

Etude numérique des transferts de masse et de chaleur dans un canal contenant un matériau poreux de section carrée

Hamza Mahdhaoui

► To cite this version:

Hamza Mahdhaoui. Etude numérique des transferts de masse et de chaleur dans un canal contenant un matériau poreux de section carrée. Autre [cond-mat.other]. Université de Perpignan; Université de Carthage (Tunisie), 2018. Français. NNT: 2018PERP0037. tel-01963210

HAL Id: tel-01963210 https://theses.hal.science/tel-01963210

Submitted on 21 Dec 2018 $\,$

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers. L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.





Délivré par **UNIVERSITE DE CARTHAGE** ET **UNIVERSITE DE PERPIGNAN VIA DOMITIA**



Spécialité : Physique

Présentée par Hamza MAHDHAOUI







ETUDE NUMERIQUE DES TRANSFERTS DE MASSE ET **DE CHALEUR DANS UN CANAL CONTENANTUN** MATERIAU POREUX DE SECTION CARREE

Soutenue le 11 Juillet 2018 devant le jury composé de

M.Sadok BENJABRALLAH, Professeur, Carthage M. Ali Hatem LAATAR, Professeur, Carthage M. Xavier CHESNEAU, MC-HDR, UPVD M. Amen Allah GUIZANI, Professeur, CRTEN M. Philippe NARDIN, Professeur, FEMTO-ST Besançon M. Mohamed AFIF EL CAFSI, Professeur, Tunis M. Georges LE PALEC, Professeur, U. Aix-Marseille M. Belkacem ZEGHMATI, Professeur, UPVD

Président Encadreur Encadreur Rapporteur Rapporteur Examinateur Examinateur Examinateur

Remerciements

Ce travail a été réalisé dans le cadre d'une collaboration entre le Laboratoire de Mathématiques et Physique (LAMPS) de l'UPVD de Perpignan (France) et le Laboratoire d'Energétique et des Transferts Thermiques et Massiques (LETTM) de la Faculté des Sciences de Tunis (Tunisie).

Le sujet de cette thèse m'a été proposé par Monsieur Xavier CHESNEAU (MCf-HDR à l'UPVD de Perpignan) et Monsieur Ali Hatem LAATAR (Professeur à la FSB de Bizerte). Je tiens à leur exprimer ma profonde reconnaissance pour les conseils qu'ils m'ont prodigués, leur enthousiasme ainsi que la qualité de leur suivi tout au long de ces années, ce qui m'a permis de mener à bien ce travail. Qu'ils trouvent ici l'expression de ma profonde gratitude.

Je tiens à exprimer mes sincères remerciements à Monsieur Jalloul BALTI, Maître Assistant à la Faculté des Sciences de Bizerte, qui a orienté mon travail avec ses instructions judicieuses et ses remarques pertinentes.

Monsieur Sadok BEN JABRALLAH, Professeur à la Faculté des Sciences de Bizerte, me fait un grand honneur en acceptant de présider le jury de cette thèse. Je tiens à lui exprimer mes vifs remerciements.

Mes remerciements vont à mes rapporteurs de thèse, Monsieur Aman Allah GUIZANI Professeur au centre de recherches et des technologies de l'énergie CRTEN et Monsieur Philippe NARDIN Professeur à l'Université de Franche-Comté pour avoir consacré du temps à l'examen de ce travail. Je suis sensible à l'honneur qu'ils m'ont fait en participant à mon jury de thèse. Qu'ils trouvent ici l'expression de ma gratitude.

Je remercie du fond du cœur Monsieur Afif ELCAFSI Professeur à la Faculté des Sciences de Tunis et Directeur du Laboratoire d'Energétiques et des Transferts Thermiques et Massiques (LETTM) de la Faculté des Sciences de Tunis, qui m'a beaucoup encouragé, conseillé et guidé avec beaucoup de sagesse et de patience

Je remercie vivement Monsieur Georges LE PALEC, Professeur à l'université. Aix-Marseille, Professeur à l'Université. Aix-Marseille, ainsi qu'à Monsieur Belkacem ZEGHMATI, Professeur à l'UPVD de Perpignan, pour l'honneur qu'ils m'ont fait en acceptant de faire partie du jury. Je ne peux oublier tous les membres du laboratoire LETTM à Bizerte et ceux du laboratoire LAMPS à Perpignan (chercheurs et personnels administratifs et techniques) qui m'ont beaucoup encouragé.

Enfin, mes vifs remerciements vont à l'ensemble de mes collègues et amis, pour leurs encouragements et leur bonne humeur. A tous ceux qui, de loin ou de prés, ont contribué à la réalisation de cette thèse qu'ils trouvent ici l'expression de ma sincère gratitude.

Table des matières

| Introduction général1 |
|--|
| Synthèse bibliographique4 |
| Introduction |
| I- Notions générales et lois utilisées5 |
| 1- Propriétés physiques des milieux poreux5 |
| 1.1 Introduction |
| 1.2 Porosité |
| 1.3 Perméabilité |
| 1.4 Le volume élémentaire représentatif |
| 2- Lois d'écoulements en milieux poreux9 |
| 2.1 Loi de Darcy |
| 2.2 Loi de Darcy-Brinkman10 |
| 2.3 Loi de Darcy-Forchheimer et termes d'advection10 |
| 2.4 Loi de Darcy-Brinkman-Forchheimer11 |
| II- Etude bibliographique12 |
| 1 Introduction |
| 2 Écoulement autour d'un cylindre12 |
| 3 Écoulement autour d'un cylindre poreux15 |
| 3.1 Equilibre et non-équilibre thermique local15 |
| 3.2 Lois et conditions aux limites utilisées16 |
| 3.3 Revue des études paramétriques17 |
| Conclusion |
| Simulation numérique |
| I Introduction |
| II Modèle mathématique |
| 1 Géométrie du problème |
| 2 Eléments mathématiques de base |
| 3 Equations dimensionnelles |
| 3.1 Hypothèses |
| 3.2 Forme dimensionnelle des équations |

| 4 Forme adimensionnelle des équations | .32 |
|--|-----|
| III Méthode Numérique | .35 |
| 1 Introduction | .35 |
| 2 Choix de la méthode numérique | .35 |
| 3 Traitement du couplage pression-vitesse | .36 |
| 4 Méthode de projection | .36 |
| 5 Discrétisation des équations | .38 |
| 5.1 Discrétisation temporelle | .38 |
| 5.2 Discrétisation spatiale | .40 |
| 5.2.1 Formulation en volume de contrôle | .40 |
| 5.2.2 Maillage | .40 |
| 5.2.3 Discrétisation des équations | .43 |
| 5.2.4 Forme finale des équations discrétisées | .44 |
| Conclusion | .45 |
| Transferts thermiques dans un canal horizontal en présence d'un cylindre | .46 |
| Introduction | .47 |
| I Étude du cylindre solide | .47 |
| 1 Position du Problème | .47 |
| 2 Caractéristiques de champ dynamique | .48 |
| 2. a Ecoulement rampant | .49 |
| 2. b Régime stationnaire décollé | .49 |
| 2. c Régime laminaire instationnaire | .50 |
| 3 Champ de vitesse | .52 |
| 4 Coefficient de traînée | .53 |
| 5 Isothermes | .54 |
| II Étude du cylindre poreux | .56 |
| 1 Position du Problème | .56 |
| 2 Effet du nombre de Darcy sur la structure de l'écoulement | .57 |
| 3 Effet du nombre de Reynolds sur la structure de l'écoulement | .59 |
| 4 Effet du rapport de blocage | .60 |
| 5 Effet du nombre de Reynolds | .90 |
| Conclusion | .62 |
| présence d'un cylindre poreux | .63 |

| Introduction | 64 |
|---|-----|
| 1 Position du Problème | 64 |
| 2 Influence du nombre de Reynolds | 67 |
| 2.1 Structure de l'écoulement | 67 |
| 2.2 Champs de température, fraction massique et vitesse | 69 |
| 2.3 Évolution du nombre de Nusselt et du nombre de Sherwood | 71 |
| 3 Effet de la densité de flux de chaleur | 77 |
| 3.1 Champs de température, fraction massique et vitesse | 77 |
| 3.2 Évolution du nombre de Nusselt et du nombre de Sherwood | 79 |
| 4 Effet de la température de l'air à l'entrée du canal | |
| 4.1 Champs de température, fraction massique et vitesse | |
| 4.2 Évolution du nombre de Nusselt et du nombre de Sherwood | |
| 5 Position du cylindre | |
| 5.1 Lignes de courant | |
| 5.2 Vorticité et température | |
| 5.3 Profil des Vitesses- Températures - Concentrations | |
| 5.4 Évolution du nombre de Nusselt et du nombre de Sherwood | |
| 6 Effet du rapport de blocage | |
| 6.1 Lignes de courant | |
| 6.2 Vorticité et température | |
| 6.3 Champs de température, fraction massique et vitesse | |
| 6.4 Évolution du nombre de Nusselt et du nombre de Sherwood | |
| 6.5 Corrélations | 113 |
| 7 Effet du facteur de forme du cylindre poreux | 114 |
| 7.1 Profil des Vitesses- Températures - Concentrations | 115 |
| 7.2 Évolution du nombre de Nusselt et du nombre de Sherwood | |
| 7.3 Corrélations | 119 |
| 8 Position du cylindre | 117 |
| 8.1 Profil des Vitesses- Températures - Concentrations | |
| 8.2 Évolution du nombre de Nusselt et du nombre de Sherwood | |
| Conclusion | |
| Conclusion général | |
| Références | |

NOMENCLATURES ET ACRONYMES

| <u>Nom</u> | ENCLATURE | | |
|----------------------------|---|--------------------------|---|
| Bi | nombre de Biot | Т | temperature dimensionnelle |
| С | fraction massique | u, w | Composante de la vitesse (m s ⁻¹) |
| C_{F} | Coefficient de Forchheimer | U, W | Composante adimensionnelle de la vitesse |
| C_p | capacité thermique massique (J.kg ⁻¹ .K ⁻ | x, z | Coordonnées horizontale et verticale (m) |
| 1) | | X, Z | Coordonnées Cartésiennes |
| D | mass diffusivity $(m^2 s^{-1})$ | adim | ensionnelles |
| Da | nombre de Darcy = K / h^2 | | |
| D_{h} | diamètre hydraulique (m) | Lett | RES GRECQUES |
| Η | hauteur du canal (m) | | |
| h | hauteur du cylindre (m) | θ | temperature (K) |
| \mathbf{h}_{t} | Coefficient de transfert thermique (W | 3 | porosité du milieu poreux |
| m^{-2} | ζ ⁻¹) | α | diffusivité thermique (m ² s ⁻¹) |
| Hr | humidité relative (%) | λ | conductivité thermique (W m ⁻¹ K ⁻¹) |
| k | perméabilité du cylinder poreux (m ²) | ρ | densité (kg m ⁻³) |
| L | longueur du canal (m) | V | viscosité cinématique (m ² s ⁻¹) |
| Lu | distance entre l'entrée du canal et la | τ | time adimensionnelle |
| face | frontal du cylindre (m) | γ | gap distance (m) |
| L _d | distance entre la face arrière du cylindre | β | rapport de blockage |
| et la | limite de sortie (m) | Δz | Pas d'espace suivant la direction des z |
| L_{v} | chaleur latente de vaporisation (J kg $^{-1}$) | Δx Δt | Pas d'espace suivant la direction des x Pas de temps |
| Μ | masse molaire (kg) | | |
| Nu | nombre de Nusselt | | |
| \mathbf{P}_{vs} | pression de saturation (Pa) | INDICE | |
| Pr | nombre de Prandtl (Pr = $\frac{v}{\alpha}$) | | |
| q | heat flux density (W m^{-2}) | b | moyen |
| Re | Reynold number (Re = $\frac{h U_0}{h}$) | L | latent |
| I.U | $\frac{1}{v}$ | р | porous |

| Sc | nombre de Schmidt (Sc = $\frac{v}{D_v}$) | 0 | ambiant |
|----|---|---|----------|
| Sh | nombre de Sherwood | S | sensible |
| t | time (s) | W | paroi |
| | | a | air |
| | | g | gas |
| | | c | cylindre |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |

LISTE DES FIGURES

| Figure I. 1 : Exemple de géométrie Kozney-Carman | 7 |
|--|-----------------------|
| Figure I. 2 : Schéma d'un volume | 8 |
| Figure I. 3 : Schéma de l'expérience de Darcy | 9 |
| Figure I.4: Canal contenant un seul obstacle chauffé | 12 |
| Figure I.5: Canal plat contenant un obstacle carré | 13 |
| FigureI.6: Canal horizontal avec un cylindre carré chauffé | 13 |
| FigureI.7 : Conduit carré dont la surface inférieure est mouillée par un film d'eau liquid | e et maintenue |
| à une température uniforme | 18 |
| FigureI.8 : (a) le bloc poreux est fixé sur la paroi supérieure, (b) le bloc poreux est fix inférieure. | xé sur la paroi 19 |
| Figure I.9: (a) arrangement régulier/ (b) arrangement aléatoire | 23 |
| Figure I.10: Représentation schématique du problème à l'étude. (a) un bloc solide, (| (b) bloc solide |
| recouvert d'une couche poreuse, (c) bloc poreux | 23 |
| Figure II.1: Configuration géométrique | 26 |
| Figure II.2 : Conditions aux limites sous forme adimensionnelle | |
| Figure II.3 : Positions des composantes de vitesse U (rouge), V (bleu) et de la pression | on (noir) sur la |
| grille de calcul | |
| FigureII.4 : Volume de contrôle décalé vers la droite pour les composantes | norizontales de |
| la vitesse | 40 |
| Figure II.5 : Volume de contrôle décalé vers le haut pour les composantes ve | rticales de la |
| vitesse | 40 |
| Figure II.6 : Volume de contrôle typique | 41 |
| Figure III.1 : Configuration géométrique pour le cas du cylindre plein. | 46 |
| Figure III.2 : Les lignes de courant autour du cylindre lorsque Re = 1 | 47 |
| Figure III.3 : Les lignes de courant ; Re = 30 | 48 |
| Figure III.4 : Lignes de courant ; Re = 60 | 49 |
| Figure III.5 : Profil de la composante U de la vitesse en fonction de X, pour $Re = 100$ | 50 |
| Figure III.6 : Profil de la composante V de la vitesse en fonction de X, pour $Re = 100$ | 50 |
| Figure III.7 : Comparaison de la composante de vitesse U en fonction de z, pour différen | ntes valeurs de |
| x | 51 |
| Figure III.8 : Comparaison du coefficient de traînée moyenné en fonction d | u nombre de |
| Reynolds. | |
| | olda De 10 - |
| Figure III.9 : Comparaison des isothermes autour du cylindre pour les nombres de Reyr 20 et de Richardson $Ri=0.25$ et $Ri=1$ | nolds Re=10 et |

| Figure III.10 : Configuration géométrique pour le cas du cylindre poreux |
|--|
| Figure III.11: Lignes de courant à travers et autour du cylindre carré poreux pour différents nombres |
| de Darcy (a=1; b= 10^{-2} ; c= 10^{-4} ; d= 10^{-6}) pour Re=20 |
| Figure III.12 : Variation de la longueur de la zone de recirculation en fonction du nombre de Darcy |
| pour le cylindre carré poreux à Re = 40 |
| Figure III.13 : Lignes de courant (Re = 20, 40 et 60) |
| Figure III.14 : Variation de la longueur de la zone de recirculation en fonction du nombre de |
| Reynolds pour le cylindre carré poreux à $Da = 10^{-3}$ |
| Figure III.15 : Nombre de Nusselt moyen local autour du cylindre carré pour différents rapports de |
| blocage |
| Figure III.16 : Variation du nombre de Nusselt moyen pour $Da=10^{-4}$ à pour différents rapports de blocage |
| Figure III.17 : Nombre de Nusselt local le long du périmètre du cylindre carré pour Re=10 et Da=10 ⁻⁴ |
| Figure III 18: Variation du nombre de Nusselt moyen en fonction du nombre de Reynolds pour le |
| cylindre carré poreux à $Da = 10-4$ |
| Figure IV 1 : Configuration géométrique étudié |
| Figure IV 2 : lignes de courant et Champs de vorticité |
| Figure IV 3 : composante de vitesse II en fonction de z pour différentes valeurs de v |
| Figure IV 4 : composante de vitesse U en fonction de z, pour $X=30.5$ en fonction du nombre de |
| Reynolds |
| Figure IV.5 : Profils de la température (a) et de la concentration (b) |
| Figure VI.6: Evolution des nombres de Nusselt et de Sherwood locaux le long de la paroi : (a) chaleur |
| sensible ; (b) chaleur latente ; (c) nombre de Sherwood. ligne continue : canal avec un cylindre ; ligne |
| discontinue : canal sans obstacle |
| Figure IV.7 : Evolution des nombres de Nusselt et de Sherwood moyens : (a) chaleur sensible ; (b) |
| chaleur latente ; (c) nombre de Sherwood pour différentes valeurs du nombre de Darcy74 |
| Figure IV.8 : Taux d'amélioration des nombres de Nusselt et de Sherwood moyens en fonction du |
| nombre de Reynolds : (a) chaleur sensible ; (b) chaleur latente ; (c) nombre de Sherwood pour |
| différentes valeurs du nombre de Darcy76 |
| Figure IV.9 : composante de vitesse U en fonction de z, pour différentes valeurs de densités de flux de |
| chaleur77 |
| Figure IV.10 : Profils de la température (a) et de la concentration (b) |
| Figure IV.11 : Évolution de la vitesse d'évaporation le long de la paroi |
| Figure IV.12 : Evolution du nombre de Nusselt sensible pour de faibles densités de flux de |
| chaleur |

| Figure IV.13 : Evolution du nombre de Nusselt sensible (a) et du nombre de |
|---|
| Sherwood |
| Figure IV.14 : Evolution des nombres de Nusselt latent |
| Figure VI.15 : Taux d'amélioration des nombres de Nusselt et de Sherwood moyens en fonction de la |
| densité du flux de chaleur imposé : (a) chaleur sensible; (b) chaleur latente ; (c) nombre de |
| Sherwood |
| Figure IV.16 : composante de la vitesse U en fonction de z, pour différentes valeurs de x83 |
| Figure IV.17 : Profils de la température |
| Figure IV.18 : Profils de la concentration |
| Figure IV.19 : Evolution de la température et de la fraction massique le long de la paroi85 |
| Figure IV.20 : Évolution de la vitesse d'évaporation le long de la paroi chauffée pour différentes |
| températures à l'entrée |
| Figure IV.21 : Évolution du nombre de Nusselt sensible pour différentes températures imposées à |
| l'entrée |
| Figure IV.22 : Évolution du nombre de Nusselt latent pour différentes températures imposées à |
| l'entrée |
| Figure IV.23 : Évolution du nombre de Sherwood pour différentes températures imposées à |
| l'entrée |
| Figure IV.24 : Evolution des nombres de Nusselt et de Sherwood moyens : (a) chaleur sensible ; (b) |
| chaleur latente ; (c) nombre de Sherwood pour différentes valeurs de la température imposée à |
| l'entrée |
| Figure IV.25 : Évolution des lignes de courant en fonction de la position du cylindre pour des |
| nombres fixes de Darcy et de Reynolds égaux à 10 ⁻⁴ et 40, respectivement91 |
| Figure IV.26 : Contours de vorticité et de température pour Re = 40 et Da = 10-4 pour différentes |
| positions du cylindre |
| Figure IV.27 : profils de vitesse |
| Figure IV.28 : profils de Température et de fraction massique |
| Figure IV.29 : Evolution de la température, de la fraction massique et de la vitesse d'évaporation pour |
| différentes distances d'écartements |
| Figure IV.30 : Evolution du nombre de Nusselt latent et de Sherwood locaux le long de la paroi : |
| $Da=10^{-4}$; Re=40; Q=350 w.m ⁻² |
| Figure IV.31 : Nombres de Nusselt latent et de Sherwood moyens pour différentes distances |
| d'écartement |
| Figure IV.32 : comparaison des lignes de courant pour différents rapports de blocage102 |
| Figure IV.33 : Variation de la longueur du sillage en fonction du rapport de blocage103 |
| Figure IV.34 : les profils des champs des vorticités et des isothermes105 |
| Figure IV.35 : profils de vitesse pour Re= 40 , Da= 10^{-4} |

| Figure IV.36 : profils des Température et fractions massiques pour Re=40, Da=10 ⁻⁴ 106 |
|--|
| Figure IV.37 : Evolution de la température, de la fraction massique et de la vitesse |
| d'évaporation |
| Figure IV.38 : Evolution des nombres de Nusselt sensible et latent109 |
| Figure IV.39 : Evolution des nombres de Sherwood110 |
| Figure IV.40 : variation du nombre de Nusselt latent en fonction du taux de blocage pour différents |
| nombres de Darcy |
| Figure IV.41 : variation du nombre de Sherwood en fonction du taux de blocage pour différents |
| nombres de Darcy |
| Figure IV.42 : Effet du taux de blocage sur les nombres de Nusselt latent et Sherwood pour différents |
| nombres de Darcy |
| Figure IV.43 : Variation du nombre de Sherwood en fonction du nombre de Reynolds pour différents |
| rapport de blocage114 |
| Figure IV.44 : composante de vitesse U en fonction de z, pour différents facteur de forme115 |
| Figure IV.45 : Profils de la température (a) et de la concentration (b)116 |
| Figure IV.46 : Evolution de la température, de la fraction massique et de la vitesse d'évaporation le |
| long de la paroi |
| Figure IV.47 : Evolution des nombres de Nusselt et Sherwood: (a) chaleur sensible; (b) chaleur latente |
| ; (c) nombre de Sherwood pour différentes valeurs du facteur de forme119 |
| Figure IV.48 : Evolution des nombres de Nusselt et de Sherwood moyens : (a) chaleur sensible; (b) |
| chaleur latente ; (c) nombre de Sherwood pour différentes valeurs du facteur de forme120 |
| Figure IV.49 : Evolution de la température (a), de la fraction massique (b) et de la vitesse |
| d'évaporation (c) le long de la paroi pour différentes positions du cylindre poreux121 |
| Figure IV.50 : Evolution des nombres de Nusselt et Sherwood locaux le long de la paroi : (a) chaleur |
| sensible ; (b) chaleur latente ; (c) nombre de Sherwood |
| |
| Figure IV.51 : Evolution des nombres de Nusselt et Sherwood moyens : (a) chaleur sensible; (b) |

INTRODUCTION GENERALE

Les questions d'écoulement autour et à travers un milieu poreux ont acquis ces dernières années une importance qui parait méritée. Par conséquent, La maîtrise des phénomènes de transfert de chaleur et de masse avec changement de phase est alors une des clés importantes de la conception et du dimensionnement optimal des systèmes industriels. Ce type de problème simple en apparence, est difficile à modéliser à cause de la perméabilité des matériaux, de l'instationnarité de l'écoulement et de la disparité des échelles présentes, en outre les expérimentations restent difficiles à réaliser. De ce fait, la modélisation de ces phénomènes reste d'actualité, ainsi que la simulation numérique qui conduit les chercheurs à comprendre les concepts de la physique.

Dans ce travail de thèse, nous allons nous intéresser plus en détail aux effets d'un obstacle poreux inséré dans un canal sur les transferts de chaleur et de masse. La présence d'un cylindre poreux complique la structure de l'écoulement et contrôle le vortex de sillage. Ces caractéristiques suscitent donc l'intérêt de nombreux scientifiques et industriels.Citons par exemple des domaines tels que le génie maritime (périscope et rnàt de radar des sous-marins), le génie des procédés (les réacteurs poreux, filtration, et la sédimentation), le génie mécanique (échangeurs de chaleur et câbles de haute tension) et enfin, le génie biomédical où les systèmes micro-fluide sont en cours d'élaboration pour la séparation cellulaire. L'évaporation des films minces en écoulement sur une paroi est un phénomène qui revêt un grand intérêt vu leurs applications variées et sont présents dans de nombreux secteurs comme pour le refroidissement des aubes des turbines, ce qui a incité un grand nombre de chercheurs à développer des études liées à ce domaine.

Par ailleurs, l'étude des écoulements autour d'un cylindre carré ou circulaire remonte au début du XXème siècle, avec les travaux expérimentaux d'Henri Bénard et théoriques de Theodor Von-Kármán. Le phénomène d'instabilité de Bénard-Von Karman est l'un des problèmes les plus classiques de la mécanique des fluides. C'est le modèle le plus simple permettant une approche concrète des phénomènes de turbulence générés par la présence d'un obstacle sur le trajet d'un écoulement laminaire. Son étude a

connu depuis quelques années un nouvel engouement lié à la possibilité d'améliorer les échanges thermiques et massiques en modifiant le régime d'écoulement par la présence de ce cylindre poreux.

La configuration physique abordée dans ce travail est un cylindre poreux de section carrée placé dans un canal horizontal et parcouru par un écoulement d'air en convection forcée. Plus particulièrement, nous souhaitons apporter une contribution afin d'évaluer l'effet de l'introduction d'un cylindre carré poreux sur le transfert de chaleur et de masse.

Pour mieux comprendre et analyser les phénomènes liés à l'interaction entre un fluide en écoulement et un obstacle poreux, nous allons considérer le problème bidimensionnel d'un cylindre de section carrée en mousse métallique assimilé à un milieu poreux soumis à un écoulement dans un canal horizontal. Nous avons effectué dans cette partie une étude paramétrique pour déterminer l'influence de plusieurs paramètres opératoires: la porosité, le nombre de Darcy, le nombre de Reynolds et le rapport de blocage, sur la structure d'écoulement et les transferts thermiques dans le milieu. Les effets de la perméabilité sur le champ thermique et plus particulièrement sur le nombre de Nusselt seront discutés et comparés avec les résultats de la littérature.

Suite à cette première étude, nous avons constaté que ce cylindre poreux pourra être exploité afin d'améliorer des échanges thermiques dans le canal, ce qui fait l'objet de la deuxième partie de ce manuscrit. Afin d'évaluer ces échanges, nous avons mené une étude numérique de la convection forcée dans un canal horizontal en présence d'un cylindre carré poreux. Les parois du canal sont mouillées et soumises à un flux de chaleur de densité constante. Les équations dans l'écoulement sont les équations classiques de la convection forcée couplées au modèle de Darcy-Brinkman-Forchheimer dans le matériau poreux.

Le manuscrit de cette thèse est structuré en quatre principaux chapitres en plus d'une introduction et d'une conclusion générales.

Dans le premier chapitre, un état de l'art approfondi sur les différentes méthodes de modélisation mathématique en milieu poreux est initialement proposé. Dans cet état de l'art, le problème des conditions aux limites, les équations et les lois intervenant dans la modélisation mathématique sont mis en évidence. Par la suite, nous verrons une synthèse bibliographique résumant les principaux travaux antérieurs sur les phénomènes d'amélioration des transferts thermique dans les domaines poreux et l'évaporation des films minces en écoulement sur une paroi chauffée afin de dégager les principaux résultats et d'affiner les objectifs de notre travail.

Le modèle physique choisi ainsi que les équations feront l'objet du second chapitre. On tient compte des phénomènes de transfert massique et thermique, le système d'équations est présenté sous les deux formes dimensionnelle et adimensionnelle. Nous évoquonsdans cette partie les discrétisations temporelle et spatiale de ces équations et les différentesméthodes de résolutions numériques utilisées dans le code de calcul sont décrites.

Afin de valider notre code de calcul, l'écoulement autour d'un cylindre carré a été examiné en détail au troisième chapitre. Pour réaliser cette validation, nous avons comparé nos résultats avec les travaux antérieurs pour différents cas possibles : cylindre plein adiabatique, cylindre plein chauffé, cylindre poreux chauffé.

Les résultats obtenus dans les parties précédentes ont été exploités pour améliorer l'évaporation par convection forcé d'un film d'eau ruisselant sur les parois d'un canal dans le quatrième chapitre ; En conséquence, des nombreuses de simulation ont été réalisées afin d'évaluer l'effet de l'introduction d'un cylindre carré poreux sur le transfert de chaleur et de masse. Les résultats obtenus pour un cylindre poreux sont ensuite comparés à ceux obtenus pour un canal sans obstacle. Cette étude nous a permis d'optimiser la position, la taille et la perméabilité du cylindre et d'expliquer la réponse du système par l'analyse des champs dynamique, thermique et massique.

Synthèse bibliographique

Introduction

L'écoulement dans un milieu poreux intéresse les scientifiques depuis plusieurs siècles. La richesse et la complexité des phénomènes liés à ce type d'écoulement expliquent l'engouement et l'intérêt des chercheurs et des industriels à ce genre de configurations. L'évolution rapide de la technique et des outils informatiques a permis aux chercheurs de traiter des cas de plus en plus complexes.

Dans ce chapitre bibliographique, nous allons passer en revue les principaux travaux numériques et expérimentaux antérieurs sur le sujet. L'objectif de la première partie est de clarifier les notions concernant les milieux poreux, ainsi que les équations et les lois intervenant dans la modélisation mathématique. Dans la deuxième partie, on présentera l'état de l'art concernant la modélisation des transferts et des écoulements ainsi que l'amélioration des transferts thermiques dans les milieux poreux.

I- Notions générales et lois utilisées

1-Propriétés physiques des milieux poreux :

1.1 Introduction

Les milieux poreux ont une géométrie complexe, puisqu'ils sont formés d'une matrice solide (squelette solide) et d'espaces vides (pores). Lorsque ces espaces vides sont remplis par un fluide, le milieu poreux est dit saturé. Un certain nombre de paramètres en l'occurrence, la porosité, la perméabilité seront utilisées pour établir les équations régissant l'écoulement dans un milieu poreux.

Dans ce paragraphe, on présentera les paramètres du milieu poreux, ainsi que l'état de l'art dans leur détermination.

1.2Porosité

Définition

La porosité d'un milieu poreux est une grandeur physique qui définit les capacités d'écoulement et de rétention d'un substrat. Leur valeur numérique notée ε , s'exprime comme étant la fraction du volume des pores (espaces vides) V_p au volume total du milieu poreux V_t.

$$\varepsilon = \frac{Vp}{Vt} = \frac{Vt - Vs}{Vt} = 1 - \frac{Vs}{Vt}$$

Avec V_s: le volume des particules solides.

La porosité peut être de différents types, soit une porosité d'interstice (Mousse) ou une porosité de fissure (granite) ou une porosité de karst (calcaire, dolomie, évaporites). Elle est conditionnée par la dimension, la forme et l'arrangement des grains. M. Nazari et al. [1] montre que la porosité est influencée par le type d'arrangement régulier-aléatoire, à titre d'exemple, Olalde [2] a déterminé que l'arrangement arbitraire de sphères avant le même diamètre d, dans un récipient de diamètre D, et lorsque D/d >8, la porosité moyenne est de l'ordre de 39 %.

Profils de porosités

D'après les études menées par les chercheurs Benenati et Brosilow [3], Vafai [4,5], Cheng et Coll [6] et B. Alazmi [7], la distribution contrôlée de la porosité est exprimée par la fonction exponentielle suivante:

$$\varepsilon = \varepsilon_{\infty} \left[1 + b \exp\left(\frac{-cy}{d_p}\right) \right]$$

y désigne la distance par rapport à la paroi. \mathcal{E}_{∞} et dp représentent respectivement la porosité loin des parois et le diamètre des particules. Les constantes b et c sont déterminées expérimentalement, Giese [8] a trouvé que b=1.36 et c=5.

Kaviany [9] a fait une étude expérimentale importante réalisée sur les valeurs de la porosité pour différents matériaux. Le tableau 1, ci-dessous, présente les valeurs de la porosité pour quelques matériaux.

| Tableau 1.1 : Porosité de quelques matériaux. | | |
|---|--------------|--|
| Matériaux | Porosité | |
| Matériau mousseux | 0.98 | |
| Fibre de verre | 0.88 - 0.93 | |
| Fil à tisser | 0.68 - 0.76 | |
| Grains de silice | 0.65 | |
| Poudre d'ardoise noire | 0.57 - 0.66 | |
| Cuir | 0.56 - 0.59 | |
| Catalyseur | 0.45 | |
| Granulé de pierres | 0.44 - 0.45 | |
| Terre | 0.43 - 0.54 | |
| Sable | 0.37 - 0.50 | |
| Poudre de silice | 0.37 - 0.49 | |
| Sphère bien empilée | 0.36 - 0.43 | |
| Filtre de cigarettes | 0.17 - 0.49 | |
| Briques | 0.12 - 0.34 | |
| Poudre de cuivre | 0.09 - 0.34 | |
| Pierre à chaud, Dolomite | 00.04 - 0.10 | |
| Houille | 0.02-0.07 | |

1.3 Perméabilité

La perméabilité est une grandeur statistique du milieu poreux qui traduit la facilité avec laquelle le fluide s'écoule à travers ses pores. La perméabilité, noté K, se trouve dans l'expression du nombre de Darcy. Basé sur la porosité et la géométrie de la matrice solide, on distingue différents types de perméabilité: la perméabilité spécifique (ou absolue) qu'on mesure avec un seul fluide dans le milieu poreux, par exemple la perméabilité à l'eau, perméabilité à l'air. La perméabilité effective est mesurée à l'aide d'un second fluide présent dans le milieu poreux. Le rapport de ces deux derniers types de perméabilité est appelé la perméabilité relative. Dans cette étude des transferts dans un milieu poreux, nous nous intéressons qu'à la perméabilité spécifique.

