



HAL
open science

Invariant océanique grand-fond et discrimination en immersion de sources UBF (1-300 Hz) sur une antenne horizontale

Rémi Emmetiere

► **To cite this version:**

Rémi Emmetiere. Invariant océanique grand-fond et discrimination en immersion de sources UBF (1-300 Hz) sur une antenne horizontale. Traitement du signal et de l'image [eess.SP]. Ecole nationale supérieure Mines-Télécom Atlantique, 2018. Français. NNT : 2018IMTA0101 . tel-02015140

HAL Id: tel-02015140

<https://theses.hal.science/tel-02015140v1>

Submitted on 12 Feb 2019

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

THESE DE DOCTORAT DE

L'ÉCOLE NATIONALE SUPERIEURE MINES-TELECOM ATLANTIQUE
BRETAGNE PAYS DE LA LOIRE - IMT ATLANTIQUE
COMUE UNIVERSITE BRETAGNE LOIRE

ECOLE DOCTORALE N° 601
*Mathématiques et Sciences et Technologies
de l'Information et de la Communication*
Spécialité : *Signal, Image, Vision*

Par **Rémi EMMETIERE**

Invariant océanique grand-fond et discrimination en immersion de sources UBF (1-300 Hz) sur une antenne horizontale

Thèse présentée et soutenue à Brest, le 29 novembre 2018
Unité de recherche : Lab-STICC
Thèse N° : 2018IMTA0101

Composition du Jury :

Président :	Emanuel Radoi	Professeur, UBO
Rapporteurs :	Barbara Nicolas Philippe Roux	Chargée de recherche, CNRS, INSA Lyon Directeur de recherche, CNRS, ISTERRE
Co-directeur de thèse :	Thierry Chonavel Julien Bonnel	Professeur, IMT Atlantique Chercheur associé, WHOI
Encadrement :	Marie Géhant	Ingénieure, Thalès DMS
Invités :	Xavier Cristol Dominique Fattaccioli	Ingénieur, Thalès DMS Ingénieur, DGA Techniques Navales

Remerciements

Tout d'abord, et grand merci à mon encadrement de thèse pour m'avoir soutenu, accompagné et, tout simplement, d'avoir permis que ces trois années de thèse soit un très bon moment. Plus particulièrement je voudrais remercier Julien Bonnel pour ses idées brillantes, sa bienveillance indéfectible mais aussi pour tout le beau papier cadeau qu'il a su mettre autour de mon travail. Je tiens aussi à remercier Marie Géhant d'avoir partagé son point de vue opérationnel et d'avoir toujours cru en ce que je faisais. Enfin, un grand merci à Thierry Chonavel pour son suivi, très souvent à distance, et son expertise scientifique que n'est malheureusement pas put exploiter à 100%. Et surtout, merci à vous trois pour m'avoir toujours encouragé dans les directions de recherche que j'ai prises.

Je remercie également les membres de mon jury de thèse pour avoir accepté d'évaluer mon travail. Merci à Emanuel Radoi pour avoir présidé le jury pour une thèse relativement loin de son domaine de recherche. Je remercie aussi particulièrement les rapporteurs, Barbara Nicolas et Philippe Roux, pour leur relecture précise du manuscrit et leurs questions passionnées. Je voudrais aussi remercier Dominique Fattacioli pour avoir su accompagner avec intérêt mes recherches du premier jour au dernier. Sans oublier Xavier Cristol pour sa pédagogie, nos discussions WKB et ses tonnes de références.

Mais il convient surtout de remercier tous ceux avec qui j'ai partagé des moments de plaisir. Je pense notamment à Kéké (parce qu'il y a toujours un kéké) avec qui les sorties en mer rime en été avec génocide et en hiver avec « à la rame... ça passe », pour nos pique-niques sur la plage pendant les tempêtes et de me laisser gagner au monopoly. Merci Gaétan pour avoir été « hyper content » et « à la compote » (mais aussi pour avoir partagé ta science avec passion). Un grand merci à Pauline et Adri avec qui j'aurais au moins retenu une chose ... le MAMBO ! Merci à Ewen pour avoir enfin compris après trois ans que la IPA c'est bien mieux que la Guinness. Merci à Clément et Éva pour tous les moments partagés à Brest puis à Antibes puis à Brest. Merci à Florent pour son groupe Facebook passionnant et d'avoir donné une autre dimension aux conférences avec l'aide de Gaultier, Emmanuelle, Manue et quelques autres cités précédemment. Une mention spéciale pour Cookie à qui ça fera hyper plaisir d'être dans mes remerciements. Enfin un grand merci à mes parents pour m'avoir toujours laissé choisir la direction que je voulais et pour avoir relu sans rien y comprendre mon manuscrit. Et pour tous ceux que je n'ai pas cités ici, je vous mettrais dans les remerciements d'une prochaine thèse... il va falloir attendre un peu par contre.

Table des matières

Introduction	1
Contexte et objectifs	2
Organisation du manuscrit	3
1 Approche du champ acoustique par les modes normaux	7
Introduction	8
1.1 Généralités sur la propagation d'ondes en milieu océanique	8
1.1.1 Le milieu océanique comme un guide d'ondes	8
1.1.2 Types d'environnements	15
1.2 Les modes normaux	18
1.2.1 Origine physique des modes	18
1.2.2 Décomposition en modes normaux	21
1.2.3 Définition d'un mode	23
1.3 Propriétés des modes	24
1.3.1 Relation de phase des modes	24
1.3.2 Type des modes	26
1.3.3 Prédominance par groupes de modes	29
1.3.4 Propriétés du champ acoustique large bande	30
Conclusion	33
2 L'invariant océanique : β	35
Introduction	37
2.1 Origine	37
2.1.1 Motifs d'interférences	37
2.1.2 Pentés de striation	39
2.1.3 Principe d'invariance de la relation $s_g(s_p)$	40
2.1.4 Valeurs de β pour des modes proches	43
2.1.5 Valeurs de β pour des modes éloignés	45
2.1.6 Conséquence sur le motif d'interférence	46
2.2 Distribution d'invariant océanique	47
2.2.1 Estimation de E_β	47
2.2.2 Variabilité de E_β en milieu stratifié	50
2.3 Autres manifestations de l'invariant océanique, et applications	52
2.3.1 E_β en sortie de formation de voies	52
2.3.2 Loi de puissance du nombre d'onde horizontale	55
2.3.3 Applications	56
Conclusion	58

3	L'invariant océanique en grand-fond : une grandeur ni scalaire, ni invariante	59
	Introduction	61
3.1	Prédiction de E_β en grand-fond	61
3.1.1	Intuitions sur les origines de la variabilité de E_β	61
3.1.2	Prise en compte de la prédominance par groupes de modes	63
3.1.3	L'invariant océanique : une fonction explicite de la configuration source-récepteur	65
3.1.4	Prédiction complète de E_β	69
3.2	Interprétation de E_β en grand-fond	71
3.2.1	Miroir de Lloyd	72
3.2.2	Cas $\beta = 0$	74
3.2.3	Zone de convergence	76
	Conclusion	77
4	Discrimination en immersion utilisant l'invariant océanique	79
	Introduction	80
4.1	Classification binaire	80
4.1.1	Le classifieur	81
4.1.2	Performances d'un classifieur	82
4.2	État de l'art de la discrimination en immersion	84
4.2.1	Scintillation modale	84
4.2.2	Méthode par sous-espace	85
4.2.3	Motif d'interférence	85
4.3	Classifieur basé sur l'invariant océanique	87
4.3.1	Concept de la discrimination en immersion basée invariant océanique	87
4.3.2	Construction du classifieur	92
4.3.3	Analyse de performances	96
4.4	Études sur données simulées	102
4.4.1	Paramètres de simulation	102
4.4.2	Erreurs de modèle	102
4.4.3	Influences du contexte	105
	Conclusion	108
	Conclusion générale	111
	Résumé du manuscrit	111
	Conclusion	112
	Perspectives	113
	Annexe A Comportement d'une onde plane à une interface fluide-fluide	119
	Annexe B L'approximation Wenster-Kramers-Brillouin (WKB)	121
	Annexe C Interprétation géométrique de la théorie des modes normaux	123
	Bibliographie	127

Introduction

Même si le milieu marin était le berceau de toutes vies sur terre il y a plus de 400 millions d'années, il n'a aujourd'hui rien d'hospitalier pour le genre humain. A l'instar de J. Piccard, Don Walch et J. Cameron, les trois seuls Hommes à avoir atteint le point le plus bas sur terre ($-11\ 000$ m d'altitude), les grandes profondeurs font partie d'un monde difficile d'accès qu'il reste à découvrir. Il n'est cependant pas nécessaire de partir en expédition si profondément pour en appréhender l'hostilité. Équipé d'un scaphandre autonome, quelques dizaines de minutes passées à plus de 20 m de profondeur suffisent à saturer en azote les tissus du corps humain, nécessitant le respect de paliers de décompression afin d'éviter de graves traumatismes. Ce sont principalement les très fortes pressions qui s'y exercent qui rendent le milieu sous-marin si hostile. A cela s'ajoute la très faible conductivité de l'eau vis à vis des ondes électromagnétiques (lumières, ondes radio...) conduisant à un manque d'informations habituelles. En effet, ces ondes électromagnétiques sont utilisées dans la plupart de nos moyens modernes de communication (téléphonie, GPS, radio...) et d'observations (caméras). De fait, le milieu sous-marin est un monde mystérieux et difficile à observer grâce aux moyens traditionnels.

Afin de contourner ces contraintes, une bonne alternative consiste à considérer des ondes mécaniques et plus particulièrement les ondes acoustiques. C'est d'ailleurs le principal vecteur d'information utilisé par la faune aquatique. Il a été sélectionné au cours de million d'années d'évolution et est utilisé par les espèces qui nous sont contemporaines pour interagir entre elles, se localiser, percevoir l'environnement... Par mimétisme, nous nous sommes doté d'une technologie adaptée en développant des moyens de production acoustique (les transducteurs), d'écoute (les hydrophones) et d'algorithmes spécifiques au milieu afin de : communiquer, caractériser son environnement ou détecter/localiser des éléments d'intérêts.

Globalement, on distingue deux manières de se servir des ondes acoustiques. D'une part, il existe une acoustique dite active, où le son est émis directement par l'utilisateur qui en récupère une version propagée dans le milieu. Il est alors possible d'en déduire des informations sur le milieu traversé par le son ou sur la présence d'éléments perturbant sa propagation. C'est le cas lors de l'écholocalisation, une technique que la plupart des odontocètes (dauphins, cachalots...) maîtrisent grâce à un organe dédié : le melon. Les sonars actifs utilisés par l'homme exploitent les mêmes principes et permettent notamment, en prospection pétrolière, d'identifier dans le sous-sol la présence de nappes d'hydrocarbure ou, en hydrographie, à cartographier la bathymétrie des fonds marins. D'autre part, on distingue l'acoustique dite passive, qui ne considère aucune émission sonore de la part de l'utilisateur. Il se contente alors de recueillir les sons ambiants qui constituent son paysage acoustique. Tout comme le font nos oreilles en milieu aérien, cette écoute passive permet de déduire, en toute discrétion, la présence de sources sonores d'intérêts mais aussi d'éléments silencieux via l'influence qu'ils ont sur la propagation des sons provenant d'autres sources, dites d'opportunités.

Néanmoins, il faut savoir que dans l'eau, la propagation des ondes sonores est très différente de celle que nous connaissons sur terre, à tel point que nos sens y sont inadaptés. En effet, le son se propage environ quatre fois plus vite dans l'eau que dans l'air, il suit des trajectoires qui ne sont pas rectilignes, il subit très souvent de multiples réflexions sur la surface et le fond donnant un effet d'échos à l'écoute etc... Ces différents effets sont plus ou moins importants selon

la profondeur d'eau du milieu et la fréquence de l'onde sonore. On différencie donc souvent deux types d'environnement, dits *petit-fond* et *grand-fond*. Les petits-fonds caractérisent les plateaux continentaux dont la profondeur est de l'ordre de la centaine de mètres. Pour ces environnements le son interagit fortement avec la surface et le fond pouvant même aller jusqu'à pénétrer très profondément ce dernier pour s'y propager. A l'inverse dans le cas grand-fond, représentatif des plaines océaniques profondes de plusieurs kilomètres, l'onde acoustique a tendance à se propager dans l'eau sur de très longues distances (pouvant aller jusqu'à plusieurs milliers de kilomètres pour des fréquences faibles).

Quoi qu'il en soit, l'interprétation que l'on peut faire d'une mesure acoustique doit être adaptée à ce contexte physique. C'est pourquoi, il peut arriver que les méthodes déployées soient spécifiques à l'un ou l'autre des deux types d'environnement cités. Notons aussi que suivant l'application visée, l'organisation spatiale des points de mesure peut aussi différer. Dans le cas d'hydrophones, ils peuvent être mis en réseau et disposés de très nombreuses façons afin d'optimiser la pertinence de l'information recueillie. A titre d'exemple, on peut citer l'organisation en triplet d'hydrophones (trois points de mesure synchronisée formant un triangle) ou en antennes linéaires (succession d'hydrophones synchronisés placés sur une même droite). Finalement, c'est la connaissance de la configuration des récepteurs et de la physique de propagation sous-jacente qui permet d'observer passivement le milieu marin au travers des ondes acoustiques. Cette discipline est appelée acoustique sous-marine passive et fait l'objet de cette thèse.

Contexte et objectifs

Plus particulièrement, les travaux présentés dans ce manuscrit s'inscrivent dans une succession de thèses motivées et financées par la Direction Générale de l'Armement - Techniques navales (DGA-Tn) depuis plus de 20 ans sous l'impulsion de D. Fattaccioli. Globalement, elles ont pour but de caractériser la propagation acoustique d'ondes Ultra Basse Fréquence (UBF, inférieur à l'ordre de la centaine de Hertz) et de déterminer la pertinence de méthodes passives d'inversion adaptées à ce contexte. Les études conduites durant ces années se sont très principalement intéressées aux environnements petits-fonds pour en comprendre la propagation d'ondes UBF [Le Roux 1996, Pignot 1997, Nardin 1998], localiser des sources impulsives à l'aide d'une antenne horizontale [Nicolas 2004] ou grâce à un unique capteur [Le Touzé 2007], caractériser passivement l'environnement [Bonnell *et al.* 2010, Nicolas 2004], discriminer passivement des sources de surface et des sources immergées [Conan 2017]...

Dans ce cadre, les travaux de thèse présentés dans ce manuscrit prennent le parti de compléter les travaux initiés par P. Pignot [Pignot 1997] en décrivant la **propagation UBF** en environnement **grand-fond**. Les thématiques traitées ici concernent à la fois la **compréhension physique** de la propagation UBF en grand-fond mais aussi la **localisation passive** de sources en reprenant notamment les pistes proposées dans le dernier chapitre de la thèse de J. Bonnell [Bonnell *et al.* 2010].

Classiquement, les problèmes d'inversion et plus spécifiquement les problèmes de localisation peuvent être traités grâce à des méthodes du type *matched-field processing* [Baggeroer *et al.* 1993]. Elles consistent à comparer une observation acoustique in situ à des répliques générées en simulation numérique pour différentes positions de la source. Les données de simulation de la réplique maximisant la corrélation avec l'observation permettent de déterminer la position estimée de

la source. Cependant, ces méthodes sont connues pour être très sensibles à de petites erreurs de modélisation des propriétés géo-acoustiques de l’environnement supposé par rapport à l’environnement réel. Au vu du caractère dynamique des océans, ce type d’erreurs est en pratique inévitable. C’est pourquoi il convient de se tourner vers des méthodes qui **sont robustes vis à vis de la méconnaissance que l’on peut avoir de l’environnement**.

En ce sens, on choisit d’exploiter dans cette thèse une grandeur, qui montre des propriétés intéressantes d’indépendance aux détails de modélisation de l’environnement, appelée **invariant océanique**. Il a notamment été très utilisé en petit-fond pour de nombreuses applications de localisation [Thode 2000, Cockrell & Schmidt 2010, Rouseff & Spindel 2002], d’inversion géo-acoustique [Heaney 2004], en sonar actif [Quijano *et al.* 2008], en séparation de sources [Zurk & Rouseff 2012, Le Gall & Bonnel 2013], ou de compensation de la dispersion [Gao *et al.* 2010, Bonnel *et al.* 2013]. Afin de limiter encore plus les connaissances environnementales nécessaires pour l’inversion, le problème de localisation est transformé en un problème plus simple de **discrimination en immersion** [Premus *et al.* 2004, Conan 2017]. On cherche uniquement à savoir si la source est en dessous ou au-dessus d’une profondeur seuil. Bien que d’apparence simpliste, ce genre d’approche est très pertinente en UBF. En effet, cette gamme de fréquence est caractérisée par un très grand nombre et une très grande diversité de sources d’origine humaine ou naturelle. La discrimination en immersion constitue alors un premier tri permettant par exemple d’identifier un sous-marin en immersion dans le cadre de la lutte sous-marine ou bien de supprimer le bruit provenant de la surface très souvent associé au trafic maritime très bruyant en UBF.

On s’intéresse tout particulièrement au cas de **sources large bande**¹ dont la détection sur une **antenne horizontale** est préalablement supposée. Dans ce contexte, l’invariant océanique apparaît comme une grandeur physique permettant de décrire le motif des interférences visibles sur l’intensité acoustique recueillie par l’antenne. Dans ce manuscrit, on souhaite comprendre la dépendance qu’entretiennent l’invariant océanique et la configuration source-récepteur en grand-fond, pour ensuite proposer une méthode de discrimination en immersion adaptée aux grands-fonds et basée sur l’invariant océanique.

Organisation du manuscrit et contributions

Pour répondre aux objectifs précédents, le manuscrit est organisé en quatre chapitres :

1. introduction des connaissances générales en acoustique sous-marine nécessaire à la compréhension du manuscrit ;
2. état de l’art concernant l’invariant océanique, de ses origines physiques jusqu’aux applications ;
3. modélisation et compréhension de la distribution d’invariant océanique en grands-fonds ;
4. proposition d’une discrimination en immersion de sources large bande basée sur le principe d’invariant océanique et d’énergie piégée en grand-fond.

Les deux premiers chapitres constituent une reprise de l’état de l’art. Les deux derniers présentent les principales contributions de la thèse. En particulier, le chapitre 3 a donné lieu à

1. le terme *large bande* n’est pas utilisé ici au sens du sonariste. Un signal de quelques canaux fréquentiels (de l’ordre du Hertz) est considéré comme large bande dans ce manuscrit. Par exemple, les signaux large bande traités dans le chapitre 3 et 4 ont une largeur de bande de seulement 20 Hz.

une publication sous la forme d'un article de revue dans le *Journal of Acoustical Society of America* [Emmetière *et al.* 2018a] apportant une compréhension fine de l'invariant océanique en grand-fond. Le chapitre 4 reprend les éléments soumis à *IEEE Journal of Selected Topics in Signal Processing* [Emmetiere *et al.* 2018b] dont les retours de relecture sont, à ce jour, toujours attendus. Ces travaux ont (ou seront) également été présentés en conférences internationales [Emmetiere *et al.* 2017, Emmetiere *et al.* 2018c] et nationale [Emmetiere *et al.* 2016].

De manière plus détaillée, les différents points discutés dans chacun des chapitres sont listés ci-dessous :

Chapitre 1

Dans ce chapitre, on détaille les notions fondamentales de l'acoustique sous-marine. Dans un premier temps une approche géométrique de la propagation est présentée permettant d'appréhender les principales caractéristiques de la propagation d'ondes acoustique dans le milieu marin. On s'attache notamment à bien référencer les spécificités observées du champ acoustique dans les cas grand-fond et petit-fond. On introduit ensuite le modèle physique utilisé pour l'analyse du champ acoustique : la théorie de modes normaux. Elle est détaillée pour des environnements invariants en distance et revient à exprimer le champ acoustique comme une somme d'ondes cylindriques appelées modes. Des propriétés intéressantes de ces modes sont finalement discutées et étendues aux signaux large bande.

Chapitre 2

Ce chapitre reprend l'état de l'art concernant l'invariant océanique et en présente une analyse personnelle de l'auteur. Historiquement, l'invariant océanique est associé à la pente de striations, liées à l'interférence des modes, qui apparaissent dans une représentation distances-fréquences de l'intensité acoustique. De telles représentations ainsi que l'origine physique de l'invariant océanique sont introduites. Des valeurs classiques d'invariant océanique sont ensuite données et leurs conséquences sur les striations discutées. Ainsi, en grand-fond, cet invariant n'est pas un scalaire mais une distribution qui varie en fonction de la configuration source-antenne. En se basant sur des références de la littérature, des applications liées à l'invariant océanique sous sa forme scalaire ou de la distribution sont présentées en fin de chapitre.

Chapitre 3

Ce chapitre discute de la dépendance en distance/profondeur de la distribution d'invariant océanique en grand-fond. Grâce à une analyse géométrique de l'approche ondulatoire de la propagation, les origines de ces variations sont déterminées. Une expression de l'invariant océanique explicitement dépendante de la distance source-antenne et de leur profondeur est donnée, permettant de prédire avec précision la distribution d'invariant océanique comme une fonction de la configuration source-récepteur. Au travers d'exemples, plusieurs cas particuliers sont étudiés afin de montrer des comportements de la distribution d'invariant océanique qui sont spécifiques aux environnements grands-fonds.

Chapitre 4

Dans ce dernier chapitre, on aborde la discrimination en immersion comme un problème de classification binaire. Après avoir introduit les notions associées à ce domaine, un classifieur basé sur la physique de l'invariant océanique et le principe d'énergie piégée est proposé. Il utilise comme entrée l'intensité acoustique mesurée sur une antenne horizontale. En configuration passive, il permet de déterminer si une source est proche de la surface ou immergée, avec des performances qui sont étudiées. La robustesse de ce classifieur aux erreurs de modélisation est ensuite testée et notamment sur des données simulées en environnement spatialement variable (environnement 2-D). L'applicabilité de ce classifieur sur toute la gamme UBF est ensuite étudiée en simulation ainsi que pour d'autres changements du cadre expérimental.

Conclusion et perspectives

Finalement une dernière partie est consacrée à l'analyse de l'auteur sur les travaux qu'il a menés. Dans un premier temps une synthèse des principaux résultats exposés dans chacun des quatre chapitres de ce manuscrit est développée. Puis une conclusion générale concernant l'invariant océanique en grand-fond et son utilisation pour la discrimination en immersion est dressée. Enfin, des pistes pour améliorer les traitements et analyses du champ acoustique en grand-fond sont proposées. En prenant du recul sur l'ensemble de ces perspectives, certaines d'entre elles sont renvoyées dans une section à part entière constituant selon l'auteur un projet de recherche à long terme d'intérêt pour la communauté d'acoustique sous-marine.

Pour conclure l'introduction, notons que la thèse présentée ici est une CIFRE Défense en partenariat avec Thales DMS. La thèse, d'une durée de 3 ans, a été découpée de la manière suivante :

- 23 mois à l'École Nationale Supérieure de Techniques Avancées (ENSTA) Bretagne,
- 5 mois à Woods Hole Océanographic Institution (WHOI),
- 8 mois à Thalès Defense Mission Systems (DMS) Sophia-Antipolis,

en entretenant des visites régulières sur le site de la DGA-Tn à Toulon.

Approche du champ acoustique par les modes normaux

Sommaire

Introduction	8
1.1 Généralités sur la propagation d'ondes en milieu océanique	8
1.1.1 Le milieu océanique comme un guide d'ondes	8
1.1.1.1 Le milieu océanique	8
1.1.1.2 Vitesse du son	9
1.1.1.3 Réfraction	11
1.1.1.4 Réflexion	12
1.1.1.5 Atténuation des ondes	13
1.1.2 Types d'environnements	15
1.1.2.1 Petit-fond et grand-fond	15
1.1.2.2 Spécificités des environnements petit-fond	16
1.1.2.3 Spécificités des environnements grand-fond	16
1.2 Les modes normaux	18
1.2.1 Origine physique des modes	18
1.2.1.1 La pression acoustique	18
1.2.1.2 L'équation d'Helmholtz	18
1.2.1.3 Ajout d'une source ponctuelle	19
1.2.1.4 Conditions aux limites	20
1.2.1.5 Méthodes de résolution	20
1.2.2 Décomposition en modes normaux	21
1.2.2.1 Hypothèses	21
1.2.2.2 Expression du champ acoustique dans le cas général	21
1.2.2.3 Ajout de l'amortissement	23
1.2.3 Définition d'un mode	23
1.3 Propriétés des modes	24
1.3.1 Relation de phase des modes	24
1.3.1.1 Phase d'un mode	24
1.3.1.2 Point de retournement	25
1.3.2 Type des modes	26
1.3.2.1 Modes guidés	27
1.3.2.2 Modes atténués	28
1.3.3 Prédominance par groupes de modes	29
1.3.4 Propriétés du champ acoustique large bande	30
1.3.4.1 Utilisation des modes pour les signaux large-bande	30
1.3.4.2 Simulation numérique	31

1.3.4.3 Séparabilité des modes en bande large	32
Conclusion	33

Introduction

Comme souvent en physique les phénomènes naturels peuvent être mis sous forme d'équations faisant intervenir les paramètres de l'environnement dans lequel le phénomène se produit. En acoustique sous-marine passive, la quantité étudiée est la pression acoustique. La physique sous-jacente provient de la mécanique des fluides (l'équation d'onde) et fait intervenir un environnement de propagation complexe (le milieu marin). L'amélioration des ressources informatiques permet aujourd'hui de prédire le champ acoustique grâce à des simulations numériques par différences finies où l'onde est propagée dans un environnement finement discrétisé. Ce type de simulations intègre facilement des environnements complexes mais ne permet pas une compréhension physique du phénomène étudié. Cependant, sous certaines conditions, des hypothèses peuvent être formulées afin de résoudre l'équation d'onde. Analytiquement, on peut exprimer, par exemple, le champ acoustique sous la forme d'une somme de rayons ou de modes de propagation. Ces deux approches, couramment référencées comme la théorie des rayons et la théorie des modes normaux, permettent une compréhension fine de la propagation acoustique mais divergent dans leurs contextes d'application. D'une part, la théorie des rayons permet une très bonne approximation du champ de pression en haute fréquence mais échoue à des fréquences plus basses. D'autre part, bien que valable quelle que soit la gamme de fréquences, la théorie des modes perd son intérêt en haute fréquence, où le nombre de modes devient trop grand et le coût de calcul explose. Le contexte basse fréquence étudié ici, nous permet d'envisager une analyse du champ acoustique comme une somme de modes.

Ce chapitre reprend les concepts d'acoustique sous-marine nécessaires à la compréhension du manuscrit et rappelle notamment les notions de base : vitesse du son, réflexion, réfraction, amortissement. Le modèle en modes normaux utilisé dans ce manuscrit pour l'analyse du champ acoustique est ensuite introduit. Enfin, nous verrons comment exploiter numériquement ce modèle pour l'étude de signaux large bande.

1.1 Généralités sur la propagation d'ondes en milieu océanique

Cette section vise à présenter les principales caractéristiques du milieu océanique quand il est considéré comme milieu de propagation acoustique. L'importance de la célérité du milieu est notamment mise en avant, ainsi que les grands types d'environnement et leurs conséquences sur les modèles de propagation utilisés.

1.1.1 Le milieu océanique comme un guide d'ondes

1.1.1.1 Le milieu océanique

En acoustique sous-marine, l'environnement est souvent qualifié de *stratifié*. Il peut être considéré comme composé de plusieurs couches superposées avec des conditions de propagation

différentes. Au sein d'une couche de même nature (eau, glace, sédiment, roche...), les propriétés physiques intrinsèques à la couche varient de manière continue avec la profondeur. Une *interface* est définie à la jonction entre deux couches où des variations brusques des propriétés géoacoustiques ont lieu. Finalement, l'*environnement* est défini comme l'ensemble des couches et interfaces considérées. Particulièrement, on notera *colonne d'eau* la couche composée d'eau, et *fond-marin* l'ensemble des couches situées sous la colonne d'eau.

En pratique, les propriétés physiques de chaque couche sont déterminées par des mesures in-situ ou bien en utilisant des abaques [Urick 1979] si l'on connaît la nature de la couche. Une fois l'environnement caractérisé, chaque grandeur physique peut alors être exprimée comme une fonction de la profondeur, couramment appelée *profil*. Dans notre cas, seuls

- le profil de célérité $c(z)$,
- le profil des masses volumique $\rho(z)$ et
- le profil d'amortissement $\alpha(z)$

seront pris en considération. Finalement, un environnement peut être décrit comme schématisé en figure 1.1.

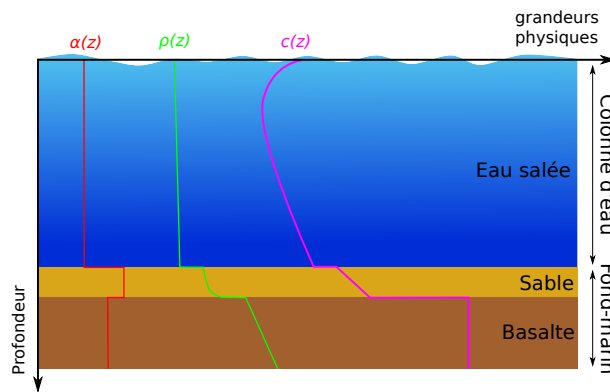


FIGURE 1.1 – Représentation schématique d'un environnement marin.

Généralement, ces trois quantités sont suffisantes pour représenter fidèlement l'environnement au sens de la propagation d'ondes acoustiques de compression (ondes-P). Dans l'ensemble du manuscrit nous considérons que le son est uniquement propagé par ce type d'ondes. Le signal étudié est alors le signal de pression acoustique.

1.1.1.2 Vitesse du son

De manière générale, en acoustique sous-marine, la célérité est le paramètre qui influe le plus sur la propagation. Elle sera au cœur des analyses et des méthodes développées dans cette thèse. L'allure et l'origine des variations du profil de célérité, souvent abrégé SSP (pour Sound Speed Profil en anglais), sont détaillées dans ce paragraphe.

Concrètement, le profil de célérité est généralement estimé grâce à une sonde CTD (pour Conductivity Temperature Depth en anglais) qui permet de mesurer le long de la colonne d'eau, la température T , la profondeur z (via la pression statique) et la salinité S . La célérité du son

peut alors être calculée grâce à la relation empirique suivante [Clay & Medwin 1977] :

$$c(z) = 1449.2 + 4.6T + 0.055T^2 + 0.00029T^3 + (1.34 - 0.01T)(S - 35) + 0.016z, \quad (1.1)$$

où T est exprimée en degrés Celsius, S en pour mille et z en mètres. En accord avec la relation (1.1), les variations de célérité sont uniquement associées à des changements de température, de profondeur ou de salinité.

Si la pression statique est globalement une fonction affine de la profondeur, la température et la salinité peuvent fortement varier géographiquement et temporellement. Des exemples de profils de pression, de température et de salinité typiques du mois d'août en Atlantique Nord-Est et en Méditerranée sont donnés respectivement en figure 1.2(a), 1.2(b) et 1.2(c). Via l'équation (1.1), les profils de célérité associés sont calculés et représentés en figure 1.2(d).

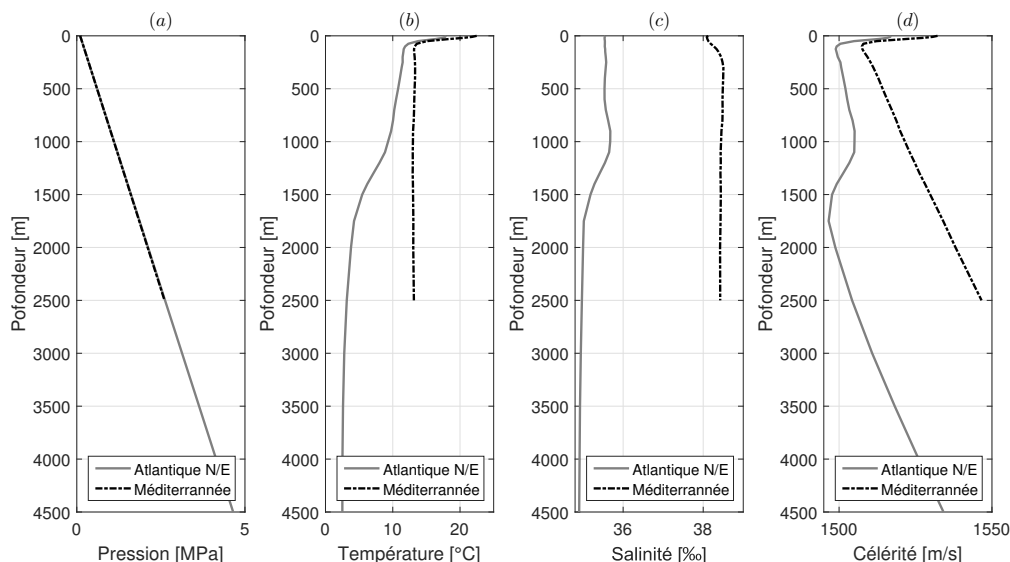


FIGURE 1.2 – Propriétés physiques typiques d'une colonne d'eau de 4500 m d'épaisseur en Atlantique Nord-Est et de 2500 m d'épaisseur en Méditerranée. Sont représentés en (a) les profils de pression, en (b) les profils de température, en(c) les profils de salinité et en (d) les profils de célérité.

On note sur la figure 1.2(b), que la première centaine de mètres de la colonne d'eau est fortement influencée par la température. En effet, surtout en été, la surface est chauffée faisant apparaître une thermocline qui engendre un fort gradient négatif de la célérité visible sur la figure 1.2(d). Plus en profondeur les variations de température sont plus douces et la célérité est plus fortement influencée par les changements de salinité qui peuvent faire apparaître des maxima locaux de célérité. C'est le cas en Atlantique Nord-Est en raison du mélange d'eaux plus salées provenant de Méditerranée avec l'eau moins salée de l'océan. Au-delà de 1500 m, salinité et température sont quasiment constantes. Seule l'augmentation de profondeur fait augmenter linéairement la pression statique, formant un profil barocline. Ceci se traduit par un gradient de célérité positif très stable géographiquement et temporellement.

Dans la suite du manuscrit, le profil de célérité de type Méditerranéen sera notre cas d'étude. L'adaptation des méthodes proposées à un environnement plus complexe comme celui de l'Atlantique Nord-Est sera discutée en perspective.

1.1.1.3 Réfraction

Même si les variations de la célérité de la colonne d'eau (comprises entre 1480 – 1550m/s soit environ 5% de la valeur moyenne) semblent anecdotiques, elles ont d'importantes conséquences sur la propagation acoustique. Elles déforment notamment la trajectoire de l'onde acoustique se propageant dans un tel milieu sous l'effet de la *réfraction*. Cette caractéristique de la propagation acoustique sous-marine est capitale et peut être très simplement expliquée par la loi de Snell-Descartes pour la réfraction [Jensen *et al.* 2011], qui lie les angles de rasance $\theta(z)$ au profil de célérité $c(z)$ du milieu par

$$\frac{\cos \theta_1}{c_1} = \frac{\cos \theta_2}{c_2}, \quad (1.2)$$

où $\theta_j = \theta(z_j)$ et $c_j = c(z_j)$. L'origine mathématique de cette relation est rappelée dans l'annexe A.

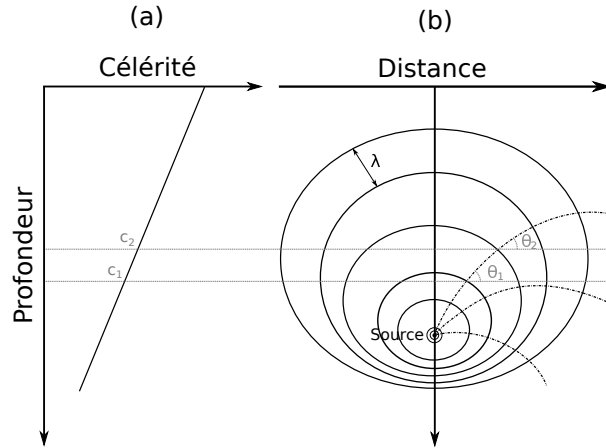


FIGURE 1.3 – En (a) est présenté un profil de célérité composé d'un gradient négatif. En (b) est tracé la représentation schématique d'une onde (traits pleins) se propageant dans le milieu décrit par le profil de célérité présenté en (a). Les rayons acoustiques (en pointillé) se courbent suivant l'équation (1.2).

Afin d'illustrer la réfraction, on choisit de représenter une onde acoustique de longueur d'onde $\lambda(z) = \frac{c(z)}{f}$ par des courbes à phase constante, définissant son *front d'onde*. Par exemple, en représentant uniquement les crêtes d'une onde monochromatique se propageant dans un milieu dont le profil de célérité est représenté en figure 1.3(a), le front d'onde se déforme selon l'équation (1.2) et adopte l'allure décrite par la figure 1.3(b). On peut, de manière équivalente, définir un *rayon acoustique* comme l'un des tracés perpendiculaires au front d'onde. Trois rayons acoustiques sont aussi dessinés sur la figure 1.3(b). Globalement ils semblent se courber et être attirés vers les zones de faible célérité.

Notons que les environnements Méditerranéen et Atlantique Nord-Est précédemment considérés comportent tous deux au moins un minimum local de célérité autour de $z = 100$ m. Leurs

profils de célérité respectifs sont illustrés en figure 1.4(a) et figure 1.4(c). En couplant cette observation avec le phénomène de réfraction, certains rayons acoustiques se piègent aux alentours de ce minimum, définissant le chenal SOFAR (pour SOUND FIXING AND RANGING dans la littérature anglophone). Cette situation est illustrée par la figure 1.4(b) et par la figure 1.4(d) pour les deux environnements.

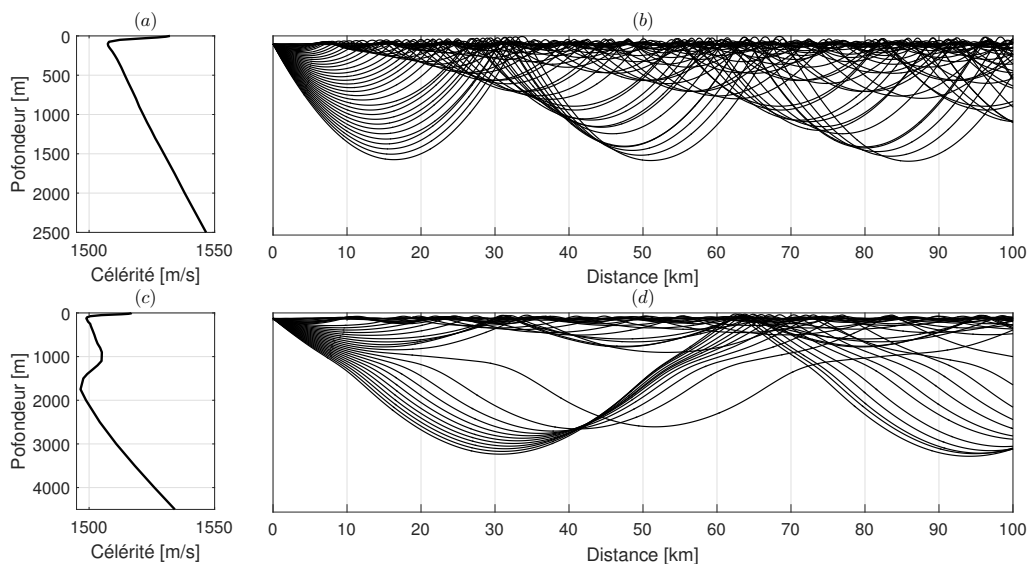


FIGURE 1.4 – En (a) (respectivement (c)) les profils de célérité utilisés pour générer les tracés de rayons exposé en (b) (respectivement (d)) provenant d’une source positionné au niveau du premier minimum de célérité. La trajectoire des rayons est obtenue grâce au code numérique BELLHOP [Porter *et al.* 2007]. Seulement quelques rayons avec un angle de lancement positif et n’interagissant pas avec la surface sont tracés.

Le front d’onde décrit par ces rayons acoustiques n’interagit ni avec la surface ni avec le fond-marin et se propage sur de très longues distances. C’est pourquoi, le chenal SOFAR peut être utilisé pour réaliser des communications acoustiques de très longues portées. On peut notamment citer l’expérimentation réalisée en 1982 avec une transmission acoustique entre l’Australie et les Bermudes [Shockley *et al.* 1982] pour une distance totale parcourue par l’onde acoustique estimée à près de 20 000 km.

1.1.1.4 Réflexion

Même si une partie des rayons acoustiques reste piégée dans le(s) minimum(a) de célérité, une autre partie s’en libère et vient interagir avec les interfaces. Habituellement, on considère au moins deux interfaces : l’interface eau/air en surface et l’interface eau/fond au niveau du fond-marin. Notons que sur la figure 1.2 trois interfaces sont représentées, à savoir l’interface eau/air, l’interface eau/fond et l’interface profond sable/basalte.

Pour des raisons de généralité, on étudie ici une interface générique notée interface mi-

lieu 1/milieu 2. Dans ce cadre, l'onde réfractée à l'interface est appelée *onde transmise* (du milieu 1 vers le milieu 2) pour la distinguer de l'onde réfractée évoquée dans la section 1.1.1.3 intervenant lors de variations continues de la célérité. Dans tous les cas, l'équation de Snell-Descartes (1.2) reste valable et donne une très bonne approximation du comportement de l'onde transmise au niveau d'une interface.

Du fait de la discontinuité du profil de célérité à l'interface, un phénomène non négligeable de *réflexion* apparaît. La loi de Snell-Descartes pour la réflexion s'applique alors et relie l'angle de rasance de l'onde réfléchie, θ_r , à l'angle de rasance de l'onde incidente, θ_i , par :

$$\theta_r = -\theta_i. \quad (1.3)$$

Les amplitudes des ondes réfléchie et/ou transmise traduisent la quantité d'énergie restant dans le milieu 1 et celle transmise du milieu 1 vers le milieu 2. Cette répartition dépend de la nature des deux couches formant l'interface et peut être exprimée selon les coefficients de réflexion et de transmission de l'interface. L'origine de l'équation (1.3) ainsi que les expressions des coefficients de réflexion et de transmission sont rappelées en annexe A. Ici, nous retiendrons uniquement que pour :

l'interface air/eau la différence volumique entre l'air et l'eau est telle que l'air peut être considéré comme un fluide de masse volumique nulle ($\rho_{air} = 0$). Dans ce cas, il n'y a pas de transmission d'énergie de l'eau vers l'air. La totalité de l'onde incidente est réfléchie en subissant un déphasage de π . On parle de *réflexion totale*.

l'interface eau/fond la célérité du fond-marin, est généralement plus grande que celle de l'eau. Dans ce cas il existe un angle critique, noté θ_c , en dessous duquel la réfraction n'est pas permise par l'équation (1.2). Pour ces angles aucune énergie n'est transmise de l'eau vers le fond-marin de tel sorte que l'onde acoustique est totalement réfléchie en subissant un déphasage qui est fonction de l'angle de rasance de l'onde incidente. Pour des angles plus grands que θ_c , il y a réfraction, et une partie de l'énergie est transmise de l'eau vers le sous-sol.

En réalité, quelle que soit l'interface, la transmission et la réflexion ne se font pas sans perte d'énergie. Notamment, la rugosité des interfaces provoque une *diffusion* d'énergie dans toutes les directions. De par le principe de conservation d'énergie, les ondes réfléchies et transmises sont atténuées. La diffusion ne sera pas prise en compte dans ce manuscrit, mais il est important de noter qu'elle existe. Son effet d'atténuation est cependant décroissant lorsque la fréquence diminue, ce qui rend son impact limité dans la gamme de fréquences étudiée ici. Dans la prochaine sous-section, nous aborderons deux autres aspects contribuant à l'atténuation des ondes acoustiques.

1.1.1.5 Atténuation des ondes

On distingue principalement deux types d'atténuation. Une atténuation liée à la nature visqueuse du milieu de propagation, et une autre, liée à l'expansion du front d'onde. La première est qualifiée d'atténuation visqueuse tandis que la seconde est appelée atténuation géométrique.

Atténuation visqueuse Que ce soit l'eau, les sédiments ou même la roche, le milieu de propagation est considéré comme un fluide visqueux. Par conséquent, lorsqu'une onde mécanique (donc acoustique) fait entrer en mouvement ses particules, une partie de l'énergie se dissipe sous forme de chaleur. On parle d'*amortissement*. Il est d'autant plus grand que la viscosité du milieu est grande ou que la longueur d'onde λ est petite. L'amortissement est noté α dans la section 1.1.1.1 et est souvent exprimé comme une fonction de la longueur d'onde (en dB/ λ).

Strictement, l'amortissement dans la colonne d'eau est non-nul, mais au vu des gammes de fréquences (inférieur à 300 Hz) et des distances de propagation (1 – 100 km) considérées dans cette thèse, l'atténuation visqueuse de l'eau peut être négligée. Dans la suite on prendra $\alpha_{eau} = 0$ dB/ λ .

En revanche, l'amortissement du fond doit être pris en compte et fluctue fortement en fonction de sa nature. Une liste non-exhaustive de valeurs d'amortissement peut être trouvée dans [Urick 1979]. Notons dès à présent que l'amortissement n'intervient logiquement que lorsque l'onde interagit avec les couches du fond-marin. Par conséquent, les ondes réfléchies ou transmises dans le fond subissent une atténuation visqueuse que les ondes piégées dans le SOFAR ne subissent pas.

Atténuation géométrique Prenons une source plongée dans un environnement borné par deux interfaces, comme celui représenté en section 1.1.1.1. On peut alors considérer que deux types d'ondes se propagent : des ondes sphériques en champ proche puis des ondes cylindriques en champ lointain. Cette situation est illustrée par la figure 1.5 où les phénomènes de réfraction dans la colonne d'eau sont négligés. Très approximativement, le champ proche est couramment défini pour $r \leq H$, et le champ lointain pour $r \gg H$ [Jensen *et al.* 2011], où H est la hauteur de la colonne d'eau.

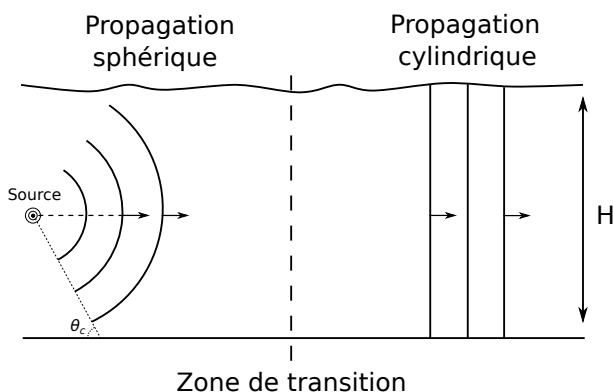


FIGURE 1.5 – Schématisation d'une propagation d'onde sphérique en champ proche, et cylindrique en champ lointain dans un guide d'ondes simple.

En champ proche, le front d'onde s'étend selon une sphère répartissant énergie acoustique sur une surface de $4\pi r^2$. L'énergie décroît donc en $\frac{1}{r^2}$. En revanche, en champ lointain nous pouvons considérer que le front d'onde s'étend uniquement selon l'axe des distances. Tout comme une onde cylindrique, l'énergie se répartie sur un cylindre de surface $2\pi rH$ pour finalement décroître en $\frac{1}{r}$. L'atténuation géométrique est donc plus faible en champ lointain qu'en champ proche.

1.1.2 Types d'environnements

1.1.2.1 Petit-fond et grand-fond

La littérature d'acoustique sous-marine fait souvent référence à deux types d'environnement distincts : les petits-fonds et les grands-fonds. De façon très terre-à-terre, on peut se rapporter à la distribution des altitudes du globe, comme celle proposée en figure 1.6. Sur cette représentation deux groupes se dessinent et on est tenté de définir les petits-fonds comme les environnements de profondeurs comprises entre 0 et 1000 mètres, et les grands-fonds pour des profondeurs supérieures à 1000 mètres. Ceci répond à une réalité qui veut que la distribution des profondeurs des océans semble très bien découpée entre 1) les plateaux continentaux peu profonds ; et 2) les plaines océaniques beaucoup plus profondes. Entre les deux se trouve la famille des talus continentaux plongeant très rapidement de quelques centaines de mètres à quelques milliers de mètres.

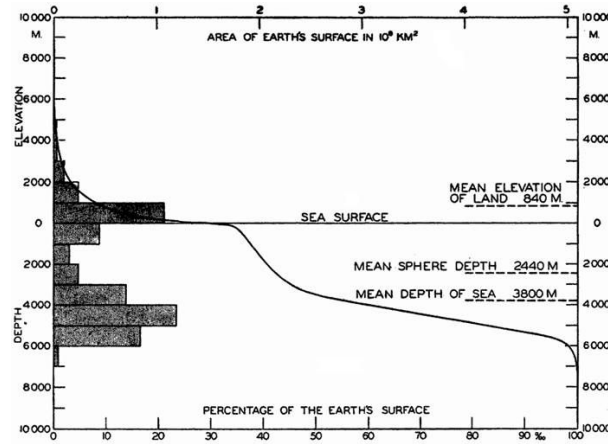


FIGURE 1.6 – Distribution des altitudes sur le globe [Sverdrup *et al.* 1942]

Cependant derrière cette classification, on sous-entend souvent des phénomènes acoustiques. D'un point de vue opérationnel, il a toujours été d'intérêt de différencier les environnements qui sont favorables à l'apparition de modes de propagation (modes normaux), de ceux qui, à l'inverse, sont plus sujets à la formation de trajets acoustiques (rayons). Cette question, quoique très générale, est capitale d'un point de vue des traitements à utiliser. Dans un cas l'identification et l'exploitation des modes sont favorables alors que dans l'autre les modes se mélangent, formant des trajets acoustique rendant l'exploitation de ces derniers plus facile. En ce sens, B. G. Katsnelson et V. G. Petnikov [Katsnelson & Petnikov 2002] ont proposé un critère simple visant à considérer comme petit-fond les environnements vérifiant

$$r^2 \gg \frac{2fH^2}{c}, \quad (1.4)$$

où r est la distance source-récepteur, H la hauteur de la colonne d'eau, c la célérité moyenne dans la colonne d'eau et f la fréquence de l'onde acoustique. Ils ont montré, que si l'équation (1.4) est vérifiée alors il y a plus de modes de propagation portant de l'énergie que de trajets acoustiques.

