



HAL
open science

Etude de la mise en forme spatio-temporelle de la lumière dans les cristaux photoniques et les métamatériaux

Julien Arlandis

► **To cite this version:**

Julien Arlandis. Etude de la mise en forme spatio-temporelle de la lumière dans les cristaux photoniques et les métamatériaux. Physique [physics]. Université Blaise Pascal - Clermont-Ferrand II, 2012. Français. NNT : 2012CLF22316 . tel-01979940

HAL Id: tel-01979940

<https://theses.hal.science/tel-01979940>

Submitted on 14 Jan 2019

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Université Blaise Pascal
U.F.R. Sciences et Technologies

ÉCOLE DOCTORALE DES SCIENCES
FONDAMENTALES
N° 673

THÈSE

présentée pour obtenir le grade de

DOCTEUR D'UNIVERSITÉ
Spécialité : PHYSIQUE

Par **Julien Arlandis**

**Étude de la mise en forme
spatio-temporelle de la lumière
dans les cristaux photoniques et
les métamatériaux**

Soutenue publiquement le **13 Décembre 2012** devant le jury
composé de :

M. David Cassagne	Rapporteur
M. Éric Cassan	Rapporteur
M. Gilles Renversez	Examinateur
M. Benoit Cluzel	Examinateur
M. Gérard Granet	Examinateur
M. Emmanuel Centeno	Examinateur et Directeur de thèse

Table des matières

1	Projet CLAC, étude de l'autocollimation	9
1.1	Généralités sur les cristaux photoniques	10
1.1.1	Théorie	10
1.1.2	Quelques effets observables avec les cristaux photoniques	15
1.2	Projet CLAC	18
1.3	Étude de l'effet d'autocollimation dans un cristal photonique planaire à maille carrée	20
1.3.1	Robustesse de l'autocollimation vis à vis de la disper- sion sur la taille des trous	22
1.3.2	Évolution de la courbure moyenne en fonction du taux de remplissage	25
1.3.3	Sélectivité spectrale	26
1.4	Mailles rectangulaires et hexagonales, autocollimation bicouleur	28
1.4.1	Conclusion	30
2	Théorie de la mise en forme spatio-temporelle de faisceaux dans des milieux alternés	31
2.1	Introduction	32
2.2	Méthode de simulation de la propagation de paquets d'ondes	32
2.2.1	Méthode de simulation de la propagation de paquets d'ondes par une méthode de décomposition en mode de Bloch	33
2.2.2	Précision du modèle	37
2.2.3	Décomposition en ondes planes	37
2.3	Théorie paraxiale appliquée à un milieu dispersif	42
2.3.1	Introduction	42
2.3.2	Vitesse de groupe	43
2.3.3	GVD	45
2.3.4	Indice de courbure, indice de phase, indice optique . .	48
2.3.5	Évolution temporelle du waist	51

2.3.6	Évolution spatiale du waist	52
2.4	Longueur de cohérence et longueur de diffraction	54
2.5	Milieux stratifiés	56
2.5.1	Cas d'un milieu périodique	58
2.6	Conclusion	60
3	Mécanismes de compensation dans les milieux alternés	63
3.1	Introduction	63
3.2	Métamatériaux d'indice moyen nul, gap de Bragg, gap d'ordre 0	66
3.2.1	Autocollimation	69
3.2.2	Focalisation	72
3.2.3	Conclusion	74
3.3	Mise en forme spatiale : autocollimation mésoscopique	75
3.3.1	Lumière lente	81
3.3.2	Ingénierie aux interfaces	85
3.3.3	Sélectivité spectrale	89
3.3.4	Conclusion	90
3.4	Mise en forme spatio-temporelle	93
3.4.1	Génération de solitons linéaires	93
3.4.2	Comparaison des longueur de diffraction et de cohérence	98
3.4.3	Simulation FDTD de solitons linéaires	99
3.4.4	Perspectives	101
3.5	Conclusion	102

Résumé

Étude de la mise en forme spatio-temporelle de la lumière dans les cristaux photoniques et les métamatériaux

L'essor des cristaux photoniques constitue une étape majeure pour un contrôle de la lumière à l'échelle de la longueur d'onde. Ces structures présentent des phénomènes remarquables car inobservables dans les milieux homogènes, comme la possibilité de réfracter négativement un faisceau. Cette thèse explore les propriétés optiques des cristaux photoniques avec l'objectif de proposer les outils théoriques et numériques pour agir aussi bien spatialement que temporellement sur la propagation de la lumière. Les modèles de mise en forme sont généralisés à des structures d'un nouveau genre qui alternent périodiquement des couches de cristaux photoniques ou de milieux homogènes. Ces super réseaux combinent une double périodicité et permettent de lever des contraintes rencontrées avec les cristaux photoniques classiques. Il est ainsi présenté pour la première fois un effet d'autocollimation dans un milieu très faiblement gravé et qui fonctionne en régime de lumière lente. Une condition pour la génération de solitons linéaires est exposée et testée numériquement dans un super réseau approprié qui ne présente aucune propriété non linéaire.

Mots clés : Cristaux photoniques, Autocollimation, Solitons linéaires, Indice de courbure, GVD, Nanophotonique, Métamatériaux.

Remerciements

En tout premier lieu, je remercie Emmanuel Centeno pour m'avoir transmis le goût de la recherche et pour m'avoir formé dans ce passionnant domaine que sont les cristaux photoniques. Sa disponibilité a été sans faille, il a toujours su éclairer ma voie dans ces moments d'incertitudes qui assombrissent parfois la route du thésard.

Ces trois années de thèse réalisées au sein du groupe Modélisations et Simulations Électromagnétiques de l'Institut Pascal ont été particulièrement enrichissantes. La bonne ambiance et l'anarchie positive qui y règnent favorisent les transferts de compétences entre les membres de l'équipe, j'ai apprécié mes nombreux échanges avec Gérard Granet, Kofi Edee, Antoine Moreau et Rafik Smaali.

Je remercie l'équipe du LAAS et particulièrement Antoine Monmayrant, Olivier Gauthier-Lafaye et Julien Campos pour leur concours dans le projet CLAC, pour leur disponibilité à Toulouse.

Je remercie le Centre Informatique National de l'Enseignement Supérieur (CINES) pour l'accès à son cluster de calcul.

Je suis reconnaissant envers Jean Pierre Plumey qui a partagé mon bureau et dont l'expérience m'a été fort utile. Merci à Jean Chandezon qui n'aura pas manqué de me rappeler que tout programme informatique contient moins d'informations à la sortie qu'en entrée.

Je remercie également tous les doctorants que j'ai croisé pendant cette thèse. Je pense à Jessica Benedicto, Ana Maria Armeanu, Ismail Fenniche, Lala bakoandriama pour tous les bons moments passés. Merci à Rémi Pollès pour les travaux sur les gaps d'ordre 0 et toutes ces expériences pluridisciplinaires réalisées pendant ces trois années.

Merci à Josselin Defrance pour son assistance Blender, Irina Matei pour sa bonne humeur.

Et puis cette thèse a été l'occasion de rencontrer mon amie Mira Abboud, je la remercie chaleureusement pour son soutien et les agréables moments que nous avons passés.

Je remercie toute ma famille et surtout Amélie et mon fils Clément pour m'avoir supporté pendant ces trois années et plus particulièrement pendant la phase de rédaction.

Je remercie la République Française de m'avoir instruit.

Introduction

En 1968, Veselago explore les conséquences des lois de l'électromagnétisme dans un univers hypothétique qui autoriserait des matériaux présentant des permittivités et des perméabilités simultanément négatives. Un monde bien étrange où les lois de l'optique sont inversées, où la lumière se propage en violant la causalité, et où il devient possible de construire des lentilles plates. En l'absence de matériaux qui rendraient observables de tels effets, les travaux de Veselago sont passés inaperçus jusqu'à la fin des années 90, date à laquelle la miniaturisation des composants permet de fabriquer les premiers métamatériaux. Depuis, ces structures composites agencées à une échelle inférieure à la longueur d'onde se sont généralisées.

Avec les nanotechnologies, nous vivons une transition technologique profonde et la miniaturisation des composants affecte de nombreuses disciplines. Avec la photonique, la lumière remplace peu à peu l'électricité pour le transport et le traitement de l'information. Dès lors, il n'est pas imaginable de voir un jour apparaître des microprocesseurs optiques qui marqueront la fin de l'ère de l'électronique. De nombreuses étapes restent encore à franchir, parmi lesquelles un contrôle de la lumière à l'échelle microscopique. En 2005, Emmanuel Centeno et David Cassagne [5] démontraient un effet de mirage au moyen d'un cristal photonique à gradient unidimensionnel. Plus récemment, une étape importante vient d'être franchie dans le guidage de la lumière avec les travaux d'Éric Cassan [4]. La description des méthodes théoriques et numériques pour assurer la mise en forme spatio-temporelle de la lumière constituent l'objet de ce manuscrit.

Cette thèse s'est effectuée pendant trois années à l'institut Pascal, elle s'inscrit dans le cadre du projet ANR CLAC. Au fil de l'évolution du projet, les travaux théoriques de cette thèse d'abord axés sur l'étude des propriétés dispersives des bandes photoniques ont rapidement évolué vers la

recherche de nouvelles structures composites : les super réseaux à cristaux photoniques. Nous verrons que ces structures présentent des propriétés nouvelles combinant pour la première fois le ralentissement et la suppression de la diffraction de la lumière. Autant de perspectives qui ouvrent la voie à un contrôle sans précédent de l'interaction lumière-matière, un processus clé dans de nombreux dispositifs opto-électroniques et photoniques. Dans le cadre du projet CLAC, ces structures mésoscopiques devraient permettre la réalisation de nouvelles cavités laser maintenant la mise en forme des faisceaux.

Après quelques généralités sur les cristaux photoniques, nous abordons dans le premier chapitre les travaux préliminaires menés dans le cadre du projet CLAC pour réaliser un prototype de laser à autocollimation.

Le second chapitre présente la théorie pour décrire la dynamique d'évolution spatio-temporelle de l'enveloppe d'un pulse de lumière. Les outils sont développés pour un cristal photonique parfait avant d'être généralisés aux structures alternées. Pour simuler la propagation de pulses, une méthode de calcul basée sur la structure de bande est présentée.

Le troisième chapitre est consacré à l'étude des milieux alternés. Nous nous intéressons dans un premier temps aux propriétés remarquables des milieux alternés d'indice moyen nul. Ces structures exotiques présentent une bande interdite spécifique qui supporte la propagation de modes autocollimatés. Pour contourner les difficultés posées par ces structures, nous présentons une nouvelle condition optique beaucoup moins contraignante pour l'autocollimation. Cette condition est vérifiée dans les supers réseaux à cristaux photoniques. Ces structures d'un nouveau genre très faiblement gravées en air supportent l'autocollimation en régime de lumière lente. Enfin, les supers réseaux peuvent être utilisés pour propager des solitons linéaires, un point de fonctionnement a été identifié et validé numériquement.

Chapitre 1

Projet CLAC, étude de l'autocollimation

Sommaire

1.1	Généralités sur les cristaux photoniques	10
1.1.1	Théorie	10
1.1.2	Quelques effets observables avec les cristaux photoniques	15
1.2	Projet CLAC	18
1.3	Étude de l'effet d'autocollimation dans un cristal photonique planaire à maille carrée . . .	20
1.3.1	Robustesse de l'autocollimation vis à vis de la dispersion sur la taille des trous	22
1.3.2	Évolution de la courbure moyenne en fonction du taux de remplissage	25
1.3.3	Sélectivité spectrale	26
1.4	Mailles rectangulaires et hexagonales, autocollimation bicouleur	28
1.4.1	Conclusion	30

Ce chapitre est une présentation générale des prérequis avant d'aborder le chapitre suivant sur la mise en forme de la lumière dans les structures alternées. La première section expose quelques généralités sur les cristaux photoniques. Ensuite, nous présentons le projet CLAC "Cavité Laser à Autocollimation" ainsi que les études préliminaires qui ont été menées en vue d'obtenir l'effet escompté à partir d'un cristal photonique à maille carrée. Nous explorons également la possibilité d'obtenir un laser autocollimaté fonctionnant à deux fréquences dans des directions distinctes.

1.1 Généralités sur les cristaux photoniques

1.1.1 Théorie

Les cristaux photoniques sont des structures périodiques de matériaux diélectriques ou métal-diélectriques dont la permittivité est modulée périodiquement dans une ou plusieurs dimensions de l'espace [34]. De la même façon que la périodicité du potentiel dans un cristal semi-conducteur affecte la propagation des électrons en créant des bandes d'énergie autorisées ou interdites, les cristaux photoniques peuvent empêcher la propagation de la lumière selon certaines directions et selon certaines fréquences. Les fréquences autorisées à se propager dans le cristal photonique sont appelées des modes, l'ensemble des modes forment des bandes. Elles sont séparées par des plages de fréquences pour lesquelles la lumière ne peut se propager, on les appelle les bandes interdites. On distingue trois catégories de cristaux photoniques selon le nombre de directions périodiques, ils sont qualifiés de unidimensionnel, bidimensionnel et tridimensionnel. La figure 1.1 illustre les 3 cas.

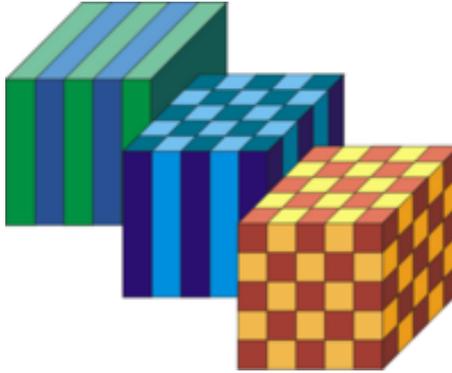


FIGURE 1.1 – D'après [11]. De gauche à droite, une coupe schématique de cristal photonique unidimensionnel (1D), bidimensionnel (2D) et tridimensionnel (3D).

Le cristal photonique unidimensionnel est constitué d'un empilement périodique de couches diélectriques agencées dans une seule direction, les propriétés spécifiques aux cristaux photoniques n'existent que dans la direction d'empilement. Un "miroir de Bragg" est un cristal photonique unidimensionnel constitué de couches transparentes d'indices de réfraction différents. Grâce à des phénomènes d'interférences, le miroir de Bragg peut réfléchir 99.5 % de la lumière incidente. Les équations de Maxwell prévoient que la

bande interdite sera d'autant plus grande que la modulation d'indice entre les deux milieux sera forte. La structure représentée dans la figure 1.2 présente un diagramme de dispersion avec une bande interdite (figure 1.3 à droite).

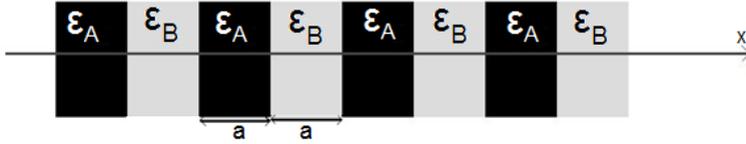


FIGURE 1.2 – Cristal Photonique 1D avec deux permittivités ϵ_A et ϵ_B

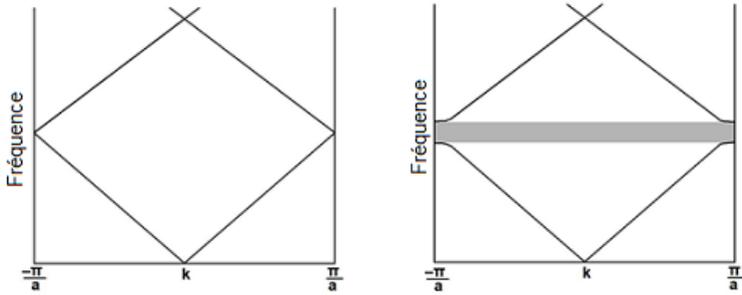


FIGURE 1.3 – Diagrammes de dispersion pour un cristal photonique 1D avec $\epsilon_A = \epsilon_B$ à gauche, $\epsilon_A \neq \epsilon_B$ à droite.

Les cristaux photoniques bidimensionnels sont généralement constitués d'une plaque gravée d'un réseau de trous ou de tiges.

La relation de dispersion du cristal photonique peut être déterminée en résolvant les équations de Maxwell en considérant un milieu diélectrique linéaire, non magnétique, sans charges, ni courants :

$$\nabla \cdot (\epsilon(\vec{r}) E(\vec{r}, t)) = 0 \quad (1.1)$$

$$\nabla \cdot H(\vec{r}, t) = 0 \quad (1.2)$$

$$\nabla \times E(\vec{r}, t) = -\mu_0 \frac{\partial H(\vec{r}, t)}{\partial t} \quad (1.3)$$

$$\nabla \times H(\vec{r}, t) = \frac{\partial(\epsilon(\vec{r}) E(\vec{r}, t))}{\partial t} \quad (1.4)$$

Les champs E et H peuvent se décomposer sous la forme d'ondes planes :

$$E(\vec{r}, t) = E(\vec{r}) \cdot e^{i\omega t}, \quad (1.5)$$

et

$$H(\vec{r}, t) = H(\vec{r}) \cdot e^{i\omega t}. \quad (1.6)$$

En combinant les équations 1.3 et 1.4 on obtient les deux équations maîtresses pour l'étude des diagrammes de dispersion pour chacune des deux polarisation TE et TM [12] :

$$\frac{1}{\epsilon(\vec{r})} \nabla \times \nabla \times E(\vec{r}) = \left(\frac{\omega}{c}\right)^2 E(\vec{r}), \quad (1.7)$$

et

$$\nabla \times \left(\frac{1}{\epsilon(\vec{r})} \nabla \times H(\vec{r}) \right) = \left(\frac{\omega}{c}\right)^2 H(\vec{r}). \quad (1.8)$$

Dans le cas le plus simple d'un milieu homogène et isotrope, $\epsilon(\vec{r}) = \epsilon$. Les solutions peuvent s'écrire comme une combinaison linéaire d'ondes planes monochromatiques $E(r, t) = E_0 e^{i(k\vec{r} - \omega t)}$ et la relation de dispersion s'écrit :

$$\omega(\vec{k}) = \frac{|\vec{k}|c}{\sqrt{\epsilon}}. \quad (1.9)$$

Lorsque la permittivité diélectrique est périodique ($\epsilon(\vec{r}) = \epsilon(\vec{r} + \vec{D})$), les solutions peuvent s'écrire comme une combinaison linéaire de modes de Bloch [13] : $E(\vec{r}, t) = e^{i(\vec{k} \cdot \vec{r} - \omega(\vec{k})t)} u_{\vec{k}}(\vec{r})$ où $u_{\vec{k}}(\vec{r})$ est une fonction périodique telle que $u_{\vec{k}}(\vec{r}) = u_{\vec{k}}(\vec{r} + \vec{D})$. La relation de dispersion se calcule en déterminant les valeurs propres ω associées à chacun des vecteurs d'onde \vec{k} . Pour un cristal photonique 2D, la relation de dispersion peut être représentée par des surfaces de bandes séparées par des bandes interdites comme l'illustre la figure 1.4.

On appelle courbe isofréquence la ligne qui joint tous les points de la surface de bande situés à une même fréquence. En projetant les isofréquences sur un plan, on obtient une représentation d'une seule surface de bande, voir figure 1.10.

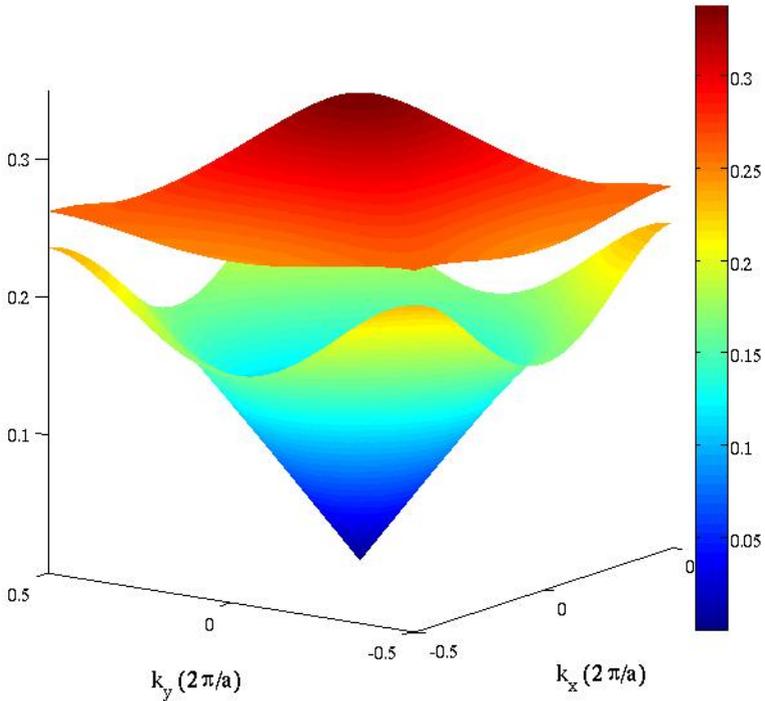


FIGURE 1.4 – Les deux premières surfaces de bande d’un réseau périodique à maille carrée percé de trous d’air dans un rapport $r/a = 0.3$. Les bandes sont calculées en polarisation TE pour un indice optique de 2.9.

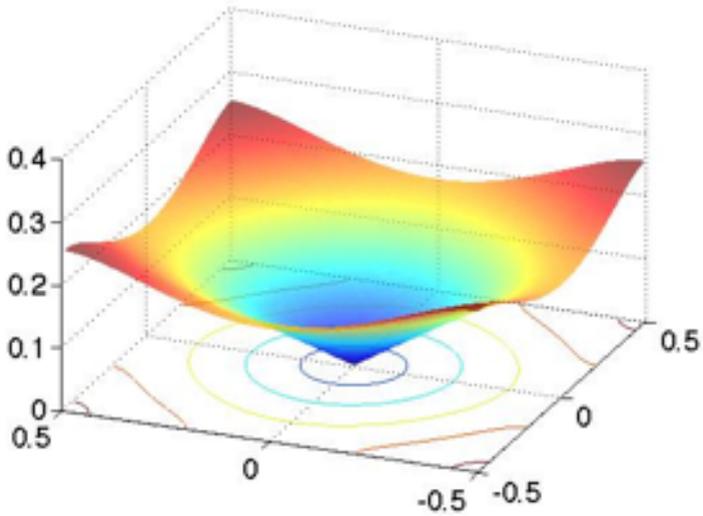


FIGURE 1.5 – Les courbes représentent les isofréquences du diagramme de dispersion de la première bande d'un cristal photonique 2D à maille carrée en polarisation TE.

1.1.2 Quelques effets observables avec les cristaux photoniques

Les surfaces de dispersion des cristaux photoniques peuvent présenter des courbes isofréquences aux géométries particulières permettant un contrôle de la propagation de la lumière.

La réfraction négative est un phénomène de réfraction anormal pour lequel l'onde réfractée se propage du même côté que l'onde incidente par rapport à la normale de l'interface [21], voir figure 1.7. Cet effet provient de l'existence de courbes isofréquences de courbures négatives. Une idée répandue, bien que fautive toutefois, associe à ce phénomène une vitesse de phase opposée en direction à la vitesse de groupe. Ceci n'est vrai que dans le cas d'un métamatériau dit de milieu main gauche ou à indice optique négatif. Avec un cristal photonique la réfraction négative peut être obtenue avec des milieux d'indices positif comme il l'a été démontré par Lombardet [19]. La réfraction négative peut être exploitée pour obtenir un effet de focalisation [27].

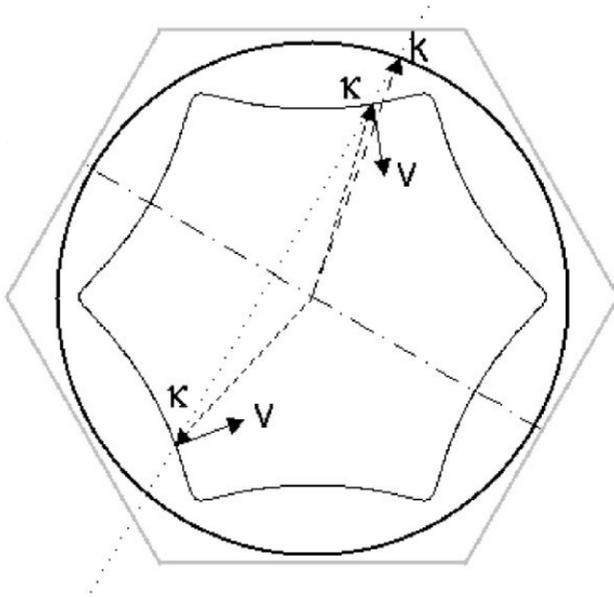


FIGURE 1.6 – Construction de l'angle de réfraction à l'interface entre un milieu homogène et un cristal photonique.

Avec la représentation en isofréquences, il est facile de connaître l'angle réfracté en appliquant la règle de conservation de la composante tangentielle du vecteur d'onde. Dans la figure 1.6 l'isofréquence du milieu homogène et du cristal photonique sont superposées. La ligne pointillée indique l'interface, le vecteur \vec{k} est le vecteur d'onde incident, le vecteur d'onde réfracté \vec{k} est construit en projetant la composante tangentielle de \vec{k} sur l'isofréquence du cristal photonique.

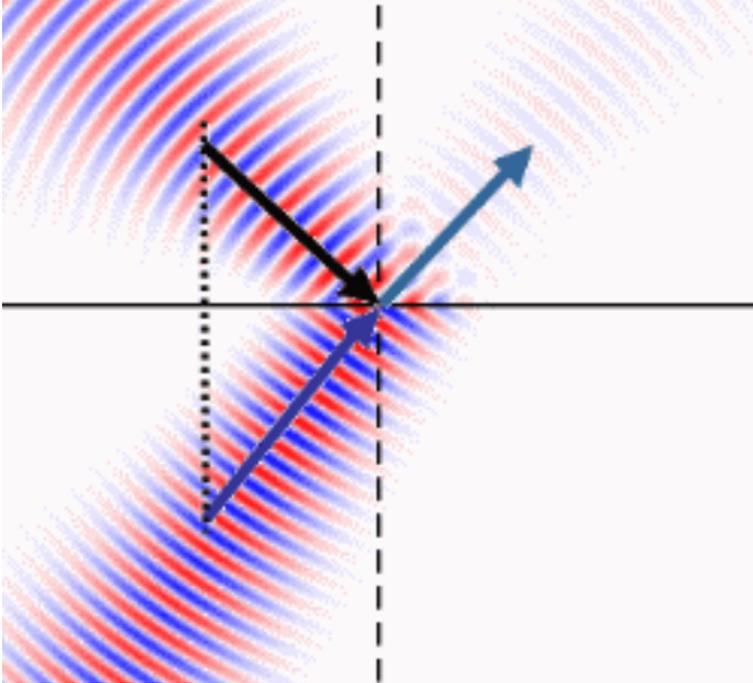


FIGURE 1.7 – Réfraction négative à l'interface entre deux milieux d'indice optiques opposés.

L'effet super prisme a été mis en évidence par Kosaka en 1998 [16], il apparaît lorsqu'un faisceau de lumière entrant dans un cristal photonique subit une très forte dispersion angulaire. Ce phénomène est dû à une forte variation de la courbure de l'isofréquence à la fréquence considérée, cet effet est illustré dans la figure 1.8.

L'effet d'autocollimation démontré par Kosaka [15, 33] est la réciproque de l'effet superprisme, il apparaît dans un cristal photonique lorsque la direction du faisceau réfracté ne dépend pas de l'angle d'incidence de la lumière.

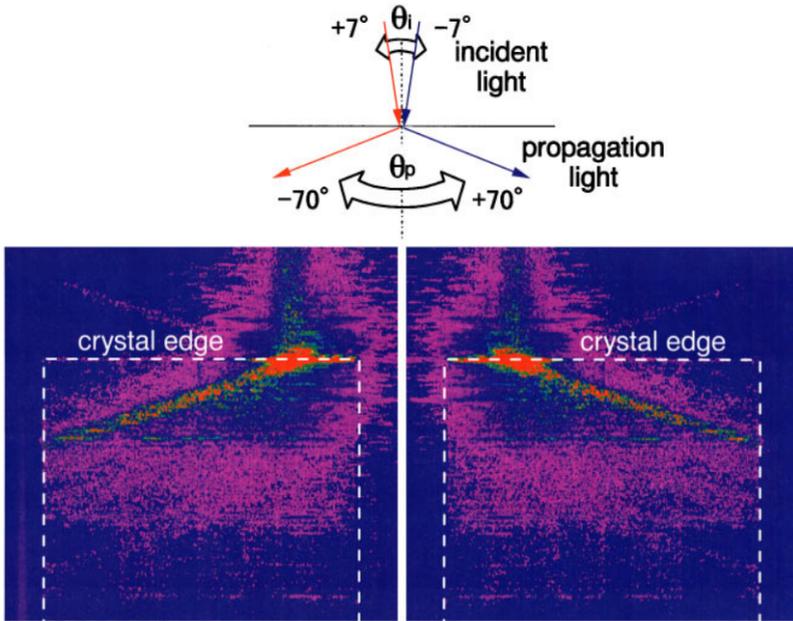


FIGURE 1.8 – D’après [16]. Photographie montrant un effet super prisme, une faible variation de 14° de l’angle du faisceau incident produit une variation de 140° de l’angle du faisceau réfracté.

L’effet d’auto-collimation provient de l’existence de courbes isofréquences ”plates” pour lesquelles les vitesses de groupe des ondes constituant un faisceau sont parallèles. Une telle structure annule la diffraction naturelle de la lumière et permet de propager des faisceaux de lumière sur de longues distances sans déformation de l’enveloppe.

1.2 Projet CLAC

Les lasers à semiconducteur à guidage par contraste d'indice permettent difficilement l'obtention d'un faisceau de bonne qualité spatiale dans un régime de forte puissance. En effet, dans ce type de guides, la densité de modes est proportionnelle à la largeur du guide. Un laser à forte sélectivité possède donc une largeur latérale limitée ce qui implique une faible surface active de pompage. La densité d'énergie est donc augmentée et avec elle l'apparition d'effets non-linéaires défavorables à la mise en forme spatiale du faisceau.

Pour concilier puissance et qualité spatiale dans un laser il faut donc une autre approche, c'est face à cette problématique qu'est né le projet CLAC "Cavité Laser à Autocollimation". Il s'agit d'un projet ANR ayant pour objectif de réaliser de nouvelles cavités laser à autocollimation dans un cristal photonique. La perspective d'obtenir des modes de grande largeur spatiale devrait permettre une montée en puissance en augmentant la surface de pompage. L'intérêt de cette approche est de bien conserver la localisation de l'énergie du faisceau pendant sa propagation. Trois partenaires collaborent sur cette thématique : le laboratoire du LAAS-CNRS (Toulouse) est chargé de la conception du guide, la partie caractérisation a été confiée au LNIO (université de Troyes), l'institut Pascal collabore sur la partie théorique.

Fort de son expérience au sujet des diodes laser GaAs à cristaux photoniques et à cavité DFB, il a été convenu de réaliser le guide à autocollimation avec une structure membranaire GaAs à maille carrée. La première étape de ce projet réalisée avec la collaboration du LAAS a été de déterminer les paramètres technologiques pour obtenir l'autocollimation à la longueur d'onde d'émission du guide considéré. L'objectif préliminaire est l'obtention de l'autocollimation en minimisant les effets relatifs à la précision du processus de gravure, des perturbations qui agissent principalement sur le rayon des trous et sur la distance entre les trous. La longueur d'onde d'émission de la structure membranaire est située entre 960 et 1020 nm en polarisation TE (champ électrique dans le plan de la membrane). La faible épaisseur de la membrane (de l'ordre de quelque centaine de nm) vis à vis de la longueur d'onde d'émission induit un comportement guidé à fort confinement qui correspond au mode fondamental. Ce comportement guidé permet de réduire l'étude à deux dimensions en utilisant l'indice effectif du mode fondamental.

Une illustration de la membrane est présentée dans la figure 1.9.

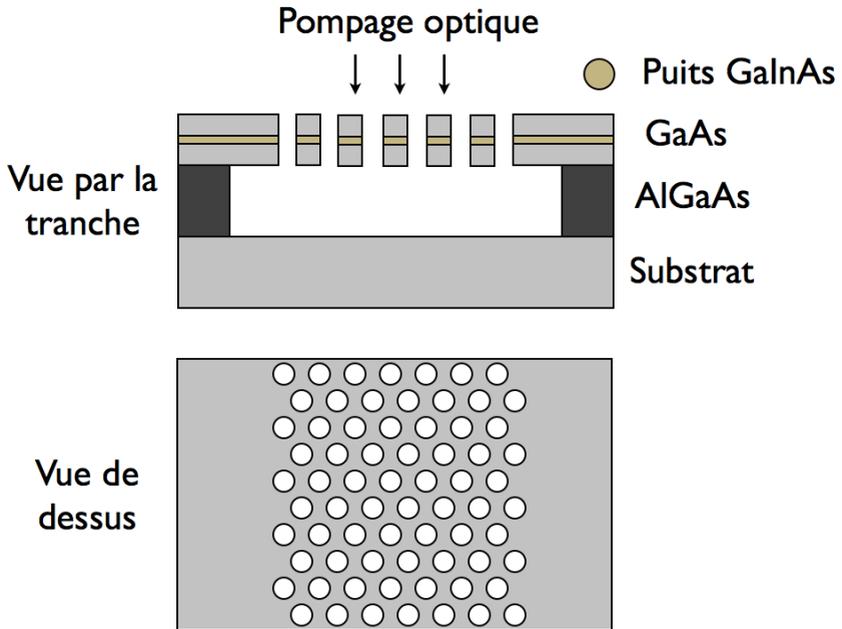


FIGURE 1.9 – Illustration du guide à autocollimation sur une structure membranaire à base de GaAs contenant des puits GaInAs.

1.3 Étude de l'effet d'autocollimation dans un cristal photonique planaire à maille carrée

Pour l'étude paramétrique de l'effet d'autocollimation nous partirons sur une structure bidimensionnelle à maille carrée en polarisation TE avec un indice effectif de 2.9. Le but de cette étude est de déterminer les paramètres permettant d'obtenir un effet d'autocollimation dans un cristal photonique 2D. On s'intéresse à la première bande de dispersion située sous le cône de lumière de l'air afin de limiter les pertes optiques.

Sur la figure 1.10, on constate qu'il existe une zone d'autocollimation en bord de zone de Brillouin dans la direction Γ -M. On note $u = a/\lambda$ la fréquence réduite, r le rayon des trous et a la période entre deux trous.

