HAL
open science

Modélisation électromagnétique et homogénéisation de composites tissés pour applications en compatibilité électromagnétique.

Ghida Al Achkar

To cite this version:

Ghida Al Achkar. Modélisation électromagnétique et homogénéisation de composites tissés pour applications en compatibilité électromagnétique.. Autre. Université Paris Saclay (COmUE), 2018. Français. NNT : 2018SACLC108 . tel-02015528

HAL Id: tel-02015528

https://theses.hal.science/tel-02015528v1

Submitted on 12 Feb 2019

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

NNT : 2018SACLC108

Modélisation électromagnétique et homogénéisation de composites tissés pour applications en compatibilité électromagnétique

Thèse de doctorat de l'Université Paris-Saclay
préparée à **CentraleSupélec**

Ecole doctorale n°575
Electrical, Optical, Bio: Physics and Engineering (EOBE)

Spécialité de doctorat : Génie Electrique

Thèse présentée et soutenue à Gif-sur-Yvette, le 14 Décembre 2018, par

Ghida Al Achkar

Composition du jury :

Pierre Degauque Professeur Emérite, Université de Lille (IEMN)	Président
Elodie Richalot Professeur des Universités, Université Paris-Est (ESYCOM)	Rapporteur
Alain Reineix Directeur de recherche CNRS, Université de Limoges (XLIM)	Rapporteur
JinBo Bai Directeur de recherche CNRS, CentraleSupélec (MSSMat)	Examinateur
Naraindranath Doorgah Expert CEM, Faurecia Automotive Seating FAS	Examinateur
Lionel Pichon Directeur de recherche CNRS, CentraleSupélec (GeePs)	Directeur de thèse
Nabil Benjelloun Professeur, ESIGELEC (IRSEEM)	Co-encadrant
Laurent Daniel Professeur des Universités, CentraleSupélec (GeePs)	Co-encadrant

Thèse de doctorat

Remerciements

Mes remerciements s'adressent tout d'abord à M. Pierre Degauque qui m'a fait l'honneur de présider mon jury de thèse ainsi qu'à Mme Elodie Richalot et M. Alain Reineix qui ont accepté d'être rapporteurs de ce travail. Je leur exprime ma profonde reconnaissance pour les évaluations attentives et le regard expert qu'ils ont portés à mon manuscrit. Je tenais également à remercier M. JinBo Bai et M. Naraindranath Doorgah d'avoir participé au jury et pour l'intérêt prêté à mon travail.

Le travail présenté dans ce mémoire a été effectué au sein du laboratoire de Génie électrique et électronique de Paris GeePs, et de l'Institut de Recherche en Systèmes Électroniques Embarqués IRSEEM. Je souhaite remercier ici toutes les personnes qui ont contribué à la réussite de cette thèse.

Je remercie tout particulièrement Lionel Pichon pour sa rigueur scientifique, ses qualités humaines ainsi que pour la confiance qu'il m'a accordée. J'ai eu l'honneur de travailler sous sa direction. Nabil Benjelloun a fut également encadrant durant mon stage M2R, il m'a fait bénéficier de son expérience dans le domaine de la recherche et m'a soutenu dans les moments de doute, je lui adresse mes remerciements les plus sincères. J'associe à ces derniers une reconnaissance distinguée pour Laurent Daniel de m'avoir accueilli au sein de la chaire de mécatronique automobile. Ses conseils précieux et son encouragement m'ont aidée à mener à bien cette thèse.

J'envoie également mes vifs remerciements à Olivier Dubrunfaut, Aurore Brézard-Oudot, Romain Corcolle, Jean-Michel Rousseau et Laurent Santandréa pour leur grande coopération et aide ainsi que leurs conseils en lien avec mon travail (mesures, microscopie, modélisation, outils de simulation).

Je tiens à remercier tous mes collègues et camarades : Anderson Nunes, Sofiane Ghenna, Khaled Harmouch, Valentin Segouin, Hadi Zaatiti, Dory Merhy, Sandrine Masson, Mathieu Domenjoud, Léa Riachy, ... pour leur aide, encouragement, les nombreuses discussions que l'on a pu avoir et les bons moments partagés ensemble.

Ces remerciements seraient incomplets si je n'en adressais pas à mes parents pour leur amour, soutien et encouragement. Tout ce que je dirais ne pourrait exprimer ma gratitude la plus profonde et mon respect le plus absolu pour tous les sacrifices qu'ils ont dû faire. Finalement, un très grand MERCI à mon frère Mazen toujours à mes côtés, pour sa patience, son encouragement inestimable et son soutien constant sans lesquels je n'en serais pas là aujourd'hui.

Table des matières

Notations **vii**

Abréviations **xi**

Introduction générale **1**

1 Composites et milieux électriques équivalents **3**
1.1 Introduction 4
1.2 Matériaux composites 4
1.2.1 Définition 4
1.2.2 Constituants et architectures utilisées dans l'automobile 4
1.3 Comportement électromagnétique des matériaux 4
1.3.1 Equations de Maxwell 4
1.3.2 Lois de comportement 5
1.3.3 Propagation des ondes - Ondes planes 6
1.3.4 Propriétés électriques des composites 7
1.4 Architectures de plaques composites 8
1.4.1 Les monocouches 8
1.4.2 Les stratifiés 9
1.4.3 Les sandwichs 10
1.5 Modélisation multi-échelle de matériaux composites 10
1.6 Milieux effectifs et homogénéisation EM 11
1.6.1 Avantages et conditions nécessaires 11
1.6.2 Formules analytiques d'homogénéisation 13
1.6.3 Problèmes d'inclusions et méthodes d'homogénéisation dynamiques 16
1.6.4 Méthodes numériques pour l'homogénéisation 21
1.7 Méthodes expérimentales pour les propriétés effectives 24
1.8 Bilan et apport de la thèse 26
1.9 Conclusion 28

2 Méthode d'homogénéisation combinant simulation par éléments finis et méthode d'inversion **29**
2.1 Introduction 30
2.2 Principe de la méthode d'homogénéisation 30
2.3 A- Extraction des paramètres S par simulation 31

2.3.1 Domaine de calcul et équations à résoudre 32
2.3.2 Vérification des résultats pour une plaque homogène 33
2.4 B- Extraction des propriétés effectives 37
2.4.1 Méthodes d'inversion 37
2.4.2 Algorithme proposé 38
2.5 C- Exemple : fibres unidirectionnelles 40
2.5.1 Comportement fréquentiel 40
2.5.2 Onde polarisée perpendiculairement aux fibres 42
2.5.3 Onde polarisée parallèlement aux fibres 47
2.5.4 Synthèse 47
2.6 Homogénéisation et incidence oblique 48
2.6.1 Plaque homogène soumise à une onde plane oblique 50
2.7 Homogénéisation d'une plaque composite 52
2.8 Conclusion 53

3 Comportement électromagnétique des matériaux composites tissés 55
3.1 Introduction 56
3.2 Modélisation de composites tissés par éléments finis 56
3.2.1 Matériau à étudier 56
3.2.2 Conditions aux limites 57
3.2.3 Comportement fréquentiel des composites tissés 58
3.3 Composites tissés et fibres unidirectionnelles 60
3.4 Modèles simples pour l'étude des composites 62
3.4.1 Par cascade de couches 62
3.4.2 Formules analytiques 65
3.5 Homogénéisation pour les composites tissés 67
3.5.1 Calcul analytique de propriétés effectives 67
3.5.2 Comportement fréquentiel en fonction des paramètres du modèle 71
3.5.3 Synthèse 73
3.6 Estimation des propriétés effectives par inversion 74
3.7 Conclusion 75

4 Modélisation d'un boîtier de blindage 77
4.1 Introduction 78
4.2 Modélisation par éléments finis 78
4.2.1 Géométrie du boîtier 78
4.2.2 Domaine de calcul 79
4.2.3 Propagation de l'onde plane dans l'air 79
4.3 Blindage du boîtier métallique 81
4.4 Matériaux composites pour le blindage 81
4.4.1 Homogénéisation du matériau composite 83
4.4.2 Coefficient de blindage 85
4.5 Conclusion 86

Conclusion générale **89**

Perspectives **91**

A Conductivité effective pour un pli unidirectionnel **93**
A.1 Présentation de la plaque 94
A.2 Calcul de la conductivité effective 95

B Plaque homogène soumise à une incidence oblique **97**
B.1 Définition du problème 98
B.2 Conditions aux limites 100
B.3 Onde réfléchie et transmise 101

C Conditions aux limites pour les composites tissés **103**
C.1 Conditions périodiques 104
C.2 Conditions de Neumann 105
C.3 Conditions de Neumann, domaine réduit 105

D Relations de passage S-T **107**
D.1 Définition des matrices 108
D.2 Relations de passage 109

E Méthode de quatre pointes **111**
E.1 Présentation du composite 112
E.2 Mesures quatre pointes 112

F Caractérisation par lignes de transmission **115**
F.1 Présentation de la méthode 116
F.2 Caractérisation du FR4 118
F.3 Limites de la méthode 119

Références bibliographiques **119**

Liste des figures **126**

Liste des tableaux **127**

Notations

NOTATION	SIGNIFICATION
A	Coefficient d'atténuation
$\underline{\underline{A}}$	Tenseur définissant un ellipsoïde
A_c	Surface de contact entre les fibres
A'	Constante liée a seuil de percolation
$\boldsymbol{B}$	Vecteur champ d'induction magnétique $[Wb/m^2]$
C	Célérité de la lumière dans le vide
C_1, C_2, C_3, C_4, C_5	Coefficients pour l'estimation des paramètres d'incidence oblique
D	Paramètre en relation avec la distance verticale entre les fibres
$\boldsymbol{D}$	Vecteur champ d'induction électrique $[C/m^2]$
$\bar{\boldsymbol{D}}$	Vecteur champ d'induction électrique moyen $[C/m^2]$
D_c	Diamètre de la surface de contact
$\boldsymbol{E}$	Vecteur champ électrique $[V/m]$
$\bar{\boldsymbol{E}}$	Vecteur champ électrique moyen $[V/m]$
$\boldsymbol{E_{inc}}$	Champ électrique incident
$\boldsymbol{E_{trans}}$	Champ électrique transmis
$\boldsymbol{E_{ref}}$	Champ électrique réfléchi
$\boldsymbol{E_{src}}$	Champ électrique sur la facette source
$\boldsymbol{E_{dst}}$	Champ électrique que la facette destination
E_0	Module du champ électrique
$\boldsymbol{E_i}$	Vecteur champ électrique de la phase i
$\boldsymbol{E_\infty}$	Vecteur champ électrique du milieu infini
E^u_{incl}	Champ électrique dans l'inclusion dans la direction u
E^u_0	Champ électrique incident dans la direction u
E_x	Champ électrique dans la direction x
H	Hauteur du boîtier de blindage
$\boldsymbol{H}$	Vecteur champ magnétique $[A/m]$
$\boldsymbol{H_{inc}}$	Champ magnétique incident
$\boldsymbol{H_{trans}}$	Champ magnétique transmis
$\boldsymbol{H_{ref}}$	Champ magnétique réfléchi
$\boldsymbol{H_{src}}$	Champ magnétique sur la facette source
$\boldsymbol{H_{dst}}$	Champ magnétique que la facette destination
$\underline{\underline{I}}$	Tenseur identité
$\boldsymbol{J}$	Champ de vecteurs courants $[A/m^2]$

$\mathcal{J}_\alpha$	Fonction de Bessel de première espèce d'ordre α
L	Longueur du boîtier de blindage
L_s	Inductance d'un réseau de fibres
$\underline{\underline{N}}$	Tenseur dépolarisant
$\underline{\underline{N}}_i$	Tenseur dépolarisant de la phase i
N^u	Facteur dépolarisant dans la direction u
N^1, N^2, N^3	Facteurs dépolarisant
$\underline{\underline{N}}_{allonge}, \underline{\underline{N}}_{aplati}$	Tenseurs dépolarisant pour deux types d'ellipsoïdes
$\underline{\underline{N}}_f$	Tenseur dépolarisant des fibres
$\underline{\underline{N}}_m$	Tenseur dépolarisant de la matrice
N_f^u	Facteur dépolarisant des fibres dans la direction u
N_m^u	Facteur dépolarisant de la matrice dans la direction u
$\underline{\underline{N}}_a, \underline{\underline{N}}_b, \underline{\underline{N}}_c$	Tenseurs dépolarisant des plis d'un composite
P_{incl}^u	Polarisation dans l'inclusion dans la direction u
R	Coefficient de réflexion
R_c	Résistance de constriction
R_f	Rayon des fibres
R_O	Coefficient de réflexion pour une incidence oblique
R_s	Résistance AC d'un réseau de fibres
R_{FEM}	Coefficient de réflexion obtenu par éléments finis
$R_{analytique}$	Coefficient de réflexion obtenu analytiquement
$\underline{\underline{S}}$	Matrice de paramètres S
$S_{i,j}\ i,j = \{1,2\}$	Paramètres S
SE	Efficacité de blindage
SE_{FEM}	Efficacité de blindage obtenue par éléments finis
$SE_{analytique}$	Efficacité de blindage obtenue analytiquement
SE_A	Efficacité de blindage due à l'absorption
SE_B	Efficacité de blindage due aux réflexions multiples
SE_R	Efficacité de blindage due à la réflexion
$\underline{\underline{T_1}}, \underline{\underline{T_2}}, \underline{\underline{T_{12}}}$	Matrices de transmission de deux plaques 1 et 2
$\underline{\underline{S}}_{gA}, \underline{\underline{S}}_{gB}$	Matrices S de deux couches A, B et de l'air
$\underline{\underline{T}}_{air}$	Matrice T d'une couche d'air
$\underline{\underline{T}}_A, \underline{\underline{T}}_B$	Matrices T de deux couches A et B
$\underline{\underline{T}}_{gA}, \underline{\underline{T}}_{gB}$	Matrices T de deux couches A, B et de l'air
T_O	Coefficient de transmission pour une incidence oblique
W	Largeur du boîtier de blindage
Z_0	Impédance caractéristique de l'air
Z_s	Impédance caractéristique d'un réseau de fibres
a, b	Coefficients de pondération
a_1, a_2, a_3	Facteurs définissant un ellipsoïde
a_p, a_g	Demi-axes d'une ellipse
d	Paramètre en relation avec la distance horizontale entre les fibres
d_i	Paramètre : $d_i = 2$ en 2D et $d_i = 3$ en 3D

d_x	Distance séparant les fibres dans la direction x
d_y	Distance séparant les fibres dans la direction y
d_z	Distance séparant les fibres dans la direction z
det	Déterminant d'une matrice
div	Opérateur divergeant
e_1, e_2	Excentricités de deux types d'ellipsoïdes (allongé et aplati)
e_b	Épaisseur de l'Aluminium
e_c	Épaisseur de l'Aluminium/Composite
f	Fréquence $[Hz]$
f_v	Fraction volumique des inclusions (fibres)
g, q	Paramètres pour l'estimation du coefficient de blindage
k	Constante de propagation
k_0	Constante de propagation dans l'air
k_2	Constante de propagation dans les fibres
l	Épaisseur de la plaque
l_{air}	Épaisseur de la couche d'air
$\boldsymbol{n}$	Vecteur unitaire de la normale à un plan
p	Période du composite tissé
rot	Opérateur rotationnel
s	Variable complexe $s = \jmath\omega$
t	Temps $[s]$
t'	Constante liée à des données expérimentales et au seuil de percolation
$\boldsymbol{u_x}$	Vecteur unitaire dans la direction x
$\boldsymbol{u_y}$	Vecteur unitaire dans la direction y
$\boldsymbol{u_z}$	Vecteur unitaire dans la direction z
α	Angle que fait l'onde incidente avec la normale à la plaque
α_1	Facteur pour la détermination de propriétés effectives
α_p	Constante de pertes $[Nepers/m]$
β	Angle que fait l'onde à l'intérieur de la plaque avec la normale
β_p	Constante de phase $[rad/m]$
γ	Taille caractéristique $[m]$
δ_f	Épaisseur de peau $[m]$
$\underline{\underline{\epsilon}}$	Tenseur de permittivité électrique $[F/m]$
$\underline{\underline{\epsilon}}^*$	Tenseur de permittivité électrique complexe
$\underline{\underline{\epsilon}}_{eff}$	Tenseur de permittivité électrique effective
ϵ_0	Permittivité électrique du vide
ϵ_f	Permittivité électrique d'une fibre
ϵ_r	Permittivité électrique relative
ϵ_m	Permittivité électrique de la matrice
η	Impédance du milieu
η_0	Impédance caractéristique du vide
λ	Longueur d'onde $[m]$
λ_0	Longueur d'onde dans le vide

λ_c	Longueur d'onde de coupure
$\underline{\underline{\mu}}$	Tenseur de perméabilité magnétique $[H/m]$
μ_0	Perméabilité magnétique du vide
μ_r	Perméabilité magnétique relative
μ_{rf}	Perméabilité magnétique relative d'une fibre
μ_{rm}	Perméabilité magnétique relative de la matrice
ρ	Densité de charges libres $[C/m^3]$
ρ_f	Résistivité des fibres
$\underline{\underline{\sigma}}$	Tenseur de conductivité électrique $[S/m]$
σ_{eff}	Conductivité électrique effective
σ_f	Conductivité électrique d'une fibre
σ_m	Conductivité électrique de la matrice
τ	Paramètre pour le calcul de la résistance d'un réseau de fibres
ϕ	Diamètre d'une fibre $[m]$
ϕ_c	Seuil de percolation
ω	Fréquence angulaire $[rad/s]$
∂	Dérivée partielle
∇	Opérateur Nabla

Abréviations

Abréviation	Signification
AC	*Alternative Current*
AC	*Auto Cohérente*
AG	*Algorithme Génétique*
ARV	*Analyseur de Réseau Vectoriel*
CFRP	*Carbon Fibre Reinforced Polymer*
DC	*Direct Current*
EM	*Électromagnétique*
FDTD	*Finite Difference - Time Domain*
FEM	*Finite Element Method*
GEM	*Generalised Effective Media*
HS	*Hashin Shtrikman*
MG	*Maxwell Garnett*
MHD	*Méthode d'Homogénéisation Dynamique*
MHDE	*Méthode d'Homogénéisation Dynamique Étendue*
MoM	*Method of Moments*
MUT	*Material Under Test*
O	*Ollendorff*
OPPM	*Onde Plane Progressive Monochromatique*
PI	*Problèmes d'Inclusion*
PML	*Perfectly Matched Layer*
PSO	*Particle Swarm Optimization*
RCWA	*Rigorous Coupled Wave Analysis*
PWEM	*Plane Wave Expansion Method*
RF	*Radio Frequency*
SE	*Shielding Effectiveness*
TD	*Thermodurcissable*
TE	*Transverse Électrique*
TEM	*Transverse Électrique Magnétique*
TM	*Transverse Magnétique*
TMM	*Transfer Matrix Method*
TP	*Thermoplastique*
VER	*Volume Élémentaire Représentatif*
W	*Wiener*

Introduction générale

Les matériaux composites sont largement utilisés dans les industries automobile et aéronautique comme pièces de structure. Alliant légèreté et bonnes propriétés mécaniques (rigidité et flexibilité), ces matériaux-ci ont remplacé ceux classiquement adoptés dans la fabrication de certaines parties de structures de véhicules. Toutefois, l'emploi des matériaux composites doit tenir compte du comportement électromagnétique de ces pièces. En effet, les matériaux composites à fibres conductrices, généralement moins conducteurs que les métaux, engendrent une interaction avec les ondes électromagnétiques environnants, différente de celle introduite par les alliages métalliques. Il s'avère donc important de développer des outils de modélisation permettant d'appréhender le comportement électromagnétique de matériaux composites. Ceci dans le but de pouvoir éclairer les changements qu'apportent ces matériaux sur la distribution des ondes, générées par une multitude de sources externes, au voisinage des systèmes mécatroniques.

Par ailleurs, l'étude du comportement électromagnétique de matériaux composites permet de tirer parti de leurs propriétés mécaniques attractives, pour des applications électriques. Ainsi, si le cahier des charges le permet, on pourrait envisager d'alléger les systèmes électriques typiquement constitués à partir de métaux (boîtiers de blindage, plans de masse, ...), en les remplaçant (partiellement ou entièrement) par de matériaux composites.

Cependant, si l'utilisation des composites dans le domaine de la mécanique est répandue grâce à la maîtrise des outils de modélisation et des bancs d'essai, l'emploi de ces matériaux pour des applications en électromagnétisme exige des études approfondies rendues complexes par le fait qu'ils présentent des hétérogénéités à l'échelle microscopique. En effet, dans le cas des composites à fibres conductrices, l'étude numérique d'une structure de taille adaptée à l'application se montre fastidieuse. C'est pourquoi nous avons adopté une approche d'homogénéisation afin d'estimer le comportement moyen de ces matériaux hétérogènes. Les méthodes d'homogénéisation permettent d'accéder aux propriétés électromagnétiques effectives du matériau. Ainsi, il serait envisageable de mener des calculs numériques indirectement pour des structures hétérogènes de grande taille (en comparaison à celle des hétérogénéités), en passant par l'équivalent homogène de la microstructure à étudier.

Dans le cadre des matériaux composites à fibres conductrices, principalement à base de carbone, noyées dans un milieu diélectrique, la réponse électromagnétique dépend de la distribution des fibres à l'intérieur de la plaque. Ainsi, distinguons-nous deux arrangements principaux des inclusions conductrices dans le composite : une distribution unidirectionnelle et une distribution tissée. Pour le premier cas de fibres unidirectionnelles, il existe une variété de méthodes d'homogénéisation analytiques et numériques permettant d'obtenir rapidement les propriétés effectives.
Toutefois, pour le cas des inclusions tressées, la modélisation et l'homogénéisation électromagnétiques restent freinées par la complexité de la microstructure. L'objectif de ce travail consiste donc à développer des outils d'aide à la description du comportement des composites tissés et à l'étude des paramètres qui peuvent influencer leur réponse électromagnétique (fréquence, dimensions, ...). Afin d'adapter l'étude aux structures de grandes tailles, il s'avère également nécessaire de proposer des techniques pour l'estimation de leurs propriétés effectives en fonction de la sollicitation électromagnétique. Pour y parvenir, ce manuscrit est divisé en quatre chapitres :

Le premier chapitre est dédié à un état de l'art sur les matériaux composites et l'homogénéisation. Ces deux sujets sont étudiés du point de vue de l'électromagnétisme. En conséquence, nous détaillons les principaux travaux de la littérature qui ont traité le comportement des composites face à des sollicitations électromagnétiques en les classant dans trois catégories : formules d'homogénéisation analytiques, méthodes numériques pour les matériaux hétérogènes et essais expérimentaux.

Le deuxième chapitre explicite une technique d'homogénéisation proposée dans le but de l'appliquer sur des microstructues à fibres tissées. Elle se base sur sur une méthode de simulation numérique et la résolution d'un problème inverse. Dans un premier temps, nous validons cette technique sur les matériaux composites à fibres unidirectionnelles, en comparant les résultats à ceux obtenus par des formules analytiques.

Dans le troisième chapitre, nous utilisons les simulations par éléments finis afin d'étudier le comportement électromagnétique des composites tissés. Ensuite, nous présentons plusieurs démarches, analytiques et numériques, permettant de décrire la réaction de ces matériaux (à travers les coefficients d'atténuation et de réflexion). Nous appliquons également la technique proposée dans le deuxième chapitre afin d'homogénéiser une plaque composite tissée.

Dans le quatrième chapitre, les méthodes d'homogénéisation étudiées dans les chapitres précédents sont utilisées pour simuler numériquement un boîtier de blindage sollicité par une onde électromagnétique. Les résultats obtenus dans le cas d'un boîtier métallique sont comparés à ceux estimés en remplaçant le capot du boîtier par une plaque composite à fibres conductrices tissées.

Chapitre 1

Matériaux composites et milieux électriques équivalents

Sommaire

1.1 Introduction **4**
1.2 Matériaux composites **4**
1.2.1 Définition 4
1.2.2 Constituants et architectures utilisées dans l'automobile 4
1.3 Comportement électromagnétique des matériaux **4**
1.3.1 Equations de Maxwell 4
1.3.2 Lois de comportement 5
1.3.3 Propagation des ondes - Ondes planes 6
1.3.4 Propriétés électriques des composites 7
1.4 Architectures de plaques composites **8**
1.4.1 Les monocouches 8
1.4.2 Les stratifiés 9
1.4.3 Les sandwichs 10
1.5 Modélisation multi-échelle de matériaux composites **10**
1.6 Milieux effectifs et homogénéisation EM **11**
1.6.1 Avantages et conditions nécessaires 11
1.6.2 Formules analytiques d'homogénéisation 13
1.6.3 Problèmes d'inclusions et méthodes d'homogénéisation dynamiques 16
1.6.4 Méthodes numériques pour l'homogénéisation 21
1.7 Méthodes expérimentales pour les propriétés effectives **24**
1.8 Bilan et apport de la thèse **26**
1.9 Conclusion **28**

1.1 Introduction

Ce chapitre a pour objectif d'introduire, du point de vue de l'électromagnétisme (EM), les matériaux composites qui font l'objet de ce travail de recherche, ainsi que les dimensions et propriétés électriques de leurs constituants. Les hétérogénéités que présentent ces matériaux rendent complexe le processus de modélisation des structures de grande taille. Afin de remédier à ce problème, on a recours à la théorie des milieux effectifs à l'aide de différentes méthodes d'homogénéisation. Ces approches seront détaillées dans la deuxième partie du chapitre. Une conclusion sera tirée quant à la méthode choisie pour l'étude des composites tissés.

1.2 Matériaux composites

1.2.1 Définition

Les matériaux composites sont formés en combinant deux ou plusieurs constituants afin de parvenir à des structures ayant des propriétés physiques particulières. La nature des matériaux utilisés dans la fabrication des composites dépend essentiellement de l'application souhaitée. On distingue, à titre d'exemple, le béton armé (association de béton et de barres d'acier) employé souvent en génie civil parce qu'il assure à la fois une résistance mécanique à la compression (béton) et à la traction (acier) [1]. Ou encore, les composites à matrices céramiques qui allient légèreté et propriétés thermiques attractives ; ils sont ainsi largement utilisés dans le domaine spatial [2].

1.2.2 Constituants et architectures utilisées dans l'automobile

Dans l'automobile, les contraintes de rigidité, légèreté, flexibilité et résistance à la corrosion ont incité les industriels à combiner les métaux et les polymères [3] pour fabriquer des pièces de carrosserie, des bacs à roues de secours, des échappements, etc. Ces composites, conçus de façon à répondre à un cahier des charges spécifique, contiennent essentiellement des inclusions (appelées aussi renforts) noyées dans une matrice (FIGURE 1.1). Les inclusions prennent généralement la forme de fibres très fines, de diamètre de l'ordre de quelques micromètres. La manière de laquelle les fibres sont arrangées donne naissance à différentes architectures de matériaux composites (paragraphe 1.4). Le renfort sera par la suite enrobé par une matrice afin de maintenir les fibres à leur place tout en assurant les caractéristiques mécaniques souhaitées.

1.3 Comportement électromagnétique des matériaux

1.3.1 Equations de Maxwell

Le comportement électromagnétique décrit la réaction d'un matériau soumis à une sollicitation EM. Les équations de MAXWELL [4] établissent des lois générales pour la propagation des champs EM (équations 1.1→1.4). Elles définissent la divergence du champ d'induction magnétique, celle du champ d'induction électrique en fonction de la densité

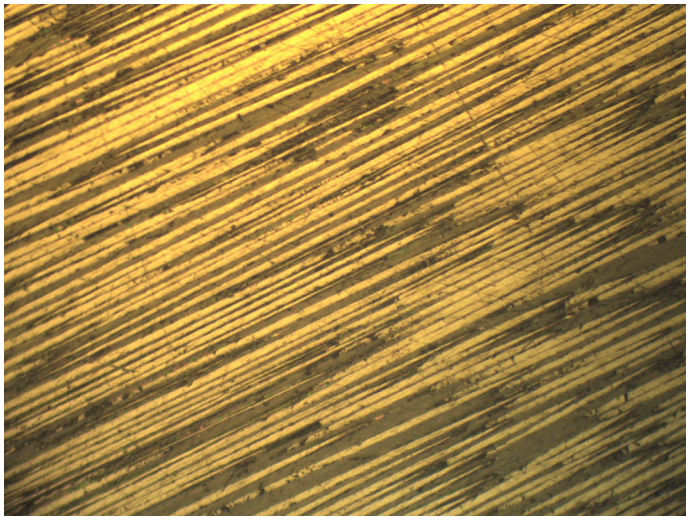


FIGURE 1.1 – *Matériau composite observé au microscope optique.*

de charges libres ainsi que le couplage entre les champs : électrique et magnétique en faisant intervenir le champ de vecteurs courants.

$$\text{div } \boldsymbol{B} = 0 \tag{1.1}$$

$$\text{div } \boldsymbol{D} = \rho \tag{1.2}$$

$$\text{rot } \boldsymbol{E} = -\frac{\partial \boldsymbol{B}}{\partial t} \tag{1.3}$$

$$\text{rot } \boldsymbol{H} = \frac{\partial \boldsymbol{D}}{\partial t} + \boldsymbol{J} \tag{1.4}$$

$$\begin{aligned} \text{avec :} \quad \boldsymbol{B}\ [Wb/m^2] &= \text{Champ d'induction magnétique} \\ \boldsymbol{D}\ [C/m^2] &= \text{Champ d'induction électrique} \\ \rho\ [C/m^3] &= \text{Densité de charges libres} \\ \boldsymbol{E}\ [V/m] &= \text{Champ électrique} \\ \boldsymbol{H}\ [A/m] &= \text{Champ magnétique} \\ \boldsymbol{J}\ [A/m^2] &= \text{Densité de courants} \end{aligned}$$

1.3.2 Lois de comportement

Si les équations précédentes restent vraies quel que soit le milieu de propagation, la nature de ce dernier n'est pas sans conséquence sur la distribution des champs EM. En effet, l'interaction onde-matériau est décrite à l'aide des lois de comportement (équations 1.5→1.7). La réaction des matériaux peut être décrite en fonction des propriétés suivantes :

— Le tenseur de permittivité électrique $\underline{\underline{\epsilon}}$ (en $[F/m]$) qui lie le champ électrique à celui d'induction électrique.

— Le tenseur de conductivité électrique $\underline{\underline{\sigma}}$ [1] (en $[S/m]$) qui, lorsqu'il est non nul, établit une relation de proportionnalité entre le champ électrique E dans le matériau et celui de la densité de courants $\boldsymbol{J}$.
— Le tenseur de perméabilité magnétique $\underline{\underline{\mu}}$ (en $[H/m]$) qui influence les champs magnétiques. Pour des matériaux non-magnétiques, ce qui est le cas pour tous les matériaux étudiés par la suite, ce tenseur est réduit à $\mu_0 \times \underline{\underline{I}}$ où μ_0 est la permittivité dans le vide ($\mu_0 = 4 \,.\, \pi \,.\, 10^{-7}\ H/m$).

$$\boldsymbol{B} = \underline{\underline{\mu}}\ \boldsymbol{H} \tag{1.5}$$

$$\boldsymbol{D} = \underline{\underline{\epsilon}}\ \boldsymbol{E} \tag{1.6}$$

$$\boldsymbol{J} = \underline{\underline{\sigma}}\ \boldsymbol{E} \tag{1.7}$$

Leur comportement électrique global peut être évalué à partir de la quantité $\frac{\sigma}{\omega\epsilon}$: les matériaux peuvent être conducteurs ($\frac{\sigma}{\omega\epsilon} \gg 1$), semi-conducteurs ($\frac{\sigma}{\omega\epsilon} \simeq 1$) ou isolants ($\frac{\sigma}{\omega\epsilon} \ll 1$).

1.3.3 Propagation des ondes - Ondes planes

Une simple manipulation des équations précédentes dans un milieu non-magnétique donne l'équation d'onde décrite par l'équation 1.8.

$$\text{rot}\ (\text{rot}\ \boldsymbol{E}) + \mu_0\ \underline{\underline{\epsilon}}\ \frac{\partial^2 \boldsymbol{E}}{\partial t^2} + \mu_0\ \underline{\underline{\sigma}}\ \frac{\partial \boldsymbol{E}}{\partial t} = 0 \tag{1.8}$$

Parmi les ondes qui vérifient cette équation, les Ondes Planes Progressives Monochromatiques OPPM [5], auxquelles un intérêt particulier est porté dans ce travail de thèse. En effet, lorsqu'il s'agit d'une onde ne contenant qu'une seule fréquence (angulaire notée ω) dans un milieu sans source électromagnétique l'équation précédente se réduit à l'équation d'Helmholtz exprimée selon l'équation 1.9 :

$$\nabla^2\ \boldsymbol{E} + \omega^2\ \mu_0\ \underline{\underline{\epsilon}}^*\ \boldsymbol{E} = 0 \tag{1.9}$$

En outre, une onde plane qui se propage suivant la direction u_z et dont le champ électrique est polarisé suivant u_x réduit l'équation à 1.10 où k est la constante de propagation de l'onde :

$$\frac{\partial^2 E_x}{\partial z^2} + k^2 E_x = 0 \quad \text{avec :} \quad k = \sqrt{\epsilon_x \mu_0 \omega^2 - \jmath \mu_0 \sigma_x \omega} \tag{1.10}$$

La solution s'exprimant selon l'équation 1.11, le champ magnétique associé s'exprime en fonction de l'impédance caractéristique η du milieu de propagation (équation 1.12, FIGURE 1.2).

$$\boldsymbol{E}(z,t) = E_0\ e^{\jmath\ (\omega t - kz)}\ \boldsymbol{u_x} \tag{1.11}$$

1. Pour une sollicitation sinusoïdale de fréquence angulaire ω (en $[rad/s]$), la permittivité complexe du milieu de propagation est notée : $\underline{\underline{\epsilon}}^* = \underline{\underline{\epsilon}} + \jmath \frac{\underline{\underline{\sigma}}}{\omega}$

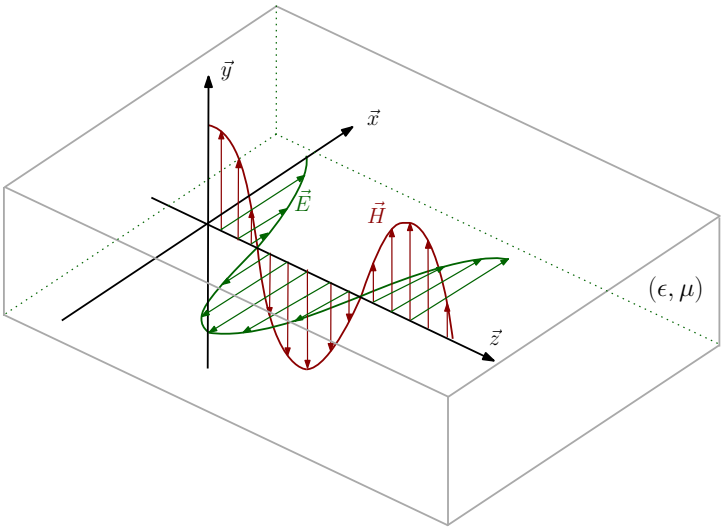


FIGURE 1.2 – *Propagation des champs électrique et magnétique pour une onde plane progressive monochromatique.*

$$\boldsymbol{H}(z,t) = \frac{1}{\eta}\, E_0\, e^{\jmath\,(\omega t - kz)}\, \boldsymbol{u_y} \quad \text{avec :} \quad \eta = \omega\,\frac{\mu_0}{k} = \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon^*}} \tag{1.12}$$

Par conséquent, le comportement de l'onde dépend principalement des propriétés EM dans le milieu de propagation. On peut distinguer les trois cas suivants :

— Le matériau est purement diélectrique : $\sigma = 0$, ceci implique un champ EM qui se propage sans atténuation.

— Le matériau présente des pertes : $\sigma \neq 0$, le champ $\boldsymbol{E_x}$ s'écrit alors en fonction des constantes de phase β_p et de pertes α_p (équation 1.13). L'onde dans ces matériaux se propage avec une atténuation proportionnelle à α_p.

$$\boldsymbol{E}(z,t) = E_0\, e^{-\alpha_p z}\, e^{\jmath(\omega t - \beta_p z)}\, \boldsymbol{u_x} \quad \text{avec :} \quad k = \alpha_p + \jmath\beta_p \tag{1.13}$$

— Le matériau est très conducteur : $k \approx \sqrt{\jmath\,\omega\,\mu_0\,\sigma_x} = (1+\jmath)\sqrt{\frac{\omega\mu_0\sigma_x}{2}} = \alpha_p + \jmath\beta_p$, ceci donne naissance à l'effet de peau qui se mesure à l'aide de l'épaisseur de peau dans le conducteur $\delta_f = 1/\alpha_p = \sqrt{\frac{2}{\omega\mu_0\sigma}}$. L'importance de cet effet réside dans le fait que l'onde s'atténue de $1/e$ au bout d'une distance $z = \delta_f$ qui s'avère, par exemple, de l'ordre de $0,2mm$ pour un matériau non magnétique de conductivité $\sigma = 500\,S/m$ à $10\,GHz$. Les courants qui se propagent dans le conducteur sont ainsi superficiels.

Ce paragraphe montre l'influence des propriétés du milieu de propagation sur le comportement de l'onde EM. C'est pourquoi, les différents constituants des matériaux composites sont détaillés (paragraphe 1.3.4) en mettant l'accent sur leur comportement électrique.

1.3.4 Propriétés électriques des composites

Les éléments qui rentrent dans la fabrication des composites sont nombreux. Toutefois, les principaux constituants des composites utilisés dans l'automobile sont les fibres

de carbone ou de verre dont les propriétés sont résumées dans le tableau 1.1. Quant aux matrices, elles peuvent se grouper en deux catégories : les résines thermodurcissables (TD), et les résines thermoplastiques (TP). Le tableau 1.2 présente quelques exemples de résines et leurs propriétés électriques.

Inclusion	Permittivité relative ϵ_r	Conductivité $\sigma[S/m]$
E-glass	$5 - 6.6$ [6]	de l'ordre de 10^{-8}
Carbone	———	$30k - 150k$ [7] [8]

TABLE 1.1 – *Propriétés électriques des fibres constituant les matériaux composites utilisés dans l'automobile.*

Matrice	Permittivité relative ϵ_r	Conductivité $\sigma[S/m]$
Epoxy	3.6 [9]	$10^{-9} \rightarrow 10^{-6}$ [10]
Polyester	$2.8 \rightarrow 4.5$	$< 10^{-8}$ [11]

TABLE 1.2 – *Propriétés électriques de quelques matériaux constituant les matrices pour les composites utilisés dans l'automobile.*

Dans le cas de composites à fibres de carbone (Carbon Fiber Reinforced Polymer CFRP), le matériau s'avère un mélange de conducteurs et diélectriques. Ces éléments, considérés séparément, induisent des réactions différentes une fois soumis à une sollicitation EM. Ceci fait que le matériau résultant de leur combinaison possède un comportement complexe à modéliser. En effet, la réaction électrique du produit final dépend, non seulement des propriétés individuelles des composants, mais aussi d'autres facteurs, tels que la fraction volumique des fibres, leur distribution et la fréquence de l'onde incidente. Par conséquent, des études détaillées doivent être menées afin de tirer des conclusions quant à leur comportement électrique. Pour ce faire, l'un des principaux facteurs à prendre en compte est la distribution des renforts dans la matrice. Le paragraphe suivant présente brièvement les différentes géométries retrouvées dans les matériaux composites.

1.4 Architectures de plaques composites

En général, on distingue trois catégories principales de matériaux composites en fonction de la distribution des inclusions et du nombre de couches qui forment la plaque.

1.4.1 Les monocouches

Cette famille de composites regroupe d'une part, les inclusions sous forme de particules (dont la nature et taille peuvent varier en fonction de l'application), et de fibres

courtes (souvent distribuées de manière aléatoire dans la matrice afin d'obtenir des propriétés mécaniques spécifiques). Ces matériaux sont faciles à fabriquer et possèdent un coût de production relativement faible [12].

D'autre part, on distingue aussi dans cette catégorie les composites à fibres longues unidirectionnelles et tissées. Les premières consistent en un pli 1D de fibres étendues dans une direction spécifique. Alors que les composites tissés, souvent utilisés pour la réalisation des pièces de structure, présentent une variété de modèles obtenus en entrecroisant des fils de chaîne (tendus horizontalement dans la longueur) et de trame (placés dans le sens de la largeur). Le mode l'entrelacement des fils (appelé l'armure) donne lieu à plusieurs types de composites tissés (FIGURE 1.3) :

— Les taffetas : quand les fibres de chaîne et de trame sont tissées en succession.
— Les sergés $n \times m$: pour assurer plus de flexibilité, un fil de chaîne alterne le passage entre n fils de trame à la fois, qui eux passent en dessous puis en dessus de m fils de chaîne.
— Les satins n : faciles à draper puisque chaque fil de chaîne alterne entre n fils de trame et vice versa.

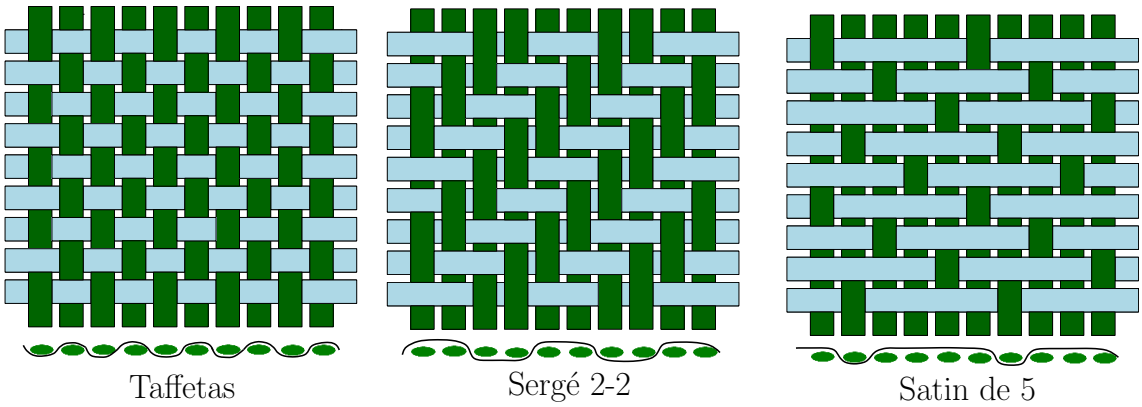


FIGURE 1.3 – *Composites tissés : types de tissages 2D.*

1.4.2 Les stratifiés

Il s'agit d'un empilement de couches unidirectionnelles ou tissées. Ce type de composites permet surtout de concevoir un matériau ayant des propriétés bien déterminées dans des directions spécifiques, en empilant des couches de fibres unidirectionnelles (FIGURE 1.4). En effet, chaque pli de fibres fait un angle θ par rapport à une direction de référence. Le comportement électrique de ces matériaux a fait l'objet de nombreuses études : LIN et al. [13] ont proposé une méthode de calcul de l'efficacité de blindage des composites stratifiés pour des fréquences allant de quelques kHz jusqu'à quelques MHz. Pour cela, ils se sont servis des méthodes d'homogénéisation analytiques afin de calculer les propriétés effectives de chaque couche, puis des matrices cascades pour estimer le coefficient de blindage global. LI et al. [14] ont considéré le cas des ondes obliques en hautes fréquences à l'aide d'une méthode de décomposition d'ondes planes qui permet de calculer des coefficients de transmission et de réflexion d'un composite stratifié pour

une large gamme de fréquences.

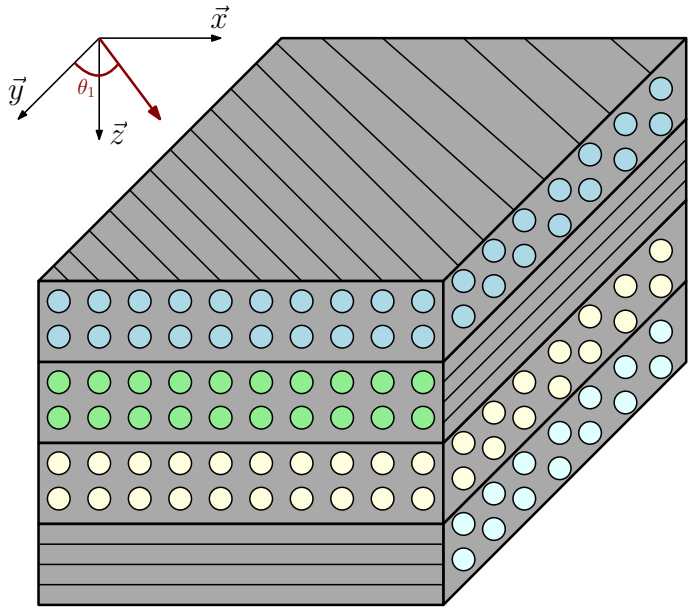


FIGURE 1.4 – *Exemple de matériau composite stratifié.*

1.4.3 Les sandwichs

La liste ne serait pas exhaustive sans mention des composite en sandwich (qui ne feront pas l'objet de ce travail de recherche). Ils sont principalement conçus en intercalant un matériau épais et léger entre deux plaques de faible épaisseur (FIGURE 1.5). Leurs propriétés thermiques les rendent indispensables dans l'industrie aéronautique [15].

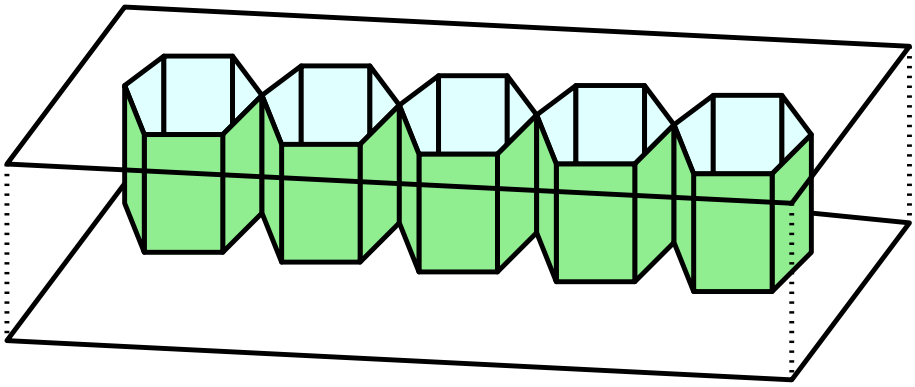


FIGURE 1.5 – *Exemple de matériau composite en sandwich.*

1.5 Modélisation multi-échelle de matériaux composites

Les études qui suivent porteront essentiellement sur les composites à fibres longues (tissés et stratifiés). Le paragraphe précédent décrit la géométrie du matériau au niveau

de la plaque. Toutefois, observé à des échelles différentes, le composite présente des hétérogénéités importantes.

— Pour les tissés par exemple, trois échelles principales peuvent être distinguées : Les fibres individuelles, dont le diamètre est de l'ordre de quelques micro-mètres (échelle microscopique), sont rassemblées pour former des faisceaux (échelle mésoscopique) qui seront par la suite tissés afin d'obtenir la géométrie périodique souhaitée (échelle macroscopique) (FIGURE 1.6).

— Pour les stratifiés, à l'échelle microscopique, les fibres sont alignées dans une direction spécifique formant ainsi un pli (échelle mésoscopique). L'ensemble de ces couches empilées constitue la plaque composite (échelle macroscopique) ayant une épaisseur de quelques millimètres (FIGURE 1.6).

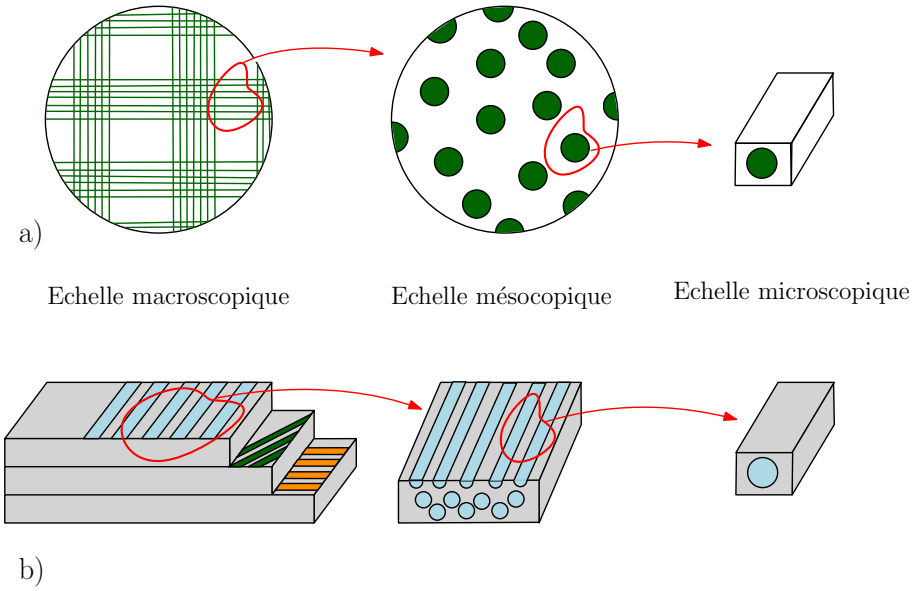


FIGURE 1.6 – *Modèle multi-échelle d'un composite tissé (a) et stratifié (b).*

Le comportement EM de ces composites dépend des interactions onde-matériau aux niveaux micro et mésoscopique. Cependant, les géométries et propriétés différentes trouvées à chaque échelle font que les méthodes de modélisation employées sont diverses. La partie suivante porte sur les formules classiques trouvées dans la littérature ainsi que sur les méthodes numériques et expérimentales qui ont été développées afin de décrire la réaction EM des milieux hétérogènes. Des exemples montrant les cas d'application de ces méthodes seront également présentés.

1.6 Milieux effectifs et homogénéisation EM

1.6.1 Avantages et conditions nécessaires

De façon générale, quand l'application nécessite la modélisation de structures hétérogènes dont la taille est largement supérieure à celle des inclusions, on cherche à remplacer le matériau hétérogène par son équivalent homogène. C'est l'homogénéisation qui consiste à trouver un milieu dont le comportement EM global est identique à celui du

milieu à étudier. La théorie des milieux effectifs se base sur cette hypothèse. Elle définit les propriétés du composite à partir de celles de ses phases et d'une variété d'autres facteurs (la fraction volumique, la fréquence de la sollicitation). Les approches d'homogénéisation se basent sur l'étude d'un Volume Elémentaire Représentatif (VER) du matériau hétérogène afin de déduire une relation entre le champ d'induction électrique moyen $\bar{\boldsymbol{D}}$ à l'échelle macroscopique, et le champ électrique moyen $\bar{\boldsymbol{E}}$. Puisque ces deux champs sont reliés à travers la loi de comportement (équation 1.14), ceci permet de remonter à la permittivité moyenne ou effective $\underline{\underline{\epsilon}}_{eff}$.

$$\bar{\boldsymbol{D}} = \underline{\underline{\epsilon}}_{eff}\bar{\boldsymbol{E}} \tag{1.14}$$

Volume élémentaire représentatif (VER)

Les définitions du VER retrouvées dans la littérature sont multiples [16]. Le VER désigne habituellement un volume suffisamment large d'un matériau hétérogène permettant sa caractérisation comme statistiquement représentatif du composite. Par conséquent, la taille du VER est, en même temps, supérieure à celle des hétérogénéités et inférieure à celle de la structure pour assurer la continuité du milieu homogénéisé. Ceci implique que la réponse du VER doit être indépendante des conditions aux limites imposées. D'autres travaux considèrent que le VER est le plus petit élément de volume dont la réponse est suffisamment proche de la réponse constitutive moyenne du matériau. Cette supposition réduit la taille du VER, toutefois, elle néglige l'effet des petites fluctuations que peuvent subir les propriétés effectives sur des domaines finis. Bien que les définitions précédentes présentent des éléments de différence, elles supposent tout de même que le VER se situe dans l'échelle mésoscopique et que, une fois homogénéisé, il est capable de décrire le comportement macroscopique du matériau.

Méthodes d'homogénéisation

Les premiers modèles ayant pour but de calculer les propriétés électriques équivalentes prennent la forme de formules analytiques. Ils ont été développés à partir de la fin du 19eme siècle pour des composites bi ou multi-phasés. Leur principal avantage réside en leur capacité de prédire en un temps négligeable le comportement de certains types de composites. Toutefois, ces formules manquent de précision surtout dans le cas d'arrangement complexe des phases. Ceci vient du fait qu'elles sont établies soit pour des cas très généraux (elles estiment des bornes d'encadrement pour les propriétés effectives), soit pour des cas spécifiques (inclusions sphériques, basses fréquences, etc.). La pertinence de leur utilisation doit donc être justifiée en fonction du type de matériau à étudier. En outre, quand l'application s'intéresse à un cas précis de composites, les méthodes numériques s'avèrent un atout important permettant d'étudier le comportement du matériau et, le cas échéant, de calculer ses propriétés effectives. On cite également les méthodes expérimentales qui peuvent servir comme outils d'extraction de propriétés EM, ou aussi comme méthodes de validation pour les approches analytiques et numériques. Dans ce qui suit, un aperçu de chacune des méthodes est donné, avec des exemples de leurs ap-

plications dans la littérature.