On note que la notion de petit-fond ne dépend plus uniquement de l'environnement, mais fait aussi intervenir les conditions expérimentales.

Dans ce manuscrit, nous nous intéressons à des sources acoustiques basse fréquence ($f < 300$ Hz) en plaine océanique ($H > 1000$ m) pour des distances source-récepteur de plusieurs kilomètres ($1 < r < 100$ km). En prenant par exemple $H = 2500$ m, $f = 150$ Hz et une vitesse moyenne du son $c = 1500$ m/s, on trouve que, selon B. G. Katlnelson et V. G. Petnikov, l'environnement peut être considéré comme petit-fond si $r \gg 1.1$ km. Globalement, les gammes de distances considérées dans cette thèse se situent dans la zone de transition où la formation de modes prend le dessus sur les trajets acoustiques. Au sens de l'équation (1.4), la notion de grand ou petit-fond est ambiguë dans notre contexte.

Pour éviter toute confusion, nous appellerons grand-fond les environnements ayant une profondeur $H > 1000$ m indépendamment de toute autre considération acoustique. Néanmoins, des spécificités générales de la propagation acoustique dans ces deux types d'environnement peuvent être identifiées. Elles sont détaillées dans les paragraphes suivants.

1.1.2.2 Spécificités des environnements petit-fond

En petit-fond, le profil barocline décrit dans la partie 1.1.1.2 a beaucoup moins d'impact sur la propagation acoustique. Du fait de la faible profondeur du guide d'ondes, la variation de pression statique n'est souvent pas dominante devant les effets de surface. Dans certains cas, le profil de célérité peut même y être considéré comme constant, annulant tout effet de réfraction dans la colonne d'eau.

L'absence du gradient positif de célérité en profondeur est lourde de conséquence concernant la propagation globale. Elle est caractérisée, en petit-fond, par de nombreuses interactions avec le fond-marin et, par conséquent, d'une influence importante de la nature du fond et de sa bathymétrie. Pour un environnement petit-fond typique avec le profil de célérité représenté en figure 1.7(a), le champ acoustique généré par une source basse fréquence à $f = 50$ Hz est affiché en figure 1.7(b). On remarque la forte atténuation de l'onde acoustique avec la distance liée principalement à l'amortissement du fond.

Selon l'équation (1.4), l'énergie acoustique est, dès les premiers kilomètres, très majoritairement portée par des modes de propagation rendant les méthodes traditionnelles d'inversion basées sur l'identification de trajets acoustiques inenvisageables. Pour un lecteur averti, l'apparition de modes pour $r > 5$ km est facilement visible sur le champ d'intensité acoustique dessiné en figure 1.7(b).

1.1.2.3 Spécificités des environnements grand-fond

En grand-fond, l'apparition du profil barocline, rend la réfraction dominante. L'onde acoustique peut rester piégée dans la colonne d'eau et le son se propage sans atténuation visqueuse sur de très longues distances. L'allure des trajets est principalement dictée par le profil de célérité sans grande influence de la bathymétrie et de la nature du fond. De plus, on observe l'apparition de *zones de convergence*, définies comme des régions où de nombreux trajets acoustiques, n'ayant pas interagis avec le fond, dominent le champ acoustique. Par opposition on peut aussi définir des *zones d'ombre* comme des régions du champ acoustique dominées par des trajets de faible énergie étant passés par le fond. Ces zones sont facilement identifiables sur la représentation du champ

d'intensité acoustique donnée en figure 1.7(d). Loin de la surface, on reconnaît notamment des zones d'ombre aux distances 30 – 50 km et 70 – 90 km ainsi qu'une vaste zone de convergence dans la partie supérieure de la colonne d'eau (autour du SOFAR) s'étalant de 20 à 100 km.

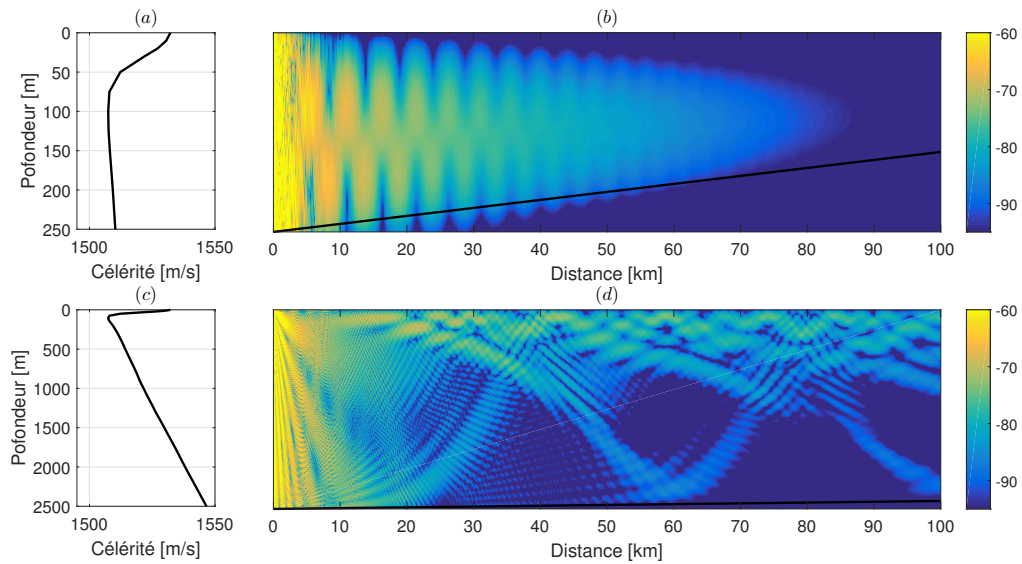


FIGURE 1.7 – En (a) (respectivement (c)) le profil de célérité utilisé dans la simulation acoustique. En (b) (respectivement (d)) le champ d'intensité acoustique calculé grâce au code RAM [Collins 1995] pour un fond de type sable ($\rho_{sable} = 1700$ m/s, $c_{sable} = 1500$ m/, $\alpha_{sable} = 0.6$ dB/λ) avec une bathymétrie de pente +0.1% représentée en trait plein.

1.2 Les modes normaux

Cette section vise à formaliser les observations faites dans la section précédente. Tout d'abord, l'équation régissant la propagation acoustique est présentée. Puis sous l'hypothèse d'un environnement stratifié, invariant en distance et en azimut, la résolution de l'équation d'Helmholtz par les modes normaux est détaillée dans le cas *monochromatique* (à une fréquence donnée).

1.2.1 Origine physique des modes

1.2.1.1 La pression acoustique

En acoustique, la quantité étudiée est la pression acoustique, notée p_t . Dans un repère cartésien de coordonnées (x, y, z) , elle est définie comme un changement de pression associé à une perturbation acoustique, soit :

$$p_t(x, y, z) = P_t(x, y, z) - P_0 \quad (1.5)$$

avec P_t la pression instantanée mesurée en un point de l'espace à l'instant t et P_0 la pression d'équilibre. Par commodité, p_t sera simplement appelée pression dans la suite. Notons que la vitesse du son c désigne la vitesse de propagation de la perturbation et non un déplacement de matière. Ce déplacement de matière (dans notre cas un déplacement de fluide) est lui noté \vec{v} et est couramment appelé *vitesse particulaire*.

1.2.1.2 L'équation d'Helmholtz

Nous considérons dans un premier temps un milieu de propagation non-visqueux (sans amortissement). Nous verrons par la suite comment prendre en compte ce phénomène. De plus, nous restreignons l'étude théorique au cas classique des petites perturbations de pression. Cela permet d'ignorer les effets non-linéaires des grands changements d'amplitudes et de conserver uniquement les termes d'ordre 1.

Dans ce contexte, le fluide où se propage la perturbation acoustique est soumis aux trois lois de la physique suivantes :

Conservation de la masse Pour conserver la masse du fluide, tout changement de quantité de fluide entrant ou sortant d'un volume donné à un instant t doit s'accompagner d'un changement de masse volumique :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = -\rho \vec{\nabla} \cdot \vec{v}. \quad (1.6)$$

La seconde loi de Newton Les composantes d'une force par unité de volume de fluide sont opposées à la pression agissant sur la même unité de volume

$$\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} = -\frac{1}{\rho} \vec{\nabla} p_t. \quad (1.7)$$

L'équation d'état Dans notre cas, l'équation d'état permet de relier les variations de pression du système comme une fonction de la densité, de la célérité et de la vitesse particulière, soit :

$$\frac{\partial p_t}{\partial t} = c^2 \left(\frac{\partial \rho}{\partial t} + \vec{v} \cdot \vec{\nabla} \rho \right). \quad (1.8)$$

En combinant judicieusement les équations (1.6), (1.7) et (1.8), on obtient l'équation d'onde pour la pression

$$\rho \vec{\nabla} \cdot \left(\frac{1}{\rho} \vec{\nabla} p \right) - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} = 0. \quad (1.9)$$

Si on suppose une perturbation acoustique harmonique de fréquence f (i.e. monochromatique) de telle sorte que $p_t(x, y, z, t) = p_t(x, y, z) e^{i\omega t}$, avec $\omega = 2\pi f$ la pulsation, l'équation (1.9) peut s'écrire :

$$\rho \vec{\nabla} \cdot \left(\frac{1}{\rho} \vec{\nabla} p_t \right) - \frac{\omega^2}{c^2} p_t = 0. \quad (1.10)$$

Pour les besoins de la prochaine section, l'équation (1.10) est passée dans le domaine de Fourier. La transformée de Fourier temporelle de p_t sera simplement notée p et la dépendance fréquentielle restera implicite dans le cas monochromatique pour alléger les notations. En notant $k = \frac{\omega}{c}$ le nombre d'onde, l'équation (1.10) est équivalente à

$$\rho \vec{\nabla} \cdot \left(\frac{1}{\rho} \vec{\nabla} p \right) - k^2 p = 0. \quad (1.11)$$

Dans la littérature, on retrouve cette équation sous le nom d'équation d'Helmholtz. Elle décrit la propagation acoustique dans un milieu ayant pour paramètres la célérité et la masse volumique. C'est cette équation aux dérivées partielles que l'on souhaite résoudre pour déterminer le *champ de pression* (aussi appelé champ acoustique).

1.2.1.3 Ajout d'une source ponctuelle

En acoustique sous-marine, à longue distance, les sources sont souvent considérées comme ponctuelles. En d'autres termes, cela signifie que l'action d'une source se limite en un point spécifique de l'espace correspondant à sa position. L'ajout d'une telle source agit comme un apport d'énergie en un point du système, et doit être pris en compte dans l'équation (1.11). On rajoute donc un membre à l'équation d'Helmholtz, défini comme une fonction S de l'espace et des fréquences correspondant à l'action de la source sur le système. Finalement l'équation d'Helmholtz devient

$$\rho \vec{\nabla} \cdot \left(\frac{1}{\rho} \vec{\nabla} p \right) - k^2 p = S. \quad (1.12)$$

En pratique, le membre de droite représente une source du paysage acoustique. Elle peut être de nature biologique (mammifère marin, crevette claqueuse, poisson...), anthropologique (navire, air-gun, sous-marin...) ou géologique (séisme, vague, volcan...). Le membre de gauche décrit le champ acoustique en présence de cette source.

1.2.1.4 Conditions aux limites

Comme nous l'avons vu dans la sous-section 1.1.1, le milieu de propagation comporte des interfaces introduisant des discontinuités de célérité et de masse volumique. Pour l'équation d'Helmholtz, ceci se traduit par l'ajout de conditions aux limites. Dans le cas général d'une interface entre deux milieux numérotés 1 et 2, on impose d'une part la continuité de la pression à l'interface, soit

$$p_1 = p_2, \quad (1.13)$$

et d'autre part la continuité de la composante normale à l'interface de la dérivée de la pression exprimée comme

$$\frac{1}{\rho_1} \frac{\partial p_1}{\partial \vec{n}} = \frac{1}{\rho_2} \frac{\partial p_2}{\partial \vec{n}}, \quad (1.14)$$

avec \vec{n} le vecteur normal à l'interface.

1.2.1.5 Méthodes de résolution

Les paramètres de l'équation d'Helmholtz (f , ρ , c , les conditions aux limites) décrivent le contexte de la propagation. Résoudre cette équation avec un ensemble de paramètres particuliers, permet de prédire (simuler) la pression en tout point de l'espace pour le contexte étudié. Le choix de la méthode employée, pour la résolution de cette équation aux dérivées partielles, dépend principalement du contexte considéré.

Par exemple les méthodes classiques de résolution d'équations différentielles par éléments finis permettent de simuler le champ d'onde quel que soit le contexte au prix d'un coût de calcul conséquent. Souvent, la solution de ce genre de méthode est utilisée comme référence pour les autres méthodes.

Dans le cas d'environnements stratifiés, nous pouvons citer les méthodes de résolution par intégration du nombre d'onde ou par les modes normaux qui utilisent tous deux le principe de séparation des variables pour résoudre l'équation d'Helmholtz. Ces deux méthodes sont très attrayantes en basse fréquence car elles permettent de représenter le champ acoustique sur très peu de composantes (modes). Dans ce manuscrit, la théorie des modes normaux sera utilisée pour réaliser l'analyse du champ acoustique et sera la base théorie des méthodes d'inversion développées. La prochaine sous-section en présente les grandes lignes. D'un point de vue numérique, nous utiliserons le code modal KRAKEN [Porter 1992] pour estimer les modes et donc simuler le champ acoustique dans un guide d'ondes stratifié.

D'autre part, sous l'hypothèse d'une fréquence infinie, on peut montrer que la pression peut être vue comme une somme de rayons portant l'énergie acoustique. C'est la théorie des rayons. Cette solution en rayons permet une analyse simple des phénomènes mis en jeu en utilisant des grandeurs faciles à appréhender. Elle est notamment utilisée dans ce manuscrit pour illustrer certains comportements de l'onde acoustique. D'un point de vue numérique, on utilisera le code BELLHOP [Porter *et al.* 2007] pour simuler les rayons.

Enfin il existe des méthodes hybrides, alliant maillage numérique et hypothèses physiques afin d'en réduire le coup de calcul. Les algorithmes de résolution dit aux équations paraboliques en sont un bon exemple. L'algorithme RAM [Collins 1995] utilisant ce schéma de résolution est notamment employé dans ce manuscrit pour la synthèse de signaux acoustiques. Il a été choisi car il permet de prendre en compte des environnements complexes (e.g. variant en distance) en

basses fréquences sans utiliser le concept de modes. Des méthodes basées sur une analyse modale du champ acoustique peuvent alors être testées sur ce type de données synthétiques évitant le "crime d'inversion" [Wirgin 2004]. Ce cas pathologique apparaît lorsque les méthodes d'inversion supposent un modèle a priori (ici, la théorie des modes normaux) qui est le même que celui qui a permis de générer les données simulées produisant des résultats ne permettant pas de statuer sur la validité de la méthode employée hors de ce modèle.

1.2.2 Décomposition en modes normaux

1.2.2.1 Hypothèses

La décomposition de l'équation d'onde en mode normaux est étudiée dans le cas particulier d'un environnement stratifié selon l'axe des profondeurs z et invariant selon l'axe des distances r et de l'azimut. Cela nous permet de travailler uniquement dans un plan de coordonnées (r, z) et de découpler l'équation d'Helmholtz en une composante horizontale et une composante verticale.

Comme précédemment nous nous intéresserons au cas particulier d'une source ponctuelle harmonique. Afin de ne pas alourdir les équations, une seule source d'amplitude unitaire est placée en $(0, z_s)$ de telle sorte que

$$S(r, z) = \frac{\delta(r)\delta(z - z_s)}{2\pi r}, \quad (1.15)$$

où δ est la fonction de Dirac. Finalement, on étudie l'équation d'Helmholtz qui exprimée dans le repère $r - z$ équivaut à :

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial p}{\partial r} \right) + \rho(z) \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{1}{\rho(z)} \frac{\partial p}{\partial z} \right) + k^2(z)p = \frac{\delta(r)\delta(z - z_s)}{2\pi r}. \quad (1.16)$$

La principale caractéristique des modes normaux est de supposer que les variables d'espace de la solution de l'équation (1.16) sont séparables. On cherche donc une solution de la forme

$$p(r, z) = \Psi(z)R(r), \quad (1.17)$$

où Ψ est une onde stationnaire en z et R décrit une onde propagative en r . Cette forme est souvent appelée *solution d'onde complète* (*full wave solution* dans la littérature anglophone) puisqu'elle permet de résoudre de manière exacte l'équation (1.16). Notons cependant, que ceci n'est vrai que sous toutes les hypothèses précédemment exprimées. Le cas "général", étudié ci-après, correspond donc à la description du champ acoustique en considérant un environnement stratifié et en présence d'une source ponctuelle harmonique sous l'hypothèse des petites perturbations de pression.

1.2.2.2 Expression du champ acoustique dans le cas général

En utilisant la séparabilité des variables comme proposée par l'équation (1.17), l'équation d'Helmholtz s'écrit alors

$$\frac{\Psi(z)}{r} \frac{d}{dr} \left(r \frac{dR(r)}{dr} \right) + R(r)\rho(z) \frac{d}{dz} \left(\frac{1}{\rho(z)} \frac{d\Psi(z)}{dz} \right) + k^2(z)\Psi(z)R(r) = -\frac{\delta(r)}{2\pi r} \delta(z - z_s). \quad (1.18)$$

On se place dans un premier temps à $r \neq 0$ de telle sorte que le membre de droite est nul, et en divisant l'équation (1.18) par $\Psi(z)R(r)$ on obtient :

$$\frac{1}{R(r)} \left[\frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left(r \frac{dR(r)}{dr} \right) \right] + \frac{1}{\Psi(z)} \left[\rho(z) \frac{d}{dz} \left(\frac{1}{\rho(z)} \frac{d\Psi(z)}{dz} \right) + k^2(z) \Psi(z) \right] = 0. \quad (1.19)$$

Grâce à la séparation des variables, le premier terme de l'équation (1.19) est uniquement dépendant de r et le second de z . Pour respecter l'égalité, ces deux termes sont forcément constants. En notant C cette constante, le terme en z vérifie l'équation suivante :

$$\rho(z) \frac{d}{dz} \left(\frac{1}{\rho(z)} \frac{d\Psi(z)}{dz} \right) + (k^2(z) - C) \Psi(z) = 0. \quad (1.20)$$

En ajoutant les conditions de continuité sur $\Psi(z)$ (en $z = 0$ et $z = H$) imposée par la continuité de la pression, on peut reconnaître ici un problème de Sturm-Liouville [Zettl 2005] comportant une infinité de valeurs propres C_m avec m un entier naturel positif. Arbitrairement, on choisi d'ordonner ces valeurs propres par ordre décroissant avec C_1 la plus grande des valeurs propres du problème et C_∞ la plus petite. A chacune de ces valeurs propres C_m correspond une solution $\Psi_m(z)$. Une fois normalisées, l'ensemble des Ψ_m forme une base orthonormée de l'espace $z \in [0, H]$ et sont associées à des modes de vibration qui s'annulent exactement m fois sur z . C'est pourquoi l'approche est dite en modes normaux.

Le champ de pression engendré par un mode s'écrit alors simplement

$$p_m(r, z) = \Psi_m(z)R_m(r), \quad (1.21)$$

où $R_m(r)$ est la fonction particulière associé à la valeur propre C_m . L'équation d'onde étant linéaire, le champ de pression total peut s'écrire comme la somme de l'infinité des modes, soit

$$p(r, z) = \sum_{m=1}^{+\infty} \Psi_m(z)R_m(r). \quad (1.22)$$

Quelques opérations sont encore nécessaires afin de faire apparaître la forme que prend la fonction $R(r)$. En injectant (1.22) dans l'équation d'Helmholtz (1.16) et en simplifiant avec (1.20), il vient :

$$\sum_{m=-\infty}^{+\infty} \left[\frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left(r \frac{dR_m(r)}{dr} \right) \Psi_m(z) + C_m R_m(r) \Psi(z) \right] = -\frac{\delta(r)}{2\pi r} \delta(z - z_s). \quad (1.23)$$

Enfin, en projetant l'équation (1.23) sur l'une des fonctions modales et en utilisant leur propriété d'orthogonalité, on obtient l'équation différentielle en r

$$\frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left(r \frac{dR_m(r)}{dr} \right) + C_m R_m(r) = -\frac{\delta(r)}{2\pi r} \frac{\Psi_m(z_s)}{\rho(z_s)}. \quad (1.24)$$

La solution générale de cette équation différentielle est connue sous le nom de fonction de Hankel notée $H_0^{(1)}$, où l'indice indique l'ordre de la fonction de Hankel et l'exposant son espèce. En supposant que les ondes se propagent uniquement dans le sens des distances croissantes, la solution en r s'écrit :

$$R_m(r) = \frac{i}{4\rho(z_s)} \Psi_m(z_s) H_0^{(1)}(\sqrt{C_m} r). \quad (1.25)$$

Finalement, en prenant pour notation $k_m = \sqrt{C_m}$ et en injectant (1.25) dans (1.22), le champ de pression total s'écrit

$$p(r, z) = \frac{i}{4\rho(z_s)} \sum_{m=1}^{+\infty} \Psi_m(z) \Psi_m(z_s) H_0^{(1)}(k_m r). \quad (1.26)$$

On rappelle que cette expression est une solution exacte de l'équation d'onde dans le cas d'un environnement indépendant en distance et en azimut. Cependant, en acoustique sous-marine, on utilise couramment la forme asymptotique approchée de la fonction de Hankel [Abramowitz *et al.* 1972] valide pour $k_m r > 4$ [Clay & Medwin 1977]. Il en résulte l'expression de la pression suivante :

$$p(r, z) \approx Q \sum_{m=1}^{+\infty} \Psi_m(z) \Psi_m(z_s) \frac{e^{-ik_m r}}{\sqrt{k_m r}}, \quad (1.27)$$

avec $Q = \frac{ie^{i\frac{\pi}{4}}}{\sqrt{8\pi\rho(z_s)}}$.

L'équation modale (1.27) donne l'expression du champ acoustique en fonction des fonctions propres et de leurs valeurs propres. Le problème de Sturm-Liouville doit être résolu afin de les déterminer. Notamment, les $\Psi_m(z)$ et k_m ont des expressions analytiques dans le cas du guide d'ondes parfait (SSP isocélère et interface de fond parfaitement réfléchissante). Des solutions semi-analytiques existent pour certains guides d'onde particuliers comme le guide d'ondes de Pekeris (petit-fond) ou le guide d'ondes de Munk (grand-fond). Les démonstrations pour ces guides d'ondes particuliers sont disponibles dans de très nombreux ouvrages de référence [Brekhovskikh & Lysanov 2013, Jensen *et al.* 2011]. Pour des environnements plus complexes, les $\Psi_m(z)$ et k_m n'ont pas de solutions analytiques. Ils sont calculés numériquement grâce à des algorithmes dédiés comme le code modal KRAKEN utilisé ici.

1.2.2.3 Ajout de l'amortissement

Rappelons que la démonstration aboutissant à l'équation modale (1.27) ne prend pas en compte la viscosité du milieu. L'amortissement des ondes est donc ignoré. En pratique, cet amortissement s'exprime en ajoutant une partie imaginaire au nombre d'onde du milieu visqueux. L'introduction de cette partie imaginaire impose de rechercher les valeurs propres du problème de Sturm-Liouville non plus sur la droite réelle mais dans le plan complexe. Cette difficulté est contournée par le code modal KRAKEN qui calcule dans un premier temps les valeurs propres réelles du problème non-visqueux C_m puis utilise la théorie de la perturbation [Stakgold & Holst 2011] afin d'approximer la partie imaginaire à ajouter à ces valeurs propres pour prendre en compte l'amortissement. Finalement le champ acoustique en milieu visqueux s'exprime comme

$$p(r, z) \approx Q \sum_{m=1}^{+\infty} \Psi_m(z) \Psi_m(z_s) \frac{e^{-i(k_m + i\alpha_m)r}}{\sqrt{k_m r}}, \quad (1.28)$$

où α_m correspond à l'amortissement associé à la m ème valeur propre.

1.2.3 Définition d'un mode

On reconnaît dès l'équation (1.26), une onde cylindrique de *nombre d'onde horizontal* k_m . Le champ acoustique, sous sa forme modale, est donc la somme d'une infinité d'ondes cylindriques

pondérées en amplitude par la valeur des fonctions modales $\Psi_m(z)$ à la profondeur de la source et du récepteur. Dans ce manuscrit, le *mode* désigne la paire (Ψ_m, k_m) . De plus, pour décrire certains termes de (1.28) nous utiliserons le vocabulaire suivant :

- *l'excitation* du mode m correspond au facteur $\Psi_m(z_s)$,
- *la sensibilité* au mode m correspond au facteur $\Psi_m(z)$ et
- *l'atténuation cylindrique* du mode m correspond au facteur $\frac{1}{\sqrt{k_m r}}$.

1.3 Propriétés des modes

Dans la section précédente nous avons montré que le champ acoustique dans un guide d'ondes stratifié est une somme de modes. Ici, nous nous attardons sur les principales propriétés d'un mode (vitesse de groupe/phase, points de retournement, types de modes) puis sur son comportement en bande large (dispersion). Enfin les contraintes numériques liées à la synthèse de signaux large bande sont exposées ainsi que leurs conséquences sur les outils de simulation utilisés.

1.3.1 Relation de phase des modes

1.3.1.1 Phase d'un mode

On rappelle que le calcul de l'équation modale (1.28) a été mené pour une fréquence donnée f . En ajoutant le terme de phase correspondant à la dépendance harmonique du signal $e^{i\omega t}$, la phase instantanée d'un mode m est donnée par

$$\phi_m = \omega t - k_m r. \quad (1.29)$$

Dans ce cas les modes peuvent être définis par leur vitesse de phase et leur vitesse de groupe. Ces deux quantités sont directement déduites de la phase du mode et de sa dépendance fréquentielle.

Vitesse de phase La vitesse de phase v_{pm} est la vitesse à laquelle la phase du mode m se propage dans le milieu. Concrètement, c'est la vitesse horizontale d'une portion d'onde de phase constante (e.g. front d'onde). Soit, à ω fixé :

$$d\phi_m = \omega - k_m \frac{dr}{dt} = 0. \quad (1.30)$$

La vitesse de phase est alors définie par :

$$v_{pm} \equiv \frac{dr}{dt} = \frac{\omega}{k_m}. \quad (1.31)$$

Vitesse de groupe La vitesse de groupe v_{gm} traduit la vitesse à laquelle se propage l'énergie portée par le mode m . En pratique, l'onde acoustique n'est jamais strictement monochromatique de telle sorte qu'on s'autorise à étudier un paquet d'ondes de fréquence centrale f et de largeur de bande infinitésimale. En appliquant le principe de la phase stationnaire [Jensen *et al.* 2011], on considère que l'énergie se propage si les ondes du paquet restent en phase, sinon, elles interfèrent destructivement. Ce principe appliqué au mode m équivaut à :

$$\frac{\partial \phi_m}{\partial \omega} = 0. \quad (1.32)$$

En injectant (1.29) dans (1.32), il vient alors

$$v_{gm} \equiv \frac{r}{t} = \frac{\partial \omega}{\partial k_m}. \quad (1.33)$$

Il est important de noter que la vitesse de groupe est une fonction de l'indice m du mode. Il en suit que chaque mode se propage à des vitesses différentes donnant lieu à un effet de *dispersion inter-modes*. De plus, même si la célérité du milieu de propagation est indépendante de la fréquence, la vitesse de groupe d'un mode ne l'est pas forcément. Ce phénomène appelé *dispersion intra-mode*, est une caractéristique majeure de la propagation basse fréquence en petit-fond.

1.3.1.2 Point de retournement

En faisant le parallèle avec une analyse géométrique du champ acoustique, il est possible de définir l'angle de propagation d'un mode m , noté θ_m , comme :

$$\theta_m(z) = \frac{k_m}{k(z)} = \frac{c(z)}{v_{pm}}. \quad (1.34)$$

Le point de retournement d'un mode correspond à la profondeur où cet angle s'annule. D'après l'équation (1.34), ceci intervient quand la célérité du milieu est égale la vitesse de phase du mode considéré. On notera z_m^\pm la profondeur de retournement. On adopte l'exposant \pm pour faire référence au deux points de retournement supérieur z_m^+ et inférieur z_m^- , avec $z_m^+ < z_m^-$. D'après l'équation (1.34), à ces profondeurs le mode vérifie :

$$v_{pm} = c(z_m^\pm). \quad (1.35)$$

Certaines propriétés des fonctions modales $\Psi_m(z)$ peuvent être déduites de cette simple analyse. D'après la théorie des modes, les fonctions modales vérifient l'équation (1.20). En introduisant le nombre d'onde verticale

$$k_{z,m} = \sqrt{k^2(z) - k_m^2}, \quad (1.36)$$

la fonction modale $\Psi_m(z)$ doit satisfaire

$$\rho(z) \frac{d}{dz} \left(\frac{1}{\rho(z)} \frac{d\Psi(z)}{dz} \right) + k_{z,m}^2 \Psi(z) = 0. \quad (1.37)$$

Localement les solutions de cette équation aux dérivées partielles sont des sinusoides si $k_{z,m}$ est réel et des exponentielles décroissantes si $k_{z,m}$ est imaginaire. En combinant ce résultat avec (1.34) et (1.35), l'interprétation suivante peut être formulée :

- $\Psi_m(z)$ est une fonction oscillante entre les deux points de retournement et
- $\Psi_m(z)$ est exponentiellement décroissante au-delà des points de retournement.

Une fonction modale et ses points de retournement sont illustrés par la figure 1.8.

Lorsqu'il existe des discontinuités de célérité (variation de célérité infinie pour une variation infinitésimale de profondeur), plusieurs modes ont des points de retournement compris dans une gamme de profondeur infiniment petite. C'est typiquement le cas quand les points de retournements se situent au niveau d'une interface et est représentatif du phénomène de réflexion. En ce sens, toutes les fonctions modales ont toujours deux points de retournement (à une interface ou non). L'étude de leurs positions nous permet de déterminer dans quelle partie de l'environnement est confinée l'énergie portée par un mode. Il en résulte une classification par types de modes qui est discutée dans la section suivante.

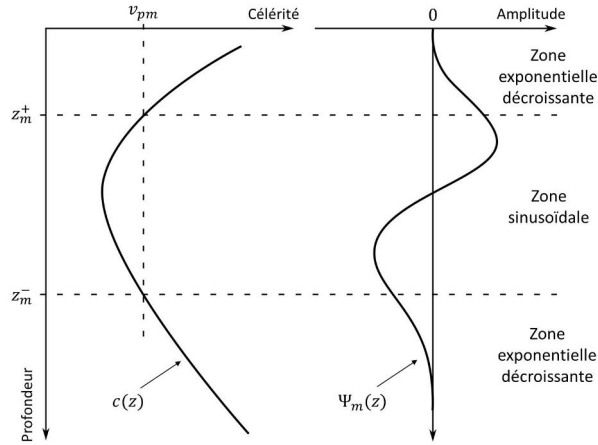


FIGURE 1.8 – Illustration des points de retournement d'un mode

1.3.2 Type des modes

Notons que pour l'instant l'équation modale (1.27), n'est pas calculable puisqu'elle fait intervenir une somme infinie de modes. Cependant, il existe un rang N à partir duquel les valeurs propres du problème de Sturm-Liouville $C_m = k_m^2$ vérifient $k_m^2 < 0$ impliquant un nombre d'onde purement imaginaire. D'après l'équation (1.27), ces modes sont très rapidement atténués avec la distance. Ils sont qualifiés de *modes évanescents* et sont très souvent négligés pour $r \gg 1$. À l'inverse, les autres modes d'indices $1 < m < N$ ont un nombre d'onde réel. Ce sont les modes propagatifs.

Dans ce manuscrit, le champ acoustique est exprimé comme une somme finie de modes propagatifs, soit :

$$p(r, z) \approx Q \sum_{m=1}^N \Psi_m(z) \Psi_m(z_s) \frac{e^{-i(k_m + i\alpha_m)r}}{\sqrt{k_m r}}. \quad (1.38)$$

Par la suite, le signe "à peu près égale à" sera remplacé par une égalité stricte. Mais n'oublions pas que pour aboutir à cette expression, nous avons utilisé trois hypothèses : 1) l'approximation asymptotique de la fonction de Hankel ; 2) les contributions des modes évanescents sont négligées ; 3) l'atténuation visqueuse est approximativement estimée grâce à la théorie de la perturbation.

Pour les besoins de l'analyse des chapitres 3 et 4, les modes propagatifs sont distingués en fonction du comportement oscillant de leur fonction modale $\Psi_m(z)$. Comme montré dans la section 1.3.1.2, $\Psi_m(z)$ oscille entre les deux points de retournement du mode m et est exponentiellement décroissante au-delà. En fonction de la position de ces points de retournement, certains modes contribuent donc uniquement dans la colonne d'eau alors que d'autres s'expriment principalement dans le fond-marin. Ceci donne lieu à deux classes de modes : les modes guidés et les modes atténués.

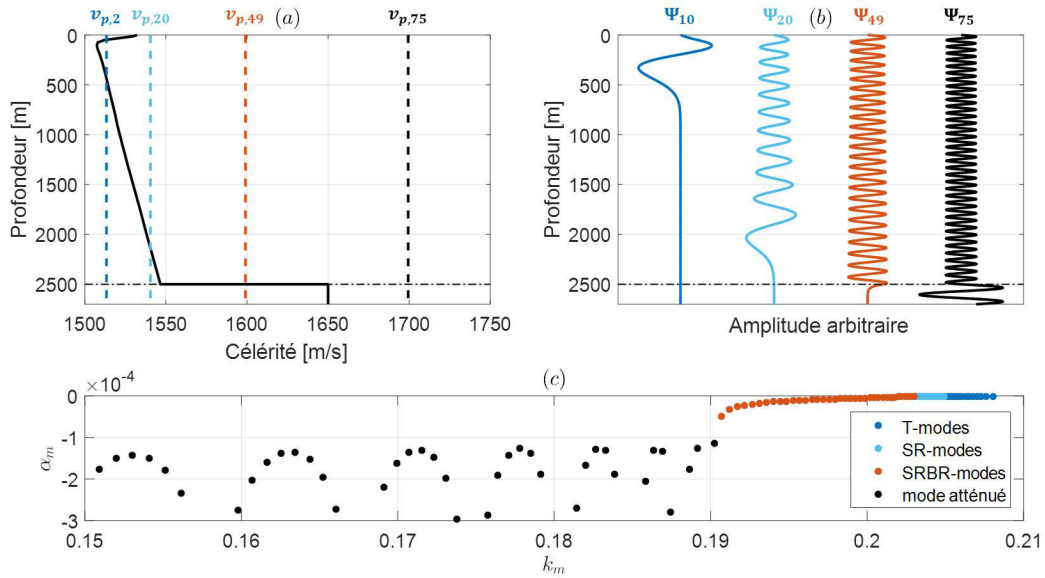


FIGURE 1.9 – En (a) est représenté le profil de célérité considéré avec une interface eau/fond à 2500m de profondeur. En (b) est donné un exemple de fonction modale de chaque type : mode réfracté (bleu foncé), mode réfléchi (orange) et mode atténué (noir). En (c) les modes sont représentés en fonction de leur nombre d'onde horizontal et de leur atténuation.

1.3.2.1 Modes guidés

Les modes guidés sont piégés entre la surface et le fond. D'après (1.35), ils ont des vitesses de phase vérifiant :

$$c_{min} < v_{pm} < c_{fond}, \quad (1.39)$$

où c_{min} est la célérité minimum dans la colonne d'eau et c_{fond} la célérité du fond à l'interface eau/fond. Dans le cas où le SSP n'est pas constant, on peut distinguer plusieurs sous-types de modes guidés :

Les modes réfractés (T-modes) Ils correspondent aux modes dont les points de retournement restent dans la colonne d'eau. Si la célérité à la surface c_{surf} est plus petite que la célérité au fond de la colonne d'eau c_{lim} (ce qui est sur la figure 1.9(a)), alors d'après (1.35) ces modes sont définis pour

$$c_{min} < v_{pm} < c_{surf}. \quad (1.40)$$

Les parties oscillantes et décroissantes des fonctions modales sont contenues dans la colonne d'eau, traduisant le phénomène de réfraction totale. La partie imaginaire de leur nombre d'onde est nulle et ils se propagent sur de très longues distances. Un exemple de ce type de mode est donné en bleu par la figure 1.9(a) où la vitesse de phase du mode considérée est mise au regard de l'environnement et par la figure 1.9(b) qui nous montre la fonction modale associée à ce mode. Ils seront abrégés T-modes dans ce manuscrit (pour Trapped modes en anglais).

Les modes réfléchis surface (SR-modes) Ce sont les modes dont le point de retournement supérieur est situé à la surface mais dont le point de retournement inférieur reste dans la colonne d'eau. Cette situation n'est possible que si la célérité au fond de la colonne d'eau est supérieure à celle de la surface, ce qui est le cas pour la plupart des environnements grands-fonds. Ces modes vérifient alors :

$$c_{surf} < v_{pm} < c_{lim}. \quad (1.41)$$

Les fonctions modales associées à ces modes oscillent de la surface jusqu'au point de retournement inférieur sans interagir avec le fond. Ils correspondent à des ondes qui se réfléchissent à la surface mais qui sont totalement réfractées en profondeur. De même que les T-modes, ils subissent très peu les effets d'atténuation visqueuse et peuvent se propager sur de très longues distances. Un exemple de ce type de mode est donné en bleu clair en figure 1.9(a) et (b). Ils seront abrégés SR-modes dans ce manuscrit (pour Surface Reflected modes en anglais).

Les modes réfléchis fond (BR-modes) A l'inverse, il peut arriver que la célérité à la surface soit supérieure à la célérité au fond de la colonne d'eau. Dans ce cas, il existe des modes dont le point de retournement supérieur est contenu dans la colonne d'eau et dont le point de retournement inférieur se situe à l'interface de fond. Ils sont définis pour :

$$c_{min} < v_{pm} < c_{lim}. \quad (1.42)$$

Ils sont alors qualifiés de BR-modes (pour Bottom Reflected modes en anglais). C'est typiquement le cas en environnement petit-fond. Notons qu'en grand-fond, ce type de mode est très rare car le profil barocline offre un fort gain de célérité avec la profondeur qu'il est très rare d'excéder en surface.

Les modes réfléchis (SRBR-modes) Ils correspondent aux modes guidés interagissant avec le fond et la surface, définis pour

$$c_{lim} < v_{pm} < c_{fond}. \quad (1.43)$$

ou

$$c_{surf} < v_{pm} < c_{fond}. \quad (1.44)$$

suivant le cas de figure. Les fonctions modales associées à ces modes oscillent dans la colonne d'eau et sont exponentiellement décroissantes à partir de l'interface eau/fond. Ils traduisent le phénomène de réflexion avec le fond. Quand le fond n'est pas parfaitement réfléchissant, la partie décroissante de la fonction modale pénètre un peu le fond-marin introduisant un léger amortissement lié à la viscosité des sédiments. De ce fait les modes réfléchis se propagent moins loin que les T-modes ou les SR-modes. Une fonction modale associée à un mode réfléchi est donnée en figure 1.9(b). On note particulièrement l'amortissement α_m non-nul de ces modes visible sur la figure 1.9(c). Ils sont abrégés SRBR-modes (pour Surface Reflected-Bottom Reflected modes en anglais).

1.3.2.2 Modes atténués

Les modes atténués pénètrent le fond-marin. Ils ont des vitesses de phase vérifiant :

$$c_{fond} < v_{pm} < c_{\infty}, \quad (1.45)$$

avec c_∞ la célérité maximum rencontrée dans le fond. Les fonctions modales associées à ces modes oscillent dans les deux milieux, l'eau et le fond-marin. Ils peuvent pénétrer très profondément le sous-sol et subissent des effets de l'atténuation visqueuse. Même si ici nous considérerons l'ensemble des modes propagatifs, en réalité, très peu de modes atténués contribuent réellement au champ acoustique dans la colonne d'eau.

Un exemple de mode atténué est donné en figure 1.9. On note particulièrement la forme de la fonction modale visible sur la figure 1.9(b) qui comporte une amplitude plus grande dans la couche de sédiment. Ce mode est en réalité un mode piégé dans le fond et subit une très forte atténuation. Dans le cas illustré par la figure 1.9, ce phénomène se produit périodiquement avec le numéro du mode. On peut le voir sur la figure 1.9(c) à l'allure de α_m qui oscille pour les modes atténués. Les autres modes atténués avec un amortissement plus faible pénètrent le fond mais n'y restent pas piégés.

1.3.3 Prédominance par groupes de modes

Un autre élément important de la propagation modale est la prédominance du champ acoustique par groupes de modes. En effet, même si chaque terme de la somme de l'équation (1.38) représente la contribution au champ acoustique d'un mode propagatif, il peut arriver en pratique, que seulement un petit nombre de groupe de modes adjacents (i.e. avec des nombre d'ondes horizontaux proches) génère effectivement un apport de pression significatif à la fréquence, la distance et la profondeur d'étude. On parle de *prédominance par groupe(s) de modes*. C'est ce qu'il se passe en grand-fond où, même à des fréquences relativement basses (quelques Hertz), l'équation (1.20) admet de très nombreuses solutions (i.e. il faut beaucoup de modes pour décrire le chenal acoustique). On dit que la densité de modes (i.e. le nombre de mode par unité de nombre d'onde horizontaux) est élevée. Dans ce cas les modes adjacents se mélangent pour former ensemble comme des "rayons diffus" [Guthrie & Tindle 1976]. De tels rayons sont visibles sur le champ acoustique comme celui représenté en figure 1.7(d).

On peut aussi visualiser la prédominance par groupes de modes en représentant chaque contribution modale comme un vecteur dans le plan complexe. Comme sur la figure 1.10, en additionnant ces vecteurs du premier au dernier mode, on remarque que la pression totale $p(r, z)$ n'est construite qu'à partir d'un nombre restreint de modes. Ces modes sont en phase avec leurs voisins et s'additionnent dans le plan complexe (interfèrent constructivement). Les autres modes ont des phases qui semblent aléatoire de sorte que globalement ils ont tendance à s'annuler les uns les autres. Dans l'exemple de la figure 1.10, les groupes de modes centrés sur les modes 2, 44 et 79 contribuent fortement à la pression totale.

Les modes dominants sont alors définis comme ceux qui sont en phase avec leur voisin [Guthrie 1974]. Mathématiquement, un mode m domine le champ acoustique si la différence de phase avec son mode adjacent $m + 1$ est un multiple de 2π , soit en utilisant le terme de phase d'un mode (1.29) :

$$r\Delta k_{m,m+1} = 2n\pi, \quad (1.46)$$

avec $\Delta k_{m,m+1} = k_m - k_{m+1}$ et n un entier.

D'après (1.46), il vient alors que le nombre de groupes de modes dominants est d'autant plus grand que la distance de propagation est grande ou que la densité de modes est faible (i.e. $\Delta k_{m,m+1}$ est grand). Dans un même temps cela aura pour effet de diminuer le nombre de modes

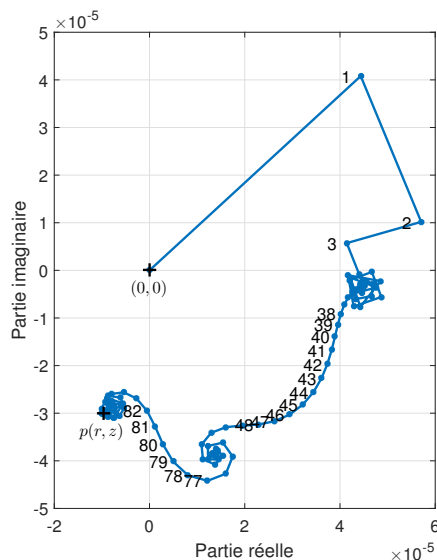


FIGURE 1.10 – Somme cumulée des contributions modales dans le plan complexe. Chaque contribution est ajoutée successivement du point $(0, 0)$ où aucun mode n'est considéré, jusqu'au point $p(r, z)$ correspondant à la pression totale, somme de tous les modes propagatifs. Les modes ont été calculés grâce à KRAKEN pour l'environnement grand-fond Méditerranéen donné en figure 1.4(a) avec $z = z_s = 100$ m, $r = 40$ km et $f = 100$ Hz.

présents dans chaque groupe. On peut atteindre le cas extrême où un groupe de modes dominants n'est plus composé que d'un seul mode. Dans ce cas, les modes s'expriment tous individuellement avec une amplitude qui dépend uniquement de leurs excitations $\Psi_m(z_s)$ et de leurs sensibilités à la profondeur du récepteur $\Psi_m(z)$.

Ce cas extrême où chaque mode s'exprime individuellement, intervient à plus courte distance en petit-fond (typiquement quelques kilomètres) puisque la densité de mode y est plus petite pour une même fréquence. On retrouve ici une similitude avec le critère de l'équation (1.4) qui détermine une distance à partir de laquelle l'énergie acoustique est majoritairement portée par les modes ou par des rayons acoustiques (groupes de modes adjacents).

1.3.4 Propriétés du champ acoustique large bande

1.3.4.1 Utilisation des modes pour les signaux large-bande

Le calcul modal présenté précédemment, considère une source monochromatique d'amplitude unitaire. Nous avons jusqu'ici volontairement occulté la dépendance fréquentielle de la pression et de la source. Dans le cas large bande nous les réintroduisons. Nous nous intéressons au signal de pression $\tilde{s}(r, z, f)$ reçu en point de l'espace en présence d'une source ponctuelle de spectre

$S(f)$ quelconque. Dans ce cas le signal dans le domaine de Fourier est simplement écrit comme :

$$\tilde{s}(r, z, f) = p(r, z, f)S(f) = QS(f) \sum_{m=1}^{N(f)} \Psi_m(z, f) \Psi_m(z_s, f) \frac{e^{-i(k_m(f)+i\alpha_m(f))r}}{\sqrt{k_m(f)r}}. \quad (1.47)$$

En réalité, si le signal de pression p de l'équation (1.38) est calculé pour une bande infinie de fréquence, il représente la réponse impulsionnelle de l'environnement. Dès lors le signal temporel $s(r, z, t)$ est obtenu par transformée de Fourier inverse tel que

$$s(r, z, t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \tilde{s}(r, z, f) e^{i\omega t} df \quad (1.48)$$

Notons que la somme modale dans (1.47) reste à l'intérieur de l'intégrale de (1.48) puisque le nombre de modes propagatifs $N(f)$ est une fonction de la fréquence.

On comprend bien que cette intégrale n'est numériquement pas solvable puisque les modes sont calculés pour un ensemble discret et fini de fréquences. Afin de calculer l'intégrale de l'équation (1.48) dans ce contexte discret, on peut utiliser les algorithmes de transformée de Fourier discrète. Il convient alors de faire particulièrement attention à l'échantillonnage en fréquence afin d'éviter les effets d'aliasing. Notons que cet aspect ne concerne pas seulement la théorie des modes normaux mais s'applique aussi à toutes les méthodes de résolution de l'équation d'onde qui travaillent à fréquence fixe.

1.3.4.2 Simulation numérique

Dans ce manuscrit nous utilisons deux algorithmes afin de synthétiser des signaux large-bande : le code modale KRAKEN [Porter 1992] et le code aux équations paraboliques RAM [Collins 1995]. Tous deux résolvent l'équation d'onde dans le domaine fréquentiel et ils sont sujet aux aspects cités précédemment.

Spectre borné Dans un premier temps on doit tronquer les bornes de l'intégrale de l'équation (1.48). Il est facilement concevable, que soit la source a un spectre d'émission $S(f)$ borné ; soit l'étude est restreinte à une bande de fréquences d'intérêts finies. En notant f_{max} la fréquence maximale considérée et f_{min} la fréquence minimum considérée, l'équation (1.48) se ramène à :

$$s(r, z, t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-f_{max}}^{f_{max}} \tilde{s}(r, z, f) e^{i\omega t} df. \quad (1.49)$$

Des zéros peuvent être ajoutés entre $-f_{min}$ et f_{min} . Afin d'obtenir un signal temporel à valeurs réelles, \tilde{s} est forcément conjugué symétrique (hermitien). En pratique, on calcule donc uniquement la réponse de l'environnement pour la bande passante du signal. De manière équivalente la transformée de Fourier bornée (1.49) peut être calculée comme :

$$s(r, z, t) = Re\left\{ \frac{1}{\pi} \int_0^{f_{max}} \tilde{s}(r, z, f) e^{i\omega t} df \right\}. \quad (1.50)$$

Spectre discret Conformément à la théorie de l'échantillonnage, on sait que le pas d'échantillonnage fréquentiel Δf détermine la durée T du signal temporel selon la relation :

$$\Delta f = \frac{1}{T}. \quad (1.51)$$

Pour éviter tout recouvrement il faut que T soit supérieur au temps de propagation de l'onde acoustique la plus lente soit $t_{max} = \frac{r}{v_{g,min}}$, avec $v_{g,min}$ la vitesse de groupe du mode propagatif le plus lent. En pratique, on simule en fait le signal à temps réduit $s(t - t_0)$ où $t_0 = \frac{r}{v_{g,max}}$ correspond au temps d'arrivée sur le récepteur de l'onde la plus rapide, avec $v_{g,max}$ la grande vitesse de groupe des modes propagatifs. On se contente alors d'un temps de simulation réduit $T_r = t_{max} - t_0$. Cela permet d'augmenter le pas d'échantillonnage du spectre et ainsi de diminuer le temps de calcul. La durée réduite nécessaire à la simulation d'un signal large bande sera alors d'autant plus grande que :

- la distance de propagation r augmente,
- l'environnement comporte des variations de célérité importantes (i.e. $t_{max} - t_0$ est grand).

