



**HAL**  
open science

# Impact du vrillage sur les forces électromagnétiques dans l'entrefer : Applications aux machines asynchrones

Ghislain, Noël, Henri Despret

► **To cite this version:**

Ghislain, Noël, Henri Despret. Impact du vrillage sur les forces électromagnétiques dans l'entrefer : Applications aux machines asynchrones. Autre. Ecole Centrale de Lille, 2018. Français. NNT : 2018ECLI0003 . tel-02052606

**HAL Id: tel-02052606**

**<https://theses.hal.science/tel-02052606>**

Submitted on 28 Feb 2019

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

N° d'ordre : 353

CENTRALE LILLE

## THESE

Présentée en vue  
d'obtenir le grade de

## DOCTEUR

En

Spécialité : Génie Electrique

Par

Ghislain DESPRET

DOCTORAT DELIVRE PAR CENTRALE LILLE

Titre de la thèse :

# Impact du vrillage sur les forces électromagnétiques dans l'entrefer : Application aux machines asynchrones

Soutenue le 18/04/2018 devant le jury d'examen :

<b>Président</b>	<i>Nouredine TAKORABET, Professeur, Université de Lorraine (Green)</i>
<b>Rapporteur</b>	<i>Guillaume KREBS, Maitre de Conférences- HDR, Université Paris Sud (GeePs)</i>
<b>Rapporteur</b>	<i>Hubert RAZIK, Professeur, Université Claude Bernard-Lyon1 (Ampère)</i>
<b>Invité</b>	<i>Mathias FAKAM TCHAKOUE, Ingénieur-Docteur, ALSTOM Transport Ornans</i>
<b>Membre</b>	<i>Aurélie FASQUELLE, Ingénieur-Docteur, Jeumont Electric</i>
<b>Directeur de thèse</b>	<i>Michel HECQUET, Professeur, Ecole Centrale de Lille (L2EP)</i>
<b>Co-directeur de thèse</b>	<i>Vincent LANFRANCHI, Professeur, Université de Technologie de Compiègne (Roberval)</i>

Thèse préparée dans le Laboratoire d'Electrotechnique et d'électronique de puissance de Lille (L2EP)  
Ecole Doctorale SPI 072 (Lille I, Lille III, Artois, ULCO, UVHC, Centrale Lille)

# Remerciements

---

Les recherches présentées dans ce mémoire ont été effectuées dans le Laboratoire d'Électrotechnique et d'Électronique de puissance de Lille (L2EP) au sein de l'École Centrale de Lille. Elles ont été menées en collaboration avec le Laboratoire d'Électromécanique de Compiègne (LEC) et ont été financées par Alstom Transport Ornans et le pôle régional MEDEE (Maîtrise Énergétique des Entraînements Électriques). Je tiens donc à remercier l'ensemble du personnel qui permet de faire vivre ces institutions.

Je tiens à remercier en premier lieu mon directeur de thèse, le professeur Michel HECQUET, qui m'a encadré durant mon doctorat. Merci de m'avoir transmis une partie de vos connaissances sur la conception des machines électriques, merci pour votre suivi régulier et sans faille, et merci de m'avoir soutenu durant ces années. Si ces années d'études se sont très bien déroulées, c'est en grande partie grâce à vous.

Je remercie le professeur Vincent LANFRANCHI d'avoir porté ce projet en tant que co-directeur de thèse. Nos échanges ont toujours été très intéressants et constructifs.

J'adresse tous mes remerciements à Guillaume KREBS et à Hubert RAZIK, pour l'intérêt qu'ils ont porté à mes travaux en tant que rapporteur.

Je présente mes sincères remerciements à Nouredine TAKORABET, pour l'honneur qu'il m'a fait en acceptant d'être président du jury, et à Aurélie FASQUELLE pour sa précieuse participation au jury.

Je tiens également à remercier Mathias FAKAM TCHAKOUE, Ingénieur-Docteur chez Alstom, pour avoir suivi et porté un regard industriel à mes travaux.

Je remercie enfin l'ensemble du personnel du L2EP pour leur sympathie, notamment ceux que j'ai pu côtoyer durant ces années à l'École Centrale de Lille. Je remercie également le personnel administratif et technique qui nous facilite le quotidien. Je me permets un clin d'œil à Bilquis MOHAMODHOSEN, Jean Sylvio NGOUA TEU MAGAMBO et Reda BAKRI qui ont commencé leur thèse au même moment à l'école et avec qui j'ai partagé les aléas du doctorat. Je tiens également à remercier Emile DEVILLERS et Patricio LA DELFA, mes collègues de bureau, avec qui j'ai eu de nombreux échanges (scientifiques bien sûr).

# Table des matières

---

Remerciements .....	ii
Table des matières .....	iii
Table des figures.....	vi
Liste des tableaux.....	xii
Introduction.....	1
Contexte général .....	1
Objectifs.....	2
Chapitre I    Etat de l'art .....	3
I. Les forces d'origine magnétique et leurs impacts.....	4
1. Les forces d'origine magnétique .....	4
a) Calcul des forces (3D).....	5
b) Calcul des FFT (3D) .....	8
2. Lien entre le couple et les forces magnétiques.....	11
3. Lien entre les forces magnétiques et le bruit.....	12
a) Modélisation vibratoire .....	13
b) Modèle acoustique .....	19
4. Eléments impactant les forces magnétiques .....	24
II. Le vrillage .....	26
1. Modélisation électromagnétique du vrillage .....	26
a) La méthode des éléments finis (MEF) 3D .....	28
b) MEF 2D multi-couches .....	29
c) Facteur de vrillage associé à une modélisation 2D.....	30
2. Impact du vrillage .....	31
a) Grandeurs électriques.....	32
b) Couple .....	33
c) Bruit et vibration .....	34
d) Forces axiales .....	36
e) Courants inter-barres.....	38
f) Pertes .....	40
III. Conclusion & orientation des travaux .....	42
Chapitre II    Méthodologies développées en vue d'intégrer le vrillage.....	44
I. Modèles électromagnétiques analytiques .....	45
1. Modèle purement analytique.....	46

a) Perméance d'entrefer .....	47
b) Force magnétomotrice stator .....	51
c) Force magnétomotrice rotor .....	54
d) Induction .....	60
e) Force radiale magnétique .....	62
2. Modèle « générique » pour évaluer la force magnétomotrice.....	65
3. Prise en compte du vrillage .....	67
II. Modèles EF 2D et 3D .....	67
1. EF 3D .....	68
2. EF 2D multi-couches sans couplage électrique .....	74
3. Facteur de vrillage .....	76
III. Conclusion.....	78
Chapitre III Applications des modèles et validations expérimentales.....	79
I. Dispositifs et appareils de mesures utilisés.....	81
1. Machines asynchrones .....	81
2. Alimentation électrique.....	82
3. Mesure du couple .....	82
4. Mesures vibratoires.....	83
a) Analyse modale expérimentale (EMA) .....	84
b) Analyse modale opérationnelle (OMA) .....	89
c) Analyse en déformées opérationnelles (ODS).....	90
5. Mesures acoustiques .....	90
II. Résultats expérimentaux et résultats de simulations .....	91
1. Impact du vrillage sur la force magnétique, les vibrations et le bruit.....	91
a) Mesures et comparaisons entre rotor droit et vrillé .....	91
b) Analyse détaillée des spectrogrammes .....	96
c) Validations sur d'autres cas .....	99
2. Lien entre la force magnétique et couple .....	103
a) Machine Zs48Zr40 (vrillé) .....	103
b) Machine Zs36Zr42 (droit).....	105
c) Machines Zs48Zr30 (droit et vrillé).....	107
III. Conclusion.....	110
Conclusion générale & Perspectives .....	111
Conclusion générale .....	111
Perspectives.....	114
Annexe A Tenseur des contraintes de Maxwell .....	115

Annexe B	Coefficient de la perméance d'entrefer .....	117
Annexe C	Force magnétomotrice stator .....	118
Annexe D	Interface graphique sous Matlab .....	125
Bibliographie	.....	126

# Table des figures

---

Figure I-1 : Coordonnées cylindriques.....	5
Figure I-2 : Représentation de la pression dans l'entrefer à $t=t_0$ .....	6
Figure I-3 : Pression radiale avec $z$ et $\theta$ fixés.....	7
Figure I-4 : Pression radiale avec $z$ et $t$ fixés .....	7
Figure I-5 : Pression radiale avec $\theta$ et $t$ fixés .....	7
Figure I-6 : Pression radiale à $\theta$ fixé .....	7
Figure I-7 : Pression radiale à $z$ fixé .....	7
Figure I-8 : Pression radiale à $t$ fixé .....	7
Figure I-9 : Ordres spatiaux de la pression radiale $P_r$ : ordre circonférentiel $r_\theta$ et ordre axial $r_z$ .....	9
Figure I-10 : Ordres spatiaux de la pression tangentielle $P_\theta$ : ordre circonférentiel $r_\theta$ et ordre axial $r_z$ .....	10
Figure I-11 : Représentation de la FFT 3D .....	10
Figure I-12 : Représentation de la FFT 3D effectuée sur une expression simple de la composante radiale de la pression .....	11
Figure I-13 : Représentation de la FFT 3D effectué sur une expression simple de la composante angulaire de la pression .....	12
Figure I-14 : Vue éclatée d'une MAS à cage d'écureuil LeroySomer [25].....	14
Figure I-15 : Modes propres d'un tube .....	15
Figure I-16 : Réponse du tube et force d'excitation.....	18
Figure I-17 : Vibration.....	18
Figure I-18 : Lignes isosoniques normales selon la norme ISO 226:2003 SPL = $L_p$ signifie Sound pressure level (Niveau de pression acoustique P) .....	21
Figure I-19 : Courbes de pondération .....	22
Figure I-20 : Valeur du facteur de rayonnement modal d'un cylindre en fonction de la fréquence et de l'ordre du mode de vibration [29] .....	23
Figure I-21: Représentation des excentricités statique et dynamique et inclinaison du rotor [34] .....	25
Figure I-22 : Schéma d'un rotor à aimant non-vrillé (à gauche) et d'un rotor avec un vrillage linéaire (à droite) [35] .....	26
Figure I-23 : Schéma de différent type de vrillage d'une machine asynchrone à cage d'écureuil [36] .....	26
Figure I-24 : Model 2D/3D-invariant prenant en compte le vrillage [39] .....	28
Figure I-25 : Modélisation d'un rotor d'une machine asynchrone à cage d'écureuil vrillé par M.E.F. 3D (à gauche) et par M.E.F. 2D (à droite) [40] .....	29
Figure I-26 : Schéma représentant une discrétisation uniforme et une discrétisation Gaussienne pour un modèle à 5 couches [43] .....	29
Figure I-27 : Schéma équivalent monophasé d'une machine asynchrone non-vrillée [45] ....	30
Figure I-28 : Schéma équivalent monophasé d'une machine asynchrone vrillée [45] .....	30

Figure I-29 : Implémentation de la méthode [48].....	31
Figure I-30 : Machine asynchrone avec trois rotors : un droit, un vrillé de 5° et un vrillé de 10° [45] .....	32
Figure I-31 : Mesures en régime permanent de la tension, des courants et de la puissance instantanée d'une machine asynchrone à cage d'écureuil pour différents vrillages de rotor[45].....	32
Figure I-32 : Comparaison du couple électromagnétique d'une machine asynchrone à cage d'écureuil avec un rotor droit et un rotor vrillé (1.5 pas stator) calculé par MEF 3D [50] .....	33
Figure I-33 : Comparaison du couple électromagnétique d'une machine synchrone à réluctance variable pour différents angles de vrillage calculé par MEF 3D [48] .....	33
Figure I-34 : Comparaison du couple électromagnétique d'une machine asynchrone à cage d'écureuil avec un rotor droit et un rotor vrillé en V (1.5 pas stator) calculé par MEF 3D [51] .....	34
Figure I-35 : Machine synchrone à aimant [52] .....	34
Figure I-36 : Harmonique de couple correspondant à la machine synchrone représentée sur la Figure I-35 [52] .....	34
Figure I-37 : Mesure de vibration d'une machine à réluctance variable pour différents angles de vrillage [53].....	35
Figure I-38: Mesure de bruit d'une machine à réluctance variable pour différents angles de vrillage [53].....	35
Figure I-39 : Influence de l'angle de vrillage sur le bruit global et sur les harmoniques dû à la denture pour différentes machines asynchrones [54].....	35
Figure I-40 : Bruit obtenu par simulation 3D pour un point de fonctionnement émit par des machines asynchrones possédant des formes de vrillages différents en lien avec la Figure I-23 [36] .....	36
Figure I-41 : l'impact du vrillage sur la moyenne de la force axiale obtenue par MEF 3D comparée à un modèle analytique (Equation I-43) [50].....	37
Figure I-42 : Schéma des deux rotors de machines asynchrones proposés [57] .....	37
Figure I-43 : Vibration axiale durant une phase d'accélération correspondant au moteur de la Figure I-42 [57] .....	38
Figure I-44: Schéma représentant les courants inter-barres circulant dans les tôles d'un rotor de machine asynchrone à rotor vrillé .....	39
Figure I-45 : Schéma illustrant la création des courants inter-barres [59] .....	39
Figure I-46 : Schéma de rotors d'une machine asynchrone avec des encoches asymétriques [62] .....	40
Figure I-47 : Origine des flux de fuite d'inclinaison [63] .....	41
Figure II-1 : Profil d'encoches rectangulaires .....	48
Figure II-2 : Rotor d'une machine asynchrone à cage d'écureuil [70]. (a) Rotor classique. (b) Rotor avec un écrantage. (c) Zoom sur l'écrantage .....	49
Figure II-3 : Allure de la perméance d'entrefer en fonction du temps et de la position dans l'entrefer. A gauche, on visualise la perméance en fonction du temps à un point fixe dans	

l'entrefer. En dessous, on visualise la perméance en fonction de l'espace à un temps donné.	
.....	49
Figure II-4 : Harmoniques spatio-temporels de la perméance ( $Z_s = 48, Z_r = 40, r_{sd} = r_{rd} = 0.5$ )	
.....	50
Figure II-5 Harmoniques spatio-temporels de la perméance ( $Z_s = 48, Z_r = 40$ ) en choisissant les coefficients $P_s, P_r$ et $P_{sr}$ invariants et unitaires.....	50
Figure II-6 : Harmoniques spatio-temporels de la perméance ( $Z_s = 48, Z_r = 40, r_{sd} = r_{rd} = 0.7$ )	
.....	51
Figure II-7 : Schémas de bobinage à 2 paires de pôles : (a) Bobinage réparti simple couche ( $m=4, n=0$ ) avec des ouvertures de dent égale à la largeur d'encoche ( $l_{es} = l_{sd}$ ). (b) Bobinage non réparti à 4 conducteurs par phase en négligeant l'ouverture d'encoche .....	53
Figure II-8 : Fonction de bobinage : (a) bobinage réparti simple couche ( $m=4, n=0$ ), (b) .....	53
Figure II-9 : Force magnétomotrice et sa FFT 2D : (a) bobinage réparti simple couche ( $m=4, n=0$ ), (b) bobinage non réparti à 4 conducteurs par phase en négligeant l'ouverture d'encoche .....	54
Figure II-10 : Fonction de bobinage élémentaire d'un conducteur se trouvant à la position $\theta_{cond}$ avec une ouverture d'encoche $\varepsilon$ .....	55
Figure II-11 : (a) Modèle par éléments finis 2D sans ouverture d'encoche (b) Induction radiale dans l'entrefer .....	55
Figure II-12 : (a) Modèle par éléments finis 2D avec ouverture d'encoche et différente position du conducteur dans l'encoche (b) Induction radiale dans l'entrefer .....	56
Figure II-13 : Décomposition de la fonction de bobinage d'une spire en fonctions de bobinages élémentaires .....	56
Figure II-14 : Courant et sa FFT dans une barre du rotor obtenu par EF 2D dans une machine asynchrone à cage d'écureuil fonctionnant à vide ( $g=0$ ) .....	58
Figure II-15 : Courant et sa FFT dans une barre du rotor obtenu par EF 2D dans une machine asynchrone à cage d'écureuil fonctionnant en charge ( $g=10\%$ ) .....	59
Figure II-16 : Force magnétomotrice rotor en charge ( $g=10\%$ ) dans le repère du stator.....	59
Figure II-17 : Force magnétomotrice à vide ( $g=0$ ) rotor dans le repère du stator.....	59
Figure II-18 : Induction magnétique radial à vide ( $g=0$ ) et sa FFT 2D obtenu analytiquement	61
Figure II-19 : Induction magnétique radial en charge ( $g=10\%$ ) et sa FFT 2D obtenu analytiquement.....	62
Figure II-20 : Décomposition des harmoniques spatio-temporels du champ radial à vide ( $g=0$ )	
.....	62
Figure II-21 : Harmoniques spatio-temporels de la force radiale obtenues analytiquement ( $Z_s=48, Z_r=30$ ).....	64
Figure II-22 : Harmoniques spatio-temporels de la force radiale obtenues analytiquement ( $Z_s=48, Z_r=40$ ).....	64
Figure II-23 : Etape pour obtenir la fonction de bobinage à partir de la méthode « générique ».....	65
Figure II-24 : Etape pour obtenir la force magnétomotrice stator totale.....	66

Figure II-25 : Schéma simplifié du problème de discrétisation spatio-temporelle.....	68
Figure II-26 : Modèle 3D.....	69
Figure II-27 : Maillage 3D .....	70
Figure II-28 : Allure du champ magnétique radial dans l'entrefer au milieu ( $z=L/2$ ) d'une machine à rotor droit obtenu par éléments finis 3D .....	70
Figure II-29 : Allure de la force magnétique radiale dans l'entrefer au milieu d'une machine à rotor droit ( $z=L/2$ ) obtenu par éléments finis 3D.....	71
Figure II-30 : FFT 3D du champ magnétique radiale d'une machine à rotor droit obtenu par éléments finis 3D où $r_z=0$ .....	71
Figure II-31 : FFT 3D de la pression magnétique radiale dans d'une machine à rotor droit obtenu par éléments finis 3D où $r_z=0$ .....	72
Figure II-32 : Couple à vide obtenu par Ansys par la méthode des travaux virtuels pour deux modélisations 3D : l'une avec un rotor droit et l'autre avec un rotor vrillé.....	73
Figure II-33 : Comparaison des harmoniques de l'induction radiale (a) et de la pression radiale (b) entre un modèle 3D droit et un modèle 3D vrillé .....	73
Figure II-34 : Simulation par éléments finis 2D multi-couches .....	74
Figure II-35 : Comparaison des harmoniques de l'induction radiale (a) et de la pression radiale (b) entre un modèle 2D droit et des modèles multi-couches.....	75
Figure II-36 : Couple à vide obtenu par ANSYS par la méthode des travaux virtuels pour 2 modélisations 2D : l'une avec un rotor droit et l'autre avec un rotor vrillé (20 multi-couches) .....	75
Figure II-37 : Facteur de vrillage d'une machine à 2 paires de pôles vrillée de $7.5^\circ$ avec 48 dent au stator.....	76
Figure III-1 : Convertisseur modulable Semikron.....	82
Figure III-2 : Carte Dspace .....	82
Figure III-3 : Couplemètre SCAIME DR2477-50N.m .....	82
Figure III-4 : Chaîne de mesure pour la réalisation d'une EMA [73] .....	84
Figure III-5 : Spectre d'un signal avec une harmonique [73] .....	85
Figure III-6 : Spectre d'un signal obtenu avec un balayage en fréquence [73].....	85
Figure III-7 : Spectre d'un signal aléatoire [73] .....	85
Figure III-8 : Signal de Dirac [73] .....	86
Figure III-9 : Signal réel [73].....	86
Figure III-10 : Effet de l'embout du marteau de choc sur la plage d'excitation de la structure [73] .....	86
Figure III-11 : Marteau de choc ENDEVCO model 2302-100.....	86
Figure III-12 : Réponse en fréquence de l'accéléromètre [73] .....	87
Figure III-13 : Accéléromètre Brüel&Kjaer Type 4534-B-001.....	87
Figure III-14 : Analyseur FFT Brüel&Kjaer Type 3050-A-060.....	88
Figure III-15 : Stator.....	88
Figure III-16 : Maillage.....	88
Figure III-17 : Amplitude d'une fonction de réponse en fréquence (FRF) .....	89

Figure III-18 : Phase d'une fonction de réponse en fréquence (FRF).....	89
Figure III-19 : Visualisation d'un mode 2 à 1623 Hz .....	89
Figure III-20 : Visualisation d'un mode 3 à 3873 Hz .....	89
Figure III-21 : Microphone Brüel&Kjaer Type 2669 .....	90
Figure III-22 : Spectrogramme de l'accélération à la surface du moteur (Zs48Zr30) à rotor droit à vide.....	92
Figure III-23 : Spectrogramme de l'accélération à la surface du moteur (Zs48Zr30) à rotor vrillé à vide .....	92
Figure III-24 : Mesure de la vibration radiale à vide et à 50 Hz de la machine Zs48Zr30 à rotor droit et vrillé.....	93
Figure III-25 : Sonagramme du moteur (Zs48Zr30) à rotor droit à vide .....	94
Figure III-26 : Sonagramme du moteur (Zs48Zr30) à rotor vrillé à vide .....	95
Figure III-27 : Bruit global émit par la machine Zs48Zr30 à rotor droit et à rotor vrillé.....	95
Figure III-28 : Spectrogramme détaillé de l'accélération à la surface du moteur Zs48Zr30 à rotor droit à vide .....	97
Figure III-29 : Mesure de la vibration radiale à vide et à 50 Hz de la machine Zs48Zr30 à rotor droit.....	97
Figure III-30 : Harmoniques spatio-temporels de la force radiale obtenues analytiquement de la machine Zs48Zr30.....	98
Figure III-31 : Mesure de la vibration radiale en charge (U=400V, I=8.7A, g=3.1%) et à 50 Hz de la machine Zs48Zr30 à rotor droit et vrillé.....	99
Figure III-32 : Spectrogramme de l'accélération à la surface du moteur Zs48Zr40 à rotor vrillé à vide .....	100
Figure III-33 : Mesure de la vibration radiale à vide (U=400V) et à 50 Hz de la machine Zs48Zr40 à rotor vrillé .....	101
Figure III-34 : Harmoniques spatio-temporels de la force radiale obtenues analytiquement de la machine Zs48Zr40.....	102
Figure III-35 : Bruit global émit par la machine Zs48Zr40 et la machine Zs48Zr30 à rotor vrillé .....	103
Figure III-36 : Mesures expérimentales des ondulations de couple en charge (U=400V, I=11,24, g=1.5%) de la machine Zs48Zs40 .....	104
Figure III-37 : Couple à vide de la machine Zs48Zs40 obtenue par Ansys par la méthode des travaux virtuels pour 2 modélisations 3D : l'une avec un rotor droit et l'autre avec un rotor vrillé.....	104
Figure III-38 : Ondulation de couple à vide et en charge de la machine Zs48Zs40 obtenue par Ansys (travaux virtuels) par simulation EF 2D.....	105
Figure III-39 : Harmoniques spatio-temporels de la force radiale obtenues analytiquement de la machine Zs48Zr40.....	105
Figure III-40 : Mesures expérimentales des ondulations de couple en charge (U=112V, I=17A, g=0.6%) de la machine Zs36Zs42 .....	106

Figure III-41 : Couple en charge de la machine Zs36Zs42 obtenue par Ansys (travaux virtuels) par simulation EF 2D .....	106
Figure III-42 : Harmoniques spatio-temporels de la force radiale obtenues analytiquement de la machine Zs36Zr42.....	107
Figure III-43 : Mesures expérimentales des ondulations de couple en charge (U=400V, I=17A, g=0.6%) de la machine Zs48Zs30 .....	108
Figure III-44 : Mesures expérimentales des ondulations de couple à vide (U=400V) de la machine Zs48Zs30 .....	108
Figure III-45 : Pression tangentielle en charge obtenue par modélisations EF 3D : l'une avec un rotor droit et l'autre avec un rotor vrillé .....	108
Figure III-46 : Harmoniques spatio-temporels de la force radiale obtenues analytiquement de la machine Zs48Zr30.....	109
Figure B-1 : profil d'encoches rectangulaires.....	117
Figure C-1 : Schéma d'une phase d'un stator avec un bobinage diamétral bipolaire et un rotor lisse.....	119
Figure C-2 : Tension magnétique dans l'entrefer en correspondance avec la figure à gauche .....	119
Figure C-3 : Schéma d'une phase d'un stator avec un bobinage diamétral multipolaire.....	120
Figure C-4 : Tension magnétique dans l'entrefer en correspondance avec la figure à gauche .....	120
Figure C-5 : Schéma d'une phase d'un stator avec un bobinage diamétral bipolaire à m = 4 encoches par pôle et par phase .....	121
Figure C-6 : Tension magnétique dans l'entrefer en correspondance avec la figure à gauche .....	121
Figure C-7 : Schéma vectoriel de la tension magnétique du bobinage compose par la tension magnétique des spires supérieures $U_s$ et des spires inférieures $U_i$ .....	122
Figure C-8 : Schéma d'une phase d'un stator avec un bobinage réparti à double couches (m=3, n=1) .....	122
Figure C-9 : Tension magnétique dans l'entrefer en correspondance avec la figure à gauche .....	122
Figure C-10 : Schéma d'une phase d'un stator avec un bobinage diamétral bipolaire en prenant en compte l'ouverture d'encoche .....	123
Figure C-11 : Tension magnétique dans l'entrefer en correspondance avec la figure à gauche .....	123
Figure C-12 : Schéma représentant l'angle d'inclinaison d'encoche d'un rotor.....	124
Figure D-1 : Interface graphique sous Matlab .....	125

# Liste des tableaux

---

Tableau I-1 : Base modale d'un tube.....	17
Tableau I-2 : Composition de la force excitation .....	17
Tableau I-3 : Caractéristique de la machine respectant la norme IEEE [45].....	32
Tableau II-1 : Harmoniques de perméance.....	48
Tableau II-2 : Harmoniques de la force magnétomotrice stator .....	52
Tableau II-3 : Harmoniques de la force magnétomotrice rotor.....	58
Tableau II-4 : Harmoniques de courant dans une barre du rotor obtenue analytiquement... 58	
Tableau II-5 : Harmoniques de l'induction .....	60
Tableau II-6 : Harmoniques de l'induction.....	61
Tableau II-7 : Harmoniques de la force magnétique.....	63
Tableau III-1 : Comparaison des harmoniques de l'accélération obtenue expérimentalement à vide .....	93
Tableau III-2 : Comparaison des harmoniques de la pression radiale obtenue avec la simulation EF 3D à vide .....	94
Tableau III-3 : Base modale de la machine Zs48Zr30.....	98
Tableau III-4 : Comparaisons de l'accélération à vide et en charge de la machine Zs48Zr30100	
Tableau III-5 : Base modale de la machine Zs48Zr40.....	101

# Introduction

---

## Contexte général

Le développement des réseaux électriques a permis aux foyers et aux entreprises d'utiliser le potentiel de cette énergie, ce qui a augmenté l'utilisation des machines électriques. Nos foyers regorgent de moteurs électriques que l'on retrouve dans l'électroménager : aspirateurs, mixeurs, brosses à dent électriques, rasoirs électriques, sèche cheveux, volets roulants, portails électriques, machine à laver, etc. Le nombre de moteurs électriques dans les usines est également très important : pompes, ventilateurs, compresseurs, ascenseurs, perceuses, tapis roulants, robots industriels, etc. A cela s'ajoute toutes les machines électriques destinées au transport : trains, métros, voitures, vélos, etc. Les machines électriques sont bel et bien présentes partout et paraissent indispensables au développement de notre société pour les années futures.

En ce qui concerne les transports ferroviaires, la machine asynchrone est à ce jour la référence dans les moteurs de traction ferroviaire. Elle représente la majorité de la production de l'usine Alstom-Transport d'Ornans qui est le centre d'excellence moteur. Les moteurs asynchrones de traction sont généralement de faible polarité (de 4 ou 8 pôles) et à cage d'écurie. Les puissances des moteurs de traction vont de 100 kW pour les applications tramways à 2000 kW pour les applications locomotives. Les moteurs de traction ont majoritairement des rotors droits sauf dans certains cas pour les moteurs de puissances inférieures à 300 kW, où les rotors sont vrillés. La mise en place d'un vrillage présente l'avantage de minimiser les oscillations de couple et d'obtenir une réduction du niveau de bruit d'origine électromagnétique en lien avec l'effet de denture. Le vrillage peut être un atout majeur pour répondre aux contraintes actuelles de conception pour la traction ferroviaire mais aussi pour répondre aux nombreuses normes qui encadrent et limitent le bruit global des machines tournantes dans le cadre des transports ferroviaires.

Ainsi, même si le vrillage du rotor permettrait de répondre dans certains cas aux exigences acoustiques de plus en plus restrictives dans le domaine du ferroviaire, en contrepartie cela peut engendrer des effets indésirables tels que :

- l'augmentation des pertes supplémentaires dues aux courants inter-barres,
- la détérioration du rotor due à la possibilité de sur-saturations locales des courants inter-barres et l'usure des roulements provoquée par les forces axiales,
- une distribution non uniforme de l'induction dans l'entrefer créant des forces radiales, tangentielles mais aussi axiales, pouvant exciter la structure comme les flasques ou les modes longitudinaux du stator.

En lien avec les effets bénéfiques mais aussi néfastes, il semble donc avoir un compromis entre bruit, performances et le vrillage du rotor d'une machine asynchrone. C'est dans ce contexte industriel que ce projet porté par Alstom-Transport situé à Ornans avec le soutien du pôle MEDEE (pôle régional sur la Maitrise Energétique des Entraînements

Electriques) est réalisé. Cette thèse s'inscrit dans une continuité de travaux déjà effectués au sein du Laboratoire d'Electrotechnique et d'Electronique de Puissance de Lille (L2EP) sur les problématiques de bruit et vibration en collaboration avec le Laboratoire d'Electromécanique de Compiègne (LEC).

Ces travaux se focalisent sur les origines des forces magnétiques qui créent les vibrations, le bruit, le couple et ses ondulations. De nombreux paramètres agissent sur ces forces magnétiques tels que le nombre de paires de pôles, le nombre d'encoches au stator et au rotor, la forme des encoches, la distribution du bobinage, le type d'alimentation, le vrillage, etc. Une attention particulière est portée sur l'impact du vrillage sur ces forces magnétiques.

## **Objectifs**

Les objectifs de cette thèse concernent:

- La compréhension et l'identification de l'impact du vrillage sur les forces électromagnétiques mais également sur les autres grandeurs de la machine (couple, induction, courant, perméance,...),
- La construction d'un modèle analytique qui permet de prendre en compte le vrillage, et la validation grâce à un modèle par éléments finis tridimensionnels (E.F. 3D) et aux mesures expérimentales effectuées sur trois machines asynchrones d'environ 10 kW.
- La capitalisation des connaissances dans un outil Matlab en vue d'un dimensionnement ou d'une optimisation afin de concevoir une machine électrique avec un bon compromis entre le couple (et ses ondulations) et le bruit.

Pour répondre à nos interrogations et atteindre nos objectifs, les travaux de la thèse sont séparés en trois chapitres.

Dans le premier chapitre, un état de l'art est réalisé pour comprendre l'impact des forces magnétiques sur les vibrations, le bruit et le couple. Quelques modèles simples sont présentés pour mieux comprendre l'enjeu des forces magnétiques dans la production des vibrations, du bruit, et du couple. Ce chapitre permet également de se familiariser avec les notations, les représentations en trois dimensions (3D) et les transformées de Fourier 3D que l'on utilisera par la suite.

Le second chapitre présente différents modèles qu'on utilise pour estimer les forces magnétiques dans l'entrefer en prenant en compte le vrillage. Un modèle analytique est développé et détaillé. Puis un modèle éléments finis (E.F.) 3D et un modèle E.F. 2D multi-couches sont présentés. Une discussion sur la pertinence du facteur de vrillage que l'on peut retrouver dans la littérature est également faite.

Enfin dans le dernier chapitre, on présente les résultats expérimentaux comprenant notamment des mesures vibratoire, acoustique et des mesures de couple. Ces résultats sont détaillés et analysés à l'aide des modèles présentés dans le deuxième chapitre.

# Chapitre I

## Etat de l'art

---

I. Les forces d'origine magnétique et leurs impacts .....	4
1. Les forces d'origine magnétique .....	4
a) Calcul des forces (3D).....	5
b) Calcul des FFT (3D) .....	8
2. Lien entre le couple et les forces magnétiques.....	11
3. Lien entre les forces magnétiques et le bruit.....	12
a) Modélisation vibratoire .....	13
b) Modèle acoustique .....	19
4. Eléments impactant les forces magnétiques .....	24
II. Le vrillage.....	26
1. Modélisation électromagnétique du vrillage .....	26
a) La méthode des éléments finis (MEF) 3D .....	28
b) MEF 2D multi-couches .....	29
c) Facteur de vrillage associé à une modélisation 2D.....	30
2. Impact du vrillage .....	31
a) Grandeurs électriques.....	32
b) Couple .....	33
c) Bruit et vibration .....	34
d) Forces axiales .....	36
e) Courants inter-barres.....	38
f) Pertes .....	40
III. Conclusion & orientation des travaux .....	42

Ces travaux traitent de l'impact du vrillage sur les forces électromagnétiques dans l'entrefer qui impactent directement le couple et le bruit des machines électriques. Pour aborder ce sujet, cet état de l'art se décompose en trois sous parties. Une première partie présente le calcul de la force magnétique dans l'entrefer en trois dimensions et son analyse. Elle permet entre autres de se familiariser avec le vocabulaire et les représentations graphiques des transformées de Fourier 3D. Elle met également en évidence le lien entre la force magnétique et le couple ; ainsi que le lien entre la force magnétique et le bruit d'origine magnétique. La seconde partie de l'état de l'art se focalise sur le vrillage des machines électriques, et plus particulièrement sur l'impact de ce vrillage et de sa modélisation. Puis pour terminer ce chapitre, après une observation de tous les aspects du vrillage et de sa modélisation, une conclusion est faite et l'orientation de ces travaux est détaillée.

## I. Les forces d'origine magnétique et leurs impacts

### 1. Les forces d'origine magnétique

Quelle que soit la machine électrique, des champs magnétiques se forment à l'intérieur de la machine pour transformer l'énergie électrique en énergie mécanique et/ou inversement. Ces champs magnétiques créent des forces magnétiques qui s'exercent sur les différentes parties de la machine. Ces forces sont à l'origine du couple et de ses ondulations mais également du bruit magnétique. On distingue trois types de phénomènes magnétiques :

- **La force de Laplace**  $d\vec{F}$  s'applique sur un conducteur de longueur  $d\vec{l}$  parcouru par un courant  $I$  plongé dans un champ magnétique  $\vec{B}$  :

$$d\vec{F} = I d\vec{l} \cdot \vec{B} \quad \text{I-1}$$

Cette force fait vibrer les conducteurs qui à leur tour peuvent faire vibrer la machine et notamment les parties adjacentes (dents, chignons, etc.). Cette force peut donc potentiellement créer du bruit. Cependant dans la majorité des cas, la force de Laplace n'est pas prise en compte. L'induction qui traverse les conducteurs est quasi-nulle si la machine est bien réalisée. En effet, la majorité du flux passe par les dents.

- **La magnétostriction** [1] peut être définie comme l'ensemble des relations liant les propriétés mécaniques d'un corps à ses propriétés magnétiques. On distingue les effets directs, où l'application d'un champ magnétique (ou la variation de ce champ) produit une modification d'un paramètre mécanique, et les effets inverses, où la variation d'un paramètre ou d'une constante mécanique d'un matériau produit une modification de son aimantation, que ce matériau soit ou non plongé initialement dans un champ magnétique. Le fer a une faible déformation sous l'effet d'un champ magnétique, c'est pour cette raison qu'on néglige les forces magnétostrictives pour l'analyse du bruit et des vibrations dans les machines électriques. Cependant cette hypothèse est à pondérer

car dans certains dispositifs comme les transformateurs de forte puissance, le bruit créé par la magnétostriction n'est pas négligeable.

- **Les forces de Maxwell** s'appliquent sur les parties ferromagnétiques soumises à un champ magnétique. Elles sont dues au gradient de la perméabilité (équation A-1 Annexe A). Ce changement de perméabilité a principalement lieu entre l'air et le fer.

Dans notre étude, on s'intéresse seulement aux forces de Maxwell dans l'entrefer car elles dominent très largement les autres forces.

### a) Calcul des forces (3D)

Si l'on considère un moteur en trois dimensions dans un système de coordonnées cylindriques  $(\vec{r}, \vec{\theta}, \vec{z})$ , l'induction  $\vec{B}$  et la pression  $\vec{P}$  s'expriment de la manière suivante :

$$\vec{B} = B_r \vec{r} + B_\theta \vec{\theta} + B_z \vec{z} \quad \text{I-2}$$

$$\vec{P} = P_r \vec{r} + P_\theta \vec{\theta} + P_z \vec{z} \quad \text{I-3}$$

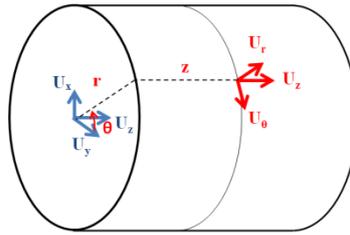


Figure I-1 : Coordonnées cylindriques

Par le tenseur des contraintes de Maxwell, il est possible d'exprimer la pression<sup>1</sup> radiale  $P_r$ , circumferentielle  $P_\theta$  et axiale  $P_z$  dans l'entrefer à partir de l'induction radiale  $B_r$ , circumferentielle  $B_\theta$  et axiale  $B_z$  (démonstration en Annexe A) :

$$P_r(t, \theta, z) = \frac{1}{2\mu_0} (B_r^2(t, \theta, z) - B_\theta^2(t, \theta, z) - B_z^2(t, \theta, z)) \quad \text{I-4}$$

$$P_\theta(t, \theta, z) = \frac{1}{\mu_0} B_r(t, \theta, z) B_\theta(t, \theta, z) \quad \text{I-5}$$

$$P_z(t, \theta, z) = \frac{1}{\mu_0} B_r(t, \theta, z) B_z(t, \theta, z) \quad \text{I-6}$$

Ces pressions sont homogènes à une force par unité de surface [N/m<sup>2</sup>]. Par abus de langage, il se peut qu'on utilise le terme «force» alors qu'il est question de «pression».

<sup>1</sup> Ces grandeurs dépendent de  $(t, \theta, z)$  et ne dépendent pas du rayon  $r$  car le rayon de l'entrefer est constant.

## Représentation/ Exemple

La représentation de ces forces sur un graphique ou une image n'est pas forcément évidente car il y a quatre grandeurs à représenter : l'amplitude de la force, le temps (t) et l'espace ( $\theta, z$ ). Il est donc nécessaire de fixer certaines variables pour représenter les pressions dans l'entrefer.

Pour illustrer nos propos nous allons utiliser **un exemple pédagogique** qui ne reflète pas forcément la réalité mais qui permet de se familiariser avec la représentation et les notations qui seront utilisées par la suite.

Ci-dessous, un exemple didactique d'équations analytiques suivant les trois dimensions (t,  $\theta, z$ ) de la pression radiale  $P_r$ , circonférentielle  $P_\theta$  et axiale  $P_z$  dans l'entrefer:

$$P_r(t, \theta, z) = 2 + \cos(\omega.t + 4.\theta) + \cos(2.\omega.t + 2.\theta + \frac{2.\pi}{L_z}.z) \quad \text{I-7}$$

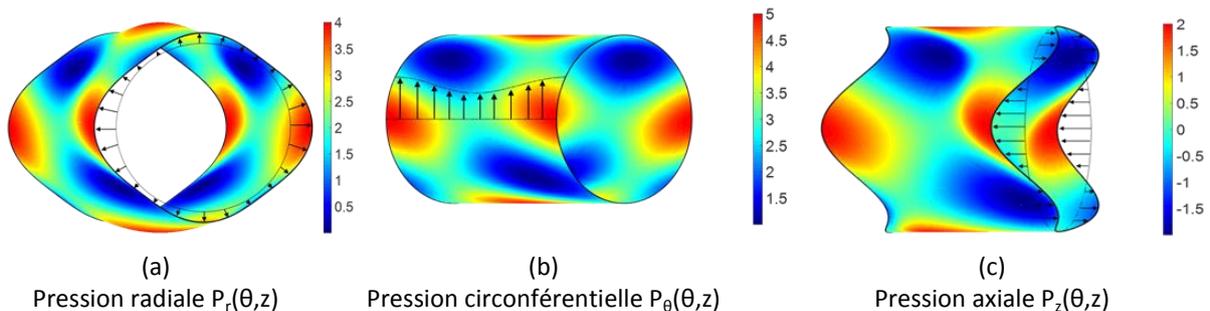
$$P_\theta(t, \theta, z) = 2 + \cos(10.\omega.t) + \cos(\omega.t + 4.\theta) + \cos(2.\omega.t + 2.\theta + \frac{2.\pi}{L_z}.z) \quad \text{I-8}$$

$$P_z(t, \theta, z) = \cos(\omega.t + 4.\theta) + \cos(2.\omega.t + 2.\theta + \frac{2.\pi}{L_z}.z) \quad \text{I-9}$$

Avec :

- $\omega$ , la pulsation de l'onde [rad/s]
- t, le temps [s]
- $\theta$ , la position angulaire dans l'entrefer [rad]
- z, la position axiale dans l'entrefer [m]
- $L_z$ , la longueur de l'entrefer [m]

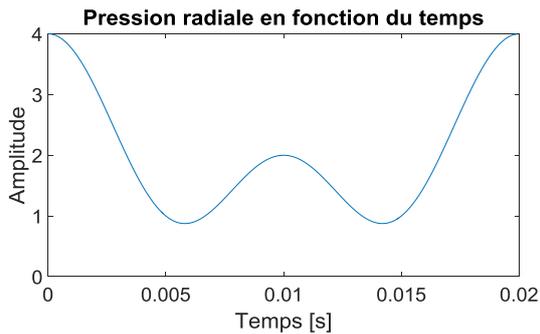
La Figure I-2 représente les fonctions des pressions décrites ci-dessus à un instant de temps donné ( $t=t_0$ ). L'amplitude des pressions est représentée par le niveau de couleur. Le sens des flèches et/ou la déformation du cylindre indique quelle composante de la pression est représentée. Ainsi, la Figure I-2(a) représente la composante radiale de la pression correspondante à l'équation I-7, la Figure I-2(b) représente la composante circonférentielle de la pression correspondante à l'équation I-8 et la Figure I-2(c) représente la composante axiale de la pression correspondante à l'équation I-9. L'impact de ces pressions est discuté dans la suite de cette partie.



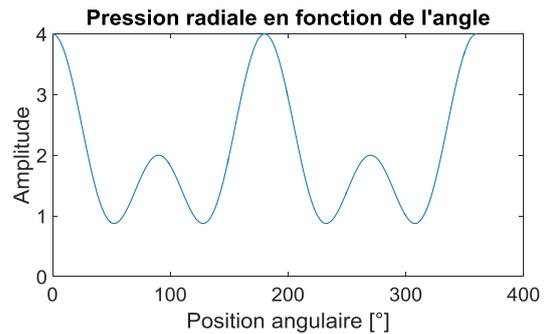
**Figure I-2 : Représentation de la pression dans l'entrefer à  $t=t_0$**

Il y a plusieurs façons de représenter les pressions dans l'entrefer, selon ce que l'on souhaite mettre en évidence. Voici plusieurs représentations possibles illustrées avec la pression radiale :

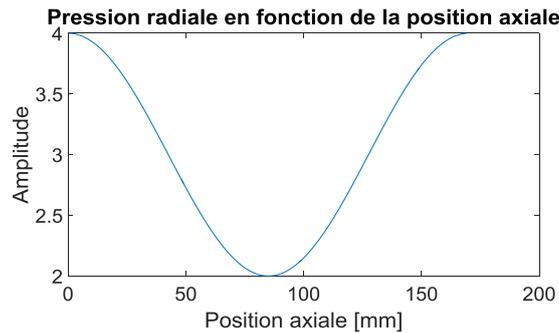
- Si une variable est libre alors on obtient des graphiques en 2D (Figure I-3, Figure I-4 et Figure I-5)
- Si deux variables sont libres alors on obtient des graphiques en 3D (Figure I-6, Figure I-7 et Figure I-8). La Figure I-8 correspond à la Figure I-2 (a) dépliée selon  $\theta$ .



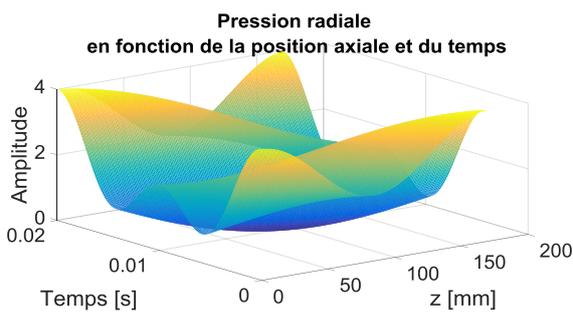
**Figure I-3 : Pression radiale avec  $z$  et  $\theta$  fixés**



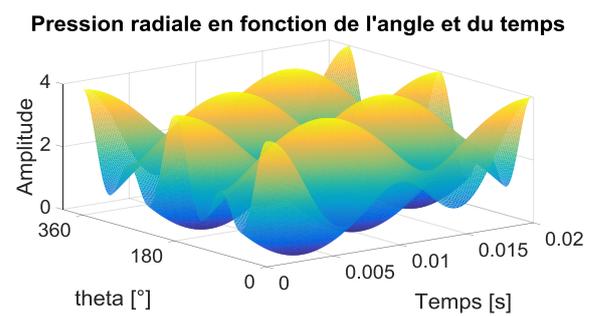
**Figure I-4 : Pression radiale avec  $z$  et  $t$  fixés**



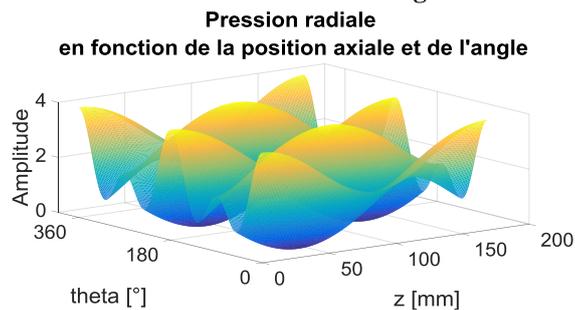
**Figure I-5 : Pression radiale avec  $\theta$  et  $t$  fixés**



**Figure I-6 : Pression radiale à  $\theta$  fixé**



**Figure I-7 : Pression radiale à  $z$  fixé**



**Figure I-8 : Pression radiale à  $t$  fixé**

Dès que l'allure des pressions se complexifie, l'analyse devient très compliquée avec ce genre de représentation. C'est pour cette raison que l'on passe dans le domaine fréquentiel grâce à la décomposition en série de Fourier.

### b) Calcul des FFT (3D)

Mathématiquement [2], la transformée de Fourier est définie sur des fonctions continues de  $-\infty$  à  $+\infty$ , dans notre cas les signaux sont numériques et nous ne discuterons que du cas de la transformée de Fourier discrète sur un intervalle de temps fini correspondant à N échantillons. Evidemment quand N devient très grand on peut penser que l'on s'approche du cas continu mais il faut garder en mémoire que la transformée discrète suppose que le signal est périodique de période N. En pratique, cela implique qu'il est nécessaire de simuler une période entière de la grandeur qu'on souhaite observer. Par exemple pour les machines asynchrones, il est nécessaire de prendre en compte le glissement qui entraîne une modulation des signaux et ainsi augmente la période.

La transformée de Fourier discrète est plus facile à décrire pour une variable complexe même si elle s'applique également à un signal réel. Elle correspond au changement de base du signal depuis l'espace des temps (ou des positions) vers la base des fréquences (ou des vecteurs d'onde) associées aux fonctions  $e^{-2i\pi k.n}$  avec n variable. Si le signal à étudier est échantillonné à intervalle régulièrement espacé et si l'erreur statistique est la même pour tous les échantillons, on peut utiliser la méthode du produit scalaire pour obtenir les coefficients de Fourier.

Le signal s'écrit  $S(n) \in \mathbb{C}$  avec  $n \in [0, N[$  dans l'espace direct, les coefficients de Fourier s'écrivent :

$$1D \quad S(k) = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} s(n). e^{-2i\pi k \frac{n}{N}} \quad \text{Avec } k \in \left[ \frac{-N}{2}, \frac{N}{2} \right] \quad \frac{1}{N} \text{ coefficient de normalisation} \quad I-10$$

La transformée de Fourier discrète faite en appliquant directement l'équation I-10 nécessite N multiplications pour calculer un coefficient de Fourier, comme il y a également N coefficients, le temps de calcul de la transformée de Fourier serait de  $N^2$  multiplications. C'est donc une opération lourde en calcul, mais grâce à Cooley et Tukey qui ont remarqué que si N est une puissance de 2 on peut faire le calcul beaucoup plus vite. En effet en utilisant les symétries paires et impaires, il est possible de réduire le nombre d'opérations à  $N \cdot \log(2N)$ . Si nous voulons faire une transformée de Fourier sur 1024 points ( $2^{10}$ ) on passe d'environ  $10^6$  à  $10^4$  opérations soit un gain d'un facteur 100. Cet algorithme se nomme FFT (Fast Fourier Transformation) et sera utilisée tout au long de ces travaux.

La transformée de Fourier discrète se décline sur n dimensions. Les équations I-11 et I-12 expriment les coefficients de Fourier lorsque le signal dépend de deux ou trois variables.