La première approche et la plus largement reconnue pour la relation de la perméabilité à la porosité est le modèle Kozeny-Carman (KC) Kozeny[10] Carman, [11]. Ce modèle est une tentative de description de la perméabilité k en termes de porosité pour un milieu poreux non consolidé composé d'éléments identiques.

$$K = \frac{d^2 \varepsilon^3}{36 C_0 \left(1 - \varepsilon\right)^2}$$

La constante C_0 est comprise entre 3.6 et 5, elle dépend de la géométrie des grains par exemple pour les grains sphériques C_0 =4.8 et d dans ce cas désigne le diamètre de la sphère.



Figure I. 1 : Exemple de géométrie Kozney-Carman.

Afin d'améliorer l'estimation de la perméabilité,Ergun [12], a proposé une équation identique à celle présentée par Kozney-Carman. Elle permet de mesurer la perméabilité spécifique d'un écoulement, soumis à un gradient de pression, en fonction du diamètre moyen des grains (supposés sphériques) :

$$K = \frac{d^2 \varepsilon^3}{150(1-\varepsilon)^2}$$

Par identification, on trouve que la valeur $C_0 = 4.16$ pour l'expression de Kozney-Carman. Toutefois, à cause de la complexité et du grand nombre de paramètres liés à cette expression, il n'existe pas une solution unique et simple. Vu son importance dans les très nombreux domaines, des corrections semi-empiriques ont été proposées par exemple, Panda et Lake, [13]. Le tableau ci-dessous rappelle la perméabilité des différents matériaux poreux à l'air, mesurée par Scheidegger, [14].

| Tableau 1.2. Fermeabilites de queiques matemaux, Scheidegger, [14] | | |
|--|-----------------------------------|--|
| Matrice | Perméabilité [m ²] | |
| Briques | $4.8 \ 10^{-15} - 2.2 \ 10^{-13}$ | |
| Pierre à chaud, Dolomite | $2.0 \ 10^{-15} - 4.5 \ 10^{-14}$ | |
| Cuir | $9.510^{-14} - 1.210^{-13}$ | |
| Poudre d'ardoise noire | $4.910^{-14} - 1.210^{-13}$ | |
| Terre | $2.910^{-13} - 1.410^{-11}$ | |
| Fibres de verre | $2.410^{-11} - 5.110^{-11}$ | |
| Sable | $2.010^{-11} - 1.810^{-10}$ | |
| Cheveux artificiels | $8.310^{-10} - 1.210^{-9}$ | |
| Plaque de liège | $3.310^{-10} - 1.510^{-9}$ | |
| Fils à tisser | $3.810^{-9} - 1.010^{-8}$ | |
| Cigarette | 1.1 10 ⁻⁹ | |

Tableau 1.2: Perméabilités de quelques matériaux Scheidegger [14]

1.4 Le volume élémentaire représentatif

La formulation des phénomènes dans des milieux poreux, fait apparaître deux échelles microscopique ou macroscopique pour la description. L'échelle microscopique (ou des pores) est liée au diamètre des pores, elle est très difficile à mettre en œuvre, puisque les conditions aux limites sont inconnues dans leurs détails. Il est donc nécessaire de passer à l'échelle macroscopique ou la taille du volume élémentaire représentatif VER est plus grande comparée à celles des pores. Maintenant on peut passer d'un milieu poreux discontinu à un autre continu fictif, en vertu de ce changement d'échelle.



Figure I. 2: Schéma d'un volume. élémentaire représentatif (Kim et al, [154])

Parmi les travaux qui ont établi cette méthode on trouve des études menées par Slattery[15], Whitaker [16], Vafai et Tien [17], Vafai, [18], Bachmat et Bear[19], Vafai et Thiyagaraja [20], Bear, [21], Bear et Bachmat[22], Quintard et Whitaker [23], Whitaker [24]. Cette technique consiste à prendre une moyenne pondérée des équations à l'échelle microscopique sur un volume élémentaire représentatif VER du milieu poreux entourant le point considéré. Les nouvelles équations obtenues seront adoptées sous une forme conservative contenant uniquement des grandeurs macroscopiques.

2- Lois d'écoulements en milieux poreux

Dans la littérature, plusieurs approches sont proposées pour modéliser une équation de quantité de mouvement où le milieu poreux est totalement imbibé. Nous nous intéressons à présenter et discuter, dans ce paragraphe, ces différentes lois empiriques qui régissent l'écoulement.

2.1 Loi de Darcy

La publication de Darcy [25] 'Les fontaines de la ville de Dijon' est la première étude concernant l'écoulement en milieux poreux. Sur des fondements expérimentaux, il a pu montrer que la vitesse d'écoulement est proportionnelle au gradient de la pression motrice $(P_m = P + \rho gz)$ entre l'entrée et la sortie. Elle s'écrit, selon la figure ci-dessous par :

$$Q = \frac{K S}{\mu L} \left(P_e - P_s \right)$$



Figure I. 3 : Schéma de l'expérience de Darcy

Où L représente la longueur d'un échantillon de surface S_{e} et P_{s} sont respectivement la pression statique du fluide à l'entrée et à la sortie du lit. K et μ représentent respectivement la perméabilité intrinsèque et la viscosité dynamique du fluide.

Cette équation est seulement valable si la masse volumique du fluide ne dépend pas de la pression. En tenant compte de la gravité, la loi de Darcy s'écrit sous sa forme vectorielle:

$$\vec{\nabla}P = \rho \vec{g} - \frac{\mu}{K} \vec{V}$$

Afin que la loi de Darcy, qui néglige les forces d'inertie et visqueuses, soit valide, il est nécessaire que l'écoulement soit laminaire et en régime permanent. Certains hydrauliciens ont cherché à déterminer les limites de l'applicabilité de loi de Darcy. Kalla [27], Delache, [28] ont montré que la loi de Darcy est insuffisante puisqu'elle est valable juste pour Re < 1.

2.2Loi de Darcy-Brinkman

La modélisation théorique et numérique du phénomène dans un milieu poreux est très difficile du fait de la présence d'une géométrie complexe. Il a fallu environ 100 ans après les résultats de Darcy, pour que la théorie rivalise les connaissances acquises par le biais de preuves expérimentales. En vue de quantifier la force visqueuse exercée par un fluide sur un milieu poreux constitué par des particules sphériques, Brinkman [29,30] a élargie la loi de Darcy pour prendre en compte un terme de dissipation visqueuse. Elle prend la forme suivante:

$$\vec{\nabla}P = \rho \vec{g} - \frac{\mu}{K} \vec{V} + \mu_{eff} \nabla^2 \vec{V}$$

Avec μ_{eff} qui désigne la viscosité effective du milieu poreux.

L'approche consiste à superposer les forces de frottement visqueux engendrées par le squelette poreux à ceux liés à la résistance. Le deuxième terme de droite de l'équation est le terme de Darcy et le troisième est appelé le terme de Brinkman. Darcy-Brinkman c'est le modèle le plus adéquat pour étudier les milieux fortement perméables. Pour les matériaux poreux à faible perméabilité, l'équation semble être un modèle de darcy et on arrive à l'équation de Stokes si les valeurs de perméabilité tendent vers l'infini. La détermination de la viscosité effective est une difficulté liée à ce modèle. Brinkman a tiré profit de la formule d'Einstein pour déterminer la viscosité effective d'une suspension: $\mu_{eff} = \mu(1+2.5(1 - \varrho))$. Parmi les différents travaux de recherche qui ont contribué à résoudre ce problème, nous pouvons citer les études expérimentales de Neale et al. [31] et Beckermann et al. [32] qui ont montré que la viscosité équivalente du milieu est semblable à celle du fluide (μ eff = μ).

2.3Loi de Darcy-Forchheimer et termes d'advection

Loi de Darcy-Forchheimer

En 1901, l'allemand Philippe Forchheimer, a réalisé une étude expérimentale d'un écoulement de gaz à travers le charbon, il montre que la relation entre le débit de fluide et le gradient hydraulique devient non linéaire pour des vitesses assez élevées. Par conséquence, la loi de Darcy devient insuffisante pour décrire l'écoulement, Forchheimer a proposé de la réctifier. En introduisant un nouveau terme, L'équation peut être modélisée comme suit:

$$\nabla P = \rho g - \frac{\mu}{K} V - F(K, geométrie) \frac{\rho V^2}{\sqrt{K}}$$

Le deuxième terme du second membre est celui de Forchheimer où F est une constante liée à la géométrie du milieu, appelée le coefficient de Forchheimer. Ward [33] montre que F est pratiquement constant et égal à 0.55.

On peut aussi exprimer cette loi en notation vectorielle :

$$\vec{\nabla}P = \rho \vec{g} - \frac{\mu}{K} \vec{V} - \frac{F\rho}{\sqrt{K}} \left| \vec{V} \right| \vec{V}$$

Cette étude met également en évidence que lorsque les vitesses d'écoulement sont assez faibles, les deux approches, loi de darcy et loi de darcy-forchheimer, sont similaires. Par contre, la différence entre ces deux termes pour des vitesses suffisamment grandes fait apparaître un écart important qui s'explique par les pertes de charge dues aux variations de section et à la tortuosité des capillaires. Par ailleurs le rapport entre ces deux dernières lois nous donne une valeur proche du nombre de Reynolds à l'échelle du pore. Re_p = $\frac{V \kappa^{0.5}}{\nu}$

Termes convectif

L'étude d'un écoulement en régime transitoire implique de prendre en considération les termes temporels. Wooding[34] a proposé une extension de l'équation de Darcy qui fait intervenir les termes d'inertie et de convection par analogie avec l'équation de Navier-Stokes:

$$\frac{\rho}{\varepsilon^2}(\vec{V}.\vec{\nabla})\vec{V} = -\vec{\nabla}P + \rho\vec{g} - \frac{\mu}{K}\vec{V}$$

Le terme à gauche de cette équation représente le terme de convection en considérant les effets inertiels pour les vitesses importantes. Vafai et Tien [35], Lauriat et Prasad [36] et Lage [37] montrent que le terme de convection ignore des déviations de sources par rapport au terme de Darcy. Ils décident alors d'adopter le terme de Forchheimer afin de considérer les effets inertiels.

2.4Loi de Darcy-Brinkman-Forchheimer

En combinant les équations précédentes, on peut obtenir la relation suivante qui est l'équivalent d'une équation de quantité de mouvement en milieu fluide:

$$\frac{\rho}{\varepsilon^2} \frac{\partial \vec{V}}{\partial t} + \frac{\rho}{\varepsilon^2} (\vec{V}.\vec{\nabla}) \vec{V} = -\vec{\nabla}P + \rho \vec{g} - \frac{\mu}{K} \vec{V} - \frac{F\rho}{\sqrt{K}} \left| \vec{V} \right| \vec{V} + \mu_{eff} \nabla^2 \vec{V}$$

Lors de l'étude des transferts, nous adoptons l'équation de Darcy-Brinkman-Forchheimer avec une viscosité effective égale à la viscosité du fluide. Le terme advectif est maintenu dans cette équation où les vitesses de l'écoulement peuvent dépasser la limite de la loi de Darcy.

II- Etude bibliographique 1. Introduction

En dépit de son apparente simplicité, l'écoulement d'un fluide autour d'un obstacle intéresse les scientifiques depuis plusieurs siècles. La richesse et la complexité des phénomènes liés à ce type d'écoulements expliquent l'engouement et l'intérêt des chercheurs et des industriels à ce genre de configuration. L'évolution rapide de la technologie et des outils informatique ont permis aux chercheurs de traiter des cas de plus en plus complexes.

Dans cette partie, nous allons passer en revue les principaux travaux numériques et expérimentaux relatifs aux écoulements autour de cylindres.

2. Écoulement autour d'un cylindre

Dans le but d'alléger ce paragraphe, nous allons nous limiter à présenter des travaux scientifiques réalisés depuis quelques décennies.

A.Sohankar et al. (1996)[38] ont analysé le problème dynamique relatif à l'écoulement autour d'un cylindre rectangulaire placé dans un canal horizontal. Les effets du nombre de Reynolds Re et de l'angle d'inclinaison α de l'obstacle, sur la structure de l'écoulement, ont été examinés pour Re <200 et 0 < α < 90°. Ils ont déterminé par des analyses d'instabilité, les nombres de Reynolds critique compris entre 50et 55, suivant la configuration géométrique étudiée.



Figure I.4 : Canal horizontal avec un cylindre rectangulaire incliné (A. Sohankar et al. (1996))

Dans une deuxième étude, Young et al. (1998) [39] ont effectué des simulations numériques de convection forcée pour un fluide compressible dans un canal contenant une rangée d'obstacles chauffés reposant sur sa paroi inférieure.



Figure I.5: Canal contenant un seul obstacle chauffé.

Ils ont fait varier le nombre de Reynolds, les dimensions et l'espacement des obstacles ainsi que leur conductivité thermique. Les résultats montrent que tous ces paramètres influent de manière remarquable sur la variation du nombre de Nusselt moyen, ainsi que sur les champs thermiques et dynamiques dans le canal.

M. Breuer et al. (2000) [40] ont étudié l'écoulement autour d'un cylindre de section carrée placé à l'intérieur d'un canal horizontal (β =D/H=1/8). Ils ont comparé les résultats obtenus par deux méthodes numériques: la méthode de Lattice-Boltzmann (LBA) et la méthode des volumes finis (FVM) pour des nombres de Reynolds inférieurs à 300.



Figure I.6: Canal plat contenant un obstacle carré (M. Breuer et al.(2000)).

Les résultats obtenus par les deux méthodes sont semblables pour les profils de vitesse, la longueur de la zone de recirculation (L_r) et le nombre de Strouhal (St). Cependant, ils constatent un faible écart pour le coefficient de trainée (C_d) à des nombres de Reynolds inferieurs à 30.

La convection forcée a une contribution beaucoup plus importante dans le transfert de chaleur que la convection mixte, Ces deux types de transfert de chaleur ont été étudiés par Saïd Turku et al. (2003) [41] pour un canal horizontal en présence d'un cylindre de section carrée chauffé. Les calculs numériques ont été effectués pour le cas de l'air (Pr=0,71), pour deux rapports de blocage (β =D/H) (β =1/4 et β =1/8) et pour différents nombre de Richardson (0<Ri<0,1) et de Reynolds (62< Re <200). Les résultats permettent de conclure que les

champs de vitesse et de température pour la convection mixte sont très différents de ceux de la convection forcée.

Les transferts de chaleur au voisinage du cylindre carré sont légèrement modifiés pour les deux rapports de blocage. Le nombre de Nusselt moyen a été corrélé en fonction du nombre de Reynolds sous la forme :

$$\langle \overline{\mathrm{N}u_{\mathrm{t}}} \rangle = \mathrm{c.Re}^{\mathrm{a}}$$

où a et c sont deux nombres réels.

Une autre étude sur la convection forcée est celle de A. korichi et L. oufer(2005) [42] qui se sont intéressés à l'étude d'un écoulement en présence d'un cylindre à section carrée placé transversalement dans un canal. Ils ont fait une étude numérique pour différents régimes permanents instationnaires. Les calculs ont été effectués pour l'air (Pr=0.71) avec un rapport de blocage d/H=0.1. Les champs dynamique et thermique sont obtenus pour trois valeurs du nombre de Reynolds (50, 100 et 200). Le transfert de chaleur est maximal le long de la face frontale et faible le long de la face sous le vent située dans la zone de sillage. Ils remarquent que le nombre de Nusselt augmente avec le nombre de Reynolds. En 2007, ces auteurs [43] ont repris la même configuration géométrique et ont fait varier l'angle d'orientation du cylindre (0, 20 et 45°). Ils ont trouvé que la valeur du nombre de Reynolds critique ne dépend que du rapport de blocage d/H. Pour le cas étudié (d/H=0.1), cette valeur critique se situe autour de Re_c = 60. Ils notent une augmentation notable du nombre de Nusselt lorsque le nombre de Reynolds évolue dans l'intervalle [50-200].

Une étude paramétrique détaillée a été réalisée par A.K.Dhiman et al.(2007) [44]. Ils ont simulé la convection mixte bidimensionnelle d'air dans un canal horizontal de longueur($L_1 = 26 \text{ b}$) et de hauteur ($L_2 = 8 \text{ b}$) en présenced'un cylindre de section carrée (b) maintenu à température fixe alors que les parois du canal sont adiabatiques. Les effets des nombres de Reynolds (Re), Prandtl (Pr), et de Richardson (Ri), sur le transfert de chaleur à l'intérieur du canal, ont été examinés pour $0.7 \le Pr \le 100$, $0 \le Ri \le 1 \text{ et al} Re \le 30$.Les isothermes et les lignes de courant ont été obtenues pour différentes valeurs des nombres adimensionnels Re, Pr et Ri. Ils ont remarqué une coïncidence entre les courbes des coefficients de trainée (C_d) et de portance (C_l).

M.S. Dhouieb et al. (2008) [45] ont mené une étude expérimentale et numérique dans une conduite horizontale rectangulaire au milieu de la quelle est placé un cylindre carré de hauteur h = 0.01m et de largeur l = 0.02m. L'écoulement en amont de celui-ci est laminaire. Des mesures PIV ont été effectuées afin de caractériser expérimentalement les structures tourbillonnaires.

Parallèlement une simulation numérique 2D est réalisée pour faire la comparaison avec les résultats expérimentaux. D'autres mesures PIV complémentaires ont été réalisées par le dessus du canal en aval du cylindre afin de détecter une éventuelle écriture tridimensionnelle de l'écoulement. Lors des mesures, ils ont constaté l'apparition des tourbillons de Von Karman dans le cas d'un écoulement derrière un cylindre dans un milieu confiné. Ils ont identifié un nombre de Reynolds critique égale à 75.Pour des nombres de Reynolds Re > 180,

les instabilités deviennent très importantes. Les résultats de la simulation numérique 2D sont en concordance avec les résultats expérimentaux, l'erreur étant inférieure à15%.

Dans leur travail, M.M. Ouestati et al. (2010) [46]se sont intéressés à l'étude d'écoulement de fluide autour d'un obstacle carré. La simulation par différentes formulations de la fonction de courant-vorticité a permis la résolution des équations de Navier-Stokes. Cette formulation a plusieurs avantages, puisqu'elle permet d'éliminer la pression des équations de mouvement et de satisfaire automatiquement l'équation de continuité.

3. Écoulement autour d'un cylindre poreux

Les phénomènes de transfert de chaleur et de masse dans les milieux poreux attirent l'attention des chercheurs depuis longtemps et demeurent toujours d'actualité. Cet intérêt se traduit par de nombreuses applications comme les problèmes de séchage M. Prat [47], échangeurs de chaleur, géothermie A.W. Woods [48] et sureté nucléaire F. Fichot et al. [49], pour résoudre beaucoup de problèmes dans plusieurs domaines, en mécanique, en chimie, en médecine, en électronique, dans l'industrie pétrolière, etc. Bousri et al. [50].

Dans cette section, nous présentons une recherche bibliographique des travaux numériques et expérimentaux sur la modélisation des transferts et des écoulements dans un milieu poreux.

3.1 Equilibre et non-équilibre thermique local

Dans la littérature on trouve deux hypothèses différentes pour la modélisation numérique de l'équation d'énergie. L'hypothèse d'équilibre thermique local (LTE) qui consiste à considérer une seule température dans le domaine. Cette hypothèse est largement utilisée dans l'analyse des processus de transport en milieu poreux, on peut citer les travaux de Jany et Bejan [51];Quintard et al. [52]; W.J. Minkowycz et al. [53]; Alkam et al. [54] et Peter Vadasz [55]. Cependant, elle n'est valable que pour certaines applications lorsqu'on note une différence de températures remarquable entre la phase solide et la phase liquide.

Amiri et Vafai [56] et Amiri et al. [57] ont utilisé un modèle général pour l'équation du mouvement et un modèle à deux phases pour l'équation de l'énergie, y compris la dispersion thermique axiale et transversale pour étudier la convection forcée dans un canal. Ils ont présenté les erreurs détaillées afin d'évaluer l'importance des hypothèses simplificatrices qui sont utilisées.

En outre, Amiri et Vafai [58] ont présenté une étude numérique approfondie pour le problème d'écoulement incompressible à travers un lit garni, en régime transitoire. Les effets de bord et l'inertie sont pris en considération dans l'équation du mouvement. Dixon et Cresswell [59] ont étudié le problème de non-équilibre thermique local (NETL) entre les deux phases liquides et solide. Ils ont obtenu une corrélation pour les coefficients de transfert de chaleur liquide-solide. Kuznetsov [60] a présenté une solution analytique pour la version simplifiée de NETL dans un canal soumis à un flux de chaleur de densité constante. Mohamad [61] et Hwanget al. [62] ont examiné la validité du modèle NETL pour le cas de la convection forcée d'un écoulement non-darcien. Ils ont montré également que l'équilibre thermique local est inaccessible pour un modèle non-darcien.

La plupart des études de la convection forcée sont fondées sur l'hypothèse de non-équilibre thermique local (NETL) parce qu'il représente mieux le milieu poreux.

3.2 Lois et conditions aux limites utilisées

Plusieurs approches sont proposées dans la littérature pour établir les équations et les conditions aux limites qui régissent l'écoulement en milieux poreux. Afin d'appréhender les notions et pour justifier le choix des lois et des conditions aux limites considérées dans le cadre de cette étude, nous représentons les différentes formes de flux imposés à la paroi et de loi de Darcy-Brinkman-Forchheimer utilisées en milieux poreux.

Dans le tableau1.3, nous résumons les divers modèles utilisés par un très grand nombre d'auteurs. À cause de l'utilisation de différents types de termes Forchheimer et de Brinkman dans l'équation du mouvement, les profils de vitesse obtenus devraient être différents et par conséquent le taux de transfert de chaleur sera également différent puisque la solution de l'équation de l'équation de l'énergie dépend de la solution de l'équation du mouvement. Le modèle M1 a le terme de Forchheimer le plus faible qui se traduit par moins d'inertie par rapport aux autres modèles. Nous pouvons constater que les modèles M1 et M2 deviennent identiques lorsque l'inertie du fluide est négligeable.

| modèle | Darcy | Forchheimer | Brinkman | Références |
|--------|--|--|------------------------------------|--|
| M1 | $\frac{\mu}{K}V$ | $\varepsilon \frac{F\rho}{\sqrt{K}}V^2$ | $\frac{\mu}{\varepsilon} abla^2 V$ | Ould-Amer et al. [63], Lan et Khodadai [64], Kuznetsov [65], Nakayama et al. [66], Kaviany [67], Hong et al. [68], Lauriat et Vafai [69], Kaviany [70], VafaietKim [71 et 72], Vafai and Tien [73 et 74] |
| M2 | $\frac{\mu}{K}V$ | $\frac{F\rho}{\sqrt{K}}V^2$ | $rac{\mu}{arepsilon} abla^2 V$ | Chen etVafai [75], Kim et al. [76], Nakayama et al. [77] |
| M3 | $\frac{\mu}{K}V$ | $\frac{F\rho}{\sqrt{K}}V^2$ | $\mu \nabla^2 V$ | You et Chang [78], Kim et Choi [79], Nield et al. [80], Sung et al. [81], Hadim [82], KladiasetPrasad [83], BeckermannetViskanta [84], PoulikakosetKazmierczak [85], Nealeet Nader [86] |
| M4 | $\mu \frac{150(1-\varepsilon)^2}{d_p^2 \varepsilon^3} V$ | $\rho \frac{1.75(1\!-\!\varepsilon)}{d_p \varepsilon^2} V^2$ | $rac{\mu}{arepsilon} abla^2 V$ | Perng [87], AmirietVafai[88, 89 et 90], Vafai et al. [91], Vafai [92] |
| M5 | $\mu \frac{150(1-\varepsilon)^2}{d_p^2 \varepsilon^3} V$ | $\rho \frac{1.75(1-\varepsilon)}{d_p \varepsilon^3} V^2$ | $\mu \nabla^2 V$ | Lauriat et Vafai [93], PoulikakosetRenken [94 et 95] |
| M6 | $\mu \frac{150(1-\varepsilon)^2}{d_p^2 \varepsilon^3} V$ | $\rho \frac{1.75(1\!-\!\varepsilon)}{d_p \varepsilon^3} V^2$ | $rac{\mu}{arepsilon} abla^2 V$ | Valipour[96],Dhinakaran et al. [97], Chen [98, 99], Hunt et Tien [100], Hong et al. [101], Cheng et al. [102 et 103] |
| M7 | $\mu \frac{150(1-\varepsilon)^2}{d_p^2 \varepsilon^2} V$ | $\rho \frac{1.75(1-\varepsilon)}{d_p \varepsilon^2} V^2$ | $\mu \nabla^2 V$ | Hsiao et al. [104], David et al. [105], Hsu et Cheng [106], Fu et al. [107] |

Tableau 1.3:les divers modèles de Darcy-Brinkman-Forchheimer utilisés dans la littérature.

Le tableau 1.4 présente les modèles mathématiques détaillés des conditions aux limites pour le cas d'un flux de chaleur constant à la paroi. Les modèles Q1 et Q2 sont les conditions aux limites classiques présentées par Amiri et al. [58]. Q1 indique que le modèle q_w est réparti entre les deux phases proportionnelles à leurs conductivités thermiques efficaces et les gradients de température. Le modèle Q2 propose que les deux phases reçoivent la même quantité de flux de chaleur q_w . Ces deux approches sont les premières dans la littérature et les autres modèles peuvent être considérés comme des extensions des deux premières. L'étude d'Alazmi et Vafai [108] fut l'une des tentatives pour mettre en évidence ce problème. Les analyses de ces huit formes différentes de flux ont montré que les modèles Q1 et Q4 sont relativement proches les uns des autres bien que les modèles Q3 et Q8 sont identiques lorsque les effets de dispersion thermiques sont négligés.

| modàla | Expression Mathématique | Páfároncos |
|----------------|--|----------------------------|
| modele | | Kelelellees |
| QI | ∂T_{f} ∂T_{s} T_{s} | Lee et Vafai[109], |
| | $q_w = -\lambda_{f_{w}} \frac{1}{2} \left[-\lambda_{s_{w}} \frac{1}{2} \right] = T_{s_w} = T_w$ | Amiri et al. [58], |
| | $OY _{paroi} OY _{paroi}$ | Hwang et al. [63] |
| 02 | $-\partial T$ | Calmidi and Mahajan [110], |
| x - | $a = -\left[\varepsilon\lambda_{s} + (1-\varepsilon)\lambda_{s}\right] \frac{\sigma T_{f}}{T_{s}} = T = T$ | Martin et al. [111] |
| | $A_{W} = \begin{bmatrix} c + f_{f} + (c + f_{s}) \end{bmatrix} \frac{\partial y}{\partial y} \Big _{paroi} = \begin{bmatrix} c + f_{w} & c + f_{w} \end{bmatrix} \frac{\partial y}{\partial y}$ | |
| 03 | | AlazmietVafai [108] |
| X ² | $a = -\left[\epsilon\lambda_{s} + (1-\epsilon)\lambda_{s}\right] \frac{\partial T_{s}}{\partial s} \qquad T_{s} = T = T$ | |
| | $\mathcal{A}_{W} = \begin{bmatrix} \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots &$ | |
| | - Tparoi | |
| Q4 | ∂T_{f} ∂T_{f} q_{f} ε | AlazmietVafai [108] |
| | $q_w = -\lambda_{f_{w}} \frac{\gamma}{2} \left[-\lambda_{s_{w}} \frac{\gamma}{2} \right] - \lambda_{s_{w}} \frac{\gamma}{2} \left[-\lambda_{s_{w}} \frac{\gamma}{2} \right]$ | |
| | $\begin{array}{c} \begin{array}{c} \begin{array}{c} \begin{array}{c} \end{array} \\ \end{array} \\ \end{array} \\ \begin{array}{c} \end{array} \\ \end{array} \\ \begin{array}{c} \end{array} \\ \end{array} \\ \end{array} \\ \begin{array}{c} \end{array} \\ \end{array} \\ \end{array} \\ \end{array} \\ \begin{array}{c} \end{array} \\ \end{array} $ | |
| 05 | | AlazmietVafai [108] |
| Q.5 | $a = -\lambda \frac{OI_f}{f} = -\lambda \frac{OI_s}{s} = -\frac{\Lambda_f}{f}$ | |
| | $ q_w - \chi_{f_{eff}} \partial v \chi_{s_{eff}} \partial v q \lambda$ | |
| | paroi paroi \mathbf{Y}_{s} | |
| Q6 | ∂T_{c} ∂T ∂T a_{c} $\varepsilon \lambda_{c}$ | AlazmietVafai [108] |
| | $q_w = -\lambda_f \left[\frac{1}{2} - \lambda_s \left[\frac{1}{2} - \frac{1}{2} \right] \right] = \frac{1}{2} - \frac{1}{2}$ | |
| | $\begin{array}{cccc} & & & \\ & & & \\ & & & \\ \end{array} \begin{array}{cccc} & & & \\ & & & \\ \end{array} \begin{array}{ccccc} & & & \\ & & & \\ \end{array} \begin{array}{ccccccc} & & & \\ & & & \\ \end{array} \begin{array}{ccccccccccccccccccccccccccccccccccc$ | |
| 07 | ∂T ∂T | Amiri et al. [58] |
| ×' | $a = -\lambda$, $\frac{\partial I_f}{\partial f} = -\lambda$, $\frac{\partial I_s}{\partial f}$ | |
| | \mathcal{L}_{W} $\mathcal{L}_{f eff}$ ∂y $\mathcal{L}_{s eff}$ ∂y . | |
| | paroi paroi | |
| Q8 | ∂T_f ∂T_c | Martin et al.[111], |
| | $q_w = -\lambda_f \frac{\beta}{2} - \lambda_s \frac{s}{2}$ | Jiang et Ren,[112], |
| | OY _{paroi} OY _{paroi} | Jiang et al.[113] |

Tableau 1.4: Conditions aux limites pour un flux imposé à la paroi pour un modéle de non-équilibre thermique local

3.3 Revue des études paramétriques

La convection dans des milieux poreux saturée de fluide fait l'objet de plusieurs études, sachant que le problème de convection forcée bidimensionnelle dans un canal horizontal en présence d'un cylindre poreux est lié à de nombreux facteurs. Notamment, la porosité, la perméabilité du milieu poreux, les nombres adimensionnels de Darcy (Da) et Reynolds (Re).

Dans cette section, nous présentons une revue des principales études ainsi que l'influence de ces paramètres opératoires sur la structure de l'écoulement et le transfert thermique.

Une des premières études de la convection dans un canal chauffé à flux constant est celle effectuée par Lin et al, [114]. Ils ont modélisé le transfert de chaleur et de matière en convection laminaire mixte dans un canal à section carrée. Ils ont traité le problème classique du canal horizontal aux parois differentiellement chauffées, c'est à dire La paroi inférieure est maintenue humide et à température uniforme T_w et les autres parois sont adiabatiques. Les effets de la température de la paroi inférieure et de l'humidité relative sur le transfert de chaleur et de matière dans l'écoulement sont examinés en détail. Les résultats montrent que les effets de l'évaporation d'eau le long de la paroi humide sur le transfert de chaleur et de matière sont assez importants. Ce transfert est dominé essentiellement par le transport de chaleur latente.



FigureI.7 : Conduit carré dont la surface inférieure est mouillée par un film d'eau liquide et maintenue à une température uniforme.

Hadim et al. [82] se sont intéressés à l'étude de convection forcée générée dans un canal horizontal rempli d'un milieu poreux chauffé par une source de chaleur alternée et uniforme sur la paroi inférieure. Ils ont examiné deux configurations différentes. Dans le premier cas, le canal est entièrement poreux ensuite le canal rempli partiellement d'un milieu poreux. Le phénomène a été modélisé en utilisant les équations de conservation de masse et de quantité de mouvement couplées à l'équation de Darcy-Brinkman et Darcy-Brinkman-Forchheimer. Le transfert de chaleur et la chute de pression sont déterminés pour une large gamme du nombre de Reynolds (50< Re <1000) et Darcy (10^{-1} Da 10^{-6}). Les résultats numériques obtenus montrent que le nombre de Nusselt augmente avec la diminution du nombre de Darcy, Dans les deux configurations. En comparant les résultats obtenus pour le canal partiellement poreux avec ceux du canal entièrement poreux, ils ont remarqué le même taux de transfert thermique, particulièrement au faible nombre de Darcy, tandis que la chute de pression est beaucoup moins élevée.

Sung et al. [115] se sont intéressés à étudier numériquement les transferts de chaleur dans un canal muni d'un bloc poreux de forme rectangulaire (porosité φ =0.9). Une source de chaleur est attachée à la paroi inférieure dans un canal vertical. Deux types d'emplacement du bloc poreux sont considérés: type (a), l'obstacle est placé sur la paroi supérieure puis, il est placé

sur la paroi inférieure (b). Ils ont étudié l'influence de différents paramètres: nombre de Reynolds (10< Re <500), nombre de Darcy Da>10⁻⁶, rapport de blockage (0 < S/H < 1) et un rapport des conductivités thermiques (0.1< λ <10). Ils ont constaté que l'augmentation du transfert de chaleur engendre une grande chute de pression. La diminution du nombre de Darcy abaisse la température maximale de la paroi dans le type (a) alors qu'il l'augmente dans le type (b). Pour un nombre de Darcy Da fixe, le taux du transfert thermique croît avec l'augmentation de R_k et Re.



