HAL open science

Contrôle collaboratif d'une ferme de génératrices houlomotrices

Paul-Emile Meunier

To cite this version:

Paul-Emile Meunier. Contrôle collaboratif d'une ferme de génératrices houlomotrices. Mécanique des fluides [physics.class-ph]. École centrale de Nantes, 2018. Français. NNT : 2018ECDN0039 . tel-01959432

HAL Id: tel-01959432

https://theses.hal.science/tel-01959432v1

Submitted on 18 Dec 2018

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

THESE DE DOCTORAT DE

L'ÉCOLE CENTRALE DE NANTES
COMUE UNIVERSITE BRETAGNE LOIRE

ECOLE DOCTORALE N° 602
Sciences pour l'Ingénieur
Spécialité : *Mécanique des milieux fluides*

Par
Paul-Emile MEUNIER

« Contrôle collaboratif d'une ferme de génératrices houlomotrices »

Thèse présentée et soutenue à Nantes, le 22 novembre 2018
Unité de recherche : CNRS UMR6598

Rapporteurs avant soutenance :

Simon Chesné	Maître de conférences HDR, INSA de Lyon
Philippe Sergent	Directeur scientifique HDR, CEREMA, Margny Les Compiègne

Composition du Jury :

Présidente	
Sandrine Aubrun-Sanches	Professeur des universités, École Centrale de Nantes
Simon Chesné	Maître de conférences HDR, INSA de Lyon
Philippe Sergent	Directeur scientifique HDR, CEREMA, Margny Les Compiègne
Olivier Doaré	Professeur des universités, ENSTA ParisTech, Palaiseau
Directeur de thèse	
Alain H. Clément	Ingénieur de recherche HDR, École Centrale de Nantes
Co-encadrant de thèse	
Jean-Christophe Gilloteaux	Ingénieur de recherche, École Centrale de Nantes

Contrôle collaboratif d'une ferme de génératrices houlomotrices

Paul-Emile Meunier

Laboratoire de recherche en Hydrodynamique, Énergétique et Environnement Atmosphérique

Le présent manuscrit est soumis pour l'obtention du diplome de

Docteur de l'Ecole Centrale de Nantes

Centrale Nantes 2018

Table des matières

Table des matières iii

Table des figures vii

Liste des tableaux xvii

Liste des symboles xxii

1 Introduction 1

1.1 Avant-propos . . . 2
1.2 Contexte . . . 4
1.2.1 Production énergétique mondiale . . . 4
1.2.2 La place de l'énergie houlomotrice . . . 5
1.3 Défis technologiques et scientifiques . . . 8
1.4 Les concepts de machine houlomotrice . . . 10
1.5 Contrôle des point absorbers . . . 13
1.5.1 Power take-off et conversion d'énergie . . . 13
1.5.2 Nécessité des méthodes de contrôle . . . 14
1.5.3 Méthodes de contrôle . . . 15
1.5.3.1 Formes de contrôle résistif . . . 16
1.5.3.2 Formes de contrôle réactif . . . 18
1.5.3.3 Contrôle adaptatif . . . 22
1.5.3.4 Contrôle de ferme . . . 23
1.6 Les modèles d'interaction vague structure . . . 26
1.6.1 Présentation des modèles . . . 26
1.6.2 Application au contrôle de ferme . . . 28
1.7 Méthodes de prévisions de la force d'excitation . . . 29
1.8 Objectifs de la thèse . . . 31

2 Mise en place du simulateur de ferme houlomotrice 33

2.1 Théorie linéarisée des écoulements à potentiel . . . 34
2.1.1 Problème aux limites . . . 34
2.1.2 Expression des efforts linéaires à partir du potentiel . . . 36
2.2 Résolution du problème aux limites . . . 37
2.2.1 Méthode BEM - Code NEMOH . . . 39

2.2.2 Méthode semi-analytique 39
2.2.3 Comparaison des coefficients hydrodynamiques 40
2.3 Résolution dans le domaine temporel : équation de Cummins 42
2.4 Représentation d'état 43
2.5 Identification de la radiation 44
2.5.1 Identification en système SISO 48
2.5.2 Identification en système MIMO 48
2.5.3 Passivité 49
2.6 Caractéristiques du simulateur 50
2.6.1 Calcul et mise en forme des coefficients hydrodynamiques 52
2.6.2 Pré-processeur 53
2.6.3 Intégration numérique et contrôle 55
2.6.4 Dynamique transitoire 57
2.6.5 Vérifications 60
2.6.5.1 Vérification de la phase et de l'amplitude en houle polychromatique 61
2.6.5.2 Vérification de la réponse en amplitude 63

3 Théorie et analyse du contrôle collaboratif 65
3.1 Méthode de contrôle collaboratif 66
3.1.1 Géométrie utilisée au cours de l'étude 67
3.1.2 Théorie du contrôle optimal 68
3.1.2.1 Expression du contrôle optimal sans contrainte pour un corps isolé 68
3.1.2.2 Expression du contrôle optimal d'un groupe de N corps . 71
3.1.3 Contrôleur optimal en domaine temporel 73
3.1.4 Non causalité du contrôleur optimal 76
3.1.5 Fenêtrage du contrôleur optimal 79
3.1.5.1 Pulsation de coupure basse fréquence 81
3.1.5.2 Pulsation de coupure haute fréquence 82
3.1.5.3 Intersection 83
3.1.5.4 Rendement du contrôleur optimal fenêtré 84
3.1.6 Fonction de transfert des vitesses 85
3.1.6.1 Fonction de transfert sans PTO 86
3.1.6.2 Fonction de transfert avec contrôleur optimal 92
3.1.7 Prévision de la vitesse 96
3.1.8 Forme pseudo causale du contrôleur 100

3.1.9 Premières vérifications 102
3.1.10 Remarques sur la discrétisation des coefficients hydrodynamiques 104
3.2 Étude de sensibilité 105
3.2.1 Plan d'expérience 106
3.2.2 Coefficient d'optimalité 107
3.2.3 Analyse de la stabilité 108
3.2.4 Raffinement de l'étude pour les corps proches 111
3.2.5 Identification et analyse des paramètres optimaux 112
3.2.6 Points de fonctionnement réalistes 115
3.2.7 Synthèse 117

4 Analyse des résultats numériques 121
4.1 Discrétisation fréquentielle 122
4.1.1 Corps libres 123
4.1.2 Corps contrôlés 126
4.2 Discrétisation temporelle 128
4.2.1 Corps libres 128
4.2.2 Stratégie de contrôle collaboratif 131
4.3 Validation de la stratégie de contrôle pour un groupe de deux corps . . . 132
4.3.1 Prévision de vitesse 132
4.3.2 Conditions d'optimalité 134
4.4 Validation de la stratégie de contrôle avec les coefficients hydrodynamiques issus de méthode BEM 139
4.5 Impact du déplacement moyen en cavalement sur la méthode 143
4.6 Orientation et étalement directionnel de la houle 147
4.6.1 Erreur de mesure de l'orientation de la houle 147
4.6.2 Étalement spectral directionnel 151
4.7 Application à une ferme complexe 154
4.7.1 Impact du contrôleur sur le facteur d'interaction 154
4.7.1.1 PTO passif 156
4.7.1.2 Contrôle optimal 158
4.7.2 Simulation d'une ferme de 10 machines 159
4.7.2.1 Impact du fenêtrage sur la récupération 161
4.7.2.2 Résultats en domaine temporel 163

5 Conclusions et perspectives **169**
5.1 Conclusions 169
5.2 Perspectives 171

Bibliographie **175**

A Correction des fréquences irrégulières de NEMOH **185**

B Paramètres du simulateur **189**
B.1 Paramètres de la classe ferme 189
B.2 Paramètres de la classe simulation 190

C Résultats de l'étude de sensibilité **193**
C.1 Étude de sensibilité générale 193
C.2 Étude de sensibilité des corps proches 200

D Étude de convergence en maillage **203**

E Spectre directionnel de houle **205**

Table des figures

1.1 Production d'électricité mondiale de 1971 à 2015 en TWh. La ressource « Renouvelable non-hydro » inclue la géothermie, le solaire, l'éolien, les énergies marines, les biocarburants, et l'incinération des déchets (Central Statistics Office [21]). 4

1.2 Coût actualisé de l'énergie (LCOE) par technologie de production d'énergie renouvelable, pour l'année 2010 et 2017. Le diamètre de chaque cercle représente la taille de chaque projet et son centre le coût du projet. Les lignes épaisses représentent le LCOE moyen et pondéré des centrales misent en service pour chaque année (International Renewable Energy Agency [78]). 5

1.3 Extrait de la planche accompagnant le brevet de 1799 publié par Girard père et fils [70]. 6

1.4 Schéma représentatif de la bouée sifflante de Courtenay (à gauche), et cliché d'un dérivé de cette machine à Point Fermin, San Pedro, réalisé en 1890 (à droite) (California Historical Society Collection). 7

1.5 Design du Salter's Duck présenté dans [80]. 7

1.6 Atténuateur. 11

1.7 Flotteur en rotation. 11

1.8 Système à colonne d'eau oscillante (OWC). 12

1.9 Centrale à déferlement. 12

1.10 Point absorber. 13

1.11 Schéma représentatif d'un power take-off sur un point absorber pilonnant. 14

1.12 Comparaison des méthodes de calcul d'interaction vague structure. . . . 28

2.1 Schéma représentatif d'un corps flottant dans un volume fluide pour la démonstration de la théorie des écoulements potentiels. 34

2.2 Maillage du cylindre vertical utilisé pour illustrer la méthode de contrôle collaboratif. 38

2.3 Étude de convergence des coefficients hydrodynamiques issus de la méthode analytique pour un cylindre isolé. 40

2.4 Comparaison des coefficients hydrodynamiques issus du code NEMOH et de la méthode analytique pour une géométrie cylindrique. 41

2.5 Identification du noyau de radiation pour 3 cylindres proches et de tailles différentes en utilisant « Vectfit3 » avec 30 pôles. 46

2.6 Comparaison de l'amplitude de la radiation pour un groupe de deux cylindres séparés d'une distance $d = \{50m, 200m, 1000m\}$. 47
2.7 Exemple de non-passivité pour l'identification du terme d'amortissement hydrodynamique pour des cylindres espacés de $d = 200m$ et en utilisant 35 pôles pour l'identification. 49
2.8 Résultats de vitesse en domaine temporel V_{sim}, et théorique calculé en fréquentiel V_{th} pour deux cylindres libres espacés de $d = 200m$ en utilisant l'identification de la radiation. Les résultats sont obtenus pour une houle monochromatique de pulsation $\omega = 2.17rad/s$ correspondant au point le plus extrême de non passivité présenté dans la figure 2.7. 50
2.9 Diagramme représentatif du calcul et de la mise en forme des coefficients hydrodynamiques pour le simulateur. 52
2.10 Diagramme représentatif du chargement des données et des calculs préprocesseur du simulateur. 54
2.11 Diagramme représentatif de la boucle d'intégration et de contrôle du simulateur. 56
2.12 Dynamique transitoire pour un groupe de deux cylindres libres, séparés d'une distance $d = 200m$, dans une houle polychromatique $H_s = 2m$ et $T_p = 6s$. 58
2.13 Dynamique transitoire pour un groupe de deux cylindres libres, séparés d'une distance $d = 200m$, dans une houle polychromatique $H_s = 2m$ et $T_p = 9s$. 58
2.14 Schéma du groupe de 4 cylindres utilisé pour la vérification du simulateur. 60
2.15 Comparaison avec les résultats théoriques de la vitesse des corps du groupe de 4 cylindres libres pilonnant présenté dans la figure 2.14, dans une houle polychromatique avec un état de mer $H_s = 2m$ $T_p = 6s$. 62
2.16 Comparaison avec les résultats théoriques de la vitesse des corps du groupe de 4 cylindres libres pilonnant présenté dans la figure 2.14, dans une houle polychromatique avec un état de mer $H_s = 2m$ $T_p = 9s$. 62
2.17 Réponses en amplitude (RAO) obtenues à partir des simulations en domaine temporel et comparaison avec les résultats théoriques pour le groupe de 4 cylindres libres pilonnant présenté dans la figure 2.14. 64

3.1 Représentation de la géométrie de ferme utilisée dans la section 3.1. . . . 67
3.2 Réponse impulsionnelle du contrôleur optimal $\tilde{h}_u(t)$ pour un cylindre pilonnant isolé. 73

3.3 Composantes de la réponse impulsionnelle du contrôleur optimal $\tilde{h}_u(t)$ pour un cylindre pilonnant isolé. 75

3.4 Impédance du contrôleur optimal $\tilde{Z}_u(\omega)$ (en haut à gauche), fenêtre appliquée à l'impédance (en bas à gauche), et réponse impulsionnelle $h_{uf}(t)$ de l'impédance du contrôleur fenêtrée $Z_{uf}(\omega)$ pour un cylindre isolé. . . . 76

3.5 Réponses impulsionnelles du contrôleur optimal fenêtré $h_{uf,II,II}$ et $h_{uf,I,II}$ pour des machines espacées de $200m$ et $400m$. Les réponses impulsionnelles correspondent au terme direct II, II (en haut) et au terme croisé I, II (en bas) du second corps du groupe. 78

3.6 RAO en pilonnement d'un cylindre isolé équipé d'un contrôleur optimal sans fenêtrage. 80

3.7 Schéma représentatif de la densité spectrale des différentes ondes de surface (Wind waves : their generation and propagation on the ocean surface [62]). 82

3.8 Représentation des pulsations de coupure du spectre de houle pour un état de mer de $H_s = 2m$ $T_p = 7s$ (en haut), et de la RAO en pilonnement d'un cylindre isolé (au milieu) pour le choix des pulsations de coupure du fenêtrage (en bas). 83

3.9 Impact sur la puissance théorique de la mise en place du fenêtrage sur l'impédance du contrôleur optimal dans le cas d'un cylindre isolé. 85

3.10 Amplitude (en haut) et phase (en bas) de la fonction de transfert $\mathbf{H}_v(\omega)$, dans le cas de la géométrie à deux corps (section 3.1.1) avec une distance de séparation $d = 100m$. 88

3.11 Comparaison des coefficients de force d'excitation dans le cas d'un cylindre isolé, et d'un groupe de deux cylindres espacés d'une distance $d = 100m$. 89

3.12 Comparaison de la vitesse de propagation à partir de $\mathbf{H}_v(\omega)$, et de la vitesse de phase V_φ pour un groupe de deux cylindres espacés de $d = 100m$. 90

3.13 Évolution de l'amplitude (en haut) et de la phase (en bas) de la fonction de transfert $\mathbf{H}_v(\omega)$ en fonction de la distance de séparation d entre les corps. 91

3.14 Amplitude de la fonction de transfert des vitesses $\mathbf{H}_v(\omega)$ avec contrôleur optimal, pour un groupe de deux cylindres avec une distance de séparation $d = 200m$. 94

3.15 Comparaison de l'amplitude (en haut) et de la phase (en bas) de la fonction de transfert des vitesses $\mathbf{H}_v(\omega)$, avec contrôleur optimal $\tilde{\mathbf{Z}}_u(\omega)$ et contrôleur optimal fenêtré $\mathbf{Z}_{uf}(\omega)$, pour un groupe de deux cylindres avec une distance de séparation $d = 200m$. 95

3.16 Réponses impulsionnelles de la fonction de transfert des vitesses $h_v(t)$, pour un groupe de deux cylindres sans force de PTO, séparés d'une distance $d = 200m$, $d = 400m$, et $d = 600m$. 97

3.17 Décalage vers la gauche, de la réponse impulsionnelle $h_v(t)$ d'un temps de prévision t_{prev}, pour un groupe de deux cylindres sans force de PTO, séparés d'une distance $d = 600m$. 98

3.18 Réponses impulsionnelles de la fonction de transfert des vitesses $h_v(t)$, pour un groupe de deux cylindres avec contrôleur optimal fenêtré, séparés d'une distance $d = 200m$, $d = 400m$, et $d = 600m$, où le premier corps est laissé libre et le second est contrôlé. 99

3.19 Décalage vers la droite, de la réponse impulsionnelle $h_v(t)$ d'un temps de prévision t_{prev}, pour un groupe de deux cylindres avec contrôleur collaboratif $\mathbf{Z}_{uc}(\omega)$. 101

3.20 Comparaison de la vitesse d'un groupe de deux cylindres pilonnants séparés d'une distance $d = 600\,m$ équipés d'un PTO passif et du même groupe soumis à la stratégie de contrôle collaboratif où le premier corps est équipé d'un PTO passif. 103

3.21 Comparaison de l'énergie récupérée par un groupe de deux corps équipés d'un PTO passif et par le même groupe soumis à la stratégie de contrôle collaboratif où le premier corps est équipé d'un PTO passif. 103

3.22 Synthèse des résultats des matrices de coefficient d'optimalité pour un groupe de deux cylindres et une période de pic $T_p = 9s$. 109

3.23 Matrices de coefficient d'optimalité pour un groupe de deux cylindres séparés d'une distance $d = 100m$. 112

3.24 Présentation de la matrice de coefficient d'optimalité (à gauche), de l'amplitude de l'impédance du contrôleur fenêtré à (en haut à droite), et du spectre de houle (en bas à droite) dans le cas de l'apparition de deux maximums locaux de coefficient d'optimalité pour un groupe de deux cylindres séparés de $d = 200m$ et une période de pic de $T_p = 12s$. 114

3.25 Matrices de coefficient d'optimalité C_{opt} (couleurs) et de ration réactif/passif R_{rp} (valeurs numériques) pour un groupe de deux cylindres séparés de $d = 400m$, avec une période de pic $T_p = 9s$, et un temps de prévision $t_{prev} = 15s$. La matrice de droite présente les résultats raffinés du domaine inclus dans le carrée noir de la matrice de gauche. 116

3.26 Représentation de la relation entre le ration réactif/passif et le coefficient d'optimalité maximal associé pour un groupe de deux cylindres séparés de $d = 400m$, avec une période de pic $T_p = 9s$, et un temps de prévision $t_{prev} = 15s$. 116

3.27 Matrice de probabilité d'état de mer du site d'essai « Atlantic Marine Energy Test Site » (A detailed assessment of the wave energy resource at the atlantic marine energy test Site [5]). 118

4.1 Réponses impulsionnelles des efforts de radiation $h_{rad}(t)$ d'un groupe de deux cylindres pilonnant séparés d'une distance $d = 200m$, en utilisant des coefficients hydrodynamiques ayant pour discrétisation fréquentielle $d\omega = [0,05;\ 0,025;\ 0,0125]\, rad/s$. 124

4.2 Agrandissement des réponses impulsionnelles $h_{rad_{I,I}}(t)$ présentées dans la figure 4.1. 124

4.3 Étude de convergence en discrétisation fréquentielle $d\omega$ des coefficients hydrodynamiques, pour un groupe de deux cylindres sans PTO, séparés d'une distance $d = 200m$, en résonance dans une houle monochromatique $a = 1m$ et $T = 7,19s$. 125

4.4 Étude de convergence en discrétisation fréquentielle $d\omega$ des coefficients hydrodynamiques, pour un groupe de deux cylindres sans PTO, séparés d'une distance $d = 200m$, en résonance dans une houle polychromatique $H_s = 2m$ et $T_p = 7,19s$. 125

4.5 Étude de convergence en pas de temps dt pour un groupe de deux cylindres libres, séparés d'une distance $d = 200m$, dans une houle monochromatique $a = 1m$ et $T = 6s$. 129

4.6 Étude de convergence en pas de temps dt pour un groupe de deux cylindres libres, séparés d'une distance $d = 200m$, en résonance dans une houle monochromatique $a = 1m$ et $T = 7,19s$. 129

4.7 Étude de convergence en pas de temps dt pour un groupe de deux cylindres libres, séparés d'une distance $d = 200m$, dans une houle polychromatique $H_s = 2m$ et $T_p = 7,19s$. 130

4.8 Étude de convergence en pas de temps dt de la vitesse du corps contrôlé, pour un groupe de deux cylindres séparés d'une distance $d = 200m$, où le second corps est contrôlé avec la stratégie de contrôle collaboratif, dans une houle polychromatique $H_s = 2m$ et $T_p = 9s$. 131
4.9 Comparaison de la prévision de vitesse du corps contrôlé avec la vitesse obtenue par les simulation pour un groupe de deux cylindres pilonnant avec une distance de séparation $d = 200m$ en haut, et une distance de séparation $d = 600m$, dans une houle polychromatique $H_s = 2m$ $T_p = 9s$. Le premier corps (capteur) est laissé libre et le second est soumis à la stratégie de contrôle collaboratif. . . . 133
4.10 Comparaison de la prévision de vitesse du corps contrôlé avec la vitesse obtenue par les simulation dans des configurations identiques à la figure 4.9, mais pour lesquelles le premier corps (capteur) est équipé d'un PTO passif d'une valeur $B_{PTO} = 1.5 \cdot 10^5 N.s/m$ et le second est soumis à la stratégie de contrôle collaboratif. 133
4.11 Force d'excitation $f_{ex}(t)$ et vitesse $v(t)$ normalisées du corps contrôlé d'un groupe de deux cylindres pilonnant séparés d'une distance $d = 200m$ (en haut) et $d = 600m$ en bas, dans une houle polychromatique $H_s = 2m$ $T_p = 9s$, où le corps (capteur) est laissé libre et le second soumis à la stratégie de contrôle collaboratif. 135
4.12 Force d'excitation $f_{ex}(t)$ et vitesse $v(t)$ normalisées du corps contrôlé dans des configurations identiques à la figure 4.11, mais pour lesquelles le premier corps (capteur) est équipé d'un PTO passif d'une valeur $B_{PTO} = 1.5 \cdot 10^5 N.s/m$ et le second est soumis à la stratégie de contrôle collaboratif. 135
4.13 Schéma représentatif de l'angle du portrait de phase de la vitesse φ_v et de la force d'excitation φ_{fex}. 136
4.14 Angle du portrait de phase de la vitesse $\varphi_v(t)$ et de la force d'excitation $\varphi_{fex}(t)$ correspondant aux simulations de la figure 4.11. 137
4.15 Angle du portrait de phase de la vitesse $\varphi_v(t)$ et de la force d'excitation $\varphi_{fex}(t)$ correspondant aux simulations de la figure 4.12. 137
4.16 Demi-maillage du cylindre utilisé pour le calcul des coefficients hydrodynamiques avec le code BEM NEMOH. 140
4.17 Coefficients d'amortissement hydrodynamique et de masse d'eau ajoutée des termes diagonaux en pilonnement d'un groupe de deux cylindres séparés d'une distance $d = 400m$, obtenus à partir de la méthode semi-analytique, de la méthode BEM NEMOH, et de la méthode BEM NEMOH avec correction des fréquences irrégulières. 141

4.18 Comparaison de la prévision de vitesse du corps contrôlé avec la vitesse obtenue par les simulation pour un groupe de deux cylindres pilonnant avec une distance de séparation $d = 400m$ dans une houle polychromatique $H_s = 2m$ $T_p = 9s$, où le premier corps (capteur) est laissé libre et le second est soumis à la stratégie de contrôle collaboratif. 142
4.19 Angle du portrait de phase de la vitesse $\varphi_v(t)$ et de la force d'excitation $\varphi_{fex}(t)$ correspondant aux simulations de la figure 4.18. 142
4.20 Schéma représentatif de la dérive des corps liée à l'ancrage. 144
4.21 Résultats de coefficients d'optimalité C_{opt} et de coefficient d'optimalité tenant compte du fenêtrage C_{optf} en fonction de la dérive d_r du corps contrôlé pour une houle polychromatique $H_s = 2m$ $T_p = 6s$ (en haut) et $H_s = 2m$ $T_p = 9s$ (en bas). 145
4.22 Schéma représentatif de la distance de propagation de la houle d_p en fonction de l'orientation de la houle β et la distance de séparation d entre les corps. 148
4.23 Relation entre la dérive équivalente d_r et l'erreur de mesure d'orientation de la houle β_{err} pour différentes distances de séparation d entre le corps capteur et le corps contrôlé avec $\beta = 0°$ (à gauche) et pour différentes valeurs d'orientation de la houle β avec $d = 200\,m$ (à droite). 148
4.24 Puissance théorique maximale récupérable P_{th} du corps contrôlé en fonction de l'orientation de la houle incidente β pour un groupe de deux cylindres pilonnant séparés d'une distance $d = 400m$. 149
4.25 Résultats de coefficients d'optimalité C_{opt} et de coefficient d'optimalité tenant compte du fenêtrage C_{optf} du corps contrôlé en fonction de l'erreur de mesure de l'orientation de la houle β_{err}, pour une houle polychromatique $H_s = 2m$ $T_p = 9s$ d'orientation $\beta = 0°$. 150
4.26 Fonctions $D(\beta)$ d'étalement spectral pour les différentes valeurs d'exposant n utilisées dans l'étude. 152
4.27 Résultats de coefficients d'optimalité C_{opt} et de coefficient d'optimalité tenant compte du fenêtrage C_{optf} du corps contrôlé en fonction de la valeur d'exposant n de la distribution d'étalement $D(\beta)$, pour une houle polychromatique $H_s = 2m$ $T_p = 9s$. 153
4.28 Facteurs d'interaction q_f et fractions de puissances q_{ind} pour différentes configurations de ferme pour des machines équipées d'un PTO passif d'amortissement $B_{PTO} = 2,1 \cdot 10^5 N.s/m$ (en noir), ou soumis au contrôle optimal (en rouge). 157

4.29 Schéma représentatif de la ferme de 10 corps utilisée pour la simulation, le premier corps (capteur) est équipé d'un PTO passif noté « B_{PTO} », et tous les autres corps de la ferme sont soumis au contrôle collaboratif « CC ». 160
4.30 Puissance théorique P_{th} (à gauche) et puissance théorique avec fenêtrage P_{thf} (à droite) de la ferme de 10 corps utilisée dans la simulation. 161
4.31 Réponse impulsionnelle du transfert de vitesse du corps IX (en haut) et réponse impulsionnelle de radiation du corps IX sur le corps I (en bas). 164
4.32 Comparaison de la prévision de vitesse des corps contrôlés avec la vitesse obtenue par simulation pour la ferme de 10 corps soumise à la stratégie de contrôle collaboratif, dans une houle polychromatique $H_s = 2m$ $T_p = 9s$. 167
4.33 Angle du portrait de phase de la vitesse $\varphi_v(t)$ et de la force d'excitation $\varphi_{fex}(t)$ obtenus lors de la simulation de la ferme de 10 corps soumise à la stratégie de contrôle collaboratif, dans une houle polychromatique $H_s = 2m$ $T_p = 9s$. 168

A.1 Comparaison des coefficients d'amortissement hydrodynamique et de force d'excitation obtenus avec le code NEMOH standard et avec la correction des fréquences irrégulières. 187

C.1 Matrices de coefficients d'optimalité pour un groupe de deux cylindres séparés d'une distance $d = 100m$ avec une période de pic $T_p = 6s$. 194
C.2 Matrices de coefficients d'optimalité pour un groupe de deux cylindres séparés d'une distance $d = 200m$ avec une période de pic $T_p = 6s$. 194
C.3 Matrices de coefficients d'optimalité pour un groupe de deux cylindres séparés d'une distance $d = 400m$ avec une période de pic $T_p = 6s$. 195
C.4 Matrices de coefficients d'optimalité pour un groupe de deux cylindres séparés d'une distance $d = 600m$ avec une période de pic $T_p = 6s$. 195
C.5 Matrices de coefficients d'optimalité pour un groupe de deux cylindres séparés d'une distance $d = 100m$ avec une période de pic $T_p = 9s$. 196
C.6 Matrices de coefficients d'optimalité pour un groupe de deux cylindres séparés d'une distance $d = 200m$ avec une période de pic $T_p = 9s$. 196
C.7 Matrices de coefficients d'optimalité pour un groupe de deux cylindres séparés d'une distance $d = 400m$ avec une période de pic $T_p = 9s$. 197
C.8 Matrices de coefficients d'optimalité pour un groupe de deux cylindres séparés d'une distance $d = 600m$ avec une période de pic $T_p = 9s$. 197

C.9 Matrices de coefficients d'optimalité pour un groupe de deux cylindres séparés d'une distance $d = 100m$ avec une période de pic $T_p = 12s$. . . . 198
C.10 Matrices de coefficients d'optimalité pour un groupe de deux cylindres séparés d'une distance $d = 200m$ avec une période de pic $T_p = 12s$. . . . 198
C.11 Matrices de coefficients d'optimalité pour un groupe de deux cylindres séparés d'une distance $d = 400m$ avec une période de pic $T_p = 12s$. . . . 199
C.12 Matrices de coefficients d'optimalité pour un groupe de deux cylindres séparés d'une distance $d = 600m$ avec une période de pic $T_p = 12s$. . . . 199
C.13 Matrices de coefficients d'optimalité pour un groupe de deux cylindres séparés d'une distance $d = 100m$ avec une période de pic $T_p = 6s$. 200
C.14 Matrices de coefficients d'optimalité pour un groupe de deux cylindres séparés d'une distance $d = 100m$ avec une période de pic $T_p = 9s$. 201
C.15 Matrices de coefficients d'optimalité pour un groupe de deux cylindres séparés d'une distance $d = 100m$ avec une période de pic $T_p = 9s$. 201

D.1 Maillages utilisés pour l'étude de convergence. 203
D.2 Coefficient d'amortissement hydrodynamique $B(\omega)$ et de masse d'eau ajoutée $M_a(\omega)$ en pilonnement obtenus avec le code NEMOH pour les 3 maillages comparés. 204
D.3 Amplitude et phase du coefficient de force d'excitation $H_{ex}(\omega)$ pilonnement obtenu avec le code NEMOH pour les 3 maillages comparés. 204

Liste des tableaux

2.1 Erreur RMS en pourcentage de l'identification du noyau de radiation sur la partie réelle et la partie imaginaire en fonction du nombres de pôles. Les résultats sont présentés pour un groupe de deux cylindres séparés d'une distance $d = \{50m, 200m, 1000m\}$. 47

2.2 Erreur RMS de la vitesse des corps du groupe de 4 cylindres libres pilonnant présenté dans la figure 2.14. 61

3.1 Classification des ondes de surface par fréquence [62]. 81

3.2 Niveaux des facteurs choisis pour l'étude de sensibilité pour un groupe de deux cylindres en utilisant la stratégie de contrôle collaboratif. 106

3.3 Niveaux des facteurs choisis pour l'étude de sensibilité de corps proches pour un groupe de deux cylindres en utilisant la stratégie de contrôle collaboratif. 111

3.4 Paramètres optimaux de la stratégie de contrôle collaboratif issus de l'étude de sensibilité pour un groupe de deux cylindres pilonnant. 113

3.5 Paramètres optimaux du contrôleur pour le groupe de deux cylindres séparés d'une distance $d = 200\,m$ sur le site AMETS. 119

4.1 Relation entre la discrétisation fréquentielle et la longueur des réponses impulsionnelles. 123

4.2 Coefficient d'optimalité pour un groupe de deux corps séparés d'une distance $d = 200m$ en fonction de la discrétisation fréquentielle des coefficients hydrodynamiques, dans une houle polychromatique $H_s = 2m$ et $T_p = 9s$. 127

4.3 Coefficient d'optimalité pour un groupe de deux corps séparés d'une distance $d = 200m$ en fonction de l'extrapolation des coefficients hydrodynamiques, dans une houle polychromatique $H_s = 2m$ et $T_p = 9s$. 128

4.4 Étude de convergence en pas de temps dt du coefficient d'optimalité du corps contrôlé, pour un groupe de deux cylindres séparés d'une distance $d = 200m$, où le second corps est contrôlé avec la stratégie de contrôle collaboratif, dans une houle polychromatique $H_s = 2m$ et $T_p = 9s$. 132

4.5 Résultats de puissance et de coefficient d'optimalité pour les différentes configurations de ferme présentées dans l'étude. 138

4.6 Comparaison des résultats de puissance et de coefficient d'optimalité en utilisant les coefficients hydrodynamiques issus d'une méthode semi-analytique, de la méthode BEM NEMOH, et de la méthode BEM NEMOH avec correction des fréquences irrégulières. 143
4.7 Comparaison des résultats de puissance et de coefficient d'optimalité en fonction de la dérive du corps contrôlé. 145
4.8 Résultats de puissance et de coefficient d'optimalité du corps contrôlé en fonction de l'erreur de mesure de l'orientation de la houle β_{err}. 151
4.9 Résultats de puissance et de coefficient d'optimalité du corps contrôlé en fonction de la valeur d'exposant n de la distribution d'étalement $D(\beta)$. . 153
4.10 Paramètres du fenêtrage des corps contrôlés pour la ferme de 10 corps. . 160
4.11 Puissance d'un corps isolé en fonction du contrôleur avec les paramètres utilisés pour les corps de la ferme. 161
4.12 Résultats de puissance et de coefficient d'optimalité tenant compte du fenêtrage pour la ferme de 10 corps soumise à la stratégie de contrôle collaboratif, dans une houle polychromatique $H_s = 2m$ $T_p = 9s$. 165

C.1 Niveaux des facteurs choisis pour l'étude de sensibilité pour un groupe de deux cylindres en utilisant la stratégie de contrôle collaboratif. 193
C.2 Niveaux des facteurs choisis pour l'étude de sensibilité de corps proches pour un groupe de deux cylindres en utilisant la stratégie de contrôle collaboratif. 200

Liste des symboles

Acronymes

BEM	Boundary Element Method
CFD	Computational Fluid Dynamic
DNS	Direct Numerical Simulation
LES	Large Eddy Simulation
MIMO	Multiple Input Multiple Output
PTO	Power take-Off
RANS	Reynolds Averaged Navier-Stoke
SISO	Single Input Single Output
WEC	Wave Energy Converter

Symboles généraux

$\bar{.}$	Moyenne
$\bar{P}_{pass}$	Puissance passive moyenne
$\bar{P}_{react}$	Puissance réactive moyenne
$\mathbf{C}_{opt}$	Coefficient d'optimalité
Φ	Potentiel des vitesses
ρ	Masse volumique du fluide
$\vec{n}$	Vecteur normal
$\vec{X}$	Vecteur déplacement
B_{PTO}	Terme d'amortissement du PTO passif
d	Distance entre les corps
d_r	Distance de dérive
g	Constante gravitationnelle
$G(M, M')$	Fonction de Green
h	Hauteur du cylindre

H_s	Hauteur significative de l'état de mer
j	Nombre imaginaire
M	Masse du corps
N	Nombre de machines
p	Pression
q_f	Facteur d'interaction de la ferme
q_{ind}	Fraction de puissance d'un corps
R	Rayon du cylindre
R_{rp}	Ration puissance réactive / passive
T_p	Période de pic de l'état de mer
V_φ	Vitesse de phase
z	Profondeur
H	Profondeur d'eau

Domaine temporel

$\bar{\mathbf{P}}(t)$	Puissance moyenne en domaine temporel
$\eta(t,x)$	Elevation de surface libre
$\mathcal{F}^{-1}$	Transformée de Fourier inverse
$f_u(t)$	Force du PTO
$f_{ex}(t)$	Force d'excitation
$f_{rad}(t)$	Force de radiation
$h_u(t)$	Réponse impulsionnelle du contrôleur
$h_v(t)$	Réponse impulsionnelle du transfert de vitesse
$h_{rad}(t)$	Réponse impulsionnelle de radiation
$h_{uf}(t)$	Réponse impulsionnelle du contrôleur optimal fenêtrée
t_r	Temps de retard de la réponse impulsionnelle
t_{nc}	Horizon non causal

t_{prev}	Temps de prévision
t_{sim}	Durée de la simulation

Domaine fréquentiel

$.^*$	Conjuguée
$\mathbf{P}_A(\omega)$	Puissance absorbée
$\mathbf{P}_{th}$	Puissance théorique maximale
$\mathbf{Z}_{uc}(\omega)$	Matrice d'impédance modifiée du contrôleur collaboratif
$\mathcal{F}$	Transformée de Fourier
ω_{Hc}	Pulsation de coupure haute du fenêtrage
ω_{Lc}	Pulsation de coupure basse du fenêtrage
$\tilde{.}$	Optimal
$\Xi(\omega)$	Elevation de surface libre
$A_h(\omega)$	Amplitude de la houle
$B(\omega)$	Coefficient d'amortissement hydrodynamique
B_{PTO}	Amortissement du PTO
$F_D(\omega)$	Effort de Diffraction
f_p	Fréquence de pic du spectre de houle
$F_u(\omega)$	Force du PTO
$F_{ex}(\omega)$	Force d'excitation
$F_{FK}(\omega)$	Effort de Froude-Krylov
F_{ks}	Force hydrostatique
$F_{rad}(\omega)$	Force de radiation
$H_v(\omega)$	Fonction de transfert des vitesses
$H_{ex}(\omega)$	Coefficient de force d'excitation
k	Nombre d'onde
K_s	Raideur hydrostatique

$M_a(\omega)$	Coefficient de masse d'eau ajoutée
$M_{a\infty}$	Masse d'eau ajoutée à l'infini
$P_u(\omega)$	Puissance absorbée
$P_{th,ferme}$	Puissance moyenne de la ferme
$P_{th,isolé}$	Puissance moyenne d'un corps isolé
$V(\omega)$	Vecteur vitesse du corps
$V_M(\omega)$	Vecteur de la fonction de transfert des vitesses
w	Pulsation
$X(\omega)$	Vecteur position du corps
$Z_i(\omega)$	Impédance intrinsèque
$Z_M(\omega)$	Matrice de la fonction de transfert des vitesses
$Z_u(\omega)$	Impédance du contrôleur
$Z_{net}(\omega)$	Matrice d'impédance nette
$Z_{uf}(\omega)$	Impédance du contrôleur optimal fenêtrée
$A(\omega)$	Vecteur accélation du corps

Chapitre 1

Introduction

Sommaire

1.1 Avant-propos **2**

1.2 Contexte **4**

1.2.1 Production énergétique mondiale 4

1.2.2 La place de l'énergie houlomotrice 5

1.3 Défis technologiques et scientifiques **8**

1.4 Les concepts de machine houlomotrice **10**

1.5 Contrôle des point absorbers **13**

1.5.1 Power take-off et conversion d'énergie 13

1.5.2 Nécessité des méthodes de contrôle 14

1.5.3 Méthodes de contrôle 15

1.6 Les modèles d'interaction vague structure **26**

1.6.1 Présentation des modèles 26

1.6.2 Application au contrôle de ferme 28

1.7 Méthodes de prévisions de la force d'excitation **29**

1.8 Objectifs de la thèse **31**

1.1 Avant-propos

L'énergie constitue un pilier fondamental de l'évolution de l'humanité. Lorsque les premiers hommes ont domestiqué le feu, environ 400 000 ans av. J.-C., ils bénéficièrent alors de moyens de chauffage, de cuisson, et d'éclairage, bouleversant pour la première fois leurs pratiques. Environ 4 000 ans av. J.-C., après la domestication des animaux, l'Homme commence à atteler des bovins et utilise la force motrice animale pour faciliter les travaux agricoles et les transports. C'est au VII° siècle qu'apparaissent les premiers moulins à vent, destinés en premier lieu à l'irrigation. Cependant, les moulins à vent et à eau ne prennent leur essor qu'aux alentours du XI° siècle. Avec ces nouvelles énergies, la mécanisation des outils apparait et permet de moudre les grains, fouler les draps ou encore tanner les peaux. À cette époque et jusqu'au XVII° siècle, le bois reste la ressource principale d'énergie.

Un nouveau bouleversement intervient avec l'invention de la machine à vapeur en 1769, qui marque le début de la révolution industrielle. On assiste alors à la naissance de nouvelles machines permettant de produire plus vite et pour moins cher. Fournissant de meilleurs rendements que le bois, le charbon devient la principale ressource énergétique de cette ère. Pour subvenir au besoin croissant de cette ressource, l'exploitation du charbon subit un développement massif avec l'édification de nombreux bassins miniers. La pollution amenée par la révolution industrielle et l'industrialisation était un problème déjà considéré et contrôlé à son époque. Cependant, l'énergie était déjà devenue un facteur clé de l'économie, et les règlementations alors en place furent allégées à la demande des industriels au nom de la compétitivité et de la liberté économique.

Au XIX° siècle, les travaux sur l'électricité permettent la création des machines électriques et de son transport. Parallèlement, la construction du premier puits de pétrole a lieu en 1859, et les progrès de la chimie permettent le raffinage du pétrole. Avec les deux guerres mondiales vient la création de nouvelles techniques augmentant au passage le facteur d'échelle de la production industrielle et donc de l'énergie nécessaire. Le XX° siècle sera aussi la scène du développement de l'énergie nucléaire, avec la mise en service de la première centrale en 1954. À la fin du XX° siècle, la consommation de masse se généralise dans de nombreux pays et impose une demande en production et en énergie toujours croissante.

La diminution des réserves des énergies fossiles, les catastrophes naturelles liées à leurs exploitations, et l'accélération des changements climatiques imposent de métamorphoser le rapport de l'homme à l'énergie. Si le XIX° et le XX° siècle ont pu être le théâtre d'une production intensive, et irresponsable face aux enjeux environnementaux, la prise de conscience de la population et des gouvernements face à l'urgence de cette problématique est de plus en plus marquée. Les efforts en ce sens tendent à être d'ampleur internationale, avec la mise en place d'objectifs communs lors des conférences des parties (COP). Cependant, l'urgence pourtant palpable de la situation environnementale ne semble pas toujours faire face aux pressions économiques établies.

Face à la croissance fulgurante des besoins énergétiques et aux contraintes environnementales, la transition énergétique est devenue une nécessité. Un retour aux premières sources d'énergie est observé avec l'éolien, l'énergie hydraulique ou encore la biomasse. De nouveaux moyens de production d'énergie renouvelable sont développés comme le solaire ou les énergies marines. La motivation de ces travaux de thèse est de tenter de contribuer à cette transition en participant au développement des énergies marines, et plus particulièrement celui de l'énergie des vagues.

« Nous n'héritons pas de la terre de nos parents,

nous l'empruntons à nos enfants. »

À ma fille, Emma.

1.2 Contexte

Pour comprendre la place de l'énergie houlomotrice dans le contexte actuel, il est tout d'abord nécessaire de rappeler l'évolution de la production énergétique mondiale et du coût des différentes technologies de production d'énergie renouvelable au cours des dernières années. Ensuite, après un bref historique de la technologie houlomotrice, le potentiel énergétique de cette ressource est mis en avant et l'état actuel de la production d'énergie houlomotrice est présenté.

1.2.1 Production énergétique mondiale

La production mondiale d'électricité s'est vue augmenter de plus d'un facteur 4 entre 1971 et aujourd'hui (figure 1.1). Si cette production était majoritairement constituée d'énergie fossile et d'hydroélectricité en 1971, on observe le développement rapide du nucléaire au cours de cette période, puis le développement progressif des énergies renouvelables à partir des années 1990. Par ailleurs, il faut attendre le début des années 2000 pour voir s'accélérer le développement des énergies renouvelables.

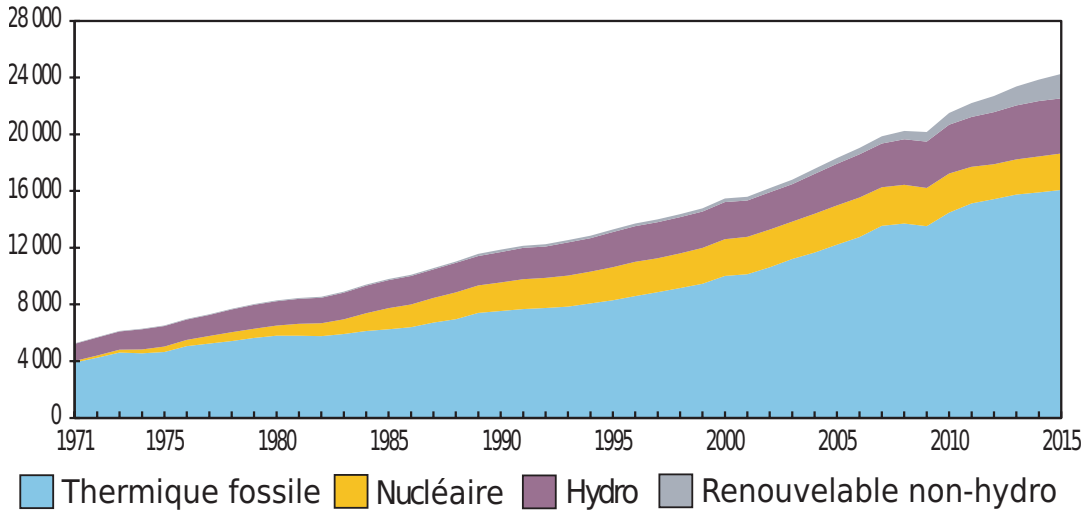


FIGURE 1.1 – Production d'électricité mondiale de 1971 à 2015 en TWh. La ressource « Renouvelable non-hydro » inclue la géothermie, le solaire, l'éolien, les énergies marines, les biocarburants, et l'incinération des déchets (Central Statistics Office [21]).

Au-delà des considérations environnementales, la récente croissance des énergies renouvelables dans le mix énergétique mondial s'explique par une baisse significative des coûts de production (figure 1.2). En effet, les progrès scientifiques dans les différents domaines associés à ces énergies ont permis d'améliorer la compétitivité de ces énergies, au point

que la majorité d'entre elles est devenue plus rentable que la production d'énergie fossile. On notera par exemple le coût de l'énergie photovoltaïque divisé par un facteur $3,6$ en seulement 7 ans, ou encore la diminution de 20% du coût de l'éolien terrestre sur la même période. De plus, si le coût des énergies renouvelables tend à baisser, celui des énergies fossiles lui est à la hausse. Cette hausse est en partie due à l'accroissement de la complexité de l'exploitation de ces ressources, elle même causée par la raréfaction des sources d'énergie fossile.

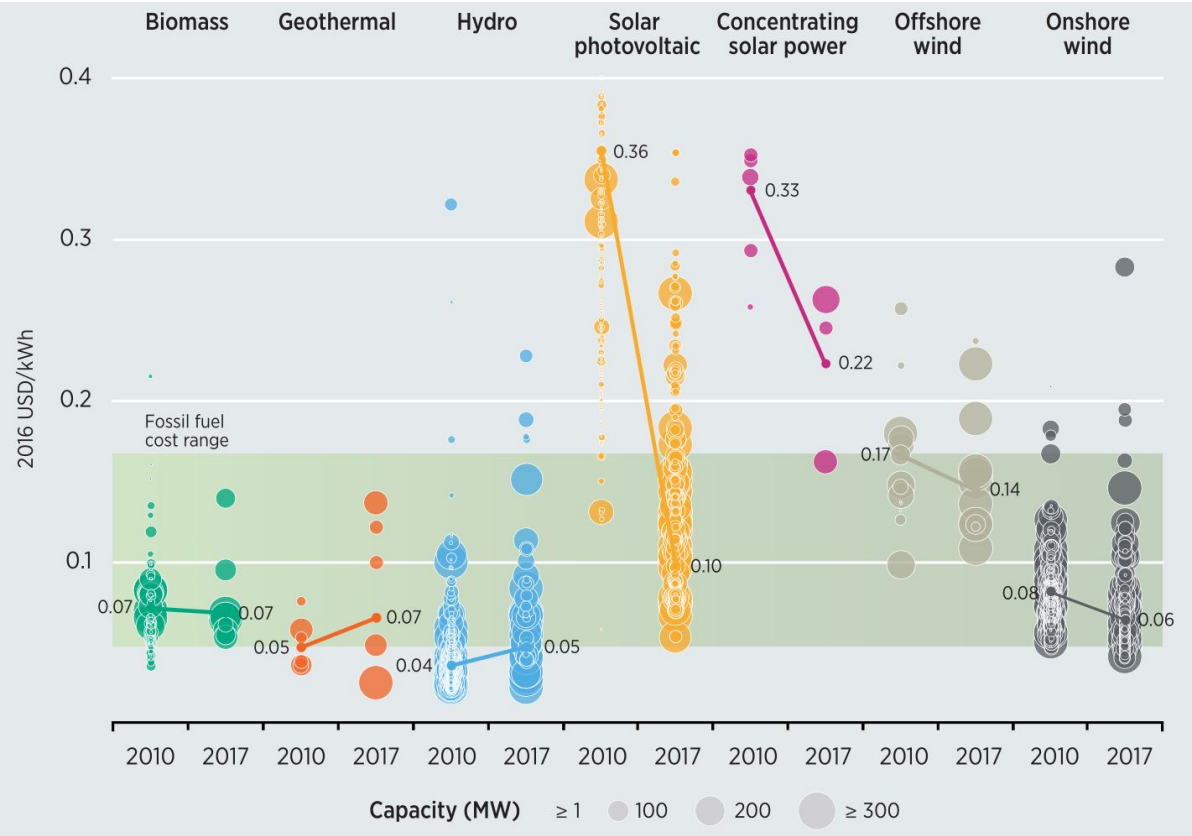


FIGURE 1.2 – Coût actualisé de l'énergie (LCOE) par technologie de production d'énergie renouvelable, pour l'année 2010 et 2017. Le diamètre de chaque cercle représente la taille de chaque projet et son centre le coût du projet. Les lignes épaisses représentent le LCOE moyen et pondéré des centrales misent en service pour chaque année (International Renewable Energy Agency [78]).

1.2.2 La place de l'énergie houlomotrice

L'idée de récupérer l'énergie des vagues n'est pas nouvelle. C'est en 1799 qu'est publié, par Girard et fils, le premier brevet de récupération d'énergie houlomotrice proposant

d'extraire l'énergie d'un corps flottant en pilonnement animé par la houle (figure 1.3) [70]. Il y est déjà fait état du grand potentiel énergétique de la houle, et de la prédictibilité de cette ressource. De plus, les auteurs présentent déjà l'intérêt du dimensionnement du corps flottant et de la contrainte appliquée au système sur le rendement de la machine.

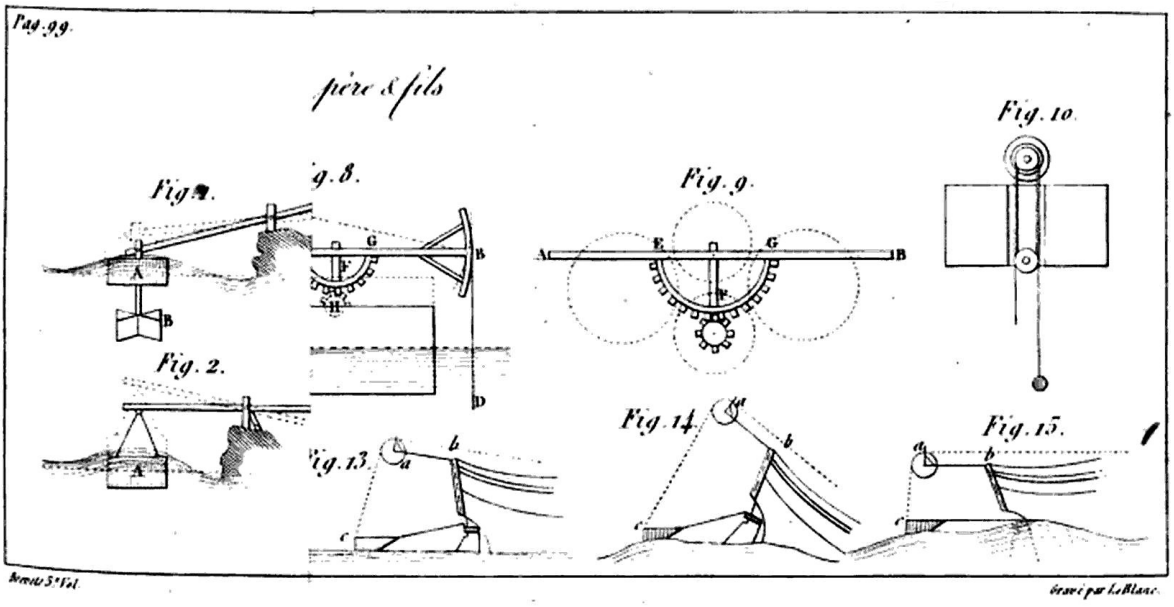


FIGURE 1.3 – Extrait de la planche accompagnant le brevet de 1799 publié par Girard père et fils [70].

Il faut ensuite attendre 1876 pour voir brevetée et construite la première machine utilisant cette ressource. Il s'agit alors d'une bouée sifflante utilisée pour la signalisation maritime, inventée par J.M. Courtenay (figure 1.4). Le système exploite le mouvement d'une colonne d'eau oscillante permettant de mettre en pression un volume d'air, qui à son tour actionne un sifflet de locomotive. Cette bouée est considérée comme l'ancêtre des systèmes houlomoteur à colonne d'eau oscillante (OWC). En 1885, 34 de ces bouées sont à flot [56].

Peu après le choc pétrolier de 1973, Salter publie un article dans Nature nommé « Wave Power » [80], qui marque le début de l'ère moderne de l'énergie houlomotrice. Cet article fondateur quantifie l'énergie récupérable dans cette ressource, met en évidence certaines considérations à prendre en compte lors de l'élaboration de récupérateurs d'énergie des vagues, et propose un design innovant qui gardera le nom de Salter's Duck (figure 1.5). À partir de cette période, les projets de recherche et industriels relatifs à l'énergie houlomotrice se multiplient, et en 1980 plus de 1000 brevets avaient déjà été déposés [32]. Aujourd'hui, le nombre de brevets de machine houlomotrice est estimé à plus 3000 [84].

FIGURE 1.4 – Schéma représentatif de la bouée sifflante de Courtenay (à gauche), et cliché d'un dérivé de cette machine à Point Fermin, San Pedro, réalisé en 1890 (à droite) (California Historical Society Collection).

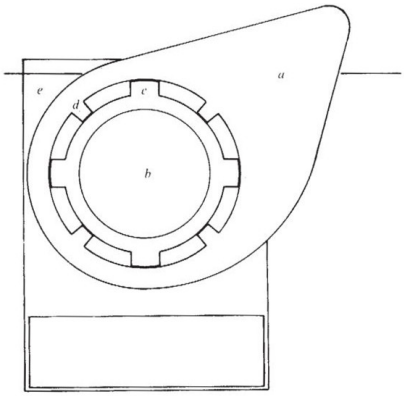


FIGURE 1.5 – Design du Salter's Duck présenté dans [80].

Si l'énergie houlomotrice suscite tant d'intérêt, c'est que l'océan représente une immense ressource énergétique. La puissance totale des vagues incidentes sur les côtes mondiales est estimée à $2,11 \pm 0,05\,TW$ [49]. Cette valeur a été calculée à partir des données obtenues avec le code de calcul NOAA WaveWatch III [83], et en intégrant le flux d'énergie de la houle le long d'une ligne située à 30 miles nautiques des côtes sur une période de 6 ans. Bien qu'il ne soit pas possible d'extraire la totalité de cette énergie, l'auteur de cette évaluation de ressource présente une estimation de l'énergie récupérable en supposant l'utilisation du système houlomoteur Pelamis sur l'ensemble des côtes. Il est alors estimé

que dans cette configuration $4,6\%$ de la ressource houlomotrice peut être extraite, soit une puissance moyenne de $96,6 \pm 1,3\,GW$.

Au cours des dernières décennies, plusieurs sites d'essais ont vu le jour. On peut citer notamment le site d'essai d'Aguçadoura au Portugal où le Pelamis a été testé totalisant une puissance de $2,25\,MW$, ou encore celui de Limpet ($0,5\,MW$) et d'Orkney ($0,8MW$) en Écosse. Les machines houlomotrices testées sur ces sites ne sont à ce jour plus en service, mais elles ont permis d'acquérir de précieuses données pour le développement de la technologie houlomotrice. Par ailleurs, d'autres projets comme la centrale de Mutribuki ($0,3\,MW$) en Espagne sont encore en service. La liste des projets présentée ici est loin d'être exhaustive. En effet, de nombreux autres projets d'envergures variées ont été mis en place, ou sont prévus dans un futur proche. Aujourd'hui, aucune centrale de production de grande échelle n'est en service, mais les annonces de plusieurs projets, comme celui de Seabased au Ghana avec une centrale de $100\,MW$, sont encourageantes pour l'avenir de la filière.

L'absence de site de production de grande ampleur dans le domaine de l'énergie des vagues est significative du retard de cette technologie au regard des autres énergies renouvelables comme l'éolien ou le solaire. Encore considérée comme immature, la technologie houlomotrice doit encore relever de nombreux défis technologiques et scientifiques pour atteindre un niveau de compétitivité satisfaisant sur le marché de l'énergie.

1.3 Défis technologiques et scientifiques

Parmi les défis technologiques et scientifiques liés à la ressource houlomotrice, plusieurs grands axes peuvent être mis en avant : les problèmes de survivabilité dans les conditions de houles extrêmes, le développement de stratégies et d'outils de maintenance, les difficultés liées à l'ancrage (installation, raccordement au réseau, bio-encrassement, modification de la dynamique de la machine), l'injection de l'énergie dans le réseau électrique (forte intermittence de la production), ou encore la réduction des coûts de l'énergie houlomotrice notamment par l'augmentation du rendement des machines.

Les récupérateurs d'énergie des vagues sont conçus pour extraire au mieux l'énergie dans des conditions de houle données. Ainsi, lorsque ces machines sont correctement dimensionnées, elles présentent une forte réponse dynamique à la houle incidente. Ces systèmes sont dimensionnés pour récupérer l'énergie dans des valeurs moyennes d'état de mer, or

ces valeurs peuvent devenir extrêmes lors de phénomènes météorologiques violents. Il est par conséquent délicat de pouvoir assurer la fiabilité et la survivabilité des systèmes houlomoteurs face aux conditions de houles extrêmes, car les forces soumises aux systèmes sont de loin supérieures aux valeurs nominales. Cependant, il est primordial de pouvoir assurer la robustesse de ces systèmes sur plusieurs années de façon à assurer leur viabilité commerciale [24].

L'installation et la maintenance des machines houlomotrices imposent le développement de nouveaux outils. De façon à pouvoir intervenir sur les unités de la ferme, la conception de vaisseaux spécialisés ou le remorquage jusqu'au port des machines concernées est requis. Quelle que soit la stratégie de maintenance mise en place, celle-ci doit nécessairement être planifiée pour correspondre aux conditions météorologiques. Ainsi, en cas d'avaries, le délai d'attente avant l'intervention peut être considérable. Il est donc primordial de pouvoir anticiper les maintenances afin de conserver un facteur de charge compétitif. De manière générale, les coûts d'installation et de maintenance d'une ferme de génératrice houlomotrice constituent une part importante du coût global du projet. Il est donc primordial d'adopter des stratégies opérationnelles visant à minimiser ces coûts [2, 12].

Lors de la conception des ancrages d'un système houlomoteur, il convient d'évaluer finement la fatigue subie par les lignes d'ancrages et les câbles de raccordement au réseau pour assurer leur résistance sur toute la durée d'exploitation de la ferme. Les phénomènes de bio-encrassement peuvent avoir un impact sur les forces générées par les vagues et les courants sur les éléments d'ancrages, ce qui rend cette analyse délicate. De plus, au-delà de l'augmentation de la fatigue des éléments d'ancrage, le bio-encrassement peut aussi impacter les performances des machines houloumotrices [87].

Dues à la nature oscillatoire de la ressource houlomotrice, de fortes variations sont observées dans le signal de puissance généré par les machines. Pour injecter de l'énergie dans le réseau électrique, il est imposé de respecter des contraintes précises concernant la qualité du signal. L'augmentation du nombre de machines dans une ferme de génératrice tend à lisser la production du signal, mais il est toujours nécessaire de mettre en place des systèmes de régulation de puissance, comme l'ajout de super-capacités, pour respecter les contraintes réseau [23]. De plus, lors de l'utilisation de système réactif (section 1.5), il peut être nécessaire d'utiliser ponctuellement l'énergie du réseau électrique pour augmenter le rendement des machines.

Le coût de l'énergie houlomotrice est aujourd'hui estimé entre 0.56€/kWh et 0.71€/kWh. Ces estimations varient fortement, car les concepts de machines sont très hétérogènes, et car il n'existe pour l'heure pas de déploiement à l'échelle industrielle. Bien supérieurs à ceux des autres énergies renouvelables, les prix de l'énergie houlomotrice freinent considérablement le déploiement des sites de production et impliquent nécessairement le soutien financier des gouvernements. L'Union Européenne cible un prix de l'énergie houlomotrice à 0.22€/kWh à l'horizon 2030, ce qui constitue un défi colossal [82].

Une des approches permettant de réduire le coût de production de l'énergie des vagues est d'augmenter le rendement des génératrices houlomotrices. Avec l'application de stratégies de contrôle des machines houlomotrices, il est possible d'augmenter significativement leur rendement. Ce point correspond à une des deux grandes motivations de ce travail de thèse, à savoir le développement d'une stratégie de contrôle de systèmes houlomoteurs. D'autre part, l'amélioration de la rentabilité des sites houlomoteurs vient avec l'augmentation de la puissance globale des sites de productions. Les récupérateurs d'énergie des vagues possèdent des dimensions optimisées pour les états de mer dans lesquels ils évoluent. Pour augmenter la puissance de la ferme, il n'est donc pas toujours possible d'augmenter la puissance de chaque unité. Il est alors nécessaire de concevoir des fermes constituées de nombreuses machines [32]. Cette considération constitue la deuxième motivation de ce travail de thèse : la prise en compte des différentes interactions hydrodynamique entre les corps flottants dans la stratégie de contrôle, maximisant ainsi la récupération d'énergie globale de la ferme.

1.4 Les concepts de machine houlomotrice

Il existe de nombreux concepts de génératrice houlomotrice. Ces concepts diffèrent principalement par la façon dont l'énergie de la houle est captée par le système, par leur positionnement par rapport à la côte, et par la profondeur d'eau dans laquelle les systèmes sont installés. Parmi les milliers de brevets déposés sur les récupérateurs d'énergie des vagues, seule une partie a fait l'objet de recherche et de développement. On décompte aujourd'hui une centaine de projets en phase de développement ou d'essai [32]. Si les concepts de récupérateur sont très variés, il est toutefois possible de les regrouper en 5 grandes familles. Les illustrations utilisées ici proviennent d'Aqua-Ret [4].

Les systèmes atténuateurs sont des machines flottantes pouvant être utilisées au large, en eaux profondes. Constitués de plusieurs segments mobiles alignés dans le sens de propagation de la houle, ces systèmes sont de dimension supérieure ou égale à la longueur d'onde dominante de la houle. L'action des vagues permet le mouvement relatif des différents segments, et l'énergie est récupérée à l'aide d'un Power Take-Off (PTO) permettant la conversion de l'énergie mécanique en électricité. Pour ce type de système, le PTO est le plus souvent constitué d'un système hydraulique ou pneumatique.

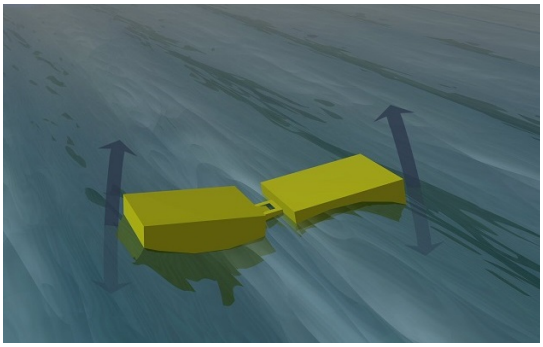


FIGURE 1.6 – Atténuateur.

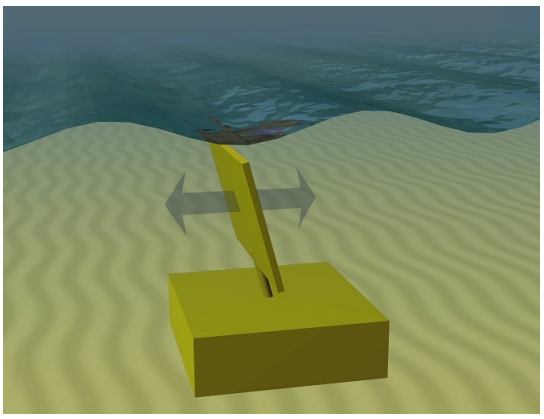


FIGURE 1.7 – Flotteur en rotation.

Utilisés proches des côtes, en eaux peu profondes, les flotteurs en rotation sont animés par les mouvements de cavalement de la houle. Le flotteur est relié à son ancrage par un axe de rotation horizontal situé proche du fond et contenant le système de conversion d'énergie. De manière générale, le flotteur est dimensionné pour correspondre à la hauteur de la colonne d'eau, et certains dispositifs peuvent même dépasser la surface libre. De par leur géométrie, ces systèmes peuvent être retenus au fond dans le cas d'épisodes météorologiques violents, ce qui renforce la survivabilité des machines.

Les systèmes à colonne d'eau oscillante (OWC) sont constitués d'une structure creuse partiellement immergée contenant un volume d'air au-dessus de la surface libre. La structure présente une ouverture sous-marine permettant à la pression induite par les vagues incidentes de faire varier le niveau de la surface libre à l'intérieur de la colonne. Les déplacements de la surface libre entrainent la compression du volume d'air qui est alors turbiné pour convertir l'énergie mécanique en électricité.

Les OWCs sont majoritairement représentés par des structures fixes positionnées sur la côte ou non loin du bord, cependant il existe aussi des systèmes flottants utilisant le même principe de récupération. Le coût de construction des OWCs est largement dominé par celui de la construction de la structure. Ces systèmes peuvent être intégrés à la construction de digue pour réduire les coûts du projet et faciliter leur maintenance.

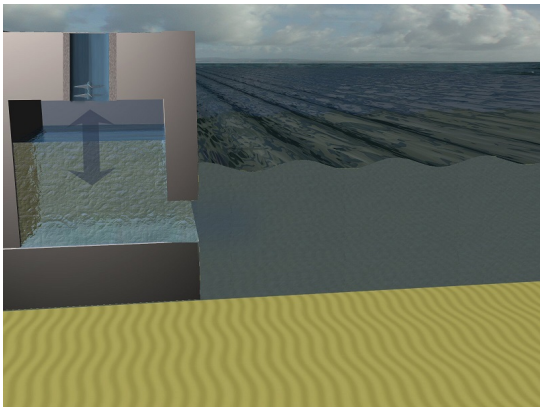


FIGURE 1.8 – Système à colonne d'eau oscillante (OWC).

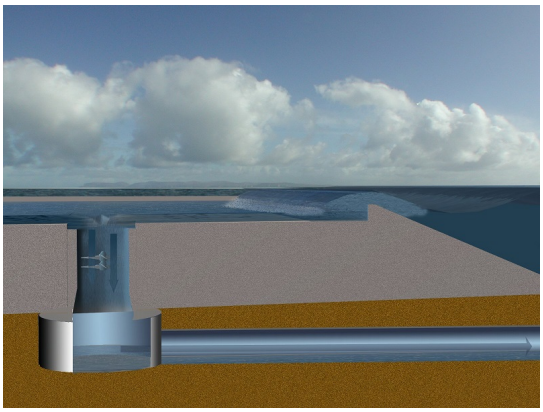


FIGURE 1.9 – Centrale à déferlement.

Les centrales à déferlement captent l'énergie houlomotrice en laissant déborder les vagues incidentes dans un réservoir situé au-dessus du niveau moyen de la surface libre. Le volume d'eau stocké dans le réservoir constitue une réserve d'énergie potentielle qui est ensuite convertie en électricité à l'aide de turbines hydrauliques. Grâce au stockage de l'énergie houlomotrice sous forme d'énergie potentielle, les centrales à déferlement permettent d'obtenir un signal de puissance plus lisse que ceux obtenus par conversion directe du mouvement de vagues. Ces systèmes prennent la forme de dispositifs fixes ou flottants, et peuvent profiter de la topographie naturelle du site pour constituer le bassin de stockage et tirer profit des effets de concentration de vague.

Les « point absorbers » sont des systèmes oscillants de dimension inférieure à celle de la longueur d'onde dominante de la houle. Flottants ou immergés, ces systèmes peuvent être déployés au large en eaux profondes et récupèrent l'énergie de la houle proche de la surface libre dans toutes les directions. Dans le cas des « point absorbers », les systèmes de conversion d'énergie sont variés et peuvent reposer sur des technologies hydrauliques, pneumatiques, ou encore de conversion directe (direct-drive).

Les faibles dimensions des « point absorbers » par rapport aux longueurs d'onde contenues dans les spectres de houle ne permettent pas leur mise en résonance naturelle. Pour obtenir des rendements énergétiques élevés, il est nécessaire d'appliquer sur ces machines des stratégies de contrôle modifiant leur dynamique (section 1.5.2). La stratégie de contrôle collaboratif développée dans ces travaux de thèse se concentre sur l'application du contrôle à ce type de système houlomoteur.

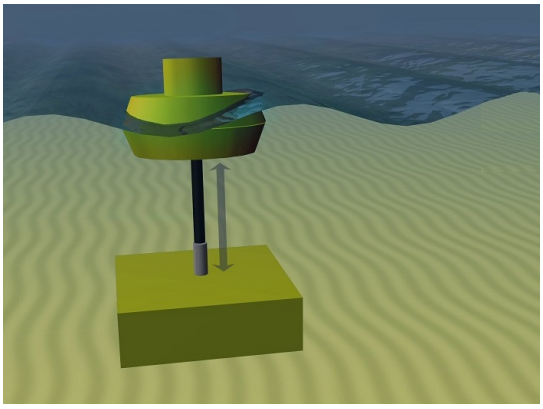


FIGURE 1.10 – Point absorber.

1.5 Contrôle des point absorbers

1.5.1 Power take-off et conversion d'énergie

Le power take-off (PTO) est l'organe d'un point absorber permettant de convertir l'énergie mécanique captée par le corps flottant en énergie électrique. En appliquant une force au système houlomoteur, le mouvement relatif du corps par rapport à une référence fixe ou mobile est converti en électricité (figure 1.11). L'énergie mécanique est convertie à l'aide de différents systèmes comme les turbines hydrauliques, pneumatiques, ou encore les génératrices électriques directement liées au mouvement du corps. Outre la récupération d'énergie, le PTO permet aussi de modifier la dynamique du corps. De cette façon, il est possible d'ajuster la fréquence de résonance du corps flottant pour la faire correspondre à celle de la vague incidente et ainsi maximiser le rendement du système houlomoteur. C'est donc au travers du PTO que la stratégie de contrôle est appliquée à la machine houlomotrice.

Le choix du PTO peut être spécifique à la technologie houlomotrice qu'il équipe, et à la stratégie de contrôle mise en place. La force appliquée par le PTO sur le système houlomoteur peut être linéaire ou non linéaire, continue ou discontinue, ou encore agir comme moteur dans le cas d'un PTO réactif.

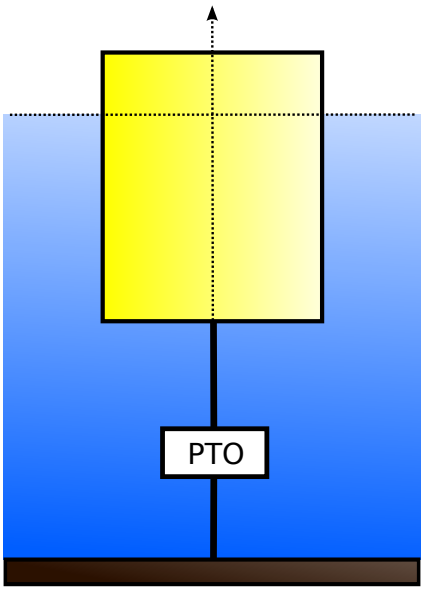


FIGURE 1.11 – Schéma représentatif d'un power take-off sur un point absorber pilonnant.

1.5.2 Nécessité des méthodes de contrôle

Une des caractéristiques des points absorbers est leur dimension réduite par rapport à celles des longueurs d'onde contenues dans les spectres de houle. Les travaux de Falcao [32] ont montré que pour un système houlomoteur hémisphérique dans une mer régulière de période T, le rayon r du système maximisant la récupération d'énergie est égal à l'équation suivante :

$$r = 0,262T^2$$

Pour une houle régulière de période $T = 10\,s$, le rayon optimisant la récupération est donc égal à $r = 26,2\,m$. Une étude récente de Clément [22] a raffiné l'estimation du rayon optimal d'un cylindre vertical pilonnant, en utilisant l'ensemble des états de mer annuels sur un site et non plus sur une seule période en houle régulière. L'étude en houle polychromatique estime alors que dans des conditions de houles réelles, le rayon du cylindre serait compris entre $31\,m$ et $39\,m$. La réalisation et l'installation d'une machine houlomotrice de cette dimension sont technologiquement complexes et non viables économiquement. Par ailleurs, avec l'utilisation de stratégie de contrôle, il est possible d'obtenir de hauts rendements de récupération d'énergie avec des machines de taille raisonnable, avec un rayon inférieur à $10m$.

De plus, sur un site donné l'état de mer varie rapidement et il est alors nécessaire d'adapter les machines à ces changements pour optimiser la récupération d'énergie [20]. Il est possible de modifier la masse de la machine par exemple par l'ajout de ballasts, ou modifier la raideur du PTO pour adapter la fréquence de résonance du corps à celle de la période de pic de la houle H_s. Par ailleurs, les spectres de houles étant composés de vagues de fréquences et de phases différentes, il est aussi possible de faire varier la force du PTO pour adapter la dynamique du corps vague par vague. Le système houlomoteur est alors en phase avec la pression induite par la houle sur le corps, ce qui permet d'atteindre l'optimum de récupération.

Par ailleurs, les fermes de génératrices houlomotrices qui seront déployées dans les années qui viennent devront être composées d'un grand nombre de machines. Aujourd'hui, ces machines sont conçues et optimisées individuellement sans tenir compte des interactions qui apparaissent dans ce type de configuration. Les interactions hydrodynamiques entre les différents corps flottants modifient le comportement optimal individuel de chaque machine. L'impact des effets de groupe sur la récupération d'énergie et la dynamique des corps a déjà fait l'objet de recherches dans différents laboratoires de recherche, dont le LHEEA [6, 17, 60]. Pour maximiser la récupération des systèmes houlomoteurs dans une configuration de ferme, il est nécessaire d'adapter leur comportement en tenant compte des effets de groupe [19]. Lors de l'application d'un contrôle collectif dans une ferme composée de corps proches, les travaux de Bacelli [11] ont montré une augmentation de 20% de la récupération d'énergie par rapport à un contrôle individuel.

1.5.3 Méthodes de contrôle

La dynamique d'un corps flottant libre est entièrement dictée par sa géométrie et les pressions induites par le champ de vague incident. Le contrôle d'un houlomoteur est caractérisé par la modification de la force du PTO $f_u(t)$ dans le but d'influencer la dynamique du corps. Il existe de nombreuses stratégies de contrôles, mais elles présentent toutes un objectif commun, celui d'augmenter la bande passante de récupération du corps initialement imposée par sa géométrie.

Plus spécifiquement, les méthodes de contrôle ont pour objectif d'augmenter le rendement de récupération des machines en modifiant la dynamique du corps, de telle sorte que la vitesse du corps se trouve en phase avec la force d'excitation subie par celui-ci. La récupération nette d'énergie est le plus souvent effectuée à l'aide d'une force résistive, qui multipliée par la vitesse implique une puissance positive.

De façon à différencier les méthodes de contrôle des systèmes houlomoteurs, plusieurs caractéristiques sont identifiées. Les méthodes peuvent être causales et reposer sur une commande rétroactive utilisant uniquement les états présents ou passés du système, ou non-causales et s'appuyer sur une commande prédictive utilisant une consigne calculée à partir des états extérieurs au système contrôlé. Toutefois, certaines méthodes utilisent une combinaison de ces deux types de commandes. D'autre part, les méthodes de contrôles peuvent être passives ou réactives. Une commande passive applique un effort résistif sur le PTO, ce qui induit une puissance du PTO positive ou nulle. Au contraire, la commande réactive est bidirectionnelle, i.e. la puissance du PTO peut changer de signe ce qui implique que de l'énergie peut être injectée dans le système pour modifier sa dynamique. Les contrôles de système houlomoteur permettant d'atteindre de hauts rendements de récupération induisent généralement des amplitudes et efforts très importants qui peuvent ne pas correspondre aux limites technologiques d'une réalisation concrète. Certaines méthodes permettent alors de prendre en compte ces contraintes lors du calcul de la commande.

1.5.3.1 Formes de contrôle résistif

Causal : commande rétroactive

Contrôle résistif

Quelle que soit la stratégie de contrôle utilisée, la récupération nette d'énergie passe par un effort résistif. Ainsi, le contrôle purement résistif et invariant temporellement constitue la forme la plus simple de stratégie de commande du PTO. La force du PTO est obtenue par la multiplication de la vitesse et d'un amortissement défini pour maximiser la récupération d'énergie :

$$f_u(t) = B_{PTO} v(t) \tag{1.1}$$

Ce type de contrôle est une forme de commande rétroactive pure qui permet de contrôler l'amplitude du corps, mais pas la phase de la vitesse. Dans une houle monochromatique, la récupération maximale a lieu quand l'amortissement du PTO est égal à l'amortissement du système, i.e. l'amortissement hydrodynamique. De plus, pour s'adapter aux variations d'état de mer, l'amortissement du PTO peut être modifié au cours du temps et est alors noté $B_{PTO}(t)$.