1.6.2 Formules analytiques d'homogénéisation

Bornes de WIENER

Le modèle de WIENER[2] estime les bornes inférieure et supérieure des propriétés effectives pour un composite pluri-phasé soumis à un champ supposé uniforme[3]. Il est considéré comme l'un des outils les plus généraux pour l'homogénéisation puisqu'il fait appel uniquement aux propriétés individuelles des phases et aux fractions volumiques correspondantes. Pour l'exemple d'un composite multiphasé, les bornes de Wiener inférieure et supérieure ($\underline{\underline{\epsilon}}_{W^-}{}^*$, $\underline{\underline{\epsilon}}_{W^+}{}^*$) encadrent la permittivité effective [17] :

$$\underline{\underline{\epsilon}}^*_{W^-} \leq \underline{\underline{\epsilon}}^*_{eff} \leq \underline{\underline{\epsilon}}^*_{W^+} \tag{1.15}$$

avec :

$$\underline{\underline{\epsilon}}^*_{W^-} = \langle \underline{\underline{\epsilon}}_i^{*-1} \rangle^{-1} \tag{1.16}$$

et :

$$\underline{\underline{\epsilon}}^*_{W^+} = \langle \underline{\underline{\epsilon}}^*_i \rangle \tag{1.17}$$

où $\underline{\underline{\epsilon}}^*_i$ représente la permittivité de la phase i, et l'opérateur $\langle . \rangle$ la moyenne volumique. Pour le calcul de la conductivité effective, les bornes de Wiener estiment cette propriété grâce à une analogie électrique (résistances en séries et en parallèle pour le calcul des bornes supérieures et inférieure respectivement) [18]. Par ailleurs, dans le cas particulier d'un pli de fibres cylindriques parallèles l'une à l'autre, et parcourues par des courants supposés uniformes, le calcul effectué dans l'annexe A, montre que la conductivité effective coïncide avec la borne supérieure du modèle de WIENER. Ainsi, des hypothèses additionnelles sur la microstructure du matériau et sur la distribution des phases permettent de restreindre les solutions possibles, et de prédire une estimation plus précise, voire exacte, de la conductivité effective.

Bornes de HASHIN et SHTRIKMAN

Ces bornes ont été développées en 1963 [19],[20]. Elles s'insèrent à l'intérieur de la gamme précisée par WIENER puisqu'elles imposent des conditions additionnelles sur le matériau étudié. Celles-ci se traduisent essentiellement par l'isotropie de la distribution des phases et de leurs propriétés. Pour un composite biphasé ayant une matrice de permittivité ϵ^*_m et des renforts de permittivité ϵ^*_f les bornes de HASHIN et SHTRIKMAN s'écrivent :

$$\epsilon_{HS^-} \leq \epsilon_{eff} \leq \epsilon_{HS^+} \tag{1.18}$$

avec (si $\epsilon_m < \epsilon_f$) :

$$\epsilon_{HS^-} = \epsilon_m + \frac{f_v}{\frac{1}{\epsilon_f - \epsilon_m} + \frac{(1-f_v)}{d_i \cdot \epsilon_m}} \tag{1.19}$$

2. Les bornes de VOIGT et REUSS représentent l'analogue mécanique du modèle de Wiener.

3. Dans le cas où le champ électrique $\boldsymbol{E}$ est uniforme dans toute phase i qui constitue le matériau hétérogène, $\bar{\boldsymbol{D}}$ s'exprime en fonction de $\bar{\boldsymbol{E}}$: $\bar{\boldsymbol{D}} = \langle \boldsymbol{D}^i \rangle = \langle \underline{\underline{\epsilon}}_i \bar{\boldsymbol{E}}^i \rangle = \langle \underline{\underline{\epsilon}}_i \rangle \bar{\boldsymbol{E}}$; où l'opérateur $< . >$ représente la moyenne volumique.

et

$$\epsilon_{HS^+} = \epsilon_f + \frac{(1-f_v)}{\frac{1}{\epsilon_m - \epsilon_f} + \frac{f_v}{d_i \cdot \epsilon_f}} \tag{1.20}$$

où :

— $d_i = 2$ pour le modèle 2D (inclusions cylindriques)
— $d_i = 3$ pour le modèle 3D (inclusions ellipsoïdales)

Ces bornes s'avèrent des estimations exactes dans le cas de l'assemblage de sphères composites de HASHIN (FIGURE 1.7). Il s'agit d'un milieu biphasé constitué de sphères composites. Ces dernières possèdent des tailles aléatoires, elles sont assemblées de façon à remplir complètement le volume du matériau. Chaque sphère comporte une inclusion sphérique de rayon inférieur à celui de la matrice.

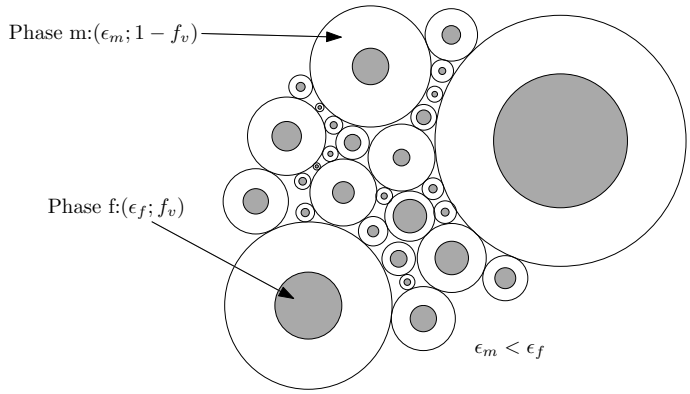


FIGURE 1.7 – *Distribution de phases dans les sphères composites de Hashin.*

Les bornes de HASHIN et SHTRIKMAN continuent à être le sujet de nombreux travaux de recherche pendant les dernières années. Ceci dans le but d'étendre leur domaine d'application aux géométries cristallines [21] [22], et aux composites triphasés en considérant les interactions entre les différentes inclusions pour calculer la conductivité effective [23].

Formalisme de MAXWELL-GARNETT

Cette étude, publiée en 1904 [24], traite le cas d'un composite biphasé isotrope à inclusions sphériques (de permittivité complexe $\underline{\underline{\epsilon}}_f^* = \underline{\underline{\epsilon}}_f + \jmath\frac{\underline{\underline{\sigma}}_f}{\omega}$) noyée dans une matrice (de permittivité complexe $\underline{\underline{\epsilon}}_m^*$). La permittivité effective ($\underline{\underline{\epsilon}}_{MG}^*$) s'exprime en fonction de la fraction volumique f_v des inclusions et de la géométrie comme suit :

$$\underline{\underline{\epsilon}}_{MG}^* = \underline{\underline{\epsilon}}_m^* + d_i \cdot f_v \cdot \underline{\underline{\epsilon}}_m^* \cdot \frac{\underline{\underline{\epsilon}}_f^* - \underline{\underline{\epsilon}}_m^*}{\underline{\underline{\epsilon}}_f^* + (d_i - 1) \cdot \underline{\underline{\epsilon}}_m^* - f_v(\underline{\underline{\epsilon}}_f^* - \underline{\underline{\epsilon}}_m^*)} \tag{1.21}$$

Cette relation est obtenue en exploitant les lois de l'EM relatives à une inclusion sphérique [25]. Ce modèle suppose également une fraction volumique faible ($f_v < 0.5$) et des inclusions suffisamment petites devant la longueur d'onde (formulation quasi-statique) et bien espacées, puisque l'interaction entre celles-ci est négligée.

Formalisme de BRUGGEMAN

Contrairement à l'approximation de MAXWELL-GARNETT, ce modèle considère que le milieu hôte et les différentes inclusions (matériau pluriphasé) contribuent de manière symétrique au comportement global. C'est pourquoi il s'avère bien adapté aux composites contenants un nombre important de phases, et surtout aux polycristaux. L'estimation de BRUGGEMAN, appelée aussi auto-cohérente, est développée en partant de l'idée que chaque phase du matériau hétérogène, y inclus la matrice, est plongée dans un milieu fictif ayant pour propriété électrique celle du milieu effectif équivalent au composite à étudier. Cette dernière (noté ϵ_{AC}) est obtenue pour un matériau comportant n phases de fraction volumique f_v en résolvant l'équation 1.22, typiquement en se servant des algorithmes d'optimisation (méthode de NEWTON-RAPHSON par exemple).

$$\sum_{i=1}^{n} f_{vi}.\frac{\epsilon_i - \epsilon_{AC}}{2.\epsilon_{AC} + \epsilon_i} = 0 \tag{1.22}$$

Des travaux ultérieurs ont été effectués avec une focalisation sur la conductivité effective des composites ([26] et [27]), c'est la théorie des milieux effectifs généralisée (GEM) établie par MCLACHLAN en 1990 qui intègre les paramètres de la percolation (sous forme de facteurs qui prennent en compte la forme, distribution et l'inter-connectivité des particules conductrices). Cette formulation descriptive, étend le domaine d'application du modèle de BRUGGEMAN pour inclure les structures non-symétriques. Ainsi, pour un composite ayant des fibres de conductivité σ_f occupant f_v de son volume, une matrice de conductivité électrique σ_m, et dont A' et t' sont deux constantes liées respectivement au seuil de percolation de la phase la plus conductrice ϕ_c et à des données expérimentales, la conductivité effective σ_{GEM} est donnée par l'équation 1.23 (pour $\sigma_f > \sigma_m$).

$$\frac{(1-f_v)(\sigma_m^{1/t'} - \sigma_{GEM}^{1/t'})}{\sigma_m^{1/t'} + A'\sigma_{GEM}^{1/t'}} + \frac{f_v(\sigma_f^{1/t'} - \sigma_{GEM}^{1/t'})}{\sigma_f^{1/t'} + A'\sigma_{GEM}^{1/t'}} = 0 \quad \text{avec :} \quad A' = \frac{1-\phi_c}{\phi_c} \tag{1.23}$$

D'autres travaux basés sur ceux de BRUGGEMAN ont pour objectif de généraliser ces études, à noter ceux de MEREDITH et TOBIAS [28] qui adaptent la formule au cas des composites conducteurs où la distribution des inclusions est condensée en se basant sur des données expérimentales.

Autres formules analytiques d'homogénéisation

La théorie de l'homogénéisation regroupe, non seulement les modèles décrits ci-dessus, mais aussi d'autres formalismes liés à la détermination des propriétés effectives. On distingue, entre autres, les études qui portent sur les matériaux anisotropes : la formule d'OLLENDORFF [29], [30], par exemple, exprime la propriété recherchée en introduisant un facteur dépolarisant (noté N^u dans la direction u) qui tient compte de la direction des inclusions (supposées elliptiques) par rapport à celle du champ incident. La conductivité effective (σ_O^u), pour un composite biphasé (inclusion de conductivité σ_f et de fraction volumique f_v, milieu hôte de conductivité σ_m) s'écrit selon 1.24.

$$\sigma_O^u = \sigma_m \frac{\sigma_m + (\sigma_m - \sigma_f)(N^u(1-f_v) + f_v)}{\sigma_m + (\sigma_m - \sigma_f)N^u(1-f_v)} \tag{1.24}$$

En outre, NIELSEN (1974) a établi un modèle de prédiction de la conductivité thermique effective en fonction de la forme des inclusions (fibres continues, courtes ou renforts sphériques) [31]. Ce modèle donne des résultats moins cohérents quand il s'agit de la conductivité électrique [32].

D'autre part, une formule généralisée a été établie par LICHTENECKER (équation 1.25) et justifiée théoriquement par ZAKRI et al. [33] pour des particules ellipsoïdales soumises à un champ électrique. Elle détermine la permittivité effective $\underline{\underline{\epsilon}}_L$ en fonction des permittivités individuelles des phases $\underline{\underline{\epsilon}}_i$, leurs fractions volumiques respectives f_{vi} et un facteur α_1. Le choix de α_1 dépend de l'orientation du champ par rapport à la particule, on a ainsi $-1 \leq \alpha_1 \leq +1$. On retrouve pour $\alpha_1 = -1$ la borne inférieure de WIENER $\underline{\underline{\epsilon}}_{W^-}$ et pour $\alpha_1 = +1$ la borne supérieure $\underline{\underline{\epsilon}}_{W^+}$.

$$\underline{\underline{\epsilon}}_L = \Big(\sum_{i=1}^{n} f_{vi}\, \underline{\underline{\epsilon}}_i^{\alpha_1}\Big)^{\frac{1}{\alpha_1}} \tag{1.25}$$

Les approches analytiques d'homogénéisation furent l'objet de nombreuses investigations ayant pour but d'évaluer le comportement EM des composites. Ainsi, HOLLOWAY et al. [34] ont étudié le transmission et la réflexion à travers des couches composites à fibres unidirectionnelles en l'homogénéisant à l'aide de la théorie des couches équivalentes, les résultats obtenus ont été comparés avec les simulations par éléments finis. Par ailleurs, la simplicité de ces formules a permis de les utiliser pour modéliser des matériaux composites qui répondent à certains cahiers des charges, notamment dans le but d'estimer les propriétés effectives à partir des coefficients de transmission et réflexion [35], [36]. De plus, les travaux menés par BAL et KOTHARI [37] ont eu pour objectif de calculer la permittivité effective pour les composites diélectriques en comparant les résultats obtenus à l'aide de différentes méthodes analytiques.

Pour conclure sur les méthodes classiques d'homogénéisation, la FIGURE 1.8 représente une étude comparative dans le cas d'un composite biphasé isotrope, la permittivité relative des inclusions supposées cylindriques (cas 2D) est $\epsilon_{rf} = 10$, celle du milieu hôte est $\epsilon_{rm} = 1$. La permittivité effective ϵ_{reff} est tracée en fonction de la fraction volumique des renforts f_v pour les différentes lois de mélange sur lesquelles porte cette étude bibliographique. On remarque que les bornes de WIENER encadrent le reste des courbes puisqu'elles n'imposent aucune condition sur l'état du composite, et que l'estimation de MAXWELL-GARNETT coïncide avec les bornes inférieures de HASHIN et SHTRIKMAN. D'autre part, puisque les inclusions sont considérées cylindriques la formulation d'OLLENDORFF se réduit aussi aux bornes HS^-.

1.6.3 Problèmes d'inclusions et méthodes d'homogénéisation dynamiques

Problèmes d'inclusion

Le cas général d'un composite multi-phasé anisotrope peut être traité dans le cadre des problèmes d'inclusion. Ce modèle étudie l'effet de chaque phase séparément puis utilise une méthode analytique afin de superposer leurs effets dé-corrélés et par la suite d'établir un comportement moyen du composite (FIGURE 1.9). L'application de cette

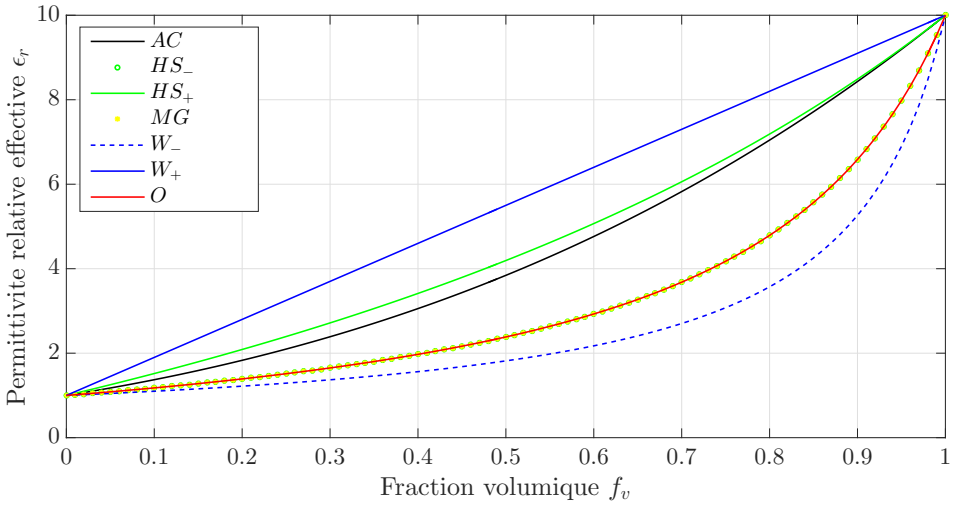


FIGURE 1.8 – *Etude comparative des lois d'homogénéisation analytiques.*

théorie aux propriétés électriques est traitée pas SIHVOLA et LINDELL [38] qui ont contribué à la formulation de cette loi d'homogénéisation quasi-statique. En effet, un milieu fictif appelé milieu de référence est initialement choisi comme base pour l'excitation électrique ($\boldsymbol{E}_\infty$). Chacune des phases constituant le matériau est ensuite représentée par une seule inclusion supposée ellipsoïdale. Le champ électrique à l'intérieur de l'ellipsoïde de la i^{eme} phase ($\boldsymbol{E}_i$) est calculé en fonction des tenseurs de permittivités complexes des deux milieux ainsi que du tenseur dépolarisant $\underline{\underline{N_i}}$, où $\underline{\underline{I}}$ est le tenseur identité d'ordre 2 (équation 1.26).

$$\boldsymbol{E_i} = [\, \underline{\underline{\epsilon}}_\infty \, \underline{\underline{I}} + \underline{\underline{N_i}} \cdot (\underline{\underline{\epsilon}}_i - \underline{\underline{\epsilon}}_\infty) \, \underline{\underline{I}} \,]^{-1} \, \underline{\underline{\epsilon}}_\infty \cdot \boldsymbol{E_\infty} \tag{1.26}$$

Cette estimation locale du champ électrique dans les phases est ensuite utilisée afin d'exprimer le champ moyen dans le matériau composite [39] à partir duquel la propriété effective est déduite (équation 1.27).

$$\underline{\underline{\epsilon}}_{PI} = \left\langle \underline{\underline{\epsilon}}_i \cdot \left(\underline{\underline{I}} + \underline{\underline{N_i}} \cdot \underline{\underline{\epsilon}}_\infty^{-1} \cdot (\underline{\underline{\epsilon}}_i - \underline{\underline{\epsilon}}_\infty)\right)^{-1} \right\rangle \cdot \left\langle \left(\underline{\underline{I}} + \underline{\underline{N_i}} \cdot \underline{\underline{\epsilon}}_\infty^{-1} \cdot (\underline{\underline{\epsilon}}_i - \underline{\underline{\epsilon}}_\infty)\right)^{-1} \right\rangle^{-1} \tag{1.27}$$

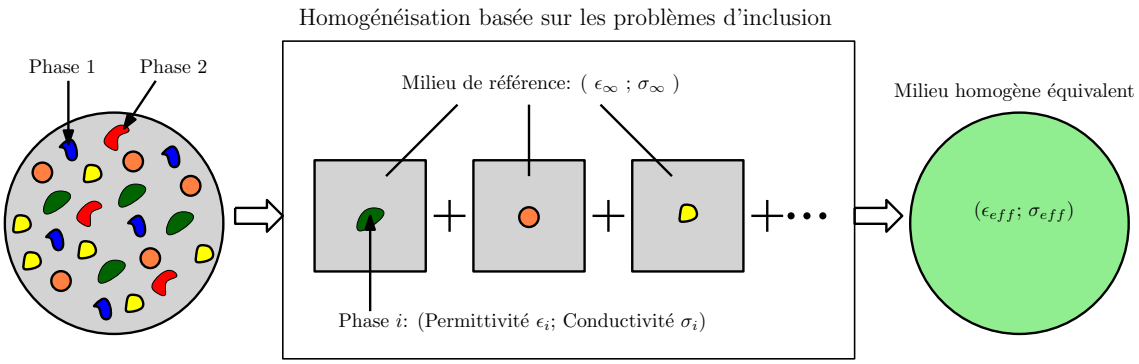


FIGURE 1.9 – *Schéma représentatif du principe des problèmes d'inclusion.*

Tenseurs dépolarisants

Le facteur dépolarisant est un tenseur qui caractérise la distribution des phases. En effet, pour une inclusion soumise à un champ électrique incident uniforme E_0^u dans la direction u, le champ électrique dans l'inclusion E_{inc}^u se modifie en fonction de la polarisation [4] P_{inc}^u et du tenseur dépolarisant N^u.

$$E_{inc}^u = E_0^u + N^u P_{inc}^u \tag{1.28}$$

Dans ce qui suit on s'intéresse au cas des inclusions ellipsoïdales, que l'on utilise afin

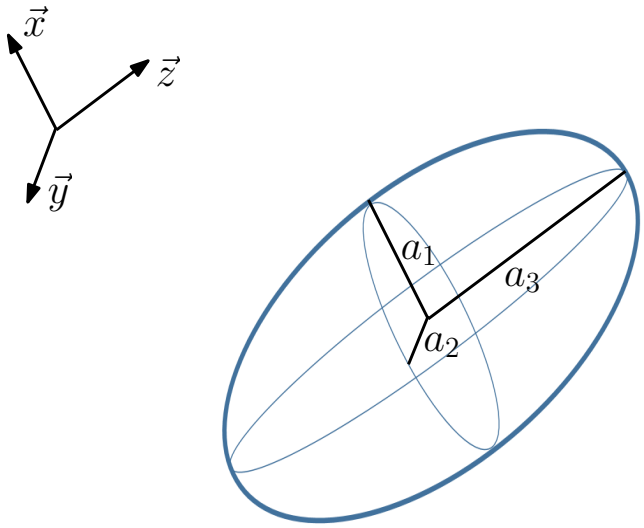


FIGURE 1.10 – *Inclusion ellipsoïdale pour le calcul des tenseurs dépolarisants.*

de retrouver le tenseur dépolarisant des inclusions cylindriques. Pour l'ellipsoïde de la FIGURE 1.10, $\underline{\underline{N}}$ s'exprime en fonction d'un tenseur noté $\underline{\underline{A}}$ qui se déduit à partir du potentiel vecteur dans l'inclusion (équation 1.29 selon [38]).

$$\underline{\underline{N}} = \frac{det\underline{\underline{A}}}{2} \int_0^\infty \frac{(\underline{\underline{A}} + s\underline{\underline{I}})^{-1}}{\sqrt{det(\underline{\underline{A}}^2 + s\underline{\underline{I}})}} ds \tag{1.29}$$

où, de manière générale, $\underline{\underline{N}}$ et $\underline{\underline{A}}$ s'écrivent : 1.30

$$\underline{\underline{N}} = \begin{pmatrix} N^1 & 0 & 0 \\ 0 & N^2 & 0 \\ 0 & 0 & N^3 \end{pmatrix} \quad \text{et} \quad \underline{\underline{A}} = \begin{pmatrix} a_1 & 0 & 0 \\ 0 & a_2 & 0 \\ 0 & 0 & a_3 \end{pmatrix} \tag{1.30}$$

En particulier, pour un ellipsoïde allongé ($a_1 = a_2 < a_3$) et aplati ($a_1 = a_2 > a_3$), STRATTON [40] exprime $\underline{\underline{A}}$, et par suite $\underline{\underline{N}}$ [41] en fonction des dimensions des axes. On obtient

4. Les vecteurs **D** et **E** étant toujours suffisants pour caractériser le champ électrostatique, la notion de polarisation **P** se montre très pratique puisqu'en écrivant : $\mathbf{P} = \mathbf{D} - \epsilon_0 \mathbf{E}$, le vecteur **P** devient nul dans l'espace libre suggérant ainsi une association directe avec les diélectriques.

alors les équations 1.31 et 1.32 respectivement.

$$\underline{\underline{N}}_{allonge} = \begin{pmatrix} \frac{1}{2}(1-N^3) & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{2}(1-N^3) & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-e_1^2}{2e_1^3}(\ln(\frac{1+e_1}{1-e_1}) - 2e_1) \end{pmatrix} \quad \text{avec :} \quad e_1 = \sqrt{1-(a_1/a_3)^2} \tag{1.31}$$

$$\underline{\underline{N}}_{aplati} = \begin{pmatrix} \frac{1}{2}(1-N^3) & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{2}(1-N^3) & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1+e_2^2}{e_2^3}(e_2 - \arctan e_2) \end{pmatrix} \quad \text{avec :} \quad e_2 = \sqrt{(a_1/a_3)^2 - 1} \tag{1.32}$$

En faisant des approximations sur les équations précédentes, on peut extraire les tenseurs dépolarisants pour les deux cas suivants :

— Inclusion cylindrique à base ellipsoïdale (obtenu pour un ellipsoïde allongé $(a_1 \neq a_2) < a3$). Le tenseur dépolarisant s'exprime (équation 1.33) :

$$\underline{\underline{N}} = \begin{pmatrix} \frac{1}{\frac{a_1}{a_2}+1} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{\frac{a_2}{a_1}+1} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \tag{1.33}$$

— Inclusion sous forme d'un plan infini (obtenu pour un ellipsoïde aplati $N^3 = 1$). Le tenseur dépolarisant s'exprime (équation 1.34) :

$$\underline{\underline{N}} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \tag{1.34}$$

Milieu de référence

Le milieu de référence confère à cette méthode la capacité de traiter une multitude de problèmes d'homogénéisation. DANIEL et CORCOLLE [21] ont démontré qu'il est également possible de retrouver les modèles classiques en choisissant convenablement les propriétés de ce milieu. Dans le cas d'un composite biphasé, où la permittivité des inclusions est ϵ_f et celle de la matrice est ϵ_m (avec $\epsilon_f < \epsilon_m$). Si la permittivité du milieu de référence est infinie $\epsilon_\infty = \infty$, on retrouve les bornes supérieures de WIENER. Pour $\epsilon_\infty = 0$ on obtient les bornes de WIENER inférieures. Les bornes de HASHIN et SHTRIKMAN inférieure (pour ce composite elle est équivalente à l'estimation de MAXWELL-GARNETT) et supérieure sont obtenues en choisissant respectivement $\epsilon_\infty = \epsilon_f$ et $\epsilon_\infty = \epsilon_m$.

Toutefois, une des limites de ces méthodes se traduit par leur incapacité de modéliser précisément le comportement en haute fréquence. Parmi les solutions proposées, les méthodes d'homogénéisation dynamique MHD et dynamique étendue MHDE profitent du degré de liberté offert par le milieu de référence afin de prédire les propriétés effectives quand l'interaction onde-inclusions devient non négligeable (paragraphe 1.6.3).

Méthode d'homogénéisation dynamique (MDH) et dynamique étendue (MDHE)

Les travaux de VALENTIN PRÉAULT [42] [43] ont pour but de prendre en compte les effets des hautes fréquences qui apparaissent lorsque la longueur d'onde λ de l'onde incidente devient comparable à la taille caractéristique des inclusions notée γ [5]. Les études ont été effectuées sur des plaques de composites biphasés constituées de rangées de fibres cylindriques unidirectionnelles (FIGURE 1.11) de permittivités complexes ϵ_f^* noyées dans une matrice de permittivité ϵ_m^*. Ceci réduit l'équation 1.27 à 1.35 dans la direction u :

$$\epsilon_{PI}^u = \frac{\epsilon_f^* \frac{f_v}{\epsilon_\infty^* + N_f^u\,(\epsilon_f^* - \epsilon_\infty^*)} + \epsilon_m^* \frac{(1-f_v)}{\epsilon_\infty^* + N_m^u\,(\epsilon_m^* - \epsilon_\infty^*)}}{\frac{f_v}{\epsilon_\infty^* + N_f^u\,(\epsilon_f^* - \epsilon_\infty^*)} + \frac{(1-f_v)}{\epsilon_\infty^* + N_m^u\,(\epsilon_m^* - \epsilon_\infty^*)}} \tag{1.35}$$

$$\text{avec :} \quad \underline{\underline{N_f}} = \underline{\underline{N_m}} = \begin{pmatrix} 1/2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1/2 \end{pmatrix}_{(u_x, u_y, u_z)} \tag{1.36}$$

Des simulations par éléments finis montrent que les formules classiques (MAXWELL-

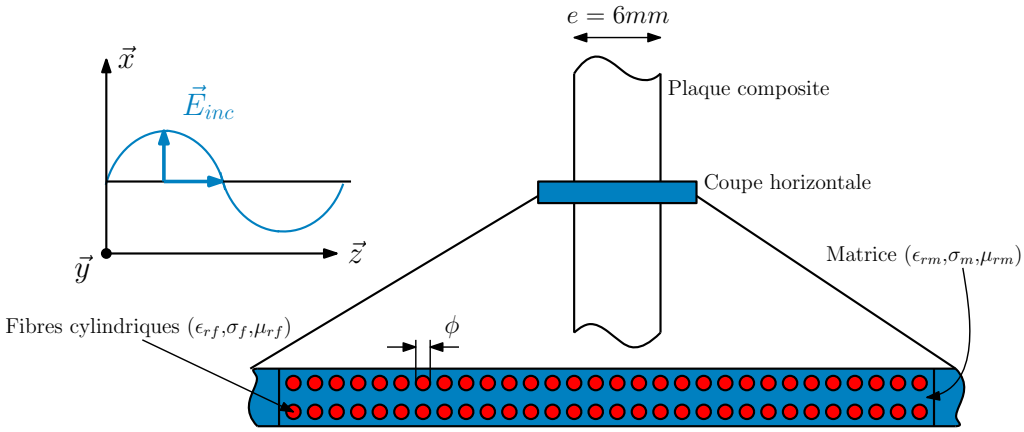


FIGURE 1.11 – *Plaque composite supposée infiniment longue selon $\vec{y}$, composée de 30 rangées de fibres unidirectionnelles.*

GARNETT) sous-estiment la permittivité effective en hautes fréquences (FIGURE 1.12) pour une telle plaque lorsqu'elle est soumise à une Onde Plane Progressive Monochromatique OPPM polarisée perpendiculairement au sens des fibres supposées fortement conductrices. Cependant, en utilisant les problèmes d'inclusion avec un milieu de référence qui tient compte de l'interaction onde-inclusion à l'aide du rapport ϕ/λ (équation 1.37), la corrélation entre les simulations et le calcul analytique s'avère plus importante.

$$\underline{\underline{\epsilon}}_\infty^* = \underline{\underline{\epsilon}}_m^* + \underline{\underline{\epsilon}}_f^* (\frac{\phi}{\lambda})^2 \tag{1.37}$$

En effet, l'erreur sur les résultats reste acceptable tant que le pourcentage volumique en fibres est inférieur à 30% ($f_v < 0,3$) et que l'épaisseur de peau δ_f dans les fibres est négligeable $\gamma/\delta_f < 1,5$.

5. Selon [41], pour une inclusion à base circulaire de diamètre ϕ on a : $\gamma = \phi$ et pour une inclusion à base elliptique de petit axe a_p et de grand axe a_g on a $\gamma = 2a_p$ dans la direction de d'onde incidente et $\gamma = 2a_g$ dans la direction perpendiculaire.

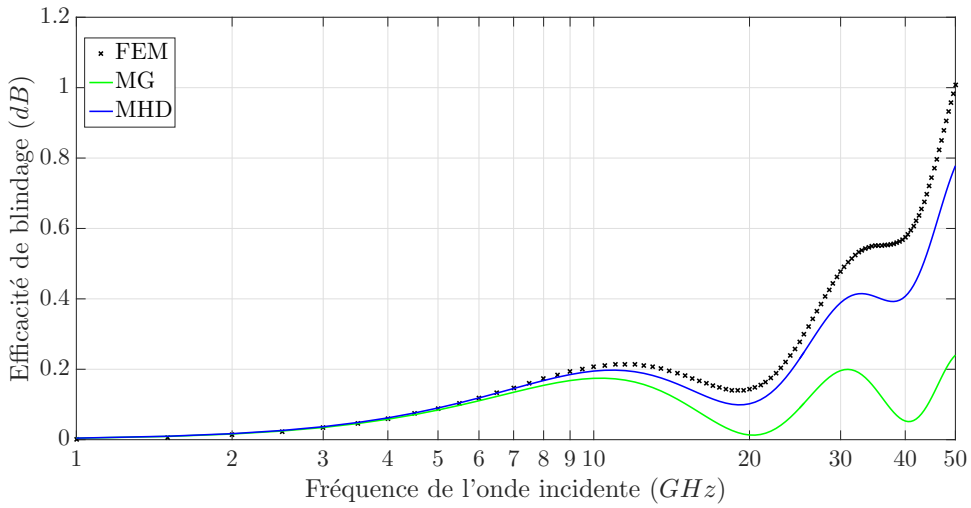


FIGURE 1.12 – *Efficacité de blindage d'une plaque composite (FIGURE 1.11) calculée avec le modèle de MAXWELL-GARNETT, la méthode dynamique MHD et par éléments finis FEM ($\phi = 100\mu m$, $f_v = 19.63\%$, $\sigma_f = 1000 S.m^{-1}$, $\sigma_m = 0 S.m^{-1}$, $\epsilon_{rf} = \epsilon_{rm} = 1$ et $\mu_{rf} = \mu_{rm} = 1$).*

Les structures réalistes à base de fibres de carbone présentent normalement une épaisseur de peau importante pour les fréquences d'intérêt. Ceci a motivé l'extension de la MHD en considérant l'effet de peau dans les fibres pour le même type de plaques composites. Les calculs montrent que la permittivité du milieu de référence doit être choisie comme dans l'équation 1.38 afin de pouvoir compenser l'effet de peau : c'est la MHDE (figure 1.13).

$$\underline{\underline{\epsilon}}^*_\infty = (\epsilon^*_m - \jmath\frac{\sigma_\infty}{\omega})\underline{\underline{I}} \quad \text{avec :} \quad \frac{\sigma_\infty}{\omega} = \frac{2}{R_f^2}(1+f_v)\epsilon_m \int_0^R r|\frac{\mathcal{J}_1(rk_2)}{\mathcal{J}_0(R_f k_2)}|^2 dr \tag{1.38}$$

où : $\mathcal{J}_\alpha$ est la fonction de BESSEL de première espèce d'ordre α, k_2 est la constante de propagation dans la fibre et R_f est son rayon.

Cette approche étend significativement la gamme de validité de la MHD jusqu'à des rapports γ/δ_f élevés (FIGURE 1.13).

1.6.4 Méthodes numériques pour l'homogénéisation

Les méthodes numériques sont largement utilisées pour résoudre les problèmes d'homogénéisation. Ceci est facilité par le progrès des algorithmes et des calculateurs qui a permis de concevoir des machines puissantes, capables de parvenir aux résultats souhaités en résolvant les différentes équations gouvernant le comportement physique. Les méthodes utilisées sont diverses, elles se classent selon une variété de catégories. On distingue notamment les méthodes qui font appel aux équations intégrales ou différentielles, mais aussi celles qui résolvent le problème dans le domaine temporel ou fréquentiel. Au sujet des composites, certaines méthodes s'avèrent mieux adaptées que d'autres pour étudier la propagation des ondes à l'intérieur de ces matériaux hétérogènes. Par exemple, les méthodes qui imposent des formes géométriques précises au domaine de calcul, telles que la méthode des matrices de passage (Transfer Matrix Method TMM) qui

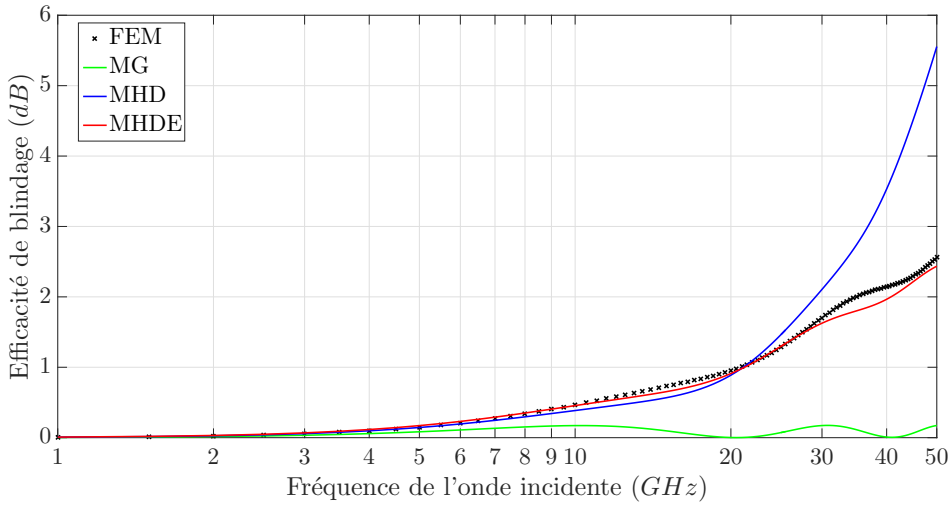


FIGURE 1.13 – *Efficacité de blindage d'une plaque composite (*FIGURE *1.11) calculée avec le modèle de* MAXWELL-GARNETT, *la méthode dynamique MHD, la MHDE et par éléments finis FEM ($\phi = 100\mu m$, $f_v = 19.63\%$, $\sigma_f = 10^4 S.m^{-1}$, $\sigma_m = 0 S.m^{-1}$, $\epsilon_{rf} = \epsilon_{rm} = 1$ et $\mu_{rf} = \mu_{rm} = 1$).*

résout les équations de MAXWELL pour un empilement de couches parallélépipédiques homogènes, semblent moins adaptées que d'autres à notre cas d'étude. Ceci est également le cas pour la méthode de décomposition d'ondes planes (Plane Wave Expansion Method PWEM) qui donne des résultats peu cohérents quand il s'agit de matériaux fortement conducteurs.

Par ailleurs, la méthode des moments (Method of Moments MoM) est maintenant implémentée dans des codes commerciaux tel que Altair FEKO™. Des études effectuées sur des plaques composites monocouches à fibres unidirectionnelles [44] ont montré une bonne concordance entre les résultats obtenus par le logiciel et d'autres études numériques. En outre, des investigations effectuées par STANLEY et al. [45] ont permis le calcul du champ électrique à travers une structure composite homogénéisée de grande taille en utilisant une dérivée de la MoM implémentée dans ce même logiciel, et les travaux de KADER et al. [46] utilisent la MoM et les approches analytiques pour estimer les propriétés effectives des composites à fibres de verre avec des matrices polyamides et époxy. On distingue également les travaux de VOLSKI et al. [47] traitant le cas des composites tissés en deux étapes de calcul : la première consiste à utiliser un code "maison" pour remplacer les fibres conductrices par des courants électriques équivalents, ceci donne lieu à des conditions aux limites qui seront par la suite utilisées comme point de départ pour le simulateur MoM.

D'autres démarches numériques se basent sur la périodicité du matériau afin de calculer sa réponse EM. L'analyse rigoureuse des ondes couplées (Rigorous Coupled Wave Analysis RCWA) considère le cas d'un matériau périodique multi-couches, et utilise les équations de MAXWELL dans l'espace de Fourier afin de calculer les coefficients de transmission et de réflexion. Cette méthode est rapide, elle permet également d'étudier les ondes en incidence oblique, mais ne donne pas la possibilité de visualiser la propagation

de l'onde dans la structure. Son domaine d'application reste aussi limité aux bandes de fréquences dont la longueur d'onde est comparable à la taille des périodicités. Les travaux présentés par MIROTZNIK et al. [48] traitent le cas des composites tissés en combinant les méthodes analytiques d'homogénéisation (au niveau microscopique) et la RCWA (au niveau mésoscopique) afin de calculer la transmission à travers les tissés à fibres de verre noyés dans une matrice époxy. Les résultats obtenus sont en très bon accord avec ceux de l'expérience. Toutefois, les matériaux traités restent faiblement conducteurs.

Par ailleurs, la méthode des éléments finis (Finite Element Method FEM) est communément utilisée pour résoudre les problèmes électromagnétiques. Son implémentation nécessite un maillage de la géométrie à étudier, à partir duquel la matrice globale est écrite dans le but de résoudre par la suite les équations de MAXWELL en fonction de la source imposée. L'avantage que présente cette approche dans le cas des composites est sa capacité à prendre en compte les hétérogénéités, aussi petites soient-elles, en raffinant le maillage en cas de besoin. De nombreuses études ont employé les éléments finis pour investiguer le comportement électromagnétique des matériaux hétérogènes. Ainsi, EL FEDDI et al. [49] ont proposé une technique d'extraction des propriétés effectives des composites pour des sollicitations quasi-statiques. Elle se base sur l'hypothèse de périodicité (conditions aux limites) et résout les équations de Maxwell dans une cellule hétérogène. D'autre part, les travaux de JYLHÄ et al. [50], [51] ont porté sur les composites à inclusions sphériques distribuées arbitrairement dans la matrice, en s'intéressant en particulier à l'effet de la fraction volumique, et à l'efficacité des formules classiques en comparaison avec les résultats de la simulation numérique.

Quant aux méthodes temporelles telles que les différences finies (Finite Difference Time Domain FDTD) qui discrétise les équations de MAXWELL en chaque point de l'espace dans le temps, leur avantage principal réside dans leur capacité de fournir en une simulation la réponse du système pour une large gamme de sollicitations fréquentielles. Ces méthodes sont robustes et bien adaptées aux structures complexes mais nécessitent un temps de calcul important. La FDTD a été utilisée pour mener des études au niveau microscopique en très hautes fréquences sur des composites à fibres cylindriques [52]. Des conditions périodiques ont été imposées sur le domaine de calcul, et l'effet des différents paramètres de la géométrie a été discuté. D'autre part, certaines études ont combiné l'homogénéisation analytique et la simulation FDTD [53] [54] afin de modéliser des boitiers composites.

D'autres approches consistent à assimiler l'espace à un circuit électrique complexe. Le matériau est ensuite représenté par des éléments électriques passifs inter-connectés afin de remonter aux propriétés effectives. Les travaux de SENGHOR et al. [55], [56] s'insèrent dans ce cadre. En effet, une démarche multi-échelle est proposée afin d'estimer la conductivité effective statique des composites à fibres de carbone tissées. Dans un premier lieu, l'échelle microscopique est considérée en établissant un modèle électrique équivalent aux fibres unidirectionnelles : une matrice de conductivité anisotrope en est alors déduite. L'échelle mésoscopique est considérée dans un second lieu, la conductivité préalablement calculée est employée comme point de départ pour la détermination de la propriété effective. Le tissage considéré périodique est remplacé par un réseau de ré-

sistances (en fonction de la forme géométrique et du contact entre fibres) et les valeurs des conductivité dans les différentes directions sont estimées. Les résultats sont validés expérimentalement avec de faibles écarts entre la mesure et la théorie.

1.7 Méthodes expérimentales pour l'extraction de propriétés effectives

Les méthodes expérimentales, dans le contexte de la caractérisation de matériaux, peuvent servir d'outils de vérification des modèles analytiques et numériques, mais aussi de moyens d'extraction de propriétés EM, surtout pour les matériaux de structures complexes, compliqués à modéliser. Les propriétés EM des composites sont influencées par un nombre important de paramètres : les propriétés individuelles des constituants, la distribution des inclusions, les fractions volumiques correspondantes, l'anisotropie du matériau, la fréquence de la sollicitation EM. Par conséquent, les techniques utilisées pour les caractériser sont nombreuses et spécifiques au cas d'application concerné. Un facteur important à prendre en compte est la fréquence appliquée, puisqu'elle impose le type de matériel à utiliser pour les mesures, et par suite les tests à effectuer. D'autre part, certaines propriétés recherchées ne pouvant pas être mesurées directement, leur extraction doit passer par un paramètre intermédiaire (résistance, capacité, efficacité de blindage, etc.). On distingue alors des méthodes adaptées à l'extraction de la permittivité relative, d'autres utilisées pour la conductivité et les techniques permettant de remonter à une permittivité complexe.

Bien que les essais expérimentaux puissent être classifiées selon plusieurs critères, ce paragraphe expose les différentes techniques de caractérisation suivant les gammes de fréquences pour lesquelles elles sont applicables. Par exemple, sur la gamme DC-très hautes fréquences, des techniques telles que les mesures à deux/quatre pointes, la méthode capacitive ou bien les mesures en transmission/réflexion peuvent être adoptées.

Méthodes DC - Très hautes fréquences (300 MHz)

— Les mesures par pointes [57] : s'effectuent en injectant un courant continu dans la plaque pour pouvoir récupérer la tension qui en résulte. Le rapport tension-courant permet de remonter à la résistance électrique, et par suite à la conductivité effective. Pour des matériaux qui présentent une résistivité importante, la méthode à deux pointes est souvent utilisée. Dans ce cas, seulement deux points de contact sont établis entre l'échantillon et les sondes, qui servent en même temps de source pour le courant et de points de mesure pour la tension. Toutefois, quand la résistance du matériau est faible, elle devient du même ordre de grandeur que la résistance de contact électrode/échantillon, ce qui conduit à des erreurs non négligeables dans l'estimation de la conductivité. C'est pourquoi deux points de contact additionnels peuvent être rajoutés (méthode à quatre pointes) afin de réduire l'effet des résistances parasites. Cette approche a été appliquée par SENGHOR et al. [55] afin de caractériser des composites tissés à très faible résistivité.

Par ailleurs, quand il s'agit d'un échantillon de forme géométrique complexe, les travaux de VAN DER PAUW [58] présentent des formules empiriques pour la détermination de la résistivité en partant des résultats de mesure à quatre pointes.

— Les mesures capacitives : qui consistent à insérer l'échantillon entre deux plaques métalliques formant ainsi un condensateur. L'estimation des propriétés EM de la plaque se fait à l'issue de la mesure, à l'aide d'un LCR-mètre, du circuit électrique équivalent. Les travaux de thèse de TUMAYAN [59] ont déterminé la permittivité relative de matériaux diélectriques (tels que le téflon, le plexiglas et le verre) avec une très bonne précision pour des fréquences allant de quelques Hertz jusqu'à quelques centaines de Mégahertz. Cependant, cette méthode reste plus adaptée aux matériaux qui présentent de faibles pertes diélectriques.

— Les mesures en champ proche magnétique : cette méthode permet de remonter à la conductivité d'une plaque conductrice et magnétique. En effet, l'efficacité de blindage en champ proche magnétique est mesurée en insérant la plaque, supposée infiniment large, entre deux boucles d'émission et de réception. La conductivité est ensuite retrouvée à partir de l'équation de MOSER. Cette approche a été simulée et testée [59], les résultats montrent une bonne concordance entre la théorie et les mesures pour des plaques ayant une conductivité σ de l'ordre de $10^5 S/m$ et pour des fréquences : $10\ Hz \leq\ f \leq\ 30\ KHz$. Ce domaine d'application se réduit en augmentant la conductivité.

— Les mesures en cellule coaxiale : ce sont des essais en réflexion qui estiment la permittivité complexe du matériau sous test (Material Under Test MUT). Pour ce type de test, la cellule coaxiale est terminée par le MUT et soumise à une onde EM générée par un Analyseur de Réseau Vectoriel AVR. Le ratio et le déphasage de l'onde réfléchie renseignent sur la permittivité. Ce test est valide dans toute la bande de fonctionnement de la cellule (du DC jusqu'à la fréquence de coupure). Cette méthode a été démontrée théoriquement [60] et employée [61] afin de déterminer la permittivité complexe pour les matériaux à faibles pertes sur une large gamme de fréquences ($0 \leq f \leq 12\ GHz$).

Par ailleurs, lorsque la fréquence d'intérêt devient de l'ordre du Gigahertz, l'utilisation de certaines des techniques précédentes, notamment la cellule coaxiale, reste valide. Cependant, d'autres méthodes peuvent aussi donner des résultats cohérents. Ainsi, on cite les méthodes en espace libre et en structures propagatrices (guides d'onde).

Très hautes fréquences - Super hautes fréquences (30 GHz)

— Les méthodes en espace libre : ce sont des essais en transmission/réflexion qui permettent de remonter aux propriétés EM à partir des coefficients complexes mesurés. En effet, la fréquence d'opération peut varier en fonction du type d'antennes utilisé. On distingue, entre autres, les antennes log-périodiques ($200\ MHz \leq f \leq 2\ GHz$) et les antennes cornets ($2\ GHz \leq f \leq 20\ GHz$). Des lentilles focalisantes sont souvent rajoutées à la sortie des antennes afin d'éviter la divergence. Cette technique a été utilisée pour mesurer la permittivité de composites à fibres de verre [48]. Pour les plus basses fréquences, les antennes et les échantillons doivent

être de grande taille ce qui entraîne une difficulté pour les mesures à cause du rayonnement.

— Les méthodes en structures propagatrices : en plus de la cellule coaxiale, les guides d'onde sont employés pour réaliser des essais en transmission/réflexion. L'avantage essentiel que présentent ces structures est le fait de pouvoir étudier les deux cas de polarisation de l'onde incidente : horizontale et verticale. Ceci s'avère particulièrement important dans le cas de matériaux anisotropes. En partant de cette idée, AKHTAR et al. [62] proposent une technique de mesure du tenseur de permittivité complexe. Les résultats de mesures (permittivités) obtenus pour des composites à fibres de verre et de carbone ont été réinjectés dans un modèle numérique (éléments finis) afin de calculer les coefficients de transmission et de réflexion. Une bonne concordance a été montrée entre la simulation et les résultats expérimentaux. D'autre part, TOMASIC et al. [63] proposent une méthode basée sur les calculs numériques afin de remonter à la permittivité d'un échantillon de forme quelconque.

Les méthodes précédentes se basent principalement sur les résultats de mesures suivis par l'application de formules simples. Toutefois, certains montages expérimentaux sont difficiles à traduire par des équations mathématiques. D'autres solutions doivent alors être mises en place afin de remonter aux propriétés effectives à partir des paramètres mesurés. Il s'agit souvent de coupler l'analyse expérimentale avec les simulations numériques et une optimisation itérative. Dans ce cadre, nous mentionnons les travaux de TSE [64] qui a homogénéisé des matériaux composites conducteurs à l'aide des lignes de transmission micro-ruban, pour des fréquences allant de quelques KHz jusqu'à 1 GHz, en remplaçant le plan de masse par le MUT moins conducteur que les métaux normalement utilisés. Le souci essentiel est de pouvoir modéliser convenablement le montage réel. Par ailleurs, les travaux de Tumayan et al. [65] ont montré l'application de cette approche pour l'extraction de la permittivité d'un échantillon dans une cellule TEM. Le tableau 1.3 résume les principales méthodes de mesures abordées dans ce paragraphe.

1.8 Bilan sur l'homogénéisation des composites et apport de la thèse

Les méthodes évoquées dans la littérature et présentées dans la partie précédente (section 1.6) offrent des solutions pour la modélisation des matériaux hétérogènes. Cependant, en ce qui concerne les composites tissés à fibres de carbone, les formules analytiques ne sont pas exploitées ; et les principaux travaux relèvent de la modélisation numérique et de la caractérisation en DC. Par conséquent, afin d'étudier le comportement AC des composites tissés sur une large gamme de fréquences, des outils de modélisation et d'estimation des propriétés effectives doivent être développées. Ceci signifie essentiellement que la méthode de modélisation adoptée doit être capable de prendre en compte la complexité de la microstructure. Elle doit également fournir des résultats permettant de remonter aux propriétés effectives.

Pour le premier objectif : la modélisation numérique, et notamment par éléments finis

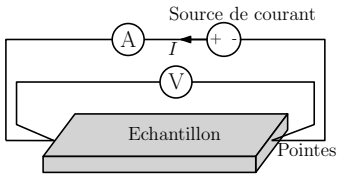
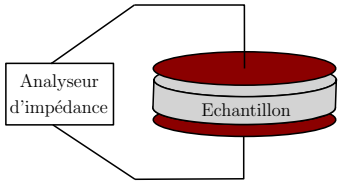
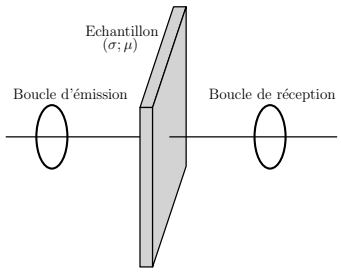
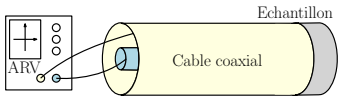
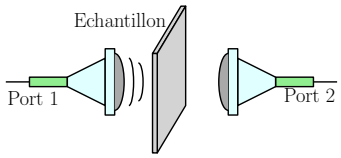
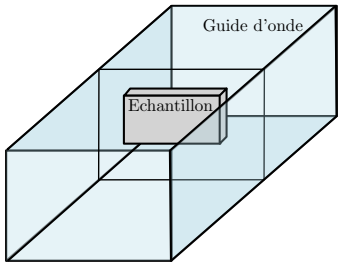
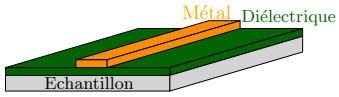
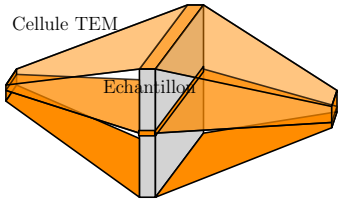
Méthode	Figure	Paramètre	Fréquence
Deux/ pointes		σ	qqes Hz $\rightarrow$ qqes centaines de MHz
Capacitive		ϵ	$1\ Hz \rightarrow 200\ MHz$
Mesure en champ magnétique		$(\ \sigma;\ \mu\ )$	$10\ Hz \rightarrow 30\ KHz$
Cellule coaxiale		$(\ \epsilon;\ \sigma\ )$	$DC \rightarrow qqes\ GHz$
Espace libre		$(\ \epsilon;\ \sigma\ )$	$150\ KHz \rightarrow qqes\ 10\ de\ GHz$
Guide d'onde		$(\ \epsilon;\ \sigma\ )$	$qqes\ GHz \rightarrow qqes\ 10\ de\ GHz$
Lignes de transmission		σ	$qqes\ KHz \rightarrow qqes\ GHz$
Cellule TEM		$(\ \epsilon;\ \sigma\ )$	$qqes\ KHz \rightarrow qqes\ MHz$

TABLE 1.3 – *Méthodes expérimentales pour la caractérisation des matériaux.*

permet de répondre aux exigences imposées par le tissage des fibres. En outre, elle donne l'avantage de mener des investigations sur d'autre types de composites (tels que les stratifiés) permettant ainsi d'explorer d'autres pistes et d'étendre la gamme d'application de la méthode de modélisation proposée. Quant aux informations tirées des simulations, nous allons démontrer dans le chapitre suivant un lien fondamental entre les coefficients de transmission et de réflexion, et les propriétés électromagnétiques. Ceci implique que ces dernières peuvent être estimées une fois que les paramètres de transmission et de réflexion sont calculés. Par ailleurs, ces paramètres peuvent être facilement extraits à partir des résultats de simulation par éléments finis. Donc, comme première étape, l'objectif sera de modéliser une plaque composite soumise à une onde EM, par la méthode des éléments finis, puis d'estimer sa réponse EM sur toute la gamme de fréquences étudiée.