Comme nous l'avons vu en section 1.3.2, seuls les modes guidés importent vraiment en champ lointain. On peut se limiter aux vitesses de groupe extrêmes des modes guidés. Globalement, dans notre contexte, un temps de propagation de 10 s est suffisant pour bien représenter la propagation même à des distance de 100 km. Même si le signal temporel est rarement utilisé dans la suite du manuscrit, nous utiliserons $\Delta f = 0.1$ Hz. Cette contrainte sera appliquée aux algorithmes RAM et KRAKEN.

1.3.4.3 Séparabilité des modes en bande large

Comme nous l'avons vu dans la section 1.3.1.1, la vitesse de groupe est une fonction de la fréquence et de l'index du mode générant de la dispersion (inter/intra modes). La dispersion favorise donc la séparabilité des modes en temps et fréquence. Pour un signal bande large, les modes peuvent alors être potentiellement isolés sur une représentation temps-fréquence du signal de pression. Les figures 1.11(a) et 1.11(b) nous montrent deux exemples dans le cas petit-fond et dans le cas grand-fond. Les environnements utilisés sont les mêmes que ceux de la figure 1.7.

En petit-fond, les modes sont facilement identifiables, voir même séparables en basse fréquence. En revanche dans le cas grand-fond de la figure 1.11(b), les modes se regroupent par paquet formant des groupes dominants. Les modes ne sont plus séparables individuellement. A noter que la configuration utilisée est la même que celle de la figure 1.10. Les trois groupes visibles dans 1.11(b), sont ceux qui ont été définis comme dominants sur la figure 1.10. Ici on note seulement que les modes sont très difficilement séparables en contexte grand-fond car d'une part le phénomène de dispersion intra-modale est moins marqué (du fait d'une moins forte influence du fond-marin) et d'autre part parce qu'ils se regroupent et perdent leur identité propre au détriment d'un comportement de groupe.

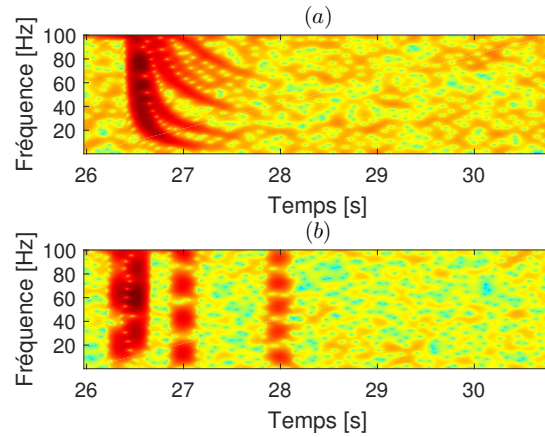


FIGURE 1.11 – En (a) le spectrogramme d'un signal de largeur de bande 0 – 100 Hz après propagation dans le chenal petit-fond donné en figure 1.7(a). Sur cette représentation temps-fréquence on distingue très clairement les modes, la dispersion inter et intra modale. En (b) le spectrogramme d'un signal impulsionnel de largeur de bande 0 – 100 Hz après propagation dans l'environnement grand-fond donné en figure 1.7(c). Dans les deux cas (a) et (b), la même configuration est utilisée $r = 40$ km, $z = z_s = 100$ m. Un bruit blanc gaussien avec un RSB de 15 dB a été ajouté à la simulation.

Conclusion

Dans ce chapitre nous avons introduit les notions d'acoustique sous-marine dominantes dans notre contexte UBF en milieu grand-fond. Les phénomènes provenant de la complexité du milieu océanique ont été illustrés grâce à une analyse géométrique et intuitive de la propagation acoustique. Nous avons notamment montré qu'à la vu des allures des profils de célérité en grand-fond, la réfraction y tient un rôle important. Nous avons ensuite détaillé la résolution de l'équation d'onde en modes normaux qui permet une analyse exacte du champ acoustique. Nous nous sommes par la suite munis de deux outils de simulation du champ acoustique, l'un modal (KRAKEN) et l'autre utilisant les équations paraboliques (RAM). Ces deux modèles seront utilisés dans les chapitres suivants pour synthétiser des signaux large bande dont les contraintes numériques ont été présentées.

Nous rappelons que l'un des objectifs de cette thèse est de proposer des méthodes d'inversion acoustique applicables en milieu océanique réel. Or, comme nous l'avons vu, celui-ci est fortement variable au cours du temps et dans l'espace, de telle sorte qu'il est impossible de le connaître parfaitement. Même si de petites fluctuations environnementales se traduisent par de petites variations des paramètres modaux (notamment des k_m), le champ de pression lointain s'en retrouve lui très fortement impacté du fait des termes de phase très sensibles quand r est grand. Pour cette raison, les méthodes d'inversion traditionnelles utilisant le signal complexe tel que le "Match-Field Processing" [Baggeroer *et al.* 1993] sont mises à mal. Il serait alors préférable de travailler directement avec les paramètres modaux (k_m et Ψ_m). Cependant, comme le suggère les sections 1.3.3 et 1.3.4.3, notre contexte grand-fond n'est pas favorable à la séparation des modes

et donc à l'extraction de ces paramètres. A défaut de pouvoir les extraire, nous nous intéressons à l'interaction qu'ont les modes entre eux (i.e. les interférences modales). Le prochain chapitre décrit ces interférences et introduit le concept central de cette thèse : l'*invariant océanique*.

L'invariant océanique : β

Sommaire

Introduction	37
2.1 Origine	37
2.1.1 Motifs d'interférences	37
2.1.2 Pentés de striation	39
2.1.3 Principe d'invariance de la relation $s_g(s_p)$	40
2.1.3.1 Guide d'onde parfait	40
2.1.3.2 Cas général	41
2.1.4 Valeurs de β pour des modes proches	43
2.1.4.1 Guide d'onde parfait	43
2.1.4.2 Cas général	44
2.1.5 Valeurs de β pour des modes éloignés	45
2.1.6 Conséquence sur le motif d'interférence	46
2.2 Distribution d'invariant océanique	47
2.2.1 Estimation de E_β	47
2.2.2 Variabilité de E_β en milieu stratifié	50
2.2.2.1 E_β en petit-fond	50
2.2.2.2 $E(\beta)$ en grand-fond	51
2.3 Autres manifestations de l'invariant océanique, et applications	52
2.3.1 E_β en sortie de formation de voies	52
2.3.1.1 Présentation du repère 3-D	52
2.3.1.2 Invariant d'antenne	53
2.3.1.3 E_β sur LOFAR	54
2.3.2 Loi de puissance du nombre d'onde horizontale	55
2.3.3 Applications	56
2.3.3.1 Estimation de distance	56
2.3.3.2 Estimation de profondeur	57
2.3.3.3 Compensation de la dispersion	57
Conclusion	58

Introduction

Comme décrit précédemment, l'environnement marin est borné par deux interfaces, et l'énergie acoustique est portée par plusieurs modes de propagation. Lorsqu'on regarde l'intensité acoustique (la pression au carré) d'un signal large bande le long d'une antenne, l'interférence de ces modes conduit à l'apparition de motifs structurés contenant l'information modale. En basse fréquence, ces motifs d'interférence sont assez stables [Lurton 2002] pour pouvoir être observés. La première publication scientifique faisant état de ces interférences a probablement été celle publiée en 1972 dans laquelle D.E. Weston et K.J. Stevens [Weston & Stevens 1972] mettent en évidence des striations visibles sur le bruit rayonné par un navire en mouvement. L'origine et la formalisation de cette observation sont venues plus tard dans une publication de S.D. Chuprov en 1982 [Chuprov 1982] où il introduit le concept d'invariant océanique.

L'invariant océanique est présenté comme une quantité scalaire permettant de décrire la pente des striations formées par l'interférence de deux modes dans le plan distance-fréquence. Il démontre également que, sous certaines conditions, l'invariant océanique est constant pour toutes les paires de modes, et ce grâce à une relation entre leur vitesse de groupe et leur vitesse de phase. Cette notion présente la particularité d'être très résiliente à de petites variations de l'environnement. La méconnaissance environnementale étant un problème pour la plupart des méthodes d'inversion en acoustique sous-marine, l'invariant océanique a été très étudié et utilisé avec succès pour de nombreuses applications qui seront détaillées en fin de chapitre.

Dans un premier temps nous allons présenter l'origine de l'invariant océanique ainsi que sa propriété d'invariance. Nous allons voir par la suite quelles sont les valeurs typiques qu'il peut prendre en distinguant les environnements isocélères des environnements stratifiés. On verra notamment que, pour ces derniers, l'invariant océanique est mieux représenté par une distribution qui peut être estimée sur les données grâce à une méthode faisant intervenir une transformation de Fourier 2-D de l'intensité acoustique. Elle permet de mettre en avant la variabilité de l'invariant océanique vis-à-vis de la configuration source récepteur. Enfin l'extension de l'invariant océanique à d'autres domaines de représentation que le motif d'interférence est présenté.

2.1 Origine

2.1.1 Motifs d'interférences

Afin de simplifier les équations l'amortissement est ignoré et nous considérons un spectre source plat d'amplitude unitaire dans la bande passante du signal, soit $S(f) = 1$. Ainsi le signal reçu \tilde{s} est simplement la réponse impulsionnelle du canal de propagation. A un facteur près, on peut écrire l'équation (1.47) comme une somme de N modes :

$$\tilde{s}(r, z, f) = \sum_{m=1}^{N(f)} a_m(r, z, f) e^{i\phi_m(r, f)}, \quad (2.1)$$

avec $a_m = \frac{\Psi_m(z_r, f)\Psi_m(z_s, f)}{\sqrt{k_m(f)r}}$ l'amplitude de la contribution modale et $\phi_m = k_m(f)r$ sa phase. L'intensité acoustique I , définie comme le module carré de la pression, s'écrit alors :

$$\begin{aligned}
 I(r, z, f) &\equiv |\tilde{s}(r, z, f)|^2 \\
 &= \left(\sum_{m=1}^N a_m e^{i\phi_m} \right) \cdot \left(\sum_{n=1}^N a_n e^{-i\phi_n} \right) \\
 &= \sum_l a_l^2 + \sum_{m, n, m \neq n} a_m a_n \cos(\phi_m - \phi_n) \\
 &= \sum_l a_l^2 + \sum_{m, n, m \neq n} a_m a_n \cos(\Delta k_{mn} r).
 \end{aligned} \tag{2.2}$$

A une fréquence donnée, l'intensité acoustique le long de l'axe des distances se comporte comme une somme de cosinus de pulsation $\Delta k_{mn} = k_m - k_n$, où chaque cosinus résulte de l'interférence entre deux modes. Quand on change la fréquence d'étude, les termes en cosinus se déphasent pour construire des striations, comme illustré figure 2.1(a) pour un guide de Pekeris ou figure 2.1(b) pour un environnement stratifié grand-fond.

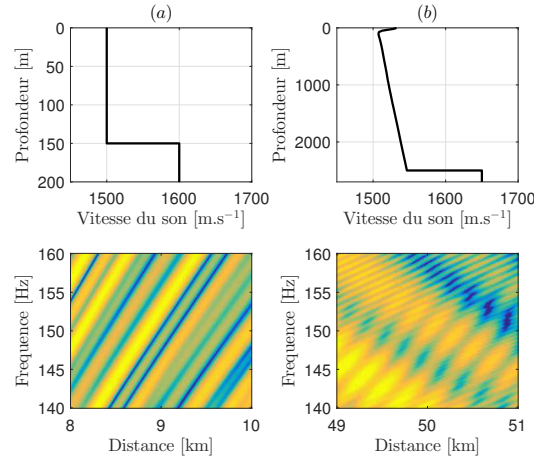


FIGURE 2.1 – Deux exemples de motifs d'interférence sont présentés sur les panneaux du bas pour (a) un environnement petit-fond et (b) un environnement grand-fond

Par la suite, on note $I(r, f)$ le *motif d'interférence* représentant l'ensemble des striations visibles dans le plan distance–fréquence, abrégé plan $r - f$. Particulièrement, la contribution $I_{mn}(r, f)$, apportée par l'interférence des deux modes m et n , est simplement appelée *striation*, avec

$$I_{mn}(r, f) = a_m a_n \cos(\Delta k_{mn} r). \tag{2.3}$$

D'après l'équation (2.2), ces striations peuvent être observées dès lors que l'environnement accepte au moins deux modes propagatifs ($N(f) \geq 2$) et que l'excitation et la sensibilité de ces modes ne sont pas nulles. Il existe donc une limite basse fréquence en dessous de laquelle il n'y

a pas d'interférence. En pratique, quand on considère des grands-fonds réalistes, cette limite est extrêmement basse ($f \ll 1$ Hz).

2.1.2 Pentas de striation

En observant les motifs d'interférence de la figure 2.1(a), on peut remarquer que les différents termes en cosinus semblent dessiner des striations avec une pente bien particulière. Mathématiquement, la pente d'une striation est trouvée en différenciant l'équation (2.3) et en fixant le résultat à zéro [Jensen *et al.* 2011, Cockrell 2011]. Cela revient à suivre une courbe du plan $r - f$ le long de laquelle l'intensité est constante, $I_{mn} = cste$, soit :

$$I_{mn}(r, f) = cste \Rightarrow \frac{\partial I_{mn}}{\partial f} \partial f + \frac{\partial I_{mn}}{\partial r} \partial r = 0. \quad (2.4)$$

La pente de cette courbe d'iso-intensité $\frac{\partial f}{\partial r}$ s'exprime directement d'après (2.4). On trouve :

$$\frac{\partial f}{\partial r} = - \frac{\partial I_{mn}}{\partial r} \frac{\partial f}{\partial I_{mn}}. \quad (2.5)$$

En faisant l'hypothèse que l'amplitude $a_m a_n$ de (2.3) est une fonction lente de la distance et de la fréquence comparée au terme en cosinus, la dépendance fréquentielle des fonctions modales et la dépendance en distance associée à l'atténuation cylindrique sont négligées [Chuprov 1982, Jensen *et al.* 2011]. Sous cette approximation, en introduisant (2.3) dans (2.5) on trouve :

$$\begin{aligned} \frac{\partial f}{\partial r} &= - \frac{\partial I_{mn}}{\partial r} \frac{\partial f}{\partial I_{mn}} \\ &= - \frac{a_m a_n \Delta k_{mn} \sin(\Delta k_{mn} r)}{r a_m a_n \frac{\partial \Delta k_{mn}}{\partial f} \sin(\Delta k_{mn} r)} \\ &= - \frac{1}{r} \frac{\Delta k_{mn}}{\frac{\partial \Delta k_{mn}}{\partial f}} \end{aligned} \quad (2.6)$$

On peut réécrire l'équation (2.6) en fonction des lenteurs de phase $s_{pm} = \frac{1}{v_{pm}}$ et des lenteurs de groupe $s_{gm} = \frac{1}{v_{gm}}$ en introduisant les équations (1.31) et (1.33) dans (2.6). On trouve :

$$\frac{\partial f}{\partial r} = - \frac{f \Delta s_{p,mn}}{r \Delta s_{g,mn}}, \quad (2.7)$$

avec $\Delta s_{p,mn} = s_{pm} - s_{pn}$ et $\Delta s_{g,mn} = s_{gm} - s_{gn}$.

Finalement, en réorganisant les termes de (2.7), la pente des striations vue dans le plan $\log r - \log f$ est une constante, notée $\beta_{mn}(f)$, qui ne dépend plus de la distance :

$$\frac{\partial \log f}{\partial \log r} = \frac{r}{f} \frac{\partial f}{\partial r} = - \frac{\Delta s_{p,mn}(f)}{\Delta s_{g,mn}(f)} = \beta_{mn}(f). \quad (2.8)$$

Cette constante est définie comme étant l'invariant océanique associé à la paire (m, n) à la fréquence f . Il caractérise le déphasage des termes en cosinus de l'équation (2.3) (i.e. les pentes de striation). Pour la suite on retiendra la définition de l'invariant océanique sous sa forme :

$$\beta_{mn}(f) = - \frac{1}{f} \frac{\Delta k_{mn}}{\frac{\partial \Delta k_{mn}}{\partial f}}, \quad (2.9)$$

ou de manière équivalente

$$\beta_{mn}(f) = -\frac{\Delta s_{p,mn}(f)}{\Delta s_{g,mn}(f)}. \quad (2.10)$$

2.1.3 Principe d'invariance de la relation $s_g(s_p)$

Comme nous venons de le voir, l'invariant océanique est une quantité qui ne dépend pas de la distance. On peut également montrer que sous certaines conditions, l'invariant est indépendant de la fréquence ou du numéro du mode. Ce comportement fait intervenir une relation fonctionnelle entre lenteur de groupe et lenteur de phase [Roux *et al.* 2013], notée $s_g(s_p)$, qui est discutée dans la section 2.1.3.1 pour un guide parfait et dans la section 2.1.3.2 pour le cas général.

2.1.3.1 Guide d'onde parfait

Pour ce guide d'onde idéal où $c(z) = c$ et où le fond est modélisé par une interface parfaitement rigide, l'expression du nombre d'onde horizontal [Jensen *et al.* 2011, Brekhovskikh & Lysanov 2013] est donnée par

$$k_m = k \sqrt{1 - \left(\frac{m\pi}{kH}\right)^2}, \quad (2.11)$$

avec $k = \frac{\omega}{c}$ et H la hauteur du guide d'onde. Loin de leurs fréquences de coupure, les modes vérifient $\left(\frac{m\pi}{kH}\right)^2 \ll 1$ de telle sorte que l'équation (2.11) peut être approximée par son développement limité à l'ordre 1, soit :

$$k_m \approx k \left(1 - \frac{1}{2} \left(\frac{m\pi}{kH}\right)^2\right). \quad (2.12)$$

En utilisant l'approximation (2.12), les lenteurs de phase et de groupe peuvent alors être exprimées comme

$$s_{gm} = \frac{\partial k_m}{\partial \omega} \approx \frac{1}{c} + \frac{1}{2} \left(\frac{m\pi}{H}\right)^2 \frac{c}{\omega^2} \quad (2.13)$$

et

$$s_{pm} = \frac{k_m}{\omega} \approx \frac{1}{c} - \frac{1}{2} \left(\frac{m\pi}{H}\right)^2 \frac{c}{\omega^2}. \quad (2.14)$$

En identifiant (2.14) dans (2.13), on montre que la lenteur de groupe est, pour une célérité du milieu fixée, une fonction de la lenteur de phase indépendamment de la fréquence et du numéro du mode avec

$$s_g(s_p) \approx \frac{2}{c} - s_p. \quad (2.15)$$

La figure 2.2 illustre ce comportement dans un guide d'onde parfait. La fonction $s_g(s_p)$ est tracée et les modes sont représentés en fonction de leurs lenteurs de phase et de groupe. On remarque comme attendu que, quel que soit le mode considéré (figure 2.2(a)) ou bien quelle que soit la fréquence (figure 2.2(b)), les lenteurs de groupe et de phase respectent la même relation fonctionnelle approximée par (2.15). Cette approximation est de moins en moins vraie lorsque les modes se rapprochent de leurs fréquences de coupure (lorsque la fréquence diminue ou le numéro du mode augmente).

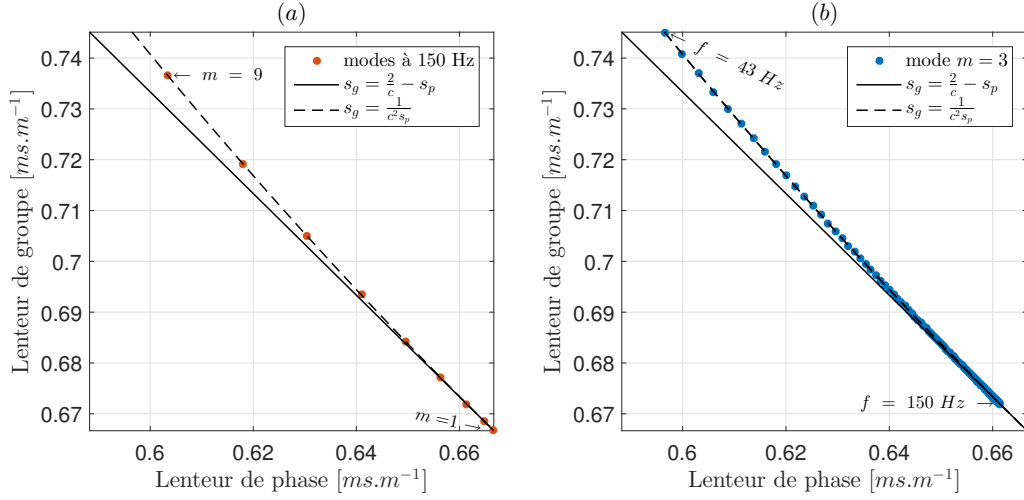


FIGURE 2.2 – La relation fonctionnelle $s_g(s_p)$ est illustrée dans un guide parfait en représentant les modes en fonction de leur lenteur de phase et de groupe. En (a) les 9 premiers modes à 150 Hz sont représentés. En (b) le mode 3 est représenté à plusieurs fréquences de 0 à 150 Hz. Dans les deux cas, les relation fonctionnelle $s_g(s_p)$ théorique données par (2.15) et l’approximation WKB (2.24) sont mises au regard des résultats empiriques.

2.1.3.2 Cas général

Pour des environnements stratifiés, la relation $s_g(s_p)$ est beaucoup plus complexe et il n’existe généralement pas d’expression analytique. Cependant, en utilisant l’approximation WKB (pour Wenster-Kramers-Brillouin) [Abramowitz *et al.* 1972], on peut montrer qu’une telle relation existe, et qu’elle est, pour un SSP (*Sound Speed Profile*) donné, une fonction de la vitesse de phase indépendamment de la fréquence et du numéro de mode. L’approximation WKB suppose que la fonction modale peut s’écrire sous la forme d’une phase $\phi(z)$ et d’une amplitude $a(z)$ comme démontré en annexe B. Elle est valide lorsque $a(z)$ est une fonction lente de la profondeur (pour des lecteurs souhaitant aller plus loin, ils peuvent se référer à l’équation (B.4) où l’approximation WKB consiste à négliger le terme du second ordre). Le développement mathématique qui va suivre peut être retrouvé dans [Munk & Wunsch 1983, Pignot 1997].

Considérons un mode quelconque de nombre d’onde horizontal k_r dont les points de retournement supérieur et inférieur de la fonction modale associée sont respectivement z^+ et z^- . Pour un environnement donné, ce mode existe si il respecte la condition de résonance du milieu. Cette condition impose que les variations de phase de la fonction modale sur tout le milieu soit un multiple de π . Soit, en utilisant le terme de phase (B.9) donnée par l’approximation WKB :

$$\int_{-\infty}^{+\infty} k_z(z) dz = m\pi, \quad (2.16)$$

où $k_z(z) = \sqrt{\frac{\omega^2}{c(z)^2} - k_r^2}$ est le nombre d’onde vertical du mode considéré.

En réécrivant la condition (2.16) entre les deux points de retournement, on trouve :

$$\int_{z^+}^{z^-} k_z(z) dz + \varphi(z^+) + \varphi(z^-) = m\pi, \quad (2.17)$$

avec $\varphi(z^\pm)$ des déphasages imposés par l'environnement aux points de retournement. Ces termes dépendent de la nature du point de retournement : $\varphi(z^\pm) = \frac{\pi}{4}$ pour une réfraction, $\varphi(z^\pm) = \frac{\pi}{2}$ pour une réflexion sur une surface libre. Toujours est-il que pour un même type de mode (T-modes, SRBR-modes...) ces déphasages sont constants et on peut écrire :

$$\frac{\partial}{\partial k_r} \int_{z^+}^{z^-} k_z(z) dz = 0. \quad (2.18)$$

L'expression (2.18) n'est pas valide à proximité des interfaces où il y a un saut de phase lié à un changement de nature du point de retournement.

En remplaçant k_z dans (2.18) par son expression en fonction de k_r , l'équation (2.18) peut être reformulée comme

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial k_r} \int_{z^+}^{z^-} \left(\frac{\omega^2}{c^2(z)} - k_r^2 \right)^{\frac{1}{2}} dz &= 0 \\ \int_{z^+}^{z^-} \left(\frac{2\omega}{c^2(z)} \frac{\partial \omega}{\partial k_r} - 2k_r \right) \left(\frac{\omega^2}{c^2(z)} - k_r^2 \right)^{-\frac{1}{2}} dz &= 0. \end{aligned} \quad (2.19)$$

En exprimant (2.19) en fonction des lenteur de phase et de groupe on peut simplifier par ω et on trouve

$$\int_{z^+}^{z^-} \frac{1}{s_g c^2(z)} \left(\frac{1}{c^2(z)} - s_p^2 \right)^{-\frac{1}{2}} dz - \int_{z^+}^{z^-} s_p \left(\frac{1}{c^2(z)} - s_p^2 \right)^{-\frac{1}{2}} dz = 0. \quad (2.20)$$

Finalement, on sortant s_g de l'intégral on obtient la relation fonctionnelle

$$s_g(s_p) = \frac{1}{s_p} \frac{\int_{z^+}^{z^-} \frac{1}{c^2(z)} \left(\frac{1}{c^2(z)} - s_p^2 \right)^{-\frac{1}{2}} dz}{\int_{z^+}^{z^-} \left(\frac{1}{c^2(z)} - s_p^2 \right)^{-\frac{1}{2}} dz}. \quad (2.21)$$

Puisque d'après l'équation (1.35) les points de retournement sont des fonctions de la célérité et de la lenteur de phase uniquement, on obtient le résultat important suivant : à une lenteur de phase correspond une unique lenteur de groupe indépendamment de la fréquence ou du mode considéré. Au vu de l'expression (2.10), l'invariant océanique est lui aussi une fonction de la lenteur de phase uniquement.

Un exemple est donné pour l'environnement Méditerranéen de la figure 2.1(b) qui impose une certaine relation $s_g(s_p)$ qui reste indépendante du numéro de mode (figure 2.3(a)) ou de la fréquence (figure 2.3(b)). Dans les deux cas on observe un certain nombre de modes suivant localement une relation $s_g(s_p)$ linéaire. Ce comportement est à l'origine de valeurs particulières de l'invariant océanique qui sont détaillées dans la sous-section suivante.

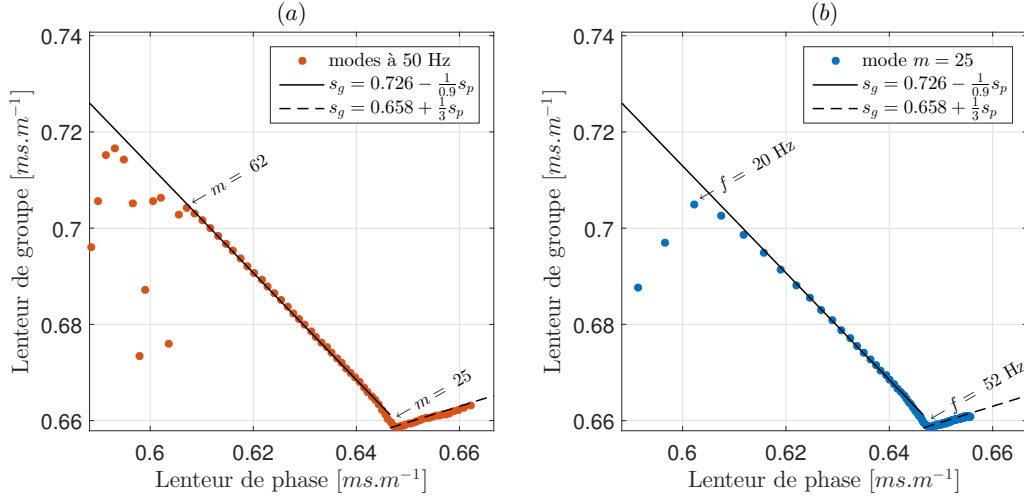


FIGURE 2.3 – La relation fonctionnelle $s_g(s_p)$ est illustrée dans un guide d’onde stratifié grand-fond (figure 2.1(b)) en représentant les modes en fonction de leurs lenteurs de phase et de groupe. En (a) les 78 premiers modes à 50 Hz sont représentés. En (b) le mode 25 est représenté à plusieurs fréquences de 0 à 100 Hz. On note dans les deux cas la même relation $s_g(s_p)$ qui dépend uniquement de la lenteur de phase. La relation $s_g(s_p)$ peut être approximé par des droites pour des gammes de lenteurs de phase correspondant aux modes réfléchis et aux modes réfractés. Pour les modes atténués ($s_p < 0.606 \text{ ms.m}^{-1}$), les modes peuvent rester périodiquement piégés dans la couche de fond donnant cet aspect oscillant à la relation $s_g(s_p)$.

2.1.4 Valeurs de β pour des modes proches

D’après l’équation (2.10) l’invariant océanique correspond, localement (i.e. s_{pm} proche de s_{pn}), à une dérivée de la lenteur de groupe par rapport à lenteur de phase, soit :

$$\frac{1}{\beta(s_p)} = -\frac{ds_g(s_p)}{ds_p}. \quad (2.22)$$

Cette dérivée décrit l’invariant océanique de modes proches. Elle est étudiée dans le cas isocélère puis dans le cas stratifié.

2.1.4.1 Guide d’onde parfait

En utilisant le résultat précédent (2.15), et en l’injectant dans l’équation (2.22), on trouve que l’invariant océanique pour un guide d’onde parfait, vaut

$$\beta \approx 1, \quad (2.23)$$

et est valable quelque soit s_p . C’est pourquoi historiquement $\beta_{mm}(f)$ a été qualifié d’invariant. Le même résultat aurait pu être obtenu en insérant directement les équations (2.13) et (2.14) dans (2.8).

2.1.4.2 Cas général

Dans le cas général, la dérivée de la forme intégrale (2.21) par rapport à la lenteur de phase est souvent difficile à résoudre. Cependant, en considérant des formes analytiques simples de profils de célérité, certaines valeurs d'invariant océanique peuvent être déterminées.

Cas isocélère Vérifions, dans ce cas la relation (2.15) obtenue pour le guide parfait. En fixant $c(z) = c$, les points de retournement dans (2.21) valent toujours $z^- = H$ et $z^+ = 0$. La résolution de l'intégrale (2.21) est alors immédiate et on trouve :

$$s_g = \frac{1}{c^2 s_p} \quad (2.24)$$

Cette fonction est tracée sur la figure 2.2. Elle décrit fidèlement la relation $s_g(s_p)$ pour un guide d'onde isocélère (ici le guide d'onde parfait) dont une bonne approximation est la droite $s_g = \frac{2}{c} - s_p$. En injectant (2.24) dans (2.22) l'invariant océanique est décrit par :

$$\frac{1}{\beta} = \frac{c^2 k_r^2}{\omega^2} = \frac{k_r^2}{k^2}. \quad (2.25)$$

Puis en faisant l'approximation que le mode est loin de sa fréquence de coupure, soit $k_r \approx k$, on obtient le même résultat que précédemment, soit :

$$\beta \approx 1. \quad (2.26)$$

Pour un SSP isocélaire, cette valeur d'invariant océanique est une bonne approximation de la pente de $s_g(s_p)$ pour tous les modes réfléchis, qui par définition ont les mêmes points de retournement (i.e. les SRBR-modes de la sous-section 1.3.2). En revanche, elle n'est pas vraie dès lors que les modes pénètrent le fond (i.e. les modes atténués).

Cas stratifié Dans le cas de guides d'onde stratifiés, il convient de différencier deux cas : 1) le cas où les bornes de l'intégrale de l'équation (2.21) varient avec s_p et 2) les cas où ces bornes sont localement constantes. Le premier cas correspond aux modes qui ont au moins un point de retournement traduisant une réfraction (i.e. les T-modes et SR-modes de la sous-section 1.3.2). En effet, d'après la relation (1.35), la profondeur de retournement z^\pm de leur fonction modale varie avec la lenteur de phase. Le deuxième cas correspond à celui des SRBR-modes dont les points de retournement sont situés à la profondeur des interfaces quelle que soit la lenteur de phase.

Dans ce manuscrit nous ne détaillerons pas les calculs de l'équation (2.22) aboutissant à l'invariant océanique dans le cas où s_g suit la relation fonctionnelle (2.21). Pour de nombreux SSPs analytiques, des valeurs d'invariant océanique valables pour les T-modes peuvent être trouvées dans [Harrison 2011]. L'auteur utilise une approche géométrique du champ acoustique, conceptuellement très proche de l'approximation WKB mais très éloignée dans ses notations. Des éléments complémentaires sont disponibles dans [Chuprov 1982] et [Cockrell & Schmidt 2011] d'un point de vue modale.

On retiendra ici uniquement les deux résultats principaux. Pour les modes qui sont réfractés dans un environnement décrit par $c(z) = c(1 - az)$, avec a représentatif du gradient barocline,

on trouve $\beta \approx -3$. D'autre part, pour les modes SRBR-modes l'invariant océanique dépend très peu du SSP et vaut presque toujours $\beta \approx 1$.

De manière plus précise, les valeurs d'invariant océanique en environnement complexe sont déterminées empiriquement dans les cas qui nous intéressent. En effet, en reprenant l'exemple de la figure 2.3, la relation $s_g(s_p)$ semble être, à une approximation près, linéaire par morceaux. En d'autres termes on peut trouver des intervalles de lenteur de phase où la lenteur de groupe peut s'écrire sous la forme de son développement au premier ordre :

$$s_g \approx s_{g_0} - \frac{1}{\beta} s_p, \quad (2.27)$$

où s_{g_0} est une constante qui dépend de l'environnement et de l'intervalle de s_p considéré. Deux de ces fonctions linéaires par morceaux sont empiriquement déterminées et représentées sur la figure 2.3. On note que les différents intervalles de s_p choisis s'accordent avec les types de mode guidés proposés en section 1.3.2.1. Ainsi, les modes réfléchis ($\frac{1}{1650} < s_p < \frac{1}{1546}$) voient leurs lenteurs de groupe régir par $\beta \approx 0.9$, alors que les modes réfractés ($\frac{1}{1546} < s_p < \frac{1}{1507}$) ont un comportement radicalement différent avec $\beta \approx -3$. Pour les modes atténués ($s_p < \frac{1}{c_{1650}}$), $s_g(s_p)$ se met à osciller de telle sorte qu'il est difficile de déterminer une portion linéaire. Dans la suite on considère que ces modes sont suffisamment atténués pour ne pas être pris en compte dans le motif d'interférence. Aux vues de leurs atténuations dans notre contexte, cette approximation est valide à partir de quelques kilomètres.

2.1.5 Valeurs de β pour des modes éloignés

Rappelons tout de même que d'après l'équation (2.10), il existe autant d'invariants océanique que de paires de modes (m, n) différentes. Notamment, si l'environnement donne lieu à une relation $s_g(s_p)$ comportant R régimes linéaires, l'invariant océanique associé à deux modes m et n qui n'appartiennent pas au même régime ne peut pas être déterminé à partir de l'équation (2.27). Néanmoins et de manière générale, on peut calculer tous les $\beta_{mn}(f)$ associés à chaque paire de modes grâce à l'équation (2.10). De part le principe d'invariance, les indices modaux (m, n) peuvent être étendus à leur lenteur de phase respective à la fréquence f pour exprimer l'invariant océanique $\beta_{mn}(f)$ comme une fonction des lenteurs de phase à deux dimensions $\beta(s_p, s_p)$. En plus des R valeurs d'invariant océanique propres à chaque régime linéaire, une multitude d'autres valeurs d'invariant océanique apparaissent du fait des interférences entre régimes.

Un exemple est donné par la figure 2.4 dans le cas de l'environnement grand-fond de la figure 2.1(b). A proximité de la diagonale, la linéarisation $s_g(s_p)$ est valide et on trouve globalement les résultats précédents. A savoir, $\beta \approx -3$ pour les T-modes et les SR-modes ainsi que $\beta \approx 0.9$ pour les SRBR-modes. Cependant, on trouve aussi des valeurs d'invariant océanique beaucoup plus exotiques ($\beta \ll -3$ ou $\beta \gg 1$) quand on met en relation les différents types de modes entre eux.

De plus, les variations locales de β autour de la diagonale de la figure 2.4 sont associées aux micro-structures du SSP [Chuprov 1982]. Elles sont surtout visibles pour les T-modes et les SR-modes dont la relation $s_g(s_p)$ est plus sensible aux détails du SSP. En revanche, ces petites variations sont très vite lissées lorsqu'on considère des lenteurs de phase plus espacées comme on peut le noter sur la figure 2.4 quand on s'éloigne de la diagonale. On peut comprendre ces phénomènes en étudiant l'équation (2.21) et son effet moyennant lié aux intégrales. En d'autres

termes, si on prend deux lenteurs de phase relativement éloignées la différence de lenteur de groupe sera liée à l'allure à grande échelle du profil de célérité (gradient par exemple) et les effets des micro-structures auront tendances à s'annuler entre eux. En ce sens l'invariant océanique est résilient aux petites variations de célérité et seule l'allure du profil est réellement importante. C'est une propriété très intéressante aux vues du caractère dynamique des océans.

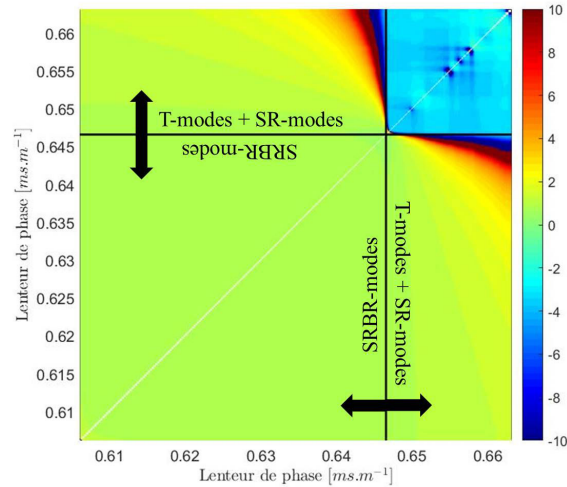


FIGURE 2.4 – Ici les modes à 300 Hz sont déterminés grâce au logiciel KRAKEN pour l'environnement méditerranéen grand-fond de la figure 2.1(b). Chaque mode est ensuite ramené à sa lenteur de phase, pour présenter $\beta(s_p, s_p)$ comme une fonction à deux dimensions de la lenteur de phase selon l'échelle de couleurs utilisée sur la figure. Par principe d'invariance ces valeurs sont généralisables quelque soit la fréquence et le numéro du mode (dans la limite de validité de l'approximation WKB). La fréquence a été volontairement choisie plus élevée que dans les cas précédent pour avoir une meilleur résolution en lenteur de phase (augmentation de la densité de modes avec la fréquence).

2.1.6 Conséquence sur le motif d'interférence

Cas isocélère Pour un guide d'onde isocélère, la relation $s_g(s_p)$ est linéaire, de telle sorte que l'invariant océanique est commun à toutes les paires de modes. C'est une constante intrinsèque au guide d'onde, est très bien caractérisée par un *scalaire* $\beta \approx 1$. Par conséquent, toutes les pentes de striations sont équivalentes quels que soient les modes impliqués dans l'interférence et ce indépendamment de la fréquence. Le motif d'interférence ressemble alors à celui présenté par la figure 2.1(a). Comme nous l'avons montré dans la partie 1.1.2.2, ce type de guide d'onde isocélère est parfois une très bonne approximation d'environnement petit fond. C'est pourquoi dans la littérature on associe volontiers la valeur $\beta \approx 1$ à ces environnements.

Cas stratifié Dès lors que l'on considère un environnement stratifié, plusieurs régimes linéaires de la relation $s_g(s_p)$ se mettent en place. Des valeurs classiques d'invariant océanique apparaissent

lors d'interférences entre modes d'un même régime ainsi que des valeurs plus hétéroclites liées aux interférences de modes entre régimes. Tous ces invariants océaniques cohabitent, construisant un motif d'interférence complexe comme celui représenté par la figure 2.1(b). Dans ce contexte stratifié, il est préférable de considérer l'invariant océanique comme une *distribution* [Rouseff & Spindel 2002, Baggeroer 2002], notée E_β , où l'amplitude associée à telle ou telle valeurs de β dépend des pondérations $a_m a_n$ des interférences.

2.2 Distribution d'invariant océanique

Ce concept de distribution nécessite la prise en compte des amplitudes $a_m a_n$ réintroduisant du même coup la notion de localité du motif d'interférence. En effet, les excitations des termes en cosinus dans (2.3) sont des fonctions de la configuration source-récepteur. Pour un environnement donné, cette distribution d'invariant océanique est donc variable en fonction de la profondeur de la source (excitation des modes), de la profondeur du récepteur (sensibilité des modes) et de la distance (aux gré de la prédominance de certains groupes de modes dans le champ acoustique, des atténuations cylindrique et visqueuse). L'invariant océanique n'a alors plus rien d'invariant. Il n'est plus seulement relatif à l'environnement mais aussi au contexte d'émission et de réception du signal. Ce problème est relativement complexe et est discuté dans cette section. Il fait aussi l'objet du chapitre 3 qui présente une contribution de la thèse aboutissant à une prédiction locale de E_β et une interprétation modale du phénomène d'interférence en grand-fond.

La suite de cette section présente l'état de l'art autour de cette distribution d'invariant. Dans un premier temps, on cherche à estimer la distribution E_β associée à un motif d'interférence $I(r, f)$ échantillonné et fenêtré comme celui représenté figure 2.1(b). Dans un second temps on montre que le motif d'interférence est localement dépendant de la configuration source-récepteur pour des environnements stratifiés, introduisant la notion de variabilité de E_β . En environnement petit-fond la distribution d'invariant océanique est principalement liée aux profondeurs de source z_s et de réception z_r . En se basant sur les travaux de D. Rouseff et R.C. Spindel [Rouseff & Spindel 2002], une telle distribution peut être prédite analytiquement. Cependant, en considérant un environnement grand-fond, l'expérience montre que la distribution d'invariant océanique observée est également dépendante de la distance source-récepteur. Ce comportement ne peut pas être prédit par le modèle de Rouseff et Spindel, justifiant les développements présentés en chapitre 3.

2.2.1 Estimation de E_β

En pratique, le motif d'interférence généré par un signal source $S(f)$ plat de largeur de bande B , peut être passivement mesuré sur une antenne horizontale de longueur L . Dans un contexte mono-source, le motif d'interférence mesuré $I(r, f)$ est uniquement dû aux modes excités par la source et observable par l'antenne. Ainsi, les pentes de striations dans l'image $I(r, f)$ caractérisent complètement la configuration source-récepteur.

L'un des moyens de mesurer de telles pentes dans une image est d'utiliser une transformation de Fourier 2-D (TF 2D). Cette technique appliquée aux motifs d'interférence est classique dans la littérature de l'invariant océanique [Yang 2003, Baggeroer 2002, Rouseff & Spindel 2002, Cockrell & Schmidt 2010]. D'autres méthodes peuvent être employées comme la transformée de Radon

[Turgut *et al.* 2010] ou via des mesures manuelles [Brooks *et al.* 2006]. Cependant, la TF 2D est privilégiée pour l'estimation de β car elle peut être calculée à partir des quantités modales et permet de gérer efficacement des entrelacements de plusieurs striations (i.e. le cas où justement E_β est une distribution). Elle est notamment utilisée pour mesurer les distributions d'invariant océanique qui seront prises comme références lors de la validation des prédictions d'invariants océanique du chapitre 3. La TF 2D constitue également le traitement de base de la méthode de la discrimination en immersion proposée dans le chapitre 4.

Définissons une telle TF 2D comme :

$$\tilde{I}(x, y) = \left| \int_{f_0 - \frac{B}{2}}^{f_0 + \frac{B}{2}} \int_{r_0 - \frac{L}{2}}^{r_0 + \frac{L}{2}} I(r, f) e^{-i2\pi(xr + yf)} dr df \right|, \quad (2.28)$$

où r_0 est la distance entre la source et le capteur central de l'antenne et f_0 la fréquence centrale du signal. Les variables x (en m^{-1}) et y (en s) sont les variables de Fourier conjuguées respectivement à l'axe des distances r (en m) et des fréquences f (en Hz). En insérant (2.2) dans (2.28), et en négligeant les dépendances des coefficients $a_m a_n$ vis à vis de la fréquence et de la distance, la TF 2D d'un motif de striation est donnée par :

$$\begin{aligned} \tilde{I}(x, y) = \sum_{m, n, m \neq n} \tilde{I}_{mn} = \sum_{m, n, m \neq n} a_m(z_s, z_r) a_n(z_s, z_r) \text{sinc}(\pi x L) \text{sinc}(\pi y B) * \\ (\delta(x - x_{mn}, y - y_{mn}) + \delta(x_{mn} - x, y_{mn} - y)), \end{aligned} \quad (2.29)$$

où $*$ désigne la convolution, δ la fonction de Dirac et la paire (x_{mn}, y_{mn}) sont les coordonnées de Fourier de la striation I_{mn} . Ces coordonnées valent :

$$x_{mn}(f) = \frac{\Delta k_{mn}(f)}{2\pi} \quad (2.30)$$

et

$$y_{mn}(r, f) = r \frac{\partial \Delta k_{mn}(f)}{2\pi \partial f}. \quad (2.31)$$

Notons qu'en termes de traitement d'image, x_{mn} représente la fréquence spatiale de I_{mn} le long de l'axe des distance et y_{mn} la fréquence spatiale de I_{mn} le long de l'axe des fréquences. En réintroduisant les lenteurs de phase et de groupe, on peut réécrire (2.30) et (2.31) comme

$$x_{mn}(f) = f \Delta s_{p, mn}(f) \quad (2.32)$$

et

$$y_{mn}(r, f) = r \Delta s_{g, mn}(f). \quad (2.33)$$

Sous cette forme, on reconnaît que la coordonnée y_{mn} est en fait simplement la différence de temps d'arrivées de l'énergie portée par le mode m par rapport à celle portée par le mode n (noté TDOA dans la littérature anglophone pour *time difference of arrival*). La coordonnée x_{mn} fait quand à elle référence à la différence de nombre d'onde horizontaux des deux modes et est à une transformation près une différence d'angles d'arrivées.

Pour illustrer notre propos, nous allons étudier le motif d'interférence représenté en figure 2.5(a). En pratique, le calcul de la TF 2D (2.28) est réalisé grâce à l'algorithme de transformée de Fourier rapide 2-D (TFR 2-D) dont la sortie est affichée en figure 2.5(b). Comme

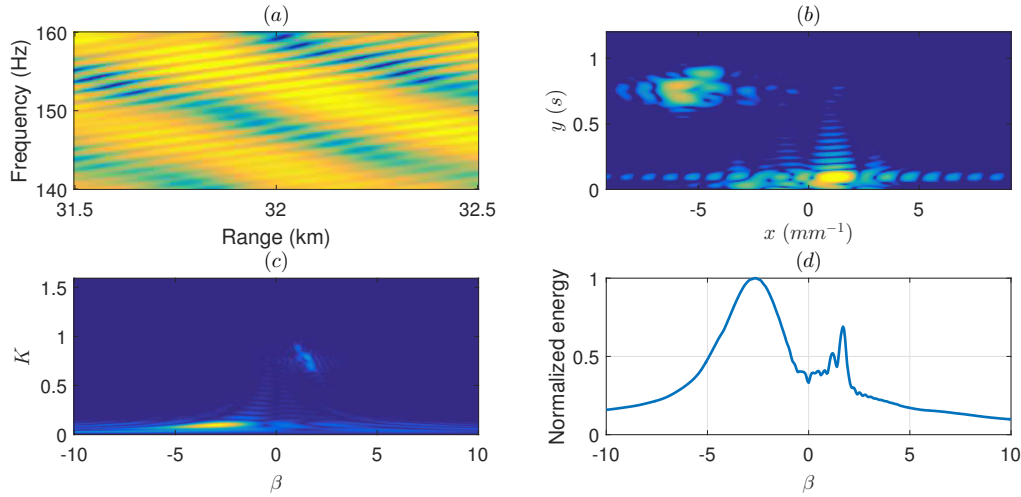


FIGURE 2.5 – Toutes les étapes de l'estimation de E_β . En (a) le motif d'interférence calculé avec (1.47) pour l'environnement Méditerranéen grand-fond de la figure 2.1(b). En (b) la TFR 2-D du motif d'interférence. En (c) le motif d'interférence dans le domaine de Fourier en ayant opéré le changement de variable (2.35) et (2.36). Et finalement en (d) la distribution E_β estimée obtenue en sommant (c) selon K .

annoncé par l'équation (2.29), l'information est parcimonieusement répartie dans ce domaine de représentation. Très souvent, seulement une moitié de $\tilde{I}(x, y)$ est affichée puisque $I(r, f)$ est à valeurs réelles et donc sa TF 2D est hermitienne.

Finalement, en supposant $r_0 \gg L$ et $f_0 \gg B$ et en identifiant (2.32) et (2.33) dans (2.10), l'invariant océanique s'exprime dans le domaine de Fourier comme :

$$\beta_{mn} = -\frac{r_0 x_{mn}}{f_0 y_{mn}}. \quad (2.34)$$

Donc, en opérant les changements de variables suivants :

$$\beta = -\frac{r_0 x}{f_0 y}, \quad (2.35)$$

et, par exemple,

$$K = \sqrt{x^2 + y^2}, \quad (2.36)$$

l'invariant océanique peut être extrait du motif d'interférence. Une telle transformation $\tilde{I}(\beta, K)$ est représentée en figure 2.5(c). Finalement, la distribution E_β , mesurée sur le motif d'interférence $I(r, f)$ est obtenue en sommant l'énergie de $\tilde{I}(\beta, K)$ selon K comme illustré figure 2.5(d), soit

$$E_\beta(z_s, z_r, r_0, f_0) = \int \tilde{I}(\beta, K) dK. \quad (2.37)$$

Cette distribution est dépendante de la configuration source-récepteur. Bien évidemment, E_β est aussi dépendante de la taille d'antenne L et de la largeur de bande du signal B . Cependant ces derniers paramètres ne changent pas à proprement parler les valeurs prises par E_β (i.e. les coordonnées x_{mn} et y_{mn}) mais seulement la largeur des sinus cardinaux de (2.29).