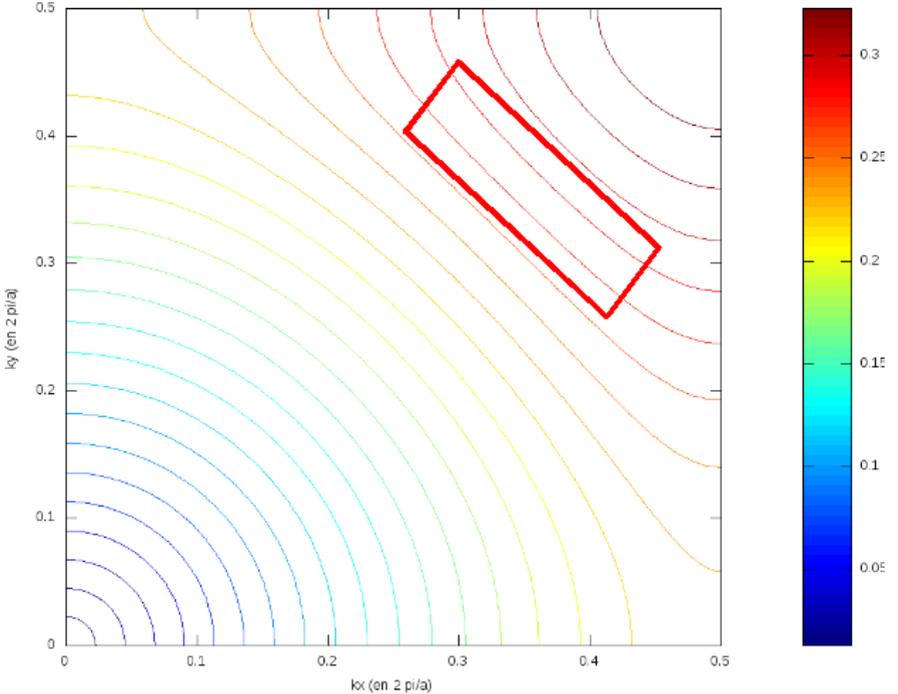


FIGURE 1.10 – Courbes isofréquences de la première bande d'un cristal photonique à maille carrée en polarisation TE, l'indice effectif est 2.9, les trous d'air sont au rapport $r/a = 0.43$. La zone délimitée par le rectangle indique une zone favorable à l'obtention de l'autocollimation.

1.3 Étude de l'effet d'autocollimation dans un cristal photonique planaire à maille carrée

Pour la maille carrée, nous avons cherché les conditions permettant un effet d'autocollimation robuste aux défauts de réalisation (notamment sur la taille des trous). Ensuite nous nous sommes penchés sur l'augmentation de la sélectivité spectrale autour de la longueur d'onde nominale 1000 nm.

L'effet d'autocollimation est directement relié à la courbure des courbes isofréquences, pour visualiser les régions de la surface de dispersion favorables à cet effet, nous cherchons à minimiser le paramètre de courbure G [31] défini dans l'équation :

$$G = \frac{\omega_{yy}\omega_x^2 + \omega_{xx}\omega_y^2 - 2\omega_{yx}\omega_x\omega_y}{v^3}. \quad (1.10)$$

Sur la figure 1.11 qui représente le champ de courbure des isofréquences de la structure, on constate que la zone d'autocollimation correspond à une des courbes isofréquences de courbure minimale.

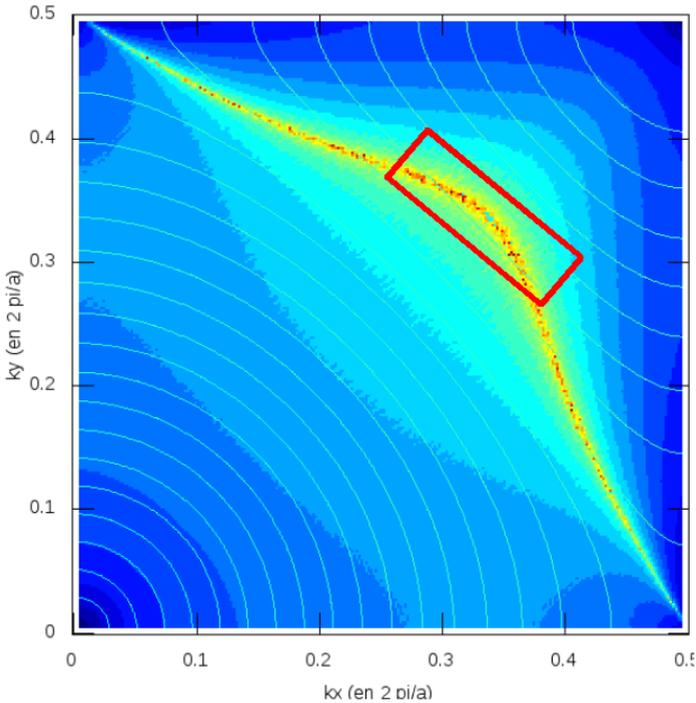


FIGURE 1.11 – Champ de courbure en $\log(1/G)$ pour la première bande en polarisation TE d'un cristal photonique 2D à maille carrée, d'indice effectif 2.9, $r/a = 0.43$. Jaune : courbure faible, bleu : courbure forte.

En supposant que l'enveloppe transverse du faisceau autocollimaté généré dans le cristal photonique puisse être représentée par une Gaussienne, on définit un paramètre de courbure pondérée $C(u)$, calculé le long d'une courbe isofréquence de fréquence u :

$$C(u) = \frac{\int G(u, k_{\parallel}) e^{-\frac{k_{\parallel}^2}{\sigma_k^2}} dk_{\parallel}}{\int e^{-\frac{k_{\parallel}^2}{\sigma_k^2}} dk_{\parallel}}, \quad (1.11)$$

où σ_k est le waist du faisceau dans l'espace réciproque. Dans l'espace réel, l'enveloppe d'un faisceau gaussien de largeur σ_x est représentée par la fonction :

$$\Psi(x) = \Psi_0 \exp\left\{-\frac{x^2}{\sigma_x^2}\right\}, \quad (1.12)$$

avec σ_x et σ_k qui vérifient la relation $\sigma_x \cdot \sigma_k = 2$.

1.3.1 Robustesse de l'autocollimation vis à vis de la dispersion sur la taille des trous

Sur la figure 1.11, on constate que la zone d'autocollimation diminue en fréquence lorsque l'on s'écarte de la direction $\Gamma - M$ ce qui laisse facilement appréhender l'importance de la largeur du waist. Dans un premier temps, on considère donc un faisceau de grande largeur spatiale $\sigma_x = 60a$ de façon à travailler sur des petites portions d'isofréquences quasi plates. La fréquence d'autocollimation est obtenue à la fréquence réduite u pour laquelle $C(u)$ est minimale.

La figure 1.12 représente l'évolution de la fréquence réduite d'autocollimation pour différentes structures différenciées par leur taux de remplissage r/a . On constate qu'autour de $r/a = 0.3$, la fréquence reste quasiment inchangée, cette zone doit donc permettre l'obtention de l'autocollimation indépendamment de la dispersion sur la taille des trous due aux procédés de fabrication.

Pour dimensionner le guide à autocollimation, nous représentons les paramètres dans les unités qui nous intéressent à savoir le paramètre de maille a et le rayon des trous, voir la figure 1.13. On constate qu'entre 60 nm et 80 nm, la période reste quasiment inchangée. En conclusion, l'effet d'autocollimation autour de la longueur d'onde 1000 nm est robuste vis à vis de la dispersion en taille des trous pour un rayon et une maille de 60 nm et de 230 nm respectivement. La figure 1.14 illustre la propagation d'un faisceau Gaussien pour cette configuration.

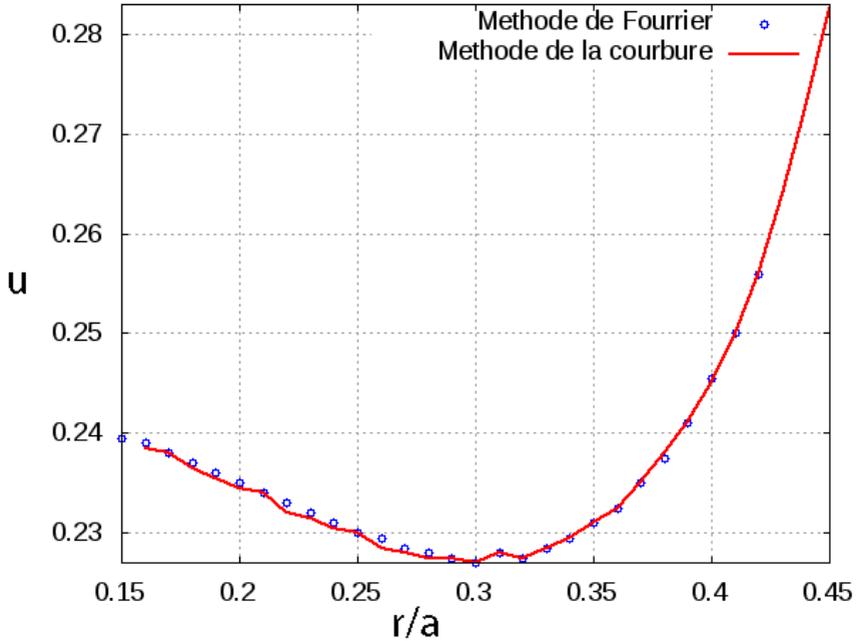


FIGURE 1.12 – Fréquence réduite d'autocollimation en fonction du taux de remplissage r/a . La courbe rouge est obtenue recherchant le minimum de $C(u)$. les points bleue utilisent la méthode de propagation de faisceaux qui est décrite au prochain chapitre.

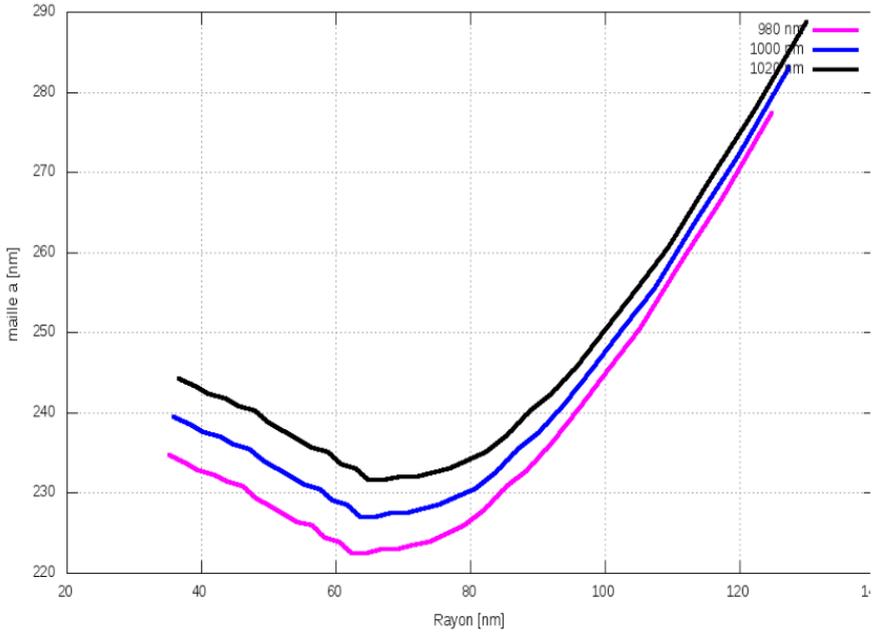


FIGURE 1.13 – Dimension de la maille en fonction du rayon des trous pour obtenir un effet d'autocollimation optimal.

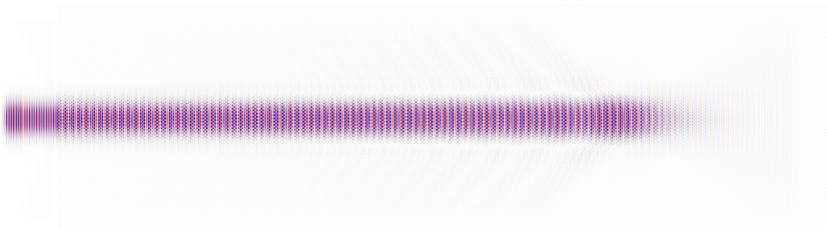


FIGURE 1.14 – Simulation FDTD de la propagation d'un faisceau Gaussien autocollimaté dans un cristal photonique à maille carrée pour un taux de remplissage $r/a = 0.3$ dans un milieu diélectrique d'indice 2.9.

1.3.2 Évolution de la courbure moyenne en fonction du taux de remplissage

Nous cherchons maintenant à déterminer l'évolution de la courbure des courbes isofréquences en fonction du taux de remplissage. Pour cela, on définit le paramètre C_{ac} obtenu en moyennant $C(u)$ sur un intervalle spectral de 2 % :

$$C_{ac} = \frac{1}{\Delta u} \int_{u_{ac}-\Delta u/2}^{u_{ac}+\Delta u/2} C(u) du. \quad (1.13)$$

La figure 1.15 représente l'évolution de la courbure des isofréquences en fonction du taux de remplissage. On constate que la courbure moyenne dans la zone d'autocollimation diminue lorsque le taux de remplissage augmente. Les structures à fort taux de remplissage sont donc favorables pour l'obtention de faisceaux fortement autocollimatés.

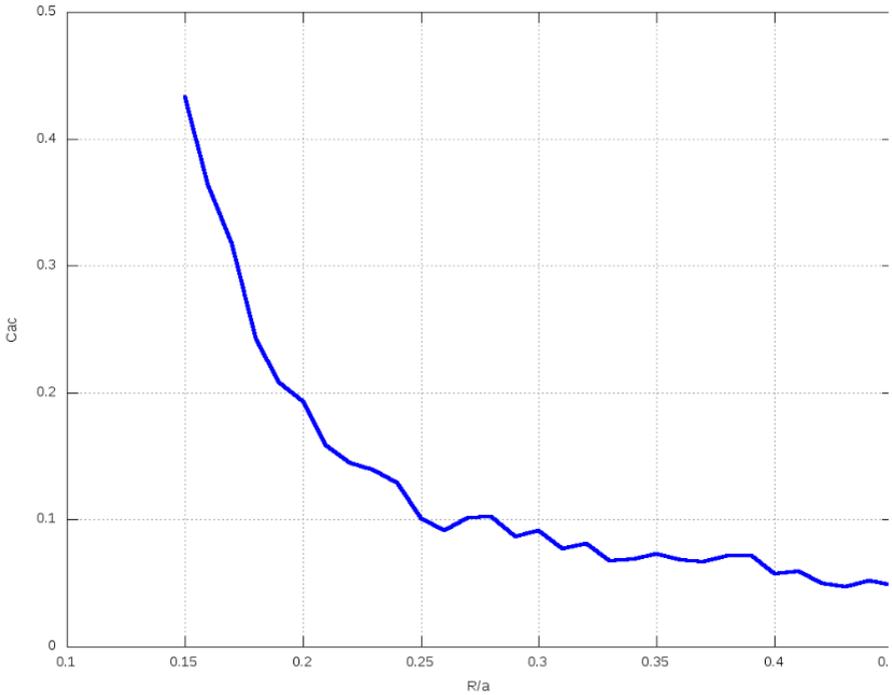


FIGURE 1.15 – Courbure moyenne des isofréquences en fonction du taux de remplissage.

1.3.3 Sélectivité spectrale

On cherche à déterminer la sélectivité spectrale pour plusieurs taux de remplissage et dans différentes conditions d'éclairage. Les figures 1.16, 1.17 et 1.18 représentent la courbure pondérée en fonction de la fréquence réduite pour 3 largeurs de faisceaux différentes. Une forte sélectivité se traduit par une forte variation de la courbure pondérée. Nous voyons que l'influence du waist est notable, d'une manière générale plus le faisceau est large et plus la sélectivité fréquentielle augmente. Par ailleurs, la courbure pondérée $C(u)$ diminue lorsque le taux de remplissage augmente. Cette tendance confirme ainsi les résultats de la figure 1.15. En conclusion, des structures à fort taux de remplissage éclairées par des faisceaux de pompes larges semblent être des conditions favorisant la sélectivité spectrale. On notera toutefois que cet effet risque de n'être notable que pour des structures très longues.

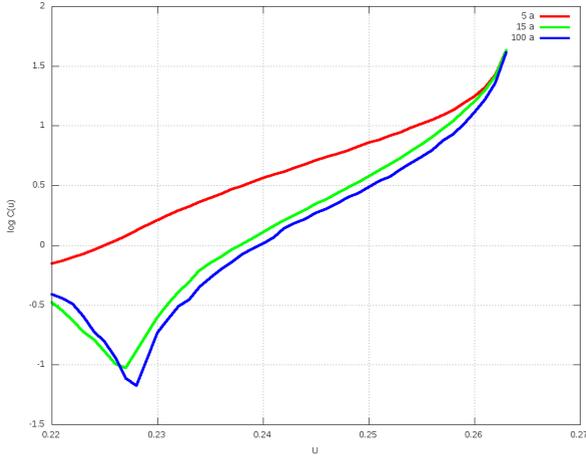


FIGURE 1.16 – $\log(C(u))$ pondéré selon 3 faisceaux Gaussiens, $w = 5a$ (rouge), $w = 15a$ (vert), $w = 100a$ (bleu) pour $r/a = 0.30$.

1.3 Étude de l'effet d'autocollimation dans un cristal photonique planaire à maille carrée

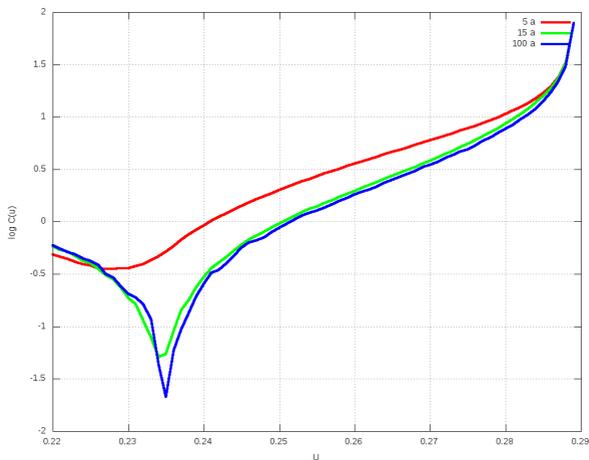


FIGURE 1.17 – $\log(C(u))$ pondéré selon 3 faisceaux Gaussiens, $w = 5a$ (rouge), $w = 15a$ (vert), $w = 100a$ (bleu) pour $r/a = 0.37$.

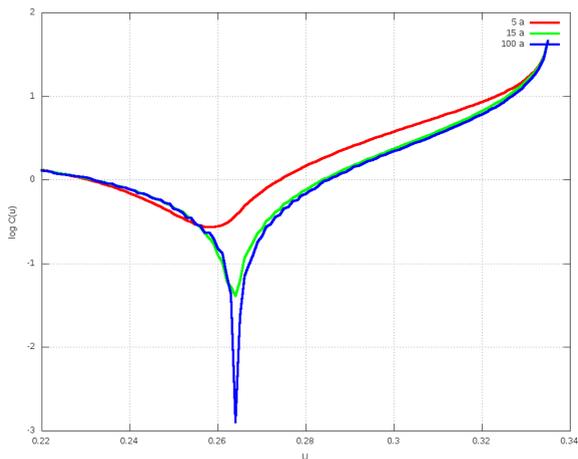


FIGURE 1.18 – $\log(C(u))$ pondéré selon 3 faisceaux Gaussiens, $w = 5a$ (rouge), $w = 15a$ (vert), $w = 100a$ (bleu) pour $r/a = 0.43$.

1.4 Mailles rectangulaires et hexagonales, autocollimation bicouleur

Cette section visite l'effet d'autocollimation dans le cas plus général de mailles non orthogonales. Un cristal photonique à maille carrée étant invariant sous une rotation de $\pi/2$, il n'est pas toujours possible de privilégier une seule direction d'autocollimation selon le mode d'injection de la lumière dans la structure. En effet, en éclairant le cristal par le dessus, nous obtenons une croix constituée de deux faisceaux perpendiculaires correspondant aux 4 modes autocollimatés de la première zone de Brillouin. Afin de concentrer l'énergie dans une seule direction pour limiter les pertes latérales du laser, nous avons étendu notre étude précédente aux mailles quelconques qui présentent en toute généralité moins de symétrie que la maille carrée. Une campagne de simulation a été menée en faisant varier le rayon des trous et l'angle entre les deux vecteurs directs du réseau réciproque de la mailles. Le résultat de cette campagne n'est pas exposé dans cette thèse, les outils d'analyse restent identiques à l'étude réalisée sur la maille carrée. La figure 1.19 présente le principe de l'autocollimation bicouleur. Dans une maille rectangulaire les isofréquences sont étirées et nous pouvons constater que leur courbures ne s'annulent pas pour les mêmes fréquence selon la direction Γ -K et Γ -M.

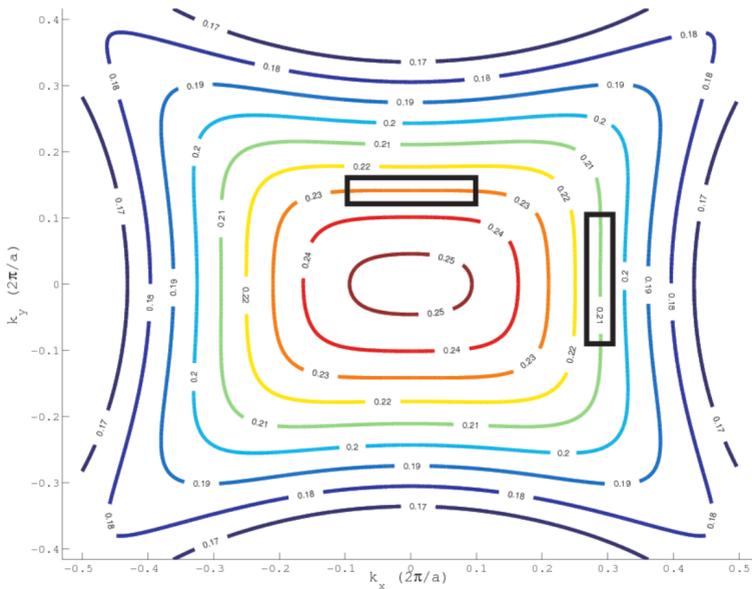


FIGURE 1.19 – Isofréquences d’un cristal photonique à maille rectangulaire. On constate que la fréquence d’autocollimation diffère dans les deux directions de l’espace.

1.4.1 Conclusion

L'effet d'autocollimation peut être caractérisé pour un taux de remplissage r/a voisin de 0.3. Dans ces conditions l'autocollimation devrait être peu sensible à la dispersion sur la taille des trous.

La sélectivité spectrale est favorisée par un fort taux de remplissage. Mais dans ce cas, la figure 1.12 montre toutefois que la tolérance vis à vis des erreurs de gravures sur le rayon et la période des trous diminue fortement. De plus, les contraintes de fabrication imposent une distance inter-trous de l'ordre de 40 nm limitant ainsi le taux de remplissage autour de 0.4.

Les membranes réalisées par le LAAS avec un taux de remplissage voisin de 0.3 ont bien permis de mettre en évidence un effet d'autocollimation en mode linéaire. En revanche, en présence de gain les membranes révèlent leur extrême fragilité vis à vis du pompage optique. En cause, un taux de remplissage en air trop élevé qui diminue le gain et implique une plus grande puissance de pompe et une plus faible dissipation de la chaleur. Dans la deuxième étape du projet CLAC nous avons donc exploré des structures présentant un faible facteur de remplissage en air. Les travaux présentés dans la suite de ce manuscrit ont été préalablement menés dans cette optique même si finalement ils couvrent un champ d'application beaucoup plus large.

Chapitre 2

Théorie de la mise en forme spatio-temporelle de faisceaux dans des milieux alternés

Sommaire

2.1	Introduction	32
2.2	Méthode de simulation de la propagation de paquets d'ondes	32
2.2.1	Méthode de simulation de la propagation de paquets d'ondes par une méthode de décomposition en mode de Bloch	33
2.2.2	Précision du modèle	37
2.2.3	Décomposition en ondes planes	37
2.3	Théorie paraxiale appliquée à un milieu dispersif	42
2.3.1	Introduction	42
2.3.2	Vitesse de groupe	43
2.3.3	GVD	45
2.3.4	Indice de courbure, indice de phase, indice optique	48
2.3.5	Évolution temporelle du waist	51
2.3.6	Évolution spatiale du waist	52
2.4	Longueur de cohérence et longueur de diffraction	54
2.5	Milieux stratifiés	56
2.5.1	Cas d'un milieu périodique	58

2.1 Introduction

Ce chapitre est consacré au développement de la théorie et des outils nécessaires pour aborder la question de l'ingénierie de la mise en forme spatio-temporelle de pulses de lumière dans les cristaux photoniques et les milieux alternés. Ces travaux ouvrent la voie à un contrôle de la lumière à l'échelle de la longueur d'onde dans les dispositifs nanophotoniques. Dans la première section, nous présentons les outils de simulation temporelle dédiés à cette étude. Ensuite, nous exposons les outils théoriques qui décrivent la dynamique d'évolution de l'enveloppe du paquet d'ondes dans le cadre de l'approximation paraxiale. Les résultats analytiques seront comparés aux différentes méthodes de simulation. Enfin, dans la dernière section nous développons un modèle paraxial pour traiter la mise en forme spatio-temporelle des pulses dans le cas des milieux alternés. Par milieux alternés, nous entendons des dispositifs constitués de deux couches de métamatériaux se répétant périodiquement dans la direction de propagation. Il pourra s'agir d'une alternance de CP avec un milieu non gravé ou plus généralement de deux couches de métamatériaux. Les différents paramètres et résultats introduits dans ce chapitre seront illustrés à partir du même cristal photonique de référence. Il s'agit d'une structure à maille carrée en polarisation TE dans la deuxième bande, le rayon des trous est au rapport $r/a = 0.35$, l'indice effectif vaut 3.46.

2.2 Méthode de simulation de la propagation de paquets d'ondes

Le projet CLAC a pour objectif de générer des faisceaux lasers auto-collimatés de grande largeur spatiale, ce qui implique de grandes longueurs de propagation pour apprécier la divergence du faisceau. La plupart des simulations réalisées dans cette thèse ont donc nécessité de grandes fenêtres de calcul et une utilisation intensive de la FDTD "Finite-difference time-domain" qui est la méthode la plus adaptée pour réaliser des simulations temporelles et spatiales. Les calculs FDTD ont été menés avec MEEP [25] : un logiciel libre de simulation FDTD particulièrement robuste développé par le MIT. MEEP implémente les équations de Maxwell dans un espace temps discrétisé et repose sur un calcul itératif. Son utilisation peut s'avérer relativement coûteuse en temps de calcul lorsqu'il s'agit de modéliser de grandes structures impliquant de grandes durées de propagation. Pour répondre

aux besoins de performances, les simulations les plus gourmandes ont été effectuées sur le serveur de calcul du CINES (Centre Informatique National de l'enseignement supérieur) où le logiciel MEEP a été déployé et parallélisé.

Tout au long de cette thèse, un nombre important de simulations ont été générées au moyen de MEEP. Ce code de calcul requiert en entrée des scripts en langage `scheme` et génère en sortie des cartes de champ au format `fdh5`. L'écriture de scripts en `scheme` pour décrire des géométries non conventionnelles s'avère relativement complexe du fait de la verbosité de ce langage. Le problème a été contourné en utilisant la logique matricielle de `matlab` pour générer la liste exhaustive de tous les éléments géométriques à positionner dans la fenêtre de simulation. Cette liste est ensuite convertie en code `scheme`. En définitive, le script `meep` est entièrement généré par un programme `matlab`, ce script est fourni à toutes fins utiles en annexe 2.

Souvent, il nous est apparu nécessaire d'obtenir plus rapidement que la FDTD nous le permet, les informations utiles pour apprécier l'évolution et la déformation de l'enveloppe du paquet d'ondes aux grandes échelles. Nous avons donc développé une méthode numérique pour simuler la propagation d'un pulse de lumière au moyen d'un calcul explicite en exploitant la relation de dispersion du cristal photonique $\vec{k}(\omega)$. La relation de dispersion 2D du cristal photonique est calculée avec MPB (MIT Photonic-bands), un logiciel de calcul de structures de bandes basé sur la résolution d'un problème aux valeurs propres dans une base d'ondes planes. MPB utilise un algorithme itératif qui présente l'avantage de calculer seulement les premières valeurs propres du problème matriciel. Dans cette optique, le travail de la FDTD est donc remplacé par celui de MPB, telle est l'idée de la méthode présentée à la prochaine section. Le programme de cette méthode est fourni en annexe 1.

Les structures de bandes calculées au cours de cette thèse ont été réalisées au moyen de MPB.

2.2.1 Méthode de simulation de la propagation de paquets d'ondes par une méthode de décomposition en mode de Bloch

En l'absence de sources, lorsque l'on résout les équations de Maxwell dans une structure périodique telle que $\epsilon(\vec{r}) = \epsilon(\vec{r} + \vec{D})$, le théorème de Bloch nous enseigne que les champs solutions peuvent s'écrire comme une combinaison linéaire d'ondes de Bloch de la forme

$$\Psi_{\vec{k}}(\vec{r}) = e^{i(\vec{k} \cdot \vec{r} - \omega(\vec{k})t)} u_{\vec{k}}(\vec{r}), \quad (2.1)$$

où $u_{\vec{k}}^-(\vec{r})$ est une fonction périodique telle que $u_{\vec{k}}^-(\vec{r}) = u_{\vec{k}}^-(\vec{r} + \vec{D})$. La fonction $u_{\vec{k}}^-(\vec{r})$ étant périodique on peut la décomposer dans une base d'ondes planes [19] :

$$u_{\vec{k}}^-(\vec{r}) = \sum_{i=1}^N h_i e^{i\vec{G}_i \cdot \vec{r}}, \quad (2.2)$$

où les \vec{G}_i sont des combinaisons linéaires des vecteurs de base $\vec{G}_x, \vec{G}_y, \vec{G}_z$ du réseau réciproque tels que

$$\vec{G}_i = l \vec{G}_x + m \vec{G}_y + n \vec{G}_z, \quad (2.3)$$

avec l, m, n entiers. Les coefficients h_i dépendent du contraste d'indice. En partant d'un milieu homogène (équivalent à un CP sans contraste d'indice), on remarque que la périodicité du milieu implique le repliement des bandes dans la première zone de Brillouin. Toutefois, l'onde plane qui se propage dans ce milieu ne peut être identifiée que dans le schéma déplié. Par exemple, les modes de la deuxième bande dans la première zone de Brillouin correspondent en réalité aux ondes planes de la deuxième zone de Brillouin. Le numéro de la bande doit donc être associé au numéro de la zone de Brillouin comme le montrent les travaux de Lombardet. Sur la figure 2.2 nous voyons que ce principe perdure lorsque le contraste d'indice augmente. Au voisinage des gaps, la distribution entre les ondes propagatives et contre-propagatives associées aux zones de Brillouin adjacentes tend vers une équipartition.

Dans cette décomposition modale, chaque onde plane correspond à une zone de Brillouin parfaitement déterminée par la translation de vecteur \vec{G}_i . La contribution énergétique de chaque composante est proportionnelle au coefficient de Fourier $|h_i|^2$ [19], il est ainsi possible de représenter la distribution d'énergie dans l'espace réciproque. Les travaux de Lombardet montrent que l'essentiel de l'énergie portée par le mode de Bloch est localisé dans l'onde plane associée à la zone de Brillouin de la bande considérée.

Ceci se comprend facilement en considérant le cas limite de la structure de bande 1D d'un milieu homogène dont nous connaissons la relation de dispersion $\omega = \frac{|k|c}{n}$, voir la figure 2.1.

Compte tenu de ce constat, nous pouvons en définitive projeter nos solutions sur cette nouvelle base :

$$\Psi_{\vec{k}}^-(\vec{r}) \sim h_i(\vec{k}) e^{i(\vec{k} + \vec{G}_i) \cdot \vec{r} - i\omega(\vec{k})t}, \quad (2.4)$$

où la fonction périodique $u(\vec{r})$ a été remplacé par une onde plane de vecteur d'onde $\vec{k} + \vec{G}_i$.

Tous les modes de Bloch seront donc approximés par des ondes planes modulées par un facteur de phase $e^{i\vec{G}_i \cdot \vec{r}}$. Cette modulation de haute fréquence spatiale qui correspond aux variations locales du champ à l'échelle

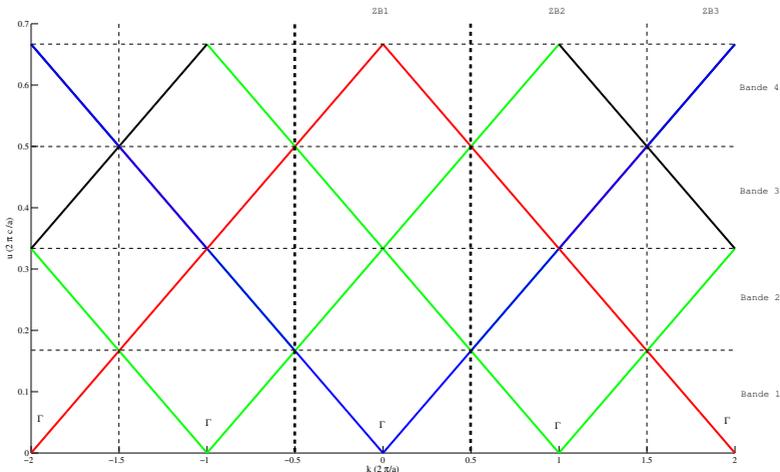


FIGURE 2.1 – On considère la structure de bande d'un milieu homogène. La courbe bleue représente la véritable relation de dispersion du milieu, cette structure de bande que nous appellerons la structure de bande dépliée peut toujours être reconstituée à partir des structures de bande de la première zone de Brillouin. La deuxième bande qui apparaît dans la première zone de Brillouin se prolonge dans la deuxième zone de Brillouin dans le schéma déplié, la troisième bande se prolonge dans la 3ème zone de Brillouin et ainsi de suite. Lorsque le cristal photonique est modulé par une variation d'indice, des bandes interdites apparaissent, on les retrouve également dans la structure de bande dépliée.

de la période du cristal photonique, nous pouvons parfaitement la négliger puisque nous nous intéressons à l'évolution de l'enveloppe aux grandes échelles.

Étant donné que nous considérons dans notre modèle que toute l'énergie du mode de Bloch est contenue dans une seule onde plane, nous pouvons écrire $h_i(\vec{k}) = 1$. En réalité, ce coefficient tient compte du couplage réel, dans certains cas de figure il peut être nul mais dans notre modèle nous considérons que le mode est toujours propagatif.

Voici en résumé les hypothèses de notre modèle :

- La fonction périodique $u(\vec{r})$ se décompose en une onde plane de translation \vec{G}_i qui porte toute l'énergie du mode de Bloch,
- on néglige les termes de modulation haute fréquence.

