



HAL
open science

Équation d'état de la matière à densité supranucléaire et application à l'émission thermique des étoiles compactes

Nicolas Baillet d'Étivaux

► **To cite this version:**

Nicolas Baillet d'Étivaux. Équation d'état de la matière à densité supranucléaire et application à l'émission thermique des étoiles compactes. Astrophysique [astro-ph]. Université de Lyon, 2018. Français. NNT : 2018LYSE1168 . tel-02002295

HAL Id: tel-02002295

<https://theses.hal.science/tel-02002295>

Submitted on 31 Jan 2019

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



N° d'ordre NNT : 2018LYSE1168

THÈSE DE DOCTORAT DE L'UNIVERSITÉ DE LYON

opérée au sein de
l'Université Claude Bernard Lyon 1

École Doctorale ED52
Physique & Astrophysique de Lyon

Spécialité de doctorat :
Discipline : Astrophysique nucléaire

Soutenue publiquement le 04/10/2018, par :
Nicolas Baillot d'Étivaux

Équation d'état de la matière à densité supranucléaire et application à l'émission thermique des étoiles compactes

Devant le jury composé de :

M. CHANFRAY Guy, Professeur-HDR, UCBL-IPNL
M. HANSEN Hubert, MC-HDR, UCBL-IPNL - Lyon
M. KHAN Elias, Professeur-HDR, Université Paris Sud - Paris
M. MARGUERON Jérôme, CR-HDR, CNRS-IPNL
Mme OERTEL Micaela, CNRS-DR, LUTH - Paris
Mme. A. WEBB Natalie, Astronome-HDR, IRAP - Toulouse

Président du jury
Membre du jury
Rapporteur
Directeur de thèse
Rapporteuse
Membre du jury

Résumés

Résumé en Français :

Cette thèse porte sur la modélisation théorique de l'équation d'état (EE) décrivant la matière nucléaire présente dans le coeur des étoiles à neutrons (EN), constituée de neutrons, protons, électrons et muons. Nous utilisons un méta-modèle permettant i) d'incorporer directement les connaissances en physique nucléaire sous la forme de paramètres empiriques tels que la densité de saturation nucléaire, l'incompressibilité, l'énergie de symétrie; ii) de reproduire la plupart des modèles nucléoniques existants; et iii) d'explorer les régions inconnues à haute densité de façon la plus large possible. Pour chaque EE, nous déterminons un ensemble de solutions pour la masse et le rayon des EN, et nous effectuons une première sélection des EE compatibles avec la stabilité et la causalité de la matière nucléaire, ainsi que la masse maximale connue des EN. Nous confrontons ensuite ces EE aux observations d'émission thermique dans la gamme des rayons-X pour 7 EN soigneusement choisies. Pour la première fois, la modélisation théorique des EE est directement introduite dans l'analyse des données. Nous utilisons les dernières mesures effectuées par Gaia DR2 pour fixer la distance des EN. Les paramètres du modèle d'émission thermique et de l'EE sont déterminés selon une méthode Bayésienne basée sur un algorithme Monte-Carlo par Chaîne de Markov. Nous déterminons ainsi la température de surface, la masse et le rayon des EN, ainsi que la valeur de certains paramètres empiriques tels que la dépendance en densité de l'énergie de symétrie (L_{sym}), la contribution isovectorielle au module d'incompressibilité (K_{sym}) ou encore le paramètre de distorsion isoscalaire (Q_{sat}).

Mots clés : équation d'état, méta-modèle, matière nucléaire, paramètres empiriques, étoiles à neutrons, émission thermique, qLMXB, Monte-Carlo par Chaîne de Markov.

Abstract in english :

This PhD thesis addresses the theoretical modeling of the equation of state (EoS) describing nuclear matter in the core of neutron stars (NS), composed of neutrons, protons, electrons and muons. We use a meta-model which is able to i) directly incorporate nuclear physics knowledge on the form of empirical parameters such as the nuclear saturation density, the incompressibility or the symmetry energy ; ii) reproduce most of the existing nucleonic models ; iii) explore new behaviors at high densities in a very flexible way. For each EoS, we determine the unique set of solutions for the masses and radii of NS, and we make a first selection of the EoS that are compatible with the stability and causality constraints, as well as the maximum observed mass of NS. Then we confront these EoS to observational data coming from thermal emission in the soft X-ray domain, for 7 NS carefully selected. For the first time, the theoretical modeling of the EoS is directly implemented in the data analysis. We use the recent measurements of Gaia DR2 to constrain the distance to the NS. The parameters of the thermal emission model as well as the empirical parameters entering in the EoS are determined by Bayesian methods using Morkov Chain Monte-Carlo. We determine the surface effective temperature, the masses and radii of NS, as well as some empirical nuclear parameters such as the density dependence of the symmetry energy (L_{sym}), the isovector incompressibility (K_{sym}), or the isoscalar skewness (Q_{sat}).

Keywords : equation of state, meta-modeling, nuclear matter, Bayesian methods, neutron stars, thermal emission, binaires X à faible masse, Morkov Chain Monte-Carlo.

à mon Père et ma Mère.

à Fred et Jamy, Marcel, Sabine et La petite voix.

Remerciements :

Je tiens tout d'abord à remercier les personnes avec qui j'ai étroitement collaboré au cours de cette thèse : mon directeur de thèse, Jérôme Margueron, pour les diverses discussions éclairantes que nous avons eues et pour m'avoir donné de nombreuses occasions de participer à des conférences et missions à travers le monde, ainsi que pour son implication dans cette thèse ; Sébastien Guillot et Natalie Webb pour nos échanges, pour leur aide précieuse et pour m'avoir formé à l'astronomie. J'aimerais également remercier les rapporteur.e.s et membres du jury qui ont accepté d'examiner mes travaux de thèse.

J'adresse mes remerciements aux collaborations Compstar, NewCompstar et PHAROS pour les très enrichissantes écoles, conférences et missions auxquelles j'ai pu participer. Je tiens à remercier le groupe Théorie de l'Institut de Physique Nucléaire de Lyon qui m'a fourni un environnement idéal à la réalisation de ces travaux, le LABEX-LIO pour m'avoir donné accès à un cluster de calcul m'ayant permis d'obtenir rapidement beaucoup de résultats, et le projet ECOS-Sud grâce auquel j'ai pu partir travailler au département d'Astrophysique de l'Université Pontificale de Santiago du Chili.

Je tiens à faire part de toute ma reconnaissance envers Hubert Hansen pour m'avoir initié à la recherche, pour le large spectre de discussions que nous avons eues et pour sa bienveillance.

Je tiens ensuite à remercier les personnes qui m'ont entouré dans les moments difficiles que j'ai pu traversé au cours de ces trois années, et sans qui cet ouvrage ne serait jamais paru. Parmi eux, je tiens tout particulièrement à remercier Martin Mommey, qui a pris son rôle de support au pied de la lettre, et mes amis physiciens et chimistes rencontrés sur le campus, Xavier, Romain, Mehdi, Tahar et Cassandre, pour nos nombreuses discussions, cafés, et rires.

Je remercie chaleureusement David et son chien jaune, Boris Teyssier et Corinne Augier pour leur présence, ainsi que Geoffrey Galbit qui m'a souvent apporté son aide pythonique.

Je remercie tendrement Marina Favillier, qui m'a soutenu tous les jours malgré l'océan qui nous séparait, jusqu'aux dernières lignes de cet ouvrage, écrites à ses côtés.

Enfin, j'exprime toute ma gratitude à ma famille pour m'avoir porté dans le monde des sciences, depuis la maison de l'environnement de Malbuisson jusqu'à la fin de cette thèse sur les étoiles.

Pour terminer, j'adresse une tendre pensée aux personnes qui ne liront pas ces dernières lignes, mais qui étaient là bien avant les premières.

Table des matières

1	Contexte général des étoiles à neutrons	5
1.1	Origine des astres compacts	6
1.1.1	Étoiles de faible masse	6
1.1.2	Étoiles massives, supernovæ, étoiles à neutrons et trous noirs	7
1.2	Différents types d'étoiles à neutrons	10
1.2.1	Les pulsars	11
1.2.2	Systèmes binaires	12
1.3	Équation d'état de la matière nucléaire	15
1.3.1	La matière nucléaire	15
1.3.2	Caractérisation empirique de la matière nucléaire	16
1.3.3	Détermination des paramètres empiriques	21
1.3.4	Équation d'état de la matière nucléaire à l'équilibre β	23
1.4	Structure des étoiles à neutrons	25
1.4.1	Compacité des étoiles à neutrons	25
1.4.2	Équilibre hydrostatique : équations TOV	26
1.4.3	Structure interne des étoiles à neutrons	27
1.4.4	Lien entre l'équation d'état et la relation masse-rayon :	34
1.5	Contraintes observationnelles sur l'équation d'état	36
1.5.1	Contraintes sur le rayon des étoiles à neutrons	38
1.5.2	Contraintes sur la masse des étoiles à neutrons	43
2	Une méta-modélisation de l'équation d'état basée sur les paramètres empiriques de la matière nucléaire	47
2.1	Caractérisation empirique de l'équation d'état de la matière nucléaire	48
2.1.1	Détermination expérimentale des paramètres empiriques	49
2.1.2	Prédictions théoriques des paramètres empiriques	55
2.2	Construction d'une méta-modélisation de la matière nucléaire	58
2.2.1	Contribution cinétique des nucléons	59
2.2.2	Améliorations à basse densité : le modèle ELFc	63
2.2.3	Amélioration de la convergence à haute densité : le modèle ELFd	64
2.3	Comparaison du méta-modèle aux modèles existants	68
2.3.1	Extraction des paramètres d'ordre élevés à partir de la dépendance en densité de modèles analytiques	68
2.4	Influence de l'incertitude des paramètres empiriques sur le méta-modèle	70
2.4.1	Effets dus à la variation d'un seul paramètre	70

2.4.2	Effets dus à la variation simultanée des paramètres empiriques	75
3	Application du méta-modèle aux étoiles à neutrons	77
3.1	Connexion entre l'écorce et le cœur des étoiles à neutrons	78
3.2	Influence des paramètres empiriques sur la relation M-R	79
3.2.1	Influence des paramètres isoscalaires	79
3.2.2	Influence des paramètres isovectoriels	81
3.3	Prise en compte de certaines contraintes physiques	82
3.3.1	Confrontation du méta-modèle aux contraintes physiques	83
3.3.2	Analyse de la probabilité de vraisemblance des équations d'état	86
3.3.3	Impact sur les propriétés générales des étoiles à neutrons	92
3.3.4	Étude de l'équation d'état de la matière à l'équilibre β	97
4	Confrontation du méta-modèle aux données observationnelles	105
4.1	Problème inverse : extraction des relations M-R les plus probables	106
4.1.1	Analyse des relations M-R les plus probables	107
4.1.2	Effets dus à la réduction du rayon des étoiles à neutrons	107
4.2	Ajustement polynomial de la relation $M(R)$	109
4.2.1	Ajustement polynomial pour un seul paramètre (L_{sym})	109
4.3	Émission thermique des étoiles à neutrons	117
4.3.1	Sources considérées	118
4.3.2	Modélisation du spectre d'émission thermique	120
4.3.3	Algorithme Monte Carlo par Chaînes de Markov : stretch move	123
4.4	Modélisations simples de la relation M-R	124
4.4.1	Modèle à rayon constant	124
4.4.2	Modèle à rayon incliné	125
4.5	Méta-modélisation de l'équation d'état	126
4.5.1	Méta-modèle à deux paramètres empiriques libres ($L_{\text{sym}}, K_{\text{sym}}$)	126
4.5.2	Méta-modèle à trois paramètres empiriques libres ($L_{\text{sym}}, K_{\text{sym}}, Q_{\text{sat}}$)	129
4.5.3	Méta-modèle à trois paramètres empiriques libres ($L_{\text{sym}}, K_{\text{sym}}$ et Q_{sat}) et distribution <i>a priori</i> du paramètre L_{sym}	130
4.6	Influence des différentes sources sur l'ajustement	133
4.6.1	Influence individuelle des sources	134
4.6.2	Influence de différentes classes de sources	135
5	Conclusions et perspectives	143
A	Annexes	147
A.1	Ajustement du méta-modèle aux données observationnelles en faisant varier librement L_{sym} et K_{sym}	147
A.2	Ajustement du méta-modèle aux données observationnelles en faisant varier librement $L_{\text{sym}}, K_{\text{sym}}$ et Q_{sat}	152
A.3	Ajustement du méta-modèle aux données observationnelles en varier L_{sym} et K_{sym} , avec prior sur L_{sym}	157
A.4	Ajustement du méta-modèle aux données observationnelles en varier $L_{\text{sym}}, K_{\text{sym}}$ et Q_{sat} , avec prior sur L_{sym}	162

A.5	Ajustement du méta-modèle aux données observationnelles en considérant des incertudes à 3σ sur les mesures de distances	167
A.6	Ajustement du méta-modèle aux données observationnelles en ne considérant que les sources avec une distribution de masse piquée	172
A.7	Ajustement du méta-modèle aux données observationnelles en ne considérant que les sources avec une distribution de masse relativement uniforme	175
A.8	Ajustement du méta-modèle aux données observationnelles en utilisant les nouvelles mesures de distances du catalogue Gaia DR2	178

Introduction

Les étoiles à neutrons résultent de l'effondrement des étoiles massives à la fin de leur vie, communément appelé supernovæ d'effondrement gravitationnel. Elles constituent l'un des objets les plus dense que nous connaissions dans l'univers – avec un rayon de l'ordre de la dizaine de kilomètres et une masse allant de 1.2 à 2 masses solaires –, elles atteignent des densités supérieures à la densité moyenne des noyaux (aussi appelée densité de saturation), $\rho > 10^{14}$ g.cm⁻³. Une des questions les plus importantes non résolue à ce jour concerne l'équation d'état – la relation entre la pression et la densité – du coeur des étoiles à neutrons. Aux densités atteintes dans le cœur des étoiles à neutrons, les degrés de liberté pertinents ne sont plus les noyaux, comme pour la matière ordinaire et l'écorce des étoiles à neutrons, mais ses constituants, qui peuvent simplement être les nucléons, ou bien d'autres particules comme des hypérons, ou encore leur propres constituants qui sont les quarks et les gluons. En plus de l'inconnue sur les degrés de liberté de la matière aux densités supra-nucléaires s'ajoute l'incertitude sur l'interaction nucléaire dans un milieu dense.

La physique nucléaire, décrivant les interactions entre les nucléons, émerge de la Chromo-Dynamique Quantique (QCD) qui régit les interactions des quarks et des gluons constituants les nucléons. Le fait que la QCD soit hautement non linéaire, couplé au fait qu'il s'agisse d'un problème non perturbatif à basse énergie, empêche pour le moment d'envisager la résolution des propriétés de la matière dense directement à partir de la QCD. Depuis quelques années, une théorie effective à basse énergie de l'interaction nucléaire respectant la symétrie chirale a permis d'avancer sur une meilleure détermination des propriétés de la matière jusqu'à la densité de saturation. Au delà, il est pour le moment nécessaire de se baser sur des approches phénoménologiques, comme par exemple le méta-modèle qui est présenté dans ma thèse. Ces modèles ont des paramètres qui peuvent être en partie déterminés par les pseudo-observables de la matière nucléaire que sont les paramètres empiriques – tels la densité de saturation, l'énergie de saturation, l'énergie de symétrie, ou encore l'incompressibilité nucléaire.

De façon complémentaire aux expériences de physique nucléaire, les observations des propriétés générales des étoiles à neutrons – comme leur masse et leur rayon – peuvent aussi permettre d'avancer sur la détermination de l'équation d'état de la matière dense. Il existe en effet une relation entre l'équation d'état qui décrit le cœur des étoiles à neutrons et la relation masse-rayon sur laquelle elles se trouvent [Oppenheimer and Volkoff, 1939, Tolman, 1939]. De ce fait, la masse et le rayon des étoiles à neutrons constituent deux quantités observables qui pourraient permettre de sélectionner les modèles réalistes, et donc, d'en déduire leur composition interne.

Dans ma thèse, j'illustre comment les connaissances de physique nucléaire couplées à l'observation et à la modélisation de l'émission thermique d'une certaine classe d'étoiles à neutrons – les étoiles dans des systèmes binaires de faible masse en période de quiescence, dites "quiescent Low Mass X-ray Binaries" – qLMXBs – permettent de mieux contraindre l'équation d'état de la matière dense. Je présenterai un méta-modèle décrivant la matière nucléaire composée unique-

ment de protons et neutrons, ajusté sur la base de la connaissance des paramètres empiriques de la matière nucléaire et permettant de reproduire la plupart des modèles existants, mais également d’explorer de nouveaux comportements. Si certains des paramètres empiriques peuvent être contraints par des expériences de physique nucléaires réalisées en laboratoire sur les noyaux – comme la densité de saturation nucléaire par exemple – d’autres paramètres nécessitent de sonder la matière nucléaire à des densités plus hautes que la densité de saturation, ou plus asymétrique en isospin, et demeurent à ce jour mal contraints. En confrontant ce méta-modèle aux données observationnelles provenant de l’émission thermique des étoiles à neutrons je réussis à extraire des valeurs pour les paramètres empiriques les plus déterminants, à savoir la courbure de l’énergie de symétrie K_{sym} et le paramètre de distorsion Q_{sat} . La nouveauté de mon approche est l’analyse simultanée des données de 7 sources ainsi que l’implémentation directe de la modélisation théorique dans l’analyse des données.

Dans le premier chapitre de ma thèse, je discute de façon générale de la physique des étoiles à neutrons, l’état de nos connaissances actuelles à leur sujet, ainsi que la façon dont les observations en rayons-X permettent d’en déduire leur masse et leur rayon. J’introduis également les paramètres empiriques de la matière nucléaire et je discute des incertitudes existantes sur ces derniers.

Le second chapitre est dédié à la construction d’un méta-modèle qui consiste en un développement de Taylor du potentiel de l’interaction nucléaire autour de la densité de saturation. Je discute plus en détail des différents paramètres empiriques et de leur influence sur l’équation d’état, et donc sur les propriétés de la matière nucléaire.

Dans le troisième chapitre, j’applique le méta-modèle à la description des étoiles à neutrons. J’étudie alors l’impact des différents paramètres sur les propriétés générales des étoiles à neutrons et sur certaines grandeurs observables telles que leur masse et leur rayon. Je présente une analyse bayésienne permettant de filtrer les paramétrisations du méta-modèle qui respectent certaines contraintes physiques en lien avec les étoiles à neutrons et j’en déduis des intervalles de confiance pour les valeurs des paramètres empiriques.

Dans le quatrième chapitre, je présente une analyse permettant de confronter la méta-modélisation aux données observationnelles provenant de l’émission thermique des étoiles à neutrons. La différence majeure avec les travaux précédents visant à contraindre l’équation d’état grâce aux observations d’étoiles à neutrons est que j’incorpore directement le méta-modèle dans la modélisation de l’émission thermique des étoiles à neutrons. Du fait de la haute dimensionnalité du problème (environ 40 paramètres libres pour un millier de degrés de liberté dans l’ajustement), j’applique une méthode bayésienne utilisant un algorithme Monte-Carlo par Chaînes de Markov (MCMC) afin d’extraire l’équation d’état qui reproduit le mieux les données observationnelles, et donc de contraindre la valeur des paramètres empiriques. J’obtiens des contraintes sur les trois paramètres ayant le plus fort impact sur l’équation d’état (L_{sym} , K_{sym} et Q_{sat}) et je discute de la sensibilité de cette analyse quant aux sources utilisées et à l’incertitude sur la mesure des distances aux sources.

Enfin, dans le dernier chapitre je résume les résultats principaux et j’évoque les enjeux futurs en guise de conclusions.

Chapitre 1

Contexte général des étoiles à neutrons

Sommaire

1.1	Origine des astres compacts	6
1.1.1	Étoiles de faible masse	6
1.1.2	Étoiles massives, supernovæ, étoiles à neutrons et trous noirs	7
1.2	Différents types d'étoiles à neutrons	10
1.2.1	Les pulsars	11
1.2.2	Systèmes binaires	12
1.3	Équation d'état de la matière nucléaire	15
1.3.1	La matière nucléaire	15
1.3.2	Caractérisation empirique de la matière nucléaire	16
1.3.3	Détermination des paramètres empiriques	21
1.3.4	Équation d'état de la matière nucléaire à l'équilibre β	23
1.4	Structure des étoiles à neutrons	25
1.4.1	Compacité des étoiles à neutrons	25
1.4.2	Équilibre hydrostatique : équations TOV	26
1.4.3	Structure interne des étoiles à neutrons	27
1.4.4	Lien entre l'équation d'état et la relation masse-rayon :	34
1.5	Contraintes observationnelles sur l'équation d'état	36
1.5.1	Contraintes sur le rayon des étoiles à neutrons	38
1.5.2	Contraintes sur la masse des étoiles à neutrons	43

Les étoiles se forment dans d'immenses nuages de gaz principalement constitués d'hydrogène appelés "nébuleuses primordiales". Une compression gravitationnelle d'un facteur de l'ordre de 10^{20} d'une région de ces nébuleuses permet de former un objet dont la température au centre est suffisante pour entamer la fusion de l'hydrogène en hélium via le cycle proton-proton (voir [Glendenning, 2000]). Ces réactions de fusion libèrent une quantité importante de photons, générant une pression radiative s'opposant à la force de gravitation qui tend à faire s'effondrer l'objet sur lui-même, et lui permettant d'atteindre un équilibre hydrostatique : Il s'agit de la naissance d'une étoile. Cette phase appelée "séquence principale" va perdurer pendant des millions, voir des milliards d'années.

L'épuisement des réserves en hydrogène signe la fin de la séquence principale. Les radiations n'étant plus suffisantes pour le stabiliser, le cœur des étoiles se contracte sous l'effet de sa propre gravitation. On assiste alors à différents scénarii conduisant à la formation d'un astre compact : une "naine blanche", une "étoile à neutrons" dont il est question dans cette thèse, ou encore un "trou noir". L'avenir d'une étoile est principalement déterminé par sa masse initiale, et sa métallicité [Heger et al., 2003]. La compréhension de ces astres compacts implique l'utilisation de la mécanique quantique. Les étoiles à neutrons étant l'objet le plus dense que nous puissions observer avant les trous noirs, elles sont d'un intérêt majeur dans la compréhension de la matière à des densités extrêmes. Nous discutons de la formation des étoiles à neutrons dans la section 1.1.2.

1.1 Origine des astres compacts

Lorsque les réserves en hydrogène sont épuisées dans le cœur de l'étoile, les réactions de fusion cessent et la pression radiative n'est plus suffisante pour équilibrer la gravitation. Le cœur de l'étoile subit alors une contraction, et c'est l'hélium du cœur qui fusionne. Cette réaction dégage plus d'énergie et a pour effet de soulever les couches externes de l'étoile, qui se dilate et qui par conséquent, se refroidit, voyant sa couleur décalée vers le rouge : On parle de "géante rouge".

La contraction du cœur a pour effet d'augmenter sa pression et sa température centrale, pouvant permettre d'entamer les réactions de fusion d'éléments de plus en plus lourds. le cœur subit alors une succession de contractions et de dilatations à chaque nouvelle réaction de fusion entamée. L'étoile se structure en pelures d'oignon, avec des couches successives dans lesquelles ont lieu des réactions de fusion d'éléments lourds (dans les régions centrales), jusqu'à l'hydrogène (dans les régions les plus externes). Les radiations produites par ces réactions de fusion stabilisent le cœur de l'étoile vis-à-vis de sa propre gravitation.

1.1.1 Étoiles de faible masse

La masse initiale du cœur des étoiles de faible masse ($M < 8 M_{\odot}$) ne permet pas de poursuivre les réactions de fusion jusqu'au fer. Lorsqu'il n'est plus possible d'entrer dans un nouveau cycle de fusion, le cœur n'est plus stabilisé par la pression radiative et se contracte une ultime fois sur lui-même, résultant en une "naine blanche".

Les naines blanches constituent le premier objet "compact" stable connu dans notre univers (nous discutons de la compacité d'un astre plus en détails dans la section 1.4.1). La première observation d'une naine blanche remonte à 1783, par William Herschel lors de la réalisation de son catalogue d'étoiles doubles. Mais il fallut attendre 1910 pour donner à cette observation

toute son importance. Il semblait que cette étoile blanche (40 Eridani B dans le système triple 40 Eridani) possédait une température de surface importante pour une luminosité faible. La luminosité d'un astre étant proportionnelle à sa surface d'émission (et donc au rayon de l'astre), on en conclut qu'il devait s'agir d'un astre de faible taille marquant une nouvelle classe d'étoile alors baptisées "naines blanches" (voir [Gourgoulhon, 2005]).

En 1910, il a été possible de mesurer, grâce à la troisième loi de Kepler, la masse de Sirius B (la troisième naine blanche à avoir été observée), donnant une valeur de $M \simeq 0.94 M_{\odot}$. Son émission thermique permet d'en déduire son rayon, via la formule 1.1 reliant le flux F à la température effective de surface T_{eff} et au rayon R d'un astre émettant un rayonnement de corps noir :

$$F = \sigma \left(\frac{R}{D} \right)^2 T_{\text{eff}}^4, \quad (1.1)$$

où $\sigma = 5.67 \times 10^{-8} \text{ W m}^{-2} \text{ K}^{-4}$ est la constante de Stefan-Boltzman, et D est la distance entre la source et l'observatoire. Le rayon obtenu $R = 5850 \text{ km}$ confère à l'astre une densité moyenne $\bar{\rho} = 5 \times 10^4 \text{ g cm}^{-3}$ jusqu'alors jamais observée (voir [Gourgoulhon, 2005]).

Pour comprendre cette valeur, il faut prendre en compte la mécanique quantique au travers de la distribution de Fermi-Dirac : lorsque le cœur des étoiles se contracte après les dernières réactions de fusion, ce sont en fait les électrons qui stabilisent l'astre et l'empêchent de s'effondrer en trou noir (voir [Glendenning, 2000]). Les électrons étant des fermions, ils sont sujets au principe d'exclusion de Pauli (ils ne peuvent se trouver dans un même état quantique) et sont contraints d'occuper des niveaux d'énergie toujours plus élevés. Avec l'augmentation de la densité, ils ne sont progressivement plus liés aux noyaux et finissent par former un gaz complètement dégénéré qui emplit l'étoile. Cela génère une pression de Pauli (aussi appelée pression de dégénérescence) qui compense la gravitation. À partir de $\rho \simeq 10^6 \text{ g cm}^{-3}$, leur énergie cinétique est suffisante pour passer dans un régime relativiste, dans lequel la pression de dégénérescence évolue plus faiblement avec la densité ($P \propto \rho^{4/3}$ dans le cas relativiste à comparer avec $P \propto \rho^{5/3}$ pour un gaz non relativiste). L'état de la matière peut être déterminé par la valeur du facteur coulombien Γ permettant de comparer l'énergie coulombienne E_{coul} à l'énergie thermique $k_B T$:

$$\Gamma = \frac{E_{\text{coul}}}{k_B T} \longrightarrow \begin{cases} \Gamma < 0.1 & \text{phase gazeuse} \\ 0.1 < \Gamma < 180 & \text{phase liquide} \\ \Gamma > 180 & \text{phase solide.} \end{cases} \quad (1.2)$$

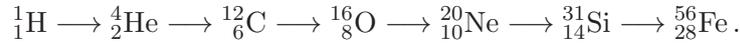
Dans le cas d'une naine blanche, on obtient $\Gamma > 180$, et on en déduit que les atomes sont ordonnés sur un réseau coulombien.

Notons que la pression de dégénérescence des électrons permet ainsi de stabiliser une naine blanche dans la mesure où sa masse n'excède pas la masse limite de Chandrasekhar (de l'ordre de $1.4 M_{\odot}$) [Chandrasekhar, 1994]. Au delà de cette limite, la pression de dégénérescence des électrons devient inférieure à la pression gravitationnelle, et l'astre poursuit son effondrement. C'est notamment le cas pour le cœur des étoiles les plus massives, qui donnent naissance à des étoiles à neutrons ou à des trous noirs.

1.1.2 Étoiles massives, supernovæ, étoiles à neutrons et trous noirs

Les étoiles ayant une masse initiale élevée (typiquement $M > 8 M_{\odot}$) possèdent des conditions de pression et de température suffisantes en leur centre pour opérer des réactions de fusion au delà du carbone et produisent des éléments allant jusqu'au fer après plusieurs contractions successives

(voir [Glendenning, 2000]). La fusion du carbone conduit à la production de magnésium et de néon, puis, la fusion de l'oxygène permet de produire du silicium dont la fusion permet enfin la production de fer. Les noyaux suivants sont donc successivement produits durant la vie des étoiles massives :



Le fer étant l'élément le plus stable (car il possède la plus grande énergie de liaison par nucléons), il ne peut fusionner de façon exothermique et les réactions de fusion dans le cœur de l'étoile ne produisent plus la pression suffisante pour compenser la pression gravitationnelle (voir [Woosley et al., 2002]). Si l'énergie libérée par la fusion de l'hydrogène en hélium est évacuée principalement sous forme de photons, celle libérée par les réactions de fusion d'éléments plus lourds est dominée par l'émission de neutrinos, suite à des interactions faibles dans les noyaux [Sparks and Endal, 1980]. Les neutrinos interagissant très peu avec la matière, ils dissipent l'énergie très rapidement. De ce fait, cette phase dure beaucoup moins longtemps que la fusion de l'hydrogène en hélium. Le cœur de l'étoile se trouve alors dans un état de plasma neutre de noyaux de fer dense et chaud et d'électrons libres relativistes [Giacobbe, 2003].

Lorsque la densité atteint environ 10^7 g cm^{-3} , les électrons (e^-) atteignent des énergies cinétiques qui dépassent la différence de masse entre les neutrons (n) et les protons (p), et permettent les captures électroniques sur les protons à l'intérieur des noyaux, réaction qui est totalement bloquée jusqu'à cette densité (voir [Glendenning, 2000]) :



Cela a pour conséquence d'enrichir le cœur en neutrons (on parle de "neutronisation") et d'abaisser la pression de dégénérescence fournie par les électrons. Des neutrinos (ν) et anti-neutrinos ($\bar{\nu}$) sont produits en très grand nombre par interaction faible entre les électrons et les protons et neutrons des noyaux, ainsi que par création de paires de neutrinos à partir des photons (γ) :



L'enrichissement en neutrons est accentué par le fait que les neutrinos et anti-neutrinos s'échappent rapidement. D'une part, les équations (1.3) nous donnent une relation entre les potentiels chimiques des électrons, neutrons et protons :

$$\begin{aligned} \mu_n &= \mu_p + \mu_{e^-} + \mu_{\bar{\nu}}, \\ \text{avec : } \mu_{\nu} &= 0. \end{aligned} \tag{1.4}$$

D'autre part, le milieu doit être électriquement neutre, ce qui impose que le nombre de protons N_p de charge positive doit être égal au nombre d'électrons N_{e^-} :

$$N_{e^-} = N_p. \tag{1.5}$$

La fraction de protons baisse rapidement jusqu'à atteindre 10 %, même dans les régions les plus externes de l'astre [Chamel and Haensel, 2008].

Notons qu'avec l'augmentation de la densité, d'autres espèces sont susceptibles d'apparaître. Par exemple, si le potentiel chimique associé aux électrons dépasse la masse du muon au repos

($m_\mu \simeq 105.7 \text{ Mev } c^{-2}$), la production de muons devient possible dans le milieu. Il en est de même pour l'apparition de pions, de kaons, ou encore d'hypérons... Nous discutons des différentes espèces pouvant être produites dans le cœur de l'astre dans la section 1.4.3.6.

Lorsque la densité dépasse $10^{12} \text{ g cm}^{-3}$, les neutrinos sont piégés par interaction faible et ne permettent plus de compenser la pression gravitationnelle [Arnett, 1977]. Il se produit alors une "supernovæ gravitationnelle" : Le cœur de l'étoile s'effondre sur lui-même à une vitesse proche du quart de la vitesse de la lumière¹, jusqu'à s'arrêter brutalement lorsque la densité dépasse la densité de saturation nucléaire $\rho_{\text{sat}} = 2.7 \times 10^{14} \text{ g cm}^{-3}$ (nous discutons de la densité de saturation nucléaire dans la section 1.3.2.1). À ce stade, les nucléons, qui formaient les noyaux à plus basse densité, sont dans une phase liquide et dégénérée. La matière supranucléaire et riche en neutrons est suffisamment répulsive pour stopper l'effondrement gravitationnel [Glendenning, 2000]. Il se produit alors un phénomène de rebond de la matière externe en chute libre contre la région centrale du cœur ayant atteint n_{sat} (aussi appelé "proto-étoile à neutrons" car ce résidu chaud va conduire, en se refroidissant, à une étoile à neutrons). Cela aboutit à la formation d'une onde de choc qui se propage dans les couches externes et les expulse violemment. En parallèle à cela, la densité atteinte dans le cœur entraîne la production massive de neutrinos qui se propagent également vers l'extérieur et ré-accélère l'onde de choc qui s'était arrêtée quelques centaines de millisecondes après l'effondrement et à quelques centaines de kilomètres en périphérie de la proto-étoile à neutrons [Woosley and Janka, 2005]. Lors de cette explosion, environ 1% de l'énergie de liaison gravitationnelle gagnée est libérée ($\sim 10^{53} \text{ erg}$) [Baron et al., 1985] sous forme d'onde de choc, le reste est évacué par les neutrinos.

La proto-étoile à neutrons se refroidit par émission thermique de neutrinos, passant d'une température de 10^{11} K à 10^{10} K en à peine quelques secondes juste après l'explosion. L'équilibre thermique dans la proto-étoile à neutrons est atteint en quelques dizaines d'années. Lorsque cet équilibre est atteint, la température est inférieure à 10^9 K , ce qui permet aux couches externes de se solidifier et de former une écorce. A ce stade, la proto-étoile à neutrons devient une étoile à neutrons. L'étoile à neutrons ainsi formée continue à se refroidir par émission de neutrinos durant les 10^6 premières années, jusqu'à atteindre une température de 10^7 K , à partir de laquelle le refroidissement est dominé par l'émission de photons [Pons et al., 1999, Yakovlev and Pethick, 2004, Page and Reddy, 2013].

Notons que dans le cœur de l'étoile à neutrons, la densité est de l'ordre de la densité de saturation nucléaire. A une telle densité, l'énergie de Fermi d'un gaz de neutrons sans interaction en régime non relativiste est de l'ordre de 60 MeV , leur conférant une température de Fermi T_F^n de $7 \times 10^{11} \text{ K}$. Il en va de même pour les quelques 10% de protons, avec $T_F^p \simeq 2 \times 10^{11} \text{ K}$. Les électrons quant à eux forment un gaz complètement dégénéré en régime ultra-relativiste et possèdent une température de Fermi encore plus importante $T_F^{e^-} \simeq 2 \times 10^{12} \text{ K}$ [Friedman and Stergioulas, 2013]. De ce fait, bien que la température des étoiles à neutrons soit élevée ($\simeq 10^7 \text{ K}$), elle reste très inférieure aux températures de Fermi associées à la composition du milieu, et l'on peut considérer que la matière est à température nulle.

Lors de la supernova d'une étoile très massive (typiquement au delà de $40 M_\odot$), la pression gravitationnelle subie par le cœur est trop importante pour être compensée par la pression de dégénérescence de ses constituants, et par les interactions nucléaires répulsives. L'effondrement se poursuit alors jusqu'à la formation d'un "trou noir".

Les étoiles à neutrons constituent donc les astres les plus denses que nous connaissions avant

1. L'effondrement dure seulement quelques centaines de millisecondes.

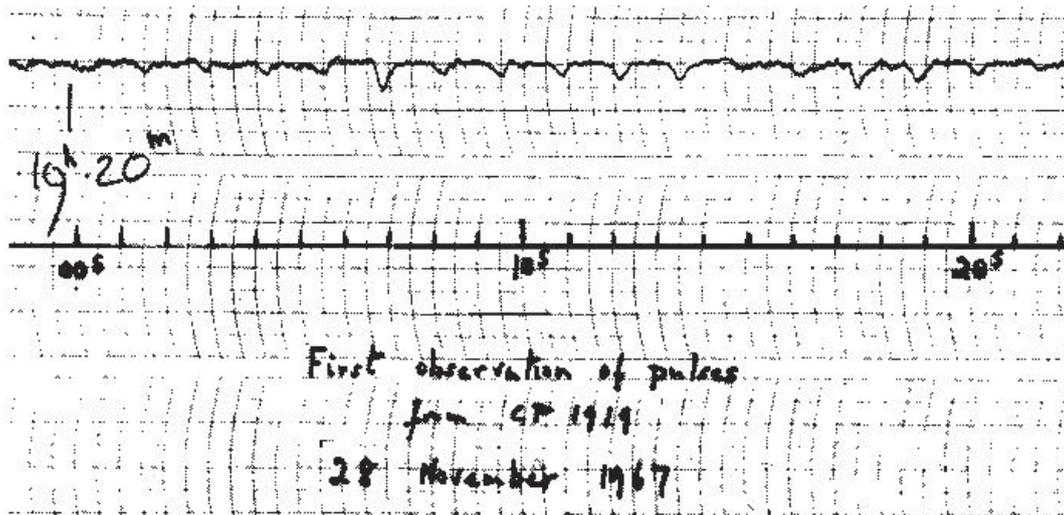


FIGURE 1.1 – Le premier signal provenant d’une étoile à neutrons, détecté en 1967 par Jocelyn Bell et Antony Hewish, alors qu’ils observaient la scintillation radio interplanétaire. D’abord nommé "Little Green Man" en raison de sa régularité, il s’agissait en réalité d’un pulsar ("CP1919" pour "Cambridge Pulsar") avec une période extrêmement stable de 1.337 secondes.

les trous noirs.

1.2 Différents types d’étoiles à neutrons

Les étoiles à neutrons, au même titre que les neutrinos, les quarks "charm" et "top", ou encore le boson de Higgs, ont été théorisées avant leur observation. C’est en 1934 que Walter Baade et Fritz Zwicky postulent le fait que les supernovæ soient le berceau de la transition de la matière nucléaire ordinaire (symétrique en isospin) vers une "étoile à neutrons", principalement constituée de neutrons [Baade and Zwicky, 1934]. L’existence d’un tel objet avait été théorisée deux ans plus tôt par Lev Landau [Yakovlev et al., 2013], qui, en se basant sur la statistique de Fermi-Dirac, estima qu’une étoile composée uniquement de neutrons (neutron qui venait tout juste d’être découvert) formerait un noyau géant contenant environ 10^{57} neutrons dans une sphère dont il estimait le rayon à $R \sim (\hbar/m_n c) (\hbar c/Gm_n^2)^{1/2} \sim 3 \times 10^5 \text{cm}$. La découverte des étoiles à neutrons fut faite totalement par hasard. En 1967, alors qu’elle observait la scintillation radio interplanétaire, Jocelyn Bell, une étudiante effectuant sa thèse sous la supervision de Antony Hewish, observa un signal radio anormalement périodique, d’une extrême régularité (voir figure 1.1). On baptisa en Novembre cette nouvelle source céleste sous le nom de "Little Green Man", faisant référence à la vie extra-terrestre qui aurait pu être une explication plausible à l’émission d’un signal avec une période de 1.337 secondes aussi stable. Il s’agissait en réalité de la première observation d’un pulsar (une étoile à neutrons fortement magnétisée émettant des pulsations dues à sa rotation d’une très grande régularité dont nous discutons dans la section 1.2.1), mais il fallu attendre 1968 pour confirmer la nature de ce signal [Hewish et al., 1968], qui aurait éventuellement pu être émis par une naine blanche. Cette hypothèse fut invalidée car une naine blanche n’aurait pas résisté aux forces centrifuges correspondant à une période de rotation de 1.337 secondes.

Nous comptons aujourd’hui plus de 3000 étoiles à neutrons observées dans notre galaxie

[Manchester et al., 2005]. Elles possèdent des masses qui s'étalent sur un domaine très restreint allant d'un peu plus d'une masse solaire, à environ deux masses solaires [Fonseca et al., 2016a, Antoniadis et al., 2013, Özel et al., 2012], tandis que leurs rayons sont encore très mal contraints par l'observation. Les estimations observationnelles récentes du rayon des étoiles à neutrons donnent une valeur de $\bar{R} \simeq 9 - 14$ km pour une étoile à neutrons ayant une masse de $1.4 M_{\odot}$ [Webb and Barret, 2007, Guillot, 2013, Lattimer and Steiner, 2014, Steiner et al., 2018]. Nous discutons de la recherche de contraintes sur les rayons dans la section 4.4.1.

On observe les étoiles à neutrons dans différentes situations que nous présentons ci-après.

1.2.1 Les pulsars

Le phénomène de pulsar est d'une grande utilité dans la recherche de contraintes observationnelles sur les étoiles à neutrons, notamment pour en déduire la masse, comme nous le détaillons dans la section 1.5.2. Les pulsars sont des étoiles à neutrons ayant des champs magnétiques de l'ordre de 10^{7-14} G et en rotation rapide avec des fréquences de rotation allant de 0.1 à 716 Hz [Hessels et al., 2006]. Le champ magnétique des étoiles à neutrons (supposé dipolaire) provient de la conservation du flux magnétique lors de la supernovæ et n'est pas forcément aligné avec l'axe de rotation de l'étoile [Woltjer, 1964]. Des particules chargées sont accélérées le long des lignes ouvertes du champ magnétique, et donnent lieu à une émission énergétique focalisée dans deux faisceaux d'émission (comme illustré par la figure 1.2). Le champ magnétique n'étant pas forcément aligné avec l'axe de rotation de l'étoile, un observateur peut se trouver périodiquement dans un des deux faisceaux d'émission, et percevoir ainsi un signal pulsé extrêmement régulier dont la période correspond à la période de rotation de l'astre : on parle de "pulsar".

Les pulsars étant assimilés à des dipôles magnétiques, ils perdent de l'énergie par émission d'ondes électromagnétiques (on parle de "freinage magnétique"). De plus, des particules sont piégées dans leurs champ magnétiques à grande distance et contribuent également à l'augmentation de leur période avec le temps par conservation du moment angulaire. Les périodes mesurées actuellement s'étendent d'un peu plus d'une milliseconde pour les pulsars les plus rapides, à quelques secondes pour les plus lents. La mesure de la dérivée de la période par rapport au temps \dot{P} permet d'évaluer l'âge caractéristique τ d'un pulsar, en supposant que l'évolution de la vitesse de rotation des pulsars suit une loi de puissance : $\dot{\Omega} = -k\Omega^n$, où n (aussi appelé "indice de freinage") et k permettent de tenir compte de façon effective des différents mécanismes de dissipation d'énergie responsables de l'augmentation de la période du pulsar [Lyne and Graham-Smith, 2006]. On peut distinguer trois familles de pulsars :

- Les pulsars "standards" ayant une période qui augmente avec le temps en raison de leur perte d'énergie. Ces pulsars constituent la grande majorité des pulsars observés (~ 90 %) comme illustré sur la figure 1.3) représentant le diagramme $P-\dot{P}$ (voir par exemple [Watts et al., 2015]). Ils possèdent des champs magnétiques allant de 10^{11} à 10^{13} G pour des périodes allant de quelques dizaines de millisecondes à la seconde.
- Les pulsars millisecondes, qui ont des périodes de rotation de l'ordre de la milliseconde et très stables ($\dot{P} < 10^{-17} \text{s s}^{-1}$). Il s'agit de pulsars vieux et ayant des champs magnétiques faibles ($B < 10^9 \text{G}$). On remarque que beaucoup de ces pulsars se trouvent dans des systèmes binaires (le plus souvent au sein d'amas globulaires). Leur période de rotation très faible s'explique par le fait qu'ils ont été accélérés par accrétion de matière en provenance de leur compagnon. Nous introduisons le phénomène d'accrétion dans les sys-

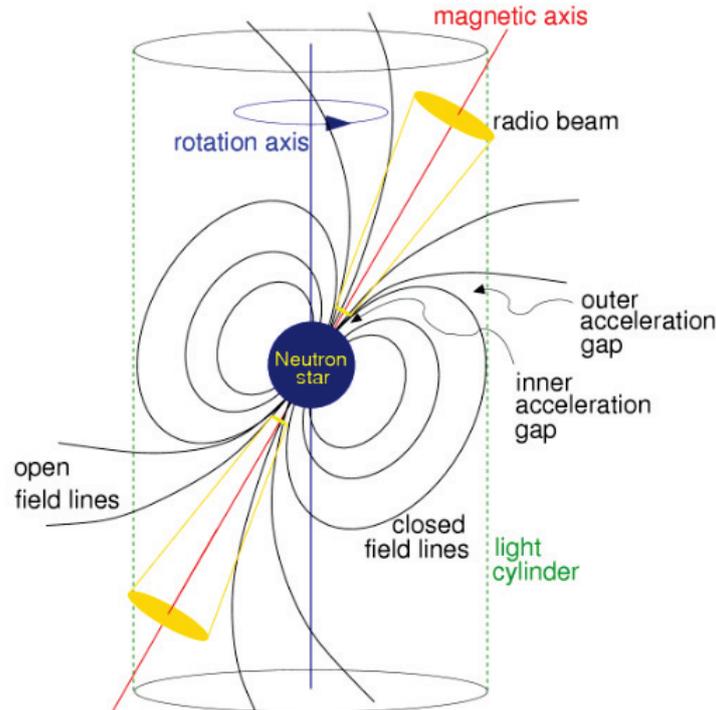


FIGURE 1.2 – Illustration schématique d'un pulsar sur lequel sont représentés le champ magnétique et l'axe de rotation. Des particules sont accélérées le long des lignes de champ ouvertes, et donnent lieu à deux faisceaux de particules énergétiques. On y voit que l'axe de rotation n'est pas forcément aligné avec l'axe du champ magnétique, ce qui a pour conséquence de produire un pulse pour un observateur qui se trouverait périodiquement dans l'axe du champ magnétique et recevrait un faisceau d'ondes radio. Source : [Sourie, 2017].

tèmes binaires dans la section 1.2.2. L'accrétion explique également leurs faibles champs magnétiques, qui auraient été confinés lors des épisodes d'accrétion.

- Enfin, une dernière famille de pulsars sont situés dans la partie supérieure droite de la figure 1.3 : les "magnétars", qui possèdent des champs magnétiques élevés de l'ordre de 10^{14} G pour des périodes de rotation longues (quelques secondes).

1.2.2 Systèmes binaires

Les étoiles de notre univers peuvent se trouver dans des systèmes à deux étoiles en orbite l'une autour de l'autre (systèmes "binaires") et il en va de même pour les étoiles à neutrons. Les systèmes binaires sont intéressants pour l'observation des étoiles à neutrons, car l'on peut obtenir des informations comme la masse des étoiles à neutrons, grâce à l'étude de l'orbite des deux objets, ou de la perturbation de l'émission radio d'un astre par la présence de son compagnon (ces notions sont abordées plus en détail dans la section 1.5.2) ; ou encore la composition de l'atmosphère de l'étoile à neutrons, grâce à l'accrétion de matière provenant du compagnon (également discuté dans la section 4.4.1).

Les systèmes binaires comportant une étoile à neutrons peuvent être séparés en deux catégories : les "High Mass X-Ray Binaries" (HMXBs) possédant un compagnon de masse $M > 3M_{\odot}$, et les "Low Mass X-Ray Binaries" (LMXBs) lorsque le compagnon a une masse de l'ordre d'une

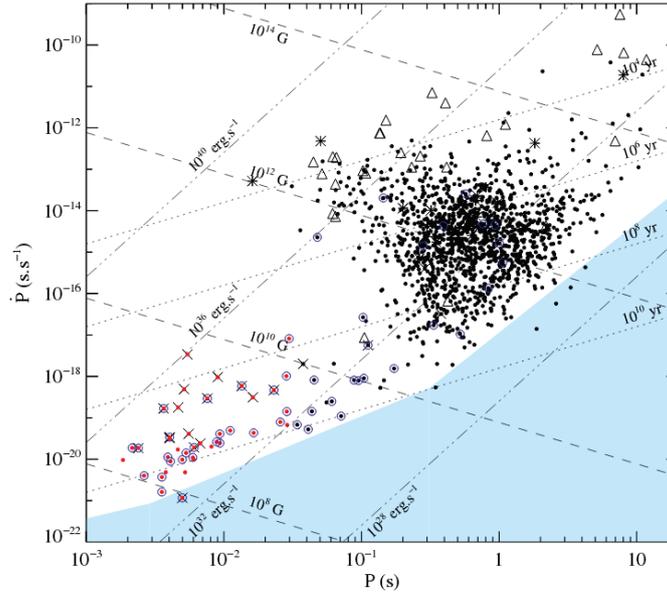


FIGURE 1.3 – Répartition des pulsars observés selon leur période de rotation, la dérivée temporelle de leur période, et leur champ magnétique. On remarque trois groupes principaux : Les pulsars normaux (qui constituent 90 % des pulsars observés) au centre, ayant des périodes de rotation allant de quelques dizaines de millisecondes à quelques secondes et montrant des champs magnétiques allant de 10^{11} à 10^{13} G ; Les pulsars millisecondes (en bas à gauche), qui ont des périodes de rotation de l'ordre de la milliseconde et très stables ($\dot{P} < 10^{-17} \text{ s s}^{-1}$), et des champs magnétiques faibles ($B < 10^{11}$ G) ; et enfin les magnétars, avec des champs magnétiques intenses (10^{14} G) pour des vitesses de rotation faible. Source : [Watts et al., 2015].

masse solaire ou moins. Dans le cas des HMXBs, l'accrétion se fait principalement par le vent stellaire du compagnon, tandis que pour les LMXBs, elle se produit majoritairement via le lobe de Roche (voir par exemple [Casares et al., 2017]).

Dans un système binaire, l'étoile compagne, lorsqu'elle occupe intégralement son lobe de Roche (comme illustré sur la figure 1.4), peut transférer de la matière à l'étoile à neutrons via le point de Lagrange L1. Au delà de ce point, le potentiel gravitationnel engendré par l'étoile à neutrons devient prédominant sur celui du compagnon. Il se forme alors un disque de matière autour de l'étoile à neutrons, en raison des forces de marées et de la rotation du système. La matière de ce disque dissipe son moment cinétique par friction, et peut s'écraser à la surface de l'étoile à neutrons [Shakura, 1973], comme illustré sur la figure 1.4. Ce faisant, la matière accrétée transfère à l'étoile ce qui lui reste d'énergie rotationnelle et permet de la ré-accélérer (permettant notamment l'existence des pulsars millisecondes, aussi appelés pour cette raison "pulsars recyclés"). Les frottements dans le disque provoque une élévation de la température et le rendent visible dans les rayons X [Alpar et al., 1982].

Les étoiles en systèmes binaires n'accrètent pas forcément de manière continue de la matière, et certaines d'entre elles se trouvent dans des périodes de "quiescence" durant laquelle l'accrétion s'est arrêtée, ou se fait à un taux très faible (on parle alors de qLMXBs lorsque c'est le cas pour une LMXB, nous verrons par la suite qu'il s'agit de systèmes particulièrement intéressants pour la mesure du rayon des étoiles à neutrons). Durant ces périodes, le flux de photons émis par l'étoile est relativement stable et provient principalement de son rayonnement

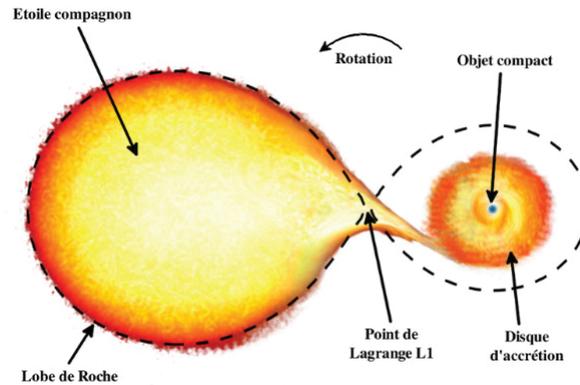


FIGURE 1.4 – Représentation de l'accrétion de la matière provenant de l'étoile compagne sur l'étoile à neutrons dans un système binaire. Le compagne emplit son lobe de Roche, permettant à la matière d'être transférée à l'étoile à neutrons par le point de Lagrange L1, au delà duquel le potentiel gravitationnel de l'objet compact devient prédominant. Il se forme alors un disque d'accrétion autour de l'étoile à neutrons, en raison de la rotation. Ce disque s'échauffe par friction de la matière, et devient visible en rayons X. La friction interne dans le disque fait perdre de l'énergie cinétique à la matière du disque, qui peut alors tomber sur la surface de l'étoile à neutrons. Source : [Pancrazi, 2011].

thermique de surface, assimilable à une émission de type corps noir. Ce type de système permet d'obtenir des contraintes sur le rayon des étoiles à neutrons (discuté dans la section 4.4.1), pour peu que l'on ait une bonne connaissance de la composition de l'atmosphère de l'astre [Zavlin and Pavlov, 2002, Bogdanov et al., 2016] (discuté dans la section 1.4.3.1). Il peut également se produire des périodes d'accrétion intenses, durant lesquelles la matière qui s'écrase sur la surface de l'étoile à neutrons engendre des réactions de fusion qui provoquent l'expansion de sa photosphère, on parle de "sursauts X". Ces sursauts sont également de bons outils afin de déterminer le rayon des étoiles à neutrons [Özel et al., 2012], et sont discutés dans la section 1.5.1.1.

Les étoiles à neutrons qui se trouvent dans un système binaire avec une autre étoile à neutrons vont perdre l'énergie de la rotation orbitale par émission d'ondes gravitationnelles, et éventuellement finir par coalescer. Lors de cette collision, en raison du champ gravitationnel intense, les deux astres fusionnent, et la matière des couches périphériques est expulsée dans une explosion appelée "kilonovæ". Il a longtemps été pensé que la moitié des éléments lourds au delà du fer étaient produits au cours des supernovæ par le processus r (impliquant la formation de noyaux riches en neutrons). Cependant les différents modèles d'explosion de supernovæ ne permettent pas de reproduire les conditions du processus r, ni l'explosion des couches externes. La modélisation des supernovæ est en effet très délicate car elle mélange des échelles très différentes (temps hydrodynamique versus temps de diffusion des neutrinos), nécessite un traitement complexe (relativité générale, 3D, instabilités hydrodynamiques), et les données nucléaires qui régissent l'équation d'état ne sont pas toutes bien maîtrisées (transitions de phase, matière de quarks, etc...). Une alternative pour la production d'éléments lourds est le modèle de kilonovæ, qui ne nécessite pas un traitement précis de l'onde de choc pour générer des éléments au delà du fer. Bien que cet accord qualitatif soit satisfaisant, il existe encore de nombreuses incertitudes avant d'atteindre

une description quantitative de l'abondance des éléments.

La première détection d'ondes gravitationnelles de deux trous noirs qui fusionnent a été réalisée en septembre 2015 [Abbott et al., 2016], et s'en est suivi peu de temps après la première détection de la fusion de deux étoiles à neutrons en août 2017, délivrant un signal beaucoup plus faible que pour des trous noirs et qu'il a été possible de détecter après avoir amélioré la sensibilité des trois interféromètres de la collaboration LIGO-Virgo [Abbott et al., 2017]. Cette détection a permis de localiser la région du ciel d'où provenait le signal, et de pointer les télescopes sur l'évènement, afin d'observer la contrepartie électromagnétique de cette fusion. Cette prouesse signe le début de l'ère de l'astronomie multi-messagers. Après analyse des données, il a été montré que la nucléosynthèse des éléments lourds avaient bel et bien lieu dans les kilonovae. On attend environ 1540^{+3200}_{-1220} évènements de ce type par giga-parsec cube, et par an [Abbott et al., 2017].

La fusion d'étoiles à neutrons est une source d'information sur l'équation d'état des étoiles à neutrons. Lors des dernières microsecondes avant la fusion, les deux astres sont déformés par les phénomènes de marées, et il est possible d'extraire du signal une information sur la rigidité de l'équation d'état décrivant les étoiles à neutrons [Hinderer et al., 2010, Read et al., 2013].

1.3 Équation d'état de la matière nucléaire

1.3.1 La matière nucléaire

La physique nucléaire décrit le comportement de la matière en considérant les nucléons comme degré de liberté principal. En réalité, lorsque l'on veut décrire les interactions entre nucléons de façon réellement *ab-initio*, on devrait partir des degrés de liberté fondamentaux du modèle standard, à savoir les quarks et les gluons qui composent les nucléons et leurs interactions. Le fait que la chromo-dynamique quantique (QCD) (qui décrit l'interaction forte entre les quarks et les gluons) soit hautement non linéaire, combiné au fait qu'il s'agisse d'un problème non perturbatif à basse énergie, il n'est pas envisageable, avec la puissance de calcul actuellement disponible, de traiter de façon *ab-initio* un système constitué de plusieurs nucléons en interaction de façon à reproduire les propriétés observées dans la matière nucléaire.

Depuis quelques années, une théorie effective de champs (EFT) permet de s'inspirer de la symétries de la QCD à basse énergie, la symétrie chirale, pour définir l'interaction nucléaire de basse énergie en théorie des perturbations [Weinberg, 1990, Weinberg, 1991]. Le paramètre d'ordre est donné par le rapport du moment transféré par l'interaction Q à une échelle caractéristique $\Lambda \approx 1$ GeV. Ce paramètre permet d'ordonner les différents ordres de la théorie (LO, NLO, N2LO, etc...) et ainsi de définir de façon perturbative les contributions à l'interaction nucléaire. Cette approche offre aussi la particularité de définir l'interaction à 3 et 4 corps de la même façon que l'interaction à 2 corps [Epelbaum et al., 2009, Machleidt and Entem, 2011]. Bien que cette approche ait fournir de très bons résultats aux basses densités, il semble difficile de l'appliquer aux densités supra-nucléaires ($n > n_{sat}$).

Pour explorer les densités supra-nucléaires, il est donc nécessaire d'adopter une approche plus phénoménologique pour laquelle l'interaction nucléaire est directement ajustée sur les propriétés attendues du milieu nucléaire. Les différentes observables que doivent reproduire les modèles sont par exemple les masses des noyaux, leur stabilité, leur rayon, ainsi que des pseudo-observables comme les paramètres empiriques à la densité de saturation. Il existe différents types de modèles : les fonctionnelles de la densité dont les plus utilisés sont les modèles de type Skyrme, où

l'interaction est de portée nulle, avec une dépendance en densité ; les modèles de type Gogny, de portée finie avec une certaine constante de couplage effective entre les nucléons. Dans la section 1.3.3, nous présentons le modèle de la goutte liquide (modélisation semi-empirique largement utilisée), qui permet d'introduire certaines grandeurs thermodynamiques caractérisant la matière nucléaire dont nous discuterons dans la section 1.3.2.

1.3.2 Caractérisation empirique de la matière nucléaire

Les propriétés de la matière nucléaire peuvent être caractérisées par certaines quantités thermodynamiques qu'il est possible de mesurer dans des expériences en laboratoire sur les noyaux, comme la mesure de leurs masses, dans les collisions d'ions lourds, où grâce à l'étude de certains modes de vibration (nous discutons de ces différentes méthodes et des grandeurs qu'elles permettent de contraindre dans les paragraphes suivants). Ces grandeurs font intervenir les dérivées successives de l'énergie de liaison par rapport à la densité, et par rapport au paramètre d'asymétrie entre neutrons et protons $\delta = (N - Z)/A$ que l'on peut ré-exprimer en utilisant les densités numérique des neutrons n_n et des protons n_p , et la densité baryonique numérique totale $n_b = n_n + n_p$ comme $\delta = (n_n - n_p)/n_b$ (ce paramètre prenant pour valeur 0 lorsque l'on est dans de la matière symétrique, +1 dans de la matière de neutrons, et -1 dans de la matière de protons). Les paramètres empiriques reliés aux dérivées de plus bas ordre (tels que l'incompressibilité de la matière nucléaire, ou l'énergie de symétrie, dont nous discutons dans les sections 1.3.2.3 et 1.3.2.5) affectent les propriétés de la matière nucléaire autour de la densité de saturation nucléaire n_{sat} (nous introduisons plus en détail cette densité dans le paragraphe suivant), tandis que ceux obtenus avec les dérivées d'ordres supérieurs ont un impact important à plus haute densité [Lattimer and Lim, 2013, Margueron et al., 2018a]. De ce fait, la difficulté à mesurer la valeur d'un des paramètres empiriques via l'expérience augmente avec l'ordre du paramètre en question. On peut séparer en deux catégories les paramètres empiriques : ceux du secteur isoscalaire, indépendants de l'asymétrie entre neutrons et protons, et qui ne dépendent que de la densité baryonique totale (que nous noterons avec un indice "sat") ; et ceux du secteur isovectoriel, qui sont reliés à l'asymétrie et dépendent explicitement des densités respectives de neutrons et de protons (auxquels nous attacherons un indice "sym"). Ces paramètres caractérisant des propriétés générales de la matière nucléaire pouvant s'appliquer aux noyaux, mais aussi aux milieux étendus (comme les étoiles à neutrons), et sont calculés pour de la matière nucléaire infinie.

1.3.2.1 La densité de saturation nucléaire : n_{sat}

La pression est définie comme étant la réponse de l'énergie interne d'un système à un changement de volume. Dès lors, pour la matière nucléaire, elle s'obtient avec la dérivée première de l'énergie de liaison par nucléon $E/A = e$ (où $e = a_{\text{vol}} + a_{\text{sym}}\delta^2$ dans la formule de Bethe-Weizsäcker) comme suit, en faisant apparaître la densité baryonique numérique n_b :

$$P(n_b) = - \left. \frac{\partial E}{\partial V} \right|_A = - \frac{\partial(E/A)}{\partial(V/A)} = -n_b^2 \frac{\partial e}{\partial n_b}. \quad (1.6)$$

On définit la densité de saturation nucléaire n_{sat} comme étant la densité baryonique pour laquelle la pression est nulle $P(n_{\text{sat}}) = 0$. La matière est donc à l'équilibre mécanique à la densité de

saturation :

$$\left. \frac{\partial e}{\partial n_b} \right|_{n_b=n_{\text{sat}}} = 0. \quad (1.7)$$

La densité de saturation nucléaire est mesurée dans des expériences de diffusion d'électrons permettant d'obtenir le profil en densité de charge des noyaux et d'en extraire le rayon de charge [Myers, 1976]. Les ajustements de modèles de type "goutte liquide" prédisent des valeurs légèrement inférieures à celles obtenues en utilisant des fonctionnelles de la densité, supposées fournir les meilleurs résultats, la densité étant la variable explicite de ces modèles. Dans le modèle de la goutte liquide, le rayon moyen d'un nucléon r_0 est inversement proportionnel à l'énergie coulombienne, et l'on déduit la densité de saturation nucléaire en supposant que le noyau possède un profil uniforme en densité tel que $(4/3)\pi r_0^3 \times n_{\text{sat}} = 1$ (notons que les modèles améliorés de type "goutte liquide" incluant des corrections concernant la répartition des nucléons dans le noyau et à sa surface donnent des valeurs qui se rapprochent de celles prédites par les modèles de fonctionnelles de la densité). Les mesures actuelles fournissent une valeur de $n_{\text{sat}} = 0.15 - 0.16 \text{ fm}^{-3}$ (voir la section IV de [Oertel et al., 2017], et [Margueron et al., 2018a]). La physique nucléaire s'intéressant, en règle générale aux noyaux, les grandeurs thermodynamiques qui caractérisent le comportement de la matière nucléaire sont toutes définies à la densité de saturation.

1.3.2.2 L'énergie moyenne de liaison : E_{sat}

L'énergie moyenne de liaison par nucléon correspond au terme de volume du modèle de la goutte liquide ($E_{\text{sat}} = -15.9 \pm 0.3 \text{ MeV}$). Elle est déterminée par ajustement de modèles de goutte liquide, sur des mesures de masses des noyaux (voir par exemple [Myers, 1976, Oertel et al., 2017, Margueron et al., 2018a]).

1.3.2.3 Le module d'incompressibilité isoscalaire : K_{sat}

Ce paramètre quantifie l'énergie qu'il faut apporter pour comprimer la matière nucléaire symétrique à la densité de saturation (noté K_A lorsqu'il est calculé pour un noyau fini composé de A nucléons). Il s'obtient par la dérivée seconde de l'énergie de liaison (i.e. courbure du potentiel dans lequel les nucléons sont piégés), à un facteur près :

$$K_{\text{sat}} = 9n_0^2 \left. \frac{\partial^2 e}{\partial n_b^2} \right|_{n_b=n_{\text{sat}}, y=0}. \quad (1.8)$$

Le module d'incompressibilité peut être contraint par des expériences mesurant l'énergie des modes collectifs des noyaux appelés "modes de respiration" (ou résonances géantes monopolaires isoscalaires (ISGMR)) dans lesquels les nucléons observent des mouvements alternés de compression et de dilatation [Colò et al., 2004, Colò and Van Giai, 2004]. Cependant, l'énergie du centroïde de la résonance est corrélée à l'incompressibilité, mais également au paramètre de distorsion Q_{sat} (discuté dans le paragraphe suivant) [Khan and Margueron, 2013b], ainsi qu'à l'évolution de l'énergie de symétrie avec la densité L_{sym} (également discuté dans le paragraphe 1.3.2.6) [Piekarewicz, 2004, Shlomo et al., 2006, Sharma, 2009], et l'extraction de K_{sat} est rendue moins évidente. De plus, l'estimation du module d'incompressibilité est souvent modèle-dépendante (pouvant varier de 10 à 20% selon les modèles [Colò et al., 2004]). Selon les approches, on trouve des valeurs allant de 210 à 250 MeV [Margueron et al., 2018a].

1.3.2.4 La distorsion et le kurtosis isoscalaire : Q_{sat} et Z_{sat}

Aussi appelés "Skewness" et "Kurtosis", ils sont obtenus par les dérivées troisième et quatrième de l'énergie de liaison :

$$Q_{\text{sat}} = 3^3 n_0^3 \left. \frac{\partial^3 e}{\partial n_b^3} \right|_{n_b=n_{\text{sat}}, y=0}, \quad Z_{\text{sat}} = 3^4 n_0^4 \left. \frac{\partial^4 e}{\partial n_b^4} \right|_{n_b=n_{\text{sat}}, y=0}. \quad (1.9)$$

Ces paramètres d'ordres supérieurs ne sont actuellement pas contraints par les expériences de physique nucléaire, ayant un très faible impact sur les propriétés mesurables de cette dernière à la densité de saturation nucléaire [Lattimer and Prakash, 2001]. Il sont généralement calculés théoriquement et sont donc très fortement modèle-dépendants. Nous présentons néanmoins une méthode permettant de contraindre Q_{sat} dans le chapitre 4, grâce aux étoiles à neutrons.

1.3.2.5 L'énergie de symétrie à la densité de saturation : E_{sym}

L'énergie de symétrie représente la quantité d'énergie qu'il faut apporter à la matière nucléaire pour l'éloigner de la symétrie neutrons-protons. Elle fait donc intervenir la dérivée seconde de l'énergie de liaison par rapport au paramètre d'asymétrie, évaluée en $\delta = 0$ dans la matière symétrique (l'énergie de liaison ne dépend que de puissances pairs de δ car il ne doit pas y avoir de distinction par rapport au signe du paramètre d'asymétrie, de façon à respecter l'invariance d'isospin de l'interaction nucléaire) :

$$S(n_b) = \frac{1}{2} \left. \frac{\partial^2 e(n_b, \delta)}{\partial \delta^2} \right|_{\delta=0}. \quad (1.10)$$

Lorsque la densité baryonique augmente, la matière s'enrichit en neutrons, il s'agit donc d'un paramètre dépendant de la densité. On notera l'énergie de symétrie évaluée à la densité de saturation : $E_{\text{sym}} = S(n_{\text{sat}})$ correspondant à la valeur du paramètre a_{sym} du modèle de la goutte liquide.

En faisant l'approximation d'une évolution parabolique de l'énergie de liaison avec l'asymétrie, (ce que l'on peut faire raisonnablement autour de la densité de saturation nucléaire avant d'avoir des effets notables en δ^4 [Zuo et al., 2002, Steiner, 2006, Vidaña et al., 2009]) :

$$e(n_b, y) = e(n_b, \delta = 0) + \delta^2 E_{\text{sym}}. \quad (1.11)$$

On obtient dans cette approximation :

$$E_{\text{sym}} = e(n_b, \delta = 1) - e(n_b, \delta = 0), \quad (1.12)$$

qui fait apparaître l'énergie de symétrie comme l'énergie nécessaire à la transformation de la matière symétrique en matière purement neutronique.

On peut contraindre expérimentalement ce paramètre via les résonances géantes dipolaires, dans lesquelles le centre de masse des neutrons et des protons subissent des oscillations en opposition de phase [Trippa et al., 2008, Lattimer and Lim, 2013]. L'extraction de ce paramètre n'est toutefois pas évidente, et il est d'usage de séparer la contribution de l'énergie de symétrie en volume et en surface, ce qui fait apparaître une corrélation entre l'énergie de symétrie et sa pente en densité L_{sym} (présentée dans le paragraphe suivant) [Lattimer and Lim, 2013]. Cette corrélation apparaît dans beaucoup d'autres études visant à contraindre ces paramètres, comme illustré sur la figure 1.5.

Les noyaux lourds éloignés de la vallée de stabilité présentent un excès de neutrons, et peuvent posséder une "peau de neutrons" d'épaisseur Δ_{np} résultant de la différence entre le rayon de charge moyen occupé par les protons et le rayon moyen occupé par les neutrons : $\Delta_{np} = \sqrt{\langle r_n^2 \rangle} - \sqrt{\langle r_p^2 \rangle}$. Il est possible de mesurer précisément le rayon de charge de la plupart des noyaux par diffusion élastique d'électrons, en revanche, il est plus compliqué de sonder le rayon occupé par les neutrons, et l'on doit réaliser des expériences faisant intervenir les interactions fortes et faibles. Différentes méthodes sont utilisées, par exemple la diffusion inélastique de protons [Kłos et al., 2007]; la recherche de violation de la parité dans des réactions de diffusion élastique d'électrons sur des noyaux de ^{208}Pb dans l'expérience PREX [Horowitz and Piekarewicz, 2001, Horowitz et al., 2012, Abrahamyan et al., 2012]. On peut également obtenir des contraintes grâce à l'étude de la polarisabilité électrique dipolaire du ^{208}Pb [Centelles et al., 2009, Piekarewicz et al., 2012], ou encore en observant le transport d'isotope dans des collisions d'ions lourds [Chen et al., 2007, Tsang et al., 2009a, Chen et al., 2010, Warda et al., 2012]. On estime une valeur de E_{sym} autour de 32 MeV [Myers, 1976, Lattimer and Lim, 2013, Margueron et al., 2018a].

1.3.2.6 La pente de l'énergie de symétrie : L_{sym}

La pente de l'énergie de symétrie traduit l'évolution de cette dernière avec la densité, et joue un rôle majeur dans l'étude de la matière nucléaire asymétrique et dense. Elle s'exprime comme :

$$L_{\text{sym}} = 3n_0 \left. \frac{\partial S(n_b)}{\partial n_b} \right|_{n_b=n_{\text{sat}}} . \quad (1.13)$$

La pente de l'énergie de symétrie est déterminante quant à l'évaluation de la dureté de l'équation d'état de la matière nucléaire. Nous discuterons de ce paramètre dans le chapitre 3 au regard de l'étude de l'intérieur des étoiles à neutrons.

Étant étroitement lié à l'énergie de symétrie, on peut espérer avoir accès à ce paramètre, de la même façon, en mesurant l'épaisseur de la peau de neutrons dans certains noyaux lourds [Chen et al., 2010, Warda et al., 2012], avec les résonances géantes dipolaires isovectorielles [Trippa et al., 2008]. Enfin, des contraintes peuvent être obtenue en étudiant la diffusion d'isotopes dans des collisions d'ions lourds [Tsang et al., 2009a], en mesurant la polarisabilité dipolaire du ^{208}Pb [Centelles et al., 2009, Piekarewicz et al., 2012] ou à partir de mesures de masses nucléaires [Kortelainen et al., 2010]. Notons que la pente de l'énergie de symétrie étant d'ordre supérieur, elle influence le comportement de la matière nucléaire à haute densité, et est donc plus difficile à déterminer que l'énergie de symétrie dans des expériences menées sur des noyaux, autour de la densité de saturation nucléaire. Il apparaît que selon les méthodes utilisées, on trouve une corrélation ou une anti-corrélation entre l'énergie de symétrie et sa pente (figure 1.5).

Ces paramètres jouent un rôle important en astrophysique, et peuvent être contraints par l'observation des étoiles à neutrons [Steiner et al., 2010, Hebeler et al., 2010, Gandolfi et al., 2012, Steiner et al., 2013], nous discutons de façon détaillée de leur impact sur la modélisation du cœur des étoiles à neutrons dans le chapitre 3.

Les analyses actuelles estiment la valeur de L_{sym} entre 30 et 90 MeV [Lattimer and Steiner, 2014, Margueron et al., 2018a].

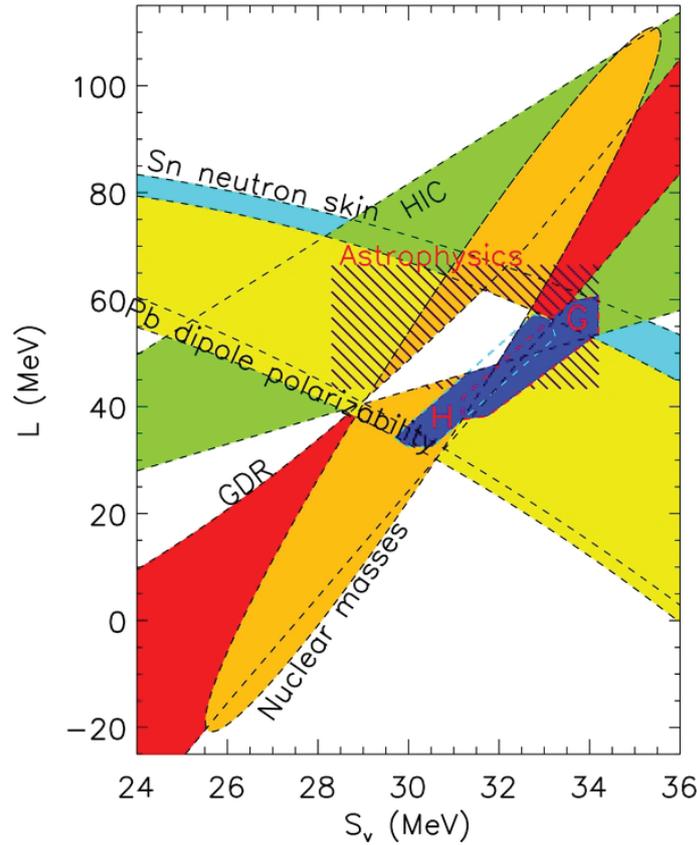


FIGURE 1.5 – Illustration des contraintes obtenues entre l'énergie de symétrie (notée S_v), et sa pente (notée L). La zone hachurée correspond aux contraintes apportées par des mesures de masses et de rayons d'étoiles à neutrons [Steiner et al., 2010, Steiner et al., 2013], les deux régions en rose montrent deux autres contraintes provenant des étoiles à neutrons : G pour [Gandolfi et al., 2012], et H pour [Hebeler et al., 2010]. La zone blanche fermée correspond à la région autorisée satisfaisant toutes les contraintes. On remarque que selon les méthodes employées, on trouve soit une corrélation, soit une anti-corrélation entre ces deux paramètres. Source : [Lattimer and Lim, 2013].

1.3.2.7 Le module d'incompressibilité isovectoriel : K_{sym}

La contribution de l'asymétrie au module d'incompressibilité s'obtient avec la courbure de l'énergie de symétrie par rapport à la densité :

$$K_{\text{sym}} = 9n_0 \left. \frac{\partial^2 S(n_b)}{\partial n_b^2} \right|_{n_b=n_0}. \quad (1.14)$$

Cette quantité peut être également contrainte via les résonances géantes monopolaires dans des noyaux exotiques [Li et al., 2010], les collisions d'ions lourds [Chen et al., 2007], et des mesure de l'épaisseur de la peau de neutrons dans des noyaux anti-protoniques [Centelles et al., 2009].

1.3.2.8 La distorsion et le kurtosis isovectoriel : Q_{sym} et Z_{sym}

Ces deux paramètres d'ordres supérieurs constituent les dérivées troisièmes et quatrième de l'énergie de symétrie en densité :

$$Q_{\text{sym}} = n_0^3 \left. \frac{\partial^3 S(n_b)}{\partial n_b^3} \right|_{n_b=n_0, y=0}, \quad Z_{\text{sym}} = n_0^4 \left. \frac{\partial^4 S(n_b)}{\partial n_b^4} \right|_{n_b=n_0, y=0}. \quad (1.15)$$

Il n'existe pas, à ce jour, de méthode permettant d'apporter des contraintes sur les valeurs de ces deux grandeurs [Lattimer and Lim, 2013, Margueron et al., 2018a], leurs effets sur le comportement de la matière nucléaire étant faibles, et la matière dense et asymétrique étant difficilement testable en laboratoire.

Les grandeurs thermodynamiques décrites ci-avant ont une influence sur l'équation d'état décrivant le comportement de la matière nucléaire. À basse densité, ce sont les paramètres de plus bas ordre qui jouent un rôle prédominant, et il est alors plus aisé de les déterminer dans des expériences de physique nucléaire terrestres. Les paramètres d'ordres supérieurs n'affectent pas significativement les propriétés des noyaux, mais vont avoir un rôle plus important à haute densité. Dans le cœur des étoiles à neutrons, la densité atteint 3 à 5 fois la densité de saturation nucléaire et permet à ces paramètres d'avoir un impact non négligeable.

1.3.3 Détermination des paramètres empiriques

Il est possible d'exprimer la masse M d'un noyau atomique constitué de A nucléons (N neutrons et Z protons), à partir des masses respectives du neutron m_n , et du proton m_p , ainsi que de l'énergie de liaison responsable de la cohésion des nucléons $E(N, Z)$ (introduite dans la section 1.3.2.2) [Myers, 1976] :

$$M(N, Z) = Nm_n + Zm_p - \frac{1}{c^2} E(N, Z). \quad (1.16)$$

Afin d'exprimer l'énergie de liaison d'un noyau, on peut adopter une approche très simple basée sur l'analogie entre un noyau constitué de nucléons, et une goutte liquide constituée d'une assemblée de molécules. L'interaction nucléaire devant être répulsive à très courte portée (~ 1 fm) de façon à reproduire le fait que les nucléons ne s'interpénètrent pas ; attractive à moyennement courte portée en raison de leur cohésion dans le noyau ; et nulle à longue portée. Du fait de l'existence des noyaux, il doit y avoir une densité de saturation pour laquelle la matière nucléaire est à l'équilibre mécanique avec le vide qui l'entoure (voir section 1.3.2.1).

Dans un noyau composé d'un nombre important de nucléons, l'énergie de liaison par nucléon dépend faiblement du nombre de nucléons (typiquement au delà du fer). Ceci traduit le fait que les nucléons n'interagissent pas avec l'ensemble du noyau, mais uniquement avec leur plus proches voisins (l'interaction nucléaire étant de courte portée). De plus, les expériences de diffusion suggèrent que les noyaux ont une densité quasi-uniforme, ceci rend l'analogie avec une goutte liquide possible, en considérant que les noyaux se forment par condensation des nucléons en une sphère dans le vide, dans laquelle les forces de volume sont compensées par les effets antagonistes d'une tension superficielle de surface, de la répulsion coulombienne subie par les protons, et de deux contributions d'origine quantique : un terme tenant compte de l'asymétrie entre neutrons et protons, et un terme d'appariement.

L'énergie de liaison d'un noyau s'obtient avec l'équation semi-empirique suivante (aussi appelée formule de Bethe-Weizsäcker) [Ring and Schuck, 1980], faisant apparaître les différentes

contributions citées ci-dessus :

$$E(N, Z) = a_{\text{vol}}A - a_{\text{surf}}A^{2/3} - a_{\text{coul}} \frac{Z(Z-1)}{A^{1/3}} - a_{\text{sym}} \frac{(N-Z)^2}{A} + p(N, Z), \quad (1.17)$$

où les coefficients a_i représentent les différentes contributions énergétiques : de volume ($i = \text{vol}$), de surface ($i = \text{surf}$), coulombienne ($i = \text{coul}$), d'asymétrie ($i = \text{sym}$), et d'appariement pour la fonction $p(N, Z)$. Ces coefficients sont discutés ci-dessous.

1.3.3.1 Énergie de volume : $+a_{\text{vol}}A$

Ce paramètre correspond directement à l'énergie de liaison moyenne par nucléon introduite dans la section 1.3.2.2. Les forces nucléaires de volume qui s'effectuent entre les nucléons du cœur, étant uniquement attractives, elles favorisent la condensation des nucléons. Ce terme doit être proportionnel au nombre de nucléons A en faisant le parallèle avec un gaz, dans lequel l'énergie interne augmente avec le nombre de particules le composant. Le paramètre empirique a_{vol} peut être vu comme l'énergie de liaison moyenne par nucléon dans un noyau sphérique composé de matière nucléaire symétrique en isospin. Il est possible d'estimer la valeur de ce paramètre en mesurant la masse et la distribution en densité des noyaux. Les meilleurs ajustements aux données expérimentales fournissent une valeur autour de 16 MeV [Myers, 1976].

1.3.3.2 Tension de surface : $-a_{\text{surf}}A^{2/3}$

Les nucléons situés à la surface interagissant avec moins de plus proches voisins que les nucléons du cœur, ils sont moins liés que des nucléons dans de la matière nucléaire infinie et contribuent donc à faire baisser l'énergie de liaison. Cette contribution est logiquement proportionnelle à la surface du noyau, elle même proportionnelle à $A^{2/3}$, le rayon du noyau pouvant être relié au nombre de nucléons en faisant l'approximation d'un noyau sphérique comme : $R = r_0A^{1/3}$ en exprimant le volume occupé par un nucléon $v = (4/3)\pi r_0^3$ (avec le rayon moyen d'un nucléon : $r_0 \simeq 1.2$ fm) dans un noyau de volume $V = (4/3)\pi R^3$. Cette énergie doit être aussi modifiée par un terme dépendant de l'asymétrie δ , de façon à prendre en compte le fait que les nucléons excédants d'une espèce sont répartis en surface dans les noyaux asymétriques. Le meilleur ajustement aux données expérimentales donne une valeur de $a_{\text{surf}} \simeq 18 - 20$ MeV [Myers, 1976].

1.3.3.3 Répulsion coulombienne entre les protons : $-a_{\text{coul}} \frac{Z(Z-1)}{A^{1/3}}$

Ce terme représente les interactions coulombiennes répulsives entre les Z protons du noyau. On peut calculer le potentiel électrostatique dû à la charge de Z protons dans une sphère de rayon $R = r_0A^{1/3}$:

$$E = \frac{3}{5} \frac{(Ze)^2}{4\pi\epsilon_0 r_0 A^{1/3}} = a_{\text{coul}} \frac{Z^2}{A^{1/3}}. \quad (1.18)$$

Cependant, lorsque le noyau ne contient qu'un seul proton, il ne subit aucune force électrostatique, et ce terme devrait être nul. Le nombre d'interactions possibles parmi une assemblée de Z protons étant $Z(Z-1)$, une forme plus exacte pour ce terme coulombien s'obtient par la transformation : $Z^2 \rightarrow Z(Z-1)$. Ce paramètre est calculé théoriquement et prend une valeur de $a_{\text{coul}} \simeq 0.7$ MeV. Il peut être ajusté de façon à prendre en compte la répartition non uniforme des protons dans le volume et à la surface des noyaux. Afin de reproduire plus finement les propriétés de la matière nucléaire, il faut prendre en compte deux corrections de nature quantique :

1.3.3.4 Terme d'asymétrie : $-a_{\text{sym}} \frac{(N-Z)^2}{A}$

Cette contribution énergétique négative apporte une correction concernant l'asymétrie entre neutrons et protons $\delta = (N - Z)/A$. Ce terme peut être relié à l'énergie de symétrie introduite dans la section 1.3.2.5, en y retirant la contribution provenant de la surface du noyau $a_{\text{sym,surf}}$:

$$a_{\text{sym}} = E_{\text{sym}} - a_{\text{sym,surf}} A^{-1/3}. \quad (1.19)$$

La matière nucléaire symétrique en isospin est en effet plus stable à la densité de saturation nucléaire, ce comportement provient du principe d'exclusion de Pauli : les nucléons étant des fermions, ils ne peuvent se trouver dans un même état quantique. De ce fait, les nucléons d'une espèce en excès sont contraints de se ranger sur des niveaux d'énergie toujours plus élevée que le dernier état occupé. Du fait que la matière nucléaire s'enrichisse en neutrons lorsque la densité augmente, et devient très asymétrique, une dépendance d'ordre supérieur (en δ^4) doit être prise en compte lorsque l'on se trouve à haute densité [Myers, 1976, Steiner, 2006]. Nous discutons plus en détail de l'énergie d'asymétrie dans la section 1.3.2.5.

1.3.3.5 Terme d'appariement : $-p(N, Z)$

Ce terme d'appariement peut prendre trois valeurs différentes selon la parité du nombre de protons et de neutrons. Expérimentalement, on remarque que lorsque l'on regarde l'énergie de séparation du dernier nucléon des noyaux en fonction de leur nombre de masse, elle semble évoluer en dents de scie avec une valeur plus haute lorsque neutrons et protons sont en nombres pairs, intermédiaire si le nombre de nucléons est impairs, et plus basse si neutrons et protons sont en nombre impairs. Ce comportement provient du fait que les orbitales de deux nucléons ayant leurs nombres quantiques identiques à l'exception de leur spin, possèdent des fonctions d'onde avec un recouvrement maximal, ce qui a pour effet d'augmenter leur énergie de liaison : on parle de nucléons "appariés". On note également que cet effet de l'appariement sur l'énergie de liaison tend à diminuer avec le nombre de nucléons selon une loi de puissance $p(N, Z) = a_p A^k$ dont on déduit expérimentalement les valeurs $a_p \simeq 11.2$ MeV et de l'exposant $k = -1/2$, en mesurant l'énergie de séparation du dernier nucléon [Myers, 1976]. On distingue alors trois cas dans lesquels la fonction $p(N, Z)$ prend différentes valeurs.

$$p(N, Z) = \begin{cases} -a_p A^{-1/2} & \text{lorsque N et Z sont paires} \\ +a_p A^{-1/2} & \text{lorsque N et Z sont impaires} \\ 0 & \text{lorsque A est impaire.} \end{cases} \quad (1.20)$$

Le modèle de la goutte liquide ainsi construit présente des paramètres qui sont en lien très étroit avec l'expérience et permet d'en extraire certaines grandeurs empiriques caractérisant la matière nucléaire, comme l'énergie de liaison moyenne par nucléon, l'énergie de symétrie, ou encore l'incompressibilité. Il est à noter que ce type de modèle est basé sur une analogie avec une goutte liquide constituée d'une assemblée de molécules et reproduit donc mieux les propriétés des noyaux ayant un nombre important de nucléons.