La décomposition en série de Fourier 3D permet d'obtenir les ordres circonférentiels, axiaux et leurs fréquences associées.

$$2D \quad S(u, v) = \frac{1}{M \cdot N} \sum_{m=0}^{M-1} \sum_{n=0}^{N-1} s(m, n) \cdot e^{-2i\pi\left(\frac{u \cdot m}{M} + \frac{v \cdot n}{N}\right)} \quad I-11$$

$$3D \quad S(u, v, w) = \frac{1}{M \cdot N \cdot P} \sum_{m=0}^{M-1} \sum_{n=0}^{N-1} \sum_{p=0}^{P-1} s(m, n, p) \cdot e^{-2i\pi\left(\frac{u \cdot m}{M} + \frac{v \cdot n}{N} + \frac{w \cdot p}{P}\right)} \quad I-12$$

### Représentation/ Exemple

La FFT 3D permet de décomposer la force en ordres spatio-temporels ( $r_f$ ,  $r_\theta$ ,  $r_z$ ). La Figure I-9 illustre les ordres circonférentiels selon  $\theta$  et les ordres axiaux selon  $z$  de la **pression radiale**, que l'on note respectivement  $r_\theta$  et  $r_z$ . La Figure I-10 illustre les ordres circonférentiels  $r_\theta$  et les ordres axiaux  $r_z$  de la **pression circonférentielle**. Les ordres circonférentiels et axiaux de la **pression axiale** ne sont pas illustrés mais leur allure ressemblerai à la Figure I-2(c).

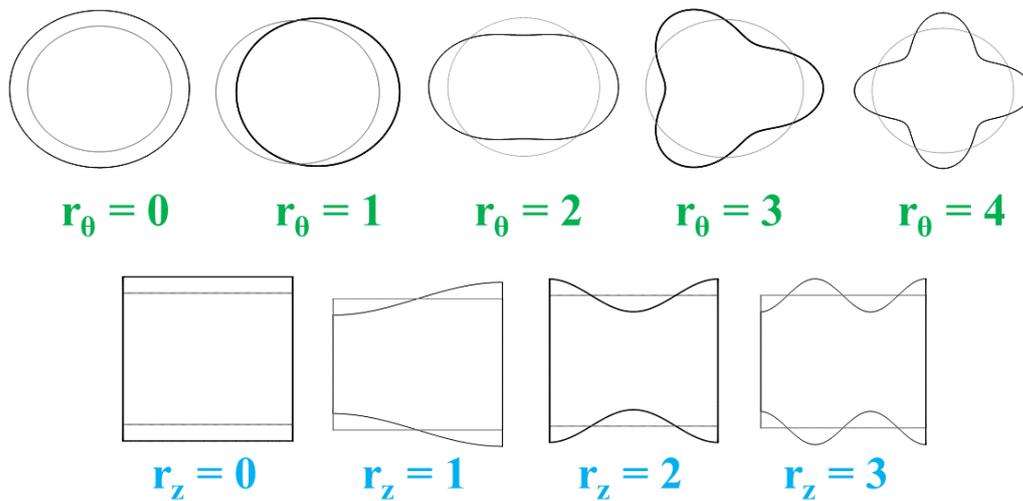


Figure I-9 : Ordres spatiaux de la pression radiale  $P_r$  : ordre circonférentiel  $r_\theta$  et ordre axial  $r_z$

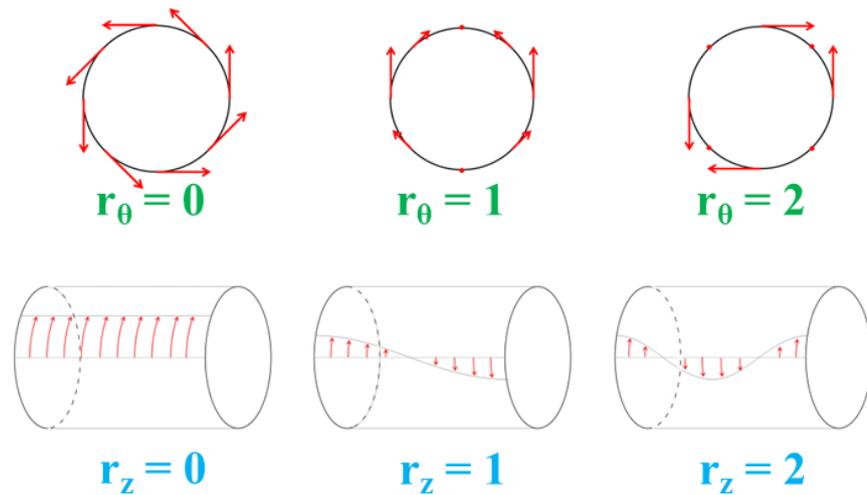


Figure I-10 : Ordres spatiaux de la pression tangentielle  $P_\theta$  : ordre circonférentiel  $r_\theta$  et ordre axial  $r_z$

Comme pour les signaux temporels, la représentation de la FFT3D n'est pas évidente car il y a quatre grandeurs à représenter : l'amplitude des raies de pression, les ordres fréquentiels  $r_f$  et les ordres spatiaux ( $r_\theta$ ,  $r_z$ ). Si l'on représente toutes ces variables sur une seule figure, la figure devient illisible. C'est pour cela qu'il est préférable de faire une coupe à un ordre fréquentiel, ou un ordre spatial donné selon ce qu'on souhaite observer. La Figure I-11 illustre les 3 coupes possibles.

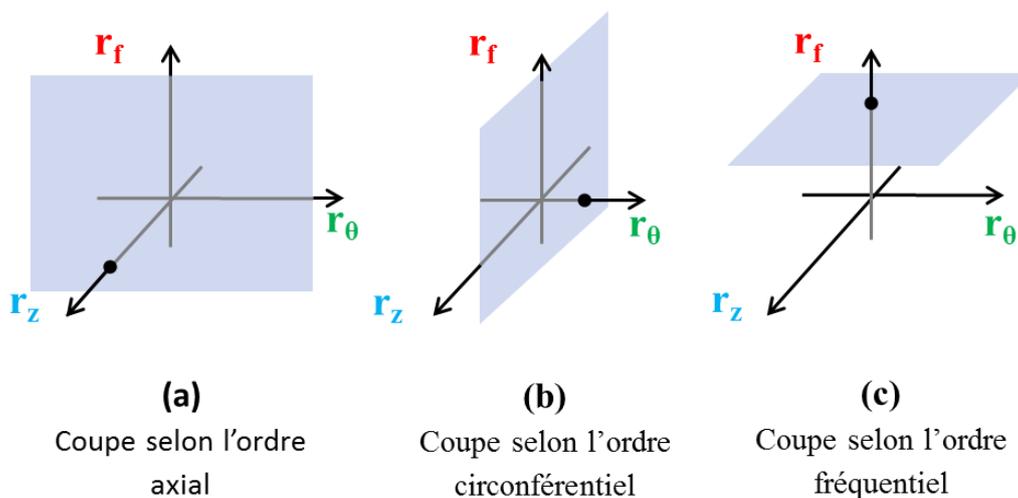


Figure I-11 : Représentation de la FFT 3D

Reprenons la pression radiale définie par l'équation I-7. Si on effectue une FFT3D de cette expression, on obtient le spectre de la Figure I-12. Pour des raisons de représentation, on coupe la FFT3D en tranche selon l'axe  $r_z$  :  $r_z = 0$  et  $r_z = 1$ . Evidemment on retrouve les trois ondes<sup>2</sup> de la fonction analytique :  $(0, 0, 0)$ ,  $(2, 2, 1)$ ,  $(1, 4, 0)$ . On note que l'harmonique de la

<sup>2</sup> On note qu'une onde stationnaire est composée de deux ondes progressives (rotatives) se propageant dans des sens opposés de même fréquence et de même amplitude. Dans le cas étudié, il n'y a pas d'onde stationnaire.

force radiale (0, 0, 0) correspond à la moyenne de la force radiale exercée sur la structure. Cette harmonique existe dans toutes les machines électriques. Elle n'a aucun impact sur le niveau de bruit car sa fréquence est nulle, cependant elle applique une contrainte constante (souvent importante) sur la structure.

De la même manière, il est possible d'analyser le contenu harmonique de la pression circonférentielle et axiale dans une machine électrique. Ces pressions ont un impact direct sur le bruit et le couple comme nous allons le voir dans la suite.

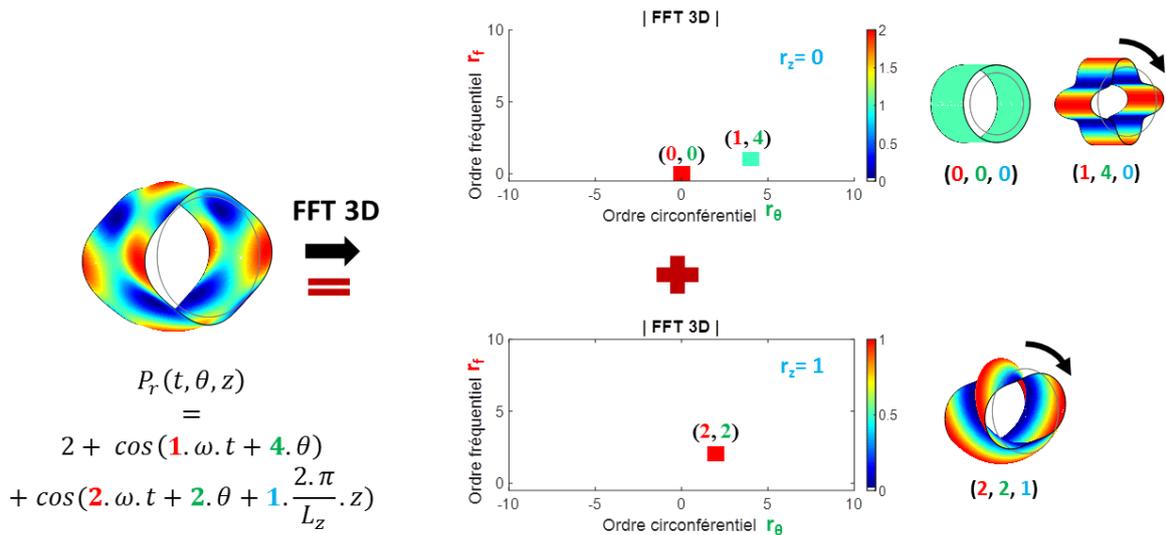


Figure I-12 : Représentation de la FFT 3D effectuée sur une expression simple de la composante radiale de la pression

## 2. Lien entre le couple et les forces magnétiques

La composante circonférentielle de la pression  $P_\theta$  (qui découle du tenseur des contraintes de Maxwell) contribue à la rotation du moteur. Si on intègre  $P_\theta$  sur toute la surface  $dS = r \cdot d\theta \cdot dz$  de l'entrefer et que l'on multiplie par le rayon de l'entrefer, on obtient le moment du couple  $\Gamma(t)$  exercé sur le rotor en fonction du temps :

$$\Gamma(t) = r^2 \int_0^L \int_0^{2\pi} P_\theta(t, \theta, z) \cdot d\theta \cdot dz \quad [N \cdot m] \quad \text{I-13}$$

Avec :  $r$ , rayon de l'entrefer [m]  
 $L$ , longueur active de la machine [m]

Remarque : Si le moteur est non vrillé c'est-à-dire que la composante circonférentielle de la pression est constante selon l'axe  $z$ , alors on obtient l'expression du moment du couple que l'on a l'habitude de voir :

$$\Gamma(t) = L \cdot r^2 \int_0^{2\pi} P_\theta(t, \theta) d\theta \quad [N \cdot m] \quad \text{I-14}$$

L'expression I-13 met en évidence la possibilité d'analyser le contenu harmonique du couple à travers la FFT 3D de la pression angulaire car le couple correspond aux ordres circonférentiels et axiaux ( $r_\theta = 0, r_z = 0$ ). En effet, seules les composantes continues selon l'espace ( $\theta, z$ ) de la pression angulaire contribuent au couple (cela est représenté par les intégrales dans l'équation I-13).

### Représentation/ Exemple

On reprend l'expression de la pression angulaire de l'équation I-8 et on représente la FFT 3D sur la Figure I-13. Le moment du couple moyen et de ses harmoniques temporels, correspond à un facteur près (le rayon) à la zone entourée en rouge ( $r_\theta = 0, r_z = 0$ ). Donc l'analyse de la composante angulaire de la force renseigne également sur le couple.

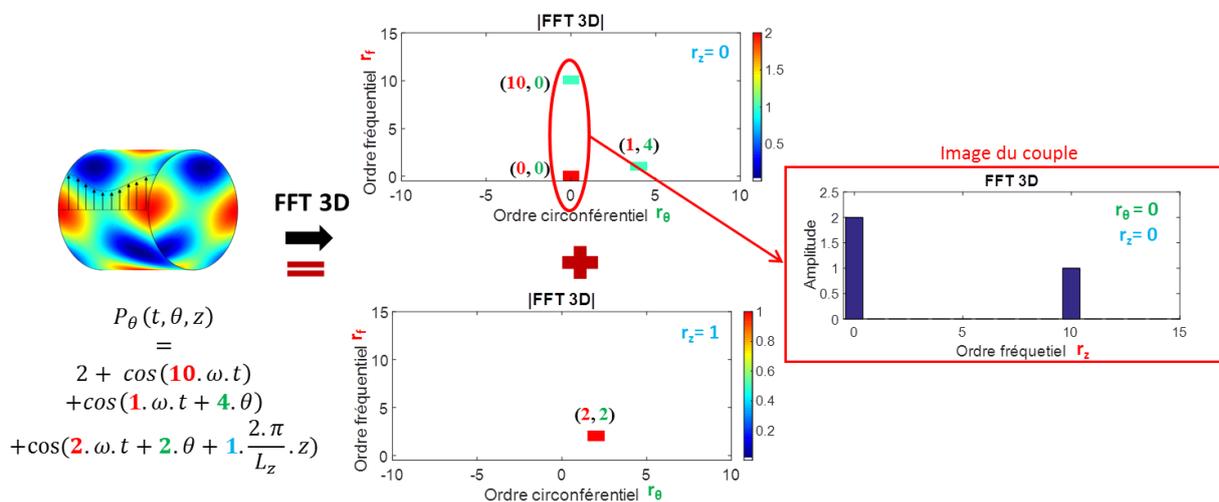


Figure I-13 : Représentation de la FFT 3D effectuée sur une expression simple de la composante angulaire de la pression

### 3. Lien entre les forces magnétiques et le bruit

La problématique du bruit d'origine électromagnétique dans les machines électriques est apparue peu de temps après leur découverte. On peut retrouver des articles qui traitent de ce sujet dès les années 1920-1930 [3][4][5]. On peut également citer comme références plus actuelles, les ouvrages d'Alger [6], de P. François [7][8], de Timar [9] ou encore de Gieras [10] qui ont permis de mieux appréhender l'étude des bruits et vibrations des machines électriques.

Par contre, il était encore difficile de connaître avec précision les harmoniques d'induction à l'origine du bruit magnétique ainsi que le comportement mécanique de la machine [11]. Dans les années 90 et 2000, de nombreux travaux sur des études harmoniques au niveau du couple mais aussi des forces radiales sur des machines asynchrones en lien avec la réduction passive ou active du bruit sont apparus comme les références au niveau national [12] [13] [14] [15] [16], [17] [18]. Il en existe de nombreuses au niveau international

et plus particulièrement du laboratoire d'Aachen avec K. Haymeyer et G. Henneberger [19] [20], et depuis ces 20 dernières années, le nombre de sujet traitant du bruit des machines électriques a considérablement augmenté en lien avec l'optimisation énergétique des structures comme dans les références [21][22], mais aussi avec l'utilisation des éléments finis de l'électromagnétique à l'acoustique.

L'étude, pour estimer le bruit d'origine magnétique, fait appel à plusieurs domaines de la physique.

- L'**électromagnétisme** qui permet de déterminer les pressions magnétiques qui excitent la structure (partie 1).
- L'analyse **mécanique** qui renseigne sur le comportement vibratoire de la structure. C'est-à-dire, comment cette structure se déforme lorsqu'elle est excitée par des forces magnétiques.
- Enfin, l'**acoustique** qui estime le bruit de la machine électrique à partir des déformations de celle-ci.

Des modèles vibratoires (mécaniques) et acoustiques sont décrits respectivement dans le paragraphe a) et b). L'estimation des vibrations et du bruit est importante lors de la conception d'une machine électrique car les solutions pour réduire leurs impacts à posteriori peuvent s'avérer coûteuses et difficiles à mettre en place.

### **a) Modélisation vibratoire**

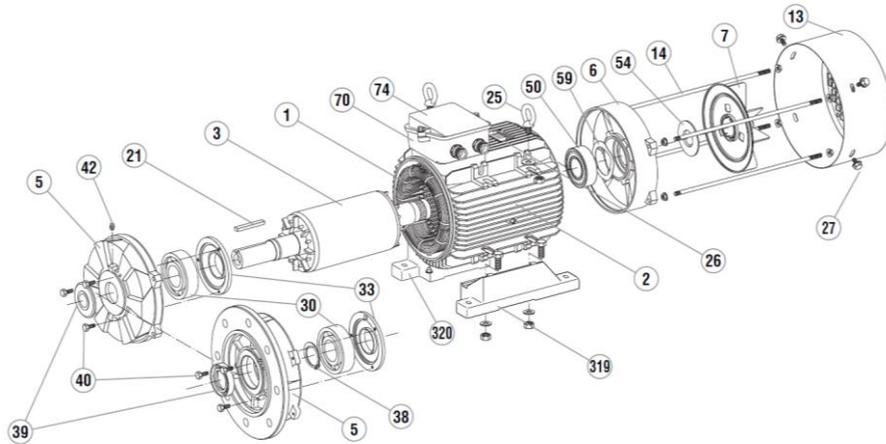
Pour prédire le bruit d'origine magnétique d'une machine électrique, il faut tout d'abord connaître son comportement mécanique naturel. Pour cela, plusieurs cas sont possibles :

- faire des mesures expérimentales,
- utiliser des modèles numériques (éléments finis),
- utiliser des modèles analytiques.

Si le moteur est déjà conçu, les mesures expérimentales sont bien évidemment la solution de référence. Mais dans la majorité des cas, on souhaite concevoir une nouvelle machine électrique, et il n'est pas toujours possible de connaître le comportement mécanique de la machine en se référant à des bases de données. Dans ce cas, la modélisation est nécessaire soit par des méthodes numériques ou en exploitant des modèles analytiques. La principale difficulté dans l'étude du comportement vibratoire est la complexité d'une machine électrique, car elle est composée de nombreux éléments avec des propriétés mécaniques différentes (Figure I-14).

Les modélisations numériques par éléments finis donnent de bons résultats avec des recalages au niveau des caractéristiques des matériaux. Cependant, il reste très compliqué de modéliser correctement la totalité de la machine sur son support.

En ce qui concerne les modélisations analytiques, elles permettent d’obtenir des résultats satisfaisants pour les modes faibles (inférieur à 4) malgré des hypothèses fortes. Ces modélisations s’appuient sur une géométrie simple et peuvent intégrer l’impact de la carcasse et du bobinage (par exemple dans [23] et [24]). La rapidité d’exécution de ces modèles en fait des bons candidats pour les études qualitatives et l’optimisation.



Rep.	Désignation	Rep.	Désignation	Rep.	Désignation
1	Stator bobiné	25	Anneau de levage	50	Roulement arrière
2	Carter	26	Plaque signalétique	54	Joint arrière
3	Rotor	27	Vis de fixation du capot	59	Rondelle de précharge
5	Flasque côté accouplement	30	Roulement côté accouplement	70	Corps de boîte à bornes
6	Flasque arrière	33	Chapeau intérieur côté accouplement	74	Couvercle de boîte à bornes
7	Ventilateur	38	Circlips de roulement côté accouplement	319	Patte droite
13	Capot de ventilation	39	Joint côté accouplement	320	Patte gauche
14	Tiges de montage	40	Vis de fixation de couvercle		
21	Clavette	42	Graisseurs (en option LS 180 L, LS 200)		

Figure I-14 : Vue éclatée d’une MAS à cage d’écurueil LeroySommer [25]

### i. Modèle analytique appliqué à un tube

Afin de garder une approche intuitive, les principes généraux sont illustrés sur un modèle analytique simple : **un tube** qu’on peut assimiler à un stator de machine électrique. Le modèle présenté découle des travaux de J.F. Gieras [10].

Dans une machine électrique comme dans un tube, le bruit est principalement dû au déplacement de l’air provoqué par les vibrations radiales à la surface du stator. On **néglige donc les vibrations angulaires et axiales**. De plus, on suppose que seule **la composante radiale de la pression fait vibrer le stator dans la direction radiale**. En réalité tout est corrélé, chaque composante de la pression ( $P_r, P_\theta, P_z$ ) peut exciter le stator et le faire vibrer dans toutes les directions. Mais en pratique la contribution des composantes angulaire et axiale de la pression est négligeable sur la vibration radiale responsable du bruit.

La déformation naturelle du tube est une composition de modes<sup>3</sup> circonférentiels  $m_\theta$  et de modes longitudinaux  $m_z$ . La Figure I-15 illustre les déformations que peuvent prendre le tube.

Le principe de superposition modale permet d'exprimer le déplacement en un point de la structure comme une combinaison linéaire de la réponse de chacun de ses modes. La réponse fréquentielle de la structure à une excitation est alors la somme des réponses de chacun de ses modes à cette excitation. Cela implique que chaque mode défini par le couple  $(m_\theta, m_z)$  possède une fonction de transfert  $h_{m_\theta m_z}$  caractérisée par sa fréquence de résonance  $f_{m_\theta m_z}$ , son amortissement  $\xi_{m_\theta m_z}$ . Le principe de superposition modale implique également que pour exciter un mode mécanique du tube, la pression exercée sur celui-ci doit être du même ordre ( $m_\theta=r_\theta, m_z=r_z$ ). De plus si la fréquence de l'ordre de la pression est égale à la fréquence de résonance du mode ( $f_{r_\theta r_z} = f_{m_\theta m_z}$ ) alors ce mode rentre en résonance, c'est-à-dire que sa vibration est maximale. Il est donc très important, lors de la conception d'une machine électrique, de penser une machine qui ne crée pas des forces magnétiques de même ordre et fréquence que les modes et fréquences propres (de résonance) de la machine. Autrement dit :  $(f_{r_\theta r_z}, r_\theta, r_z) \neq (f_{m_\theta m_z}, m_\theta, m_z)$ . Pour cela deux solutions sont possibles :

- La première possibilité consiste à jouer sur la structure de la machine en variant ses paramètres géométriques (diamètre, longueur, épaisseur, points de fixation,...) pour modifier ses fréquences naturelles
- La deuxième possibilité consiste à changer le contenu spatio-temporel de la force magnétique pour modifier les ordres et fréquences de celle-ci. Les éléments qui modifient la forme de la force magnétique sont décrits dans la partie I.iii.

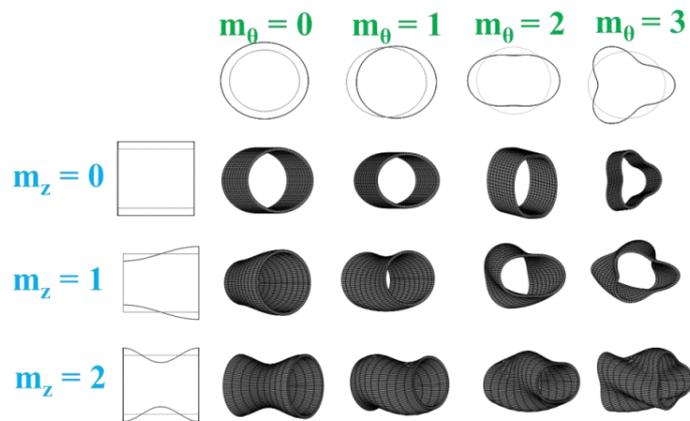


Figure I-15 : Modes propres d'un tube

Pour un tube sans contrainte aux extrémités, la vibration de chaque mode est définie par le déplacement  $D_{m_\theta m_z}$ .

<sup>3</sup> On parle de « mode » noté  $m$  lorsqu'on parle de la déformation naturelle de la structure, et d' « ordre » noté  $r$  pour parler de l'excitation (force extérieure).

**Dans un premier temps**, on détermine pour chacun des modes propres ( $m_\theta$ ,  $m_z$ ) sa fréquence de résonance  $f_{m_\theta m_z}$  et son amortissement  $\xi_{m_\theta m_z}$  (qui provient d'une expression empirique). Cette étape est appelée : **l'analyse modale**.

$$f_{m_\theta m_z} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{K_{m_\theta m_z}}{M}} \quad \text{I-15}$$

$$\xi_{m_\theta m_z} = \frac{1}{2\pi} (2.76 \times 10^{-5} f_{m_\theta m_z} + 0.0062) \quad \text{I-16}$$

Avec :  $M$ , masse du tube [kg]

$K_{m_\theta m_z}$ , constante de raideur [N.m] associé à chaque mode

L'analyse modale permet ensuite d'établir la fonction de transfert  $h_{m_\theta m_z}$  de chacun des modes.

$$h_{m_\theta m_z} = \frac{\omega_{m_\theta m_z}^2}{\sqrt{(\omega_{m_\theta m_z}^2 + \omega_{r_\theta r_z}^2)^2 + 4\xi_0^2 \omega_{m_\theta m_z}^2 \omega_{r_\theta r_z}^2}} \quad \text{I-17}$$

Avec :  $\omega_{m_\theta m_z} = 2 \cdot \pi \cdot f_{m_\theta m_z}$

$\omega_{r_\theta r_z} = 2 \cdot \pi \cdot f_{r_\theta r_z}$

**Puis dans un second temps**, on détermine le **déplacement dynamique**  $Y_{m_\theta m_z}$  créée par les forces d'excitations  $F_{m_\theta m_z}$  tel que :

$$Y_{m_\theta m_z} = \frac{F_{m_\theta m_z}}{M \cdot \omega_{m_\theta m_z}^2} \cdot h_{m_\theta m_z} \quad \begin{array}{l} \text{I-1} \\ 8 \end{array}$$

Avec :  $M$ , masse du tube [kg]

$F_{m_\theta m_z}$ , amplitude maximale de la force d'excitation [N] d'ordre ( $m_\theta$ ,  $m_z$ )

$h_{m_\theta m_z}$ , fonction de transfert associé à l'ordre ( $m_\theta$ ,  $m_z$ )

Si l'on souhaite prendre en compte le facteur d'empilement des tôles, le bobinage et les isolants, J.F. Gieras [10] propose de modifier le coefficient de raideur et la masse pour obtenir un modèle équivalent. Ses modèles sont satisfaisants et ont été validés au sein du laboratoire sur différents tubes et stators bobinés [26][17]. De nombreux modèles sont proposés et évalués dans la thèse de G. Verez [23] montrant la pertinence de certains modèles.

### Exemple

Pour illustrer ce modèle analytique, appliquons ces formules à un tube en aluminium avec les caractéristiques suivantes :

- longueur,  $L = 170$  mm
- épaisseur,  $h = 5$  mm
- diamètre moyen,  $D = 95$  mm
- module de Young,  $E = 70$  GPa
- masse volumique,  $\rho = 2665$  kg/m<sup>3</sup>

On considère seulement les modes axiaux  $m_z = 0$ . On a alors le modèle suivant :

$$A_m = \frac{F_{m_\theta}/M}{\sqrt{(\omega_{m_\theta}^2 + \omega_r^2)^2 + 4\xi_0^2 \omega_{m_\theta}^2 \omega_r^2}} \quad \text{I-19}$$

$$\xi_{m_\theta} = \frac{1}{2\pi} (2.76 \times 10^{-5} f_{m_\theta} + 0.0062) \quad \text{I-20}$$

$$m_\theta = 0 \quad f_0 = \frac{1}{\pi D_c} \sqrt{\frac{E_c}{\rho_c}} \quad \text{I-21}$$

$$m_\theta = 1 \quad f_1 = f_0 \sqrt{\frac{2}{1 + (\kappa)^2}} \quad \text{I-22}$$

$$m_\theta \geq 2 \quad f_{m_\theta} = f_0 \kappa \frac{m_\theta(m_\theta^2 - 1)}{\sqrt{m_\theta^2 + 1}} \left( 1 + \frac{\kappa^2(m_\theta^2 - 1)(5 \cdot m_\theta^2 + 3)}{m_\theta^2 + 1} \right)^{-1/2} \quad \text{I-23}$$

$$\text{Avec :} \quad \kappa = \frac{h_c}{\sqrt{3} D_c} \quad \text{I-24}$$

L'analyse modale donne les fréquences de résonance et les amortissements associés à chaque mode propre (Tableau I-1). On applique une force d'excitation composée d'un ordre 2 à 1391 Hz d'amplitude 100 N et d'un ordre 4 à 10.000 Hz de 10000 N (Tableau I-2).

**Tableau I-1 : Base modale d'un tube**

$m_\theta$	$f_{m_\theta}$ [Hz]	$\xi$
0	17172	0.0853
1	24274	0.1165
2	1391	0.0160
3	3892	0.0270
4	7349	0.0421
5	11661	0.0611

**Tableau I-2 : Composition de la force excitation**

$r_\theta$	$f_{r_\theta}$ [Hz]	$F_{m_\theta}$ [N]
2	1399	100
4	10.000	10.000

La Figure I-16 illustre l'équation suivante  $\frac{h_{m_\theta m_z}}{M \cdot \omega_{m_\theta m_z}^2}$  pour chacun des modes nommée « réponse du tube ». Sur cette figure est également représentée la force d'excitation par les lignes verticales. La Figure I-17 représente le comportement vibratoire (déplacement) du tube qui découle de l'équation I-15. C'est la multiplication pour chacun des modes de la réponse du tube et de la force représentées sur la Figure I-16.

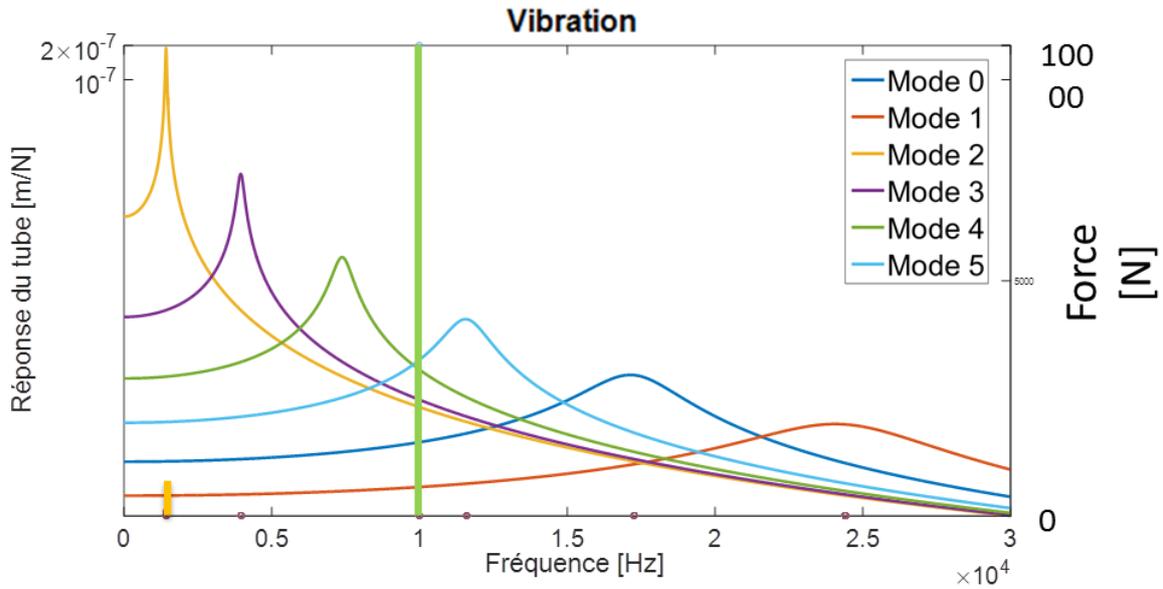


Figure I-16 : Réponse du tube et force d'excitation

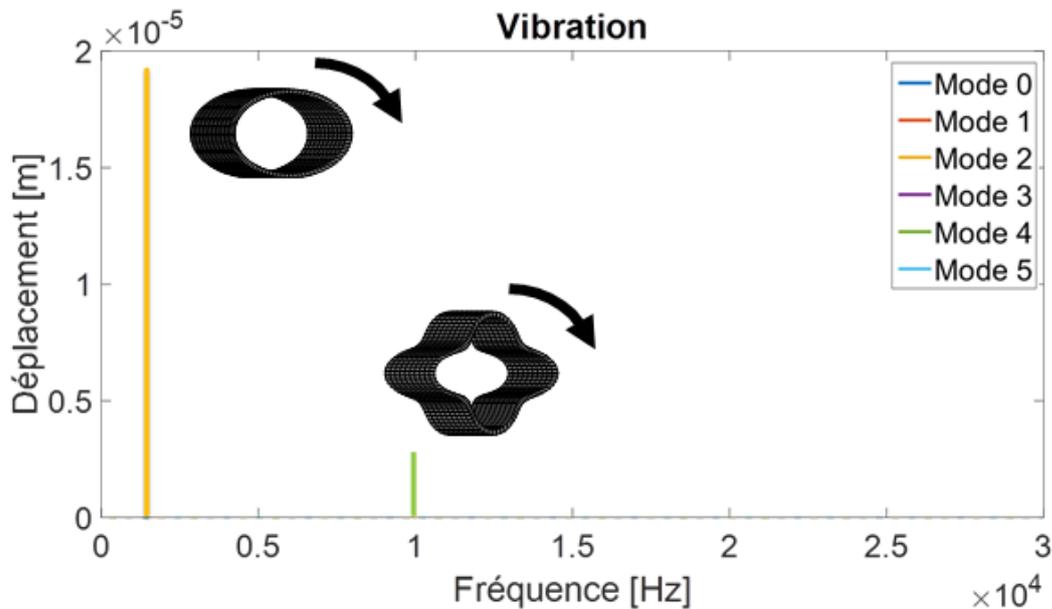


Figure I-17 : Vibration

Cet exemple illustre parfaitement le fait, qu'une très faible force d'excitation peut engendrer beaucoup plus de vibration qu'une grande force d'excitation, si elle excite le mode à sa fréquence de résonance. Ici la force d'ordre 2 est 100 fois plus petite que la force d'ordre 4, mais provoque des vibrations 7 fois plus importantes.

En conclusion, il ne faut surtout pas se limiter à l'analyse des amplitudes de forces relativement importantes, il est nécessaire d'étudier l'ensemble des forces dans l'entrefer même celles qui paraissent négligeables à première vue.

## ii. Modèle numérique

La méthode des éléments finis (M.E.F.) est couramment utilisée tant en calcul statique qu'en calcul dynamique. Elle permet de calculer les modes propres d'une structure et de prédire sa réponse vibratoire en tout point du maillage, pour une excitation donnée. La réponse vibratoire d'une structure est régie par le système d'équations différentielles d'équilibre suivant :

$$M.\ddot{D}(t) + C.\dot{D}(t) + K.D(t) = F(t)$$

Avec,

M : matrice de masse;

C : matrice d'amortissement;

K : matrice de raideur;

F : vecteur de force;

D : vecteur des déplacements.

Deux approches peuvent être utilisées pour la résolution du système : l'approche directe et la méthode de superposition modale. La première méthode consiste à résoudre directement le système matriciel. La deuxième consiste à réaliser une analyse modale et à projeter le problème matriciel sur la base modale ainsi obtenue. La réponse sera ainsi la combinaison linéaire des réponses relatives à chacun des modes. De nombreuses références utilisent la seconde approche facilitant ainsi le calcul.

L'avantage des logiciels qui utilisent la méthode des EF est de pouvoir caractériser totalement le système, aussi bien en deux dimensions qu'en trois dimensions. Module de Young, masse volumique et coefficient de Poisson des matériaux constituant le stator sont des données nécessaires. Contrairement au modèle analytique, des contraintes peuvent être appliquées à la structure étudiée. Si le système peut être totalement caractérisé, le temps de définition de la géométrie et surtout le temps de résolution peuvent parfois être très longs.

## b) Modèle acoustique

### i. Généralités

Les vibrations de la machine entraînent une variation de la pression de l'air autour de la machine et créent du bruit. Pour caractériser le bruit, différentes grandeurs sont utilisées et décrites ci-dessous.

#### La pression acoustique (sonore)

Si l'on suppose que les particules d'air se déplacent de manière sinusoïdale en fonction du temps on peut alors exprimer le déplacement  $x(t)$  et la vitesse  $v(t)$  des particules d'air tel que :

$$x(t) = Y \cdot \sin(2\pi \cdot f_{air} \cdot t) \quad \text{I-25}$$

$$v(t) = 2\pi \cdot f_{air} Y \cdot \cos(2\pi \cdot f_{air} \cdot t) \quad \text{I-26}$$

Avec  $Y$  l'amplitude maximale du déplacement et  $f_{air}$  la fréquence des particules d'air. La pression acoustique instantanée peut être exprimée comme la multiplication de l'impédance acoustique  $Z$  par la vitesse instantanée des particules  $v(t)$  :

$$p(t) = Z \cdot v(t)$$

L'impédance acoustique dépend du milieu dans lequel l'onde se propage.

**La valeur efficace de la variation de la pression instantanée est la pression acoustique.** Elle s'exprime en Pascal et est mesurée à l'aide d'un microphone.

Le seuil de perception minimal de l'oreille est de  $20 \mu Pa$  et le seuil de douleur est à  $100 Pa$ . La plage de perception étant très grande ( $10^7$ ), il est d'usage d'utiliser l'échelle logarithmique en prenant comme niveau de référence le seuil minimal de perception  $P_0 = 20 \mu Pa$ . On définit ainsi le niveau de pression acoustique  $L_p$  (dB):

$$L_p = 20 \cdot \log\left(\frac{P}{P_0}\right) = 10 \cdot \log\left(\frac{P^2}{P_0^2}\right) \quad \text{I-27}$$

### L'intensité acoustique

L'intensité acoustique  $\vec{I}$  est une grandeur vectorielle qui décrit la puissance transportée par les ondes sonores par unité de surface. Elle est la moyenne dans le temps du flux d'énergie acoustique instantanée et s'exprime en  $W \cdot m^{-2}$  :

$$\vec{I} = \frac{1}{T} \int_0^T p(t) \cdot \vec{v}(t) dt \quad \text{I-28}$$

Le niveau d'intensité acoustique  $L_I$  est :

$$L_I = 10 \cdot \log\left(\frac{I}{I_0}\right) \text{ avec } I_0 = 10^{-12} W/m^2 \quad \text{I-29}$$

Dans l'air, à  $20^\circ C$  et à pression atmosphérique  $1013 \text{ hPa}$ , l'impédance acoustique vaut  $Z = 415 \text{ kg} \cdot m^{-2} \cdot s^{-1}$ . L'intensité acoustique dans la direction du mouvement des particules vaut :

$$I = 8200 \cdot f_{air}^2 \cdot Y^2 \quad \text{I-30}$$

### Puissance acoustique

La puissance acoustique s'obtient en intégrant l'intensité sur une surface  $S$  qui entoure la source sonore et s'exprime en  $W$ . Elle caractérise la puissance sonore totale que la source émet :

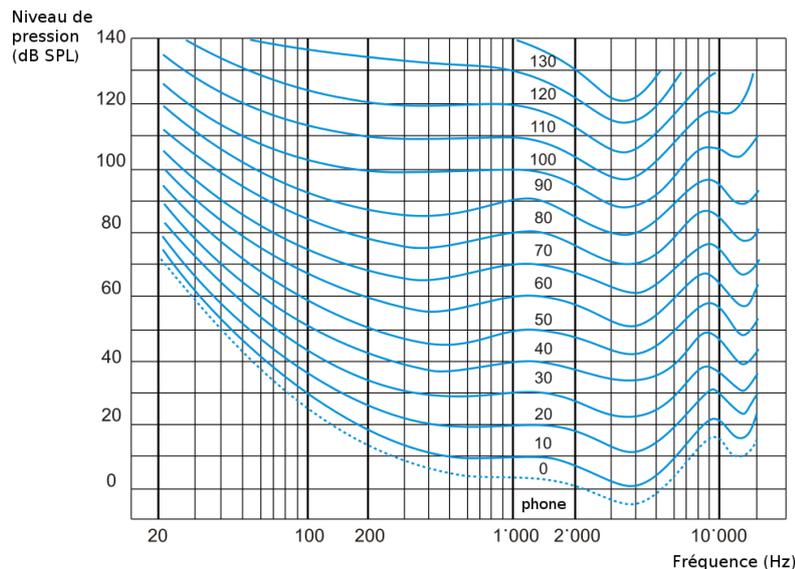
$$W = \int_S \vec{I} \cdot d\vec{S} \quad \text{I-31}$$

Le niveau de puissance acoustique  $L_w$  d'une source sonore est :

$$L_w = 10 \cdot \log \left( \frac{W}{W_0} \right) \text{ avec } W_0 = 10^{-12} W \quad \text{I-32}$$

### Courbes isonomiques et pondérations

Notre perception de l'échelle des sons n'est pas linéaire. L'oreille n'a pas la même sensibilité pour toutes les fréquences audibles : ainsi, un son de 50 dB de fréquence 1000 Hz produit une sensation auditive plus forte qu'un son de 50 dB de fréquence 100 Hz. Les courbes isosoniques (Figure I-18) prennent en compte ce phénomène. Chaque courbe isosonique est repérée par une graduation exprimée en «phones». Cette courbe isosonique, est une mesure de la pression sonore (en décibels), en fonction de la fréquence, qu'une personne perçoit comme un son de même niveau sonore quelle que soit la fréquence. Par exemple, une onde sonore de 50 dB à 100 Hz et une onde sonore de 40 dB à 1000 Hz sont perçues par l'oreille avec la même intensité (40 phones).



**Figure I-18 : Lignes isosoniques normales selon la norme ISO 226:2003**  
**SPL =  $L_p$  signifie Sound pressure level (Niveau de pression acoustique P)**

Si l'on veut mesurer, non pas le niveau de pression sonore (en dB), mais la sensation perçue par l'oreille, on devra équiper les sonomètres de filtres ou autres dispositifs qui atténueront les basses et les hautes fréquences de la même façon que le fait l'oreille humaine. Il existe différents types de filtres pondérateurs (Figure I-19), le filtre A pour les sons d'intensité faible (25 à 55 dB), le filtre B pour les sons d'intensité moyenne (55 à 85 dB) et le filtre C pour les sons d'intensité forte (> 85 dB). Le filtre A est le plus utilisé, on notera les décibels dB(A) aussi appelé décibels acoustiques.

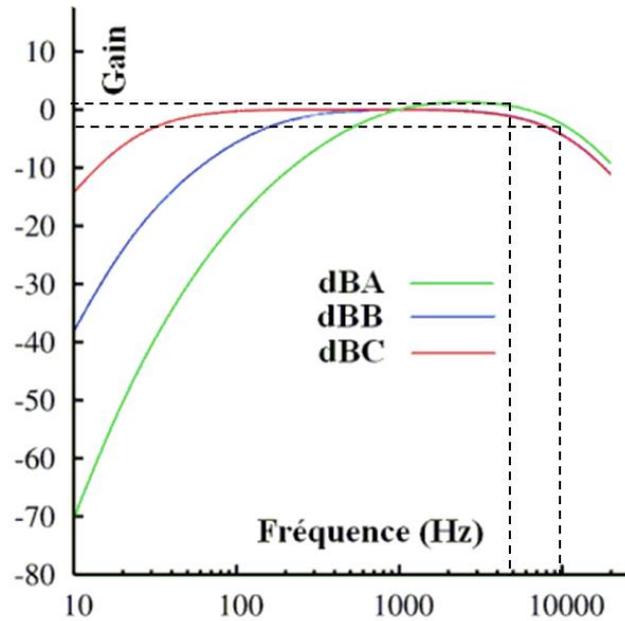


Figure I-19 : Courbes de pondération

## ii. Modèle analytique

L'intensité acoustique d'un mode à la surface de la machine électrique s'exprime ainsi :

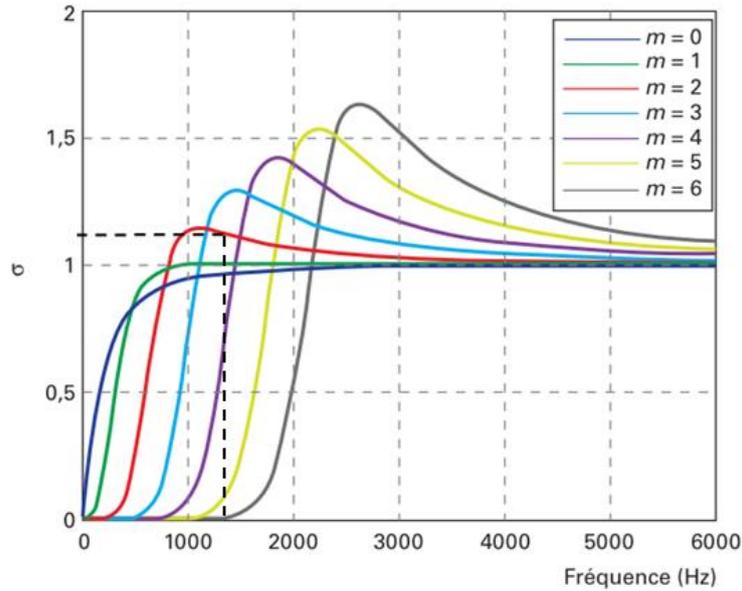
$$I_{m_\theta, m_z} = \sigma_{m_\theta, m_z} 8200 \cdot f_{m_\theta, m_z}^2 \cdot Y_{m_\theta, m_z}^2 \quad \text{I-33}$$

Où  $f_{m_\theta, m_z}$  est la fréquence du mode ( $m_\theta, m_z$ ),  $Y_{m_\theta, m_z}$  est le déplacement maximum et  $\sigma_{m_\theta, m_z}$  est le facteur de rayonnement. Le facteur de rayonnement représente la capacité de la machine à transmettre les vibrations mécaniques de la machine à l'air qui l'entoure. Ce facteur dépend des dimensions de la machine, du mode de déformation ( $m_\theta, m_z$ ) et de sa fréquence. La Figure I-20 représente le facteur de rayonnement appliqué à un cylindre infini ( $m_z = 0$ ). On observe que le rayonnement acoustique dépend fortement du mode et de sa fréquence.

En réalité, il est difficile d'analyser le bruit émis par une machine électrique avec des modèles vibro-acoustiques analytiques car le bruit n'est pas simplement dû à la vibration du stator. En effet, une grande partie du bruit est dû à la vibration d'autres éléments du moteur (Figure I-14) comme les ailettes, le bâti, les fixations, les flasques, etc. Cela dit pour mettre en place un modèle analytique et déterminer le facteur de rayonnement il est nécessaire de supposer la machine par des formes simples :

- Alger [6] modélise les machines longues par un cylindre infini.
- Les machines courtes peuvent être modélisées par une sphère. Jordan [27] propose un modèle.
- Yang [28] propose un modèle pour modéliser les machines par un cylindrique fini

Certes ces modèles ne donnent pas avec précision le bruit réel émis par la machine mais ils sont suffisants pour estimer le bruit et faire des études qualitatives.



**Figure I-20 : Valeur du facteur de rayonnement modal d'un cylindre en fonction de la fréquence et de l'ordre du mode de vibration [29]**

### Exemple

Continuons l'exemple précédent, le tube à deux modes de vibrations : un mode 2 à 1391 Hz avec un déplacement maximum de  $1.9 \times 10^{-5}$  mm et un mode 4 à 10000 Hz avec un déplacement maximum de  $2.7 \times 10^{-6}$  mm (Figure I-17). A l'aide de la Figure I-20, on détermine la valeur du facteur de rayonnement de chaque mode. Puis avec l'expression I-33, on détermine la puissance acoustique de chaque mode : le mode 2 à une intensité acoustique de  $6.3 \text{ W/m}^2$  et le mode 4 à une intensité acoustique de  $6 \text{ W/m}^2$ .

$$I_{2,0} = \sigma_{2,0} \cdot 8200 \cdot f_{2,0}^2 \cdot Y_{2,0}^2 = 1.1 \times 8200 \times 1391^2 \times (1.9 \times 10^{-5})^2 = 6.3 \text{ W/m}^2 = 128.0 \text{ dB}$$

$$I_{4,0} = \sigma_{4,0} \cdot 8200 \cdot f_{4,0}^2 \cdot Y_{4,0}^2 = 1 \times 8200 \times 10000^2 \times (2.7 \times 10^{-6})^2 = 6.0 \text{ W/m}^2 = 127.8 \text{ dB}$$

$$\text{L'intensité global émit par le tube en décibel est : } L_{Total} = 10 \cdot \log \left( \frac{I_{2,0} + I_{4,0}}{I_0} \right) = 130.9 \text{ dB}$$

On applique ensuite le filtre A (Figure I-19) pour mesurer la sensation perçue par l'oreille. Si on écoute séparément chaque mode, on s'aperçoit que le mode 2 est plus bruyant que l'ordre 4 :

$$I_{2,0} = 128.0 + 1.4 = 129.4 \text{ dBA}$$

$$I_{4,0} = 127.8 - 2.8 = 125.0 \text{ dBA}$$

### iii. Modèle numérique

Les formulations acoustiques permettent de donner les principales tendances mais elles ne s'appliquent qu'à des cas simples. De plus, pour répondre aux normes acoustiques de plus en plus strictes il est important d'estimer l'émission acoustique avec précision. Les modélisations numériques permettent cela.

L'augmentation de la puissance de calcul a permis à la mécanique des fluides numériques (CFD : Computational Fluid Dynamics) de se développer. La CFD peut résoudre des problèmes acoustiques simples mais les temps de calcul sont longs. En effet, il y a différents ordres de grandeurs entre les variations de pression et de vitesse et les échelles de temps et de longueur. Il est alors apparu dans les années 1980, l'aéroacoustique numérique [30] (CAA : Computational AeroAcoustics) qui est une branche de CFD. Son objectif est de décrire le champ sonore engendré par les perturbations d'un écoulement au sein d'un volume  $V$  et rayonné dans un fluide statique.

Nous venons de voir l'impact que les forces magnétiques dans l'entrefer ont sur le couple, les vibrations et le bruit. Désormais, nous allons nous intéresser aux éléments qui modifient ces forces magnétiques.