Non causal : commande prédictive

Latching

Le latching est une forme de contrôle résistif non linéaire. Un effort résistif est appliqué au PTO et le corps est retenu immobile lorsque sa vitesse est nulle. Il s'agit alors de relâcher le corps à un instant donné de manière à mettre en phase la vitesse du corps avec la force d'excitation subie par ce dernier. Lorsque le corps est relâché, la force tu PTO s'exprime de façon similaire au contrôle résistif présenté précédemment :

$$f_u(t) = B_{PTO}(t)v(t) \tag{1.2}$$

Ce type de commande permet de contrôler l'amplitude et la phase de la vitesse du corps sans ajouter de puissance réactive. Bien que les rendements obtenus avec le latching soient nettement supérieurs à ceux obtenus avec un contrôle résistif simple, la récupération d'énergie reste sub optimale. L'immobilisation de la machine pendant un court instant peut être vue comme une augmentation de la période de résonance du corps. Par conséquent, cette stratégie de contrôle montre de meilleures performances lorsque la période de la houle est supérieure à celle de résonance du corps contrôlé, ce qui correspond aux caractéristiques des point absorbers.

L'une des difficultés de la mise en pratique d'un contrôle par latching réside dans la détermination du temps auquel le corps doit être relâché et de la valeur de l'amortissement du PTO pour maximiser la récupération d'énergie. Pour déterminer ces valeurs, il est nécessaire de bénéficier d'une prévision de la force d'excitation, ce qui correspond alors à une commande prédictive et implique donc la non-causalité de la stratégie de contrôle [8].

Declutching

Le declutching constitue une commande non linéaire passive prédictive similaire au latching. Au lieu d'immobiliser le corps flottant, il est dans ce cas proposé d'alterner des phases d'activation et désactivation du PTO. La force du PTO est donc nulle $f_u(t) = 0$ pendant certaines phases du cycle, laissant donc le corps libre.

Comme pour le latching, la difficulté de cette commande réside dans la détermination de la longueur de chaque cycle d'activation/désactivation, et de la valeur de l'effort résistif

pendant la récupération. Pour obtenir ces valeurs, il est nécessaire de bénéficier de la prévision de la force d'excitation, ce qui fait implique la non-causalité de la stratégie de contrôle. Par ailleurs, l'intérêt d'une commande par declutching est la simplicité de son implémentation technologique, par exemple avec l'utilisation de soupape de dérivation dans le cas d'un PTO hydraulique [10].

Résumé

Les stratégies de contrôle passif permettent de contrôler l'amplitude du corps. Pour modifier la fréquence de résonance du corps et agir sur la phase de la vitesse, il est possible d'augmenter la raideur du PTO. Dans le cas des commandes passives rétroactives, il n'est possible que d'augmenter la valeur de la raideur qui doit rester positive ou nulle. Par conséquent la fréquence de résonance du système ne peut qu'augmenter. Si la commande devient prédictive, il est possible d'appliquer des stratégies de contrôle comme le latching ou le declutching qui permettent de diminuer la fréquence de résonance tout en conservant la passivité de la commande.

1.5.3.2 Formes de contrôle réactif

Non causal : commande prédictive

Complexe-conjugué

Le contrôle complexe-conjugué ou contrôle optimal est une loi de commande linéaire et non causale qui constitue la référence de toutes les commandes réactives, et définit la limite de récupération théorique d'un point absorber [20]. Ce type de commande consiste à définir l'impédance du contrôleur comme la conjugué de l'impédance intrinsèque du système $Z_i(\omega)$. L'impédance intrinsèque du système regroupe les termes qui gouvernent la dynamique du corps. En appliquant la commande complexe-conjuguée, les termes réactifs de l'impédance du système sont annulés, ce qui permet au corps d'être en permanence en résonance avec la houle incidente. Dans le domaine fréquentiel, la force du PTO sous l'effet de la commande optimale s'exprime :

$$F_u(\omega) = -Z_i^*(\omega)V(\omega)$$

Lors du passage au domaine temporel, l'impédance du contrôleur forme un noyau de convolution non causal. Pour obtenir la force du PTO dans le domaine temporel, il est alors nécessaire de bénéficier d'une prévision de la force d'excitation ou de la vitesse

du corps. La théorie du contrôle optimal est détaillée dans la section 3.1.2, et est choisie comme point de départ de la stratégie de contrôle collaboratif développée dans ces travaux de thèse.

MPC

La commande MPC (Model Predictive Control) est une stratégie de contrôle réactive, prédictive et rétroactive basée sur l'optimisation d'une fonction coût ayant pour but de maximiser la récupération d'énergie. Ce type de contrôle permet d'ajouter des contraintes dans le problème d'optimisation pour obtenir la commande de la force du PTO maximisant la récupération sans dépasser les limites d'amplitude, de vitesse, ou de force définies à l'initialisation.

À partir de la réalisation d'un modèle d'état issu de l'équation Cummins (équation du mouvement d'un corps flottant), une estimation de la force d'excitation est obtenue à l'aide des mesures des états de la machine. Une prévision de la force d'excitation est ensuite effectuée sur l'horizon de prédiction nécessaire à la commande et la fonction coût est optimisée en fonction des états du WEC prévus. La force de PTO ainsi obtenue permet de contrôler la phase et l'amplitude de la vitesse du corps [25].

La qualité de cette stratégie de contrôle dépend en partie de la prévision de la force d'excitation. Si aucune contrainte n'est imposée et que la prédiction est sans erreur, alors la récupération atteint la limite théorique maximale définie par le contrôle complexe-conjugué (limite de Budal [20]). Lors de l'ajout de contraintes dans le problème d'optimisation, la solution obtenue donne le meilleur rendement pour les contraintes données, mais est nécessairement suboptimale. Par ailleurs, l'horizon de prédiction de la force d'excitation nécessaire à la mise en pratique de ce type de commande peut être long et la prévision doit être précise sur tout l'horizon de prédiction. De plus, les grands temps de calcul associés à la résolution du problème d'optimisation peuvent être incompatibles avec une implémentation en temps réel [31].

Pseudo spectral

La méthode pseudo-spectrale est une extension de la MPC visant à accélérer le processus d'optimisation de la fonction coût. Cette approche consiste à projeter l'estimateur et le modèle prédictif sur une nouvelle base. Le contrôle et les états du système sont

approximés en séries de fonctions orthonormales, de façon à obtenir une fonction coût de plus petite dimension que celle résolue avec la MPC. La fonction coût du problème d'optimisation est ensuite résolue dans le domaine temporel pour n instants correspondants au nombre de fonctions de base utilisées pour la projection [46].

En utilisant comme fonction de base les polynômes de Chebyshev, l'approche pseudo spectrale a été comparée à la MPC dans des conditions de houle régulière et irrégulière [47]. Dans cette étude, une diminution d'un facteur 3 des temps de calcul et une augmentation de la récupération d'énergie a pu être constatée. De plus, l'auteur souligne que l'utilisation des polynômes de Chebyshev comme fonction permet de considérer la dynamique non linéaire du système houlomoteur contrôlé lors de la résolution du problème d'optimisation.

Bang bang

Le contrôle bang-bang peut être vu comme la forme réactive du latching ou du declutching. Pour ce type de commande, la force du PTO alterne successivement entre deux valeurs, et un problème d'optimisation est résolu pour déterminer les temps optimaux de changement d'état. Les valeurs d'effort du PTO étant fixées, il est donc possible de prendre en compte les contraintes technologiques de dimensionnement du PTO. Néanmoins, la qualité et la longueur de l'horizon de prédiction affectent significativement la qualité du rendement de récupération d'énergie [1].

Dans sa forme classique, cette forme de contrôle est prédictive. Cependant, comme pour le contrôle phase amplitude, il est possible de simplifier les termes des efforts de radiation pour obtenir une forme causale du contrôleur, ce qui entraine nécessairement une diminution du rendement. D'autre part, une extension de cette stratégie de contrôle consiste à utiliser la commande optimale durant les phases où le PTO est non saturé pour augmenter le rendement de récupération [90].

Causal : commande rétroactive

Phase amplitude, approximation du contrôle complexe-conjugué

Le contrôle phase amplitude est une forme rétroactive, donc causale, du contrôle complexe-conjugué s'approchant de la résonance vague par vague. Les efforts de radiation

sont simplifiés en prenant constants les coefficients d'amortissement hydrodynamique B et de masse d'eau ajoutée M_a. Les coefficients hydrodynamiques sont choisis à la fréquence permettant de maximiser la récupération d'énergie. La force du PTO s'exprime sous la forme suivante :

$$f_u(t) = (M + M_a)\dot{v}(t) + Bv(t) + K_s x(t) \tag{1.3}$$

Ce type de commande est linéaire comme le contrôle complexe-conjugué et permet de contrôler l'amplitude et la phase de la vitesse du corps. Les rendements obtenus avec le contrôle phase amplitude sont inférieurs à ceux obtenus avec le complexe-conjugué mais restent très élevés et permettent de s'affranchir de la commande prédictive. De plus, les temps de calculs associés à cette méthode sont faibles ce qui rend aisée son implémentation en temps réel [54].

Commande LQ

La commande linéaire quadratique (LQ) est une forme de contrôle rétroactive pour laquelle les paramètres du contrôleur sont obtenus par une optimisation hors ligne, et permet de contrôler l'amplitude et la phase de la vitesse du corps. Le modèle du système contrôlé est linéaire et la fonction coût optimisée est quadratique. Cette méthode utilise un estimateur d'état hors ligne, et la commande en temps réel est obtenue en multipliant les états estimés par la matrice de gain optimisée en amont. La commande LQ peut être vue comme une approche rétroactive de la MPC, car la méthode d'optimisation de la fonction coût est similaire pour les deux commandes.

Ce type de commande est causal, mais nécessite tout de même la connaissance du spectre de houle. La matrice de gain de la commande est dépendante de l'état de mer et doit être actualisée régulièrement pour maximiser le rendement. Par ailleurs, les faibles coûts de calculs associés à cette méthode la rendent particulièrement adaptée au contrôle temps réel [81].

Dans sa forme la plus simple, la commande LQ n'impose aucune contrainte sur la dynamique du corps, mais il est possible d'en ajouter au prix de temps de calculs supérieurs. De plus, il est possible d'ajouter les non-linéarités du modèle hydrodynamique et du contrôleur pour améliorer les performances de cette stratégie de contrôle [73].

Résumé

La commande réactive est plus versatile que la commande passive, car elle permet d'augmenter ou diminuer la fréquence de résonance du corps pour maintenir le système mécanique en résonance. L'optimum de récupération ne peut être atteint que par une commande prédictive, mais les approximations rétroactives de ces commandes permettent aussi d'excellents rendements. La réelle difficulté de ce type de contrôle reste la mise en contrainte de la dynamique des corps pour respecter les hypothèses des modèles utilisés et les contraintes technologiques.

1.5.3.3 Contrôle adaptatif

Les modèles utilisés dans les méthodes de contrôle sont souvent simplifiés pour obtenir des temps de calcul compatibles avec l'application en temps réel. Outre la nécessité de conserver un modèle linéaire pour conserver des temps de calcul réduits, il peut être avantageux de capter le comportement non linéaire de l'hydrodynamique dans le but améliorer les performances des contrôleurs.

Le contrôle adaptatif propose une adaptation rétroactive des paramètres du modèle permettant d'améliorer significativement la précision du modèle tout en conservant sa linéarité. Un modèle représentatif du système contrôlé est obtenu à l'aide de méthodes BEM (section 2.2.1) et les paramètres du modèle sont ajustés à chaque cycle par régression non linéaire à partir de la mesure des états du système. À partir d'un modèle simple, cette approche permet de capter de nombreux effets initialement non pris en compte, comme les efforts liés à la viscosité, l'ancrage, le bio-encrassement, le courant, le vent, etc ... De plus, l'adaptation du modèle rend possible la prise en compte des changements pouvant survenir sur l'ensemble des efforts sus-cité pendant toute la période d'exploitation.

Lors de l'utilisation d'une stratégie de contrôle adaptatif combinée à un contrôle MPC pseudo-spectral, il a été observé une diminution de l'amplitude et des forces du PTO liée à la prise en compte des effets visqueux dans le modèle adaptatif, et une augmentation du rendement du contrôleur [48]. En outre, le contrôle adaptatif peut être combiné à toutes les méthodes de contrôle utilisant un modèle du système houlomoteur contrôlé.

1.5.3.4 Contrôle de ferme

Effets de ferme

Lors de la mise en place d'une ferme de génératrices houlomotrices, les effets de ferme modifient la dynamique des corps et par conséquent la récupération d'énergie. Les phénomènes de diffraction modifient le champ de vague incident lorsqu'il entre en contact des machines du parc, et les mouvements des corps génèrent un champ de vague radié. Contrairement aux éoliennes pour lesquelles les effets de parc ont un impact destructif sur la récupération d'énergie, les effets de ferme d'une ferme de génératrice peuvent avoir un impact constructif et ainsi augmenter le rendement global de la ferme. De façon à quantifier l'impact de ces effets sur la récupération d'énergie, Budal [19] a introduit le concept de facteur d'interaction. Le facteur d'interaction est défini comme le ratio de l'énergie pouvant être récupérée par une ferme de WEC identiques à l'énergie pouvant être récupérée par un nombre identique de machines isolées, i.e. n'étant pas affectées par les effets de ferme.

À partir de cette définition, de nombreuses études ont été menées pour caractériser l'impact de la configuration de la ferme ou des caractéristiques d'état de mer sur le facteur d'interaction. McIver [67] présente une étude paramétrique d'une ferme de 5 corps alignés sous l'effet du contrôle optimal dans une houle monochromatique. Il est alors montré que le facteur d'interaction peut subir de fortes variations avec l'angle d'incidence de la houle, mais que ces effets sont plus marqués dans le cas du pilonnement que dans celui du cavalement. De plus, lors de l'ajout de contraintes sur la dynamique des corps, une réduction des valeurs maximales et des variations du facteur d'interaction est observée.

Par la suite, l'optimisation du facteur d'interaction en fonction de la configuration de la ferme a été présentée par Fitzgerald [35]. L'étude menée dans le cas d'une ferme sous l'effet du contrôleur optimal dans une houle monochromatique montre qu'il existe une configuration de ferme optimale permettant de maximiser le facteur d'interaction pour un angle d'incidence de houle donné.

Suite aux études centrées sur les houles régulières, Folley [39] analyse l'impact d'un spectre de houle directionnel sur le facteur d'interaction. Il est alors montré que le facteur d'interaction obtenu en utilisant un spectre de houle moyenné sur une année est significativement réduit comparé à celui obtenu pour une houle monochromatique. De plus, il est souligné que l'augmentation de la récupération de l'énergie par le contrôleur

optimal n'est obtenue que grâce à l'augmentation de l'amplitude de chacun des WECs. En outre, le facteur d'interaction est très sensible au contrôle et l'utilisation d'un contrôle suboptimal en réduit fortement les valeurs. Cette sensibilité est liée à l'amplitude des corps et la relation de phase entre les différents corps de la ferme permettant de générer un motif de radiation assurant la maximisation de la récupération d'énergie.

En complément des études ciblant les fermes soumises au contrôleur optimal, Borgarino [17] s'intéresse à l'impact de l'utilisation d'un PTO passif sur le facteur d'interaction en utilisant un spectre directionnel de houle moyenné sur une année. Il apparait alors que sur une année les effets constructifs et destructifs tendent à se compenser, et par conséquent l'optimisation du positionnement des corps en vue de maximiser le facteur d'interaction ne doit pas être une priorité lors de l'implantation de la ferme. De plus, la valeur du PTO passif doit être choisie en utilisant le spectre annuel afin de maximiser la récupération.

Enfin, les travaux de Wolgamot [85] ont ajouté la notion de fraction de puissance totale pour évaluer l'impact des effets de ferme sur chacun des corps et pas uniquement sur la puissance totale de la ferme. L'étude conduite pour des groupes de corps soumis au contrôle optimal dans une mer régulière a montré que de fortes variations de puissance entre chacun des corps de la ferme peuvent être observées. Dans certaines situations, la fraction de puissance d'un corps du groupe peut même être négative. Le corps concerné donne alors de l'énergie au champ de vague de façon à optimiser la récupération globale de la ferme.

Méthodes de contrôle

Les bases de la théorie du contrôle de ferme de génératrice houlomotrice ont été posées depuis longtemps par Evans [29] et Falnes [33], mais les méthodes numériques et la puissance de calcul nécessaire pour les mettre en pratique n'ont été disponible que depuis peu. Ainsi, si les méthodes de contrôle d'un système houlomoteur isolé ou d'un petit nombre de corps sont nombreuses, ce n'est pas le cas pour les grandes fermes de génératrices houlomotrices. Les travaux de Evans et Falnes étaient centrés sur l'application du contrôle optimal (ou complexe conjugué). Par la suite, les travaux concernant le contrôle de ferme se sont focalisés sur l'application de PTO passif, et peu de recherches ont été effectuées sur le contrôle optimal de ferme [63]. De plus, il est à noter que les études concernant les effets de ferme présentées dans le paragraphe précédent ont été

effectuées dans le domaine fréquentiel. Pour une application temps réel, les méthodes de contrôle doivent être appliquée en domaine temporel.

Dans le cadre des méthodes de contrôle de ferme basées sur un PTO passif, Justino et Clément [60] ont montré que le contrôleur passif optimal peut être obtenu de façon analytique en faisant correspondre l'amortissement du PTO au module de l'impédance intrinsèque du système. La matrice d'amortissement optimale définie par Justino et Clément est par ailleurs diagonale, et donc ne tient pas compte des efforts de radiation entre les corps de la ferme. Avec une approche similaire, Antonutti et Hearn [3] ont utilisé une méthode numérique pour optimiser la matrice d'amortissement du PTO. De manière générale, les méthodes de contrôle passif de ferme peuvent être regroupées en deux groupes : les méthodes centrées sur l'optimisation individuelle des corps dans la ferme, et celles considérant un PTO spécifique à chaque machine visant l'optimisation de la récupération globale de la ferme [63].

Concernant les méthodes de contrôle réactif, les travaux de Bacelli [11] ont montré que l'utilisation d'un contrôle tenant compte des interactions hydrodynamiques dans le cas d'une stratégie de contrôle réactive et prédictive permet d'augmenter le rendement global de ferme. Les interactions entre les différents corps de la ferme peuvent avoir un effet constructif ou destructif. Les effets de ferme sont en partie dus aux efforts de radiation entre les corps de la ferme. Or ces efforts étant liés à la vitesse des corps, le contrôle des machines influe directement sur les effets de ferme. Il apparait donc possible de maximiser le rendement global de la ferme en coordonnant le mouvement de chacun des corps. Cependant, les résultats présentés dans cette étude n'ont été vérifiés que pour un groupe de 3 machines.

La majorité des études traitant du contrôle de ferme n'ont été réalisées que sur un petit nombre de corps (≤ 5). Les études ayant évalué des fermes de plus grandes ampleurs n'ont traité que de l'application d'un contrôle causal résistif. Parmi ces études, Borgarino [17] a évalué la production annuelle d'une ferme de 9 barges en cavalement et d'une autre de 9 cylindres pilonnant, et Frabregas Flavia [38] s'est intéressé à l'optimisation d'un WaveStar composé de 60 demi-sphères. Les travaux présentés dans ce manuscrit visent à appliquer une stratégie de contrôle prédictif et réactif sur une ferme composée de nombreux corps.

1.6 Les modèles d'interaction vague structure

La physique de l'interaction vague structure peut s'avérer complexe et nécessiter des coûts de calculs importants voire prohibitifs. Différentes approches ont donc été développées pour correspondre aux besoins spécifiques des applications. Il est donc nécessaire de commencer par présenter les principales méthodes utilisées dans le domaine de l'énergie des vagues et les différentes approximations qui leur sont propres [65].

1.6.1 Présentation des modèles

Dans le cadre de la simulation de génératrice houlomotrice, la théorie de l'écoulement potentiel linéarisée est très répandue. Elle permet d'obtenir une approximation de la dynamique des corps flottants pour un coût de calcul très raisonnable. Cette théorie a été historiquement développée pour les applications navales et repose sur des hypothèses fortes nécessaires à la linéarisation des équations du modèle. En effet, dans le cadre de cette théorie, le fluide est considéré non visqueux et l'écoulement irrotationnel, l'amplitude de la houle doit être faible par rapport à sa longueur d'onde et l'amplitude des mouvements du corps doit être faible par rapport à ses dimensions. Pour certaines géométries simples, comme le cylindre ou la demi-sphère flottants, il existe des solutions analytiques donnant accès à des solutions précises pour un coût de calcul faible [58, 72, 89]. Lorsque la géométrie du corps flottant devient plus complexe, il est alors possible d'utiliser les méthodes BEM (Boundary Element Method) [9]. Il est tout de même important de souligner l'influence des hypothèses liées au modèle potentiel linéarisé dans le cadre du contrôle des point-absorbers. En effet, lorsque la dynamique du point-absorber est optimisée pour la récupération de l'énergie houlomotrice, son amplitude devient grande par rapport à ses dimensions caractéristiques et l'hypothèse de petit mouvement n'est plus respectée [74]. Il en va de même pour les conditions d'amplitude de houle qui doivent être suffisamment conséquentes pour générer l'énergie du parc et qui sortent alors du cadre de l'hypothèse.

Afin de limiter les erreurs liées à la linéarisation du modèle potentiel linéaire, diverses extensions de la méthode ont été imaginées. Dans un premier temps, il est possible d'évaluer les efforts de Froude-Krylov non-linéaires à chaque pas de temps en intégrant les pressions sur la surface mouillée instantanée du corps au lieu de considérer ces forces pour un corps fixe. Cette extension non-linéaire, bien que non consistante avec la modélisation linéaire des autres composantes de forces hydrodynamiques, apporte une amélioration considérable du résultat avec une diminution significative des résultats d'amplitude et

vitesse du corps. Dans un second temps, il est possible d'affiner l'évaluation des efforts de radiation en effectuant le calcul des convolutions sur l'ensemble des points de la surface mouillée du corps. Cette extension apporte par ailleurs une amélioration moins significative [69].

Dans le cadre du modèle potentiel, le fluide est considéré comme non visqueux. Lors de la mise en résonance des point-absorbers les efforts liés à la viscosité deviennent non négligeables et il est possible de les ajouter à l'équation du mouvement. L'ajout de la viscosité améliore significativement la qualité des résultats en domaine temporel, en particulier pour les mouvements de grande amplitude [13]. Cette extension n'implique pas de coûts de calculs important lors de la résolution du problème sauf pour le calcul des coefficients d'efforts liés à la viscosité qui doit dans la plupart des cas être effectué en amont à l'aide d'outils de simulations CFD (Computational Fluid Dynamic). Les modèles de termes visqueux les plus couramment utilisés sont non linéaires mais il est toutefois possible d'utiliser des termes linéarisés [11].

Dans le cadre de la théorie potentielle non linéaire, la formulation Weak-Scatterer a été développée [64]. Elle consiste en une linéarisation des conditions de surface libre autour du niveau de la houle incidente et non autour de la surface libre moyenne (ce qui est le cas dans la théorie potentielle linéarisée). Toutes les autres composantes sont conservées non linéaires. Cette méthode permet de traiter en domaine temporel des cas où l'amplitude des corps est importante avec un temps de calcul compris entre celui d'un code potentiel BEM et celui d'un code CFD [64].

Pour modéliser les effets plus complexes tels que le déferlement ou la turbulence, il est nécessaire d'utiliser des méthodes basées sur les équations de Navier-Stokes. On pourra alors citer les méthodes RANS, LES, et DNS. Néanmoins ces méthodes présentent un coût de calcul très important, voire prohibitif pour la simulation de ferme de génératrices houlomotrices [65, 74], et en particulier pour l'évaluation de la production énergétique annuelle pour différents états de mer ou l'incorporation du modèle dans un contrôleur [40].

Les différents modèles présentés dans cette section ne constituent pas une liste exhaustive des approches de modélisation de l'interaction vague structure mais vise à présenter les différents niveaux d'approximation possibles mis en relation avec le temps de calcul associé. Ces informations sont présentées de manière synthétique dans la figure 1.12.

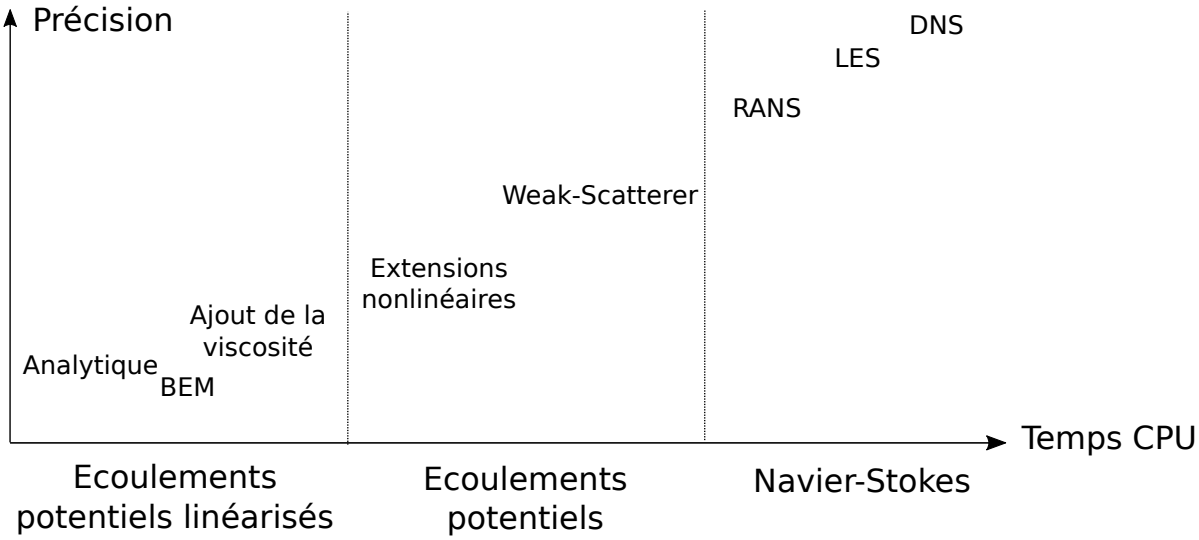


FIGURE 1.12 – Comparaison des méthodes de calcul d'interaction vague structure.

1.6.2 Application au contrôle de ferme

Les fermes de génératrices houlomotrices seront composées d'un grand nombre de machines. Pour maximiser le rendement global de la ferme, il est fondamental d'évaluer le comportement global de la ferme et non le comportement de chacun des corps comme s'ils étaient isolés. Le modèle global de la ferme doit donc être utilisé pour les simulations numériques, mais aussi pour les stratégies de contrôles se basant sur un modèle physique. Par ailleurs, lorsque l'on chercher à évaluer le comportement d'une ferme de taille conséquente, les coûts de calcul deviennent colossaux. Pour conserver des temps de calcul acceptables, la plupart des modèles utilisés pour déterminer le comportement des machines houlomotrices repose sur la théorie potentielle linéaire.

La méthode BEM (section 2.2.1) est la plus utilisée pour la modélisation des systèmes houlomoteurs car elle permet d'obtenir la dynamique d'un système houlomoteur pour un temps de calcul réduit. Néanmoins, cette méthode n'est utilisable que pour un faible nombre de machines dans une ferme, car le temps de calcul évolue au carré du nombre de machines. De plus, une fois les coefficients hydrodynamiques calculés à partir de la méthode BEM, lors de simulation en domaine temporel les efforts de radiation impliquent des temps de calculs importants qui évoluent eux aussi au carré du nombre de machines. Toutefois, le calcul des efforts de radiation peut être identifié sous forme de matrice d'état (section 2.5) pour diminuer le temps de calcul, mais la précision est alors réduite, et la réduction du temps de calcul n'est pas toujours significative.

Les coûts de calculs prohibitifs pour l'obtention de coefficients hydrodynamiques d'une ferme composée de nombreux corps ont pendant longtemps rendu délicat le développement des méthodes de contrôle de fermes. Il a donc été nécessaire de réduire les temps de calcul de la méthode BEM pour ce type d'application. Plusieurs extensions de la méthode BEM ont été développées dans ce but comme l'extension multipôle de la fonction de Green développée par Borgarino [16]. Il s'agit de décomposer le problème de distribution de sources en différentes cellules regroupant un certain nombre de panneaux. Au lieu de résoudre le problème de panneau à panneau, cette méthode propose de résoudre le problème entre les différentes cellules. De cette façon, il est possible de réduire les temps de calcul lorsque le nombre de facettes devient grand, ce qui est précisément le cas d'une ferme. Plus récemment, les travaux de Frabregas Flavia ont abouti au développement des matrices de transfert de diffraction et des matrices de radiation caractéristique. À partir des coefficients hydrodynamiques d'un corps isolé, il est alors possible d'obtenir les coefficients pour une ferme composée d'un grand nombre de cette machine. La méthode permet de réduire drastiquement les temps de calcul et n'impacte que très peu la qualité des résultats [37].

En utilisant l'extension de la méthode BEM développée par Frabregas Flavia pour l'obtention des coefficients hydrodynamiques, les travaux présentés dans ce manuscrit ont pour but de développer et d'évaluer une stratégie de contrôle collaboratif réactive et prédictive tenant compte des interactions hydrodynamiques dans une ferme composée d'un grand nombre de machines.

1.7 Méthodes de prévisions de la force d'excitation

Pour atteindre les plus hauts rendements de récupération d'énergie, les contrôleurs équipant les systèmes houlomoteurs doivent bénéficier d'une prévision de la force d'excitation, ou de la vitesse du corps, ou plus généralement de l'élévation de surface libre liée à l'onde incidente au niveau du corps. Deux grandes approches ont été développées pour effectuer cette prévision : les méthodes de prévision déterministe de la houle par reconstruction du champ de vague à partir de mesures effectuées par des capteurs de houle situés en amont, et les méthodes basées uniquement sur la mesure des états du système contrôlé.

La prévision déterministe par capteur de houle implique une instrumentation dense de la ferme pour couvrir les variations d'orientation de la houle, et les modèles de reconstruc-

tion et de propagation de houle sont souvent complexes. Par ailleurs, ce type de prévision est robuste et permet d'obtenir des horizons de prédiction lointains ($60 - 120\,s$) [14]. La longueur des horizons de prédiction ainsi obtenus est rendue possible par l'utilisation de modèles de propagation non linéaire conservant une précision de la prédiction y compris dans le cas de houles fortement non linéaires [15]. Néanmoins, les temps de calcul associés à ce type de méthode peuvent devenir limitants, surtout lorsqu'ils sont associés à des stratégies de contrôle impliquant des temps de calcul non négligeables. De plus, la qualité de la prévision est très impactée par la qualité de la mesure, or les instruments de mesure peuvent être dégradés au cours du temps (corrosion, bio-encrassement, ...). En outre, dans le cas d'une ferme de génératrices houlomotrices, la dissociation des différents champs de vagues (incident, diffracté, radié) complexifie la réalisation de ce type de méthode [41].

La prévision par mesure des états du système s'affranchit de l'ajout de capteurs de houle en ne mesurant que les états du système comme la position, la vitesse ou l'accélération du corps. Par ailleurs, ce type de méthode ne permet d'obtenir une prévision précise que jusqu'à deux périodes de houle, et présente une sensibilité à l'étalement spectral avec une augmentation de l'erreur liée à l'augmentation de l'étalement [44]. De nombreuses approches ont été développées comme l'utilisation de modèles cycliques [43], ou de réseaux de neurones, mais l'approche la plus efficace s'est révélée être l'utilisation de simples modèles autorégressifs actualisés par rétroaction. L'utilisation des modèles autorégressifs présente une erreur de moins de 10% à deux périodes [42], et est moins sensible à l'étalement spectral que les autres méthodes. Par ailleurs, dans le cas d'états de mer fortement non linéaires, comme les mers de vent, les réseaux de neurones peuvent être plus performants que les méthodes autorégressives. La précision des méthodes de prévision par mesure d'état peut être améliorée par l'utilisation de filtre passe-bas. La majeure partie de l'énergie contenue dans les vagues étant située dans les basses fréquences, la récupération d'énergie n'en est que faiblement impactée.

L'horizon de prédiction nécessaire pour atteindre de hauts rendements énergétiques dépend de la géométrie du corps et de la méthode de contrôle utilisée. De manière générale, l'horizon de prédiction obtenu avec les méthodes autorégressives tend à être légèrement trop court pour atteindre la récupération optimale, mais constitue une estimation suffisante pour atteindre des rendements élevés. De plus, l'horizon non causal des méthodes de contrôle peut être manipulé en modifiant l'amplitude et la fréquence de coupure basse de l'impédance du contrôleur [45].

1.8 Objectifs de la thèse

Le contexte énergétique mondial et la place actuelle de l'énergie houlomotrice montrent la nécessité de développer les technologies visant à exploiter cette ressource. Parmi les nombreux défis scientifiques et technologiques à relever, les travaux de thèses présentés ici se concentrent sur l'amélioration du rendement des fermes de génératrices houlomotrices, et plus particulièrement celles composées de point-absorbers. La stratégie de contrôle développée ici est basée sur la commande complexe-conjuguée de façon à atteindre une récupération d'énergie quasi optimale. De plus, la stratégie vise à être appliquée à une ferme composée de nombreuses machines. Pour bénéficier des effets constructifs des effets de ferme, la stratégie de contrôle doit prendre compte de la totalité des interactions hydrodynamiques dans le modèle du contrôleur. Finalement, pour résoudre le problème de la non-causalité du contrôleur, il est proposé d'effectuer une prédiction déterministe de la vitesse des corps contrôlés à partir de la mesure des états d'une ou plusieurs machines situées en amont de la ferme.

Dans le **chapitre 2**, un simulateur en domaine temporel de ferme de génératrice houlomotrice est développé pour évaluer la stratégie de contrôle. La théorie et les hypothèses sous-jacentes à la mise en place du simulateur et au développement de la stratégie de contrôle sont alors présentées.

Ensuite, dans le **chapitre 3**, la théorie de la commande complexe-conjugué est détaillée, et sert de point de départ au développement de la stratégie de contrôle collaboratif. Avec la mise en place de la prévision déterministe de la vitesse des corps contrôlés, une méthode de mise en contrainte de la dynamique des corps est proposée et permet de plus de réguler la non-causalité du contrôleur. Une étude de sensibilité est alors menée et permet d'établir le comportement de la stratégie de contrôle collaboratif face aux changements d'états de mer, de géométrie de ferme, et aux paramètres du contrôleur. Il en découle alors l'analyse des paramètres du contrôleur maximisant la récupération d'énergie.

Les études conduites dans le **chapitre 4** évaluent en premier lieu la convergence de la discrétisation fréquentielle des coefficients hydrodynamiques et de la discrétisation temporelle de l'intégrateur numérique lors de l'application de la stratégie de contrôle quasi optimale. Les conditions d'optimalité de la commande complexe-conjugué sont ensuite validées en utilisant les paramètres optimaux du contrôleur obtenus dans l'étude de sensibilité. De plus, la sensibilité de la stratégie de contrôle à la dérive des corps, l'erreur

de mesure de l'orientation de la houle, et l'étalement spectral est évaluée. Finalement, la stratégie de contrôle est validée par l'application de la méthode à une ferme de 10 corps.

Chapitre 2

Mise en place du simulateur de ferme houlomotrice

Sommaire

2.1 Théorie linéarisée des écoulements à potentiel 34
2.1.1 Problème aux limites 34
2.1.2 Expression des efforts linéaires à partir du potentiel 36
2.2 Résolution du problème aux limites 37
2.2.1 Méthode BEM - Code NEMOH 39
2.2.2 Méthode semi-analytique 39
2.2.3 Comparaison des coefficients hydrodynamiques 40
2.3 Résolution dans le domaine temporel : équation de Cummins 42
2.4 Représentation d'état 43
2.5 Identification de la radiation 44
2.5.1 Identification en système SISO 48
2.5.2 Identification en système MIMO 48
2.5.3 Passivité 49
2.6 Caractéristiques du simulateur 50
2.6.1 Calcul et mise en forme des coefficients hydrodynamiques . . 52
2.6.2 Pré-processeur 53
2.6.3 Intégration numérique et contrôle 55
2.6.4 Dynamique transitoire 57
2.6.5 Vérifications 60

2.1 Théorie linéarisée des écoulements à potentiel

L'objectif premier de ce travail de thèse est de développer une méthode de contrôle collaboratif de ferme de WEC basé sur un contrôleur linéaire. Le nombre important de machines dans la ferme implique alors de se restreindre à un modèle d'interaction à faible coût CPU. De plus, afin de caractériser le contrôleur dans des conditions variées, il sera nécessaire d'effectuer de nombreuses simulations. Pour ces raisons, la théorie potentielle linéarisée a été choisie comme modèle de simulation dans l'ensemble de ce travail. Ce choix permet aussi, d'utiliser un simulateur reposant sur les mêmes hypothèses que le contrôleur ce qui simplifie l'analyse.

Dans le but de présenter la méthodologie de contrôle collaboratif, il est préalablement nécessaire d'établir le cadre théorique dans lequel elle se situe. Il convient alors de présenter les bases théoriques de cette approche en présentant le problème aux limites et les hypothèses associées, puis en définissant l'expression des efforts. La résolution des efforts hydrodynamiques pour une ferme de machines houlomotrices constitue une généralisation du problème à un seul corps. Dans un but didactique, il est choisi ici de présenter la théorie des écoulements potentiels pour un corps isolé (figure 2.1).

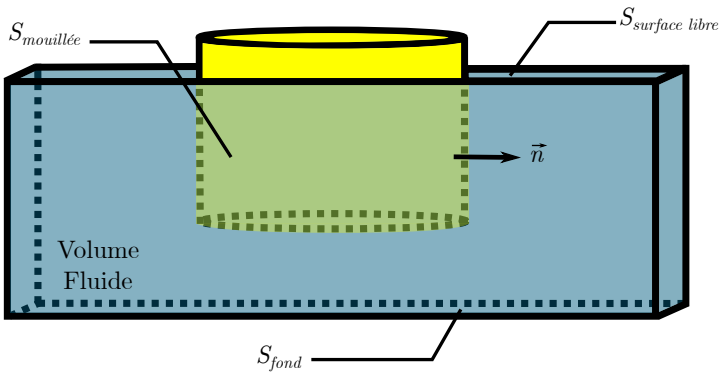


FIGURE 2.1 – Schéma représentatif d'un corps flottant dans un volume fluide pour la démonstration de la théorie des écoulements potentiels.

2.1.1 Problème aux limites

Afin d'établir le problème aux limites dans cette théorie de fluide parfait, on considère le champ de vitesse irrotationnel $\vec{V_f}$ du fluide comme dérivant du potentiel Φ :

$$\vec{rot}(\vec{V_f}) = 0 \Longleftrightarrow \vec{V_f} = \vec{grad}(\Phi) \tag{2.1}$$

En ajoutant l'hypothèse de fluide incompressible, le potentiel des vitesses est alors solution de l'équation de Laplace :

$$div(\vec{V_f}) = div(\vec{grad}(\Phi)) = \Delta(\Phi) = 0 \tag{2.2}$$

Le fluide étant non visqueux, il est possible d'écrire l'équation d'Euler :

$$\frac{\partial \vec{V_f}}{\partial t} + (\vec{V_f}.\vec{grad})\vec{V_f} = -\frac{1}{\rho}\vec{grad}(p) + \vec{g} \tag{2.3}$$

En utilisant à nouveau l'hypothèse d'écoulement irrotationnel et en intégrant en espace, on obtient alors l'équation de Bernoulli :

$$\rho\frac{\partial \Phi}{\partial t} + \frac{1}{2}\rho(\vec{grad}(\Phi))^2 + \rho g z + p = Cte \tag{2.4}$$

Afin de déterminer les valeurs de la pression sur la surface mouillée du corps il est alors essentiel de définir des conditions aux frontières pour résoudre l'équation de Laplace. Ces conditions aux frontières du domaine fluide seront alors linéarisées autour de la position d'équilibre du domaine.

La condition d'imperméabilité sur le corps pour un fluide non visqueux implique que la vitesse du fluide doit être égale à la vitesse normale du corps. Elle est définie par la relation suivante :

$$\frac{\partial \Phi}{\partial n}(M,t) = \vec{V_f}.\vec{n} \quad \forall M \in S_{mouillée} \tag{2.5}$$

De la même manière une condition de glissement est imposée au fond et à l'infini. De plus, de par la linéarisation du problème, le fond est considéré comme plat. Cette condition de glissement est définie par la condition aux frontières :

$$\frac{\partial \Phi}{\partial n}(M,t) = 0 \quad \forall M \in S_{fond} \tag{2.6}$$

Les conditions de surface libre sont la condition cinématique qui représente l'imperméabilité de la surface libre et la condition dynamique qui représente sa déformée. Les conditions cinématique et dynamique linéarisées s'écrivent respectivement :

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} = \left.\frac{\partial \Phi}{\partial z}\right|_{z=0} \qquad \eta = -\left.\frac{1}{g}\frac{\partial \Phi}{\partial t}\right|_{z=0} \tag{2.7}$$

La condition de surface libre linéarisée est alors obtenue en dérivant la condition dynamique et en y injectant la condition cinématique :

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial t^2} + g\frac{\partial \Phi}{\partial z} = 0\Big|_{z=0} \tag{2.8}$$

La résolution du problème aux limites (2.2, 2.5, 2.6, 2.8) donne accès au potentiel $\Phi(M,t)$ et permet d'en déduire les pressions associées à partir de l'équation de Bernoulli (2.4). L'intégration des pressions permet de déterminer les efforts hydrodynamiques sur les corps et donc d'en déduire les mouvements.

2.1.2 Expression des efforts linéaires à partir du potentiel

L'intégration des pressions déduites du potentiel $\Phi(M,t)$ permet d'obtenir les efforts hydrodynamiques : de force d'excitation F_{ex}, de force de radiation F_{rad}, et de force hydrostatique F_{ks}.

Pour de petits déplacements, la force hydrostatique F_{ks} correspond à un effort de rappel caractérisé par un coefficient de raideur hydrostatique K_s et un vecteur déplacement $\vec{X}$. La force hydrostatique est définie par la relation suivante :

$$\vec{F}_{ks}(X) = -K_s\vec{X} \tag{2.9}$$

La force d'excitation F_{ex} représente les efforts générés par la houle sur le corps. Elle est composée de la somme des efforts de Froude-Krylov F_{FK} et des efforts de diffraction F_D :

$$\vec{F}_{ex} = \vec{F}_{FK} + \vec{F}_D \tag{2.10}$$

Les efforts de Froude-Krylov correspondent à l'intégrale des pressions induites par la houle incidente non perturbée sur la surface mouillée, i.e. les pressions générées par la houle sans considérer la présence du corps. La normale à la surface mouillée $S_{mouillée}$ du corps flottant est notée $\vec{n}$, et est orientée dans le sens du corps flottant vers le domaine fluide. La pression induite par la houle incidente non perturbée et les efforts de Froude-Krylov associés sont définis comme suit :

$$P_{incident}(t) = \rho g A_h e^{kz} sin(kx - \omega t) \tag{2.11}$$

$$\vec{F}_{FK}(t) = \int\int_{S_{mouillé}} P_{incident}(t)\vec{n}dS = \int\int_{S_{mouillé}} -\frac{\partial \Phi_{incident}}{\partial t}(t)\vec{n}dS \tag{2.12}$$

La houle incidente interagit avec le corps immobile pour former une onde diffractée. L'intégration des pressions induites par l'onde diffractée sur la surface mouillée du corps correspond à la force de diffraction.

$$\vec{F}_{D}(t) = \int\int_{S_{mouillé}} P_{diffractée}(t)\vec{n}dS = \int\int_{S_{mouillé}} -\frac{\partial \Phi_{diffractée}}{\partial t}(t)\vec{n}dS \tag{2.13}$$

Le mouvement du corps perturbe la surface libre et génère un champ de vagues radiées. La force de radiation est définie par l'intégrale des pressions induites par le champ radié.

$$\vec{F}_{rad}(t) = \int\int_{S_{mouillé}} P_{radiation}(t)\vec{n}dS = \int\int_{S_{mouillé}} -\frac{\partial \Phi_{radiation}}{\partial t}(t)\vec{n}dS \tag{2.14}$$

Dans le domaine fréquentiel, lorsque les efforts de radiation sont exprimés en fonction des mouvements du corps, il apparait un terme en phase avec l'accélération, caractérisé par le coefficient de masse d'eau ajouté $M_a(\omega)$, et un terme en phase avec la vitesse, caractérisé par le coefficient d'amortissement hydrodynamique $B(\omega)$. Les efforts de radiation sont alors notés :

$$\vec{F}_{rad}(\omega) = [B(\omega) + j\omega M_a(\omega)]\, V(\omega) \tag{2.15}$$

2.2 Résolution du problème aux limites

La résolution du problème aux limites permet d'obtenir les coefficients hydrodynamiques décrivant la dynamique de l'interaction fluide structure. Ils sont obtenus en résolvant les équations de la théorie potentielle linéarisée. Afin de faciliter la démonstration dans la suite de ce travail, le pilonnement sera le seul degré de liberté considéré pour chacun des corps. Dans le domaine fréquentiel, l'équation du mouvement obtenue à partir du principe fondamental de la dynamique pour une ferme de N corps s'écrit :

$$\left\{\mathbf{B}(\omega) + j\omega[\mathbf{M} + \mathbf{M}_a(\omega) - \frac{\mathbf{K}_s}{\omega^2}]\right\}\mathbf{V}(\omega) = \mathbf{F}_{ex}(\omega) + \mathbf{F}_u(\omega) \tag{2.16}$$

Les coefficients hydrodynamiques d'une ferme de N corps pour 6 degrés de liberté s'expriment sous la forme de matrices de dimensions $[6N, 6N]$ et de vecteurs de dimensions $[6N]$. Dans le cas présenté ici avec un seul degré de liberté, les coefficients hydrodynamiques ont pour dimensions respectivement $[N, N]$ et $[N]$. Les coefficients $\mathbf{B}(\omega)$ $[N, N]$ et $\mathbf{M}_a(\omega)$ $[N, N]$ expriment respectivement le coefficient d'amortissement hydrodynamique et la masse d'eau ajoutée. Les termes diagonaux de ces matrices correspondent aux termes directs i.e. la force du corps sur lui-même, et les termes extra-diagonaux correspondent aux termes croisés i.e. les forces appliquées par un corps sur un autre. $\mathbf{M}$ $[N, N]$ et $\mathbf{K}_s$ $[N, N]$ représentent respectivement la masse et le coefficient de raideur hydrostatique. Ces deux coefficients ne comportant pas de termes croisés, sont exprimés sous forme de matrices diagonales. Les termes $\mathbf{V}(\omega)$ $[N]$, $\mathbf{F}_{ex}(\omega)$ $[N]$, et $\mathbf{F}_u(\omega)$ $[N]$ expriment respectivement la vitesse, la force d'excitation due aux vagues, et la force du PTO.

Dans ce travail de thèse, deux méthodes de résolution des équations de la théorie potentielle linéaire ont été utilisées pour obtenir les coefficients hydrodynamiques : la méthode BEM NEMOH permettant d'obtenir les coefficients $B(\omega)$, $M_a(\omega)$, $F_{ex}(\omega)$, K_s pour des géométries de corps quelconques et une méthode semi-analytique permettant d'obtenir des résultats précis pour des géométries cylindriques. La méthode générale, pour des corps de forme quelconque nécessite d'utiliser un logiciel de résolution du problème hydrodynamique et c'est pour cela qu'elle est exposée ici. Dans le cas du corps simple, il existe des solutions semi-analytique. Ces deux méthodes sont présentées ici à titre de comparaison.

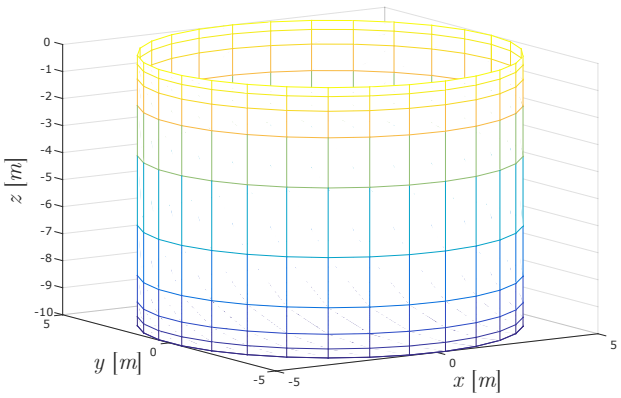


FIGURE 2.2 – Maillage du cylindre vertical utilisé pour illustrer la méthode de contrôle collaboratif.

La géométrie choisie pour illustrer la méthode de contrôle collaboratif est un cylindre vertical pilonnant de rayon $r = 5\,m$, de hauteur $h = 10\,m$, de masse $M = 8.05 \cdot 10^5\,Kg$, et évoluant dans une profondeur d'eau $H = 50\,m$. Le maillage utilisé dans le code NEMOH pour cette géométrie est présenté dans la figure 2.2.

2.2.1 Méthode BEM - Code NEMOH

Le code numérique NEMOH permet de calculer les efforts hydrodynamiques sur des structures offshores en profondeur finie et infinie. Il est développé depuis 1987 au Laboratoire de recherche en Hydrodynamique, Énergétique et Environnement Atmosphérique de Centrale Nantes et est devenu open source en 2014 [9]. La méthode BEM utilisée dans NEMOH transforme le problème tridimensionnel en un problème bidimensionnel en utilisant les fonctions de Green afin de résoudre les équations de la théorie potentielle linéarisée. Les fonctions de Green sont déduites à partir des équations et conditions aux frontières présentées dans la section 2.1. Le développement de ces fonctions est présenté dans [27].

La surface mouillée du corps à l'équilibre est discrétisée en panneaux quadrilatéraux. Le potentiel des vitesses et sa dérivée sont alors considérés comme constants sur chaque panneau et le problème de distribution de sources suivant est résolu :

$$\frac{\sigma}{2}(M,t) - \frac{1}{4\pi}\int\int_{\partial S_{mouillé}} \sigma(M')\frac{\partial G(M,M')}{\partial n}dS' = f(M) \tag{2.17}$$

où $\sigma(M)$ représente la distribution de sources, $f(M)$ une fonction scalaire liée à la condition d'imperméabilité sur le corps, et $G(M,M')$ la fonction de Green, solution ponctuelle du problème aux limites avec surface libre. Les points M correspondent aux centres de gravité des panneaux et M' les points du maillage. Le potentiel des vitesses s'exprime alors en fonction de la distribution de sources et des fonctions de Green :

$$\frac{\Phi}{2}(M,t) = -\frac{1}{4\pi}\int\int_{\partial S_{mouillé}} \sigma(M')G(M,M')dS' \tag{2.18}$$

2.2.2 Méthode semi-analytique

La méthode semi-analytique utilisée ici a été implémentée par Francesc Fàbregas Flavià dans [30] à partir des travaux de [89]. Pour des géométries de corps simples et grâce à la linéarité du problème, il est possible de résoudre l'équation de Laplace (2.2) par séparation de variables en considérant les variables d'espace indépendemment. Le

potentiel des vitesses ainsi obtenu est exprimé sous forme de séries infinies qu'il est alors nécessaire de tronquer. L'étude de convergence pour le cylindre standard utilisé pour les démonstrations (chapitre 3) permet de définir un nombre de troncatures $NT = 20$ pour assurer la convergence des résultats avec une erreur relative de 10^{-4} par rapport à la valeur convergée sur le domaine d'étude utile (figure 2.3). La résolution est tout d'abord effectuée pour un corps unique et est étendue à plusieurs corps en appliquant la théorie d'interaction développée par [61].

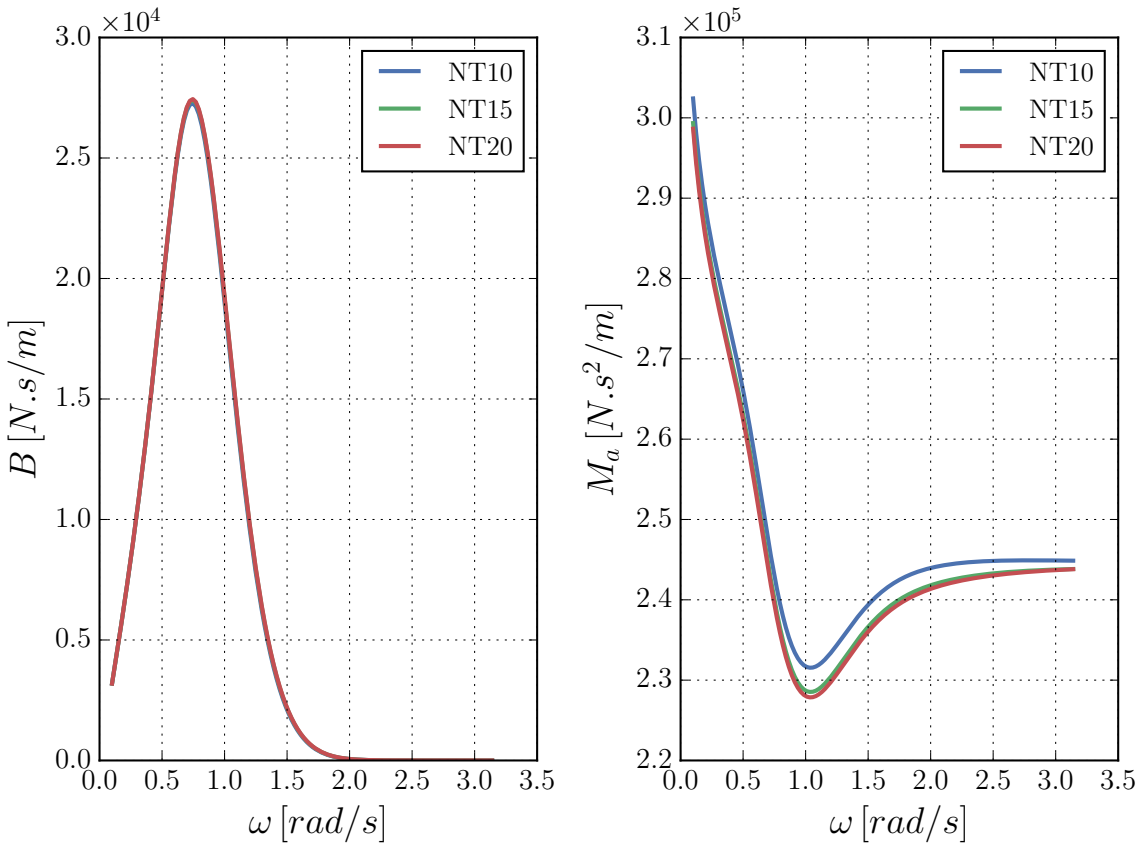


FIGURE 2.3 – Étude de convergence des coefficients hydrodynamiques issus de la méthode analytique pour un cylindre isolé.

2.2.3 Comparaison des coefficients hydrodynamiques

Les résultats obtenus avec le code NEMOH et la méthode analytique pour une géométrie cylindrique sont comparés dans la figure 2.4. Les coefficients issus des deux méthodes sont très similaires pour les coefficients d'amortissement hydrodynamique $B(\omega)$ et de

masse d'eau ajoutée $M_a(\omega)$. Par ailleurs pour le calcul de la phase de la force d'excitation, les résultats ne correspondent pas pour des fréquences élevées. Les résultats issus de la méthode analytique sont plus précis et permettent une étude plus fine dans les hautes fréquences, là où l'amplitude de $H_{ex}(\omega)$ tend à s'annuler. Cette caractéristique est utile pour étudier le fonctionnement de la méthode de contrôle collaboratif lors de l'établissement de fonction de transferts basées sur les coefficients hydrodynamiques (chapitre 3). La phase du coefficient de force d'excitation $H_{ex}(\omega)$ est obtenue en calculant le ratio de la partie imaginaire sur la partie réelle, or ces deux quantités sont infinitésimales pour les hautes fréquences. Par conséquent, les erreurs numériques du code BEM s'en trouvent considérablement amplifiées et les résultats de phase deviennent incohérents. Il est alors plus compréhensible d'utiliser les résultats obtenus avec le calcul analytique pour analyser les résultats de la méthode de contrôle.

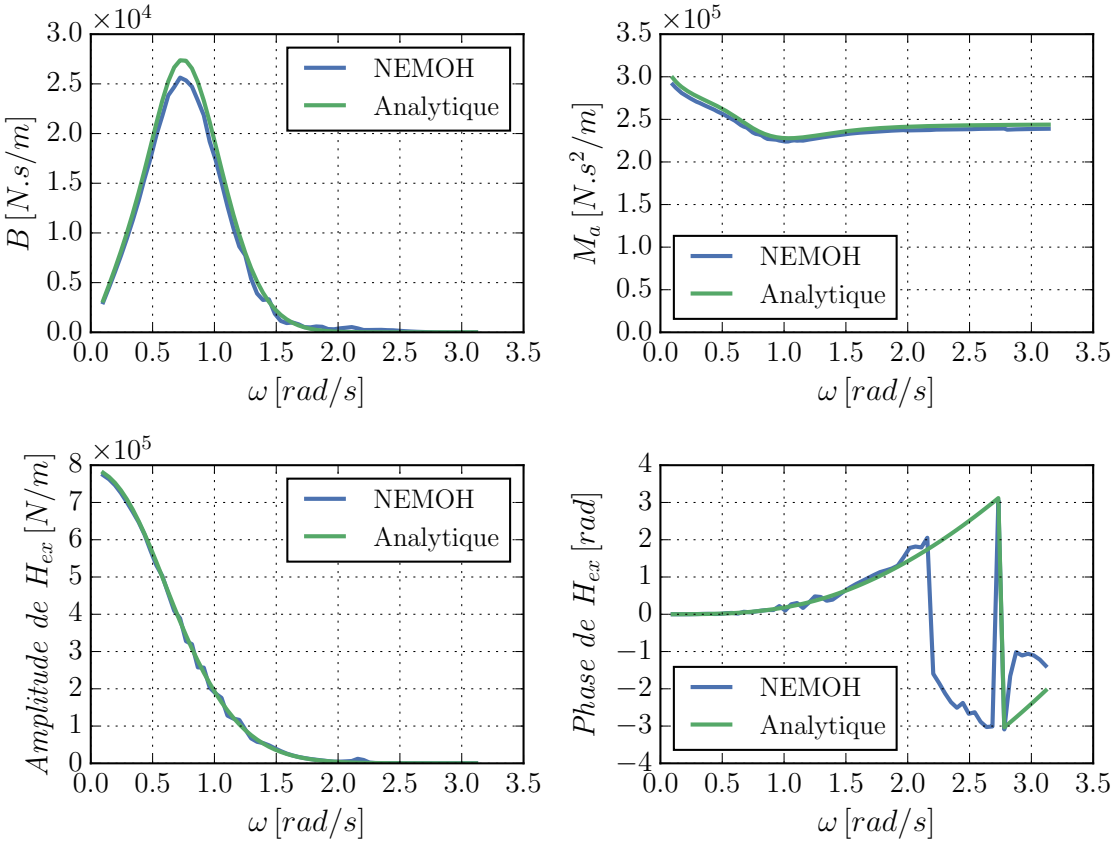


FIGURE 2.4 – Comparaison des coefficients hydrodynamiques issus du code NEMOH et de la méthode analytique pour une géométrie cylindrique.

Les résultats analytiques sont utilisés pour démontrer les résultats de cette étude, et analyser le comportement de la stratégie de contrôle en minimisant les erreurs numériques. Par ailleurs, les résultats de la méthode BEM pourront aussi être utilisés pour étudier des géométries plus complexes pour lesquelles il n'existe pas de solution analytique. En effet, un corps flottant se comporte comme un filtre passe bas et ne réagit donc pas aux fréquences supérieures à sa fréquence de coupure. Or, les résultats de phase erronés de la méthode BEM sont généralement situés hors de la bande passante de la physique du système et par conséquent n'influent pas ou peu sur la dynamique du corps.

2.3 Résolution dans le domaine temporel : équation de Cummins

Dans le but de développer un simulateur de ferme en temps réel, il est nécessaire de développer le problème sous sa forme temporelle. À partir de l'équation du mouvement dans le domaine fréquentiel (2.16) présentée précédemment, il est possible de retrouver l'équation du mouvement d'un corps flottant dans le domaine temporel, ou équation de Cummins [26]. Il est tout d'abord nécessaire de développer l'équation 2.16 et de faire apparaitre le vecteur d'accélération $\mathbf{A}(\omega)$ et de position $\mathbf{X}(\omega)$:

$$(\mathbf{M} + \mathbf{M}_a(\omega))\mathbf{A}(\omega) + \mathbf{B}(\omega)\mathbf{V}(\omega) + \mathbf{K}_s\mathbf{X}(\omega) = \mathbf{F}_{ex}(\omega) + \mathbf{F}_u(\omega) \tag{2.19}$$

Il faut ensuite retrancher la masse d'eau ajoutée à l'infini $\mathbf{M}_{a\infty}$ au terme de radiation pour que la partie réelle et la partie imaginaire du terme de radiation tendent vers 0 lorsque la pulsation ω tend vers l'infini. Ainsi la transformée de Fourier inverse existe.

$$(\mathbf{M} + \mathbf{M}_{a\infty})\mathbf{A}(\omega) + [\mathbf{B}(\omega) + j\omega(\mathbf{M}_a(\omega) - \mathbf{M}_{a\infty})]\,\mathbf{V}(\omega) + \mathbf{K}_s\mathbf{X}(\omega) = \mathbf{F}_{ex}(\omega) + \mathbf{F}_u(\omega) \tag{2.20}$$

La transformée de Fourier inverse de l'équation (2.20) permet alors d'obtenir l'équation de Cummins [26] :

$$(\mathbf{M} + \mathbf{M}_{a\infty})\dot{\mathbf{v}}(t) + \int_0^t \mathbf{h}(t-\tau)\mathbf{v}(\tau)d\tau + \mathbf{K}_s x(t) = \mathbf{f}_{ex}(t) + \mathbf{f}_u(t) \tag{2.21}$$

où la transformée de Fourier du noyau de radiation $h(t)$ est exprimée comme suit :

$$\mathcal{F}\{h_{m,n}(t)\} = B_{m,n}(\omega) + j\omega(M_{a,m,n}(\omega) - M_{a\infty,m,n}) \tag{2.22}$$

La notation m, n correspond à l'effort du degré de liberté n sur le degré de liberté m. Lorsqu'un seul degré de liberté est considéré, la notation m, n correspond à l'effort du corps n sur le corps m. La force d'excitation $\mathbf{f}_{ex}(t)$ correspond à la transformée de Fourier inverse de $\mathbf{F}_{ex}(\omega)$ qui est définie dans le domaine fréquentiel par le vecteur de coefficients de force d'excitation $\mathbf{H}_{ex}(\omega)$:

$$\mathbf{F}_{ex}(\omega) = \mathbf{H}_{ex}(\omega)\Xi(\omega, x) \tag{2.23}$$

où $\Xi(\omega, x)$ représente la transformée de Fourier de l'élévation de surface libre $\eta(t, x)$:

$$\Xi(\omega, x) = \mathcal{F}\{\eta(t, x)\} \tag{2.24}$$

2.4 Représentation d'état

La représentation d'état permet de transformer l'équation intégro-différentielle du mouvement (2.21) en une équation différentielle ordinaire et d'utiliser les intégrateurs standards des bibliothèques numériques MATLAB ou Python. De plus, la représentation d'état est nécessaire pour inclure les matrices d'état identifiées des efforts de radiation (section 2.5). Le système d'état présenté ci-dessous correspond à une ferme de deux corps oscillant uniquement en pilonnement.

Le vecteur $\mathbf{u}(t)$ représente l'entrée du système, ici la force d'excitation, et le vecteur $\mathbf{Y}(t)$ représente les différents états du système, i.e. la position et la vitesse de chaque corps. Les efforts de radiation peuvent être calculés indépendamment et ajoutés sous la forme d'un vecteur $\mathbf{F}_{rad}(t)$ (comme ici) ou identifiés sous la forme pôles résidus et incorporés à la matrice $\mathbf{S_A}$comme présenté dans la section 2.5.

$$\dot{\mathbf{Y}}(t) = \mathbf{S}_A\mathbf{Y}(t) + \mathbf{S}_B u(t) + \mathbf{F}_{rad}(t) \tag{2.25}$$

$$\mathbf{S}_A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ \frac{K_{s,I}}{\Gamma_1} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & \frac{K_{s,II}}{\Gamma_2} & 0 \end{bmatrix} \quad \mathbf{Y}(t) = \begin{bmatrix} z_1 \\ \dot{z}_1 \\ z_2 \\ \dot{z}_2 \end{bmatrix} \tag{2.26}$$

$$\mathbf{S}_B(t) = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ -\frac{1}{\Gamma_1} & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{\Gamma_2} \end{bmatrix} \quad \mathbf{u}(t) = \begin{bmatrix} f_{ex1}(t) + f_u(t) \\ f_{ex2}(t) + f_u(t) \end{bmatrix} \tag{2.27}$$

$$\Gamma_1 = -\frac{1}{M_I + M_{I\infty}} \qquad \Gamma_2 = -\frac{1}{M_{II} + M_{II\infty}} \tag{2.28}$$

2.5 Identification de la radiation

Dans le but d'effectuer un contrôle en temps réel sans connaissance a priori des efforts d'excitation dus aux vagues, l'équation du mouvement doit être résolue dans le domaine temporel ce qui implique le calcul d'un nombre important de produits de convolution pour obtenir les efforts de radiations. Le calcul direct de ces convolutions sous forme intégrale implique un temps de calcul important qui peut être réduit en utilisant le calcul de convolution sous sa représentation d'état, tout en conservant une précision satisfaisante.

L'identification revient concrètement à transformer l'intégrale de convolution du calcul de la radiation en une forme explicite de système linéaire d'équations différentielles ordinaires [59, 88]. Dans cette représentation $\dot{z}(t)$ et $f_{Rad}(t)$ correspondent respectivement à l'entrée et la sortie de l'intégrale de convolution. $\mathbf{Y}_p$ et $\dot{\mathbf{Y}}_p$ sont respectivement le vecteur des états de la radiation et la dérivée temporelle de ce vecteur. $\mathbf{S}_{Ap}$, $\mathbf{S}_{Bp}$, et $\mathbf{S}_{Cp}$ correspondent respectivement à la matrice d'état, la matrice de commande, et la matrice d'observation qui devront être identifiées. Le sous-système d'état qui correspond au calcul de la radiation est défini comme suit :

$$\dot{\mathbf{Y}}_p(t) = \mathbf{S}_{Ap}\mathbf{Y}_p(t) + \mathbf{S}_{Bp}\dot{z}(t) \tag{2.29}$$

$$f_{rad}(t) = \mathbf{S}_{Cp}\mathbf{X}_p(t) \tag{2.30}$$

Le noyau de convolution qui est ici la réponse impulsionnelle de la radiation est identifiée sous sa forme fréquentielle (2.22) et les différents sous systèmes correspondants aux contributions des différents corps sont injectés dans le système d'état global (2.33) :

$$\dot{\mathbf{Y}}(t) = \mathbf{S}_A\mathbf{Y}(t) + \mathbf{S}_B u(t) \tag{2.31}$$

$$\mathbf{Y}'(t) = \left[\begin{array}{cccccccc} z_1 & \dot{z}_1 & z_2 & \dot{z}_2 & [\ \mathbf{Rad}_{11}\ ] & [\ \mathbf{Rad}_{12}\ ] & [\ \mathbf{Rad}_{22}] & [\ \mathbf{Rad}_{21}\ ] \end{array}\right] \tag{2.32}$$

$$\mathbf{S}_A = \left[\begin{array}{cccc|cccccccccccc}
0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
\frac{K_{s,I}}{\Gamma_1} & 0 & 0 & 0 & [& \frac{\mathbf{S}_{Cp1}}{\Gamma_1} &] & [& \frac{\mathbf{S}_{Cp2}}{\Gamma_1} &] & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & \frac{K_{s,II}}{\Gamma_2} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & [& \frac{\mathbf{S}_{Cp3}}{\Gamma_2} &] & [& \frac{\mathbf{S}_{Cp4}}{\Gamma_2} &] \\
\hline
0 & \ulcorner\urcorner & 0 & 0 & \ulcorner & & \urcorner & 0 & \cdots & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & \cdots & 0 \\
0 & \mathbf{S}_{Bp1} & 0 & 0 & & \mathbf{S}_{Ap1} & & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\
0 & \llcorner\lrcorner & 0 & 0 & \llcorner & & \lrcorner & 0 & \cdots & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & \cdots & 0 \\
0 & 0 & 0 & \ulcorner\urcorner & 0 & \cdots & 0 & \ulcorner & & \urcorner & 0 & \cdots & 0 & 0 & \cdots & 0 \\
0 & 0 & 0 & \mathbf{S}_{Bp2} & \vdots & \ddots & \vdots & & \mathbf{S}_{Ap2} & & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\
0 & 0 & 0 & \llcorner\lrcorner & 0 & \cdots & 0 & \llcorner & & \lrcorner & 0 & \cdots & 0 & 0 & \cdots & 0 \\
0 & 0 & 0 & \ulcorner\urcorner & 0 & \cdots & 0 & 0 & \cdots & 0 & \ulcorner & & \urcorner & 0 & \cdots & 0 \\
0 & 0 & 0 & \mathbf{S}_{Bp3} & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & & \mathbf{S}_{Ap3} & & \vdots & \ddots & \vdots \\
0 & 0 & 0 & \llcorner\lrcorner & 0 & \cdots & 0 & 0 & \cdots & 0 & \llcorner & & \lrcorner & 0 & \cdots & 0 \\
0 & \ulcorner\urcorner & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & \cdots & 0 & \ulcorner & & \urcorner \\
0 & \mathbf{S}_{Bp4} & 0 & 0 & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & & \mathbf{S}_{Ap4} & \\
0 & \llcorner\lrcorner & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & \cdots & 0 & \llcorner & & \lrcorner
\end{array}\right] \tag{2.33}$$

L'identification du noyau de la convolution dans le domaine fréquentiel est effectuée en utilisant la fonction « Vectfit3 » de MATLAB. Cette méthode est présentée par ses créateurs comme « Une méthode numérique robuste pour l'approximation sous forme rationnelle dans le domaine fréquentiel utilisant la formulation pôles et résidus. Elle permet de modéliser des systèmes à partir de réponses fréquentielles mesurées ou calculées. L'approximation permet d'obtenir des pôles stables et le modèle peut être directement converti sous forme de représentation d'état » [28, 50, 51]. Cette méthode a la particularité de pouvoir approximer des réponses fréquentielles complexes tout en gardant des pôles stables. En effet, dans le cas d'une ferme multi-corps, les coefficients hydrodynamiques peuvent avoir des formes relativement complexes (2.5) du fait des interactions entre corps, et il est nécessaire de pouvoir identifier le noyau de la radiation avec le minimum d'erreur possible tout en minimisant le nombre de pôles pour économiser le temps CPU des simulations.

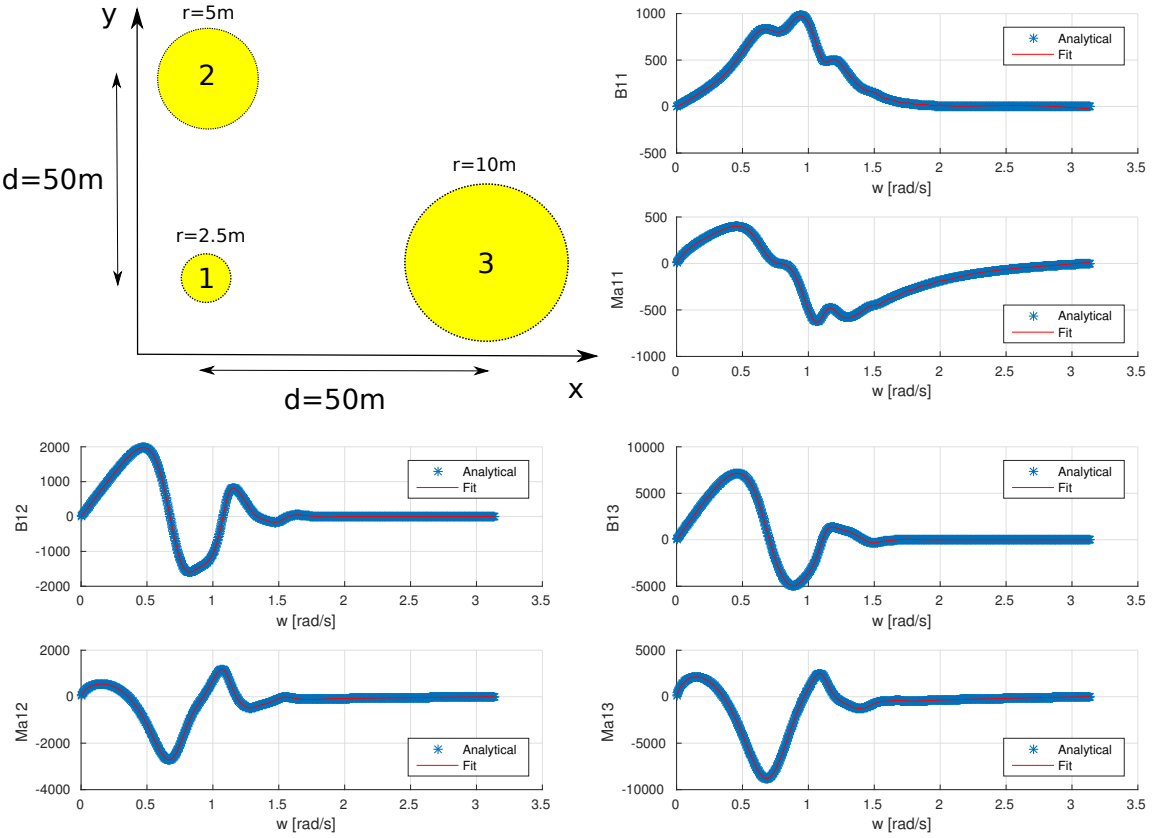


FIGURE 2.5 – Identification du noyau de radiation pour 3 cylindres proches et de tailles différentes en utilisant « Vectfit3 » avec 30 pôles.

La validité de l'utilisation de « Vectfit3 » pour l'identification des efforts de radiation dans le domaine de l'hydrodynamique a été démontrée par [79]. Il est montré que cette méthode permet d'obtenir une identification précise pour les systèmes multicorps qui présentent des coefficients à grandes variations fréquentielles. En effet, contrairement aux corps de géométries simples et isolés, les corps d'une ferme présentent des coefficients hydrodynamiques avec de fortes variations dans le domaine fréquentiel et il est alors plus délicat de les identifier correctement avec les méthodes classiques. De manière générale, l'erreur liée à l'identification devient négligeable à partir d'une vingtaine de pôles pour les cylindres considérés dans cette étude. Par ailleurs, l'identification du terme croisé pour des corps très éloignés est plus complexe et nécessite un nombre plus important de pôles (tableau 2.1). Cependant, pour les corps très éloignés, l'amplitude de la radiation du terme croisé devient faible devant celle du terme diagonal et n'influe donc pas sur la dynamique des corps (figure 2.6).

$d = 50m$					$d = 200m$				
Nombre de pôles	$\Re(B_{11})$	$\Im(B_{11})$	$\Re(B_{12})$	$\Im(B_{12})$	Nombre de pôles	$\Re(B_{11})$	$\Im(B_{11})$	$\Re(B_{12})$	$\Im(B_{12})$
10	1.91	3.68	1.22	3.47	10	4.84	14.7	6.20	6.59
20	0.45	1.24	0.07	0.28	20	2.56	5.16	0.46	0.51
30	0.07	0.21	0.01	0.03	30	1.63	4.35	0.11	0.12

$d = 1000m$				
Nombre de pôles	$\Re(B_{11})$	$\Im(B_{11})$	$\Re(B_{12})$	$\Im(B_{12})$
10	2.12	5.01	26.94	26.99
20	2.09	4.98	20.32	20.35
30	2.09	4.99	13.54	13.52
40	2.07	4.97	7.45	7.13
50	2.02	4.93	3.82	3.65

TABLE 2.1 – Erreur RMS en pourcentage de l'identification du noyau de radiation sur la partie réelle et la partie imaginaire en fonction du nombres de pôles. Les résultats sont présentés pour un groupe de deux cylindres séparés d'une distance $d = \{50m, 200m, 1000m\}$.

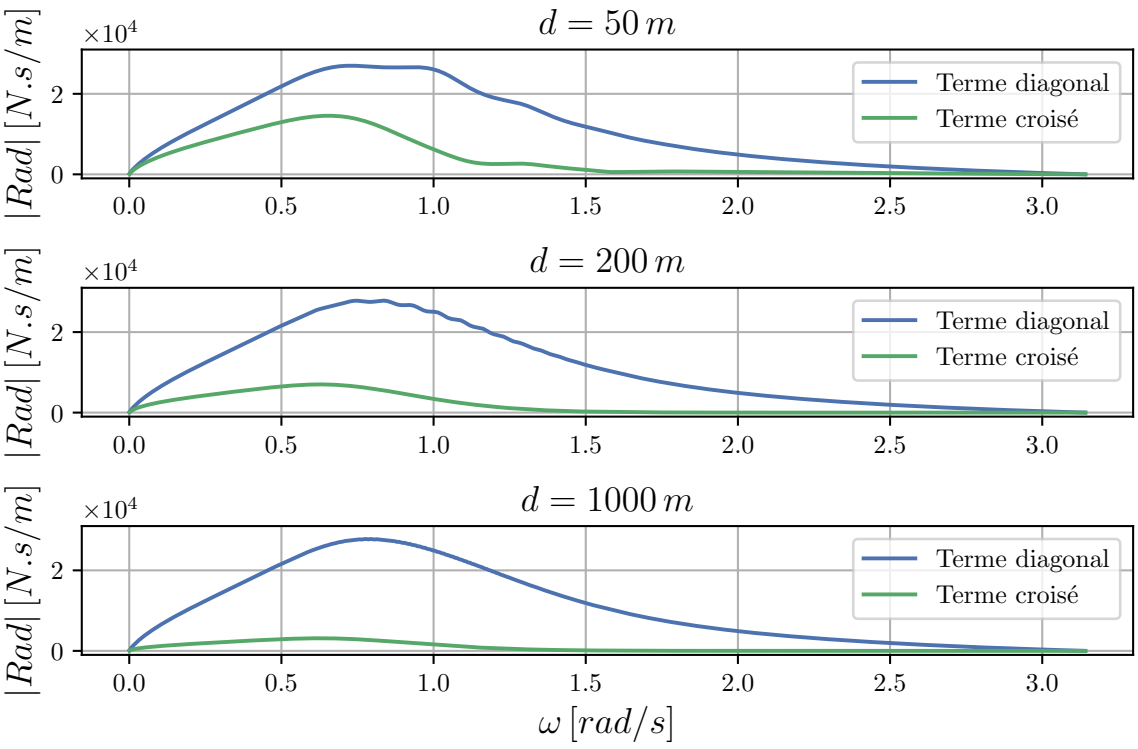


FIGURE 2.6 – Comparaison de l'amplitude de la radiation pour un groupe de deux cylindres séparés d'une distance $d = \{50m, 200m, 1000m\}$.