Dans un second lieu, il faudrait remonter aux propriétés effectives à partir de ces coefficients calculés numériquement. Pour ce faire, une méthode numérique qui s'appuie sur les techniques d'optimisation sera proposée. En effet, les propriétés effectives ne sont que les valeurs qui minimisent une fonction coût basée sur le coefficient de blindage (ou de réflexion) théorique, et celui résultant des simulations.

Il en résulte une méthode d'homogénéisation composée de deux étapes :

— Calcul des coefficients de blindage et de réflexion de la plaque hétérogène par éléments finis.

— Application d'une méthode d'optimisation adaptée afin de remonter aux propriétés effectives.

Cette technique proposée est traitée dans le chapitre suivant, des exemples de son application pour différents composites seront aussi montrés.

1.9 Conclusion

Ce premier chapitre a consisté en une étude bibliographique sur les matériaux composites, observés du point de vue de l'EM. De ce fait, leurs constituants, propriétés EM et architectures aux différentes échelles ont été brièvement examinés. D'autre part, puisque l'objectif est d'étudier les structures composites tissées de large taille, ceci nécessite le recours aux méthodes d'homogénéisation. Ces dernières ont fait l'objet de la deuxième partie, qui a permis de faire le sommaire des différentes techniques pour l'estimation des propriétés effectives : analytiques, numériques et expérimentales.

Dans notre cas d'étude ayant pour but d'étudier les composites tissés sur une large gamme de sollicitations EM, il s'avère que les méthodes numériques proposent des solutions qui répondent partiellement au cahier des charges. D'autre part, l'efficacité et la précision des estimations analytiques restent inconnues. Nous proposons alors dans le chapitre suivant une technique de modélisation basée sur les simulations numériques (par éléments finis), et les méthodes d'inversion (optimisation numérique). Cette démarche sera appliquée sur des composites stratifiés dans un premier temps, puis étendue pour inclure les composites tissés dans le chapitre 3.

Chapitre 2

Méthode d'homogénéisation combinant simulation par éléments finis et méthode d'inversion

Sommaire

2.1 Introduction **30**
2.2 Principe de la méthode d'homogénéisation **30**
2.3 A- Extraction des paramètres S par simulation **31**
2.3.1 Domaine de calcul et équations à résoudre 32
2.3.2 Vérification des résultats pour une plaque homogène 33
2.4 B- Extraction des propriétés effectives **37**
2.4.1 Méthodes d'inversion 37
2.4.2 Algorithme proposé 38
2.5 C- Exemple : fibres unidirectionnelles **40**
2.5.1 Comportement fréquentiel 40
2.5.2 Onde polarisée perpendiculairement aux fibres 42
2.5.3 Onde polarisée parallèlement aux fibres 47
2.5.4 Synthèse 47
2.6 Homogénéisation et incidence oblique **48**
2.6.1 Plaque homogène soumise à une onde plane oblique 50
2.7 Homogénéisation d'une plaque composite **52**
2.8 Conclusion **53**

2.1 Introduction

L'objectif principal de ce travail de recherche est d'étudier le comportement électromagnétique des composites tissés à fibres de carbone. Pour y parvenir, et au vu de la complexité de la géométrie de ces matériaux, ceci revient à l'extraction des propriétés effectives. Dans ce chapitre une méthode d'homogénéisation est proposée, elle comporte deux volets principaux qui seront détaillés dans les deux premières parties du chapitre. La troisième partie portera sur l'application de cette méthode pour le cas d'une plaque à fibres unidirectionnelles, un composite qui a été largement étudié dans la littérature. Les résultats seront ainsi comparés à ceux obtenus à l'aide d'autres méthodes d'homogénéisation.

2.2 Principe de la méthode d'homogénéisation

L'estimation des propriétés EM des matériaux passe par l'évaluation d'un paramètre intermédiaire à partir duquel les propriétés EM peuvent être extraites. Dans notre cas, le coefficient de blindage (Shielding Effectiveness SE), appelé aussi atténuation A, et le coefficient de réflexion R seront utilisés pour remonter aux propriétés électriques effectives. Ils sont définis comme étant les ratios : de l'onde incidente $\boldsymbol{E_{inc}}$ sur l'onde transmise $\boldsymbol{E_{trans}}$ à travers une plaque, et de l'onde réfléchie sur l'onde incidente, respectivement (équation 2.1). Nous démontrerons que, pour une plaque homogène non magnétique, SE et R peuvent se calculer, en fonction de ses propriétés électromagnétiques, quand l'onde OPPM incidente illumine normalement le matériau. Ceci s'effectue en utilisant les équations de passage de l'onde d'un milieu à un autre, permettant de tirer des formules analytiques pour décrire les parties réfléchie et transmise dans le cas de la plaque de la FIGURE 2.1. Ces paramètres sont non seulement simples à calculer analytiquement pour un matériau homogène, mais aussi assez faciles à obtenir à partir des simulations numériques : on assimile la plaque à un réseau à deux ports, les paramètres S [5] seront utilisés pour évaluer SE et R (FIGURE 2.1).

$$A_{dB} = SE_{dB} = \left(\frac{|\boldsymbol{E_{inc}}|}{|\boldsymbol{E_{trans}}|}\right)_{dB} = 20 \cdot \log_{10}\left(\frac{|\boldsymbol{E_{inc}}|}{|\boldsymbol{E_{trans}}|}\right) \tag{2.1a}$$

$$R_{dB} = \left(\frac{|\boldsymbol{E_{ref}}|}{|\boldsymbol{E_{inc}}|}\right)_{dB} = 20 \cdot \log_{10}\left(\frac{|\boldsymbol{E_{ref}}|}{|\boldsymbol{E_{inc}}|}\right) \tag{2.1b}$$

La première étape de la méthode consiste donc en une évaluation de ces coefficients par simulations numériques. La plaque composite ainsi que les propriétés des phases sont données en entrée et les équations de MAXWELL sont résolues pour calculer les champs en tout point de l'espace : la partie 2.3 détaille les principes et différents formalismes employés dans le but d'y aboutir.

Afin de remonter aux propriétés effectives, la deuxième étape s'appuie sur les SE et R calculés et les méthodes numériques d'inversion. Le principe de l'homogénéisation étant de remplacer une plaque hétérogène par son équivalent homogène, la logique derrière la technique choisie est la suivante : pour chaque fréquence de l'onde incidente, il existe un couple (ϵ_{eff} , σ_{eff}) associé à un milieu électrique fictif homogène qui donnera

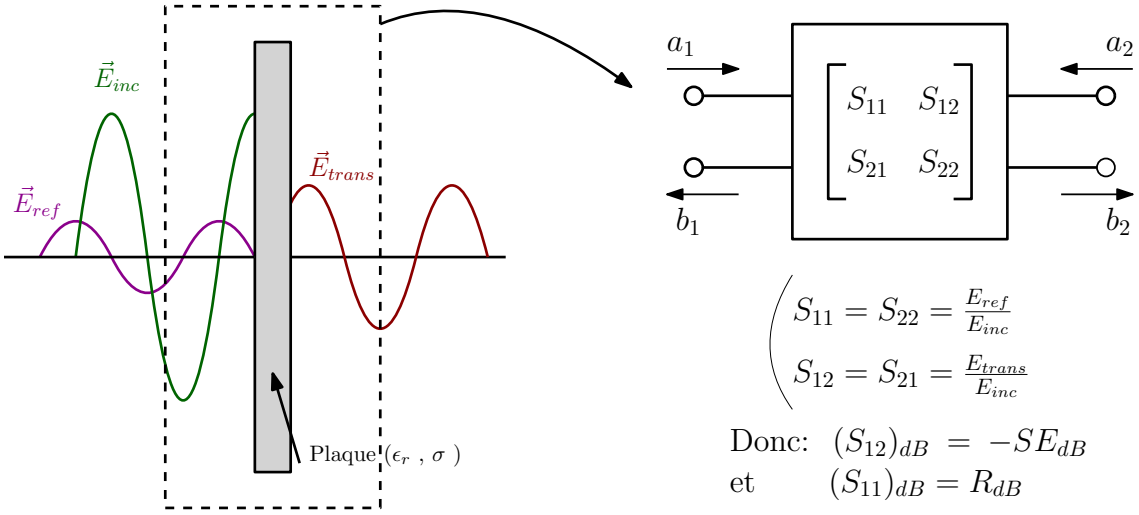


FIGURE 2.1 – *Plaque soumise à une OPPM normale assimilée à un réseau à deux ports.*

le même coefficient de blindage/réflexion que celui obtenu par le matériau composite simulé numériquement. De plus, ce SE/R peut être exprimé en fonction de (ϵ_{eff} , σ_{eff}) et d'autres paramètres connus. De ce fait, trouver les propriétés effectives revient à minimiser la fonction coût F_c de l'équation 2.2. En effet, les propriétés du milieu équivalent sont obtenues en faisant varier les valeurs de ϵ et de σ jusqu'à ce que le SE/R calculé théoriquement soit identique à celui trouvé par simulation. Les algorithmes retenus pour cette étape sont détaillés dans la partie 2.4. La FIGURE 2.2 illustre le schéma général de cette méthode d'homogénéisation.

$$F_c = \left| \, SE_{FEM}(f) - SE_{analytique}\big(\epsilon(f)\,,\,\sigma(f)\big) \, \right| \tag{2.2a}$$

$$F_c = \left| \, R_{FEM}(f) - R_{analytique}\big(\epsilon(f)\,,\,\sigma(f)\big) \, \right| \tag{2.2b}$$

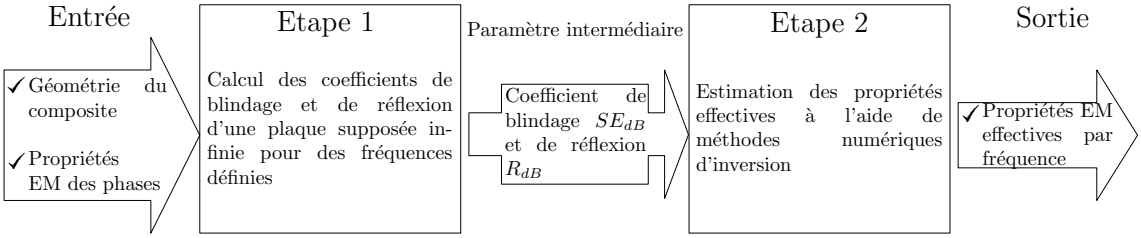


FIGURE 2.2 – *Schéma de la méthode d'homogénéisation proposée.*

2.3 A- Extraction des paramètres S par simulation

Cette partie décrit le processus de calcul des coefficients de blindage et de réflexion pour une plaque dont la longueur et la largeur sont supposées infinies. Les simulations par éléments finis [66] sont utilisées, elles permettent de prendre en compte les formes géométriques complexes et de calculer la valeur du champ électrique en des points bien définis de l'espace. C'est bien ce dont nous avons besoin afin d'obtenir SE et R.

2.3.1 Domaine de calcul et équations à résoudre

Les simulations par éléments finis sont effectuées à l'aide d'un logiciel commercial : COMSOL MULTIPHYSICS® en utilisant le module RF qui permet de définir l'équation de l'onde incidente et d'extraire les paramètres S pour les fréquences d'intérêt. Le domaine de calcul de la FIGURE 2.3 consiste en une plaque (milieu homogène ou hétérogène) qui occupe la région centrale. Elle est entourée des deux côtés de l'air ambiant ($\epsilon = \epsilon_0, \sigma = 0, \mu = \mu_0$), ce contraste de propriétés fait qu'une partie de l'onde incidente sera réfléchie à la surface de la plaque. Des couches parfaitement adaptées (*Perfectly Matched Layer* PML) sont rajoutées afin de simuler l'infini : il s'agit d'un milieu fictif modélisé en coordonnées cartésiennes de façon à absorber complètement toute onde incidente [67]. Les réflexions indésirables sont ainsi évitées.

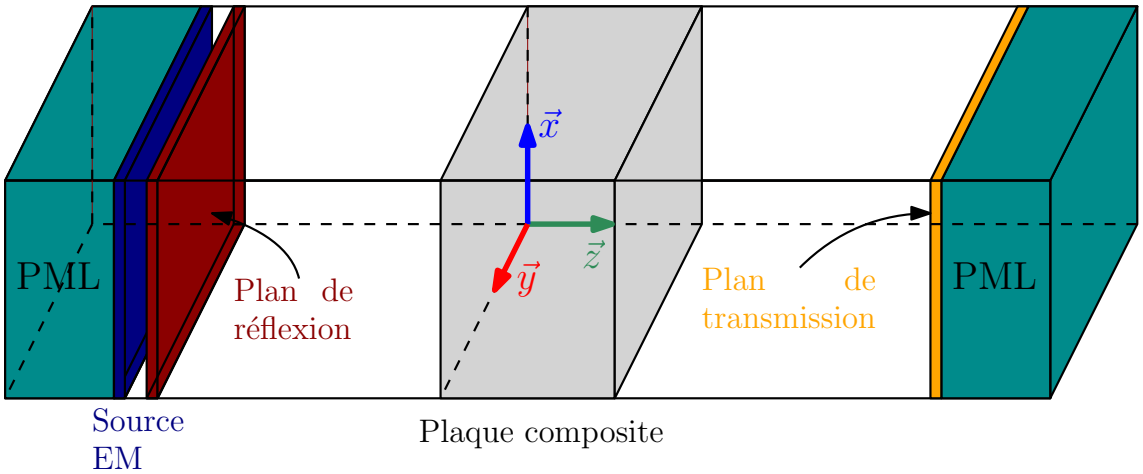


FIGURE 2.3 – *Domaine de calcul pour l'extraction des coefficients de blindage et de réflexion.*

En ce qui concerne la source EM. Nous restons dans l'hypothèse d'une onde plane monochromatique, et nous considérons le cas particulier d'une incidence normale. Par conséquent, le champ électrique incident $\boldsymbol{E_{inc}}$ est défini selon l'équation 2.3, où E_0 est l'amplitude du champ incident et k_0 est la constante de propagation dans l'air. La polarisation selon l'axe $\boldsymbol{x}$ fait que le champ magnétique sera polarisé selon $\boldsymbol{y}$. Cette configuration facilite l'imposition des conditions aux limites, puisque les conditions de Neumann [68] sont applicables ici (équations 2.4, 2.5 où $\boldsymbol{E}$ est le vecteur champ électrique, et $\boldsymbol{n}$ est le vecteur normal à la surface).

$$\boldsymbol{E_{inc}}(z,t) = E_0\, e^{(\jmath\,\omega\,t\,-\,k_0\,z)}\, \boldsymbol{u_x} \tag{2.3}$$

$$\text{Perfect Electric Conductor (PEC)} : \quad \boldsymbol{E}\,.\,\boldsymbol{n} = 0 \tag{2.4}$$

$$\text{Perfect Magnetic Conductor (PMC)} : \quad \boldsymbol{E} \times \boldsymbol{n} = \boldsymbol{0} \tag{2.5}$$

Une fois la géométrie et la physique définies, le domaine de calcul est maillé en tenant compte des trois facteurs suivants [69] :

— La taille des éléments doit être inférieure à celle des différents constituants de la géométrie.
— La prise en compte de l'effet de peau est assurée en raffinant le maillage de manière à saisir la variation du champ dans les conducteurs : au moins deux éléments linéaires par épaisseur de peau sont nécessaires afin de modéliser ce phénomène.
— La taille d'une maille est au moins égale à un dixième de la longueur d'onde dans le milieu (pour des éléments linéaires).

L'équation d'onde en termes du champ électrique est ensuite résolue.

2.3.2 Vérification des résultats pour une plaque homogène

Dans ce paragraphe, nous vérifions la pertinence du modèle décrit dans la partie précédente. Pour ce faire, l'efficacité de blindage et le coefficient de réflexion sont calculés pour une plaque homogène infinie par éléments finis puis comparés aux résultats obtenus par les formules analytiques. Pour commencer, nous détaillons le calcul des coefficients de réflexion et transmission pour une plaque infinie électriquement homogène.

Transmission à travers une plaque homogène infinie

Le sujet du coefficient de blindage d'une plaque infinie est traité dans de nombreuses études [42], [70]. Pour une plaque homogène sollicitée par une OPPM (FIGURE 2.4), ayant un champ électrique incident normalement polarisé selon $\boldsymbol{x}$ et se propageant selon $\boldsymbol{z}$ (équation 2.3), le champ magnétique $\boldsymbol{H_{inc}}$ combiné à $\boldsymbol{E_{inc}}$ s'écrit en fonction de l'impédance η_0 du milieu I (l'air) :

$$\boldsymbol{H_{inc}}(z,t) = \frac{1}{\eta_0}\, E_0\, e^{(\jmath\omega t - k_0 z)}\, \boldsymbol{u_y} \tag{2.6}$$

A la surface entre les milieux I et II (FIGURE 2.4) une partie de l'onde est réfléchie, une

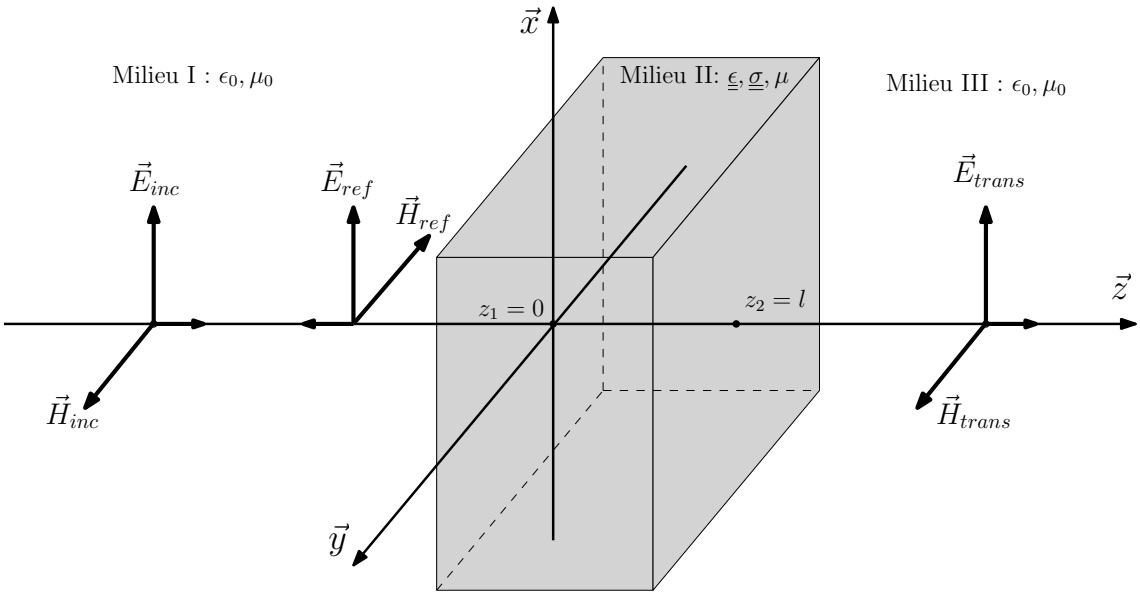


FIGURE 2.4 – *Schéma des ondes incidente, réfléchie et transmise à travers une plaque homogène.*

deuxième est transmise à l'intérieur de la plaque. Dans le milieu II, l'onde subit des réflexions multiples causées par le contraste d'impédances entre les trois milieux et est en partie absorbée par la plaque. Sur la bordure entre II et III, une partie de l'onde est transmise à travers la plaque. Les conditions de passage (continuité des composantes tangentielles des champs électrique et magnétique aux interfaces) permettent d'écrire les expressions des champs réfléchis et transmis (équations 2.7 → 2.10).

$$\boldsymbol{E_{ref}}(z,t) = E_0 \frac{(\eta_0 + \eta\mu_r)(\eta_0 - \eta\mu_r)}{(\eta_0 - \eta\mu_r)^2 - (\eta_0 - +\eta\mu_r)^2 e^{2\jmath kl}} \left(e^{2\jmath kl} - 1\right) e^{j(\omega t + k_0 x)} \boldsymbol{u_x} \tag{2.7}$$

$$\boldsymbol{E_{trans}}(z,t) = E_0 \frac{-4\eta\mu_r}{(\eta_0 - \eta\mu_r)^2 - (\eta_0 - +\eta\mu_r)^2 e^{2\jmath kl}} e^{2\jmath(k_0+k)l} e^{j(\omega t - k_0 x)} \boldsymbol{u_x} \tag{2.8}$$

$$\boldsymbol{H_{ref}}(z,t) = -\frac{1}{\eta_0}(\boldsymbol{E_{ref}} \cdot \boldsymbol{u_x})\boldsymbol{u_y} \tag{2.9}$$

$$\boldsymbol{H_{trans}}(z,t) = \frac{1}{\eta_0}(\boldsymbol{E_{trans}} \cdot \boldsymbol{u_x})\boldsymbol{u_y} \tag{2.10}$$

$$\text{où :} \quad k = \sqrt{\epsilon_x \mu\omega^2 - \jmath\mu\sigma_x\omega} \quad \text{et :} \quad \eta = \frac{\mu_0\omega}{k} \tag{2.11}$$

Efficacité de blindage et coefficient de réflexion

Les relations précédentes permettent d'écrire le coefficient de blindage (SE) :

$$SE = \frac{e^{\jmath kl}}{g}(1 - qe^{-2\jmath kl}) \quad \text{avec :} \quad g = \frac{4\,\eta\,\eta_0}{(\eta_0 + \eta)} \quad \text{et} \quad q = \left(\frac{\eta_0 - \eta}{\eta_0 + \eta}\right)^2 \tag{2.12}$$

Exprimé en dB, ce coefficient peut être décomposé en trois parties SE_A, SE_B et SE_R (équations 2.13 → 2.16). La première partie SE_A reflète l'absorption du matériau, elle est fonction de la constante de propagation. La deuxième partie SE_B représente les réflexions multiples qui ont lieu à l'intérieur de la plaque et la troisième partie SE_R estime la partie de l'onde réfléchie par la plaque.

$$(SE)_{dB} = SE_A + SE_B - SE_R \quad \text{avec :} \tag{2.13}$$

$$SE_A = 20\log_{10}(|e^{\jmath kl}|) \tag{2.14}$$

$$SE_B = 20\log_{10}(|1 - qe^{2\jmath kl}|) \tag{2.15}$$

$$SE_R = 20\log_{10}(|g|) \tag{2.16}$$

et le coefficient de réflexion R s'écrit :

$$R = \frac{\eta\left(\eta_0 - \eta\right)\left(e^{2\jmath kl} - 1\right)}{\left(\eta_0 + \eta\right)\left(q - e^{2\jmath kl}\right)} \tag{2.17}$$

Modélisation d'une plaque homogène

Ce paragraphe a pour but de comparer le modèle numérique aux formules analytiques. Pour ce faire, nous avons simulé, en reprenant le modèle précédent, les coefficients de blindage et de réflexion pour une plaque homogène sur une gamme de fréquences qui s'étend de $1\ GHz$ à $50\ GHz$. Cette plaque d'épaisseur $l = 6\ mm$ possède une permittivité relative $\epsilon_r = 1$ et une conductivité $\sigma = \{100, 300, 500\}\ S/m$. Les résultats obtenus par simulation sont comparés à ceux des formules analytiques des équations 2.12 et 2.17. Les FIGURES 2.5 et 2.6 montrent une forte concordance entre la théorie et les simulations pour les deux coefficients (pour les plus hautes fréquences un maillage très fin est nécessaire afin d'obtenir ces résultats).

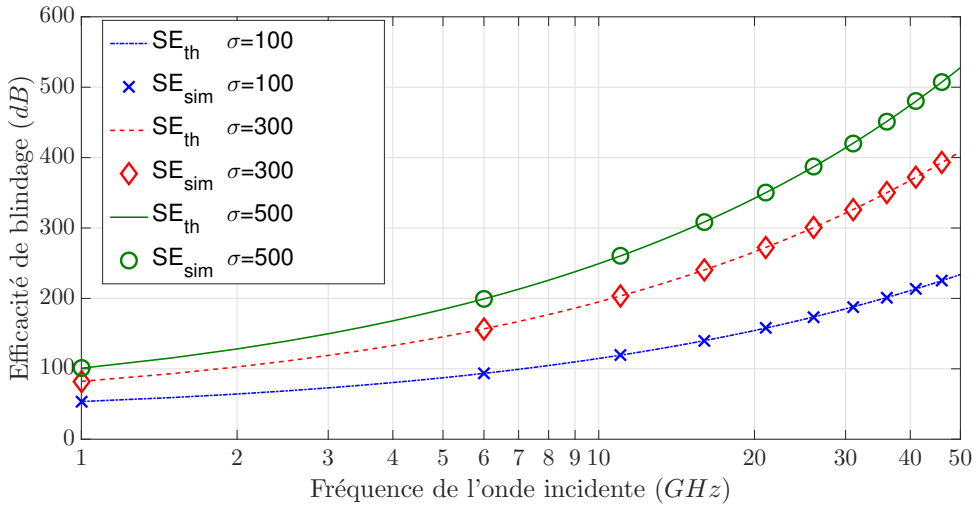


FIGURE 2.5 – *Efficacités de blindage d'une plaque homogène d'épaisseur* $6\ mm$ *ayant une permittivité relative* $\epsilon_r = 1$. *Les conductivités étudiées sont* $\sigma = \{100, 300, 500\}\ S/m$ *et les résultats sont obtenus par simulation* SE_{sim} *et par calcul analytique* SE_{th}.

Bien que le SE_B et SE_R contribuent au coefficient de blindage, la partie la plus importante de ce dernier est due au SE_A (pour une plaque conductrice). En outre, en changeant la conductivité de la plaque mais en gardant la même épaisseur, SE_B reste constant et SE_R varie légèrement (de l'ordre de $5\,dB$ en passant de $\sigma = 100$ à $\sigma = 500\,S/m$). Cependant, SE_A varie de façon importante : ceci est expliqué en examinant la variation du module du champ électrique dans la plaque (FIGURE 2.7). En effet, une conductivité plus importante induit des pertes plus importantes qui empêchent l'onde de se propager à travers la plaque renforçant ainsi le blindage. L'augmentation de la fréquence de l'onde incidente produit un effet identique à celui de la conductivité. Le paramètre qui influence le SE_A est alors l'épaisseur de peau δ_f qui, pour la plaque étudiée, devient égale à $0,2\,mm$ pour le couple ($\sigma = 500\ S/m$, $f = 10\,GHz$).

Dans cette partie, nous avons vérifié l'application du modèle de simulation par éléments finis afin d'extraire les coefficients de réflexion et de blindage. Les résultats obtenus à partir de ce modèle sur une large gamme de fréquences et différentes propriétés électriques sont identiques à ceux calculés à l'aide des formules analytiques.

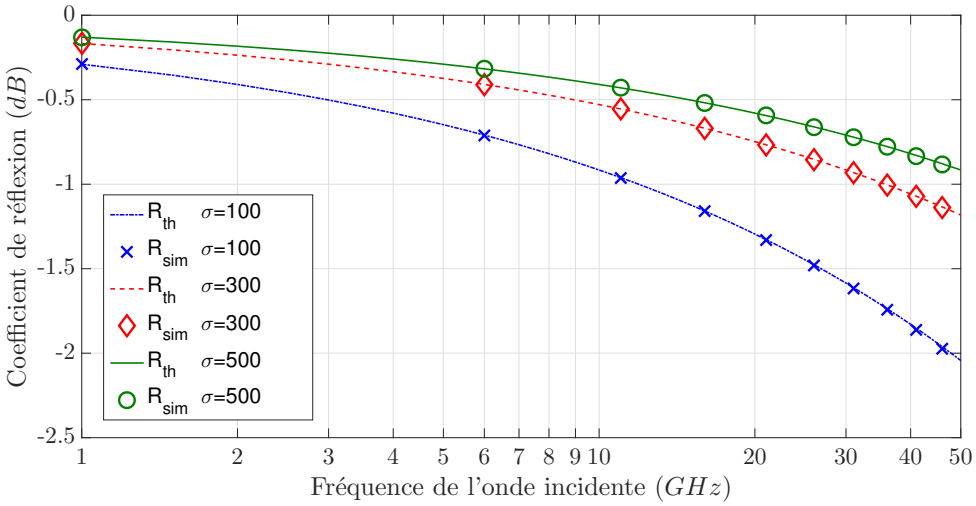


FIGURE 2.6 – *Coefficients de réflexion d'une plaque homogène d'épaisseur* $6\ mm$ *ayant une permittivité relative* $\epsilon_r = 1$. *Les conductivités étudiées sont* $\sigma = \{100, 300, 500\}\ S/m$ *et les résultats sont obtenus par simulation* R_{sim} *et par calcul analytique* R_{th}.

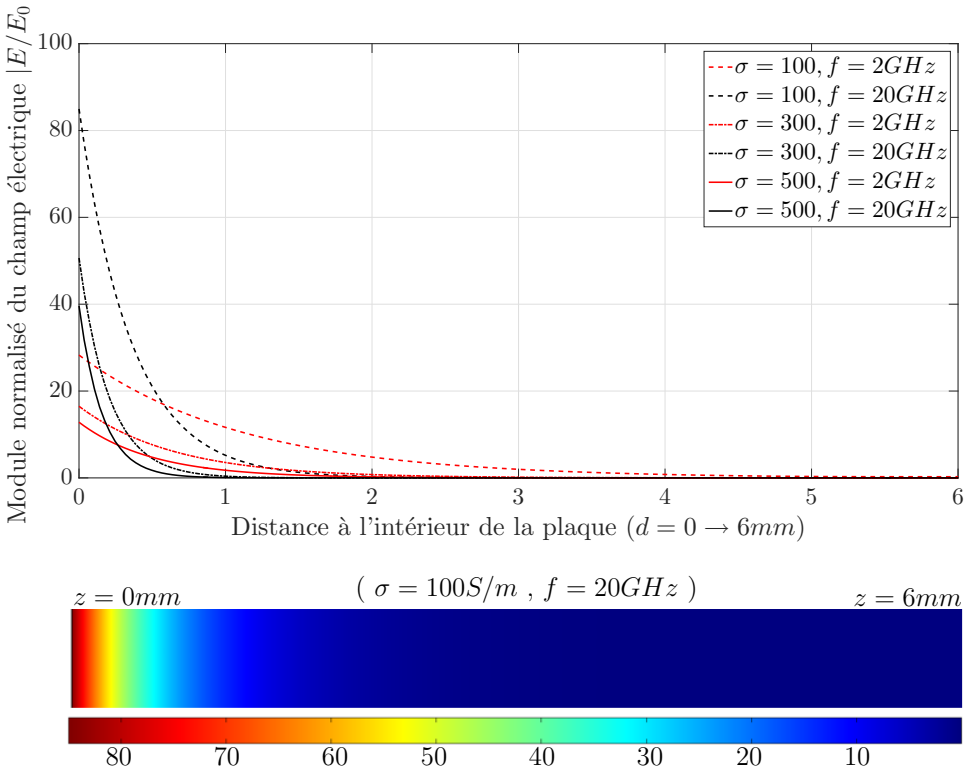


FIGURE 2.7 – *Variation de module du champ électrique normalisé* $|E/E_0|$ *dans l'épaisseur de la plaque homogène* ($\epsilon_r = 1$) *pour différentes conductivités* ($\sigma = \{100, 300, 500\}$) *et fréquences de l'onde incidente* ($f = \{2GHz, 20GHz\}$)

2.4 B- Extraction des propriétés effectives

2.4.1 Méthodes d'inversion

Les méthodes d'inversion permettent de remonter aux propriétés électriques effectives des matériaux. Elles font appel aux coefficients de transmission et de réflexion (calculés numériquement ou obtenus expérimentalement) qui s'expriment en fonction des propriétés EM et utilisent des méthodes de résolution directes ou des algorithmes itératifs afin d'estimer la permittivité complexe et la perméabilité. Ces techniques peuvent également utiliser d'autres paramètres (tels que les paramètres S) qui sont en relation avec les coefficients de transmission et de réflexion.

La méthode de NICOLSON, ROSS et WEIR (NRW) ([71], [72]) considérée comme une méthode directe est largement utilisée pour la caractérisation des matériaux homogènes et isotropes. Elle peut être implémentée dans les trois cas suivants [73] :

— La plaque, supposée infinie en longueur et en largeur, est illuminée par une onde plane dans l'espace libre.

— La plaque est insérée dans une structure guidée tel qu'un câble coaxial (travaux initialement publiés par Weir en 1974) ou une ligne micro-ruban. Elle est sollicitée par une onde plane (Transverse Electrique Magnétique TEM).

— La plaque est insérée dans un guide d'onde (travaux initiés par Nicolson et Ross en 1970) et soumise à une onde Transverse Electrique (TE) ou Transverse Magnétique (TM).

Toutefois, cette méthode pose un problème d'ambiguïté puisque l'équation 2.18 utilisée afin de calculer les propriétés EM contient la fonction logarithme appliquée dans $\mathbb{C}$ (domaine de départ), elle est donc non injective et donne plusieurs solutions possibles au problème.

$$\epsilon_r \mu_r = \lambda_0^2 \left(\frac{1}{\lambda_c^2} - \left[\frac{1}{2\pi l} \ln \left(\frac{1}{T} \right) \right] \right) \qquad \text{avec :} \quad \begin{aligned} \lambda_0 &= \text{longueur d'onde dans le vide} \\ \lambda_c &= \text{longueur d'onde de coupure} \\ l &= \text{épaisseur de la plaque} \\ T &= \text{coefficient de transmission} \end{aligned} \tag{2.18}$$

Afin de remédier à ce problème plusieurs solutions sont proposées dans la littérature : considérer plusieurs plaques d'épaisseurs différentes, utiliser le temps de groupe mesuré [74], etc. Une solution générale peut être aussi adoptée, elle consiste à utiliser l'optimisation dans le but de parvenir aux résultats souhaités et éliminer les ambiguïtés. Le calcul itératif est donc inévitable. Ceci est mis en évidence pour les composites conducteurs dans les travaux d'AKHTAR et al. [62] : les auteurs ont caractérisé ces matériaux en utilisant un guide d'onde. Une estimation initiale des propriétés effectives est tirée à partir des solutions directes obtenus à l'aide des paramètres S mesurés, un algorithme d'optimisation est ensuite mis en place afin de mieux estimer ces propriétés.

Pour les raisons mentionnées ci-dessus la méthode de NRW n'a pas été adoptée dans le calcul des propriétés effectives. En revanche, une technique d'optimisation basée sur les Algorithmes Génétiques (AG) et déterministes est retenue. Elle est détaillée dans le paragraphe suivant.

2.4.2 Algorithme proposé

Les propriétés effectives recherchées sont les solutions d'un problème d'optimisation puisqu'elles ramènent au minimum la différence entre les coefficients de réflexion et de transmission d'une plaque composite (obtenus par calcul numérique) et ceux d'une plaque homogène équivalente de même épaisseur (calculés analytiquement). Ceci revient donc à la minimisation de l'équation 2.2. Puisque les matériaux étudiés présentent un fort contraste de conductivité (matrice diélectrique à très faibles pertes et fibres de carbone fortement conductrices), le problème peut être limité dans un premier temps au calcul d'une seule propriété effective : la conductivité σ_{eff}. La méthode choisie combine un algorithme évolutionniste et un algorithme déterministe (quasi-NEWTON). Parmi une variété d'algorithmes évolutionnistes qui pourraient être adaptés à notre problème d'optimisation, tels que l'algorithme Particle Swarm Optimisation PSO, nous avons choisi d'utiliser un algorithme génétique. Il s'agit d'une méthode fiable qui s'est montrée capable de traiter le problème dans un temps raisonnable.

Dans un premier lieu, l'algorithme génétique [75] est appliqué pour chaque fréquence afin de s'approcher de l'optimum global. Il s'agit d'un algorithme itératif qui, une fois lancé, choisi de manière aléatoire un nombre de points appelés population (dans notre cas, ce nombre est fixé à 50). Chaque individu est ensuite affecté d'un indice afin de classer son adaptation en comparaison aux autres individus. Le choix de la population pour l'itération suivante s'effectue en sélectionnant certains individus de la population précédente, quelques nouveaux candidats, ainsi qu'en employant des opérateurs de croisement et de mutation :

— Croisement : certains individus sont choisis selon un processus de sélection déterminé. Il existe de nombreux procédés pour sélectionner les individus, dans notre cas l'option par défaut de MATLAB® 'Stochastic Uniform' est adopté, il les choisit en parcourant la liste des individus avec des pas constants. Celle-ci est formée en affectant à chaque individu un espace proportionnel à son score, et donnant ainsi plus de probabilité d'être sélectionnés aux individus plus prometteurs. De nouveaux individus sont créés en croisant ceux résultant de l'algorithme dédié à la sélection. Le taux de croisement est fixé à 0,8.

— Mutation : certains individus déjà existants sont choisis puis modifiés. Le taux de mutation diminue en évoluant dans les itérations.

Ces options permettent à l'algorithme de considérer des points de tout l'ensemble de définition de la fonction coût. Il donne alors l'avantage de balayer une large gamme de points, y compris les minima locaux, en évitant d'arrêter l'algorithme sur un de ces points parce qu'il est considéré comme global, erreur qui peut avoir lieu lorsque les méthodes déterministes sont utilisées. Toutefois, l'implémentation de ces techniques fait que les algorithmes génétiques demandent généralement un fort coût de calcul qui s'avère non nécessaire au voisinage du minimum global.

Pour cela, parmi les trois critères de convergence suivants : ① après un certain nombre de générations, ② lorsque la variation de la fonction coût du meilleur candidat atteint une certaine valeur minimale, ou ③ le critère qui est atteint en premier, nous avons choisi le second comme point d'arrêt pour l'algorithme génétique. La valeur de l'écart relatif est

fixée à 0,2. Lorsque la différence entre les meilleures fonctions coût pour deux itérations successives devient inférieure ou égale à 0,2 on considère que le candidat pour lequel nous avons obtenu ces valeurs est à une proximité suffisante du minimum global. Ce candidat est alors retenu comme point de départ pour l'algorithme déterministe qui va accélérer l'avancement vers l'optimum recherché. L'algorithme adopté pour la poursuite du calcul est un algorithme quasi-NEWTON qui donnera la valeur finale à 10^{-6} près de la conductivité effective. Cette procédure est résumée dans l'organigramme de la FIGURE 2.8.

La combinaison d'algorithmes génétiques et déterministes est largement employée puisqu'elle permet de profiter des avantages que présentent ces méthodes. On distingue notamment les travaux qui implémentent des procédés déterministes à l'intérieur des AGs en démontrant des performances meilleures que quand ces deux méthodes sont prises séparément [76], mais ceci nécessite le développement de codes pour l'optimisation. Toutefois, la combinaison des méthodes en enchainant l'utilisation des algorithmes peut donner, dans notre cas, les résultats souhaités.

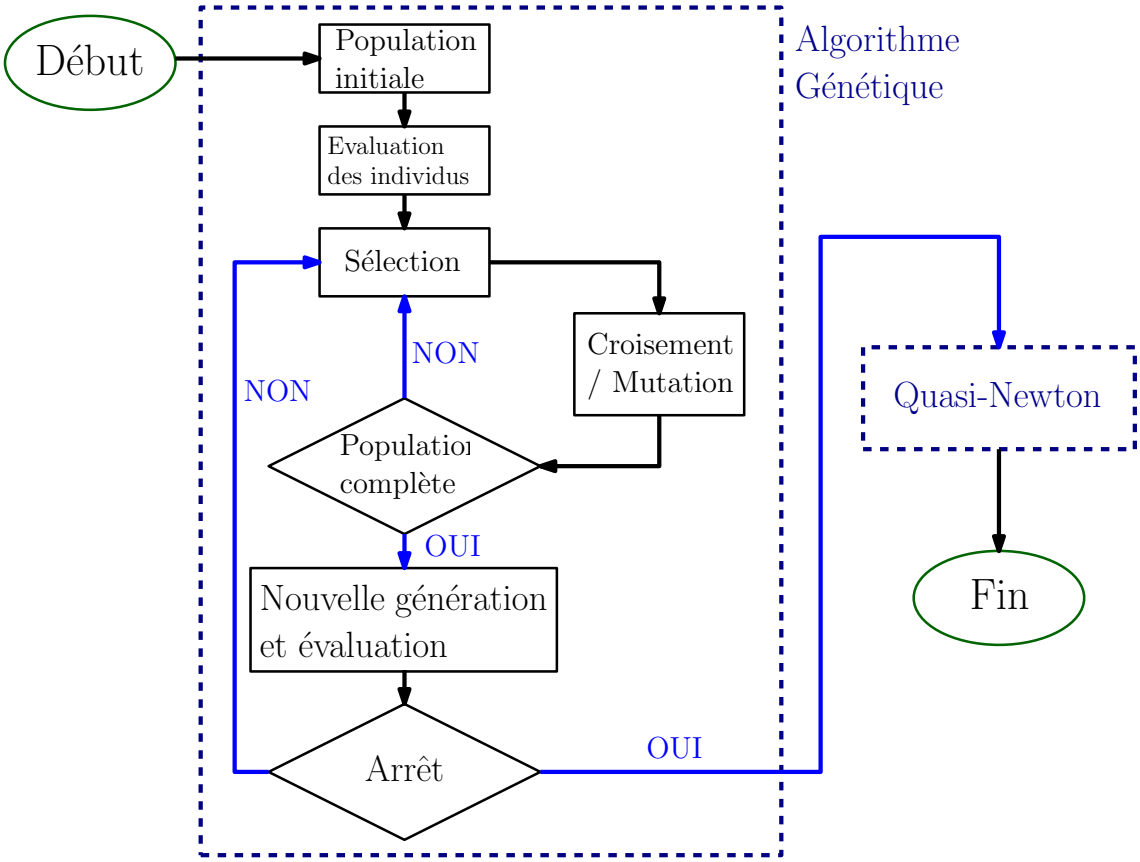


FIGURE 2.8 – *Organigramme de l'algorithme d'optimisation.*

Dans la partie suivante, cette méthode d'homogénéisation est appliquée pour des plaques de composites biphasés à fibres unidirectionnelles. L'algorithme détaillé dans ce paragraphe est appliqué avec les paramètres mentionnés, le domaine de calcul étant limité à l'intervalle $[\sigma_{min} \ ; \ \sigma_{max}]$ où σ_{min} et σ_{max} sont les conductivités des phases les moins et plus conductrices respectivement. Les résultats porteront sur plusieurs cas

d'études, et des études comparatives sont présentées afin d'analyser les points forts et faibles de chaque méthode étudiée.

2.5 C- Exemple : fibres unidirectionnelles

2.5.1 Comportement fréquentiel

Dans cette partie nous appliquons la technique détaillée dans les parties précédentes pour une plaque composite à fibres unidirectionnelles (FIGURE 2.9). Nous traitons en particulier le cas de fibres conductrices noyées dans une matrice diélectrique. La FIGURE 2.10 montre le coefficient de blindage d'une telle plaque pour des fibres de conductivités différentes $\sigma_f = \{4000, 10000\}\ S/m$. Celles-ci ont un diamètre $\phi = 100\,\mu m$ et occupent $f_v = 19,63\%$ du volume de la plaque. Elles possèdent une permittivité relative $\epsilon_{rf} = 1$. La matrice est purement diélectrique $\epsilon_{rm} = \{1, 5\}$ et $\sigma_m = 0\ S/m$. Dans un premier lieu, cette

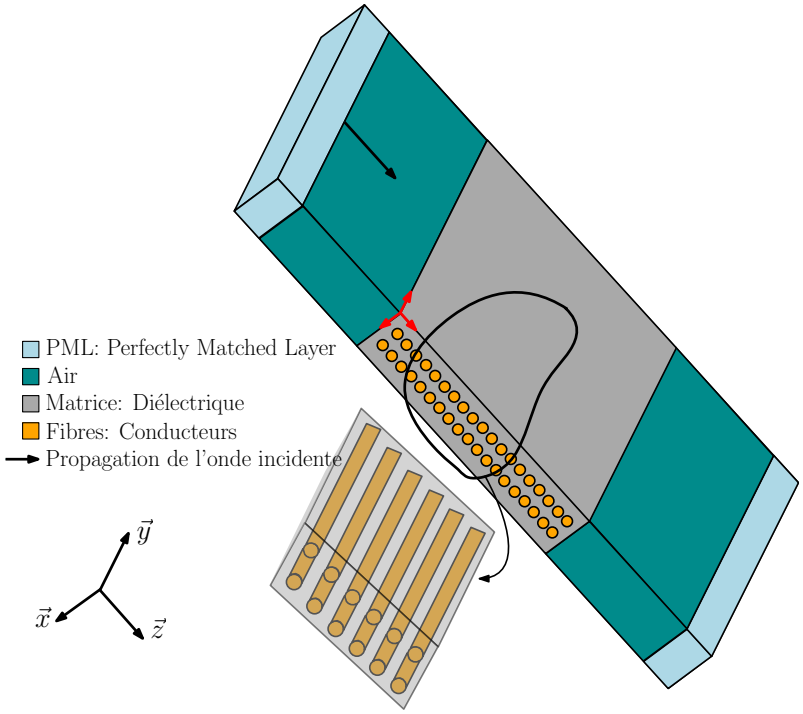


FIGURE 2.9 – *Plaque composite à fibres unidirectionnelles dans un repère orthonormal* $(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{y}, \boldsymbol{z})$.

plaque est illuminée par une onde plane polarisée selon l'axe des $\boldsymbol{x}$ et se propageant selon $\boldsymbol{z}$. De manière globale, le coefficient de blindage augmente avec la fréquence. Il présente toutefois des oscillations qui proviennent de la partie réelle de la permittivité. En effet, plus la permittivité équivalente du milieu homogène équivalent est importante, plus les oscillations sont importantes. Ceci vient du contraste d'impédances entre la plaque et le milieu extérieur (l'air). Une permittivité plus grande donne lieu à une impédance plus grande ce qui permet d'obtenir un meilleur SE en basses fréquences (meilleure réflexion) et des oscillations (changement de la longueur d'onde dans la plaque et réflexions multiples plus importantes en amplitude). Dans un second lieu, l'onde est polarisée parallèlement aux fibres et se propage toujours selon $\boldsymbol{z}$ (FIGURE 2.11). Le coefficient de blindage

dans ce cas présente des amplitudes plus importantes que dans le cas précédent. Il augmente avec la fréquence et la conductivité des fibres. Cependant, vu l'ordre de grandeur de l'amplitude du SE, la permittivité de la matrice contribue de façon moins importante à ce coefficient puisque la partie majeure de ce coefficient provient de l'absorption.

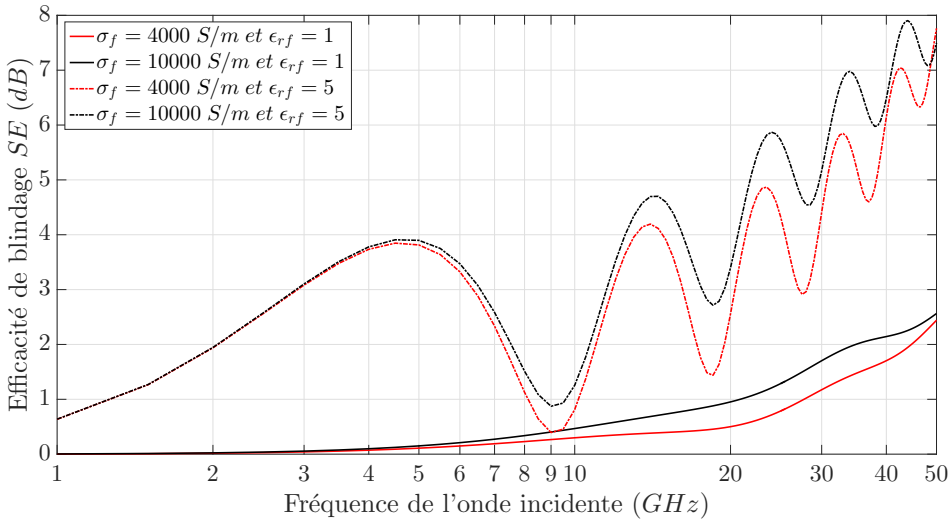


FIGURE 2.10 – *Efficacité de blindage d'une plaque à fibres conductrices de diamètre $\phi = 100\,\mu m$ ($\epsilon_{rf} = 1$, $\sigma_f = \{4000, 10000\}$ S/m), occupant $f_v = 19,63\%$ du volume total. La matrice a pour propriétés : ($\epsilon_{rm} = \{1, 5\}$, $\sigma_m = 0\,S/m$), l'onde incidente est polarisée perpendiculairement aux fibres (selon $\boldsymbol{x}$ de la* FIGURE *2.9).*

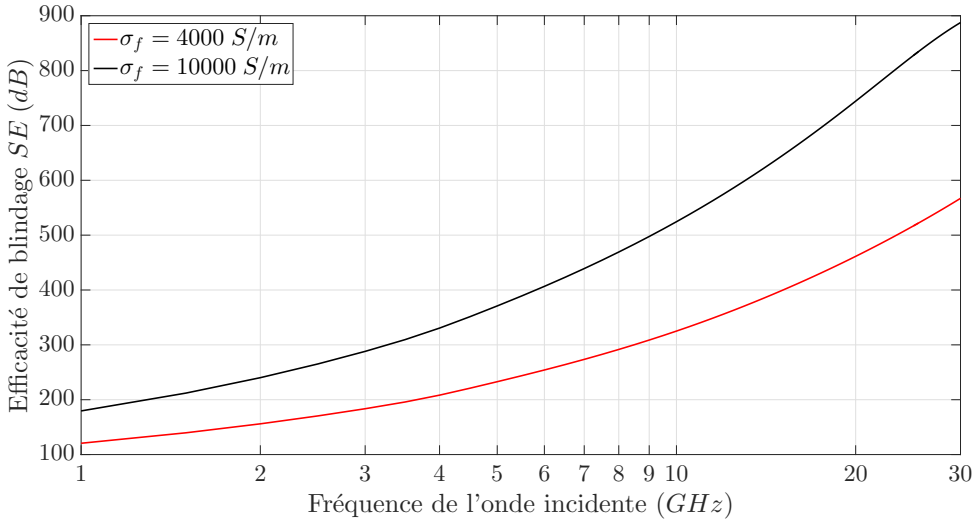


FIGURE 2.11 – *Efficacité de blindage d'une plaque à fibres conductrices de diamètre $\phi = 100\,\mu m$ ($\epsilon_{rf} = 1$, $\sigma_f = \{4000, 10000\}$ S/m), occupant $f_v = 19,63\%$ du volume total. La matrice a pour propriétés : ($\epsilon_{rm} = 1$, $\sigma_m = 0\,S/m$), l'onde incidente est polarisée parallèlement aux fibres (selon $\boldsymbol{y}$ de la* FIGURE *2.9).*

2.5.2 Onde polarisée perpendiculairement aux fibres

La technique d'optimisation est appliquée pour la même plaque composite de la FIGURE 2.9. L'onde incidente se propage le long de l'axe z avec une polarisation perpendiculaire aux fibres selon x. La fraction volumique occupée par les fibres de diamètre $\phi = 100\,\mu m$ est $f_v = 19,63\%$. La plaque est de $6\,mm$ d'épaisseur, les propriétés EM des différents constituants sont groupées dans le tableau 2.1.