2.2.2 Variabilité de E_β en milieu stratifié

2.2.2.1 E_β en petit-fond

Comme nous l'avons vu, la distribution d'invariant est une fonction des amplitudes $a_m a_n$ qui sont dépendantes de la configuration source-récepteur. Pour une profondeur de réception z_r fixe et une distance source-récepteur r_0 donnée, les variations de E_β liées à un changement de profondeur de la source sont illustrées par la figure (2.6)(a) où la distribution E_β est mesurée grâce à la TF 2D du motif d'interférence comme expliqué dans la sous-section 2.2.1.

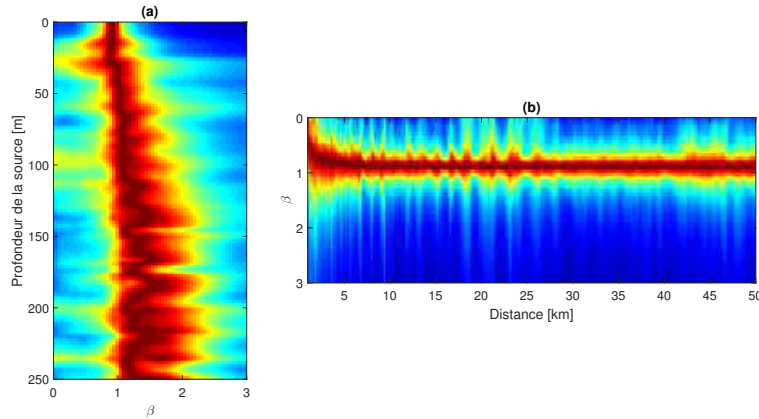


FIGURE 2.6 – La distribution E_β d'un signal de largeur de bande $B = 20$ Hz centré en $f = 150$ Hz est estimée en utilisant l'algorithme de TFR 2-D sur le motif d'interférence recueilli sur une antenne de longueur $L = 1$ km immergée à $z_r = 100$ m. On observe alors la variabilité de cette distribution en fonction de (a) la profondeur de la source et (b) la distance source-récepteur. Dans le cas (a) la distance centrale est fixée à $r_0 = 30$ km et dans le cas (b) la profondeur de la source est $z_s = 5$ m.

L'environnement petit-fond ressemble à celui de la figure 1.7(a) et comporte un thermocline de surface. E_β est alors en surface très bien représenté par un scalaire $\beta \approx 1$ puis quand la source plonge la distribution s'étale autour de valeurs d'invariants océaniques plus grandes. Ceci s'explique très simplement par le fait que l'excitation des BR-modes (avec $\beta > 1$ en petit-fond) est presque nulle en surface en raison du thermocline. Ces valeurs d'invariant $\beta > 1$ réapparaissent et dominent le champ acoustique lorsque les BR-modes sont excités (i.e. la source est immergée sous le thermocline).

Cette même distribution est, en revanche, très peu dépendante de la distance comme on peut l'observer sur les mesures de distributions représentées en figure 2.6(b). La très faible densité de modes leur permet de s'exprimer individuellement avec une amplitude qui (en négligeant l'atténuation visqueuse) est une fonction de leurs excitations $\Psi_m(z_s)$ et de leurs sensibilités $\Psi_m(z_r)$.

Pour une profondeur de récepteur fixe z_r , la distribution d'invariant océanique $E_\beta(z_s)$ est donc principalement dépendante de la profondeur de la source. D. Rouseff et R.C. Spindel ont proposé, dans [Rouseff & Spindel 2002], une méthode semi-analytique permettant de calculer cette distribution à partir de quantités modales préalablement déterminées (grâce à KRAKEN par

exemple). Pour faire aboutir leur calcul ils ont été contraints de poser une hypothèse : l'antenne est suffisamment grande pour rendre compte du comportement à grande échelle des striations. Les distributions ainsi prédites perdent leur caractère local en distance et correspondent à un comportement moyenné de l'invariant océanique. Cette hypothèse semble justifiée en petit-fond où en effet la distribution est relativement stable en distance pour une profondeur de source et de récepteur fixée. Dans ce contexte, le calcul de prédiction semi-analytique proposé par D. Rouseff et R.C. Spindel est une très bonne approximation de la distribution mesurée.

2.2.2.2 $E(\beta)$ en grand-fond

En environnement grand-fond, les choses sont plus complexes. On retrouve bien une dépendance de E_β avec la profondeur de la source et de la réception comme illustré figure 2.7(a). Pour les mêmes raisons qu'en petit-fond, la distribution E_β peut prendre des valeurs variées en fonction du type de mode excité. Cependant, on observe aussi une dépendance non négligeable de la distribution en fonction de la distance. Elle peut être observée sur la figure 2.7(b) et apparaît plus forte dans les premiers kilomètres ($r_0 < 20$ km).

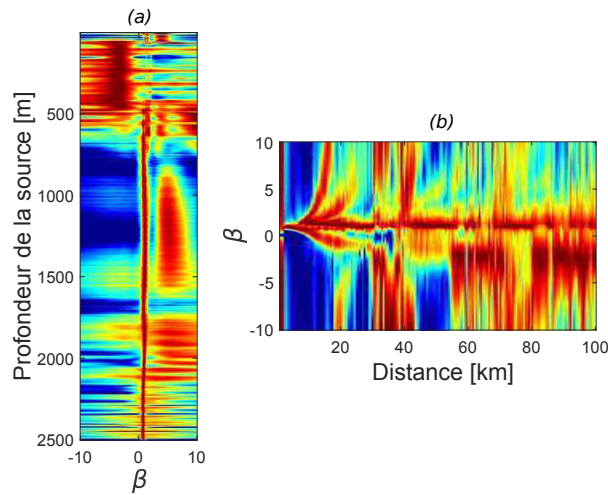


FIGURE 2.7 – La distribution E_β d'un signal de largeur de bande $B = 20$ Hz centré en $f = 150$ Hz est estimé en utilisant la TF 2D sur une antenne de longueur $L = 1$ km. On observe alors la variabilité de cette distribution en fonction de la profondeur de la source, en (a) avec $z_r = 100$ m et $r_0 = 50$ km, ou en fonction de la distance source-récepteur, en (b) avec $z_s = 500$ m et $z_r = 1000$ m.

Pour les environnements grand-fond, le résultat semi-analytique proposé par D. Rouseff et R.C. Spindel n'est plus valide. Afin d'expliquer ce phénomène, on reviendra plus tard dans le chapitre 3 sur certaines hypothèses utilisées lors du calcul de l'invariant océanique qui ne sont plus valides en grand-fond. Comme nous le verrons, E_β varie en distance au gré de la prédominance de divers groupes de modes dans le champ acoustique, mais aussi en raison d'une dépendance en distance intrinsèque à l'invariant océanique.

2.3 Autres manifestations de l'invariant océanique, et applications

Pour l'instant nous avons uniquement associé l'invariant océanique aux striations formées par les interférences des modes excités par une source large bande dans un contexte mono-source. Cependant, le concept d'invariant est beaucoup plus vaste et peut être étendu à d'autres phénomènes ou à d'autres représentations du champ acoustique. Ceci donne lieu à de très nombreuses applications qui ne concernent pas forcément le motif d'interférence. Nous n'allons pas détailler toutes ces applications de l'invariant océanique, mais nous allons tout de même souligner quelques unes d'entre elles qui utilisent la propriété d'invariance de β et d'autres qui exploitent la variabilité de E_β pour extraire de l'information sur la configuration source-récepteur.

2.3.1 E_β en sortie de formation de voies

2.3.1.1 Présentation du repère 3-D

Lorsque l'on parle de formation de voie on se place dans un repère de l'espace à 3 dimensions. Dans ce repère, le plan $r - z$ de propagation modale considéré précédemment est représenté sur la figure 2.8. Selon la convention choisie sur cette figure, ce plan se trouve à un angle horizontal Θ_s par rapport au travers de l'antenne. Cet angle est appelé angle de *gisement* et est indicé par s puisqu'il s'agit du gisement de la source. Dans le plan vertical, chaque mode à un angle qui lui est propre, appelé angle de *site*, que nous avons noté θ_m dans (1.34). Le site est donc indicé par m puisque qu'il dépend du mode considéré.

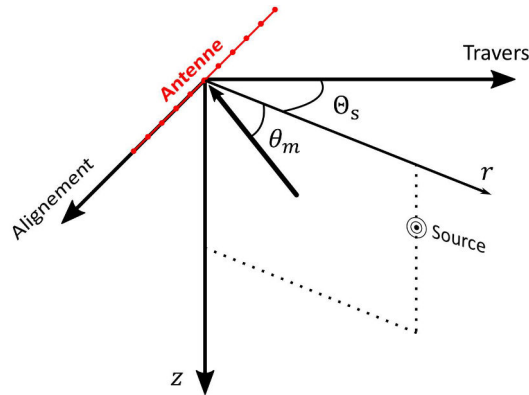


FIGURE 2.8 – Repère 3-D illustrant l'angle de site et de gisement d'une mode m .

La formation de voies consiste alors à exprimer le signal sous différents angles horizontaux $\hat{\Theta}$, appelés voies, en combinant les éléments d'un réseau de capteurs. Dans le cas d'une HLA comportant N capteurs, le signal mesuré \mathbf{y} sur l'antenne est déphasé selon un vecteur de pointage \mathbf{d} , qui dans le cadre d'une formation de voies classique est exprimé par :

$$\mathbf{d}(\hat{\Theta}, f) = e^{-i \frac{2\pi f}{c(z_r)} \Delta \mathbf{r} \sin \hat{\Theta}}, \quad (2.38)$$

où $\Delta \mathbf{r}$ est un vecteur de taille N concaténant les espacements entre tous les capteurs et un capteur de référence. La sortie de la formation de voies classique est construite comme la somme

cohérente sur tous les capteurs du signal déphasé dans chacune des voies testées, soit :

$$B(\widehat{\Theta}, f) = \frac{1}{N} \mathbf{d}^t \mathbf{y}, \quad (2.39)$$

où t dénote l'opérateur de transposition.

Lors de la formation de voies, l'énergie du signal interfère constructivement lorsque que la voie pointée correspond au *pseudo-gisement* du mode m défini par

$$\sin \widehat{\Theta}_m = \sin \Theta_s \cos \theta_m. \quad (2.40)$$

Loin de cette voie le signal interfère destructivement et est rejeté. On note que loin du travers de l'antenne ($\sin \Theta_s \gg 0$), la voie comportant le plus d'énergie n'est pas toujours celle du gisement de la source à cause de l'angle de site dans (2.40).

La partie suivante présente une quantité liée à l'invariant océanique caractérisant le comportement modal en sortie d'une telle formation de voies. La partie 2.3.1.3 quant à elle, montre que l'on peut retrouver, à une transformation près, le motif d'interférence lorsque la formation de voies est utilisée pour construire un LOFAR (pour *LOw Frequency Analysis Representation* dans la littérature anglophone).

2.3.1.2 Invariant d'antenne

En écrivant (2.40) en fonction de la lenteur de phase, on trouve qu'un mode m signe dans une voie qui lui est propre pour :

$$\sin \widehat{\Theta}_m = c(z_r) s_{pm} \sin \Theta_s. \quad (2.41)$$

On parle de dispersion modale en voies. De plus nous avons vu que chaque mode se propage à la vitesse de groupe v_{gm} de telle sorte que chaque composante modale du signal arrive sur l'antenne à un instant

$$t_m = s_{gm} r_0. \quad (2.42)$$

C'est la dispersion inter-modale.

Ces deux types de dispersions sont à l'origine du principe de l'invariant d'antenne, noté χ [Sostrand 2005, Lee & Makris 2006]. Tout comme l'invariant océanique, l'invariant d'antenne est une pente qui est visible en sortie de formation de voies dans le domaine temporel (plan $t - \sin \widehat{\Theta}$) obtenue en réalisant une transformée de Fourier inverse de l'équation (2.39). Cet invariant est défini comme la pente de migration de l'énergie selon l'axe des voies au cours du temps par

$$\chi = \frac{\partial t}{\partial \sin \widehat{\Theta}}. \quad (2.43)$$

Une telle migration est représentée via un exemple par la figure 2.9.

En réalité, l'invariant d'antenne est relié à l'invariant océanique [Song & Cho 2015] en insérant pour un mode m les équations (2.10), (2.41) et (2.42) dans (2.43) pour finalement trouver :

$$\chi_{mn} = -\frac{1}{\beta_{mn}} \frac{r_0}{c(z_r) \sin \Theta_s}. \quad (2.44)$$

Les pentes de migration ont les mêmes propriétés que l'invariant océanique et toutes les remarques précédentes restent valables.

De plus, on note que pour observer les pentes, le signal doit être impulsionnel de durée suffisamment courte pour ne pas masquer la dispersion temporelle. Cependant pour certains signaux non-impulsionnel, comme les signaux continus large-bande qui sont décorrelés en fréquence, l'invariant d'antenne est observable après un prétraitement de compression temporelle. Des détails sont donnés dans [Gong *et al.* 2015].

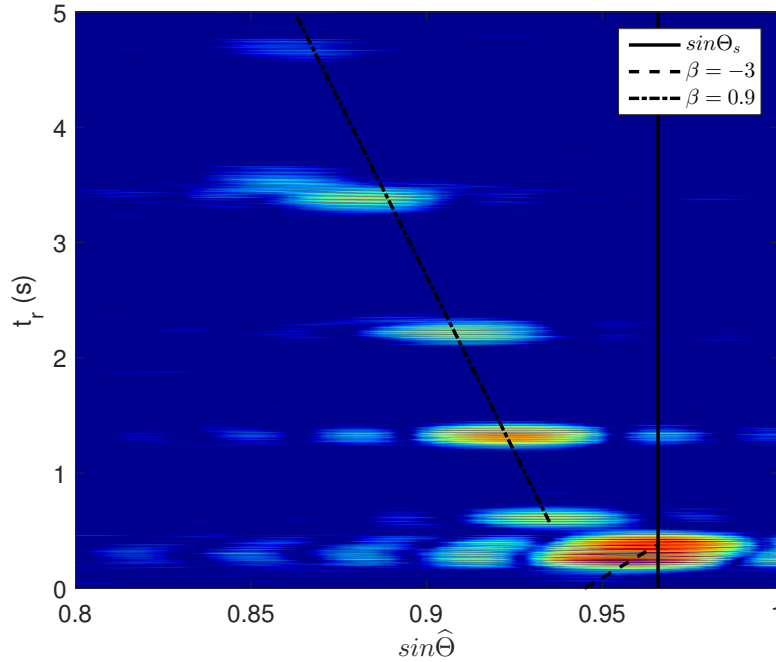


FIGURE 2.9 – La sortie de la formation de voies horizontale en présence d'une source impulsionnelle de durée 0.2 s, large bande de 0 à 100 Hz, positionnée à $\Theta_s = 75^\circ$ est synthétisée grâce à KRAKEN sur une antenne située à $r_0 = 50$ km. Un bruit blanc gaussien est ajouté avec un rapport signal-à-bruit de 0 dB en moyenne sur la bande de fréquence considérée. L'environnement donné en entrée de KRAKEN est l'environnement Méditerranéen dont le SSP est dessiné en figure 1.4(a). Dans ce contexte grand-fond, les modes se dispersent en temps et en voies suivant des directions qui sont dictées par l'invariant océanique. On reconnaît à gauche le comportement typique des SRBR-modes avec $\beta \approx 0.9$ et à droite celui de T-modes avec $\beta \approx -3$.

2.3.1.3 E_β sur LOFAR

Dans un contexte multi-source, le motif d'interférence observé sur l'antenne est la somme des contributions de toutes les sources en présence. Par conséquent, les striations proviennent d'interférences entre tous les modes excités par les sources. Directement sur capteurs (i.e. sur l'antenne), le motif d'interférence n'est plus représentatif d'une source en particulier mais caractérise le contexte dans son ensemble. Néanmoins, grâce à la formation de voies on peut isoler

les contributions modales par voie. T.C. Yang [Yang 2003] montre que le motif d'interférence $I(r, f)$ obtenu dans le contexte mono-source peut être retrouvé en étudiant le LOFAR associé à une source d'intérêt dans le contexte multi-source. Le LOFAR consiste à suivre une source en sortie de formation de voies en pointant dans sa voie construisant ainsi au fil du temps une image $\tilde{I}(t, f)$. Si la source d'intérêt et/ou l'antenne de réception sont mobiles, alors l'axe des temps t est à une transformation près équivalent à une variation de distance $r(t)$. Le LOFAR correspond donc au motif d'interférence associé à la source d'intérêt déformé par la trajectoire relative entre la source et l'antenne, comme illustré figure 2.10.

On peut notamment très facilement reconnaître grâce aux motifs d'interférence le moment où la cible passe au plus près de l'antenne (le CPA dans la littérature anglophone pour *closest point of arrival*), ce qui se caractérise par un changement de direction des striations. Loin de ces CPA, la transformation associée à une trajectoire rectiligne de la source par rapport à l'antenne est approximativement constante, déformant très peu les stries. On peut alors imaginer estimer une distribution d'invariant océanique avec les mêmes outils de TF 2D que précédemment en utilisant des a priori sur la trajectoire de la source.

Notons cependant qu'en raison de la dispersion modale en voie, certaines contributions modales peuvent ne pas signer dans la même voie que celle pointée par le LOFAR. Par conséquent loin du travers de l'antenne, le LOFAR peut éliminer certaines contributions modales de la source d'intérêt et ainsi supprimer des striations du motif d'interférence. Dans ce cas, le motif d'interférence en sortie de formation de voies et celui sur capteurs ne sont pas équivalent.

2.3.2 Loi de puissance du nombre d'onde horizontale

G.A. Grachev propose dans [Grachev 1993] une autre approche de l'invariant océanique, et montre qu'il se traduit par une loi de puissance entre la différence des nombres d'onde horizontaux Δk_{mn} et la fréquence f . En reformulant l'équation (2.9) il trouve :

$$\Delta k_{mn} = \gamma_{mn} f^{-\frac{1}{\beta}} \quad (2.45)$$

où γ_{mn} est une constante spécifique à chaque paire de modes (m, n) .

À partir de la relation (2.45) établie par Grachev, D.Z. Gao et al. montrent dans [Gao et al. 2010] qu'en petit-fond on peut approximer le nombre d'onde horizontal d'un mode m par

$$k_m(f) \approx \frac{f}{c_0} - \frac{\gamma_m}{c_0} f^{-\frac{1}{\beta}}, \quad (2.46)$$

avec c_0 la célérité vérifiant $k_m \rightarrow \frac{2\pi f}{c_0}$ quand $f \rightarrow \infty$. Cela illustre que le nombre d'onde horizontal n'est pas linéaire en f et fait intervenir la loi de puissance en $-\frac{1}{\beta}$. Cette propriété peut être visible dans le plan $k - f$ ou bien étendue aux représentations temps-fréquences [Bonnell et al. 2013] comme celle représentée en figure 1.11(a). En effet, en considérant que la phase d'un mode est donnée par l'équation (1.29), soit $\phi_m(f) = r k_m(f)$, l'invariant océanique caractérise la dispersion de la propagation modale suivant la relation

$$t_m(f) = \frac{\partial \phi_m(f)}{\partial f} \approx \frac{r}{c_0} \left(1 + \frac{1}{\beta} \gamma_m f^{-\frac{1}{\beta}-1} \right). \quad (2.47)$$

Concrètement, sur la figure 1.11(a), cette relation traduit la courbure d'un mode dans le plan $t - f$. Des éléments supplémentaires concernant la relation entre l'invariant et la dispersion peut être trouvée dans les annexes de [DSpain & Kuperman 1999].

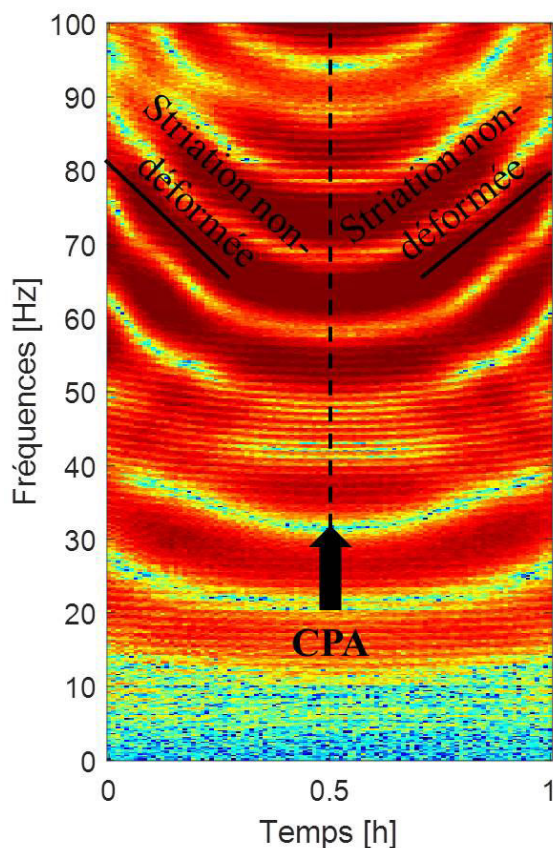


FIGURE 2.10 – Exemple de LOFAR pointé dans la direction d'une source d'intérêt large bande entre 0 et 100 Hz dans un contexte multi-sources. Deux sources "bruiteurs" sont placées à $\Theta = 90^\circ$ et $\Theta = 45^\circ$. La source d'intérêt se déplace une vitesse constante de 20 m.s^{-1} à $z_s = 10 \text{ m}$ selon une trajectoire rectiligne parallèle à l'antenne et passant dans le travers au CPA à $t = 0.5 \text{ h}$ à une distance de $r = 30 \text{ km}$. L'antenne reste fixe à une profondeur $z_r = 80 \text{ m}$. Un bruit blanc gaussien est aussi ajouté avec un rapport signal-à-bruit de 0 dB en moyenne sur la bande de fréquence considérée. Le champ de pression est calculé grâce au logiciel KRAKEN pour l'environnement Méditerranéen toutes les 36 s pendant 1 h de simulation. La formation de voies horizontale est appliquée à ces données simulées et le LOFAR pointé sur la source d'intérêt est affiché. On observe alors le motif d'interférence associé uniquement à cette source dont les striations loin du CPA apparaissent moins déformées.

2.3.3 Applications

2.3.3.1 Estimation de distance

La localisation en distance est l'application la plus évidente de l'invariant océanique aux vues de la dépendance entre : la distance source-récepteur, l'invariant océanique et les pentes des striations mis en évidence par l'équation (2.8) (ou de manière équivalente pour l'invariant

d'antenne dans (2.44)). Ainsi, dans le cas où l'invariant océanique est un scalaire, en faisant une hypothèse sur β et en mesurant $I(r, f)$, on peut estimer la distance d'une source large bande.

La plupart des applications en estimation de distance de la littérature sont destinées aux petits-fonds, que ce soit en utilisant le motif d'interférence [Thode 2000, Tao & Krolik 2008] ou bien la migration dans le plan $t - \sin\hat{\Theta}$ [Sostrand 2005, Cho *et al.* 2016]. Notamment, K. Cockrell et H Schmidt [Cockrell & Schmidt 2010] utilisent, en contexte mono-source, une antenne virtuelle créée par le déplacement d'un récepteur vers la source. Dans ce cas, ils observent l'intensité acoustique au cours du temps $I(r(t), f)$ et estiment la distance moyenne entre la source et le récepteur, notée \hat{r} , en utilisant les striations du motif d'interférence décrites par (2.8), soit :

$$\hat{r} = \beta f \frac{\partial r}{\partial f}. \quad (2.48)$$

Le contexte petit-fond permet généralement de supposer $\beta = 1$ et ainsi en déduire la distance source-récepteur en mesurant les pentes des striations. La mesure des pentes est réalisée grâce à la TF 2D, comme présentée en section 2.2.1, tout en rejetant une partie du bruit via de faibles a priori sur le profil de célérité.

Pour un contexte grand-fond, le même auteur propose dans sa thèse [Cockrell 2011] de filtrer les modes d'ordre faible (T-modes et SR-modes) afin de conserver uniquement les modes réfléchis (SRBR-modes) et revenir au cas classique où l'invariant océanique est scalaire avec $\beta \approx 1$. La même technique qu'en petit-fond peut ensuite être appliquée. Cependant, l'étape de filtrage doit être très précise aux vues des nombres d'onde mis en jeu et suppose bien évidemment une perte d'information et plus généralement une perte d'énergie qui conduit à une diminution du rapport signal-à-bruit.

2.3.3.2 Estimation de profondeur

En considérant des environnements stratifiés, l'invariant océanique se comporte plutôt comme une distribution qui évolue en fonction de la profondeur de la source et du récepteur. Cette distribution d'invariant océanique contient donc l'information relative à l'immersion de la source. Nous avons montré cette propriété de l'invariant océanique en reprenant les travaux de D. Rouseff [Rouseff & Spindel 2002] en petit-fond. Par la suite, J. Bonnel propose d'utiliser la distribution E_β pour différencier les sources de surface de celles immergées dans un environnement grand-fond avec un canal de propagation en étudiant leurs motifs d'interférences [Bonnel *et al.* 2010, Bonnel 2010]. La même chose peut être réalisée grâce à l'invariant océanique [Emmetiere *et al.* 2017]. Cette idée est reprise dans le chapitre 4 de ce manuscrit pour formaliser une méthode de discrimination en immersion dédiée aux grands-fonds. Dans un contexte petit-fond, une source large bande peut être identifiée de manière analogue comme étant au dessus ou en dessous du thermocline [Turgut & Fialkowski 2012].

2.3.3.3 Compensation de la dispersion

En utilisant les résultats présentés dans la sous-section 2.3.2, D.Z. Gao *et al.* [Gao *et al.* 2010] montrent que, couplé à une hypothèse d'invariant océanique scalaire commun à tous les modes, il est possible de compenser la dispersion des modes avec une unique transformation [Gao *et al.* 2010]. De même, J. Bonnel *et al.* [Bonnel *et al.* 2013] définissent une transformation temps-fréquence adaptée à la loi de dispersion en puissance de β .

Conclusion

L'invariant océanique est une quantité qui à bien des égards présente des propriétés très attrayantes. Nous avons vu que pour un guide d'onde isocélère, les modes propagatifs sont tous des modes réfléchis entraînant une unique relation linéaire entre la lenteur de groupe et de phase. Par conséquent l'invariant océanique est scalaire avec $\beta \approx 1$ et est intrinsèque à ce type de guide d'onde. Il peut alors être utilisé pour l'inversion et notamment la localisation en distance grâce à des relations très simples. Dans le cas d'environnements stratifiés, l'invariant océanique peut prendre plusieurs valeurs de telle sorte que localement il est mieux modélisé par une distribution, non-invariante. La variation de la distribution avec la profondeur de la source est très bien expliquée dans la littérature, notamment en petit-fond, et laisse envisager d'autres applications notamment en estimation de profondeur.

Cependant aux vues des observations en simulation grand-fond, cette distribution est aussi clairement dépendante de la distance source-récepteur. Nous avons vu que les méthodes de prédiction de distribution présentes dans la littérature ne permettent pas d'expliquer une telle variation. Afin d'en comprendre les mécanismes, on propose maintenant d'explorer les variations de l'invariant océanique en grand-fond et d'en prédire la distribution grâce à une méthodologie adaptée.

L'invariant océanique en grand-fond : une grandeur ni scalaire, ni invariante

Sommaire

Introduction	61
3.1 Prédiction de E_β en grand-fond	61
3.1.1 Intuitions sur les origines de la variabilité de E_β	61
3.1.2 Prise en compte de la prédominance par groupes de modes	63
3.1.3 L'invariant océanique : une fonction explicite de la configuration source- récepteur	65
3.1.3.1 Décomposition AM-FM de la fonction modale sous WKB	65
3.1.3.2 Phase locale d'un mode	67
3.1.3.3 Invariant océanique grand-fond	67
3.1.4 Prédiction complète de E_β	69
3.1.4.1 Prédominance par groupes d'ondes	69
3.1.4.2 La prédiction $\hat{E}_\beta^{\text{WKB}}$	69
3.2 Interprétation de E_β en grand-fond	71
3.2.1 Miroir de Lloyd	72
3.2.2 Cas $\beta = 0$	74
3.2.3 Zone de convergence	76
Conclusion	77

Introduction

Comme noté dans le manuscrit de thèse de K. Cockrell (annexe A2 de [Cockrell 2011]), la dépendance en distance de l’invariant océanique n’est toujours pas suffisamment discutée dans la littérature. Ce chapitre tend à répondre à cette remarque en montrant clairement pourquoi et de quelle manière la distribution d’invariant océanique en grand-fond devient significativement dépendante de la distance. On peut alors prédire localement ces distributions et déterminer les configurations source-récepteur pour lesquelles ces variations ne peuvent être négligées dans le calcul de l’invariant. Ce chapitre présente la première contribution de la thèse en reprenant le contenu d’un article de revue [Emmetière *et al.* 2018a].

Pour donner une première intuition sur les causes de cette variation en distance, on propose de comparer la distribution d’invariant océanique obtenue dans le chapitre précédent avec les phénomènes visibles sur le champ d’intensité acoustique. Notamment, la formation de zones d’ombre et de convergence laisse supposer que la prédominance par groupes de modes est pertinente pour décrire les variations du motif d’interférence. Seule, elle est cependant insuffisante pour expliquer la totalité de cette variabilité. En ajoutant à l’analyse une décomposition AM-FM (pour *Amplitude Modulation-Frequency Modulation* en anglais) des fonctions modales, la distribution d’invariant océanique est ensuite prédite. Cette technique fait intervenir une dualité entre modes et rayons permettant d’expliquer de façon précise le comportement de l’invariant océanique.

3.1 Prédiction de E_β en grand-fond

Pour l’ensemble de ce chapitre on se propose d’étudier un environnement test défini par les valeurs du tableau 3.1. On note que le SSP est une version simplifiée de celui mesuré en Méditerranée qui est dessiné sur la figure 1.7(c).

TABLE 3.1 – Environnement Méditerranéen été simplifié

Profondeur [m]	célérité [m/s]	densité [kg/m ³]	atténuation [dB/λ]
0	1530	1030	0
100	1500	1030	0
2500	1550	1030	0
2500	1700	1700	0.6
∞	1700	1700	0.6

3.1.1 Intuitions sur les origines de la variabilité de E_β

Comme nous l’avons vu dans la section 1.3.3, les environnements grand-fond sont sujets à une prédominance du champ acoustique par un petit nombre de groupes de modes. On comprend bien quel impact cela peut avoir sur la distribution d’invariant océanique. En effet, pour une configuration source-récepteur donnée, les interférences visibles ne proviennent pas de tous les modes, mais uniquement de ceux qui font partie de ces groupes dominants. C’est l’observation faite par L. Qian-Qian *et al.* dans [Qian-Qian *et al.* 2011], où l’intensité acoustique d’un signal

large bande en grand-fond est caractérisée par des pentes de striations négatives dans les zones de convergence et des pentes de striations positives dans les zones d'ombre. Ceci est cohérent avec les résultats précédents qui montrent que les modes réfractés (dominants dans les zones de convergence) ont des invariants océaniques plutôt négatifs en grand-fond alors que les modes réfléchis (dominants dans les zones d'ombre) sont caractérisés par un invariant plutôt positif.

Cette même observation peut être faite en mettant en regard le champ d'intensité acoustique et la mesure de la distribution E_β . C'est ce qui est représenté en figure 3.1 où en (a) le champ d'intensité présente des zones de convergence à la profondeur de l'antenne aux alentours de 35, 65 et 90 km qui se traduisent en (b) par des invariants océaniques proche de $\beta = -3$. Ceci montre la nécessité de prendre en compte la dominance par groupes de modes afin de prédire localement E_β .

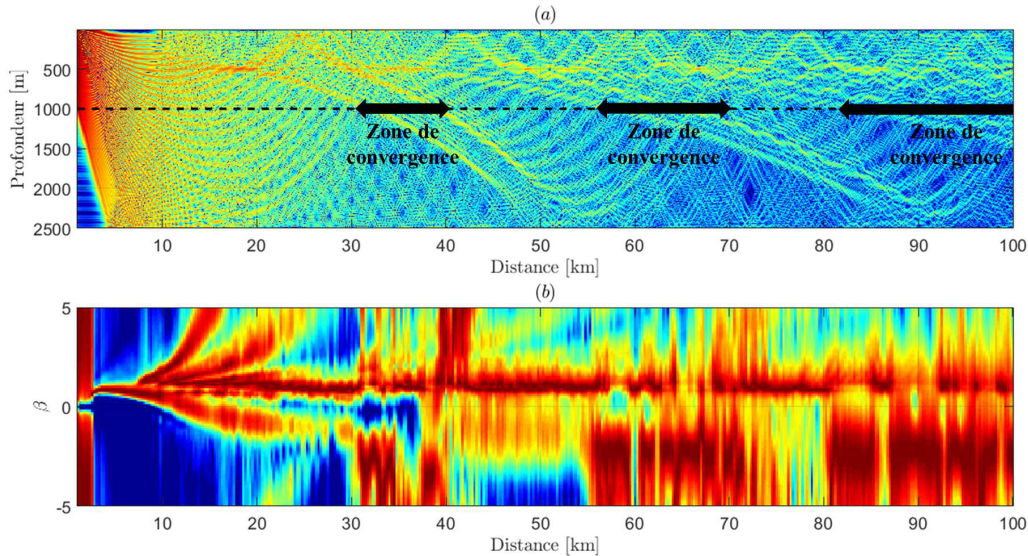


FIGURE 3.1 – En (a) le champ d'intensité acoustique calculé avec KRAKEN pour l'environnement test à la fréquence $f_0 = 150$ Hz. La source émet à une profondeur $z_s = 500$ m. La profondeur de réception est caractérisée par le trait pointillé à $z_r = 1000$ m. On note de fortes zones de convergence à la profondeur de réception aux alentours de 35, 65 et 90 km. En (b) les mesures E_β réalisées dans les mêmes conditions pour un signal de largeur de bande $B = 20$ Hz centré en f_0 reçu sur une antenne de longueur $L = 1$ km successivement placée de $r_0 = 1$ à $r_0 = 100$ km tout les 250 m.

De plus, la mesure de la distribution d'invariant océanique de la figure 3.1(b), montre un comportement particulièrement variable de ce dernier en champ proche (ici les 20 premiers kilomètres). La distribution E_β semble être dans un régime transitoire où les maxima locaux migrent de façon continue. Notamment, la trace débutant en $\beta \approx 1$ à 2 km et aboutissant en $\beta \approx -1$ à 20 km en passant par $\beta = 0$ est particulièrement étonnante. On rappelle que selon la définition de l'invariant océanique (2.10), $\beta = 0$ signifie que l'interférence fait intervenir deux modes de même lenteur de phase mais de lenteurs de groupe différentes, ce qui est totalement exclu par

l'équation (2.21). La définition même de l'invariant océanique doit alors être reprise pour pouvoir prédire E_β en champ proche.

3.1.2 Prise en compte de la prédominance par groupes de modes

La domination du champ acoustique par des groupes de modes est souvent mentionnée dans la littérature de l'invariant océanique [Chuprov 1982, Cockrell 2011, Qian-Qian *et al.* 2011] mais elle n'a jamais été intégrée à un calcul de la distribution E_β . Pour ce faire on cherche à identifier les modes qui sont dominants pour une configuration (z_s, z_r, r_0) donnée à la fréquence f_0 . Conformément à la sous-section 1.3.3, il y a formation d'un groupe de modes dominants lorsque deux modes adjacents sont en phase, soit :

$$r_0 \Delta k_{m,m+1}(f_0) = 2p\pi, \quad (3.1)$$

avec p un entier. Sous cette définition, les groupes de modes dominants sont indépendants de la profondeur de la source et du récepteur mais changent en fonction de la distance.

En pratique, il est très rare que des modes adjacents vérifient exactement l'équation (3.1). On suit plutôt l'évolution de p comme une fonction de l'indice modale m et on trouve par interpolation les indices d'interférence i (qui ne sont souvent pas des entiers) correspondant à des valeurs entières de p . Une telle fonction est illustrée par la figure 3.2 pour l'environnement test et une distance source-antenne de $r_0 = 30$ km

On parle ici d'indice d'interférence i car chaque point de la courbe $p(m)$ a été calculé pour l'interférence de deux modes adjacents m et $m + 1$. Ainsi, le groupe dominant d'indice i se comporte approximativement comme un unique mode d'indice $m_p = i + 0.5$. Un tel mode est appelé *mode équivalent* et correspondant à un mode fictif situé au centre du groupe de modes dominant. Ses caractéristiques (k_{m_p} et $\Psi_{m_p}(z)$) sont interpolées linéairement par rapport aux modes connus (déterminé grâce à KRAKEN par exemple) entourant m_p .

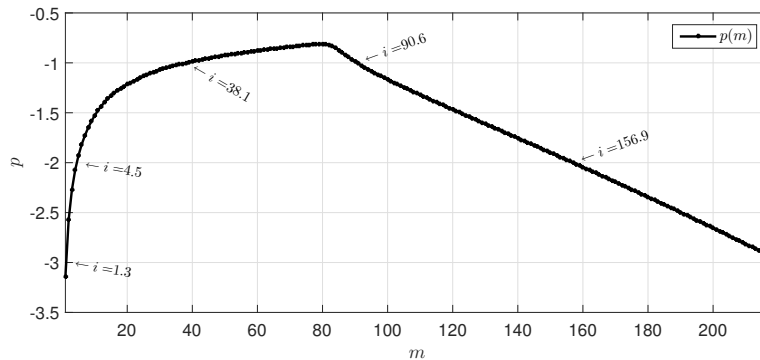


FIGURE 3.2 – Différence de phase des modes adjacents pour l'environnement test à $f = 150$ Hz pour une configuration source-récepteur ($z_s = 500$ m, $z_r = 1000$ m, $r_0 = 30$ km).

En soi, l'interférence de deux modes adjacents conduit à la formation d'une striation $I_{m,m+1}(r, f)$ dont la pente est gouvernée par un invariant océanique $\beta_{m,m+1}$. Néanmoins, la prédominance par groupes de modes suppose forcément une densité élevée de modes, i.e. $\Delta k_{m,m+1}(f) \ll 1$, de telle

sorte que la période spatiale de l'interférence, i.e. du cosinus de l'équation (2.3), est extrêmement grande. Cette période est notée $D_{m,m+1}$ et vaut selon (2.30) :

$$D_{m,m+1} = \frac{1}{x_{m,m+1}} = \frac{2\pi}{\Delta k_{m,m+1}}. \quad (3.2)$$

Elle est typiquement de l'ordre de plusieurs dizaines de kilomètres en grand-fond pour des fréquences de l'ordre de 10 – 100 Hz. Les striations formées par l'interférence de modes adjacents ne sont, en pratique, jamais observées sur des antennes horizontales de longueur raisonnable (de l'ordre du kilomètre). Au sens du motif d'interférence, le champ acoustique n'est alors plus vu comme la somme des N modes mais comme la somme des modes équivalents m_p dominants le champ acoustique. Sous cette hypothèse, les différentes striations du motif d'interférence sont uniquement celles résultant de l'interférence de ces modes équivalents.

En utilisant deux modes équivalents m_p et m_q associés à deux groupes dominants différents, l'invariant océanique s'écrit :

$$\beta_{m_p m_q}(f_0) = -\frac{1}{f_0} \frac{\Delta k_{m_p m_q}(f_0)}{\frac{\partial \Delta k_{m_p m_q}(f_0)}{\partial f}}. \quad (3.3)$$

Les invariants océaniques $\beta_{m_p m_q}$ constituant E_β apparaissent comme indirectement associés à la distance source-récepteur puisque l'équation (3.1) est elle-même dépendante de r .

Afin d'obtenir une distribution prédite comparable avec celle mesurée sur un motif d'interférence, on reconstruit directement $\tilde{I}(x, y)$ comme la somme des interférences entre modes équivalents (i.e. des striations de pentes $\beta_{m_p m_q}$ pondérées par leurs excitations $a_{m_p} a_{m_q}$). Ceci peut être réalisé en remplaçant dans l'équation (2.29) l'indice m (respectivement n) par l'indice m_p (respectivement m_q). Les coordonnées dans le domaine de Fourier de chaque interférence sont données par

$$x_{m_p m_q} = \frac{\Delta k_{m_p m_q}}{2\pi}, \quad (3.4)$$

et en utilisant par exemple (2.34)

$$y_{m_p m_q} = -\frac{r_0}{f_0} \frac{x_{m_p m_q}}{\beta_{m_p m_q}}. \quad (3.5)$$

En utilisant le même changement de variables $\tilde{I}(x, y) \rightarrow \tilde{I}(\beta, K)$ que dans la section 2.2.1, puis en sommant selon K , une distribution d'invariant océanique est calculée. Pour la différencier de celle directement mesurée sur le motif d'interférence, E_β , cette distribution "prédite" est notée \hat{E}_β . Comme précédemment en réitérant cette prédiction pour des distances source-antenne successives, les \hat{E}_β sont représentées par la figure 3.3.

Si la prédominance par groupes de modes est suffisante pour expliquer les variations en distance de E_β alors la figure 3.3 devrait être équivalente à la figure 3.1(b) prise comme mesure de référence. Malheureusement, quand on compare les deux figures, la prédiction E_β échoue à reproduire fidèlement le comportement observé de l'invariant océanique. Ceci montre explicitement qu'une méthode couplant la prédominance par groupes de modes et l'invariant océanique comme défini par l'équation (2.9) est insuffisant pour décrire le motif d'interférence en grand-fond.

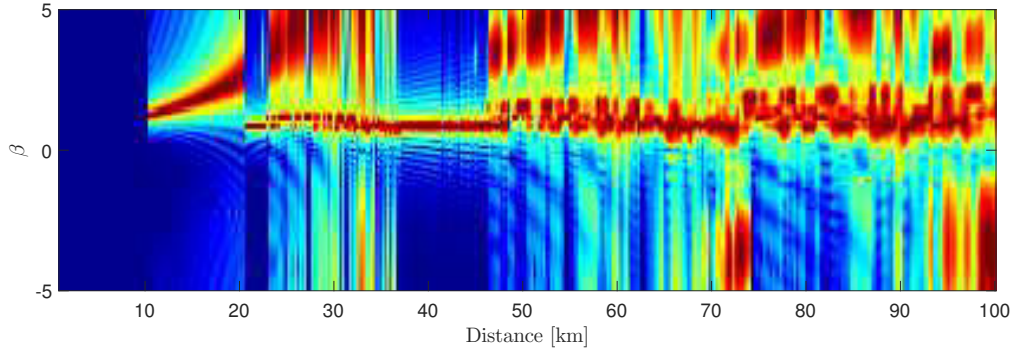


FIGURE 3.3 – La distribution d’invariant océanique prédite \hat{E}_β pour un signal de largeur de bande $B = 20$ Hz centré en $f_0 = 150$ Hz reçu sur une antenne horizontale de longueur $L = 1$ km successivement placée à des distances source-antenne de $r_0 = 1$ à $r_0 = 100$ km tous les 250 m. La distribution apparait comme dépendante de la distance car les modes dominants changent avec la distance-récepteur. Pour $r < 10$ km aucun mode ne domine le champ acoustique et on ne prédit aucune interférence.

3.1.3 L’invariant océanique : une fonction explicite de la configuration source-récepteur

Ici, on ajoute à la prédiction de E_β une étape de décomposition en amplitude et en phase des fonctions modales. Le but est d’en extraire les parties oscillantes sous la forme d’un terme de phase et ainsi de corriger l’approximation utilisée pour exprimer (2.6). On rappelle que cette approximation consiste à ignorer la dépendance en fréquence et en distance des fonctions modales donnant lieu à un invariant océanique β qui est indépendant de la configuration source-récepteur comme défini par (2.9) ou (2.10). Cette décomposition permet d’exprimer localement la phase d’un mode conduisant à un invariant océanique qui est cette fois-ci une fonction explicite de la configuration source-récepteur.

3.1.3.1 Décomposition AM-FM de la fonction modale sous WKB

Les fonctions modales Ψ_m sont des fonctions réelles de la profondeur comportant des passages par zéro. En ce sens elles peuvent faire l’objet d’une décomposition AM-FM (pour *amplitude modulation-frequency modulation* dans la littérature anglaise) en termes d’enveloppe a et de phase ϕ . Pour ce faire, on cherche à résoudre l’équation (1.20) avec des solutions plus générales de la forme

$$\Psi(z) = a(z)e^{i\phi(z)}, \quad (3.6)$$

où $a(z)$ est une fonction lente de z , positive et sans zéro.

Cette décomposition peut être réalisée sous l’approximation WKB comme une somme d’ondes montante et descendante en suivant le raisonnement présenté en annexe B. En pratique, pour notre application les nombres d’ondes horizontaux k_m sont déterminés grâce à KRAKEN dans l’environnement test. Ensuite, l’approximation WKB est appliquée pour exprimer la phase et

l'enveloppe des fonctions modales associées à chaque mode m selon respectivement les équations (B.9) et (B.11). En choisissant la constante z_0 de (B.9) comme étant l'un des points de retournement z_m^\pm , la fonction modale $\Psi_m(z)$ est décomposée en deux ondes, l'une montante

$$\Psi_m^-(z) = \frac{A}{\sqrt{k_{z,m}(z)}} e^{-i \int_{z_m^-}^z k_{z,m}(z') dz' + \varphi(z_m^-)}, \quad (3.7)$$

et l'autre descendante

$$\Psi_m^+(z) = \frac{A}{\sqrt{k_{z,m}(z)}} e^{i \int_{z_m^+}^z k_{z,m}(z') dz' + \varphi(z_m^+)}, \quad (3.8)$$

dont la solution est trouvée en sommant ces deux composantes, soit :

$$\Psi_m(z) \approx \Psi_m^-(z) + \Psi_m^+(z). \quad (3.9)$$

On rappelle que les termes $\varphi(z_m^-)$ et $\varphi(z_m^+)$ sont les déphasages au niveau des points de retournement.

Comme le montre la figure 3.4, pour Ψ_m comportant un point de retournement inférieur à $z_m^- = 377$ m (le point de retournement supérieur étant à la surface), l'équation (3.9) fournit une très bonne approximation de la fonction modale loin du point de z_m^- . En ce point, $k_z(z_m^-) = 0$ et l'approximation WKB diverge en amplitude. Néanmoins, la phase reste très bien décrite.

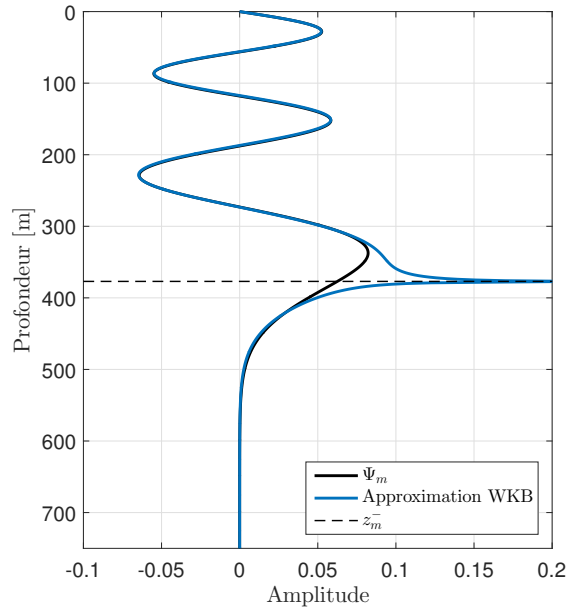


FIGURE 3.4 – Une fonction modale déterminée grâce à KRAKEN est affichée en trait noir. Son approximation sous WKB, calculée à partir de (3.9), est représentée en bleu et diverge en amplitude proche du point de retournement inférieur où $k_z(z_m^-) = 0$.

Il est important de noter qu'une fonction modale est toujours la somme de deux ondes, l'approximation WKB nous permet uniquement d'estimer, avec plus ou moins de précision, leurs propriétés physiques. En d'autres termes, lorsque WKB n'est pas valide cela ne veut pas dire que Ψ_m n'est plus une somme de deux ondes montante et descendante.

3.1.3.2 Phase locale d'un mode

En introduisant la décomposition (3.9) de $\Psi_m(z)$ dans l'expression du champ acoustique (1.47), la pression complexe p_m apportée par le mode m s'exprime alors comme :

$$\begin{aligned} p_m(z_r, z_s, r) &= [\Psi_m^-(z_r) + \Psi_m^+(z_r)] [\Psi_m^-(z_s) + \Psi_m^+(z_s)] \frac{e^{-ik_m r}}{\sqrt{k_m r}} \\ &= \sum_{\varepsilon, \xi} \Psi_m^\varepsilon(z_r) \Psi_m^\xi(z_s) \frac{e^{-ik_m r}}{\sqrt{k_m r}}. \end{aligned} \quad (3.10)$$

C'est une somme de quatre ondes cylindriques paramétrées par $\varepsilon = \pm$ et $\xi = \pm$. En réintroduisant la dépendance fréquentielle qui avait été volontairement omise précédemment pour alléger les notations, la phase de chacune de ces ondes apparaît dépendante à la fois de la fréquence et de la configuration source-récepteur, soit :

$$\phi_m^{\xi\varepsilon}(z_r, z_s, r, f) = k_m(f)r + \xi \int_{z_m^\xi}^{z_s} k_{z,m}(z, f) dz + \varepsilon \int_{z_r^\varepsilon}^{z_r} k_{z,m}(z, f) dz + \varphi(z_m^\xi) + \varphi(z_r^\varepsilon). \quad (3.11)$$

Notons que (3.11) n'est mathématiquement pas correcte. Il convient de lire ε et ξ comme scalaire binaire valant ± 1 quand ils sont situés devant le signe intégral.