Le nombre d'efforts de radiation étant égal au carré du nombre de degrés de liberté du système, il est alors possible d'identifier les efforts de radiation un à un par des systèmes SISO ou bien d'identifier l'ensemble des efforts de radiations avec un système MIMO.

2.5.1 Identification en système SISO

L'identification des efforts de radiations sous la forme de systèmes Single Input Single Output correspond à identifier individuellement chacun des efforts. Chaque effort de radiation est modélisé par sa sous-matrice et a pour entrée la vitesse du corps associé, ce qui présente l'intérêt majeur de rester au plus proche de la physique (2.34).

$$\mathbf{S}_A = \left[\begin{array}{c|cccc} EDM & \mathbf{S}_{Cp1} & \mathbf{S}_{Cp2} & \mathbf{S}_{Cp3} & \mathbf{S}_{Cp4} \\ \hline \mathbf{S}_{Bp1} & \mathbf{S}_{Ap1} & & & \\ \mathbf{S}_{Bp2} & & \mathbf{S}_{Ap2} & & \\ \mathbf{S}_{Bp3} & & & \mathbf{S}_{Ap3} & \\ \mathbf{S}_{Bp4} & & & & \mathbf{S}_{Ap4} \end{array}\right] \tag{2.34}$$

Dans le cas de l'utilisation de corps identiques au sein d'une même ferme, des symétries peuvent apparaitre dans les matrices de coefficients hydrodynamiques $\mathbf{B}(\omega)$ et $\mathbf{M}_a(\omega)$. Cependant, dans le domaine temporel un vecteur d'état S_{Bpn} est associé à chacun des efforts et a un but « d'effet mémoire » permettant de conserver les valeurs passées de la radiation, ce qui permet à cette représentation de substituer le produit de convolution de la radiation. Il n'est donc pas possible de réduire la taille de la matrice d'état, y compris en présence de symétries dans les matrices de radiation.

2.5.2 Identification en système MIMO

L'identification en système Multiple Input Multiple Output consiste à identifier l'ensemble des radiations des termes directs et des termes croisés sous un unique modèle. L'ensemble des efforts de radiations est alors modélisé par une sous-matrice globale (2.35).

$$\mathbf{S}_A = \left[\begin{array}{c|c} EDM & \mathbf{S}_{Cp} \\ \hline \mathbf{S}_{Bp} & \mathbf{S}_{Ap} \end{array}\right] \tag{2.35}$$

L'avantage dans ce cas est de réduire la taille du système global en y incluant qu'un seul sous-système de radiation au lieu de N^2 sous systèmes (N, le nombre de machines) dans le cas des systèmes SISO. Encore une fois, la taille de la matrice est à relativiser, car la matrice sera plus pleine que pour les systèmes SISO et le gain de temps de calcul

ne sera pas nécessairement significatif. De plus, il est à noter qu'en identifiant les efforts de radiation sous un seul système MIMO on s'éloigne de la représentation physique du problème. L'identification se fait sur une nouvelle base qui ne représente pas la physique du problème. Cela peut engendrer des problèmes de convergence numérique et il est plus délicat de s'assurer de la robustesse du modèle.

2.5.3 Passivité

L'utilisation de l'outil « Vectfit3 » nous permet d'assurer la stabilité des pôles mais cela n'est pas suffisant pour assurer la stabilité du problème. Selon une propriété classique de l'hydrodynamique des corps flottants, une condition supplémentaire mais pas suffisante est que les composantes de l'amortissement hydrodynamique des termes diagonaux de la matrice de radiation doivent être strictement positives. Cela s'explique simplement par le fait que l'amortissement ne peut apporter de l'énergie au système. Pour assurer pleinement la passivité du système il a été démontré [66] que la matrice d'amortissement doit être définie positive, i.e. les valeurs propres de cette matrice doivent être strictement positives à chaque fréquence.

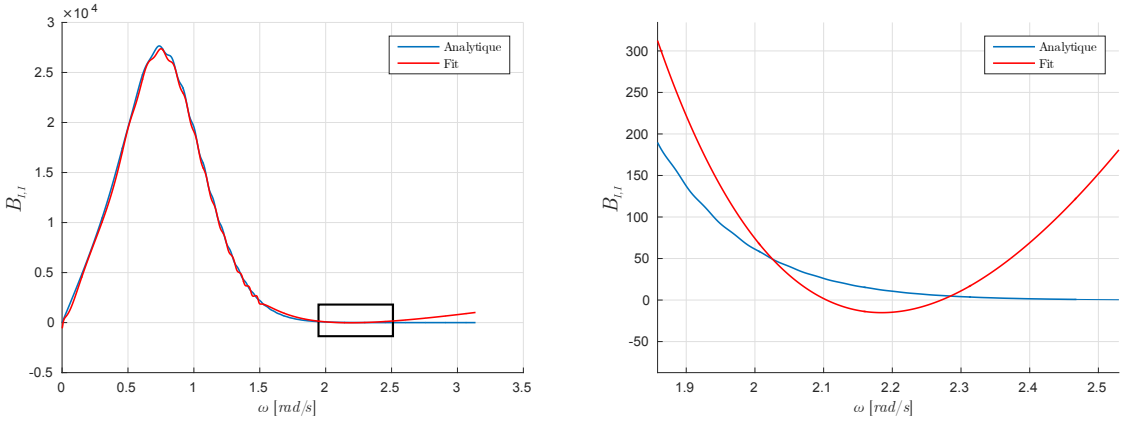


FIGURE 2.7 – Exemple de non-passivité pour l'identification du terme d'amortissement hydrodynamique pour des cylindres espacés de $d = 200m$ et en utilisant 35 pôles pour l'identification.

En pratique, les identifications effectuées avec « Vectfit3 » dans le cadre de l'hydrodynamique ne permettent pas systématiquement d'obtenir la passivité. Par ailleurs la non-passivité n'apparait que sur une fine bande de fréquences et ne présente généralement qu'une très faible amplitude (figure 2.7). Comme présentée dans la figure 2.8, cette faible non-passivité n'engendre pas la divergence du modèle et les résultats de vitesse obtenus en domaine temporel V_{sim} correspondent aux résultats théoriques calculés dans

le domaine fréquentiel V_{th}. Il est toutefois envisageable de forcer la passivité dans l'identification mais cela entraine une erreur importante de l'approximation. La solution de forçage de la passivité n'est pas retenue ici, de façon à favoriser la qualité de l'identification de la radiation et par conséquent la précision des résultats obtenus en domaine temporel.

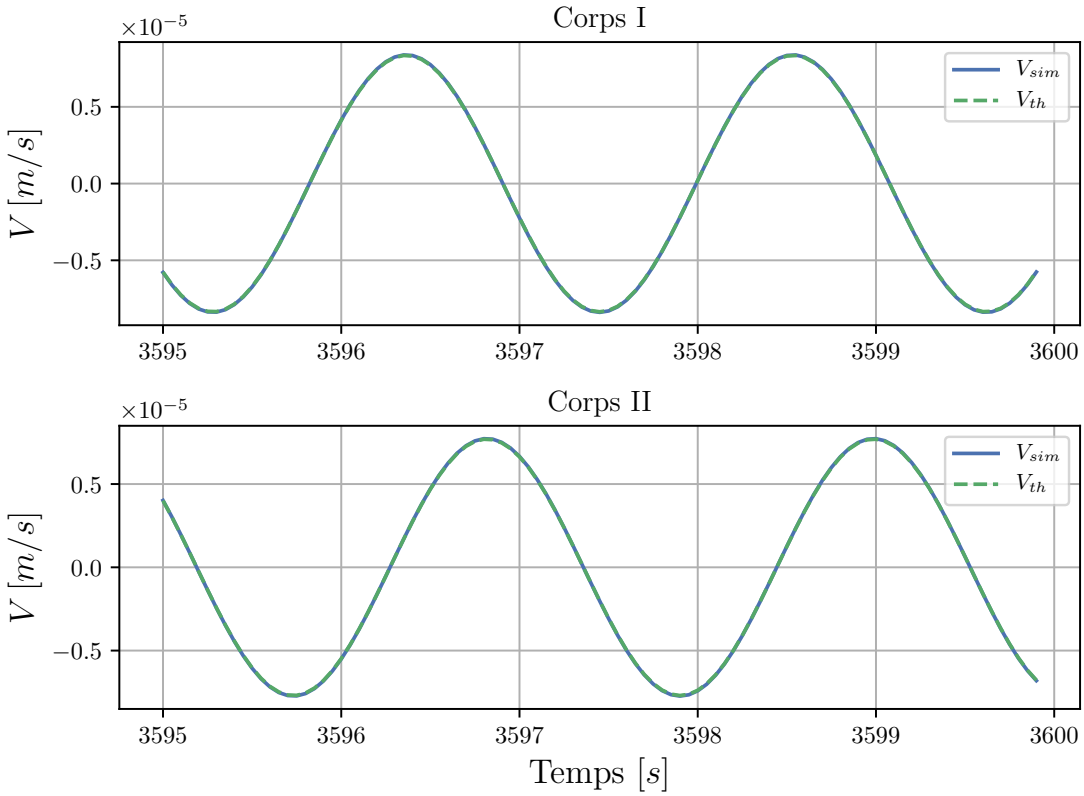


FIGURE 2.8 – Résultats de vitesse en domaine temporel V_{sim}, et théorique calculé en fréquentiel V_{th} pour deux cylindres libres espacés de $d = 200m$ en utilisant l'identification de la radiation. Les résultats sont obtenus pour une houle monochromatique de pulsation $\omega = 2.17rad/s$ correspondant au point le plus extrême de non passivité présenté dans la figure 2.7.

2.6 Caractéristiques du simulateur

Il a été choisi de développer le simulateur en langage Python afin de permettre un développement multiplateforme libre, avec des possibilités d'extensions intéressantes, qui permettront sont intégration future dans des projets de plus grande envergure. Les deux principales librairies utilisées sont la librairie NumPy v1.13.1 (www.numpy.org) et

SciPy v0.19.1 (www.scipy.org). La librairie NumPy permet la manipulation de vecteurs et matrices, et repose sur la librairie Lapack codée en Fortran optimisant le calcul des opérations de l'algèbre linéaire. La librairie SciPy rassemble de nombreux outils scientifiques formant un environnement de travail comparable aux outils Matlab, Octave, Scilab. De plus, les points de ralentissements ou « Bottlenecks » du code utilisent la bibliothèque Numba v0.34.0 (numba.pydata.org) de façon à compiler à la volée le code Python en langage machine natif, et ainsi approcher les performances du langage C, C++, ou Fortran.

L'architecture du simulateur tend à tirer profit des fonctionnalités objet du code python. Ainsi, l'ensemble des fonctionnalités du code sont regroupées sous forme de classes. De cette manière, il est possible d'instancier un objet ferme de machine houlomotrice regroupant tous les attributs (ou variables) et méthodes (ou fonctions) lui étant associé et d'instancier plusieurs simulations prenant un objet ferme comme attribut. Pour une même ferme, les objets simulations peuvent avoir des valeurs d'attribut différentes. De plus, il est aussi possible d'instancier différents objets fermes simultanément, ce qui rend aisée la comparaison des résultats pour différentes configurations de ferme ou de stratégies de contrôle. L'utilisateur peut ainsi générer un fichier principal utilisant ces classes et procéder aux simulations en quelques lignes de code. Les différents paramètres du simulateur sont présentés dans l'annexe B.

Le simulateur est organisé en 3 parties. Une partie regroupant la chaine d'algorithmes externes au simulateur permettant le calcul et la mise en forme des coefficients hydrodynamiques (section 2.6.1), une autre effectuant les calculs préparatoires aux simulations (section 2.6.2), et finalement la boucle contenant toutes les opérations effectuées lors de l'intégration temporelle y compris l'application de la méthode de contrôle (2.6.3).

Les différents fichiers contenant les coefficients hydrodynamiques de la ferme, les matrices identifiées de radiation, les résultats intermédiaires, et les résultats de simulations sont enregistrés dans le format Matlab (.mat). L'utilisation de ce format ne nécessite pas de licence Matlab mais permet de stocker efficacement les données dans un fichier binaire (hdf5), réduisant ainsi la taille des fichiers, et les temps de lecture/écriture. De plus, un utilisateur de Matlab ne pratiquant pas le langage Python peut aisément avoir accès aux différentes données, ce qui facilite la diffusion des résultats.

2.6.1 Calcul et mise en forme des coefficients hydrodynamiques

Pour effectuer les simulations de ferme de machines houlomotrices, il est en premier lieu nécessaire de calculer les coefficients hydrodynamiques correspondant à la géométrie de la ferme. Pour une ferme composée de cylindres verticaux, il est possible d'utiliser la solution semi-analytique présentée dans la section 2.2.2 ou le code BEM NEMOH (section 2.2.1). Par ailleurs, pour les géométries plus complexes, seule la méthode BEM est en mesure d'effectuer la résolution du problème. Lors du calcul des coefficients par la méthode BEM NEMOH, un maillage de chaque machine composant la ferme doit être fourni. Pour la méthode semi-analytique, seuls les paramètres géométriques de la ferme (rayon, hauteur, profondeur d'eau, positions) sont nécessaires.

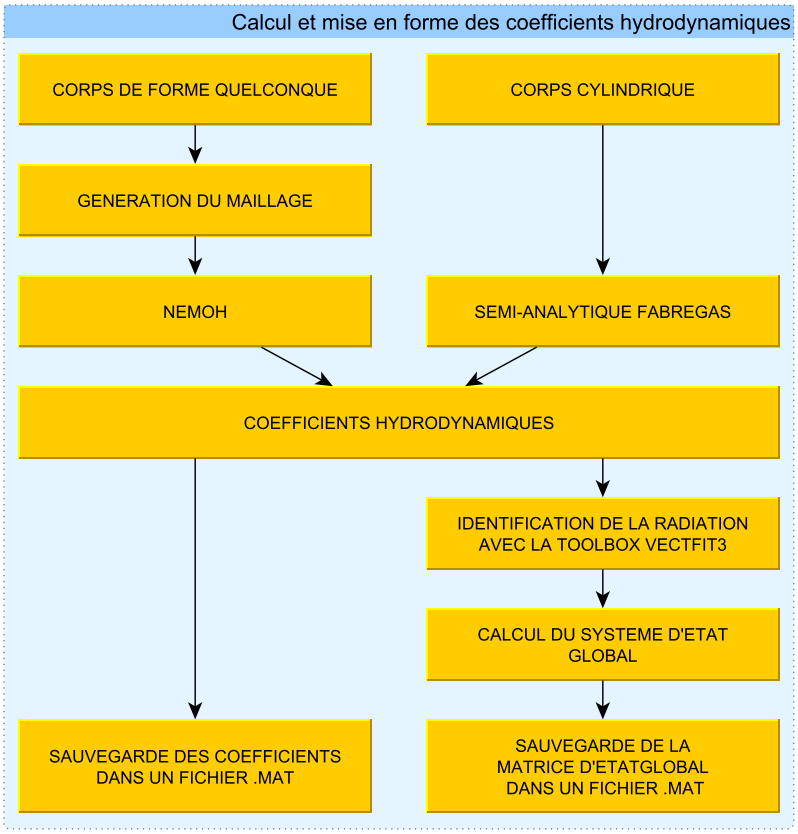


FIGURE 2.9 – Diagramme représentatif du calcul et de la mise en forme des coefficients hydrodynamiques pour le simulateur.

Quelle que soit la méthode utilisée, une fois les coefficients hydrodynamiques obtenus, les résultats sont enregistrés dans un fichier « .mat » ayant une structure identique pour les deux méthodes. De cette façon, il est possible d'intervertir facilement dans le simulateur

les coefficients provenant des deux méthodes. De plus, il est aussi possible d'utiliser ces résultats pour effectuer l'identification de la radiation. Les paramètres identifiés de la radiation (section 2.5) sont injectés dans une matrice d'état globale du système contenant l'information de l'équation du mouvement. L'utilisation de l'identification de la radiation dans les simulations n'étant pas systématique, elle est enregistrée dans un fichier indépendant.

2.6.2 Pré-processeur

Une fois les coefficients hydrodynamiques obtenus et sauvegardés au format du simulateur, il est possible d'instancier un objet ferme. Les coefficients hydrodynamiques sont associés à la ferme en utilisant la méthode de la classe permettant le chargement des coefficients. Si l'utilisateur le spécifie, l'extrapolation (padding) des coefficients (section 3.1.10) peut être effectuée lors du chargement.

De plus, si la matrice d'état du système contenant l'identification de la radiation est fournie, elle est elle aussi associée à la ferme. Dans le cas contraire, la matrice d'état du système est calculée à partir des coefficients hydrodynamiques et les efforts de radiation seront calculés par produit de convolution. La classe ferme possède plusieurs méthodes visant à obtenir les impédances et les caractéristiques fréquentielles de la ferme. Ainsi, l'impédance de la ferme contenant les interactions hydrodynamiques, l'impédance du contrôleur optimal, et l'impédance de la radiation pour chaque corps sont calculées et associées à l'objet ferme. À ce stade, il est aussi possible d'obtenir la réponse en amplitude (RAO) de la ferme tenant compte des interactions, et de l'impédance du PTO ou du contrôleur (section 3.1.5.2).

Une fois l'objet ferme initialisé, et les calculs associés à la ferme effectués, il est alors possible d'instancier un ou plusieurs objets simulation. Pour chaque objet simulation, l'utilisateur choisi la valeur des attributs suivants : pas de temps dt, temps de simulation t_{sim}, type de houle (mono ou polychromatique), les valeurs de l'état de mer H_s et T_p (section 3.1.5.1), la longueur des réponses impulsionnelles, les valeurs de PTO passif B_{PTO} pour chaque corps, et les valeurs de fenêtrage ω_{Lc} et ω_{Hc} du contrôleur optimal pour chaque corps (section 3.1.5).

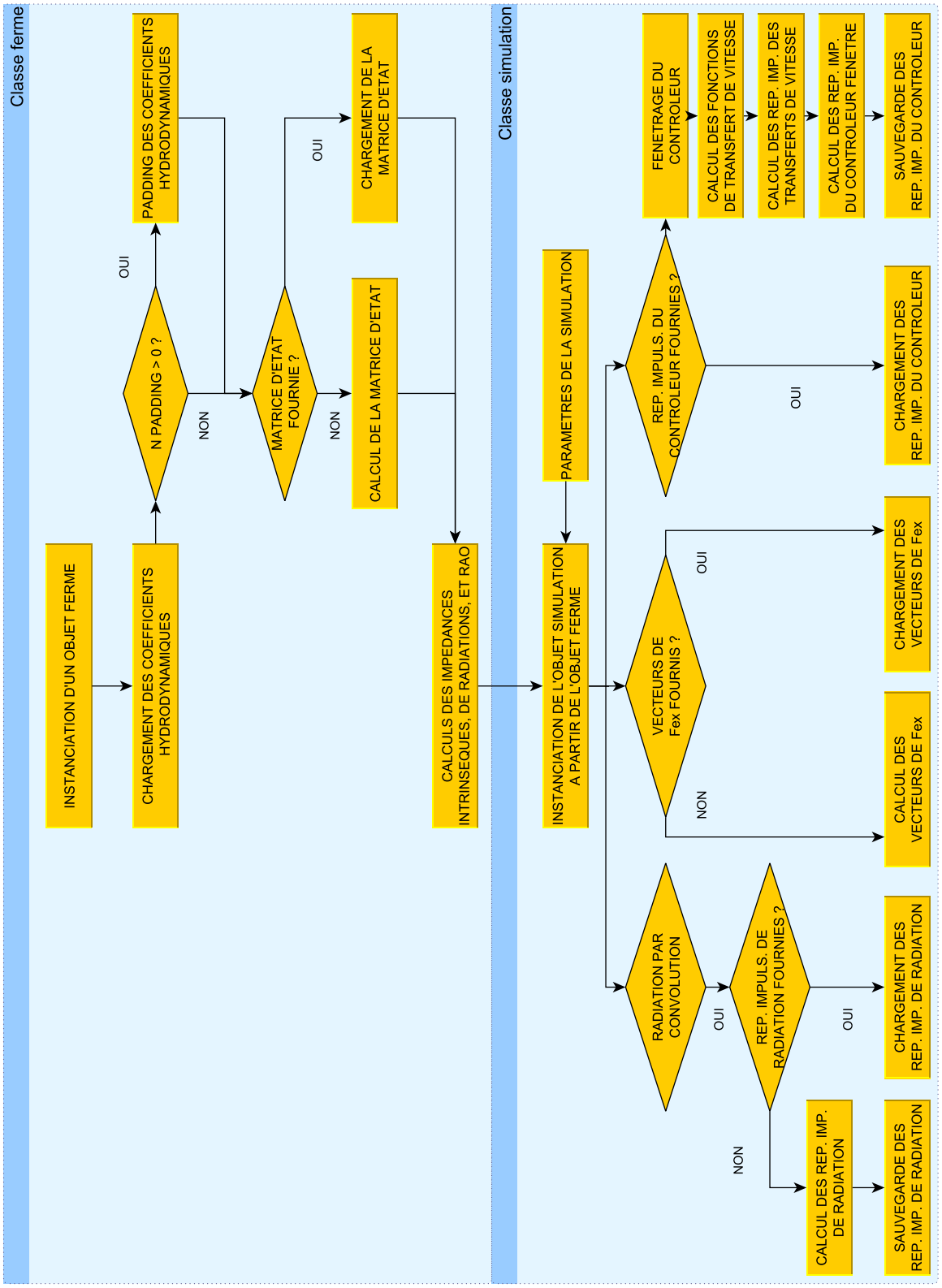


FIGURE 2.10 – Diagramme représentatif du chargement des données et des calculs pré-processeur du simulateur.

Les efforts de la houle sur chaque corps, et les réponses impulsionnelles de la radiation et du contrôleur sont ensuite calculés. Dans le cas où ces données auraient été calculées lors de simulations précédentes, elles peuvent être chargées pour réduire le temps de calcul.

Les efforts de la houle $f_{ex}(t)$ sur chaque corps pour toute la durée de la simulation t_{sim} sont calculées à partir de la transformée inverse de Fourier, en utilisant les valeurs d'amplitude du spectre de houle de Bretschneider et un jeu de phase prédéfini. Le jeu de phase est chargé sous la forme d'un fichier « .mat », ce qui permet de comparer les simulations en utilisant le même jeu de phase.

Les réponses impulsionnelles de radiation $h_{rad,m,n}$ sont calculées pour chacun des corps et interactions croisées. Les réponses impulsionnelles correspondant aux efforts du corps n sur le corps m sont obtenues à partir de l'équation suivante :

$$h_{rad,m,n} = \int_{-\infty}^{+\infty} 2B_{m,n}(\omega)e^{+i\omega t}d\omega \tag{2.36}$$

Afin de pouvoir appliquer la stratégie de contrôle collaboratif, il est nécessaire d'obtenir les réponses impulsionnelles des fonctions de transfert de vitesse et les réponses impulsionnelles du contrôleur. En premier lieu, il convient d'appliquer le fenêtrage à l'impédance du contrôleur optimal (section 3.1.5), ce qui permet de calculer les fonctions de transfert de vitesse en tenant compte de l'impédance du contrôleur (section 3.1.6.2). Les réponses impulsionnelles du contrôleur fenêtré $h_{uf}(t)$ et du transfert des vitesses $h_v(t)$ sont ensuite obtenues en appliquant la transformée de Fourier inverse respectivement sur l'impédance du contrôleur fenêtré $Z_{uf}(\omega)$ et la fonction de transfert des vitesses $H_v(\omega)$.

2.6.3 Intégration numérique et contrôle

Après avoir effectué la phase de préparation des calculs (section 2.6.2), la phase d'intégration numérique peut commencer. Il a été choisi ici d'utiliser la librairie d'intégration numérique « scipy.integrate.ode » incluse dans SciPy. La structure de cette librairie repose sur le concept de l'orienté objet et permet plus de flexibilité quant aux calculs intermédiaires effectués entre chaque pas de temps (calcul des efforts de radiation par convolution, stratégie de contrôle, etc ...). De plus, la librairie contient plusieurs intégrateurs numériques, et il possible de remplacer le mode d'intégration sans avoir à modifier la structure du code. En outre, chacun des intégrateurs possède de nombreux paramètres permettant d'adapter l'intégration numérique au problème résolu.

La première étape de la phase d'intégration numérique consiste à instancier un objet intégrateur de la classe « scipy.integrate.ode ». Les attributs de l'intégrateur lui sont ensuite affectés pour correspondre à la configuration souhaitée par l'utilisateur.

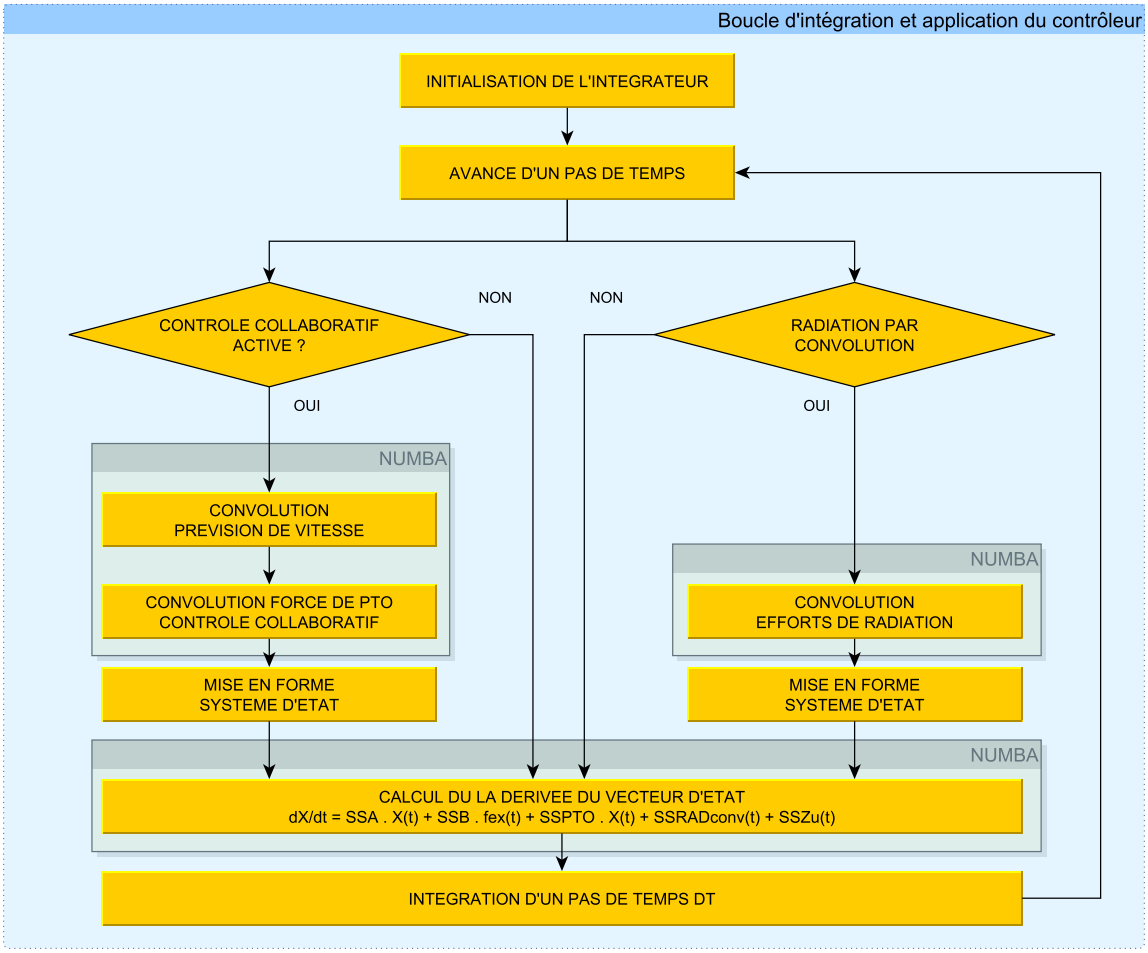


FIGURE 2.11 – Diagramme représentatif de la boucle d'intégration et de contrôle du simulateur.

Ensuite, et pour chaque pas de temps, les calculs intermédiaires liés aux efforts de radiation et à la stratégie de contrôle sont effectués. Si la méthode de contrôle collaboratif a été activée par l'utilisateur, un premier produit de convolution est évalué pour chaque corps contrôlé afin d'obtenir les prévisions de vitesse de ces corps (section 3.1.7). Le produit de convolution permettant d'obtenir la force du PTO pour chaque corps est ensuite calculé (section 3.1.8). De plus, si le système d'état identifié des efforts de radiation n'a pas été fourni, les efforts de radiation sont évalués par convolution. Finalement, les efforts du PTO $SSZu(t)$ et de la radiation $SSRADconv(t)$ prennent alors la forme d'un vecteur d'état, de façon à les inclure aisément dans le système d'état global.

L'intégrateur numérique appelle ensuite à plusieurs reprises la fonction de calcul de la dérivée du vecteur d'état pour obtenir les dérivées nécessaires à l'intégration. Les matrices d'états SSA et SSB contiennent l'information de la dynamique intrinsèque des corps, et la matrice $SSPTO$ contient l'amortissement des PTO passifs B_{PTO} de chaque corps. Lors du calcul de la dérivée, le temps t requis par l'intégrateur peut ne pas correspondre aux valeurs précalculées du vecteur de force d'excitation $f_{ex}(t)$. Cette situation intervient par exemple lors de l'utilisation d'un intégrateur de type Runge-Kutta d'ordre 4 où il est nécessaire de calculer la dérivée à un demi pas de temps, ou encore lors de l'utilisation d'un pas de temps dynamique. Pour obtenir la valeur de la force d'excitation de chacun de corps à ces valeurs de temps, il est choisi d'interpoler les vecteurs $f_{ex}(t)$ obtenus lors des calculs préliminaires. Une fois l'intégration du pas temps effectuée, la simulation avance d'un pas de temps et reboucle sur les calculs intermédiaires des efforts radiation et du contrôleur.

Par ailleurs, dans le but d'optimiser le temps CPU, les calculs de convolution et le calcul de la dérivée sont compilés en utilisant la librairie Numba. La compilation « Just In Time » proposée par Numba permet de conserver le langage Python pour l'écriture de ces fonctions, tout en minimisant le temps de calcul.

2.6.4 Dynamique transitoire

Lors du démarrage des simulations au temps $t = 0s$, les positions et vitesses de tous les corps de la ferme sont initialisées à $x(t = 0s) = 0m$ et $v(t = 0s) = 0m/s$. La dynamique transitoire pour un groupe de deux cylindres libres dans une houle polychromatique est présentée dans les figures 2.12 et 2.13. Les résultats obtenus en domaine temporel sont mis en comparaison avec les résultats théoriques calculés dans le domaine fréquentiel.

Concernant la méthode de démarrage de la houle, aucune rampe n'est utilisée pour introduire les efforts d'excitation sur les corps. Les efforts de la houle sont appliqués à tous les corps de la ferme dès le calcul du premier pas de temps. Ce choix se justifie par les méthodes de démarrage du calcul de la radiation par convolution et de la stratégie de contrôle collaboratif qui nécessitent un temps d'établissement plus long que le temps de dynamique transitoire induit par l'introduction de la houle.

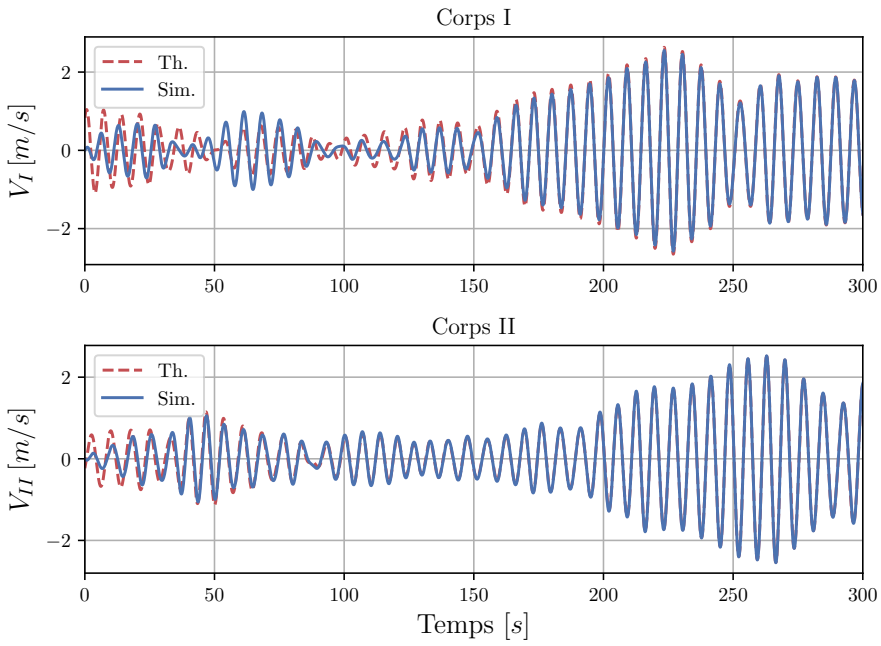


FIGURE 2.12 – Dynamique transitoire pour un groupe de deux cylindres libres, séparés d'une distance $d = 200m$, dans une houle polychromatique $H_s = 2m$ et $T_p = 6s$.

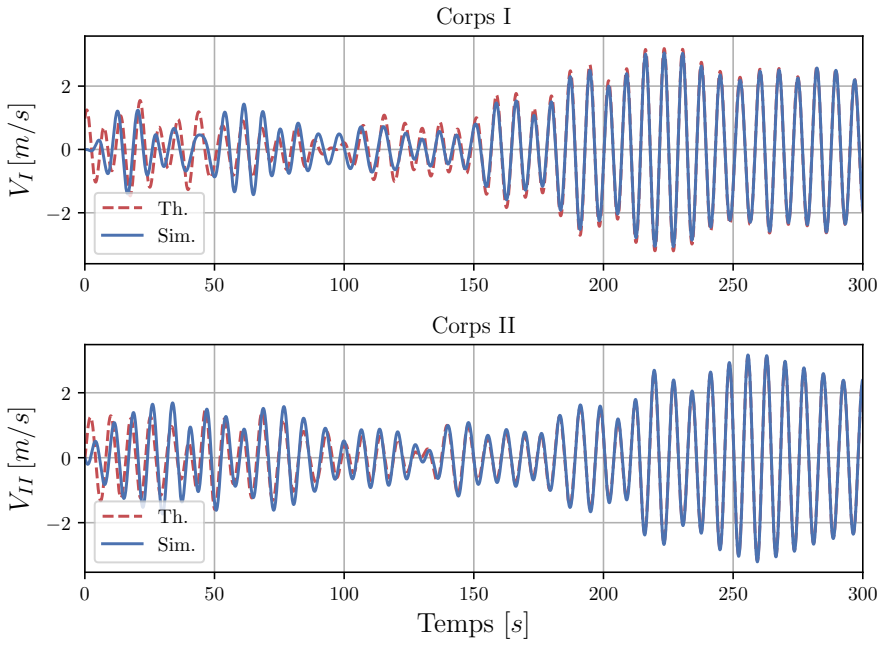


FIGURE 2.13 – Dynamique transitoire pour un groupe de deux cylindres libres, séparés d'une distance $d = 200m$, dans une houle polychromatique $H_s = 2m$ et $T_p = 9s$.

Dans le cas où les efforts de radiation sont calculés par convolution, les valeurs passées de vitesse des corps ne sont pas disponibles au début de la simulation. Il est donc impossible de convoluer le signal de vitesse sur toute la longueur de la réponse impulsionnelle correspondante. Pour les premiers pas de temps, jusqu'à atteindre un temps de simulation égal à la longueur de la réponse impulsionnelle, la convolution s'effectue avec les valeurs de vitesse disponibles, selon l'équation 2.37.

$$f_{rad}(t_i) = \sum_{n=0}^{t_i} h_{rad}(n)v(t_i - n)dt \tag{2.37}$$

Dés lors que l'itération temporelle t_i de la simulation dépasse la taille de la réponse impulsionnelle $t_{if,imp}$, le produit de convolution s'effectue normalement en utilisant les valeurs passées de vitesse correspondant à la taille de la réponse impulsionnelle (équation 2.38).

$$f_{rad}(t_i) = \sum_{n=0}^{t_{if,imp}} h_{rad}(n)v(t_i - n)dt \tag{2.38}$$

Tant que la convolution des efforts de radiation n'est pas effectuée avec toutes les valeurs de réponse impulsionnelle, le calcul des efforts présente une erreur et le régime transitoire persiste. Comparé à l'attente d'un vecteur de vitesse suffisamment long pour démarrer le calcul des efforts de radiation, le calcul progressif de la radiation permet une diminution de la durée de dynamique transitoire. Dans le cas de l'identification des efforts de radiation en matrice d'état, le calcul des efforts peut s'effectuer normalement dès le premier pas de temps. Cependant, les variables d'état de radiation$[Rad_{m,n}]$ responsables de l'effet mémoire de la radiation (section 2.5) sont initialisées à 0. Un certain temps est donc nécessaire pour que les variables contiennent l'information des valeurs passées et que le calcul des efforts soit exempt d'erreur.

Comme présenté dans les figures 2.12 et 2.13, la durée de dynamique transitoire dans une houle polychromatique, pour le groupe de deux cylindres étudié ici, varie entre $150s$ et $250s$. Au niveau du contenu spectral, l'augmentation de la période de pic T_p semble induire une légère augmentation de la durée des transitoires, cependant cette durée est aussi dépendante des jeux de phases utilisés pour la génération de la houle. De plus, le nombre de valeurs passées nécessaires aux calculs de radiation retarde l'établissement de la dynamique, par conséquent la durée du transitoire est considérée comme supérieure ou égale à la longueur de la réponse impulsionnelle de radiation la plus longue du système considéré. De manière générale pour les résultats présentés de ce manuscrit, la durée

du régime transitoire est prise égale à $600s$, de façon à assurer un régime établi lors de l'analyse des résultats.

Par ailleurs, lorsque la stratégie de contrôle collaboratif est activée, les valeurs passées de vitesses des corps ne pas disponibles au début de la simulation pour effectuer la convolution de la prévision de vitesse (section 3.1.7). Comme pour le calcul des efforts de radiation par convolution, le calcul de prévision est effectué progressivement en tirant profit de l'information disponible. Les efforts imposés par le contrôleur étant prédominant dans la dynamique du corps, le temps de transitoire est faible, mais il reste supérieur ou égal à la longueur de la plus grande réponse impulsionnelle de fonction de transfert de vitesse.

2.6.5 Vérifications

Dans le but de vérifier les résultats temporels issus du simulateur, un groupe de 4 cylindres rapprochés est évalué. La configuration multicorps proches permet de mettre en avant les effets de ferme, et d'en vérifier le calcul. Le groupe est composé de 4 cylindres identiques d'un rayon $r = 5m$ et d'un tirant d'eau $h = 10m$ dans une profondeur d'eau $H = 50m$. Le positionnement des corps dans le groupe est présenté dans la figure 2.14. La distance centre à centre est de $50m$ entre un corps et son voisin, ne laissant donc que 4 diamètres de séparation entre chaque voisin. De façon à accentuer les effets de ferme, les corps sont laissés libres ($B_{PTO} = 0$). De plus, les corps ne possèdent qu'un seul degré de liberté, le pilonnement, et l'orientation de la houle β est choisie égale à 45°.

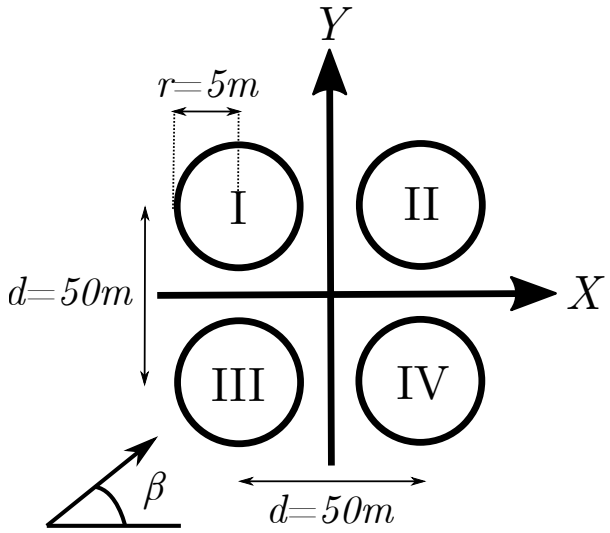


FIGURE 2.14 – Schéma du groupe de 4 cylindres utilisé pour la vérification du simulateur.

2.6.5.1 Vérification de la phase et de l'amplitude en houle polychromatique

Les résultats de vitesse des quatre corps sont comparés aux résultats théoriques pour deux états de mer $H_s = 2m$ $T_p = 6s$ (figure 2.15), et $H_s = 2m$ $T_p = 9s$ (figure 2.16), en utilisant un spectre de Bretschneider (section 3.1.5.1). Les simulations sont effectuées avec un pas de temps $dt = 0,05s$ et une discrétisation fréquentielle $d\omega = 7.7 \cdot 10^{-4} rad/s$. De plus, le même jeu de phase est utilisé pour la simulation des deux états de mer.
Les résultats théoriques sont obtenus à partir de la résolution des équations du mouvement dans le domaine fréquentiel (équations 2.39, 2.40), et en utilisant la transformée inverse de Fourier pour générer le signal temporel en tenant compte de la phase φ de chaque fréquence (équation 2.41).

$$\begin{bmatrix} Z_{I,I}(\omega) & Z_{I,II}(\omega) & Z_{I,III}(\omega) & Z_{I,IV}(\omega) \\ Z_{II,I}(\omega) & Z_{II,II}(\omega) & Z_{II,III}(\omega) & Z_{II,IV}(\omega) \\ Z_{III,I}(\omega) & Z_{III,I}(\omega) & Z_{III,III}(\omega) & Z_{III,IV}(\omega) \\ Z_{IV,I}(\omega) & Z_{IV,II}(\omega) & Z_{IV,III}(\omega) & Z_{IV,IV}(\omega) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_I(\omega) \\ V_{II}(\omega) \\ V_{III}(\omega) \\ V_{IV}(\omega) \end{bmatrix} = a(\omega) \begin{bmatrix} H_{ex,I}(\omega) \\ H_{ex,II}(\omega) \\ H_{ex,III}(\omega) \\ H_{ex,IV}(\omega) \end{bmatrix} \tag{2.39}$$

$$\mathbf{V}(\omega) = \mathbf{Z}^{-1}(\omega) a(\omega) \mathbf{H}_{ex}(\omega) \tag{2.40}$$

$$\mathbf{v}_{th}(t) = \Re \left\{ \int_{-\infty}^{+\infty} \mathbf{V}(\omega) e^{+i(\omega t - \varphi)} d\omega \right\} \tag{2.41}$$

De par la géométrie de la ferme et l'orientation de la houle, les résultats de vitesse des corps I et IV doivent être identiques. Les vitesses obtenues dans le domaine temporel par le simulateur pour ces corps présentent une différence de vitesse de l'ordre de $5 \cdot 10^{-16} m/s$, ce qui valide l'égalité des résultats. Concernant la comparaison avec les résultats théoriques, la phase et l'amplitude des signaux de vitesse obtenues par intégration numérique concordent avec les résultats théoriques dans les deux états de mer étudiés. L'erreur RMS entre les vitesses obtenues par le simulateur et les résultats théoriques est présentée dans la table 2.2, et est inférieure à 1% pour les deux états de mer.

$T_p\,[s]$	6	9
Erreur RMS V_I [%]	0.76	0.76
Erreur RMS V_{II} [%]	0.49	0.49
Erreur RMS V_{III} [%]	0.51	0.56
Erreur RMS V_{IV} [%]	0.76	0.76

TABLE 2.2 – Erreur RMS de la vitesse des corps du groupe de 4 cylindres libres pilonnant présenté dans la figure 2.14.

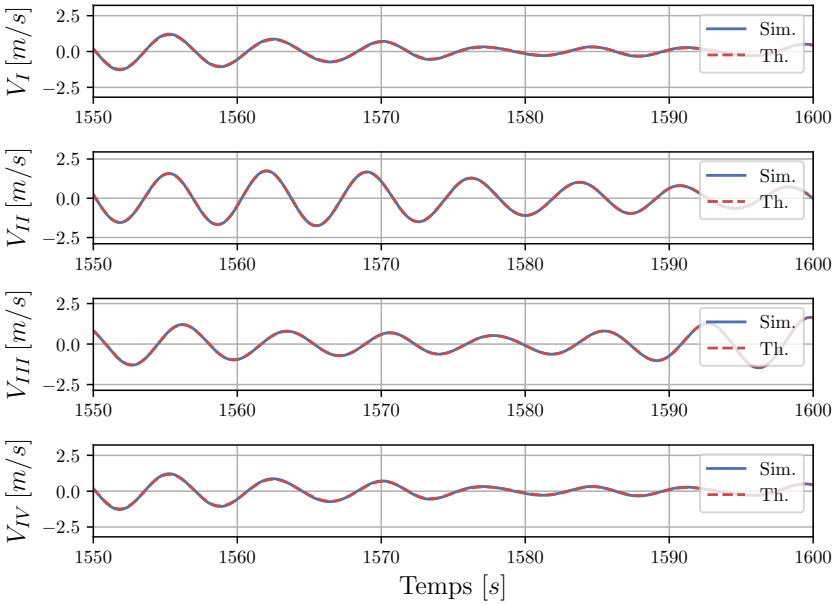


FIGURE 2.15 – Comparaison avec les résultats théoriques de la vitesse des corps du groupe de 4 cylindres libres pilonnant présenté dans la figure 2.14, dans une houle polychromatique avec un état de mer $H_s = 2m$ $T_p = 6s$.

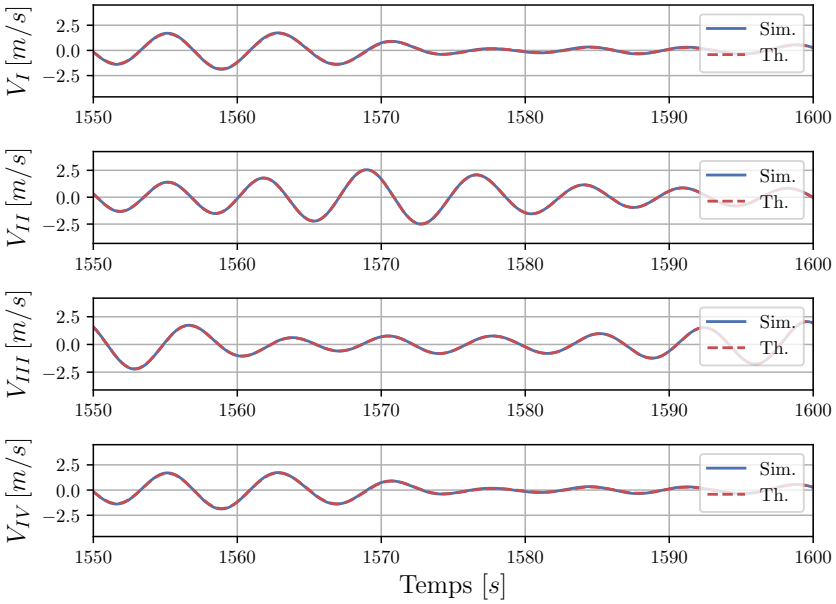


FIGURE 2.16 – Comparaison avec les résultats théoriques de la vitesse des corps du groupe de 4 cylindres libres pilonnant présenté dans la figure 2.14, dans une houle polychromatique avec un état de mer $H_s = 2m$ $T_p = 9s$.

2.6.5.2 Vérification de la réponse en amplitude

De façon à vérifier le simulateur sur l'ensemble des fréquences utiles, la RAO de chaque corps de la ferme est calculée à partir des résultats temporels et comparée à la RAO obtenue à partir des résultats fréquentiels (figure 2.17). Pour obtenir la réponse en amplitude à partir des résultats temporels, les simulations sont effectuées en houle monochromatique pour chaque fréquence, et la valeur de l'amplitude du signal est mesurée lorsque le régime établi est atteint. De plus, comme présenté dans la section précédente, les corps I et IV présentent une dynamique identique.

Les résultats obtenus montrent un calcul précis de la réponse en amplitude sur toute la bande utile de fréquence. En outre, les fortes variations d'amplitudes liées à la résonance des corps et aux effets de ferme sont correctement calculées en domaine temporel, ce qui valide l'utilisation du simulateur pour la caractérisation de la stratégie de contrôle collaboratif développée dans ces travaux.

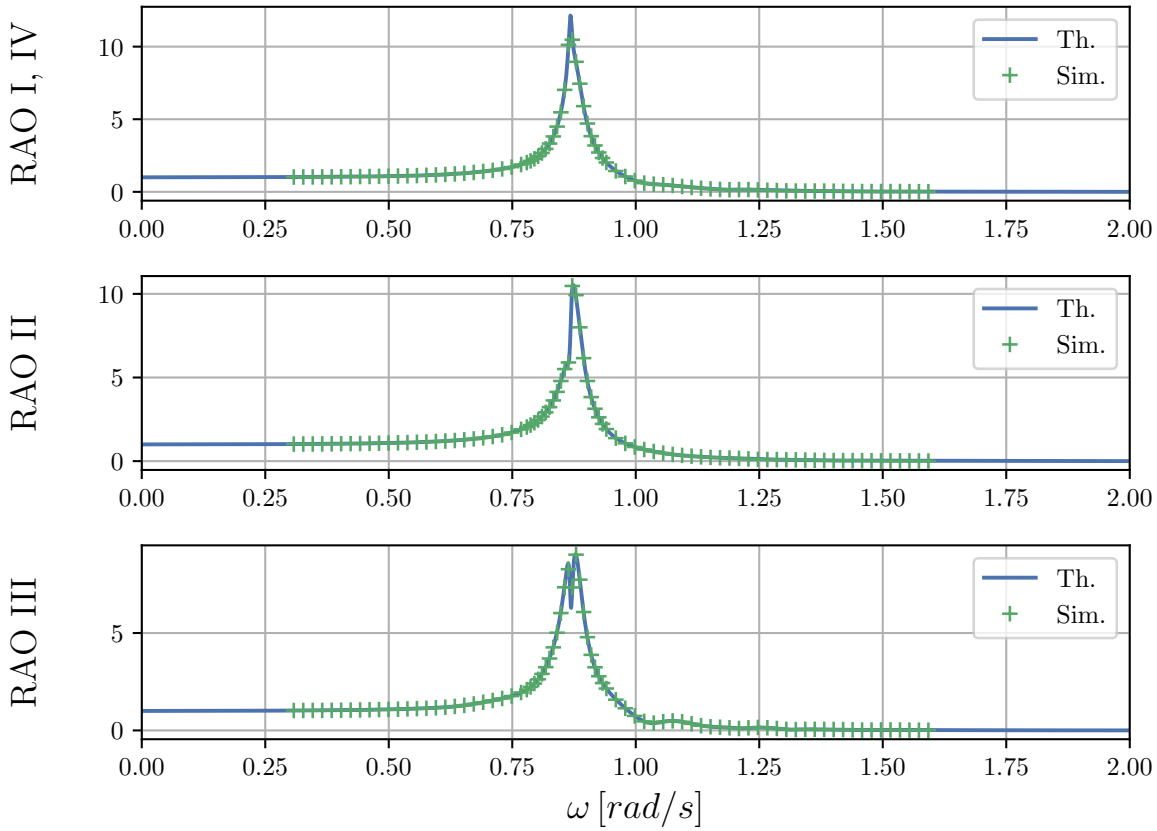


FIGURE 2.17 – Réponses en amplitude (RAO) obtenues à partir des simulations en domaine temporel et comparaison avec les résultats théoriques pour le groupe de 4 cylindres libres pilonnant présenté dans la figure 2.14.

Chapitre 3

Théorie et analyse du contrôle collaboratif

Sommaire

3.1 Méthode de contrôle collaboratif 66

3.1.1 Géométrie utilisée au cours de l'étude 67

3.1.2 Théorie du contrôle optimal 68

3.1.3 Contrôleur optimal en domaine temporel 73

3.1.4 Non causalité du contrôleur optimal 76

3.1.5 Fenêtrage du contrôleur optimal 79

3.1.6 Fonction de transfert des vitesses 85

3.1.7 Prévision de la vitesse 96

3.1.8 Forme pseudo causale du contrôleur 100

3.1.9 Premières vérifications 102

3.1.10 Remarques sur la discrétisation des coefficients hydrodynamiques 104

3.2 Étude de sensibilité 105

3.2.1 Plan d'expérience 106

3.2.2 Coefficient d'optimalité 107

3.2.3 Analyse de la stabilité 108

3.2.4 Raffinement de l'étude pour les corps proches 111

3.2.5 Identification et analyse des paramètres optimaux 112

3.2.6 Points de fonctionnement réalistes 115

3.2.7 Synthèse 117

3.1 Méthode de contrôle collaboratif

Le contrôle d'une machine houlomotrice, tel que considéré ici, consiste à maximiser la production d'énergie sur des temps longs par une adaptation en temps réel de la force du PTO appliquée sur l'ensemble ou un sous-ensemble de machines d'une ferme. Le contrôleur regroupe le bloc algorithmique ayant pour entrée le vecteur d'état du groupe de machines houlomotrices, et en sortie le vecteur des consignes permettant de piloter les PTOs des machines contrôlées.

L'objectif de ce chapitre est de présenter la théorie de la méthode de contrôle collaboratif. Dans le but de maximiser le rendement d'une ferme de machines houlomotrices, il est choisi de développer une stratégie dérivée du contrôle optimal (section 3.1.2). Le contrôleur optimal a pour particularité d'être non causal, i.e. il requiert une connaissance ou prévision de la force d'excitation ou de la vitesse des corps contrôlés dans le futur de l'instant courant (section 3.1.4). La force d'excitation sur un flotteur en mouvement est une quantité non mesurable directement, car cela nécessiterait de connaitre les pressions en tout point de la surface mouillée du corps. Les méthodes existantes permettant d'assurer la prévision de la force d'excitation ou de la vitesse du corps sont présentées dans la section 1.7. Il est possible d'effectuer des mesures de houles en amont et de propager numériquement l'information, ce qui permet d'obtenir une prévision déterministe de la force d'excitation. Par ailleurs, cette approche engendre des coûts d'installation et de maintenance supplémentaires. Une autre approche, propose d'utiliser uniquement l'information mesurable sur les machines et d'utiliser des modèles autorégressifs afin d'effectuer la prévision de la force d'excitation. Dans ce cas, l'installation de capteurs de houle n'est plus nécessaire, mais la prévision n'est plus déterministe et il est plus délicat de s'assurer de la robustesse de la prévision.

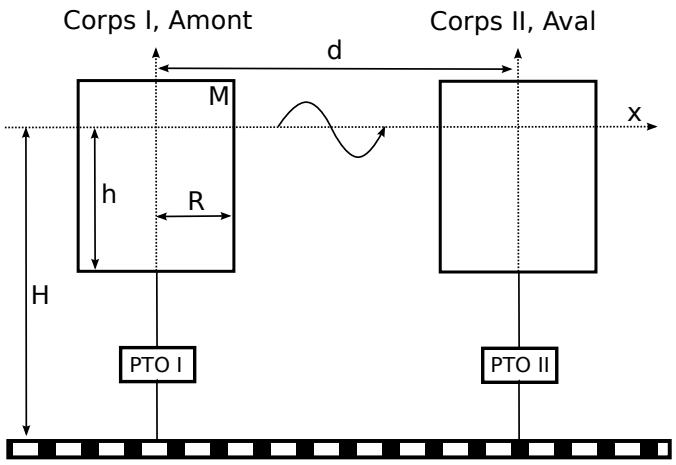
En comparaison avec les méthodes citées précédemment, la stratégie de contrôle présentée dans ce travail propose d'effectuer une prévision déterministe de la vitesse des corps contrôlés en utilisant uniquement l'information disponible sur les machines houlomotrices de la ferme. Cette approche permet d'appliquer un contrôle sous-optimal aux machines de la ferme sans ajouter de coûts d'installation et de maintenance. Il s'agit alors de mesurer la vitesse du corps de la ferme situé le plus en amont par rapport au sens de propagation de la houle, et de propager cette information plus rapidement que les vagues elles-mêmes afin d'obtenir la prévision de la vitesse des corps contrôlés en aval. La méthode repose sur l'établissement des fonctions de transfert reliant les vitesses des

corps de la ferme en régime (sous)-optimal (section 3.1.6) et l'exploitation du retard de leurs réponses impulsionnelles (section 3.1.7). Il est alors possible d'obtenir une forme pseudo causale du contrôleur, et ainsi d'appliquer le contrôleur sous-optimal (section 3.1.8).

Sous l'effet du contrôleur optimal, la dynamique de la machine houlomotrice devient extrême. L'amplitude du mouvement du corps et la force du PTO deviennent déraisonnables pour une application réelle, il est alors nécessaire de contraindre cette dynamique tout en maximisant la récupération d'énergie. Afin de contraindre ces amplitudes, il est ici proposé d'appliquer un fenêtrage à l'impédance du contrôleur (section 3.1.5). Une étude de sensibilité est ensuite conduite, dans le but de définir le domaine de stabilité du contrôleur (section 3.2.3) et d'analyser l'évolution des paramètres optimaux du fenêtrage en fonction de différents paramètres externes à la ferme (section 3.2.5). Finalement, en raffinant l'étude de sensibilité autour des points de fonctionnement optimaux, des points de fonctionnement réalistes sont identifiés pour maximiser le rendement tout en conservant une dynamique acceptable des machines contrôlées (3.2.6).

3.1.1 Géométrie utilisée au cours de l'étude

Pour illustrer les propos de la section 3.1, un premier groupe de deux houlomoteurs cylindriques est utilisé (figure 3.1). Les machines sont identiques et présentent un rayon $R = 5m$ et un tirant d'eau $h = 10m$. De plus, leur mouvement est limité au pilonnement seul afin de faciliter la compréhension du formalisme de la méthode. De par le modèle linéaire utilisé pour représenter l'hydrodynamique du problème, la profondeur d'eau doit être considérée comme constante et est choisie ici égale à $H = 50m$.



$$\begin{aligned} M &= 8.05 \cdot 10^5\, Kg \\ H &= 50\, m \\ R &= 5\, m \\ h &= 10\, m \end{aligned}$$

FIGURE 3.1 – Représentation de la géométrie de ferme utilisée dans la section 3.1.

Pour ce premier développement à deux corps, la houle est considérée comme monodirectionelle et orientée dans le sens du corps I vers le corps II. Par ailleurs, comme présenté dans la section 4.6, l'orientation de la houle peut varier, et ne doit pas nécessairement être en alignement avec les deux machines houlomotrices.

3.1.2 Théorie du contrôle optimal

Le contrôle optimal d'un houlomoteur consiste à appliquer une force de PTO variable à une génératrice houlomotrice de façon à maximiser la récupération d'énergie. En théorie, cette approche du contrôle permet d'atteindre la limite physique du rendement d'un houlomoteur [20]. Il est alors proposé qu'un corps flottant oscillant en houle régulière se comporte comme un oscillateur harmonique avec une période de résonance adaptable aux conditions de vagues en modifiant les paramètres du PTO. La part théorique maximale de l'énergie de la houle incidente absorbée par un point-absorber axisymétrique à un degré de liberté est limitée à 50% [53]. Cette frontière infranchissable, comparable à la limite de Betz pour l'éolien, est communément appelée « limite de Budal ». L'expression du rendement maximal à partir des solutions du problème de radiation est présentée dans [29, 68].

3.1.2.1 Expression du contrôle optimal sans contrainte pour un corps isolé

Dans un but didactique, l'expression du contrôle optimal est dans un premier temps rappelée pour un corps isolé. L'extension à une ferme de machines houlomotrice est présentée dans la section 3.1.2.2.

Considérant un corps isolé, l'équation du mouvement en domaine fréquentiel s'écrit comme suit :

$$\left\{B(\omega) + j\omega\left[M + M_a(\omega) - \frac{K_s}{\omega^2}\right]\right\}V(\omega) = F_{ex}(\omega) + F_u(\omega) \tag{3.1}$$

Les termes d'amortissement hydrodynamique $B(\omega)$, de masse d'eau ajoutée $M_a(\omega)$, de masse M, et de raideur hydrostatique K_s dépendent de la géométrie du corps flottant et gouvernent sa dynamique. Ces termes peuvent être regroupés en un terme $Z_i(\omega)$ appelé impédance intrinsèque du système.

$$Z_i(\omega)V(\omega) = F_{ex}(\omega) + F_u(\omega) \tag{3.2}$$

Afin de définir l'expression analytique du contrôleur optimal dans le domaine fréquentiel, il convient en premier lieu de définir la forme de la loi de contrôle du PTO. Dans un premier temps, un PTO sans limites dynamiques ou de forces est considéré et est exprimé sous la forme linéaire suivante :

$$F_u(\omega) = -Z_u(\omega)V(\omega) \tag{3.3}$$

Par définition, le critère de design du contrôleur optimal est de permettre un transfert maximum d'énergie. Ceci correspond à maximiser la puissance absorbée P_u par le système dans un temps donné. Il est alors nécessaire de maximiser la relation :

$$P_u = -\frac{1}{T}\int_0^T f_u(t)v(t)dt \tag{3.4}$$

Ce qui revient, dans le domaine fréquentiel, à maximiser l'équation suivante [34] :

$$\bar{P}_u(\omega) = \frac{1}{4}\left[F_u(\omega)V^*(\omega) + F_u^*(\omega)V(\omega)\right] \tag{3.5}$$

En substituant la force F_u par l'expression de la loi de commande (3.3) dans l'équation du mouvement (3.1), il est possible de définir la vitesse du corps et la charge du PTO en fonction de la force d'excitation et de l'impédance du corps et du contrôleur :

$$V(\omega) = \frac{1}{Z_i(\omega) + Z_u(\omega)}F_{ex} \tag{3.6}$$

$$F_u(\omega) = -\frac{Z_u(\omega)}{Z_i(\omega) + Z_u(\omega)}F_{ex} \tag{3.7}$$

La valeur de l'impédance du contrôleur optimal $Z_{u,opt}$ est obtenue en maximisant la puissance moyenne $\bar{P}_u(\omega)$:

$$\bar{P}_u(\omega) = -\frac{Z_u(\omega) + Z_u^*(\omega)}{4\left[Z_i(\omega) + Z_u(\omega)\right]\left[Z_i(\omega) + Z_u(\omega)\right]^*}\left|F_{ex}(\omega)\right|^2 \tag{3.8}$$

Il est alors nécessaire de calculer la dérivée de la fonction à variable complexe $\bar{P}_u(\omega)$. Pour ce faire, l'expression de l'impédance intrinsèque et de l'impédance du contrôleur sont décomposés en partie réelle et imaginaire :

$$Z_u = a_1 + jb_1 \quad Z_i = a_2 + jb_2 \tag{3.9}$$

Il convient ensuite de chercher les racines des équations suivantes :

$$\frac{\partial P_u}{\partial a_1} = 0 \qquad \frac{\partial P_u}{\partial b_1} = 0 \tag{3.10}$$

La première équation possède deux racines :

$$a_1 = \left\{ -\sqrt{b^2{}_2 + 2b_1b_2 + b^2{}_1 + a^2{}_2}; \sqrt{b^2{}_2 + 2b_1b_2 + b^2{}_1 + a^2{}_2} \right\} \tag{3.11}$$

La deuxième équation possède une racine unique :

$$b_1 = \{-b_2\} \tag{3.12}$$

En injectant la racine (3.12) et la deuxième racine de (3.11) dans l'expression de l'impédance du contrôleur Z_u, l'expression de l'impédance du contrôleur optimal $\tilde{Z}_u$ (avec $\tilde{.}$ correspondant à la valeur en régime optimal) devient :

$$\tilde{Z}_u = a_1 + jb_1 = \sqrt{b^2{}_2 - 2b_2b_2 + (-b_2)^2 + a^2{}_2} - jb_2 = a_2 - jb_2 = Z_i^* \tag{3.13}$$

Afin de vérifier que $\tilde{Z}_u = Z_i^*$ est bien un maxima et non un point selle, la matrice hessienne est calculée en injectant les racines choisies :

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial^2 P_u}{\partial a^2{}_1} & \frac{\partial^2 P_u}{\partial a_1 \partial b_1} \\ \frac{\partial^2 P_u}{\partial b_1 \partial a_1} & \frac{\partial^2 P_u}{\partial^2 b_1^2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{|F_{ex}|^2}{4a_2^3} & 0 \\ 0 & \frac{|F_{ex}|^2}{4a_2^3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{|F_{ex}|^2}{4\Re(Z_i)^3} & 0 \\ 0 & \frac{|F_{ex}|^2}{4\Re(Z_i)^3} \end{bmatrix} \tag{3.14}$$

Comme la partie réelle de l'impédance du système $\Re(Z_i)$ est toujours positive, car elle représente l'amortissement hydrodynamique du système, alors la matrice hessienne est définie positive et non dégénérée au point $\tilde{Z}_u = Z_i^*$. Par conséquent, le point $\tilde{Z}_u = Z_i^*$ est bien un extrémum local.

$$\bar{P}_u(\omega) = max \quad \Leftrightarrow \quad Z_u(\omega) = \tilde{Z}_u(\omega) = Z_i^* \tag{3.15}$$

La valeur de l'impédance du contrôleur optimal $\tilde{Z}_u(\omega)$ est donc égale au conjugué de l'impédance intrinsèque Z_i du corps flottant. En utilisant l'expression du contrôleur optimal dans l'expression de la vitesse, la partie réactive de l'impédance s'annule et l'équation de la vitesse sous l'effet du contrôleur optimal devient :

$$\tilde{V}(\omega) = \frac{1}{2B(\omega)} F_{ex}(\omega) \tag{3.16}$$

La fonction de transfert $H(\omega) = \frac{\tilde{V}(\omega)}{F_{ex}(\omega)} = \frac{1}{2B(\omega)}$ est purement réelle, ce qui implique que la vitesse et la force d'excitation soient en phase. Ceci correspond au critère d'optimalité de mise en phase. L'amplitude de cette fonction de transfert correspond au second critère, la condition optimale d'amplitude.

3.1.2.2 Expression du contrôle optimal d'un groupe de N corps

Lorsqu'un groupe de corps flottants est considéré, de nouveaux phénomènes sont à prendre en compte. Les interactions entre les machines et le champ de vague vont perturber la houle incidente sur les machines en aval, ce qui a pour effet de modifier les coefficients de force d'excitation $F_{ex}(\omega)$ par rapport au cas d'une même machine isolée. De plus, les efforts de radiation de chaque machine impactent toutes les autres machines du parc. La dynamique d'un corps dans un groupe est donc différente de celle d'un corps isolé. Les effets de groupe sont d'autant importants que la distance entre les corps est faible [7]. Lorsque la distance entre les corps devient suffisamment grande et que l'interaction entre les corps devient faible devant la dynamique des corps isolés, il est alors possible de considérer les machines indépendamment.

Dans le cas du contrôle d'une ferme de génératrice houlomotrice, il est donc nécessaire de considérer les efforts liés aux effets de groupe. La démonstration du contrôle optimal à N corps est similaire à celle du corps isolé. L'impédance intrinsèque du système contient les termes croisés de la radiation qui relient la vitesse d'un corps aux efforts de radiation générés par ce corps sur les autres corps du groupe. L'équation du mouvement d'un groupe de machines houlomotrices s'exprime alors tel que :

$$\mathbf{Z}_i(\omega)\mathbf{V}(\omega) = \mathbf{F}_{ex}(\omega) + \mathbf{F}_u(\omega) \tag{3.17}$$

Avec une matrice d'impédance $\mathbf{Z}_i(\omega)$ de dimension (N, N), un vecteur de vitesses $\mathbf{V}(\omega)$ de dimension $(N, 1)$, un vecteur de force d'excitation $\mathbf{F}_{ex}(\omega)$ de dimension $(N, 1)$, et un vecteur de force de PTO $\mathbf{F}_u(\omega)$ de dimension $(N, 1)$. Le vecteur de puissance $\mathbf{P}_u(\omega)$ s'exprime alors :

$$\mathbf{P}_u(\omega) = \frac{1}{4}\left[\mathbf{F}_u\mathbf{V}^* + \mathbf{F}_u^*\mathbf{V}\right] \tag{3.18}$$

Afin d'exprimer la puissance uniquement en fonction de l'impédance du système, de l'impédance de PTO, et de la force d'excitation, les vecteurs de vitesse $\mathbf{V}$ et de force de

PTO $\mathbf{F}_u$ sont isolés :

$$\mathbf{V} = (\mathbf{Z}_i + \mathbf{Z}_u)^{-1} \mathbf{F}_{ex} \tag{3.19}$$

$$\mathbf{F}_u = -\mathbf{Z}_u (\mathbf{Z}_i + \mathbf{Z}_u)^{-1} \mathbf{F}_{ex} \tag{3.20}$$

En substituant les vecteurs de vitesse de force du PTO dans l'équation 3.18, l'expression de la puissance devient :

$$\mathbf{P}_u = \frac{1}{4} \left\{ \left[-\mathbf{Z}_u (\mathbf{Z}_i + \mathbf{Z}_u)^{-1} \mathbf{F}_{ex} \right] \left[(\mathbf{Z}_i + \mathbf{Z}_u)^{-1} \mathbf{F}_{ex} \right]^* + \left[-\mathbf{Z}_u (\mathbf{Z}_i + \mathbf{Z}_u)^{-1} \mathbf{F}_{ex} \right]^* \left[(\mathbf{Z}_i + \mathbf{Z}_u)^{-1} \mathbf{F}_{ex} \right] \right\} \tag{3.21}$$

Le produit matriciel étant distributif, il est possible d'écrire :

$$\mathbf{P}_u = \frac{1}{4} \left\{ \left[-\mathbf{Z}_u (\mathbf{Z}_i + \mathbf{Z}_u)^{-1} \left[(\mathbf{Z}_i + \mathbf{Z}_u)^{-1} \right]^* + \left[-\mathbf{Z}_u (\mathbf{Z}_i + \mathbf{Z}_u)^{-1} \right]^* (\mathbf{Z}_i + \mathbf{Z}_u)^{-1} \right] |\mathbf{F}_{ex}|^2 \right\} \tag{3.22}$$

Le produit matriciel d'une matrice par sa conjuguée est commutatif ce qui permet d'obtenir :

$$\mathbf{P}_u = \frac{1}{4} \left\{ \left[-\mathbf{Z}_u (\mathbf{Z}_i + \mathbf{Z}_u)^{-1} \left[(\mathbf{Z}_i + \mathbf{Z}_u)^{-1} \right]^* - \mathbf{Z}_u^* (\mathbf{Z}_i + \mathbf{Z}_u)^{-1} \left[(\mathbf{Z}_i + \mathbf{Z}_u)^{-1} \right]^* \right] |\mathbf{F}_{ex}|^2 \right\} \tag{3.23}$$

Finalement, l'expression de la puissance devient :

$$\mathbf{P}_u = -\frac{1}{4} (\mathbf{Z}_u + \mathbf{Z}_u^*) (\mathbf{Z}_i + \mathbf{Z}_u)^{-1} \left[(\mathbf{Z}_i + \mathbf{Z}_u)^{-1} \right]^* |\mathbf{F}_{ex}|^2 \tag{3.24}$$

Par analogie avec l'équation 3.8, on retrouve l'expression du contrôle optimal pour un groupe de génératrices houlomotrices :

$$\tilde{\mathbf{Z}}_u = \mathbf{Z}_i^* \tag{3.25}$$

Il est à noter que comme pour l'impédance intrinsèque, la matrice d'impédance du contrôleur optimal comporte ici des termes non diagonaux. En effet, les efforts de radiation des corps sur les autres corps de la ferme sont à prendre en compte dans la stratégie de contrôle optimal. Le PTO optimal s'exprime donc :

$$\tilde{\mathbf{F}}_u = -\mathbf{Z}_i^* \mathbf{V} \tag{3.26}$$

Dans l'exemple d'un groupe de deux houlomoteur n'oscillant qu'en pilonnement, l'expression de la force du PTO optimal s'écrit :

$$\begin{bmatrix} \tilde{F}_{u,I} \\ \tilde{F}_{u,II} \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} Z^*_{i,I,I} & Z^*_{i,I,II} \\ Z^*_{i,II,I} & Z^*_{i,II,II} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_I \\ V_{II} \end{bmatrix} \tag{3.27}$$

3.1.3 Contrôleur optimal en domaine temporel

Dans les sections précédentes, l'expression du contrôleur optimal a été donnée dans le domaine fréquentiel. Si l'expression dans le domaine fréquentiel permet d'analyser le comportement des machines pour un régime établi, elle ne permet pas d'effectuer le contrôle en temps réel de ces machines. Pour réaliser effectivement ce type de contrôle, il est alors nécessaire de revenir dans le domaine temporel. Il s'agit alors d'utiliser la transformée de Fourier inverse afin d'obtenir la réponse impulsionnelle du contrôleur (figure 3.2) à partir de son impédance. Soit, de nouveau ici pour le flotteur isolé :

$$\tilde{h}_u(t) = \mathcal{F}^{-1}\left\{\bar{Z}_i\right\} = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{+\infty} Z_i^*(\omega)e^{+i\omega t}d\omega \tag{3.28}$$

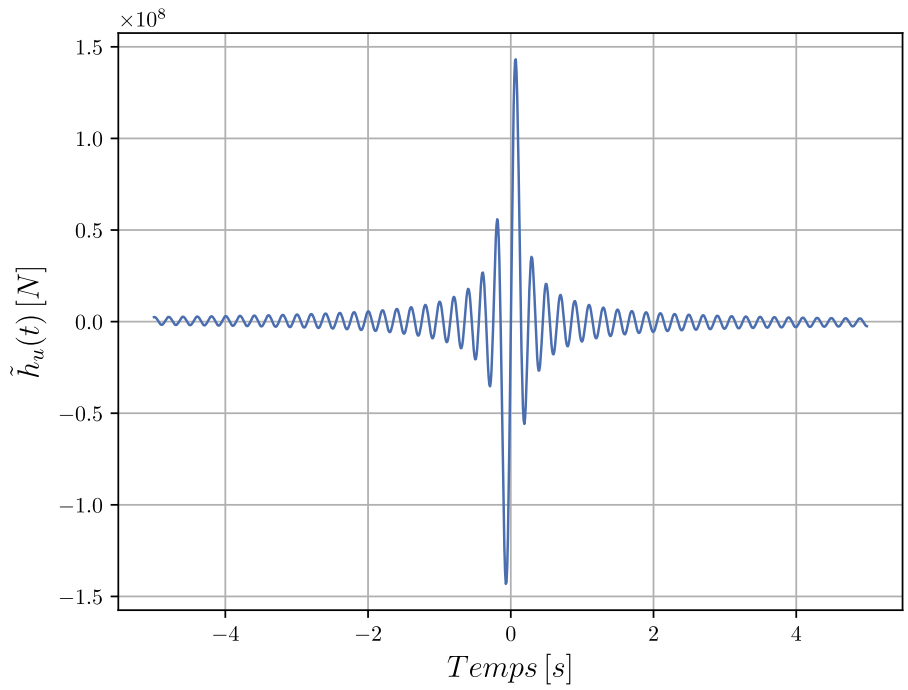


FIGURE 3.2 – Réponse impulsionnelle du contrôleur optimal $\tilde{h}_u(t)$ pour un cylindre pilonnant isolé.

Cette réponse impulsionnelle forme alors le noyau du produit de convolution du calcul de la force du PTO dans le domaine temporel :

$$\tilde{f}_u(t) = -\int_{-\infty}^{+\infty} \tilde{h}_u(t-\tau) v_n(\tau) d\tau \tag{3.29}$$

Sous sa forme complète $\tilde{Z}_u(\omega) = Z_i^*$, l'impédance du contrôleur contient un terme dérivateur $Z_{uA}(\omega)$, un terme proportionnel Z_{uV}, et un terme intégrateur $Z_{uX}(\omega)$ (équation 3.30). Ces composantes correspondent respectivement aux termes proportionnels à l'accélération, la vitesse, et la position du corps flottant .

$$\tilde{Z}_u(\omega) = Z_i^*(\omega) = B(\omega) - j\omega\left[M + M_a(\omega) - \frac{K_s}{\omega^2}\right] = Z_{uA}(\omega) + Z_{uV}(\omega) + Z_X(\omega) \tag{3.30}$$

avec :

$$\begin{cases} Z_{uA}(\omega) = -(M + M_{a\infty})j\omega \\ Z_{uV}(\omega) = B(\omega) - j\omega(M_a - M_{a\infty}) \\ Z_{uX}(\omega) = -\frac{K_s}{j\omega} \end{cases} \tag{3.31}$$

Les réponses impulsionnelles des composantes de $\tilde{Z}_u(\omega)$ sont présentées dans la figure 3.3. La composante $Z_{uA}(\omega)$ étant un scalaire proportionnel à la fonction $j\omega$, sa réponse impulsionnelle $h_{uA}(t)$ est de la forme d'une dérivée de Dirac. De même, la transformée de Fourier inverse de la fonction $2/j\omega$ est égale à la fonction signe et la composante $Z_{uX}(\omega)$ étant un scalaire proportionnel à la fonction $2/j\omega$, sa réponse impulsionnelle $h_{uX}(t)$ est de la forme de la fonction signe [34]. Le dernier terme $h_{uV}(t)$ correspond au terme conjugué de la radiation.