FigureI.8: (a) le bloc poreux est fixé sur la paroi supérieure, (b) le bloc poreux est fixé sur la paroi inférieure.

En dépit du fait que l'exploitation des matériaux poreux paraît avantageuse, il n'en demeure transferts restent moins que leurs propriétés de encore peu pas connues. Calmidi et Mahaja [110] sont parmis les auteurs qui se sont intéressés à ce problème. Ils ont mené une étude expérimentale et numérique de la convection forcée à l'intérieur d'une mousse métallique chauffée par le bas et de porosité élevée ($\varepsilon > 0.85$). Ils ont évalué le coefficient de dispersion thermique, en fonction du seul nombre de PécletPe=Re. Pr, de différentes mousses en aluminium saturées par de l'air ou par de l'eau. Les résultats indiquent que la dispersion thermique est très faible lorsque la mousse métallique est traversée par l'écoulement, parce que la conductivité de la matrice solide est élevée par rapport à l'air ou celle de l'eau.

La condition auxlimites du flux de chaleur constant peut être traitée de diverses façons. Alazmi et Vafai [108] ont réalisé une enquête exhaustive sur différentes formes pour un modèle thermique local non-équilibre. Ils ont comparé huit approches dans le cas de la convection forcée dans un canal poreux, horizontal et chauffé symétriquement par un flux de chaleur. Ils se sont rendus compte que les différentes conditions aux limites peuvent aboutir à des résultats nettement différents. Le choix d'un bon modèle reste une question difficile, car les propriétés physiques du fluide et du solide ont un effet sur la sélection du modèle. Avec un rapport de conductivités $\lambda = \lambda_{\text{fluide}}/\lambda_{\text{solide}}$ égale à 1 et une porosité égale à 0.5, tous les modèles tendent à converger.

L'effet de l'anisotropie hydrodynamique sur le phénomène de la convection forcée a fait également l'objet d'une étude théorique réalisée par Degan et al. [116]. Ils ont utilisé le

modèle de Darcy-Brinkmann pour étudier l'écoulement dans un canal poreux exposé à un flux de chaleur. Ils ont trouvé que le rapport de perméabilité K* et l'angle d'inclinaison des axes principaux \u03c6 peuvent fortement influencer le transfert de chaleur. Lorsque le nombre de Darcy tend vers zéro, les effets d'anisotropie deviennent prédominants et la structure de l'écoulement ressemble plus à celui fourni par le modèle de Darcy. Un maximum (minimum) de transfert de chaleur peut être obtenu lorsque la matrice poreuse est orientée de telle sorte que la plus grande perméabilité est parallèle (perpendiculaire) à la pesanteur.

T. Jue et al. [117] ont conduit une étude numérique qui porte sur l'effet du nombre de Darcy sur la structure de l'écoulement, dans un canal horizontal en présence d'un cylindre poreux de section carrée. Les calculs ont été effectués pour trois nombres de Reynolds (Re =100, Re=150 et Re = 250) et pour différents nombres de Darcy $(10^{-8} \le Da \le 10^{-4})$. Ils ont montré que la fréquence de détachement tourbillonnaire varie lorsque le nombre de Darcy varie. Cependant le nombre de Strouhal devient progressivement plus grand pour Da $\le 10^{-6}$, en particulier, le nombre de Strouhal pour Da $\le 10^{-4}$ a augmenté considérablement en raison du changement de la structure des tourbillons.

Afin d'améliorer le transfert thermique pour un écoulement laminaire dans un canal totalement ou partiellement rempli de milieu poreux, Mohamad [118] a évalué numériquement les effets de l'épaisseur de la couche poreuse sur le taux de transfert de chaleur et la chute de pression dans une large gamme du nombre de Darcy entre $10 \text{ et } 10^{-6}$. Il a été montré que le canal partiellement rempli avec des substrats poreux augmente le taux de transfert de transfert de chaleur et peut réduire la longueur des isothermes de 50%. Par ailleurs, l'épaisseur optimale de la couche poreuse où le rapport de blocage qui assure un bon transfert de chaleur est d'environ 0,6

K. Boomsma et al. [119] se sont intéressés expérimentalement au cas d'un écoulement fluide pompé à travers une mousse d'aluminium dans un canal rectangulaire. La mousse métallique est caractérisée par un diamètre moyen du pore égal à 2,3 mm et un alliage du type 6101-T6. Le fluide utilisé est un mélange à 50% glycol et à 50% d'eau. Les résultats ont été comparés avec ceux obtenus pour divers échangeurs de chaleur dans des applications industrielles. Ils ont montré que les échangeurs de chaleur en métal réduisent la résistance thermique presque de moitié par rapport à ceux qui sont actuellement utilisés pour la même application.

Bhattacharyya et al. [120] ont présenté une étude numérique sur le mouvement du fluide autour et à travers un cylindre poreux. Les équations de Navier-Stokes sont régies par le modèle de Darcy Brinkman Forchheimer dans le milieu poreux. Ils ont réalisé leurs simulations pour un nombre de Reynolds inférieur à 40, une porosité supérieure à 0,629 et un nombre de Darcy compris entre 10^{-6} et 1,5. Les résultats ont montré que la traînée subie par le cylindre poreux réduit de façon monotone avec l'augmentation du nombre de Reynolds et la diminution du nombre de Darcy. Ils ont également constaté que la zone de recirculation réduit lorsque le nombre de Darcy augmente.

Utilisant le modèle de Boltzmann, Babu et Narasimhan [121] ont étudié l'effet d'un cylindre carré poreux, placé dans un écoulement incompressible, sur la structure de sillage et les

tourbillons générés en aval pour un nombre de Reynolds Re = 100 et Re =200,un nombre de Darcy qui varie de Da = 10^{-4} à 10^{-1} et la porosité varie de 0,25 à 0,9. Après la détermination de l'évolution temporelle de la vitesse et afin de déterminer leurs fréquences dominantes, on applique la transformée de Fourier. Les nombres de Strouhal (St) sont ensuite calculés et comparées à ceux du cylindre solide, pour mettre en évidence l'effet du milieu poreux. L'augmentation de la perméabilité permet de réduire la formation de tourbillons. Il convient de noter qu'une tendance similaire est observée lorsqu'on augmente Re à 200.

Yu, Zeng, et Lee [122] ont mené une étude dynamique détaillée sur la structure de l'écoulement dans un canal horizontal de Hauteur (H=60B) en présence d'un cylindre de section carrée poreux de hauteur (B). Le rapport de blocage est très faible afin de minimiser l'effet des parois sur l'écoulement. Une analyse des lignes de courants est réalisée pour Re \leq 50 afin de prédire la structure de l'écoulement en régime permanent. Les valeurs du nombre de Reynolds critique du passage permanent-transitoire sont également déterminées en fonction du nombre de Darcy. Lorsque ce dernier diminue, les effets des forces de flottabilité deviennent importantes et on remarque alors une augmentation de la taille de la cellule dans la zone de rattachement. Ils font une comparaison des lignes de courant entre le cylindre solide et poreux, les résultats montrent également que le sillage est différent pour les deux cas.

Horng Wu et Ren Wang [123] ont étudié numériquement les caractéristiques de l'écoulement transversal autour d'un cylindre poreux de section carrée. Un flux de chaleur uniforme est appliqué à la surface inférieure du cylindre. Le modèle de Darcy-Brinkman-Forchheimer est employé pour modéliser l'écoulement à l'intérieur du cylindre poreux. Les études paramétriques détaillées sont effectuées pour évaluer les effets de la porosité \mathcal{E} , du nombre de Darcy Da, et du nombre de Reynolds Re sur l'écoulement et le transfert thermique dans le canal. Les résultats indiquent que la porosité n'a guère d'influence sur le transfert de chaleur. Par contre, Le nombre de Nusselt augmente remarquablement avec l'augmentation du nombre de Reynolds et/ou du nombre de Darcy. Pour les paramètres étudiés, l'augmentation maximale du coefficient de transfert thermique est de 101,07% pour Re= 700, $\mathcal{E} = 0.8$, et Da = 10^{-2} , tandis qu'elle n'a pas dépassée les 0,12% pour Re = 100, $\mathcal{E} = 0.8$, et Da = 10^{-6} .

En 2011, Shiang Perng, Horng Wu et Ren Wang [124] ont repris la même configuration géométrique. Ils ont présenté une description détaillée de l'évolution du nombre de Nusselt local le long de la face inférieure du cylindre et du coefficient de portance pour trois rapports de blocage (BR = 10%, 30%, et 50%). Les calculs sont obtenus pour des nombres de Reynolds Re variant de 50 à 250, un nombre Darcy variant de10⁻⁶ à 10⁻² et une porosité variant de 0.4 à0.8. Les résultats prouvent que l'augmentation du rapport de blocage, améliore le transfert de chaleur et change la structure des détachements tourbillonnaires.

Des études limitées telles que Chen et Tso [125] analysent les effets de la dissipation visqueuse sur le transfert de chaleur par convection forcée dans le canal rempli d'un milieu poreux avec un flux de chaleur q constant imposé sur les parois du canal. Le traitement des équations est effectué en utilisant un modèle à deux équations, qui traite les températures des fluides et solides indépendamment. Ils ont mené une étude de l'influence des différents

paramètres : le nombre de Biot, Bi, le rapport de la conductivité thermique du fluide /solide, le nombre de Brinkman, Br, et le facteur de forme du milieu poreux, S. Dans le but de mentionner l'importance du modèle utilisé, ils ont montré un écart remarquable entre le modèle à une équation et le modèle à deux équations.

S. Dihnakaran et al. [126] ont réalisé une étude numérique de la convection forcé autour d'un cylindre carré et poreux placé dans canal horizontal. La méthode Brinkman-Forchheimer a été adoptée pour modéliser l'écoulement dans un milieu poreux. Les résultats montrent que le nombre moyen de Nusselt local augmente avec l'augmentation du nombre de Reynolds et du nombre de Darcy. A faible nombre de Darcy (Da=10⁻⁶), il se rapproche de la valeur pour un cylindre imperméable. Le coefficient de trainé du cylindre poreux diminue lorsque le nombre de Reynolds augmente. Le cylindre poreux laisse passer le fluide sous l'effet d'une diminution de la résistance.

S.W.Perng et al. [127] ont fait une simulation numérique de la convection forcée, en étudiant l'influence d'un cylindre poreux sur le refroidissement d'une série de blocs dans un canal horizontal. Le modèle général Darcy-Brinkman-Forchheimer était adopté pour décrire les champs d'écoulement et de température. Les calculs sont effectués pour un rapport de blocage B/h égal à 0.25, 0.5 et 1. Le champ dynamique est obtenu pour des nombres de Reynolds (100 $\leq \text{Re} \leq 500$) et pour des nombres de Darcy (10-6 $\leq \text{Da} \leq 10$ -2). Ils ont montré que la présence du cylindre poreux dans un canal provoque des ondulations dans l'écoulement entrainant une amélioration du taux de transfert de chaleur aux surfaces des blocs chauffants. Ils ont noté aussi, que l'augmentation de B/h favorise l'extraction de la chaleur par convection et diminue les forces de trainée et portance. L'amélioration maximale du transfert thermique est de l'ordre de 38,36 % pour le cas B/h = 1, Da = 10⁻⁴ et Re = 500.

M.Valipour, S.Rashidi, M.Bovanda et R.Masoodib [128] ont utilisé la même configuration géométrique de Yu, Zeng, et Lee [120] avec un cylindre de section losange pour modéliser l'écoulement autour et à travers un cylindre poreux. Ils ont étudié les effets des nombres de Reynolds (Re \leq 45) et de Darcy (Da \leq 10⁻²) sur la structure de l'écoulement. Les résultats montrent que l'augmentation du nombre de Darcy entraîne une diminution des coefficients de pression par ailleurs la valeur du Reynolds critique est plus grande que celle d'un cylindre solide. Un changement sur le sillage est apparu au voisinage de l'obstacle, cela s'explique par le fait que la contrainte de cisaillement diminue avec l'augmentation du nombre de Darcy.

La méthode de Boltzmann sur réseau, qui est souvent utilisée pour résoudre les écoulements à petite échelle, a été établie par M. Nazari et al. [129] pour résoudre le problème des fluides dans un milieu poreux. Leur code de calcul est validé en comparant les résultats avec ceux de Dhiman, et al. (2009) pour un cylindre fixe. Puis dans une seconde étape, ils se sont intéressés à l'impact de la forme et du degré de désordre des pores dans le cylindre. Les résultats ont été obtenus pour une gamme du nombre de Reynolds variant de 1100 à 300. À partir du nombre de Nusselt sur les parois du canal, on a constaté que le transfert de chaleur diminue sous l'effet de l'augmentation de la taille des pores qui sont engendrés par l'arrangement aléatoire.
L'échange thermique s'améliore avec l'augmentation du rapport de blocage pour tout type d'arrangement.



Figure I.9: (a) arrangement régulier/ (b) arrangement aléatoire.

SalimiM.R. et al. [130] ont réalisé une étude numérique détaillée de l'écoulement autour d'un cylindre carré situé dans un canal horizontal. Le cylindre a été traité dans trois cas différents: totalement solide, totalement rempli par un milieu poreux et cylindre solide couvert par un milieu poreux. Dans le but de résoudre le problème d'interaction fluide-structure, ils ont développé un couplage hybride de lattice Boltzmann (LBM) et un solveur NavierStokes discrétisé en espace par une méthode aux volumes finis. Cette méthode permet de réduire les coûts de calcul avec une précision relativement élevée. Pour la porosité $\varepsilon < 0.85$, la structure de sillage et les détachements tourbillonnaires des cylindres couverts par un milieu poreux et totalement poreux sont identiques, alors qu'ils sont différents pour $\varepsilon > 0.85$. Par ailleurs, pour les coefficients de traînée, les résultats des cylindres poreux couverts s'avèrent proches de ceux entièrement poreux, ils ont augmenté sensiblement par rapport au cylindre solide.



Figure I.10: Représentation schématique du problème à l'étude. (a) un bloc solide, (b) bloc solide recouvert d'une couche poreuse, (c) bloc poreux.

En [2015], A.Sohankar et al. [131] ont étudié les effets de succion et d'injection à travers les faces d'un cylindre carré sur le détachement de vortex et de la structure de l'écoulement dans

un canal horizontal. Les calculs sont effectués pour un rapport de blocage d/H=1/20. À travers les faces supérieure et inférieure, on applique une vitesse de succion constante tandis que sur les faces avant et arrière on applique une vitesse d'injection. Ils ont constaté que les variations de portance et traînée diminuent dans ces conditions. Pour Re = 150, la force de traînée peutêtre réduite de 72% au maximum.

L'une des idées intéressantes pour améliorer les performances du canal est l'introduction d'un obstacle à l'intérieur de celui-ci. Les études sur les effets d'un cylindre sur les transferts de chaleur et de masse sont relativement rares dans la littérature. Le premier auteur à avoir introduit la configuration du canal avec un obstacle était Aihara en 1963 [132], Il a observé que l'introduction de la plaque auxiliaire dans un canal verticale, chauffée à la même température que les parois du canal, améliorent le transfert de chaleur, par rapport au canal simple.

Malgré que l'obstacle avec la section triangulaire n'est pas populaire, Abbassi et al. [133] ont étudié numériquement le rôle d'un obstacle ayant la forme d'un prisme triangulaire placé dans un canal différentiellement chauffé sur la structure d'écoulement et le transfert de chaleur. Meis et al. [134] ont étudié l'écoulement confiné passé autour d'obstacles elliptiques, rectangulaires ou triangulaires dans la gamme du nombre de Reynolds de 600 à 1200 et pour un taux de blocage variant de $\beta = 1/2$ à 1/10. Indépendamment de la forme de l'obstacle, le transfert de chaleur augmente considérablement avec le taux de blocage. Cependant, cette amélioration induit une chute de pression. Ils ont trouvé que l'obstacle triangulaire génère un meilleur transfert de chaleur. Moussaoui et al. [135] ont étudié la convection forcée dans un canal plan chauffé par un cylindre carré incliné en utilisant la méthode de Boltzmann en réseau pour les champs de vitesse du fluide et la méthode des différences finies pour la température. Leurs résultats montrent que la présence d'un cylindre carré influence significativement la structure de l'écoulement et induit une amélioration du transfert de chaleur dans la région de au voisinage du cylindre. T. Park [136] a mené une étude numérique pour étudier le transfert de chaleur dans un canal horizontal chauffé asymétriquement avec un cylindre carré confiné. Ils ont étudié les effets du nombre de Reynolds, du taux de blocage et de la distance d'écartement sur les transferts de chaleur au voisinage de la paroi du canal. Ils ont montré que lorsque la distance d'espacement augmente, l'écoulement passe d'un écoulement asymétrique régulier à un symétrique avec l'apparition des tourbillons de von-Karman. En conséquence, la zone de recirculation près de la paroi du canal a progressivement disparu et également le transfert de chaleur a été amélioré. M.Cheraghi et al. [137] ont étudié les effets de l'espacement entre le cylindre et la paroi inférieure sur les transferts de chaleur. Pour un nombre de Reynolds fixe Re = 100 et un rapport de blocage $\beta = 1/3$, le champ d'écoulement laminaire a été calculé pour la plage du nombre de Prandtl 0,1 <Pr <1. Leurs calculs ont montré que diminution du nombre de Prandtl engendre une amélioration du transfert de chaleur. Par ailleurs, l'amélioration maximale du transfert de chaleur a été obtenue lorsque le cylindre est placé au milieu du canal.

Afin de mieux comprendre les transferts de masse et de chaleur, A. Terzi et al [138] ont étudié numériquement l'évaporation d'un film liquide à l'intérieur d'un canal partiellement rempli par un milieu poreux.O. Oulaid et al. [139] ont étudié numériquement les transferts de chaleur et de masse avec changement de phase dans un canal à plaques parallèles. Les parois du canal sont mouillées par un mince film d'eau liquide et maintenues à une température constante. Les auteurs ont montrés que le transfert de chaleur par mode latent est plus important que celui de la chaleur sensible due à l'évaporation du film liquide.

4. Conclusion

Au début de ce chapitre, nous avons opté pour une étude pour la compréhension des phénomènes de transfert convectif en milieux poreux. Dans un second temps, nous nous sommes intéressés aux travaux concernant l'amélioration des échanges thermiques dans un canal horizontal en présence d'un cylindre poreux et non-poreux de section carrée en régime laminaire. Enfin, nous avons élaboré une synthèse bibliographique des travaux traitant les phénomènes des transferts massiques et thermiques dans un canal chauffé et ceux qui traitent l'évaporation d'un film liquide ruisselant.

Chapitre II : Simulation numérique

I. Introduction

Notre travail consiste à étudier l'écoulement en convection forcée autour d'un cylindre poreux de section carrée placé dans un canal horizontal. Un certain nombre d'hypothèses et de conditions aux limites seront adoptées pour simplifier la prédiction des champs thermiques et dynamiques.

Dans ce chapitre, deux parties seront considérées, la première sera réservée à la modélisation mathématique des transferts de chaleur convectifs en milieux poreux. Dans la seconde partie, nous abordons la discrétisation des équations adimensionnelles par la méthode des volumes finis ou nous développons un code de calcul FORTRAN pour la résolution de ces équations.

II-Modèle mathématique

1. Géométrie du problème

La géométrie du problème considéré est schématisée par la figure II.1. Elle consiste en un cylindre poreux de section carrée de hauteur h, placé dans un canal horizontal de longueur L et de hauteur H. A l'entrée du canal, l'air pénètre avec une vitesse U_0 à l'intérieur du canal. La distance entre l'entrée du canal et le cylindre est (L₁).



Figure II.1: Configuration géométrique.

2. Eléments mathématiques de base

La formulation mathématique des phénomènes de convection est constituée par l'équation de continuité, l'équation d'énergie, et l'équation de quantité de mouvement basée sur le modèle de Darcy-Brinkman-Forchheimer faisant apparaître les termes d'inertie et de viscosité (Vafai et Tien, [17]; Vafai et Sozen, 1990 [140]; Kaviany, [9]).

i-Equation de continuité

Cette équation est déduite du principe de conservation de la masse. Elle s'exprime sous forme tensorielle comme suit:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{1}{\epsilon} \frac{\partial}{\partial x_{j}} \left(\rho u_{j} \right) = 0 \tag{1}$$

(Où j=1, 2 : indice de sommation)

L'air est considéré comme étant un fluide incompressible (ρ =constante), l'équation (1)

devient alors : $\frac{1}{\epsilon} \frac{\partial u_j}{\partial x_i} = 0$ (2)

ii-Equations de la quantité de mouvement

Cette équation est déduite de la deuxième loi de la dynamique, qui stipule que la variation de la quantité de mouvement d'une particule fluide est égale à la somme des forces extérieures exercées sur cette particule. En adoptant le modèle de Darcy-Brinkman-Forchheimer faisant intervenir les termes d'inertie et de viscosité Hsu et Cheng, [106],Amiri and Vafai, [57], Jiang et al, [113] Alazmi and Vafai, [108],elle s'écrit sous forme tensorielle comme suit:

$$\frac{1}{\epsilon}\frac{\partial}{\partial t}(\rho u_{i}) + \frac{1}{\epsilon^{2}}\frac{\partial}{\partial x_{j}}(\rho u_{j}u_{i}) = g_{i} - \frac{\partial\rho}{\partial x_{i}} - (\frac{\mu}{K} + \frac{C_{f}\rho}{\sqrt{K}}|\vec{u}|)u_{i} + \frac{\partial}{\partial x_{j}}\left[\frac{\mu}{\epsilon}\left(\frac{\partial u_{i}}{\partial u_{j}} + \frac{\partial u_{j}}{\partial x_{j}}\right)\right]$$
(3)

L'équation (3) est l'équation de Navier - Stokes, qui représentent la conservation de la quantité de mouvement d'un fluide visqueux incompressible en régime transitoire. Le coefficient de Forchheimer et la perméabilité du milieu poreux sont donnés par Ergun [141] :

$$F_{c} = \frac{C_{f}}{\epsilon} = \frac{1.75}{\sqrt{150}\epsilon^{1.5}}$$
$$K = \frac{h^{2}\epsilon^{2}}{150(1-\epsilon)^{2}}$$

iii-Equation de l'énergie

L'équation de l'énergie est obtenue en appliquant le premier principe de la thermodynamique pour un fluide Newtonien incompressible. Elle s'écrit comme suit :

$$\rho c_{p} \left[\frac{\partial \theta}{\partial t} + \epsilon \frac{\partial}{\partial x_{j}} (u_{j} \theta) \right] = \frac{\partial}{\partial x_{j}} \left[\lambda \frac{\partial \theta}{\partial x_{j}} \right] + q + \mu \Phi$$
(4)

Où :

 θ : La température du fluide

 λ : La conductivité thermique.

C_p: La chaleur spécifique à pression constante.

 ρ : La masse volumique.

q: La génération de chaleur par unité de volume (densité de chaleur volumétrique).

 μ : La viscosité dynamique du fluide.

 Φ : La dissipation visqueuse.

iiii-Equation de transfert de matière

En général, le transfert de matière est analogue à celui de la chaleur. On applique le principe de la conservation de la matière à chaque composant dans le mélange.

$$\rho c_{p} \left[\frac{\partial c}{\partial t} + \epsilon \frac{\partial}{\partial x_{j}} (u_{j}c) \right] = \frac{\partial}{\partial x_{j}} \left[\lambda \frac{\partial c}{\partial x_{j}} \right] + q + \mu \Phi$$

Avec C est la fraction massique du fluide.

3. Equations dimensionnelles

3.1. Hypothèses

Dans la suite, nous allons adopter les hypothèses simplificatrices suivantes :

- Fluide Newtonien et visqueux
- Milieu continu
- Ecoulement bidimensionnel (suivant les coordonnées cartésiennes x et z)

- Régime laminaire
- La dissipation visqueuse est négligeable ($\mu \Phi = 0$) et pas de source de chaleur (q =0)
- L'approximation de Boussinesq est valide, elle consiste à considérer que les variations de la masse volumique sont négligeables au niveau de tous les termes des équations de quantité de mouvement (ρ₀=ρ), sauf au niveau du terme de gravité. La variation de ρ en fonction de la température est donnée comme suit:

$$\rho = \rho_0 [1 - \beta_\theta (\theta - \theta_0) - \beta_c (c - c_0)]$$
⁽⁵⁾

Où :

 β_{θ} et β_c sont présentés respectivement comme suit :

$$\begin{split} \beta_{\theta} &= -\frac{1}{\rho} \Big(\frac{\partial \rho}{\partial \theta} \Big)_{\mathrm{P.c}} \\ \beta_{\mathrm{c}} &= -\frac{1}{\rho} \Big(\frac{\partial \rho}{\partial \mathrm{c}} \Big)_{\mathrm{P.\theta}} \end{split}$$

 θ_0 : Température de référence du fluide.

 β : Le coefficient d'expansion thermique à pression constante.

 ρ_0 : Masse volumique du fluide à θ_0 à la concentration c_0

• Les propriétés physiques du fluide (μ , ν , c_p , λ) sont supposées constantes.

3.2. Forme dimensionnelle des équations

En tenant compte de toutes ces hypothèses, les équations dimensionnelles peuvent s'écrire comme suit :

à t = 0, u = w = 0,
$$\theta$$
 = 0

pourt>0, on a :

i-Equation de continuité

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial \mathbf{x}} + \frac{\partial \mathbf{w}}{\partial \mathbf{z}} = \mathbf{0} \tag{6}$$

ii – Equation de la quantité de mouvement suivant (ox)

$$\frac{\rho_0}{\epsilon} \frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\rho_0}{\epsilon^2} \frac{\partial}{\partial x} (uu) + \frac{1}{\epsilon^2} \frac{\partial}{\partial z} (wu) = -\frac{\partial p}{\partial x} - \frac{\mu}{K} u + \frac{C_f \rho_0}{\sqrt{K}} \sqrt{u^2 + w^2} u + \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\mu}{\epsilon} \frac{\partial u}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\mu}{\epsilon} \frac{\partial u}{\partial z} \right) (7)$$

Avec les conditions aux limites :

Suivant (ox)

à (x=0; 0<z<H); u= U_0 (à l'entrée du canal)

ax=L 0<z<H; $\frac{\partial u}{\partial x}=0$ (a la sortie du canal, régime établi)

Suivant (oz)

à z=0 et z=H 0 < x < L; u=0 (Parois solides)

iii- Equation de la quantité de mouvement suivant (oz)

$$\frac{\rho_0}{\epsilon} \frac{\partial w}{\partial t} + \frac{\rho_0}{\epsilon^2} \frac{\partial}{\partial x} (uw) + \frac{1}{\epsilon^2} \frac{\partial}{\partial z} (ww) = -\frac{\partial p}{\partial z} - \frac{\mu}{K} w + \frac{C_f \rho_0}{\sqrt{K}} \sqrt{u^2 + w^2} w + \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\mu}{\epsilon} \frac{\partial w}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\mu}{\epsilon} \frac{\partial w}{\partial z} \right)$$
(8)

Avec les conditions aux limites :

Suivant (ox)

à x=0 0 < z < H; w = 0(à l'entrée du canal)

à x = L
$$0 < z < H$$
; $\frac{\partial w}{\partial z} = 0$ (à la sortie du canal, régime établi)

Suivant (oz)

À
$$z=0$$
 et $z=H$ 0w=0(Parois solides)

iiii -Equation de l'énergie

$$\rho_0 c_p \left[\frac{\partial \theta}{\partial t} + \epsilon \frac{\partial}{\partial x} (u\theta) + \epsilon \frac{\partial}{\partial z} (w\theta) \right] = \frac{\partial}{\partial x} \left(\lambda \frac{\partial \theta}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\lambda \frac{\partial \theta}{\partial z} \right)$$
(9)

Equation de transfert de matière

$$\rho_0 c_p \left[\frac{\partial c}{\partial t} + \epsilon \frac{\partial}{\partial x} (uc) + \epsilon \frac{\partial}{\partial z} (wc) \right] = \frac{\partial}{\partial x} \left(\lambda \frac{\partial c}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\lambda \frac{\partial c}{\partial z} \right)$$
(10)

Cas1:

Dans un premier temps, le cylindre est maintenu à une température constante θ_c . Les deux parois horizontales inférieure et supérieure du canal sont adiabatiques et le fluide à l'entrée du canal est à la température ambiante θ_0 , alors on a :

Suivant (ox) : à x = 0 0 < z < H; $\theta = \theta_0$ (à l'entrée du canal)

à x = L 0 < z < H; $\frac{\partial \theta}{\partial z} = 0$ (à la sortie du canal, régime établi) Suivant (oz) : à z = 0 et z = H 0 < x < L; $\frac{\partial \theta}{\partial z} = 0$ (Parois adiabatiques) Cas2 :

Dans un second temps, les deux parois horizontales inférieure et supérieure du canal sont chauffées par un flux imposé à la paroi. Dans notre travail nous adoptons l'équation proposée par Jiang et al, [113], où il a validé cette condition par un travail expérimental dans le cas d'un canal horizontal, avec des conditions semblables à celles adoptées dans cette étude. Concernant la vitesse, la condition d'adhérence sera imposée.

Suivant (oz): à z = 0 et z = H 0 < x < L; $q = -\lambda \left(\frac{\partial \theta}{\partial z}\right)$

4. Forme adimensionnelle des équations

La forme adimensionnelle est utilisée afin de trouver des solutions générales aux problèmes physiques indépendamment des systèmes de mesure. Elle permet aussi la simplification de la résolution des systèmes d'équations et la réduction des paramètres physiques. Pour faire apparaître les paramètres de contrôle du problème étudié, il est nécessaire d'introduire des grandeurs de référence.

- ♦ Grandeurs caractéristiques
 - h : hauteur caractéristique
 - U₀ : vitesse caractéristique
 - h/U₀ : temps caractéristique
 - ρU_0^2 : pression caractéristique
 - $\theta_{\rm C} \theta_0$ (cas1) : température caractéristique
 - $\frac{qh}{\lambda}$ (cas2) : température caractéristique

Avec θ_{C} est la température du cylindre

♦ Variables adimensionnelles

$$X = \frac{x}{H}; \ Z = \frac{z}{H}; \ \tau = \frac{t}{\frac{h}{U_0}}; \ U = \frac{u}{U_0}; \ W = \frac{w}{U_0}; \ P = \frac{p - p_0}{\rho {U_0}^2}; \ C = \frac{c - c_0}{c_c - c_0}$$

$$T = \frac{\theta - \theta_0}{\theta c - \theta_0} (cas1); \ T = \frac{\theta - \theta_0}{\frac{qh}{\lambda}} (cas2)$$

Après substitution des variables adimensionnelles dans les équations du modèle mathématique et dans les conditions aux limites on obtient le système d'équations adimensionnelles suivant :

à $\tau=0$, U = W = T = 0 dans la région fluide

Pour $\tau > 0$, on a :

* Equation de continuité

$$\frac{\partial U}{\partial x} + \frac{\partial W}{\partial z} = 0 \tag{11}$$

* Equation de la quantité de mouvement suivant (ox)

 $\frac{1}{\epsilon}\frac{\partial U}{\partial \tau} + \frac{U}{\epsilon^2}\frac{\partial U}{\partial X} + \frac{W}{\epsilon^2}\frac{\partial U}{\partial Z} = -\frac{\partial P}{\partial X} - \frac{U}{\text{Re.Da}} + \frac{C_f}{\sqrt{\text{Da}}}\left(\sqrt{U^2 + W^2}\right)U + \frac{1}{\epsilon \text{Re}}\left(\frac{\partial^2 U}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial Z^2}\right)(12)$

* Equation de la quantité de mouvement suivant (oz)

$$\frac{1}{\epsilon}\frac{\partial W}{\partial \tau} + \frac{U}{\epsilon^2}\frac{\partial W}{\partial X} + \frac{W}{\epsilon^2}\frac{\partial W}{\partial Z} = -\frac{\partial P}{\partial Z} - \frac{W}{\text{Re.Da}} + \frac{C_f}{\sqrt{\text{Da}}}\left(\sqrt{U^2 + W^2}\right)W + \frac{1}{\epsilon \text{Re}}\left(\frac{\partial^2 W}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 W}{\partial Z^2}\right)$$
(13)

* Equation de l'énergie

$$\frac{\partial T}{\partial \tau} + \frac{U}{\epsilon} \frac{\partial T}{\partial X} + \frac{W}{\epsilon} \frac{\partial T}{\partial Z} = \frac{1}{\text{Re Pr}} \left(\frac{\partial^2 T}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial Z^2} \right)$$
(14)

* Equation de transfert de matière

$$\frac{\partial C}{\partial \tau} + \frac{U}{\epsilon} \frac{\partial C}{\partial X} + \frac{W}{\epsilon} \frac{\partial C}{\partial Z} = \frac{1}{\text{Re Sc}} \left(\frac{\partial^2 C}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 C}{\partial Z^2} \right)$$
(15)

Nombres adimensionnels

- Nombre de Prandtl : $\Pr = \frac{v}{\alpha}$
- •Nombre de Reynolds : Re = $\frac{U_0.H}{v}$
- •Nombre de Schmidt : $Sc = \frac{D}{N}$
- •Nombre de Darcy : $Da = \frac{K}{h^2}$

•La porosité

: $\mathcal{E} = \frac{\text{Volume des pores dumilieu poreux}}{\text{Volumetotal dumilieu poreux}}$

Pour $\tau > 0$, les conditions aux limites sous forme adimensionnelle sont données par la figure (II.2).



