kourou.

Après 2 jours de restitution par des mesures effectuées toutes les 2 heures par séries de 15 par 15 secondes:

Para- mètres	a (m)	e	i (°)	(°)	(°)	l (°)
Pré- cision (3 σ)	30 m	$2 \cdot 10^{-6}$	$1,7 \cdot 10^{-3}$	0,9	3,2	$1,7 \cdot 10^{-3}$

L'augmentation de la durée (15 secondes) d'une série de mesures n'apporte rien. Une diminution de la période (2 heures) entre les séries de mesures améliorerait un peu cette précision.

L'utilisation des techniques laser mises en oeuvre jusqu'ici pour la restitution fine d'orbites plus basses (en particulier les satellites de géodésie) permettrait d'améliorer ces erreurs.

Toutefois ces techniques imposent, d'une part, une réduction de la fenêtre de contrôle à cause de l'étroitesse du cône de visée ($\approx 0,05^\circ$) ou une meilleure connaissance a priori de l'orbite, et, d'autre part, exigent pour être précises des conditions de mesures plus contraignantes (ciel clair et de préférence nocturne).

De plus en plus, aussi, on envisage l'utilisation du "Global Positioning Système".

Pour l'étude du maintien à poste du binôme, on se placera dans la limite des précisions actuellement "opérationnelles", définies par le tableau précédent. Ces valeurs limites seront aussi considérées comme la meilleure précision effectivement réalisable sur les paramètres d'une orbite quasi-géostationnaire, après fines corrections.

Elles imposent, en particulier, de prendre des marges de sécurité correspondantes à l'intérieur des fenêtres de contrôle en longitude et latitude.

3.2.3 - Les perturbations non considérées

Les principales perturbations de l'orbite géostationnaire non modélisées sont, en fait, des perturbations artificielles induites par le contrôle d'attitude. Celui-ci est destiné à contrer les différents couples perturbateurs engendrés aussi bien par des phénomènes naturels (champ magnétique et gradient de gravité terrestre, pression de radiation solaire) que par les impulsions de corrections orbitales elles-mêmes.

Même dans le cas où le système de contrôle d'attitude est constitué par des roues cinétiques, plutôt que par des tuyères, il engendre plus ou moins directement des petites accélérations perturbant l'orbite. En effet, les roues cinétiques contrent les couples en accélérant ou décélérant leur rotation propre et il est nécessaire de temps à autre de réinitialiser leur vitesse de rotation. Pendant ce temps de "désaturation des roues cinétiques", l'attitude du satellite est maintenue par des petites impulsions ΔV , associées ou non par paires, qui, de toutes façons ne créent pas des couples purs. (Incertitude sur la position du centre de masse du satellite, mauvais alignement des tuyères effectuant les impulsions, etc...).

Quand ces désaturations interviennent périodiquement à cause d'un couple perturbateur prépondérant, on peut prévoir assez précisément l'effet qu'elles induisent sur les cycles Est/Ouest et Nord/Sud. C'est le cas, en particulier, des satellites possédant des grands panneaux solaires (L.SAT, Télévision Directe) pour lesquels le couple dû à la pression de radiation domine et évolue périodiquement avec la position du soleil pendant un cycle Est/Ouest.

En revanche, ce n'est pas le cas d'un satellite de télécommunications type ARABSAT pour lequel les désaturations des roues cinétiques interviennent de façon aléatoire avec une période variant entre 2 et 4 jours. De plus, l'impulsion, ou plutôt le train d'impulsions de désaturation est créé par une unique tuyère qui provoque une perturbation tangentielle relativement importante. Celle-ci peut être positive ou négative et son module, de l'ordre de 2.10^{-2} m/s, est plus ou moins bien "récupéré" par le budget en ΔV_T du contrôle Est/Ouest, suivant une stratégie en phase de mise au point...

Dans le cas du binôme où le contrôle de l'écart en longitude est déterminant, ce type de désaturation à l'aide d'une seule tuyère est à proscrire. On visera de réaliser les meilleurs couples possibles en faisant agir des paires de tuyères. Une impulsion tangentielle parasite due à une désaturation des roues cinétiques devra rester de deux ordres inférieure au ΔV_T requis pour un cycle de dérive.

3.3 - MAINTIEN A POSTE D'UN BINOME GEOSTATIONNAIRE AVEC LIEN INTER-SATELLITES

3.3.1 - Objectifs du maintien à poste

Les buts poursuivis sont directement inspirés de l'appel d'offre émis par l'Agence Spatiale Européenne en Octobre 1983 sous le titre:

"Systèmes synchronisés de contrôle d'attitude et d'orbite de satellites opérant en essaims".

Le texte proposait de commencer par l'étude de 2 satellites, non identiques, mais "semblables en configuration" (mêmes produits $C_p.S/M$), occupant le même créneau de l'arc géostationnaire, à savoir la même fenêtre de $\pm 0,1^\circ$ Nord/Sud et Est/Ouest autour d'une longitude donnée.

Par ailleurs, on imposait aux satellites d'être situés en chaîne, côte à côte, en excluant les configurations elliptiques où ils se tournent autour en 24 heures. Dans le cas de liaison inter-satellites, on excluait aussi les configurations "maître-esclave" où position et attitude du second satellite seraient asservies au pilotage du satellite "chef". Le travail demandé comportait, en particulier, l'étude du maintien à poste du binôme, sans modification, à bord des satellites, du système de contrôle d'attitude et d'orbite, et avec une "adaptation mineure" des logiciels de la station-sol.

Dans cet esprit, le but de ce chapitre est d'adapter la stratégie de maintien à poste exposée pour le satellite géostationnaire "solitaire" au cas du binôme défini dans la première partie. La liaison inter-satellites impose une contrainte au mouvement relatif des satellites mais n'est utilisée en aucune façon pour informer le contrôle des orbites. Celui-ci est assuré, pour les deux satellites, par la même station-sol qui ne dispose que des mesures de son réseau pour restituer les paramètres orbitaux du binôme et leurs écarts.

Le problème consiste alors à définir, pour chaque satellite, des cycles de corrections Nord/Sud et Est/Ouest visant à la fois:

- le maintien à poste des satellites à l'intérieur de la même fenêtre de $\pm 0,1^\circ$ en latitude et longitude centrée sur la position nominale du binôme
- le maintien d'un mouvement relatif autorisant en permanence la liaison inter-satellites.

Aux critères habituels de coût minimal en impulsions ΔV et de répétitivité des opérations s'ajoute un critère spécifique de synchronisation des manoeuvres effectuées sur chaque satellite. Cette synchronisation est à la fois nécessaire pour faciliter le maintien de la liaison pendant les corrections orbitales et pour minimiser l'accroissement des charges de la station dû au second satellite.

La restitution simultanée des deux orbites peut encore se faire en 48 heures compte tenu de la période de 2 heures qui sépare les 15 secondes de mesures effectuées par les stations du réseau. On peut très bien envisager une alternance, toutes les heures, des séries de mesures, en utilisant des fréquences de télémessure distinctes pour chaque satellite. La précision de restitution serait la même pour les paramètres orbitaux de chaque satellite, et double pour les écarts entre ces paramètres. Ainsi les valeurs données au paragraphe 3.2.2 donnent pour la mesure des écarts, après 48 heures de restitution, les précisions suivantes:

Ecarts	$\Delta a(m)$	Δe	$\Delta i (^\circ)$	$\Delta \Omega (^\circ)$	$\Delta \omega (^\circ)$	$\Delta l (^\circ)$
Précision (3)	60 m	$4 \cdot 10^{-6}$	$3,4 \cdot 10^{-3}^\circ$	$1,8^\circ$	$6,4^\circ$	$3,4 \cdot 10^{-3}^\circ$

Dans la pratique, on comptera comme écarts effectivement réalisables après ajustement des paramètres orbitaux:

$$\begin{array}{lll} \Delta a = 70 \text{ m} & \Delta e = 5 \cdot 10^{-6} & \Delta i = 4 \cdot 10^{-3} \text{ d}^\circ \\ \Delta \Omega = 2^\circ & \Delta \omega = 8^\circ & \Delta l = 4 \cdot 10^{-3} \text{ d}^\circ \end{array}$$

3.2.2 - Contraintes imposées par la liaison aux cycles de contrôle

La première partie a traduit la contrainte de liaison inter-satellites en terme d'écart maximum admissible Δa_{\max} , Δe_{\max} , Δi_{\max} , $\Delta \Omega_{\max}$, $\Delta \omega_{\max}$ et de durée limite ΔT_{\max} . Le contrôle d'orbite doit donc maintenir les écarts en-dessous de leur valeur limite, et ce, sur une période inférieure à ΔT_{\max} .

Si Δa était nul en permanence, la durée ΔT serait indifférente et l'étude du chapitre 1.5 montre que les écarts $\Delta e = 5.10^{-6}$, $\Delta i = 4.10^{-3}$, $\Delta \Omega = 3^\circ$ et $\Delta \omega = 10^\circ$ seraient tout à fait admissibles pour une excentricité et une inclinaison de contrôle de 2.10^{-4} et $0,1^\circ$ respectivement.

Un Δa non nul et la variation des écarts orbitaux due aux perturbations naturelles créent des contraintes de durée. Un Δa de 70 mètres, par exemple, provoque une variation de l'écart Δl en longitude moyenne de $0,02^\circ$ en 22 jours. Cette variation est légèrement altérée par les perturbations dues au potentiel terrestre (diminuée dans les zones occidentales).

Pour le binôme considéré, l'écart nominal en longitude est de $0,07^\circ$. On lui tolère une variation de $\pm 0,02^\circ$ en visant des cycles de correction Est/Ouest d'une durée de 21 jours. Les corrections Nord/Sud et l'inclinaison de contrôle qui leur correspondent sont alors très conditionnées par leur fort impact Est/Ouest. On devra les effectuer à un moment du cycle Est/Ouest où l'écart en longitude est quasi-nominal et faire en sorte qu'elles n'engendrent pas une variation de cet écart supérieure à $0,02^\circ$ après les 48 heures nécessaires à la restitution des orbites.

Pour une inclinaison de contrôle de l'ordre de $0,1^\circ$, les corrections sont de l'ordre de 10 m/s. On a montré que la variation du demi grand axe produite par leur impact Est/Ouest pouvait atteindre 0,74 km. Les corrections simultanées de deux orbites inclinées de $0,1^\circ$ pourraient donc provoquer un $\Delta a = 1,5$ km, c'est-à-dire une variation de l'écart en longitude de $0,038^\circ$ en 48 heures. Aussi est-il impératif de réduire l'amplitude des corrections Nord/Sud. La meilleure façon d'opérer cette réduction est de minimiser l'inclinaison de contrôle.

En effet, outre l'intérêt de réduire les impacts Est/Ouest, une inclinaison de contrôle plus faible autorise aussi, d'après la 1ère partie, des écarts $\Delta\Omega$ plus importants.

Pour le binôme considéré, on prendra une inclinaison de contrôle $i_c = 0,05^\circ$. Ainsi, la variation de l'écart en longitude induite par les corrections Nord/Sud ne dépassera pas $0,02^\circ$ en 48 heures et, avec l'écart limite $\Delta l = 0,05^\circ$ (au lieu de $0,07^\circ$) on pourra tolérer pour cette inclinaison i_c , des écarts $|\Delta\Omega| \leq 7^\circ$ et $|\Delta\omega| \leq 15^\circ$ (figure 1.5.f du paragraphe 1.5.2).

D'autre part, la deuxième partie a montré qu'un petit écart initial $\Delta i \simeq 0,004^\circ$ pouvait induire avec un écart initial $\Delta\Omega_0 < 3^\circ$ de fortes variations de cet écart $\Delta\Omega$, à la mi-cycle Nord/Sud, quand les inclinaisons atteignent leurs valeurs minimales. Pour que cette variation ne soit pas dangereuse, on visera de faire coïncider la mi-cycle Nord/Sud avec un moment de cycle Est/Ouest où l'écart en longitude est quasi-nominal ($\Delta l \simeq 0,07^\circ$).

Notons que la durée optimale des cycles Nord/Sud correspondant à une inclinaison de contrôle $0,05^\circ$ est d'au moins

$$42 \text{ jours } \left(\frac{2i_c}{\delta i_y} = \frac{0,1}{2,325 \cdot 10^{-3}} = 43,01 \right).$$

A durée de cycle Est/Ouest donnée, le choix de l'excentricité de contrôle, e_c , dépend habituellement du produit $C_p.S/M$ du satellite, par l'intermédiaire du rayon R_e , et de la longitude de stationnement par la plage de fenêtre réservée à la dérive en longitude. Dans le cas du binôme, cette plage est évidemment réduite à cause de l'écart en longitude moyenne qui sépare en permanence les satellites.

Une fenêtre de $\pm 0,1^\circ$ autour de la longitude de stationnement a une largeur totale de $0,2^\circ$. A ces $0,2^\circ$ il faut retrancher:

- la plage réservée à l'écart en longitude:
 $0,07^\circ + 0,02^\circ = 0,09^\circ$
- la plage de sécurité luni-solaire:
 $2 \times 0,006^\circ = 0,012^\circ$
- les plages d'erreur de restitution
 - . de la longitude:
 $2 \times 0,0017^\circ = 0,0034^\circ$
 - . du double de l'excentricité:
 $2 \times 2 \times \frac{180}{\pi} \times 2 \cdot 10^{-4} = 0,0005^\circ$

Il reste $0,094^\circ$ à répartir entre:

- la plage réservée aux excentricités:
 $2 \times 2e_c^* \times \frac{180^\circ}{\pi}$
- la plage réservée à la dérive:
 $\frac{1}{8} | G_1 \cdot K | \cdot \tau_c^2$

avec: $e_c^* = e_c + 1,9 \cdot 10^{-4} C_p \cdot S/M + 5 \cdot 10^{-5}$

τ_c : durée du cycle Est/Ouest

$K = - 1,28 \cdot 10^{-2} \text{ d}^\circ/\text{km}/\text{jour}$

G_1 : fonction de la longitude de stationnement définie dans la deuxième partie.

Il est ici nécessaire de se fixer les idées avec quelques données supplémentaires. On suppose que la longitude de stationnement nominale du centre du binôme est 0° , c'est-à-dire qu'il est situé à 11° Est du point d'équilibre instable C. Notons qu'une longitude de stationnement symétrique par rapport à C ($\approx 20^\circ$ Ouest) donnerait des résultats analogues.

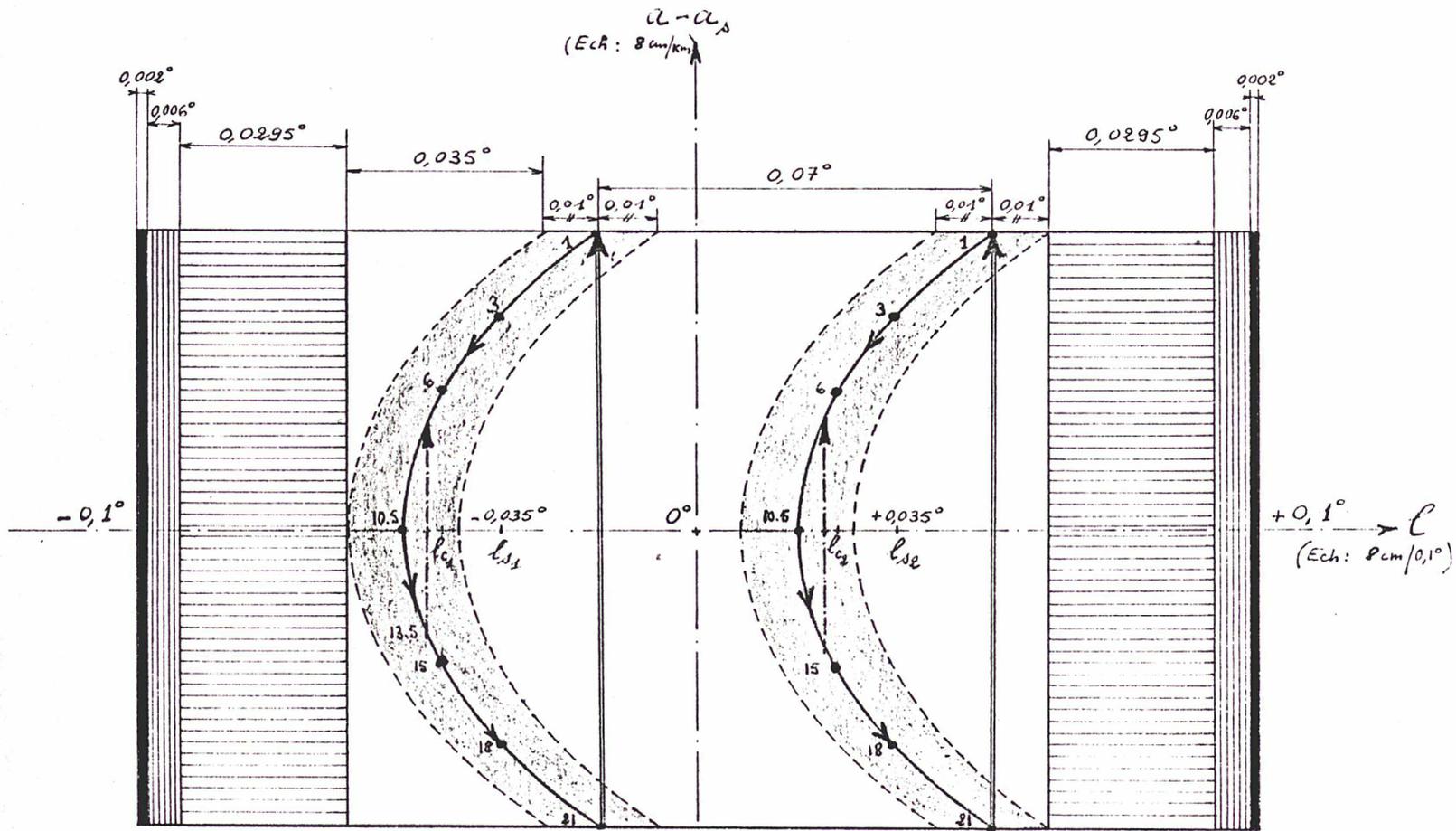
A 0° , $G_1 \simeq -0,05$ km/j (figure 3.1.f), et pour une durée de cycle $\tau_C = 21$ jours, la plage réservée à la dérive doit être de $0,035^\circ$.