Lors du passage à la forme temporelle du contrôleur, il est aussi possible de s'affranchir des termes dérivateurs et intégrateurs en exprimant respectivement les composantes $Z_{uA}(\omega)$ et $Z_{uX}(\omega)$ par rapport à l'accélération et la position du corps. Les termes proportionnels à l'accélération et à la position étant alors constant, le résultat de leurs transformées de Fourier inverses correspond à un simple produit et non une convolution.

On obtient alors les formes fréquentielles et temporelles suivantes :

$$\tilde{F}_u(\omega) = -\tilde{Z}_u(\omega)V\omega = [M + M_{a\infty}]\,A(\omega) - [B(\omega) - j\omega(M_a(\omega) - M_{a\infty})]\,V(\omega) + [K_s]\,X(\omega) \tag{3.32}$$

$$\tilde{f}_u(t) = [M + M_{a\infty}]\,a(t) - \int_{-\infty}^{+\infty} h_{uV}(t-\tau)v_n(\tau)d\tau + [K_s]\,x(t) \tag{3.33}$$

En utilisant cette formulation, il est nécessaire de connaitre les composantes d'accélération, de vitesse, et de position. Les convolutions liées aux termes d'accélération et de position étant remplacées par des produits, il ne reste qu'à effectuer le produit de convolution du terme correspondant à la conjuguée de la radiation.

Bien que cette formulation puisse être utilisée pour le contrôle de WEC, la forme complète $\tilde{Z}_u = Z_i^*$ (3.28) est privilégiée dans le développement de la méthode de contrôle collaboratif présentée dans ce manuscrit.

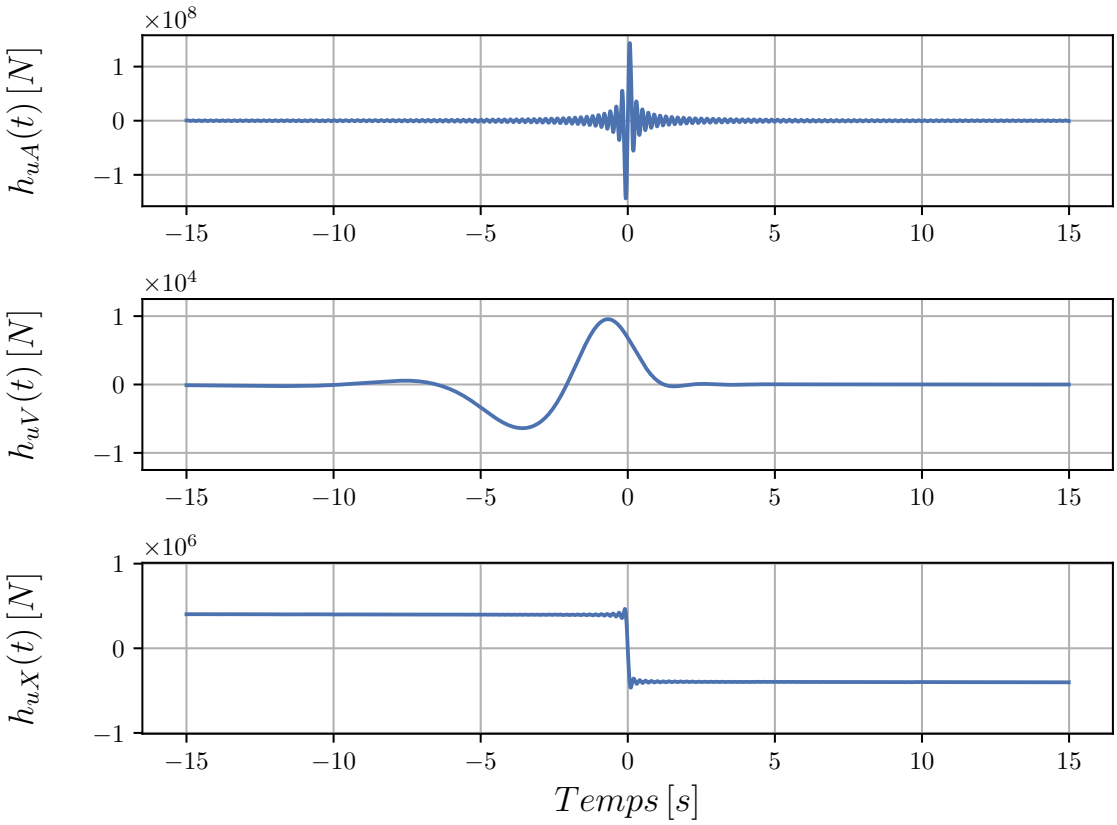


FIGURE 3.3 – Composantes de la réponse impulsionnelle du contrôleur optimal $\tilde{h}_u(t)$ pour un cylindre pilonnant isolé.

La forme complète permet d'appliquer un fenêtrage à l'impédance du contrôleur $\tilde{Z}_u$, ce qui permet de réduire l'amplitude du contrôleur dans certaines bandes de fréquences et ainsi contraindre la dynamique du corps contrôlé. Cet aspect est détaillé dans la section 3.1.5. Dans la suite de ce travail, les résultats présentés sont obtenus en utilisant l'impédance du contrôleur fenêtrée $Z_{uf}(\omega)$. Le fenêtrage utilisé et la réponse impulsionnelle correspondante $h_{uf}(t)$ sont présentés dans la figure 3.4. De par l'ajout du fenêtrage, l'offset lié à la composante d'intégration est annulée. La réponse impulsionnelle $h_{uf}(t)$ converge alors sur ses deux bords, et il est alors possible d'effectuer le produit de convolution avec un signal d'entrée fini.

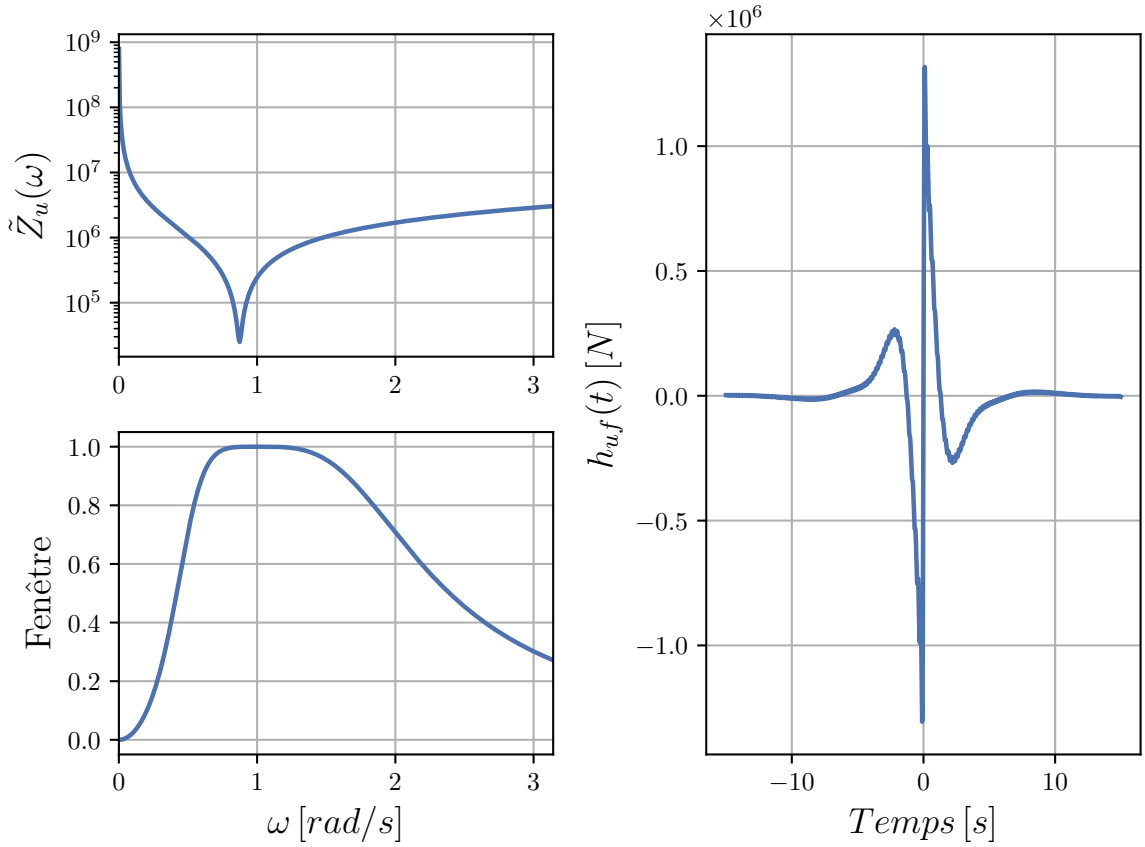


FIGURE 3.4 – Impédance du contrôleur optimal $\tilde{Z}_u(\omega)$ (en haut à gauche), fenêtre appliquée à l'impédance (en bas à gauche), et réponse impulsionnelle $h_{uf}(t)$ de l'impédance du contrôleur fenêtrée $Z_{uf}(\omega)$ pour un cylindre isolé.

3.1.4 Non causalité du contrôleur optimal

Dans le cas du contrôleur optimal, le passage au domaine temporel du calcul de la force du PTO pose le problème de la non-causalité de sa réponse impulsionnelle. En effet, la

réponse impulsionnelle de l'impédance du contrôleur optimal est non nulle pour les temps négatifs (figure 3.2), ce qui correspond à dire que l'effet du contrôleur a lieu avant sa cause. La durée pendant laquelle la réponse impulsionnelle est non nulle dans les temps négatifs est appelée l'horizon non causal, ici notée t_{nc} (figure 3.5). La non-causalité du contrôleur optimal est due au terme de radiation $Z_{uV}(\omega)$ du contrôleur. La conjuguée d'une fonction de transfert correspond à une inversion temporelle (3.34), donc la réponse impulsionnelle de la radiation d'un corps flottant étant causale, le terme conjugué de la radiation du contrôleur devient alors non causal.

$$h(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} Z_i^*(\omega) e^{+i\omega t} d\omega = \int_{-\infty}^{+\infty} Z_i(\omega) e^{i\omega(-t)} d\omega \tag{3.34}$$

Pour un groupe de N corps, la prise en compte des interactions hydrodynamiques dans le contrôleur consiste à adapter le contrôleur aux efforts de la radiation générés par les corps de la ferme sur le corps contrôlé. Les contributions respectives de chaque corps sont prises en compte en sommant les produits de convolutions de la force du contrôleur. Les produits de convolution s'effectuent entre les réponses impulsionnelles du contrôleur $h_{uf,i,j}$ correspondant à l'effort dû au mouvement du corps j sur le corps i, et la vitesse du corps correspondant. L'expression de la force du contrôleur dans le domaine temporel devient :

$$\begin{cases} f_{u,I}(t) = -\sum_{n=1}^{N} \int_{-\infty}^{+\infty} h_{uf,I,n}(t-\tau) v_n(\tau) d\tau \\ \vdots \\ f_{u,N}(t) = -\sum_{n=1}^{N} \int_{-\infty}^{+\infty} h_{uf,N,n}(t-\tau) v_n(\tau) d\tau \end{cases} \tag{3.35}$$

avec :

$$h_{u,m,n}(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} Z_{uf,m,n}(\omega) e^{+i\omega t} d\omega \tag{3.36}$$

La non-causalité du contrôleur optimal implique de disposer d'une prévision de la vitesse correspondant à l'horizon non causal afin de pouvoir appliquer le produit de convolution de la force du PTO (3.29). La méthode de prévision de vitesse développée dans ce travail propose d'utiliser l'information déjà disponible sur les autres WECS pour assurer une prévision déterministe au niveau des corps contrôlés. Le développement de la méthode est présenté dans les sections 3.1.6 et 3.1.7.

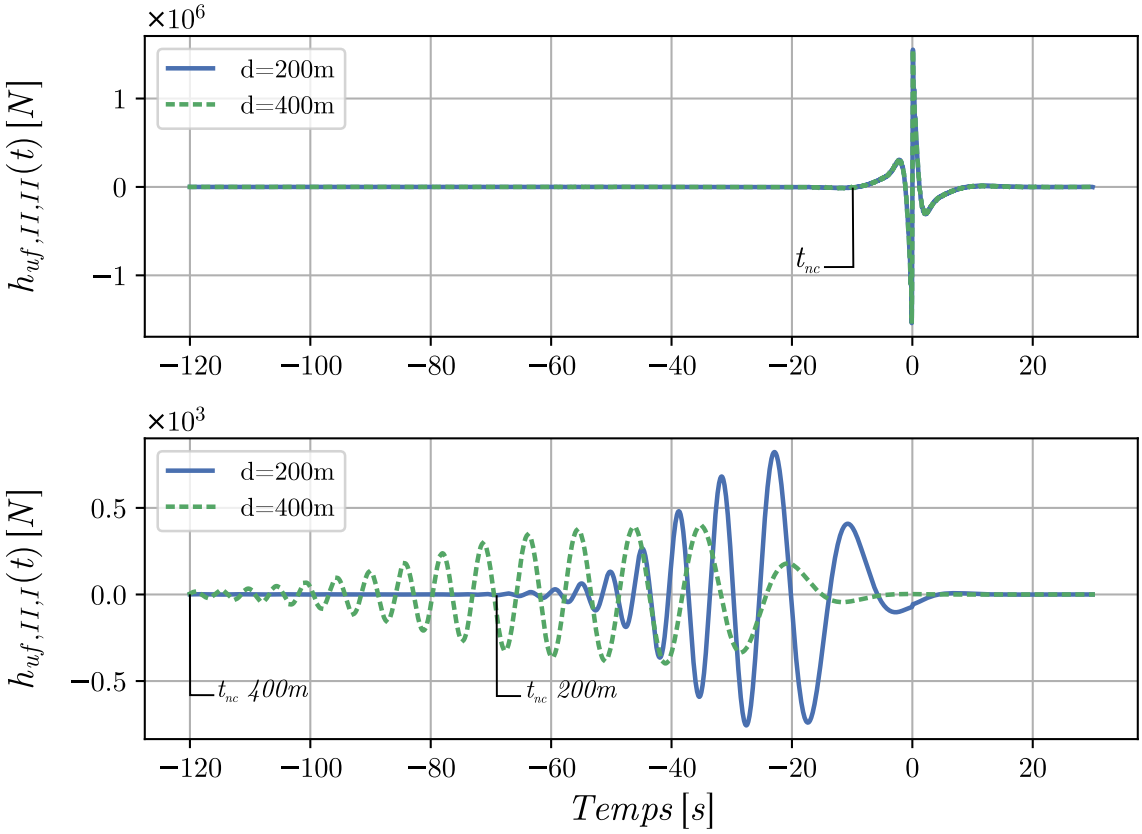


FIGURE 3.5 – Réponses impulsionnelles du contrôleur optimal fenêtré $h_{uf,II,II}$ et $h_{uf,I,II}$ pour des machines espacées de $200m$ et $400m$. Les réponses impulsionnelles correspondent au terme direct II, II (en haut) et au terme croisé I, II (en bas) du second corps du groupe.

L'horizon non causal t_{nc} diffère considérablement entre le terme direct et les termes croisés du contrôleur. Dans le cas du terme direct, i.e. du contrôle du corps par rapport à sa propre vitesse, l'horizon non causal ne varie pas en fonction de la distance d entre les corps, car la non-causalité est liée à la radiation propre du corps. En revanche, dans le cas des termes croisés, i.e du contrôle des corps par rapport à la radiation des autres corps du groupe, l'horizon non causal augmente avec la distance entre les corps (figure 3.5). Ce comportement est lié à l'augmentation du temps de propagation de la radiation entre les corps concernés. L'augmentation de l'étalement de la réponse impulsionnelle avec l'augmentation de la distance est due à la variation de vitesse de propagation de la houle en fonction de sa longueur d'onde. Dans le cadre de la stratégie de contrôle collaboratif développée ici, la valeur de t_{nc} est déterminée à l'aide d'une étude de sensibilité (section 3.2).

Les réponses impulsionnelles des termes croisés du contrôleur présentant un horizon de non-causalité considérable, il est difficile de disposer d'une prévision de vitesse pouvant compenser la non-causalité. Par ailleurs, l'ordre de grandeur de l'amplitude des termes croisés est très petit devant celui des termes directs principalement dirigés par les termes de masse et de raideur (figure 3.5). Ils ne représentent qu'une partie infime dans la réponse impulsionnelle du contrôleur et il est donc possible de les négliger. De plus, les interactions hydrodynamiques entre les corps sont prises en compte lors de la prévision de vitesse (section 3.1.6). Par conséquent, les efforts croisés de la radiation sont pris en compte par les termes directs via le mouvement des corps.

3.1.5 Fenêtrage du contrôleur optimal

Le contrôleur optimal, inscrit dans le cadre de la théorie linéaire, permet la récupération maximale de l'énergie contenue dans les vagues. Cependant, pour atteindre ce niveau de performance, le contrôleur induit une dynamique très forte des corps contrôlés. Dans la figure 3.6, la réponse en amplitude (RAO) en pilonnement d'un cylindre isolé équipé d'un contrôleur optimal est présentée. La RAO correspond à la réponse en amplitude d'un corps pour une houle monochromatique d'amplitude unitaire (3.38). Il est alors observable que l'amplitude minimale du corps est d'environ $4,5$ ce qui représente déjà une valeur élevée. Mais lorsque l'on s'écarte de ce minima, les valeurs d'amplitude augmentent de manière significative, si bien qu'elles dépassent la valeur de 100 y compris pour des fréquences pouvant être contenues dans la partie utile du spectre de houle. Ces fortes valeurs d'amplitudes s'accompagnent alors de vitesses, d'accélérations, et de forces de PTO non réalistes. Cette dynamique est liée à l'annulation des termes réactifs de l'impédance nette par le contrôleur optimal, ce qui induit une dynamique extrême permettant le maintien en résonance de la vitesse du corps avec la force d'excitation.

Dans ces conditions, les hypothèses du modèle potentiel linéaire (présentées dans la section 2.1) sont très loin d'être respectées, et l'implémentation d'un tel contrôleur ne peut correspondre aux contraintes technologiques d'une implémentation in situ. Il est alors nécessaire de contraindre le contrôleur optimal pour limiter la dynamique des corps contrôlés, tout en maximisant leurs rendements. La stratégie de contrôle collaboratif présentée dans la section 3.1, repose sur l'utilisation d'un contrôleur linéaire afin de pouvoir inverser les composantes de l'équation du mouvement et ainsi obtenir les fonctions de transfert de vitesses reliant les machines de la ferme. La méthode de contrainte du contrôleur se doit donc de conserver la linéarité du contrôleur.
Pour réaliser la mise en contrainte du contrôleur optimal, il est alors proposé de mettre

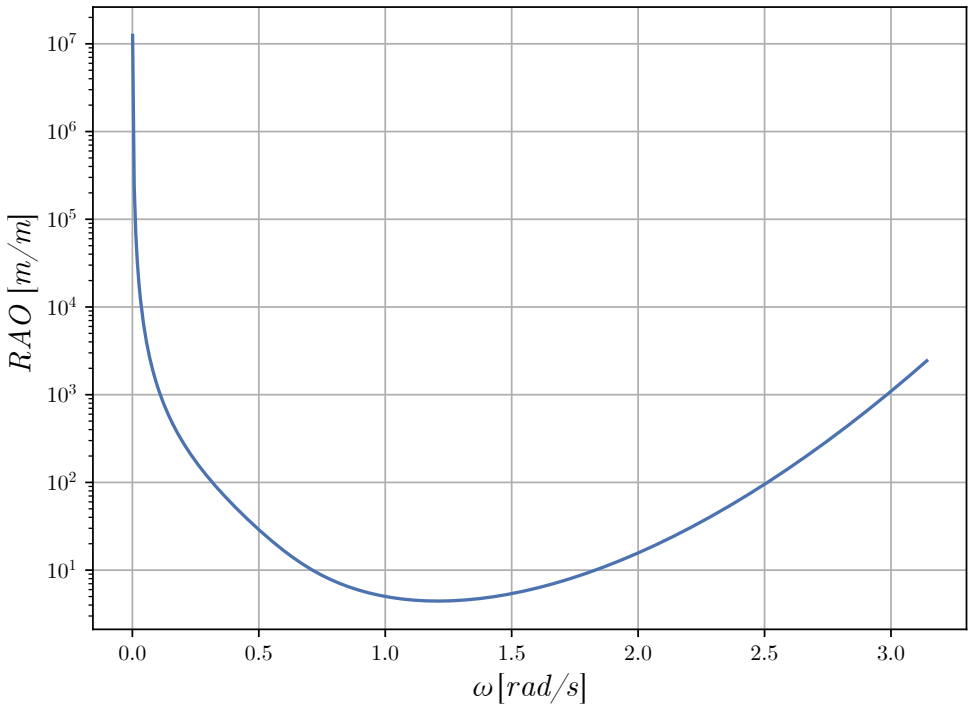


FIGURE 3.6 – RAO en pilonnement d'un cylindre isolé équipé d'un contrôleur optimal sans fenêtrage.

en place un fenêtrage de l'impédance du contrôleur optimal. Il est choisi d'utiliser un fenêtrage de type passe-bande pour conserver le comportement du contrôleur aux alentours de la fréquence de résonance, mais limiter son amplitude lorsque la pulsation de la houle s'en écarte trop et implique une dynamique trop importante. La fenêtre est choisie comme étant l'amplitude d'un filtre de Butterworth d'ordre 2. Le choix de ce fenêtrage permet une coupure rapide des petites pulsations et une coupure progressive des grandes pulsations. De plus, ce type de fenêtre permet de minimiser le déphasage de l'impédance du contrôleur. Autour de la pulsation de résonance, la condition de mise en phase du contrôleur optimal est respectée. Par ailleurs, pour les pulsations où l'amplitude du contrôleur est trop contrainte, le contrôleur ne peut adapter suffisamment la dynamique du corps et un déphasage apparait (figure 3.15).

La fenêtre utilisée ici présente une asymétrie permettant de couper de façon plus nette les basses fréquences et plus progressive les hautes fréquences, ce qui correspond à l'aspect du spectre de houle. Il est d'ailleurs possible d'augmenter l'ordre de la fenêtre de Butterworth pour en augmenter les pentes. D'autres formes de fenêtre peuvent être utilisées pour modifier l'impédance du contrôleur comme la fenêtre de Blackman, de Hamming,

ou de Hann. Par ailleurs, ces fenêtres sont symétriques, et ont présenté des performances plus faibles dans les études préliminaires.

Il est ensuite nécessaire de déterminer les pulsations de coupure de la fenêtre à appliquer à l'impédance du contrôleur, qui permettent de le restreindre à un fonctionnement dans une bande passante cohérente avec celle du corps flottant. Deux paramètres majeurs permettent de déterminer ces limites : la largeur du spectre de houle, et la RAO du WEC. L'intersection des deux limites obtenues en fonction de ces critères définit le fenêtrage du contrôleur.

3.1.5.1 Pulsation de coupure basse fréquence

Comme le montre [62], les ondes présentes dans l'océan recouvrent un spectre très large. Ces ondes comprennent par exemple les ondes de marée à des fréquences basses ou encore les ondes de capillarité sur un spectre étalé dans les hautes fréquences (table 3.1, figure 3.7). Cependant, une seule partie de ce spectre vise à être récupérée par les génératrices houlomotrices ; les ondes gravitaires.

Noms des ondes	Bande de fréquences
Onde de capillarité	$1 \cdot 10^1 \quad - \quad \infty$
Onde ultragravitaire	$1 \cdot 10^0 \quad - \quad 1 \cdot 10^1$
Onde gravitaire	$3 \cdot 10^{-2} \quad - \quad 1 \cdot 10^0$
Onde infragravitaire	$3 \cdot 10^{-3} \quad - \quad 3 \cdot 10^{-2}$
Onde de longue période	$1 \cdot 10^{-5} \quad - \quad 3 \cdot 10^{-3}$
Onde de marée	$0 \quad - \quad 1 \cdot 10^{-5}$

TABLE 3.1 – Classification des ondes de surface par fréquence [62].

Dans la bande de fréquence des ondes gravitaires, il est possible de caractériser la densité spectrale de la houle de différentes façons. Ces représentations ont été établies afin de généraliser les observations d'états de mer réels. Il existe trois représentations majeures de la densité spectrale : les spectres de Bretschneider et Pierson-Moskowitz permettant de représenter des états de mer bien établis [18, 75], et le spectre de JONSWAP étant une extension du spectre de Pierson-Moskowitz qui permet de représenter des états de mer ayant des fetchs plus réduit [55]. Dans le cadre de ce travail, l'usage du spectre de Bretschneider est privilégié et s'exprime comme suit, avec H_s la hauteur significative et f_p la fréquence de pic :

$$S(f) = \frac{5}{16} H_S^2 f_p^4 f^5 e^{(-\frac{5}{4}(f/f_p)^4)} \tag{3.37}$$

La largeur du spectre de houle permet alors d'établir un premier critère pour la définition de la bande passante du fenêtrage de l'impédance du contrôleur optimal. Dans la figure 3.8 sont présentées les pulsations de coupure du spectre de houle d'un cylindre isolé. En dessous d'une certaine pulsation, l'amplitude du spectre de houle est nulle et n'excite donc pas les corps flottants. Il est donc possible de réduire l'amplitude du contrôleur en dessous de cette pulsation sans perte de rendement. Par conséquent, la valeur de cette pulsation est choisie comme valeur de pulsation de coupure basse du fenêtrage ω_{Lc}.

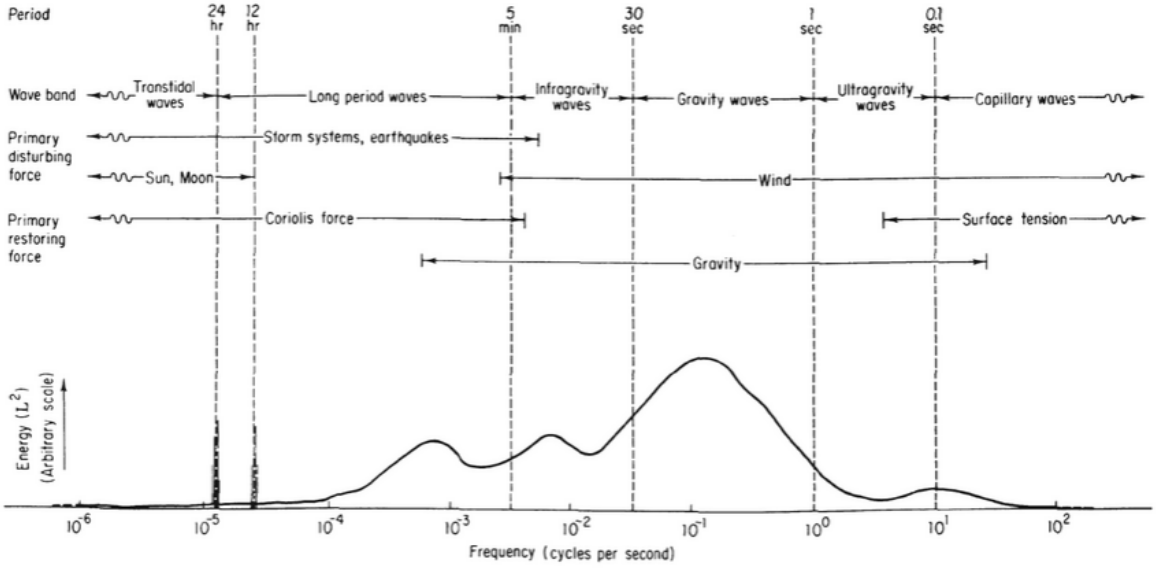


FIGURE 3.7 – Schéma représentatif de la densité spectrale des différentes ondes de surface (Wind waves : their generation and propagation on the ocean surface [62]).

3.1.5.2 Pulsation de coupure haute fréquence

La réponse en amplitude (Response Amplitude Operator) d'un système houlomoteur est la fonction de transfert reliant l'amplitude du corps à l'amplitude de houle incidente. Dans le cas du pilonnement, cette fonction de transfert pour un corps libre ou sous l'effet d'un PTO passif se comporte comme un filtre passe-bas d'ordre 2. Pour les basses fréquences, le corps suit le mouvement de la houle et a alors la même amplitude que celle-ci. Pour la fréquence de résonance, le corps à une amplitude maximale et supérieure à celle de la houle. Puis pour les fréquences plus élevées, l'amplitude décroit jusqu'à s'annuler. Elle est définie par la relation suivante :

$$RAO = \frac{X}{\Xi} = (\mathbf{Z}_{net} i\omega)^{-1} F_{ex} \tag{3.38}$$

Comme présenté dans la figure 3.8, au-dessus d'une certaine pulsation le corps ne réagit plus à l'excitation de la houle. Le premier corps en amont, utilisé comme capteur, ne peut donc pas capter l'information des vagues présentant des pulsations supérieures. Il est alors possible de définir la pulsation de coupure haute ω_{Hc} du fenêtrage comme étant celle où la RAO s'annule.

3.1.5.3 Intersection

Les deux critères de coupure présentés dans les sections précédentes ont permis de lier le spectre de houle à un filtre passe-bande et la RAO du corps capteur à un filtre passe-bas. L'objectif de la stratégie de contrôle est de récupérer l'énergie contenue dans la bande fréquentielle du spectre de houle, hors il n'est possible d'optimiser la récupération que lorsque le corps capteur réagit à cette houle dans la limite de son filtre passe-bas. L'intersection de ces deux filtres donne alors la fenêtre passe-bande d'énergie récupérable par le système et donc celle où le contrôleur optimal peut fonctionner efficacement (figure 3.8).

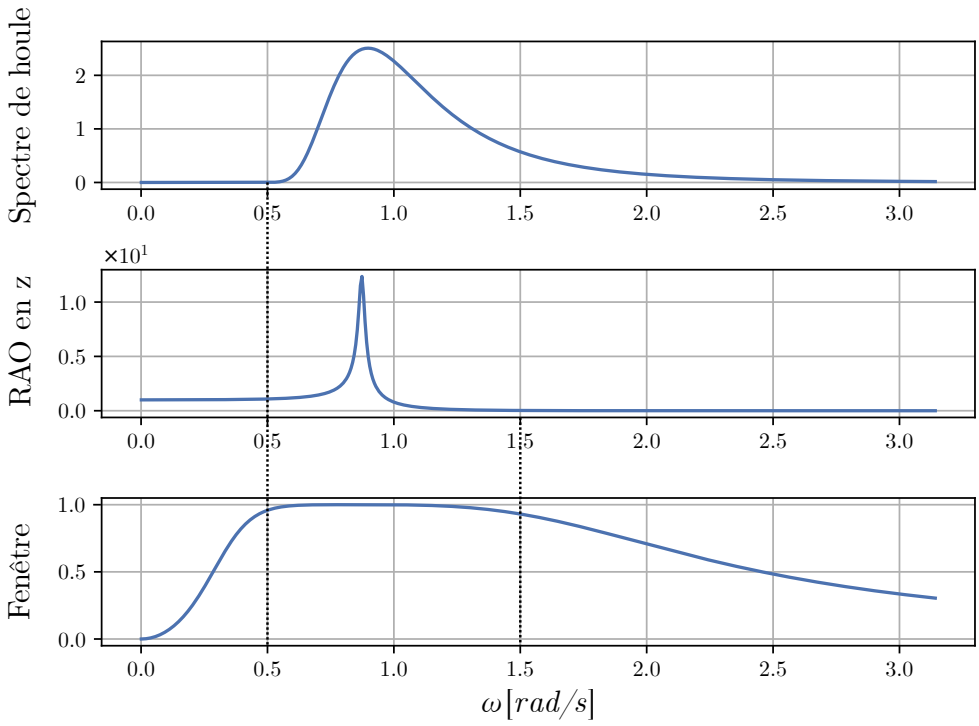


FIGURE 3.8 – Représentation des pulsations de coupure du spectre de houle pour un état de mer de $H_s = 2m$ $T_p = 7s$ (en haut), et de la RAO en pilonnement d'un cylindre isolé (au milieu) pour le choix des pulsations de coupure du fenêtrage (en bas).

En outre, la limite basse du fenêtrage définit le temps minimum de prévision nécessaire afin de rendre causal le système. En augmentant la pulsation de coupure basse du fenêtrage, le retard de la réponse impulsionnelle de la fonction de transfert des vitesses augmente et il en va de même pour l'horizon de prévision de la vitesse des corps en aval. Cette caractéristique du fenêtrage de l'impédance du contrôleur est importante pour les corps proches, où il est possible de céder une partie du spectre de l'impédance du contrôle afin d'assurer le fonctionnement de la stratégie de contrôle et ainsi maximiser la récupération d'énergie.

3.1.5.4 Rendement du contrôleur optimal fenêtré

Dans les paragraphes précédents, il a été possible d'établir les limites du fenêtrage de l'impédance du contrôleur afin de maximiser la récupération d'énergie tout en limitant la dynamique des machines. La perte en puissance due à l'application du fenêtrage sur l'impédance du contrôleur est présentée dans la figure 3.9 dans le cadre d'un cylindre isolé. La valeur de la puissance absorbée $\mathbf{P}_A(\omega)$ tenant compte du spectre de houle est évaluée à partir de l'équation 3.41.

$$\mathbf{V}(\omega) = [\mathbf{Z}_i(\omega) + \mathbf{Z}_u(\omega)]^{-1}\mathbf{H}_{ex}(\omega)a(\omega) \tag{3.39}$$

$$\mathbf{F}_u(\omega) = -\mathbf{Z}_u(\omega)\mathbf{V}(\omega) \tag{3.40}$$

$$\mathbf{P}_A(\omega) = -\frac{1}{2}\Re\left\{\mathbf{F}\mathbf{V}^*\right\} \tag{3.41}$$

De par le centrage de la fenêtre sur le spectre de houle et la RAO du corps, l'application du fenêtrage n'engendre dans cet exemple qu'une perte de 6% par rapport au maximum théorique récupérable. Il est d'ailleurs à noter que la majeure partie de cette énergie est perdue dans les hautes fréquences. En effet, le spectre de houle étant plus étalé dans les hautes fréquences, il est plus délicat de pouvoir décaler la fréquence de coupure haute jusqu'à l'extinction du spectre. De plus, les vagues de haute fréquence véhiculent moins d'énergie que celles de basse fréquence, et de par l'étalement du spectre leur amplitude est faible. Il est donc préférable de favoriser la récupération dans la partie basse du spectre.

De manière générale, le fenêtrage doit être centré sur le spectre de houle pour maximiser la récupération d'énergie. Cependant, il est aussi important que la fréquence de résonance du corps soit elle aussi centrée sur le spectre de houle pour limiter les efforts du

contrôleur. Il est possible d'imaginer une adaptation de la dynamique intrinsèque des corps par l'ajout de ballasts variables ou la mise en place d'une raideur supplémentaire.

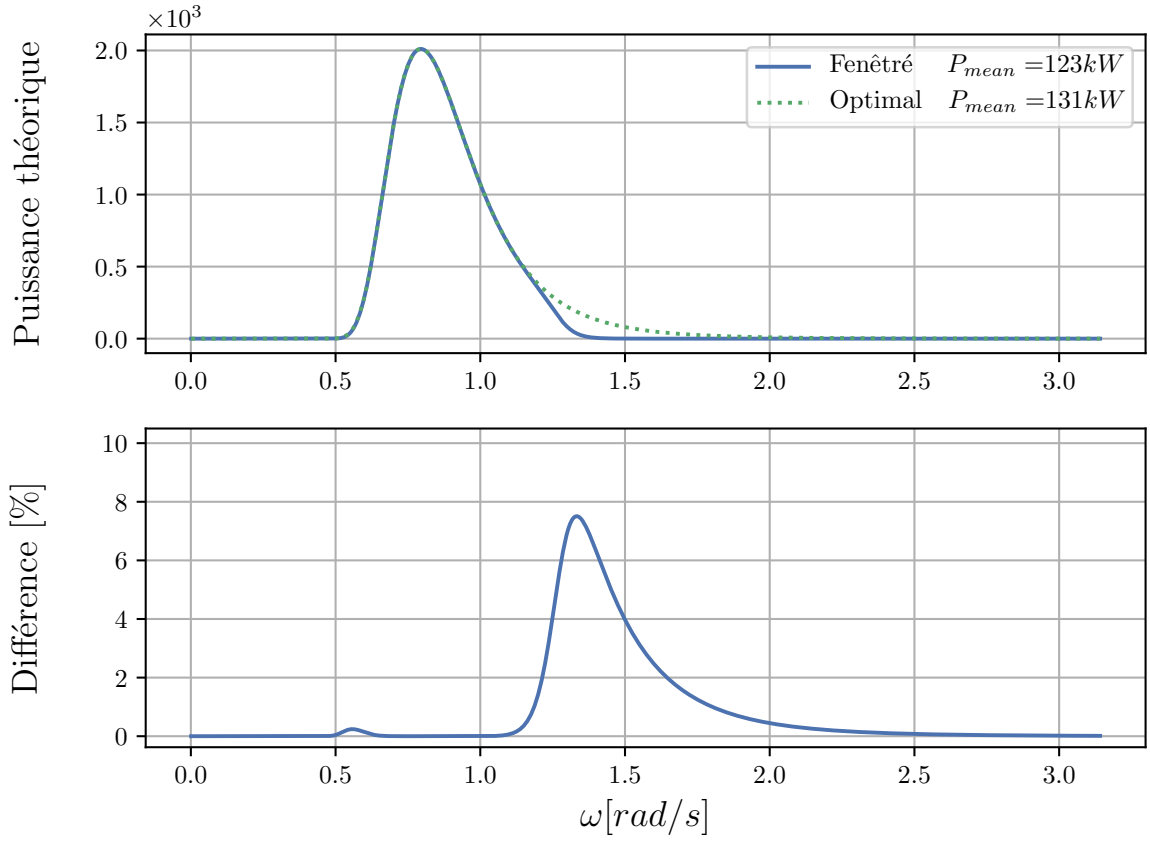


FIGURE 3.9 – Impact sur la puissance théorique de la mise en place du fenêtrage sur l'impédance du contrôleur optimal dans le cas d'un cylindre isolé.

3.1.6 Fonction de transfert des vitesses

Comme présenté dans la section 3.1.4, il est nécessaire de fournir une prévision de la vitesse au contrôleur afin de calculer la force à appliquer au PTO. La méthode de prévision de vitesse proposée ici repose sur l'établissement des fonctions de transfert $H_v(\omega)$ reliant les vitesses des différents corps de la ferme. L'avantage de cette approche est de pouvoir s'affranchir de l'ajout de capteurs de houles supplémentaires comme le nécessitent certaines méthodes de prévision (1.7). Ici, les états (position, vitesse, accélération) des machines houlomotrices suffisent à fournir une prévision déterministe de la vitesse des corps contrôlés. En se basant sur le modèle potentiel linéaire, toutes les machines du parc sont liées dans le modèle mécanique global du parc. Dans le cas d'une houle monodirectionnelle de direction connue, la mesure des états d'une seule machine

du groupe suffit théoriquement à déterminer la dynamique de toutes les autres. L'objectif, ici, est de pouvoir déterminer la vitesse des corps en aval à partir de la vitesse d'un corps en amont par rapport à la direction de propagation de la houle. Dans un but didactique, les fonctions de transfert sont, dans un premier temps, établies pour un groupe de corps flottant librement, sans PTO. Dans un second temps, le contrôleur est ajouté aux fonctions de transfert, et les spécificités liées à l'ajout du contrôleur dans cette configuration sont présentées.

3.1.6.1 Fonction de transfert sans PTO

Afin d'obtenir les fonctions de transfert des vitesses pour N corps, il est tout d'abord nécessaire de rappeler l'équation du mouvement dans le domaine fréquentiel, où $\mathbf{H}_{ex}$ correspond au vecteur des coefficients de force d'excitation pour chaque corps et Ξ à l'élévation de surface libre au point de référence du domaine. Les machines houlomotrices sont ici considérées sans PTO, la force $F_u(\omega)$ est donc nulle pour chacun des corps (3.42).

$$\mathbf{Z}_i\mathbf{V} = \mathbf{H}_{ex}\Xi \tag{3.42}$$

Pour faire apparaitre la fonction de transfert des vitesses $H_v(\omega)$, il est ensuite nécessaire d'écrire l'équation du mouvement sous sa forme matricielle développée (3.43).

$$\begin{bmatrix} Z_{i,I,I} & \cdots & Z_{i,I,N} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ Z_{i,N,I} & \cdots & Z_{i,N,N} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_I \\ \vdots \\ V_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H_{ex,I} \\ \vdots \\ H_{ex,N} \end{bmatrix} \Xi \tag{3.43}$$

Le signal d'entrée de la fonction de transfert des vitesses est défini comme la vitesse du corps le plus en amont du sens de propagation de la houle, et sa sortie est définie comme la vitesse des corps en aval. Dans l'équation du mouvement (3.43), l'entrée du système est définie comme l'élévation de surface libre $\Xi(\omega)$ au point de référence du domaine. La méthode présentée ici, propose d'intervertir la vitesse du corps en aval (ici le corps I) avec l'élévation de surface libre. Il est alors requis d'intervertir la colonne de la matrice $\mathbf{Z}_i$ correspondant à la vitesse du corps en aval (ici la première colonne) avec la colonne des coefficients de force d'excitation. L'élévation de surface libre apparait alors comme une variable intermédiaire et plus comme entrée du système (3.44). La matrice modifiée comprenant les coefficients de force d'excitation et les impédances des corps en aval est notée $\mathbf{Z}_M$, le vecteur modifié contenant l'élévation de surface libre et la vitesse des corps en aval est noté $\mathbf{V}_M$, et le vecteur contenant les impédances du corps en amont est ici

noté $\mathbf{Z}_{i,I}$.

$$\underbrace{\begin{bmatrix} -H_{ex,I} & Z_{i,I,II} & \cdots & Z_{i,I,N} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ -H_{ex,N} & Z_{i,N,II} & \cdots & Z_{i,N,N} \end{bmatrix}}_{\mathbf{Z}_M} \underbrace{\begin{bmatrix} \Xi \\ V_{II} \\ \vdots \\ V_N \end{bmatrix}}_{\mathbf{V}_M} = \underbrace{\begin{bmatrix} Z_{i,I,I} \\ \vdots \\ Z_{i,N,I} \end{bmatrix}}_{\mathbf{Z}_{i,I}} \begin{matrix} V_I \\ \\ V_I \end{matrix} \tag{3.44}$$

La solution du système linéaire (3.44), pour chaque pulsation ω, fournit l'élévation de surface libre au point de référence du domaine et la vitesse de tous les corps en aval en fonction de la vitesse du corps amont. En posant $V_I = 1$, la solution du système correspond alors au vecteur des fonctions de transfert des vitesses $\mathbf{H}_v(\omega)$, et contient la fonction Ξ/V_I reliant l'élévation de surface et la vitesse du corps amont, mais aussi les fonctions V_n/V_I reliant les vitesses des corps avals et la vitesse du corps amont. (3.45)

$$\mathbf{H}_v(\omega) = \mathbf{Z}_M^{-1}(\omega)\mathbf{Z}_I(\omega) = \begin{bmatrix} \Xi/V_I \\ V_{II}/V_I \\ \vdots \\ V_{N/V_I} \end{bmatrix} \tag{3.45}$$

L'amplitude et la phase de la fonction de transfert $\mathbf{H}_v(\omega)$, dans le cas de la géométrie type (section 3.1.1) avec une distance de séparation $d = 100m$, sont présentées dans la figure 3.10. L'amplitude de la fonction de transfert tend vers 1 quand la pulsation ω tend vers 0. Dans cette situation, la longueur d'onde de la houle tend vers l'infini et il est donc trivial que les amplitudes des mouvements des corps soient identiques, les corps ayant des mouvements synchrones. Lorsque la pulsation ω augmente, des oscillations dans la fonction de transfert commencent à apparaitre. Lorsqu'un corps flottant est inclus dans un groupe, des effets de groupe apparaissent : les coefficients de force d'excitation $\mathbf{H}_{ex}(\omega)$ sont modifiées et les effets de la radiation croisés apparaissent. Les oscillations de la fonction $\mathbf{H}_v(\omega)$ sont principalement liées aux oscillations générées par la modification des coefficients de force d'excitation par les effets de groupe. Pour une pulsation ω donnée, lorsque le coefficient de force d'excitation $\mathbf{H}_{ex}(\omega)$ d'un corps est supérieur (ou inférieur) à celui de l'autre corps, sa vitesse est aussi supérieure (ou respectivement inférieure) et donc la fonction de transfert des vitesses $\mathbf{H}_v(\omega)$ est supérieure (ou respectivement inférieure) à 1. Comme présenté dans la figure 3.11, la position relative des coefficients de force d'excitation $\mathbf{H}_{ex}(\omega)$ des deux corps évolue avec l'augmentation de ω, les corps sont successivement avantagés par les effets de ferme et les valeurs de pulsation où les

coefficients $\mathbf{H}_{ex}(\omega)$ des deux corps sont égaux correspondent aux pulsations où $\mathbf{H}_v(\omega) = 1$. La fonction $\mathbf{H}_v(\omega)$ peut être obtenue pour des pulsations élevées, mais il est important de noter que lorsque la RAO des corps tend vers 0, la fonction de transfert devient le rapport de deux quantités infinitésimales. Dans ces conditions, les erreurs numériques liées au calcul des coefficients hydrodynamiques peuvent avoir un impact important sur le résultat. Toutefois, cela n'impacte pas la qualité du contrôle, car le corps capteur ne peut être excité dans cette bande de fréquence, et ne fournit donc pas d'information.

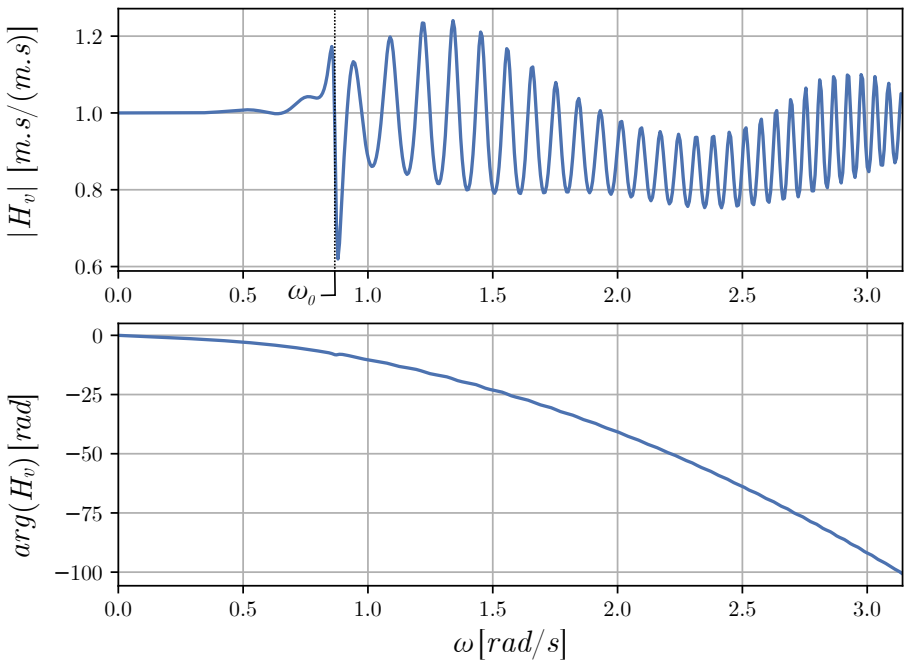


FIGURE 3.10 – Amplitude (en haut) et phase (en bas) de la fonction de transfert $\mathbf{H}_v(\omega)$, dans le cas de la géométrie à deux corps (section 3.1.1) avec une distance de séparation $d = 100m$.

D'autre part, une singularité est présente dans l'amplitude de $\mathbf{H}_v(\omega)$ au niveau de la fréquence de résonance des corps (3.46). Lorsque la pulsation ω atteint la fréquence de résonance intrinsèque ω_0 des corps, l'amplitude des machines est maximale. Les deux cylindres étant identiques, ils résonnent à la même pulsation lorsqu'ils sont isolés. Cependant, les effets de groupe sur les machines décalent légèrement leurs fréquences de résonance au sein du groupe. Le second corps présente une amplitude maximale pour ω_0^- et le premier corps pour ω_0^+. C'est pour cette raison que l'amplitude de $\mathbf{H}_v(\omega)$ possède une forte variation à la pulsation ω_0.

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{M + M_a(\omega_0)}} \approx 0.87 rad/s \tag{3.46}$$

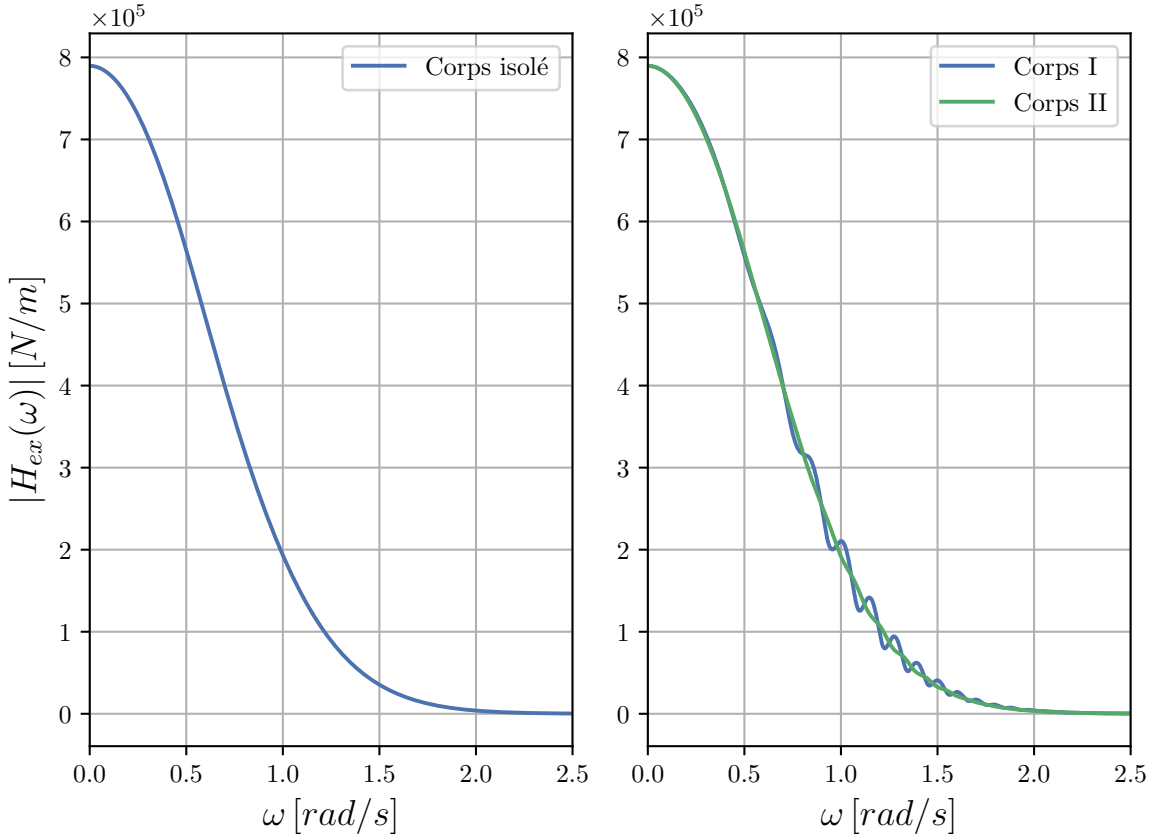


FIGURE 3.11 – Comparaison des coefficients de force d'excitation dans le cas d'un cylindre isolé, et d'un groupe de deux cylindres espacés d'une distance $d = 100m$.

L'évolution de la phase de la fonction de transfert des vitesses $\mathbf{H}_v(\omega)$ est liée au temps de propagation de la houle du premier corps jusqu'au second. Les vagues de grande longueur d'onde λ se propagent plus vite que celles de petite longueur d'onde. Le temps de propagation est défini par la vitesse de phase V_φ de la houle (3.48), elle-même liée à la relation de dispersion (3.47). Lorsque la pulsation ω tend vers 0, la longueur d'onde λ tend vers l'infini et la vitesse de phase atteint son maximum. Par conséquent, la phase de la fonction de transfert $\mathbf{H}_v(\omega)$ tend alors vers 0. Quand la pulsation ω augmente, la vitesse de phase diminue et entraine l'augmentation du retard de phase (figure 3.10).

$$\omega(k) = \sqrt{gk\tanh(kh)} \tag{3.47}$$

$$V_\varphi(\omega) = \frac{\omega(k)}{k} = \sqrt{\frac{g}{k}\tanh(kh)} \tag{3.48}$$

Il existe par ailleurs un débat dans la communauté scientifique concernant le choix de la vitesse de propagation concernant la détermination de l'horizon de prédiction. Certaines publications comme [71] proposent d'utiliser la vitesse de phase, et d'autres comme [76, 86] privilégient la vitesse de groupe. Dans la configuration présentée dans la figure 3.10, il est possible de calculer la vitesse de propagation à partir du retard de phase de la fonction de transfert $\mathbf{H}_v(\omega)$. La vitesse de propagation ainsi obtenue est comparée à la vitesse de phase dans la figure 3.12. Il apparait alors que la vitesse de propagation correspond à la vitesse de phase sur l'ensemble du spectre observé. Par conséquent, la vitesse de phase est à l'origine du temps de propagation de la vitesse du corps en amont jusqu'au corps en aval dans le cas de la stratégie de contrôle collaboratif. Toutefois, de légères variations apparaissent autour de la fréquence de résonance du corps, où les effets de ferme se font le plus fortement sentir.

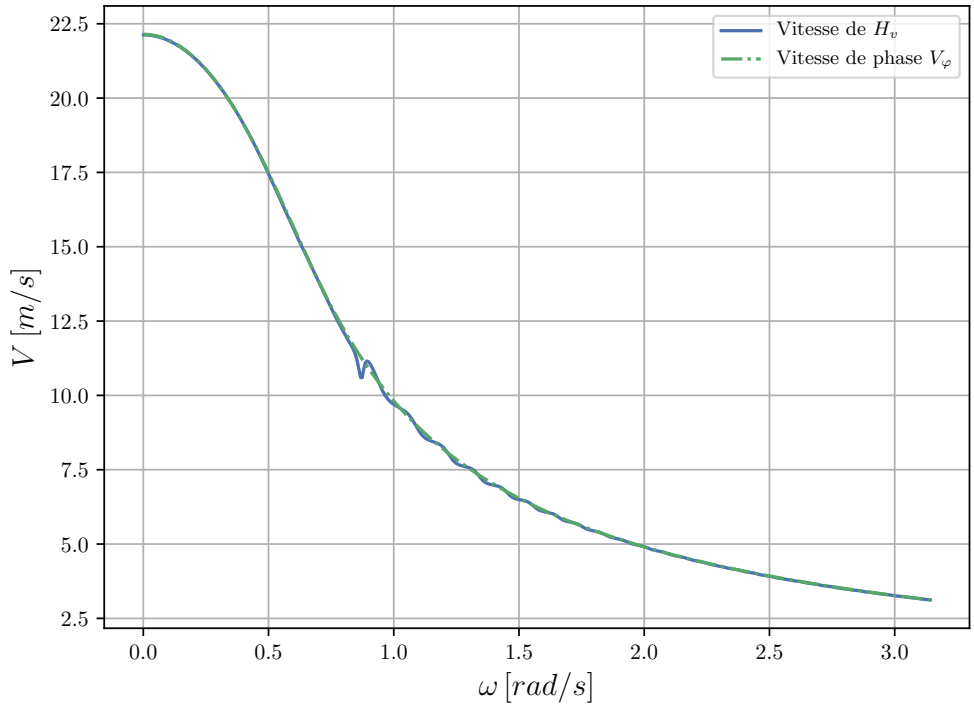


FIGURE 3.12 – Comparaison de la vitesse de propagation à partir de $\mathbf{H}_v(\omega)$, et de la vitesse de phase V_φ pour un groupe de deux cylindres espacés de $d = 100m$.

L'évolution de la fonction de transfert $\mathbf{H}_v(\omega)$, en fonction de la distance de séparation d entre les corps, est présentée dans la figure 3.13. Concernant l'amplitude de la fonction de transfert, plus la distance entre les corps augmente, plus l'amplitude des oscillations et de la singularité diminue. Cette évolution est due à la diminution de l'amplitude des effets de groupe avec l'augmentation de la distance.

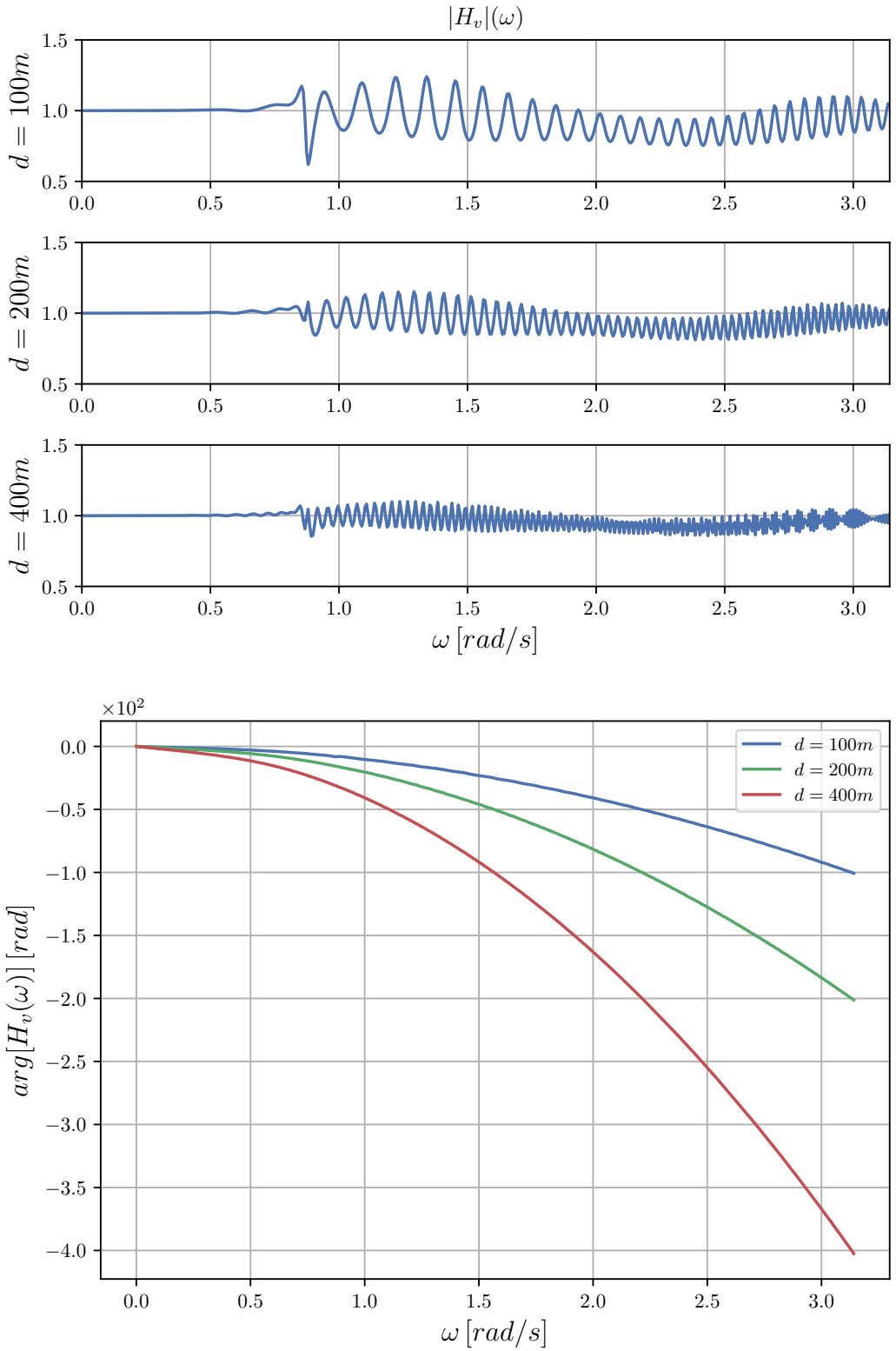


FIGURE 3.13 – Évolution de l'amplitude (en haut) et de la phase (en bas) de la fonction de transfert $\mathbf{H}_v(\omega)$ en fonction de la distance de séparation d entre les corps.

De plus, l'augmentation de la distance entraine une augmentation du nombre d'oscillations de la fonction de transfert, ce qui nécessite une discrétisation fréquentielle plus fine. La longueur de la réponse impulsionnelle associée à la fonction de transfert augmente avec l'augmentation des oscillations et donc de la discrétisation fréquentielle de la fonction de transfert (section 4.1). Ce résultat est confirmé par l'augmentation du retard de la phase, qui traduit une augmentation de temps de propagation de la houle avec l'augmentation de la distance de séparation.

3.1.6.2 Fonction de transfert avec contrôleur optimal

Le développement de la fonction de transfert des vitesses à N corps avec contrôleur optimal est similaire à celui de la fonction de transfert sans PTO (section 3.1.6.1), mais il est nécessaire de redéfinir convenablement la matrice d'impédance du contrôleur $\mathbf{Z}_u(\omega)$ lors de l'ajout de la force de PTO dans l'équation du mouvement (3.49). En effet, la méthode de prévision de vitesse développée ici, permet de résoudre la non-causalité des corps contrôlés en aval du corps capteur. Or, le premier corps en amont ne pouvant bénéficier de la prévision de vitesse ne peut être contrôlé de la sorte. Dans un but didactique, il est ici choisi de lui appliquer un PTO passif de la forme $F_u(t) = -B_{PTO}V(t)$ afin de démontrer que le corps capteur peut aussi être récupérateur. En choisissant $B_{PTO} = 0$, on retombe sur un corps flottant libre comme présenté dans la section précédente. Il est toutefois à noter qu'il est aussi possible de lui appliquer un autre type de contrôleur pour maximiser son rendement, e.g. un contrôle phase amplitude causal ou encore un contrôleur optimal avec une méthode de prévision autorégressive (section 1.7). Toutefois, la non-optimalité du corps capteur est peu pénalisante lorsque le nombre de machines dans la ferme est élevé, et l'intérêt de la méthode réside dans le fait de pouvoir changer de corps capteur au fil du temps pour s'adapter aux changements d'orientation de la houle.

Avec la prise en compte du PTO passif, le terme d'impédance du premier corps est alors égal au terme constant d'amortissement B_{PTO}. De plus, comme présentée dans la section (3.1.4), les termes croisés du contrôleur optimal présentent un horizon de non-causalité t_{nc} très long et leur impact sur le contrôleur est minime car ils sont inférieurs de plusieurs ordres de grandeur au terme principal, si bien qu'il est possible de les négliger. Dans un premier temps, le contrôleur optimal sans fenêtrage $\tilde{\mathbf{Z}}_u(\omega) = \bar{\mathbf{Z}}_i(\omega)$ est utilisé pour la démonstration. La nouvelle matrice d'impédance du contrôleur dans le cadre de la stratégie de contrôle collaboratif est alors notée $\mathbf{Z}_{uc}(\omega)$ et prend alors la forme de

l'équation 3.50.

$$\mathbf{Z}_i\mathbf{V} = \mathbf{H}_{ex}\Xi - \mathbf{Z}_{uc}\mathbf{V} \tag{3.49}$$

$$\mathbf{Z}_{uc}(\omega) = \begin{bmatrix} B_{PTO} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & Z^*_{i,II,II} & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & 0 \\ 0 & \cdots & 0 & Z^*_{i,N,N} \end{bmatrix} \tag{3.50}$$

Il est alors possible de récrire l'équation du mouvement sous sa forme développée et de regrouper les impédances intrinsèques et celles du contrôleur sous la forme d'une matrice d'impédance nette notée $\mathbf{Z}_{net}(\omega)$ (3.51, 3.52).

$$\begin{bmatrix} Z_{net,I,I} & \cdots & Z_{net,I,N} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ Z_{net,N,I} & \cdots & Z_{net,N,N} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_I \\ \vdots \\ V_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H_{ex,I} \\ \vdots \\ H_{ex,N} \end{bmatrix} \Xi \tag{3.51}$$

$$\mathbf{Z}_{net} = \begin{bmatrix} Z_{i,I,I} & \cdots & \cdots & Z_{i,I,N} \\ \vdots & \ddots & & \vdots \\ \vdots & & \ddots & \vdots \\ Z_{i,N,I} & \cdots & \cdots & Z_{i,N,N} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B_{PTO} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & Z^*_{i,II,II} & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & 0 \\ 0 & \cdots & 0 & Z^*_{i,N,N} \end{bmatrix} \tag{3.52}$$

De la même manière que dans la section 3.1.6.1, la colonne de la matrice d'impédance nette $\mathbf{Z}_{net}(\omega)$ correspondant à la vitesse du corps capteur est permutée avec le vecteur des coefficients de force d'excitation $\mathbf{H}_{ex}(\omega)$ et la solution du système obtenu (3.53) donne le vecteur des fonctions de transfert des vitesses $\mathbf{H}_v(\omega)$ (3.54).

$$\underbrace{\begin{bmatrix} -H_{ex,I} & Z_{net,I,II} & \cdots & Z_{net,I,N} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ -H_{ex,N} & Z_{net,N,II} & \cdots & Z_{net,N,N} \end{bmatrix}}_{\mathbf{Z}_M} \underbrace{\begin{bmatrix} \Xi \\ V_{II} \\ \vdots \\ V_N \end{bmatrix}}_{\mathbf{V}_M} = \underbrace{\begin{bmatrix} Z_{i,I,I} \\ \vdots \\ Z_{i,N,I} \end{bmatrix}}_{\mathbf{Z}_{i,I}} V_I \tag{3.53}$$

$$\mathbf{H}_v(\omega) = \mathbf{Z}_M^{-1}(\omega)\mathbf{Z}_I(\omega) = \begin{bmatrix} \Xi/V_I \\ V_{II}/V_I \\ \vdots \\ V_{N/V_I} \end{bmatrix} \tag{3.54}$$

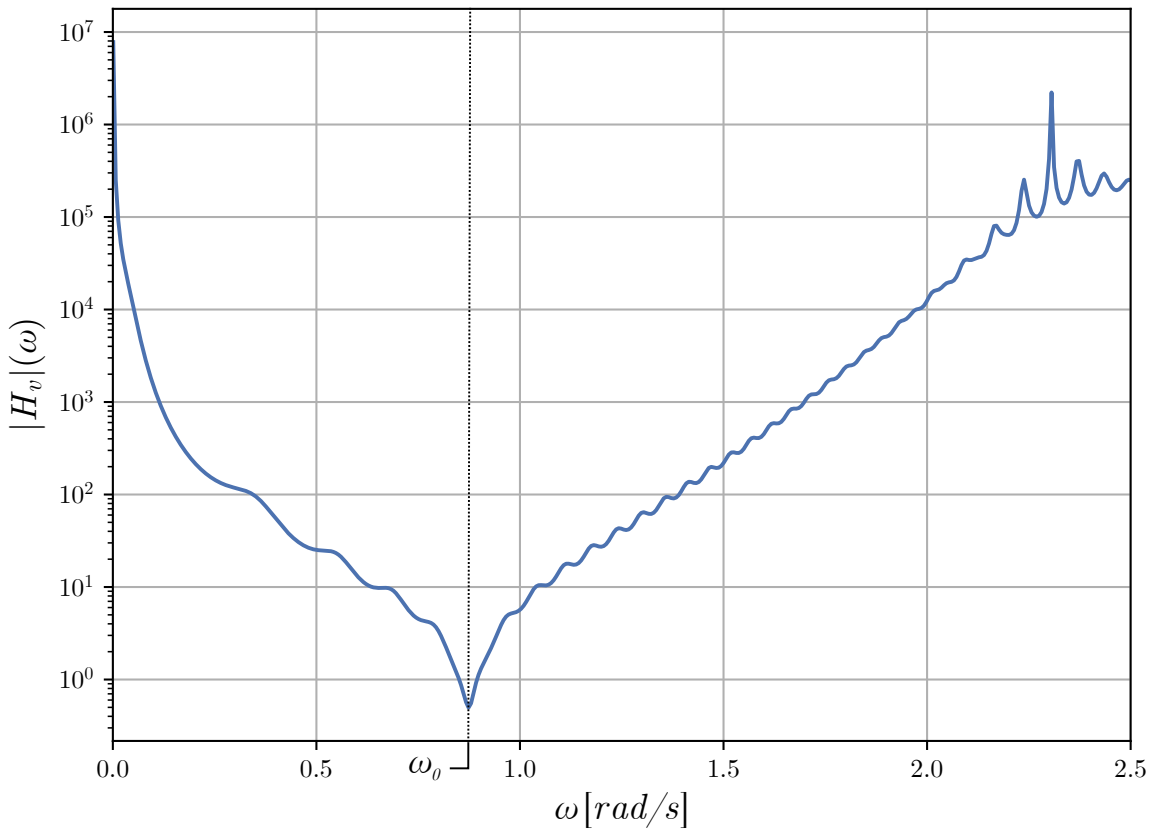


FIGURE 3.14 – Amplitude de la fonction de transfert des vitesses $\mathbf{H}_v(\omega)$ avec contrôleur optimal, pour un groupe de deux cylindres avec une distance de séparation $d = 200m$.

L'amplitude de la fonction de transfert $\mathbf{H}_v(\omega)$ ainsi obtenue, est présentée dans la figure (3.14). Dans cette configuration, le premier corps possède un PTO passif et le second possède un contrôleur optimal. L'amplitude présente un minimum à la pulsation de résonance intrinsèque du corps ω_0. À cette fréquence, l'amplitude du premier corps (capteur) présente son amplitude maximale et le second corps (contrôlé) est proche de son amplitude minimale (figure 3.6). Autour de la fréquence de résonance, l'amplitude de la fonction de transfert croit très rapidement et atteint des valeurs déraisonnables y compris pour les fréquences comprises dans la bande passante de la RAO du corps capteur.

Ce phénomène est lié à la dynamique extrême d'un corps équipé d'un contrôleur optimal (figure 3.6). Comme présenté dans la section 3.1.5, la stratégie de contrôle collaboratif développée ici propose d'appliquer un filtre sur l'impédance du contrôleur $\mathbf{Z}_u(\omega)$ dans le but de contraindre la dynamique du corps contrôlé.

Avec l'ajout du fenêtrage, la matrice d'impédance modifiée du contrôleur collaboratif $\mathbf{Z}_{uc}(\omega)$ contient alors les impédances du contrôleur optimal fenêtré $\mathbf{Z}_{uf}(\omega)$ (3.55).

$$\mathbf{Z}_{uc}(\omega) = \begin{bmatrix} B_{PTO} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & Z_{uf,II,II} & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & 0 \\ 0 & \cdots & 0 & Z_{i,N,N} \end{bmatrix} \tag{3.55}$$

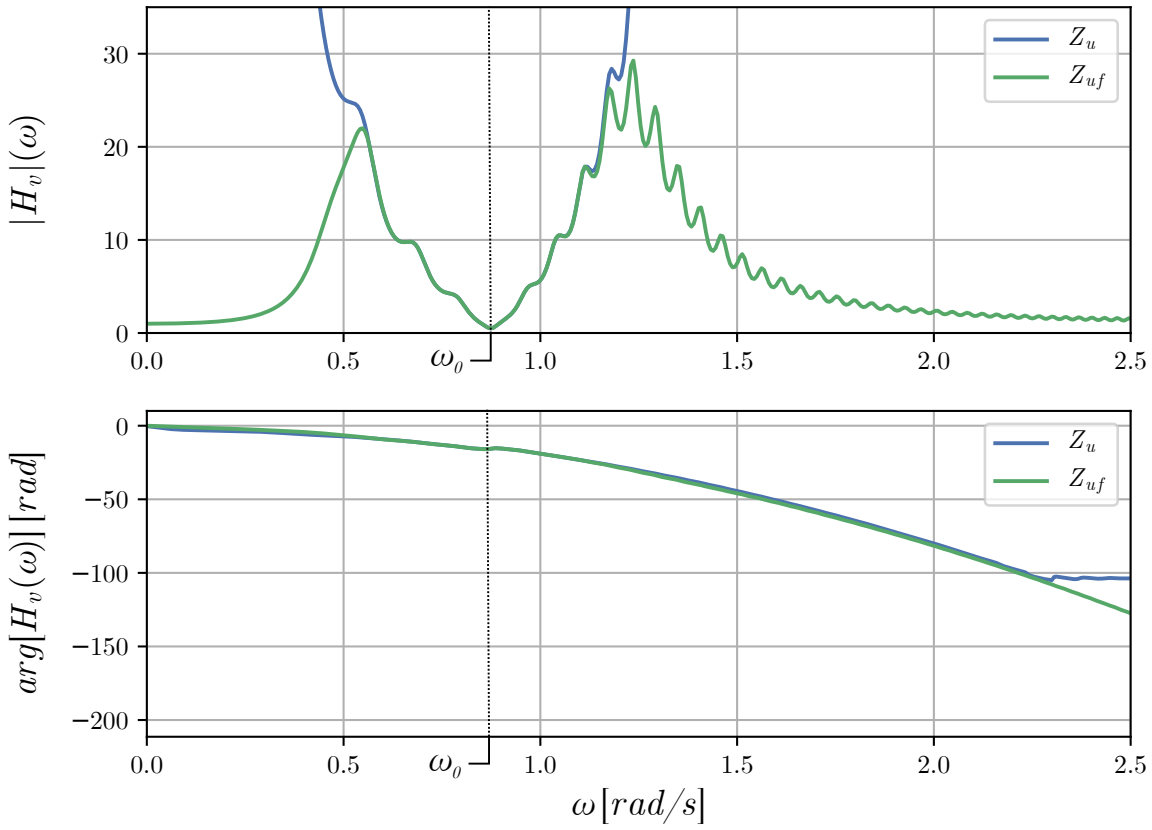


FIGURE 3.15 – Comparaison de l'amplitude (en haut) et de la phase (en bas) de la fonction de transfert des vitesses $\mathbf{H}_v(\omega)$, avec contrôleur optimal $\tilde{\mathbf{Z}}_u(\omega)$ et contrôleur optimal fenêtré $\mathbf{Z}_{uf}(\omega)$, pour un groupe de deux cylindres avec une distance de séparation $d = 200m$.

Les modifications apportées par l'ajout du fenêtrage sur l'amplitude et la phase de la fonction de transfert des vitesses $\mathbf{H}_v(\omega)$ sont présentées dans la figure 3.15. L'amplitude de la fonction de transfert n'est pas modifiée pour les fréquences situées autour de la pulsation de résonance ω_0. Par ailleurs, lorsque l'amplitude de la fonction de transfert sans fenêtrage atteint des valeurs élevées, l'amplitude de la fonction de transfert avec fenêtrage diminue jusqu'à tendre vers 0. Cela permet de conserver les conditions d'optimalité autour de la pulsation de résonance tout en conservant une dynamique réaliste.

De la même façon, la phase des deux fonctions de transfert coïncide parfaitement autour de la pulsation de résonance, puis lorsque l'on s'en écarte, un déphasage apparait dans la fonction de transfert avec fenêtrage. La dégradation du contrôleur avec l'ajout du fenêtrage ne permet plus d'atteindre les amplitudes et vitesses suffisantes pour respecter la condition de phase du contrôleur optimal. Toutefois, comme présenté dans la section 3.1.5, le fenêtrage étant centré notamment sur le spectre de houle qui défini la fenêtre utile de l'étude, la diminution de la performance globale du contrôleur est faible.

3.1.7 Prévision de la vitesse

À partir des fonctions de transfert $\mathbf{H}_v(\omega)$ obtenues dans la section précédente, il est possible de calculer les réponses impulsionnelles correspondantes $\mathbf{h}_v(t)$ en utilisant la transformée inverse de Fourier. La réponse impulsionnelle $\mathbf{h}_v(t)$ correspond à l'observation de la vitesse du corps II (en aval) lorsque le premier corps (en amont) subit une distribution de Dirac de vitesse. L'excitation du premier corps par un Dirac revient à dire qu'il est excité de manière uniforme sur l'ensemble des fréquences considérées. Le mouvement du corps étant relié à celui de la houle incidente, cela correspond à la présence de l'ensemble des vagues de même fréquence à l'instant $t = 0s$ au niveau du premier corps. Ces vagues se propagent ensuite jusqu'au second corps avec les vitesses de phases correspondantes (3.48).