1.3.4 Équation d'état de la matière nucléaire à l'équilibre β

Le comportement macroscopique de la matière nucléaire peut être décrit par son équation d'état. Une équation d'état est une équation qui consiste à relier les grandeurs thermodynamiques qui caractérisent un système (par exemple l'évolution de la pression en fonction de la

densité d'énergie). La construction d'une équation d'état s'appuie sur le fait que le système soit localement à l'équilibre thermodynamique. Cette condition se traduit par le fait que l'on puisse définir des grandeurs intensives de façon claire dans le domaine considéré, comme par exemple, la température (équilibre thermique), la pression (équilibre mécanique) ou le potentiel chimique des espèces en présence (équilibre chimique).

L'équation d'état décrit uniquement des propriétés macroscopiques du système, mais dépend de certaines propriétés microscopiques comme les interactions entre les particules composant le milieu. Ces interactions peuvent avoir un impact, par exemple sur la pression, comme c'est le cas pour la pression de radiation engendrée par les photons issus de la fusion de l'hydrogène, qui parvient à stabiliser les étoiles sur la séquence principale. Les espèces en présence peuvent donc se convertir en d'autres espèces via des interactions et leur nombre n'est pas constant. Ceci implique que, lorsque l'équilibre chimique est atteint, le système est caractérisé par un certain nombre de charge conservées inférieur au nombre d'espèce en présence. Ceci nous permet d'établir des équations couplant les degrés de liberté du système.

Dans le cas de la matière nucléaire, nous avons vu dans la section 1.1.2 que les réactions suivantes (aussi appelées réactions β) étaient possibles à l'intérieur des étoiles à neutrons :



Ces équations nous permettent de coupler les potentiels chimiques des neutrons, des protons et des électrons à l'équilibre chimique, en prenant en compte le fait que les neutrinos interagissent très peu avec la matière, ils s'échappent du milieu :

$$\mu_p + \mu_{e^-} = \mu_n. \quad (1.23)$$

D'autre part, la condition de neutralité électrique impose l'égalité entre le nombre de protons N_p et le nombre d'électrons N_{e^-} :

$$N_{e^-} = N_p. \quad (1.24)$$

Enfin, la charge baryonique N_b doit être également conservée :

$$N_b = N_n + N_p. \quad (1.25)$$

L'équation d'état d'un système s'obtient en minimisant son énergie, tout en imposant les équilibres thermique, chimique, et mécanique. On obtient donc trois équations couplées – équations (1.23), (1.24) et (1.25) – pour trois inconnues. La solution de ces équations fournit l'équation d'état du système, par exemple l'énergie par particule e en fonction de la densité baryonique $n_b = n_p + n_n$, et de l'asymétrie en isospin δ .

À partir de cette équation d'état, on peut extraire la pression du système :

$$P_n(n_b, \delta) = n_b^2 \frac{\partial e}{\partial n_b}, \quad (1.26)$$

ainsi que l'énergie de symétrie :

$$S_2(n_b) = \frac{1}{2} \frac{\partial^2 e(n_b, \delta)}{\partial \delta^2} \Big|_{n_1=0}. \quad (1.27)$$

Certaines contraintes doivent être respectées par les différents modèles afin de reproduire les propriétés de la matière nucléaire, comme par exemple le fait d'avoir un minimum d'énergie à la densité de saturation nucléaire, ou le fait que l'énergie de symétrie soit toujours positive.

Nous avons vu dans cette section que le comportement de la matière nucléaire pouvait être caractérisé par la valeur de certains paramètres empiriques, et que ses propriétés peuvent être très différentes à haute densité, comme par exemple dans le cœur des étoiles à neutrons. Dans la section suivante nous discutons de la composition de l'intérieur des étoiles à neutrons.

1.4 Structure des étoiles à neutrons

1.4.1 Compacité des étoiles à neutrons

L'énergie gravitationnelle d'un objet de masse M auto-gravitant peut s'obtenir en mécanique Newtonienne en intégrant le potentiel gravitationnel sur le rayon R de l'astre supposé sphérique :

$$E_{\text{grav}} = - \int_0^R \frac{Gm(r)dm}{r} = -4\pi G \int_0^R m(r)\rho(r)rdr, \quad (1.28)$$

où $G = 6,6742 \cdot 10^{-11} \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1} \text{ s}^{-2}$ est la constante de couplage universelle de la gravitation, $m(r)$ est la masse incluse dans une sphère de rayon r , et $\rho(r) = (1/(4\pi r^2))(dm/dr)$, représente la densité en fonction de la distance r depuis le centre de l'étoile. L'énergie gravitationnelle correspond à l'énergie qu'il faut apporter pour disperser à l'infini les particules constituant le système.

En faisant l'approximation d'une densité uniforme à l'intérieur de l'astre, on obtient :

$$E_{\text{grav}} = -\frac{3}{5} \frac{GM^2}{R}, \quad (1.29)$$

permettant ainsi de comparer l'énergie gravitationnelle à l'énergie de masse de l'objet, et de définir le "paramètre de compacité" Ξ d'un astre de masse M et de rayon R :

$$\frac{E_{\text{grav}}}{Mc^2} = -\frac{3}{5} \frac{GM}{Rc^2} = -\frac{3}{5} \Xi. \quad (1.30)$$

En relativité générale, ce paramètre permet de quantifier la déviation relative à la métrique plate de Minkowski induite par les effets de relativité générale autour de l'objet (voir [Gourgoulhon, 2005]). Dans le cas d'une naine blanche, on obtient une compacité de $\Xi \simeq 10^{-3}$ qui reste relativement faible, tandis que pour une étoile à neutrons, la compacité est de l'ordre de $\Xi \simeq 0.2$, impliquant que leur étude doit absolument se faire dans le cadre de la relativité générale.

Pour un astre sphérique statique, de masse M et de rayon R , la métrique de Schwarzschild décrit la déformation de l'espace-temps due au champ gravitationnel de l'astre. On peut alors exprimer l'intervalle d'espace-temps ds en coordonnées sphériques (r, θ, ϕ) de la sorte (voir [Glendenning, 2000]) :

$$(ds)^2 = - \left(1 - \frac{2GM}{Rc^2}\right) (cdt)^2 + \left(1 - \frac{2GM}{Rc^2}\right)^{-1} (dr)^2 + r^2(d\theta)^2 + r^2 \sin^2(\theta)(d\phi)^2. \quad (1.31)$$

On voit apparaître dans l'équation (1.31) les facteurs provenant de la relativité générale et modifiant les coordonnées radiales et temporelles. On obtient une singularité (le trou noir) lorsque

ces composantes divergent, soit quand le rayon atteint le "rayon de Schwarzschild" R_{sh} , en dessous duquel même la lumière ne peut s'échapper (aussi appelé "horizon du trou noir") :

$$R_{sh} = \frac{2GM}{c^2}. \quad (1.32)$$

Cela impose un rayon minimal qui dépend de la masse de l'objet, en dessous duquel il s'effondre en trou noir.

On peut supposer que la vitesse de rotation Ω des étoiles à neutrons est négligeable tant que l'énergie centrifuge est faible par rapport à l'énergie gravitationnelle (approximation Newtonienne) :

$$\frac{R^3\Omega^2}{GM} \ll 1. \quad (1.33)$$

L'étoile à neutrons ayant la plus grande vitesse de rotation connu aujourd'hui est le pulsar PSR J1748-2446ad, avec une fréquence de 716 Hz (correspondant à une période de 1.396 ms) [Hessels et al., 2006]. En supposant que ce pulsar possède une masse de $1.4 M_\odot$ et un rayon de 12 km (correspondant aux valeurs moyennes estimés pour les étoiles à neutrons), on obtient le rapport $R^3\Omega^2/GM \simeq 0.11$, pour une vitesse de l'étoile à sa surface dans le plan équatorial proche de $c/6$. On peut donc raisonnablement faire cette hypothèse pour la plupart des étoiles à neutrons. Si l'énergie centrifuge dépasse l'énergie gravitationnelle, l'étoile explose sous l'effet de sa propre rotation. On peut alors définir une vitesse maximale de rotation (aussi appelée "vitesse képlérienne", en approximation Newtonienne) au delà de laquelle l'astre serait disloqué par les forces centrifuges :

$$\Omega_K = \sqrt{\frac{GM}{R^3}}. \quad (1.34)$$

Supposons une étoile à neutrons en rotation avec une période P de l'ordre de la milliseconde, et en faisant l'hypothèse d'une densité constante $\bar{\rho}$, on obtient une valeur minimale pour la densité :

$$\bar{\rho} = \frac{M}{V} = \frac{3M}{4\pi R^3} > \rho_{\min} = \frac{3\Omega^2}{4\pi G} \simeq 1.4 \times 10^{14} \left(\frac{1 \text{ ms}}{P} \right) \text{ g cm}^{-3}. \quad (1.35)$$

Cette valeur illustre bien le fait que les étoiles à neutrons doivent posséder des densités de l'ordre de la densité de saturation nucléaire ($\rho_{\text{sat}} = 2.7 \times 10^{14} \text{ g cm}^{-3}$).

1.4.2 Équilibre hydrostatique : équations TOV

Afin de décrire la stabilité des étoiles à neutrons, on peut se baser sur les travaux de Richard Tolman qui étudie en 1939 les métriques à symétrie sphérique de la relativité générale [Tolman, 1939] et ceux de J. Robert Oppenheimer et George Volkoff qui, en 1939, proposent trois solutions analytiques décrivant l'intérieur d'un astre compact en espace courbe [Oppenheimer and Volkoff, 1939]. On peut considérer en première approximation que les étoiles à neutrons sont sphériques, bien que certaines d'entre elles ayant une vitesse de rotation importante, peuvent être légèrement déformées [Cadeau et al., 2007, Morsink et al., 2007] et se trouver plus aplaties aux pôles de rotation.

On peut caractériser le contenu local en masse-énergie à l'intérieur de l'étoile, en l'assimilant à une sphère composée d'un fluide parfait, sans effets de conduction thermique ou de viscosité. Le tenseur énergie-impulsion s'écrit :

$$T^{\alpha\beta} = (\epsilon + P)u^\alpha u^\beta + P g^{\alpha\beta}, \quad (1.36)$$

où P représente la pression, ϵ la densité d'énergie totale, et u la quadri-vitesse du fluide.

On en déduit le système d'équations de Tolman-Oppenheimer-Volkoff (système TOV), après avoir ré-exprimé les équations d'Einstein pour une symétrie sphérique et la métrique de Schwarzschild (1.31) [Oppenheimer and Volkoff, 1939, Tolman, 1939] :

$$\frac{dm(r)}{dr} = 4\pi r^2 \epsilon(r), \quad (1.37)$$

$$\frac{d\phi(r)}{dr} = \frac{Gm(r)}{r^2} \left(1 + 4\pi r^3 \frac{P(r)}{m(r)c^2} \right) \left(1 - \frac{2Gm(r)}{rc^2} \right)^{-1}, \quad (1.38)$$

$$\frac{dP(r)}{dr} = - \left(\epsilon(r) + \frac{P(r)}{c^2} \right) \frac{d\phi}{dr}, \quad (1.39)$$

où $m(r)$ est la masse incluse dans une sphère de rayon r , M est la masse totale de l'étoile et $c = 3.10^8 m.s^{-1}$ est la vitesse de la lumière dans le vide. On retrouve les équations de l'hydrostatique classique en passant à la limite Newtonienne : faire tendre la vitesse de la lumière vers l'infini. Ceci met en évidence les termes dus à la relativité générale dans les équations (1.38) et (1.39).

L'équation (1.37) traduit la relation simple entre la masse incluse dans une sphère à un certain rayon r du centre de l'astre, et la densité d'énergie dans cette sphère $\epsilon(r)$ (Notons que dans l'approximation Newtonienne, ce terme serait remplacé par la densité de masse) ; L'équation (1.38) relie le champ gravitationnel $\phi(r)$ à la pression et à la masse incluse à un certain rayon r , le premier terme correspond à ce que l'on trouve en mécanique newtonienne, et les deux termes suivants sont des corrections apportées par la relativité générale. On voit notamment apparaître le rayon de Schwarzschild en dessous duquel l'étoile s'effondrerait en trou noir ($R_{sh} = 2Gm/c^2$). Pour une étoile à neutrons, il est intéressant de comparer son rayon, à son rayon de Schwarzschild.

$$\frac{R_{sh}}{R} \simeq 0.1 - 0.2. \quad (1.40)$$

Ces valeurs illustrent bien le fait que les étoiles à neutrons sont des objets dont l'étude nécessite d'être faite dans le cadre de la relativité générale. Enfin l'équation (1.39) donne l'évolution de la pression en fonction du rayon et le champ gravitationnel ϕ déterminé par l'équation (1.38).

1.4.3 Structure interne des étoiles à neutrons

On peut séparer une étoile à neutrons en différentes régions : on trouve d'abord une atmosphère de quelques centimètres, puis on passe de la surface de l'étoile, à la croûte externe solide, puis à la croûte interne où la matière s'enrichit en neutrons avec la densité. On entre ensuite dans le cœur externe à partir du moment où la densité dépasse la moitié de la densité de saturation nucléaire ρ_{sat} , puis enfin le cœur interne de l'étoile, où la densité peut atteindre 3 à 4 fois ρ_{sat} et dont la composition est encore mal connue (voir [Oertel et al., 2017] pour une revue détaillée). Nous décrivons brièvement les différentes couches citées ci-dessus dans les sections suivantes.

1.4.3.1 Atmosphère

La couche la plus externe de l'astre influence l'émission thermique, qui est celle qui est observée et dont nous cherchons à extraire des informations sur la masse et le rayon de ces astres. Il peut s'agir d'une phase gazeuse (on parle donc d'une atmosphère), mais peut aussi bien être liquide ou solide, sans atmosphère, en fonction de la température effective de surface, de l'intensité des

champs magnétiques et gravitationnels à la surface de l'étoile à neutrons, et de sa composition chimique [Ruderman, 1971a, Zavlin and Pavlov, 2002]. Pour la plupart des étoiles à neutrons cependant, il est communément admis qu'elle possède une atmosphère, dont nous discutons ci-après.

L'atmosphère d'une étoile à neutrons est de l'ordre de $0.1 - 10$ cm [Bogdanov et al., 2016] et d'une densité couvrant le domaine suivant : $\rho \sim 10^{-2} - 10^2$ g cm⁻³. En raison du champ gravitationnel très important, l'accélération gravitationnelle à la surface de l'étoile est de l'ordre de $g \sim 10^{14} - 10^{15}$ cm s⁻² [Zavlin and Pavlov, 2002]. En conséquence les éléments constituant l'atmosphère sont stratifiés en profondeur [Alcock and Illarionov, 1980].

L'atmosphère est – pour la majorité des étoiles à neutrons – composée purement d'hydrogène, excepté pour des étoiles à neutrons qui accrètent de la matière provenant de leur compagnon au sein de systèmes binaires. A la différence des étoiles ordinaires, la présence possible d'une mixture d'éléments en surface n'a qu'une très faible influence sur l'émission. Ainsi même si la composition de l'atmosphère ne possède qu'une très faible proportion d'hydrogène ($\sim 10^{-20}M_{\odot}$) c'est l'hydrogène qui domine l'émission de surface [Zavlin and Pavlov, 2002]. La plupart des étoiles à neutrons possèderaient donc une atmosphère comportant au moins cette portion d'hydrogène. La provenance de cet hydrogène est simple : il peut avoir été acquis au cours d'une supernovæ d'effondrement gravitationnel, ou bien il peut provenir de la simple accréation de l'hydrogène présent dans le milieu inter-stellaire [Özel, 2013, Bogdanov et al., 2016]. Certaines étoiles peuvent cependant ne pas contenir du tout d'hydrogène en surface. C'est le cas par exemple des étoiles à neutrons dans des systèmes binaires en accréation, dont le compagnon possède une atmosphère d'éléments plus lourds que l'hydrogène, et donc la vitesse d'accréation est trop rapide, ce qui empêche la stratification des éléments. Notons que même dans ce cas, la production d'éléments légers est possible par spallation, même si la matière accrétée consiste uniquement en des éléments lourds [Özel, 2013].

En conclusion, l'hydrogène domine très certainement l'émission en surface de la plupart des étoiles à neutrons, sauf peut-être dans de rares cas. La difficulté consiste à réussir à déterminer de façon indépendante la présence ou l'absence d'hydrogène en surface pour pouvoir interpréter correctement les spectres d'émission.

1.4.3.2 Surface ou océan

La surface consiste probablement en un océan de métal liquide (le facteur coulombien introduit dans la section 1.1.1 prenant une valeur $0.1 < \Gamma < 180$ à la surface d'une étoile à neutrons) de quelques mètres de profondeur, où la densité est encore inférieure à la densité critique de neutronisation $\rho_{\beta} \simeq 10^6 - 10^7$ g cm³. La densité est cependant suffisante pour ioniser les éléments : la matière est donc un plasma d'ions positifs baignant dans un liquide d'électrons. La température étant proche de la température de solidification du plasma [Haensel et al., 2007], il pourrait aussi s'agir d'un solide amorphe composé de noyau de ⁵⁶Fe. Dans cette couche, les électrons sont encore non-relativistes.

La surface ne joue pas de rôle pour l'interprétation des spectres d'émission : sa composition n'a pas d'influence, sa taille et sa masse sont négligeables.

1.4.3.3 L'écorce externe

L'écorce externe des étoiles à neutrons s'étend sur quelques centaines de mètres. Elle est située entre la surface et l'écorce interne de l'étoile, à partir de laquelle la densité dépasse la densité de la "drip-line neutron" ρ_{ND} , voir la section 1.4.3.4. La densité de l'écorce externe est telle que la neutronisation peut se produire. Il s'agit de la conversion des protons en neutrons, par capture électronique.

Dans l'écorce, les degrés de liberté fondamentaux sont les noyaux (avec $26 < Z < 36$, et $30 < N < 82$) et les électrons [Chamel and Haensel, 2008]. Avec l'augmentation de la densité les noyaux sont de plus en plus riches en neutrons. Ainsi on trouve dans la région la moins dense, un réseau coulombien où les atomes de ^{56}Fe s'organisent en un réseau cubique à face centrée, de façon à minimiser leur énergie. Le potentiel électrique des atomes est écranté par le nuage d'électrons qui les entourent, et ces derniers occupent uniformément l'espace sous forme d'un liquide relativiste. L'ensemble de ces constituants est à l'équilibre β , voir par exemple [Haensel et al., 2007, Chamel and Haensel, 2008]. Plus en profondeur, la densité augmente et le fer est remplacé par des noyaux de plus en plus riches en neutrons. La structure de l'écorce est parfaitement déterminée jusqu'au $^{80}_{30}\text{Zn}$ (correspondant à une densité de $\simeq 10^{10} \text{ g cm}^{-3}$) par les données expérimentales [Chamel and Haensel, 2008]. Au delà, les noyaux deviennent trop riches en neutrons pour pouvoir être produit auprès des installations nucléaires existante à ce jour. On doit alors extrapoler nos connaissances à partir des masses des noyaux existants grâce à des modèles théoriques fiables.

1.4.3.4 L'écorce interne

Lorsque la densité dépasse la densité de la "drip-line neutron" $\rho_{ND} \simeq 4 \times 10^{11} \text{ g cm}^{-3}$, le potentiel chimique des neutrons devient positif. Les noyaux ne peuvent donc pas lier de neutrons supplémentaires, et ceux ci forment un liquide uniforme. On préfère aussi appeler "clusters" (ou agrégats) les systèmes finis, plutôt que "noyaux" du fait de leur équilibre avec le liquide de neutrons [Chamel and Haensel, 2008]. L'écorce interne s'étend sur environ 1 km et varie en densité de ρ_{ND} à $\rho \simeq 0.5 \rho_{\text{sat}}$. Les neutrons sont superfluides, voir la section 1.3.3.5, ce qui a des conséquences sur la modélisation des étoiles à neutrons et sur leur propriétés de transport [Ravenhall et al., 1983].

Dans les régions les plus profondes de l'écorce, la compétition entre les interactions nucléaires et coulombiennes conduit à déformer très fortement les noyaux, qui changent de géométries : des tubes, des membranes, etc... Par analogie avec la diversité des pâtes italiennes, on appelle cette phase la phase "pasta" [Ravenhall et al., 1983, Pethick et al., 1995], comme illustré sur la figure 1.6.

La modélisation de l'écorce des étoiles à neutrons, bien qu'elle ne représente qu'une faible portion de la masse totale, a une influence non-négligeable sur leur rayon, voir par exemple [Fortin et al., 2016]. La modélisation de l'écorce interne est essentiellement basée sur la théorie car aucune expérience réalisable en laboratoire sur Terre jusqu'à ce jour ne peut reproduire la matière nucléaire non-homogène dans laquelle des noyaux coexistent avec un liquide de neutrons libres, voir [Chamel and Haensel, 2008].

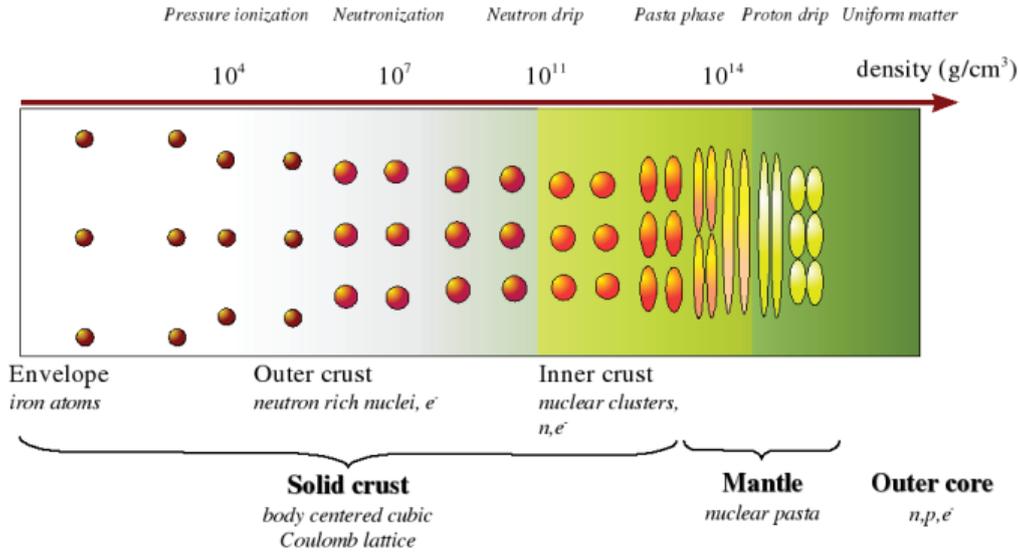


FIGURE 1.6 – Représentation des différentes phases présentes dans la croûte et dans l'écorce interne d'une étoile à neutrons en fonction de la densité. Source : [Chamel and Haensel, 2008].

1.4.3.5 Le cœur externe

Le cœur des étoiles à neutrons représente environ 99% de leur masse totale, et son étude est donc primordiale pour la détermination des propriétés générales des étoiles à neutrons. Le cœur externe, est la région qui fait la jonction entre l'écorce et le cœur interne. Il est constitué d'un liquide de neutrons et de protons – respectivement superfluides et supraconducteurs – et d'un gaz d'électrons ultra-relativiste en équilibre β , voir [Chamel and Haensel, 2008]. Lorsque la densité dépasse la densité de saturation nucléaire, l'énergie de Fermi des électrons se rapproche de la masse du muon au repos, et cette espèce est susceptible d'apparaître également. On pénètre ensuite dans le cœur interne de l'étoile à neutrons, région encore mal connue pour laquelle différents modèles sont plausibles.

1.4.3.6 Le cœur interne

Selon la masse des étoiles à neutrons, la densité dans le cœur de l'étoile à neutrons peut atteindre jusqu'à $4 - 6 \rho_{\text{sat}}$. Le comportement de la matière à ces densités ne peut être étudié dans des expériences réalisables sur Terre, sauf sur des temps très brefs où la matière est hors-équilibre. Il existe beaucoup de modèles différents qu'il est difficile de discriminer dans l'état actuel des observations. Nous reviendrons en détail sur l'observation des étoiles à neutrons et sur les quantités qui véhiculent de l'information concernant la composition du cœur, i.e. la masse et le rayon, dans la section 1.5.

La compréhension théorique de cet état de la matière dépend de la compréhension de la chromo-dynamique quantique (QCD) qui est la théorie des quarks et des gluons. La matière que nous considérons est dite dans un régime non-perturbatif, où ces quarks et gluons sont confinés dans des hadrons et des mésons. On peut étudier la QCD de deux façons : avec une approche *ab-initio* en réalisant les calculs exacts à partir du Lagrangien du modèle standard, ou avec une approche phénoménologique en construisant des modèles effectifs qui reproduisent les propriétés de la matière en interaction forte. À ce jour, les calculs *ab-initio* sont réalisés sur

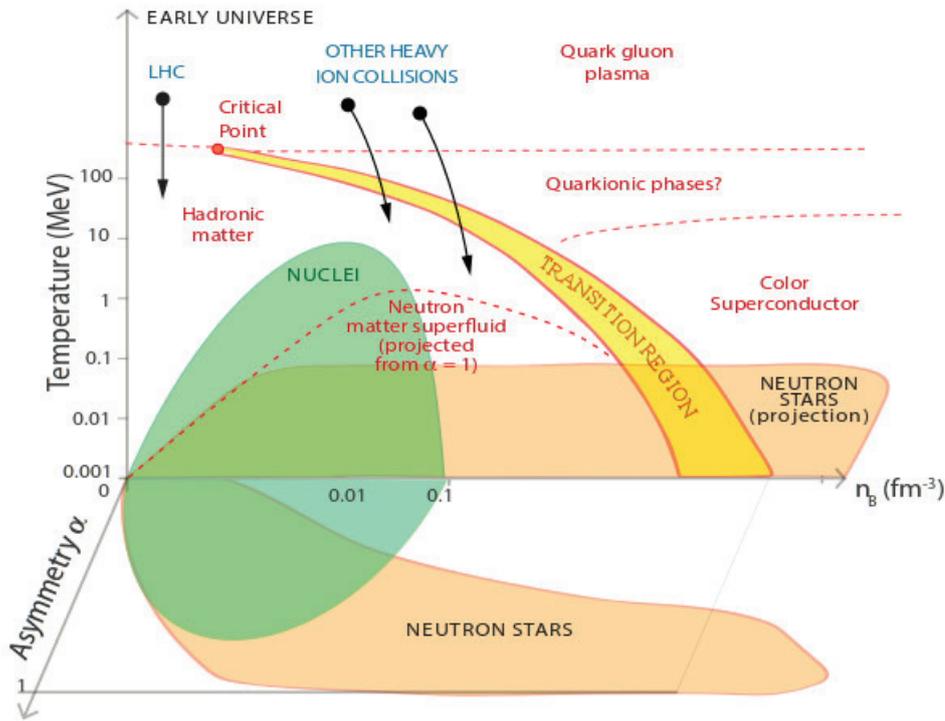


FIGURE 1.7 – Diagramme de phase symbolique de la QCD, en fonction de la température, de la densité ainsi que de l’asymétrie en isospin. On y trouve la matière nucléaire ordinaire à basse température et basse densité, la phase hadronique lorsqu’on explore des températures et densité plus élevées, jusqu’à la transition de phase vers le plasma de quarks et gluons. Les expériences de collision d’ions lourds menées au LHC permettent d’explorer la partie haute température/basse densité du diagramme, tandis que les étoiles à neutrons explorent la région haute densité/basse température. Elles permettent également de sonder la matière asymétrique, jusqu’ici difficile à sonder en laboratoire. Source : [Watts et al., 2015].

réseau (on parle de Lattice-QCD), et permettent, au regard de la puissance de calcul disponible, de reproduire deux nucléons en interaction. On est donc encore très loin des quelques 10^{57} nucléons qui composent une étoile à neutrons. On utilise donc des modèles effectifs pour décrire le cœur des étoiles à neutrons. Ces modèles doivent reproduire les transitions de phase connues et prédites par la QCD (à température finie). Les transitions de phase à densité finie sont difficiles à sonder expérimentalement ainsi que théoriquement.

On peut envisager différentes transitions de phase, en considérant l’apparition de nouvelles particules dans le milieu, rendues possible par un réarrangement des quarks plus favorable selon la densité atteinte. Les calculs de ces modèles ne peuvent se faire en utilisant directement les constituants élémentaires de la matière, à savoir les quarks et les gluons, car la QCD ne devient perturbative que pour des potentiels chimiques autour de 3 à 6 GeV correspondant à une densité 10 à 100 fois supérieure à la densité de saturation nucléaire [Baym et al., 2018]. La figure 1.7 illustre les phases hypothétiques de la matière en fonction de la température, de la densité, et de l’asymétrie d’isospin. Hormis pour les très jeunes étoiles à neutrons, ou dans le stade final de la fusion de deux étoiles à neutrons, où la température peut atteindre 100 MeV, leur températures sont inférieures à 10^{10} K (ou de façon équivalente à 1 MeV) [Baym et al., 2018], elles n’explorent

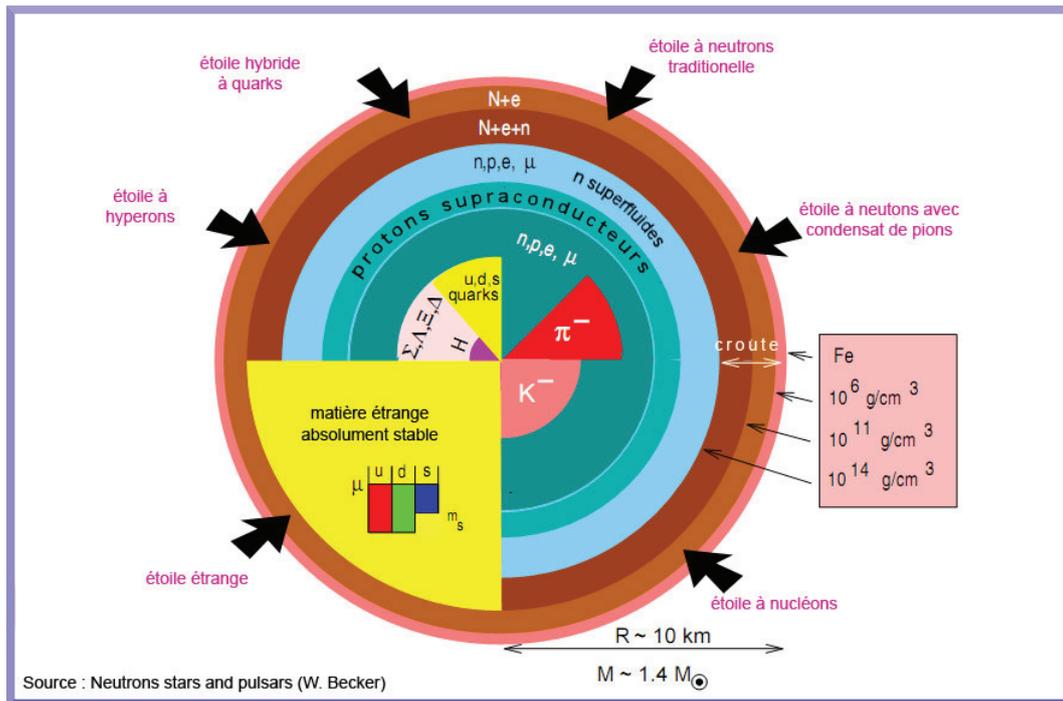


FIGURE 1.8 – Diagramme en coupe d'une étoile à neutrons, où figurent différentes phases de ces astres. On y trouve une fine atmosphère en périphérie ; une croûte où les noyaux se trouvent sur un réseau coulombien, puis les neutrons sont progressivement moins liés aux noyaux, jusqu'à former un gaz de neutrons, voir un superfluide, puis les protons peuvent eux aussi s'apparier et devenir supraconducteur ; enfin le cœur de l'étoile peut être décrit par différents modèles : de la matière nucléonique pure, des condensats de mésons, des hyperons, un plasma de quarks et de gluons (QGP), voir de la matière étrange absolument stable. Source : [Weber et al., 2007].

donc pas ce diagramme sur l'axe des températures, mais le long des axes de la densité et de l'asymétrie.

Il est possible de séparer les modèles existants en différentes catégories, représentées sur le diagramme en coupe de la figure 1.8 :

— **Les modèles purement nucléoniques :**

Ces modèles ne prédisent aucune transition de phase. Les degrés de liberté thermodynamiques demeurent les neutrons, les protons, les électrons, et éventuellement les muons dans la totalité de l'étoile. Ces modèles reposent sur l'extrapolation à haute densité de nos connaissances concernant la matière nucléaire en laboratoire. Différentes approches sont recensées dans la Ref. [Gandolfi et al., 2015]. Dans la section 2.2, nous présentons une méta-modélisation de la matière purement nucléonique, qui fait l'objet de cette thèse.

— **Les modèles à condensation de mésons :**

Il est possible de former des condensats de Bose-Einstein de mésons dans la région la plus dense des étoiles à neutrons, lorsque le potentiel chimique des électrons dépasse l'énergie de masse du méson en question. Les premiers états excités étant donc les pions et les kaons [Baym, 1973].

— **Les modèles à hyperons :**

Au delà de $2 - 3 \rho_{\text{sat}}$, l'apparition du quark s ("strange" ou "étrange") en tant que quark de

valence est rendu possible dans certains hadrons appelés "hypérons" [Glendenning, 2000, Baldo et al., 2000]. La difficulté d'étudier la possible présence d'hypérons dans le cœur des étoiles à neutrons provient notamment du fait que leurs potentiels d'interactions avec les nucléons, ou entre eux, sont encore mal contraints par les expériences de physique nucléaire menées en laboratoire [Baym et al., 2018]. De futurs calculs Monte-Carlo sur réseaux résolvant la QCD devrait apporter de nouvelles contraintes sur ces interactions [Inoue and HAL QCD Collaboration, 2016].

— **Les modèles hybrides :**

Comme illustré sur la figure 1.7, la QCD prédit une transition de phase vers un plasma de quarks et de gluons. La constante de couplage de l'interaction forte étant décroissante avec l'énergie, il arrive un moment où les conditions de densité et de température permettent aux quarks de ne plus être confinés à l'intérieur des hadrons (on parle de liberté asymptotique des quarks). Les expériences menées dans les collisionneurs comme le LHC permettent d'explorer ce diagramme le long de l'axe de la température. En effet, les densités baryoniques mises en jeu lors d'une collision (même d'ions lourds) sont négligeable devant la densité de gluons impliqués. Les étoiles à neutrons constituent donc le meilleur laboratoire que l'on ait à disposition pour sonder la matière nucléaire à haute densité, et basse température (la température du cœur des étoiles à neutrons étant faible devant les énergies des particules composant le cœur, voir section 1.1.2) et d'étudier ces transitions de phase. On s'attend à plusieurs types de transition : la transition de phase chirale (une des symétries brisée du Lagrangien de QCD), au cours de laquelle la symétrie chirale est restaurée; et la transition de déconfinement des quarks, au cours de laquelle les quarks, habituellement confinés au sein des nucléons, astreints à former un singlet de couleur blanche², sont libres et forment un plasma de quarks et de gluons (QGP) [Glendenning, 2000, Lattimer and Prakash, 2001]. Ces deux transitions de phase sont supposées se produire dans des conditions thermodynamiques relativement proches, mais l'ordre dans lequel elles apparaissent n'est pas encore clair à densité finie. De plus, les étoiles à neutrons permettent de sonder les phases de QCD dans la matière fortement asymétrique en isospin, ce qui est difficile à réaliser sur Terre. D'autres phases plus exotiques sont prédites à des densités et températures différentes, comme la phase de supraconductivité de couleur, ou la phase quarkonique. Dans ces modèles, le cœur de quarks libres est supposé être très petit [Ranea-Sandoval et al., 2016]. La résolution des équations TOV se fait alors en construisant une équation d'état mixte, décrivant une phase déconfinée à haute densité, et nucléonique à plus basse densité, en les connectant par une construction de Maxwell ou de Gibbs [Glendenning, 2000, Bhattacharyya et al., 2010]. Selon les modèles d'étoiles hybrides, le cœur de quark de l'astre peut occuper un rayon très important.

— **Les modèles d'étoiles étranges :**

Il est également envisageable que la densité dans le cœur des étoiles à neutrons soit assez élevée pour permettre de franchir une barrière de potentiel au delà de laquelle l'état le plus fondamental de la matière n'est pas constitué de quarks confinés dans les hadrons, mais d'un mélange de quarks up, down et strange dont les potentiels chimiques sont en équilibre [Bodmer, 1971, Farhi and Jaffe, 1984, Haensel et al., 1986]. Des étoiles de ce

2. Les quarks possèdent une charge de "couleur" qui peut être rouge, verte, bleu, anti-rouge, anti-verte, ou anti-bleu. Un singlet de couleur blanche est obtenu lorsque l'on forme un état lié des trois couleurs : rouge – vert – bleu, ou un état lié couleur – anti-couleur

type sont appelées "étoiles étranges" et possèderaient un cœur occupant la quasi-totalité de l'astre, avec une structure déviant fortement de celles prédites par les autres modèles [Itoh, 1970, Lattimer, 2004], et avec une densité de surface très élevée ($\rho \simeq 10^{15} \text{ g cm}^3$) comme illustré sur la figure 1.8.

Ainsi, selon les modèles envisagés, il peut apparaître différentes espèces à l'intérieur des étoiles à neutrons. Ces nouveaux degrés de liberté permettent une meilleure répartition de l'énergie cinétique et rendent généralement l'équation d'état plus molle, ce qui a pour conséquence de produire des rayons d'étoiles à neutrons plus petits, et des masses maximales plus faibles. Les nouveaux canaux d'interaction associés à ces nouvelles espèces peuvent cependant être fortement répulsifs, ce qui durcirait l'équation d'état. Dans ce cas, il est possible que l'effet de durcissement de l'équation d'état causé par de nouvelles interactions répulsives soit exactement compensé par l'amollissement de l'équation d'état. La transition de phase serait alors difficilement discernable et l'on parle de phénomène de "mascarade" [Alford et al., 2005]. Les modèles avec et sans transition de phase peuvent néanmoins se distinguer par les propriétés dynamiques prédites, telles que les propriétés liées aux phénomènes de transport, comme la viscosité ou la conductivité thermique.

1.4.4 Lien entre l'équation d'état et la relation masse-rayon :

Le système TOV consiste en trois équations pour quatre variables, il est donc nécessaire de rajouter une équation supplémentaire pour le résoudre. Cette équation supplémentaire est l'équation d'état, donnée par la relation $P(\epsilon)$. Cette équation d'état dépend de la nature des particules composant l'étoile et de leurs interactions.

Le rayon total R de l'étoile est défini comme le rayon pour lequel la pression s'annule, de façon à se trouver en équilibre avec le vide de pression nulle à l'extérieur de l'astre : $P(r = R) = 0$. On obtient alors la masse gravitationnelle totale M en intégrant l'équation (1.37) jusqu'à $M = m(R)$. La résolution se fait en supposant une densité centrale $\rho(r = 0) = \rho_c$ pour laquelle l'équation d'état fournit une pression centrale $P(\rho_c) = P_c$, et l'on intègre les équations en prenant les conditions aux limites suivantes :

$$m(r = 0) = 0, \quad (1.41)$$

$$\phi(r > R) = \frac{c^2}{2} \ln \left(1 - \frac{2GM}{Rc^2} \right). \quad (1.42)$$

La première condition est équivalente à poser $dP/dr = 0$, en $r = 0$. La deuxième condition assure la connexion à la surface entre la solution à l'intérieur de l'astre et celle dans le vide – à l'extérieur – où elle est donnée par la métrique de Schwarzschild.

Pour une équation d'état donnée et à une densité centrale donnée correspond un unique couple (Masse totale – Rayon total), et l'on obtient une famille de points – relation M-R – en faisant varier cette densité centrale. En règle générale, la résolution de ce système est complexe à cause de sa non-linéarité, et l'on procède à une résolution numérique. Il existe cependant des solutions analytiques du système TOV, l'un des types de solution les plus simples et très largement utilisées sont les équations d'état polytropiques [Read et al., 2009a], dans lesquels on considère que la pression suit une loi de puissance avec la densité $P = \kappa \rho^\Gamma$.

La résolution des équations TOV fait apparaître une masse maximale, correspondant à une densité centrale critique ρ_{max} telle que :

$$\left. \frac{dM}{d\rho_c} \right|_{\rho_c = \rho_{max}} < 0, \quad (1.43)$$

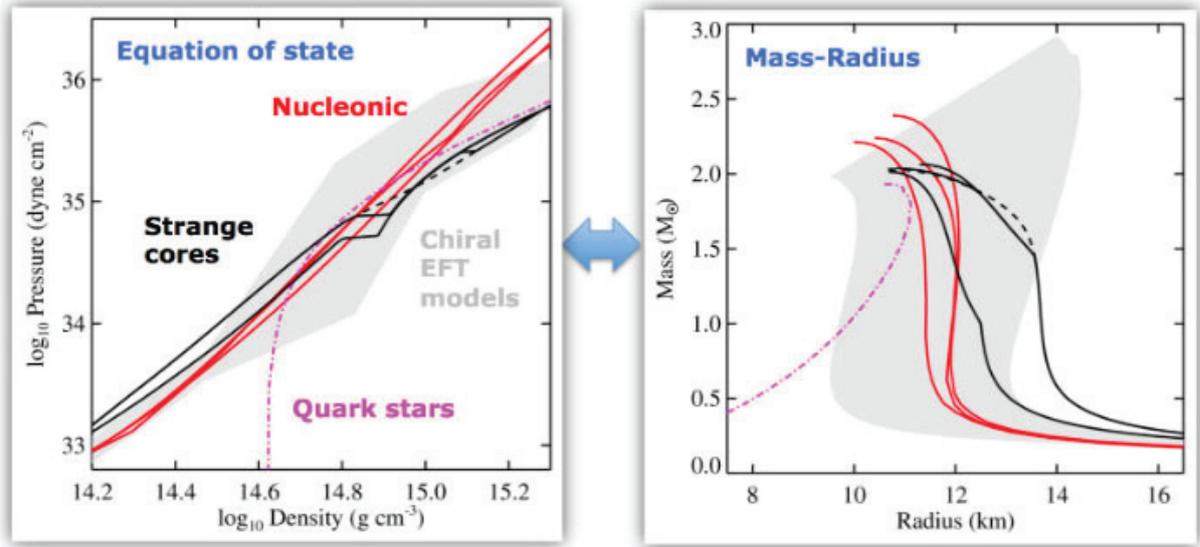


FIGURE 1.9 – À gauche : Différentes équations d'état obtenues avec des modèles purement nucléonique (en rouge), avec apparition de quarks de valence étranges à partir d'une certaine densité (en noir) et supposant des quarks libres (en violet). À droite : les différentes relation M-R dérivées des trois types de modèle présenté à gauche. On remarque que certaines propriétés de l'équation d'état (comme par exemple le "genou" correspondant à la transition de phase vers de la matière étrange pour les courbes noires), se retrouvent dans les relation M-R obtenues. Le caractère "mou" ou "dur" de l'équation d'état modifie la pente des relations M-R. Source : [Watts et al., 2015].

au delà de laquelle l'étoile est instable par rapport à des perturbations radiales, et s'effondre en trou noir.

Les solutions analytiques de [Tolman, 1939, Oppenheimer and Volkoff, 1939] ne prennent pas en compte l'interaction entre les constituants de l'étoile, et prédisent une masse maximale autour de $0.7 M_{\odot}$, cependant, des solutions polytropiques plus élaborées permettent d'obtenir des masses plus élevées [Read et al., 2009a]. Du fait des observations astronomiques, nous savons que cette masse limite est sous-estimée, ce qui illustre l'importance de l'interaction nucléaire afin de reproduire les mesures de masses d'étoiles à neutrons, dont la masse canonique se situe autour de $1.4 M_{\odot}$ [Cameron, 1959]. Les modèles actuellement développés prédisent des masses maximales autour de $2 - 2.8 M_{\odot}$ [Haensel et al., 2007]. Nous discutons de l'intérêt de cette masse maximale concernant la recherche de contraintes observationnelles sur l'équation d'état dans la section 1.5.2.

Les étoiles à neutrons constituent l'un des meilleurs laboratoires pour explorer la matière nucléaire à des densités extrêmes et à très forte asymétrie d'isospin. La figure 1.9 illustre différents types d'équation d'état (à gauche) et le diagramme M-R obtenu après résolution du système TOV (à droite) [Watts et al., 2015]. Comme nous l'avons discuté dans la section 1.4.3.6, deux équations d'état provenant d'un modèle nucléonique et d'un modèle de quarks peuvent être difficilement différentiable du fait du phénomène de "masquerade" [Alford et al., 2005]. Nous illustrons ce phénomène sur la figure 1.10. On note que l'évolution de la pression en fonction du potentiel chimique (pouvant être relié à la densité baryonique) a quasiment le même comportement dans

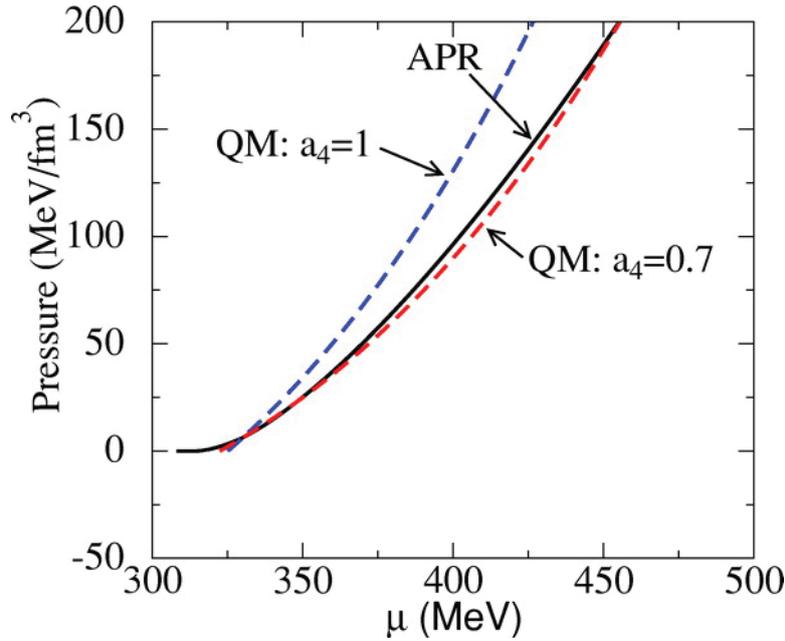


FIGURE 1.10 – Illustration du phénomène de "mascarade" entre un modèle de quarks (en lignes pointillées) et un modèle nucléonique (ligne continue). On remarque que le modèle en rouge prédit une pression quasi-identique à celle prédite par l'équation d'état APR qui est nucléonique, voir la Ref. [Alford et al., 2005] pour plus de détails.

les deux modèles.

1.5 Contraintes observationnelles sur l'équation d'état

Comme nous l'avons vu dans la section 1.4.4, il existe une relation entre l'équation d'état et la relation M-R des étoiles à neutrons. Une façon de discriminer parmi les modèles d'équations d'état proposés est donc de parvenir à des mesures précises de masses et de rayons d'étoiles à neutrons. S'il est possible d'obtenir de bonnes estimations de la masse (exclusivement pour des étoiles dans des systèmes binaires (voir section 1.2.2), et pour des pulsars (voir section 1.2.1)), la mesure du rayon est entachée par de nombreuses sources d'erreur et les meilleures mesures actuelles permettent d'estimer le rayon avec une incertitude de l'ordre de quelques kilomètres [Webb and Barret, 2008, Guillot, 2013, Steiner et al., 2018].

Historiquement, les premiers travaux qui ont envisagé la détermination concrète de l'équation d'état à partir de données expérimentales sont ceux initiés par Fred Walter et concernent l'analyse du pulsar RX J185635-3754. Dans les années 1995-1998, les papiers originaux ont laissé envisager que cette source pourrait permettre de contraindre l'équation d'état de la matière dense, et les rayons obtenus étaient très faibles (< 10 km). On a donc cru que cela pouvait signer l'existence d'étoiles de quarks [Walter et al., 1996, Walter, 1998]. Cependant, un peu plus tard au début des années 2000, les astronomes ont réalisé que cette source devait avoir au moins 2 températures pour expliquer le spectre d'émission à basse (visible) et haute énergie [Pons et al., 2002, Walter and Lattimer, 2002]. Avec 2 températures, le rayon est finalement beaucoup moins bien contraint et il est estimé entre 10-17 km pour une masse $< 2.2 M_{\odot}$. En plus de cela, le champ magnétique de cette étoile est important et complique l'analyse du spectre

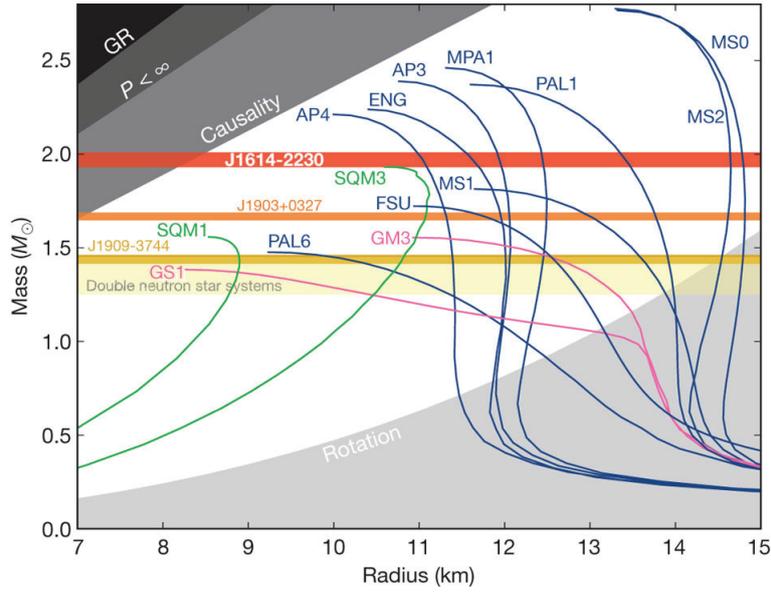


FIGURE 1.11 – Illustration de différentes relations M-R obtenues à partir de différents modèle d'équation d'état : équations d'état purement nucléoniques (en bleu) ; avec apparition de l'étrangeté (en rose) ; avec des quarks libres (en vert). Les zones grisées correspondent à différentes contraintes que doit respecter l'équation d'état des étoiles à neutrons : la zone "GR" indique la région dans laquelle une étoile à neutrons s'effondre en trou noir (on doit avoir $R > 2GM/c^2$) ; la zone " $P < \infty$ " correspond à la contrainte de pression finie ($R > (9/4)GM/c^2$) ; la zone "causality" correspond à la violation de la causalité ($R > 2.9GM/c^2$), et enfin la zone "Rotation" traduit la région où les forces centrifuges disloqueraient l'étoile (pour une fréquence de rotation observée la plus élevée de 716 Hz [Hessels et al., 2006]). Figurent également des mesures de masse d'étoiles à neutrons, notamment une mesure à $1.97 \pm 0.04 M_{\odot}$ éliminant certaines équations d'état [Demorest et al., 2010]. Les équations d'état dont la masse maximale ne permet pas de reproduire ces observations sont invalidées. Source : [Watkins et al., 2015].

(transfert radiatif). Nous verrons par la suite qu'au prix d'une très bonne sélection des sources, cette idée a refait surface avec les travaux de Guillot et Rutledge [Guillot, 2013], qui laisse entrevoir de contraindre l'équation d'état de la matière dense à partir des spectres d'émission thermique de certaines qLMXB.

Les équations d'état nucléoniques existantes prédisent en majorité des rayons quasi-constants dans la bande de masse où les étoiles à neutrons se situent, comme représenté sur la figure 1.11. Les contraintes apportées par des mesures de rayons sont donc plus utiles que celles apportées par des mesures de masses. La meilleure contrainte que l'on puisse fournir aux équations d'état via la masse est la masse maximale que peuvent atteindre les équations d'état. Sur la figure 1.11 est présentée une mesure de masse d'étoile à neutrons à $1.97 \pm 0.04 M_{\odot}$ ³ (pour le pulsar PSR J1614-2230 [Demorest et al., 2010]). Les équations d'état qui ne permettent pas d'atteindre $1.9 M_{\odot}$ sont donc invalidées.

Dans les sections suivantes, nous discutons des différentes contraintes que l'on peut apporter sur le rayon et la masse des étoiles à neutrons.

3. Cette mesure a été mise à jour et donne actuellement $M = 1.928 \pm 0.017 M_{\odot}$ [Fonseca et al., 2016a]

1.5.1 Contraintes sur le rayon des étoiles à neutrons

Il existe différentes méthodes de mesure du rayon des étoiles à neutrons. Dans cette section nous présentons les méthodes utilisant la spectroscopie, qui sont très répandues.

1.5.1.1 Sursauts X de type I

Dans certaines LMXBs, la matière accrétée par l'étoile à neutrons peut déclencher des réactions thermonucléaires à la surface de l'étoile. Ces réactions ont pour effet d'augmenter la luminosité dans les rayons X en un temps très court ($\simeq 1$ s, correspondant au temps caractéristique de diffusion de la couche où ont lieu les réactions de fusion vers la surface), puis on observe une période de refroidissement plus longue (quelques 15 – 50 s) [Özel et al., 2016, Suleimanov et al., 2017]. Dans certains cas particuliers, la luminosité atteint la luminosité d'Eddington (correspondant à la luminosité pour laquelle la pression radiative est égale aux forces gravitationnelles) et la photosphère de l'étoile (qui n'est plus gravitationnellement lié) est expulsée. La photosphère s'étend et la luminosité augmente à nouveau [Lewin et al., 1993].

Le flux correspondant à la luminosité d'Eddington peut s'exprimer en fonction de la masse M , du rayon R de la source, au travers du redshift gravitationnel $z = \left(1 - \frac{2GM}{Rc^2}\right)^{-1/2}$, et de la distance D qui la sépare de l'observateur [Özel et al., 2016] :

$$F_{\text{Edd}} = \frac{GMc}{k_{\text{es}}D^2} \times z^{-1}, \quad (1.44)$$

où

$$k_{\text{es}} = 0.2 (1 - X) \left[1 + \left(\frac{kT_c}{38.8 \text{ keV}} \right)^{a_g} \times z^{a_g/2} \right], \quad (1.45)$$

est l'opacité due à la diffusion sur les électrons, où X représente la fraction massique d'hydrogène dans l'atmosphère [Suleimanov et al., 2012],

$$a_g = 1.01 + 0.067 \left(\frac{g_{\text{eff}}}{10^{14} \text{ cm s}^{-2}} \right), \quad (1.46)$$

et la gravité effective de surface de l'étoile à neutrons :

$$g_{\text{eff}} = \frac{GM}{R^2} z. \quad (1.47)$$

La dépendance en masse et rayon des équations (1.44) et (1.48) permet de lever la dégénérescence entre la masse et le rayon et d'en obtenir une estimation, en croisant la mesure du flux d'Eddington et la mesure de la taille angulaire de l'astre.

1.5.1.2 Observation de l'émission thermique des étoiles à neutrons

L'émission thermique de certaines étoiles à neutrons soigneusement choisies permet aussi d'apporter des contraintes sur le rayon de ces objets. Nous discutons par la suite les spectres d'émission thermique ainsi que les sources d'incertitude.

Spectre d'émission thermique des étoiles à neutrons :

L'émission thermique des étoiles à neutrons consiste en une émission de corps noir modifiée par certains effets dus à l'atmosphère de l'astre ou à son champ magnétique. Cette émission montre un pic dans le domaine des rayons X mous et s'étend de 0.1 à 2 keV (la température effective de

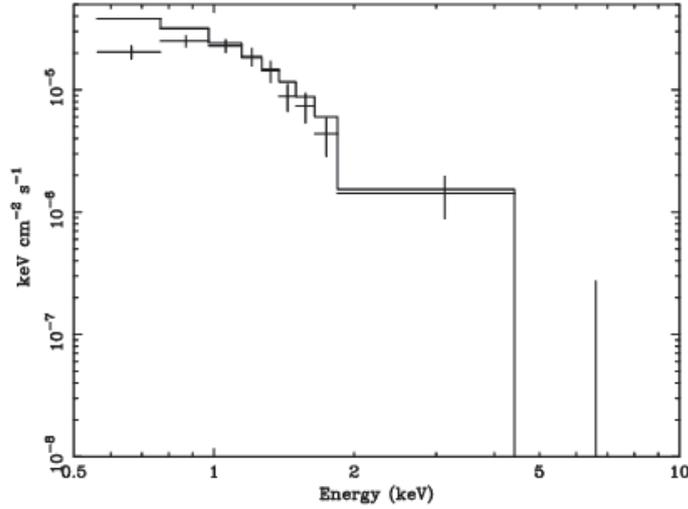


FIGURE 1.12 – Illustration d'un spectre d'émission thermique d'étoiles à neutrons dans l'amas globulaire ω -Cen, observé avec le satellite Chandra. Les données observationnelles sont représentées avec leurs incertitudes en énergie et en flux tandis que la courbe correspond au modèle d'émission au travers de l'atmosphère, sans prendre en compte l'absorption du milieu interstellaire (ce qui explique la différence de flux à basse énergie). Source : [Rutledge et al., 2002].

surface des étoiles à neutrons étant de l'ordre de $10^5 - 10^7$ K, excepté pour les très jeunes étoiles à neutrons). Nous représentons le spectre d'émission thermique typique d'une étoile à neutrons sur la figure 1.12.

L'observation de l'émission thermique fournit une information sur la taille angulaire de la source. Le flux de l'émission thermique F_∞ reçu par un observateur situé à une distance D de la source est proportionnel à la température effective de surface T_{eff} , et à la surface apparente d'émission, donc au rayon apparent de la source R_∞ , prenant en compte les effets de relativité générale (le redshift z), non négligeables dans le cas d'une étoile à neutrons (voir section 1.4.1 :

$$R_\infty = R(1 + z) \quad (1.48)$$

selon l'équation :

$$F_\infty \propto \sigma_B \left(\frac{R_\infty}{D} \right)^2 T_{\text{eff}}^4, \quad (1.49)$$

où σ_B est la constante de Stephan-Boltzman.

Nous recensons ci-dessous différentes sources d'erreurs susceptibles de rendre la mesure du rayon difficile dans les paragraphes suivants :

— **Influence de la composition de l'atmosphère sur l'émission thermique :**

Lorsque l'on observe l'émission thermique des étoiles à neutrons, nous observons en réalité le rayonnement de l'astre qui a traversé l'atmosphère. La connaissance de la composition chimique de l'atmosphère est un facteur important dans l'analyse des spectres. Il a été montré que le rayon extrait dans le cas où l'on suppose une atmosphère d'hydrogène, ou d'hélium, pouvait varier [Heinke et al., 2014, Bogdanov et al., 2016]. Dans un système binaire, il est donc utile de connaître la composition de la surface du compagnon de l'étoile

à neutrons pour déterminer son influence sur l’atmosphère de l’étoile à neutrons, ainsi que le taux d’accrétion sur l’étoile à neutrons. Les premiers modèles d’atmosphère pour des étoiles à faible champ magnétique datent de 1996 [Zavlin et al., 1996], et montrent que pour une composition d’éléments légers (hydrogène ou hélium), les spectres obtenus sont piqués à des énergies plus hautes que pour le spectre obtenu pour un rayonnement de corps noir. Cela provient de la contribution des couches plus profondes qui sont plus chaudes. On obtient donc des spectres qui donnent une température de corps noir plus élevée que la température effective de surface de l’étoile (d’un facteur 1.5 – 3) [Zavlin and Pavlov, 2002] biaisant ainsi l’interprétation des spectres et l’estimation de la température et du rayon de l’astre. Les atmosphères comportant des éléments plus lourds sont bien plus difficiles à modéliser en raison de la multitude de niveaux d’ionisation. Cela fournit des spectres avec de multiples raies d’émission qui rendent l’ajustement aux données observationnelles complexe (dans le cas d’une atmosphère d’hydrogène pure, on observe une seule raie à l’énergie cyclotron du proton $E_{cp} = (m_e/m_p)E_{ce} = 6.3 \text{ (B/12 G) eV}$ [Zavlin and Pavlov, 2002]). Notons qu’en règle générale, l’atmosphère est supposée être composée d’hydrogène pure (excepté dans certains cas [Heinke et al., 2014, Bogdanov et al., 2016]), à cause de la stratification des éléments à la surface et du fait que la matière transférée est majoritairement de l’hydrogène (voir section 1.2.2).

— **Influence du champ magnétique sur l’émission thermique :**

L’intensité du champ magnétique joue un rôle qui peut s’avérer prépondérant sur les propriétés de l’atmosphère. Pour des étoiles ayant un faible champ magnétique (i.e $B \leq 10^9 \text{ G}$), l’énergie cyclotron $E_{ce} = (\hbar e B / m_e c) \leq 0.01 \text{ keV}$ est négligeable devant l’énergie d’ionisation des atomes ou devant leur énergie cinétique [Zavlin and Pavlov, 2002]. On peut donc négliger les effets des champs magnétiques faibles pour l’observation de l’émission thermique des étoiles à neutrons.

Pour des étoiles ayant un champ magnétique élevé en revanche, l’énergie cyclotron n’est plus négligeable et les atomes sont fortement déformés. Pour un champ magnétique de 10^{13} G par exemple, l’énergie d’ionisation d’un atome d’hydrogène atteint 310 eV [Zavlin and Pavlov, 2002]. De plus, lorsque le champ magnétique est intense, la conductivité thermique est plus importante le long de l’axe du champ magnétique dans la croûte de l’étoile à neutrons. Cela rend la température de surface non-uniforme et donne lieu à des pulsations dans le spectre (dûes à la rotation de l’astre) [Greenstein and Hartke, 1983].

La recherche de champs magnétiques faibles pointe à nouveau les qLMXBs comme une source idéale, leur champ magnétiques étant de l’ordre de $10^8 - 10^9 \text{ G}$ [Bogdanov et al., 2016].

1.5.1.3 Sources d’incertitude

Nous détaillons ci-dessous les différentes sources d’incertitude dans la modélisation de l’émission thermique des étoiles à neutrons :

— **Photo-absorption du milieu interstellaire :**

La température de surface des étoiles à neutrons étant relativement faible, l’absorption photoélectrique du rayonnement par les éléments chimiques présents dans le milieu interstellaire entre la source et l’observateur joue un rôle prépondérant sur le spectre obtenu, et doit être pris en compte dans l’analyse des données. La photo-absorption a un im-

pact plus fort dans la bande des rayons X très mous, donc, dans une région très proche du pic de température (typiquement en dessous de 0.5 keV) et diminue le flux reçu de façon proportionnelle à la densité totale de matière présente entre l'observateur et la source (cette diminution pouvant être caractérisée par la densité colonne d'hydrogène N_{H}) [Bogdanov et al., 2016], mais modifie également la forme du spectre, selon la composition chimique du milieu interstellaire [Lattimer and Steiner, 2014]. Il est donc essentiel de connaître les abondances en éléments chimiques du milieu interstellaire. Bien que les différentes abondances utilisées par les astronomes soient souvent basées sur les abondances observées dans le système solaire, deux modèles d'abondances différents modifient le spectre d'émission thermique de façon significativement différente, et a pour conséquence de modifier légèrement le rayon extrait des analyses, et fortement les erreurs sur les rayons extraits [Guillot, 2013, Heinke et al., 2014]. Cela a pour conséquence de favoriser les sources pour lesquelles la densité de matière dans leur ligne de visée est faible, de façon à amoindrir les effets dus à l'absorption [Bogdanov et al., 2016]. Les abondances les plus récentes sont celles de [Wilms et al., 2000].

— **Points chauds :**

Certaines étoiles à neutrons peuvent aussi présenter un point chaud résultant du bombardement d'une zone de l'atmosphère par des particules chargées accélérées par le champ magnétique. La présence d'un point chaud est difficilement détectable et modifie le spectre en y ajoutant un second spectre thermique correspondant à une surface d'émission plus petite que celle de l'astre, et ayant une température plus élevée, comme illustré sur la figure 1.13. Cela a pour conséquence de tirer les rayons extraits à partir de l'émission thermique d'étoile à neutrons vers des valeurs plus basses [Elshamouty et al., 2016], et les températures vers le haut. La présence d'un point chaud cumulée à la rotation de l'étoile produit également des pulsations. La présence d'un point chaud modifiant le spectre d'émission thermique à haute énergie, une méthode pour en détecter la présence consiste à vérifier que la partie basse énergie du spectre coïncide avec la partie haute énergie.

— **Distance à la source :**

On note que le flux dépend autant du rayon apparent que de la distance dans l'équation (1.49). Il faut donc d'abord croiser les mesures du flux avec des mesures de distances afin de lever la dégénérescence entre le rayon apparent et la distance à la source, et ensuite lever la dégénérescence entre le rayon réel, et la masse de l'objet – équation (1.48) – [Özel et al., 2016]. Les étoiles à neutrons se trouvant dans des amas globulaire sont de bonnes candidates pour l'observation de leur émission thermique (voir par exemple [Heinke, 2006, Webb and Barret, 2008, Guillot, 2013, Bogdanov et al., 2016]), car la distance aux amas globulaire peut être relativement bien estimée, avec des incertitudes de l'ordre de quelques dizaine de pourcents [Watkins et al., 2015, Gaia Collaboration et al., 2018]. Les nouvelles données de la mission GAIA vont permettre de déterminer la distance des amas globulaires plus précisément [Gaia Collaboration et al., 2018].

— **Émission non thermique :**

Pour de nombreuses sources, le spectre d'émission comporte également une émission non thermique pouvant résulter de l'accrétion de matière dans le cas d'une étoile à neutrons dans un système binaire, du vent du pulsar pour ce type de source, ou encore, pour les étoiles à neutrons qui se trouvent dans des amas globulaires, d'une autre

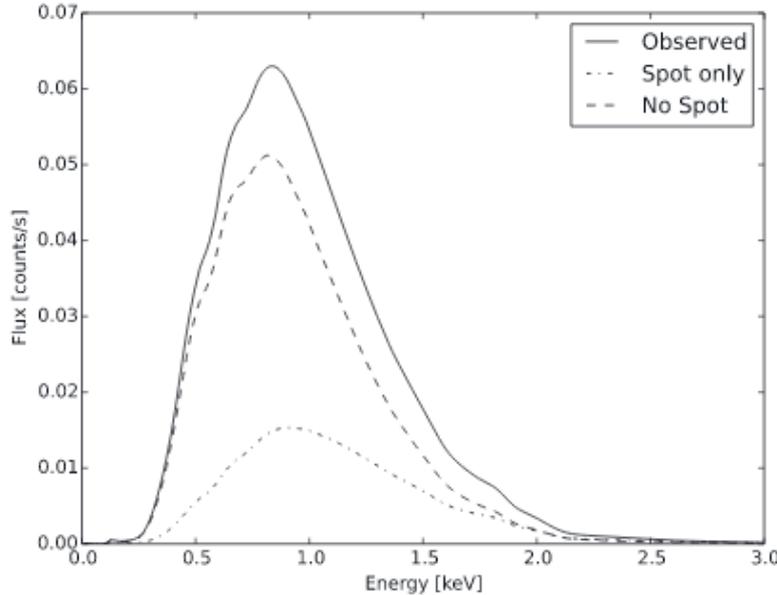


FIGURE 1.13 – Illustration des effets engendrés sur le spectre d'émission thermique d'une étoile à neutrons par la présence d'un point chaud à sa surface. On remarque bien que le point chaud fait apparaître une seconde composante thermique dans le spectre, avec un flux plus petit, et une température plus élevée. Cela conduit à l'extraction de rayons plus petits et des température effective de surface plus élevées que les vrais rayons et température de la source. (voir la Ref. [Elshamouty et al., 2016] pour de plus amples détails).

source, proche et non résolue spatialement, contenue dans l'amas [Guillot et al., 2011, Bogdanov et al., 2016]. Il convient de prendre en compte cette émission non thermique lors de l'analyse du spectre en ajoutant une loi de puissance, car elle a pour effet de déformer l'émission de corps noir attendue en rendant le spectre plus "dur". Ceci a pour conséquence de biaiser l'estimation de la température effective de surface vers des valeurs plus hautes, et de celle du rayon de la source vers des valeurs plus basses. On choisit le plus souvent d'observer les qLMXBs (voir section 1.2.2), pour leur taux d'accrétion faible (ou inexistant), permettant d'avoir une émission thermique relativement pure. De plus, leur flux est très stable et cela permet de longues observations, nécessaires pour les étoiles à neutrons qui sont des sources très faibles (leur luminosité étant de l'ordre de 10^{32} à 10^{33} ergs [Özel et al., 2016]).

— **Rotation de l'étoile à neutrons :**

La rotation rapide des étoiles à neutrons peut entraîner une déformation non négligeable de l'étoile (plus aplatie sur son axe de rotation) [Morsink et al., 2007, Bauböck et al., 2015]. Pour les pulsars, la vitesse de rotation peut être mesurée avec une grande précision, du fait de la grande stabilité du signal (voir section 1.2.1). Par exemple, la période de rotation du pulsar PSR J0437-4715 est estimée avec une incertitude extrêmement faible [Verbiest et al., 2008] :

$$P_{J0437-4715} = 5.757451924362137 \pm 0.0000000000000002 \text{ ms},$$

tandis que pour les étoiles à neutrons qui ne présentent pas de pulsation, la détermination de leur vitesse de rotation reste impossible.

Toutes ces sources d'incertitudes potentielles semblent indiquer les qLMXBs se trouvant dans des amas globulaire comme des sources très propices à la mesure du rayon des étoiles à neutrons. On compte à ce jour 7 étoiles qui sont largement étudiées afin d'en extraire le rayon [Guillot, 2013, Heinke et al., 2014, Bogdanov et al., 2016, Özel et al., 2016]. Il s'agit d'étoiles présentes au sein des amas suivants : M13 ; M28 ; ω Cen ; NGC6304 ; NGC6397 ; M30 ; et X7 dans l'amas 47 du toucan.

La mesure du rayon des étoiles à neutrons est capitale afin de déterminer la composition interne des étoiles à neutrons (et donc, de mieux comprendre le comportement de la matière à très haute densité), La mission "Neutron stars Interior Composition Explorer" (NICER) a été installé sur la Station Spatiale Internationale avec succès et devrait permettre d'extraire des rayons d'étoiles à neutrons avec une incertitude de l'ordre de 500 mètres, en utilisant les effets relativistes sur les courbes de lumière des étoiles à neutrons.

1.5.2 Contraintes sur la masse des étoiles à neutrons

Les mesures de masses d'étoiles à neutrons les plus précises s'obtiennent pour des pulsars dans des système binaires, de façon indirecte à partir de la mesure des paramètres képlériens et post-képlériens caractérisant leur orbite. Il est possible de construire une fonction de masse f_p dépendant des masses des deux astres, de la période du système binaire P_{orb} , et de la projection du demi-grand-axe de la trajectoire elliptique sur la ligne de visée, $a_p \sin(i)$, où l'angle i est l'inclinaison du système binaire par rapport à l'observatoire. Cette fonction correspond à la masse minimum possible pour le compagnon [Özel and Freire, 2016].

$$f_p = \left(\frac{2\pi}{P_{\text{orb}}} \right)^2 \left(\frac{a_p \sin(i)}{c} \right)^3 \frac{M_{\odot}}{T_{\odot}} = \frac{(M_c \sin(i))^3}{M^2} M_{\odot}, \quad (1.50)$$

où M_c représente la masse du compagnon, et $M = M_c + M_p$, la masse totale du système binaire, et avec la constante $T_{\odot} = GM_{\odot}/c^3$. On ne peut déduire directement la masse du pulsar à partir de la mesure de cette seule fonction, à moins que l'on ne puisse mesurer également cette fonction pour le compagnon, f_c , ou être en mesure d'estimer sa masse. De plus, il est difficile d'estimer l'angle d'inclinaison du système, et les mesures sont meilleures pour des systèmes ayant $\sin(i) \sim 1$, ou ayant une excentricité e importante.

Les systèmes binaires comportant un pulsar sont en règle générale assez compacts pour que des effets de la relativité générale soient mesurables. Ainsi on peut apporter d'autres contraintes sur les masses et sur l'angle d'inclinaison par la mesure de différents paramètres post-képlériens : la précession du périastre $\dot{\omega}$ en fonction de la longitude ω et la période P du périastre du système :

$$\dot{\omega} = 3 \left(\frac{2\pi}{P} \right)^{5/3} (MT_{\odot})^{2/3} (1 - e^2)^{-1}, \quad (1.51)$$

ou les effets du redshift gravitationnel combinés avec l'effet Doppler transversal pour un système en orbite elliptique,

$$\gamma = e \left(\frac{P_{\text{orb}}}{2\pi} \right)^{1/3} \frac{M_c(M + M_c)T_{\odot}^{2/3}}{M^{4/3}}. \quad (1.52)$$

Le système perdant de l'énergie par émission d'ondes gravitationnelles, il voit sa période décroître avec le temps, et l'on peut mesurer cette évolution :

$$\dot{P}_{\text{orb}} = -\frac{192\pi}{5} \left(\frac{2\pi T_{\odot}}{P_{\text{orb}}} \right)^{5/3} \left(1 + \frac{73e^2}{24} + \frac{37e^4}{96} \right) (1 - e^2) \frac{M_p M_c}{M^{1/3}}. \quad (1.53)$$

Ce fût d'ailleurs la première confirmation indirecte de l'existence des ondes gravitationnelles, dans le système de pulsar double de Hulse-Taylor [Hulse and Taylor, 1975, Weisberg et al., 2010].

On peut alors lever la dégénérescence entre les masses du pulsar M_p et du compagnon M_c grâce à la mesure des paramètres képlériens, et d'au moins deux paramètres post-képlériens. On peut également mesurer le délai Shapiro, résultant du fait que le signal du pulsar traverse le champ gravitationnel de son compagnon avant de nous arriver. L'effet Shapiro consiste en un retard du signal, qui dépend de la situation de l'orbite au moment où il a été émis. Grâce à l'extrême stabilité des signaux émis par les pulsars, on peut mesurer très précisément ce délai, afin d'en extraire des paramètres post-képlériens. Les mesures de masses obtenues via la mesure du délai Shapiro fournissent à ce jour d'excellentes contraintes sur la masse des étoiles à neutrons. Dans les systèmes comportant deux pulsars, cette méthode est d'autant plus précise et permet de contraindre les masses des deux astres avec des incertitudes de l'ordre de $10^{-4} M_\odot$ [Weisberg et al., 2010]. Il est possible d'obtenir des informations complémentaires sur la masse du compagnon en croisant ces observations avec de la spectroscopie lorsque le compagnon est une naine blanche (voir par exemple [Antoniadis et al., 2013]).

Les équations d'état proposées par les différentes approches prédisent des relations M-R qui couvrent un large domaine de masse, et descendent jusqu'à des masses trop faibles pour pouvoir correspondre à des étoiles à neutrons réalistes. De ce fait, ce sont les mesures de masses élevées qui permettent de discriminer parmi les modèles existants. Les meilleures contraintes sur la masse maximale à atteindre sont à ce jour de $M_{1614} = 1.928 \pm 0.017 M_\odot$ obtenue pour le pulsar PSR J1614-2230 [Fonseca et al., 2016a], et de $M_{0348} = 2.01 \pm 0.04 M_\odot$ pour PSR J0348-0432 [Antoniadis et al., 2013].

La figure 1.14 recense des mesures récentes de masses d'étoiles à neutrons dans différents systèmes binaires.

La contrainte sur la masse maximale est une contrainte forte pour les équations d'état de quarks du fait qu'il est difficile d'adapter les paramètres des équations d'état de quarks de façon à reproduire une masse maximale de $2M_\odot$ tout en restant compatible avec les contraintes apportées par les collisions d'ions lourds [Klahn et al., 2012].

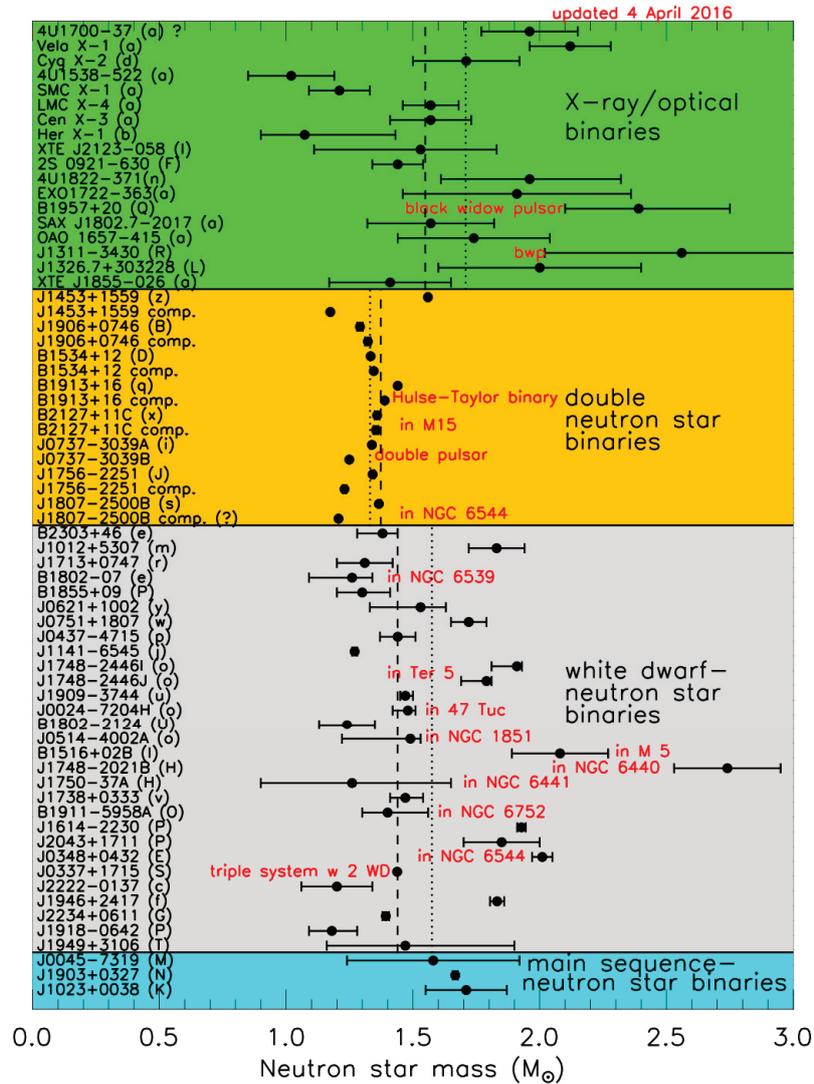


FIGURE 1.14 – Mesures de masses d'étoiles à neutrons dans différents systèmes binaires. Les systèmes doubles d'étoiles à neutrons sont ceux qui fournissent les meilleures contraintes du fait du signal très régulier du pulsar, permettant de mesurer précisément le délai Shapiro, ainsi que de leur grande compacité. Source : [Lattimer and Prakash, 2001].

Chapitre 2

Une méta-modélisation de l'équation d'état basée sur les paramètres empiriques de la matière nucléaire

Sommaire

2.1	Caractérisation empirique de l'équation d'état de la matière nucléaire	48
2.1.1	Détermination expérimentale des paramètres empiriques	49
2.1.2	Prédictions théoriques des paramètres empiriques	55
2.2	Construction d'une méta-modélisation de la matière nucléaire	58
2.2.1	Contribution cinétique des nucléons	59
2.2.2	Améliorations à basse densité : le modèle ELFc	63
2.2.3	Amélioration de la convergence à haute densité : le modèle ELFd	64
2.3	Comparaison du méta-modèle aux modèles existants	68
2.3.1	Extraction des paramètres d'ordre élevés à partir de la dépendance en densité de modèles analytiques	68
2.4	Influence de l'incertitude des paramètres empiriques sur le méta-modèle	70
2.4.1	Effets dus à la variation d'un seul paramètre	70
2.4.2	Effets dus à la variation simultanée des paramètres empiriques	75

Nous proposons dans cette section une nouvelle méta-modélisation de la matière nucléaire. L'intérêt de ce méta-modèle est double : premièrement, les paramètres qui le définissent sont en très étroite connexion avec les expériences de physique nucléaire et peuvent donc être contraints indépendamment de la description microscopique des interactions ; deuxièmement, ces paramètres lui confèrent une grande flexibilité, si bien qu'en jouant sur la valeurs de ces derniers, il est possible de reproduire la plupart des modèles nucléoniques déjà existants, ainsi que d'explorer des comportements nouveaux.

Les degrés de libertés que nous considérons sont les électrons, les neutrons et les protons. Les électrons sont traités indépendamment des nucléons. Ainsi l'énergie totale du système consiste en la somme des énergies des électrons ultra-relativistes, et des nucléons. Dans les sections suivantes, nous modélisons l'énergie de liaison par nucléon.

2.1 Caractérisation empirique de l'équation d'état de la matière nucléaire

On peut considérer la matière nucléaire composant l'intérieur des étoiles à neutrons comme un milieu composé de $N_{n/p}$ neutrons/protons dans un certain volume V . Leurs densités numériques respectives s'écrivent alors :

$$n_{n/p} = \frac{N_{n/p}}{V} = \frac{2}{V} \sum_{k < k_{F_{n/p}}} f_{n/p}(k), \quad (2.1)$$

où $f_{n/p}(k)$ est la distribution de Fermi-Dirac associée aux neutrons/protons d'impulsion k . Le facteur 2 traduit la dégénérescence de spin qui autorise deux nucléons identiques à occuper des états de même énergie à condition qu'ils aient leur spins opposés. Les énergies de Fermi des nucléons étant très supérieures à l'énergie thermique (voir section 1.1.2), on peut considérer que le milieu se trouve à température nulle. Les distributions de Fermi-Dirac associées à chaque espèce deviennent dans ce cas des fonction de Heavyside, et tous les états sont occupés jusqu'au moment de Fermi de chaque espèce $k_{F_{n/p}}$ (soit $f_{n/p}(k) = 1$ si $k < k_{F_{n/p}}$, 0 sinon). Il est alors possible d'exprimer les densités numériques respectives de neutrons et de protons en fonction de leurs moments de Fermi en passant à la limite continue :

$$n_{n/p} = \frac{1}{(2\pi^3)} \int_0^{k_{F_{n/p}}} d^3k = \frac{1}{\pi^2} \int_0^{k_{F_{n/p}}} k^2 dk = \frac{1}{3\pi^2} k_{F_{n/p}}^3. \quad (2.2)$$

La matière nucléaire peut être fortement asymétrique en isospin et il peut être préférable d'introduire deux contributions à l'énergie totale e : une partie isoscalaire e_{is} (correspondant à l'énergie moyenne de liaison par nucléons), et une contribution isovectorielle e_{iv} qui dépend de l'asymétrie (correspondant à l'énergie de symétrie introduite dans la section 1.3.2.5). On peut de la même façon construire les densités correspondantes : la densité isoscalaire $n_0 = n_n + n_p$ qui ne dépend pas de l'asymétrie, et la densité isovectorielle $n_1 = n_n - n_p$ qui en dépend. On retrouve le paramètre d'asymétrie $\delta = n_1/n_0$. On peut alors exprimer l'énergie totale :

$$e(n_0, n_1) = e_{is}(n_0) + \delta^2 e_{iv}(n_0). \quad (2.3)$$

On ne considère qu'une dépendance quadratique en δ car les effets de plus hauts ordres sont négligeables autour de la densité de saturation [Steiner, 2006, Myers and Swiatecki, 1966]

bien que l'on puisse raffiner les modèles en considérant des termes d'ordres supérieurs [Reinhard et al., 2006, Bulgac et al., 2015, Seif and Basu, 2014]. De plus, des calculs *ab-initio* suggèrent également que la dépendance en δ du potentiel est principalement quadratique dans de la matière asymétrique [Zuo et al., 2002, Vidaña et al., 2009], et les effets non quadratiques sont véhiculés par la masse effective des nucléons intervenant dans la partie cinétique de l'énergie totale [Ducoin et al., 2011].

Les paramètres empiriques de la matière nucléaire introduits dans la section 1.3.2 apparaissent alors comme les coefficients d'un développement de Taylor-Young des énergies isoscalaire – équation (2.4) – et isovectorielle – équation (2.5) autour de la densité de saturation n_{sat} , en définissant la variable $x = (n_0 - n_{\text{sat}})/3n_{\text{sat}}$ [Piekarewicz and Centelles, 2009] :

$$e_{is} = E_{\text{sat}} + \frac{1}{2}K_{\text{sat}}x^2 + \frac{1}{3!}Q_{\text{sat}}x^3 + \frac{1}{4!}Z_{\text{sat}}x^4 + \dots, \quad (2.4)$$

$$e_{iv} = E_{\text{sym}} + L_{\text{sym}}x + \frac{1}{2}K_{\text{sym}}x^2 + \frac{1}{3!}Q_{\text{sym}}x^3 + \frac{1}{4!}Z_{\text{sym}}x^4 + \dots, \quad (2.5)$$

On peut donc exprimer l'énergie de liaison totale $e(n_0, n_1)$ – équation (2.3) – sous la forme plus compacte :

$$e(n_0, n_1) = \sum_{\alpha \geq 0} \frac{1}{\alpha!} (c_{\alpha}^{is} + c_{\alpha}^{iv}\delta^2) x^{\alpha}, \quad (2.6)$$

où les coefficients $c_{\alpha}^{is/iv}$ sont les paramètres empiriques d'ordre α qui apparaissent dans les équations (2.4) et (2.5) pour les canaux isoscalaire et isovectoriels [Ducoin et al., 2010, Ducoin et al., 2011].