En définitive, nous décomposerons notre paquet d'ondes dans une base

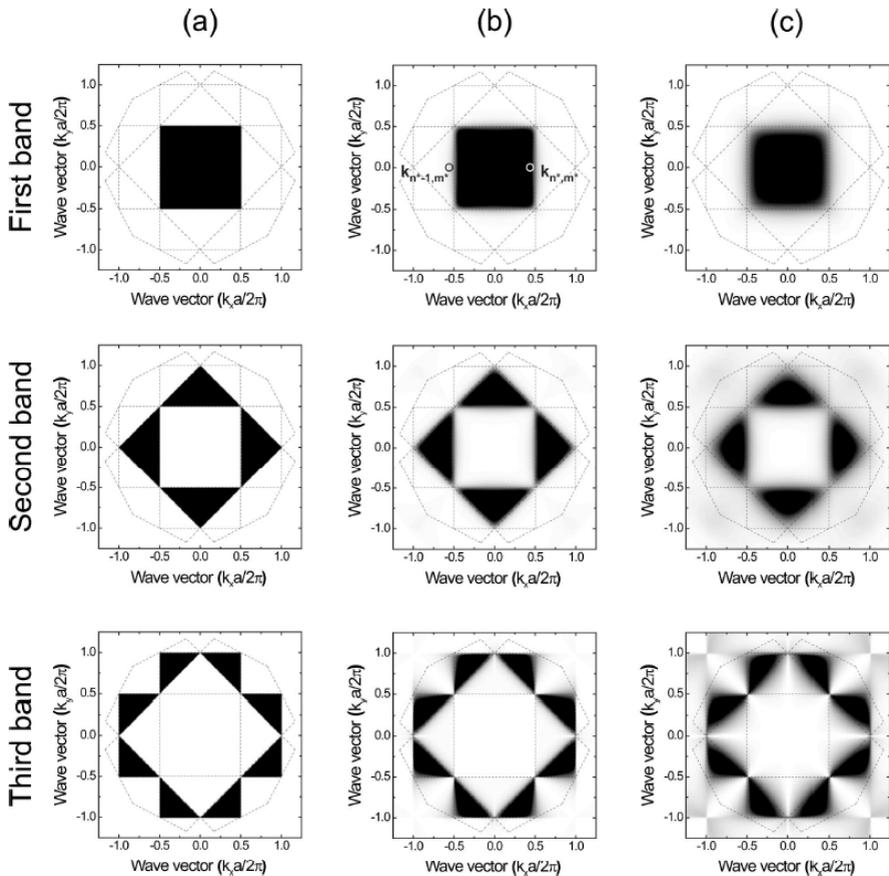


FIGURE 2.2 – Figure extraite de [19]. Représentation graphique de la distribution d'énergie des ondes de Bloch en polarisation TM pour les trois premières bandes. L'onde de Bloch se propage dans (a) un milieu homogène, (b) un cristal photonique 2D faiblement modulé et (c) un cristal photonique 2D fortement modulé. Les lignes pointillées délimitent les frontières entre les différentes zones de Brillouin. On observe que l'onde dominante est localisée dans la première zone de Brillouin pour la première bande, dans la seconde zone de Brillouin pour la seconde bande et ainsi de suite. Lorsque la modulation du cristal augmente, la contribution des ondes planes associées aux zones de Brillouin voisines augmente.

d'ondes planes $\Psi_{\vec{k}}(\vec{r}) = e^{i(\vec{k}\vec{r} - \omega(\vec{k})t)}$ projetées sur la relation de dispersion du cristal photonique $\omega(\vec{k})$.

2.2.2 Précision du modèle

La précision de notre simulation découle directement de la précision de MPB pour calculer les fréquences $\omega(\vec{k})$. Une erreur de $\delta\omega$ sur la fréquence, induit une erreur $(\omega \pm \delta\omega)t$ sur la phase temporelle de chaque onde plane. La simulation est valable tant que l'erreur sur la phase reste négligeable devant 2π c'est à dire tant que $t \ll \frac{2\pi}{\delta\omega}$. En pratique, une précision de 10^{-6} pour le calcul des fréquences réduites est largement suffisante pour les besoins de notre échelle de travail (inférieure au cm pour les plus longues structures).

2.2.3 Décomposition en ondes planes

Soit un pulse électromagnétique Gaussien bidimensionnel évoluant dans la direction y , centré à la fréquence ω_0 , de durée τ_0 et de largeur transverse W_0 , son enveloppe peut s'écrire

$$U(x, y, t) = \int_{\omega=-\infty}^{\omega=+\infty} \int_{k_x=-\infty}^{k_x=+\infty} U_t^i(\omega - \omega_0) U_s^i(k_x) e^{i(k_x x + k_y(k_x, \omega) y - \omega t)} d\omega dk_x, \quad (2.5)$$

où U_t^i et U_s^i décrivent respectivement l'enveloppe temporelle et spatiale initiale du pulse :

$$U_t^i(\omega - \omega_0) = e^{-\frac{(\omega - \omega_0)^2}{W f_0^2}} = e^{-\frac{(\omega - \omega_0)^2 \tau_0^2}{4}}, \quad (2.6a)$$

$$U_s^i(k_x) = e^{-\frac{k_x^2}{W k_0^2}} = e^{-\frac{k_x^2 W_0^2}{4}}. \quad (2.6b)$$

Dans une base discrète nous obtenons la formule explicite :

$$U(x, y, t) = \sum_n \sum_m U_t^i(\omega_n - \omega_0) U_s^i(k_{x_m}) e^{i(k_{x_m} x + k_y(k_{x_m}, \omega_n) y - \omega_n t)} \Delta\omega \Delta k_{x_m}. \quad (2.7)$$

Notons que le résultat numérique du calcul d'une structure de bande renvoie la fréquence en fonction de k_x et k_y , or notre modèle exige de travailler avec k_y en fonction des paramètres ω et k_x . $k_y(\omega, k_x)$ est obtenu en faisant une approximation polynomiale des courbes isofréquences.

La figure 2.3 schématise la projection des ondes planes dans l'espace (ω, k_x) de la relation de dispersion du cristal photonique de référence. La largeur des pas $\Delta\omega$ et Δk_x détermine la qualité de l'échantillonnage, nous nous sommes assurés qu'elle est suffisante si on considère une grille de 32 points en ω et 32 points en k_x .

Les figures 2.4, 2.5 et 2.6 présentent l'évolution temporelle de l'enveloppe d'un paquet d'onde obtenue par la présente méthode. Le milieu de propaga-

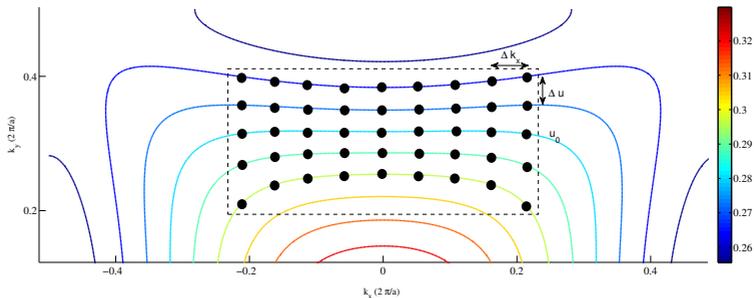


FIGURE 2.3 – Décomposition d'un pulse de lumière dans une base d'ondes planes. Chaque point noir est associé à une onde plane pondérée par le poids de la Gaussienne $U_t^i(\omega_n - \omega_0)U_s^i(k_{x_m})$. La surface de bande représentée est la deuxième bande d'un cristal photonique à maille carrée en polarisation TE, le rayon des trous est au rapport $r/a = 0.35$, l'indice effectif vaut 3.46.

tion est le cristal photonique à maille carrée de référence défini en introduction. Le pulse s'étale sur une distance de quelques milliers de a . Les temps indiqués sont exprimés dans la même unité que MEEP, par convention la vitesse de la lumière vaut $c = 1$ et les distances sont exprimées en unités de a . La fréquence du pulse est centrée sur une zone quelconque de la relation de dispersion, nous voyons l'enveloppe s'étaler au cours de sa propagation aussi bien dans la direction transverse que longitudinale.

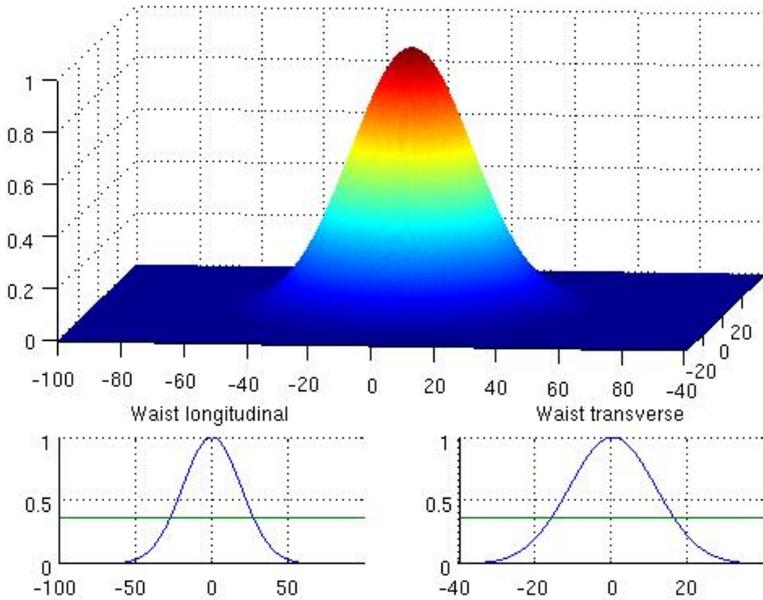


FIGURE 2.4 – Méthode numérique de simulation de paquets d'ondes, capture au temps $t=0$, les distances sont exprimées en unités de a . (Paramètres du CP : maille carrée, deuxième bande, $n_{eff} = 3.46$, $r/a = 0.35$, polarisation TE).

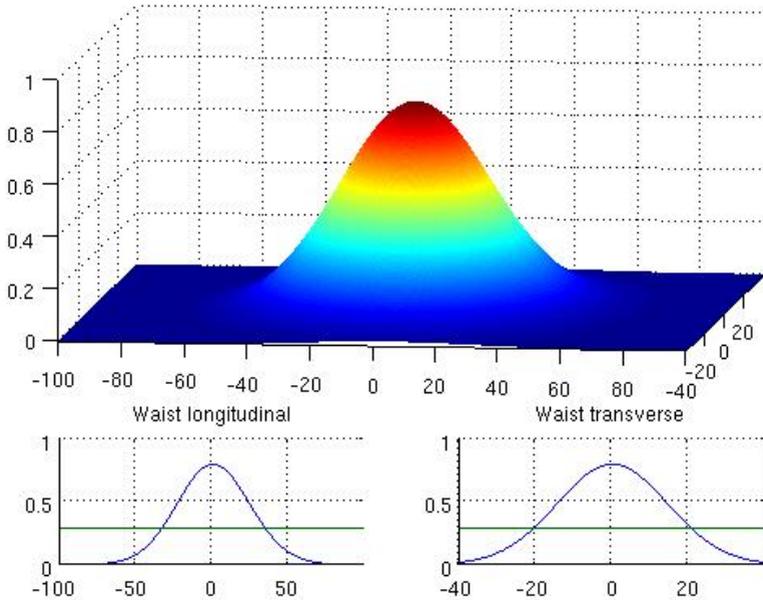


FIGURE 2.5 – Méthode numérique de simulation de paquets d’ondes, capture au temps $t=6000$, les distances sont exprimées en unités de a . (Paramètres du CP : maille carrée, deuxième bande, $n_{eff} = 3.46$, $r/a = 0.35$, polarisation TE).

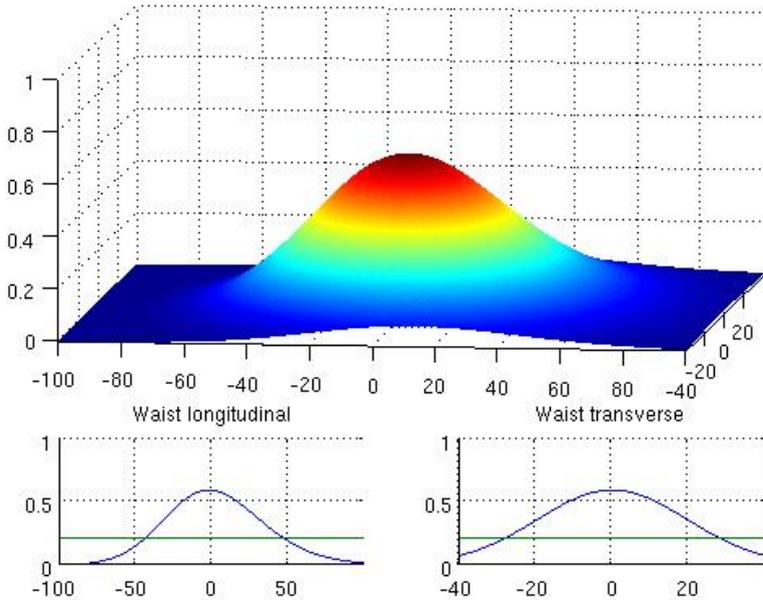


FIGURE 2.6 – Méthode numérique de simulation de paquets d'ondes, capture au temps $t=11000$, les distances sont exprimées en unités de a . (Paramètres du CP : maille carrée, deuxième bande, $n_{eff} = 3.46$, $r/a = 0.35$, polarisation TE).

2.3 Théorie paraxiale appliquée à un milieu dispersif

2.3.1 Introduction

Dans cette section, nous établissons dans l'approximation paraxiale les formules analytiques qui décrivent la dynamique d'évolution de l'enveloppe d'un pulse de lumière dans un cristal photonique à partir de ses propriétés effectives. L'approximation paraxiale est obtenue pour des petits angles dans notre espace, nous considérons donc des pulses de faible largeur spectrale en ω et k_x . Pour simplifier les calculs, la direction de propagation est confondue avec les directions de haute symétrie du cristal photonique.

Commençons par faire un développement limité de k_y en $k_x = 0$ et $\omega = \omega_0$:

$$\begin{aligned} k_y(k_x, \omega) \approx & k_{y_0} + k_x \left. \frac{\partial k_y}{\partial k_x} \right|_{k_x=0, \omega=\omega_0} + (\omega - \omega_0) \left. \frac{\partial k_y}{\partial \omega} \right|_{k_x=0, \omega=\omega_0} \\ & + k_x^2 \frac{1}{2} \left. \frac{\partial^2 k_y}{\partial k_x^2} \right|_{k_x=0, \omega=\omega_0} + (\omega - \omega_0)^2 \frac{1}{2} \left. \frac{\partial^2 k_y}{\partial \omega^2} \right|_{k_x=0, \omega=\omega_0} \\ & + k_x(\omega - \omega_0) \left. \frac{\partial^2 k_y}{\partial k_x \partial \omega} \right|_{k_x=0, \omega=\omega_0}, \end{aligned} \quad (2.8)$$

où $k_{y_0} = k_y(0, \omega_0)$

La surface de dispersion étant symétrique par rapport à la direction de propagation (confondue arbitrairement avec une direction de haute symétrie) les termes $\frac{\partial k_y}{\partial k_x}$ et $\frac{\partial^2 k_y}{\partial k_x \partial \omega}$ s'annulent.

En posant $\omega' = \omega - \omega_0$, le développement limité s'écrit :

$$k_y(k_x, \omega) \approx k_{y_0} + \frac{1}{v_g} \omega' - \frac{1}{2k} k_x^2 + \frac{1}{2} GVD \omega'^2 \quad (2.9)$$

Dans cette expression apparaissent trois termes :

- La vitesse de groupe $v_g = (\frac{\partial k_y}{\partial \omega})^{-1}$,
- le GVD : "Group velocity dispersion" défini par $\frac{\partial^2 k_y}{\partial \omega^2}$,
- la courbure de l'isofréquence définie par $\frac{1}{k} = - \left. \frac{\partial^2 k_y}{\partial k_x^2} \right|_{k_x=0}$.

En séparant les termes spatiaux et temporels, la double intégrale de l'équation 2.5 peut être décomposée en deux fonctions $U_t(y, t)$ et $U_s(x, y)$ modulées par une onde plane $e^{i(k_{y_0}y - \omega_0 t)}$:

$$U(x, y, t) = e^{i(k_{y_0}y - \omega_0 t)} \times U_t(y, t) \times U_s(x, y), \quad (2.10)$$

où $U_t(y, t)$ décrit l'enveloppe longitudinale associée à l'évolution temporelle du paquet d'ondes :

$$U_t(y, t) = \int_{-\infty}^{+\infty} U_t^i(\omega') e^{i(\frac{1}{v_g}\omega'y + \frac{1}{2}GVD\omega'^2y - \omega't)} d\omega', \quad (2.11)$$

et $U_s(x, y)$ décrit l'enveloppe transverse associée à son évolution spatiale :

$$U_s(x, y) = \int_{-\infty}^{+\infty} U_s^i(k_x) e^{i(k_x x + \frac{1}{2k}k_x^2 y)} dk_x. \quad (2.12)$$

2.3.2 Vitesse de groupe

Lorsqu'un signal se propage avec une enveloppe bien déterminée, la vitesse de groupe correspond à la vitesse de propagation du barycentre du paquet d'ondes. Dans un milieu homogène, la vitesse de groupe est égale à la dérivée de la pulsation par rapport au nombre d'onde, soit $\vec{v}_g = \vec{\nabla}_k \omega$. Pour calculer l'expression de la vitesse de groupe dans un cristal photonique, construisons un paquet d'ondes

$$\Psi(\vec{r}) = \Psi_{\vec{k}}(\vec{r}) + \Psi_{\vec{k}'}(\vec{r}), \quad (2.13)$$

constitué de deux modes de Bloch tels que

$$\Psi_{\vec{k}}(\vec{r}) = e^{i(\vec{k} \cdot \vec{r} - \omega(\vec{k})t)} u_{\vec{k}}(\vec{r}), \quad (2.14a)$$

$$\Psi_{\vec{k}'}(\vec{r}) = e^{i(\vec{k}' \cdot \vec{r} - \omega(\vec{k}')t)} u_{\vec{k}'}(\vec{r}), \quad (2.14b)$$

avec $\vec{k}' = \vec{k} + \Delta\vec{k}$ tel que $\Delta\vec{k} \ll \vec{k}$. Faisons un développement limité de $\omega(\vec{k}')$ au premier ordre

$$\omega(\vec{k}') = \omega(\vec{k}) + \Delta\vec{k} \cdot \vec{\nabla}_{\vec{k}} \omega \Big|_{\vec{k}}. \quad (2.15)$$

L'expression de $\Psi(\vec{r})$ devient

$$\Psi(\vec{r}) = u_{\vec{k}}(\vec{r}) e^{i(\vec{k} \cdot \vec{r} - \omega(\vec{k})t)} + u_{\vec{k}'}(\vec{r}) e^{i(\vec{k} \cdot \vec{r} + \Delta\vec{k} \cdot \vec{r} - \omega(\vec{k})t - \Delta\vec{k} \cdot \vec{\nabla}_{\vec{k}} \omega t)}. \quad (2.16)$$

On factorise l'expression par $e^{i\vec{k} \cdot (\vec{r} - \vec{v}_\phi \cdot t)}$ où $\vec{v}_\phi = \frac{\omega(\vec{k})}{k} \vec{e}_k$ est la vitesse de phase du mode de Bloch $\Psi_{\vec{k}}(\vec{r})$:

$$\Psi(\vec{r}) = e^{i\vec{k} \cdot (\vec{r} - \vec{v}_\phi \cdot t)} \left[u_{\vec{k}}(\vec{r}) + u_{\vec{k}'}(\vec{r}) e^{i\Delta\vec{k} \cdot (\vec{r} - \vec{v}_g \cdot t)} \right]. \quad (2.17)$$

Vu que $u_{\vec{k}} \approx u_{\vec{k}'}$, l'équation se simplifie :

$$\Psi(\vec{r}) = u_{\vec{k}}(\vec{r}) e^{i\vec{k} \cdot (\vec{r} - \vec{v}_\phi \cdot t)} e^{i\Delta\vec{k} \cdot (\vec{r} - \vec{v}_g \cdot t)}, \quad (2.18)$$

où $\vec{v}_g = \vec{\nabla}_{\vec{k}} \omega$ désigne la vitesse de groupe. Pour un cristal photonique, la relation de dispersion 2D n'est généralement pas isotrope, vitesse de phase et vitesse de groupe ne sont pas toujours colinéaires.

En bord de gap, ondes propagatives et contre-propagatives se compensent ce qui a pour effet d'abaisser la vitesse de groupe de la lumière. Ce régime de lumière lente est particulièrement recherché pour les applications où l'interaction lumière-matière joue un rôle prépondérant. Il est important de souligner que dans un cristal photonique parfait il semble difficile de concilier autocolimation et lumière lente, car les courbes isofréquences plates se situent généralement en milieu de bande là où les vitesses de groupes sont élevées, comme on peut le voir sur la figure 2.7.

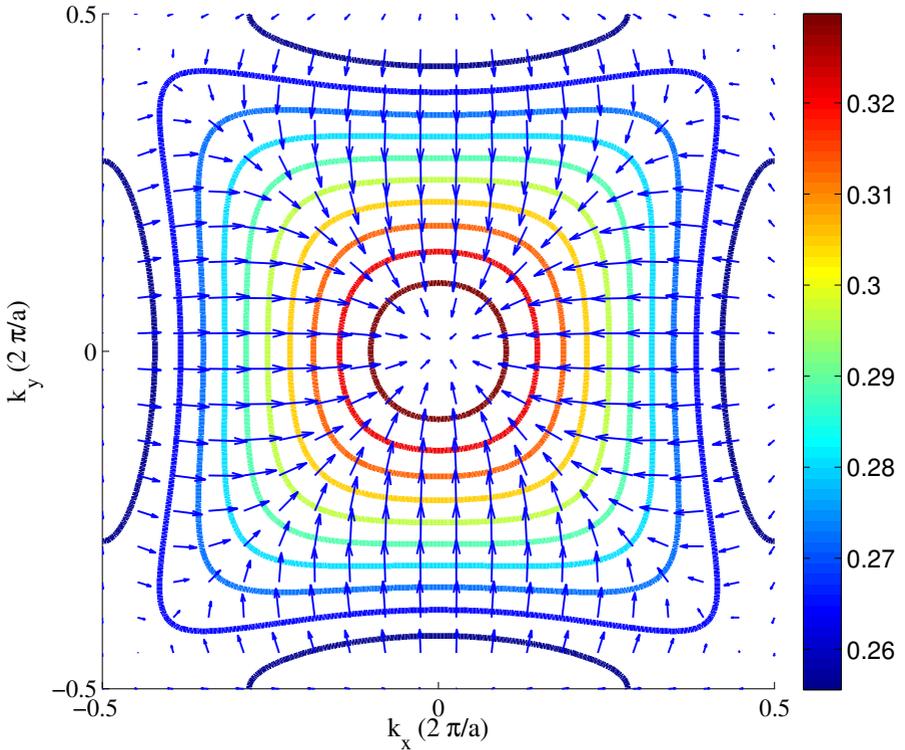


FIGURE 2.7 – Carte vectorielle du champ de vitesses de groupe, les flèches indiquent la direction de la vitesse de groupe. Les courbes représentent les isofréquences du diagramme de dispersion de la deuxième bande d'un cristal photonique 2D à maille carrée ($n_{eff} = 3.46$, $r/a = 0.35$, polarisation TE).

2.3.3 GVD

Le GVD rend compte de l'élargissement de la durée de l'enveloppe du paquet d'ondes dans un milieu dispersif, d'un point de vue spatial le GVD est lié à la vitesse de déformation du waist longitudinal de l'enveloppe. Selon que le pulse se propage dans un milieu à GVD positif ou négatif nous pouvons observer une dilatation ou une compression de l'enveloppe. Dans les lignes de transmission, un fort GVD impacte négativement les débits et se traduit par un affaiblissement du signal en fonction de la distance.

En développant $k(\omega)$ en série de Taylor autour de la fréquence ω_0 :

$$k(\omega) = k_0 + k'_0(\omega - \omega_0) + \frac{1}{2}k''_0(\omega - \omega_0)^2 + \dots \quad (2.19)$$

apparaît l'expression de la vitesse de groupe et du GVD

$$k_0 = k(\omega_0), \quad k'_0 = \left. \frac{dk}{d\omega} \right|_{\omega_0} = \frac{1}{v_g}, \quad k''_0 = \left. \frac{d^2k}{d\omega^2} \right|_{\omega_0} = GVD. \quad (2.20)$$

Les ordres supérieurs font intervenir le TOD "Third Order Dispersion" qui joue sur la stabilité du paquet d'ondes [7].

Pour tracer la carte de champ de GVD à partir de la structure de bande $\omega(k_x, k_y)$ nous devons exprimer le GVD en fonction des dérivées de ω par rapport à k_x et k_y .

En exprimant $\frac{\partial^2 k}{\partial \omega^2}$ en fonction de $\frac{\partial^2 \omega}{\partial k^2}$ on obtient la relation suivante pour le GVD :

$$\begin{aligned} GVD &= \frac{\partial^2 k}{\partial \omega^2} = -\frac{1}{v_g^3} \frac{\partial^2 \omega}{\partial k^2} \\ &= -\frac{1}{v_g^3} \frac{\partial v_g}{\partial k} \end{aligned} \quad (2.21)$$

On calcule $\frac{\partial v_g}{\partial k}$:

$$\begin{aligned} \frac{\partial v_g}{\partial k} &= \lim_{d\vec{k} \rightarrow 0} \left(\frac{v_g(\vec{k} + d\vec{k}) - v_g(\vec{k})}{dk} \right) \\ &= \lim_{d\vec{k} \rightarrow 0} \left(\frac{v_g(k_x + dk_x, k_y + dk_y) - v_g(k_x, k_y)}{dk} \right) \end{aligned} \quad (2.22)$$

où $d\vec{k}$ varie dans la direction de propagation :

$$d\vec{k} = \frac{\vec{v}_g}{v_g} dk = \frac{dk}{v_g} \left(\frac{\partial \omega}{\partial k_x}, \frac{\partial \omega}{\partial k_y} \right) \quad (2.23)$$

En faisant un développement limité de $v_g(k_x, k_y)$ on obtient

$$v_g(k_x + dk_x, k_y + dk_y) - v_g(k_x, k_y) = \frac{\partial w}{\partial k_x} \frac{\partial v_g}{\partial k_x} dk + \frac{\partial w}{\partial k_y} \frac{\partial v_g}{\partial k_y} dk, \quad (2.24)$$

ce qui permet d'exprimer $\frac{\partial v_g}{\partial k}$ comme

$$\frac{\partial v_g}{\partial k} = \lim_{dk \rightarrow 0} \left(\frac{\frac{\partial w}{\partial k_x} \frac{\partial v_g}{\partial k_x} dk + \frac{\partial w}{\partial k_y} \frac{\partial v_g}{\partial k_y} dk}{v_g dk} \right). \quad (2.25)$$

En reportant l'équation 2.25 dans 2.21 on obtient l'expression finale du champ de GVD

$$GVD = -\frac{1}{v_g^4} \left(\frac{\partial w}{\partial k_x} \frac{\partial v_g}{\partial k_x} + \frac{\partial w}{\partial k_y} \frac{\partial v_g}{\partial k_y} \right), \quad (2.26)$$

que l'on exprimera sous forme vectorielle

$$GVD = -\frac{\vec{\nabla} \omega \cdot \vec{\nabla} v_g}{v_g^4}. \quad (2.27)$$

La figure 2.8 illustre la carte de GVD de la structure de référence. Les zones bleues indiquent la frontière où le GVD change de signe. Ces zones de faible GVD sont observables dans les 3 directions de haute symétrie du cristal photonique. Le centre de la zone de Brillouin est affecté par un très fort GVD. En effet, dans la deuxième bande le point Γ est situé à la limite du gap là où les vitesses de groupe s'annulent, or le dénominateur de l'expression du GVD fait intervenir le terme v_g^4 .

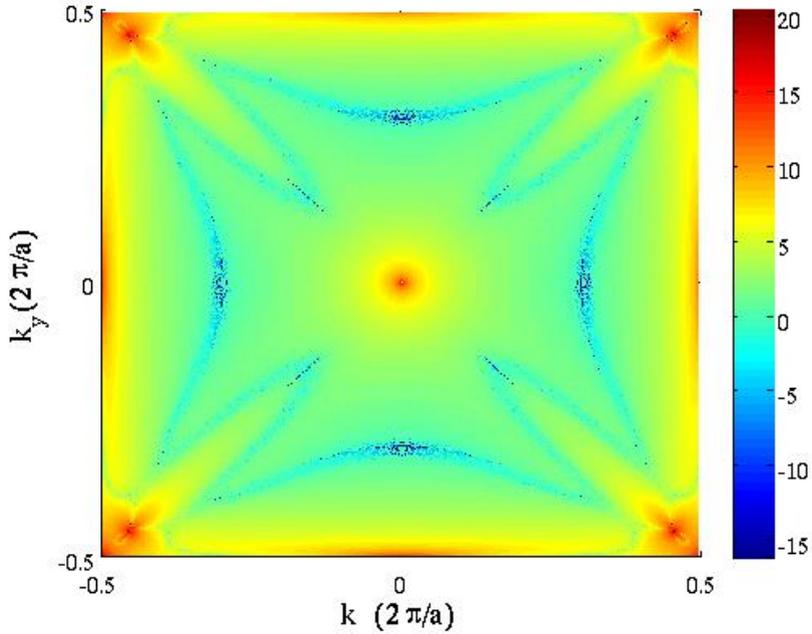


FIGURE 2.8 – Carte de champ du GVD en $\log(|GVD|)$ de la deuxième bande pour une maille carrée ($n_{eff} = 3.46$, $r/a = 0.35$, polarisation TE). Les parties bleues indiquent les zones de la surface de dispersion favorables à l’obtention d’un faible GVD.

2.3.4 Indice de courbure, indice de phase, indice optique

Dans un cristal photonique, la mise en forme spatiale d'un faisceau monochromatique dépend de la courbure de l'isofréquence associée : une courbure positive favorise la divergence du faisceau, une courbure négative favorise la refocalisation du faisceau [22], avec une courbure nulle nous obtenons l'effet d'autocollimation.

En régime d'homogénéisation, les isofréquences sont des cercles centrés au point Γ , dans ce cas la courbure $1/\tilde{k}_{hom}$ d'une isofréquence est intrinsèquement reliée à l'indice de phase du milieu par la relation :

$$\frac{1}{\tilde{k}_{hom}} = \frac{1}{k_0 n_\phi} \quad (2.28)$$

où k_0 est le nombre d'onde dans le vide.

En régime résonnant, l'indice de phase et la courbure sont décorrélés, comme nous le verrons plus loin, le premier paramètre contient la physique qui permet de décrire les phénomènes interférentiels (exemple : la formation de gaps), tandis que le second paramètre contient toute l'information relative à la mise en forme de faisceaux. Cette séparation des paramètres nous amène à définir un nouvel indice pour étudier la mise en forme. Par analogie avec un milieu homogène isotrope nous définissons l'indice de courbure du cristal photonique n_c [1] :

$$n_c = \frac{\tilde{k}}{k_0}. \quad (2.29)$$

Pour un milieu homogène isotrope et pour un cristal photonique aux grandes longueurs d'ondes, indice de courbure et indice de phase sont parfaitement équivalents mais en régime résonnant : $n_\phi \neq n_c$. La figure 2.9 illustre l'isofréquence d'un cristal photonique et celle du milieu homogène isotrope équivalent pour la mise en forme spatiale, les deux isofréquences ont la même courbure.

Comme nous l'avons fait pour le GVD et la vitesse de groupe, nous voulons visualiser la carte d'indice de courbure $n_c(kx, ky)$. La relation de dispersion 2D du cristal photonique est un champ scalaire $\omega(k_x, k_y)$ généralement différentiable, nous pouvons donc lui associer un champ de courbure. Pour une courbe paramétrée par une équation implicite $F(x, y) = 0$, la courbure est évaluée par [2] :

$$\Gamma(x, y) = \frac{F_y^2 \cdot F_{x,x} - 2F_x \cdot F_y \cdot F_{x,y} + F_x^2 \cdot F_{y,y}}{(F_x^2 + F_y^2)^{3/2}}, \quad (2.30)$$

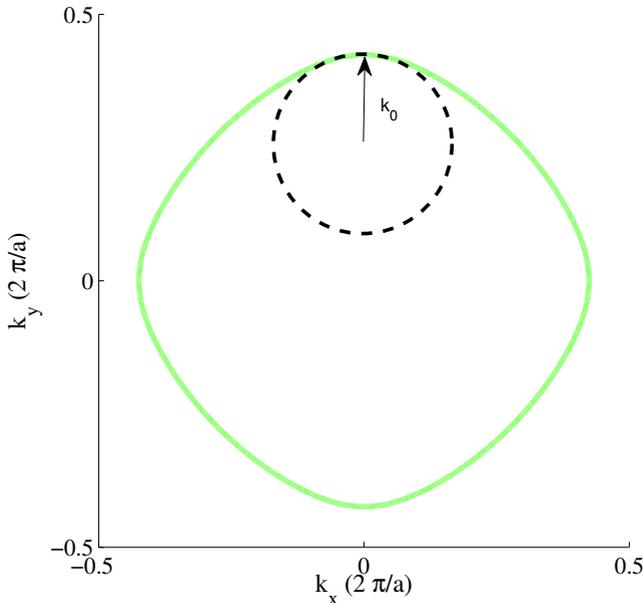


FIGURE 2.9 – La courbe verte représente l’isofréquence d’un cristal photonique en régime résonnant. La courbe pointillée représente l’isofréquence d’un milieu homogène isotrope d’indice de courbure équivalent.

où $F_{x,y}$ fait référence à la dérivée partielle $\frac{\partial^2 F}{\partial x \partial y}$.

En transposant ce résultat à l’équation implicite d’une isofréquence, on démontre que le champ de courbure de la relation de dispersion d’un cristal photonique s’écrit :

$$\Gamma(k_x, k_y) = \frac{1}{\tilde{k}(k_x, k_y)} = \frac{\omega_{k_y}^2 \cdot \omega_{k_x, k_x} - 2\omega_{k_x} \cdot \omega_{k_y} \cdot \omega_{k_x, k_y} + \omega_{k_x}^2 \cdot \omega_{k_y, k_y}}{v_g^3}. \quad (2.31)$$

En substituant l’équation 2.31 dans l’équation 2.29, on obtient l’expression généralisée de l’indice de courbure

$$n_c(k_x, k_y) = \frac{v_g^3 c / \omega}{\omega_{k_y}^2 \cdot \omega_{k_x, k_x} - 2\omega_{k_x} \cdot \omega_{k_y} \cdot \omega_{k_x, k_y} + \omega_{k_x}^2 \cdot \omega_{k_y, k_y}}. \quad (2.32)$$

La figure 2.10 illustre une carte d’indice de courbure. Les zones rouges correspondent à de forts indices de courbure, les isofréquences y présentent

des courbure faibles favorables à l'autocollimation. Contrairement au GVD qui s'annule dans 3 directions, l'autocollimation n'est présente pour cette structure de bande que dans deux directions de haute symétrie.

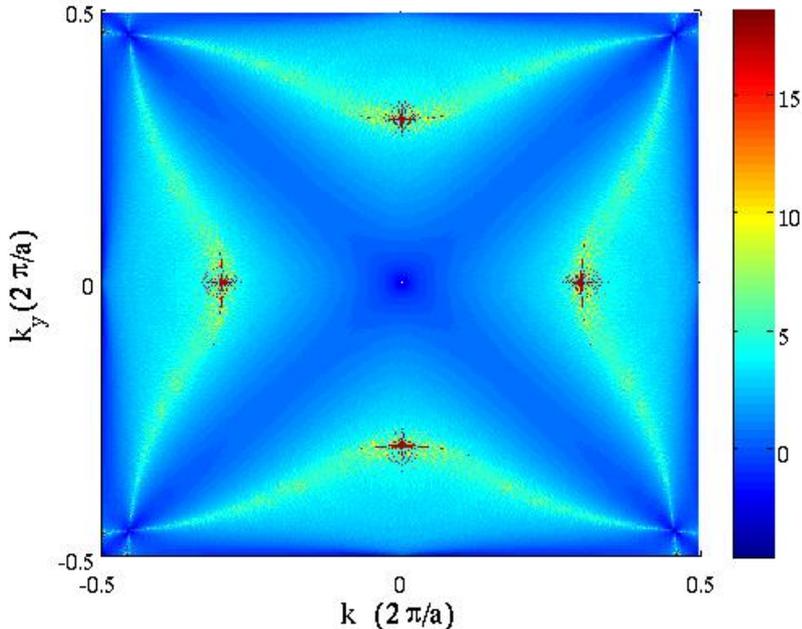


FIGURE 2.10 – Carte d'indice de courbure en $\log(|n_c|)$ de la deuxième bande pour une maille carrée ($n_{eff} = 3.46$, $r/a = 0.35$, polarisation TE).