Phase	Permittivité relative ϵ_r	Conductivité $\sigma[S/m]$	Perméabilité relative μ_r
Inclusions	1	10^3	1
Matrice	1	0	1

TABLE 2.1 – *Propriétés EM des constituants de la plaque composite à fibres cylindriques à étudier.*

Optimisation basée sur SE : Une première étude consiste à minimiser le coefficient de blindage de l'équation 2.2 pour la valeur de la conductivité effective du milieu homogène équivalent σ_{eff}. Les FIGURES 2.12 ($gauche$ et $droite$) représentent les variations de σ_{eff} et du coefficient SE_{dB} respectivement. Les résultats obtenus optimisent parfaitement ce coefficient. Toutefois, en traçant le coefficient de réflexion R_{dB} obtenu à partir du milieu équivalent et celui calculé par éléments finis pour la plaque composite sur le graphique de la FIGURE 2.13, nous remarquons que les écarts résultant de cette première homogénéisation sont non négligeables. En effet, la sollicitation électromagnétique incidente sur la plaque est décomposée en trois parties : réfléchie, transmise et absorbée. Une optimisation basée sur le coefficient de blindage global se montre alors insuffisante pour précisément décrire le comportement du composite.

Optimisation basée sur R : De la même manière, une homogénéisation basée sur le coefficient de réflexion de l'équation 2.2 donne des propriétés effectives valables pour décrire le coefficient R_{dB} uniquement. Ces résultats sont représentés sur la FIGURE 2.14.

Optimisation basée sur SE et R : Les résultats précédents ont conduits à la modification de l'optimisation. Les changements apportés sont les suivants :

— Modification de la fonction coût : l'optimisation basée sur le coefficient de blindage ou de réflexion pris séparément s'est montrée insuffisante pour homogénéiser la plaque composite de façon précise. Ainsi, une nouvelle fonction coût est proposée, elle combine les deux coefficients selon 2.19.

$$\begin{aligned} F_c = a\,&\left|SE_{FEM}(f) - SE_{analytique}\big(\epsilon(f),\sigma(f)\big)\right|^2_{dB} \\ &+ b\,\left|R_{FEM}(f) - R_{analytique}\big(\epsilon(f),\sigma(f)\big)\right|^2_{dB} \\ \text{avec :}\quad a, b :&\quad \text{coefficients de pondération (en dB)} \end{aligned} \tag{2.19}$$

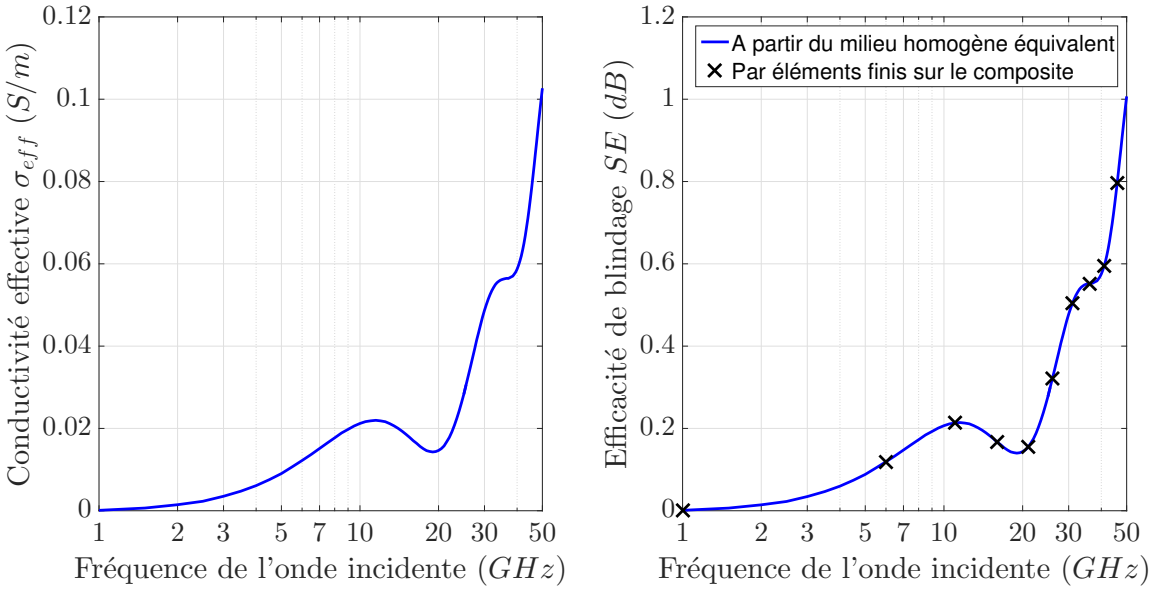


FIGURE 2.12 – *Conductivité effective (gauche) et efficacité de blindage (droite) d'une plaque à fibres conductrices de diamètre $\phi = 100\,\mu m$ ($\epsilon_{rf} = 1$, $\sigma_f = 10^3$ S/m), occupant $f_v = 19,63\%$ du volume total. La matrice a pour propriétés : ($\epsilon_{rm} = 1$, $\sigma_m = 0\,S/m$), l'onde incidente est polarisée selon l'axe $\boldsymbol{x}$ de la* FIGURE *2.9).*

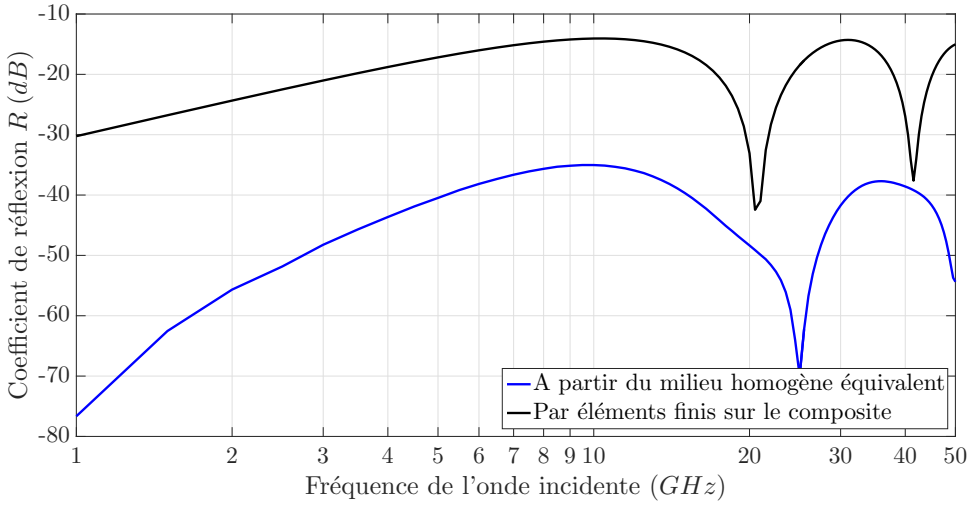


FIGURE 2.13 – *Coefficient de réflexion obtenu par minimisation du SE_{dB} et par éléments finis pour une plaque à fibres conductrices de diamètre $\phi = 100\,\mu m$ ($\epsilon_{rf} = 1$, $\sigma_f = 10^3$ S/m), occupant $f_v = 19,63\%$ du volume total. La matrice a pour propriétés : ($\epsilon_{rm} = 1$, $\sigma_m = 0\,S/m$), l'onde incidente est polarisée selon l'axe $\boldsymbol{x}$ de la* FIGURE *2.9).*

— Pondération de SE et de R : la combinaison de ces deux coefficients dans une fonction coût unique accorde une importance aux deux phénomènes de transmission et de réflexion proportionnellement aux valeurs obtenues par simulation. Pour la plaque étudiée dans ce paragraphe par exemple, on a toujours : $|R_{dB}(f)| > |SE_{dB}(f)|$. Cette relation implique que la solution choisie par l'algo-

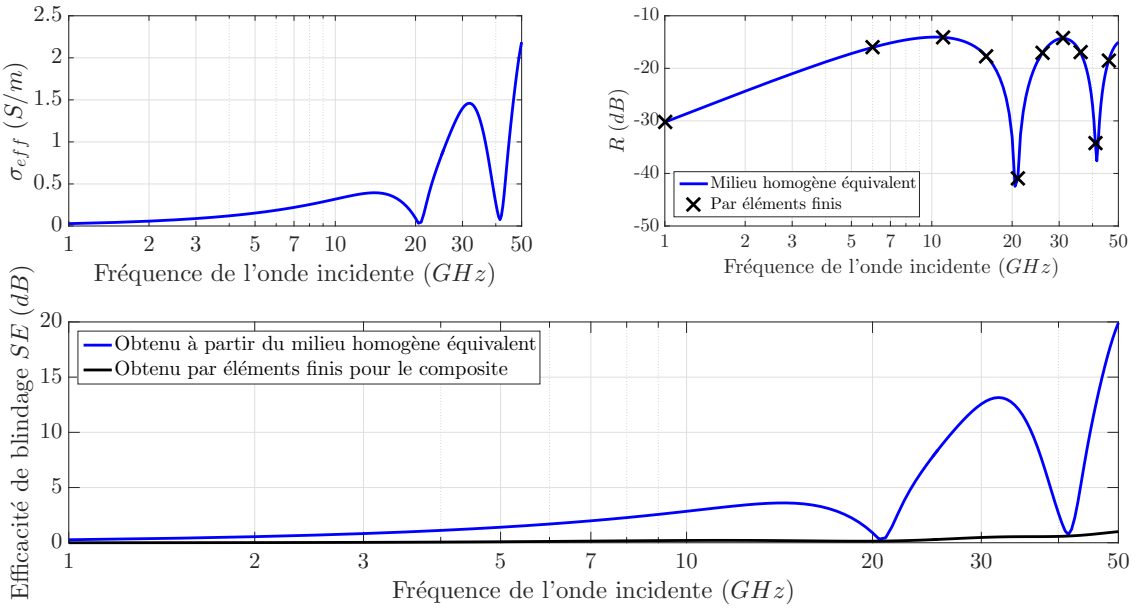


FIGURE 2.14 – *Conductivité effective σ_{eff}, coefficient de réflexion R_{dB} et de blindage SE_{dB} obtenus par minimisation de R_{dB} et par éléments finis pour une plaque à fibres conductrices de diamètre $\phi = 100\,\mu m$ ($\epsilon_{rf} = 1$, $\sigma_f = 10^3$ S/m), occupant $f_v = 19,63\%$ du volume total. La matrice a pour propriétés : ($\epsilon_{rm} = 1$, $\sigma_m = 0\,S/m$), l'onde incidente est polarisée selon l'axe $\boldsymbol{x}$ de la* FIGURE 2.9*).*

rithme d'optimisation cherchera à rapprocher le coefficient de réflexion qui en résultera de celui simulé par élément finis plus que le coefficient de blindage. Ce type de priorité ne correspond pas au résultat souhaité. Ainsi, nous avons pondéré les termes de la fonction coût par des coefficients a et b de manière à équilibrer au mieux les valeurs obtenues pour chaque fréquence. Les coefficients choisis s'écrivent :

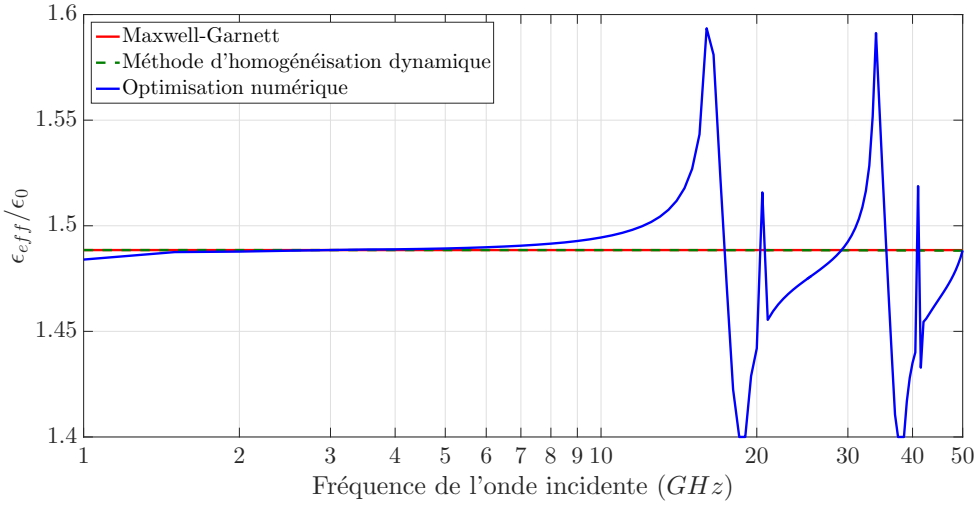
$$a(f) = |R_{FEM}(f)|_{dB} \tag{2.20a}$$

$$b(f) = |SE_{FEM}(f)|_{dB} \tag{2.20b}$$

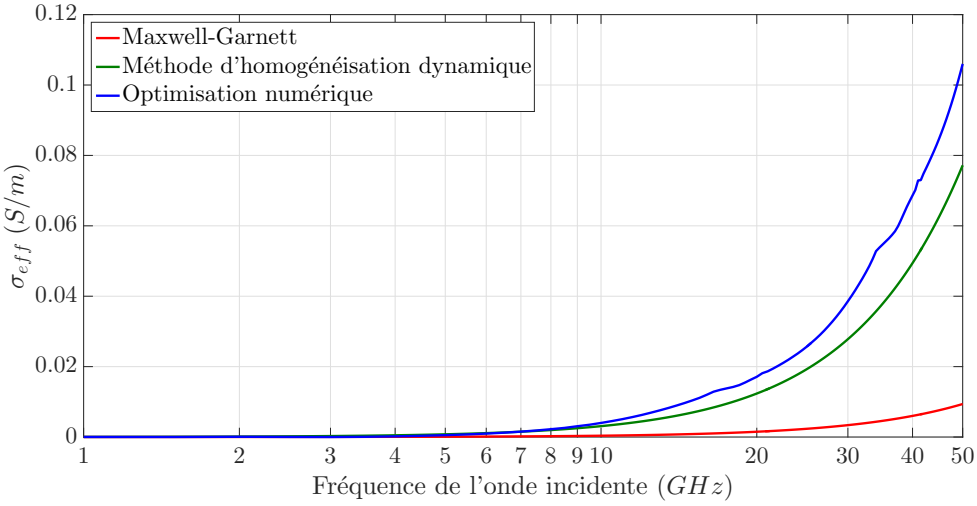
— Minimisation à deux variables : la plupart des formules analytiques expriment les propriétés électriques du milieu équivalent en fonction de la permittivité complexe (permittivité relative et conductivité) même si le contraste de permittivité entre les phases du composite est nul. Par conséquent, nous avons rajouté un degré de liberté à l'algorithme en optimisant non seulement σ mais aussi ϵ. L'algorithme donne ainsi pour chaque fréquence f un couple $(\epsilon_{eff}, \sigma_{eff})$ qui estime $R_{analytique}(f)$ et $SE_{analytique}(f)$ pour un écart minimal avec la simulation.

Cette méthode est appliquée sur la plaque composite de la FIGURE 2.9 avec les mêmes dimensions et propriétés que celles étudiées précédemment dans ce paragraphe 2.5.2. Les résultats obtenus sont comparés à deux méthodes analytiques d'homogénéisation : la méthode de MAXWELL-GARNETT (MG) décrite dans le paragraphe 1.6.2 ainsi que la mé-

thode d'homogénéisation dynamique (MHD) du paragraphe 1.6.3. Les FIGURES 2.15 et 2.16 représentent respectivement les propriétés électriques du milieu homogénéisé résultant de l'application des trois méthodes, et les coefficients R_{dB} et SE_{dB} qui en résultent.



a

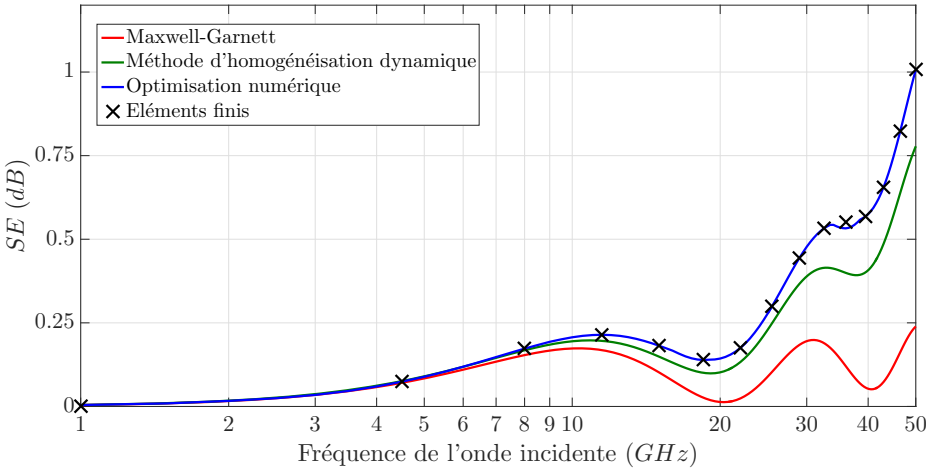


b

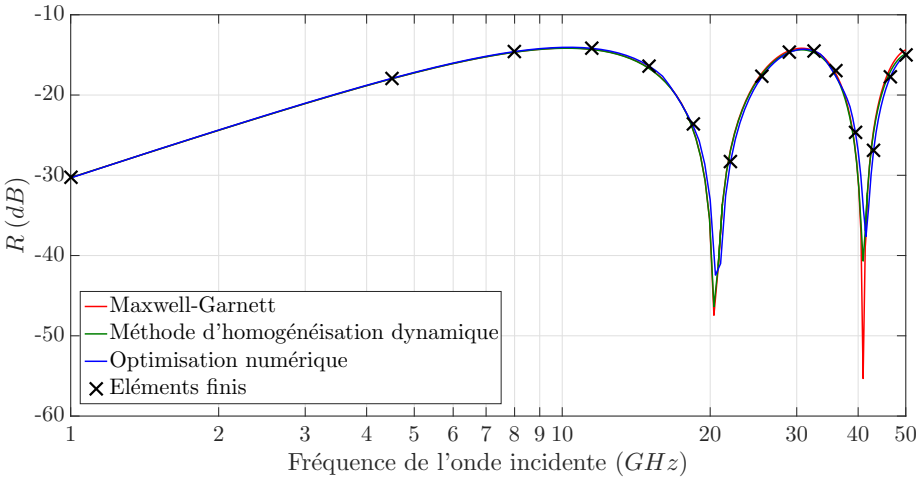
FIGURE 2.15 – *(a) Permittivité relative effective ϵ_{eff} et (b) conductivité effective σ_{eff} pour une plaque à fibres conductrices de diamètre $\phi = 100\,\mu m$ ($\epsilon_{rf} = 1$, $\sigma_f = 10^3$ S/m), occupant $f_v = 19,63\%$ du volume total. La matrice a pour propriétés : ($\epsilon_{rm} = 1$, $\sigma_m = 0\,S/m$), l'onde incidente est polarisée selon l'axe $\boldsymbol{x}$ de la* FIGURE 2.9*).*

La méthode de MAXWELL-GARNETT, développée en négligeant les interactions onde-inclusion en hautes fréquences, donne des résultats cohérents jusqu'à quelques Gigahertz (pour cet exemple 7 GHz à peu près). Elle sous-estime la conductivité effective au delà de cette valeur. C'est une méthode quasi-statique. Quant à la MHD, elle donne des résultats plus précis sur la gamme de fréquences étudiées. C'est une méthode prédictive qui estime les propriétés effectives en tenant compte de quelques effets hautes-fréquences. En

ce qui concerne les résultats numériques de l'optimisation, bien que les propriétés calculées estiment les coefficients R et SE avec précision, les courbes obtenues présentent quelques discontinuités (notamment pour la permittivité effective) mais dont les variations restent faibles comme le montre la FIGURE 2.15. C'est une technique qui ne prédit pas le comportement du matériau, mais estime au mieux les valeurs de ϵ_{eff} et σ_{eff} qui donnent des paramètres S proches des résultats de la simulation.



a



b

FIGURE 2.16 – *(a) Efficacité de blindage SE_{dB} et (b) coefficient de réflexion R_{dB} pour une plaque à fibres conductrices de diamètre $\phi = 100\,\mu m$ ($\epsilon_{rf} = 1$, $\sigma_f = 10^3$ S/m), occupant $f_v = 19,63\%$ du volume total. La matrice a pour propriétés : ($\epsilon_{rm} = 1$, $\sigma_m = 0\,S/m$), l'onde incidente est polarisée selon l'axe $\boldsymbol{x}$ de la* FIGURE *2.9).*

Une méthode qui peut également s'appliquer pour ce type de composites est la méthode d'homogénéisation dynamique étendue (MHDE) détaillée dans le premier chapitre 1.6.3. Afin d'examiner les résultats de cette méthode en comparaison à la technique d'optimisation, nous considérons l'exemple d'un composite qui tombe dans le domaine d'application de la MHDE. Il s'agit du même composite à fibres unidirectionnelles (épais-

seur de la plaque : $6\,mm$, diamètre des fibres : $\phi = 100\,\mu m$, fraction volumique des fibres : $f_v = 19,63\%$), ayant des fibres plus conductrices que le cas précédent. Les propriétés électriques des différentes phases sont indiquées dans le tableau 2.2. Les résultats de la FIGURE 2.17 montrent que la MHDE estime avec précision les propriétés effectives, la technique d'optimisation établie une bonne concordance avec la simulation malgré certaines discontinuités résultant du calcul numérique.

Phase	Permittivité relative ϵ_r	Conductivité $\sigma[S/m]$	Perméabilité relative μ_r
Inclusions	1	10^4	1
Matrice	5	0	1

TABLE 2.2 – *Exemple de valeurs des propriétés EM des constituants d'une plaque composite à fibres fortement conductrices.*

2.5.3 Onde polarisée parallèlement aux fibres

Dans cette partie nous traitons le cas d'une incidence parallèle aux fibres de la plaque composite (FIGURE 2.9) selon l'axe $\boldsymbol{y}$. Les propriétés EM des phases sont résumées dans le tableau 2.1. L'algorithme d'optimisation combinant les deux coefficients R_{dB} et SE_{dB} est appliqué afin de remonter aux propriétés effectives. Les résultats sont représentés sur la FIGURE 2.18.

Les courbes montrent une bonne concordance entre la technique d'homogénéisation et le coefficient de blindage. Toutefois, le coefficient de réflexion présente quelques différences. Ces écarts peuvent être causés par le choix des coefficients de pondération qui, dans cet exemple, accommodent SE (le paramètre dominant) mieux que R (au moins 300 fois plus petit que SE). Quant aux méthodes analytiques applicables dans ce cas, les bornes supérieures de WIENER (paragraphe 1.6.2) décrivent de façon précise le comportement de la plaque sur la majorité de la gamme de fréquences étudiée.

2.5.4 Synthèse

De manière générale, le tenseur de permittivité effective de la plaque composite étudiée (FIGURE 2.9) est diagonal de la forme :

$$\underline{\underline{\epsilon}}^*_{eff} = \begin{pmatrix} \epsilon^*_x & 0 & 0 \\ 0 & \epsilon^*_y & 0 \\ 0 & 0 & \epsilon^*_z \end{pmatrix}_{(\boldsymbol{u_x},\boldsymbol{u_y},\boldsymbol{u_z})} \tag{2.21}$$

Les paragraphes précédents détaillent des méthodes de calcul des deux propriétés ϵ^*_x et ϵ^*_y. Pour ce modèle de composites, les formules analytiques donnent des résultats pertinents sur une large gamme de fréquences.

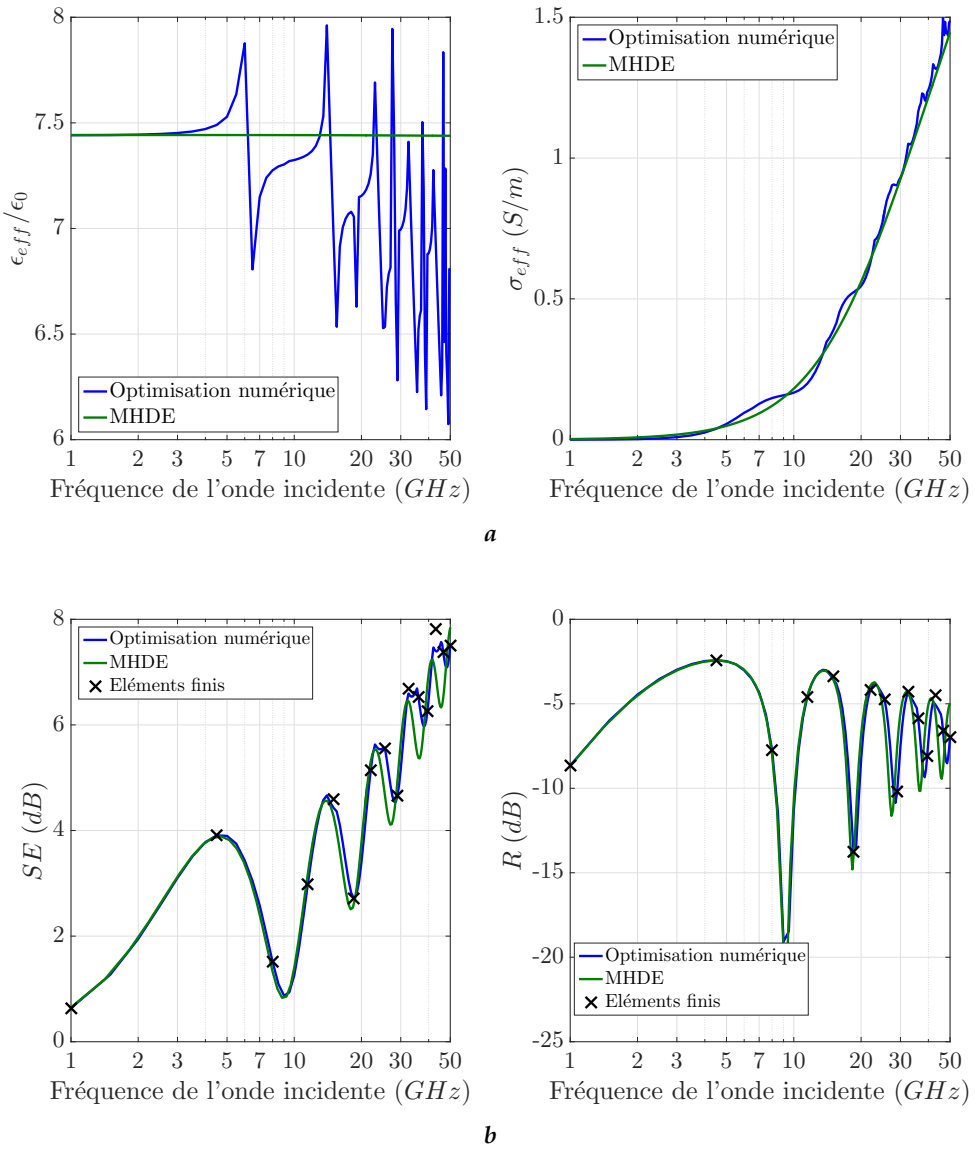


FIGURE 2.17 – *(a) Propriétés effectives (ϵ_{eff},σ_{eff}) et (b) coefficients (SE_{dB} et R_{dB}) pour une plaque à fibres conductrices de diamètre $\phi = 100\,\mu m$ ($\epsilon_{rf} = 1$, $\sigma_f = 10^4$ S/m), occupant $f_v = 19,63\%$ du volume total. La matrice a pour propriétés : ($\epsilon_{rm} = 5$, $\sigma_m = 0\,S/m$), l'onde incidente est polarisée selon l'axe $\boldsymbol{x}$ de la* FIGURE 2.9*).*

2.6 Homogénéisation et incidence oblique

Dans les parties précédentes, nous avons étudié le cas d'une onde plane normalement incidente sur une plaque. Nous nous intéressons dans ce paragraphe à l'incidence oblique d'une onde plane. La FIGURE 2.19 représente les deux polarisations possibles pour l'onde incidente :

— Polarisation perpendiculaire (aussi nommée s-polarisation) : le vecteur champ électrique est, à tout instant, perpendiculaire au plan d'incidence (plan contenant les vecteurs d'onde des deux ondes incidente et réfléchie). Puisque l'onde est plane, ceci résulte en un champ magnétique parallèle au plan d'incidence. L'angle

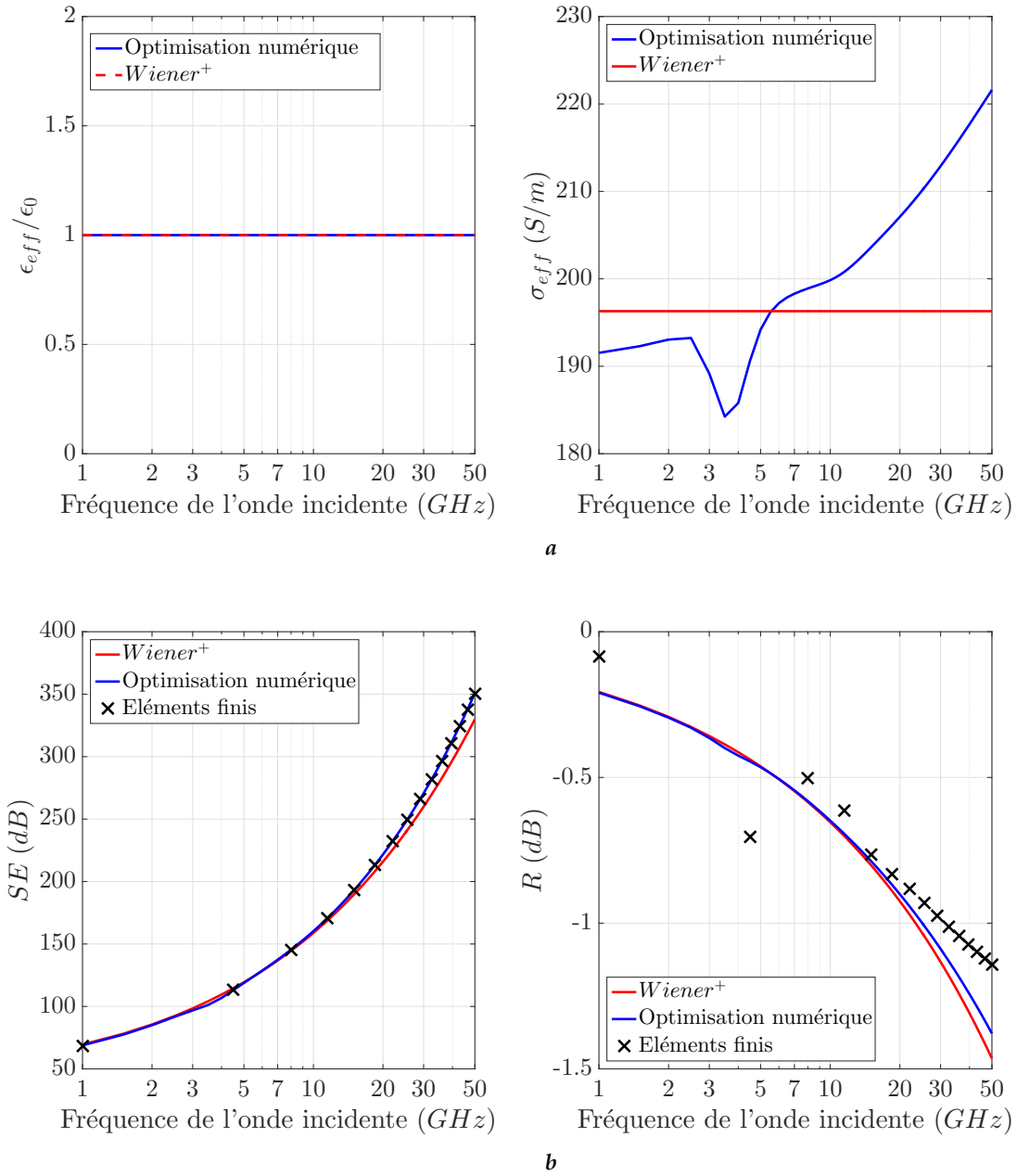


FIGURE 2.18 – *(a) Propriétés effectives (ϵ_{eff},σ_{eff}) et (b) coefficients (SE_{dB} et R_{dB}) pour une plaque à fibres conductrices de diamètre $\phi = 100\,\mu m$ ($\epsilon_{rf} = 1$, $\sigma_f = 10^3$ S/m), occupant $f_v = 19,63\%$ du volume total. La matrice a pour propriétés : ($\epsilon_{rm} = 1$, $\sigma_m = 0\,S/m$), l'onde incidente est polarisée selon l'axe $\boldsymbol{y}$ de la* FIGURE 2.9*).*

α est l'angle aigu que fait le vecteur d'onde $\boldsymbol{k}$ avec le vecteur unitaire normal à la plaque $\boldsymbol{n}$: $\alpha = (\boldsymbol{k}, \boldsymbol{n})$.

— Polarisation parallèle (aussi nommée p-polarisation) : le vecteur champ électrique est parallèle au plan d'incidence et le champ magnétique est perpendiculaire à ce plan. Ce cas n'est pas traité dans ce travail de thèse.

Afin de remonter aux propriétés effectives, la technique combinant les simulations par

éléments finis et l'optimisation numérique détaillée dans ce chapitre est adoptée. Pour y parvenir, une étude des formules analytiques exprimant les paramètres S d'une plaque homogène en fonction de ses propriétés et de l'angle d'incidence est nécessaire.

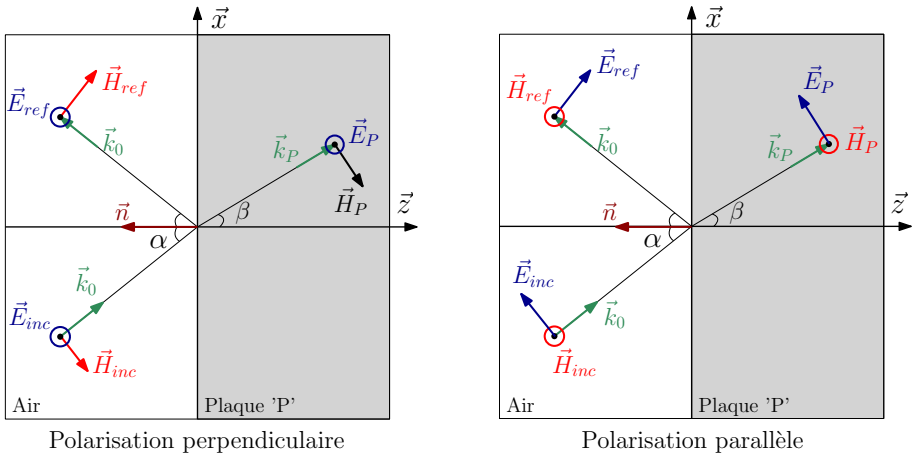


FIGURE 2.19 – *Polarisations perpendiculaire et parallèle d'une onde plane obliquement incidente sur une surface.*

2.6.1 Plaque homogène soumise à une onde plane oblique

Dans ce qui suit nous étudions le comportement d'une plaque homogène sollicitée par une onde plane obliquement incidente. Dans un premier lieu nous détaillons les expressions des paramètres S (démonstration en Annexe B). Nous vérifions ensuite la validité de ces formules à l'aide de la simulation numérique.

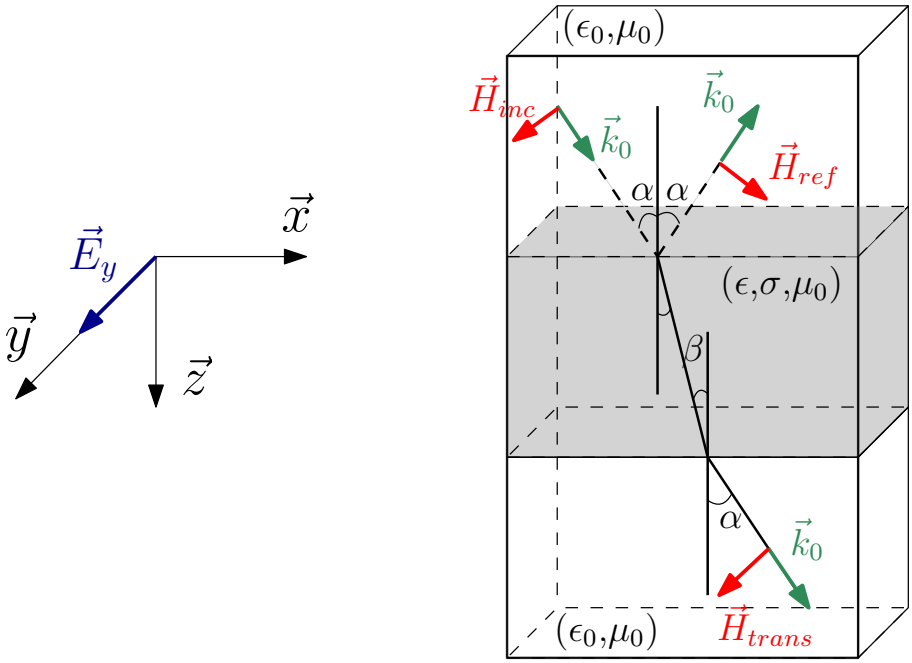


FIGURE 2.20 – *Ondes incidente, réfléchie et transmise à travers une plaque homogène : cas d'une incidence oblique à polarisation perpendiculaire.*

La FIGURE 2.20 représente le cas étudié. La plaque est supposée homogène, isotrope et non magnétique ($\mu_r = 1$). Le champ électrique incident $\boldsymbol{E_{inc}}$ ayant une polarisation perpendiculaire au plan d'incidence s'écrit :

$$\boldsymbol{E_{inc}}(x,z,t) = E_0\, e^{\jmath\left(\omega t - k_0 \sin(\alpha) x - k_0 \cos(\alpha) z\right)}\ \boldsymbol{u_y} \tag{2.22}$$

Le champ magnétique $\boldsymbol{H_{inc}}$ accompagnant $\boldsymbol{E_{inc}}$ est donné par :

$$\boldsymbol{H_{inc}}(x,z,t) = \frac{E_0}{\eta_0}\left(-\cos(\alpha)\,\boldsymbol{u_x} + \sin(\alpha)\,\boldsymbol{u_z}\right) e^{\jmath\left(\omega t - k_0 \sin(\alpha) x - k_0 \cos(\alpha) z\right)} \tag{2.23}$$

Les coefficients de réflexion R et de transmission T s'écrivent [6] :

$$R_O = \frac{E_{ref}}{E_{inc}} = \frac{\left(C_1^2 - 1\right)\left(1 - e^{2C_2}\right)}{\left(C_1 - 1\right)^2 - \left(C_1 + 1\right)^2 e^{2C_2}} \tag{2.24}$$

$$T_O = \frac{E_{trans}}{E_{inc}} = C_4 e^{-C_2 + C_3} + C_5 e^{C_2 + C_3} \tag{2.25}$$

où les coefficients C_1, C_2, C_3 et C_4 sont fonctions des propriétés de la plaque et des angles d'incidence et de réfraction (équation 2.26).

$$C_1 = \frac{\eta}{\eta_0} . \frac{\cos(\alpha)}{\cos(\beta)} \tag{2.26a}$$

$$C_2 = \jmath k \cos(\beta) l \tag{2.26b}$$

$$C_3 = \jmath k_0 \cos(\alpha) l \tag{2.26c}$$

$$C_4 = \frac{1}{2} . \left[(1 + C_1) + \frac{\left(1 - C_1\right)\left(C_1^2 - 1\right)\left(1 - e^{2C_2}\right)}{\left(C_1 - 1\right)^2 - \left(C_1 + 1\right)^2 e^{2C_2}}\right] \tag{2.26d}$$

$$C_5 = \frac{1}{2} . \left[(1 - C_1) + \frac{\left(1 + C_1\right)\left(C_1^2 - 1\right)\left(1 - e^{2C_2}\right)}{\left(C_1 - 1\right)^2 - \left(C_1 + 1\right)^2 e^{2C_2}}\right] \tag{2.26e}$$

avec : $k = \sqrt{\mu_0 \epsilon \omega^2 - \jmath \mu_0 \omega \sigma}$ Constante de propagation dans la plaque

$\eta = \dfrac{\omega \mu_0}{k}$ Impedance de la plaque

$\sin(\beta) = \dfrac{k_0 \sin(\alpha)}{k}$ Loi de Snell [5]

La modélisation est effectuée sous COMSOL MULTIPHYSICS® pour une plaque homogène de permittivité relative $\epsilon_r = 1$, de conductivité $\sigma = \{300, 400\}\, S/m$ et d'épaisseur $l = 6mm$. La FIGURE 2.21 montre les coefficients SE_{dB} et R_{dB} pour les deux fréquences $f = \{1, 4\}\, GHz$ et un angle α variant entre 0° et 90°. Les résultats expriment une bonne concordance entre le calcul analytique et la simulation. Pour une incidence normale on obtient également un bon accord avec les FIGURES 2.5 et 2.6 de la partie A de ce chapitre.

6. A noter que pour $\alpha = 0$ ce qui est le cas pour une incidence normale nous retrouvons les équations de la partie précédente.

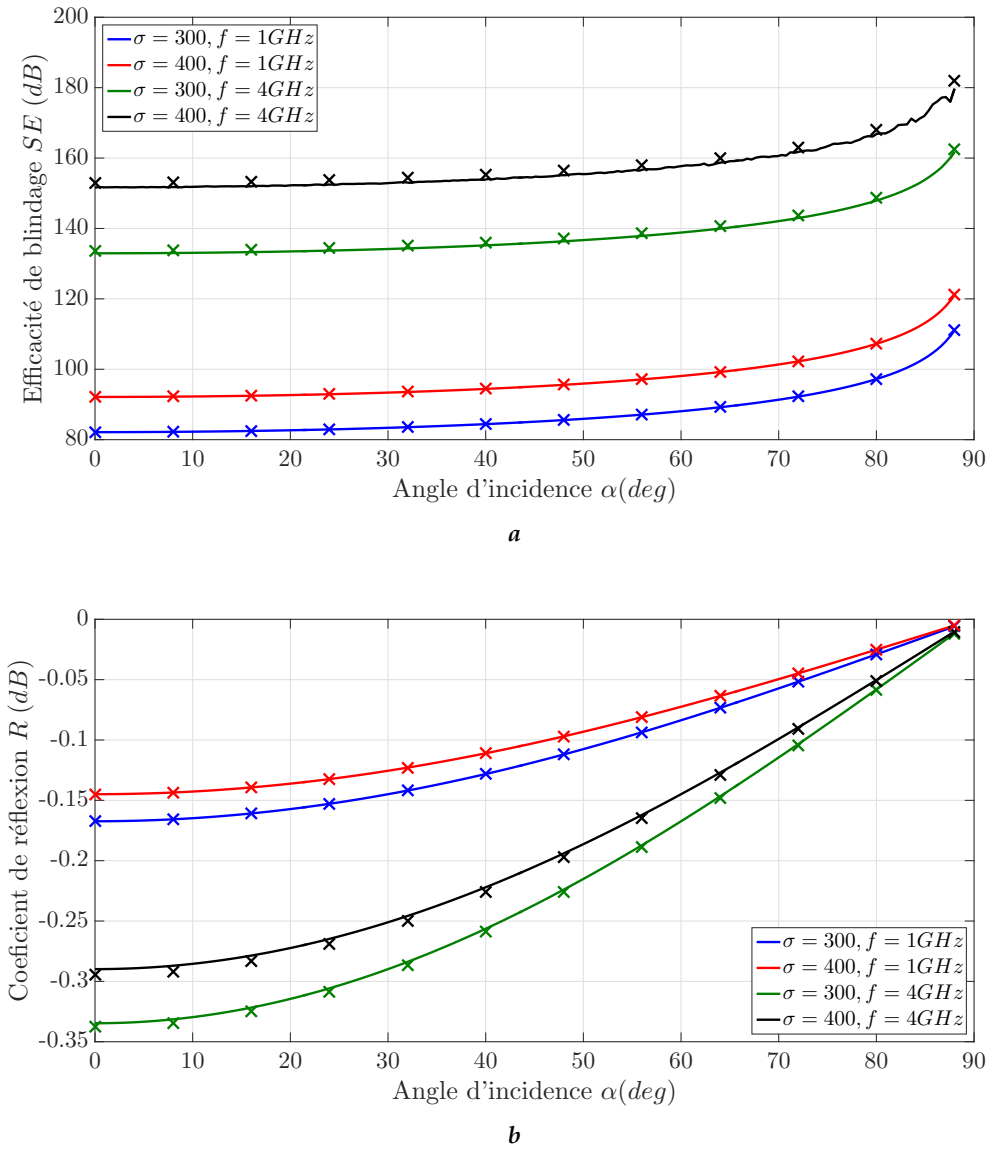


FIGURE 2.21 – *(a) SE_{dB} et (b) R_{dB} par calcul analytique (ligne) et par éléments finis ($\times$) pour une plaque homogène ($\epsilon_r = 1$,$\sigma = \{300, 400\}$ S/m,$l = 6\,mm$) en fonction de l'angle d'incidence.*

2.7 Homogénéisation d'une plaque composite

La technique d'homogénéisation proposée dans ce chapitre est appliquée sur une plaque composite sollicitée par une onde plane obliquement incidente. La fonction coût se basant sur la combinaison des coefficients de blindage et de réflexion (équation 2.19) est utilisée afin de calculer les propriétés effectives pour chaque angle α entre 0° et 90°. La plaque d'épaisseur $l = 6\,mm$ est constituée de fibres conductrices unidirectionnelles (parallèles à l'axe u_y de la FIGURE 2.20) occupant une fraction volumique $f_v = 19,63\%$. Les propriétés électriques sont résumées dans le tableau 2.1. L'optimisation est effectuée en supposant une permittivité effective relative $\epsilon_{r,eff} = 1$ et en minimisant la fonction coût pour la valeur de la conductivité effective σ_{eff}. La fréquence de l'onde incidente est : $f = 1\,GHz$.

Les résultats des simulations sont tracés sur la FIGURE 2.22. En ce qui concerne l'optimisation, les deux coefficients de réflexion et de blindage résultants des propriétés effectives montrent une bonne précision en comparaison à la simulation. D'autre part, la conductivité effective estimée varie très faiblement avec l'angle d'incidence. En effet, bien que l'incidence sur la plaque n'est plus normale, la polarisation du champ électrique par rapport aux fibres unidirectionnelles reste invariable (dans cet exemple $\boldsymbol{E_{inc}}$ est parallèle à la direction des fibres). Ceci justifie le fait que la conductivité effective se montre pratiquement invariable et que le milieu homogène équivalent n'est pas influencé par l'angle d'incidence mais plutôt par la polarisation de l'onde.

2.8 Conclusion

La technique d'homogénéisation présentée dans ce chapitre se base sur des simulations par éléments finis et une optimisation numérique. Elle permet de calculer les propriétés électriques effectives pour des plaques composites en simulant, par éléments finis, leurs paramètres S (un volume élémentaire s'avère suffisant pour le domaine de calcul en profitant des conditions aux limites appropriées). Un algorithme d'optimisation basé sur les paramètres S est ensuite employé afin de définir le milieu homogène équivalent. C'est une technique simple à implémenter mais elle peut nécessiter un temps de calcul non négligeable qui dépend essentiellement de la modélisation par éléments finis.

Une application typique de cette technique est l'homogénéisation des plaques à fibres conductrices unidirectionnelles dans une matrice diélectrique. Les exemples traités dans ce chapitre portent sur les plaques soumises à des ondes planes dont les polarisations sont parallèles et perpendiculaires aux fibres. Les résultats obtenus montrent une bonne concordance entre les paramètres S des composites étudiés et ceux des milieux équivalents sur une large gamme de fréquences.

Puisque la modélisation par éléments finis se montre nécessaire pour étudier le comportement des composites et les homogénéiser, le chapitre suivant portera sur l'utilisation des calculs numériques afin d'analyser les composites à fibres tissées et de tirer leurs paramètres S servant comme coefficients intermédiaires dans le processus d'homogénéisation selon la technique présentée ci-dessus.

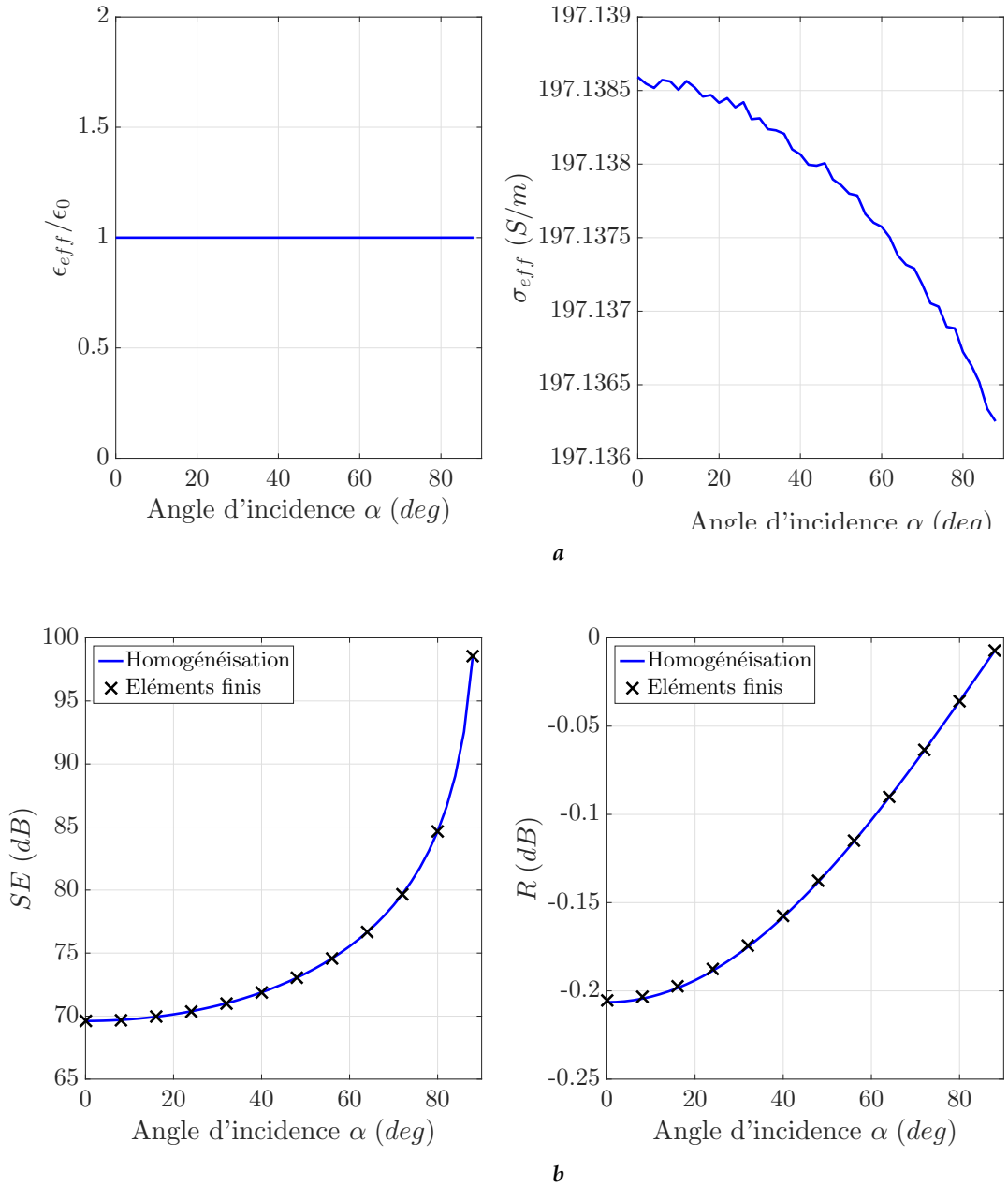


FIGURE 2.22 – *(a) Propriétés effectives (ϵ_{eff},σ_{eff}) et (b) coefficients (SE_{dB} et R_{dB}) pour une incidence oblique sur une plaque à fibres conductrices de diamètre $\phi = 100\,\mu m$ ($\epsilon_{rf} = 1$, $\sigma_f = 10^3$ S/m), occupant $f_v = 19,63\%$ du volume total. La matrice a pour propriétés : ($\epsilon_{rm} = 1$, $\sigma_m = 0\,S/m$).*

Chapitre 3

Comportement électromagnétique des matériaux composites tissés

Sommaire

3.1 Introduction **56**
3.2 Modélisation de composites tissés par éléments finis **56**
3.2.1 Matériau à étudier 56
3.2.2 Conditions aux limites 57
3.2.3 Comportement fréquentiel des composites tissés 58
3.3 Composites tissés et fibres unidirectionnelles **60**
3.4 Modèles simples pour l'étude des composites **62**
3.4.1 Par cascade de couches 62
3.4.2 Formules analytiques 65
3.5 Homogénéisation pour les composites tissés **67**
3.5.1 Calcul analytique de propriétés effectives 67
3.5.2 Comportement fréquentiel en fonction des paramètres du modèle 71
3.5.3 Synthèse 73
3.6 Estimation des propriétés effectives par inversion **74**
3.7 Conclusion **75**

3.1 Introduction

Ce chapitre a pour objectif d'étudier le comportement EM des matériaux composites tissés. Dans un premier temps, une étude par éléments finis est détaillée afin d'analyser le comportement fréquentiel de ces matériaux. En se basant sur les résultats des simulations numériques, une comparaison est ensuite effectuée entre les composites à fibres tressées et ceux à deux plis de renforts unidirectionnels. Dans un second temps, différentes techniques permettant la caractérisation de ces composites et l'extraction de leurs coefficients de transmission et de réflexion sont étudiées. Enfin, la méthode d'homogénéisation proposée dans le chapitre 2 est appliquée pour l'estimation de propriétés effectives des composites tissés.