Figure II.2 : Conditions aux limites sous forme adimensionnelle.

III-Méthode Numérique

1. Introduction

Cette partie porte sur l'élaboration d'un programme de résolution numérique des équations de Navier-Stokes régissant la dynamique de l'écoulement plan d'un fluide incompressible autour d'un cylindre poreux. Les écoulements de fluides sont décrits par le système d'équations aux dérivées partielles. Ainsi, tous les phénomènes physiques sont régis par ce système formé par les équations de continuité, de quantité de mouvement et d'énergie, qu'il convient de résoudre pour connaître les caractéristiques du champ thermique et du champ d'écoulement.

Malheureusement, il est presque impossible de trouver une solution analytique à de tel système du fait qu'ils sont fortement non – linéaires. Le recourt aux résolutions numériques s'impose alors. Pour obtenir une solution numérique du problème étudié, on doit transformer les équations différentielles du modèle mathématique au moyen d'un processus de discrétisation en un format facile pour le processus numérique. Ce format n'est autre que le système d'équations algébriques obtenu après la discrétisation.

2. Choix de la méthode numérique

Plusieurs méthodes numériques de résolution ont été élaborées. Parmi les techniques et/ou les méthodes de discrétisation les plus fréquemment utilisées dans les problèmes d'écoulements et de transferts thermiques, on peut citer la méthode des volumes finis, la méthode des éléments finis et les méthodes spectrales. Ces méthodes permettent de transformer le système d'équations aux dérivées partielles en un système d'équations algébriques

Pour la présente étude, nous avons choisi la méthode des volumes finis, qui présente de multiples avantages. En effet, elle est simple à implémenter et elle garantit la conservation de la masse et de la quantité de mouvement dans chaque volume de contrôle et dans tout le domaine de calcul Patankar, 1980 [142].

Le principe de la méthode des volumes finis consiste à intégrer les équations de transport sur un ensemble discret de volumes finis jointifs, appelés volumes de contrôle, couvrant le domaine physique. Le résultat de la discrétisation en un point est une équation algébrique liant la valeur d'une variable aux valeurs des variables des points voisins.

3. Traitement du couplage pression-vitesse

La résolution des équations de Navier-stokes pose le problème du traitement du couplage pression-vitesse, la difficulté réside dans le fait de calculer un champ de pression donnant un champ de vitesse qui vérifie l'équation de continuité sans disposer d'équation traduisant de manière explicite la pression. Il existe deux catégories de méthodes permettant de pallier cette difficulté.

La première méthode est la formulation vorticité-fonction de courant qui consiste à éliminer la pression. Cette méthode est couramment utilisée car elle conduit à un système facilement traitable par les méthodes numériques classiques avec vérification implicite de l'équation de continuité à chaque itération. Ses inconvénients majeurs sont le coût de son extension à des problèmes tridimensionnels et la difficulté d'avoir des conditions aux limites pour le rotationnel.

La deuxième classe de méthodes consiste à résoudre le problème en variables primitives : vitesse et pression, dans cette seconde classe on peut citer :

- La méthode de compressibilité artificielle développée par E. Arquis[143]
- La méthode de projection développée par Chorin[144] et Temam [145]
- La méthode PISO développée par H-Boisson et S.L.Estivalez [146]
- La méthode SIMPLER développée par Patankar [147]

Toutes ces méthodes s'appuient sur une formulation en volumes finis pour la discrétisation spatiale. Dans le programme de calcul utilisé, la résolution des équations de Navier-Stokes est réalisée par la méthode de projection.

4. Méthode de projection

A la fin des années soixante, Chorin (1968) [144] et Temam (1969) [145] ont introduit la méthode de projection comme méthode efficace pour la résolution des équations de Navier Stokes écrites en variables primitives. Fortin et al. (1971) [148] ont ensuite proposé une version explicite de cette méthode. C'est une méthode de marche en temps à pas fractionnaires visant à découpler la vitesse et la pression (stratégie de prédiction-correction). Dans une première étape, on résout l'équation de quantité de mouvement pour déterminer un champ de vitesse intermédiaire \vec{V}^* . Ce champ ne vérifie pas la condition d'incompressibilité, et

il est donc nécessaire de le projeter dans un espace où les champs de vecteurs sont à divergence nulle pour obtenir un champ corrigé U^{n+1} .

Cette méthode est basé sur le théorème de Hodge–Helmholtz, Soit un champ vectoriel de classe C¹(Ω , R³)dans le quel Ω est soit un domaine compact et connexe (domaine d'un seul morceau)de frontière $\partial \Omega$ supposée régulière (ou régulière par morceaux), soit R³ lui-même. Alors il existe un champ vectoriel \vec{A} et un champ scalaire ψ définis sur Ω tels que :

$$\vec{V}^* = \overrightarrow{\text{rot}} \vec{A} - \overrightarrow{\text{grad}} \psi$$

Si le champ \vec{V} est solénoïdal(∇ . $\vec{V} = 0$), alors il dérive d'un potentiel vecteur : il existe un champ vectoriel \vec{A} tel que :

$$\vec{V} = \vec{rot}\vec{A}$$

Le champ de vitesseV^{*}, obtenu à t_{n+1}, n'est pas à divergence nulle. Cependant on peut définir le champ de vitesse solénoïdal V_{n+1} que l'on souhaite déterminer d'après la décomposition de Hodge–Helmholtz :

(1)
$$V^{n+1} = V^* - \nabla \psi$$

Pour calculer ψ , on reprend les équations de Navier–Stokes utilisées :

$$(2) \begin{cases} \frac{1}{\epsilon} \frac{\partial \vec{V}}{\partial \tau} + \frac{1}{\epsilon^2} (\vec{V} \cdot \nabla) \vec{V} = -\nabla \vec{P} - \frac{V}{\text{Re.Da}} + \frac{C_{\text{f}}}{\sqrt{\text{Da}}} \| \vec{V} \| \vec{V} + \frac{1}{\epsilon \text{ Re}} \Delta \vec{V} \\ \nabla \cdot \vec{V} = 0 \end{cases}$$

Où V et p sont respectivement le vecteur vitesse et la pression

Soit à résoudre le système suivant par la méthode de projection :

(3)
$$\begin{cases} \frac{1}{\epsilon} \frac{\partial \vec{V}}{\partial \tau} + NL = -\nabla \vec{P} + \frac{1}{\epsilon \operatorname{Re}} \Delta \vec{V} \\ \nabla \cdot \vec{V} = 0 \end{cases}$$

On discrétise ce système comme suit :

(4)
$$\begin{cases} \frac{3V^{n+1}-4V^{n}+V^{n-1}}{2\epsilon\Delta\tau} + NL^{n+1} = -\nabla P^{n+1} + \frac{1}{\epsilon \operatorname{Re}}\Delta V^{n+1} \\ \nabla V^{n+1} = 0 \end{cases}$$

Dans l'étape de prédiction, on utilise le champ de pression P^n défini de manière explicite (calculé au temps précédent) pour déterminer un champ de vitesse préditV^{*}. Ce qui nous ramène à résoudre le système suivant :

(5)
$$\begin{cases} \frac{3V^* - 4V^n + V^{n-1}}{2 \epsilon \Delta \tau} + NL^{n+1} = -\nabla P^{n+1} + \frac{1}{\epsilon \operatorname{Re}} \Delta V^* \\ \nabla V^{n+1} = 0 \end{cases}$$

En soustrayant les deux équations (5) on obtient :

(6)
$$\begin{cases} \frac{3(V^{n+1}-V^*)}{2 \epsilon \Delta \tau} = -\nabla (P^{n+1}-P^n) + \frac{1}{\epsilon \operatorname{Re}} \Delta (V^{n+1}-V^*) \\ \nabla V^{n+1} = 0 \end{cases}$$

La seconde étape de la méthode de projection consiste à projeter la solution V^{*} sur l'espace de vecteurs à divergence nulle ∇ . Vⁿ⁺¹ = 0.

(7)
$$\begin{cases} \frac{3\nabla . V^*}{2 \epsilon \Delta \tau} = \Delta (P^{n+1} - P^n) + \frac{1}{\epsilon \operatorname{Re}} \Delta (\nabla . V^*) \\ \nabla . V^{n+1} = 0 \end{cases}$$

L'application de la contrainte d'incompressibilité conduit à un problème de Poisson

(8)
$$\begin{cases} \Delta \Phi = \frac{3\nabla . V^*}{2 \epsilon \Delta \tau} \\ \text{avec} \quad \Phi = P^{n+1} - P^n + \frac{1}{\epsilon \operatorname{Re}} \nabla . V^* \end{cases}$$

La résolution de l'équation de Poisson avec les conditions aux limites qui conviennent admet la mise à jour du champ de vitesse à divergence nulle et du champ de pression simultanément en utilisant les expressions suivantes :

(9)
$$\begin{cases} P^{n+1} = P^n + \Phi - \frac{1}{\epsilon \operatorname{Re}} \nabla . V^* \\ V^{n+1} = V^* - \Delta \tau \nabla \Phi \end{cases}$$

Une fois l'équation (8) résolue, il ne reste plus qu'à déduire la vitesse V^{n+1} de l'équation (9). On note que Φ est un champ scalaire qui tient de ψ à un coefficient $\Delta \tau$ près.

5. Discrétisation des équations

5.1. Discrétisation temporelle

La discrétisation temporelle repose sur un schéma de type euler retardé d'ordre deux (ou Backward Differentiation Formula – BDF2). Si on suppose le pas de temps d'intégration numérique $\Delta \tau$ constant, ce schéma s'écrit de la façon suivante :

$$\left(\frac{\partial U}{\partial \tau}\right)^{N+1} = \frac{3U^{N+1} - 4U^{n} + U^{N-1}}{2\Delta \tau} + O(\Delta \tau^{2})$$

Afin de relaxer la contrainte de stabilité numérique sur le pas de temps, nous utilisons une version semi-implicite des équations de Navier-Stokes. Elle consiste à traiter explicitement les termes convectifs (non linéaires) et implicitement les termes diffusifs dans les équations de Navier-Stokes et d'énergie.

L'application de ce schéma au système d'équations (12) - (15) donne :

$$\frac{1}{\epsilon} \frac{3U^{N+1} - 4U^{N} + U^{N-1}}{2\Delta\tau} + 2\left(\frac{U}{\epsilon^{2}}\frac{\partial U}{\partial X} + \frac{W}{\epsilon^{2}}\frac{\partial U}{\partial Z}\right)^{N} - \left(\frac{U}{\epsilon^{2}}\frac{\partial U}{\partial X} + \frac{W}{\epsilon^{2}}\frac{\partial U}{\partial Z}\right)^{N-1} = -\left(\frac{\partial P}{\partial X}\right)^{N} + \frac{1}{\epsilon \operatorname{Re}}\left(\frac{\partial^{2}U}{\partial X^{2}} + \frac{\partial^{2}U}{\partial Z^{2}}\right)^{N+1}$$
(21)

$$\frac{1}{\epsilon} \frac{3W^{N+1} - 4W^{N} + W^{N-1}}{2\Delta\tau} + 2\left(\frac{U}{\epsilon^{2}}\frac{\partial W}{\partial X} + \frac{W}{\epsilon^{2}}\frac{\partial W}{\partial Z}\right)^{N} - \left(\frac{U}{\epsilon^{2}}\frac{\partial W}{\partial X} + \frac{W}{\epsilon^{2}}\frac{\partial W}{\partial Z}\right)^{N-1} = \left(\frac{\partial P}{\partial Z}\right)^{N} + \frac{1}{\epsilon Re}\left(\frac{\partial^{2}U}{\partial X^{2}} + \frac{\partial^{2}U}{\partial Z^{2}}\right)^{N+1}$$
(22)

$$\frac{1}{\epsilon} \frac{3T^{N+1} - 4T^N + T^{N-1}}{2\Delta\tau} + 2\left(\frac{U}{\epsilon}\frac{\partial T}{\partial X} + \frac{W}{\epsilon}\frac{\partial T}{\partial Z}\right)^N - \left(\frac{U}{\epsilon}\frac{\partial T}{\partial X} + \frac{W}{\epsilon}\frac{\partial T}{\partial Z}\right)^{N-1} = \frac{1}{\operatorname{Re}\operatorname{Pr}}\left(\frac{\partial^2 T}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial Z^2}\right)^{N+1}$$
(23)

$$\frac{1}{\epsilon} \frac{3C^{N+1} - 4C^N + C^{N-1}}{2\Delta\tau} + 2\left(\frac{U}{\epsilon}\frac{\partial C}{\partial x} + \frac{W}{\epsilon}\frac{\partial C}{\partial z}\right)^N - \left(\frac{U}{\epsilon}\frac{\partial C}{\partial x} + \frac{W}{\epsilon}\frac{\partial C}{\partial z}\right)^{N-1} = \frac{1}{\operatorname{Re}\operatorname{Pr}}\left(\frac{\partial^2 C}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 C}{\partial z^2}\right)^{N+1}$$
(24)

Avec :

• N et N+1 correspondant aux incréments du temps τ et τ + $\Delta \tau$ respectivement

• HELM =
$$\frac{3}{2\Delta\tau}$$

Ce qui nous conduit à la résolution d'une équation de type Helmholtz pour chacune des composantes de vitesse :

$$\begin{pmatrix} I_{d} - \frac{\text{HELM}}{\epsilon \text{Re}} \frac{\partial^{2}}{\partial Z^{2}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I_{d} - \frac{\text{HELM}}{\epsilon \text{Re}} \frac{\partial^{2}}{\partial X^{2}} \end{pmatrix} U^{N+1} = \text{HELM.} \begin{pmatrix} \frac{U}{\epsilon^{2}} \frac{\partial U}{\partial X} + \frac{W}{\epsilon^{2}} \frac{\partial U}{\partial Z} \end{pmatrix}^{N-1} - 2. \text{ HELM.} \begin{pmatrix} \frac{U}{\epsilon^{2}} \frac{\partial U}{\partial X} + \frac{W}{\epsilon^{2}} \frac{\partial U}{\partial Z} \end{pmatrix}^{N-1} \\ \begin{pmatrix} \frac{W}{\epsilon^{2}} \frac{\partial U}{\partial Z} \end{pmatrix}^{N} - \text{HELM.} \begin{pmatrix} \frac{\partial P}{\partial X} \end{pmatrix}^{N} + \frac{4 U^{N} - U^{N-1}}{3\epsilon}$$

$$(25)$$

$$\begin{pmatrix} I_{d} - \frac{\text{HELM}}{\epsilon \text{Re}} \frac{\partial^{2}}{\partial Z^{2}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I_{d} - \frac{\text{HELM}}{\epsilon \text{Re}} \frac{\partial^{2}}{\partial X^{2}} \end{pmatrix} W^{N+1} = \text{HELM.} \begin{pmatrix} \frac{U}{\epsilon^{2}} \frac{\partial U}{\partial X} + \frac{W}{\epsilon^{2}} \frac{\partial U}{\partial Z} \end{pmatrix}^{N-1} - 2. \text{ HELM.} \begin{pmatrix} \frac{U}{\epsilon^{2}} \frac{\partial W}{\partial X} + \frac{W}{\epsilon^{2}} \frac{\partial U}{\partial Z} \end{pmatrix}^{N} \\ \frac{W}{\epsilon^{2}} \frac{\partial W}{\partial Z} \end{pmatrix}^{N} - \text{HELM.} \begin{pmatrix} \frac{\partial P}{\partial Z} \end{pmatrix}^{N} + \text{HELM.} \text{ RiT}^{N} + \frac{4 W^{N} - W^{N-1}}{3\epsilon}$$

$$(23)$$

$$\begin{pmatrix} I_{d} - \frac{\text{HELM}}{\epsilon \text{Re}} \frac{\partial^{2}}{\partial Z^{2}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I_{d} - \frac{\text{HELM}}{\epsilon \text{Re}} \frac{\partial^{2}}{\partial X^{2}} \end{pmatrix} T^{N+1} = \text{HELM.} \begin{pmatrix} \frac{U}{\epsilon^{2}} \frac{\partial T}{\partial X} + \frac{W}{\epsilon^{2}} \frac{\partial T}{\partial Z} \end{pmatrix}^{N-1} - 2 \text{HELM} \begin{pmatrix} \frac{U}{\epsilon^{2}} \frac{\partial T}{\partial X} + \frac{W}{\epsilon^{2}} \frac{\partial T}{\partial Z} \end{pmatrix}^{N} + \\ \frac{4 T^{N} - T^{N-1}}{3\epsilon} \end{pmatrix}$$

$$(24)$$

$$\left(I_{d} - \frac{\text{HELM}}{\epsilon \text{Re}} \frac{\partial^{2}}{\partial Z^{2}} \right) \left(I_{d} - \frac{\text{HELM}}{\epsilon \text{Re}} \frac{\partial^{2}}{\partial X^{2}} \right) C^{N+1} = \text{HELM} \cdot \left(\frac{U}{\epsilon^{2}} \frac{\partial C}{\partial X} + \frac{W}{\epsilon^{2}} \frac{\partial C}{\partial Z} \right)^{N-1} - 2\text{HELM} \left(\frac{U}{\epsilon^{2}} \frac{\partial C}{\partial X} + \frac{W}{\epsilon^{2}} \frac{\partial C}{\partial Z} \right)^{N} + \frac{4 C^{N} - C^{N-1}}{3\epsilon}$$

$$(25)$$

5.2. Discrétisation spatiale

La discrétisation spatiale des équations est effectuée par la méthode des volumes finis. Elle est faite sur un maillage décalé à l'aide d'un schéma centré.

5.2.1 Formulation en volume de contrôle

La modélisation numérique repose sur la discrétisation des équations de conservation sur un maillage décalé. L'idée de base de cette méthode consiste à couvrir le domaine par plusieurs cellules régulières appelées volumes de contrôle. L'équation différentielle est alors intégrée sur chaque volume de contrôle, pour nous donner des équations discrétisées. Le principe de conservation est alors assuré pour chaque volume de contrôle et par suite il est vérifié pour tout le domaine.

5.2.2 Maillage

La représentation discrète des champs de vitesse et de pression est réalisée sur un maillage décalé. Ces deux grandeurs pression et vitesse sont définies sur son propre maillage et les maillages se trouvent décalés les uns par rapport aux autres d'une demi-maille suivant une direction particulière. En l'occurrence, la pression P est résolue au centre de la maille, tandis que les composantes de la vitesse (ici U et W) sont localisées au centre des interfaces de la maille.



FigureII.3 – Positions des composantes de vitesse U (rouge), V (bleu) et de la pression (noir) sur la grille de calcul.

Cette formulation présente l'énorme avantage d'assurer la concordance des opérateurs gradient, divergence et laplacien discrétisés à l'ordre 2 et de respecter ainsi les relations

vectorielles qui les relient. Il en résulte intrinsèquement une meilleure stabilité numérique de la méthode de prédiction-projection par rapport à une discrétisation sur maillage colocatif (toutes les grandeurs sont définies aux mêmes points de discrétisations d'un maillage unique).

Les équations sont discrétisées sur trois types de maillages. Un maillage principal pour les variables scalaires et deux maillages décalés horizontalement pour la composante U de la vitesse (figure 4) et verticalement pour la composante V (figure 5).

Le domaine est recouvert d'une grille rectangulaire. Chaque point du domaine physique stockant une grandeur scalaire ou vectorielle vérifie les équations différentielles du modèle mathématique. Pour projeter ces équations sur le domaine, on subdivise ce dernier en un nombre de volumes finis, localisés à l'aide d'indices **i** et **j**, et en chaque milieu de chaque volume on considère les points.

Le point **P** est le centre du volume de contrôle alors que les points **E**, **W**, **N** et **S** sont les centres des volumes de contrôle adjacents, situés respectivement à l'est, à l'ouest, au nord et au sud du centre P (figure 6). Les centres des facettes du volume de contrôle sont les points **e**, **w**, **n** et **s**. Chaque volume de contrôle a une dimension $\Delta X \times \Delta Z$. Au centre de chaque volume de contrôle sont stockées les variables scalaires (**p** et θ), par contre pour les quantités vectorielles (les vitesses **U** et **V**), elles sont localisées sur les faces du volume de contrôle.





FigureII.4 : Volume de contrôle décalé vers la droite pour les composantes horizontales de la vitesse.

Figure II.5 : Volume de contrôle décalé vers le hautpour les composantes verticales de la vitesse.

5.2.3 Discrétisation des équations

Après avoir subdiviser le domaine de calcul en un nombre fini de volume élémentaire, l'étape suivante consiste à discrétiser les différentes équations sur les volumes de contrôle correspondants à chaque variable inconnue.



Figure II.6 : Volume de contrôle typique.

Equation de continuité :

La discrétisation spatiale de l'équation de continuité s'écrit sous la forme suivante : $(U_e + U_w)\Delta z + (W_n + W_s)\Delta x = 0$ Equation de la quantité de mouvement

La discrétisation du terme de diffusion s'effectue de la manière suivante :

$$DIFF (U^{n+1}) = \iint \left(\frac{\partial^2 U^{n+1}}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 U^{n+1}}{\partial Z^2}\right) dZ dX$$
$$= \iint \frac{\partial}{\partial X} \left(\frac{\partial U^{n+1}}{\partial X}\right) dX dZ + \iint \frac{\partial}{\partial Z} \left(\frac{\partial U^{n+1}}{\partial Z}\right) dZ dX$$
$$= \left\{\frac{\partial U^{n+1}}{\partial X}\Big|_e - \frac{\partial U^{n+1}}{\partial X}\Big|_w\right\} \Delta z + \left\{\frac{\partial U^{n+1}}{\partial Z}\Big|_n - \frac{\partial U^{n+1}}{\partial Z}\Big|_s\right\} \Delta x$$
$$= \left\{\frac{U^{n+1} E^{-} U^{n+1} P}{\Delta x} - \frac{U^{n+1} P^{-} U^{n+1} W}{\Delta x}\right\} \Delta z + \left\{\frac{U^{n+1} N^{-} U^{n+1} P}{\Delta z} - \frac{U^{n+1} P^{-} U^{n+1} S}{\Delta z}\right\} \Delta x$$
$$= \frac{\Delta z}{\Delta x} \left[U_{E}^{n+1} - 2U_{P}^{n+1} + U_{W}^{n+1}\right] + \frac{\Delta x}{\Delta z} \left[U_{N}^{n+1} - 2U_{P}^{n+1} + U_{S}^{n+1}\right]$$

Les termes diffusif relatifs à la composante verticale W de la vitesse sont discrétisés de la même manière que celle relative à la composante horizontale u. Ils s'écrivent :

$$\int \Delta W^{n+1} \, dX dZ = \frac{\Delta z}{\Delta x} \left[W_E^{n+1} - 2W_p^{n+1} + W_w^{n+1} \right] + \frac{\Delta x}{\Delta z} \left[W_N^{n+1} - 2W_p^{n+1} + W_S^{n+1} \right]$$

La discrétisation du terme de convection s'effectue de la manière suivante :

$$CONV(U) = \int \left(U \frac{\partial U}{\partial X} + W \frac{\partial U}{\partial Z} \right) dZ dX$$
$$= \int \left(\frac{\partial (UU)}{\partial X} + \frac{\partial (WU)}{\partial Z} \right) dZ dX$$
$$= \{ UU|_{e} - UU|_{w} \} \Delta z + \{ WU|_{n} - WU|_{s} \} \Delta x$$

Les termes convectifs relatifs à la composante verticale W

$$\int U\nabla V \, dX \, dZ = \{UW|_e - UW|_w\} \Delta z + \{WW|_n - WW|_s\} \Delta x$$

Le terme convectif est discrétisé par le schéma Quick «Quadratic Upwind Interpolation Convective Kinematics » introduit par Leonard et al. en (1979) [149]. Ce schéma a subi des testes approfondis lors de la simulation d'écoulements pour différents problèmes au cours des dernières décennies, et a permis d'aboutir à des solutions précises.

5.2.4Forme finale des équations discrétisées

L'intégration du terme source $S\Phi$ est obtenue en supposant qu'il est uniforme sur le volume de contrôle. Notons ici que le terme source est évalué au centre du volume de contrôle. D'autre part, les termes sources sont la plupart du temps, non linéaires et dépendant de la variable Φ (U,W,T OU C). La discrétisation basée sur la méthode des volumes finis a permis d'obtenir des systèmes linéaires qui peuvent se mettre sous la forme générale :

$$a_P \Phi_P = a_E \Phi_E + a_W \Phi_W + a_N \Phi_N + a_S \Phi_S + S_u$$

Où a_P , a_W , a_N , a_S a_E sont les coefficients aux nœuds voisins et S_u est le terme source. Pour U et W, Les coefficients sont les mêmes et ils sont donnés par :

$$a_{P} = 1 + 2. \frac{\text{HELM}}{\epsilon \text{Re}} \left(\alpha + \frac{1}{\alpha} \right)$$
$$a_{E} = a_{w} = \alpha \frac{\text{HELM}}{\epsilon \text{Re}}$$
$$a_{N} = a_{S} = \frac{1}{\alpha} \frac{\text{HELM}}{\epsilon \text{Re}}$$

Avec $\alpha = \frac{\Delta x}{\Delta z}$ et HELM $= \frac{2.\Delta \tau}{3}$

On remarque que : $a_P = a_E + a_W + a_N + a_S + 1$

Conclusion

Dans ce chapitre, les équations régissant l'écoulement bidimensionnel convectif dans un canal horizontal en présence d'un cylindre ont été formulées en variables primitives. Pour un certain nombre d'hypothèses simplificatrices et de conditions aux limites, nous avons résolu les équations de Navier Stockes, de continuité, de chaleur et de masse dans le canal couplées à l'équation de Darcy Brinkman Forchheimer dans le matériau poreux. La méthode des volumes finis a été utilisée pour la discrétisation spatiale des équations, alors que la discrétisation temporelle a été faite par un schéma du type Adams-Bashforth d'ordre deux.

Transferts thermiques dans un canal horizontal en présence d'un cylindre

Introduction

L'écoulement autour d'un cylindre chauffé placé dans un canal horizontal a été largement étudié numériquement et expérimentalement depuis plusieurs décennies. Vu l'intérêt que présente ce problème dans divers applications d'ingénierie moderne telle que les aubes de turbines, les faisceaux de tubes dans les échangeurs de chaleur, le refroidissement des équipements électroniques et les réacteurs nucléaires, il y a eu un regain d'intérêt pour ce type de configuration. Le but de ce chapitre est double : il permet d'une part de valider le code de calcul pour ce type de configurations et d'autre part de fournir des résultats de référence servant à comparer les améliorations possibles dans le cas où les parois du canal sont mouillées et soumises à un flux de chaleur de densité constante.

I - Étude du cylindre solide

1. Position du Problème

La configuration géométrique étudiée est schématisée sur la Figure III.1. Il s'agit d'un écoulement autour d'un cylindre fixe de section carrée de hauteur h, placé dans un canal horizontal de largueur L=50h et de hauteur H=8h. Le rapport de blocage est égal à h/H = 1/8.

Outre les équations de Navier-Stokes, une équation d'énergie doit être introduite pour décrire les phénomènes de transferts dans la configuration étudiée. Ces équations écrites sous forme adimensionnelle, peuvent se mettre sous la forme suivante

$$\frac{\partial U}{\partial x} + \frac{\partial W}{\partial z} = 0 \tag{26}$$

$$\frac{\partial U}{\partial \tau} + U \frac{\partial U}{\partial X} + W \frac{\partial U}{\partial Z} = -\frac{\partial P}{\partial X} + \frac{1}{Re} \left(\frac{\partial^2 U}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial Z^2} \right)$$
(27)

$$\frac{\partial W}{\partial \tau} + U \frac{\partial W}{\partial X} + W \frac{\partial W}{\partial Z} = -\frac{\partial P}{\partial Z} + \frac{1}{\text{Re}} \left(\frac{\partial^2 W}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 W}{\partial Z^2} \right) + \text{Ri T}$$
(28)

$$\frac{\partial T}{\partial \tau} + U \frac{\partial T}{\partial X} + W \frac{\partial T}{\partial Z} = \frac{1}{\text{Re Pr}} \left(\frac{\partial^2 T}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial Z^2} \right)$$
(29)

Les variables sans dimension sont définies comme suit :

$$(X, Z) = \frac{(x,z)}{H}$$
(30)

$$\tau = \frac{t}{H/U_0}$$
(31)

$$(U, W) = \frac{(u,w)}{U_0}$$
(32)

$$r = \frac{\theta - \theta_0}{\theta c - \theta_0}$$
(9)

$$\nu^* = \frac{\nu}{\nu_{air}} = 1$$
(10)

Les nombres adimensionnels qui apparaissent sont :

$$Pr = \frac{v}{\alpha}$$
(34)
$$Re = \frac{U_0 \cdot H}{v}$$
(35)

$$Gr = \frac{g\beta(\theta_C - \theta_0)H^3}{v^2} \qquad (36) \qquad Ri = \frac{Gr}{Re^2} \qquad (37)$$



Figure III.1 : Configuration géométrique pour le cas du cylindre plein.

Les conditions aux limites seront les suivantes :

| À l'entrée du canal $(x = 0)$: | $U=1, W=0, T_C=0$ | (38) |
|---------------------------------|-------------------|------|
|---------------------------------|-------------------|------|

| À la sortie du canal($x = 0$): | $\frac{\partial 0}{\partial x} = 0, \ \frac{\partial W}{\partial x} = 0, \ \frac{\partial T}{\partial x} = 0$ | (39) |
|----------------------------------|---|------|
| | 300 | |

Sur les parois (z = H):
$$U=0, W=0, \frac{\partial I}{\partial Z}=0$$
 (40)

2. Caractéristiques de champ dynamique

Dans la littérature, ce genre de problème a été largement étudié expérimentalement (Roshko, 1954, Bloor 1964, Williamson 1996, Okajima et al. 1997) et également numériquement (Braza et al., 1986, Sohankar et al.1996, Breuer et al.2000, Ma. Karniadakis, 2002,

Dhiman et al.2008). Trois régimes d'écoulements autour du cylindre sont observés suivant la valeur du nombre de Reynolds :

- un écoulement rampant lorsque le nombre de Reynolds est Re ≤ 5
- un écoulement stationnaire pour les nombres de Reynolds compris entre $5 \le \text{Re} \le 60$
- un écoulement instationnaire pour les nombres de Reynolds Re> 60

Dans la suite, notre code de calcul doit être capable de retrouver ces trois régimes d'écoulement et permettre la détermination du nombre de Reynolds critique.

a. Ecoulement rampant :

Pour un nombre de Reynolds Re \leq 5, l'écoulement est dit rampant. Les forces de viscosité sont prépondérantes. Les lignes de courant épousent presque parfaitement le contour de l'obstacle et l'écoulement est quasiment non-décollé. L'écoulement est alors symétrique par rapport aux axes du cylindre : l'axe vertical et l'axe longitudinal. Sur la figure III. 2, on compare les lignes de courant autour du cylindre lorsque le nombre de Reynolds est égal à Re = 1. On remarque que la structure de l'écoulement donnée par notre code de calcul est presque identique à celle trouvée par Breuer et al. [40].



(M. Breuer et al. [40])

(Présent travail)

Figure III.2 : Une partie des lignes de courant autour du cylindre lorsque Re = 1.

b. Régime stationnaire décollé

Pour un nombre de Reynolds compris entre $5 \le \text{Re} < 60$, Le régime de recirculation est obtenu pour un nombre de Reynolds inférieur à Rec = 60. Pour cette gamme de nombre de

Reynolds les forces d'inertie augmentent et empêchent la couche limite. Ces écoulements sont caractérisés par l'apparition de zones de recirculation dont la taille et l'angle de décollement croissent avec le nombre de Reynolds. L'écoulement est stable et reste stationnaire et symétrique par rapport à l'axe longitudinal. En aval du décollement, se forment deux lobes presque symétriques de recirculation contrarotatifs attachés au cylindre, figure III.3.

Le point de rattachement est le point de l'axe central du sillage dont la vitesse longitudinale est nulle. La distance de rattachement (distance entre l'obstacle et le point de rattachement) caractérise la taille de la zone de recirculation derrière le cylindre. Cette distance augmente avec le nombre de Reynolds.