Voyons ce que nous apprend le champ de courbure dans la direction de propagation y . La surface de dispersion est paire par rapport à cet axe de haute symétrie, nous avons donc $\frac{\partial \omega}{\partial k_x} = 0$. L'équation 2.31 devient :

$$\frac{1}{\tilde{k}(k_x = 0, k_y)} = \frac{1}{v_g^3} \left(\frac{\partial \omega}{\partial k_y} \right)^2 \frac{\partial^2 \omega}{\partial k_x^2}, \quad (2.33)$$

sachant que la vitesse de groupe est dirigée selon y , $v_g = \frac{\partial \omega}{\partial k_y}$, l'expression se simplifie

$$\frac{1}{\tilde{k}(k_x = 0, k_y)} = \frac{1}{v_g} \frac{\partial v_{gx}}{\partial k_x}. \quad (2.34)$$

Nous remarquons qu'à vitesse de groupe constante, la mise en forme

spatiale du faisceau est pilotée par le terme $\frac{\partial v_{gx}}{\partial k_x}$. Ce terme tend bien vers 0 lorsque l'on se rapproche du régime d'autocollimation.

2.3.5 Évolution temporelle du waist

À partir de l'expression de l'enveloppe nous voulons obtenir l'expression analytique des waists transverses et longitudinaux en fonction de la distance de propagation.

En partant de l'expression de l'enveloppe U_t :

$$U_t(y, t) = \int_{-\infty}^{+\infty} e^{i(\frac{1}{v_g}\omega'y + \frac{1}{2}GVDy - \omega't) - \frac{\omega'^2\tau_0^2}{4}} d\omega', \quad (2.35)$$

et de la relation

$$\int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\alpha^2\omega^2 + \beta\omega} d\omega = \frac{\sqrt{\pi}}{\alpha} e^{\frac{\beta^2}{4\alpha^2}}, \quad (2.36)$$

on écrit l'intégrale sous cette forme

$$U_t(y, t) = \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\frac{1}{4}(\tau_0^2 - 2iGVDy)\omega'^2 + \frac{i}{v_g}(y - v_g t)\omega'} d\omega'. \quad (2.37)$$

En appliquant la relation 2.36 à l'équation 2.37, on élimine la fréquence ω' de l'intégrale :

$$U_t(y, t) = \sqrt{\frac{4\pi}{\tau_0^2 - 2iGVDy}} e^{\frac{-(y - v_g t)^2}{v_g^2(\tau_0^2 - 2iGVDy)}}. \quad (2.38)$$

On sépare la partie imaginaire et la partie réelle,

$$U_t(y, t) = \sqrt{\frac{4\pi}{\tau_0^2 - 2iGVDy}} e^{\frac{-(y - v_g t)^2}{v_g^2\tau_0^2 + \frac{4v_g^2GVD^2y^2}{\tau_0^2}}(1 + 2iGVDy)}. \quad (2.39)$$

En remarquant que U_t est de la forme $Ae^{-\frac{y^2}{W_{\parallel}(y)^2}}$, on obtient finalement l'expression du waist longitudinal du paquet d'ondes en fonction de la distance de propagation :

$$W_{\parallel}(y) = v_g\tau_0\sqrt{1 + \left(\frac{2GVDy}{\tau_0^2}\right)^2}. \quad (2.40)$$

2.3.6 Évolution spatiale du waist

On procède de la même manière pour le waist transverse :

$$U_s(x, y) = \int_{-\infty}^{+\infty} e^{i(k_x x + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 k_y}{\partial k_x^2} k_x^2 y) - \frac{k_x^2 W_0^2}{4}} dk_x, \quad (2.41)$$

que l'on réécrit sous cette forme

$$U_s(x, y) = \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\frac{1}{4}(W_0^2 - 2ik_y'' y)k_x^2 + ik_x x} dk_x. \quad (2.42)$$

On applique la relation 2.36 à l'équation 2.42

$$U_s(x, y) = \sqrt{\frac{4\pi}{W_0^2 - 2ik_y'' y}} e^{\frac{-x^2}{W_0^2 - 2ik_y'' y}}, \quad (2.43)$$

$$U_s(x, y) = \sqrt{\frac{4\pi}{W_0^2 - 2ik_y'' y}} e^{\frac{-x^2}{W_0^2 + \frac{4k_y'' y^2}{W_0^2}} (1 + 2ik_y'' y)}. \quad (2.44)$$

On obtient la formule du waist transverse :

$$W_{\perp}(y) = W_0 \sqrt{1 + \left(\frac{2k_y'' y}{W_0^2}\right)^2}, \quad (2.45)$$

qui s'exprime en fonction de l'indice de courbure :

$$W_{\perp}(y) = W_0 \sqrt{1 + \left(\frac{1}{n_c}\right)^2 \left(\frac{2}{k_0 \cdot W_0^2}\right)^2 y^2}. \quad (2.46)$$

Dans un milieu homogène isotrope la courbure est reliée à la longueur d'onde par la relation :

$$k_y'' = -\frac{1}{\bar{k}} = -\frac{\lambda}{2\pi}. \quad (2.47)$$

Dans ce cas limite, on retrouve bien l'expression de l'évolution du waist d'un faisceau gaussien dans un milieu homogène :

$$W_{\perp}(y) = W_0 \sqrt{1 + \frac{y^2}{y_0^2}}. \quad (2.48)$$

avec $y_0 = \pi \frac{W_0^2}{\lambda}$ que l'on appelle la portée de Rayleigh.

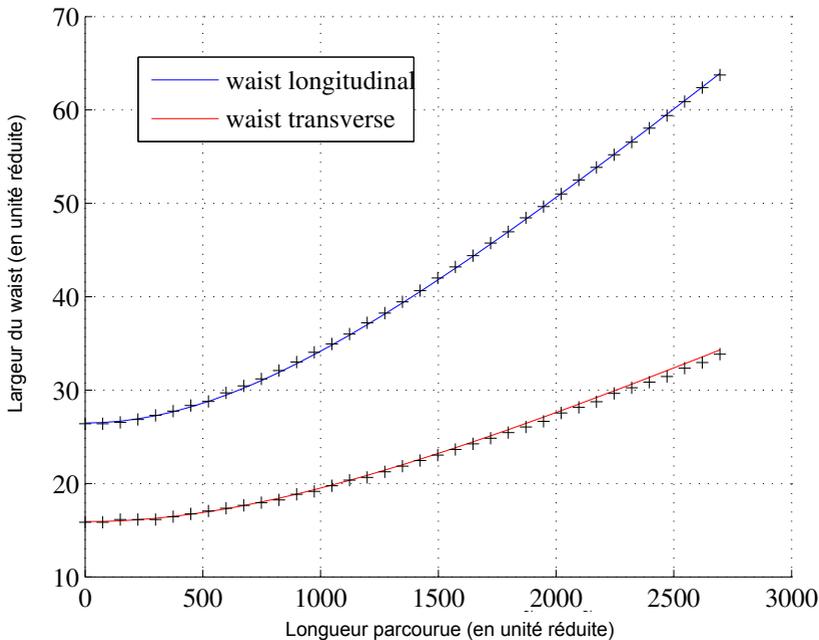


FIGURE 2.11 – Comparaison des waists transverses et longitudinaux entre l’approximation paraxiale et la méthode numérique de simulation de paquets d’ondes. Les traits pleins indiquent le modèle paraxial et les croix la simulation numérique ($n_{eff} = 3.46$, $r/a = 0.35$, polarisation TE).

La figure 2.11 compare l’élargissement des waists analytiques avec la méthode numérique de simulation de paquets d’ondes. Nous voyons que le calcul paraxial fournit une excellente approximation de la description de l’enveloppe d’un paquet d’onde y compris sur de grandes distances de propagation.

2.4 Longueur de cohérence et longueur de diffraction

Pour dimensionner la longueur des dispositifs en tenant compte de l'étalement du pulse, nous définissons deux paramètres :

- la longueur de cohérence l_c pour l'étalement longitudinal lié au GVD,
- la longueur de diffraction l_d pour l'étalement transverse lié à l'indice de courbure.

On définit chacune de ses longueurs comme la distance au bout de laquelle le waist a divergé d'un facteur $\sqrt{2}$:

$$W_{\parallel}(l_c) = v_g \tau_0 \sqrt{2}, \quad (2.49)$$

$$W_{\perp}(l_d) = W_0 \sqrt{2}. \quad (2.50)$$

À partir des expressions des waists longitudinaux 2.40 et transverses 2.46, on obtient l'expression de la longueur de cohérence :

$$l_c = \frac{\tau_0^2}{2GVD}, \quad (2.51)$$

et de la longueur de diffraction :

$$l_d = \frac{W_0^2 k_0 n_c}{2}. \quad (2.52)$$

La figure 2.12 montre l'évolution de la longueur de cohérence et de la longueur de diffraction du cristal photonique de référence en fonction de la fréquence réduite. Le trait horizontal indique la distance de $500a$, ainsi nous voyons qu'il existe une plage de fréquence réduite commune autour de 0.285 pour laquelle nous pouvons propager un pulse sur cette distance sans déformation apparente. Cela permet de fixer convenablement un point de fonctionnement.

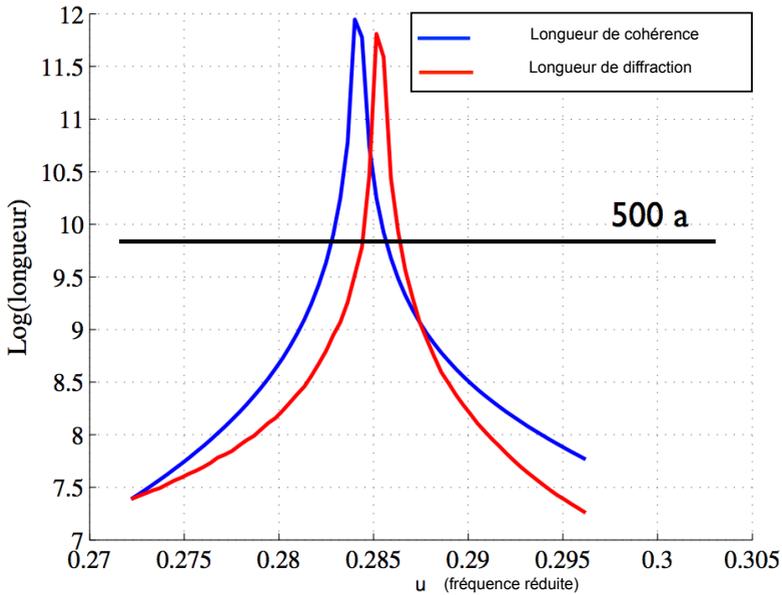


FIGURE 2.12 – Longueur de cohérence et longueur de diffraction exprimées en log en fonction de la fréquence réduite. le pulse se propage dans un cristal photonique à maille carrée ($n_{eff} = 3.46$, $r/a = 0.35$, polarisation TE).

2.5 Milieux stratifiés

On cherche à déterminer des paramètres effectifs pour des structures stratifiées qui mêlent différents matériaux, cristaux photoniques, milieux homogènes et plus généralement des métamatériaux. À la section précédente, nous venons de définir les paramètres effectifs d'un cristal photonique. Ces paramètres ne se déduisent d'aucune formule analytique qui serait fonction de l'indice optique et des paramètres géométriques de la maille élémentaire du cristal. Nous pouvons néanmoins balayer les degrés de liberté pour établir des courbes de calibration spécifiques comme nous l'avons fait pour le projet CLAC. Nous avons par exemple calculé avec MPB le domaine de variation de la fréquence d'autocollimation en fonction du taux de remplissage et de l'indice optique pour une maille carrée. Cette démarche empirique ne peut nous satisfaire et nous aimerions nous en affranchir au moyens d'outils pour nous guider dans la construction de nouvelles structures. À partir d'un panel de cristaux photoniques dont les propriétés ne correspondent pas à nos besoins peut être pouvons nous faire émerger une propriété qui nous intéresse. Et si oui pouvons nous anticiper la réponse effective d'un milieu stratifié sans avoir besoin de calculer sa relation de dispersion ? Les développements analytiques qui peuvent être menés dans cette optique seront d'une utilité précieuse pour aboutir à une mise en forme mieux contrôlée de la lumière, car les milieux stratifiés apportent de nouveaux degrés de liberté.

Dans cette section, nous allons considérer un milieu constitué d'un empilement 1D de couches de cristal photonique comme illustré dans la figure 2.13. De ce milieu nous connaissons séparément les propriétés qui les caractérisent (GVD, n_c , v_g) et faisons l'hypothèse que le coefficient de transmission est total au niveau de chaque interface. Les réflexions aux interfaces peuvent être limitées par une ingénierie adaptée à la séparation des couches (mini gradient, trous taillés) comme nous le verront au chapitre suivant.

En régime paraxial, nous avons vu à la section précédente que nous pouvons séparer les termes de propagation relatifs à l'espace et au temps. L'équation 2.10 peut s'écrire au moyens des opérateurs de propagation P_s et P_t qui décrivent respectivement l'évolution de la phase d'une onde plane en fonction de k_x et de ω . Nous appellerons P_s l'opérateur de propagation spatiale et P_t l'opérateur de propagation temporelle.

$$U(x, y, t) = TF^{-1} \{ U_s^i(k_x) P_s(k_x, y) \} \times TF^{-1} \{ U_t^i(\omega') P_t(\omega', y) \}, \quad (2.53)$$

avec

$$P_s(k_x, y) = e^{iy \left(k_{y0} - \frac{k_x^2}{2k_0 n_c} \right)}, \quad (2.54)$$

et

$$P_t(\omega', y) = e^{-i\omega_0 t} \cdot e^{iy \left(\frac{1}{v_g} \omega' + \frac{1}{2} GVD \omega'^2 \right)}. \quad (2.55)$$

Pour un milieu stratifié constitué de N couches d_n , les opérateurs de propagations P_s et P_t sur une distance L s'écrivent respectivement :

$$P_s(k_x, L) = \prod_{n=1}^N P_s^n(k_x, d_n), \quad (2.56)$$

et

$$P_t(\omega', L) = \prod_{n=1}^N P_d^n(\omega', t_n). \quad (2.57)$$

où $L = \sum_{n=1}^N d_n$ est la longueur de la structure alternée, d_n l'épaisseur de la n -ième couche.

En développant les équation 2.57 et 2.56 on obtient

$$P_s(k_x, L) = e^{iL \left(\langle k_{y0} \rangle - \frac{k_x^2}{2k_0} \left\langle \frac{1}{n_c} \right\rangle \right)}, \quad (2.58)$$

et

$$P_t(\omega', L) = e^{-i\omega_0 t} \cdot e^{iL \left(\left\langle \frac{1}{v_g} \right\rangle \omega' + \frac{1}{2} (GVD) \omega'^2 \right)}. \quad (2.59)$$

Les expressions P_s et P_t font apparaître les paramètres effectifs suivants :

– l'indice de courbure effectif \tilde{n}_c

$$\frac{D}{\tilde{n}_c} = \sum_{n=1}^N \frac{d_n}{n_{c_n}}, \quad (2.60)$$

– le GVD effectif $G\tilde{V}D$

$$G\tilde{V}D = \frac{1}{D} \sum_{n=1}^N d_n G_{VD_n}, \quad (2.61)$$

– la vitesse de groupe effective \tilde{v}_g

$$\frac{D}{\tilde{v}_g} = \sum_{n=1}^N \frac{d_n}{v_{g_n}}, \quad (2.62)$$

– la phase effective $\tilde{\Phi}$

$$\tilde{\Phi} = D \cdot \langle k_{y0} \rangle, \quad (2.63)$$

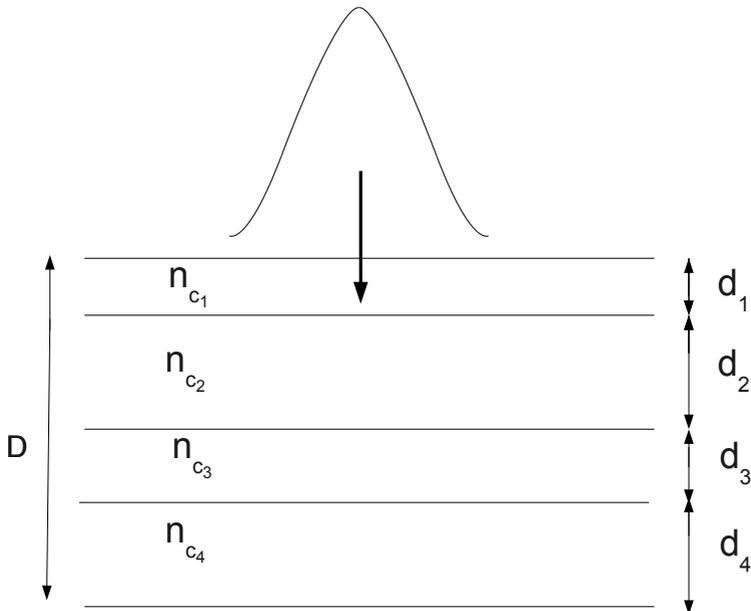


FIGURE 2.13 – Un milieu constitué d’un empilement quelconque 1D de couches d’indice de courbure n_{c_i} et d’épaisseur d_i .

2.5.1 Cas d’un milieu périodique

Dans le cas d’un milieu stratifié de période D composé de deux couches caractérisé par des épaisseurs d_1 et d_2 , d’indice de courbure n_{c_1} et n_{c_2} , de GVD GVD_1 et GVD_2 et de vitesses de groupe v_{g_1} et v_{g_2} , après une propagation de longueur $L = ND$, les opérateurs de propagation s’écrivent :

$$P_s(k_x, L) = P_s(k_x, D)^N, \quad (2.64)$$

et

$$P_t(\omega', L) = P_t(\omega', D)^N. \quad (2.65)$$

Ce qui se simplifie en :

$$P_s(k_x, L) = e^{iND \left(\langle k_{y0} \rangle - \frac{k_x^2}{2k_0} \left\langle \frac{1}{\tilde{n}_c} \right\rangle \right)}, \quad (2.66)$$

et

$$P_t(\omega', L) = e^{-i\omega_0 t} e^{iND \left(\left\langle \frac{1}{v_g} \right\rangle \omega' + \frac{1}{2} \langle GVD \rangle \omega'^2 \right)}. \quad (2.67)$$

On a donc :

$$\frac{1}{\tilde{n}_c} = \frac{1}{D} \left(\frac{d_1}{n_{c_1}} + \frac{d_2}{n_{c_2}} \right), \quad (2.68)$$

$$G\tilde{V}D = \frac{d_1 GVD_1 + d_2 GVD_2}{D}, \quad (2.69)$$

$$\frac{1}{\tilde{v}_g} = \frac{1}{D} \left(\frac{d_1}{v_{g_1}} + \frac{d_2}{v_{g_2}} \right). \quad (2.70)$$

Dans les milieux stratifiés périodiques, la mise en forme spatiale est pilotée par la moyenne harmonique de l'indice de courbure $\left\langle \frac{1}{\tilde{n}_c} \right\rangle$ qui traduit un mécanisme de compensation de dispersion spatiale. Aux grandes longueurs, l'évolution du waist spatial est donné par :

$$W_{\perp}(y) = W_0 \sqrt{1 + \left(\frac{\theta_0 y}{W_0} \right)^2 \left\langle \frac{1}{n_c} \right\rangle^2}. \quad (2.71)$$

De la même façon pour le temps, le GVD effectif traduit un mécanisme de compensation de dispersion temporelle. Le Waist temporel est donné par :

$$W_{\parallel}(y) = v_g \tau_0 \sqrt{1 + \left(\frac{2 \langle GVD \rangle y}{\tau_0^2} \right)^2}. \quad (2.72)$$

La théorie des milieux stratifiés permet de prédire le comportement spatio-temporel d'un paquet d'ondes à partir de ses propriétés des milieux considérés. Le chapitre suivant étudie quelques applications qui mettent en oeuvre les mécanismes de compensation de phase, de compensation de dispersion spatiale et de compensation dispersion temporelle.

2.6 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons introduit les outils numériques et théoriques destinés à contrôler la mise en forme de la lumière dans les cristaux photoniques, le travail a ensuite été généralisé pour traiter les milieux stratifiés. Les différents mécanismes de compensation mis en oeuvre dans les milieux stratifiés périodiques constituent autant de nouveaux degrés de liberté pour s'affranchir des limites des cristaux photoniques usuels.

L'essentiel des résultats importants est synthétisé dans les tableaux 2.1 et 2.2.

Mise en forme spatiale	
Phase	$\tilde{\Phi} = D \cdot \langle k_{y0} \rangle$
Mise en forme spatiale	$\left\langle \frac{1}{\tilde{n}_c} \right\rangle = \frac{1}{D} \left(\frac{d_1}{n_{c1}} + \frac{d_2}{n_{c2}} \right)$
Waist transverse	$W_{\perp}(y) = W_0 \sqrt{1 + \left(\frac{\theta_0 y}{W_0} \right)^2 \left\langle \frac{1}{n_c} \right\rangle^2}$
Longueur de diffraction	$l_d = \frac{1}{2} W_0^2 k_0 \tilde{n}_c$

TABLE 2.1 – Résumé des paramètres effectifs pour la mise en forme spatiale.

Mise en forme temporelle	
Vitesse de groupe	$\frac{D}{v_g} = \sum_{n=1}^N \frac{d_n}{v_{g_n}}$
Mise en forme temporelle	$\langle G\tilde{V}D \rangle = \frac{d_1 GVD_1 + d_2 GVD_2}{D}$
Waist longitudinal	$W_{\parallel}(y) = v_g \tau_0 \sqrt{1 + \left(\frac{2 \langle GVD \rangle y}{\tau_0^2} \right)^2}$
Longueur de cohérence	$l_c = \frac{1}{2} \tau_0^2 \frac{1}{GVD}$

TABLE 2.2 – Résumé des paramètres effectifs pour la mise en forme temporelle.

Chapitre 3

Mécanismes de compensation dans les milieux alternés

3.1 Introduction

En électromagnétisme, les métamatériaux désignent un matériau composite aux propriétés optiques différentes des milieux usuels. En général, il s'agit de structures périodiques dimensionnées dans une échelle microscopique intermédiaire entre l'atome et la longueur d'onde de la lumière. Cette structuration artificielle permet de simuler des matériaux ayant des valeurs de permittivité et de perméabilité qui ne se retrouvent pas dans les milieux naturels. Dans le domaine optique, la période caractéristique du métamatériau couvre un large intervalle qui s'étend de quelques dizaines de nanomètres jusqu'au micromètre.

Les cristaux photoniques sont des métamatériaux particuliers dont la dimension de la maille élémentaire est proche de la longueur d'onde, selon cette terminologie nous pouvons définir les cristaux photoniques comme des métamatériaux résonnants ($a \approx \lambda$). Pour écarter toute confusion avec les cristaux photoniques, nous emploierons à partir de maintenant le terme métamatériau pour désigner exclusivement des métamatériaux de faible période par rapport à la longueur d'onde ($a \ll \lambda$).

De la même façon que nous pouvons former des métamatériaux 1D en empilant des couches métalliques ou diélectriques, nous pouvons former des nou-

veaux matériaux en empilant des métamatériaux et des cristaux photoniques. Ces structures d'un nouveau genre que nous appelleront "super réseaux" combinent une double périodicité : une première périodicité à l'échelle microscopique et une seconde à une échelle plus grande que la longueur d'onde. Le schéma de principe du concept est illustré à la figure 3.1. Le tableau 3.20 fait la synthèse des différents matériaux périodique en partant du solide cristallin structuré à la plus petite échelle possible jusqu'au super réseau à base de cristal photonique.

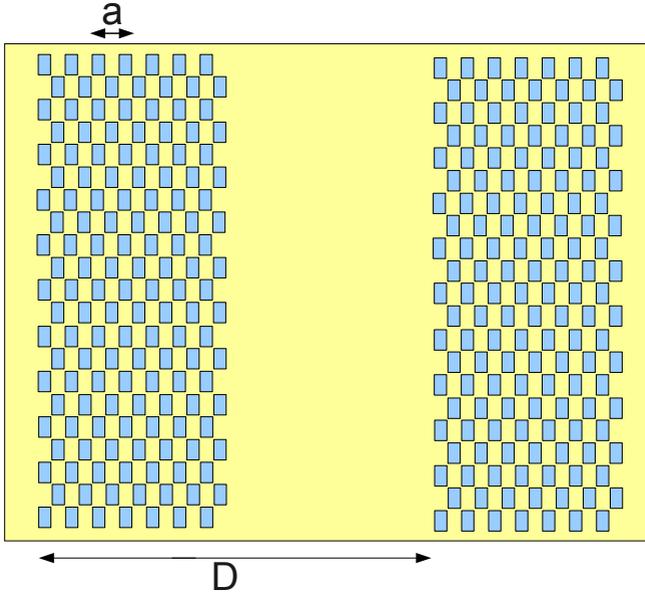


FIGURE 3.1 – Schéma de principe d'un super réseau à cristaux photoniques constitué d'un empilement périodique d'une couche de cristaux photoniques et d'une couche d'un milieu homogène.

Type de milieu	Échelle de structuration
Solides cristallins	$\mu = a \ll \lambda$
Métamatériaux	$\mu \ll a \ll \lambda$
Cristaux photoniques	$\mu \ll a \approx \lambda$
Super réseaux à base de métamatériaux	$\mu \ll a \ll \lambda < D$
Super réseaux à base de CP	$\mu \ll a \approx \lambda < D$

FIGURE 3.2 – Tableau comparatif pour situer les échelles des différents milieux abordés dans ce chapitre. μ exprime une dimension d’agencement moléculaire de l’ordre du nanomètre. a exprime la périodicité de la maille du métamatériau ou du cristal photonique et D la période du métamatériau mésoscopique.

3.2 Métamatériaux d'indice moyen nul, gap de Bragg, gap d'ordre 0

Les miroirs de Bragg à base de métamatériaux focalisent l'attention des acteurs de la photonique. Ces cristaux photoniques 1D constitués d'une alternance périodique de couches de métamatériaux d'indice positifs et négatifs peuvent générer un nouveau gap photonique dit "d'ordre 0" [11] lorsque l'indice de réfraction moyen de la structure est nul.

Ce gap possède des propriétés inédites, il est indépendant vis à vis de l'échelle de dimensionnement de la structure, il est insensible au désordre et à la polarisation [14]. La démonstration expérimentale d'un gap d'ordre 0 dans l'infrarouge à 1.5μ a été réalisée par Kocaman [14] en alternant un milieu homogène et des cristaux photoniques simulant un milieu d'indice négatif.

Les cristaux photoniques d'indice moyen nul présentent des propriétés intéressantes pour la mise en forme de faisceaux [30]. L'effet d'autocollimation a été mis en évidence par Pendry avec une structure alternant un arrangement périodique de lentilles plates d'indice -1 [28]. Plus récemment, Mocella a obtenu un effet d'autocollimation dans le gap d'ordre 0 en alternant des couches d'égales épaisseurs d'air et de cristaux photoniques qui miment un milieu d'indice effectif égal à -1. Le travail présenté dans cette section a été réalisé en collaboration avec Rémi Pollès dans le cadre de sa thèse qui aborde sous un angle théorique les propriétés optiques de ces structures.

Considérons un cristal photonique 1D constitué de deux milieux dont les permittivités et les perméabilités respectives sont notées ϵ_1, ϵ_2 et μ_1, μ_2 . Le cristal est formé par un empilement périodique et infini de couches d'épaisseurs d_1 et d_2 et d'indices respectifs $n_1 = \sqrt{\epsilon_1\mu_1}$ et $n_2 = \sqrt{\epsilon_2\mu_2}$. Les constantes de propagation κ des ondes de Bloch autorisées dans cette structure sont données par l'équation de dispersion [17] :

$$\cos(\kappa D) = \cos(\bar{n}k_0 D) - \frac{(\eta_1 - \eta_2)^2}{2\eta_1\eta_2} \sin(n_1 k_0 d_1) \sin(n_2 k_0 d_2), \quad (3.1)$$

où $D = d_1 + d_2$ est la période du cristal, $\bar{n} = (n_1 d_1 + n_2 d_2)/D$ l'indice moyen du cristal, k_0 le vecteur d'onde dans le vide et $\eta_i = \sqrt{\epsilon_i/\mu_i}$ l'impédance du milieu i . Si les deux milieux ont la même impédance, i.e. $\eta_1 = \eta_2$, la relation de dispersion se résume à $\kappa = \bar{n}k_0$ et le cristal se comporte comme un milieu homogène d'indice \bar{n} . Ce cas particulier ne nous intéresse

donc pas car il ne présente aucune bande interdite. Dans le cas général, lorsque $\bar{n}k_0D = m\pi$ avec m entier non nul, nous avons $n_2k_0d_2 = m\pi - n_1k_0d_1$ et l'équation 3.1 devient

$$\cos(\kappa D) = 1 + \frac{(\eta_1 - \eta_2)^2}{2\eta_1\eta_2} \sin^2(n_1k_0d_1). \quad (3.2)$$

Comme

$$\left| 1 + \frac{(\eta_1 - \eta_2)^2}{2\eta_1\eta_2} \sin^2(n_1k_0d_1) \right| \geq 1. \quad (3.3)$$

l'équation 3.2 admet des solutions réelles pour κ lorsque $n_1k_0d_1$ est multiple de π . C'est la condition de Bragg des cristaux photoniques conventionnels, elle est vérifiée pour différents vecteurs d'onde k_0 donnant lieu à des modes propagatifs discrets que nous appellerons modes résonnants Fabry-Perrot. Dans le cas d'un milieu d'indice moyen nul $\bar{n} = 0$, un des milieux formant le cristal est main-gauche, c'est à dire $n_2 < 0$, la permittivité ϵ_2 et la perméabilité μ_2 sont simultanément négatives et l'indice optique n_2 devient négatif grâce à sa nouvelle définition : $n_2 = -\sqrt{\epsilon_2\mu_2}$ [37]. Dans ce cas, les équations 3.2 et 3.3 sont toujours vérifiées, impliquant une nouvelle bande interdite. Si les milieux ne sont pas dispersifs, la condition $\bar{n} = 0$ est vérifiée pour toutes les longueurs d'ondes et le milieu possède alors une bande interdite sur l'ensemble du spectre, c'est le fameux gap d'ordre 0. Sur tout le spectre, sauf pour des longueurs d'ondes particulières qui correspondent aux modes résonnants Fabry-Perrot. Ces modes résonnants sont intrinsèques à la structures, ils ne résultent pas d'un défaut.

La figure 3.3 montre un mode résonnant Fabry-Perrot dans une bande interdite d'ordre 0. En présence d'une faible dispersion, l'étendue de la bande interdite matérialisée par la bande grise est modifiée. Une forte dispersion rend la condition $\bar{n} = 0$ hasardeuse, cette dernière n'est alors plus satisfaite que pour une seule longueur d'onde.

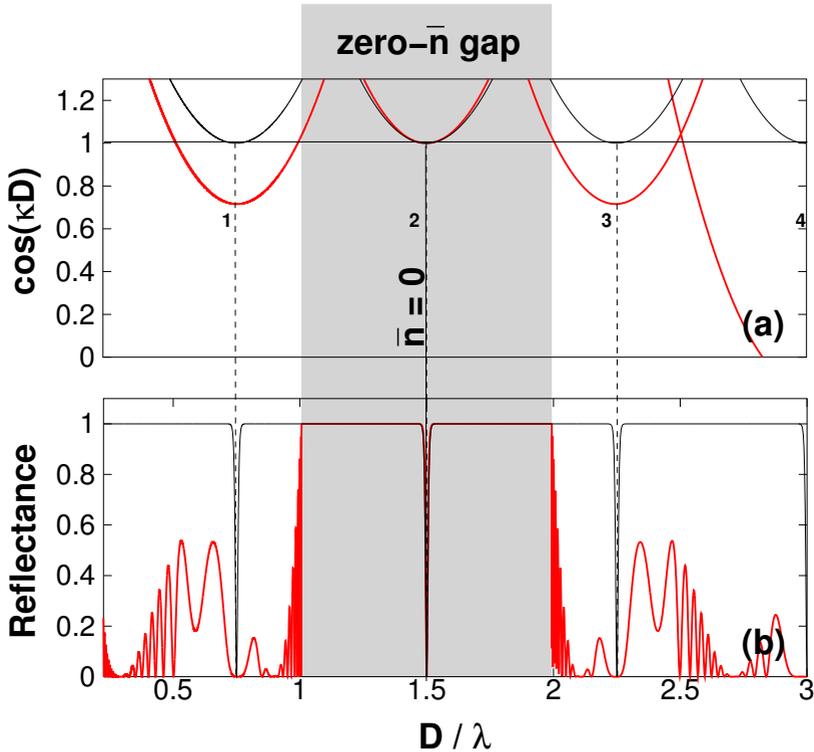


FIGURE 3.3 – (a) Relation de dispersion pour $m=1,2,3,4$. (b) Coefficient de réflexion d’une structure formée de 50 périodes. Courbes noires : aucun matériau n’est dispersif. Courbes rouges : le métamatériau main-gauche est faiblement dispersif.

3.2.1 Autocollimation

Nous allons montrer que des métamatériaux d'indice moyen nul permettent également de mettre en forme des faisceaux de lumière. Pour cela on ajoute la condition d'autocollimation démontrée au chapitre 2. Elle s'écrit pour les milieux homogènes :

$$\frac{d_1}{n_1} + \frac{d_2}{n_2} = 0. \quad (3.4)$$

La moyenne harmonique de l'indice du cristal photonique que nous considérons possède est nulle, dans ce cas le faisceau est refocalisé après chaque période et le waist initial reste conservé tout au long de la propagation, le faisceau est parfaitement autocollimaté.

La figure 3.4 illustre le phénomène d'auto-collimation obtenue à partir du deuxième mode résonnant Fabry-Perrot de la bande interdite d'ordre 0. Le faisceau gaussien avec un waist initial de 5λ est autocollimaté sur 200 périodes du cristal. Une conséquence remarquable de la propagation dans une bande interdite d'ordre zéro est la compensation exacte de la phase du champ, la figure 3.5 montre l'évolution de la phase du champ du faisceau au cours de sa propagation dans le gap. On remarque que la phase à la sortie est la même qu'en entrée, le faisceau émergent est alors strictement identique au faisceau incident, celui ci a été simplement translaté sans aucune modification de sa phase et de son enveloppe. Les conditions d'indice moyen nul et d'autocollimation fixent un unique choix pour les épaisseurs et pour les indices optiques : $d_1 = d_2$ et $n_1 = -n_2$.