#### **4. Éléments impactant les forces magnétiques**

Le champ magnétique dans l'entrefer étant égal au produit de la perméance d'entrefer (par unité de surface) et de la force magnétomotrice globale, il en découle que tout élément qui modifie la forme spatiale ou temporelle de la perméance, de la force magnétomotrice stator, rotor ou des courants électriques sont susceptibles de modifier la force magnétique. Ci-dessous, nous présentons différents éléments de conception des machines qui peuvent impacter les forces magnétiques :

##### **Le nombre de pôles et leur forme**

Le nombre de pôles impacte directement la période spatiale et temporelle de la force magnétique. Et la forme des pôles (pôles saillants par exemple) ou la forme des aimants dans une machine crée un champ magnétique dans l'entrefer avec un contenu harmonique en lien avec leur forme et leur disposition, qui ont par conséquent un impact direct sur la force magnétique.

##### **Le nombre d'encoches rotor, stator et leur ouverture**

Le nombre d'encoches au stator et au rotor a une influence importante sur la perméance et donc sur les ordres et les fréquences des forces. Les ordres et les fréquences générées par le nombre de dents peuvent exciter les modes propres à leur fréquence de résonance. Un choix judicieux du nombre de pôles et de dents permet dans de nombreux cas de limiter le bruit. L'ouverture d'encoche quant à elle, modifie la forme de la perméance et celle de la force magnétomotrice et par ce fait la force magnétique. La forme de la dent a également un impact sur les forces magnétiques, notamment l'effet de l'isthme ou l'ajout de cales semi-magnétiques qui permet d'atténuer le bruit [26][31][32].

### La distribution du bobinage

Le contenu harmonique de la force magnétomotrice est étroitement lié à la distribution du bobinage. Par exemple, un bobinage réparti à double couche crée une force magnétomotrice avec moins d'harmonique d'espace qu'un bobinage dentaire.

### Le type d'alimentation

La force magnétomotrice produite par les bobines d'une machine électrique est dépendante des courants qui la traversent. Ainsi tous les harmoniques que crée l'alimentation se répercutent sur la force magnétique. Par exemple, dans le cas d'une utilisation avec un variateur, une alimentation MLI va donc perturber la force magnétique.

### La saturation

La perméabilité des parties ferromagnétiques n'étant pas linéaire, lorsque les champs magnétiques sont trop importants : il y a saturation. La saturation modifie la répartition du champ magnétique dans le fer et notamment au niveau des dents ce qui impacte les forces magnétiques [17] [33].

### Les défauts mécaniques

Tous les aspects géométriques (asymétries, imperfection) ou phénomènes (excentricités statiques et dynamiques, inclinaison du rotor) qui modifient la perméance de l'entrefer impactent les forces magnétiques et ajoutent des harmoniques spatiales et/ou temporelles.

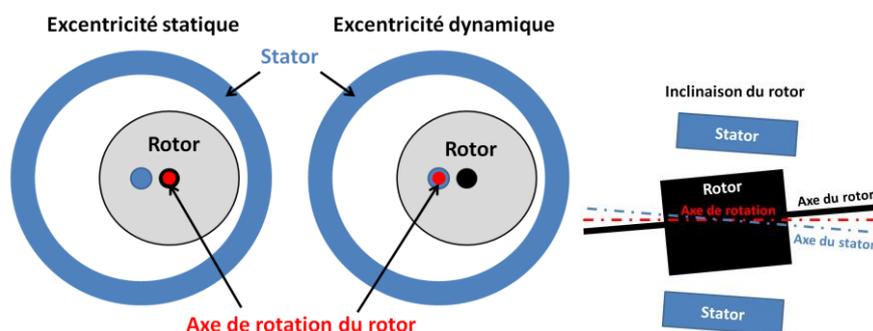


Figure I-21: Représentation des excentricités statique et dynamique et inclinaison du rotor [34]

### Le vrillage

Le vrillage du rotor (ou du stator) modifie la répartition du champ magnétique et engendre de nombreuses conséquences sur le couple, les vibrations et le bruit mais pas seulement.

Historiquement, le vrillage a été fait sur les machines asynchrones mais aujourd'hui il est également réalisé sur les machines synchrones (à aimants ou à réluctance variable). Par exemple, la Figure I-22 schématise le vrillage d'un rotor d'une machine à aimant. Le vrillage

est discrétisé dû à la discrétisation des aimants. Quant à la Figure I-23, elle schématise différents types de vrillage possible de rotors à cage d'écureuil de machines asynchrones.

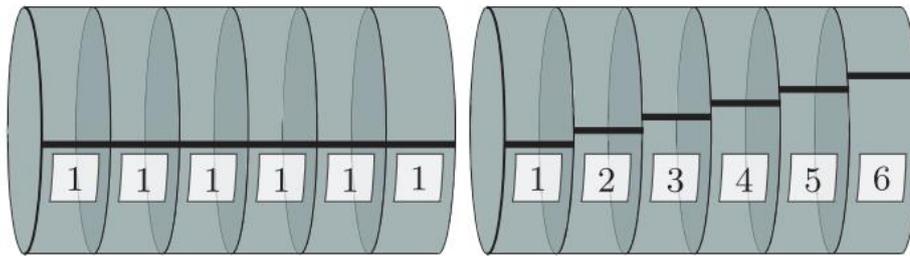


Figure I-22 : Schéma d'un rotor à aimant non-vrillé (à gauche) et d'un rotor avec un vrillage linéaire (à droite) [35]

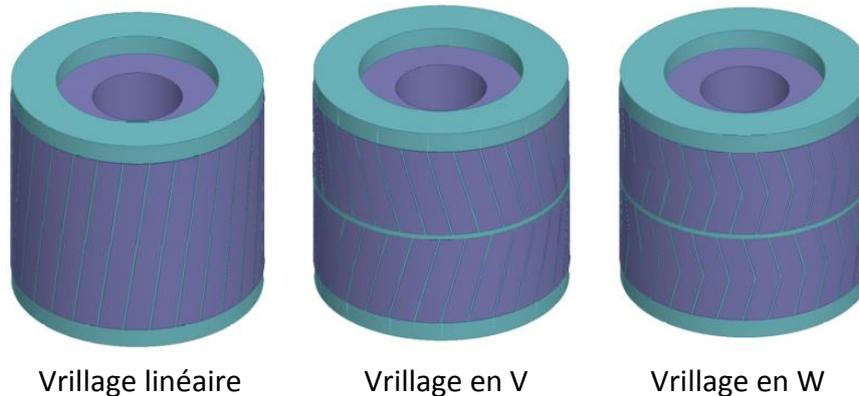


Figure I-23 : Schéma de différent type de vrillage d'une machine asynchrone à cage d'écureuil [36]

Dans la suite, on s'intéressera principalement à l'impact d'un vrillage classique (vrillage linéaire) sur les machines asynchrones. Cependant l'apport d'autres types de vrillage sera évoqué.

## II. Le vrillage

La modélisation présentée dans cette partie repose sur des modèles par E.F. en 3D et 2D multi-couches mais aussi par des schémas équivalents intégrant un coefficient de vrillage.

### 1. Modélisation électromagnétique du vrillage

Les équations aux dérivées partielles établies par J.C.Maxwell dans les années 1860 régissent le comportement électrique et magnétique d'une machine électrique. Ces équations sont admises et sont des lois fondamentales de la physique.

Equation de Maxwell-Gauss

$$\operatorname{div} \vec{D} = \rho \quad \text{I-34}$$

Equation de Maxwell-Thomson

$$\operatorname{div} \vec{B} = 0 \quad \text{I-35}$$

Equation de Maxwell-Faraday

$$\overrightarrow{\text{rot}} \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad \text{I-36}$$

Equation de Maxwell-Ampère

$$\overrightarrow{\text{rot}} \vec{H} = \vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \quad \text{I-37}$$

Avec :

H : champ magnétique (A/m)

E : champ électrique (V/m)

J : densité de courant magnétique (A/m<sup>2</sup>)

D : déplacement de courant électrique (G/m)

B : induction magnétique (T)

$\rho$  : densité volumique de charge (C/m<sup>3</sup>)

A ces équations, on ajoute les lois de comportement du matériau.

Loi de comportement magnétique :

$$\vec{B} = \vec{B}_r + \mu_0 \mu_r \vec{H} \quad \text{I-38}$$

Loi de comportement électrique :

$$\vec{D} = \epsilon_0 \epsilon_r \vec{E} \quad \text{I-39}$$

Loi d'Ohm :

$$\vec{J} = \sigma \vec{E} \quad \text{I-40}$$

Avec :  $\mu_0$  : perméabilité du vide (m.kg.s<sup>-2</sup>.A<sup>-2</sup>)       $B_r$  : induction rémanente (T)  
 $\mu_r$  : perméabilité relative       $\epsilon_0$  : permittivité du vide (F/m)  
 $\sigma$  : conductivité électrique (S/m)       $\epsilon_r$  : permittivité relative

Pour la modélisation des machines électriques, l'approximation des régimes quasi stationnaires peut être appliquée. Cela revient à négliger la variation des déplacements de courant par rapport au temps :  $\frac{\partial \vec{D}}{\partial t} = 0$ . Le système des équations de Maxwell se réduit aux équations de la **magnétodynamique**. Selon les cas d'étude, ce système d'équation peut se réduire aux équations de l'**électrostatique**, de l'**électrocinétique** ou de la **magnétostatique**.

Finalement tous les modèles développés pour étudier le comportement des machines électriques découlent de ces lois ; les modèles se différencient par leurs hypothèses plus ou moins fortes. Par exemple pour une machine non-vrillée, l'hypothèse de l'invariance des grandeurs selon l'axe de la longueur permet de simplifier la modélisation. Ainsi, une simulation par éléments finis 2D peut être suffisante si on souhaite calculer le couple mais ne permettra pas d'étudier les effets de bord ; chose que permet une simulation par éléments finis 3D. Selon nos besoins (grandeurs à étudier, temps de simulation, précision, complexité,...) un modèle peut être plus ou moins avantageux. Cette partie présente plusieurs solutions de modélisation pour prendre en compte le vrillage.

### a) La méthode des éléments finis (MEF) 3D

Il existe de nombreuses méthodes numériques (différences finies, volumes finis, éléments naturels, Cell-Method,...) pour résoudre les équations aux dérivées partielles établies par Maxwell, parmi elles il y a la méthode des éléments finis [37] qui semble bien adapté pour modéliser en 3D les machines électriques. C'est un outil mathématique permettant de rechercher une solution approchée d'une équation aux dérivées partielles. Lorsque le problème devient complexe (milieux hétérogènes, anisotropies), il est quasiment impossible de résoudre les équations analytiquement, d'où la nécessité d'utiliser des méthodes numériques.

Le développement des calculateurs a permis dans les années 1990 la résolution des équations aux dérivées partielles en 3 dimensions pour des applications industrielles. La méthode des éléments finis 3D semble être la méthode la plus adaptée pour prendre en compte le vrillage. Cette méthode présente de nombreux avantages. Elle est capable de prendre en compte des géométries complexes et tous les phénomènes physiques dans la machine (effets non-linéaire, courant induit,...). De plus avec les logiciels disponibles sur le marché, il est très facile de dessiner une machine et choisir les hypothèses de simulation. Cela dit, les temps de calcul restent très longs, d'autant plus que pour analyser le contenu harmonique des forces dans l'entrefer il est important d'avoir une bonne discrétisation spatiale et temporelle. Le temps de calcul dépend également du type de résolution des équations de Maxwell. Une résolution en magnétostatique est beaucoup plus rapide qu'une résolution en magnétodynamique. La méthode des éléments finis 3D reste la référence mais n'est pas adaptée pour s'intégrer dans un processus d'optimisation utilisé dans les premières phases de conception des machines électriques.

Les couplages entre éléments finis et circuit électrique sont également possibles [38]. Cela permet par exemple de ne pas modéliser les têtes de bobine par éléments finis afin de réduire le temps de simulation. D'autres pistes ont également été explorées pour réduire ces temps de calcul. Par exemple dans un article [39], les auteurs simulent par EF une machine asynchrone à rotor vrillé en exploitant les hypothèses du modèle EF 2D pour le stator, et utilise un modèle EF 3D pour le rotor en supposant que le potentiel vecteur est invariant selon l'inclinaison du rotor (Figure I-24).

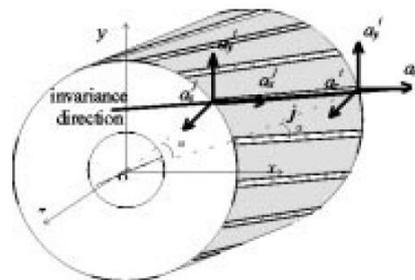


Figure I-24 : Model 2D/3D-invariant prenant en compte le vrillage [39]

## b) MEF 2D multi-couches

Pour prendre en compte le vrillage il est possible de diviser la machine électrique en  $n$  couches selon l'axe longitudinal. Le champ magnétique dans chaque couche est calculé par la M.E.F. 2D et les couches sont couplées à l'aide d'un circuit électrique. De nombreux articles comparent cette modélisation multi-couches 2D avec la modélisation E.F. 3D. Par exemple, l'article [40] compare une modélisation multi-couches E.F. 2D avec une modélisation E.F. 3D sur une machine asynchrone à rotor vrillé. Cela donne de bons résultats sur le couple et les courants. On peut également citer ces articles [41][42] qui appliquent cette modélisation multi-couches E.F. 2D, pour analyser l'impact du vrillage sur les courants. Cette analyse est faite pour une machine asynchrone et une machine synchrone à aimants permanents à pôles saillants. La précision dépend fortement du nombre de couches considérées. Pour réduire le nombre de couche, l'auteur de l'article [43] montre sur une machine asynchrone qu'une discrétisation Gaussienne de l'espacement des couches réduit l'erreur due à la discrétisation. Ainsi une modélisation de 5 couches avec une discrétisation Gaussienne revient à modéliser 10 couches avec une discrétisation uniforme lorsqu'on compare les courants. Pour résumer, la méthode multi-couches par E.F. 2D est une méthode qui donne de bons résultats sur les grandeurs globales telles que les courants et le couple mais très peu (ou pas) d'articles utilisent cette méthode pour faire une analyse harmonique spatio-temporel des forces magnétiques dans l'entrefer.

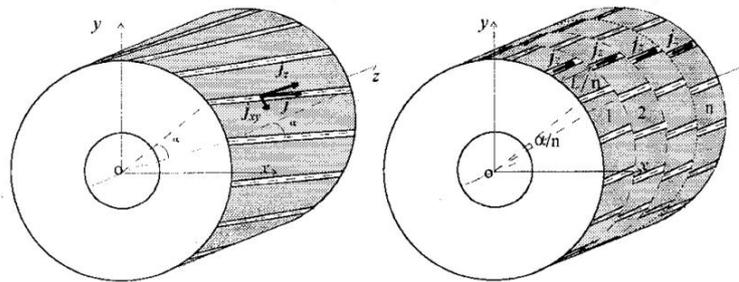


Figure I-25 : Modélisation d'un rotor d'une machine asynchrone à cage d'écureuil vrillé par M.E.F. 3D (à gauche) et par M.E.F. 2D (à droite) [40]

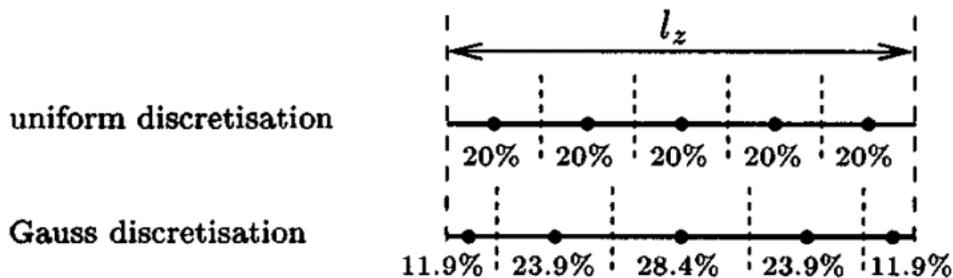


Figure I-26 : Schéma représentant une discrétisation uniforme et une discrétisation Gaussienne pour un modèle à 5 couches [43]

### c) Facteur de vrillage associé à une modélisation 2D

Le coefficient de vrillage  $K_{ih}$  (ou facteur d'inclinaison) est un coefficient qui permet de prendre en compte l'impact du vrillage sur la force magnétomotrice dans l'entrefer d'une machine électrique. Le développement pour déterminer ce facteur se trouve dans l'Annexe C. Il représente le ratio entre force magnétomotrice d'une machine vrillée et d'une machine non vrillée :

$$K_{ih} = \frac{\sin\left(\frac{h \cdot p \cdot \alpha}{2}\right)}{\frac{h \cdot p \cdot \alpha}{2}} \quad \text{I-41}$$

Avec :  $\alpha$ , l'angle de vrillage représenté sur la Figure C-12  
 $h$ , le numéro d'une harmonique impaire de la tension magnétique  
 $p$ , le nombre de paire de pôle

Ce coefficient peut être intégré dans différents modèles pour prendre en compte le vrillage. On présente ici, l'intégration de ce coefficient dans un modèle analytique (Schéma du modèle équivalent : SME) et dans un modèle par EF 2D.

#### i. Coefficient de vrillage + SME

Le vrillage augmente l'inductance magnétisante et la résistance rotor [44] [45]. La modification du SME d'une machine non-vrillée (Figure I-27) pour prendre en compte le vrillage se fait grâce à la modification de la résistance rotor et de l'inductance magnétisante à travers le coefficient de vrillage (nommé  $k_{sk}$  dans le SME Figure I-28).

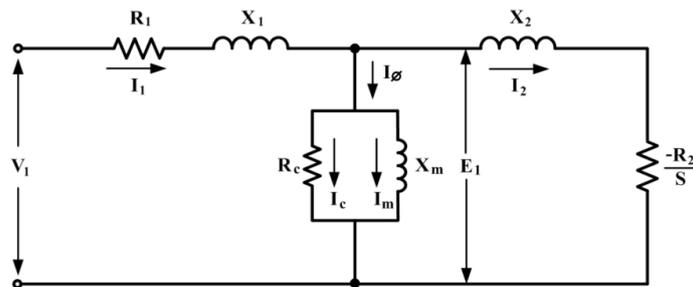


Figure I-27 : Schéma équivalent monophasé d'une machine asynchrone non-vrillée [45]

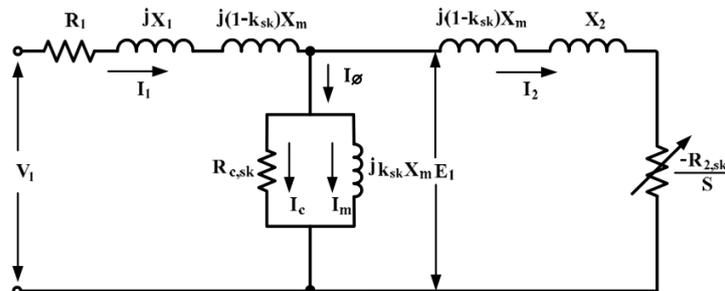


Figure I-28 : Schéma équivalent monophasé d'une machine asynchrone vrillée [45]

Ces modèles analytiques peuvent facilement être intégrés dans un réseau électrique et donnent de bons résultats de l'impact du vrillage sur les grandeurs globales (puissance active et réactive, courant, tension, couple). Le SME représenté donne seulement des grandeurs moyennes mais d'autres modèles plus élaborés permettent de prendre en compte les harmoniques de temps [46][47]. Cependant, ils sont insuffisants pour déterminer précisément le spectre spatio-temporel de l'induction dans l'entrefer afin de calculer les forces magnétiques.

## ii. Coefficient de vrillage + EF 2D

Certains auteurs [48] utilisent un modèle par EF 2D pour simuler une machine électrique et applique le coefficient de vrillage en post-traitement sur le couple. La Figure I-29 schématise les étapes de la méthode et l'insertion du coefficient de vrillage (en. skew factor) utilisé par l'auteur.

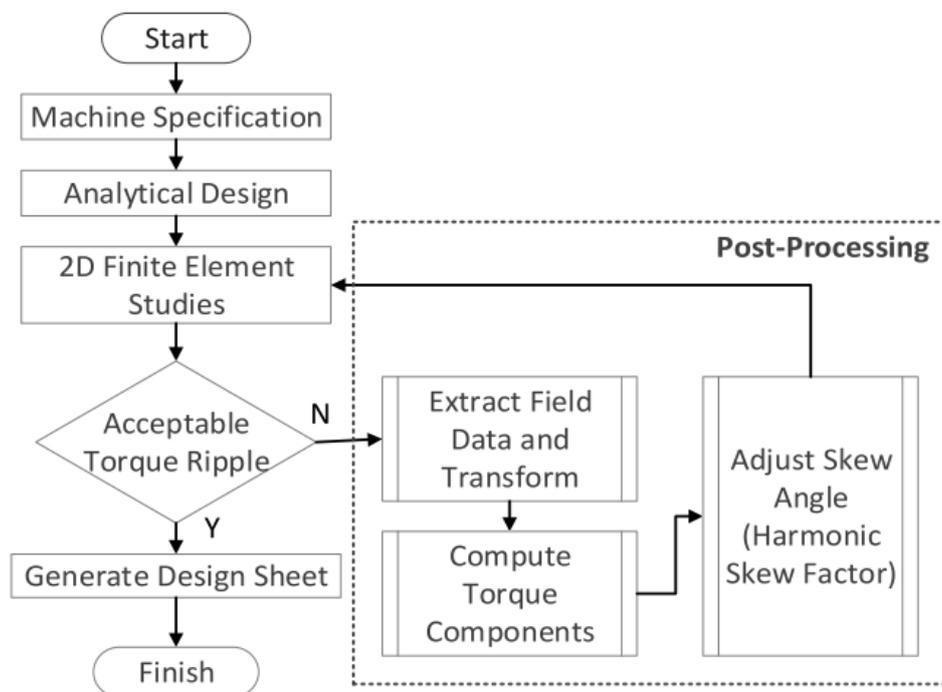


Figure I-29 : Implémentation de la méthode [48]

## 2. Impact du vrillage

A l'origine, le vrillage est utilisé pour réduire les ondulations de couple. Il permet de réduire les ondulations dues à la denture qui peuvent bloquer le moteur à l'arrêt, ou engendrer des ruptures d'arbre ou des vibrations de la charge entraînée, etc. Le vrillage du rotor était quasi systématique pour les petites machines asynchrones et c'était le rotor qui était majoritairement vrillé. Cependant d'après l'auteur de cet article de 1970 [49], le vrillage systématique est discutable et ces effets ne sont pas forcément bénéfiques. Ces interrogations sur l'impact du vrillage sont encore d'actualités. Dans de nombreux cas, le

vrillage n'apporte rien de bénéfique et peut augmenter les pertes, diminuer le couple moyen et avoir d'autres conséquences. Dans cette partie, différentes conséquences du vrillage sont présentées : l'impact sur le couple et le bruit qui sont l'origine de ces travaux, mais également l'impact du vrillage sur les grandeurs électriques (courant, puissances,...), les forces axiales, les courants inter-barres ou encore les pertes.

### a) Grandeurs électriques

Les grandeurs les plus simples à observer expérimentalement sont les courants, les tensions et les puissances électriques. A titre d'exemple, on s'appuie sur un article [45] pour observer l'impact du vrillage sur une génératrice asynchrone à cage d'écureuil. Les essais sont réalisés sur une machine triphasée à 2 paires de pôle de 2.2 kW fonctionnant à 1420 rpm. Cette machine possède 3 rotors à cage d'écureuil coulés : un droit, un vrillé de 5° et un vrillé de 10° (Figure I-30). Dans le Tableau I-3 est représenté l'impact du vrillage sur les résistances et les réactances de la machine. La résistance rotor  $R_2$  augmente avec le vrillage car la longueur des barres du rotor augmente. La résistance  $R_c$  représentant les pertes fer augmentent avec le vrillage. Ces modifications peuvent être prises en compte dans un schéma monophasé équivalent (

Figure I-28). La Figure I-31 met en évidence que le vrillage lisse les grandeurs telles que les puissances actives et les courants (réduisant ainsi l'usure des convertisseurs).



Figure I-30 : Machine asynchrone avec trois rotors : un droit, un vrillé de 5° et un vrillé de 10° [45]

Tableau I-3 : Caractéristique de la machine respectant la norme IEEE [45]

Skew angle	R1 (Ω)	R2 (Ω)	Rc (Ω)	Xs (Ω)	Xr (Ω)	Xm (Ω)
0°	3.18	2.56	905.12	3.88	3.88	86.62
5°	3.18	2.58	1037.53	4.34	4.34	86.42
10°	3.18	2.96	1089.96	5.94	5.94	86.20

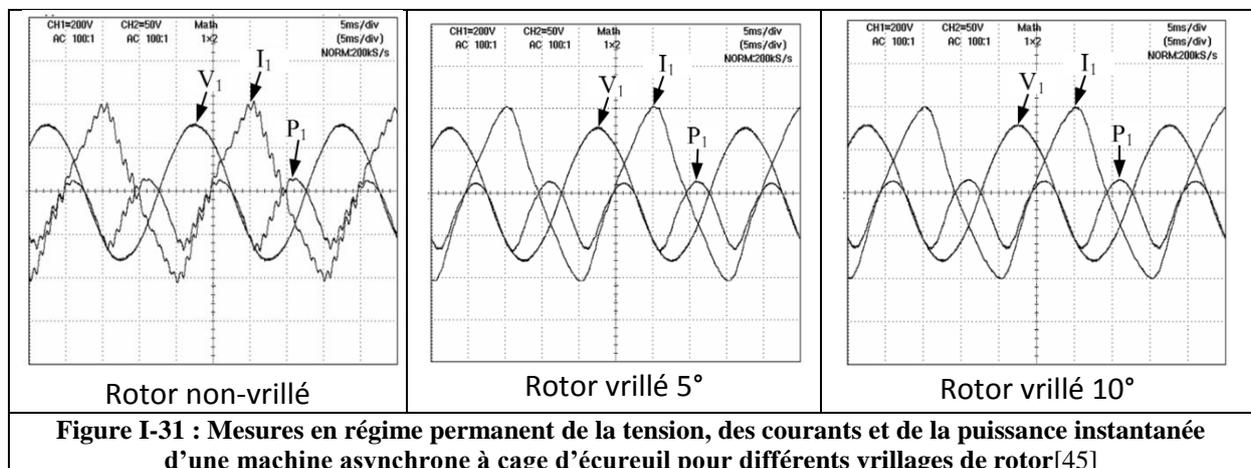
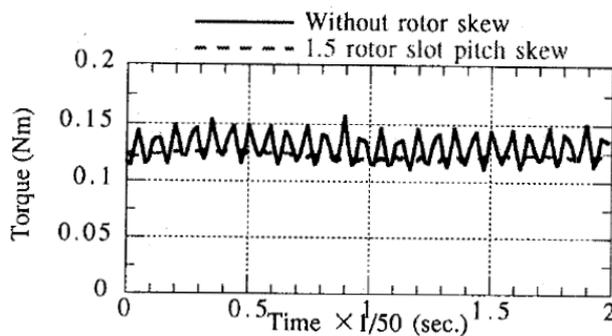


Figure I-31 : Mesures en régime permanent de la tension, des courants et de la puissance instantanée d'une machine asynchrone à cage d'écureuil pour différents vrillages de rotor [45]

## b) Couple

Comme nous avons pu le voir (partie I.2 ) les forces tangentielles magnétiques dans l'entrefer ont un contenu harmonique commun avec celui du couple. Le vrillage modifie ces forces et par conséquent le couple. Mais que cela change-t-il réellement ? De nombreux articles abordent l'impact du vrillage sur le couple à l'aide de modèles mais finalement peu de résultats expérimentaux sont présents. En effet, la mesure du couple moyen est facilement accessible avec un couplemètre mais la mesure de ses harmoniques est plus délicate et demande un couplemètre précis avec une large bande passante. De plus, la machine de charge qui est couplée à la machine d'étude perturbe les mesures et peut introduire des harmoniques de couple.

L'article [50] présente des résultats issus d'une modélisation par E.F. 3D appliquée à une machine asynchrone à cage d'écureuil. Un des résultats de cet article montre clairement que le vrillage réduit les ondulations de couple (Figure I-32). On peut également observer que plus l'angle de vrillage est important, plus le couple moyen diminue [48] (Figure I-33). Comme dernier exemple, l'article [51] présente l'impact d'un double vrillage sur une machine asynchrone à cage d'écureuil. Les mêmes conclusions que précédemment peuvent être tirées (Figure I-34). Il y a donc un compromis lorsque l'on vrille une machine électrique car le vrillage entraîne une diminution des harmoniques de couple mais en contrepartie diminue le couple moyen. Cela dit il faut rester prudent car d'après Z.Q. Zhu [52] le vrillage peut dans certains cas augmenter les ondulations de couple lorsque le couple dû à la denture est faible et que la charge est importante dans une machine synchrone à aimants (Figure I-35 et Figure I-36).



**Figure I-32 : Comparaison du couple électromagnétique d'une machine asynchrone à cage d'écureuil avec un rotor droit et un rotor vrillé (1.5 pas stator) calculé par MEF 3D [50]**

Skew Angle (deg)	3D FEA	
	Mean Torque (Nm)	Torque Ripple (% Average)
No Skew	19.72	79.03%
30	15.66	42.78%
60	9.03	43.01%

**Figure I-33 : Comparaison du couple électromagnétique d'une machine synchrone à réluctance variable pour différents angles de vrillage calculé par MEF 3D [48]**

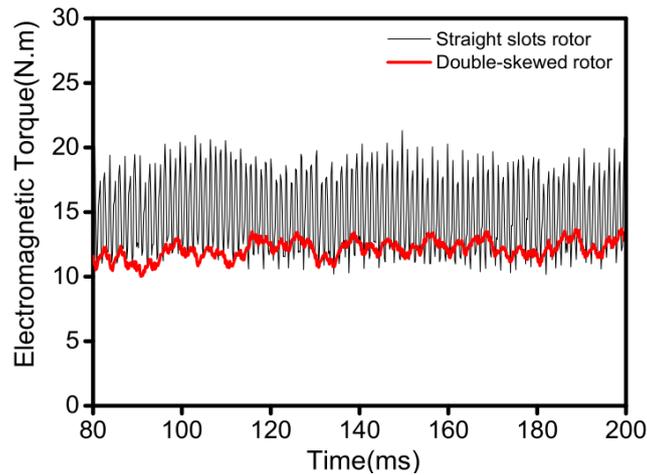


Figure I-34 : Comparaison du couple électromagnétique d'une machine asynchrone à cage d'écureuil avec un rotor droit et un rotor vrillé en V (1.5 pas stator) calculé par MEF 3D [51]

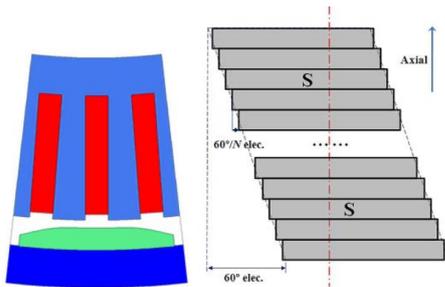


Figure I-35 : Machine synchrone à aimant [52]

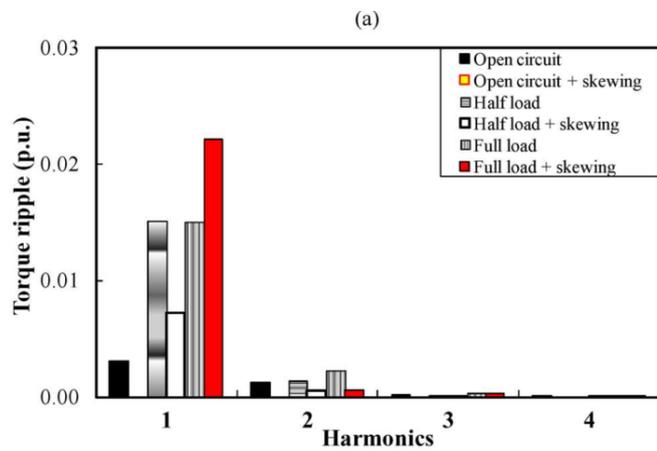


Figure I-36 : Harmonique de couple correspondant à la machine synchrone représentée sur la Figure I-35 [52]

### c) Bruit et vibration

Le vrillage peut atténuer certains harmoniques de l'induction et par conséquent diminuer les forces radiales entraînant une diminution des vibrations et du bruit. Ce sujet est de plus en plus traité par la communauté scientifique. Globalement, les articles traitant ce sujet montrent que le vrillage permet d'atténuer les vibrations et le bruit. Cela dit, il faut rester prudent, il se peut que le vrillage n'apporte rien de bénéfique au niveau du bruit, s'il ne permet pas d'atténuer l'harmonique de force responsable du bruit. Les figures suivantes illustrent l'impact du vrillage sur les vibrations et le bruit pour différentes machines testées expérimentalement.

Les Figure I-37 et Figure I-38 représentent respectivement l'impact du vrillage sur les vibrations et le bruit d'une machine à réductance variable [53]. On remarque que le vrillage diminue le bruit et les vibrations mais un vrillage optimal semble exister. Pour cette machine un vrillage de 30° est plus efficace qu'un vrillage de 64°.

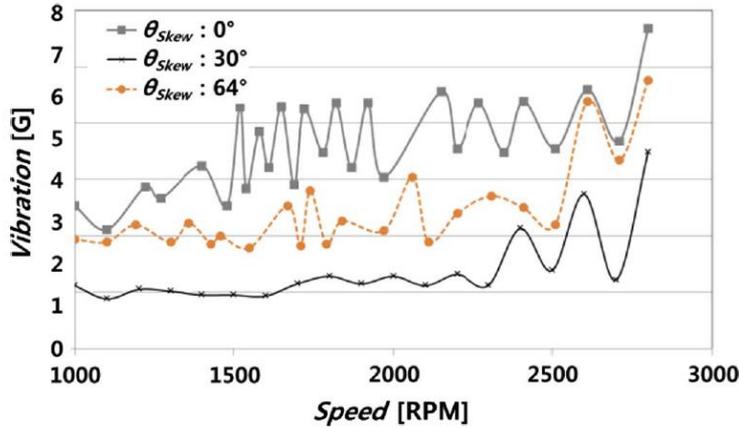


Figure I-37 : Mesure de vibration d'une machine à réluctance variable pour différents angles de vrillage [53]

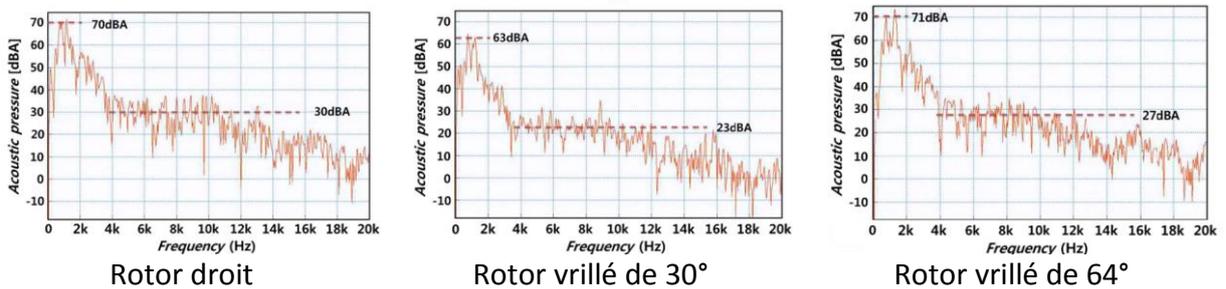


Figure I-38: Mesure de bruit d'une machine à réluctance variable pour différents angles de vrillage [53]

Dans l'article de Nau, S.L. [54], des mesures de bruit ont été réalisées sur 7 machines asynchrones de petites puissances (inférieures à 10 kW) testées chacune avec 5 rotors vrillés différemment. La Figure I-39 présente les résultats de 3 machines sur 7. Sur la figure est représentée l'influence de l'angle de vrillage sur le bruit global et sur certains de ces harmoniques dus à l'effet de denture (équation I-42)

$$f_r = g_2 \cdot \frac{N_2(1-s)}{p} \cdot f + f \pm f \quad \text{I-42}$$

Avec :  $g_2 = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots$   
 $N_2$ , nombre d'encoches au rotor  
 $s$ , glissement  
 $p$ , nombre de paires de pôles  
 $f$ , fréquence d'alimentation

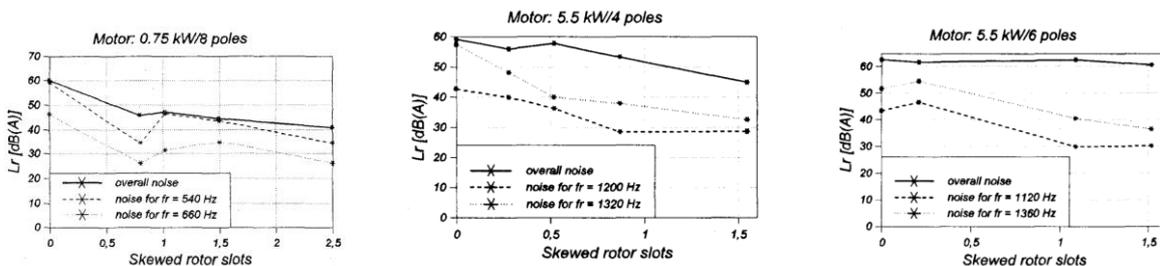
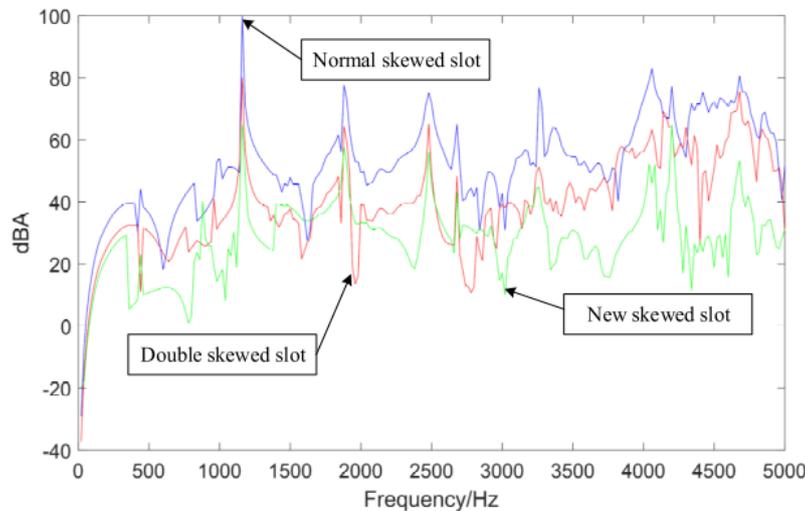


Figure I-39 : Influence de l'angle de vrillage sur le bruit global et sur les harmoniques dû à la denture pour différentes machines asynchrones [54]

Les conclusions que tire l'auteur de ces observations sont les suivantes :

- Le bruit d'origine magnétique diminue quand le vrillage augmente
- Cependant dans certains cas, le vrillage augmente certaines harmoniques de bruit
- Le meilleur angle de vrillage est autour d'un pas dentaire stator.

Pour réduire d'avantage le bruit, certains auteurs [36] proposent des machines asynchrones avec des rotors en forme de V ou W (Figure I-23). Les résultats issus de simulations par éléments finis 3D montrent que le vrillage en W permet d'atteindre des meilleures performances acoustiques que les deux autres vrillages (Figure I-40). Des études similaires ont été réalisées sur des machines synchrones avec différentes dispositions d'aimants [35][55].



**Figure I-40 : Bruit obtenu par simulation 3D pour un point de fonctionnement émit par des machines asynchrones possédant des formes de vrillages différents en lien avec la Figure I-23 [36]**

#### **d) Forces axiales**

Les forces magnétiques axiales provoquent des déplacements du rotor selon l'axe de la longueur. Cela sollicite les roulements de la machine et les détériorent. De plus les forces axiales peuvent mettre en vibration certaines parties de la machine comme le flasque. L'étude de ces forces est ancienne. D'après l'article de V. Subrahmanyam [56], en 1953 Bradford et Rhudy établissent un modèle montrant que la force axiale était proportionnelle au couple. Puis d'autres modèles basés sur le calcul de l'énergie sont apparus pour montrer que la force axiale n'était pas proportionnelle au couple. Des études ont également été menées en utilisant la méthode des éléments finis 3D (MEF 3D) [50]. La Figure I-41 présente l'impact du vrillage sur la moyenne de la force axiale obtenue par MEF 3D comparée à un modèle analytique (Equation I-43), appliqué à une machine asynchrone à cage d'écureuil. Plus le vrillage est important, plus la force est grande.

$$F = \frac{T \cdot \tan(\alpha)}{D}$$

I-43

Avec : F, moyenne de la force axiale [N]                      D, diamètre du rotor [m]  
 T, couple moyen [N.m]    α, angle de vrillage [rad]

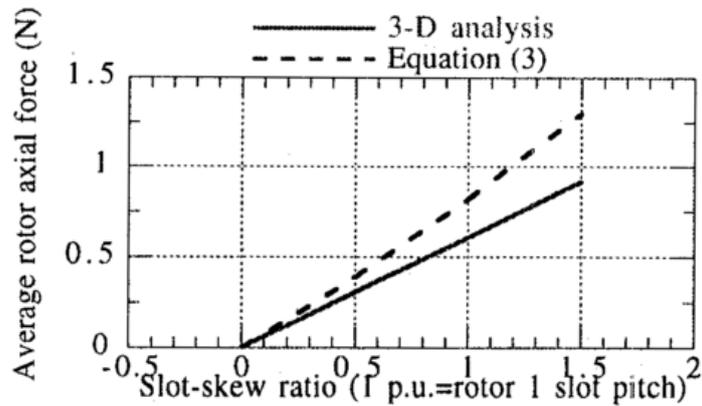


Figure I-41 : l'impact du vrillage sur la moyenne de la force axiale obtenue par MEF 3D comparée à un modèle analytique (Equation I-43) [50]

Le vrillage n'impacte pas seulement la moyenne de la force axiale mais également l'amplitude de ces oscillations. Pour montrer cet effet et le contourner, une étude [57] compare deux moteurs asynchrones à palier magnétique : l'un avec un rotor composé de deux vrillages dans la même direction, et l'autre avec un rotor composé de deux vrillages en opposition (Figure I-42). Les mesures (courbes violettes sur la Figure I-43) montrent que la machine possédant le rotor avec les vrillages opposés génère nettement moins d'oscillations de la force axiale lors d'une phase d'accélération du moteur.

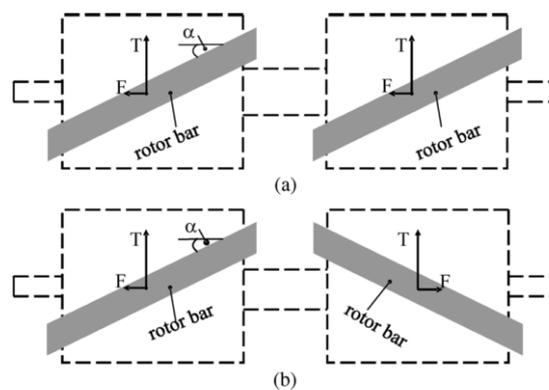


Figure I-42 : Schéma des deux rotors de machines asynchrones proposés [57]

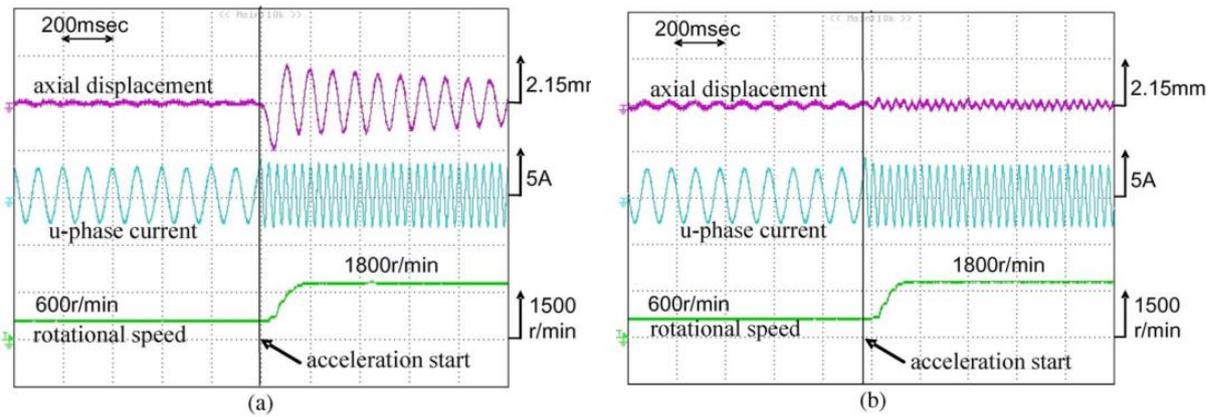


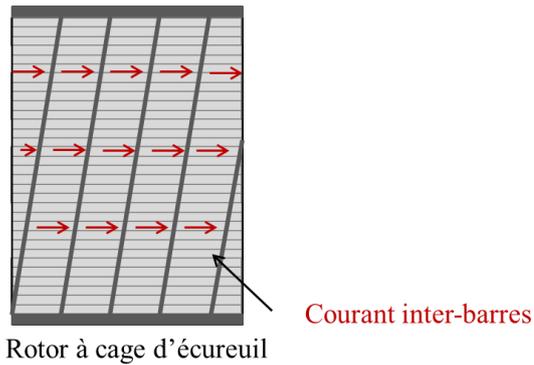
Figure I-43 : Vibration axiale durant une phase d'accélération correspondant au moteur de la Figure I-42 [57]

### e) Courants inter-barres

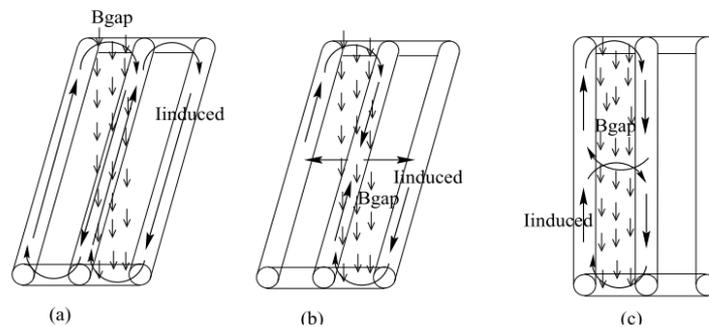
Dans la majorité des cas, les barres des rotors vrillés ne sont pas isolées. Dans ce cas, des courants inter-barres (Figure I-44) se créent à travers les tôles du rotor et provoquent des pertes, et dans des cas extrêmes, ils peuvent détériorer fortement le rotor. De plus, ces courants inter-barres créent des « petites » forces axiales que les roulements doivent supporter et qui peuvent potentiellement faire vibrer le flasque du moteur. Ce dernier aspect est très peu cité dans les articles [58].

Dans un premier temps répondons à la question : comment se forment les courants inter-barres ?

Lorsque le rotor est vrillé et les barres isolées (Figure I-45.a), la variation du champ magnétique du stator crée une force électromotrice qui induit des courants dans les barres. Ces courants créent également un champ magnétique qui permet de faire tourner le moteur. C'est le principe même de la machine asynchrone. Mais lorsque les barres sont non-isolées des courants traversent les tôles créant ainsi des boucles de courant. Les Figure I-45.b et Figure I-45.c illustrent ce phénomène. Imaginons que la spire du rotor soit divisée en 2 sous-spores et que des courants inter-barres peuvent circuler au milieu. Dans le cas d'un rotor droit (Figure I-45.c), les 2 sous-spores voient la même variation de champ magnétique et créent les mêmes courants dans leur spire. Ainsi les courants inter-barres s'annulent entre les 2 sous-spores. Dans le cas d'un rotor vrillé, les 2 sous-spores ne perçoivent pas la même variation de champ magnétique et crée donc des courant inter-barres.



**Figure I-44: Schéma représentant les courants inter-barres circulant dans les tôles d'un rotor de machine asynchrone à rotor vrillé**

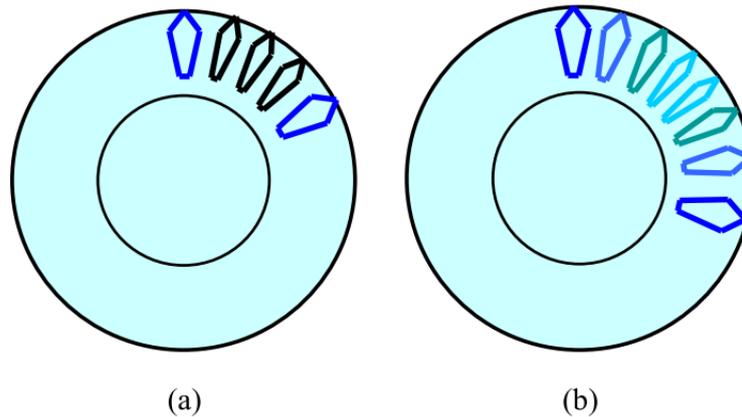


**Figure I-45 : Schéma illustrant la création des courants inter-barres [59]**

Des simulations par élément finis 2D avec insertion de résistances inter-barres [60] soulignent l'apparition de ces courants inter-barres lorsqu'on vrille le rotor et montrent l'augmentation de ces courants lorsque la résistance inter-barres diminue. La principale difficulté est d'estimer la valeur de cette résistance.

Il a été également montré [61] dans une simulation 3D que lorsque le rotor est vrillé les courants inter-barres au centre du rotor sont plus importants que sur la périphérie et qu'ils créent des pertes supplémentaires non négligeables par rapport à un rotor droit. Pour prendre en compte les courants inter-barres dans la simulation 3D, il est nécessaire d'autoriser la circulation de courant induit dans les tôles du rotor. La résistance inter-barres se résume donc à la résistance de la tôle qui est déduite à partir de la résistivité de celle-ci.