2.1.1 Détermination expérimentale des paramètres empiriques

Comme nous l'avons discuté dans la section 1.3.2, les coefficients qui apparaissent dans l'équation (2.6) sont étroitement liés à des propriétés observables de la matière nucléaire, comme le profil de densité des noyaux, leur masses, les phénomènes de résonances, etc... La connaissance actuelle de ces paramètres nous permet de les séparer en trois groupes selon le degré de connaissance que nous en avons. Nous discutons dans les sections suivantes ces trois groupes de paramètre : Le groupe A (discutés dans la section 2.1.1.1) pour lequel les expériences de physique nucléaire fournissent de bonnes contraintes expérimentales et qui regroupe les paramètres de plus bas ordre dans le développement 2.6 ; Le groupe B (discutés dans la section 2.1.1.2) regroupant les paramètre d'ordre intermédiaire, moins contraints par les expériences ; et enfin le groupe C pour les plus hauts ordres, et pour lesquels il n'est pas possible d'obtenir de réelle contraintes à ce jour.

2.1.1.1 Les paramètres empiriques bien déterminés

Les paramètres dont l'estimation expérimentale est fiable et présente des barres d'erreur faibles sont les paramètres de plus bas ordre. Ils influencent fortement les propriétés de la matière nucléaire même à basse densité. Ils regroupent ainsi l'énergie de liaison à la densité de saturation nucléaire E_{sat} , le module d'incompressibilité K_{sat} , et l'énergie de symétrie à la densité de saturation nucléaire E_{sym} . On peut également déterminer avec précision la densité de saturation nucléaire n_{sat} .

Ces grandeurs peuvent être extraites des données expérimentales, bien que cela implique toutefois l'utilisation d'une modélisation théorique de la matière nucléaire (voir section 1.3.2). Par exemple, la densité de saturation nucléaire est déterminée de façon à reproduire les profils de densité des noyaux. Or, s'il est possible d'obtenir une valeur du rayon de charge d'un noyau (occupé par les protons) dans des expériences de diffusion d'électrons, il est plus compliqué d'obtenir le rayon moyen occupé par les neutrons sans utiliser de modèle théorique. Une façon expérimentale de le déterminer fait appel aux interactions faibles (par exemple en étudiant la violation de la parité dans des diffusions d'électrons sur le ^{208}Pb , comme il en est question dans l'expérience PREX [Abrahamyan et al., 2012]). La détermination de la densité de saturation nucléaire à l'aide de modèle de type goutte liquide peut se faire en considérant les noyaux comme des sphères de densité uniforme composées de A nucléons sphériques ayant tous un rayon $r_0 \simeq 1.2$ fm, et en imposant $\frac{4}{3}\pi r_0^3 n_{\text{sat}} = 1$.

Nous présentons une liste non exhaustive des contraintes actuelles concernant ces paramètres, obtenues grâce à différentes expériences et en utilisant différents modèles dans la table 2.1 (des modèles de type goutte liquide dans la partie supérieure de la table, et de type fonctionnelles de la densité dans la partie inférieure).

Ces contraintes peuvent être considérées comme relativement indépendantes du modèle utilisé et en lien étroit avec les données expérimentales [Margueron et al., 2018a]. On constate que la densité de saturation nucléaire et l'énergie moyenne de liaison sont déterminées avec des erreurs de l'ordre de quelques pour-cent, tandis que le module d'incompressibilité et l'énergie de symétrie à la densité de saturation nucléaire sont un peu moins bien déterminés, avec des erreurs plus proches de la dizaines de pour-cent. On note par ailleurs que pour l'énergie moyenne de liaison, les valeurs obtenues ne diffèrent que très peu selon les modèles employés, et on en extrait une valeur moyenne de $n_{\text{sat}} = 0.155 \pm 0.005$ fm $^{-3}$. Cela provient principalement du fait que les modèles sont ajustés de façon à reproduire l'énergie totale des noyaux, qui peut se décomposer en une contribution de volume (cette énergie moyenne de liaison), et une composante de surface (que l'on peut déterminer en mesurant des barrières de fissions nucléaire par exemple). On en déduit une estimation de l'énergie moyenne de liaison à la densité de saturation nucléaire $E_{\text{sat}} = -15.8 \pm 0.3$ MeV.

Le module d'incompressibilité étant un coefficient d'ordre supérieur, il est moins facilement contraint par les analyses et sa valeur varie de 210 à 308 MeV (voir table 2.1). La détermination de K_{sat} dans des expériences sur les résonances géantes monopolaires (mode de vibration collectif de tous les nucléons) est plus efficace que sa détermination en utilisant des modèles de type goutte liquide [Blaizot, 1980, Blaizot et al., 1995]. Il existe une corrélation entre l'énergie du pic de la résonance et K_{sat} , cependant, l'estimation de ce paramètre est d'autant plus complexe qu'il existe une corrélation entre K_{sat} et le coefficient d'ordre supérieur moins bien contraint Q_{sat} , provenant de la modélisation théorique. Ceci est illustrée sur la figure 2.1. On remarque que la relation obtenue entre K_{sat} et Q_{sat} dépend fortement du modèle considéré et n'a donc à priori, aucune origine physique [Khan and Margueron, 2013a, Margueron et al., 2018a]. Dans ces analyses, il est également difficile de séparer la contribution isoscalaire K_{sat} de la contribution isovectorielle K_{sym} au module d'incompressibilité. Au vu de la table 2.1 et des incertitudes provenant de la modélisation théorique au travers d'autres paramètres, une estimation du module d'incompressibilité isoscalaire avec une barre d'erreur à 1σ peut être donnée par $K_{\text{sat}} = 230 \pm 20$ MeV [Margueron et al., 2018a].

De la même façon, la détermination de la valeur de l'énergie de symétrie E_{sym} dépend forte-

Modèle	Ref.	E_{sat} MeV	n_{sat} fm ⁻³	K_{sat} MeV	E_{sym} MeV
El. scatt.	[Wang et al., 1999]		0.1607	235	
					±15
LDM	[Myers and Swiatecki, 1966]	-15.677	0.136 [†]	295	28.06
LDM	[Royer, 2008]	-15.5704	0.133 [†]		23.45
LSD	[Pomorski and Dudek, 2003]	-15.492	0.142 [†]		28.82
DM	[Myers, 1977]	-15.96	0.145 [†]	240	36.8
FRDM	[Buchinger et al., 1994]		0.157		
			±0.004		
INM	[Satpathy et al., 1999]	-16.108	0.1620	288	
					±20
DF-Skyrme	[Tondeur et al., 1986]		0.158		
DF-Skyrme	[Klüpfel et al., 2009]	-15.91	0.1610	222	30.7
		±0.06	±0.0013	±8	±1.4
DF-BSK2	[Goriely et al., 2002]	-15.79	0.1575	234	28.0
DF-BSK24, 28,29	[Goriely, 2015]	-16.045	0.1575	245	30.0
		±0.005	±0.0004		
DF-Skyrme	[McDonnell et al., 2015]	-15.75	0.160	220	29
		±0.25	±0.005	±20	±1
DF-NLRMF	[Lalazissis et al., 2009]	-16.3	0.15	258	38.7
DF-NLRMF	[Long et al., 2004]	-16.27	0.148	283	37.7
DF-DDRMF	[Nikšić et al., 2002, Lalazissis et al., 2005]	-16.17	0.152	247	32.7
		±0.03	±0.00	±3	±0.4
DF-DDRMF	[Berdichevsky et al., 1988]	-16.27	0.150	262	36.8
estimation		-15.8	0.155	230	32
actuelle		±0.3	±0.005	±20	±2

(† valeurs déterminés à partir de r_0)

TABLE 2.1 – Groupe A : énergie de liaison moyenne à la densité de saturation E_{sat} , densité de saturation nucléaire n_{sat} , module d'incompressibilité K_{sat} et énergie de symétrie E_{sym} obtenues à partir de différentes données expérimentales et utilisant différentes modélisation de la matière nucléaire. Source : [Margueron et al., 2018a].

ment de sa pente L_{sym} (voir la section 1.3.2.5 ainsi que la figure 1.5). Là encore, il s'agit d'une relation provenant purement de la modélisation, et n'a pas de raison physique. En regard de la table 2.1 et de cette dépendance aux modèles utilisés, on estime $E_{sym} = 32 \pm 2$ MeV.

2.1.1.2 Les paramètres empiriques encore mal déterminés

Les paramètres d'ordres supérieurs influencent principalement le comportement de la matière nucléaire à des densités supérieures à la densité de saturation nucléaire n_{sat} . Ils sont dès lors moins bien contraints par les expériences de physique nucléaire réalisables en laboratoire sur des noyaux (qui se trouvent à des densités proches de n_{sat}). Un autre problème provient du fait que leur extraction à partir de données expérimentales est fortement dépendante du modèle théorique utilisé pour décrire la matière nucléaire. Cependant, il est possible d'obtenir des informations sur certains de ces paramètres et de meilleures contraintes pourraient être obtenues dans un

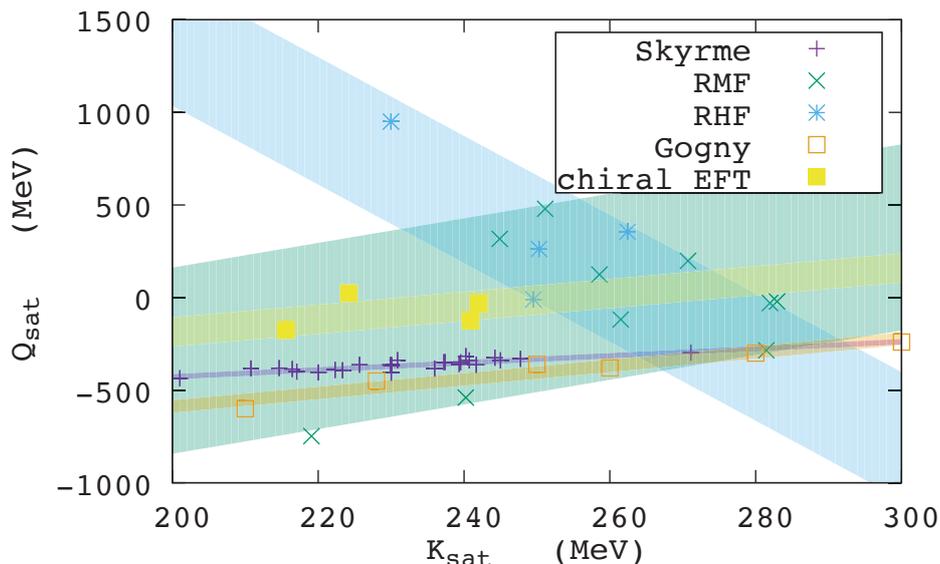


FIGURE 2.1 – Corrélation entre le module d'incompressibilité K_{sat} et le coefficient d'ordre supérieur Q_{sat} obtenues en utilisant différentes modélisations de l'interaction nucléaire : Skyrme, Gogny, Champ moyen relativiste (RMF), et Hartree-Fock relativiste (RHF). Sont également représentés les points obtenus par les calculs fait dans le cadre de théories effective des champs chirale (voir [Khan and Margueron, 2013a]). Les bandes de couleur représentent la dispersion de ces paramètres à 67% de confiance après un ajustement du meilleur modèle. Source : [Margueron et al., 2018a].

futur proche (voir par exemple [Abrahamyan et al., 2012]). On recense dans ce groupe B, le paramètre de distorsion isoscalaire Q_{sat} , la pente de l'énergie de symétrie L_{sym} , et la contribution isovectorielle au module d'incompressibilité K_{sym} . Nous regroupons dans la table 2.2 différentes analyses permettant d'estimer la valeur des paramètres du groupe B.

La détermination du paramètre de distorsion isoscalaire Q_{sat} est rendue compliquée en raison de sa forte corrélation avec le module d'incompressibilité K_{sat} , et les valeurs obtenues selon les modèles théoriques varient de $\simeq 30$ à -700 ± 500 MeV [Berdichevsky et al., 1988, Farine et al., 1997] (voir table 2.2). Les larges barres d'erreur ne permettent pas d'estimer ce paramètre et l'on peut considérer un large domaine de variation possible. Nous présentons dans le chapitre 4 une méthode permettant d'estimer la valeur de ce paramètre grâce à l'analyse de données observationnelles provenant de l'émission thermique des étoiles à neutrons. En effet, les étoiles à neutrons explorant des densités bien supérieures à la densité de saturation nucléaire, on peut s'attendre à ce que Q_{sat} ait une influence visible sur l'équation d'état de la matière nucléaire décrivant l'intérieur des étoiles à neutrons.

La pente de l'énergie de symétrie L_{sym} est un paramètre pour lequel on espère obtenir de meilleures contraintes dans un avenir proche dans diverses expériences (voir par exemple [Abrahamyan et al., 2012]). Comme nous le constatons sur la figure 1.5, les modèles théoriques prédisent une corrélation (ou anti-corrélation) entre l'énergie de symétrie et sa pente, et ces deux paramètres sont souvent contraints conjointement (voir par exemple [Li and Han, 2013, Lattimer and Steiner, 2014]). La pente de l'énergie de symétrie peut être contrainte de différentes manières : par mesure de l'épaisseur de la peau de neutrons dans des noyaux éloignés de la vallée de stabilité (comme c'est le cas par exemple pour l'expérience PREX

Modèle	Ref.	Q_{sat} MeV	L_{sym} MeV	K_{sym} MeV	K_{τ} MeV
DF-Skyrme	[Berdichevsky et al., 1988]	30	0		
DF-Skyrme	[Farine et al., 1997]	-700			
		± 500			
DF-Skyrme	[Alam et al., 2014]	-344	65	-23	-322
		± 46	± 14	± 73	± 34
DF-Skyrme	[McDonnell et al., 2015]		40		
			± 20		
DF-NLRMF	[Lalazissis et al., 2009]	124	123	106	-690
DF-NLRMF	[Long et al., 2004]	-25	116	55	-630
DF-DDRMF	[Nikšić et al., 2002, Lalazissis et al., 2005]	400	53	-94	-500
		± 80	± 3	± 7	± 7
DF-DDRMF	[Berdichevsky et al., 1988]	-119	79.5	-50	-491
Correlation	[Centelles et al., 2009]		70		-425
			± 40		± 175
DF-RPA	[Carbone et al., 2010]		60		
			± 30		
Correlation	[Danielewicz and Lee, 2014]		53		
			± 20		
Correlation	[Newton et al., 2014]		70		
			± 40		
Correlation	[Lattimer and Steiner, 2014]		53		
			± 20		
GMR	[Sagawa et al., 2007]				-500
					± 50
GMR	[Patel et al., 2014]				-550
					± 100
estimation		300	60	-100	-400
actuelle		± 400	± 15	± 100	± 100

TABLE 2.2 – Estimations expérimentales des paramètres du groupe B : la distorsion isoscalaire Q_{sat} , la pente de l'énergie de symétrie L_{sym} , le module d'incompressibilité isoscalaire K_{sat} , et le paramètre mieux contraint $K_{\tau} = K_{sym} - 6L_{sym} - Q_{sat}L_{sym}/K_{sat}$. Source : [Margueron et al., 2018a].

[Abrahamyan et al., 2012]), l'étude des résonances géante dipolaires (mode de vibration où les neutrons et les protons oscillent collectivement en opposition de phase), les masses des noyaux, la polarisabilité dipolaire de certains noyaux, les collisions d'ions lourds, ou encore les états isobariques analogues (voir section 1.3.2.6). En croisant des résultats provenant de ces différentes expériences, il a été montré que L_{sym} devrait prendre une valeur entre 33 et 72 MeV [Li and Han, 2013, Lattimer and Steiner, 2014].

La contribution isovectorielle au module d'incompressibilité K_{sym} peut être déduite des expériences mesurant l'énergie du pic de la résonance géante monopolaire des noyaux. Il est complexe de dé-convoluer les effets de K_{sym} de ceux de la partie isoscalaire K_{sat} et de meilleures contraintes sont obtenues sur le paramètre K_{τ} qui est une combinaison linéaire de certains paramètres empiriques [Piekarowicz and Centelles, 2009] :

$$K_{\tau} = K_{\text{sym}} - 6L_{\text{sym}} - Q_{\text{sat}}L_{\text{sym}}/K_{\text{sat}}. \quad (2.7)$$

On peut estimer la valeur de K_{sym} à partir de la valeur de K_{τ} , en supposant que les paramètres apparaissant dans l'équation (2.7) soient indépendants et en sommant leurs barres d'erreurs. On obtient alors une erreur sur K_{sym} de $\sigma = 600$ MeV, qui est certainement surestimée. Une analyse statistique sur les prédictions théoriques de différents modèles fournit une valeur de $K_{\text{sym}} = -100 \pm 100$ MeV [Margueron et al., 2018a] (voir section 2.1.2).

Enfin, il existe un paramètre qui n'est d'habitude pas considéré comme un paramètre empirique : la masse effective de Landau. La dépendance en impulsion de l'interaction nucléaire confère aux nucléons une masse effective, caractérisant la propagation de quasi-particules dans un milieu en interaction tel que la matière nucléaire. On peut exprimer l'énergie totale par nucléon sous la forme d'une partie cinétique t décrivant des nucléons non relativistes, et un terme de potentiel v décrivant l'interaction entre les nucléons, en fonction de la densité n_0 et de l'asymétrie en isospin $\delta = n_1/n_0$:

$$e(n_0, n_1) = t(n_0, n_1) + v(n_0, n_1). \quad (2.8)$$

La dépendance en impulsion de l'interaction nucléaire nous permet d'écrire le terme de potentiel comme un terme dépendant de l'impulsion des nucléons k_{τ} ($\tau = \text{neutrons/protons}$), et un terme constant constituant un champ moyen caractérisant les interactions dans le milieu où se propage la quasi-particule :

$$e(n_0, n_1) = t(n_0, n_1) + v_0(n_0, n_1) + v_2(n_0, n_1)k_{\tau}^2, \quad (2.9)$$

avec la contribution cinétique (non relativiste)

$$t(n_0, n_1) = \frac{\hbar^2 k_{\tau}^2}{2m}. \quad (2.10)$$

On peut absorber le terme d'interaction dépendant de l'impulsion dans le terme d'énergie cinétique, conférant ainsi une masse effective m_{τ}^* aux nucléons,

$$t^*(n_0, n_1) = \left(\frac{\hbar^2}{2m_{\tau}} + v_2(n_0, n_1) \right) k_{\tau}^2 = \frac{\hbar^2 k_{\tau}^2}{2m_{\tau}^*(n_0, n_1)}. \quad (2.11)$$

La masse effective dépend de la densité et de l'asymétrie en isospin, et celle des neutrons $m_n^*(n_0, n_1)$ n'est pas nécessairement égale à la masse effective des protons $m_p^*(n_0, n_1)$, bien que dans la matière nucléaire symétrique, ce soit généralement le cas. Dans le cadre de l'étude des

étoiles à neutrons, et donc de la matière riche en neutrons, on peut exprimer la séparation des masses effectives des neutrons et des protons :

$$\Delta m^*(n_0, n_1) = m_n^*(n_0, n_1) - m_p^*(n_0, n_1). \quad (2.12)$$

Deux paramètres sont alors généralement comparés entre les différentes modélisations de l'interaction nucléaire : la masse effective des nucléons dans de la matière symétrique à la densité de saturation m_{sat}^* , et la séparation en isospin des masses effectives estimée à la densité de saturation dans de la matière de neutrons Δm_{sat}^* . La table 2.3 regroupe des prédictions pour ces deux paramètres à partir de modèles de type Skyrme, d'approches de type Brueckner-Hartree-Fock (BHF), et Dirac-Brueckner-Hartree-Fock (DBHF).

Dans les approches de type Skyrme, on peut exprimer le rapport entre la masse des nucléons dans le vide m , et leur masse effective m_τ^* [Lesinski et al., 2006] :

$$\frac{m}{m_\tau^*} = 1 + \kappa_s + \tau_3(\kappa_s - \kappa_v)\delta. \quad (2.13)$$

où $\kappa_s = m/m_{\text{sat}}^* - 1$ dans de la matière symétrique, et κ_v est défini à partir de la différence entre les masses effectives des protons et des neutrons dans la matière asymétrique Δm_{sat}^* . Pour de petites valeurs de la séparation en isospin des masses effectives $\Delta m_{\text{sat}}^*/m \ll 1$, on obtient la relation suivante :

$$\kappa_v \approx \kappa_s - \frac{1}{2} \frac{\Delta m_{\text{sat}}^*}{m} (1 + \kappa_s)^2. \quad (2.14)$$

Il a été montré de façon claire avec des approches microscopique de type BHF et DBHF que dans de la matière nucléaire riche en neutrons, la masse effective des neutron est supérieure à la masse effective des protons : $\Delta m^* = (0.1 - 0.2)m$ [Hassaneen and Mütter, 2004, van Dalen et al., 2005].

En résumant les informations de la table 2.3, on estime les valeurs de la masse effective des nucléons $m_{\text{sat}}^*/m = 0.72 \pm 0.1$, de la séparation en isospin $\Delta m_{\text{sat}}^*/m = 0.1 \pm 0.1$, $\kappa_v = 0.4 \pm 0.2$ et $\kappa_s = 0.43 \pm 0.1$.

2.1.2 Prédiction théoriques des paramètres empiriques

Nous avons vu dans la section 2.1.1 que l'extraction des valeurs de certains paramètres empiriques était rendue complexe en raison de leur forte dépendance au modèle utilisé pour décrire la matière nucléaire et analyser les données expérimentales. Il est donc pertinent de s'intéresser aux valeurs prédites dans les différentes modélisations théoriques existantes.

Dans cette section, nous présentons une étude statistique concernant les valeurs prédites pour les paramètres empiriques, effectuée sur une large variété d'approches phénoménologiques : 35 fonctionnelles de type Skyrme, 11 modèles basés sur une approche de champ moyen relativiste (RMF), 4 modèles de type Hartree-Fock relativistes (RHF), ainsi que sur deux approches *ab-initio* : 7 modèles de théories effectives chirales (EFT), et le modèle APR (le lecteur intéressé peut trouver cette analyse détaillée dans [Margueron et al., 2018a]). Les valeurs des paramètres empiriques estimées avec l'utilisation de ces différents modèles sont présentés dans la table 2.4.

Dans cette table, les valeurs moyennes des paramètres empiriques obtenues pour chaque type d'approche phénoménologique sont calculées sur l'ensemble des N_α modèles d'une même famille

Modèle	Ref.	m_{sat}^*/m	κ_v	$\Delta m_{sat}^*/m$
DF-Skyrme	[Lipparini and Stringari, 1989]		0.2-0.54	
DF-Skyrme	[Reinhard et al., 1999]	0.8±0.1	0.25±0.5	
DF-Skyrme	[Lesinski et al., 2006]	0.75±0.05	0.6	0.17
Opt. Pot.	[Perey and Buck, 1962, Ma and Wambach, 1983]	0.75±0.05		
Opt. Pot.	[Dover and Giai, 1972]	0.75±0.03		
BHF	[Hassaneen and Müther, 2004]	0.65±0.05		0.1-0.2
DBHF	[Ma et al., 2004]	0.66		0.1-0.2
DBHF	[van Dalen et al., 2005]	0.78		0.1-0.2
estimation		0.75±0.1	0.4±0.2	0.1±0.1
actuelle				

TABLE 2.3 – Estimation de la masse effective de Landau à la densité de saturation nucléaire m_{sat}^*/m obtenues avec différentes approches. Il est possible d'estimer $\kappa_s=0.43\pm 0.1$ (voir le texte pour plus de détails). Source : [Margueron et al., 2018a].

($\alpha = \text{Skyrme, RMF, RHF, APR, EFT}$), et la déviation standard est calculée pour chaque type d'approche :

$$\langle p \rangle_\alpha = \sum_i \frac{p_i}{N_\alpha}, \quad (2.15)$$

$$\sigma_\alpha^2 = \sum_i \frac{[p_i^2 - \langle p \rangle]}{N_\alpha}, \quad (2.16)$$

où les p_i sont les N_α valeurs prédites pour le paramètre empirique p ($p = E_{\text{sat}}, E_{\text{sym}}, \text{etc.}$). Les résultats obtenus pour les trois familles sont présentés dans la partie supérieure de la table 2.4. Afin d'estimer une valeur moyenne et une déviation standard sur tous ces modèles, et de façon à ne pas biaiser cette estimation par le nombre de modèles considérés dans chaque famille de modèles, on calcul la moyenne arithmétique et la déviation standard sur les trois familles, en donnant le même poids à chacune,

$$\langle p \rangle_{tot} = \sum_\alpha \frac{1}{3} \langle p \rangle_\alpha = \sum_\alpha \frac{1}{3} \sum_i \frac{p_i}{N_\alpha}, \quad (2.17)$$

$$\sigma_{tot}^2 = \sum_\alpha \frac{1}{3} \sigma_\alpha^2 = \sum_\alpha \frac{1}{3} \sum_i \frac{[p_i^2 - \langle p \rangle]}{N_\alpha}. \quad (2.18)$$

et présentons le résultat dans la ligne "Total" de la table 2.4. La partie inférieure de la table recense les résultats obtenus de la même manière pour les approches *ab-initio*, que l'on représente séparément car elles diffèrent des modèles phénoménologiques dès lors qu'elles sont directement basées sur la description des interactions nucléons-nucléons dans le vide. Pour le modèle APR, les valeurs des paramètres empiriques sont extraites d'un ajustement de l'équation (2.6).

La dépendance de la valeur des paramètres empiriques dans les modèles utilisés est clairement illustrée par la table 2.4, même pour les paramètres de plus bas ordres les mieux contraints, y compris dans les approches *ab-initio*. On remarque par exemple que la densité de saturation

Modèle	E_{sat}	E_{sym}	n_{sat}	L_{sym}	K_{sat}	K_{sym}	Q_{sat}	Q_{sym}	Z_{sat}	Z_{sym}	m_{sat}^*	Δm_{sat}^*	κ_v	K_τ
(N_α)	MeV	MeV	fm^{-3}	MeV	m	m	-	MeV						
dér. ordre	0	0	1	1	2	2	3	3	4	4	-	-	-	-
approches phénoménologiques														
Skyrme	Average	-15.88	0.1595	47.8	234	-130	-357	378	1500	-2219	0.73	0.08	0.46	-344
(16)	σ	0.15	0.0011	16.8	10	66	22	110	169	617	0.10	0.24	0.27	25
Skyrme	Average	-15.87	0.1596	49.6	237	-132	-349	370	1448	-2175	0.77	0.127	0.44	-354
(35)	σ	0.18	0.0039	21.6	27	89	89	188	510	1069	0.14	0.310	0.37	45
RMF	Average	-16.24	0.1494	90.2	268	-5	-2	271	5058	-3672	0.67	-0.09	0.40	-549
(11)	σ	0.06	0.0025	29.6	34	88	393	357	2294	1582	0.02	0.03	0.06	153
RHF	Average	-15.97	0.1540	90.0	248	128	389	523	5269	-9956	0.74	-0.03	0.34	-572
(4)	σ	0.08	0.0035	11.1	12	51	350	237	838	4156	0.03	0.01	0.07	169
Total	Average	-16.03	0.1543	76.6	251	-3	13	388	3925	-5268	0.72	0.01	0.39	-492
(50)	σ_{tot}	0.20	0.0054	29.2	29	132	431	289	2270	4282	0.09	0.20	0.22	166
	Min	-16.35	0.1450	9.9	201	-394	-748	-86	-903	-16916	0.38	-0.47	0.00	-835
	Max	-15.31	0.1746	122.7	355	213	950	846	9997	-5	1.11	1.02	2.02	-254
approches <i>ab-initio</i>														
APR	Moyenne	-16.0	0.16	50.0	270	-199	-665	923	337	-2053	1.0	0.0	0.0	-376
(1)	σ	†	†	1.3	2	13	30	67	94	125	†	†	†	30
chiral EFT	Moyenne	-15.16	0.171	48.1	214	-172	-139	-164	1306	-2317	-	-	-	-428
Drischler 2016	σ_{tot}	1.24	0.016	3.6	22	40	104	234	214	379	-	-	-	63
(7)	Min	-16.92	0.140	43.9	182	-224	-310	-640	901	-2961	-	-	-	-534
	Max	-13.23	0.190	53.5	242	-108	24	96	1537	-1750	-	-	-	-334

TABLE 2.4 – Énergie de liaison E_{sat} , énergie de symétrie E_{sym} , densité de saturation nucléaire n_{sat} , pente de l'énergie de symétrie L_{sym} , module d'incompressibilité isoscalaire K_{sat} , contribution isovectorielle au module d'incompressibilité K_{sym} , paramètre de distorsion isoscalaire Q_{sat} , paramètre de distorsion isovectoriel Q_{sym} , kurtosis isoscalaire Z_{sat} , kurtosis isovectoriel Z_{sym} , masse effective de Landau m_{sat}^* , et sa séparation en isospin Δm_{sat}^* . Source : [Margueron et al., 2018a]. † Ce paramètre est fixé.

nucléaire n_{sat} et l'énergie de liaison moyenne à la densité de saturation E_{sat} prennent des valeurs qui diffèrent entre les différentes approches, et que ces différences excèdent les barres d'erreurs. Ceci est symptomatique d'une forte dépendance dans les modèles. On remarque toutefois que ces paramètres, ainsi que l'énergie de symétrie E_{sym} et le module d'incompressibilité isoscalaire K_{sat} prennent des valeurs compatibles avec celles qui avaient été trouvées à partir d'analyses expérimentales (voir table 2.1). Ceci provient du fait que les modèles phénoménologiques sont ajustés sur des données expérimentales de façon à reproduire des propriétés des noyaux en lien étroit avec ses paramètres telles que l'énergie de liaison.

Les paramètres d'ordres supérieurs sont plus affectés par cette dépendance et on remarque dans le cas de K_{sym} et Q_{sat} , que les valeurs prédites prennent un signe négatif dans les approches de type Skyrme, sont compatibles avec zéro dans les modèles RMF, et négatives dans les modèles RHF. Les différents modèles phénoménologiques utilisés étant ajustés sur des données expérimentales, on en déduit que ces paramètres ne sont pas bien contraints par les méthodes d'ajustements [Margueron et al., 2018a]. On remarque également que les paramètres d'ordre successifs comme $(K_{\text{sat/sym}}, Q_{\text{sat/sym}}, Z_{\text{sat/sym}})$, ont des signes alternés et prennent des valeurs toujours plus élevées au fur et à mesure que l'ordre augmente.

Au vu de la table 2.4, on peut séparer les paramètres empiriques en 4 groupes :

- Les paramètres connus à quelques pour-cent près : n_{sat} , et E_{sat} , qui sont en étroit lien avec les expériences et sont directement ajustés sur les données expérimentales.
- Les paramètres connus à une dizaine de pour-cent : E_{sym} , K_{sat} , et m_{sat}^* , pour lesquels il est possible d'obtenir des contraintes dans certaines expériences sur les noyaux, mais dépendent fortement des modèles utilisés.
- Les paramètres connus avec une erreur relativement grande (50%) : L_{sym} , qui pourrait être contraint dans un future proche dans des expériences visant à explorer les propriétés asymétrique de la matière nucléaire [Abrahamyan et al., 2012].
- Les paramètres quasiment inconnus : K_{sym} , $Q_{\text{sat/sym}}$, $Z_{\text{sat/sym}}$, et Δm_{sat}^* . Pour ces derniers paramètres, il n'est pas envisageable, à ce jour, de pouvoir les contraindre grâce à des expériences réalisés sur des noyaux finis. Ils nécessitent d'explorer la matière nucléaire à des densités supérieurs ($3 - 4 n_{\text{sat}}$) et/ou la matière nucléaire asymétrique. Ceci peut éventuellement être réalisé dans des collisions d'ions lourds, ou bien grâce à l'observation des étoiles à neutrons.

2.2 Construction d'une méta-modélisation de la matière nucléaire

L'expansion polynomiale présentée dans l'équation (2.6) ne permet pas de fournir une description réaliste de la matière nucléaire car elle ne traduit pas la dépendance en isospin et en densité de l'énergie cinétique [Ducoin et al., 2011]. Afin de prendre cette dépendance naturelle en compte, il convient de séparer l'énergie cinétique (que nous traitons dans la section 2.2.1) de l'énergie potentielle (que nous traitons à partir de la section 2.2.1.1). Afin de pouvoir décrire les régimes relativistes et non relativistes, on peut exprimer l'énergie cinétique comme un développement en puissance du moment de Fermi des nucléons [Serot and Walecka, 1997, Margueron et al., 2007]. Cependant, cela introduirait un certain nombre de paramètres mal contraints. Nous nous limitons donc au cas non relativiste et montrerons dans la section 2.3 que le modèle ainsi construit

permet néanmoins de reproduire des modèles relativistes. Nous supposons que l'énergie de liaison a une dépendance quadratique en l'asymétrie d'isospin δ , et négligeons les termes d'ordre supérieurs comme le suggère les calculs microscopiques [Vidaña et al., 2009]. Nous considérons que l'équation d'état de la matière nucléaire est analytique en densité, et plus particulièrement, selon la variable $x = (n_0 - n_{\text{sat}})/3n_{\text{sat}}$, afin de pouvoir effectuer un développement de Taylor-Young de la partie potentielle. Cela a pour conséquence de restreindre le méta-modèle aux équations d'état qui ne présentent pas de transition de phase. On construit donc un modèle purement nucléonique sur un large domaine de densités. Enfin, nous nous assurons que la densité d'énergie soit nulle à densité nulle : $\lim_{n_0 \rightarrow 0} e(n_0, n_1) = 0$.

Dès lors qu'on ne considère pas de transition de phase, il est possible de calculer analytiquement la dérivée première de l'énergie de liaison par nucléon, définissant la pression :

$$P_n(n_0, n_1) = n_0^2 \frac{\partial e}{\partial n_0}, \quad (2.19)$$

ainsi que sa dérivée seconde, donnant la vitesse du son dans le milieu :

$$\left(\frac{v_{s,n}}{c} \right)^2 = \frac{K_{is}(n_0, n_1)}{9 \left[mc^2 + e + \frac{P(n_0, n_1)}{n_0} \right]}, \quad (2.20)$$

reliée au module d'incompressibilité isoscalaire :

$$K_{is}(n_0, n_1) = 9n_0^2 \frac{\partial^2 e}{\partial n_0^2} + 18 \frac{P(n_0, n_1)}{n_0}. \quad (2.21)$$

Notons que $K_{is}(n_{\text{sat}}, 0) = K_{\text{sat}}$.

On peut enfin définir l'énergie de symétrie comme :

$$S_2(n_0) = \frac{1}{2} \frac{\partial^2 e(n_0, n_1)}{\partial \delta^2} \Big|_{n_1=0}. \quad (2.22)$$

Dans les sections suivantes, nous traitons séparément l'énergie cinétique des nucléons et l'énergie potentielle.

2.2.1 Contribution cinétique des nucléons

On considère les nucléons comme formant un gaz de Fermi (FG) non relativiste. L'énergie cinétique par nucléon peut alors s'écrire :

$$t^{FG}(n_0, n_1) = \frac{t_{\text{sat}}^{FG}}{2} \left(\frac{n_0}{n_{\text{sat}}} \right)^{2/3} f_1(\delta), \quad (2.23)$$

où $t_{\text{sat}}^{FG} = 3\hbar^2/(10m) (3\pi^2/2)^{2/3} n_{\text{sat}}^{2/3}$ représente l'énergie cinétique par nucléon que l'on aurait dans de la matière nucléaire symétrique à la densité de saturation, pour des nucléons de masse $m = (m_n + m_p)/2 = 938.919 \text{ MeV}/c^2$ (on obtient $t_{\text{sat}}^{FG} \approx 22.1 \text{ MeV}$ [Margueron et al., 2018a]). La fonction $f_1(\delta)$ corrige l'énergie cinétique par rapport à l'asymétrie en isospin :

$$f_1(\delta) = (1 + \delta)^{5/3} + (1 - \delta)^{5/3}. \quad (2.24)$$

La masse effective due aux interactions dans le milieu (voir section 2.1.1.2) peut être paramétrisée comme suit (τ =neutrons/protons) :

$$\frac{m}{m_\tau^*} = 1 + (\kappa_{\text{sat}} + \tau_3 \kappa_{\text{sym}} \delta) \frac{n_0}{n_{\text{sat}}}, \quad (2.25)$$

avec $\tau_3 = 1$ pour les neutrons et -1 pour les protons. Les paramètres κ_{sat} et κ_{sym} dépendent de la masse effective de Landau à la densité de saturation m_{sat}^* et de la séparation en isospin Δm_{sat}^* discutés dans la section 2.1.1.2. À la densité de saturation ($n_0 = n_{sat}$), on a :

$$\kappa_{sat} = \frac{m}{m_{sat}^*} - 1 = \kappa_s \text{ dans la matière symétrique } (\delta = 0), \quad (2.26)$$

$$\kappa_{sym} = \frac{1}{2} \left[\frac{m}{m_n^*} - \frac{m}{m_p^*} \right] \text{ dans de la matière de neutrons } (\delta = 1). \quad (2.27)$$

Notons que l'on peut exprimer ces deux paramètres en fonction de κ_s et κ_v introduit dans la section 2.1.1.2 : $\kappa_{sat} = \kappa_s$, et $\kappa_{sym} = \kappa_s - \kappa_v$ [Lesinski et al., 2006]. La description de la masse effective par l'équation (2.25) peut être améliorée en ajoutant des termes d'ordre supérieurs en densité. Cependant, dans le cas des étoiles à neutrons, on considère la matière nucléaire à température nulle, et les effets de la masse effective ne vont pas avoir un grand impact sur l'équation d'état. On peut donc se limiter au premier ordre dans le cadre de cette étude. En réécrivant l'équation (2.23), on obtient finalement l'énergie cinétique par nucléons :

$$t^{FG*}(n_0, n_1) = \frac{t_{sat}^{FG}}{2} \left(\frac{n_0}{n_{sat}} \right)^{2/3} \left[\left(1 + \kappa_{sat} \frac{n_0}{n_{sat}} \right) f_1(\delta) + \kappa_{sym} \frac{n_0}{n_{sat}} f_2(\delta) \right], \quad (2.28)$$

avec la fonction $f_2(\delta)$:

$$f_2(\delta) = \delta \left((1 + \delta)^{5/3} - (1 - \delta)^{5/3} \right). \quad (2.29)$$

Dans toute la suite, nous considérerons que l'énergie cinétique des nucléons est décrite par l'équation (2.28). Nous présentons dans les sections suivantes, une méta-modélisation de l'énergie potentielle développée dans [Margueron et al., 2018a].

2.2.1.1 Description du potentiel avec une Fonctionnelle de la densité Locale Empirique : le modèle ELFa

La séparation entre les contributions cinétiques et potentielles à l'énergie de liaison nous permet de la réécrire :

$$e_{ELFa}^N(n_0, n_1) = t^{FG*}(n_0, n_1) + v_{ELFa}^N(n_0, n_1), \quad (2.30)$$

en faisant apparaître le terme de potentiel $v_{ELFa}^N(n_0, n_1)$ comme une expansion polynomiale d'ordre N en la variable x [Margueron et al., 2018a], prenant ainsi la forme d'une fonctionnelle de la densité locale (ELF).

$$v_{ELFa}^N(n_0, n_1) = \sum_{\alpha \geq 0}^N \frac{1}{\alpha!} v_\alpha(\delta) x^\alpha. \quad (2.31)$$

La dépendance quadratique en asymétrie d'isospin du potentiel d'interaction nucléaire nous permet de séparer les coefficients apparaissant dans le développement 2.30 en un canal isoscalaire et un canal isovecteur [Vidãña et al., 2009] :

$$v_\alpha(\delta) = v_\alpha^{is} + v_\alpha^{iv} \delta^2. \quad (2.32)$$

Le fait d'avoir un développement en puissance entières de la densité plutôt qu'en moment de Fermi (ce qui est toujours possible [Bulgac et al., 2015]), donne une relation très simple entre

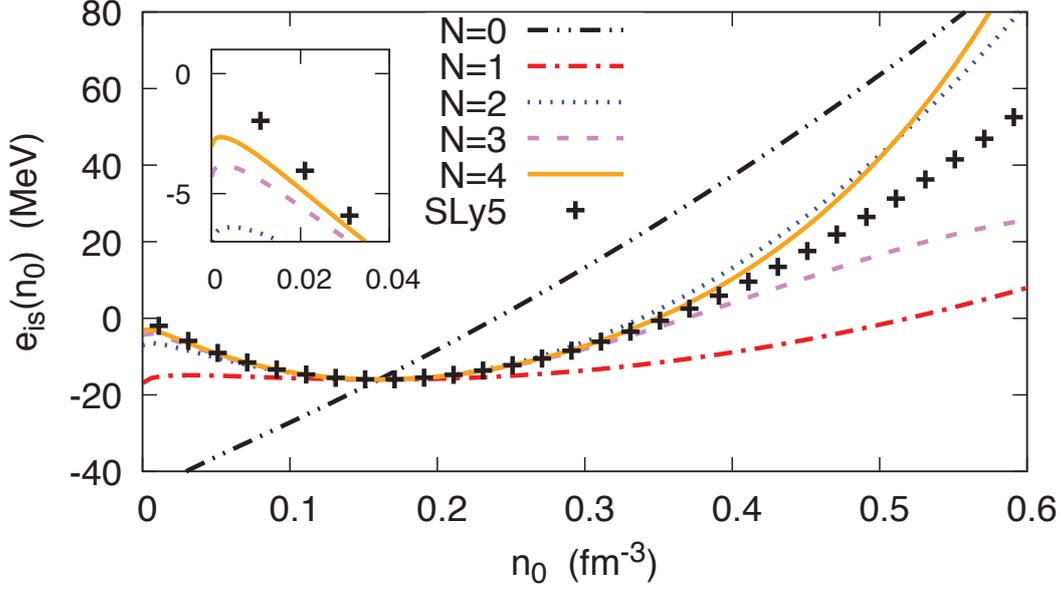


FIGURE 2.2 – Comparaison de l'énergie par nucléons prédite par le méta-modèle ELFa et le modèle Skyrme SLy5. Les paramètres empiriques du modèle SLy5 sont utilisés pour paramétrer le meta-modèle à l'ordre N . Les différents ordres successifs sont représentés par les lignes de couleur, tandis que les points correspondent aux prédictions du modèle SLy5. Source : [Margueron et al., 2018a].

les coefficients v_{α}^{is} et v_{α}^{iv} et les paramètres empiriques souvent utilisés, discutés dans les sections 2.1.1.1 et 2.1.1.2. On a ainsi pour le secteur isoscalaire :

$$v_{\alpha=0}^{is} = E_{sat} - t_{sat}^{FG}(1 + \kappa_{sat}), \quad (2.33)$$

$$v_{\alpha=1}^{is} = -t_{sat}^{FG}(2 + 5\kappa_{sat}), \quad (2.34)$$

$$v_{\alpha=2}^{is} = K_{sat} - 2t_{sat}^{FG}(-1 + 5\kappa_{sat}), \quad (2.35)$$

$$v_{\alpha=3}^{is} = Q_{sat} - 2t_{sat}^{FG}(4 - 5\kappa_{sat}), \quad (2.36)$$

$$v_{\alpha=4}^{is} = Z_{sat} - 8t_{sat}^{FG}(-7 + 5\kappa_{sat}), \quad (2.37)$$

et pour le secteur isovectoriel :

$$v_{\alpha=0}^{iv} = E_{sym} - \frac{5}{9}t_{sat}^{FG}[1 + (\kappa_{sat} + 3\kappa_{sym})], \quad (2.38)$$

$$v_{\alpha=1}^{iv} = L_{sym} - \frac{5}{9}t_{sat}^{FG}[2 + 5(\kappa_{sat} + 3\kappa_{sym})], \quad (2.39)$$

$$v_{\alpha=2}^{iv} = K_{sym} - \frac{10}{9}t_{sat}^{FG}[-1 + 5(\kappa_{sat} + 3\kappa_{sym})], \quad (2.40)$$

$$v_{\alpha=3}^{iv} = Q_{sym} - \frac{10}{9}t_{sat}^{FG}[4 - 5(\kappa_{sat} + 3\kappa_{sym})], \quad (2.41)$$

$$v_{\alpha=4}^{iv} = Z_{sym} - \frac{40}{9}t_{sat}^{FG}[-7 + 5(\kappa_{sat} + 3\kappa_{sym})]. \quad (2.42)$$

L'équation d'état obtenue en exprimant le terme de potentiel par l'équation (2.31) est alors entièrement paramétrisée par la valeur des paramètres empiriques d'ordre α . On représente sur la figure 2.2 l'équation d'état donnée par le méta-modèle (équation 2.30) pour de la matière

symétrique, en prenant les valeurs prédites par le modèle de Skyrme SLy5 (à titre illustratif) pour les paramètres empiriques, et pour des densités allant de 0 à 0.6 fm^{-3} . Afin d'illustrer les effets des ordres successifs dans le développement de l'équation (2.31), on montre les équations d'état obtenues avec le modèle ELFa en prenant les paramètres empiriques du modèle SLy5 d'ordre 0 à 4. On remarque que plus l'ordre est élevé, meilleure est la convergence. On note également que toutes les courbes du modèle ELFa passent par le point de saturation, mais qu'il faut une fonctionnelle d'ordre $N \geq 2$ pour reproduire la courbure et obtenir un minimum de l'énergie de liaison à la densité de saturation nucléaire. La différence entre les modèles d'ordre N et SLy5 est plus marquée au fur et à mesure que l'on s'éloigne de la densité de saturation nucléaire, et les méta-modèles de plus hauts ordres restent plus proches de la référence SLy5 à plus haute densité.

La figure incluse dans la figure 2.2 montre de façon détaillée le comportements des modèles à faible densité. Lorsque la densité est nulle, l'énergie par nucléons prédite par les méta-modèle ne l'est pas. Nous proposons une façon de corriger ce problème dans la section suivante.

2.2.1.2 Corrections de la fonctionnelle à densité nulle : le modèle ELFb

Afin d'imposer le fait que l'énergie par nucléon doit être nulle à densité nulle, l'énergie potentielle peut être remplacée par une autre forme (modèle ELFb),

$$e_{ELFb}^N(n_0, n_1) = t^{FG*}(n_0, n_1) + v_{ELFb}^N(n_0, n_1), \quad (2.43)$$

où le potentiel s'écrit sous forme d'une expansion en terme de la densité n_0 , que l'on retrouve dans de nombreuses fonctionnelles (voir par exemple [Baldo et al., 2004, Baldo et al., 2008]) :

$$v_{ELFb}^N(n_0, n_1) = \sum_{\alpha \geq 1}^N (p_\alpha^{is} + p_\alpha^{iv} \delta^2) n_0^\alpha. \quad (2.44)$$

Au vu de la construction de la variable x , cette forme est strictement équivalente à la forme suivante [Margueron et al., 2018a] :

$$v_{ELFb}^N(n_0, n_1) = \sum_{\alpha \geq 0}^N \frac{1}{\alpha!} (v_\alpha^{is} + v_\alpha^{iv} \delta^2) x^\alpha, \quad (2.45)$$

en imposant la limite à densité nulle via les coefficients d'ordre N , v_N^{is} et v_N^{iv} de façon à annuler les termes d'ordre $\alpha < N$ à densité nulle :

$$v_N^{is/iv} = - \sum_{\alpha \geq 0}^{N-1} \frac{N!}{\alpha!} v_\alpha^{is/iv} (-3)^{N-\alpha}. \quad (2.46)$$

De cette façon, les relations simples entre les coefficients $v_\alpha^{is/iv}$ d'ordre $\alpha < N$ et les paramètres empiriques des équations (2.33) et (2.42) ne sont pas modifiées.

En introduisant l'équation (2.46) dans l'équation (2.45), l'énergie potentielle se réécrit :

$$v_{ELFb}^N(n_0, n_1) = \sum_{\alpha \geq 0}^{N-1} \frac{1}{\alpha!} (v_\alpha^{is} + v_\alpha^{iv} \delta^2) x^\alpha u_{ELFb,\alpha}^N(x), \quad (2.47)$$

introduisant la fonction :

$$u_{ELFb,\alpha}^N(x) = 1 - (-3x)^{N-\alpha}. \quad (2.48)$$

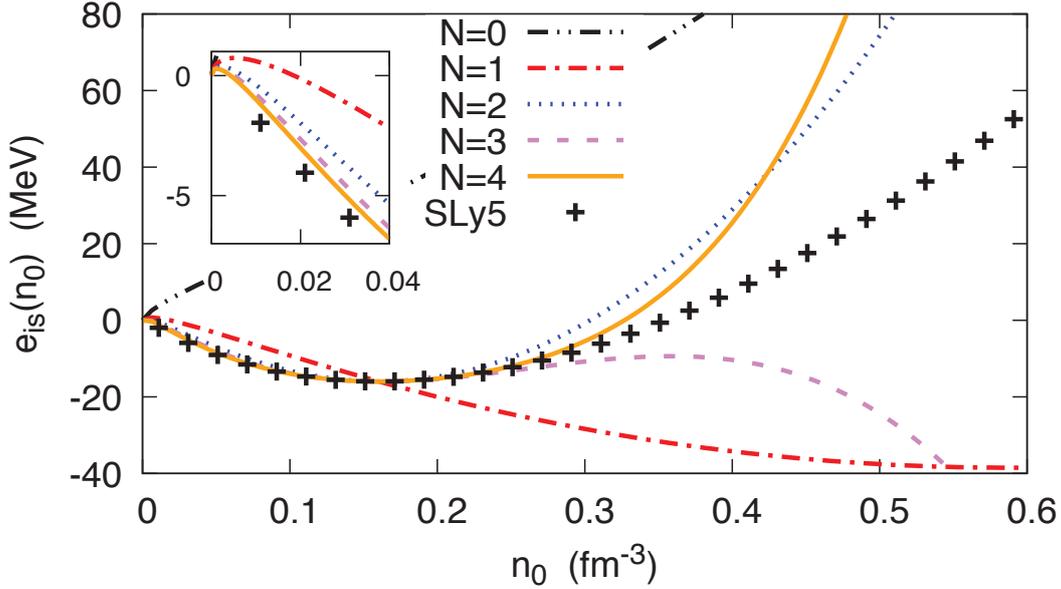


FIGURE 2.3 – Reproduction de la figure 2.2 en utilisant le modèle ELFb de façon à mieux reproduire le comportement des équations d'état à basse densité. Source : [Margueron et al., 2018a].

Afin de comparer le modèle ELFb et le modèle ELFa, nous reproduisons la figure 2.2 en utilisant le modèle ELFb. On remarque sur la figure incluse que le comportement à basse densité est à présent correcte. Cependant, aucune amélioration n'est apportée concernant la convergence au delà de la densité de saturation nucléaire, ce qui n'est pas surprenant du fait que les valeurs des paramètres d'ordre N , v_N^{is} et v_N^{iv} , dont les effets sont plus marqués à haute densité, sont à présent entièrement déterminés par la condition d'énergie nulle à densité nulle. La figure 2.3 montre également que le comportement des équations d'état n'est pas symétrique par rapport à la densité de saturation, et des corrections supplémentaires visant à améliorer les équations d'état à basse densité risquent de détériorer fortement la convergence à haute densité.

2.2.2 Améliorations à basse densité : le modèle ELFc

De façon à reproduire correctement le comportement de la matière nucléaire à basse densité, sans pour autant détériorer le comportement à haute densité, il est possible d'ajouter au modèle ELFa un terme dépendant de la densité qui : i) impose une valeur nulle de l'énergie par nucléon à densité nulle, ii) conserve les propriétés de convergence du modèle ELFa autour de la densité de saturation nucléaire, iii) diminue fortement avec la densité pour ne pas altérer la convergence au delà de la densité de saturation nucléaire, et iv) conserve les relations simples entre les coefficients de l'expansion de Taylor-Young et les paramètres empiriques données par les équations (2.33) et (2.42). Un tel terme peut être construit et conduit à l'expression de l'énergie potentielle suivante :

$$v_{ELFc}^N(n_0, n_1) = \sum_{\alpha \geq 0}^N \frac{1}{\alpha!} (v_\alpha^{is} + v_\alpha^{iv} \delta^2) x^\alpha - (a_N^{is} + a_N^{iv} \delta^2) x^{N+1} \exp\left(-b \frac{n_0}{n_{sat}}\right). \quad (2.49)$$

La condition d'énergie nulle à densité nulle est imposée par les termes a_N^{is} et a_N^{iv} :

$$a_N^{is} = - \sum_{\alpha \geq 0}^N \frac{1}{\alpha!} v_\alpha^{is} (-3)^{N+1-\alpha}, \quad (2.50)$$

$$a_N^{iv} = - \sum_{\alpha \geq 0}^N \frac{1}{\alpha!} v_\alpha^{iv} (-3)^{N+1-\alpha}. \quad (2.51)$$

Cette correction décroît exponentiellement avec la densité, afin de ne pas détériorer les propriétés de convergence du modèle ELFa autour et au delà de la densité de saturation nucléaire. Si les termes a_N^{is} et a_N^{iv} assurent une valeur nulle de l'énergie à densité nulle, le paramètre b , lui, reste à déterminer quant au comportement de l'équation d'état à densité non nulle. Dans le cadre de cette thèse, nous étudions les hautes densité, et le paramètre b n'impact l'équation d'état qu'à basse densité. Un choix raisonnable est de prendre b tel que la correction exponentielle vaille $1/2$ lorsque $n_0 = 0.1n_{\text{sat}}$, donnant une valeur de $b = 10 \ln 2 \approx 6.93$ [Margueron et al., 2018a].

On représente les valeurs prises par les coefficients a_N^{is} et a_N^{iv} pour des ordres allant de 0 à 4 sur la figure 2.4, afin de reproduire des modèles non relativistes (cadre supérieur) et relativistes (cadre inférieur). On remarque que plus l'ordre est important, plus les corrections apportées par ces deux termes sont faibles.

Prenant ces corrections en compte, on peut réécrire l'énergie par nucléon du modèle ELFc :

$$e_{ELFc}^N(n_0, n_1) = t^{FG*}(n_0, n_1) + v_{ELFc}^N(n_0, n_1), \quad (2.52)$$

avec l'énergie potentielle,

$$v_{ELFc}^N(n_0, n_1) = \sum_{\alpha \geq 0}^N \frac{1}{\alpha!} (v_\alpha^{is} + v_\alpha^{iv} \delta^2) x^\alpha u_{ELFc, \alpha}^N(x), \quad (2.53)$$

et en introduisant la fonction :

$$u_{ELFc, \alpha}^N(x) = 1 - (-3x)^{N+1-\alpha} \exp\left(-b \frac{n_0}{n_{\text{sat}}}\right). \quad (2.54)$$

La figure 2.5 est reproduite en utilisant le modèle ELFc. On constate bien que les propriétés de convergence du modèle ELFa autour et au delà de la densité de saturation nucléaire ne sont pas affectées (voir figure 2.2 pour la comparaison), tandis que le comportement à basse densité est amélioré.

2.2.3 Amélioration de la convergence à haute densité : le modèle ELFd

Comme on peut le voir sur la figure 2.5, la convergence au delà de la densité de saturation nucléaire se fait lentement avec l'ordre N du développement polynomial. Le fait que les valeurs prises par les paramètres empiriques augmente en valeur absolue au fur et à mesure que l'ordre augmente, et le fait que leur signe alterne d'un ordre à l'autre, pour des ordres supérieurs à $\alpha = 3$ (voir table 2.4), illustre le fait qu'un nombre important de paramètres d'ordres élevés est nécessaire pour que le modèle converge à haute densité. Ces paramètres ont un impact sur l'équation d'état principalement à haute densité et leurs faibles effets autour de la densité de saturation nucléaire ne permet pas d'obtenir des contraintes expérimentales sur leur valeurs. Cependant, dans tous les modèles nucléoniques existants, les équations d'état sont continues et

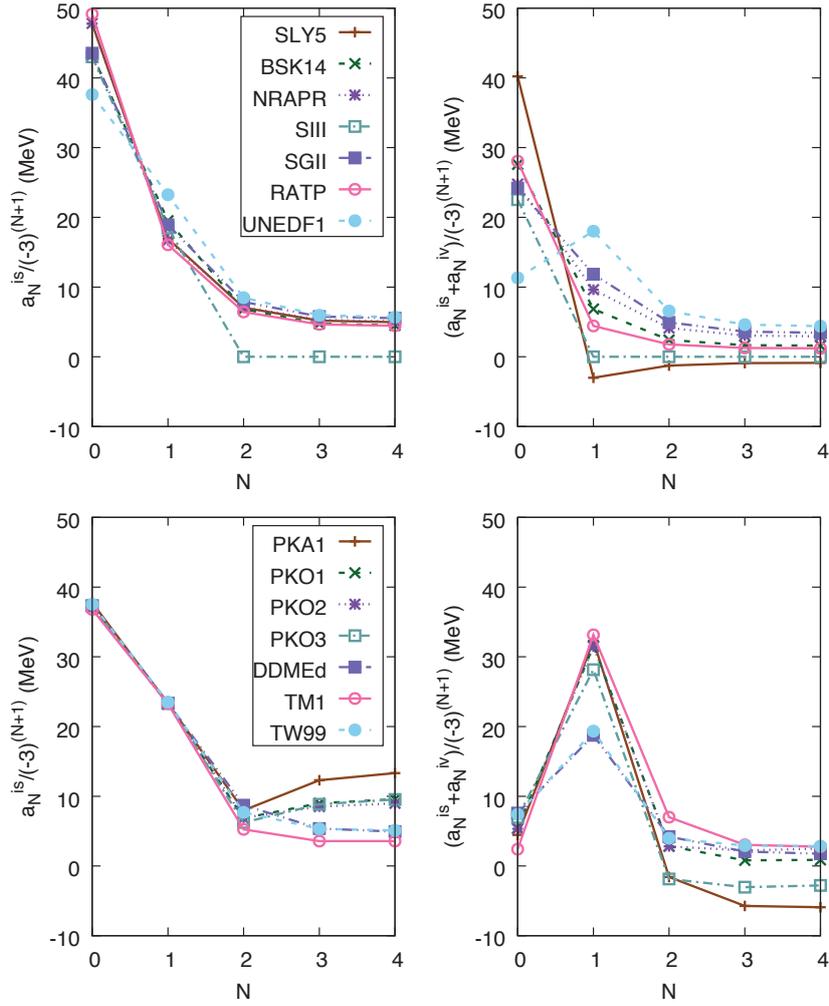


FIGURE 2.4 – Valeurs prises par les termes $a_N^{is}/(-3)^{N+1}$ (à gauche) et $a_N^{iv}/(-3)^{N+1}$ (à droite) en fonction de l'ordre N de l'expansion du méta-modèle ELFC, pour différents modèles non relativistes (cadre supérieur), et relativistes (cadre inférieur). Source : [Margueron et al., 2018a].

dérivables (voir la figure 2.5 pour une illustration avec le modèle SLy5). Ceci implique que la donnée d'un point à haute densité, en complément des informations sur les paramètres empiriques autour de la densité de saturation, peut permettre de fixer les valeurs des paramètres de plus hauts ordres [Margueron et al., 2018a] afin de reproduire correctement le comportement de la matière nucléaire sur une large gamme de densité.

Supposons que l'on connaisse à haute densité (hd) l'énergie de liaison e_{hd} et la pression p_{hd} prédites par un modèle, par exemple à $n_0 = 4n_{sat} = n_{hd}$ (pour des raisons de simplification dans les calculs, ce point pouvant être pris à une densité différente). En effectuant le développement jusqu'à l'ordre $N = 3$, le paramètre $Q_{sat/sym}$ peut alors être fixé par les conditions suivantes sur l'énergie par nucléon au point de référence dans de la matière symétrique (SM) et de neutron (NM) :

$$e_{ELFd}^N(n_0 = n_{hd}, n_1 = 0) = e_{hd}^{SM}, \quad (2.55)$$

$$e_{ELFd}^N(n_0 = n_{hd}, n_1 = n_0) = e_{hd}^{NM}, \quad (2.56)$$

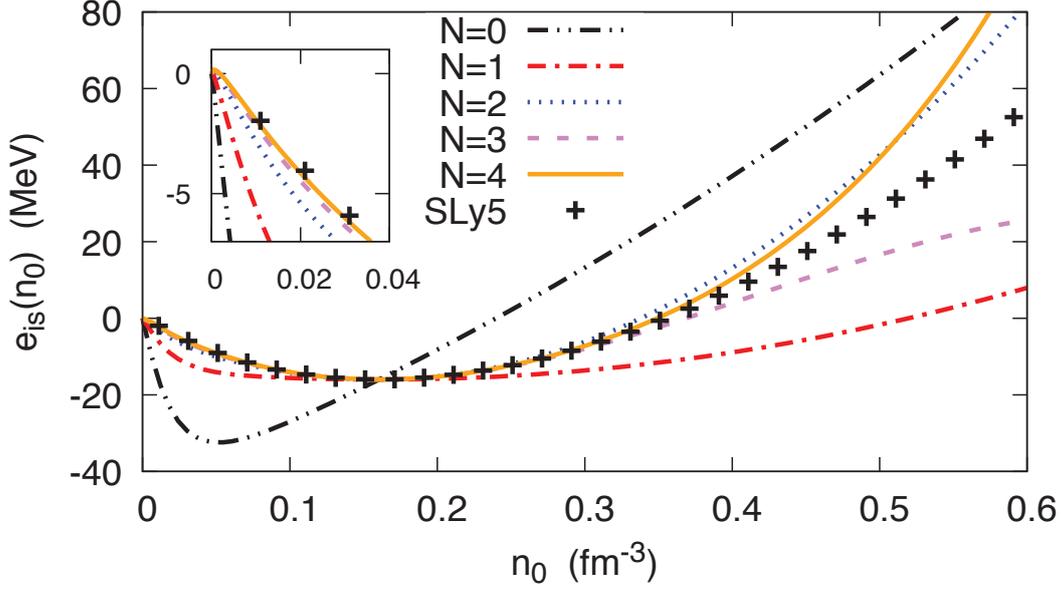


FIGURE 2.5 – Reproduction de la figure 2.2 en utilisant le modèle ELFc de façon à mieux reproduire le comportement des équation d'état à basse densité tout en améliorant la convergence au delà de la densité de saturation nucléaire par rapport au modèle ELFb. Source : [Margueron et al., 2018a].

prennant alors les valeurs [Margueron et al., 2018a] :

$$\begin{aligned} v_3^{is} &= 6(e_{hd}^{SM} - t_{hd}^{SM}) - 6v_0^{is} - 6v_1^{is} - 3v_2^{is}, \\ v_3^{iv} &= -6(e_{hd}^{SM} - e_{hd}^{NM} - t_{hd}^{SM} + t_{hd}^{NM}) - 6v_0^{iv} - 6v_1^{iv} - 3v_2^{iv}. \end{aligned} \quad (2.57)$$

Tandis qu'en allant jusqu'à l'ordre $N = 4$, les valeurs de $Q_{sat/sym}$ et $Z_{sat/sym}$ sont déterminées par les conditions suivantes sur l'énergie :

$$e_{ELFd}^N(n_0 = n_{hd}, n_1 = 0) = e_{hd}^{SM}, \quad (2.58)$$

$$e_{ELFd}^N(n_0 = n_{hd}, n_1 = n_0) = e_{hd}^{NM}, \quad (2.59)$$

et sur la pression :

$$p_{ELFd}^N(n_0 = n_{hd}, n_1 = 0) = p_{hd}^{SM}, \quad (2.60)$$

$$p_{ELFd}^N(n_0 = n_{hd}, n_1 = n_0) = p_{hd}^{NM}, \quad (2.61)$$

donnant alors les valeurs suivantes [Margueron et al., 2018a] :

$$v_3^{is} = 24 \left[e_{hd}^{SM} - t_{hd}^{SM} \right] - \frac{9}{8n_{sat}} \left[p_{hd}^{SM} - p_{hd}^{kin,SM} \right] - 6 \left[4v_0^{is} + 3v_1^{is} + v_2^{is} \right], \quad (2.62)$$

$$\begin{aligned} v_3^{iv} = & -24 \left[e_{hd}^{SM} - e_{hd}^{NM} - t_{hd}^{SM} + t_{hd}^{NM} \right] \\ & + \frac{9}{8n_{sat}} \left[p_{hd}^{SM} - p_{hd}^{NM} - p_{hd}^{kin,SM} + p_{hd}^{kin,NM} \right] \\ & - 6 \left[4v_0^{iv} + 3v_1^{iv} + v_2^{iv} \right], \end{aligned} \quad (2.63)$$

$$\begin{aligned} v_4^{is} = & -72 \left[e_{hd}^{SM} - t_{hd}^{SM} \right] + \frac{9}{2n_{sat}} \left[p_{hd}^{SM} - p_{hd}^{kin,SM} \right] \\ & + 12 \left[6v_0^{is} + 4v_1^{is} + v_2^{is} \right], \end{aligned} \quad (2.64)$$

$$\begin{aligned} v_4^{iv} = & 72 \left[e_{hd}^{SM} - e_{hd}^{NM} - t_{hd}^{SM} + t_{hd}^{NM} \right] \\ & - \frac{9}{2n_{sat}} \left[p_{hd}^{SM} - p_{hd}^{NM} - p_{hd}^{kin,SM} + p_{hd}^{kin,NM} \right] \\ & + 12 \left[6v_0^{iv} + 4v_1^{iv} + v_2^{iv} \right], \end{aligned} \quad (2.65)$$

où on note p^{kin} la contribution cinétique à la pression.

Dans la table 2.5, on illustre les modifications apportées aux paramètres d'ordre 3 et 4 en utilisant le modèle ELFd, et en imposant un point à $4n_{sat}$, afin de reproduire les modèles phénoménologiques utilisés dans la table 2.4.

Une comparaison entre les modèles ELFc et ELFd avec $N = 3$ à 4 dans le but de reproduire les modèles de référence SLy5 et PK1 est illustrée sur la figure 2.6. On note que la convergence à haute densité est grandement améliorée et que le modèle ELFd avec $N = 4$ reproduit correctement le modèle de référence.

De plus, le méta-modèle ainsi construit est également capable de reproduire la pression et la vitesse du son du modèle de référence (qui représentent les dérivées première et seconde de l'énergie de liaison), contrairement au modèle ELFc. On illustre ceci sur la figure 2.7.

Du fait qu'il n'existe pas encore à ce jour de moyen de déterminer les propriétés de ce point à haute densité ($e_{hd}^{SM/NM}$ et $p_{hd}^{SM/NM}$) de façon empirique, nous sommes contraints d'utiliser les valeurs prédites par des modèles de référence. Ceci détériore l'intérêt du méta-modèle, que l'on souhaite le plus modèle-indépendant possible. Cela étant, on peut considérer une large incertitude sur les valeurs des paramètres $Q_{sat/sym}$ et $Z_{sat/sym}$ dans la table 2.5 quant à la prédiction d'observables de physique nucléaire ou astrophysique, afin de couvrir un large cadre de dépendances possibles en densité au delà de la n_{sat} , les valeurs données par les équations (2.62)-(2.65) pouvant alors être prises comme valeurs centrales de distributions avec une largeur importante, et pouvant être contraintes par des observables liées aux hautes densités telles que les étoiles à neutrons.

Dans la suite de ce chapitre nous considérerons le méta-modèle ELFd, étant le plus abouti, et nous choisirons le point à haute densité n_{hd} à $4n_{sat}$ de façon arbitraire, et sachant qu'il a été montré que le choix de ce point à des densités différentes au delà de $2-3n_{sat}$ n'affectaient pas les résultats [Margueron et al., 2018a].

			Q_{sat}	Q_{sym}	Q_{sym}	Z_{sat}	Z_{sym}	Z_{sym}	$\sigma_e(SM)$	$\sigma_e(NM)$	$\sigma_e(NM)$
			$(v_4=0)$			$(v_4=0)$			$(v_4=0)$		
Modèle			MeV	MeV	MeV						
(N_α)	der.	ordre	3	3	3	4	4	4			
Skyrme	10	Average	-197	283	199	-477	-802	-472	0.23	0.10	0.67
		σ	81	95	81	212	289	341	0.07	0.06	0.46
RMF	11	Average	452	-90	16	-2266	-601	-1023	0.79	1.22	1.82
		σ	580	392	232	1266	656	12	0.44	1.14	1.09
RHF	4	Average	606	-565	-281	-2553	92	-1043	0.91	0.63	2.59
		σ	167	373	185	432	737	15.91	0.49	0.26	1.90
TOTAL	25	Average	287	-124	-22	-1765	-437	-846	0.64	0.65	1.69
		σ	352	317	178	782	594	197	0.38	0.67	1.29
		Min	-369	-1178	-585	-4478	-1369	-1070			
		Max	1488	400	334	185	1298	167			

TABLE 2.5 – Modifications apportées aux paramètres empiriques $Q_{sat/sym}$ et $Z_{sat/sym}$ par le méta-modèle ELFd, après avoir contraint le méta-modèle à reproduire l'énergie par nucléon et la pression (dans de la matière symétrique (SM) et dans de la matière de neutron (NM)), prédites par les modèles de référence en un point à $4n_{sat}$. La différence résiduelle entre le méta-modèle et les modèles de références sont calculées sur 45 points en densité allant de n_{sat} à $4n_{sat}$. Elle peut être perçue comme une déviation standard autour de la valeur moyenne prise par les paramètres empiriques. Source : [Margueron et al., 2018a].

2.3 Comparaison du méta-modèle aux modèles existants

Le méta-modèle ELFd ainsi construit permet d'explorer un large cadre de dépendances en densité, et peut ainsi reproduire la plupart des équations d'état existantes (qu'il s'agisse d'approches *ab-initio*, ou d'approches phénoménologiques), mais permet également de décrire des dépendances en densité qui n'existent dans aucun modèle et qui, pourtant, peuvent être physiquement envisageable.

2.3.1 Extraction des paramètres d'ordre élevés à partir de la dépendance en densité de modèles analytiques

On peut extraire la valeur des paramètres $Q_{sat/sym}$ et $Z_{sat/sym}$ pour un modèle donné à partir des équations (2.62)-(2.65). La table 2.5 recense les valeurs obtenues par un ajustement aux modèles phénoménologiques. Les colonnes $v_4 = 0$ montre l'effet du coefficient de plus haut ordre v_4 sur la détermination des paramètres $Q_{sat/sym}$ et $Z_{sat/sym}$. La dispersion entre l'ajustement du méta-modèle aux données du modèle de référence est également évaluée entre n_{sat} et $4n_{sat}$ et présentée dans la dernière colonne pour de la matière symétrique (SM), et de neutron pure (NM).

On constate d'abord que les valeurs de Q_{sat} augmentent systématiquement d'environ 200 MeV

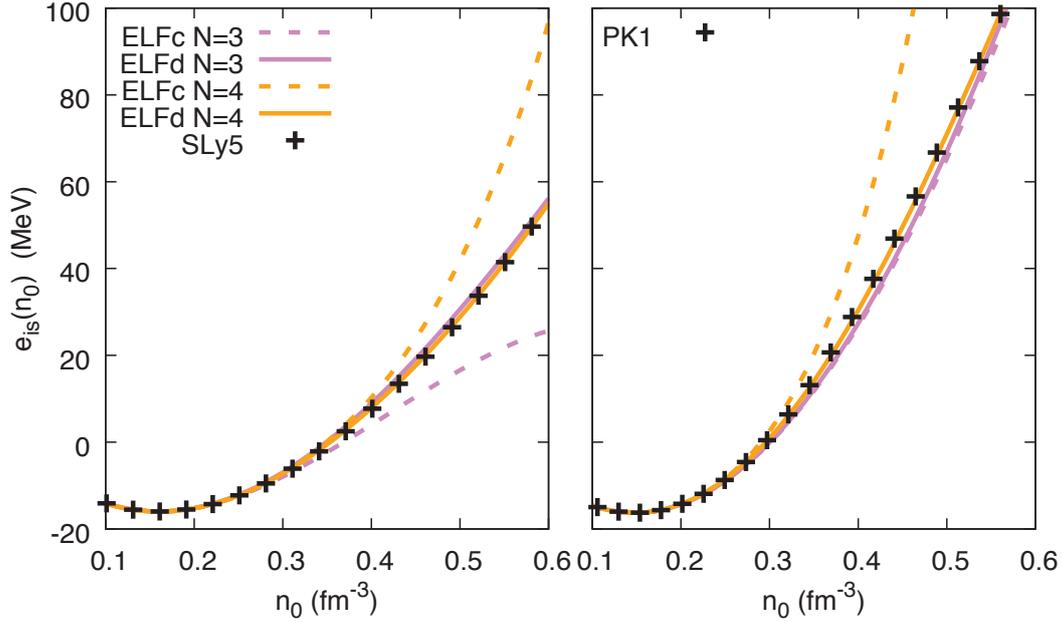


FIGURE 2.6 – Comparaison des modèles ELFc et ELFd avec $N = 3$ et 4 , aux modèles de référence SLy5 (cadre de gauche) et PK1 (cadre de droite). On remarque que la convergence est grandement améliorée dans le modèle ELFd, dont l'ordre 4 permet de très bien reproduire les modèles. Source : [Margueron et al., 2018a].

tandis que les valeurs de Z_{sat} diminuent fortement. Cela illustre le fait qu'il existe une compensation entre les rôles joués par ces deux paramètres. On note également dans les deux secteurs que les valeurs de $Z_{\text{sat/sym}}$ sont, en valeur absolue, moins importantes que dans la table 2.4, ce qui provient du fait qu'en imposant la donnée d'un point à $4n_{\text{sat}}$, la convergence de la série via des coefficients de signes alternés toujours plus élevés en valeur absolue, avec l'ordre, est repoussée à plus hautes densité. Les colonnes indiquant la dispersion illustrent le fait que le modèle ELFd reproduit correctement les modèles jusqu'à $4n_{\text{sat}}$, qu'il s'agisse de modèles relativistes ou non. En effet, bien que le méta-modèle ne soit pas relativiste, il est suffisamment souple pour être en mesure de reproduire les modèles relativistes. Ces colonnes quantifient également l'influence du paramètre v_4 . En effet, les déviations standards sont plus élevées lorsque ce paramètre est retiré.

Le fait que le méta-modèle reproduise les équations d'état existantes permet de l'utiliser afin d'estimer les valeurs moyennes et les incertitudes des paramètres $Q_{\text{sat/sym}}$ et $Z_{\text{sat/sym}}$. On représente dans la table 2.6, un récapitulatif des valeurs de tous les paramètres empiriques et leurs déviations standards provenant des analyses discutées dans les sections précédentes. Pour les paramètres de plus bas ordre ($E_{\text{sat/sym}}$, L_{sym} , $K_{\text{sat/sym}}$, la masse effective et sa séparation en isospin), nous conservons des valeurs compatibles avec les analyses expérimentales (section 2.1.1.1), tandis que pour $Q_{\text{sat/sym}}$ and $Z_{\text{sat/sym}}$, on considère les valeurs de la table 2.5 en prenant une large dispersion, de façon à diminuer l'influence des modèles existants à partir desquels on extrait leur valeurs. Enfin, les valeurs de $Z_{\text{sat/sym}}$ sont prises identiques pour des raisons de simplicité et parce qu'ils sont extrêmement peu contraints et doivent donc rester le plus libre possible.

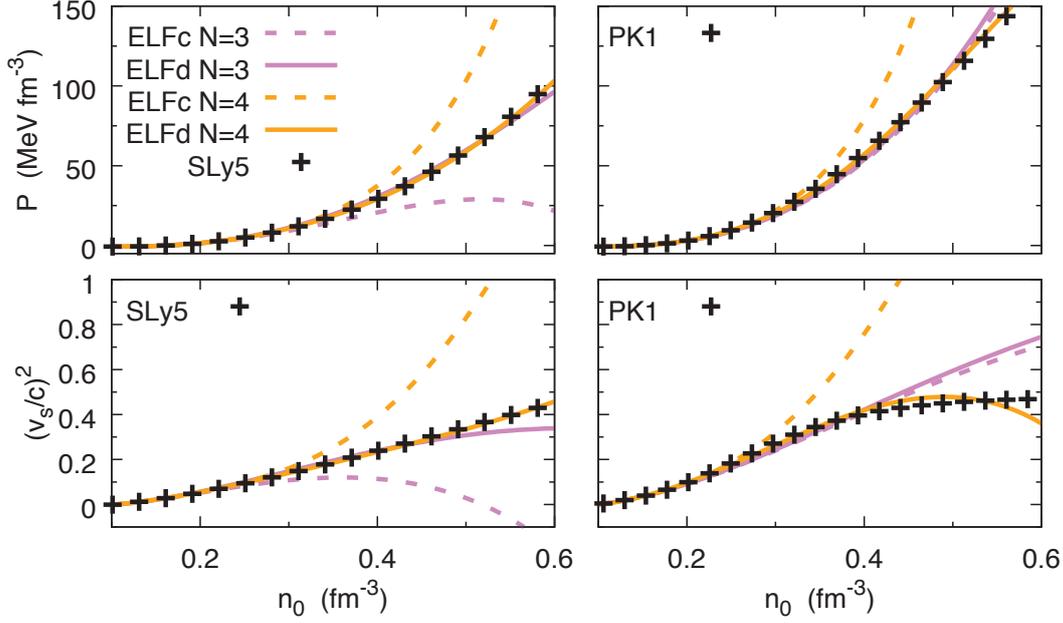


FIGURE 2.7 – Comparaison des modèles ELFc et ELFd avec $N = 3$ à 4 à la pression (cadre supérieur) et à la vitesse du son (cadre inférieur) prédites par les modèles SLy5 (cadre de gauche) et PK1 (cadre de droite). Le modèle ELFd avec $N = 4$ permet de reproduire correctement les deux modèles de références tandis que la convergence du modèle ELFc au delà de la densité de saturation nucléaire n'est pas bonne. Source : [Margueron et al., 2018a].

2.4 Influence de l'incertitude des paramètres empiriques sur le méta-modèle

2.4.1 Effets dus à la variation d'un seul paramètre

On peut considérer un méta-modèle "moyen" défini par le modèle ELFd en attribuant aux paramètres empiriques leur valeurs centrales inscrites dans la table 2.6. Dans cette section nous présentons une analyse systématique de l'influence des paramètres empiriques sur l'équation d'état du méta-modèle en les faisant varier un à un dans leur intervalle de variation respectifs (voir table 2.6). Les paramètres de bas ordre ont une forte influence sur l'équation d'état mais sont, de ce fait, bien contraints par les analyses expérimentales, et possèdent de petits intervalles de variations. L'effet de varier ces paramètres peut donc être comparable aux paramètres d'ordres supérieurs qui influencent moins l'équation d'état autour de la densité de saturation nucléaire, mais pour lesquels on considère un large domaine de valeurs possibles.

Les résultats sont présentés sur les figures 2.8 à 2.13. Les paramètres des canaux isovectoriels et isoscalaires sont groupés, le cadre supérieur illustrant les effets des paramètres isoscalaires, et le cadre inférieur ceux des paramètres isovecteurs. L'influence des paramètres est testée sur l'énergie de liaison (cadre de gauche), l'énergie de symétrie (cadre central), et la pression (cadre de droite), pour de la matière symétrique ($\delta = 0$), de la matière asymétrique ($\delta = 0.5$) et de la matière de neutron pure ($\delta = 1$).

La figure 2.8 montre l'influence des paramètres de plus bas ordre $E_{sat/sym}$, lorsqu'on les fait varier dans un intervalle correspondant à 1σ (défini dans la table 2.6). Ces paramètres étant

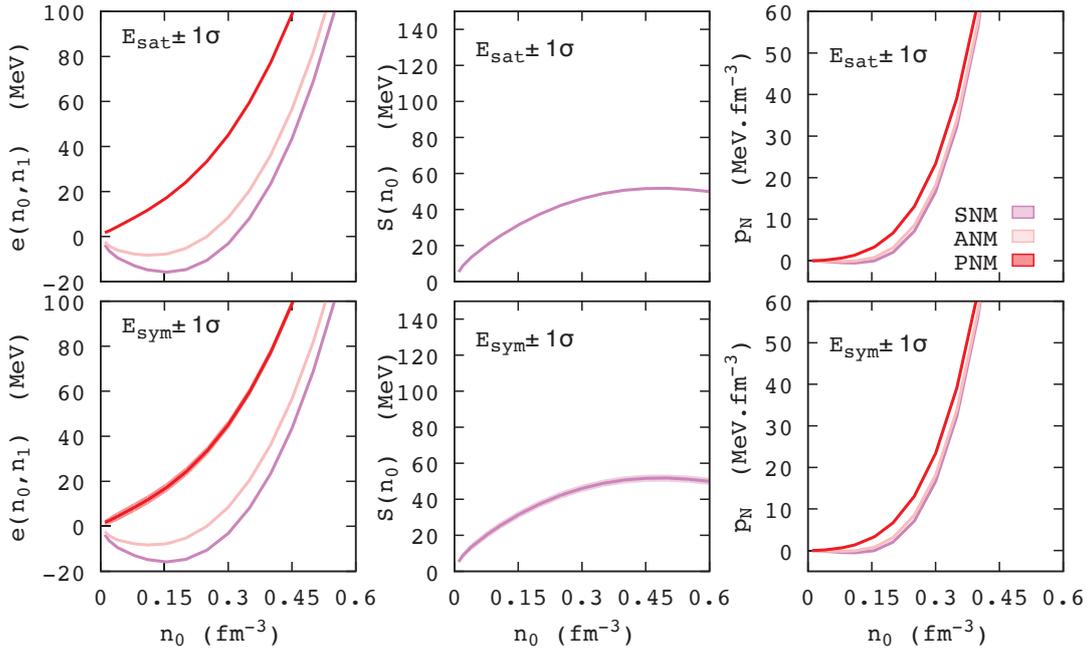


FIGURE 2.8 – Effets dus à la variation de l'énergie de liaison à la densité de saturation nucléaire (cadre supérieur) et de l'énergie de symétrie (cadre inférieur), dans de la matière symétrique ($\delta = 0$), asymétrique ($\delta = 0.5$), et de la matière de neutrons pure ($\delta = 1$).

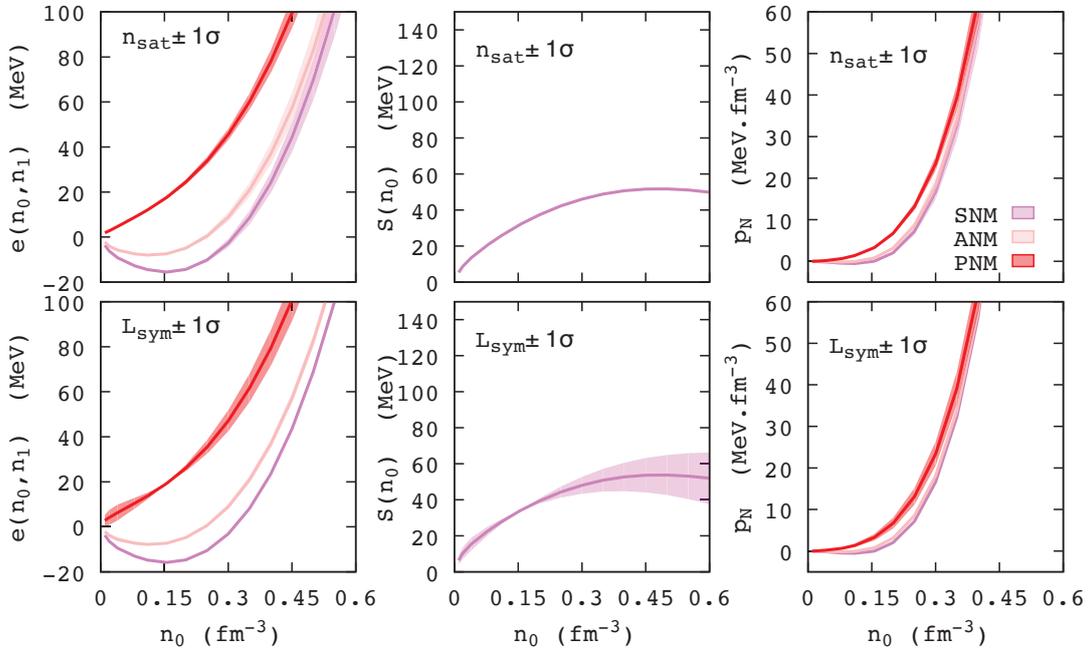


FIGURE 2.9 – Effets dus à la variation de la densité de saturation nucléaire (cadre supérieur) et du paramètre L_{sym} (cadre inférieur), dans de la matière symétrique ($\delta = 0$), asymétrique ($\delta = 0.5$), et de la matière de neutrons pure ($\delta = 1$).