Il reste donc $0,059^\circ$ pour les excentricités, c'est-à-dire $2,58 \cdot 10^{-4}$ pour e_C^* . Avec un même produit $C_p \cdot S/M = 1,2 \times 0,04$ m²/kg (type ARABSAT) pour les deux satellites, cette valeur de e_C^* conduit à une excentricité de contrôle $e_C = 2 \cdot 10^{-4}$.

Pour un contrôle combiné dérive en longitude/excentricité, la durée du cycle Est/Ouest est aussi la période du cycle en excentricité. L'étude du paragraphe 3.1.4 fournit alors l'angle de recalage soleil/périgée : $\alpha = 18,4^\circ$.

La figure 3.3.a présente la répartition de la fenêtre Est/Ouest du binôme sur les différentes plages déterminées précédemment. Sont aussi présentés les cycles moyens de dérive de chaque satellite autour de leur longitude de stationnement nominale, respectivement $-0,035^\circ$ et $+0,035^\circ$.

Les plages de $\pm 0,01^\circ$ autour de ces cycles correspondent aux effets limites admissibles des erreurs sur les demi grand-axes. Volontairement, on n'a pas réservé de plage aux impacts Est/Ouest des corrections Nord/Sud, adoptant implicitement la stratégie de l'impact corrigé exposée au paragraphe 3.2.1 et illustrée par la figure 3.2.a.



- | | | | |
|--|---|--|---|
| | : n° de jour du cycle | | : date des ajustements de dérive |
| | : correction nominale du demi grand-axe | | : impact des corrections Nord/Sud |
| | : erreurs de restitution de l et e | | : libration diurne due à l'excentricité |
| | : sécurité luni-solaire | | : effets des erreurs de demi grand-axe |

Figure 3.3.a : FENETRE EST/OUEST ET CYCLE DE DERIVE DU BINOME

3.3.3 - Corrections principales du maintien à poste

Les corrections Nord/Sud principales viseront systématiquement pour chaque orbite le noeud ascendant optimal correspondant à la date de début de cycle et l'inclinaison limite $i_c = 0,05^\circ$. Il est nécessaire de viser le noeud optimal pour ne pas risquer de sortir du cercle de contrôle avant 42 jours. Les cycles optimaux de durée supérieure à 42 jours sont interrompus de manière à assurer la répétitivité des manoeuvres Nord/Sud. D'un intérêt précieux pour les stations-sol, cette répétitivité garantit aussi la possibilité de réaliser la stratégie de l'impact corrigé par un phasage convenable des cycles Nord/Sud et Est/Ouest.

Fonctions des dates et des vecteurs inclinaisons de fin de cycle Nord/Sud, les impulsions ΔV_N doivent être calculées pour chaque cycle. De même l'ascension droite, c'est-à-dire l'instant du jour, où elles sont appliquées aux satellites. Leur module est au plus de l'ordre de 5 m/s pour chaque satellite, toujours inférieur pour les cycles optimaux écourtés.

Les variations de demi grand axe induites par l'impact Est/Ouest de ces impulsions ΔV_N peuvent atteindre $\pm 0,37$ km pour chaque satellite. La stratégie de l'impact corrigé impose donc d'effectuer ces corrections après l'instant du cycle de dérive où $a - a_s = -0,37$ km. Avec l'aide de l'annexe 4, on calcule que cet instant intervient 13,5 jours après le début du cycle de dérive, aux points de longitudes $l_{ci} = l_{si} - 0,0131^\circ$ ($i = 1,2$), notés sur la figure 3.3.a.

En prenant quelques heures de sécurité, on effectue les corrections Nord/Sud au 15^e jour d'un cycle Est/Ouest. La durée des cycles Nord/Sud étant double de celle des cycles Est/Ouest, elles se font un cycle Est/Ouest sur deux, toutes les six semaines. Elles sont suivies au 18^e jour du cycle Est/Ouest, après 48 heures de restitution d'orbite, d'une correction tangentielle de leurs impacts, différenciée pour chaque satellite, et visant à les ramener au 21^e jour à leur longitude nominale respective de fin de cycle $l_{si} + 0,0175^\circ$ ($i = 1,2$).

Les corrections Est/Ouest principales sont décomposées en trois manoeuvres pour combiner les contrôles de dérive et d'excentricité sans introduire de dérive parasite. La stratégie décrite au paragraphe 3.1.4 conduit à trois impulsions tangentielles effectuées à 12 heures d'intervalle.

$$\Delta v_1 \simeq + 0,038 \text{ m/s}$$

$$\Delta v_2 \simeq - 0,078 \text{ m/s}$$

$$\Delta v_3 \simeq + 0,078 \text{ m/s}$$

L'impulsion Δv_1 correspond à la correction principale de dérive, à ajuster pour chaque satellite suivant son demi grand axe en fin de cycle Est/Ouest suivant aussi la date. (On rappelle que les perturbations luni-solaires, fonctions de la date, modifient à chaque cycle le demi grand axe initial permettant d'atteindre la longitude de fin de cycle au bout de 21 jours).

La somme en module des impulsions:

$$|\Delta v_1| + |\Delta v_2| + |\Delta v_3| = 0,194 \text{ m/s}$$

correspond au coût de la correction de chaque vecteur excentricité, à savoir une rotation de périégée d'angle $2\alpha = 36,8^\circ$, à excentricité constante $e_c = 2.10^{-4}$.

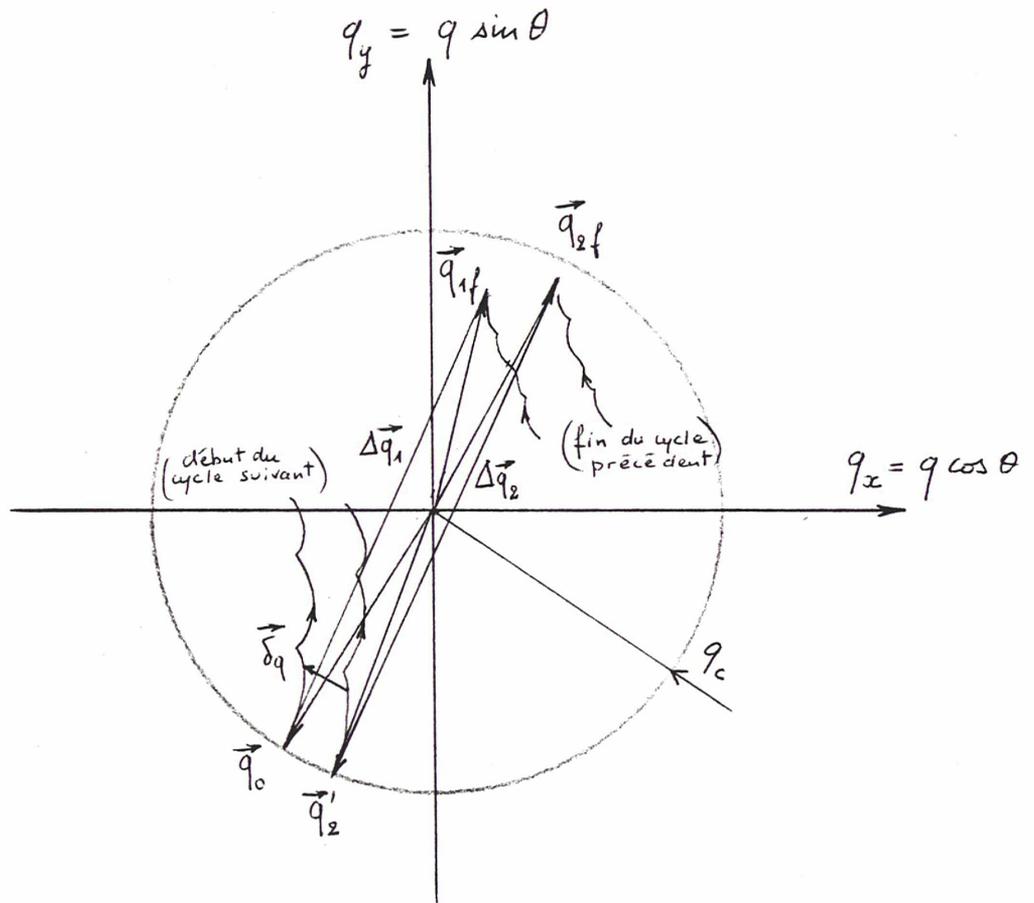
3.3.4 - Synchronisation des manoeuvres et corrections d'ajustement

Les corrections principales définies précédemment sont appliquées simultanément aux deux satellites. Pour la correction tangentielle de dérive, Δv_1 , et la correction des impacts Est/Ouest (les fameux impacts !), on a précisé que les manoeuvres étaient différenciées pour chaque satellite.

Les corrections des vecteurs inclinaisons et des vecteurs excentricités, quant à elles, sont difficilement différenciables. En effet, l'instant de leur réalisation simultanée détermine l'ascension droite où elles sont appliquées aux satellites et donc, d'après le chapitre 3.1, leur direction. Une éventuelle différenciation de ces corrections principales ne peut donc affecter que leur module $||\Delta \vec{e}||$ et $||\Delta \vec{i}||$.

Aussi, $\vec{q}(\theta)$ étant mis pour $\vec{i}(\Omega)$ ou $\vec{e}(\Omega + \omega)$ indifféremment, si la restitution d'orbite décèle des écarts entre les vecteurs \vec{q}_{f1} et \vec{q}_{f2} des 2 satellites à la fin du cycle en q , les modules $||\Delta\vec{q}_1||$ et $||\Delta\vec{q}_2||$ sont différenciés comme indiqué sur la figure 3.3.b.

Figure 3.3.b



$\Delta\vec{q}_1$ vise le vecteur initial nominal \vec{q}_0 du cycle suivant.

$\Delta\vec{q}_2$ parallèle à $\Delta\vec{q}_1$, ajusté en module, vise pour \vec{q}_2 le seul point du cercle de contrôle alors possible: \vec{q}'_2 .

Notons que l'imprécision des manoeuvres peut alors creuser ou réduire les écarts. Quoi qu'il en soit, après 48 heures du nouveau cycle, quelles qu'aient été les corrections $\Delta \vec{q}_i$ (différenciées ou non), si la restitution d'orbite décèle des écarts entre \vec{q}_1 et \vec{q}_2 on effectue une correction d'ajustement $\delta \vec{q}$ sur le satellite le plus éloigné du cycle théorique, et au besoin sur les deux satellites.

Ces corrections d'ajustement $\delta \vec{q}$, qui ne sont pas forcément simultanées quand elles concernent les deux satellites, ramènent les écarts orbitaux du binôme dans les plages dues aux incertitudes de restitution d'orbite, à savoir:

$$\begin{array}{ll} |\Delta \vec{e}| \ll 5.10^{-6} & |\Delta \Omega| \ll 2^\circ \\ |\Delta \vec{i}| \ll 4.10^{-3} & |\Delta \omega| \ll 8^\circ \end{array}$$

L'ajustement des vecteurs excentricités peut éventuellement être combiné à un ajustement des demi grand axes assurant $|\Delta a| \ll 70$ m.

Notons ici que l'écart nominal $\Delta \Omega = 0,07^\circ$ déterminé au début de la première partie (chapitre 1.2) ne saurait être visé avec réalisme. On a d'ailleurs exclu implicitement de le faire en visant le même cycle Nord/Sud (l'optimal ! le seul, le vrai !) pour les deux satellites.

Les écarts mentionnés ci-dessus sont tout à fait admissibles du point de vue de la liaison inter-satellites. On rappelle, en effet, que pour une inclinaison de $0,05^\circ$ et une excentricité de 2.10^4 , on peut tolérer $|\Delta \Omega| \ll 7^\circ$ et $|\Delta \omega| \ll 15^\circ$ tant que $\Delta l \gg 0,05^\circ$.

Les variations des écarts Δe et $\Delta(\Omega + \omega)$ au cours des cycles en excentricité les laissent inoffensifs pour la liaison. En revanche, la deuxième partie a montré que des variations mal corrélées de Δi et $\Delta \Omega$, intervenant en milieu de cycle Nord/Sud, pouvait déphaser sensiblement le mouvement Nord/Sud relatif des satellites.

Pour rendre inoffensif ce déphasage, il est important de recaler l'écart en longitude avant la mi-cycle Nord/Sud. Celle-ci intervient au 15^e jour d'un cycle Est/Ouest sur deux. Pendant le cycle intermédiaire, c'est la correction Nord/Sud des inclinaisons qui intervient au 15^e jour. Cette correction impose, elle aussi, un écart en longitude quasi-nominal $\Delta l = 0,07^\circ$ (à cause des impacts ...).

Systématiquement donc, au 12^e jour de tous les cycles Est/Ouest, un ajustement différencié des demi grand-axes visera d'amener les satellites en leurs longitudes nominales respectives, l_{c1} et l_{c2} , au 15^e jour (cf. figure 3.3.a). Réalisée, pour chaque satellite, en deux impulsions respectant l'excentricité, cette correction fine de dérive, en fin de deuxième semaine, garantit à la liaison ... l'accès en troisième semaine !

3.3.5 - Cycle de maintien à poste du binôme

Le tableau suivant résume dans l'ordre chronologique toutes les corrections Est/Ouest et Nord/Sud pouvant intervenir au cours des 21 jours d'un cycle Est/Ouest.

E/O est mis pour correction Est/Ouest, N/S pour correction Nord/Sud, le symbole * désigne des impulsions éventuellement différenciées pour chaque satellite, ΔV , des corrections principales, et δV , des corrections d'ajustement.

1	Lu	E/O ΔV_1^* et ΔV_2^* à 12 heures d'intervalle ; début du cycle de dérive
2	Ma	E/O ΔV_3^* (12 heures après ΔV_2) ; début du cycle en excentricité
3	Me	Restitution d'orbite
4	Je	Restitution d'orbite
5	Ve	E/O ajustement dérive et excentricité δV_{T1}^* (facultative)
6/7	W.E.	
8	Lu	
9	Ma	
10	Me	Restitution d'orbite
11	Je	Restitution d'orbite
12	Ve	E/O ajustement dérive δV_{T2}^* visant $\Delta i = 0,07^\circ$ au Lu. suivant
13/ 14	W.E.	
15	Lu	N/S ΔV_N^* ; début du cycle en inclinaison
16	Ma	Restitution d'orbite
17	Me	Restitution d'orbite
18	Je	E/O δV_{T3}^* corrigeant les impacts de ΔV_N^* ; δV_N^* rectifiant le cycle en inclinaison
19	Ve	
20/ 21	W.E.	

Toutes les corrections principales ΔV_1^* , ΔV_2^* , ΔV_3^* et ΔV_N^* peuvent être différenciées, mais sont appliquées simultanément aux deux satellites. Pour différencier le module de la correction Nord/Sud principale, on peut s'appuyer sur la restitution d'orbite du 11^e jour puisque la correction tangentielle du 12^e jour ne modifie pas les vecteurs inclinaisons.

Il est bon, en revanche, d'envisager une restitution d'orbite supplémentaire à la fin de chaque cycle Est/Ouest (quitte à traiter des mesures le dimanche ...) de façon à mieux préciser les corrections différenciées ΔV_1^* , ΔV_2^* et ΔV_3^* en début de cycle suivant.

Les corrections d'ajustement δV_{T1}^* , δV_{T2}^* , δV_{T3}^* et δV_N^* ne sont pas forcément simultanées, de façon à pouvoir corriger au mieux les écarts entre les vecteurs excentricités ou les vecteurs inclinaisons des satellites. Chacune des corrections tangentielles δV_{T1}^* , δV_{T2}^* , δV_{T3}^* devrait théoriquement faire l'objet, pour chaque satellite, d'un découpage en 2 impulsions à 12 heures d'intervalle pour respecter les combinaisons de corrections de dérive et d'excentricité visées.