Le vrillage peut réduire le bruit mais la création de courant inter-barres est dans certains cas gênant. Une solution originale [62] consiste à ne pas vriller le rotor mais à créer des dissymétries au rotor en choisissant des tailles d'encoche (Figure I-46) au rotor afin de réduire les ordres circonferentiels de la force magnétique qui sont à l'origine des vibrations du moteur.



Deux tailles d'encoches  
 Taille d'encoche sinusoïdale  
**Figure I-46 : Schéma de rotors d'une machine asynchrone avec des encoches asymétriques [62]**

### f) Pertes

Dans les machines électriques, il est possible de classifier les pertes selon quatre catégories :

- Les **pertes mécaniques** sont dues aux frottements mécaniques (paliers, roulements, contacts balais-collecteur ou balais-bagues) et aux frottements aérodynamiques (ventilation)
- Les **pertes par effet Joule** sont les pertes dans toutes les parties conductrices traversées par un courant électrique.
- Les **pertes fer** dissipées par les matériaux ferromagnétiques (tôles, aimants) peuvent être décomposées en trois sous catégories :
  - Les **pertes par hystérésis** provoquée par le déplacement des parois de Bloch sous l'effet de la variation temporelle du champ magnétique.
  - Les **pertes par courants induits** (ou courants de Foucault) sont causées par les boucles de courants qui se créent lors de la variation temporelle du champ magnétique.
  - Les **pertes excédentaires** résultent du mouvement des parois de Bloch en régime dynamique qui conduit à l'apparition de courants induits localisés au voisinage de ces parois.
- Les **pertes supplémentaires** [63] correspondent à tous les autres phénomènes parasites liés aux flux de fuite d'encoches au stator et au rotor, aux flux de fuite d'extrémités, aux flux de fuite zig-zag, aux flux de fuite d'inclinaison et aux courants inter-barres.

Les pertes supplémentaires ne sont pas distinctes des autres pertes mais elles les complètent. Par exemple les flux de fuite d'inclinaison, qui sont la conséquence du déphasage spatial entre les forces magnétomotrices (f.m.m) du stator et du rotor (Figure I-47), augmenteront les pertes fer du rotor proportionnellement au carré du déphasage entre les f.m.m. Autre exemple, les pertes provoquées par les courants inter-barres peuvent être assimilées à des pertes par effet Joules car la tôle se comporte comme un conducteur

électrique. De plus, le vrillage augmente la longueur des conducteurs au rotor. Par conséquent, il augmente la résistance et donc les pertes par effet Joule dans les barres du rotor. Mais dans un contre temps le vrillage réduit les harmoniques à haute fréquence liées à la denture et ainsi diminue les pertes par effet Joule dans les barres du rotor.

Ainsi, du point de vue pratique, le vrillage est bénéfique plus particulièrement pour les petits moteurs où les pertes Joule dans la cage (barres + anneaux) sont importantes devant les autres pertes et notamment devant les pertes fer. Dans ce cas, le vrillage réduit les pertes totales et est bénéfique du point de vu énergétique.

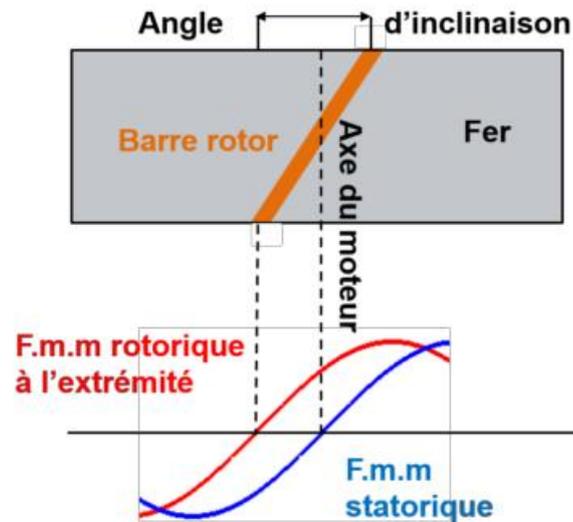


Figure I-47 : Origine des flux de fuite d'inclinaison [63]

### III. Conclusion & orientation des travaux

Dans la première partie de l'état de l'art a été abordé le calcul des forces magnétiques en trois dimensions (3D) dans une machine électrique. L'analyse de ces forces magnétiques 3D se fait par l'intermédiaire de la transformée de Fourier 3D. Elle permet de décomposer la force en ordres spatio-temporels simples ( $r_r$ ,  $r_\theta$ ,  $r_z$ ). Cette analyse est faite selon les 3 composantes de la force : radiale, circonférentielle et axiale selon ce qu'on souhaite étudier. La composante radiale de la force magnétique est la principale composante qui met en résonance le stator et peut potentiellement créer du bruit. La décomposition en ordres spatio-temporels simples de la force radiale est un moyen simple pour comprendre et remonter jusqu'au bruit, sous condition de connaître le comportement mécanique de la structure. Plusieurs modèles vibratoires et acoustiques existent, cela va de modèles analytiques simples aux modèles numériques par éléments finis. Quels que soient les modèles utilisés, il est difficile d'estimer le bruit avec précision car une machine électrique est un assemblage de multitude de pièces. Cela dit les modèles analytiques (moins précis que les modèles numériques) suffisent dans de nombreux cas pour faire des études comparatives et qualitatives. Quant à la composante circonférentielle de la force magnétique, elle permet d'estimer le couple et ses ondulations. La composante axiale de la force engendre des déplacements (ou contraintes) selon l'axe ce qui engendre des contraintes mécaniques sur les roulements et peut faire vibrer certaines parties du moteur comme les flasques. Dans une machine électrique, de nombreux paramètres peuvent modifier le contenu harmonique des forces dans l'entrefer tels que le nombre d'encoche, de pôle, etc... Et parmi ces paramètres, il y a le vrillage qui est développé dans la seconde partie de l'état de l'art.

La seconde partie donne une vue d'ensemble sur l'impact du vrillage. Il n'est pas envisageable d'étudier l'impact du vrillage sur les forces magnétiques responsables du bruit et du couple sans en connaître ces autres conséquences. Le vrillage est connu pour réduire les ondulations de couple et le bruit (en lien avec l'effet de denture), mais il provoque d'autres impacts sur la machine électrique tels que la modification des pertes, la création de courants inter-barres, la diminution du couple moyen ou encore la création de forces axiales. Tous ces aspects du vrillage ont été illustrés par des résultats expérimentaux et des simulations issus d'articles scientifiques. Lors de la modélisation électromagnétique des machines vrillées, le vrillage doit être pris en compte. Pour cela, de nombreux modèles peuvent être utilisés tel que :

- Les modèles numériques par la Méthode des Eléments Finis (M.E.F.) 3D.
- Les modèles numériques par la MEF 2D multi-couches. Ces modèles peuvent également intégrer l'effet des courants inter-barres en se couplant à un circuit électrique équivalent.
- Les modèles numériques par MEF 2D intégrant un coefficient de vrillage.

- Les schémas monophasés équivalents intégrant le vrillage en modifiant les résistances et inductances grâce à un coefficient de vrillage. La prise en compte des courants inter-barres peut également se faire à travers un réseau de résistances.

La première question qui vient à l'esprit lorsque l'on étudie le vrillage est : le vrillage est-il bénéfique ? Bien évidemment la réponse à cette question est complexe, car comme nous avons pu le voir, il y a de nombreux impacts et facteurs qui interviennent. Cette thèse n'aborde pas tous les aspects du vrillage mais se focalise sur l'impact du vrillage sur les forces électromagnétiques dans l'entrefer en vue d'estimer les vibrations et le bruit, ainsi que le couple et ses ondulations.

# Chapitre II

## Méthodologies développées en vue d'intégrer le vrillage

---

I. Modèles électromagnétiques analytiques .....	45
1. Modèle purement analytique.....	46
a) Perméance d'entrefer .....	47
b) Force magnétomotrice stator .....	51
c) Force magnétomotrice rotor .....	54
d) Induction .....	60
e) Force radiale magnétique .....	62
2. Modèle « générique » pour évaluer la force magnétomotrice.....	65
3. Prise en compte du vrillage .....	67
II. Modèles EF 2D et 3D .....	67
1. EF 3D .....	68
2. EF 2D multi-couches sans couplage électrique .....	74
3. Facteur de vrillage .....	76
III. Conclusion.....	78

Pour étudier l'impact des forces électromagnétiques sur le bruit et le couple, il est nécessaire de connaître avec précision le contenu harmonique spatio-temporel de l'induction dans l'entrefer. Ce chapitre a pour but de présenter différents modèles prenant en compte le vrillage : un modèle analytique et des modèles numériques basés sur la méthode des éléments finis. Bien évidemment selon le modèle utilisé, les hypothèses seront plus ou moins fortes. Le développement et l'analyse de chaque modèle y sont détaillés.

L'intérêt du modèle analytique est de comprendre l'origine des ordres spatio-temporels des forces avec la possibilité d'ajouter ou de retirer certains effets. Certes, il permet seulement de calculer les composantes radiales de l'induction ou de la force et comporte de nombreuses hypothèses (géométriques, magnétiques,...). Cependant, il est très utile pour analyser le contenu spatio-temporel de l'induction ou de la force magnétique des autres modèles basés sur les éléments finis.

Dans la première partie de ce chapitre, on décrit un modèle analytique simple permettant d'appréhender le contenu harmonique spatio-temporel de la pression radiale dans le cas d'une machine asynchrone à rotor droit. Ce modèle se base sur le calcul de la perméance d'entrefer et des forces magnétomotrices. Les résultats espérés sont contrairement à la modélisation par éléments finis moins précis, mais le modèle développé est rapide et offre une grande malléabilité : possibilité d'évaluer de nombreuses configurations.

Puis dans la seconde partie, on présente deux modèles basés sur les éléments finis qui permettent de prendre en compte le vrillage : un modèle 3D et un modèle 2D multicouches. Les résultats obtenus sont décrits et analysés grâce au modèle analytique précédent. Une discussion est également faite sur le facteur de vrillage qu'on croise dans la littérature.

## **I. Modèles électromagnétiques analytiques**

Dans un premier temps, il est développé un modèle pour les machines à rotor droit basé sur des équations purement analytiques. Ce modèle est développé progressivement jusqu'à l'obtention des harmoniques de la force radiale. Il repose sur l'estimation du contenu harmonique de la force magnétomotrice globale dans l'entrefer à partir de la fonction de distribution du bobinage. On peut citer de nombreux travaux exploitant cette fonction distribution [64] [65]. La force magnétomotrice est ensuite multipliée par la perméance d'entrefer globale par unité de surface [66] [10] [17].

Ensuite, une fonction générique pour calculer la force magnétomotrice stator et rotor est exploitée afin de s'affranchir des développements purement analytiques pour tout type de bobinage (distribué, concentrique, dentaire,...). Et pour terminer cette partie, une extension à ces modèles est présentée pour prendre en compte la 3ème dimension afin de modéliser le vrillage.

Ces approches sont fondées sur des fonctions qui reposent sur des séries de Fourier pour la perméance d'entrefer et sur des allures prédéfinies pour la fonction de bobinage qui

seront présentées et analysées dans cette étude. L'avantage de cette approche analytique est de connaître rapidement l'impact des harmoniques de bobinage au travers de la fonction de bobinage et de denture via la perméance d'entrefer globale. Les hypothèses associées à ce modèle sont :

- l'alimentation en courant pour la force magnétomotrice de type sinus, avec la possibilité d'enrichissement du courant avec différents harmoniques préalablement choisis et connus.
- l'induction tangentielle sera négligée dans le modèle considéré.
- la composante de la force radiale par unité de surface sera évaluée à partir de la composante radiale de l'induction uniquement.
- Seule la perméance radiale par unité de surface est établie pour le modèle. La saturation pourrait être ajoutée dans cette expression [17].

Certaines hypothèses peuvent être levées en exploitant la perméance d'entrefer complexe par exemple [67] ou la technique des sous-domaines pour résoudre le potentiel magnétique dans l'entrefer [68][69] mais notre objectif reste qualitatif en privilégiant la facilité de mise en œuvre pour définir un outil permettant la compréhension rapide des phénomènes.

## 1. Modèle purement analytique

L'expression analytique (II-1) permet de calculer l'induction radiale  $B_r$  dans l'entrefer en fonction du temps  $t$  d'une machine non vrillée. L'induction radiale  $B_r$  est obtenue par la multiplication de la perméance d'entrefer par unité de surface  $P$  et de la force magnétomotrice, qui est la somme de la force magnétomotrice stator  $Fmm_s$  et de la force magnétomotrice rotor  $Fmm_r$ , telle que :

$$B_r(t, \theta) = P(t, \theta) \cdot \left[ \underbrace{\sum_{q=1}^{q_s} N_s^{(q)}(\theta) \cdot i_s^{(q)}(t)}_{Fmm_s} + \underbrace{\sum_{b=1}^{Z_r} N_r^{(b)}(t, \theta) \cdot i_r^{(b)}(t)}_{Fmm_r} \right] \quad \text{II-1}$$

Avec :

- $P$  : perméance de l'entrefer [ $\text{H}/\text{m}^2$ ]
- $N_s, N_r$  : fonction de bobinage stator et rotor
- $i_s, i_r$  : courant stator et rotor [A]
- $t$  : temps [s]
- $\theta$  : la position angulaire dans l'entrefer [rad]
- $q_s$  : nombre de phases stator
- $Z_r$  : nombre de barres au rotor

Dans ce modèle analytique, on estime seulement l'induction radiale  $B_r$ . On suppose donc que l'induction angulaire  $B_\theta$  et l'induction axiale  $B_z$  sont négligeables. De plus, on

suppose que la machine est invariante selon l'axe z d'où l'intitulé « modèle 2D », les grandeurs dépendent donc seulement du temps et la position dans l'entrefer  $\theta$ . Les équations de la force dans l'entrefer (I-4, I-5 et I-6) se simplifient donc comme suit :

$$P_r(\theta, t) = \frac{1}{2\mu_0} B_r^2(\theta, t) \quad \text{II-2}$$

$$P_\theta = 0 \quad \text{II-3}$$

$$P_z = 0 \quad \text{II-4}$$

Dans la suite de cette partie est développé en détail chaque terme de l'équation II-1.

### a) Perméance d'entrefer

Le modèle analytique, utilisé pour estimer la perméance  $\mathbf{P}$  par unité de surface dans l'entrefer (équation II-2), s'appuie sur les travaux de Brudny [66]. Les hypothèses de ce modèle sont :

- les lignes de champ sont radiales
- la perméabilité du fer est infinie
- le profil des encoches est rectangulaire (Figure II-1) et la profondeur fictive est égale au cinquième de leur ouverture (valeur empirique).

L'expression de la perméance  $P$  d'entrefer est décomposée en 4 termes distincts :

- Un terme constant  $P_0$
- Un terme prenant en compte seulement la denture stator  $P_s$
- Un terme prenant en compte seulement la denture rotor  $P_r$
- Un terme prenant en compte l'interaction de la denture stator et rotor  $P_{sr}$ .

$$P(t, \theta) = P_0 + P_s(\theta) + P_r(t, \theta) + P_{sr}(t, \theta) \quad \text{II-5}$$

Où :

$$P_s(\theta) = \sum_{k_{P_s}=1}^{\infty} P_{k_s} \cdot \cos(k_{P_s} \cdot Z_s \cdot \theta) \quad \text{II-6}$$

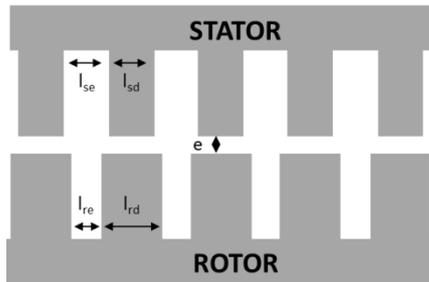
$$P_r(t, \theta) = \sum_{k_{P_r}=1}^{\infty} P_{k_r} \cdot \cos\left(k_{P_r} \cdot Z_r \cdot \frac{(1-g) \cdot \omega_s}{p} \cdot t - k_{P_r} \cdot Z_r \cdot \theta\right) \quad \text{II-7}$$

$$P_{sr}(t, \theta) = \frac{1}{2} \sum_{k_{P_s}=1}^{\infty} \sum_{k_{P_r}=1}^{\infty} P_{k_s k_r} \cdot \left\{ \cos\left[k_{P_r} \cdot Z_r \cdot \frac{(1-g) \cdot \omega_s}{p} \cdot t + (k_{P_s} \cdot Z_s - k_{P_r} \cdot Z_r) \theta\right] + \cos\left[k_{P_r} \cdot Z_r \cdot \frac{(1-g) \cdot \omega_s}{p} \cdot t - (k_{P_s} \cdot Z_s + k_{P_r} \cdot Z_r) \theta\right] \right\} \quad \text{II-8}$$

Avec -  $P_0, P_{k_s}, P_{k_r}$  et  $P_{k_s k_r}$  sont des grandeurs liées à la géométrie du circuit magnétique et sont développées dans l'Annexe B

- $k_{P_s}, k_{P_r}$  : coefficients dus à la décomposition en série de Fourier
- $t$  : temps [s]
- $\theta$  : position angulaire dans l'entrefer [rad]

- $\omega_s$  : pulsation du courant stator
- $g$  : glissement
- $Z_s$  : nombre d'encoches au stator
- $Z_r$  : nombre de barres au rotor



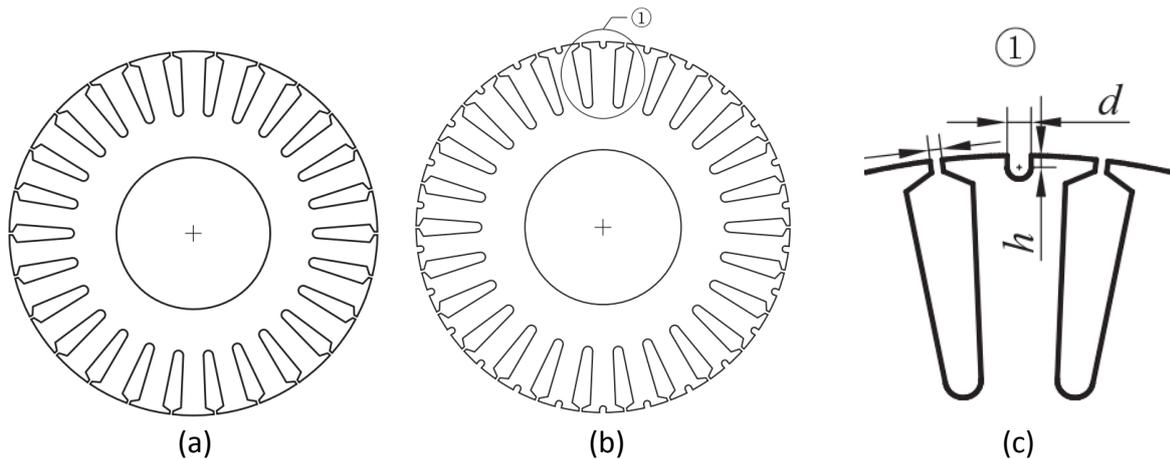
- $l_{se}, l_{sd}$  : les largeurs respectivement d'une encoche et d'une dent statorique
- $l_{re}, l_{rd}$  : les quantités analogues relatives au rotor
- $e$  : l'épaisseur minimale de l'entrefer

Figure II-1 : Profil d'encoches rectangulaires

Pour mettre en évidence les ordres circonférentiels  $r_\theta$  et les ordres fréquentiels  $r_f$  de la perméance, il est possible de représenter l'équation II-5 sous forme d'un tableau.

Tableau II-1 : Harmoniques de perméance			
Amplitude	Ordre fréquentiel ( $r_f$ )	Ordre circonférentiel ( $r_\theta$ )	Notation
$P_0$	0	0	$k_{P_s}, k_{P_r} \in [1, +\infty[$ $p$ : nombre de paires de pôles $r_{sd} = l_{sd}/(l_{se} + l_{sd})$ : rapport de denture statorique
$P_{k_s} \propto \frac{\sin(k_{P_s} \cdot r_{sd} \cdot \pi)}{k_{P_s}}$	0	$k_{P_s} \cdot Z_s$	
$P_{k_r} \propto \frac{\sin(k_{P_r} \cdot r_{rd} \cdot \pi)}{k_r}$	$k_{P_r} \cdot Z_r \cdot \frac{1-g}{p}$	$k_{P_r} \cdot Z_r$	
$\frac{P_{k_s k_r} \propto \sin(k_{P_s} \cdot r_{sd} \cdot \pi/2) \sin(k_{P_r} \cdot r_{rd} \cdot \pi)}{k_{P_s} \cdot k_r}$	$k_{P_r} \cdot Z_r \cdot \frac{1-g}{p}$	$\pm (k_{P_s} \cdot Z_s)$ $\mp (k_{P_r} \cdot Z_r)$	

On remarque que le nombre d'encoche du stator et du rotor sont les facteurs principaux qui modifient le contenu harmonique de la perméance. En jouant sur le nombre d'encoche on va donc pouvoir modifier le contenu harmonique de la pression radiale et diminuer le bruit par exemple. Comme le montre la Figure II-2, lorsqu'on parle d'encoche il n'est pas forcément nécessaire que celle-ci soit traversée par un conducteur. L'auteur de ces travaux [70] a montré expérimentalement, sur un moteur à induction de 5.5kW tournant à 3000 tr/min, que cette technique pouvait réduire le niveau de bruit de 5 dB(A).

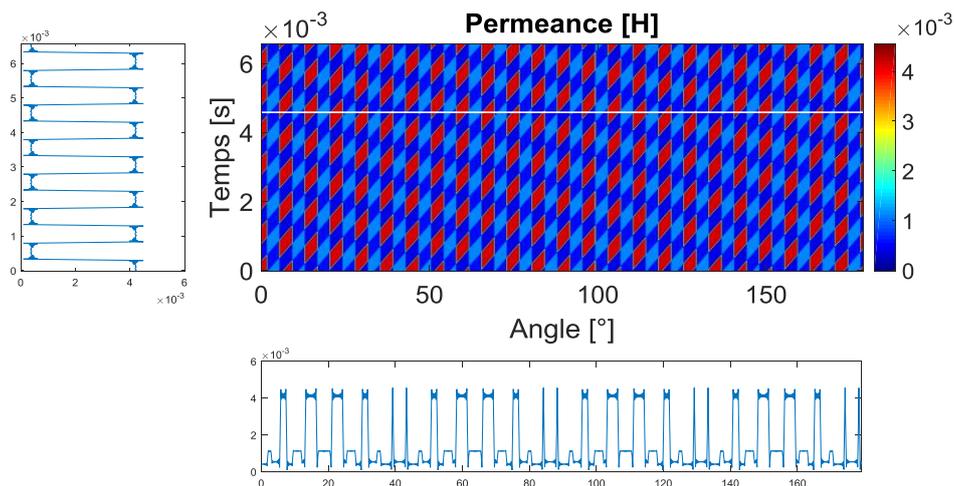


**Figure II-2 : Rotor d'une machine asynchrone à cage d'écurueil [70]. (a) Rotor classique. (b) Rotor avec un écrantage. (c) Zoom sur l'écrantage**

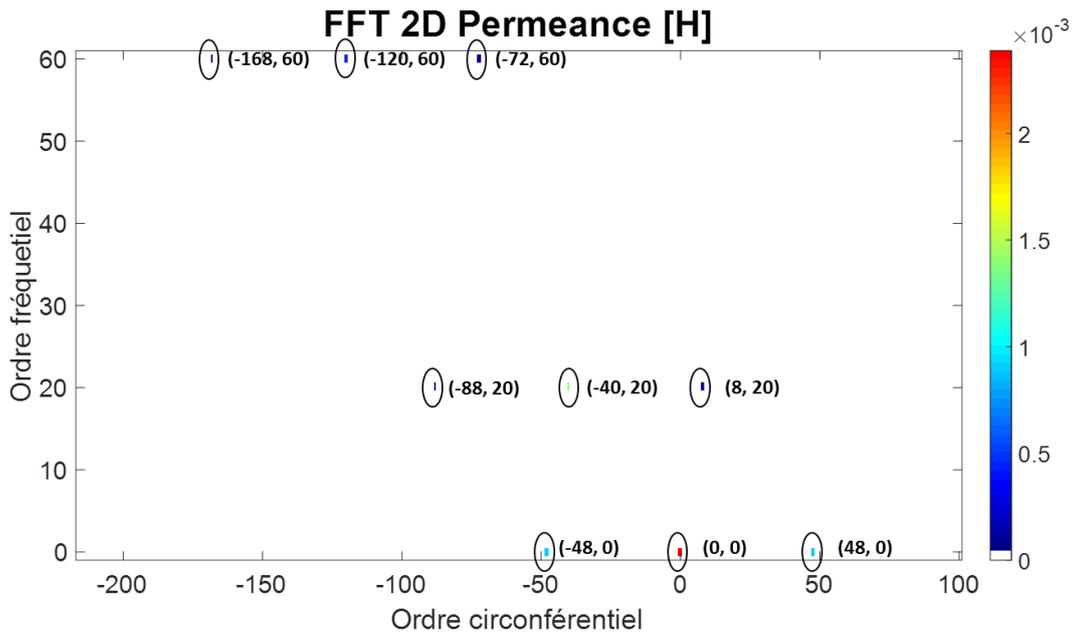
On observe également que l'amplitude des coefficients  $P_{k_s}$ ,  $P_{k_r}$ , et  $P_{k_s k_r}$  varient et peuvent s'annuler selon les paramètres géométriques (ouverture d'encoche), cela impacte l'allure du contenu harmoniques de la perméance comme nous allons le voir dans l'exemple ci-dessous.

### Exemple

Appliquons cette l'expression de l'équation II-2 sur une machine asynchrone comportant 48 dents au stator et 40 dents au rotor avec un entrefer de 0.35 mm et un rapport d'ouverture d'encoche de 50% ( $l_{es} = l_{sd}$  et  $l_{re} = l_{rd}$ ). La représentation temporelle est représentée sur la Figure II-3 et le contenu harmonique est donné sur la Figure II-4.

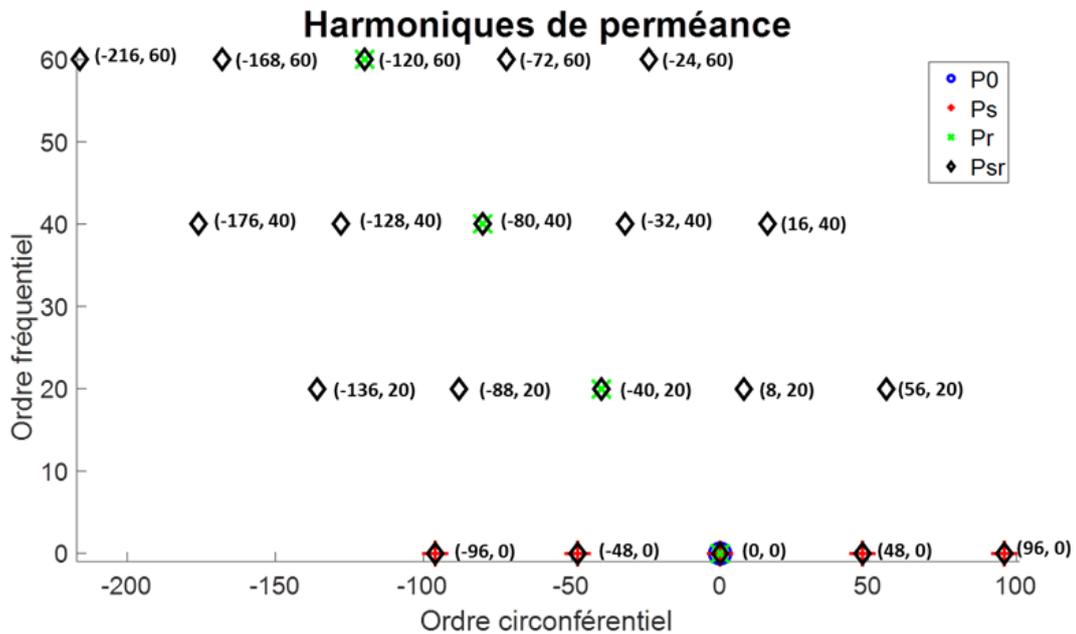


**Figure II-3 : Allure de la perméance d'entrefer en fonction du temps et de la position dans l'entrefer. A gauche, on visualise la perméance en fonction du temps à un point fixe dans l'entrefer. En dessous, on visualise la perméance en fonction de l'espace à un temps donné.**



**Figure II-4 : Harmoniques spatio-temporels de la perméance ( $Z_s=48$ ,  $Z_r=40$ ,  $rsd = rrd = 0.5$ )**

Si l'on représente le Tableau II-1 sous forme de graphique sans prendre en compte l'amplitude des coefficients  $P_s$ ,  $P_r$  et  $P_{sr}$  ; alors on obtient la Figure II-5. Cette figure représente toutes les harmoniques potentielles de la perméance sans se soucier de leur amplitude.



**Figure II-5 Harmoniques spatio-temporels de la perméance ( $Z_s=48$ ,  $Z_r=40$ ) en choisissant les coefficients  $P_s$ ,  $P_r$  et  $P_{sr}$  invariants et unitaires**

Lorsque qu'on prend en compte ces coefficients qui dépendent de l'ouverture d'encoche, on s'aperçoit que certaines harmoniques s'annulent comme on peut l'observer

sur la Figure II-4. A titre d'illustration, la Figure II-6 représente la perméance obtenue avec un rapport d'ouverture d'encoche différent (70%). On observe bien que ce ne sont pas les mêmes harmoniques qui sont réduites ou annulées. Dans le cas d'un rapport d'ouverture d'encoche de 70% on observe la raie (-80,40) qui n'apparait pas avec un rapport d'ouverture d'encoche à 50%. Cela montre l'importance du choix de l'ouverture d'encoche ( $r_{sd}$  et  $r_{rd}$ ).

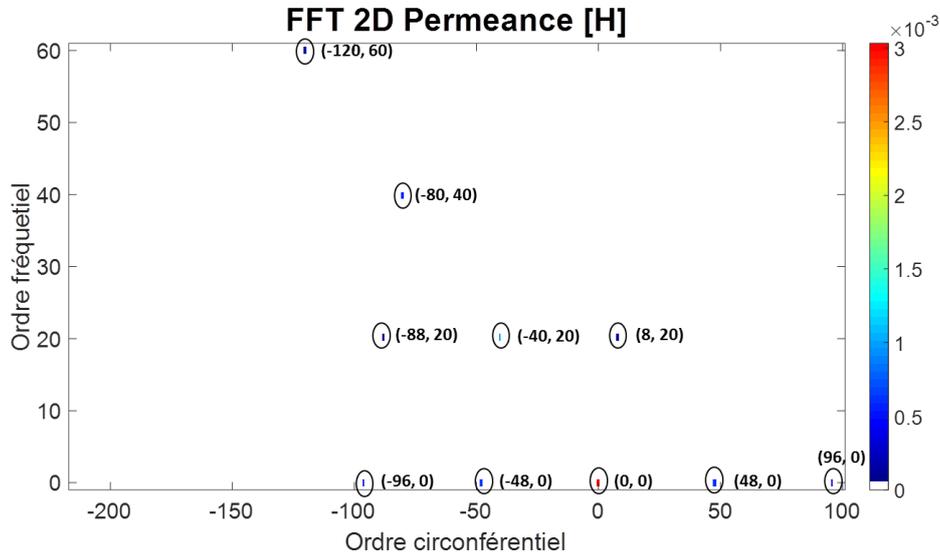


Figure II-6 : Harmoniques spatio-temporels de la perméance ( $Z_s=48$ ,  $Z_r=40$ ,  $r_{sd} = r_{rd} = 0.7$ )

### b) Force magnétomotrice stator

La force magnétomotrice totale du stator  $Fmm_s$  est égale à la somme de la force magnétomotrice de chaque phase  $q$  qui est la multiplication de la fonction de bobinage  $N_s^{(q)}$  par le courant  $i_s^{(q)}$  parcouru dans cette phase (équation II-9). Le développement analytique détaillé de la fonction de bobinage  $N_s^{(q)}$  (équation II-10) et de ses coefficients de bobinage  $K_{bk_{N_s}}$  est faite dans l'Annexe C en supposant la perméabilité des parties ferromagnétiques infinie.

$$Fmm_s(t, \theta) = \sum_{q=1}^{q_s} N_s^{(q)}(\theta) \cdot i_s^{(q)}(t) \quad \text{II-9}$$

$$\text{Où : } N_s^{(q)}(\theta) = \frac{2}{\pi} N \sum_{k_{N_s}=0}^{+\infty} \frac{(-1)^{k_{N_s}}}{2k_{N_s} + 1} K_{bk_{N_s}} \cos \left[ p(2k_{N_s} + 1)(\theta + \phi_s^{(q)}) \right] \quad \text{II-10}$$

$$i_s^{(q)}(t) = I_s \cos(\omega_s \cdot t + \phi_s^{(q)}) \quad \text{II-11}$$

Avec :  $N$  : nombre de spires par phase  
 $q_s$  : nombre de phases  
 $\omega_s$  : pulsation des courants au stator  
 $\phi_s^{(q)}$  : déphasage

$K_{bh}$  est le coefficient de bobinage de l'harmonique  $h$  (rang impair,  $h = 2k_{N_s} + 1$ ), il est composé du facteur de distribution  $K_{dh}$ , du facteur de raccourcissement  $K_{rh}$ , du facteur d'ouverture d'encoche  $K_{eh}$  et du facteur d'inclinaison  $K_{ih}$  tel que :

$$K_{bh} = K_{dh} \cdot K_{rh} \cdot K_{eh} \cdot K_{ih} \quad \text{II-12}$$

Avec

$$K_{dh} = \frac{A'_h}{A_h} = \frac{\sin\left(\frac{h \cdot \pi}{6}\right)}{m \cdot \sin\left(\frac{h \cdot \pi}{6m}\right)} \quad \text{II-13}$$

$$K_{rh} = \cos\left(\frac{h \cdot n \cdot \pi}{6 \cdot m}\right) \quad \text{II-14}$$

$$K_{eh} = \frac{\sin\left(\frac{h \cdot p \cdot \epsilon}{2}\right)}{m \frac{h \cdot p \cdot \epsilon}{2}} \quad \text{II-15}$$

$$K_{ih} = \frac{\sin\left(\frac{h \cdot p \cdot \alpha}{2}\right)}{m \frac{h \cdot p \cdot \alpha}{2}} \quad \text{II-16}$$

De la même manière que précédemment, il est possible de représenter la force magnétomotrice du stator (équation II-9) sous forme de tableau. Si on suppose que le système est équilibré ( $\phi_s^{(q)} = (q - 1) \frac{2\pi}{q_s}$ ) alors les harmoniques multiples de  $q$  sont nuls, on obtient donc l'équation II-17 représentée par le Tableau II-2.

$$F_{mm_s}(t, \theta) = \sum_{k_{N_s}=0}^{+\infty} F_{k_{N_s}} \left\{ \cos[\omega_s \cdot t + (+2 \cdot q_s \cdot k_{N_s} - 1)p \cdot \theta] + \cos[\omega_s \cdot t + (-2 \cdot q_s \cdot k_{N_s} - 1)p \cdot \theta] \right\} \quad \text{II-17}$$

Avec

$$F_{k_{N_s}} = \frac{N}{\pi} \frac{(-1)^{k_{N_s}}}{(2k_{N_s} + 1)} K_{b k_{N_s}} \cdot I_s$$

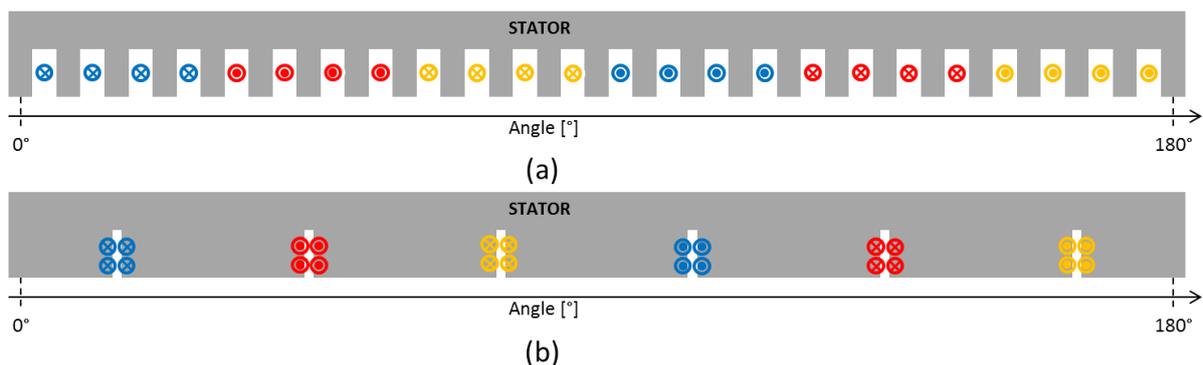
Tableau II-2 : Harmoniques de la force magnétomotrice stator			
Amplitude	Ordre circonférentiel ( $r_\theta$ )	Ordre fréquentiel ( $r_f$ )	Notation
$F_{k_{N_s}}$	$(\pm 2q_s k_{N_s} - 1)p$	1	- $k_{N_s} \in N$ issu de la Fft de la Fmms

La formulation de la force magnétomotrice stator est à adapter selon le type de bobinage. Par exemple pour un bobinage, les ordres circonférentiels de la force magnétomotrice stator s'expriment [26] :

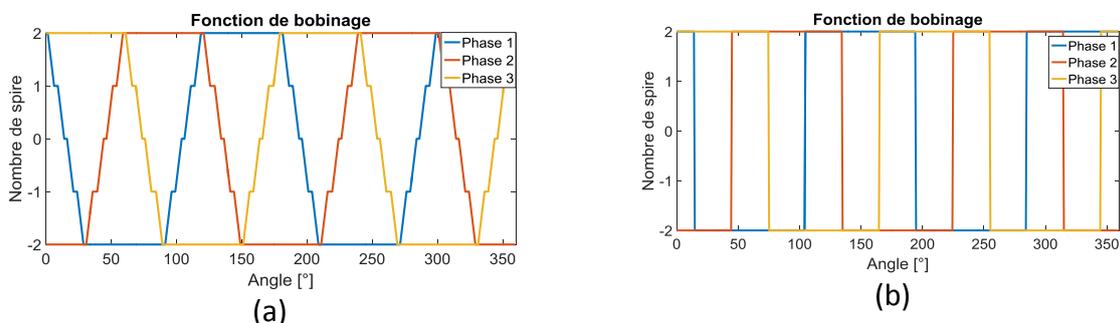
- pour des bobinages distribués à pas entier :  $(\pm 2q_s \cdot k_{N_s} - 1)p$
- pour des bobinages distribués à pas fractionnaire :  $(\pm q_s \cdot k_{N_s} - 1)p$
- pour des bobinages concentrés ou dentaires :  $(\pm 2q_s \cdot k_{N_s} - 1)$

## Exemple

Reprenons l'exemple précédent (partie sur la perméance) et appliquons cette expression (équation II-17) sur une machine triphasée à 2 paires de pôles comportant 48 dents au stator avec un bobinage réparti simple couche ( $m=4, n=0$ ) et des ouvertures de dent égale à la largeur d'encoche ( $l_{es} = l_{sd}$ ) (Figure II-7(a)). La fonction de bobinage pour chaque phase est représentée sur la Figure II-8(a). On note que l'amplitude de la fonction de bobinage (elle varie entre -2 et 2) est en lien avec le nombre de conducteurs. Chaque phase est alimentée par un courant sinusoïdal de 15A. On obtient alors la force magnétomotrice stator et sa FFT 2D représentées sur la Figure II-9(a). Afin de comparer et voir l'influence d'un bobinage réparti, ces figures sont mises en parallèle avec un bobinage non réparti à 4 conducteurs par phase en négligeant l'ouverture d'encoche. La Figure II-9 montre qu'un bobinage réparti crée beaucoup moins d'harmoniques sur la force magnétomotrice stator qu'un bobinage non réparti ; et par conséquent un bobinage réparti engendre moins d'harmoniques sur les forces magnétiques. Le choix du type de bobinage, le nombre de dent et de paire de pôles est donc très important si on veut minimiser les ondulations de couple et les vibrations de la machine électrique.



**Figure II-7 : Schémas de bobinage à 2 paires de pôles : (a) Bobinage réparti simple couche ( $m=4, n=0$ ) avec des ouvertures de dent égale à la largeur d'encoche ( $l_{es} = l_{sd}$ ). (b) Bobinage non réparti à 4 conducteurs par phase en négligeant l'ouverture d'encoche**



**Figure II-8 : Fonction de bobinage : (a) bobinage réparti simple couche ( $m=4, n=0$ ), (b) bobinage non réparti à 4 conducteurs par phase en négligeant l'ouverture d'encoche**

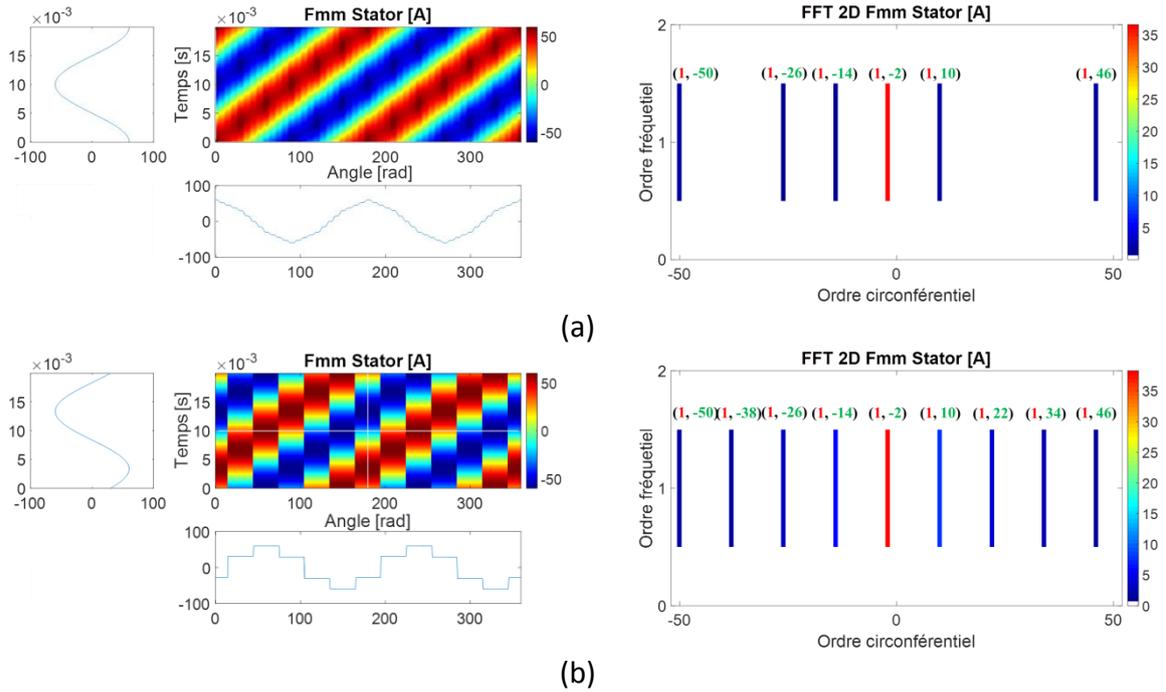


Figure II-9 : Force magnétomotrice et sa FFT 2D : (a) bobinage réparti simple couche ( $m=4$ ,  $n=0$ ), (b) bobinage non réparti à 4 conducteurs par phase en négligeant l'ouverture d'encoche

### c) Force magnétomotrice rotor

Dans le cas d'un rotor à cage d'écurie, la force magnétomotrice rotor  $Fmm_r$  peut être calculée en utilisant la même démarche que pour la force magnétomotrice stator en supposant que chaque phase du rotor correspond à une barre. Ainsi la force magnétomotrice rotor est obtenue en faisant le produit de la fonction de bobinage élémentaire de chacune des barres  $N_r^{(b)}$  par le courant  $i_r^{(b)}$  qui la traverse, puis en faisant la somme (équation II-18). L'obtention de  $N_r^{(b)}$  et  $i_r^{(b)}$  sont détaillés dans cette partie. On remarque que contrairement à la fonction de bobinage du stator, la fonction de bobinage du rotor dépend du temps dû à la rotation du rotor.

$$Fmm_r(t, \theta) = \sum_{b=1}^{Z_r} N_r^{(b)}(t, \theta) \cdot i_r^{(b)}(t) \quad \text{II-18}$$

#### i. Fonction de bobinage

La fonction de bobinage élémentaire est la fonction de bobinage créé par un conducteur allé [14] [17]. Elle est représentée sur la Figure II-10 et sa décomposition en série de Fourier est donnée par l'équation II-19.

$$N_{\text{elem}}^{(\text{cond})}(\theta) = \sum_{k=1}^{+\infty} \frac{\sin(k \cdot \epsilon)}{2 \cdot k^2 \cdot \epsilon} \sin(k(\theta - \theta_{\text{cond}})) \quad \text{II-19}$$

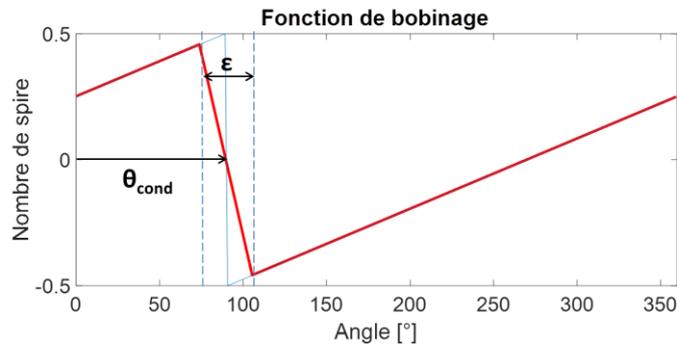
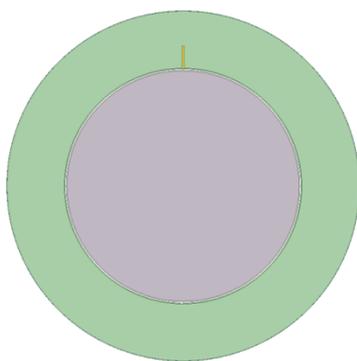


Figure II-10 : Fonction de bobinage élémentaire d'un conducteur se trouvant à la position  $\theta_{\text{cond}}$  avec une ouverture d'encoche  $\varepsilon$

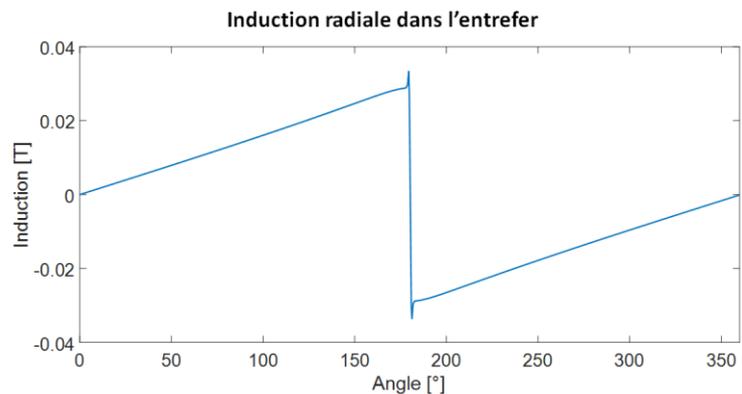
La forme de la fonction de bobinage élémentaire  $N_{\text{elem}}^{(\text{cond})}(\theta)$  créé par un conducteur dans l'entrefer, utilisée analytiquement, a été validée par une simulation éléments finis 2D en statique [14], où  $\varepsilon$  est l'ouverture d'encoche et  $\theta_{\text{cond}}$  est la position du conducteur.