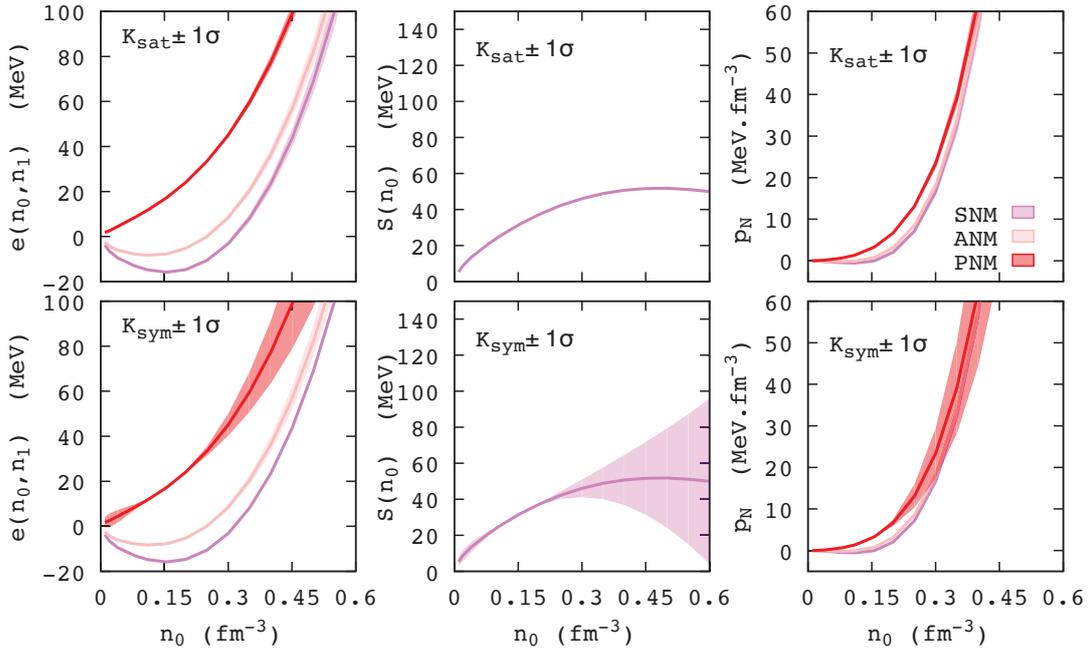


FIGURE 2.10 – Effets dus à la variation des paramètres d'ordre 2 pour le secteur isoscalaire (cadre supérieur) et isovecteur (cadre inférieur), dans de la matière symétrique ($\delta = 0$), asymétrique ($\delta = 0.5$), et de la matière de neutrons pure ($\delta = 1$).

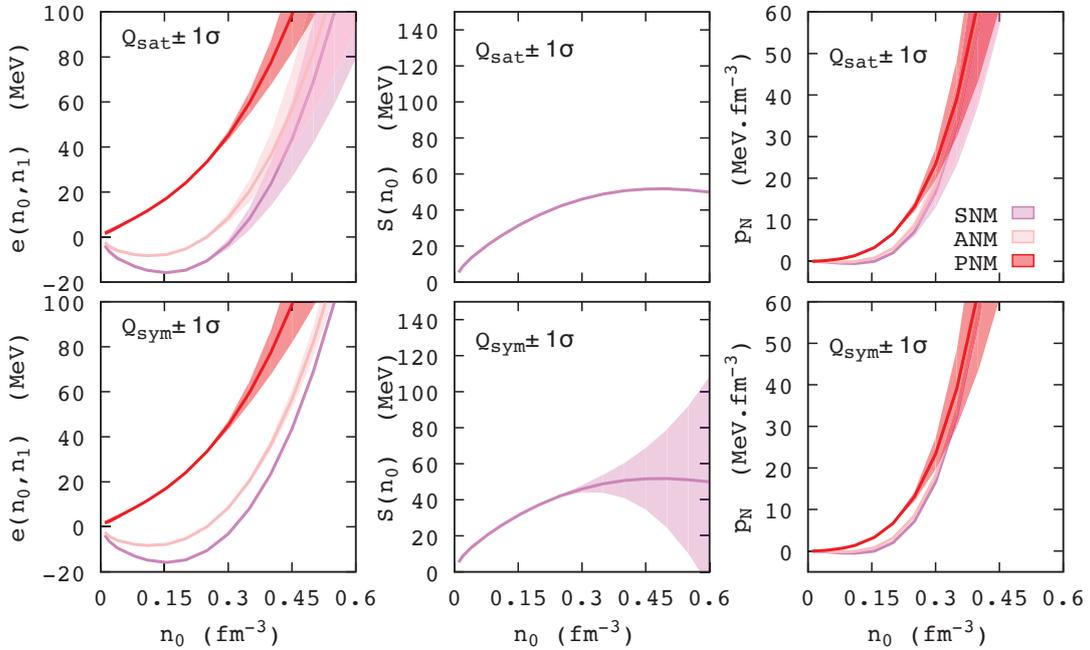


FIGURE 2.11 – Effets dus à la variation des paramètres d'ordre 3 pour le secteur isoscalaire (cadre supérieur) et isovecteur (cadre inférieur), dans de la matière symétrique ($\delta = 0$), asymétrique ($\delta = 0.5$), et de la matière de neutrons pure ($\delta = 1$).

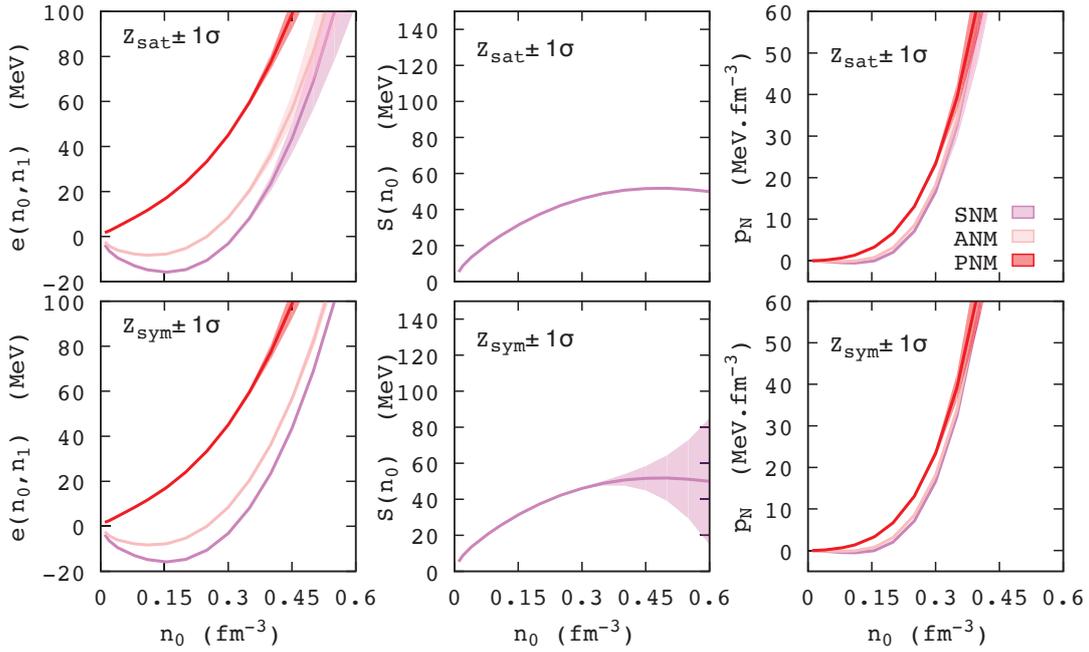


FIGURE 2.12 – Effets dus à la variation des paramètres d'ordre 4 pour le secteur isoscalaire (cadre supérieur) et isovecteur (cadre inférieur), dans de la matière symétrique ($\delta = 0$), asymétrique ($\delta = 0.5$), et de la matière de neutrons pure ($\delta = 1$).

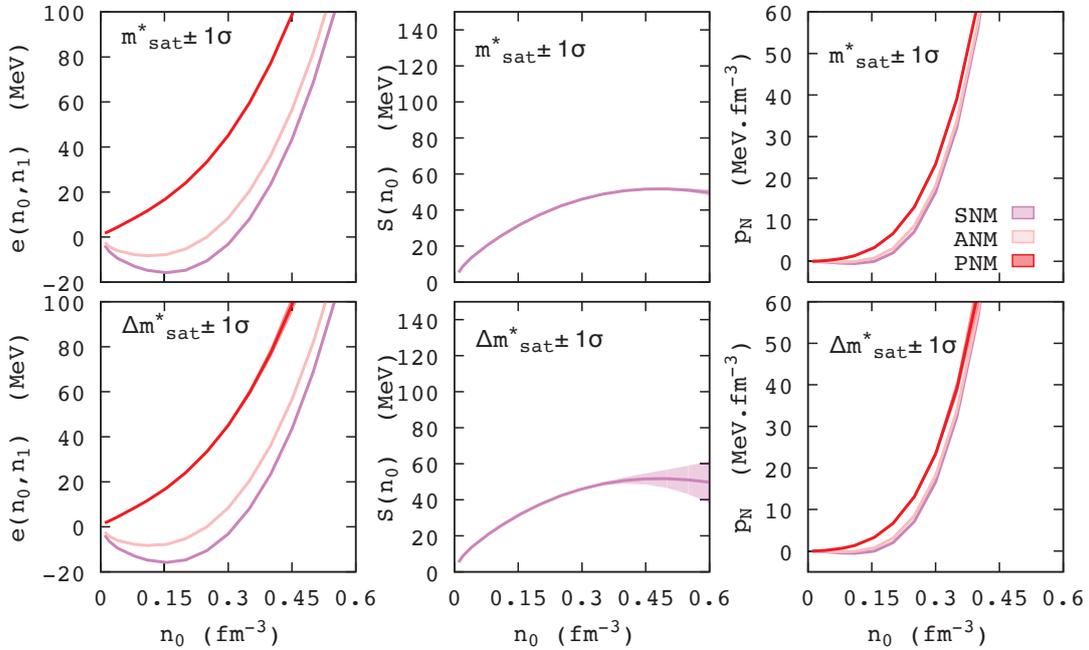


FIGURE 2.13 – Effets dus à la variation de la masse effective de Landau (cadre supérieur) et de sa séparation en isospin (cadre inférieur) dans de la matière symétrique ($\delta = 0$), asymétrique ($\delta = 0.5$), et de la matière de neutrons pure ($\delta = 1$).

P_α	E_{sat}	E_{sym}	n_{sat}	L_{sym}	K_{sat}	K_{sym}	Q_{sat}	Q_{sym}	Z_{sat}	Z_{sym}	m_{sat}^*/m	$\Delta m_{sat}^*/m$
	MeV	MeV	fm ⁻³	MeV	MeV	MeV	MeV	MeV	MeV	MeV		
$\langle P_\alpha \rangle$	-15.8	32	0.155	60	230	-100	300	0	-500	-500	0.75	0.1
σ_{P_α}	± 0.3	± 2	± 0.005	± 15	± 20	± 100	± 400	± 400	± 1000	± 1000	± 0.1	± 0.1

TABLE 2.6 – Récapitulatif des valeurs moyennes et des incertitudes sur les paramètres empiriques. Ces valeurs sont extraites à partir d'analyses expérimentales excepté concernant les paramètres d'ordre élevé $Q_{sat/sym}$ et $Z_{sat/sym}$, pour lesquels on considère les valeurs de la table 2.5. Source : [Margueron et al., 2018a].

relativement bien contraints, leur domaine de variation est faible et, bien qu'ils aient une forte influence sur l'équation d'état, le fait de les faire varier n'a qu'un faible impact. Notons d'autant plus, que la pression n'est absolument pas influencée par la variation de ces paramètres, ce qui n'est pas surprenant étant donné que la pression est définie comme la dérivée première de l'énergie par nucléon.

La figure 2.9 représente l'influence de l'incertitude sur la densité de saturation nucléaire et sur la pente de l'énergie de symétrie à la densité de saturation nucléaire. Concernant n_{sat} , les effets sont très faibles car là encore, il s'agit d'un paramètre bien contraint. En revanche, l'incertitude sur L_{sym} a une influence importante dans les régions éloignées de la densité de saturation nucléaire, que ce soit sur l'énergie de liaison, l'énergie de symétrie ou la pression. Le fait que les effets dus à la variation des paramètres empiriques soient nuls à la densité de saturation nucléaire provient du fait que le méta-modèle consiste en une expansion polynomiale autour de n_{sat} . On note que les effets de L_{sym} sont antagonistes avant et après la densité de saturation nucléaire. Ainsi l'augmentation de L_{sym} a pour conséquence de réduire (respectivement d'augmenter) fortement l'énergie de liaison à basse densités (respectivement à haute densité). On note également que la pente de l'énergie de symétrie est fortement impactée par L_{sym} , prenant un signe positif jusqu'à n_{sat} pour les valeurs élevées de L_{sym} , et négatif pour les plus basses.

La figure 2.10 illustre les effets de l'incertitude sur le module d'incompressibilité. On constate que les effets engendrés par la variation de K_{sat} sont moindres, tandis que ceux induits par la contribution isovectorielle K_{sym} sont importants. Pour des valeurs faibles de K_{sym} , l'énergie de symétrie prend une courbure fortement négative, tandis que pour des valeurs élevées, sa courbure peut être légèrement positive.

On note aussi que, contrairement à L_{sym} , les effets de K_{sym} sont similaires de part et d'autre de la densité de saturation nucléaire : une augmentation de K_{sym} s'accompagne d'une augmentation de l'énergie par nucléon. Le paramètre K_{sym} semble alors être le paramètre empirique ayant la plus forte influence sur la dépendance en densité de l'énergie de symétrie entre 2 et 4 n_{sat} .

La figure 2.11 souligne le fort impact de l'incertitude sur le paramètre Q_{sat} . Il s'agit du paramètre du secteur isoscalaire ayant le plus d'influence sur l'équation d'état. L'impact de Q_{sat} est également important au delà de 2 n_{sat} .

L'influence de l'incertitude sur les paramètres de plus haut ordre Z_{sat} et Z_{sym} est montrée par la figure 2.12. Cette figure, comparée aux précédentes, illustre bien le fait que plus un paramètre est d'ordre élevé, plus son influence sur l'équation d'état se trouve à haute densité. Cela provient du fait que les paramètres d'ordre élevés ont des poids plus faibles autour de la densité de saturation nucléaire.

Enfin, sur la figure 2.13 est illustré l'impact de la masse effective de Landau m_{sat}^* et sa séparation en isospin Δm_{sat}^* . Il est intéressant de remarquer que l'effet de l'incertitude sur ces deux paramètres est relativement faible sur l'équation d'état.

2.4.2 Effets dus à la variation simultanée des paramètres empiriques

Dans cette section, nous discutons de l'influence des incertitudes cumulées sur tous les paramètres empiriques. La figure 2.14 illustre les effets engendrés par la variation simultanée de tous les paramètres du secteur isoscalaire (cadre supérieur) et isovectoriel (cadre inférieur), sur l'énergie par nucléon, l'énergie de symétrie, et la pression (de gauche à droite). Sur la figure 2.15, on représente les mêmes grandeurs en faisant varier conjointement les paramètres des deux secteurs.

On remarque que les incertitudes cumulées sur tous les paramètres rendent la détermination de l'équation d'état impossible au delà de $2-3n_{sat}$. Cependant, le méta-modèle est construit de façon à explorer une large variété de dépendances en densité, et est donc capable de reproduire les modèles existants, mais peut aussi explorer des dépendances non physiques. Par exemple, on note sur les figures 2.14 et 2.15, que certaines paramétrisations explorées prédisent une énergie de symétrie et/ou une pression négative, ce qui est impossible pour des raisons de stabilité. Certaines paramétrisations conduisent également à des vitesses du son supérieures à celle de la lumière, et doivent donc être éliminées de façon à respecter la causalité. Il convient donc de prendre en compte différentes contraintes additionnelles telles que celles que nous venons de mentionner avant de pouvoir correctement définir une bande d'équation d'état plausibles. Enfin, une seconde raison pour laquelle on ne peut pas raisonnablement considérer que la figure 2.15 présente des bandes pouvant être interprétées comme des barres d'erreur sur l'équation d'état provient directement du modèle : les paramètres entrant dans la méta-modélisation sont, par construction, indépendants, ce qui est un avantage afin d'étudier leurs effets individuels, mais qui ne permet pas de reproduire d'éventuelles corrélations ayant une origine physique entre ces paramètres. De telles corrélations sont prédites par des calculs *ab-initio*. Ces corrélations entre les paramètres du méta-modèle peuvent être implémentées en filtrant les modélisations possibles via l'usage de méthodes bayésiennes, ce que nous allons illustrer dans le chapitre suivant.

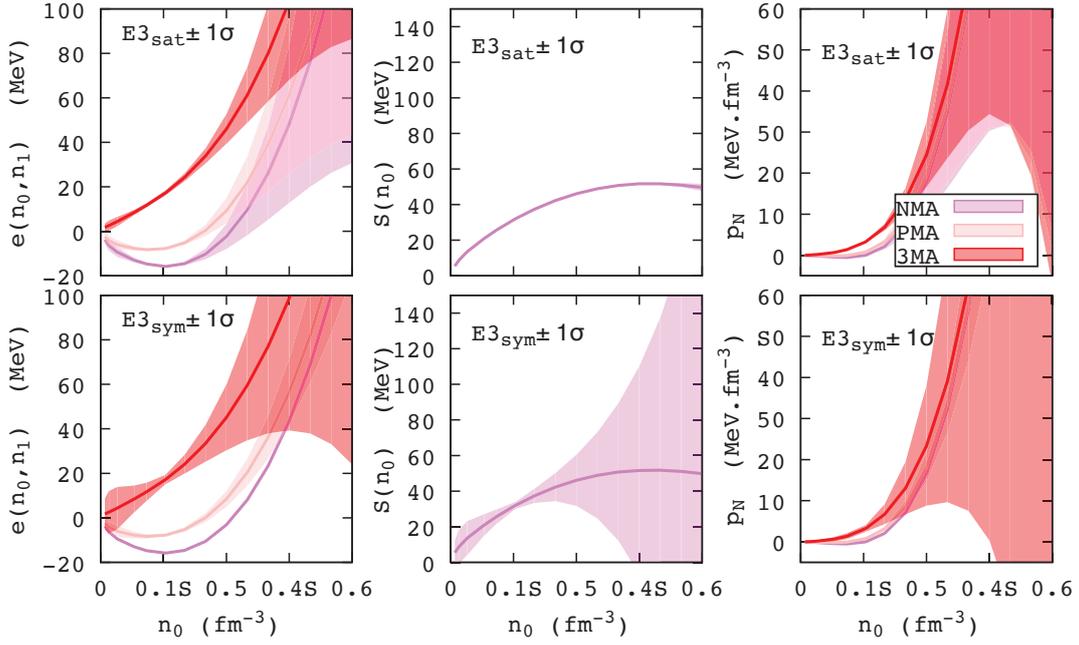


FIGURE 2.14 – Effets dus à la variation simultanée des paramètres empirique du secteur isoscalaire (cadre supérieur) et isovectoriel (cadre inférieur), sur l'énergie de liaison par nucléon, l'énergie de symétrie et la pression (de gauche à droite) dans de la matière symétrique (SNM, $\delta = 0$), de la matière asymétrique (ANM, $\delta = 0.5$), et purement neutronique (PNM, $\delta = 1$).

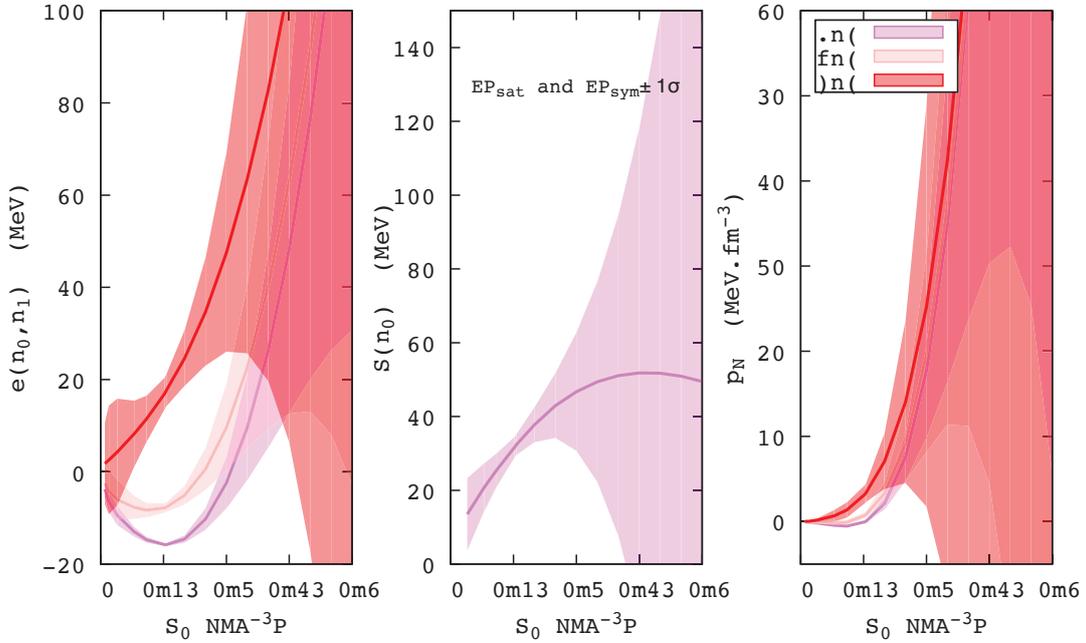


FIGURE 2.15 – Similaire à la figure 2.14 où tous les paramètres empiriques sont variés simultanément (isoscalaires et isovecteurs confondus).

Chapitre 3

Application du méta-modèle aux étoiles à neutrons

Sommaire

3.1	Connexion entre l'écorce et le cœur des étoiles à neutrons	78
3.2	Influence des paramètres empiriques sur la relation M-R	79
3.2.1	Influence des paramètres isoscalaires	79
3.2.2	Influence des paramètres isovectoriels	81
3.3	Prise en compte de certaines contraintes physiques	82
3.3.1	Confrontation du méta-modèle aux contraintes physiques	83
3.3.2	Analyse de la probabilité de vraisemblance des équations d'état	86
3.3.3	Impact sur les propriétés générales des étoiles à neutrons	92
3.3.4	Étude de l'équation d'état de la matière à l'équilibre β	97

La composition du cœur des étoiles à neutrons n'est à ce jour pas encore clairement déterminée. Il se pourrait que des transitions de phase aient lieu de la matière nucléaire ordinaire, composée uniquement de nucléons, vers de la matière exotique, pouvant inclure des condensations de mésons, des hypérons, des quarks déconfinés, des quarks étranges, etc... Voir la section 1.4.3.6. Le fait d'avoir de nouveaux degrés de liberté pour répartir l'énergie permet à l'équation d'état d'être plus molle (excepté si les interactions induites par ces nouveaux degrés de liberté sont fortement répulsives [Lattimer and Prakash, 2010]). Les modèles avec transition de phase conduisent donc en général à des relations M-R montrant une diminution du rayon à masse quasi-constante. Les masses les plus élevées que l'on ait observées jusqu'alors ($1.667 \pm 0.021 M_{\odot}$ pour PSR J1903+0327 [Champion et al., 2008], $1.928 \pm 0.017 M_{\odot}$ pour PSR J1614-2230 [Fonseca et al., 2016b] et $2.01 \pm 0.04 M_{\odot}$ pour PSR J0348+0432 [Antoniadis et al., 2013]) permettent d'éliminer certains modèles envisagés. Il existe des paramétrisations qui permettent à des modèles hypéroniques ou de quarks de satisfaire ces contraintes, mais il est cependant difficile d'évaluer leur validité dans des expériences de physique nucléaire. Il est par exemple possible de repousser la transition de phase à des densité telles que la masse des étoiles à neutrons à l'intérieur desquelles elle se produit soit au delà des contraintes observationnelles que nous venons de mentionner [Weissenborn et al., 2012]. Les équations d'état à transition de phase (voir la section 1.4.3.6) qui respectent ces contraintes sur la masse maximale à atteindre ont un comportement similaire aux équations d'état nucléoniques. Le même phénomène peut s'observer avec les modèle de quarks, et il peut devenir impossible de discriminer parmi les deux scenarii grâce à la relation M-R extraite de l'équation d'état (voir le phénomène de mascarade [Alford et al., 2005]).

Dans toute la suite, nous considérons le cœur des étoiles à neutrons constitué uniquement de nucléons, d'électrons et de muons, sans transition de phase et utiliserons le modèle ELFc introduit dans la section 2.2.2, de façon à conserver une grande liberté quand aux dépendances en densités que l'on peut explorer. L'un des avantage de ce modèle, au delà de sa proximité avec les expériences de physique nucléaire, est que la composition de la matière provient directement de l'équilibre β , et permet donc de traiter la fraction de proton et sa dépendance en densité, contrairement aux équations d'état polytropiques. Ceci permet d'explorer différents scenarii influencés par la fraction protonique concernant le refroidissement rapide des étoiles à neutrons par émission directe de neutrinos (processus Urca direct, ou dUrca).

3.1 Connexion entre l'écorce et le cœur des étoiles à neutrons

En supposant une équation d'état, la relation M-R peut être obtenue grâce à l'intégration des équations T.O.V. introduites dans la section 1.4.2. Dans le cas présent, le cœur de l'étoile peut être décrit par le modèle ELFc. L'écorce, quant à elle (voir section 1.4.3.3 et 1.4.3.4 ne peut pas être décrite par le modèle ELFc car les degrés de liberté pertinents sont les noyaux, et non pas les neutrons et les protons. On peut alors utiliser deux équations d'état tabulées permettant de reproduire l'écorce : un modèle de type Skyrme (SLy4, [Chabanas et al., 1998]) décrivant l'écorce en considérant un modèle de goutte liquide compressible [Douchin and Haensel, 2001] et le modèle FPS décrit dans la Ref. [Pandharipande and Ravenhall, 1989]. Notons qu'une étude visant à adapter le méta-modèle aux noyaux est en cours de préparation [Chatterjee et al., 2017], et permettrait, à terme, de décrire l'intégralité de l'étoile à neutrons depuis le cœur jusqu'à la surface. Il convient donc de connecter l'équation d'état décrivant le cœur de l'étoile avec une équation d'état décrivant l'écorce, de façon continue. Un moyen de réaliser ceci est d'utiliser une

interpolation cubique entre l'équation d'état du cœur et celle de l'écorce. On considère que la matière est décrite par l'équation d'état de l'écorce jusqu'à une densité n_e , et que l'équation d'état du cœur décrit la matière à partir d'une densité n_c . On peut réaliser une interpolation cubique dans le plan pression-densité en échelle logarithmique, de façon à connecter ces deux points de façon continue dans la région de transition entre le cœur et l'écorce [Margueron et al., 2018b].

La consistance de la connexion de ces équations d'état avec des équations d'état décrivant le cœur des étoiles à neutrons est discutée dans la Ref. [Fortin et al., 2016]. Il reste alors à choisir les densités baryoniques numériques n_0^e et n_0^c auxquelles on effectue l'interpolation cubique entre les deux équations d'état. Afin d'illustrer l'impact du choix de ces deux points sur les prédictions des relation M-R, nous représentons sur la figure 3.1 les différentes relations M-R prédites (cadre de gauche) pour lesquelles le cœur est décrit par le méta-modèle ELFc "standard" (voir table 2.5) et pour des choix différents de n_0^e et n_0^c . Les deux équations d'état décrivant l'écorce sont explorées : les courbes SLY0 et FPS0 illustrent les relations obtenues en connectant les deux équation d'état en prenant $n_0^e = 0.1n_{\text{sat}}$ et $n_0^c = n_{\text{sat}}$; les courbes SLY1 et FPS1 correspondent à une connexion à plus haute densité pour l'écorce $n_0^e = 0.2n_{\text{sat}}$ et $n_0^c = n_{\text{sat}}$, et les courbes SLY2 et FPS2 correspondent à une connexion à plus basse densité pour le cœur $n_0^e = 0.1n_{\text{sat}}$ et $n_0^c = 0.7n_{\text{sat}}$. On représente également la différence entre les différents modèles pour les différentes densités de connexion choisies sur le cadre de droite.

On remarque que la différence de rayon induite par l'utilisation de modèles différents pour décrire l'écorce a un impact inférieur à environ 20 m, et que le choix des densités auxquelles on effectue l'interpolation cubique induit une différence de rayon de l'ordre de 50 m au maximum pour les étoiles à neutrons ayant des masses élevées, et de l'ordre d'une centaine de mètres pour les étoiles de plus faibles masses. Les observations d'étoiles à neutrons ne permettent pas à ce jour d'obtenir une telle précision sur la mesure du rayon. On en conclut que les incertitudes induites par la modélisation de l'écorce et de la transition écorce-cœur sont négligeables quant aux prédictions quantitatives de la relation M-R obtenue avec le méta-modèle décrivant le cœur.

Dans la suite de cette thèse, nous considérons que l'écorce est décrite par le modèle SLy4 [Douchin and Haensel, 2001], et les densités auxquelles l'interpolation cubique est effectuée sont $n_0^e = 0.1n_{\text{sat}}$ et $n_0^c = n_{\text{sat}}$.

3.2 Influence des paramètres empiriques sur la relation M-R

De la même façon que dans la section 2.4, nous nous intéressons maintenant à l'influence de l'incertitude sur les paramètres empiriques sur la prédiction de la relation M-R. Dans la section 3.2.1 on étudie l'impact des paramètres du secteur isoscalaire, et dans la section 3.2.2, celui des paramètres isovecteurs.

3.2.1 Influence des paramètres isoscalaires

Les paramètres isoscalaires de plus bas ordre (E_{sat} et n_{sat}) ayant un domaine de variation faible, leurs incertitudes impactent peu la relation M-R [Margueron et al., 2018b]. En revanche, ceux pour lesquels les contraintes expérimentales sont moins bonnes peuvent explorer de plus vastes domaines et modifient les prédictions. On illustre sur la figure 3.2 l'influence du module d'incompressibilité K_{sat} et du paramètre de distorsion isoscalaire Q_{sat} , en considérant leur valeur maximale, moyenne et minimale définies dans la table 2.5. Sont également représentées par les

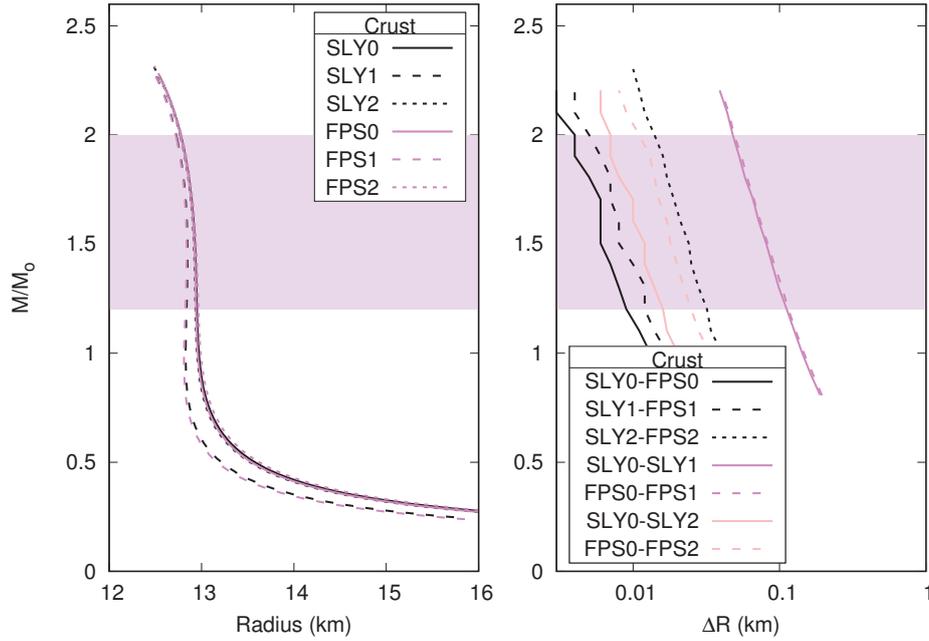


FIGURE 3.1 – Différentes relations M-R prédites (cadre de gauche) pour lesquelles le cœur est décrit par le méta-modèle ELFc "standard", déterminé par les valeurs moyennes de ses paramètres (voir table 2.5) et pour des choix différents des densités n_0^e et n_0^c entre lesquelles on effectue l'interpolation cubique entre les équations d'état décrivant le cœur et l'écorce. Les courbes SLY0 et FPS0 illustrent les relations obtenus avec les deux modèles d'écorce SLY4 [Douchin and Haensel, 2001] et FPS [Pandharipande and Ravenhall, 1989], en connectant les deux équations d'état entre les points $n_0^e = 0.1n_{\text{sat}}$ et $n_0^c = n_{\text{sat}}$; les courbes SLY1 et FPS1 correspondent à une connexion à plus haute densité pour l'écorce $n_0^e = 0.2n_{\text{sat}}$ et $n_0^c = n_{\text{sat}}$, et les courbes SLY2 et FPS2 correspondent à une connexion à plus basse densité pour le cœur. Le cadre de droite représente la différence de rayon prédits entre les différents modèles pour les différentes densités de connexion choisies. La bande magenta correspond à la bande de masse des étoiles à neutrons observées (entre 1.2 et $2M_\odot$). Source : [Margueron et al., 2018a].

croix les valeurs de la densité centrale en unité de n_{sat} . On peut remarquer que dans les deux cas, plus la valeur du paramètre est élevée, plus la relation M-R prédit des rayons importants à masse égale. Cela provient du fait que l'équation d'état se durcit avec l'augmentation de ces paramètres. Typiquement, rappelons que le module d'incompressibilité caractérise l'énergie qu'il faut apporter pour comprimer la matière nucléaire (voir section 1.3.2.3), plus il est élevé, plus la matière est incompressible et plus les rayons obtenus sont grands pour une même masse.

Nous discutons maintenant en détail de l'influence de K_{sat} et Q_{sat} :

- K_{sat} : L'incertitude sur K_{sat} conduit ainsi à une incertitude sur le rayon de l'ordre de 200 m pour de faibles masses, et jusqu'à 400 m pour les masses élevées. Encore une fois, au vu des contraintes observationnelles sur le rayon accessibles à ce jour, on peut considérer que l'impact de la variation de K_{sat} est relativement faible.
- Q_{sat} : L'absence de contraintes expérimentales sur le paramètre Q_{sat} lui confèrent un intervalle de valeurs possibles plus important (de -100 MeV à 700 MeV) et l'incertitude sur ce paramètre a une forte influence sur les relations M-R obtenues. Notons qu'il s'agit

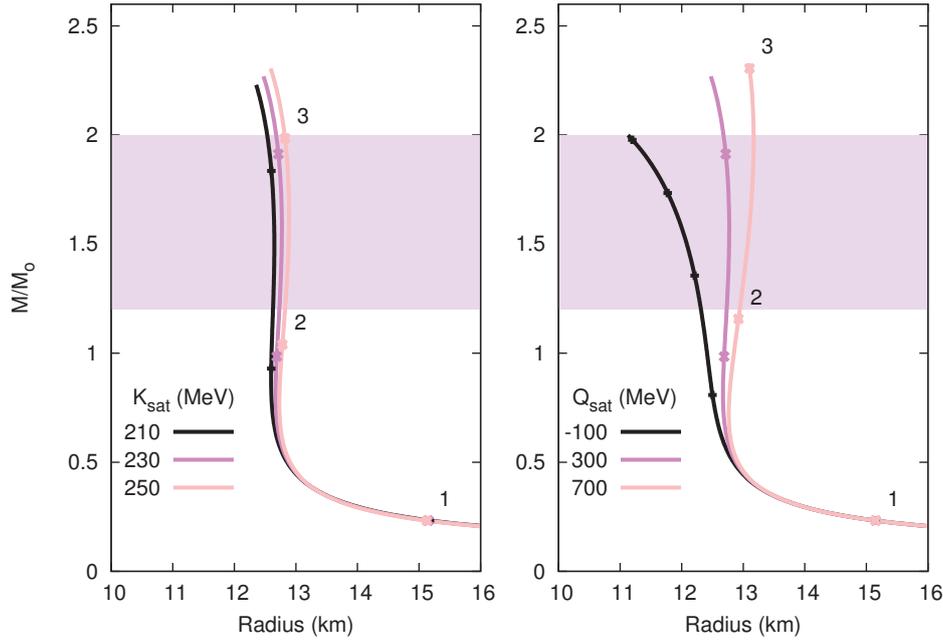


FIGURE 3.2 – Influence des paramètres isoscalaires K_{sat} (cadre de gauche) et Q_{sat} (cadre de droite) sur les relations M-R obtenues à partir du méta-modèle ELFc. La bande magenta représente le domaine de masses dans lequel on observe des étoiles à neutrons (entre 1.2 et $2M_{\odot}$). Les croix indiquent la densité centrale de l'astre en unité de n_{sat} . Source : [Margueron et al., 2018a].

du paramètre du secteur isoscalaire ayant le plus fort impact sur l'équation d'état jusqu'à $4n_{\text{sat}}$ (voir figure 2.11), et il est donc logique qu'il ait également une grande influence sur la relation M-R.

La variation des paramètres se fait dans les intervalles qui ont été définis dans la table 2.5 et n'exclue pas des comportements non physiques. Nous verrons par exemple dans la section 3.3.1 que le méta-modèle déterminé avec $Q_{\text{sat}} = -100$ MeV et les autres paramètres fixés à leurs valeurs moyennes produit une équation d'état très molle, pour laquelle le critère de stabilité n'est plus satisfait au-delà d'une certaine densité.

3.2.2 Influence des paramètres isovectoriels

On étudie à présent les effets dus à la variation des paramètres du secteur isovectoriel sur la relation M-R produit par le méta-modèle.

La figure 3.3 est similaire à la figure 3.2 et montre cette fois-ci l'influence des paramètres isovecteurs. On remarque que l'influence de l'énergie de symétrie est faible, ce qui n'est pas surprenant puisque d'une part, elle explore des valeurs dans un domaine de variation relativement restreint, et d'autre part, car elle n'a aucun effet sur la pression (voir section 2.4.1). Nous avons vu dans la section 2.4.1 que les paramètres L_{sym} et K_{sym} sont ceux qui modifient le plus fortement la pression [Margueron et al., 2018a]. On note sur la figure 3.3 qu'ils sont donc aussi les paramètres ayant le plus d'influence sur la relation M-R. L'incertitude sur L_{sym} entraîne une incertitude sur le rayon de l'ordre de 2 km pour les masses faibles, et de 1 km pour les hautes masses, tandis que l'incertitude sur K_{sym} induit une erreur sur le rayon environ deux fois moins importante, de l'ordre de 1 km pour les basses masses et de 500 m pour les masses élevées. Il est intéressant

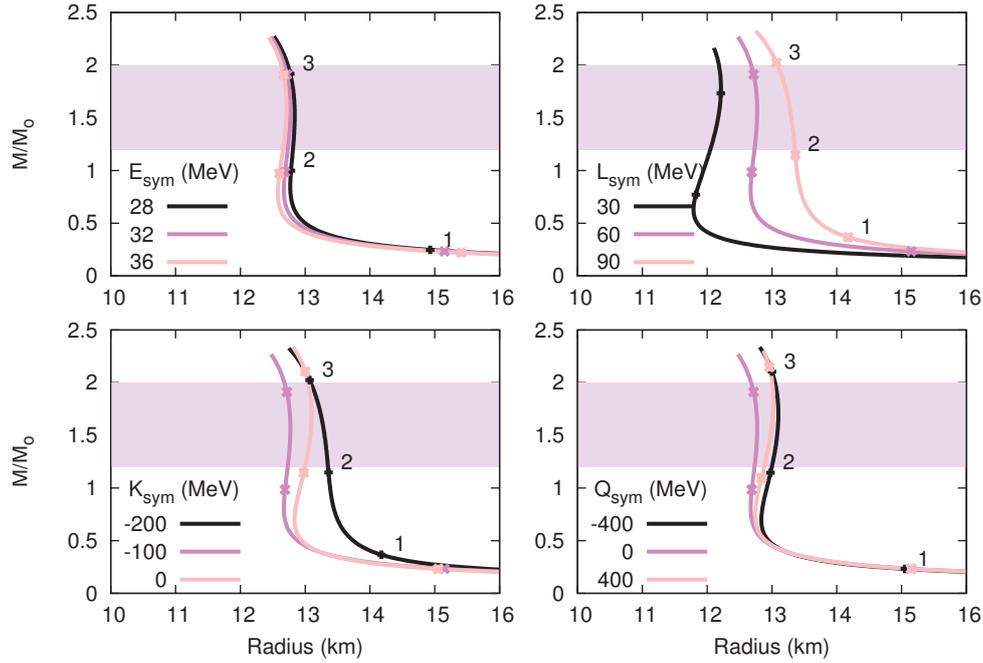


FIGURE 3.3 – Influence des paramètres du secteur isovectoriel jusqu’à l’ordre 4 sur les relations M-R obtenues à partir du méta-modèle ELFc. La bande magenta représente le domaine de masses dans lequel on observe des étoiles à neutrons (entre 1.2 et $2M_\odot$). Les croix indiquent la densité centrale de l’astre en unité de n_{sat} . Source : [Margueron et al., 2018a].

de remarquer que les effets les plus importants dus à l’incertitude sur L_{sym} se trouvent à des masses inférieures à $1.2 M_\odot$, pour lesquelles la densité est comprise entre n_{sat} et $2n_{\text{sat}}$, alors que les effets engendrés par l’incertitude sur K_{sym} ont lieu à des masses et des densités plus élevées. Cela provient directement du méta-modèle qui repose sur une expansion polynomiale autour de la densité de saturation nucléaire, impliquant le fait que plus l’ordre d’un paramètre est élevé, plus son impact sur l’équation d’état est important à plus haute densité. On note de la même façon que l’incertitude sur Q_{sym} engendre une incertitude sur le rayon pour des densités centrales autour de $3n_{\text{sat}}$ correspondant à des masses d’étoiles à neutrons élevées.

En résumé, les paramètres du méta-modèle ayant une forte influence quant à la prédiction de la relation M-R sont Q_{sat} , K_{sym} , et L_{sym} . De prochaines contraintes expérimentales pourraient être obtenues sur ces paramètres [Abrahamyan et al., 2012], mais leur fort impact sur la relation M-R permet également de les contraindre via l’observation des étoiles à neutrons. Nous proposons dans le chapitre 4 une méthode permettant d’extraire les valeurs de ces paramètres à partir de l’analyse de l’émission thermique des étoiles à neutrons.

3.3 Prise en compte de certaines contraintes physiques

Le méta-modèle ELFc ne suppose aucune corrélation entre ses paramètres, ce qui lui confère une grande souplesse et lui permet d’explorer une large gamme de dépendance en densité. Cependant, certaines paramétrisations peuvent conduire à des équations d’état non physique. Dans les sections suivantes nous imposons différentes contraintes physiques telles que la stabilité ou la causalité afin de filtrer les variations accessibles aux paramètres empiriques. Les barres d’erreur

sur les équation d'état et les relations M-R produites seront ainsi réalistes.

3.3.1 Confrontation du méta-modèle aux contraintes physiques

Dans cette section nous considérons trois contraintes physiques et une contrainte observationnelle que l'équation d'état doit respecter :

- Stabilité hydrostatique : Dans le cadre de la relativité générale et en considérant l'équation d'état doit être solution des équations T.O.V., le gradient de la pression et de la densité d'énergie doit être positif quelle que soit la densité.
- L'énergie de symétrie $S_2(n_0)$ doit être positive.
- Causalité : La vitesse du son dans le milieu doit rester inférieure à la vitesse de la lumière ($v_s < c$), et l'on exclu également les solutions impliquant une vitesse du son imaginaire ($v_s^2 < 0$).
- Le méta-modèle doit être en mesure de reproduire des masses de $2 M_\odot$ de façon à satisfaire la contrainte observationnelle [Demorest et al., 2010, Antoniadis et al., 2013].

Ces contraintes sont imposées pour la matière à l'équilibre β et sur une gamme de densité allant de n_{sat} à n_{max} , où n_{max} est définie comme étant la densité centrale correspondant à une étoile de $2 M_\odot$.

La vitesse du son dans un milieu composé d'électrons (x_e), de muons (x_μ), de neutrons (x_n) et de protons (x_p) s'obtient à partir de la dérivée de la pression totale P_{tot} par rapport à la densité n_0 :

$$(v_s/c)^2 = \frac{dP_{\text{tot}}}{dn_0} / [m_{\text{tot}}c^2 + e_{\text{tot}} + P_{\text{tot}}/n_0] , \quad (3.1)$$

où e_{tot} est l'énergie par particule, et avec

$$m_{\text{tot}}c^2 = x_p m_p c^2 + x_n m_n c^2 + x_e m_e c^2 + x_\mu m_\mu c^2 . \quad (3.2)$$

Concernant le comportement de l'énergie de symétrie au delà de la densité de saturation nucléaire, elle est étroitement liée au processus de refroidissement rapide d'étoiles à neutrons par émission directe de neutrinos (dUrca). Ce processus provient de l'équilibre β entre les réactions suivantes :

$$n \rightarrow p + e^- + \bar{\nu}_e , \quad (3.3)$$

$$p + e^- \rightarrow n + \nu_e . \quad (3.4)$$

Le second processus est bloqué tant que les électrons et les protons ne sont pas suffisamment énergétiques, et dans ce cas, l'équilibre β est assuré par des interactions faibles impliquant d'autres particules (on parle de processus Urca modifié) et se produit alors à un taux plus faible [Shapiro and Teukolsky, 1983]. Le processus direct est rendu possible si le moment de Fermi associé aux protons, et donc leur densité, est suffisante. Dans de la matière de neutrons, protons, et électrons, l'inégalité des moments de Fermi,

$$k_{F_p} + k_{F_e} > k_{F_n} , \quad (3.5)$$

conduit à la condition suivante sur la fraction protonique $x_p = n_p/(n_n + n_p) > 1/9$ [Lattimer and Swesty, 1991].

Lorsqu'on inclut les muons, la condition sur la fraction protonique est modifiée :

$$x_p > x_{DU}, \text{ où } x_{DU} = \left[1 + (1 + x_{ep}^{1/3})^3\right]^{-1}, \quad (3.6)$$

avec $x_{ep} = n_e/n_p = n_e/(n_e + n_\mu)$ [Klähn et al., 2006].

La fraction protonique étant gouvernée principalement par l'énergie de symétrie, cette dernière influence fortement la réalisation de ce processus direct. En l'absence de muons, on obtient $x_{ep} = 1$ et on retrouve la limite de $x_{DU} = 1/9$ [Lattimer and Swesty, 1991].

Le refroidissement rapide des étoiles à neutrons n'est pas uniquement du au processus Urca. Il peut également être impacté par le phénomène de superfluidité et de superconductivité dans le cœur de l'astre [Leinson, 2015], des champs magnétiques locaux dans l'écorce [Bonanno et al., 2014], la déplétion de la surface de Fermi en raison de corrélations nucléaire de courte portée [Dong et al., 2016]. Le refroidissement résulte en réalité de tous ces phénomènes, mais leur importance respective n'est encore pas clairement établie à ce jour (voir [Steiner et al., 2005, Li et al., 2008, Horowitz et al., 2014, Li et al., 2014] pour une revue détaillée). Dans notre cas, nous considérerons que la seule condition permettant le refroidissement rapide des étoiles à neutrons est donnée par l'équation 3.6.

Les observations semblent indiquer qu'il existe plusieurs classes d'étoiles à neutrons dont le refroidissement diffère. On distingue les étoiles isolées [Yakovlev and Pethick, 2004], les magnétars [Viganó et al., 2013], et les binaires X de faible masse en *quiescence* (qLMXBs) [Heinke et al., 2014]. Le scénario de refroidissement minimal dans lequel le processus d'Urca n'est pas permis permet de rendre compte de la plupart des étoiles observées [Page et al., 2004]. Notons que le refroidissement rapide rendrait les étoiles isolées trop froides pour qu'elles soient détectées. En effet, on observe des étoiles à neutrons dans moins de la moitié des restes de supernovæ dans un rayon de 5 kpc [Kaplan et al., 2004, Kaplan et al., 2006]. Le processus rapide ne semble pas avoir lieu dans la plupart des étoiles à neutrons observées. La luminosité de l'émission thermique des magnétars est systématiquement supérieure à celles des autres pulsars, ce qui illustre bien le rôle du champ magnétique dans le refroidissement des étoiles à neutrons [Viganó et al., 2013]. Concernant les qLMXBs, elles semblent observer un scénario de refroidissement standard, à l'exception de deux sources particulièrement froide et pour lesquelles il n'est possible de fournir qu'une borne supérieure à leur température : J1808.4-3658 [Heinke et al., 2014] et 1H 1905+00 [Jonker et al., 2007]. Leurs faibles températures pourraient être expliquées par le processus de refroidissement rapide.

Le champ magnétique semble avoir un effet important sur le refroidissement, mais la masse des étoiles à neutrons est aussi un paramètre important. En effet il pourrait exister une masse critique au delà de laquelle la densité centrale permet à la fraction protonique de dépasser la limite x_{DU} [Yakovlev and Pethick, 2004], et ainsi d'autoriser le processus d'Urca uniquement pour les étoiles de masse élevée. Les observations actuelles ne permettent pas encore déterminer cette masse critique. Cela nous conduit à explorer trois cas de figure dans lesquels le processus d'Urca est rendu possible pour des étoiles à neutrons ayant une masse comprise dans les différents intervalles recensés dans la table 3.1 (de façon à ce que les trois scénarii ne se recouvrent pas).

Au vu des différentes contraintes que nous venons de discuter, il est possible de filtrer les équations d'état et d'en déduire de nouvelles distributions pour les paramètres empiriques. Comme nous l'avons vu dans la section 3.2.1, les paramètres E_{sat} , n_{sat} , et la masse effective et sa séparation en isospin n'ont pas une grande influence sur l'équation d'état et sur les relation M-R produites. Il convient donc d'étudier la variation des 8 autres paramètres (E_{sym} , L_{sym} , K_{sat} ,

Scénario	masses pour lesquelles le processus dUrca est possible
DURCA-0	pas de processus dUrca ou bien $M > 2M_{\odot}$
DURCA-1	$1.8 < M < 2.0M_{\odot}$
DURCA-2	$1.6 < M < 1.8M_{\odot}$

TABLE 3.1 – Trois scenarii envisagés concernant la possibilité d’un refroidissement rapide des étoiles à neutrons (voir le texte pour plus de détail).

P_{α}	E_{sym}	L_{sym}	K_{sat}	K_{sym}	Q_{sat}	Q_{sym}	Z_{sat}	Z_{sym}
	MeV							
$P_{\alpha,1}$	32	60	230	-100	300	0	-500	-500
$P_{\alpha,2}$	2	15	20	100	400	400	1000	1000
Min	26	20	190	-400	-1300	-2000	-4500	-5500
Max	38	90	270	200	1900	2000	3500	4500
pas	2	10	20	75	400	400	1000	1000
N	7	8	5	9	9	11	9	11

TABLE 3.2 – Récapitulatif des valeurs moyennes $P_{\alpha,1}$, des déviations standards $P_{\alpha,2}$, des valeurs maximales et minimales associées à chaque paramètres ayant une influence notable sur l’équation d’état et sur les relations M-R. Les deux dernières lignes recensent la taille du pas choisi pour la variation de ces paramètres, ainsi que le nombre de pas considérés au total afin de couvrir le domaine de variation N . Source : [Margueron et al., 2018b].

K_{sym} , Q_{sat} , Q_{sym} , Z_{sat} et Z_{sym}) vis à vis des contraintes. A un ensemble de paramètres donné correspond une unique équation d’état et donc une unique relation M-R. Pour effectuer cette étude, il convient de générer un grand nombre de paramétrisations différentes en faisant varier conjointement les paramètres dans leur domaine de variation. On rappelle les valeurs moyennes $P_{\alpha,1}$, les déviations standards $P_{\alpha,2}$, les valeurs maximales et minimales associées à chaque paramètre dans la table 3.2. Les deux dernières lignes de cette table donnent la taille du pas choisi pour la variation de chaque paramètre ("pas"), ainsi que le nombre de pas considérés N . L’analyse qui va suivre est basée sur une collection de 25 millions de paramétrisations différentes de l’équation d’état [Margueron et al., 2018b].

Afin de filtrer les équations d’état qui satisfont les contraintes dans les différents scenarii DURCA-0, DURCA-1 et DURCA-2, on peut attribuer à ces dernières une probabilité $w_{\text{filter}} = 1$, et attribuer une probabilité $w_{\text{filter}} = 0$ à celles qui ne satisfont pas au moins l’une des contraintes. Cette probabilité joue le rôle de distribution *a priori* sur les paramètres et nous permet de réaliser une analyse bayésienne. On peut alors définir une probabilité de vraisemblance (likelihood)

associée à une paramétrisation donnée :

$$p_{lik}(\{P_\alpha\}_i) = \frac{1}{N_{lik}} w_{\text{filter}}(\{P_\alpha\}_i) \prod_{\alpha=1}^8 g_{P_{\alpha,1}, P_{\alpha,2}}(P_\alpha), \quad (3.7)$$

où la fonction $g_{P_{\alpha,1}, P_{\alpha,2}}$ représente la distribution *a priori* (supposée gaussienne) du paramètre P_α , ayant pour valeur moyenne $P_{\alpha,1}$ et pour déviation standard $P_{\alpha,2}$ (voir les deux premières ligne de la table 3.2) :

$$g_{P_{\alpha,1}, P_{\alpha,2}}(P_\alpha) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}P_{\alpha,2}} \exp \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{P_\alpha - P_{\alpha,1}}{P_{\alpha,2}} \right)^2 \right]. \quad (3.8)$$

La normalisation N_{lik} est obtenue en intégrant la probabilité de vraisemblance sur tous les paramètres

$$N_{lik} = \int dP_1 \cdots \int dP_8 p_{lik} \quad (3.9)$$

La probabilité *a posteriori* p_{lik} ainsi construite prend en compte les connaissances que nous pouvons avoir sur les paramètres contraints par des expériences de physique nucléaire au travers des distributions *a priori* g , c'est notamment le cas pour E_{sym} , L_{sym} et K_{sat} . Les autres paramètres qui ne sont pas contraints possèdent une distribution plus large (choisie à 4σ), qui leur confèrent plus de liberté (voir la section 2.3 quant à l'extraction de leur valeurs moyennes et de leur déviations standards). La probabilité p_{lik} est sensée prendre de grandes valeurs dans les régions de l'espace des paramètres pour lesquels l'équation d'état satisfait les contraintes physiques. Parmi les 25 millions d'équations d'état produites, 4 millions satisfont ces conditions dans le scénario DURCA-0, 600 000 pour le scénario DURCA-1 et enfin 700 000 pour le scénario DURCA-3.

3.3.2 Analyse de la probabilité de vraisemblance des équations d'état

Afin d'étudier la probabilité associée à chaque paramètre indépendamment, après avoir filtré les équations d'état, on peut construire la probabilité marginale à un paramètre $p_1(P_\alpha)$ comme :

$$p_1(P_\alpha) = \left\{ \prod_{\beta(\neq\alpha)=1}^8 \int dP_\beta \right\} p_{lik}(\{P_\alpha, P_\beta\}), \quad (3.10)$$

On représente cette distribution de probabilité marginale pour tous les paramètres et dans les trois scénarii DURCA envisagés sur la figure 3.4, ainsi que la distribution *a priori*. En comparant les distributions *a posteriori* aux distribution *a priori*, on s'aperçoit que les paramètres de plus bas ordre ne sont que très légèrement modifiés par les filtres, c'est le cas pour E_{sym} , L_{sym} et K_{sat} , tandis que les paramètres d'ordre élevés K_{sym} , $Q_{sat/sym}$ et $Z_{sat/sym}$ sont fortement impactés. Deux explications peuvent être avancées : premièrement, les paramètres faiblement modifiés sont ceux pour lesquels les expériences de physique nucléaire fournissent de bonnes contraintes, et leur domaine de variation sont relativement petits par rapport aux larges domaines explorés par les autres paramètres ; deuxièmement, ce sont des paramètres de bas ordre, et ils ont donc un impact à plus basses densité sur l'équation d'état, contrairement aux autres paramètres qui modifient le comportement à haute densité. Or, les contraintes que nous appliquons sont principalement reliées au comportement de l'équation d'état à haute densité. On note également que

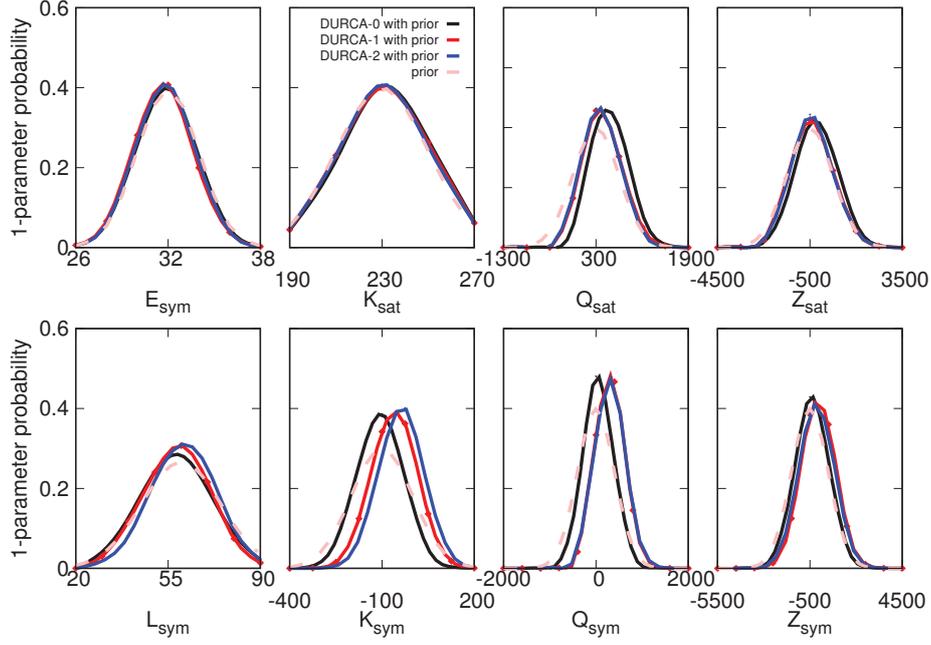


FIGURE 3.4 – Probabilité à un paramètre p_1 pour tous les paramètres et dans les trois scénarii DURCA envisagés. Source : [Margueron et al., 2018b].

les distributions *a posteriori* sont légèrement plus piquées et plus étroites pour les paramètres $Q_{sat/sym}$ et $Z_{sat/sym}$. Concernant les différents scénarii DURCA, on observe un décalage systématique des distributions *a posteriori* vers des valeurs plus faibles pour DURCA-0, et plus hautes pour DURCA-1 et DURCA-2 pour les paramètres isovectoriels Q_{sym} and Z_{sym} , ce qui peut être expliqué par le fait que les scénarii DURCA-1 et 2 sélectionnent des valeurs plus grandes de l'énergie de symétrie $S(n_0)$ car ils nécessitent une fraction protonique plus importante au delà de la densité de saturation nucléaire. On observe la tendance inverse pour les paramètres isoscalaires Q_{sat} et Z_{sat} , rendant l'équation d'état plus molle et permettant d'atteindre des densités centrales supérieures. L'effet le plus marquant concerne le paramètre K_{sym} , pour lequel les distributions *a posteriori* sont systématiquement plus piquées et décalées vers des valeurs plus élevées quel que soit le scénario DURCA. Cela se comprend par le fait que K_{sym} est le paramètre qui influence le plus fortement la fraction protonique pour des densités correspondant à des masses entre 1.6 et 2 M_\odot (c'est à dire $n_0 = 2 - 3n_{sat}$).

À partir des distributions *a posteriori* obtenues après le filtrage, on peut extraire la valeur des centroïdes $\langle P_\alpha \rangle$ et les déviations standards σ_α associées à chaque paramètre selon :

$$\langle P_\alpha \rangle = \int dP_\alpha P_\alpha p_1(P_\alpha), \quad (3.11)$$

$$\sigma_\alpha^2 = \int dP_\alpha [P_\alpha - \langle P_\alpha \rangle]^2 p_1(P_\alpha). \quad (3.12)$$

On recense les valeurs obtenues dans les trois scénarii DURCA dans la table 3.3. On rappelle également les distributions *a priori* dans la ligne "prior", et la ligne " p_R " est discutée plus loin. On remarque que les valeurs et les incertitudes des 8 paramètres ne sont pas drastiquement impactées par le filtre. Même dans le cas de K_{sym} notamment, on trouve $K_{sym} = -103$ MeV dans le scénario DURCA-0, -73 MeV pour DURCA-1, et -48 MeV pour DURCA-2.

	E_{sym} MeV	L_{sym} MeV	K_{sat} MeV	K_{sym} MeV	Q_{sat} MeV	Q_{sym} MeV	Z_{sat} MeV	Z_{sym} MeV
Prior	32 ± 2	60 ± 15	230 ± 20	-100 ± 100	300 ± 400	0 ± 400	-500 ± 1000	-500 ± 1000
DURCA-0	p_1 31.9 ± 2.0	57.6 ± 13.5	232.5 ± 18.0	-103 ± 76	390 ± 313	115 ± 317	-424 ± 883	-720 ± 900
	$p_{1,RM}$ 32.1 ± 4.0	50.3 ± 16.8	230.8 ± 28.2	-132.5 ± 168	1056 ± 592	179 ± 1056	-130 ± 2453	-288 ± 3027
DURCA-1	p_1 31.6 ± 1.9	56.6 ± 12.7	231.7 ± 18.3	-73 ± 75	267 ± 321	340 ± 316	-650 ± 863	-389 ± 902
	$p_{1,RM}$ 31.7 ± 3.9	49.1 ± 16.2	230.3 ± 28.2	-96 ± 163	661 ± 555	960 ± 839	-621 ± 2481	598 ± 2928
DURCA-2	p_1 31.7 ± 1.9	58.5 ± 12.4	231.6 ± 18.2	-48 ± 74	256 ± 319	344 ± 322	-634 ± 848	-500 ± 937
	$p_{1,RM}$ 31.8 ± 3.8	50.5 ± 16.5	229.9 ± 28.2	-47 ± 162	592 ± 584	985 ± 833	-394 ± 2464	440 ± 3001

TABLE 3.3 – Centroides et déviations standards des distributions de probabilités à un paramètre $p_1(P_\alpha)$ définies par l'équation 3.10. Les lignes notées $p_{1,RM}$ correspondent aux distributions obtenues après résolution du problème inverse. Source : [Margueron et al., 2018b].

Le fait que les probabilités p_1 ne soient pas très impactées par le filtrage peut se comprendre car le méta-modèle est très souple, et certains effets dus à la variation d'un seul paramètre peuvent être compensés par les autres paramètres. Afin de tirer plus d'information sur l'effet du filtrage, il convient de construire une probabilité non pas à un paramètre, mais à deux paramètres, de façon à étudier les corrélations qui existent entre les paramètres au regard des contraintes physiques que l'on impose. On peut construire une telle probabilité marginale :

$$p_2(P_\alpha, P_\beta) = \left\{ \prod_{\gamma(\neq\alpha,\beta)=1}^8 \int dP_\gamma \right\} p_{lik}(\{P_\gamma\}). \quad (3.13)$$

Ces probabilités marginales à deux paramètres sont d'autant plus intéressantes qu'elles permettent de faire apparaître des corrélations entre les paramètres ayant une origine physique, induites uniquement par les contraintes qui sont imposées lors du filtrage, étant donné que le modèle ELFc est construit de façon à ce que tous les paramètres soient indépendants. On représente sur les figures 3.5 et 3.6, La probabilité marginale à deux paramètres $p_2(Q_{\text{sat}}, P_\alpha)$, et $p_2(Q_{\text{sym}}, K_{\text{sym}})$. De façon à ce que ces corrélations ne proviennent que des contraintes physiques et ne soient pas influencées par les distributions *a priori* des paramètres, ceux-ci varient avec une distribution uniforme entre leurs valeurs maximales et minimales indiquées dans la table 3.2.

Il est intéressant de remarquer que les valeurs de Q_{sat} élevés sont préférées. Les valeurs négatives de Q_{sat} ont pour effet de produire des équations d'état très molles, dans lesquelles la contrainte sur la vitesse du son $(v_s/c)^2 > 0$ n'est pas respectée et conduit à une instabilité spinodale. Cela se retrouve sur la figure 3.5. On ne note pas de limite quant aux valeurs élevées car nous n'imposons qu'une borne inférieure $M > 2M_\odot$ pour la masse maximale à reproduire. Imposer une borne supérieure pourrait contraindre la valeur maximale de Q_{sat} [Margueron et al., 2018b]. On note également que ces corrélations sont très peu sensibles aux différents scénarii DURCA.

On observe sur la figure 3.6 une anti-corrélation entre K_{sym} et l'ordre supérieur Q_{sym} . Cette anti-corrélation est d'autant plus marquée dans le scénario DURCA-0, pour lequel la fraction protonique doit rester suffisamment faible jusqu'à des densités centrales correspondants à une étoile à neutrons de $2 M_\odot$. Ainsi, une augmentation de K_{sym} doit être compensée par une diminution de Q_{sym} . Dans les deux autres scénarii, la fraction protonique peut être plus élevée à des densités plus basses, et les deux paramètres peuvent prendre de grandes valeurs. Cependant, des valeurs trop élevées de K_{sym} produisent également des équations d'état acausales et ne passent pas le filtre.

De façon à évaluer plus finement les corrélations entre les paramètres, et pour avoir une idée quantitative, on peut calculer les matrices de corrélations définies comme :

$$\text{corr}(P_\alpha, P_\beta) = \frac{\text{cov}(P_\alpha, P_\beta)}{\sigma_\alpha \sigma_\beta}, \quad (3.14)$$

où $\text{cov}(P_\alpha, P_\beta)$ est la covariance et s'écrit

$$\text{cov}(P_\alpha, P_\beta) = \int dP_\alpha \int dP_\beta [P_\alpha - \langle P_\alpha \rangle] [P_\beta - \langle P_\beta \rangle] p(P_\alpha, P_\beta). \quad (3.15)$$

On illustre les matrices de corrélations obtenues pour les 8 paramètres dans les trois scénarii DURCA sur la figure 3.7. Comme la matrice de corrélation des distributions à priori est diagonale, tous les termes non diagonaux de la matrice de corrélation proviennent des contraintes physiques qui sont imposées, ce qui constitue un intérêt majeur pour le modèle ELFc en comparaison avec

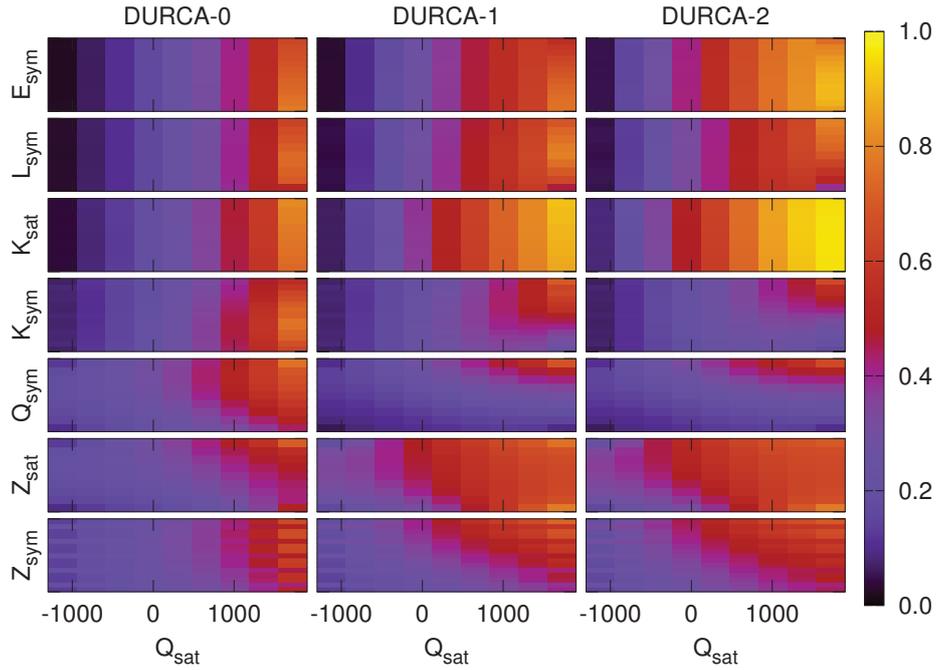


FIGURE 3.5 – Probabilité marginale à deux paramètres p_2 pour le paramètre Q_{sat} dans les trois scenarii DURCA envisagés. Les paramètres varient entre leurs valeurs maximales et minimales définies dans la table 3.2 avec une distribution uniforme. L’axe horizontal est en MeV, et l’axe verticale couvre l’intégralité du domaine de variation de chaque paramètres. Source : [Margueron et al., 2018b].

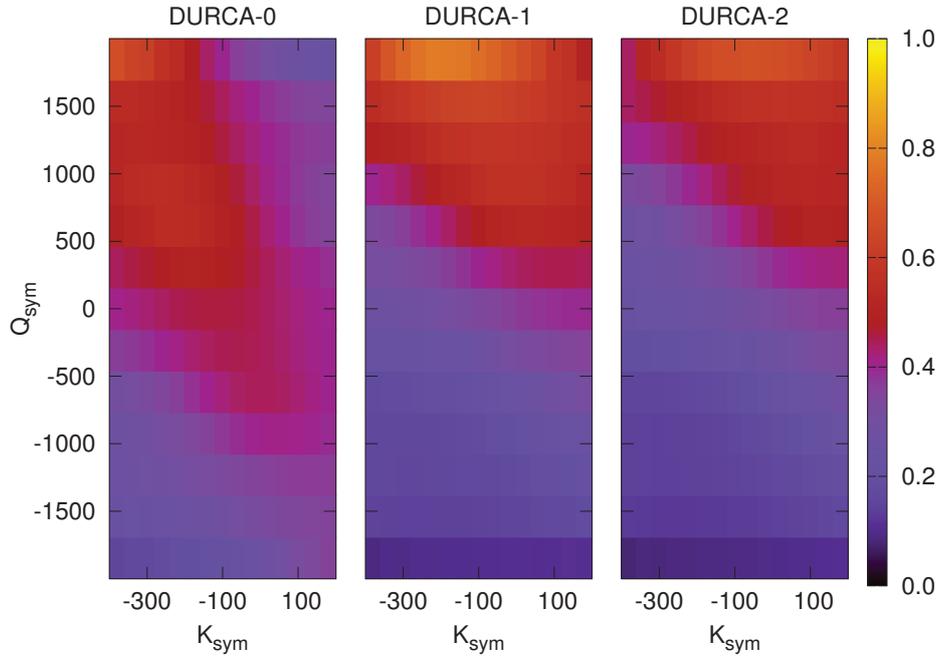


FIGURE 3.6 – Probabilité marginale à deux paramètres pour Q_{sat} vis-à-vis de K_{sym} . Les deux axes sont en MeV.

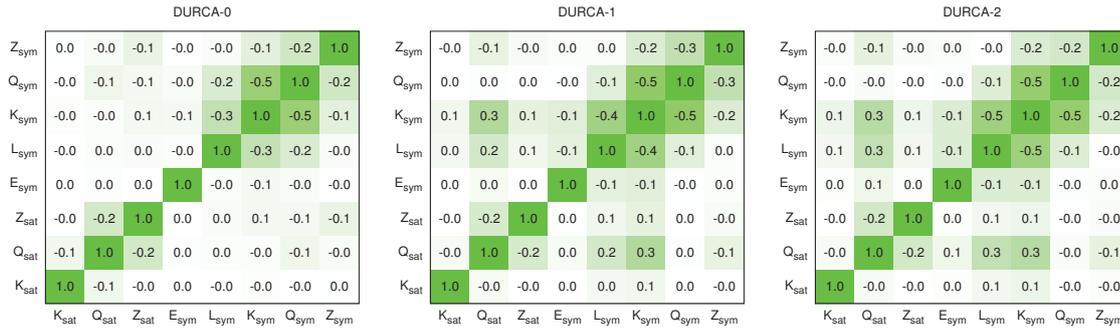


FIGURE 3.7 – Matrices de corrélations entre les 8 paramètres pour les trois scénarii DURCA envisagés. La couleur des cases traduit la valeur de la corrélation (ou anti-corrélation) allant de 0 (blanc) à 1 (vert) en valeur absolue, avec une échelle linéaire.

d'autres modélisations existantes (Skyrme, Gogny, RMF) pour lesquelles des corrélations *a priori* existent entre les paramètres mais n'ont pas nécessairement une origine physique. Les éléments de la matrice de corrélation prennent une valeur nulle lorsque la corrélation est inexistante, +1 lorsque les paramètres sont fortement corrélés, et -1 lorsqu'ils sont fortement anti-corrélés. Afin de raisonner quantitativement, on peut dire que la corrélation est faible dès lors que l'élément de matrice prend une valeur inférieure à 0.5, et que la corrélation est forte au delà de 0.8 (en valeur absolue).

On note sur la figure 3.7 que les corrélations entre les paramètres sont globalement faibles. Ces matrices peuvent être comparées à d'autres études similaires effectuées sur des modèles de type Skyrme (voir [Kortelainen et al., 2010, McDonnell et al., 2015, Roca-Maza et al., 2015]). Cependant, les contraintes physiques imposées dans le cadre de cette étude sont moins contraignantes que celles imposées dans ces travaux. Il a été montré que le fait de filtrer les paramétrisations possibles selon certaines contraintes physiques réduisait fortement le nombre d'équation d'état vraisemblables [Klähn et al., 2006, Dutra et al., 2012]. Cela révèle l'existence de corrélations plus forte dans ces modèles, à l'inverse du méta-modèle que nous considérons.

Sur la figure 3.7, on constate que, bien que les corrélations soient très faibles, elles sont présentes et montrent même une structure en bloc, révélant ainsi des corrélations non triviales à plusieurs paramètres. On note également un bloc de corrélation dans le secteur isoscalaire qui n'est que très peu modifié d'un scénario à l'autre. On note cependant un décalage vers les ordres plus bas en passant de DURCA-0 à 1 et 2, ce qui n'est pas surprenant puisque le scénario DURCA-2 est celui qui fournit les contraintes à plus basse densité, tandis que DURCA-0 influence les densités plus élevées. On note par ailleurs qu'il s'agit d'anti-corrélations illustrant donc des phénomènes de compensation. On remarque également des corrélations à deux paramètres, typiquement entre Q_{sat} et Z_{sat} , induite par la causalité, et entre Q_{sat} et K_{sym} qui n'apparaît que dans le scénario DURCA-1.

Pour résumer, les contraintes sur la causalité et sur l'hypothèse d'un processus d'Urca font émerger des corrélations entre les paramètres empiriques mais elles restent faibles. La faiblesse de ces corrélations provient de la flexibilité du méta-modèle, contrairement aux modèles basés sur des interactions comme Skyrme, Gogny ou bien des Lagrangiens relativistes (RMF, RHF) qui sont beaucoup plus contraints par leurs symétries internes et induisent des corrélations plus grandes [Kortelainen et al., 2010, McDonnell et al., 2015, Roca-Maza et al., 2015]. Nous observons aussi

des corrélations à plusieurs paramètres traduisant des contraintes complexes. Un travail similaire inclut les contraintes provenant des masses et des rayons atomiques [Chatterjee et al., 2017].

3.3.3 Impact sur les propriétés générales des étoiles à neutrons

On s'intéresse à présent à l'impact des contraintes physiques imposées dans la section précédente sur différentes propriétés des étoiles à neutrons telles que leurs masses, rayons, moment d'inertie, fraction protonique, ou encore leurs densités centrales. On peut séparer en quatre groupes la collection des 25 millions d'équations d'état correspondant à des paramétrisations différentes, selon la valeur de la probabilité *a posteriori* p_{lik} qui leur est associée, en construisant quatre intervalles de confiance. On définit le premier groupe contenant environ 67 % des équations d'état et qui correspond à un intervalle de confiance à 1σ comme étant celui pour lequel $p_{lik} \geq p_{lik}^{max} e^{-1/2}$, où p_{lik}^{max} désigne la probabilité maximale. Le second groupe, à 2σ , contient environ 95 % de l'échantillon et correspond aux probabilités $p_{lik} \geq p_{lik}^{max} e^{-2}$. De la même façon, l'intervalle de confiance à 3σ regroupe 99.9 % des équations d'état et correspond à $p_{lik} \geq p_{lik,max} e^{-9/2}$, et enfin le groupe à 4σ qui contient la quasi-totalité de l'échantillon correspond à $p_{lik} \geq p_{lik,max} e^{-8}$.

Après avoir considéré les différents filtres sur les 25 millions d'équations d'état, il reste 16 équations d'état dans le groupe à 1σ pour le scénario DURCA-0, 10 pour DURCA-1 et 5 pour DURCA-2; 650 équations d'état dans le groupe à 2σ pour l'hypothèse DURCA-0, 160 pour DURCA-1 et 140 pour DURCA-2; et enfin 75 000 dans le groupe à 4σ dans le scénario DURCA-0, 12 000 pour DURCA-1 et 14 000 pour DURCA-2. À partir de ces intervalles de confiance, on peut générer les mêmes intervalles dans la relation M-R prédit par la méta-équation d'état, de la façon suivante [Margueron et al., 2018b] :

$$p_{MR}^{n\sigma}(M, R) = \sum_{i \in n\sigma-CL} p_{lik}(\{P_\alpha\}_i) \delta(M_\alpha - M) \delta(R_\alpha - R), \quad (3.16)$$

où M_α et R_α sont les masses et les rayons obtenus après résolution des équations T.O.V. pour une paramétrisation donnée $\{P_\alpha\}_i$, et $n\sigma$ désigne l'intervalle de confiance.

Dans la pratique, l'axe des masses est découpé en 13 intervalles, et celui des rayon en 200 intervalles, tels que :

$$M(k_M) = M_{min} + (k_M - 1)\Delta M, \quad (3.17)$$

$$R(k_R) = R_{min} + (k_R - 1)\Delta R, \quad (3.18)$$

avec $M_{min} = 0.8M_\odot$, $\Delta M = 0.1M_\odot$, $R_{min} = 9.5$ km, $\Delta R = 50$ m, et avec les incréments $k_M = 1, \dots, 13$ and $k_R = 1, \dots, 200$.

De façon identique, on peut construire les intervalles de confiance $p_{IR}^{n\sigma}(I, R)$ entre le moment d'inertie I et la masse M . Le moment d'inertie s'écrit [Hartle and Sharp, 1967, Morrison et al., 2004] :

$$I = \frac{8\pi}{3} \int_0^R dr r^4 \rho \left(1 + \frac{P}{\rho c^2}\right) \frac{\bar{\omega}}{\Omega} e^{\lambda - \Phi}, \quad (3.19)$$

avec $\bar{\omega}$ la fréquence de rotation locale, prenant en compte les corrections apportées par la relativité générale au moment angulaire Ω . Il s'agit d'une faible correction et le moment angulaire peut s'écrire $\omega = \Omega - \bar{\omega}$. On retrouve le moment d'inertie de la théorie newtonienne en prenant

$\lambda = \Phi = 0$ et $P \ll \rho c^2$. On obtient le moment d'inertie via l'équation (3.19) après avoir résolu les équations T.O.V. en régime statique, et en prenant une valeur de $\bar{\omega}$ arbitrairement faible au centre de l'astre.

On peut également représenter les intervalles de confiance entre le redshift à la surface de l'astre et la masse $p_{zM}^{n\sigma}(z, M)$; entre la fraction protonique centrale et la masse $p_{x_p M}^{n\sigma}(x_p, M)$; entre l'épaisseur de l'écorce et la masse $p_{\Delta R_{crust} M}^{n\sigma}(\Delta R_{crust}, M)$ et enfin entre la densité centrale et la masse $p_{n_c M}^{n\sigma}(n_c, M)$.

On représente toutes ces probabilités sur les figures 3.8 and 3.9 pour les trois hypothèses DURCA. La région centrale (en rouge) indique l'intervalle de confiance à 1σ , la région intermédiaire (en bleu) correspond à l'intervalle de confiance à 2σ , et enfin la région la plus étendue (en rose) indique l'intervalle à 4σ . La figure 3.8 recense les probabilités entre la masse et le rayon (cadre supérieur), le moment d'inertie (cadre central), et le redshift à la surface (cadre inférieur). On note que la borne supérieure du rayon vis-à-vis de la masse n'est pas impactée par les différentes hypothèses DURCA, mais que la borne inférieure descend plus bas pour le cas DURCA-0. Plus précisément, dans les deux autres hypothèses, le rayon semble relativement indépendant de la masse, tandis que pour le scénario DURCA-0, le rayon passe de 12.8 ± 0.3 km pour une masse $M = 0.8M_\odot$, à un rayon de 12.0 ± 0.6 km pour une masse de $M = 2M_\odot$. Ceci explique également le fait que le moment d'inertie puisse être plus petit et que le redshift puisse être plus grand dans ce scénario. Des observations permettant de conclure à un rayon de 10–11 km serait incompatible avec les hypothèses DURCA-1 et 2.

La figure 3.9 représente des caractéristiques internes des étoiles à neutrons, telles que la fraction protonique centrale x_p (cadre supérieur), l'épaisseur de l'écorce ΔR_{crust} (cadre central) et la densité centrale n_c (cadre inférieur) en fonction de la masse. Le fait que la fraction protonique centrale soit fortement impactée par les différents scénarii n'est pas surprenant dès lors que c'est cette dernière qui gouverne la possibilité du processus d'Urca. Dans le cas de l'hypothèse DURCA-0, la fraction protonique doit être inférieure à 11%, tandis que DURCA-1 autorise des valeurs plus élevées, et encore plus élevées pour DURCA-2. Il est intéressant de remarquer que les différentes valeurs pour la fraction protonique n'ont aucun effet sur l'épaisseur de l'écorce ou sur la densité centrale.

La figure 3.10 représente la compacité $(M/M_\odot)/(R/km)$ en fonction de la masse dans les différents scénarii. On remarque encore une fois que les hypothèses DURCA n'ont pas d'impact, excepté pour les très hautes masses ($M > 1.8M_\odot$) pour lesquelles la compacité peut être plus élevée dans le scénario DURCA-0.

On peut utiliser une mesure de la compacité afin d'estimer la masse d'une étoile à neutrons. La compacité de l'étoile NS RX J0720.4-3125 a été précisément mesurée 0.105 ± 0.002 [Hambaryan et al., 2017] (en pointillés sur la figure 3.10), et l'on peut extraire une estimation de la masse de cet objet. On obtient une masse de $1.33 \pm 0.04 M_\odot$ avec un intervalle de confiance de 1σ sous l'hypothèse que cette étoile possède un cœur composé uniquement de nucléons, et que son équation d'état satisfait les contraintes physiques imposées par le filtre. De la même façon, il est possible d'extraire son rayon de la figure 3.8, donnant une valeur de 12.7 ± 0.3 km [Margueron et al., 2018b].

Au vu des figures 3.8, 3.9 et 3.10 on peut conclure que les propriétés étudiées ici des étoiles à neutrons sont relativement universelles et sont faiblement impactées par les différentes hypothèses DURCA. Il a été montré que les conditions de neutralité électrique et d'équilibre β confèrent à l'équation d'état un comportement relativement universel pour des équations d'état

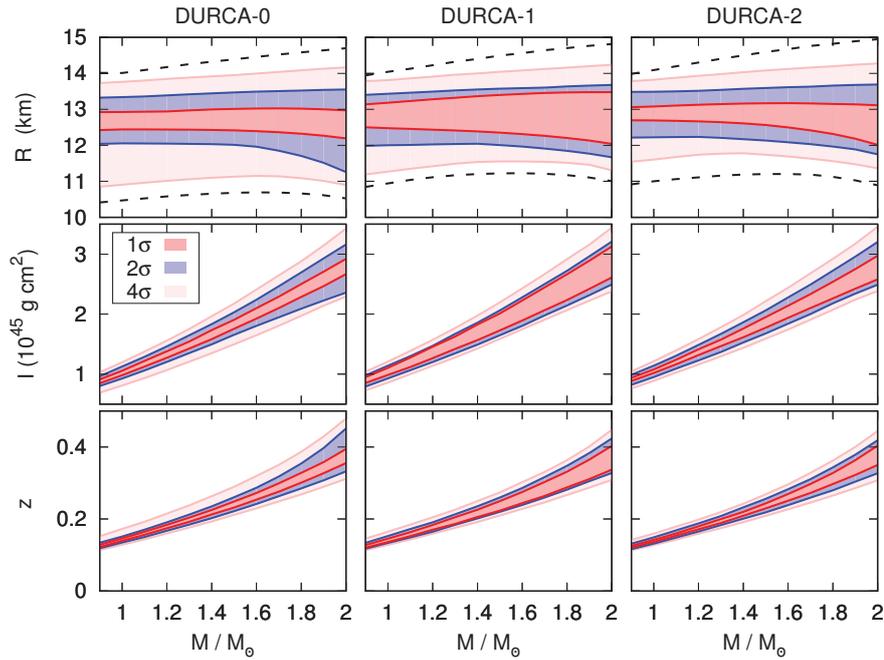


FIGURE 3.8 – Intervalles de confiance à 1σ , 2σ et 4σ pour le rayon R , le moment d’inertie I , et le redshift à la surface z en fonction de la masse M , pour les trois scenarii DURCA-0, 1 et 2. Les lignes en pointillés sur le graphique supérieur indiquent le rayon maximal et minimal. Source : [Margueron et al., 2018b].

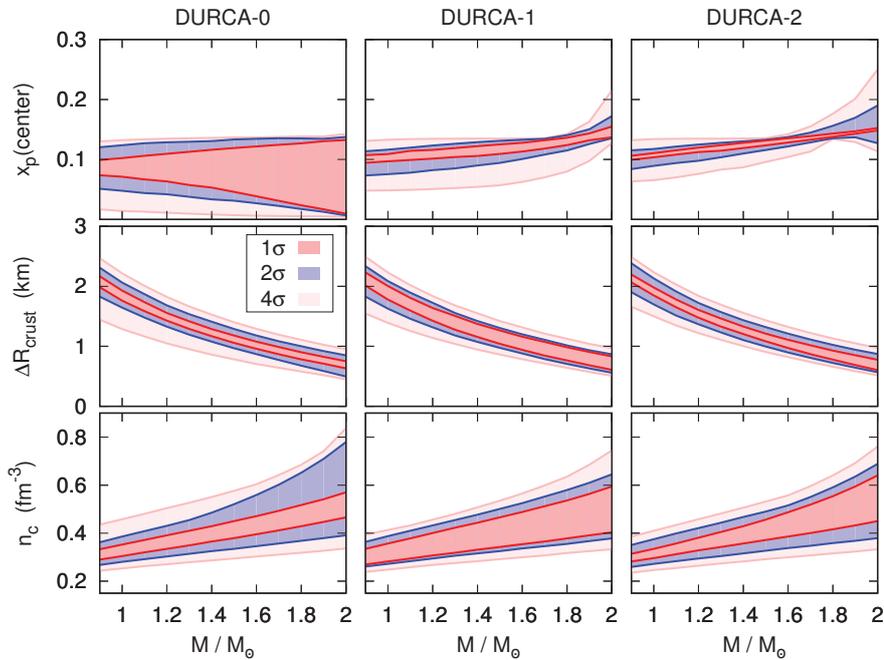


FIGURE 3.9 – Similaire à la figure 3.8 pour la fraction protonique centrale x_p , l’épaisseur de l’écorce ΔR_{crust} et la densité centrale n_c en fonction de la masse. Source : [Margueron et al., 2018b].