Toutefois, pour des impulsions suffisamment faibles on peut négliger l'effet sur les vecteurs excentricité dont la restitution est, par ailleurs, fort imprécise. En pratique, seul le δV_{T3}^* pourrait faire l'objet de découpage, en cas d'impacts Est/Ouest particulièrement "méchants". La restitution d'orbite conseillée en fin de cycle Est/Ouest permet de l'éviter. L'écart engendré sur les vecteurs excentricités est alors corrigé dès le début du cycle suivant.

Le cycle Est/Ouest qui suit le cycle décrit par le tableau est analogue en tous points pour les corrections Est/Ouest. En revanche, les deux corrections Nord/Sud, principale et ajustement, sont supprimées. L'ajustement δV_N^* des cycles Nord/Sud au 18^e jour est proscrite car, aux faibles inclinaisons qui interviennent alors, l'incertitude sur les noeuds ascendants rendrait sa réalisation très imprécise.

La correction δV_{T2}^* est impérative pour ajuster l'écart en longitude à la mi-cycle Nord/Sud. Quant à la manoeuvre δV_{T3}^* , il est bon de la maintenir pour viser avec précision les longitudes nominales de fin de cycle.

Les impulsions δV_{T1}^* , en fin de première semaine, δV_{T2}^* , en fin de deuxième semaine et δV_{T3}^* en fin de troisième semaine assurent alors un contrôle hebdomadaire de la dérive.

Ce contrôle neutralise aussi les effets en longitude induits par les systèmes de contrôle d'attitude des satellites. On rappelle que pour les satellites du binôme on a imposé aux impulsions parasites dues à des mauvais couples de désaturation des roues cinétiques d'être inférieures au $1/100^e$ du $\Delta V_{Dérive}$, c'est-à-dire inférieures à 4.10^{-4} m/s. Au pire ces impulsions, imposées de façon aléatoire tous les 3 ou 4 jours, engendrent des variations de l'écart Δl de 5.10^{-3} d° en une semaine. Dans le cas d'impulsions parasites plus importantes (par exemple système de désaturation monotuyère type ARABSAT), il est nécessaire d'imposer quelque contrainte à leur caractère aléatoire. (Sur la date d'intervention, en particulier, qui leur fait changer de signe toutes les 12 heures).

CONCLUSION

On peut envisager de contrôler les satellites du binôme considéré dans une même fenêtre de $\pm 0,1^\circ$ à l'aide de la même station-sol.

Le maintien de la liaison inter-satellites exige toutes les semaines, pour chaque satellite, une restitution des paramètres orbitaux et un ajustement différencié de la dérive.

Un ajustement des vecteurs excentricité et inclinaison peut également être nécessaire deux jours après leur correction principale qui a lieu toutes les trois semaines pour l'excentricité, et toutes les six semaines pour l'inclinaison.

L'inclinaison est contrôlée à $0,05^\circ$ pour éviter des impacts Est/Ouest fatals et pour diminuer les contraintes imposées par la liaison aux écarts entre les noeuds ascendants et les périhéés.

Cette réduction de moitié de l'inclinaison de contrôle n'affecte pas le coût principal des corrections Nord/Sud. Celui-ci, en revanche, est légèrement augmenté par l'inter-ruption des cycles optimaux de durée supérieure à six semaines. Le coût des corrections Est/Ouest est aussi un peu accru par les ajustements hebdomadaires de dérive.

Toutefois, plus qu'en impulsions Δv , c'est en terme de multiplication des opérations sol (mesures de restitution et manoeuvres, différenciées, et plus nombreuses) qu'il convient d'évaluer le coût du maintien à poste du binôme.

CONCLUSION GENERALE

Le maintien permanent d'une liaison du type télécommunications entre les deux satellites d'un binôme géostationnaire ajoute au contrôle de leurs orbites respectives une contrainte sur leur mouvement relatif.

Cette contrainte se traduit par des conditions relativement simples sur les paramètres orbitaux classiques. En revanche, sa prise en compte dans la stratégie de maintien à poste est rendue délicate par l'utilisation des paramètres adaptés aux orbites géostationnaires. Les vecteurs excentricité et inclinaison, en effet, facilitent l'étude des perturbations et du contrôle de ces orbites mais allourdiraient beaucoup la description du mouvement relatif et l'écriture des conditions de liaison.

L'étude proposée s'est attachée à l'examen d'un binôme constitué par deux satellites distants de 50 kilomètres en moyenne avec, pour la liaison, des dépointages d'antennes ou de télescopes de ± 11 degrés au plus. Toutefois, les procédures mises en oeuvre pour appréhender ce cas précis peuvent servir à résoudre d'autres binômes. Elles comportent essentiellement:

- la traduction des contraintes de liaison intersatellites en terme d'écarts admissibles sur les paramètres orbitaux
- la définition de cycles de contrôle orbital dont l'imprécision de réalisation et l'évolution respectent ces écarts admissibles.

Les stratégies de maintien à poste ainsi définies peuvent être mises au point sur un programme de simulation numérique développé dans le cadre plus général des essais de satellites. Ce programme dont l'annexe VII fournit le mode d'utilisation permet de calculer l'évolution orbitale naturelle et corrigée d'un ensemble de satellites quasi-géostationnaires dans différents systèmes de références.

L'étude proposée a été développée dans le souci d'une adaptation mineure des procédures habituellement suivies par les stations-sol. En particulier, la liaison intersatellites, elle-même, ne joue aucun rôle dans la réalisation du contrôle d'orbite. Or on peut très bien prévoir de l'utiliser pour effectuer des mesures de positions et de vitesses relatives. Plus simplement, la seule prise en compte du mouvement quotidien moyen des antennes peut aider à déterminer les écarts entre les paramètres orbitaux. Les mesures transmises au sol, ou mieux traitées par un ordinateur embarqué, amélioreraient les performances de restitution d'orbite, tout en allégeant la charge des stations-sol.

On peut même envisager d'asservir complètement le pilotage du second satellite à celui du satellite "chef". Les corrections principales sont alors à la fois simultanées et identiques "aveuglement" pour les deux satellites. Des corrections d'ajustement sont ensuite calculées par le chef à partir de ses mesures du mouvement relatif. Ce type de stratégie de maintien à poste, avec traitement en vol des informations fournies par la liaison inter-satellites, permettrait aux stations-sol de considérer totalement le binôme comme un seul élément géostationnaire.

L'examen de cette solution plus élaborée de binôme constitue donc un axe de recherche important pour le développement de la coordination de satellites.

Il peut être intéressant également, pour certaines missions, de considérer le cas d'un binôme de satellites très dissemblables en configuration. Les écarts entre les cycles en excentricité provoqués par une différence importante du produit $C_p.S/M$ nécessitent alors une réadaptation spécifique du contrôle combiné excentricité/dérive en longitude des deux satellites.

Enfin, un autre point important qui n'a pas été abordé dans cette étude est la phase de mise à poste du binôme. Elle correspond aussi à la phase d'acquisition pour la liaison inter-satellites. Celle-ci exige un examen soigné du rendez-vous en longitude du second satellite et de l'initialisation des cycles de contrôle d'orbite.

Loin, donc, de fermer le problème, cette thèse constitue une étape encourageante pour l'étude de la coordination de satellites géostationnaires. En assurant la faisabilité du contrôle orbital d'un binôme avec liaison inter-satellites, elle contribue à montrer que le concept "essaim" demeure une option viable comme segment spatial de télécommunications.

11/10/84
TdT = 410A

Doc. n° 217 CA/TS
Page 182

BIBLIOGRAPHIE

1. ESA/"Synchronised AOCs of Satellites Operating in Clusters".
Appel d'offre émis le 21 Nov. 1983.
Réf. : n° AO/1-1601/83/NL/BI
[ESA/IPC(83)20r.1 n° Item 3-253.02].
2. LEGENDRE.P/"Analytical Model of Evolution of Orbit Parameters of a Quasi Geostationary Satellite".
Congrès IAF, Budapest, Oct., 1983, IAF 83.316.
3. MARCHAL.C/"Perturbations and Artificial Stabilization of a 24-Hour Satellite".
Symposium Spatial Européen, Stuttgart, 1963.
4. MAREC JP./"Trajectoires Spatiales Optimales"
Cours Sup.Aéro, 1977.
5. MORANDO B./"Orbites de Résonance des Satellites de 24-h".
Bull. Astron XXIV, fasc.1, p.47, 1963.
6. MURDOCH.J. et POCHA JJ./"The Orbital Dynamics of Satellite Clusters"
Congrès IAF, Paris Sept., 1962, IAF 82.54.
7. POCHA JJ. et EDWARDS A.F./"L-SAT Station-Keeping".
Proc. ESA Flight Dynamics Conf., Darmstadt, 1981,
ESA SP-160, pp 169-182.
8. ROBERT J.M./"Maintien à poste des satellites géostationnaires".
Cours Sup-Aéro, 1981.
9. UTASHIMA M., OGINO T. and Al/"East-West Station Keeping Manoeuvre".
Proc. ESA Flight Dynamics Conf., Darmstadt, 1981,
ESA SP-160, pp 169-182.
10. WALKER J.G./"The Geometry of Satellite Clusters".
J. British Interplanetary Soc., Vol.35,
pp 345-354, 1982.

11/10/84
TdT = 410A

Doc. n° 217 CA/TS
Page A1-1

Annexe 1

BULLETINS ORBITAUX D'UN BINOME NOMINAL INITIALEMENT

LONGITUDE DE STATIONNEMENT DU BINOME : 0° ± 0,035°
Mise à poste initiale en hiver le 1er Janvier 1990 à 0h:

.....										
1/ 1/90	JOUR JULIEN :14510.000000		TEMPS SIDERAL : 99.87107 DEG							
SAT. 1	DGA= 42155.800 KM	EXC= .0002000	INC= .10000	DEG	GOM= 269.96500	DEG	POM= .00000	DEG	LM= -.03500	DEG
SAT. 2	DGA= 42155.800 KM	EXC= .0002000	INC= .10000	DEG	GOM= 270.03500	DEG	POM= .00000	DEG	LM= .03500	DEG
SAT. 3	DGA= 42155.800 KM	EXC= .0002000	INC= .10000	DEG	GOM= 270.00000	DEG	POM= .00000	DEG	LM= 0.00000	DEG
.....										
11/ 1/90	JOUR JULIEN :14520.000000		TEMPS SIDERAL : 109.72719 DEG							
SAT. 1	DGA= 42166.446 KM	EXC= .0002042	INC= .06677	DEG	GOM= 273.73232	DEG	POM= 25.75269	DEG	LM= .05473	DEG
SAT. 2	DGA= 42166.440 KM	EXC= .0002044	INC= .06677	DEG	GOM= 273.83649	DEG	POM= 25.71066	DEG	LM= .12522	DEG
SAT. 3	DGA= 42166.443 KM	EXC= .0002043	INC= .06677	DEG	GOM= 273.78440	DEG	POM= 25.73168	DEG	LM= .08998	DEG
.....										
21/ 1/90	JOUR JULIEN :14630.000000		TEMPS SIDERAL : 119.58332 DEG							
SAT. 1	DGA= 42164.346 KM	EXC= .0002525	INC= .04316	DEG	GOM= 267.52612	DEG	POM= 61.41032	DEG	LM= .20952	DEG
SAT. 2	DGA= 42164.337 KM	EXC= .0002628	INC= .04316	DEG	GOM= 267.64709	DEG	POM= 61.25905	DEG	LM= .19799	DEG
SAT. 3	DGA= 42164.342 KM	EXC= .0002527	INC= .04316	DEG	GOM= 267.60660	DEG	POM= 61.33469	DEG	LM= .24520	DEG
.....										
31/ 1/90	JOUR JULIEN :14540.000000		TEMPS SIDERAL : 129.43944 DEG							
SAT. 1	DGA= 42164.157 KM	EXC= .0002717	INC= .01859	DEG	GOM= 223.92732	DEG	POM= 104.42827	DEG	LM= .43768	DEG
SAT. 2	DGA= 42164.149 KM	EXC= .0002719	INC= .01850	DEG	GOM= 224.19997	DEG	POM= 104.18665	DEG	LM= .51031	DEG
SAT. 3	DGA= 42164.153 KM	EXC= .0002718	INC= .01855	DEG	GOM= 224.05838	DEG	POM= 104.30772	DEG	LM= .47400	DEG
.....										
10/ 2/90	JOUR JULIEN :14650.000000		TEMPS SIDERAL : 139.29556 DEG							
SAT. 1	DGA= 42164.997 KM	EXC= .0002760	INC= .02460	DEG	GOM= 130.79880	DEG	POM= 221.89394	DEG	LM= .72443	DEG
SAT. 2	DGA= 42164.983 KM	EXC= .0002962	INC= .02452	DEG	GOM= 130.59373	DEG	POM= 222.11426	DEG	LM= .79271	DEG
SAT. 3	DGA= 42164.990 KM	EXC= .0002961	INC= .02456	DEG	GOM= 130.69149	DEG	POM= 222.00639	DEG	LM= .76157	DEG
.....										

Mise à poste initiale au printemps le 1er Avril 1990 à 0h:

.....										
1/ 4/90	JOUR JULIEN :14700.000000		TEMPS SIDERAL : 188.57618 DEG							
SAT. 1	DGA= 42165.800 KM	EXC= .0002000	INC= .10000	DEG	GOM= 269.96500	DEG	POM= 90.00000	DEG	LM= -.03500	DEG
SAT. 2	DGA= 42165.800 KM	EXC= .0002000	INC= .10000	DEG	GOM= 270.03500	DEG	POM= 90.00000	DEG	LM= .03500	DEG
SAT. 3	DGA= 42165.800 KM	EXC= .0002000	INC= .10000	DEG	GOM= 270.00000	DEG	POM= 90.00000	DEG	LM= 0.00000	DEG
.....										
11/ 4/90	JOUR JULIEN :14710.000000		TEMPS SIDERAL : 198.43230 DEG							
SAT. 1	DGA= 42166.910 KM	EXC= .0001880	INC= .08447	DEG	GOM= 270.35139	DEG	POM= 135.86173	DEG	LM= -.02538	DEG
SAT. 2	DGA= 42166.907 KM	EXC= .0001882	INC= .08447	DEG	GOM= 270.43427	DEG	POM= 135.83706	DEG	LM= .04499	DEG
SAT. 3	DGA= 42166.909 KM	EXC= .0001881	INC= .08447	DEG	GOM= 270.39283	DEG	POM= 135.84941	DEG	LM= .00980	DEG
.....										
21/ 4/90	JOUR JULIEN :14720.000000		TEMPS SIDERAL : 208.28842 DEG							
SAT. 1	DGA= 42165.185 KM	EXC= .0002970	INC= .06000	DEG	GOM= 276.81105	DEG	POM= 152.45570	DEG	LM= .05866	DEG
SAT. 2	DGA= 42165.175 KM	EXC= .0002973	INC= .06001	DEG	GOM= 276.92662	DEG	POM= 152.34227	DEG	LM= .12982	DEG
SAT. 3	DGA= 42165.180 KM	EXC= .0002872	INC= .06000	DEG	GOM= 276.86884	DEG	POM= 152.39897	DEG	LM= .09424	DEG
.....										
1/ 5/90	JOUR JULIEN :14730.000000		TEMPS SIDERAL : 218.14454 DEG							
SAT. 1	DGA= 42164.055 KM	EXC= .0002928	INC= .04055	DEG	GOM= 303.98497	DEG	POM= 126.37835	DEG	LM= .19958	DEG
SAT. 2	DGA= 42164.046 KM	EXC= .0002930	INC= .04041	DEG	GOM= 304.12843	DEG	POM= 126.24156	DEG	LM= .27190	DEG
SAT. 3	DGA= 42164.050 KM	EXC= .0002929	INC= .04058	DEG	GOM= 304.05675	DEG	POM= 126.30991	DEG	LM= .23574	DEG
.....										
11/ 5/90	JOUR JULIEN :14740.000000		TEMPS SIDERAL : 228.00067 DEG							
SAT. 1	DGA= 42165.179 KM	EXC= .0003495	INC= .03789	DEG	GOM= 333.28306	DEG	POM= 116.84869	DEG	LM= .40835	DEG
SAT. 2	DGA= 42165.156 KM	EXC= .0003498	INC= .03800	DEG	GOM= 333.36763	DEG	POM= 116.76038	DEG	LM= .49222	DEG
SAT. 3	DGA= 42165.173 KM	EXC= .0003497	INC= .03794	DEG	GOM= 333.32538	DEG	POM= 116.80449	DEG	LM= .44528	DEG
.....										

LONGITUDE DE STATIONNEMENT DU BINOME : $10^{\circ} \pm 0,035^{\circ}$ OUEST

.Mise à poste initiale en hiver le 1er Janvier 1990, à 0h:

.....

1/ 1/90
0: 0: 0 JOUR JULIEN :14610.000000 TEMPS SIDERAL : 99.87107 DEG

SAT. 1	DGA= 42165.800 KM	EXC= .0002000	INC= .10000 DEG	GOM= 269.96500 DEG	POM= .00000 DEG	LM= -10.03500 DEG
SAT. 2	DGA= 42165.800 KM	EXC= .0002000	INC= .10000 DEG	GOM= 270.03500 DEG	POM= .00000 DEG	LM= -9.96500 DEG
SAT. 3	DGA= 42165.800 KM	EXC= .0002000	INC= .10000 DEG	GOM= 270.00000 DEG	POM= .00000 DEG	LM= -10.00000 DEG

.....