A un terme constant près, l'amplitude de ces ondes est donnée par

$$a_m^{\xi\varepsilon}(z_r, z_s, r, f) \propto \frac{1}{\sqrt{k_{z,m}(z_r, f)k_{z,m}(z_s, f)k_m(f)r}}. \quad (3.12)$$

En ce sens, chaque mode est la somme de quatre ondes dont les phases et les amplitudes sont des fonctions de la configuration source-récepteur. On rappelle que si l'approximation WKB donne toujours une bonne approximation des phases de ces ondes, leurs amplitudes peuvent diverger dans les cas où le récepteur et/ou la source se trouvent proche d'un point de réfraction (point de retournement où $k_z(z_m^\pm) = 0$).

3.1.3.3 Invariant océanique grand-fond

En utilisant la décomposition AM-FM proposée précédemment, la somme modale n'apparaît plus comme une somme de N modes mais comme une somme de $4N$ ondes. Pour simplifier les expressions, on choisit de noter \mathbf{w} l'onde qui a pour paramètres ε , ξ et m . Par conséquent, l'intensité acoustique est proportionnelle à une somme de $\frac{(4N)!}{(4N-2)!2!}$ interférences entre chaque paire d'ondes $\mathbf{w} = (\varepsilon, \xi, m)$ et $\mathbf{v} = (\mu, \nu, n)$ avec $\mathbf{w} \neq \mathbf{v}$. La striation liée à l'interférence de deux de ces ondes s'écrit alors :

$$I_{\mathbf{w}\mathbf{v}} = a_{\mathbf{w}}a_{\mathbf{v}} \cos(\Delta\phi_{\mathbf{w}\mathbf{v}}). \quad (3.13)$$

avec $\Delta\phi_{\mathbf{w}\mathbf{v}} = \phi_{\mathbf{w}} - \phi_{\mathbf{v}}$. Conformément à l'équation (2.5), et en ignorant les dépendances en fréquence et en distance des amplitudes $a_{\mathbf{w}}$, l'invariant océanique associé à une telle striation vaut alors

$$\beta_{\mathbf{w}\mathbf{v}} = -\frac{r_0}{f_0} \frac{\frac{\partial \Delta\phi_{\mathbf{w}\mathbf{v}}}{\partial r}}{\frac{\partial \Delta\phi_{\mathbf{w}\mathbf{v}}}{\partial f}}, \quad (3.14)$$

En commençant par la dérivé selon r on trouve :

$$\frac{\partial \Delta \phi_{\mathbf{wv}}}{\partial r} = \Delta k_{mn}(f_0). \quad (3.15)$$

Le résultat obtenu est le même que celui trouvé en (2.6). Il ne dépend pas de ε ni de ξ mais uniquement de l'indice modal. Selon l'axe des distances le terme en cosinus de (3.13) se comporte de la même manière pour les quatre ondes d'un même mode.

Afin d'obtenir une expression interprétable de la dérivée par rapport à f , nous précédons par étapes. Dans un premier temps, on définit le temps de propagation $t_{\mathbf{w}}$ d'une onde \mathbf{w} en utilisant la technique de la phase stationnaire [Clay & Medwin 1977] (de la même manière que dans la section 1.3.1.1 pour un mode). La vitesse de l'énergie portée par l'onde se propage donc suivant

$$\frac{\partial}{\partial \omega} [\omega t_{\mathbf{w}} - \phi_{\mathbf{w}}] = 0, \quad (3.16)$$

soit

$$t_{\mathbf{w}} = \frac{\partial \phi_{\mathbf{w}}}{\partial \omega}. \quad (3.17)$$

En introduisant la vitesse de groupe verticale $s_{g,m}^v = \frac{\partial k_{z,m}}{\partial \omega}$, et en insérant la terme de phase (3.11) dans (3.17) on obtient :

$$t_{\mathbf{w}} = s_{g,m} r_0 + \xi \int_{z_m^\xi}^{z_s} s_{g,m}^v dz + \varepsilon \int_{z_m^\varepsilon}^{z_r} s_{g,m}^v dz. \quad (3.18)$$

On estime ici que localement en f les points de retournement ne changent pas de telle sorte que les bornes des intégrales et les déphasages $\varphi(z_m^\pm)$ sont des constantes.

On définit ensuite la lenteur de groupe effective d'une onde $S_{g,\mathbf{w}}$, qui est légèrement différente pour chacune d'elles, soit :

$$S_{g,\mathbf{w}} = \frac{t_{\mathbf{w}}}{r}. \quad (3.19)$$

En insérant (3.15) et (3.17) dans (3.14) puis en utilisant (3.19) l'invariant océanique s'exprime comme :

$$\beta_{\mathbf{wv}}(z_s, z_r, r_0, f_0) = -\frac{\Delta s_{p,mn}(f_0)}{\Delta S_{g,\mathbf{wv}}(z_s, z_r, r_0, f_0)}, \quad (3.20)$$

avec $\Delta S_{g,\mathbf{wv}} = S_{g,\mathbf{w}} - S_{g,\mathbf{v}}$. Le numérateur est équivalent à celui de l'invariant océanique "classique" (2.10). Cela signifie que les quatre ondes de paramètres (\pm, \pm, m) ont la même lenteur de phase qui est la lenteur de phase du mode m . Par contre, leurs lenteurs de groupes sont différentes de telle sorte que le dénominateur de l'équation (3.20) n'est pas équivalent à celui de (2.10) qui est habituellement utilisé.

La définition de l'invariant océanique proposée ici est intrinsèquement dépendant de la configuration source-récepteur. Notons que pour une grande distance source-récepteur, les termes intégrales de (3.18) deviennent négligeables comparés à $s_{g,m} r_0$. Dans ce cas les quatre ondes d'index modale m se propagent à la même lenteur de groupe effective qui est la lenteur de groupe du mode m . L'invariant océanique classique de (2.10) est alors une très bonne approximation de celui de l'équation (3.20).

3.1.4 Prédiction complète de E_β

Sous cette nouvelle forme, le champ acoustique est décrit comme une somme d'ondes, dont les phases définies en équation (3.11) ne sont pas celles des modes (1.29). Ce nouveau terme de phase conduit, d'une part, à une expression de l'invariant océanique qui est dépendante de la configuration source récepteur et d'autre part nécessite d'étendre le concept de prédominance par groupes de modes à une prédominance du champ acoustique par des groupes d'ondes. Dans cette sous-section, on définit de tels groupes d'ondes dominantes afin de prédire localement la distribution E_β .

3.1.4.1 Prédominance par groupes d'ondes

De manière analogue à la dominance par groupes de modes exposée dans la section 3.1.2, on introduit ici la prédominance par groupes d'ondes. D'après (3.10), le champ de pression complexe est une somme de $4N$ ondes avec l'apparition de maxima locaux lorsque les ondes adjacentes interfèrent constructivement. Une onde est définie adjacente à une autre par rapport à son indice modal. Ainsi, l'onde $\mathbf{w} = (\varepsilon, \xi, m)$ est adjacente à l'onde notée $\mathbf{w}^{+1} = (\varepsilon, \xi, m + 1)$. Les ondes adjacentes partagent les mêmes paramètres ε et ξ et produisent des interférences constructives lorsqu'elles sont en phase [Tindle & Guthrie 1974], soit

$$\Delta\phi_{\mathbf{w}\mathbf{w}^{+1}}(z_r, z_s, r_0, f_0) = 2p\pi. \quad (3.21)$$

Comme précédemment, on suit l'évolution de p comme une fonction de m et on trouve les indices d'interférence i correspondant à une valeur entière de p . Cette fois-ci il existe quatre fonctions $p(m)$, une pour chaque paire (ε, ξ) . Un exemple est illustré par la figure 3.5 pour l'environnement test et une configuration source-récepteur $z_r = 500$ m , $z_s = 1000$ m , $r = 30$ km. Cette configuration est équivalente à celle traitée pour la figure 3.2 en terme de dominance par groupes de modes. Ici, on trouve vingt deux groupes d'ondes dominants pour la configuration choisie contre cinq groupes de modes dominants précédemment.

On fait ensuite l'hypothèse que chaque groupe d'ondes dominant se comporte globalement comme une seule onde équivalente $\mathbf{w}_p = (\varepsilon, \xi, i + 0.5)$. Comme précédemment, l'indice modale n'est habituellement pas un entier et les caractéristiques physiques de chaque onde équivalente ($\phi_{\mathbf{w}_p}$ et $a_{\mathbf{w}_p}$) sont interpolées grâce aux autres ondes connues \mathbf{w} (grâce à KRAKEN et l'approximation WKB). Cette interpolation est une simple interpolation 1D selon m puisque ε et ξ reste toujours \pm .

3.1.4.2 La prédiction $\hat{E}_\beta^{\text{WKB}}$

En intégrant à la fois la prédominance par groupes d'ondes et l'invariant océanique tel qu'il est défini dans (3.20), les composantes de la distribution E_β sont uniquement dû à l'interférence des ondes équivalentes. L'invariant océanique s'écrit alors

$$\beta_{\mathbf{w}_p\mathbf{v}_q}(z_s, z_r, r_0, f_0) = -\frac{\Delta S_{p,\mathbf{w}_p\mathbf{v}_q}(f_0)}{\Delta S_{g,\mathbf{w}_p\mathbf{v}_q}(z_s, z_r, r_0, f_0)}, \quad (3.22)$$

qui est implicitement dépendant de la configuration source-récepteur via (3.21) et explicitement dépendant de la configuration source-récepteur via (3.19).

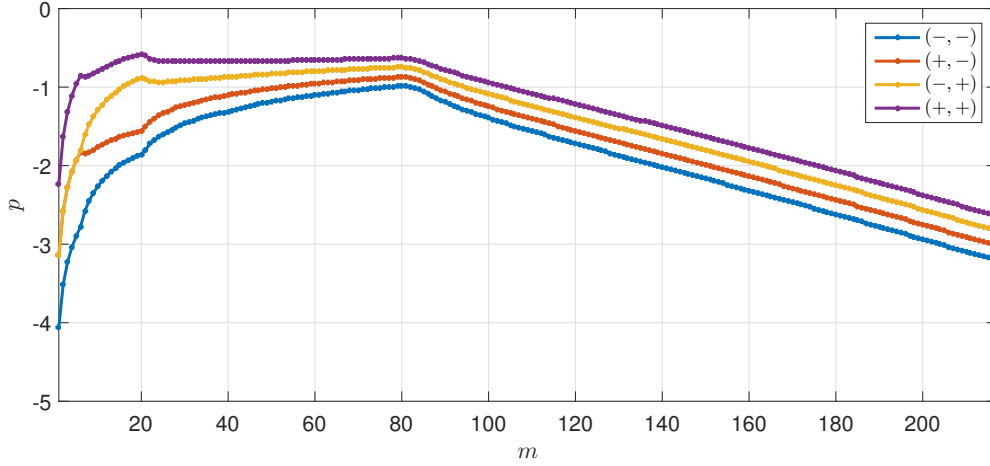


FIGURE 3.5 – Différence de phase des ondes adjacentes pour l’environnement test à $f_0 = 150$ Hz pour une configuration source-récepteur ($z_s = 500$ m, $z_r = 1000$ m, $r_0 = 30$ km).

Afin d’obtenir une distribution prédite comparable avec celle mesurée E_β , on reconstruit directement $\tilde{I}(x, y)$ comme la somme des interférences entre ondes équivalentes (i.e. des striations de pentes $\beta_{\mathbf{w}_p \mathbf{w}_q}$ pondérées par leurs excitations $a_{\mathbf{w}_p} a_{\mathbf{w}_q}$). Ceci peut être réalisé en remplaçant dans l’équation (2.29) l’indice m (respectivement n) par l’indice \mathbf{w}_p (respectivement \mathbf{w}_q). Les coordonnées dans le domaine de Fourier de chaque interférence sont données par

$$x_{\mathbf{w}_p \mathbf{w}_q} = \frac{\Delta k_{m_p m_q}}{2\pi}, \quad (3.23)$$

et en utilisant par exemple (2.34)

$$y_{\mathbf{w}_p \mathbf{w}_q} = -\frac{r_0}{f_0} \frac{x_{\mathbf{w}_p \mathbf{w}_q}}{\beta_{\mathbf{w}_p \mathbf{w}_q}}. \quad (3.24)$$

En utilisant le même changement de variables $\tilde{I}(x, y) \rightarrow \tilde{I}(\beta, K)$ que dans la section 2.2.1, puis en sommant selon K , une distribution d’invariant océanique est calculée. Pour la différencier de celle prédite en considérant une prédominance par groupe de modes, \hat{E}_β , cette distribution est notée $\hat{E}_\beta^{\text{WKB}}$.

Pour l’environnement test, $\hat{E}_\beta^{\text{WKB}}$ est calculée pour des distances source-antenne successives. Le résultat est présenté sous la forme d’une image $\hat{E}_\beta^{\text{WKB}}(r)$ en figure 3.6. On obtient une très bonne corrélation de cette distribution prédite avec celle mesurée dans les mêmes conditions représentée en figure 3.1(b). Néanmoins, comme la décomposition AM-FM de la fonction modale est basée sur l’approximation WKB, les amplitudes des ondes sont susceptibles de diverger. Même si, ici, un seuil empirique a été ajouté pour éviter qu’elles ne divergent à l’infinie, l’estimation des amplitudes reste un problème.

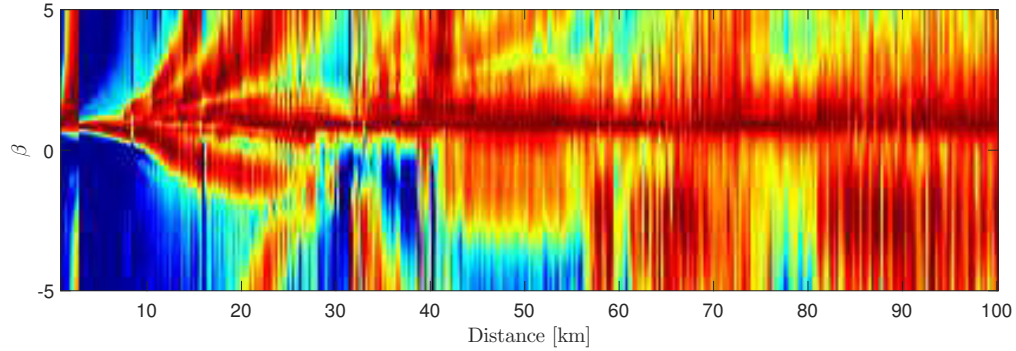


FIGURE 3.6 – La distribution d’invariant océanique prédite $\hat{E}_\beta^{\text{WKB}}$ pour un signal de largeur de bande $B = 20$ Hz centré en $f_0 = 150$ Hz reçu sur une antenne horizontale de longueur $L = 1$ km successivement placée à des distances source-antenne de $r_0 = 1$ à $r_0 = 100$ km tous les 250 m. La distribution apparaît comme dépendante de la distance car les ondes dominantes et l’invariant océanique varient avec la distance source-récepteur.

3.2 Interprétation de E_β en grand-fond

L’environnement méditerranéen du tableau 3.1 est toujours considéré. Les deux distributions estimées \hat{E}_β et $\hat{E}_\beta^{\text{WKB}}$ sont examinées à des distances particulières enfin de montrer et d’interpréter certains comportements intéressants du motif d’interférence en grand-fond. On rappelle que la distribution \hat{E}_β utilise $(\varepsilon, \xi) = (0, 0)$ et correspond à l’hypothèse classique visant à ignorer la dépendance fréquentielle des Ψ_m définissant la phase d’un mode par l’équation (1.29). Par contre, pour le calcul de $\hat{E}_\beta^{\text{WKB}}$ on extrait la partie oscillante des Ψ_m (partie de la fonction modale la plus dépendante de la fréquence) afin d’exprimer la pression modale comme une somme de quatre ondes de phases données par l’équation (3.11) mais dont les amplitudes peuvent diverger. Le calcul de $\hat{E}_\beta^{\text{WKB}}$ utilise alors $(\varepsilon, \xi) = (\pm, \pm)$ impactant la définition de l’invariant océanique (3.20). Cette description du champ acoustique permet une interprétation du motif d’interférence comme une somme d’ondes équivalentes. Cette notion fait intervenir une dualité entre la théorie des modes et la théorie des rayons [Guthrie 1974] qui est discuté en annexe C.

Les deux distributions "prédites" sont comparées à la distribution mesurée E_β prise comme référence. E_β est ici mesurée sur le motif d’interférence généré à la configuration source-antenne voulue grâce au code RAM. On rappelle que ce code basé sur les équations paraboliques ne fait intervenir aucune considération modale. L’environnement utilisé en entrées de RAM est le même que celui utilisé pour les prédictions, à savoir celui du tableau 3.1. L’utilisation de RAM requière l’ajout d’une couche de fond très atténuante qui est réglée à $\frac{4}{3}$ de la hauteur de la colonne d’eau [Jensen *et al.* 2011].

Dans un but d’illustration, on choisit des configurations source-antenne qui favorisent les effets sur le motif d’interférence de 1) la dépendance fréquentielle des fonctions modales ; et 2) la prédominance par groupes d’ondes. L’étude d’une source profonde à $z_r = 500$ m met en avant un invariant océanique intrinsèquement dépendant de la distance. Pour une source en surface, l’apparition de zones d’ombre et de convergence met en lumière l’importance de la domination

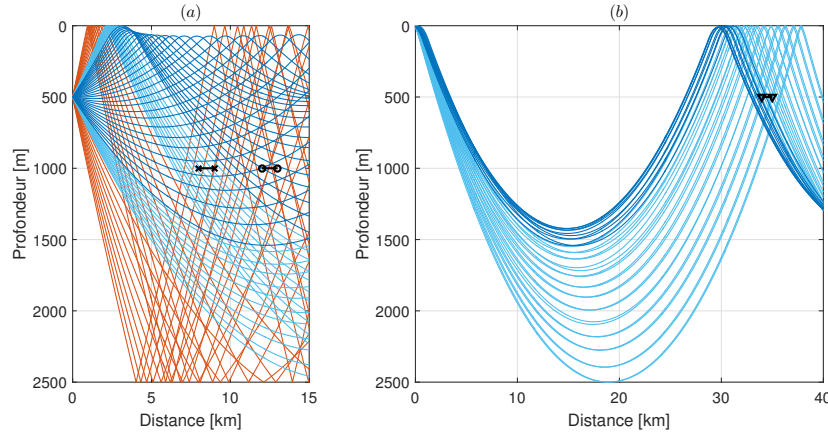


FIGURE 3.7 – Tracé de rayons réalisé avec BELLHOP pour l’environnement test. Dans le cas (a) d’une source profonde et (b) une source de surface. Les rayons réfléchis sur le fond et la surface sont en orange, les rayons réfléchis uniquement à la surface sont en bleu clair alors que les rayons n’interagissant ni avec la surface ni avec le fond sont en bleu foncé. Dans le cas de la source de surface les rayons oranges ne sont pas représenté pour bien mettre en évidence la zone de convergence. Les trois positions d’antenne étudiées sont ajoutées sur les sous figures (a) et (b).

du champ acoustique par des groupes d’ondes. Un tracé de rayons, calculé avec BELLHOP, est présenté pour la source profonde en figure 3.7(a) et pour la source de surface en figure 3.7(b). En tout trois positions d’une antenne horizontale de longueur $L = 1$ km sont étudiés définissant trois configurations source-antenne différentes.

3.2.1 Miroir de Lloyd

Configuration : $z_s = 500\text{m}$, $z_r = 1000\text{m}$, $r = 8.5\text{km}$, $L = 1\text{km}$ comme illustré sur la figure 3.7(b)

Pour ce premier cas d’étude, l’antenne est placée relativement proche de la source. A cette distance, avec une source et une antenne loin des interfaces, les termes intégrales de l’équation (3.11) ont un impact important sur la phase des ondes. Ondes et modes se comportent différemment. La figure 3.8(a) illustre la dépendance par groupes de modes (trait pointillé) et la domination par groupes d’ondes (trait plein) en utilisant respectivement l’équation (3.1) et l’équation (3.21). En se basant sur cette figure, on trouve trois groupes ondes équivalentes $\mathbf{w}_p = (\varepsilon, \xi, m_p)$ qui correspondent à des valeurs entière de p alors qu’aucun mode ne domine le champ acoustique (la courbe en trait pointillé ne croise pas de valeur de p réelle).

La phase et l’amplitude de chaque onde équivalente sont interpolées par rapport à celles connues calculées grâce à (3.11) et (3.12). Ces ondes équivalentes sont ensuite représentées dans le plan $s_g - s_p$ en regard des modes à la fréquence f_0 , comme en figure 3.8(b). Sur cette figure, chaque onde équivalente est représentée à l’aide d’une croix noire dont la taille est proportionnelle à l’amplitude de l’onde.

On peut tout de suite remarquer que les ondes équivalentes trouvées à f_0 ne se comportent pas comme les modes à cette même fréquence. Particulièrement, l’onde équivalente de lenteur de

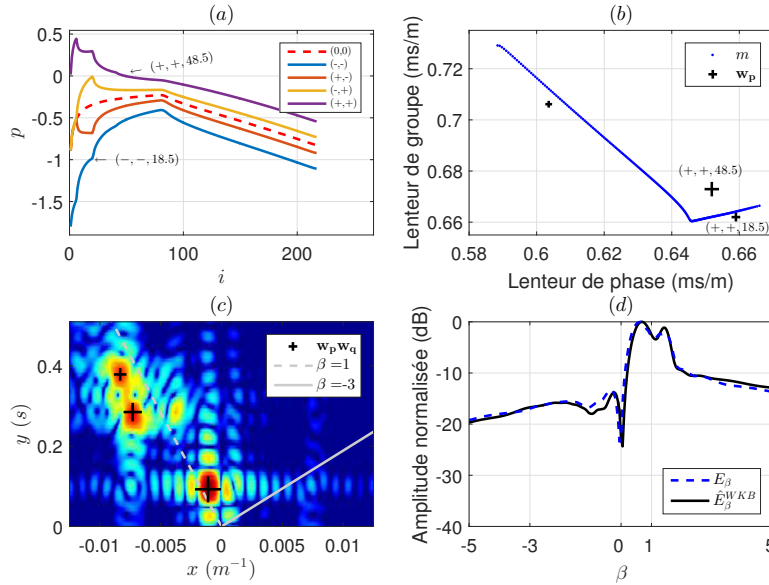


FIGURE 3.8 – (a) Représentation graphique de la prédominance par groupes de modes et d’ondes à $f_0 = 150$ Hz. (b) Les ondes équivalentes sont représentées en fonction de leurs lenteurs de phase et de groupe et comparées aux modes trouvés par KRAKEN à $f_0 = 150$ Hz. (c) La TFR 2D du motif d’interférence $I(r, f)$ généré grâce à RAM avec les coordonnées des interférences entre ondes équivalentes ajoutées en sur-couche. (d) La distribution de référence E_β et celle prédite $\hat{E}_\beta^{\text{WKB}}$.

phase $s_{p, \mathbf{w}_p} = 0.65$ ms/m a une lenteur de groupe effective supérieure de 0.011 ms/m par rapport à la vitesse de groupe du mode de même lenteur de phase. Cela signifie que l’onde équivalente se propage 25 m/s moins vite que ce mode. Cette différence correspondant à la distance verticale entre le point bleu (le mode) et la croix noire (l’onde équivalente) et caractérise la contribution des termes intégrales de l’équation (3.18). En d’autres termes, la dépendance fréquentielle de la partie oscillante des fonctions modales ne peut être négligée à cette distance.

Concernant le motif d’interférence, les trois ondes équivalentes interfèrent et produisent trois striations différentes. Le fond de la figure 3.8(c) présente la TFR 2D du motif d’interférence $I(r, f)$ synthétisé avec RAM. On observe en effet trois pics d’énergie (couleurs chaudes) traduisant la présence de trois striations. Les coordonnées dans le domaine de Fourier ($x_{\mathbf{w}_p \mathbf{w}_q}$ et $y_{\mathbf{w}_p \mathbf{w}_q}$) des striations résultant de l’interférences des ondes équivalentes précédemment trouvées sont notées d’une croix noire en sur-couche. La taille de ces croix est maintenant proportionnelle à la l’excitation de l’interférence $a_{\mathbf{w}_p} a_{\mathbf{w}_q}$. La position de chaque croix coïncide avec les positions des striations observées sur le motif d’interférence. En outre, les amplitudes relatives semblent cohérentes avec la mesure.

La distribution d’invariant océanique prédite grâce aux ondes équivalentes $\hat{E}_\beta^{\text{WKB}}$ est présentée en figure 3.8(d) ainsi que E_β qui directement mesurée sur les données simulées. Bien évidemment aucune prédiction \hat{E}_β n’est dessinée puisque qu’aucun mode équivalent n’a été trouvé pour cette configuration source-antenne. Comme attendu, la prédiction $\hat{E}_\beta^{\text{WKB}}$ reproduit fidèlement la

distribution observée.

En regardant plus précisément les deux ondes équivalentes $\mathbf{w}_p = (+, +, 18.5)$ et $\mathbf{w}_q = (-, -, 48.5)$ déterminées sur la figure 3.8(a), cette configuration permet de mettre en avant un comportement intéressant du motif d'interférence. Ces deux ondes déterminées grâce à la figure 3.8(a), ont des lenteurs de phase et de groupe correspondant aux deux marqueurs les plus à droite de la figure 3.8(b). Elles construisent une interférence caractérisée par un invariant océanique positif $\beta_{\mathbf{w}_p \mathbf{w}_q} \approx 0.6$ alors qu'il vaut $\beta_{m_p m_q} \approx -3$ pour deux modes à ces lenteurs de phase. L'invariant océanique passe d'une valeur négative à une valeur positive uniquement à cause des contributions des intégrales de l'équation (3.11). En d'autres termes, même si on considère des T-modes ou des SR-modes, connus pour leurs striations à pente négative (invariant océanique négatif), le motif d'interférence peut présenter uniquement des striations de pentes positives (invariant océanique positif). Cette propriété est cohérente avec le miroir de Lloyd, décrivant l'interférence entre une onde directe et une onde qui a été totalement réfléchi ou réfractée à un point de retournement. En se rapportant à la figure 3.7(a) ces deux ondes suivent les trajets décrits par les rayons directs (bleu foncé) et réfléchi-surface (bleu clair) provenant de la source et convergent sur l'antenne. Ce comportement, observé sur les données simulées avec RAM (i.e. sans considération modale) a pu être expliqué et prédit à partir des quantités modales grâce à l'approximation WKB.

3.2.2 Cas $\beta = 0$

Configuration : $z_s = 500\text{m}$, $z_r = 1000\text{m}$, $r = 12.5\text{km}$, $L = 1\text{km}$ comme illustré sur la figure 3.7(b)

Pour ce cas l'antenne horizontale est placée légèrement plus loin de la source que précédemment, à une distance de $r = 12.5$ km. Comme illustré figure 3.9(a), on trouve pour cette configuration source-antenne deux modes équivalents et neuf ondes équivalentes. Leur lenteur de phase et de groupe sont représentées dans le plan $s_g - s_p$ en figure 3.8(b) avec des marqueurs rouge pour les modes équivalents et grâce à des marqueurs noirs pour les ondes équivalentes. L'un des modes équivalents ainsi que quatre des ondes équivalentes (avec les lenteur de phase les plus grandes) sont très peu visibles sur cette figure car ils ont des amplitudes très proches de zéro. Cela signifie que la source et/ou l'antenne sont à des profondeurs situées en dehors de la zone oscillante des fonctions modales associées, de telle sorte que ces modes/ondes sont évanescents.

Les deux modes équivalents produisent une striation représentée par un marqueur rouge sur la figure 3.8(c). Puisque l'un des deux modes équivalent a une amplitude presque nulle, l'excitation de l'interférence $a_{m_p} a_{m_q}$ est elle aussi très petite. Le marqueur rouge est en conséquence très peu visible sur cette figure mais apparaît tout de même dans le domaine de Fourier (sa position est indiquée par la flèche rouge). Il ne coïncide avec aucune des striations effectivement mesurées sur les données simulées. Par contre les cinq ondes équivalentes dont l'amplitude n'est pas nulle, donnent naissance à dix striations dont chacune coïncide avec une des striations mesurées. La prédiction est cohérente en terme de coordonnées spatiales (i.e. les croix se positionne sur les couleurs chaudes) et en amplitude (les tailles relatives des marqueurs correspondent aux amplitudes relatives observées) comme illustré sur la figure 3.8(c).

Les deux prédictions \hat{E}_β et $\hat{E}_\beta^{\text{WKB}}$ sont ensuite présentées en figure 3.8(d) au regard de la mesure E_β . L'analyse en ondes équivalentes du champ acoustique permet de prédire précisément

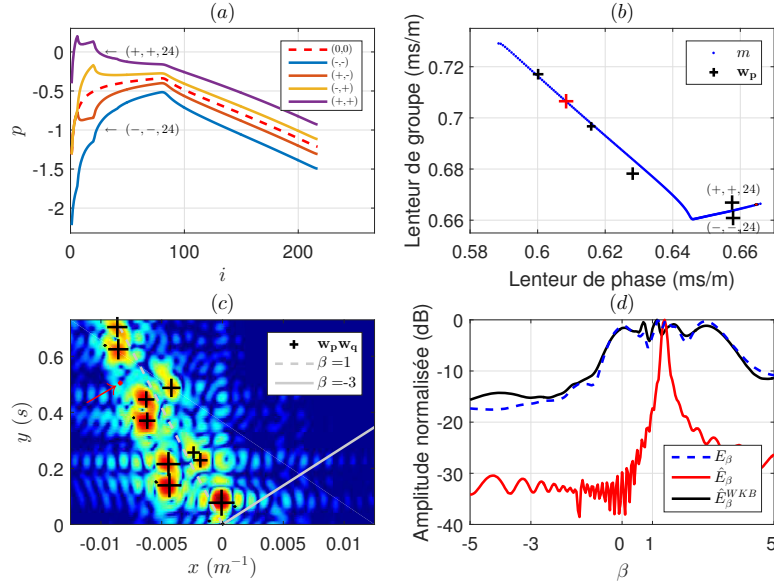


FIGURE 3.9 – (a) Représentation graphique de la domination par groupes de modes et d’ondes à $f_0 = 150$ Hz. (b) Les modes/ondes équivalent(e)s sont représenté(e)s à l’aide de marqueurs rouges/noirs en fonction de leurs lenteurs de phase et de groupe. Ils (Elles) sont comparé(e)s aux modes trouvés par KRAKEN à $f_0 = 150$ Hz. (c) La TFR 2D du motif d’interférence $I(r, f)$ généré grâce à RAM. Les coordonnées des interférences entre modes/ondes équivalent(e)s sont ajoutées en sur-couche à l’aide de marqueurs rouges/noirs. (d) La distribution de référence E_β et celles prédites \hat{E}_β^{WKB} et \hat{E}_β

la totalité de la complexité de la distribution mesurée alors qu’une analyse modale simple ne permet pas d’expliquer ces observations.

Cette configuration particulière a été choisie afin d’illustrer un phénomène qui peut paraître très particulier si l’on se limite à une analyse en termes de modes. Il est lié à l’interférence des deux ondes équivalentes $\mathbf{w}_p = (+, +, 24)$ et $\mathbf{w}_q = (-, -, 24)$ indiquées sur la figure 3.9(a). Comme elles sont associées à des modes d’indice équivalent, d’après (3.15), leurs lenteurs de phase sont très proches avec $s_{p, \mathbf{w}_p} \approx S_{p, \mathbf{w}_q} \approx 0.658$ ms/s. Ces deux ondes équivalentes aux lenteurs de phase identiques sont reconnaissables sur la figure 3.9(b).

Par analogie à une vision géométrique de la propagation acoustique, elles ont des angles de propagation à la profondeur de l’antenne $\theta_{\mathbf{w}_p}(z_r) = \varepsilon c(z_r) s_{p, \mathbf{w}_p}$. Elles arrivent donc sur l’antenne avec des angles opposés tel que $\theta_{\mathbf{w}_p}(z_r) = -\theta_{\mathbf{w}_q}(z_r)$ et correspondent aux deux ondes montante et descendante discutées dans l’annexe C. Par contre, leurs lenteurs de groupe sont différentes en raison des intégrales de l’équation (3.18). Ce qui conduit d’après (3.22), à une striation horizontale (la striation à $x_{\mathbf{w}_p, \mathbf{w}_q} = 0$ de la figure 3.9(c)) correspondant à un composante nulle de la distribution d’invariant océanique (visible sur la figure 3.9(d)). La décomposition en ondes des fonctions modales permet ici d’expliquer un phénomène existant qui ne peut pas l’être à l’aide des modes. En outre, d’un point de vue modal, l’existence d’un invariant océanique nul est une aberration puisque que d’après (2.10) cela suppose une dispersion infinie.

3.2.3 Zone de convergence

Configuration : $z_s = 10\text{m}$, $z_r = 500\text{m}$, $r = 34.5\text{km}$, $L = 1\text{km}$ comme illustré sur la figure 3.7(b)

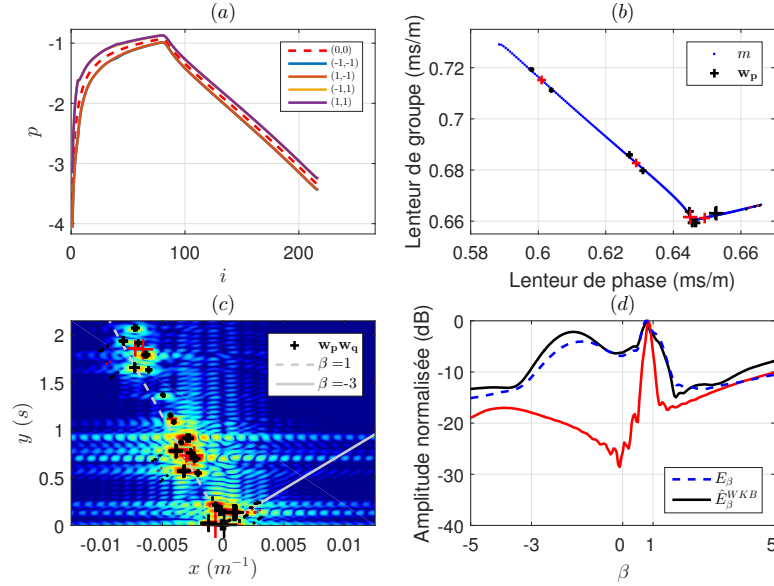


FIGURE 3.10 – (a) Représentation graphique de la domination par groupes de modes et d’ondes à $f_0 = 150$ Hz. (b) Les modes/ondes équivalent(e)s sont représenté(e)s à l’aide de marqueurs rouges/noirs en fonction de leurs lenteurs de phase et de groupe. Ils (Elles) sont comparé(e)s aux modes trouvés par KRAKEN à $f_0 = 150$ Hz. (c) La TFR 2D du motif d’interférence $I(r, f)$ généré grâce à RAM. Les coordonnées des interférences entre modes/ondes équivalent(e)s sont ajoutées en sur-couche à l’aide de marqueurs rouges/noirs. (d) La distribution de référence E_β et celles prédites \hat{E}_β et $\hat{E}_\beta^{\text{WKB}}$

La source est proche de la surface et l’antenne est placée dans la première zone de convergence faisant intervenir des modes d’ordre faible n’interagissant pas avec le fond (T-modes et SR-modes). Ces modes sont connus pour interférer et produire des striations de pentes négatives. Dans cette zone on s’attend donc à trouver de fortes composantes négatives de la distribution d’invariant océanique. On vérifie ici la pertinence de la prédiction dans une telle zone de convergence.

La source étant située proche de la surface, les intégrales faisant intervenir ξ dans l’équation (3.11) sont très petites. Par conséquent, les ondes $\mathbf{w} = (\pm, \varepsilon, m)$ ont des phases qui sont localement équivalentes quel que soit le signe de ξ . On retrouve ce comportement sur la figure 3.10(a) où les courbes $(+, +)$ et $(-, +)$ ainsi que les courbes $(+, -)$ et $(-, -)$ se confondent. On trouve notamment un grand nombre d’ondes équivalentes qui sont sensiblement les mêmes prises deux à deux. Comme attendu dans une zone de convergence, de nombreux modes/ondes équivalent(e)s d’indices modaux faibles sont trouvé(e)s.

Lorsque l’on représente les ondes équivalentes (en noire) en fonction de leurs lenteurs de

phase et de groupe, comme sur la figure 3.10(b), on note qu'elles se comportent presque comme les modes (en bleu). A cette distance la phase est largement dominée par $k_m r$ de (3.11) sans grand effet des termes intégrales. Cependant, même si la décomposition en ondes des fonctions modales ne fait pas apparaître de forts changements de lenteur de groupes, on observe tout de même une différence notable entre la dominance par groupes de modes et la dominance par groupes d'ondes. En effet, les ondes équivalentes (marqueurs noirs) sont plus nombreuses et avec des caractéristiques différentes des modes équivalents (marqueurs rouges).

Comme on se situe relativement loin de la source, le motif d'interférence fait apparaître de nombreuses striations provenant de l'interférence de toutes ces ondes équivalentes. Bien que complexe, le motif d'interférence est très bien prédit par les ondes équivalentes qui correspondent à tous les points chauds visibles sur la figure 3.10(c). En revanche, les modes équivalents ne permettent toujours pas d'expliquer l'observation. Évidemment, comme on peut le voir sur la figure 3.10(d), il en va de même pour la distribution d'invariant océanique qui est très bien décrite par $\hat{E}_\beta^{\text{WKB}}$ contrairement à \hat{E}_β .

Ceci montre explicitement qu'une décomposition en ondes des fonctions modales permet de prédire le motif d'interférence même dans une zone de convergence. Du moins pour la première zone de convergence, une analyse modale simple ne suffit. On montre ici que cette décomposition est pertinente même à plusieurs dizaines de kilomètres. Ici l'apport vient principalement de la dominance par groupes plus que de l'impact direct sur les lenteurs de groupe verticales comme dans les cas précédents.

Conclusion

Nous avons ici considéré l'un des environnements les plus simples que l'on peut rencontrer en milieu grand-fond. Malgré sa simplicité, les motifs d'interférence qui s'y construisent sont très complexes et varient fortement en fonction de la configuration source-récepteur. En effet, même dans la gamme de fréquences étudiée, la densité de modes est suffisante pour que les modes se regroupent en paquets d'ondes s'exprimant tour à tour. L'invariant océanique apparaît alors comme indirectement dépendant de la distance source-récepteur au gré de la prédominance par groupes de modes et explicitement par la dépendance fréquentielle des fonctions modales.

En nous aidant de l'approximation WKB, nous avons pu exprimer les contributions de ces deux phénomènes sur les valeurs de l'invariant océanique. En plus d'une compréhension profonde du mécanisme d'interférence modale en grand-fond cela nous permet de déterminer les contextes favorables à un invariant océanique stable avec la distance. Pour ce faire, il est nécessaire que la dépendance fréquentielle des fonctions modales soit négligeable devant celle de la phase du mode, ce qui est vérifié pour r grand devant la hauteur de la colonne d'eau. Dans ces conditions, β n'est plus dépendant que de la profondeurs de la sources et de l'antenne, et on peut alors imaginer inverser le problème pour estimer la profondeur de la source. C'est ce qui est proposé dans le chapitre suivant, sous la forme d'un problème de discrimination en immersion.

Discrimination en immersion utilisant l'invariant océanique

Sommaire

Introduction	80
4.1 Classification binaire	80
4.1.1 Le classifieur	81
4.1.2 Performances d'un classifieur	82
4.2 État de l'art de la discrimination en immersion	84
4.2.1 Scintillation modale	84
4.2.2 Méthode par sous-espace	85
4.2.3 Motif d'interférence	85
4.3 Classifieur basé sur l'invariant océanique	87
4.3.1 Concept de la discrimination en immersion basée invariant océanique	87
4.3.1.1 Interférences de T-modes	88
4.3.1.2 Sous-espaces d'interférence	89
4.3.2 Construction du classifieur	92
4.3.2.1 Les hypothèses testées	92
4.3.2.2 Caractérisation de l'observation	93
4.3.2.3 La métrique de décision	94
4.3.2.4 Variation en distance de la métrique	95
4.3.3 Analyse de performances	96
4.3.3.1 Fonctions de répartition	96
4.3.3.2 Évaluation des performances	97
4.4 Études sur données simulées	102
4.4.1 Paramètres de simulation	102
4.4.2 Erreurs de modèle	102
4.4.2.1 Méconnaissance environnementale	103
4.4.2.2 Forme d'antenne	104
4.4.2.3 Configuration source-antenne	105
4.4.3 Influences du contexte	105
4.4.3.1 Immersion de l'antenne	106
4.4.3.2 Fréquence	107
4.4.3.3 Niveau source	107
Conclusion	108

Introduction

Le chapitre précédent fait état d'une quantité modale, la distribution d'invariant océanique, qui est dépendante de la configuration source-récepteur. Bien que pour des environnements grand-fond elle reste très variable, la théorie de l'invariant peut être utilisée pour localiser des sources. En particulier, dans le cas où une mesure fine de l'immersion de la source n'est pas accessible, une distinction entre sources de surface et sources immergées reste une information cruciale. Par exemple, dans le domaine de la lutte sous-marine, cela peut permettre d'identifier un sous-marin en immersion évoluant au milieu de bâtiments de surface. Dans ce chapitre, l'estimation de profondeur est simplifiée en une classification binaire où l'on cherche uniquement à savoir si la source est située en dessous (source immergée) ou au dessus (source de surface) d'une profondeur seuil. C'est ce que l'on appelle la *discrimination en immersion*.

Ici, on se place dans le cadre où un tel classifieur prend pour entrée une mesure d'intensité acoustique réalisée sur une antenne horizontale (HLA) immergée en environnement grand-fond. L'étude est restreinte aux cas de signaux basses fréquences (de l'ordre de 10–100 Hz) large bande (plusieurs Hertz) dont on supposera la détection préalablement établie. Dans ce contexte, le son peut se propager sur de très longues distances et est largement impacté par l'environnement océanique de telle sorte que les modèles n'utilisant pas d'a priori environnementaux ne sont plus valides. D'autres techniques d'inversion, comme le Matched-Field Processing (MFP) [Baggeroer *et al.* 1993], ont été introduites pour prendre en compte cet environnement mais s'avère être très sensibles aux erreurs de modélisation du SSP et notamment à ses fluctuations spatio-temporelles. Pour contourner ce problème, la discrimination en immersion étudiée dans ce manuscrit se basent sur un concept couplé entre énergie piégée [Premus & Helfrick 2013, Conan *et al.* 2016] et théorie de l'invariant océanique [Bonnell *et al.* 2010, Turgut & Fialkowski 2012]. Ce chapitre présente la seconde contribution de la thèse et reprend le contenu d'un article de revue récemment soumis [Emmetiere *et al.* 2018b].

La première section reprend les notions relatives à la classification, en s'intéressant particulièrement aux classifieurs binaires. Un état de l'art concernant la discrimination en immersion est ensuite dressé. Enfin, le classifieur proposé est décrit. Il nécessite une estimation de la distance source-antenne mais se suffit d'une connaissance très restreinte de l'environnement. Une fois validé, le classifieur est testé en simulation pour des erreurs de modélisation réalistes prenant en compte la méconnaissance de l'environnement ou de la géométrie de l'antenne. Son comportement face à un changement de contexte et en particulier différentes fréquences, rapport signal-à-bruit et profondeurs d'antenne est finalement analysé.

4.1 Classification binaire

Dans la littérature, la discrimination en immersion est abordée comme un problème de *classification binaire* [Premus & Helfrick 2013, Conan *et al.* 2016]. Cette section a pour but d'introduire le vocabulaire qui lui est associé. Les notations et le déroulé de cette section sont empruntés aux travaux de thèse de E. Conan [Conan 2017].

4.1.1 Le classifieur

Un classifieur est par définition un algorithme qui attribue à une observation une classe parmi celles possibles. Dans le cas de la classification binaire, uniquement deux classes distinctes sont considérées. On notera Ω_0 et Ω_1 ces deux classes. Le classifieur se retrouve alors face à un test d'hypothèse binaire. En prenant pour entrée une observation, notée \mathbf{y} , le classifieur doit choisir entre les deux hypothèses suivantes :

$$\begin{aligned} H_0 &\text{ si } \mathbf{y} \in \Omega_0, \\ H_1 &\text{ si } \mathbf{y} \in \Omega_1. \end{aligned} \tag{4.1}$$

Un tel problème de classification binaire est équivalent à un problème de détection. En théorie de la détection, la classe Ω_1 (ou l'hypothèse H_1) est souvent associée à la classe d'intérêt alors que la classe Ω_0 (ou l'hypothèse H_0) correspond à la classe de bruit. Dans ce manuscrit, cette convention sera utilisée ainsi que le vocabulaire associé à cette théorie de la détection. Notamment, en notant \hat{H}_1 et \hat{H}_0 les sorties du classifieurs, quatre situations sont alors possibles. On parle :

- de *détection* si $\hat{H}_1|H_1$
- de *non-détection* si $\hat{H}_0|H_0$
- de *fausse alarme* si $\hat{H}_1|H_0$
- de *détection manquée* si $\hat{H}_0|H_1$

Les classifieurs dits classiques (hors apprentissage profond) réalisent le test d'hypothèses binaires en deux étapes successives. Dans un premier temps des caractéristiques sont extraites de l'observation. Puis une règle de décision est appliquée, tranchant entre les deux hypothèses H_1 et H_0 en fonction de la position de l'observation dans l'espace des caractéristiques. Dans la suite, et comme pour la plupart des méthodes de discrimination en immersion de la littérature qui vont être discutées, une seule caractéristique est extraite de l'observation. Par soucis de simplicité, on se ramène tout de suite à ce cas particulier. On appelle alors *métrique de décision* l'espace à une dimension dans lequel est projetée l'observation. Mathématiquement, c'est une fonction, notée $\tau(\mathbf{y})$, de l'espace des observations vers \mathbb{R} .

On étudie en particulier les classifieurs dont la règle de décision est une comparaison à un *seuil de décision*, noté ν , tel que :

$$\begin{aligned} \tau(\mathbf{y}) \leq \nu &\rightarrow \hat{H}_0, \\ \tau(\mathbf{y}) > \nu &\rightarrow \hat{H}_1. \end{aligned} \tag{4.2}$$

Dans le cas où les fonctions de répartition (au sens de densités de probabilité) des deux classes dans l'espace de la métrique de décision sont connues, ν peut être choisi analytiquement. Dans le cas contraire, ces distributions doivent être préalablement estimées. Elle peuvent par exemple être estimées empiriquement grâce à une base de données comportant un grand nombre d'observations de chaque classe. En ce sens, cette approche se rapproche des méthodes dites de Monte-Carlo [Graham & Talay 2011].

Le lecteur peut se rapporter à la figure 4.1 pour une illustration de tous les concepts introduits dans cette section. Sur cette figure, le choix de la métrique de décision apparaît comme crucial dans le processus de classification. Si elle est judicieusement choisie, les informations non-pertinentes pour le problème étudié sont supprimées et les deux distributions sont alors bien séparées dans l'espace à une dimension de $\tau(\mathbf{y})$ comme illustré par la figure 4.1. Une règle de décision peut alors être choisie (i.e. le seuil de décision ν) en fonction de performances souhaitées.

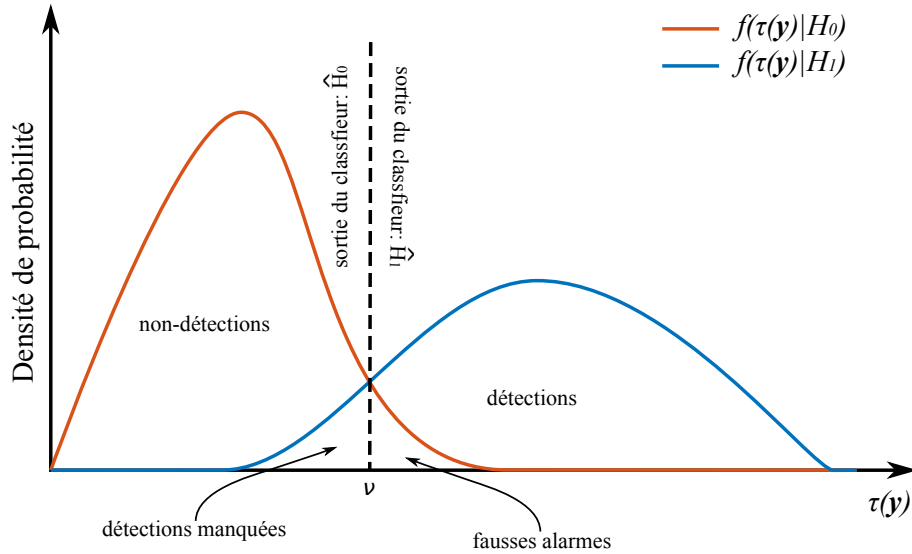


FIGURE 4.1 – Exemple de métrique de décision τ pour la classification binaire. Lorsque que le seuil de décision ν est fixé, les différentes probabilités de fausses alarmes, de non détections, de détections et de détections manquées peuvent être calculées.

Les performances d'un classifieur et la manière de choisir le seuil de décision sont discutées dans la prochaine section.