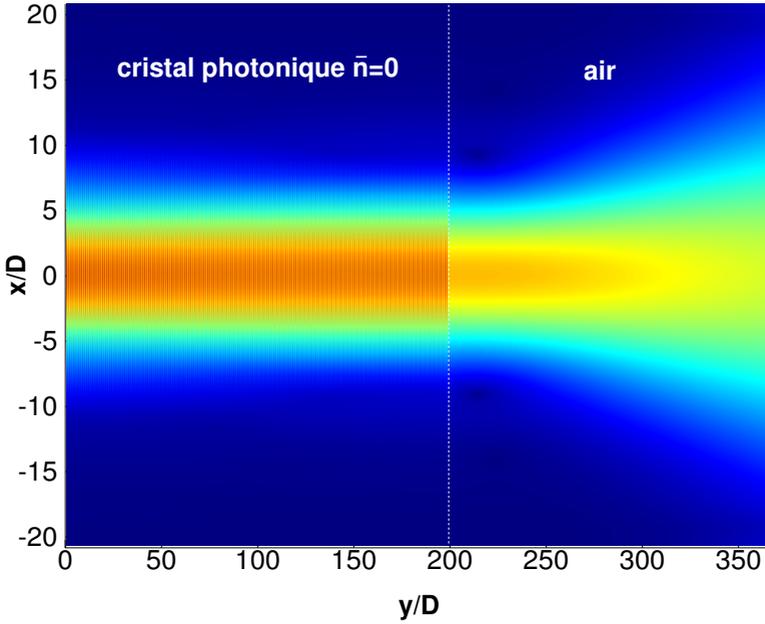


FIGURE 3.4 – Module du champ électromagnétique lorsqu’un cristal photonique d’indice moyen nul, suivi de l’air est éclairé par un faisceau. Les paramètres de la structures sont $N = 200$, $d_1 = d_2 = D/2$, $n_1 = 2$, $n_2 = -2$, $\eta_1 = 1$, $\eta_2 = 0.5$, $\lambda_0 = D$

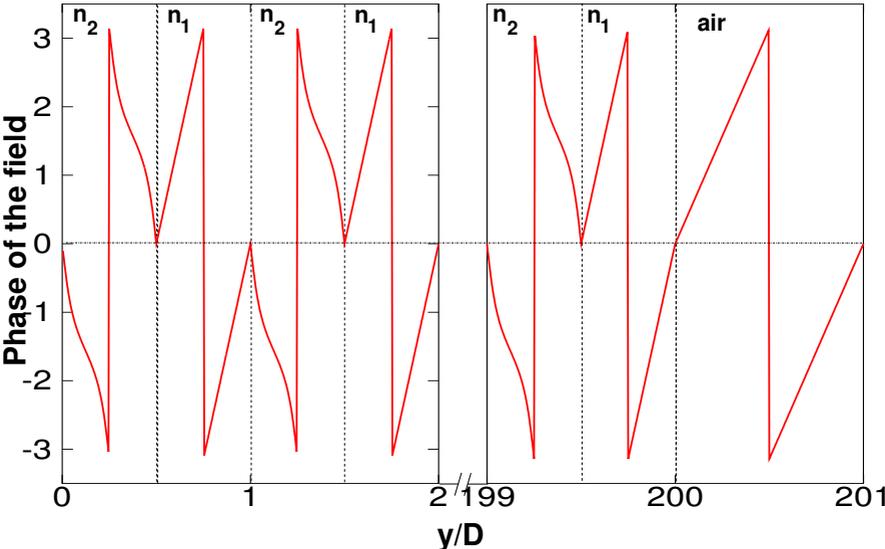


FIGURE 3.5 – Phase du champ électromagnétique du faisceau autocollimaté considéré à la figure 3.4.

3.2.2 Focalisation

Lorsque l'indice harmonique moyen est négatif, les conditions d'autocolimation ne sont pas vérifiées, le cristal photonique se comporte alors comme une lentille. Par exemple, plongeons un cristal photonique dans un milieu homogène d'indice n_0 , ce cristal est composé de N couches de périodes D . Un faisceau gaussien est émis en entrée à une distance f du cristal. L'amplitude du faisceau émergeant à la sortie du cristal à une distance f' se calcule au moyen du propagateur spatial :

$$P_s(k_x, L) = P_0(k_x, f) \tilde{P}(k_x, D)^N P_0(k_x, f'), \quad (3.5)$$

où $P_0(k_x, y)$ désigne le propagateur de propagation dans le milieu homogène d'indice n_0 .

$$P_0(k_x, y) = e^{iy \left(n_0 \frac{\omega}{c} - \frac{k_x^2 c}{2n_0 \omega} \right)}. \quad (3.6)$$

Avec l'expression du waist dans un milieu stratifié, nous obtenons le waist en sortie :

$$W(f') = W_0 \sqrt{1 + \theta_0 \left(\frac{f}{n_0} + ND \left\langle \frac{1}{n} \right\rangle + \frac{f'}{n_0} \right)}, \quad (3.7)$$

où $\frac{1}{\theta_0} = \frac{\pi W_0^2}{\lambda}$ est la portée de Rayleigh ou profondeur du champ.

Si $W(f') = W_0$, la refocalisation du faisceau se fait à la distance f' du cristal photonique et dans ce cas les distances f et f' vérifient

$$f + f' = -ND \left\langle \frac{1}{n} \right\rangle n_0. \quad (3.8)$$

Lorsque la moyenne harmonique $\left\langle \frac{1}{n} \right\rangle$ du cristal périodique est négative, celui se comporte comme une lentille plate d'indice négatif (même si l'indice moyen est nul). Sur la figure 3.6 nous pouvons observer un effet de refocalisation du faisceau à l'intérieur d'un tel métamatériau.

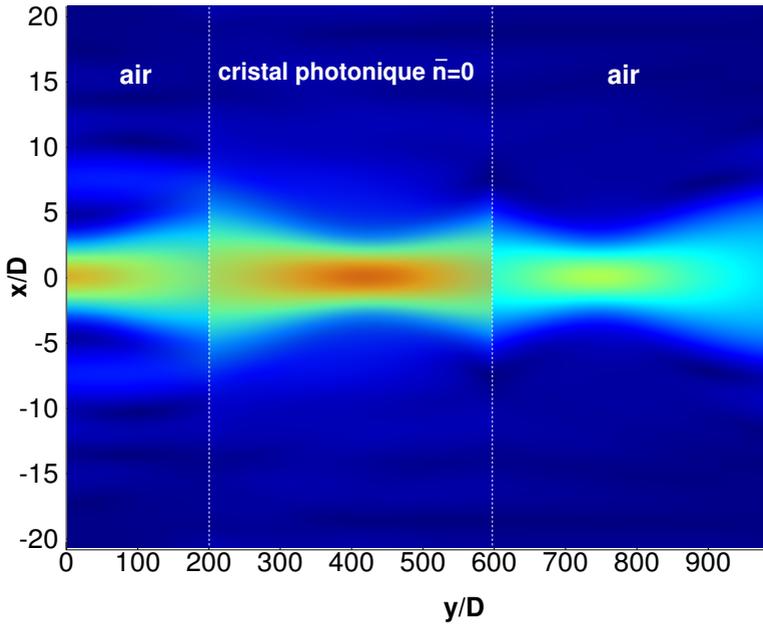


FIGURE 3.6 – Module du champ électrique à travers une épaisseur de cristal photonique d'indice moyen nul et d'indice harmonique moyen égal à -1, entouré par de l'air et éclairé par un faisceau.

3.2.3 Conclusion

Dans cette section, nous avons étudié des super réseaux à base de métamatériaux pour former des cristaux photoniques d'indice moyen nul qui présentent une large bande interdite. Nous avons démontré qu'il est possible d'exploiter les modes de transmission présents dans le gap d'ordre zéro pour faire de la mise en forme de faisceaux. Des régimes d'autocollimation et de focalisation ont ainsi été obtenu en alternant un milieu homogène avec un milieu d'indice négatif. Cette approche bien que satisfaisante sur le plan théorique, se heurte à de nombreuses difficultés expérimentales. Mimer un milieu d'indice effectif négatif avec un cristal photonique est forcément réducteur car cela implique de travailler en régime de réfraction négative avec des courbes isofréquences circulaires. En pratique, le gap d'ordre 0 est très étroit, et nécessite un contrôle très précis de la dispersion optique et des épaisseurs des couches difficiles à réaliser expérimentalement. La section suivante montre comment s'affranchir de ces limites pour obtenir l'autocollimation dans les milieux alternés sans faire intervenir les milieux d'indice effectif négatif.

3.3 Mise en forme spatiale : autocollimation mésoscopique

La théorie de l'électromagnétisme dans les métamatériaux d'indice négatifs introduits initialement par V.G. Veselago en 1960 a connu des progrès impressionnants depuis l'avènement des métamatériaux et des cristaux photoniques [20]. Beaucoup de concepts développés pour les métamatériaux ont été transposés aux cristaux photoniques car ils permettent de travailler dans le domaine fréquentiel du visible [32, 9, 6]. La frontière entre cristaux photoniques et métamatériaux est devenue plus floue depuis l'émergence de miroirs de Bragg à base de matériaux d'indice négatifs. Comme nous venons de le voir, ces matériaux composites alternant des couches d'indices positifs et négatifs révèlent une bande interdite photonique pour une fréquence particulière pour laquelle la moyenne de l'indice optique sur une période est nul [18, 35, 3, 30, 24, 26]. De façon surprenante, nous venons de démontrer qu'un métamatériau d'indice moyen nul permet la mise en forme de modes résonnants. Ces propriétés ont été expliquées dans la section précédente en introduisant l'indice harmonique moyen qui permet de piloter la forme du faisceau dans un milieu d'indice moyen nul. Toutefois cette approche se heurte à de nombreuses difficultés expérimentales car un contrôle précis de la dispersion optique du matériau est nécessaire [29].

Mocella a proposé un dispositif alterné constitué d'un empilement de cristaux photoniques 2D et de couches d'air de même épaisseurs [23]. La couche de cristal photonique a été conçue pour se comporter comme une lentille plate d'indice effectif égal à -1, cela provient de l'existence d'une relation de dispersion isotrope dans la seconde bande. Dans ce cas, l'autocollimation peut être interprétée comme une succession de refocalisations du faisceau dans les couches de cristaux photoniques. Les données expérimentales révèlent que le caractère sous longueur d'onde peut être relayé par le dispositif grâce à une optimisation des interfaces. Ce mécanisme de refocalisation de faisceau qui utilise des matamatériaux d'indice effectif négatif requiert un fort taux de remplissage en air (de 76%).

Dans cette section, nous démontrons qu'un effet d'autocollimation mésoscopique est possible en utilisant un super réseau à cristaux photoniques composé exclusivement de matériaux d'indice positifs et sans recourir à la condition d'indice moyen nul. La théorie électromagnétique proposée permet de générer des structures qui supportent des faisceaux autocollimatés de lumière lente avec un très faible taux de remplissage en air.

Considérons un cristal photonique infini constitué d'un réseau carré

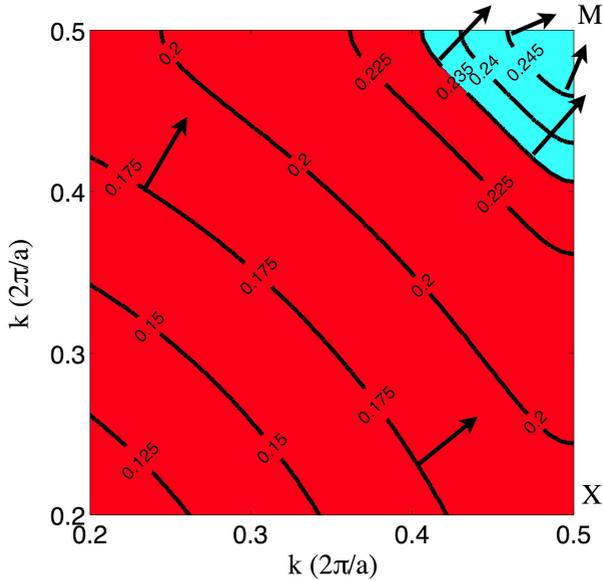


FIGURE 3.7 – Courbes isofréquence de la première bande en polarisation TE pour une structure à maille carrée, rayon $\frac{r}{a} = 0.2$. Les flèches indiquent la direction de la vitesse de groupe, les zones rouges et bleues délimitent respectivement les isofréquences de courbures positives et négatives.

de trous d'air avec un rayon normalisé r/a de 0.2 gravé dans un milieu diélectrique d'indice optique 2.9. Ce cristal photonique 2D possède un taux de remplissage en air d'environ 12 %. La relation de dispersion de la première bande montre que les courbes isofréquences plates présentent une courbure quasi nulle autour de la fréquence réduite $a/\lambda = 0.235$, voir figure 3.7. À plus basse fréquence (zone rouge de la figure 3.7), les courbes isofréquences présentent une courbure positive conduisant à un faisceau divergent. En revanche, les fréquences plus élevées (zone bleue) correspondent à des courbes isofréquences où l'indice de courbure est négatif.

Considérons à présent un super réseau comme illustré dans la figure 3.8 constitué d'une couche de ce cristal photonique d'épaisseur d_1 alterné avec une couche de milieu homogène d'épaisseur d_2 et d'indice optique 2.9, la macropériode vaut donc $D = d_1 + d_2$. La direction ΓM du cristal photonique est confondue avec la direction d'empilement. Nous appellerons α le rapport

entre l'épaisseur du milieu homogène et l'épaisseur de cristal photonique : $\alpha = \frac{d_2}{d_1}$.

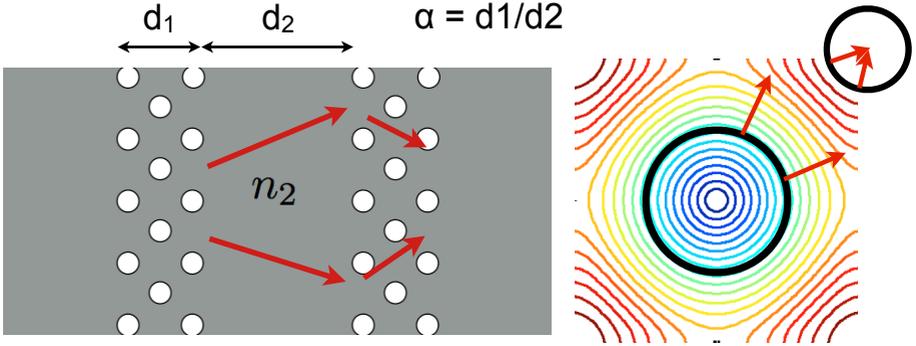


FIGURE 3.8 – Schéma de principe de l'autocolimation dans un super réseau à cristal photonique. La divergence du faisceau dans le milieu homogène d'indice n_2 est compensée par une refocalisation dans le cristal photonique.

L'effet d'autocolimation mésoscopique apparaît quand l'indice de courbure du cristal photonique compense la dispersion du milieu homogène, en terme d'indice de courbure l'égalité suivante doit être satisfaite :

$$\frac{d_1}{n_c} + \frac{d_2}{n_2} = 0 \quad (3.9)$$

En jouant sur le ratio α , la condition 3.9 est vérifiée pour une large gamme de fréquence. La figure 3.9 illustre ce mécanisme, la courbure des isofréquences du cristal photonique parfait est d'autant plus grande que l'on s'écarte de la fréquence d'autocolimation, la compensation s'opère donc sur des épaisseurs de plus en plus fines au fur et çà mesure que l'on s'écarte de cette fréquence.

Pour les ratios $\alpha = 1$ et $\alpha = 3$, l'effet d'autocolimation mésoscopique est respectivement obtenu pour des fréquences réduites $\frac{a}{\lambda} = 0.241$ et $\frac{a}{\lambda} = 0.244$. Ces résultats sont corroborés par une simulation numérique FDTD bi-dimensionnelle sur une longueur de propagation de $400a$, figure 3.10. Nous avons ainsi comparé l'élargissement d'un faisceau de waist initial W_0 dans le milieu semi-conducteur non gravé avec les deux super réseaux aux ratios que nous avons calculé. Ces résultats démontrent que l'effet d'autocolimation mésoscopique est possible à travers des structures présentant un très faible taux de remplissage en air. Le taux de remplissage en air donné par la formule

$$f = \pi \frac{r^2}{a^2} / (1 + \alpha) \quad (3.10)$$

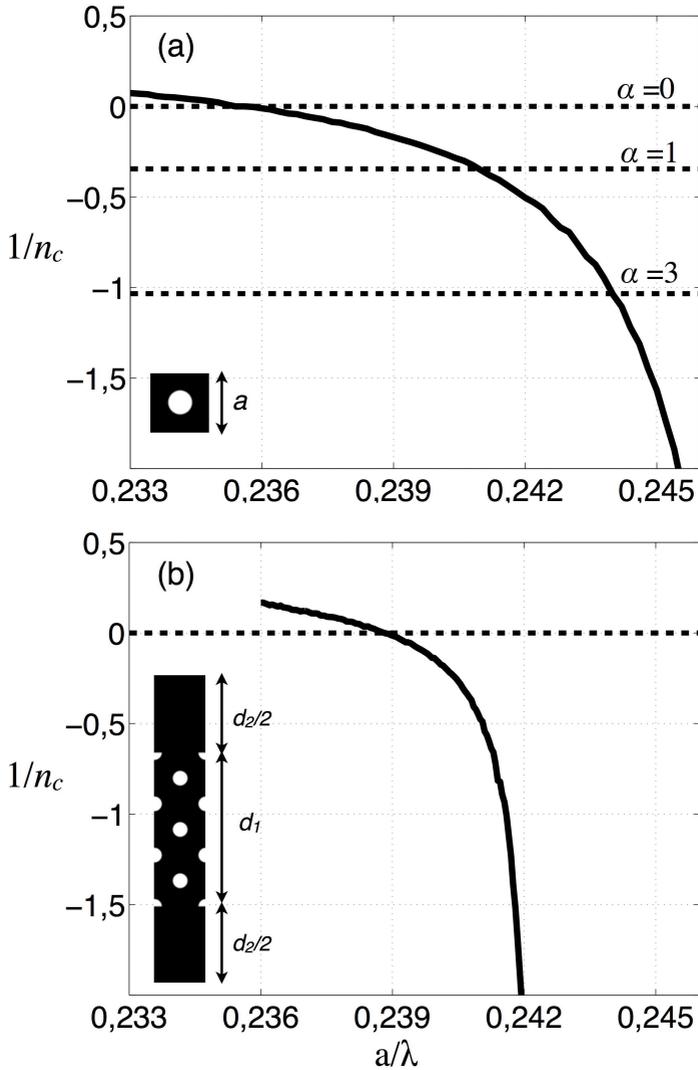


FIGURE 3.9 – Inverse de la courbure $\frac{1}{n_c}$ calculé dans la direction ΓM en fonction de la fréquence réduite. (a) Cas du cristal photonique parfait 2D considéré. L'intersection entre $\frac{1}{n_c}$ et les lignes pointillées pour $\alpha = 0, 1$ et 3 correspondent respectivement aux fréquences d'autocollimation du CP parfait et des super réseaux aux ratios indiqués. (b) Cas d'un super réseau avec $\alpha = 1$ et $d_1 = 3a\sqrt{2}$. L'autocollimation mésoscopique apparaît à la fréquence 0.239.

a été respectivement divisé par 2 sur la figure 3.10a et par 4 sur la figure 3.10b, par rapport au facteur de remplissage du cristal photonique parfait. Dans le dernier cas, le taux de remplissage en air du super réseau n'est seulement que de 3 %. Il est possible d'obtenir une valeur encore plus faible en considérant des couches de cristaux photoniques à très faible indice de courbure. La capacité des super réseaux à contrôler la mise en forme de la lumière avec des milieux faiblement gravés, présente un intérêt pour les applications non linéaires comme l'émission laser où il est important d'optimiser la proportion de milieu à gain.

La carte de champ zoomée de la figure 3.11 montre que les différentes couches de milieux homogènes se comportent comme un jeu de cavités couplées. De plus, l'interaction lumière-matière peut être améliorée avec la possibilité de ralentir la lumière en choisissant des points de fonctionnement en bord de gap, ce qui peut présenter un intérêt pratique pour la réalisation d'un laser car le gain optique augmente linéairement avec l'indice de groupe $n_g = \frac{c}{v_g}$.

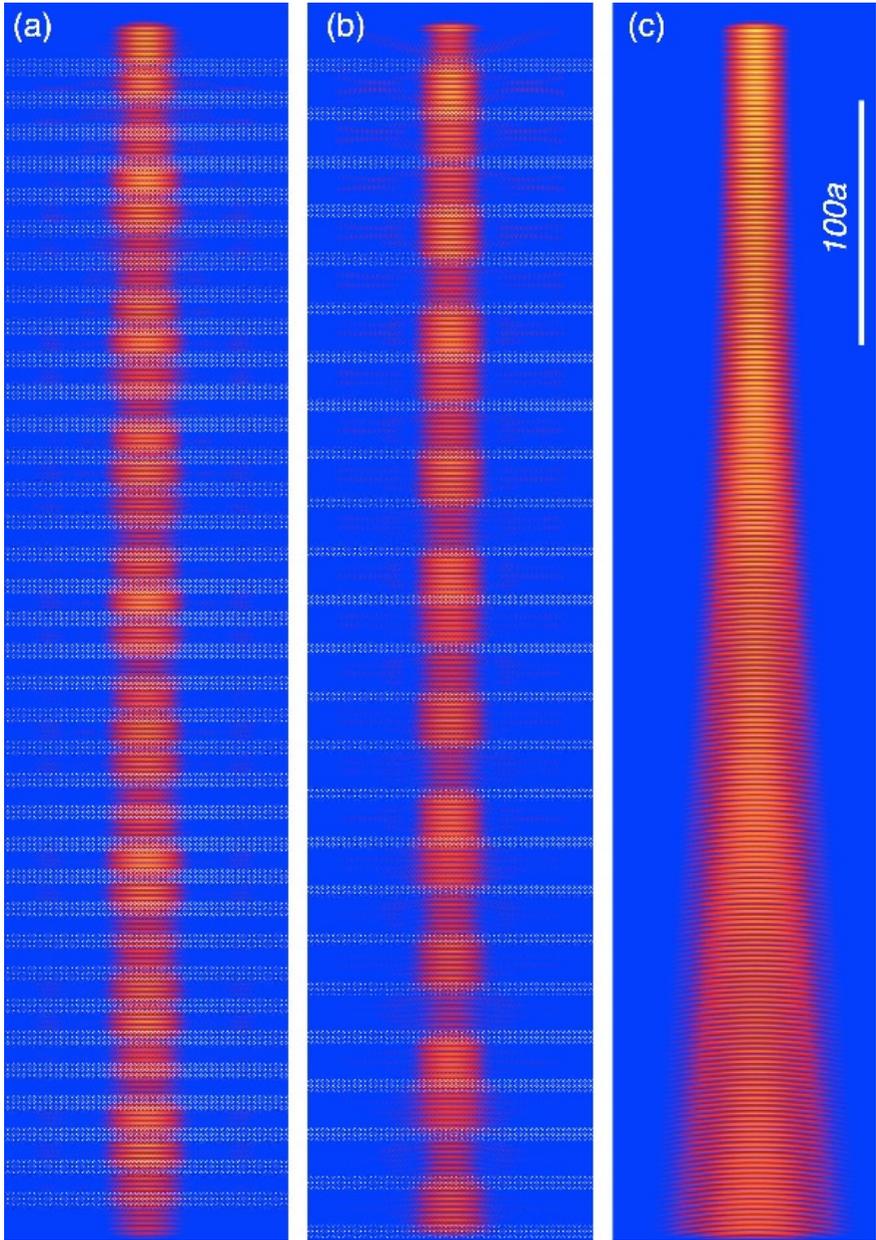


FIGURE 3.10 – Carte du champ magnétique pour un faisceau gaussien de waist $W_0 = 8a$. (a) Super réseau : $\frac{a}{\lambda} = 0.239$, $d_1 = 4a\sqrt{2}$ et $\alpha = 1$. (b) Super réseau : $\frac{a}{\lambda} = 0.243$, $d_1 = 3a\sqrt{2}$ et $\alpha = 3$. (c) Milieu homogène : $\frac{a}{\lambda} = 0.239$, indice optique $n_2 = 2.9$.

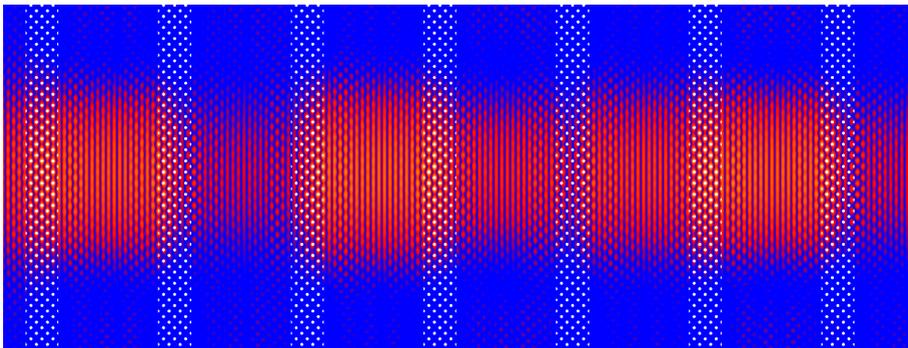


FIGURE 3.11 – Carte détaillée du champ magnétique de la structure présentée en 3.10b.

3.3.1 Lumière lente

Pour un cristal photonique parfait, l'autocollimation se situe généralement en milieu de bande là où aucune raison ne favorise un fort indice de groupe. Pour augmenter l'indice de groupe, nous pouvons jouer sur les degrés de liberté du super réseau en ouvrant de nouvelles bandes interdites par un choix approprié de la macro période D et du paramètre α .

Dans une structure de bande, on remarque facilement que les gaps sont plus rapprochés pour les fréquences réduites $\frac{\omega}{\lambda}$ élevées. Dans un super réseau, il s'ensuit que le choix de la macropériode D doit affecter la position des bandes interdites. Comme nous pouvons donc nous y attendre, les courbes de transmissions calculées dans la direction ΓM , pour $\alpha = 1$ et $d_1 = 2a\sqrt{2}$, $d_1 = 3a\sqrt{2}$, $d_1 = 4a\sqrt{2}$ respectivement, révèlent de nouveaux gaps avec l'augmentation de la macropériode D (voir les figures 3.13, 3.14, 3.15). La courbe de transmission de la figure 3.15 correspond à la structure représentée en 3.10a, on y distingue un gap à la fréquence réduite 0.237, le diagramme de bande de la figure 3.12a révèle effectivement une bande interdite centrée à cette fréquence.

Le point d'autocollimation se situe dans cette configuration en bord de gap à une fréquence réduite de 0.2385 contre 0.239 par rapport à la prédiction du modèle qui ne tient pas compte des effets induits par les gaps sur les indices de courbure à leur voisinage. En choisissant convenablement la macropériode et le rapport α , il est donc possible de rapprocher un gap de

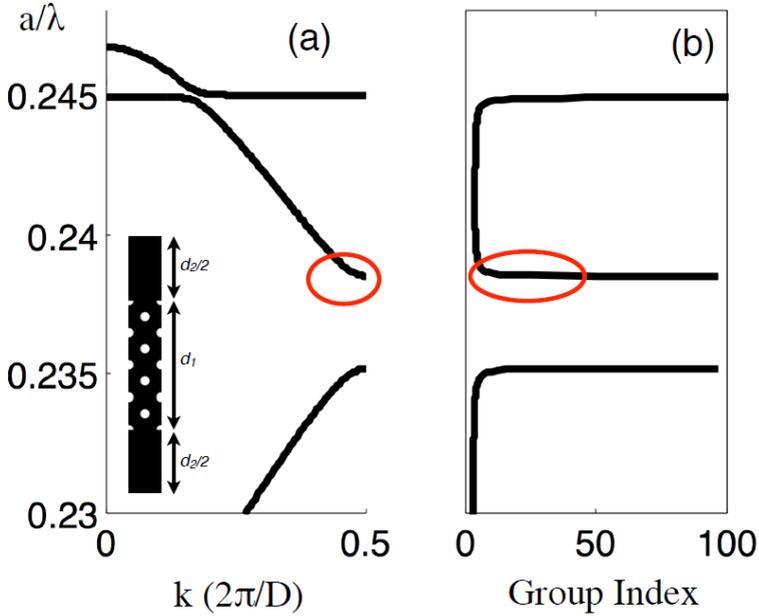


FIGURE 3.12 – Diagramme de bande dans la direction ΓM du super réseau pour $\alpha = 1$ et $d_1 = 4a\sqrt{2}$. Les cercles rouges indiquent la localisation de l'autocollimation au voisinage de la fréquence réduite 0.239. (b) Indice de groupe en fonction de la fréquence en unité réduite.

la fréquence d'autocollimation. Un fort indice de groupe d'environ 50 (voir figure 3.12b) est obtenu avec un taux de remplissage en air de 6 % pour ce super réseau qui combine un régime de lumière lente et un effet d'autocollimation.

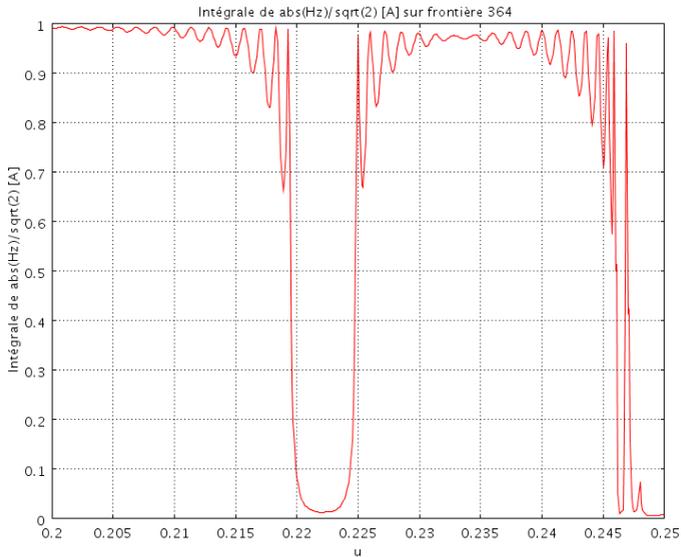


FIGURE 3.13 – Positionnement des gaps, $n = 2.9$, $\alpha = 1$, $N = 2$, macropériode $D = 2Na\sqrt{2}$, trous coupés à 50%.

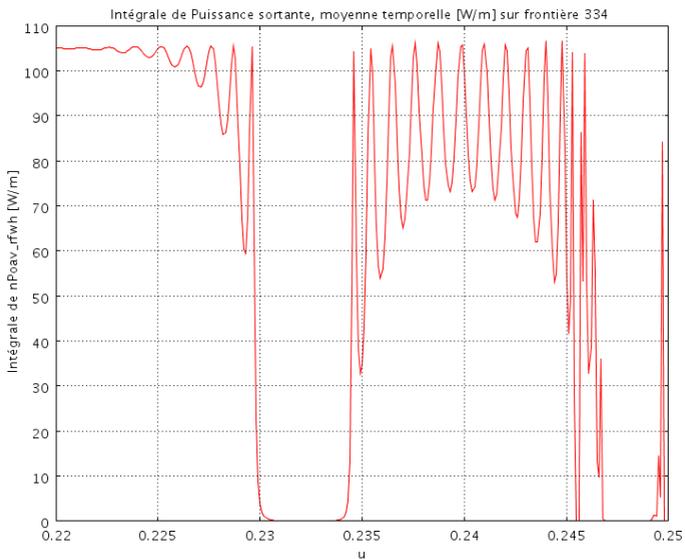


FIGURE 3.14 – Positionnement des gaps, $n = 2.9$, $\alpha = 1$, $N = 3$, macropériode $D = 2Na\sqrt{2}$, trous coupés à 50%.

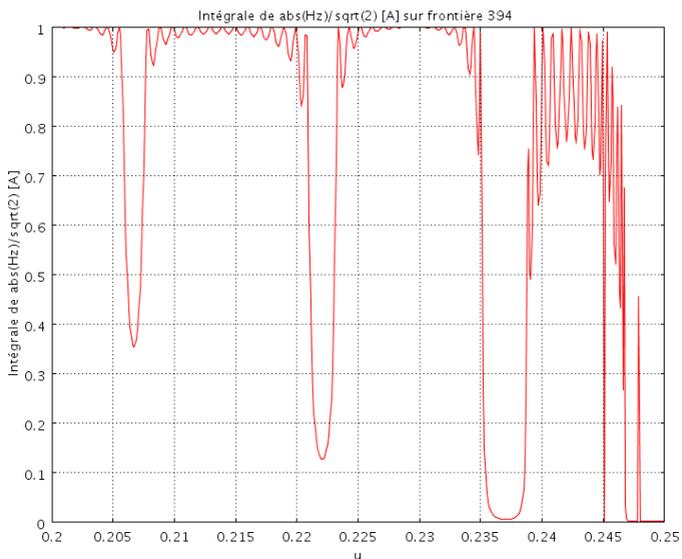


FIGURE 3.15 – Positionnement des gaps, $n = 2.9$, $\alpha = 1$, $N = 4$, macropériode $D = 2Na\sqrt{2}$, trous coupés à 50%.

3.3.2 Ingénierie aux interfaces

La condition d'autocollimation vérifiée par les super réseaux nécessite une transmission totale du faisceau au niveau de chaque interface. Les simulations numériques montrent que l'affaiblissement de la transmission en fonction de la distance est lié à un couplage des ondes réfléchies avec des modes guidés entre les interfaces, ce mécanisme est parfaitement visible en observant la carte de champ de la figure 3.16.

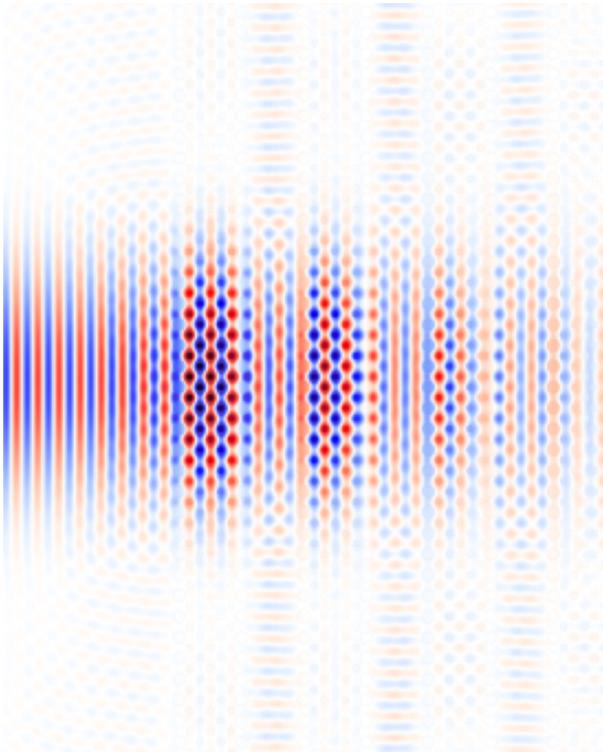


FIGURE 3.16 – Propagation d'un faisceau de lumière à travers un super réseau. L'atténuation du faisceau s'explique par les fuites de lumière guidées verticalement entre les interfaces.