11/ 1/90
0: 0: 0 JOUR JULIEN :14620.000000 TEMPS SIDERAL : 109.72719 DEG

SAT. 1	DGA= 42167.139 KM	EXC= .0001964	INC= .06685 DEG	GOM= 273.78623 DEG	POM= 25.30249 DEG	LM= -10.01738 DEG
SAT. 2	DGA= 42167.134 KM	EXC= .0001966	INC= .06686 DEG	GOM= 273.89040 DEG	POM= 25.26385 DEG	LM= -9.94687 DEG
SAT. 3	DGA= 42167.136 KM	EXC= .0001965	INC= .06685 DEG	GOM= 273.83832 DEG	POM= 25.28318 DEG	LM= -9.98212 DEG

.....

21/ 1/90
0: 0: 0 JOUR JULIEN :14630.000000 TEMPS SIDERAL : 119.58332 DEG

SAT. 1	DGA= 42165.747 KM	EXC= .0002541	INC= .04313 DEG	GOM= 267.68947 DEG	POM= 63.97854 DEG	LM= -9.99340 DEG
SAT. 2	DGA= 42165.737 KM	EXC= .0002544	INC= .04313 DEG	GOM= 267.85047 DEG	POM= 63.82348 DEG	LM= -9.92196 DEG
SAT. 3	DGA= 42165.742 KM	EXC= .0002542	INC= .04313 DEG	GOM= 267.76997 DEG	POM= 63.90100 DEG	LM= -9.95768 DEG

.....

31/ 1/90
0: 0: 0 JOUR JULIEN :14640.000000 TEMPS SIDERAL : 129.43944 DEG

SAT. 1	DGA= 42165.429 KM	EXC= .0002743	INC= .01852 DEG	GOM= 223.93889 DEG	POM= 105.37949 DEG	LM= -9.95179 DEG
SAT. 2	DGA= 42165.420 KM	EXC= .0002745	INC= .01843 DEG	GOM= 224.20206 DEG	POM= 105.13493 DEG	LM= -9.87902 DEG
SAT. 3	DGA= 42165.424 KM	EXC= .0002744	INC= .01848 DEG	GOM= 224.07020 DEG	POM= 105.25747 DEG	LM= -9.91540 DEG

.....

10/ 2/90
0: 0: 0 JOUR JULIEN :14650.000000 TEMPS SIDERAL : 139.29556 DEG

SAT. 1	DGA= 42166.926 KM	EXC= .0002929	INC= .02452 DEG	GOM= 130.67051 DEG	POM= 222.76143 DEG	LM= -9.90834 DEG
SAT. 2	DGA= 42166.913 KM	EXC= .0002932	INC= .02444 DEG	GOM= 130.45396 DEG	POM= 222.97914 DEG	LM= -9.83386 DEG
SAT. 3	DGA= 42166.919 KM	EXC= .0002930	INC= .02448 DEG	GOM= 130.56244 DEG	POM= 222.87008 DEG	LM= -9.87110 DEG

.....

Mise à poste initiale au printemps le 1er Avril 1990, à 0h:

.....

17/ 4/90
0: 0: 0 JOUR JULIEN :14700.000000 TEMPS SIDERAL : 188.57618 DEG

SAT. 1	DGA= 42165.800 KM	EXC= .0002000	INC= .10000 DEG	GOM= 269.96500 DEG	POM= 90.00000 DEG	LM= -10.03500 DEG
SAT. 2	DGA= 42165.800 KM	EXC= .0002000	INC= .10000 DEG	GOM= 270.03500 DEG	POM= 90.00000 DEG	LM= -9.96500 DEG
SAT. 3	DGA= 42165.800 KM	EXC= .0002000	INC= .10000 DEG	GOM= 270.00000 DEG	POM= 90.00000 DEG	LM= -10.00000 DEG

.....

11/ 4/90
0: 0: 0 JOUR JULIEN :14710.000000 TEMPS SIDERAL : 198.43230 DEG

SAT. 1	DGA= 42167.366 KM	EXC= .0001931	INC= .08457 DEG	GOM= 270.33796 DEG	POM= 134.61153 DEG	LM= -10.07793 DEG
SAT. 2	DGA= 42167.364 KM	EXC= .0001933	INC= .08457 DEG	GOM= 270.42089 DEG	POM= 134.59377 DEG	LM= -10.00758 DEG
SAT. 3	DGA= 42167.365 KM	EXC= .0001932	INC= .08457 DEG	GOM= 270.37943 DEG	POM= 134.60266 DEG	LM= -10.04275 DEG

.....

21/ 4/90
0: 0: 0 JOUR JULIEN :14720.000000 TEMPS SIDERAL : 208.28842 DEG

SAT. 1	DGA= 42166.590 KM	EXC= .0002757	INC= .06006 DEG	GOM= 276.83737 DEG	POM= 154.57395 DEG	LM= -10.10497 DEG
SAT. 2	DGA= 42166.581 KM	EXC= .0002760	INC= .06007 DEG	GOM= 276.95296 DEG	POM= 154.45997 DEG	LM= -10.03386 DEG
SAT. 3	DGA= 42166.585 KM	EXC= .0002759	INC= .06006 DEG	GOM= 276.89517 DEG	POM= 154.51696 DEG	LM= -10.06942 DEG

.....

1/ 5/90
0: 0: 0 JOUR JULIEN :14730.000000 TEMPS SIDERAL : 218.14454 DEG

SAT. 1	DGA= 42165.500 KM	EXC= .0002914	INC= .04055 DEG	GOM= 303.90603 DEG	POM= 127.83676 DEG	LM= -10.13176 DEG
SAT. 2	DGA= 42165.499 KM	EXC= .0002916	INC= .04062 DEG	GOM= 304.04961 DEG	POM= 127.69838 DEG	LM= -10.05950 DEG
SAT. 3	DGA= 42165.495 KM	EXC= .0002915	INC= .04058 DEG	GOM= 303.97786 DEG	POM= 127.76752 DEG	LM= -10.09563 DEG

.....

11/ 5/90
0: 0: 0 JOUR JULIEN :14740.000000 TEMPS SIDERAL : 228.00067 DEG

SAT. 1	DGA= 42166.966 KM	EXC= .0003467	INC= .03790 DEG	GOM= 333.03166 DEG	POM= 117.42485 DEG	LM= -10.14637 DEG
SAT. 2	DGA= 42166.954 KM	EXC= .0003470	INC= .03801 DEG	GOM= 333.11691 DEG	POM= 117.33849 DEG	LM= -10.07256 DEG
SAT. 3	DGA= 42166.960 KM	EXC= .0003469	INC= .03795 DEG	GOM= 333.07432 DEG	POM= 117.38163 DEG	LM= -10.10947 DEG

.....

LONGITUDE DE STATIONNEMENT DU BINOME : $19^{\circ} \pm 0,035$ OUEST

Mise à poste initiale en hiver le 1er Janvier 1990 à 0h:

1/ 1/90
0: 0: 0 JOUR JULIEN :14610.000000 TEMPS SIDERAL : 99.87107 DEG

SAT. 1 DGA= 42165.800 KM EXC= .0002000 INC= .10000 DEG GOM= 269.96500 DEG POM= .00000 DEG LM= -19.03500 DEG
SAT. 2 DGA= 42165.800 KM EXC= .0002000 INC= .10000 DEG GOM= 270.03500 DEG POM= .00000 DEG LM= -19.96500 DEG
SAT. 3 DGA= 42165.800 KM EXC= .0002000 INC= .10000 DEG GOM= 270.00000 DEG POM= .00000 DEG LM= -19.00000 DEG

11/ 1/90
0: 0: 0 JOUR JULIEN :14620.000000 TEMPS SIDERAL : 109.72719 DEG

SAT. 1 DGA= 42167.600 KM EXC= .0001921 INC= .06694 DEG GOM= 273.81603 DEG POM= 24.72935 DEG LM= -19.08325 DEG
SAT. 2 DGA= 42167.598 KM EXC= .0001923 INC= .06694 DEG GOM= 273.92021 DEG POM= 24.69450 DEG LM= -19.01275 DEG
SAT. 3 DGA= 42167.599 KM EXC= .0001922 INC= .06694 DEG GOM= 273.86812 DEG POM= 24.71193 DEG LM= -19.04800 DEG

21/ 1/90
0: 0: 0 JOUR JULIEN :14630.000000 TEMPS SIDERAL : 119.58331 DEG

SAT. 1 DGA= 42166.972 KM EXC= .0002475 INC= .04314 DEG GOM= 267.84033 DEG POM= 66.48114 DEG LM= -19.17568 DEG
SAT. 2 DGA= 42166.962 KM EXC= .0002478 INC= .04313 DEG GOM= 268.00136 DEG POM= 66.32394 DEG LM= -19.10431 DEG
SAT. 3 DGA= 42166.967 KM EXC= .0002476 INC= .04314 DEG GOM= 267.92085 DEG POM= 66.40249 DEG LM= -19.14000 DEG

31/ 1/90
0: 0: 0 JOUR JULIEN :14640.000000 TEMPS SIDERAL : 129.43944 DEG

SAT. 1 DGA= 42166.538 KM EXC= .0002769 INC= .01846 DEG GOM= 224.01476 DEG POM= 106.32623 DEG LM= -19.29907 DEG
SAT. 2 DGA= 42166.529 KM EXC= .0002771 INC= .01837 DEG GOM= 224.27868 DEG POM= 106.07897 DEG LM= -19.22647 DEG
SAT. 3 DGA= 42166.534 KM EXC= .0002770 INC= .01842 DEG GOM= 224.14645 DEG POM= 106.20281 DEG LM= -19.26277 DEG

10/ 2/90
0: 0: 0 JOUR JULIEN :14650.000000 TEMPS SIDERAL : 139.29556 DEG

SAT. 1 DGA= 42166.437 KM EXC= .0002930 INC= .02443 DEG GOM= 130.60909 DEG POM= 223.23175 DEG LM= -19.46890 DEG
SAT. 2 DGA= 42166.427 KM EXC= .0002932 INC= .02435 DEG GOM= 130.39112 DEG POM= 223.45290 DEG LM= -19.39472 DEG
SAT. 3 DGA= 42166.432 KM EXC= .0002931 INC= .02439 DEG GOM= 130.50031 DEG POM= 223.34212 DEG LM= -19.43181 DEG

Mise à poste initiale au printemps le 1er Avril 1990, à 0h:

1/ 4/90
0: 0: 0 JOUR JULIEN :14700.000000 TEMPS SIDERAL : 198.57618 DEG

SAT. 1 DGA= 42165.800 KM EXC= .0002000 INC= .10000 DEG GOM= 269.96500 DEG POM= 90.00000 DEG LM= -19.03500 DEG
SAT. 2 DGA= 42165.900 KM EXC= .0002000 INC= .10000 DEG GOM= 270.03500 DEG POM= 90.00000 DEG LM= -18.96500 DEG
SAT. 3 DGA= 42165.800 KM EXC= .0002000 INC= .10000 DEG GOM= 270.00000 DEG POM= 90.00000 DEG LM= -19.00000 DEG

11/ 4/90
0: 0: 0 JOUR JULIEN :14710.000000 TEMPS SIDERAL : 198.43230 DEG

SAT. 1 DGA= 42167.592 KM EXC= .0001811 INC= .08465 DEG GOM= 270.30942 DEG POM= 132.91065 DEG LM= -19.11971 DEG
SAT. 2 DGA= 42167.591 KM EXC= .0001813 INC= .08465 DEG GOM= 270.39239 DEG POM= 132.89971 DEG LM= -19.04942 DEG
SAT. 3 DGA= 42167.591 KM EXC= .0001812 INC= .08465 DEG GOM= 270.35091 DEG POM= 132.90519 DEG LM= -19.08456 DEG

21/ 4/90
0: 0: 0 JOUR JULIEN :14720.000000 TEMPS SIDERAL : 208.28842 DEG

SAT. 1 DGA= 42167.721 KM EXC= .0002668 INC= .06011 DEG GOM= 276.84179 DEG POM= 156.31066 DEG LM= -19.23851 DEG
SAT. 2 DGA= 42167.713 KM EXC= .0002671 INC= .06013 DEG GOM= 276.95742 DEG POM= 156.19798 DEG LM= -19.16756 DEG
SAT. 3 DGA= 42167.717 KM EXC= .0002670 INC= .06012 DEG GOM= 276.89961 DEG POM= 156.25431 DEG LM= -19.20303 DEG

1/ 5/90
0: 0: 0 JOUR JULIEN :14730.000000 TEMPS SIDERAL : 218.14454 DEG

SAT. 1 DGA= 42166.768 KM EXC= .0002999 INC= .04053 DEG GOM= 303.83937 DEG POM= 129.18007 DEG LM= -19.40633 DEG
SAT. 2 DGA= 42166.758 KM EXC= .0002902 INC= .04060 DEG GOM= 303.98305 DEG POM= 129.04053 DEG LM= -19.33436 DEG
SAT. 3 DGA= 42166.763 KM EXC= .0002900 INC= .04057 DEG GOM= 303.91125 DEG POM= 129.11025 DEG LM= -19.37035 DEG

11/ 5/90
0: 0: 0 JOUR JULIEN :14740.000000 TEMPS SIDERAL : 228.00067 DEG

SAT. 1 DGA= 42168.348 KM EXC= .0003459 INC= .03786 DEG GOM= 332.82143 DEG POM= 117.55082 DEG LM= -19.60953 DEG
SAT. 2 DGA= 42168.338 KM EXC= .0003461 INC= .03797 DEG GOM= 332.90715 DEG POM= 117.46691 DEG LM= -19.53619 DEG
SAT. 3 DGA= 42168.343 KM EXC= .0003460 INC= .03791 DEG GOM= 332.86432 DEG POM= 117.50883 DEG LM= -19.57286 DEG

11/10/84

Doc. n° 217 CA/TS

Page A1-5

LONGITUDE DE STATIONNEMENT DU BINOME : $30^{\circ} \pm 0,035^{\circ}$ OUEST

Mise à poste initiale en hiver le 1er Janvier 1990 à 0h:

.....

1/ 1/90
0: 0: 0 JOUR JULIEN :14610.000000 TEMPS SIDERAL : 99.87107 DEG

SAT. 1	DGA= 42165.800 KM	EXC= .0002000	INC= .10000 DEG	GOM= 269.96500 DEG	POM= .00000 DEG	LM= -30.03500 DEG
SAT. 2	DGA= 42165.800 KM	EXC= .0002000	INC= .10000 DEG	GOM= 270.03500 DEG	POM= .00000 DEG	LM= -29.96500 DEG
SAT. 3	DGA= 42165.800 KM	EXC= .0002000	INC= .10000 DEG	GOM= 270.00000 DEG	POM= .00000 DEG	LM= -30.00000 DEG

.....

11/ 1/90
0: 0: 0 JOUR JULIEN :14620.000000 TEMPS SIDERAL : 109.72719 DEG

SAT. 1	DGA= 42167.901 KM	EXC= .0001903	INC= .06705 DEG	GOM= 273.82415 DEG	POM= 23.57756 DEG	LM= -30.15561 DEG
SAT. 2	DGA= 42167.900 KM	EXC= .0001904	INC= .06706 DEG	GOM= 273.92835 DEG	POM= 23.54800 DEG	LM= -30.08520 DEG
SAT. 3	DGA= 42167.901 KM	EXC= .0001903	INC= .06705 DEG	GOM= 273.87625 DEG	POM= 23.56279 DEG	LM= -30.12040 DEG

.....

21/ 1/90
0: 0: 0 JOUR JULIEN :14630.000000 TEMPS SIDERAL : 119.58332 DEG

SAT. 1	DGA= 42168.250 KM	EXC= .0002411	INC= .04319 DEG	GOM= 268.00636 DEG	POM= 69.46935 DEG	LM= -30.37219 DEG
SAT. 2	DGA= 42168.243 KM	EXC= .0002414	INC= .04319 DEG	GOM= 268.16741 DEG	POM= 69.31165 DEG	LM= -30.30109 DEG
SAT. 3	DGA= 42168.247 KM	EXC= .0002413	INC= .04319 DEG	GOM= 268.08689 DEG	POM= 69.39050 DEG	LM= -30.32664 DEG

.....

31/ 1/90
0: 0: 0 JOUR JULIEN :14640.000000 TEMPS SIDERAL : 129.43944 DEG

SAT. 1	DGA= 42167.699 KM	EXC= .0002800	INC= .01840 DEG	GOM= 224.18020 DEG	POM= 107.57084 DEG	LM= -30.67009 DEG
SAT. 2	DGA= 42167.692 KM	EXC= .0002802	INC= .01831 DEG	GOM= 224.44530 DEG	POM= 107.31995 DEG	LM= -30.59201 DEG
SAT. 3	DGA= 42167.695 KM	EXC= .0002801	INC= .01836 DEG	GOM= 224.31248 DEG	POM= 107.44566 DEG	LM= -30.63405 DEG

.....