Une simulation par éléments finis 2D est réalisée pour valider son allure. Le modèle par éléments finis est composé d'une seule encoche occupée par un conducteur parcouru par un courant de 100 A, le rotor est lisse et d'épaisseur d'entrefer constante  $e=1\text{mm}$ . La Figure II-11 représente le modèle par éléments finis 2D et l'induction dans l'entrefer qui permet de remonter à la force magnétomotrice via le théorème d'Ampère. Comme l'entrefer est constant, la force magnétomotrice élémentaire est l'image de l'induction dans l'entrefer.

$$\mathcal{U}_e = \int_{\text{rotor}}^{\text{stator}} \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} = \mu_{\text{air}} \cdot \mathbf{B}_e \cdot e = N \cdot I \quad \text{II-20}$$



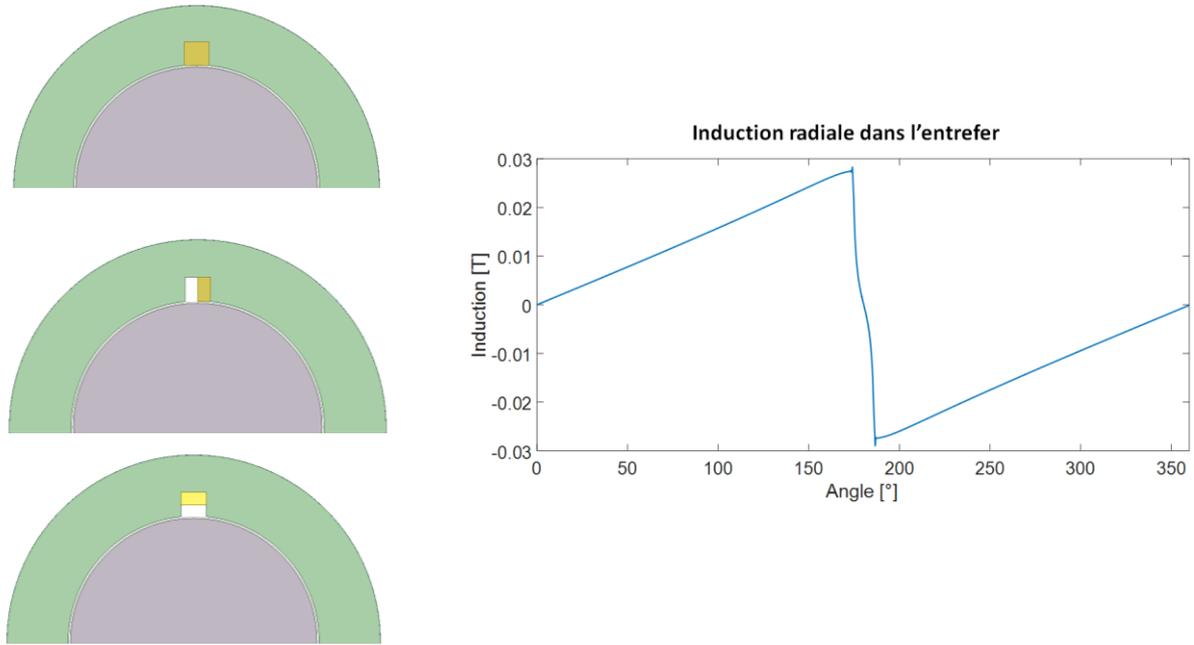
(a)



(b)

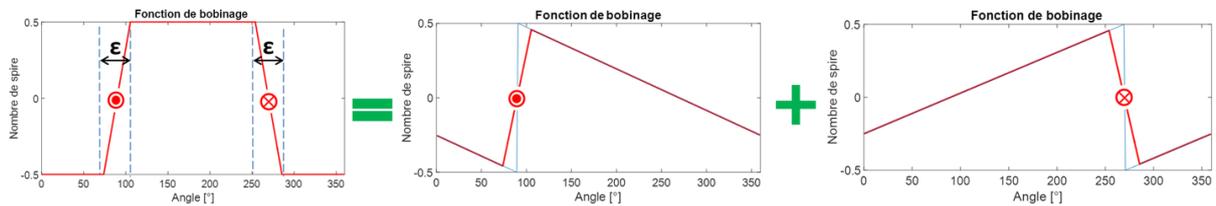
Figure II-11 : (a) Modèle par éléments finis 2D sans ouverture d'encoche (b) Induction radiale dans l'entrefer

La Figure II-12 représente le même modèle mais cette fois-ci avec une ouverture d'encoche et un conducteur placé de différentes façons dans l'encoche. On observe une diminution de la pente et une diminution du maximum lorsque l'ouverture s'élargit.



**Figure II-12 : (a) Modèle par éléments finis 2D avec ouverture d'encoche et différente position du conducteur dans l'encoche (b) Induction radiale dans l'entrefer**

On note que la fonction de bobinage d'une spire (un conducteur aller et un conducteur retour) comme on l'habitude de la voir (forme trapézoïdale) est la somme de deux fonctions de bobinage élémentaire comme le montre la figure Figure II-13.



**Figure II-13 : Décomposition de la fonction de bobinage d'une spire en fonctions de bobinages élémentaires**

Si on applique cette expression (équation II-19) pour déterminer la fonction de bobinage élémentaire d'une barre du rotor  $N_r^{(b)}(t, \theta)$ , il est nécessaire de prendre en compte la rotation du rotor. On a alors l'expression ci-dessous (équation II-21) où  $\theta^{(b)}$  représente la position de la barre en fonction du temps par rapport au référentiel fixe (du stator). Le terme  $\frac{2\pi}{Z_r}(b - 1)$  dans  $\theta_b$  suppose que les barres sont espacées uniformément.

$$N_r^{(b)}(t, \theta) = \sum_{k_{N_r}=1}^{+\infty} \frac{\sin(k_{N_r} \cdot \epsilon)}{k_{N_r}^2 \cdot \epsilon} \sin\left(k_{N_r} \left(\theta - \theta^{(b)}(t)\right)\right) \quad \text{II-21}$$

Avec :

$$\theta^{(b)}(t) = \frac{2\pi}{Z_r}(b - 1) + \frac{\omega_s(1 - g)}{p} \cdot t \quad \text{II-22}$$

## ii. Courant dans les barres

Les courants qui circulent dans les barres du rotor sont induits par la force magnétomotrice du stator. Leur contenu harmonique est donc directement lié au contenu harmonique spatio-temporel de la force magnétomotrice stator. Si on suppose un rotor à cage d'écureuil avec des barres uniformément réparties alors le courant dans chaque barre du rotor s'exprime ainsi [71] :

$$i_r^{(b)}(t) = \sum_{k_{Ns}=0}^{+\infty} I_{k_{Ns}} \cdot \cos(s_\mu \cdot \omega_s \cdot t - (b-1) \cdot \mu \cdot p \cdot \frac{2\pi}{Z_r}) \quad \text{II-23}$$

Avec  $\mu = (\pm 2 \cdot q_s \cdot k_{Ns} + 1)$  -  $k_{Ns} \in N$  issu de la FFT de la Fmms  
 $s_\mu = 1 - \mu(1 - g)$  -  $b$  le numéro de la barre

$\mu$  est en lien avec les harmoniques de la force magnétomotrice statorique qui sont  $\mu \cdot p$  (équation II-17).

L'amplitude des courants  $I_{k_{Ns}}$  n'est pas précisée ici. Leur détermination est complexe car elles dépendent de l'impédance (qui comprend la résistance des bobinages, leurs inductances propres, mutuelles et de fuites). Dans nos études, on se focalise sur le contenu spatio-temporel des grandeurs et nous portons moins d'importances sur les amplitudes exactes de ces grandeurs. Pour cette raison, les amplitudes des courants seront choisies arbitrairement. Néanmoins, il est possible de déterminer l'amplitude des courants du rotor, comme par exemple, avec des schémas équivalents électriques étendus prenant en compte les harmoniques d'espace [72]. Il est nécessaire d'avoir un couplage entre les 2 équations avec cette équation magnétique et de résoudre simultanément l'ensemble.

## iii. Force magnétomotrice rotor

Si l'on considère les mêmes hypothèses que dans la partie « Force magnétomotrice statorique » (bobinage stator distribué et système équilibré) et que les barres du rotor sont uniformément réparties alors, d'après le développement de l'équation II-18, on obtient l'expression ci-dessous (équation II-24) qu'on peut exprimer sous la forme d'un tableau (Tableau II-3).

$$Fmm_r(t, \theta) = \sum_{\lambda=1}^{+\infty} \sum_{k_{Ns}=0}^{+\infty} \left\{ \begin{aligned} &F_{r0} \cdot \cos(\omega_s \cdot t - \mu \cdot p \cdot \theta) \\ &+ F_{r1} \cdot \cos \left( \left( 1 - \frac{\lambda \cdot Z_r}{p} (1 - g) \right) \omega_s \cdot t + (\lambda \cdot Z_r - \mu p) \theta \right) \\ &+ F_{r2} \cdot \cos \left( \left( 1 + \frac{\lambda \cdot Z_r}{p} (1 - g) \right) \omega_s \cdot t - (\lambda \cdot Z_r + \mu p) \theta \right) \end{aligned} \right\} \quad \text{II-24}$$

Tableau II-3 : Harmoniques de la force magnétomotrice rotor			
Amplitude	Ordre circonférentiel ( $r_\theta$ )	Ordre fréquentiel ( $r_f$ )	Notation
$F_{r0}$	$-\mu \cdot p$	1	$\mu = (\pm 2 \cdot q_s \cdot k_{N_s} + 1)$ $\lambda = 1, 2, 3, \dots$ $k_{N_s} = 0, 1, 2, \dots$
$F_{r1}$	$\mu p - \lambda \cdot Z_r$	$+\frac{\lambda \cdot Z_r}{p}(1-g) - 1$	
$F_{r2}$	$\mu p + \lambda \cdot Z_r$	$-\frac{\lambda \cdot Z_r}{p}(1-g) - 1$	

### Exemple

Une machine triphasée à 2 paires de pôle comportant 48 dents au stator et 40 dents au rotor avec un bobinage répartie simple couche ( $m=4$ ) et des ouvertures d'ouverture d'encoche de 50% au stator et au rotor. D'après la formule analytique (équation II-23) les courants de barre sont composés des harmoniques suivantes :

Tableau II-4 : Harmoniques de courant dans une barre du rotor obtenue analytiquement												
$\mu = (\pm 2 \cdot q_s \cdot k_{N_s} + 1)$	1	-5	7	-11	13	-17	19	-23	25	...	-71	
$s_\mu = 1 - \mu(1-g)$	g = 0	-	6	-6	12	-12	18	-18	24	-24	...	72
	g = 10%	0.1	5.5	-5.3	10.9	-10.7	16.3	-16.1	21.7	-21.5	...	64.9

On effectue une modélisation magnétodynamique par éléments finis 2D pour valider le modèle analytique où on impose un courant stator triphasé sinusoïdal. Deux simulations sont réalisées : une à vide ( $g=0$ ) et une en charge ( $g=5\%$ ).

Les Figure II-14 et Figure II-15 représentent respectivement le courant dans une barre du rotor et sa FFT à vide et en charge. La formule analytique des courants du rotor donnent effectivement les harmoniques souhaités. Cependant on observe que les amplitudes des harmoniques varient et peuvent être quasi-nulles dans la simulation EF. Cela dépend de l'amplitude des harmoniques de la force magnétomotrice stator. En charge on remarque un dédoublement des harmoniques provoqués par le glissement. Lors d'une simulation d'une machine asynchrone, il se peut que l'on n'atteigne pas totalement le régime permanent, pour réduire le temps de simulation. Le courant rotor possède alors une composante continue et le contenu harmonique est perturbé.

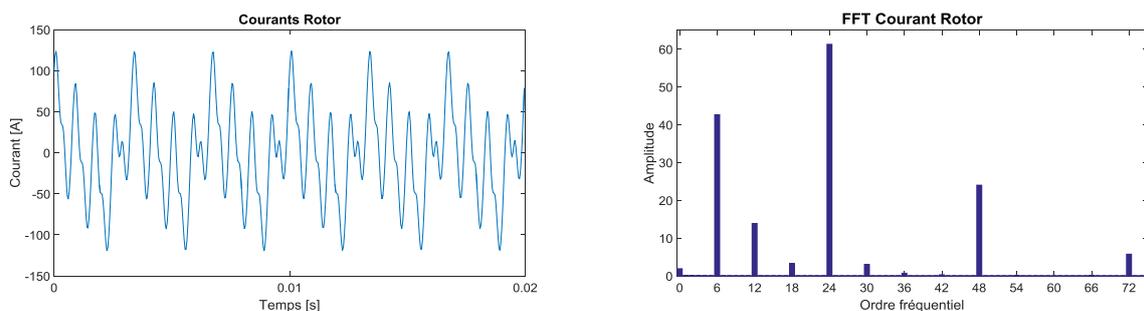
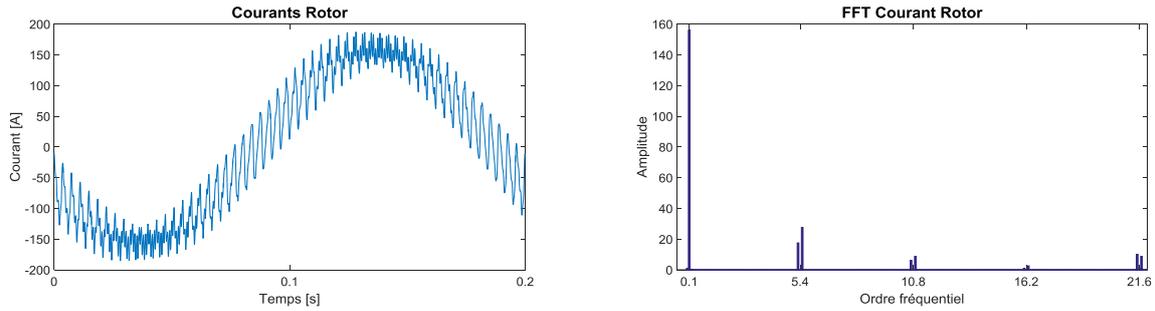
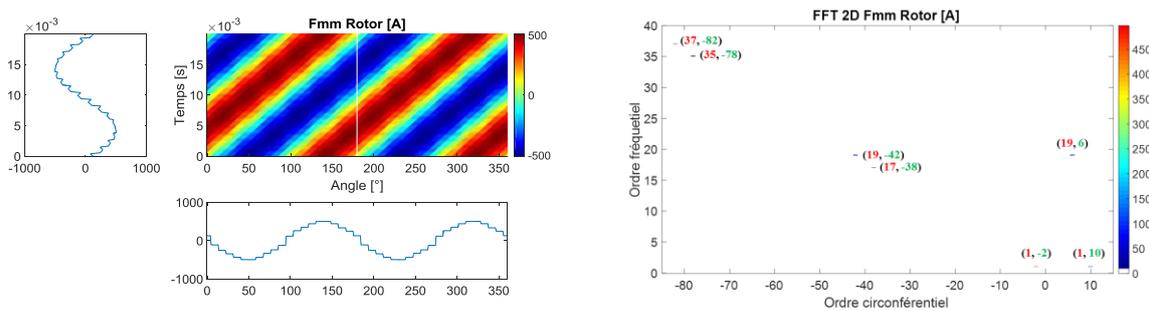


Figure II-14 : Courant et sa FFT dans une barre du rotor obtenu par EF 2D dans une machine asynchrone à cage d'écureuil fonctionnant à vide ( $g=0$ )

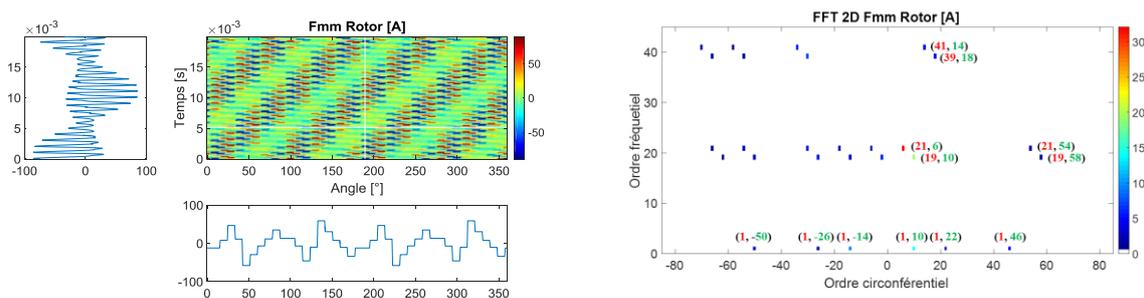


**Figure II-15 : Courant et sa FFT dans une barre du rotor obtenu par EF 2D dans une machine asynchrone à cage d'écuriel fonctionnant en charge ( $g=10\%$ )**

Comme nous l'avons précisé précédemment, nous n'avons pas développé de modèle pour estimer l'amplitude des courants. Pour obtenir la force magnétomotrice rotor, on va donc injecter les amplitudes obtenues par simulation EF dans notre modèle analytique (Figure II-14) dans le modèle décrit par l'équation II-24. La Figure II-16 représente la force magnétomotrice rotor en charge ( $g=10\%$ ) en sa FFT 2D. Et la Figure II-17 représente la force magnétomotrice rotor à vide ( $g=0$ ) et sa FFT 2D.



**Figure II-16 : Force magnétomotrice rotor en charge ( $g=10\%$ ) dans le repère du stator**



**Figure II-17 : Force magnétomotrice à vide ( $g=0$ ) rotor dans le repère du stator**

Le contenu harmonique de la force magnétomotrice rotor à vide et en charge est radicalement différent et les amplitudes harmoniques également. Ces différences sont dues au courant rotor et au glissement qui varient entre les 2 cas. On note, dans le cas en charge, l'harmonique principale de la force magnétomotrice rotor est la (-2,1), le même harmonique que l'on retrouve dans la force magnétomotrice stator. Les deux harmoniques stator et rotor étant de même fréquence et de même ordre sont à l'origine de la rotation du rotor.

## d) Induction

Le perméance  $P$  et la force magnétomotrice stator  $Fmm_s$  et rotor  $Fmm_r$  étant sous la forme de somme de cosinus, l'induction  $B_r$  s'obtient en développant chacun des termes de la perméance et des forces magnétomotrices comme le montre l'équation II-25.

$$B_r = \begin{aligned} & P_0 \cdot Fmm_s + P_s Fmm_s + P_r \cdot Fmm_s + P_{sr}(t, \theta) \cdot Fmm_s \\ & + P_0 \cdot Fmm_r + P_s Fmm_r + P_r \cdot Fmm_r + P_{sr}(t, \theta) \cdot Fmm_r \end{aligned} \quad \text{II-25}$$

On choisit d'exprimer la force magnétomotrice stator  $Fmm_s$  comme une somme de cosinus avec les notations suivantes :

$$Fmm_s(t, \theta) = F_{si} \sum_{i=1}^n \cos(r_{iF_s f} \omega_s \cdot t + r_{iF_s \theta} \cdot \theta) \quad \text{II-26}$$

Où  $r_{iF_s f}$  et  $r_{iF_s \theta}$  représentent respectivement tous les ordres fréquentiels et circonférentiels de  $Fmm_s$ .

De la même manière, on applique ces notations à la force magnétomotrice rotor  $Fmm_r$  et aux termes de la perméance  $P_0$ ,  $P_s$ ,  $P_r$  et  $P_{sr}$ . Le contenu harmonique de l'induction de l'équation I-25 obtenu à la l'aide de formulation trigonométrique simple (équation II-27) est représenté dans le Tableau II-5. Le développement détaillé de tous les termes donne le Tableau II-6. On peut ainsi remonter à l'origine de chaque harmonique.

$$\cos(a) \cos(b) = 1/2 [\cos(a + b) + \cos(a - b)] \quad \text{II-27}$$

Tableau II-5 : Harmoniques de l'induction			
Amplitude	Ordre circonférentiel ( $r_\theta$ )	Ordre fréquentiel ( $r_f$ )	Notation
$P_0 F_s$	$r_{iP_0\theta} \pm r_{jF_s\theta}$	$r_{iP_0f} \pm r_{jF_sf}$	i et j balayent tous les harmoniques
$P_0 F_r$	$r_{iP_0\theta} \pm r_{jF_r\theta}$	$r_{iP_0f} \pm r_{jF_rf}$	
$P_s F_s$	$r_{iP_s\theta} \pm r_{jF_s\theta}$	$r_{iP_sf} \pm r_{jF_sf}$	
$P_s F_r$	$r_{iP_s\theta} \pm r_{jF_r\theta}$	$r_{iP_sf} \pm r_{jF_rf}$	
$P_r F_s$	$r_{iP_r\theta} \pm r_{jF_s\theta}$	$r_{iP_rf} \pm r_{jF_sf}$	
$P_r F_r$	$r_{iP_r\theta} \pm r_{jF_r\theta}$	$r_{iP_rf} \pm r_{jF_rf}$	
$P_{sr} F_s$	$r_{iP_{sr}\theta} \pm r_{jF_s\theta}$	$r_{iP_{srf}} \pm r_{jF_sf}$	
$P_{sr} F_r$	$r_{iP_{sr}\theta} \pm r_{jF_r\theta}$	$r_{iP_{srf}} \pm r_{jF_rf}$	

Tableau II-6 : Harmoniques de l'induction			
Amplitude	Ordre circonférentiel ( $r_\theta$ )	Ordre fréquentiel ( $r_f$ )	Notation
$P_0 F_s$	$\pm(2q_s k_{N_s} - 1)p$	$\pm 1$	$\lambda = 1, 2, 3, \dots$ $k_{N_s} \in Z$ $\lambda \in Z$
$P_0 F_r$	$\pm \frac{\lambda \cdot Z_r}{p} (1 - g) - 1$	$\pm \mu p \mp \lambda \cdot Z_r$	
$P_s F_s$	$k_{P_s} Z_s \pm (2q_s k_{N_s} - 1)p$	$\pm 1$	
$P_s F_r$	$k_{P_s} Z_s \pm \lambda \cdot Z_r - \mu p$	$\pm (1 - \frac{\lambda \cdot Z_r}{p} (1 - g))$	
$P_r F_s$	$-k_{P_r} \cdot Z_r \pm (2q_s k_{N_s} - 1)p$	$k_{P_r} \cdot Z_r \cdot \frac{1-g}{p} \pm 1$	
$P_r F_r$	$-k_{P_r} \cdot Z_r \pm \lambda \cdot Z_r - \mu p$	$k_{P_r} \cdot Z_r \cdot \frac{1-g}{p} \pm (1 - \frac{\lambda \cdot Z_r}{p} (1 - g))$	
$P_{sr} F_s$	$\pm (k_{P_s} \cdot Z_s \mp k_{P_r} \cdot Z_r) \pm (2q_s k_{N_s} - 1)p$	$k_{P_r} \cdot Z_r \cdot \frac{1-g}{p} \pm 1$	
$P_{sr} F_r$	$\pm (k_{P_s} \cdot Z_s \mp k_{P_r} \cdot Z_r) \pm (\lambda \cdot Z_r - \mu p)$	$k_{P_r} \cdot Z_r \cdot \frac{1-g}{p} \pm (1 - \frac{\lambda \cdot Z_r}{p} (1 - g))$	

Les nombreux termes et coefficients rendent la lecture du tableau difficile. C'est pour cette raison qu'on préfère représenter les harmoniques sous forme d'un graphe en distinguant la contribution de chaque terme, comme l'illustre l'exemple suivant.

### Exemple

Appliquons cette expression (équation II-2) sur une machine asynchrone comportant 48 dents au stator et 40 dents au rotor avec un entrefer de 0.35 mm et un rapport d'ouverture d'encoche de 50% ( $l_{es} = l_{sd}$  et  $l_{re} = l_{rd}$ ). Les courants dans les barres du rotor sont les même que dans l'exemple précédent. La Figure II-18 illustre le contenu harmonique de l'induction dans l'entrefer où l'amplitude de chaque raie est indiquée par l'échelle de couleur.

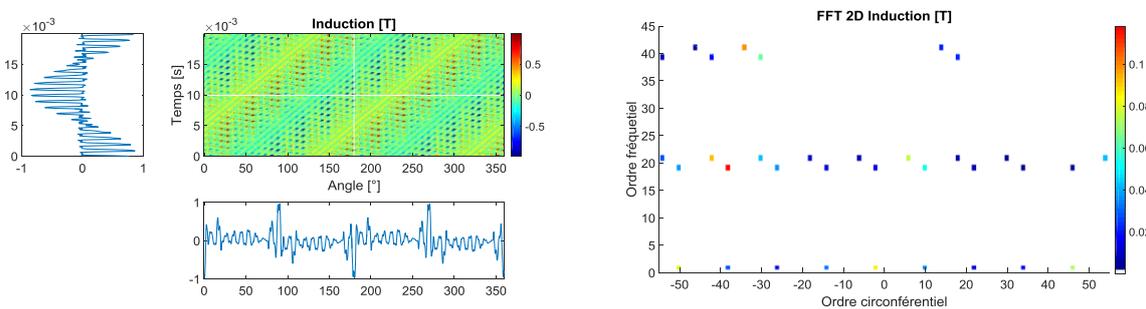
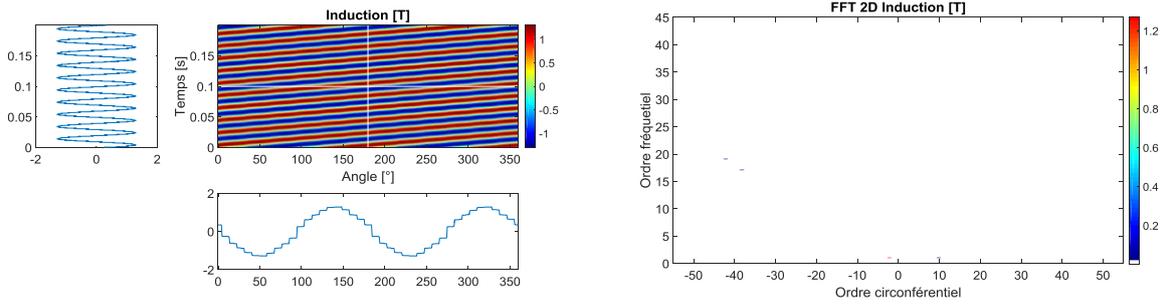
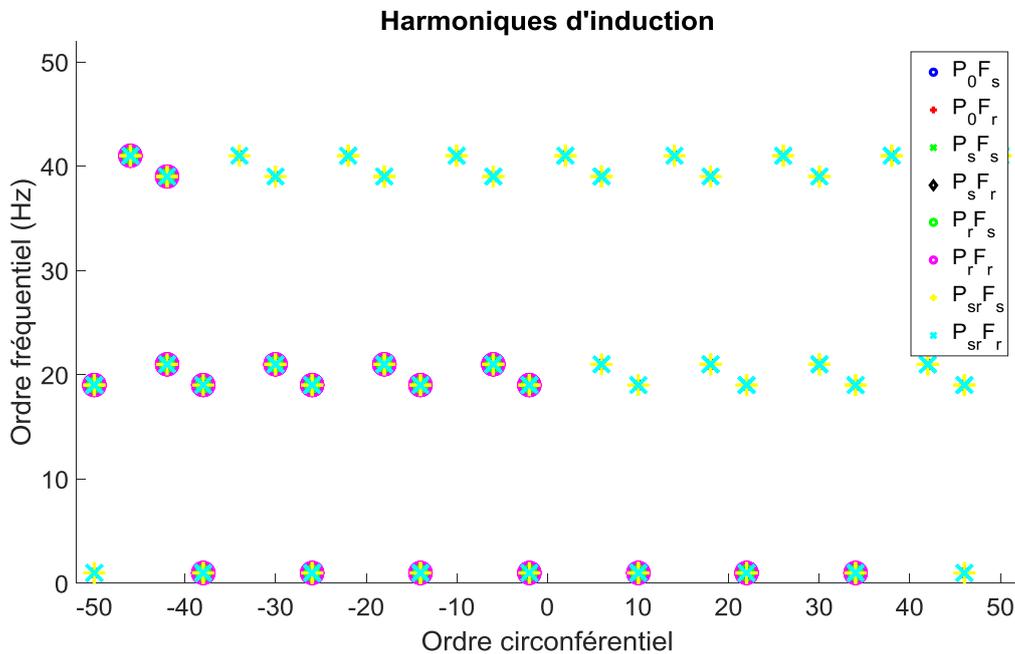


Figure II-18 : Induction magnétique radiale à vide ( $g=0$ ) et sa FFT 2D obtenue analytiquement



**Figure II-19 : Induction magnétique radiale en charge ( $g=10\%$ ) et sa FFT 2D obtenue analytiquement**

Grâce au Tableau II-6 il est possible de connaître la contribution des harmoniques de la perméance et de la force magnétomotrice sur chacune des harmoniques d'induction. La Figure II-20 le montre dans le cas d'un fonctionnement à vide.



**Figure II-20 : Décomposition des harmoniques spatio-temporels du champ radial à vide ( $g=0$ )**

### e) Force radiale magnétique

Pour calculer la force radiale magnétique dans l'entrefer, on applique l'expression II-2.

$$P_r(t, \theta) = \frac{1}{2\mu_0} B_r^2(t, \theta) \quad \text{II-28}$$

Si on exprime l'induction  $B_r$  sous la forme de somme de cosinus (équation II-29) et qu'on exprime la force  $P_r$  en somme de cosinus en utilisant la formule trigonométrique (équation II-30), alors on obtient les harmoniques de la force radiale données par le Tableau II-7. Où  $r_{iBf}$  et  $r_{iB\theta}$  représentent respectivement tous les ordres fréquentiels et circonférentiels de l'induction obtenus dans le tableau Tableau II-6.

$$B_r(t, \theta) = B_i \sum_{i=1}^n \cos(r_{iBf} \omega_s \cdot t + r_{iB\theta} \cdot \theta) \quad \text{II-29}$$

$$\begin{aligned} \left( \sum_{i=1}^n \cos(a_i) \right)^2 &= \sum_{i=1}^n \cos^2(a_i) + 2 \sum_{1 \leq i < j \leq n} \cos(a_i) \cos(a_j) \\ &= \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n [1 + \cos(2 \cdot a_i)] + \sum_{1 \leq i < j \leq n} [\cos(a_i + a_j) + \cos(a_i - a_j)] \end{aligned} \quad \text{II-30}$$

Tableau II-7 : Harmoniques de la force magnétique			
Amplitude	Ordre circonférentiel ( $r_\theta$ )	Ordre fréquentiel ( $r_f$ )	Notation
$F_0$	0	0	i et j balayent n harmoniques de l'induction tel que <b><math>1 \leq i &lt; j \leq n</math></b>
$F_2$	$2 \cdot r_{iB\theta}$	$2 \cdot r_{iBf}$	
$F_+$	$r_{iB\theta} + r_{jB\theta}$	$r_{iBf} + r_{jBf}$	
$F_-$	$r_{iB\theta} - r_{jB\theta}$	$r_{iBf} - r_{jBf}$	

### Exemple

Dans cet exemple, on ne s'intéressera pas aux amplitudes des harmoniques seulement au contenu harmoniques spatio-temporel de la force magnétique radiale dans l'entrefer. Prenons une machine asynchrone triphasée à 2 paires de pôles avec 48 dents au stator et 30 dents au rotor et appliquons le Tableau II-7, on obtient la Figure II-21. Sur cette figure, les points en bleu correspondent aux harmoniques de force et les points en rouge soulignent les principaux harmoniques (c'est-à-dire  $k_{P_r} = k_{P_s} = 1, \lambda = k_{F_s} = 0$ ). Ce modèle simple permet de rapidement repérer les harmoniques de force qui peuvent poser problème. Par exemple, si cette machine à un mode 2 qui résonne vers 850 Hz et si elle fonctionne sous une alimentation à  $f_s=50$  Hz, alors ce mode sera excité par l'harmonique de force (2,17 $f_s$ ) car  $17 \times 50 = 850$  Hz comme cela a été expliqué dans le chapitre I.3.a.i. «Modèle analytique appliqué à un tube».

Notons qu'il est très facile de jouer sur les indices  $k_{P_r}, k_{P_s}, k_{F_s}$  et  $\lambda$  pour mettre en avant les effets souhaités. Si  $k_{P_r} = 0$  alors on considère que l'effet des dents sur la perméance rotor est nul. Autrement dit, que le rotor est lisse. Si  $k_{P_r} = 1$ , alors on considère l'effet de denture rotor mais on ne considère que le fondamental. L'indice  $k_{P_s}$  représente la même chose mais pour le stator. L'indice  $k_{F_s}$  est lié à  $\mu = (\pm 2 \cdot q_s \cdot k_{N_s} + 1)$  c'est-à-dire aux harmoniques de la force magnétomotrice stator. Si  $k_{F_s} = 1$  alors  $\mu = 1$ , on ne prend alors en compte seulement la première harmonique ( $\mu \times p$ ) de la FMM stator. Enfin, l'indice  $\lambda$  est lié au nombre d'harmoniques de la FMM rotor. Si  $\lambda = 0$ , la FMM rotor ne prend pas en compte l'effet de denture, le FMM est alors une sinusoïdale. Si  $\lambda = 1, 2, \dots$ , les harmoniques de la FMM rotor sont pris en compte.

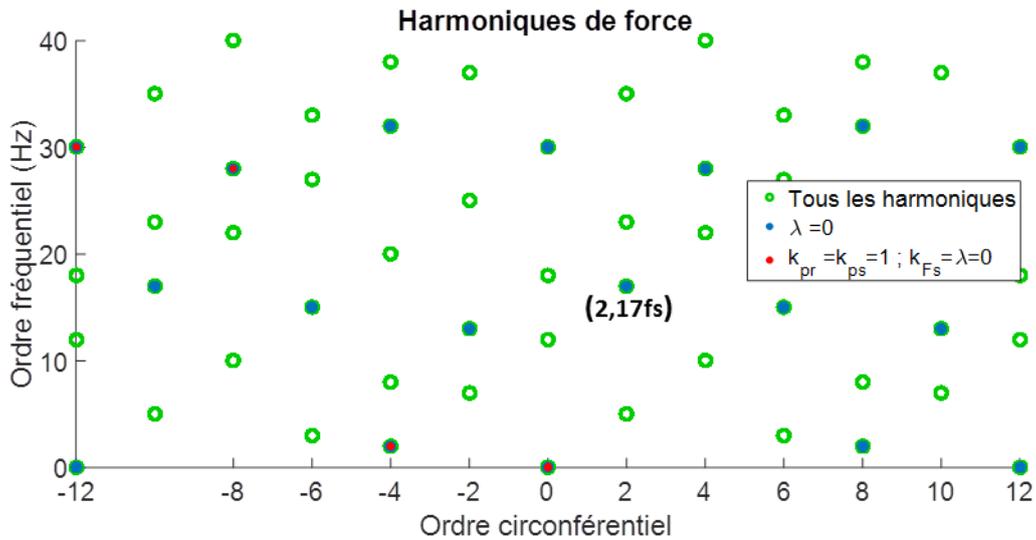


Figure II-21 : Harmoniques spatio-temporels de la force radiale obtenues analytiquement ( $Z_s=48, Z_r=30$ )

Supposons maintenant que cette machine possède 40 dents au rotor ( $Z_r=40$ ) en conservant les 48 dents au stator, la machine électrique ne créera pas d'harmoniques d'ordre 2 comme le montre la Figure II-22. Le mode 2 à 850 Hz ne sera donc pas excité.

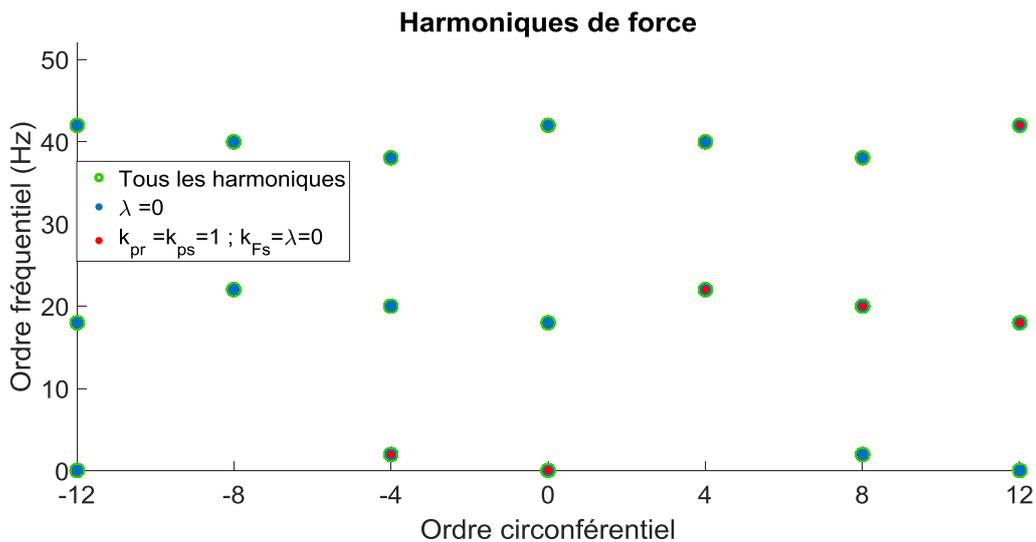


Figure II-22 : Harmoniques spatio-temporels de la force radiale obtenues analytiquement ( $Z_s=48, Z_r=40$ )

Le modèle analytique permet de donner rapidement le contenu harmonique spatio-temporel de la force magnétique radiale et de connaître l'origine de ses harmoniques en jouant sur les paramètres harmoniques ( $k_{pr}, k_{ps}, \lambda$  et  $\mu$ ). De plus, de nombreuses configurations peuvent être étudiées en modifiant le nombre de paires de pôles  $p$ , le nombre de dents au stator  $Z_s$ , au rotor  $Z_r$  et l'ouverture d'encoche stator  $r_{sd}$  et rotor  $r_{rd}$ .

L'avantage incontestable de l'utilisation des formules analytiques pour exprimer les forces magnétomotrices (stator et rotor) est de connaître exactement la composition de chaque raie de force. En contrepartie, il est nécessaire de développer ou de reprendre dans

la littérature pour des bobinages connus, les relations permettant d'estimer la force magnétomotrice.

## 2. Modèle « générique » pour évaluer la force magnétomotrice

Si on souhaite faire des bobinages originaux<sup>4</sup>, il devient très difficile d'exprimer les forces magnétomotrices de manière analytique. Pour se libérer de cette contrainte, au lieu d'exprimer analytiquement la force magnétomotrice d'un bobinage, on implémente (sous Matlab) la forme de la fonction élémentaire de bobinage d'un conducteur comme représenté sur la Figure II-10. Puis, pour obtenir la force magnétomotrice d'un bobinage quelconque, il suffit de multiplier chaque fonction élémentaire par le courant qui la traverse et d'en faire la somme.

Concrètement, l'utilisateur entre une matrice de bobinage quelconque où chaque ligne de la matrice correspond à la distribution du bobinage dans une phase, chaque élément de la matrice correspond au nombre de conducteur et le signe correspond au sens du conducteur. Le programme va tracer chaque fonction élémentaire de chaque conducteur et les sommer. Cette étape est reproduite pour chacune des phases. L'exemple ci-dessous (Figure II-23) illustre ces étapes.

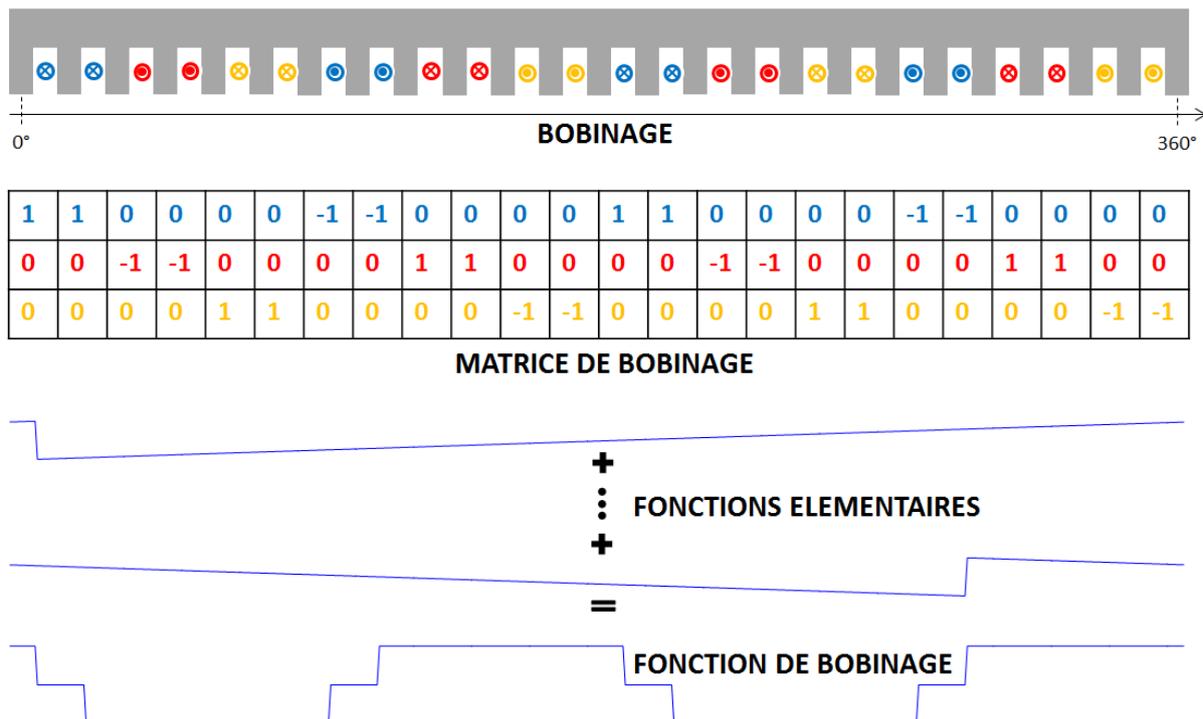


Figure II-23 : Etape pour obtenir la fonction de bobinage à partir de la méthode « générique »

<sup>4</sup> Lorsqu'on parle de bobinages originaux, on peut par exemple imaginer des bobinages avec des asymétries spatiales et/ou des asymétries des courants ; on peut également penser à des bobinages réalisés par un outil d'optimisation de façon aléatoire.

Chaque fonction de bobinage d'une phase est ensuite multipliée par le courant qui la traverse. Puis la somme des forces magnétomotrice de chaque phase est faite pour obtenir la force magnétomotrice totale. La Figure II-24 montre ces étapes. Sur cet exemple, on a choisi un courant de 10 A dans la phase bleue et des courants de -5 A dans les phases rouge et jaune pour que cela corresponde à un système triphasé.

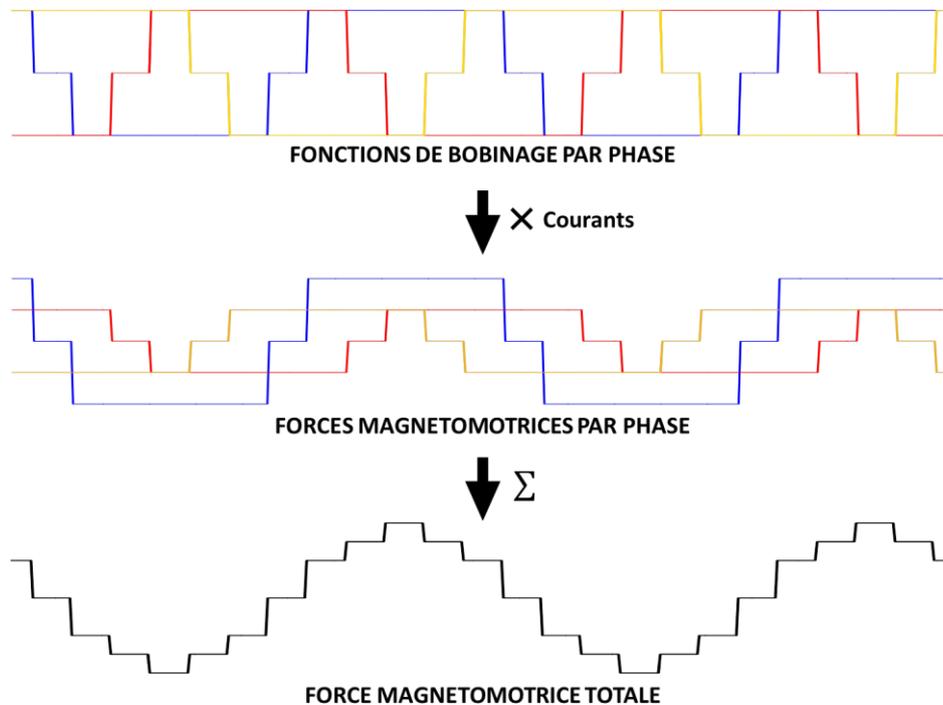


Figure II-24 : Etape pour obtenir la force magnétomotrice stator totale

L'exemple illustré ici est simple mais on aurait très bien pu tracer la FMM d'un bobinage avec une répartition des conducteurs et des courants complètement différents (bobinage dentaire,...). Il est également possible d'obtenir la FMM stator d'un bobinage dont les distances et les ouvertures d'encoche ne sont pas uniforme d'une encoche à une autre.

Cette méthode donne les mêmes résultats qu'avec les expressions analytiques. Le facteur de distribution  $K_{dh}$  et le facteur de raccourcissement  $K_{rh}$  de la méthode analytique dépendent indirectement de la position des conducteurs. Le facteur d'ouverture d'encoche  $K_{eh}$  est représentée par la pente caractérisée par l'ouverture d'encoche  $\epsilon$ . Quant au facteur d'inclinaison  $K_{ih}$ , il peut être intégré à ce modèle ou exprimé indirectement à travers le décalage suivant l'axe z (paragraphe 3)).

Par contre, avec cette méthode, une transformée de Fourier 2D sur la force magnétomotrice est nécessaire pour obtenir le spectre spatio-temporel des ordres alors que dans l'autre cas, ils sont déjà connus (tableau II.1 par exemple). Néanmoins, avec la puissance actuelle des ordinateurs, cela se fait quasiment instantanément.

### 3. Prise en compte du vrillage

Les modèles qui viennent d'être développés ci-dessus sont valables seulement pour les machines électriques présentant une invariance selon l'axe z. Ils ne permettent pas de représenter la force radiale selon t,  $\theta$  et z. Il est vrai qu'il est possible d'intégrer un facteur de vrillage pour moyenner la force magnétomotrice mais cela n'est qu'une simplification permettant de réduire le problème 3D en 2D en ne considérant que l'ordre axial z=0.

Pour étendre le modèle suivant l'axe z, il faut tout d'abord adapter la perméance développée dans la partie 1.a). Si le rotor est vrillé alors les termes  $P_r$  et  $P_{sr}$  sont affectées selon l'axe z, alors la **perméance** devient :

$$P(t, \theta, z) = P_0 + P_s(\theta) + P_r \left( t, \theta + z \frac{\alpha}{L} \right) + P_{sr} \left( t, \theta + z \frac{\alpha}{L} \right) \quad \text{II-31}$$

Où :  $\alpha$  est l'angle de vrillage  
L est la longueur active du moteur

La même transformation doit être faite pour la **fonction de bobinage rotor** :

$$N_r(t, \theta, z) = N_r \left( t, \theta + z \frac{\alpha}{L} \right) \quad \text{II-32}$$

Le vrillage modifie également les **courants** qui circulent dans les barres du rotor. En effet, une partie du flux créé par l'enroulement du stator ne pénètre pas dans un enroulement de rotor incliné, bien qu'il traverse l'entrefer. Le contenu harmonique des courants dans les barres du rotor est donc lié au contenu harmonique de la FMM stator et au vrillage.

L'induction s'obtient de la manière suivante :

$$B_r(t, \theta, z) = P(t, \theta, z) \cdot \left[ \sum_{q=1}^{q_s} N_s^{(q)}(\theta) \cdot i_s^{(q)}(t) + \sum_{b=1}^{z_r} N_r^{(b)}(t, \theta, z) \cdot i_{r_{skew}}^{(b)}(t) \right] \quad \text{II-33}$$

A présent, nous allons présenter deux modèles basés sur les éléments finis permettant de prendre en compte le vrillage : un modèle 3D et un modèle 2D multi-couches.

## II. Modèles EF 2D et 3D

Dans cette partie, on présente les résultats qu'il est possible d'obtenir grâce aux simulations par éléments finis, et comment analyser ces résultats à l'aide des outils analytiques développés ci-dessus. On se focalise sur deux modèles : un modèle 3D par la MEF qui sera toujours pris comme référence, et un modèle 2D multi-couches par la MEF. Puis une discussion est également faite sur le facteur de vrillage qu'on rencontre dans la littérature.

## 1. EF 3D

La modélisation 3D par la méthode des éléments finis est faite grâce au logiciel Maxwell 3D d'ANSYS. Elle est une méthode de référence. Lors d'une simulation par éléments finis pour l'analyse des forces dans l'entrefer, il y a plusieurs points en particulier auxquels il est nécessaire de faire attention.

- Le **maillage spatial** de la machine électrique doit être fin au niveau de l'entrefer. C'est-à-dire qu'il est nécessaire d'avoir minimum environ 10 éléments sous un pas dentaire suivant l'axe  $\theta$ . Pour la simple raison que c'est le contenu harmonique spatio-temporel de la force qui nous intéresse, donc si on souhaite observer les effets de denture, il est nécessaire d'avoir un bon maillage au niveau de l'entrefer.
- La **discrétisation temporelle** est directement liée au pas de rotation du rotor. Elle est également importante ; pour atteindre les fréquences liées à la denture mais également atteindre les fréquences de résonances de la machine. La discrétisation temporelle est étroitement liée au maillage. Prenons un exemple d'une machine électrique à 2 paires de pôle, 48 dents au stator et 40 dents au rotor. Imaginons que celle-ci est maillée de sorte qu'il y ait 10 éléments finis dans l'entrefer par pas stator suivant l'axe  $\theta$ . On choisit le stator comme référence car il possède le nombre de dent le plus élevé. Il y a donc  $48 \times 10 = 480$  éléments dans l'entrefer sur  $360^\circ$ . Cela implique que pendant une période électrique le rotor balaye  $480/2 = 240$  éléments. Il faut donc que dans une période électrique il y ait 240 pas de temps. D'après le théorème de Shannon il est possible d'observer 120 harmoniques temporelles. Si la discrétisation temporelle est plus fine que le maillage spatial, cela est une perte de temps de calcul, car pour différents pas de temps, on est susceptible d'obtenir le même résultat. La Figure II-25 illustre ces propos avec un schéma simpliste. Le point rouge peut être assimilé à un point à la surface du rotor et les rectangles numérotés de 1 à 3 peuvent être assimilés à un élément fini dans l'entrefer. Dans le cas (a), la discrétisation temporelle fait que le point rouge se déplace d'un élément. Le point rouge voit alors à chaque pas de temps un élément différent. Dans le cas (b), la discrétisation temporelle fait que le point rouge se déplace d'un tiers d'élément. Dans ce cas le point rouge voit deux fois le même élément.

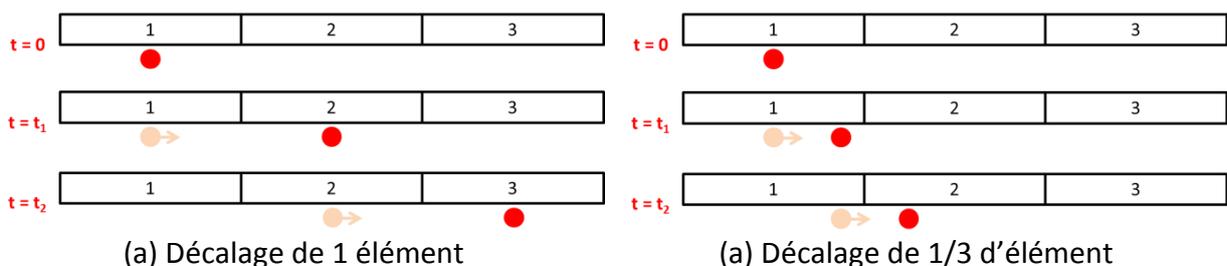


Figure II-25 : Schéma simplifié du problème de discrétisation spatio-temporelle

- De plus, si la machine est une machine asynchrone il est nécessaire de prendre en compte les effets du glissement  $g$ . Si l'on simule la machine à vide ( $g=0$ ), il n'y a pas de problème, rien ne change, le rotor tourne à la vitesse du synchronisme. Mais si la machine est en charge ( $g \neq 0$ ) alors le rotor ne tourne plus à la même vitesse du synchronisme. Cela entraîne une modulation de la force magnétique de fréquence  $f_r = (1 - g)f_s$ . Donc pour avoir un signal périodique, il est nécessaire de simuler un nombre  $n$  de périodes électriques stator tel que  $(1 - g) \times n \in \mathbb{N}$ . Par exemple si  $g = 10\%$ , il faut simuler 10 périodes électriques, ainsi  $f_r = (1 - 0.1) \cdot 10 \cdot f_s = 9 \cdot f_s$  est un multiple de  $f_s$ . Cela est très contraignant car les simulations 3D par éléments finis sont très longues.