Les réponses impulsionnelles des fonctions de transfert, sans force de PTO, sont présentées dans la figure 3.16. Dans cette configuration, les deux corps ont une dynamique similaire. La vitesse du corps II est caractérisée par de longues périodes en début de réponse, puis une diminution de la longueur des périodes, jusqu'à la quasi-extinction de la réponse impulsionnelle. En effet, les vagues de plus longue longueur d'onde atteignent le second corps en premier, puis les vagues les plus courtes arrivent successivement. Lorsque les fréquences sont supérieures à la fréquence de coupure de la RAO des cylindres, les corps ne sont plus excités par la houle incidente et il n'y a donc plus de

mouvement. Avec l'augmentation de la distance de séparation d entre les corps, vient une augmentation du temps de propagation, ce qui explique l'étalement de la réponse impulsionnelle avec quand la distance augmente. La période des oscillations de la réponse impulsionnelle augmente, et l'amplitude diminue, car l'énergie est répartie sur période plus conséquente. De plus, l'augmentation de la distance de séparation fait apparaitre un retard de la réponse impulsionnelle, noté t_r. Ce retard est dû au temps de propagation de la vague la plus longue (et donc la plus rapide).

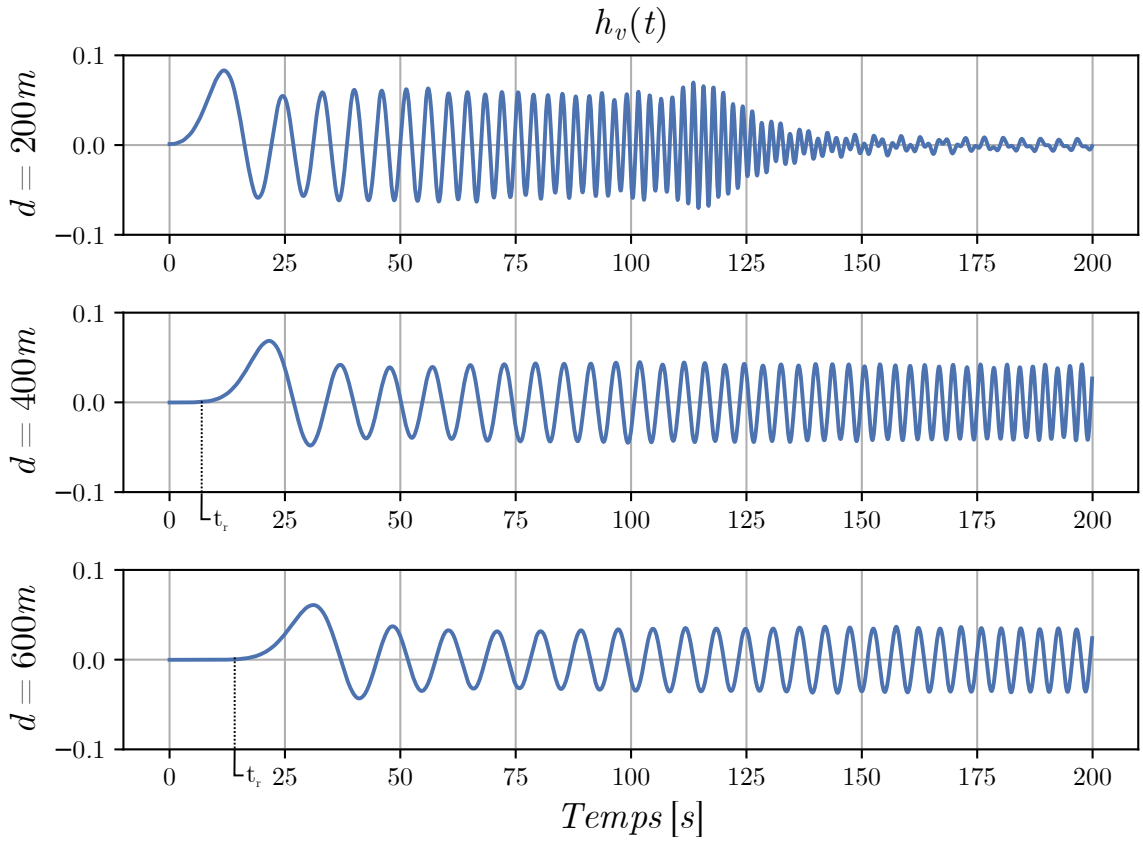


FIGURE 3.16 – Réponses impulsionnelles de la fonction de transfert des vitesses $h_v(t)$, pour un groupe de deux cylindres sans force de PTO, séparés d'une distance $d = 200m$, $d = 400m$, et $d = 600m$.

A ce stade, il est possible de connaître la vitesse du corps aval en fonction de la vitesse du corps amont au même instant. Pour se faire, il est alors nécessaire d'effectuer le produit de convolution de la réponse impulsionnelle $h_v(t)$ avec la vitesse du corps amont (3.56).

$$v_n(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} h_{v,n}(t-\tau) v_I(\tau) d\tau \tag{3.56}$$

La méthode de contrôle collaboratif développée ici propose d'utiliser une prévision des vitesses des corps contrôlés. En exploitant le retard de la réponse impulsionnelle t_r, il est alors possible d'introduire un changement de variable et ainsi de décaler la réponse impulsionnelle vers les temps négatifs. Le décalage temporel de la réponse impulsionnelle permet alors de calculer la valeur de vitesse des corps en aval à un temps t différent de celui de la mesure de la vitesse du premier corps, et ainsi de produire une prévision de la vitesse du corps aval (3.57). Le décalage de la réponse impulsionnelle est décrit dans la figure (3.17).

$$v_n(t + t_{prev}) = \int_{-\infty}^{+\infty} h_{v,n}(t + t_{prev} - \tau) v_I(\tau) d\tau \tag{3.57}$$

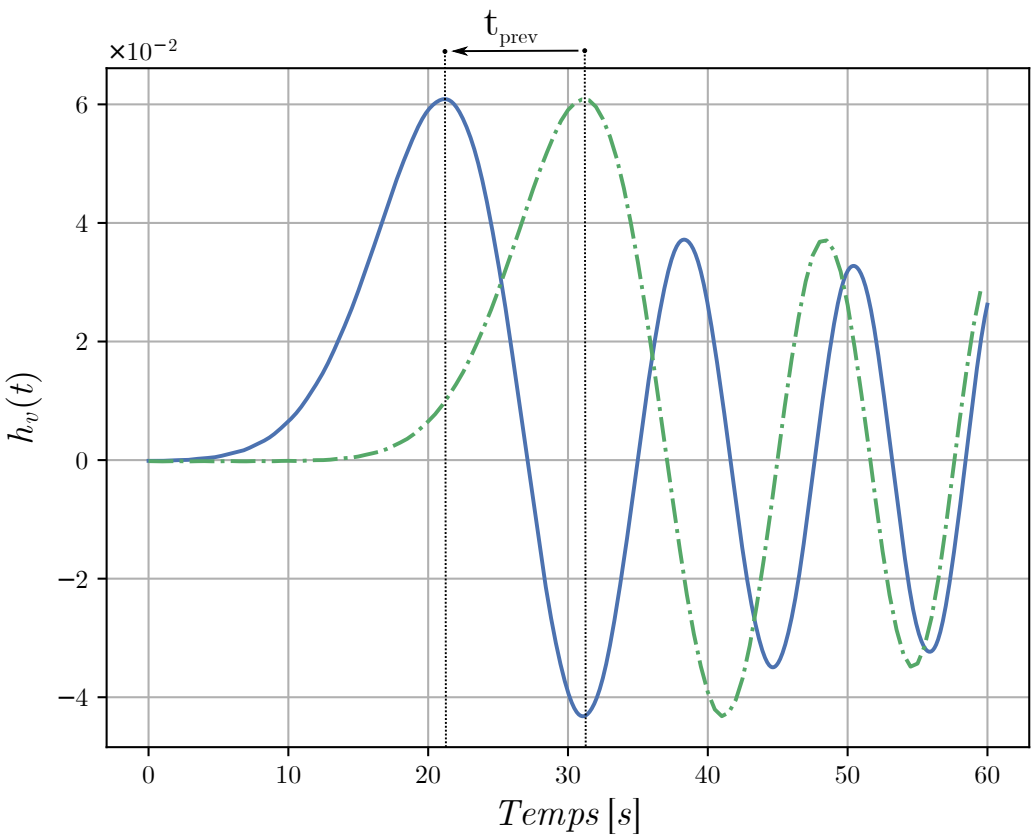


FIGURE 3.17 – Décalage vers la gauche, de la réponse impulsionnelle $h_v(t)$ d'un temps de prévision t_{prev}, pour un groupe de deux cylindres sans force de PTO, séparés d'une distance $d = 600m$.

Le temps de prévision est noté t_{prev}, et est choisi en première approximation égal au retard t_r. Ce choix permet de conserver la causalité de la réponse impulsionnelle $h_v(t)$,

et de s'assurer de la prévision de l'intégralité du spectre des fréquences, car les réponses en vitesse de toutes les fréquences sont situées après le temps de retard. Dans la section 3.2, une analyse de sensibilité est utilisée pour optimiser le temps de prévision.

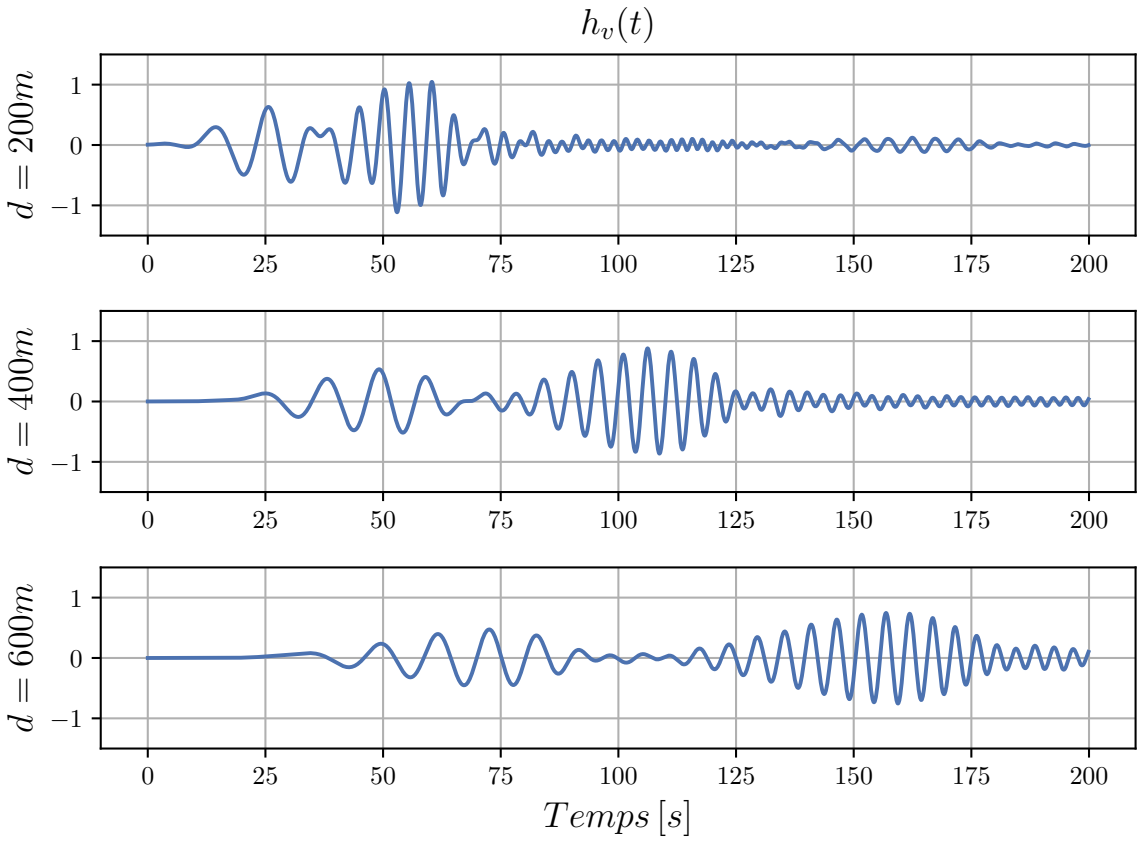


FIGURE 3.18 – Réponses impulsionnelles de la fonction de transfert des vitesses $h_v(t)$, pour un groupe de deux cylindres avec contrôleur optimal fenêtré, séparés d'une distance $d = 200m$, $d = 400m$, et $d = 600m$, où le premier corps est laissé libre et le second est contrôlé.

Lorsque le contrôleur optimal fenêtré est ajouté à la fonction de transfert des vitesses, la réponse impulsionnelle est elle aussi impactée (figure 3.18). La réponse impulsionnelle présente un comportement similaire concernant l'évolution de la période des oscillations, cependant deux paquets d'ondes se distinguent dans la réponse et l'amplitude de la réponse augmente avec l'ajout du contrôleur.

L'augmentation de l'amplitude est due à la forte dynamique induite par le contrôleur pour satisfaire la condition de phase du contrôleur optimal. Les paquets d'ondes, quant

à eux, correspondent aux deux lobes de l'impédance du contrôleur optimal fenêtré $\mathbf{Z}_{uf}$ (3.15). Le premier paquet est caractérisé par de longues périodes et correspond à l'adaptation de la vitesse du corps par le contrôleur pour les pulsations inférieures à la pulsation de résonance intrinsèque ω_0 des corps. Le deuxième paquet est caractérisé par des périodes plus courtes et correspond à l'adaptation pour les pulsations supérieures à la pulsation de résonance.

De manière générale, la réponse impulsionnelle $h_v(t)$ est plus courte sur ces deux bords avec l'ajout du contrôleur fenêtré. Cet effet permet une augmentation du retard t_r de la réponse impulsionnelle, et est dû à l'ajout du fenêtrage de type passe-bande, qui permet de réduire la dynamique des basses et des hautes fréquences. Finalement, comme présentée dans la section 3.2, la fréquence de coupure basse du fenêtrage peut être ajustée pour permettre l'application de la méthode de contrôle collaboratif à un groupe de corps proches. En complément d'information, le lecteur peut se référer aux travaux de thèse d'Elise Blondel [14], sur la détermination du domaine de prévision accessible.

3.1.8 Forme pseudo causale du contrôleur

L'établissement de la fonction de transfert des vitesses $\mathbf{H}_v(\omega)$ (section 3.1.6) et le décalage de la réponse impulsionnelle $\mathbf{h}_v(t)$ (section 3.1.7) correspondante, ont permis d'obtenir une prévision quasi-déterministe de la vitesse des corps en aval du groupe de houlomoteurs. La prévision de vitesse rend alors possible l'utilisation du contrôleur optimal de façon à maximiser le rendement du contrôleur.

La stratégie de contrôle collaboratif a par ailleurs introduit plusieurs modifications à la matrice d'impédance du contrôleur optimal : le premier corps du groupe s'est vu attribuer un PTO passif, les termes croisés du contrôleur ont été négligés, et un fenêtrage a été appliqué à l'impédance du contrôleur optimal pour adapter sa dynamique (section 3.1.6.2). Compte tenu de ces modifications, le calcul de la force de PTO $\mathbf{f}_u(t)$ dans le domaine temporel prend la forme suivante (3.58) :

$$\begin{cases} f_{u,II}(t) = -\int_{-\infty}^{+\infty} h_{uc,II,II}(t-\tau) v_{II}(\tau) d\tau \\ \vdots \\ f_{u,N}(t) = -\int_{-\infty}^{+\infty} h_{uc,N,N}(t-\tau) v_N(\tau) d\tau \end{cases} \tag{3.58}$$

Pour obtenir une forme pseudo causale du contrôleur, il est alors nécessaire d'effectuer un décalage temporel vers la droite de la réponse impulsionnelle $\mathbf{h}_{uc}(t)$ de l'impédance

du contrôleur (3.59). Ce qui est rendu possible par la prévision de vitesse obtenue précédemment. Le décalage de la réponse impulsionnelle est présenté dans la figure 3.19. Le calcul de la force de PTO $\mathbf{f}_u(t)$ avec le contrôleur collaboratif pseudo causal s'écrit alors tel que :

$$\begin{cases} f_{u,II}(t) = -\int_{-\infty}^{+\infty} h_{uc,II,II}(t - t_{prev} - \tau) v_{II}(\tau + t_{prev}) d\tau \\ \vdots \\ f_{u,N}(t) = -\int_{-\infty}^{+\infty} h_{uc,N,N}(t - t_{prev} - \tau) v_N(\tau + t_{prev}) d\tau \end{cases} \tag{3.59}$$

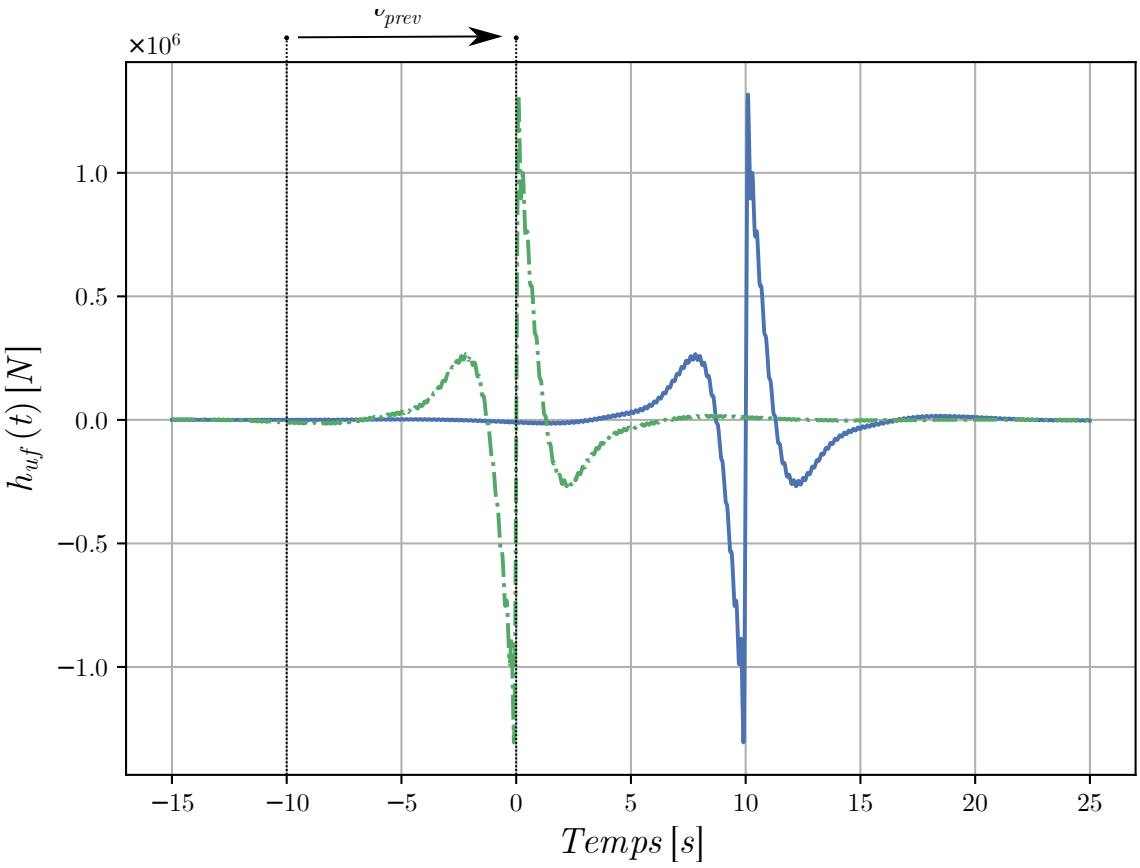


FIGURE 3.19 – Décalage vers la droite, de la réponse impulsionnelle $h_v(t)$ d'un temps de prévision t_{prev}, pour un groupe de deux cylindres avec contrôleur collaboratif $\mathbf{Z}_{uc}(\omega)$.

La stratégie de contrôle ainsi développée permet donc d'appliquer un contrôle suboptimal basé sur le contrôleur optimal. La prévision déterministe de la vitesse des corps permettant de rendre causal le contrôleur tient compte des interactions hydrodynamiques de la ferme, et le contrôleur est modifié afin d'en maîtriser sa dynamique. Dans la section

3.2, la sensibilité du contrôleur à différents facteurs est étudiée, et sa performance est évaluée dans différentes conditions de mer et configurations de ferme.

3.1.9 Premières vérifications

Une première étape de vérification est présentée ici pour apprécier les apports de la stratégie de contrôle sur la récupération d'énergie et la dynamique des corps contrôlés. La dynamique et la récupération d'énergie d'un groupe de deux cylindres pilonnants équipés d'un PTO passif sont comparées à celles du même groupe de cylindre soumis à la stratégie de contrôle collaboratif. La géométrie de ferme utilisée est identique à celle présentée dans la section 3.1.1 avec une distance de séparation $d = 600\,m$. Dans le cas de l'utilisation de PTO passif les deux corps sont soumis à un PTO d'amortissement $B_{PTO} = 1,5 \cdot 10^5 N.s/m$, et dans le cas du contrôle collaboratif le premier corps est soumis à un PTO passif de même amortissement et le second est soumis à la stratégie de contrôle.

Les simulations sont effectuées en domaine temporel avec un intégrateur numérique RK4 à pas fixe, en utilisant une discrétisation temporelle $dt = 0,02\,s$ et une discrétisation fréquentielle des coefficients hydrodynamique $d\omega = 6,15 \cdot 10^{-3} rad/s$. La fenêtre de Butterworth d'ordre 2 est appliquée à l'impédance du contrôleur avec les valeurs de coupure basse et coupure haute suivantes : $\omega_{Lc} = 0,2\,rad/s$ et $\omega_{Hc} = 3,0\,rad/s$. Le comportement des corps est évalué dans une houle irrégulière de hauteur significative $H_s = 2\,m$, de période de pic $T_p = 9\,s$, en utilisant un spectre de Bretschneider (section 3.1.5.1).

Les résultats de vitesse du premier corps V_I et du second V_{II} sont présentés dans la figure 3.20 pour les deux configurations de contrôle. Dans la configuration où les deux corps sont équipés d'un PTO passif, la vitesse des deux corps présente une dynamique similaire avec des vitesses maximales de l'ordre de $1\,m/s$. Avec l'ajout de la stratégie de contrôle collaboratif, la vitesse du second corps est considérablement accrue et présente des valeurs maximales autour de $10\,m/s$. De plus, la phase du signal de vitesse est modifiée pour suivre à chaque instant celle de la force d'excitation. Sous l'effet de la stratégie de contrôle, le premier corps utilisé comme capteur présente une dynamique quasi identique à celle de la configuration sans contrôle. Les légères variations du signal de vitesse sont dues aux effets de la radiation du second corps sur le premier.

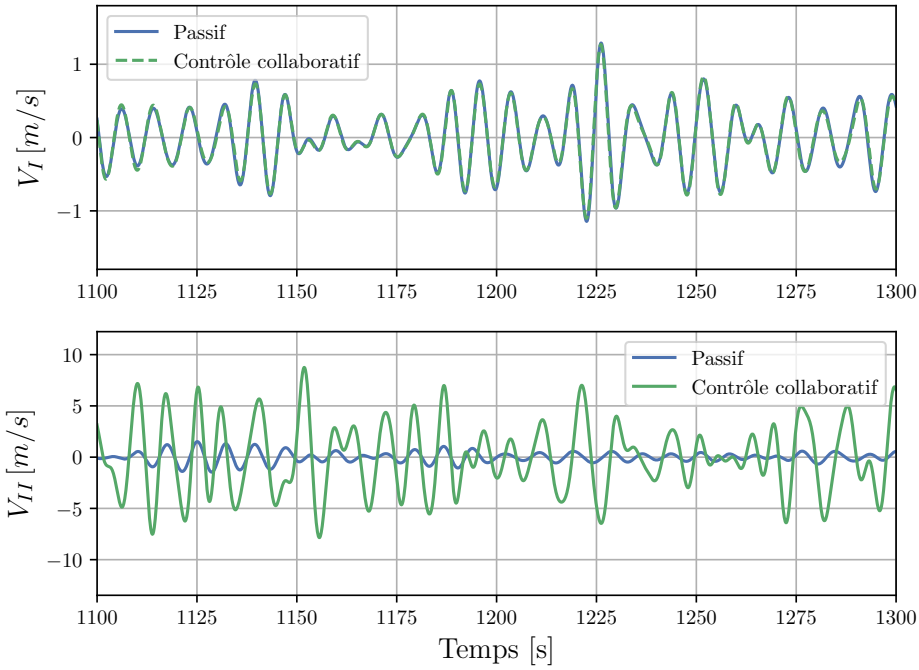


FIGURE 3.20 – Comparaison de la vitesse d'un groupe de deux cylindres pilonnants séparés d'une distance $d = 600\,m$ équipés d'un PTO passif et du même groupe soumis à la stratégie de contrôle collaboratif où le premier corps est équipé d'un PTO passif.

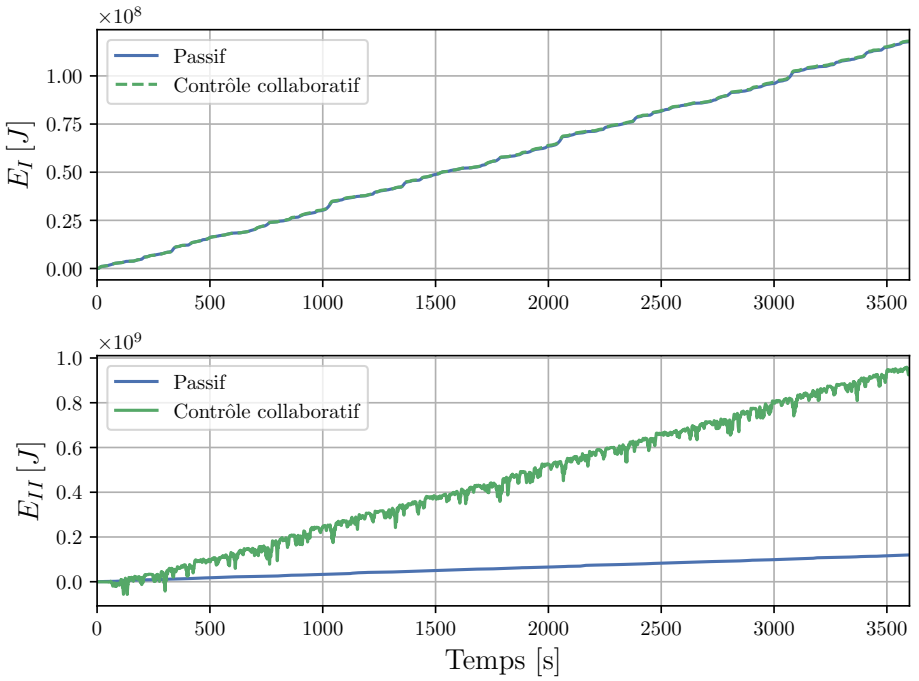


FIGURE 3.21 – Comparaison de l'énergie récupérée par un groupe de deux corps équipés d'un PTO passif et par le même groupe soumis à la stratégie de contrôle collaboratif où le premier corps est équipé d'un PTO passif.

Les résultats de récupération d'énergie, notée E, sont présentés sur la figure 3.21. Dans le cas de la configuration sans contrôleur, la récupération d'énergie est similaire pour les deux corps, et est environ égale à $1,2 \cdot 10^8 J$ en une heure. Avec l'ajout de la stratégie de contrôle collaboratif, la récupération d'énergie du corps capteur (corps I) est inchangée, mais celle du corps contrôlé est nettement plus importante avec $9,7 \cdot 10^8 J$ en une heure. De plus, l'aspect réactif de ce type de contrôleur est notable avec la présence de variations positives et négatives dans le signal de puissance.

Les premiers résultats de vérification présentés ici montrent une nette augmentation de la récupération d'énergie lors de l'application de la stratégie de contrôle, et la possibilité d'utiliser le corps capteur comme récupérateur d'énergie. Dans la section 3.2, le comportement du contrôleur est évalué dans différentes configurations de ferme et d'état de mer, afin de fournir les paramètres permettant de maximiser la récupération. À partir de ces résultats, une analyse des résultats numériques permettant une vérification plus fine de la stratégie de contrôle est présentée dans le chapitre 4.

3.1.10 Remarques sur la discrétisation des coefficients hydrodynamiques

Le choix de la discrétisation fréquentielle des coefficients hydrodynamiques influence la qualité du contrôle. Il est donc crucial de définir les paramètres de discrétisation permettant de caractériser correctement le système physique et ainsi assurer le bon fonctionnement de la méthode de contrôle. Les deux paramètres à définir sont le pas de fréquence $d\omega$ et la largeur de bande ω_L. De par la dualité temps-fréquence, ces paramètres sont liés à leurs pendants temporels par les relations suivantes :

$$dt = \frac{\pi}{\omega_L} \quad t_L = \frac{\pi}{d\omega} \tag{3.60}$$

Les coefficients hydrodynamiques utilisés ici sont calculés jusqu'à la pulsation $\omega_L = 3.14\, rad/s$. Au-delà de cette pulsation, la dynamique du corps flottant est considérée comme nulle, ce qui est conforme à la physique de l'interaction vagues/flotteurs dans l'Océan. Il n'est donc pas nécessaire de prendre en compte les pulsations supérieures, toutefois, il est possible d'extrapoler les résultats fréquentiels afin de lisser les réponses impulsionnelles obtenues à partir de ces résultats. Pour obtenir les coefficients hydrodynamiques à des fréquences supérieures à $\omega_L = 3.14\, rad/s$, il est souvent délicat d'utiliser les méthodes de calculs conventionnelles (BEM, semi-analytique) car les erreurs numériques peuvent devenir non négligeables. Les coefficients hydrodynamiques peuvent être

extrapolés pour des pulsations plus élevées, ce qui permet l'obtention de réponses impulsionnelles lisses et donc plus compréhensibles pour l'analyse des résultats. Comme les coefficients hydrodynamiques ont déjà convergé à $\omega_L = 3.14\,rad/s$ et que la RAO du système est nulle à partir de cette pulsation, on ne rajoute pas d'information physique lors de l'extrapolation des coefficients hydrodynamiques. L'extrapolation n'influence donc pas la qualité du contrôle, mais uniquement la qualité des réponses impulsionnelles. Une étude de convergence en fonction de l'extrapolation des résultats fréquentiels est présentée dans la section 4.1.

Lors du calcul des fonctions de transfert de vitesse (section 3.1.6), les fonctions de transfert obtenues présentent des variations fortes et rapides. Dans le domaine temporel, cela se traduit par une réponse impulsionnelle longue. Il est alors nécessaire de choisir une discrétisation fréquentielle fine pour capturer le comportement physique de la fonction de transfert de vitesse. La discrétisation doit être d'autant plus fine que la distance entre les corps augmente, car le temps de propagation des vagues du corps capteur au corps contrôlé augmente. Cette augmentation du temps de propagation est aussi perceptible dans l'augmentation de la longueur de la réponse impulsionnelle de la fonction de transfert des vitesses. Afin de s'assurer d'une discrétisation fréquentielle suffisante pour l'ensemble des cas d'étude, il est choisi de pouvoir calculer des réponses impulsionnelles de $t_L = 500s$ soit une discrétisation fréquentielle de $d\omega = 6.28 \cdot 10^{-3} rad/s$. Une étude de convergence en fonction de la discrétisation fréquentielle est présentée dans la section 4.1.

Par ailleurs pour les simulations longues en houle polychromatique, il convient de s'assurer que le signal de houle calculé n'est pas redondant. Il est alors nécessaire d'utiliser une discrétisation suffisamment fine du spectre de houle satisfaisant l'équation $d\omega = \pi/t_{sim}$, où t_{sim} représente la durée totale de simulation.

3.2 Étude de sensibilité

Une étude de sensibilité est proposée en complément du développement de la stratégie de contrôle. Cette étude vise principalement à déterminer les paramètres optimaux du fenêtrage (section 3.2.5), établir le domaine de stabilité du contrôleur (section 3.2.3), et finalement rechercher des points de fonctionnement réalistes pour lesquels la dynamique du corps et les échanges énergétiques peuvent correspondre à une implémentation in situ (section 3.2.6).

3.2.1 Plan d'expérience

La mise en place du fenêtrage appliqué au contrôleur optimal, présentée dans la section 3.1.5, a pour but de poser les principes de fonctionnement de la mise en contrainte développée dans la stratégie de contrôle collaboratif. L'objectif de l'étude de sensibilité est de confronter la stratégie de contrôle à différentes configurations de fermes et variations d'états de mer pour affiner l'analyse de son comportement.

Il convient alors de définir un plan d'expérience précisant le cadre de l'étude. En premier lieu, un jeu de facteurs internes à la méthode de contrôle est identifié. Il s'agit alors de déterminer les paramètres sur lesquels il est possible d'appliquer des modifications, i.e. les paramètres non imposés par les facteurs externes à la méthode. Dans ce cadre, les fréquences de coupure basses ω_{Lc} et hautes ω_{Hc} du fenêtrage, ainsi que le temps de prévision t_{prev} sont retenues comme facteurs internes. De la même façon, un jeu de facteurs externes représentant les paramètres imposés au contrôleur est retenu. Ces paramètres sont la configuration de la ferme, représentée par la distance d de séparation entre les corps, et l'état de mer représenté par la période de pic T_p. La hauteur significative H_s, ne constitue pas un facteur à prendre en compte. En effet, la stratégie de contrôle et le simulateur étant strictement linéaire les résultats de rendement sont invariants avec l'amplitude de la houle.

Il est ensuite important d'établir les différents niveaux de chacun de ces facteurs, de façon à caractériser la méthode sur un domaine suffisamment large et précis. Par ailleurs le nombre de facteurs correspond au nombre de dimensions de la matrice d'essai et il est donc crucial de limiter le nombre de niveaux au strict nécessaire pour conserver un nombre de simulations acceptable. De plus, chaque simulation sera évaluée sur 10 jeux de phases différents pour lisser les résultats. Dans la configuration de niveaux présentée dans la table 3.2, le nombre de simulations à effectuer est égal à 21600.

Facteurs	**Niveaux**
Distance [m]	100, 200, 400, 600
Temps de prévision [s]	8, 10, 12, 15, 20, 30
Période de pic [s]	6, 9, 12
Fréquence de coupure basse [rad/s]	0.2, 0.35, 0.5, 0.65, 0.8
Fréquence de coupure haute [rad/s]	1.0, 1.5, 2.0, 2.5, 3.0, 3.5

TABLE 3.2 – Niveaux des facteurs choisis pour l'étude de sensibilité pour un groupe de deux cylindres en utilisant la stratégie de contrôle collaboratif.

La distance entre les corps est échelonnée de $100m$ à $600m$ de façon à couvrir la position de tous les corps d'une ferme composée de nombreuses machines, comme présenté dans la section 4.7. Les niveaux du temps de prévision sont choisis pour correspondre aux niveaux des distances de séparation. Finalement, le choix des périodes de pic s'étale de $6s$ à $12s$ et les niveaux des fréquences de coupure de fenêtrage sont choisis pour correspondre à ces valeurs d'état de mer.

Chacune des simulations est effectuée dans le domaine temporel avec un temps de simulation $t_{sim} = 30\,min$ et une discrétisation temporelle $dt = 0.05s$. Le calcul de la radiation est effectué par convolution pour ne pas impacter les résultats d'éventuelles erreurs liées à l'identification de la radiation (section 2.5), et un intégrateur numérique de type Runge-Kutta 4 est utilisé. Enfin, un spectre de Bretschneider (3.37) est choisi pour générer la houle et la hauteur significative H_s est fixée à $2m$. Lors de la génération de la houle, une discrétisation fine $d\omega = 7.7 \cdot 10^{-4}\,rad/s$ des coefficients de force d'excitation est choisie pour éviter la redondance du signal (section 3.1.10). Les configurations de ferme évaluées dans cette étude correspondent à la configuration présentée dans la section (3.1.1), i.e. deux cylindres pilonnant alignés avec le sens de propagation de la houle.

3.2.2 Coefficient d'optimalité

Lors de l'analyse des résultats, plusieurs types de réponses peuvent être étudiés. La première analyse s'intéresse à l'énergie récupérée par le contrôleur de façon à caractériser le rendement de la stratégie de contrôle. La comparaison des puissances moyennes s'avère insuffisante lorsque plusieurs états de mer et configurations de ferme sont évalués. En effet, l'énergie contenue dans les vagues varie avec l'état de mer et les effets de ferme peuvent impacter la répartition de la puissance récupérable sur chaque machine. Il apparait alors nécessaire de normaliser la puissance pour simplifier l'analyse.

La largeur de capture (3.61), représentant le ratio de la puissance absorbée d'un WEC par la puissance de la houle, constitue un bon indicateur lors de la caractérisation du rendement d'une génératrice isolée. La démonstration et les informations détaillées sur cet indicateur sont présentées dans [77]. Cependant, cette normalisation ne tient pas en compte les effets de ferme dans son dénominateur et il est alors délicat de pouvoir conclure sur le rendement de chaque machine de la ferme. En effet, comme présenté dans la section 4.7, sous l'effet du contrôle optimal, la répartition de la puissance théorique de chaque machine dans une ferme présente de très fortes variations. La normalisation

de la puissance par l'énergie contenue dans la vague n'est alors plus suffisante pour caractériser le rendement.

$$C_w(\omega) = \frac{P_A(\omega)}{P_W(\omega)} = \frac{\Re(Z_u)\left[Z + Z_u\right]^{-2} H_{ex}(\omega)a(\omega)}{\frac{\rho g^2}{4\omega} tanh(kh)\left[1 + \frac{2kh}{sinh(2kh)}\right]} \tag{3.61}$$

Dans le cadre du développement de la stratégie de contrôle collaboratif, il a été choisi de mettre en place un indicateur adapté à l'évaluation du rendement des machines dans une ferme. Cet indicateur, appelé coefficient d'optimalité et noté $\mathbf{C}_{opt}$, est défini comme le ratio de la puissance moyenne mesurée en temporel $\bar{\mathbf{P}}(t)$ sur le maximum théorique du contrôleur optimal en fréquentiel (3.63). La puissance théorique $\mathbf{P}_{th}$ s'obtient en sommant la puissance absorbée $\mathbf{P}_A(\omega)$ sur toutes les fréquences (3.62).

$$\mathbf{P}_{th} = \sum \mathbf{P}_A(\omega) = \Re(Z_u)\left[Z + Z_u\right]^{-2} H_{ex}(\omega)a(\omega) \tag{3.62}$$

$$\mathbf{C}_{opt} = 100\frac{\bar{\mathbf{P}}(t)}{\mathbf{P}_{th}} \tag{3.63}$$

En utilisant cette normalisation de la puissance, les effets de ferme obtenus pour un état de mer donné sont pris en compte, et il est alors aisé de caractériser le rendement propre de chaque machine. En outre, la puissance théorique et le coefficient d'optimalité tenant compte du fenêtrage, respectivement $\mathbf{P}_{thf}$ et C_{optf} sont obtenus de façon similaire en remplaçant l'impédance du contrôleur Z_u par sa forme fenêtrée Z_{uf} dans le calcul de $\mathbf{P}_{thf}$.

3.2.3 Analyse de la stabilité

Dans cette section, le domaine de stabilité du contrôleur collaboratif est établi en fonction des facteurs présentés dans la table 3.2. Pour plus de clarté, l'ensemble des résultats est regroupé dans l'annexe C, et une synthèse en est présentée ici. Les résultats sont représentés sous la forme de matrices de coefficient d'optimalité ayant pour abscisse la pulsation de coupure haute ω_{Hc} [1] et en ordonnée la pulsation de coupure basse ω_{Lc}. Dans le coin inférieur gauche, ω_{Hc} est maximal et ω_{Lc} est minimal, ce qui correspond à une fenêtre large. À l'inverse dans le coin supérieur droit, la fenêtre appliquée au contrôleur optimal est étroite. De plus, lorsque les paramètres utilisés provoquent l'instabilité du contrôleur, la puissance obtenue tend vers $-\infty$. Pour ces valeurs, le coefficient d'optimalité est alors arbitrairement mis à zéro.

1. décroissance vers la gauche

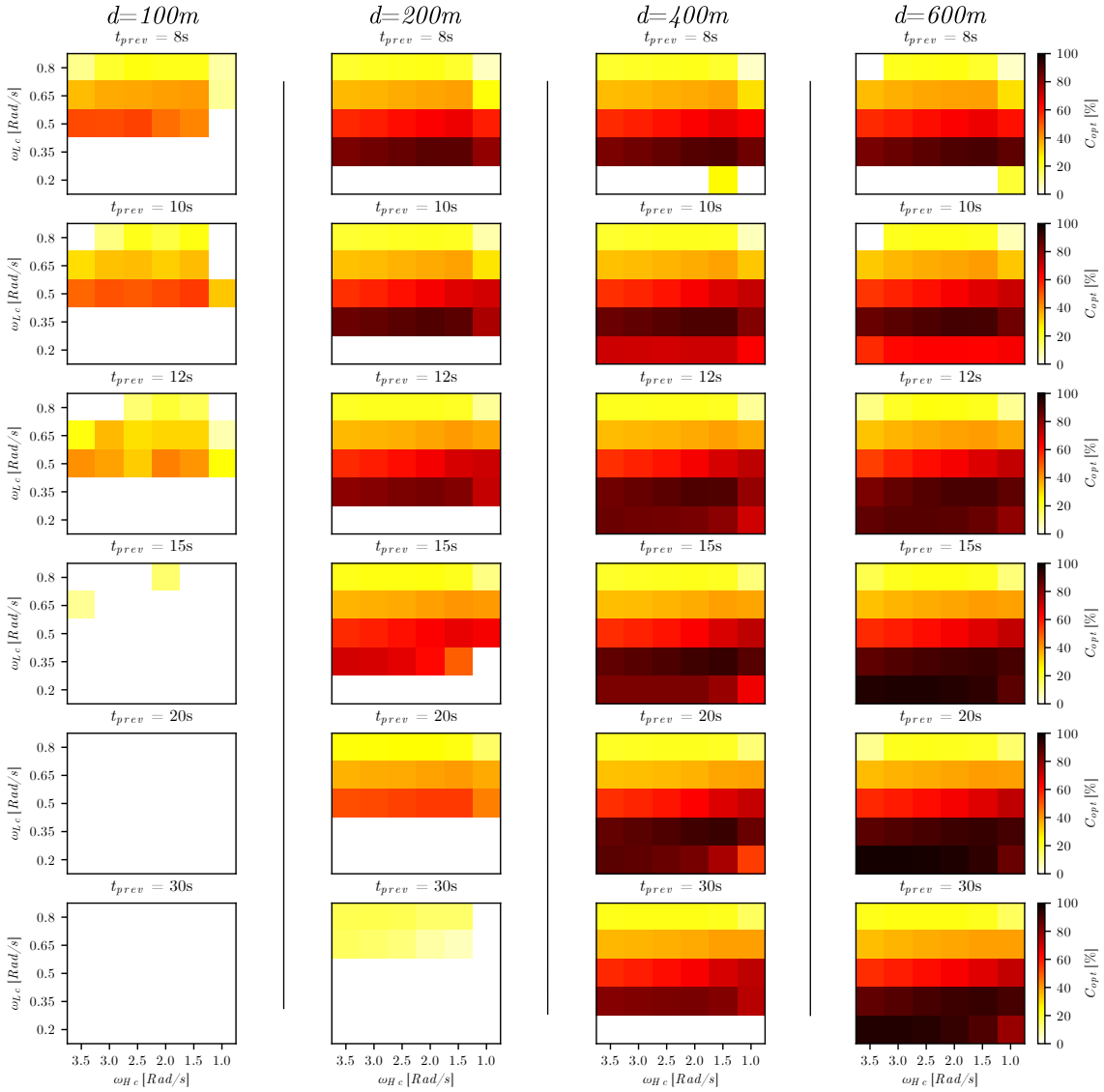


FIGURE 3.22 – Synthèse des résultats des matrices de coefficient d'optimalité pour un groupe de deux cylindres et une période de pic $T_p = 9s$.

Dans la figure 3.22 est présentée la synthèse des résultats de coefficient d'optimalité pour une période de pic $T_p = 9s$. Le premier constat issu de cette synthèse est la variation des plages de stabilité en fonction de la distance de séparation entre les corps. Avec l'augmentation de la distance entre les corps vient une augmentation de la taille du domaine de stabilité. Pour une distance de séparation $d = 100m$, seuls quelques points permettent la stabilité. Or, pour une distance $d = 600m$, le contrôleur est stable dans presque toutes les configurations. Ces variations proviennent de l'augmentation du temps de propagation

des vagues entre les corps. Pour permettre un rendement maximal en utilisant la stratégie de contrôle collaboratif, la distance entre les corps doit être suffisamment grande afin de fournir une prévision de vitesse dans un horizon de prévision t_{prev} permettant de rendre causale la réponse impulsionnelle du contrôleur optimal. Avec l'analyse de l'ensemble des résultats (annexe C), il apparait que la distance nécessaire pour atteindre ces conditions est aussi liée à la période de pic du spectre de houle. Lorsque la période de pic T_p augmente, l'énergie du spectre de houle est concentrée dans des vagues de plus longue longueur d'onde λ se propageant plus rapidement. La distance de séparation d nécessaire pour atteindre les conditions optimales doit alors nécessairement augmenter.

La variation du domaine de stabilité en fonction du temps de prévision t_{prev} est ensuite étudiée pour une distance de séparation fixée. Dans la synthèse des résultats (figure 3.22), le cas de distance $d = 400m$ est le plus didactique. Pour les temps de prévisions adéquats, i.e. $t_{prev} = \{10s,\ 12s,\ 15s,\ 20s\}$, le domaine de stabilité est large. De plus, l'évolution du coefficient d'optimalité autour du point de fonctionnement maximal présente un faible gradient. Dans ces configurations, le contrôleur présente une forte robustesse aux changements extérieurs. Par ailleurs, lorsque le temps de prévision est trop court, dans cet exemple $t_{prev} = 8s$, la taille du domaine de stabilité est réduite et des points d'instabilité apparaissent proches du point du fonctionnement optimal. La stabilité du système face aux changements extérieurs, ne peut alors plus être assurée.

De plus, le point de fonctionnement optimal présente une pulsation de coupure basse relativement faible. Ce positionnement du fenêtrage implique la prise en compte de vague de grandes longueurs d'onde, ce qui positionne le contrôleur en limite de causalité. En d'autres termes, un temps de prévision trop court ne permet pas de rendre causal le contrôleur. De la même façon, lorsque le temps de prévision est trop long, dans cet exemple $t_{prev} = 30s$, des phénomènes identiques apparaissent. En effet, lorsque le temps de prévision est trop grand, les phénomènes d'instabilité sont dus à un décalage trop important de la réponse impulsionnelle des vitesses impliquant la non-causalité de cette dernière. En outre, la plage de valeurs acceptables de temps de prévision augmente avec la distance et la diminution de la période de pic de la houle. Avec l'augmentation du temps de propagation vient l'augmentation de la plage de valeurs permettant de rendre causal le contrôleur, tout en préservant la forme causale de la prévision de vitesses.

Finalement, dans les configurations $d = 100m$ et $T_p = \{9s,\ 12s\}$, le domaine de stabilité est très restreint et il n'existe pas de points de fonctionnement pouvant atteindre

de hautes valeurs de coefficient d'optimalité. La vitesse de propagation de ces états de mer n'est pas compatible avec la faible distance de séparation des corps et par conséquent l'horizon de prévision disponible est trop court pour rendre pleinement causal le contrôleur.

3.2.4 Raffinement de l'étude pour les corps proches

Comme présenté dans la section précédente (3.2.3), pour les corps proches (en comparaison de la période de pic T_p), la distance de séparation d est trop faible pour fournir un horizon de prédiction suffisant afin d'assurer le fonctionnement optimal de la stratégie de contrôle collaboratif. Une étude de sensibilité raffinée autour de temps de prévision t_{prev} plus courts est alors réalisée. Les paramètres de l'étude sont présentés dans le tableau 3.3, et une synthèse des résultats est présentée dans la figure 3.23.

Pour une période de pic $T_p = 6s$, les cylindres sont encore suffisamment proches pour atteindre de hautes valeurs de coefficient d'optimalité, cependant le plus grand domaine de stabilité apparait pour un temps de prévision $t_{prev} = 8s$ ce qui est nettement plus court que la valeur optimale pour les configurations plus espacées. Dès lors que la période de pic augmente i.e. $T_p = \{9s,\ 12s\}$, les valeurs maximales du coefficient d'optimalité diminuent, mais la taille du domaine de stabilité reste satisfaisante et maximale pour un temps de prévision situé autour de $t_{prev} = 8s$.

Facteurs	**Niveaux**
Distance [m]	100
Temps de prévision [s]	4, 6, 8, 10, 12
Période de pic [s]	6, 9, 12
Fréquence de coupure basse [rad/s]	0.2, 0.35, 0.5, 0.65, 0.8
Fréquence de coupure haute [rad/s]	1.0, 1.5, 2.0, 2.5, 3.0, 3.5

TABLE 3.3 – Niveaux des facteurs choisis pour l'étude de sensibilité de corps proches pour un groupe de deux cylindres en utilisant la stratégie de contrôle collaboratif.

De manière générale, dans la configuration $d = 100m$, les conditions de stabilité et de production maximale sont atteintes pour des valeurs plus faibles de temps de prévision t_{prev} combinées avec une augmentation de la pulsation de coupure basse ω_{Lc}. Avec l'augmentation de la pulsation de coupure basse, les vagues les plus rapides contenues dans le spectre de houle ne sont plus considérées par le contrôleur et le temps de prévision nécessaire pour rendre causal le système diminue. Cette adaptation du fenêtrage pour

les corps proches rend possible l'application de la stratégie de contrôle collaboratif pour des configurations de ferme où l'horizon de prédiction devrait être insuffisant.

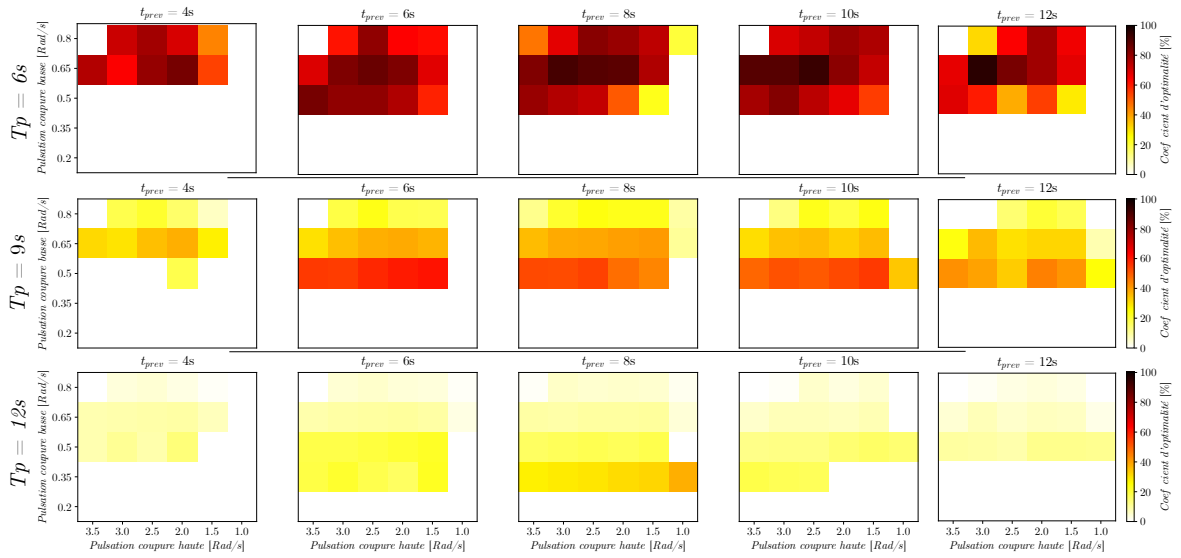


FIGURE 3.23 – Matrices de coefficient d'optimalité pour un groupe de deux cylindres séparés d'une distance $d = 100m$.

Par ailleurs, l'augmentation de la pulsation de coupure basse ω_{Lc} implique nécessairement une baisse du rendement du contrôleur, car une partie de l'énergie contenue dans le spectre de houle n'est plus récupérée. Du reste, ce compromis peut être nécessaire dans certaines configurations de ferme et permet tout de même d'appliquer la stratégie de contrôle au plus grand nombre de machines.

3.2.5 Identification et analyse des paramètres optimaux

Les études présentées dans les sections précédentes (3.2.3, 3.2.4) ont permis d'affiner la compréhension de l'évolution du domaine de stabilité de la stratégie de contrôle collaboratif. D'autre part, il apparait qu'il est possible d'identifier un jeu de paramètres internes permettant une récupération d'énergie maximale. Le but de cette section est d'identifier les valeurs de ces paramètres, i.e. les valeurs optimales de temps de prévision t_{prev} et de pulsations de coupures ω_{Lc} et ω_{Hc} pour les différentes configurations de ferme et d'états de mer. L'étude du domaine de stabilité a permis de mettre en évidence la présence de points de fonctionnement optimaux proches de l'instabilité, il est donc nécessaire de définir un critère de sélection des paramètres assurant la robustesse du système et la maximisation du rendement. À cette fin, il est arbitrairement choisi que le point de fonctionnement optimal est celui présentant le plus grand coefficient d'optimalité C_{opt}

et étant entouré de points de fonctionnement stables. Toutefois, les points en limite du domaine d'étude peuvent aussi être pris en compte. Les paramètres optimaux identifiés en suivant cette règle sont présentés dans le tableau 3.4.

Période de pic $T_p = 6s$				
Distance $d\,[m]$	100	200	400	600
Temps de prévision $t_{prev}\,[s]$	10	12	15	20
Pulsation de coupure basse $\omega_{Lc}\,[rad/s]$	0.65	0.5	0.5	0.5
Pulsation de coupure haute $\omega_{Hc}[rad/s]$	2.5	3.0	3.5	3.5

Période de pic $T_p = 9s$				
Distance $d\,[m]$	100	200	400	600
Temps de prévision $t_{prev}\,[s]$	8	12	15	20
Pulsation de coupure basse $\omega_{Lc}\,[rad/s]$	0.65	0.5	0.35	0.2
Pulsation de coupure haute $\omega_{Hc}[rad/s]$	2.0	1.5	1.5	3.0

Période de pic $T_p = 12s$				
Distance $d\,[m]$	100	200	400	600
Temps de prévision $t_{prev}\,[s]$	6	10	15	20
Pulsation de coupure basse $\omega_{Lc}\,[rad/s]$	0.5	0.35	0.2	0.2
Pulsation de coupure haute $\omega_{Hc}[rad/s]$	2.0	2.5	1.5	1.5

TABLE 3.4 – Paramètres optimaux de la stratégie de contrôle collaboratif issus de l'étude de sensibilité pour un groupe de deux cylindres pilonnant.

Dans toutes les configurations d'état de mer, le temps de prévision t_{prev} optimal augmente avec la distance d. Comme expliqué précédemment, l'augmentation de la distance implique un allongement du temps de propagation de la vague la plus rapide entre les corps et donc une augmentation de l'horizon de prévision disponible. En outre, le temps de prévision optimal est aussi lié à la variation de la période de pic T_p de l'état de mer. Lorsque la période de pic augmente, la longueur d'onde de la vague la plus longue considérée augmente, ce qui implique une diminution du temps de propagation et donc une diminution de l'horizon de prévision.

L'évolution de la pulsation de coupure basse optimale ω_{Lc} est principalement liée à la valeur de la période de pic de la houle. En effet, lorsque la période de pic augmente, la pulsation de coupure basse du fenêtrage tend à diminuer de façon à centrer la récupération sur le spectre. Cet effet est particulièrement visible pour la distance $d = 400m$. Cependant, la seule corrélation avec la période pic ne suffit pas à expliquer totalement

l'évolution de la fréquence de coupure basse optimale. Il apparait, en outre, que l'amplitude de cette évolution est liée à la distance de séparation entre les corps. Lorsque la distance entre les corps est faible ($d = 100m$), la valeurs optimale de ω_{Lc} tend à conserver une valeur élevée. En effet, à cette distance, il est impossible de fournir une prévision déterministe de la vitesse pour des pulsations plus basses. A contrario, lorsque la distance d est grande ($d = 600m$), l'horizon de prévision disponible est suffisant pour fournir une prévision sur un spectre plus large et la valeur optimale de ω_{Lc}tend à conserver une valeur basse y compris pour les faibles valeurs de T_p. L'évolution de la valeur optimale de ω_{Lc} étant liée à l'horizon de prévision, il va de soi qu'elle impacte aussi l'évolution du temps de prévision t_{prev}.

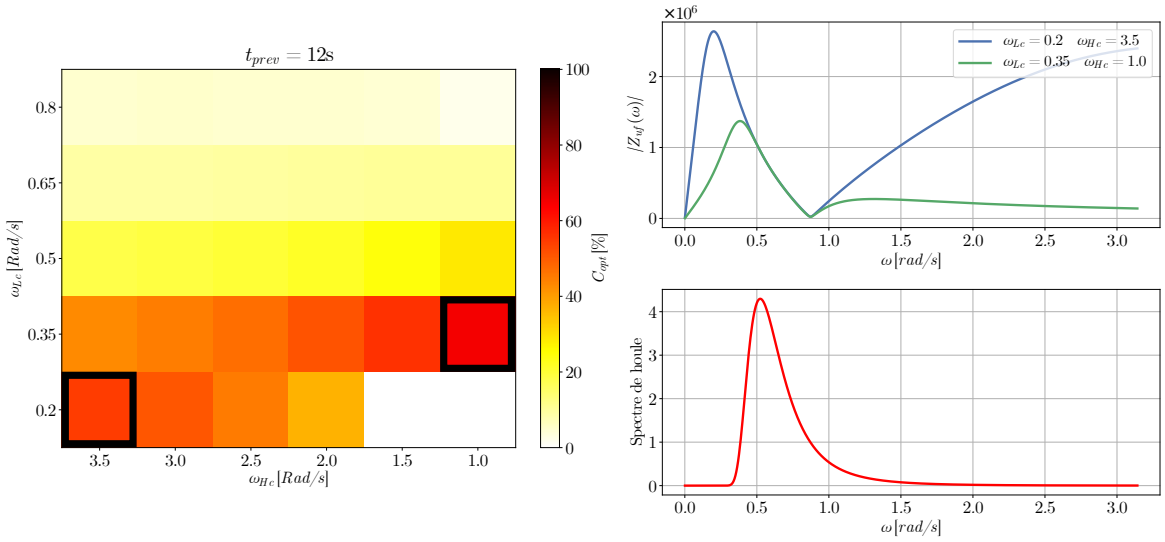


FIGURE 3.24 – Présentation de la matrice de coefficient d'optimalité (à gauche), de l'amplitude de l'impédance du contrôleur fenêtré à (en haut à droite), et du spectre de houle (en bas à droite) dans le cas de l'apparition de deux maximums locaux de coefficient d'optimalité pour un groupe de deux cylindres séparés de $d = 200m$ et une période de pic de $T_p = 12s$.

Concernant l'évolution de la valeur optimale de la pulsation de coupure haute ω_{Hc}, son évolution est similaire à ω_{Lc} par rapport à l'évolution de la période de pic. Quand la période pic augmente, la pulsation de coupure haute diminue de façon à suivre le spectre de houle. Par ailleurs, l'évolution de ω_{Hc} n'est pas aussi claire par rapport à l'allongement de la distance de séparation d. Le lien chaotique présent entre ces deux facteurs est lié à l'apparition d'un deuxième maximum local de coefficient d'optimalité dans certaines situations. Dans la figure 3.24 est présentée une configuration où deux maxima locaux sont clairement identifiés. Le premier ($\omega_{Lc} = 0.2rad/s$, $\omega_{Hc} = 3.5rad/s$)

correspond à une fenêtre très ouverte permettant la récupération d'énergie sur l'ensemble du spectre. À l'inverse, dans le deuxième maximum local ($\omega_{Lc} = 0.35 rad/s$, $\omega_{Hc} = 1.0 rad/s$) correspond à un fenêtrage concentrant le contrôle sur les fréquences situées en dessous de la pulsation propre du corps.

3.2.6 Points de fonctionnement réalistes

Dans les sections précédentes, l'étude de sensibilité s'est portée essentiellement sur la réponse du coefficient d'optimalité C_{opt}. La mise en application du contrôleur optimal implique une puissance réactive importante. La puissance réactive P_{react} représente la puissance injectée puis récupérée dans le système dans le but d'atteindre les conditions d'optimalité de phases et d'amplitudes. Cette puissance est à l'origine de grands échanges d'énergie entre le système houlomoteur et le réseau. D'autre part, l'énergie générée par le houlomoteur provient de la puissance passive P_{pass} (3.65). Pour comparer ces deux puissances, le ratio R_{rp} est introduit et est défini comme le rapport de l'énergie échangée E_{react} sur l'énergie récupérée E_{pass} (3.66). Dans le cas du contrôle optimal d'un houlomoteur, le ratio entre la puissance réactive et la puissance passive peut être très élevé. En d'autres termes, l'énergie réellement récupérée est faible au regard du total des échanges énergétiques. Ce comportement implique alors un dimensionnement du PTO bien au-dessus de la puissance nominale de récupération, et de fortes pertes énergétiques liées aux rendements des différents organes et des pertes par frottement.

$$P(t) = -f_u(t)v(t)$$

$$E_{react} = \int_0^T |P(t)|dt - \int_0^T P(t)dt \tag{3.64}$$

$$E_{pass} = \int_0^T P(t)dt \tag{3.65}$$

$$R_{rp} = \frac{E_{react}}{E_{pass}} \tag{3.66}$$

Dans cette section, les points de fonctionnement permettant de maximiser le rendement des machines tout en minimisant le ratio réactif/passif sont identifiés. Il s'agit d'étudier l'effet du fenêtrage du contrôleur optimal de la stratégie de contrôle collaboratif sur le ratio réactif/passif. Dans la figure 3.25, sont superposés les résultats de coefficient d'optimalité (matrice de couleurs) et les ratios R_{rp} correspondant (valeurs numériques) pour un groupe de deux cylindres dans la configuration $d = 400m$ et $T_p = 9s$.

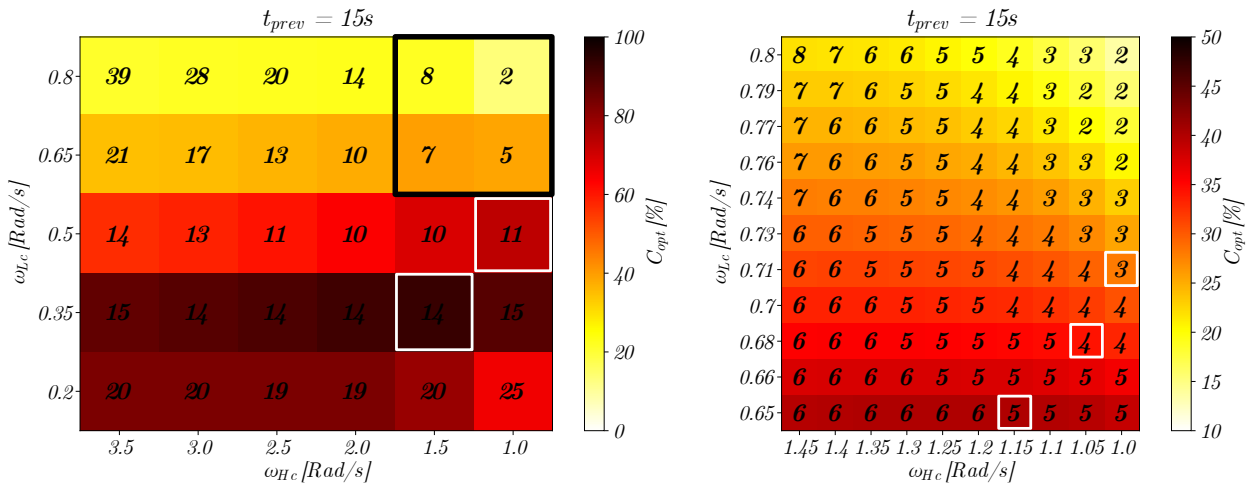
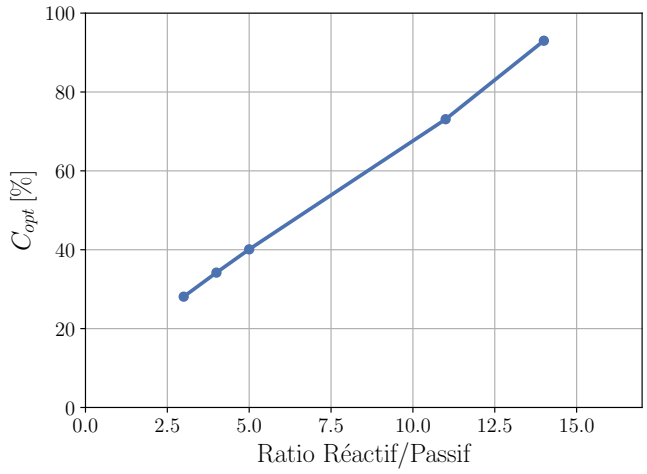


FIGURE 3.25 – Matrices de coefficient d'optimalité C_{opt} (couleurs) et de ration réactif/passif R_{rp} (valeurs numériques) pour un groupe de deux cylindres séparés de $d = 400m$, avec une période de pic $T_p = 9s$, et un temps de prévision $t_{prev} = 15s$. La matrice de droite présente les résultats raffinés du domaine inclus dans le carrée noir de la matrice de gauche.



Ratio Réactif/Passif	$C_{opt,\,max}$
3	28.1
4	34.2
5	40.1
11	73.1
14	93.0

FIGURE 3.26 – Représentation de la relation entre le ration réactif/passif et le coefficient d'optimalité maximal associé pour un groupe de deux cylindres séparés de $d = 400m$, avec une période de pic $T_p = 9s$, et un temps de prévision $t_{prev} = 15s$.

La valeur de C_{opt} atteint son maximum aux valeurs de pulsations de coupures $\omega_{Lc} = 0.35rad/s$ et $\omega_{Hc} = 1.5rad/s$. Dans ces conditions, le ratio réactif passif atteint une

valeur élevée $R_{rp} = 15$. Les variations de R_{rp} semblent correspondre à deux directions principales. Dans le sens de la diagonale du coin inférieur gauche jusqu'au coin supérieur droit, les valeurs de R_{rp} augmentent dans le sens de l'élargissement de la bande passante du fenêtrage. En effet, lorsque le fenêtrage s'élargit, le contrôleur cherche à atteindre les conditions d'optimalité sur un spectre plus large où la RAO du système atteint des valeurs élevées (figure 3.6). La deuxième direction de variation est perpendiculaire à la première et correspond au décentrage du fenêtrage par rapport au spectre de houle. Lorsque le fenêtrage se décentre, le contrôleur impose des forces importantes sur le contrôleur sur un domaine spectral de houle ne comportant que peu d'énergie, ce qui explique un fort ratio R_{rp} pour des valeurs de C_{opt} faibles.

La valeur de R_{rp} étant très élevée pour la valeur de C_{opt} maximale, des points de fonctionnement minimisants la valeur de R_{rp} sont alors recherchés. La matrice de droite de la figure 3.6, présente un raffinement du domaine présentant les valeurs minimales du ratio R_{rp} (correspondant à l'encadré noir de la matrice de gauche). Pour chaque valeur de R_{rp}, la valeur de coefficient d'optimalité maximale est relevée et les résultats sont présentés dans la figure 3.26.

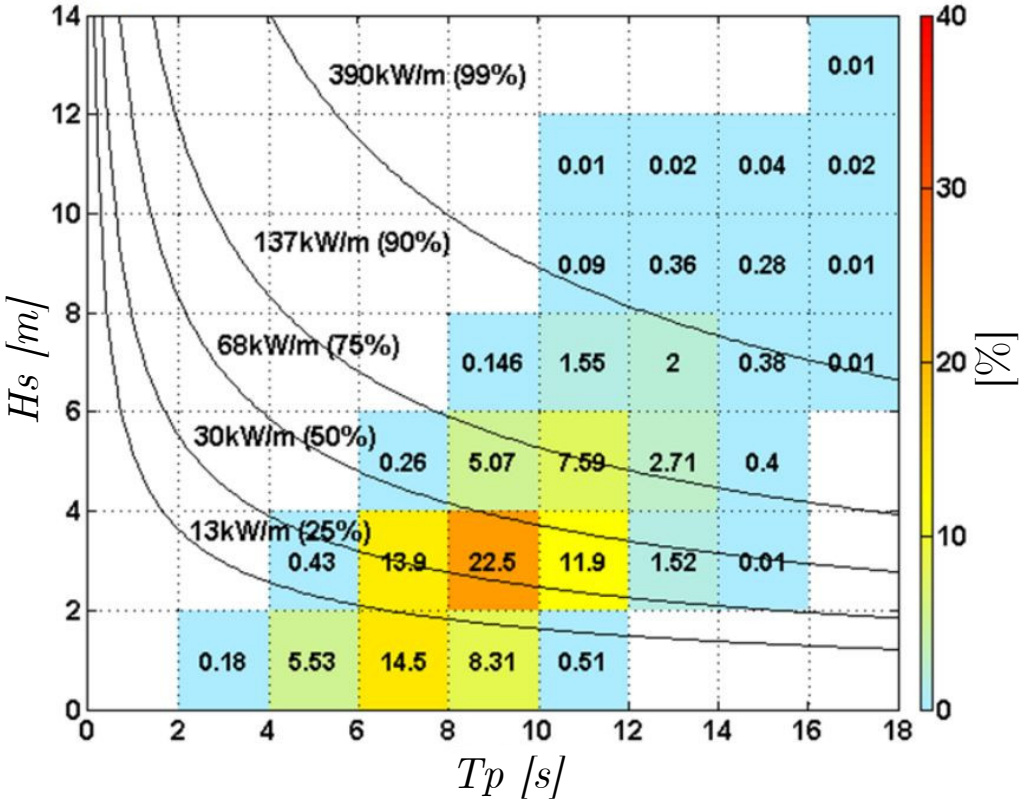
Il apparait alors une relation quasi-linéaire entre le ratio réactif/passif et le coefficient d'optimalité maximal lui étant associé. Cette évolution correspond à la mise sous contrainte du contrôleur par le fenêtrage, limitant la récupération à une fraction de plus en plus mince du spectre de houle. De plus, lorsque le ratio atteint de faibles valeurs ($R_{rp} \leq 3$), le coefficient d'optimalité se rapproche des valeurs atteintes par un PTO passif.

3.2.7 Synthèse

Dans les sections précédentes, le principe du fenêtrage de l'impédance du contrôleur a été présenté. Il a été montré qu'il est possible d'appliquer le fenêtrage en n'affectant que peu la récupération d'énergie si la fenêtre est centrée sur le spectre de houle et la réponse en amplitude du corps. Les avantages apportés par la mise en place de ce fenêtrage sont multiples : la réduction de l'horizon de non-causalité du contrôleur quasi optimal fenêtré, la réduction de l'amplitude et de la vitesse des corps contrôlés, l'amélioration de la stabilité du contrôleur, et la diminution du ratio réactif passif. Par ailleurs, il a été observé que lorsque la contrainte imposée par la fenêtre devient trop conséquente, la récupération d'énergie baisse sensiblement.

Pour évaluer la performance du contrôleur en prenant en compte les effets de ferme, l'indicateur de coefficient d'optimalité a été développé. À l'aide de l'étude de sensibilité et de cet indicateur, le domaine de stabilité et les paramètres permettant de maximiser la récupération d'énergie ont pu être déterminés pour différentes configurations de ferme et d'états de mer.

À titre d'exemple, les paramètres optimaux pour la configuration a deux corps utilisée pour l'étude sensibilité avec une distance de séparation de $200\,m$ sont recherchés pour un site donné. Le site d'essai AMETS situé à $6\,km$ de la côte ouest de l'Irlande dans une profondeur d'eau de $50\,m$ est choisi pour illustrer la méthode (figure 3.27).



$T_p\,[s]$	$2-4$	$4-6$	$6-8$	$8-10$	$10-12$	$12-14$	$14-16$	$16-18$
[%]	$0,18$	$5,96$	28.66	36.026	21.65	6.61	$1,11$	$0,05$

FIGURE 3.27 – Matrice de probabilité d'état de mer du site d'essai « Atlantic Marine Energy Test Site » (A detailed assessment of the wave energy resource at the atlantic marine energy test Site [5]).

Le contrôleur étant linéaire, les paramètres du fenêtrage ne sont pas affectés par la hauteur significative H_s. Ainsi, les densités de probabilité peuvent être intégrées sur

l'axe des ordonnées (hauteur significative), et les paramètres du contrôleur ne devront être adaptés qu'en fonction de l'évolution de la période de pic T_p. À partir des résultats de l'étude sensibilité, une première approximation des paramètres optimaux du contrôleur peut être obtenue pour ces états de mer (table 3.5). Ce jeu de paramètres optimaux peut par ailleurs être raffiné autour des états de mer les plus probables pour améliorer la récupération d'énergie.

$T_p\,[s]$	$t_{prev}\,[s]$	$\omega_{Lc}\,[rad/s]$	$\omega_{Hc}[rad/s]$
$6-8$	12	0,5	3,0
$8-10$	12	0,5	1,5
$10-12$	10	0,35	2,5

TABLE 3.5 – Paramètres optimaux du contrôleur pour le groupe de deux cylindres séparés d'une distance $d = 200\,m$ sur le site AMETS.

Dans le chapitre suivant, une analyse des résultats numériques est conduite pour vérifier les conditions d'optimalité du contrôleur en utilisant les paramètres obtenus à partir de l'étude de sensibilité. Ces paramètres, déterminés pour un groupe de deux corps, sont ensuite utilisés pour une ferme de 10 corps. Il est alors montré que les résultats issus de l'étude de sensibilité à deux corps peuvent être utilisé pour une ferme composée de nombreux corps.

Chapitre 4

Analyse des résultats numériques

Sommaire

4.1 Discrétisation fréquentielle 122

4.1.1 Corps libres 123

4.1.2 Corps contrôlés 126

4.2 Discrétisation temporelle 128

4.2.1 Corps libres 128

4.2.2 Stratégie de contrôle collaboratif 131

4.3 Validation de la stratégie de contrôle pour un groupe de deux corps 132

4.3.1 Prévision de vitesse 132

4.3.2 Conditions d'optimalité 134

4.4 Validation de la stratégie de contrôle avec les coefficients hydrodynamiques issus de méthode BEM 139

4.5 Impact du déplacement moyen en cavalement sur la méthode 143

4.6 Orientation et étalement directionnel de la houle 147

4.6.1 Erreur de mesure de l'orientation de la houle 147

4.6.2 Étalement spectral directionnel 151

4.7 Application à une ferme complexe 154

4.7.1 Impact du contrôleur sur le facteur d'interaction 154

4.7.2 Simulation d'une ferme de 10 machines 159

L'analyse des résultats numériques vise à caractériser la stratégie de contrôle développée dans le chapitre 3, après son implémentation dans le simulateur temporel présentée dans le chapitre 2. Dans un premier temps, l'impact de la discrétisation fréquentielle des coefficients hydrodynamiques (section 4.1) et de la discrétisation temporelle de l'intégration numérique pour un groupe de deux corps est évaluée (section 4.2). Il s'agit alors de mettre en évidence les spécificités dues aux effets de fermes et à l'application de la stratégie de contrôle sur le choix des discrétisations.

L'efficacité de la stratégie de contrôle collaboratif est ensuite validée par la vérification de la prévision de vitesse et des conditions d'optimalité sur les résultats temporels (section 4.3), y compris pour des corps dont les coefficients hydrodynamiques sont issus de la méthode BEM NEMOH (section 4.4).

De plus, l'étude vise aussi à quantifier la sensibilité de la méthode face aux changements extérieurs et erreurs de mesure. L'impact sur la récupération d'énergie de l'erreur de position des corps dans le groupe (section 4.5), de l'erreur d'estimation de la direction de la houle ou encore de l'étalement directionnel du spectre de houle (section 4.6) est évalué.

Finalement, la stratégie de contrôle collaboratif est appliquée à une ferme complexe, comprenant de nombreux corps (section 4.7). La forte influence du contrôle optimal sur la répartition énergétique au sein du groupe est d'abord mise en évidence (section 4.7.1). Ensuite, les paramètres issus de l'étude de sensibilité (section 3.2) sont utilisés pour appliquer la stratégie de contrôle sur une ferme complexe. Les résultats de vitesse, de condition d'optimalité, et de puissance sont alors évalués pour valider la stratégie de contrôle collaboratif.

4.1 Discrétisation fréquentielle

Les valeurs convergées de la discrétisation fréquentielle des coefficients hydrodynamiques pour un groupe de corps peuvent être différentes de celles obtenues pour un corps isolé. En effet, les effets de ferme dus à la diffraction et la radiation des corps nécessitent généralement une discrétisation plus fine, de façon à prendre en compte l'hydrodynamique complexe d'un tel groupe. De plus, l'application de la stratégie de contrôle collaboratif amplifie significativement les effets de radiation en raison de la mise en résonance des corps contrôlés. Ainsi, l'impact de la discrétisation fréquentielle est présenté ici pour un groupe deux cylindres libres pilonnant (section 4.1.1), puis pour le même

groupe en appliquant la stratégie de contrôle collaboratif (section 4.1.2).

4.1.1 Corps libres

Lors de la mise en place des simulations en domaine temporel, il est nécessaire de calculer les réponses impulsionnelles des efforts de radiation. Comme expliqué dans la section 3.1.10, la dualité temps-fréquence lie la discrétisation fréquentielle des coefficients hydrodynamiques à la longueur des réponses impulsionnelles par la relation suivante :

$$t_L = \frac{\pi}{d\omega} \tag{4.1}$$

Les réponses impulsionnelles de radiation $h_{rad}(t)$ d'un groupe de deux cylindres pilonnant séparés d'une distance $d = 200m$, sont présentées dans la figure 4.1. La longueur maximale sans répétition des réponses impulsionnelles pouvant être obtenue à partir des différentes discrétisations fréquentielles, est déterminée à partir de l'équation 4.1, et les résultats sont présentés dans la table 4.1.