Pour assurer une bonne transmission, il est donc nécessaire de limiter autant que possible les réflexions aux interfaces. Le problème n'est pas simple, le couplage d'un faisceau à l'interface d'un cristal photonique avec un milieu homogène ne se déduit pas des relations de dispersion des milieux respectifs. Plusieurs solutions peuvent être envisagées. Il est possible d'adoucir la

transition entre les deux milieux avec des cristaux photoniques à gradient en jouant graduellement sur la taille des trous, ceci a pour effet de limiter considérablement les réflexions. À la longueur d'onde considérée du prototype que nous avons souhaité réaliser pour le projet CLAC ($\lambda = 1000nm$), le diamètre des trous est de 96 nm, ce qui nous rapproche de la limite technologique liée à la gravure de trous circulaires dans le GaAs. Cette approche qui suggère de rétrécir davantage les trous a donc été écartée.

Par analogie avec les réseaux de Bragg distribués, une condition optique pour la transmission totale a été proposée par Antoine Monmayrant pour les super réseaux :

$$n_{PhC} l_{Phc} + n_b l_b = k \frac{\lambda}{4}, \quad (3.11)$$

où n_{PhC} désigne l'indice de phase de la couche de cristal photonique, l_{Phc} désigne l'épaisseur de la couche de cristal photonique, n_b l'indice de phase du milieu homogène, l_b l'épaisseur du milieu homogène, k entier et $\lambda = \frac{a}{u}$. Cette condition nous permet d'insister une nouvelle fois sur la décorrélation effective qui s'opère dans les milieux périodiques entre l'indice de courbure et l'indice de phase. La figure 3.17 est un résultat FDTD de propagation d'un faisceau gaussien sur 50 périodes dans différents milieux qui vérifient ou non la condition 3.11.

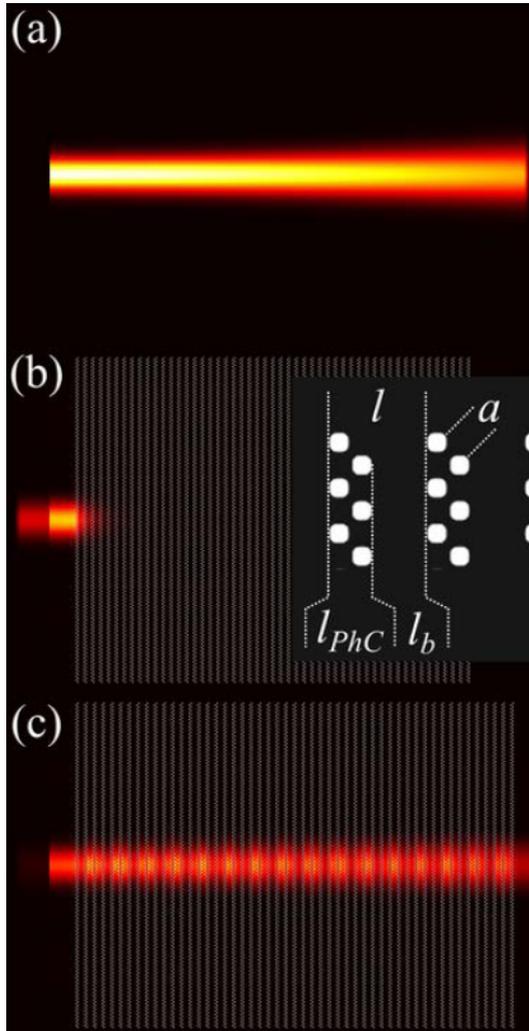


FIGURE 3.17 – Distribution de l'énergie dans (a) le milieu homogène, (b) un super réseau qui vérifie la condition de Bragg mentionnée à l'équation 3.11 et (c) un super réseau où la condition n'est pas vérifiée.

Une autre possibilité que nous avons exploré consiste à sectionner les trous aux interfaces comme le montre la figure 3.18. Les différentes campagnes de simulation que nous avons menées montrent que l'optimum de transmission est généralement atteint en considérant des demi-trous coupés à 50 % au niveau des interfaces. Les simulations de la figure 3.10 présentent cette configuration aux interfaces.

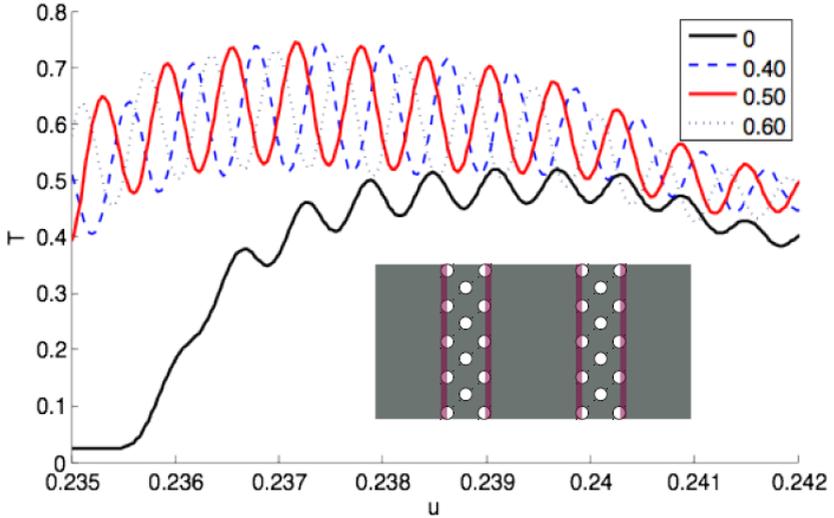


FIGURE 3.18 – Coefficient de transmission en fonction d'un super réseau en fonction de la proportion de trous coupés. L'optimum est atteint pour des demi-trous coupés à 50 % (courbe rouge).

3.3.3 Sélectivité spectrale

Il est intéressant de voir comment les différents paramètres influent sur la sélectivité spectrale. La figure 3.19a permet de visualiser les points de fonctionnement de l'autocollimation (zone rouge où la longueur de diffraction est maximale) en fonction du paramètre α et de la fréquence réduite. On remarque que la largeur de bande de l'autocollimation se réduit avec l'augmentation de α (figures 3.19a et 3.19b). Ceci s'explique simplement par le fait que la courbure des isofréquences varie d'autant plus rapidement que l'on s'éloigne de la fréquence d'autocollimation. Au fur et à mesure que l'on augmente α , la compensation de courbure se limite à une bande de fréquence de plus en plus étroite. L'effet d'autocollimation dans un super réseau présente donc une meilleure sélectivité spectrale que dans un cristal photonique parfait. À l'inverse de Hamam [10] qui a prouvé que l'on pouvait augmenter la largeur de bande de l'autocollimation avec une structure appropriée, ici avec les super réseaux à cristaux photoniques la variation rapide de la courbure est tirée à profit pour augmenter la sélectivité spectrale.

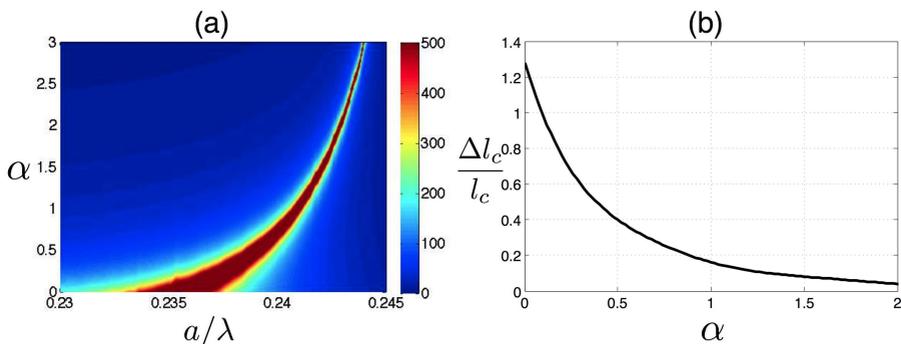


FIGURE 3.19 – (a) Longueur de diffraction (l_c sur le graphique) en unités de a en fonction du paramètre α et de la fréquence réduite $\frac{a}{\lambda}$. (b) Largeur de bande de l'autocollimation en % en fonction de α .

3.3.4 Conclusion

Dans cette section, nous avons présenté un effet d'autocollimation mésoscopique dans un milieu diélectrique présentant un très faible taux de remplissage en air. Nous avons montré qu'un design approprié permet de déplacer la fréquence de fonctionnement en bord de gap pour se positionner en régime de lumière lente. Ces résultats publiés [1] constituent de nouvelles perspectives pour la manipulation de la lumière. L'effet d'autocollimation connu dans les cristaux photoniques classiques ne permet pas ces nouveaux degrés de liberté, le tableau 3.20 compare les deux situations.

En attendant les premières cartes de champ expérimentales du prototype en cours de réalisation, la figure 3.21 est une représentation imagée du principe de fonctionnement d'un guide à autocollimation mésoscopique.

Super réseaux	CP classique
Plage de fréquence étendue	1 seule fréquence par bande
Milieu faiblement structuré (~3%)	Facteur de remplissage élevé (~30%)
Point de fonctionnement possible en bord de gap = lumière lente	Pas de bandes plates en bord de gap
Beaucoup de milieu semi conducteur à gain, favorise l'interaction lumière-matière	Échauffement de la membrane en régime laser
Sélectivité spectrale plus forte	Sélectivité spectrale faible

FIGURE 3.20 – Tableau comparatif des propriétés de l'autocollimation dans un super réseau et dans un cristal photonique classique.

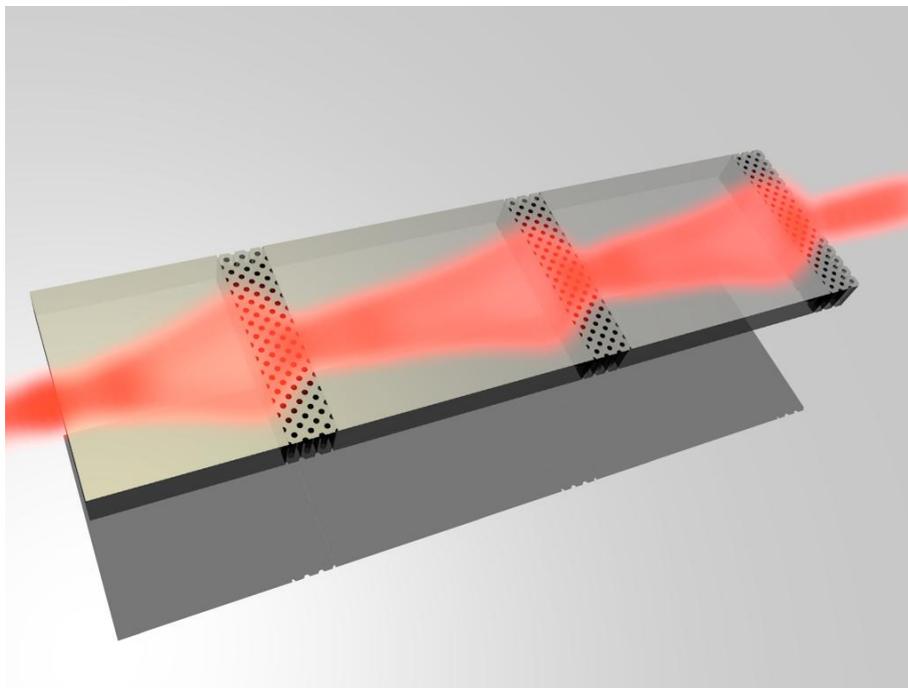


FIGURE 3.21 – Vue d’artiste du principe de fonctionnement d’un laser à autocollimation mésoscopique. On y voit le faisceau diverger dans le milieu diélectrique et se refocaliser dans les couches minces de cristaux photoniques.

3.4 Mise en forme spatio-temporelle

3.4.1 Génération de solitons linéaires

Les solitons sont des paquets d'ondes qui se propagent sans déformation dans leur milieu. Ils sont la solution d'équations aux dérivées partielles non linéaires dans de nombreux domaines tels que l'optique ou l'hydrodynamique. La théorie des solitons s'est principalement développée avec l'optique non linéaire, ils trouvent aujourd'hui des applications pratiques dans les réseaux fibrés pour transporter de l'information sur de grandes distances [8]. En 2008, la possibilité de propager des solitons dans un cristal photonique sans propriétés non linéaires a été démontrée numériquement [36]. Pour y parvenir, l'auteur a recherché une structure de bande d'un réseau à maille carrée pour laquelle la fréquence d'autocollimation spatiale ($n_c(\omega_s) = \infty$) coïncide avec la fréquence d'autocollimation temporelle ($GVD(\omega_t) = 0$). Ces deux conditions sont particulièrement difficiles à réunir car rien n'impose dans un cristal photonique parfait la proximité de ces deux fréquences. Dans ce chapitre, nous démontrons avec les super réseaux la possibilité d'obtenir un régime solitonique au moyen d'une nouvelle condition.

Dans un super réseau, un soliton linéaire est un pulse de lumière qui vérifie simultanément les deux conditions suivantes :

- Autocollimation spatiale :

$$\frac{d_1}{n_{c_1}} + \frac{d_2}{n_{c_2}} = 0, \quad (3.12)$$

- Autocollimation temporelle :

$$d_1 GVD_1 + d_2 GVD_2 = 0. \quad (3.13)$$

Ces deux conditions impliquent une relation indépendante d'échelle :

$$n_{c_1} GVD_1 - n_{c_2} GVD_2 = 0, \quad (3.14)$$

avec $\frac{GVD_1}{GVD_2} < 0$ et $\frac{n_{c_1}}{n_{c_2}} < 0$.

Contrairement à l'autocollimation mésoscopique où le ratio des épaisseurs fixe la fréquence de fonctionnement, le ratio α entre d_1 et d_2 dépend de la fréquence pour laquelle la condition 3.14 est satisfaite :

$$\frac{d_1}{d_2} = -\frac{n_{c_1}}{n_{c_2}} = -\frac{GVD_2}{GVD_1}. \quad (3.15)$$

Qu'avons nous gagné par rapport à la génération solitonique dans un cristal photonique parfait ? Le super réseau permet de propager un soliton à travers un empilement de cristaux photoniques appropriés qui n'autorisent pas séparément la propagation de solitons. Le choix des différents

milieux constitue un nouveau degré de liberté pour la mise en forme spatio-temporelle de faisceaux.

Pour générer un soliton dans un super réseau il faut qu'il y ait égalité entre le rapport des GVD et le rapport inverse des indices de courbure. Cette condition stricte doit être vérifiée pour une fréquence discrète, mais en pratique nous dimensionnons toujours des structures de taille finie ce qui fixe une limite aux longueurs de cohérence et de diffraction nécessaires pour atteindre le régime solitonique.

Pour appliquer la théorie, nous avons considéré un super réseau alternant deux couches de cristaux photoniques CP_1 et CP_2 empilés selon la direction ΓK .

La période a est constante pour les deux cristaux photoniques ainsi que l'indice optique qui vaut 3.46, nous avons respectivement un rapport $\frac{x}{a}$ de 0.30 et 0.35 pour CP_1 et CP_2 . Nous considérons la seconde bande en polarisation TE. Pour identifier les zones favorables au régime solitonique, nous évaluons l'expression 3.14 pour chaque fréquence. La figure 3.22 indique un point de fonctionnement autour de la fréquence 0.27.

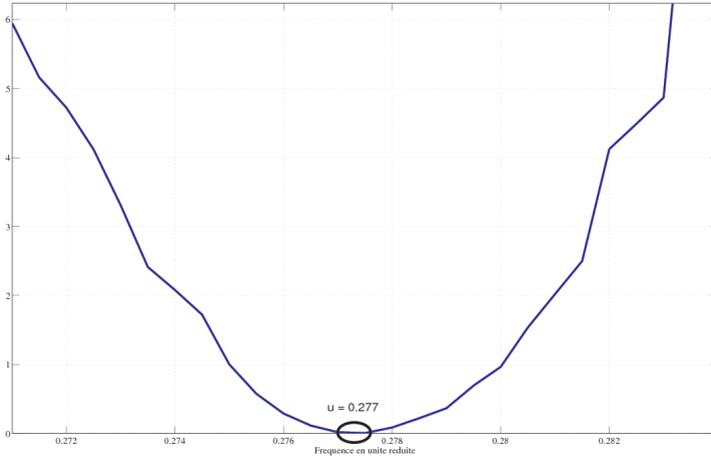


FIGURE 3.22 – Évaluation de l'expression 3.14 en fonction de la fréquence réduite pour CP1 et CP2.

Pour éviter de travailler les interfaces et obtenir ainsi une structure plus simple, il est important que les épaisseurs d_1 et d_2 soient des multiples entiers de la période a . Le ratio $\frac{d_2}{d_1}$ est déterminé au moyen de l'équation 3.15. La structure la plus simple constituée de deux couches d'égales épaisseurs est obtenue à la fréquence réduite 0.277, voir figure 3.23. Nous partirons donc sur cette hypothèse de travail qui fournit un design simplifié tel qu'illustré en figure 3.24.

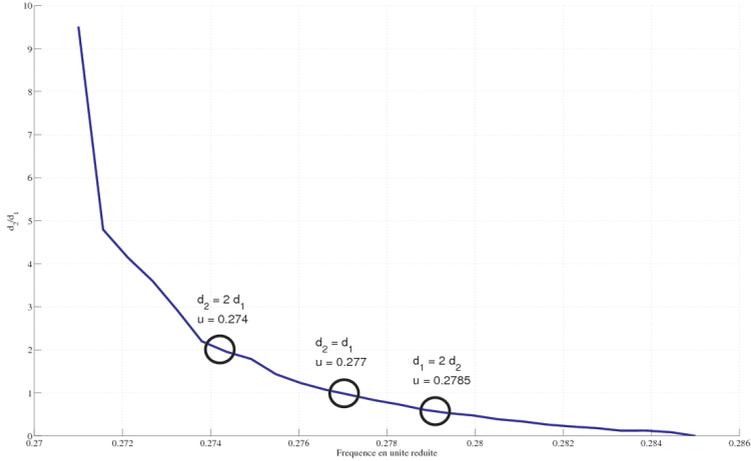


FIGURE 3.23 – Ratio $\frac{d_2}{d_1}$ en fonction de la fréquence réduite.

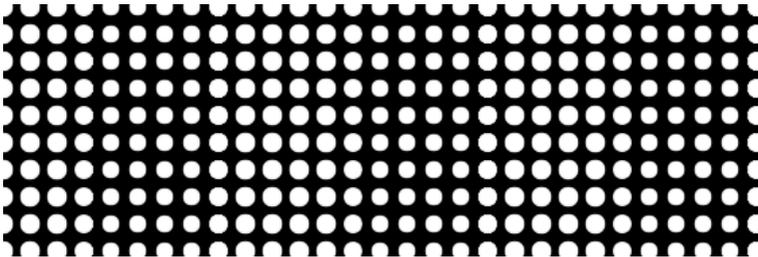


FIGURE 3.24 – Motif du super réseau, le noir représente le milieu diélectrique d'indice 3.46, les trous d'air en blanc.

Pour la fréquence 0.277, nous devons avoir compensation des courbures des isofréquences de chacun des CP, ceci se vérifie en traçant l'isofréquence

considérée pour chacun des cristaux (voir figure 3.25). L'isofréquence du CP1 (courbe rouge) possède une courbure positive et opposée à la courbure de l'isofréquence du CP2. Au cours de sa propagation, le pulse de lumière s'étale transversalement au cours de sa propagation dans les couches de CP1 et se refocalise dans les couches de CP2.

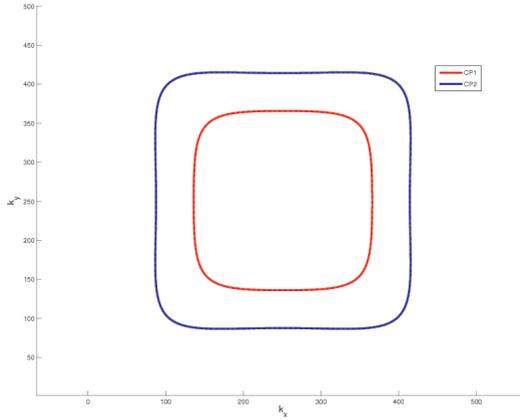


FIGURE 3.25 – Les courbes rouges et bleues représentent les isofréquences respectives du CP1 et du CP2 à la fréquence 0.277.

De la même façon, nous observons à la figure 3.27 une compensation du GVD autour de la fréquence 0.277. Ceci se traduit par un étalement longitudinalement du pulse lorsqu'il traverse le CP1 et une recompression dans le CP2.

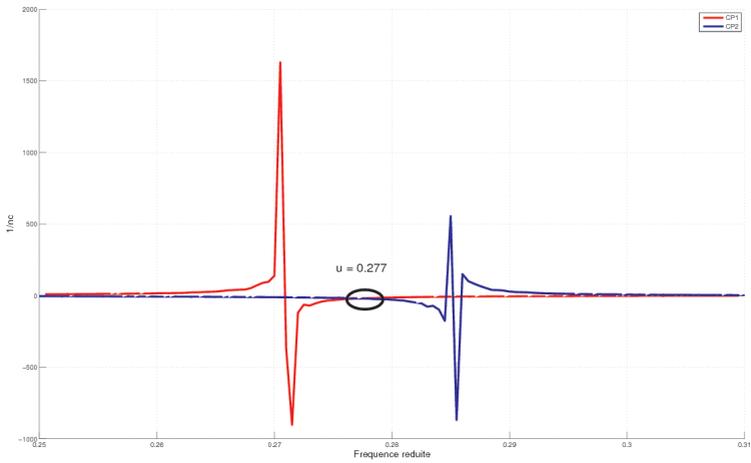


FIGURE 3.26 – Courbe rouge : $\frac{1}{n_c}$ en fonction de la fréquence réduite pour le CP1. Courbe bleue : $-\frac{1}{n_c}$ en fonction de la fréquence réduite pour le CP2.

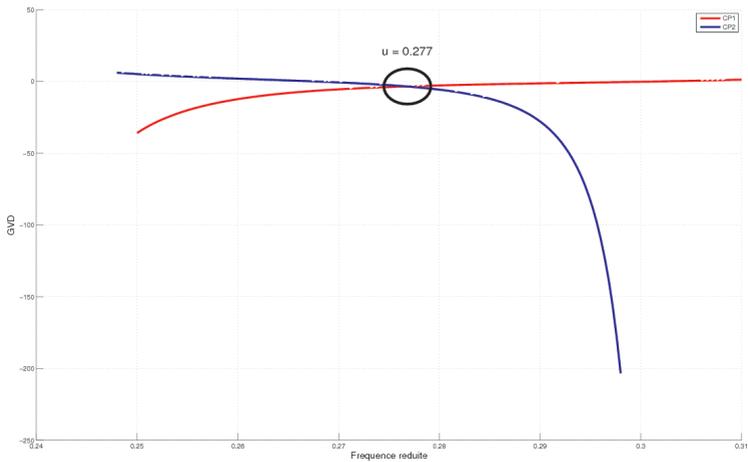


FIGURE 3.27 – Courbe rouge : GVD du CP1. Courbe bleue : -GVD du CP2 en fonction de la fréquence réduite.

3.4.2 Comparaison des longueur de diffraction et de cohérence

Les conditions d'autocollimation spatiale et temporelle (équation 3.12 et 3.13) ne sont pas tout à fait réalisées à la même fréquence. Ce n'est pas un problème dans la mesure où nous travaillons sur des longueurs de propagation finies, il suffit qu'à la fréquence considérée les longueurs de diffraction et de cohérence soient plus grande que la longueur de la structure. La figure 3.28 représente en log les deux longueurs respectives, nous voyons que les pics se chevauchent autour de la fréquence réduite 0.277. Une propagation d'un soliton sur une distance de $1000a$ peut être obtenue autour de la fréquence 0.277 à 1% près.

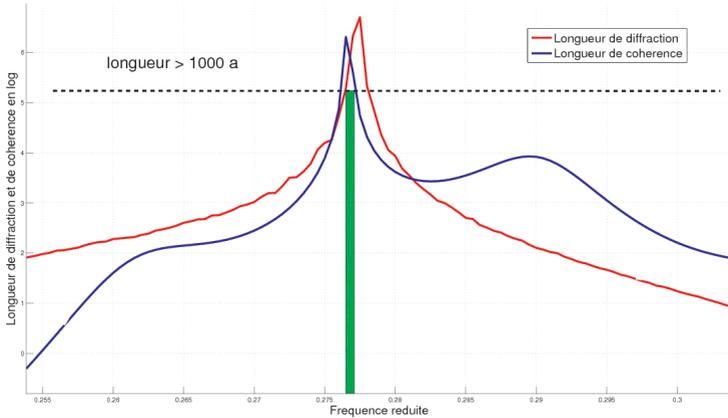


FIGURE 3.28 – Courbes représentant la longueur de diffraction et la longueur de cohérence du super réseau (en log), respectivement en rouge et bleu.

3.4.3 Simulation FDTD de solitons linéaires

Les simulations suivantes 3.29 ont été réalisées avec MEEP, la longueur de propagation est de $1000a$. Comme le prévoit la théorie, le pulse se propage sans déformation apparente sur une distance d'environ 0.3 mm pour une longueur d'onde de 1000 nm, cette distance est considérable à l'échelle des composants nanophotoniques.

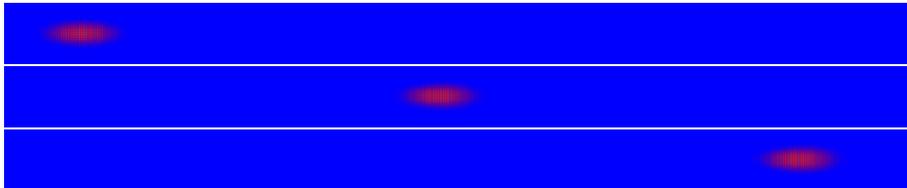


FIGURE 3.29 – Comparaison des cartes de champ d'un soliton en train de se propager dans un super réseau alternant deux couches de CP1 et CP2.

Les figures 3.30 et 3.31 superposent respectivement les enveloppes spatiales et temporelles à l'entrée (courbe bleue) et à la sortie (courbe rouge) du super réseau. Nous pouvons constater que ni le waist spatial ni le waist temporel ne se sont élargis au cours de la propagation.

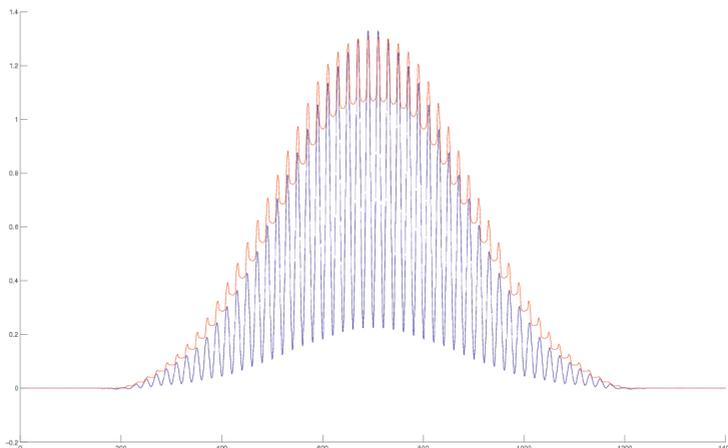


FIGURE 3.30 – Coupe transverse du champ à l'entrée et à la sortie de la simulation, respectivement courbe bleue et rouge.

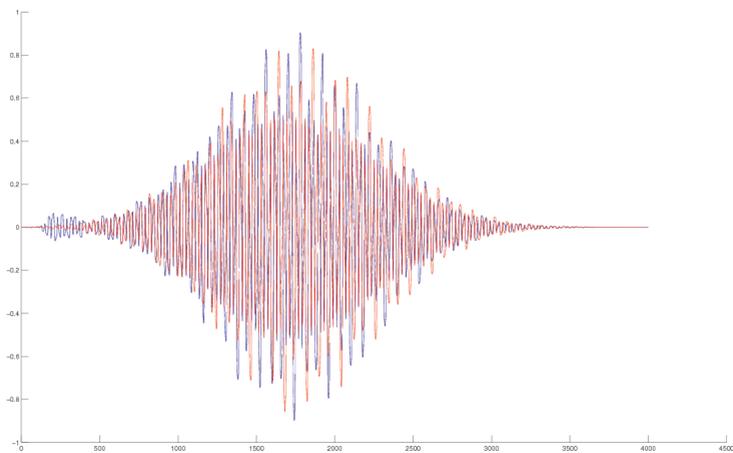


FIGURE 3.31 – Coupe longitudinale du champ à l'entrée et à la sortie de la simulation, respectivement courbe bleue et rouge.

3.4.4 Perspectives

Dans cette section, nous avons démontré la possibilité de propager un soliton linéaire dans un super réseau. Ceci pourrait avoir des applications pratiques pour le transport d'informations dans des dispositifs nanophotoniques sur des distances de l'ordre du mm. Le débit maximal théorique dépend de la vitesse de groupe et de la distance de séparation minimale entre deux pulses. Les pulses générés dans la simulation 3.29 s'étalent sur une dizaine de microns, une séparation contrôlée de 100 microns entre deux pulses pourrait offrir un débit de l'ordre de 10^{12} bits par seconde. Peut être pouvons nous envisager la génération de solitons lents car nous savons séparément ralentir la lumière et contrôler sa mise en forme spatio-temporelle.

3.5 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons proposé de nouvelles structures qui offrent des degrés de liberté supplémentaires pour contrôler la lumière. Nous avons vu que le mécanisme de compensation de phase joue un rôle dans les milieux d'indice moyens nuls, avec l'indice harmonique nous avons vu que nous pouvons agir sur la mise en forme des faisceaux. En jouant avec le mécanisme de compensation spatial nous avons obtenu un nouvel effet d'autocollimation dans un super réseau très faiblement gravé, nous avons en prime obtenu un point de fonctionnement en régime de lumière lente. En jouant simultanément sur la compensation de dispersion temporelle et spatiale nous avons généré des solitons linéaires, une performance qui ouvre la voie à la manipulation d'informations dans les milieux linéaires.

Conclusion, perspectives

Dans cette thèse, nous avons exploré la mécanique de propagation de la lumière dans les milieux périodiques. Nous avons développé les bases conceptuelles pour comprendre les fondements électromagnétiques de cette mécanique. Dans cette optique, nous avons mis en oeuvre des outils pour agir sur la dynamique d'évolution spatio-temporelle d'un pulse de lumière dans un cristal photonique. Pour la mise en forme temporelle, nous devons retenir qu'elle est pilotée comme dans un milieu homogène par le GVD (Group Velocity Dispersion). En revanche, l'analyse de la mise en forme spatiale dans les cristaux photoniques exige la définition d'un nouvel indice : l'indice de courbure. Le domaine de validité de ces outils a ensuite été élargi pour traiter des milieux constitués de couches alternées de cristaux photoniques ou de milieux homogènes, les super réseaux. Ceci nous a permis d'explorer de nouveaux effets qui élargissent le champ d'application de la nanophotonique.

Le premier effet concerne l'effet d'autocollimation dans les super réseaux, il s'agit de structures alternées de couches diélectriques et de minces couches de cristaux photoniques. Il diffère de l'effet classique (obtenu dans les cristaux photoniques parfaits) par la possibilité de supporter un régime de lumière lente à travers des structures très faiblement gravées. Cette architecture qui favorise l'interaction lumière-matière ouvre une voie prometteuse pour les applications non-linéaires, où le contrôle de la mise en forme de la lumière serait nécessaire. Un projet de laser à autocollimation basé sur un super réseau à cristaux photoniques est actuellement en cours de réalisation au LAAS de Toulouse.

Un autre domaine issu des travaux sur les super réseaux concerne la propagation de solitons dans des milieux qui ne présentent aucune caractéristique non-linéaire. Un double mécanisme basé sur la compensation de courbure d'une part et sur la compensation de GVD d'autre part, permet de propager un pulse sans déformation de son enveloppe. Pour progresser encore dans le contrôle de la lumière, nous aimerions maintenant agir sur la vitesse de

ces solitons linéaires en les ralentissant : un véritable défi car il faudra à la fois s'affranchir des réflexions aux interfaces tout en abaissant la vitesse de groupe dans ces structures alternées. Si les étapes numériques pour y parvenir sont complexes, on peine à imaginer l'effort qu'il faudra encore fournir pour transformer le rêve numérique en réalité expérimentale. On pourrait imaginer que la génération de solitons linéaires pourrait à terme être exploitée pour fabriquer des bus de données d'un genre nouveau dédiés à la nanophotonique.