Une fois la simulation réalisée, on extrait le champ magnétique selon les 3 composantes  $(r, \theta, z)$  au milieu de l'entrefer. Puis on calcule les forces magnétiques dans l'entrefer grâce au tenseur de Maxwell (équations I-4, I-5 et I-6) ensuite on effectue les FFT3D pour analyser les résultats. Il n'est pas évident d'identifier l'origine de chacune des raies de forces, d'où l'importance de s'appuyer sur des modèles analytiques.

### Exemple

Cet exemple illustre les résultats obtenus par MEF 3D effectué sur deux machines triphasées asynchrone à 2 paires de pôle avec 48 dents au stator et 40 dents au rotor. L'une à un rotor droit, et l'autre à un rotor vrillé d'un pas stator, soit 7.5 degrés ( $=360/48$ ). La machine est représentée sur la Figure II-26 et son maillage Figure II-27 est composé de 1.47 millions éléments. Les têtes de bobines sont prises en compte. Les matériaux sont considérés linéaires. On impose 8 A de courant à la fréquence de 50Hz et le rotor tourne à 1500 tr/min (fonctionnement à vide  $g=0$ ).

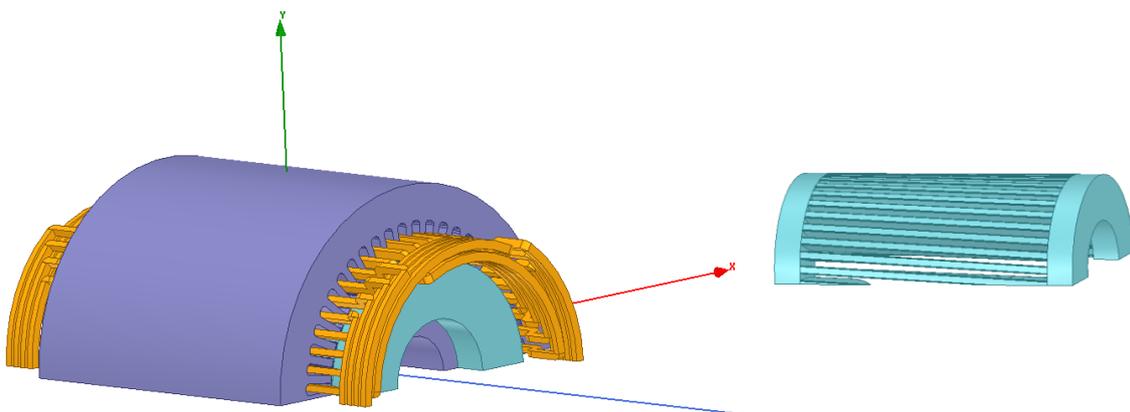


Figure II-26 : Modèle 3D

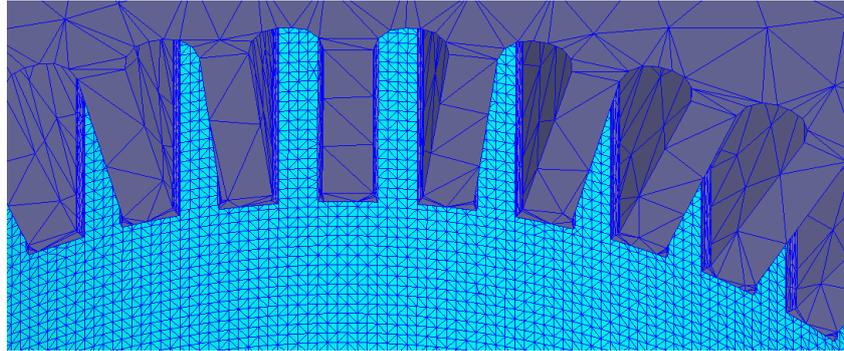


Figure II-27 : Maillage 3D

A titre d'illustration la Figure II-28 et Figure II-29 représentent respectivement l'induction radiale et la pression radiale dans l'entrefer de la machine à rotor droit au milieu de la machine ( $z=L/2$ ). La pression magnétique est calculée en prenant en compte  $B_r$ ,  $B_\theta$  et  $B_z$  (équation I-4). Sur ces figures la figure principale représente une vue du dessus de l'induction (ou de la pression) en fonction du temps et de l'espace. La figure de gauche représente l'induction (ou la pression) radiale en fonction du temps, c'est une coupe de la figure principale à un angle donné (correspondant à un point sous une dent). Et la figure du dessous représente l'induction (ou la pression) radiale en fonction de l'angle, c'est une coupe de la figure principale à un temps donné. La Figure II-29 correspond à la pression magnétique calculée en prenant en compte  $B_r$ ,  $B_\theta$  et  $B_z$  (équation I-4). La comparaison entre la machine droite et vrillée n'est pas faite ici sur ces figures car la différence entre les deux n'est pas observable à l'œil. Tout simplement parce qu'on représente une coupe au milieu de l'entrefer ( $z=L/2$ ) et non la moyenne selon l'axe  $z$  de ces grandeurs.

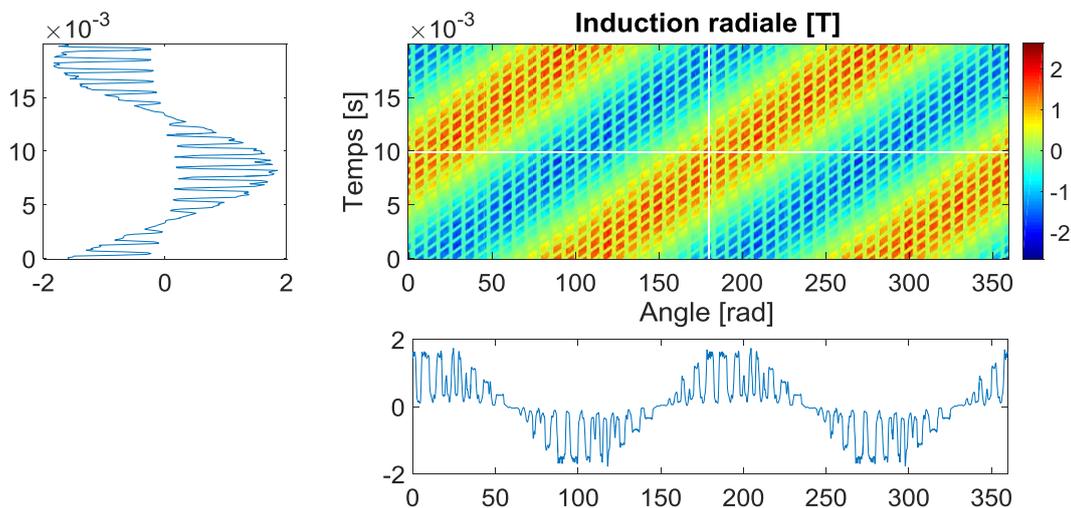
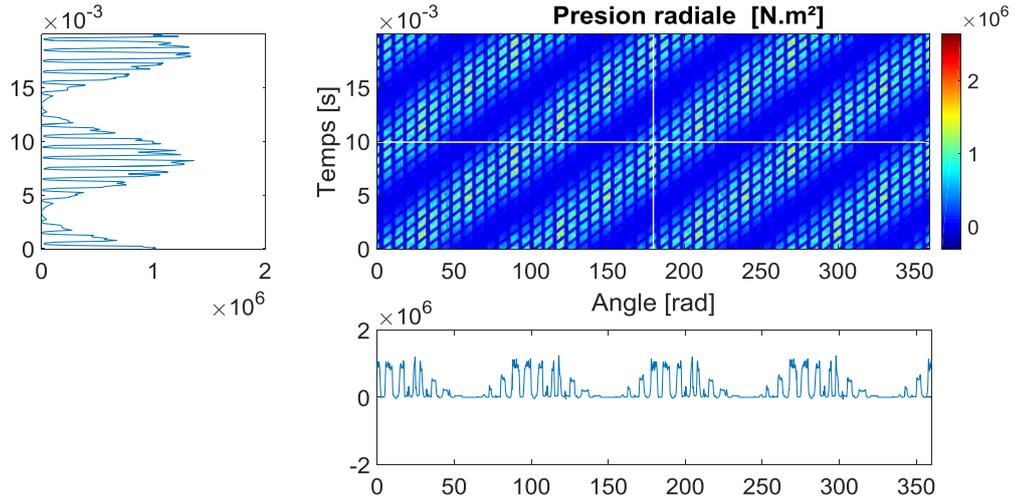
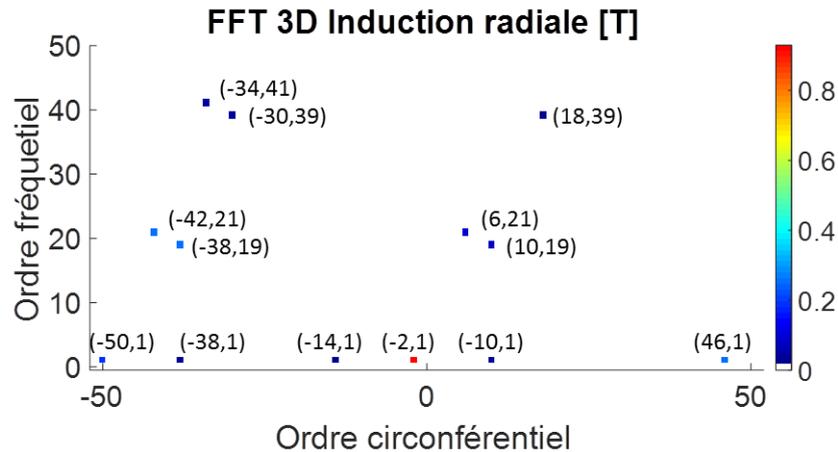


Figure II-28 : Allure du champ magnétique radial dans l'entrefer au milieu ( $z=L/2$ ) d'une machine à rotor droit obtenu par éléments finis 3D



**Figure II-29 : Allure de la force magnétique radiale dans l'entrefer au milieu d'une machine à rotor droit ( $z=L/2$ ) obtenu par éléments finis 3D**

Pour analyser l'induction et la pression totale (sans se limiter au milieu de la machine), on effectue une FFT3D et utilise les représentations vues dans le Chapitre I. Figure II-30 et Figure II-31 représentent respectivement la FFT 3D du champ et de la pression magnétique radiale d'une machine à rotor droit obtenus par éléments finis 3D à  $r_z=0$ . Les principales raies peuvent être expliquées grâce aux formulations analytiques vues dans la partie précédente.



**Figure II-30 : FFT 3D du champ magnétique radiale d'une machine à rotor droit obtenu par éléments finis 3D où  $r_z=0$**

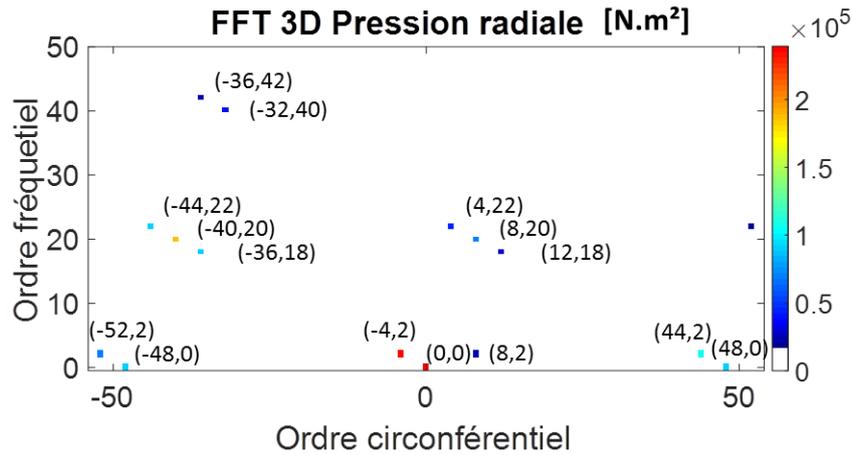
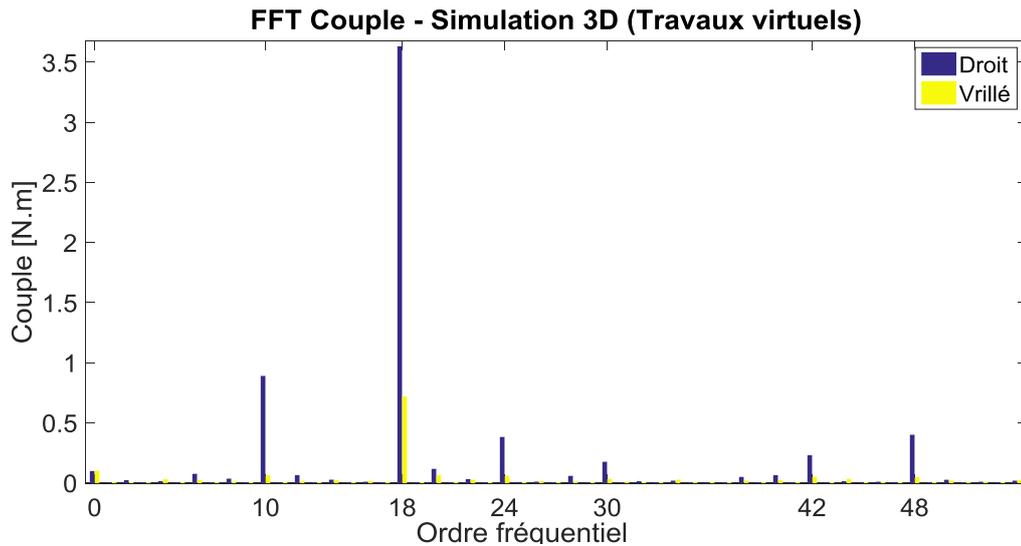


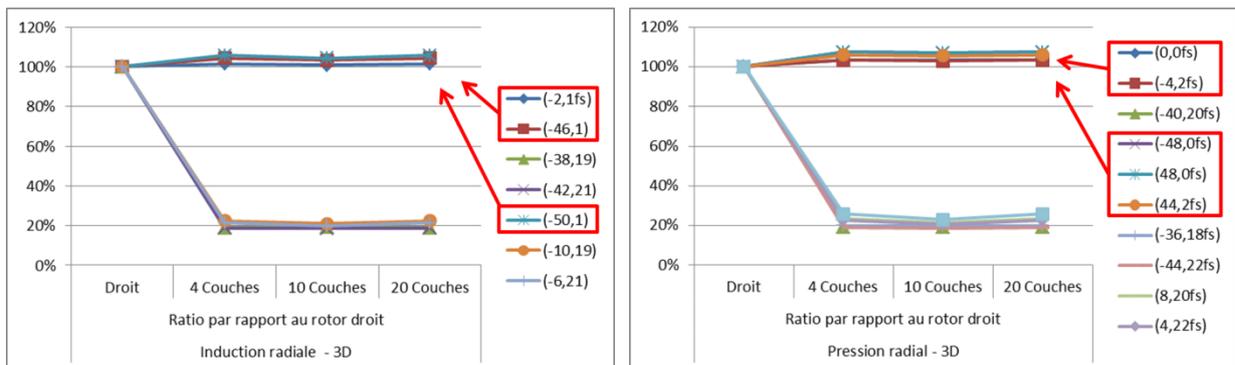
Figure II-31 : FFT 3D de la pression magnétique radiale dans d'une machine à rotor droit obtenu par éléments finis 3D où  $r_z=0$

Sur cette machine et pour ce point de fonctionnement, on observe que :

- Les ordres axiaux autres que l'ordre  $r_z=0$  sont négligeables.
- On observe que l'amplitude maximale des raies d'induction radiale est environ 10 fois plus grande que l'amplitude maximale des raies d'induction circonférentiel, et 1000 fois plus grande que l'amplitude maximal des raies d'induction axiale.
- La Figure II-33 met en évidence qu'une discrétisation de 4 points selon l'axe z pour l'analyse de l'ordre  $r_z=0$  est suffisante car on obtient un résultat similaire avec 10 ou 20 points.
- Les composantes circonférentielles et axiales de l'induction sont négligeables pour le calcul de la pression radiale. Pour toutes les raies de pressions radiales listées sur la Figure II-33.b., il y a une variation maximum de 3% si on ne prend pas en compte  $B_r$  et  $B_\theta$  dans le calcul de la pression radiale (pour ce point de fonctionnement).
- Les harmoniques temporels de couple donnés par le logiciel Maxwell par la méthode des travaux virtuels correspondent bien à l'ordre  $r_\theta=0$  et  $r_z=0$  de la pression circonférentielle.
- Le vrillage réduit les ondulations de couple (Figure II-32) et de nombreuses raies de l'induction et de la pression radiale (Figure II-33).



**Figure II-32 : Couple à vide obtenu par Ansys par la méthode des travaux virtuels pour deux modélisations 3D : l'une avec un rotor droit et l'autre avec un rotor vrillé**



**(a) Harmonique de l'induction radiale**

**(b) Harmonique de la pression radiale**

**Figure II-33 : Comparaison des harmoniques de l'induction radiale (a) et de la pression radiale (b) entre un modèle 3D droit et un modèle 3D vrillé**

En conclusion sur ce calcul par la méthode des éléments finis 3D, cette approche présente l'avantage d'être précise mais relativement lourde à mettre en place avec une attention particulière sur le maillage au niveau de l'entrefer. Une analyse quantitative peut être effectuée contrairement à l'approche analytique précédente. Par contre, les temps de calcul pour une simulation à vide avec la prise en compte du mouvement (alimentation en courant) sont assez importants, de l'ordre de deux semaines.

Pour cela, on a essayé de s'intéresser à d'autres possibilités de calculs par E.F. nous permettant de visualiser l'impact d'un vrillage sur les forces magnétiques. Deux solutions ont été envisagées : la solution par E.F. multi-couches et le choix d'une approche par E.F. 2D avec ajout d'un facteur de vrillage.

## 2. EF 2D multi-couches sans couplage électrique

Dans la partie bibliographique (Chapitre I), on a vu qu'il est possible de réaliser plusieurs simulation EF 2D où chacune des couches sont couplées entre elles à l'aide d'un circuit électrique. Ici, on a choisi de faire du multi-couches mais sans coupler les couches entre elle. Chaque simulation 2D est donc indépendante. Pour chacune des simulations ( $i$ ), le rotor à un angle initiale  $\theta_{rot}^{(i)}$  différent qui dépend simplement de l'angle de vrillage que l'on souhaite modéliser :

$$\theta_{rot}^{(i)} = \gamma^{(i)} \frac{\theta_{sk}}{2} \quad \text{II-34}$$

Où  $z_{rot}^{(i)}$  représente la position relative de chaque couche le long de l'axe  $z$ , il est compris entre -1 et 1 et la position 0 correspond au centre de la machine.

$$z_{rot}^{(i)} = \frac{(2 \times i - N_{bi} - 1)}{N_{bi}} \quad \text{II-35}$$

Avec  $N_{bi}$  le nombre de couche

Par exemple, si on modélise la machine avec 5 couches EF 2D (Figure II-34 ) vrillé de  $7.5^\circ$  alors les angles initiaux du rotor de chaque couche sont les suivants :

Couche n°	1	2	3	4	5
$\Theta_{rot} [^\circ]$	-3	-1.5	0	1.5	3

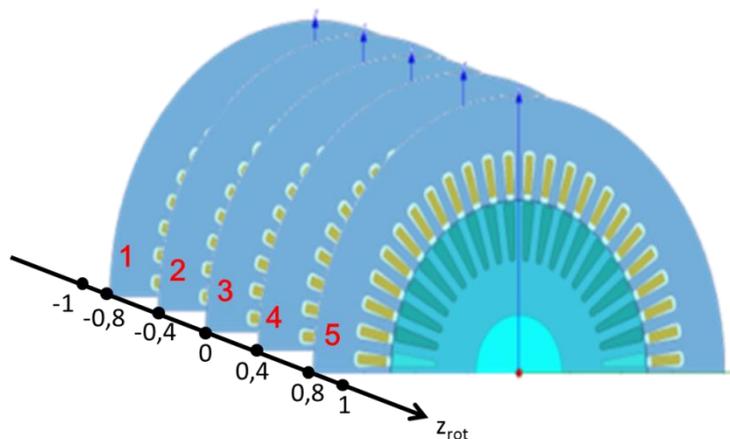
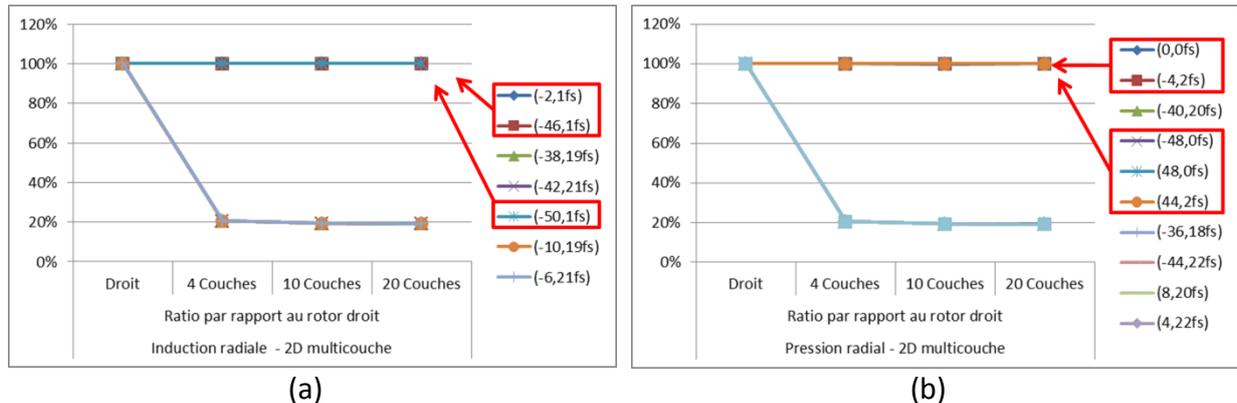


Figure II-34 : Simulation par éléments finis 2D multi-couches

### Exemple

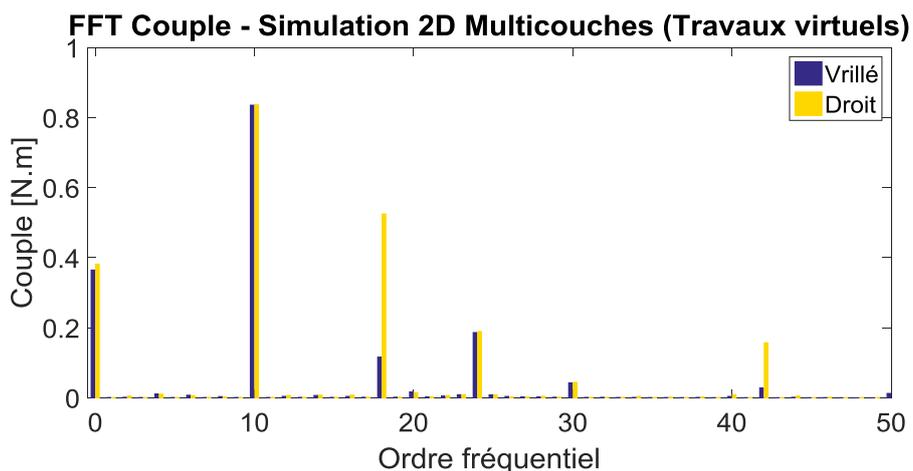
On reprend désormais la même machine que dans l'exemple 3D précédent mais modélisé avec la méthode multi-couches et on observe l'impact du vrillage sur les harmoniques de l'induction et de la pression radiale (Figure II-35). Pour cela, on moyenne l'induction de toutes les couches, on calcule les forces puis on effectue une FFT2D. Ce qui

revient à faire une FFT3D et sélectionner  $r_z=0$ . Les résultats obtenus sont similaires aux résultats obtenus avec le modèle 3D à la différence qu'il y a moins d'erreur numérique car le maillage est plus fin sur les simulations 2D. L'amplitude des raies converge dès 4 couches et se sont les même raies qui sont réduites. L'erreur maximum sur la variation de l'amplitude entre rotor droit et vrillé entre la modélisation 3D et 2D est de 7% sur les raies illustrées sur les figures.



**Figure II-35 : Comparaison des harmoniques de l'induction radiale (a) et de la pression radiale (b) entre un modèle 2D droit et des modèles multi-couches**

La comparaison du couple et de ses harmoniques à vide est également comparée sur la Figure II-36. Pour le modèle vrillé on moyenne le couple de toutes les couches. Sur cette figure on remarque que le vrillage modélisé par le modèle multi-couches impact seulement les harmoniques 18 et 42, alors qu'il affectait toutes les harmoniques sur la simulation 3D.



**Figure II-36 : Couple à vide obtenu par ANSYS par la méthode des travaux virtuels pour 2 modélisations 2D : l'une avec un rotor droit et l'autre avec un rotor vrillé (20 multi-couches)**

Le modèle multi-couches non-couplé semble satisfaisant pour prédire l'impact du vrillage sur les forces magnétiques mais ne l'est pas pour prédire la diminution des

ondulations de couple. Le couplage des couches entre elles par un circuit électrique pourrait résoudre ce problème.

Le fait de faire une simulation multi-couches et de moyenner ses couches revient indirectement à appliquer un facteur de correction pour prendre en compte le vrillage. Ce facteur de correction peut-il être assimilé au facteur d'inclinaison (vrillage) de la force magnétomotrice stator ?

### 3. Facteur de vrillage

Dans le développement de l'expression purement analytique de la force magnétomotrice du stator, on a pu observer un facteur de vrillage (appelé également facteur d'inclinaison) (Equation II-16). Certains auteurs [48] appliquent ce facteur directement sur les harmoniques du champ magnétique dans l'entrefer. Mais lorsqu'on reconstruit le facteur de vrillage avec la modélisation 3D, on observe que les harmoniques du champ magnétique ne suivent pas la tendance du facteur de vrillage analytique. La Figure II-37 superpose la valeur absolue du facteur de vrillage obtenu analytiquement et celui reconstruit par E.F. 3D à partir de l'induction pour une machine vrillée de 7.5° à 48 encoches au stator et 40 encoches au rotor et pour une machine vrillée de 7.5° à 48 encoches au stator et 30 encoches au rotor. L'angle de vrillage étant choisi d'un pas stator, le facteur de vrillage analytique annule donc les harmoniques de la force magnétomotrice stator liée au nombre de dents au stator, c'est-à-dire les harmoniques multiples de  $\frac{Z_s}{p}$  (soit les harmoniques 24,48,... dans cet exemple). Le facteur de vrillage calculé à partir de la simulation E.F. 3D correspond au ratio de chaque harmonique de l'induction entre la machine à rotor vrillé et la machine à rotor droit :

$$k_{vrillé} = \frac{B_{vrillé}}{B_{droit}} \quad \text{II-36}$$

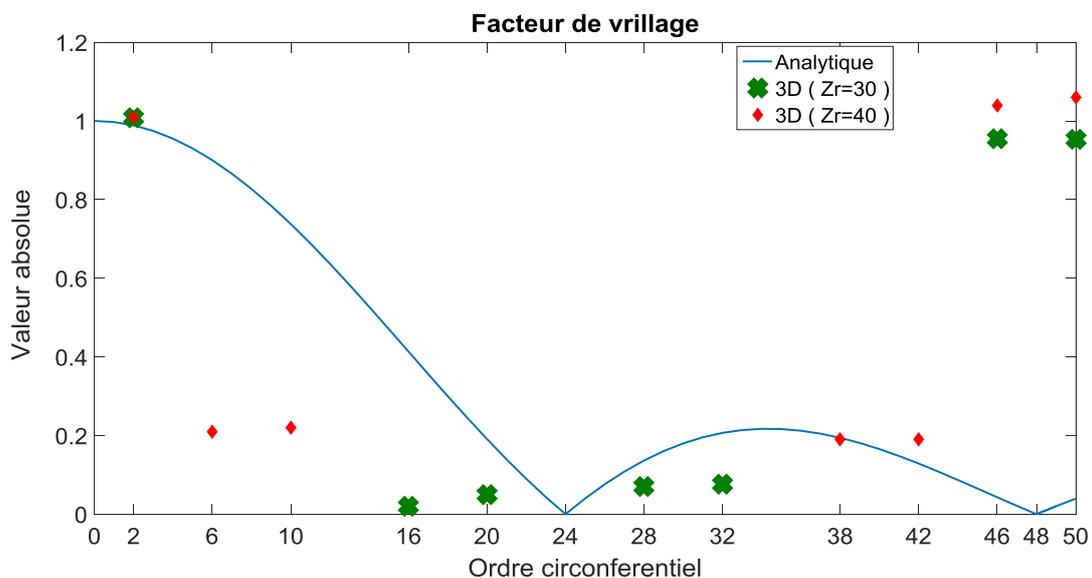


Figure II-37 : Facteur de vrillage d'une machine à 2 paires de pôles vrillée de 7.5° avec 48 dent au stator

On peut se rendre compte que le facteur de vrillage ne peut pas être appliqué directement à l'induction car il impacte les harmoniques de la force magnétomotrice et non toutes les harmoniques d'induction. Par conséquent, si certains harmoniques d'induction sont dus à d'autres phénomènes comme l'interaction entre la perméance et la force magnétomotrice rotor, alors le vrillage ne doit pas impacter ces harmoniques. Ce qui n'est pas le cas lorsque l'on applique ce facteur de vrillage à l'ensemble des harmoniques d'induction.

### III. Conclusion

Dans ce chapitre, le développement d'un modèle analytique basé sur des expressions analytiques a été détaillé afin de déterminer les forces magnétiques radiales dans l'entrefer d'une machine asynchrone à cage d'écureuil à rotor droit. Le principe de ce modèle se base sur l'estimation du champ magnétique à partir du calcul de la perméance, de la force magnétomotrice stator et rotor. Dans ce premier modèle, le vrillage peut être pris en compte en intégrant un facteur de vrillage qui impacte la force magnétomotrice stator. Une première amélioration de ce modèle a été détaillée pour rendre le calcul de la force magnétomotrice générique afin de s'affranchir du développement des formules analytiques. Cela permet de s'adapter à divers types de bobinage. Enfin une dernière amélioration est apportée pour prendre en compte le vrillage dans la perméance. Ces modèles analytiques sont indispensables pour analyser le contenu harmonique de l'induction et des forces magnétiques dans l'entrefer malgré leurs hypothèses fortes (négliger les composantes circumférentielles et axiales, matériaux linéaire, profil d'encoche rectangulaire). L'inconvénient principal concerne les amplitudes des courants dans les barres du rotor qui sont choisies arbitrairement à défaut de ne pas avoir construit un modèle analytique. Cependant des modèles tels que les schémas monophasés équivalents étendus existent dans la littérature. Les modèles analytiques développés permettent avant tout de prédire le contenu harmonique des pressions radiales et permettent d'interpréter les résultats obtenus par les méthodes des éléments finis.

La seconde partie de ce chapitre illustre les types de résultats qu'on obtient par la méthode des éléments finis 3D et 2D multi-couches non couplées. Sur ces simulations réalisées à vide, on a comparé l'impact du vrillage sur le couple et les forces magnétiques dans l'entrefer en prenant comme référence le modèle 3D par éléments finis. On a remarqué que la modélisation par éléments finis 2D multi-couches est pertinente, dans le cas étudié, pour estimer les pressions magnétiques radiales d'une machine à rotor vrillé. Cependant elle ne l'est pas pour étudier le couple. Avec le modèle multi-couches on observe la diminution d'une partie des harmoniques de couple, alors qu'avec le modèle 3D toutes les harmoniques de couple sont affectés par le vrillage. Une étude a permis également de montrer qu'il était faux d'appliquer le facteur de vrillage aux harmoniques du champ magnétique dans l'entrefer. L'avantage incontestable de la modélisation multi-couches concerne les temps de calcul qui sont beaucoup moins importants que pour un calcul avec la méthode des éléments finis 3D. Cependant le modèle 2D multi-couches ne prend pas en compte les impacts du vrillage sur certaines ondulations de couple. Une simulation d'une couche par E.F. 2D est d'environ 1h avec la possibilité de paralléliser les calculs. Ainsi le temps de calcul d'une couche ou de 10 couches est égale, alors qu'une simulation par E.F. 3D est de l'ordre de la semaine.

# Chapitre III

## Applications des modèles et validations expérimentales.

---

Chapitre III Applications des modèles et validations expérimentales.....	79
I. Dispositifs et appareils de mesures utilisés.....	81
1. Machines asynchrones .....	81
2. Alimentation électrique.....	82
3. Mesure du couple.....	82
4. Mesures vibratoires.....	83
a) Analyse modale expérimentale (EMA) .....	84
b) Analyse modale opérationnelle (OMA) .....	89
c) Analyse en déformées opérationnelles (ODS).....	90
5. Mesures acoustiques.....	90
II. Résultats expérimentaux et résultats de simulations .....	91
1. Impact du vrillage sur la force magnétique, les vibrations et le bruit.....	91
a) Mesures et comparaisons entre rotor droit et vrillé .....	91
b) Analyse détaillée des spectrogrammes .....	96
c) Validations sur d'autres cas .....	99
2. Lien entre la force magnétique et couple .....	103
a) Machine Zs48Zr40 (vrillé) .....	103
b) Machine Zs36Zr42 (droit).....	105
c) Machines Zs48Zr30 (droit et vrillé).....	107
III. Conclusion.....	110

Comme nous l'avons vu dans l'état de l'art (Chapitre I), les forces magnétiques sont à l'origine du couple, des vibrations et du bruit. Hors, il est impossible de mesurer les forces magnétiques dans l'entrefer d'une machine électrique à moins de mettre des capteurs de flux dans l'entrefer sur l'ensemble des dents mais aussi au niveau des encoches. C'est pour cette raison qu'on ne va pas mesurer directement les forces magnétiques dans l'entrefer mais leurs impacts sur le couple, le bruit et les vibrations.

Dans une première partie, on présente les machines électriques asynchrones, le matériel et les appareils de mesures utilisés, et quelques points théoriques sont abordés en parallèle.

Dans la seconde partie, des résultats expérimentaux de différentes machines asynchrones à cage d'écureuil sont présentés. Plusieurs points originaux sont mis en avant :

- L'impact du vrillage sur le bruit et les vibrations est détaillé.
- Des résultats de simulations E.F. sont confrontés aux mesures expérimentales.
- Des analyses détaillées de spectrogrammes sont faites en s'appuyant sur le modèle analytique estimant le contenu harmonique spatio-temporel de la force radiale dans l'entrefer développé dans le chapitre I.
- Le lien entre les harmoniques de forces radiales et les harmoniques de couple d'une machine est présenté. L'objectif étant d'avoir sur un seul graphique l'ensemble des informations sur les harmoniques de vibration et de couple.
- Enfin, dès que cela sera possible, nous proposerons des améliorations sur les typologies étudiées et ceci à partir de l'analyse effectuée et l'exploitation des outils développés.

# I. Dispositifs et appareils de mesures utilisés

## 1. Machines asynchrones

Les machines électriques disponibles et étudiées au laboratoire sont décrites ci-dessous.



**Machine Zs48Zr40**

- Angle de vrillage :  $7.5^\circ$  (un pas stator)
- Puissance nominal : 7.5 kW
- Nombre de paires de pôles : 2
- Nombre d'encoches au stator : 48
- Nombre d'encoches au rotor : 40
- Informations supplémentaires : Le rotor est en aluminium coulé. La machine possède des pâles de ventilation.



**Machine Zs36Zr42**

- Angle de vrillage :  $0^\circ$  (rotor droit)
- Puissance nominal : 11 kW
- Nombre de paires de pôles : 3
- Nombre d'encoches au stator : 36
- Nombre d'encoches au rotor : 42
- Informations supplémentaires : Le rotor est constitué de barres en cuivre non-isolées qui ont été insérées dans les encoches. La machine ne possède pas de pâles de ventilation.



**Machine Zs48Zr30**

- Angle de vrillage :  $0^\circ$  et  $7.5^\circ$  (un pas stator)
- Puissance nominal : 6 kW
- Nombre de paires de pôles : 2
- Nombre d'encoches au stator : 48
- Nombre d'encoches au rotor : 30
- Informations supplémentaires : Les rotors sont composés de barres en cuivre isolées des tôles qui ont été insérées dans les encoches. La machine possède des pâles de ventilation. Cette machine a fait l'objet d'études approfondies dans une thèse au sein du laboratoire [63].

Seules les machines Zs48Zr30 diffèrent par leur rotor droit et vrillé. L'impact du vrillage sera donc étudié sur ces machines. Les résultats des autres machines apportent des résultats supplémentaires avec des configurations différentes (nombre de dent, pôle,...).

## 2. Alimentation électrique

L'alimentation des machines est fournie par un convertisseur modulable Semikron (Figure III-1) contrôlée par une carte DSPACE/Simulink (Figure III-2). Une MLI fonctionnant à une fréquence de découpage de 10 kHz est utilisée pour nos mesures. Ce matériel permet de contrôler les moteurs asynchrones avec une commande U/F afin d'augmenter progressivement la vitesse du rotor en gardant un flux constant dans la machine. Cette commande est utilisée lors de la réalisation de spectrogramme.

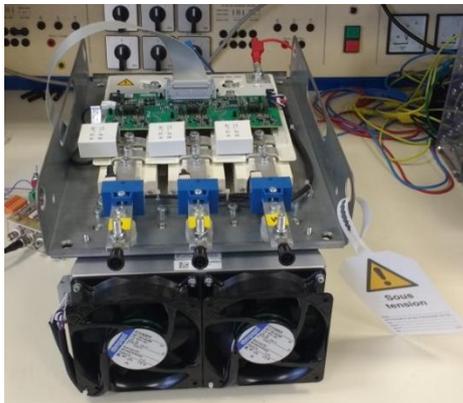


Figure III-1 : Convertisseur modulable Semikron

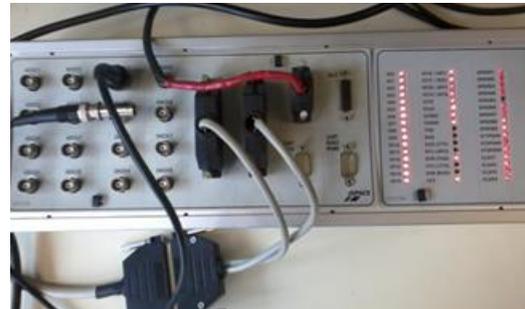


Figure III-2 : Carte Dspace

## 3. Mesure du couple

Le couplemètre permet de connaître directement la valeur du couple en temps réel. Le système de mesure de couple est basé sur le principe d'une déformation proportionnelle à une force appliquée. Deux types de couplemètre se distinguent parmi ceux qui permettent de mesurer le couple d'une pièce en rotation : les couplemètres qui transmettent l'information par collecteur tournant (avec contact) et ceux qui transmettent l'information par télémessure (sans contact, pas induction). Dans le premier cas, le capteur sera économiquement intéressant mais limité en vitesse de rotation, alors que dans le deuxième cas, il acceptera des rotations jusqu'à 30 000 tours par minute et sera moins soumis au vieillissement. Le couplemètre utilisé (Figure III-3) pour effectuer nos mesure est a transmission sans contact pouvant mesurer 50 N.m et sa bande passante est de 1kHz.



Figure III-3 : Couplemètre SCAIME DR2477-50N.m

#### 4. Mesures vibratoires

Pour connaître le comportement vibratoire d'une machine électrique, différentes mesures expérimentales peuvent être réalisées :

- L'analyse modale expérimentale (EMA) permet de construire un **modèle mathématique** des propriétés dynamiques (fréquences, modes de déformation et amortissement) d'un système par la voie expérimentale, par injection d'une **force d'excitation connue** dans la structure.
- L'analyse modale opérationnelle (OMA) permet de construire un **modèle mathématique** des propriétés dynamiques d'un système par la voie expérimentale, **en conditions opérationnelles**<sup>5</sup>.
- L'analyse en déformées opérationnelles (ODS de l'anglais Operational Deflexion Shape) permet de connaître les déformées d'un système, **en conditions opérationnelles**.
- Des mesures plus classiques effectuées avec uniquement un accéléromètre permettent d'avoir le comportement fréquentiel **en conditions opérationnelles** en un point de la machine. Ces mesures sont réalisées à vitesse constante ou à vitesse variable si l'on souhaite obtenir un spectrogramme. La déformée du système peut être déduite à l'aide de modèles numériques ou analytiques.

Les objectifs d'une analyse modale expérimentale (EMA) et d'une analyse modale opérationnelle (OMA) sont les mêmes:

- Obtenir un modèle mathématique représentant les propriétés dynamiques réelles (intrinsèques) de la structure : la base modale.
- Connaître la tendance naturelle de la structure à se déformer à ses fréquences naturelles : les déformées modales.

Tandis que l'objectif d'une analyse en déformées opérationnelles (ODS) est de :

- Connaître la tendance forcée de la structure à se déformer à telle ou telle fréquence, ou au cours du temps : les déformées modales opérationnelles.

Dans cette partie l'EMA est présentée en détail avec le matériel nécessaire pour effectuer les mesures. L'OMA et l'ODS quant à elles sont présentées brièvement car de nombreuses similitudes existent avec l'EMA et les principales différences ont été soulignées ci-dessus. Les mesures classiques sont indirectement décrites dans la partie résultats.

---

<sup>5</sup> En condition opérationnelle = Sans maîtrise et sans connaissance des sources d'excitation.

## a) Analyse modale expérimentale (EMA)

L'EMA [73] consiste à exciter la structure à l'aide d'une source d'excitation et à mesurer la réponse de la structure à cette excitation. Des conditionneurs de signaux permettent de retranscrire les données de la source d'excitation et du capteur afin de traiter les signaux qui sont analysés par un analyseur FFT. L'AME permet de déterminer les fréquences naturelles, les modes de déformation ( $m_\theta$ ,  $m_z$ ) et les coefficients d'amortissement de la machine. La chaîne de mesure pour réaliser une EMA est représentée sur la Figure III-4 et chaque élément est détaillé ci-dessous.

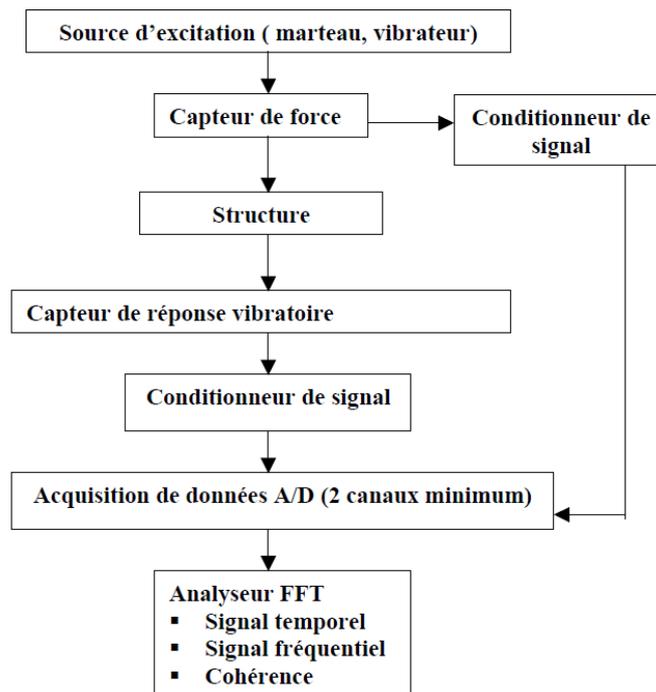


Figure III-4 : Chaîne de mesure pour la réalisation d'une EMA [73]

### i. Excitation

L'excitation de la structure peut se faire avec un vibreur ou un marteau de choc.

Deux types de **vibreurs** sont couramment utilisés :

- l'**excitateur électrodynamique** est constitué d'une partie mobile à laquelle est attachée une bobine alimentée par un courant plongée dans un champ magnétique généré par des aimants ou des électroaimants. La circulation d'un courant dans cette bobine crée une force proportionnelle à l'induction et met en mouvement la partie mobile. Un excitateur électrodynamique est capable de générer des forces de l'ordre de 10 000 N dans une gamme de fréquence de 3 à 2000 Hz.
- Le **vérin hydraulique** est commandé par un clapet qui fait varier la pression de l'huile dans ce vérin. Ce clapet est asservi à un capteur de force. Un vérin hydraulique permet de générer de grandes forces (supérieures à 100 000 N). L'intérêt d'utiliser un

vérin hydraulique est sa capacité d'exciter les basses fréquences (0.5 à 200 Hz). Son inconvénient majeur réside dans son incapacité à exciter les hautes fréquences.

Le vibreur permet de générer différentes formes d'excitation, comme par exemple :

- un signal sinusoïdal à fréquence fixe

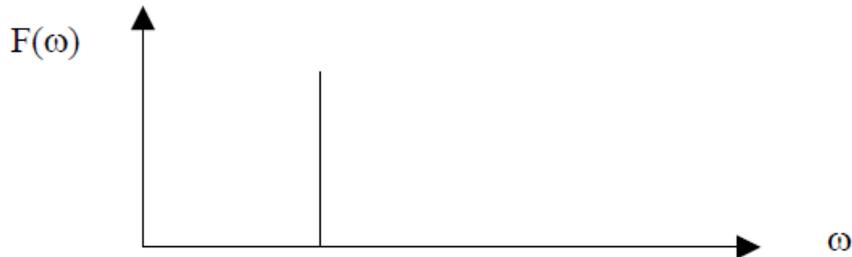


Figure III-5 : Spectre d'un signal avec une harmonique [73]

- un signal qui balaye progressivement un ensemble de fréquence

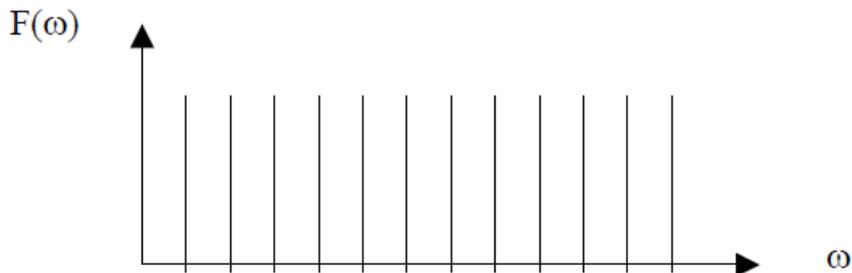


Figure III-6 : Spectre d'un signal obtenu avec un balayage en fréquence [73]

- un signal aléatoire. Le principe est le même que précédemment, à cette différence près qu'on ne fait pas varier progressivement la fréquence. L'excitation est aléatoire. Les signaux aléatoires ont la particularité d'exciter tous le spectre de fréquence

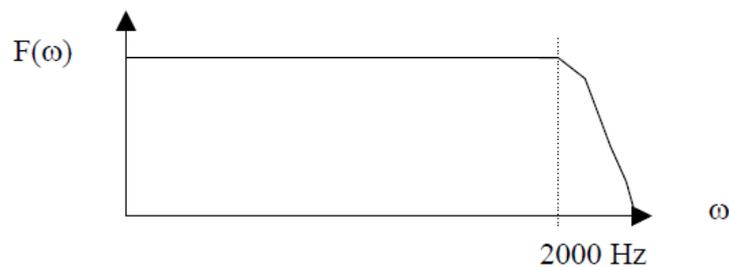


Figure III-7 : Spectre d'un signal aléatoire [73]

- un Dirac. Si le choc du vibreur correspond à une seule impulsion, alors on obtient un signal qui se rapproche d'un Dirac. On n'obtient pas réellement une fonction de Dirac, puisque le temps d'impact a une durée trop longue. Aussi la réponse en fréquence de la force n'est plus une droite, mais plutôt une fonction périodique. Plus la durée  $T$  de l'impact est longue, plus la gamme utile en fréquence sera réduite et plus la durée de l'impact sera courte, plus la gamme utile sera grande.

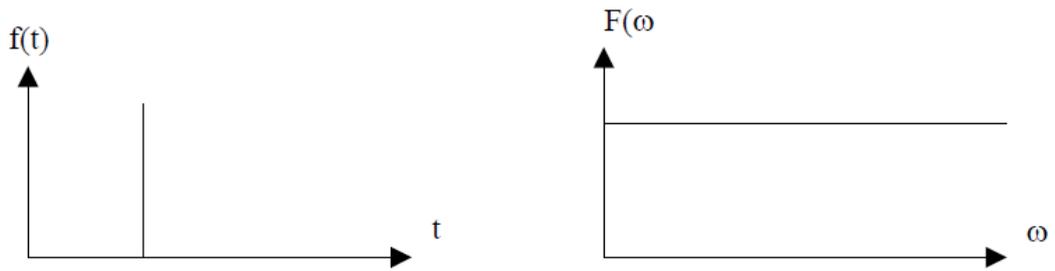


Figure III-8 : Signal de Dirac [73]

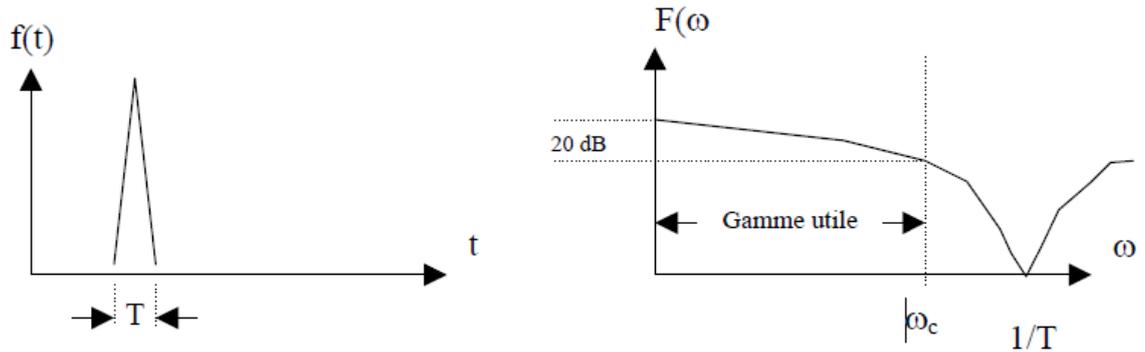


Figure III-9 : Signal réel [73]

En général, on définit la fréquence de coupure  $\omega_c$  lorsque l'amplitude est réduite de 20 dB (10 fois l'amplitude maximale). L'analyse des fréquences propres à partir de chocs peut être réalisée à l'aide d'un vibreur ou à l'aide d'un **marteau de choc**.