Figure III.3 : Une partie des lignes de courant ; Re = 30.

c. Régime laminaire instationnaire :

Pour un nombre de Reynolds Re > 60, l'écoulement autour du cylindre devient laminaire instationnaire. On remarque l'apparition des lâchés tourbillonnaires de Von Karman à partir d'un nombre de Reynolds critique Rec = 60. Cette valeur a été trouvée par Breuer et al. [40] ainsi que par Korichi et L. Oufer [42]. Il est à noter que le nombre de Reynolds critique d'un écoulement autour d'un cylindre dépend de la configuration géométrique étudiée. Okajima [150] a déterminé expérimentalement la valeur de Reynolds critique au voisinage de 70 dans le cas d'un cylindre confiné. Alors que Klekar et Patankar [151] ainsi que Sohankar et al.

[154] ont déterminé par des analyses d'instabilité des valeurs plus faibles comprises entre 50 et 55.

La figure III.4 représente les lignes de courant autour du cylindre pour un nombre de Reynolds Re = 60 à un instant donné. La structure de l'écoulement fournie par notre code est presque analogue à celle trouvée par Breuer et al. [40].

Pour la configuration étudiée, une bifurcation de Hopf se produit aux alentours d'une valeur critique du nombre de Reynolds égale à $\text{Re}_c = 60$, faisant apparaître un phénomène périodique de lâchers tourbillonnaires derrière l'obstacle, confirmant la nature instationnaire de l'écoulement. Les tourbillons de Von Karman s'expliquent par le déclenchement d'une instabilité provoquée par différentes perturbations. Ainsi les couples de tourbillons perdent leur symétrie par rapport à l'axe longitudinal, se détachent du cylindre carré successivement et sont entrainés dans le sillage pour former l'allée tourbillonnaire de Von-Karma. Cette instabilité est caractérisée par une périodicité fortement prononcée. Ainsi le spectre temporel de la vitesse ou de la pression en un point de l'écoulement présente un pic dominant à la fréquence du lâcher tourbillonnaire. Les échappements tortionnaires sont caractérisés par le nombre de Strouhal St égal à f.h/U₀ où f est la fréquence fondamentale, U₀ est la vitesse de l'écoulement incident et h la hauteur du cylindre. On remarque que la fréquence dominant f dépend du nombre de Reynolds.



(M. Breuer et al. [40])

(Présent travail)

Figure III.4 : Une partie des lignes de courant ; Re = 60.

3. Champ de vitesse

Pour mieux analyser la structure de l'écoulement, nous avons comparé les profiles des vitesses longitudinales et transversales obtenus par Breuer et al. [40] et par nos calculs à différentes abscisses et ordonnées pour un nombre de Reynolds Re = 100.

Les figures III.5 et III.6 représentent les Profils des composantes de la vitesse le long de l'axe du canal (Z = 0). La vitesse verticale est nulle en amont du cylindre puisque l'écoulement rentre horizontalement. Pour un nombre de Reynolds Re = 100, l'écoulement autour du cylindre est instationnaire, et par conséquent les vitesses horizontale et verticale deviennent perturbées en aval du cylindre. Nous avons remarqué un excellent accord entre les simulations. Cependant, un léger écart peut être observé pour les profils de vitesse loin en aval de l'obstacle. Cet écart reste raisonnable et s'explique par l'instabilité tourbillonnaire de Von-Karman.



Figure III.5 : Profil de la composante U de la vitesse en fonction de X, pour Re = 100.



Figure III.6 : Profil de la composante V de la vitesse en fonction de X, pour Re = 100.

Nous reportons ensuite, sur les figures III.7, les profils des composantes U de la vitesse pour trois positions axiales x=0, x=4 et x= 8 qui corresponds aux x=12.5, x=16.5 et x= 20.5 dans notre travail. Nous remarquons une accélération de la vitesse dans l'espace compris entre la

paroi et l'obstacle. Ceci est dû à la diminution de la section de passage du fluide, ce qui entraine une augmentation de la vitesse. De manière générale, les profils donnés par notre code ont des allures analogues à celles trouvées par Breuer et al. [40]. Les positions et les amplitudes des pics sont presque identiques.



Figure III.7 : Comparaison de la composante de vitesse U en fonction de z, pour différentes valeurs de x.

4. Coefficient de traînée

Le coefficient de traînée caractérise la traînée ou résistance du cylindre dans le fluide. il est défini par :

$$C_{\rm D} = \frac{\rm F}{\frac{1}{2} \rm \, h\rho V^2}$$

Pour confirmer la validation de la partie dynamique de la présente étude, un examen préliminaire a été effectué pour un taux de blocage $\beta = 1/8$ et un nombre de Reynolds Re allant de 60 à 200. Le coefficient de traînée moyenné C_D est comparé sur la figure III.8 avec les résultats obtenus par Breuer et al. [40]. Les résultats obtenus avec notre code de calcul ont un écart maximum de l'ordre de 2,35% et 4,86% sur le coefficient de traînée moyenné dans le temps C_D avec Breuer et al.

L'accord entre nos résultats et les résultats numériques de Breuer et al. [40] valide la partie dynamique de notre code dans le cas d'un cylindre plein.



Figure III.8 : Comparaison du coefficient de traînée moyenné en fonction du nombre de Reynolds.

5. Isothermes

Dans ce qui suit, on étudie les transferts thermiques par convection dans un canal horizontal en présence d'un cylindre. Pour cela, Les parois horizontales du canal sont supposées adiabatiques alors que celles du cylindre sont soumises à une température constante.

En examinant la figure III.9, décrivant l'évolution du champ de température en fonction du nombre de Richardson, on remarque que les contours des isothermes sont serrés en amont du cylindre et espacés derrière celui-ci. Ce qui signifie que le gradient thermique est important en amont de l'obstacle et plus faible dans la zone de recirculation. L'augmentation du nombre de Reynolds accentue ce phénomène alors que l'augmentation du nombre de Richardson tend à rendre les isothermes plus dissymétriques par rapport à l'axe du canal.

La comparaison de nos résultats avec ceux de Dhiman et al. [44] montre une parfaite concordance et confirme la validation du module thermique de notre code de calcul.



Figure III.9 : Comparaison des isothermes autour du cylindre pour les nombres de Reynolds Re=10 et 30 et de Richardson Ri=0.25 et Ri=1.

II - Étude du cylindre poreux

1. Position du Problème

Dans la suite de notre travail, nous allons nous intéresser à l'écoulement autour et à travers d'un cylindre poreux. La configuration géométrique ainsi que les dimensions du domaine étudié sont représentées sur la figure III.10. Les équations dans l'écoulement sont les équations classiques de la convection forcée couplées au modèle de Darcy-Brinkman-Forchheimer dans le matériau poreux. Le cylindre est soumis à une température constante. Le fluide est visqueux et Newtonien. L'effet de la gravité est négligé. Les propriétés thermophysiques du fluide sont considérées constantes dans la gamme des conditions d'étude. En tentant compte de ces hypothèses, les équations adimensionnelles régissant l'écoulement, s'écrivent comme suit : $\frac{\partial U}{\partial x} + \frac{\partial U}{\partial z} = 0$ (41)

$$\frac{1}{\varepsilon}\frac{\partial U}{\partial t} + \frac{U}{\varepsilon^2}\frac{\partial U}{\partial X} + \frac{W}{\varepsilon^2}\frac{\partial U}{\partial Z} = -\frac{\partial P}{\partial X} - \frac{U}{\text{Re}.Da} + \frac{C_f}{\sqrt{Da}}\sqrt{U^2 + W^2}U + \frac{1}{\varepsilon}\frac{\partial^2 U}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial Z^2}\right)$$
(42)

$$\frac{1}{\varepsilon}\frac{\partial W}{\partial t} + \frac{U}{\varepsilon^2}\frac{\partial W}{\partial X} + \frac{W}{\varepsilon^2}\frac{\partial W}{\partial Z} = -\frac{\partial P}{\partial X} - \frac{W}{\text{Re}\cdot Da} + \frac{C_f}{\sqrt{Da}}\sqrt{U^2 + W^2}W + \frac{1}{\varepsilon}\frac{\partial^2 W}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 W}{\partial Z^2}\right)$$
(43)

$$\frac{\partial T}{\partial t} + \frac{U}{\varepsilon} \frac{\partial T}{\partial X} + \frac{W}{\varepsilon} \frac{\partial T}{\partial Z} = \frac{1}{\text{Re.Pr}} \left(\frac{\partial^2 T}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial Z^2} \right)$$
(44)

avec les variables adimensionnelles définies comme suit :



Figure III.10 : Configuration géométrique pour le cas du cylindre poreux.

Conditions aux limites:

A l'entrée du canal (x = 0) : U = 1, W = 0, T = 0

A la sortie du canal (x = L) : $\frac{\partial U}{\partial X} = 0, \frac{\partial W}{\partial Z} = 0, \frac{\partial T}{\partial X} = 0$

Aux parois du canal (z = 0 ; z = H): $U = 0, W = 0, \frac{\partial T}{\partial Z} = 0$

2. Effet du nombre de Darcy sur la structure de l'écoulement

Les effets du nombre de Darcy sur la structure de l'écoulement sont illustrés sur la Figure III.11 pour un nombre de Reynolds égal à 20. À grand nombre de Darcy Da = 1 (figure III.11.a), toutes les lignes de courant traversent le cylindre poreux carré. La structure de l'écoulement apparaît être très similaire à celle obtenue pour un canal sans obstacle. Pour un nombre de Darcy égal à 10^{-2} (figure III.11b), l'écoulement pénètre dans le cylindre poreux avec une faible résistance et il n'y a pas de zone de recirculation après le cylindre poreux. Audessus de cette limite, les lignes de courant comprennent une zone de recirculation régulière de deux tourbillons symétriques situés après le cylindre, comme montré sur la Figure III.11 (c et d). Lorsque le cylindre poreux a une faible perméabilité $Da = 10^{-6}$, l'écoulement ne peut pas traverser le cylindre poreux et les lignes de courant sont semblables à celles d'un cylindre carré plein. Ce résultat est en bon accord avec ceux obtenus par S. Dhinakaran [126] et Yu et al. [122].

L'effet de cet impact est de modifier la position du point d'intersection et de provoquer une apparition anticipée du premier vortex en aval du cylindre poreux. Comme on peut le voir sur la mesure de la taille de la zone de recirculation. Nous définissons la longueur de la zone de recirculation comme la distance entre la surface arrière du cylindre et le point de rattachement le long de la ligne médiane du sillage (Lr). La variation de Lr derrière le cylindre carré poreux avec le nombre de Darcy est représentée sur la figure III.12 pour Re=40. Comme il fallait s'y attendre, lorsque le nombre de Darcy est très faible, Da < 10⁻⁵, la longueur de la zone de recirculation du cylindre poreux ressemble à celle du cylindre plein, ce qui correspond a la structure de l'écoulement. La longueur du sillage de recirculation est de 2,65 pour Da = 10^{-6} , ce qui est proche de celle d'un cylindre plein (2,68). Cette figure a également montré que lorsque le nombre de Darcy augmente, la longueur de la zone de recirculation diminue, Ce résultat est en bon accord avec ceux obtenus par Bhattacharyya et al. [120] et S. Rashidi et al. [128].



Figure III.11: Lignes de courant à travers et autour du cylindre carré poreux pour différents nombres de Darcy (a=1; b= 10^{-2} ; c= 10^{-4} ; d= 10^{-6}) pour Re=20.



Figure III.12 : Variation de la longueur de la zone de recirculation en fonction du nombre de Darcy pour le cylindre carré poreux à Re = 40.
3. Effet du nombre de Reynolds sur la structure de l'écoulement

La figure III.13 présente l'allure générale de l'écoulement par les lignes de courant pour les nombres de Reynolds (Re=20, 40 et 60). Il 'y a présence de structures cohérentes, les écoulements sont symétriques par rapport à l'axe central de l'ecoulement et caractérisés également par l'apparition de zones de recirculation contrarotatives attachées au cylindre. Cette zone s'élargit avec l'augmentation du nombre de Reynolds, et par conséquent la longueur de rattachement L_r augmente aussi. Cette longueur de rattachement est la distance entre le bord du cylindre et le point d'intersection du premier vortex avec l'axe du canal, comme le témoigne la figure III.14. Nous pouvons voir, sur cette figure, que nos résultats sont en bon accord avec ceux obtenus par Dhinakaran et Ponmozhi [126] et M.Valipour et al. [128].



4. Effet du rapport de blocage

La figure III.15 montre la distribution du nombre de Nusselt Nu local moyenné dans le temps autour du cylindre carré pour différents rapports de blocage (1/11, 1/8, 1/5) et pour Re = 40. En amont sur la face (A-B), les valeurs du nombre de Nusselt sont maximales, à cause de l'impact continuel du fluide sur cette face du cylindre, ce qui engendre des gradients de température plus importants dans la zone d'entrée du canal. Le long de la face supérieure (B-C) et de la face inférieure (D-A), le nombre de Nusselt diminue, car la température de l'air augmente et le gradient de température entre la surface poreuse et l'écoulement d'air diminue. Sur la face arrière, le nombre de Nusselt prend des valeurs faibles et constantes. Cela est dû à la zone de recirculation attachée à la face arrière. Le rapport blocage a un léger effet sur le nombre local de Nusselt (figure III.15). Cette influence peut être mieux vue sur la figure III.16, qui représente le nombre moyen de Nusselt en fonction du rapport de blocage. En effet, le nombre de Nusselt augmente légèrement avec le rapport d'aspect, car une augmentation du rapport de blocage correspond à une diminution de la hauteur du canal et ensuite le milieu poreux est plus confiné.



rapports de blocage.



Figure III.16 : Variation du nombre de Nusselt moyen pourDa= 10^{-4} à différents rapports de blocage.

La comparaison de nos résultats avec ceux de Dhinakaran et Ponmozhi [126], illustré sur la figure III.17, montre une parfaite concordance et confirme la validation du module thermique de notre code de calcul. Ces validations vont nous permettre d'étudier l'écoulement autour d'un cylindre poreux.



Figure III.17 : Nombre de Nusselt local le long du périmètre du cylindre carré pour Re=10 et Da=10⁻⁴

5. Effet du nombre de Reynolds

Pour étudier l'effet du nombre de Reynolds sur le taux d'échange thermique, on fait varier Re de 20 à 100. Sur la figure III.18, nous avons représenté le nombre de Nusselt moyen en fonction du nombre de Reynolds pour une valeur fixe du nombre de Darcy égale à 10⁻⁴. Comme on peut le voir, le nombre de Nusselt augmente linéairement avec le nombre de Reynolds. Ce résultat était attendu car une augmentation du nombre de Reynolds correspond à une augmentation des transferts de convection entre la surface du milieu poreux et le flux d'air à proximité.



Figure III.18: Variation du nombre de Nusselt moyen en fonction du nombre de Reynolds pour le cylindre carré poreux à $Da = 10^{-4}$.

Conclusion

Une étude fondamentale visant une meilleure compréhension des phénomènes de transfert de chaleur convectif a été menée dans ce chapitre. Nous avons commencé par décrire le problème dynamique relatif à l'écoulement autour d'un cylindre plein. La validation du code de calcul pour le problème dynamique a été faite en comparant nos résultats avec ceux de Breuer et al. (2000) pour un cylindre fixe. Ces comparaisons ont permis d'une part de retrouver les régimes d'écoulement prédits par la théorie et d'autre part de déterminer la valeur du nombre de Reynolds critique qui se situe autour de 60. La validation du module thermique du code a été faite en comparant nos résultats avec ceux de Dhiman et al. (2008) pour un cylindre fixe chauffé. Puis nous avons étudié la structure de l'écoulement et les transferts de chaleur dans un canal avec un cylindre carré poreux. L'étude de l'influence de plusieurs paramètres opératoires sur le transfert de chaleur dans le milieu poreux a été effectuée. Les résultats montrent principalement que pour un nombre de Darcy faible, il y a une zone de recirculation après le milieu poreux. À $Da = 10^{-6}$, les lignes de courant montrent une structure différente dans lequel toutes les lignes passent autour du cylindre. La structure de l'écoulement est similaire à celle d'un cylindre plein. Les transferts de chaleur sont légèrement influencés par le rapport de blocage. Le transfert de chaleur progresse avec une augmentation du nombre de Reynolds.

Transferts couplés de chaleur et de masse lors de l'évaporation d'un film liquide dans un canal en présence d'un cylindre poreux

Introduction

Les résultats obtenus dans la partie précédente relative à l'écoulement autour d'un cylindre placé dans un canal horizontal ont été exploités pour améliorer l'évaporation par convection forcé d'un film d'eau ruisselant sur les parois d'un canal. Ce chapitre a pour objectif principal d'évaluer l'effet de l'introduction d'un cylindre carré poreux sur le transfert de chaleur et de masse. Plus précisément, cette étude examine l'influence des paramètres tels que le rapport de blocage, la position du cylindre, l'humidité relative de l'air ambiant, la température de l'air à l'entrée du canal, la densité de flux de chaleur imposée sur la paroi du canal et le nombre de Reynolds sur la performance de l'évaporation. Les résultats obtenus pour un cylindre poreux sont ensuite comparés à ceux obtenus pour un canal sans obstacle.

1- Position du Problème

La configuration géométrique ainsi que les dimensions du domaine étudié sont représentées sur la figure IV 1. Les parois du canal sont maintenues à un flux de chaleur constant q = 350 W.m⁻². Le cylindre carré, d'une hauteur h, est placé dans le canal, avec une hauteur H, comme indiqué sur la figure. La face amont du cylindre carré est située à une distance $L_u = 30h$ de l'entrée, tandis que le canal a une longueur égale à 50 h. La position du cylindre est définie par la distance d'écartement $\gamma = 2d / (H-h)$ où d est la distance entre la surface du cylindre et la paroi inférieure. Comme $\gamma = 1$, le cylindre poreux est placé symétriquement au milieu du canal. A l'entrée, un flux laminaire d'air humide (Hr₀ = 20%) pénètre avec une vitesse uniforme U₀, une température T₀, une fraction massique C₀ et une pression constante P₀.



Figure IV.1 : Configuration géométrique étudié.

L'écoulement est supposé laminaire, incompressible et bidimensionnel (x,z). Le fluide est visqueux et Newtonien. L'effet de la gravité est négligé. Les propriétés thermo-physiques du fluide sont considérées constantes dans la gamme des conditions d'étude. En tentant compte de ces hypothèses, les équations adimensionnelles régissant l'écoulement, s'écrivent comme suit :

$$\frac{\partial U}{\partial X} + \frac{\partial U}{\partial Z} = 0 \tag{1}$$

$$\frac{1}{\varepsilon}\frac{\partial U}{\partial t} + \frac{U}{\varepsilon^2}\frac{\partial U}{\partial X} + \frac{W}{\varepsilon^2}\frac{\partial U}{\partial Z} = -\frac{\partial P}{\partial X} - \frac{U}{\operatorname{Re}.Da} + \frac{C_f}{\sqrt{Da}}\sqrt{U^2 + W^2}U + \frac{1}{\varepsilon\operatorname{Re}}\left(\frac{\partial^2 U}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial Z^2}\right)$$
(2)

$$\frac{1}{\varepsilon}\frac{\partial W}{\partial t} + \frac{U}{\varepsilon^2}\frac{\partial W}{\partial X} + \frac{W}{\varepsilon^2}\frac{\partial W}{\partial Z} = -\frac{\partial P}{\partial X} - \frac{W}{\operatorname{Re}.Da} + \frac{C_f}{\sqrt{Da}}\sqrt{U^2 + W^2}W + \frac{1}{\varepsilon\operatorname{Re}}\left(\frac{\partial^2 W}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 W}{\partial Z^2}\right)$$
(3)

$$\frac{\partial T}{\partial t} + \frac{U}{\varepsilon} \frac{\partial T}{\partial X} + \frac{W}{\varepsilon} \frac{\partial T}{\partial Z} = \frac{1}{\text{Re}.\text{Pr}} \left(\frac{\partial^2 T}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial Z^2} \right)$$
(4)

Les variables adimensionnelles apparaissant dans les équations ci-dessus sont le nombre de Reynolds; le nombre de Prandtl = 0,71; le nombre de Schmidt = 0,69 et le nombre de Darcy $Da = \frac{K}{h^2}$; ce dernier nombre sans dimension est le plus couramment utilisé pour un canal horizontal chauffé. Les coefficients de Forchheimer et de perméabilité sont définis comme Ergun [141]:

$$C_{f} = \frac{1.75}{150\varepsilon^{2}}; K \frac{h^{2}\varepsilon^{2}}{150(1-\varepsilon)^{2}}$$

$$\begin{cases} \varepsilon = 1, C_{f} = 0 & \text{domaine fluide} \\ 0 < \varepsilon < 1, C_{f} = \frac{1.75}{150\varepsilon^{2}} & \text{à l'intérieur du cylindre poreux} \end{cases}$$

Conditions aux limites :

Nous avons considéré les conditions aux limites suivantes:

A l'entrée du canal (x=0) : $\mathbf{U} = \mathbf{U}_0$ W = 0 $\mathbf{T} = \mathbf{T}_0$ $H\mathbf{r} = H\mathbf{r}_0$ $\mathbf{C} = \mathbf{C}_0$

$$\mathbf{C}_0 = \left(\frac{M_V P_V}{M_V P_V + M_a (P_g - P_V)}\right)$$

Avec $P_{V=} P_{VS}$. H_r ; est la pression de vapeur d'équilibre à la température considérée, qui est donnée comme:

$$P_{vs} = 10^{[17.443 - \frac{279.5}{\theta_0} - 3.868 \times \log(\theta_0)]}$$

A la sortie du canal (x=L) : $\frac{\partial U}{\partial X} = 0, \frac{\partial W}{\partial Z} = 0, \frac{\partial T}{\partial X} = 0$

Aux parois du canal (z=0 et z=H) : U= 0 W= $\pm V_{\rm e}$

$$q = -\frac{\partial T}{\partial Z} + \rho L_{\rm V} V_e U_0 \quad C_{\rm w} = \left(\frac{M_{\rm V} P_{\rm VS}}{M_{\rm V} P_{\rm VS} + M_a (P_g - P_{\rm VS})}\right)$$

En supposant que la paroi est perméable seulement pour la vapeur d'eau, ce qui signifie que la solubilité de l'air dans l'eau est négligeable, où la vitesse transversale adimensionnelle à la paroi est définie comme Burmeister [25]:

$$V_{\rm e} = -\frac{1}{{\rm Re.}Sc} \frac{C_W - C_0}{1 - C_W} \left(\frac{\partial C}{\partial Z}\right)_{Z=H;Z=0}$$

Paramètres de transfert de chaleur et de masse

Le transport d'énergie de la paroi du canal mouillé à l'air humide dépend du gradient de température dans la paroi proche et des vitesses de transfert de masse entre le film d'eau et l'air. Le flux de chaleur total de la paroi est la somme du flux de chaleur sensible et du flux de chaleur latente. Le flux de chaleur peut alors être exprimé comme :

$$q = q_{S} + q_{L} = -\lambda \frac{\partial T}{\partial Z} + \rho L_{V} V_{e}$$

Par conséquent, les nombres de Nusselt le long de la paroi sont définis comme:

$$\mathrm{Nu}_{\mathrm{S}} = \frac{q_{\mathrm{S}} D_{h}}{\lambda (T_{\mathrm{W}} - T_{b})}; \mathrm{Nu}_{\mathrm{L}} = \frac{q_{\mathrm{L}} D_{h}}{\lambda (T_{\mathrm{W}} - T_{b})}$$

Le nombre de Sherwood qui caractérise le transfert de masse à la paroi est exprimé comme suit:

$$\mathrm{Sh} = \frac{\dot{m}D_h(1-C_W)}{\rho D_V(C_W-C_b)}$$

où l'indice b désigne les quantités moyenne. La température T_b et la fraction massique C_b sont définies respectivement comme suit:

$$T_{b} = \frac{\int_{0}^{H} UTdY}{\int_{0}^{H} UdY}; C_{b} = \frac{\int_{0}^{H} UCdY}{\int_{0}^{H} UdY}$$

2- Influence du nombre de Reynolds

Il est évident qu'une augmentation du nombre de Reynolds engendre une augmentation de la vitesse d'écoulement. Mais en réalité, la variation du nombre de Reynolds s'accompagne de plusieurs effets. Afin d'étudier ces phénomènes, nous avons effectué une série de simulations pour une humidité fixe, Hr=20%, température à l'entrée fixe, Te=25 C° et un nombre de Reynolds variant de 10 à 100.

2.1- Structure de l'écoulement

Les lignes de courant et les champs de vorticité sont représentés sur la figure IV.2. Pour un nombre de Reynolds compris entre $10 \le \text{Re} < 65$, les écoulements sont symétriques par rapport à l'axe central de l'écoulement et caractérisés également par l'apparition de zones de recirculation contrarotatives attachées au cylindre. En effet, pour cette gamme de nombre de Reynolds les forces d'inertie augmentent et par conséquent, la couche limite n'est plus collée au cylindre, ce qui provoque une augmentation des efforts de traînée. L'augmentation de la vitesse d'injection de l'air (Re=20, 40 et 60), conduit à une croissance considérable de la taille et de l'angle de décollement de la zone de recirculation. La présence d'un cylindre poreux rétrécit la section de passage et donc l'écoulement accélère dans cet endroit. Pour cette raison, nous avons remarqué que les contours des isothermes sont serrés près des parois et espacés proche du cylindre poreux, ce qui signifie que le gradient thermique est important dans cette zone. Pour 65<Re<100, l'écoulement devient instationnaire et le décollement augmente. Les couples de zone contrarotatives perdent leur symétrie par rapport à l'axe longitudinal, se détachent du cylindre poreux périodiquement pendant que d'autres se forment et sont entrainés dans le sillage pour former l'allée tourbillonnaire de Von-Karman. Cette instabilité est caractérisée par une périodicité fortement prononcée. On remarque que la fréquence de ces lâchers tourbillonnaires augmente avec le nombre de Reynolds.

Le point de rattachement est défini dans cette étude par le point de l'axe central du sillage dont la vitesse longitudinale est nulle. Le point de décollement se déplace vers l'amont du cylindre poreux avec l'augmentation du nombre de Reynolds.



Figure IV.2 : lignes de courant et Champs de vorticité.

2.2- Champs de température, fraction massique et vitesse

Afin d'analyser le comportement de l'écoulement, nous avons tracé le profil vertical de la vitesse horizontale à quatre positions axiales arbitrairement choisies(X=10h, X=30.5h, X=40h, X=45h). Dans le premier tiers du canal, cette vitesse évolue et commence à se rapprocher d'un profil parabolique, comme le montre la figure IV.3. Le maximum de la vitesse diminue progressivement et le profil de vitesse perd sa symétrie, à l'approche du cylindre poreux. À la sortie du canal, le profil de vitesse retrouve sa forme parabolique et se rapproche d'un profil de Poiseuille : il est maximal au centre du canal et nul sur les parois.



Figure IV.3 : Composante de vitesse U en fonction de z, pour différentes valeurs de x.

La distribution de la vitesse passant par le centre du cylindre poreux est illustrée dans la figure IV.4 qui met en évidence la présence du milieu poreux. Nous remarquons une accélération de la vitesse dans l'espace compris entre la paroi et l'obstacle. Ceci est dû à la diminution de la section de passage du fluide, ce qui entraine une augmentation de la vitesse. La vitesse augmente considérablement avec l'augmentation du nombre de Reynolds en aval du cylindre poreux.



Figure IV.4: Composante de vitesse U en fonction de z, pour X=30.5 en fonction du nombre de Reynolds.

Dans ce paragraphe nous étudions les profils de température et de concentration dimensionnelles tout le long du canal pour deux valeurs du nombre de Reynolds Re égale à 20 et 60. Aux premières observations de la figure IV.5, nous avons remarqué que la distribution de température a un profil très semblable à celui de la fraction massique puisque le nombre de Prandtl et le nombre de Schmidt sont très proches. Le profil de température est parabolique : la température maximale est atteinte au niveau des parois. Pour Re=20, l'écart de température entre le centre et la paroi est égal à 25.2 C° à X=10 h. Tout en se rapprochant de l'obstacle, le profil perd sa forme parabolique et cet écart diminue et atteint une valeur minimale égale 17.3 C° pour X=30.5 h. Par ailleurs, comme X augmentent, les températures à la paroi deviennent plus intenses. Cette amélioration entraîne une augmentation du gradient de température le long de la paroi froide, essentiellement à la sortie du canal. Lorsqu'on augmente le nombre de Reynolds, cette croissance est d'autant plus faible que le nombre de Reynolds est élevé et par conséquent le transfert de chaleur par mode sensible diminue avec l'augmentation du nombre de Reynolds.

S'agissant de la fraction massique, les résultats obtenus sont similaires à la température. Le profil de concentration est parabolique loin de l'obstacle (Figure IV.5). L'écart de concentration entre le centre et la paroi atteint une valeur minimale égale à $6.5 \ 10^{-2}$. En outre,

en faisant varier le nombre de Reynolds, cette courbe montre que la fraction massique diminue régulièrement avec l'accroissement du nombre de Reynolds. En effet, une augmentation de la vitesse de l'écoulement à l'entrée du canal défavorise le contact du fluide avec la paroi chauffée, ce qui diminue le transfert.



(b) Figure IV.5 : Profils de la température (a) et de la concentration (b)

2.3- Évolution du nombre de Nusselt et du nombre de Sherwood

Sur la figure IV.6, on a représenté les effets du nombre de Reynolds sur les transferts de chaleur et de matière. Ces courbes illustrent la variation des nombres de Nusselt et de Sherwood locaux relatifs aux échanges entre la paroi chauffée et l'écoulement en fonction de l'axe des abscisses X, pour Re = 20 et Re = 100. Le transfert de chaleur par mode sensible entre l'écoulement d'air et les parois du canal est représenté par le nombre de Nusselt sensible Nu_s (fig IV.6 .a). Comme pour le nombre de Nusselt sensible le nombre de Nusselt latent est plus important à l'entrée du canal puisque les gradients de fraction massique entre la paroi et son voisinage y sont plus importants. Au fur et à mesure que l'écoulement avance dans le canal, cet écart se réduit et donc les nombres de Nusselt sensible et latent locaux prennent des valeurs plus faibles. L'analyse des nombres de Nusselt sensible se retrouve également pour la

figure IV.6.c où nous avons représenté le nombre de Sherwood qui caractérise les transferts de masse pour différents nombres de Reynolds.

Sans cylindre poreux, les nombres de Nusselt sensibles et de Sherwood diminuent de façon monotone. Au voisinage de l'entrée les nombres de Nusselt sensible et de Sherwood prennent des valeurs importantes alors qu'il demeure presque constant dans le reste du domaine. En effet, le long de la paroi, l'air se chauffe et donc, en se rapprochant de la sortie les gradients de température et de fraction massique sont moins importants qu'à l'entrée. Ce dernier résultat est en accord avec celui obtenu expérimentalement par Jiang et al. [113].

Pour un nombre de Reynolds Re = 20 avec la présence du cylindre poreux, le nombre de Nusselt sensible augmente immédiatement après l'emplacement du cylindre carré poreux jusqu'à ce qu'il atteigne une valeur maximale. Cette valeur maximale des nombres de Nusselt correspond au point de rattachement après le cylindre carré. Puis, le nombre de Nusselt sensible diminue et tend vers sa valeur correspondant à l'absence de l'obstacle. Ce pic sur l'évolution du nombre de Nusselt sensible est dû à l'accélération de l'écoulement de fluide qui génère une augmentation du transfert par convection. Dans ce cas où l'écoulement est stable, la présence de l'obstacle entraîne un seul pic au voisinage du cylindre carré, il s'accompagne donc d'une lente amélioration des transferts massique et thermique par mode sensible. Au contraire, à Re = 100, l'effet de la présence du cylindre carré poreux est plus important, puisque le sillage de l'écoulement devient instable. Les évolutions des nombres de Nusselt sensible et latent sont bien plus perturbées, des crêtes et pics secondaires se produisent en aval du cylindre. Il est d'ailleurs intéressant de noter que le nombre de Nusselt latent est plus important que le sensible, par conséquent, le transfert de chaleur par mode latent est prédominant et il diminue avec l'augmentation du nombre de Reynolds.





Figure IV.6: Evolution des nombres de Nusselt et de Sherwood locaux le long de la paroi : (a) chaleur sensible ; (b) chaleur latente ; (c) nombre de Sherwood. ligne continue : canal avec un cylindre ; ligne discontinue : canal sans obstacle.



Figure IV.7 : Evolution des nombres de Nusselt et de Sherwood moyens : (a) chaleur sensible ; (b) chaleur latente ; (c) nombre de Sherwood pour différentes valeurs du nombre de Darcy.

Les évolutions des nombre de Nusselt sensible et latent moyens et du nombre de Sherwood moyen le long de la paroi du canal en fonction du nombre de Reynolds sont représentés respectivement sur les figures IV .7 (a), (b) pour différentes valeurs du nombre de Darcy. En général, une diminution du nombre de Reynolds engendre une augmentation des nombres de Nusselt sensible et latent. La comparaison des valeurs obtenues pour les nombres de Nusselt sensible et latent nous montre une prédominance du transfert par mode latent. De plus, les nombres de Nusselt sensible et latent pour un canal avec un cylindre carré poreux sont beaucoup plus importants que ceux obtenus avec un canal sans obstacle. Ceci est dû au fait que pour les nombres de Reynolds faibles, les lignes de courant sont parallèle à l'axe longitudinal du canal.