Annexes

A.1 Code MATLAB, méthode de simulation de faisceaux

Ce programme permet de simuler la propagation d'un pulse de lumière dans un milieu à partir de sa relation de dispersion 2D. L'algorithme de la méthode est étudiée au chapitre 2 dans la section consacrée à la simulation de propagation de paquets d'ondes.

```

% fichier contenant la structure de bande
data = load('bande_r0.35_n3.46_.dat');

% numéro de la bande
num_band = 2;

% fréquence réduite du pulse
u0 = 0.2842;

% en unité réduite
waist_u = 0.0025;

% waist spatial réduit
waist_ky = 0.05;

% en unités de a
x = [-100:1:100]';
y = [-40:1:40]';

% échantillonnage en u
u = linspace(u0-4*waist_u, u0+4*waist_u, 64);

% échantillonnage en ky
ky = linspace(-4*waist_ky, 4*waist_ky, 64)';

% longueur d'onde dans le vide en microns
lambda = 1000;

% vitesse de la lumière en nanometre/seconde.
c = 3e17;

% période de la structure en nanometre
a = u0 * lambda;

% Construction de la bande
kx_mpb = sort(unique(data(:,2)));
ky_mpb = sort(unique(data(:,3)));
u_mpb = meshgrid(kx_mpb, ky_mpb);

for ind = 1 : length(data)
    u_mpb(find(ky_mpb == data(ind,3)), find(kx_mpb == data(ind,2))) = data(ind,5 + num_band);
end

size(u_mpb)
surf(kx_mpb, ky_mpb, u_mpb);
shading 'flat';
pause;

figure(1);
title('dispersion');
hold on;

```

```

shading flat;;
[z,v] = contour(kx_mpb, ky_mpb, u_mpb, 30);
clabel(z,v);

```

```

% on filtre la partie de la surface de bande qui nous interesse
ind_ky = find(ky_mpb >= min(ky) & ky_mpb <= max(ky));

```

```

% On construit la matrice KX(ky,u)
KX = []; KY = []; U = []; k0 = []; k2spatial = [];
for freq = u
    [k, v] = contour(ky_mpb(ind_ky), kx_mpb, u_mpb(ind_ky, :), freq);
    coeff = polyfit(k(1, 2: end), k(2, 2: end), 1024);

    KX = [KX ; polyval(coeff, ky)];
    KY = [KY ; ky];
    U = [U ; freq * ones(length(ky),1) ];
    k0 = [k0 ; polyval(coeff, 0)];
    k2spatial = [k2spatial; polyval(polyder(polyder(coeff)), 0) / (2 * pi) ];
end

```

```

% vitesse groupe, phase, GVD, longueur cohérence
coeff = polyfit(u, k0, 1024);
k = polyval(coeff, u);
vg = 1./polyval(polyder(coeff), u);
vg_u0 = 1./polyval(polyder(coeff), u0);
vp = u./k;
GVD = polyval(polyder(polyder(coeff)), u) / (2 * pi);
GVD_u0 = polyval(polyder(polyder(coeff)), u0) / (2 * pi);
tau0 = 1/(waist_u * pi);
W0_time = tau0 * abs(vg_u0);
W0_space = 1/(waist_ky * pi);
lc_time = 1/2 * tau0^2./abs(GVD);
lc_time_u0 = 1/2 * tau0^2./abs(GVD_u0);
lc_space = 1/2 * W0_space^2./abs(k2spatial);
tau0_seconde = tau0 * a/c;
debit = 1/(8 * tau0_seconde);
G = exp(-ky.^2 / waist_ky^2) * exp(-(u-u0).^2 / waist_u^2);

[k, v] = contour(ky_mpb(ind_ky), kx_mpb, u_mpb(ind_ky, :), u0);
coeff = polyfit(k(1, 2: end), k(2, 2: end), 1024);
k2spatial_u0 = polyval(polyder(polyder(coeff)), 0) / (2 * pi);

U = U * ones(1,length(y)) * 2 * pi;
G = reshape(G, length(u) * length(ky), 1) * ones(1,length(x));
KX = KX * 2 * pi;
KY = KY * 2 * pi;
maxi = [];
waist_space = [];

```

```

waist_time = [];
axis equal;

time = [0:80:4000];
l_propagation = time * abs(vg_u0);

for t = time

    E = G' .* exp(i * (x + vg_u0 * t) * KX') * exp(i * (KY * y' - U * t));
    champ = abs(E);
    maxi = [maxi max(max(champ))];
    champ = champ/maxi(1);
    [x_max,y_max] = find(champ == max(max(champ)));

    subplot('position', [0.13 0.421428571428571 0.775 0.503571428571431]);
    surf(x, y, champ');
    campos([25,-80,0.8]);
    title('Pulse');
    axis([min(x) max(x) min(y) max(y) 0 1]);
    shading flat;

    subplot(325);
    plot(x,champ(:, y_max), x, ones(length(x),1) * max(champ(:,y_max))/exp(1));
    axis([min(x) max(x) 0 1]);
    title('Waist longitudinal');
    W = 0.5 * (abs(x(min(find(champ(:,y_max) >= max(champ(:, y_max))/exp(1))))))
    + abs(x(max(find(champ(:,y_max) >= max(champ(:, y_max))/exp(1))))));
    waist_time = [waist_time W];
    grid on;

    subplot(326);
    plot(y, champ(x_max, :), y, ones(length(y),1) * max(champ(x_max, :))/exp(1));
    axis([min(y) max(y) 0 1]);
    title('Waist transverse');
    waist_space = [waist_space abs(y(min(find(champ(x_max, :) >=
max(champ(x_max, :))/exp(1))))));
    grid on;

end

```

A.2 Code MATLAB de génération de script meep pour simuler des structures alternées

Le formalisme matriciel de Matlab est plus adapté que scheme pour décrire la géométrie complexe d'un super réseau. Pour ces raisons, nous avons développé un code en Matlab pour générer des scripts MEEP qui simulent la propagation d'un faisceau ou d'un pulse de lumière dans un milieu alterné.

```
%% Définition du milieu %%
sigma = -0.000; % intensité
omega = 0.2270; % fréquence laser
gamma = 0.000; % temps de relaxation
n_eff = 2.9; % indice optique du milieu
chi3 = 0; % Chi3
```

```
%% Géométrie %%
```

```
% 1 = direction du cristal selon gamma - M
gamma_M1 = 1;
% 1 = direction du cristal selon gamma - M
gamma_M2 = 1;
% 0 = transmission dans le milieu homogène, 1 sinon
trans_cp = 1;
% Largeur de la fenêtre
sx = 100;
% Hauteur de la fenêtre
sy = 100;
% Rayons des trous de la première couche
cp1_r = 0.30;
% Rayons des trous de la seconde couche
cp2_r = 0.30;
% Rayons des trous aux interfaces
r_interface = (cp1_r + cp2_r)/2;
% Pourcentage de coupe pour les trous à l'interface (0 = trou non coupé);
coupe = 0.0;
% Nombre de rangée de trous
N = 1;
% alpha = d1/D (d1 = CP, d2 = HO)
alpha = 0.5;
% Début du cp
x0 = -sx/2;
% Fin du cp
xf = +sx/2;
% période horizontale entre 2 trous
a = sqrt(2);
% période verticale entre 2 trous
b = sqrt(2);
% épaisseur des pml
pml = 15;
% résolution meep
resolution = 5;
% épaisseur du miroir en bordure horizontale
largeur_miroir_horizontal = 0;
% épaisseur du miroir en bordure verticale
largeur_miroir_vertical = 0;
% permittivité du miroir.
epsilon_miroir = n_eff * n_eff;
```

```

%% Définition de la source
% Fréquence de la source
freq_source = 0.2270;
% Taille du waist (demi-largeur à 1/e), 0 si point source
waist = 0;
% abscisse de la source
x_source = 0.012;
% ordonnée de la source
y_source = 0.321;
% 0 = pulse, 1 = source continue
continu = 1;
% Waist fréquentiel de la gaussienne, utile seulement si continu = 0
df = 4*0.0025;

```

```

%% Filtres
pos_filtre_entree = [x0 + 25 ; 0];
pos_filtre_sortie = [+sx/2 - 20; 0];

```

```

%% Capture du résultat
% début de la capture
start_capture = 1;
% nombre de pas de temps meep
end_capture = 101;
% intervalle de temps meep entre 2 captures
dt_capture = 50;

```

```

% paramètres de la simulation
d1 = N * a;
d2 = d1 * (1/alpha - 1);
D = d1 + d2;
epsilon = n_eff * n_eff;

```

```

% trous première couche CP1
cp1_x_couche1 = [x0 : a : x0+N*a];
cp1_y1 = [-sy/2 : b : sy/2];
cp1_x1 = cp1_x_couche1;
cp1_r_couche1 = cp1_r * ones(1,length(cp1_x1));
cp1_r_couche1([1,end]) = r_interface;
cp1_r1 = cp1_r_couche1;

```

```

m = 1;
if(cp1_r ~= 0)
    for y = cp1_y1
        while(max(max(cp1_x1)) < xf)
            cp1_x1 = [cp1_x1 (cp1_x_couche1 + D * m)];
            cp1_r1 = [cp1_r1 cp1_r_couche1];
            m = m + 1;
        end
    end
end

```

```
end
end
end
```

```
% trous première couche CP2
cp2_x_couche1 = [x0+(N+1)*a : a : x0+2*N*a];
cp2_x1 = cp2_x_couche1;
cp2_y1 = [-sy/2 : b : sy/2];
cp2_r_couche1 = cp2_r * ones(1,length(cp2_x1));
cp2_r1 = cp2_r_couche1;
```

```
m = 1;
if(cp2_r ~= 0)
    for y = cp2_y1
        while(max(max(cp2_x1)) < xf)
            cp2_x1 = [cp2_x1 (cp2_x_couche1 + D * m)];
            cp2_r1 = [cp2_r1 cp2_r_couche1];
            m = m + 1;
        end
    end
end
end
```

```
cp1_x2 = [];
cp2_x2 = [];
cp1_y2 = [];
cp2_y2 = [];
cp1_r2 = [];
cp2_r2 = [];
```

```
if(gamma_M1 == 1)
    % trous seconde colonne
    cp1_x_couche2 = [(x0+a/2) : a : (x0+a/2+(N-1)*a)];
    cp1_y2 = [(-sy/2+b/2) : b : sy/2];
    cp1_x2 = cp1_x_couche2;
    r_couche2 = cp1_r * ones(1,length(cp1_x2));
    cp1_r2 = r_couche2;
    m = 1;
    for y = cp1_y2
        while(max(max(cp1_x2)) < xf)
            cp1_x2 = [cp1_x2 (cp1_x_couche2 + D * m)];
            cp1_r2 = [cp1_r2 r_couche2];
            m = m + 1;
        end
    end
end
end
```

```
if(gamma_M2 == 1)
    % trous seconde colonne
```

```

cp2_x_couche2 = [x0+(N+1)*a - a/2 : a : x0+a/2 + 2*N*a];
cp2_y2 = [(-sy/2+b/2) : b : sy/2];
cp2_x2 = cp2_x_couche2;
r_couche2 = cp2_r * ones(1,length(cp2_x2));
cp2_r2 = r_couche2;
m = 1;
for y = cp2_y2
    while(max(max(cp2_x2)) < xf)
        cp2_x2 = [cp2_x2 (cp2_x_couche2 + D * m)];
        cp2_r2 = [cp2_r2 r_couche2];
        m = m + 1;
    end
end
end

```

```

[CP1_X1,CP1_Y1] = meshgrid(cp1_x1, cp1_y1);
[CP1_X2,CP1_Y2] = meshgrid(cp1_x2, cp1_y2);
[CP1_R1] = meshgrid(cp1_r1, cp1_y1);
[CP1_R2] = meshgrid(cp1_r2, cp1_y2);

```

```

[CP2_X1,CP2_Y1] = meshgrid(cp2_x1, cp2_y1);
[CP2_X2,CP2_Y2] = meshgrid(cp2_x2, cp2_y2);
[CP2_R1] = meshgrid(cp2_r1, cp2_y1);
[CP2_R2] = meshgrid(cp2_r2, cp2_y2);

```

```

X = [ reshape(CP1_X1, length(cp1_x1) * length(cp1_y1), 1) ;
      reshape(CP1_X2, length(cp1_x2) * length(cp1_y2), 1) ;
      reshape(CP2_X1, length(cp2_x1) * length(cp2_y1), 1) ;
      reshape(CP2_X2, length(cp2_x2) * length(cp2_y2), 1)];
Y = [ reshape(CP1_Y1, length(cp1_x1) * length(cp1_y1), 1) ;
      reshape(CP1_Y2, length(cp1_x2) * length(cp1_y2), 1) ;
      reshape(CP2_Y1, length(cp2_x1) * length(cp2_y1), 1) ;
      reshape(CP2_Y2, length(cp2_x2) * length(cp2_y2), 1)];
R = [ reshape(CP1_R1, length(cp1_x1) * length(cp1_y1), 1) ;
      reshape(CP1_R2, length(cp1_x2) * length(cp1_y2), 1) ;
      reshape(CP2_R1, length(cp2_x1) * length(cp2_y1), 1) ;
      reshape(CP2_R2, length(cp2_x2) * length(cp2_y2), 1)];

```

```

trous = [X Y R];

```

```

% cache trous

```

```

largeur_cache = 2 * r_interface * coupe;
pos_cache_start = [x0 - r_interface + largeur_cache/2 : D : sx/2];
pos_cache_end = [x0 + N*a + r_interface - largeur_cache/2 : D : sx/2];

```

```

% Construction de la géométrie
file = fopen('geometry.scm', 'w');
fprintf(file, ['(set! geometry-lattice (make lattice (size sx sy no-size)))\n']);
fprintf(file, ['(set! geometry (list \n')]);

if (trans_cp == 1)

% On place les trous
for j = 1 : length(trous)
    fprintf(file, ['(make cylinder (center ' sprintf('%10f', trous(j,1)) ' ' sprintf('%10f', trous(j,2)) ' 0)
(radius ' sprintf('%10f', trous(j,3)) ' ) (height infinity) (material air))\n']);
end

% On masque les trous à l'entrée
for x = pos_cache_start
    fprintf(file, ['(make block (center ' sprintf('%10f', x) ' 0 0) (size ' sprintf('%4f', largeur_cache) '
sy no-size) (material (make dielectric (epsilon ' sprintf('%5f', epsilon) '))))\n']);
end

% On masque les trous à la sortie
for x = pos_cache_end
    fprintf(file, ['(make block (center ' sprintf('%10f', x) ' 0 0) (size ' sprintf('%4f', largeur_cache) '
sy no-size) (material (make dielectric (epsilon ' sprintf('%5f', epsilon) '))))\n']);
end

end

fprintf(file, ['(make block (center 0 ' sprintf('%10f', +sy/2-largeur_miroir_horizontal/2) ' 0) (size sx '
sprintf('%4f', largeur_miroir_horizontal) ' no-size) (material (make dielectric (epsilon '
sprintf('%5f', epsilon_miroir) '))))\n']);
fprintf(file, ['(make block (center 0 ' sprintf('%10f', -sy/2+largeur_miroir_horizontal/2) ' 0 0) (size
sx ' sprintf('%4f', largeur_miroir_horizontal) ' no-size) (material (make dielectric (epsilon '
sprintf('%5f', epsilon_miroir) '))))\n']);
fprintf(file, ['(make block (center ' sprintf('%10f', +sx/2-largeur_miroir_vertical/2) ' 0 0) (size '
sprintf('%4f', largeur_miroir_vertical) ' sy no-size) (material (make dielectric (epsilon '
sprintf('%5f', epsilon_miroir) '))))\n']);
fprintf(file, ['(make block (center ' sprintf('%10f', -sx/2+largeur_miroir_vertical/2) ' 0 0) (size '
sprintf('%4f', largeur_miroir_vertical) ' sy no-size) (material (make dielectric (epsilon '
sprintf('%5f', epsilon_miroir) '))))\n']);

fprintf(file, '));
fclose(file);

% Construction du fichier ctl
file = fopen('cp.ctl', 'w');
fprintf(file, ['(define-param fcn ' sprintf('%4f', freq_source) ')\n']);
fprintf(file, ['(define-param sx ' sprintf('%4f', sx) ')\n']);
fprintf(file, ['(define-param sy ' sprintf('%4f', sy) ')\n']);

```

```

fprintf(file, ['(define ((my-amp sigma) y)(exp (- (/ (vector3-dot y y) (* sigma sigma)))))\n');
fprintf(file, ['(set! default-material (make dielectric (epsilon ' sprintf("%.5f", epsilon) ') (chi3 '
sprintf('%d', chi3) ') (E-polarizations (make polarizability (sigma ' sprintf("%.5f", sigma) ') (omega '
sprintf("%.5f", omega) ') (gamma ' sprintf("%.5f", gamma) ))))\n');
fprintf(file, ['(set! resolution ' sprintf("%.4f", resolution) )\n');
fprintf(file, ['(load "geometry.scm")\n');
fprintf(file, ['(set! pml-layers (list (make pml (thickness ' sprintf("%.4f", pml) ))))\n');

if (continu == 1)
  fprintf(file, ['(set! sources (list (make source (src (make continuous-src (frequency fcn)))
(component Hz)(center ' sprintf("%.5f", x_source) ' ' sprintf("%.5f", y_source) ' 0)(amp-func (my-amp
' sprintf("%.4f", waist) )))(size 0 sy 0)))\n');
else
  fprintf(file, ['(set! sources (list (make source (src (make gaussian-src (frequency fcn) (fwidth '
sprintf("%.4f", df) ))) (component Hz)(center ' sprintf("%.5f", x_source) ' ' sprintf("%.5f", y_source) '
0)(amp-func (my-amp ' sprintf("%.4f", waist) )))(size 0 sy 0)))\n');
end

fprintf(file, ['(define flux_entree (add-flux fcn ' sprintf("%.4f", df) ' 600 (make flux-region (center '
sprintf("%.4f", pos_filtre_entree(1)) ' ' sprintf("%.4f", pos_filtre_entree(2)) ' 0) (size 0 sy)))\n');
fprintf(file, ['(define flux_sortie (add-flux fcn ' sprintf("%.4f", df) ' 600 (make flux-region (center '
sprintf("%.4f", pos_filtre_sortie(1)) ' ' sprintf("%.4f", pos_filtre_sortie(2)) ' 0) (size 0 sy)))\n');

fprintf(file, ['(run-until ' sprintf("%.4f", end_capture) ' (at-beginning output-epsilon) (to-appended
"amp" \n));
for t = start_capture:dt_capture:end_capture
fprintf(file, ['(at-time ' sprintf("%.4f", t) ' output-hfield-z)\n');
end
%fprintf(file, ['(after-sources (harminv Ez (vector3 5) fcn ' sprintf("%.4f", df) ' ))\n');
fprintf(file, [])\n');

if (continu == 0)
  fprintf(file, ['(display-fluxes flux_entree)\n');
  fprintf(file, ['(display-fluxes flux_sortie)\n');
end

fclose(file);

% Visualisation de la courbe de gain
if sigma ~= 0
  w = [omega-0.07:0.0001:omega+0.07];
  eps = n_eff^2 + sigma * omega^2 ./ (omega^2 - w.^2 - complex(0,1) * w * gamma);
  figure(1);
  plot(w, real(eps), 'r');
  figure(2);
  plot(w, imag(eps), 'r');
end

% Construction du script bash
file = fopen('meep.sh', 'w');
fprintf(file, ['meep-mpi cp.ctl > cp.out \n']);

```

A.3 unités réduites

Quelques formules pratiques pour passer des unités réduites aux unités réelles.

$$k_x = \alpha \frac{2\pi}{a} \quad (3.16)$$

$$\omega = u \frac{2\pi c}{a} \quad (3.17)$$

$$\frac{\partial^2 k_y}{\partial k_x^2} = \frac{\partial^2 \alpha_y}{\partial u^2} \frac{a}{2\pi} \quad (3.18)$$

$$\frac{\partial^2 k_y}{\partial \omega^2} = \frac{\partial^2 \alpha_y}{\partial u^2} \frac{a}{2\pi c^2} \quad (3.19)$$

$$W_0 = \frac{2}{W_k} = \frac{a}{\Delta \alpha \pi} \quad (3.20)$$

$$\tau_0 = \frac{2}{W_{f0}} = \frac{a}{\Delta u \pi c} \quad (3.21)$$

$$W(y) = \frac{a}{\Delta \alpha_y \pi} \sqrt{1 + \left(\frac{\partial^2 \alpha_y}{\partial \alpha_x^2} \Delta \alpha_y^2 \frac{\pi}{a} \right)^2 y^2} \quad (3.22)$$

$$\tau(t) = \frac{a}{\Delta u \pi c} \sqrt{1 + \left(\frac{\partial^2 \alpha_y}{\partial u^2} \Delta u^2 \frac{\pi}{a} \right)^2 t^2} \quad (3.23)$$

Conférences et Publications

Conférences

Congrès Optique JNOG : Journées Nationales de l'Optique Guidée (Marseille, Juillet 2011).

Assemblée générale du GDR ONDES : INTERFERENCES d'ONDES (Nice, Octobre 2011).

Journées thématiques du GDR ONDES GT2 "Micro, nano-structures et dispositifs de l'optique au microondes" (Dijon, Février 2012). (Présentation orale).

SPIE Photonics Europe 2012 — Photonics, Optics, Lasers, Micro-Nanotechnologies Research, (Bruxelles, Avril 2012). (Présentation orale).

META'12, Telecom Paristech, (Paris, Avril 2012).

Publications

J. Arlandis, E. Centeno, R. Polles, and A. Moreau. From zero-average index metamaterials to zero-dispersion curvature photonic crystal superlattices for self-collimation of light. In *Proc. of SPIE Vol*, volume 8425, pages 842510-1, 2012.

J. Arlandis, E. Centeno, R. Pollès, A. Moreau, J. Campos, O. Gauthier-Lafaye, and A. Monmayrant. Mesoscopic self-collimation and slow light in all-positive index layered photonic crystals. *Physical Review Letters*, 108(3) :37401, 2012.

E. Centeno, R. Polles, J. Arlandis, and A. Moreau. Resonant and slow light self-collimation in photonic band gap metamaterials. In *META'12*, 2012.

R. Pollès, E. Centeno, J. Arlandis, and A. Moreau. Self-collimation and focusing effects in zero-average index metamaterials. *Opt Express*, Jan 2011.

Self-collimation and focusing effects in zero-average index metamaterials

Rémi Pollès,* Emmanuel Centeno, Julien Arlandis, Antoine Moreau

LASMEA UMR-CNRS 6602 Université Clermont-Ferrand II, Campus des Cèzeaux, 24, Avenue des Landais, 63177 AUBIERE Cedex, France

*Remi.Polles@univ-bpclermont.fr

Abstract: One dimensional photonic crystals combining positive and negative index layers have shown to present a photonic band gap insensitive to the period scaling when the volume average index vanishes. Defect modes lying in this zero- \bar{n} gap can in addition be obtained without locally breaking the symmetry of the crystal lattice. In this work, index dispersion is shown to broaden the resonant frequencies creating then a conduction band lying inside the zero- \bar{n} gap. Self-collimation and focusing effects are in addition demonstrated in zero-average index metamaterials supporting defect modes. This beam shaping is explained in the framework of a beam propagation model by introducing an harmonic average index parameter.

© 2011 Optical Society of America

OCIS codes: (160.5293) Photonic bandgap materials; (160.3918) Metamaterials.

References and links

1. J. Joannopoulos, S. Johnson, D. Winn, and R. Meade, *Photonic crystals: molding the flow of light*, 2nd edition, (Princeton University Press 2008).
2. I. Nefedov and S. Tretyakov, "Photonic band gap structure containing metamaterial with negative permittivity and permeability," *Phys. Rev. E* **66**, 036611 (2002).
3. J. Li, L. Zhou, C. Chan, and P. Sheng, "Photonic band gap from a stack of positive and negative index materials," *Phys. Rev. Lett.* **90**, 83901 (2003).
4. D. Bria, B. Djafari-Rouhani, A. Akjouj, L. Dobrzynski, J. Vigneron, E. E. Boudouti, and A. Nougaoui, "Band structure and omnidirectional photonic band gap in lamellar structures with left-handed materials," *Phys. Rev. E* **69**, 066613 (2004).
5. Y. Yuan, L. Ran, J. Huangfu, H. Chen, L. Shen, and J. Kong, "Experimental verification of zero order bandgap in a layered stack of left-handed and right-handed materials," *Opt. Express* **14**, 2220–2227 (2006).
6. S. Kocaman, R. Chatterjee, N. Panoiu, J. Mcmillan, M. Yu, R. Osgood, D. Kwong, and C. Wong, "Observation of zeroth-order band gaps in negative-refraction photonic crystal superlattices at near-infrared frequencies," *Phys. Rev. Lett.* **102**, 203905 (2009).
7. V. Mocella, S. Cabrini, A. Chang, P. Dardano, L. Moretti, I. Rendina, D. Olynick, B. Harteneck, and S. Dhuey, "Self-collimation of light over millimeter-scale distance in a quasi-zero-average-index metamaterial," *Phys. Rev. Lett.* **102**, 133902 (2009).
8. N. Panoiu, J. Osgood, S. Zhang, and S. Brueck, "Zero-n bandgap in photonic crystal superlattices," *J. Opt. Soc. Am. B* **23**, 506–513 (2006).
9. I. Shadrivov, A. Sukhorukov, and Y. Kivshar, "Beam shaping by a periodic structure with negative refraction," *Appl. Phys. Lett.* **82**, 3820–3822 (2009).
10. F. Krayzel, R. Pollès, A. Moreau, and M. Mihailovic, "Simulation and analysis of exotic non-specular phenomena," *J. Europ. Opt. Soc. : Rap. Pub.* **5**, 10025 (2010).
11. E. Silvestre, R. Depine, M. Martinez-Ricci, and J. Monsoriu, "Role of dispersion on zero-average-index bandgaps," *J. Opt. Soc. Am. B* **26**, 581–586 (2009).
12. H. Kosaka, T. Kawashima, A. Tomita, M. Notomi, T. Tamamura, T. Sato, and S. Kawakami, "Self-collimating phenomena in photonic crystals," *Appl. Phys. Lett.* **74**, 1212–1214 (1999).
13. Throughout this paper, the inverse Fourier Transform is defined by $TF^{-1}(f(\alpha)) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x) \exp(i\alpha x) d\alpha$.
14. M. Born, E. Wolf, and A. B. Bhatia, *Principles of optics: Electromagnetic theory of propagation, interference and diffraction of light* (Cambridge University press, Cambridge 2000).

1. Introduction

Photonic band gap materials have recently been revisited owing to the fascinating left-handed metamaterial properties. Bragg scattering in periodic positive index photonic crystals (PCs) is known to generate forbidden frequency bands for photons [1]. Although optical properties of photonic band gap devices are nowadays well known and used in many fields of photonic, a new kind of photonic crystal based on metamaterial properties have recently attracted significant attention. Photonic band gap metamaterials (PBGM) combining positive and negative index materials have shown to support a disallowed frequency band of intriguing properties [2],[3]. An omnidirectional photonic band gap, insensitive with respect to the period scaling, random or light polarization appears in one-dimensional PCs when the average optical index over the unit cell vanishes to zero [4]. This forbidden frequency band named zero- \bar{n} gap has been evidenced with stacked layers of metamaterials presenting both negative electric and magnetic permittivities in the GHz frequency range [5]. Similar experimental demonstrations have been led in near-infrared domain with the use of two-dimensional photonic crystal layers that emulate negative-index materials [6], [7]. Transmission pikes lying in the zero- \bar{n} gap have in addition been theoretically predicted when a resonant optical condition similar to Fabry-Perot (FP) condition is satisfied [3]. Although these resonant states have not yet been experimentally observed, they present unusual properties. Indeed, conversely to defect modes obtained in positive PCs devices, FP resonant states appears without introducing any lattice defects such as cavities in PBGMs and consequently they extend over the entire structure [8]. PBGMs have also proven interesting properties in terms of beam shaping [9] or self-collimation effect [7]. The latter has in particular been demonstrated with a specific device which can be viewed as a periodic set of flat lenses of -1 optical index alternated with air-layers. A Gaussian beam launched in this structure propagates without suffering of diffraction since the beam spreading in the air-layers is exactly cancelled by the focusing power of the PC-layers. Note that in this experiment the self-collimation regime is based on the excitation of propagating modes Bloch modes lying in the conduction band rather than FP resonant states lying in the zero- \bar{n} gap.

In this work, we first demonstrate that refractive index dispersion can open a transmission band instead of the theoretical narrow FP resonance in the zero- \bar{n} gap. This result, developed in section 2, points that an experimental demonstration of FP states requires an accurate control of metamaterial index dispersion. In section 3, we challenge to give the optical conditions necessary to get self-collimation and focusing effects in PBGM supporting FP resonant states. It is shown that these beam shaping properties arising in zero-average index materials are explained in terms of a harmonic average index condition.

2. Resonant modes in dispersive photonic band gap metamaterials

Consider a 1D PBGM consisting in a set of periodic layers of thickness d_1 and d_2 and optical indices n_1 and n_2 respectively. The PBGM's unit cell of period $D = d_1 + d_2$ combines right- and left-handed materials presenting either both positive electric and magnetic permittivities ϵ_1 and μ_1 or simultaneously negative permittivities ϵ_2 and μ_2 . The left-handed layers present then a negative optical index $n_2 = -\sqrt{\epsilon_2\mu_2}$. Infinite PBGMs are characterized by the following dispersion equation (1) where the Bloch wave propagation constant κ depends on the layer impedances $\eta_i = \sqrt{\mu_i/\epsilon_i}$ in the medium i and on the average index $\bar{n} = (n_1d_1 + n_2d_2)/D$ [3]:

$$\cos(\kappa D) = \cos(\bar{n}kD) + \frac{(\eta_1 - \eta_2)^2}{2\eta_1\eta_2} \sin(n_1kd_1) \sin(|n_2|kd_2), \quad (1)$$

here $k = 2\pi/\lambda$ is the wave number in vacuum. Providing that the impedances are mismatched ($\eta_1 \neq \eta_2$), the zero- \bar{n} gap opens when $\bar{n} = 0$ since no real propagation constant κ can be found.

However, allowed transmission pikes appear for singular wavelengths satisfying the following FP condition: $\Lambda_m = 2n_1d_1/m$ where m is a non-zero integer [3]. For a non-dispersive PBGM consisting of a finite number $N = 50$ of unit cells, sharp transmission pikes centered on these singular wavelengths are observed in the reflection diagram, see black curves of Fig. 1. The reflection coefficient of the finite size PC is computed for TM-polarized light with the rigorous electromagnetic code described in [10]. Similar results can be found in the TE polarization case.

Metamaterials are however dispersive so that $\bar{n} = 0$ is only satisfied for a particular wavelength. It has been shown that dispersion reduce the spectral bandwidth of the zero- \bar{n} gap in the off resonance regime [11]. Here, we would emphasize the impact on dispersion in opening FP resonances. For that purpose, optical index dispersion is only considered for the left-handed material. We choose $n_2(\lambda) = n_2^0 + \Delta n_2(\lambda)$, where $\Delta n_2(\lambda) = C(\lambda - \lambda_0)$ is assumed in first approximation to be a linear function vanishing at the wavelength λ_0 . The constant C is chosen to $0.5/\lambda_0$ which amounts to consider weakly dispersive left-handed layers. The zero-average index condition is then obtained at λ_0 when $n_1d_1 + n_2^0d_2 = 0$. The Taylor expansion of Eq. (1) in neighborhoods of the resonant wavelength gives us:

$$\cos(\kappa D) \simeq 1 + \Gamma x_m^2 + \Gamma \Delta n_2(\lambda) k d_2 x_m - (\Delta n_2(\lambda) k d_2)^2 / 2, \quad (2)$$

where $x_m = n_2(\lambda)k d_1 - m\pi$ and $\Gamma = (\eta_1 - \eta_2)^2 / (2\eta_1\eta_2)$. Equation (2) shows that when $|\cos(\kappa D)| \leq 1$, bands of transmission centered on the resonances are found instead of the discrete sharp pikes. The spectral width of such bands, derived from Eq. (2), increases with the index mismatch seen around the m th resonance:

$$\Delta_m \lambda = \frac{mA(\eta_2^2 - \eta_1^2)(\lambda_0 - \Lambda_m)}{A^2\eta_2\eta_1 - m(A+m)(\eta_2 - \eta_1)^2}, \quad (3)$$

where $A = 2d_2C$. These results are illustrated with a PBGM presenting a zero-average index condition exactly satisfied at the reduced frequency $D/\lambda_0 = 13/8$ (so that $\Delta n_2(\lambda_0) = 0$). As

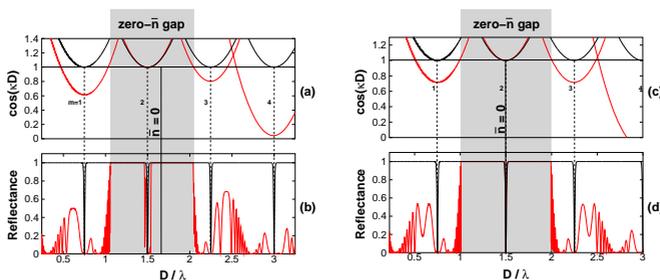


Fig. 1. (a) and (c): dispersion relation given by Eq. (1) (black curve) and its Taylor expansions (Eq. (2)) (red curve). (b) and (d): reflectance of the structure composed of $N = 50$ periods. Black curves correspond to the nondispersive case and red curves to the dispersive case. (a) and (b): the structure is characterized by $n_1 = 1$, $n_2^0 = -2$, $\eta_1 = 1$, $\eta_2 = 0.5$, $d_1 = 2D/3$, $d_2 = D/3$ and $D/\lambda_0 = 13/8$ (which corresponds to $D = 1.625\lambda_0$). (c) and (d): the parameters are the same but $D/\lambda_0 = 3/2$.

shown in Fig. 1a, FP modes are affected by index dispersion and the singular allowed wavelengths Λ_m are now replaced by bands of transmission (red curves). Since index dispersion

prevents exactly fulfill the FP condition, the transmission pikes broaden when the spectral distance $|\lambda_0 - \lambda_m|$ increases, Fig. 1b. The first and the third resonances become in this scheme large conducting bands whose upper and lower boundaries determine the zero- \bar{n} gap edges. The reflection spectrum also indicates that a large conduction band opens between the third and the fourth resonances. Note that the Taylor expansion of Eq. (2) around the resonances is valid at the vicinity of $\bar{n} = 0$. This explains why this Taylor expansion cannot strictly match with the reflection diagram outside the zero- \bar{n} gap. However, inside the zero- \bar{n} gap, the tiny transmission band is recognized as the second order FP resonance. For higher optical dispersion, this second order FP band could even overlap the conduction band preventing then a clear interpretation of the transmission diagram.

The impact of dispersion is nevertheless limited if the second order FP mode is centered on λ_0 because the numerator of Eq. (3) vanishes when $\Lambda_2 = \lambda_0$. A sharp pike appears in this case obtained by tuning the reduce frequency to $D/\lambda_0 = 3/2$ and by keeping fixed the other optical parameters, Fig. 1c and 1d. Finally, the observation of a sharp transmission pike in the zero- \bar{n} gap requires to simultaneously satisfies $\bar{n} = 0$ and FP resonance conditions. This may be a challenge in dispersive PGBM since it amounts to precisely control the optical thicknesses of the left- and right-handed layers.

3. Self-collimation and focusing effects in zero-average index materials

Recent experimental results reporting the propagation of sub-wavelength self-collimated beams over several millimeters have shown a new type of beam shaping principle [7]. Self-collimation originally discovered in positive index 2D photonic crystal is understood thanks to the analysis of photonic surface dispersion [12]. When flat iso-frequency curves are considered, all the Bloch waves forming the beam are propagated with parallel group velocities. If this analysis applies for photonic conduction bands, it is not suitable for defect modes lying in photonic band gaps. FP modes in the zero- \bar{n} gap are in particular delocalized modes spreading in the entire structures and are consequently characterized by a singular frequency and a discrete couple set of Bloch wavevectors. These specific properties prevent the use of the classical dispersion surface analysis for predicting the beam propagation dynamic in PGBM supporting FP states. We address this problem by considering a model based on a beam propagation theory and we demonstrate beam shaping properties in zero-average index materials. For that purpose, the second FP modes is considered and index dispersion is controlled by fixing $\Lambda_2 = \lambda_0$. Since transmission almost attains 100%, only forward waves need to be considered and reflections at the layers interfaces are neglected. An incident Gaussian beam $U^i(x, y = 0) = \exp(-(x/W_0)^2)$ of waist W_0 and centered on the first layer at $y = 0$ is launched inside the crystal consisting in N periods. This beam can also be represented by the following Fourier integral: $U^i(x, y) = \int_{-\infty}^{\infty} U^i(\alpha) \exp(i\beta(\alpha)y) \exp(i\alpha x) d\alpha$, α and β being the propagation constants in the x - and y -direction respectively with $\beta = \sqrt{(\omega n_1/c)^2 - \alpha^2}$. To derive an analytical formulation of the beam at the output interface $y = L$ (with $L = ND$), the electromagnetic field is expressed as the inverse Fourier integral [13] of the product of the incident field Fourier transform with the phase propagator operators of each layers [14]:

$$U(x, L) = TF^{-1} \{ U^i(\alpha) (P_1(\alpha, d_1) P_2(\alpha, d_2))^N \}. \quad (4)$$

Here $U^i(\alpha) = (W_0/(2\sqrt{\pi}) \exp(-(\alpha W_0/2)^2))$ and the phase propagator in the layer of optical index n_i is $P_i(\alpha, y) = \exp(i\beta_i(\alpha)y)$ where $\beta_i = \sqrt{(\omega n_i/c)^2 - \alpha^2}$ with $i = 1, 2$. When $\alpha \ll \frac{\omega}{c} n_i$, the paraxial assumption holds and the phase propagator becomes $P_i(\alpha, y) = \exp(iy(\frac{\omega}{c} n_i - \frac{\alpha^2}{2n_i \omega}))$. Plugging this expression in Eq. (4) gives:

$$U(x, L) = TF^{-1} \{ U^i(\alpha) \tilde{P}(\alpha, D)^N \}. \quad (5)$$

Here $\bar{P}(\alpha, y) = \exp(iy(\frac{\omega}{c}\bar{n} - \frac{\alpha^2}{2}\frac{c}{\omega}\langle\frac{1}{n}\rangle))$ is the average phase operator expressed in terms of average index \bar{n} and harmonic average index $\langle\frac{1}{n}\rangle = \frac{1}{D}\int_0^D\frac{dx}{n(x)}$ over the crystal period. It is worth noticing that the PBGM can be seen as an equivalent medium provided that the two kinds of average optical indices are considered. Equation (5) allows us to derive the expression of the beam at the PBGM exit:

$$U(x, L) = \frac{W_0}{\bar{\omega}(L)} e^{-\left(\frac{x}{\bar{\omega}(L)}\right)^2} e^{i\frac{\omega}{c}\bar{n}L} e^{i\varphi(x, L)}, \quad (6)$$

where the complex functions $\bar{\omega}(L)$ and $\varphi(x, L)$ are given by: $\bar{\omega}(L) = (W_0^2 + 2iL\langle\frac{1}{n}\rangle)^{1/2}$ and $\varphi(x, L) = \langle\frac{1}{n}\rangle 2x^2L/|\bar{\omega}(L)|^2$. It is seen that the waist of the beam at $L = ND$ takes almost a common form:

$$W(L) = W_0 \sqrt{1 + \theta_0^2(ND)^2 \left\langle\frac{1}{n}\right\rangle^2}, \quad (7)$$

$\theta_0 = \lambda/(\pi W_0^2)$ being the diverging angle. However, conversely to positive index photonic crystal, PBGMs enable to cancel the harmonic average index $\langle\frac{1}{n}\rangle$. Therefore when $\langle\frac{1}{n}\rangle = 0$, the beam is refocused after each unit cell and exits the device with its initial waist W_0 . Finally, self-collimation effect for FP modes lying in zero- \bar{n} gap occurs when:

$$\frac{d_1}{n_1} + \frac{d_2}{n_2} = 0. \quad (8)$$

This additional optical condition combined with the zero average index one $\bar{n} = 0$ implies that the layers thicknesses are equal and that opposite refraction indices are considered, i.e. $d_1 = d_2$ and $n_1 = -n_2$. We note that these conditions, $\langle\frac{1}{n}\rangle = 0$ and $\bar{n} = 0$, can be achieved when $\eta_1 \neq \eta_2$. This proves that zero-average index materials supporting FP modes can propel self-collimated beams. This case is illustrated with a PBGM supporting a second order FP mode in the zero- \bar{n} gap, Fig. 2a. Self-collimation is observed throughout 200 unit cell for an incident Gaussian beam of waist $W_0 = 5\lambda$. Another consequence of using FP resonances is the exact phase compensation of the propagated field along the PBGM. Equation (7) actually shows that when $\langle\frac{1}{n}\rangle = 0$ and $\bar{n} = 0$, the outgoing beam is exactly identical to the incident beam: $U(x, L) = U^i(x, 0)$. The incident beam is then translated through the PBGM without suffering from phase difference and beam spreading.