4.1.2 Performances d'un classifieur

Les performances d'un classifieur peuvent être évaluées grâce à sa probabilité de détection P_D et sa probabilité de fausse alarme P_{FA} . Ces deux quantités résument à elles seules la totalité des performances de la classification puisque les deux autres situations, à savoir la probabilité de non-détection P_{ND} et la probabilité de détection manquée P_{MD} , peuvent être déduite de ces dernières avec $P_{ND} = 1 - P_{FA}$ et $P_{MD} = 1 - P_D$. Pour un seuil de décision ν donné, les performances d'un classifieur sont exprimées par :

$$\begin{aligned} P_D &= p((\tau(\mathbf{y}) > \nu) | H_1), \\ P_{FA} &= p((\tau(\mathbf{y}) > \nu) | H_0). \end{aligned} \quad (4.3)$$

Elles sont expressément dépendantes de la métrique et du seuil de décision comme dessiné sur la figure 4.1.

Pour une métrique τ fixée, l'ensemble des classifieurs utilisant des seuils de décision $\nu \in \mathbb{R}$ peut être représenté par la courbe COR (courbe opérationnelle du récepteur). Cette représentation consiste à tracer la probabilité de détection en fonction de la probabilité de fausse alarme. En un sens, la courbe ROC rend compte de la pertinence d'une métrique de décision.

Cette dernière est dite parfaite lorsque la courbe ROC passe par le point $(P_{FA} = 0, P_D = 1)$ comme illustré sur la figure 4.2 avec la courbe noir en trait plein. Ceci arrive lorsque les distributions des deux classes sont parfaitement séparées. A l'inverse, la métrique est dite non-discriminante lorsque les deux distributions sont identiques. La courbe ROC associée à une

telle métrique est représentée par la courbe pointillée de la figure 4.2. Très souvent, il n'existe malheureusement pas de métrique parfaite pour le problème traité, et les distributions sont entrelacées comme sur la figure 4.1 engendrant une courbe ROC de l'allure de celle tracée en rouge sur la figure 4.2.

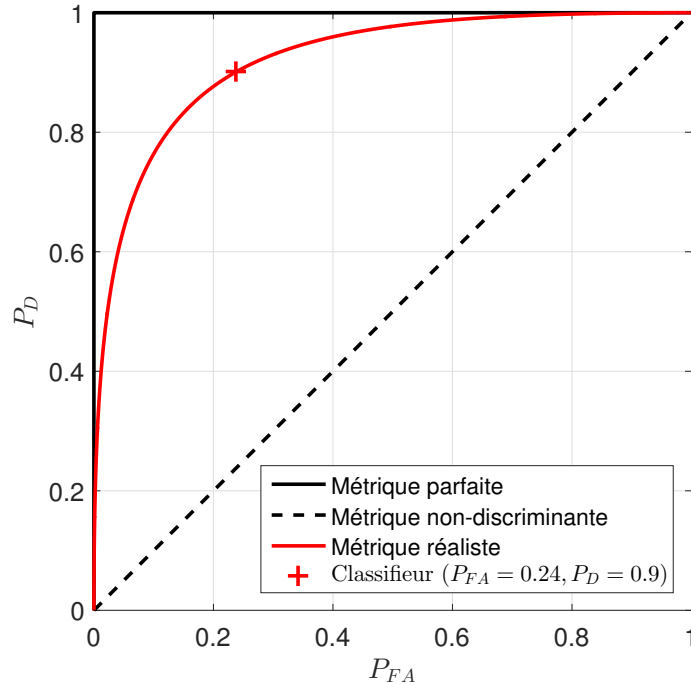


FIGURE 4.2 – La classification binaire

Pour choisir le seuil on cherche à maximiser la détection tout en minimisant les fausses alarmes. Le choix du seuil de décision est alors sans ambiguïté si il existe une métrique parfaite. On choisira le seuil de décision du classifieur dont les performances sont $(P_{FA} = 0, P_D = 1)$. Pour tous les autres situations, le bon classifieur est choisi selon un compromis entre probabilité de fausse détection et probabilité de détection. Ce compromis dépend de l'application visée et des exigences que l'on se fixe. Par exemple, on peut exiger un classifieur au taux de détection de 90% (i.e. probabilité de détection de $P_D = 0.9$). En se déplaçant le long de la courbe ROC on trouve le classifieur qui respecte cette condition comme marqué par un croix rouge sur la figure 4.2. Ce classifieur affiche des performances $(P_{FA} = 0.24, P_D = 0.9)$ ainsi qu'un seuil de décision ν qui est connu. Dans la suite on choisira plutôt notre seuil de détection avec une contrainte appliquée à la probabilité de fausse alarme. Typiquement, on souhaite un classifieur dont le taux de fausse alarme n'excède pas 5%. La procédure est la même en raisonnant avec l'axe des abscisses de la courbe ROC.

4.2 État de l'art de la discrimination en immersion

Nous venons de voir que les performances d'un classifieur dépendent essentiellement de la métrique choisie. Nous allons aborder dans cette section les métriques proposées par la littérature. Même si quelques publications présentées ici ne traitent pas directement un problème de discrimination en immersion (estimation de profondeur ou suppression d'interférence), elles peuvent être analysées comme tel. Nous mettrons l'accent sur le concept physique sur lequel est basée la méthode ainsi que sur le conditionnement des observations (mesure mono-capteur, sur antenne verticale, sur antenne horizontale, mesure de pression, mesure d'intensité...).

4.2.1 Scintillation modale

Le principe de scintillation modale fait référence à des variations temporelles de l'énergie mesurée (amplitudes modales ou intensité). Dans la littérature, ces variations sont expliquées par des oscillations de la source autour d'une profondeur d'équilibre et/ou par des variations temporelles des propriétés géoacoustiques du guide d'ondes. Dans les deux cas, l'expérience tend à montrer que la scintillation (i.e. la variation temporelle d'amplitude) est plus forte pour les sources de surfaces. D'une part parce que $\frac{d\Psi_m(z)}{dz}\big|_{z\approx 0} > \frac{d\Psi_m(z)}{dz}\big|_{z\gg 0}$ pour la majorité des modes et d'autre part parce que les fluctuations spatio-temporelles du guide d'ondes sont généralement plus importantes en surface. Cette observation permet d'envisager un discrimination en immersion basée sur le principe de scintillation.

V. Premus quantifie cette variation d'amplitude grâce à un index de scintillation calculé à la sortie d'un filtre modal [Premus 1999]. Les sources de surface subissent les effets de l'état de mer (et notamment des vagues) faisant varier sinusoïdalement la profondeur de l'émission. Dans ce cas les fluctuations d'amplitudes sont fortes et l'index de scintillation est fort. Pour des sources immergées, la profondeur de la source est relativement stable au court du temps. Les variations d'amplitudes sont alors associées à la présence de fluctuations temporelles du guide d'ondes. Cependant la dynamique est beaucoup plus lente de telle sorte que les amplitudes modales sont plus stables. L'index de scintillation est alors faible. En pratique, la scintillation modale est limitée par la capacité de filtrage des modes. En ce sens elle est plutôt destinée aux environnements petit-fond où la densité de modes est plus faible.

Un modèle prédictif des index de scintillation modale est proposé par D. Fattaccioli et P. Danet dans [Fattaccioli & Danet 2011]. Cela permet de mieux comprendre le mécanisme d'un point de vue modal, et donne des détails pouvant aider à mieux conditionner le problème de discrimination en immersion. Ce modèle théorique a été validé sur des données réelles petites échelles à l'aide d'expérimentations en cuve.

D'autre part, R. Wagstaff utilise le même type de raisonnement mais en sortie de formation de voie horizontale [Wagstaff 1997]. Plus précisément il estime que les variations temporelles du guide d'ondes sont plus fortes proches de la surface de telle sorte que la scintillation est plus importante pour les sources de surface que pour les sources immergées. En réalité, il ne traite pas directement d'un problème de discrimination en immersion. Il cherche plutôt à éliminer les contributions du signal dues aux sources de surfaces pour ne conserver que celles des sources profondes. En pratique, il supprime les signaux dont les fluctuations sont trop importantes pour ne conserver que les signaux les plus stables temporellement. Notons qu'ici les fluctuations ne sont pas celles des amplitudes modales (sorties du filtre modal) mais des fluctuations d'intensité acoustique en

sortie de formation de voies ce qui permet d'envisager son utilisation en environnement grand-fond.

4.2.2 Méthode par sous-espace

Lorsque l'environnement est stratifié plusieurs types de modes peuvent être définis, comme exposé dans la sous-section 1.3.2. Parmi ces modes, ceux dont les points de retournement supérieurs sont en dessous de la surface sont très peu excités par les sources de surface. C'est le cas des modes réfractés (T-modes) en grand-fond ou des modes réfléchis fond (BR-modes) en petit-fond. En s'appuyant sur les équations (1.40) ou (1.42), selon le cas de figure, un sous-espace du signal représentant la contribution de ces modes est déterminé. Basé sur ce concept, la discrimination en immersion s'effectue comme suit : si l'énergie dans ce sous-espace est grande alors il s'agit d'une source profonde. Dans le cas contraire, il s'agit d'une source immergée.

Cette méthode a été principalement étudié dans le cas d'environnement petit-fond comportant un thermocline de surface (*downward-refracting environment* dans la littérature anglophone). Notamment, la discrimination en immersion par sous-espace à été introduite par Premus et al. en utilisant une antenne verticale [Premus *et al.* 2004] puis étendu aux antennes horizontales [Premus & Helfrick 2013]. Par la suite, E. Conan reprend les travaux de Premus et introduit une méthodologie rapportant directement les hypothèses testées au modèle physique afin de construire un classifieur aux performances maîtrisées [Conan *et al.* 2016]. Il propose aussi une métrique de décision apparentée à un taux d'énergie piégée (i.e. le rapport de l'énergie explicable uniquement par les BR-modes par rapport à la totalité de l'énergie du signal explicable par la théorie des modes). Le sous-espace est défini dans le domaine des nombres d'onde horizontaux où plusieurs filtres modaux sont testés (filtre adaptés, pseudo-inverse...) et comparés à une simple analyse spectrale. La méthode est validée en petit-fond sur des données réelles.

K. Kim et al [Kim *et al.* 2010] utilisent le même concept de sous-espaces dans une optique de suppression d'interférence. Comme R. Wagstaff grâce à la scintillation modale, le but est d'éliminer les contributions des sources de surfaces dans un contexte multi-sources. Après une étape de séparation de sources, celles qui sont en majorité expliquées par des contributions de SRBR-modes sont supprimées du signal pour ne conserver que les sources profondes. Dans un second temps, ces sources profondes sont localisées grâce à une méthode de matched-field processing.

4.2.3 Motif d'interférence

Comme nous l'avons vu dans les chapitre 2 et 3 dans le cadre de l'invariant océanique, le motif d'interférence est étroitement lié à la configuration source-récepteur et notamment à l'immersion de la source. Dans cette sous-section nous nous intéressons aux méthodes de la littérature utilisant les interférences entre modes comme indicateur de l'immersion de la source et applicables en grand-fond. Ces méthodes sont dédiées à des zones particulières du champ acoustique, ce qui est cohérent avec un invariant océanique variable avec la distance.

Par exemple, R. McCargar et L. Zurk [McCargar & Zurk 2013] exploitent le phénomène d'interférence de Lloyd (interférence entre un trajet direct et un réfléchi surface) pour estimer la profondeur de sources mobiles en sortie de formation de voies horizontale. Ce phénomène se produit exclusivement en champ proche (maximum quelques kilomètres en grand-fond) ce qui

limite le domaine d'application de leur théorie aux courtes distances. Ils montrent en utilisant la théorie des sources image [Jensen *et al.* 2011] que dans ce contexte la sortie de la formation de voies est modulée en amplitude par une interférence dont la fréquence spatiale est d'autant plus grande que la source est profonde. Notons que dans ce cas, la conclusion pour la discrimination en immersion rentre en compétition avec celle découlant de la scintillation modale discutée précédemment qui stipule à l'inverse que les variations d'amplitude (la modulation) sont plus fortes pour des sources de surface. De manière intéressante, un résultat similaire à celui de McCargar et Zurk peut être retrouvé en appliquant la théorie des modes sous l'approximation WKB comme cela est fait dans la section 3.2.1. En termes de modes, l'augmentation de fréquence de la modulation avec la profondeur de la source est dû à l'espacement (en terme de nombre d'onde) des groupes de modes qui dominent le champ acoustique. Ceci conduit à l'augmentation de la fréquence spatiale selon l'axe des distances (variable x_{mn} de l'équation (2.32) dans ce manuscrit). C'est cette grandeur qui est observée en sortie de formation de voies [McCargar & Zurk 2013].

Dans un autre contexte, J.B. Weng et Y.M. Yang [Weng & Yang 2017], montrent qu'il est possible d'estimer passivement la profondeur de la source si celle-ci se situe dans la première zone d'ombre. En environnement grand-fond et pour des sources de surface, cette zone apparaît dans une gamme de distances comprise entre 5 et 30 km environ. En utilisant la théorie des rayons, ils estiment que dans ce contexte seulement quatre trajets dominant le champ acoustique formant uniquement deux interférences distinctes dont les fréquences spatiales selon l'axe des fréquences (variable y_{mn} de l'équation 2.33 dans ce manuscrit) sont reliées respectivement à l'immersion de la source et de l'antenne. En connaissant l'immersion de l'antenne de réception, on peut alors par élimination identifier l'interférence associée à la profondeur de la source et inverser le problème. Dans le cadre d'une discrimination en immersion, on peut imaginer une métrique basée sur cette grandeur y_{mn} . Tout comme McCargar et Zurk, ils montrent que cette fréquence augmente avec la profondeur de la source. De même que précédemment, ce phénomène peut être étudié théoriquement avec les modes en s'intéressant aux termes intégrales de l'équation (3.18).

R. Duan *et al.* évoque aussi dans [Duan *et al.* 2017] la possibilité d'estimer la profondeur de la source en utilisant cette même grandeur (la fréquence spatiale de l'interférence selon l'axe des fréquences y_{mn}) mais dans une autre configuration. En utilisant une antenne située en dessous de la profondeur critique (définie comme la profondeur où la célérité devient plus grande que la célérité à la surface), il existe une distance particulière où le motif de striation est marqué par des striations horizontales ($x_{mn} = 0$ avec les notations de ce manuscrit). De la même manière que Weng et Yang dans une zone d'ombre, les auteurs montrent qu'à cette distance particulière la fréquence spatiale selon l'axe de fréquence augmente avec l'immersion de la source en employant une approche modale sous l'approximation WKB. Notons que le motif d'interférence traité dans ce cas est exactement le cas de figure qui est analysé en terme d'invariant océanique dans la partie 3.2.2 de ce manuscrit.

La méthode de discrimination en immersion qui est proposée dans la section suivante, est en quelque sorte dans la continuité de ces travaux. Si les auteurs cités précédemment utilisent un seul aspect de l'interférence (i.e. sa fréquence spatiale selon l'axe des distances ou selon l'axe des fréquences), la méthode développée dans ce manuscrit est basée sur la relation qu'entretiennent ces deux quantités. Elles suivent en effet un comportement dicté par l'invariant océanique comme décrit par l'équation (2.34). Comme nous allons le voir, cette méthode est complémentaire de celles discutées précédemment car elle affiche de bonnes performances à grandes distances, là où

les méthodes de la littérature sont en dehors de leur domaine de validité. A l'inverse le classifieur à de moins bonnes performances à courtes distances quand certaines hypothèses ne sont plus valides et où les méthodes de la littérature sont fonctionnelles. Pour une source proche de la surface, le domaine de validité de chacune des méthodes est illustré sur la figure 4.3.

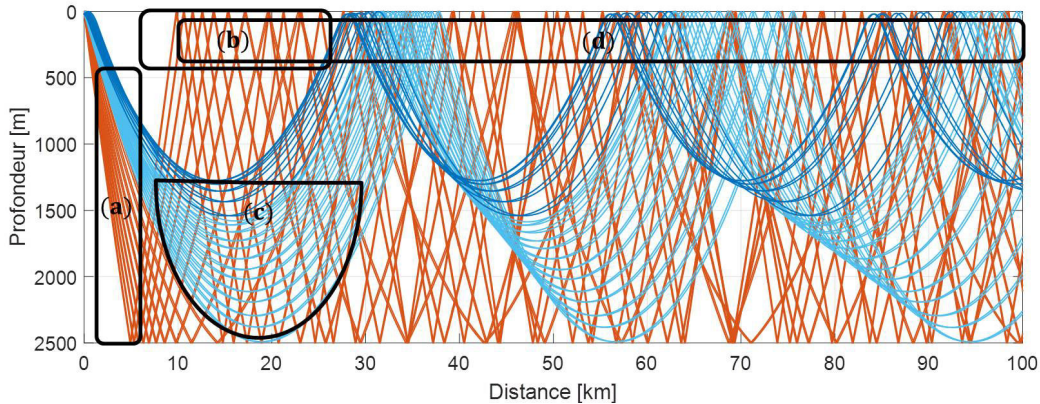


FIGURE 4.3 – Zones de validité du principe physique utilisé par (a) McCargar et Zurk [McCargar & Zurk 2013] (b) Weng et Yang [Weng & Yang 2017], (c) Duan et al. [Duan *et al.* 2017] et (d) l'auteur pour la méthode de discrimination développée dans la section 4.3. Les zones dessinées représentent la position de l'antenne pour que la théorie développée par les différents auteurs soit valide. A des fins d'illustration un tracé de rayons est exposé en fond avec en bleu foncé les rayons réfractés, en bleu clair les rayons réfléchis à la surface et en orange les rayons réfléchis à la surface et au fond.

4.3 Classifieur basé sur l'invariant océanique

Cette section présente le classifieur de discrimination en immersion développé durant cette thèse. Il reprend la méthodologie mis en place par E. Conan dans [Conan 2017] et propose une nouvelle métrique de décision. Elle est basée sur l'étude du motif d'interférence de signaux large bande vu par une HLA. Le concept d'invariant océanique précédemment développé dans les chapitres 2 et 3 y tient un rôle primordial. L'approche est originale car elle s'intéresse aux environnements grands-fonds, très rarement abordés dans la littérature. Ce chapitre a donné lieu à une soumission pour un article de revue [Emmetiere *et al.* 2018b] qui est en cours de relecture.

En particulier on traite le cas Méditerranéen été, dont le SSP se prête particulièrement à ce genre d'exercice de discrimination en immersion. Si l'environnement change radicalement, le classifieur doit être reconstruit spécifiquement en utilisant la même procédure.

4.3.1 Concept de la discrimination en immersion basée invariant océanique

La discrimination en immersion proposée ici repose sur le principe d'énergie piégée [Premus & Helfrick 2013, Conan *et al.* 2016] adapté au motif d'interférence. Ce concept a été introduit

par J. Bonnel en grand-fond [Bonnel *et al.* 2010, Bonnel 2010] et repris par A. Turgut en petit-fond [Turgut & Fialkowski 2012] sans que les auteurs ne proposent réellement une méthode de discrimination en immersion.

Comme nous l'avons vu dans les chapitres précédents, l'interférences de T-modes donnent lieu, dans le plan $r - f$, à des striations de pentes négatives (invariant océanique négatif). De la même manière que pour les méthodes par sous-espaces présentés dans la section de l'état de l'art, les sources de surface n'excitent que très peu ces modes. Le motif d'interférence associé à ces sources présente alors très peu de striations de pentes négatives. En se basant sur cette observation, on peut construire une métrique de décision dans l'espace des interférences. Plus particulièrement, un sous-espace du signal est défini dans le plan $x - y$ (TF 2D du motif d'interférence) pour exprimer la portion du signal explicable par l'interférence de T-modes.

4.3.1.1 Interférences de T-modes

On suppose que l'environnement de propagation est un guide d'ondes stratifié (indépendant de la distance) du type Méditerranée été dont les propriétés géoacoustiques sont données par le tableau 4.1.

TABLE 4.1 – Environnement Méditerranéen été simplifié

Profondeur [m]	célérité [m/s]	densité [kg/m ³]	atténuation [dB/λ]
0	$c_{surf} = 1530$	1030	0
100	$c_{min} = 1500$	1030	0
2500	$c_{lim} = 1550$	1030	0
2500	$c_{fond} = 1700$	1700	0.6
∞	$c_{fond} = 1700$	1700	0.6

Comme l'environnement présente un thermocline de surface, on rappelle que certains modes sont très peu excités par les sources de surfaces. C'est le cas des T-modes dont le point de retournement supérieur z_m^+ est en dessous de la surface. En conséquence, le motif d'interférence généré par une source de surface est une somme de striations ne faisant pas intervenir de T-modes. En d'autres termes, dans l'équation (2.3) l'amplitude $a_m a_n$ de la striation I_{mn} est très petite si m ou n représentent l'un de ces modes. L'estimation de la part d'énergie du motif d'interférence explicable par des interférences faisant intervenir au moins un T-mode constitue alors une métrique pouvant conduire à une discrimination en immersion performante. Pour cela, il convient de séparer les interférences selon leurs types (en fonction du type des deux modes intervenant dans l'interférence). L'analyse sera menée sur la TF 2D $\tilde{I}(x, y)$ du motif d'interférence où les interférences sont parcimonieusement réparties.

Dans ce domaine, les coordonnées de chaque interférence suit la relation (2.34) en faisant intervenir l'invariant océanique. On peut alors déterminer deux sous-espaces du motif d'interférence : l'un contenant toutes les interférences explicables grâce à la théorie des modes, et l'autre contenant les interférences explicable uniquement si elles font intervenir au moins un T-modes. Un exemple de ces deux sous-espaces est représenté en figure 4.4 pour (a) une source de surface et (b) une source profonde. Dans le cas des sources de surface, le motif d'interférence (panneau

du haut) est composé de striations à pentes positives avec $\beta \approx 1$ ce qui se traduit une répartition de l'énergie dans le domaine de Fourier (panneau du bas) hors du sous-espace dessiné en noir sur la figure 4.4(a). Au contraire, pour les sources profondes les striations (panneau du haut) sont majoritairement à pentes négatives avec $\beta \approx -3$ ou positives avec $\beta > 1$, rendant le sous-espace dessiné en noir sur la figure 4.4(b) (panneau du bas) très énergétique. La prochaine sous-section définit les coordonnées des sous-espaces dans le plan $x - y$.

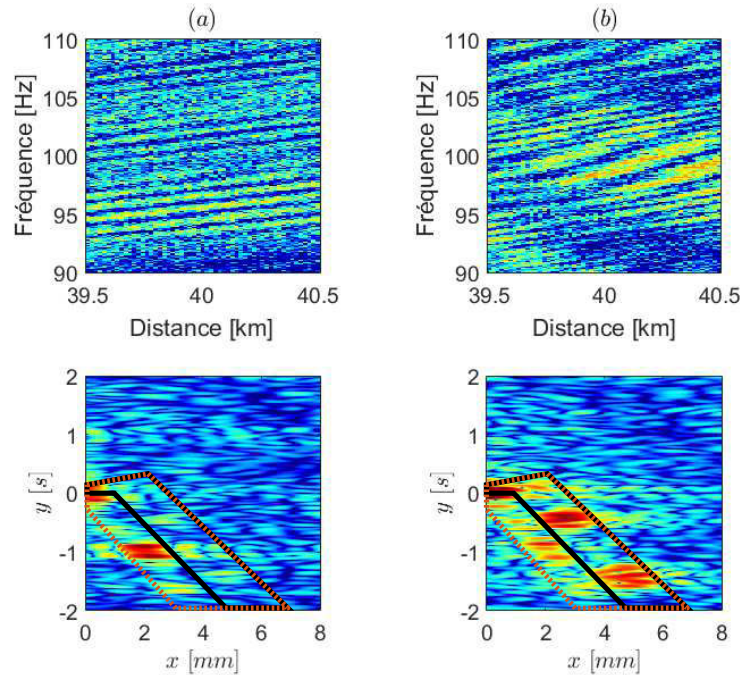


FIGURE 4.4 – Illustration du principe de discrimination en immersion basé invariant océanique pour (a) une source de surface à $z_s = 10$ m et (b) une source profonde à $z_s = 300$ m. Les panneaux du haut représentent les motifs d'interférence bruités. Les panneaux du bas affichent les TF 2D (uniquement la partie $x \geq 0$) de ces motifs d'interférence. Sont rajouté sur ces figures, le sous-espace correspondant aux interférences impliquant au moins un T-modes (en trait plein noir) et le sous-espace de toutes les interférences explicable par la théorie des modes (trait pointillé orange).

4.3.1.2 Sous-espaces d'interférence

Afin de déterminer les deux sous-espaces recherchés, il convient d'étudier tous les types d'interférence possibles. Pour ce faire, étudions le cas général d'un groupe de modes \mathbf{N} d'un même type (T-modes, SR-modes ou SRBR-modes). Dans notre contexte Méditerranéen, les interférences de modes au sein d'un même groupe sont décrites par un invariant océanique scalaire que le notera $\beta_{\mathbf{N}}$ et qui est supposé connu. On rappelle que :

- $\beta_{\mathbf{N}} \approx -3$ si \mathbf{N} est le groupe de T-modes
- $\beta_{\mathbf{N}} \approx -3$ si \mathbf{N} est le groupe de SR-modes
- $\beta_{\mathbf{N}} \approx 1$ si \mathbf{N} est le groupe de SRBR-modes.

Dans le cas de l'interférence d'un mode quelconque m et d'un mode $n \in \mathbf{N}$, les coordonnées de cette interférence dans le plan $x - y$ suivent la relation (2.34), soit :

$$y_{mn} = -\frac{1}{\beta_{ml}} \frac{r_0}{f_0} x_{ml}. \quad (4.4)$$

On supposera que la distance centrale r_0 et la fréquence f_0 centrale du motif d'interférence sont connues. Par contre, la valeur d'invariant océanique β_{mn} décrivant cette interférence ne l'est pas forcément, surtout si m et n sont des modes qui ne sont pas du même type (dans ce cas l'invariant océanique peut prendre des valeurs pouvant aller de $-\infty$ à $+\infty$). Néanmoins, on peut réarranger l'équation (4.4) pour l'exprimer uniquement en fonction de $\beta_{\mathbf{N}}$. Dans ce but, on écrit (4.4) comme une composition linéaire de deux interférences faisant intervenir un troisième mode l :

$$y_{mn} = y_{ml} + y_{ln} = -\frac{r_0}{f_0} \left(\frac{1}{\beta_{ml}} x_{ml} + \frac{1}{\beta_{ln}} x_{ln} \right). \quad (4.5)$$

L'équation (4.5) est valide quelque soit l . Pour continuer, on choisit l tel que $l \in \mathbf{N}$ (i.e. le mode l est du même type que le mode n) et $\beta_{ml} = +\infty$. La première contrainte nous permet d'imposer $\beta_{ln} = \beta_{\mathbf{N}}$. La seconde élimine le premier terme de la somme de (4.5) grâce à une division par l'infini. L'équation (4.5) devient alors

$$y_{mn} = -\frac{r_0}{f_0 \beta_{\mathbf{N}}} x_{ln}, \quad (4.6)$$

ou bien encore en utilisant la linéarité de l'équation (2.32)

$$y_{mn} = -\frac{r_0}{f_0 \beta_{\mathbf{N}}} (x_{mn} - x_{ml}). \quad (4.7)$$

Finalement, en se rappelant que x_{mn} est la variable de Fourier conjuguée à l'axe des distances, l'interférence entre un mode m et tous les modes $n \in \mathbf{N}$ sont alignés selon un segment d'équation

$$y(x) = -\frac{r_0}{f_0 \beta_{\mathbf{N}}} (x - x_{ml}), \quad x \in [x_{min} \ x_{max}]. \quad (4.8)$$

Les bornes x_{min} et x_{max} correspondent respectivement à la petite et à la plus grande différence de lenteur de phase existant entre un mode m et le groupe de modes \mathbf{N} .

Bien que les quantités x_{ml} , x_{min} et x_{max} reste indéterminées, il est possible de les estimer approximativement selon les types des modes m et n . Notons que d'après l'expression (2.10), choisir l tel que $\beta_{ml} = +\infty$ signifie que $s_{g,m} = s_{g,l}$. Le mode l considéré ici est donc celui qui appartient au groupe \mathbf{N} et qui a la même lenteur de phase que m . Ce mode est facilement identifiable sur la représentation $s_g - s_p$ en traçant une ligne horizontale en partant de m . Un exemple est donné en figure 4.5 pour le cas particulier où m est le premier des T-modes et \mathbf{N} le groupe des SRBR-modes.

En répétant cette procédure pour toutes les combinaisons de types entre m et \mathbf{N} (T/T, T/SR, T/SRBR, SR/SRBR et SRBR/SRBR), il est possible de borner x_{ml} . Selon les types de modes définis par (1.40), (1.41), (1.43) combiné avec l'expression (2.32), on trouve que :

- si m et \mathbf{N} sont tous les deux du même type, alors $\Delta S_{g,ml} = 0$ seulement si $m = l$ soit $x_{ml} = 0$.
- si m est un SR-mode et \mathbf{N} le groupe des SRBR-modes, alors x_{ml} peut être approximativement borné par $0 < x_{ml} < f \left(\frac{1}{c_{surf}} - \frac{1}{c_{lim}} \right)$.

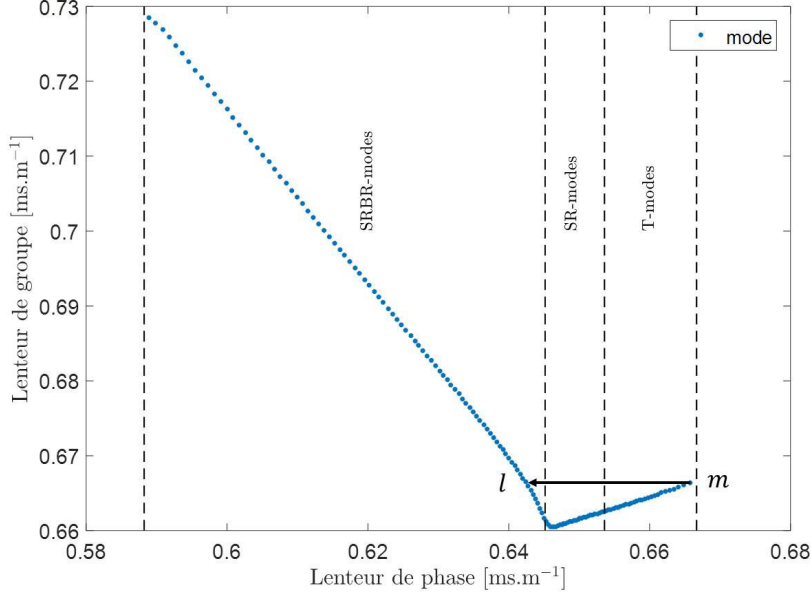


FIGURE 4.5 – Représentation de la lenteur de groupe en fonction de la lenteur de phase. Chaque mode est calculé à $f = 100$ Hz dans l’environnement grand-fond décrit par le tableau 4.1. Les modes sont divisés par type en fonction de leur lenteur de phase comme décrit dans la section 1.3.2. Le mode l du groupe de SRBR-modes correspondant au premier mode m de T-modes trouvé en traçant une ligne horizontale passant par m .

- si m est un T-mode et \mathbf{N} le groupe des SRBR-modes, alors x_{ml} peut être approximativement borné par $f(\frac{1}{c_{surf}} - \frac{1}{c_{lim}}) < x_{ml} < f(\frac{1}{c_{min}} - \frac{1}{c_{lim}})$.
- si m est un T-mode et \mathbf{N} le groupe des SR-modes, alors $\Delta S_{g,ml} = 0$ seulement si $m = l$ soit $x_{ml} = 0$.

Les quantités x_{min} et x_{max} peuvent être bornées en injectant les équations (1.40), (1.41) et (1.43) dans (2.32). Toutes les valeurs des paramètres $\beta_{\mathbf{N}}$, x_{ml} , x_{min} et x_{max} sont résumées dans le tableau 4.2 pour tous les types d’interférences.

En appliquant la relation (4.8), on utilise ces paramètres pour déterminer le sous-espaces de $\tilde{I}(x, y)$ pour lequel les interférences font intervenir au moins un T-mode. De manière schématique, ce sous-espace, noté C_1 , est représenté en bleu sur la figure 4.6. De même, un second sous-espace contenant toutes les interférences explicable par les modes guidés (T-modes, SR-modes et SRBR-modes) est construit. Il est noté C_0 et est représenté en orange sur la même figure.

En résumé, nous avons ici défini deux sous-espaces de $\tilde{I}(x, y)$. L’un contenant les interférences faisant intervenir au moins un T-mode et dont un fort contenu énergétique implique la présence d’une source profonde (sous-espace C_1). Le second englobe toutes les interférences explicable par la théorie des modes (sous-espace C_0). Notons que C_1 est contenu dans C_0 et que toute l’énergie en dehors de C_0 est du bruit. Rappelons nous que la construction de ces deux sous-espaces découle directement de l’équation (4.8) et par conséquent elle nécessite une connaissance :

- partielle de l’environnement ($\beta_{\mathbf{N}}$, c_{min} , c_{surf} et c_{lim})

TABLE 4.2 – Paramètres de l'équation (4.8) triés par type d'interférence

m / \mathbf{N}	T-modes	SR-modes	SRBR-modes
T-mode	$\beta_{\mathbf{N}} = -3$ $x_{min} = 0$ $x_{max} = f \left \frac{1}{c_{min}} - \frac{1}{c_{surf}} \right $ $x_{ml} = 0$	$\beta_{\mathbf{N}} = -3$ $x_{min} = 0$ $x_{max} = f \left \frac{1}{c_{min}} - \frac{1}{c_{lim}} \right $ $x_{ml} = 0$	$\beta_{\mathbf{N}} = 1$ $x_{min} = f \left \frac{1}{c_{surf}} - \frac{1}{c_{lim}} \right $ $x_{max} = f \left \frac{1}{c_{min}} - \frac{1}{c_{seabed}} \right $ $x_{min} < x_{ml} < f \left \frac{1}{c_{min}} - \frac{1}{c_{lim}} \right $
SR-mode		$\beta_{\mathbf{N}} = -3$ $x_{min} = 0$ $x_{max} = f \left \frac{1}{c_{surf}} - \frac{1}{c_{lim}} \right $ $x_{ml} = 0$	$\beta_{\mathbf{N}} = 1$ $x_{min} = 0$ $x_{max} = f \left \frac{1}{c_{surf}} - \frac{1}{c_{seabed}} \right $ $x_{min} < x_{ml} < f \left \frac{1}{c_{surf}} - \frac{1}{c_{lim}} \right $
SRBR-mode			$\beta_{\mathbf{N}} = 1$ $x_{min} = 0$ $x_{max} = f \left \frac{1}{c_{lim}} - \frac{1}{c_{seabed}} \right $ $x_{ml} = 0$

- de la distance-source récepteur r_0
- de la fréquence centrale du motif d'interférence f_0 .

Si toute ces connaissances sont réunies un classifieur pour la discrimination en immersion utilisant ces sous-espaces peut être construit. C'est ce qui est fait dans la section suivante.

4.3.2 Construction du classifieur

4.3.2.1 Les hypothèses testées

Comme exposé précédemment, le problème de discrimination en immersion est implémenté comme un test d'hypothèse binaire. Ici l'observation (le motif d'interférence) appartient à l'une des deux classes Ω_0 et Ω_1 correspondant respectivement aux sources de surface et aux sources immergées. Elle sont explicitement définie grâce à une profondeur de discrimination z_{lim} , de telle sorte que l'observation est de la classe Ω_0 si la profondeur de la source est inférieure à z_{lim} ou de la classe Ω_1 si elle est supérieure à z_{lim} . En utilisant le signal d'intensité acoustique enregistré sur une HLA comme entrée, le classifieur doit choisir en les deux hypothèses suivantes :

$$\begin{aligned}
 H_0 & \text{ si } z_s \leq z_{lim}, \\
 H_1 & \text{ si } z_s > z_{lim}.
 \end{aligned}
 \tag{4.9}$$

Pour l'application spécifique de la classification de bruits rayonnés par des navires (classe Ω_0) et de sous-marin en immersion (classe Ω_1), la profondeur de discrimination est fixée quelques mètres sous la surface. Classiquement, on considère qu'un navire peut être modélisé comme une source ponctuelle dont l'immersion z_s est de l'ordre du mètre voir de la dizaine de mètres

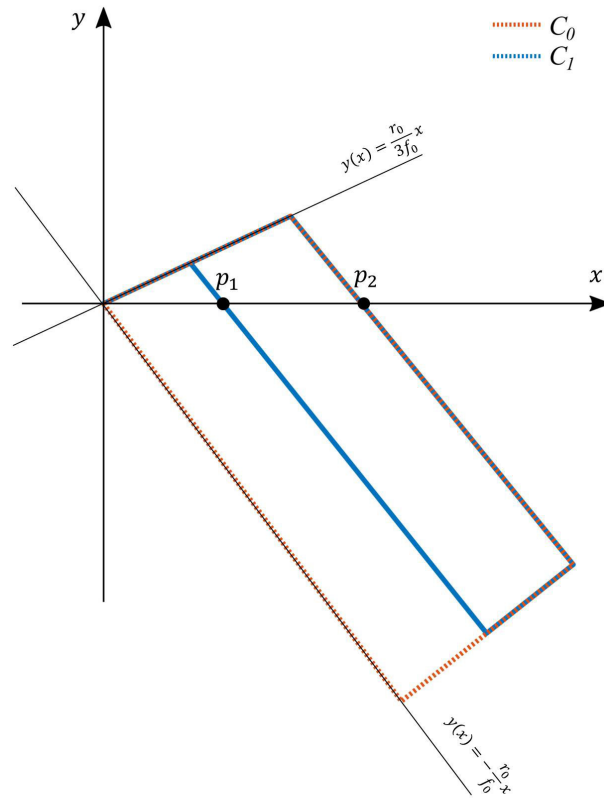


FIGURE 4.6 – Les deux sous-espaces C_1 et C_0 de $\tilde{I}(x, y)$. Ils sont bornés en croisant les droites construites en appliquant les extremum des paramètres listés dans le tableau 4.2. Les points spécifiques p_1 et p_2 ont les coordonnées (x, y) suivantes : $p_1 = (f|\frac{1}{c_{surf}} - \frac{1}{c_{lim}}|, 0)$ et $p_2 = (f|\frac{1}{c_{min}} - \frac{1}{c_{lim}}|, 0)$.

[Ross 2013, Arveson & Vendittis 2000]. De même, un bâtiment en immersion sera modélisé par une source ponctuelle dont l'immersion maximum est de 400 m. Par conséquent, une profondeur de discrimination $z_{lim} = 20$ m semble être un bon candidat pour définir ces deux classes de façon pertinente. Notons que cette valeur est choisie en accord avec l'application visée. Le classifieur peut avoir de meilleurs performances pour d'autres choix de classes mais où aucune application évidente ne permet de justifier un tel découpage.

4.3.2.2 Caractérisation de l'observation

On suppose que l'on dispose d'une HLA immergée à $z_r = 200$ m comportant 101 hydrophones répartis linéairement avec un espacement inter-capteurs $\Delta r = 10$ m. La source d'intérêt, à une distance r_0 , est alignée avec cette antenne (*end-fire* dans la littérature anglophone) de telle sorte que la différence de distance source-récepteur entre le premier et le dernier capteur vaut $L = 1$ km. Le vecteur concaténant l'ensemble des distances entre la source et les récepteurs de l'antenne est

noté \mathbf{r} .

La source émet un signal large bande dont le spectre est plat sur une bande de largeur $B = 20$ Hz centré sur une fréquence $f_0 = 100$ Hz. Comme présenté dans la section 1.3.4.2, la résolution fréquentielle de la simulation est choisie à $\Delta f = 0.1$ Hz (cela correspond à un temps d'intégration de 10 s du signal temporel $s(t)$). Les 201 fréquences pour lesquelles l'observation est générée sont contenue dans un vecteur \mathbf{f} .

Ainsi, le signal de pression complexe reçu sur l'antenne est un vecteur, noté $\tilde{\mathbf{s}}(\mathbf{r}, \mathbf{f})$ de dimension 101×201 . En ajoutant un bruit spatialement blanc $\boldsymbol{\eta} \sim \mathcal{N}(0, \sigma^2)$ de distribution gaussienne circulaire modélisant le bruit de mer, le signal bruité dans le domaine de Fourier s'écrit selon l'équation (1.47) comme :

$$\tilde{\mathbf{s}}_{\mathbf{b}}(\mathbf{r}, \mathbf{f}) = \tilde{\mathbf{s}}(\mathbf{r}, \mathbf{f}) + \boldsymbol{\eta}(\mathbf{r}, \mathbf{f}). \quad (4.10)$$

On choisi un niveau source à l'émission de $S(f) = 160$ dB et un bruit de variance $\sigma^2 = 70$ dB. Attention ici le niveau de la source est donné en émission et le niveau de bruit ambiant fixe, de telle sorte que le niveau de signal reçu $\tilde{\mathbf{s}}$ est susceptible de changer en fonction de la configuration source-antenne (perte par transmission). Le rapport signal-à-bruit (RSB) est donc aussi susceptible de varier pour un même jeu de paramètres mais pour des configurations source-antenne différentes.

Finalement, l'observation (l'entrée du classifieur) est la TF 2D de l'intensité acoustique :

$$\tilde{I}_b(x, y) = \text{TFR 2D}\{|\tilde{\mathbf{s}}_{\mathbf{b}}|^2\}. \quad (4.11)$$

Chaque observation est un motif d'interférence vu dans le domaine de Fourier de dimension 101×201 où 101 est le nombre de capteurs et 201 le nombre de fréquences dans la bande passante.

4.3.2.3 La métrique de décision

Comme discuté précédemment, la métrique de décision est basée sur une estimation d'amplitudes des interférences faisant intervenir au moins un T-mode (sous-espace C_1). En fait, la métrique sera plutôt construite comme un rapport d'énergie entre les sous-espaces C_1 et C_0 pour s'affranchir de certain termes constants comme le niveau source tout en conservant un rejet de bruit (énergie en dehors du sous-espace C_0).

Cependant, en pratique, les sous-espaces utilisés ne sont pas tout à fait les sous-espaces C_1 et C_0 . En effet, comme le motif d'interférence est fenêtré (largeur de bande finie sur une antenne de longueur finie), $\tilde{I}_b(x, y)$ est une somme de fonctions de Dirac convoluées par un sinus cardinal comme écrit en équation (2.29). L'énergie associée à une interférence s'étale donc sur un sinus cardinal. Afin de conserver un maximum de cette énergie, les sous-espaces C_1 et C_0 sont étendus pour englober le lobe principal des sinus cardinaux. De plus, afin de conserver une certaine robustesse aux erreurs de modélisation environnementale, les valeurs d'invariant océanique retenues pour définir l'arête gauche de C_0 et l'arête supérieure de C_1 sont diminuée ($\beta_{\mathbf{N}} = -1$ et $\beta_{\mathbf{N}} = 0.75$ au lieu respectivement de $\beta_{\mathbf{N}} = -3$ et $\beta_{\mathbf{N}} = 1$ précédemment). Cette opération est faite au détriment du rejet de bruit, mais permet d'inclure des interférences régies par un invariant océanique hors modèle qui peuvent apparaître en raison de micro-structures ou de fluctuations du SSP par exemple. Les deux nouveaux sous-espaces ainsi considérés sont notés D_1 et D_0 et sont illustré par la figure 4.7.

Notons que malgré ces précautions, de l'énergie provenant d'un sous-espace peut toujours déborder sur le second. C'est le cas dans les zones dessinées en rouge sur la figure 4.7. On distingue deux types de partage d'énergie. D'une part celui lié à la largeur du lobe principal (à la jonction entre les deux sous-espaces) et d'autre part par l'inclusion d'interférence ne faisant pas intervenir de T-modes dans la zone D_1 . C'est le cas ici pour les interférences du type SR/SR (en référence aux modes avec le même suffixe). D'après les données du tableau 4.2, ce type d'interférences signe sur la droite $y(x) = \frac{r_0}{f_0 3} x$ tout comme le font les interférences T/T ou T/SR. Concrètement cela signifie qu'une source de surface (qui excite les modes SR-modes) aura une contribution non-nulle dans le sous-espace D_1 . Ce phénomène se produit dans les zones de convergence, où des SR-modes dominant le champ acoustique. En pratique cet impact est très limité car, pour la gamme de distances considérée (1 – 100 km), il rare que deux SR-modes dominant en même temps.

Finalement la métrique de décision utilisée est construite comme le rapport d'énergie entre D_1 et D_0 comme suit :

$$\tau = \frac{\sum_{D_1} \tilde{I}_b(x, y)}{\sum_{D_0} \tilde{I}_b(x, y)}, \quad (4.12)$$

où \sum_D représente la somme discrète de tous les pixels de $\tilde{I}_b(x, y)$ contenus dans la zone D .

On s'attend à ce que la métrique de décision τ augmente avec la profondeur de la source. Si τ est proche de 0, cela signifie que le motif d'interférence ne peut pas être expliqué par l'interférence de T-modes (hypothèse H_0 , sources de surface) alors que si elle est proche de 1 cela indique que le motif d'interférence est principalement composé d'interférences faisant intervenir au moins un T-mode (hypothèse H_1 , sources profondes).

Un exemple de la métrique de décision τ calculée pour l'environnement Méditerranéen est présenté en figure 4.8 comme une fonction de la profondeur source. Elle apparaît comme une bonne quantité pour discriminer des sources proches du minimum de célérité de celles proches d'une interface. Elle ne répond pas directement au problème de discrimination en immersion comme posé pour les hypothèses (4.9). Cependant, si l'on considère que les sources profondes ne peuvent pas dépasser une profondeur maximale, que nous avons précédemment fixée à 400 m, cette métrique τ est en fait un bon indicateur de l'immersion de la source. Notamment, un seuil de décision $\nu = 0.475$ permet, dans cet exemple, de différencier les sources dont la profondeur est en dessus ou en dessous de la profondeur seuil z_{lim} .

Par la suite, le classifieur est construit pour cette gamme de profondeurs, soit $z_s < 400$ m.

4.3.2.4 Variation en distance de la métrique

Implicitement, la métrique de décision (4.12) fait intervenir l'invariant océanique. Comme exposé dans le chapitre 3, cet invariant océanique n'est pas indépendant de la distance en environnement grand-fond. On s'attend alors à ce que τ le soit aussi. Ce comportement est illustré en simulation par la figure 4.9 où la métrique de décision a été calculée en utilisant le modèle de propagation modale (KRAKEN) pour des configurations source-antenne uniformément réparties entre $1 < r_0 < 100$ km et $1 < z_s < 400$ m.

On observe qu'à courtes distances la métrique est très variable et donne même des indications contraires à celles attendues. Cela s'explique par la forte variabilité de l'invariant océanique

dans cette zone. Comme expliqué en section 3.2.1 des valeurs atypiques d'invariant océanique peuvent apparaître en raison des fortes contributions de vitesse de groupe verticale. Par exemple dans le cas du miroir de Lloyd traité en section 3.2.1, nous avons montré que même pour des interférences faisant intervenir deux T-modes l'invariant océanique associé peut être positif de telle sorte qu'elles ne signent pas dans le sous-espace D_1 comme attendu. De la même manière le cas $\beta = 0$ traité en section 3.2.2 fait en sorte qu'une interférence de T-modes signe en dehors de deux sous-espaces et est rejetée comme étant du bruit.

Néanmoins, pour des distances plus grandes, l'hypothèse d'un invariant océanique indépendant de la distance devient valide. La métrique de décision se stabilise autour du comportement attendu. Pourtant, une certaine variabilité persiste dû principalement à la domination par groupe de modes et dans une moindre mesure à l'atténuation du fond. Pour cette raison, par la suite, les performances du classifieur seront détaillées pour deux gammes de distances différentes. L'une comprenant les courtes distances $r > 1$ km et l'autre les excluant $r > 10$ km. Le deuxième cas permet d'obtenir les performances du classifieur lorsque les hypothèses sur l'invariant océanique sont effectivement vérifiées.

Étonnamment, pour les sources de surface, on n'observe pas (ou très peu) d'augmentation périodique de la métrique au passage d'une zone de convergence (tous les 30 km pour cet environnement ce qui correspond au cycle de convergence des SR-modes). Il est très probable que dans la gamme de distance étudiée (1 – 100 km) seulement un groupe de SR-modes domine dans ces zones, ce qui n'est pas suffisant pour créer une interférence visible (il faudrait deux groupes de SR-modes pour cela).

4.3.3 Analyse de performances

Afin d'estimer les performances du classifieur il convient d'estimer la fonction de répartition de la métrique de décision pour chacune des deux classes. Les courbes ROC associées à la métrique de décision peuvent ainsi être tracées, et le seuil de décision choisi. Dans cette sous-section on présente ces fonctions répartition ainsi que le seuil de décision permettant d'obtenir une probabilité de fausse alarme de $P_{FA} = 0.05$.

4.3.3.1 Fonctions de répartition

Les fonctions de répartition de chacune des deux hypothèses H_1 et H_0 sont estimées en générant pour chacune d'elles 10^4 réalisations d'une observation. Pour cela les quantités modales sont simulées avec KRAKEN. Pour chaque réalisation, la profondeur de la source est choisie aléatoirement suivant une loi uniforme entre 1 et 20 m pour l'hypothèse H_0 et entre 20 et 400 m pour l'hypothèse H_1 . De même on distingue les fonctions de répartition de la métrique de décision en séparant le champ proche du champ lointain. Les réalisations ont été générées pour des distances aléatoires selon une loi uniforme entre 1 et 10 km pour le champ proche et entre 10 et 100 km pour le champ lointain. On obtient donc quatre fonctions de répartition, une pour chaque paire d'hypothèses testées et de gammes de distances. Elles sont représentées en figure 4.10.

La métrique de décision choisie s'avère être un très bon indicateur de l'immersion de la source pour le champ lointain. Avant cette distance, les fonctions de répartition des deux hypothèses

sont très semblables, comme prédit précédemment. Dans ce cas, quelque soit la règle de décision que l'on choisirait par la suite, le classifieur aurait des performances médiocres.