L'influence du nombre de Darcy sur le nombre de Nusselt sensible n'est pas significative pour Re > 40. En effet, le nombre de Nusselt sensible dépend essentiellement du gradient de température entre la paroi et le fluide environnant. Un examen plus attentif sur la figure 1.7 b montre que pour un nombre de Reynolds inférieur à 40, le nombre de Nusselt latent pour un nombre de Darcy égal à 10^{-4} reste inférieur à ceux obtenus pour le nombre de Darcy égal à 10^{-6} . Dans la zone de transition vers le régime instationnaire, cas où les nombres de Reynolds varient entre 40 et 60, les courbes sont confondues indépendamment du nombre de Darcy. Dans la région instationnaire où les nombres de Reynolds sont supérieurs à 60, les nombres de Nusselt latent et de Sherwood pour un nombre de Darcy égale à 10^{-4} atteignent des valeurs supérieures à ceux pour un nombre de Darcy de 10^{-6} et pour un cylindre imperméable. Ce type de comportement a été également mentionné dans l'étude du coefficient de traînée par Noymer et al. [152] pour le cas d'un cylindre poreux circulaire et S. Dhinakaran [44] pour le cas d'un cylindre perméable carré. Il est intéressant de noter que le taux de transfert de masse augmente de façon monotone avec le nombre de Reynolds.

À partir des résultats précédents, la présence du cylindre poreux augmente les transferts de chaleur et de masse. Nous avons étudié cette augmentation en fonction des nombres de Reynolds et de Darcy. Pour cette étude, nous avons pris pour référence les valeurs des nombres de Nusselt sensible et latent moyens et le nombre de Sherwood moyen obtenu pour un canal sans cylindre carré poreux.

La figure IV.8 montre que les transferts de chaleur et de masse sont moins importants pour un nombre de Reynolds égal à 60. Nous notons également que l'amélioration du transfert de chaleur est plus importante au faible nombre de Reynolds alors qu'elle augmente légèrement

pour les nombre de Reynolds supérieurs à 60. Par exemple, pour Da= 10^{-2} , la valeur du nombre de Nusselt sensible progresse, passant de 4 à 26, alors qu'elle est entre 5 et 8 pour Da= 10^{-6} .



Figure IV.8 : Taux d'amélioration des nombres de Nusselt et de Sherwood moyens en fonction du nombre de Reynolds : (a) chaleur sensible ; (b) chaleur latente ; (c) nombre de Sherwood pour différentes valeurs du nombre de Darcy.

3- Effet de la densité de flux de chaleur

Dans cette section, l'effet de la densité du flux de chaleur imposé le long de la paroi du canal est étudié. Nous allons suivre la même démarche que pour le nombre de Reynolds : nombre de Reynolds fixe, Re=20 et la densité du flux de chaleur variant de Q=50 w.m⁻² à Q=400 w.m⁻².

3.1- Champs de température, fraction massique et vitesse

La figure IV.9 présente les profils de la vitesse horizontale pour différentes sections du canal et pour deux densités de flux de chaleur Q=50 w.m⁻² et Q=150 w.m⁻². La distribution de la vitesse U en amont du cylindre poreux est parabolique (X=10h), U atteint sa valeur maximale au milieu du canal. Au voisinage du cylindre poreux (X=30.5h), nous remarquons une accélération de la vitesse dans l'espace compris entre la paroi et l'obstacle. Ceci est dû à la diminution de la section de passage du fluide, ce qui entraine une augmentation de la vitesse. Le profil de la vitesse U en aval du cylindre poreux (X=40h), commence à retrouver sa forme parabolique. L'augmentation de la densité du flux de chaleur imposé à la paroi favorise l'accélération de l'écoulement. Cependant, cette augmentation n'affecte pas la structure de l'écoulement. Les lignes de courant sont toujours parallèles aux parois du canal.



Figure IV.9 : composante de vitesse horizontale U en fonction de z, pour différentes valeurs de densités de flux de chaleur.

Nous avons tracé sur la figure IV.10, l'évolution de la température et de la fraction massique pour trois positions axiales x=10 h, x=30.5 h et x=40 h. Comme nous l'avons signalé

précédemment, nous pouvons voir que les profils de température et de la fraction massique sont similaires. En effet, les nombres de Schmidt et de Prandtl pour l'air sont très proches. Les profils paraboliques le long du canal deviennent aplatis au voisinage du milieu poreux. L'augmentation de la densité de flux de chaleur imposé à la paroi engendre une augmentation considérable de la température.



Figure IV.10 : Profils de la température (a) et de la concentration (b) pour différentes valeurs de densités de flux de chaleur Q (w.m⁻²).



Figure IV.11 : Évolution de la vitesse d'évaporation le long de la paroi.

La figure IV.10.b montre que l'augmentation de la densité de flux de chaleur imposé à la paroi qui est considérée à la pression de vapeur saturante engendre une augmentation de la fraction

massique à la paroi. Cette augmentation de la fraction massique à la paroi s'accompagne d'une augmentation de l'écart entre la fraction massique à l'entrée et la fraction massique à la paroi. Cela se retrouve sur la figure IV.11 qui illustre les variations de la vitesse d'évaporation du film ruisselant le long de la paroi chauffée, nous observons essentiellement que l'augmentation du gradient de concentration entre la paroi et le fluide en son voisinage engendre également une augmentation de la vitesse d'évaporation.

3.2- Évolution du nombre de Nusselt et du nombre de Sherwood

Dans le but d'analyser l'influence de la variation de la densité de flux de chaleur sur les échanges thermiques et massiques, nous avons tracé l'évolution du nombre de Nusselt sensible ainsi que celle du nombre de Sherwood en fonction de l'abscisse x.

La figure IV.12 représente l'évolution du nombre de Nusselt pour un faible flux imposé révèle essentiellement à l'entrée l'existence d'une zone où l'on observe un refroidissement de la paroi. Certaines valeurs du nombre de Nusselt sensible sont négatives, ce résultat que nous avons obtenu a été auparavant obtenu par X.Chesneau et al. [153]. En effet, nous avons noté une diminution brusque de la valeur du nombre de Nusselt sensible dans la région après X = 0.9h, pour Q=50 w.m⁻², jusqu'à ce que la zone à valeurs négatives se termine par une augmentation rapide pour atteindre une valeur maximale, puis diminue jusqu'à tendre asymptotiquement vers une valeur constante à la sortie du canal. Cette évolution est induite par l'effet de l'évaporation à la paroi mouillée et la variation de température du mélange de vapeur d'eau et d'air le long du canal.



Figure IV.12 : Evolution du nombre de Nusselt sensible le long de la paroi pour de faibles densités de flux de chaleur.

Ce phénomène est directement lié à la différence entre la température moyenne de l'écoulement et la température de la paroi chauffée. En rappelant l'expression $Nu_s = \frac{D_h Q_s}{\lambda(T_{paroi}-T_m)}$, On voit donc bien que Nu_s est négatif pour $T_{paroi} - T_m < 0$. De même, Nu_s admet une asymptote verticale pour $T_{paroi} = T_m$ d'équation X = 1h. Cependant, plus la densité de flux de chaleur imposé à la paroi est importante, plus cette zone de refroidissement est rétrécie jusqu'à disparaitre pour les Q≥200 w.m⁻².

Nous avons tracé sur les figures IV.13 qui illustrent les évolutions pour différentes densités de flux de chaleur du nombre de Nusselt sensible et du nombre de Sherwood. Le nombre de Nusselt exprime l'évolution du rapport du flux convectif et conductif le long de la paroi. Les transferts convectifs sont donc plus considérables à l'entrée du canal favorisant alors le transfert thermique dans cette zone. Les profils des nombres de Nusselt sensible sont décroissants, jusqu'à atteindre un minimum où ils demeurent pratiquement constants avec une sensible augmentation au voisinage du cylindre poreux. Le flux de chaleur n'a que peu d'influence sur le nombre de Sherwood qui traduit le transfert de la matière entre le film liquide et l'écoulement d'air.



Figure IV.13 : Evolution du nombre de Nusselt sensible (a) et du nombre de Sherwood (b) le long de la paroi.

Lors de l'évaporation d'un film liquide ruisselant sur la paroi interne d'un canal dont la paroi est soumise à un flux de chaleur uniforme de densité constante, le transfert de chaleur par mode latent est prédominant. La figure IV.14 décrit les profils du nombre de Nusselt latent le long de la paroi chauffée pour différentes densités de flux de chaleur imposé. Ces courbes présentent la même allure, le nombre de Nusselt latent diminue rapidement à l'entrée du

canal, suivie d'une croissance monotone le long de la paroi chauffée jusqu'à la sortie du canal. Le nombre de Nusselt latent augmente avec la densité de flux de chaleur.



Figure IV.14 : Evolution des nombres de Nusselt latent.

L'influence de la densité du flux de chaleur imposé sur le nombre de Nusselt sensible local n'est pas clairement visible dans le résultat précédent c'est pourquoi nous avons représenté l'évolution du nombre de Nusselt moyen sur la figure IV.15. Ainsi, on note qu'une augmentation de la densité du flux de chaleur imposé engendre une légère augmentation du nombre de Nusselt sensible, cependant elle n'affecte que très peu le taux d'amélioration du transfert de chaleur pariétal par mode sensible.

Il est visible également sur la figure IV.15, que le nombre de Nusselt latent moyen a un profil croissant, ce qui nous amène à constater que l'augmentation de la densité du flux de chaleur imposé améliore le transfert de chaleur par mode latent. Par ailleurs, l'écart entre le nombre de Nusselt latent pour Re = 20 et Re = 40 augmente avec la densité du flux de chaleur imposé.

La variation du nombre de Sherwood moyen en fonction de la densité du flux de chaleur imposé est représentée sur la figure IV.15. Comme l'on pouvait s'y attendre une augmentation de la densité du flux de chaleur imposé engendre une diminution du nombre de Sherwood moyen. En effet l'augmentation de la densité du flux de chaleur imposé s'accompagne d'une augmentation de la température à la paroi. Cette augmentation de la température le long du canal provoque également une augmentation de la fraction massique à la paroi qui est considérée comme étant saturée.



Figure IV.15: Taux d'amélioration des nombres de Nusselt et de Sherwood moyens en fonction de la densité du flux de chaleur imposé : (a) chaleur sensible ; (b) chaleur latente ; (c) nombre de Sherwood.

4- Effet de la température de l'air à l'entrée du canal

Afin d'étudier l'effet de la température de l'air à l'entrée du canal sur les champs de vitesse température et de concentration dans le canal, une série de simulations a été effectuée pour un nombre de Reynolds fixe, Re =20, une humidité fixe, Hr =20% et une densité de flux de chaleur de 350 w.m⁻². Quatre valeurs de la température d'entrée sont étudiées : Te= 15 C°, Te= 25 C°, Te= 35 C° et Te= 45 C°.

4.1- Champs de température, fraction massique et vitesse

Nous reportons, sur la figure IV.16, les profils de la composante de la vitesse horizontale U passant par le centre du cylindre poreux pour différentes valeurs de la température ambiante. Conformément à la loi de conservation de la masse, la vitesse d'écoulement est maximale entre les parois du canal et le milieu poreux dû à la présence du cylindre poreux. Cette vitesse maximale augmente avec la température d'air à l'entrée.



Figure IV.16 : Composante de la vitesse U en fonction de z, pour différentes valeurs de x.

Sur la figure IV.17, nous pouvons voir que les profils de température sont paraboliques dans la première partie du canal. Par la suite ce profil s'aplati à l'apparoche de l'obstacle poreux pour enfin redevenir parabolique après l'obstacle. Nous pouvons voir également que vers l'entrée du canal les gradients de température entre la paroi et le fluide sont les plus importants. Ces gradients ensuite diminuent le long du canal puisque la température du fluide

augmente. L'augmentation de la température d'entrée engendre une augmentation de la température du fluide dans tout le canal il s'ensuit une diminution du gradient de température entre la paroi et le fluide et donc une diminution des transferts par mode sensible. Comme nous l'avons déjà signalé, les profils de la concentration de la vapeur d'eau (figure IV.18) sont similaires à ceux de la température, puisque dans le cas de la vapeur d'eau, les nombres de Prandtl et de Schmidt sont proches. Une diminution de la température d'entrée engendre une augmentation des transferts par mode sensible et donc une diminution des transferts par mode latent ce qui donne une fraction massique de vapeur moins importante à l'intérieur du canal.



Figure IV.17 : Profils de la température.



Figure IV.18 : Profils de la concentration.

Les évolutions de la température et de la fraction massique à la paroi du canal sont présentées sur les figures IV.19.



Figure IV.19 : Evolution de la température et de la fraction massique le long de la paroi.

Sur ces figures nous pouvons remarquer la similitude entre les évolutions de la température et de la fraction massique. Les profils de température et de fraction massique le long de la paroi augmentent continûment de l'entrée vers la sortie du canal avec la présence d'une perturbation

en raison de la présence du cylindre poreux à cet endroit. Nous pouvons en déduire également que l'air injecté subit un réchauffement dans le canal. Cependant, les courbes de cette figure montrent que l'influence de la température de l'air injecté sur celle de la paroi est négligeable pour la gamme des valeurs considérées de température d'entrée (entre 15 C° et 45 C°). Nous notons aussi qu'une augmentation de la température de l'air à l'entrée du canal provoque une légère augmentation de la fraction massique à la paroi du canal.

La figure IV .20 illustre la distribution de la vitesse d'évaporation locale (Ve) du film ruisselant pour différentes températures à l'entrée. Sur cette figure, nous observons que tous les profils possèdent la même allure. À l'entrée du canal, la vitesse d'évaporation prend des valeurs minimums et augmente progressivement jusqu'à atteindre sa valeur maximale à la sortie du canal. Cette augmentation s'explique essentiellement par l'augmentation du gradient de la fraction massique le long du canal. Nous pouvons constater que plus la température d'entrée est importante plus la vitesse d'évaporation augmente et il s'ensuit une amélioration des transferts par mode latent.



Figure IV.20 : Évolution de la vitesse d'évaporation le long de la paroi en fonction de X pour différentes températures à l'entrée.

4.2 Évolution du nombre de Nusselt et du nombre de Sherwood

Ce paragraphe concerne l'influence de la variation des températures d'entrée du canal sur les transferts. Les calculs ont été réalisés pour différentes valeurs de températures d'entrée Te égales à $15C^{\circ}$, $25C^{\circ}$, $35C^{\circ}$ et $45C^{\circ}$. La figure IV.21 montre l'évolution du nombre de Nusselt sensible le long de la paroi pour les différentes valeurs de la température Te. Comme nous l'avons signalé dans le paragraphe précédent, les transferts sont les plus importants à l'entrée du canal et diminuent continûment jusqu'à la sortie de celui-ci. Il est à noter que la baisse du nombre de Nusselt sensible s'atténue le long du canal jusqu'à l'endroit du cylindre poreux où l'on observe une augmentation relative. Nous avons effectué un zoom de cette courbe afin de mieux analyser le profil du nombre de Nusselt sensible. À partir de X= 14h, nous avons remarqué que l'augmentation de la température d'entrée engendre une diminution du nombre de l'air d'entrée engendre une diminution du gradient de température entre le fluide et la paroi chauffée.



Figure IV.21 : Évolution du nombre de Nusselt sensible pour différentes températures imposées à l'entrée.



Figure IV.22: Évolution du nombre de Nusselt latent pour différentes températures imposées à l'entrée

Contrairement au nombre de Nusselt sensible, le nombre de Nusselt latent est très influencé par la température à l'entrée. Sur la figure IV.22, nous avons tracé le profil du nombre de Nusselt latent, Nu_L, le long du canal. Tout près de l'entrée, le nombre de Nusselt latent prend de grandes valeurs pour tous les cas testés. Ceci s'explique par les forts gradients de fraction massique à l'entrée du canal. Au fur et à mesure que l'air se déplace en aval, le gradient de la fraction massique diminue, ce qui engendre la diminution du nombre de Nusselt latent. A une distance particulière X= 7h, le nombre de Nusselt latent passe a un minimum puis augmente fortement. Ce comportement est attribué à l'évolution de la température moyenne de l'écoulement d'air. Les transferts de chaleur par mode latent augmentent avec la température imposée à l'entrée du canal et par conséquent le nombre de Nusselt latent est d'autant plus élevé que la température d'entrée est importante.

La figure IV.23 montre le profil du nombre de Sherwood local. Cette courbe présente une décroissance régulière quel que soit la valeur de la température d'entrée et malgré l'augmentation de vitesse d'évaporation. Nous pouvons observer que la variation de la température à l'entrée n'apporte pas d'amélioration sur les transferts de matières.



Figure IV.23 : Évolution du nombre de Sherwood pour différentes températures imposées à l'entrée

Nous nous intéressons maintenant aux nombres de Nusselt sensible moyen, latent moyen et Sherwood moyen, qui s'obtiennent en intégrant les nombre de Nusselt sensible et latent et le nombre de Sherwood locaux le long de la paroi. On peut remarquer que pour les "petites" valeurs de température à l'entrée, c'est-à-dire pour Te<20, les valeurs du nombre de Nusselt sensible diminue légèrement avec l'augmentation de la température d'entrée. Néanmoins, Il semble que globalement, lorsque la température à l'entrée augmente encore, le nombre de Nusselt sensible moyen croît, par conséquent, le transfert de chaleur par mode sensible s'améliore avec l'augmentation de la température à l'entrée pour la gamme des valeurs étudiées. Comme le témoigne cette figure IV.24, le transfert thermique par mode latent augmente considérablement si on augmente la température à l'entrée. Plus la température à l'entré augmente plus le nombre de Sherwood et par suite le transfert massique augmente. Nous avons pu remarquer qu'il s'agit d'une variation linéaire (figure IV.24). L'équation de corrélation s'écrit alors sous la forme:

Sh =0.99 Te + 8.884



Figure IV.24 : Evolution des nombres de Nusselt et de Sherwood moyens : (a) chaleur sensible ; (b) chaleur latente ; (c) nombre de Sherwood pour différentes valeurs de la température imposée à l'entrée.

5- position du cylindre

On rappelle que la position du cylindre est définie par la distance d'écartement $\gamma = 2d / (H-h)$ où d est la distance entre la surface du cylindre et la paroi inférieure.

5.1- Lignes de courant



Figure IV.25 : Évolution des lignes de courant en fonction de la position du cylindre pour des nombres fixes de Darcy et de Reynolds égaux à 10^{-4} et 40, respectivement.

Pour fournir quelques indications sur la topologie de l'écoulement régnant autour du cylindre poreux pour différentes positions, les lignes de courant, sont présentées sur la figure IV.25. Une série de simulation a été effectuée pour un nombre de Darcy égale à 10⁻⁴, un nombre de Reynolds égale à 40 et six positions régulières du cylindre poreux sont étudiées qui couvrent tout l'espace intérieur du canal. L'écoulement passe à travers et autour du cylindre poreux et reste stationnaire pour toutes les positions du cylindre, parce que ce nombre de Reynolds est dans la région sous-critique. La topologie de l'écoulement est similaire à celle obtenue par .T Park [136] pour un cylindre solide de section carrée. Néanmoins, on note quelques différences, puisque l'écoulement passe à travers l'obstacle poreux. Initialement, le cylindre est placé au milieu du canal, le sillage est formé d'une zone de recirculation de deux tourbillons placés symétriquement derrière le cylindre poreux. Avec la diminution de la distance entre le cylindre et la paroi, cette symétrie initiale du sillage est progressivement perdue. Pour la configuration étudiée, une bifurcation du sillage se produit aux alentours d'une valeur de $\gamma = 1/2$ faisant apparaître une structure asymétrique. Lorsque le cylindre est proche de la paroi inférieure, on peut voir qu'une seule zone de recirculation apparaît derrière le cylindre. En particulier, dans la dernière configuration, $\gamma = 1/6$, la zone de recirculation en aval est prolongée axialement près de la paroi inférieure.

5.2- Vorticité et température

La figure IV.26 présente Les effets de la variation de la position du cylindre sur les champs de vorticité et de température pour des nombres fixés de Darcy et de Reynolds égalent à 10^{-4} et 40, respectivement. Le calcul du champ de vorticité est basé uniquement sur les gradients locaux du champ de vitesses, ce qui nous permet de dégager certaines caractéristiques de l'écoulement à partir des zones de fort cisaillement. Comme le montre la figure pour $\gamma = 1$, la répartition de vorticité présente une topologie antisymétrique par rapport à l'axe longitudinal ce qui confirme le caractère stationnaire de la structure de l'écoulement. On observe que les deux régions sont symétriques avec des signes opposés au voisinage des parois du canal et les surfaces horizontales du cylindre. Cette similitude s'explique par le fait que le terme de gradient du/dz est prépondérant dans les régions cisaillées. Comme les lignes de courant, les contours de vorticité perdent leur symétrie pour toutes valeurs de γ différent de 1.

Transferts couplés de chaleur et de masse lors de l'évaporation d'un film liquide dans un canal en présence d'un cylindre poreux



Figure IV.26 : Contours de vorticité et de température pour Re = 40 et $Da = 10^{-4}$ pour différentes positions du cylindre.

Au fur et à mesure que le cylindre poreux s'approche de la paroi inférieure, conformément à la loi de conservation de la masse, la vitesse de l'écoulement augmente progressivement dans cette zone confinée, ce qui contribue à réduire l'intensité des champs de vorticité. Inversement, dans la partie supérieure du cylindre, la taille des contours de vorticité augmente graduellement et ils sont de plus en plus intenses. Une diminution supplémentaire de γ entraîne une diminution importante de la vorticité dans la partie inférieure du cylindre (γ =2/6 et γ =3/6). Pour γ =1/6 on voit que ces contours de vorticité ont disparu complètement.

Au début γ =1, les contours des isothermes sont symétriques par rapport à l'axe longitudinal. Les zones donnant les fortes valeurs de la température sont localisées sur les parois du canal. Par la suite lorsqu'on fait varier la position du cylindre vers la paroi inférieure, On observe que les isothermes sont très serrées et elles deviennent progressivement moins intenses. Cependant, nous notons, pour la zone inférieure, une élévation de la température ainsi les contours des isothermes s'étendent le long de la paroi inférieure et prennent du volume. Cette augmentation de la zone chauffée est attribuée à une zone de recirculations déjà observée pour les lignes de courant (fig. IV.25). En effet la formation d'un tourbillon contrarotatif localisé sur la paroi inférieure sans échappement va diminuer l'échange convectif avec cette paroi chauffée. Un mécanisme similaire a été observé dans la simulation de M. Cheraghi et al. [144] dans le cas d'un cylindre imperméable.

5.3- Profil des Vitesses- Températures - Concentrations

Sur la figure IV .27 sont représentés les profils de vitesse longitudinales à différentes positions du cylindre pour Da= 10^{-2} et Re=40. La vitesse de la vapeur a été prise en compte. Cependant, son effet sur le champ dynamique n'est pas visible, car sa valeur est relativement faible par rapport à la vitesse de l'air. Comme l'on pouvait s'y attendre, la vitesse d'écoulement dépend de façon cruciale de la distance entre l'obstacle poreux et les parois du canal. D'ailleurs, dans le cas où la distance d'écartement prend des valeurs très petites, le cylindre carré ressemble à un obstacle monté sur la paroi. La vitesse est faible prés la paroi inférieure en raison de la perméabilité du cylindre ensuite elle augmente rapidement pour prendre un profil presque parabolique. Au fur et à mesure que la distance d'écartement augmente, les vitesses d'écoulement à travers l'espace entre le cylindre carré et la paroi inférieure sont accélérées en raison de la diminution du confinement. Puis, le champ de vitesse devient symétrique quand le cylindre carré est bien placé au centre du canal.


Figure IV.27 : profils de vitesse.



Figure IV.28 : profils de Température et de fraction massique.

Nous reportons ensuite, sur la figure IV.28, les profils des Température et fractions massiques pour une position axiale x=30.5. En comparant ces figures, on constate que les profils de fraction massique se développent de manière similaire à ceux de la température. Ce résultat s'explique par le fait que le nombre de Schmidt est sensiblement égal au nombre de Prandtl. De même, comme pour la figure précédente, Nous remarquons qu'une diminution de la distance d'écartement engendre une augmentation de la température et de la fraction massique, il s'ensuit donc une diminution des gradients de température et de fraction massique. Évidemment, l'effet de l'espacement sur la température au voisinage de la paroi supérieure est trivial si on le compare avec celui au voisinage de la paroi inférieure.



Figure IV.29 : Evolution de la température, de la fraction massique et de la vitesse d'évaporation pour différentes distances d'écartements.

Nous avons tracé sur la figure IV.29, l'évolution de la température, de la fraction massique et de la vitesse d'évaporation dimensionnelle le long de la paroi inférieure du canal. La température minimale est obtenue a l'entrée du canal. Puisque le flux de chaleur est imposé tout le long de la paroi, le fluide devient de plus en plus chaud en se rapprochant de la position de l'obstacle. Ensuite, des variations de température sont observées jusqu'à la sortie

du canal. Les variations de température sont plus importantes dans le cas où le cylindre poreux est très proche de la paroi. En augmentant γ , on notera une réduction de la température à l'endroit de l'obstacle. À la sortie du canal, la température tend vers une valeur égale à 355 K. Comme on l'a déjà signalé auparavant, l'évolution de la fraction massique suit celle de la température et il s'ensuit une augmentation de la vitesse d'évaporation le long de la paroi chauffée dans la direction de l'écoulement alors qu'elle subit des perturbations à partir de la position de l'obstacle. En aval du cylindre poreux, la vitesse d'évaporation diminue lorsque l'obstacle s'approche du centre du canal ce qui se traduit par un transfert de masse plus élevé.

5.4- Évolution du nombre de Nusselt et du nombre de Sherwood

Sur la figure IV.30, on a représenté les distributions du nombre de Nusselt latent et de Sherwood locaux le long des parois chauffées inférieure et supérieure pour différentes distances d'écartement. Nous constatons alors que les transferts de chaleur et de masse sont les plus importants dans la zone d'entrée du canal où les gradients de concentration sont les plus importants et qu'ils diminuent ensuite d'une façon monotone jusqu'à la position du cylindre. Une crête apparaît à partir du bord d'attaque du cylindre sur l'évolution du nombre de Nusselt latent et de Sherwood. Lors de la phase de descente, cas où le cylindre poreux est éloigné de la paroi supérieure, l'influence du cylindre poreux sur la paroi supérieure devient moins importante et l'influence de la présence du cylindre poreux sur le nombre de Nusselt latent est faible.

En ce qui concerne les transferts de masse, qui sont caractérisés par le nombre de Sherwood, l'évolution de ce dernier est semblable à celle du nombre de Nusselt Latent. Cela vient du fait que la variation d'espacement entre le cylindre et la paroi inférieure exerce une influence dominante sur les gradients locaux de la fraction massique entre la paroi mouillée et le fluide. Le fait de rapprocher le cylindre poreux de la paroi inférieure du canal engendre une diminution du pic observé sur l'évolution du nombre de Nusselt latent. Cela peut s'expliquer par le fait que le cylindre poreux joue le rôle d'un puits dans les transferts de chaleur. Après la perturbation due à la présence de l'obstacle, le nombre de Sherwood tend vers une valeur égale à 7,8 pour la paroi inférieure et égale à 9 pour la paroi supérieure.



Figure IV.30 : Evolution du nombre de Nusselt latent et de Sherwood locaux le long de la paroi : $Da=10^{-4}$; Re=40 ; Q=350 w.m⁻²

Les nombres moyens de Nusselt et de Sherwood le long des parois du canal sont obtenus en intégrant les nombres de Nusselt et de Sherwood locaux :

$$\operatorname{Nu}_{L-\operatorname{avg}} = (1/L) \int_{L} \operatorname{Nu}_{L} dL; \ \operatorname{Sh} = (1/L) \int_{L} \operatorname{ShdL}$$

Où L est la longueur de la paroi.

L'effet de l'espacement entre le cylindre et la paroi inférieure sur le transfert de chaleur est représenté sur la Fig. IV.31, où nous présentons les variations des nombres de Nusselt latent et de Sherwood, qui caractérisent le transfert de chaleur et de masse, en fonction de la distance d'écartement pour différentes valeurs du nombre de Darcy.

Au fur et à mesure que l'espace entre la paroi inférieure et le milieu poreux augmente, les détachements tourbillonnaires se libèrent progressivement ce qui induit un fort gradient de concentration. Ainsi, les nombres de Nusselt latent et de Sherwood le long de la paroi inférieure sont importants pour un grand γ . Nous notons que l'augmentation commence à partir d'un point d'inflexion à $\gamma = 0.5$. Ce point d'inflexion pourrait être dû au fait que les lignes de courant comprennent une région de recirculation régulière de deux tourbillons située après le cylindre poreux au-dessus de cette limite. Cette constatation a également été observée dans l'étude de M. Cheraghi et al.[144] pour le cas d'un cylindre carré non poreux. Cette caractéristique peut-être trouvée dans les cas à faible nombre de Darcy $Da \le 10^{-4}$. Cependant, à un nombre de Darcy élevé $Da = 10^{-2}$, la valeur du point d'inflexion est $\gamma = 1/3$. Ceci est dû au fait que l'écoulement pénètre dans le cylindre poreux avec une faible résistance et qu'il n'y a pas de zone de recirculation après le cylindre poreux, ce qui est en accord avec les résultats pour les lignes de courant montrées sur la fig. III.11 (chap3). Lorsque γ diminue, le nombre de Nusselt latent moyen le long de la paroi supérieure augmente jusqu'à $\gamma \approx 0.5$. Avec une diminution supplémentaire de γ , le nombre de Nusselt de la paroi supérieure commence à diminuer, ce qui est en accord avec les résultats sur les lignes de courant. Pour un nombre de Darcy égal à 10⁻⁴, on voit que le nombre de Nusselt latent moyen atteint des valeurs supérieures à celles obtenues pour un $Da = 10^{-6}$. Afin de mettre en évidence l'effet de la présence du cylindre poreux sur les transferts, nous avons tracé sur la même fig. IV.31 les Nombres de Nusselt latent et de Sherwood moyens normalisés par ces mêmes nombres obtenus pour un canal sans cylindre poreux. On peut voir a partir cette figure que l'amélioration du transfert de masse et de chaleur se produit à partir d'une valeur de l'ordre de 0.7. On remarque également sur cette figure que l'amélioration des transferts est plus significative pour un nombre de Darcy égale à 10^{-4} . Pour un nombre de Darcy égal à 10^{-4} et γ = 1, les augmentations des transferts de chaleur et de masse sont respectivement de 3,5% et 5,5%.



Figure IV.31 : Nombres de Nusselt latent et de Sherwood moyens pour différentes distances d'écartement.

6- Effet du rapport de blocage

6.1- Lignes de courant

Le facteur de blocage est défini dans cette étude par le rapport entre la hauteur du cylindre poreux et la hauteur du canal. La variation de ce facteur induit des phénomènes surprenants. Comme nous l'avons mentionné auparavant, l'écoulement perd sa symétrie et devient périodique avec l'augmentation du nombre de Reynolds. Nous avons remarqué l'apparition de lâchés tourbillonnaires de Von Karman à partir d'un nombre de Reynolds critique Rec de l'ordre de 60 pour un nombre de Darcy Da= 10^{-4} et un rapport de blocage h /H==1/8. Par ailleurs, le nombre de Reynolds critique dépend du rapport de blocage, ce fait est confirmé par Sohankar et al. [154] ainsi que par S.Turki et al. [41]. Afin d'étudier l'effet de l'augmentation

de la hauteur du canal sur la structure de l'écoulement, une série de simulations a été effectuée pour un nombre de Reynolds égal à 40, un nombre de Darcy $Da=10^{-4}$ et pour une densité de flux de chaleur Q=350 w.m⁻².

La figure IV.32 présente la comparaison des lignes de courant pour différents rapports de blocage. En analysant la structure de l'écoulement en aval d'un cylindre poreux, et au fur et à mesure de l'augmentation du rapport du blocage, on observe deux régimes d'écoulement différents. Le premier régime pour des taux de blocage réduits compris entre 1/8 et 1/6 est instationnaire et dissymétrique. Il est important de noter que plus le taux blocage diminue, plus la dissymétrie de l'écoulement est marquée et plus l'écoulement est caractérisé par une allée tourbillonnaire contrarotative de Von Karman. L'écoulement se stationnaire est caractérisé par une zone de recirculation régulière de deux tourbillons symétriques situés derrière le cylindre. Il est par ailleurs important de noter que per en taille du fait de l'augmentation du taux de blocage. En effet, A. Sharma & Eswaran (2007) [155], ainsi que Perumal et al. (2012) [156] pour un cylindre carré, ou encore Amit Kumar Dhiman (2015) [157] pour un obstacle Triangulaire, montrent que le nombre de Reynolds critique augmente avec le rapport de blocage.