10/ 2/90
0: 0: 0 JOUR JULIEN :14650.000000 TEMPS SIDERAL : 139.29556 DEG

SAT. 1	DGA= 42169.800 KM	EXC= .0002956	INC= .02432 DEG	GOM= 130.61256 DEG	POM= 223.27797 DEG	LM= -31.06261 DEG
SAT. 2	DGA= 42169.793 KM	EXC= .0002958	INC= .02424 DEG	GOM= 130.39302 DEG	POM= 223.50382 DEG	LM= -30.99931 DEG
SAT. 3	DGA= 42169.797 KM	EXC= .0002957	INC= .02428 DEG	GOM= 130.50299 DEG	POM= 223.39069 DEG	LM= -31.02596 DEG

.....

Mise à poste initiale au printemps le 1er Avril 1990 à 0h:

.....

1/ 4/90
0: 0: 0 JOUR JULIEN :14700.000000 TEMPS SIDERAL : 188.57618 DEG

SAT. 1	DGA= 42165.800 KM	EXC= .0002000	INC= .10000 DEG	GOM= 269.96500 DEG	POM= 90.00000 DEG	LM= -30.03500 DEG
SAT. 2	DGA= 42165.800 KM	EXC= .0002000	INC= .10000 DEG	GOM= 270.03500 DEG	POM= 90.00000 DEG	LM= -29.96500 DEG
SAT. 3	DGA= 42165.800 KM	EXC= .0002000	INC= .10000 DEG	GOM= 270.00000 DEG	POM= 90.00000 DEG	LM= -30.00000 DEG

.....

11/ 4/90
0: 0: 0 JOUR JULIEN :14710.000000 TEMPS SIDERAL : 198.43230 DEG

SAT. 1	DGA= 42167.603 KM	EXC= .0001813	INC= .09472 DEG	GOM= 270.25773 DEG	POM= 130.05477 DEG	LM= -30.15708 DEG
SAT. 2	DGA= 42167.604 KM	EXC= .0001815	INC= .09472 DEG	GOM= 270.34072 DEG	POM= 130.05158 DEG	LM= -30.08690 DEG
SAT. 3	DGA= 42167.604 KM	EXC= .0001814	INC= .08472 DEG	GOM= 270.29922 DEG	POM= 130.05319 DEG	LM= -30.12199 DEG

.....

21/ 4/90
0: 0: 0 JOUR JULIEN :14720.000000 TEMPS SIDERAL : 208.28842 DEG

SAT. 1	DGA= 42168.773 KM	EXC= .0002573	INC= .06017 DEG	GOM= 276.82193 DEG	POM= 157.89464 DEG	LM= -30.36395 DEG
SAT. 2	DGA= 42168.768 KM	EXC= .0002576	INC= .06019 DEG	GOM= 276.93762 DEG	POM= 157.78591 DEG	LM= -30.29332 DEG
SAT. 3	DGA= 42168.770 KM	EXC= .0002574	INC= .06018 DEG	GOM= 276.87978 DEG	POM= 157.84027 DEG	LM= -30.32863 DEG

.....

1/ 5/90
0: 0: 0 JOUR JULIEN :14730.000000 TEMPS SIDERAL : 218.14454 DEG

SAT. 1	DGA= 42168.100 KM	EXC= .0002878	INC= .04050 DEG	GOM= 303.77260 DEG	POM= 130.79378 DEG	LM= -30.67091 DEG
SAT. 2	DGA= 42168.092 KM	EXC= .0002880	INC= .04057 DEG	GOM= 303.91639 DEG	POM= 130.65327 DEG	LM= -30.59955 DEG
SAT. 3	DGA= 42168.096 KM	EXC= .0002879	INC= .04053 DEG	GOM= 303.84454 DEG	POM= 130.72347 DEG	LM= -30.63523 DEG

.....

11/ 5/90
0: 0: 0 JOUR JULIEN :14740.000000 TEMPS SIDERAL : 228.00067 DEG

SAT. 1	DGA= 42169.559 KM	EXC= .0003458	INC= .03775 DEG	GOM= 332.61426 DEG	POM= 117.18245 DEG	LM= -31.06114 DEG
SAT. 2	DGA= 42169.553 KM	EXC= .0003461	INC= .03787 DEG	GOM= 332.70037 DEG	POM= 117.10156 DEG	LM= -30.98879 DEG
SAT. 3	DGA= 42169.556 KM	EXC= .0003460	INC= .03782 DEG	GOM= 332.65735 DEG	POM= 117.14197 DEG	LM= -31.02497 DEG

.....

11/10/84
TdT = 410A

Doc. n° 217 CA/TS
Page A2-1

Annexe 2

BULLETIN ORBITAL D'UN BINOME QUASI-NOMINAL INITIALEMENT

11/10/84
Tdt = 410A

Doc. n° 217 CA/TS
Page A2-2

LONGITUDE DE STATIONNEMENT DU BINOME : 0°

Binôme quasi-nominal $\Delta a_0 = +100 \text{ m}$; $\Delta e_0 = 1,5 \cdot 10^{-5}$;
 $\Delta i_0 = 4 \cdot 10^{-3}$; $\Delta \Omega_0 = 1 \cdot 10^{-1}$ au lieu de $0,7 \cdot 10^{-1}$;
 $\Delta \omega = 10^{-2}$; $\Delta l = 0,074^\circ$ au lieu de $0,07^\circ$

```
*****
1/ 1/90
0: 0: 0      JOUR JULIEN :14610.000000      TEMPS SIDERAL : 99.87107 DEG

SAT. 1 DGA= 42165.750 KM  EXC= .0002125 INC= .09800 DEG  GOM= 269.95500 DEG  POM= .01000 DEG  LM= -.03700 DEG
SAT. 2 DGA= 42165.650 KM  EXC= .0001975 INC= .10200 DEG  GOM= 270.04500 DEG  POM= 359.99000 DEG  LM= .03700 DEG
*****

11/ 1/90
0: 0: 0      JOUR JULIEN :14620.000000      TEMPS SIDERAL : 109.72719 DEG

SAT. 1 DGA= 42166.396 KM  EXC= .0002152 INC= .06477 DEG  GOM= 273.83345 DEG  POM= 24.01133 DEG  LM= .05915 DEG
SAT. 2 DGA= 42166.490 KM  EXC= .0002022 INC= .06877 DEG  GOM= 273.74082 DEG  POM= 26.15511 DEG  LM= .12080 DEG
*****

21/ 1/90
0: 0: 0      JOUR JULIEN :14630.000000      TEMPS SIDERAL : 119.59332 DEG

SAT. 1 DGA= 42164.296 KM  EXC= .0002692 INC= .04116 DEG  GOM= 267.38374 DEG  POM= 59.27065 DEG  LM= .22037 DEG
SAT. 2 DGA= 42164.397 KM  EXC= .0002615 INC= .04515 DEG  GOM= 267.81375 DEG  POM= 61.60298 DEG  LM= .27004 DEG
*****

31/ 1/90
0: 0: 0      JOUR JULIEN :14640.000000      TEMPS SIDERAL : 129.43944 DEG

SAT. 1 DGA= 42164.107 KM  EXC= .0002784 INC= .01728 DEG  GOM= 219.10770 DEG  POM= 107.05682 DEG  LM= .45503 DEG
SAT. 2 DGA= 42164.199 KM  EXC= .0002706 INC= .01994 DEG  GOM= 228.35318 DEG  POM= 100.47377 DEG  LM= .49297 DEG
*****

10/ 2/90
0: 0: 0      JOUR JULIEN :14650.000000      TEMPS SIDERAL : 139.29556 DEG

SAT. 1 DGA= 42164.945 KM  EXC= .0002978 INC= .02616 DEG  GOM= 127.96142 DEG  POM= 222.35161 DEG  LM= .74836 DEG
SAT. 2 DGA= 42165.034 KM  EXC= .0002959 INC= .02103 DEG  GOM= 133.79715 DEG  POM= 219.38939 DEG  LM= .77478 DEG
*****

20/ 2/90
0: 0: 0      JOUR JULIEN :14660.000000      TEMPS SIDERAL : 149.15168 DEG

SAT. 1 DGA= 42162.854 KM  EXC= .0004061 INC= .04097 DEG  GOM= 113.15103 DEG  POM= 255.50530 DEG  LM= 1.10727 DEG
SAT. 2 DGA= 42162.940 KM  EXC= .0004059 INC= .03726 DEG  GOM= 115.34884 DEG  POM= 255.37027 DEG  LM= 1.12231 DEG
*****
```

11/10/84
TdT = 410A

Doc. n° 217 CA/TS
Page A3-1

Annexe 3

OPTIMISATION DE LA DUREE DU CYCLE EN INCLINAISON

OPTIMISATION DU CYCLE NORD-SUD

L'évolution principale du vecteur inclinaison étant quasi-séculaire, il s'agit de maximiser, par le choix des conditions initiales optimales, la durée de présence du vecteur inclinaison \vec{i} dans le cercle de contrôle de rayon i_{\max} . Deux résultats importants permettent de résoudre ce problème.

- 1) L'inclinaison initiale d'un cycle Nord-Sud optimal est l'inclinaison de contrôle i_{\max} .

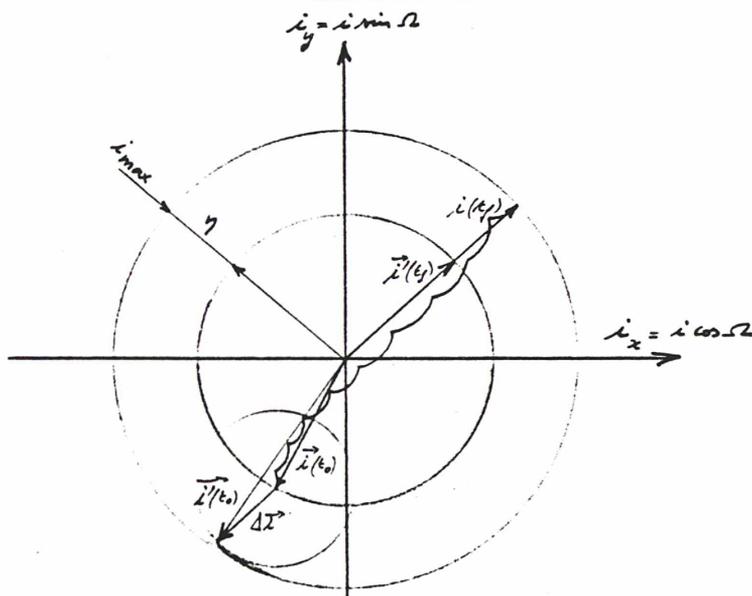
Le modèle analytique décrit dans la deuxième partie montre qu'une variation initiale du vecteur inclinaison provoque une translation exacte de son évolution dans son plan. En effet, des équations:

$$\begin{cases} i_x(t) = i_x(t_0) + P_{ix}(t) - P_{ix}(t_0) \\ i_y(t) = i_y(t_0) + \mathcal{J}_{iy}(t - t_0) + P_{iy}(t) - P_{iy}(t_0) \end{cases}$$

dans lesquelles t_0 désigne la date initiale, en début de cycle, on déduit qu'un écart initial en inclinaison $\Delta \vec{i}(t_0)$ se conserve au cours du temps: $\forall t \quad \Delta \vec{i}(t) = \Delta \vec{i}(t_0)$.

Supposons alors qu'initialement $i(t_0) < i_{\max}$ et désignons par t_f la date de fin de cycle définie par $i(t_f) = i_{\max}$. Si l'on peut trouver une translation de l'évolution de \vec{i} qui maintienne l'inclinaison initiale $i(t_0)$ à l'intérieur du cercle de contrôle mais telle qu'en fin de cycle $\|\vec{i}(t_f)\| < i_{\max}$, on aura montré que les cycles initialisés avec $i(t_0) < i_{\max}$ ne sont pas optimaux et donc que nécessairement $i(t_0) = i_{\max}$.

Figure 3.1



Aidé par la figure 3.1, ci-dessus, on peut choisir par exemple la translation de vecteur $\Delta \vec{i} = -\eta \frac{\vec{i}(t_f)}{i_{\max}}$ avec $\eta = i_{\max} - i(t_0) > 0$.

Par cette translation, en effet, le vecteur inclinaison initial devient:

$$\vec{i}'(t_0) = \vec{i}(t_0) - \eta \frac{\vec{i}(t_f)}{i_{\max}}$$

et le vecteur final:

$$\vec{i}'(t_f) = \vec{i}(t_f) - \eta \frac{\vec{i}(t_f)}{i_{\max}} = \left(1 - \frac{\eta}{i_{\max}}\right) \cdot \vec{i}(t_f) = \frac{\|\vec{i}(t_0)\|}{i_{\max}} \vec{i}(t_f)$$

Enfin comme $\|\vec{i}(t_f)\| = i_{\max}$, on a bien:

$$\|\vec{i}'(t_0)\| < \|\vec{i}(t_0)\| + \eta = i_{\max}$$

$$\text{et } \|\vec{i}(t_f)\| = \|\vec{i}(t_0)\| < i_{\max}$$

Per absurdum, il est donc établi que l'inclinaison initiale optimale d'un cycle Nord-Sud est l'inclinaison de contrôle : $i(t_0) = i_{\max}$.

2) Un cycle Nord-Sud optimal joint deux points du cercle de contrôle diamétralement opposés.

Autrement dit, le noeud ascendant initial optimal $\Omega(t_0)$ est tel qu'en fin de cycle: $\Omega(t_f) = \Omega(t_0) \pm 180^\circ$.

Le paragraphe 1) vient de montrer que $i(t_0) = i_{\max}$ nécessairement. Il reste donc à déterminer le noeud ascendant initial qui maximise la date t_f de fin de cycle. Pour une valeur donnée de $\Omega(t_0)$, cette date est définie implicitement par $i(t_f) = i_{\max}$.

La vitesse d'évolution de l'inclinaison, $\frac{di}{dt}$, n'est fonction que des conditions initiales, $\Omega(t_0)$, $i(t_0)$ et du temps t . De même, la vitesse du carré de l'inclinaison

$$i^2 = i_x^2 + i_y^2 .$$

Posant donc:

$$\frac{1}{2} \frac{di^2}{dt} = f[i(t_0), \Omega(t_0), t]$$

on a:

$$i^2(t_f) - i^2(t_0) = \int_{t_0}^{t_f} f[i(t_0), \Omega(t_0), t] dt$$

et comme $i(t_0) = i_{\max}$,

on constate que la condition $i(t_f) = i_{\max}$ implique:

$$\int_{t_0}^{t_f} f[i_{\max}, \Omega(t_0), t] dt = 0$$

Posons alors, avec $\Omega_0 = \Omega(t_0)$

$$F(\Omega_0, t_f) = \int_{t_0}^{t_f} f(i_{\max}, \Omega_0, t) dt$$

Il est physiquement légitime de considérer que F est une fonction différentiable de Ω_0 et de t_f admettant les dérivées partielles:

$$\frac{\partial F}{\partial t_f} = f(i_{\max}, \Omega_0, t_f) = \frac{1}{2} \frac{di^2}{dt}(t_f)$$

et

$$\frac{\partial F}{\partial \Omega_0} = \frac{\partial}{\partial \Omega_0} \int_{t_0}^{t_f} f(i_{\max}, \Omega_0, t) dt = \int_{t_0}^{t_f} \frac{\partial}{\partial \Omega_0} f(i_{\max}, \Omega_0, t) dt$$

A condition que $\frac{\partial F}{\partial t_f} \neq 0$, c'est-à-dire que $\frac{di^2}{dt}(t_f) \neq 0$, le théorème des fonctions implicites assure l'existence de la dérivée:

$$\frac{dt_f}{d\Omega_0} = \frac{\partial F}{\partial \Omega_0} \Big| \frac{\partial F}{\partial t_f}$$

Quand t_f est maximal, cette dérivée s'annule, et la recherche du noeud ascendant initial optimal Ω_{opt} se ramène ainsi à la résolution du système d'équations suivant:

$$\left\{ \begin{array}{l} \int_{t_0}^{t_{f_{\max}}} \frac{\partial f}{\partial \Omega_0} (i_{\max}, \Omega_{\text{opt}}, t) dt = 0 \\ i(t_{f_{\max}}) = i_{\max} \end{array} \right. \quad (1)$$

où Ω_{opt} et $t_{f_{\max}}$ sont les inconnus.