3.2 Modélisation de composites tissés par éléments finis

3.2.1 Matériau à étudier

Le modèle étudié dans ce chapitre est représenté sur la FIGURE 3.1. Il s'agit d'une plaque composite à renforts tissés en taffetas noyés dans une matrice diélectrique. Cette plaque est soumise à une onde plane polarisée selon x et se propageant selon z. Dans un premier temps nous envisageons l'étude du comportement fréquentiel d'une telle plaque. Ainsi, nous faisons appel aux simulations par éléments finis basées sur le domaine de calcul du chapitre précédent (FIGURE 2.3). La plaque occupant la région centrale du domaine est remplacée par le composite tissé. Toutefois, les conditions aux limites qui dépendent de la géométrie doivent être étudiées.

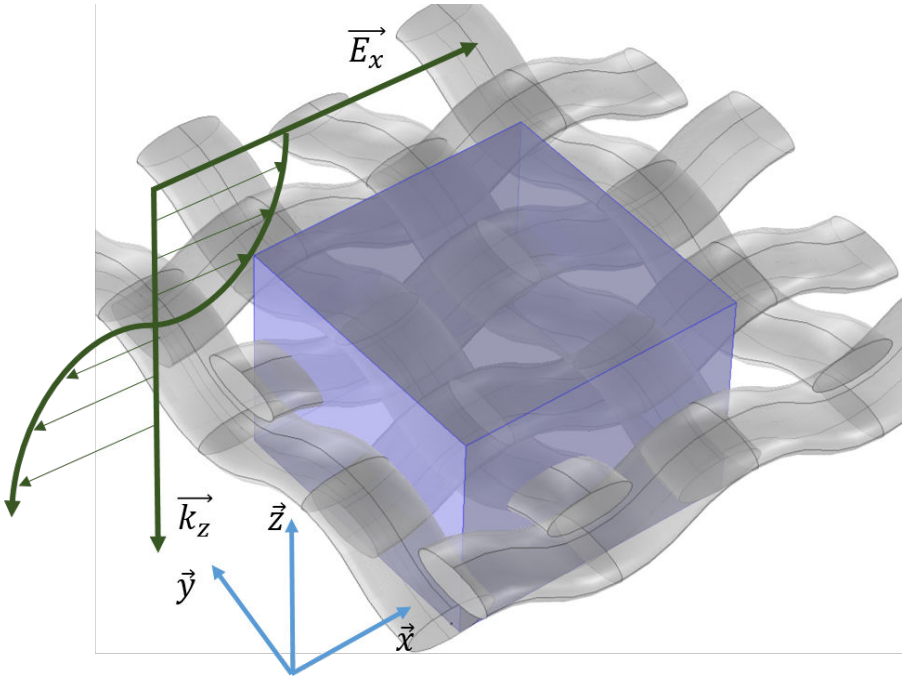


FIGURE 3.1 – *Plaque composite à fibres tissées soumise à une onde plane.*

3.2.2 Conditions aux limites

Le composite étant périodique, le domaine de calcul peut se limiter à une seule cellule en appliquant des conditions périodiques sur les quatre facettes du domaine (FIGURE 3.2a). De cette façon nous imposons les égalités suivantes pour les champs électrique et magnétique sur les facettes source et destination ($\boldsymbol{E}_{src}$, $\boldsymbol{H}_{src}$) et ($\boldsymbol{E}_{dst}$, $\boldsymbol{H}_{dst}$)[7] :

$$\boldsymbol{E}_{dst} = \boldsymbol{E}_{src} \tag{3.1a}$$

$$\boldsymbol{H}_{dst} = \boldsymbol{H}_{src} \tag{3.1b}$$

Les conditions de NEUMANN peuvent également être appliquées en profitant de la symétrie géométrique et électrique que présente la structure (FIGURE 3.2b). Dans ce cas, nous trouvons que le domaine peut se réduire à une taille inférieure à celle de la structure périodique en divisant par quatre le volume du matériau.

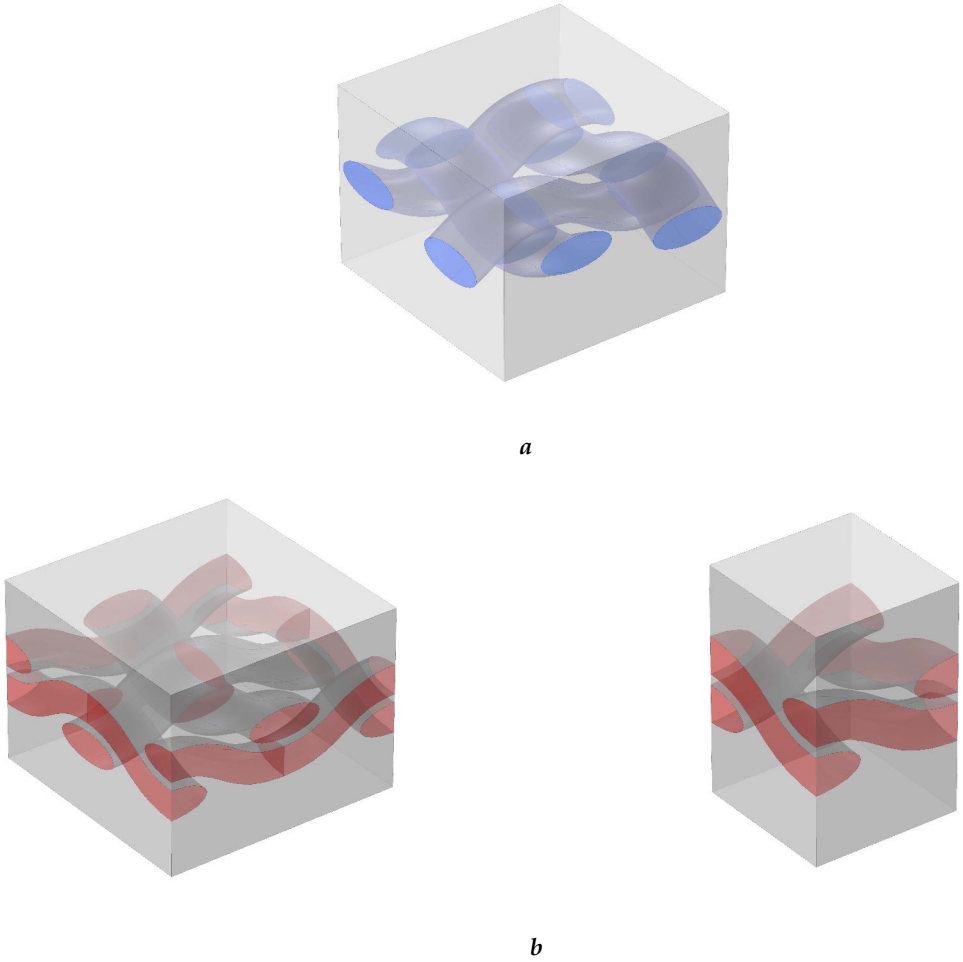


FIGURE 3.2 – *Domaines de calcul pour le composite tissé choisis en fonction des conditions aux limites : (a) conditions périodiques et (b) conditions de* NEUMANN.

7. Ces conditions nécessitent un maillage spécifique de la géométrie. En effet, les points de calcul sur les facettes opposées doivent avoir des coordonnées identiques dans le plan des facettes. Pour les cas où une imposition directe de ces égalités n'est pas évidente, on a recours à l'interpolation.

Afin de prouver la validité de chacun de ces domaines, nous avons mené une étude fréquentielle sur une plaque tissée dimensionnée comme suit :

— Épaisseur de la plaque : $l = 3\,mm$.
— Fibres cylindriques à base elliptique, grand axe : $625\,\mu m$ et petit axe : $250\,\mu m$.
— Fraction volumique en fibres : $f_v = 17,5\%$.
— Période : $p = 4\,mm$.
— Distance entre fibres : horizontale : $1.22\,mm$ et verticale : $d_z = 140\,\mu m$.
— Propriétés électriques des fibres : $\epsilon_{rf} = 1$ et $\sigma_f = 300\,S/m$.
— Propriétés électriques de la matrice : $\epsilon_{rm} = 5$ et $\sigma_m = 0\,S/m$.

Les efficacités de blindage en fonction de la fréquence pour chacun des cas de la FIGURE 3.2 sont tracées sur 3.3. Les rapports des simulations sont détaillés en Annexe C. Les résultats prouvent principalement l'applicabilité des deux conditions aux limites mentionnées ainsi que la pertinence de l'optimisation du domaine de calcul réduisant ainsi considérablement le temps de calcul. Tous les résultats exploités dans la suite de ce chapitre sont obtenus en imposant des conditions périodiques aux limites du volume de calcul.

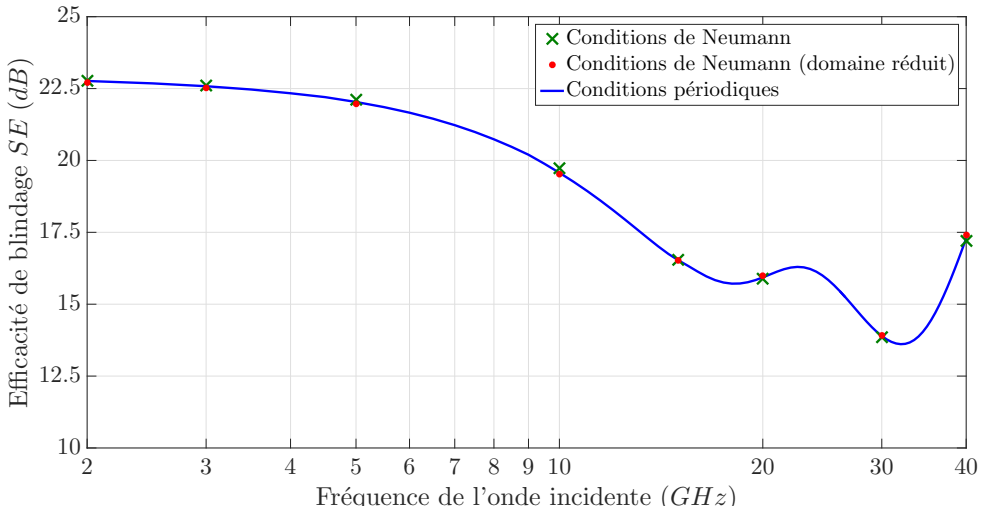


FIGURE 3.3 – *Efficacité de blindage d'un composite tissé ($\epsilon_{rf} = 1$, $\sigma_f = 300\ S/m$, $\epsilon_{rm} = 5$, $\sigma_m = 0\ S/m$ et $f_v = 17,5\%$) : étude comparative de deux conditions aux limites.*

3.2.3 Comportement fréquentiel des composites tissés

Les fibres ne sont pas en contact

Cette partie consiste en une analyse du comportement fréquentiel des composites tissés. La plaque du paragraphe précédent 3.2.2 est considérée en faisant varier la conductivité des fibres σ_f. L'efficacité de blindage est tracée sur la FIGURE 3.4. Ces résultats permettent de tirer certaines conclusions quant à la réponse du composite. L'augmentation de la conductivité contribue essentiellement à l'amélioration du blindage. Toutefois, la gamme de fréquences sur laquelle l'efficacité de blindage est maximale devient plus limitée. Il s'agit donc d'un compromis entre l'efficacité de blindage SE et la bande coupée.

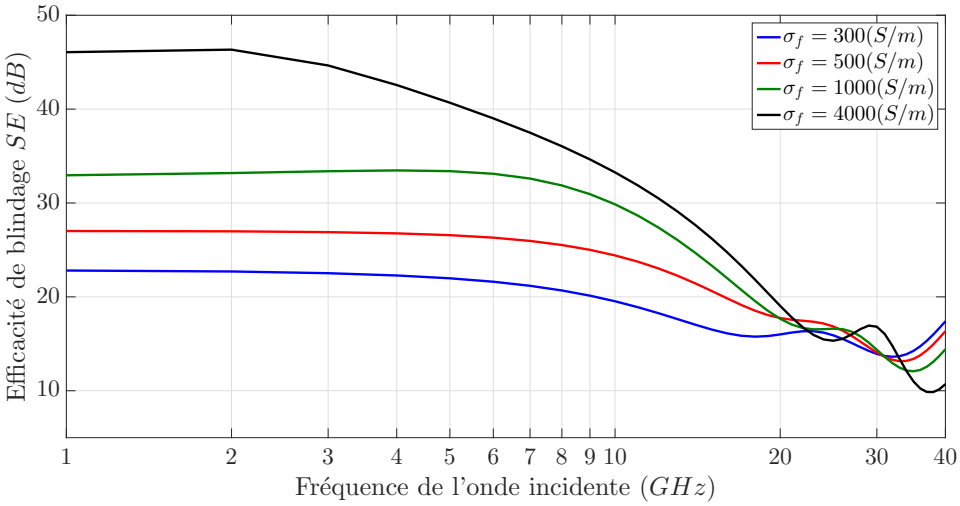


FIGURE 3.4 – *Efficacité de blindage d'un composite tissé pour différentes conductivités des fibres.*

Effet du contact

De manière générale, le processus de tissage des inclusions met en contact certaines parties des fibres. Ce contact influence la réponse globale de la plaque. En effet, puisque les fibres sont conductrices, le contact sert de chemin fermé permettant au courant de circuler d'un fil de trame vers un fil de chaine et vice versa. La plaque devient ainsi plus conductrice et la conductivité effective augmente.

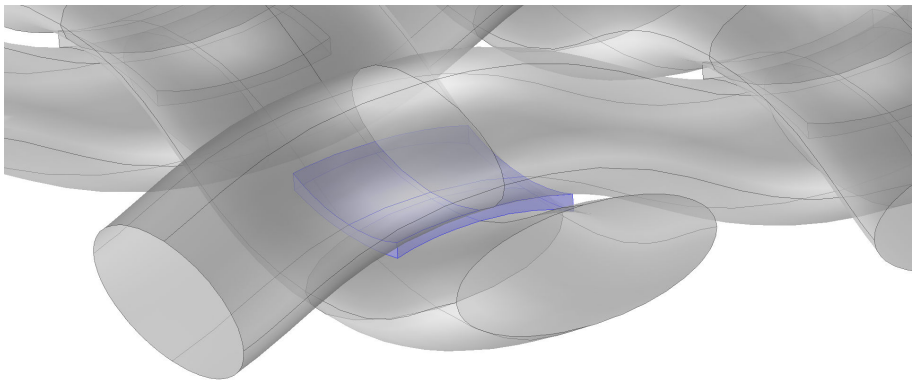


FIGURE 3.5 – *Schéma représentant la modélisation du contact entre les fibres d'un composite tissé.*

Les principales théories portant sur le contact élastique entre deux matériaux sont proposées par HERTZ [77] et HOLM [78]. Les travaux de HERTZ traitent le problème du point de vue de la mécanique : ils prennent le cas de deux matériaux élastiques mis en contact par l'application d'une force de pression. La déformation ainsi obtenue résulte en une surface de contact qui peut être déterminée à l'aide des propriétés mécaniques et des dimensions géométriques des matériaux. D'autre part, les travaux de HOLM utilisent cette surface de contact afin de calculer la résistance de constriction électrique entre deux

conducteurs. Pour une surface de contact supposée circulaire, cette résistance s'écrit :

$$\begin{aligned} R_c &= \frac{\rho_f}{D_c} \\ \text{avec :} \quad R_c &= \quad \text{Résistance de constriction} \\ \rho_f &= \quad \text{Résistivité des fibres} \\ D_c &= \quad \text{Diamètre de la surface de contact} \end{aligned} \tag{3.2}$$

La surface de contact A_c est donc un facteur qui a une influence non négligeable sur le comportement de la plaque.

Dans ce travail de thèse, nous proposons d'examiner l'effet du contact sur l'efficacité de blindage en l'intégrant dans le modèle par éléments finis. Afin d'éviter un changement du maillage, le contact est introduit en ajoutant des couches fines ayant des propriétés EM identiques à celles des fibres conductrices (FIGURE 3.5). Cette technique permet également d'examiner l'effet de la surface de contact.

Le même exemple du paragraphe 3.2.2 est considéré pour des fibres de conductivité $\sigma_f = 10^3\, S/m$. L'effet de différentes contraintes mécaniques n'est pas étudié explicitement, mais à travers la variation de la surface de contact. Ceci s'effectue en contrôlant les dimensions des couches minces introduites entre les fibres. Les courbes de SE sont tracées pour différentes valeurs de la surface de contact sur la FIGURE 3.6. Les résultats montrent une amélioration du blindage en augmentant cette surface. A noter qu'à partir d'une certaine surface la variation de SE devient négligeable.

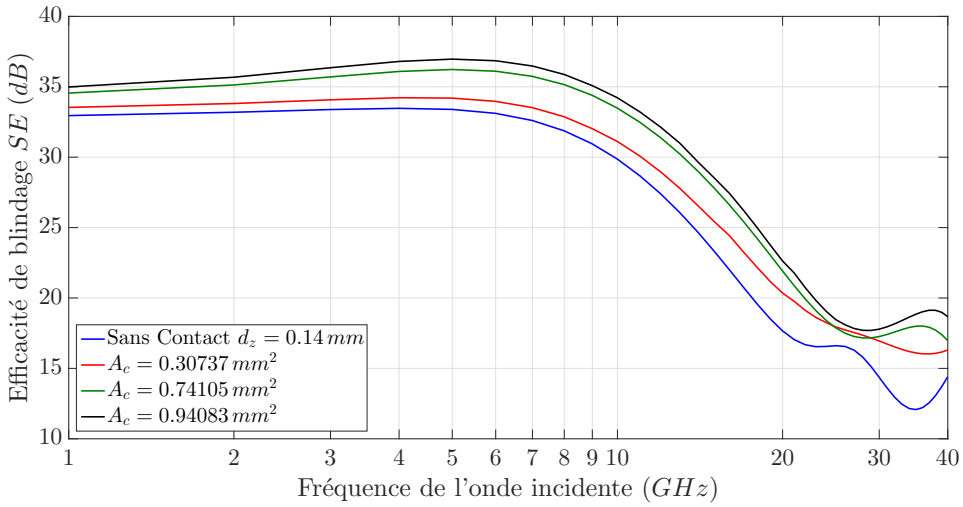


FIGURE 3.6 – *Efficacité de blindage d'un composite tissé : effet du contact entre les fibres pour la plaque dimensionnée dans le paragraphe 3.2.2 avec les propriétés électriques* $(\epsilon_{rf} = 1, \sigma_f = 10^3\, S/m)$ *et* $(\epsilon_{rm} = 5, \sigma_m = 0\, S/m)$.

3.3 Composites tissés et fibres unidirectionnelles

La structure géométrique du composite tissé étudié dans ce chapitre peut évoquer des similitudes avec les composites à fibres unidirectionnelles. Considérons le cas d'une

plaque composite constituée de deux couches : la première contenant des fibres parallèles entre elles selon l'axe $\boldsymbol{x}$ de la FIGURE 3.7, et la deuxième étant également formée à partir de fibres unidirectionnelles (selon $\boldsymbol{y}$) mais installées perpendiculairement à la première couche. En effet, cette répartition des fibres ressemble, à part le tressage des fils, à celle d'un composite tissé. De plus, les matrices de permittivité attribuées à ces deux structures partagent la même forme : il s'agit d'une matrice diagonale (équation 3.3) avec $\epsilon_x^* = \epsilon_y^*$. Nous nous proposons donc de comparer les réponses fréquentielles de ces deux matériaux.

$$\underline{\underline{\epsilon}}^* = \begin{pmatrix} \epsilon_x^* = \epsilon_y^* & 0 & 0 \\ 0 & \epsilon_y^* = \epsilon_x^* & 0 \\ 0 & 0 & \epsilon_z^* \end{pmatrix}_{(\boldsymbol{u_x},\boldsymbol{u_y},\boldsymbol{u_z})} \tag{3.3}$$

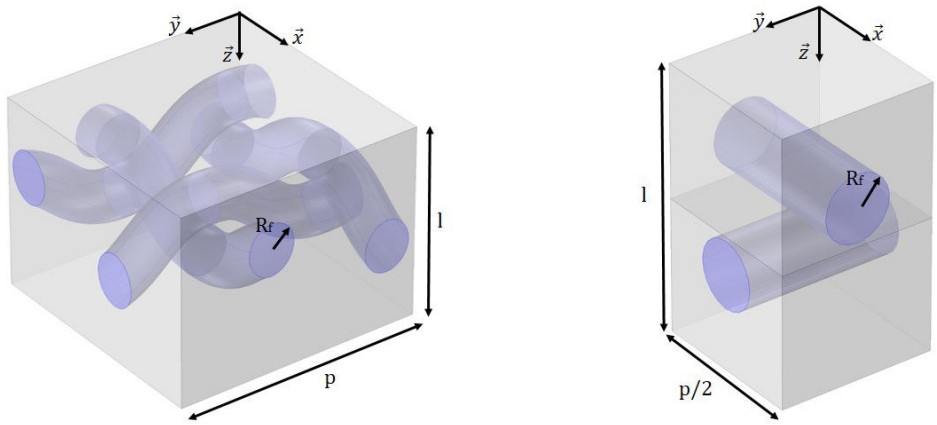


FIGURE 3.7 – *Deux cellules périodiques provenant d'un composite tissé (gauche) et d'un composite à deux couches de fibres unidirectionnelles (droite).*

Ainsi, nous considérons l'exemple de la plaque tissée dimensionnée selon le tableau 3.1, avec des fibres cylindriques à base circulaire. L'efficacité de blindage en fonction de la fréquence est tracée sur la FIGURE 3.8 pour les deux cas : sans et avec contact entre les fils. Les résultats sont aussi comparés avec ceux obtenus pour une plaque à deux couches ayant les mêmes dimensions et propriétés électriques. Cette plaque présentant des périodicités selon les deux axes $\boldsymbol{x}$ et $\boldsymbol{y}$ peut être modélisée à l'aide l'un calcul 3D par éléments finis en appliquant des conditions périodiques aux limites. Les courbes montrent un écart maximal d'environ $1\,dB$, pour cet exemple, entre tissé sans contact et non-tissé. La courbe de la plaque tissée étant légèrement en dessous de celle à fibres unidirectionnelles, cette différence peut se justifier en faisant l'hypothèse suivante : la géométrie de la plaque multi-couches constituée à partir de fibres métalliques unidirectionnelles au dessus et au

dessous d'une couche diélectrique "piège" l'onde entre les deux couches de fibres conductrices renforçant ainsi le blindage. Ces surfaces sont moins larges entre les fibres tressées, ce qui explique la différence entre les estimations. Toutefois, le contact permet de compenser ces écarts en favorisant les courants induits qui aident à mieux "résister" à l'onde incidente en créant une onde qui se propage dans le sens opposé à celle-ci.

Dimensions		
Dimension	Symbole (Unité)	Valeur
Épaisseur de la plaque	l (mm)	3
Période	p (mm)	4
Rayon des fibres	R_f (μm)	380
Distance horizontale entre fibres	$d_x = d_y$ (mm)	$1,22$
Distance verticale entre fibres	d_z (μm)	90
Fraction volumique en fibres	f_v $(\%)$	$16,9$

Propriétés électriques			
Phase	Permittivité relative ϵ_r	Conductivité $\sigma[S/m]$	Perméabilité relative μ_r
Inclusions	$\epsilon_{rf} = 5$	$\sigma_f = 10^3$	1
Matrice	$\epsilon_{rm} = 5$	$\sigma_m = 0$	1

TABLE 3.1 – *Dimensions et propriétés électriques d'une plaque composite tissée et de son homologue constituée de deux couches à fibres unidirectionnelles.*

Ces résultats permettent de conclure que le comportement d'un composite à fils tressés se rapproche, à une efficacité de blindage de $1\,dB$ près, à celui d'une plaque composite de deux couches à fibres unidirectionnelles. Dans la partie suivante nous étudions différentes méthodes semi-analytiques et analytiques simples et rapides ayant pour objectif d'estimer l'efficacité de blindage des composites tissés et stratifiés.

3.4 Modèles simples pour l'étude des composites

3.4.1 Par cascade de couches

Cette première technique proposée consiste en une simplification du calcul numérique par éléments finis en réduisant le modèle 3D utilisé précédemment à un modèle 2D. La plaque stratifiée formée de deux couches se décompose en deux plaques monocouches contenant des fibres unidirectionnelles uniquement. Le problème se ramène donc au calcul des paramètres S de chacune de ces couches composites. Ensuite, en cascadant les deux plis, il est possible de remonter aux résultats de la géométrie 3D.

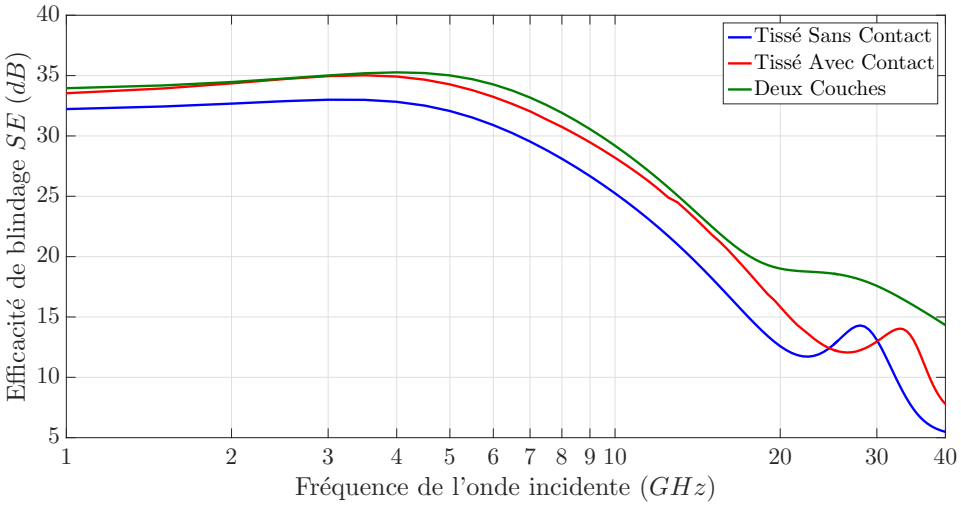


FIGURE 3.8 – *Comparaison de la variation de l'efficacité de blindage pour un composite tissé avec celle d'un composite à deux couches de fibres unidirectionnelles ($\epsilon_{rf} = 5$, $\sigma_f = 1000$ S/m, $\epsilon_{rm} = 5$, $\sigma_m = 0$ S/m et $f_v = 16,9\%$).*

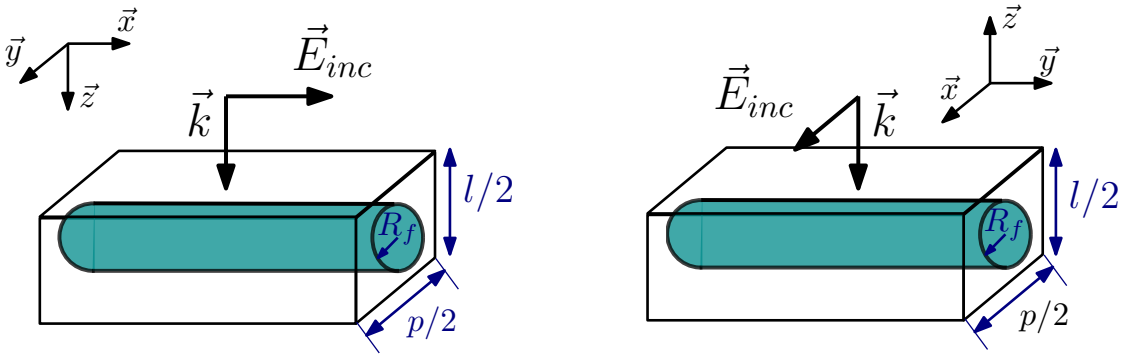


FIGURE 3.9 – *Schéma de la structure utilisée pour le calcul des matrices S d'un mono-couche à fibres unidirectionnelles : Fibres parallèles au champ incident (gauche) et fibres perpendiculaires au champ incident (droite).*

Calcul des paramètres S

Dans un premier temps, une étude par éléments finis est nécessaire. Le domaine de calcul est constitué d'une seule inclusion circulaire dans une matrice rectangulaire (FIGURE 3.9). Pour l'exemple de la plaque du tableau 3.1, l'efficacité de blindage pour chaque couche est représentée sur la FIGURE 3.10. En effet, lorsque l'onde incidente se propage parallèlement aux fibres l'atténuation est maximale, et lorsqu'elle est perpendiculaire aux fibres l'atténuation est minimale. On s'attend donc à ce que le SE global résultant de la combinaison des deux plaques soit emporté par la première couche.
Pour parvenir à obtenir une estimation de ce SE global, nous appliquons une démarche classique de cascade de couches en se servant des matrices S extraites du calcul par éléments finis.

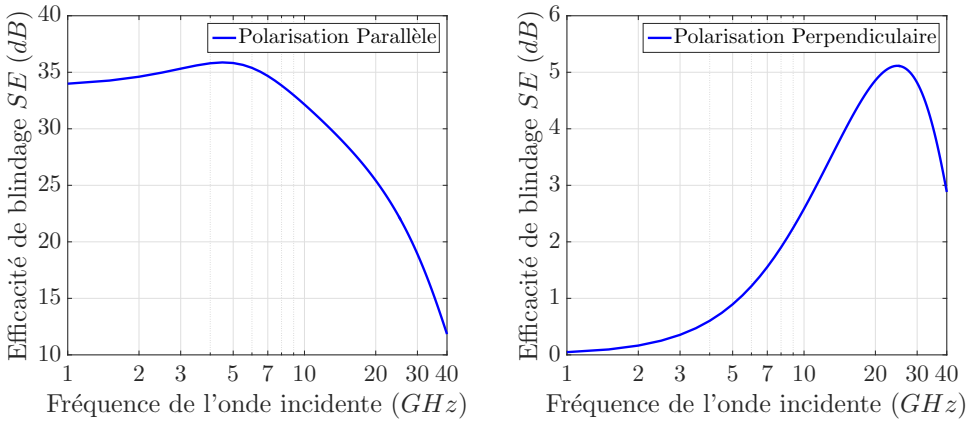


FIGURE 3.10 – *Efficacité de blindage pour deux composites soumis à une onde polarisée parallèlement (gauche) et perpendiculairement (droite) aux fibres unidirectionnelles ($\epsilon_{rf} = 5$, $\sigma_f = 1000\ S/m$, $\epsilon_{rm} = 5$, $\sigma_m = 0\ S/m$ et $f_v = 16,9\%$).*

Cascade des couches

Une plaque composite peut être assimilée à un quadripôle passif réciproque dont la matrice $\underline{\underline{S}}$ s'écrit :

$$\underline{\underline{S}} = \begin{pmatrix} S_{11} & S_{21} \\ S_{21} & S_{11} \end{pmatrix} \tag{3.4}$$

L'enchaînement de plaques composites résulte donc en une matrice S globale (notée $\underline{\underline{S_g}}$) à partir de laquelle l'efficacité de blindage globale SE_g peut être déduite. Toutefois, afin d'aboutir à cette matrice S caractéristique du matériau, on fait face à des quadripôles mis en cascade. Comme les paramètres S ne permettent pas le passage des matrices individuelles à la matrice S globale, on introduit une nouvelle matrice nommée T de façon à avoir pour deux plaques 1 et 2 en cascade : $\underline{\underline{T_{12}}} = \underline{\underline{T_1}} \cdot \underline{\underline{T_2}}$. Les relations de passage entre les paramètres S et T sont définies dans l'annexe D.

En revenant sur l'exemple de la plaque stratifiée traitée dans cette partie. Le schéma général représentant l'enchainement des deux couches constituant la plaque est tracé sur la FIGURE 3.11. Le modèle par éléments finis utilise des couches d'air autour du composite. Ceci introduit des effets non désirables, dus au découpage et à la discrétisation, qui doivent être éliminés lors du calcul de SE_g du composite.

Pour ce faire, nous proposons une méthode de calcul basée sur les étapes suivantes (en s'appuyant sur la FIGURE 3.11) :

1. Calcul par éléments finis des matrices S pour les deux couches : $\underline{\underline{S_{gA}}}$ et $\underline{\underline{S_{gB}}}$.
2. Passage aux matrices T : $\underline{\underline{T_{gA}}}$ et $\underline{\underline{T_{gB}}}$.
3. On a : $\underline{\underline{T_{gA}}} = \underline{\underline{T_A}} \cdot \underline{\underline{T_{air}}}$ et $\underline{\underline{T_{gB}}} = \underline{\underline{T_{air}}} \cdot \underline{\underline{T_B}}$.
   Ceci donne : $\underline{\underline{T_A}} = \underline{\underline{T_{gA}}} \cdot \underline{\underline{T_{air}}}^{-1}$ et $\underline{\underline{T_B}} = \underline{\underline{T_{air}}}^{-1} \cdot \underline{\underline{T_{gB}}}$.
4. Calcul de la matrice T globale : $\underline{\underline{T_g}} = \underline{\underline{T_A}} \cdot \underline{\underline{T_B}}$.
5. Passage à la matrice S globale et par suite au coefficient de blindage global.

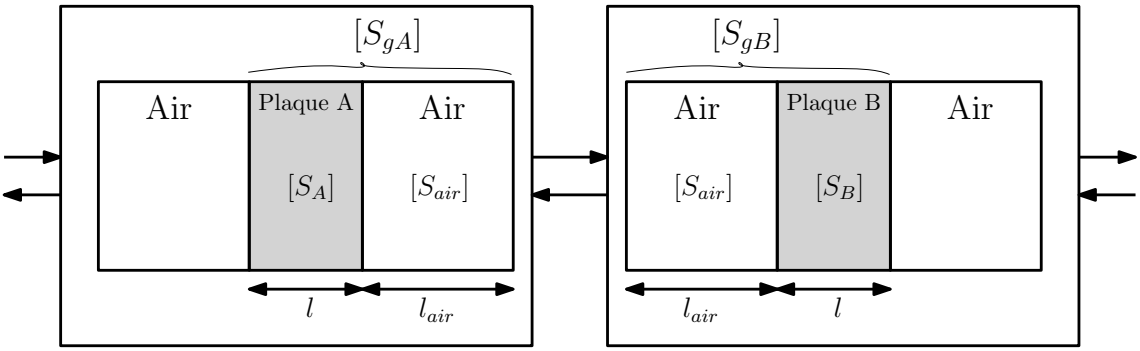


FIGURE 3.11 – *Schéma représentant la mise en cascade de deux plaques composites.*

A noter que dans l'air l'onde se propage sans atténuation, son effet se traduit donc par un déphasage qui s'exprime en fonction de la constante de propagation k_0 et de l'épaisseur de la couche d'air l_{air} par la matrice T de l'équation 3.5.

$$\underline{\underline{T_{air}}} = \begin{pmatrix} e^{-\jmath \cdot k_0 \cdot l_{air}} & 0 \\ 0 & e^{\jmath \cdot k_0 \cdot l_{air}} \end{pmatrix} \tag{3.5}$$

Cette technique est appliquée à la plaque stratifiée et l'efficacité de blindage qui en résulte est tracée sur la FIGURE 3.12 en comparaison avec les résultats des modèles 3D. Pour les plus basses fréquences, une bonne concordance est obtenue. Mais les décalages deviennent non négligeables en montant en fréquence. En effet, bien que cette méthode soit simple à mettre en œuvre, elle ne peut pas prendre en compte les effets de proximités influencés de manière directe par la distance verticale entre les fibres de chaque couche. Ses capacités restent donc très limitées. En outre, il s'agit d'une méthode qui donne accès au coefficient de blindage et ne permet d'accéder directement aux propriétés effectives, indispensables pour la modélisation des structures de grande taille. L'investigation d'autres méthodes, telles que les formules analytiques, s'avère donc nécessaire.

3.4.2 Formules analytiques

Outre les formules d'homogénéisation, qui seront étudiées dans la patrie suivante, quelques travaux cherchent à évaluer le comportement fréquentiel des composites à travers l'impédance équivalente. Ainsi, les études menées par WAIT [79] traitent le cas d'un réseau de fils parallèles entre eux. L'impédance équivalente est calculée à partir des dimensions de la plaque et de ses propriétés EM.

En ce qui concerne les composites tissés, l'approche analytique de HILL, WAIT [80] et CASEY [81]-[82] se base sur l'assimilation du comportement des fils conducteurs à un réseau de composants électriques (circuit série résistance inductance RL). Les calculs analytiques sont effectués pour un réseau de fils sous forme de cage carrée (FIGURE 3.13). Les fibres sont supposées être soudées. Toutefois, les calculs effectués font l'hypothèse de couche mince, ce qui rend la méthode moins précise pour les composites d'épaisseur non négligeable. Bien que l'étude soit générale et prenne en compte le cas d'une onde incidente oblique sur la plaque, nous nous limitons ici au cas de l'incidence normale avec un champ électrique suivant l'axe x de la même FIGURE 3.13. La forme en boucles fermées

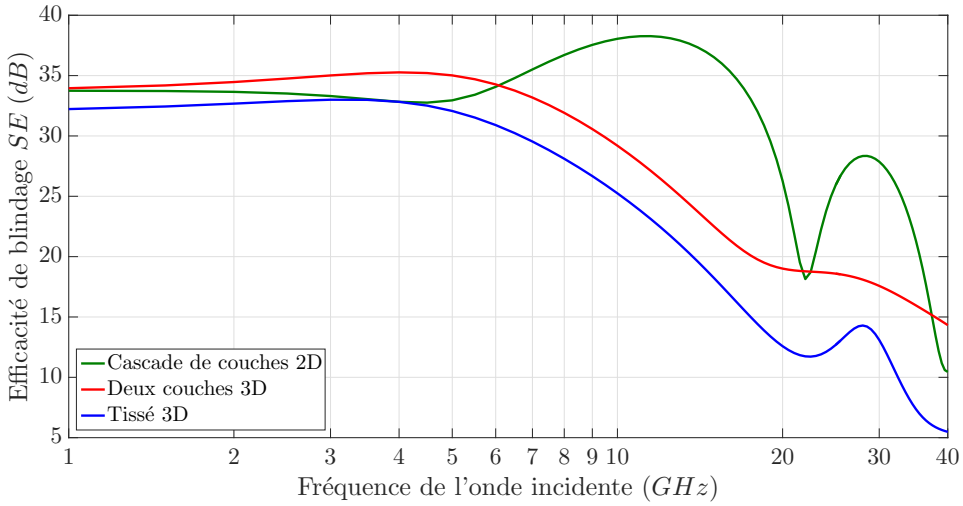


FIGURE 3.12 – *Comparaison de l'efficacité de blindage obtenue pour trois méthodes de modélisation : tissé 3D, stratifié 3D et stratifié modélisé en 2D par la technique des matrices cascades ($\epsilon_{rf} = 5$, $\sigma_f = 1000\ S/m$, $\epsilon_{rm} = 5$, $\sigma_m = 0\ S/m$ et $f_v = 16,9\%$).*

des fils conduit à un effet inductif représenté à travers l'inductance L_c en $[H/m]$. La résistance AC, notée R_s en $[\Omega]$ s'écrit également en fonction des dimensions géométriques et électriques, et de la conductivité des fils (équations 3.6 et 3.7). Un composite à fibres tressées mises en contact pourrait donc avoir un comportement similaire à celui du matériau étudié dans ces travaux de recherche.

$$L_s = \frac{\mu_0 \cdot p/2}{2\pi} \cdot \left(\ln\left(1 - e^{\left(-2\pi \cdot \frac{R}{p/2}\right)}\right)\right)^{-1} \tag{3.6}$$

$$R_s = \frac{p/2}{\pi \cdot R^2 \cdot \sigma_f} \cdot \frac{\sqrt{\jmath\omega\tau} \cdot \mathcal{J}_0\left(\sqrt{\jmath\omega\tau}\right)}{2 \cdot \mathcal{J}_1\left(\sqrt{\jmath\omega\tau}\right)} \quad \text{ou :} \quad \tau = \mu_0 \cdot \sigma_f \cdot R^2 \tag{3.7}$$

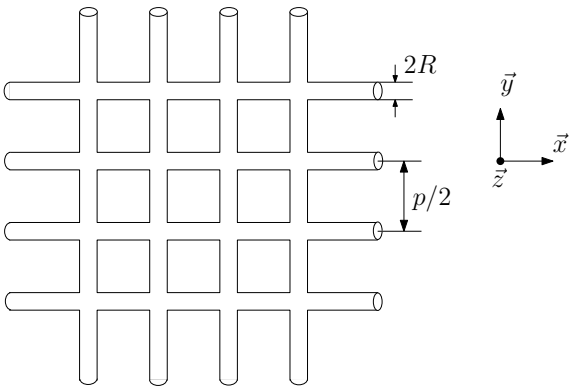


FIGURE 3.13 – *Réseau de fibres sous forme de cage.*

L'impédance équivalente du circuit RL Z_s s'écrit [8] :

$$Z_s = R_s + \jmath \cdot \omega \cdot L_s \tag{3.8}$$

8. Le calcul de l'impédance permet de remonter aux propriétés effectives à travers la relation : $Z_s = \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon^*_{eff}}}$

Les coefficients d'atténuation SE et de réflexion R s'expriment en fonction de Z_s comme suit [81] :

$$SE = \frac{2Z_s}{Z_0 + 2Z_s} \tag{3.9a}$$

$$R = \frac{-Z_0}{Z_0 + 2Z_s} \tag{3.9b}$$

où $Z_0 = 377\,\Omega$ est l'impédance du vide. Ce modèle équivalent assimile le comportement de la plaque à celui d'un filtre inductif passe-haut. De ce fait, il néglige les effets capacitifs qui peuvent devenir importants en hautes fréquences.

Les résultats de l'application de cette méthode pour la plaque dimensionnée selon le tableau 3.1 , et pour une plaque composite d'épaisseur $l = 1mm$ ($p = 4\,mm$, $R_f = 0.2mm$, $\sigma_f = 10^3\ S/m$, fibres en contact), sont tracés sur la FIGURE 3.14. Les courbes montrent que la concordance avec les résultats des simulations par éléments finis s'améliore lorsque l'épaisseur de la plaque diminue. Les courbes obtenues à partir des formules sont compatibles avec l'effet d'un filtre passe-haut.

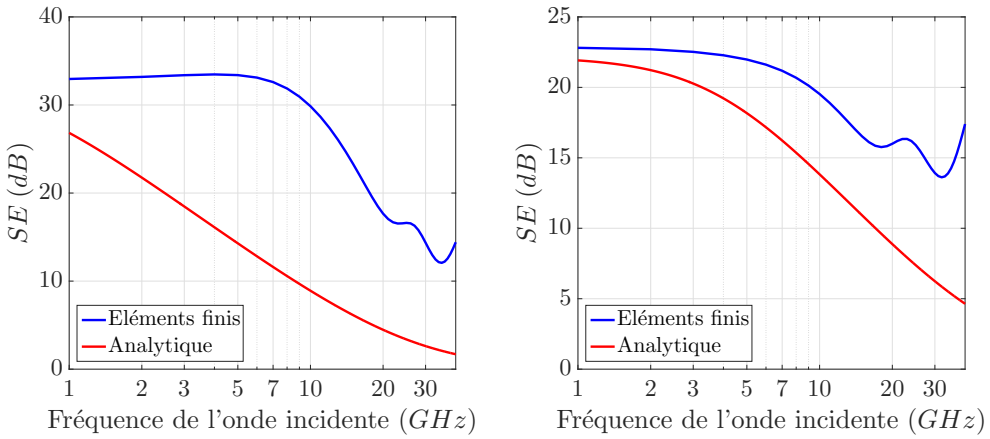


FIGURE 3.14 – *Efficacité de blindage en fonction de la fréquence calculée par éléments finis et à l'aide du circuit RL équivalent, pour une plaque composite d'épaisseur $l = 3\,mm$ (gauche) et $l = 1\,mm$ (droite) ($\epsilon_{rf} = 5$, $\sigma_f = 1000\ S/m$, $\epsilon_{rm} = 5$, $\sigma_m = 0\ S/m$ et $f_v = 16,9\%$).*

3.5 Homogénéisation pour les composites tissés

3.5.1 Calcul analytique de propriétés effectives

Ce paragraphe porte sur l'estimation de l'efficacité de blindage à partir des propriétés EM effectives calculées analytiquement. L'avantage principal étant de profiter de la rapidité et de la simplicité d'application des formules d'homogénéisation. La première étape consiste à déterminer les lois de mélange appropriées au composite à étudier. Ainsi, l'homogénéisation est répartie sur trois étapes selon le schéma de la FIGURE 3.15. Le matériau composite à modéliser étant constitué de deux plis, nous cherchons à définir des milieux homogènes équivalents à chacun de ces plis pour ensuite effectuer une dernière phase

d'homogénéisation qui permet de remonter aux propriétés effectives du composite. Une fois estimées, ces propriétés sont intégrées dans des formules analytiques dans le but de calculer le coefficient de blindage global.

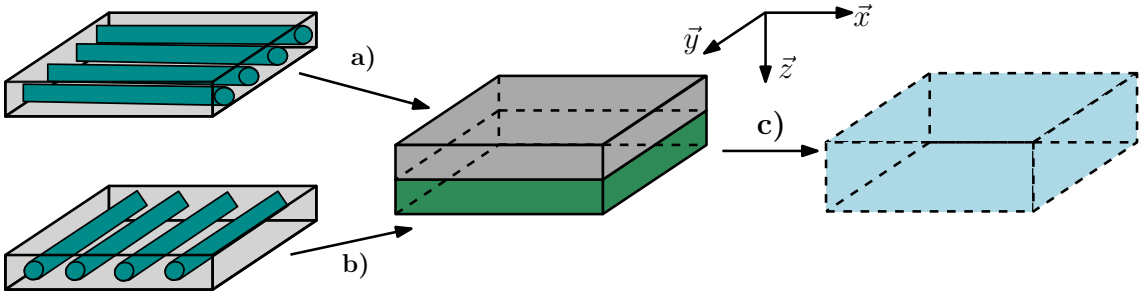


FIGURE 3.15 – *Schéma représentant la démarche d'homogénéisation d'un matériau composite formé de deux plis.*

Technique d'homogénéisation proposée

La méthode d'homogénéisation adoptée se base sur les problèmes d'inclusion explicités dans le paragraphe 1.6.3 du premier chapitre. Les propriétés effectives sont estimées en effectuant la démarche suivante :

a- Pli ayant des fibres d'axe $\boldsymbol{u_y}$ perpendiculaires au champ incident : le tenseur dépolarisant $\underline{\underline{N_a}}$ s'écrit :

$$\underline{\underline{N_a}} = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{2} \end{pmatrix}_{(\boldsymbol{u_x},\boldsymbol{u_y},\boldsymbol{u_z})} \tag{3.10}$$

Puisque nous nous intéressons au calcul de l'efficacité de blindage, nous cherchons la propriété effective dans la direction du champ incident (selon $\boldsymbol{u_x}$). Dans ce cas, la méthode d'homogénéisation dynamique (MHD) peut être appliquée en choisissant la permittivité complexe du milieu infini comme suit :

$$\underline{\underline{\epsilon}}^*_\infty = \left((\epsilon_m + \jmath\frac{\sigma_m}{\omega}) + (\epsilon_f + \jmath\frac{\sigma_f}{\omega}) \cdot (\frac{2R_f}{\lambda})^2 \right) \cdot \underline{\underline{I}} \tag{3.11}$$

b- Pli ayant des fibres d'axe $\boldsymbol{u_x}$ parallèles au champ incident : le tenseur dépolarisant $\underline{\underline{N_b}}$ s'écrit :

$$\underline{\underline{N_b}} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{2} \end{pmatrix}_{(\boldsymbol{u_x},\boldsymbol{u_y},\boldsymbol{u_z})} \tag{3.12}$$

Dans ce cas particulier, le calcul correspond à la borne supérieure du modèle de WIENER.

c- Plaque constituée des deux plis homogénéisés : le tenseur dépolarisant $\underline{\underline{N_c}}$ s'écrit :

$$\underline{\underline{N_c}} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}_{(\boldsymbol{u_x},\boldsymbol{u_y},\boldsymbol{u_z})} \tag{3.13}$$

La permittivité équivalente correspond également à la borne supérieure du modèle de WIENER.

Les résultats de l'application de cette technique pour la plaque stratifiée en deux couches du tableau 3.1 sont représentés sur la FIGURE 3.16. Les permittivités et conductivités effectives sont utilisées afin d'estimer le coefficient de blindage du composite, qui est comparé au résultat obtenu par calcul numérique.

L'écart entre solution analytique et numérique est négligeable pour les fréquences plus basses puis devient significatif lorsque la fréquence croît avec des courbes qui divergent complètement. Les méthodes d'homogénéisation prédisent une courbe croissante tandis que la simulation estime une efficacité de blindage qui diminue avec la fréquence. Toutefois, ces différences fondamentales peuvent être justifiées. En effet, une des principales hypothèses sur lesquelles se base la théorie des milieux effectifs est l'existence d'un Volume Élémentaire Représentatif (VER). Les modèles analytiques qui servent au calcul des propriétés effectives, y compris la MHD et les bornes de WIENER, font l'hypothèse que le volume du composite étudié est suffisamment grand (contient un certain nombre d'inclusions dans les trois directions du repère 3D). Ceci permet de formuler des lois de mélange qui décrivent un comportement global indépendamment des effets de bords. Ces derniers peuvent être prépondérants quand l'hypothèse du VER n'est pas respectée, ce qui est le cas pour le composite stratifié à deux plis.

VER et effets de bord

Bien que le composite étudié soit considéré infini dans les directions $\boldsymbol{u_x}$ et $\boldsymbol{u_y}$, il ne présente qu'une fibre par pli selon $\boldsymbol{u_z}$, ce qui s'avère insuffisant pour établir un VER. Afin de mieux analyser la divergence des courbes analytiques et numériques nous effectuons les deux études suivantes :

A- Une comparaison des résultats obtenus pour chaque pli pris séparément (FIGURE 3.17) : puisque l'efficacité de blindage est générée principalement par les fibres parallèles à l'onde incidente, l'effet de celles perpendiculaires au champ devient négligeable. La courbe obtenue à partir du modèle de WIENER se montre donc responsable de la partie majeure des écarts. Toutefois, les deux cas présentent des écarts avec les résultats numériques à cause de la dominance des effets de bord.

B- Une étude du VER (FIGURE 3.18) : Chaque couche du composite est étudiée séparément. Pour la couche perpendiculaire au champ incident, nous empilons successivement des plis additionnels de fibres selon la direction $\boldsymbol{z}$ (dans l'épaisseur de la plaque). La même procédure est appliquée pour la couche parallèle au champ. Nous gardons pour chaque cas la même fraction volumique en fibres (par changement du rayon des fibres, les dimensions de la plaque restent inchangées). La variation de l'efficacité de blindage est explicitée pour les deux polarisations en considérant un nombre de fibres allant de 1 à 3. Le volume occupé par les fibres étant proportionnel au carré de leur rayon, le rajout d'une quatrième inclusion n'est pas possible au vu des dimensions de ce composite. Les valeurs obtenues par simulation renseignent sur l'évolution du comportement du matériau : les courbes montrent que lorsque

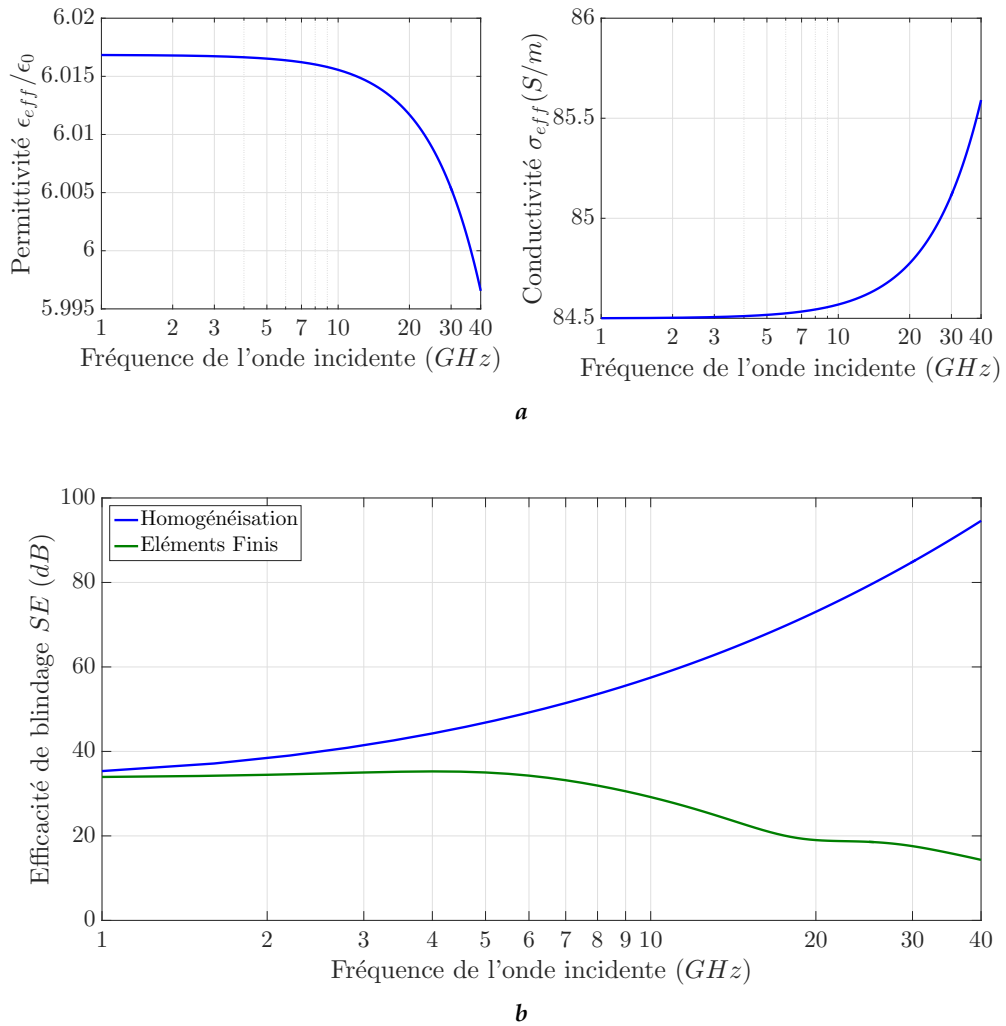


FIGURE 3.16 – *(a) Propriétés effectives obtenues par homogénéisation et (b) efficacité de blindage résultante de l'homogénéisation et du calcul par éléments finis pour la plaque stratifiée de la* FIGURE *3.7 dimensionnée selon le tableau 3.1 ($\epsilon_{rf} = 5$, $\sigma_f = 1000\ S/m$, $\epsilon_{rm} = 5$, $\sigma_m = 0\ S/m$ et $f_v = 16,9\%$).*

le nombre d'inclusions augmente, les variations des efficacités de blindage calculées s'approchent de celles estimées théoriquement. En effet, plus le nombre de fibres augmente, plus les effets de bords sont négligés et la structure du composite devient proche de celle du VER. Ceci explique la meilleure concordance avec les formules théoriques.