Discrétisation fréquentielle $d\omega\,[rad/s]$	Longueur des réponses impulsionnelles $t_{imp}\,[s]$
0.05	63
0.025	126
0.0125	252

TABLE 4.1 – Relation entre la discrétisation fréquentielle et la longueur des réponses impulsionnelles.

Les réponses impulsionnelles, pour les 3 niveaux de discrétisation utilisés ici, sont calculées jusqu'à $t = 250s$. Ce temps étant supérieur à la limite fixée par la dualité temps fréquence pour les deux niveaux de discrétisation les moins raffinés, il apparait alors une redondance de la réponse impulsionnelle pour ces deux signaux. Ce phénomène souligne alors l'importance de respecter la taille limite des réponses impulsionnelles en relation avec la discrétisation fréquentielle, sous peine d'obtenir des efforts de radiation erronés.

Dans la figure 4.1, les réponses impulsionnelles semblent identiques jusqu'à l'extinction du paquet d'ondes à $t = 15s$ pour le terme diagonal de la radiation et $t = 60s$ pour le terme croisé. Cependant, dans la figure 4.2 présentant un agrandissement de ces résultats, un deuxième paquet d'ondes apparait pour le terme diagonal. Ce deuxième paquet correspond au retour de la radiation du second corps jusqu'au premier. L'onde radiée générée par le premier corps met en mouvement le second corps qui génère une nouvelle onde radiée qui excite à nouveau le premier corps. Ce phénomène implique alors la

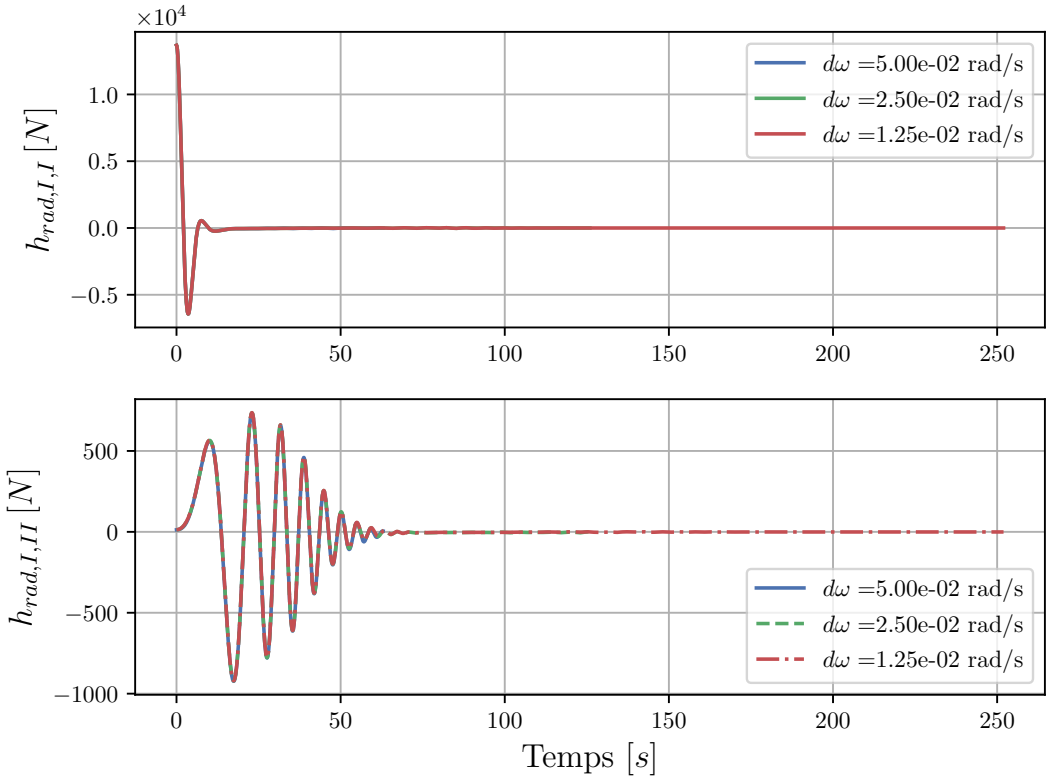


FIGURE 4.1 – Réponses impulsionnelles des efforts de radiation $h_{rad}(t)$ d'un groupe de deux cylindres pilonnant séparés d'une distance $d = 200m$, en utilisant des coefficients hydrodynamiques ayant pour discrétisation fréquentielle $d\omega = [0,05;\ 0,025;\ 0,0125]\, rad/s$.

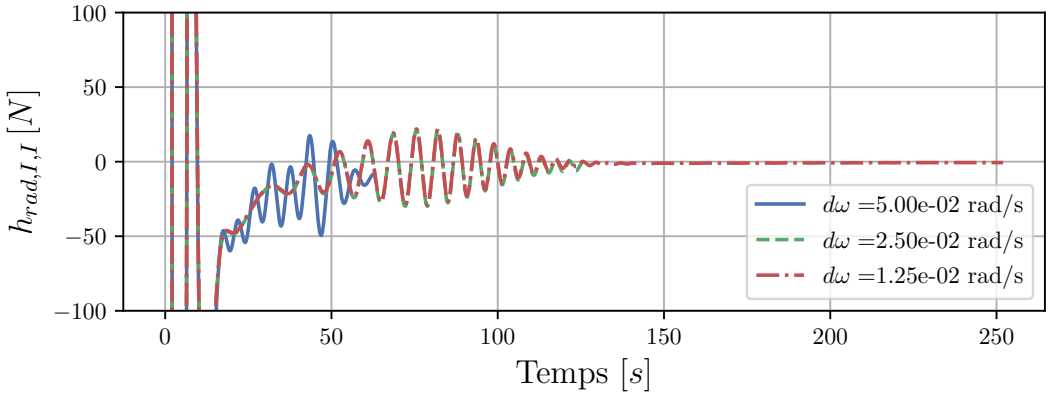


FIGURE 4.2 – Agrandissement des réponses impulsionnelles $h_{rad_{I,I}}(t)$ présentées dans la figure 4.1.

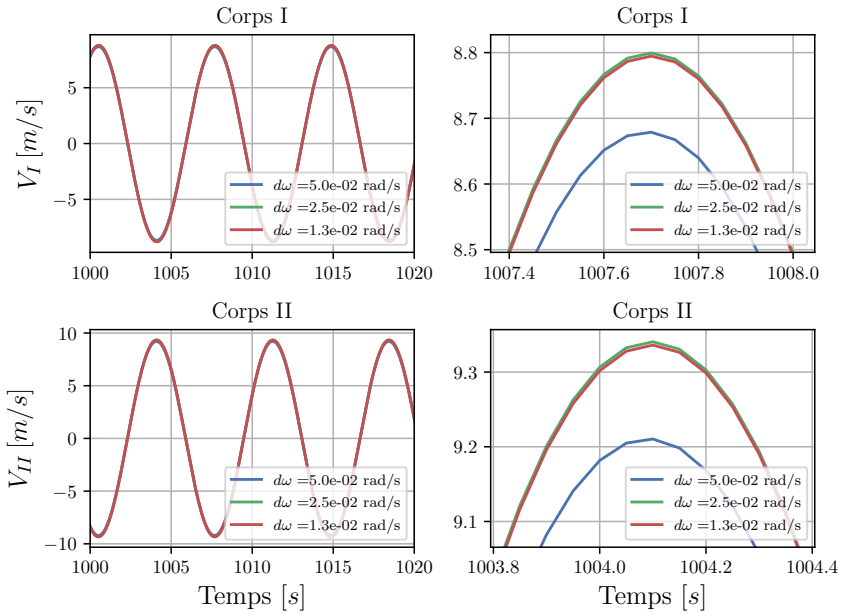


FIGURE 4.3 – Étude de convergence en discrétisation fréquentielle $d\omega$ des coefficients hydrodynamiques, pour un groupe de deux cylindres sans PTO, séparés d'une distance $d = 200m$, en résonance dans une houle monochromatique $a = 1m$ et $T = 7,19s$.

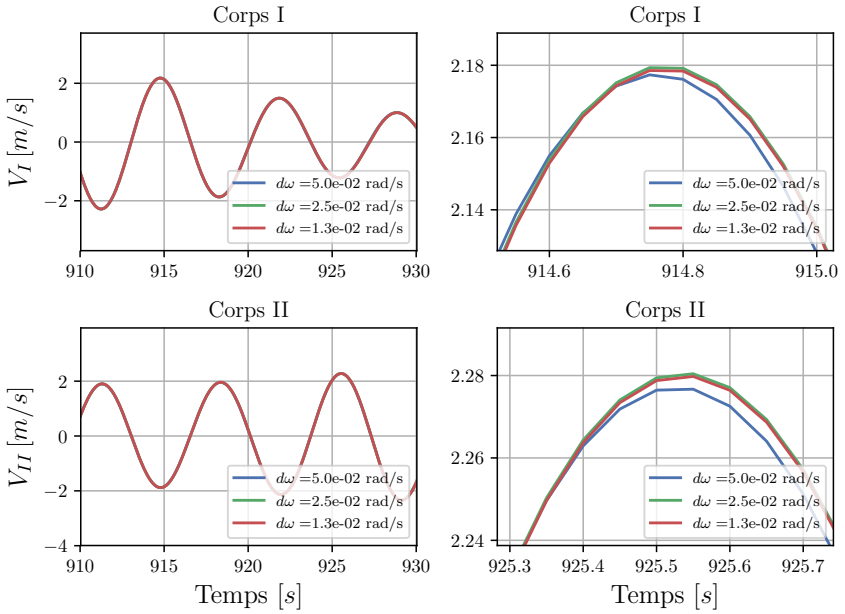


FIGURE 4.4 – Étude de convergence en discrétisation fréquentielle $d\omega$ des coefficients hydrodynamiques, pour un groupe de deux cylindres sans PTO, séparés d'une distance $d = 200m$, en résonance dans une houle polychromatique $H_s = 2m$ et $T_p = 7,19s$.

propagation du paquet d'ondes sur le double de la distance de séparation des corps, ici $125s$. Dans le cas de la discrétisation $d\omega = 0.05\,rad/s$, la discrétisation fréquentielle ne permet pas de capter ce phénomène, car la réponse impulsionnelle ne peut atteindre que $63s$. Dans le cas de la discrétisation $d\omega = 0.025\,rad/s$, la discrétisation est à la limite permettant de capter le phénomène, et une légère erreur apparait sur la fin du deuxième paquet d'ondes. Finalement, avec la discrétisation $d\omega = 0.0125\,rad/s$ le phénomène est entièrement capté et la réponse impulsionnelle s'annule sur les temps suivants. Il apparait donc nécessaire d'affiner suffisamment la discrétisation fréquentielle des coefficients hydrodynamiques lors de simulations de ferme de houlomoteur, de façon à capter l'intégralité des effets de ferme.

Les résultats de simulation temporelle pour les 3 niveaux de discrétisation fréquentielles sont présentés dans la figure 4.3 pour une houle monochromatique à la période de résonance intrinsèque des corps, et dans la figure 4.4 pour une houle polychromatique centrée sur la période de résonance intrinsèque. Dans la configuration utilisée dans cet exemple, i.e. deux corps séparés de $200m$, l'écart des résultats de vitesse n'est pas significatif car les corps sont suffisamment espacés et par conséquent l'effet aller-retour du terme diagonal de la radiation n'a que très peu d'impact. Cependant, l'analyse fine des résultats montre que les résultats temporels ont complètement convergé pour la discrétisation $d\omega = 0.0125\,rad/s$.

De manière générale, lorsque la distance entre les corps augmente, il est nécessaire d'affiner la discrétisation fréquentielle pour capter l'intégralité des effets de ferme. Cependant lorsque les corps sont suffisamment éloignés, ces effets deviennent négligeables, et il est alors possible de ne pas en tenir compte. Par ailleurs, dans le cas de configurations de ferme composées de nombreux corps rapprochés, les aller-retours de la radiation peuvent devenir nombreux, et il est alors aussi nécessaire d'affiner la discrétisation fréquentielle afin de capter l'intégralité de la dynamique. De façon à assurer une discrétisation fréquentielle suffisante, une discrétisation inférieure ou égale à $d\omega = 6.28 \cdot 10^{-3}\,rad/s$ est utilisée pour la majeure partie des études présentées dans ce manuscrit. De plus, pour les simulations longues, une discrétisation encore plus fine peut être utilisée pour la génération du signal de houle, ce qui permet d'éviter la redondance de ce dernier.

4.1.2 Corps contrôlés

Dans cette cette section, le premier corps est laissé libre, et le second est soumis à la stratégie de contrôle collaborative. Sous l'effet d'une stratégie de contrôle optimal,

les corps contrôlés sont en phase avec la force d'excitation, ce qui implique une forte dynamique du système. Les considérations concernant le raffinement de la discrétisation fréquentielle, de manière à capter l'ensemble des effets de ferme, deviennent alors indispensables car les efforts de radiation sont proportionnels à la vitesse. De plus, la stratégie de contrôle collaboratif implique le calcul des réponses impulsionnelles des fonctions de transfert des vitesses $h_v(t)$ (section 3.1.7) et de l'impédance du contrôleur $h_{Zuf}(t)$ (section 3.1.8). La discrétisation fréquentielle doit alors être suffisamment fine pour obtenir ces réponses impulsionnelles jusqu'à leur extinction. La taille des réponses impulsionnelles utilisées pour cette étude de convergence correspond à la valeur maximale due à la dualité temps fréquence ou la valeur d'extinction de la réponse (table 4.2).

L'objectif principal de la stratégie de contrôle collaboratif étant de maximiser la récupération d'énergie, l'étude présentée ici se concentre sur la convergence du coefficient d'optimalité (section 3.2.2). Les résultats de convergence présentés dans la table 4.2, correspondent à un groupe de deux cylindres séparés d'une distance $d = 200m$ où le corps en aval est contrôlé et le premier corps est laissé libre. Dans cette configuration, les résultats de puissance ont convergé pour une discrétisation $d\omega = 2.0 \cdot 10^{-2}\, rad/s$. Par ailleurs, la faible variation de puissance obtenue pour la discrétisation $d\omega = 1.25 \cdot 10^{-2}\, rad/s$ correspond à la variation de la longueur de réponse impulsionnelle entre les deux valeurs qui l'encadrent. En effet, la réponse impulsionnelle pour cette configuration n'est pas complètement convergée à $t = 250s$. Il est alors préférable de considérer la valeur convergée de la discrétisation fréquentielle $d\omega = 6.25 \cdot 10^{-3}\, rad/s$, et ainsi considérer les réponses impulsionnelles dans leur intégralité.

Discrétisation fréquentielle $d\omega\, [rad/s]$	$5.0 \cdot 10^{-2}$	$2.0 \cdot 10^{-2}$	$1.25 \cdot 10^{-2}$	$6.25 \cdot 10^{-3}$	$3.125 \cdot 10^{-3}$
Longueur des réponses impulsionnelles $t_{imp}\, [s]$	62	125	250	300	300
Coefficient d'optimalité C_{opt} [%]	74.0	89.7	89.9	89.7	89.7

TABLE 4.2 – Coefficient d'optimalité pour un groupe de deux corps séparés d'une distance $d = 200m$ en fonction de la discrétisation fréquentielle des coefficients hydrodynamiques, dans une houle polychromatique $H_s = 2m$ et $T_p = 9s$.

L'évolution des réponses impulsionnelles de transfert de vitesse en fonction de la distance de séparation entre les corps est présentée dans la section 3.1.7. Comme pour les réponses impulsionnelles de radiation, les réponses impulsionnelles tendent à s'allonger lorsque la distance de séparation entre les corps augmente, ce qui implique un raffinement de la discrétisation fréquentielle des coefficients hydrodynamiques.

Comme présenté dans la section 3.1.10, il est possible d'extrapoler les coefficients hydrodynamiques de façon à affiner les réponses impulsionnelles. L'intérêt majeur d'une telle démarche est de faciliter l'analyse de ces réponses. Par ailleurs, comme le montrent les résultats de la table 4.3, l'extrapolation des résultats n'améliore pas la récupération d'énergie. En effet, l'extrapolation des coefficients hydrodynamiques permet une interpolation des réponses impulsionnelles, mais n'ajoute pas d'information physique au système.

Valeur d'extrapolation N_{Pad}	0	2000	4000	8000	10000	20000
Valeur finale du vecteur fréquence $\omega\,[rad/s]$	3.14	6.28	9.42	12.56	15.70	18.84
Coefficient d'optimalité C_{opt} [%]	89.7	89.9	89.9	89.9	89.9	89.9

TABLE 4.3 – Coefficient d'optimalité pour un groupe de deux corps séparés d'une distance $d = 200m$ en fonction de l'extrapolation des coefficients hydrodynamiques, dans une houle polychromatique $H_s = 2m$ et $T_p = 9s$.

4.2 Discrétisation temporelle

Les valeurs convergées de la discrétisation temporelle dt dépendent en partie des conditions de houles et de la méthode de contrôle. Pour un groupe de corps libres donné, la valeur convergée du pas de discrétisation augmente lorsque le corps est en résonance avec la houle incidente. De même, lorsque le corps est soumis à la stratégie de contrôle collaboratif, la forte dynamique des corps impose un raffinement de la discrétisation temporelle.

4.2.1 Corps libres

L'étude de convergence en discrétisation temporelle dt vise en premier lieu un groupe de cylindres libres. La configuration étudiée est constituée de deux cylindres pilonnant séparés d'une distance $d = 200m$ avec une discrétisation $d\omega = 6.25 \cdot 10^{-3}\ rad/s$ des coefficients hydrodynamiques. L'étude est menée dans différents états de mer : une houle monochromatique $a = 1m$ et $T = 6s$ (figure 4.5), une houle monochromatique $a = 1m$ et $T = 7,19s$ correspondant à la fréquence intrinsèque de résonance des corps (figure 4.6), et dans une houle polychromatique $H_s = 1m$ et $T_p = 7,19s$ (figure 4.7).

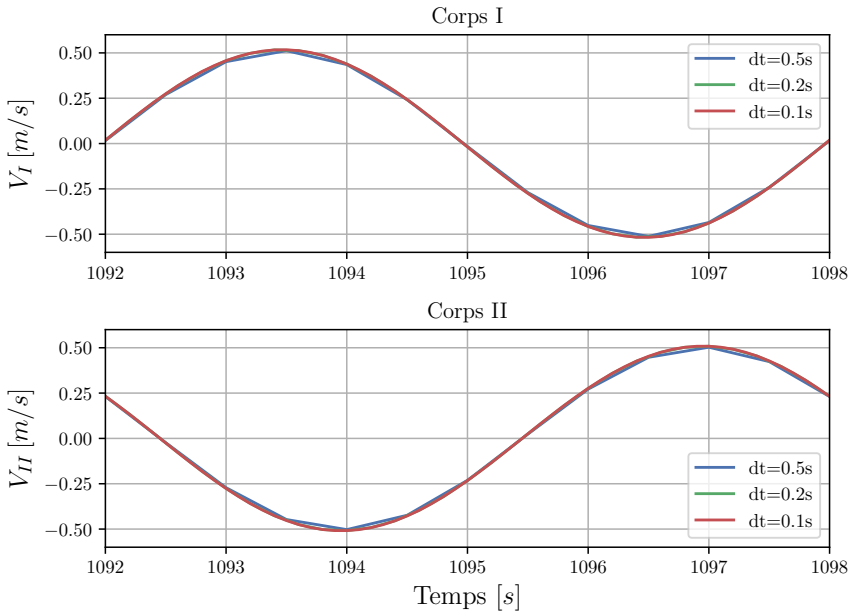


FIGURE 4.5 – Étude de convergence en pas de temps dt pour un groupe de deux cylindres libres, séparés d'une distance $d = 200m$, dans une houle monochromatique $a = 1m$ et $T = 6s$.

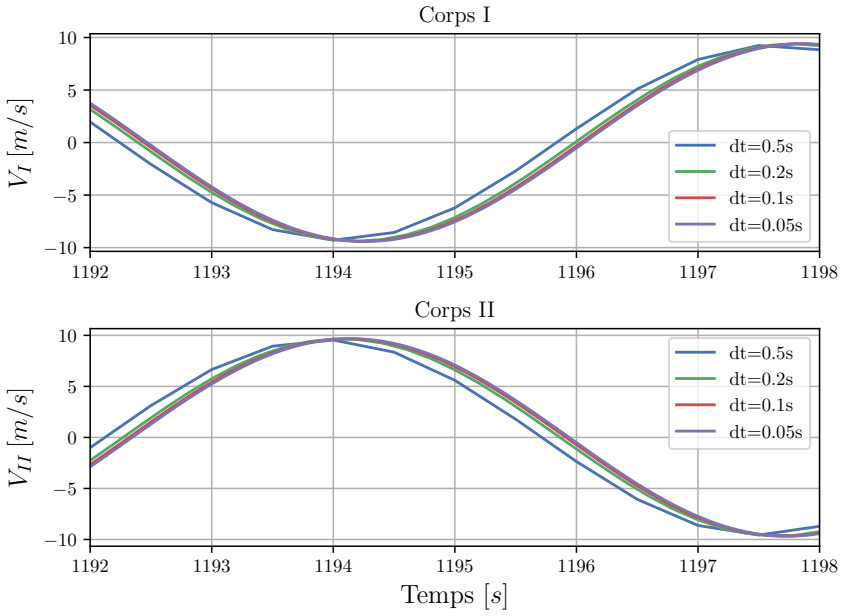


FIGURE 4.6 – Étude de convergence en pas de temps dt pour un groupe de deux cylindres libres, séparés d'une distance $d = 200m$, en résonance dans une houle monochromatique $a = 1m$ et $T = 7,19s$.

Dans le cas où le groupe de corps est excité par une houle monochromatique hors de la fréquence de résonance des corps (figure 4.5), la dynamique des corps est faible et la convergence en pas de temps est atteinte pour des valeurs dt élevées. Ici, les résultats sont considérés convergés pour $dt = 0.2s$. Au contraire, lorsque l'onde monochromatique incidente correspond à la fréquence intrinsèque de résonance des corps (figure 4.6), l'amplitude et la vitesse des corps augmentent significativement et il est alors nécessaire de raffiner le pas de temps. Ici, la valeur convergée du pas de temps est alors égale à $dt = 0.05s$.

Pour une houle polychromatique, la dynamique des corps est en moyenne plus faible que pour une houle monochromatique à la fréquence de résonance, y compris pour un spectre de houle centré sur la fréquence de résonance des corps (figure 4.7). Par conséquent, le pas de temps convergé pour une houle polychromatique est inférieur ou égal à la valeur obtenue pour la houle monochromatique à la fréquence de résonance. Ici, la valeur convergée du pas de temps est égale à $dt = 0.1s$.

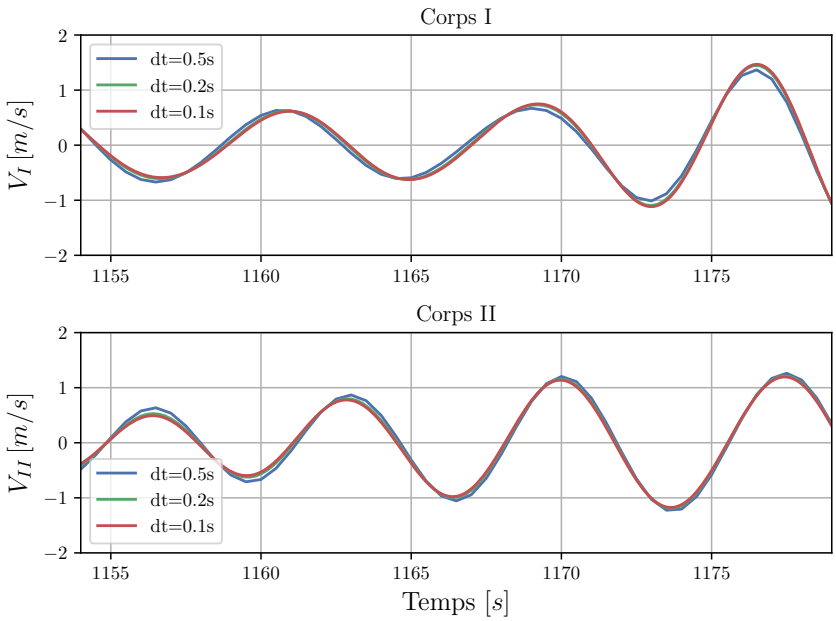


FIGURE 4.7 – Étude de convergence en pas de temps dt pour un groupe de deux cylindres libres, séparés d'une distance $d = 200m$, dans une houle polychromatique $H_s = 2m$ et $T_p = 7,19s$.

4.2.2 Stratégie de contrôle collaboratif

Sous l'effet du contrôle collaboratif, la mise en phase de la vitesse des corps avec la force d'excitation provoque une forte dynamique des corps. Il est alors nécessaire de raffiner la discrétisation temporelle pour atteindre la convergence des résultats. De plus, l'évaluation de la force de PTO à appliquer est effectuée à chaque pas de temps, mais reste constante dans l'évaluation des pas de temps intermédiaires du schéma d'intégration Runge-Kutta d'ordre 4, ce qui permet de conserver une résolution temporelle plus fine du modèle physique que celle du contrôleur. Il est alors nécessaire de raffiner la discrétisation temporelle pour obtenir la convergence des résultats sous l'effet du contrôleur, car les efforts du PTO ne bénéficient pas de l'ordre élevé du schéma d'intégration. Comme présenté dans la figure 4.8, les résultats de vitesse du corps contrôlé par la stratégie de contrôle collaboratif sont convergés pour $dt = 0.02s$ pour cet exemple.

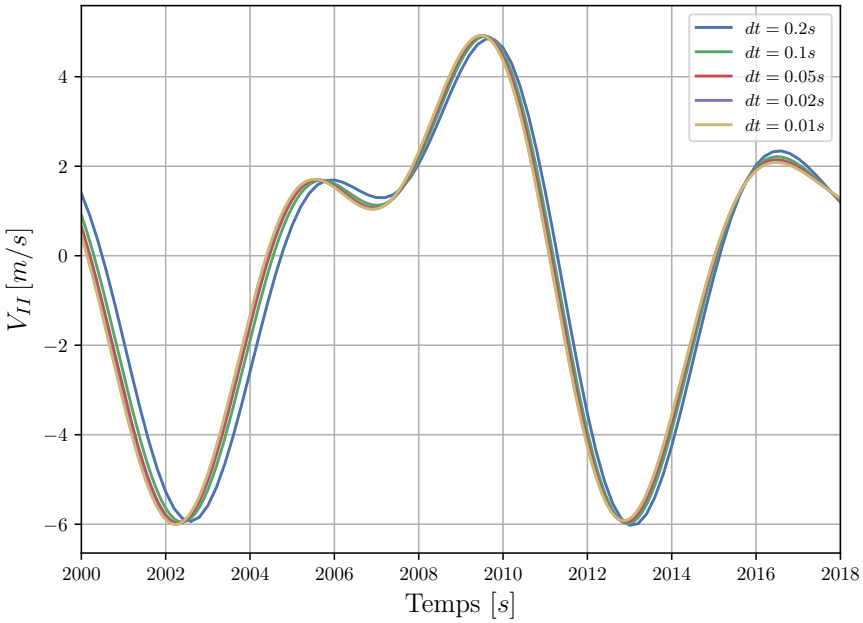


FIGURE 4.8 – Étude de convergence en pas de temps dt de la vitesse du corps contrôlé, pour un groupe de deux cylindres séparés d'une distance $d = 200m$, où le second corps est contrôlé avec la stratégie de contrôle collaboratif, dans une houle polychromatique $H_s = 2m$ et $T_p = 9s$.

Concernant les résultats de puissance, comme le montre l'étude de convergence du coefficient d'optimalité (table 4.4), la valeur de pas de temps nécessaire pour atteindre la convergence est encore plus faible, ici $dt = 0.01s$. Cependant, pour limiter les temps de calcul un pas de temps $dt = 0.05s$ peut être suffisant, et l'erreur induite par la

discrétisation temporelle sur le calcul de puissance est alors inférieure à 1%.

Discrétisation temporelle $dt\,[s]$	0.2	0.1	0.05	0.02	0.01
Coefficient d'optimalité C_{opt} [%]	84.7	88.6	89.7	90.1	90.2

TABLE 4.4 – Étude de convergence en pas de temps dt du coefficient d'optimalité du corps contrôlé, pour un groupe de deux cylindres séparés d'une distance $d = 200m$, où le second corps est contrôlé avec la stratégie de contrôle collaboratif, dans une houle polychromatique $H_s = 2m$ et $T_p = 9s$.

4.3 Validation de la stratégie de contrôle pour un groupe de deux corps

La validation de la stratégie de contrôle consiste à analyser la prévision de vitesse du corps contrôlé, confirmer la condition d'optimalité de mise en phase de la vitesse du corps avec la force d'excitation, et confronter les résultats de puissance avec les valeurs théoriques. La stratégie de contrôle est éprouvée pour deux configurations de ferme : un groupe de deux cylindres séparés d'une distance $d = 200m$ et un autre groupe avec une distance de séparation $d = 600m$. Pour chaque simulation, deux configurations du corps amont (corps capteur) sont évaluées : la première consiste à laisser le corps libre, et la seconde à lui appliquer un PTO passif d'une valeur $B_{PTO} = 1.5 \cdot 10^5 N.s/m$. Cette valeur d'amortissement du PTO est choisie pour maximiser la récupération d'énergie du corps capteur, elle a été obtenue par dichotomie sur le jeu de phase utilisée pour la simulation.

4.3.1 Prévision de vitesse

La prévision de vitesse des corps contrôlés est l'étape de la stratégie de contrôle collaboratif permettant de causaliser le contrôleur optimal (section 3.1.8). La précision de la prévision est fondamentale pour assurer la maximisation de la récupération d'énergie, et il est donc nécessaire de valider les résultats de prévision lors de la mise en place du contrôleur. La comparaison de la prévision de vitesse avec les résultats de simulation est présentée dans la figure 4.9 pour la configuration où le corps capteur est laissé libre et 4.10 pour la configuration où le corps capteur est équipé d'un PTO passif.

Dans toutes les configurations présentées ici, la prévision de vitesse correspond à la vitesse obtenue par simulation sur la majeure partie du signal. Par ailleurs, pour les variations de vitesse rapides associées aux vagues de courtes périodes, une erreur sur la

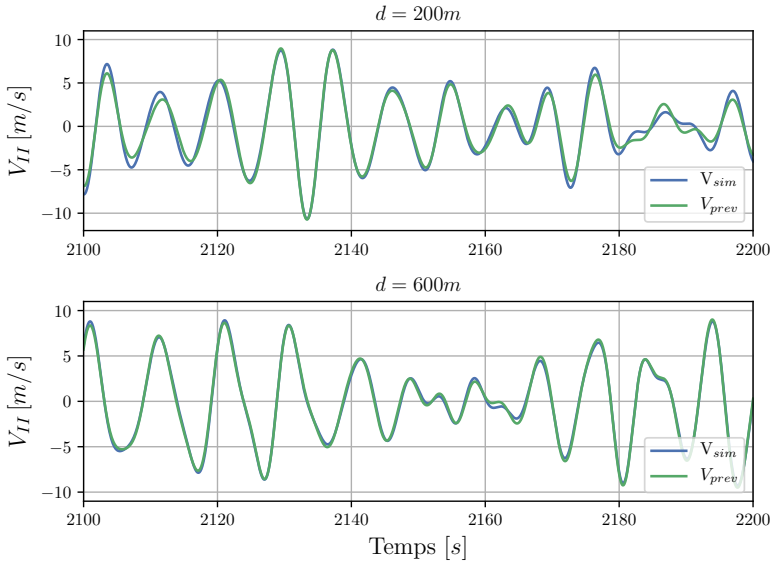


FIGURE 4.9 – Comparaison de la prévision de vitesse du corps contrôlé avec la vitesse obtenue par les simulation pour un groupe de deux cylindres pilonnant avec une distance de séparation $d = 200m$ en haut, et une distance de séparation $d = 600m$, dans une houle polychromatique $H_s = 2m$ $T_p = 9s$. Le premier corps (capteur) est laissé libre et le second est soumis à la stratégie de contrôle collaboratif.

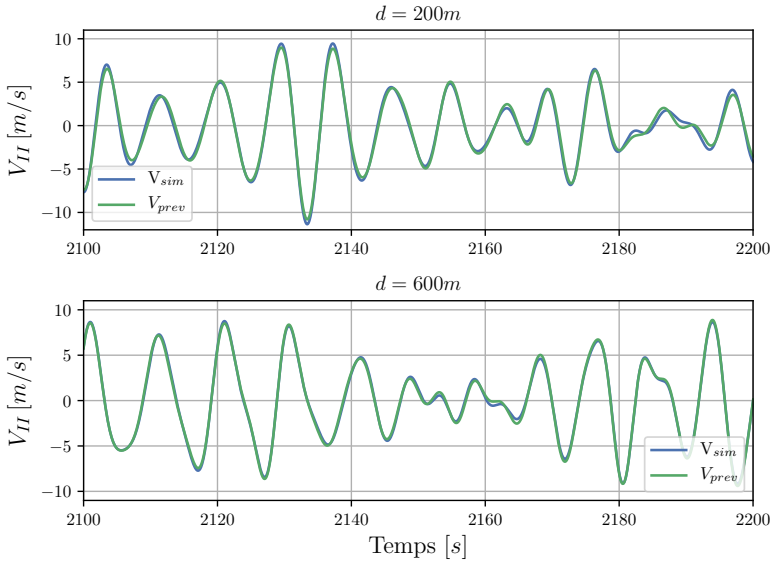


FIGURE 4.10 – Comparaison de la prévision de vitesse du corps contrôlé avec la vitesse obtenue par les simulation dans des configurations identiques à la figure 4.9, mais pour lesquelles le premier corps (capteur) est équipé d'un PTO passif d'une valeur $B_{PTO} = 1.5 \cdot 10^5 N.s/m$ et le second est soumis à la stratégie de contrôle collaboratif.

prévision apparait. Néanmoins, cette erreur tend à disparaitre avec l'augmentation de la distance de séparation entre les corps. En effet, lorsque la distance de séparation entre les corps augmente, le temps de propagation des vagues augmente lui aussi, et le temps de retard de la réponse impulsionnelle h_v s'allonge. Il est alors possible de décaler la réponse impulsionnelle h_v (de façon à fournir la prévision de vitesse), sans pour autant arriver en limite de causalité de cette réponse. En outre, l'erreur de prévision de vitesse sur les petites périodes n'impacte que peu la récupération d'énergie. D'une part, l'étalement du spectre de houle implique que les vagues de courte période soient caractérisées par une faible amplitude, et d'autre part ces vagues contiennent moins d'énergie que les vagues de longues périodes.

L'impact de la mise en place d'un PTO passif sur le corps capteur n'affecte que faiblement la qualité de la prévision. Il est tout de même à noter que l'amortissement supplémentaire induit par l'ajout du PTO tend à améliorer la prévision de vitesse. La dynamique du corps capteur est alors réduite, ce qui permet de lisser le signal de vitesse et affiner la prévision. Ces résultats permettent donc de valider l'utilisation de PTO passif sur le corps capteur et par conséquent d'augmenter le rendement global de la ferme.

4.3.2 Conditions d'optimalité

Une fois la prévision de vitesse validée, il est ensuite possible de vérifier la condition de phase du contrôleur optimal (section 3.1.2), i.e. la mise en phase de la vitesse du corps contrôlé avec la force d'excitation générée par la houle incidente sur ce dernier. De façon à simplifier la visualisation de ces signaux de grandeurs très différentes, il est choisi de les normaliser. Les signaux de vitesse et de force d'excitation du corps contrôlé dans des configurations identiques à celles de la section précédente sont présentés dans les figures 4.11, et 4.12.

Les signaux de vitesse et de force d'excitation semblent en phase, mais la comparaison des résultats est délicate en raison de la différence de nature des deux valeurs étudiées. En effet, en utilisant cette représentation il n'est pas possible de différencier l'erreur due à la différence de nature des valeurs, et l'erreur de phase des deux signaux. Pour permettre une analyse plus fine de la condition de phase du contrôleur optimal en domaine temporel dans une houle polychromatique, il a été choisi d'utiliser la mesure de l'angle du portrait de phase des signaux de vitesse et de force d'excitation (figure 4.13).

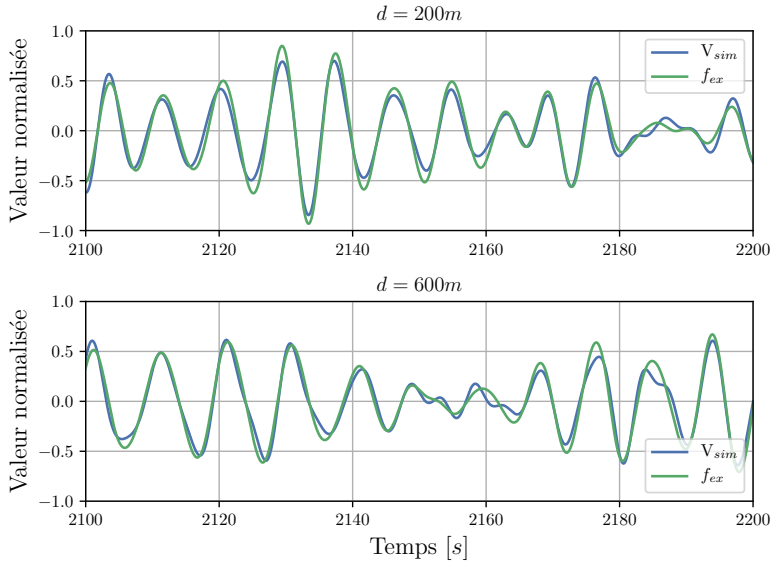


FIGURE 4.11 – Force d'excitation $f_{ex}(t)$ et vitesse $v(t)$ normalisées du corps contrôlé d'un groupe de deux cylindres pilonnant séparés d'une distance $d = 200m$ (en haut) et $d = 600m$ en bas, dans une houle polychromatique $H_s = 2m$ $T_p = 9s$, où le corps (capteur) est laissé libre et le second soumis à la stratégie de contrôle collaboratif.

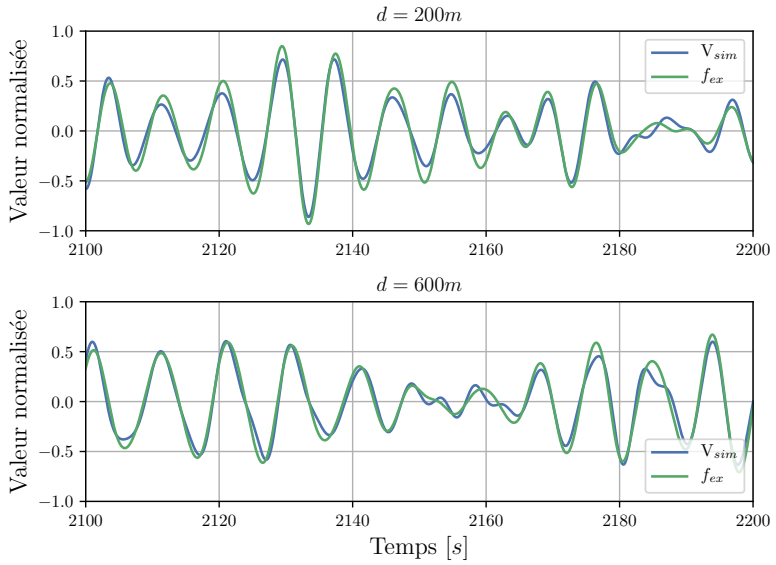


FIGURE 4.12 – Force d'excitation $f_{ex}(t)$ et vitesse $v(t)$ normalisées du corps contrôlé dans des configurations identiques à la figure 4.11, mais pour lesquelles le premier corps (capteur) est équipé d'un PTO passif d'une valeur $B_{PTO} = 1.5 \cdot 10^5 N.s/m$ et le second est soumis à la stratégie de contrôle collaboratif.

L'angle du portrait de phase de la vitesse $\varphi_v(t)$ est défini comme l'angle formé par la vitesse et la position du corps (équation 4.2), et l'angle du portrait de phase de la force d'excitation $\varphi_{fex}(t)$ est défini comme l'angle formé par la force d'excitation et sa primitive (équation 4.3). Les résultats d'angle de portrait de phases obtenus à partir des simulations précédentes sont présentés dans les figures 4.14 et 4.15.

$$\varphi_v(t) = \arctan(\frac{v(t)}{x(t)}) \tag{4.2}$$

$$\varphi_{fex}(t) = \arctan(\frac{f_{ex}(t)}{\int f_{ex}(t)}) \tag{4.3}$$

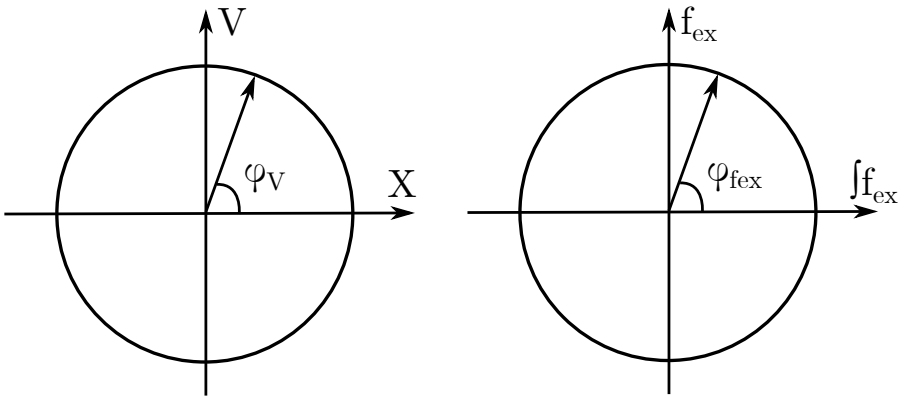


FIGURE 4.13 – Schéma représentatif de l'angle du portrait de phase de la vitesse φ_v et de la force d'excitation φ_{fex}.

Les résultats d'angle du portrait de phase montrent que la vitesse et la force d'excitation sont en phase sur la majeure partie de la durée de simulation, cependant pour les temps où la prévision de vitesse est erronée, les deux signaux se déphasent légèrement. Comme la qualité de la prévision augmente avec la distance de séparation, plus cette dernière augmente plus les deux signaux se trouvent en phase. Les périodes pour lesquelles l'erreur de prévision induit un déphasage des signaux ne satisfont pas à la condition de phase du contrôleur optimal. Par ailleurs, les erreurs de prévision de vitesse étant principalement centrées sur les vagues de courtes périodes, la perte énergétique associée est faible.

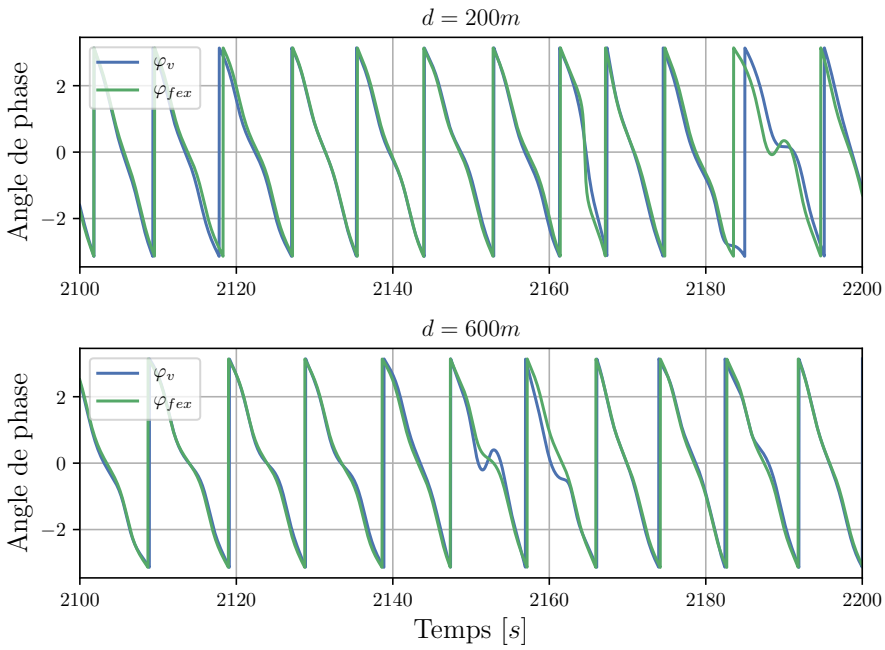


FIGURE 4.14 – Angle du portrait de phase de la vitesse $\varphi_v(t)$ et de la force d'excitation $\varphi_{fex}(t)$ correspondant aux simulations de la figure 4.11.

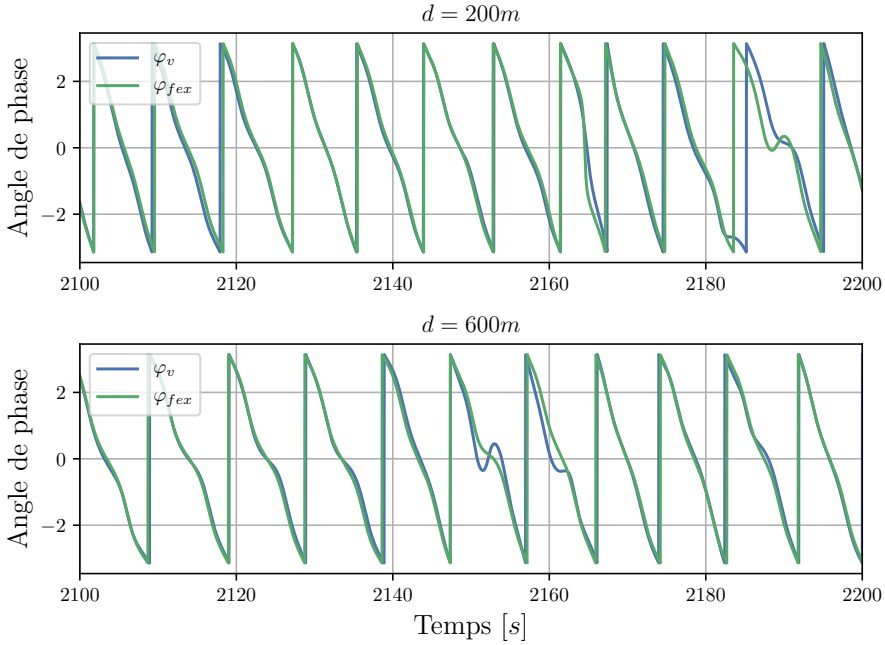


FIGURE 4.15 – Angle du portrait de phase de la vitesse $\varphi_v(t)$ et de la force d'excitation $\varphi_{fex}(t)$ correspondant aux simulations de la figure 4.12.

D'autre part, les faibles différences sur la prévision de vitesse dues à la mise en place d'un PTO passif sur le corps capteur n'apparaissent pas significativement dans ces résultats. De manière à faire apparaitre l'impact de l'application d'un PTO passif, il est alors nécessaire d'observer les résultats de puissances.

Les résultats de puissance obtenus pour les simulations de cette étude sont synthétisés dans le tableau 4.5. La puissance théorique P_{th} correspond à la puissance maximale théorique obtenue à partir du contrôle optimal, et la puissance théorique fenêtrée P_{th} correspond à la puissance théorique maximale après application du fenêtrage sur l'impédance du contrôleur optimal. Les coefficients d'optimalité C_{opt} et C_{optf} correspondent respectivement au rapport de la puissance moyenne mesurée à partir des simulations sur la puissance théorique P_{th} et la puissance théorique fenêtrée P_{thf} (section 3.2.2). La puissance calculée correspond uniquement à celle du corps contrôlé mais tient compte de l'impact de l'hydrodynamique du corps capteur (effets de ferme).

Configuration	200m	600m	200m B_{PTO}	600m B_{PTO}
Puissance théorique optimale P_{th} $[W]$	$2,902 \cdot 10^5$	$2.891 \cdot 10^5$	$2.884 \cdot 10^5$	$2.880 \cdot 10^5$
Coefficient d'optimalité C_{opt} $[\%]$	90.1	97.6	91.0	97.6
Puissance théorique fenêtrée P_{thf} $[W]$	$2.704 \cdot 10^5$	$2.873 \cdot 10^5$	$2.683 \cdot 10^5$	$2.861 \cdot 10^5$
Coefficient d'optimalité avec fenêtrage C_{optf} $[\%]$	96.7	98.2	97.9	98.2

TABLE 4.5 – Résultats de puissance et de coefficient d'optimalité pour les différentes configurations de ferme présentées dans l'étude.

Les variations de puissance théoriques P_{th} entre les différentes configurations sont dues aux effets de ferme. La modification de la distance entre les corps ou de la dynamique d'un des corps par l'ajout d'un PTO passif fait varier la puissance théorique récupérable du corps contrôlé. De plus, de par l'ajout du fenêtrage sur l'impédance du contrôleur, la puissance théorique fenêtrée P_{thf} est nécessairement inférieure. Cependant, la différence entre P_{th} et P_{thf} varie en fonction de la configuration de ferme. Pour le cas où les corps sont séparés de $d = 200m$, une différence de 7% est observée contre 1% pour le cas à $d = 600m$. La diminution de cette différence s'explique par l'élongation du temps de propagation permettant d'obtenir une meilleure prévision de vitesse et ainsi réduire les approximations sur le contrôleur.

Concernant l'évolution du coefficient d'optimalité C_{opt}, les valeurs de ce dernier augmentent avec l'élongation de la distance de séparation entre les corps ce qui concorde avec l'amélioration de la prévision de vitesse. De plus, la fine amélioration de la prévision de vitesse due à l'application du PTO passif permet une augmentation de 1% du

coefficient d'optimalité pour la configuration $d = 200m$.

Le coefficient d'optimalité tenant compte du fenêtrage C_{optf} permet de quantifier la qualité du contrôle en tenant compte de la perte de puissance due au fenêtrage. Il apparait alors que la récupération d'énergie est proche des 100% pour toutes les configurations étudiées ici. L'énergie non récupérée ne permettant pas d'atteindre une récupération parfaite est due aux faibles erreurs de prévision de vitesse. Pour cette raison, il apparait un meilleur C_{optf} avec l'ajout du PTO passif sur le premier corps ou l'élongation de la distance entre les corps.

L'ensemble de ces résultats permet donc de valider la stratégie de contrôle collaboratif dans un groupe de deux corps avec une prévision déterministe précise de la vitesse des corps contrôlés, une mise en phase de la force d'excitation et de la vitesse de ces corps, et finalement une récupération d'énergie proche de la limite de Budal pour le corps contrôlé. La validation pour une ferme composée de nombreux corps est présentée dans la section 4.7.2.2.

4.4 Validation de la stratégie de contrôle avec les coefficients hydrodynamiques issus de méthode BEM

Pour les démonstrations et les simulations présentées dans ce manuscrit, les coefficients hydrodynamiques utilisés sont issus d'une méthode semi-analytique (section 2.2.2). De façon à pouvoir utiliser la stratégie de contrôle pour des géométries de corps plus complexes que le cylindre type de l'étude, il est alors nécessaire de valider la méthode en utilisant des coefficients hydrodynamiques issus de méthode BEM. L'application d'un contrôle quasi optimal comme la stratégie de contrôle collaboratif implique des efforts du PTO et une dynamique du corps nettement supérieurs au cas d'un corps libre, ce qui entraine une plus forte sensibilité des résultats de simulation aux coefficients hydrodynamiques. L'objectif de cette étude est de quantifier l'impact des erreurs des coefficients hydrodynamiques issus de la méthode BEM par rapport à la méthode analytique sur les performances du contrôleur et l'estimation de la récupération d'énergie. Ainsi, les coefficients hydrodynamiques issus de la méthode semi-analytique, de la méthode BEM NEMOH (section 2.2.1), et de la méthode BEM NEMOH avec la correction des fréquences irrégulières (annexe A) sont utilisés ici pour les simulations d'une même configuration

de ferme. Les résultats de prévision de vitesse, de mise en phase de la vitesse et de la force d'excitation, ainsi que les puissances sont alors évalués pour un groupe de deux cylindres pilonnant séparés d'une distance $d = 400m$ où le corps amont (capteur) est laissé libre et le corps aval (contrôlé) est soumis à la stratégie de contrôle collaboratif.

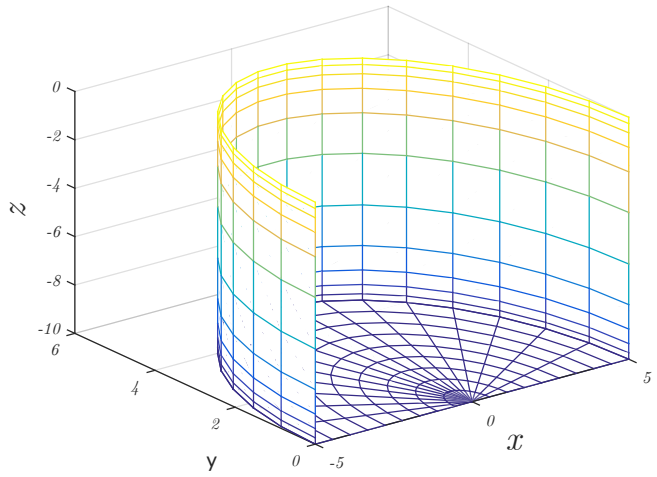


FIGURE 4.16 – Demi-maillage du cylindre utilisé pour le calcul des coefficients hydrodynamiques avec le code BEM NEMOH.

Le demi-maillage du cylindre vertical utilisé pour le calcul des coefficients hydrodynamiques dans le code NEMOH est présenté dans la figure 4.16, et est composé de 340 panneaux. Une étude de convergence en maillage des coefficients hydrodynamiques est présentée dans l'annexe D. Le code NEMOH permet d'utiliser un demi-maillage pour les géométries symétriques de façon à limiter les temps de calcul. Par ailleurs, la résolution du problème aux limites est effectuée pour deux corps, ce qui permet de prendre en compte les effets de ferme dans les coefficients. Les coefficients d'amortissement hydrodynamique et de masse d'eau ajoutée des termes diagonaux issus des 3 méthodes sont comparés dans la figure 4.17. L'utilisation de la méthode de correction des fréquences irrégulières permet de faire disparaitre la fréquence irrégulière présente à la pulsation $\omega = 2,2\,rad.s$, tout en conservant les résultats pour les autres pulsations. Par ailleurs, bien que les résultats issus des 3 méthodes présentent une forme générale identique, les coefficients hydrodynamiques issus de la méthode BEM et de la méthode analytique diffèrent d'environ 5% pour cette géométrie.

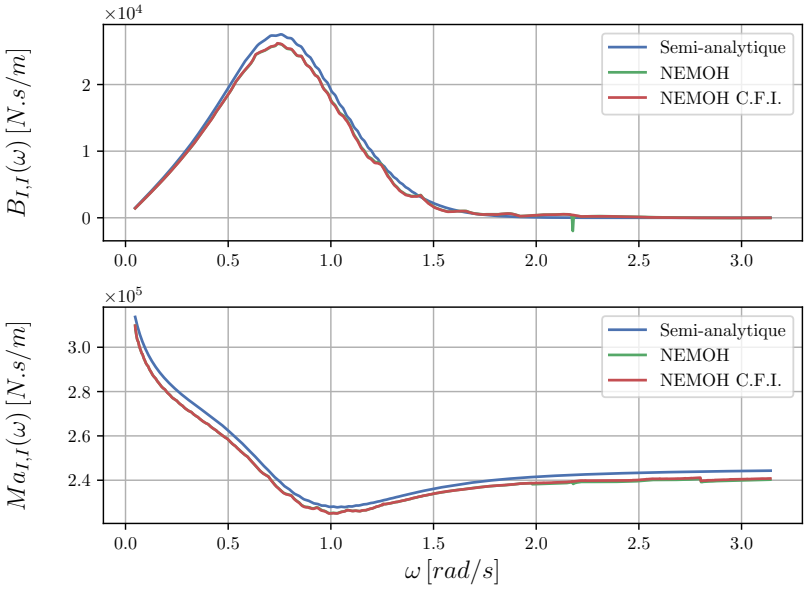


FIGURE 4.17 – Coefficients d'amortissement hydrodynamique et de masse d'eau ajoutée des termes diagonaux en pilonnement d'un groupe de deux cylindres séparés d'une distance $d = 400m$, obtenus à partir de la méthode semi-analytique, de la méthode BEM NEMOH, et de la méthode BEM NEMOH avec correction des fréquences irrégulières.

Les résultats de prévision de vitesse (figure 4.18) et d'angle de portrait de phase (figure 4.19) pour les 3 jeux de coefficients hydrodynamiques sont quasi identiques. Les différences de valeurs notées sur les coefficients hydrodynamiques n'impactent donc pas sensiblement les résultats de prévision de vitesse, ni la mise en phase de la vitesse et de la force d'excitation.

La comparaison des résultats de puissance (table 4.6) permet de quantifier l'impact de l'utilisation des coefficients hydrodynamiques issus de NEMOH. Dans cette configuration de ferme, de par l'erreur d'estimation des coefficients hydrodynamiques dans les hautes fréquences par la méthode BEM, les coefficients issus de NEMOH surestiment légèrement la puissance théorique P_{th}. Pour la même raison, les résultats de coefficient d'optimalité C_{opt} diffèrent d'environ 2%. Cependant, les coefficients d'optimalité C_{optf} (tenant compte du fenêtrage) de la méthode semi-analytique et de la méthode BEM ne diffèrent que de 0.6%, car le fenêtrage permet de diminuer les erreurs des coefficients hydrodynamiques dans les hautes fréquences. Le faible écart de coefficient d'optimalité C_{optf} entre les 3 jeux de coefficient hydrodynamique confirme le comportement quasi identique de la stratégie de contrôle, quelque soit la méthode d'obtention des coefficients hydrodynamiques.
Les résultats de coefficient d'optimalité C_{optf} entre la méthode NEMOH et sa cor-

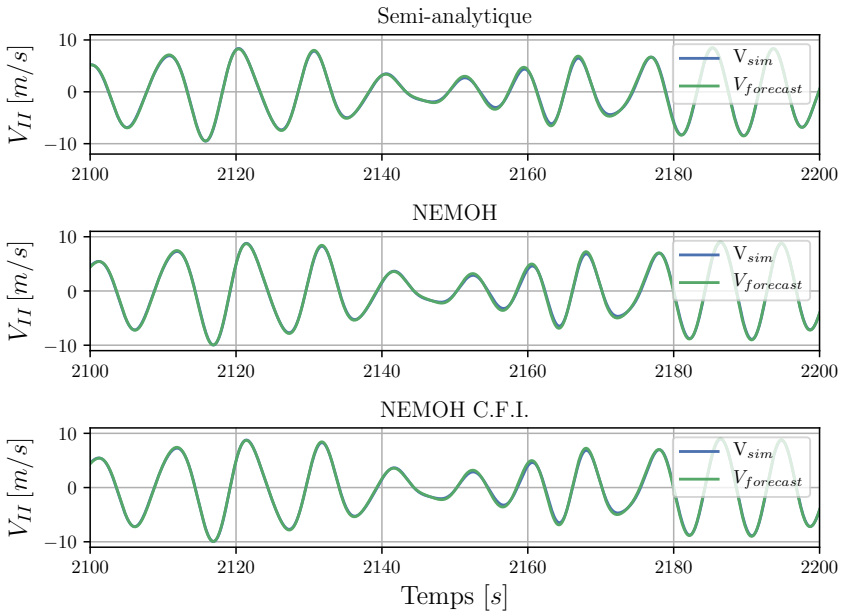


FIGURE 4.18 – Comparaison de la prévision de vitesse du corps contrôlé avec la vitesse obtenue par les simulation pour un groupe de deux cylindres pilonnant avec une distance de séparation $d = 400m$ dans une houle polychromatique $H_s = 2m$ $T_p = 9s$, où le premier corps (capteur) est laissé libre et le second est soumis à la stratégie de contrôle collaboratif.

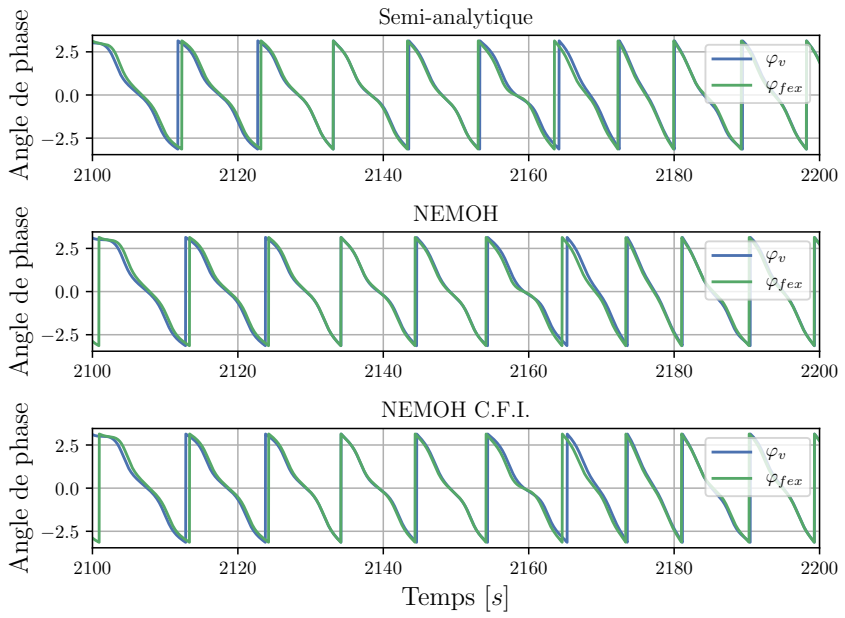


FIGURE 4.19 – Angle du portrait de phase de la vitesse $\varphi_v(t)$ et de la force d'excitation $\varphi_{fex}(t)$ correspondant aux simulations de la figure 4.18.

Configuration	Semi-Analytique	NEMOH	NEMOH C.F.I.
Puissance théorique optimale P_{th} $[W]$	$2.894 \cdot 10^5$	$2.976 \cdot 10^5$	$3.041 \cdot 10^5$
Coefficient d'optimalité C_{opt} [%]	92.7	93.8	91.6
Puissance théorique fenêtrée P_{thf} $[W]$	$2.729 \cdot 10^5$	$2.857 \cdot 10^5$	$2.854 \cdot 10^5$
Coefficient d'optimalité avec fenêtrage C_{optf} [%]	98.3	97.7	97.7

TABLE 4.6 – Comparaison des résultats de puissance et de coefficient d'optimalité en utilisant les coefficients hydrodynamiques issus d'une méthode semi-analytique, de la méthode BEM NEMOH, et de la méthode BEM NEMOH avec correction des fréquences irrégulières.

rection des fréquences irrégulières sont identiques. En effet, la fréquence irrégulière à $\omega = 2.2\,rad/s$ génère une variation de l'estimation de puissance théorique optimale, mais n'est plus prise en compte après le fenêtrage dans la puissance théorique fenêtrée P_{th}, car elle est située en dehors de la bande passante de récupération. L'utilisation de la correction des fréquences irrégulière n'a donc d'intérêt que si ces fréquences sont présentes dans la bande d'intérêt de récupération d'énergie.

L'ensemble de ces résultats permet donc de valider l'utilisation de coefficients hydrodynamiques issus de la méthode BEM NEMOH pour l'application de la stratégie de contrôle collaboratif, avec une erreur d'estimation du coefficient d'optimalité C_{optf} inférieure à 1% pour la configuration évaluée. Par conséquent, il est possible d'appliquer la stratégie de contrôle à des géométries de corps plus complexes. Toutefois, l'erreur d'estimation de la puissance théorique maximale (ici 3%) reste à prendre en considération, bien qu'elle soit indépendante de la méthode de contrôle.

4.5 Impact du déplacement moyen en cavalement sur la méthode

Les positions des machines houlomotrices dans la ferme ne sont pas nécessairement fixes, notamment en raison des problématiques d'ancrage. Les efforts générés par les vagues, le courant, ou le vent peuvent déplacer les machines de plusieurs mètres. La stratégie de contrôle collaboratif repose sur la prévision déterministe de la vitesse des corps contrôlés, et ce pour une position fixe (section 3.1.7). L'impact d'une erreur de positionnement des corps sur la récupération d'énergie est donc étudié ici. Cependant, seul l'impact du déplacement est pris en compte. En effet, la mise en place d'un ancrage modifie également la dynamique du WEC [36], mais ces phénomènes ne sont pas intégrés

dans les simulations.

Les mouvements de dérive d'un corps contrôlé sont schématisés dans la figure 4.20. La distance de dérive du corps est notée d_r et représente la position relative du corps par rapport à sa position initiale. Les résultats de puissance obtenus pour différentes positions de dérives sont présentés dans la table 4.7, et la figure 4.21. Bien que la dérive du corps puisse s'effectuer dans les deux dimensions du plan horizontal, les variations de position ne sont ici étudiées que pour une seule dimension. La position du corps peut être projetée sur l'axe de propagation de la houle, car la propagation est supposée identique sur toutes les directions parallèles. Les variations de position sur l'axe perpendiculaire à la propagation entrainent cependant un effet analogue à l'erreur de mesure de l'orientation de la houle (section 4.6), car il se forme alors un angle entre l'alignement des corps et la propagation de la houle. De façon à différencier l'impact de la variation de position et de l'erreur d'orientation, ces deux phénomènes sont étudiés indépendamment, ce qui explique l'étude de l'impact de l'ancrage sur une seule dimension.

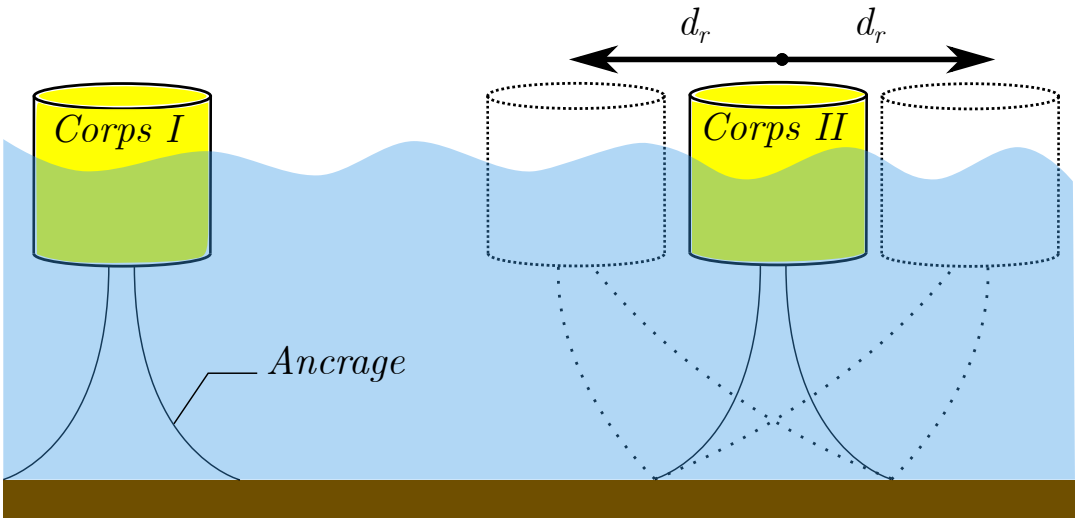


FIGURE 4.20 – Schéma représentatif de la dérive des corps liée à l'ancrage.

L'impact de la dérive sur la qualité du contrôle est évaluée pour un groupe de deux cylindres pilonnant séparés d'une distance $d = 400m$, dans deux états de mer : $H_s = 2m$ $T_p = 6s$ et $H_s = 2m$ $T_p = 9s$. Le premier corps (capteur) est laissé libre, car comme présenté dans la section 4.3 l'impact d'un PTO passif sur le corps capteur est négligeable. La position du corps capteur est fixe, et seul le corps contrôlé subit la dérive d_r.

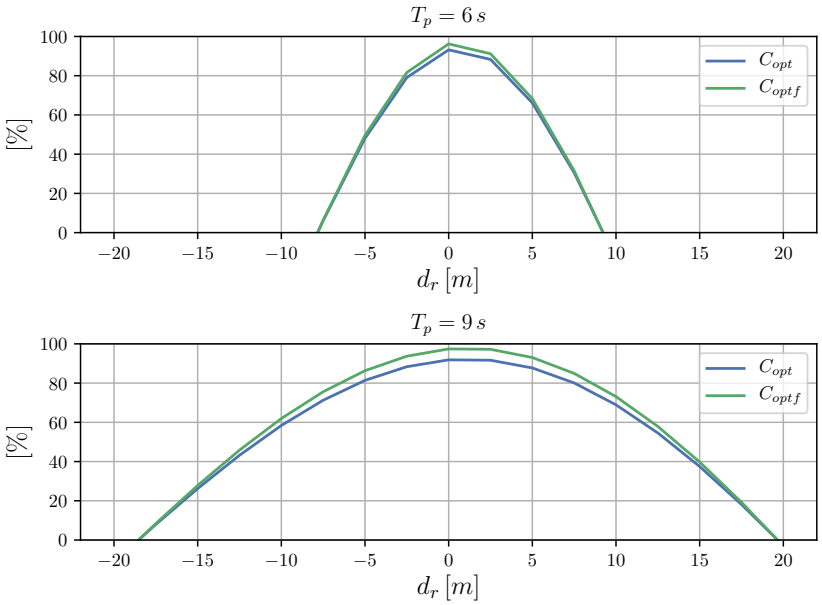


FIGURE 4.21 – Résultats de coefficients d'optimalité C_{opt} et de coefficient d'optimalité tenant compte du fenêtrage C_{optf} en fonction de la dérive d_r du corps contrôlé pour une houle polychromatique $H_s = 2m$ $T_p = 6s$ (en haut) et $H_s = 2m$ $T_p = 9s$ (en bas).

	$T_p = 6s$				$T_p = 9s$			
Dérive d_r [m]	P_{th} [W]	C_{opt} [%]	P_{thf} [W]	C_{optf} [%]	P_{th} [W]	C_{opt} [%]	P_{thf} [W]	C_{optf} [%]
-20.0	$8,0536 \cdot 10^4$	0	$7,8015 \cdot 10^4$	0	$2,8950 \cdot 10^5$	0	$2,7297 \cdot 10^5$	0
-17.5	$8,0541 \cdot 10^4$	0	$7,8019 \cdot 10^4$	0	$2,8950 \cdot 10^5$	7,9	$2,7296 \cdot 10^5$	8,4
-15.0	$8,0545 \cdot 10^4$	0	$7,8022 \cdot 10^4$	0	$2,8949 \cdot 10^5$	26,2	$2,7295 \cdot 10^5$	27,8
-12.5	$8,0549 \cdot 10^4$	0	$7,8025 \cdot 10^4$	0	$2,8948 \cdot 10^5$	43,2	$2,7294 \cdot 10^5$	45,8
-10.0	$8,0554 \cdot 10^4$	0	$7,8027 \cdot 10^4$	0	$2,8947 \cdot 10^5$	58,4	$2,7293 \cdot 10^5$	61,9
-7.5	$8,0559 \cdot 10^4$	6.1	$7,8030 \cdot 10^4$	6.3	$2,8947 \cdot 10^5$	71,3	$2,7292 \cdot 10^5$	75,6
-5.0	$8,0564 \cdot 10^4$	48.1	$7,8032 \cdot 10^4$	49.6	$2,8946 \cdot 10^5$	81,4	$2,7291 \cdot 10^5$	86,3
-2.5	$8,0569 \cdot 10^4$	79.1	$7,8034 \cdot 10^4$	81.6	$2,8946 \cdot 10^5$	88,4	$2,7290 \cdot 10^5$	93,7
0.0	$8,0574 \cdot 10^4$	93.2	$7,8037 \cdot 10^4$	96.2	$2,8945 \cdot 10^5$	91,8	$2,7289 \cdot 10^5$	97,4
2.5	$8,0580 \cdot 10^4$	88.3	$7,8040 \cdot 10^4$	91.2	$2,8945 \cdot 10^5$	91,7	$2,7289 \cdot 10^5$	97,2
5.0	$8,0585 \cdot 10^4$	66.1	$7,8044 \cdot 10^4$	68.3	$2,8944 \cdot 10^5$	87,7	$2,7288 \cdot 10^5$	93
7.5	$8,0591 \cdot 10^4$	30.5	$7,8048 \cdot 10^4$	31.5	$2,8944 \cdot 10^5$	80,1	$2,7287 \cdot 10^5$	84,9
10.0	$8,0596 \cdot 10^4$	0	$7,8052 \cdot 10^4$	0	$2,8943 \cdot 10^5$	68,9	$2,7286 \cdot 10^5$	73,1
12.5	$8,0601 \cdot 10^4$	0	$7,8057 \cdot 10^4$	0	$2,8943 \cdot 10^5$	54,6	$2,7286 \cdot 10^5$	57,9
15.0	$8,0606 \cdot 10^4$	0	$7,8061 \cdot 10^4$	0	$2,8942 \cdot 10^5$	37,5	$2,7285 \cdot 10^5$	39,8
17.5	$8,0611 \cdot 10^4$	0	$7,8065 \cdot 10^4$	0	$2,8942 \cdot 10^5$	18,1	$2,7284 \cdot 10^5$	19,2
20.0	$8,0615 \cdot 10^4$	0	$7,8069 \cdot 10^4$	0	$2,8941 \cdot 10^5$	0	$2,7284 \cdot 10^5$	0

TABLE 4.7 – Comparaison des résultats de puissance et de coefficient d'optimalité en fonction de la dérive du corps contrôlé.

La variation de la position du corps contrôlé implique une modification de la géométrie de la ferme et par conséquent des effets de fermes. Ces modifications impliquent une variation de la puissance théorique maximale récupérable P_{th}. Par ailleurs, la distance de dérive d_r étant petite par rapport à la distance de séparation entre les corps, les variations de la puissance théorique sont faibles, voire négligeables. Dans cette configuration, la variation de puissance P_{th} entre les deux positions de dérives extrêmes $d_r = \{-20m;\ 20m\}$ engendrent une variation de puissance inférieure à $0,01\%$.

Pour les deux états de mer, le coefficient d'optimalité C_{opt} atteint sont optimum lorsque le corps est à l'emplacement initialement prévu, i.e. pour $d_r = 0m$. Autour de cette valeur, le coefficient d'optimalité est strictement décroissant lorsque le corps s'écarte de sa position. De plus, la décroissance de C_{opt} n'est pas symétrique lorsque le corps se rapproche ou s'éloigne. Pour une distance de dérive en valeur absolue donnée $|d_r|$, la récupération d'énergie est meilleure lorsque le corps s'éloigne ($d_r > 0$) que lorsque le corps se rapproche ($d_r < 0$).

L'évolution du coefficient d'optimalité en fonction de la dérive est aussi dépendante de l'état de mer. Pour $T_p = 6s$ la décroissance est plus rapide que pour $T_p = 9s$. Les vagues contenues dans l'état de mer $T_p = 6s$ étant de plus courtes longueurs d'onde, une variation de la position du corps est plus pénalisante que pour l'état de mer $T_p = 9s$. En d'autres termes, la variation de position engendre un déphasage moins important de la prévision de vitesse pour des vagues de plus grande longueur d'onde. Cependant, les valeurs de fenêtrage du contrôleur impactent elles aussi la variation du coefficient d'optimalité. Pour l'état de mer $T_p = 6s$ les valeurs de fenêtrages utilisées ici sont $\omega_{Lc} = 0,5\,rad/s$ et $\omega_{Hc} = 3,5rad/s$ alors que pour $T_p = 9s$ les valeurs de fenêtrages utilisées sont égales à $\omega_{Lc} = 0,35\,rad/s$ et $\omega_{Hc} = 1,5rad/s$. Pour l'état de mer $T_p = 6s$, la pulsation de coupure haute est bien supérieure à celle de $T_p = 9s$. Dans cette configuration, la prévision inclut des vagues de très courtes périodes ce qui est plus pénalisant en cas de dérive. Il est alors possible de diminuer la valeur de coupure haute de façon à augmenter la robustesse à la dérive en sacrifiant légèrement la valeur maximale de C_{opt}.

Dans la configuration présentée ici, les valeurs maximales de dérives permettant de conserver un coefficient d'optimalité C_{opt} supérieur à 80% sont égales à $d_r = \{-2,5m;\ 3,5m\}$ pour $T_p = 6s$ et $d_r = \{-5,0m;\ 7,5m\}$ pour $T_p = 9s$. Ces résultats montrent une bonne robustesse de la stratégie de contrôle en particulier pour les grandes périodes de pic.

Cependant, dans les situations où les valeurs de dérive des corps pourraient être supérieures, comme dans le cas d'ancrages profonds, les rendements de la ferme seraient considérablement réduits. Pour améliorer la stratégie de contrôle face à ces changements, les positions des corps de la ferme pourraient être prises en compte. Dans le cas de déplacements lents liés au courant ou un régime de vent établi, il est possible de mesurer la position des corps en utilisant par exemple leurs positions GPS et ainsi adapter la stratégie de contrôle en fournissant un nouveau jeu de coefficients hydrodynamiques de la ferme. Par ailleurs, dans le cas de mouvements de dérives rapides (de l'ordre de grandeur d'une période de houle), il n'est pas possible d'adapter dynamiquement la stratégie de contrôle.

4.6 Orientation et étalement directionnel de la houle

La stratégie de contrôle collaboratif développée dans ce manuscrit est basée sur la prévision déterministe du mouvement du corps contrôlé pour une direction de propagation de houle donnée. Lorsque l'orientation de la houle change, il est possible de mesurer la nouvelle orientation à partir de méthodes dédiées, et de recalculer les fonctions de transfert de vitesse à partir des coefficients hydrodynamiques associés à cette nouvelle orientation. L'étude présentée dans cette section consiste à évaluer le comportement de la stratégie de contrôle face à une erreur de mesure de l'orientation de la houle, et la robustesse de la méthode à l'étalement directionnel spectral de la houle.