L'équation (1) se transforme en utilisant le modèle analytique décrit dans la deuxième partie:

Avec

$$\left\{ \begin{array}{l} i_x(t) = i_x(t_0) + P_{ix}(t) - P_{ix}(t_0) \quad (2) \\ i_y(t) = i_y(t_0) + \delta_{iy}(t - t_0) + P_{iy}(t) - P_{iy}(t_0) \quad (3) \end{array} \right.$$

On calcule:

$$\frac{1}{2} \frac{di^2}{dt} = i_x \frac{di_x}{dt} + i_y \frac{di_y}{dt}$$

et comme:

$$f(i_{\max}, \Omega_0, t) = \frac{1}{2} \frac{di^2}{dt}$$

on obtient:

$$f(i_{\max}, \Omega_0, t) = [i_x(t_0) + P_{ix}(t) - P_{ix}(t_0)] \cdot P'_{ix}(t) + [i_y(t_0) + \delta_{iy}(t - t_0) + P_{iy}(t) - P_{iy}(t_0)] \cdot [P'_{iy}(t) + \delta_{iy}]$$

Notant alors que:

$$\frac{\partial i_x(t_0)}{\partial \Omega_0} = -i(t_0) \sin \Omega_0 = -i_y(t_0) \quad \text{et} \quad \frac{\partial P_{ix}}{\partial \Omega_0} = 0 \quad \forall t$$

de même que:

$$\frac{\partial i_y(t_0)}{\partial \Omega_0} = i(t_0) \cos \Omega_0 = i_x(t_0) \quad \text{et} \quad \frac{\partial P_{iy}}{\partial \Omega_0} = 0 \quad \forall t$$

on obtient:

$$\frac{\partial f}{\partial \Omega_0}(i_{\max}, \Omega_0, t) = -i_y(t_0) P'_x(t) + i_x(t_0) [P'_{iy}(t) + \delta_{iy}]$$

L'équation (1) s'écrit alors:

$$\int_{t_0}^{t_f} [i_x(t_0) (P'_{iy}(t) + \delta i_y) - i_y(t_0) P'_{ix}(t)] dt = 0$$

qui devient, en effectuant l'intégration terme à terme:

$$i_x(t_0) [P_{iy}(t_f) - P_{iy}(t_0) + \delta i_y(t_f - t_0)] - i_y(t_0) [P_{ix}(t_f) - P_{ix}(t_0)] = 0$$

Utilisant de nouveau les équations (2) et (3) du modèle analytique, on obtient la forme équivalente:

$$i_x(t_0) [i_y(t_f) - i_y(t_0)] - i_y(t_0) [i_x(t_f) - i_x(t_0)] = 0$$

qui s'écrit encore

$$\frac{i_x(t_f)}{i_y(t_f)} = \frac{i_x(t_0)}{i_y(t_0)}$$

c'est-à-dire

$$\text{Cotg } \Omega(t_f) = \text{Cotg } \Omega(t_0)$$

Cette dernière égalité achève la démonstration de la propriété 2) du noeud ascendant optimal.
($\Omega(t_f) = \Omega_{\text{opt}} [180^\circ]$)

Sans en donner une expression explicite, elle facilite beaucoup sa recherche numérique à l'aide du modèle analytique. La deuxième partie a montré que sa valeur était proche de 270° . En partant de cette valeur approchée, on cherche le noeud ascendant initial optimal Ω_{opt} en résolvant le système:

$$\left| \begin{array}{l} \Omega(t_{f_{\text{max}}}) = \Omega_{\text{opt}} - 180^\circ \\ i(t_{f_{\text{max}}}) = i_{\text{max}} \end{array} \right.$$

Le traitement numérique de ce système s'effectue par approximations successives, en utilisant sa forme adaptée aux paramètres du modèle, à savoir:

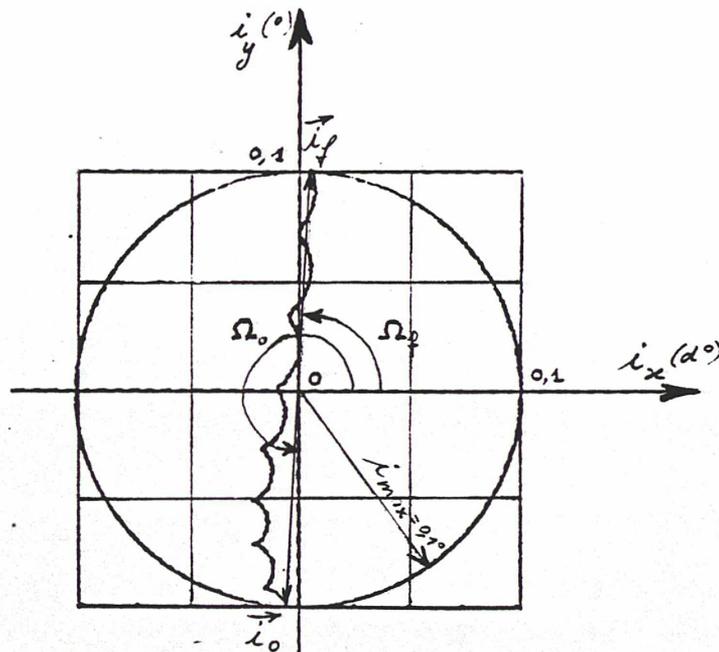
$$\begin{cases} i_x(t_0) i_y(t_f) - i_y(t_0) i_x(t_f) = 0 \\ i_x^2(t_f) + i_y^2(t_f) - i_{\max}^2 = 0 \end{cases}$$

Pour éviter de tomber sur la solution triviale $t_f = t_0$, on divise les équations par $t_f - t_0$.

Avec le vecteur inclinaison initial optimal, la résolution fournit également la date de fin de cycle. Notons que la durée des cycles Nord/Sud dépend de leur date initiale. Elle peut varier de plusieurs dizaines de jours d'un cycle à l'autre pour une inclinaison de contrôle donnée. Pour $i_{\max} = 0,1^\circ$, par exemple, le maximum de cette variation atteint près d'un mois.

La figure 3.2, ci-dessous, présente l'évolution du vecteur inclinaison au cours d'un cycle Nord/Sud optimal pour un inclinaison de contrôle $i_{\max} = 0,1^\circ$. La durée du cycle est ici de 96 jours environ.

Figure 3.2

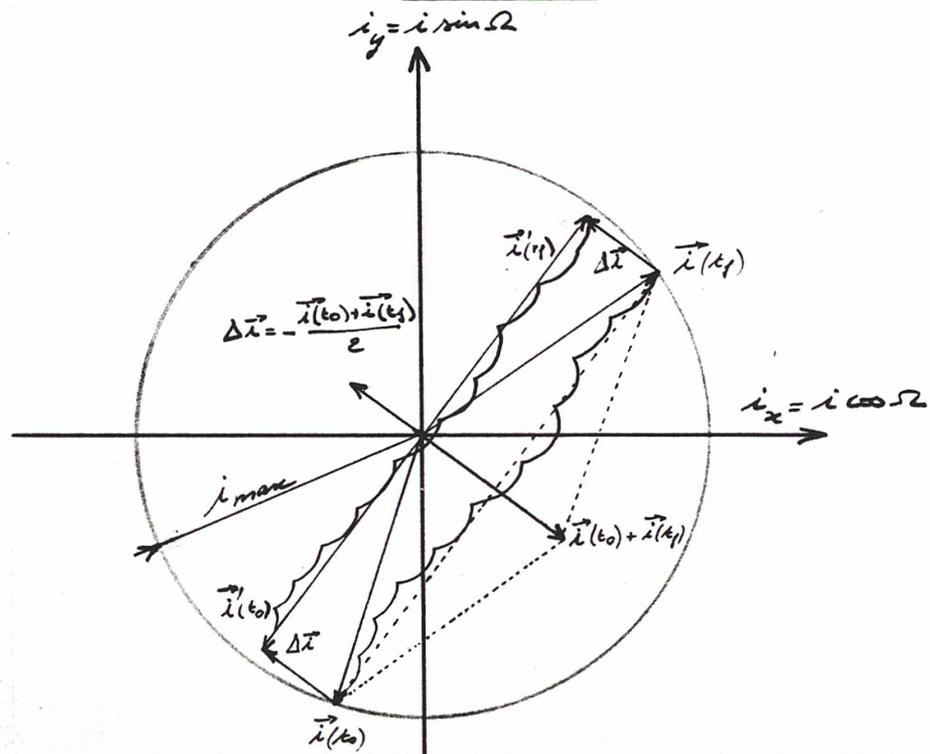


Pour clore cette annexe sur l'optimisation du contrôle Nord/Sud, on peut donner une explication purement géométrique de la propriété 2) du noeud ascendant optimal.

En effet, dire que le noeud ascendant varie de 180° exactement au cours d'un cycle optimal revient à dire que les vecteurs inclinaisons $\vec{i}(t_0)$ et $\vec{i}(t_f)$ s'y alignent dans des directions opposées. En s'inspirant alors des propriétés géométriques de l'évolution de i utilisées pour montrer la propriété 1), on peut, ici encore, raisonner par l'absurde.

Supposant donc que $\vec{i}(t_0)$ et $\vec{i}(t_f)$ ne sont pas alignés, ce qui s'écrit $\vec{i}(t_0) \wedge \vec{i}(t_f) \neq 0$, on cherche une translation $\Delta \vec{i}$ du vecteur initial $\vec{i}(t_0)$ qui maintienne l'évolution de i à l'intérieur du cercle de contrôle mais telle qu'en fin de cycle, $\|\vec{i}(t_f)\| < i_{\max}$ strictement.

Figure 3.3



Aidé par la figure 3.3, ci-dessus, on peut choisir par exemple, la translation de vecteur $\Delta \vec{i} = -\frac{1}{2} [\vec{i}(t_0) + \vec{i}(t_f)]$, non nulle puisque $\vec{i}(t_0) \wedge \vec{i}(t_f) \neq 0$.

Par cette translation, $\vec{i}(t_0)$ devient

$$\vec{i}'(t_0) = \vec{i}(t_0) - \frac{1}{2} [\vec{i}(t_0) + \vec{i}(t_f)] = \frac{1}{2} [\vec{i}(t_0) - \vec{i}(t_f)]$$

de même $\vec{i}(t_f)$ devient

$$\vec{i}'(t_f) = \vec{i}(t_f) - \frac{1}{2} [\vec{i}(t_0) + \vec{i}(t_f)] = \frac{1}{2} [\vec{i}(t_f) - \vec{i}(t_0)]$$

Du fait alors que $\vec{i}(t_0) \wedge \vec{i}(t_f) \neq 0$, on peut écrire strictement:

$$|| \vec{i}'(t_0) || < \frac{1}{2} (|| \vec{i}(t_0) || + || \vec{i}(t_f) ||)$$

$$|| \vec{i}'(t_f) || < \frac{1}{2} (|| \vec{i}(t_0) || + || \vec{i}(t_f) ||)$$

Enfin comme $|| \vec{i}(t_0) || = || \vec{i}(t_f) || = i_{\max}$, ces inégalités deviennent:

$$|| \vec{i}'(t_0) || < i_{\max}$$

$$|| \vec{i}'(t_f) || < i_{\max}$$

Elles montrent que les bornes du cycle translaté sont situées strictement à l'intérieur du cercle de contrôle, et donc que le cycle pour lequel $\vec{i}(t_0) \wedge \vec{i}(t_f) \neq 0$ n'est pas optimal.

Per absurdum donc, on vient de montrer que les inclinaisons initiale et finale d'un cycle optimal sont alignées.

11/10/84
TdT = 410A

Doc. n° 217 CA/TS
Page A4-1

Annexe 4

OPTIMISATION DU CYCLE EN LONGITUDE MOYENNE

Les équations décrivant l'évolution couplée du demi grand axe a et de la longitude moyenne l s'écrivent après linéarisation autour des valeurs "synchrones" a_s et l_s (cf. 2.2.3):

$$\frac{da}{dt} = G_2 (1 - l_s) + G_1 + H$$

$$\frac{dl}{dt} = K(a - a_s) + F$$

avec $K = -\frac{3}{2} \frac{n_s}{a_s}$ ($K < 0$)

$$G_1 = -2n_s a_s \sum_{j=2}^8 \sum_{m=1}^j m \left(\frac{R_\oplus}{a_s}\right)^j J_{j,m} P_{j,m}(0) \sin m(\ell_s - \lambda_{j,m})$$

$$G_2 = \frac{\partial G_1}{\partial l_s}$$

et où H et F sont les séries trigonométriques représentant les effets de l'attraction luni-solaire et de la pression de radiation solaire.

En négligeant ces dernières perturbations, on constate que a et l sont liés par une intégrale première du mouvement linéarisé:

$$KG_2 (a - a_s)^2 - [G_2 (1 - l_s) + G_1]^2 = \text{cte}$$

Désignons alors par Δl l'écart en longitude toléré, couplé positif (resp. négatif) si le point d'équilibre stable le plus proche est situé à l'Est (resp. à l'Ouest), c'est-à-dire si $G_1 < 0$ (resp. $G_1 > 0$). On cherche le demi grand axe initial a_0 du cycle optimal. Ce cycle est tel qu'initialement $l_0 = l_s + \Delta l$ et que $l_s = l_s - \Delta l$ quand

$$a = a_s, \text{ c'est-à-dire quand } \frac{dl}{dt} = 0.$$

En écrivant la conservation de l'intégrale première du mouvement linéarisé, on obtient:

$$(a_0 - a_s)^2 = 4 \frac{G_1}{K} \Delta l$$

D'autre part, quand le point stable le plus proche est à l'Est (resp. à l'Ouest) on doit prendre un demi grand axe initial a_0 supérieur (resp. inférieur) au demi grand axe synchrone pour obtenir une dérive initiale vers l'Ouest (resp. vers l'Est). Finalement, donc:

$$a_0 = a_s - 2\varepsilon \sqrt{\frac{G_1}{K} \Delta l} \quad \text{avec } \varepsilon = \text{sgn}(G_1)$$

La fin du cycle intervient quand la longitude moyenne reprend sa valeur initiale $l_s + \Delta l$. Le demi grand axe final a_f est alors, toujours d'après la conservation de l'intégrale première:

$$a_f = a_s + 2\varepsilon \sqrt{\frac{G_1}{K} \Delta l} \quad \text{avec } \varepsilon = \text{sgn}(G_1)$$

On obtient la durée $t_f - t_0$ écoulée pendant une variation de longitude $l_f - l_0$ depuis la longitude en début de cycle, $l_0 = l_s - \Delta l$, en effectuant une quadrature à partir des équations d'évolution.

$$\text{De } \frac{dl}{dt} = K(a - a_s), \text{ on tire } dt = \frac{dl}{K(a - a_s)}$$

et on exprime a en fonction de l en utilisant l'intégrale première

$$KG_2 (a - a_s)^2 - [G_1 + G_2 (l - l_s)]^2 = \varepsilon^2 t_e$$

Les conditions de la mi-cycle, $a = a_s$ avec $l_s = l_s - \Delta l$, permettent d'exprimer simplement la constante

$$\varepsilon^2 t_e = - [G_1 - G_2 \Delta l]^2$$

et d'écrire

$$K(a - a_s)^2 = (l - l_s + \Delta l) [2G_1 + G_2 (l - l_s - \Delta l)]$$

Posant alors

$$f(l) = [K \cdot (1 - l_s + \Delta l) \cdot (2G_1 + G_2 (1 - l_s - \Delta l))]^{-\frac{1}{2}}$$

on a

$$dt = - \mathcal{E} f(l) dl \quad \text{avec} \quad \mathcal{E} = \text{sgn} (a - a_s)$$

Ici encore, pour fixer les idées, on suppose que $G_1 < 0$, c'est-à-dire que $\Delta l > 0$.

On a ainsi, en désignant par t_s l'instant où $a = a_s$

$$\text{pour } t_f < t_s : a - a_s > 0 \quad \text{et} \quad t_f - t_s = \int_{l_s + \Delta l}^{l_f} - f(l) dl$$

$$\text{pour } t'_f > t_s : a - a_s < 0 \quad \text{et} \quad t'_f - t_s = \int_{l_s - \Delta l}^{l_f} f(l) dl$$

On constate que les deux instants t_f et t'_f auxquels la longitude l_f est atteinte sont symétriques par rapport à l'instant t_s , pour lequel

$$t_s - t_0 = \int_{l_s - \Delta l}^{l_s + \Delta l} f(l) dl$$

Cette durée $t_s - t_0$ est donc la moitié de la durée totale du cycle, ce qui signifie l'appellation de "conditions de la mi-cycle" donnée au couple $(a_s, l_s - \Delta l)$.

Pour finir, notons que les primitives de $f(l)$ peuvent s'exprimer simplement à l'aide de fonctions usuelles. Cette expression dépend du signe de G_2 .

$$\text{si } G_2 < 0 \quad \int f(l) dl = \frac{2}{\sqrt{KG_2}} \operatorname{Argth} \sqrt{\frac{G_2 (l - l_s + \Delta l)}{2G_1 + G_2 (l - l_s - \Delta l)}} + \text{cte}$$

$$\text{si } G_2 = 0 \quad \int f(l) dl = \sqrt{\frac{2(l - l_s + \Delta l)}{-KG_1}} + \text{cte}$$

$$\text{si } G_2 > 0 \quad \int f(l) dl = \frac{2}{\sqrt{-KG_2}} \operatorname{Arctg} \sqrt{\frac{G_2 (l_s - \Delta l - l)}{2G_1 + G_2 (l - l_s - \Delta l)}} + \text{cte}$$

Ainsi, les temps t_f et t'_f déterminés précédemment peuvent être calculés explicitement par des formules analytiques simplés.