Ce paragraphe met donc en évidence l'influence des effets de bord sur le comportement des composites tissés et bi-couches. Ces effets se manifestent principalement à travers l'effet de la proximité des fibres entre elles, ainsi que l'effet Joule dû essentiellement à la redistribution des courants induits au sein des conducteurs en hautes fréquences.

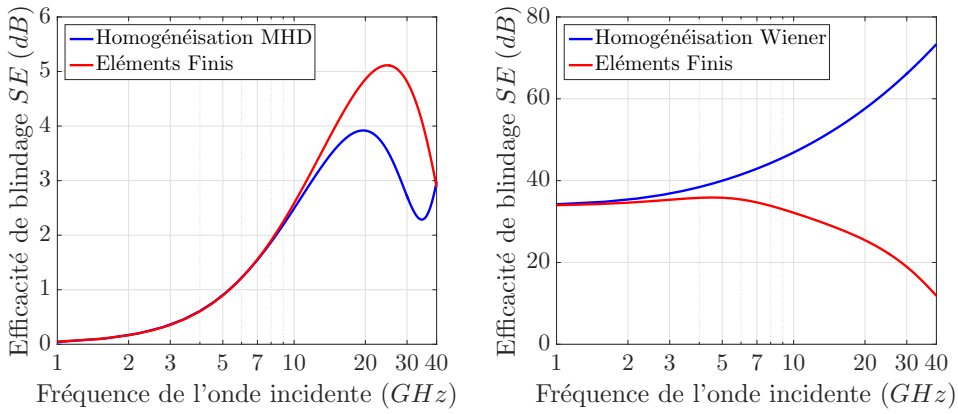
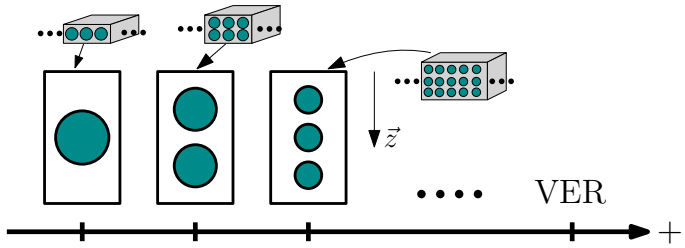
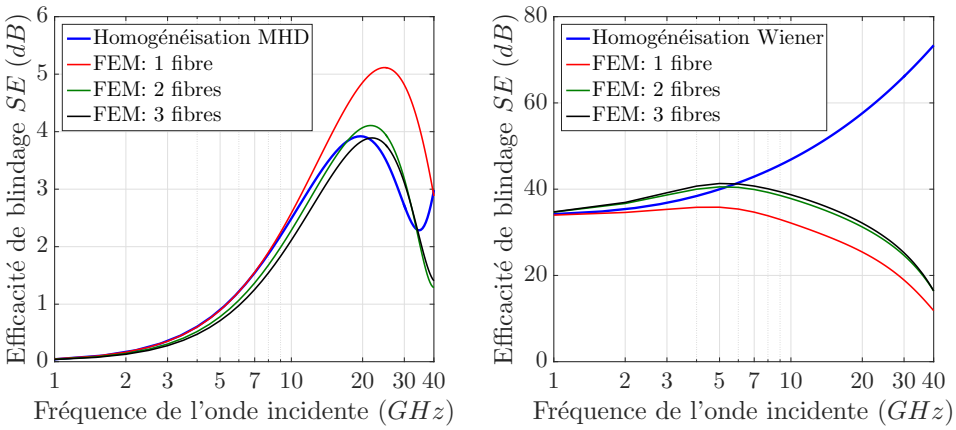


FIGURE 3.17 – *Efficacité de blindage obtenue analytiquement (par MHD et borne de* WIENER*) et numériquement, pour deux plis de fibres unidirectionnelles soumises à des ondes polarisées respectivement perpendiculairement (gauche) et parallèlement (droite) aux fibres ($\epsilon_{rf} = 5$, $\sigma_f = 1000\ S/m$, $\epsilon_{rm} = 5$, $\sigma_m = 0\ S/m$ et $f_v = 16,9\%$).*



a



b

FIGURE 3.18 – *Évolution de l'efficacité de blindage en fonction du nombre de fibres empilées dans un pli : cas de fibres perpendiculaires (gauche) et parallèles (droite) à l'onde incidente ($\epsilon_{rf} = 5$, $\sigma_f = 1000\ S/m$, $\epsilon_{rm} = 5$, $\sigma_m = 0\ S/m$ et $f_v = 16,9\%$).*

3.5.2 Comportement fréquentiel en fonction des paramètres du modèle

Afin de mieux appréhender le comportement fréquentiel de ces matériaux tissés et à deux plis, et puisque leur réponse EM est en majorité remportée par les fibres parallèles

au champ incident (FIGURE 3.19), des études paramétriques sont effectuées pour le modèle représenté sur la FIGURE 3.20. Les résultats sont obtenus par simulations en faisant varier les paramètres de la plaque (supposée infinie selon $\boldsymbol{x}$ et $\boldsymbol{y}$) :

— Le rayon des fibres noté R_f
— La distance séparant deux fibres consécutives $2 \cdot d$
— L'épaisseur de la plaque $l = 2 \cdot (D + R_f)$, (FIGURE 3.20).
— La conductivité des fibres σ_f
— La permittivité relative des fibres et de la matrice $\epsilon_{rf} = \epsilon_{rm}$

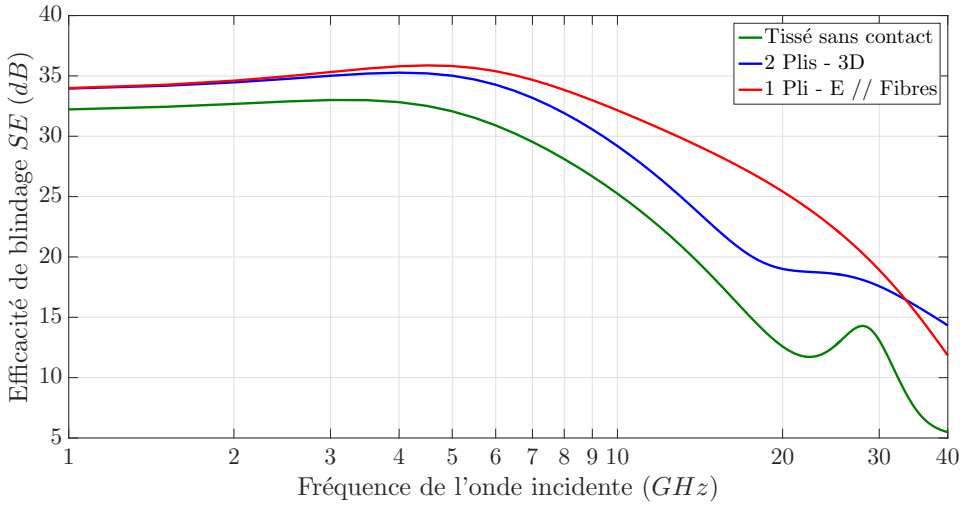


FIGURE 3.19 – *Efficacité de blindage d'un composite tissé, à deux plis et à fibres unidirectionnelles parallèles au champ électrique (dimensions selon le tableau 3.1* $\epsilon_{rf} = 5$, $\sigma_f = 1000\ S/m$, $\epsilon_{rm} = 5$, $\sigma_m = 0\ S/m$ *et* $f_v = 16,9\%$*).*

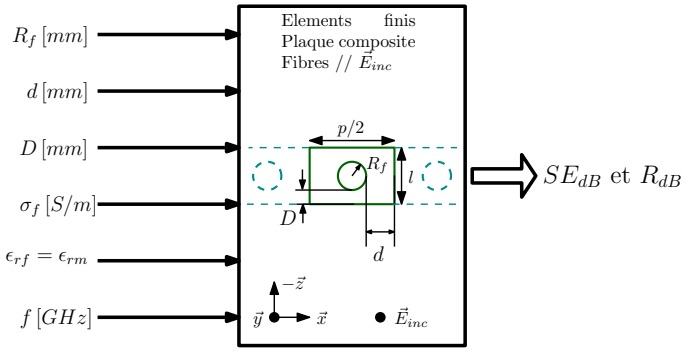


FIGURE 3.20 – *Modèle de fibres unidirectionnelles utilisé pour des études paramétriques.*

L'efficacité de blindage tracée sur les FIGURES 3.21-3.23. Le comportement, de manière générale, est défini par une courbe croissante jusqu'à une fréquence de coupure au delà de laquelle l'efficacité de blindage commence à diminuer. La pente décrivant la montée de la courbe de blindage est influencée par les différents paramètres de la plaque. En ce qui concerne la fréquence de coupure, les résultats montrent qu'elle dépend essentiellement de la conductivité des fibres σ_f, de leur rayon R_f, et de la distance horizontale d qui les sépare. En effet, les deux dimensions R_f et d sont en relation directe avec la distribution

des courants induits dans les fibres due à la proximité des conducteurs. La conductivité, d'autre part, peut influencer également la distribution spatiale des courants, notamment d'une fréquence à autre, changeant ainsi considérablement la réponse du matériau.

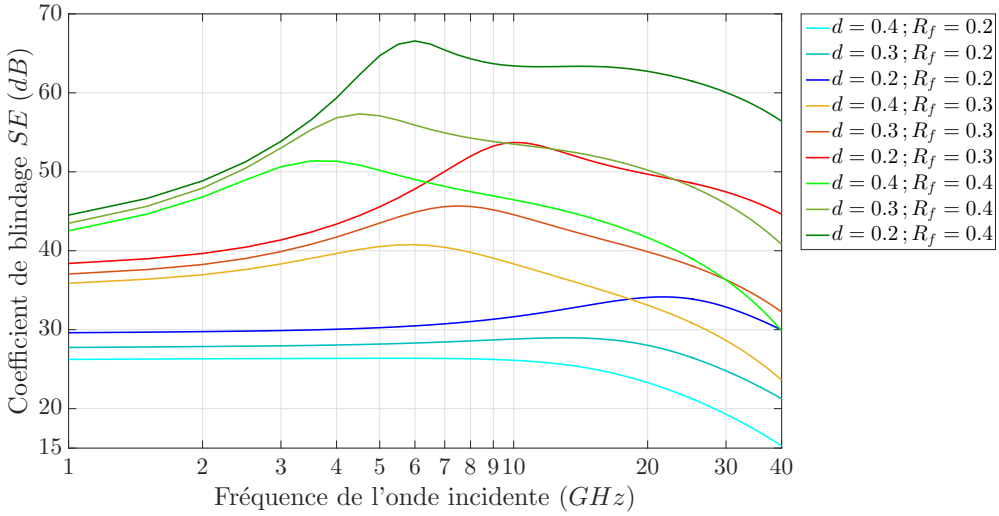


FIGURE 3.21 – *Etude de l'effet du rayon des fibres R_f $[mm]$ et de la distance qui les sépare $2 \cdot d$ $[mm]$ sur l'efficacité de blindage du composite; pour $D = 0.2$ mm, $\sigma_f = 10^3$ S/m et $\epsilon_{rf} = \epsilon_{rm} = 5$.*

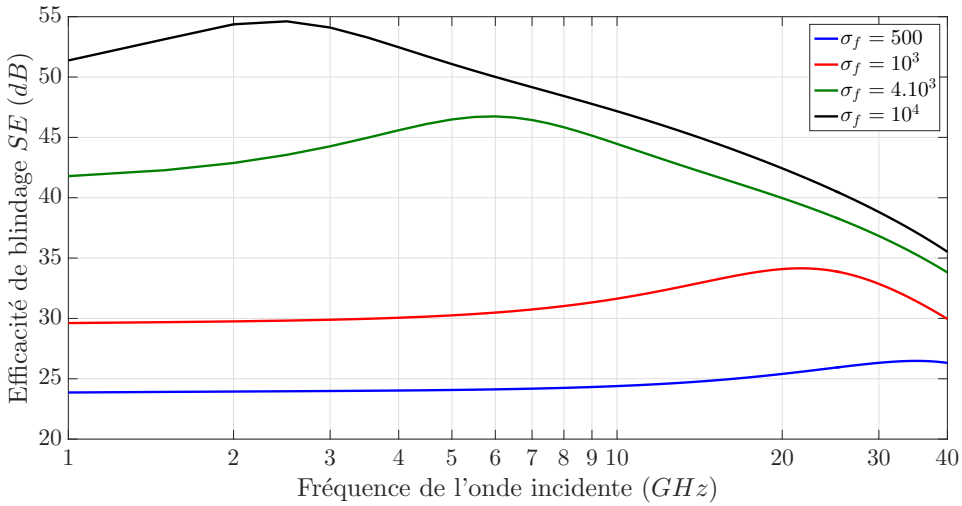


FIGURE 3.22 – *Etude de l'effet de la conductivité des fibres σ_f $[S/m]$ sur l'efficacité de blindage du composite; pour $D = 0.2$ mm, $R_f = 0.2$ mm, $d = 0.2$ mm et $\epsilon_{rf} = \epsilon_{rm} = 5$.*

3.5.3 Synthèse

Dans cette partie, quelques techniques et méthodes pour le calcul des propriétés effectives ou/et des coefficients de réflexion et de transmission des matériaux ont été étudiées. Les techniques comme celle de l'empilement de couches, bien que simples et ra-

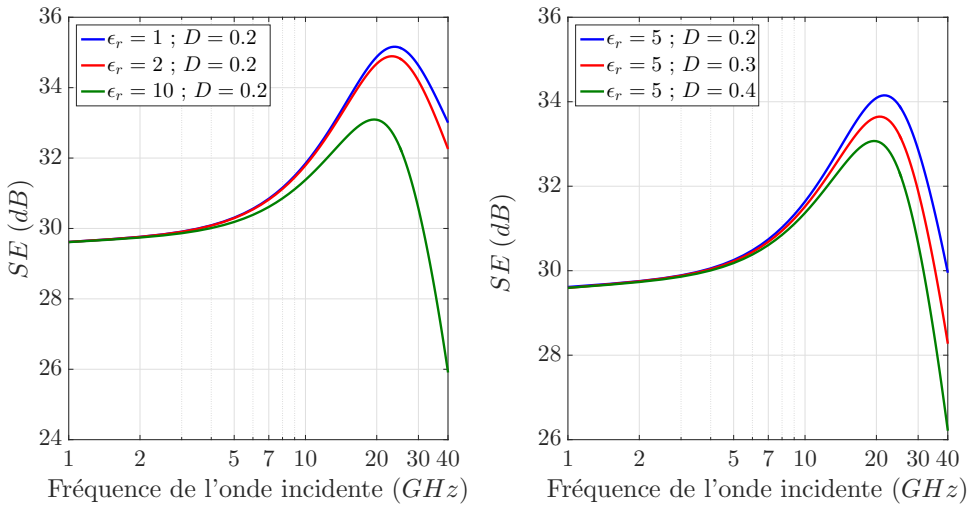


FIGURE 3.23 – *Etude de l'effet de la permittivité $\epsilon_{rf} = \epsilon_{rm}$ et de l'épaisseur de la plaque D $[mm]$ sur l'efficacité de blindage du composite ; pour $d = 0.2$ mm, $R_f = 0.2$ mm, et $\sigma_f = 10^3$ S/m.*

pides, manquent de précision. D'autre part, les formules analytiques extraites à partir des circuits électriques équivalents sous estiment la réaction du matériau composite tissé auquel nous nous intéressons dans ce travail. Les formules analytiques d'homogénéisation se montrent adaptées pour les plus basses fréquences. Toutefois, elles ne décrivent pas correctement le comportement en haute fréquence, lorsque les effets de bord deviennent importants.

Dans ce qui suit, nous appliquons la méthode d'homogénéisation proposée dans le chapitre 2 à la plaque composite à fibres tissées afin d'extraire les propriétés effectives.

3.6 Estimation des propriétés effectives par inversion

La méthode d'homogénéisation proposée dans le chapitre 2 peut être appliquée pour le matériau composite à fibres cylindriques (base circulaire) tissées de la FIGURE 3.1. Nous considérons l'exemple dimensionné selon le tableau 3.1. Les propriétés effectives obtenues à l'issue de l'inversion numérique sont représentées sur la FIGURE 3.24a. Les coefficients de blindage SE_{dB} et de réflexion R_{dB} estimés à partir de ces propriétés équivalentes ainsi que ceux calculés par éléments finis pour le matériau composite sont tracés sur la FIGURE 3.24b.

Les résultats montrent une bonne concordance entre les coefficients simulés et ceux obtenus à partir du milieu homogène équivalent. Quelques écarts sont observés de l'ordre de 5% , toutefois le comportement global suit bien celui décrit par éléments finis, ce qui n'est pas le cas pour les méthodes analytiques en hautes fréquences. Cette technique se montre donc adaptée pour l'estimation des propriétés effectives de composites tissés sur une large gamme de fréquences.

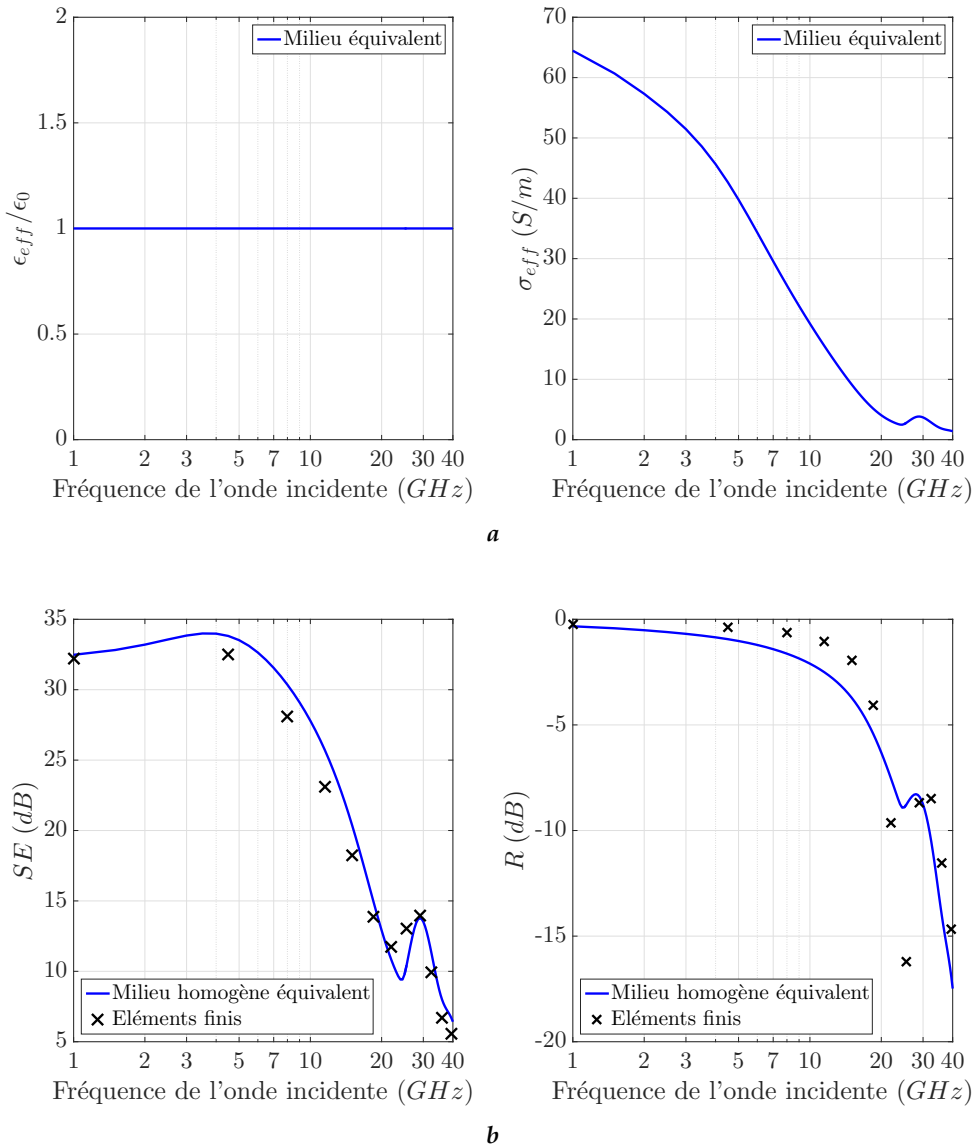


FIGURE 3.24 – *(a) Propriétés effectives (ϵ_{eff},σ_{eff}) et (b) coefficients (SE_{dB} et R_{dB}) pour la plaque composite de la* FIGURE *3.1 dimensionnée selon le tableau 3.1 ($\epsilon_{rf} = 5$, $\sigma_f = 1000$ S/m, $\epsilon_{rm} = 5$, $\sigma_m = 0$ S/m et $f_v = 16,9\%$).*

3.7 Conclusion

Ce chapitre présente une simulation du comportement de matériaux composites tissés par éléments finis. En s'appuyant sur les résultats obtenus, il est établi que la réaction de ces matériaux est identique à celle des composites à deux plis de renforts unidirectionnel arrangés perpendiculairement l'un à l'autre. Ainsi, un processus d'homogénéisation par des formules analytiques est appliqué afin d'estimer les propriétés effectives des composites à deux plis, et par suite des composites tissés. Toutefois, les calculs montrent que ces formulations, bien adaptées en basses fréquences, n'estiment pas correctement la réaction des composites étudiés pour les fréquences les plus élevées. Ceci est dû aux effets de bords, non pris en compte lors de l'établissement des formules (telles que celle

de WIENER), et qui deviennent non négligeables lorsque la fréquence de la sollicitation électromagnétique augmente. Contrairement aux résultats analytiques, l'application de la méthode d'homogénéisation proposée dans le chapitre 2 (qui combine les simulations par éléments finis et l'inversion numérique) pour une géométrie tissée, donne des résultats qui tiennent compte des effets hautes fréquences.

Chapitre 4

Application : Modélisation d'un boîtier de blindage

Sommaire

4.1 Introduction **78**
4.2 Modélisation par éléments finis **78**
4.2.1 Géométrie du boîtier 78
4.2.2 Domaine de calcul 79
4.2.3 Propagation de l'onde plane dans l'air 79
4.3 Blindage du boîtier métallique **81**
4.4 Matériaux composites pour le blindage **81**
4.4.1 Homogénéisation du matériau composite 83
4.4.2 Coefficient de blindage 85
4.5 Conclusion **86**

4.1 Introduction

Dans ce chapitre, nous étudions l'effet de l'introduction de matériaux composites à fibres tressées dans des structures utilisées pour le blindage électromagnétique. Pour y parvenir, nous utilisons la modélisation par éléments finis. Dans un premier temps, l'efficacité de blindage d'un boîtier métallique est étudiée. Dans un second temps, le capot de ce même boîtier est remplacé par une plaque composite à fibres tissées. Le calcul numérique est effectué, pour des fréquences allant de quelques centaines de Mégahertz à un Gigahertz, en substituant la plaque hétérogène par son équivalent homogène obtenu en adoptant une démarche d'homogénéisation appropriée. Cette dernière est inspirée des résultats du chapitre précédent, elle combine les formules d'homogénéisation analytiques et la technique proposée dans le chapitre 2. Pour conclure, nous présentons une analyse des résultats obtenus quant au comportement de ces boîtiers face à des sollicitations électromagnétiques de différentes fréquences.

4.2 Modélisation par éléments finis

4.2.1 Géométrie du boîtier

Le boîtier étudié, représenté sur la FIGURE 4.1, est de forme parallélépipédique simple. Il possède les dimensions suivantes : $W = L = 400\ mm$ et $H = 200\ mm$. L'objectif étant d'évaluer l'effet de l'intégration de matériaux composites dans la structure de blindage, les études suivantes sont effectuées :

— Etude du blindage obtenu par un boîtier entièrement métallique en aluminium, d'épaisseur $e_b = e_c = 3\ mm$.

— Etude du blindage obtenu en remplaçant le capot du boîtier par une plaque composite à fibres tressées avec toujours $e_b = e_c = 3\ mm$. Les autres facettes sont à base d'aluminium comme pour le cas précédent.

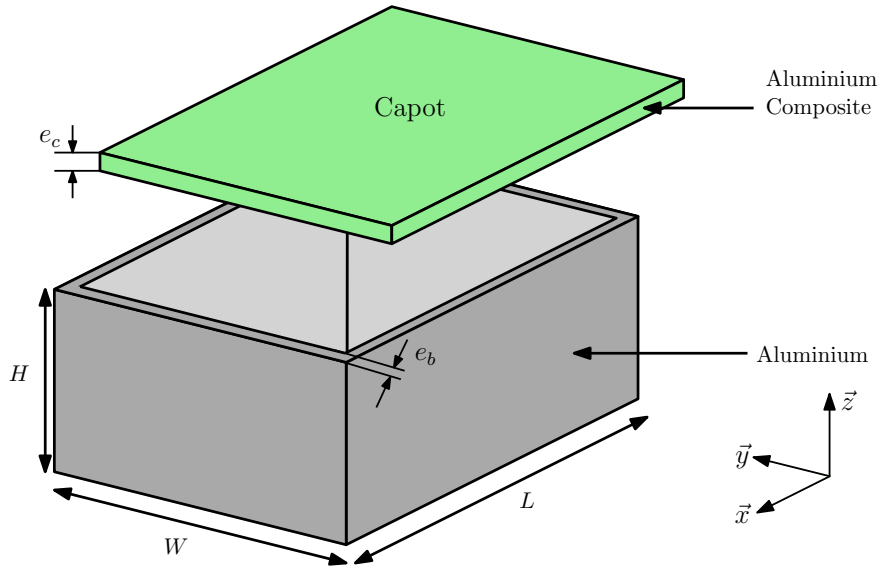


FIGURE 4.1 – *Boîtier modélisé pour l'estimation de l'efficacité de blindage par éléments finis.*

4.2.2 Domaine de calcul

Les résultats présentés dans ce chapitre sont effectués à l'aide du module Radio Frequency (RF) du logiciel COMSOL MULTIPHYSICS®. Le domaine de calcul (FIGURE 4.2) consiste à insérer le boîtier de blindage au centre d'une boîte ayant les propriétés EM de l'air ambiant. Le tout est entouré par une couche parfaitement absorbante ou Perfectly Matched Layer (PML) afin d'éviter les réflexions non désirables. La sollicitation électromagnétique $\boldsymbol{E_{inc}}$ prend la forme d'une OPPM polarisée selon $\boldsymbol{x}$ et se propageant selon $\boldsymbol{z}$ (équation 4.1). Toutefois, cette étude correspond à une simplification d'une situation réelle puisque, en général, l'onde incidente provenant de systèmes extérieurs au boîtier peut avoir différentes formes et se propager dans des directions quelconques.

$$\boldsymbol{E_{inc}}(z,t) = E_0\, e^{(\jmath\,\omega\,t\,+\,k_0\,z)}\ \boldsymbol{u_x} \tag{4.1}$$

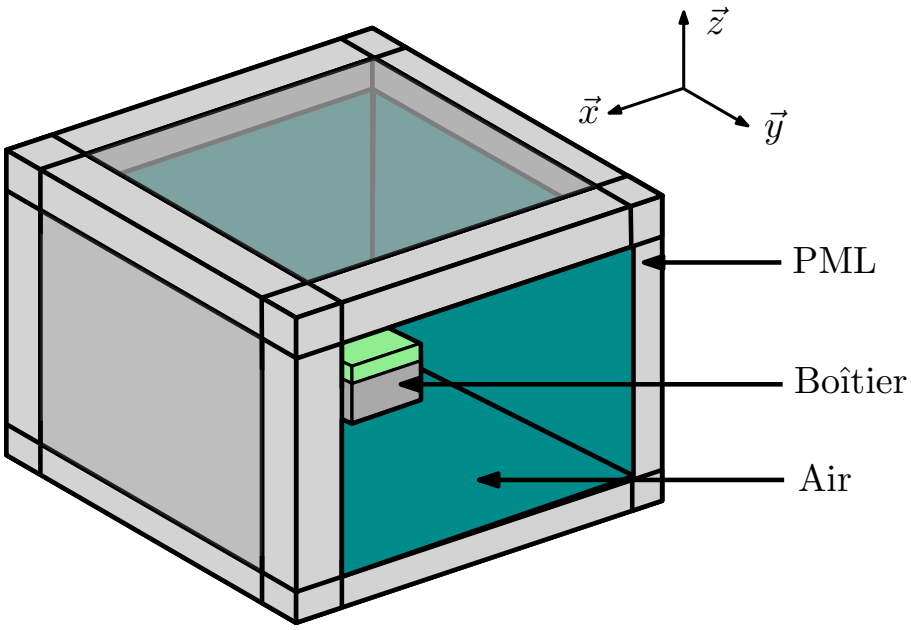
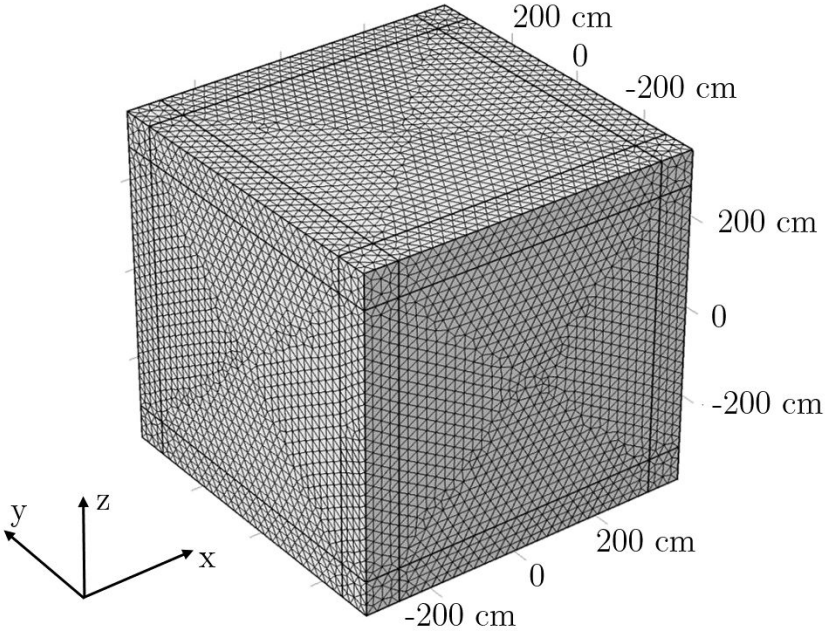


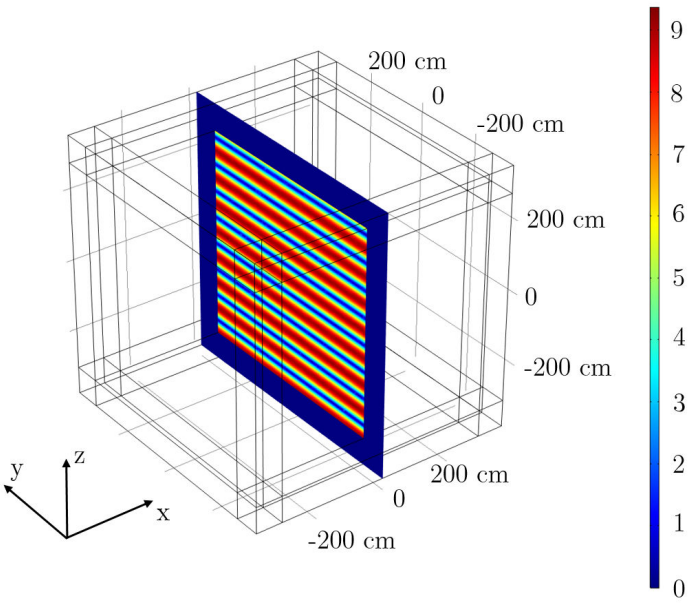
FIGURE 4.2 – *Boîtier modélisé pour l'estimation de l'efficacité de blindage par éléments finis.*

4.2.3 Propagation de l'onde plane dans l'air

Une première étude est effectuée dans le but de vérifier la propagation de l'onde plane à l'intérieur de la boîte de radiation. La taille de cette dernière doit être supérieure à quelques longueur d'ondes, elle est maillée de façon à avoir au moins huit éléments tétraèdriques par longueur d'onde ($\lambda_0 = C/f$ où C est la célérité de l'onde dans l'air et f est la fréquence en Hertz). En ce qui concerne les couches absorbantes, elles ont une longueur d'onde d'épaisseur et contiennent également au moins huit éléments de maillage par longueur d'onde. Un exemple du maillage de cette boîte et de propagation de l'onde plane à l'intérieur sont représentés sur la FIGURE 4.3 pour la fréquence de $200\ MHz$.



a *. Maillage de la boîte de calcul*



b *. Module de la partie réelle du champ électrique*

FIGURE 4.3 – *Modélisation de la boîte de radiation à* 200 MHz.

4.3 Blindage du boîtier métallique

Le matériau choisi pour modéliser la partie métallique du boîtier est l'aluminium pur. Nous supposons qu'il s'agit d'un métal homogène dont les propriétés électromagnétiques sont représentées dans le tableau 4.1.

Propriétés EM			
Matériau	Permittivité relative ϵ_r	Conductivité $\sigma[S/m]$	Perméabilité relative μ_r
Aluminium	$\epsilon_{rAl} = 1$	$\sigma_{Al} = 37,7 \cdot 10^6$	1

TABLE 4.1 – *Propriétés électromagnétiques de l'aluminium.*

L'efficacité de blindage est définie comme suit :

$$SE_{dB} = 20\ log_{10}\left(\frac{|\boldsymbol{E_{SB}}|}{|\boldsymbol{E_{AB}}|}\right) \tag{4.2}$$

où $\boldsymbol{E_{SB}}$ est le champ électrique dans un point intérieur au boîtier de blindage évalué dans l'espace libre (sans le boîtier), et $\boldsymbol{E_{AB}}$ représente le champ électrique mesuré au même point avec le boîtier de blindage.

L'épaisseur du boîtier étant très mince par rapport aux dimensions du domaine de calcul, nous ne prenons qu'un seul élément de maillage dans la partie métallique. Cette modélisation rapproche le comportement de l'aluminium de celui des conducteurs parfaits, avec quelques différences sur les estimations du coefficient de blindage (comme le montre l'étude effectuée en [83]). Toutefois, l'inconvénient de ce maillage est qu'il ne prend pas en compte l'effet de peau qui pourrait avoir des conséquences sur les résultats obtenus.

Le coefficient de blindage obtenus avec ce boîtier métallique est tracé sur la FIGURE 4.4. A 200 MHz, le blindage est de $155,3\ dB$, avec une distribution du champ électrique représentée sur la FIGURE 4.5.

4.4 Matériaux composites pour le blindage

Dans cette section, nous étudions le blindage assuré par le boîtier en remplaçant le capot par une plaque composite. Pour cela, nous considérons le cas du matériau à fibres tissées étudié dans le chapitre précédent. Les dimensions et propriétés électriques de la plaque sont représentés dans le tableau 4.2. Nous adoptons une approche d'homogénéisation afin d'obtenir les propriétés effectives de la plaque composite en fonction de la fréquence. Une fois ces propriétés estimées, nous remplaçons le capot du boîtier par le milieu homogène équivalent afin d'effectuer le calcul de l'efficacité de blindage de la structure. Dans ce qui suit, nous détaillons le processus d'homogénéisation du composite.

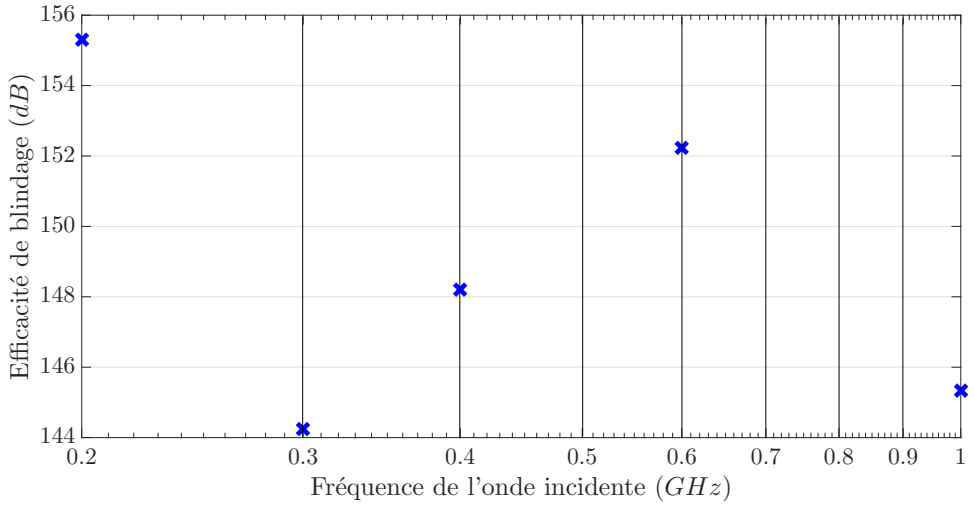


FIGURE 4.4 – *Efficacité de blindage d'un boîtier métallique en fonction de la fréquence.*

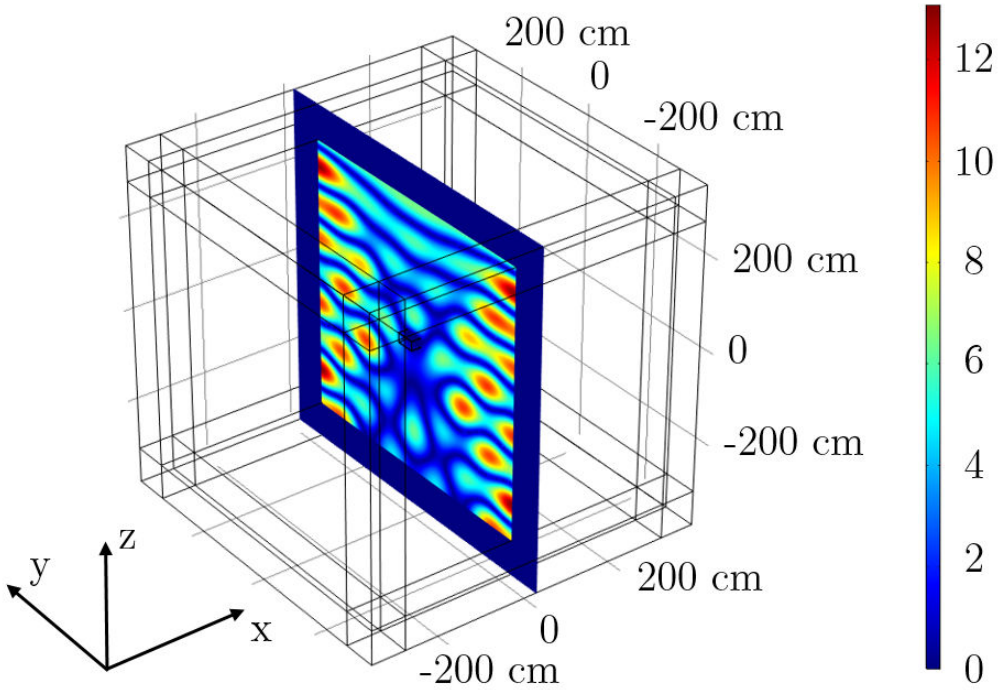
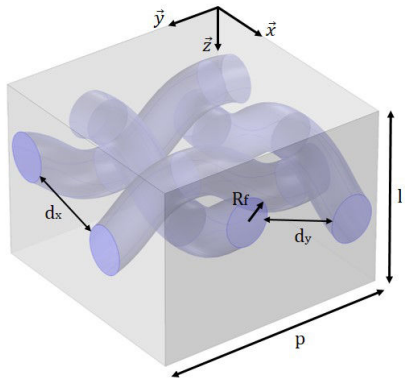


FIGURE 4.5 – *Module de la partie réelle du champ électrique pour un boîtier en aluminium à* 200 MHz.

Géométrie du matériau composite



Dimensions		
Dimension	Symbole (Unité)	Valeur
Épaisseur de la plaque	$l = e_c\ (mm)$	3
Période	$p\ (mm)$	4
Rayon des fibres	$R_f\ (\mu m)$	380
Distance horizontale entre fibres	$d_x = d_y\ (mm)$	$1,22$
Distance verticale entre fibres	$d_z\ (\mu m)$	90
Fraction volumique en fibres	$f_v\ (\%)$	$16,9$

Propriétés électriques			
Phase	Permittivité relative ϵ_r	Conductivité $\sigma[S/m]$	Perméabilité relative μ_r
Inclusions	$\epsilon_{rf} = 5$	$\sigma_f = 10^3$	1
Matrice	$\epsilon_{rm} = 5$	$\sigma_m = 0$	1

TABLE 4.2 – *Dimensions et propriétés électriques du matériau composite utilisé pour le blindage.*

4.4.1 Homogénéisation du matériau composite

Afin d'estimer les propriétés effectives de la plaque composite, nous adoptons deux techniques différentes, en fonction de la fréquence de la sollicitation EM. Pour cela, nous divisons la gamme de fréquences étudiées en deux :

— Gamme basses fréquences : entre 200 MHz et 1 GHz. Pour ces fréquences, les propriétés effectives sont calculées analytiquement.

— Gamme hautes fréquences : entre 1 GHz et 10 GHz. Pour ces fréquences, l'homogénéisation est effectuée en utilisant la technique proposée dans le chapitre 2, par combinaison de la simulation numérique et de la résolution d'un problème inverse.

Puisque l'onde incidente est polarisée selon $\boldsymbol{x}$, le problème se ramène au calcul de la permittivité effective complexe dans cette direction : $\epsilon^*_{eff} = \epsilon^*_x$.

Dans un premier temps, le matériau composite à fibres tressées est assimilé à un composites ayant deux plis de fibres unidirectionnelles arrangées perpendiculairement l'un à l'autre (FIGURE 4.6). Nous recourons alors à l'homogénéisation de chacune des couches, pour remonter au milieu équivalent au matériau. La couche de fibres perpendiculaires au champ électrique est homogénéisée en utilisant la méthode d'homogénéisation dynamique MHD. Alors que celle contenant des fibres parallèles au champ est homogénéisée à l'aide de la borne supérieure de la formule de WIENER. Pour la dernière étape, nous moyennons les résultats des deux plis dans le but d'estimer les propriétés effectives du composite. Les propriétés ainsi obtenues sont tracées sur la FIGURE 4.7.

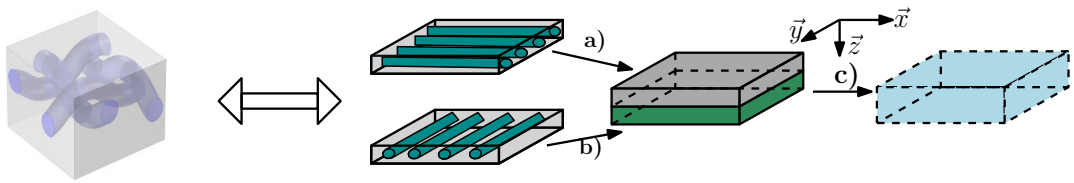


FIGURE 4.6 – *Schéma de la technique d'homogénéisation en basses fréquences.*

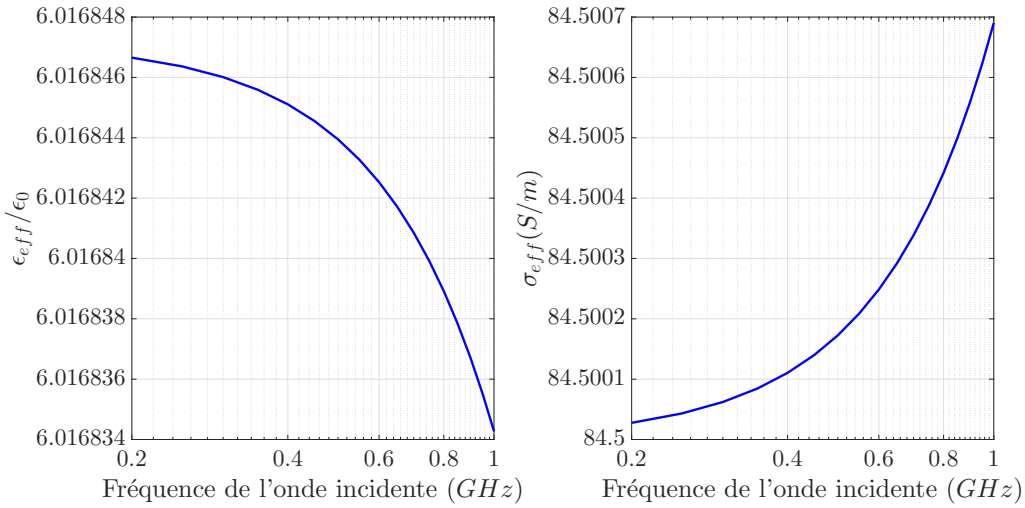


FIGURE 4.7 – *Propriétés effectives obtenues par homogénéisation analytique (jusqu'à* $1\ GHz$*).*

L'efficacité de blindage SE estimée à partir des propriétés effectives analytiques est comparée à celle calculée numériquement sur le matériau composite (FIGURE 4.8). En effet, ce modèle reste applicable dans ce cas jusqu'à $1\ GHz$. La différence entre les deux estimations à cette fréquence indique que les effets de bords commencent à apparaitre pour des fréquence inférieures à $1\ GHz$. Toutefois, la modélisation par éléments finis ne permet pas de dépasser cette limite inférieure pour mieux estimer le SE. L'estimation analytique reste suffisamment proche des valeurs numériques. Elle est donc adoptée jus-

qu'à cette fréquence. Au delà de $1\ GHz$ les courbes commencent à diverger, il s'avère donc nécessaire d'utiliser la technique d'homogénéisation proposée dans le chapitre 2 afin de remonter aux propriétés effectives. L'emploi des deux méthodes (analytique et numérique) pour l'homogénéisation en fonction de la fréquence est alors justifié.

Dans un second temps, en ce qui concerne la gamme des fréquences supérieures à $1\ GHz$, les propriétés effectives sont estimées en simulant le composite par éléments finis puis en inversant les paramètres de transmission et de réflexion obtenus pour remonter aux valeurs des propriétés effectives. Les résultats sont représentés sur la FIGURE 4.9. Nous observons quelques écarts entre la simulation et l'optimisation. Toutefois, nous arrivons à capter les tendances que montrent les courbes simulées par éléments finis.

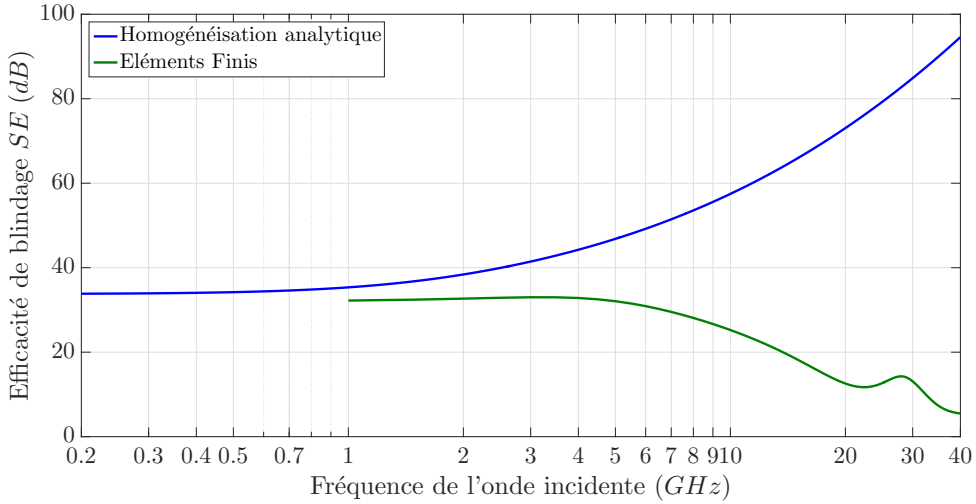


FIGURE 4.8 – *Efficacité de blindage SE obtenue par homogénéisation analytique et par éléments finis.*

4.4.2 Coefficient de blindage

Les propriétés effectives estimées dans le paragraphe précédent sont injectées dans le logiciel de simulation afin d'obtenir le coefficient de blindage de la structure. La taille de la boîte de radiation est ajustée en fonction de la fréquence appliquée ainsi que la taille des éléments du maillage. Cette approche permet de maintenir un temps de calcul raisonnable et de ne pas dépasser les limites du logiciel tout en assurant un résultat précis (avec une erreur relative de 10^{-3}). Une variation fréquentielle est effectuée entre $200\ MHz$ et $1\ GHz$. Les résultats sont représentés sur la FIGURE 4.10. cette courbe du coefficient de blindage fait apparaitre une résonance aux alentours de $838\ MHz$, ce qui est cohérent avec la première résonance du boîtier calculée selon [5].

De manière générale, le coefficient de blindage du boîtier métallique est meilleur, résultat justifiable puisque l'aluminium présente une conductivité supérieure à celle du composite homogénéisé. Par ailleurs, le niveau de blindage de ce dernier décroit en fonction de la fréquence. La distribution du champ électrique à l'intérieur du boîtier à capot en composite pour différentes fréquences est représentée dans le tableau 4.3.