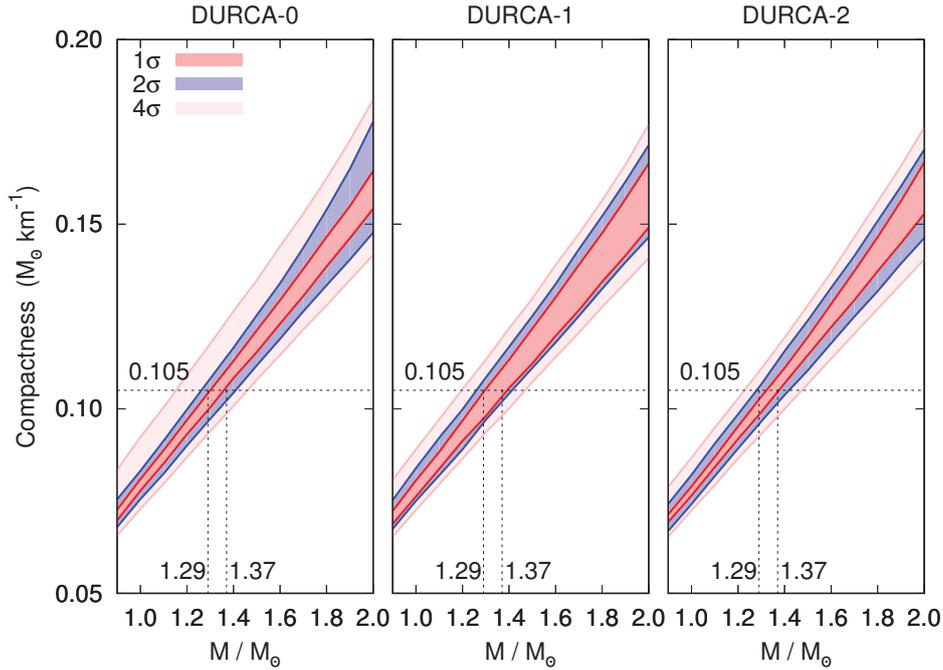


FIGURE 3.10 – Compacité $(M/M_{\odot})/(R/\text{km})$ en fonction de la masse dans les trois hypothèses DURCA-0, 1 et 2. Source : [Margueron et al., 2018b].

qui n'autorisent pas le processus dUrca [Blaschke et al., 2016] (qui correspond à l'hypothèse DURCA-0 jusqu'à des masses de $2 M_{\odot}$). On peut conclure de cette étude que cette universalité est maintenue pour des équations d'état qui autorisent le processus dUrca, typiquement pour des compacités faibles pour lesquelles il est raisonnable de penser que la matière est purement nucléonique.

La figure 3.11 représente les centroïdes des distributions de rayon en fonction de la masse (voir figure 3.8) obtenues dans les différents scenarii DURCA (cadre supérieur), et leur déviation standard (cadre inférieur). La façon la plus simple de calculer le centroïde $\langle R_{n\sigma}(M) \rangle$ et la déviation standard $\sigma_{R,n\sigma}(M)$ est de supposer que les distributions sont relativement proches de distributions gaussiennes. Le centroïde est alors pris comme étant la valeur moyenne entre la valeur la plus basse de la bande et la valeur la plus haute, pour les trois intervalles de confiance à 1σ (en rouge), 2σ (en bleu), et 4σ (en rose). La déviation standard est alors calculée comme la moitié de la largeur de la bande. On divise cette valeur par n afin d'évaluer à quel point les distributions sont gaussiennes. Une autre façon d'estimer le centroïde est de considérer la probabilité $p_{MR}^{n\sigma}(M, R)$:

$$\langle R_{n\sigma}(M) \rangle^2 = \frac{1}{N_{MR}} \int R^2 p_{MR}^{n\sigma}(M, R) dR, \quad (3.20)$$

avec

$$N_{MR} = \int dR p_{MR}^{n\sigma}(M, R), \quad (3.21)$$

et la déviation standard est alors obtenue comme :

$$\sigma_{R,n\sigma}(M)^2 = \frac{1}{N_{MR}} \int [R - \langle R_{n\sigma}(M) \rangle]^2 p_{MR}^{n\sigma}(M, R) d^3 R. \quad (3.22)$$

Ces valeurs sont illustrées pour l'intervalle de confiance à 4σ en pointillés sur la figure 3.11. On note que les différentes relations masse-rayon restent compatibles dans les trois scenarii

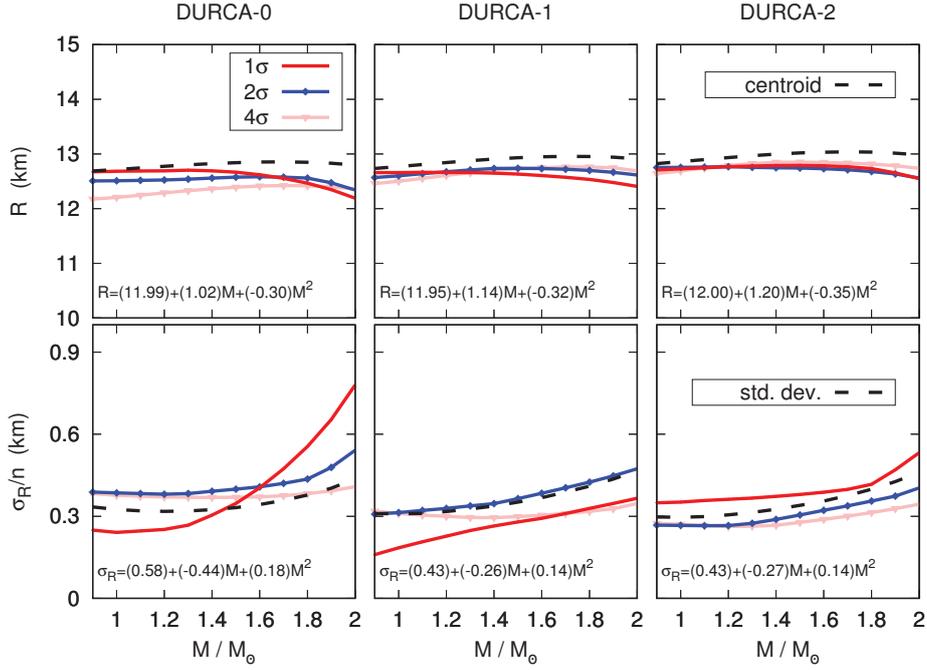


FIGURE 3.11 – Centroïdes et déviation standard du rayon en fonction de la masse dans les scenarii DURCA-0, 1 et 2. Source : [Margueron et al., 2018b].

en prenant en compte leurs déviations standards. On constate que les valeurs des déviations standards divisées par l'ordre de l'intervalle de confiance n sont relativement proches (excepté peut être pour le scénario DURCA-0), indiquant ainsi que les distributions $p_{MR}^{n\sigma}(M, R)$ sont très proches de gaussiennes. Sur la figure 3.11 est également présenté numériquement un ajustement d'ordre 2 en masse, du centroïde et de la déviation standard. En conclusion, on peut déduire le rayon des étoiles à neutrons dont l'équation d'état est purement nucléonique et leptonique ont un rayon de 12.5 ± 0.4 km dans un intervalle de confiance à 1σ pour des masses allant jusqu'à $1.6 M_{\odot}$. Au delà de cette masse, les incertitudes augmentent et l'on peut conclure à un rayon de 12.2 ± 0.8 km.

Cette prédiction du rayon des étoiles à neutrons peut être comparée à d'autres publications. En s'appuyant sur la théorie de champ effective chirale, des équations d'état polytropiques, et des mesures observationnelles de masses, le rayon des étoiles à neutrons doit se situer entre 10.5 et 13.3 km [Hebeler et al., 2010]. Une étude similaire plus récente prédit un rayon de 9.7-13.9 km pour une masse de $1.4 M_{\odot}$ et avec une densité centrale allant jusqu'à $4.4n_{sat}$ [Hebeler et al., 2013]. Enfin, des travaux basés sur des équation d'état polytropiques confrontées à des données observationnelles donnent, pour une masse de $1.4 M_{\odot}$, un rayon entre 10.4 and 12.9 km [Steiner et al., 2013], et entre 10.1 et 11.1 km [Özel et al., 2016]. Ansi, si les résultats de la Ref. [Özel et al., 2016] sont confirmés, il seraient difficilement compatibles avec l'hypothèse selon laquelle la matière qui compose les étoiles à neutrons est purement nucléonique. Une estimation récente du rayon d'étoile à neutrons ayant une masse de $1.4 M_{\odot}$ basée sur une équation d'état de type Skyrme prédit $R = 11.09 - 12.86$ km [Alam et al., 2016]. Il n'est pas surprenant que le rayon extrait de la méta-modélisation soit compatible avec ces travaux (excepté la Ref. [Özel et al., 2016]), avec de plus faibles incertitudes, dans le sens où on ne considère que des équation d'état nucléoniques, et que l'on contraint les paramètres à varier dans des domaines compatibles avec les données expérimentales, ainsi que certaines contraintes physiques. La méta-

équation d'état semble confirmer que les rayons de plus de 14 km, ou de moins de 11 km ne sont pas accessibles à des équation d'état nucléoniques. De meilleures contraintes sur les paramètres très influents du méta-modèle (L_{sym} , K_{sym} , $Q_{sat/sym}$) permettraient de réduire l'incertitude sur le rayon. Des observations conduisant à un rayon en dehors de cette intervalle constituent une indication forte que de la matière du cœur des étoiles à neutrons n'est pas nucléonique.

On reproduit la même analyse concernant le moment d'inertie sur la figure 3.12, et la densité centrale 3.13. Concernant l'épaisseur de l'écorce, on obtient au deuxième ordre en masse (en km) :

$$\Delta R(M) = 4.19 - 2.96M/M_\odot + 0.63(M/M_\odot)^2, \quad (3.23)$$

$$\sigma_{\Delta R}(M) = 0.27 - 0.22M/M_\odot + 0.06(M/M_\odot)^2, \quad (3.24)$$

pour DURCA-0,

$$\Delta R(M) = 4.23 - 2.98M/M_\odot + 0.63(M/M_\odot)^2, \quad (3.25)$$

$$\sigma_{\Delta R}(M) = 0.22 - 0.16M/M_\odot + 0.05(M/M_\odot)^2, \quad (3.26)$$

pour DURCA-1,

$$\Delta R(M) = 4.28 - 3.01M/M_\odot + 0.64(M/M_\odot)^2, \quad (3.27)$$

$$\sigma_{\Delta R}(M) = 0.21 - 0.16M/M_\odot + 0.04(M/M_\odot)^2, \quad (3.28)$$

pour DURCA-2.

Enfin, on peut confronter les méta-équations d'état à la relation empirique entre la pression et le rayon des étoiles à neutrons proposée dans la Ref. [Lattimer and Prakash, 2001]. On illustre cette relation sur la figure 3.14 en calculant la pression dans de la matière de neutrons à $n_0 = n_{\text{sat}}$, $1.5n_{\text{sat}}$ et $2n_{\text{sat}}$ dans les trois scenarii DURCA. On remarque que cette relation n'est pas influencée par la masse en dessous de $1.6 M_\odot$ dans les trois cas. Bien que la pression soit calculée à l'équilibre β dans [Lattimer and Prakash, 2001], les relations obtenues avec le méta-modèle sont compatibles.

3.3.4 Étude de l'équation d'état de la matière à l'équilibre β

Après avoir étudié les effets engendrés par les différentes hypothèses DURCA sur les propriétés générales des étoiles à neutrons, il convient d'étudier plus en détail leur impact sur la matière nucléaire à l'équilibre β comme par exemple la pression des nucléons, la fraction protonique, la vitesse du son ou encore la densité d'énergie par nucléon en fonction de la densité baryonique. Il est important de noter que, même si la masse des étoiles à neutrons est corrélée à la densité centrale, il n'existe pas de relation bijective entre ces deux grandeurs, à plus forte raison pour des masses élevées (voir la figure 3.9), et il est intéressant de regarder l'impact des contraintes physiques que l'on a imposées dans la section précédente dans les différents scenarii DURCA, vis-à-vis de la densité.

La valeur moyenne d'une observable A (qui peut être la pression ou la densité d'énergie par exemple) peut s'obtenir en pondérant les valeurs obtenues pour différentes paramétrisations de l'équation d'état par la probabilité p_{lik} :

$$\langle A \rangle = \left\{ \prod_{\alpha=1}^8 \int dP_\alpha \right\} p_{lik}(\{P_\alpha\}) A(\{P_\alpha\}), \quad (3.29)$$

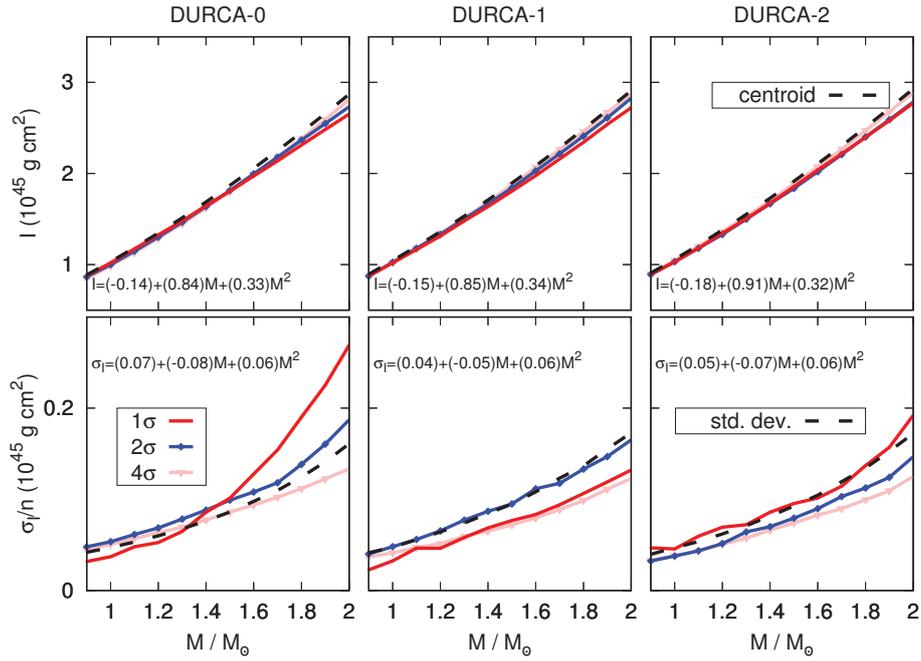


FIGURE 3.12 – Même figure que la figure 3.11 pour le moment d’inertie. Source : [Margueron et al., 2018b].

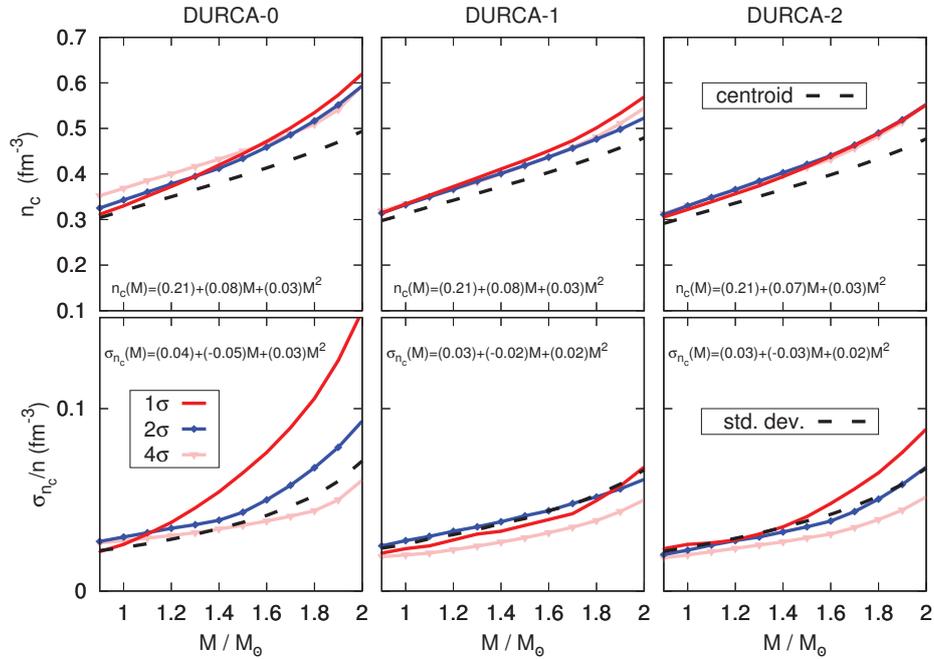


FIGURE 3.13 – Même figure que la figure 3.11 pour la densité centrale. Source : [Margueron et al., 2018b].

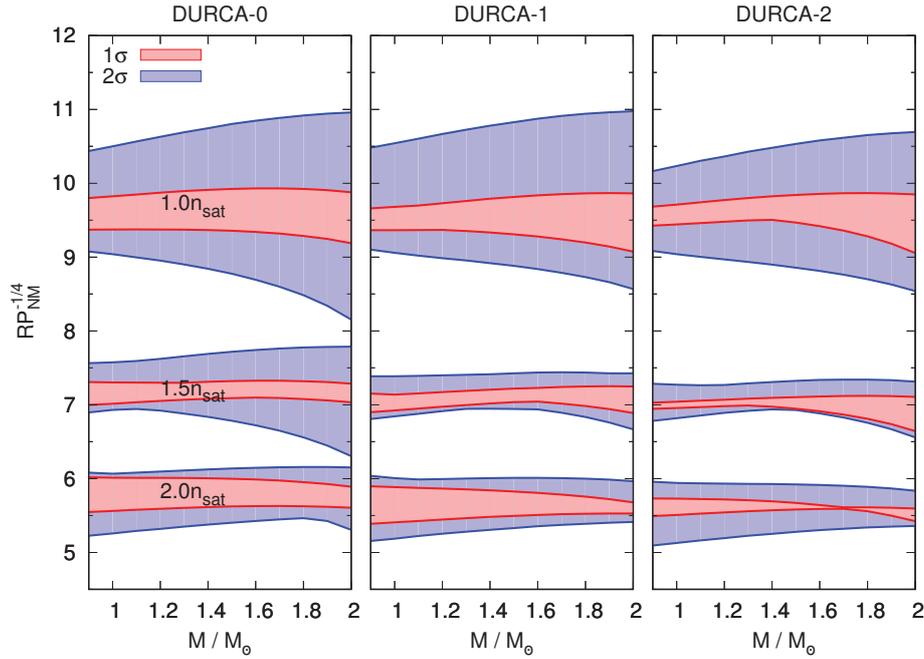


FIGURE 3.14 – Relation empirique entre la pression et le rayon des étoiles à neutrons ([Lattimer and Prakash, 2001]) vis-à-vis de la masse dans les trois scenarii DURCA. La pression est calculées à $n_0 = 1, 1.5$ et $2n_{\text{sat}}$ dans de la matière de neutrons. Source : [Margueron et al., 2018b].

De la même façon on obtient la dispersion associée à l’observable A :

$$\sigma_A^2 = \left\{ \prod_{\alpha=1}^8 \int dP_\alpha \right\} p_{lik}(\{P_\alpha\}) [\langle A \rangle - A(\{P_\alpha\})]^2. \quad (3.30)$$

On peut alors regarder l’évolution de certaines grandeurs en fonction de la densité :

- On représente sur la figure 3.15, la dépendance en densité de la fraction protonique dans les trois hypothèse DURCA. On représente également l’évolution de la condition x_p^{DURCA} . On remarque que cette limite est très peu modifiée entre les scenarii DURCA-1 et 2, et que sa distribution est relativement étroite dans ces deux cas, et un peu plus large dans le cas DURCA-0. On constate que cette limite x_p^{DURCA} ne dépend que faiblement de la densité jusqu’à $n_0 > 0.3 \text{ fm}^{-3}$. La fraction protonique peut dépasser cette limite dans les trois scenarii, en considérant un intervalle de confiance à 2σ . Les densités auxquelles $x_p \approx x_p^{DURCA}$ correspondent bien à la valeur de la densité centrale pour des étoiles de $2M_\odot$ (DURCA-0), $1.8M_\odot$ (DURCA-1), et $1.6M_\odot$ (DURCA-2) représentées sur la figure 3.13. Pour le cas DURCA-0, la plupart des équations d’état prédisent des valeurs de la fraction protonique qui restent inférieures à x_p^{DURCA} , tandis que pour les scenarii DURCA-1 (resp. DURCA-2), cette condition est satisfaite à partir de 0.45 fm^{-3} (resp. 0.35 fm^{-3}).
- On représente également la fraction électronique x_e et la fraction muonique x_μ sur la figure 3.16. On note que ces distributions sont relativement étroites dans les cas DURCA-1 et 2 et plus large dans le cas DURCA-0, ce qui n’est pas surprenant puisqu’elles sont reliées à la fraction protonique par la condition de neutralité électrique $x_p = x_e + x_\mu$. On note de même que les fractions électronique et muonique peuvent prendre des valeurs très basses à haute densité dans l’hypothèse DURCA-0.

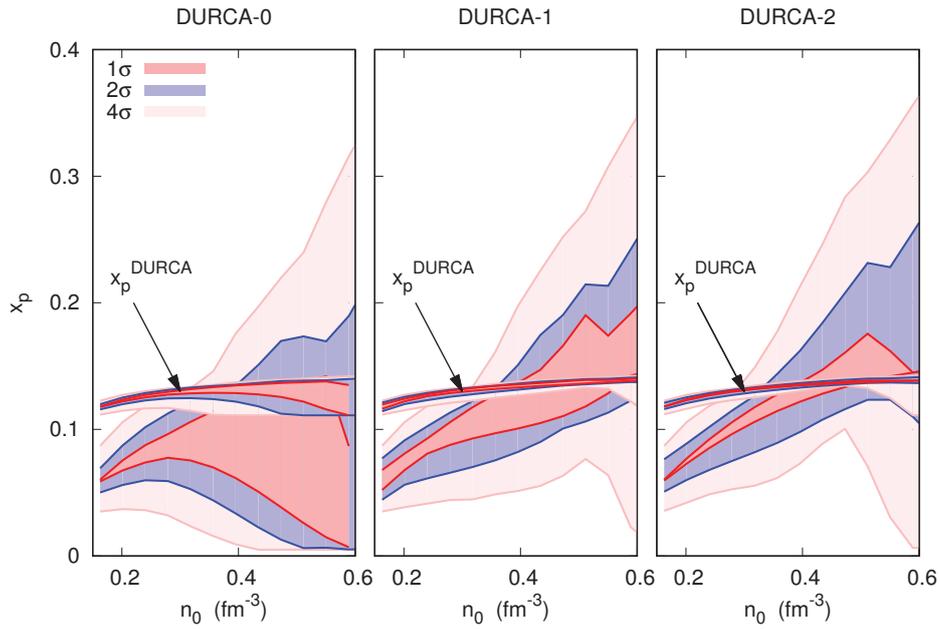


FIGURE 3.15 – Influence des différents scénarii DURCA sur la fraction protonique centrale en fonction de la densité pour des intervalles de confiance à 1, 2 et 3 σ . La condition x_p^{DURCA} est également représentée. Source : [Margueron et al., 2018b].

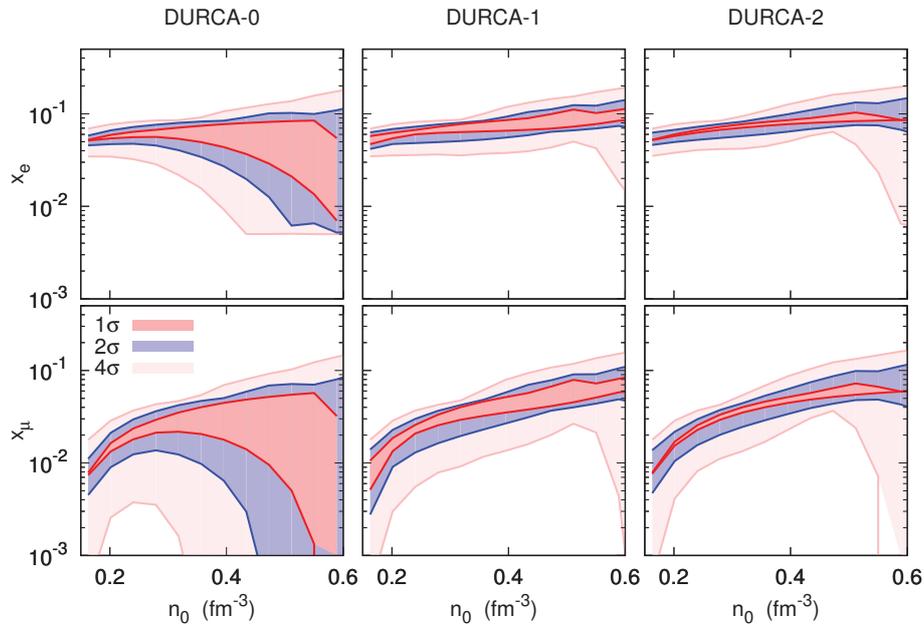


FIGURE 3.16 – Même figure que la figure 3.15 représentant la fraction électronique x_e et la fraction de muons x_μ . Source : [Margueron et al., 2018b].

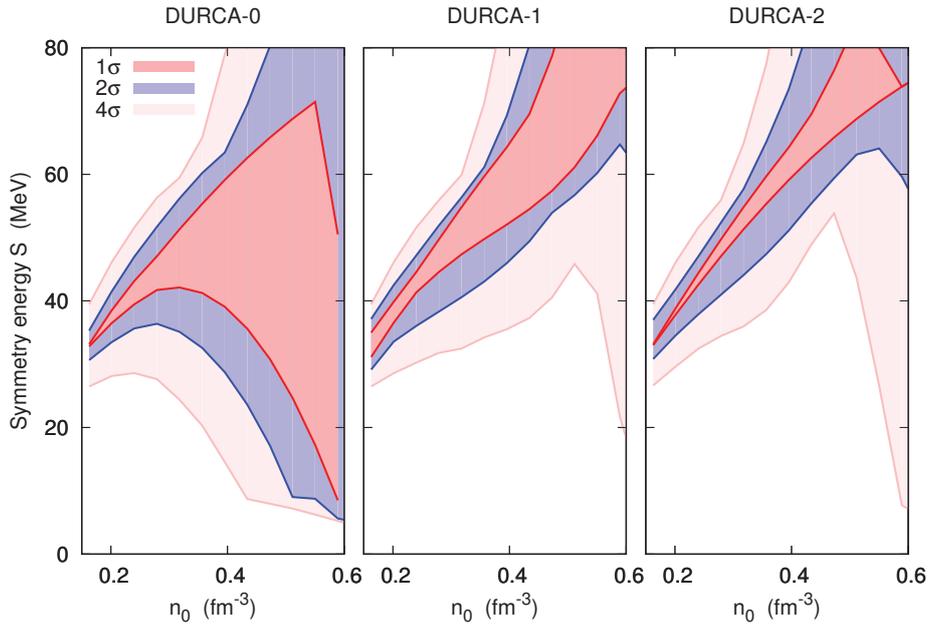


FIGURE 3.17 – Même figure que la figure 3.15 pour l'énergie de symétrie. Source : [Margueron et al., 2018b].

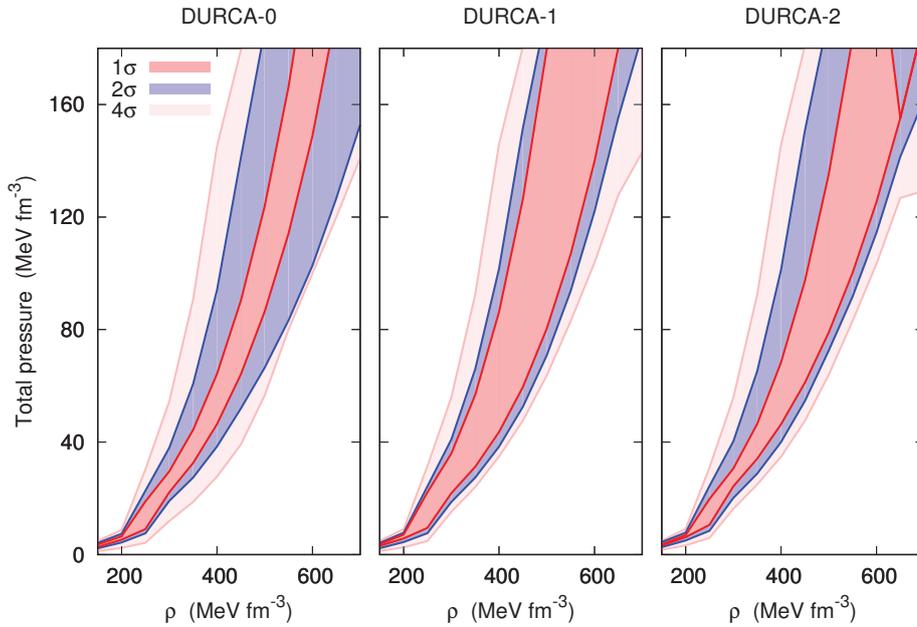


FIGURE 3.18 – Pression totale en fonction de la densité d'énergie totale (incluant le terme de masse, et considérant les nucléons et les leptons), notée ρ . Source : [Margueron et al., 2018b].

- La même figure est reproduite pour l'évolution de l'énergie de symétrie $S(n_0)$ en fonction de la densité sur la figure 3.17. L'énergie de symétrie influence fortement la valeur de la fraction protonique [Lattimer and Prakash, 2001, Steiner et al., 2005], et l'on remarque que sa distribution est beaucoup plus étalée et autorise des valeurs plus basses pour DURCA-0 que dans les deux autres hypothèses. Dans le cas DURCA-0 l'énergie peut avoir une évolution décroissante avec la densité contrairement à DURCA-1 et 2 où elle est croissante jusqu'à des densités de l'ordre de $0.5n_{\text{sat}}$. On peut conclure de cette figure que si l'on avait une indication claire de l'existence du processus d'Urca au sein des étoiles très massives, cela exclurait une évolution molle de l'énergie de symétrie avec la densité.
- La figure 3.18 illustre les distributions associées à l'équation d'état, c'est à dire la pression totale en fonction de la densité d'énergie, en incluant l'énergie de masse, et en considérant les nucléons et les leptons. On remarque que les différentes hypothèses DURCA ont un faible impact sur l'équation d'état, cela conforte le fait que l'équation d'état semble avoir un comportement universel imposé par la condition de neutralité électrique et l'équilibre β [Blaschke et al., 2016].
- Il est également intéressant de regarder l'évolution de la pente de l'équation d'état, caractérisée par son indice adiabatique $\Gamma(\rho)$ défini comme :

$$\Gamma(\rho) = \left. \frac{d \ln P_{\text{tot}}}{d \ln \rho} \right|_s. \quad (3.31)$$

L'indice adiabatique est représenté sur la figure 3.19 en fonction de la densité n_0 . On constate que les scénarii DURCA envisagés n'ont, encore une fois, qu'une influence relativement faible, et que les bornes de l'indice adiabatique dépendent peu de la densité. On en déduit une valeur de Γ comprise entre 2 et 4.

- Enfin, on peut obtenir la vitesse du son à partir de la pression des nucléons (contrairement à l'équation (3.1) qui décrit la vitesse du son obtenue à partir de la pression totale en incluant les leptons, ce qui a pour effet d'augmenter la vitesse du son d'environ 10 à 15 %). Une quantité intéressante est le rapport entre le module au carré de la vitesse du son et de la vitesse de la lumière au carré (voir [Bedaque and Steiner, 2015]) :

$$(v_{s,n}/c)^2 = \frac{dP_{\text{nuc}}}{dn_0} / (mc^2 + e_{\text{nuc}} + P_{\text{nuc}}/n_0). \quad (3.32)$$

On représente cette quantité en fonction de la densité sur la figure 3.20. Dans les modèles incluant une transition de phase vers de la matière de quarks, les équations d'état sont beaucoup plus molles et il est attendu que la vitesse du son atteigne une valeur limite de $1/3$ (en considérant un gaz de quarks libres). Cette limite est atteinte par valeur inférieure [Bedaque and Steiner, 2015]. Le fait que la vitesse du son a une pente positive à l'origine, et dépasse la limite de $1/3$ pour des densités de l'ordre de $2-3n_{\text{sat}}$ implique qu'elle doit redescendre et doit donc se courber au moins une fois. On remarque que des équations d'état nucléoniques autorisent ce comportement à haute densité, et les modèles de transition de phases ne sont donc pas les seuls à expliquer la baisse de la vitesse du son.

En conclusion de ce chapitre, les corrélations entre les paramètres empiriques induites par les contraintes physique de causalité, stabilité et positivité de l'énergie de symétrie sont plutôt faibles. Ceci est à mettre en comparaison avec les corrélations qui sont trouvées dans d'autres

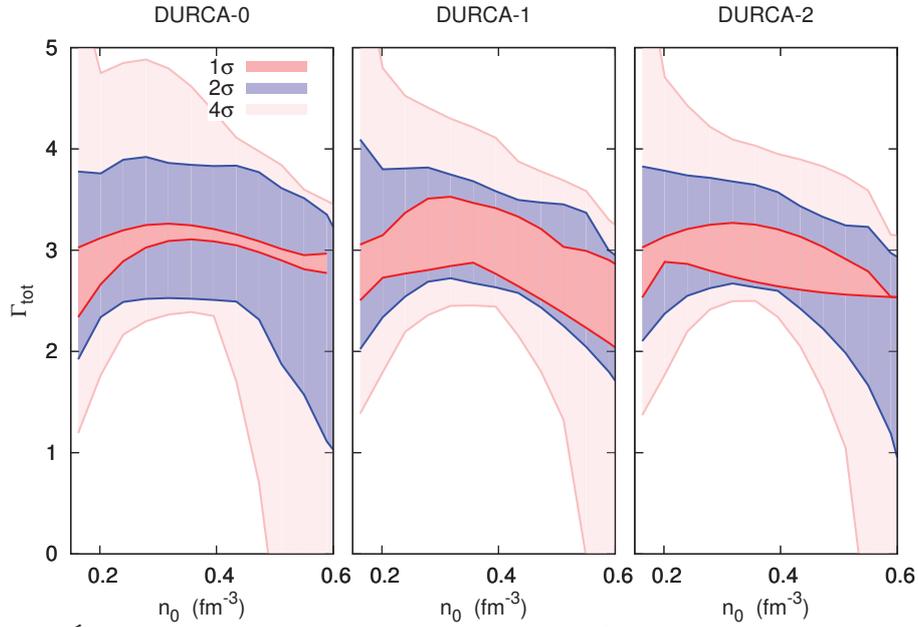


FIGURE 3.19 – Évolution de l'indice adiabatique Γ en fonction de la densité n_0 . Source : [Margueron et al., 2018b].

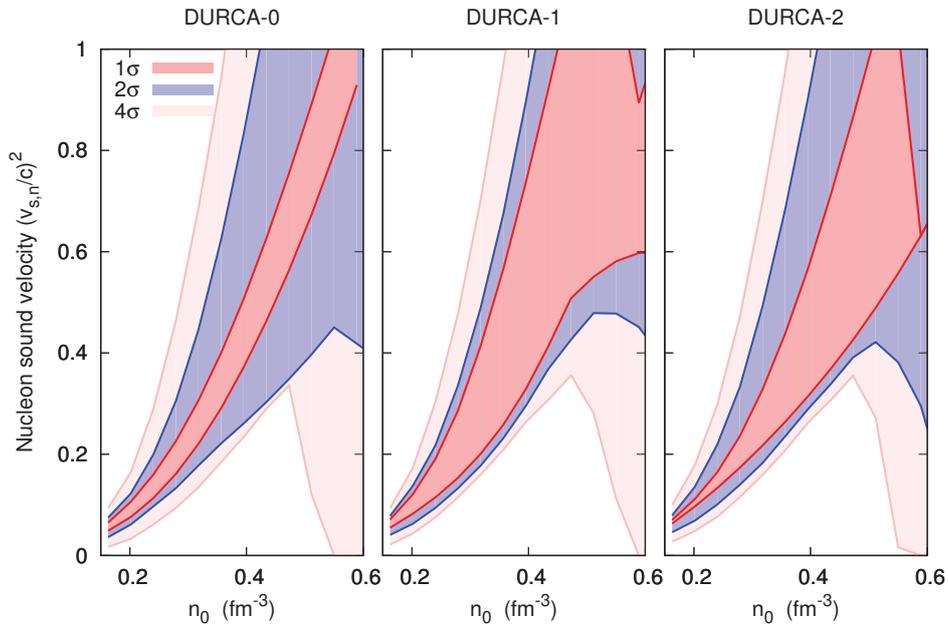


FIGURE 3.20 – Vitesse du son associée à la pression des nucléons en fonction de la densité. Source : [Margueron et al., 2018b]

modèles, et cela pourrait indiquer que ces corrélations proviennent en réalité d'un manque de souplesse de ces autres modèles, ou à l'inverse de la nécessité d'inclure d'autres contraintes de physique nucléaire dans le méta-modèle, telles que les masses et les rayons des noyaux atomiques.

La possibilité du processus dUrca est fortement reliée au comportement de l'énergie de symétrie, étant influencée par la fraction protonique. On note cependant que l'équation d'état semble avoir un comportement universel (voir aussi [Blaschke et al., 2016]) et que cette relation n'est que très peu sensible aux masses et densités centrales pour lesquelles le processus dUrca est rendu possible. Les paramètres empiriques étant les plus influencés par ce filtre sont L_{sym} , K_{sym} , $Q_{sat/sym}$, et les valeurs du centroïde de K_{sym} augmentent fortement de l'hypothèse DURCA-0 à DURCA-2. Il s'avère que ce sont également les paramètres qui ont le plus fort impact sur les relations M-R prédites par le méta-modèle. De nouvelles contraintes pourraient être obtenues dans un futur proche, ce qui rendrait aussi les intervalles de confiance plus étroits dans les relations M-R. Dans le chapitre suivant, nous développons une méthode permettant de contraindre la valeur de ces paramètres grâce à des observations astrophysiques.

Chapitre 4

Confrontation du méta-modèle aux données observationnelles

Sommaire

4.1	Problème inverse : extraction des relations M-R les plus probables	106
4.1.1	Analyse des relations M-R les plus probables	107
4.1.2	Effets dus à la réduction du rayon des étoiles à neutrons	107
4.2	Ajustement polynomial de la relation $M(R)$	109
4.2.1	Ajustement polynomial pour un seul paramètre (L_{sym})	109
4.3	Émission thermique des étoiles à neutrons	117
4.3.1	Sources considérées	118
4.3.2	Modélisation du spectre d'émission thermique	120
4.3.3	Algorithme Monte Carlo par Chaînes de Markov : stretch move	123
4.4	Modélisations simples de la relation M-R	124
4.4.1	Modèle à rayon constant	124
4.4.2	Modèle à rayon incliné	125
4.5	Méta-modélisation de l'équation d'état	126
4.5.1	Méta-modèle à deux paramètres empiriques libres ($L_{\text{sym}}, K_{\text{sym}}$)	126
4.5.2	Méta-modèle à trois paramètres empiriques libres ($L_{\text{sym}}, K_{\text{sym}}, Q_{\text{sat}}$)	129
4.5.3	Méta-modèle à trois paramètres empiriques libres ($L_{\text{sym}}, K_{\text{sym}}$ et Q_{sat}) et distribution <i>a priori</i> du paramètre L_{sym}	130
4.6	Influence des différentes sources sur l'ajustement	133
4.6.1	Influence individuelle des sources	134
4.6.2	Influence de différentes classes de sources	135

Dans ce chapitre nous confrontons le méta-modèle aux données observationnelles de façon à pouvoir extraire des contraintes sur les paramètres de ce dernier, et donc sur l'équation d'état de la matière nucléaire, en considérant que les étoiles à neutrons ne sont composées que de neutrons, protons, électrons et muons.

Il existe différentes manières de confronter un modèle aux observations. Beaucoup d'analyses utilisent des données observationnelles afin d'en extraire des mesures de masses et de rayons d'étoiles à neutrons, et dans un second temps, contraindre les modèles en cherchant à reproduire les mesures, (méthode du problème inverse, voir par exemple [Özel and Freire, 2016, Steiner et al., 2018]). Nous illustrons d'abord cette méthode en utilisant le méta-modèle dans la section 4.1 dans la perspective d'obtenir des mesures précises de masses et de rayons d'étoiles à neutrons, comme il est attendu avec les premiers résultats de la mission *Nicer* [Gendreau et al., 2017], et à plus long terme, la mission *Athena* [Barcons et al., 2017] basée sur une autre méthode.

Nous développons, dans toute la suite, une nouvelle méthode, qui consiste à imposer l'équation d'état directement dans l'analyse de données observationnelles provenant de l'émission thermique d'étoiles à neutrons, et à contraindre dans le même temps les paramètres de l'équation d'état et les paramètres observationnels (tels que la température de surface des étoiles à neutrons par exemple). L'avantage de cette nouvelle procédure est qu'elle confère le même poids aux paramètres de l'équation d'état qu'aux paramètres reliés à l'observation dans l'ajustement des données observationnelles. De cette façon, on évite de sur-contraindre l'équation d'état.

4.1 Problème inverse : extraction des relations M-R les plus probables

Nous avons vu dans la section 1.5 que des mesures précises de masses et de rayons d'étoiles à neutrons pourraient permettre de discriminer parmi les relations M-R prédites par les différents modèles envisagés. Le méta-modèle permettant de reproduire la plupart des modèles nucléoniques existant pour différentes paramétrisations (voir section 2.2), la mesure de masse et de rayons peut permettre de contraindre la valeur des paramètres empiriques.

Supposons un ensemble de N_M mesures de rayons $R_{data}(M_{k_M})$, pour des masses M_{k_M} (où $k_M = 1, 2, \dots, N_M$), entachées d'une incertitude $\sigma_{data}(M_{k_M})$. Pour une équation d'état i donnée (où i correspond à une paramétrisation donnée dans le cas de la méta-équation d'état : $i = \{P_\alpha\}$), on peut prédire une unique relation M-R (voir section 1.4.2), associant un rayon $R_i(M_{k_M})$ à une masse donnée M_{k_M} . On peut dès lors calculer la fonction du $\chi^2_{MR,i}$ comme :

$$\chi^2_{MR,i} = \frac{1}{N_M} \sum_{k_M=1}^{N_M} \left(\frac{R_i(M_{k_M}) - R_{data}(M_{k_M})}{\sigma_{data}(M_{k_M})} \right)^2. \quad (4.1)$$

La valeur de $\chi^2_{MR,i}$ évalue quantitativement la capacité de l'équation d'état i à reproduire les données observationnelles. Cette valeur permet de définir la probabilité de vraisemblance associée à un modèle i :

$$p_{lik,MR}(i) = N_{lik,MR}^{-1} \exp \left(-\frac{1}{2} \chi^2_{MR,i} \right). \quad (4.2)$$

L'étude de cette fonction de vraisemblance permet d'extraire d'un ensemble de méta-modèles i , la distribution des paramétrisations les plus à même de reproduire les données. Il s'agit d'un pro-

blème inverse. On peut également définir une probabilité à un seul paramètre $p_{1,MR}$ (probabilité marginale) à partir de $p_{lik,MR}$ en sommant sur tous les autres paramètres comme suit :

$$p_{1,MR}(P_\alpha) = \left\{ \prod_{\beta(\neq\alpha)=1}^8 \int dP_\beta \right\} p_{lik,MR}(i). \quad (4.3)$$

On peut alors exprimer le centroïde $p_{1,MR}(P_\alpha)$ de la distribution de probabilité associée à ce paramètre, ainsi que sa déviation standard $\sigma_{\alpha,MR}$:

$$\langle P_{\alpha,MR} \rangle = \int dP_\alpha P_\alpha p_{1,MR}(P_\alpha), \quad (4.4)$$

$$\begin{aligned} \sigma_{\alpha,MR}^2 &= \int dP_\alpha [\langle P_\alpha^R \rangle - P_\alpha]^2 p_{1,MR}(P_\alpha), \\ &= \langle P_\alpha^2 \rangle - \langle P_{\alpha,R} \rangle^2, \end{aligned} \quad (4.5)$$

fournissant ainsi la meilleure paramétrisation et la dispersion associée à chaque paramètre afin de reproduire les données observationnelles.

4.1.1 Analyse des relations M-R les plus probables

De façon à extraire les relations M-R les plus vraisemblables, nous utilisons les 25 millions d'équations d'état discutées dans la section 3.3.3 en leur assignant une probabilité $p_{lik,MR}$ obtenue via l'équation (4.2), où l'on fixe les données à reproduire les résultats montrés sur la figure 3.11 : les rayons et leur dispersion à 1σ . Les résultats sont reportés dans la table 3.3 et ils sont comparés aux probabilités marginales p_1 précédemment calculés, voir l'équation (3.10). Ces précédentes probabilités marginales sont le résultat de l'inférence bayésienne décrite dans la section 3.3.3. On remarque que les paramètres de bas ordres sont en meilleur accord avec les distributions marginales précédentes que ne le sont les paramètres d'ordres supérieurs. C'est notamment le cas pour E_{sym} , L_{sym} , $K_{sat/sym}$. On note aussi que les dispersions associées aux distributions $p_{1,MR}$ de $Q_{sat/sym}$ et $Z_{sat/sym}$ sont un peu plus larges que les distributions p_1 . On en déduit que ces paramètres sont faiblement contraints par les relations M-R, ce qui est cohérent avec le fait qu'ils ont un impact à plus haute densité. Ils sont donc peu sensibles à la relation M-R pour des masses en dessous de $2 M_\odot$.

Les observations récentes d'étoiles à neutrons semblent indiquer une préférence pour les rayons relativement petits [Guillot, 2013], inférieurs aux rayons moyens suggérés par l'inférence bayésienne de la section 3.3.3. Par la suite, nous étudions l'effet du déplacement du rayon moyen vers des valeurs plus faibles sur les paramètres empiriques contrôlant les prédictions du méta-modèle.

4.1.2 Effets dus à la réduction du rayon des étoiles à neutrons

Dans cette section nous analysons la sensibilité des paramètres empiriques vis-à-vis de la connaissance du rayon des étoiles à neutrons. Comme ce rayon n'est pas mesuré, nous allons étudier l'impact d'une réduction du rayon par rapport au rayon moyen déduit de l'inférence bayésienne. Il ne s'agit donc pas d'une étude permettant de déduire des valeurs précises pour les paramètres empiriques, mais plutôt d'une étude de sensibilité des paramètres empiriques qui sont le plus fortement modifiés par la variation du rayon. Pour se faire nous déplaçons les centroïdes

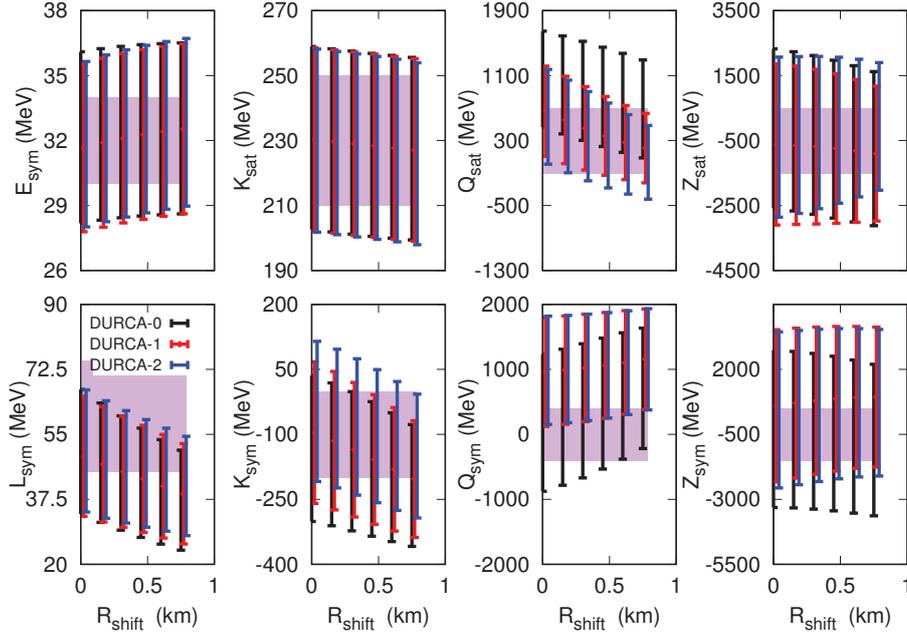


FIGURE 4.1 – Effet de la réduction du rayon moyen des étoiles à neutrons d’une constante R_{shift} par rapport au rayon moyen de l’inférence bayésienne, voir figure 3.11. Cet effet est analysé en terme des paramètres empiriques du méta-modèle. La bande violette représente l’incertitude à 1σ sur les paramètres empiriques résultant de l’inférence bayésienne, voir table 3.3. Source : [Margueron et al., 2018b].

des rayons $\langle R(M) \rangle$ illustrés sur la figure 3.11 d’une valeur R_{shift} , tout en conservant la même dispersion :

$$R_{data}(M) = \langle R(M) \rangle - R_{shift}, \quad (4.6)$$

$$\sigma_{data}(M) = \sigma_R(M). \quad (4.7)$$

Notons que le fait de conserver la même largeur de distribution n’est pas réellement physique dans le sens où les équations d’état sont plus incertaines à haute densité (et donc pour des étoiles à neutrons de masse élevée) qu’à basse densité. De ce fait, les rayons des étoiles les plus légères sont sensés avoir une incertitude plus petite que les rayons correspondants à des masses élevées. Dans un cas réel de confrontation à une mesure observationnelle, il faudra tenir compte plus précisément des incertitudes. Nous ne prétendons effectivement pas faire une prédiction pour les valeurs et incertitudes des paramètres empiriques, mais plutôt une étude de sensibilité. On illustre sur la figure 4.1 les résultats obtenus pour tous les paramètres empiriques, pour une réduction du rayon de la constante R_{shift} allant de 0 à un peu moins de 1 km.

Les paramètres E_{sym} , K_{sat} , Z_{sat} et Z_{sym} ne sont pas fortement influencés par le fait de réduire artificiellement les rayons. En particulier, E_{sym} n’est que très peu influencé car il n’a aucun impact sur la pression. K_{sat} est également légèrement impacté car il s’agit d’un paramètre dont l’intervalle de variation est faible. Les paramètres d’ordre 4, Z_{sat} et Z_{sym} , sont peu modifiés car ils ont une influence qui n’apparaît qu’à très haute densité donc pour des masses très élevées. Nous rejoignons donc la remarque de la section précédente concernant le faible impact des paramètres empiriques d’ordre élevé pour des étoiles à neutrons de masse inférieure à $2M_{\odot}$.

En revanche, les paramètres L_{sym} , K_{sym} , Q_{sat} et Q_{sym} sont modifiés de façon plus notable.

L_{sym} est proportionnel à la pression autour de la densité de saturation nucléaire et K_{sym} à sa dépendance en densité au premier ordre, de ce fait, on remarque qu'à mesure que le rayon diminue (R_{shift} augmente), ces deux paramètres diminuent également.

Q_{sat} et Q_{sym} sont, de la même façon, influencés par la diminution du rayon car ils gouvernent la dépendance en densité de la pression au second ordre, et donc à plus haute densité. Un rayon plus petit, pour une masse élevée implique une équation d'état plus molle et donc une diminution de Q_{sat} , partiellement compensée par Q_{sym} .

En conclusion de cette section, les paramètres du méta-modèle qui sont les plus sensibles aux masses et rayons (pour des masses inférieurs à $2M_{\odot}$) sont L_{sym} , K_{sym} , Q_{sat} et Q_{sym} . Leurs valeurs devraient donc pouvoir être contraintes par l'observation des quelques points du diagramme MR, ce qui conduirait de même à mieux contraindre l'équation d'état de la matière nucléaire. Nous allons préciser dans la suite de ce chapitre la méthode que nous avons suivi pour relier l'observation d'un groupe d'étoiles à neutrons aux contraintes sur l'équation d'état.

4.2 Ajustement polynomial de la relation $M(R)$

Nous avons vu dans la section précédente que certains paramètres ont un fort impact sur la relation M-R. Dans la perspective de devoir générer un grand nombre de paramétrisations différentes, il peut être intéressant – du point de vue du temps de calcul – de ne pas avoir à résoudre systématiquement le système d'équations TOV pour déterminer la masse et le rayon des étoiles à neutrons.

L'utilisation d'un fit est avantageux par rapport à une table de relations TOV préalablement calculées. Il évite d'avoir à interpoler entre les points de la table et permet un ajustement fin des paramètres. Il nécessite cependant une méthode fiable pour ajuster précisément les paramètres de la fonction analytique.

Nous présentons, dans cette section, une méthode permettant de construire un fit de la relation $M(R)$ en fonction des paramètres empiriques les plus pertinents. Nous considérerons ici les paramètres suivants : L_{sym} et K_{sym} . Ce fit suppose une relation polynomiale dont l'ordre est incrémenté jusqu'à obtenir une représentation satisfaisante des résultats exacts. L'utilisation du polynôme est alors beaucoup plus rapide que le calcul numérique du système d'équations TOV et permet d'obtenir facilement des relations M-R pour différents jeux de paramètres L_{sym} et K_{sym} .

4.2.1 Ajustement polynomial pour un seul paramètre (L_{sym})

Nous considérons les différents polynômes suivants pour représenter la relation $R(M)$,

$$R_1(M) = c_1 M + d_1, \quad (4.8)$$

$$R_2(M) = b_2 M^2 + c_2 M + d_2, \quad (4.9)$$

$$R_3(M) = a_3 M^3 + b_3 M^2 + c_3 M + d_3, \quad (4.10)$$

où R_1 est l'ajustement linéaire, R_2 quadratique, R_3 cubique et ainsi de suite.

Nous montrons la qualité de l'ajustement d'un polynôme $R_i(M)$, où i représente l'ordre du polynôme considéré, sur la figure 4.2. L'ordre i est varié de 1 à 4, et la figure de gauche montre le résultat du fit des solutions numériques du système d'équations TOV (symboles "+") pour $L_{\text{sym}} = 30$ MeV (à droite pour $L_{\text{sym}} = 120$ MeV). Tous les autres paramètres empiriques sont fixés à leur valeurs standards.

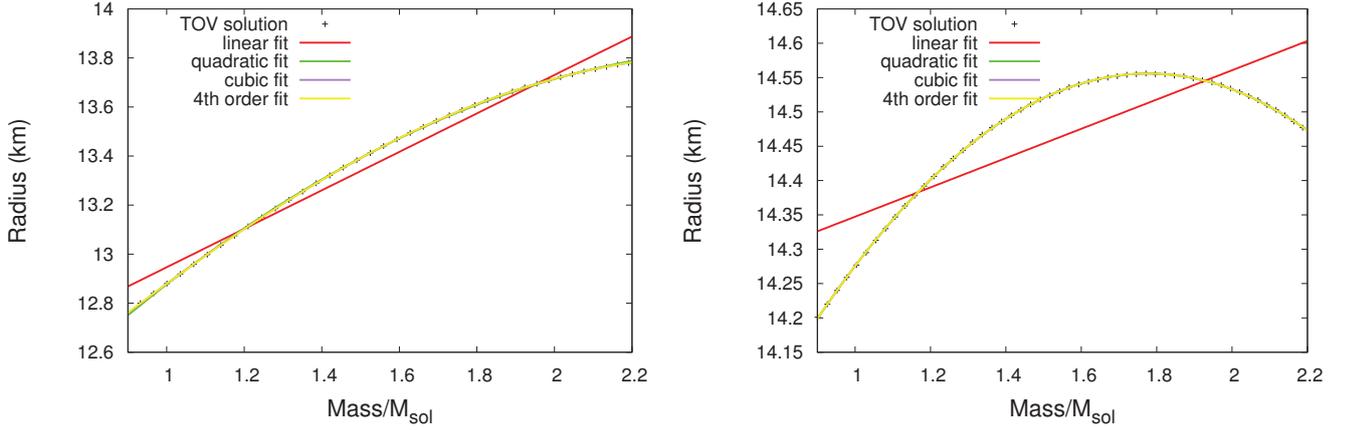


FIGURE 4.2 – Ajustement linéaire, quadratique, cubique, puis à l’ordre 4 de la relation M-R obtenue pour $L_{sym} = 30$ MeV à gauche, et $L_{sym} = 120$ MeV à droite. Les symboles "+" représentent les solutions numériques du système d’équations TOV.

Après ce premier test, nous développons une méthode plus systématique pour ajuster le polynôme et mesurer sa qualité. Nous faisons varier le paramètre L_{sym} entre 30 et 120 MeV pour produire 10 équations d’état, à partir desquelles nous obtenons 10 relations M-R. Pour chaque équation d’état, nous effectuons un fit de la relation M-R et nous estimons la qualité de l’ajustement grâce à la déviation standard entre le fit et les données, donné par

$$\sigma = \sqrt{\sum_i \frac{1}{N} \left(\frac{R_i - R_{i,fit}}{R_i} \right)^2}, \quad (4.11)$$

où les R_i représentent les rayons solution du système TOV, et $R_{i,fit}$ sont les valeurs du fit polynomial.

Nous remarquons d’une part, que la qualité de l’ajustement ne dépend que faiblement des valeurs de L_{sym} quelque soit l’ordre du polynôme, et d’autre part que jusqu’à l’ordre 3, nous augmentons la qualité de l’ajustement d’environ un ordre de grandeur à chaque nouvel ordre du polynôme (l’ordre 1 donnant une déviation standard autour de $\sigma \simeq 0.05$, $\sigma \simeq 0.005$ pour l’ordre 2, et $\sigma \simeq 0.001$ à partir de l’ordre 3). Au delà, la qualité du fit sature et il n’est pas nécessaire de continuer à augmenter l’ordre du polynôme. Nous utilisons donc l’ajustement cubique $R_3(M)$ dans la suite.

Nous observons ensuite l’évolution des coefficients correspondants aux différentes puissances de la masse en fonction de la valeur de L_{sym} . Celle ci est représentée par les différents symboles montrés sur la figure 4.3. Nous remarquons que l’évolution des coefficients x_3 ($=a_3, b_3, c_3, d_3$) semble suivre un loi polynomiale simple d’ordre 2 au minimum. Nous écrivons donc la dépendance des coefficients $x_3(L_{sym})$ comme,

$$x_3(L_{sym}) = aL_{sym}^2 + bL_{sym} + c. \quad (4.12)$$

Le résultat de l’ajustement est montré par les courbes de la figure 4.3 et le tableau 4.1 donne les valeurs des coefficients a_3, b_3, c_3 et d_3 obtenus.

Nous pouvons donc conclure, au vu des déviations standards obtenues, que le polynôme suivant constitue une bonne méthode pour générer des relations M-R pour différentes valeurs de

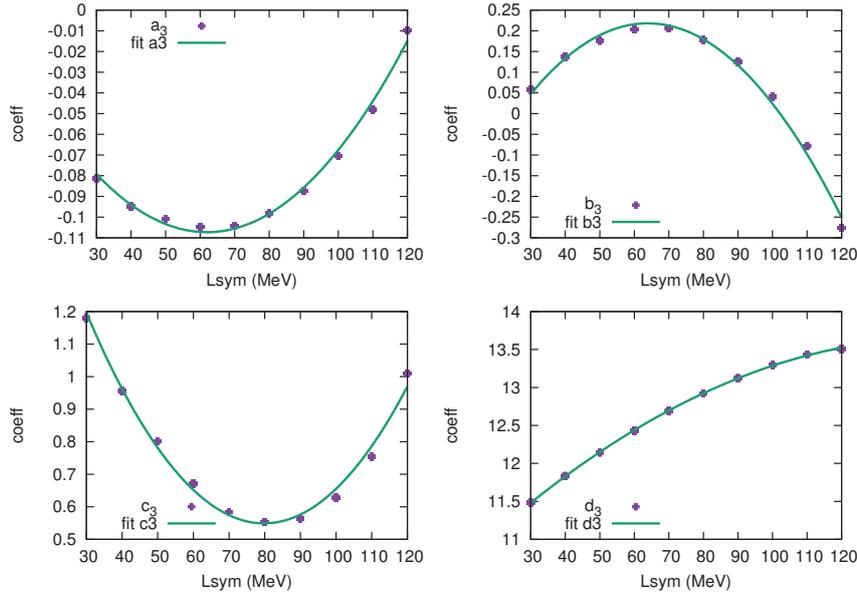


FIGURE 4.3 – Évolution des coefficients du polynôme $R = f(M)$ en fonction de L_{sym} . Les points représentent l’ajustement obtenu pour nos 10 équations d’état. Les lignes continues représentent l’ajustement quadratique effectué sur l’évolution des coefficients du polynôme $R = f(M)$. On peut noter que l’ajustement $x_3(L_{sym}) = aL_{sym}^2 + bL_{sym} + c$ reproduit bien l’évolution des différents coefficients x_3 .

	coefficient	a_3	b_3	c_3	d_3
c (ordre 0) :		-0.0019	-0.3890	2.209	10.244
b (ordre 1) :		-0.0033	0.0190	-0.0416	0.0457
a (ordre 2) :		2.742	-0.0001	0.0002	-0.0001
standard deviation :		0.00273	0.01383	0.02194	0.0093

TABLE 4.1 – Resultat de l’ajustement des relations 4.12.

L_{sym} sans avoir besoin d’inverser le système TOV :

$$R(L_{sym}, M) \simeq a_3(L_{sym})M^3 + b_3(L_{sym})M^2 + c_3(L_{sym})M + d_3(L_{sym}), \quad (4.13)$$

où les fonctions $x_3(L_{sym}) = aL_{sym}^2 + bL_{sym} + c$ sont données par les coefficients présentés dans le tableau (4.1).

4.2.1.1 Extension à plusieurs paramètres :

A présent nous voulons généraliser cette méthode en faisons varier 2 paramètres empiriques au lieu d’un seul. Nous choisissons les paramètres empiriques les plus significatifs, à savoir L_{sym} et K_{sym} .

Comme précédemment, nous commençons par générer un ensemble de solutions du système d’équations TOV. Ici, nous varions L_{sym} entre 30 et 120 MeV avec un pas de 10 MeV, et K_{sym} entre -200 et 200 MeV avec un pas de 20 MeV. Nous reproduisons la méthode précédente (en ajustant l’équation d’état obtenue via un polynôme d’ordre 3 en masse pour chaque valeur de L_{sym} et de K_{sym}).

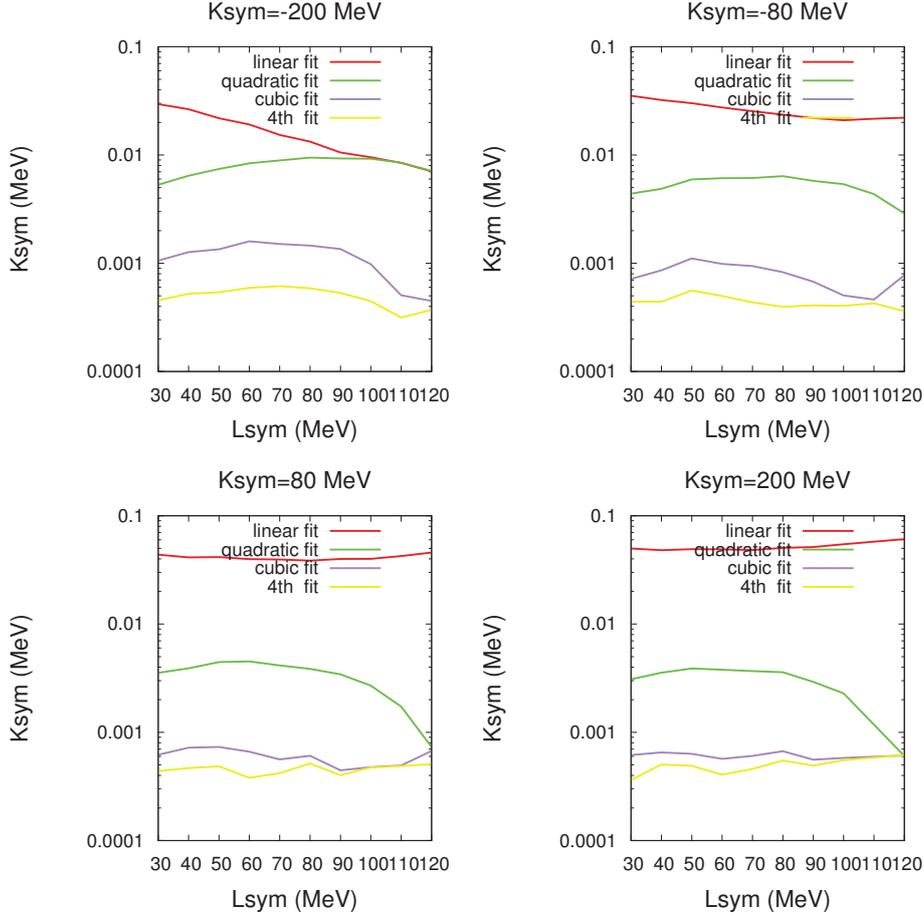


FIGURE 4.4 – Évolution de la déviation standard en fonction de L_{sym} pour différentes valeurs de K_{sym} et pour les différents ordres de l’ajustement. Jusqu’à l’ordre 3, nous diminuons significativement (environ un ordre de grandeur) la valeur de la déviation standard avec l’ordre du polynôme utilisé.

Pour déterminer l’ordre du polynôme et fonction des paramètres empiriques L_{sym} et K_{sym} , nous faisons une étude préliminaire de la qualité de l’ajustement en fonction de l’ordre i . Celle-ci est représentée sur la figure 4.4.

Nous retrouvons les mêmes tendances que le fit à 1 paramètre empirique et décidons de déterminer par la suite les coefficients d’un polynôme d’ordre 3, comme suit,

$$R(K_{sym}, L_{sym}, M) \simeq a_3(K_{sym}, L_{sym})M^3 + b_3(K_{sym}, L_{sym})M^2 + c_3(K_{sym}, L_{sym})M + d_3(K_{sym}, L_{sym}) . \quad (4.14)$$

Nous recherchons à nouveaux les coefficients x_3 ($=a_3, b_3, c_3, d_3$) de ces polynômes, sous forme d’un polynôme quadratique en L_{sym} et K_{sym} ,

$$x_3(K_{sym}, L_{sym}) \simeq a_{ll}L_{sym}^2 + a_{kk}K_{sym}^2 + a_{kl}L_{sym}K_{sym} + b_lL_{sym} + b_kK_{sym} + c_0 . \quad (4.15)$$

Nous ramenons ce polynôme à un polynôme en L_{sym} dont la dépendance en K_{sym} est encodée dans les différents coefficients :

$$x_3(K_{sym}, L_{sym}) = \alpha_{ll}(K_{sym})L_{sym}^2 + \beta_l(K_{sym})L_{sym} + \gamma_0(K_{sym}) , \quad (4.16)$$

ordre en K_{sym}	2	1	0
a_3			
$\alpha_{ll}(K_{sym}) :$	-	-	-0.4068
$\beta_l(K_{sym}) :$	-	-0.4068	0.9765
$\gamma_0(K_{sym}) :$	-0.4068	0.9765	0.9996
b_3			
$\alpha_{ll}(K_{sym}) :$	-	-	0.0620
$\beta_l(K_{sym}) :$	-	0.0620	0.9843
$\gamma_0(K_{sym}) :$	0.0620	0.9843	0.9997
c_3			
$\alpha_{ll}(K_{sym}) :$	-	-	0.3747
$\beta_l(K_{sym}) :$	-	0.3747	0.9895
$\gamma_0(K_{sym}) :$	0.3747	0.9895	0.9998
d_3			
$\alpha_{ll}(K_{sym}) :$	-	-	0.5831
$\beta_l(K_{sym}) :$	-	0.5831	0.9930
$\gamma_0(K_{sym}) :$	0.5831	0.9930	0.9998

TABLE 4.2 – Paramétrisation des coefficients a_3 , b_3 , c_3 , et d_3 .

avec :

$$\alpha_{ll}(K_{sym}) = a_{ll} , \quad (4.17)$$

$$\beta_l(K_{sym}) = a_{kl}K_{sym} + b_l , \quad (4.18)$$

$$\gamma_0(K_{sym}) = a_{kk}K_{sym}^2 + b_kK_{sym} + c_0 . \quad (4.19)$$

Nous effectuons un ajustement de l'évolution de ces nouveaux coefficients ($\alpha_{ll}(K_{sym})$, $\beta_l(K_{sym})$, et $\gamma_0(K_{sym})$) en fonction de K_{sym} . Nous choisissons donc une fonction constante pour le paramètre $\alpha_{ll}(K_{sym})$ supposé indépendant de K_{sym} , une fonction linéaire pour $\beta_l(K_{sym})$ et une fonction quadratique pour $\gamma_0(K_{sym})$. Les résultats obtenus sont présentés dans les figures 4.5 à 4.8, à la fois pour des coefficients (avec leurs barre d'erreur) et pour le résultat du fit (courbe continue).

Nous obtenons alors 24 coefficients au total, décrivant notre polynôme cubique en M , dépendant de L_{sym} et K_{sym} . Les valeurs obtenues pour ces différents coefficients sont reportées dans la table 4.2.

Finalement, nous testons notre polynôme dans des cas extrêmes de paramètres L_{sym} et K_{sym} et nous représentons les résultats sur la figure 4.9. Nous représentons sur la figure 4.10 la différence absolue entre le polynôme et la relation M-R dérivée du code d'inversion du système TOV.

Enfin, sur la figure 4.11, nous représentons la déviation standard obtenue en fonction de K_{sym} et pour différentes valeurs de L_{sym} . On constate que notre polynôme est capable de reproduire avec une assez bonne précision les solutions des équations TOV.

En résumé de cette section, nous avons présenté une méthode d'ajustement de la relation M-R obtenue pour différentes paramétrisations de l'équation d'état empirique. Cette méthode consiste à ajuster successivement le comportement de l'équation d'état en fonction des différents

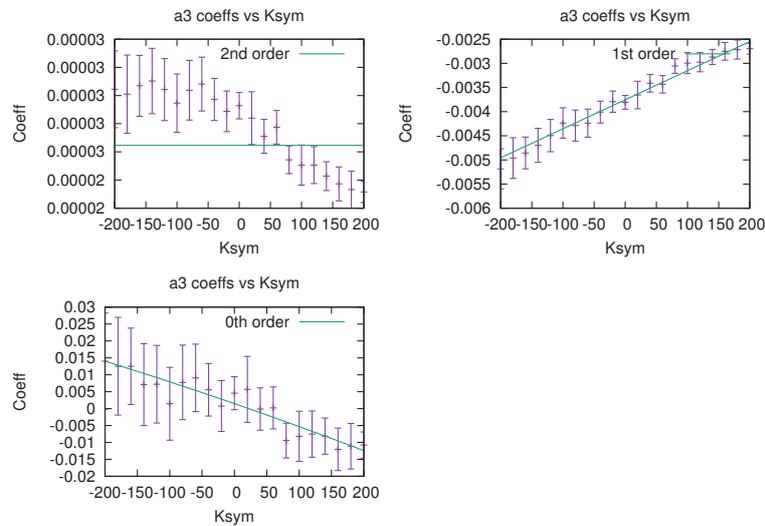


FIGURE 4.5 – Évolution du coefficient a_3 sous la forme d'un polynôme quadratique en K_{sym} . En haut à gauche : ordre 2 en L_{sym} ; en haut à droite : ordre 1 en L_{sym} ; en bas à gauche, ordre 0 en L_{sym} . les points affectés de la barre d'erreur correspondent aux valeurs obtenues lors du premier ajustement en L_{sym} , les lignes continues correspondent à l'ajustement que nous avons choisi pour ce paramètre en fonction de K_{sym} .

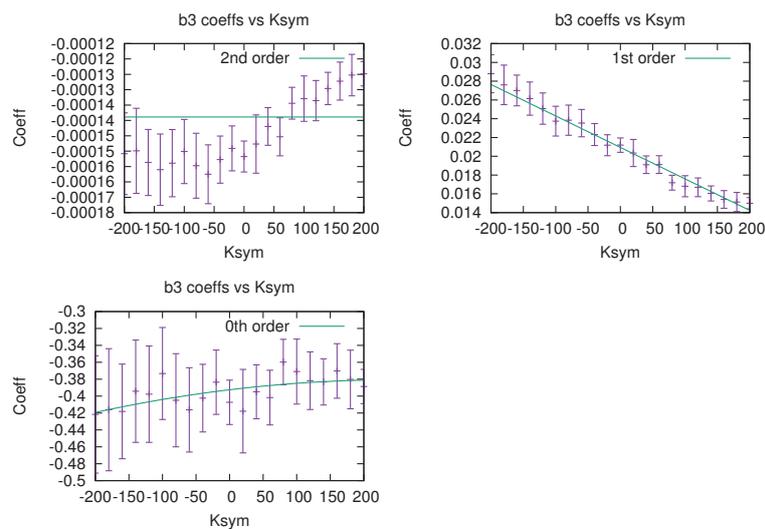


FIGURE 4.6 – Figure similaire à la figure 4.5 pour le coefficient b_3 .

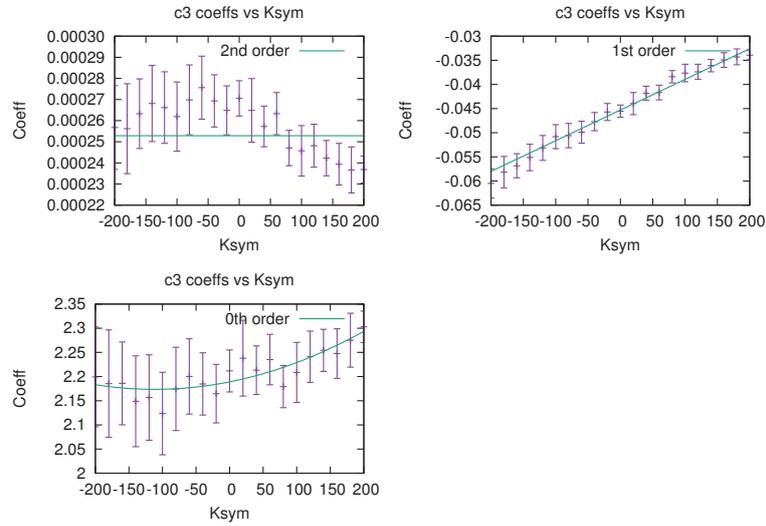


FIGURE 4.7 – Figure similaire à la figure 4.5 pour le coefficient c_3 .

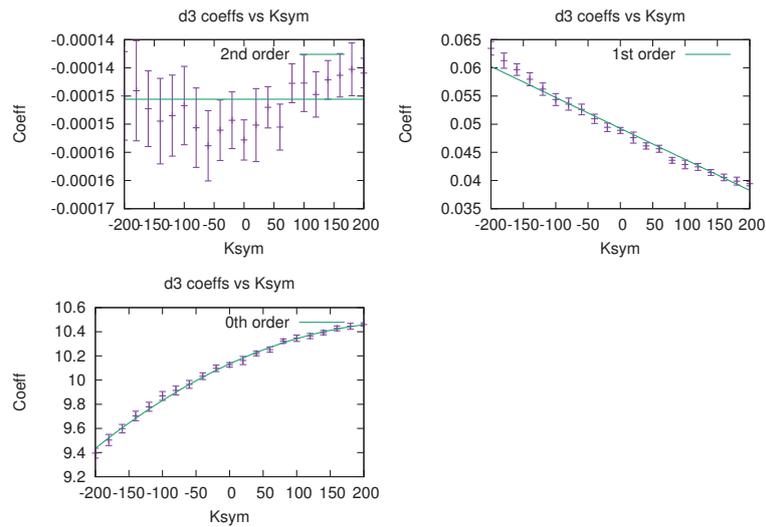


FIGURE 4.8 – Figure similaire à la figure 4.5 pour le coefficient d_3 .

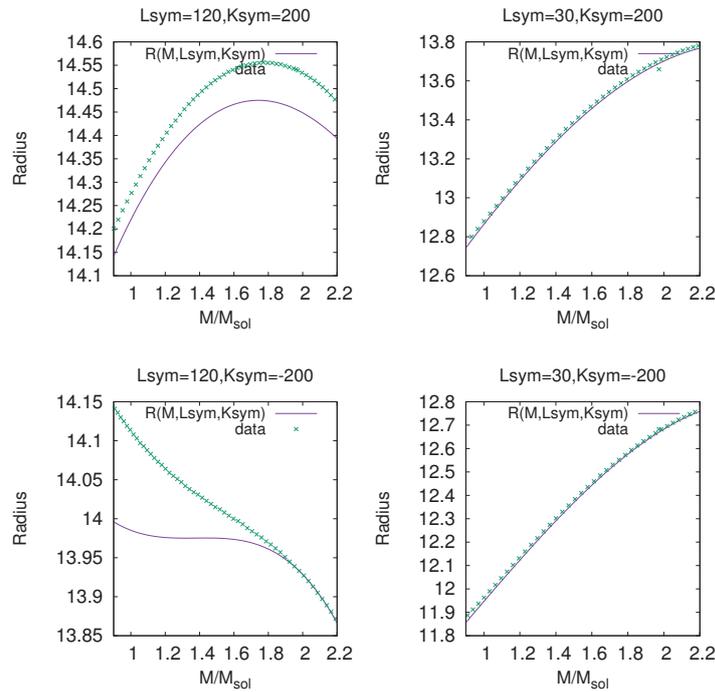


FIGURE 4.9 – Test de l’ajustement polynomial dans des cas extrêmes pour les paramètres L_{sym} et K_{sym} .

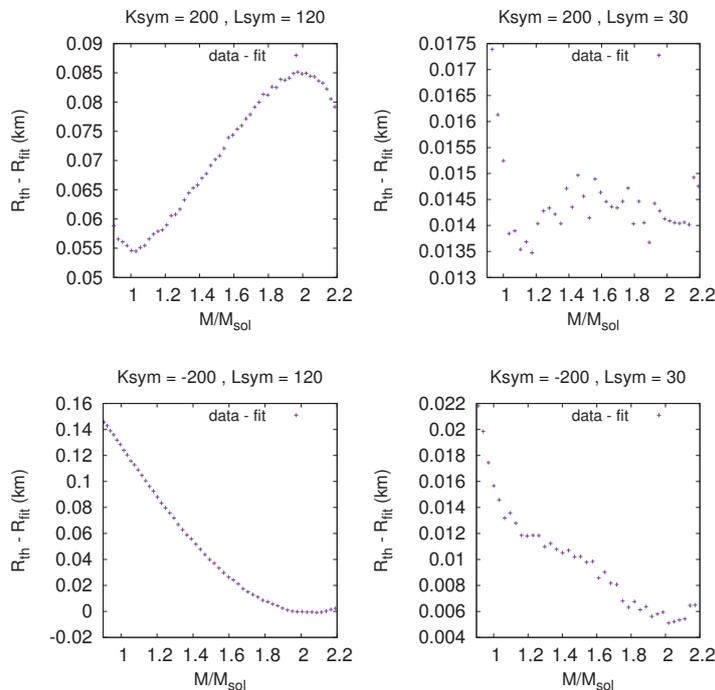


FIGURE 4.10 – Similaire à la figure 4.9 où l’on représente sur l’axe y la différence absolue entre les rayons prédits par le polynôme et ceux calculés numériquement par les équations TOV. On remarque que la différence reste faible devant la précision avec laquelle nous pouvons mesurer le rayon des étoiles à neutrons.

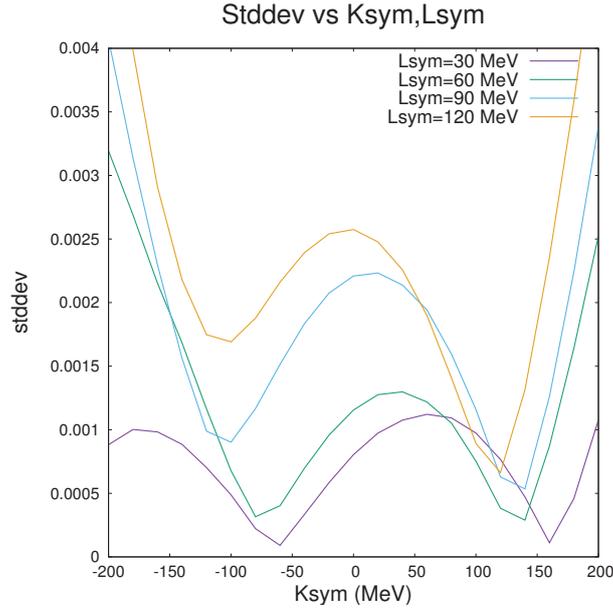


FIGURE 4.11 – Évolution de la déviation standard entre le polynôme et les solutions des équations TOV en fonction de K_{sym} pour différentes valeurs de L_{sym} . On remarque que l’ajustement est bien de meilleur qualité pour de faibles valeurs de L_{sym} et se dégrade pour des valeurs extrêmes de K_{sym} (< -200 et > 200).

paramètres (nous avons illustré ici cette méthode avec les paramètres K_{sym} et L_{sym}). Nous obtenons alors la relation M-R sous forme d’un polynôme d’ordre 3 en masse. Cette fonction relativement simple peut être implémentée directement dans l’analyse des données, afin de gagner du temps de calcul et de permettre une sélection plus fine des couple masse-rayon qui reproduisent le mieux les données.

Cette méthode présente cependant quelques inconvénients par rapport à la résolution directe des équations TOV. L’inconvénient principal de cette méthode réside dans le nombre limité de paramètres empiriques explicitement inclus dans le fit. Il est basé sur l’idée d’une perturbation par rapport à un modèle moyen. Cependant, nous ne connaissons pas ce modèle moyen. Ainsi, nous sommes obligé de fixer les paramètres empiriques implicites aux valeurs moyennes de l’inférence bayésienne. De grandes incertitudes subsistent sur ces valeurs moyennes et leur impact sur le fit peut être important.

Par la suite, nous avons opté pour une méthode plus numérique car nous avons bénéficié au cours de ma thèse de l’acquisition d’un super ordinateur du LABEX LIO doté de 144 coeurs et pouvant être utilisé en parallèle. Nous avons donc pu résoudre les équations TOV en un temps acceptable pour toutes les configurations explorées par notre algorithme de minimisation.

4.3 Émission thermique des étoiles à neutrons

Nous présentons maintenant notre travail sur l’émission thermique des étoiles à neutrons et la méthode que nous avons développé pour en extraire des contraintes sur l’équation d’état et les paramètres empiriques de la matière nucléaire.

Source	Distances	
	Pub. récentes	Gaia DR2
	(kpc)	(kpc)
47-Tuc	4.53 ± 0.08	4.50 ± 0.06
ω -Cen	4.59 ± 0.08	5.20 ± 0.09
M13	7.1 ± 0.62	7.9 ± 0.62
M28	5.5 ± 0.3	5.50 ± 0.13
M30	8.2 ± 0.62	8.10 ± 0.12
NGC6397	2.51 ± 0.07	2.30 ± 0.05
NGC6304	6.22 ± 0.26	5.90 ± 0.14

TABLE 4.3 – Sources utilisées pour notre analyse. On recense la distance séparant les sources des observatoires. La colonne "Gaia DR2" regroupe les nouvelles mesures de distances provenant du catalogue Gaia DR2.

4.3.1 Sources considérées

Comme nous l'avons discuté dans la section 1.4.3.1, la modélisation du spectre d'émission thermique nécessite une bonne connaissance de l'atmosphère de l'étoile à neutrons et peut être entachée de diverses sources d'incertitudes. Notamment, l'incertitude sur les distances des étoiles à neutrons sont difficilement estimables et peuvent aller jusqu'à 50 % pour certaines sources (pour une discussion plus détaillée, voir la Ref. [Guillot, 2013]).

En cela, les étoiles à neutrons se trouvant au sein d'amas globulaires constituent de bonnes cibles, car les distances peuvent être contraintes par des méthodes indépendantes de l'observation de l'émission thermique des étoiles à neutrons avec des erreurs inférieures à 5–10 % [Watkins et al., 2015]. Des avancées spectaculaires sont d'ailleurs attendues très prochainement sur les mesures précises de distances grâce à l'instrument Gaia [Gaia Collaboration et al., 2018]. D'autre part, on trouve beaucoup de qLMXBs dans les amas globulaires, et ce type de source est particulièrement adapté à l'analyse directe de leur émission thermique, voir la section 1.2.2. En effet l'accrétion de matière de leur compagnon est soit inexistante, soit se fait avec un taux très faible. En conséquence l'émission observée est quasiment purement thermique. Enfin, un autre avantage de ces sources est qu'elles ont un champ magnétique faible ($B \simeq 10^8 - 10^9$ G) en raison de leur période d'accrétion antérieure [Romani, 1990]. On peut, dans certains cas, négliger les effets du champ magnétique sur la modélisation de l'émission thermique [Zavlin et al., 1996].

Dans l'analyse qui va suivre, nous sélectionnons quelques sources dont nous précisons les propriétés. Cette sélection est consistante avec des travaux antérieurs, voir par exemple les Refs. [Heinke, 2006, Guillot, 2013, Heinke et al., 2014, Bogdanov et al., 2016, Özel and Freire, 2016, Steiner et al., 2018]). Voici la liste des sources qui entrent dans notre analyse et une discussion

des mesures de distances les plus précises :

— **47 du Toucan (47-Tuc, NGC 104) :**

47-Tuc abrite deux étoiles à neutrons, X5 et X7, qui constituent d'excellentes sources en raison de la faible distance qui les sépare de la terre. Cette distance est estimée à $d_{47Tuc} \simeq 4.53_{-0.04}^{+0.08}$ kpc [Bogdanov et al., 2016]. Par conséquent, la ligne de visée, voir section 1.5.1.3, contient une faible quantité d'hydrogène et peu de photons sont donc absorbés entre la source et la Terre. Le cœur de cet amas globulaire est très dense et seul l'observatoire *Chandra* possède une résolution angulaire suffisante pour séparer les deux sources X5 et X7. Ces sources sont relativement brillantes, et les précédentes observations de 2000 et 2002 souffrent du phénomène de "pile-up" (que nous discutons ci-après) à hauteur d'environ 15 % du flux [Guillot, 2013]. Cependant, de nouvelles observations de 2014 et 2015 ont permis de réduire considérablement l'effet de pile-up à $\simeq 1\%$ [Bogdanov et al., 2016]. La source X5 subit des éclipses de son compagnon, et elle se trouve dans un système que l'on observe par la tranche. En conséquence, de la matière provenant du disque d'accrétion peut se trouver sur la ligne de visée et compliquer l'analyse de l'observation de son émission thermique. Nous n'utiliserons donc que la source X7 de cet amas. Les nouvelles mesures du catalogue Gaia DR2 donnent une distance $d_{47Tuc} = 4.50 \pm 0.06$ kpc [Gaia Collaboration et al., 2018]. Cependant la précision de cette mesure est un peu arbitraire pour le moment. Nous avons donc aussi considéré la distance de la Ref. [Bogdanov et al., 2016] en supposant une barre d'erreur symétrique de 0.08 kpc.