En particulier, la durée totale du cycle

$$\tau_c = 2(t_s - t_0) = 2 \int_{l_s - \Delta l}^{l_s + \Delta l} f(l) dl$$

s'exprime simplement en fonction de Δl

$$\text{si } G_2 < 0, \quad \tau_c = \frac{4}{\sqrt{KG_2}} \operatorname{Argth} \sqrt{\frac{G_2 \Delta l}{G_1}} \quad (1)$$

$$\text{si } G_2 = 0, \quad \tau_c = 4 \sqrt{\frac{\Delta l}{KG_1}} \quad (2)$$

$$\text{si } G_2 > 0, \quad \tau_c = \frac{4}{\sqrt{-KG_2}} \operatorname{Arctg} \sqrt{\frac{G_2 \Delta l}{-G_1}} \quad (3)$$

Dernières remarques:

- quand on fait tendre G_2 vers 0 dans les expressions (1) et (3) on retrouve bien en "passant à la limite" l'expression (2),

- dans le cas où $G_1(l_s)$ est positif, Δl est négatif (en début de cycle le satellite est placé à l'Ouest de sa longitude de stationnement avec un demi grand-axe $a_0 < a_s$) et toutes les formules écrites, relatives aux temps, restent valables si l'on remplace f par $-f$. Les expressions obtenues pour τ_c sont les mêmes.

11/10/84
TdT = 410A

Doc. n° 217 CA/TS
Page A5-1

Annexe 5

OPTIMISATION DU CYCLE EN EXCENTRICITE

Les figures 5.1 et 5.2 présentent l'angle de recalage et le coût annuel relatif du contrôle de l'excentricité en fonction de la période du cycle, pour différents rapports R_e/e_c .

La variation du coût reste faible tant que la durée du cycle n'est pas trop proche de la période maximale autorisée par la géométrie du mouvement. Cependant, on constate que les cycles optimaux ne sont pas ceux qui maximisent la durée de présence du vecteur excentricité dans le cercle excentricité. On peut s'étonner de ce résultat contraire à la stratégie de contrôle de l'inclinaison.

Physiquement on peut l'expliquer de la manière suivante. L'évolution principale du vecteur inclinaison était séculaire et la variation périodique la plus importante était quasi-séculaire, due à la lente oscillation du plan de l'orbite lunaire. Celle-ci restant bornée, la rotation du plan de l'orbite du satellite se fait toujours dans une direction proche du point γ et conduit à des cycles quasi-répétitifs pour le vecteur inclinaison. Aussi la direction des corrections $\Delta \vec{i}$ est-elle toujours sensiblement la même. D'autre part les termes périodiques ralentissent l'évolution principale séculaire du vecteur inclinaison parallèle à l'axe des ordonnées du plan (i_x, i_y). Les moyennes et courtes périodes engendrent même des points quasi-stationnaires ($\frac{di_y}{dt} = 0$). Pour diminuer le coût, on a donc intérêt à maximiser leur nombre au cours du cycle en optimisant sa durée (annexe 3).

Très différente, l'évolution principale du vecteur excentricité est quasi-circulaire. Sa variation de période annuelle est directement liée au mouvement relatif du soleil et conduit donc à des cycles non "répétitifs" inertiellement. Aussi la direction de la correction $\Delta \vec{e}$ varie-t-elle à chaque période et impose-t-elle au cycle optimal de viser pour le vecteur excentricité finale une direction pas trop éloignée de celle du cycle suivant. Ce cycle optimal n'est pas celui qui joint deux points diamétralement opposés du cercle de contrôle en excentricité.

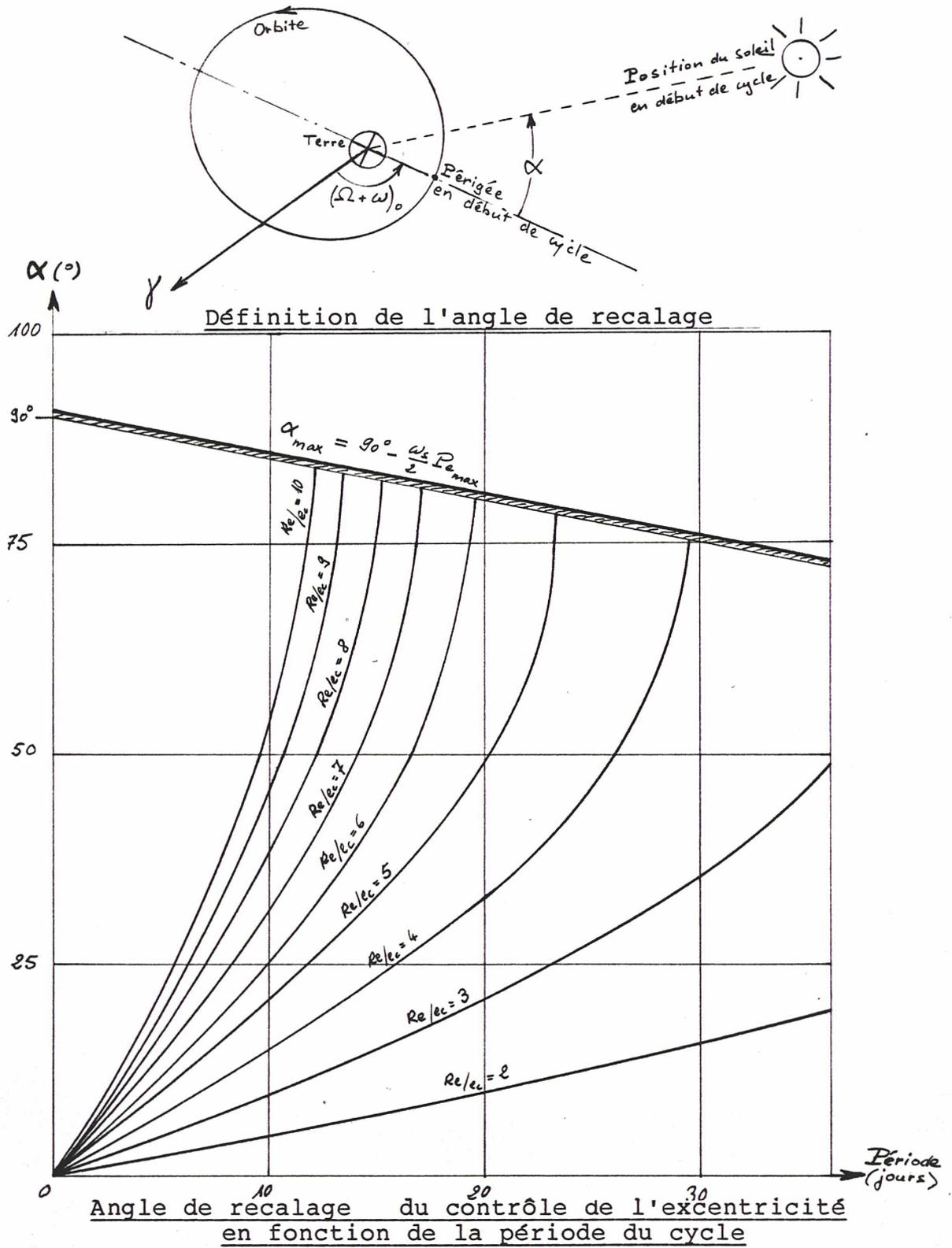
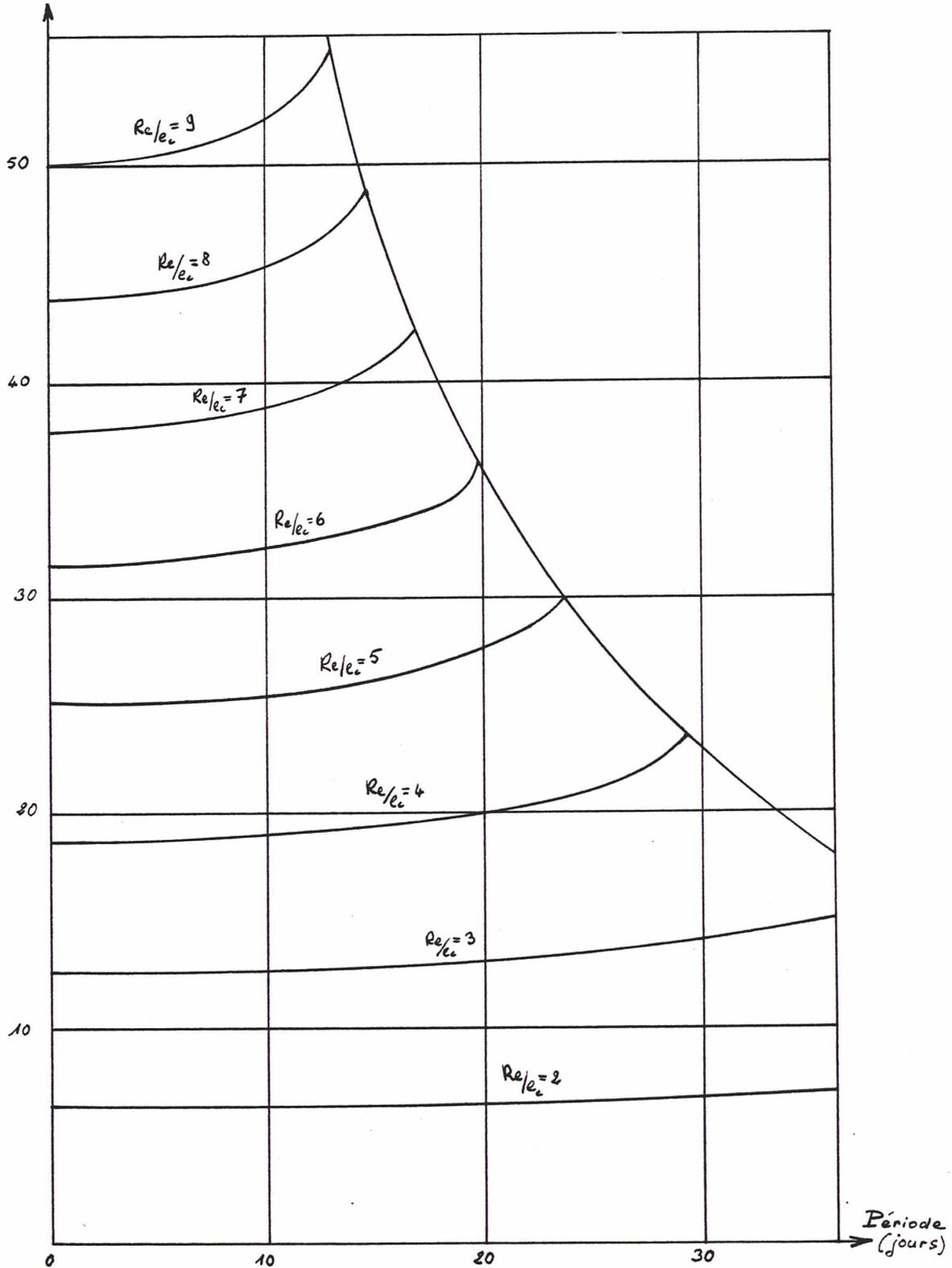


Figure 5.1

Figure 5.2

$\frac{\sum |\Delta \vec{e}|}{e_c} / \text{an}$ Coût relatif annuel du contrôle de l'excentricité
en fonction de la période du cycle



11/10/84
TdT = 410A

Doc. n° 217 CA/TS
Page A6-1

Annexe 6

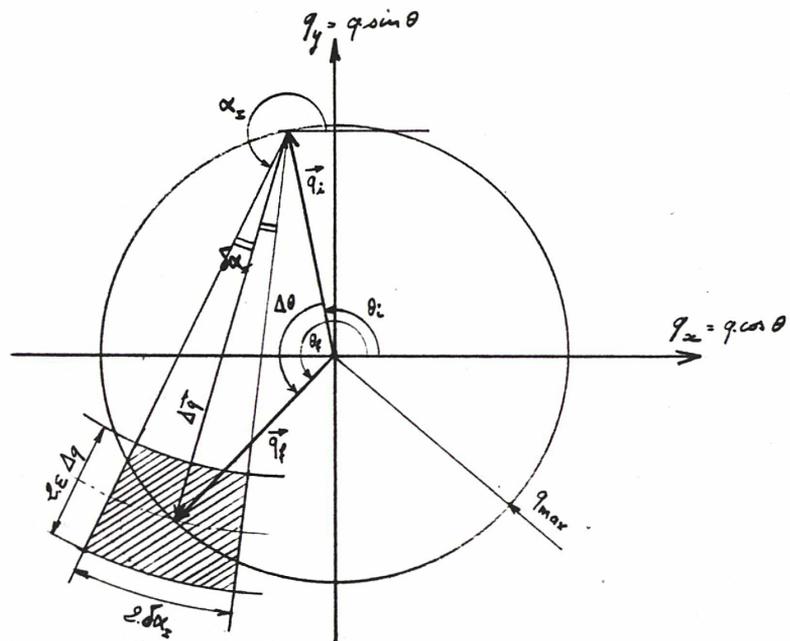
IMPRECISION DES CORRECTIONS D'EXCENTRICITE ET D'INCLINAISON

IMPRECISION DES CORRECTIONS DU VECTEUR EXCENTRICITE
ET DU VECTEUR INCLINAISON

Les résultats qui suivent concernent aussi bien le vecteur excentricité que le vecteur inclinaison et la notation q désigne aussi bien \vec{e} que \vec{i} . Suivant le cas, θ désigne alors l'argument du périégée $\Omega + \omega$ ou l'ascension droite du noeud ascendant Ω , et $\Delta\vec{V}$, une impulsion tangentielle ou normale.

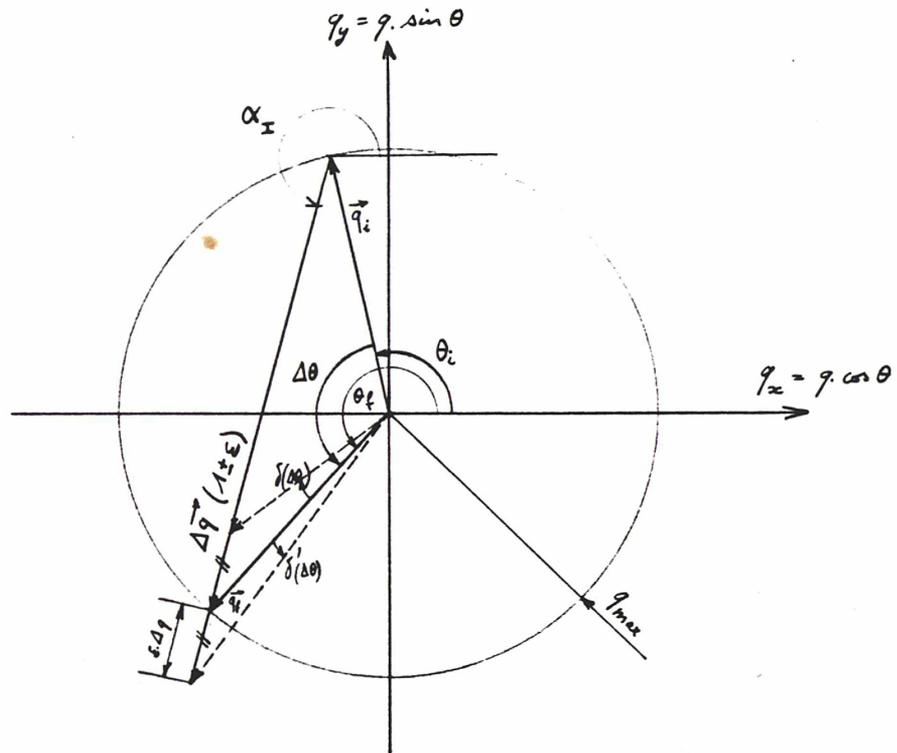
Les erreurs commises sur le module de $\Delta\vec{V}$, et sur l'ascension droite α_I où elle est appliquée au satellite se traduisent par une imprécision de la correction $\Delta\vec{q}$ réalisée.

Figure 6.1



Pour estimer cette imprécision, on peut considérer qu'après la correction, l'extrémité du vecteur \vec{q}_f est située à l'intérieur d'un petit secteur de couronne centré à l'extrémité du vecteur initial \vec{q}_i . Ce petit secteur est représenté sur la figure 6.1 où $\delta\alpha_I$ désigne l'incertitude sur l'ascension droite et ϵ l'erreur relative affectant le module de l'impulsion $\Delta\vec{V}$ soit aussi le module de la correction $\Delta\vec{q}$ qui lui est proportionnel.

Figure 6.2



On examine d'abord l'effet de l'erreur $\varepsilon\%$ affectant le module de la correction $\Delta \vec{q}$. Cette erreur engendre des incertitudes δq et $\delta(\Delta \theta)$ sur le module du vecteur \vec{q}_f et la rotation d'argument $\Delta \theta$ visés. Un peu de géométrie, avec l'aide de la figure 6.2 permet d'écrire:

$$q_f + \delta q = q_f \sqrt{1 + (2 + \varepsilon) \varepsilon \sin^2 \frac{\Delta \theta}{2}}$$

$$\text{et } \cos \delta(\Delta \theta) = \frac{1 - \sin^2 \frac{\Delta \theta}{2}}{\sqrt{1 - (2 - \varepsilon) \varepsilon \sin^2 \frac{\Delta \theta}{2}}} \quad (\cos \delta'(\Delta \theta) < \cos \delta(\Delta \theta))$$

Pour $\varepsilon = 2,5\%$, par exemple, et $\Delta \theta = 140^\circ$ ou 220° on obtient $\delta q = 2,2\%$. q_f et $|\delta(\Delta \theta)| = 0,48^\circ$.