4.6.1 Erreur de mesure de l'orientation de la houle

Dans un premier temps, un changement de l'orientation de la houle peut être vu comme une modification de la distance de propagation (figure 4.22). Pour des corps axisymétriques, lorsque la houle est alignée avec les corps, la distance de séparation d est égale à la distance de propagation d_p. Cependant, lorsque l'angle de propagation de la houle β est modifié, la distance de propagation de la houle correspond alors à la projection de la distance de séparation d sur la direction de propagation de la houle. La distance de propagation est alors définie par la relation suivante :

$$d_p = d\cos(\beta) \tag{4.4}$$

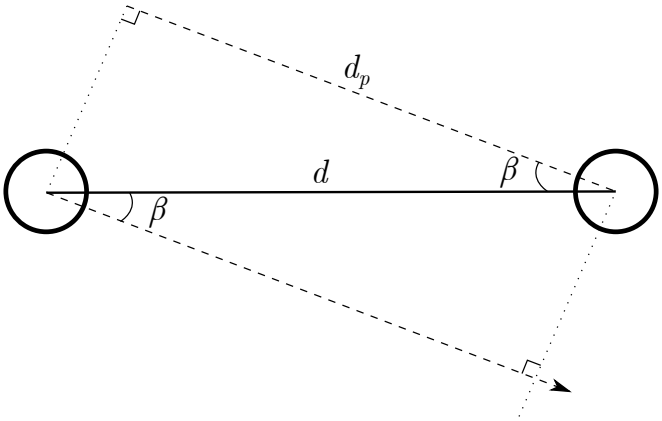


FIGURE 4.22 – Schéma représentatif de la distance de propagation de la houle d_p en fonction de l'orientation de la houle β et la distance de séparation d entre les corps.

L'évolution de la distance de propagation d_p est donc fonction de l'angle de houle β et de la distance de séparation d entre les corps. Par conséquent, une erreur de mesure de l'orientation de la houle entraine une erreur de l'estimation de la distance de propagation, et donc un déphasage du contrôle. L'erreur de mesure d'orientation de la houle peut alors être comparée à la dérive du corps contrôlé présenté dans la section 4.5, où la distance de dérive d_r est liée à l'erreur de mesure d'angle de houle β_{err} et à l'angle de la houle β par la relation 4.5. Les valeurs de dérives équivalentes pour différentes distances de séparation sont présentées dans la figure 4.23.

$$d_r = d\cos(\beta + \beta_{err}) - d\cos(\beta) \tag{4.5}$$

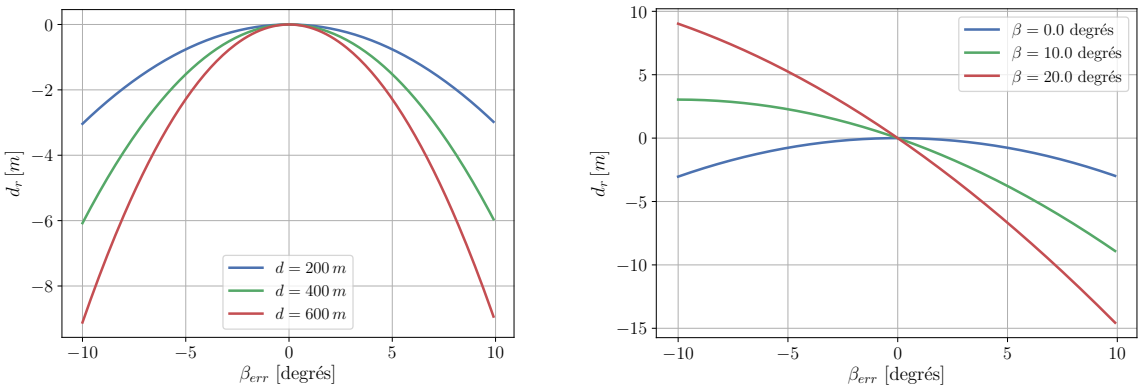


FIGURE 4.23 – Relation entre la dérive équivalente d_r et l'erreur de mesure d'orientation de la houle β_{err} pour différentes distances de séparation d entre le corps capteur et le corps contrôlé avec $\beta = 0°$ (à gauche) et pour différentes valeurs d'orientation de la houle β avec $d = 200\,m$ (à droite).

D'après les résultats de la section précédente, dans une houle de période de pic $T_p = 9s$, la valeur de dérive négative permettant de conserver un coefficient d'optimalité égal à 80% est égale à $-5m$. Dans le cas d'une houle alignée avec les corps (figure 4.23 gauche), pour une distance de séparation de $d = 400m$, cela correspond à une erreur de mesure d'angle de houle de $\beta_{err} \pm 9°$, et pour une distance de séparation $d = 600m$ une erreur $\beta_{err} \pm 7,5°$. De façon à améliorer la robustesse du contrôleur à l'erreur de mesure de l'orientation de la houle, il est alors possible de minimiser la distance de séparation entre le corps capteur et le corps contrôlé en utilisant l'information de vitesse d'un voisin proche du corps contrôlé.

De plus, la dérive équivalente d_r et par conséquent la sensibilité du contrôleur à la mesure de l'orientation sont fortement influencées par l'angle de la houle β (figure 4.23 droite). Pour minimiser la sensibilité du contrôleur, il est alors préférable de choisir le corps capteur comme celui permettant de minimiser l'angle β formé entre l'alignement des corps contrôlés et du corps capteur et l'orientation de la houle.

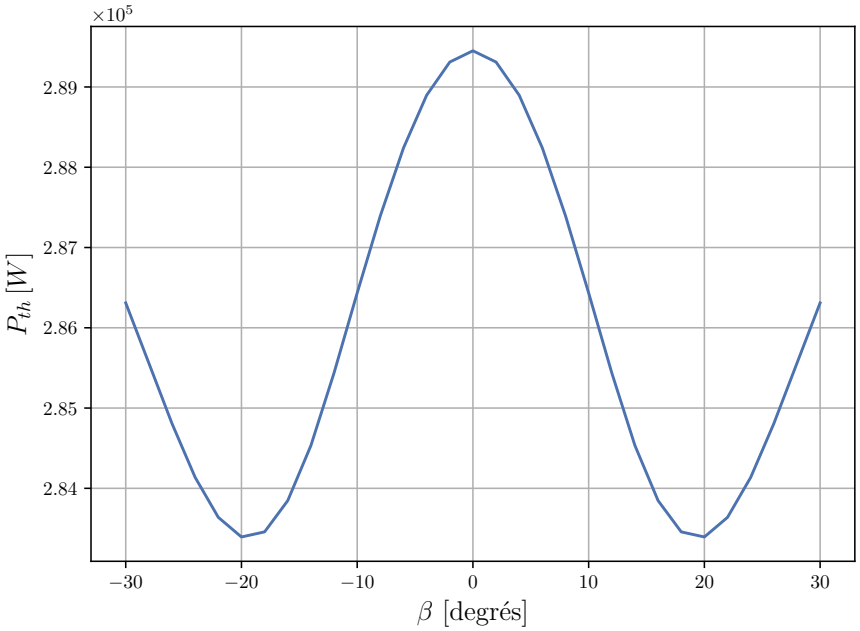


FIGURE 4.24 – Puissance théorique maximale récupérable P_{th} du corps contrôlé en fonction de l'orientation de la houle incidente β pour un groupe de deux cylindres pilonnant séparés d'une distance $d = 400m$.

D'autre part, comme présenté dans la figure 4.24, le changement d'orientation de houle implique une variation de la puissance maximale théorique récupérable P_{th}. En effet, la modification de l'orientation de la houle modifie les effets de diffraction de la houle

incidente avec les corps de la ferme. Ces effets de ferme impliquent alors une modification de la dynamique des corps et donc de l'énergie récupérable. La dérive du corps présentée dans la section 4.5 entraine une faible variation de la puissance théorique P_{th} (0.01% dans cette configuration), cependant la modification de l'angle d'incidence de la houle a un impact plus important (environ 2% dans la même configuration). De façon à obtenir une analyse fine du comportement du contrôleur face à une erreur de mesure de l'orientation de la houle, il est donc nécessaire de tenir compte de ces effets.

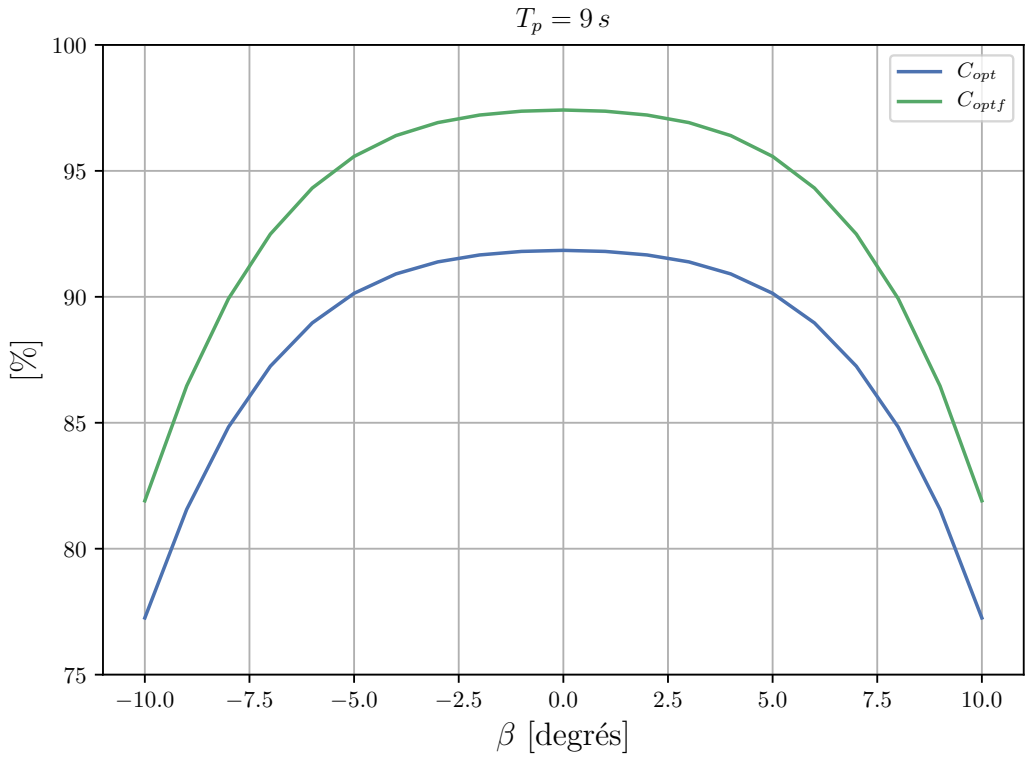


FIGURE 4.25 – Résultats de coefficients d'optimalité C_{opt} et de coefficient d'optimalité tenant compte du fenêtrage C_{optf} du corps contrôlé en fonction de l'erreur de mesure de l'orientation de la houle β_{err}, pour une houle polychromatique $H_s = 2m$ $T_p = 9s$ d'orientation $\beta = 0°$.

L'impact de l'erreur de mesure de l'orientation de houle tenant compte des effets de ferme est présenté dans la figure 4.25 et la table 4.8. Il apparait alors que la courbe du coefficient d'optimalité est plus émoussée dans le cas de l'erreur de l'orientation que pour l'erreur de dérive. Les variations du coefficient d'optimalité sont faibles pour les valeurs d'angle β_{err} comprises entre $-5°$ et $5°$ et les valeurs chutent au-delà.

	$T_p = 9s$			
β_{err} $[Degrés]$	P_{th} $[W]$	C_{opt} [%]	P_{thf} $[W]$	C_{optf} [%]
0	$2,8945 \cdot 10^5$	91,8	$2,7289 \cdot 10^5$	97,4
1	$2,8942 \cdot 10^5$	91,8	$2,7287 \cdot 10^5$	97,4
2	$2,8931 \cdot 10^5$	91,7	$2,7278 \cdot 10^5$	97,2
3	$2,8914 \cdot 10^5$	91,4	$2,7264 \cdot 10^5$	96,9
4	$2,8890 \cdot 10^5$	90,9	$2,7244 \cdot 10^5$	96,4
5	$2,8860 \cdot 10^5$	90,1	$2,7218 \cdot 10^5$	95,6
6	$2,8824 \cdot 10^5$	89,0	$2,7187 \cdot 10^5$	94,3
7	$2,8784 \cdot 10^5$	87,2	$2,7151 \cdot 10^5$	92,5
8	$2,8739 \cdot 10^5$	84,8	$2,7111 \cdot 10^5$	89,9
9	$2,8692 \cdot 10^5$	81,6	$2,7065 \cdot 10^5$	86,5
10	$2,8643 \cdot 10^5$	77,2	$2,7017 \cdot 10^5$	81,9

TABLE 4.8 – Résultats de puissance et de coefficient d'optimalité du corps contrôlé en fonction de l'erreur de mesure de l'orientation de la houle β_{err}.

4.6.2 Étalement spectral directionnel

Dans les sections précédentes, les simulations effectuées ne tiennent compte que d'une seule direction de propagation de houle. Un état de mer réaliste est dans les faits constitué de plusieurs directions de propagations qui constituent un étalement spectral directionnel. L'étalement du spectre de houle est dépendant des conditions météorologiques et bathymétriques de la zone concernée, et il peut être composé de plusieurs pics. Ces différents pics proviennent de différents phénomènes comme la propagation de la houle provenant d'une source lointaine ou de la mer de vent générée localement [55]. Cette partie de l'étude vise à quantifier la dégradation de la qualité du contrôle en fonction de l'étalement spectral directionnel. Par ailleurs, pour simplifier l'analyse un unique pic directionnel est pris en compte.

Les simulations sont effectuées pour un groupe de deux cylindres pilonnant séparés d'une distance $d = 400m$ où le corps amont est laissé libre et le second est soumis à la stratégie de contrôle collaboratif. Le spectre directionnel est centré sur l'alignement des deux corps (β_0) et les résultats de puissances sont évalués pour différentes valeurs d'étalement. Plusieurs types de distributions directionnelles spectrales peuvent être utilisés pour décrire ce phénomène comme la distribution « cosinus carré » ou encore « cosinus 2s » présentées dans [57]. Pour des raisons didactiques liées à sa simplicité d'expression, la distribution « cosinus carré » est choisie pour représenter l'étalement spectral directionnel dans les simulations. De plus, la méthode est étendue pour une valeur d'exposant n de façon à

analyser l'impact de la largeur de l'étalement. Le spectre de houle directionnel est défini dans l'annexe E, et la fonction d'étalement spectral $D(\beta)$ pour les différentes valeurs d'exposants n utilisées dans l'étude est présenté dans la figure 4.26.

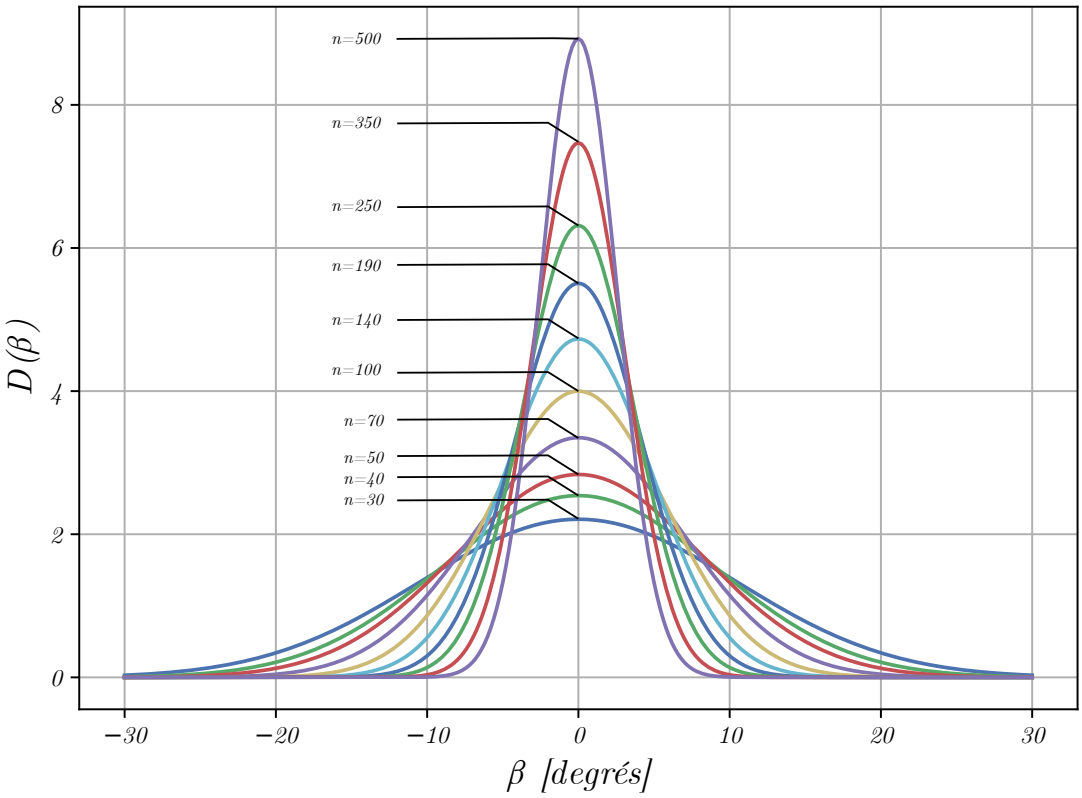


FIGURE 4.26 – Fonctions $D(\beta)$ d'étalement spectral pour les différentes valeurs d'exposant n utilisées dans l'étude.

Comme pour les changements d'orientation de la houle incidente présentés dans la section précédente, lors de l'agrandissement de l'étalement spectral les efforts de diffraction sur les corps de la ferme sont modifiés, ce qui engendre une modification de la puissance théorique maximale récupérable (table 4.9). La valeur de puissance théorique P_{th} varie d'environ 1% entre un spectre de houle monodirectionnel ($n = \infty$) et le spectre de houle le plus étalé évalué ici ($n = 30$).

La valeur de coefficient d'optimalité C_{opt} diminue avec l'élargissement de l'étalement spectral, et elle tend vers la valeur obtenue pour un spectre monodirectionnel lorsque le spectre directionnel s'affine (figure 4.27). De plus, les valeurs de coefficient d'optimalité décroissent faiblement pour les valeurs d'exposant n supérieures à 100 et chutent ensuite. Toutefois, pour $n = 50$ la valeur du coefficient d'optimalité C_{opt} est égale à 79%, ce qui permet de valider la robustesse de la méthode pour les faibles étalements directionnels.

	$T_p = 9s$			
n	$P_{th}\,[W]$	$C_{opt}\,[\%]$	$P_{thf}\,[W]$	$C_{optf}\,[\%]$
30	$2,8752 \cdot 10^5$	66.3	$2,7105 \cdot 10^5$	70.3
40	$2,8762 \cdot 10^5$	74.2	$2,7118 \cdot 10^5$	78.7
50	$2,8781 \cdot 10^5$	79.0	$2,7138 \cdot 10^5$	83.8
70	$2,8814 \cdot 10^5$	84.1	$2,7171 \cdot 10^5$	89.2
100	$2,8846 \cdot 10^5$	87.4	$2,7202 \cdot 10^5$	92.7
140	$2,8871 \cdot 10^5$	89.2	$2,7225 \cdot 10^5$	94.6
190	$2,8889 \cdot 10^5$	90.2	$2,7241 \cdot 10^5$	95.7
250	$2,8901 \cdot 10^5$	90.8	$2,7253 \cdot 10^5$	96.3
350	$2,8913 \cdot 10^5$	91.2	$2,7263 \cdot 10^5$	96.7
500	$2,8923 \cdot 10^5$	91.4	$2,7271 \cdot 10^5$	97.0
∞	$2,8945 \cdot 10^5$	91,8	$2,7289 \cdot 10^5$	97,4

TABLE 4.9 – Résultats de puissance et de coefficient d'optimalité du corps contrôlé en fonction de la valeur d'exposant n de la distribution d'étalement $D(\beta)$.

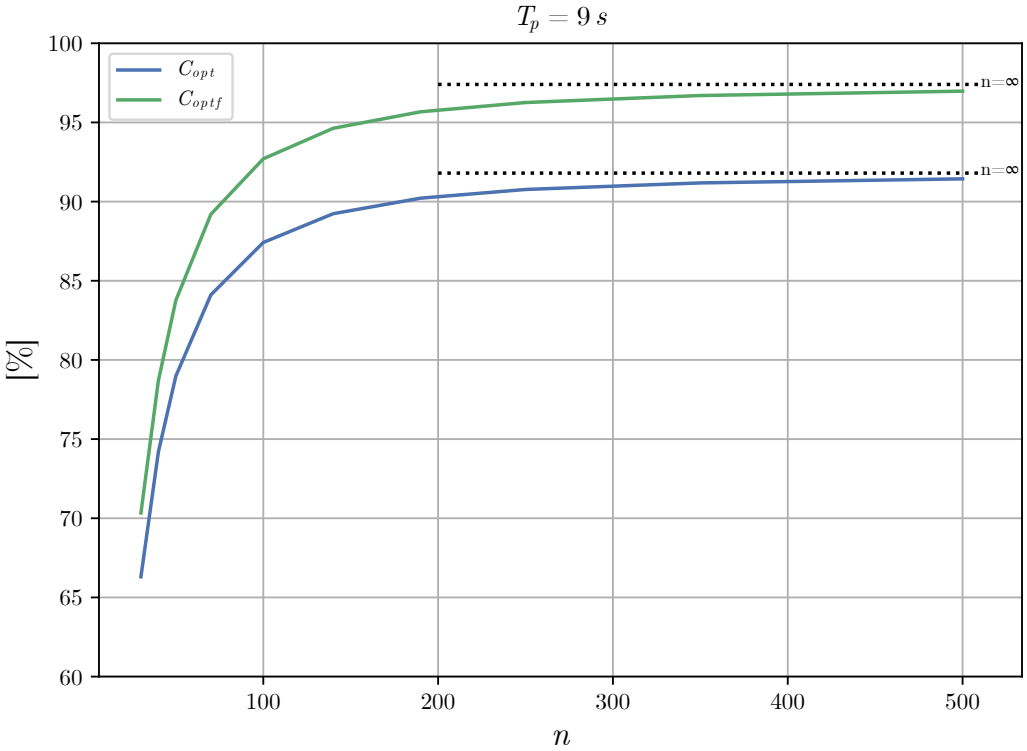


FIGURE 4.27 – Résultats de coefficients d'optimalité C_{opt} et de coefficient d'optimalité tenant compte du fenêtrage C_{optf} du corps contrôlé en fonction de la valeur d'exposant n de la distribution d'étalement $D(\beta)$, pour une houle polychromatique $H_s = 2m$ $T_p = 9s$.

La forte décroissance de la récupération d'énergie pour les forts étalements directionnels laisse à penser que la méthode ne peut correspondre à un spectre de houle composé de plusieurs pics directionnels. La formation d'états de mer composés de plusieurs pics directionnels étant principalement due à l'addition d'une mer de vent et la propagation d'une houle lointaine, la stratégie de contrôle collaboratif présentée ici ne pourra donc fonctionner convenablement que dans une mer formée par une seule de ces deux composantes. De plus, les mers de vent présentant des étalements directionnels plus larges, la stratégie de contrôle sera plus adaptée à la récupération d'une houle formée par une source lointaine. Pour rester efficace face à un large étalement spectral, la stratégie de contrôle devra être étendue pour effectuer une prévision multidirectionnelle de la houle.

Les résultats présentés ici sont donnés pour une distance de séparation $d = 400m$ entre les corps. Cependant, comme pour l'étude de l'erreur de mesure de l'orientation de la houle, les résultats de puissance obtenus ici sont aussi fonction de la distance de séparation d. Pour un angle d'incidence de houle donnée, lorsque la distance diminue l'erreur de phase de la prévision de vitesse diminue elle aussi. Par conséquent, il est possible de réduire la distance entre le corps capteur et le corps contrôlé de façon à augmenter la robustesse de la méthode à l'étalement spectral directionnel du spectre de houle.

4.7 Application à une ferme complexe

Le développement de la stratégie de contrôle (section 3.1), l'étude de sensibilité (section 3.2) et l'analyse des résultats numériques (chapitre 4) ont permis de décrire le comportement de la stratégie de contrôle pour une ferme rudimentaire composée de deux cylindres. En exploitant ces résultats, il est alors possible d'appliquer la stratégie de contrôle à une ferme complexe, i.e. composée d'un plus grand nombre de machines. Dans un premier temps, l'impact du contrôleur sur une ferme complexe est exposé pour différentes configurations de ferme. Ensuite, la stratégie de contrôle est appliquée dans le domaine temporel sur une ferme de 10 corps, de façon à valider les conditions d'optimalité et les résultats de puissance.

4.7.1 Impact du contrôleur sur le facteur d'interaction

L'étude présentée ici cherche à évaluer l'évolution du facteur d'interaction de la ferme et de la fraction de puissance (1.5.3.4) de chacun des corps d'une ferme composée de 9 cylindres pilonnant équipés d'un PTO passif ou soumis au contrôle optimal. L'objectif

de cette démarche est d'introduire les fortes variations du facteur d'interaction et de la fraction de puissance sous l'effet d'un contrôle optimal, en vue de l'application de la stratégie de contrôle collaboratif sur une ferme de 10 corps (section 4.7.2). L'étude est conduite dans un état de mer $H_s = 2m$ $T_p = 9s$ composé à partir d'un spectre de Bretschneider (section 3.1.5.1). Dans le cadre de cette étude, un seul état de mer est considéré, toutefois les valeurs du facteur d'interaction et de la fraction de puissance sont aussi impactées par les variations de la période de pic de la houle. Il est à noter qu'ici, les résultats sont obtenus dans le domaine fréquentiel en utilisant un contrôleur optimal non fenêtré. Différentes dispositions de ferme, de distance entre les corps, et d'orientation de houle sont évaluées et les résultats sont présentés dans la figure 4.28.

De façon à prendre en compte l'impact du spectre de houle et l'impédance du PTO, la puissance absorbée par les corps dans le domaine est obtenue à partir des équations suivantes :

$$\mathbf{V}(\omega) = [\mathbf{Z}_i(\omega) + \mathbf{Z}_u(\omega)]^{-1}\mathbf{H}_{ex}(\omega)a(\omega) \tag{4.6}$$

$$\mathbf{F}_u(\omega) = -\mathbf{Z}_u(\omega)\mathbf{V}(\omega) \tag{4.7}$$

$$\mathbf{P}_A(\omega) = -\frac{1}{2}\Re\left\{\mathbf{F}_u\mathbf{V}^*\right\} \tag{4.8}$$

$$\mathbf{P}_{th} = \sum \mathbf{P}_A(\omega) \tag{4.9}$$

Le vecteur $\mathbf{P}_{th}$ contient la puissance moyenne absorbée de chacun des corps de la ferme. Dans le cas d'une ferme équipée de PTO passifs, la valeur de l'impédance du contrôleur est choisie constante et égale à $\mathbf{Z}_u = B_{PTO}$. Dans cette étude, la valeur de B_{PTO} est choisie de façon à maximiser la récupération d'énergie, avec $B_{PTO} = 2,1 \cdot 10^5 N.s/m$ pour l'état de mer utilisé ici. Dans le cas où le contrôleur optimal est utilisé, la valeur de l'impédance du contrôleur est égale à $\mathbf{Z}_i^*$. La puissance moyenne absorbée par la ferme correspond à la moyenne de la puissance absorbée par chacun des corps, soit :

$$P_{th,ferme} = \bar{\mathbf{P}}_{th} \tag{4.10}$$

Pour les configurations de ferme soumises au contrôleur optimal, la puissance moyenne de la ferme correspond alors au maximum théorique récupérable. La valeur moyenne

$P_{th,ferme}$ peut alors aussi être obtenue à partir de l'équation suivante [34] :

$$P_{th,ferme} = \bar{\mathbf{P}}_{th} = \sum \frac{1}{8} \mathbf{F}_e^*(\omega) \mathbf{B}^{-1}(\omega) \mathbf{F}_e(\omega) \tag{4.11}$$

À partir des valeurs de puissance tenant compte du PTO, le facteur d'interaction (ou « q factor ») de la ferme q_f est défini comme le ratio de la puissance moyenne de la ferme $P_{th,ferme}$ et de la puissance d'un corps isolé $P_{th,isolé}$ multipliée par le nombre de corps dans le groupe :

$$q_f = \frac{P_{th,ferme}}{N P_{th,isolé}} \tag{4.12}$$

De même, la fraction de puissance q_{ind} correspondant au facteur d'interaction individuel de chacun des corps est définie comme le ratio de la puissance d'un corps dans le groupe P_{th} et de la puissance d'un corps isolé $P_{th,isolé}$:

$$q_{ind} = \frac{P_{th}}{P_{th,isolé}} \tag{4.13}$$

4.7.1.1 PTO passif

Dans un premier temps, l'analyse des résultats se concentre sur le facteur d'interaction de la ferme q_f. Avec l'application d'un PTO passif, les variations de q_f sont comprises entre $q_f = 0,97$ et $q_f = 1,01$ dans les configurations étudiées ici. De manière générale, pour une géométrie de ferme donnée, lorsque la distance entre les corps augmente, le facteur d'interaction tend vers 1. En effet, plus les corps d'un groupe sont éloignés, plus les effets de ferme s'estompent. De plus, dans la géométrie b, il apparait que si le facteur d'interaction tend vers 1 lorsque la distance entre les corps augmente, il n'est pas nécessairement strictement croissant ou strictement décroissant ($q_f = 0,99$ pour $d = 100m$, $q_f = 1,01$ pour $d = 200m$,$q_f = 1,00$ pour $d = 400m$).

Les faibles variations du facteur d'interaction sous l'effet d'un PTO passif s'expliquent par la dynamique des corps avec ce type de PTO. Le PTO passif réduit l'amplitude et la vitesse des corps, ce qui implique une diminution des forces de radiation et donc des effets de ferme. Par ailleurs, les efforts de diffractions étant identiques avec l'application du contrôleur optimal ou du PTO passif, il est possible d'en déduire que les effets de fermes prédominant dans les fortes variations de q_f observées avec le contrôleur optimal sont dues aux efforts de radiations.

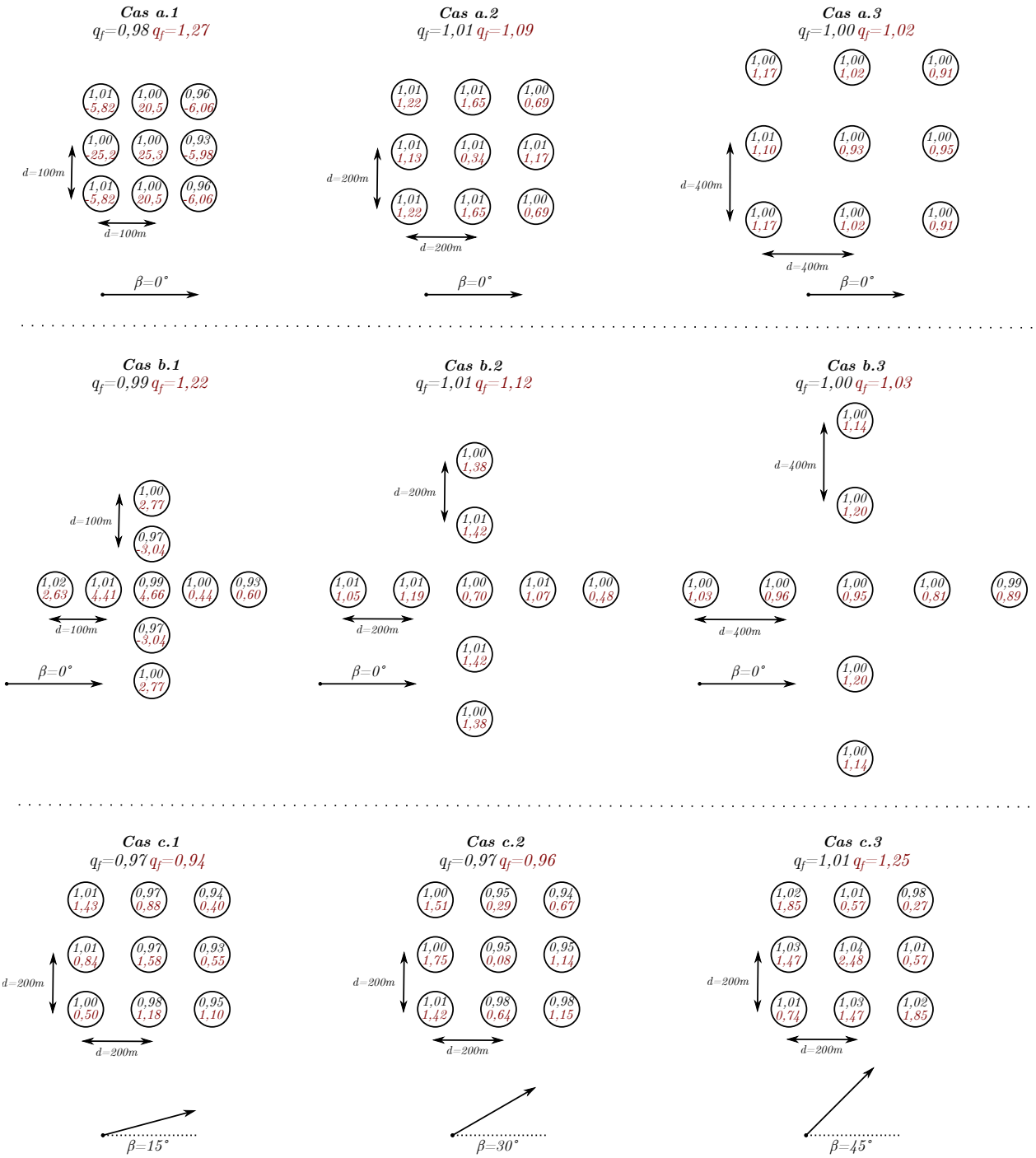


FIGURE 4.28 – Facteurs d'interaction q_f et fractions de puissances q_{ind} pour différentes configurations de ferme pour des machines équipées d'un PTO passif d'amortissement $B_{PTO} = 2,1 \cdot 10^5 N.s/m$ (en noir), ou soumis au contrôle optimal (en rouge).

Concernant la fraction de puissance q_{ind}, dans le cas du PTO passif les valeurs entre les corps diffèrent peu, y compris pour les configurations rapprochées. De plus, comme pour le facteur d'interaction, les valeurs de q_{ind} tendent vers 1 lorsque la distance entre les corps augmente.

4.7.1.2 Contrôle optimal

Sous l'effet du contrôleur optimal, les valeurs de q_f présentent de fortes variations en fonction de la distance entre les corps, et ce, quel que soit la géométrie de ferme (a ou b) avec des valeurs comprises entre $1,02$ et $1,27$ dans les configurations testées dans l'étude. De plus, comme pour le PTO passif, lorsque la distance entre les corps augmente, la valeur de q_f tend vers 1. En outre, de fortes variations de q_f sont observées en fonction de l'orientation de la houle incidente. Avec l'augmentation de l'angle β, une nette diminution puis augmentation de q_f est notée. Comme précisé dans les travaux de Wolgamot [85], la valeur du facteur d'interaction intégrée sur l'ensemble des directions d'angle d'incidence est égale à 1 (équation 4.14).

$$\int_{-\pi}^{\pi} q_f(\beta) d\beta = 1 \tag{4.14}$$

Concernant la fraction de puissance, contrairement au PTO passif, les variations de q_{ind} peuvent devenir extrêmes. De la même façon qu'avec le PTO passif les variations diminuent avec l'augmentation de la distance de séparation, mais pour les configurations rapprochées les valeurs deviennent déraisonnables, en particulier pour la configuration $a.1$ où les valeurs de q_{ind} sont comprises entre $-25,2$ et $25,3$. Dans cette situation, certains corps de la ferme présentent des valeurs de puissance négatives, mais la récupération globale de la ferme est positive. Des valeurs négatives de la fraction de puissance avaient déjà été observées dans les travaux à 3 corps de Wolgamot [85], mais l'augmentation du nombre de corps semble renforcer significativement les écarts de q_{ind}. En effet, le contrôleur optimal au sein de la ferme considère chacun des corps comme un degré de liberté du système, et il impose une dynamique aux machines permettant de produire le motif de radiation optimisant la récupération globale de la ferme en tenant compte du champ de vague radié par les corps. Dans certaines configurations, il est alors possible que certains corps du groupe soient utilisés comme moteur pour assurer la maximisation de l'énergie globale récupérée.

Plus la densité des corps dans une zone est élevée, plus les effets de ferme par interférence dans cette zone deviennent complexes. L'amplitude des corps nécessaire pour obtenir le

motif de radiation optimal peut alors devenir très importante. Les variations observées dans le cas $a.1$ sont nettement supérieures à celle du cas $b.1$, alors que les distances de séparation sont identiques. Ces deux cas diffèrent par la géométrie utilisée pour le positionnement des corps, le cas $a.1$ considère une géométrie carrée et le cas $b.1$ une géométrie en croix. De par la différence de géométrie, la densité spatiale des corps dans cette configuration est supérieure et explique les différences de variation.

Toujours sous l'effet du contrôleur optimal, de fortes variations de q_{ind} sont observées avec la modification de l'orientation de la houle incidente. Un corps peut présenter une fraction de puissance q_{ind} bien inférieure à 1 pour un angle d'incidence de houle donné, et présenter une valeur nettement supérieure à 1 pour un angle d'incidence β légèrement différent. Dans le cas $c.2$, le corps central de la ferme montre une fraction de puissance $q_{ind} = 0.08$ et dans le cas $c.3$ avec un angle d'incidence β supérieur de 15° la fraction de puissance du même corps s'élève à $q_{ind} = 2.48$.

Par ailleurs, les fortes valeurs et variations de la fraction de puissance sont liées à la dynamique extrême du contrôleur optimal. Avec l'application du fenêtrage développé au sein de la stratégie de contrôle collaboratif, la dynamique des corps est réduite et il en va de même pour les valeurs maximales de la fraction de puissance et du facteur d'interaction (section 4.7.2.1).

4.7.2 Simulation d'une ferme de 10 machines

La stratégie de contrôle collaboratif est ici appliquée à une ferme de 10 cylindres verticaux pilonnant, dont la disposition est présentée dans la figure 4.29. Le corps I situé en amont de la ferme est utilisé comme capteur et est équipé d'un PTO passif d'une valeur $B_{PTO} = 1.8 \cdot 10^5 N.s/m$ de façon à maximiser la récupération d'énergie de la houle, et tous les autres corps de la ferme sont soumis au contrôle collaboratif. L'angle d'incidence de la houle est choisi égale à $\beta = 0°$ et les cylindres sont disposés sur une grille de $200m$ de maille. De cette façon, la distance de propagation entre le corps capteur et la première rangée est égale à $200m$, puis $400m$ et $600m$ pour les rangées suivantes. Les paramètres optimaux issus de l'étude de sensibilité (section 3.2.5) correspondant à ces distances de propagation sont utilisés pour chacune des rangées.

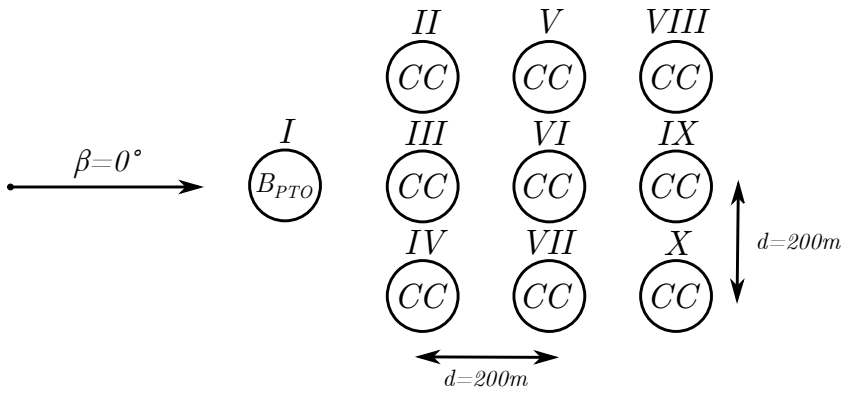


FIGURE 4.29 – Schéma représentatif de la ferme de 10 corps utilisée pour la simulation, le premier corps (capteur) est équipé d'un PTO passif noté « B_{PTO} », et tous les autres corps de la ferme sont soumis au contrôle collaboratif « CC ».

La simulation est effectuée dans un état de mer $H_s = 2m$ $T_p = 9s$ en utilisant un spectre de Bretschneider. Les paramètres de fenêtrage ω_{Lc} et ω_{Hc} ainsi que le temps de prévision t_{prev} pour chacun des corps contrôlés sont choisis de façon à maximiser la récupération et sont obtenus à partir de l'étude de sensibilité à deux corps (section 3.2). Les paramètres sont identiques pour les corps d'une même rangée et sont synthétisés dans la table 4.10.

Corps	$\omega_{Lc}\,[rad/s]$	$\omega_{Hc}\,[rad/s]$	$t_{prev}\,[s]$
II, III, IV	0,35	2,0	10
V, VI, VII	0,35	1,5	15
VIII, IX, X	0.20	3,0	20

TABLE 4.10 – Paramètres du fenêtrage des corps contrôlés pour la ferme de 10 corps.

Un des objectifs de cette étude est de montrer que l'étude à deux corps peut fournir une approximation suffisante des paramètres du contrôleur d'une ferme composée de nombreux corps, car les paramètres du contrôleur ne sont fonction que de la distance de propagation entre les corps et de la période de pic de la houle. L'impact de la position relative des corps de la ferme sur l'hydrodynamique est pris en compte lors du calcul des coefficients hydrodynamiques, et apparait donc aussi dans les fonctions de transfert de vitesse et dans les impédances du contrôleur. Dans un premier temps, une étude dans le domaine fréquentiel est menée pour déterminer les valeurs maximales de récupération, et l'impact du fenêtrage sur la récupération (section 4.7.2.1). Ensuite, la stratégie de contrôle est appliquée dans le domaine temporel pour évaluer sa performance (section 4.7.2.2).

4.7.2.1 Impact du fenêtrage sur la récupération

Avec l'application du fenêtrage sur l'impédance du contrôleur optimal vient une diminution de la puissance récupérable par les corps contrôlés. Les puissances théoriques récupérables des corps de la ferme de 10 corps avec et sans fenêtrage sont présentées dans la figure 4.30. Le premier constat est la diminution de la puissance récupérée par la ferme, ici une baisse de $14,4\%$ entre P_{th} et P_{thf}. Par ailleurs, la perte d'énergie liée à l'application du fenêtrage sur le contrôleur ne suffit pas à expliquer une telle baisse. Comme présenté dans la table 4.11, la perte d'énergie liée au fenêtrage pour un corps isolé avec les paramètres de fenêtrage utilisé est bien plus faible (entre $0,6\%$ et $6,9\%$). La différence d'énergie récupérée avec ou sans fenêtrage est en fait due à la variation des effets de ferme avec l'application du fenêtrage.

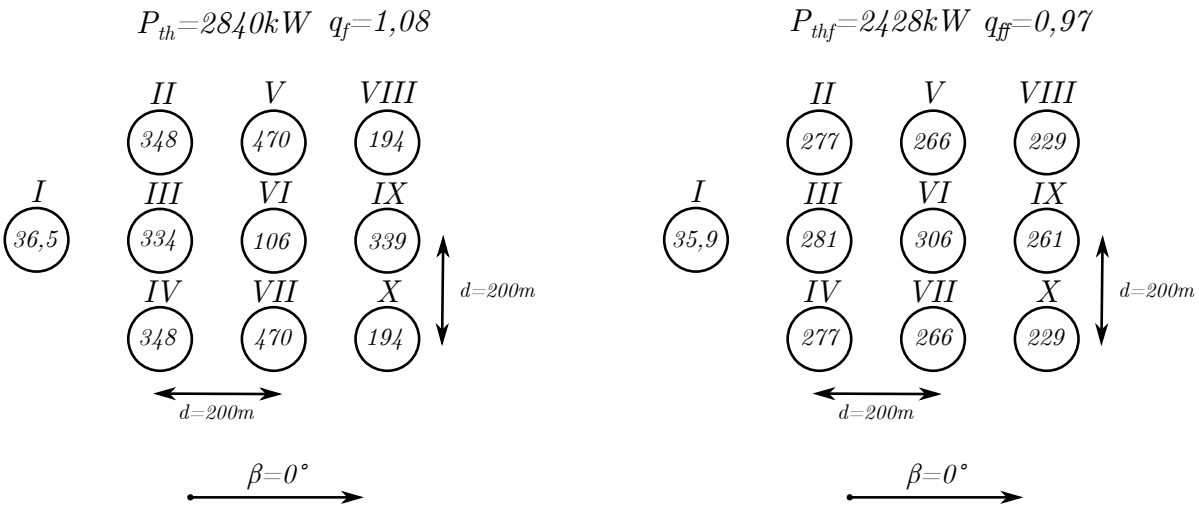


FIGURE 4.30 – Puissance théorique P_{th} (à gauche) et puissance théorique avec fenêtrage P_{thf} (à droite) de la ferme de 10 corps utilisée dans la simulation.

PTO	Passif	Optimal	Fenêtré rangée I	Fenêtré rangée II	Fenêtré rangée III
Puissance $[kW]$	33,4	287,5	267,7	271,0	285,9
Ratio avec l'optimal [%]	11,6	100,0	93,1	94,3	99,4

TABLE 4.11 – Puissance d'un corps isolé en fonction du contrôleur avec les paramètres utilisés pour les corps de la ferme.

Les travaux de McIver [67] et Folley [39] ont montré que l'utilisation d'un contrôleur suboptimal diminuait les valeurs extrêmes du facteur d'interaction. Dans la configuration de ferme utilisée dans cette étude, il apparait que l'utilisation d'un contrôleur

suboptimal diminue aussi la variance de la fraction de puissance de chacun des corps de la ferme. Avec le contrôleur optimal, les valeurs de puissance des corps varient entre $106\,kW$ et $470\,kW$, contre $229\,kW$ et $306\,kW$ avec l'application du fenêtrage. De plus, avec l'application du fenêtrage la dynamique des effets de ferme est largement modifiée. La répartition des fractions de puissance est alors modifiée et le corps le plus productif (VI) avec le contrôleur optimal devient le moins productif avec le fenêtrage.

Le facteur d'interaction de la ferme est ici calculé en tenant compte des différents paramètres de fenêtrage du contrôleur appliqués à chacun des corps. Ainsi, il est possible de quantifier les variations de puissance dues à la modification des effets de ferme et celles dues directement au fenêtrage de l'impédance du contrôleur. Le facteur d'interaction de la ferme sans fenêtrage q_f est obtenu à partir de l'équation 4.15, et celui de la ferme avec fenêtrage q_{ff} à partir de l'équation 4.16.

$$q_f = \frac{P_{th,ferme}}{P_{th,isolé,passif} + 9 \cdot P_{th,isolé,optimal}} \tag{4.15}$$

$$q_{ff} = \frac{P_{th,ferme}}{P_{th,isolé,passif} + 3 \cdot P_{thf,isolé,rangée\,I} + 3 \cdot P_{thf,isolé,rangée\,II} + 3 \cdot P_{thf,isolé,rangée\,III}} \tag{4.16}$$

La valeur du facteur d'interaction pour le cas sans fenêtrage est égale à $q_f = 1,08$ contre $q_{ff} = 0,97$ pour le cas avec fenêtrage. Il apparait alors que pour l'angle d'incidence de houle $\beta = 0°$ utilisé ici, les interactions entre les corps ont un effet constructif pour le cas sans fenêtrage et un effet destructif pour le cas avec fenêtrage. L'application d'un contrôleur suboptimal fait tendre les valeurs du facteur d'interaction vers 1 mais peut aussi modifier considérablement les valeurs du facteur d'interaction pour un angle d'incidence donné différent de zéro. Par ailleurs, pour une configuration de ferme et de contrôleur donné l'intégrale du facteur d'intégration sur l'ensemble des angles d'incidence de houle est égale à 1. Par analogie avec les travaux de Borgarino [17], en tenant compte des différents angles d'incidence de houle sur le long terme, il est attendu que l'écart entre q_f et q_{ff} se resserre et qu'il ne représente finalement que la différence de puissance liée à l'application du fenêtrage sur les corps isolés. De même, dans le cas de l'application du contrôleur optimal, pour les angles d'incidence où les interactions entre les corps génèrent des effets destructifs, il est possible que l'application du fenêtrage implique au contraire des effets constructifs. Dans cette situation, la valeur de q_{ff} peut alors être supérieure à q_f.

4.7.2.2 Résultats en domaine temporel

La simulation en domaine temporel est conduite sur un temps physique $t_{sim} = 60\,min$ avec un pas de temps $d_t = 0,02\,s$ et les coefficients hydrodynamiques sont obtenus à partir de la solution semi-analytique avec une discrétisation fréquentielle $d_\omega = 1,5 \cdot 10^{-3}\,rad/s$. La houle incidente est générée à partir d'un spectre de Bretschneider dans un état de mer $H_s = 2m$ $T_p = 9s$.

De manière à s'assurer de l'exactitude du calcul des efforts de radiation et de la prévision de vitesse, il est nécessaire de calculer les réponses impulsionnelles de radiation et de transfert de vitesses jusqu'à leur extinction. La plus longue réponse impulsionnelle de radiation correspond aux interactions croisées des corps les plus éloignés, i.e. entre le corps I et les corps VIII et X. De la même façon, la plus longue réponse impulsionnelle du transfert de vitesse correspond aux corps VIII et X. De par les symétries présentes dans la ferme, les égalités suivantes sont observées :

$$h_{rad,I,VIII}(t) = h_{rad,VIII,I}(t) = h_{rad,I,X}(t) = h_{rad,X,I}(t) \tag{4.17}$$

$$h_{v,VIII}(t) = h_{v,X}(t) \tag{4.18}$$

Ces réponses impulsionnelles sont présentées dans la figure 4.31. Les fortes interactions entre les corps dues à l'application du contrôleur n'impactent pas la taille de la réponse impulsionnelle de la radiation , car son expression est indépendante du contrôleur. Il est toutefois nécessaire de calculer la réponse impulsionnelle de radiation jusqu'au temps $t_{imp} = 300s$ pour capter l'ensemble des interactions, y compris celles des corps les plus éloignés.

Par ailleurs, les impédances des contrôleurs des différents corps sont prises en compte dans l'expression de la fonction de transfert des vitesses. Sous l'effet du contrôleur quasi optimal de la stratégie de contrôle collaboratif, les interactions entre les corps de la ferme deviennent prépondérantes, ce qui implique une très longue réponse impulsionnelle du transfert des vitesses $h_v(t)$. Pour la simulation présentée ici, les réponses impulsionnelles $h_v(t)$ sont calculées jusqu'au temps $t_{imp} = 1000s$. La longueur des réponses impulsionnelles du transfert des vitesses dans cette configuration souligne l'importance de la connaissance des temps passés pour contrôler efficacement une ferme de houlomoteur soumise à un contrôleur quasi optimal. En effet, les interactions entre chacun des corps sont telles que les états des WECs au temps t ont une influence sur le temps $t + 1000s$.

De plus, une discrétisation fréquentielle très fine des coefficients hydrodynamiques doit être respectée de façon à pouvoir calculer les réponses impulsionnelles sur des temps aussi longs, et ainsi capter les phénomènes hydrodynamiques mis en jeux.

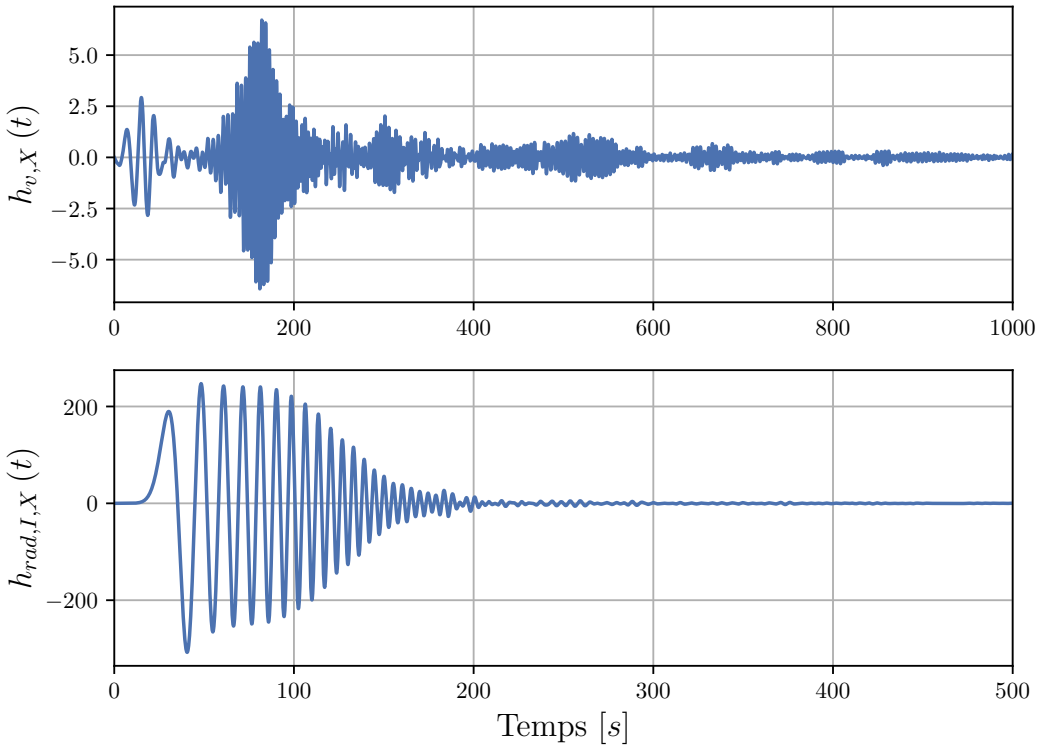


FIGURE 4.31 – Réponse impulsionnelle du transfert de vitesse du corps IX (en haut) et réponse impulsionnelle de radiation du corps IX sur le corps I (en bas).

Les résultats de prévision de vitesse sont présentés dans la figure 4.32, et les angles de portrait de phase de la vitesse et de la force d'excitation dans la figure 4.33. En raison de la géométrie de la ferme et de l'angle d'incidence de la houle, des symétries sont identifiées et par conséquent les résultats des corps II et IV, V et VII, VIII et X sont respectivement regroupés.

De manière générale, les résultats de prévision de vitesse coïncident avec la vitesse obtenue par simulation pour tous les corps contrôlés de la ferme. Il est tout de même à noter que la prévision de vitesse est plus précise pour la rangée centrale (V,VI, VII) que pour la première et la troisième rangée. La troisième rangée, située en aval de la ferme présente les erreurs les plus importantes, mais la qualité de la prévision est suffisante pour assurer le bon fonctionnement de la stratégie de contrôle.

Concernant la mise en phase de la vitesse des corps contrôlés avec la force d'excitation, les erreurs de mise en phase correspondent aux erreurs de prévision de la vitesse. Ainsi, pour les corps de la deuxième rangée la condition de mise en phase est mieux respectée que pour les corps de la première et la troisième rangée.

La qualité du contrôle est quantifiée par le coefficient d'optimalité tenant compte du fenêtrage C_{optf}. Comme présenté dans la section 4.7.2.1, de fortes variations de la répartition de la puissance au sein de la ferme sont observées entre la ferme soumise au contrôle optimal et celle où est appliqué le contrôle avec fenêtrage. De ce fait, la puissance moyenne mesurée en temporel de chacun des corps ne peut être comparée qu'à la puissance théorique tenant compte du fenêtrage P_{thf}.

Les résultats de coefficient d'optimalité C_{optf} sont similaires pour les corps d'une même rangée, et les résultats concordent avec l'analyse de la prévision de vitesse et de condition de mise en phase (table 4.12). Les corps de la deuxième rangée présentent les plus hautes valeurs de coefficient d'optimalité avec $C_{optf} = 98,9\%$ et $C_{optf} = 99,8\%$. Viennent ensuite les corps de la première rangée avec $C_{optf} = 98,9\%$, et finalement les corps de la troisième rangée avec $C_{optf} = 96,4\%$ et $C_{optf} = 96,7\%$. Ces valeurs élevées de coefficient d'optimalité pour chacun des corps de la ferme permettent de valider le bon fonctionnement de la stratégie de contrôle collaboratif pour une ferme complexe pour laquelle les interactions hydrodynamiques entre les corps de la ferme impactent considérablement la dynamique des corps.

Corps	P_{thf} $[W]$	$\bar{P}(t)$ $[W]$	C_{optf} [%]
I	$3,59 \cdot 10^4$	$3,63 \cdot 10^4$	101,1
III	$2,81 \cdot 10^5$	$2,75 \cdot 10^5$	97,9
II, IV	$2,77 \cdot 10^5$	$2,71 \cdot 10^5$	97,9
VI	$3,06 \cdot 10^5$	$3,03 \cdot 10^5$	98,9
V, VII	$2,66 \cdot 10^5$	$2,66 \cdot 10^5$	99,8
IX	$2,61 \cdot 10^5$	$2,51 \cdot 10^5$	96,4
VIII, X	$2,29 \cdot 10^5$	$2,22 \cdot 10^5$	96,7
Total	$2,43 \cdot 10^6$	$2,38 \cdot 10^6$	98,1

TABLE 4.12 – Résultats de puissance et de coefficient d'optimalité tenant compte du fenêtrage pour la ferme de 10 corps soumise à la stratégie de contrôle collaboratif, dans une houle polychromatique $H_s = 2m$ $T_p = 9s$.

Le coefficient d'optimalité de l'ensemble de la ferme est égal à $C_{optf} = 98,1\%$. Ainsi la ferme assure une production de $2,38MW$ ce qui correspond à 83% de la valeur théorique maximale obtenue avec un contrôleur optimal. Par ailleurs, une grande partie de l'énergie non récupérée provient de la modification des effets de ferme liée à l'application du fenêtrage ayant fait baisser la valeur du facteur d'interaction pour l'angle d'incidence de houle utilisée ici (section 4.7.2.1).

Il est toutefois important de noter qu'ici les paramètres du contrôleur ont été choisis pour maximiser la récupération d'énergie. Ainsi, la contrainte exercée sur la dynamique des corps contrôlés est faible, ce qui conduit à des amplitudes et vitesses élevées. Dans le chapitre suivant, les paramètres du corps sont réévalués pour limiter la dynamique des corps contrôlés, et la baisse de récupération d'énergie est mise en relation avec la contrainte appliquée au contrôleur.

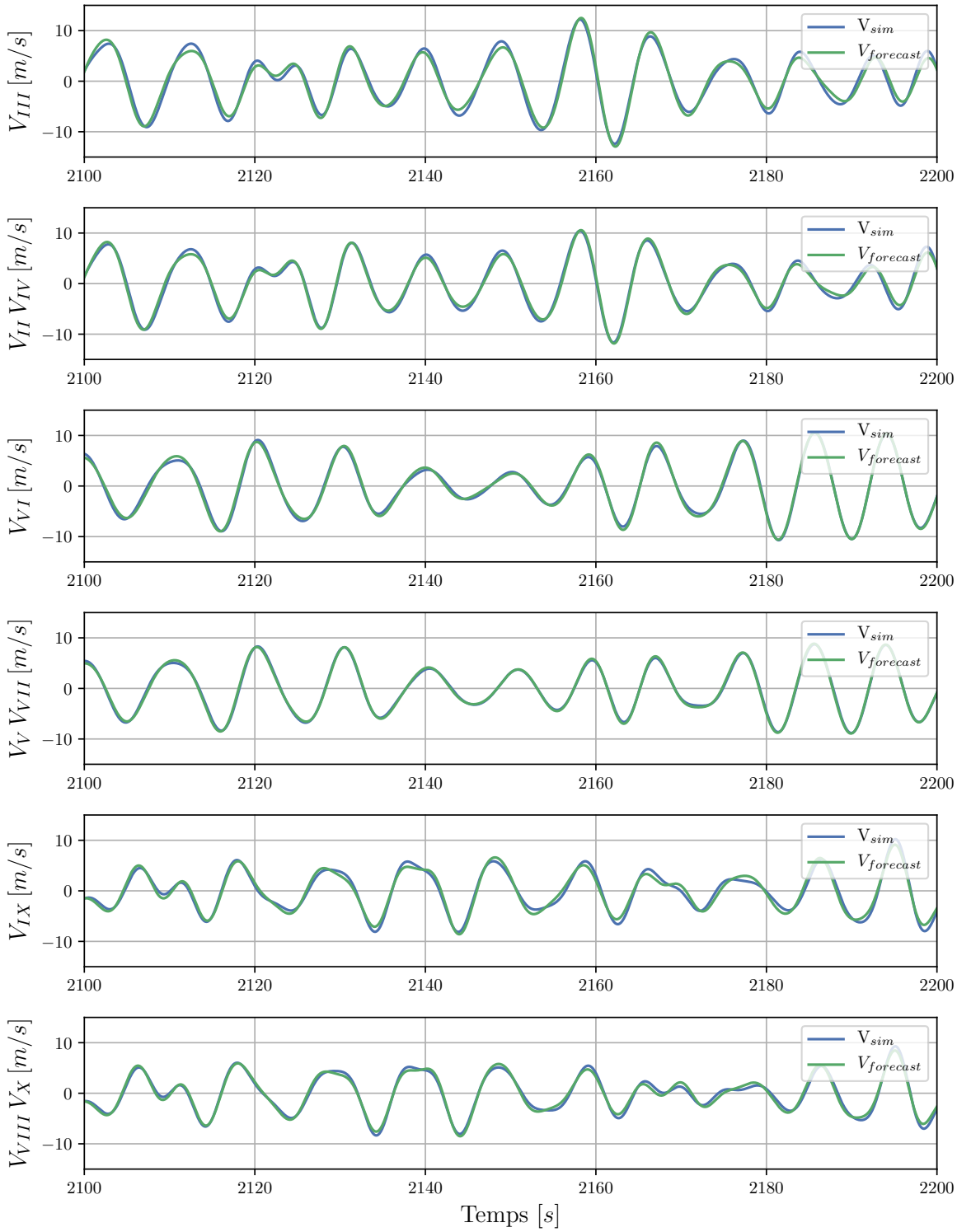


FIGURE 4.32 – Comparaison de la prévision de vitesse des corps contrôlés avec la vitesse obtenue par simulation pour la ferme de 10 corps soumise à la stratégie de contrôle collaboratif, dans une houle polychromatique $H_s = 2m$ $T_p = 9s$.

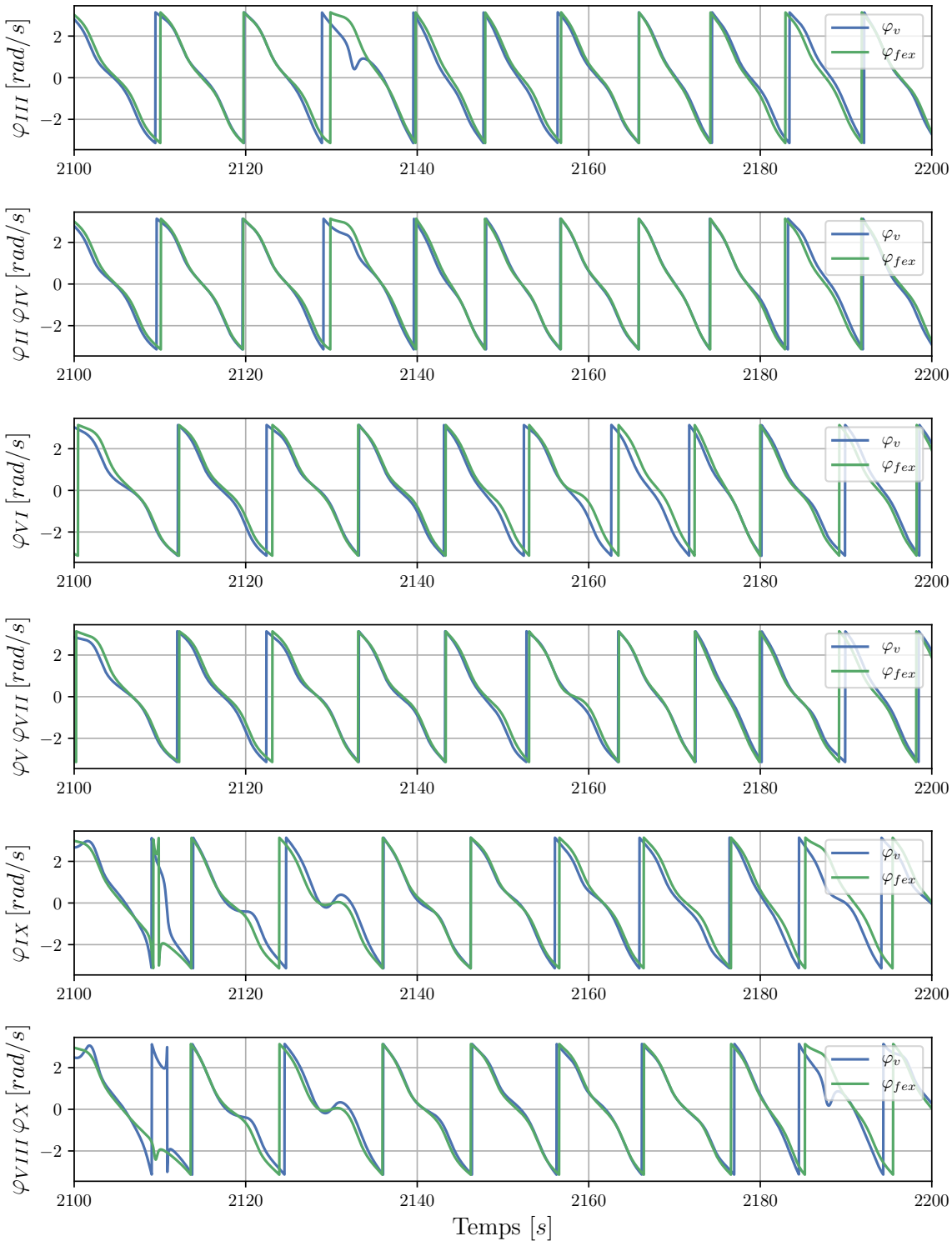


FIGURE 4.33 – Angle du portrait de phase de la vitesse $\varphi_v(t)$ et de la force d'excitation $\varphi_{fex}(t)$ obtenus lors de la simulation de la ferme de 10 corps soumise à la stratégie de contrôle collaboratif, dans une houle polychromatique $H_s = 2m$ $T_p = 9s$.

Chapitre 5

Conclusions et perspectives

5.1 Conclusions

Les travaux présentés dans ce manuscrit de thèse ont visé à exploiter les interactions hydrodynamiques entre les corps d'une même ferme de façon à obtenir une prévision déterministe des états des machines contrôlées pour appliquer une commande prédictive et réactive à une ferme de génératrices houlomotrices permettant d'atteindre des rendements quasi optimaux.

Dans le chapitre d'introduction, les défis scientifiques et technologiques liés au développement de ferme de génératrices houlomotrices ont été présentés. Pour atteindre une récupération d'énergie optimale, la stratégie de contrôle des systèmes houlomoteurs doit être basée sur la commande complexe-conjugué, et doit prendre en compte l'ensemble des interactions hydrodynamiques dans le modèle du contrôleur afin de bénéficier des effets constructifs des interactions entre les machines. La commande complexe-conjuguée étant non causale, il est alors proposé d'utiliser la mesure des états d'une machine située en amont de la ferme pour effectuer une prévision déterministe de la vitesse.

Dans le second chapitre, le modèle hydrodynamique utilisé pour la mise en place et l'évaluation de la commande a été exposé. Le modèle des écoulements potentiels linéarisés a été choisi pour son faible cout de calcul, nécessaire pour l'évaluation de la méthode de contrôle sur des fermes composées de nombreux corps et pour le calcul en temps réel de la loi de commande. À partir de ce modèle, un simulateur multicorps en domaine temporel a été développé et vérifié afin d'évaluer la stratégie de commande.

Dans le troisième chapitre, la commande optimale appliquée à une ferme de génératrices houlomotrices a été détaillée, et a servi de point de départ pour le développement de la stratégie de contrôle collaboratif. La non-causalité de ce type de commande étant au cœur de la stratégie de contrôle collaboratif développée dans cette thèse, il s'agissait

d'abord d'obtenir une prévision déterministe des états des corps contrôlés. En établissant les fonctions de transfert reliant la vitesse d'un corps en amont de la ferme à celles de tous les autres en aval, la prévision de la vitesse a pu être exprimée en tenant compte des interactions hydrodynamiques des corps. Les efforts de radiation croisés observés dans le cas de l'application d'un contrôle optimal sont alors pris en compte, ce qui permet d'obtenir une prévision précise de la vitesse de chaque machine en aval du corps capteur. L'ensemble des interactions hydrodynamiques sont donc prises en compte lors de la prévision de vitesse, cependant seuls les termes diagonaux de la commande optimale sont utilisés. En effet, les termes non diagonaux de l'impédance du contrôleur présentent des temps de non-causalité très longs et peuvent être négligés par rapport à l'apport des termes diagonaux. Lors de l'évaluation de la stratégie de contrôle collaborative, il a été vérifié que cette approche ne diminue que très peu les performances du contrôleur, dès lors que la vitesse du corps peut être prédite avec précision en tenant compte des interactions hydrodynamiques.

Dans le cadre du développement de la stratégie de contrôle, un fenêtrage a été appliqué à l'impédance du contrôleur optimal. Cette approche apporte plusieurs avantages à la méthode, comme celui de maitriser l'horizon de prédiction de la vitesse des corps contrôlés. En effet, en réduisant l'amplitude des basses fréquences du contrôleur, la plus grande longueur d'onde considérée par le contrôleur est réduite, ce qui permet d'augmenter le temps de propagation et ainsi de réduire l'horizon de prédiction. Lorsque la distance de séparation entre le corps capteur et les corps contrôlés est suffisante et que le fenêtrage est dimensionné pour correspondre au spectre de houle et à la réponse en amplitude des corps contrôlés, la baisse de rendement liée à l'application du fenêtrage est minime ($< 10\%$). De plus, l'ajout du fenêtrage permet de restreindre la forte dynamique et les efforts démesurés du PTO sous l'effet du contrôle optimal, pour les faire satisfaire de probables contraintes technologiques d'une mise en application. Cependant, les performances de la stratégie de contrôle collaboratif sont intrinsèquement liées à la forte dynamique des corps contrôlés, et une mise sous contrainte trop restrictive diminue considérablement la récupération d'énergie.

En employant la stratégie de contrôle collaboratif, une étude de sensibilité a été menée sur un groupe de deux cylindres pilonnant pour déterminer l'impact de différentes configurations de ferme et pour différentes conditions de houles sur les performances du contrôleur. L'analyse de ces résultats a permis d'établir les paramètres optimaux du contrôleur et son domaine de stabilité. Cette même étude a aussi permis d'établir le lien

entre la mise sous contrainte de l'impédance du contrôleur et la récupération d'énergie. Il a pu être montré qu'il est ainsi possible de réduire le ratio de l'énergie réactive et de l'énergie passive, mais qu'une telle mise sous contrainte s'effectue au détriment de la performance du contrôleur.

Dans le dernier chapitre, la qualité de la prévision de vitesse de corps contrôlés et la vérification des conditions d'optimalité a pu être effectuée. Une prévision précise de la vitesse a pu être obtenue dès lors que la distance de séparation entre les corps est suffisante au regard de la période des vagues. De plus, lorsque la prévision de vitesse est précise, les performances de la stratégie de contrôle collaboratif s'approchent de la limite théorique maximale. La robustesse de la méthode face à la dérive en cavalement des corps, à la modification de l'orientation de la houle, et à l'étalement spectral a été évaluée. L'analyse de ces études a mis en évidence une robustesse acceptable de la méthode face à ces changements, et des solutions ont été proposées pour améliorer l'efficacité de la stratégie de contrôle.

Finalement, la stratégie de contrôle collaboratif a été appliquée à une ferme de 10 corps. Il est alors apparu que les valeurs de fraction de puissance des corps pouvaient présenter d'importants écarts entre les différentes machines du groupe. Dans certains cas, une partie des machines de la ferme peut présenter des valeurs négatives de fraction de puissance, ce qui correspond à un corps utilisé comme moteur pour assurer la maximisation de l'énergie globale récupérée. Par ailleurs, il a été observé que l'application du fenêtrage sur l'impédance du contrôleur permet de réduire ces écarts. L'application de la stratégie de contrôle collaboratif sur cette configuration de ferme a montré d'excellents résultats de performance, avec une récupération de $98,1\%$ du maximum théorique tenant compte du fenêtrage, et une récupération de 83% de l'énergie théorique maximale. En outre, la possibilité d'utiliser les paramètres optimaux du contrôleur issus de l'étude de sensibilité à deux corps pour déterminer les paramètres d'une ferme de plus grande ampleur a été vérifiée, ce qui permet de réduire considérablement les couts d'optimisation des paramètres du contrôleur dans le cas de très grandes fermes.

5.2 Perspectives

La stratégie de contrôle collaboratif développée dans ce manuscrit s'est focalisée sur la mesure et la propagation d'une houle mono directionnelle. L'évaluation de la robustesse de la méthode face à l'étalement spectral a montré qu'il était possible d'appliquer

la méthode sur des étalements faibles à moyens, mais lorsque l'étalement devient trop important les performances du contrôleur chutent. De même, dans le cas d'une houle directionnelle, la méthode actuelle ne permet pas d'obtenir une prévision de la vitesse des corps. Pour correspondre à une application in situ de la stratégie de contrôle, il est alors nécessaire de développer une extension de la méthode permettant de traiter ces configurations de houle. Telle que proposée dans le manuscrit, la stratégie de contrôle s'est attachée à obtenir la prévision d'un seul corps de la ferme, en utilisant la mesure simultanée de différents corps, il est attendu qu'une prise en compte de différentes orientations de houle soit réalisable.

D'autre part, les performances et la robustesse de la stratégie de contrôle ont été évaluées dans un simulateur linéaire. Compte tenu des fortes hypothèses liées à la théorie potentielle linéarisée concernant la limitation de l'amplitude des corps au regard de la dynamique obtenue lors de la mise en place d'un contrôleur optimal, il apparaît nécessaire d'évaluer la loi de commande dans un simulateur d'ordre supérieur, et tenant compte de la dissipation liée à la viscosité. Pour les mêmes raisons, une campagne d'essais en bassin permettrait de valider la stratégie de commande et de redéfinir les paramètres optimaux du contrôleur. Il est attendu que la dynamique des corps soit alors fortement non linéaire et qu'il soit indispensable d'accroître les contraintes du fenêtrage pour assurer la stabilité du contrôleur. Par ailleurs, l'ajout des efforts de viscosité impliquera un amortissement supplémentaire et donc une diminution des amplitudes autour de la fréquence de résonance des corps. Par l'approche numérique et expérimentale, il sera de plus possible de quantifier l'erreur de prévision de vitesse induite par la propagation linéaire de la houle.

Dans son implémentation actuelle, la stratégie de contrôle collaboratif ne prend pas en compte de limite haute à la distance de séparation entre le corps capteur et les corps contrôlés de la ferme. À partir de l'étude de l'erreur de propagation de la houle linéaire, il sera possible de définir une limite haute à la distance de propagation et déterminer des gammes de distance convenables permettant de garantir un temps de prévision suffisant et une erreur acceptable de la propagation de la houle pour différents états de mer. À ce stade, la mesure de vitesse pourra être effectuée sur différents corps de la ferme pour correspondre aux gammes de distance optimales.

Dans les études présentées dans le manuscrit, l'orientation de la houle et les valeurs d'état de mer (H_s, T_p) étaient supposées connues du contrôleur. Pour une application

réelle, le spectre de houle directionnel doit pouvoir être mesuré et réévalué régulièrement afin d'appliquer la stratégie de contrôle. Pour éviter l'ajout d'une bouée de mesure située à proximité de la ferme, il pourrait être avantageux d'effectuer cette mesure à partir des vecteurs d'états des machines du parc.

L'utilisation de la commande complexe-conjugué au sein de la stratégie de contrôle collaboratif a constitué une approche théorique intéressante pour la mise en place et l'analyse de la stratégie de contrôle, et pourra servir de valeur de référence pour le contrôle de ferme. Cependant, la mise en pratique d'une telle loi de commande n'est pas réaliste au regard des dynamiques et efforts mis en jeu. Pour cela, il est indispensable d'implémenter une loi de commande permettant de contraindre le corps contrôlé sans nécessairement réduire drastiquement les performances du système houlomoteur. Avec la prévision de vitesse fournie par la stratégie de contrôle développée dans ces travaux, il est possible d'adapter une nouvelle loi de commande prédictive, pouvant être passive ou réactive. Cependant, la prévision de vitesse développée ici ne permet actuellement d'assimiler qu'un contrôleur linéaire, or les méthodes de contrôle existantes permettant de contraindre efficacement la dynamique et les efforts du corps contrôlé sont majoritairement non linéaires. Il sera donc nécessaire de modifier la méthode de prévision pour la rendre compatible avec l'utilisation de commandes non linéaires.