Un **marteau de choc** est constitué d'une masse, d'un capteur de force, et d'un embout plus ou moins dur selon les fréquences que l'on veut exciter. Lorsque l'on utilise un marteau d'impact, la force (crête) d'impact est proportionnelle à la masse du marteau et à la vitesse d'impact. Un marteau d'impact a la particularité d'exciter une large gamme de fréquence. Plus l'embout du marteau est dur, plus la gamme opérationnelle est grande, mais moins la réponse est sensible à la force. C'est un outil plus rapide et plus facile à mettre en œuvre que le vibreur, mais il peut manquer d'énergie pour exciter convenablement une structure. Le marteau de choc utilisé est de marque ENDEVCO model 2302-100 (Figure III-11).

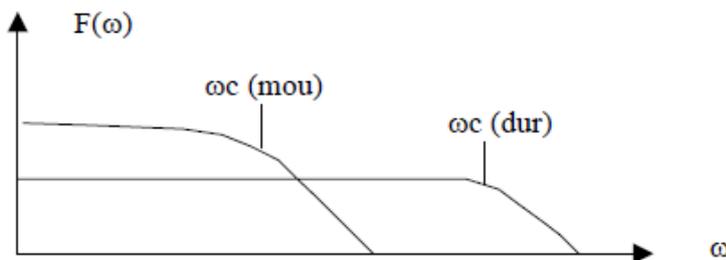


Figure III-10 : Effet de l'embout du marteau de choc sur la plage d'excitation de la structure [73]



Figure III-11 : Marteau de choc ENDEVCO model 2302-100

## ii. Capteur

Un accéléromètre est un capteur qui est fixé directement sur la structure dont on veut mesurer les vibrations. Comme il vibre avec la structure, il ne mesure pas le mouvement absolu de la structure (tel que désiré), mais un mouvement relatif qu'il faudra interpréter pour en extraire l'information sur le mouvement absolu. Lors du choix d'un accéléromètre, il est nécessaire de s'assurer que la gamme de fréquence de celui-ci couvre la gamme de fréquence désirée (Figure II-8). Afin que l'accéléromètre ne déforme pas la réponse recherchée.

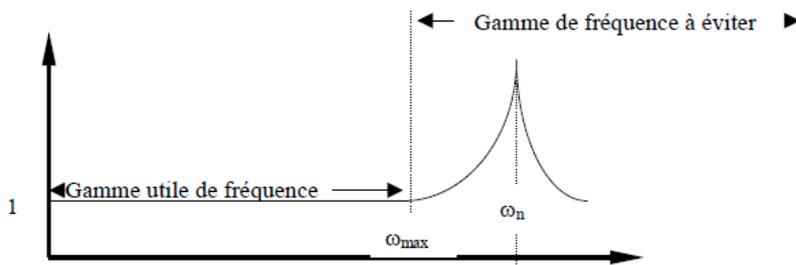


Figure III-12 : Réponse en fréquence de l'accéléromètre [73]



Figure III-13 :  
Accéléromètre Brüel&Kjaer  
Type 4534-B-001

Les accéléromètres utilisés (Figure III-13) lors de nos mesures sont des accéléromètres de la marque Brüel&Kjaer Type 4534-B-001 et ont une gamme de fréquence utile de 0.2 Hz à 12.8 kHz.

## iii. Conditionneur

L'amplificateur conditionneur va avoir comme fonction de transformer les unités produites par le capteur en unités d'ingénierie (volt, Newton, m/s<sup>2</sup>, etc.). En outre, il permettra d'ajuster la tension de sortie. Certains amplificateurs ont des filtres passe-haut et passe-bas pour éliminer les composantes indésirables. Certains amplificateurs ont des voyants d'alarme lorsque l'amplitude est trop forte. Certains amplificateurs permettent d'intégrer le signal en vitesse et en déplacement.

## iv. Analyseur FFT

Les analyseurs permettent de traiter les signaux fournis par les capteurs (accéléromètre, vibreur, marteau de choc). Ils convertissent les signaux temporels en signaux fréquentiels, de façon digitale. La méthode utilisée pour transformer les signaux est la transformée de Fourier. Les analyseurs de vibration ont pour but de donner l'information fréquentielle contenue dans un signal. Grâce aux données fournies par l'analyseur, la déformation de la structure peut être quantifiée et reconstituée sur ordinateur.

Un analyseur FFT Brüel&Kjaer Type 3050-A-060 est utilisé pour nos mesures. Il est associé à un logiciel Pulse qui permet de paramétrer nos mesures (échantillonnage, calibrage,...) et faire le post-traitement des signaux acquis.



Figure III-14 : Analyseur FFT Brüel&Kjaer Type 3050-A-060

## v. Méthodologie EMA

La procédure d'acquisition et de mesure EMA se déroule en quatre étapes principales :

- Etape 1 : créer un maillage expérimental

Ce maillage va représenter numériquement la structure réelle (Figure III-15 et Figure III-16), et particulièrement les points sur lesquels nous allons mesurer des données expérimentales. Il servira à représenter les déformées de la structure aux fréquences naturelles.



Figure III-15 : Stator

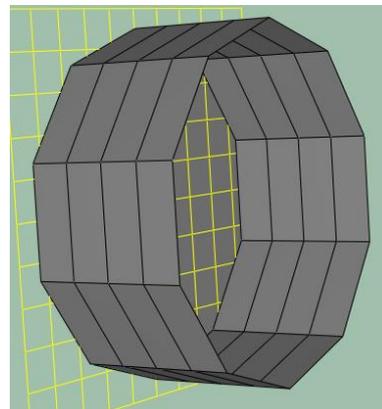


Figure III-16 : Maillage

- Etape 2 : réaliser des mesures expérimentales
  - Force d'excitation extérieure connue et maîtrisée: marteau de choc, pot vibrant
  - Les seules données utiles seront les fonctions de réponse en fréquence (Figure III-17 et Figure III-18): FRF
  - En général, l'excitation est la référence pour l'amplitude et la phase
  - La structure ne reçoit pour seule force extérieure que la force d'excitation maîtrisée et mesurée.

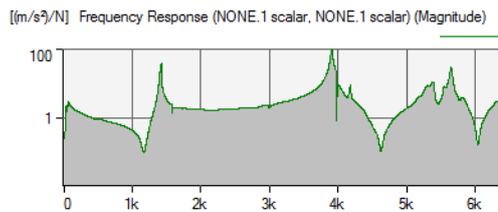


Figure III-17 : Amplitude d'une fonction de réponse en fréquence (FRF)

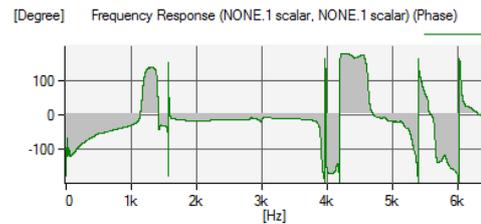


Figure III-18 : Phase d'une fonction de réponse en fréquence (FRF)

- Etape 3 : extraction modale
  - A partir des données expérimentales, des algorithmes procéderont étape par étape pour construire un modèle mathématique coïncidant au plus juste avec les données expérimentales.
  - Les paramètres modaux composant ce modèle forment la base modale (fréquences, amortissements, résidus)
  - Les déformées modales sont calculées
- Etape 4 : Valider la base modale
  - Etape facultative mais presque inévitable, les outils de validation fournis dans les logiciels aideront l'opérateur à valider la base modale selon des critères précis. Les Figure III-19 et Figure III-20 illustrent la reconstitution de la déformation d'un tube.
  - Selon le niveau de validité, l'opérateur prendra la décision de recommencer et affiner (ou non) l'extraction ou les mesures.

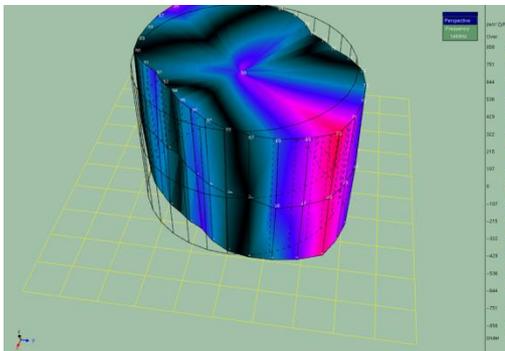


Figure III-19 : Visualisation d'un mode 2 à 1623 Hz

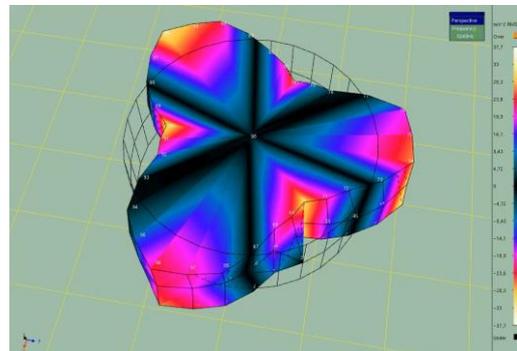


Figure III-20 : Visualisation d'un mode 3 à 3873 Hz

## b) Analyse modale opérationnelle (OMA)

La procédure d'acquisition et de mesure OMA se déroule en trois étapes principales :

- Etape 1 : créer un maillage expérimental
- Etape 2 : réaliser des mesures expérimentales
  - La structure est excitée de manière opérationnelle : vent, route, sismique,... machine en fonctionnement dans notre cas. Car de telles structures ne peuvent pas être excitées exclusivement par des sources maîtrisées. Donc on ne connaît pas les forces d'entrée
  - Les données utiles seront les données temporelles.

- Etape 3 : extraction modale
  - A partir des données expérimentales, des algorithmes spécifiques calculeront un modèle mathématique coïncidant au plus juste avec les données expérimentales.
  - Les paramètres modaux composant ce modèle forment la base modale (fréquences, amortissements, résidus)
  - Les déformées modales sont calculées

### c) Analyse en déformées opérationnelles (ODS)

La procédure d'acquisition et de mesure ODS se déroule en trois étapes principales :

- Etape 1 : créer un maillage expérimental
- Etape 2 : réaliser des mesures expérimentales
  - La structure est excitée de manière opérationnelle : vent, route, sismique,... machine en fonctionnement dans notre cas. Car de telles structures ne peuvent pas être excitées EXCLUSIVEMENT par des sources maîtrisées. Donc on ne connaît pas les forces d'entrée
  - Les données utiles seront les FRF et/ou les données temporelles.
- Etape 3 : animer la structure
  - A partir des données temporelles, on anime la structure échantillon par échantillon.
  - A partir des données fréquentielles, on anime la structure à n'importe quelle fréquence.
  - L'animation sera donc le résultat combiné à cette fréquence de l'excitation extérieure ET de la réponse naturelle de la structure.

## 5. Mesures acoustiques

Le microphone est l'appareil de mesure permettant de mesurer le son émit par la machine électrique. Il assure la conversion du son en signal électrique qui, une fois amplifié, est analysé par l'analyseur de spectre. La plage de fonctionnement du microphone utilisé (Figure III-21) s'étend de 6 Hz à 20 kHz.



Figure III-21 : Microphone Brüel&Kjaer Type 2669

Les conditions idéales d'une mesure acoustique seraient qu'aucun obstacle réfléchissant ou absorbant ne vienne perturber la mesure. Autrement dit, le système étudié (machine électrique) doit flotter dans l'air avec aucun obstacle autour qui viennent perturber les mesures. En pratique, il est impossible de trouver ces conditions idéales. Rien que le fait que la machine soit posée sur le sol perturbe les mesures. Pour se rapprocher de ces conditions, on place la machine dans une chambre semi-anéchoïque où les murs et le plafond sont équipés d'un matériau absorbant afin de limiter la réflexion des sons émit par la machine et d'atténuer les bruits extérieurs. Le sol n'étant pas constitué d'un matériau absorbant, on se rapproche tout de même des conditions idéales car une onde sonore ne peut être réfléchié qu'une fois par le sol avant d'être absorbée par la paroi d'un mur.

A présent, une première synthèse de résultats, obtenus en partie grâce aux mesures expérimentales décrites ci-dessus, va être présentée.

## **II. Résultats expérimentaux et résultats de simulations**

Les résultats expérimentaux sont séparés en deux parties. L'une qui montre l'impact des forces magnétiques sur les vibrations radiales et le bruit. Et l'autre partie qui traite de l'impact des forces magnétiques sur le couple. Les deux parties traitent l'impact du vrillage et analysent les résultats expérimentaux à l'aide des simulations E.F. et/ou analytiques.

### **1. Impact du vrillage sur la force magnétique, les vibrations et le bruit**

Cette partie présente dans un premier temps les résultats expérimentaux vibratoires et acoustiques réalisés sur la machine Zs48Zr30 à rotor droit et la machine à rotor vrillé. Puis des analyses détaillées s'appuyant sur les modèles analytiques sont faites afin de comprendre l'origine des vibrations et du bruit.

#### **a) Mesures et comparaisons entre rotor droit et vrillé**

Un spectrogramme<sup>6</sup> de l'accélération est réalisé sur chacune des deux machines Zs48Zr30 à rotor droit et vrillé. On fait varier la vitesse du rotor grâce à une commande en U/f contrôlée par une carte DSpace/Simulink associé à un convertisseur modulable Semikron fonctionnant avec une fréquence de découpage à 10 kHz. La fréquence principale de la tension varie entre 0 et 50 Hz, c'est-à-dire que la vitesse du rotor varie entre 0 et quasiment 1500 tr/min, le moteur fonctionnant à vide. Le spectrogramme fait sur la machine à rotor droit est présenté sur les Figure III-22 et celui de la machine à rotor vrillé est présenté sur la Figure III-23. L'axe des ordonnées correspond au temps, il est directement lié à la vitesse et à la fréquence d'alimentation. L'axe des abscisses correspond aux fréquences du contenu

---

<sup>6</sup> Graphique permettant de visualiser l'évolution d'un spectre au cours du temps. Il représente dans un seul diagramme à deux dimensions trois paramètres : le temps (en lien avec la vitesse du moteur), la fréquence et la grandeur observée.

spectral capté par l'accéléromètre. La couleur du graphique indique l'amplitude de l'accélération à la surface du stator donné en  $m/s^2$ .

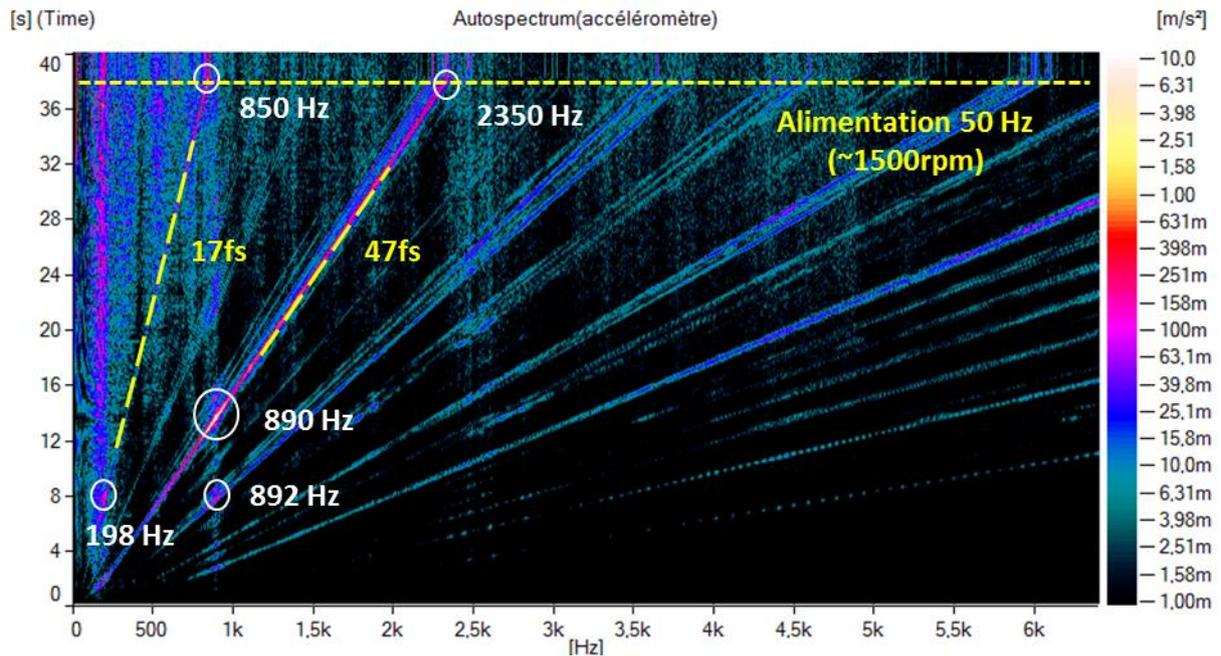


Figure III-22 : Spectrogramme de l'accélération à la surface du moteur (Zs48Zr30) à rotor droit à vide

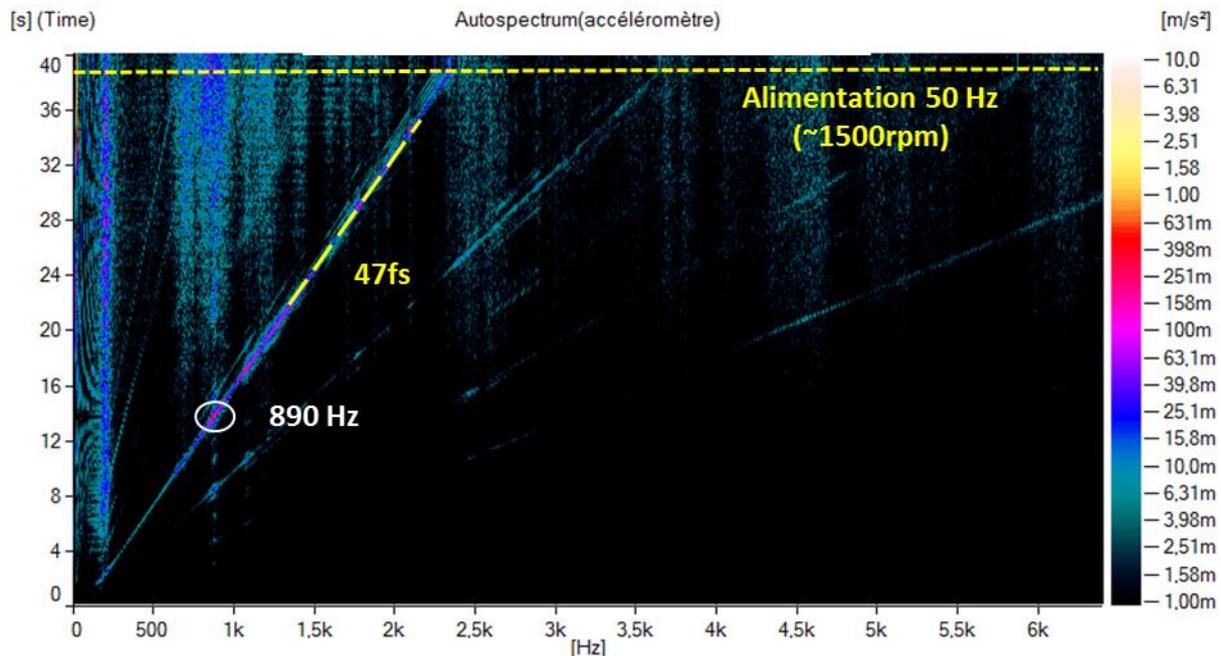


Figure III-23 : Spectrogramme de l'accélération à la surface du moteur (Zs48Zr30) à rotor vrillé à vide

On effectue une coupe de ces spectrogrammes au niveau de la ligne horizontale en pointillée jaune. Cela correspond à la fréquence nominale de la machine, soit à 50 Hz. Cette coupe est illustrée sur la Figure III-24 où l'on peut voir l'émergence de deux harmoniques à 850 Hz et 2350 Hz. Sur la Figure III-22 et Figure III-23, ces raies forment des droites obliques

(lignes en tiret jaune) et sont proportionnelles à la fréquence d'alimentation  $f_s$  d'où l'appellation 17fs et 47fs.

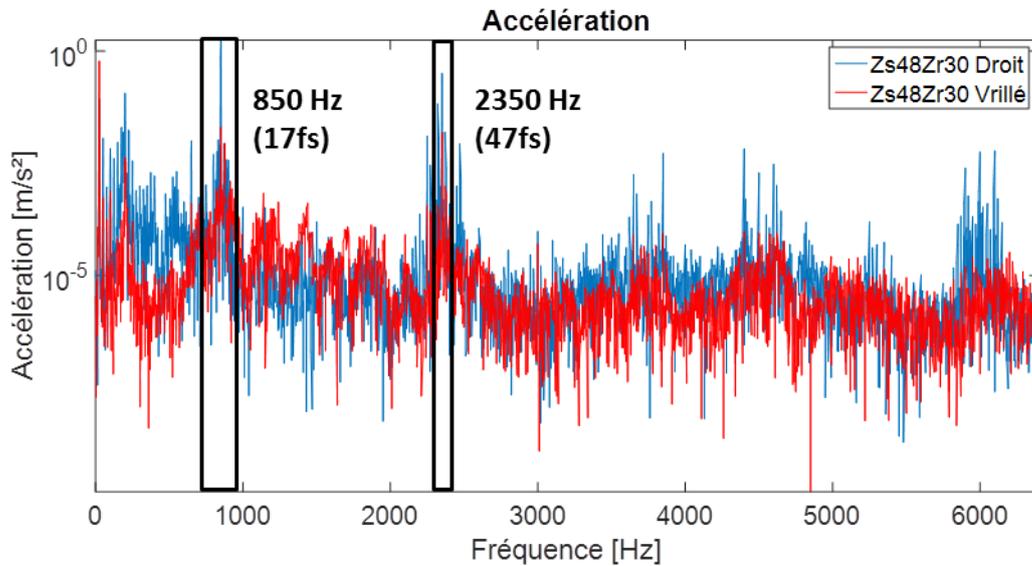


Figure III-24 : Mesure de la vibration radiale à vide et à 50 Hz de la machine Zs48Zr30 à rotor droit et vrillé

Si on compare le spectrogramme de la machine à rotor droit et celui de la machine à rotor vrillé, on observe que sur l'ensemble du spectre, le vrillage réduit fortement les vibrations radiales. Si on s'intéresse aux deux principales raies à 850 Hz (17fs) et 2350 Hz (47fs), on peut voir une diminution des raies respectives de 99% et 95% (Tableau III-1).

Harmoniques	Accélération [m/s <sup>2</sup> ]		Atténuation
	Droit	Vrillé	
17fs	1.75	0.0201	98.8%
47fs	0.32	0.0153	95.2 %

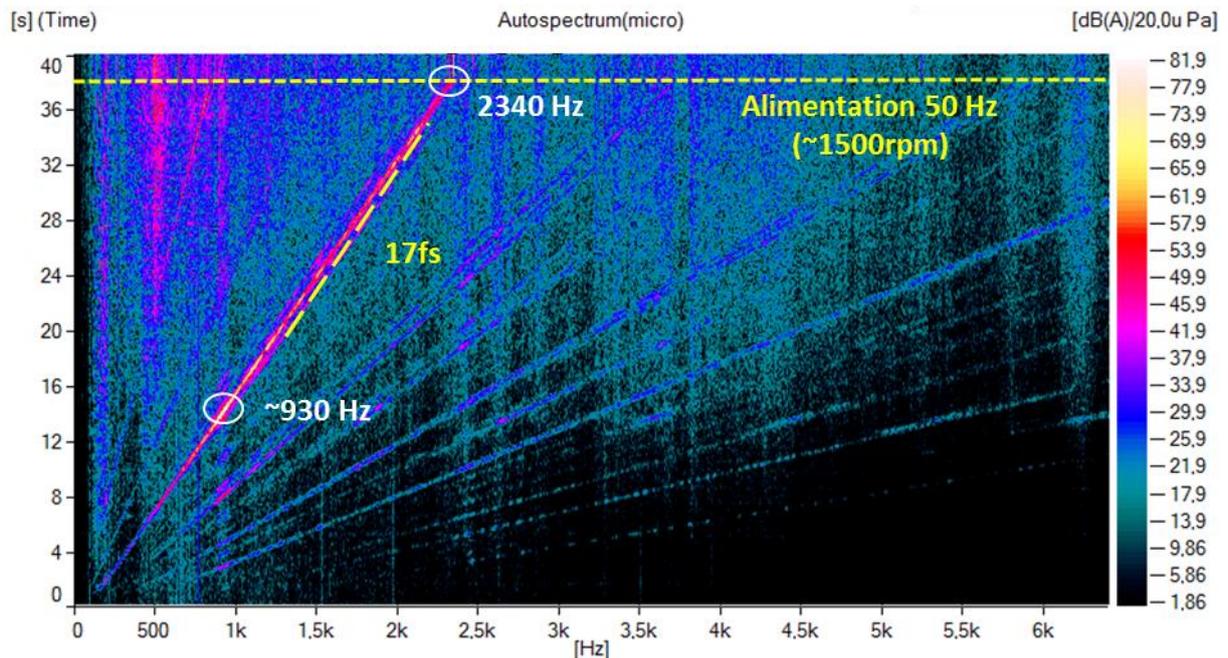
Tableau III-1 : Comparaison des harmoniques de l'accélération obtenue expérimentalement à vide

Sur la simulation EF 3D réalisée, la diminution de ces raies est constatée (Tableau III-2) avec des erreurs relatives qui sont différentes mais la réduction reste importante. Sur la simulation par E.F. la raie à 850 Hz (17fs) est diminuée de 87% et celle à 2350 Hz (47fs) de 44%. Si le modèle mécanique de la machine se réduisait à un modèle simple (modèle d'un tube comme dans le Chapl.3.a.i) alors le ratio entre l'accélération et celui de la force radiale entre machine à rotor droit et vrillé doit être égal car la fonction de transfert du stator ne varie pas entre les deux machines. Dans la réalité le modèle mécanique n'est pas si simple, cela peut expliquer la différence des ratios. D'autres paramètres peuvent également être source d'erreur comme la précision du maillage, la précision du pas de calcul et également le fait qu'en réalité la machine n'est pas totalement à glissement  $g=0$ .

Harmoniques	Pression [N/m <sup>2</sup> ]		Atténuation
	Droit	Vrillé	
17fs	773	102	86.8 %
47fs	194	109	43.8 %

**Tableau III-2 : Comparaison des harmoniques de la pression radiale obtenue avec la simulation EF 3D à vide**

De la même manière que nous avons réalisé le spectrogramme de l'accélération, on réalise un sonagramme sur les deux machines (rotor droit et vrillé) afin de relever la pression acoustique émise par les machines électriques. Lors de la mesure, le microphone est placé à un mètre de la machine. Ces mesures ne sont pas réalisées dans un chambre anéchoïque mais toutes les mesures sont réalisées dans les mêmes conditions ce qui permet de comparer le niveau de bruit des différentes machines. Les Figure III-25 et Figure III-26 présentent respectivement le sonagramme (nommé aussi spectrogramme du bruit) de la machine à rotor droit et celui de la machine à rotor vrillé. Ici, le niveau de bruit est donné par la pression acoustique en dBA. Comme on vient de le voir, le vrillage impacte fortement les vibrations radiales, ce qui impacte directement le bruit. Les deux sonagrammes montrent clairement que le vrillage réduit ou annule de nombreuses raies de bruit. Notamment la raie autour de 930 Hz lorsque la machine tourne à environ 555 tr/min (cette vitesse est atteinte à 14 secondes).



**Figure III-25 : Sonagramme du moteur (Zs48Zr30) à rotor droit à vide**

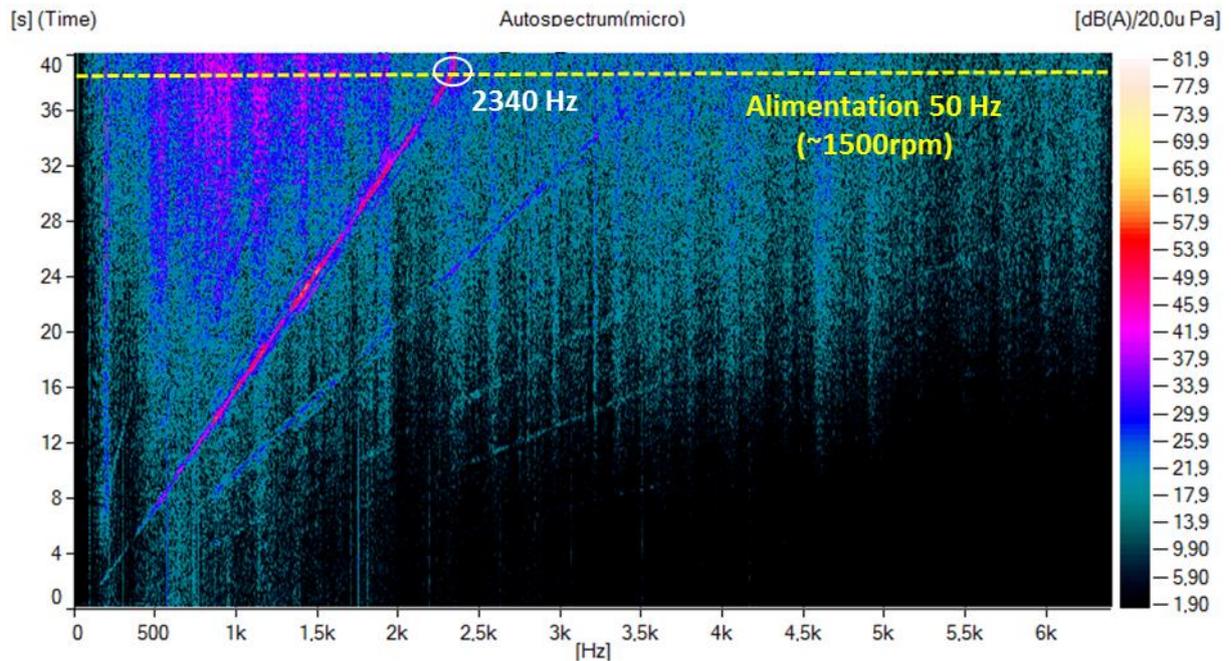


Figure III-26 : Sonagramme du moteur (Zs48Zr30) à rotor vrillé à vide

La Figure III-27 donne le bruit global des deux machines au cours de la montée en vitesse. On constate que le bruit diminue fortement grâce au vrillage. A 14 secondes, le bruit global émit par la machine à rotor droit est de 84.4 dBA et celui de la machine vrillé est de 59.2 dBA, soit une diminution très importante du bruit global de 25.2 dBA. Grâce aux sonagrammes, on peut en déduire que l'harmonique responsable de ce bruit est la 17fs car sur le sonagramme de la machine à rotor droit, on identifie très bien le point chaud à 14 secondes.

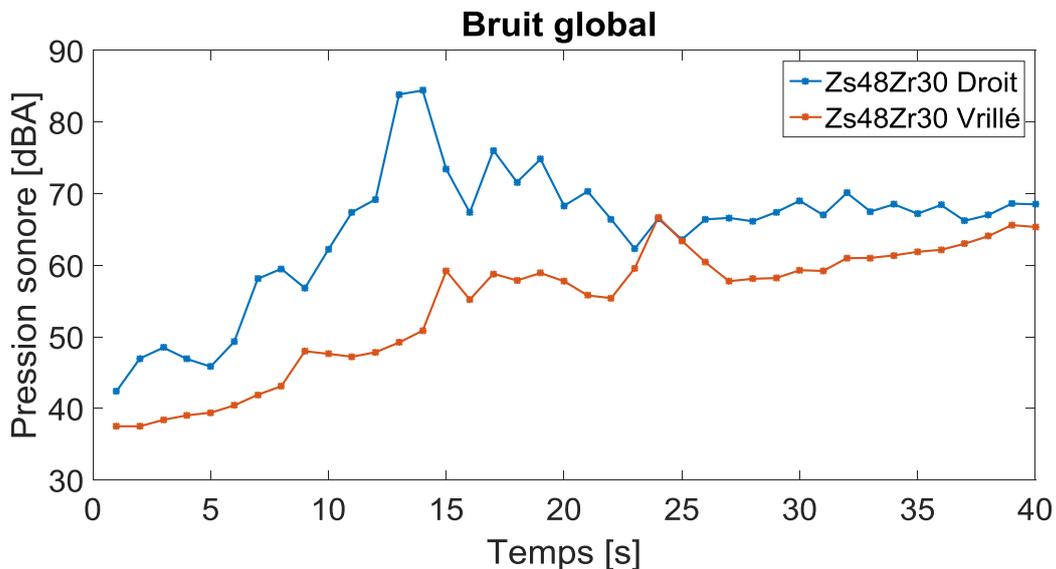


Figure III-27 : Bruit global émit par la machine Zs48Zr30 à rotor droit et à rotor vrillé

## **b) Analyse détaillée des spectrogrammes**

Dans cette partie, on va étudier en détail les spectrogrammes obtenus expérimentalement. Grâce aux modèles analytiques vus dans le chapitre II, on va pouvoir identifier et donner l'origine de chaque raie de vibration que l'on observe sur les spectrogrammes et comprendre pourquoi leur amplitude varie selon la vitesse de la machine.

Précédemment sur le spectrogramme de l'accélération (Figure III-22), on a identifié des raies de vibration qui varient en fonction de la vitesse de la machine mais on a omis l'ordre spatial de ces raies. Pour connaître l'ordre spatial de ces raies, il est possible de faire une analyse modale opérationnelle (ODS) et d'identifier pour chaque fréquence l'ordre associé grâce à un analyseur de spectre et un logiciel tel que Pulse de Brüel&Kjaer. Cependant cette technique n'est pas forcément réalisable sur toutes les machines. Par exemple sur notre machine Zs48Zr30, les pieds, le boîtier d'alimentation et des ailettes de refroidissement ne permettent pas de placer des accéléromètres tout autour de la machine pour effectuer une ODS. De plus même s'il était possible d'effectuer une ODS, la lecture de l'ordre responsable d'une raie peut être difficilement identifiable, car le modèle mécanique (la géométrie) de la machine est complexe et l'ordre spatial que l'on souhaite observer se superpose à d'autres phénomènes que l'on ne maîtrise pas. A cela, s'ajoute la mauvaise discrétisation spatiale ; c'est-à-dire que le nombre d'accéléromètres autour du moteur étant limité, cela augmente la difficulté d'obtenir les ordres spatiaux de la vibration. Pour pallier le problème lié à l'ODS, il est possible de déduire les ordres des raies de vibration grâce aux simulations.

Le spectrogramme de l'accélération Figure III-28 est le même que celui de la Figure III-22 à la différence que chaque raie (ligne en tiret jaune) est associée à un ordre circonférentiel. Comment fait-on cette association ? En s'appuyant sur la FFT2D de la force radiale dans l'entrefer des simulations EF (2D ou 3D) ou en s'appuyant sur un modèle analytique.

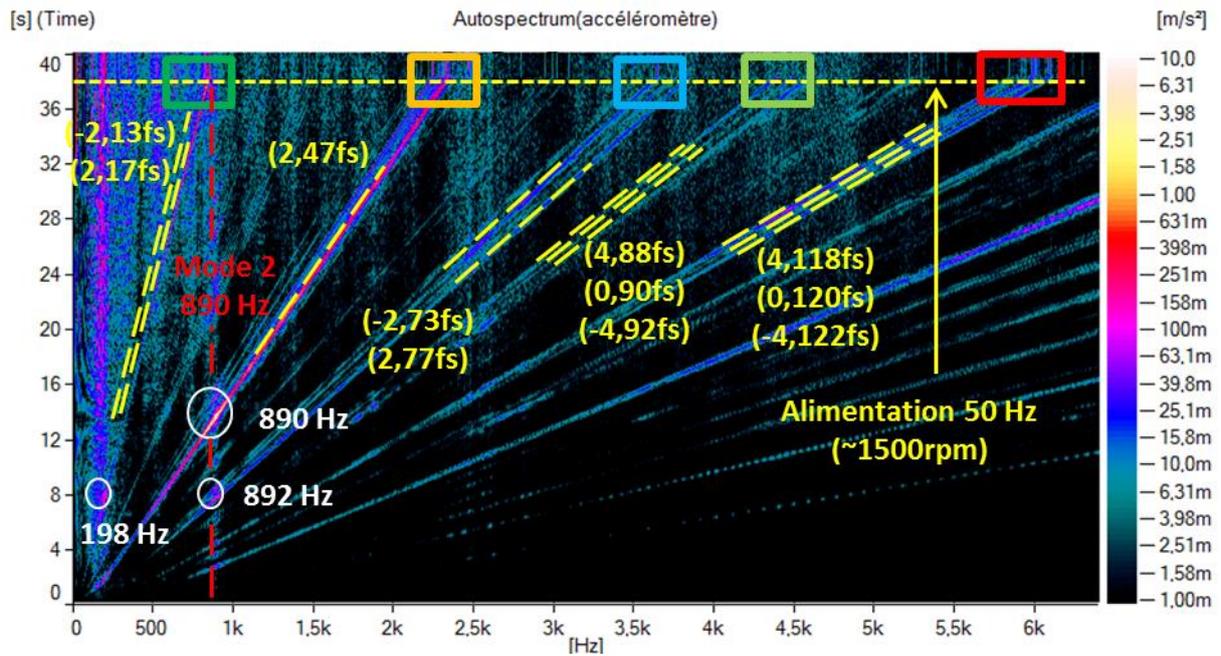


Figure III-28 : Spectrogramme détaillé de l'accélération à la surface du moteur Zs48Zr30 à rotor droit à vide

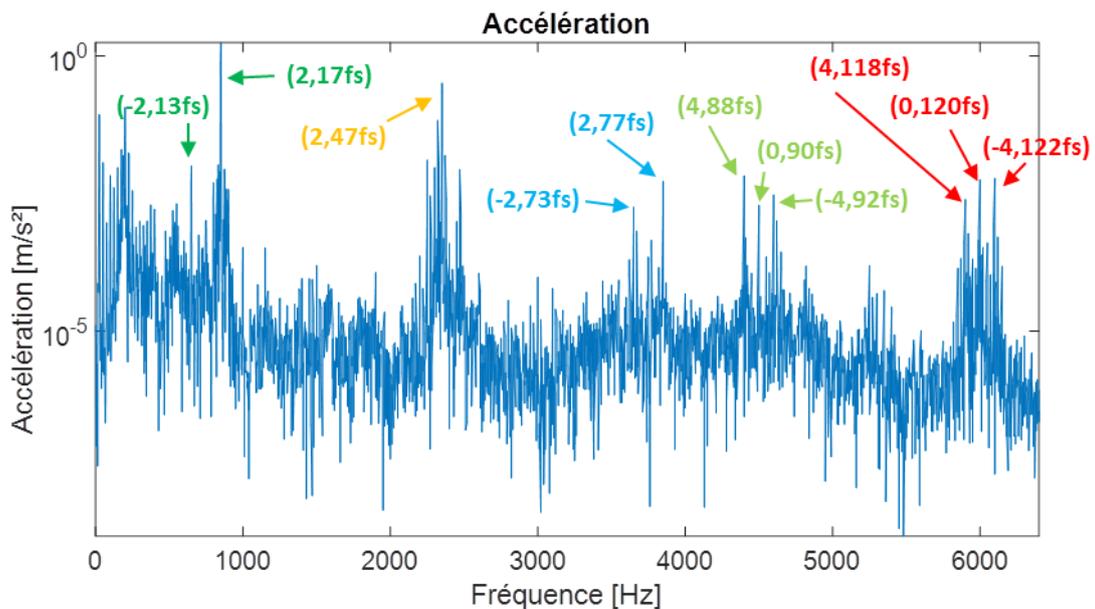
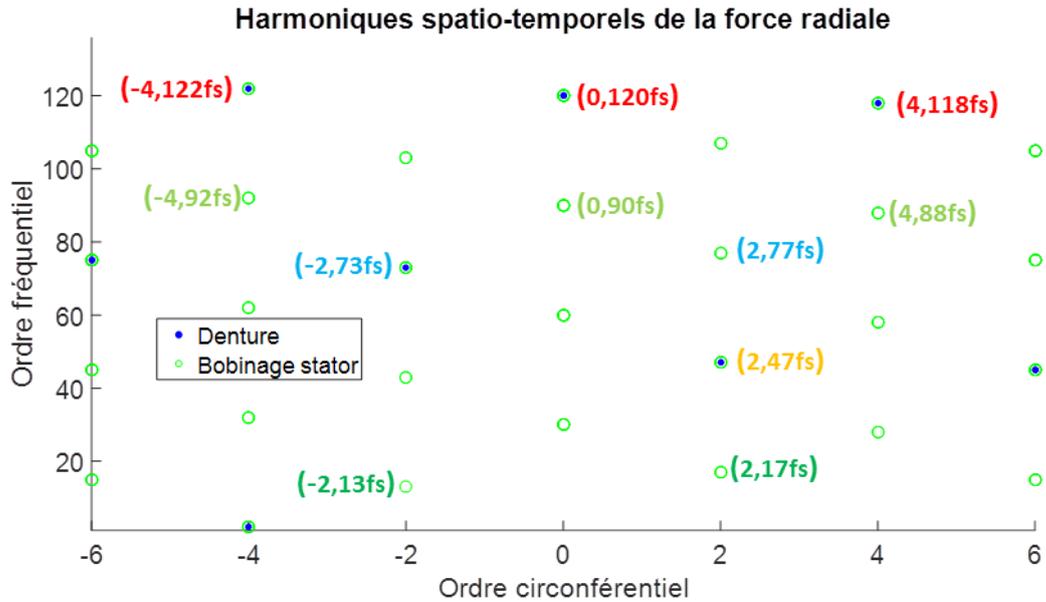


Figure III-29 : Mesure de la vibration radiale à vide et à 50 Hz de la machine Zs48Zr30 à rotor droit

La Figure III-30 donne le contenu harmonique spatio-temporel de la force radiale obtenue à partir du modèle analytique développé dans le chapitre II. Tous les points identifiés sur cette figure par un code couleur, se retrouve sur le spectrogramme de l'accélération (Figure III-28) et sur le spectre de l'accélération à 1500 tr/min (Figure III-29).



**Figure III-30 : Harmoniques spatio-temporels de la force radiale obtenues analytiquement de la machine Zs48Zr30**

Il est aisé d’associer un ordre à une à une fréquence car on se limite seulement aux ordres faibles (0,2 et 4). Ce sont les ordres faibles qui sont responsables des vibrations pour des machines de cette dimension car les modes naturels raisonnent généralement entre 0 et 10 kHz. Les paramètres modaux ont été estimés à partir d’un modèle analytique simple qui considère seulement le stator et son bobinage. Les résultats de cette étude sont donnés dans le tableau Tableau III-3. En croisant ces données et ceux du spectrogramme détaillé, on peut affirmer que le mode 2 ( $m_\theta = 2$ ) réel de la machine se situe vers 890 Hz (repéré par la ligne verticale en tiret rouge sur la Figure III-28). Car on observe que la raie de force de vibration d’ordre 2 à 47fs excite un mode naturel de la machine à 14 secondes et que la raie d’ordre 2 à 17fs excite également ce mode à 38 secondes. Ces deux points chauds forment une ligne verticale, correspondant à un mode résonnant à 890 Hz. Ce mode est identifié comme le mode grâce au modèle analytique Tableau III-3. Certes le mode 2 analytique résonne à 634 Hz mais c’est le mode le plus proche de 890 Hz. La simplicité du modèle explique cet écart de fréquence de résonance.

**Tableau III-3 : Base modale de la machine Zs48Zr30**

Mode ( $r_\theta, r_z$ )	Fréquence [Hz]	Amortissement
(0, 0)	4170	2.8 %
(1, 0)	5855	3.6 %
(2, 0)	634	1.3 %
(3, 0)	1549	1.7 %
(4, 0)	2723	2.2 %
(5, 0)	4000	2.7 %
(6, 0)	5420	3.4 %

La détermination des autres modes et fréquences naturelles de la machine est plus difficile à déterminer, car on n’observe pas d’autres points sur une même ligne verticale. Une analyse modale expérimentale ou une modélisation par éléments finis permettrait de déterminer tous les modes et fréquences naturelles de la machine avec plus de précision que le modèle analytique simple.

### c) Validations sur d’autres cas

Nous venons de présenter des mesures et des analyses sur la machine Zs48Zr30 en fonctionnement à vide. Afin de conforter et compléter notre analyse, d’autres mesures ont été effectuées et sont présentées dans cette partie.

#### i. Machine Zs48Zr30 (droit et vrillé) en charge

Cette fois-ci, des mesures de vibration sont réalisées en charge à 50Hz sur les machines Zs48Zr30 à rotor droit et vrillé. Les mesures sont présentées sur la Figure II-18.

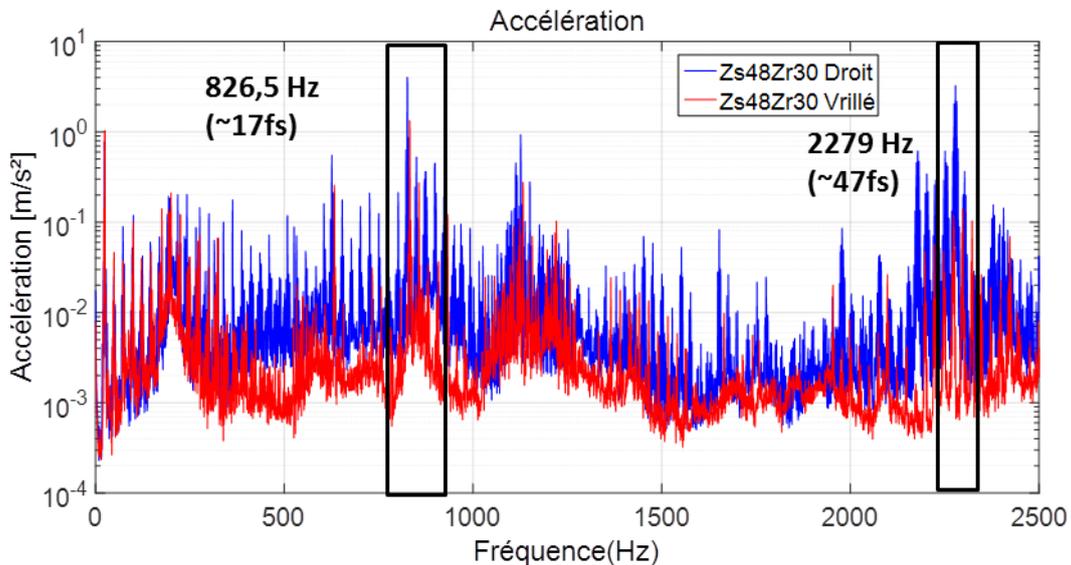


Figure III-31 : Mesure de la vibration radiale en charge (U=400V, I=8.7A, g=3.1%) et à 50 Hz de la machine Zs48Zr30 à rotor droit et vrillé

Lorsqu’on compare ces mesures en charge (Figure III-31) avec celles à vide (Figure III-24), plusieurs remarques peuvent être faites :

- Le vrillage réduit toutes les harmoniques de vibration.
- En charge les harmoniques ne sont pas exactement à la même fréquence qu’à vide. Cela est dû au glissement. La différence de fréquence entre les mesures en charge et à vide se retrouve à partir de l’équation III-1 qui est déduite du modèle analytique de la force radiale étudiée au chapitre II (Tableau II-7).

$$\Delta f = (r_f^{droit} - r_f^{vrillé}) \cdot f_s = k \cdot \frac{Z_r}{p} \cdot g \cdot f_s \quad \text{III-1}$$

Où k est un entier naturel tel que k soit minimum et que  $k \cdot \frac{Z_r}{p} + 2 \leq r_f^{(droit)}$

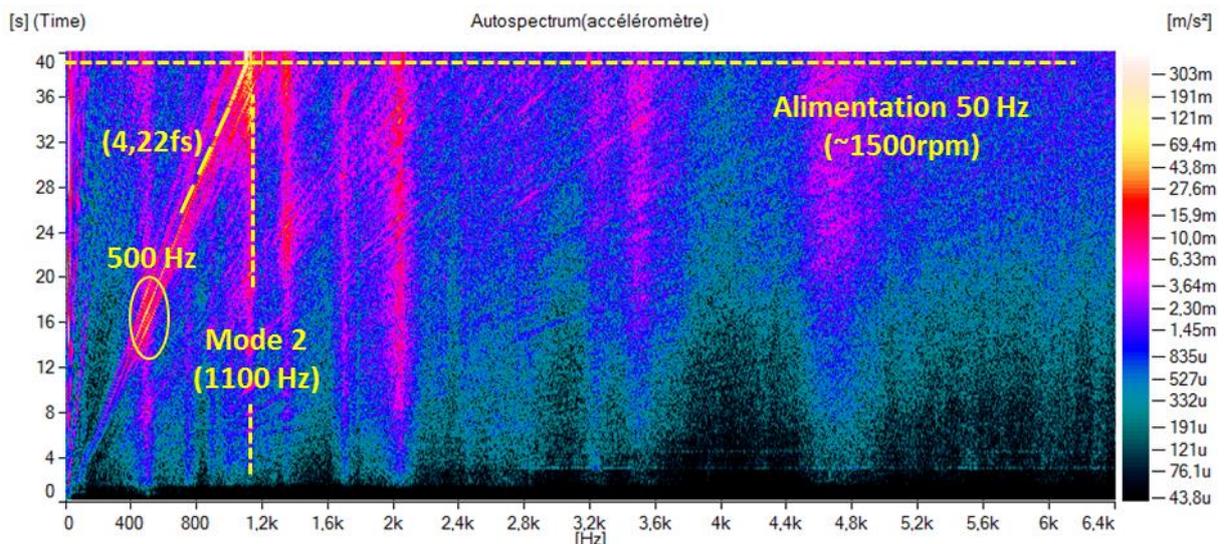
- Si on compare la machine à rotor droit, elle vibre davantage en charge qu'à vide. De même pour la machine à rotor vrillé vibre davantage en charge qu'à vide. Le Tableau III-4 compare quantitativement l'amplitude des deux harmoniques mises en avant sur la Figure III-31 obtenus pour la machine à rotor droit.