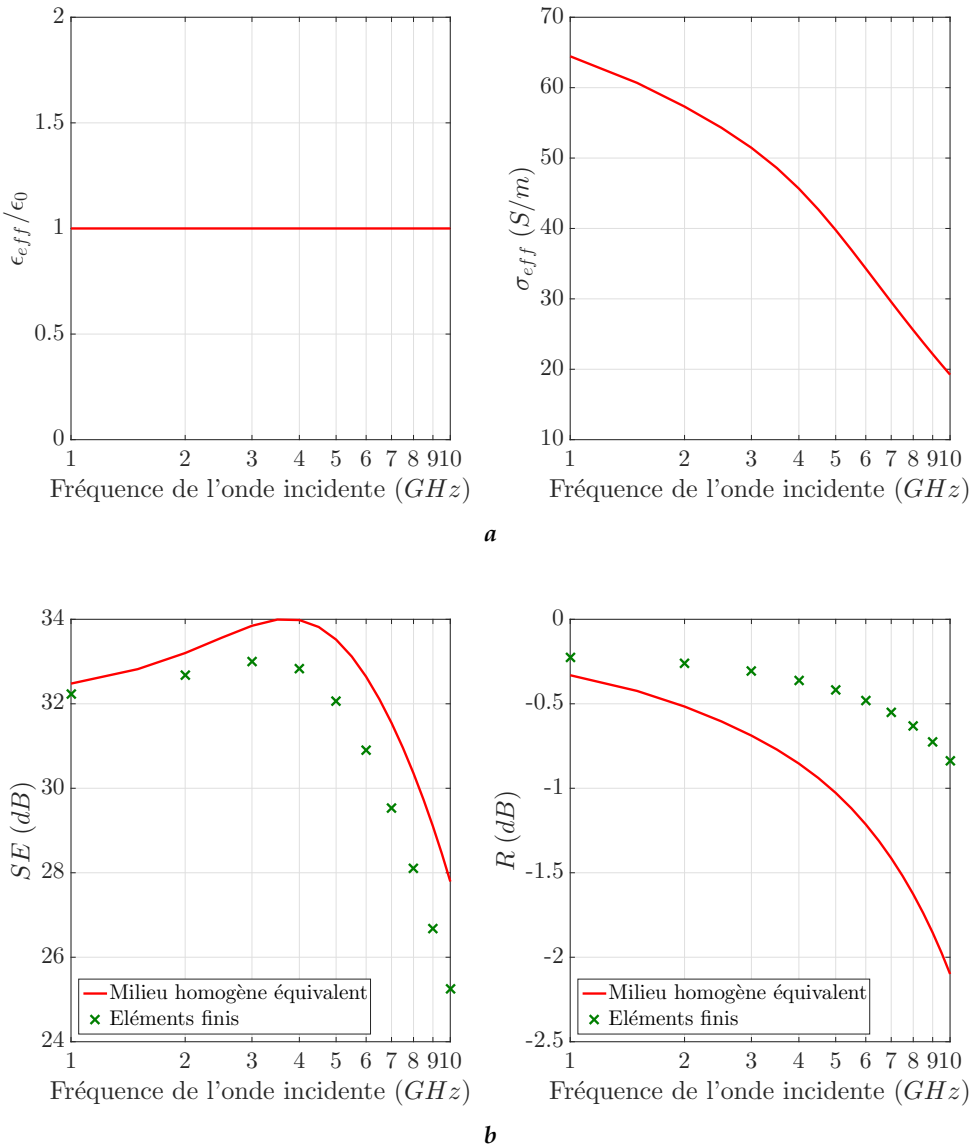


FIGURE 4.9 – *(a) Propriétés effectives (ϵ_{eff},σ_{eff}) et (b) coefficients (SE_{dB} et R_{dB}) pour la plaque composite dimensionnée selon le tableau 4.2 entre* 1 *et* 10 GHz.

4.5 Conclusion

Dans ce chapitre, les méthodes d'homogénéisation étudiées au travers des chapitres précédents sont employées afin d'étudier le comportement d'un boîtier de blindage. Une comparaison des coefficients de blindage montre que le niveau obtenu à l'aide d'un boîtier à capot composite est inférieur à celui d'un boîtier métallique. L'approche présentée dans le chapitre considère le cas d'une onde polarisée selon une direction unique. Ceci donne des indications sur le comportement des boîtiers. Toutefois, il ne reflète pas la réalité. Pour une étude complète plusieurs polarisations doivent être examinées, ce qui met en jeu l'anisotropie du composite. Dans ce cas une méthode d'évaluation de la permittivité effective complexe dans la direction de l'épaisseur de la plaque doit être définie.

Par ailleurs, un des principaux éléments à considérer lors de l'étude des boîtiers est

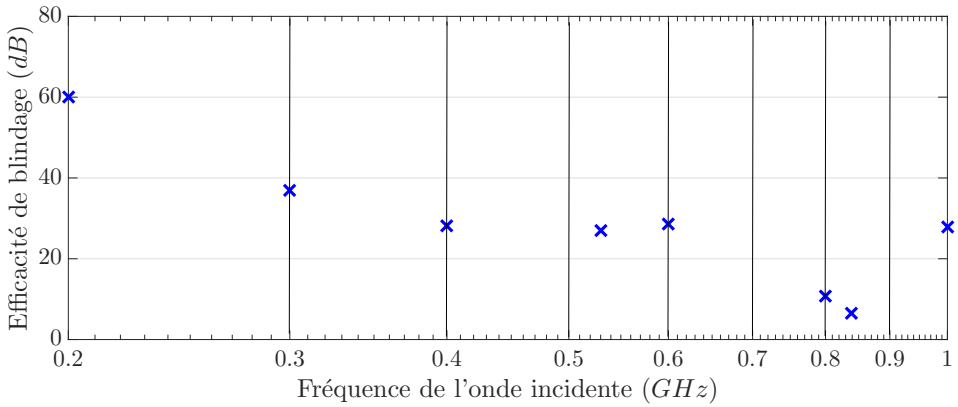


FIGURE 4.10 – *Efficacité de blindage SE d'un boîtier métallique avec un capot en composite.*

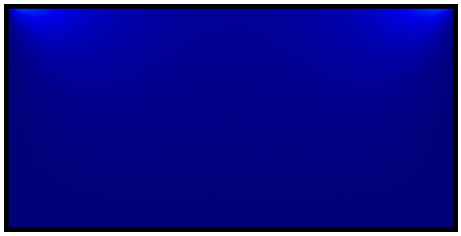
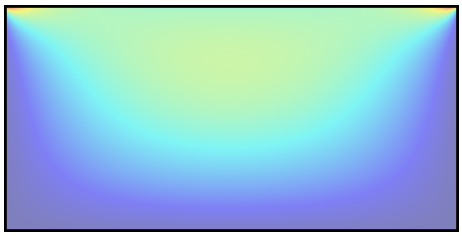
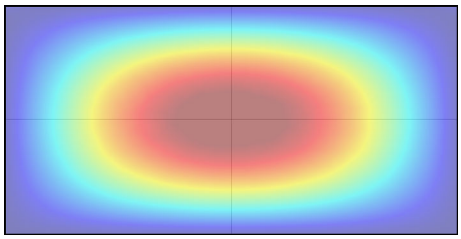
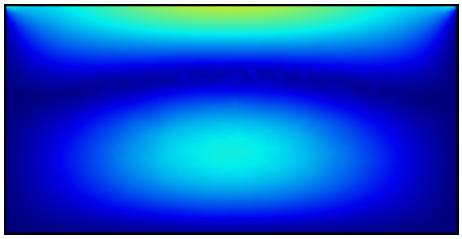
$200\ MHz$	$600\ MHz$
	
Valeurs entre 0 et $0,1\ V/m$	Valeurs entre 0 et $1,2\ V/m$
$838,53\ MHz$	$1\ GHz$
	
Valeurs entre 0 et $18\ V/m$	Valeurs entre 0 et $2,5\ V/m$

TABLE 4.3 – *Distribution du module du champ électrique à l'intérieur du boîtier (plan xz de la* FIGURE *4.2) à capot en composite pour différentes fréquences.*

l'effet des fentes souvent retrouvées dans les applications du blindage. Une étude exhaustive nécessiterait donc l'investigation des changements qu'apportent les fentes à la courbe de l'efficacité de blindage.

Conclusion générale

Le travail présenté dans ce mémoire traite de la modélisation de matériaux composites pour des applications en compatibilité électromagnétique. Un intérêt particulier est prêté aux matériaux composites formés à partir de fibres conductrices noyées dans une matrice diélectrique. La finalité étant d'aboutir au comportement de structures composites de grande taille, l'approche classique de modélisation numérique (éléments finis, différences finies, méthode des moments, ...) de la structure entière s'avère très compliquée puisque les hétérogénéités que présentent ces composites sont à l'échelle microscopique. Pour s'affranchir de ces difficultés on recours à remplacer le composite hétérogène par un matériau homogène qui aura une réponse identique face à une sollicitation électromagnétique. Ceci est effectué en utilisant une approche d'homogénéisation.

Ce travail de thèse s'est consacré à l'homogénéisation de deux microstructures composites à fibres conductrices : les composites à fibres unidirectionnelles et les ceux à fibres tressées. Une technique d'extraction des propriétés effectives est proposée. Elle consiste à simuler, dans un premier temps, un volume élémentaire du matériau composite en appliquant des conditions aux limites appropriées afin de pouvoir considérer que la mictrostructure est infinie. Les simulations fournissent une estimation des coefficients de transmission et de réflexion du matériau pour une certaines polarisations et fréquences de la sollicitation électromagnétique. Dans un second temps, les coefficients obtenus par simulation sont utilisés afin de remonter aux propriétés effectives en faisant appel à la résolution d'un problème inverse.

L'intérêt de l'application de cette technique pour des composites à fibres unidirectionnelles est double. Elle permet d'un côté de vérifier sa validité, mais également d'effectuer une étude comparative des formules d'homogénéisation analytiques servant à prédire les propriétés effectives. Les résultats ont abouti aux conclusions suivantes : pour une sollicitation normale polarisée parallèlement aux fibres du composite, la borne supérieure du modèle de WIENER donne des estimations précises des propriétés effectives sur une large gamme de fréquences. Quand le champ électrique est perpendiculaire aux fibres unidirectionnelles, les formulations classiques telles que le modèle de Maxwell-Gernett sous estiment les propriétés effectives du milieu équivalent à hautes fréquences. Alors que les méthodes dynamiques telles que la Méthode d'Homogénéisation Dynamique et Dynamique Étendue prédisent des estimations qui se montrent en bonne concordance avec les résultats de la simulation numérique.

Une deuxième étude s'est concentrée sur les microstructures à fibres conductrices tissées. Une simulation du comportement fréquentiel de ces matériaux est effectuée, comme première étape pour l'application de la technique d'homogénéisation proposée, mais aussi afin d'analyser leur réponse électromagnétique. Les courbes d'atténuation en fonction de la fréquence tracées pour une sollicitation plane normale démontrent un comportement décroissant. Cette réponse garde ses tendances décroissantes lorsque les fibres sont mises en contact (ce dernier aide à renforcer l'atténuation en créant des boucles pour la circulation des courants induits). En effet, cette même réponse fréquentielle pourrait être retrouvée, à quelques dB près, pour un composite à deux couches de fibres unidirectionnelles arrangées dans des directions similaires à celles des fibres tressées. Pour cette raison, l'estimation des propriétés effectives des composites revient essentiellement à l'homogénéisation d'un empilement de deux couches de fibres unidirectionnelles.

Dans ce cadre-là, la démarche analytique pour l'homogénéisation des composites tissés en les assimilant à des matériaux bi-couches de fibres unidirectionnelles se montre prometteuse en basses fréquences. Toutefois, au delà d'une certaine fréquence, les résultats numériques et analytiques commencent à diverger en estimant des variations opposées. En effet, ceci peut être justifié en revisitant les hypothèses sur lesquelles se base la théorie des milieux effectifs. Une supposition principale qui a mené à l'établissement des formules d'homogénéisation est l'existence d'un volume élémentaire représentatif. Ceci n'est pas le cas pour les composites tissés qui ne présentent que deux couches de fibres dans l'épaisseur de la plaque. Cette hypothèse étant non respectée, des effets de bord apparaissent à hautes fréquences et deviennent non négligeables devant le comportement global du matériau tissé. C'est pourquoi les formules d'homogénéisation restent non adaptées à l'estimation des propriétés effectives des composites à fibres tissées à hautes fréquences. La technique proposée, malgré son aspect non prédictif, offre une solution adaptée au traitement de ce problème.

Perspectives

Les principales perspectives des travaux présentés dans ce mémoire de thèse portent sur les aspects suivants :

- Validation expérimentale : la simulation du comportement de microstructures tissées a fourni des résultats qui nécessitent une validation expérimentale. Puisqu'il s'agit d'une modélisation large bande de matériaux conducteurs et anisotropes, des bancs d'essai adaptés doivent être mis en place. Quelques travaux ont été effectués a ce regard : dans l'annexe E, nous présentons les résultats de caractérisation d'un échantillon composite à fibres tissées à l'aide de la méthode des quatre pointes. Par ailleurs, dans l'annexe F nous démontrons les limites de la caractérisation de matériaux conducteurs à l'aide des lignes de transmission. Néanmoins, il reste toujours plusieurs pistes à exploiter afin de valider la simulation numérique.

- Développements analytiques : d'après les résultats obtenus, il s'avère que les formules d'homogénéisation analytiques ne sont pas adaptées au calcul des propriétés effectives des composites tissés à hautes fréquences. Il serait intéressant d'intégrer les effets hautes fréquences dans les modèles analytiques, au vu de la simplicité de leur utilisation de leur aspect prédictif.

- Simulation numérique : étendre la modélisation des matériaux composites tissés aux basses fréquences, ceci permettrait de mieux adapter la méthode d'homogénéisation en fonction de l'exigence de l'application.

- Modélisation multi-physique : une étude de l'impact d'autres phénomènes physiques (thermique, mécanique, ...) sur le comportement électrique des matériaux composites à fibres tissées pourrait être également envisagée afin de mieux refléter les effets des phénomènes qui peuvent prendre lieu en réalité dans les pièces de structure formant les moyens de transport.

Annexe A

Homogénéisation d'une plaque à fibres unidirectionnelles illuminée par une OPPM

Sommaire

A.1 Présentation de la plaque 94
A.2 Calcul de la conductivité effective 95

A.1 Présentation de la plaque

Nous considérons le cas de la plaque composite représentée sur la FIGURE A.1. Elle est considérée non magnétique et illuminée par un champ électrique $\boldsymbol{E_{inc}}$ parallèle aux fibres. On a alors :

$$\boldsymbol{E_{inc}} = \begin{pmatrix} E_0 \cdot e^{(j\omega t + k_0 z)} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}_{(\boldsymbol{u_x}, \boldsymbol{u_y}, \boldsymbol{u_z})} \tag{A.1}$$

Les fibres possèdent une conductivité σ_f et un rayon r_f. Elles sont séparées par une distance a, et noyées dans une matrice diélectrique de permittivité ϵ_m et de conductivité $\sigma_m = 0$.

Les hypothèses suivantes sont effectuées sur la configuration de la plaque : le rayon des fibres est supposé suffisamment inférieur à l'épaisseur de peau pour la fréquence étudiée. Et le champ incident est distribué uniformément dans les fibres négligeant ainsi l'effet de proximité qui pourrait changer la distribution du champ à l'intérieur des fibres.

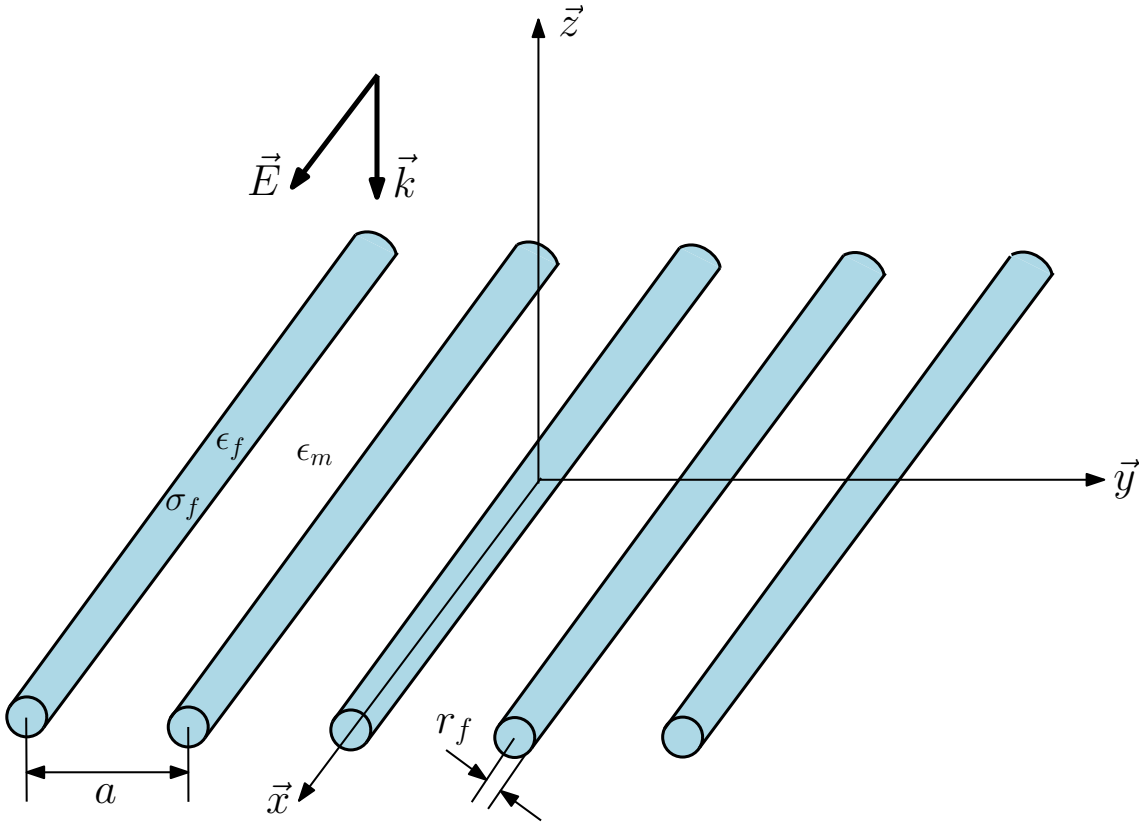


FIGURE A.1 – *Structure composite utilisée pour la détermination de la conductivité effective : plaque à fibres unidirectionnelles.*

Le courant se propageant dans les fibres conductrices $\boldsymbol{I_f}$ s'écrit en fonction du champ total dans une fibre $\boldsymbol{E_f}$:

$$\boldsymbol{I_f} = \pi \cdot r_f^2 \cdot \sigma_f \cdot \boldsymbol{E_f} \tag{A.2}$$

A.2 Calcul de la conductivité effective

Le champ total dû au réseau infini des fibres unidirectionnelles et au champ incident $\boldsymbol{E_{inc}}$ est parallèle au fibres selon $\boldsymbol{x}$:

$$E_f = E_{inc} - \frac{\jmath\omega\mu_0}{\pi} \cdot I_f \sum_{n=1}^{\infty} \mathcal{K}_0 \left(\jmath\omega \cdot a \cdot n\sqrt{\mu_0\epsilon_m}\right) \tag{A.3}$$

où : $\mathcal{K}_0$ est la fonction de HANKEL de première espèce d'ordre 0. Le courant dans les fibres s'exprime alors en fonction du champ incident :

$$I_f = \pi \cdot r_f^2 \cdot \sigma_f \cdot E_{inc} \left[1 + \frac{\eta_m \cdot \sigma_f \cdot l}{2} \left(\frac{\pi r_f^2}{a \cdot l}\right) \frac{2}{\pi} \jmath\omega \cdot a\sqrt{\mu_0\epsilon_m} \sum_{n=1}^{\infty} \mathcal{K}_0 \left(\jmath\omega \cdot a \cdot n\sqrt{\mu_0\epsilon_m}\right)\right]^{-1} \tag{A.4}$$

avec : $\eta_m = \sqrt{\mu_0/\epsilon_m}$ est l'impédance caractéristique de la matrice, et l est l'épaisseur de la plaque.

Puisque l'onde incidente est supposée de basse fréquence, on peut établir l'inégalité suivante : $\left|\jmath\omega \cdot a\sqrt{\mu_0\epsilon_m}\right| << 1$ ce qui permet d'écrire :

$$\lim_{x \to 0} x \cdot \sum_{n=1}^{\infty} \mathcal{K}_0 (nx) = \frac{\pi}{2} \tag{A.5}$$

Le courant dans les fibres devient :

$$I_f = \pi \cdot r_f^2 \cdot \sigma_f \cdot E_{inc} \left[1 + \frac{\eta_m \cdot \sigma_f \cdot l}{2} \left(\frac{\pi r_f^2}{a \cdot l}\right)\right]^{-1} \tag{A.6}$$

La moyenne du champ électrique pour $z = l/2$ devient (si $\left|\jmath\omega \cdot \sqrt{\mu_0\epsilon_m} \cdot l/2\right| << 1$) :

$$E(z = l/2) = E_{inc} - \frac{\eta_m}{2a} \cdot I_f \tag{A.7}$$

Et puisque la conductivité moyenne σ est définie comme suit :

$$\sigma \cdot E(z = l/2) = \frac{I_f}{a \cdot l} \tag{A.8}$$

On retrouve l'équation d'homogénéisation permettant de prédire le comportement moyen en terme de la conductivité :

$$\begin{aligned} \sigma =& \sigma_f \cdot \left(\frac{\pi r_f^2}{a \cdot l}\right) \\ =& \sigma_f \cdot f_v + \sigma_m \cdot (1 - f_v) \end{aligned} \tag{A.9}$$

Où : f_v est la fraction volumique occupée par les fibres. Il s'agit donc de la borne supérieure de WIENER.

Annexe B

Comportement d'une plaque homogène soumise à une onde plane obliquement incidente

Sommaire

B.1 Définition du problème 98
B.2 Conditions aux limites 100
B.3 Onde réfléchie et transmise 101

B.1 Définition du problème

L'objectif de cet annexe est de calculer les coefficients de réflexion et de transmission à travers une plaque homogène infinie de permittivité ϵ, de conductivité σ et d'épaisseur l. La plaque est supposée non magnétique de perméabilité μ_0, elle est illuminée par une onde plane à incidence oblique (l'angle d'incidence entre le vecteur d'onde $\boldsymbol{k_0}$ et la normale à la plaque $\boldsymbol{n}$ est : $\alpha = (\boldsymbol{k_0}, \boldsymbol{n})$).

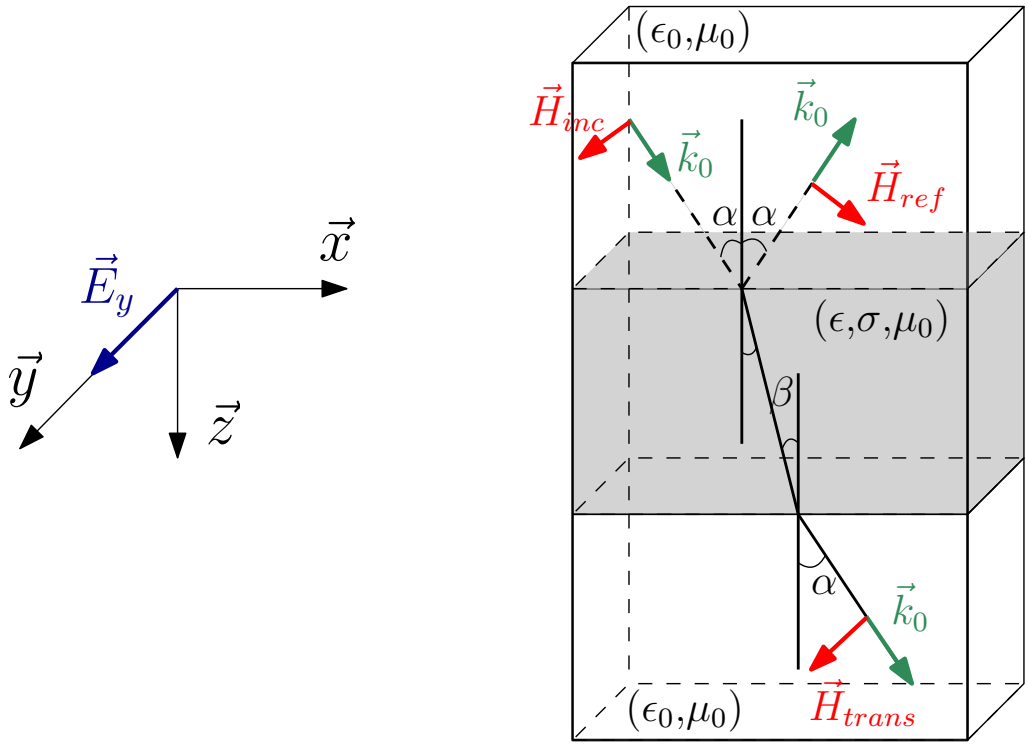


FIGURE B.1 – *Ondes incidente, réfléchie et transmise à travers une plaque homogène : cas d'une incidence oblique à polarisation perpendiculaire.*

Nous traitons le cas d'une incidence polarisée électriquement selon $\boldsymbol{y}$ avec un champ magnétique situé dans le plan $(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{z})$ (FIGURE B.1). Ces deux champs s'écrivent :

$$\boldsymbol{E_{inc}}(x,z,t) = \begin{pmatrix} 0 \\ E_0 \cdot e^{\jmath(\omega t - k_{0x}x - k_{0z}z)} \\ 0 \end{pmatrix}_{(\boldsymbol{u_x},\boldsymbol{u_y},\boldsymbol{u_z})} \tag{B.1}$$

$$\boldsymbol{H_{inc}}(x,z,t) = \begin{pmatrix} \frac{E_0}{\eta_0} \cdot (-\cos\alpha) \cdot e^{\jmath(\omega t - k_{0x}x - k_{0z}z)} \\ 0 \\ \frac{E_0}{\eta_0} \cdot (\sin\alpha) \cdot e^{\jmath(\omega t - k_{0x}x - k_{0z}z)} \end{pmatrix}_{(\boldsymbol{u_x},\boldsymbol{u_y},\boldsymbol{u_z})} \tag{B.2}$$

avec :

$$\boldsymbol{k_0} = \begin{pmatrix} \sin\alpha\, k_0 \\ 0 \\ \cos\alpha\, k_0 \end{pmatrix}_{(\boldsymbol{u_x},\boldsymbol{u_y},\boldsymbol{u_z})} = \begin{pmatrix} k_{0x} \\ k_{0y} \\ k_{0z} \end{pmatrix} \tag{B.3}$$

où k_0 est le constante de propagation dans le vide : $k_0 = \omega\sqrt{\epsilon_0\mu_0}$.

Dans la zone d'incidence, le champ total est la somme du champ incident et du champ réfléchi $\boldsymbol{E_{ref}}, \boldsymbol{H_{ref}}$:

$$\boldsymbol{E_{inc}}(x,z,t) + \boldsymbol{E_{ref}}(x,z,t) = \begin{pmatrix} 0 \\ E_0 \cdot e^{\jmath(\omega t - k_{0x}x - k_{0z}z)} \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ E_{ref} \cdot e^{\jmath(\omega t - k_{0x}x + k_{0z}z)} \\ 0 \end{pmatrix} \tag{B.4}$$

$$\boldsymbol{H_{inc}}(x,z,t) + \boldsymbol{H_{ref}}(x,z,t) = \begin{pmatrix} \frac{E_0}{\eta_0} \cdot (-\cos\alpha) \cdot e^{\jmath(\omega t - k_{0x}x - k_{0z}z)} \\ 0 \\ \frac{E_0}{\eta_0} \cdot (\sin\alpha) \cdot e^{\jmath(\omega t - k_{0x}x - k_{0z}z)} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \frac{E_{ref}}{\eta_0} \cdot (-\cos\alpha) \cdot e^{\jmath(\omega t - k_{0x}x + k_{0z}z)} \\ 0 \\ \frac{E_{ref}}{\eta_0} \cdot (\sin\alpha) \cdot e^{\jmath(\omega t - k_{0x}x + k_{0z}z)} \end{pmatrix} \tag{B.5}$$

Les champs à l'intérieur de la plaque résultent des réflexions multiples qui se propagent dans des directions opposées, et s'écrivent en fonction de l'angle de transmission β :

$$\boldsymbol{E_a}(x,z,t) + \boldsymbol{E_b}(x,z,t) = \begin{pmatrix} 0 \\ a \cdot e^{\jmath(\omega t - k_x x - k_z z)} \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ b \cdot e^{\jmath(\omega t - k_x x + k_z z)} \\ 0 \end{pmatrix} \tag{B.6}$$

$$\boldsymbol{H_a}(x,z,t) + \boldsymbol{H_b}(x,z,t) = \begin{pmatrix} \frac{a}{\eta} \cdot (-\cos\beta) \cdot e^{\jmath(\omega t - k_x x - k_z z)} \\ 0 \\ \frac{a}{\eta} \cdot (\sin\beta) \cdot e^{\jmath(\omega t - k_x x - k_z z)} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \frac{b}{\eta} \cdot (-\cos\beta) \cdot e^{\jmath(\omega t - k_x x + k_z z)} \\ 0 \\ \frac{b}{\eta} \cdot (\sin\beta) \cdot e^{\jmath(\omega t - k_x x + k_z z)} \end{pmatrix} \tag{B.7}$$

avec :

$$\boldsymbol{k} = \begin{pmatrix} \sin\beta\, k \\ 0 \\ \cos\beta\, k \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} k_x \\ k_y \\ k_z \end{pmatrix} \tag{B.8}$$

où k est la constante de propagation dans la plaque : $k = \sqrt{\epsilon\mu_0\omega^2 - \jmath\mu_0\sigma\omega}$ et η est l'impédance : $\eta = \frac{\mu_0\omega}{k}$.

Dans la zone de transmission, les champs s'écrivent :

$$\boldsymbol{E_{trans}}(x,z,t) = \begin{pmatrix} 0 \\ E_{trans} \cdot e^{\jmath(\omega t - k_{0x}x - k_{0z}z)} \\ 0 \end{pmatrix}_{(\boldsymbol{u_x},\boldsymbol{u_y},\boldsymbol{u_z})} \tag{B.9}$$

$$\boldsymbol{H_{trans}}(x,z,t) = \begin{pmatrix} \frac{E_{trans}}{\eta} \cdot (-\cos\alpha) \cdot e^{\jmath(\omega t - k_{0x}x - k_{0z}z)} \\ 0 \\ \frac{E_{trans}}{\eta} \cdot (\sin\alpha) \cdot e^{\jmath(\omega t - k_{0x}x - k_{0z}z)} \end{pmatrix}_{(\boldsymbol{u_x},\boldsymbol{u_y},\boldsymbol{u_z})} \tag{B.10}$$

B.2 Conditions aux limites

Aux interfaces séparant la plaque et l'air, les champs électrique et magnétiques sont continus, il en résulte les égalités suivantes (pour $z = 0$ et $z = l$, équations B.11 et B.12 respectivement) :

$$\begin{cases} \boldsymbol{E_{inc}}(x,0,t)\cdot\boldsymbol{u_y} + \boldsymbol{E_{ref}}(x,0,t)\cdot\boldsymbol{u_y} = \boldsymbol{E_a}(x,0,t)\cdot\boldsymbol{u_y} + \boldsymbol{E_b}(x,0,t)\cdot\boldsymbol{u_y} \\ \boldsymbol{H_{inc}}(x,0,t)\cdot\boldsymbol{u_x} + \boldsymbol{H_{ref}}(x,0,t)\cdot\boldsymbol{u_x} = \boldsymbol{H_a}(x,0,t)\cdot\boldsymbol{u_x} + \boldsymbol{H_b}(x,0,t)\cdot\boldsymbol{u_x} \end{cases} \tag{B.11}$$

$$\begin{cases} \boldsymbol{E_a}(x,l,t)\cdot\boldsymbol{u_y} + \boldsymbol{E_b}(x,l,t)\cdot\boldsymbol{u_y} = \boldsymbol{E_{trans}}(x,l,t)\cdot\boldsymbol{u_y} \\ \boldsymbol{H_a}(x,l,t)\cdot\boldsymbol{u_x} + \boldsymbol{H_b}(x,l,t)\cdot\boldsymbol{u_x} = \boldsymbol{H_{trans}}(x,l,t)\cdot\boldsymbol{u_x} \end{cases} \tag{B.12}$$

Ces relations permettent de déduire le système de quatre équations à quatre inconnus suivant :

$$\begin{cases} E_0\cdot e^{(-\jmath k_{0x})} + E_{ref}\cdot e^{(-\jmath k_{0x})} = a\cdot e^{(-\jmath k_x)} + b\cdot e^{(-\jmath k_x)} \\ \dfrac{E_0}{\eta_0}\cdot(-\cos\alpha)\cdot e^{(-\jmath k_{0x})} + \dfrac{E_{ref}}{\eta_0}\cdot(\cos\alpha)e^{(-\jmath k_{0x})} = \dfrac{a}{\eta}\cdot(-\cos\beta)\cdot e^{(-\jmath k_x)} + \dfrac{b}{\eta}\cdot(\cos\beta)\cdot e^{(-\jmath k_x)} \\ a\cdot e^{(-\jmath k_x\cdot x-\jmath k_z\cdot l)} + b\cdot e^{(-\jmath k_x\cdot x-\jmath k_z\cdot l)} = E_{trans}\cdot e^{(-\jmath k_{0x}\cdot x-\jmath k_{0z}\cdot l)} \\ \dfrac{a}{\eta}\cdot(-\cos\beta)\cdot e^{(-\jmath k_x\cdot x-\jmath k_z\cdot l)} + \dfrac{b}{\eta}\cdot(\cos\beta)\cdot e^{(-\jmath k_x\cdot x-\jmath k_z\cdot l)} = \dfrac{E_{trans}}{\eta_0}\cdot(\cos\alpha)\cdot e^{(-\jmath k_{0z}\cdot l)} \end{cases} \tag{B.13}$$

Une réduction de ce système est possible pour obtenir :

$$\begin{cases} E_0 + E_{ref} = a + b \\ -\dfrac{E_0}{\eta_0}\cos\alpha + \dfrac{E_{ref}}{\eta_0} = -\dfrac{a}{\eta}\cos\beta + \dfrac{b}{\eta}\cos\beta \\ a\cdot e^{(-\jmath k_z\cdot l)} + b\cdot e^{(\jmath k_z\cdot l)} = E_{trans}\cdot e^{(-\jmath k_{0z}\cdot l)} \\ -\dfrac{a}{\eta}\cdot\cos\beta\cdot e^{(-\jmath k_z\cdot l)} + \dfrac{b}{\eta}\cdot\cos\beta\cdot e^{(-\jmath k_z\cdot l)} = -\dfrac{E_{trans}}{\eta_0}\cdot\cos\alpha\cdot e^{(-\jmath k_{0z}\cdot l)} \end{cases} \tag{B.14}$$

La solution du système précédent est :

$$\begin{cases} E_{ref} = E_0\cdot\dfrac{(C_1^2-1)\cdot\left(1-e^{2\cdot C_2}\right)}{(C_1-1)^2-(C_1+1)^2\cdot e^{2\cdot C_2}} \\ a = \dfrac{E_0}{2}\cdot\left[1+C_1+\dfrac{(1-C_1)\cdot(C_1^2-1)\cdot(1-e^{2\cdot C_2})}{(C_1-1)^2-(C_1+1)^2\cdot e^{2\cdot C_2}}\right] \\ b = \dfrac{E_0}{2}\cdot\left[1-C_1+\dfrac{(1+C_1)\cdot(C_1^2-1)\cdot(1-e^{2\cdot C_2})}{(C_1-1)^2-(C_1+1)^2\cdot e^{2\cdot C_2}}\right] \\ E_{trans} = a\cdot e^{-C_2+C_3} + b\cdot e^{C_2+C_3} \end{cases} \tag{B.15}$$

avec :

$$\begin{cases} C_1 = \dfrac{\eta}{\eta_0}.\dfrac{\cos(\alpha)}{\cos(\beta)} \\ C_2 = \jmath k\cos(\beta)l \\ C_3 = \jmath k_0\cos(\alpha)l \end{cases} \tag{B.16}$$

B.3 Onde réfléchie et transmise

En posant :

$$\begin{cases} C_4 = \dfrac{1}{2}.\left[(1+C_1) + \dfrac{\left(1-C_1\right)\left(C_1^2-1\right)\left(1-e^{2C_2}\right)}{\left(C_1-1\right)^2 - \left(C_1+1\right)^2 e^{2C_2}}\right] \\ C_5 = \dfrac{1}{2}.\left[(1-C_1) + \dfrac{\left(1+C_1\right)\left(C_1^2-1\right)\left(1-e^{2C_2}\right)}{\left(C_1-1\right)^2 - \left(C_1+1\right)^2 e^{2C_2}}\right] \end{cases} \tag{B.17}$$

Nous obtenons les équations des coefficients de transmission T_O et de réflexion R_O :

$$\begin{cases} R_O = \dfrac{E_{ref}}{E_{inc}} = \dfrac{\left(C_1^2-1\right)\left(1-e^{2C_2}\right)}{\left(C_1-1\right)^2 - \left(C_1+1\right)^2 e^{2C_2}} \\ T_O = \dfrac{E_{trans}}{E_{inc}} = C_4 e^{-C_2+C_3} + C_5 e^{C_2+C_3} \end{cases} \tag{B.18}$$

Annexe C

Simulation de matériaux composites tissés par éléments finis : conditions aux limites

Sommaire

C.1 Conditions périodiques 104
C.2 Conditions de Neumann 105
C.3 Conditions de Neumann, domaine réduit 105

Dans cette annexe, nous explicitons les rapports des simulations de matériaux composites à fibres tissées conductrices par éléments finis (effectuées à l'aide du logiciel COMSOL MULTIPHYSICS®). Le matériau à simuler étant périodique, mais présentant aussi des symétries géométrique et électrique, deux conditions aux limites peuvent être appliquées : les conditions périodiques et les conditions de Neumann. Dans ce qui suit, nous étudions les trois cas suivants :

— Un domaine de calcul en considérant une cellule périodique du composite, en appliquant des conditions périodiques.
— Un domaine de calcul en considérant une cellule périodique du composite, en appliquant des conditions de Neumann.
— Un domaine de calcul réduit (le volume d'une période est divisé par quatre), en appliquant des conditions de Neumann.

Le matériau possède les dimensions et propriétés EM suivantes :

— Épaisseur de la plaque : $l = 3\ mm$.
— Fibres cylindriques à base elliptique, grand axe : $625\ \mu m$ et petit axe : $250\ \mu m$.
— Fraction volumique en fibres : $f_v = 17,5\ \%$.
— Période : $p = 4\ mm$.
— Distance entre fibres : horizontale : $1,22\ mm$ et verticale : $d_z = 140\ \mu m$.
— Propriétés électriques des fibres : $\epsilon_{rf} = 1$ et $\sigma_f = 300\ S/m$.
— Propriétés électriques de la matrice : $\epsilon_{rm} = 5$ et $\sigma_m = 0\ S/m$.

Les rapports détaillent les résultats obtenus pour une onde incidente ayant une fréquence de $2\ GHz$. Les calculs sont effectués sur un ordinateur équipé d'un processeur Intel(R) Core(TM) i5 à $3.5\ GHz$.

C.1 Conditions périodiques

La géométrie du matériau composite est représentée sur la FIGURE C.1. Le maillage est constitué de 59960 éléments tétraédriques. Le solveur itératif a nécessité 17 minutes et 29 secondes pour converger pour un calcul avec 390406 degrés de liberté. L'efficacité de blindage estimée à $2\ GHz$ est de $22.823\ dB$.

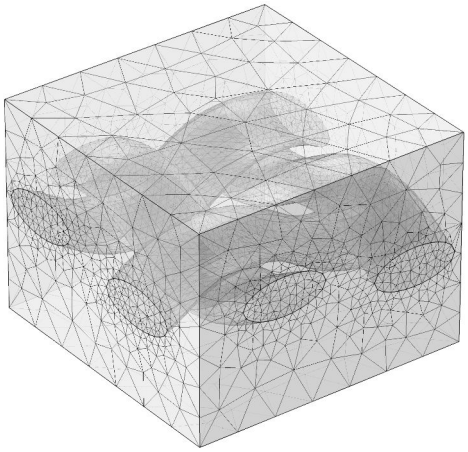


FIGURE C.1 – *Matériau composite maillé à $2\ GHz$: conditions de périodicité.*

C.2 Conditions de Neumann

La géométrie du matériau composite est représentée sur la FIGURE C.2. Le maillage est constitué de 14402 éléments tétraédriques. Le solveur itératif a nécessité 38 minutes et 39 secondes pour converger pour un calcul avec 745920 degrés de liberté. L'efficacité de blindage estimée à 2 GHz est de 22.835 dB.

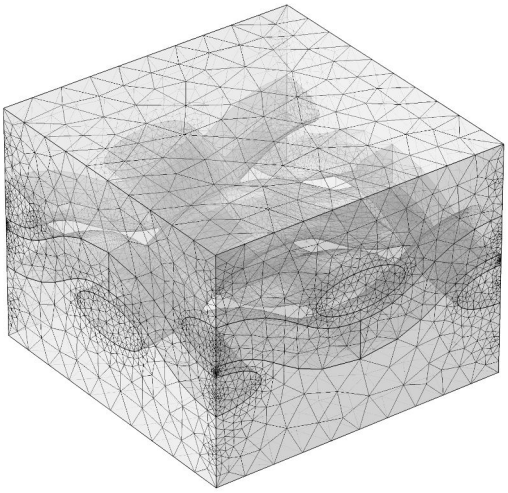


FIGURE C.2 – *Matériau composite maillé à 2 GHz : conditions de Neumann.*

C.3 Conditions de Neumann, domaine réduit

La géométrie du matériau composite est représentée sur la FIGURE C.3. Le maillage est constitué de 86367 éléments tétraédriques. Le solveur itératif a nécessité 22 minutes et 33 secondes pour converger pour un calcul avec 557668 degrés de liberté. L'efficacité de blindage estimée à 2 GHz est de 22.841 dB.

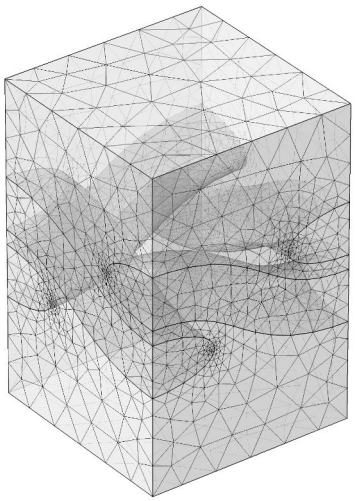


FIGURE C.3 – *Matériau composite maillé à 2 GHz : conditions de Neumann pour un domaine réduit.*

Annexe D

Relations de passage entre matrices $\underline{\underline{S}}$ et $\underline{\underline{T}}$

Sommaire

D.1 Définition des matrices 108
D.2 Relations de passage 109

D.1 Définition des matrices

Considérons le réseau à deux ports de la FIGURE D.1. Les matrices $\underline{\underline{S}}$ et $\underline{\underline{T}}$ définissent des relations entre les différences de potentiels V_1, V_2 et les courants I_1, I_2 au niveau de chaque port du réseau. Chacun de ces paramètres étant la somme de deux ondes incidente et réfléchie, on peut écrire les relations suivantes :

$$V_i = V_i^+ + V_i^- \tag{D.1a}$$

$$I_i = I_i^+ + I_i^- \tag{D.1b}$$

avec : $i = \{1, 2\}$.

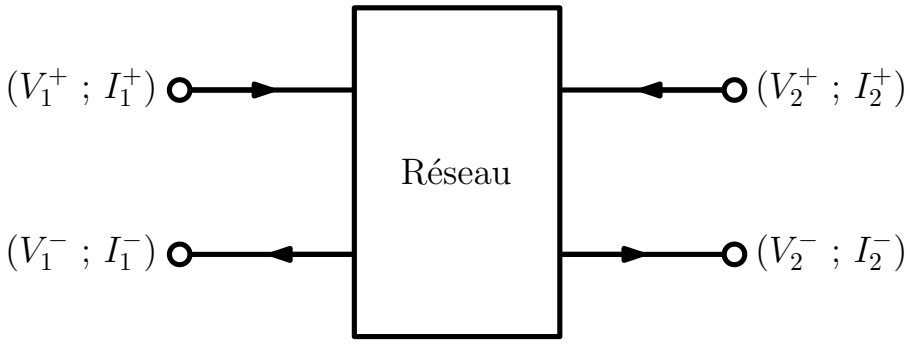


FIGURE *D.1* – *Réseau à deux ports.*

La matrice de dispersion (scattering matrix) $\underline{\underline{S}}$ est définie en fonction des ondes de puissance a et b comme suit :

$$\underline{\underline{S}} = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} S_{11} & S_{12} \\ S_{21} & S_{22} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \end{pmatrix} \tag{D.2}$$

où

$$a_i = \frac{V_i + Z_0 I_i}{2\sqrt{Z_0}} \tag{D.3}$$

et

$$b_i = \frac{V_i - Z_0 I_i}{2\sqrt{Z_0}} \tag{D.4}$$

avec : $i = \{1, 2\}$.
L'impédance Z_0 correspond à une impédance de référence supposée réelle et constante pour les deux ports du réseau.
La matrice de transmission $\underline{\underline{T}}$ s'écrit :

$$\underline{\underline{T}} = \begin{pmatrix} V_1 \\ I_1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} T_{11} & T_{12} \\ T_{21} & T_{22} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} V_2 \\ I_2 \end{pmatrix} \tag{D.5}$$

D.2 Relations de passage

Les relations permettant le passage de paramètres S en paramètres T sont :

$$\begin{cases} T_{11} = \dfrac{(1+S_{11})(1-S_{22})+S_{12}S_{21}}{2S_{21}} \\ T_{12} = Z_0 \dfrac{(1+S_{11})(1+S_{22})-S_{12}S_{21}}{2S_{21}} \\ T_{21} = \dfrac{1}{Z_0} \dfrac{(1-S_{11})(1-S_{22})-S_{12}S_{21}}{2S_{21}} \\ T_{22} = \dfrac{(1-S_{11})(1+S_{22})+S_{12}S_{21}}{2S_{21}} \end{cases} \tag{D.6}$$

et réciproquement :

$$\begin{cases} S_{11} = \dfrac{T_{11}+T_{12}/Z_0-T_{21}Z_0-T_{22}}{T_{11}+T_{12}/Z_0+T_{21}Z_0+T_{22}} \\ S_{12} = \dfrac{2(T_{11}T_{22}-T_{12}T_{21})}{T_{11}+T_{12}/Z_0+T_{21}Z_0+T_{22}} \\ S_{21} = \dfrac{2}{T_{11}+T_{12}/Z_0+T_{21}Z_0+T_{22}} \\ S_{22} = \dfrac{-T_{11}+T_{12}/Z_0-T_{21}Z_0+T_{22}}{T_{11}+T_{12}/Z_0+T_{21}Z_0+T_{22}} \end{cases} \tag{D.7}$$

Annexe E

Mesure de la conductivité par la méthode de quatre pointes

Sommaire

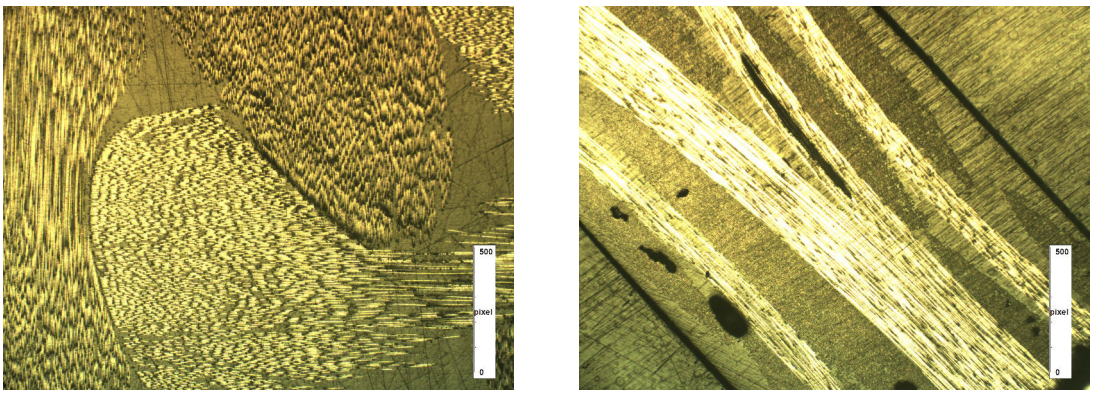
E.1 Présentation du composite 112
E.2 Mesures quatre pointes 112

L'objectif de cette annexe est de présenter les résultats de mesure de la conductivité d'une plaque composite. Nous utilisons la méthode de quatre pointes afin d'estimer la résistance effective en DC. Ce paramètre permet de remonter à la conductivité en fonction des dimensions de l'échantillon.

E.1 Présentation du composite

L'échantillon à caractériser est un matériau composite de dimensions : $5\ cm \cdot 5\ cm \cdot 1.87\ mm$. Le matériau étant initialement inconnu, une observation au microscope optique (Figure E.1) montre qu'il s'agit d'un composite à fibres tissées. La conductivité est donc représentée sous forme d'un tenseur diagonal (équation E.1). La méthode présentée ici sert à la détermination de σ_x et de σ_y (FIGURE E.2).

$$\underline{\underline{\sigma}}_{ech} = \begin{pmatrix} \sigma_x & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_y & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_z \end{pmatrix} \tag{E.1}$$



a *. Vue de plan* ***b*** *. Vue de profil*

FIGURE *E.1* – *Échantillon du matériau composite observé au microscope optique.*

E.2 Mesures quatre pointes

Les mesures consistent à utiliser un source-mètre à quatre pointes dont deux vont servir à injecter le courant dans l'échantillon, et les deux autres à récupérer la différence de potentiel à ces bornes (FIGURE E.2). Dans un premier temps, nous vérifions la réponse linéaire du matériau à un échelon de courant allant de $0\ A$ à $5\ mA$. La pente de la ligne renseigne sur la résistance de l'échantillon puisqu'il s'agit d'une courbe linéaire courant-tension. A partir de la valeur de la résistance R_m mesurée, nous estimons la conductivité σ qui s'écrit :

$$\sigma\ [S/m] = \frac{L\ [m]}{R_m\ [\Omega] \cdot S\ [m^2]} \tag{E.2}$$

où : L est la longueur et S est la surface de l'échantillon.

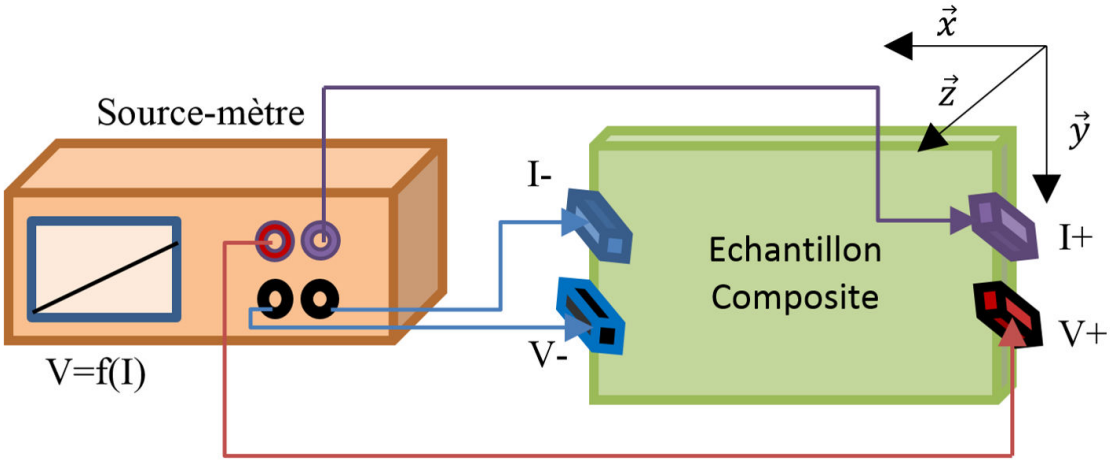


FIGURE E.2 – *Schéma représentant le câblage pour la méthode de mesure à quatre pointes.*

Les conductivités effectives σ_x et σ_y sont obtenues en plaçant les deux sondes de courant dans les directions des axes $\boldsymbol{x}$ et $\boldsymbol{y}$ respectivement. Toutefois, afin de s'assurer de l'établissement d'un contact entre les pointes (pinces crocodile) et les fibres de l'échantillon nous avons métallisé à l'aide de la laque d'argent quelques zones à l'extrémité du matériau sous test (FIGURE E.3). Ceci entraine la création d'une résistance additionnelle en série avec celle que l'on souhaite mesurer. Le résultat final représente donc une somme de résistances en série. Ces résistances rajoutées par la métallisation peuvent être négligées si la conductivité de l'échantillon est considérablement inférieure à celle de l'argent. Les mesures effectuées donnent les conductivités globales suivantes :

$$\begin{cases} \sigma_x = 18,2\ kS/m \\ \sigma_y = 18,6\ kS/m \end{cases} \tag{E.3}$$

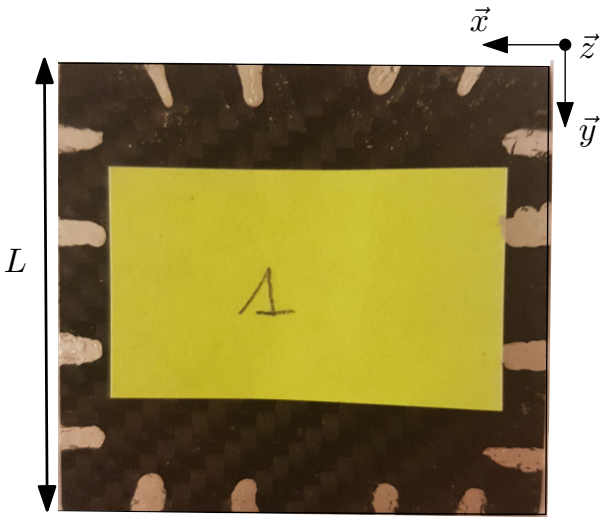


FIGURE E.3 – *Échantillon du matériau composite à caractériser.*

Annexe F

Caractérisation de matériaux à l'aide des lignes de transmission

Sommaire

F.1 Présentation de la méthode 116
F.2 Caractérisation du FR4 118
F.3 Limites de la méthode 119

Les lignes de transmissions sont souvent utilisées afin d'extraire les propriétés électromagnétiques des matériaux. En effet, une ligne de transmission est un réseau à deux ports (quadripôle) qui peut se connecter à un analyseur de réseau vectoriel (ARV) à l'aide de connecteurs SMA (SubMiniature version A). Ceci permet d'extraire les paramètres S pour le mode qui se propage dans la ligne. Ces paramètres sont en relation avec les propriétés électromagnétiques du substrat de la ligne. Toutefois, les mesures effectuées à l'aide d'une seule ligne de transmission sont fortement influencées par les réflexions qui ont lieu au niveau des connecteurs. Afin de s'affranchir de l'effet de ces discontinuités, on recours à l'utilisation de deux lignes de transmission de longueurs différentes. Dans cette annexe, nous explicitons la procédure qui conduit à l'extraction des propriétés électromagnétiques du substrat à partir des mesures de paramètres S effectuées sur deux lignes de transmission. Ensuite, les résultats de la caractérisation d'un substrat FR4 sont détaillés. Enfin, les limites de cette méthode sont étudiés en fonction de la conductivité du matériau à caractériser.