— **Omega du centaure (ω -Cen, NGC 5139) :**

Cet amas globulaire est également relativement proche. Des mesures de distances par la méthode dynamique ont fournit les distances suivantes : $d_{\omega Cen} = 4.8 \pm 0.3$ kpc [van de Ven et al., 2006] et $d_{\omega Cen} = 4.59 \pm 0.08$ [Watkins et al., 2013]. Nous choisissons d'utiliser cette dernière mesure dans notre analyse (la plus précise). La mesure provenant de Gaia DR2 est $d_{\omega Cen} = 4.50 \pm 0.06$ kpc [Gaia Collaboration et al., 2018].

— **Grand amas d'Hercule (M13, NGC 6205) :**

M13 est un amas de faible densité et plus éloigné. Plusieurs estimations de sa distance ont été effectuées : $d_{M13} = 7.1$ kpc [Harris, 1996] qui ne fournit pas de barres d'erreur, et $d_{M13} = 7.65 \pm 0.36$ kpc [Sandquist et al., 2010]. Nous utilisons, dans notre étude, une distance de 7.1 ± 0.62 kpc.

— **Amas globulaire M28 (NGC 6626) :**

Cet amas dense est également assez proche, nous utilisons la distance $d_{M28} = 5.5 \pm 0.3$ utilisée dans la Ref. [Servillat et al., 2012]. Cette source étant également très lumineuse et elle peut être affectée par le phénomène de pile-up. La mesure du catalogue Gaia DR2 donne $d_{M28} = 5.50 \pm 0.13$ kpc.

— **Amas globulaire M30 (NGC 7099) :**

La distance de M30 est évaluée à $d_{M30} = 8.78 \pm 0.33$ kpc [Recio-Blanco et al., 2005], en accord avec d'autres estimations ($d_{M30} = 8.8$ kpc [Dotter et al., 2010]). Dans notre analyse nous utilisons $d_{M30} = 8.20 \pm 0.62$ [O'Malley et al., 2017]. La dernière mesure Gaia DR2 détermine $d_{M30} = 8.10 \pm 0.12$.

— **Amas globulaire NGC6397 :**

NGC6397 est l'un des 2 amas globulaires les plus proches de la Terre (M4 est le plus proche). La distance de cet amas est estimée à $d_{NGC6397} = 2.54 \pm 0.07$

[Hansen et al., 2007]), en bon accord avec la mesure dynamique $d_{NGC6397} = 2.39^{+0.13}_{-0.11}$ kpc de [Watkins et al., 2015] et d'autres estimations discutées dans [Heinke et al., 2014]. Nous utiliserons une distance de $d_{NGC6397} = 2.51 \pm 0.07$ de façon à utiliser une distance "moyenne" au regard des différentes estimations actuelles (voir [Heinke et al., 2014] pour une discussion plus détaillée). La mesure obtenue à partir du catalogue Gaia DR2 donne $d_{NGC6397} = 2.30 \pm 0.05$.

— **Amas globulaire NGC6304 :**

La distance à cet amas est difficilement évaluable en raison de son fort taux d'extinction, nous choisissons d'utiliser la même distance que celle considérée dans la Ref. [Guillot, 2013] : $d_{NGC6304} = 6.22 \pm 0.26$ kpc. La plus récente mesure obtenue avec Gaia DR2 est de $d_{NGC6304} = 5.90 \pm 0.14$.

4.3.2 Modélisation du spectre d'émission thermique

La modélisation du spectre d'émission thermique des étoiles à neutrons ainsi que l'ajustement du modèle aux données observationnelles sont effectués dans le cadre du logiciel XSPEC. Ce logiciel est spécialement conçu pour l'analyse des données (spectres) dans la gamme des rayons X [Arnaud, 1996]. Dans toute la suite de notre analyse, l'estimation de la qualité des ajustements est effectuée avec une méthode statistique basée le calcul d'un χ^2 réduit de Pearson entre le modèle et les spectres.

Par la suite, nous considérons plusieurs modèles pour reproduire les spectres observationnels : un modèle représentant l'émission de surface pour une atmosphère de composition donnée ; un modèle reproduisant la loi de puissance engendrée par une émission non thermique ; un modèle qui reproduit la photo-absorption du milieu interstellaire entre la source et l'observatoire ; et un modèle permettant de prendre en compte le phénomène de pile-up (voir discussion ci-après). En outre, les différents spectres provenant d'une même source et rassemblés pour notre analyse sont chacun associés à une constante de normalisation dont la valeur rentre dans la minimisation.

Nous discutons à présent de ces différents modèles :

- **Modélisation de l'atmosphère :** comme nous l'avons discuté dans la section 1.4.3.1, l'atmosphère influence fortement l'émission thermique des étoiles à neutrons. Les sources que nous avons choisies sont supposées posséder une atmosphère pure d'hydrogène. Cette hypothèse est consistante avec la source contenue dans l'amas globulaire ω -Cen dont la raie d'absorption correspondant à une atmosphère d'hydrogène a pu être formellement identifiée [Haggard et al., 2004]. Cependant, la source située dans l'amas globulaire NGC6397 pourrait posséder une composition d'atmosphère différente [Heinke et al., 2014, Özel and Freire, 2016].

Nous utilisons le modèle *nsatmos*, qui décrit une atmosphère d'hydrogène pour des étoiles à neutrons avec des champs magnétiques faibles. Ce modèle prend aussi en compte la compacité de l'objet afin d'inclure la self-irradiation de l'atmosphère engendrée par la déviation gravitationnelle des photons à la surface de l'astre [Heinke, 2006]. Ce modèle possède 5 paramètres : la température effective de surface T_{eff} , qui définit la position du pic dans le spectre ; la masse M et le rayon R qui définissent la compacité de l'étoile ; la distance entre l'observatoire et la source en kilo-parsec d_{kpc} , qui gouverne le flux mesuré – conjointement avec le rayon, voir l'équation (1.49) – ; et enfin une constante de normalisation *norm* qui représente la proportion de la surface de l'étoile dont provient

l'émission. Les détails de ce modèle peuvent être trouvés dans l'appendice A de la Ref. [Heinke, 2006].

Notons que la masse et le rayon de l'astre sont des ingrédients nécessaires au modèle. Dans notre analyse, ces quantités sont déterminées par la solution des équations TOV pour une équation d'état donnée et une densité centrale fixée.

- **Émission non thermique** : La composante non thermique observée dans les spectres aux énergies élevées est modélisée par une loi de puissance. Elle affecte principalement les spectres au delà de 2 keV (voir par exemple [Guillot, 2013]). Cette émission se manifeste sous la forme d'un excès de flux que l'on peut exprimer selon deux paramètres : $A(E) = KE^\Gamma$, où E représente l'énergie, Γ est l'indice photonique, et K une constante de normalisation (modèle additionnel *powerlaw* dans la librairie XSPEC). Afin d'éviter au maximum les effets dus à cette émission non thermique dans notre analyse, nous choisissons de ne considérer que la gamme d'énergies inférieures à 2 keV. Nous fixons l'indice photonique $\Gamma = 1$, qui correspond à la plus forte valeur observée pour une qLMXBs (il s'agit de Cen X-4 [Cackett et al., 2010]), et nous laissons libre la normalisation lors de l'ajustement du modèle aux spectres observationnels.
- **Modélisation de la photo-absorption** : La photo-absorption des éléments présents dans le milieu interstellaire entre l'observatoire et la source affecte particulièrement la partie de basse énergie des spectres d'émission thermique. Dans le cas des sources que nous considérons, c'est dans cette région en énergie que se trouve le pic du spectre (voir [Guillot, 2013]). Ce pic détermine la température de surface et le rayon effectif (corps noir). Il est donc important de bien modéliser les effets de la photo-absorption sur les spectres. Nous avons pour cela utilisé dans un premier temps le modèle *phabs* de la librairie XSPEC, mais le temps de calcul se trouvait fortement augmenté. Nous avons finalement choisi le modèle multiplicatif *tbabs* qui est plus rapide. Ce modèle de photo-absorption reproduit la quantité de flux absorbé en fonction de l'énergie et de la section efficace d'interaction des photons avec les différents atomes présents sur leur trajet. Nous considérons les abondances relatives des différents éléments de façon identique à celles considérées dans la Ref. [Wilms et al., 2000]. Ce modèle nécessite un seul paramètre : la densité colonne d'hydrogène $N_{H,22}$, en unité de 10^{22} atomes.cm⁻². Cette quantité étant très mal contrainte par les observations [Guillot, 2013], nous avons choisi de laisser cette grandeur totalement libre dans les analyses. Notons qu'il existe une corrélation entre l'absorption dans le domaine des rayons X qui nous concerne, et l'extinction optique [Güver and Özel, 2009], cependant nous estimons que cette corrélation est trop faible pour être considérée dans notre analyse.
- **Modélisation du pile-up** : Le phénomène de pile-up résulte de la possibilité que deux photons (ou plus) d'énergie respective E_1 et E_2 peuvent arriver sur le même pixel du détecteur au même moment, ce qui signifie à des temps inférieurs aux deux temps de lectures du pixel (3.24 s pour l'observatoire Chandra et 73.4 ms pour XMM-Newton). Quand cela se produit, les photons sont comptabilisés comme si le signal provenait d'un seul et unique photon d'énergie $E_1 + E_2$. Cela a un effet sur les spectres : il diminue le flux à basse énergie et augmente celui à haute énergie. Ce phénomène est naturellement d'autant plus important que le flux reçu est important. Il modifie donc les sources les plus lumineuses. On prend ce phénomène en compte dans notre analyse via le modèle multiplicatif *pile-up* de XSPEC [Davis, 2001]. Nous choisissons de laisser libre le paramètre

α qui quantifie la proportion de photons ayant subi le phénomène de pile-up. Nous considérons ce modèle pour tous les spectres, y compris ceux qui, *a priori*, ne souffrent pas de pile-up (on s'attend, dans le cas de ces sources, à obtenir une distribution uniforme du paramètre α après ajustement aux spectres observationnels). Les spectres fournis par les observations du satellite XMM-Newton ne sont pas affectées par le pile-up en raison de la courte durée de lecture des pixels. Les observations de Chandra, quant à elles, peuvent être affectées par ce phénomène. C'est notamment le cas pour M28 avec une moyenne de 0.14 photons enregistré par temps de lecture, ce qui correspond à une fraction de pile-up non-négligeable de $\simeq 5\%$. La source X7 contenue dans 47-Tuc est également très lumineuse et ses spectres peuvent être modifiés par le pile-up [Guillot, 2013, Bogdanov et al., 2016].

- **Normalisation des spectres d'une même source :** Lorsque pour une même source nous utilisons des spectres provenant de différents observatoires, nous utilisons une constante de normalisation entre les flux respectifs des spectres. Cette constante traduit la calibration différente des observatoires. En pratique, les spectres obtenus à partir de différents observatoires pour une même source sont déclarés dans différents groupes de données (outil *data group* dans XSPEC). Nous incorporons cette normalisation via le modèle multiplicatif *const* de la librairie XSPEC, et nous fixons la norme à 1 pour le premier groupe à être déclaré pour une source donnée, et laissons libres les normes des groupes suivants.

En résumé, notre modélisation des spectres se résume à 5 variables permettant de prendre en compte divers phénomènes : "*pileup*TBgas*(nsatmos+powerlaw)*const*" dans la librairie XSPEC. Les paramètres que nous laissons libres pour chaque source sont au final : l'énergie thermique de surface kT_{eff} , la normalisation de la loi de puissance K , la densité de la colonne d'hydrogène $N_{H,22}$, le paramètre α du pile-up, et les constantes de normalisation entre les spectres, soit un total de 4 paramètres totalement libres auxquels il faut ajouter les constantes de normalisation entre les spectres d'une même source.

Dans un premier temps, nous avons laissé les distances totalement libres dans l'ajustement, mais la dégénérescence qui existe entre la distance et le rayon – voir équation (1.49) – ne nous permettait pas d'apporter des contraintes fortes sur les paramètres du modèle d'émission thermique. Nous avons donc décidé de considérer les mesures de distance existantes dans la littérature, voir la table 4.3. Ces mesures sont soit celles qui ont été dernièrement utilisés dans les publications récentes, soit celles qui ont été publiées par Gaia DR2. L'avantage de cette dernière publication est sa consistance. L'incertitude sur la mesure reste cependant encore discutable et sera clarifiée à l'avenir. Nous avons donc choisi de conserver les deux jeux de mesures pour confronter nos résultats aux incertitudes sur ces mesures. L'incertitude est introduite via une distribution gaussienne *a priori* pour la distance (apparaissant dans le modèle d'émission thermique) de chaque source. Nous appliquons cette méthode en multipliant la fonction de vraisemblance obtenue après un ajustement sur N données, par le produit des distributions *a priori* $P^i(d^i)$ pour chaque sources i , selon :

$$\frac{1}{N} \exp\left(-\frac{\chi^2}{2}\right) \longrightarrow \frac{1}{N} \exp\left(-\frac{\chi^2}{2}\right) \times \prod_i P^i(d^i), \quad (4.20)$$

où les distributions $P^i(d^i)$ représentent des gaussiennes centrées sur la distance de référence d_{ref}^i ,

avec une largeur correspondant à l'incertitude de la mesure de référence $\sigma_{d,ref}^i$:

$$P^i(d^i) = \exp\left(-\frac{(d^i - d_{ref}^i)^2}{\sigma_{d,ref}^i}\right). \quad (4.21)$$

Les mesures de références pour les distances que nous utilisons sont recensées dans la table 4.3. Dans la section 4.6.2.3, nous avons considéré les récentes mesures de distances du catalogue Gaia DR2 [Gaia Collaboration et al., 2018], qui sont représentées par la colonne "Gaia DR2" dans la table 4.3.

Il existe de nombreuses études utilisant une modélisation similaire de ces sources (voir par exemple [Guillot, 2013, Heinke et al., 2014, Özel and Freire, 2016, Steiner et al., 2018]). À la différence de ces analyses, nous imposons dans notre analyse directement l'équation d'état dans la modèle d'émission thermique, lui même ajusté aux données observationnelles. En pratique, la masse de chaque source varie librement et indépendamment de l'équation d'état lors de l'ajustement. Pour une équation d'état donnée, paramétrisée par un ensemble de paramètres $\{P_\alpha\}$ dont un sous ensemble $\{P_\beta\}$ peut également varier lors de l'ajustement, le rayon est obtenu par inversion du système TOV. De cette façon, l'ensemble des paramètres de l'équation d'état, $\{P_\beta\}$, possède la même importance dans l'ajustement que les paramètres reliés à l'analyse observationnelle. On évite ainsi de sur-contraindre ces derniers.

4.3.3 Algorithme Monte Carlo par Chaînes de Markov : stretch move

Nous avons vu dans la section précédente que l'ajustement de la modélisation de l'émission thermique d'une source aux spectres observationnels se fait au travers de 6 paramètres libres, en incluant la masse et la distance, auxquels il faut ajouter les constantes de normalisations entre spectres. Afin d'effectuer une analyse simultanée des 7 sources que nous avons choisies, nous obtenons un espace de paramètres à environ 50 dimensions (selon les spectres utilisés), et il faut ajouter à cela les paramètres, $\{P_\beta\}$, de l'équation d'état qui varient lors de l'ajustement.

L'exploration systématique de l'intégralité de l'espace des configurations possibles est très couteuse en temps. Les effets de certains paramètres peuvent compenser les effets engendrés par d'autres paramètres, ce qui fait que cette exploration systématique devrait se faire avec un pas très petit. En supposant uniquement une dizaine de points par paramètre, cela revient à au moins 10^{49} configurations à explorer. Il faut donc considérer une approche différente.

Pour cette raison, nous avons recours à une méthode Monte Carlo par Chaîne de Markov (MCMC), qui consiste à générer un grand nombre de "chaînes" composés de plusieurs "maillons" (correspondant à un point donné de l'espace des configurations), de façon à pouvoir explorer largement (mais pas de façon exhaustive) l'espace des configurations. À chaque itération, on effectue l'ajustement pour chaque maillon, et la valeur du χ^2 réduit qui détermine la qualité de l'ajustement est associé au maillon. Il est alors possible, après un grand nombre d'itérations, de construire les distributions de probabilité *a posteriori* associées à l'ensemble des paramètres ainsi que leur marginalisation sur 1 ou 2 paramètres (de la même façon que dans le chapitre précédent).

Au vu de la complexité de l'espace des configurations, des dégénérescence entre les différents paramètres, et de la courbure des distributions associées aux différents paramètres (voir par exemple [Guillot, 2013]), nous n'utilisons pas l'algorithme "Metropolis Hasting" communément utilisé. Nous choisissons d'utiliser un algorithme de "stretch move" [Goodman and Wear, 2010]

particulièrement adapté pour échantillonner un espace de paramètres ayant des distributions fines et courbés (voir [Wang et al., 2013]).

Le "stretch move" consiste à initialiser une collection de N "marcheurs" notés X , et qui correspondent à un maillon de la chaîne de Markov : c'est à dire que pour un espace à P paramètres, chaque marcheurs peut s'écrire $X = \{X_1, X_2, \dots, X_k, \dots, X_P\}$. À chaque itération, on effectue l'ajustement aux données observationnelles pour chaque marcheur, et l'on détermine le χ^2 réduit. Chaque paramètre X_k^i associé à chaque marcheur i va alors choisir une nouvelle *position-test* par rapport à un autre marcheur j pris au hasard parmi les $N - 1$ marcheurs restant :

$$X_k^i \longrightarrow X_k^j + z(X_k^i - X_k^j), \quad (4.22)$$

où le facteur z est choisi au hasard avec une densité de probabilité définie par :

$$g(z) = \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{z}} & \text{si } z \in [\frac{1}{a} : a], \\ 0 & \text{sinon.} \end{cases} \quad (4.23)$$

Le paramètre a joue le rôle d'un facteur d'échelle, définissant l'étendue de l'exploration de l'espace des paramètres autour d'une position donnée.

Cette méthode permet aux différents marcheurs de ne pas rester bloqués dans un minimum local de l'espace des configurations, et de converger rapidement vers le minimum global. Les performances peuvent être améliorées en augmentant le nombre de marcheurs, et en adaptant la valeur du paramètre a .

Dans notre étude, nous considérons que l'ajustement est arrivé à convergence lorsque la distribution de χ^2 n'évolue plus. Lorsque certains marcheurs restent bloqués dans un minimum local, nous ne les considérons pas dans les résultats, à condition que ces marcheurs représentent une faible proportion du nombre total de marcheurs (typiquement moins de 10%)

Pour implémenter cet algorithme, nous avons eu recours à la librairie python "emcee" qui permet de paralléliser les calculs pour les différents marcheurs à chaque itération, et d'améliorer grandement le temps de calcul [Foreman-Mackey et al., 2013]. Nous avons également pu profiter de l'accès à un super ordinateur de 144 cœur du groupe de physique théorique, financé grâce au LABEX LIO. Chaque analyse que nous avons effectuée ont convergé en environ trois jours (en utilisant une centaine de cœur disponibles), pour un nombre total de 426 marcheurs ayant effectué entre 60 000 et 150 000 itérations.

4.4 Modélisations simples de la relation M-R

Avant de présenter les résultats de notre analyse, nous rappelons ceux qui ont été obtenus récemment en supposant des cas simple pour le diagramme M-R.

4.4.1 Modèle à rayon constant

Dans la plupart des modèles nucléoniques, les équations d'état donnent lieu à des relations M-R relativement verticales (à rayon quasi-constant et indépendant de la masse) pour des masses supérieures à $0.5 M_\odot$ [Lattimer and Prakash, 2001], avec une incertitude sur le rayon croissante avec la masse et pouvant atteindre 2 km pour une étoile à neutrons de $2 M_\odot$ (voir par exemple [Prakash et al., 1988]). Les étoiles à neutrons observées à ce jour ont des masses comprises entre

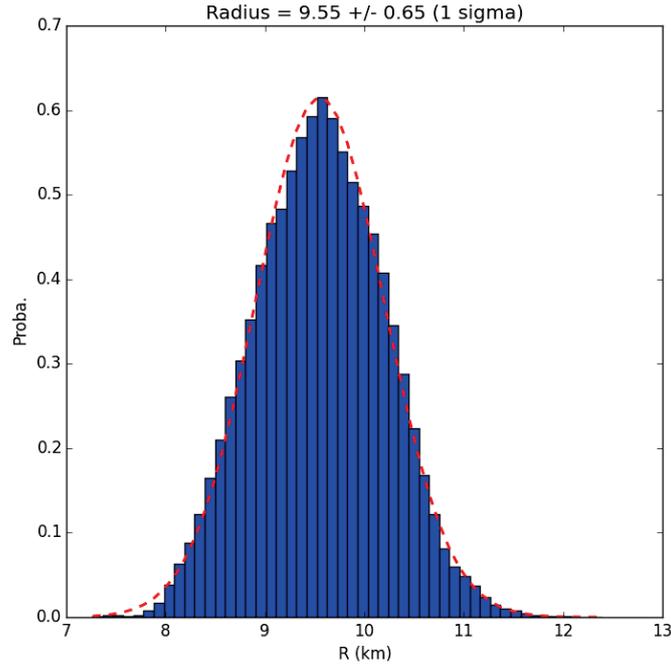


FIGURE 4.12 – Rayon moyen obtenu en analysant simultanément toutes les sources et en supposant une relation M-R verticale (donc un rayon identique pour toutes les sources). On trouve une valeur de $R = 9.55 \pm 0.65$ km dans un intervalle de confiance à 1σ , ce qui est compatible avec les résultats obtenus dans la Ref. [Guillot, 2013].

environ 1.2 et $2 M_{\odot}$ [Özel et al., 2012], et il est donc intéressant, dans un premier temps, d’analyser simultanément les données provenant des sources que nous avons choisies (voir section 4.3.1), en supposant qu’elles ont toutes le même rayon.

Cette étude nous permet par ailleurs de tester la robustesse de notre algorithme en comparant nos résultats avec ceux obtenus précédemment dans la Ref. [Guillot, 2013]. Nous présentons nos résultats sur la figure 4.12. Le rayon que nous obtenons est de $R = 9.55 \pm 0.65$ km pour un interval de confiance à 1σ , ce qui est compatible avec les résultats de [Guillot, 2013].

Notons que cette valeur du rayon recouvre faiblement la valeur du rayon attendu (12.7 ± 0.4 km) selon l’hypothèse de la matière purement nucléonique dans le cœur des étoiles à neutrons. Il est donc important de raffiner l’analyse pour confirmer ce faible recouvrement.

4.4.2 Modèle à rayon incliné

On peut apporter une amélioration à la modélisation très simple de l’équation d’état, en ne considérant pas un rayon constant, mais une relation M-R affine. Nous effectuons cette étude afin d’en extraire le rayon et la pente de la relation M-R. Les résultats sont présentés sur la figure 4.13. On note une légère préférence pour les relations M-R avec une pente positive, ce qui argumente en faveur d’une équation d’état plutôt "dure". Cependant, cette valeur est difficilement compatible avec les estimations actuelles (voir [Lattimer and Prakash, 2001, Margueron et al., 2018a]).

Par la suite, nous allons considérer une modélisation de l’équation d’état plus microscopique en introduisant les diagrammes M-R générés par un méta-modèle.

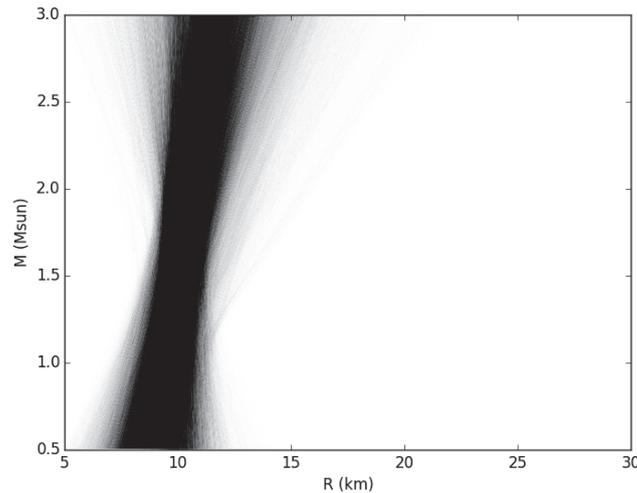


FIGURE 4.13 – Pente moyenne de la relation M-R obtenue en analysant simultanément toutes les sources et en supposant une relation M-R affine. On remarque une légère préférence pour une pente positive de la relation M-R.

4.5 Méta-modélisation de l'équation d'état

Nous présentons maintenant l'analyse observationnelle de l'émission thermique des 7 étoiles à neutrons considérées ici (qLMXB) pour laquelle la modélisation théorique est directement incorporée à l'analyse.

Nous considererons deux cas de méta-modélisation : un premier cas où seuls les paramètres empiriques L_{sym} et K_{sym} sont variés, et un deuxième cas où l'on varie L_{sym} , K_{sym} et Q_{sat} .

4.5.1 Méta-modèle à deux paramètres empiriques libres (L_{sym} , K_{sym})

Nous nous intéressons dans cette section aux contraintes que l'on peut apporter sur les deux paramètres du méta-modèle qui ont un fort impact sur la relation M-R : L_{sym} et K_{sym} . Pour ce faire, nous utilisons le méta-modèle ELFc standard en fixant les paramètres à leurs valeurs moyennes (voir table 2.5), excepté pour L_{sym} et K_{sym} que nous laissons varier dans leur interval de variation ($L_{\text{sym}} \in [20 : 90]$ MeV, et $K_{\text{sym}} \in [-400 : 200]$ MeV) au cours de l'ajustement aux données observationnelles. On représente sur la figure 4.14 les relations M-R explorées de façon illustrative (en prenant les valeurs maximales, centrales, et minimales pour L_{sym} et K_{sym}). Les lignes pointillées représentent les points pour lesquelles la densité centrale vaut $2n_0$ et $3n_0$. On remarque que la bande des rayons accessibles s'étend de un peu plus de 11.5 km à 13.5 km pour des étoiles à neutrons ayant une masse supérieure à $0.5 M_{\odot}$, en accord avec nos précédents résultats.

Après avoir effectué l'ajustement, on obtient les distributions de probabilité *a posteriori* pour L_{sym} et K_{sym} qui sont illustrées sur la figure 4.15, ainsi que la corrélation entre les deux paramètres. On remarque d'abord sur la figure 4.15 une anti-corrélation entre L_{sym} et K_{sym} . Cela n'est pas surprenant du fait qu'ils s'agisse de deux paramètres d'ordre successifs et l'on peut s'attendre à ce que les effets engendrés par L_{sym} soient partiellement compensés par K_{sym} . Nous avons déjà obtenue cette anti-corrélation dans la section 3.3.2, illustrée sur la figure 3.7. Concernant K_{sym} , on constate une légère préférence pour des valeurs négatives ($K_{\text{sym}} = -71.86^{+93.35}_{-50.06}$ MeV), qui

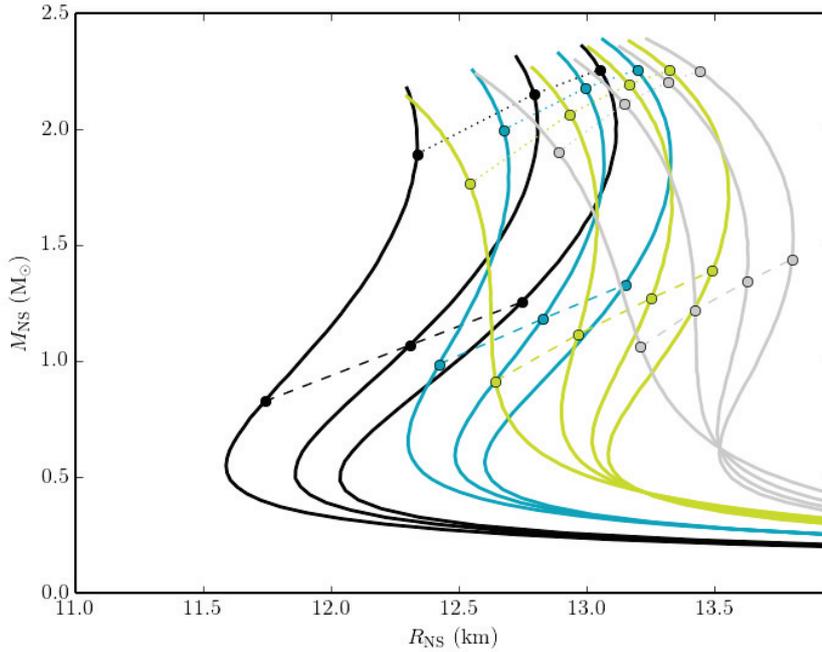


FIGURE 4.14 – Relations M-R explorées pour des valeurs de $L_{sym} = 20, 60$ et 90 MeV ; et $K_{sym} = -400, -100$ et 200 MeV. Les lignes pointillées connectent les points correspondant à des densité centrales de $2n_0$ et $3n_0$. Source : [Baillot d'étivaux et al., 2018].

restent compatibles avec les estimations actuelles $K_{sym} = -100 \pm 100$ MeV, voir la discussion dans la Ref. [Margueron et al., 2018a]. Notons que l'on obtient une réduction de l'incertitude sur le paramètre K_{sym} par rapport à la table 2.5 (initialement $\sigma = 132$ MeV). Rappelons que la distribution *a priori* de L_{sym} et K_{sym} est uniforme.

Nous remarquons que l'ajustement semble favoriser des valeurs très faibles pour L_{sym} ($L_{sym} = 28.25^{+12.14}_{-6.07}$ MeV), et donc des équations d'état "molles" à basse densité, et donc de faibles rayons aux faibles masses, ce qui est à mettre en relation avec les résultats obtenus dans le cadre du modèle à rayon constant 4.4.1.

La qualité de l'ajustement est bon : nous obtenons une distribution de χ^2 réduit centrée à 1.10 avec une largeur de 0.01 pour 1116 degrés de liberté, avec un meilleur ajustement correspondant à un χ^2 réduit légèrement inférieur à 1.08.

On vérifie que les distributions *a posteriori* associées aux distances de chaque source sont bien compatibles avec les mesures de référence de la table 4.3. On remarque un excellent accord avec les mesures de références, malgré le fait que les distributions *a priori* (voir annexe A.1) que nous avons implémentée dans l'analyse ne compte pas plus dans l'ajustement qu'un seul bin. Nous pouvons donc être confiant sur le fait que nous n'avons pas sur-contraint l'ajustement.

On reporte dans l'annexe A.1 les figures illustrants les valeurs des différents paramètres pertinents du modèle d'émission thermique pour chaque source, ainsi que leur corrélations mutuelles et avec les paramètres du méta-modèle.

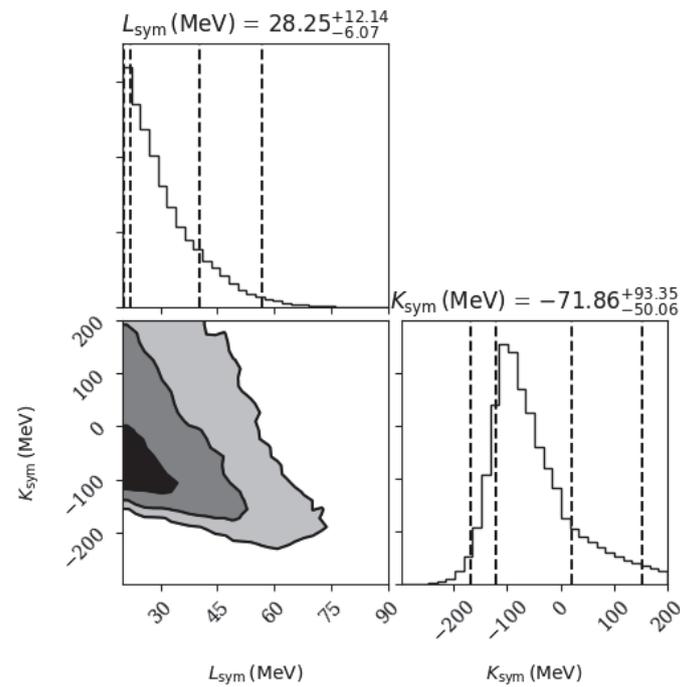


FIGURE 4.15 – Distributions de probabilité *a posteriori* marginalisées aux paramètres empiriques L_{sym} et K_{sym} après ajustement aux données observationnelles. Sur la diagonale : marginalisation à 1 paramètre, hors diagonale : marginalisation à deux paramètres, aussi appelé corrélation. On remarque clairement une anti-corrélation entre les deux paramètres. On note que des valeurs faibles de L_{sym} sont favorisées par l'ajustement.

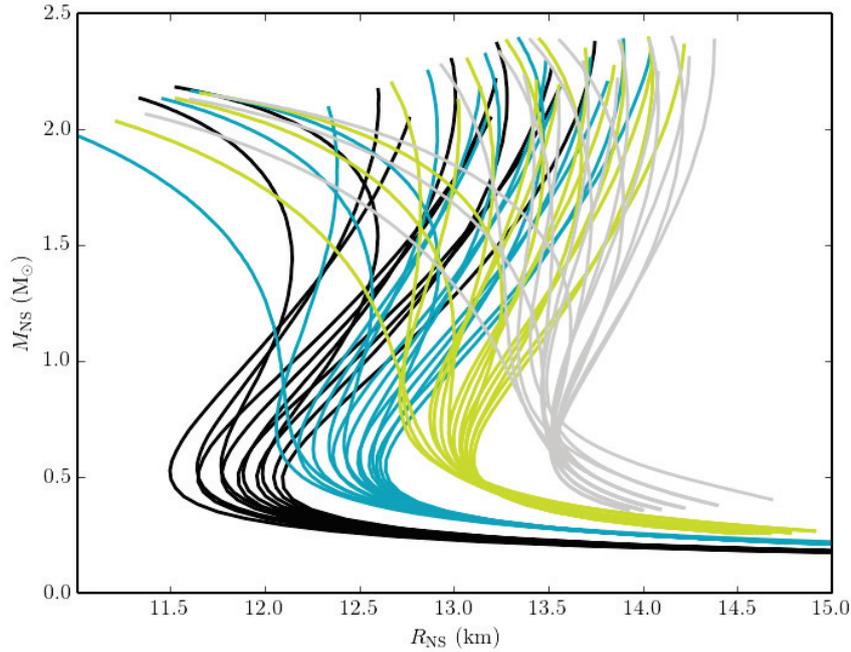


FIGURE 4.16 – Même figure que la figure 4.14, en faisant varier également le paramètre Q_{sat} entre -1300 et 1900 MeV (voir table 2.5). Source : [Baillot d'étivaux et al., 2018].

4.5.2 Méta-modèle à trois paramètres empiriques libres (L_{sym} , K_{sym} , Q_{sat})

Dans cette section, nous autorisons la variation des trois paramètres ayant le plus d'influence sur la relation M-R : L_{sym} , K_{sym} et Q_{sat} . On peut s'attendre à ce qu'ajouter un paramètre dans l'ajustement, permette de relaxer la contrainte sur L_{sym} et d'obtenir pour ce paramètre une distribution plus en adéquation avec les estimations théoriques et expérimentales actuelles, voir la discussion dans la Ref. [Margueron et al., 2018a] et dans les références associées.

Nous représentons sur la figure 4.16 les relations M-R explorées, de la même façon que sur la figure 4.14, en faisant varier Q_{sat} entre -1300 et 1900 MeV, en accord avec la table 2.5. On remarque que la variation de Q_{sat} permet d'atteindre des rayons plus faibles pour des masses élevées (environ 11 km pour une masse de $2 M_{\odot}$), et des rayons plus grands pour de faibles masses (environ 14 km pour une masse de $0.5 M_{\odot}$). La variation du paramètre Q_{sat} permet donc d'explorer un domaine plus grand du diagramme M-R.

On représente les distributions de probabilité *a posteriori* obtenues après ajustement aux données observationnelles sur la figure 4.17. On reporte dans l'annexe A.2 les figures illustrant les corrélations entre les paramètres observationnels de chaque source et les paramètres empiriques.

On observe sur la figure 4.17 que les faibles valeurs de L_{sym} sont toujours favorisées par l'ajustement, malgré le fait d'avoir ajouté un degré de liberté. Nous remarquons toujours l'anti-corrélation entre L_{sym} et K_{sym} , et notons également l'existence d'une anti-corrélation entre K_{sym} et Q_{sat} , qui confirme les résultats obtenus dans la figure 3.6. On trouve des valeurs de $K_{\text{sym}} = -60.33^{+106.79}_{-79.2}$ et de $Q_{\text{sat}} = 498.34^{+738.16}_{-479.43}$ toujours compatibles avec les estimations actuelles. On obtient une incertitude plus grande sur K_{sym} que dans l'analyse précédente, qui peut être expliquée par une plus grande souplesse du modèle due à la variation de Q_{sat} .

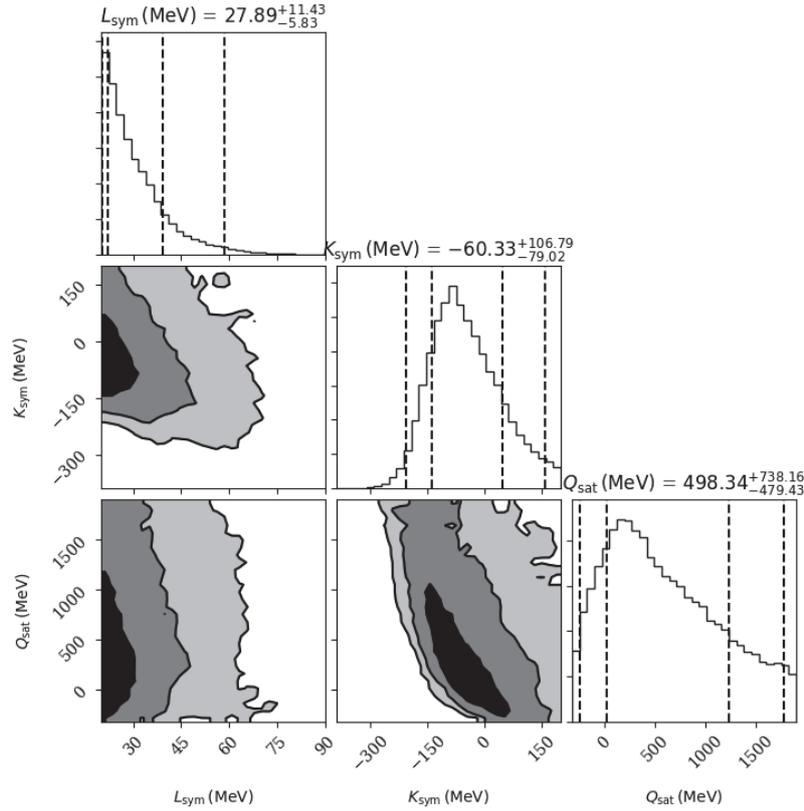


FIGURE 4.17 – Distributions de probabilité *a posteriori* associées aux paramètres empiriques L_{sym} , K_{sym} et Q_{sat} après ajustement aux données observationnelles (Diagonale); et leur corrélation (cadres centraux). On remarque toujours une anti-corrélation entre les deux paramètres L_{sym} et K_{sym} , ainsi qu’une anti-corrélation entre K_{sym} et Q_{sat} .

4.5.3 Méta-modèle à trois paramètres empiriques libres (L_{sym} , K_{sym} et Q_{sat}) et distribution *a priori* du paramètre L_{sym}

Dans les sections précédentes, nous avons pu constater que les valeurs de L_{sym} sélectionnées par l’ajustement étaient relativement basses par rapport aux estimations expérimentales et théoriques actuelles. Nous avons initialement pensé que cela pouvait être dû au fait que nous ne considérons que les équations d’état compatibles avec une masse maximale de $1.9M_{\odot}$. Nous avons vérifié que le fait de retirer cette contrainte n’affectait pas nos résultats sur la distribution du paramètre L_{sym} .

Dans cette section nous imposons une distribution *a priori* gaussienne sur le paramètre L_{sym} de façon à explorer des valeurs pour ce paramètre consistantes avec celles déduites des expériences de physique nucléaire ainsi que des modélisations théoriques. À être compatible avec ces estimations. Nous considérons une valeur centrale pour le paramètre L_{sym} de 50 MeV avec une déviation standard $\sigma = 10$ MeV. Nous reproduisons par la suite les analyses des sections 4.5.2 et 4.5.1.

4.5.3.1 Contraintes sur L_{sym} et K_{sym} :

Nous représentons les nouvelles distributions des paramètres empiriques après avoir reproduit l’analyse de la section 4.5.1 sur la figure 4.18. Les figures illustrant les corrélations entre les paramètres observationnels de chaque source et les paramètres empiriques sont présentés dans

l'annexe A.3.

On remarque que les faibles valeurs de L_{sym} sont toujours favorisées, $L_{\text{sym}} = 39 \pm 9$ MeV. Cette valeur est cette fois-ci compatible avec les estimations actuelles. La distribution de K_{sym} n'est pas grandement modifiée. Elle est piquée à une valeur un peu inférieure, autour de -95 MeV, avec une distribution un peu moins large que précédemment, ce qui s'explique bien par l'ajout de la contrainte sur L_{sym} . La qualité de l'ajustement ne se trouve pas dégradée et l'on obtient la même distribution de χ^2 réduit, centrée autour de 1.10 avec une largeur de 0.01.

Nous déduisons que la contrainte sur L_{sym} n'affecte pas grandement l'analyse de l'émission thermique. Nous retrouvons une qualité d'ajustement similaire à l'analyse précédente sans contrainte. La valeur de L_{sym} modifie le diagramme M-R dans la région de faible masse, en dessous des masses attendues pour les étoiles à neutrons. C'est donc plutôt le paramètre empirique K_{sym} qui joue un rôle important dans l'analyse présentée ici.

4.5.3.2 Contraintes sur L_{sym} , K_{sym} et Q_{sat} :

Les nouvelles distributions obtenues sont présentées sur la figure 4.19. On reporte dans l'annexe A.7 les figures des corrélations entre les paramètres observationnels et les paramètres empiriques.

Il n'est pas surprenant de voir que le paramètre L_{sym} reste compatible avec les estimations considérées mais se trouve déplacé vers des valeurs légèrement inférieures. Comme dans le cas précédent, on obtient $L_{\text{sym}} = 39 \pm 9$ MeV. On remarque aussi que la distribution associée à K_{sym} se trouve légèrement rétrécie et autorise des valeurs plus basses autour de -90 MeV. Le déplacement de la valeur du pic de la distribution de K_{sym} s'explique en raison de l'anti-corrélation avec L_{sym} qui prend des valeurs plus grandes. Le léger rétrécissement de la distribution est dû à la contrainte imposée au paramètre L_{sym} . La distribution de Q_{sat} est aussi un peu modifiée. Du fait de l'anti-corrélation existant entre K_{sym} et Q_{sat} , la diminution de la valeur de K_{sym} induit une légère augmentation de celle de Q_{sat} . La largeur de la distribution du paramètre Q_{sat} est très peu affectée par la contrainte sur L_{sym} .

On obtient une distribution de χ^2 réduit identique alors que l'on pourrait s'attendre à une amélioration de l'ajustement avec une plus grande souplesse du modèle.

On montre sur la figure 4.20 le diagramme M-R exploré par les marcheurs pondéré par leur distribution de probabilité. En pratique nous avons ajouté ensemble toutes les positions des 10% des derniers marcheurs dans le diagramme MR. Le résultat de cette sommation définit la probabilité normalisée de chacune des positions dans le diagramme M-R. On remarque que les rayons favorisés par l'ajustement se situent entre 12 et 13 km. On note que la distribution de rayon est légèrement inclinée vers la droite, comme dans le cas du modèle à rayon incliné, voir section 4.4.2. Sur cette figure, on remarque que certaines sources semblent avoir des masses relativement faibles ($M < 1.5M_{\odot}$) et que les rayons semblent également tendre vers de faibles valeurs ($R < 12.5$ km). Ceci permet de comprendre pourquoi les faibles valeurs de L_{sym} sont favorisées : les courbes noires de la figure 4.16 correspondent à $L_{\text{sym}} = 20$ MeV. Ce sont les seules à autoriser des rayons autour de 12 km à faible masse.

On montre les distributions marginales de masses associées à chaque source, leurs corrélations entre elles ainsi qu'avec les paramètres empiriques sur la figure 4.21. On distingue clairement deux classes d'étoiles à neutrons : celles qui possèdent une distribution de masse piquée, souvent à faible masse (c'est le cas pour M13, 47-Tuc, M28, et NGC6397) ; et celles pour lesquelles la distribution

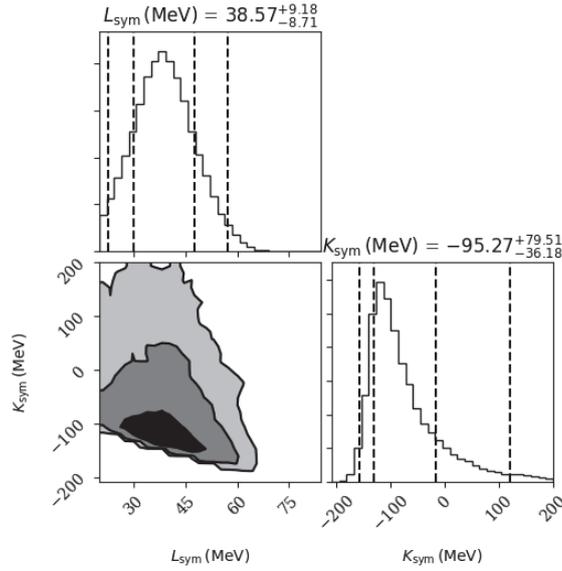


FIGURE 4.18 – Distributions de probabilité *a posteriori* marginales associées aux paramètres empiriques L_{sym} et K_{sym} après ajustement aux données observationnelles et en contraignant L_{sym} à être compatible avec les estimations actuelles $L_{\text{sym}} = 50 \pm 10$ MeV.

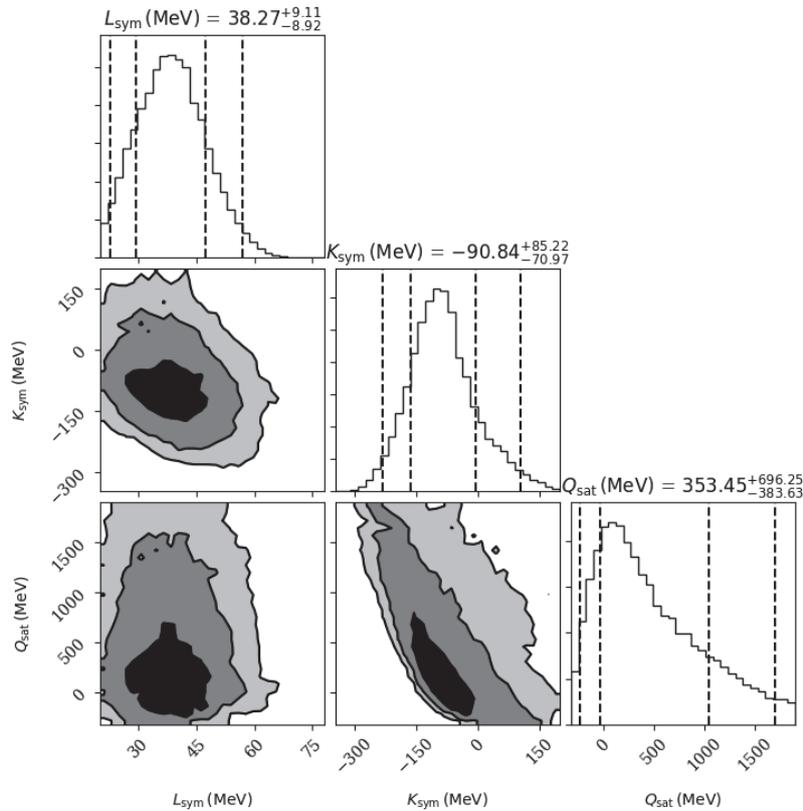


FIGURE 4.19 – Distributions de probabilité *a posteriori* marginales associées aux paramètres empiriques L_{sym} , K_{sym} et Q_{sat} après ajustement aux données observationnelles et en contraignant L_{sym} à être compatible avec les estimations actuelles $L_{\text{sym}} = 50 \pm 10$ MeV. Source : [Baillot d'étivaux et al., 2018]

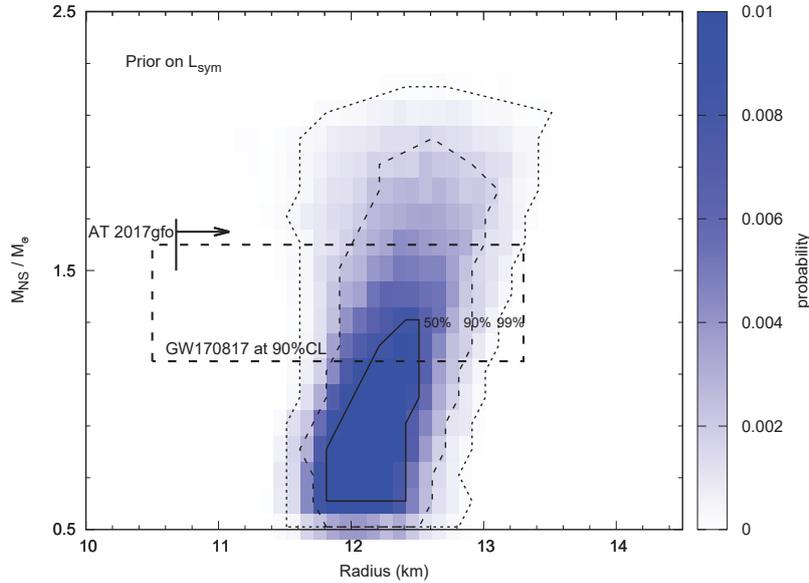


FIGURE 4.20 – Densité de probabilité dans le diagramme M-R après ajustement en faisant varier L_{sym} , K_{sym} et Q_{sat} et en contraignant L_{sym} à être compatible avec les estimations actuelles $L_{\text{sym}} = 50 \pm 10$ MeV. Les intervalles de confiance à 50%, 90% et 99% sont représentés (voir le texte pour plus de détail). On représente également les contraintes du signal AT2017gfo [Bauswein et al., 2017] et de GW170817 [Annala et al., 2018, Tews et al., 2018].

semble relativement uniforme (ω -Cen, NGC6304 et M30). Dans la section 4.6.2, nous étudions plus en détail l'influence respectives de ces deux classes de sources sur l'ajustement global.

4.5.3.3 Effet des contraintes sur les distances :

Nous effectuons un test afin d'évaluer l'effet des incertitudes associées aux distances sur les résultats de l'ajustement. Pour cela, nous effectuons la même analyse, en augmentant artificiellement les incertitudes sur les distances. Nous utilisons des distributions gaussiennes comme définies par l'équation (4.21) mais en considérant une largeur de 3σ (les erreurs à 1σ étant présentés dans la table 4.3). Nous présentons les résultats sur la figure 4.22 afin de la comparer à la figure 4.19, et reportons dans l'annexes A.5 les figures représentant les corrélations entre les paramètres observationnels et les paramètres du méta-modèle.

On constate que les distributions obtenues sont plus larges, comme on pouvait s'y attendre. Cependant cet élargissement reste inférieur la dizaine de pour-cent, ce qui confirme encore une fois que le fait d'imposer des distances compatibles avec des mesures indépendantes ne constitue pas une contrainte trop forte sur l'ajustement.

4.6 Influence des différentes sources sur l'ajustement

Dans cette section, nous montrons l'influence des différentes sources sur le résultat global. Pour cela, nous étudions leur influence individuelle, en retirant une source, ainsi que l'influence

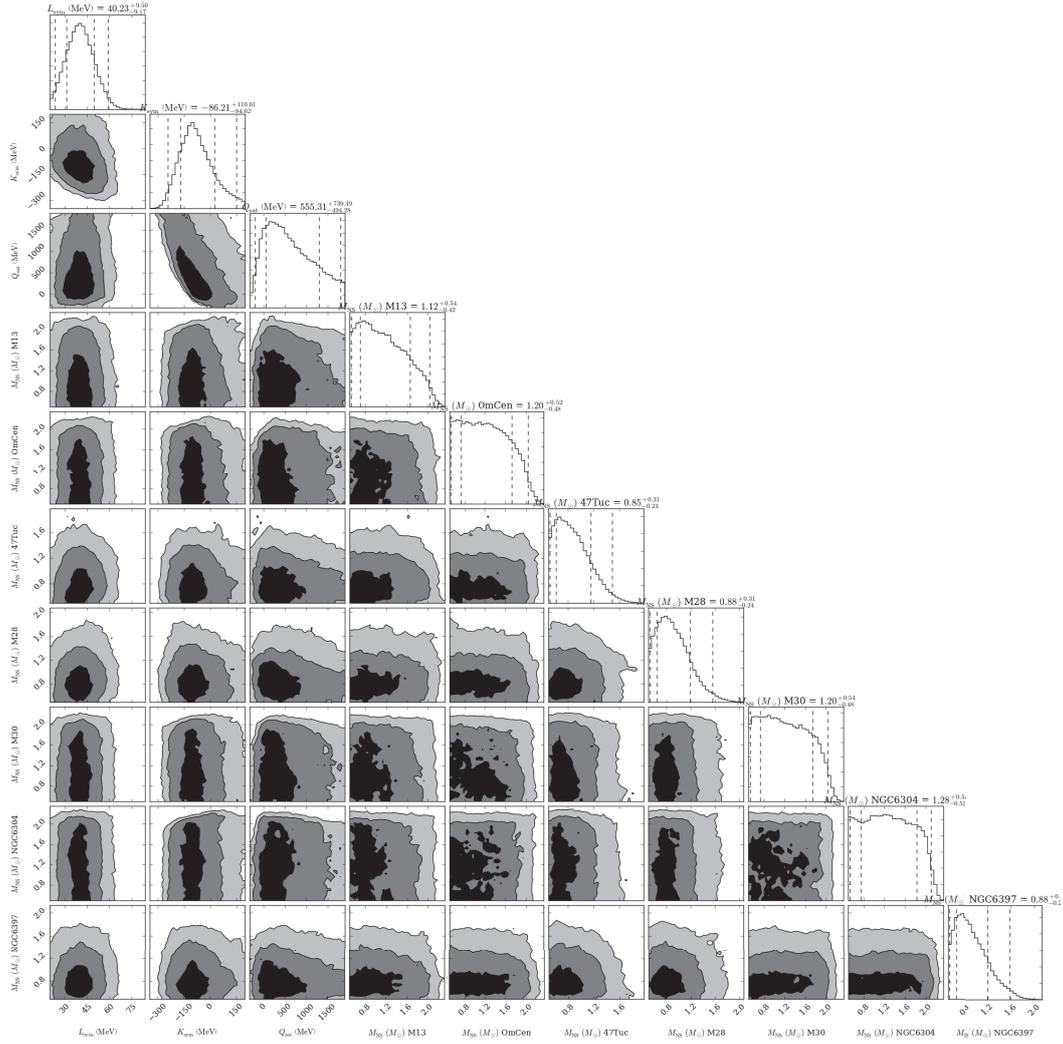


FIGURE 4.21 – Distributions *a posteriori* des masses de chaque sources (diagonale), leur corrélations (cadres centraux) et avec les paramètres empiriques (deux premières colonnes). On distingue clairement deux classes d'étoiles à neutrons : celles qui possèdent une distribution de masse piquées, souvent à faible masse ; et celles pour lesquelles la distribution semble relativement uniforme.

d'une classe de sources ayant les mêmes propriétés.

4.6.1 Influence individuelle des sources

Notre étude s'appuyant sur l'analyse simultanée de 7 sources, il est intéressant d'étudier leur impact individuel de chacune des sources dans l'ajustement. Nous effectuons de nouveau notre analyse en retirant une à une les sources pour lesquelles nous avons le meilleur signal sur bruit et le plus grand nombre de points, à savoir 47-Tuc, M28 et NGC6397. Nous représentons les distributions des paramètres empiriques obtenues en retirant ces sources sur les figures 4.23 à 4.25. Nous constatons que la qualité de l'ajustement est légèrement dégradée, avec des distributions de χ^2 réduit centrées autour de 1.11 en retirant M28, 1.12 en retirant NGC6397, et 1.13 en retirant 47-Tuc, avec des largeurs de 0.01. Les distributions des paramètres empiriques se trouvent élargies, ce qui n'est pas surprenant puisque nous tentons d'ajuster le modèle sur un ensemble de sources

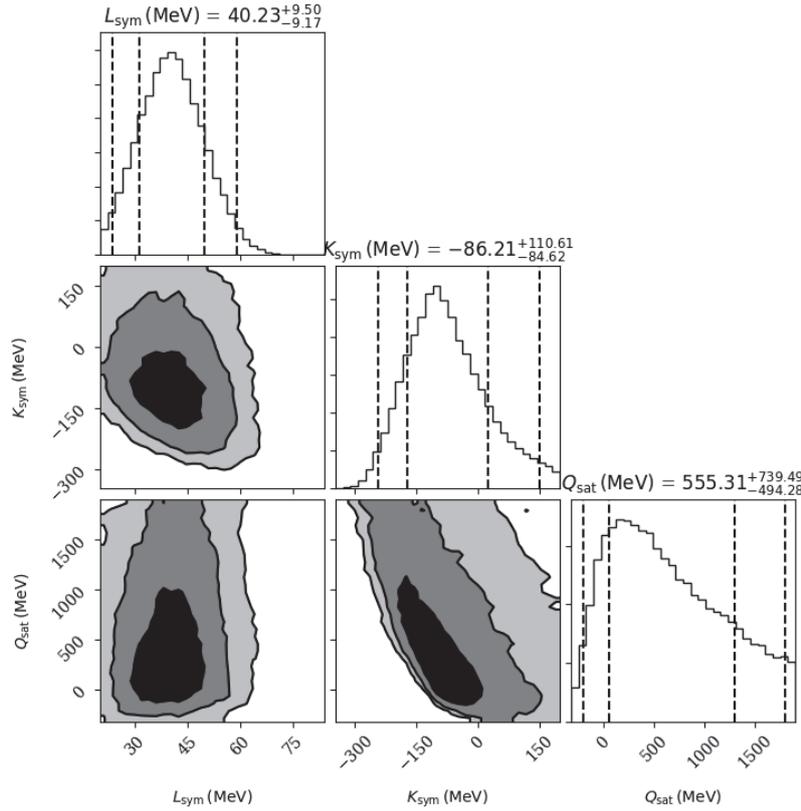


FIGURE 4.22 – Distributions *a posteriori* des paramètres empiriques après ajustement, en ayant considéré des distributions *a priori* sur les distances avec une largeur trois fois plus grande que dans l'analyse précédente (voir figure 4.19).

pour lesquelles nous avons moins de données, et il est donc logique que les paramètres soient moins bien contraints.

4.6.2 Influence de différentes classes de sources

Nous avons observé sur la figure 4.21 deux classes de sources se distinguant par leur distribution en masse : une classe avec des distributions plutôt piquées vers des faibles masses, et une classe avec des distributions relativement uniformes. Il est donc intéressant d'étudier les effets respectifs de ces deux classes de sources. Par la suite, nous avons utilisé les nouvelles mesures de distances aux amas globulaires fournies par le catalogue Gaia DR2 et recensées dans la table 4.3.

4.6.2.1 Influence des sources ayant des distributions de masse piquées :

Commençons cette étude de sensibilité par la classe de sources dont les masses sont piquées vers les faibles masses.

La figure 4.26 montre les distributions *a posteriori* marginales des paramètres empiriques après un ajustement sur les sources ayant une distribution de masse piquée. On remarque que les distributions des paramètres ne sont que faiblement modifiées lorsque l'on retire les sources ayant une distribution de masse relativement uniforme. Cela se comprend puisque les sources que nous avons conservées sont celles pour lesquelles nous avons le plus de données, et elles ont donc un poids plus important dans l'ajustement. La valeur centrale de Q_{sat} est légèrement plus basse et

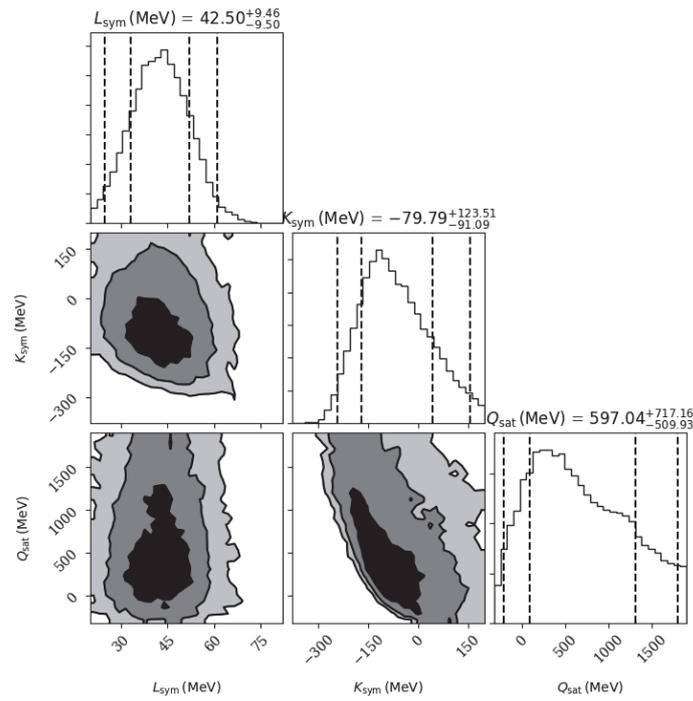


FIGURE 4.23 – Distributions marginales des paramètres empiriques obtenues lorsque l'on effectue l'ajustement sur toutes les sources excepté M28.

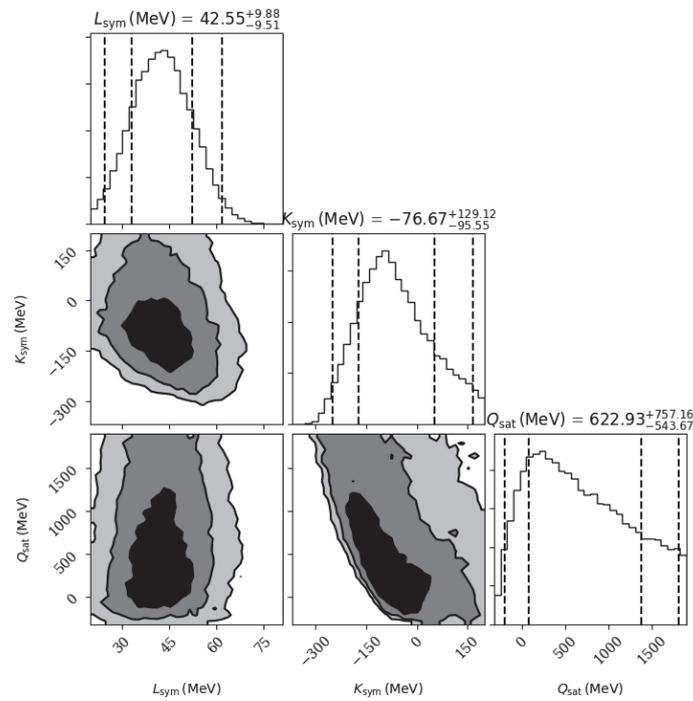


FIGURE 4.24 – Distributions marginales des paramètres empiriques obtenues lorsque l'on effectue l'ajustement sur toutes les sources excepté NGC6397.

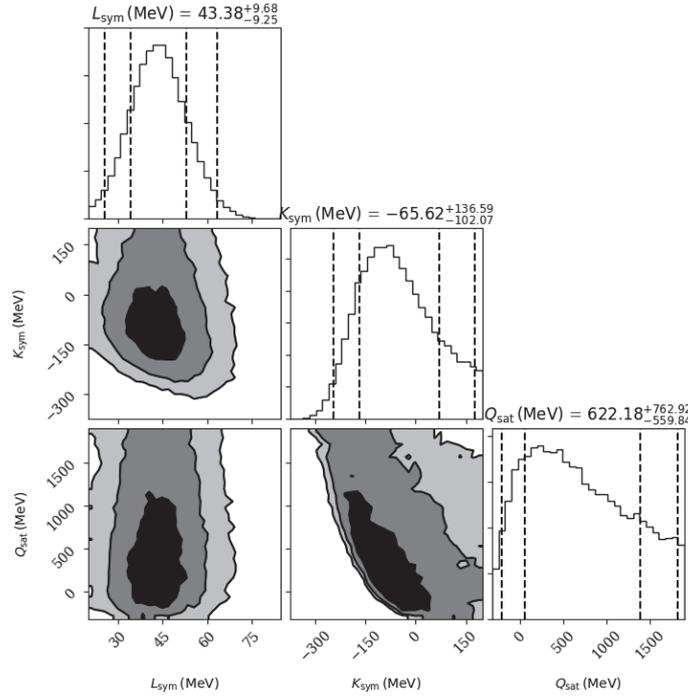


FIGURE 4.25 – Distributions marginales des paramètres empiriques obtenues lorsque l'on effectue l'ajustement sur toutes les sources excepté 47-Tuc

la queue de sa distribution décroît plus rapidement dans les énergies positives. On représente la densité de probabilité dans le diagramme M-R sur la figure 4.27. On remarque que la distribution est très similaire à celle obtenue avec toutes les sources (voir figure 4.30).

4.6.2.2 Influence des sources ayant des distributions de masse large :

La figure 4.28 illustre les distributions *a posteriori* des paramètres empiriques après un ajustement sur les sources ayant une distribution de masse relativement uniforme.

On obtient un ajustement légèrement meilleur que précédemment, avec une distribution de χ^2 réduit centrée autour de 1.08 et d'une largeur de 0.01. Il est normal d'obtenir un meilleur ajustement car les données étant moins bonnes pour cette classe d'étoile, il est plus facile de les reproduire.

On note plusieurs différences : tout d'abord la valeur de L_{sym} est légèrement supérieure à 50 MeV tandis que dans les autres analyses, les valeurs faibles étaient favorisées. On trouve $K_{\text{sym}} = -1.41^{+134.45}_{-143.13}$, ce qui est largement plus élevé que dans les précédentes analyses, mais avec une distribution plus large, ce qui s'explique par le fait que nous avons peu de données pour cet ensemble de sources. Le paramètre Q_{sat} possède également une distribution beaucoup plus large, et les valeurs élevées sont même favorisées, contrairement aux cas précédents.

Ceci illustre le fait qu'il existe une tension entre ces deux classes d'étoiles lors de l'ajustement. Il serait donc souhaitable de pouvoir augmenter la statistique pour cette classe d'étoile. En effet, soit l'augmentation de statistique permet de réconcilier ces deux classes d'étoiles, soit, ces deux classes d'étoiles contiennent des étoiles dont les propriétés sont très différentes. Ce dernier cas est potentiellement porteur de nouvelles informations sur les étoiles à neutrons et donc sur l'équation d'état.

4.6.2.3 Ajustement avec les distances du nouveau catalogue Gaia DR2

Dans cette section nous utilisons les données du catalogue Gaia DR2 afin d'effectuer notre analyse de la section 4.5.3.2 avec les récentes mesures de distances aux amas globulaires (voir table 4.3). On représente les distributions des paramètres empiriques sur la figure 4.29. Nous reportons en annexe A.8 les corrélations entre les paramètres observationnels et les paramètres du méta-modèle. On remarque que les contraintes apportées sur les paramètres empiriques sont très similaires aux résultats obtenus dans la section 4.5.3.2, mais avec des distributions légèrement plus larges. Cela peut s'expliquer par le fait que les incertitudes sur les distances étant plus faibles, il est plus difficile de reproduire les données. La qualité de l'ajustement est un peu dégradée et nous obtenons une distribution de χ^2 centrée autour de 1.11 avec une largeur de 0.01. Cependant, il est possible que ces incertitudes soient sous-estimées. En effet, les coordonnées spatiales des amas sont calculées en reproduisant leurs orbites à partir de mesure de distances par photométrie, pouvant être entachées d'incertitudes.

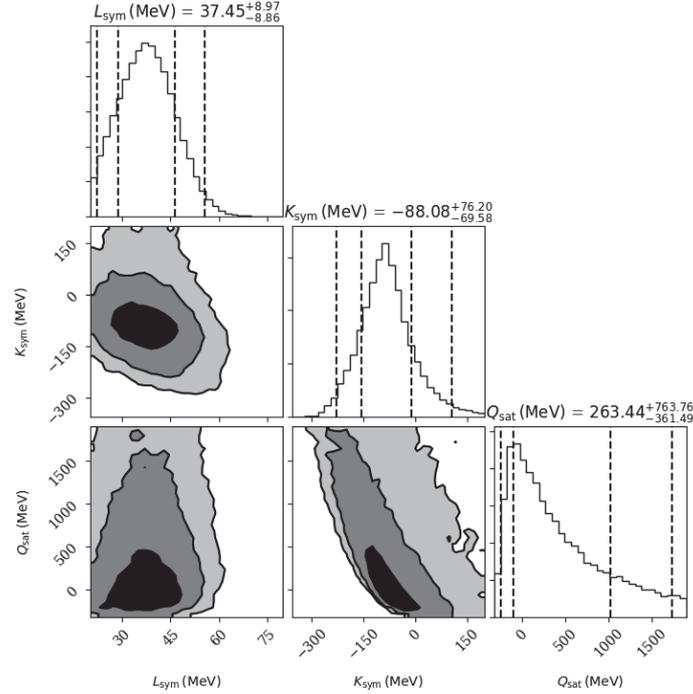


FIGURE 4.26 – Distributions *a posteriori* marginales des paramètres empiriques après ajustements aux données observationnelles provenant uniquement des sources ayant une distribution de masse piquée : NGC6397, 47-Tuc, M28 et M13.

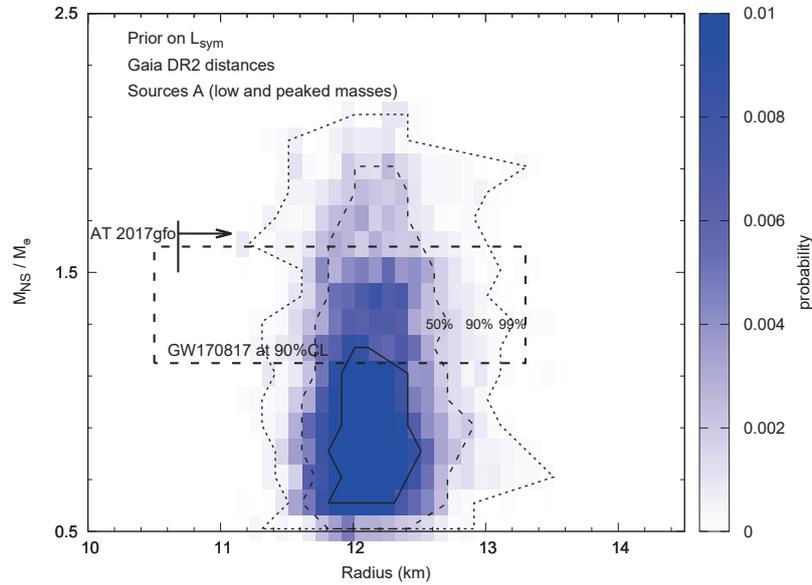


FIGURE 4.27 – Densité de probabilité regroupant toutes les sources dans le diagramme M-R après ajustement sur les sources qui possèdent une distribution de masse piquée et pour lesquelles nous avons le plus de données (voir le texte pour plus de détails). On représente également les contraintes du signal AT2017gfo [Bauswein et al., 2017] et de GW170817 [Annala et al., 2018, Tews et al., 2018].

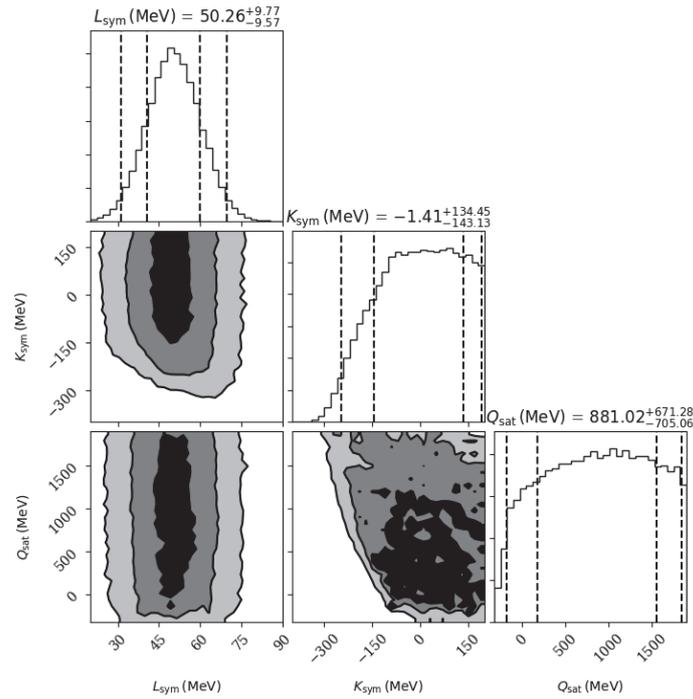


FIGURE 4.28 – Distributions *a posteriori* des paramètres empiriques après ajustements aux données observationnelles provenant uniquement des sources ayant une distribution de masse relativement uniforme : ω Cen, M30 et NGC6304.

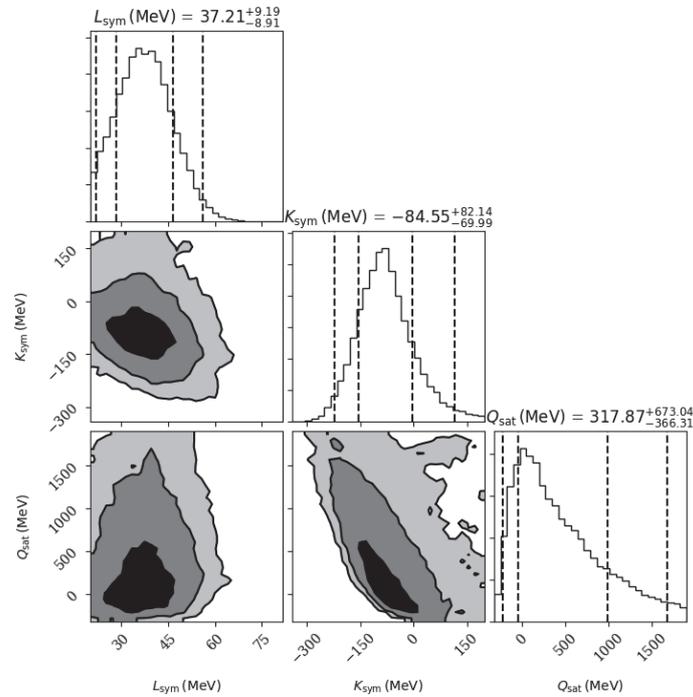


FIGURE 4.29 – Même figure que la figure 4.17 mais en considérant les récentes mesures de distances du catalogue Gaia DR2 présentées dans la table 4.3.

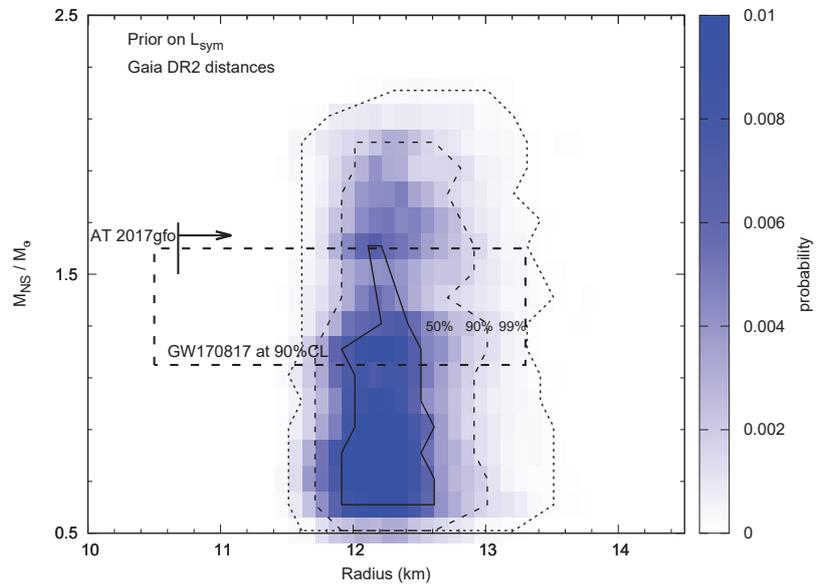


FIGURE 4.30 – Densité de probabilité regroupant toutes les sources dans le diagramme M-R après ajustement en ayant considéré les nouvelles mesures de distances aux amas du catalogue Gaia DR2 (voir le texte pour plus de détails). On représente également les contraintes du signal AT2017gfo [Bauswein et al., 2017] et de GW170817 [Annala et al., 2018, Tews et al., 2018].

Chapitre 5

Conclusions et perspectives

Nous avons présenté dans ce manuscrit une modélisation théorique de l'équation d'état des étoiles à neutrons et son application à l'analyse de l'émission thermique de sept sources. Cette étude se situe à l'interface entre la physique nucléaire, la physique hadronique, et l'astronomie observationnelle. Les densités atteintes dans le coeur des étoiles à neutrons dépassent la densité de saturation nucléaire (densité supra-nucléaire). Ce regime de densité est très difficile à explorer expérimentalement et les données observationnelles sur les étoiles à neutrons sont complémentaires aux mesures effectuées auprès des accélérateurs.

Il existe une grande variété de modèles décrivant la matière nucléaire, dont les paramètres sont souvent ajustés de façon à reproduire les propriétés observées dans des expériences de physique nucléaire, telles que les masses, les rayons des noyaux, ou encore leurs propriétés collectives (résonances géantes). Les expériences réalisables sur Terre permettent principalement de contraindre les modèles pour des densités proches de la densité de saturation nucléaire $n_0 \simeq 0.16 \text{ fm}^{-3}$. Dans ces conditions les nucléons forment les noyaux atomiques. Le coeur des étoiles à neutrons pouvant atteindre des densités allant jusqu'à $4\text{-}6n_0$ (selon les modèles), elles constituent des observatoires uniques pour mieux comprendre le comportement de la matière nucléaire à très haute densité et l'existence éventuelle de transition(s) de phase(s).

Dans le chapitre 2, nous avons présenté une méta-modélisation de l'équation d'état de la matière nucléaire composée uniquement de neutrons et de protons (non relativistes), d'électrons et de muons (relativistes) [Margueron et al., 2018a]. Les différents paramètres de ce méta-modèle peuvent être directement reliés à des grandeurs empiriques mesurables à la densité de saturation, telles que l'énergie de symétrie ou l'incompressibilité de la matière nucléaire, permettant ainsi d'inclure nos connaissances actuelles en physique nucléaire dans le modèle, contrairement à d'autres modélisations comme les équations d'état polytropiques par exemple, difficiles à mettre en lien avec les propriétés physiques de la matière nucléaire. Ce méta-modèle possède une grande souplesse et permet de reproduire la plupart des modèles existants, mais également d'explorer de nouvelles dépendances en densité. De par sa simplicité, le méta-modèle peut être implémenté dans différentes études, allant de la structure des noyaux [Chatterjee et al., 2017] à la description du coeur des étoiles à neutrons [Margueron et al., 2018b]. Ce méta-modèle permet d'extraire les valeurs moyennes et les incertitudes associées aux différents paramètres empiriques, que nous avons étudiés dans le chapitre 2.2. Nous pouvons déduire de cette étude les paramètres qui ont le plus fort impact sur l'équation d'état de la matière nucléaire : la pente de l'énergie de symétrie L_{sym} , sa courbure K_{sym} , et le paramètre de distorsion isoscalaire Q_{sat} . Ces paramètres pourront être contraints dans un futur proche par des expériences permettant de sonder la ma-

tière nucléaire loin de la densité de saturation, dans des collisions d’ions lourds par exemple (voir [Danielewicz, 2001]), ou encore grâce à l’observation des étoiles à neutrons, comme nous l’avons vu dans le chapitre 4. Notons que de nouvelles informations concernant l’équation d’état de la matière nucléaire devrait également être apportées par l’observation des ondes gravitationnelles induites par la coalescence d’étoiles à neutrons [Abbott et al., 2017]. Ce méta-modèle peut s’adapter aux analyses statistiques basées sur l’inférence bayésienne, ce qui a été montré dans les chapitres 3 et 4 de ce manuscrit.

Dans le chapitre 3, nous avons modélisé le cœur des étoiles à neutrons via le méta-modèle, en l’appliquant à l’équilibre β à température nulle, que nous avons connecté avec différents modèles existants pour décrire l’écorce des étoiles à neutrons. Nous avons pu prédire des relations M-R en résolvant les équations d’équilibre hydrostatique de la relativité générale (équations dites TOV). Le choix de l’équation d’état décrivant l’écorce et la méthode de connexion avec l’équation d’état du cœur a une influence négligeable sur les relations M-R prédites par rapport aux incertitudes observationnelles actuelles. Les paramètres L_{sym} , K_{sym} et Q_{sat} apparaissent naturellement comme étant ceux qui ont le plus fort impact sur la relation M-R. Des mesures précises des rayons et des masses de plusieurs étoiles à neutrons devraient permettre de discriminer parmi les modèles existants. Pour affiner la prédiction théorique de l’équation d’état, nous avons considéré différentes contraintes physiques, telles que la causalité, la stabilité mécanique, la positivité de l’énergie de symétrie, et avons envisagé différents scénarii concernant le refroidissement rapide des étoiles à neutrons. Cela permet de filtrer les paramétrisations vraisemblables du méta-modèle en utilisant une approche bayésienne, et de mettre en évidence des corrélations (ou anti-corrélations) entre différents paramètres empiriques. Dans cette approche, le liens entre les contraintes expérimentales et/ou observationnelles et les corrélations entre les paramètres apparaissent clairement. En utilisant l’inférence bayésienne, nous avons alors pu extraire le rayon moyen des étoiles à neutrons $R = 12.7 \pm 0.4$ km pour une équation d’état de type nucléonique.

La dernière partie de ma thèse concerne l’application de la modélisation théorique à l’analyse de données observationnelles. Avec des rayons de l’ordre de la dizaine de kilomètres et étant situées à plusieurs kiloparsec de la Terre, la mesure directe de ces rayons est impossible car les étoiles à neutrons apparaissent comme des masses ponctuelles. Les données directes ne permettent pas d’extraire des contraintes très fortes sur l’équation d’état de la matière nucléaire. Dans cette thèse, nous nous sommes intéressés au développement d’une méthode d’analyse observationnelle basée sur l’émission thermique des étoiles à neutrons avec l’objectif de mieux caractériser la masse et le rayon de 7 sources. Nous avons utilisé une méthode permettant de contraindre l’équation d’état grâce à l’observation de l’émission thermique des étoiles à neutrons dans la gamme d’énergie des rayons X. Les données proviennent des observatoires *Chandra* et *XMM-Newton*. Nous avons pour cela développé un code python utilisant la librairie XSPEC et nous avons effectué l’analyse simultanée de 7 sources (qLMXBs) situées dans des amas globulaires et couramment utilisées pour leurs mesures de rayons. Il s’agit de M13, M28, M30, NGC6304, NGC6397, omega du centaure et 47 du toucan, voir par exemple [Guillot, 2013, Özel and Freire, 2016, Steiner et al., 2018]. Dans les analyses précédentes, la modélisation théorique de l’équation d’état n’est pas liée à l’analyse des données observationnelles. Elle se fait dans un deuxième temps sur la base des résultats de cette analyse. Le problème inverse consistant à retrouver l’équation d’état de la matière dense à partir des données observationnelles est donc traité en deux étapes, et souvent par des équipes différentes. À la différence de ces travaux, notre approche inclut directement le modèle d’équation d’état dans l’analyse des données observationnelles afin de contraindre simultanément

les masses, les rayons, les paramètres observationnels, et les paramètres de l'équation d'état lors de l'ajustement aux données observationnelles. Ceci nous permet d'éviter de sur-contraindre les paramètres. En raison de la haute dimension de notre espace de paramètres, nous avons utilisé une méthode MCMC basée sur un algorithme de "stretch move" particulièrement adapté. Cette méthode est implémentée grâce à la librairie eemc développée au MIT. Mon analyse a utilisé le calculateur lyosrv047 du groupe de physique théorique. C'est un serveur de 142 CPU financé par le Labex LIO.

En considérant des modèles simples, comme un modèle de rayon constant basé sur l'idée que la plupart des modèles existants prédisent un rayon relativement indépendant de la masse, pour des masses comprises entre 0.5 et $2M_{\odot}$ [Lattimer and Prakash, 2001]), et l'on retrouve la valeur de $R = 9.55 \pm 0.65$ km, compatible avec les estimations de [Guillot, 2013]. Nous avons ensuite considéré un modèle de rayon incliné, et nous trouvons, après ajustement aux données observationnelles, une légère préférence pour les relations M-R ayant une pente positive : le rayon augmente légèrement avec la masse. Ces tests simples qui nous ont permis de valider notre code.