4.3.3.2 Évaluation des performances

Comme exposé dans la section 4.1, les courbes ROCs associées aux fonctions de répartition précédemment estimées sont calculées. Chaque point de la courbe représente un classifieur dont les performances se lisent sur l'axe des abscisses (probabilité de fausse alarme) et sur l'axe des ordonnées (probabilité de détection). Ces courbes sont tracées en figure 4.11 pour les deux gammes de distances considérées. Comme attendu, on note que τ est non-discriminante en champ proche. En revanche, en champ lointain τ affiche de très bonnes performances. Notamment pour la probabilité de fausse alarme ciblée $P_{FA} = 0.05$, le classifieur a une probabilité de détection de 0.98. Le seuil de décision de ce classifieur est $\nu = 0.48$.

C'est ce classifieur (i.e. la métrique de décision τ et le seuil de décision $\nu = 0.48$) qui est testé dans la prochaine section. Il sera nommé *classifieur de référence*. L'étude qui suit vise à étudier sa robustesse à des erreurs de modélisation réalistes (environnement, forme d'antenne et de la distance source-antenne) ainsi que son comportement lors d'un changement de contexte (fréquence, immersion de l'antenne, niveau source).

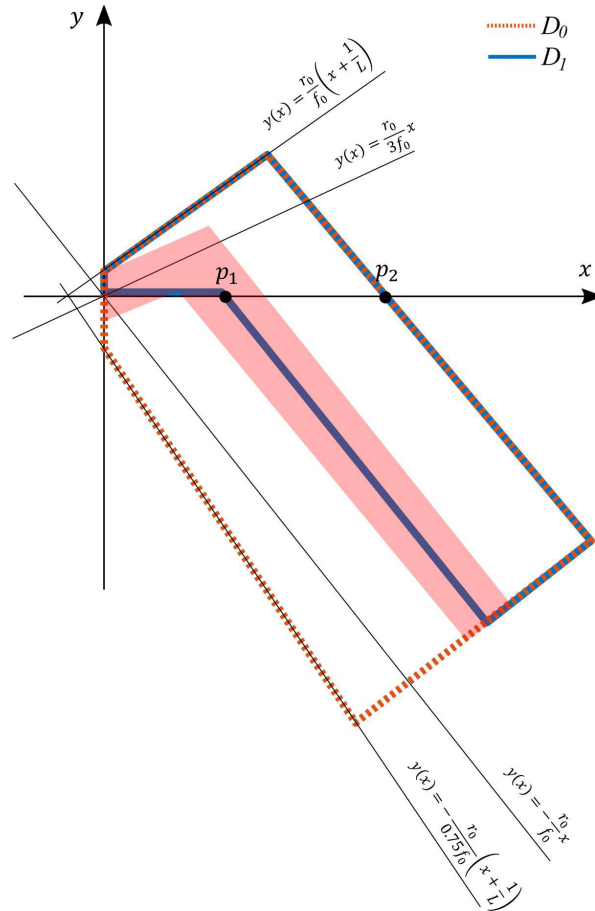


FIGURE 4.7 – Les deux sous-espaces D_1 et D_0 de $\tilde{I}(x, y)$. Ils sont obtenus en utilisant les sous-espaces C_1 et C_0 de la figure 4.6 en incluant les lobes principaux et en relaxant les contraintes sur l'invariant océanique. Le point p_1 reste inchangé et le point p_2 prend pour coordonnées $p_2 = (f|\frac{1}{c_{min}} - \frac{1}{c_{lim}}| + \frac{1}{L}, 0)$.

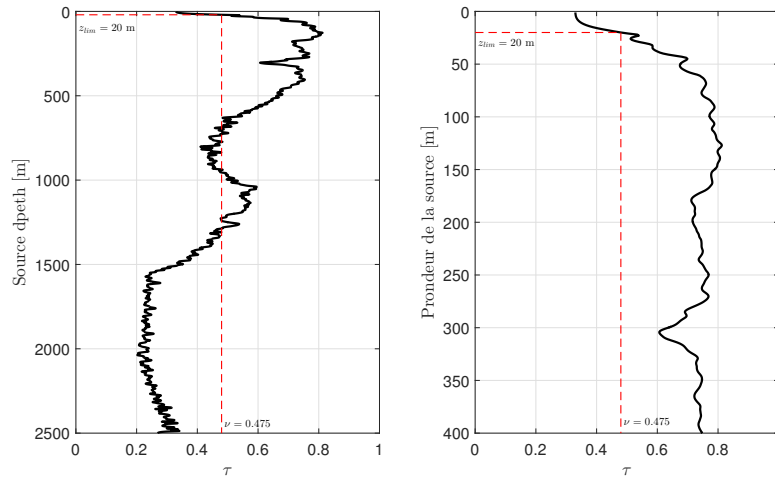


FIGURE 4.8 – La métrique de décision τ calculé pour différentes profondeurs de source situées à une distance de $r_0 = 40 \text{ km}$ de l’antenne. En (a) pour toute la colonne d’eau et en (b) un zoom sur les 400 premiers mètres de la colonne d’eau.

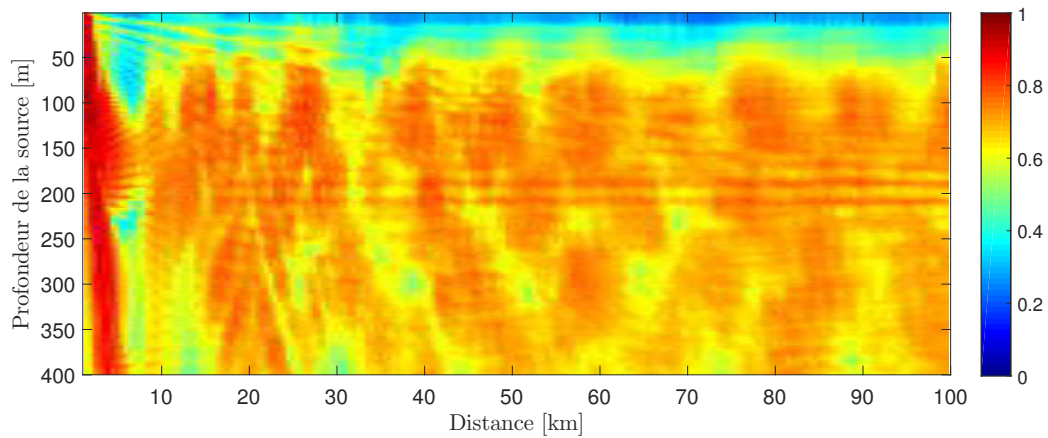


FIGURE 4.9 – Valeurs de la métrique de décision τ pour les différentes configurations source-antenne testées.

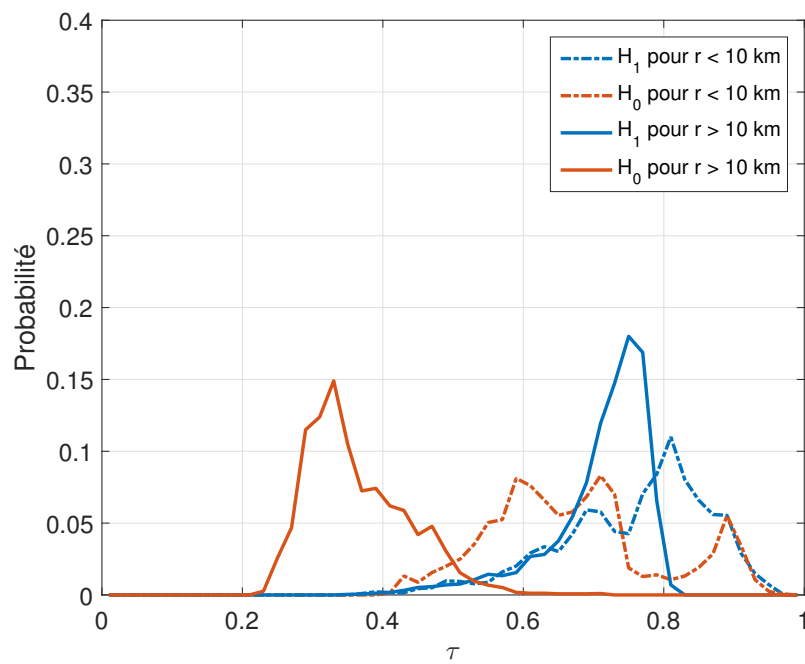


FIGURE 4.10 – Les fonctions de répartition estimées empiriquement des hypothèses H_1 et H_0 pour le champ proche et le champ lointain.

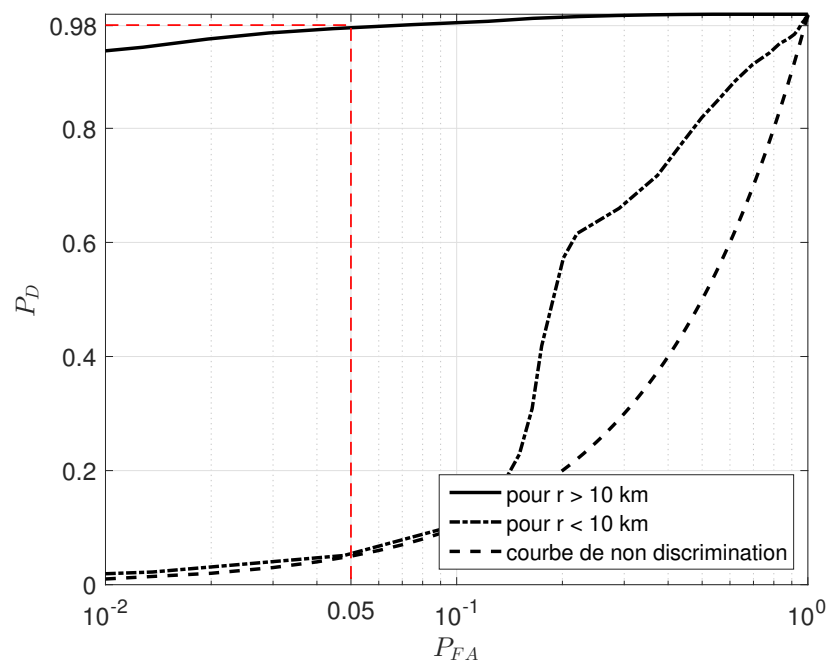


FIGURE 4.11 – Les courbes ROCs associées aux fonctions de répartition de la figure 4.10 au regard de la courbe de non-discrimination.

4.4 Études sur données simulées

Dans un premier temps on étudie le classifieur de référence défini dans la section précédente pour différentes situations où des erreurs de modélisation réalistes ont été ajoutées. On rappelle que ce dernier garanti un taux de fausse alarme théorique de 5%. Par conséquent, on regarde la probabilité de fausse alarme de ce classifieur dans les différents cas proposés ainsi que la position spatiale des erreurs de classification commises. Dans un second temps on souhaite vérifier que ce classifieur (i.e. le choix du seuil de décision) n'est pas trop dépendant du contexte d'étude. En faisant varier la fréquence, la profondeur d'immersion de l'antenne ou le niveau source on s'intéresse dans ce cas plutôt au seuil de décision permettant d'obtenir un taux de fausse alarme de $P_{FA} = 0.05$. Ce seuil est ensuite comparé à celui du classifieur de référence pour estimer une gamme de la grandeur physique étudiée où le classifieur de référence peut être appliqué en conservant ses performances théoriques.

4.4.1 Paramètres de simulation

Dans cette section le champ acoustique est généré avec le code aux équations paraboliques RAM. En l'absence de données réelles cela permet de tester le classifieur, dont la physique sous-jacente est basée sur la théorie des modes, sur des signaux qui ne sont pas construits comme tel. De plus, cet outil est capable de traiter des environnements variable spatialement (ou *range dependent* dans la littérature anglophone).

Les observations sont construites de la même manière que dans la section 4.3.2.2. Cependant, les différentes réalisations ne sont plus tirées selon une variable pseudo-aléatoire. Elles sont générées sur chaque nœud d'une *grille expérimentale* réparti uniformément selon l'axe des distances (tous les 500 m entre 1 et 100 km) et selon l'axe des profondeurs (de 1 à 400 m par pas de 1 m). Les fonctions de répartition de chaque hypothèse peuvent alors être estimées en utilisant les 4×10^3 réalisations de l'hypothèse H_0 et les 75×10^3 réalisations de l'hypothèse H_1 . Notons que la différence du nombre de réalisations n'influence pas les fonctions de répartition (elles sont indépendantes de la probabilité d'occurrence a priori de chaque hypothèse) mais seulement la précision de l'estimation empirique de ces dernières. En d'autres termes, la fonction de répartition de la métrique de décision sous l'hypothèse H_0 sera moins bien estimée que celle sous l'hypothèse H_1 . Elles restent néanmoins dans les deux cas suffisamment précises pour être analysées. Cet agencement des réalisations nous permet de représenter le résultat de la classification dans l'espace profondeur-distance et d'identifier les zones où des erreurs de classification sont plus importantes.

4.4.2 Erreurs de modèle

Dans cette sous-section, le classifieur de référence est appliqué pour des conditions expérimentales dégradées où l'environnement ou la forme de l'antenne est partiellement inconnue. En outre, comme la méthode nécessite une estimation a priori de la distance source-antenne centrale r_0 , qui est en pratique rarement connue de manière précise, la discrimination en immersion est aussi testée face à des erreurs sur cet a priori.

4.4.2.1 Méconnaissance environnementale

Les océans correspondent à des environnements de propagation très complexes. Même si il est pratique de le modéliser comme un guide d'ondes indépendant de la distance, c'est rarement le cas. Particulièrement, pour les distances de propagation considérées, les propriétés géoacoustiques ainsi que la bathymétrie du guide d'ondes sont susceptibles de varier spatialement.

L'environnement de simulation est donc un environnement 2-D défini en utilisant trois SSPs différents décrivant le guide d'ondes aux distances respectives de 20, 30 et 75 km. Une représentation graphique de ces SSPs est proposée en figure 4.12(a) et mise au regard du SSP utilisé pour construire le classifieur de référence. L'environnement total est linéairement interpolé à partir de ces trois SSPs. La représentation 2-D d'un tel environnement est tracée sur la figure 4.12(b) et montre notamment les variations spatiales de bathymétrie considérées. Un zoom sur les 400 premiers mètres de la colonne d'eau en figure 4.12(c) offre une bonne visibilité sur la variabilité de célérité en surface.

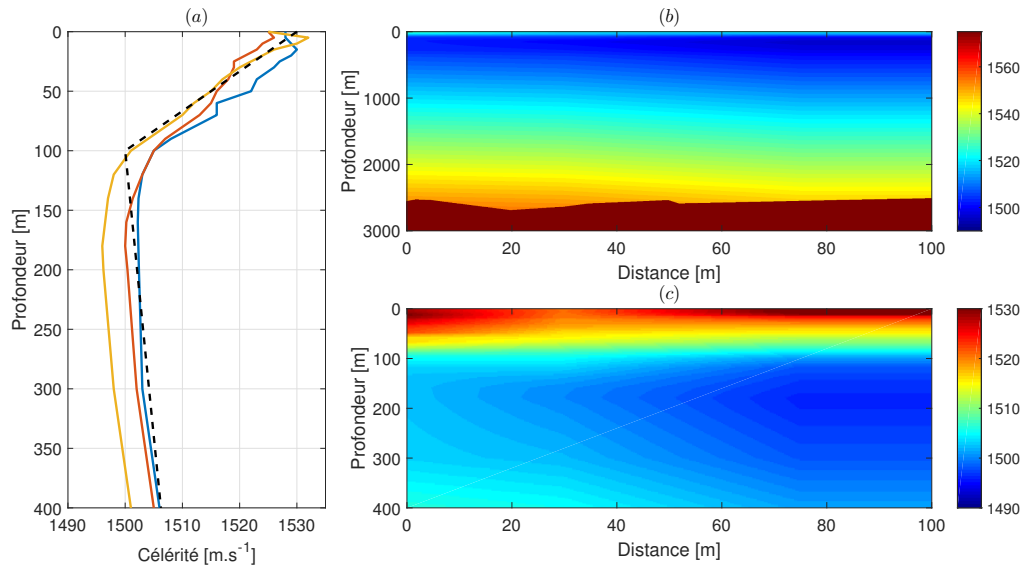


FIGURE 4.12 – Description de l’environnement 2-D utilisé comme entrée de RAM. En (a) les trois profils (traits pleins) utilisés comme base pour la construction du SSP total sont mis au regard du SSP 1-D (pointillés) utilisé pour la définition du classifieur de référence. En (b) la célérité du milieu sur 100 km rendant compte de la variabilité du SSP et de la bathymétrie. En (c) un zoom du panneau (b) pour mieux rendre compte des variations spatiales en surface.

Une fois les observations générées sur chaque noeud de la grille expérimentale, la métrique de décision est calculée et les probabilités de fausse alarme et de détection sont empiriquement estimées. Deux courbes ROCs sont dessinées en figure 4.13 pour les gammes de distance $r_0 > 10$ km (distances où les performances du classifieur sont garantie) et $r_0 > 1$ km (performances globales de la métrique de décision). On montre ici que les performances sont très légèrement dégradées. On trouve notamment une probabilité de détection de $P_D = 0.95$ pour une fausse

alarme de $P_{FA} = 0.05$ dans la gamme de distance $r_0 > 10$ km. La probabilité de détection sur l'ensemble des distances est quelque peu inférieure en raison des nombreuses erreurs en champ proche comme nous l'avons discuté précédemment.

En appliquant la règle de décision utilisant le seuil $\nu = 0.48$ (classifieur de référence), le résultat de la classification est présenté en figure 4.13(b). On note que les erreurs de classification sont présentes comme attendues en champ proche ou proche de la profondeur seuil. Le classifieur de référence fourni, même dans ce cas dégradé, une bonne réponse au problème de discrimination. Nous montrons ici qu'une telle approche ne nécessite pas une connaissance précise de l'environnement du moment que le SSP comporte un profil thermocline en surface.

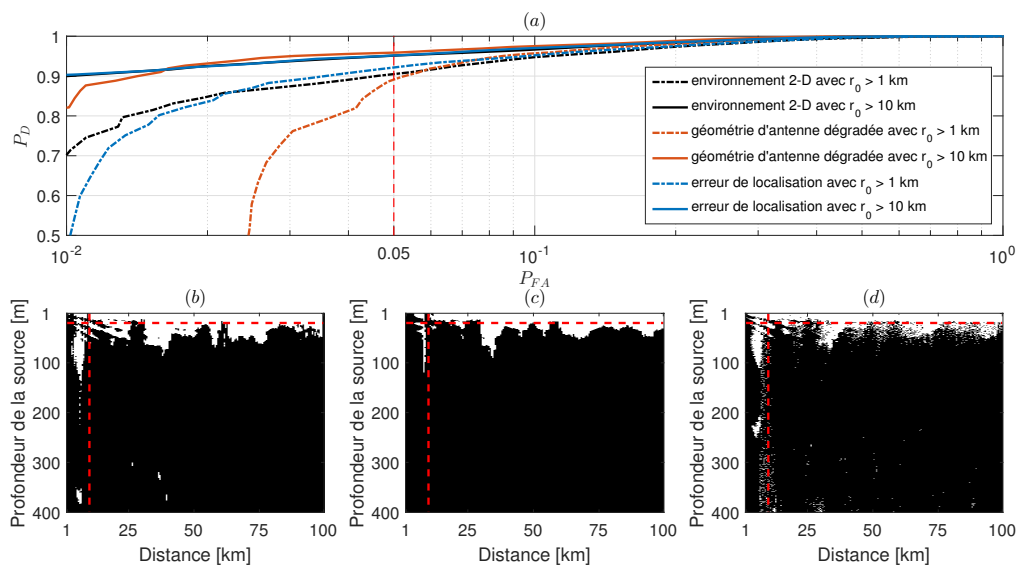


FIGURE 4.13 – Résultats des performances du classifieur face à des erreurs de modèles. En (a) sont présentées les courbes ROCs pour les différents scénarios testés pour deux gammes de distances. Les sorties du classifieur de référence sont représentées en noir lorsque l'hypothèse H_1 a été retenue et en blanc pour l'hypothèse H_0 pour des erreurs de (b) modélisation environnementale, (c) géométrie de l'antenne et (d) de la distance source-antenne.

4.4.2.2 Forme d'antenne

Comme nous l'avons discuté dans la partie 2.3.1.3, le motif d'interférence peut être observé sur une antenne synthétique. Dans ce cas, les caractéristiques de l'antenne synthétique dépend des positions relatives de la source et de l'antenne au cours du temps de telle sorte que l'espacement inter-capteur n'est pas parfaitement déterminé. Dans cette section on étudie la robustesse de la sortie du classifieur à ce type d'erreur. Les conditions expérimentales sont les mêmes que celles considérées pour la construction du classifieur de référence. Cependant, les observations sont maintenant générées sur une antenne qui n'est plus parfaitement horizontale et avec des espacements inter-capteurs irréguliers représentant une antenne virtuelle.

En particulier, l'antenne considérée est linéaire avec la tête est immergée à 200 m et la queue à 210 m. Elle comporte 101 capteurs dont l'espacement est tiré aléatoirement selon une loi normale de moyenne 10 m et d'écart type 1 m. Notons que pour chaque nœud de la grille expérimentale une nouvelle antenne issue de ce tirage aléatoire est considérée.

Numériquement, le code RAM ne permet pas de gérer efficacement une telle variabilité de la position relative des capteurs. Pour des raisons de facilité algorithmique, dans cette partie (et uniquement dans cette partie) les données sont générées à l'aide de KRAKEN et non à grâce à RAM comme annoncé précédemment.

Dans ces conditions, la métrique de décision est calculée pour chaque réalisation et les probabilités de fausse alarme et de détection sont estimées empiriquement. Les courbes ROCs obtenues sont présentées en figure 4.13(a). Les performances de la métrique de décision sont sensiblement équivalentes à celle du classifieur dans les conditions où la géométrie de l'antenne est parfaitement connue. On trouve une probabilité de détection de $P_D = 0.96$ en champ lointain et $P_D = 0.89$ sur la totalité des distances testées. Finalement, les résultats de la discrimination en immersion en utilisant le classifieur de référence sont présentés par la figure 4.13(c). Ils restent satisfaisants. On note tout de même un très grand nombre de fausse alarme en champ proche justifiant l'allure de la courbe ROC pour $r_0 > 1$ km présenté en figure 4.13(a).

4.4.2.3 Configuration source-antenne

Comme montré dans cette étude, la discrimination en immersion ne nécessite pas une connaissance précise de l'environnement ni de la géométrie de l'antenne. Cependant, une estimation de la distance source-antenne est nécessaire pour construire les sous-espaces D_1 et D_0 puisqu'elle utilise l'équation (4.8). Si cette quantité n'est pas connue, elle peut être estimée sur les données grâce à des méthodes adaptées. Un algorithme qui simultanément estime cette distance et réalise la discrimination en immersion peut alors être construit. Les performances d'un tel classifieur sont bien évidemment dépendantes de la précision de l'estimation de distance.

Dans cette partie on considère qu'une méthode de localisation est capable de fournir une estimation de r_0 avec une erreur relative de 10%. C'est typiquement le genre d'erreur que l'on obtient en utilisant les méthodes d'estimation de distance basée sur l'invariant océanique [Soststrand 2005, Cockrell & Schmidt 2010]. La métrique est ici calculée en remplaçant r_0 de (4.8) par une variable aléatoire suivant une loi normale $\hat{r}_0 = \mathcal{N}(\mu, \sigma)$, avec $\mu = r_0$ et $\sigma = 0.1 r_0$.

Pour ce type d'erreur, les courbes ROCs sont présentées en figure 4.13(a). La probabilité de détection du classifieur donnant un taux de fausse alarme de 5% est de $P_D = 0.95$ en champ lointain et reste sensiblement équivalente à celle du classifieur de référence. Comme précédemment, ce dernier est appliqué aux données et le résultat de la classification affiché sur la figure 4.13(c). Les fausses alarmes et les détections manquées se répartissent principalement en champ proche et autour de la profondeur seuil en fonction de la réalisation de la variable aléatoire \hat{r} . Un autre tirage donnera un autre résultat de classification mais globalement les performances sont conservées et l'allure de la figure 4.13(c) respectée.

4.4.3 Influences du contexte

Nous venons de voir que la méthode proposée est peu sensible à des petites variations des paramètres du modèle. Dans cette sous-section, on analyse plutôt la dépendance du classifieur

vis-à-vis du contexte. On cherche à savoir dans quelles mesures le classifieur de référence peut être appliqué tout en conservant les performances théoriques souhaitées.

4.4.3.1 Immersion de l'antenne

En acoustique on qualifie souvent la propagation de réversible au sens où inverser la profondeur de la source et du récepteur ne change pas le champ de pression mesuré. Cette remarque peut être comprise en interchangeant ces deux profondeurs dans l'équation (1.47). De la même manière que pour la source, les T-modes ne sont excités par l'antenne que si elle est immergée sous le thermocline. Il existe donc une immersion minimale au dessus de laquelle le sous-espace H_1 ne portera pas d'énergie quelque soit la profondeur de la source.

On choisit de tester empiriquement l'influence de la profondeur de l'antenne entre 10 et 300 m par pas de 10 m. Après une estimation des fonctions de répartition, la probabilité de détection des classifieurs assurant une $P_{FA} = 0.05$ est tracée comme une fonction de l'immersion de l'antenne en figure 4.14(a). Approximativement, si $z_r < 100$ m la métrique de décision ne permet plus de faire la différence entre les sources de surface et les sources profondes pour les raisons citées dans le paragraphe précédent. En revanche au-delà les performances se stabilisent et semblent tendre vers la P_D maximum de 1.

Le seuil de décision de chacun de ces classifieurs (un par profondeur d'antenne) est tracé en fonction de l'immersion de l'antenne en figure 4.14(b). On observe que si l'on reste dans les profondeurs où la discrimination en immersion donne de bons résultats, ce seuil de décision est sensiblement équivalent. En utilisant cette métrique de décision on peut donc conclure, d'une part qu'il existe un classifieur assurant une $P_{FA} = 0.05$ et ayant de très bonnes performances ($P_D \approx 0.9$), et d'autre part qu'il est pratiquement identique quelque soit la profondeur de l'antenne pour $100 < z_r < 300$.

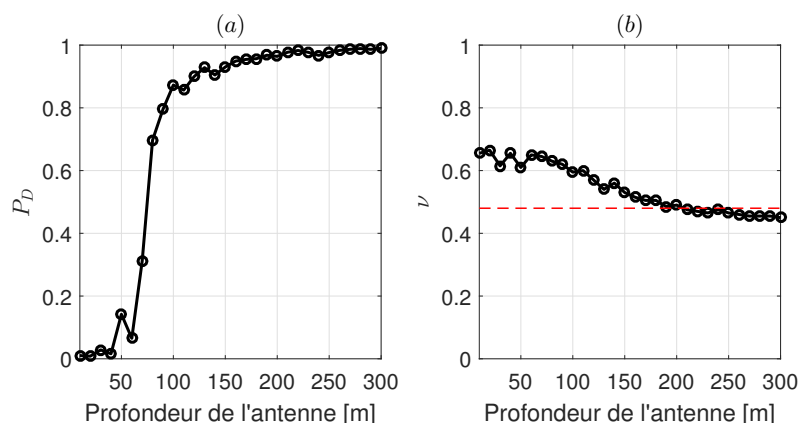


FIGURE 4.14 – En (a) la probabilité de détection pour une probabilité de fausse alarmé fixée à 0.05 comme une fonction de l'immersion de l'antenne. Et en (b) le seuil de décision de ces classifieurs mis au regard du seuil de décision du classifieur de référence.

4.4.3.2 Fréquence

La fréquence centrale du signal f_0 est de première importance dans le bon fonctionnement du classifieur. En effet, ce paramètre joue sur le nombre de modes du guide d'ondes et la forme des fonctions modales. En diminuant trop la fréquence on peut mettre à mal le concept de modes réfractés.

Ici le classifieur est testé pour les fréquences centrales 20, 40, 80 et 160 Hz. Les probabilités de détection des classifieurs affichant une probabilité de fausse alarme de 0.05 sont tracées en figure 4.15(a) et le seuil de décision de ces classifieurs en figure 4.15(b).

On note dans un premier temps qu'il existe une limite fréquentielle basse à partir de laquelle la métrique devient pertinente. Au vu de la figure 4.15(a) cette limite semble se trouver aux alentours de 20 Hz. Cette fréquence correspond à la fréquence à partir de laquelle presque tous les modes propagatifs oscillent dans toute la colonne d'eau. Cette fréquence limite dépend de l'environnement et très majoritairement de la profondeur de la colonne d'eau. Pour des environnements plus profond, cette fréquence limite décroît pour atteindre par exemple 5 Hz quand la profondeur d'eau s'approche des 5000 m.

Toutefois, une fois cette limite dépassée les performances de la classification se stabilisent et les différents classifieurs donnant des P_{FA} de 0.05 utilisent tous approximativement le même seuil de décision $\nu \approx 0.5$. De même que précédemment, cela montre que dans le domaine de validé du concept de modes réfractés, un seul classifieur a besoin d'être défini pour assurer les performances souhaitées.

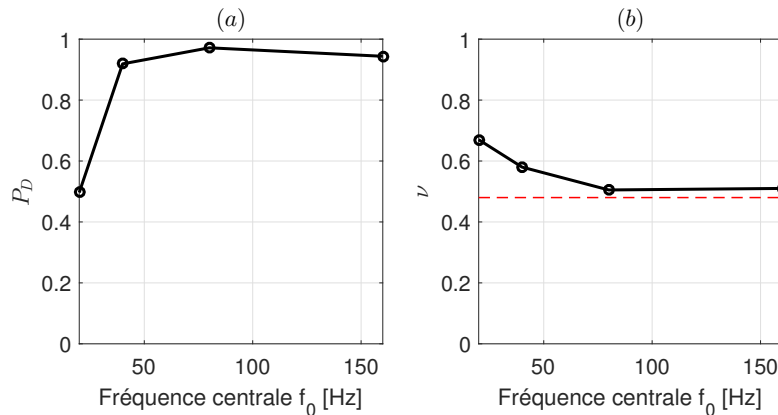


FIGURE 4.15 – En (a) la probabilité de détection pour une probabilité de fausse alarmé fixée à 0.05 comme une fonction de la fréquence centrale du signal. Et en (b) le seuil de décision de ces classifieurs mis au regard du seuil de décision du classifieur de référence.

4.4.3.3 Niveau source

En acoustique passive, lors de propagations longues, le niveau source est une grandeur qu'il est très difficile de connaître et qui varie selon le type de bâtiment (cargot, navire de plaisance, sous-marin) et leur vitesse, leur état... On souhaite, ici, vérifier si le choix du classifieur est bien indépendant de ce niveau source.

En suivant toujours la même procédure que précédemment, les observations sont générées avec un niveau de bruit ambiant fixé à $AN = 80$ dB. Le niveau de la source varie entre $120 < SL < 180$ dB. Dans ce contexte, les P_D des classifieurs assurant une P_{FA} de 0.05 sont affichées en figure 4.16(a) comme une fonction du niveau source. Globalement, pour des distances source-antenne n'excédants pas 100 km, on peut trouver des classifieurs affichant de bonnes performances si le niveau de la source est supérieur à 155 dB. Dans la gamme $140 < SL < 155$, il est très probable que la source puisse être détectée mais que le motif d'interférence soit trop brouillé pour être exploité. Pour $SL < 140$ dB le champ acoustique est largement dominé par le bruit et la source n'est vraisemblablement pas détectée sur capteurs. Attention ici on parle de champ acoustique sur capteurs, il se peut que la source puisse être détectée grâce à des traitements d'antenne du type formation de voies qui profitent d'un gain d'antenne.

Comme le montre la figure 4.16(b), une fois un niveau source atteint, le seuil de décision retenu est globalement le même et est approximativement indépendant du niveau source. C'est pourquoi la métrique de décision a été construite comme un rapport d'énergie et non comme une simple estimation d'énergie du sous-espace D_1 .

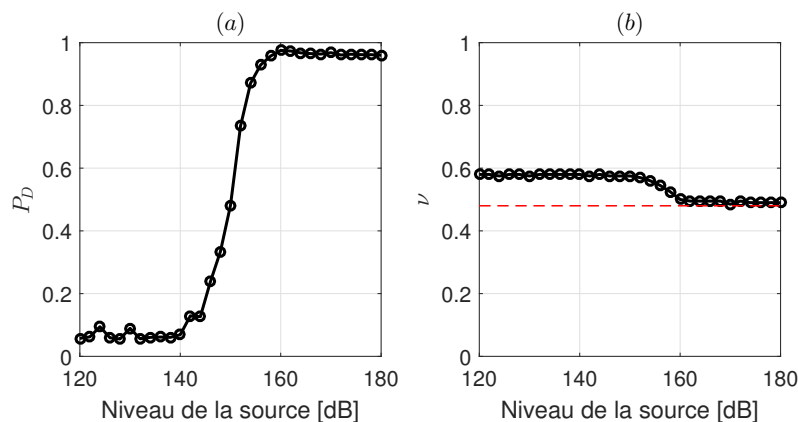


FIGURE 4.16 – En (a) la probabilité de détection pour une probabilité de fausse alarme fixée à 0.05 comme une fonction du niveau source. Et en (b) le seuil de décision de ces classifieurs mis au regard du seuil de décision du classifieur de référence.

Conclusion

Dans ce chapitre nous avons développé un classifieur de discrimination en immersion adapté à un environnement grand-fond comportant un SSP avec profil thermocline en surface. La pertinence de la métrique a été validée en simulation pour des conditions expérimentales idéales puis sa robustesse à des erreurs de modélisation a également été montrée. Notamment, la faible résolution des données environnementales nécessaire suppose qu'une application sur des données réelles pourrait être concluante. De telles données n'étaient malheureusement pas disponibles pour la thèse.

D'autre part, sa robustesse vis-à-vis d'erreurs de modélisation de la géométrie de l'antenne laisse penser qu'une application considérant des antennes synthétiques est possible. Ce dernier

point est intéressant car en conditions réelles, le paysage acoustique est très souvent multi-sources de telle sorte que le motif d'interférence mesuré sur capteurs est une somme de toutes les contributions des sources en présence. Néanmoins, et comme exposé dans la section 2.3.1.3, le motif d'interférence d'une unique source peut être retrouvé en sortie de formation de voies [Yang 2003]. Si l'on connaît la transformation permettant de passer de l'axe des temps t du LOFARgram à l'axe des distances r du motif d'interférence alors ce type de données peut être utilisé comme entrée du classifieur proposé dans ce chapitre en profitant du gain d'antenne. Cependant, même dans un contexte expérimental maîtrisé, la transformation $t \rightarrow r$ n'est jamais précisément connue. L'espacement inter-capteurs dépend alors de la vitesse de la source qui peut varier. La robustesse de la méthode à de petites erreurs de modélisation sur la géométrie de l'antenne laisse penser que la discrimination en immersion utilisant l'invariant océanique peut être appliquée dans un contexte multi-sources en sortie de formation de voies.

Conclusion générale

Résumé du manuscrit

Le premier chapitre de ce manuscrit reprend les notions fondamentales de l'acoustique sous-marine en s'appuyant sur des références variées. Dans un premier temps, la description du champ acoustique est introduite avec une approche géométrique de la propagation permettant une compréhension simple et intuitive des phénomènes mis en jeu. En mettant l'accent sur les différences qui caractérisent les milieux "petit-fond" des milieux "grand-fond", les spécificités de la propagation des ondes acoustiques en environnement marin sont illustrées (réfraction, réflexion, atténuation). Une approche ondulatoire du champ acoustique est ensuite détaillée, faisant intervenir des modes de propagation. Dans ce cadre, la réponse du milieu à une excitation sonore est vue comme une somme d'ondes cylindriques dispersives. Cette technique, bien que plus complexe à appréhender, permet une résolution exacte de l'équation d'onde pour des environnements stratifiés. Elle est applicable quand on considère des ondes sonores basses fréquences, où le nombre de modes propagatifs est raisonnable. L'étude de leurs caractéristiques permet de mettre en avant des propriétés intrinsèques aux modes. Ces propriétés sont utilisées comme base physique pour les méthodes développées durant cette thèse. Plus particulièrement, l'étude de la phase des modes fait apparaître une classification de ces derniers en plusieurs types (réfléchis, réfractés) aux comportements distincts.

Le second chapitre, explore l'état de l'art concernant une quantité dérivée de la théorie des modes : l'invariant océanique, noté β . On rappelle notamment qu'historiquement cette quantité scalaire permet de décrire la pente de striation formée par l'interférence de deux modes dans une représentation distance-fréquence de l'intensité acoustique. En étudiant la relation entre la vitesse de groupe et la vitesse de phase des modes, la propriété d'invariance de cette quantité est montrée en différenciant les environnements isocélères des environnements stratifiés. Dans le premier cas, l'invariant océanique peut être considéré comme commun à toutes les paires de modes, et l'hypothèse classique $\beta = 1$ démontrée. Pour le second cas, plusieurs types de modes cohabitent et l'invariant océanique varie en fonction du type de modes considéré. En ce sens, la somme de toutes les interférences entre tous les modes, crée un motif d'interférence qu'il n'est alors plus possible de caractériser par un unique scalaire, mais qui est mieux décrit par une distribution d'invariant océanique noté E_β . On illustre alors la variabilité de cette distribution par rapport à la configuration source-récepteur (profondeur, distance) permettant d'envisager le développement des méthodes de localisation. Contrairement aux environnements stratifiés petit-fond, la variabilité en distance de E_β est très marquée en grand-fond. Cette caractéristique ne peut pas être expliquée par les modèles proposés dans la littérature et sera étudiée en chapitre 3. Enfin, la dernière section de ce chapitre décrit d'autres représentations du signal qui font intervenir l'invariant océanique permettent notamment d'étendre ce concept en sortie de formation de voies.

Le troisième chapitre s'intéresse à la variabilité de la distribution d'invariant océanique en grand-fond. Une méthode est développée pour prédire, à partir des quantités modales, la distribu-

tion E_β en fonction de la configuration source-récepteur. Ceci donne accès à une compréhension profonde du phénomène d'interférence en grand-fond. Elle repose sur l'introduction de deux éléments de la propagation qui ne peuvent être négligés dans ce type d'environnement. Dans un premier temps, la forte densité de modes implique une prédominance dans le champ acoustique de groupes de modes qui doit être prise en compte dans le calcul de E_β . Dans un second temps, la différenciation des deux ondes montante et descendante formant un mode conduit à un invariant océanique intrinsèquement dépendant de la configuration source-récepteur. Ce problème est traité sous l'approximation WKB, faisant apparaître une dualité entre modes et rayons. La validité d'une telle représentation du motif d'interférence est confirmée sur des données simulées. Afin de mettre en avant l'impact sur le motif d'interférence de ces deux spécificités de la propagation grand-fond, plusieurs situations sont étudiées en simulation.

Le dernier chapitre exploite la variabilité de l'invariant océanique vis à vis de la profondeur d'émission de la source sous la forme d'un problème de discrimination en immersion. En se basant sur le concept d'énergie piégée, l'inversion est construite comme un test d'hypothèse binaire visant à estimer si la source est au-dessus ou en dessous d'une profondeur seuil. La métrique testée est calculée comme un rapport d'énergie de deux sous-espaces définis sur la TF 2D du motif d'interférence. Concrètement, la mesure du motif d'interférence est réalisée grâce à une antenne horizontale dans un contexte mono-source. Le modèle physique sous-jacent est valide pour des environnements grand-fond invariants en distance et nécessite une connaissance partielle de ce dernier ainsi qu'une estimation approximative de la distance source-récepteur. La méthode est ensuite testée avec succès en simulation pour des erreurs de modèle réalistes (bathymétrie et célérité variables en distance, antenne déformée, erreur d'a priori sur la distance source-récepteur). La robustesse du classifieur à un changement de contexte est ensuite étudiée dans d'autres gammes de fréquences, pour différents rapports signal-à-bruit et différentes profondeurs d'immersion de l'antenne.

Conclusion

Les travaux présentés dans cette thèse s'intéressent à l'invariant océanique en contexte grand-fond. Plus largement, c'est la compréhension et l'utilisation du motif d'interférence comme vecteur d'information sur la source qui sont étudiées. Le contexte de travail se restreint aux environnements grands-fonds indépendants de la distance, pour des signaux large bande ultra basse fréquence ($f < 300$ Hz) enregistrés sur une antenne horizontale en contexte mono-source. Ils mettent en avant la variabilité de la distribution d'invariant océanique observée en grand-fond. Il est montré que cette dépendance à la configuration source-récepteur est due conjointement à une prédominance du champ acoustique par des groupes de modes et à une différenciation des ondes montante et descendante composant un mode [Emmetière *et al.* 2018a]. Malgré cette complexité, la compréhension de la formation du motif d'interférence et les origines de sa variabilité, ont permis de déterminer une métrique de décision conduisant à une discrimination en immersion [Emmetiere *et al.* 2018b]. Cette méthode d'inversion s'avère être robuste à de petites variations du modèle contrairement aux méthodes classiques du type *matched-field processing*. D'une part, sa robustesse aux variations spatiales du guide d'onde laisse supposer une bonne tenue de performances en environnement réel. D'autre part, sa robustesse aux erreurs de modélisation de la

configuration des récepteurs (géométrie d'antenne) permet d'envisager une application sur des antennes synthétiques ou plus largement en sortie de formation de voies.

Perspectives

Le travail réalisé durant cette thèse ouvre plusieurs voies pour les recherches à venir. Ces perspectives concernent à la fois l'étude théorique de l'invariant océanique en grand-fond ainsi que son utilisation pour l'inversion. Dans cette section ces perspectives sont organisées en deux parties : 1) les extensions directes qui découlent des travaux réalisés sont listées dans une première partie selon un ordre chronologique respectant le plan du manuscrit ; 2) les perspectives qui correspondent, selon moi, à des pistes de grands intérêts pour la communauté sont présentées sous la forme d'un projet de recherche à plus long terme.

1) Extension des travaux

Approche géométrique des modes

Dans ce manuscrit, l'approche géométrique de la théorie des modes est abordée sous l'approximation WKB. Néanmoins, même si la solution en termes d'ondes montante et descendante trouvée par WKB donne une très bonne approximation des quantités physiques de ces dernières, et notamment de la phase, celle-ci reste une approximation. Il a été montré que l'approximation WKB peut être considérée comme le premier terme d'une série plus complète décomposant le champ acoustique en une somme d'ondes [Bremmer 1951]. Pour des milieux stratifiés, cette série peut être obtenue en résolvant l'équation d'Helmholtz (1.16) sous la forme d'un système de deux équations différentielles couplées comme proposé par Bremmer. La solution ainsi trouvée est toujours obtenue en sommant une composante montante et descendante permettant une interprétation géométrique de l'approche ondulatoire de la propagation. Les termes d'ordres supérieurs qui apparaissent, permettent de prendre en compte le couplage qui existe dans un milieu stratifié entre les ondes montante et descendante comme illustré par la figure 5.5 du manuscrit de thèse de J.B. Doc [Doc 2012].

Nous avons vu qu'en grand-fond, cette décomposition est nécessaire pour correctement décrire le motif d'interférence et plus généralement le champ acoustique. La décomposition des fonctions modales en série de Bremmer permettrait donc de préciser le résultat obtenu avec l'approximation WKB, mais aussi peut être de pouvoir étendre l'analyse menée dans le chapitre 3 à des fréquences plus basses où l'approximation WKB n'est plus valide. Pour l'implémentation, une première base serait de s'appuyer sur les travaux de V. Pagneux [Pagneux 2010] ou de J.B. Doc [Doc 2012]. De manière intéressante ce problème peut aussi être traité pour des environnements variant sur plusieurs dimensions [de Hoop 1996] où le couplage de modes apparaît (*mode coupling* dans la littérature).

Une approche similaire, proposée par A. Baggeroer [Baggeroer 2010], permet de résoudre directement l'équation d'onde sous la forme d'un système de deux équations couplées et semble aussi pertinente.

Cas des talus continentaux

La prédiction de la distribution d'invariant océanique développée dans le chapitre 3 est démontrée pour un environnement stratifié. Il peut être intéressant de prédire et comprendre la formation du motif d'interférence pour des environnements variant continument dans le plan distance-profondeur (environnement 2-D) ou dans l'espace distance-profondeur-gisement (environnement 3-D). Plus particulièrement, le cas des talus, idéalisé comme un environnement dont la bathymétrie varie linéairement des plateaux continentaux (petit-fond) vers les plaines océaniques (grand-fond), est intéressant et peut faire apparaître des motifs d'interférence particuliers. Pour analyser ce cas particulier, une approche modale semble nécessaire pour traiter la partie petit-fond de l'environnement puis une décomposition en ondes montantes et descendantes à l'approche des grands-fonds afin de prendre en compte le comportement différencié de ces dernières. Une approche modale sous l'approximation WKB semble alors un bon point de départ. On pourra notamment s'appuyer sur les travaux de B. DeCourcy et al. [DeCourcy *et al.* 2016] qui proposent une approximation de la propagation 3-D des modes se propageant dans le plan horizontal en réponse à l'effet de la pente du talus.

Validation de la discrimination en immersion sur données réelles

Malgré les tests de robustesse en simulation de la méthode de discrimination en immersion réalisés dans le chapitre 4, cela ne permet pas de conclure sur l'applicabilité en mer de cette méthode. Une étude très importante sur données réelles doit être réalisée. Pour cela, une source calibrée dont l'immersion est variable pourrait être tractée aux alentours d'un réseau d'hydrophones. Aux vues des distances considérées pour cette méthode (de l'ordre de la dizaine de kilomètres) il est probable qu'un traitement préalable de formation de voies soit nécessaire pour profiter du gain d'antenne et isoler le motif d'interférence de la source d'intérêt. Comme cela a été vu dans le chapitre 2, les méthodes proposées sont applicables par nature en sortie de formation de voie, même si des informations sur la trajectoire de la source sont nécessaires.

Autres métriques pour la discrimination en immersion

Dans ce manuscrit nous avons présenté une métrique de décision basée sur l'invariant océanique et montré qu'elle s'avère être une bonne quantité pour la discrimination en immersion. Cependant cette métrique nécessite une connaissance a priori de la distance source-récepteur qui en pratique est rarement connue. On peut alors envisager d'autres métriques basées sur l'invariant océanique qui s'affranchissent de cette contrainte.

Notamment, il serait intéressant de regarder si un ratio d'énergie entre les cadrans supérieur et inférieur droit de la TF 2D du motif d'interférence (plan $x - y$) ne serait pas suffisant. On rappelle que les interférences T/T, T/SR et SR/SR signent dans le premier quadrant cité alors que toutes les autres interférences signent dans le second. Une telle métrique reviendrait à négliger les interférences couplées T/SRBR et SR/SRBR. En d'autres termes cela revient à comparer uniquement l'énergie du motif d'interférence explicable par des striations de pentes négatives par rapport à celles de pentes positives. Une discrimination en immersion ne nécessitant pas d'a priori sur la distance serait alors menée comme suit : une source immergée présente majoritairement des pentes de striation négatives alors que pour les sources de surface des pentes sont uniquement positives.

Une autre métrique envisageable découle de l'équation (4.8). On note que si les interférences font uniquement intervenir des SRBR-modes (source de surface) alors le terme x_{ml} de (4.8) est nul. Ceci conduit à l'alignement des multiples interférences entre SRBR-modes selon une droite $y(x)$ qui passe par le point $(0,0)$ du plan $x - y$. Au contraire, lorsque les interférences font intervenir des modes de différents types, la droite $y(x)$ comporte une ordonnée à l'origine paramétrée par une valeur de x_{ml} non nulle. Ainsi, une métrique se basant sur l'alignement des interférences avec l'origine du repère $x - y$ pourrait être envisagée. En se basant sur le concept d'énergie piégée, la décision de classification serait prise ainsi : si l'énergie d'un motif d'interférence est majoritairement portée par une droite $y(x)$ passant par l'origine alors la source est une source de surface sinon c'est une source immergée. Il n'est alors plus nécessaire de caractériser le coefficient directeur de $y(x)$ (qui est dépendante de la distance r et β), et en conséquence on peut s'affranchir d'un a priori sur la distance et sur l'invariant océanique.

Pour les deux métriques envisagées dans cette partie, un seuil de décision adapté permettant d'atteindre des performances spécifiques pourrait être construit de la même manière que dans le chapitre 4.

Extension de la discrimination en immersion à l'invariant d'antenne

Comme présenté dans la partie 2.3.1.2, les propriétés de l'invariant océanique peuvent être appliquées en sortie de formation de voies sous la forme d'un invariant d'antenne. Dans ce cadre, la quantité d'intérêt n'est plus la pente des striations du motif d'interférence mais la pente de migration des contributions modales en voies et en temps [Lee & Makris 2006]. Cet invariant est applicable pour des signaux transitoires ou des signaux large bande continus décorrélé en fréquence. En utilisant ce type de données, un classifieur pour la discrimination en immersion peut être construit en utilisant le même concept d'énergie piégée que celui présenté dans le chapitre 4. Pour ce faire, il convient de construire une métrique de décision estimant la part d'énergie en sortie de formation de voies qui migre en s'éloignant du gisement de la source au court du temps ($\beta > 0$) de celle qui migre vers le gisement de la source ($\beta < 0$). Ces deux types de migration sont visibles sur la figure 2.9. En associant ces phénomènes à l'immersion de la source, les modes excités par une source de surface (les SRBR-modes) auront tendance à migrer loin du gisement alors que ceux excités par une source immergée auront au contraire tendance à migrer majoritairement vers le gisement source. Le concept d'une telle méthode a été exposé en conférence [Emmetiere *et al.* 2017] mais une étude plus approfondie de cette dernière testant notamment sa robustesse aux erreurs de modèles est souhaitable. En soi, l'invariant d'antenne est très attrayant car il s'applique à des données en sortie de formation de voies, et peut être directement utilisé en contexte multi-sources.