Remark that in V. Mocella's and co-authors experimental demonstration, self-collimation has been achieved with propagating Bloch modes instead of FP modes lying in the zero- \bar{n} gap [7]. Indeed, the reported sub-wavelength self-collimation mechanism has been obtained by almost matching the layer impedances ($\eta_1 \simeq \eta_2$) i.e. when the zero- \bar{n} gap is expected to nearly close. However, in this experiment, the optical parameters were chosen to satisfy Eq. (8), showing that this optical condition also applies outside the zero- \bar{n} gap.

Let us now demonstrate focalization properties in zero-average index materials. Consider a PBGM embedded in a homogenous medium of index n_0 and illuminated with an incident Gaussian beam shifted away from the input interface by a distance f . For sketch of simplicity the exterior medium is air so that $n_0 = 1$. The beam computed at a distance f' of the exit layer is obtained by applying the propagator operator $P_0(\alpha, y)$ to the beam in the object and image planes. Equation (5) now becomes:

$$U(x, L) = TF^{-1} \{U^i(\alpha)P_0(\alpha, f)\bar{P}(\alpha, D)^N P_0(\alpha, f')\}, \quad (9)$$

where $P_0(\alpha, y) = \exp(iy(\frac{\omega}{c}n_0 - \frac{\alpha^2}{2n_0}\frac{c}{\omega}))$. By solving Eq. (9) one can derive the waist at the image distance:

$$W(f') = W_0 \sqrt{1 + \theta_0^2 \left(\frac{f}{n_0} + ND\left\langle\frac{1}{n}\right\rangle + \frac{f'}{n_0}\right)^2}. \quad (10)$$

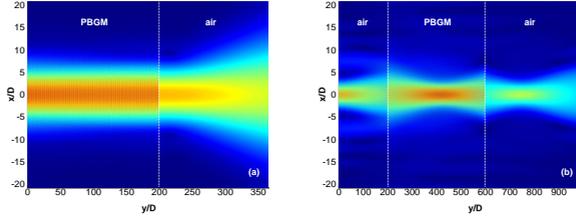


Fig. 2. Modulus of the field when a PBGM, embedded in a air-medium ($n_0 = 1$), is illuminated by a beam. (a) The parameters of the PBGM are $N = 200$, $d_1 = d_2 = D/2$, $n_1 = 2$, $n_2^0 = -2$, $\eta_1 = 1$, $\eta_2 = 0.5$ and $D = \lambda_0$. (b) The parameters of the PBGM are $N = 400$, $d_1 = D/3$, $d_2 = 2D/3$, $n_1 = 1$, $n_2^0 = -0.5$, $\eta_1 = 1$, $\eta_2 = 0.5$ and $D = 3\lambda_0$.

The beam is then focused when $W(f') = W_0$, i.e. if the foci satisfy the following optical condition:

$$f + f' = -ND \left\langle \frac{1}{n} \right\rangle n_0. \quad (11)$$

This condition shows that PBGMs behave as a flat lens when the harmonic average index $\left\langle \frac{1}{n} \right\rangle$ is negative even when the average index \bar{n} is kept to zero. A -1 harmonic average index can in particular be obtained for a low metamaterial optical index value of $n_2^0 = -0.5$ when the following parameters are chosen: $n_1 = -2n_2$ and $d_2 = 2d_1$. This focusing property is demonstrated with the second order FP mode obtained at the reduce frequency $D/\lambda_0 = 3$ and for an incident Gaussian beam presenting a waist $W_0 = 10\lambda_0$, Fig. 2b. In accordance to Eq. (11), a symmetric image of the incident beam is formed when $f = f' = ND/2$. Despite evanescent waves are not relied over the structure, the full width at half maximum (FWHM) of the exit beam attains $1.06W_0$ showing an excellent focalization power of PBGM even after hundred of wavelengths. Remark that these beam shaping are obtained when the impedance mismatch between two consecutive layers is weak. When larger impedance mismatch is considered, the quality of these optical effects decreases since backwards waves interfere more strongly with forward waves.

4. Conclusion

We have shown that index dispersion plays in crucial role for obtaining resonance states in zero-average index 1D photonic crystals. It is demonstrated that an allowed band appears in the zero- \bar{n} gap instead of a sharp pike when the FP resonance condition is not exactly satisfied. Self-collimation and focusing effects have been next demonstrated in PBGM supporting FP states lying in the zero- \bar{n} gap. These beam shaping properties are understood by introducing a harmonic average index parameter. Despite the null average index condition holds, self-collimation or focalization are obtained when the harmonic average index is either null or negative. Up to date, PBGMs are unique optical devices which present a resonant self-collimation effect inside a photonic band gap.

Acknowledgements

This work was supported by the Agence Nationale pour la Recherche of France (NT09.517025). The authors thank the Centre Informatique National de l'Enseignement Supérieur for its computing support.

Mesoscopic self-collimation of light in all-positive index layered photonic crystals

Julien Arlandis¹, Emmanuel Centeno¹, Rémi Pollès¹, Antoine Moreau¹,
Julien Campos^{2,3}, Olivier Gauthier-Lafaye^{2,3} and Antoine Monmayrant^{2,3}
¹LASMEA UMR-CNRS 6602 Université Clermont-Ferrand II,
Campus des Cézeaux, 24, Avenue des Landais, 63177 Aubière Cedex, France
²CNRS ; LAAS ; 7 avenue du colonel Roche, F-31077 Toulouse Cedex 4, France
³Université de Toulouse ; UPS, INSA, INP, ISAE ; UT1,
UTM, LAAS ; F-31077 Toulouse, Cedex 4, France
(Dated: July 13, 2011)

We demonstrate a mesoscopic self-collimation effect in photonic crystal superlattices consisting of a periodic set of all-positive index 2D photonic crystal and homogeneous layers. We develop an electromagnetic theory showing that diffraction-free beams are observed when the curvature of the optical dispersion relation is properly compensated for. Photonic crystal superlattices presenting an extremely low filling ratio in air (3%) and slow self-collimated light are demonstrated.

PACS numbers: 42.70.Qs, 41.20.Jb, 78.67.Pt

Electrodynamic theory in negative-index materials, originally introduced by V.G. Veselago in 1960 [1], has known impressive progress since the advent of metamaterials and photonic crystals [2]. Both approaches enable an invaluable light control which originates for the former from the realization of effective electric and magnetic permittivities and for the latter from versatile photonic dispersion relations. Many concepts developed for metamaterials in linear and nonlinear regimes have been transposed to PhCs devices since they enable the design of devices working in the visible range of frequency [3–5]. The frontier between PhCs and metamaterials has become fuzzier with recent emergence of Bragg mirrors including negative-index materials. These composite one-dimensional PhCs, alternating positive- and negative-index layers, have in particular shown an intriguing photonic band gap when around a particular frequency, the average refractive index over one lattice period is null [6–11]. This forbidden range of frequency named zero- \bar{n} gap is for example insensitive to the thickness of the lattice period or disorder [12]. Resonant modes lying in the zero- \bar{n} gap can furthermore appear without breaking the lattice symmetry when a Fabry-Perot optical condition is satisfied [6]. Surprisingly, it has been demonstrated that zero-average index metamaterials supporting these resonant modes can either propel self-collimated beams or focalize optical signals [13]. These properties have been explained by introducing a harmonic average index parameter that takes null or negative values while the average index is kept to zero. However, this approach may be difficult to implement experimentally since an accurate control of the metamaterial optical dispersion is required [13, 14]. This drawback is circumvented in an alternative device proposed by V. Mocella and co-authors which consists of a periodic stack of 2D photonic crystals (PhCs) and air-layers of equal thicknesses [15]. The PhC slabs were designed to behave as flat lenses of -1 effective index originating from an isotropic dispersion relation obtained with the second photonic band. In that case, self-collimation can be interpreted as successive focaliza-

tions of the beam by a lensing effect. Experimental data also reveal that sub-wavelength beams can efficiently be relayed over millimeter-scale distance thanks to a smart optimization of the PhC interfaces. This quasi-perfect impedance matching prevents however to open a large zero- \bar{n} gap so that self-collimation was observed close to the band gap edge.

Nevertheless, to date, this beam shaping mechanisms is restricted to photonic devices realizing a quasi-zero-average index condition by the use of negative-index materials and this is achieved in structures with high filling factor in air (of 76%) [15]. In this Letter, we demonstrate that mesoscopic self-collimation also arises in photonic crystal superlattices of all-positive index materials and when the zero-average index condition does not hold. Diffraction-free beams are demonstrated when the curvatures of the photonic dispersion curves of the successive media are offset. We propose an electromagnetic theory that enables the design of Bragg media of extremely low filling factor in air or presenting slow self-collimated light. Let us start with an infinite 2D PhC consisting of a square lattice of air holes (lattice constant a , radius $r/a = 0.2$) etched in a dielectric medium of optical index 2.9. This 2D PhC has an air filling factor of around 12%. The first photonic band, computed with the plane wave expansion method [17], shows flat iso-frequency curves (IFCs) of quasi null curvature around the reduce frequency $a/\lambda = 0.235$, Fig.1. At this frequency, all the waves constituting a beam propel with parallel group velocities ($\mathbf{v}_{\mathbf{g}} = \mathbf{grad}_{\mathbf{k}}\omega(\mathbf{k})$) pointing in the ΓM direction revealing the self-collimation effect [16]. At lower frequencies (red area in Fig.1), the IFCs have a positive curvature leading to a diverging beam, as in an homogeneous medium. Conversely, for higher frequencies, the negative curvature results in beam focusing. Note that in this regime, negative refraction is not linked to a negative phase index related to opposite phase and group velocities since here $\mathbf{k} \cdot \mathbf{v}_{\mathbf{g}} > 0$ for all Bloch waves [18]. These remarks show the crucial role of the local curvature of the IFCs for beam shaping operations [19].

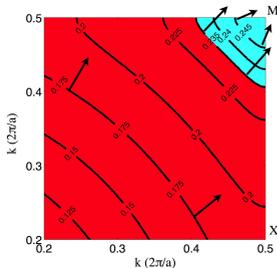


FIG. 1. (color). Iso-frequency curves of the first band for TM polarization. The arrows indicate the direction of \mathbf{v}_g and the red and blue areas correspond respectively to IFCs of positive and negative curvatures.

Suppose now a PhC superlattice consisting of a periodic set of the previous 2D PhC sized in slabs of thickness d_1 and of homogeneous layers of thickness d_2 and refraction index $n_2 = 2.9$. The ΓM direction of the 2D PhC is chosen parallel to the direction of the PhC superlattice stack. Mesoscopic self-collimation should appear when the positive and negative curvatures of the dispersion relations of the homogeneous and the PhC layers are exactly balanced. At the scale of the Bragg crystal macro-period, $D = d_1 + d_2$, the resulting average curvature should vanish provided that appropriate layers thicknesses are chosen. This concept is developed in the framework of a beam propagation model. Consider a Gaussian beam of initial waist W_0 launched in a PhC superlattice presenting a ratio in PhC layers $\alpha = d_2/d_1$. After a unit cell distance D , the beam is derived by the inverse Fourier transform of the product of the initial Gaussian beam envelop $U^i(k_x) = W_0/(2\sqrt{\pi}) \exp(-(k_x W_0/2)^2)$ by the phase propagators of each media:

$$U(x, D) = TF^{-1} \left\{ U^i(k_x) P_{PhC}(k_x, d_1) P_{hom}(k_x, d_2) \right\} \quad (1)$$

where the general expression of the phase propagator in a medium of dispersion relation $k_y(k_x)$ is $P(k_x, y) = \exp(ik_y(k_x)y)$. In high symmetry directions (such as in ΓM direction), the parity of the IFCs imposes a null first derivative $\partial k_y/\partial k_x$. Consequently, the Taylor expansion of the wavevector k_y written as:

$$k_y(k_x) = k_y(k_{x0}) - (k_x - k_{x0})^2 \frac{1}{2k} \quad (2)$$

The right hand term is linked to the local curvature of the IFC by $\frac{1}{k} = -\frac{\partial^2 k_y}{\partial k_x^2} \Big|_{k_{x0}}$. For the sake of simplicity the reciprocal basis is chosen as $k_{x0} = 0$ in ΓM direction and we define $k_{y0} = k_y(k_{x0})$. In that case, for the homogeneous slab, the curvature is related to the refraction index by $1/k_{hom} = 1/(k_0 n_2)$ (k_0 being the wavenumber

in vacuum). Similarly, let introduce for 2D PhC structures the dimensionless parameter n_c named curvature index which is proportional to the curvature radius of the IFCs: $n_c = k_{PhC}/k_0$. As depicted in Fig.2a, $1/n_c$ vanishes at the self-collimation frequency $a/\lambda = 0.235$ and takes positive or negative values at lower or higher frequencies respectively. The expansion of Eq.(2) (assimilated to the paraxial assumption) allows one to express the phase propagator over one unit cell:

$$P_{cell}(k_x, D) = \exp \left[iD \left(\langle k_{y0} \rangle - \frac{k_x^2}{2k_0} \left\langle \frac{1}{n_c} \right\rangle \right) \right] \quad (3)$$

which is simply the product $P_{hom}P_{PhC}$. This phase propagator involves the average phase $\langle k_{y0} \rangle$ and the harmonic average curvature index given by $\left\langle \frac{1}{n_c} \right\rangle = \frac{1}{D} \int_0^D \frac{dl}{n_c(l)}$. Using Eq.(1) and Eq.(3) one can find an analytical expression of the beam inside the Bragg media. The waist of the Gaussian beam after one macro-period D depends in particular on the average curvature:

$$W(D) = W_0 \sqrt{1 + \left(\frac{\theta_0 D}{W_0} \right)^2 \left\langle \frac{1}{n_c} \right\rangle^2} \quad (4)$$

where $\theta_0 = \lambda/(\pi W_0)$ is the divergence angle [20]. This result demonstrates that the initial beam waist is recovered after propagating through one Bragg period, $W(D) = W_0$, when the average curvature is zero:

$$\frac{d_1}{n_c} + \frac{d_2}{n_2} = 0 \quad (5)$$

Note that here mesoscopic self-collimation is based on the exact balance of the local IFC curvatures of each layers and does not require to open a zero- \bar{n} gap that implies $\langle k_{y0} \rangle = 0$ [6, 13]. The beam propagation model in PhC superlattices provides a simple method to determine the self-collimation frequency from the 2D infinite PhC dispersion properties. The working frequency is indeed fixed by the intersection point of the local curvature $1/n_c$ with the straight line $-\alpha/n_2$ deduced from Eq.(5), Fig. 2. For ratios in PhCs layers $\alpha = 1$ and $\alpha = 3$, mesoscopic self-collimation should respectively be obtained at the reduced frequencies $a/\lambda = 0.241$ and $a/\lambda = 0.244$, Fig.2a. The operating frequency is indeed blue shifted when increasing α because the PhC layers must focus more strongly to cancel diffraction in thick homogeneous slabs. It is also worth noting that these frequencies are invariant with respect to the macro-period D provided that Eq.(5) is satisfied. This invariant scaling property has been checked by calculating the photonic band diagrams of PhC superlattices with the plane wave expansion method. Flat IFCs are found for a constant α and for several d_1 varying from $a\sqrt{2}$ to $4a\sqrt{2}$ (by step of $a\sqrt{2}$). For example, it is seen in Fig.2b that for $d_1 = 3a\sqrt{2}$ and $\alpha = 1$, the curve $1/n_c$ vanishes at $a/\lambda = 0.239$ in agreement with the beam propagation model. The weak difference (smaller than 1%) between this operating frequency and the prediction of the propagation beam

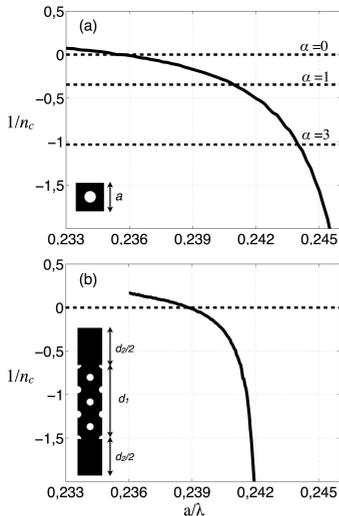


FIG. 2. Curvature function $1/n_c$ computed in ΓM direction versus the reduce frequency. (a) For the infinite 2D PhC described in Fig.1 and of unit cell depicted in the inset. The intersection points between $1/n_c$ and the straight dashed-lines for $\alpha = 0, 1$ and 3 correspond respectively to the self-collimation frequencies for the unbounded 2D PhC and for PhC superlattices of two filling ratios in PhC layers. (b) Graph of $1/n_c$ computed for the supercell corresponding to a PhC superlattice with $\alpha = 1$ and $d_1 = 3a\sqrt{2}$ shown in the inset. Mesoscopic self-collimation arises for $a/\lambda = 0.239$ where $1/n_c$ vanishes.

model shows that our model is thus accurate enough to guide designing and fabrication of self-collimated PhC structures. To corroborate these results, the propagation of an incident beam has been performed with 2D FDTD simulations through PhC superlattices presenting two filling ratios α [22]. We found a self-collimated beam over a length of $400a$ at the reduce frequencies 0.239 and 0.243 for $\alpha = 1$ and 3 respectively, Fig.3. These results demonstrate that mesoscopic self-collimation is achieved in layered structures of extremely low filling factor in air. The air filling factor given by $f = \pi(r/a)^2/(1+\alpha)$ in the superlattices of Fig.3a and 3b is respectively divided by 2 and 4 versus to the initial unbounded 2D PhC. Compared to the bulk semiconductor case where the beam waist attains 3 times W_0 after the same distance $400a$ (Fig.3c), the beam keeps the same initial waist for the PhC superlattice presenting an air filling ratio of only 3% (Fig.3b). This value could furthermore be decreased by considering 2D PhC layers of lower curvature index.

Besides of these linear properties, these PhC superlattices present also attractive properties for nonlinear ap-

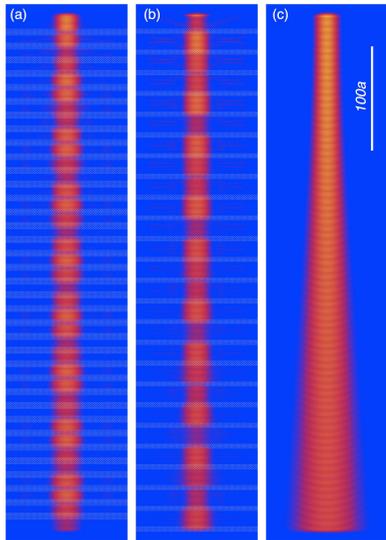


FIG. 3. (color) Map of the magnetic field modulus for a Gaussian beam of waist $W_0 = 8a$ (a) At the reduce frequency $a/\lambda = 0.239$ for a PhC superlattice for $d_1 = 4a\sqrt{2}$ and $\alpha = 1$. (b) At the reduce frequency 0.243 for $d_1 = 3a\sqrt{2}$ and $\alpha = 3$. (c) The same Gaussian beam propagating in a homogeneous medium of optical index $n_2 = 2.9$ and for $a/\lambda = 0.239$.

plications such as laser emission or frequency conversion. Nonlinear optical processes developed for Bragg mirrors can be revisited owing to the original optical properties of PhC superlattices. First, the latter enables to guide self-collimated beam in devices presenting a strong amount of non-etched semiconductor material. Indeed, as compared to structures reported to date [15], the air filling factor is reduced by a factor 25 resulting in a potentially 97% of optically active or nonlinear semiconductor. Moreover, as seen in Fig.3b, the PhC superlattice of low ratio in PhC layers behaves like a set of coupled cavities where a strong electromagnetic field localizes. Second, light-matter interaction is also enhanced when light is slowed down at frequencies close to a photonic band gap (PBG) edge [21]. In lasers, the optical gain increases linearly with the group index, $n_g = c/v_g$, and the efficiencies of second or third harmonic generation nonlinear processes are enhanced as n_g^2 . Unfortunately, self-collimation in 2D or 3D PhCs arises far away from the PBG edge preventing thus to work in a slow light regime. In our case, the infinite square lattice of air holes presents a complete PBG between the first and the second bands spanning the

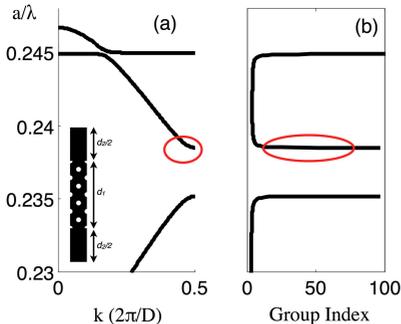


FIG. 4. (color). (a) Band diagram in the ΓM direction of the PhC superlattice for $\alpha = 1$ and $d_1 = 4a\sqrt{2}$ depicted in the inset. The red circles indicate the location of the self-collimation frequency 0.239. (b) Group index versus the reduce frequency.

frequency range 0.247-0.251. Self-collimation arising at the reduce frequency 0.235 is associated to Bloch modes of around 2.96 group index which is almost the refraction index of the host material. To increase this low group index one can play with the additional degree of freedoms provided by PhC superlattices. Since these layered media are basically Bragg mirror structures, we can open an additional PBG at the vicinity of the mesoscopic self-collimation frequency by an appropriate choice of the macro-period D and the parameter α . For example, the

band diagram computed in the ΓM direction, for $\alpha = 1$ and $d_1 = 4a\sqrt{2}$ corresponding the structure of Fig.3a, reveals that a new PBG centered at $a/\lambda = 0.237$ and originating from Bragg scattering opens, Fig.4a. With these parameters, the self-collimation frequency, $a/\lambda = 0.239$, appears now at the band gap edge located at the reduce frequency 0.2385. A high group index of around 50 is observed for a PhC superlattice of 6% air filling factor that combines both slow light and the self-collimation effects, Fig.4b.

In summary, a theory of photonic dispersion curvature compensation has been presented to predict self-collimation of light in PhC superlattices. The beam propagation model is shown to be relevant for the conception of PhC superlattices and gives an insight on the optical mechanism behind the mesoscopic self-collimation effect. This theory reveals that negative-index materials are not necessary to generate diffraction-free beams leading thus to a general approach for the design of Bragg mirrors based on 2D photonic crystals properties. Mesoscopic self-collimation is demonstrated in bulk semiconductor presenting a very low ratio of PhC layers. Slow self-collimated light is in addition proposed in appropriately designed PhC superlattices that work at a frequency located at the edge of an additional photonic band gap. To our opinion, these novel properties have attractive avenues for the design of active or nonlinear devices presenting beam shaping functionalities.

This work is supported by the Agence Nationale pour la Recherche of France (NT09.517025). The authors thank the Centre Informatique National de l'Enseignement Supérieur for its computing support.

-
- [1] V.G. Veselago, *Sov. Phys. Uspekhi* **10**, 509 (1968).
 - [2] J.M. Lourtioz, *Comptes Rendus Physique* **9**, 4 (2008).
 - [3] K. Vynck *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **102**, 133901 (2009).
 - [4] N. Fabre *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **101**, 073901 (2008).
 - [5] E. Centeno *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **98**, 263903 (2007).
 - [6] J. Li, *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **90**, 83901 (2003).
 - [7] Y. Yuan *et al.*, *Opt. Express* **14**, 2220 (2006).
 - [8] D. Bria *et al.*, *Phys. Rev. E* **69**, 066613 (2004).
 - [9] I. Shadrivov *et al.*, *App. Phys. Lett.* **82**, 3820 (2009).
 - [10] I. Nefedov and S. Tretyakov, *Phys. Rev. E* **66**, 036611 (2002).
 - [11] N. Panoiu *et al.*, *J. Opt. Soc. Am. B* **23**, 506 (2006).
 - [12] S. Kocaman *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **102**, 203905 (2009).
 - [13] R. Pollès *et al.*, *Opt. Express* **16**, 6149 (2011).
 - [14] E. Silvestre *et al.*, *J. Opt. Soc. Am. B* **26**, 581 (2009).
 - [15] V. Mocella *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **102**, 133902 (2009).
 - [16] H. Kosaka *et al.*, *Appl. Phys. Lett.* **74**, 1212 (1999).
 - [17] S.G. Johnson and J.D. Joannopoulos, *Opt. Express* **8**, 173 (2001).
 - [18] C. Luo *et al.*, *Phys. Rev. B* **65**, 4 (2002).
 - [19] R.E. Hamam *et al.*, *Opt. Express* **17**, 8109 (2009).
 - [20] M. Born, E. Wolf, and A. B. Bhatia, "Principles of optics: Electromagnetic theory of propagation, interference and diffraction of light," Cambridge University press, Cambridge (2000).
 - [21] T. Baba, *Nat. Photonics* **2**, 465 (2008).
 - [22] A. Farjadpour *et al.*, *Opt. Lett.* **31**, 2972 (2006).

Bibliographie

- [1] J. Arlandis, E. Centeno, R. Pollès, A. Moreau, J. Campos, O. Gauthier-Lafaye, and A. Monmayrant. Mesoscopic self-collimation and slow light in all-positive index layered photonic crystals. *Physical Review Letters*, 108(3) :37401, 2012.
- [2] S. Bochner. Vector fields and ricci curvature. *Bull. Amer. Math. Soc.*, 52(9) :776–797, 1946.
- [3] D Bria, B Djafari-Rouhani, A Akjouj, L Dobrzynski, J Vigneron, E El Boudouti, and A Nougouai. Band structure and omnidirectional photonic band gap in lamellar structures with left-handed materials. *Phys. Rev. E*, 69(6) :066613, Jun 2004.
- [4] E. Cassan, K.V. Do, C. Caer, D. Marris-Morini, and L. Vivien. Short-wavelength light propagation in graded photonic crystals. *Journal of Lightwave Technology*, 29(13) :1937–1943, 2011.
- [5] E. Centeno and D. Cassagne. Graded photonic crystals. *Optics letters*, 30(17) :2278–2280, 2005.
- [6] Emmanuel Centeno, Didier Felbacq, and David Cassagne. All-angle phase matching condition and backward second-harmonic localization in nonlinear photonic crystals. *Phys Rev Lett*, 98(26) :4, Jun 2007.
- [7] I.P. Christov, M.M. Murnane, H.C. Kapteyn, J. Zhou, and C.P. Huang. Fourth-order dispersion-limited solitary pulses. *Optics letters*, 19(18) :1465–1467, 1994.
- [8] J.C. Diels, W. Rudolph, et al. *Ultrashort laser pulse phenomena*. Academic press, 2006.
- [9] Nathalie Fabre, Loic Lalouat, Benoit Cluzel, Xavier Melique, Didier Lippens, Frederique de Fornel, and Olivier Vanbesien. Optical near-field microscopy of light focusing through a photonic crystal flat lens. *Phys Rev Lett*, 101(7) :073901, Jan 2008.

- [10] R.E Hamam, M Ibanescu, S.G Johnson, JD Joannopoulos, and M Soljacic. Broadband super-collimation in a hybrid photonic crystal structure. *Opt. Express*, 17(10) :8109, 2009.
- [11] J.D. Joannopoulos, S.G. Johnson, J.N. Winn, and R.D. Meade. *Photonic crystals : molding the flow of light*. Princeton university press, 2008.
- [12] S.G. Johnson, J.D. Joannopoulos, et al. Block-iterative frequency-domain methods for maxwell's equations in a planewave basis. *Opt. Express*, 8(3) :173–190, 2001.
- [13] C. Kittel and P. McEuen. *Introduction to solid state physics*, volume 7. Wiley New York, 1996.
- [14] S Kocaman, R Chatterjee, N Panoiu, J Mcmillan, M Yu, R Osgood, D Kwong, and C Wong. Observation of zeroth-order band gaps in negative-refraction photonic crystal superlattices at near-infrared frequencies. *Phys Rev Lett*, 102(20) :203905, May 2009.
- [15] H Kosaka, T Kawashima, A Tomita, M Notomi, T Tamamura, T Sato, and S Kawakami. Self-collimating phenomena in photonic crystals. *Appl. Phys. Lett.*, 74(9) :1212–1214, Jan 1999.
- [16] H. Kosaka, T. Kawashima, A. Tomita, M. Notomi, T. Tamamura, T. Sato, and S. Kawakami. Superprism phenomena in photonic crystals : toward microscale lightwave circuits. *Journal of lightwave technology*, 17(11) :2032, 1999.
- [17] J. Li, L. Zhou, CT Chan, and P. Sheng. Photonic band gap from a stack of positive and negative index materials. *Physical review letters*, 90(8) :83901, 2003.
- [18] J Li, L Zhou, CT Chan, and P Sheng. Photonic band gap from a stack of positive and negative index materials. *Phys Rev Lett*, 90(8) :83901, 2003.
- [19] B. Lombardet, L.A. Dunbar, R. Ferrini, and R. Houdré. Fourier analysis of bloch wave propagation in photonic crystals. *JOSA B*, 22(6) :1179–1190, 2005.
- [20] J.M Lourtioz. Photonic crystals and metamaterials. *Comptes Rendus Physique*, 9(1) :4–15, 2008.
- [21] Chiyang Luo, Steven G Johnson, and J. D Joannopoulos. All-angle negative refraction without negative effective index. *Phys. Rev. B*, 65(20) :4, May 2002.
- [22] T. Matsumoto, K.S. Eom, and T. Baba. Focusing of light by negative refraction in a photonic crystal slab superlens on silicon-on-insulator substrate. *Optics letters*, 31(18) :2786–2788, 2006.

- [23] V Mocella, S Cabrini, A Chang, P Dardano, L Moretti, I Rendina, D Olynick, B Harteneck, and S Dhuey. Self-collimation of light over millimeter-scale distance in a quasi-zero-average-index metamaterial. *Phys. Rev. Lett.*, 102(13) :133902, Apr 2009.
- [24] Igor Nefedov and Sergei Tretyakov. Photonic band gap structure containing metamaterial with negative permittivity and permeability. *Phys. Rev. E*, 66(3) :036611, Sep 2002.
- [25] A.F. Oskooi, D. Roundy, M. Ibanescu, P. Bermel, JD Joannopoulos, and S.G. Johnson. Meep : A flexible free-software package for electromagnetic simulations by the fdtd method. *Computer Physics Communications*, 181(3) :687–702, 2010.
- [26] NC Panoiu, Jr Osgood, S Zhang, and SRJ Brueck. Zero-n bandgap in photonic crystal superlattices. *Journal of the Optical Society of America B*, 23(3) :506–513, 2006.
- [27] P.V. Parimi, W.T. Lu, P. Vodo, and S. Sridhar. Photonic crystals : Imaging by flat lens using negative refraction. *Nature*, 426(6965) :404–404, 2003.
- [28] J.B. Pendry. Negative refraction makes a perfect lens. *Physical review letters*, 85(18) :3966–3969, 2000.
- [29] R Pollès, E Centeno, J Arlandis, and A Moreau. Self-collimation and focusing effects in zero-average index metamaterials. *Opt Express*, Jan 2011.
- [30] IV Shadrivov, AA Sukhorukov, and YS Kivshar. Beam shaping by a periodic structure with negative refraction. *Applied Physics Letters*, 82(22) :3820–3822, 2009.
- [31] MJ Steel, R. Zoli, C. Grillet, RC McPhedran, C.M. de Sterke, A. Norton, P. Bassi, and BJ Eggleton. Analytic properties of photonic crystal superprism parameters. *Physical Review E*, 71(5) :056608, 2005.
- [32] K Vynck, D Felbacq, E Centeno, A. I Cabuz, D Cassagne, and B Guizal. All-dielectric rod-type metamaterials at optical frequencies. *Phys Rev Lett*, 102(13) :133901, Jan 2009.
- [33] L. Wu, M. Mazilu, J.F. Gallet, and TF Krauss. Square lattice photonic-crystal collimator. *Photonics and Nanostructures-Fundamentals and Applications*, 1(1) :31–36, 2003.
- [34] E. Yablonovitch et al. Photonic band-gap structures. *JOURNAL-OPTICAL SOCIETY OF AMERICA B*, 10 :283–283, 1993.
- [35] Y Yuan, L Ran, J Huangfu, H Chen, L Shen, and JA Kong. Experimental verification of zero order bandgap in a layered stack of left-handed and right-handed materials. *Opt Express*, 14(6) :2220–2227, 2006.

- [36] C. Zhou, Q. Gong, P. Yao, D. Zhao, and X. Jiang. Bulletlike light pulses in photonic crystals. *Applied Physics Letters*, 93(6) :061103–061103, 2008.
- [37] R.W. Ziolkowski and E. Heyman. Wave propagation in media having negative permittivity and permeability. *Physical review E*, 64(5) :056625, 2001.