Nous avons ensuite confronté le méta-modèle aux données observationnelles en autorisant la variation des paramètres L_{sym} et K_{sym} , et avons trouvé que les valeurs faibles de L_{sym} (entre 0 et 20 MeV) étaient favorisées par l'ajustement, ce qui peut s'interpréter par le fait que les observations semblent indiquer des rayons relativement faibles, difficilement reproductibles par le méta-modèle pour des valeurs de L_{sym} compatibles avec les estimations actuelles (autour de 50 MeV ou plus). Nous obtenons aussi une valeur de $K_{\text{sym}} = -71.86^{+93.35}_{-50.06}$ MeV, illustrant le fait que ce paramètre peut être contraint par les observations d'étoiles à neutrons. On note également une anti-corrélation entre ces deux paramètres, que nous avons déjà obtenue dans le chapitre 3. Nous constatons que le fait d'autoriser la variation de Q_{sat} ne permet pas de relâcher la tension sur L_{sym} , et choisissons de contraindre ce dernier à être compatible avec les estimations actuelles. On obtient alors des valeurs similaires pour $K_{\text{sym}} = -90.84^{+85.22}_{-70.97}$ MeV et $Q_{\text{sat}} = 353.45^{+696.25}_{-383.63}$ MeV, ainsi qu'une anti-corrélation entre ces deux paramètres. Nous avons effectué un ajustement en utilisant les nouvelles mesures de distances obtenues à partir du catalogue Gaia DR2 [Gaia Collaboration et al., 2018], et trouvons des distributions semblables pour les paramètres empiriques, légèrement plus larges, ce qui peut être expliqué par le fait que les distances étant mieux contraintes, il est plus difficile de reproduire les données via les trois paramètres empiriques.

Nous avons ensuite étudié l'impact des différentes sources sur l'ajustement, et trouvons deux classes de sources parmi notre liste : les sources pour lesquelles la masse est relativement bien contrainte à des valeurs faibles (qui correspondent également aux sources pour lesquelles nous avons le plus de données) et qui favorisent des valeurs de Q_{sat} basses ; et les sources ayant une distribution de masse relativement uniforme et qui favorisent des valeurs de Q_{sat} élevées. Nos résultats suggèrent que cette dernière classe de sources puisse bénéficier de nouvelles campagnes d'observation permettant de réduire le rapport du signal au bruit. En effet, l'amélioration de la statistique permettra soit de rendre l'ensemble de la méthode d'analyse cohérente, soit de montrer que quelques unes de nos sources sont différentes des autres. Dans ce dernier cas, on pourrait peut être obtenir des résultats plus conclusifs sur la présence de transitions de phases.

En conclusion, nous avons montré qu'il était possible de déterminer des relations M-R de l'émission thermique des qLMXB, compatibles avec les contraintes déduites de GW170817 et de la kilonova AT2017gfo, voir légèrement plus précises. En fixant une distribution *a priori*

du paramètre empirique L_{sym} autour de 50 MeV, nous déduisons de notre analyse les valeurs suivantes des paramètres empiriques : $L_{\text{sym}} = 38.3_{-8.9}^{+9.1}$, $K_{\text{sym}} = -91_{-71}^{+85}$ MeV, et $Q_{\text{sat}} = 353_{-384}^{+696}$ MeV. Notons que la valeur de L_{sym} que nous déduisons est compatible avec des prédictions de physique nucléaire [Lattimer and Lim, 2013], et les valeurs de K_{sym} et Q_{sat} sont des prédictions pour lesquelles il n'existe pas de contraintes expérimentales. Nous prédisons aussi un rayon pour les étoiles à neutrons compris entre 11.8 et 13 km.

Les perspectives de ce travail sont multiples. Du côté de la modélisation, il est possible d'affiner le modèle utilisé dans cette étude en incluant des non-quadraticités dans le paramètre d'asymétrie d'isospin et en le généralisant à une cinématique relativiste. Une extension du méta-modèle pour traiter les transitions de phase permettrait aussi de rendre ce méta-modèle plus général. Ceci devrait rendre ce méta-modèle plus fiable aux densités élevées. Du côté des contraintes observationnelles, les années à venir s'annoncent riches en nouvelles données, grace notamment à la mission NICER [Gendreau et al., 2017] et à plus long terme la mission Athena [Barcons et al., 2017], ainsi qu'aux prochaines campagnes d'observations des ondes gravitationnelles. Les perspectives des études présentées dans ce manuscrit sont donc d'inclure au mieux l'ensemble des nouvelles données à la méta-modélisation théorique. Ceci permettra à terme de répondre à la question de la nature du coeur dense des étoiles à neutrons ainsi qu'aux propriétés fondamentales de la matière hadronique et à la présence éventuelle de transitions de phase.

Annexe A

Annexes

A.1 Ajustement du méta-modèle aux données observationnelles en faisant varier librement L_{sym} et K_{sym}

Nous présentons dans cette annexe les figures correspondants à l'analyse effectuée dans la section 4.5.1. On représente sur les figures A.1 à A.7, les corrélations entre les différents paramètres observationnels pertinents (la densité de colonne d'hydrogène $N_{H,22}$, l'énergie thermique kT_{eff} , la masse M_{NS} , et la distance D_{kpc}) et avec les paramètres empiriques du modèle.

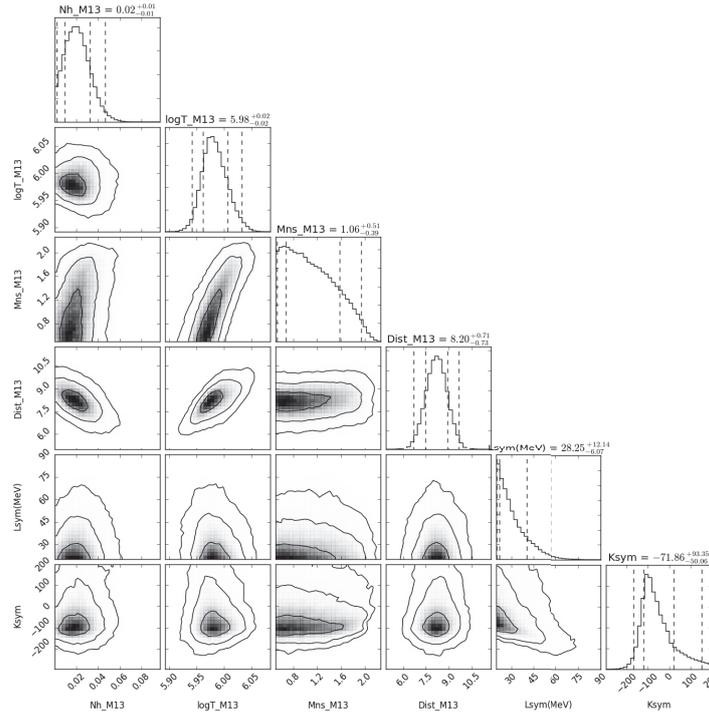


FIGURE A.1 – Corrélations entre les paramètres observationnels pertinents (la densité de la colonne d’hydrogène $N_{H,22}$, l’énergie thermique kT_{eff} , la masse M_{NS} , et la distance D_{kpc}) et avec les paramètres empiriques du modèle, pour la source M13.

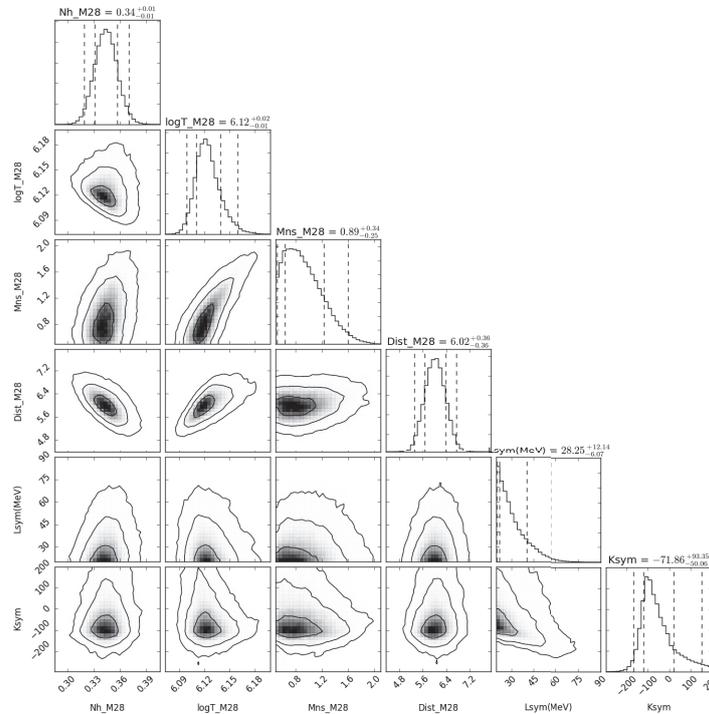


FIGURE A.2 – Corrélations entre les paramètres observationnels pertinents (la densité de la colonne d’hydrogène $N_{H,22}$, l’énergie thermique kT_{eff} , la masse M_{NS} , et la distance D_{kpc}) et avec les paramètres empiriques du modèle, pour la source M28.

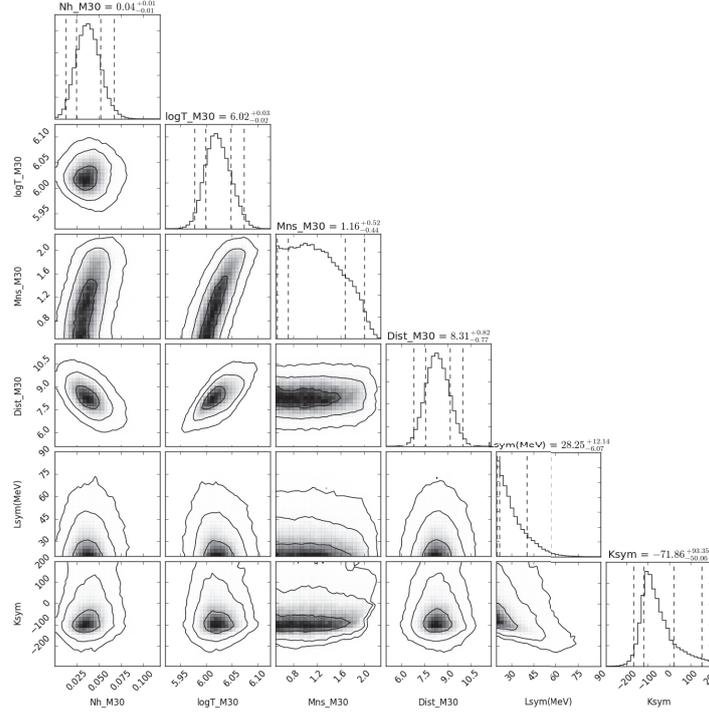


FIGURE A.3 – Corrélations entre les paramètres observationnels pertinents (la densité de la colonne d’hydrogène $N_{H,22}$, l’énergie thermique kT_{eff} , la masse M_{NS} , et la distance D_{kpc}) et avec les paramètres empiriques du modèle, pour la source M30.

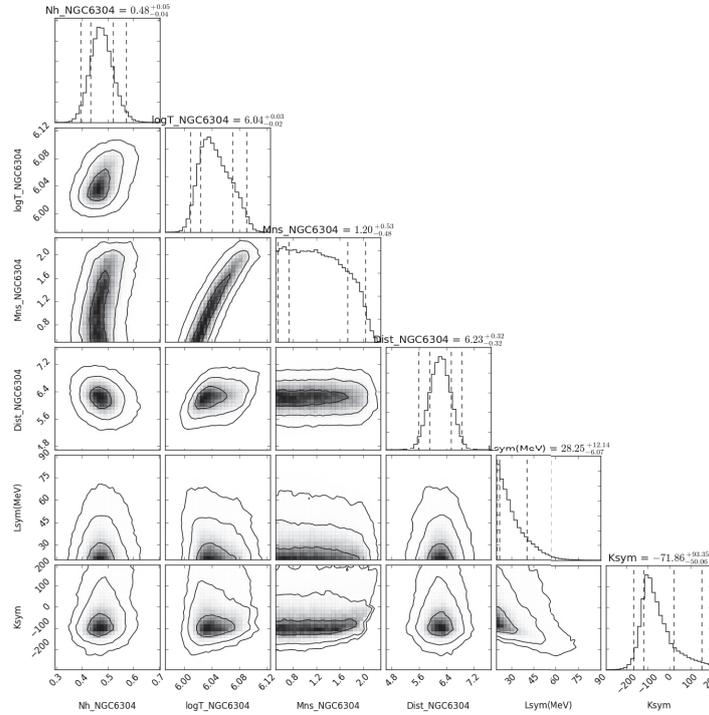


FIGURE A.4 – Corrélations entre les paramètres observationnels pertinents (la densité de la colonne d’hydrogène $N_{H,22}$, l’énergie thermique kT_{eff} , la masse M_{NS} , et la distance D_{kpc}) et avec les paramètres empiriques du modèle, pour la source NGC6304.

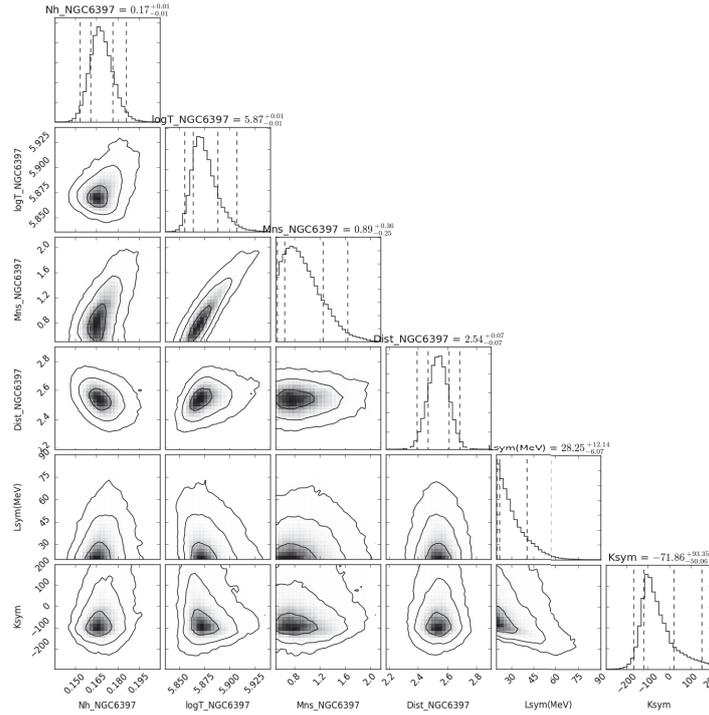


FIGURE A.5 – Corrélations entre les paramètres observationnels pertinents (la densité de la colonne d’hydrogène $N_{H,22}$, l’énergie thermique kT_{eff} , la masse M_{NS} , et la distance D_{kpc}) et avec les paramètres empiriques du modèle, pour la source NGC6397.

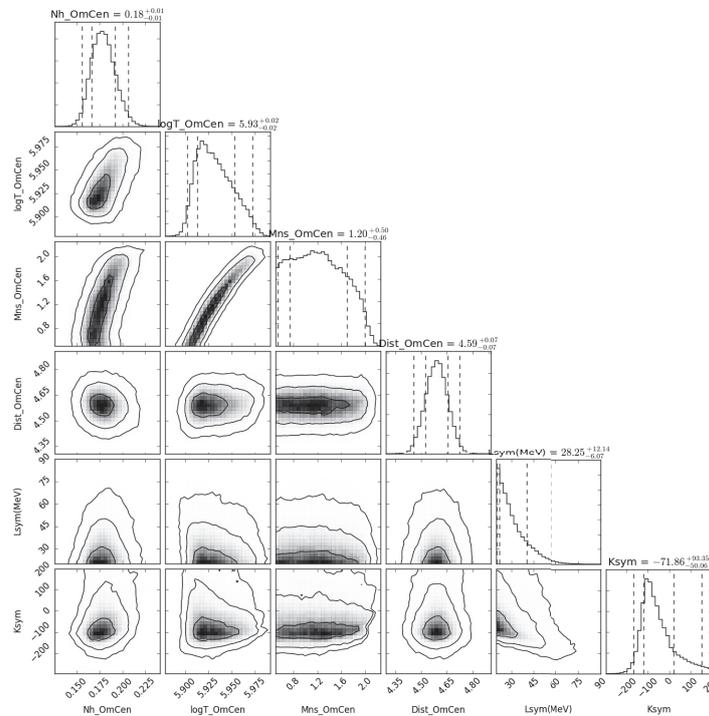


FIGURE A.6 – Corrélations entre les paramètres observationnels pertinents (la densité de la colonne d’hydrogène $N_{H,22}$, l’énergie thermique kT_{eff} , la masse M_{NS} , et la distance D_{kpc}) et avec les paramètres empiriques du modèle, pour la source ω -Cen.

e

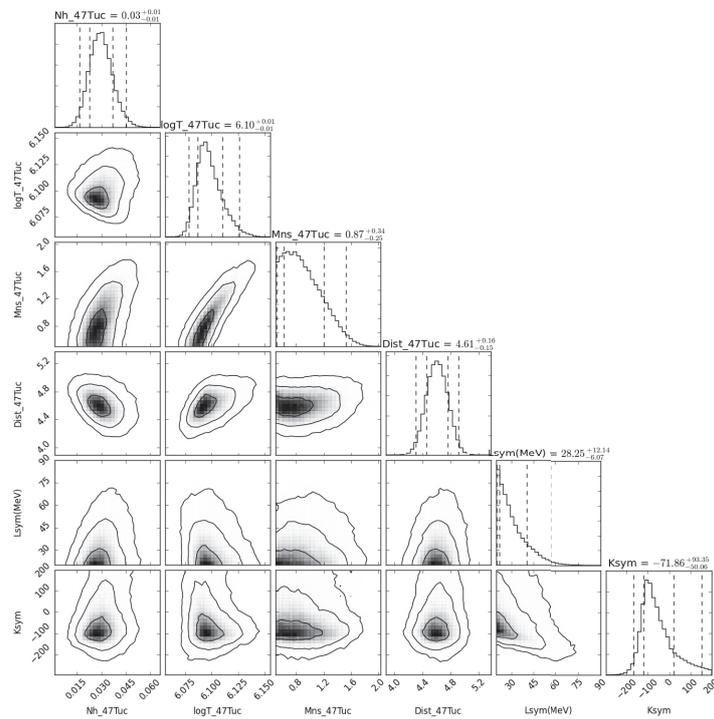


FIGURE A.7 – Corrélations entre les paramètres observationnels pertinents (la densité de la colonne d’hydrogène $N_{H,22}$, l’énergie thermique kT_{eff} , la masse M_{NS} , et la distance D_{kpc}) et avec les paramètres empiriques du modèle, pour la source 47-Tuc.

A.2 Ajustement du méta-modèle aux données observationnelles en faisant varier librement L_{sym} , K_{sym} et Q_{sat}

Nous présentons dans cette annexe les figures correspondants à l'analyse effectuée dans la section 4.5.2. On représente sur les figures A.8 à A.14, les corrélations entre les différents paramètres observationnels pertinents (la densité de colonne d'hydrogène $N_{H,22}$, l'énergie thermique kT_{eff} , la masse M_{NS} , et la distance D_{kpc}) et avec les paramètres empiriques du modèle.

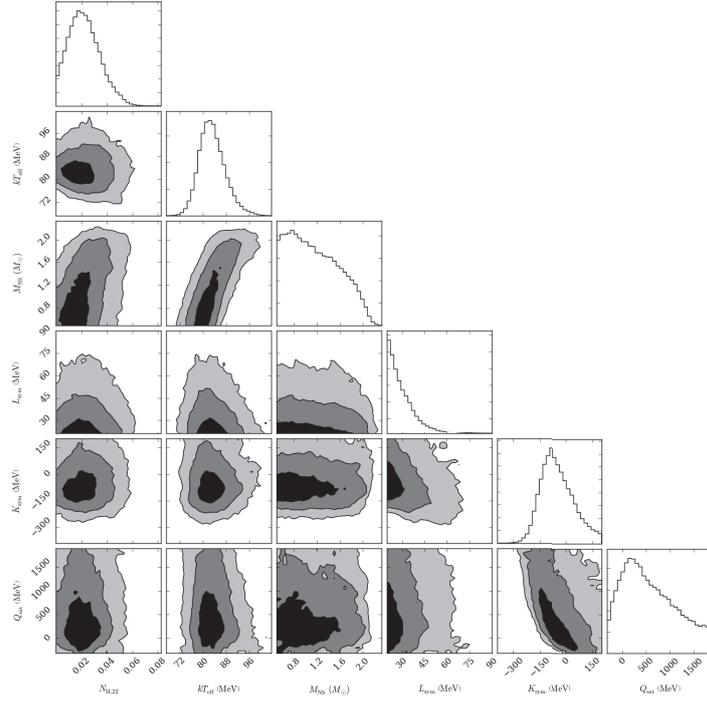


FIGURE A.8 – Corrélations entre les paramètres observationnels pertinents (la densité de la colonne d’hydrogène $N_{H,22}$, l’énergie thermique kT_{eff} , la masse M_{NS} , et la distance D_{kpc}) et avec les paramètres empiriques du modèle, pour la source M13.

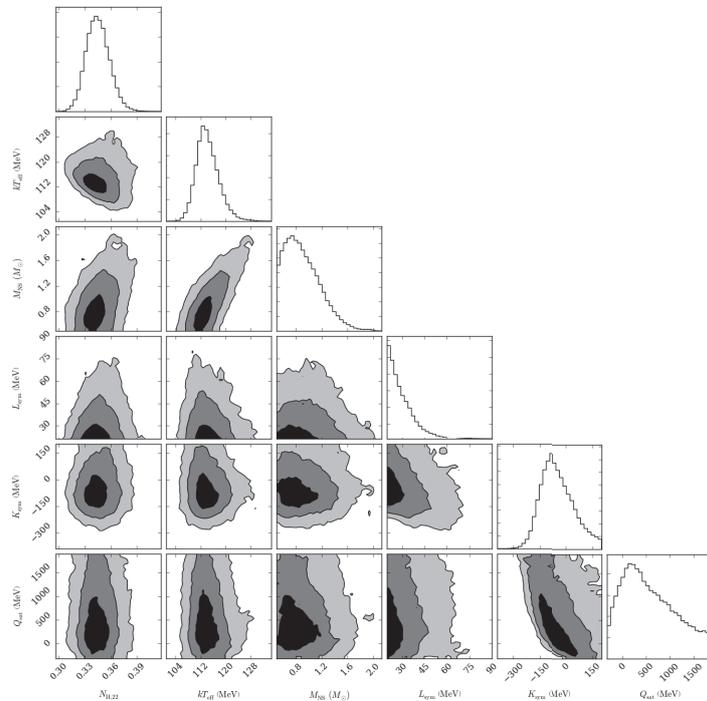


FIGURE A.9 – Corrélations entre les paramètres observationnels pertinents (la densité de la colonne d’hydrogène $N_{H,22}$, l’énergie thermique kT_{eff} , la masse M_{NS} , et la distance D_{kpc}) et avec les paramètres empiriques du modèle, pour la source M28.

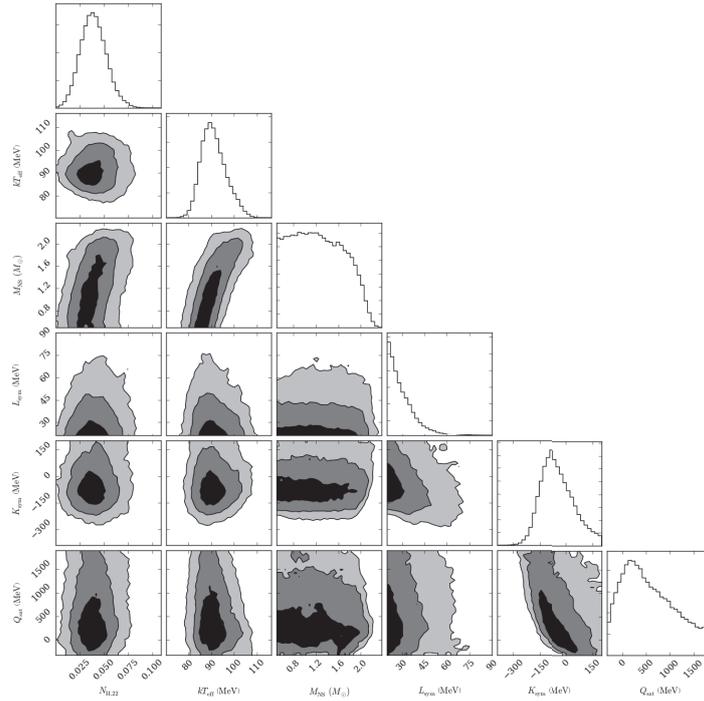


FIGURE A.10 – Corrélations entre les paramètres observationnels pertinents (la densité de la colonne d’hydrogène $N_{\text{H},22}$, l’énergie thermique kT_{eff} , la masse M_{NS} , et la distance D_{kpc}) et avec les paramètres empiriques du modèle, pour la source M30.

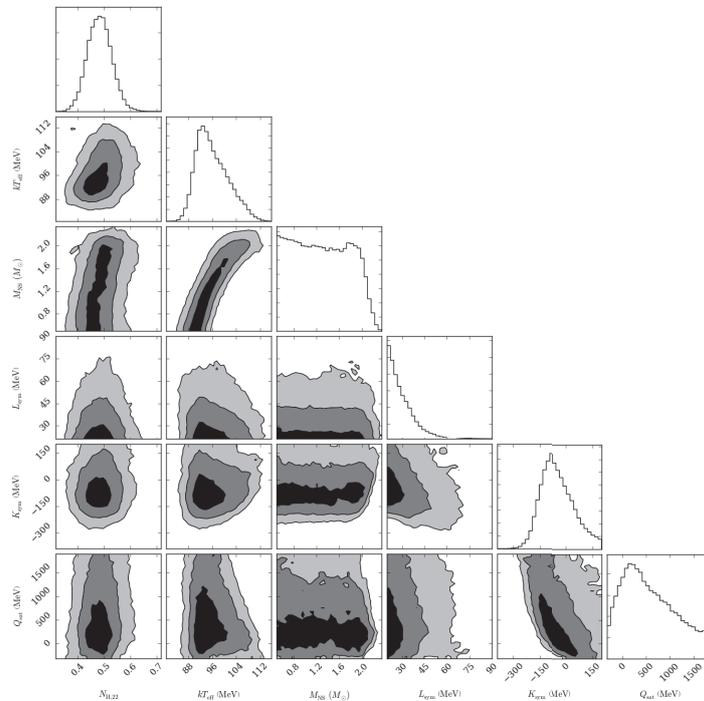


FIGURE A.11 – Corrélations entre les paramètres observationnels pertinents (la densité de la colonne d’hydrogène $N_{\text{H},22}$, l’énergie thermique kT_{eff} , la masse M_{NS} , et la distance D_{kpc}) et avec les paramètres empiriques du modèle, pour la source NGC6304.

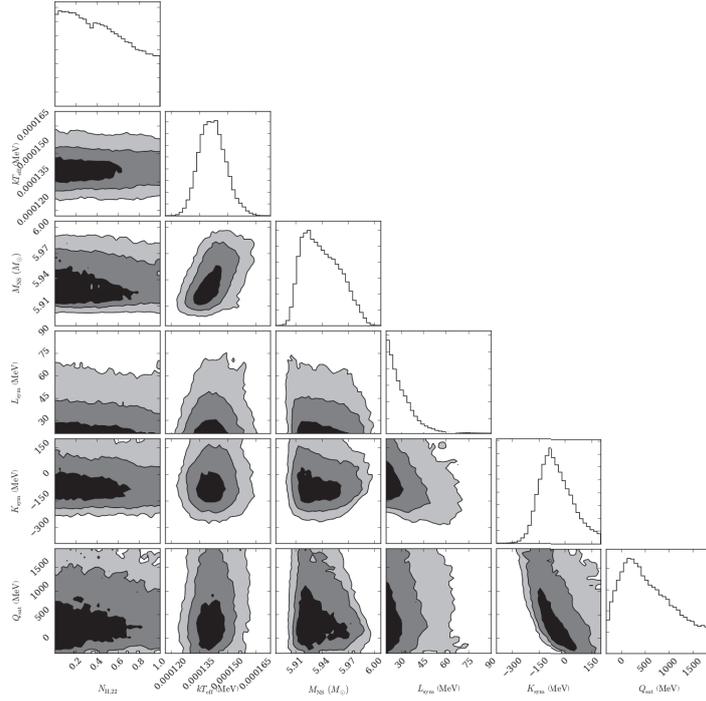


FIGURE A.12 – Corrélations entre les paramètres observationnels pertinents (la densité de la colonne d’hydrogène $N_{H,22}$, l’énergie thermique kT_{eff} , la masse M_{NS} , et la distance D_{kpc}) et avec les paramètres empiriques du modèle, pour la source NGC6397.

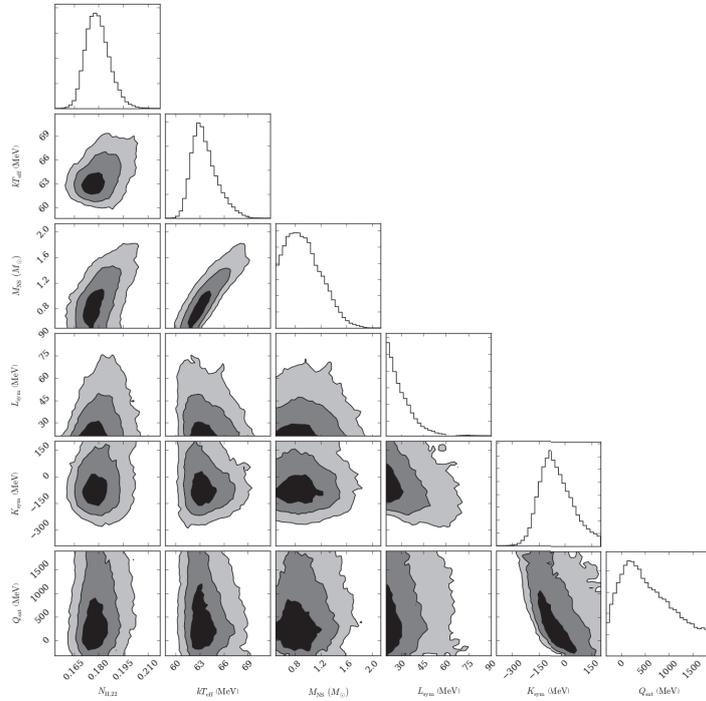


FIGURE A.13 – Corrélations entre les paramètres observationnels pertinents (la densité de la colonne d’hydrogène $N_{H,22}$, l’énergie thermique kT_{eff} , la masse M_{NS} , et la distance D_{kpc}) et avec les paramètres empiriques du modèle, pour la source ω Cen.

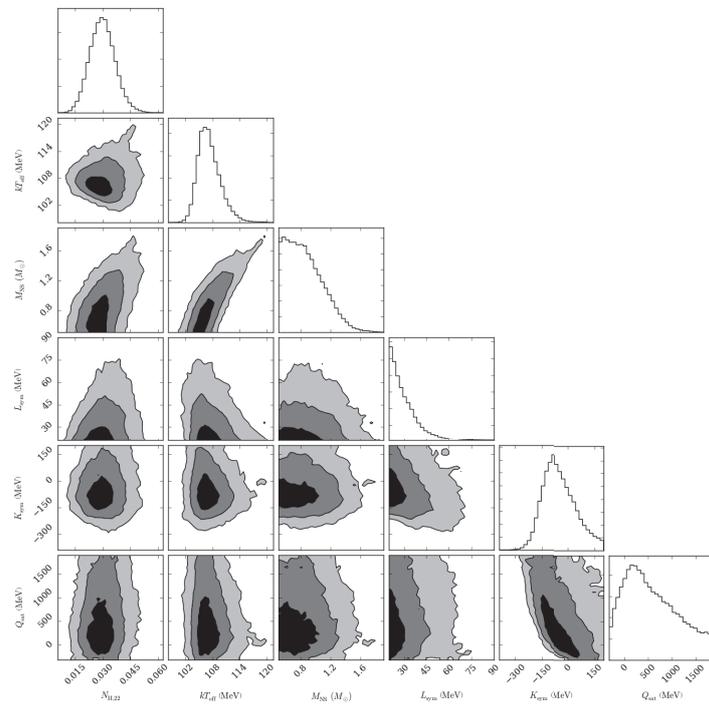


FIGURE A.14 – Corrélations entre les paramètres observationnels pertinents (la densité de la colonne d'hydrogène $N_{H,22}$, l'énergie thermique kT_{eff} , la masse M_{NS} , et la distance D_{kpc}) et avec les paramètres empiriques du modèle, pour la source 47Tuc.

A.3 Ajustement du méta-modèle aux données observationnelles en varier L_{sym} et K_{sym} , avec prior sur L_{sym}

Nous présentons dans cette annexe les figures correspondants à l'analyse effectuée dans la section 4.5.3.2. On représente sur les figures A.22 à A.28, les corrélations entre les différents paramètres observationnels pertinents (la densité de colonne d'hydrogène $N_{H,22}$, l'énergie thermique kT_{eff} , la masse M_{NS} , et la distance D_{kpc}) et avec les paramètres empiriques du modèle.

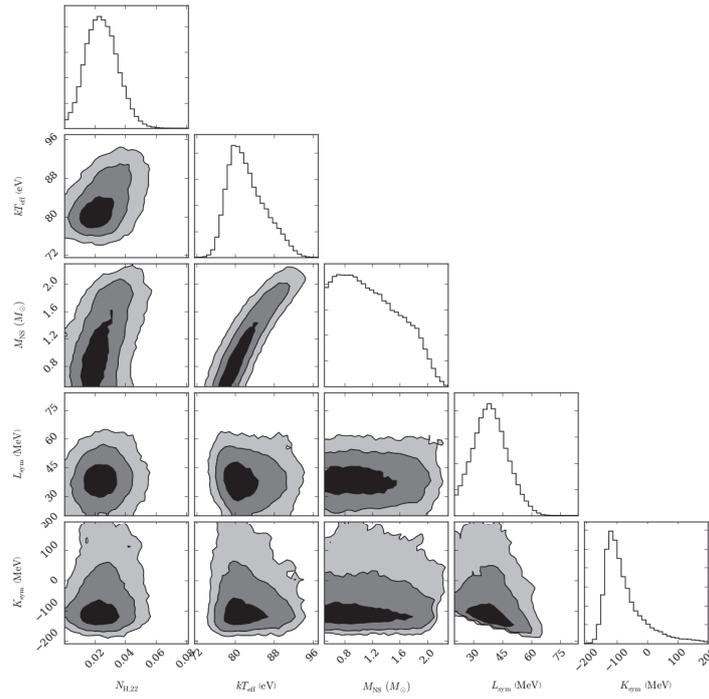


FIGURE A.15 – Corrélations entre les paramètres observationnels pertinents (la densité de la colonne d’hydrogène $N_{H,22}$, l’énergie thermique kT_{eff} , la masse M_{NS} , et la distance D_{kpc}) et avec les paramètres empiriques du modèle, pour la source M13.

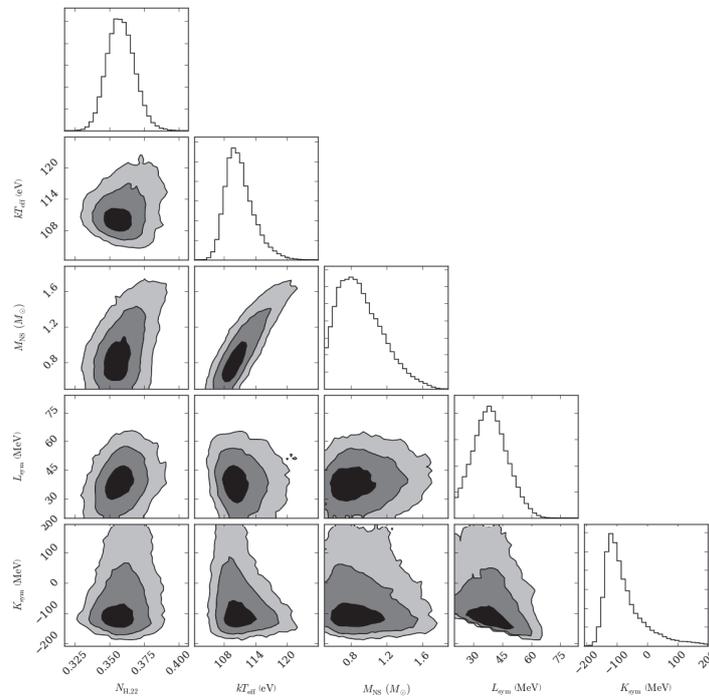


FIGURE A.16 – Corrélations entre les paramètres observationnels pertinents (la densité de la colonne d’hydrogène $N_{H,22}$, l’énergie thermique kT_{eff} , la masse M_{NS} , et la distance D_{kpc}) et avec les paramètres empiriques du modèle, pour la source M28.

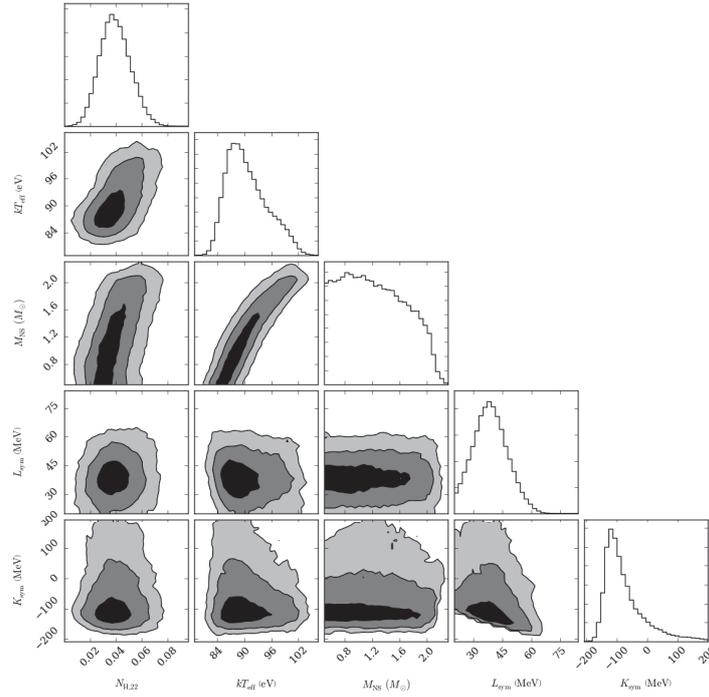


FIGURE A.17 – Corrélations entre les paramètres observationnels pertinents (la densité de la colonne d’hydrogène $N_{H,22}$, l’énergie thermique kT_{eff} , la masse M_{NS} , et la distance D_{kpc}) et avec les paramètres empiriques du modèle, pour la source M30.

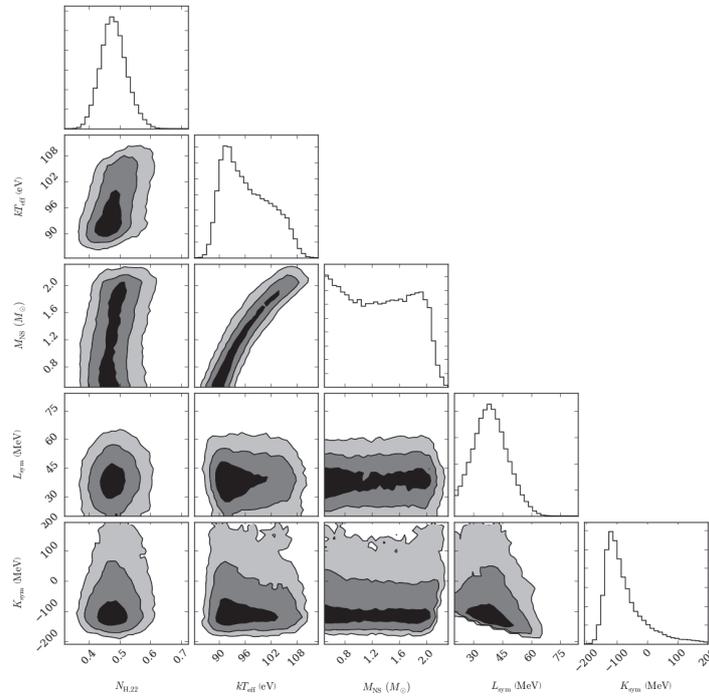


FIGURE A.18 – Corrélations entre les paramètres observationnels pertinents (la densité de la colonne d’hydrogène $N_{H,22}$, l’énergie thermique kT_{eff} , la masse M_{NS} , et la distance D_{kpc}) et avec les paramètres empiriques du modèle, pour la source NGC6304.

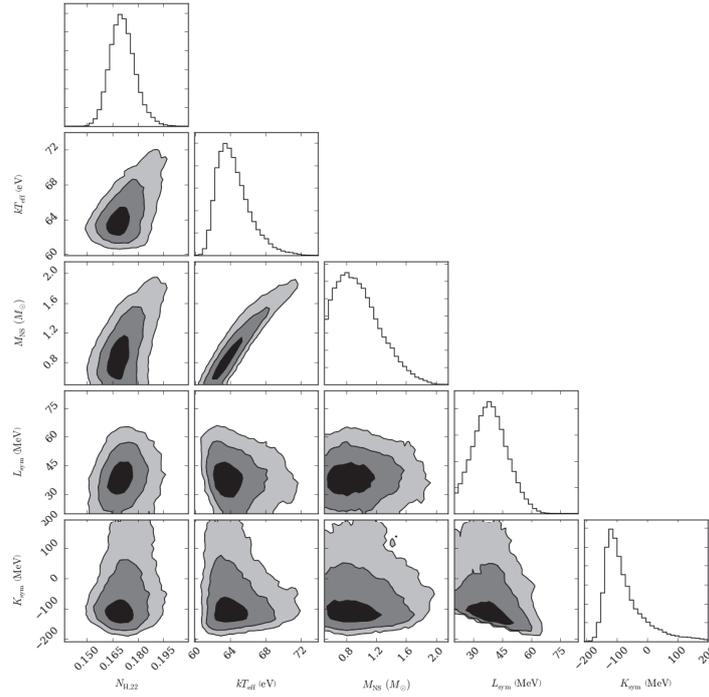


FIGURE A.19 – Corrélations entre les paramètres observationnels pertinents (la densité de la colonne d’hydrogène $N_{\text{H},22}$, l’énergie thermique kT_{eff} , la masse M_{NS} , et la distance D_{kpc}) et avec les paramètres empiriques du modèle, pour la source NGC6397.

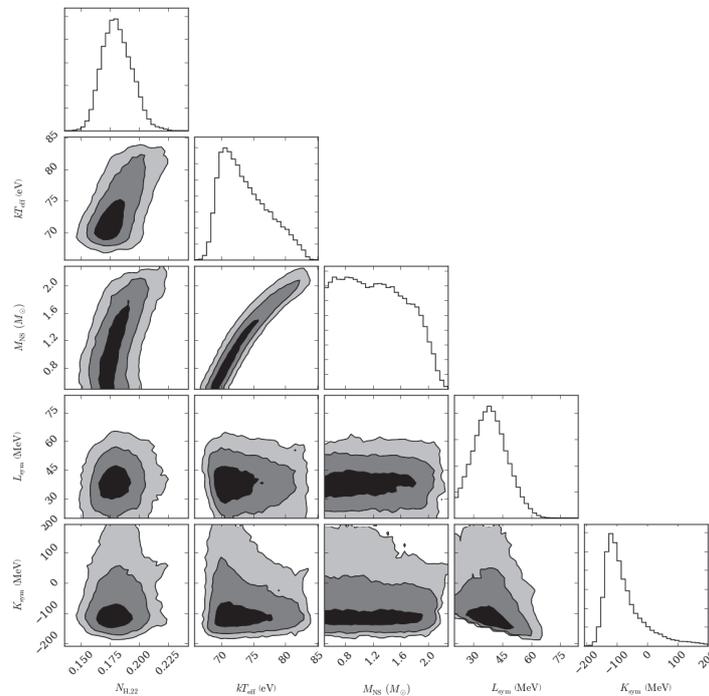


FIGURE A.20 – Corrélations entre les paramètres observationnels pertinents (la densité de la colonne d’hydrogène $N_{\text{H},22}$, l’énergie thermique kT_{eff} , la masse M_{NS} , et la distance D_{kpc}) et avec les paramètres empiriques du modèle, pour la source ω -Cen.

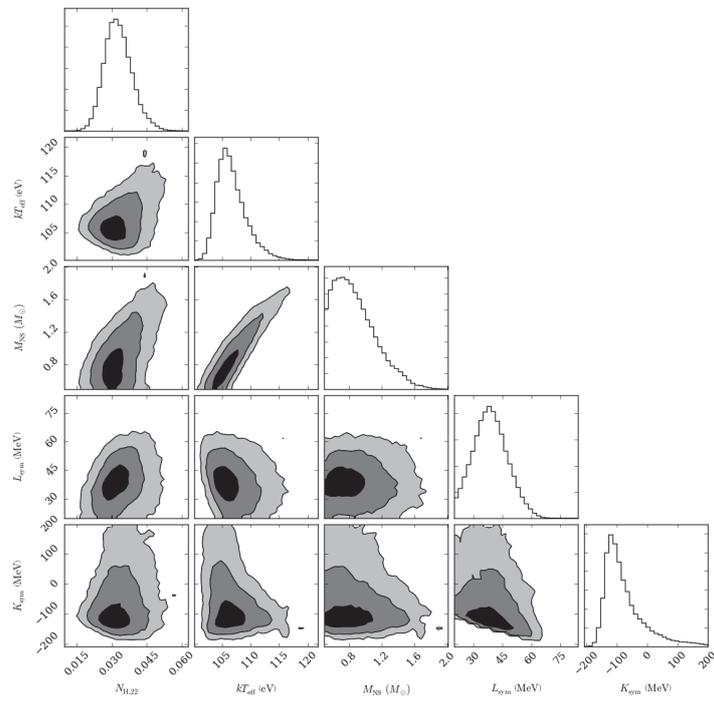


FIGURE A.21 – Corrélations entre les paramètres observationnels pertinents (la densité de la colonne d'hydrogène $N_{\text{H},22}$, l'énergie thermique kT_{eff} , la masse M_{NS} , et la distance D_{kpc}) et avec les paramètres empiriques du modèle, pour la source 47-Tuc.

A.4 Ajustement du méta-modèle aux données observationnelles en varier L_{sym} , K_{sym} et Q_{sat} , avec prior sur L_{sym}

Nous présentons dans cette annexe les figures correspondants à l'analyse effectuée dans la section 4.5.3.2. On représente sur les figures A.22 à A.28, les corrélations entre les différents paramètres observationnels pertinents (la densité de colonne d'hydrogène $N_{H,22}$, l'énergie thermique kT_{eff} , la masse M_{NS} , et la distance D_{kpc}) et avec les paramètres empiriques du modèle.

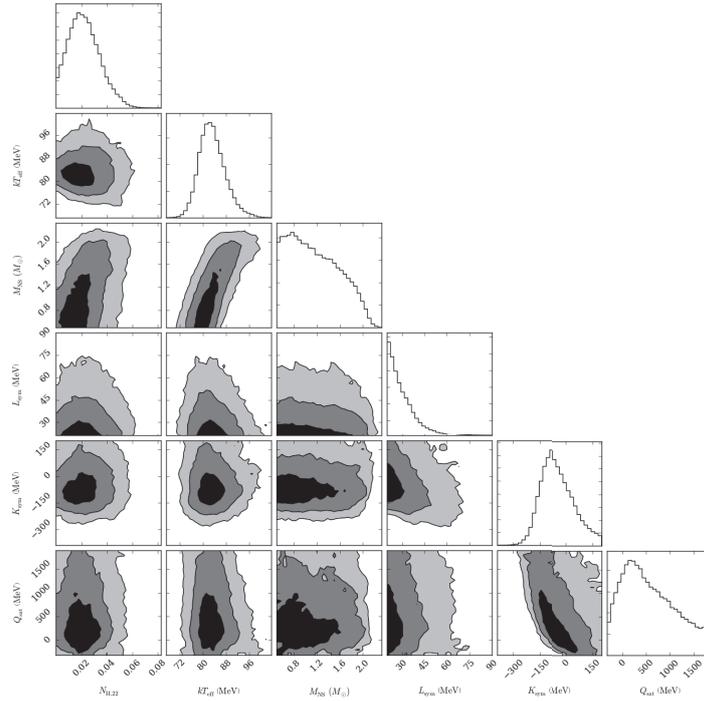


FIGURE A.22 – Corrélations entre les paramètres observationnels pertinents (la densité de la colonne d’hydrogène $N_{H,22}$, l’énergie thermique kT_{eff} , la masse M_{NS} , et la distance D_{kpc}) et avec les paramètres empiriques du modèle, pour la source M13.

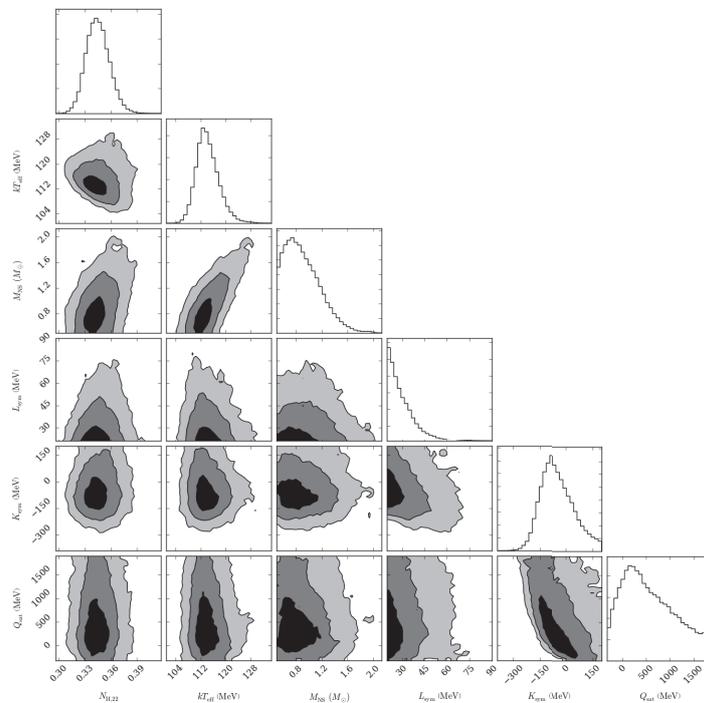


FIGURE A.23 – Corrélations entre les paramètres observationnels pertinents (la densité de la colonne d’hydrogène $N_{H,22}$, l’énergie thermique kT_{eff} , la masse M_{NS} , et la distance D_{kpc}) et avec les paramètres empiriques du modèle, pour la source M28.

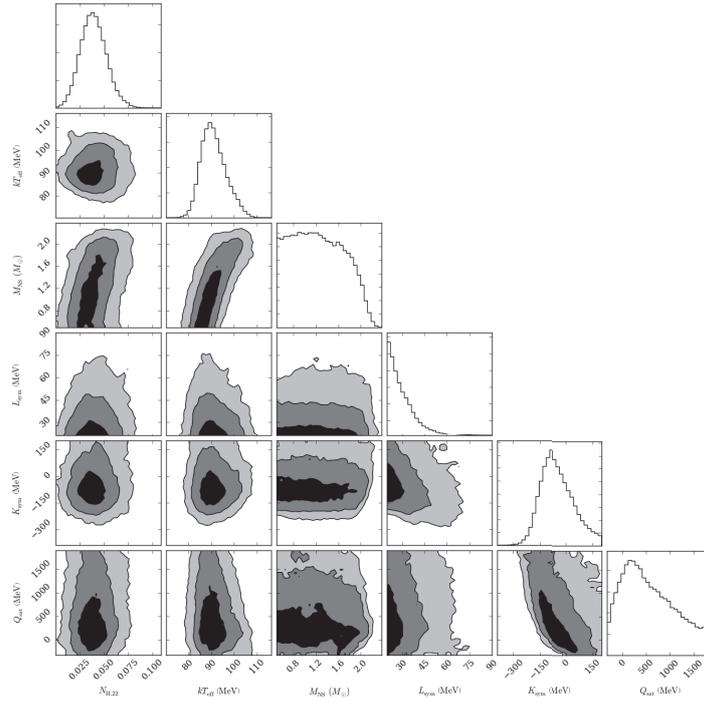


FIGURE A.24 – Corrélations entre les paramètres observationnels pertinents (la densité de la colonne d’hydrogène $N_{H,22}$, l’énergie thermique kT_{eff} , la masse M_{NS} , et la distance D_{kpc}) et avec les paramètres empiriques du modèle, pour la source M30.

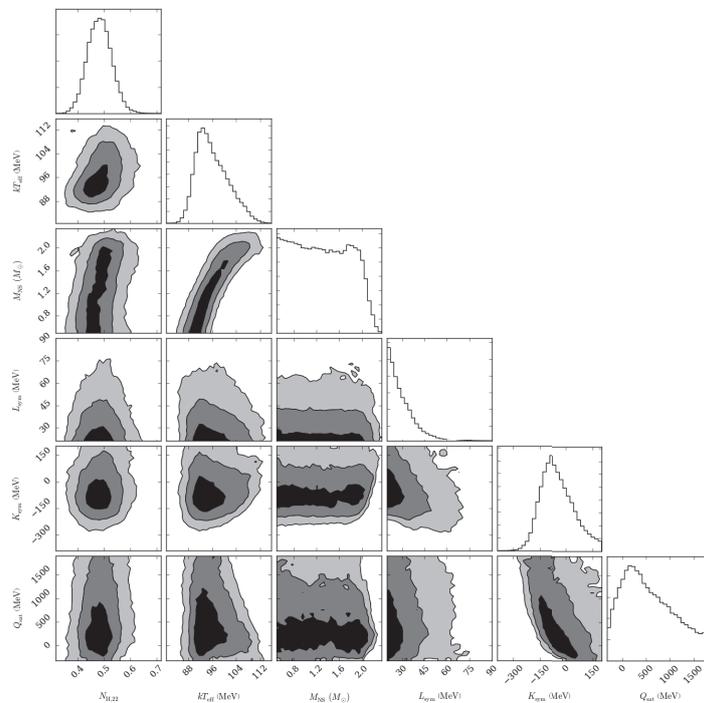


FIGURE A.25 – Corrélations entre les paramètres observationnels pertinents (la densité de la colonne d’hydrogène $N_{H,22}$, l’énergie thermique kT_{eff} , la masse M_{NS} , et la distance D_{kpc}) et avec les paramètres empiriques du modèle, pour la source NGC6304.

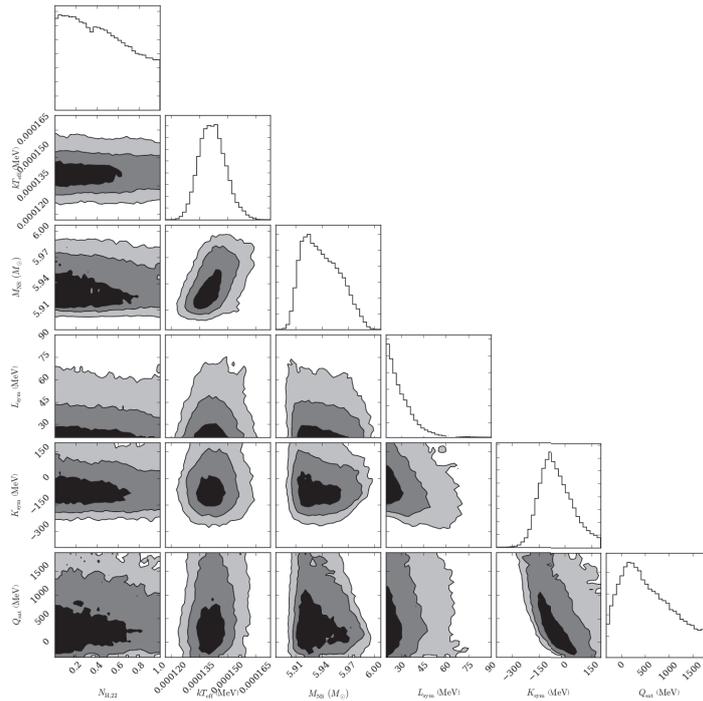


FIGURE A.26 – Corrélations entre les paramètres observationnels pertinents (la densité de la colonne d’hydrogène $N_{H,22}$, l’énergie thermique kT_{eff} , la masse M_{NS} , et la distance D_{kpc}) et avec les paramètres empiriques du modèle, pour la source NGC6397.

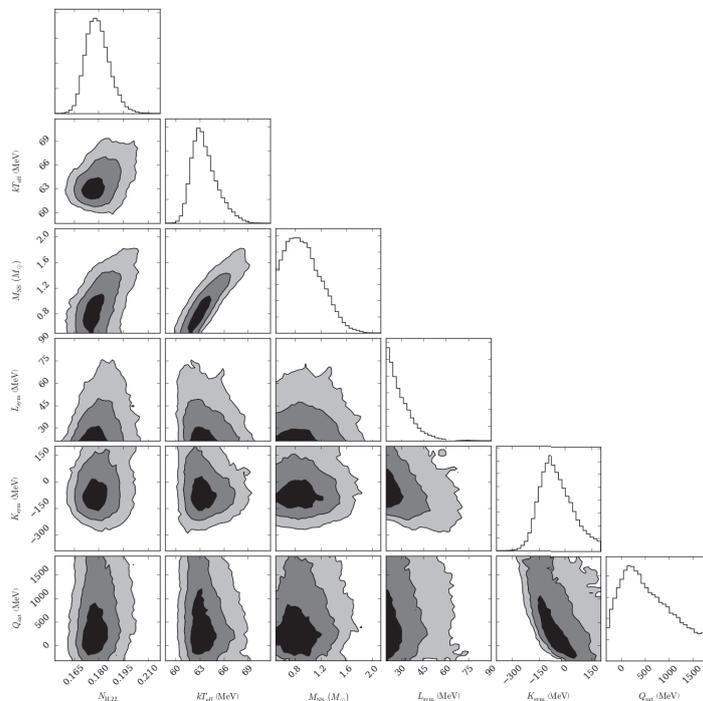


FIGURE A.27 – Corrélations entre les paramètres observationnels pertinents (la densité de la colonne d’hydrogène $N_{H,22}$, l’énergie thermique kT_{eff} , la masse M_{NS} , et la distance D_{kpc}) et avec les paramètres empiriques du modèle, pour la source ω -Cen.

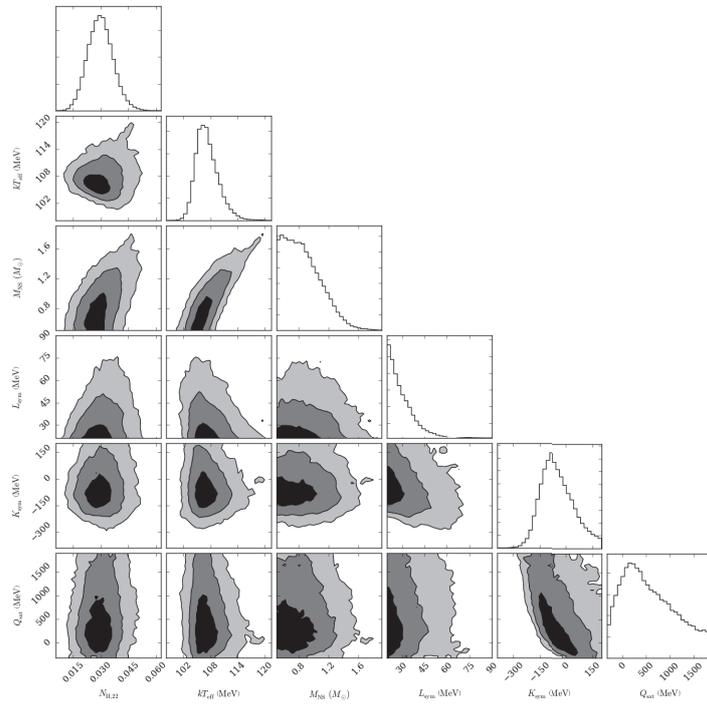


FIGURE A.28 – Corrélations entre les paramètres observationnels pertinents (la densité de la colonne d'hydrogène $N_{H,22}$, l'énergie thermique kT_{eff} , la masse M_{NS} , et la distance D_{kpc}) et avec les paramètres empiriques du modèle, pour la source 47-Tuc.

A.5 Ajustement du méta-modèle aux données observationnelles en considérant des incertudes à 3σ sur les mesures de distances

Nous présentons dans cette annexe les figures correspondants à l'analyse effectuée dans la section 4.5.3.3. On représente sur les figures A.29 à A.35, les corrélations entre les différents paramètres observationnels pertinents (la densité de colonne d'hydrogène $N_{H,22}$, l'énergie thermique kT_{eff} , la masse M_{NS} , et la distance D_{kpc}) et avec les paramètres empiriques du modèle.

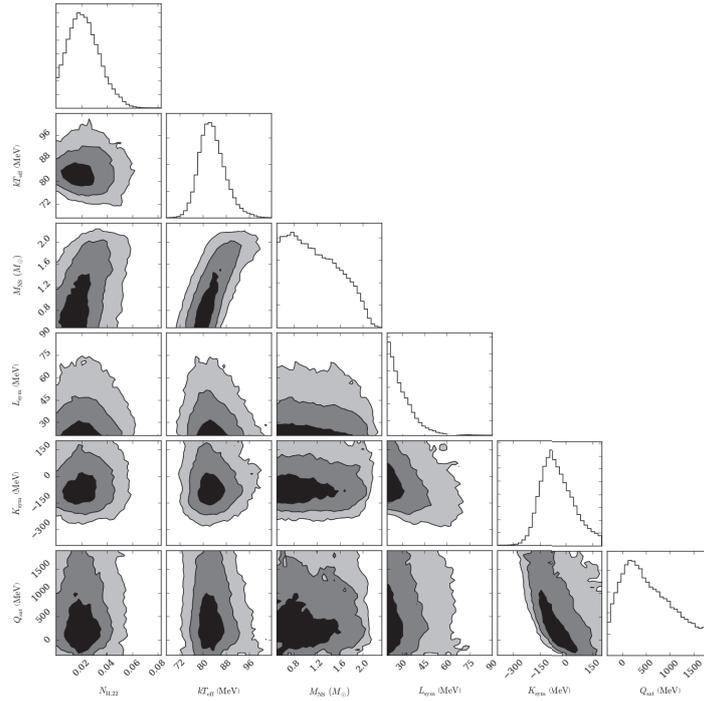


FIGURE A.29 – Corrélations entre les paramètres observationnels pertinents (la densité de la colonne d’hydrogène $N_{H,22}$, l’énergie thermique kT_{eff} , la masse M_{NS} , et la distance D_{kpc}) et avec les paramètres empiriques du modèle, pour la source M13.

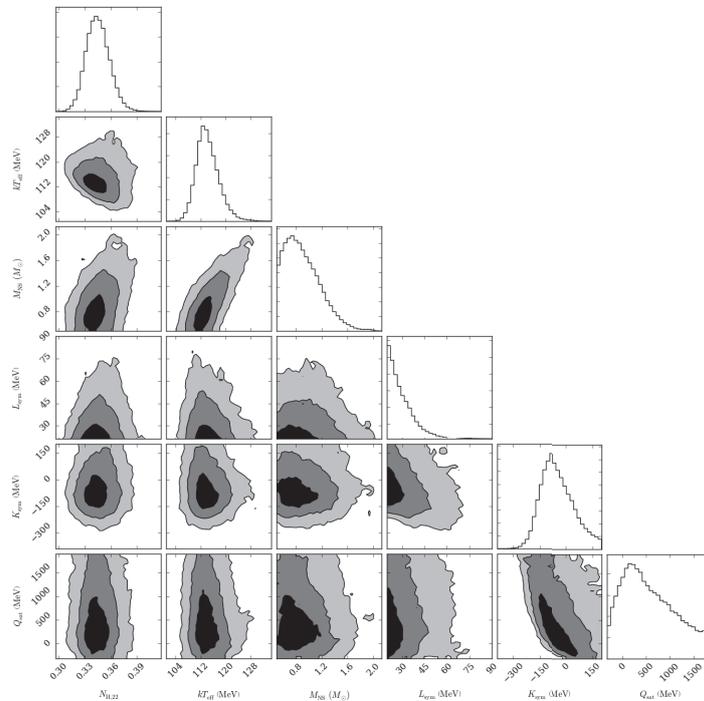


FIGURE A.30 – Corrélations entre les paramètres observationnels pertinents (la densité de la colonne d’hydrogène $N_{H,22}$, l’énergie thermique kT_{eff} , la masse M_{NS} , et la distance D_{kpc}) et avec les paramètres empiriques du modèle, pour la source M28.

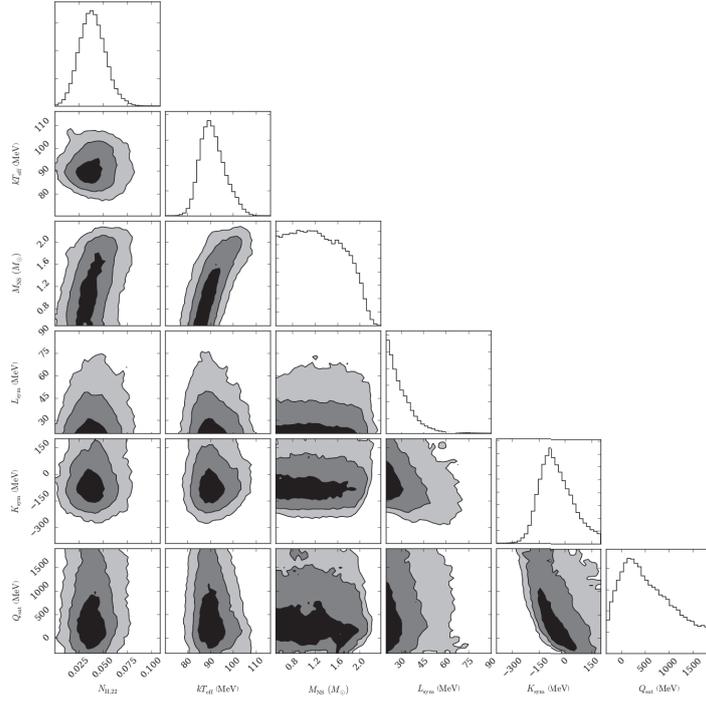


FIGURE A.31 – Corrélations entre les paramètres observationnels pertinents (la densité de la colonne d’hydrogène $N_{H,22}$, l’énergie thermique kT_{eff} , la masse M_{NS} , et la distance D_{kpc}) et avec les paramètres empiriques du modèle, pour la source M30.

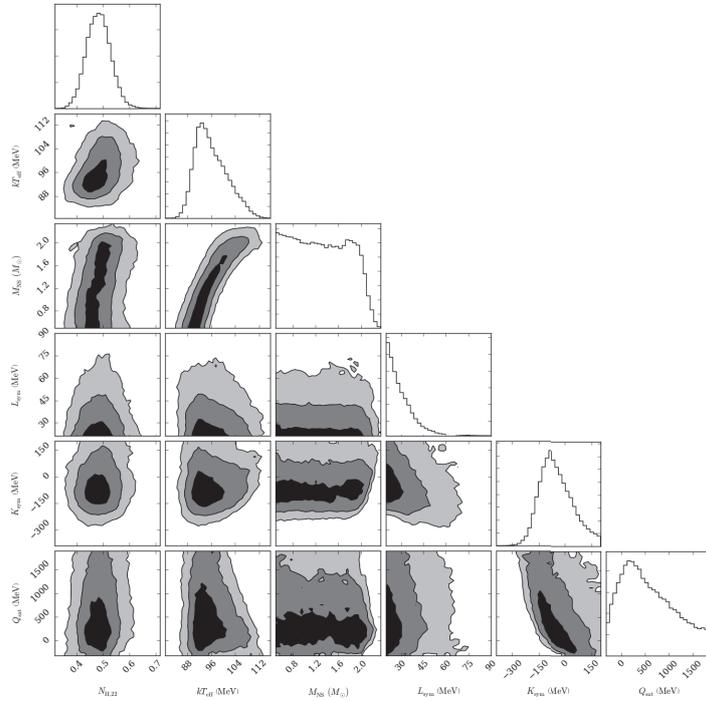


FIGURE A.32 – Corrélations entre les paramètres observationnels pertinents (la densité de la colonne d’hydrogène $N_{H,22}$, l’énergie thermique kT_{eff} , la masse M_{NS} , et la distance D_{kpc}) et avec les paramètres empiriques du modèle, pour la source NGC6304.

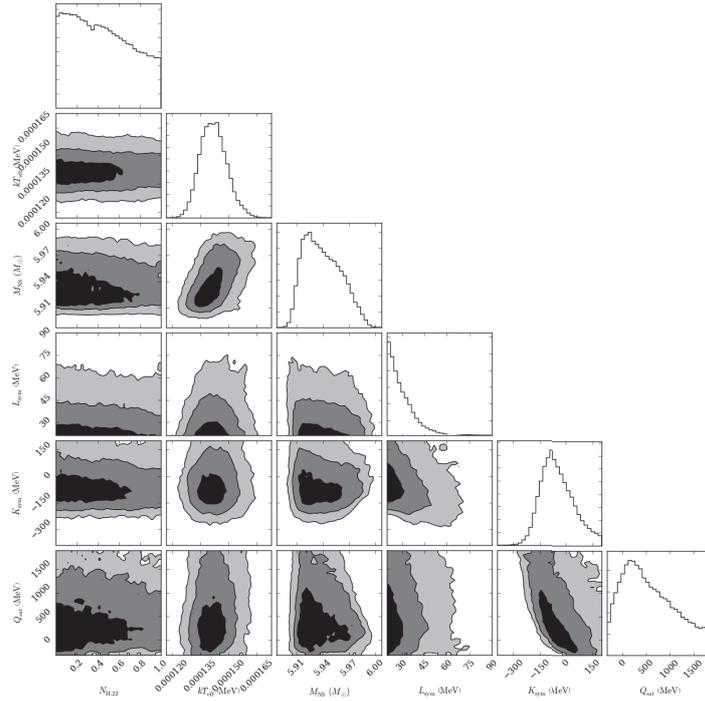


FIGURE A.33 – Corrélations entre les paramètres observationnels pertinents (la densité de la colonne d’hydrogène $N_{H,22}$, l’énergie thermique kT_{eff} , la masse M_{NS} , et la distance D_{kpc}) et avec les paramètres empiriques du modèle, pour la source NGC6397.

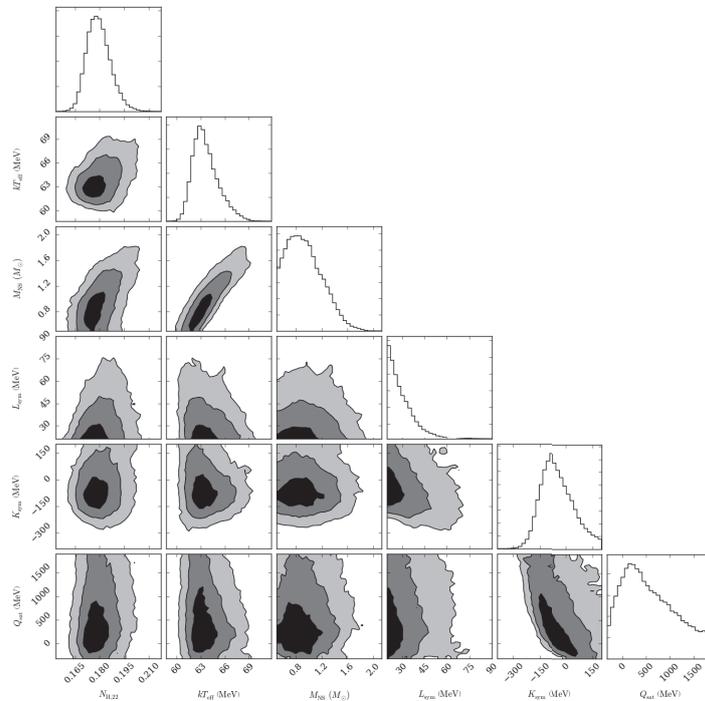


FIGURE A.34 – Corrélations entre les paramètres observationnels pertinents (la densité de la colonne d’hydrogène $N_{H,22}$, l’énergie thermique kT_{eff} , la masse M_{NS} , et la distance D_{kpc}) et avec les paramètres empiriques du modèle, pour la source ω -Cen.

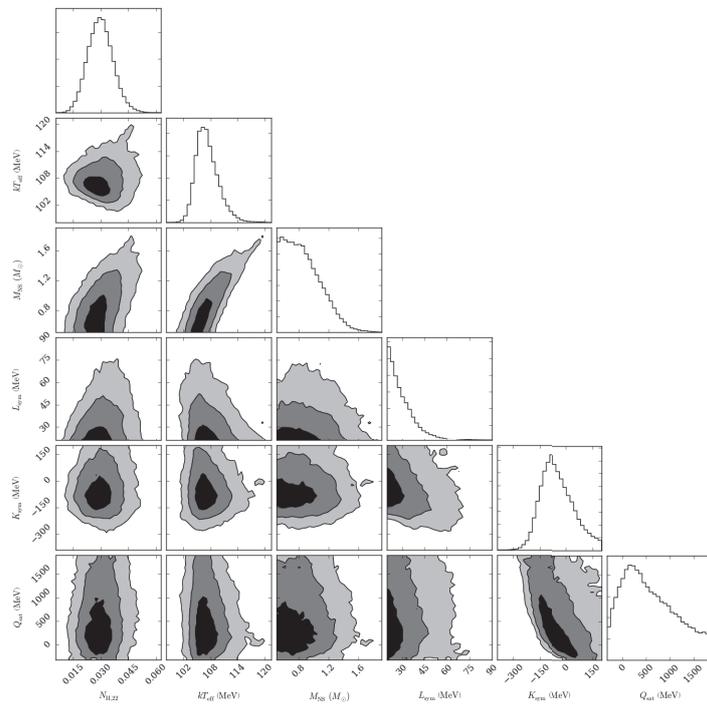


FIGURE A.35 – Corrélations entre les paramètres observationnels pertinents (la densité de la colonne d'hydrogène $N_{H,22}$, l'énergie thermique kT_{eff} , la masse M_{NS} , et la distance D_{kpc}) et avec les paramètres empiriques du modèle, pour la source 47-Tuc.

A.6 Ajustement du méta-modèle aux données observationnelles en ne considérant que les sources avec une distribution de masse piquée

Nous présentons dans cette annexe les figures correspondants à l'analyse effectuée dans la section 4.6.2.1. On représente sur les figures A.36 à A.39, les corrélations entre les différents paramètres observationnels pertinents (la densité de colonne d'hydrogène $N_{H,22}$, l'énergie thermique kT_{eff} , la masse M_{NS} , et la distance D_{kpc}) et avec les paramètres empiriques du modèle.

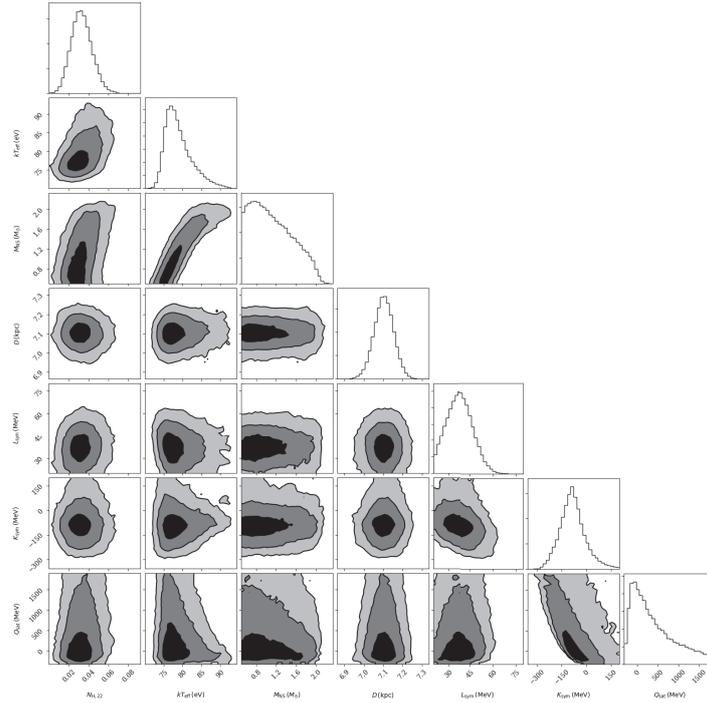


FIGURE A.36 – Corrélations entre les paramètres observationnels pertinents (la densité de la colonne d’hydrogène $N_{H,22}$, l’énergie thermique kT_{eff} , la masse M_{NS} , et la distance D_{kpc}) et avec les paramètres empiriques du modèle, pour la source M13.

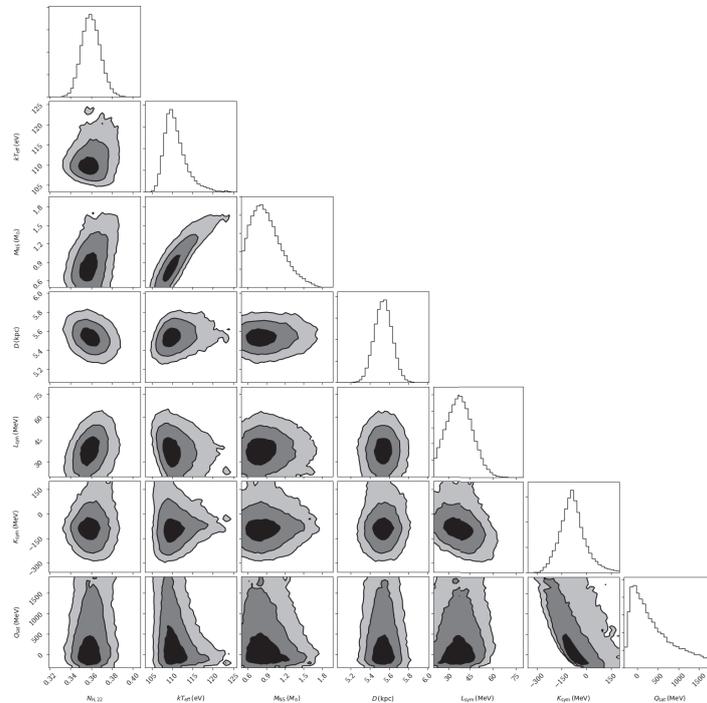


FIGURE A.37 – Corrélations entre les paramètres observationnels pertinents (la densité de la colonne d’hydrogène $N_{H,22}$, l’énergie thermique kT_{eff} , la masse M_{NS} , et la distance D_{kpc}) et avec les paramètres empiriques du modèle, pour la source M28.

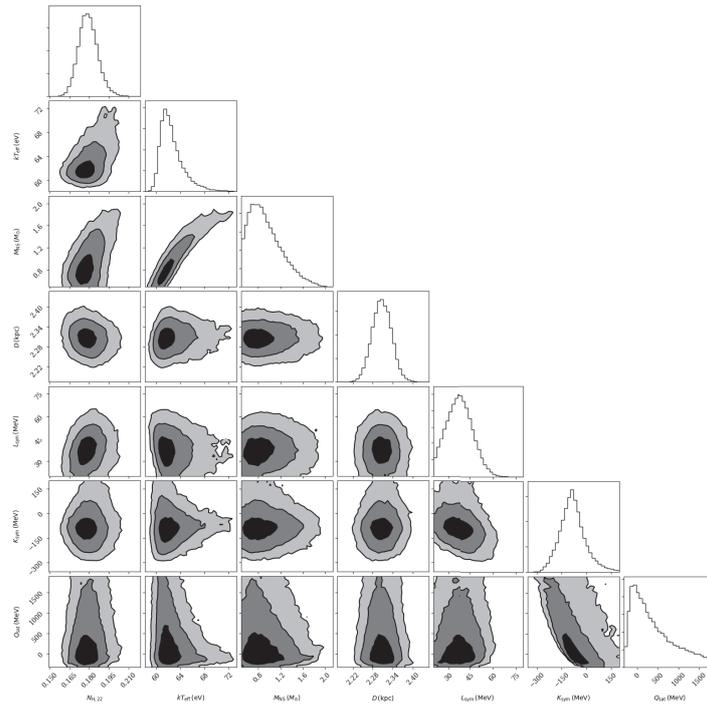


FIGURE A.38 – Corrélations entre les paramètres observationnels pertinents (la densité de la colonne d'hydrogène $N_{H,22}$, l'énergie thermique kT_{eff} , la masse M_{NS} , et la distance D_{kpc}) et avec les paramètres empiriques du modèle, pour la source NGC6397.

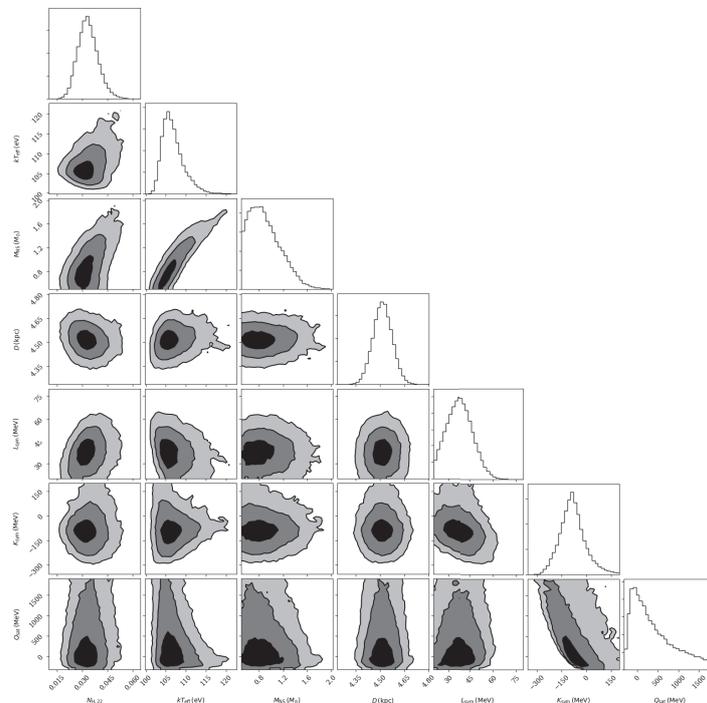


FIGURE A.39 – Corrélations entre les paramètres observationnels pertinents (la densité de la colonne d'hydrogène $N_{H,22}$, l'énergie thermique kT_{eff} , la masse M_{NS} , et la distance D_{kpc}) et avec les paramètres empiriques du modèle, pour la source 47-Tuc.

A.7 Ajustement du méta-modèle aux données observationnelles en ne considérant que les sources avec une distribution de masse relativement uniforme

Nous présentons dans cette annexe les figures correspondants à l'analyse effectuée dans la section 4.6.2.2. On représente sur les figures A.22 à A.28, les corrélations entre les différents paramètres observationnels pertinents (la densité de colonne d'hydrogène $N_{H,22}$, l'énergie thermique kT_{eff} , la masse M_{NS} , et la distance D_{kpc}) et avec les paramètres empiriques du modèle.

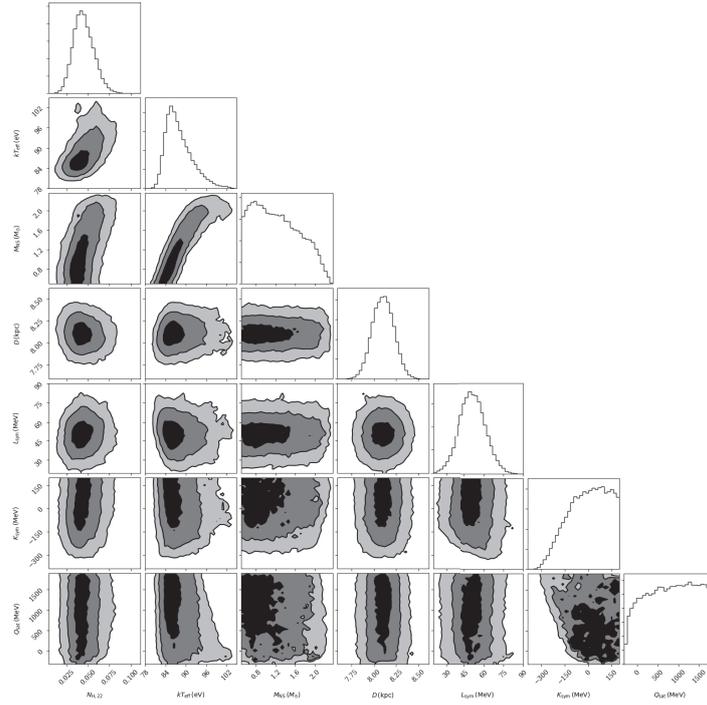


FIGURE A.40 – Corrélations entre les paramètres observationnels pertinents (la densité de la colonne d’hydrogène $N_{H,22}$, l’énergie thermique kT_{eff} , la masse M_{NS} , et la distance D_{kpc}) et avec les paramètres empiriques du modèle, pour la source M30.

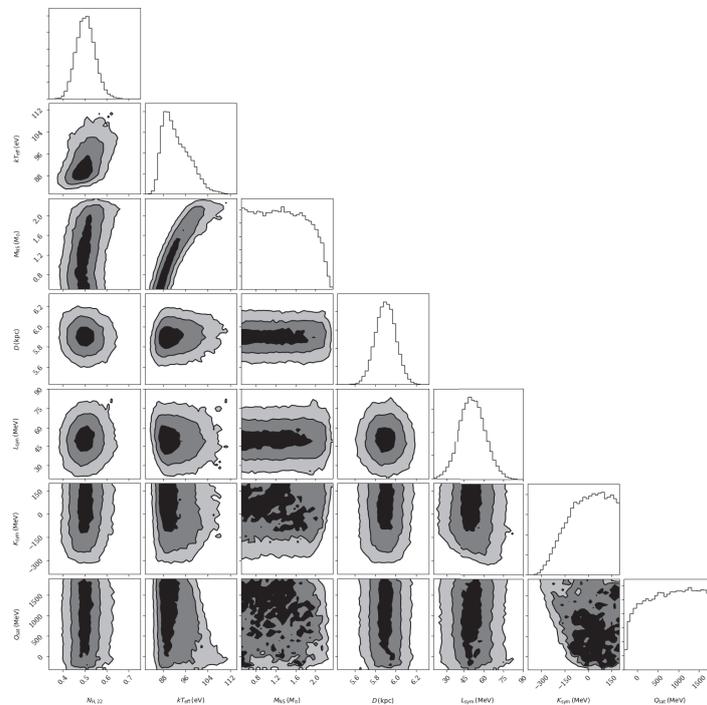


FIGURE A.41 – Corrélations entre les paramètres observationnels pertinents (la densité de la colonne d’hydrogène $N_{H,22}$, l’énergie thermique kT_{eff} , la masse M_{NS} , et la distance D_{kpc}) et avec les paramètres empiriques du modèle, pour la source NGC6304.