Extension de la discrimination en immersion à d'autres SSPs

La discrimination en immersion développée dans le chapitre 4 est adaptée à l'environnement Méditerranéen au sens où la relation $s_g(s_p)$ dépendent de la forme du SSP. Les résultats d'une étude que j'ai menée chez Thalès DMS, mais non présentée ici, montrent que la discrimination en immersion peut être appliquée à d'autres environnements comportant un unique minimum de célérité. Le problème devient plus complexe pour des SSPs comportant plusieurs minima de célérité comme c'est le cas en Atlantique nord-est. Dans ce contexte, les SR-modes passent d'un

minimum de célérité à un autre de telle sorte que la relation $s_g(s_p)$ n'est plus linéaire et ce type de mode n'est plus associé à un unique invariant océanique. Il devient alors très difficile de construire les sous-espaces D_1 et D_0 comme exposé dans le chapitre 4. Une étude complémentaire permettrait de définir de nouveaux sous-espaces prenant en compte cette hétérogénéité de l'invariant océanique au sein des SR-modes.

Estimation de distance adaptée au grand-fond

L'estimation de distance basée sur l'invariant océanique est classiquement utilisée lorsque le motif d'interférence n'est pas une distribution [Thode 2000, Cockrell & Schmidt 2010]. Typiquement, en petit-fond l'hypothèse $\beta = 1$ peut être formulée pour tous les modes lorsque que le SSP à un profil isocélère et l'équation (2.34) est utilisée pour l'inversion comme décrit dans la partie 2.3.3.1 de ce manuscrit. Afin d'étendre cette approche à des environnements stratifiés Cockrell [Cockrell 2011] propose de filtrer les T-modes et les SR-modes (ou BR-modes) afin de se ramener au cas simple $\beta = 1$. Une autre manière d'envisager les choses serait de considérer l'équation (4.8).

Dans le cadre de cette application d'estimation de distance, l'équation (4.8) révèle que les interférences entre n'importe quel type de modes et les SRBR-modes s'alignent dans le plan $x - y$ (TF 2D du motif d'interférence) suivant une droite régie par $\beta = 1$. Ainsi, l'estimation de distance pourrait être réalisée dans ce domaine en considérant non plus la position des interférences dans le plan $x - y$ mais plutôt les positions relatives de plusieurs interférences dans ce même plan. En se basant sur la même hypothèse, à savoir que $\beta = 1$ pour les SRBR-modes, on peut alors estimer la distance sans opération de filtrage préalable et en profitant de l'énergie apportée par les T-modes et les SR-modes. Cette méthode est particulièrement pertinente en grand-fond, où ces derniers sont fortement présents.

2) Projet de recherche à long terme

Les travaux menés dans ce manuscrit proposent une introduction théorique à la compréhension de l'invariant océanique en grand-fond. On montre notamment que celui-ci n'a rien d'invariant ce qui rend son utilisation beaucoup plus complexe qu'en petit-fond. Cependant, certaines méthodes d'inversion peuvent être déployées dans des conditions particulières comme la méthode de discrimination en immersion proposée par le chapitre 4.

En outre, quand on s'intéresse au motif d'interférence, les dimensions spatiales du phénomène observé (les interférences) sont relativement grandes par rapport à la longueur d'onde. Par exemple, à 100 Hz la longueur d'onde associée à un mode est de l'ordre de la quinzaine de mètres contre plusieurs centaines de mètres pour la période spatiale d'une interférence. L'échantillonnage spatial d'une interférence n'a alors plus besoin d'être fin (espacement inter-capteurs grand) et la position relative des capteurs peut être connue assez grossièrement. A mon avis, l'intérêt du motif d'interférence $I(r, f)$ comme vecteur d'information prend tout son sens en sortie de formation de voies lors de la construction d'un LOFAR $I(t, f)$. Sur cette représentation de l'intensité acoustique, la distance est perdue lors de la formation des voies. Néanmoins, elle peut être reconstruite grâce à une transformation \mathcal{L} de l'axe des temps du LOFAR, telle que $\mathcal{L}(t) \rightarrow r$ en faisant intervenir la cinématique relative de la source et de l'antenne. On crée alors une antenne synthétique mesurant une intensité $I(r(t), f)$ (ou une pression $p(r(t), f)$) pour laquelle la dimen-

sion spatiale $r(t)$ est très souvent mal connue, mettant à mal les méthodes d'inversion utilisant de "petites" grandeurs comme les nombres d'onde.

Des méthodes de localisation en sortie de formation de voies utilisant le motif d'interférence sont alors préférables. La discrimination en immersion du chapitre 4 ou l'estimation de distance adaptée au grand-fond comme proposée dans la partie précédente pourrait être mise en place dans ce contexte. Dans un premier temps, une étude en simulation avec des cinématiques de sources et d'antenne maîtrisées est souhaitable (l'effet Doppler sur les modes pourrait être intégré à ce simulateur). Cela permettrait de déterminer les a priori nécessaires à la bonne reconstruction du motif d'interférence à partir d'un LOFAR en vue de son utilisation pour l'inversion. De plus, une attention toute particulière doit être portée à la résolution de la formation de voies. En effet, pour des sources situées loin du travers de l'antenne, les différents modes excités se dispersent en voies de telle sorte que certains d'entre eux (notamment les modes réfléchis) peuvent être rejetés, conduisant à la disparition sur le LOFAR de certaines interférences. Une formation de voies adaptée à cette application pourrait alors être envisagée, permettant de traiter différemment les voies proches du travers de celles proches de l'alignement. Dans un second temps, les traitements devront être réalisés sur données réelles. Cela permettrait de lever certains doutes sur l'observabilité à long terme du motif d'interférence en grand-fond ; et de valider la chaîne de traitements en contexte opérationnel sur sources réelles. pouvoir disposer de données et résultats publiables serait un plus pour la communauté d'acoustique sous-marine au vu du très petit nombre de références dans la littérature exploitant le motif d'interférence sur des données réelles grand-fond.

Comportement d'une onde plane à une interface fluide-fluide

On considère l'interface entre deux milieux, noté milieu 1 et milieu 2, de célérité et densité respectives c_1 , ρ_1 , c_2 et ρ_2 . On suppose que, lors de son interaction avec une interface, l'onde incidente de pulsation ω et d'angle de rasance θ_i donne naissance à une onde réfléchie d'angle de rasance θ_r et une onde transmise d'angle de rasance θ_t . On note \mathbf{k}_i , \mathbf{k}_r et \mathbf{k}_t les vecteurs de nombres d'onde dans le plan de propagation (r, z) tel que

$$\mathbf{k}_i = (k_1 \cos \theta_i, k_1 \sin \theta_i), \quad \mathbf{k}_r = (k_1 \cos \theta_r, k_1 \sin \theta_r) \text{ et } \mathbf{k}_t = (k_2 \cos \theta_t, k_2 \sin \theta_t), \quad (\text{A.1})$$

où $k_1 = \frac{\omega}{c_1}$ et $k_2 = \frac{\omega}{c_2}$. La situation est illustrée par la figure A.1 en représentant les rayons acoustiques associés aux ondes planes.

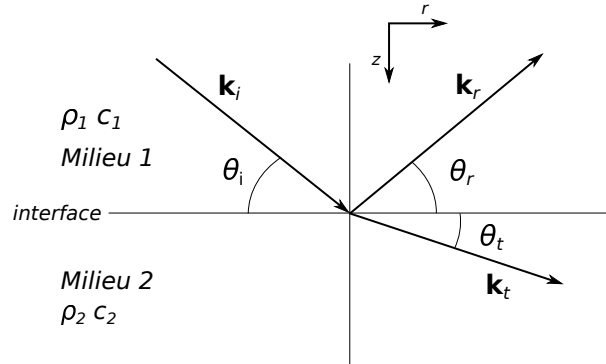


FIGURE A.1 – Représentation schématique du phénomène de réflexion et de réfraction.

Avec ces notations, le champ acoustique dans la milieu 1 s'écrit

$$p_1(r, z, t) = e^{ik_1 \cos \theta_i r + ik_1 \sin \theta_i z - \omega t} + R e^{ik_1 \cos \theta_r r + ik_1 \sin \theta_r z - \omega t}, \quad (\text{A.2})$$

et le champ acoustique dans la milieu 2

$$p_2(r, z, t) = T e^{ik_2 \cos \theta_t r + ik_2 \sin \theta_t z - \omega t}, \quad (\text{A.3})$$

où r , z et t sont les variables d'espace et de temps. Les paramètres R et T sont les amplitudes des ondes réfléchie et transmise pour une amplitude unitaire de l'onde incidente.

Les inconnus θ_r , θ_t , R et T sont obtenu grâce aux conditions limites suivantes :

La continuité des pressions Cette condition permet de retrouver les angles de rasance des ondes réfléchie et transmise. Elle impose

$$p_1 = p_2, \quad (\text{A.4})$$

de tel sorte que, injectant les équations (A.2) et (A.3) dans l'équation (A.4), on obtient

$$e^{ik_1 \cos \theta_i r} + R e^{ik_1 \cos \theta_r r} = T e^{ik_2 \cos \theta_t r}. \quad (\text{A.5})$$

Cette condition doit être vérifiée pour tout r , et finalement les angles de rasance doivent satisfaire

$$k_1 \cos \theta_i = k_1 \cos \theta_r = k_2 \cos \theta_t. \quad (\text{A.6})$$

On retrouve les lois de Snell-Descartes pour la réflexion

$$\theta_i = \theta_r, \quad (\text{A.7})$$

et pour la réfraction

$$\frac{\cos \theta_i}{c_1} = \frac{\cos \theta_t}{c_2}. \quad (\text{A.8})$$

La continuité des vitesses Cette condition permet de retrouver les amplitudes des ondes réfléchie et transmise. Elle impose

$$\frac{1}{\rho_1} \frac{\partial p_1}{\partial z} = \frac{1}{\rho_2} \frac{\partial p_2}{\partial z}. \quad (\text{A.9})$$

Injectant les équations (A.2) et (A.3) dans l'équation (A.9) on trouve

$$\frac{k_1 \sin \theta_i - R k_1 \sin \theta_r}{\rho_1} = \frac{T k_2 \sin \theta_t}{\rho_2}. \quad (\text{A.10})$$

En utilisant la loi de Snell-Descartes pour la réflexion donnée par l'équation (A.7) et en notant $\theta_i = \theta_r = \theta_1$ et $\theta_t = \theta_2$, l'équation (A.10) s'écrit

$$(1 - R) \rho_2 c_2 \sin \theta_1 = T \rho_1 c_1 \sin \theta_2. \quad (\text{A.11})$$

Comme nous avons dores-et-déjà considéré l'amplitude de l'onde incidente comme unitaire, les amplitudes des ondes réfléchie R et transmise T sont analogues à ce qui est connu sous le nom de coefficients de réflexion et de transmission [Jensen *et al.* 2011]. En substituant l'équation (A.6) dans (A.5) on trouve

$$1 + R = T. \quad (\text{A.12})$$

Finalement, substituant l'équation (A.12) à l'équation (A.10), les coefficients de réflexion et de réfraction s'exprime comme suit :

$$R = \frac{\rho_2 c_2 \sin \theta_1 - \rho_1 c_1 \sin \theta_2}{\rho_2 c_2 \sin \theta_1 + \rho_1 c_1 \sin \theta_2} \quad (\text{A.13})$$

et

$$T = \frac{2 \rho_2 c_2 \sin \theta_1}{\rho_2 c_2 \sin \theta_1 + \rho_1 c_1 \sin \theta_2}. \quad (\text{A.14})$$

L'approximation Wenster-Kramers-Brillouin (WKB)

En supposant que la densité ρ ne varie pas avec la profondeur, l'équation (1.20) peut être réécrite simplement comme suit :

$$\frac{d^2\Psi(z)}{dz^2} + k_z^2(z)\Psi(z) = 0, \quad (\text{B.1})$$

où $k_z(z) = \sqrt{k^2(z) - k_r^2}$ est le nombre d'onde verticale et k_r le nombre d'onde horizontal. Les fonctions modales $\Psi(z)$ sont des fonctions réelles de la profondeur. En ce sens, elles peuvent être exprimées comme une somme d'une fonction complexe $X(z)$ et de son conjugué $\bar{X}(z)$, soit :

$$\Psi(z) = X(z) + \bar{X}(z), \quad (\text{B.2})$$

On cherche alors à résoudre l'équation (B.1) avec des solutions complexes plus générales qui, en termes de phase $\phi(z)$ et d'amplitude $a(z)$, sont de la forme [Jensen *et al.* 2011] :

$$X(z) = a(z)e^{i\phi(z)}, \quad (\text{B.3})$$

où $a(z)$ est une fonction lente de z , positive et sans zéro. Les zéros sont alors obtenus pour les profondeurs où la phase respecte $\phi(z) = (n + \frac{1}{2})\pi$, avec n un entier.

En remplaçant dans (B.1) la fonction modale $\Psi(z)$ par sa composante complexe $X(z)$, les parties réelle et imaginaire de l'équation obtenue doivent être toutes les deux nulles. Soit, pour la partie réelle

$$\frac{1}{a(z)} \frac{d^2a(z)}{dz^2} + k_z^2(z) - \left(\frac{d\phi(z)}{dz} \right)^2 = 0, \quad (\text{B.4})$$

et pour la partie imaginaire

$$2 \frac{da(z)}{dz} \frac{d\phi(z)}{dz} + a(z) \frac{d^2\phi(z)}{dz^2} = 0. \quad (\text{B.5})$$

L'approximation WKB consiste alors à considérer que le premier terme de l'équation (B.4) est négligeable devant k_z^2 , soit :

$$\frac{1}{a(z)} \frac{d^2a(z)}{dz^2} \ll k_z^2(z). \quad (\text{B.6})$$

En d'autres termes, cela signifie que l'amplitude recherchée $a(z)$ est une fonction lente de z . Sous cette approximation, l'équation (B.4) est connue sous le nom d'équation Eikonale et vaut

$$\left(\frac{d\phi(z)}{dz} \right)^2 = k_z^2(z). \quad (\text{B.7})$$

On trouve donc que la dérivée de la phase vérifie

$$\frac{d\phi(z)}{dz} = \pm k_z(z), \quad (\text{B.8})$$

et, après intégration, que la phase est donnée par

$$\phi(z) = \pm \int_{z_0}^z k_z(z') dz' + \varphi(z_0), \quad (\text{B.9})$$

avec z_0 et $\varphi(z_0)$ des constantes.

En insérant (B.8) dans (B.5), l'amplitude vérifie

$$2 \frac{da(z)}{dz} k_z(z) + a(z) \frac{dk_z(z)}{dz} = 0, \quad (\text{B.10})$$

dont les solutions sont de la forme

$$a(z) = \frac{A}{\sqrt{k_z(z)}}, \quad (\text{B.11})$$

avec A une constante.

Finalement, en injectant (B.9) et (B.11) dans (B.3) on trouve

$$X(z) = \frac{A}{\sqrt{k_z(z)}} e^{i \int_{z_0}^z k_z(z') dz' + i\varphi(z_0)}. \quad (\text{B.12})$$

La fonction modale réelle $\Psi(z)$ solution de (B.1) est trouvée en superposant $X(z)$ avec son conjugué selon l'équation (B.2) :

$$\Psi(z) = \frac{A}{\sqrt{k_z(z)}} \left(e^{i \int_{z_0}^z k_z(z') dz' + i\varphi(z_0)} + e^{-i \int_{z_0}^z k_z(z') dz' + i\varphi(z_0)} \right). \quad (\text{B.13})$$

Interprétation géométrique de la théorie des modes normaux

L'approximation WKB utilisée dans ce manuscrit permet une interprétation simple de l'approche modale faisant apparaître une dualité entre modes et rayons [Guthrie 1974]. On rappelle que dans ce cadre le champ acoustique est décrit comme la somme de $4 \times N$ ondes, soit d'après (3.10) :

$$p(z_r, z_s, r) = Q \sum_{m=1}^N \sum_{\varepsilon, \xi} \Psi_m^\varepsilon(z_r) \Psi_m^\xi(z_s) \frac{e^{-ik_m r}}{\sqrt{k_m r}}. \quad (\text{C.1})$$

Interprétation de l'apparition d'un mode

Concrètement, lorsque les deux ondes, l'une montante $\Psi_m^-(z)$ et l'autre descendante $\Psi_m^+(z)$, se rencontrent, elles interfèrent destructivement si une crête se superpose avec un creux et constructivement si deux crêtes (ou deux creux) se superposent. L'interférence fait apparaître un certain motif définissant des nœuds et des anti-nœuds comme illustré en figure C.1. Au cours du temps, les deux ondes progressent dans leur direction de propagation $\pm\theta_m$ mais le motif reste, quand à lui, stationnaire en z et se propage selon r . Les variations d'amplitudes selon z forment alors la fonction modale $\Psi_m(z)$, comme représenté à droite de la figure C.1. La propagation selon r est elle portée par une onde de nombre d'onde horizontal $k_m = k \cos\theta_m(z)$ qui ne dépend pas de la profondeur mais uniquement de l'indice modale m . Finalement, l'apparition d'un mode résulte de l'interférence de ces deux ondes.

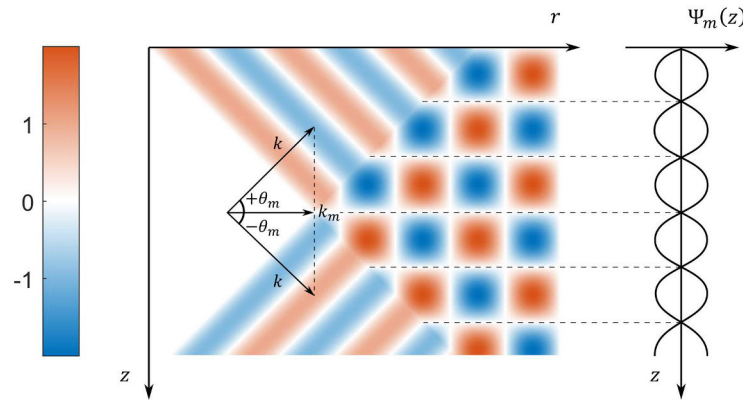


FIGURE C.1 – Représentation schématique de la formation d'un mode. Deux ondes montante et descendante de nombre d'onde k sont représentées dans un milieu où la célérité c est constante. L'interférence de ces deux ondes donne lieu à un motif stationnaire en z dont les nœuds et les anti-nœuds définissent les fonctions modales $\Psi(z)$.

Dualité modes/rayons

La dualité modes/rayons intervient sous l'approximation WKB lorsque l'on s'intéresse aux interférences des ondes adjacentes (d'indice modale successif). On peut montrer que ce type d'interférence produit des maxima locaux du champ acoustique qui décrivent un chemin particulier dessinant un rayon diffus [Tindle & Guthrie 1974, Guthrie 1974, Guthrie & Tindle 1976].

Pour le montrer considérons le terme de phase (3.11) des quatre ondes d'un mode m donné par WKB, soit :

$$\phi_m^{\xi\varepsilon} = k_m r + \xi \int_{z_m^\xi}^{z_s} k_{z,m}(z') dz' + \varepsilon \int_{z_m^\varepsilon}^z k_{z,m}(z') dz' + \varphi(z_m^\xi) + \varphi(z_m^\varepsilon). \quad (\text{C.2})$$

Comme ces ondes respectent la condition de résonance du milieu

$$\int_{z_m^+}^{z_m^-} k_{z,m}(z') dz' + \varphi(z_m^-) + \varphi(z_m^+) = m\pi, \quad (\text{C.3})$$

on peut toujours écrire :

$$- \int_{z_m^-}^z k_{z,m}(z') dz' = m\pi - \varphi(z_m^-) - \varphi(z_m^+) - \int_{z_m^+}^z k_{z,m}(z') dz', \quad (\text{C.4})$$

En se servant de (C.4), on réécrit l'équation (C.2) en fonction d'un unique point de retournement. Par exemple, en choisissant le point de retournement supérieur, on trouve :

$$\phi_m^{\xi\varepsilon} = k_m r + \xi \int_{z_m^+}^{z_s} k_{z,m}(z') dz' + \varepsilon \int_{z_m^+}^z k_{z,m}(z') dz' + \kappa_m^{\varepsilon,\xi} \quad (\text{C.5})$$

avec $\kappa_m^{\varepsilon,\xi}$ une variable qui dépend de (ε, ξ, m) et fait intervenir les déphasages aux points de retournement.

Les intégrales de l'équation (C.5) sont ensuite combinées pour être exprimées en fonction de z_s et z uniquement, puis en prenant $k_{z,m} = \left(\frac{\omega^2}{c^2(z)} - k_m^2\right)^{\frac{1}{2}}$, on obtient :

$$\phi_m^{\varepsilon,\xi} = k_m r \pm \int_{z_s}^z \left(\frac{\omega^2}{c^2(z')} - k_m^2\right)^{\frac{1}{2}} dz' + \kappa_m^{\varepsilon,\xi}, \quad (\text{C.6})$$

où \pm dépend de la paire (ε, ξ) .

D'après l'expression du champ acoustique total (C.1), ces ondes interfèrent entre elles et le font de manière constructive quand elles sont en phase. Cette condition est vérifiée pour un changement de phase $\Delta\phi$ multiple de 2π . Soit, en prenant la différence finie de (C.6) par rapport à m :

$$\frac{\Delta k_m}{\Delta m} r + \int_{z_s}^z k_m \frac{\Delta k_m}{\Delta m} \left(\frac{\omega^2}{c^2(z')} - k_m^2\right)^{-\frac{1}{2}} dz' + \frac{\Delta \kappa_m^{\varepsilon,\xi}}{\Delta m} = 2n\pi, \quad (\text{C.7})$$

avec n un entier. L'interférence est considérée comme stable uniquement pour des indices modaux proches puisque (C.6) est une fonction qui varie rapidement avec m . En ne considérant que les ondes adjacentes de (C.7) (i.e. d'indices modaux adjacents m et $m+1$), le maximum d'énergie intervient à la distance r et à la profondeur z en suivant la relation [Tindle & Guthrie 1974] :

$$r = \pm \int_{z_s}^z \left(\frac{\omega^2}{c^2(z')k_m^2} - 1\right)^{-\frac{1}{2}} dz' + \frac{2n\pi}{\Delta k_{m,m+1}}, \quad (\text{C.8})$$

avec $\Delta k_{m,m+1} = k_m - k_{m+1}$. Notons qu'ici le terme $\Delta \kappa_{m,m+1}^{\varepsilon,\xi}$ est nul puisque les valeurs des déphasages aux points de retournement sont des constantes pour les modes adjacents.

On compare alors ce résultat avec l'équation, donnée par la théorie des rayons, décrivant le trajet d'un rayon acoustique ayant réalisé n cycles complets noté D en reliant la source et la profondeur de réception z [Jensen *et al.* 2011, Tindle & Guthrie 1974], soit :

$$r = \pm \int_{z_s}^z \left(\frac{c(z_0)}{c^2(z') \cos^2 \theta(z_0)} - 1 \right)^{-\frac{1}{2}} dz' + nD, \quad (\text{C.9})$$

où z_0 est une profondeur quelconque. En identifiant les grandeurs de (C.8) avec celles de (C.9) on trouve :

$$k_m = \frac{\omega}{c(z_0)} \cos \theta(z_0) \quad (\text{C.10})$$

et

$$D = \frac{2\pi}{\Delta k_{m,m+1}}. \quad (\text{C.11})$$

Les ondes adjacentes interfèrent donc constructivement selon la relation (C.8) en suivant la trajectoire d'un rayon, dit équivalent, défini par (C.9) et dont l'angle de propagation à la profondeur z_0 est donné par l'équation (C.10) et son cycle par l'équation (C.11).

De plus, le signe de (C.9) est associé aux quatre différentes combinaisons de la paire (ε, ξ) . Ces quantités définissent donc quatre rayons équivalents pour un même nombre n de cycles, comme illustré par la figure C.2. En examinant l'équation (C.5), ils peuvent être interprétés comme un ajout (ou un retrait) d'une portion du rayon équivalent par rapport au même rayon équivalent qui aurait effectué un nombre entier n de cycle. Dans notre cas, cet ajout (ou retrait) est réalisé par rapport au point de retournement supérieur, comme illustré par la figure C.2. L'analyse aurait pu être menée de manière équivalente en exprimant (C.5) uniquement selon les points de retournement inférieur.

Formellement, l'équivalence entre les rayons et les modes s'arrête ici puisque la définition du temps de propagation donné par la relation (3.18) fait intervenir des vitesses de groupe qui n'ont de sens que dans une approche ondulatoire de la propagation, ce qui n'est pas le cas en théorie des rayons qui suppose les trajectoires indépendantes de la fréquence [Pignot 1997].

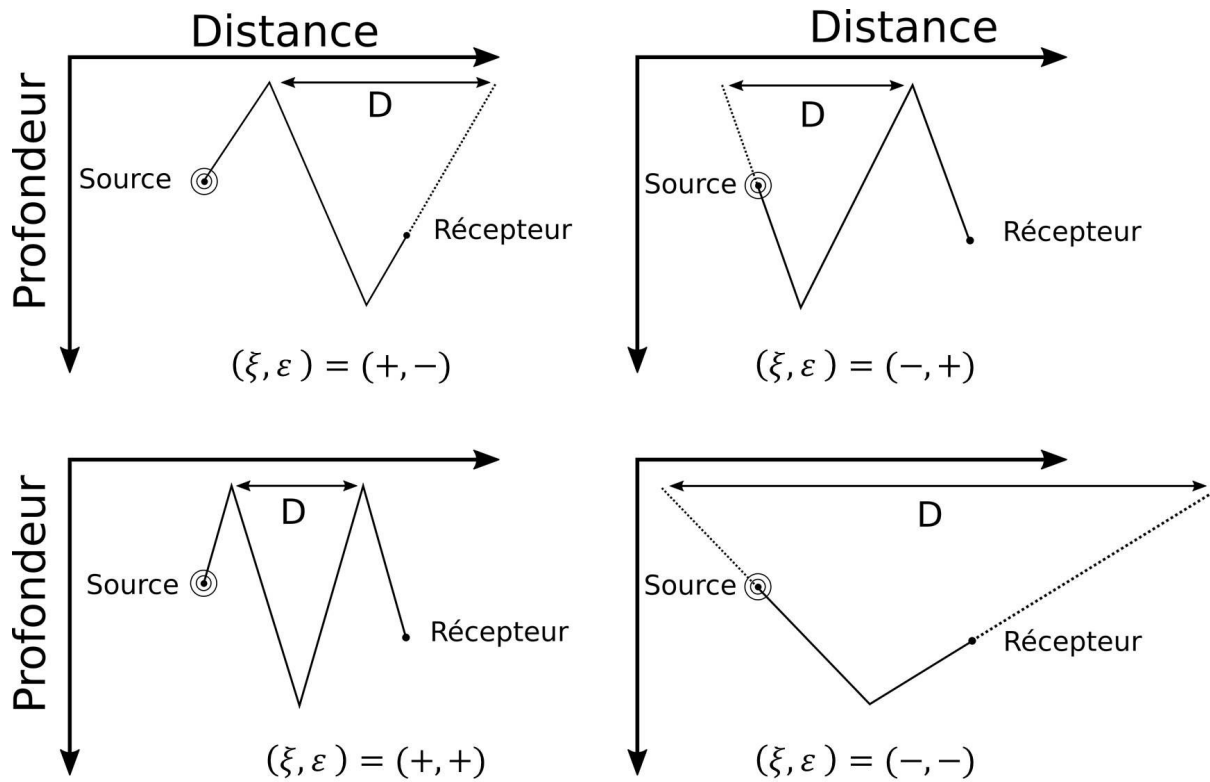


FIGURE C.2 – Illustration du principe de rayons équivalents pour $n = 1$. Les variables ε et ξ de l'équation (C.2) correspondent à l'ajout ou au retrait d'une portion du cycle complet D , respectivement du côté de la source et du récepteur. Les rayons équivalents ayant réalisés un cycle complet sont tracés en pointillé et ceux reliant la source au récepteur en trait plein.

Bibliographie

- [Abramowitz *et al.* 1972] Milton Abramowitz, Irene A Stegun *et al.* Handbook of mathematical functions : with formulas, graphs, and mathematical tables, volume 55. Dover publications New York, 1972.
- [Arveson & Vendittis 2000] Paul T Arveson et David J Vendittis. *Radiated noise characteristics of a modern cargo ship*. The Journal of the Acoustical Society of America, vol. 107, no. 1, pages 118–129, 2000.
- [Baggeroer *et al.* 1993] Arthur B Baggeroer, William A Kuperman et Peter N Mikhalevsky. *An overview of matched field methods in ocean acoustics*. IEEE Journal of Oceanic Engineering, vol. 18, no. 4, pages 401–424, 1993.
- [Baggeroer 2002] Arthur B Baggeroer. *Estimation of the distribution of the interference invariant with seismic streamers*. In AIP Conference Proceedings, volume 621, pages 151–170. AIP, 2002.
- [Baggeroer 2010] Arthur B Baggeroer. *Prufer Transformations for the Normal Modes in Ocean Acoustics*. In AIP Conference Proceedings, volume 1272, pages 35–45. AIP, 2010.
- [Bonnell *et al.* 2010] Julien Bonnell, Barbara Nicolas, Jerome I. Mars et Dominique Fattaccioli. *Source localisation in deep water using waveguide invariant distribution*. In 10th European Conference on Underwater Acoustics, pages –, Istanbul, Turkey, Juillet 2010.
- [Bonnell *et al.* 2013] Julien Bonnell, Gregoire Le Touze, Barbara Nicolas et Jerome I Mars. *Physics-based time-frequency representations for underwater acoustics : Power class utilization with waveguide invariant approximation*. IEEE Signal Processing Magazine, vol. 30, no. 6, pages 120–129, 2013.
- [Bonnell 2010] Julien Bonnell. *Analyse de la dispersion acoustique UBF (0-150 Hz) pour la surveillance et la caractérisation du milieu marin*. PhD thesis, Institut National Polytechnique de Grenoble - INPG, Septembre 2010.
- [Brekhovskikh & Lysanov 2013] L. Brekhovskikh et Y. Lysanov. Fundamentals of Ocean Acoustics. Springer Science & Business Media, Mars 2013.
- [Bremmer 1951] H Bremmer. *The WKB approximation as the first term of a geometric-optical series*. Communications on Pure and Applied Mathematics, vol. 4, no. 1, pages 105–115, 1951.
- [Brooks *et al.* 2006] Laura A Brooks, MRF Kidner, Anthony C Zander, Colin H Hansen et Z Yong Zhang. *Techniques for extraction of the waveguide invariant from interference patterns in spectrograms*. In Proceedings of Acoustics, pages 445–452, 2006.
- [Cho *et al.* 2016] Chomgun Cho, H. C. Song et W. S. Hodgkiss. *Robust source-range estimation using the array/waveguide invariant and a vertical array*. The Journal of the Acoustical Society of America, vol. 139, no. 1, pages 63–69, Janvier 2016.
- [Chuprov 1982] S.D. Chuprov. *Interference structure of the sound field in stratified ocean*. Ocean Acoustics, 1982.

- [Clay & Medwin 1977] Clarence Samuel Clay et Herman Medwin. *Acoustical oceanography : principles and applications*, volume 43. New York, NY (USA) Wiley-Interscience, 1977.
- [Cockrell & Schmidt 2010] Kevin L. Cockrell et Henrik Schmidt. *Robust passive range estimation using the waveguide invariant*. The Journal of the Acoustical Society of America, vol. 127, no. 5, pages 2780–2789, Mai 2010.
- [Cockrell & Schmidt 2011] Kevin L. Cockrell et Henrik Schmidt. *A modal Wentzel-Kramers-Brillouin approach to calculating the waveguide invariant for non-ideal waveguides*. The Journal of the Acoustical Society of America, vol. 130, no. 1, pages 72–83, 2011.
- [Cockrell 2011] Kevin L. Cockrell. *Understanding and Utilizing Waveguide Invariant Range frequency Striations in Ocean Acoustic Waveguides*. PhD thesis, Massachusetts Inst of Tech Cambridge, Février 2011.
- [Collins 1995] Michael D Collins. *User's Guide for RAM Versions 1.0 and 1.0 p*. Naval Research Lab, Washington, DC, vol. 20375, 1995.
- [Conan *et al.* 2016] Ewen Conan, Julien Bonnel, Thierry Chonavel et Barbara Nicolas. *Source depth discrimination with a vertical line array*. The Journal of the Acoustical Society of America, vol. 140, no. 5, pages EL434–EL440, 2016.
- [Conan 2017] Ewen Conan. *Traitements adaptés aux antennes linéaires horizontales pour la discrimination en immersion de sources Ultra Basse Fréquence*. PhD thesis, Ecole nationale supérieure Mines-Télécom Atlantique, 2017.
- [de Hoop 1996] Maarten V de Hoop. *Generalization of the Bremmer coupling series*. Journal of Mathematical Physics, vol. 37, no. 7, pages 3246–3282, 1996.
- [DeCourcy *et al.* 2016] Brendan J DeCourcy, Ying-Tsong Lin et William L Siegmann. *Approximate formulas and physical interpretations for horizontal acoustic modes in a shelf-slope front model*. The Journal of the Acoustical Society of America, vol. 140, no. 1, pages EL20–EL25, 2016.
- [Doc 2012] Jean-Baptiste Doc. *Approximations unidirectionnelles de la propagation acoustique en guides d'ondes irréguliers-Application à l'acoustique urbaine*. PhD thesis, Université du Maine, 2012.
- [DSpain & Kuperman 1999] Gerald L DSpain et William A Kuperman. *Application of waveguide invariants to analysis of spectrograms from shallow water environments that vary in range and azimuth*. The Journal of the Acoustical Society of America, vol. 106, no. 5, pages 2454–2468, 1999.
- [Duan *et al.* 2017] Rui Duan, Kunde Yang, Hui Li et Yuanliang Ma. *Acoustic-intensity striations below the critical depth : Interpretation and modeling*. The Journal of the Acoustical Society of America, vol. 142, no. 3, pages EL245–EL250, 2017.
- [Emmetiere *et al.* 2016] Remi Emmetiere, Julien Bonnel, Marie Gehant Pernot et Thierry Chonavel. *Effet de la dispersion modale sur la formation de voie : application à la discrimination en immersion de sources UBF (0-100 Hz)*. In Workshop SERENADE 2016, 2016.
- [Emmetiere *et al.* 2017] Remi Emmetiere, Julien Bonnel, Marie Gehant Pernot et Thierry Chonavel. *Source depth discrimination using the array invariant*. The Journal of the Acoustical Society of America, vol. 141, no. 5, pages 3989–3989, 2017.

- [Emmetière *et al.* 2018a] Rémi Emmetière, Julien Bonnel, Marie Géhant, Xavier Cristol et Thierry Chonavel. *Understanding deep-water striation patterns and predicting the waveguide invariant as a distribution depending on range and depth*. The Journal of the Acoustical Society of America, vol. 143, no. 6, pages 3444–3454, 2018.
- [Emmetiere *et al.* 2018b] Remi Emmetiere, Julien Bonnel, Marie Gehant Pernot et Thierry Chonavel. *Passive source depth discrimination*. The Journal of Selected Topics in Signal Processing (under review, submitted in june 2018), 2018.
- [Emmetiere *et al.* 2018c] Remi Emmetiere, Julien Bonnel, Marie Gehant Pernot et Thierry Chonavel. *Passive source depth discrimination in deep-water*. 176th meeting of the Acoustical Society of America, 2018.
- [Fattaccioli & Danet 2011] D Fattaccioli et Philippe Danet. *A predictive physical model for modal scintillation due to source depth modulation*. In 4th International Conference and Exhibition on Underwater Acoustic Measurements : Technologies & Results, 2011.
- [Gao *et al.* 2010] Da Zhi Gao, Ning Wang et Hao Zhong Wang. *A dedispersion transform for sound propagation in shallow water waveguide*. Journal of Computational Acoustics, vol. 18, no. 03, pages 245–257, 2010.
- [Gong *et al.* 2015] Zheng Gong, Purnima Ratilal et Nicholas C Makris. *Simultaneous localization of multiple broadband non-impulsive acoustic sources in an ocean waveguide using the array invariant*. The Journal of the Acoustical Society of America, vol. 138, no. 5, pages 2649–2667, 2015.
- [Grachev 1993] GA Grachev. *Theory of acoustic field invariants in layered waveguides*. Acoustical physics, vol. 39, no. 1, pages 67–71, 1993.
- [Graham & Talay 2011] Carl Graham et Denis Talay. Simulation stochastique et méthodes de monte-carlo. Les Éditions de l'École Polytechnique, 2011.
- [Guthrie & Tindle 1976] K. M. Guthrie et C. T. Tindle. *Ray effects in the normal mode approach to underwater acoustics*. Journal of Sound and Vibration, vol. 47, no. 3, pages 403–413, Août 1976.
- [Guthrie 1974] KM Guthrie. *The connection between normal modes and rays in underwater acoustics*. Journal of Sound and Vibration, vol. 32, no. 2, pages 289–293, 1974.
- [Harrison 2011] Chris H. Harrison. *The relation between the waveguide invariant, multipath impulse response, and ray cycles*. The Journal of the Acoustical Society of America, vol. 129, no. 5, pages 2863–2877, Mai 2011.
- [Heaney 2004] K. D. Heaney. *Rapid geoacoustic characterization using a surface ship of opportunity*. IEEE Journal of Oceanic Engineering, vol. 29, no. 1, pages 88–99, Janvier 2004.
- [Jensen *et al.* 2011] Finn B. Jensen, William A. Kuperman, Michael B. Porter et Henrik Schmidt. Computational ocean acoustics. Springer Science & Business Media, 2011.
- [Katsnelson & Petnikov 2002] Boris G Katsnelson et Valery G Petnikov. Shallow water acoustics. Springer Science & Business Media, 2002.
- [Kim *et al.* 2010] Kyungseop Kim, Woojae Seong et Keunhwa Lee. *Adaptive surface interference suppression for matched-mode source localization*. IEEE Journal of Oceanic Engineering, vol. 35, no. 1, pages 120–130, 2010.

- [Le Gall & Bonnel 2013] Yann Le Gall et Julien Bonnel. *Débruitage et séparation dans le plan temps-fréquence des contributions sonores de navires en mouvement*. TS. Traitement du signal, vol. 30, no. 3-5, pages 149–168, 2013.
- [Le Roux 1996] Stéphane Le Roux. *Propagation acoustique océanique UBF : 5-50 Hz : approche expérimentale de l'influence du fond marin*. PhD thesis, Grenoble INPG, 1996.
- [Le Touzé 2007] Grégoire Le Touzé. *Localisation de source par petits fonds en UBF (1-100 Hz) à l'aide d'outils temps-fréquence*. PhD thesis, Grenoble INPG, 2007.
- [Lee & Makris 2006] Sunwoong Lee et Nicholas C. Makris. *The array invariant*. The Journal of the Acoustical Society of America, vol. 119, no. 1, pages 336–351, Janvier 2006.
- [Lurton 2002] Xavier Lurton. *An introduction to underwater acoustics : Principles and applications*. Springer Science & Business Media, 2002.
- [McCargar & Zurk 2013] Reid McCargar et Lisa M Zurk. *Depth-based signal separation with vertical line arrays in the deep ocean*. The Journal of the Acoustical Society of America, vol. 133, no. 4, pages EL320–EL325, 2013.
- [Munk & Wunsch 1983] Walter Munk et Carl Wunsch. *Ocean acoustic tomography : rays and modes*. Reviews of Geophysics, vol. 21, no. 4, pages 777–793, Mai 1983.
- [Nardin 1998] Marianne Nardin. *Ondes sismo-acoustiques guidées en milieu marin : (de 2 à 200 Hz par petits fonds)*. PhD thesis, Grenoble INPG, 1998.
- [Nicolas 2004] Barbara Nicolas. *Identification du milieu océanique et localisation de source en ultra basse fréquence (1-100 Hz)*. PhD thesis, Grenoble INPG, 2004.
- [Pagneux 2010] Vicent Pagneux. *Multimodal admittance method in waveguides and singularity behavior at high frequencies*. Journal of Computational and Applied Mathematics, vol. 234, no. 6, pages 1834–1841, 2010.
- [Pignot 1997] Patrick Pignot. *Analyse globale du milieu de propagation pour la tomographie acoustique océanique*. PhD thesis, Grenoble INPG, 1997.
- [Porter *et al.* 2007] Michael Porter *et al.* *Bellhop gaussian beam/finite element beam code*. Available in the Acoustics Toolbox, <http://oalib.hlsresearch.com/Rays>, 2007.
- [Porter 1992] Michael B Porter. *The KRAKEN normal mode program*. Rapport technique, Naval Research Lab Washington DC, 1992.
- [Premus & Helfrick 2013] Vincent E Premus et Mark N Helfrick. *Use of mode subspace projections for depth discrimination with a horizontal line array : Theory and experimental results*. The Journal of the Acoustical Society of America, vol. 133, no. 6, pages 4019–4031, 2013.
- [Premus *et al.* 2004] Vincent E Premus, James Ward et Christ D Richmond. *Mode filtering approaches to acoustic source depth discrimination*. In Signals, Systems and Computers, 2004. Conference Record of the Thirty-Eighth Asilomar Conference on, volume 2, pages 1415–1420. IEEE, 2004.
- [Premus 1999] V Premus. *Modal scintillation index : A physics-based statistic for acoustic source depth discrimination*. The Journal of the Acoustical Society of America, vol. 105, no. 4, pages 2170–2180, 1999.

- [Qian-Qian *et al.* 2011] Li Qian-Qian, Li Zheng-Lin et Zhang Ren-He. *Applications of Waveguide Invariant Theory to the Analysis of Interference Phenomena in Deep Water*. Chinese Physics Letters, vol. 28, no. 3, page 034303, 2011.
- [Quijano *et al.* 2008] Jorge E. Quijano, Lisa M. Zurk et Daniel Rouseff. *Demonstration of the invariance principle for active sonar*. The Journal of the Acoustical Society of America, vol. 123, no. 3, pages 1329–1337, Mars 2008.
- [Ross 2013] Donald Ross. *Mechanics of underwater noise*. Elsevier, 2013.
- [Rouseff & Spindel 2002] Daniel Rouseff et Robert C. Spindel. *Modeling the Waveguide Invariant as a Distribution*. In AIP Conference Proceedings, volume 621, pages 137–150. AIP Publishing, Juin 2002.
- [Roux *et al.* 2013] Philippe Roux, WA Kuperman, Bruce D Cornuelle, Florian Aulanier, WS Hodgkiss et Hee Chun Song. *Analyzing sound speed fluctuations in shallow water from group-velocity versus phase-velocity data representation*. The Journal of the Acoustical Society of America, vol. 133, no. 4, pages 1945–1952, 2013.
- [Shockley *et al.* 1982] Richard C Shockley, John Northrop, Palle G Hansen et Carl Hartdegen. *SOFAR propagation paths from Australia to Bermuda : Comparison of signal speed algorithms and experiments*. The Journal of the Acoustical Society of America, vol. 71, no. 1, pages 51–60, 1982.
- [Song & Cho 2015] H. C. Song et Chomgun Cho. *The relation between the waveguide invariant and array invariant*. The Journal of the Acoustical Society of America, vol. 138, no. 2, pages 899–903, Août 2015.
- [Sostrand 2005] K. A. Sostrand. *Range localization of 10-100 km explosions by means of an endfire array and a waveguide Invariant*. IEEE Journal of Oceanic Engineering, vol. 30, no. 1, pages 207–212, Janvier 2005.
- [Stakgold & Holst 2011] Ivar Stakgold et Michael J Holst. *Green’s functions and boundary value problems*, volume 99. John Wiley & Sons, 2011.
- [Sverdrup *et al.* 1942] Harald Ulrik Sverdrup, Martin Wiggo Johnson, Richard H Fleming *et al.* *The oceans : Their physics, chemistry, and general biology*, volume 7. Prentice-Hall New York, 1942.
- [Tao & Krolik 2008] Hailiang Tao et Jeffrey L. Krolik. *Waveguide invariant focusing for broadband beamforming in an oceanic waveguide*. The Journal of the Acoustical Society of America, vol. 123, no. 3, pages 1338–1346, Mars 2008.
- [Thode 2000] Aaron M. Thode. *Source ranging with minimal environmental information using a virtual receiver and waveguide invariant theory*. The Journal of the Acoustical Society of America, vol. 108, no. 4, pages 1582–1594, Octobre 2000.
- [Tindle & Guthrie 1974] CT Tindle et KM Guthrie. *Rays as interfering modes in underwater acoustics*. Journal of Sound Vibration, vol. 34, pages 291–295, 1974.
- [Turgut & Fialkowski 2012] Altan Turgut et Laurie T. Fialkowski. *Depth discrimination using waveguide invariance*. The Journal of the Acoustical Society of America, vol. 132, no. 3, pages 2054–2054, Septembre 2012.

- [Turgut *et al.* 2010] Altan Turgut, Marshall Orr et Daniel Rouseff. *Broadband source localization using horizontal-beam acoustic intensity striations*. The Journal of the Acoustical Society of America, vol. 127, no. 1, pages 73–83, Janvier 2010.
- [Urlick 1979] Robert J Urlick. *Sound propagation in the sea*. Rapport technique, Catholic University of America Washington DC Dept of mechanical engineering, 1979.
- [Wagstaff 1997] Ronald A Wagstaff. *The AWSUM filter : A 20-dB gain fluctuation-based processor*. IEEE journal of Oceanic Engineering, vol. 22, no. 1, pages 110–118, 1997.
- [Weng & Yang 2017] Jin-Bao Weng et Yan-Ming Yang. *Experimental Demonstration of Shadow Zone Localization Using Deep Water Interference Patterns Measured by a Single Hydrophone*. IEEE Journal of Oceanic Engineering, 2017.
- [Weston & Stevens 1972] D.E. Weston et K.J. Stevens. *Interference of wide band sound in shallow water*. The Journal of the Acoustical Society of America, vol. 21, no. 1, pages 57–64, 1972.
- [Wirgin 2004] Armand Wirgin. *The inverse crime*. arXiv preprint math-ph/0401050, 2004.
- [Yang 2003] T. C. Yang. *Beam intensity striations and applications*. The Journal of the Acoustical Society of America, vol. 113, no. 3, pages 1342–1352, Mars 2003.
- [Zettl 2005] A. Zettl. Sturm-liouville theory. Numéro 121. American Mathematical Soc., 2005.
- [Zurk & Rouseff 2012] Lisa M Zurk et Daniel Rouseff. *Striation-based beamforming for active sonar with a horizontal line array*. The Journal of the Acoustical Society of America, vol. 132, no. 4, pages EL264–EL270, 2012.

Titre: Invariant océanique grand-fond et discrimination en immersion de sources UBF (1-300 Hz) sur une antenne horizontale

Mots clés: Acoustique sous-marine, modes normaux, dualité modes-rayons, invariant océanique, Motif d'interférences, discrimination en immersion.

Résumé: En milieu océanique grand-fond (profondeur >1000 m), la propagation d'ondes acoustiques Ultra Basse Fréquences (UBF, 1-300 Hz) est caractérisée par une forte influence des propriétés géo-acoustique de l'environnement marin. Classiquement, des méthodes de localisation du type matched field processing sont mises en place pour intégrer cet aspect lors de l'inversion. Cependant, ces méthodes sont connues pour être très sensibles à de petites erreurs de modélisation de l'environnement, qui sont en pratique inévitables. C'est pourquoi il convient mieux de se tourner vers d'autres méthodes d'inversion plus robustes à la méconnaissance de l'environnement.

Dans ce manuscrit on choisit d'étudier une quantité, appelée invariant océanique. Elle est associée à la formation d'interférence et montre des propriétés intéressantes de robustesse à de petites variations des propriétés géo-acoustique du milieu. En adoptant une approche ondulatoire de la propagation, on s'intéresse particulièrement à deux phénomènes responsables de sa dépendance à la configuration source-récepteur (la prédominance du champ acoustique par des groupes de modes et le comportement différencié des ondes montante et descendante constituant un mode). Cette approche permet une prédiction précise et une compréhension profonde du phénomène d'interférence en milieu grand-fond. En couplant cette théorie de l'invariant océanique avec le concept d'énergie piégée, une méthode de localisation est ensuite proposée. Elle prend la forme d'une discrimination en immersion utilisant comme entrée l'intensité acoustique d'un signal large bande reçu sur une antenne horizontale.

Title: Deep-water waveguide invariant and depth discrimination for very low frequency (1-300Hz) sources recorded by a horizontal line array

Keywords: Underwater acoustics, normal modes, rays-modes duality, waveguide invariant, interference pattern, depth discrimination.

Abstract: Within the deep-water ocean (depth >1000 m), low frequencies (1-300 Hz) acoustic waves are characterized by very long range propagation. In this context, the propagation is largely impacted by the oceanic environment. Thus, localization methods based on classical plane wave models do not perform well. Matched field processing has been proposed to include better environmental models, but it is known to perform poorly as soon as the environment is not perfectly known. Given that the ocean is a dynamic system, it changes quickly over time and space making this method inapplicable in an operational context. To circumvent this issue, a better way is to consider methods that do not require detailed knowledge about the environment.

In this manuscript I consider a quantity called the Waveguide Invariant (WI) which is known to be robust to small environment variations. In particular, I investigate two phenomenons responsible for its dependence to the source-receiver configuration: the dominance of the acoustic field by groups of modes and the frequency dependence of the eigenmodes. Using a ray-mode approach, these two features are integrated in a WI derivation which provides a thorough way to predict and understand the striation patterns in deep-water context. Then, using this underlying physics driving the propagation along with the concept of mode trapping, a depth localization method is proposed. The input data for the algorithm is a range-frequency intensity, as measured on a horizontal line array. This idea is explored and extended to propose a source depth discrimination which is performed as a binary classification problem.