Nous avons reporté dans la figure IV.33 la longueur L_r de cette zone de recirculation en fonction du taux de blocage. Comme dans celle pour les nombres de Reynolds, les valeurs calculées pour L_r montrent une dépendance linéaire avec le taux de blocage. Pour un rapport de blocage variant de 1/5 à 1/2, la longueur de la zone de recirculation croît linéairement avec le rapport de blocage. Pour une meilleure précision, la longueur de la zone de recirculation L_r est corrélée au rapport de blocage :

$$L_r = 0.4 \ \frac{1}{\beta} + \ 0.9$$

Transferts couplés de chaleur et de masse lors de l'évaporation d'un film liquide dans un canal en présence d'un cylindre poreux



Figure IV.32 : comparaison des lignes de courant pour différents rapports de blocage.



Figure IV.33 : Variation de la longueur du sillage en fonction du rapport de blocage.

6.2- Vorticité et température

On s'intéresse au comportement du champ de température et de l'analyser en relation avec celui du champ de vorticité. La figure IV.34 rassemble les profils des champs des vorticités et des isothermes pour six valeurs de rapport de blocage. Pour décrire plus finement les modes de répartition de vorticité et de température, nous proposons de visualiser non plus les champs des vorticités et des isothermes dans le domaine du fluide complet, mais sa réduction sur le contour du cylindre poreux.

Conformément aux lignes de courants, on observe deux types de répartition de vorticité et de température différents. Le premier type est illustré par les taux de blocage réduits compris entre 1/6 et 1/8. On observe une série de tourbillons lâché de chaque côté du cylindre poreux, provoquant une allée tourbillonnaire de Von-Kármán. Ils sont convectés par le fluide dans le sillage et ils perdent leur intensité en s'éloignant du cylindre. On remarque également que le champ de température évolue de la même manière que le champ de vorticité. Derrière l'obstacle, les isothermes se rabattent vers l'intérieur du sillage et ils prennent une forme sinusoïdale. Cette forme périodique disparaît progressivement avec l'augmentation du rapport de blocage. En effet, à mesure que le taux de blocage augmente la zone perturbée est réduite. Une fois que la zone de vorticité atteint son équilibre, les isothermes se stabilisent. Ainsi, à partir de $\beta=1/5$, le deuxième régime d'écoulement se produit. Les contours de vorticité et d'isotherme sont symétriques par rapport à l'axe longitudinal. Plus le rapport de blocage augmente, plus la vorticité devient intense et plus le cylindre poreux s'échauffe.

Transferts couplés de chaleur et de masse lors de l'évaporation d'un film liquide dans un canal en présence d'un cylindre poreux





Figure IV.34 : les profils des champs des vorticités (a) et des isothermes (b) en fonction de X pour différents valeur de β.

6.3- Profil des Vitesses- Température - Concentration

La dynamique du sillage derrière un obstacle est fortement contrôlée par le rapport de blocage. Afin de mieux analyser ce phénomène, nous avons présenté les profils de vitesse, température et concentration de l'écoulement pour différents endroits.

les profils de vitesse longitudinales sont illustrés sur la figure IV.35. Dans tous les cas étudiés, l'écoulement à l'entrée du canal est considéré étant uniforme et la vitesse de la vapeur a été prise en compte. Conformément à la loi de conservation de la masse, toute diminution de la vitesse d'écoulement au voisinage du cylindre doit être accompagnée d'une augmentation près des parois, donc, l'écoulement est accéléré entre les parois du canal et le milieu poreux. En effet, l'obstacle poreux ainsi que la zone de recirculation ralentissent le fluide derrière lui (Fig. IV .35-a). Cependant, nous avons observé, dans la (Fig. IV .35-b), que l'amplitude de la vitesse maximale atteinte par l'écoulement augmente avec le rapport de blocage ce qui est en accord avec les résultats de Pratish P. Patil et al. [158] (2008). Cette augmentation est dûe à une diminution de la section transversale du fluide (l'augmentation de $1/\beta$ engendre une réduction de la largeur de canal).

Transferts couplés de chaleur et de masse lors de l'évaporation d'un film liquide dans un canal en présence d'un cylindre poreux



Figure IV.35 : profils de vitesse pour Re = 40, $Da = 10^{-4}$

Pour tous les exemples présentés sur la figure IV.36-a, la température la plus élevée est enregistrée à la paroi du canal. Comme l'on pouvait s'y attendre, les profils paraboliques le long du canal deviennent aplatis à l'approche du cylindre poreux. Une augmentation du rapport de blocage a pour conséquence, une augmentation de la température de l'écoulement. Cela a conduit à une amélioration des transferts de chaleur par mode sensible.



Figure IV.36 : profils des Température et fractions massiques pour Re = 40, Da= 10^{-4}

Les profils de la fraction massique, qui sont représentés sur la figure IV.36-b, suivent ceux de la température. En effet, la paroi du canal est considérée comme saturée et la fraction massique augmente avec la température. La concentration de l'air augmente également en s'approchant de la sortie du canal. La fraction massique évolue de la même manière que la

température, elle augmente avec l'augmentation du rapport de blocage et donc favorise le transfert de la matière. Cette similarité entre la température et la fraction massique est due au fait que les nombres de Prandtl et de Schmidt sont proches pour la vapeur d'eau.

Les évolutions de la température, de la fraction massique et de la vitesse d'évaporation le long de la paroi chauffée sont illustrées sur les figures IV.37, lorsque l'on fait varier la hauteur H du canal et que l'on maintient fixe la hauteur h du cylindre.



Figure IV.37 : Evolution de la température, de la fraction massique et de la vitesse d'évaporation.

La courbe IV.37-a montre une augmentation de la température qui est due au flux de chaleur imposé tout le long de la paroi. Par ailleurs, une diminution de la hauteur du canal entraine une augmentation de la température de la paroi. En effet, une augmentation du rapport de blocage favorise les transferts convectifs. Étant donné que l'air est considéré comme saturé à la paroi, l'évolution de la fraction massique suit celle de la température, comme le témoigne la figure IV.37-b. La fraction massique augmente donc en fonction de la direction de l'écoulement avec un creux à la position du cylindre. Parallèlement, une diminution de la hauteur du canal engendre une augmentation de la fraction massique. Cette augmentation est accompagnée également par une élévation de la vitesse d'évaporation puisque la vitesse d'évaporation est liée au gradient de concentration, comme on le voit sur la figure IV.37-c. Il convient également de noter, dans toutes les figures, l'apparition d'une petite perturbation au voisinage de X=30h du fait de la présence du cylindre poreux.

6.4- Évolution du nombre de Nusselt et du nombre de Sherwood Sherwood

Un examen minutieux des nombres de Nusselt montre deux types d'influence exercée par les rapports de blocage. Conformément aux isothermes, Le premier type est obtenu pour $1/5 \le \beta \le 1/2$ et le deuxième pour $1/8 \le \beta \le 1/5$.

Pour les taux de blocages inférieurs à β =1/5, l'évolution des nombres de Nusselt sensible et latent est illustrée sur la figure IV.38 a et b. Près de l'entrée, le nombre de Nusselt latent prend des valeurs importantes du fait que les gradients de concentration sont assez élevés. L'évolution du nombre de Nusselt latent n'est pas monotone et admet un minimum pour X=5. Au fur et à mesure que l'écoulement avance dans le canal, nous avons observé l'apparition d'une crête à partir du bord d'attaque, qui prend une valeur maximale correspond à l'abscisse de la face arrière du cylindre poreux. Nous remarquons que le nombre de Nusselt latent augmente avec l'augmentation du rapport de blocage. En effet, plus le rapport de blocage augmente plus la zone perturbée de l'écoulement est réduite. Les isothermes et les isoconcentrations deviennent par conséquent plus intenses au voisinage des parois. L'analyse de la figure (IV.38- d) qui met en évidence la variation du nombre de Nusselt latent, et par suite les transferts de chaleur par mode latent, en fonction de la diminution du facteur de blocage, montre que le transfert thermique par mode latent s'est amélioré puisque le nombre du Nusselt latent a nettement augmenté. Comme nous l'avons déjà mentionné dans la fig. IV.38, plus le taux blocage diminue, plus l'écoulement se caractérise par une série de

tourbillons alternés de Von-Karman qui se détache de l'obstacle poreux et sont convectés par le fluide dans le sillage. Cela entraîne une perte d'intensité des isothermes au voisinage des parois et par conséquent l'augmentation du gradient de concentration au voisinage de la paroi. La figure (IV.38 a-c) montre que l'évolution du nombre de Nusselt sensible est similaire à celle du nombre de Nusselt latent. Contrairement à nos attentes, il semble que l'augmentation du rapport de blocage n'a pas apporté une grande contribution à l'amélioration du transfert de chaleur par mode sensible puisque le transfert de chaleur par mode latent est prédominant.



Figure IV.38 : Evolution des nombres de Nusselt sensible et latent.

Les allures des courbes relatives au nombre de Sherwood illustrées dans les figures IV.39, montrent que l'évolution est décroissante de l'entrée vers la sortie avec une perturbation localisée au voisinage immédiat du cylindre poreux. En effet, le gradient de la fraction massique diminue à mesure que l'air se déplace en aval. Pour tous les cas étudiés les nombres de Sherwood tendent vers la valeur asymptotique de 8.5 qui est légèrement supérieure à 7,5 pour un canal sans cylindre carré poreux. Cette valeur de 7.5 est trouvée par O .Oulaid et al. [159] et Z.I. Önsan et A.K. Avci [160]. Nous remarquons que cette grandeur augmente légèrement avec la diminution du rapport de blocage, donc avec l'élargissement du canal, alors que la taille du pic augmente avec le taux de blocage. Comme on a des valeurs relativement semblables des nombres de Shmidt et de Prandtl (Pr = 0.7, Sc = 0.69), les allures des nombres de Sherwood et de Nusselt sensible sont similaires.



Figure IV.39 : Evolution des nombres de Sherwood.

La figure IV.40 représente la variation du nombre de Nusselt latent moyen calculé pour différents rapport de blocage, variant de $\beta=1/8$ à $\beta=1/2$ et pour différents nombres de Darcy. On peut voir, pour tous les nombres de Darcy que les profiles sont caractérisés par un nombre de Nusselt latent minimal de l'ordre de 232, localisé en $\beta=1/5$. Le profil du nombre de Nusselt

latent relatif au nombre de Darcy $Da=10^{-2}$ est situé en dessous des autres profils. Nous avons pu constater aussi une forte augmentation du nombre de Nusselt latent pour $\beta = 1/2$. En conclusion, l'élargissement du canal et l'augmentation de la perméabilité du cylindre conduisent généralement à la diminution du transfert de chaleur par mode latent.



Figure IV.40 : variation du nombre de Nusselt latent en fonction du taux de blocage pour différents nombres de Darcy.

La variation du nombre de Sherwood moyen en fonction du rapport de blocage pour différents nombres de Darcy est illustrée sur la figure IV.41. Cette courbe montre que le nombre de Sherwood devient plus important avec un taux de blocage réduit. Il convient de noter également que les deux nombres de Darcy Da=10⁻⁴ et Da=10⁻⁶ donnent pratiquement le même nombre de Sherwood moyen pour tous les cas étudiés. Ceci peut s'expliquer par le fait que les deux nombres de Darcy donnent les mêmes vitesses d'écoulement dans le canal (fig. III.11 (chap3). Nous constatons que le transfert massique du système pourra être amélioré par la réduction du taux de blocage et du nombre de Darcy.



Fig. IV.41 : variation du nombre de Sherwood en fonction du taux de blocage pour différents nombres de Darcy.

Pour quantifier les améliorations des transferts thermique et massique au niveau des parois du canal, les résultats sont présentés en termes de rapport Nu_L/Nu_L^{ch} et Sh/Sh^{ch}. Les rapports Nu_L/Nu_L^{ch} et Sh/Sh^{ch} représentent, respectivement, les valeurs moyennes des nombres de Nusselt latent et de Sherwood normalisées par celles du canal sans cylindre. Les figures IV.42 a et b montrent respectivement les variations des rapports Nu_L/Nu_L^{ch} et Sh/Sh^{ch} en fonction du rapport de blocage et pour différents nombres de Darcy. Il est clair que les valeurs des rapports NuL/NuL^{ch} et Sh/Sh^{ch}, augmentent avec le rapport de blocage. Cependant, on constate que les valeurs de Nu_L/Nu_L^{ch} et Sh/Sh^{ch} sont très proches de 1 pour β =1/8. Ceci peut s'expliquer par le fait que la présence du cylindre poreux est inutile puisqu'il n'a pas d'effet perceptible sur les parois du canal. La présence du cylindre poreux devient plus significative avec la diminution du nombre de Darcy. Pour un rapport de blocage $\beta = 1/2$, les améliorations du nombre de Nusselt latent sont de l'ordre de 17,4%, 16,7% et 6,2% pour des nombres de Darcy égaux à 10⁻⁶,10⁻⁴ et 10⁻² respectivement. Les améliorations respectives pour le nombre de Sherwood sont de l'ordre de 9,9%, 9,6 % et 4%.



Figure IV.42. Effet du taux de blocage sur les nombres de Nusselt latent et Sherwood pour différents nombres de Darcy.

6.5- Corrélations

Dans cette section, nous établissons une corrélation pour le nombre de Sherwood (Sh) en fonction du nombre de Reynolds (Re) pour un rapport de blocage différent (β). Cette corrélation est valable en régime laminaire pour des valeurs du nombre de Reynolds allant de 25 à 65. Pour une meilleure précision, nous proposons une corrélation non linéaire du nombre de Sherwood :



 $Sh = 0.919 \text{ Re}^{0.39} \beta^{-0.65}$

Figure IV.43 : Variation du nombre de Sherwood en fonction du nombre de Reynolds pour différents rapport de blocage.

Le choix d'une corrélation de type $F = a B^b C^c$ est effectué pour deux raisons principales : premièrement, dans la littérature et à notre connaissance, ce type de corrélation n'a pas été proposé dans le cas de l'évaporation d'un film liquide en présence d'un cylindre poreux pour un canal. Deuxièmement, La structure de l'écoulement dépend principalement du nombre de Reynolds et du rapport de blocage. Pour cette raison ces facteurs peuvent avoir un impact sur le nombre de Sherwood et par conséquent sur le transfert de masse dans le canal.

7- Effet du facteur de forme du cylindre poreux

Au début, nous avons fait toute notre étude en considérant un cylindre poreux de section carrée afin de pouvoir comparer nos résultats à ceux de la bibliographie. Dans cette partie, nous examinons l'effet du facteur de forme sur les transferts combinés de chaleur et de masse à l'intérieur du canal. Il convient de noter que, contrairement à l'effet du rapport de blocage, l'étude de l'effet de ce paramètre est peut abondante dans la bibliographie malgré son importance dans divers applications industrielles. Le facteur de forme est défini par le rapport entre la longueur et la hauteur du cylindre poreux (l/h). Dans ce qui suit, nous analysons le cas

où nous maintenons fixe la hauteur du cylindre poreux, avec une longueur qui varie en fonction du facteur de forme. Les résultats sont obtenus pour une humidité fixe, Hr=20% et un nombre de Reynolds Re=20.

7.1- Profil des Vitesses– Températures - Concentrations

La figure IV.44 illustre les profils de la vitesse horizontal pour X=3.50 h. Nous avons considéré qu'à l'entrée du canal, la répartition des vitesses est uniforme U=U₀. Généralement, les vitesses d'écoulement sont équivalentes pour les différents rapports de forme. La vitesse de l'écoulement diminue et tends vers zéro sur la surface de l'obstacle, dû au frottement sur la surface de l'obstacle et à la viscosité de l'écoulement. Pour cela, le débit donne une vitesse maximale au centre de l'espace compris entre la paroi du canal et l'obstacle. Cependant, nous avons enregistré une légère augmentation de la vitesse maximale pour l/h=50.



Figure IV.44 : composante de vitesse U horizontale en fonction de z, pour différentes facteur de forme.

Pour les mêmes conditions d'entrée utilisées précédemment, nous avons représenté sur les figures IV.45 (a) et (b) les profils de la température et de la fraction massique dimensionnelle pour cinq rapports de forme différents. La température la plus importante se trouve sur les parois et diminue jusqu'à atteindre le cylindre poreux. Le sommet du profil est aplati, ceci est dû à la présence de l'obstacle (figure IV.45-a). Les évolutions de la

température pour différents facteurs de formes sont largement identiques. Cependant, pour le rapport de forme égale à 50 h, on obtient un profil de température plus aplati. La différence de températures entre l'entrée et la paroi étant moins importante la température au milieu du canal se rapproche de la température d'entrée de fluide. Les profils de concentration donnent une topologie similaire à ceux de la température (figure IV.45-b).

Les figures IV.46 (a), (b) et (c) rendent compte des évolutions de la température, de la fraction massique et de la vitesse d'évaporation le long de la paroi du canal. La température de la paroi augmente continûment de l'entrée jusqu'à la position de l'obstacle poreux. En amont du cylindre, les courbes sont pratiquement confondues, nous avons enregistré les mêmes températures pour les cas étudiés. À l'aval immédiat de l'obstacle les profils de température sont perturbés. Cette perturbation peut se propager vers l'aval avec l'augmentation de la valeur du rapport de forme. En effet en aval, la diminution de la vitesse dans la zone centrale de l'écoulement, dû à la présence de l'obstacle, s'accompagne d'une augmentation de la vitesse dans la zone confinée entre le cylindre poreux et la paroi. Comme nous l'avons signalé, cette évolution de la température de la paroi se retrouve sur la courbe de la fraction massique. Il s'ensuit également une augmentation du gradient de concentration entre la paroi et le fluide en son voisinage et par conséquent une augmentation de la vitesse d'évaporation (figure IV.46c). Nous avons obtenu une perturbation de la vitesse d'évaporation au voisinage du cylindre. La taille de cette zone perturbée est contrôlée par la longueur du cylindre rectangulaire avec la zone de recirculation en aval. Cette perturbation devient plus importante avec l'augmentation de la longueur du canal.



Figure IV.45 : Profils de la température (a) et de la concentration (b)



Figure IV.46 : Evolution de la température, de la fraction massique et de la vitesse d'évaporation le long de la paroi.

7.2- Évolution du nombre de Nusselt et du nombre de Sherwood

Nous avons tracé sur la figure IV.47, le profil du nombre de Nusselt sensible le long de la paroi. Comme l'on s'y attendait, pour le canal plan, le nombre de Nusselt local diverge à x = 0qui correspond à la plus grande valeur du nombre de Nusselt sensible du fait des forts gradients de températures. Au fur et à mesure que l'air avance dans le canal il s'échauffe ce qui engendre une diminution progressive du nombre de Nusselt sensible jusqu'à ce qu'il atteigne la position du cylindre. À partir de X=30h, le transfert sensible augmente immédiatement et après avoir atteint une valeur maximale, il diminue ensuite pour demeurer relativement stable en s'éloignant vers la sortie du canal. Cette valeur maximale du nombre de Nusselt sensible correspond approximativement au point de rattachement à l'arrière du cylindre. Ce résultat est en accord avec les travaux de H. Abbassi et al. [153], M. Meis et al. [154] et M. Cheraghi et al. [136]. Nous avons fait varier le rapport de forme longueur/hauteur du cylindre. On remarque que les profils sont identiques en amont du cylindre, par contre, les la valeur du nombre de Nusselt sensible maximale s'allongent zones où est proportionnellement avec la longueur de l'obstacle. En aval du cylindre on note que les valeurs augmentent avec la longueur du rectangle. Ceci est dû à l'accélération de l'écoulement en raison de l'effet de la diminution de la section de passage.

Le nombre de Nusselt latent, après une diminution rapide à l'entrée du canal, s'accroît graduellement tout au long de la paroi chauffée jusqu'à la sortie du canal. On note que l'allure du nombre de Nusselt latent sur la figure IV.47-b a un profil un peu similaire à celui du nombre de Nusselt sensible. Ces courbes sont caractérisées par l'apparition d'une perturbation au voisinage de l'obstacle dont la taille croît avec la longueur du cylindre rectangulaire. En comparant les profils obtenus pour les nombres de Nusselt sensible et latent, on constate que, contrairement au Nu_S, le nombre de Nusselt latent augmente progressivement tout le long des parois et qu'il est le plus important, ce qui montre que le transfert de chaleur par mode latent est prédominant. La distribution du nombre de Sherwood Sh le long du canal est représentée sur la figure IV.47-c. Comme nous l'avons déjà signalé, on remarque que le nombre de Nusselt sensible. À l'entrée du canal le nombre de Sherwood prend de grandes valeurs puisque les gradients de concentration sont élevés dans cette zone, puis il diminue graduellement jusqu'à la position du cylindre où il subit une perturbation.

Transferts couplés de chaleur et de masse lors de l'évaporation d'un film liquide dans un canal en présence d'un cylindre poreux



Figure IV.47: Evolution des nombres de Nusselt et Sherwood: (a) chaleur sensible; (b) chaleur latente ; (c) nombre de Sherwood pour différentes valeurs du facteur de forme.

6.1- Corrélations

Dans ce paragraphe, nous allons présenter des corrélations pour les nombres de Nusselt sensible et latent et le nombre de Sherwood en fonction de l/h, permettant de décrire le transfert de chaleur entre la paroi et le fluide. Ces corrélations sont valables en régime laminaire pour une valeur de densité de flux de chaleur Q=350 w.m⁻² et l/h variant entre 1 et 50. L'augmentation du rapport de forme provoque une augmentation monotone des transferts thermiques et massiques. Pour les nombres de Nusselt sensible Nu_s et latent Nu_L et le nombre de Sherwood Sh, nous proposons des corrélations de type :

 $Nu_S = 0.99 (l/h) + 0.80$ $Nu_L = 0.99 (l/h) + 233.95$



Sh = 0.99 (l/h) + 8.64

Figure IV.48 : Evolution des nombres de Nusselt et de Sherwood moyens : (a) chaleur sensible; (b) chaleur latente ; (c) nombre de Sherwood pour différentes valeurs du facteur de forme.

8- Position du cylindre

8.1- Profil des Vitesses- Températures - Concentrations

Afin d'étudier l'effet des paramètres retenus du problème sur les échanges thermique et massique, on visualise l'évolution de la température, de la fraction massique et de la vitesse d'évaporation dimensionnelle le long de la paroi du canal pour différentes positions du cylindre poreux sur la figure IV.49. L'écoulement subit une contraction importante au passage du cylindre poreux. La vitesse de l'écoulement est désordonnée dans cette partie et le sillage de l'obstacle est agité vers l'aval. Ce phénomène s'accentue avec la température (figure IV.49-a). Au voisinage du cylindre poreux nous avons observé une nette diminution des températures, ensuite elles tendent asymptotiquement vers une valeur sensiblement constante. Cette tendance se confirme par le tracé des courbes de la fraction massique et de la vitesse d'évaporation (figure IV.49 b-c). Il est intéressant de noter que, dans toutes les courbes, l'endroit de la perturbation observé est fortement lié à la position du cylindre.



Figure IV.49 : Evolution de la température (a), de la fraction massique (b) et de la vitesse d'évaporation (c) le long de la paroi pour différentes positions du cylindre poreux.

8.2- Évolution du nombre de Nusselt et du nombre de Sherwood

Dans ce paragraphe, notre attention s'est portée vers l'effet de la position du cylindre poreux sur les transferts de chaleur et de masse à la paroi. Près de l'entrée les nombres de Nusselt sensible prennent des valeurs importantes du fait que les gradients de température sont assez élevés. Au fur et à mesure que l'air avance dans le canal, il se réchauffe ce qui engendre la diminution du nombre de Nusselt sensible. Dans chaque courbe, nous remarquons l'apparition d'une crête au voisinage de la position de l'obstacle qui faiblit progressivement au cours de l'avancement du fluide. On peut voir également pour les courbes des nombres de Nusselt latent que les allures sont presque semblables : après une diminution rapide à l'entrée du canal, ils s'accroissent progressivement tout au long de la paroi chauffée jusqu'à la sortie du canal, tandis que les positions des crêtes varient suivant les positions d'obstacle.



Figure IV.50 : Evolution des nombres de Nusselt et Sherwood locaux le long de la paroi: (a) chaleur sensible; (b) chaleur latente ; (c) nombre de Sherwood.

La comparaison des profils obtenus nous a permis de constater que le transfert de chaleur domine par le transfert en mode latent du fait de la vaporisation du film liquide. L'analyse de la courbe relative à la distribution du nombre de Sherwood (fig. IV.50) montre que cette grandeur admet des allures semblables à celles du nombre de Nusselt sensible. À l'entrée immédiate du canal, il prend une valeur maximale et diminue continûment jusqu'à la sortie du canal. En observant au voisinage de la position du cylindre poreux, nous constatons qu'une crête marque sa présence. En effet la présence d'obstacle cause une accélération de l'écoulement, et par suite le transfert massique s'améliore. À la sortie du canal, les valeurs retrouvent un seuil constant, ce qui caractérise un écoulement développé. Cette figure indique que les nombres de Sherwood tendent vers des valeurs asymptotiques de 7.33, 7.33, 7.40, 7,58 et 8.37 respectivement pour L_u= 5h, 10h, 20h, 30h, et 40h.



Figure IV.51 : Evolution des nombres de Nusselt et Sherwood moyens : (a) chaleur sensible;(b) chaleur latente ; (c) nombre de Sherwood pour différentes position du cylindre.

L'évolution du nombre de Nusselt moyen présentée sur la figure IV.51, nous aidera à déterminer la position la plus adéquate. La couche limite thermique finit par envahir tout le canal, sauf près de sa section d'entrée. Dans cette partie l'obstacle poreux n'est pas léché par l'isotherme. Donc, le cylindre joue le rôle d'un perturbateur pour les deux positions X = 5 et X=10. Les échanges thermique et massique sont plus importants dans la deuxième section 10<X<30. En effet, la couche limite s'épaissit progressivement jusqu'à occuper l'ensemble de la veine fluide, ce qui mène au régime établi. Nous avons trouvé que la longueur d'établissements, distance nécessaire pour atteindre le régime laminaire établi, est de l'ordre de 11 h. Dans la partie centrale, appelée aussi noyau central, des échanges thermiques et massique entre le fluide et le cylindre poreux s'établissent. Par conséquent le maximum d'échanges thermique et massiques entre le fluide et la paroi du canal a lieu dans cette zone intermédiaire. Les échanges thermiques et massiques diminuent dans la section de sortie du canal après l'obstacle. Au fur et à mesure qu'on rapproche le cylindre poreux de la sortie, l'influence de la présence du cylindre sur l'écoulement devient moins importante.

Conclusion

Une étude numérique d'un écoulement dans un canal horizontal en présence d'un obstacle poreux a été effectuée. Les parois sont mouillées et soumises à un flux de chaleur de densité constante. Les effets d'un écoulement perturbé sur le transfert de chaleur au voisinage de la paroi du canal ont été analysés numériquement pour un nombre de Reynolds de Re=40, sept rapports de blocage de $1/8 \le \beta \le 1/2$, six distances d'écartement de $1/6 \le \gamma \le 1$ et quatre nombres de Darcy $10-2 \le Da \le 10-6$. Cette étude réalisée en convection forcée a permis de conclure que lorsque γ augmente, la zone de recirculation près de la paroi du canal disparait et par conséquent, les nombres de Nusselt latent et de Sherwood le long de la paroi inférieure sont plus importants pour un grand γ . Le nombre de Sherwood devient moins important avec l'augmentation du rapport de blocage. Enfin, des lois de corrélation ont été établies afin de déterminer la configuration optimale ainsi que les améliorations correspondantes du transfert de chaleur et de masse.

CONCLUSIONS GENERALE

L'objectif du travail réalisé dans cette thèse est de développer un code de calcul capable de simuler les écoulements thermoconvectifs en régime stationnaire et instationnaire pour des géométries ouvertes contenant un milieu poreux. Le problème retenu est celui du cylindre poreux de section carrée placé dans un canal horizontal et parcouru par un écoulement d'air. Les parois du canal sont mouillées et soumises à un flux de chaleur de densité constante.

Après avoir passé en revue, les différentes études numériques et expérimentales relatives à des cylindres pleins et poreux, nous avons opté dans une première étude pour la compréhension des phénomènes de transfert de chaleur entre le cylindre carré chauffé et le fluide. Les équations dans l'écoulement sont les équations classiques de la convection forcée couplées au modèle de Darcy-Brinkman-Forchheimer dans le matériau poreux. La méthode des volumes finis a été utilisée pour la discrétisation spatiale des équations, alors que la discrétisation temporelle a été faite par un schéma du type Adams-Bashforth d'ordre deux. Ce code a été validé par comparaison des résultats de la simulation avec ceux de la littérature pour trois cas différents : cylindre plein adiabatique, cylindre plein chauffé et cylindre poreux chauffé. Ces comparaisons ont permis d'une part de retrouver les régimes d'écoulement prédits par la théorie et d'autre part de déterminer la valeur du nombre de Reynolds critique qui se situe autour de 60 pour un cylindre plein.

Dans ce travail, nous avons cherché à comprendre l'influence de certains paramètres opératoires sur la structure d'écoulement et les transferts de chaleur. Nous avons montré, à travers cette simulation, que le transfert de chaleur augmente avec une augmentation du nombre de Reynolds et aussi avec une augmentation du rapport de blocage. En effet, l'écoulement devient sinusoïdal et des tourbillons de Von-Karman apparaissent avec l'augmentation de la vitesse de l'écoulement et par conséquent favorise les échanges thermique. Cependant, les transferts de chaleur diminuent avec une augmentation de nombre du Darcy. Lorsque le cylindre poreux a une faible perméabilité $Da = 10^{-6}$, l'écoulement ne peut pas traverser le cylindre poreux et les lignes de courant sont semblables à celles d'un cylindre carré plein.

Nous verrons par la suite, les effets d'un cylindre poreux carré sur la structure de l'écoulement et les transferts de chaleur et de masse ont été numériquement étudiés en détail. Les parois du canal sont mouillées par un film d'eau liquide mince et soumis à un flux de chaleur constant. Les résultats obtenus sont indiquent que l'introduction du cylindre poreux améliore le transfert de chaleur et de masse dans le canal. L'échange de chaleur par mode latent est prédominant. En effet, le nombre de Nusselt latent est plus important que le nombre

de Nusselt sensible. A partir de l'étude paramétrique réalisée, le transfert de masse augmente avec une augmentation du nombre de Reynolds et aussi avec une augmentation de la densité de flux. Cependant, l'augmentation de la température et de l'humidité relative de l'air à l'entrée du canal augmentera se transfert. Les différentes simulations effectuées ont permis de développer des corrélations pour le transfert massique, le nombre de Sherwood est corrélé avec les nombre de Reynolds et de Biot modifiés.

Dans la dernière partie de ce travail, nous avons étudié les effets des paramètres géométriques sur le transfert de chaleur et de masse. Trois paramètres ont été variés : sept rapport de blocage de $1/8 \le \beta \le 1/2$, six distances d'écartement de $1/6 \le \gamma \le 1$ et quatre nombre de Darcy $10^{-6} \le Da \le 10^{-2}$. Ceci nous a permis essentiellement de déterminer la configuration géométrique optimale. Cette étude réalisée en convection forcée a permis de conclure que lorsque la distances d'écartement augmente, la zone de recirculation prés de la paroi disparait et par conséquent, les nombres de Nusselt latent et de Sherwood le long de la paroi inferieure sont plus importants pour un grand écartement γ . Le nombre de Sherwood devient moins important avec l'augmentation du rapport de blocage. Ensuite une comparaison est effectuée entre les deux configurations, avec et sans cylindre carré poreux pour mettre en évidence l'effet de son ajout. Enfin, nous proposons des corrélations pour les nombre de Sherwood et de Nusselt latent en fonction du nombre de Reynolds et du taux de blocage.

REFERENCES

- M. Nazari, R. Mohebbi, M.H. Kayhani, Power-law fluid flow and heat transfer in a channel with a built-inporous square cylinder: Lattice Boltzmann simulation, Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics 204 (2014) 38–49.
- [2] Olalde, G. Etude theorique et experimentale du chauffage d'un gaz s'écoulant à travers un matériau poreux soumis au rayonnement solaire concentré. PhD thesis, Université Perpignan. France.(1981).
- [3] Benenati R F, Brosilow C B.Void fraction distribution in beds of spheres. AIChE Journal, 8(3): 359-361 (1962).
- [4] Vafai, K. Convective flow and heat transfer in variable-porosity media. Journal of fluid Mechanics, 147:233–259. (1984).
- [5] Vafai, K. Handbook of Porous Media. Second edition, Taylor and Francis Group, Boca Raton, Fl. (2005).
- [6] cheng et coll [1991].
- [7] Alazmi, B. et Vafai, K. Analysis of Variants within the Porous Media Transport Models. Journal of Heat Transfer, 122, 303-326. (2000).
- [8] Giese, M. Untersuchung der strömung in porösen medien unter ber ucksichtigung effektiver viskositäten. In. Dissertation, T U Munchen.(1997).
- [9] Kaviany, M. Principles of Heat Transfer in Porous Media. Second Edition, Springer-Verlag, New York. (1999).
- [10] Kozeny, J., Flow in porous media. S.B. Akad 2a: 126.(1927).
- [11] Carman PC. Flow of gases through porous media. London: Butterworths; (1956).
- [12] Ergun, S. Fluid flow through packed columns. Chemical Engineering Progress, 48:89.(1952).
- [13] Panda M.N. et Lake L.W. Estimation of single-phase permeability from parameters of particle-size distribution, AAPG Bulletin, Volume 78, Issue 7, Pages 1028-1039, (1994).
- [14] Scheidegger, E. The physics of flow through porous media. University of Toronto Press.(1974).