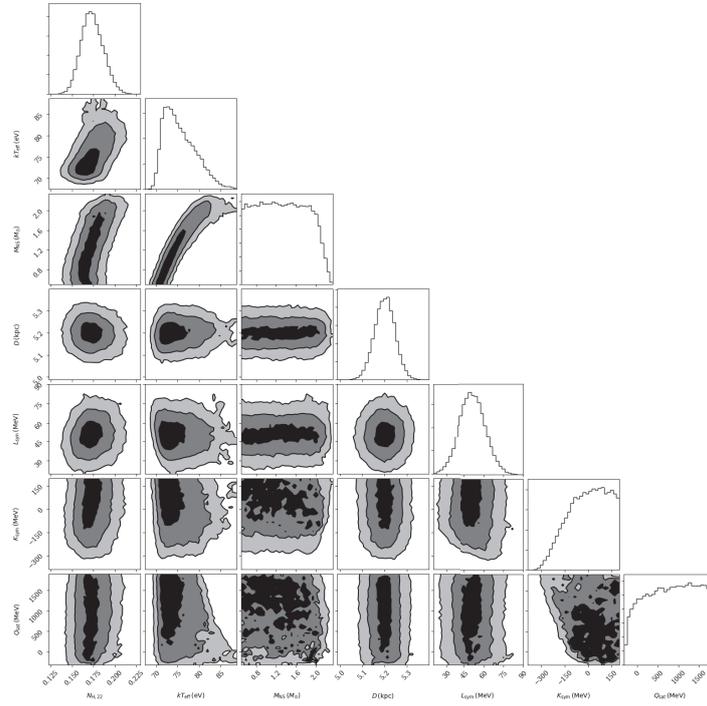


FIGURE A.42 – Corrélations entre les paramètres observationnels pertinents (la densité de la colonne d’hydrogène $N_{H,22}$, l’énergie thermique kT_{eff} , la masse M_{NS} , et la distance D_{kpc}) et avec les paramètres empiriques du modèle, pour la source ω -Cen.

A.8 Ajustement du méta-modèle aux données observationnelles en utilisant les nouvelles mesures de distances du catalogue Gaia DR2

Nous présentons dans cette annexe les figures correspondants à l'analyse effectuée dans la section 4.6.2.3. On représente sur les figures A.43 à A.49, les corrélations entre les différents paramètres observationnels pertinents (la densité de colonne d'hydrogène $N_{H,22}$, l'énergie thermique kT_{eff} , la masse M_{NS} , et la distance D_{kpc}) et avec les paramètres empiriques du modèle.

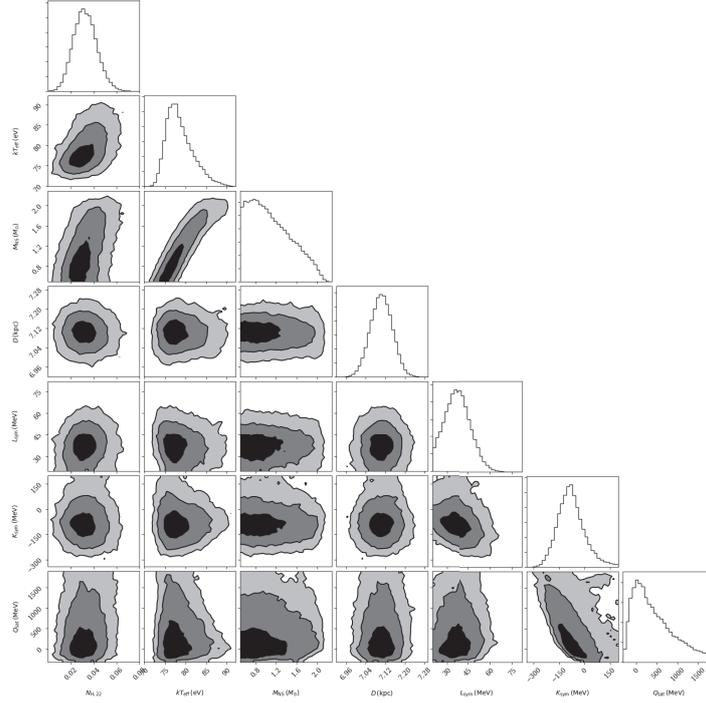


FIGURE A.43 – Corrélations entre les paramètres observationnels pertinents (la densité de la colonne d’hydrogène $N_{H,22}$, l’énergie thermique kT_{eff} , la masse M_{NS} , et la distance D_{kpc}) et avec les paramètres empiriques du modèle, pour la source M13.

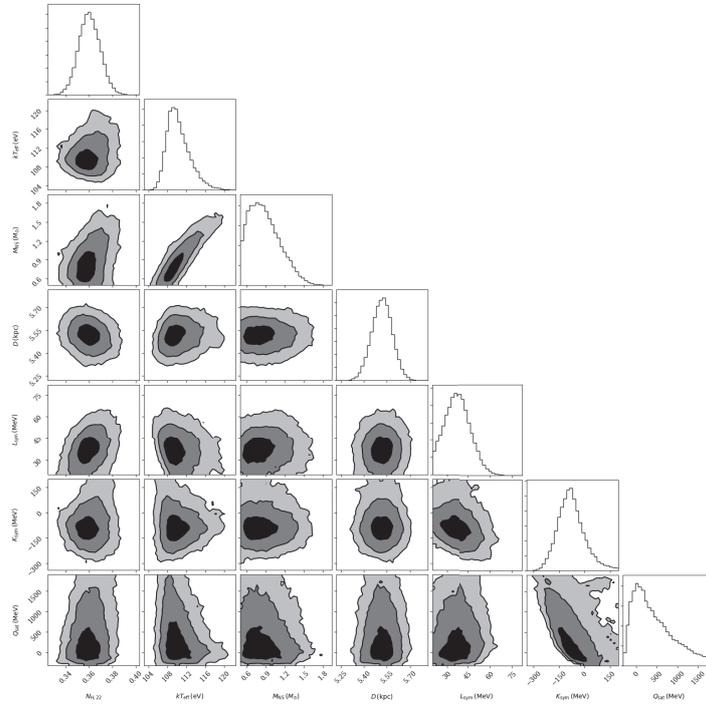


FIGURE A.44 – Corrélations entre les paramètres observationnels pertinents (la densité de la colonne d’hydrogène $N_{H,22}$, l’énergie thermique kT_{eff} , la masse M_{NS} , et la distance D_{kpc}) et avec les paramètres empiriques du modèle, pour la source M28.

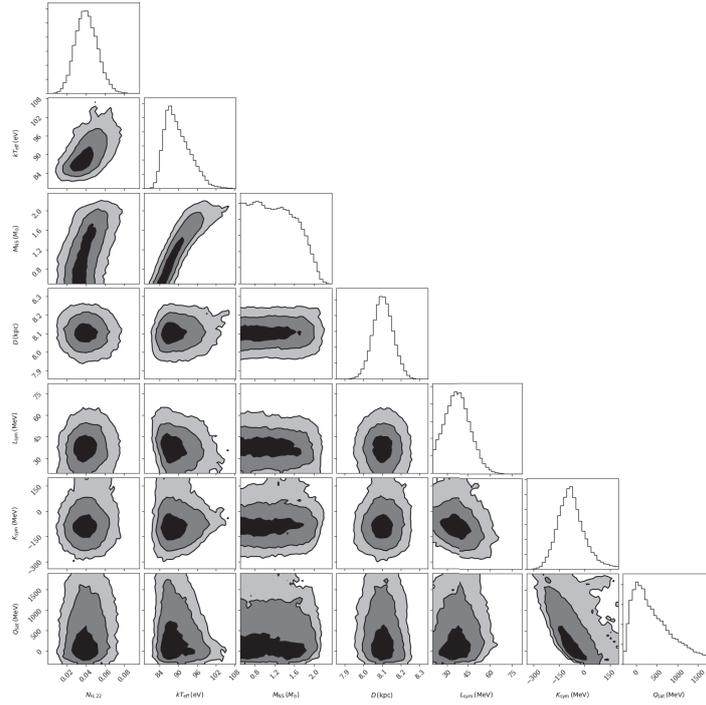


FIGURE A.45 – Corrélations entre les paramètres observationnels pertinents (la densité de la colonne d’hydrogène $N_{H,22}$, l’énergie thermique kT_{eff} , la masse M_{NS} , et la distance D_{kpc}) et avec les paramètres empiriques du modèle, pour la source M30.

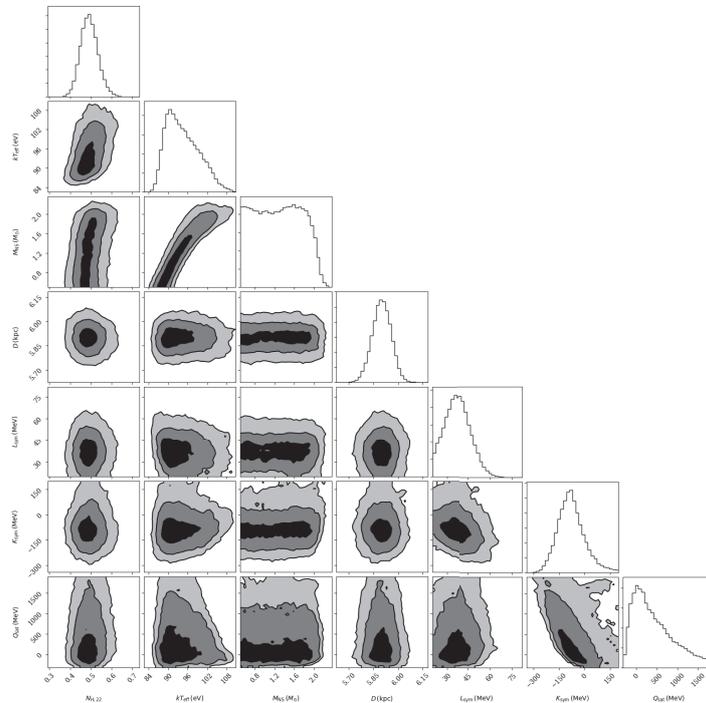


FIGURE A.46 – Corrélations entre les paramètres observationnels pertinents (la densité de la colonne d’hydrogène $N_{H,22}$, l’énergie thermique kT_{eff} , la masse M_{NS} , et la distance D_{kpc}) et avec les paramètres empiriques du modèle, pour la source NGC6304.

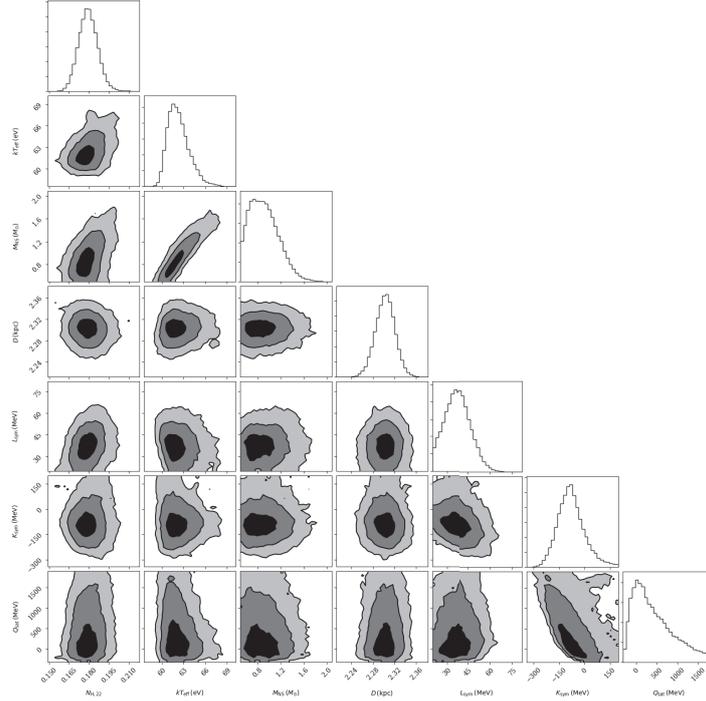


FIGURE A.47 – Corrélations entre les paramètres observationnels pertinents (la densité de la colonne d’hydrogène $N_{H,22}$, l’énergie thermique kT_{eff} , la masse M_{NS} , et la distance D_{kpc}) et avec les paramètres empiriques du modèle, pour la source NGC6397.

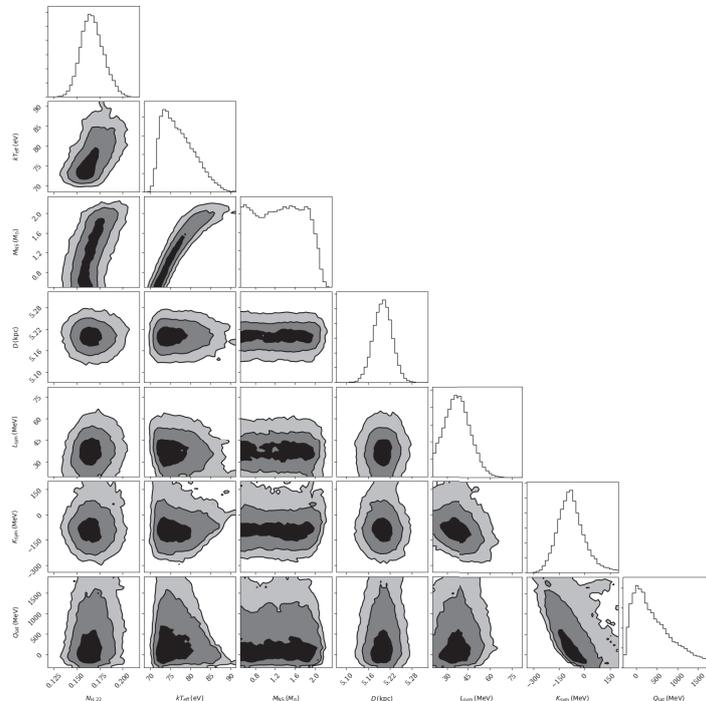


FIGURE A.48 – Corrélations entre les paramètres observationnels pertinents (la densité de la colonne d’hydrogène $N_{H,22}$, l’énergie thermique kT_{eff} , la masse M_{NS} , et la distance D_{kpc}) et avec les paramètres empiriques du modèle, pour la source ω -Cen.

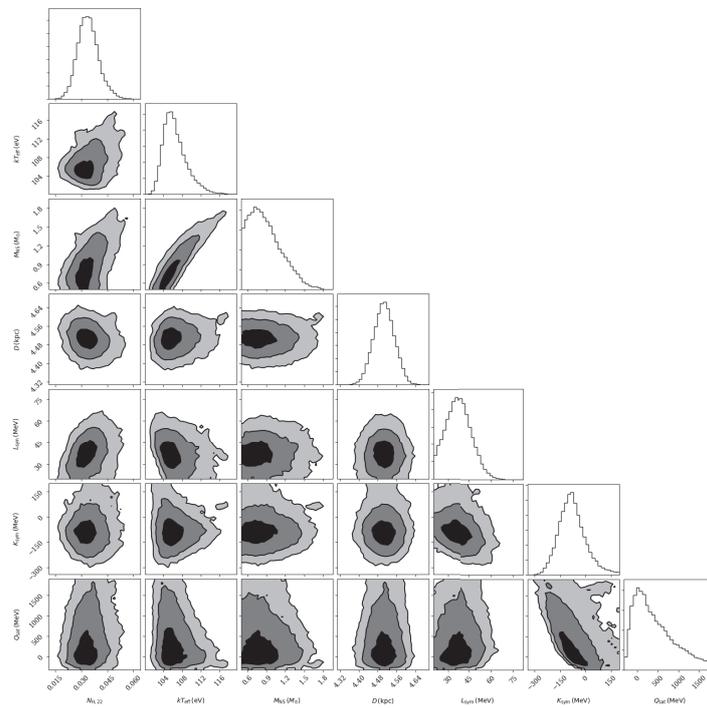


FIGURE A.49 – Corrélations entre les paramètres observationnels pertinents (la densité de la colonne d'hydrogène $N_{H,22}$, l'énergie thermique kT_{eff} , la masse M_{NS} , et la distance D_{kpc}) et avec les paramètres empiriques du modèle, pour la source 47-Tuc.

"Oui... c'est pas faux."
Alexandre Astier.

Bibliographie

- [Abbott et al., 2017] Abbott, B. P., Abbott, R., Abbott, T. D., Acernese, F., Ackley, K., Adams, C., Adams, T., Addesso, P., Adhikari, R. X., Adya, V. B., and et al. (2017). GW170817 : Observation of Gravitational Waves from a Binary Neutron Star Inspiral. *Physical Review Letters*, 119(16) :161101.
- [Abbott et al., 2016] Abbott, B. P. et al. (2016). Observation of gravitational waves from a binary black hole merger. *Phys. Rev. Lett.*, 116 :061102.
- [Abrahamyan et al., 2012] Abrahamyan, S. et al. (2012). Measurement of the Neutron Radius of Pb208 through Parity Violation in Electron Scattering. *Physical Review Letters*, 108(11) :112502.
- [Alam et al., 2014] Alam, N., Agrawal, B. K., De, J. N., Samaddar, S. K., and Colò, G. (2014). Equation of state of nuclear matter from empirical constraints. *Phys. Rev. C*, 90 :054317.
- [Alam et al., 2016] Alam, N., Agrawal, B. K., Fortin, M., Pais, H., Providência, C., Raduta, A. R., and Sulaksono, A. (2016). Strong correlations of neutron star radii with the slopes of nuclear matter incompressibility and symmetry energy at saturation. *Phys. Rev. C*, 94 :052801.
- [Alcock and Illarionov, 1980] Alcock, C. and Illarionov, A. (1980). The surface chemistry of stars. I - Diffusion of heavy ions in white dwarf envelopes. II - Fractionated accretion of interstellar matter. *ApJ*, 235 :534–553.
- [Alford et al., 2005] Alford, M., Braby, M., Paris, M., and Reddy, S. (2005). Hybrid Stars that Masquerade as Neutron Stars. *ApJ*, 629 :969–978.
- [Alpar et al., 1982] Alpar, M. A., Cheng, A. F., Ruderman, M. A., and Shaham, J. (1982). A new class of radio pulsars. *Nat.*, 300 :728–730.
- [Annala et al., 2018] Annala, E., Gorda, T., Kurkela, A., and Vuorinen, A. (2018). Gravitational-wave constraints on the neutron-star-matter equation of state. *Phys. Rev. Lett.*, 120 :172703.
- [Antoniadis et al., 2013] Antoniadis, J., Freire, P. C. C., Wex, N., Tauris, T. M., Lynch, R. S., van Kerkwijk, M. H., Kramer, M., Bassa, C., Dhillon, V. S., Driebe, T., Hessels, J. W. T., Kaspi, V. M., Kondratiev, V. I., Langer, N., Marsh, T. R., McLaughlin, M. A., Pennucci, T. T., Ransom, S. M., Stairs, I. H., van Leeuwen, J., Verbiest, J. P. W., and Whelan, D. G. (2013). A Massive Pulsar in a Compact Relativistic Binary. *Science*, 340 :448.
- [Antonov et al., 2016] Antonov, A. N., Gaidarov, M. K., Sarriguren, P., and Moya de Guerra, E. (2016). Volume and surface contributions to the nuclear symmetry energy within the coherent density fluctuation model. *Physical Review C*, 94(1) :014319.
- [Arnaud, 1996] Arnaud, K. A. (1996). XSPEC : The First Ten Years. In Jacoby, G. H. and Barnes, J., editors, *Astronomical Data Analysis Software and Systems V*, volume 101 of *Astronomical Society of the Pacific Conference Series*, page 17.

- [Arnett, 1977] Arnett, W. D. (1977). Neutrino trapping during gravitational collapse of stars. *ApJ, Letters*, 815(218).
- [Baade and Zwicky, 1934] Baade, W. and Zwicky, F. (1934). On Super-novae. *Proceedings of the National Academy of Science*, 20 :254–259.
- [Baillot d'étivaux et al., 2018] Baillot d'étivaux, N., Guillot, S., Margueron, J., Webb, N., Cattelán, M., and Reisenegger, A. (2018). New constraints on the the nuclear equation of state from neutron stars thermal emission.
- [Baldo et al., 2000] Baldo, M., Burgio, G. F., and Schulze, H.-J. (2000). Hyperon stars in the Brueckner-Bethe-Goldstone theory. *Physical Review C*, 61(5) :055801.
- [Baldo et al., 2004] Baldo, M., Maieron, C., Schuck, P., and Viñas, X. (2004). Low densities in nuclear and neutron matters and in the nuclear surface. *Nuclear Physics A*, 736(3) :241 – 254.
- [Baldo et al., 2012] Baldo, M., Polls, A., Rios, A., Schulze, H.-J., and Vidaña, I. (2012). Comparative study of neutron and nuclear matter with simplified Argonne nucleon-nucleon potentials. *Physical Review C*, 86(6) :064001.
- [Baldo et al., 2008] Baldo, M., Schuck, P., and Viñas, X. (2008). Kohn-sham density functional inspired approach to nuclear binding. *Physics Letters B*, 663(5) :390 – 394.
- [Barcons et al., 2017] Barcons, X., Barret, D., Decourchelle, A., den Herder, J. W., Fabian, A. C., Matsumoto, H., Lumb, D., Nandra, K., Piro, L., Smith, R. K., and Willingale, R. (2017). Athena : ESA's X-ray observatory for the late 2020s. *Astronomische Nachrichten*, 338 :153–158.
- [Baron et al., 1985] Baron, E., Cooperstein, J., and Kahana, S. (1985). Type II supernovae in 12 M(sun) and 15 M(sun) stars : The equation of state and general relativity. *Phys. Rev. Lett.*, 55 :126–129.
- [Bauböck et al., 2015] Bauböck, M., Özel, F., Psaltis, D., and Morsink, S. M. (2015). Rotational Corrections to Neutron-star Radius Measurements from Thermal Spectra. *ApJ*, 799 :22.
- [Bauswein et al., 2017] Bauswein, A., Just, O., Janka, H.-T., and Stergioulas, N. (2017). Neutron-star radius constraints from gw170817 and future detections. *The Astrophysical Journal Letters*, 850 :L34.
- [Baym, 1973] Baym, G. (1973). Pion Condensation in Nuclear and Neutron Star Matter. *Physical Review Letters*, 30 :1340–1342.
- [Baym et al., 2018] Baym, G., Hatsuda, T., Kojo, T., Powell, P. D., Song, Y., and Takatsuka, T. (2018). From hadrons to quarks in neutron stars : a review. *Reports on Progress in Physics*, 81(5) :056902.
- [Becker, 2009] Becker, W., editor (2009). *Neutron Stars and Pulsars*, volume 357 of *Astrophysics and Space Science Library*.
- [Becker and Pavlov, 2002] Becker, W. and Pavlov, G. (2002). *Pulsars and isolated neutron stars*.
- [Bedaque and Steiner, 2015] Bedaque, P. and Steiner, A. W. (2015). Sound velocity bound and neutron stars. *Phys. Rev. Lett.*, 114 :031103.
- [Behera et al., 2016] Behera, B., Routray, T. R., and Tripathy, S. K. (2016). Density dependence of nuclear symmetry energy. *Modern Physics Letters A*, 31 :1650194.

- [Berdichevsky et al., 1988] Berdichevsky, D., Fleming, R., Sprung, D. W. L., and Tondeur, F. (1988). Charge and mass radii of the tin isotopes. *Zeitschrift für Physik A Atomic Nuclei*, 329(4) :393–405.
- [Bethe, 1990] Bethe, H. A. (1990). Supernova mechanisms. *Reviews of Modern Physics*.
- [Bhattacharyya et al., 2010] Bhattacharyya, A., Mishustin, I. N., and Greiner, W. (2010). Deconfinement phase transition in compact stars : Maxwell versus Gibbs construction of the mixed phase. *Journal of Physics G Nuclear Physics*, 37(2) :025201.
- [Blaizot, 1980] Blaizot, J. (1980). Nuclear compressibilities. *Physics Reports*, 64(4) :171 – 248.
- [Blaizot et al., 1995] Blaizot, J., Berger, J., Dechargé, J., and Girod, M. (1995). Microscopic and macroscopic determinations of nuclear compressibility. *Nuclear Physics A*, 591(3) :435 – 457.
- [Blaschke et al., 2016] Blaschke, D., Alvarez-Castillo, D. E., and Klahn, T. (2016). Universal symmetry energy contribution to the neutron star equation of state. *ArXiv e-prints*.
- [Bodmer, 1971] Bodmer, A. R. (1971). Collapsed nuclei. *Phys. Rev. D*, 4 :1601–1606.
- [Bogdanov et al., 2016] Bogdanov, S., Heinke, C. O., Özel, F., and Güver, T. (2016). Neutron Star Mass-Radius Constraints of the Quiescent Low-mass X-Ray Binaries X7 and X5 in the Globular Cluster 47 Tuc. *ApJ*, 831 :184.
- [Bombaci and Lombardo, 1991] Bombaci, I. and Lombardo, U. (1991). Asymmetric nuclear matter equation of state. *Phys. Rev. C*, 44 :1892–1900.
- [Bonanno et al., 2014] Bonanno, A., Baldo, M., Burgio, G. F., and Urpin, V. (2014). The neutron star in Cassiopeia A : equation of state, superfluidity, and Joule heating. *A&A*, 561 :L5.
- [Buchinger et al., 1994] Buchinger, F., Crawford, J. E., Dutta, A. K., Pearson, J. M., and Tondeur, F. (1994). Nuclear charge radii in modern mass formulas. *Phys. Rev. C*, 49 :1402–1411.
- [Bulgac et al., 2015] Bulgac, A., McNeil Forbes, M., and Jin, S. (2015). Nuclear Energy Density Functionals : What do we really know ? *ArXiv e-prints*.
- [Cackett et al., 2010] Cackett, E. M., Brown, E. F., Miller, J. M., and Wijnands, R. (2010). Quiescent X-ray Emission From Cen X-4 : A Variable Thermal Component. *ApJ*, 720 :1325–1332.
- [Cadeau et al., 2007] Cadeau, C., Morsink, S. M., Leahy, D., and Campbell, S. S. (2007). Light Curves for Rapidly Rotating Neutron Stars. *ApJ*, 654 :458–469.
- [Cai and Chen, 2012] Cai, B.-J. and Chen, L.-W. (2012). Nuclear matter fourth-order symmetry energy in the relativistic mean field models. *Phys. Rev. C*, 85 :024302.
- [Cameron, 1959] Cameron, A. G. (1959). Neutron Star Models. *ApJ*, 130 :884.
- [Carbone et al., 2010] Carbone, A., Colò, G., Bracco, A., Cao, L.-G., Bortignon, P. F., Camera, F., and Wieland, O. (2010). Constraints on the symmetry energy and neutron skins from pygmy resonances in ^{68}Ni and ^{132}Sn . *Phys. Rev. C*, 81 :041301.
- [Casares et al., 2017] Casares, J., Jonker, P. G., and Israelian, G. (2017). *X-Ray Binaries*, page 1499. Alsabti, A. W. and Murdin, P.
- [Centelles et al., 2009] Centelles, M., Roca-Maza, X., Viñas, X., and Warda, M. (2009). Nuclear Symmetry Energy Probed by Neutron Skin Thickness of Nuclei. *Physical Review Letters*, 102(12) :122502.

- [Chabanat et al., 1998] Chabanat, E., Bonche, P., Haensel, P., Meyer, J., and Schaeffer, R. (1998). A skyrme parametrization from subnuclear to neutron star densities part ii. nuclei far from stabilities. *Nuclear Physics A*, 635(1) :231 – 256.
- [CHADWICK, 1932] CHADWICK, J. (1932). Possible Existence of a Neutron. *Nature*, 129 :312.
- [Chamel and Haensel, 2008] Chamel, N. and Haensel, P. (2008). Physics of neutron star crust.
- [Champion et al., 2008] Champion, D. J., Ransom, S. M., Lazarus, P., Camilo, F., Bassa, C., Kaspi, V. M., Nice, D. J., Freire, P. C. C., Stairs, I. H., van Leeuwen, J., Stappers, B. W., Cordes, J. M., Hessels, J. W. T., Lorimer, D. R., Arzoumanian, Z., Backer, D. C., Bhat, N. D. R., Chatterjee, S., Cognard, I., Deneva, J. S., Faucher-Giguère, C.-A., Gaensler, B. M., Han, J., Jenet, F. A., Kasian, L., Kondratiev, V. I., Kramer, M., Lazio, J., McLaughlin, M. A., Venkataraman, A., and Vlemmings, W. (2008). An Eccentric Binary Millisecond Pulsar in the Galactic Plane. *Science*, 320 :1309.
- [Chandrasekhar, 1994] Chandrasekhar, S. (1994). The Maximum Mass of Ideal White Dwarfs. *Journal of Astrophysics and Astronomy*, 15 :115.
- [Chatterjee et al., 2017] Chatterjee, D., Gulminelli, F., Raduta, A. R., and Margueron, J. (2017). Constraints on the nuclear equation of state from nuclear masses and radii in a thomas-fermi meta-modeling approach. *Phys. Rev. C*, 96 :065805.
- [Chen et al., 2007] Chen, L.-W., Ko, C. M., and Li, B.-A. (2007). Isospin-dependent properties of asymmetric nuclear matter in relativistic mean field models. *Phys. Rev. C*, 76 :054316.
- [Chen et al., 2010] Chen, L.-W., Ko, C. M., Li, B.-A., and Xu, J. (2010). Density slope of the nuclear symmetry energy from the neutron skin thickness of heavy nuclei. *Physical Review C*, 82(2) :024321.
- [Colò and Van Giai, 2004] Colò, G. and Van Giai, N. (2004). Theoretical understanding of the nuclear incompressibility : where do we stand? *Nuclear Physics A*, 731 :15–27.
- [Colò et al., 2004] Colò, G., van Giai, N., Meyer, J., Bennaceur, K., and Bonche, P. (2004). Microscopic determination of the nuclear incompressibility within the nonrelativistic framework. *Physical Review C*, 70(2) :024307.
- [Danielewicz, 2001] Danielewicz, P. (2001). Flow and the equation of state of nuclear matter. *Nuclear Physics A*, 685(1) :368 – 383. Nucleus-Nucleus Collisions 2000.
- [Danielewicz, 2004] Danielewicz, P. (2004). Nuclear symmetry energy : from nuclear extremes to neutron-star matter. *ArXiv Nuclear Theory e-prints*.
- [Danielewicz and Lee, 2014] Danielewicz, P. and Lee, J. (2014). Symmetry energy ii : Isobaric analog states. *Nuclear Physics A*, 922 :1 – 70.
- [Davis, 2001] Davis, J. E. (2001). Event Pileup in Charge-coupled Devices. *ApJ*, 562 :575–582.
- [Demorest et al., 2010] Demorest, P. B., Pennucci, T., Ransom, S. M., Roberts, M. S. E., and Hessels, J. W. T. (2010). A two-solar-mass neutron star measured using Shapiro delay. *Nat.*, 467 :1081–1083.
- [Dong et al., 2016] Dong, J. M., Lombardo, U., Zhang, H. F., and Zuo, W. (2016). Role of nucleonic fermi surface depletion in neutron star cooling. *The Astrophysical Journal*, 817(1) :6.
- [Dotter et al., 2010] Dotter, A., Sarajedini, A., Anderson, J., Aparicio, A., Bedin, L. R., Chaboyer, B., Majewski, S., Marín-Franch, A., Milone, A., Paust, N., Piotto, G., Reid, I. N., Rosenberg, A., and Siegel, M. (2010). The ACS Survey of Galactic Globular Clusters. IX. Horizontal Branch Morphology and the Second Parameter Phenomenon. *ApJ*, 708 :698–716.

- [Douchin and Haensel, 2001] Douchin, F. and Haensel, P. (2001). A unified equation of state of dense matter and neutron star structure. *A&A*, 380 :151–167.
- [Dover and Giai, 1972] Dover, C. and Giai, N. V. (1972). The nucleon-nucleus potential in the hartree-fock approximation with skyrme’s interaction. *Nuclear Physics A*, 190(2) :373 – 400.
- [Ducoin et al., 2010] Ducoin, C., Margueron, J., and Providência, C. (2010). Nuclear symmetry energy and core-crust transition in neutron stars : A critical study. *EPL (Europhysics Letters)*, 91 :32001.
- [Ducoin et al., 2011] Ducoin, C., Margueron, J., Providência, C., and Vidaña, I. (2011). Core-crust transition in neutron stars : Predictivity of density developments. *Physical Review C*, 83(4) :045810.
- [Dutra et al., 2012] Dutra, M., Lourenço, O., Sá Martins, J. S., Delfino, A., Stone, J. R., and Stevenson, P. D. (2012). Skyrme interaction and nuclear matter constraints. *Phys. Rev. C*, 85 :035201.
- [Elshamouty et al., 2016] Elshamouty, K. G., Heinke, C. O., Morsink, S. M., Bogdanov, S., and Stevens, A. L. (2016). The Impact of Surface Temperature Inhomogeneities on Quiescent Neutron Star Radius Measurements. *ApJ*, 826 :162.
- [Epelbaum et al., 2009] Epelbaum, E., Hammer, H.-W., and Meißner, U.-G. (2009). Modern theory of nuclear forces. *Reviews of Modern Physics*, 81(4) :1773–1825.
- [et al, 2013] et al, C. H. (2013). The correlation between dispersion measure and x-ray column density from radio pulsars. *ApJ*.
- [et al, 2011] et al, M. (2011). Vlt observations of the candidate counterpart to psr j0108-1431. *A and A*.
- [et al, 1982] et al, T. (1982). A new test of general relativity - gravitational radiation and the binary pulsar psr 1913+16. *Astrophysical Journal, Part 1*.
- [Farhi and Jaffe, 1984] Farhi, E. and Jaffe, R. L. (1984). Strange matter. *Phys. Rev. D*, 30 :2379–2390.
- [Farine et al., 1997] Farine, M., Pearson, J., and Tondeur, F. (1997). Nuclear-matter incompressibility from fits of generalized skyrme force to breathing-mode energies. *Nuclear Physics A*, 615(2) :135 – 161.
- [Fewell, 1995] Fewell, M. P. (1995). The atomic nuclide with the highest mean binding energy. *American Journal of Physics*, 63 :653–658.
- [Fonseca et al., 2016a] Fonseca, E., Pennucci, T. T., Ellis, J. A., Stairs, I. H., Nice, D. J., Ransom, S. M., Demorest, P. B., Arzoumanian, Z., Crowter, K., Dolch, T., Ferdman, R. D., Gonzalez, M. E., Jones, G., Jones, M. L., Lam, M. T., Levin, L., McLaughlin, M. A., Stovall, K., Swiggum, J. K., and Zhu, W. (2016a). The nanograv nine-year data set : Mass and geometric measurements of binary millisecond pulsars. *The Astrophysical Journal*, 832(2) :167.
- [Fonseca et al., 2016b] Fonseca, E., Pennucci, T. T., Ellis, J. A., Stairs, I. H., Nice, D. J., Ransom, S. M., Demorest, P. B., Arzoumanian, Z., Crowter, K., Dolch, T., Ferdman, R. D., Gonzalez, M. E., Jones, G., Jones, M. L., Lam, M. T., Levin, L., McLaughlin, M. A., Stovall, K., Swiggum, J. K., and Zhu, W. (2016b). The nanograv nine-year data set : Mass and geometric measurements of binary millisecond pulsars. *The Astrophysical Journal*, 832(2) :167.

- [Foreman-Mackey et al., 2013] Foreman-Mackey, D., Hogg, D. W., Lang, D., and Goodman, J. (2013). emcee : The mcmc hammer. *Publications of the Astronomical Society of the Pacific*, 125(925) :306.
- [Fortin et al., 2016] Fortin, M., Providência, C., Raduta, A. R., Gulminelli, F., Zdunik, J. L., Haensel, P., and Bejger, M. (2016). Neutron star radii and crusts : Uncertainties and unified equations of state. *Phys. Rev. C*, 94 :035804.
- [Friedman and Stergioulas, 2013] Friedman, J. L. and Stergioulas, N. (2013). *Rotating Relativistic Stars*.
- [Gaia Collaboration et al., 2018] Gaia Collaboration, Helmi, A., van Leeuwen, F., McMillan, P. J., Massari, D., Antoja, T., Robin, A., Lindegren, L., Bastian, U., and co-authors, . (2018). Gaia Data Release 2 : Kinematics of globular clusters and dwarf galaxies around the Milky Way. *ArXiv e-prints*.
- [Gandolfi et al., 2012] Gandolfi, S., Carlson, J., and Reddy, S. (2012). Maximum mass and radius of neutron stars, and the nuclear symmetry energy. *Physical Review C*, 85 :032801.
- [Gandolfi et al., 2015] Gandolfi, S., Gezerlis, A., and Carlson, J. (2015). Neutron Matter from Low to High Density. *Annual Review of Nuclear and Particle Science*, 65 :303–328.
- [Gandolfi et al., 2014] Gandolfi, S., Lovato, A., Carlson, J., and Schmidt, K. E. (2014). From the lightest nuclei to the equation of state of asymmetric nuclear matter with realistic nuclear interactions. *Physical Review C*, 90(6) :061306.
- [Gendreau et al., 2017] Gendreau, K., Arzoumanian, Z., Markwardt, C., Okajima, T., Strohmayer, T., Remillard, R., Chakrabarty, D., Prigozhin, G., Lamarr, B., Pasham, D., Steiner, J., Homan, J., Miller, J., Bult, P., Cackett, E., Iwakiri, W., Enoto, T., Uttley, P., and Nicer Team (2017). Initial NICER observations of a broadened iron line and QPOs in MAXI J1535a571. *The Astronomer’s Telegram*, 10768.
- [Giacobbe, 2003] Giacobbe, F. W. (2003). Maximum stellar iron core mass. *Pramana*, 60(3) :415–422.
- [Giai and Thieu, 1983] Giai, N. V. and Thieu, P. V. (1983). Radial and energy dependences of the nucleon effective mass in 208pb. *Physics Letters B*, 126(6) :421 – 424.
- [Glendenning, 2000] Glendenning, N. K. (2000). *Compact stars*. A and A library.
- [Goodman and Wear, 2010] Goodman, J. and Wear, J. (2010). Ensemble sampler with affine invariance. *Communications in Applied Mathematics and Computational Science*, 5(1).
- [Goriely, 2015] Goriely, S. (2015). Further explorations of skyrme-hartree-fock-bogoliubov mass formulas. xv : The spin-orbit coupling. *Nuclear Physics A*, 933 :68 – 81.
- [Goriely et al., 2002] Goriely, S., Samyn, M., Heenen, P.-H., Pearson, J. M., and Tondeur, F. (2002). Hartree-fock mass formulas and extrapolation to new mass data. *Phys. Rev. C*, 66 :024326.
- [Gourgoulhon, 2005] Gourgoulhon, E. (2004-2005). *Objets compacts*. LUTH, Observatoire de Paris VI, Paris VII et Paris XI.
- [Greenstein and Hartke, 1983] Greenstein, G. and Hartke, G. J. (1983). Pulselike character of blackbody radiation from neutron stars. *ApJ*.
- [Guillot, 2013] Guillot, S. (2013). Measurement of the radius of neutron stars with huge s/n quiescent low-mass x-ray binaries in globular clusters. *ApJ*.

- [Guillot et al., 2011] Guillot, S., Rutledge, R. E., Brown, E. F., Pavlov, G. G., and Zavlin, V. E. (2011). Discovery of a Candidate Quiescent Low-mass X-Ray Binary in the Globular Cluster NGC 6553. *ApJ*, 738 :129.
- [Guver and Ozel, 2009] Guver, T. and Ozel, F. (2009). The relation between optical extinction and hydrogen column density in the galaxy. *Mon. Not. R. Astron.*
- [Güver and Özel, 2009] Güver, T. and Özel, F. (2009). The relation between optical extinction and hydrogen column density in the Galaxy. *M.N.R.A.S.*, 400 :2050–2053.
- [Haberl, 2007] Haberl, F. (2007). The magnificent seven : magnetic fields and surface temperature distributions. *Astrophysics and Space Science*, 308(1) :181–190.
- [Haensel et al., 2007] Haensel, P., Bejger, M., and Zdunik, J. L. (2007). Two branches of neutron stars - reconciling a 2M_{sun} pulsar and SN1987A. *ArXiv e-prints*.
- [Haensel et al., 1986] Haensel, P., Zdunik, J. L., and Schaefer, R. (1986). Strange quark stars. *A&A*, 160 :121–128.
- [Haggard et al., 2013] Haggard, D., Cool, A., Heinke, C. O., Cohn, H. N., Lugger, P. M., Van Der Marel, R. P., and Anderson, J. (2013). A Deep X-ray Search for the Putative IMBH in Omega Centauri. In *AAS/High Energy Astrophysics Division #13*, volume 13 of *AAS/High Energy Astrophysics Division*, page 113.01.
- [Haggard et al., 2004] Haggard, D., Cool, A. M., Anderson, J., Edmonds, P. D., Callanan, P. J., Heinke, C. O., Grindlay, J. E., and Bailyn, C. D. (2004). Hubble Space Telescope Advanced Camera for Surveys Imaging of ω Centauri : Optical Counterpart for the Quiescent Low-Mass X-Ray Binary. *ApJ*, 613 :512–516.
- [Haggard.D et al., 2013] Haggard.D et al. (2013). A deep chandra x-ray limit on the putative imbh in omega centauri. *ApJLetters, Volume 773, Issue 2, article id. L31, 5 pp. (2013)*.
- [Hambaryan et al., 2017] Hambaryan, V., Suleimanov, V., Haberl, F., Schwöpe, A. D., Neuhäuser, R., Hohle, M., and Werner, K. (2017). The compactness of the isolated neutron star RX J0720.4-3125. *A&A*, 601 :A108.
- [Hansen et al., 2007] Hansen, B. M. S., Anderson, J., Brewer, J., Dotter, A., Fahlman, G. G., Hurley, J., Kalirai, J., King, I., Reitzel, D., Richer, H. B., Rich, R. M., Shara, M. M., and Stetson, P. B. (2007). The White Dwarf Cooling Sequence of NGC 6397. *ApJ*, 671 :380–401.
- [Harris, 1996] Harris, W. E. (1996). A Catalog of Parameters for Globular Clusters in the Milky Way. *AJ*, 112 :1487.
- [Hartle and Sharp, 1967] Hartle, J. B. and Sharp, D. H. (1967). Variational Principle for the Equilibrium of a Relativistic, Rotating Star. *ApJ*, 147 :317.
- [Hassaneen and Müther, 2004] Hassaneen, K. S. A. and Müther, H. (2004). Correlations and spectral functions in asymmetric nuclear matter. *Phys. Rev. C*, 70 :054308.
- [Hebeler et al., 2010] Hebeler, K., Lattimer, J. M., Pethick, C. J., and Schwenk, A. (2010). Constraints on Neutron Star Radii Based on Chiral Effective Field Theory Interactions. *Physical Review Letters*, 105(16) :161102.
- [Hebeler et al., 2013] Hebeler, K., Lattimer, J. M., Pethick, C. J., and Schwenk, A. (2013). Equation of state and neutron star properties constrained by nuclear physics and observation. *The Astrophysical Journal*, 773(1) :11.

- [Heger et al., 2003] Heger, A., Fryer, C. L., Woosley, S. E., Langer, N., and Hartmann, D. H. (2003). How massive single stars end their life. *ApJ*, 591(1) :288.
- [Heinke et al., 2014] Heinke, C. O., Cohn, H. N., Lugger, P. M., Webb, N. A., Ho, W. C. G., Anderson, J., Campana, S., Bogdanov, S., Haggard, D., Cool, A. M., and Grindlay, J. E. (2014). Improved mass and radius constraints for quiescent neutron stars in Omega Cen and NGC 6397. *M.N.R.A.S.*, 444 :443–456.
- [Heinke, 2006] Heinke, C. O. e. a. (2006). A hydrogen atmosphere spectral model applied to the neutron star x7 in the globular cluster 47 Tucanae. *ApJ*.
- [Hessels et al., 2006] Hessels, J. W. T., Ransom, S. M., Stairs, I. H., Freire, P. C. C., Kaspi, V. M., and Camilo, F. (2006). A Radio Pulsar Spinning at 716 Hz. *Science*, 311 :1901–1904.
- [Hewish et al., 1968] Hewish, A., Bell, S. J., Pilkington, J. D. H., Scott, P. F., and Collins, R. A. (1968). Observation of a Rapidly Pulsating Radio Source. *Nat.*, 217 :709–713.
- [Hinderer et al., 2010] Hinderer, T., Lackey, B. D., Lang, R. N., and Read, J. S. (2010). Tidal deformability of neutron stars with realistic equations of state and their gravitational wave signatures in binary inspiral. *Physical Review D*, 81(12) :123016.
- [Horowitz et al., 2012] Horowitz, C. J., Ahmed, Z., Jen, C.-M., Rakhman, A., Souder, P. A., Dalton, M. M., Liyanage, N., Paschke, K. D., Saenboonruang, K., Silwal, R., Franklin, G. B., Friend, M., Quinn, B., Kumar, K. S., McNulty, D., Mercado, L., Riordan, S., Wexler, J., Michaels, R. W., and Urciuoli, G. M. (2012). *Physical Review C*, 85(3) :032501.
- [Horowitz et al., 2014] Horowitz, C. J., Brown, E. F., Kim, Y., Lynch, W. G., Michaels, R., Ono, A., Piekarewicz, J., Tsang, M. B., and Wolter, H. H. (2014). A way forward in the study of the symmetry energy : experiment, theory, and observation. *Journal of Physics G : Nuclear and Particle Physics*, 41(9) :093001.
- [Horowitz and Piekarewicz, 2001] Horowitz, C. J. and Piekarewicz, J. (2001). Neutron radii of ^{208}Pb and neutron stars. *Physical Review C*, 64(6) :062802.
- [Hotokezaka et al., 2011] Hotokezaka, K., Kyutoku, K., Okawa, H., Shibata, M., and Kiuchi, K. (2011). Binary neutron star mergers : Dependence on the nuclear equation of state. *Physical Review D*, 83(12) :124008.
- [Hulse and Taylor, 1975] Hulse, R. A. and Taylor, J. H. (1975). Discovery of a pulsar in a binary system. *ApJ, Letters*, 195 :L51–L53.
- [Inoue and HAL QCD Collaboration, 2016] Inoue, T. and HAL QCD Collaboration (2016). Hyperon Single-particle Potentials from QCD On Lattice. In *Proceedings of The 26th International Nuclear Physics Conference (INPC2016). 11-16 September, 2016. Adelaide, Australia.*, page 277.
- [Itoh, 1970] Itoh, N. (1970). Hydrostatic equilibrium of hypothetical quark stars. *Progress of Theoretical Physics*, 44(1) :291–292.
- [Jonker et al., 2007] Jonker, P. G., Steeghs, D., Chakrabarty, D., and Juett, A. M. (2007). The cold neutron star in the soft x-ray transient 1h 1905+000. *The Astrophysical Journal Letters*, 665(2) :L147.
- [Kaplan et al., 2004] Kaplan, D. L., Frail, D. A., Gaensler, B. M., Gotthelf, E. V., Kulkarni, S. R., Slane, P. O., and Nechita, A. (2004). An x-ray search for compact central sources in supernova remnants. i. snrs g093.3+6.9, g315.4-2.3, g084.2+0.8, and g127.1+0.5. *The Astrophysical Journal Supplement Series*, 153(1) :269.

- [Kaplan et al., 2006] Kaplan, D. L., Gaensler, B. M., Kulkarni, S. R., and Slane, P. O. (2006). An x-ray search for compact central sources in supernova remnants. ii. six large-diameter snrs. *The Astrophysical Journal Supplement Series*, 163(2) :344.
- [Khan and Margueron, 2013a] Khan, E. and Margueron, J. (2013a). Determination of the density dependence of the nuclear incompressibility. *Physical Review C*, 88(3) :034319.
- [Khan and Margueron, 2013b] Khan, E. and Margueron, J. (2013b). Towards a better knowledge of the nuclear equation of state from the isoscalar breathing mode. *ArXiv e-prints*.
- [Klahn et al., 2012] Klahn, T., Blaschke, D., and Lastowiecki, R. (2012). Compact stars, heavy ion collisions and possible lessons for QCD at finite densities. volume 5 of *acta physica Polonica B Proceedings Supplement*.
- [Klähn et al., 2006] Klähn, T., Blaschke, D., Typel, S., van Dalen, E. N. E., Faessler, A., Fuchs, C., Gaitanos, T., Grigorian, H., Ho, A., Kolomeitsev, E. E., Miller, M. C., Röpke, G., Trümper, J., Voskresensky, D. N., Weber, F., and Wolter, H. H. (2006). Constraints on the high-density nuclear equation of state from the phenomenology of compact stars and heavy-ion collisions. *Phys. Rev. C*, 74 :035802.
- [Kłos et al., 2007] Kłos, B., Trzcińska, A., Jastrzębski, J., Czosnyka, T., Kisieliński, M., Lubiński, P., Napiorkowski, P., Pieńkowski, L., Hartmann, F. J., Ketzner, B., Ring, P., Schmidt, R., Egidy, T. V., Smolańczuk, R., Wycech, S., Gulda, K., Kurcewicz, W., Widmann, E., and Brown, B. A. (2007). Neutron density distributions from antiprotonic Pb208 and Bi209 atoms. *Physical Review C*, 76(1) :014311.
- [Klüpfel et al., 2009] Klüpfel, P., Reinhard, P.-G., Bürvenich, T. J., and Maruhn, J. A. (2009). Variations on a theme by skyrme : A systematic study of adjustments of model parameters. *Phys. Rev. C*, 79 :034310.
- [Kortelainen et al., 2010] Kortelainen, M., Lesinski, T., Moré, J., Nazarewicz, W., Sarich, J., Schunck, N., Stoitsov, M. V., and Wild, S. (2010). Nuclear energy density optimization. *Physical Review C*, 82(2) :024313.
- [Lalazissis et al., 2009] Lalazissis, G., Karatzikos, S., Fossion, R., Arteaga, D. P., Afanasjev, A., and Ring, P. (2009). The effective force nl3 revisited. *Physics Letters B*, 671(1) :36 – 41.
- [Lalazissis et al., 2005] Lalazissis, G. A., Nikšić, T., Vretenar, D., and Ring, P. (2005). New relativistic mean-field interaction with density-dependent meson-nucleon couplings. *Phys. Rev. C*, 71 :024312.
- [Lattimer, 2004] Lattimer, J. M. (2004). Structure of Strange Quark Matter and Neutron Stars. In Camilo, F. and Gaensler, B. M., editors, *Young Neutron Stars and Their Environments*, volume 218 of *IAU Symposium*, page 289.
- [Lattimer and Lim, 2013] Lattimer, J. M. and Lim, Y. (2013). Constraining the Symmetry Parameters of the Nuclear Interaction. *ApJ*, 771 :51.
- [Lattimer and Prakash, 2001] Lattimer, J. M. and Prakash, M. (2001). Neutron Star Structure and the Equation of State. *ApJ*, 550 :426–442.
- [Lattimer and Prakash, 2001] Lattimer, J. M. and Prakash, M. (2001). Neutron star structure and the equation of state. *The Astrophysical Journal*, 550(1) :426.
- [Lattimer and Prakash, 2007] Lattimer, J. M. and Prakash, M. (2007). Neutron star observations : Prognosis for equation of state constraints. *Phys. Rep.*, 442 :109–165.

- [Lattimer and Prakash, 2010] Lattimer, J. M. and Prakash, M. (2010). What a two solar mass neutron star really means. *[astro-ph.SR]*.
- [Lattimer and Prakash, 2010] Lattimer, J. M. and Prakash, M. (2010). What a Two Solar Mass Neutron Star Really Means. *ArXiv e-prints*.
- [Lattimer and Prakash, 2016] Lattimer, J. M. and Prakash, M. (2016). The equation of state of hot, dense matter and neutron stars. *Physics Reports*, 621 :127 – 164. Memorial Volume in Honor of Gerald E. Brown.
- [Lattimer and Steiner, 2014] Lattimer, J. M. and Steiner, A. W. (2014). Constraints on the symmetry energy using the mass-radius relation of neutron stars. *European Physical Journal A*, 50 :40.
- [Lattimer and Steiner, 2014] Lattimer, J. M. and Steiner, A. W. (2014). Constraints on the symmetry energy using the mass-radius relation of neutron stars. *The European Physical Journal A*, 50(2) :40.
- [Lattimer and Steiner, 2014] Lattimer, J. M. and Steiner, A. W. (2014). Neutron Star Masses and Radii from Quiescent Low-mass X-Ray Binaries. *ApJ*, 784 :123.
- [Lattimer and Swesty, 1991] Lattimer, J. M. and Swesty, F. D. (1991). A generalized equation of state for hot, dense matter. *Nuclear Physics A*, 535(2) :331 – 376.
- [Leinson, 2015] Leinson, L. B. (2015). Superfluid phases of triplet pairing and rapid cooling of the neutron star in cassiopeia a. *Physics Letters B*, 741 :87 – 91.
- [Lesinski et al., 2006] Lesinski, T., Bennaceur, K., Duguet, T., and Meyer, J. (2006). Isovector splitting of nucleon effective masses, ab initio benchmarks and extended stability criteria for skyrme energy functionals. *Phys. Rev. C*, 74 :044315.
- [Lewin et al., 1993] Lewin, W. H. G., van Paradijs, J., and Taam, R. E. (1993). X-Ray Bursts. *Space Science Reviews*, 62 :223–389.
- [Li et al., 2008] Li, B.-A., Chen, L.-W., and Ko, C. M. (2008). Recent progress and new challenges in isospin physics with heavy-ion reactions. *Physics Reports*, 464(4) :113 – 281.
- [Li and Han, 2013] Li, B.-A. and Han, X. (2013). Constraining the neutron-proton effective mass splitting using empirical constraints on the density dependence of nuclear symmetry energy around normal density. *Physics Letters B*, 727(1) :276 – 281.
- [Li et al., 2014] Li, B.-A., Ramos, À., Verde, G., and Vidaña, I. (2014). Topical issue on nuclear symmetry energy. *The European Physical Journal A*, 50(2) :9.
- [Li et al., 2010] Li, T., Garg, U., Liu, Y., Marks, R., Nayak, B. K., Madhusudhana Rao, P. V., Fujiwara, M., Hashimoto, H., Nakanishi, K., Okumura, S., Yosoi, M., Ichikawa, M., Itoh, M., Matsuo, R., Terazono, T., Uchida, M., Iwao, Y., Kawabata, T., Murakami, T., Sakaguchi, H., Terashima, S., Yasuda, Y., Zenihiro, J., Akimune, H., Kawase, K., and Harakeh, M. N. (2010). Isoscalar giant resonances in the sn nuclei and implications for the asymmetry term in the nuclear-matter incompressibility. *Phys. Rev. C*, 81 :034309.
- [Lipparini and Stringari, 1989] Lipparini, E. and Stringari, S. (1989). Sum rules and giant resonances in nuclei. *Physics Reports*, 175(3) :103 – 261.
- [Long et al., 2004] Long, W., Meng, J., Giai, N. V., and Zhou, S.-G. (2004). New effective interactions in relativistic mean field theory with nonlinear terms and density-dependent meson-nucleon coupling. *Phys. Rev. C*, 69 :034319.

- [Lyne and Graham-Smith, 2006] Lyne, A. G. and Graham-Smith, F. (2006). *Pulsar Astronomy*.
- [Ma and Wambach, 1983] Ma, Z. and Wambach, J. (1983). Implications of a dynamical effective mass on the nuclear shell model. *Nuclear Physics A*, 402(2) :275 – 300.
- [Ma et al., 2004] Ma, Z.-Y., Rong, J., Chen, B.-Q., Zhu, Z.-Y., and Song, H.-Q. (2004). Isospin dependence of nucleon effective mass in dirac brueckner-hartree-fock approach. *Physics Letters B*, 604(3) :170 – 174.
- [Machleidt and Entem, 2011] Machleidt, R. and Entem, D. (2011). Chiral effective field theory and nuclear forces. *Physics Reports*, 503(1) :1–75.
- [Mahaux et al., 1985] Mahaux, C., Bortignon, P., Broglia, R., and Dasso, C. (1985). Dynamics of the shell model. *Physics Reports*, 120(1) :1 – 274.
- [Mahaux and Sartor, 1992] Mahaux, C. and Sartor, R. (1992). Theoretical approaches to the momentum distribution of a normal fermi liquid. *Physics Reports*, 211(2) :53 – 111.
- [Manchester et al., 2005] Manchester, R. N., Hobbs, G. B., Teoh, A., and Hobbs, M. (2005). The australia telescope national facility pulsar catalogue. *The Astronomical Journal*, 129(4) :1993.
- [Margueron et al., 2007] Margueron, J., Dalen, E. v., and Fuchs, C. (2007). Low densities in asymmetric nuclear matter. *Phys. Rev. C*, 76 :034309.
- [Margueron et al., 2018a] Margueron, J., Hoffmann Casali, R., and Gulminelli, F. (2018a). Equation of state for dense nucleonic matter from metamodeling. I. Foundational aspects. *Physical Review C*, 97(2) :025805.
- [Margueron et al., 2018b] Margueron, J., Hoffmann Casali, R., and Gulminelli, F. (2018b). Equation of state for dense nucleonic matter from metamodeling. II. Predictions for neutron star properties. *Physical Review C*, 97(2) :025806.
- [McDonnell et al., 2015] McDonnell, J. D., Schunck, N., Higdon, D., Sarich, J., Wild, S. M., and Nazarewicz, W. (2015). Uncertainty quantification for nuclear density functional theory and information content of new measurements. *Phys. Rev. Lett.*, 114 :122501.
- [Morrison et al., 2004] Morrison, I. A., Baumgarte, T. W., Shapiro, S. L., and Pandharipande, V. R. (2004). The moment of inertia of the binary pulsar j0737-3039a : Constraining the nuclear equation of state. *The Astrophysical Journal Letters*, 617(2) :L135.
- [Morsink et al., 2007] Morsink, S. M., Leahy, D. A., Cadeau, C., and Braga, J. (2007). The Oblate Schwarzschild Approximation for Light Curves of Rapidly Rotating Neutron Stars. *ApJ*, 663 :1244–1251.
- [Myers, 1976] Myers, W. D. (1976). 1975 Mass Predictions : Development of the Semiempirical Droplet Model. *Atomic Data and Nuclear Data Tables*, 17 :411.
- [Myers, 1977] Myers, W. D. (1977). *DROPLET MODEL OF ATOMIC NUCLEI*.
- [Myers and Swiatecki, 1966] Myers, W. D. and Swiatecki, W. J. (1966). Nuclear masses and deformations. *Nuclear Physics*, 81(1) :1 – 60.
- [Newton et al., 2014] Newton, W. G., Hooker, J., Gearheart, M., Murphy, K., Wen, D.-H., Fatoyev, F. J., and Li, B.-A. (2014). Constraints on the symmetry energy from observational probes of the neutron star crust. *The European Physical Journal A*, 50(2) :41.
- [Nikšić et al., 2002] Nikšić, T., Vretenar, D., Finelli, P., and Ring, P. (2002). Relativistic hartree-bogoliubov model with density-dependent meson-nucleon couplings. *Phys. Rev. C*, 66 :024306.

- [Oertel et al., 2017] Oertel, M., Hempel, M., Klöhn, T., and Typel, S. (2017). Equations of state for supernovae and compact stars. *Reviews of Modern Physics*, 89(1) :015007.
- [O'Malley et al., 2017] O'Malley, E. M., Gilligan, C., and Chaboyer, B. (2017). Absolute Ages and Distances of 22 GCs Using Monte Carlo Main-sequence Fitting. *ApJ*, 838 :162.
- [Oppenheimer and Volkoff, 1939] Oppenheimer, J. and Volkoff, G. (1939). On massive neutron cores. *Physical Review*.
- [Özel, 2013] Özel, F. (2013). Surface emission from neutron stars and implications for the physics of their interiors. *Reports on Progress in Physics*, 76(1) :016901.
- [Özel and Freire, 2016] Özel, F. and Freire, P. (2016). Masses, Radii, and the Equation of State of Neutron Stars. *Ann. Rev. Astr. & Sp. Sci.*, 54 :401–440.
- [Özel et al., 2016] Özel, F., Psaltis, D., Güver, T., Baym, G., Heinke, C., and Guillot, S. (2016). The Dense Matter Equation of State from Neutron Star Radius and Mass Measurements. *ApJ*, 820(1) :28.
- [Özel et al., 2012] Özel, F., Psaltis, D., Narayan, R., and Santos Villarreal, A. (2012). On the Mass Distribution and Birth Masses of Neutron Stars. *ApJ*, 757 :55.
- [Page et al., 2004] Page, D., Lattimer, J. M., Prakash, M., and Steiner, A. W. (2004). Minimal cooling of neutron stars : A new paradigm. *The Astrophysical Journal Supplement Series*, 155(2) :623.
- [Page and Reddy, 2013] Page, D. and Reddy, S. (2013). Forecasting Neutron Star Temperatures : Predictability and Variability. *Physical Review Letters*, 111(24) :241102.
- [Pancrazi, 2011] Pancrazi, B. (2011). *Étude multilongueur d'onde des pulsars milliseconde*. PhD thesis, Université de Toulouse 3.
- [Pandharipande and Ravenhall, 1989] Pandharipande, V. R. and Ravenhall, D. G. (1989). Advanced research workshop on nuclear matter and heavy ion collisions, les houches. Les Houches 1989. M. Soyeur.
- [Patel et al., 2014] Patel, D., Garg, U., Itoh, M., Akimune, H., Berg, G., Fujiwara, M., Harakeh, M., Iwamoto, C., Kawabata, T., Kawase, K., Matta, J., Murakami, T., Okamoto, A., Sako, T., Schlax, K., Takahashi, F., White, M., and Yosoi, M. (2014). Excitation of giant monopole resonance in 208pb and 116sn using inelastic deuteron scattering. *Physics Letters B*, 735 :387 – 390.
- [Perey and Buck, 1962] Perey, F. and Buck, B. (1962). A non-local potential model for the scattering of neutrons by nuclei. *Nuclear Physics*, 32 :353 – 380.
- [Pethick et al., 1995] Pethick, C. J., Ravenhall, D. G., and Lorenz, C. P. (1995). The inner boundary of a neutron-star crust. *Nuclear Physics A*, 584 :675–703.
- [Piekarewicz, 2004] Piekarewicz, J. (2004). Unmasking the nuclear matter equation of state. *Physical Review C*, 69(4) :041301.
- [Piekarewicz et al., 2012] Piekarewicz, J., Agrawal, B. K., Coló, G., Nazarewicz, W., Paar, N., Reinhard, P. G., Roca-Maza, X., and Vretenar, D. (2012). Electric dipole polarizability and the neutron skin. *Physical Review C*, 85(4) :041302.
- [Piekarewicz and Centelles, 2009] Piekarewicz, J. and Centelles, M. (2009). Incompressibility of neutron-rich matter. *Phys. Rev. C*, 79 :054311.

- [Pomorski and Dudek, 2003] Pomorski, K. and Dudek, J. (2003). Nuclear liquid-drop model and surface-curvature effects. *Phys. Rev. C*, 67 :044316.
- [Pons et al., 1999] Pons, J. A., Reddy, S., Prakash, M., Lattimer, J. M., and Miralles, J. A. (1999). Evolution of proto-neutron stars. *ApJ*, 513(2) :780.
- [Pons et al., 2002] Pons, J. A., Walter, F. M., Lattimer, J. M., Prakash, M., Neuhäuser, R., and An, P. (2002). Toward a Mass and Radius Determination of the Nearby Isolated Neutron Star RX J185635-3754. *ApJ*, 564 :981–1006.
- [Prakash et al., 1988] Prakash, M., Ainsworth, T. L., and Lattimer, J. M. (1988). Equation of state and the maximum mass of neutron stars. *Physical Review Letters*, 61 :2518–2521.
- [Prialnik, 2009] Prialnik, D. (2009). *An Introduction to the Theory of Stellar Structure and Evolution*.
- [Radice et al., 2018] Radice, D., Perego, A., Zappa, F., and Bernuzzi, S. (2018). GW170817 : Joint Constraint on the Neutron Star Equation of State from Multimessenger Observations. *ApJ, Letters*, 852 :L29.
- [Ranea-Sandoval et al., 2016] Ranea-Sandoval, I. F., Han, S., Orsaria, M. G., Contrera, G. A., Weber, F., and Alford, M. G. (2016). Constant-sound-speed parametrization for Nambu-Jona-Lasinio models of quark matter in hybrid stars. *Physical Review C*, 93(4) :045812.
- [Ravenhall et al., 1983] Ravenhall, D. G., Pethick, C. J., and Wilson, J. R. (1983). Structure of Matter below Nuclear Saturation Density. *Physical Review Letters*, 50 :2066–2069.
- [Read et al., 2013] Read, J. S., Baiotti, L., Creighton, J. D. E., Friedman, J. L., Giacomazzo, B., Kyutoku, K., Markakis, C., Rezzolla, L., Shibata, M., and Taniguchi, K. (2013). Matter effects on binary neutron star waveforms. *Physical Review D*, 88(4) :044042.
- [Read et al., 2009a] Read, J. S., Lackey, B. D., Owen, B. J., and Friedman, J. L. (2009a). Constraints on a phenomenologically parametrized neutron-star equation of state. *Physical Review D*, 79(12) :124032.
- [Read et al., 2009b] Read, J. S., Markakis, C., Shibata, M., Uryū, K., Creighton, J. D. E., and Friedman, J. L. (2009b). Measuring the neutron star equation of state with gravitational wave observations. *Physical Review D*, 79(12) :124033.
- [Recio-Blanco et al., 2005] Recio-Blanco, A., Piotto, G., de Angeli, F., Cassisi, S., Riggio, M., Salaris, M., Pietrinferni, A., Zoccali, M., and Aparicio, A. (2005). A homogeneous set of globular cluster relative distances and reddenings. *A&A*, 432 :851–859.
- [Reinhard et al., 2006] Reinhard, P.-G., Bender, M., Nazarewicz, W., and Vertse, T. (2006). From finite nuclei to the nuclear liquid drop : Leptodermous expansion based on self-consistent mean-field theory. *Phys. Rev. C*, 73 :014309.
- [Reinhard et al., 1999] Reinhard, P.-G., Dean, D. J., Nazarewicz, W., Dobaczewski, J., Maruhn, J. A., and Strayer, M. R. (1999). Shape coexistence and the effective nucleon-nucleon interaction. *Phys. Rev. C*, 60 :014316.
- [Ring and Schuck, 1980] Ring, P. and Schuck, P. (1980). *The Nuclear Many-Body Problem*. Theoretical and Mathematical Physics. Springer-Verlag, Berlin Heidelberg.
- [Roca-Maza et al., 2015] Roca-Maza, X., Paar, N., and Coló, G. (2015). Covariance analysis for energy density functionals and instabilities. *Journal of Physics G : Nuclear and Particle Physics*, 42(3) :034033.

- [Romani, 1990] Romani, R. W. (1990). A unified model of neutron-star magnetic fields. *Nat.*, 347 :741–743.
- [Routray et al., 2016] Routray, T. R., Viñas, X., Basu, D. N., Pattnaik, S. P., Centelles, M., Robledo, L. B., and Behera, B. (2016). Exact versus Taylor-expanded energy density in the study of the neutron star crust-core transition. *Journal of Physics G Nuclear Physics*, 43(10) :105101.
- [Royer, 2008] Royer, G. (2008). On the coefficients of the liquid drop model mass formulae and nuclear radii. *Nuclear Physics A*, 807(3) :105 – 118.
- [Ruderman, 1971a] Ruderman, M. (1971a). Matter in Superstrong Magnetic Fields : The Surface of a Neutron Star. *Physical Review Letters*, 27 :1306–1308.
- [Ruderman, 1971b] Ruderman, M. A. (1971b). Solid Stars. *Scientific American*, 224 :24–31.
- [Rutledge et al., 2002] Rutledge, R. E., Bildsten, L., Brown, E. F., Pavlov, G. G., and Zavlin, V. E. (2002). A possible transient neutron star in quiescence in the globular cluster ngc 5139. *The Astrophysical Journal*, 578(1) :405.
- [Sagawa et al., 2007] Sagawa, H., Yoshida, S., Zeng, G.-M., Gu, J.-Z., and Zhang, X.-Z. (2007). Isospin dependence of incompressibility in relativistic and nonrelativistic mean field calculations. *Phys. Rev. C*, 76 :034327.
- [Sandquist et al., 2010] Sandquist, E. L., Gordon, M., Levine, D., and Bolte, M. (2010). A Re-evaluation of the Evolved Stars in the Globular Cluster M13. *AJ*, 139 :2374–2409.
- [Santos et al., 2015] Santos, B. M., Dutra, M., Lourenço, O., and Delfino, A. (2015). Correlations between bulk parameters in relativistic and nonrelativistic hadronic mean-field models. *Phys. Rev. C*, 92 :015210.
- [Satpathy et al., 1999] Satpathy, L., Maheswari, V., and Nayak, R. (1999). Finite nuclei to nuclear matter : a leptodermous approach. *Physics Reports*, 319(3) :85 – 144.
- [Schatz and Rehm, 2006] Schatz, H. and Rehm, K. E. (2006). X-ray binaries. *Nuclear Physics A*, 777 :601–622.
- [Seif and Basu, 2014] Seif, W. M. and Basu, D. N. (2014). Higher-order symmetry energy of nuclear matter and the inner edge of neutron star crusts. *Phys. Rev. C*, 89 :028801.
- [Seif and Hashem, 2018] Seif, W. M. and Hashem, A. S. (2018). Constraints on the nuclear symmetry energy and its density slope from the $\{\alpha\}$ decay process. *ArXiv e-prints*.
- [Serot and Walecka, 1997] Serot, B. D. and Walecka, J. D. (1997). Recent progress in quantum hydrodynamics. *International Journal of Modern Physics E*, 06(04) :515–631.
- [Servillat et al., 2012] Servillat, M., Heinke, C. O., Ho, W. C. G., Grindlay, J. E., Hong, J., van den Berg, M., and Bogdanov, S. (2012). Neutron star atmosphere composition : the quiescent, low-mass X-ray binary in the globular cluster M28. *M.N.R.A.S.*, 423 :1556–1561.
- [Shakura, 1973] Shakura, N. I. (1973). Disk Model of Gas Accretion on a Relativistic Star in a Close Binary System. *Soviet Astronomy*, 16 :756.
- [Shapiro and Teukolsky, 1983] Shapiro, S. L. and Teukolsky, S. A. (1983). *Black holes, white dwarfs, and neutron stars : The physics of compact objects*.
- [Sharma, 2009] Sharma, M. (2009). The breathing-mode giant monopole resonance and the surface compressibility in the relativistic mean-field theory. *Nuclear Physics A*, 816(1) :65 – 88.

- [Shlomo et al., 2006] Shlomo, S., Kolomietz, V. M., and Colò, G. (2006). Deducing the nuclear-matter incompressibility coefficient from data on isoscalar compression modes. *The European Physical Journal A - Hadrons and Nuclei*, 30(1) :23–30.
- [Sourie, 2017] Sourie, A. (2017). PhD thesis, Université de recherche Paris Sciences et Lettres.
- [Sparks and Endal, 1980] Sparks, W. M. and Endal, A. S. (1980). Theoretical studies of massive stars. II - Evolution of a 15 solar-mass star from carbon shell burning to iron core collapse. *ApJ*, 237 :130–141.
- [Steiner, 2010a] Steiner, A. (2010a). Bridging Nuclear Physics and Astrophysics with the Nuclear Symmetry Energy. In *APS Division of Nuclear Physics Meeting Abstracts*, page NB.002.
- [Steiner, 2010b] Steiner, A. (2010b). Constraining the Equation of State of Dense Matter From Isolated and Accreting Neutron Stars. Chandra Proposal.
- [Steiner et al., 2005] Steiner, A., Prakash, M., Lattimer, J., and Ellis, P. (2005). Isospin asymmetry in nuclei and neutron stars. *Physics Reports*, 411(6) :325 – 375.
- [Steiner, 2006] Steiner, A. W. (2006). The High-Density Symmetry Energy and Direct Urca. *Physical Review C*, 74(4). arXiv : nucl-th/0607040.
- [Steiner, 2006] Steiner, A. W. (2006). Phases of Dense Quark Matter and the Structure of Compact Objects. In Barnes, P. D., Cooper, M. D., Eisenstein, R. A., van Hecke, H., and Stephenson, G. J., editors, *Particles and Nuclei*, volume 842 of *American Institute of Physics Conference Series*, pages 986–988.
- [Steiner, 2008] Steiner, A. W. (2008). The Nuclear Physics of the Neutron Star Crust. In *Nuclei in the Cosmos (NIC X)*.
- [Steiner, 2014] Steiner, A. W. (2014). bamr : Bayesian analysis of mass and radius observations. Astrophysics Source Code Library.
- [Steiner, 2015] Steiner, A. W. (2015). Moving beyond Chi-squared in nuclei and neutron stars. *Journal of Physics G Nuclear Physics*, 42(3) :034004.
- [Steiner, 2018] Steiner, A. W. (2018). Two- and Multi-dimensional Curve Fitting using Bayesian Inference. *ArXiv e-prints*.
- [Steiner and Gandolfi, 2012] Steiner, A. W. and Gandolfi, S. (2012). Connecting Neutron Star Observations to Three-Body Forces in Neutron Matter and to the Nuclear Symmetry Energy. *Physical Review Letters*, 108(8) :081102.
- [Steiner et al., 2018] Steiner, A. W., Heinke, C. O., Bogdanov, S., Li, C. K., Ho, W. C. G., Bahramian, A., and Han, S. (2018). Constraining the mass and radius of neutron stars in globular clusters. *M.N.R.A.S.*, 476 :421–435.
- [Steiner et al., 2010] Steiner, A. W., Lattimer, J. M., and Brown, E. F. (2010). The equation of state from observed masses and radii of neutron stars. *ApJ*, 722(1).
- [Steiner et al., 2010] Steiner, A. W., Lattimer, J. M., and Brown, E. F. (2010). The Equation of State from Observed Masses and Radii of Neutron Stars. *ApJ*, 722 :33–54.
- [Steiner et al., 2013] Steiner, A. W., Lattimer, J. M., and Brown, E. F. (2013). Neutron stars masses and radii from quiescent low mass x-ray binaries. *ApJ*, 765(2).
- [Steiner et al., 2013] Steiner, A. W., Lattimer, J. M., and Brown, E. F. (2013). The Neutron Star Mass-Radius Relation and the Equation of State of Dense Matter. *ApJ, Letters*, 765 :L5.

- [Steiner et al., 2016] Steiner, A. W., Lattimer, J. M., and Brown, E. F. (2016). Neutron star radii, universal relations, and the role of prior distributions. *European Physical Journal A*, 52 :18.
- [Steiner et al., 2008] Steiner, A. W., Li, B.-A., and Prakash, M. (2008). Ramifications of the Nuclear Symmetry Energy for Neutron Stars, Nuclei and Heavy-Ion Collisions. In Lombardo, U., Baldo, M., Burgio, F., and Schulze, H.-J., editors, *Exotic States of Nuclear Matter*, pages 47–54.
- [Suleimanov et al., 2012] Suleimanov, V., Poutanen, J., and Werner, K. (2012). X-ray bursting neutron star atmosphere models using an exact relativistic kinetic equation for Compton scattering. *A&A*, 545 :A120.
- [Suleimanov et al., 2017] Suleimanov, V. F., Poutanen, J., Nättilä, J., Kajava, J. J. E., Revnivtsev, M. G., and Werner, K. (2017). The direct cooling tail method for X-ray burst analysis to constrain neutron star masses and radii. *M.N.R.A.S.*, 466 :906–913.
- [Takami et al., 2014] Takami, K., Rezzolla, L., and Baiotti, L. (2014). Constraining the Equation of State of Neutron Stars from Binary Mergers. *Physical Review Letters*, 113(9) :091104.
- [Tews et al., 2018] Tews, I., Margueron, J., and Reddy, S. (2018). How well does GW170817 constrain the equation of state of dense matter? *ArXiv e-prints*.
- [Tolman, 1939] Tolman, R. (1939). Static solutions of einstein’s field equations for spheres of fluid. *Physical Review*.
- [Tondeur et al., 1986] Tondeur, F., Berdichevsky, D., and Farine, M. (1986). Nuclear matter saturation density : From finite nuclei to infinite matter. *Zeitschrift für Physik A Atomic Nuclei*, 325(4) :405–413.
- [Trippa et al., 2008] Trippa, L., Coló, G., and Vigezzi, E. (2008). Giant dipole resonance as a quantitative constraint on the symmetry energy. *Physical Review C*, 77(6) :061304.
- [Tsang et al., 2012] Tsang, M. B., Stone, J. R., Camera, F., Danielewicz, P., Gandolfi, S., Hebeler, K., Horowitz, C. J., Lee, J., Lynch, W. G., Kohley, Z., Lemmon, R., Möller, P., Murakami, T., Riordan, S., Roca-Maza, X., Sammarruca, F., Steiner, A. W., Vidaña, I., and Yennello, S. J. (2012). Constraints on the symmetry energy and neutron skins from experiments and theory. *Physical Review C*, 86(1) :015803.
- [Tsang et al., 2009a] Tsang, M. B., Zhang, Y., Danielewicz, P., Famiano, M., Li, Z., Lynch, W. G., and Steiner, A. W. (2009a). Constraints on the density dependence of the symmetry energy. *Phys. Rev. Lett.*, 102 :122701.
- [Tsang et al., 2009b] Tsang, M. B., Zhang, Y., Danielewicz, P., Famiano, M., Li, Z., Lynch, W. G., and Steiner, A. W. (2009b). Constraints on the density dependence of the symmetry energy. *Phys. Rev. Lett.*, 102 :122701.
- [van Dalen et al., 2005] van Dalen, E. N. E., Fuchs, C., and Faessler, A. (2005). Effective nucleon masses in symmetric and asymmetric nuclear matter. *Phys. Rev. Lett.*, 95 :022302.
- [van de Ven et al., 2006] van de Ven, G., van den Bosch, R. C. E., Verolme, E. K., and de Zeeuw, P. T. (2006). The dynamical distance and intrinsic structure of the globular cluster ω Centauri. *A&A*, 445 :513–543.
- [Verbiest et al., 2008] Verbiest, J. P. W., Bailes, M., van Straten, W., Hobbs, G. B., Edwards, R. T., Manchester, R. N., Bhat, N. D. R., Sarkissian, J. M., Jacoby, B. A., and Kulkarni, S. R.

- (2008). Precision Timing of PSR J0437-4715 : An Accurate Pulsar Distance, a High Pulsar Mass, and a Limit on the Variation of Newton's Gravitational Constant. *ApJ*, 679 :675–680.
- [Vidaña et al., 2009] Vidaña, I., Providência, C., Polls, A., and Rios, A. (2009). Density dependence of the nuclear symmetry energy : A microscopic perspective. *Physical Review C*, 80(4) :045806.
- [Viganó et al., 2013] Viganó, D., Rea, N., Pons, J. A., Perna, R., Aguilera, D. N., and Miralles, J. A. (2013). Unifying the observational diversity of isolated neutron stars via magneto-thermal evolution models. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 434(1) :123–141.
- [Walter, 1998] Walter, F. (1998). The Isolated, Radio-Quiet Neutron Star RXJ 185635-3754 : A View of the Photosphere. *News Letter of the Astronomical Society of New York*, 5 :5.
- [Walter and Lattimer, 2002] Walter, F. M. and Lattimer, J. M. (2002). A revised parallax and its implications for rx j185635–3754. *The Astrophysical Journal Letters*, 576(2) :L145.
- [Walter et al., 1996] Walter, F. M., Wolk, S. J., and Neuhäuser, R. (1996). Discovery of a nearby isolated neutron star. *Nat.*, 379 :233–235.
- [Wang et al., 1999] Wang, C. S., Chung, K. C., and Santiago, A. J. (1999). Systematics of nuclear central densities. *Phys. Rev. C*, 60 :034310.
- [Wang et al., 2013] Wang, Z., Breton, R. P., Heinke, C. O., Deloye, C. J., and Zhong, J. (2013). Multiband Studies of the Optical Periodic Modulation in the X-Ray Binary SAX J1808.4-3658 during Its Quiescence and 2008 Outburst. *ApJ*, 765 :151.
- [Warda et al., 2012] Warda, M., Centelles, M., Viñas, X., and Roca-Maza, X. (2012). Nuclear symmetry energy and neutron skin thickness. *ArXiv e-prints*.
- [Watkins et al., 2013] Watkins, L. L., van de Ven, G., den Brok, M., and van den Bosch, R. C. E. (2013). Discrete dynamical models of ω Centauri. *M.N.R.A.S.*, 436 :2598–2615.
- [Watkins et al., 2015] Watkins, L. L., van der Marel, R. P., Bellini, A., and Anderson, J. (2015). Hubble Space Telescope Proper Motion (HSTPROMO) Catalogs of Galactic Globular Clusters. III. Dynamical Distances and Mass-to-Light Ratios. *ApJ*, 812 :149.
- [Watts et al., 2015] Watts, A., Espinoza, C. M., Xu, R., Andersson, N., Antoniadis, J., Antonopoulou, D., Buchner, S., Datta, S., Demorest, P., Freire, P., Hessels, J., Margueron, J., Oertel, M., Patruno, A., Possenti, A., Ransom, S., Stairs, I., and Stappers, B. (2015). Probing the neutron star interior and the Equation of State of cold dense matter with the SKA. *Advancing Astrophysics with the Square Kilometre Array (AASKA14)*, page 43.
- [Watts et al., 2015] Watts, A. et al. (2015). Understanding the Neutron Star Population with the SKA. *PoS, AASKA14* :039.
- [Webb and Barret, 2007] Webb, N. A. and Barret, D. (2007). Constraining the Equation of State of Supranuclear Dense Matter from XMM-Newton Observations of Neutron Stars in Globular Clusters. *ApJ*, 671 :727–733.
- [Webb and Barret, 2008] Webb, N. A. and Barret, D. (2008). Constraining the equation of state of supranuclear dense matter from xmm-newton observations of neutron stars in globular clusters. *Astron. Nachr.*
- [Weber et al., 2007] Weber, F., Negreiros, R., and Rosenfield, P. (2007). Neutron Star Interiors and the Equation of State of Superdense Matter. *ArXiv e-prints*.

- [Weinberg, 1990] Weinberg, S. (1990). Nuclear forces from chiral lagrangians. *Physics Letters B*, 251 :288–292.
- [Weinberg, 1991] Weinberg, S. (1991). Effective chiral lagrangians for nucleon-pion interactions and nuclear forces. *Nuclear Physics B*, 363(1) :3–18.
- [Weisberg et al., 2010] Weisberg, J. M., Nice, D. J., and Taylor, J. H. (2010). Timing Measurements of the Relativistic Binary Pulsar PSR B1913+16. *ApJ*, 722 :1030–1034.
- [Weissenborn et al., 2012] Weissenborn, S., Chatterjee, D., and Schaffner-Bielich, J. (2012). Hyperons and massive neutron stars : The role of hyperon potentials. *Nuclear Physics A*, 881 :62–77.
- [Wilms et al., 2000] Wilms, J., Allen, A., and McCray, R. (2000). On the Absorption of X-Rays in the Interstellar Medium. *ApJ*, 542 :914–924.
- [Woltjer, 1964] Woltjer, L. (1964). X-Rays and Type I Supernova Remnants. *ApJ*, 140 :1309–1313.
- [Woosley and Janka, 2005] Woosley, S. and Janka, T. (2005). The physics of core-collapse supernovae. *Nature*, 147(1).
- [Woosley et al., 2002] Woosley, S. E., Heger, A., and Weaver, T. A. (2002). The evolution and explosion of massive stars. *Rev. Mod. Phys.*, 74 :1015–1071.
- [Yakovlev and Pethick, 2004] Yakovlev, D. and Pethick, C. (2004). Neutron star cooling. *Annual Review of Astronomy and Astrophysics*, 42(1) :169–210.
- [Yakovlev et al., 2004a] Yakovlev, D. G., Gnedin, O. Y., Kaminker, A. D., Levenfish, K. P., and Potekhin, A. Y. (2004a). Neutron star cooling : theoretical aspects and observational constraints. *Advances in Space Research*, 33 :523–530.
- [Yakovlev et al., 2013] Yakovlev, D. G., Haensel, P., Baym, G., and Pethick, C. (2013). Lev Landau and the concept of neutron stars. *Physics-Uspeski*, 56(3) :289.
- [Yakovlev et al., 2004b] Yakovlev, D. G., Levenfish, K. P., Potekhin, A. Y., Gnedin, O. Y., and Chabrier, G. (2004b). Thermal states of coldest and hottest neutron stars in soft X-ray transients. *A&A*, 417 :169–179.
- [Yakovlev and Pethick, 2004] Yakovlev, D. G. and Pethick, C. J. (2004). Neutron Star Cooling. *Ann. Rev. A&A*, 42 :169–210.
- [Zavlin and Pavlov, 2002] Zavlin, V. E. and Pavlov, G. G. (2002). Modeling Neutron Star Atmospheres. In Becker, W., Lesch, H., and Trümper, J., editors, *Neutron Stars, Pulsars, and Supernova Remnants*, page 263.
- [Zavlin et al., 1996] Zavlin, V. E., Pavlov, G. G., and Shibano, Y. A. (1996). Model neutron star atmospheres with low magnetic fields. I. Atmospheres in radiative equilibrium. *A&A*, 315 :141–152.
- [Zuo et al., 2002] Zuo, W., Lejeune, A., Lombardo, U., and Mathiot, J. F. (2002). Microscopic three-body force for asymmetric nuclear matter. *European Physical Journal A*, 14 :469–475.