Il est important de noter que l'imprécision de réalisation d'une rotation d'argument ne dépend que de son amplitude $\Delta\theta$ visée et de l'erreur relative ε affectant le module de l'impulsion $\Delta\vec{V}$. Elle est indépendante du module de \vec{q} visé (q_{\max}).

L'étude de la fonction $f(\Delta\theta) = \cos \delta(\Delta\theta)$ montre que l'imprécision maximale sur

$$|\delta(\Delta\theta)|_{\max} = \text{Arc cos } \frac{2\sqrt{1-\varepsilon}}{2-\varepsilon} \quad \left(\gg \frac{\varepsilon}{2} \right)$$

est obtenue pour des valeurs $\Delta\theta$ proches de $\pm 90^\circ$:

$$\Delta\theta = \pm \text{Arc sin } \frac{1}{\sqrt{2-\varepsilon}}$$

Pour $\varepsilon = 2,5\%$, par exemple, on obtient
 $|\delta(\Delta\theta)|_{\max} = 0,78^\circ$ pour $\Delta\theta = 90,7^\circ$ ou $269,3^\circ$.

D'autre part cette imprécision $\delta(\Delta\theta)$ tend à s'annuler quand $\Delta\theta$ tend vers 0° ou 180° .

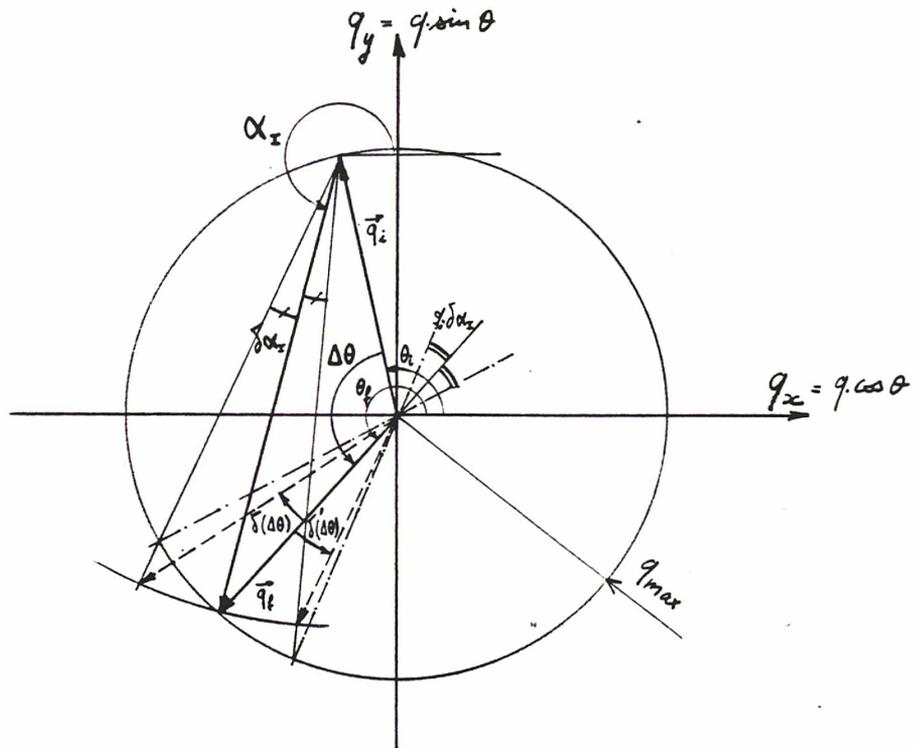
L'imprécision sur le module de \vec{q}_f est maximale quand on cherche à réaliser une rotation de 180° de l'argument θ .
Alors:

$$|\delta q|_{\max} = \varepsilon \cdot q_f$$

Pour $\varepsilon = 2,5\%$, par exemple, on obtient:

$$\frac{|\delta q|_{\max}}{q_f} = 2,5\%$$

Figure 6.3



On examine ensuite l'effet de l'erreur $\delta\alpha_I$ affectant l'ascension droite où l'impulsion est appliquée au satellite. Cette erreur engendre également des imprécisions δq et $\delta(\Delta\theta)$ pour lesquelles la figure 6.3 et les propriétés de "l'angle au centre" montrent que

$$q_f + \delta q = q_f \sqrt{1 + 8 \sin \frac{\Delta\theta}{2} \sin \frac{\delta\alpha_I}{2} \sin \frac{\Delta\theta - \delta\alpha_I}{2}}$$

et que toujours

$$|\delta\Delta\theta| < 2 \cdot \delta\alpha_I$$

la borne $2 \cdot \delta\alpha_I$ étant atteinte pour une rotation $\Delta\theta$ de 180° .

L'étude de la fonction $g(\theta) = q_f + \delta q$ montre que l'imprécision maximale sur q_f

,1°, on

$$|\delta q|_{\max} = 2 \sin \frac{\delta \alpha_I}{2} \cdot q_f$$

est obtenue pour des valeurs de $\Delta \theta$ proches de 90° ou 270°.

$$\Delta \theta = 90^\circ \pm \frac{\delta \alpha_I}{2} \quad \text{ou} \quad 270^\circ \pm \frac{\delta \alpha_I}{2}$$

modifie

En général, on calcule la date des corrections $\Delta \vec{q}$ en confondant l'ascension droite du satellite avec celle de sa position nominale. La précision sur α_I est alors celle de la fenêtre en longitude pour le maintien à poste.

aire
itré, en
orbites
noeuds

Pour une tolérance de $\pm 0,1^\circ$, par exemple, on a
 $|\delta(\Delta \theta)| < 0,2^\circ$ et $\frac{|\delta q|_{\max}}{q_f} < 0,2\%$.

Pour estimer, avec une marge de sécurité, les effets combinés de l'erreur $\varepsilon\%$ sur ΔV et de l'imprécision $\delta \alpha_I$ sur α_I , on fait simplement la somme des δq et $\delta(\Delta \theta)$ obtenus.

Ceci conduit pour l'excentricité et l'inclinaison à une petite réduction du cercle de contrôle nominal dont le rayon devient

$$q'_{\max} = q_{\max} - |\delta q|_{\max}(\varepsilon) - |\delta q|_{\max}(\delta \alpha_I)$$

soit $(1 - 2,7\%)q_{\max}$ pour $\varepsilon = 2,5\%$ et $\delta \alpha_I = 0,1^\circ$.

A précision relative donnée, ε , des impulsions ΔV , les erreurs sur les arguments $\Omega + \omega$ et Ω ne dépendent que de la rotation d'argument visée. Maximales pour des rotations de l'ordre de $\pm 90^\circ$, elles seront plus faibles pour les corrections du vecteur inclinaison, qui réalisent toujours des corrections $\Delta \Omega$ de la ligne des noeuds comprises entre 140° et 220°.

11/10/84
TdT = 410A

Doc. n° 217 CA/TS
Page A7-1

Annexe 7

SIMULATION NUMERIQUE DE L'EVOLUTION ORBITALE
D'UN ESSAIM DE SATELLITES QUASI-GEOSTATIONNAIRES

EXEMPLE DE DIALOGUE TYPE POUR L'UTILISATION
DU PROGRAMME "ESSAIS DE SATELLITES" DEVELOPPE
AU CENTRE DE SIMULATION

CHARS 2

CALL "CHINIT"
CALL "RATE". 0600.0.2 → 9Cφφ, φ, ε
CALL "TERMIN"

RC

GOULD S. E. L. MPX - 32 TSM
SNIAS.7X RELEASE - 2.1A
ENTER YOUR OWNNAME: SATI
ENTER KEY RC

***** MPX 2.1 SEL 87 *****

***** PRIERE DE FAIRE SON MENAGE S V P *****

TSM>CUE.LN80

0001.000
0002.000
0003.000
0004.000
0000.000
0010.
0011.
0012.
0013.
0014.

* EVOLUTION ORBITALE D'UN ESSAIM DE *
* SATELLITES QUASI-GEOSTATIONNAIRES *

ENTREE DES DONNEES.

1-DEFINITION DES PARAMETRES ORBITAUX DE L'ESSAIM ,

NOMBRE DE SATELLITES COMPOSANT L'ESSAIM ,

NOMBRE (N<12) ? 4

TYPE D'ENTREE DE LA DATE ,

1-DATE JULIENNE
2-DATE GREGORIENNE

DONNEZ LE NUMERO DE VOTRE CHOIX ? 2

JOUR =? 1
MOIS =? 12
AN =? 1984

EXEMPLE DE DIALOGUE TYPE POUR L'UTILISATION
DU PROGRAMME "ESSAIS DE SATELLITES" DEVELOPPE
AU CENTRE DE SIMULATION (suite)

DEFINITION DES PARAMETRES OSCULATEURS :

SATELLITE 1 :
.....
Demi GRAND-AXE (KM) =? 42165.0
EXCENTRICITE =? 0.0002
INCLINAISON (DEG) =? 0.008
ASCENSION DROITE (DEG) =? 270
ARGUMENT DU PERIGEE (DEG) =? 0
ANOMALIE MOYENNE (DEG) =? 359.00
LONGITUDE DE STATIONNEMENT (DEGRES) =? 10

SATELLITE 2 :
.....
Demi GRAND-AXE (KM) =? 42165.81
EXCENTRICITE =? 0.00018
INCLINAISON (DEG) =? 0.081
ASCENSION DROITE (DEG) =? 269
ARGUMENT DU PERIGEE (DEG) =? 1.02
ANOMALIE MOYENNE (DEG) =? 359.00
LONGITUDE DE STATIONNEMENT (DEGRES) =? 10.02

SATELLITE 3 :
.....
Demi GRAND-AXE (KM) =? 42165.77
EXCENTRICITE =? 0.00021
INCLINAISON (DEG) =? 0.081
ASCENSION DROITE (DEG) =? 269
ARGUMENT DU PERIGEE (DEG) =? 1.02
ANOMALIE MOYENNE (DEG) =? 359.00
LONGITUDE DE STATIONNEMENT (DEGRES) =? 10.03

SATELLITE 4 :
.....
Demi GRAND-AXE (KM) =? 42165.83
EXCENTRICITE =? 0.00019
INCLINAISON (DEG) =? 0.078
ASCENSION DROITE (DEG) =? 272
ARGUMENT DU PERIGEE (DEG) =? 358.02
ANOMALIE MOYENNE (DEG) =? 359.07
LONGITUDE DE STATIONNEMENT (DEGRES) =? 10.01

EVOLUTION ORBITALE D'UN ESSAI DE *
* SATELLITES QUASI-GEOSTATIONNAIRES *

ENTREE DES DONNEES,

1-DEFINITION DES PARAMETRES ORBITAUX DE L'ESSAI :

NUMERO DE SATELLITES COMPOSANT L'ESSAI :

NUMERO (N=1) ? 1

TYPE D'ENTREE DE LA DATE :

1-DATE JULIENNE
2-DATE GREGORIENNE

DONNEZ LE NUMERO DE VOTRE CHOIX ? 2

JOUR =? 1
MOIS =? 12
AN =? 1984
HEURES =? 12
MINUTES =? 0
SECONDES (FRACTIONNAIRES) =? 0

TYPE D'ENTREE DES PARAMETRES ORBITAUX :

1-POSITION, VITESSE
2-OSCULATEURS

DONNEZ LE NUMERO DE VOTRE CHOIX ? 2

TYPE D'UNITE D'ANGLE :

1-DEGRES
2-RADIANS

DONNEZ LE NUMERO DE VOTRE CHOIX ? 1

EXEMPLE DE DIALOGUE TYPE POUR L'UTILISATION
DU PROGRAMME "ESSAIS DE SATELLITES" DEVELOPPE
AU CENTRE DE SIMULATION (suite)

```

2-DEFINITION DES PARAMETRES DE LA SIMULATION :
#####
DUREE DE LA SIMULATION (JOURS FRACTIONNAIRES) 07 10.7
VOULEZ-VOUS CREER UN FICHIER POSVIT (0-NON,1-OUI) ? 1
DANS CE FICHIER POSVIT.
REPERE DE REFERENCE DES POSITIONS ET VITESSES :
#####
1-INERTIEL GAMA 00
2-GEOSTATIONNAIRE AVEC ORIGINE AU POINT
  DE STATIONNEMENT DU CENTRE DE L'ESSAI
3-GEOSTATIONNAIRE AVEC ORIGINE AU POINT
  DE STATIONNEMENT D'UN SATELLITE PRIVILEGIE
4-ORBITAL LOCAL D'UN SATELLITE PRIVILEGIE
DOMEZ LE NUMERO DE VOTRE CHOIX ? 4
NUMERO DU SATELLITE PRIVILEGIE 07 1
PAS DE TABULATION FICHIER POSVIT (SECONDES ENTIERES) 07 3000
VOULEZ-VOUS CREER UN FICHIER OSCULATEURS (0-NON,1-OUI) ? 1
DANS CE FICHIER OSCULATEURS,
TYPE DES PARAMETRES OSCULATEURS :
#####
1-PARAMETRES DE LAGRANGE (A.E,J.COM,POM,AM)
2-PARAMETRES "VRAIS" (A.E,J.COM,POM,AV)
3-PARAMETRES ADAPTES (A.E,EX,EY,IX,IY,LM)
4-PARAMETRES "PANACHES" (A.E,J.COM,POM,LM)
DOMEZ LE NUMERO DE VOTRE CHOIX ? 3
TYPE D'UNITE D'ANGLE :
#####
1-DEGRES
2-RADIANS
DOMEZ LE NUMERO DE VO RE CHOIX ? 1
PAS DE TABULATION FICHIER OSCULATEURS (SECONDES ENTIERES) 07 3500
TYPE D'IMPRESSION DES RESULTATS :
#####
1-POSITION,VITESSE
2-OSCLATEURS
3-OUES HABET
4-AUCUNE IMPRESSION
DOMEZ LE NUMERO DE VOTRE CHOIX ? 1
REPERE DE REFERENCE DES POSITIONS ET VITESSES :
#####
1-INERTIEL GAMA 00
2-GEOSTATIONNAIRE AVEC ORIGINE AU POINT
  DE STATIONNEMENT DU CENTRE DE L'ESSAI
3-GEOSTATIONNAIRE AVEC ORIGINE AU POINT
  DE STATIONNEMENT D'UN SATELLITE PRIVILEGIE
4-ORBITAL LOCAL D'UN SATELLITE PRIVILEGIE
DOMEZ LE NUMERO DE VOTRE CHOIX ? 2
NOTIFICATION DES PASSAGES AUX NOEUDS
ENTRE LES JOURS J1 ET J2 (0-NON,1-OUI) ? 1
JOUR J1 :
JOUR 07 3
MOIS 07 12
AN 07 1984
JOUR J2 :
JOUR 07 7
MOIS 07 12
AN 07 1984
FREQUENCE D'IMPRESSION (SECONDES ENTIERES) 07 22
LIEU D'IMPRESSION DES RESULTATS :
#####
1-ECRAN
2-PAPIER
3-OUES HABET...
DOMEZ LE NUMERO DE VOTRE CHOIX ? 3

```

EXEMPLE DE DIALOGUE TYPE POUR L'UTILISATION
DU PROGRAMME "ESSAIS DE SATELLITES" DEVELOPPE
AU CENTRE DE SIMULATION (suite)

4-DEFINITION DES FORCES PERTURBATRICES !
#####

PRISE EN COMPTE DU POTENTIEL LUNI-SOLAIRE (0-NON, 1-OUI) *? 1

PRISE EN COMPTE DE LA PRESSION DE RADIATION SOLAIRE (0-NON, 1-OUI) *? 1

PRESSION DE RADIATION SOLAIRE

COEF. SPECTRAL IDE REFLEXIVITE)

DU SATELLITE 1 *? 1.3
DU SATELLITE 2 *? 1.20
DU SATELLITE 3 *? 1.33
DU SATELLITE 4 *? 1.4

SECTION UTILE/MASSE SATELLITE (MKG/KG)

DU SATELLITE 1 *? .04
DU SATELLITE 2 *? .037
DU SATELLITE 3 *? .041
DU SATELLITE 4 *? .039

6-DEFINITION DES CORRECTIONS ORBITALES ARTIFICIELLES !
#####

NOMBRE DE CORRECTIONS (<30) *? 1

DATE DE LA CORRECTION NUMERO 1

JOUR *? 8
MOIS *? 12
AN *? 1984
HEURES *? 17
MINUTES *? 30
SECONDES (FRACTIONNAIRES) *? 0

NUMERO DU SATELLITE CONTROLE *? 2

DELTA XP (M/S) *? .02
DELTA YP (M/S) *? .01
DELTA ZP (M/S) *? .0

AUTRE SATELLITE CONTROLE A LA MEME DATE (0-NON, 1-OUI) ? 0