- [15] Kim, S.J. et Jang, P.J., Effects of the Darcy number, the Prandtl number, and the Reynolds number on local thermal non-equilibrium, Int. J. Heat Mass Transfer, 45, 3885–3896, (2002).
- [16] Slattery, J. C. Single-phase flow through porous media. AIChE Journal, 15:866–872, (1969).
- [17] Whitaker, S. Advances in theory of fluid motion in porous media. Industrial & Engineering Chemistry, 61:14–28, (1996).
- [18] Vafai, K. et Tien, C. L. Boundary and inertia effect on flow and heat transfer in porous media. International Journal of Heat and Mass Transfer, 24:195–203. (1981).
- [19] Vafai, K. Convective flow and heat transfer in variable-porosity media. Journal of fluid Mechanics, 147:233–259. (1984).
- [20] Bachmat, Y. et Bear, J. Macroscopic modeling of transport phenomena in porous media. Transport in Porous Media, 1:241–269, (1986).
- [21] Vafai, K. et Thiyagaraja, R. Analysis of flow and heat transfer at the interface region of a porous medium. International Journal of Heat and Mass Transfer, 30:1391–1405. (1987).
- [22] Bear, J. Dynamics of fluid in porous media. (1988).
- [23] Bear, J. et Bachmat, Y. Introduction of modeling of transport phenomena in porous media. Kluwer Academic, Dordrecht, (1990).
- [24] Quintard, M. et Whitaker, S. Transport in ordered and disordered porous media: volume avereged equations, closure problems, and comparison with experimental. Chemical Engineering Sciences, 48(14):2537–2564, (1993).
- [25] Whitaker, S. Flow in porous media i: A theoretical derivation of darcy's law. Transport in Porous Media, 1:3–25. (2005).
- [26] Darcy, H. Les fontaines publiques de la ville de Dijon. Paris, Victor Dalmont. (1856).
- [27] KallaL, Convection naturelle au sein d'une couche horizontale poreuse soumis à des flux de chaleur uniforme, Thèse de Maîtrise en sciences Appliquées (1999).
- [28] Delache, A. Etude analytique et numérique des instabilités spatio-temporelles des écoulements de convection mixte en milieu poreux : comparaison avec l'expérience. Universite des Sciences et Technologie de Lille - Lille I, (2005).
- [29] Brinkman, C. On the permeability of media consisting of closely packed porous particles. Applied Scientific Research, A1:81–86, (1948).
- [30] Brinkman, H. C. A calculation of the viscous force exerted by a flowing fluid on a dense swarm of particles. Applied Scientific Research, A1:27–34. (1947).

- [31] Neale, G. et Nader, W. Practicle significance of brinkman's extension of darcy's law: coupled parallel flows within a channel and bouding porous medium. The Canadian Journal of Chemical Engineering, 52:457–478. (1974).
- [32] Beckermann, C., Viskanta, R. et Ramadhyani, R., Natural convection in vertical enclosures containing simultaneously fluid and porous layers. Journal of Fluid Mechanics, 186:257–284, (1988).
- [33] Ward, J. C. Turbulent flow in porous media. J. Hydraul. Div., ASCE 90 (HY 5), 1-12. (1964).
- [34] Wooding, R. A. Steady state free thermal convection of liquid in a saturated permeable medium. Journal of Fluid Mechanics, 2:273–285, (1957).
- [35] Vafai, K. et Tien, C. L. Boundary and inertia effect on flow and heat transfer in porous media. International Journal of Heat and Mass Transfer, 24:195–203. (1981).
- [36] G. Lauriat et V. Prassad, Natural convection in vertical porous cavity: Numerical study for Brinkman – extended Darcy formulation. ASME J. Heat Transfer, Vol. 109, pp. 688-696 (1987).
- [37] J. L. Lage, Effect of the convective inertia term on Bénard convection in a porous medium. Num. Heat Transfer, Vol. 22, pp. 469-485 (1992).
- [38] sohankar, A. Norberg, C. et Davidson, L. "A Numerical study of unsteady twodimensional flow around rectangular cylinders et incidence" Internal report Nr 96/25, (1996).
- [39] T.J. Young et K. Vafai. "Convective flow and heat transfer in a channel containing multiple heated obstacles", International Journal of Heat and Mass Transfer vol 41 3279-3298. (1998).
- [40] M. Breuer, J. Bernsdorf, T. Zeiser et F. Durst. (1999) "Accurate computations of the laminar flow past a square cylinder based on two different methods: lattice-Boltzmann and finitevolume" International Journal of Heat and Fluid Flow 21 186±196, (2000).
- [41] Said Turki, Hassen Abbassi et Sassi Ben Nasrallah, Two-dimensional laminar fluid flow and heat transfer in a channel with a built-in heated square cylinder" International Journal of Thermal Sciences 42 1105–1113, (2003).
- [42] A. Korichi, H. Cherifi et L. Oufer Transfert convectif lors d'un écoulement oscillatoire en présence d'un barreau cylindrique. 17ème Congrès Français de Mécanique, Troyes,-Septembre2005.
- [43] A. Korichi et L. Oufer, Transfert convectif lors d'un écoulement oscillatoire en présence d'un barreau cylindrique, 17ème Congrès Français de Mécanique. Troyes,-Septembre2005.
- [44] A.K. Dhiman, R.P. ChhabraetV. Eswaran Steady mixed convection across a confined square cylinder, International Communications in Heat and Mass Transfer 35 47–55. (2008).

- [45] M.S. Dhouaib, F. Aloui, S. Turki et S. Ben Nasrallah, Etude expérimentale et numérique des écoulements instationnaires derrière un barreau carré placé dans un milieu confiné, 1ère Conférence Internationale sur La Conversion et La maitrise de L'Energie, CICME'08, 11-13, Avril 2008.
- [46] M.M. Ouestati, M.Ben Salah, F. Aloui et S.Ben Nasrallah, Numerical simulation of flow around obstacle with stream function-vorticity formulation of Navier-Stokes equation, 2nd International Conference on Energy Conversion and Conservation, (2010).
- [47] PRAT, M. 2D modelling of drying of porous media: influence of edge effects at the interface. Drying Techno L 9, 1181-1208. (1991).
- [48] Woods, A. W. Liquid and vapor flow in superheated rock. Annual Review of Fluid Mechanics. 31, 171–199. (1999).
- [49] Fichot F., Marchand O., Drai P., Chatelard P., Zabiégo M. et Fleurot J., "Multidimensional approaches in severe accident modelling and analyses", Nuclear Engineering and. Technology, Vol. 38, 8, pp. 733-752, (2006).
- [50] Bousri A., Bouhade K., "Etude numérique du transfert de chaleur et de masse dans un cylindre rempli d'un milieu poreux réactif ", Euro therm seminair N081 Reactive Heat Transfert in porous media, Ecole des mines dALbi, France June 4-6, (2007).
- [51] Jany, P. et Bejan, A., 1988, "Scaling Theory of Melting With Natural Convection in an Enclosure," Int. J. Heat Mass Transfer, Vol. 31, in press.
- [52] Quintard, M., Kaviany, M. et Whitaker, S. (1997). Two medium treatment of heat transfer in porous media numerical results for effective properties. Advanced Water Resour. 20(2-3):1–43.
- [53] Minkowycz WJ, Haji-Sheikh A, et VafaiK, On departure from local thermal equilibrium in porous media due to a rapidly changing heat source: the Sparrow number, International Journal of Heat and Mass Transfer 42 3373–3385, (1999).
- [54] Alkam M., Al-Nimr M. et Hamdan M., Enhancing heat transfer in parallel-plate channels by using porous inserts, International Journal of Heat and Mass Transfer, 44, pp.931-938 (2000)
- [55] Vadasz, P. Absence of oscillations and resonance in porous media Dual–Phase–Lagging Fourier heat conduction, J. Heat Transfer 127, 307–314, (2005).
- [56] Amiri, A., et Vafai, K., Analysis of Dispersion Effects and Non thermal Equilibrium, Non-Darcian, Variable Porosity, Incompressible Flow Through Porous Media. Int. J. Heat Mass Transf., 37, pp. 939–954, (1994).
- [57] Amiri, A., Vafai, K. et Kuzay, T. M., Effects of Boundary Conditions on Non-Darcian Heat Transfer Through Porous Media and Experimental Comparisons, Numer. Heat Transfer, Part A, 27, pp. 651–664, (1995).
- [58] Amiri, A. et Vafai, K. Transient Analysis of Incompressible Flow Through a Packed Bed. Int. J. Heat Mass Transf., 41, pp. 4259–4279, (1998).
- [59] Dixon, A. G. et Cresswell, D. L., Theoretical Prediction of Effective Heat Transfer Parameters in Packed Beds, AIChE J., **25**, pp. 663–676, (1979).
- [60] Kuznetsov, A. V. Thermal Non-equilibrium, Non-Darcian Forced Convection in a Channel Filled With a Fluid Saturated Porous Medium–A Perturbation Solution, Appl. Sci. Res., 57, pp. 119–131, (1997).
- [61] Mohamad, A. A. Non-equilibrium, natural convection in a differentially heated cavity filled with a saturated porous matrix. Journal of Heat Transfer, 122:380 384, (2000)
- [62] Hwang, G. J., Wu, C. C. et Chao, C. H. Investigation of non-darcian forced convection in an asymmetrically heated sintered porous channel. Journal of Heat Transfer, 117:725–732, (1995).
- [63] Ould-Amer, Y., Chikh, S., Bouhadef, K. et Lauriat, G., Forced convection cooling enhancement by use of porous materials. International Journal of Heat and Fluid Flow 19, 251– 258 (1998).
- [64] Lan, X.K. et Khodadadi, J.M., Fluid flow and heat transfer through a porous medium channel with permeable walls. Int. J. Heat Mass Transf. 36, 2242–2245 (1993).
- [65] Kuznetsov A.V., Analytical Study of Fluid Flow and Heat Transfer during Forced Convection in a Composite Channel Partly Filled with a Brinkman–Forchheimer Porous Medium.
 J. Flow, Turbulence and Combustion, Volume 60, Issue 2, pp 173–192, (1998).
- [66] Nakayama, A., Koyama, H., A similarity transformation for subcooled mixed convection film boiling in a porous medium. Appl. Sci. Res., 45, 129–143, (1988).
- [67] Kaviany M., boundary-layer treatment of forced convection heat transfer from a semiinfinite flat plate embedded in porous media, Journal of Heat Transfer, vol. 109, no. 2, pp. 345-349, (1987).
- [68] Hong, J. T., Tien, C. L., et Kaviany, M., Non-Darcain Effects on Vertical-Plate Natural Convection in Porous Media With High Porosities, Int. J. Heat Mass Transf., 28, pp. 2149–2157, (1985).
- [69] Lauriat, G., et Vafai, K Forced Convective Flow and Heat Transfer Through a Porous Medium Exposed to a Flat Plate or a Channel, Convective Heat and Mass Transfer in Porous Media, Kluwer Academic, Dordrecht, pp. 289–328, (1991).
- [70] Kaviany, M., Laminar flow through a porous channel bounded by isothermal parallel plates, Int. J. Heat Mass Transf., 28, pp. 851–858, (1985).

- [71] Vafai, K. et Kim, S. J., Forced Convection in a Channel Filled With a Porous Medium: An Exact Solution," ASME J. Heat Transfer, 111, pp. 1103–1106, (1989).
- [72] Vafai, K. et Kim, S. J., discussion of Forced Convection in a Porous Channel With Localized Heat Sources, ASME J. Heat Transfer, 117, pp. 1097–1098, (1995).
- [73] Vafai, K. et Tien, C. L., Boundary and Inertia Effects on Flow and Heat Transfer in Porous Media, Int. J. Heat Mass Transf., 24, pp. 195–203, (1981).
- [74] Vafai, K. et Tien, C. L., Boundary and Inertia Effects on Convective Mass Transfer in Porous Media, Int. J. Heat Mass Transf., 25, pp. 1183–1190, (1982).
- [75] Chen, S. C. et Vafai, K., Analysis of Free Surface Momentum and Energy Transport in Porous Media, -Numer. Heat Transfer, Part A, 29, pp. 281–296, (1996).
- [76] Kim, S. Y., Kang, B. H. et Hyun, J. M., Heat Transfer From Pulsating Flow in a Channel Filled With Porous Media, Int. J. Heat Mass Transf., 37, pp. 2025–2033, (1994).
- [77] Nakayama, A., Kokudai, T. et Koyama, H., Non-Darcian Boundary Layer Flow and Forced Convection Heat Transfer Over a Flat Plate in a Fluid- Saturated Porous Medium, ASME J. Heat Transfer, 112, pp. 157–162, (1990).
- [78] You, H. I. et Chang, C. H., Numerical Prediction of Heat Transfer Coefficient for a Pin-Fin Channel Flow, ASME J. Heat Transfer, 119, pp. 840–843, (1997).
- [79] Kim, S. J. et Choi, C. Y., Convective Heat Transfer in Porous and Overlying Fluid Layers Heated From Below, Int. J. Heat Mass Transf., 39, pp. 319–329, (1996).
- [80] Nield, D. A., Junqueira, S. L. M. et Lage, J. L., Forced Convection in a Fluid-Saturated Porous-Medium Channel With Isothermal or Isoflux Boundaries, J. Fluid Mech., 322, pp. 201– 214, (1996).
- [81] Sung, H. J., Kim, S. Y. et Hyun, J. M., Forced Convection from an Isolated Heat Source in a Channel with Porous Medium, Int. J. Heat Fluid Flow, 16, pp. 527–535, (1995).
- [82] Hadim, A., Forced Convection in a Porous Channel with Localized Heat Sources, ASME J. Heat Transfer, 116, pp. 465–472 (1994).
- [83] Kladias, N. et Prasad, V., 1990, Flow Transitions in Buoyancy-Induced Non-Darcy Convection in a Porous Medium Heated From Below, ASME J. Heat Transfer, 112, pp. 675–684.
- [84] Beckermann, C. et Viskanta, R., Forced Convection Boundary Layer Flow and Heat Transfer Along a Flat Plate Embedded in a Porous Medium, Int. J. Heat Mass Transf., 30, pp. 1547–1551, (1987).
- [85] Poulikakos, D. et Kazmierczak, M., Forced Convection in a Duct Partially Filled With a Porous Material, ASME J. Heat Transfer, 109, pp. 653–662, (1987).

- [86] Neale, G.et Nader, W., Practical Significance of Brinkman's Extension of Darcy's Law: Coupled Parallel Flows with in a Channel and a Bounding Porous Medium, Can. J. Chem. Eng., 52, pp. 475–478, (1974).
- [87] Perng, S.W. Wu, H.W. et T.C. Jue, Numerical Investigation of Heat Transfer enhancement on a Porous Vortex-Generator Applied to Block-Heated Channel, Int. J. Heat Mass Transfer, Vol.55 3121–3137, (2012).
- [88] Amiri, A. et Vafai, K., Analysis of Dispersion Effects and Non thermal Equilibrium, Non-Darcian, Variable Porosity, Incompressible Flow through Porous Media. Int. J. Heat Mass Transf., 37, pp. 939–954, (1994).
- [89] Amiri, A., Vafai, K. et Kuzay, T. M., Effects of Boundary Conditions on Non-Darcian Heat Transfer Through Porous Media and Experimental Comparisons, Numer. Heat Transfer, Part A, 27, pp. 651–664, (1995).
- [90] Amiri, A. et Vafai, K., Transient Analysis of Incompressible Flow through a Packed Bed. Int. J. Heat Mass Transf., 41, pp. 4259–4279, (1998).
- [91] Vafai, K., Convective Flow and Heat Transfer in Variable-Porosity Media. J. Fluid Mech., 147, pp. 233–259, (1984).
- [92] Vafai, K., Alkire, R. L. et Tien, C. L., An Experimental Investigation of Heat Transfer in Variable Porosity Media, ASME J. Heat Transfer, 107, pp. 642–647, (1985).
- [93] Lauriat, G. et Vafai, K., Forced Convective Flow and Heat Transfer Through a Porous Medium Exposed to a Flat Plate or a Channel, Convective Heat and Mass Transfer in Porous Media, eds., Kluwer Academic, Dordrecht, pp. 289–328, (1991).
- [94] Poulikakos, D. et Renken, K., Forced Convection in a Channel Filled With Porous Medium, Including the Effects of Flow Inertia, Variable Porosity, and Brinkman Friction, ASME J. Heat Transfer, 109, pp. 880–888, (1987).
- [95] Renken, K. et Poulikakos, D., Experiment and Analysis of Forced Convective Heat Transport in a Packed Bed of Spheres, Int. J. Heat Mass Transf., 25, pp. 1399–1408, (1988).
- [96] Valipour, M. S., Rashidi, S., Bovand, M. et Masoudi, R., Numerical modeling of flow around and through a porous cylinder with diamond cross section. European Journal of Mechanics B/Fluids 46,74–81, (2014).
- [97] Dhinakaran,S. et Ponmozhi, J., Heat transfer from a permeable square cylinder to a flowing fluid, Energy Conversion and Management 52, 2170–2182, (2011).
- [98] Chen, H., Technical Note: Non-Darcy Mixed Convection from a Horizontal Surface with Variable Surface Heat Flux in a Porous Medium, Numer. Heat Transfer, Part A, 30, pp. 859–869 (1996).

- [99] Chen, H., Analysis of Non-Darcian Mixed Convection from Impermeable Horizontal Surface in Porous Media: The Entire Regime, Int. J. Heat Mass Transf., 40, pp. 2993–2997.1997,
- [100] Hunt, M. L. et Tien, C. L., Non-Darcian Convection in Cylindrical Packed Beds, ASME J. Heat Transfer, 110, pp. 378–384, (1988).
- [101] Hong, J. T., Yamada, Y. et Tien, C. L., Effect of non-Darcian Non-Uniform Porosity on Vertical-Plate Natural Convection in Porous Media, ASME J. Heat Transfer, 109, pp. 356–362, (1987).
- [102] Chen, H., Chen, T. S. et Chen, C. K., Non-Darcy Mixed Convection along Nonisothermal Vertical Surface in Porous Media, Int. J. Heat Mass Transf., 39, pp. 1157–1164, (1996).
- [103] Cheng, P., Hsu, C. T. et Chowdary, A., Forced Convection in the Entrance Region of a Packed Channel with Asymmetric Heating, ASME J. Heat Transfer, 110, pp. 946–954, (1988).
- [104] Hsiao, S. W., Cheng, P. et Chen, C. K., Non-uniform Porosity and Thermal Dispersion Effects on Natural Convection about a Heated Horizontal Cylinder in an Enclosed Porous Medium, Int. J. Heat Mass Transf., 35, pp. 3407–3418, (1992).
- [105] David, E., Lauriat, G. et Cheng, P., A Numerical Solution of Variable Porosity Effects on Natural Convection in a Packed-Sphere Cavity, ASME J. Heat Transfer, 113, pp. 391–399.1991.
- [106] Hsu, T. et Cheng, P., Thermal Dispersion in a Porous Medium, Int. J. Heat Mass Transf., 33, pp. 1587–1597, (1990).
- [107] Fu, W., Huang, H. C. et Liou, W. Y., Thermal Enhancement in Laminar Channel Flow with a Porous Block. Int. J. Heat Mass Transf., 39, pp. 2165–2175, (1996).
- [108] Alazmi, B. et Vafai, K. Constant wall heat flux boundary condition in porous media under local thermal non-equilibrium conditions. International Journal of Heat and Mass Transfer, 45:3071–3087, (2002).
- [109] Lee, D. L. et Vafai, K. Analytical characterization and conceptual assessment of solid and fluid temperature differentials in porous media. International Journal of Heat and Fluid Flow, 42:423–435, (1999).
- [110] Calmidi, V. V. et Mahajan, R. L. Forced convection in high porosity metal foams. Journal of heat Transfer, 122:557–565, (2000).
- [111] Martin, A. R., Saltiel, C. et Shyy, W. Heat transfer enhancement with porous inserts in recirculating flows. Journal of Heat Transfer, 120:458–467. (1998).
- [112] Jiang, P. X. and Ren, Z. P. Numerical investigation of forced convection heat transfer in porous media using a thermal non-equilibrium model. International Journal of Heat and Fluid Flow, 22:102–110, (2001).

- [113] Jiang, P. X., Ren, Z. P. et Wang, B. X. Numerical simulation of forced con- vection heat transfer in porous plate channels using thermal equilibrium and nonthermal equilibrium models. Numerical Heat Transfer Part A, 35:99–113, (1999).
- [114] Lin J. N., Chou F.C., Yan W.M. et Tzeng P.Y., Combined buoyancy effects of thermal and mass diffusion on laminar forced convection in the thermal entrance region of horizontal square channels. The Canadian Journal of Chemical Engineering, volume 70, p. 681-689, (1992).
- [115] Sung et al. (1995) Sung H. J., Kim S. Y. and Hyun J. M., Forced convection from an isolated heat source in a channel with porous medium. International Journal of Heat and Fluid Flow Volume 16, Issue 6, December Pages 527-535, (1995).
- [116] Degan, G. and Vasseur, P., Aiding mixed convection through a vertical anisotropic porous channel with oblique axes. Int. J. Engng. Sci. 40, 193–209. (2002).
- [117] Jue, T. C., Numerical Analysis of Vortex Shedding Behind a Porous Cylinder, Int. J. Numerical Methods Heat Fluid Flow, vol. 14, no.5, pp. 649-663, (2004).
- [118] Mohamad, A. A., Heat transfer enhancements in heat exchangers fitted with porous media part I: Constant wall temperature. International Journal of Thermal Sciences, 42, 385-395, (2003).
- [119] Boomsma K. and Poulikakos, D., The Effects of Compression and Pore Size on the Liquid Flow Characteristics in Metal Foams, J. Fluids Engr., 124, 263-272, (2002).
- [120] S. Bhattacharyya, S. Dhinakaran, AL. Khalili. Fluid motion around and through a porous cylinder. Chemical Engineering Science 61- 4451 – 4461, (2006).
- [121] Babu, V. et Narasimhan, A., Investigation of vortex shedding behind a porous square cylinder using lattice Boltzmann method. Physics of Fluids Volume 22, Issue 5 10.1063, (2010).
- [122] Yu, P., Zeng, Y., Lee, T.S., Bai, H.X. et Low, H.T. Wake structure for flow past and through a porous square cylinder", International Journal of Heat and Fluid Flow, Vol. 31 No. 2, pp. 141-153, (2010).
- [123] Hung,Y.-M. et Tso, C.P., Temperature variations of forced convection in porous media for heating and cooling processes: internal heating effect of viscous dissipation. Transport Porous Media, vol. 75, pp. 319-32, (2008).
- [124] Perng,S., Hung,Y.-M., Wang, P. et Tso, C.P., Unsteady convection heat transfer for a porous square cylinder varying cylinder to channel height ratio, International Journal of Thermal Science Volume 50, Issue 10Pages 2006-2015, October 2011,
- [125] Chen, G.M., Tso, C.P., Effects of viscous dissipation on forced convective heat transfer in a channel embedded in a power-law fluid saturated porous medium. International Communications in Heat and Mass Transfer 38 57–62, (2011).
- [126] Dhinakaran, S., Ponmozhi, J., Heat transfer from a permeable square cylinder to a flowing fluid. Energy Conversion and Management 52 2170–2182, (2011).

- [127] Perng S. W., Wu H. W., Jue T. C., Numerical investigation of heat transfer enhancement on a porous vortex-generator applied to a block-heated channel, International Journal of Heat and Mass. Transfer, Vol. 55, No. 11-12, pp. 3121–3137, (2012).
- [128] Valipour, M.S., Rashidi, S., Bovand, M. and Masoudi, R., Numerical modeling of flow around and through a porous cylinder with diamond cross section, European Journal of Mechanics B/Fluids, Vol. 46, pp. 74–81,(2014).
- [129] Nazari, M., Mohebbi,R., Kayhani, M.H., Power-law fluid flow and heat transfer in a channel with a built-in porous square cylinder: Lattice Boltzmann simulation, Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics 204, 38–49, (2014).
- [130] Salimi, M. R., Rahni, M. T. and Jam, F., Pore-scale simulation of fluid flow passing over a porously covered square cylinder located at the middle of a channel, using a hybrid MRT-LBM–FVM approach, Theor. Comput. Fluid Dyn., Vol. 29, pp. 171–191, (2015).
- [131] Sohankar A, Khodadadi M, Rangraz E., Control of fluid flow and heat transfer around a square cylinder by uniform suction and blowing at low Reynolds numbers. Comput Fluids 109:155–167, (2015).
- [132] T. Aihara, Effects of Inlet Boundary Condition on Numerical Solutions of Free Convection between vertical Parallel Plates, Rep. Inst .High Speed Mech, Vol.28, No 258 pp 1-27(1963).
- [133] Abbassi, H., Turki, S., Nasrallah, S., numerical investigation of forced convection in a plane channel with a built-in triangular prism. J. Thermal Sci, Vol. 40, 649-658, (2001).
- [134] M. Meis, F. Varas, A. Velázquez, J.M. Vega. Heat transfer enhancement in microchannels caused by vortex promoters. International Journal of Heat and Mass Transfer 53 29–40 (2010).
- [135] M.A. Moussaoui, M. Jami, A. Mezrhab, H. Naji. MRT-Lattice Boltzmann simulation of forced convection in a plane channel with an inclined square cylinder. International Journal of Thermal Sciences 49 -131–142, (2010).
- [136] Tae Seon Park, Effects of an inserted square cylinder on wall heat transfer in laminar channel. Journal of Mechanical Science and Technology 27 (5) 1501~1508, (2013).
- [137] Mohsen Cheraghi Mehrdad Raisee Mostafa Moghaddami. Effect of cylinder proximity to the wall on channel flow heat transfer enhancement. Comptes Rendus Mécanique 342-63 72, (2014).
- [138] A. Terzi, W. Foudhil, S. Harmand, S. Ben Jabrallah. Liquid film evaporation inside an inclined channel: Effect of the presence of a porous layer. International Journal of Thermal Sciences 109 – 136-147, (2016).

- [139] O. Oulaid, B. Benhamou et N. Galanis, Combined buoyancy effects of thermal and mass diffusion on laminar convection in a vertical isothermal channel, International Journal of Computational Thermal Sciences, Vol. 2, No. 2, 125-138, (2010).
- [140] Vafai, K. et Sozen, M., Analysis of energy and momentum transport for fluid flow through a porous bed. Journal of Heat Transfer, 112:690–699, (1990).
- [141] Ergun S. Fluid flow through packed columns. Chem. Eng. Prog. 1952;48: 89-94.
- [142] Patankar, S. V. Numerical heat transfer and fluids flow. Hemisphere Publishing Corporation. (1980).
- [143] Arquis E. et Caltagirone J.P. Interacting convection between fluid and open porous layers ASME Winter Annual Meeting, Boston, Massachusetts 87-WX/HT-24. (1987).
- [144] Chorin A. L. Math, compute .22, (1968).
- [145] Teman R. ARCHIV. Ration. Mech. Anal.32, (1969).
- [146] Estivalezes J. L. et Boisson C. Simulation par algorithme de pression implicite pour les équations de Navier-Stokes. Institut de mécanique de fluide de Toulouse, rapport TELET 61(1988).
- [147] Patankar et Spalding, A calculation Procedure for Heat, Mass and Momentum Transfer Series in Computational Methods in Mechanics and Thermal Sciences. MC Graw Hill (1976).
- [148] Fortin, M., Peyret, R. et Temam, R. Calcul des ecoulements d'un fluide visqueux incompressible, in Lecture Notes in Physics (Springer-Verlag, New York), Vol. 8, p. 337, (1971).
- [149] Leonard,B., A stable and accurate convective modeling procedure based on quadratic upstream interpolation, Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering 19.59-98, (1979).
- [150] Okajima, A., Strouhal numbers of rectangular cylinders. J. Fluid Mech. 123, 379±398 (1982).
- [151] Kelkar, K. M. et Patankar, S. V., Numerical prediction of vortex shedding behind a square cylinder, International Journal Numerical Methods in Fluids vol (14), p.327, (1992).
- [152] Noymer PD, Glicksman LR. et Devendran A. Drag on a permeable cylinder in steady flow at moderate Reynolds number. ChemEng Sci. 53 (16):2859–6 (1998).
- [153] Chesneau X., abid, S. et Zeghmati, B. Turbulent Mixed Convection Inside a Vertical Tube With Wetted Wall. Journal of Heat Transfer. Vol. 133 / 101503-1, (2011).
- [154] Sohankar, A., Norberg, C. et Davidson, low-Reynolds-number flow around a square cylinder at incidence: study of blockage, onset of vortex shedding and outlet boundary condition, international journal for numerical methods in fluids, vol. 26, 39±56, (1998).
- [155] Sharma, A. et Eswaran, V., Heat and fluid flow across a square cylinder in the two dimensional laminar flow regime. Numer. Heat Transfer A-Appl. 45, 247–269, (2004).

- [156] Perumal, D. A., Kumar, V. S. et Dass, K., Numerical Simulation of Viscous Flow over aSquare Cylinder Using Lattice Boltzmann Method, ISRN Mathematical Physics Volume Article ID 630801, 16 pages, (2012).
- [157] Amit Kumar Dhiman, Flow and heat transfer phenomena around an equilateral triangular bluff body: effect of wall confinement, Heat Transfer Asian Research, 45 (7) 608–630, (2016).
- [158] Patil, P. et Tiwari, S., Effect of blockage ratio on wake transition for flow past square cylinder, Fluid Dynamics Research 40, 753–778, (2008).
- [159] O. Oulaid, B. Benhamou et B. Galanis, Flow reversal in combined laminar mixed convection heat and mass transfer with phase change in a vertical channel. Int. J. Heat and Fluid Flow, Volume 31, Pages 711 721, (2010).
- [160] Z.I. Önsan et A.K. Avci, Reactor Design for Fuel Processing, in Fuel Cells: Technologies for Fuel Processing", Elsevier, pp. 451-516, (2011).

Abstract

The characteristics of mass and heat transfers by forced convection during liquid film evaporation in the channel with a built in porous square cylinder in a cross flow are investigated numerically. The main objective of the present study is to evaluate the effect of introducing a porous square cylinder on the heat and mass transfer. Specifically, this study examines the influence of parameters such as the relative humidity of the ambient air, the air inlet temperature, the imposed heat flux, the variation of the cylinder position, blockage ratio and Reynolds number on the performance of the evaporation at the channel wall. A comparison between the two configurations, with and without, porous square cylinder has been performed to highlight the effect of its addition. To achieve this, we solved the classic equation of forced convection and the Darcy-Brinkman-Forchheimer model in the porous media.We find that the insertion of a porous square cylinder in the channel could make the flow more disturbed and significantly improve mass and heat transfer rates at the channel walls. The heat and mass transfer enhancements is greater with a decrease of the Darcy number and for $\gamma=1$ when the porous obstacle is placed in the middle of the channel. It is also greater with a decrease of the temperature and relative humidity of the air at the inlet. At Da = 10^{-6} , the flow not penetrate through the porous cylinder, the flow pattern is similar to that of a solid square cylinder. Finally, we propose correlations that allow us to define the Sherwood and Nusselt numbers based on the Reynolds, Biot numbers and the blockage ratio.

Résumé

Les caractéristiques des transferts de masse et de chaleur par convection forcée lors de l'évaporation du film liquide dans le canal en présence d'un cylindre carré poreux parcouru par un écoulement transversal sont étudiées numériquement. L'objectif principal de la présente étude est d'évaluer l'effet de l'introduction d'un cylindre carré poreux sur le transfert de chaleur et de masse. Plus précisément, cette étude examine l'influence de paramètres tels que l'humidité relative de l'air ambiant, la température d'air à l'entrée, le flux de chaleur imposé, la position du cylindre, le taux de blocage et le nombre de Reynolds. Une comparaison entre les deux configurations, avec et sans cylindre carré poreux a été réalisée pour mettre en évidence l'effet de son ajout. Pour modéliser ce phénomène nous avons résolu l'équation classique de convection forcée et le modèle de Darcy-Brinkman-Forchheimer dans les milieux poreux. Nous avons trouvé que l'insertion d'un cylindre carré poreux dans le canal pourrait perturber l'écoulement et améliorer de manière significative les taux de transfert de masse et de chaleur au niveau des parois du canal. Les transferts de chaleur et de masse devinent plus importantes avec une diminution du nombre de Darcy et pour $\gamma = 1$ lorsque l'obstacle poreux est placé au milieu du canal, par contre, l'augmentation de l'humidité relative de l'air ambiant et la température d'entrée réduit le transfert de masse. A $Da = 10^{-6}$, l'écoulement ne pénètre pas à travers le cylindre poreux, la structure d'écoulement est similaire à celui d'un cylindre carré plein. Enfin, nous proposons des corrélations qui permettent de définir les nombres de Sherwood et de Nusselt en fonction des nombres de Reynolds, de Biot et du taux de blocage.