F.1 Présentation de la méthode

Dans cette partie, nous présentons la formulation mathématique permettant de remonter à la permittivité complexe d'un matériau en partant de la mesure des paramètres S. Pour cela nous utilisons deux lignes de transmission sous forme de lignes micro-ruban (microstrip line) de longueurs différentes. La méthode consiste à insérer une plaque du matériau à caractériser (substrat) entre un plan de masse et un ruban étroit, construisant ainsi une ligne de transmission dans laquelle l'onde so propage en mode quasi-TEM (FIGURE F.1). Le substrat possède une permittivité complexe ϵ_S (équation F.1), une tangente de pertes notée $tan\delta$, et une perméabilité égale à celle de l'air : $\mu_S = \mu_0$. Toutefois, puisqu'une partie du flux se propage dans l'air ambiant entourant la ligne, la mesure donne accès à une permittivité effective notée ϵ (équation F.1). Il s'agit de la permittivité d'un milieu homogène équivalent au substrat de la ligne et de l'air qui l'entoure. La permittivité effective s'exprime en fonction de la permittivité du substrat, de la largeur W et de l'épaisseur h de la ligne (équation F.2).

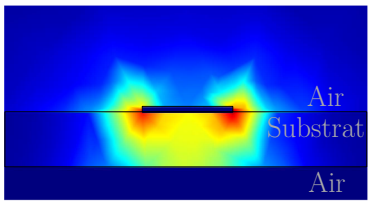
$$\begin{aligned} \epsilon_S =& \epsilon_r \epsilon_0 (1 - \jmath tan\delta) \\ \epsilon =& \epsilon_0 (\epsilon' - \jmath \epsilon'') \end{aligned} \tag{F.1}$$

$$\epsilon' = \frac{\epsilon_r + 1}{2} + \frac{\epsilon_r - 1}{2} \frac{1}{\sqrt{1 + 10\frac{h}{W}}} \tag{F.2}$$

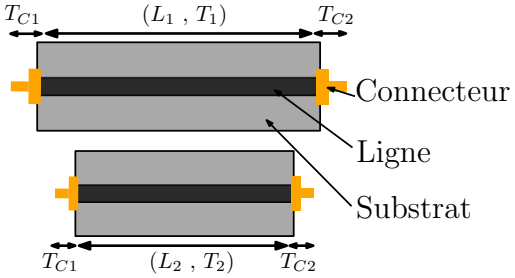
La constante de propagation γ s'écrit :

$$\gamma^2 = -\omega^2 \mu_S \epsilon_0 (\epsilon' - \jmath \epsilon'') \tag{F.3}$$

La mesure de paramètres S des deux lignes (de longueurs L_1 et L_2) permet d'accéder aux matrices de transfert $\underline{\underline{T_{m1}}}$ et $\underline{\underline{T_{m2}}}$ des lignes avec les connecteurs. Ces matrices sont exprimées en fonction des matrices de transfert des lignes sans les connecteurs $\underline{\underline{T_1}}$ et $\underline{\underline{T_2}}$,



a . *Module du champ électrique*



b . *Schéma de deux lignes de transmission*

FIGURE *F.1* – *Lignes de transmission.*

et de celles des connecteurs (supposés identiques) $\underline{\underline{T_{C1}}}$ et $\underline{\underline{T_{C2}}}$:

$$\begin{aligned} \underline{\underline{T_{m1}}} &= \underline{\underline{T_{C1}}}\ \underline{\underline{T_1}}\ \underline{\underline{T_{C2}}} \\ \underline{\underline{T_{m2}}} &= \underline{\underline{T_{C1}}}\ \underline{\underline{T_2}}\ \underline{\underline{T_{C2}}} \end{aligned} \tag{F.4}$$

Ceci donne :

$$\underline{\underline{T_{m1}}} \cdot \underline{\underline{T_{m2}}}^{-1} = \underline{\underline{T_{C1}}}(\underline{\underline{T_1}}\underline{\underline{T_2}}^{-1})\underline{\underline{T_{C1}}}^{-1} \tag{F.5}$$

de la forme : $\underline{\underline{P}}\ \underline{\underline{A}}\ \underline{\underline{P}}^{-1}$. On a donc, si $\underline{\underline{P}}$ est carrée et $\underline{\underline{A}}$ est inversible : $Tr(\underline{\underline{PAP}}^{-1}) = Tr(A)$. On obtient :

$$Tr(\underline{\underline{T_{m1}T_{m2}}}^{-1}) = Tr(\underline{\underline{T_1T_2}}^{-1}) \tag{F.6}$$

Or, la matrice $\underline{\underline{T_i}}$, $i = 1, 2$ pour les lignes de transmission s'écrit :

$$\underline{\underline{T_i}} = \begin{pmatrix} T_{11} & T_{12} \\ T_{21} & T_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cosh \gamma L_i & Z_c \sinh \gamma L_i \\ Z_c^{-1} \sinh \gamma L_i & \cosh \gamma L_i \end{pmatrix} \tag{F.7}$$

où Z_c est l'impédance caractéristique des deux lignes puisqu'elles possèdent la même largeur W, épaisseur h et permittivité électrique. La trace devient :

$$Tr(\underline{\underline{T_{m1}T_{m2}}}^{-1}) = 2\ \cosh \gamma |L_1 - L_2| \tag{F.8}$$

La permittivité effective peut être déduite :

$$\epsilon = -\frac{C^2}{4\pi^2 f^2} \left[\frac{1}{|L_1 - L_2|} \cosh^{-1} \left[\frac{1}{2} Tr(\underline{\underline{T_{m1}T_{m2}}}^{-1}) \right] \right]^2 \tag{F.9}$$

où : f est la fréquence de l'onde se propageant dans la ligne, et C est la célérité de la lumière dans le vide.
Nous pourrons donc extraire, à partir des mesures effectuées sur deux lignes de transmission de longueurs différentes, la permittivité effective de la ligne, et par suite la permittivité complexe du matériau formant le substrat.

F.2 Caractérisation du FR4

Dans un premier temps, afin de vérifier l'applicabilité de la méthode, nous caractérisons une plaque FR4 en utilisant la technique des deux lignes. Le travail est divisé en deux parties, deux lignes de transmission sont premièrement simulées par éléments finis sans connecteurs, puis fabriquées et caractérisées expérimentalement.
Pour les simulations, ainsi que pour les mesures, les lignes possèdent les dimensions suivantes (FIGURE F.2) :

- Longueurs : $L_1 = 120\ mm$ et $L_2 = 74\ mm$.
- Largeur : $W = 4\ mm$.
- Épaisseur : $h = 2,4\ mm$.
- Épaisseur du métal (cuivre) : $th = 80\ \mu m$.

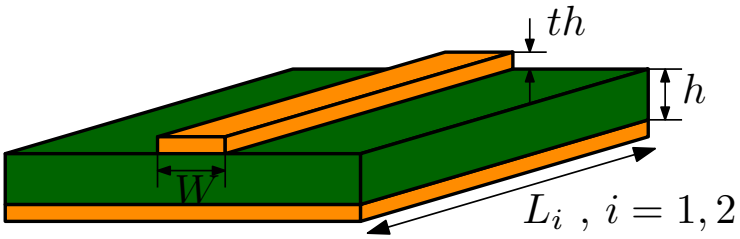


FIGURE F.2 – *Ligne micro-ruban.*

Pour la simulation, la permittivité relative accordée au substrat est de $4,4$ et la tangente des pertes est de $0,02$. Les courbes obtenues par simulations et par mesures sont tracées sur la FIGURE F.3 pour des fréquences allant de $200\ MHz$ à $8,4\ GHz$. Les résultats montrent une très bonne concordance entre simulation et mesures. La méthode est donc validée.

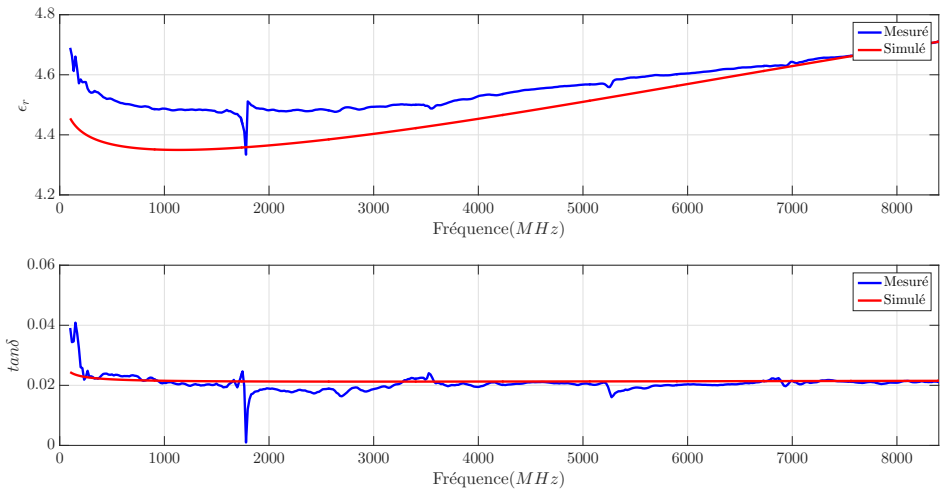


FIGURE F.3 – *Extraction des propriétés du FR4 par simulation et mesures de paramètres S : méthode de deux lignes de transmission.*

F.3 Limites de la méthode

Bien qu'elle soit valide pour la caractérisation de matériaux à faibles pertes tel que du FR4, cette méthode reste limitée, et ne pourrait pas donner accès aux propriétés électriques de matériaux conducteurs. Ceci est vérifié à l'aide d'une série de simulations par éléments finis dans lesquelles la conductivité du substrat est variée entre $0\ S/m$ et $3\ S/m$. Les propriétés électriques obtenues sont représentées sur la FIGURE F.4. Plus la conductivité de substrat augmente, plus les propriétés divergent des valeurs souhaitées. Ceci est dû à l'écriture des matrices de transfert $\underline{\underline{T}}$ qui est issu du modèle des lignes de transmission à faibles pertes. La méthode reste donc non adaptée à la caractérisation des composites à fibres de carbone.

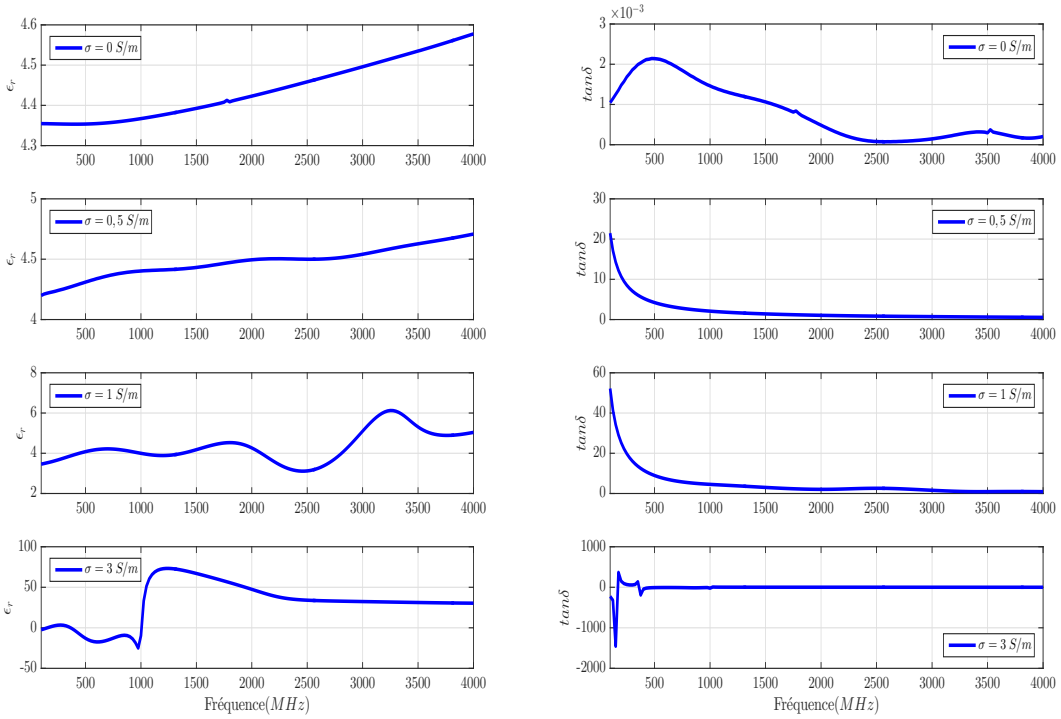


FIGURE F.4 – *Propriétés électriques de matériaux ayant différentes conductivité obtenues à l'aide de la méthode de deux lignes de transmission.*

Bibliographie

[1] F. Newby. *Early Reinforced Concrete*, volume 11 of *Early Reinforced Concrete*. Ashgate, 2001.

[2] N.P. Bansal and J. Lamon. *Ceramic Matrix Composites : Materials, Modeling and Technology*. Wiley, 2014.

[3] T. Renault. Les matériaux composites dans l'automobile. *Mécanique & Industries*, 2(3) :211 – 218, 2001.

[4] J.C. Maxwell. *A Treatise on Electricity and Magnetism*. Number v. 1 in A Treatise on Electricity and Magnetism. Clarendon Press, 1873.

[5] D.M. Pozar. *Microwave Engineering*. Wiley, 2004.

[6] F. Arvani and A. A. Shishegar. A novel model for complex permittivity of glass for propagation modeling in millimeter-wave band. In *2009 Mediterrannean Microwave Symposium (MMS)*. IEEE, nov 2009.

[7] A. Balzano, I. M. De Rosa, F. Sarasini, and M. S. Sarto. Effective properties of carbon fiber composites : EM modeling versus experimental testing. In *2007 IEEE International Symposium on Electromagnetic Compatibility*, pages 1–6, July 2007.

[8] B. A. Newcomb. Processing, structure, and properties of carbon fibers. *Composites Part A : Applied Science and Manufacturing*, 91 :262 – 282, 2016.

[9] B. Salski. The extension of the maxwell garnett mixing rule for dielectric composites with nonuniform orientation of ellipsoidal inclusions. *Progress In Electromagnetics Research Letters*, 30 :173–184, 2012.

[10] I. M. De Rosa, R. Mancinelli, F. Sarasini, M. S. Sarto, and A. Tamburrano. Electromagnetic design and realization of innovative fiber-reinforced broad-band absorbing screens. *IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility*, 51(3) :700–707, Aug 2009.

[11] A. Markov, B. Fiedler, and K. Schulte. Electrical conductivity of carbon black/fibres filled glass-fibre-reinforced thermoplastic composites. *Composites Part A : Applied Science and Manufacturing*, 37(9) :1390 – 1395, 2006.

[12] National Research Council (U.S.). Committee on Thermoplastic Composites as Structural Components and National Research Council (U.S.). National Materials Advisory Board. *The Place for Thermoplastic Composites in Structural Components : Report of the Committee on Thermoplastic Composites as Structural Components*. National Academy Press, 1987.

[13] M.-S. Lin and C. H. Chen. Plane-wave shielding characteristics of anisotropic laminated composites. *IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility*, 35(1) :21–27, Feb 1993.

[14] C. Li, D. Lesselier, and Y. Zhong. Scattering of obliquely incident electromagnetic plane waves by composite panel involving periodic arrays of circular fibers. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, 63(7) :3168–3178, July 2015.

[15] A. S. Herrmann, P. C. Zahlen, and I. Zuardy. Sandwich structures technology in commercial aviation. In O.T. Thomsen, E. Bozhevolnaya, and A. Lyckegaard, editors, *Sandwich Structures 7 : Advancing with Sandwich Structures and Materials*, pages 13–26, Dordrecht, 2005. Springer Netherlands.

[16] T. Kanit, S. Forest, I. Galliet, V. Mounoury, and D. Jeulin. Determination of the size of the representative volume element for random composites : statistical and numerical approach. *International Journal of Solids and Structures*, 40(13) :3647 – 3679, 2003.

[17] A.H. Sihvola and Institution of Electrical Engineers. *Electromagnetic Mixing Formulas and Applications*. Electromagnetics and Radar Series. Institution of Electrical Engineers, 1999.

[18] A. Brovelli and G. Cassiani. A combination of the Hashin-Shtrikman bounds aimed at modelling electrical conductivity and permittivity of variably saturated porous media. *Geophysical Journal International*, 180(1) :225–237, 2010.

[19] Z. Hashin and Shtrikman S. A variational approach to the theory of the effective magnetic permeability of multiphase materials. *Journal of Applied Physics*, 33(10) :3125–3131, October 1962.

[20] Z. Hashin and S. Shtrikman. A variational approach to the theory of the elastic behaviour of multiphase materials. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 11(2) :127 – 140, 1963.

[21] L. Daniel and R. Corcolle. A note on the effective magnetic permeability of polycrystals. *IEEE Transactions on Magnetics*, 43(7) :3153–3158, July 2007.

[22] T. Böhlke and M. Lobos. Representation of hashin–shtrikman bounds of cubic crystal aggregates in terms of texture coefficients with application in materials design. *Acta Materialia*, 67 :324 – 334, 2014.

[23] C. Calvo-Jurado and W. J. Parnell. The influence of two-point statistics on the hashin–shtrikman bounds for three phase composites. *Journal of Computational and Applied Mathematics*, 318 :354 – 365, 2017. Computational and Mathematical Methods in Science and Engineering CMMSE-2015.

[24] J. C. Maxwell Garnett. Xii. colours in metal glasses and in metallic films. *Philosophical Transactions of the Royal Society of London A : Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, 203(359-371) :385–420, 1904.

[25] M. H. Belyamoun. *Modélisation et caractérisation spectrale de métamatériaux*. PhD thesis, Université Pierre et Marie Curie, Ecole doctorale : Sciences mécaniques, acoustique et électronique de Paris, Physique, France, 2010.

[26] D S McLachlan. An equation for the conductivity of binary mixtures with anisotropic grain structures. *Journal of Physics C : Solid State Physics*, 20(7) :865, 1987.

[27] D. S. McLachlan, M. Blaszkiewicz, and R. E. Newnham. Electrical resistivity of composites. *Journal of the American Ceramic Society*, 73(8) :2187–2203, 8 1990.

[28] R. E. Meredith and C. W. Tobias. Resistance to potential flow through a cubical array of spheres. *Journal of Applied Physics*, 31(7) :1270–1273, 1960.

[29] F. Ollendorff. Magnetostatik der Massekerne. *Archiv für Elektrotechnik*, 25(6) :436–447, 1931.

[30] S. Hiruma, Y. Otomo, and H. Igarashi. Eddy current analysis of litz wire using homogenization-based fem in conjunction with integral equation. *IEEE Transactions on Magnetics*, 54(3) :1–4, March 2018.

[31] K. Ramani and A. Vaidyanathan. Finite element analysis of effective thermal conductivity of filled polymeric composites. *Journal of Composite Materials*, 29(13) :1725–1740, 1995.

[32] Bigg D. M. Thermally conductive polymer compositions. *Polymer Composites*, 7(3) :125–140.

[33] T. Zakri, J.-P. Laurent, and M. Vauclin. Theoretical evidence for 'lichtenecker's mixture formulae' based on the effective medium theory. *Journal of Physics D : Applied Physics*, 31(13) :1589, 1998.

[34] C.L. Holloway, M.S. Sarto, and M. Johansson. Analyzing carbon-fiber composite materials with equivalent-layer models. *IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility*, 47(4) :833–844, nov 2005.

[35] M. H. Nisanci, F. de Paulis, and A. Orlandi. Synthesis of composite materials with conductive and/or lossy spherical inclusions. In *2013 International Symposium on Electromagnetic Compatibility*, pages 593–598, Sept 2013.

[36] F. de Paulis, M. Hilmi Nisanci, A. Orlandi, M. Y. Koledintseva, and J. L. Drewniak. Design of homogeneous and composite materials from shielding effectiveness specifications. *IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility*, 56(2) :343–351, apr 2014.

[37] K. Bal and V. Kothari. Permittivity of woven fabrics : A comparison of dielectric formulas for air-fiber mixture. *IEEE Transactions on Dielectrics and Electrical Insulation*, 17(3) :881–889, jun 2010.

[38] A. Sihvola and I. Lindell. Electrostatics of an anisotropic ellipsoid in an anisotropic environment. *AE International Journal of Electronics and Communications*, 50 :289–292, 09 1996.

[39] R. Corcolle, L. Daniel, and F. Bouillault. Generic formalism for homogenization of coupled behavior : Application to magnetoelectroelastic behavior. *Phys. Rev. B*, 78 :214110, Dec 2008.

[40] J.A. Stratton, IEEE Antennas, and Propagation Society. *Electromagnetic Theory*. An IEEE Press classic reissue. Wiley, 2007.

[41] V. Préault, R. Corcolle, L. Daniel, and L. Pichon. Shielding effectiveness of composite materials : Effect of inclusion shape. *IEEE Transactions on Magnetics*, 49(5) :1941–1944, May 2013.

[42] V. Préault, R. Corcolle, L. Daniel, and L. Pichon. Effective permittivity of shielding composite materials for microwave frequencies. *IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility*, 55(6) :1178–1186, Dec 2013.

[43] V. Préault, R. Corcolle, L. Daniel, and L. Pichon. Influence of skin effect on the effective shielding effectiveness of composite materials. *Journal of Applied Physics*, 115(15) :154904, 2014.

[44] M. Ansarizadeh, A. Ozturk, and R. Paknys. Using FEKO for electromagnetic analysis of carbon-fiber composite structures. In *Proceedings of the 27th Annual Review of Progress in Applied Computational Electromagnetics, Williamsburg, Virginia*. ACES, March 27-31, 2011.

[45] J. E. Stanley, D. H. Trout, S. K. Earles, I. N. Kostanic, and P. F. Wahid. Analysis of multi-layer composite cavity using FEKO. *ACES JOURNAL*, 25(1) :69–74, January 2010.

[46] A. Kader, M. Klingler, T. Dubois, G. Duchamp, G. Ruffié, and F. Bonnaudin. Surface equivalent modeling of layered composite material. In *2013 International Symposium on Electromagnetic Compatibility*, pages 573–578, Sept 2013.

[47] V Volski and G Vandenbosch. Full-wave electromagnetic modelling of fabrics and composites. *Composites Science and Technology*, 69(2) :161–168, feb 2009.

[48] M. S. Mirotznik, S. Yarlagadda, R. McCauley, and P. Pa. Broadband electromagnetic modeling of woven fabric composites. *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, 60(1) :158–169, Jan 2012.

[49] M. El Feddi, Z. Ren, A. Razek, and A. Bossavit. Homogenization technique for maxwell equations in periodic structures. *IEEE Transactions on Magnetics*, 33(2) :1382–1385, mar 1997.

[50] L. Jylha and A. H. Sihvola. Numerical modeling of disordered mixture using pseudorandom simulations. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 43(1) :59–64, Jan 2005.

[51] L. Jylhä, J. Honkamo, H. Jantunen, and A. Sihvola. Microstructure-based numerical modeling method for effective permittivity of ceramic/polymer composites. *Journal of Applied Physics*, 97(10) :104104, 2005.

[52] J. Wang, B. Zhou, L. Shi, C. Gao, and B. Chen. Analyzing the electromagnetic performances of composite materials with the FDTD method. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, 61(5) :2646–2654, may 2013.

[53] M. Koledintseva, J. Drewniak, Y. Zhang, J. Lenn, and M. Thoms. Modeling of ferrite-based materials for shielding enclosures. *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*, 321(7) :730–733, apr 2009.

[54] M. Y. Koledintseva, J. L. Drewniak, R. E. DuBroff, K. N. Rozanov, and B. Archambeault. Modeling of shielding composite materials and structures for microwave frequencies. *Progress In Electromagnetics Research B*, 15 :197–215, 2009.

[55] F. D. Senghor. *Identification des propriétés anisotropes des matériaux complexes : application aux matériaux composites stratifiés*. PhD thesis, Université Bretagne Loire, École doctorale : Sciences et technologies de l'information, et mathématiques, Génie Électrique - Électronique, France, March 2017.

[56] F. D. Senghor, G. Wasselynck, H. K. Bui, S. Branchu, D. Trichet, and G. Berthiau. Electrical conductivity tensor modeling of stratified woven-fabric carbon fiber reinforced polymer composite materials. *IEEE Transactions on Magnetics*, 53(6) :1–4, June 2017.

[57] Y. Singh. Electrical resistivity measurements : A review. *International Journal of Modern Physics : Conference Series*, 22 :745–756, 2013.

[58] L. J. van der Pauw. A method of measuring the resistivity and Hall coefficient on lamellae of arbitrary shape. *Philips Research Reports*, 20 :220–224, February 1958.

[59] R. Tumayan. *CEM des batteries haute tension allégées pour véhicule électrique : caractérisation de matériaux et étude du rayonnement électromagnétique*. PhD thesis, Université de Limoges, École doctorale : Sciences et Ingénierie pour l'Information, Mathématiques, Electronique des Hautes Fréquences, Photonique et systèmes, France, January 2016.

[60] N. E. Belhadj-Tahar and A. Fourrier-Lamer. Broad-band analysis of a coaxial discontinuity used for dielectric measurements. *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, 34(3) :346–350, Mar 1986.

[61] A. Gensbittel, A. Banisadr, O. Dubrunfaut, J.-C. Badot, A. Kreisler, and A. Degardin. Caracterisations dielectriques de films minces d'ybacuo semiconducteur en vue de l'optimisation de bolometres pour l'imagerie thz. In *11èmes Journées de Caractérisation Microondes et Matériaux - Brest - 31 mars au 2 avril*, 2010.

[62] M. J. Akhtar, L. E. Feher, and M. Thumm. A waveguide-based two-step approach for measuring complex permittivity tensor of uniaxial composite materials. *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, 54(5) :2011–2022, May 2006.

[63] B. Tomasic, K. Maxwell, J. Wheatcroft, and C. McNeely. CEM-based extraction method for measuring complex permittivity. In *2016 IEEE International Symposium on Antennas and Propagation (APSURSI)*, pages 1983–1984, June 2016.

[64] T. William. *Caractérisation électrique de matériaux en composite pour fuselages d'avions*. PhD thesis, Université de Montréal, Département de génie électrique, école polytechnique de Montréal, Génie électrique, Montréal, Canada, December 2010.

[65] R. Tumayan, X. Bunlon, A. Reineix, G. Andrieu, and C. Guiffaut. A method using an open tem cell to extract the complex permittivity of an unknown material. In *2014 International Symposium on Electromagnetic Compatibility*, pages 1102–1106, Sept 2014.

[66] J. Jin. *The Finite Element Method In Electromagnetics*. John Wiley & Sons, 2002.

[67] J.-P. Berenger. A perfectly matched layer for the absorption of electromagnetic waves. *Journal of Computational Physics*, 114(2) :185 – 200, 1994.

[68] J.P.A. Bastos and N. Sadowski. *Electromagnetic Modeling by Finite Element Methods*. Electrical and Computer Engineering. CRC Press, 2003.

[69] COMSOL AB. *Comsol Multiphysics : RF Module User's Guide*, May 2012.

[70] S.A. Schelkunoff. *Electromagnetic Waves*. Bell Telephone Company series. Van Nostrand, 1943.

[71] A. M. Nicolson and G. F. Ross. Measurement of the intrinsic properties of materials by time-domain techniques. *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, 19(4) :377–382, Nov 1970.

[72] W. B. Weir. Automatic measurement of complex dielectric constant and permeability at microwave frequencies. *Proceedings of the IEEE*, 62(1) :33–36, Jan 1974.

[73] E. J. Rothwell, J. L. Frasch, S. M. Ellison, P. Chahal, and R. O. Ouedraogo. Analysis of the Nicolson-Ross-Weir method for characterizing the electromagnetic properties of engineered materials. *Progress In Electromagnetics Research*, 157 :31–47, 2016.

[74] D. Seetharamdoo. *Étude des métamatériaux à indice de réfraction négatif : paramètres effectifs et applications antennaires potentielles*. PhD thesis, Université de Rennes I, Ecole doctorale : Matisse, Institut d'Electronique et de Télécommunications de Rennes (IETR), Traitement du signal et télécommunications, France, 2006.

[75] Z. Michalewicz. *Genetic Algorithms + Data Structures = Evolution Programs*. 3rd. edition, New York : Springer, 1996.

[76] V. Kelner, F. Capitanescu, O. Léonard, and L. Wehenkel. A hybrid optimization technique coupling an evolutionary and a local search algorithm. *Journal of Computational and Applied Mathematics*, 215(2) :448 – 456, 2008. Proceedings of the Third International Conference on Advanced Computational Methods in Engineering (ACOMEN 2005).

[77] H. Hertz. J. reine angew. math. 92, 156. reprinted in an english translation in hertz's' miscellaneous papers', 1881.

[78] R. Holm. *Electric contacts : theory and application*. Springer Science & Business Media, 2013.

[79] J. R. Wait. The impedance of a wire grid parallel to a dielectric interface. *IRE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, 5(2) :99–102, April 1957.

[80] D. A. Hill and J. R. Wait. Theoretical and numerical studies of wire mesh structures. *Sensor and Simulation Notes*, 1977.

[81] K. F. Casey. Electromagnetic shielding behavior of wire-mesh screens. *IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility*, 30(3) :298–306, Aug 1988.

[82] K. F. Casey. Electromagnetic shielding by advanced composite materials. *Interaction Notes*, 341, 1977.

[83] V. Ramani, C. J. Reddy, and A. Q. Martin. Analysis of a narrow slot backed by a rectangular cavity using feko. In *IEEE/ACES International Conference on Wireless Communications and Applied Computational Electromagnetics, 2005.*, pages 529–532, April 2005.

Table des figures

1.1 Matériau composite observé au microscope optique. 5
1.2 Propagation des champs électrique et magnétique pour une onde plane progressive monochromatique. 7
1.3 Composites tissés : types de tissages 2D. 9
1.4 Exemple de matériau composite stratifié. 10
1.5 Exemple de matériau composite en sandwich. 10
1.6 Modèle multi-échelle d'un composite tissé (a) et stratifié (b). 11
1.7 Distribution de phases dans les sphères composites de Hashin. 14
1.8 Etude comparative des lois d'homogénéisation analytiques. 17
1.9 Schéma représentatif du principe des problèmes d'inclusion. 17
1.10 Inclusion ellipsoïdale pour le calcul des tenseurs dépolarisants. 18
1.11 Plaque composite supposée infiniment longue selon $\vec{y}$, composée de 30 rangées de fibres unidirectionnelles. 20
1.12 Efficacité de blindage d'une plaque composite (FIGURE 1.11) calculée avec le modèle de MAXWELL-GARNETT, la méthode dynamique MHD et par éléments finis FEM ($\phi = 100\mu m$, $f_v = 19.63\%$, $\sigma_f = 1000 S.m^{-1}$, $\sigma_m = 0 S.m^{-1}$, $\epsilon_{rf} = \epsilon_{rm} = 1$ et $\mu_{rf} = \mu_{rm} = 1$). 21
1.13 Efficacité de blindage d'une plaque composite (FIGURE 1.11) calculée avec le modèle de MAXWELL-GARNETT, la méthode dynamique MHD, la MHDE et par éléments finis FEM ($\phi = 100\mu m$, $f_v = 19.63\%$, $\sigma_f = 10^4 S.m^{-1}$, $\sigma_m = 0 S.m^{-1}$, $\epsilon_{rf} = \epsilon_{rm} = 1$ et $\mu_{rf} = \mu_{rm} = 1$). 22

2.1 Plaque soumise à une OPPM normale assimilée à un réseau à deux ports. 31
2.2 Schéma de la méthode d'homogénéisation proposée. 31
2.3 Domaine de calcul pour l'extraction des coefficients de blindage et de réflexion. 32
2.4 Schéma des ondes incidente, réfléchie et transmise à travers une plaque homogène. 33
2.5 Efficacités de blindage d'une plaque homogène d'épaisseur $6\ mm$ ayant une permittivité relative $\epsilon_r = 1$. Les conductivités étudiées sont $\sigma = \{100, 300, 500\}\ S/m$ et les résultats sont obtenus par simulation SE_{sim} et par calcul analytique SE_{th}. 35

2.6 Coefficients de réflexion d'une plaque homogène d'épaisseur $6\ mm$ ayant une permittivité relative $\epsilon_r = 1$. Les conductivités étudiées sont $\sigma = \{100, 300, 500\}\ S/m$ et les résultats sont obtenus par simulation R_{sim} et par calcul analytique R_{th}. 36

2.7 Variation de module du champ électrique normalisé $|E/E_0|$ dans l'épaisseur de la plaque homogène ($\epsilon_r = 1$) pour différentes conductivités ($\sigma = \{100, 300, 500\}$) et fréquences de l'onde incidente ($f = \{2GHz, 20GHz\}$) . 36

2.8 Organigramme de l'algorithme d'optimisation. 39

2.9 Plaque composite à fibres unidirectionnelles dans un repère orthonormal $(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \mathbf{z})$. 40

2.10 Efficacité de blindage d'une plaque à fibres conductrices de diamètre $\phi = 100\,\mu m$ ($\epsilon_{rf} = 1$, $\sigma_f = \{4000, 10000\}\ S/m$), occupant $f_v = 19,63\%$ du volume total. La matrice a pour propriétés : ($\epsilon_{rm} = \{1, 5\}$, $\sigma_m = 0\,S/m$), l'onde incidente est polarisée perpendiculairement aux fibres (selon $\boldsymbol{x}$ de la FIGURE 2.9). 41

2.11 Efficacité de blindage d'une plaque à fibres conductrices de diamètre $\phi = 100\,\mu m$ ($\epsilon_{rf} = 1$, $\sigma_f = \{4000, 10000\}\ S/m$), occupant $f_v = 19,63\%$ du volume total. La matrice a pour propriétés : ($\epsilon_{rm} = 1$, $\sigma_m = 0\,S/m$), l'onde incidente est polarisée parallèlement aux fibres (selon $\boldsymbol{y}$ de la FIGURE 2.9). 41

2.12 Conductivité effective ($gauche$) et efficacité de blindage ($droite$) d'une plaque à fibres conductrices de diamètre $\phi = 100\,\mu m$ ($\epsilon_{rf} = 1$, $\sigma_f = 10^3\ S/m$), occupant $f_v = 19,63\%$ du volume total. La matrice a pour propriétés : ($\epsilon_{rm} = 1$, $\sigma_m = 0\,S/m$), l'onde incidente est polarisée selon l'axe $\boldsymbol{x}$ de la FIGURE 2.9). 43

2.13 Coefficient de réflexion obtenu par minimisation du SE_{dB} et par éléments finis pour une plaque à fibres conductrices de diamètre $\phi = 100\,\mu m$ ($\epsilon_{rf} = 1$, $\sigma_f = 10^3\ S/m$), occupant $f_v = 19,63\%$ du volume total. La matrice a pour propriétés : ($\epsilon_{rm} = 1$, $\sigma_m = 0\,S/m$), l'onde incidente est polarisée selon l'axe $\boldsymbol{x}$ de la FIGURE 2.9). 43

2.14 Conductivité effective σ_{eff}, coefficient de réflexion R_{dB} et de blindage SE_{dB} obtenus par minimisation de R_{dB} et par éléments finis pour une plaque à fibres conductrices de diamètre $\phi = 100\,\mu m$ ($\epsilon_{rf} = 1$, $\sigma_f = 10^3\ S/m$), occupant $f_v = 19,63\%$ du volume total. La matrice a pour propriétés : ($\epsilon_{rm} = 1$, $\sigma_m = 0\,S/m$), l'onde incidente est polarisée selon l'axe $\boldsymbol{x}$ de la FIGURE 2.9). 44

2.15 (a) Permittivité relative effective ϵ_{eff} et (b) conductivité effective σ_{eff} pour une plaque à fibres conductrices de diamètre $\phi = 100\,\mu m$ ($\epsilon_{rf} = 1$, $\sigma_f = 10^3\ S/m$), occupant $f_v = 19,63\%$ du volume total. La matrice a pour propriétés : ($\epsilon_{rm} = 1$, $\sigma_m = 0\,S/m$), l'onde incidente est polarisée selon l'axe $\boldsymbol{x}$ de la FIGURE 2.9). 45

2.16 (a) Efficacité de blindage SE_{dB} et (b) coefficient de réflexion R_{dB} pour une plaque à fibres conductrices de diamètre $\phi = 100\,\mu m$ ($\epsilon_{rf} = 1$, $\sigma_f = 10^3\ S/m$), occupant $f_v = 19,63\%$ du volume total. La matrice a pour propriétés : ($\epsilon_{rm} = 1$, $\sigma_m = 0\,S/m$), l'onde incidente est polarisée selon l'axe $\boldsymbol{x}$ de la FIGURE 2.9). 46

2.17 (a) Propriétés effectives (ϵ_{eff},σ_{eff}) et (b) coefficients (SE_{dB} et R_{dB}) pour une plaque à fibres conductrices de diamètre $\phi = 100\,\mu m$ ($\epsilon_{rf} = 1$, $\sigma_f = 10^4\ S/m$), occupant $f_v = 19,63\%$ du volume total. La matrice a pour propriétés : ($\epsilon_{rm} = 5$, $\sigma_m = 0\,S/m$), l'onde incidente est polarisée selon l'axe $\boldsymbol{x}$ de la FIGURE 2.9). 48

2.18 (a) Propriétés effectives (ϵ_{eff},σ_{eff}) et (b) coefficients (SE_{dB} et R_{dB}) pour une plaque à fibres conductrices de diamètre $\phi = 100\,\mu m$ ($\epsilon_{rf} = 1$, $\sigma_f = 10^3\ S/m$), occupant $f_v = 19,63\%$ du volume total. La matrice a pour propriétés : ($\epsilon_{rm} = 1$, $\sigma_m = 0\,S/m$), l'onde incidente est polarisée selon l'axe $\boldsymbol{y}$ de la FIGURE 2.9). 49

2.19 Polarisations perpendiculaire et parallèle d'une onde plane obliquement incidente sur une surface. 50

2.20 Ondes incidente, réfléchie et transmise à travers une plaque homogène : cas d'une incidence oblique à polarisation perpendiculaire. 50

2.21 (a) SE_{dB} et (b) R_{dB} par calcul analytique (ligne) et par éléments finis ($\times$) pour une plaque homogène ($\epsilon_r = 1$,$\sigma = \{300, 400\}\,S/m$,$l = 6\,mm$) en fonction de l'angle d'incidence. 52

2.22 (a) Propriétés effectives (ϵ_{eff},σ_{eff}) et (b) coefficients (SE_{dB} et R_{dB}) pour une incidence oblique sur une plaque à fibres conductrices de diamètre $\phi = 100\,\mu m$ ($\epsilon_{rf} = 1$, $\sigma_f = 10^3\ S/m$), occupant $f_v = 19,63\%$ du volume total. La matrice a pour propriétés : ($\epsilon_{rm} = 1$, $\sigma_m = 0\,S/m$). 54

3.1 Plaque composite à fibres tissées soumise à une onde plane. 56

3.2 Domaines de calcul pour le composite tissé choisis en fonction des conditions aux limites : (a) conditions périodiques et (b) conditions de NEUMANN. 57

3.3 Efficacité de blindage d'un composite tissé ($\epsilon_{rf} = 1$, $\sigma_f = 300\ S/m$, $\epsilon_{rm} = 5$, $\sigma_m = 0\ S/m$ et $f_v = 17,5\%$) : étude comparative de deux conditions aux limites. 58

3.4 Efficacité de blindage d'un composite tissé pour différentes conductivités des fibres. 59

3.5 Schéma représentant la modélisation du contact entre les fibres d'un composite tissé. 59

3.6 Efficacité de blindage d'un composite tissé : effet du contact entre les fibres pour la plaque dimensionnée dans le paragraphe 3.2.2 avec les propriétés électriques ($\epsilon_{rf} = 1, \sigma_f = 10^3\,S/m$) et ($\epsilon_{rm} = 5, \sigma_m = 0\,S/m$). 60

3.7 Deux cellules périodiques provenant d'un composite tissé (gauche) et d'un composite à deux couches de fibres unidirectionnelles (droite). 61

3.8 Comparaison de la variation de l'efficacité de blindage pour un composite tissé avec celle d'un composite à deux couches de fibres unidirectionnelles ($\epsilon_{rf} = 5$, $\sigma_f = 1000\ S/m$, $\epsilon_{rm} = 5$, $\sigma_m = 0\ S/m$ et $f_v = 16,9\%$). 63
3.9 Schéma de la structure utilisée pour le calcul des matrices S d'un monocouche à fibres unidirectionnelles : Fibres parallèles au champ incident (gauche) et fibres perpendiculaires au champ incident (droite). 63
3.10 Efficacité de blindage pour deux composites soumis à une onde polarisée parallèlement (gauche) et perpendiculairement (droite) aux fibres unidirectionnelles ($\epsilon_{rf} = 5$, $\sigma_f = 1000\ S/m$, $\epsilon_{rm} = 5$, $\sigma_m = 0\ S/m$ et $f_v = 16,9\%$). 64
3.11 Schéma représentant la mise en cascade de deux plaques composites. . . 65
3.12 Comparaison de l'efficacité de blindage obtenue pour trois méthodes de modélisation : tissé 3D, stratifié 3D et stratifié modélisé en 2D par la technique des matrices cascades ($\epsilon_{rf} = 5$, $\sigma_f = 1000\ S/m$, $\epsilon_{rm} = 5$, $\sigma_m = 0\ S/m$ et $f_v = 16,9\%$). 66
3.13 Réseau de fibres sous forme de cage. 66
3.14 Efficacité de blindage en fonction de la fréquence calculée par éléments finis et à l'aide du circuit RL équivalent, pour une plaque composite d'épaisseur $l = 3\,mm$ (gauche) et $l = 1\,mm$ (droite) ($\epsilon_{rf} = 5$, $\sigma_f = 1000\ S/m$, $\epsilon_{rm} = 5$, $\sigma_m = 0\ S/m$ et $f_v = 16,9\%$). 67
3.15 Schéma représentant la démarche d'homogénéisation d'un matériau composite formé de deux plis. 68
3.16 (a) Propriétés effectives obtenues par homogénéisation et (b) efficacité de blindage résultante de l'homogénéisation et du calcul par éléments finis pour la plaque stratifiée de la FIGURE 3.7 dimensionnée selon le tableau 3.1 ($\epsilon_{rf} = 5$, $\sigma_f = 1000\ S/m$, $\epsilon_{rm} = 5$, $\sigma_m = 0\ S/m$ et $f_v = 16,9\%$). 70
3.17 Efficacité de blindage obtenue analytiquement (par MHD et borne de WIENER) et numériquement, pour deux plis de fibres unidirectionnelles soumises à des ondes polarisées respectivement perpendiculairement (gauche) et parallèlement (droite) aux fibres ($\epsilon_{rf} = 5$, $\sigma_f = 1000\ S/m$, $\epsilon_{rm} = 5$, $\sigma_m = 0\ S/m$ et $f_v = 16,9\%$). 71
3.18 Évolution de l'efficacité de blindage en fonction du nombre de fibres empilées dans un pli : cas de fibres perpendiculaires (gauche) et parallèles (droite) à l'onde incidente ($\epsilon_{rf} = 5$, $\sigma_f = 1000\ S/m$, $\epsilon_{rm} = 5$, $\sigma_m = 0\ S/m$ et $f_v = 16,9\%$). 71
3.19 Efficacité de blindage d'un composite tissé, à deux plis et à fibres unidirectionnelles parallèles au champ électrique (dimensions selon le tableau 3.1 $\epsilon_{rf} = 5$, $\sigma_f = 1000\ S/m$, $\epsilon_{rm} = 5$, $\sigma_m = 0\ S/m$ et $f_v = 16,9\%$). 72
3.20 Modèle de fibres unidirectionnelles utilisé pour des études paramétriques. 72
3.21 Etude de l'effet du rayon des fibres $R_f\ [mm]$ et de la distance qui les sépare $2 \cdot d\ [mm]$ sur l'efficacité de blindage du composite ; pour $D = 0.2\ mm$, $\sigma_f = 10^3\ S/m$ et $\epsilon_{rf} = \epsilon_{rm} = 5$. 73

3.22 Etude de l'effet de la conductivité des fibres σ_f $[S/m]$ sur l'efficacité de blindage du composite ; pour $D = 0.2\ mm$, $R_f = 0.2\ mm$, $d = 0.2\ mm$ et $\epsilon_{rf} = \epsilon_{rm} = 5$. 73
3.23 Etude de l'effet de la permittivité $\epsilon_{rf} = \epsilon_{rm}$ et de l'épaisseur de la plaque D $[mm]$ sur l'efficacité de blindage du composite ; pour $d = 0.2\ mm$, $R_f = 0.2\ mm$, et $\sigma_f = 10^3\ S/m$. 74
3.24 (a) Propriétés effectives (ϵ_{eff},σ_{eff}) et (b) coefficients (SE_{dB} et R_{dB}) pour la plaque composite de la FIGURE 3.1 dimensionnée selon le tableau 3.1 ($\epsilon_{rf} = 5$, $\sigma_f = 1000\ S/m$, $\epsilon_{rm} = 5$, $\sigma_m = 0\ S/m$ et $f_v = 16,9\%$). 75

4.1 Boîtier modélisé pour l'estimation de l'efficacité de blindage par éléments finis. 78
4.2 Boîtier modélisé pour l'estimation de l'efficacité de blindage par éléments finis. 79
4.3 Modélisation de la boîte de radiation à $200\ MHz$. 80
4.4 Efficacité de blindage d'un boîtier métallique en fonction de la fréquence. 82
4.5 Module de la partie réelle du champ électrique pour un boîtier en aluminium à $200\ MHz$. 82
4.6 Schéma de la technique d'homogénéisation en basses fréquences. 84
4.7 Propriétés effectives obtenues par homogénéisation analytique (jusqu'à $1\ GHz$). 84
4.8 Efficacité de blindage SE obtenue par homogénéisation analytique et par éléments finis. 85
4.9 (a) Propriétés effectives (ϵ_{eff},σ_{eff}) et (b) coefficients (SE_{dB} et R_{dB}) pour la plaque composite dimensionnée selon le tableau 4.2 entre 1 et $10\ GHz$. . . 86
4.10 Efficacité de blindage SE d'un boîtier métallique avec un capot en composite. 87

A.1 Structure composite utilisée pour la détermination de la conductivité effective : plaque à fibres unidirectionnelles. 94

B.1 Ondes incidente, réfléchie et transmise à travers une plaque homogène : cas d'une incidence oblique à polarisation perpendiculaire. 98

C.1 Matériau composite maillé à $2\ GHz$: conditions de périodicité. 104
C.2 Matériau composite maillé à $2\ GHz$: conditions de Neumann. 105
C.3 Matériau composite maillé à $2\ GHz$: conditions de Neumann pour un domaine réduit. 105

D.1 Réseau à deux ports. 108

E.1 Échantillon du matériau composite observé au microscope optique. 112
E.2 Schéma représentant le câblage pour la méthode de mesure à quatre pointes. 113
E.3 Échantillon du matériau composite à caractériser. 113

F.1 Lignes de transmission. 117
F.2 Ligne micro-ruban. 118

F.3 Extraction des propriétés du FR4 par simulation et mesures de paramètres S : méthode de deux lignes de transmission. 118
F.4 Propriétés électriques de matériaux ayant différentes conductivité obtenues à l'aide de la méthode de deux lignes de transmission. 119

Liste des tableaux

1.1 Propriétés électriques des fibres constituant les matériaux composites utilisés dans l'automobile. 8
1.2 Propriétés électriques de quelques matériaux constituant les matrices pour les composites utilisés dans l'automobile. 8
1.3 Méthodes expérimentales pour la caractérisation des matériaux. 27

2.1 Propriétés EM des constituants de la plaque composite à fibres cylindriques à étudier. 42
2.2 Exemple de valeurs des propriétés EM des constituants d'une plaque composite à fibres fortement conductrices. 47

3.1 Dimensions et propriétés électriques d'une plaque composite tissée et de son homologue constituée de deux couches à fibres unidirectionnelles. . . 62

4.1 Propriétés électromagnétiques de l'aluminium. 81
4.2 Dimensions et propriétés électriques du matériau composite utilisé pour le blindage. 83
4.3 Distribution du module du champ électrique à l'intérieur du boîtier (plan xz de la FIGURE 4.2) à capot en composite pour différentes fréquences. . . 87

université PARIS-SACLAY
ÉCOLE DOCTORALE
Physique et ingénierie : électrons, photons, sciences du vivant (EOBE)

Titre : Modélisation électromagnétique et homogénéisation de composites tissés pour applications en compatibilité électromagnétique.

Mots clés : Mécatronique automobile, Matériaux composites, Propriétés électromagnétiques, Homogénéisation, Compatibilité électromagnétique, Boîtier de blindage.

Résumé : Les matériaux composites sont largement utilisés dans l'industrie automobile comme pièces de structure. Alliant légèreté et bonnes propriétés mécaniques, ils ont remplacé les métaux classiquement adoptés dans la fabrication de moyens de transport. Toutefois, l'emploi des matériaux composites doit tenir compte du comportement électromagnétique de ces pièces. En effet, les composites à fibres conductrices, généralement moins conducteurs que les métaux, engendrent une interaction avec les ondes électromagnétiques, différente de celle introduite par les alliages. Il s'avère donc important de développer des outils de modélisation permettant de mieux appréhender le comportement électromagnétique de matériaux composites, et d'éclairer les changements qu'apportent ces matériaux sur la distribution des champs, provenant d'une multitude de sources externes, au voisinage des systèmes mécatroniques. Par ailleurs, l'étude du comportement électromagnétique de matériaux composites permet de tirer parti de leurs propriétés mécaniques attractives afin d'alléger les boîtiers de blindage en gardant un niveau d'atténuation conforme aux normes de l'industrie. Cependant, la modélisation numérique de structures composites de grande taille, telles que les boîtiers de blindage, bien que classiquement adoptée pour les structures métalliques, est rendue compliquée par le fait que les composites présentent des hétérogénéités à l'échelle microscopique, et que les mécanismes de blindage de ces matériaux diffèrent de ceux des conducteurs homogènes. Le calcul numérique s'avère envisageable une fois le composite remplacé par un matériau homogène ayant une réponse identique face à une sollicitation électromagnétique. Ainsi, au travers de ce travail de thèse, nous proposons une technique d'homogénéisation permettant d'estimer les propriétés électriques équivalentes que nous appliquons aux composites à fibres conductrices unidirectionnelles et tissées. Les résultats obtenus sont utilisés pour la simulation numérique d'un boîtier de blindage.

Title : Electromagnetic modeling and homogenization of woven composite materials for electromagnetic compatibility applications.

Keywords : Automotive mechatronics, Composite materials, Electromagnetic properties, Homogenization, Electromagnetic compatibility, Shielding enclosure.

Abstract : Composite materials are widely used in the automotive industry as structural components. By combining lightness and robust mechanical properties, they are increasigly replacing the conventionnally used metallic alloys, for the manufacturing of vehicle parts. However, the use of composite materials is not without consequences on the electromagnetic behavior of these parts. Since carbon fiber reinforced composites are generally worse conductors of electricity than metals, they interact differently with the electromagnetic waves which surround them. It is therefore important to develop modeling tools to better understand the electromagnetic behavior of composite materials. This is to explain the changes that these materials bring to the distribution of waves, generated by a multitude of external sources, in the vicinity of mechatronic systems. On the other hand, the study of the electromagnetic behavior of composite materials makes it possible to determine the possibility of taking advantage of their attractive mechanical properties in order to further reduce the weight of electromagnetic shielding enclosures while maintaining a level of attenuation in accordance with the standards of the industry. However, numerical modeling of large composite structures, such as shielding enclosures, although conventionally adopted for metal structures, is hindered by the fact that composites exhibit heterogeneities at the microscopic scale. The numerical calculation becomes possible once the composite is replaced by a homogeneous material that exhibits an identical response to an identical electromagnetic solicitation. In this work, we present a homogenization technique, based on finite element simulation and an optimisation method, that computes an estimate of the equivalent electrical properties of unidirectional and woven fiber reinforced composites. The results are then used to simulate the shielding effectiveness of an enclosure constructed by combining composite materials and metallic alloys.

Université Paris-Saclay
Espace Technologique / Immeuble Discovery
Route de l'Orme aux Merisiers RD 128 / 91190 Saint-Aubin, France