Les coefficients hydrodynamiques utilisés dans la stratégie de contrôle collaboratif sont invariants en temps. Lors du déploiement d'une ferme de génératrice houlomotrice, il est attendu que la dynamique des corps soit modifiée au cours du temps pour diverses raisons comme le bio-encrassement des machines et de son ancrage. Il est alors possible d'utiliser un modèle hydrodynamique adaptatif permettant de corriger à chaque pas de temps le modèle utilisé dans la stratégie de contrôle. L'utilisation d'une telle approche dans le domaine du contrôle de génératrice houlomotrice a été présentée dans [48] et apporte une amélioration considérable sur le plan des performances et de la robustesse du contrôleur sur le long terme. De plus, l'utilisation d'un modèle adaptatif permet d'obtenir une estimation correcte des efforts visqueux, sans utiliser de modèles CFD. Pour assurer les performances in situ de la stratégie de contrôle collaboratif, il sera donc nécessaire d'ajouter la composante adaptative au modèle hydrodynamique du contrôleur.

Bibliographie

[1] Edo Abraham and Eric C. Kerrigan. Optimal active control and optimization of a wave energy converter. *IEEE Transactions on Sustainable Energy*, 4(2) :324–332, 2013.

[2] Simon Ambühl, Laurent Marquis, Jens Peter Kofoed, and John Dalsgaard Sørensen. Operation and maintenance strategies for wave energy converters. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part O : Journal of Risk and Reliability*, 229(5) :417–441, 2015.

[3] Raffaello Antonutti and Grant E. Hearn. Optimisation of Point-Absorber Arrays. *Proceedings of the 9th European Wave and Tidal Energy Conference*, 2011.

[4] Aqua-RET. Aquatic Renewable Energy Technologies (http ://www.aquaret.com).

[5] Reduan Atan, Jamie Goggins, and Stephen Nash. A detailed assessment of the wave energy resource at the Atlantic Marine Energy Test Site. *Energies*, 9(11) : 1–29, 2016.

[6] Aurélien Babarit. Impact of long separating distances on the energy production of two interacting wave energy converters. *Ocean Engineering*, 37(8-9) :718–729, 2010.

[7] Aurélien Babarit. On the park effect in arrays of oscillating wave energy converters. *Renewable Energy*, 58 :68–78, 2013.

[8] Aurélien Babarit and Alain H. Clément. Optimal latching control of a wave energy device in regular and irregular waves. *Applied Ocean Research*, 28(2) :77–91, 2006.

[9] Aurélien Babarit and Gérard Delhommeau. Theoretical and numerical aspects of the open source BEM solver NEMOH. *Proceedings of the 11th European Wave and Tidal Energy Conference.*, (September 2015) :1–12, 2015.

[10] Aurélien Babarit, Michel Guglielmi, and Alain H. Clement. Declutching control of a wave energy converter. *Ocean Engineering*, 36 :1015–1024, 2009.

[11] Giorgio Bacelli, Philip Balitsky, and John V. Ringwood. Coordinated Control of Arrays of Wave Energy Devices - Benefits Over Independent Control. *IEEE Transactions on Sustainable Energy*, pages 1–9, 2013.

[12] Greg Beaudoin, Derek Robertson, Neil Davidson, Ronald Smith, Bill Staby, and Laurie Meyer. Technological Challenges to Commercial-Scale Application of Marine Renewables. *Oceanography*, 23(2) :32–41, 2010.

[13] Majid A. Bhinder, Aurélien Babarit, Lionel Gentaz, and Pierre Ferrant. Potential time domain model with viscous correction and CFD analysis of a generic surging floating wave energy converter. *International Journal of Marine Energy*, 10 :70–96, 2015.

[14] Elise Blondel-Couprie. *Reconstruction et prévention déterministe de houle à partir de données mesurées*. PhD thesis, 2009.

[15] Elise Blondel-Couprie, Félicien Bonnefoy, and Pierre Ferrant. Experimental validation of non-linear deterministic prediction schemes for long-crested waves. *Ocean Engineering*, 58 :284–292, 2013.

[16] Bruno Borgarino, Aurélien Babarit, and Pierre Ferrant. Extension of free-surface green's function multipole expansion for infinite water depth case. *International Journal of Offshore and Polar Engineering*, 21(3) :161–168, 2011.

[17] Bruno Borgarino, Aurélien Babarit, and Pierre Ferrant. Impact of wave interactions effects on energy absorption in large arrays of wave energy converters. *Ocean Engineering*, 41 :79–88, 2012.

[18] Charles L. Bretschneider. Hurricane design-Wave practices. *Transactions of the American Society of Civil Engineers*, 124(1) :39–62, 1959.

[19] Kjell Budal. Theory for absorption of wave power by a system of interacting bodies. *Journal of Ship Research*, 21(4), 1977.

[20] Kjell Budal and Johannes Falnes. A resonant point absorber of ocean-wave power. *Nature*, 256(5517) :478–479, 1975.

[21] Central Statistics Office. Energy Statistics. 2017.

[22] Alain H. Clément, Brian Winship, Francesc Fabregas-Flavia, and Paul-Emile Meunier. Optimal scaling of a generic point absorber WEC in a range of production sites. In *3rd Asian WAve and Tidal Energy Conference (AWTEC2016)*, volume 1, pages pp—-197. Research Publishing, 2016.

[23] Helene Clemot, Florian Dupriez-Robin, Aurelien Babarit, and Tuan Quoc Tran. A wave-to-wire chain modeling and command for a direct drive wave energy converter. *2017 12th International Conference on Ecological Vehicles and Renewable Energies, EVER 2017*, 2017.

[24] Ryan G. Coe and Vincent S. Neary. Review of Methods for Modeling Wave Energy Converter Survival in Extreme Sea States. *Proceedings of the 2nd Marine Energy Technology Symposium (METS2014)*, 2014.

[25] Julien A.M. Cretel, Gordon Lightbody, Gareth P. Thomas, and Anthony W. Lewis. Maximisation of Energy Capture by a Wave-Energy Point Absorber using Model Predictive Control. *IFAC World Congress*, (2002) :3714–3721, 2011.

[26] William E. Cummins. The impulse response function and ship motions. Technical report, 1962.

[27] Gérard Delhommeau. *Les problèmes de diffraction-radiation et de résistance de vagues : étude théorique et résolution numérique par la méthode des singularités.* PhD thesis, Nantes, 1987.

[28] Dirk Deschrijver, Michal Mrozowski, Tom Dhaene, and Daniel De Zutter. Macromodeling of multiport systems using a fast implementation of the vector fitting method. *IEEE Microwave and Wireless Components Letters*, 18(6) :383–385, 2008.

[29] David V. Evans. A theory for wave-power absorption by oscillating bodies. *Journal of Fluid Mechanics*, 77 :1–25, 1976.

[30] Francesc Fabregas Flavia. *A numerical tool for the frequency domain simulation of large clusters of wave energy converters.* PhD thesis, Centrale Nantes, 2017.

[31] Nicolás Faedo, Sébastien Olaya, and John V. Ringwood. Optimal Control, MPC and MPC-Like Algorithms for Wave Energy Systems : An Overview. *IFAC Journal of Systems and Control*, 1 :37–56, 2017.

[32] António F. de O. Falcão. Wave energy utilization : A review of the technologies. *Renewable and Sustainable Energy Reviews*, 14(3) :899–918, 2010.

[33] Johannes Falnes. Radiation impedance matrix and optimum power absorption for interacting oscillators in surface waves. *Applied Ocean Research*, 2(2) :75–80, 1980.

[34] Johannes Falnes. *Ocean waves and oscillating systems : linear interactions including wave-energy extraction.* Cambridge university press, 2002.

[35] Colm Fitzgerald and Gareth Thomas. A preliminary study on the optimal formation of an array of wave power devices. *Proceedings of the 7th European Wave and Tidal Energy Conference*, (Proc. of the 7th European Wave and Tidal Energy Conf., Porto, Portugal), 2007.

[36] John Fitzgerald and Lars Bergdahl. Including moorings in the assessment of a generic offshore wave energy converter : A frequency domain approach. *Marine Structures*, 21 :23–46, 2008.

[37] Francesc Fàbregas Flavia, Cameron McNatt, Francois Rongère, Aurélien Babarit, and Alain H. Clement. Computation of the Diffraction Transfer Matrix and the Radiation Characteristics in the open-source BEM code NEMOH. *Proceedings of the ASME 2016 35th International Conference on Ocean, Offshore and Arctic Engineering*, (3) :1–10, 2016.

[38] Francesc Fàbregas Flavià, Aurélien Babarit, and Alain H. Clément. On the numerical modeling and optimization of a bottom-referenced heave-buoy array of wave energy converters. *International Journal of Marine Energy*, 19 :1–15, 2017.

[39] Matt Folley and Trevor J.T. Whittaker. The effect of sub-optimal control and the spectral wave climate on the performance of wave energy converter arrays. *Applied Ocean Research*, 31(4) :260–266, 2009.

[40] Matt Folley, Ben Child, David Forehand, Louise O Boyle, Katie Silverthorne, Johannes Spinneken, and Peter Troch. a Review of Numerical Modelling of Wave Energy Converter Arrays. In *ASME 2012 31st International Conference on Ocean, Offshore and Arctic Engineering*, pages 535–545, 2012.

[41] Peter Frigaard and Michael Brorsen. A Time-Domain Method for Separating Incident and Reflected Irregular Waves Frigaard , Peter Bak ; Brorsen , Michael. *Coastal Engineering*, 24 :205–215, 1995.

[42] Francesco Fusco and John Ringwood. Short-Term Wave Forecasting for time-domain Control of Wave Energy Converters. *IEEE Transactions on Sustainable Energy*, 1(2) :99–106, 2010.

[43] Francesco Fusco and John V. Ringwood. Linear models for short term wave forecasting. *Proc. World Renewable Energy Conference X*, (2) :6, 2008.

[44] Francesco Fusco and John V. Ringwood. A Study on Short-Term Sea Profile Prediction for Wave Energy Applications. *Proceedings of the Eighth European Wave and Tidal Energy Conference*, pages 756–765, 2009.

[45] Francesco Fusco and John V. Ringwood. A study of the prediction requirements in real-time control of wave energy converters. *IEEE Transactions on Sustainable Energy*, 3(1) :176–184, 2012.

[46] Romain Genest and John V. Ringwood. Receding Horizon Pseudospectral Optimal Control for Wave Energy Conversion. *Proceedings of the 11th International Conference on Control 2016 UKACC*, pages 1–6, 2016.

[47] Romain Genest and John V. Ringwood. A critical comparison of model-predictive and pseudospectral control for wave energy devices. *Journal of Ocean Engineering and Marine Energy*, 2(4) :485–499, 2016.

[48] Romain Genest, Josh Davidson, and John V. Ringwood. Adaptive control of a wave energy converter. *IEEE Transactions on Sustainable Energy*, 3029(c) :1–8, 2018.

[49] Kester Gunn and Clym Stock-Williams. Quantifying the global wave power resource. *Renewable Energy*, 44 :296–304, 2012.

[50] Bjørn Gustavsen. Improving the pole relocating properties of vector fitting. *IEEE Transactions on Power Delivery*, 21(3) :1587–1592, 2006.

[51] Bjørn Gustavsen and Adam Semlyen. Rational approximation of frequency domain responses by vector fitting. *Power Delivery, IEEE Transactions on*, 14(3) :1052–1061, 1999.

[52] Ernst Hairer, Gerhard Wanner, and Syvert Paul Nørsett. *Solving ordinary differential equations I : Nonstiff problems.* Springer, 2000.

[53] Jørgen Hals. Practical limits to the power that can be captured from ocean waves by oscillating bodies. *International Journal of Marine Energy*, 3-4(December 2013), 2013.

[54] Jørgen Hals, Johannes Falnes, and Torgeir Moan. A Comparison of Selected Strategies for Adaptive Control of Wave Energy Converters. *Journal of Offshore Mechanics and Arctic Engineering*, 133(3), 2011.

[55] Klaus Hasselmann, T.P. Barnett, E. Bouws, H. Carlson, D.E. Cartwright, K. Enke, J.A. Ewing, H. Gienapp, D.E. Hasselmann, and P. Kruseman. Measurements of Wind-Wave Growth and Swell Decay during the Joint North Sea Wave Project (JONSWAP). *Ergnzungsheft zur Deutschen Hydrographischen Zeitschrift Reihe*, 8 (12), 1973.

[56] T. V. Heath. A review of oscillating water columns. *Philosophical Transactions of the Royal Society A : Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, 370(1959) : 235–245, 2012.

[57] Steven A. Hughes. Directional Wave Spectra using cosine-squared and cosine 2S spreading Functions. *Coastal Engineering Research Center*, 1, 1985.

[58] Andrew Hulme. The wave forces acting on a floating hemisphere undergoing forced periodic oscillations. *Journal of Fluid Mechanics*, 121 :443, 1982.

[59] A. Iturrioz, R. Guanche, J. A. Armesto, M. A. Alves, C. Vidal, and I. J. Losada. Time-domain modeling of a fixed detached oscillating water column towards a floating multi-chamber device. *Ocean Engineering*, 76 :65–74, 2014.

[60] Paulo A.P. Justino and Alain H. Clément. Hydrodynamic performance for small arrays of submerged spheres. In *5th European Wave Energy Conference*, 2003.

[61] Hiroshi Kagemoto and Dick K.P. Yue. Interactions among multiple three-dimensional bodies in water waves : an exact algebraic method. *Journal of Fluid Mechanics*, 166 :189–209, 1986.

[62] Blair Kinsman. *Wind waves : their generation and propagation on the ocean surface.* Courier Corporation, 1965.

[63] Umesh A. Korde and John Ringwood. *Hydrodynamic control of wave energy devices.* Cambridge University Press, 2016.

[64] Lucas Letournel. *Development of a numerical tool based on the Weak-Scatterer approximation for the study of Wave Energy Converters in LargeMotions.* Theses, Ecole Centrale de Nantes, 2015.

[65] Ye Li and Yi-Hsiang Yu. A synthesis of numerical methods for modeling wave energy converter-point absorbers. *Renewable and Sustainable Energy Reviews*, 16 (6) :4352–4364, 2012.

[66] Zohaib Mahmood, Roberto Suaya, and Luca Daniel. An efficient framework for passive compact dynamical modeling of multiport linear systems. *Design, Automation & Test in Europe Conference & Exhibition (DATE)*, pages 1203–1208, 2012.

[67] Philip McIver. Some hydrodynamic aspects of arrays of wave energy devices. *Applied Ocean Research*, 16 :61–69, 1994.

[68] Chiang C. Mei. Power extraction from water waves. *Journal of Ship Research*, 20 : 63–66, 1976.

[69] Alexis Merigaud, Jean-Christophe Gilloteaux, and John. V. Ringwood. A Nonlinear Extension for Linear Boundary Element Methods in Wave Energy Device Modelling. *Omae*, (Proc. of the ASME 31th International Conf. on Ocean, Offshore and Arctic Engineering, Rio de Janeiro, Brazil), 2012.

[70] Claude-Pierre Molard. *Description des machines et procédés spécifiés dans les brevets d'invention.* 1823.

[71] E. L. Morris, H. K. Zienkiewicz, M. M.A. Purzanjani, J. O. Flower, and M. R. Belmont. Techniques for sea state prediction. In *Proceedings of the 2nd International Conference on Maneuvering and Control of Marine Craft, Southampton. Elsevier, Amsterdam, The Netherlands*, pages 547–571, 1992.

[72] John N. Newman. The Exciting Forces on Fixed Bodies in Waves. *Journal of Ship Research, Society of Naval Architects and Marine Engineers*, 6 :1–10, 1962.

[73] Rudy Nie, Jeff Scruggs, Allan Chertok, Darragh Clabby, Mirko Previsic, and Anantha Karthikeyan. Optimal causal control of wave energy converters in stochastic waves - Accommodating nonlinear dynamic and loss models. *International Journal of Marine Energy*, 15, 2016.

[74] Markel Peñalba Retes, Giuseppe Giorgi, and John V. Ringwood. A Review of nonlinear approaches for wave energy converter modelling. *11th European Wave and Tidal Energy Conference*, (1) :1–10, 2015.

[75] Willard J. Pierson and Lionel Moskowitz. A proposed spectral form for fully developed wind seas based on the similarity theory of SA Kitaigorodskii. *Journal of geophysical research*, 69(24) :5181–5190, 1964.

[76] Willard J. Pierson, Gerhard Neumann, and Richard W James. Practical methods for observing and forecasting ocean waves by means of wave spectra and statistics. Technical report, NAVAL OCEANOGRAPHIC OFFICE NSTL STATION MS, 1971.

[77] A. A.E. Price, C. J. Dent, and A. R. Wallace. On the capture width of wave energy converters. *Applied Ocean Research*, 31(4) :251–259, 2009.

[78] International Renewable Energy Agency. Renewable power generation costs in 2017 : Key findings and executive summary. 2017.

[79] Øyvind Y. Rogne, Torgeir Moan, and Svein Ersdal. Identification of passive state-space models of strongly frequency dependent wave radiation forces. *Ocean Engineering*, 92 :114–128, 2014.

[80] Stephen H. Salter. Wave power. *Nature*, 249(5459) :720–724, 1974.

[81] J. T. Scruggs, S. M. Lattanzio, A. A. Taflanidis, and I. L. Cassidy. Optimal causal control of a wave energy converter in a random sea. *Applied Ocean Research*, 42 : 1–15, 2013.

[82] Deborah A Sunter, Bryan Murray, Marcus Lehmann, Rachael Green, Bryant Ke, Brooke Maushund, and Darnel M Kammen. Two-stage Monte Carlo simulation to forecast levelized cost of electricity for wave energy. In *Renewable Energy Research and Applications (ICRERA), 2017 IEEE 6th International Conference on*, pages 638–641. IEEE, 2017.

[83] Hendrik L. Tolman. User manual and system documentation of WAVEWATCH-IIITM version 3.14. *Technical note*, (3.14) :220, 2009.

[84] WIPO. Patent-based Technological Analysis Report. pages 116 T4 – Alternative Energy Technology Y3 – 30.0, 2009.

[85] H. A. Wolgamot, P. H. Taylor, and R. Eatock Taylor. The interaction factor and directionality in wave energy arrays. *Ocean Engineering*, 47 :65–73, 2012.

[86] Guangyu Wu. *Direct simulation and deterministic prediction of large-scale nonlinear ocean wave-field*. PhD thesis, Massachusetts Institute of Technology, 2004.

[87] Shun-han Yang, Jonas W Ringsberg, and Erland Johnson. Analysis of biofouling effect on the fatigue life and energy performance of wave energy converter system. 2017.

[88] Z. Yu and Johannes Falnes. State-space modelling of a vertical cylinder in heave. *Applied Ocean Research*, 17(5) :265–275, 1995.

[89] Xiao Hui Zeng and Si Yi Tang. The hydrodynamic interactions of an array of truncated circular cylinders as each cylinder oscillates independently with different prescribed modes. *Journal of Hydrodynamics*, 25(1) :27–38, 2013.

[90] Shangyan Zou, Ossama Abdelkhalik, Rush Robinett, Giorgio Bacelli, and David Wilson. Optimal control of wave energy converters. *Renewable Energy*, 103 :217–225, 2017.

Annexe A

Correction des fréquences irrégulières de NEMOH

Lors de la résolution de l'équation de distribution de sources (2.17), la solution du problème intérieur et ses dérivées peut être non nulle pour certaines fréquences i.e. les potentiels des vitesses sont non nuls à l'intérieur du corps. Cela engendre des singularités dans les coefficients hydrodynamiques obtenus à ces fréquences. Ce problème numérique n'apparaît que pour les corps perçant la surface libre, ce qui est le cas des point-absorbers. L'objectif de ce travail de thèse étant d'effectuer un contrôle collaboratif de ferme de point-absorbers, il a été décidé d'implémenter une méthode de résolution des fréquences irrégulières et ainsi de s'affranchir des éventuelles erreurs liées à celles-ci. La méthode choisie a été proposée par Gérard Delhommeau dans Babarit and Delhommeau [9] et consiste à ajouter une condition aux frontières supplémentaire sur la surface libre à l'intérieur du corps afin d'imposer un potentiel des vitesses nul :

$$\left.\frac{\partial \Phi}{\partial z}\right|_{z=0} = 0 \quad \forall M \in S_{surface\,libre\,intérieure} \tag{A.1}$$

La surface libre à l'intérieur du corps est alors maillée afin d'y appliquer la nouvelle condition aux frontières. Cette condition aux frontières (A.1) est appliquée aux panneaux de la surface libre en imposant des vitesses normales nulles pour la résolution du système des intensités de source (2.17). Le second membre de l'équation doit alors être nul, i.e. $f(M) = 0$, pour les facettes de la surface libre.

$$\frac{\sigma}{2}(M,t) - \frac{1}{4\pi}\int\int_{\partial S_{mouillé}} \sigma(M')\frac{\partial G(M,M')}{\partial n}dS' = 0 \quad \forall M \in S_{surface\,libre\,intérieure}$$

Il ne faut cependant par tenir compte des potentiels des panneaux de la surface libre pour l'intégration des pressions car ces panneaux sont fictifs et ne servent qu'à contraindre la solution du système or l'intégration de la pression sur les panneaux permet de définir les efforts de Froude-Krylov (2.12). Une pression nulle est donc imposée

pour les facettes de la surface libre intérieure.

De plus, le calcul des coefficients d'influence présente un cas particulier pour le cas où la source est incluse dans le panneau. Le coefficient d'influence s'écrit alors :

$$K_{ii} = -\frac{1}{4\pi}[p_i(V_{s_x}^{0'} + V_{s_x}^1 + V_{s_x}^2 + V_{s_x}^3) + q_i(V_{s_y}^{0'} + V_{s_y}^1 + V_{s_y}^2 + V_{s_y}^3) + r_i(V_{s_z}^{0'} + V_{s_z}^1 + V_{s_z}^2 + V_{s_z}^3)] \quad \text{(A.2)}$$

$$\begin{cases} V_{s_x}^{0'} = V_{s_x}^0 - 2\pi p_i \\ V_{s_y}^{0'} = V_{s_y}^0 - 2\pi q_i \\ V_{s_z}^{0'} = V_{s_z}^0 - 2\pi r_i \end{cases} \quad \text{(A.3)}$$

L'ajout de $-2\pi\vec{n}$ à V^0 correspond à la discontinuité du terme en $1/r$ de la fonction de Green. Comme le problème est écrit à l'intérieur pour les facettes de la surface libre il faut changer le signe de la discontinuité en z.

$$\begin{cases} V_{s_x}^{0'} = V_{s_x}^0 - 2\pi p_i \\ V_{s_y}^{0'} = V_{s_y}^0 - 2\pi q_i \\ V_{s_z}^{0'} = V_{s_z}^0 + 2\pi r_i \end{cases} \quad \text{(A.4)}$$

Finalement, le potentiel des facettes de la surface libre ne doit pas être pris en compte dans la suite du calcul des potentiels des vitesses (2.18). On impose alors que le potentiel de ces facettes soit nul.

$$\begin{cases} \frac{\phi}{2}(M,t) = -\frac{1}{4\pi}\iint_{\partial\Omega_B} \sigma(M')G(M,M')dS' & \forall M \in S_{mouillé} \\ \frac{\phi}{2}(M,t) = 0 & \forall M \in S_{surface\,libre\,intérieure} \end{cases} \quad \text{(A.5)}$$

Les résultats présentés dans la figure A.1 sont obtenus pour une demi sphère de rayon $r = 10m$ dans une profondeur d'eau $H = 50m$. Dans le cas du code NEMOH standard, des fréquences irrégulières apparaissent à plusieurs fréquences distinctes. Ces fréquences irrégulières disparaissent avec l'application de la méthode de correction. Il est toutefois important de noter que l'erreur numérique provoquée par les fréquences irrégulières est spécifiquement importante pour cette géométrie et est nettement plus faible pour une géométrie cylindrique. Il est montré dans le chapitre 4, que leur impact est faible sur le contrôle de génératrices houlomotrices.

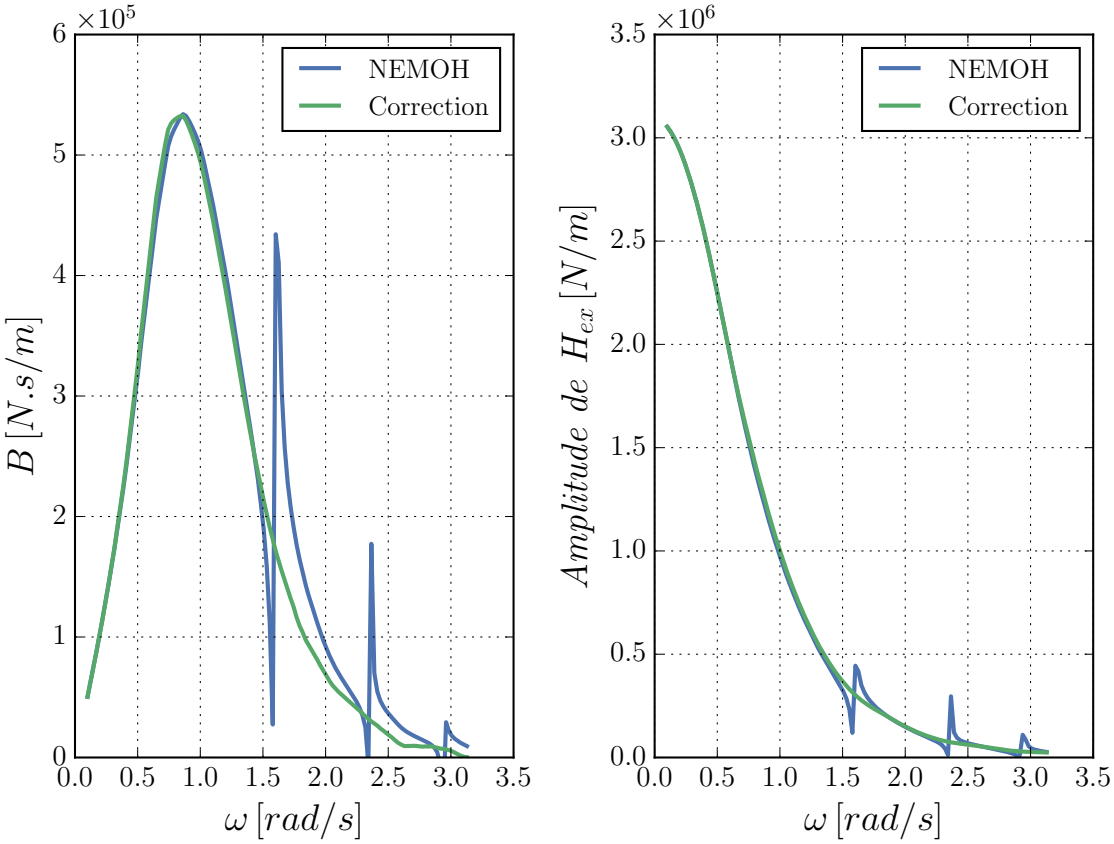


FIGURE A.1 – Comparaison des coefficients d'amortissement hydrodynamique et de force d'excitation obtenus avec le code NEMOH standard et avec la correction des fréquences irrégulières.

Annexe B

Paramètres du simulateur

Dans cette section sont présentés les principaux paramètres du simulateur, les recommandations liées au choix des valeurs de ces paramètres, et les valeurs fixées pour les simulations présentées dans ce manuscrit. Les paramètres peuvent être classés en deux catégories, les paramètres liés à la ferme et les paramètres liés à la simulation et la stratégie de contrôle.

B.1 Paramètres de la classe ferme

La plupart des paramètres de la classe ferme sont déterminés lors du calcul des coefficients hydrodynamiques et sont affectés à la classe ferme lors du chargement de ces derniers par la méthode $LoadCoeffs$.

— Le paramètre $farm.layout$ contient les informations géométriques de la ferme, telles que le rayon, la hauteur et la position de chaque cylindre.

— Le paramètre $farm.w$ correspond au vecteur des pulsations associé aux coefficients hydrodynamique. Comme décrit dans la section 3.1.10, les valeurs de la discrétisation fréquentielle des coefficients peuvent avoir un impact sur la qualité des simulations. De manière générale, la valeur maximale de ω doit être légèrement supérieure à la pulsation où la RAO des corps s'annule, et la valeur du pas fréquentiel $d\omega$ doit diminuer lorsque la distance entre les corps de la ferme augmente.

— Le paramètre $NPad$ est argument de la méthode $LoadCoeffs$ et définit la longueur de l'extrapolation des coefficients hydrodynamiques permettant de lisser les réponses impulsionnelles (section 3.1.10). Ce paramètre n'est utilisé que pour l'analyse des réponses impulsionnelles et n'améliore pas la qualité des simulations (section 4.1).

B.2 Paramètres de la classe simulation

Les paramètres de la classe simulation peuvent être distingués en deux groupes, ceux liés à la simulation, et ceux liés à la stratégie de contrôle collaboratif. Les principaux paramètres de la simulation sont les suivants :

— Le paramètre *sim.tsim* contient le vecteur temporel de la simulation et est en partie déterminé par le paramètre *sim.dt* définissant le pas de temps. Dans les simulations présentées ici, le pas de temps est choisi fixe. Il est par ailleurs possible d'utiliser un pas variable en modifiant les paramètres de l'intégrateur lors de son initialisation. L'étude de convergence en pas de temps est présenté dans la section 4.2. Il est important de noter que la valeur convergée du pas temps est liée à la dynamique des corps. Lorsqu'un corps est en résonance ou contrôlé de façon optimale, il est nécessaire de diminuer le pas de temps pour adapter l'intégration numérique aux fortes variations de vitesse et de force de PTO.

— Le paramètre *sim.mode* définit le type de houle généré. Le paramètre peut prendre comme valeur « mono » pour une houle monochromatique ou « poly » pour une houle polychromatique. Dans le cas de la houle monochromatique, la valeur d'amplitude a de la houle est égale à la moitié de H_s. Pour une houle polychromatique, la houle est générée à partir du spectre de Bretschneider (section 3.1.5.1).

— Les paramètres $sim.Hs$ et $sim.Tp$ correspondent respectivement à la hauteur significative et la période de pic de l'état de mer.

— Le paramètre *sim.timpRad* contient le vecteur temporel des réponses impulsionnelles de radiation. Le pas de temps de ce vecteur est défini par *sim.dt*, car il est indispensable que les réponses impulsionnelles possèdent un pas de temps identique à celui de la simulation, de façon à conserver la cohérence des produits de convolution. Par ailleurs, il est important de définir un temps suffisamment long pour le calcul des réponses impulsionnelles de façon à conserver l'intégralité de l'information qu'elles contiennent.

— Le paramètre *sim.PTO* contient les valeurs de PTO passif B_{PTO} de chaque machine de la ferme.

— Le choix du mode d'intégration numérique se fait lors de l'initialisation de l'intégrateur dans la classe simulation. Dans les simulations présentées dans ce manuscrit, un intégrateur de type Runge-Kutta d'ordre 4 (dopri5) est utilisé. Le code de cet intégrateur est présenté dans Hairer et al. [52].

Lors de l'utilisation de la stratégie de contrôle collaboratif dans le simulateur, les paramètres suivants doivent être renseignés :

— Le paramètre *sim.ZuActivated* permet l'activation de la méthode de contrôle collaboratif, il prend comme valeur « True » ou « False ».

— Le paramètre *sim.timp* contient le vecteur temporel des réponses impulsionnelles de fonction de transfert de vitesse $h_v(t)$ (section 3.1.7) et du contrôleur fenêtré $h_{uf}(t)$ (section 3.1.8). Comme pour les réponses impulsionnelles de radiation, le pas de temps est défini par *sim.dt*.

— Le paramètre *sim.tsh* contient le vecteur des temps de prévision t_{prev} pour chacun des corps contrôlés de la ferme (section 3.1.7).

— Le paramètre *sim.wBand* contient le vecteur des pulsations de coupure ω_{Lc} et ω_{Hc} relatives au fenêtrage de l'impédance du contrôleur optimal (section 3.1.5), pour chacun des corps contrôlés.

Annexe C

Résultats de l'étude de sensibilité

C.1 Étude de sensibilité générale

Dans cette section sont rassemblés les résultats de l'étude de sensibilité de la section 3.2.3. Les paramètres de l'étude sont rappelés dans le tableau C.1. La réponse étudiée ici est le coefficient d'optimalité dont la formulation est proposée dans la section 3.2.2.

Facteurs	**Niveaux**
Distance [m]	100, 200, 400, 600
Temps de prévision [s]	8, 10, 12, 15, 20, 30
Période de pic [s]	6, 9, 12
Fréquence de coupure basse [rad/s]	0.2, 0.35, 0.5, 0.65, 0.8
Fréquence de coupure haute [rad/s]	1.0, 1.5, 2.0, 2.5, 3.0, 3.5

Table C.1 – Niveaux des facteurs choisis pour l'étude de sensibilité pour un groupe de deux cylindres en utilisant la stratégie de contrôle collaboratif.

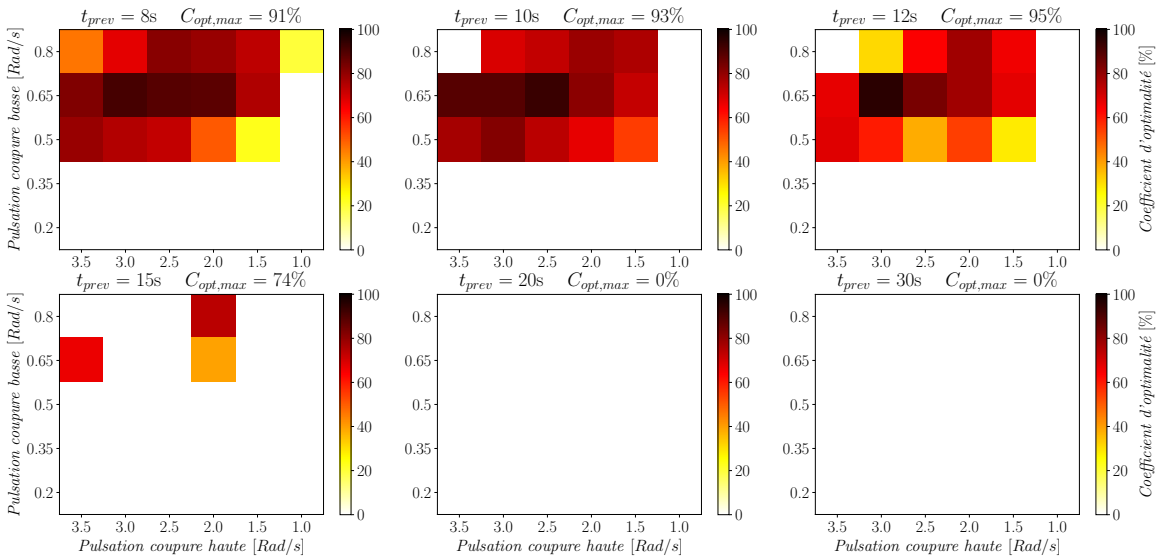


FIGURE C.1 – Matrices de coefficients d'optimalité pour un groupe de deux cylindres séparés d'une distance $d = 100m$ avec une période de pic $T_p = 6s$.

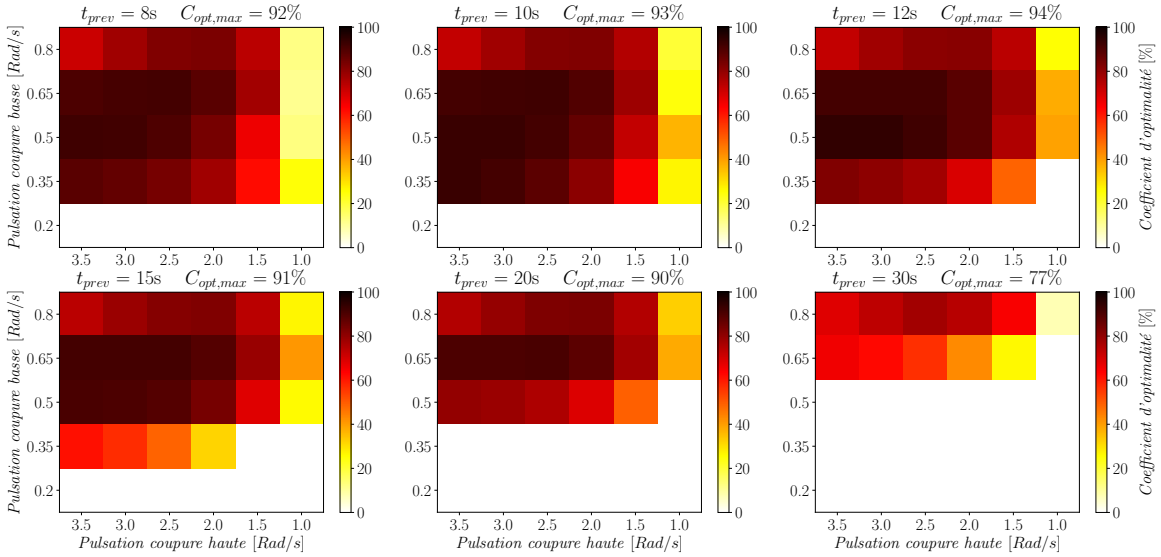


FIGURE C.2 – Matrices de coefficients d'optimalité pour un groupe de deux cylindres séparés d'une distance $d = 200m$ avec une période de pic $T_p = 6s$.

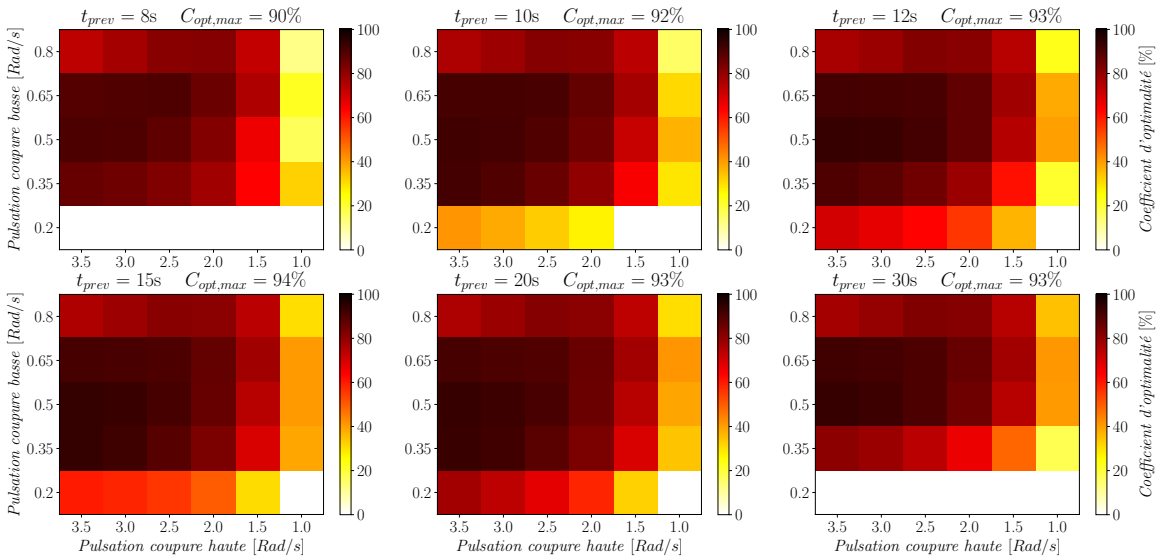


FIGURE C.3 – Matrices de coefficients d'optimalité pour un groupe de deux cylindres séparés d'une distance $d = 400m$ avec une période de pic $T_p = 6s$.

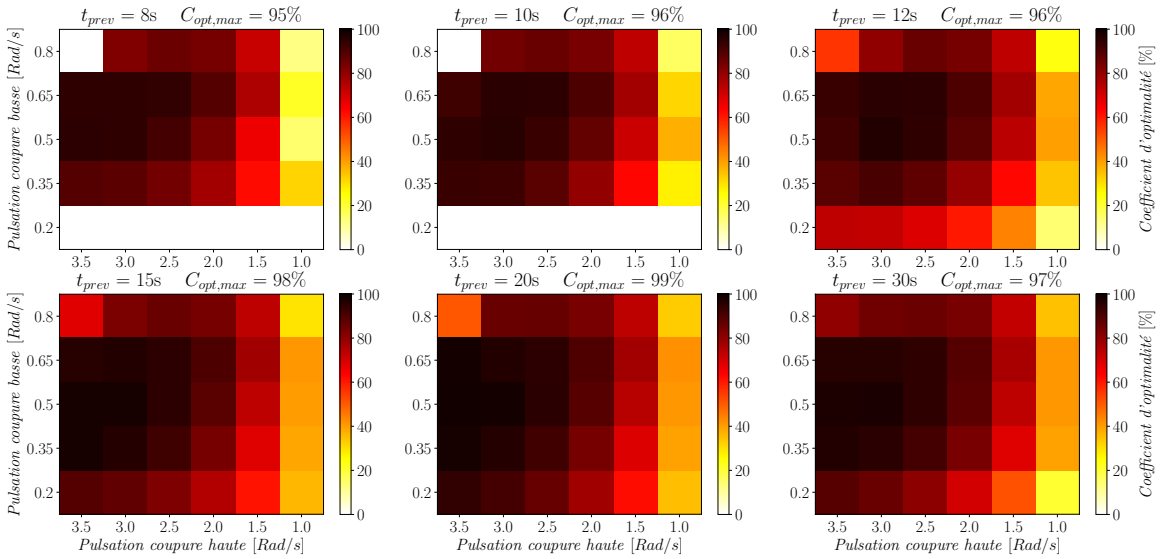


FIGURE C.4 – Matrices de coefficients d'optimalité pour un groupe de deux cylindres séparés d'une distance $d = 600m$ avec une période de pic $T_p = 6s$.

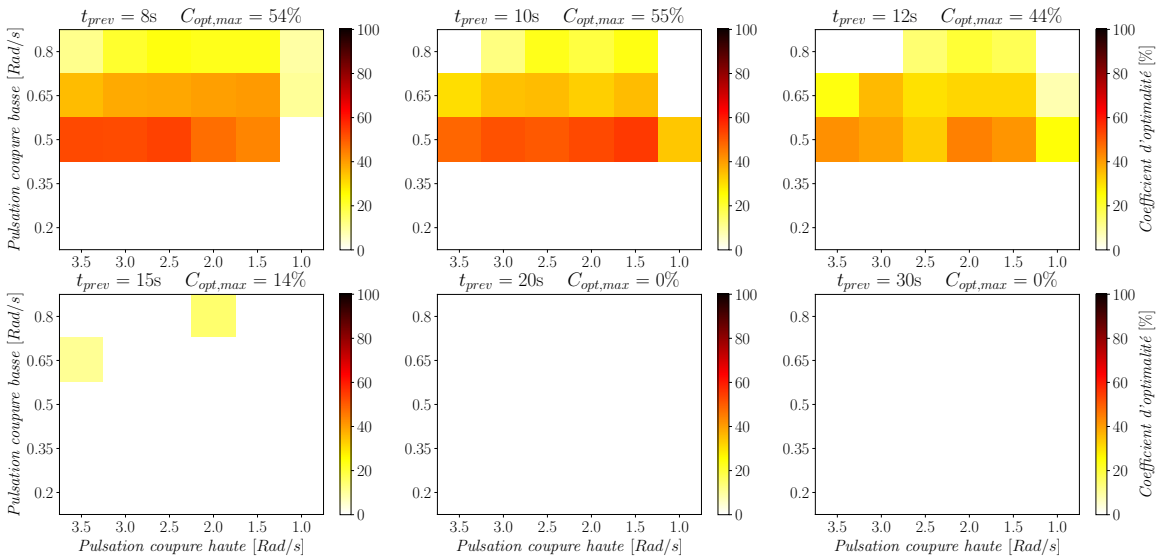


FIGURE C.5 – Matrices de coefficients d'optimalité pour un groupe de deux cylindres séparés d'une distance $d = 100m$ avec une période de pic $T_p = 9s$.

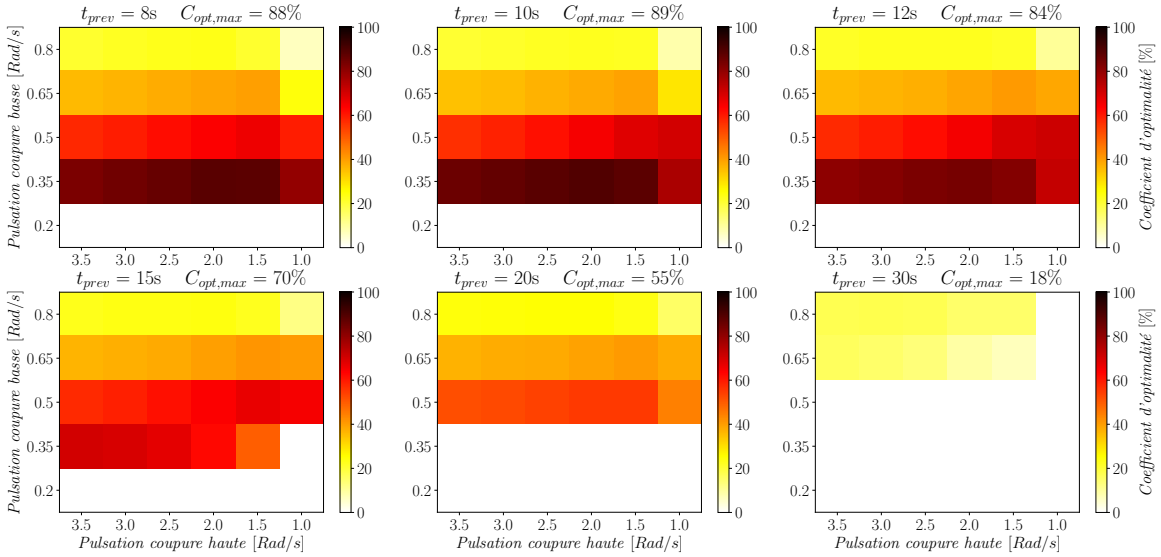


FIGURE C.6 – Matrices de coefficients d'optimalité pour un groupe de deux cylindres séparés d'une distance $d = 200m$ avec une période de pic $T_p = 9s$.

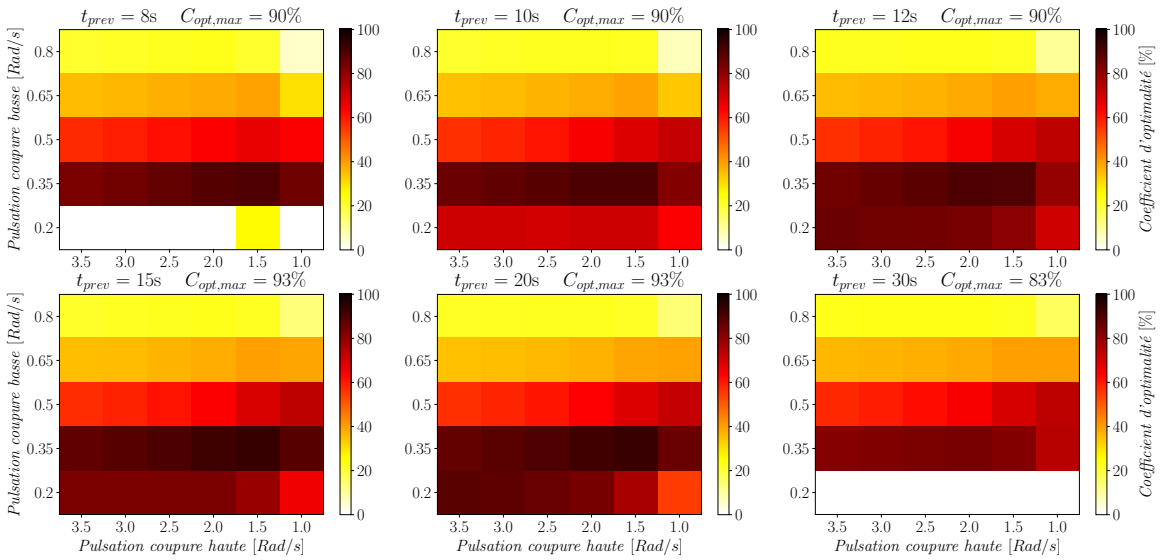


FIGURE C.7 – Matrices de coefficients d'optimalité pour un groupe de deux cylindres séparés d'une distance $d = 400m$ avec une période de pic $T_p = 9s$.

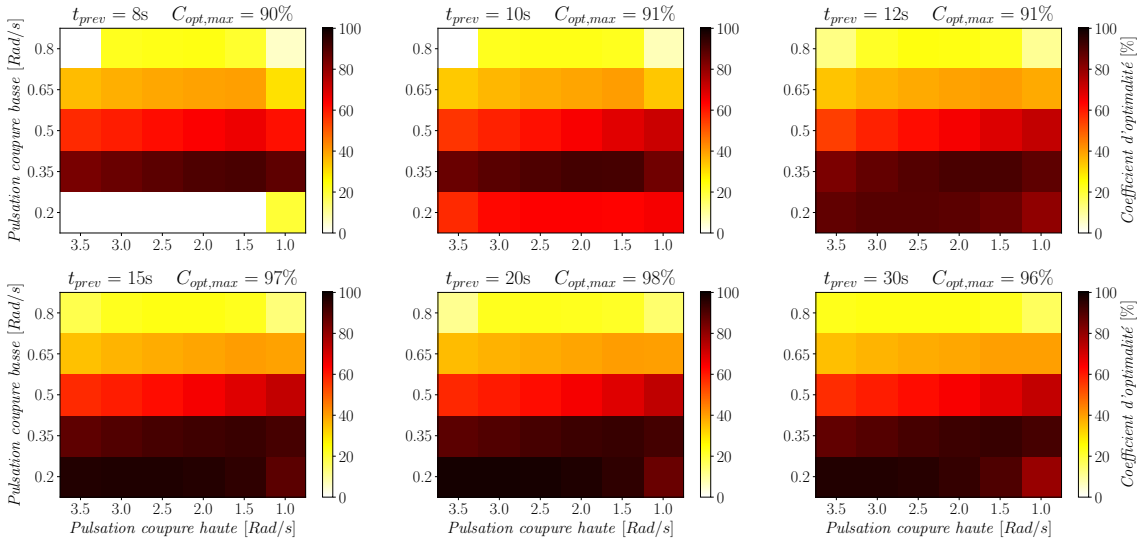


FIGURE C.8 – Matrices de coefficients d'optimalité pour un groupe de deux cylindres séparés d'une distance $d = 600m$ avec une période de pic $T_p = 9s$.

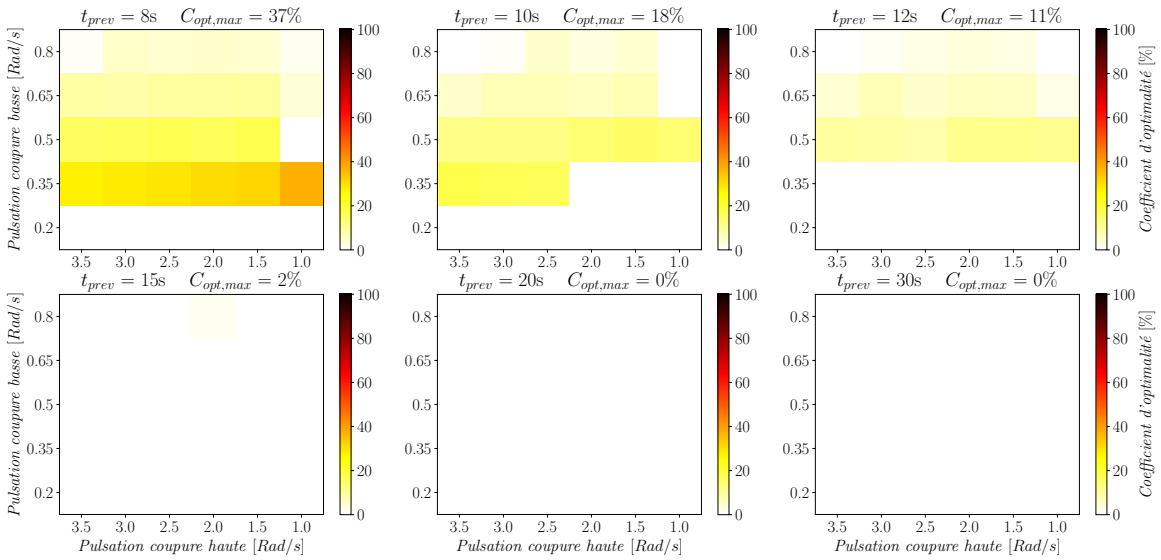


FIGURE C.9 – Matrices de coefficients d'optimalité pour un groupe de deux cylindres séparés d'une distance $d = 100m$ avec une période de pic $T_p = 12s$.

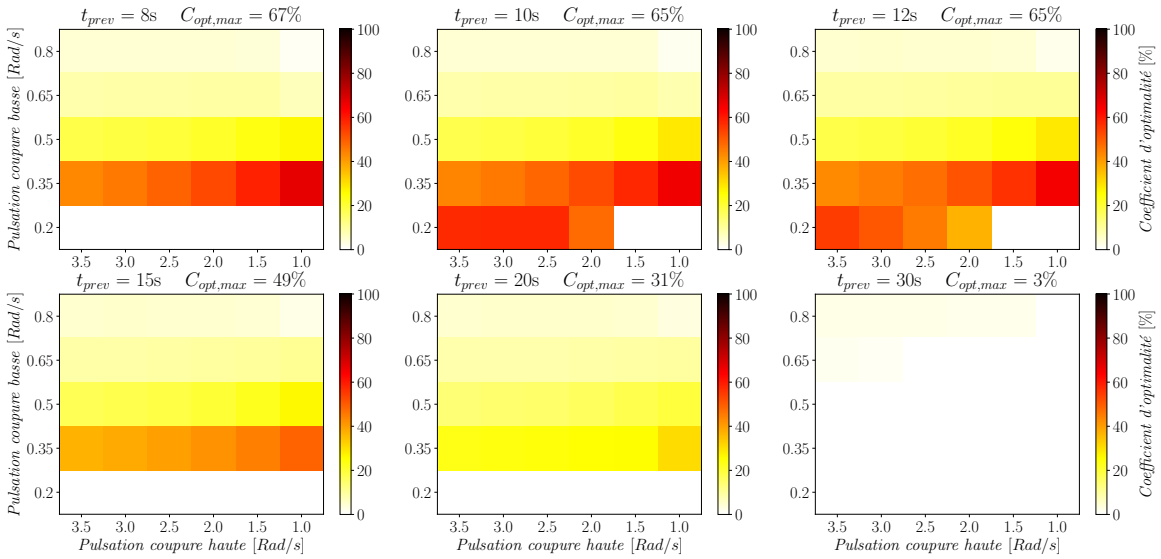


FIGURE C.10 – Matrices de coefficients d'optimalité pour un groupe de deux cylindres séparés d'une distance $d = 200m$ avec une période de pic $T_p = 12s$.

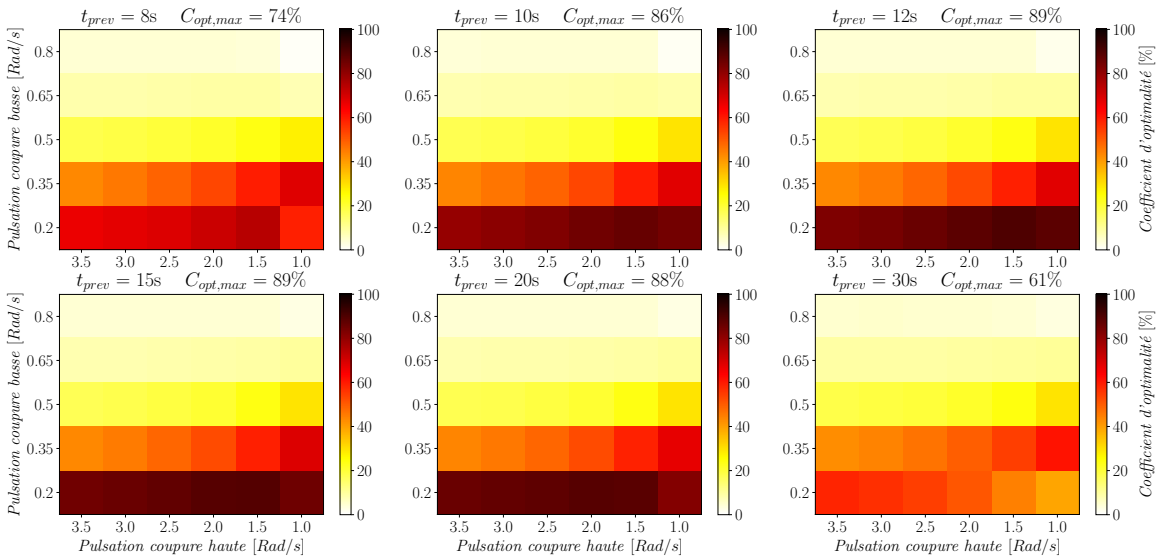


FIGURE C.11 – Matrices de coefficients d'optimalité pour un groupe de deux cylindres séparés d'une distance $d = 400m$ avec une période de pic $T_p = 12s$.

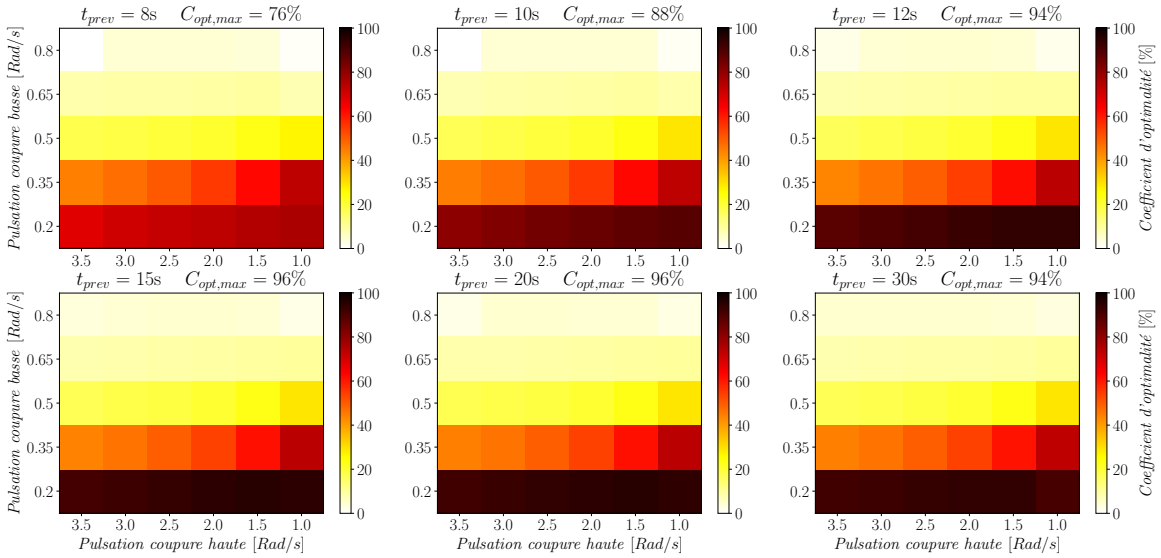


FIGURE C.12 – Matrices de coefficients d'optimalité pour un groupe de deux cylindres séparés d'une distance $d = 600m$ avec une période de pic $T_p = 12s$.

C.2 Étude de sensibilité des corps proches

Dans cette section sont rassemblés les résultats de l'étude de sensibilité de corps rapprochés présentée dans la section 3.2.4. Les paramètres de l'étude sont rappelés dans le tableau C.2.

Facteurs	**Niveaux**
Distance [m]	100
Temps de prévision [s]	4, 6, 8, 10, 12
Période de pic [s]	6, 9, 12
Fréquence de coupure basse [rad/s]	0.2, 0.35, 0.5, 0.65, 0.8
Fréquence de coupure haute [rad/s]	1.0, 1.5, 2.0, 2.5, 3.0, 3.5

TABLE C.2 – Niveaux des facteurs choisis pour l'étude de sensibilité de corps proches pour un groupe de deux cylindres en utilisant la stratégie de contrôle collaboratif.

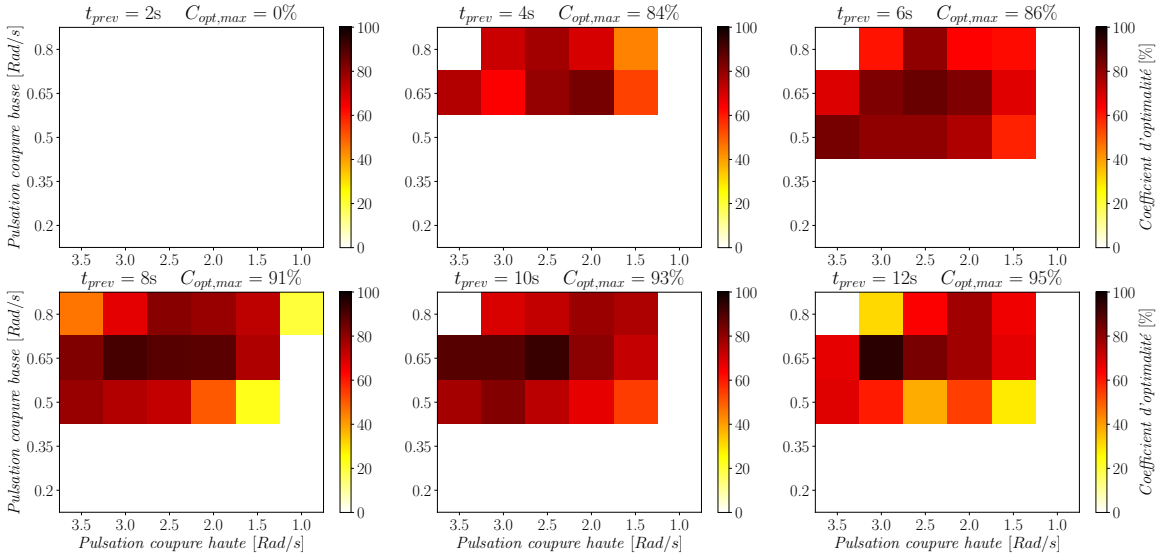


FIGURE C.13 – Matrices de coefficients d'optimalité pour un groupe de deux cylindres séparés d'une distance $d = 100m$ avec une période de pic $T_p = 6s$.

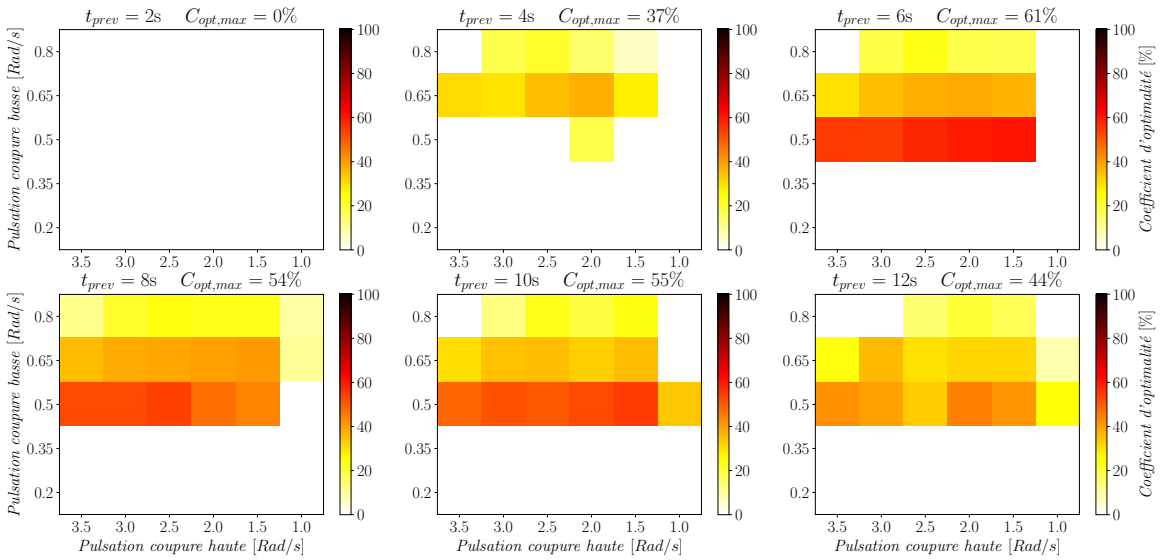


FIGURE C.14 – Matrices de coefficients d'optimalité pour un groupe de deux cylindres séparés d'une distance $d = 100m$ avec une période de pic $T_p = 9s$.

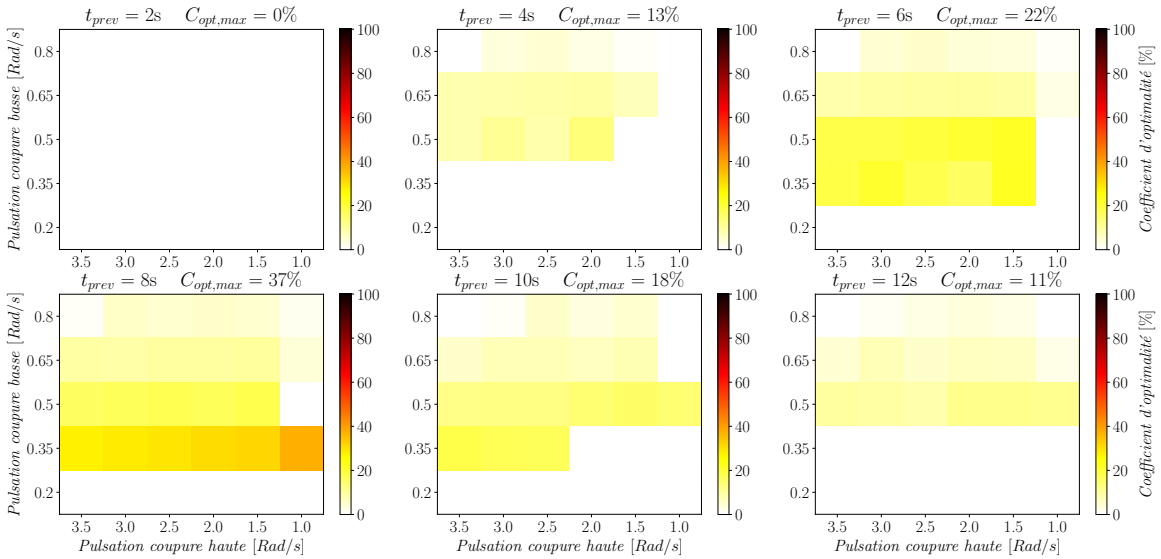


FIGURE C.15 – Matrices de coefficients d'optimalité pour un groupe de deux cylindres séparés d'une distance $d = 100m$ avec une période de pic $T_p = 9s$.

Annexe D

Étude de convergence en maillage

Une étude de convergence en maillage a été réalisée dans le cadre des calculs des coefficients hydrodynamiques du cylindre pilonnant à partir du code NEMOH. La géométrie du cylindre est celle utilisée dans l'ensemble des simulations du manuscrit, et est présentée dans la section 3.1.1.

Le maillage utilisé présente un raffinement plus important sur son fond, l'arête délimitant la paroi verticale et le fond, et sur la paroi verticale aux abords de la surface libre. Pour l'étude de convergence, trois densités de maillage sont comparées : $N = 340$, $N = 806$, et $N = 1470$ (figure D.1). Les coefficients hydrodynamiques obtenus à partir de ces maillage sont présentés dans les figures D.2 et D.3.

La comparaison des coefficients hydrodynamiques issus des différents maillages montre que les résultats sont convergés pour $N = 340$ panneaux. Les différences observées sur la phase du coefficient de force d'excitation $H_{ex}(\omega)$ pour les pulsations supérieures à $\omega = 2,2\,rad/s$ sont dues à l'annulation de l'amplitude de $H_{ex}(\omega)$. En effet, pour ces valeurs de ω le calcul de la phase correspond au rapport de deux valeurs infinitésimales (section 2.2.3).

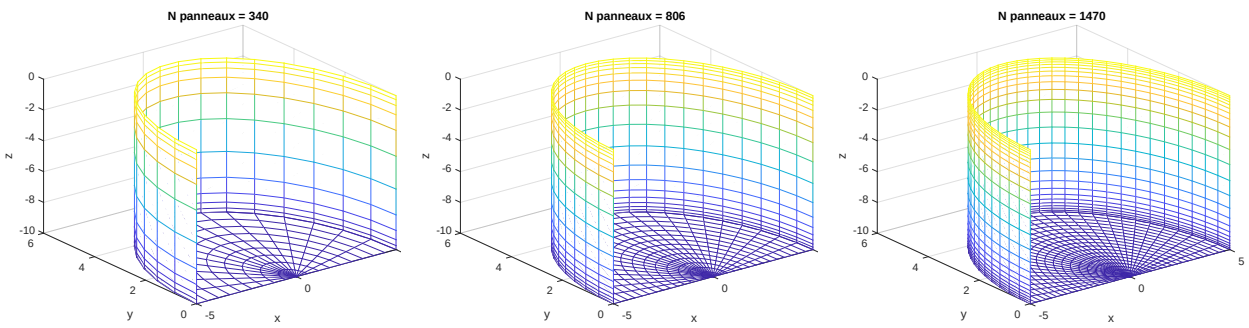


FIGURE D.1 – Maillages utilisés pour l'étude de convergence.

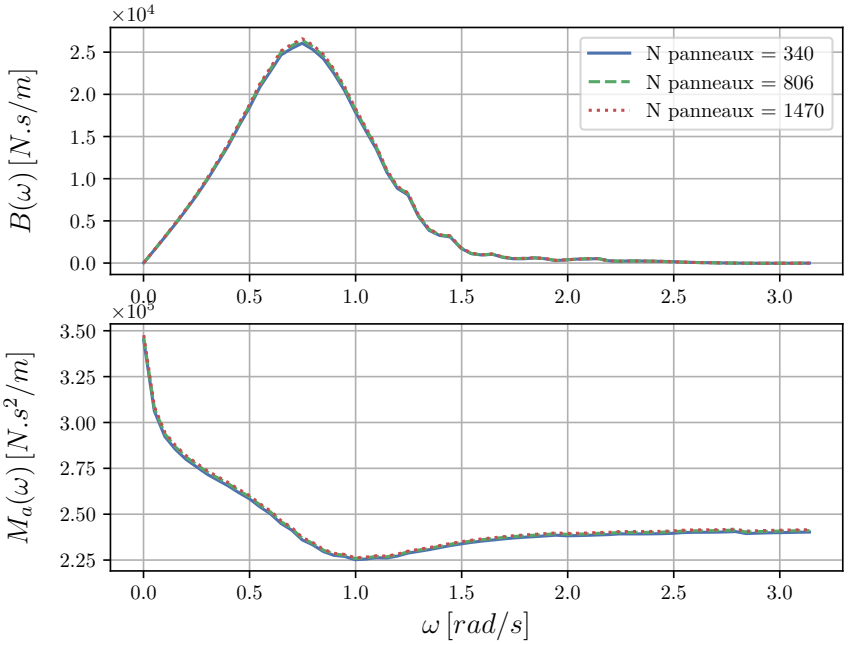


FIGURE D.2 – Coefficient d'amortissement hydrodynamique $B(\omega)$ et de masse d'eau ajoutée $M_a(\omega)$ en pilonnement obtenus avec le code NEMOH pour les 3 maillages comparés.

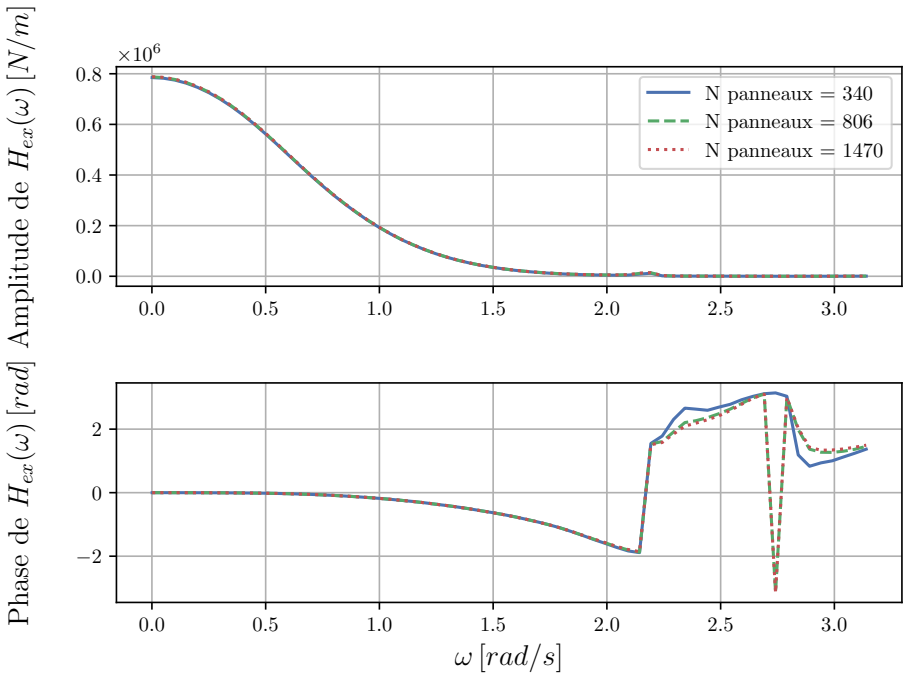


FIGURE D.3 – Amplitude et phase du coefficient de force d'excitation $H_{ex}(\omega)$ pilonnement obtenu avec le code NEMOH pour les 3 maillages comparés.

Annexe E

Spectre directionnel de houle

Le spectre directionnel de houle utilisé dans l'étude de la section 4.6.2 repose sur la distribution « cosinus carré » [57]. Dans le cadre de l'étude, la méthode est étendue pour une valeur d'exposant n de façon à analyser l'impact de la largeur de l'étalement, et le spectre est défini tel que :

$$S_d(\beta, \omega) = \int_0^{\infty} \int_{-\pi}^{+\pi} S(\omega) D(\beta, \omega) d\beta d\omega = \int_0^{\infty} S(\omega) d\omega \tag{E.1}$$

avec la fonction d'étalement directionnel :

$$D(\beta) = \begin{cases} \alpha cos^n(\beta - \beta_0) & , si\,(-\frac{\pi}{2} + \beta_0) < \beta < (\frac{\pi}{2} + \beta_0) \\ 0 & , sinon \end{cases} \tag{E.2}$$

où α représente un coefficient de normalisation calculé de façon à conserver l'égalité :

$$\int_{-\pi/2}^{\pi/2} D(\beta) d\beta = 1 \tag{E.3}$$

UNIVERSITE BRETAGNE LOIRE / SCIENCES POUR L'INGENIEUR

CENTRALE NANTES

Titre : Contrôle collaboratif d'une ferme de génératrices houlomotrices

Mots clés : énergie des vagues, contrôle optimal, ferme de houlomoteurs, causalité, prévision, rendement

Résumé : Les fermes houlomotrices de seconde génération qui seront déployées dans les années qui viennent seront composées d'un grand nombre de modules identiques mouillés en mer et rapportant au rivage l'électricité produite par câbles sous-marins. Il a été montré que le contrôle des machines houlomotrices permet d'augmenter significativement leur rendement. Cependant, le contrôle optimal d'un système houlomoteur est non causal, i.e. son application nécessite la prévision de la force d'excitation soumise par le champ de vague sur chacun des éléments de la ferme.
Les travaux présentés dans ce manuscrit ont consisté à mettre en place une stratégie de contrôle permettant une récupération d'énergie proche de l'optimum théorique en tenant compte des interactions hydrodynamiques liées à la configuration de ferme et permettant de résoudre la non-causalité d'un tel contrôleur en utilisant uniquement l'information contenue dans les vecteurs d'états des machines de la ferme.
Dans un premier temps, les équations reliant les différents états des machines de la ferme ont été établies puis ont été utilisées afin d'effectuer une prévision des états sur les corps contrôlés permettant ainsi d'appliquer un contrôle réactif pseudo causal. Afin de contraindre la dynamique des corps et maitriser l'horizon de non causal du contrôleur, une méthode de fenêtrage a été appliquée à l'impédance du contrôleur. À l'aide d'un simulateur temporel développé spécifiquement, une étude de sensibilité a été conduite pour définir les paramètres optimaux et le comportement de la stratégie de contrôle et de son fenêtrage. La robustesse et la performance du contrôleur ont ensuite été évaluées pour différents changements extérieurs comme la dérive des corps, les variations d'orientation de houle, et l'étalement spectral directionnel.
L'application de la stratégie de contrôle à une ferme de 10 corps a montré une récupération d'énergie supérieure à 83% de la limite théorique maximale.

Title : Collaborative control within Wave Energy Converter arrays

Keywords : wave energy, optimal control, WEC array, causality, forecast, efficiency

Abstract : The next generation of wave farms will be composed of a large number of identical devices deployed offshore, which will transfer the retrieved energy to the shore using submarine cables. It has been proven that the control of Wave Energy Converters can improve their efficiency. However, one of the main challenges of WEC control is the non-causality of the optimal controller. Indeed, the time domain application of this kind of control requires the forecast of the excitation force applied by the wave field on each device of the farm.
The work presented in this thesis aimed at developing and assessing a control strategy with an energy efficiency close to the theoretical optimum, taking into account the hydrodynamic interactions between the farm devices, and solving the non-causality issue using the measurements of the states of the device of the array.
First, the equations linking the devices' states within the array have been established and used to perform a deterministic forecast of the states of the controlled bodies, which allowed to apply a pseudo-causal reactive control. Moreover, a window function has been applied to the controller impedance in order to constrain the dynamic of the controlled bodies, and also to regulate the non-causal horizon of the controller. Then, using a time domain simulator developed specifically, a sensibility analysis has been performed to define the optimal parameters and the behavior of the controller with the window function. The robustness and the performances of the controller have also been assessed when affected by exterior changes such as device drift, wave orientation modification, and directional spreading of the wave spectrum.
The collaborative controlled strategy applied to a farm of 10 devices has shown an energy efficiency over 83% of the theoretical bound.