**Tableau III-4 : Comparaisons de l'accélération à vide et en charge de la machine Zs48Zr30**

Fréquences	Accélération [m/s <sup>2</sup> ]	
	A vide	En charge
17fs	1.75	3.532
47fs	0.32	3.27

## ii. Machine Zs48Zr40 (vrillé) à vide

Le spectrogramme de l'accélération sur la machine Zs48Zr30 est représenté sur la Figure III-32 et la mesure à 50 Hz qui correspond à la ligne en pointillée jaune est représenté sur la Figure III-33. A partir du modèle analytique (Figure III-34), on identifie que la raie de force qui cause les principales vibrations est la (4,22fs). L'analyse des autres harmoniques n'est pas évidente car la machine possède un rotor vrillé, ce qui réduit l'amplitude de nombreuses raies qui vont se confondre avec des phénomènes que l'on ne maîtrise pas. Rappelons que généralement les mesures de l'accélération sont données en échelle logarithmique, cela a l'avantage de mettre en évidence les faibles harmoniques mais cela montre également que les incertitudes (de mesures, de traitements du signal,...) peuvent fausser notre jugement. Parfois revenir à une représentation linéaire permet vraiment d'identifier les harmoniques principales comme le montre la Figure III-33(b).



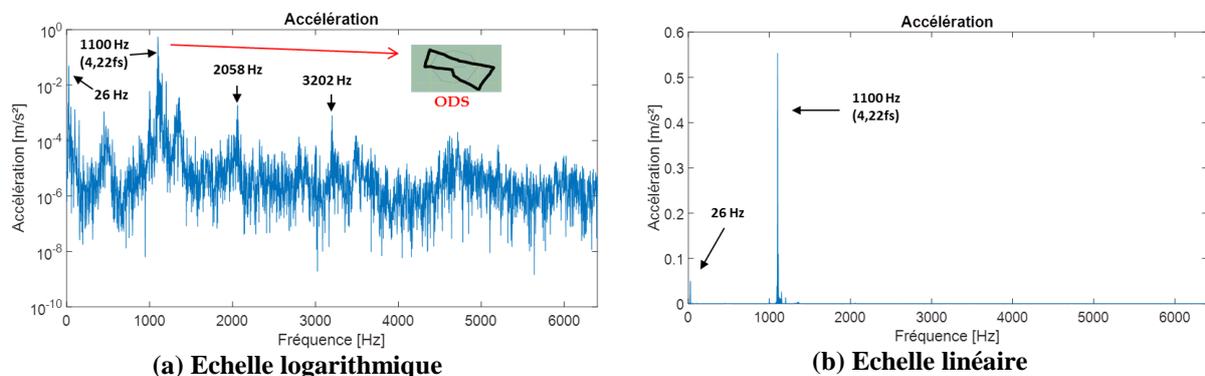
**Figure III-32 : Spectrogramme de l'accélération à la surface du moteur Zs48Zr40 à rotor vrillé à vide**

Sur cette mesure, il semble que la raie de force (4,22fs) excite un mode d'excitation de la machine à 1100 Hz. Hors ce mode naturel de la machine est censé être un mode 2 selon un modèle analytique simple qui considère seulement le stator et son bobinage. Les paramètres modaux issus du modèle analytique sont donnés dans le Tableau III-5. L'ODS réalisée en choisissant 8 points de mesures à la circonférence de la machine confirme également la déformation du rotor selon un mode 2 à la fréquence de 1100 Hz.

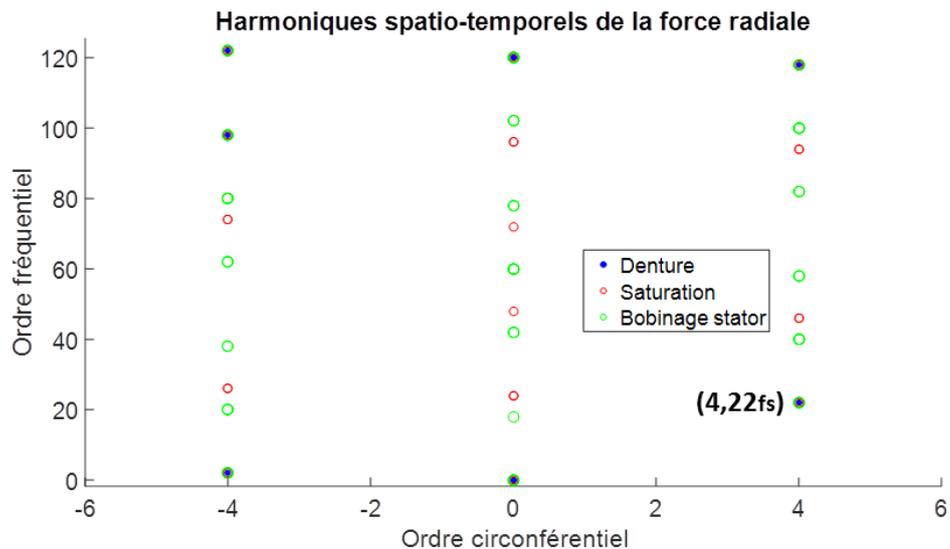
**Tableau III-5 : Base modale de la machine Zs48Zr40**

Mode ( $r_\theta, r_z$ )	Fréquence [Hz]	Amortissement
(0, 0)	5132	3.2 %
(1, 0)	7199	4.1 %
(2, 0)	1064	1.5 %
(3, 0)	2547	2.1 %
(4, 0)	4374	2.9 %
(5, 0)	6293	3.8 %
(6,0)	8372	4.7 %

L'explication de cette excitation d'un mode 2 de la machine avec une force magnétique d'ordre 4 est peut être dû à la complexité de la géométrie d'une machine électrique. Cela reste des suppositions, seule une analyse mécanique poussée peut répondre à cette question. De plus le point chaud principal observé à 16 secondes à 500 Hz est certainement excité par l'ordre 2 de la force mais l'ordre modale n'est pas explicite, peut-être que c'est une autre partie de moteur qui vibre (flasque,...) ou un mode complexe [74].



**Figure III-33 : Mesure de la vibration radiale à vide (U=400V) et à 50 Hz de la machine Zs48Zr40 à rotor vrillé**



**Figure III-34 : Harmoniques spatio-temporels de la force radiale obtenues analytiquement de la machine Zs48Zr40**

A travers cet exemple, on se heurte à la réalité des mesures. Cela paraît utopique de vouloir expliquer la cause de toutes les harmoniques vibratoires seulement avec une analyse des forces magnétiques radiales dans l'entrefer et de modèles mécaniques simples. Néanmoins de nombreuses raies de vibrations peuvent être expliquées, évitées ou réduites dès la phase de conception de la machine électrique avec une analyse des forces radiales dans l'entrefer (modèle E.F. ou analytique) et l'utilisation de modèle mécanique (modèle E.F. ou analytique).

### iii. Comparaison entre la machine Zs48Zr30 (vrillé) et la Zs48Zr40 (vrillé)

Les machines Zs48Zr30 (vrillé) et la Zs48Zr40 (vrillé) sont différentes mais on peut se permettre de les comparer car elles ont une puissance similaire et surtout une base modale (modes propres et fréquences de résonances) quasi-identiques.

En se basant sur la pression radiale issue du modèle analytique développé dans le chapitre I et les modèles mécaniques simples pour estimer la base modale d'une machine, on peut prédire que la machine Zs48Zr40 (Figure III-34) sera moins bruyante que la machine Zs48Zr30 (Figure III-30). Tout simplement car la machine Zs48Zr40 ne crée pas de force radiale dans l'entrefer d'ordre 2 ( $r_\theta=2$ ) contrairement à la machine Zs48Zr30. Le mode 2 ( $m_\theta=2$ ) ne sera donc théoriquement pas excité, même si l'on a vu qu'il semble être excité par l'ordre 4 ( $r_\theta=4$ ).

Les mesures confirment cette prédiction. Les mesures du bruit global sont réalisées sur les deux machines fonctionnant à vide à puissance active équivalente et présentées sur la Figure III-35. Le bruit global de la machine Zs48Zr40 est nettement inférieur à celui de la

machine Zs48Zr30, allant jusqu'à une diminution de 11 dBA lorsque les machine tournent à 940 tr/min (= 24 s sur la figure).

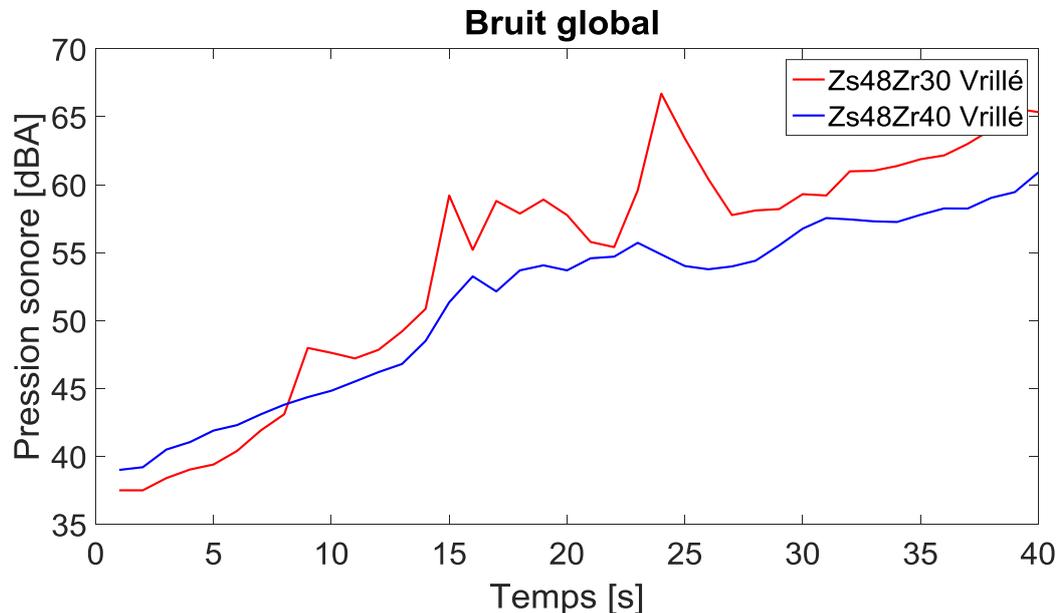


Figure III-35 : Bruit global émit par la machine Zs48Zr40 et la machine Zs48Zr30 à rotor vrillé

Le choix de combiner un stator de 48 dents à deux paires de pôles avec un rotor 40 dents semble plus judicieux en termes de réduction de bruit que de choisir un rotor à 30 dents.

## 2. Lien entre la force magnétique et couple

Des mesures de couple sont effectuées sur les 3 machines pour étudier l'ondulation de couple. Dans un premier temps nous allons faire le lien entre les mesures et les simulations pour la machine Zr48Zs40 (vrillé) et la machine Zr36Zs42 (droit). Puis nous allons étudier l'impact du vrillage sur la machine Zr48Zs30 (droit et vrillé).

### a) Machine Zs48Zr40 (vrillé)

La Figure III-36 présente la mesure des ondulations de couple pour la machine Zs48Zr40 (rotor vrillé). Cette mesure est réalisée en charge. Rappelons que le couplemètre donne des mesures fiables jusqu'à 1 kHz, néanmoins on peut observer des ondulations de couple au-delà de cette fréquence mais l'amplitude des ondulations de couple est faussée.

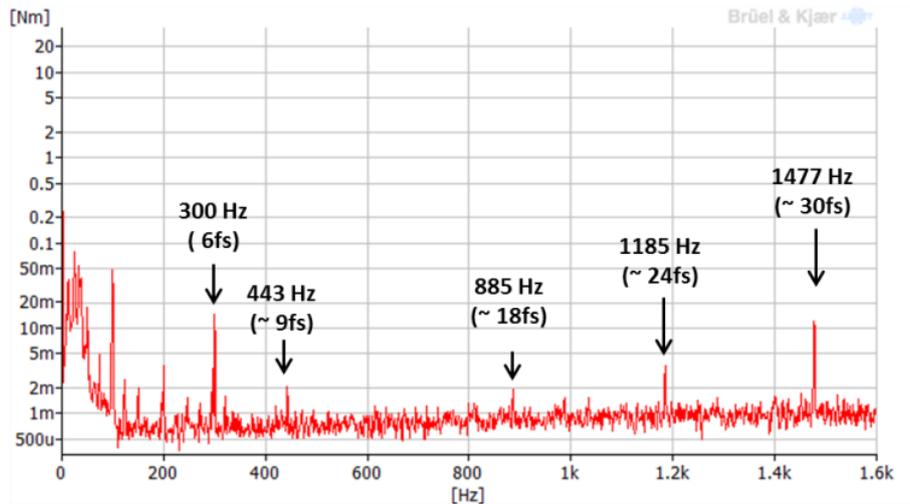


Figure III-36 : Mesures expérimentales des ondulations de couple en charge ( $U=400V$ ,  $I=11,24$ ,  $g=1.5\%$ ) de la machine Zs48Zs40

Quasi tous les harmoniques de couple observés expérimentalement se retrouvent sur la simulation EF 3D (Figure III-37). La machine étant vrillée une simulation 3D est réalisée. Sur cette figure nous observons également le couple si la machine était à rotor droit. On voit que le vrillage diminuerait très fortement les ondulations de couple, notamment l'harmonique à 18f. Cette simulation est réalisée à vide pour gagner en temps de calcul.

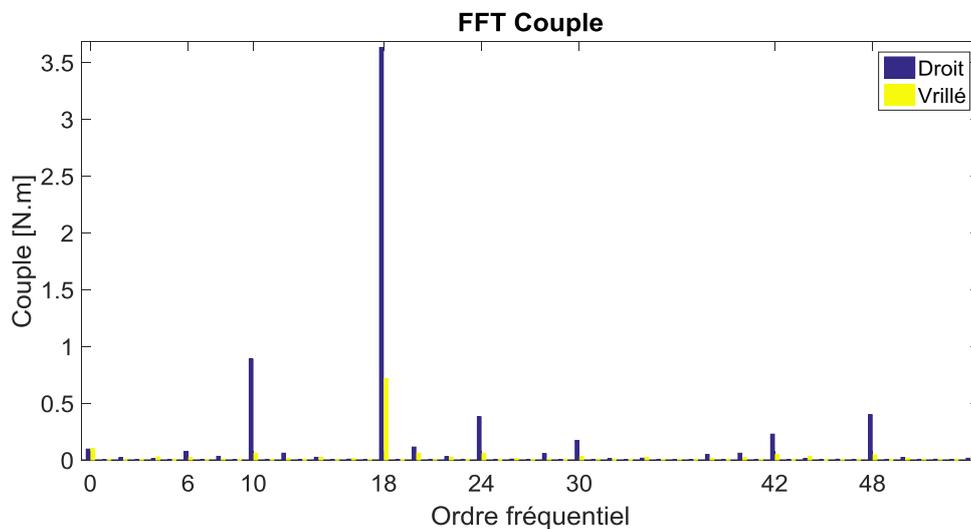
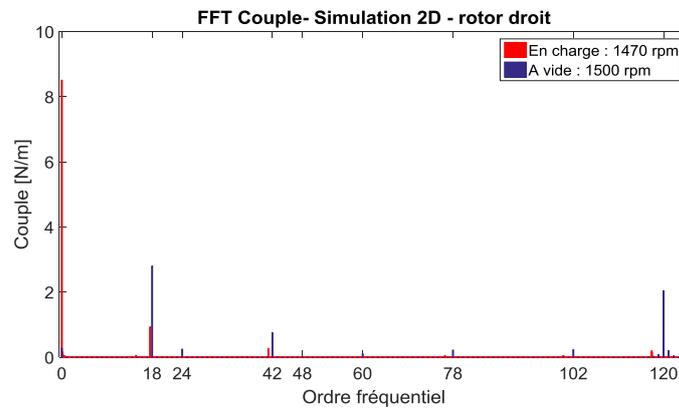


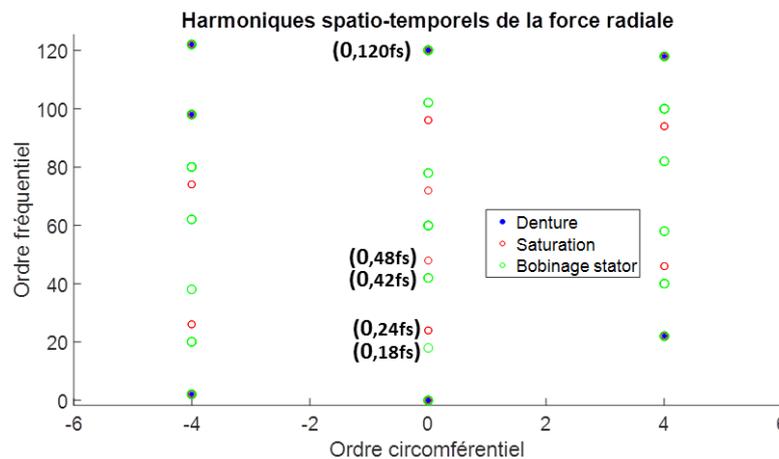
Figure III-37 : Couple à vide de la machine Zs48Zs40 obtenue par Ansys par la méthode des travaux virtuels pour 2 modélisations 3D : l'une avec un rotor droit et l'autre avec un rotor vrillé

Le fait que la machine soit en charge ou non, modifie l'amplitude des harmoniques de couple et décale la fréquence des ondulations de couple à cause du glissement. La Figure III-38 illustre ces propos en rapport avec notre simulation EF 2D. En charge les harmoniques 18fs, 42fs et 120fs deviennent respectivement 17.6fs, 41.2fs et 117.6 fs avec un glissement de 2%. Comme ces harmoniques de couple se retrouvent sur l'ordre circonférentiel  $r_{\theta}=0$  de la pression radiale obtenue analytiquement (Figure III-39), on suppose que le décalage dû au

glissement découle des mêmes phénomènes. Ainsi la différence de fréquence entre les harmoniques à vide et droit peut être régie par l'équation III-1.



**Figure III-38 : Ondulation de couple à vide et en charge de la machine Zs48Zs40 obtenue par Ansys (travaux virtuels) par simulation EF 2D**



**Figure III-39 : Harmoniques spatio-temporels de la force radiale obtenus analytiquement de la machine Zs48Zr40**

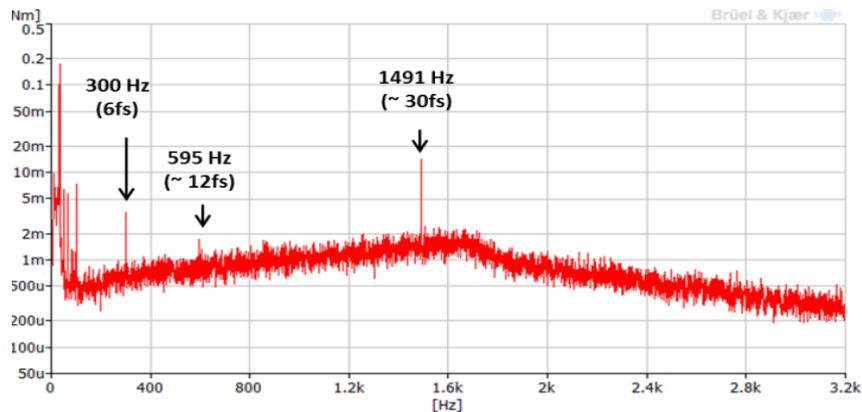
Sur ce premier résultat, on montre sur la Figure III-39, le lien entre les harmoniques de forces radiales obtenus et les harmoniques de couple d'une machine. Finalement, avec ce dernier graphe, on peut visualiser directement les harmoniques potentiels d'une machine : harmoniques de couple et harmoniques de forces radiales à l'origine du bruit. On pourrait ainsi envisager un compromis entre harmoniques de couple et harmoniques de forces radiales dès la phase de conception de la machine.

Etudions maintenant les ondulations de couple sur les autres machines disponibles.

### **b) Machine Zs36Zr42 (droit)**

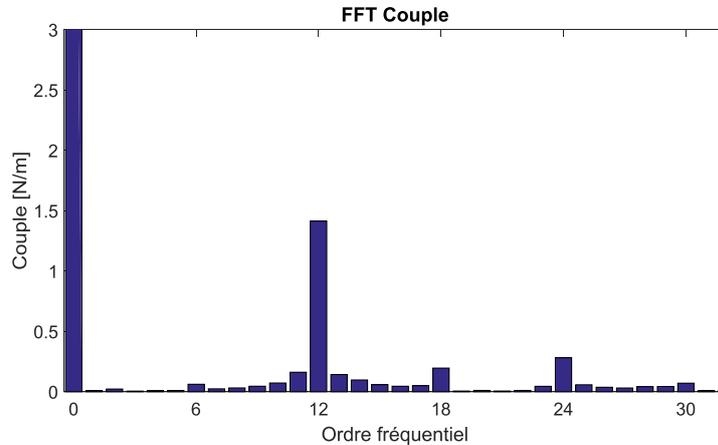
De la même manière que précédemment, on mesure les ondulations de couple de la machine Zr36Zs42 (rotor droit) en charge données sur la Figure III-40. Sur cette figure, trois ondulations sont observées : une à 300 Hz, une à 595 Hz et une autre à 1491 Hz. Ces

harmoniques de couple correspondent respectivement aux harmoniques 6fs, 12fs et 30fs au glissement du rotor près (car  $g \neq 0$ ).



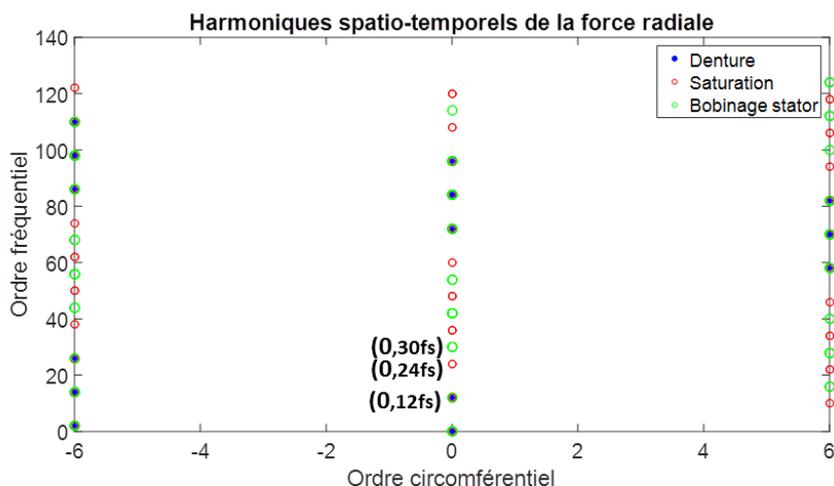
**Figure III-40 : Mesures expérimentales des ondulations de couple en charge ( $U=112V$ ,  $I=17A$ ,  $g=0.6\%$ ) de la machine Zs36Zs42**

Les harmoniques de couple observés expérimentalement se retrouvent sur la simulation EF 2D (Figure III-41). Cependant il n’y a pas totale correspondance entre la simulation et l’expérimentation au niveau des amplitudes ni au niveau des harmoniques présentes. Par exemple, les harmoniques 18fs et 24fs sont présentes sur la simulation EF 2D mais ne le sont pas expérimentalement. A l’opposé, on retrouve une amplitude importante au niveau expérimental à 30fs que l’on n’a quasiment pas au niveau simulation.



**Figure III-41 : Couple en charge de la machine Zs36Zs42 obtenue par Ansys (travaux virtuels) par simulation EF 2D**

Si on confronte ces résultats avec le modèle analytique de la pression radiale (Figure III-42) et que l’on regarde les ordres circonférentiels  $r_{\theta}=0$ . On observe une certaine cohérence, les raies 12fs, 24fs et 30fs se retrouvent en simulation EF 2D, mais qu’on ne retrouve pas forcément expérimentalement.



**Figure III-42 : Harmoniques spatio-temporels de la force radiale obtenues analytiquement de la machine Zs36Zr42**

Là encore, sur ce second résultat, on montre sur cette Figure III-42, le lien entre les harmoniques de forces radiales obtenus et les harmoniques de couple d'une machine. Finalement, avec ce dernier graphe, on peut visualiser directement les harmoniques potentiels existants d'une machine : harmoniques de couple et harmoniques de forces radiales à l'origine du bruit.

On peut aussi signaler que sur cette machine le nombre de pôles étant de 6, on retrouve des forces d'ordre spatial 6 et multiples de 6 pour ce choix de combinaisons et de bobinage ! On pourrait ainsi penser que cette machine est moins bruyante que la précédente. Malheureusement, la comparaison est difficile car la structure mécanique est complètement différente.

Enfin, un dernier cas d'étude (machine Z<sub>s</sub>48-Z<sub>r</sub>30 qui possède deux rotors droit et vrillé) sur la comparaison des harmoniques de couple a été testé.

### c) Machines Zs48Zr30 (droit et vrillé)

Etudions à présent les ondulations de couple de la machine Zs48Zr30 avec un rotor droit et un rotor vrillé. Des mesures en charge (Figure III-43) et à vide (Figure III-44) sont réalisées. Sur ces mesures nous pouvons observer que le vrillage n'a pas d'impact à vide et a un léger impact sur l'harmonique 30fs. Alors que sur les simulations EF 3D, l'impact sur la pression tangentielle d'ordre  $r_{\theta}=0$  (image du couple) représentée sur la Figure III-46, montre une forte diminution de l'harmonique 30fs.

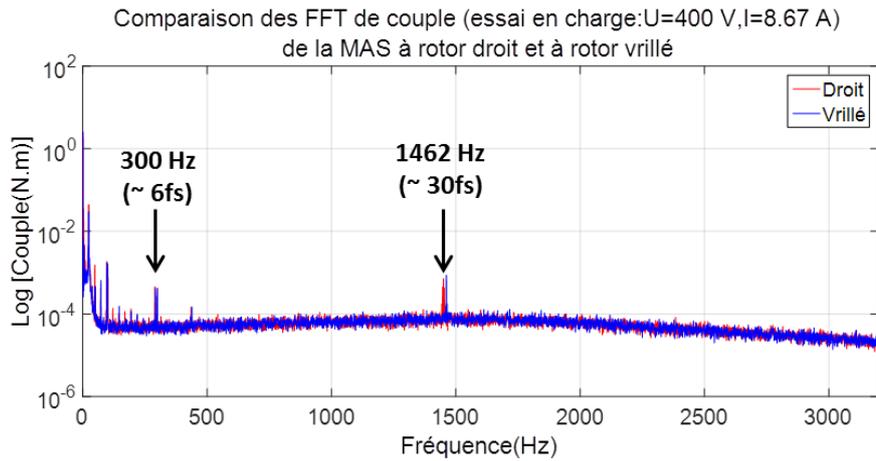


Figure III-43 : Mesures expérimentales des ondulations de couple en charge ( $U=400\text{V}$ ,  $I=17\text{A}$ ,  $g=0.6\%$ ) de la machine Zs48Zs30

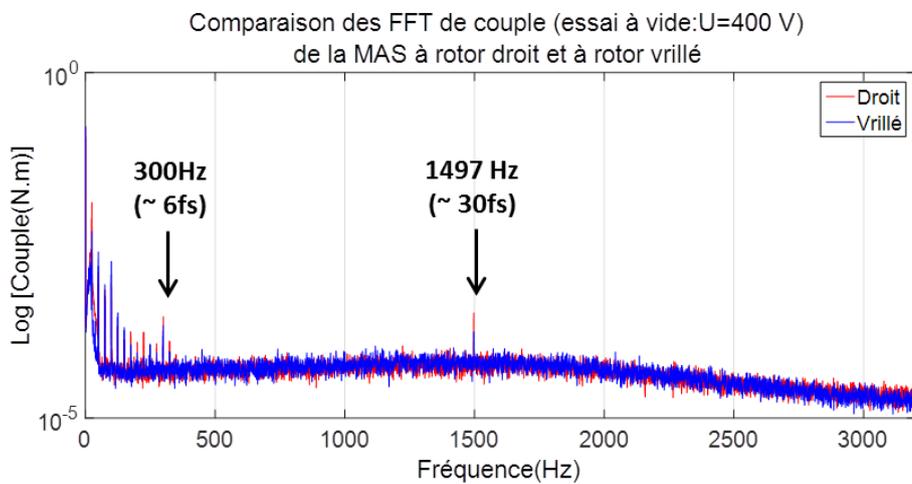


Figure III-44 : Mesures expérimentales des ondulations de couple à vide ( $U=400\text{V}$ ) de la machine Zs48Zs30

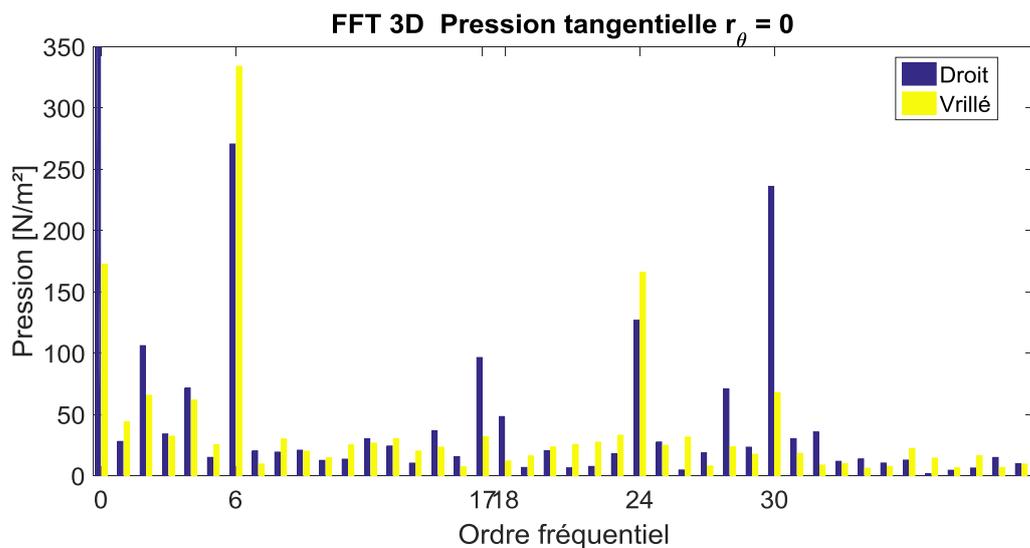


Figure III-45 : Pression tangentielle en charge obtenue par modélisations EF 3D : l'une avec un rotor droit et l'autre avec un rotor vrillé

Notons que l'harmonique 30fs est également présente sur l'analyse analytique (Figure III-45).

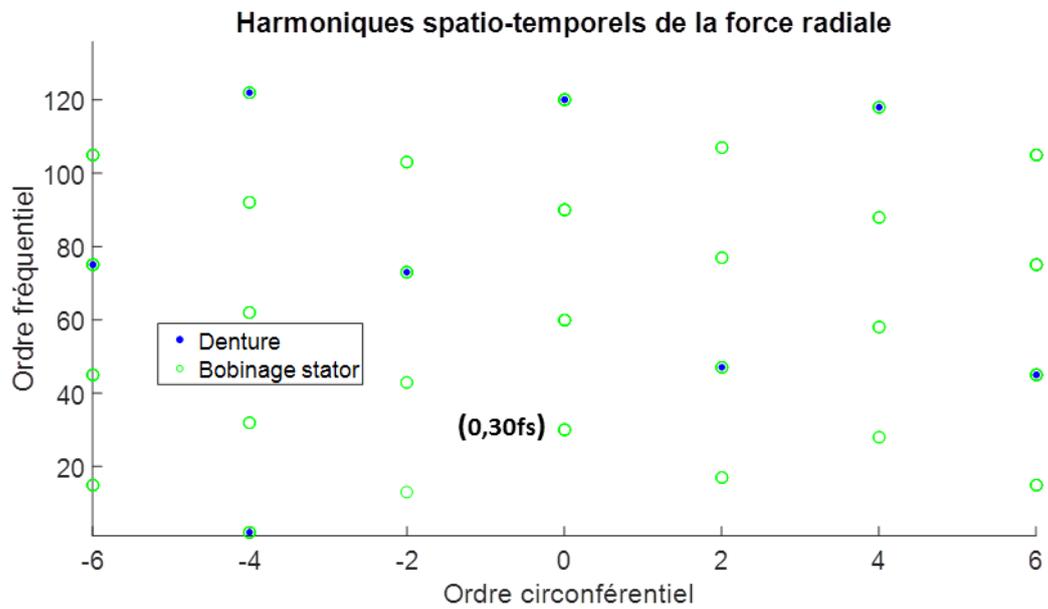


Figure III-46 : Harmoniques spatio-temporels de la force radiale obtenus analytiquement de la machine Zs48Zr30

Sur ce dernier résultat analytique, le lien entre les harmoniques de forces radiales obtenus et les harmoniques de couple d'une machine existe. Bien entendu, toutes les raies ne sont pas retranscrites et il nous reste à l'améliorer. Ce point sera détaillé dans les perspectives.

### III. Conclusion

Dans ce chapitre, une première partie a présenté le matériel nécessaire pour effectuer des mesures vibratoires, acoustiques et de couple. La méthodologie et l'intérêt de l'analyse modale expérimentale (EMA), de l'analyse modale opérationnelle (OMA) et de l'analyse en déformées opérationnelles ont été présentés. De nombreuses mesures expérimentales ont été effectuées sur les différentes machines mises à notre disposition. Les mesures classiques réalisées avec un accéléromètre et un microphone ont permis d'obtenir des spectrogrammes de l'accélération et du bruit. Ces spectrogrammes ont été analysés et interprétés grâce au modèle analytique estimant la force radiale dans l'entrefer développé dans le chapitre I afin de comprendre l'origine des raies et des points chauds observés. Ainsi en lisant un spectrogramme de l'accéléromètre ou du bruit, on peut déterminer l'ordre spatial et la fréquence de la force radiale responsable des phénomènes observés sur les spectrogrammes. Les mesures expérimentales ont été comparées avec les résultats issus de modèles magnétiques E.F. et analytiques. Les modèles permettent de prédire le contenu potentiel des harmoniques de vibration, du bruit et du couple. Effectivement, il se peut que les modèles donnent des harmoniques de force radiale ou de couple qui ne sont pas présents lors des mesures, mais l'inverse n'a pas été observé. La principale raison entre la différence potentielle du spectre des forces radiales obtenues par un modèle et la mesure du bruit est, qu'entre les deux il y a le comportement de la machine électrique qui rentre en jeu (base modale). On a également observé que le vrillage réduisait les vibrations et le bruit comme cela a été prédit par E.F. en lien avec la diminution des raies de la force radiale. La différence entre le couple calculé par E.F. et les résultats expérimentaux est plus complexe à comprendre. Les résultats expérimentaux n'ont pas permis de montrer un réel impact sur les ondulations de couple comme le présentaient les simulations E.F. et de nombreux articles. Cela peut être dû à l'interaction de la machine avec la charge lors des mesures en charge ou encore à l'imprécision du couplemètre.

Les mesures effectuées sur les deux machines avec un même nombre de dents statoriques ( $Z_s=48$ ) et avec des rotors différents ( $Z_r=30$  et  $Z_r=40$ ) ont montré que le nombre d'encoches au stator, au rotor et le nombre de paires de pôles avait un rôle très important. De plus, on a pu montrer l'impact d'un vrillage sur le contenu spatio-temporel des harmoniques des forces radiales : certaines raies sont fortement atténuées mais d'autres très peu. On peut donc se retrouver en fonction des configurations de machines avec une machine asynchrone vrillée aussi bruyante qu'avec un rotor droit. Pour cela, l'analyse par FFT3D associée à un modèle analytique s'avère indispensable afin de comprendre l'impact de ce vrillage.

# Conclusion générale & Perspectives

---

## Conclusion générale

Le chapitre I a présenté le calcul des forces magnétiques en trois dimensions (3D) dans une machine électrique grâce au tenseur des contraintes de Maxwell. L'analyse de ces forces magnétiques 3D se fait par l'intermédiaire de la transformée de Fourier 3D. Elle permet de décomposer la force en ordres spatio-temporels simples ( $r_f$ ,  $r_\theta$ ,  $r_z$ ). La composante radiale de la force magnétique est la principale composante qui met en résonance le stator et peut potentiellement créer du bruit. La décomposition en ordre spatio-temporel simple de la force radiale est un moyen simple pour comprendre et remonter jusqu'au bruit, sous condition de connaître le comportement mécanique de la structure. Plusieurs modèles vibratoires et acoustiques existent : de modèles analytiques simples aux modèles numériques par éléments finis. Quels que soient les modèles utilisés, il est difficile d'estimer le bruit avec précision car une machine électrique est un assemblage de multitude de pièces. Cela dit les modèles analytiques (moins précis que les modèles numériques) suffisent dans de nombreux cas pour faire des études comparatives et qualitatives. Quant à la composante circonférentielle (dite 'tangentielle' en deux dimensions) de la force magnétique, elle permet d'estimer le couple et ses ondulations. La composante axiale de la force engendre des déplacements (ou contraintes) selon l'axe ce qui engendre des contraintes mécaniques sur les roulements et peut faire vibrer certaines parties du moteur comme les flasques. Dans une machine électrique, de nombreux paramètres peuvent modifier le contenu harmonique des forces dans l'entrefer tel que le nombre d'encoche, de pôle, vrillage, etc...

Dans le chapitre I est aussi présentée une étude bibliographique montrant l'impact du vrillage sur les forces magnétiques responsables du bruit et du couple. Le vrillage est connu pour réduire les ondulations de couple et le bruit (en lien avec l'effet de denture), mais il provoque d'autres impacts sur la machine électrique telle que la modification des pertes, la création de courants inter-barres, la diminution du couple moyen ou encore la création de forces axiales. Tous ses aspects du vrillage ont été illustrés par des résultats expérimentaux et de simulations issus d'articles scientifiques. Le vrillage étant le sujet principal de ces travaux, plusieurs modèles intégrant le vrillage ont été rapidement présentés : les modèles numériques par la Méthode des Elements Finis (MEF), les modèles numériques par la MEF 2D multi-couches, les modèles numériques par MEF 2D intégrant un coefficient de vrillage, les schémas monophasés équivalents intégrant le vrillage en modifiant les résistances et inductances grâce à un coefficient de vrillage.

Le chapitre II s'est focalisé principalement sur le développement d'un modèle analytique permettant de comprendre l'origine des forces magnétiques radiales dans l'entrefer. Ce modèle est valable pour les machines asynchrone à cage d'écurieul mais est facilement adaptable pour les machines synchrones. Le principe de ce modèle se base sur

l'estimation du champ magnétique à partir du calcul de perméance d'entrefer globale par unité de surface ainsi que les forces magnétomotrices stator et rotor. Dans ce premier modèle, le vrillage peut être pris en compte en intégrant un facteur de vrillage qui impacte la force magnétomotrice stator. Une première amélioration de ce modèle a été détaillée pour rendre le calcul de la force magnétomotrice générique afin de s'affranchir du développement des formules analytiques. Cela permet de s'adapter à divers types de bobinage. Puis une dernière amélioration est apportée pour prendre en compte le vrillage dans la perméance. Ces modèles analytiques sont indispensables pour analyser le contenu harmonique de l'induction et des forces magnétiques dans l'entrefer issu de simulation E.F. malgré leurs hypothèses fortes : négliger les composantes circonférentielles et axiales, et considérer les matériaux linéaire et le profil d'encoche rectangulaire. Ces modèles permettent l'analyse des spectrogrammes expérimentaux réalisés dans le dernier chapitre. L'inconvénient principal concerne l'amplitude des courants dans les barres du rotor qui est choisie arbitrairement à défaut de ne pas avoir construit un modèle analytique du type schéma monophasé équivalent étendu qui existent dans la littérature. Les modèles analytiques développés permettent avant tout de prédire le contenu harmonique des pressions radiales et permettent d'interpréter les résultats obtenus par la méthode des éléments finis.

Le chapitre II illustre également les types de résultats qu'on obtient par la méthode des éléments finis 3D et par la méthode des éléments finis 2D multi-couches non couplées. On a remarqué que la modélisation par éléments finis 2D multi-couches est pertinente, dans le cas étudié, pour estimer les pressions magnétiques radiales d'une machine à rotor vrillé. Avec le modèle multi-couches, on observe la diminution d'une partie des harmoniques de couple, alors qu'avec le modèle 3D tous les harmoniques de couple sont affectés par le vrillage. Une étude a permis également de montrer qu'il était faux d'appliquer le facteur de vrillage aux harmoniques du champ magnétique dans l'entrefer pour espérer retrouver le contenu harmoniques des forces.

Le chapitre III, a présenté le matériel nécessaire pour effectuer des mesures vibratoires, acoustiques et de couple. La méthodologie et l'intérêt des mesures ont été décrits. De nombreuses mesures expérimentales ont été effectuées sur les différentes machines mises à notre disposition. Les mesures classiques réalisées avec un accéléromètre et un microphone ont permis d'obtenir des spectrogrammes de l'accélération et du bruit. Ces spectrogrammes ont été analysés et interprétés grâce au modèle analytique estimant la force radiale dans l'entrefer développé dans le chapitre II afin de comprendre l'origine des raies et des points chauds observés. Ainsi en lisant un spectrogramme de l'accéléromètre ou du bruit, on peut déterminer l'ordre spatial et la fréquence de la force radiale responsable des phénomènes observés sur les spectrogrammes. Les mesures expérimentales ont été comparées avec les résultats issus de modèles magnétiques E.F. et analytiques. Les modèles permettent de prédire le contenu spatio-temporel des harmoniques des forces radiales et circonférentielles en lien avec les vibrations et le couple. Il se peut que les modèles donnent

des harmoniques de force radiale ou de couple qui ne sont pas présents lors des mesures, mais l'inverse n'a pas été observé. La différence, entre le spectre des forces radiales obtenues par un modèle et la mesure du bruit, est causée par le comportement mécanique de la machine électrique (base modale) qui est complexe. On a également observé que le vrillage réduisait les vibrations et le bruit comme les simulations E.F. prédisaient la diminution des raies de la force radiale. La différence entre le couple calculé par E.F. et les résultats expérimentaux est plus complexe à comprendre. Les résultats expérimentaux n'ont pas permis de montrer un réel impact sur les ondulations de couple comme le présentaient les simulations E.F. et de nombreux articles. Cela est peut-être dû à l'interaction de la machine avec la charge lors des mesures en charge ou encore à l'imprécision du couplemètre. Le vrillage permet de réduire les vibrations et le bruit mais ce n'est pas le seul paramètre important. Les mesures effectuées sur les deux machines avec un même nombre de dents statoriques ( $Z_s=48$ ) et avec des rotors différents ( $Z_r=30$  et  $Z_r=40$ ) ont montré que le nombre d'encoches au stator, au rotor et le nombre de paires de pôles avait un rôle très important. De plus, on a pu montrer l'impact d'un vrillage sur le contenu spatio-temporel des harmoniques des forces radiales : certaines raies sont fortement atténuées mais d'autres très peu. On peut donc se retrouver en fonction des configurations de machines avec une machine asynchrone vrillée aussi bruyante qu'avec un rotor droit. Pour cela, on a pu montrer que l'analyse par FFT3D associée à un modèle analytique s'avère indispensable afin de comprendre l'impact de ce vrillage.

## Perspectives

Ces travaux ont permis d'améliorer nos connaissances sur le contenu harmonique des forces magnétiques dans l'entrefer mais ils ont également permis de souligner toute la complexité du problème. De nombreux sujets peuvent être traités et faire l'objet d'études poussées tels que :

- La compréhension et la réalisation de modèles mécaniques précis pour connaître avec précision le comportement vibratoire d'une machine électrique.
- L'étude des pertes dues aux courants inter-barres dans les machines à rotor vrillé.
- L'impact de la force axiale sur les vibrations et le bruit.

Mais les principales perspectives portent sur l'amélioration du modèle analytique qui estime les forces magnétiques dans l'entrefer :

- On s'est intéressé principalement à l'étude des forces radiales pour estimer les vibrations et le bruit de la machine, et à l'étude des forces circonférentielles pour estimer le couple. Le modèle analytique qui a été développé ne permet pas d'estimer la composante circonférentielle de la pression car la perméance d'entrefer se base sur l'hypothèse que le champ magnétique est uniquement radial. Une des premières améliorations serait d'estimer la perméance d'entrefer en 3D afin d'obtenir l'ondulation de couple sans passer par un modèle E.F.
- Il serait également intéressant de rendre le calcul de la perméance générique comme l'est celui du calcul de la force magnétomotrice. Cela permettrait d'imaginer des machines avec des ouvertures d'encoches et des distances entre les dents non uniformes.
- Le contenu harmonique des courants dans les barres du rotor est correctement estimé avec les expressions analytique cependant le calcul de ces amplitudes n'est pas fait. L'intégration d'un modèle considérant l'amplitude des courants dans les barres du rotor pourrait être réalisée.
- Le modèle développé est valable pour les machines asynchrones, il serait très facile de l'étendre aux machines synchrones. Pour cela, il suffit de modifier l'expression de la force magnétomotrice rotor et ajuster la fonction de perméance d'entrefer en fonction du type de rotor.

Une dernière amélioration serait de capitaliser les connaissances cumulées lors de ces travaux dans un programme sous Matlab avec une interface graphique. Cela permettrait de faciliter l'analyse et le traitement des données. Cette tâche est en cours de réalisation, une vue de l'interface graphique est présentée en Annexe D.

# Annexe A Tenseur des contraintes de Maxwell

---

Les développements faits dans cette annexe sont issue du livre de Pierre Mayé [75].

La force magnétique volumique  $\mathbf{f}$ , qui s'exerce sur un milieu magnétique isotrope et linéaire dont la perméabilité  $\mu$  n'est pas homogène, est appelée **force volumique de Korteweg et Helmholtz** et elle s'exprime par :

$$\mathbf{f} = \mathbf{J} \cdot \mathbf{B} - \frac{1}{2} H^2 \mathbf{grad} \mu \quad \text{A-1}$$

Le premier terme, égal au produit vectoriel de la densité de courant  $\mathbf{J}$  et du champ magnétique  $\mathbf{B}$ , correspond à la force volumique de Laplace. Le second terme est dû à l'inhomogénéité du milieu, il est proportionnel au carré scalaire de l'excitation magnétique  $\mathbf{H}$  et au gradient de la perméabilité magnétique  $\mu$ .

Pour obtenir la force s'exerçant sur l'objet considéré, il faut intégrer la force volumique sur le volume  $V$  :

$$\mathbf{F} = \iiint_V \mathbf{f} \, dv \quad \text{A-2}$$

Après développement, l'expression de la force est :

$$\mathbf{F} = \iint_S \left[ \frac{1}{\mu} (\mathbf{B} \cdot \mathbf{n}) \cdot \mathbf{B} - \frac{B^2}{2\mu} \mathbf{n} \right] dS \quad \text{A-3}$$

La direction et le sens du vecteur élément de surface  $d\mathbf{S}$  sont ceux du vecteur unitaire  $\mathbf{n}$  normal à la surface  $S$  et orienté vers l'extérieur :  $d\mathbf{S} = dS \cdot \mathbf{n}$

Pour calculer les forces qui s'exercent sur le rotor d'une machine électrique en rotation, il faut choisir une surface d'intégration  $S$  plongée dans l'air et entourant les parties mobiles. On prend en général un cylindre placé au milieu de l'entrefer, mais les autres surfaces possibles sont équivalentes. La perméabilité magnétique qui intervient dans l'expression de la force est alors celle de l'air,  $\mu_0$  :

$$\mathbf{F} = \iint_S \left[ \frac{1}{\mu_0} (\mathbf{B} \cdot \mathbf{n}) \cdot \mathbf{B} - \frac{B^2}{2\mu_0} \mathbf{n} \right] dS \quad \text{A-4}$$

Décomposons le champ magnétique en sa composante radiale  $B_r$ , sa composante angulaire  $B_\theta$  et sa composante axiale  $B_z$ , en coordonnées cylindrique le vecteur normal  $\mathbf{n}$  à la surface est le vecteur  $\mathbf{r}$  :

$$\mathbf{B} = B_r \mathbf{r} + B_\theta \boldsymbol{\theta} + B_z \mathbf{z} \quad \text{A-5}$$

Remplaçons le champ par cette décomposition dans l'expression de la force :

$$\mathbf{F} = \iint_S \left[ \frac{1}{\mu_0} B_r (B_r \mathbf{r} + B_\theta \boldsymbol{\theta} + B_z \mathbf{z}) - \frac{(B_r^2 + B_\theta^2 + B_z^2)}{2\mu_0} \mathbf{r} \right] dS \quad \text{A-6}$$

Soit :

$$\mathbf{F} = \iint_S \left[ \frac{1}{2\mu_0} (B_r^2 - B_\theta^2 - B_z^2) \mathbf{r} + \frac{1}{\mu_0} B_r B_\theta \boldsymbol{\theta} + \frac{1}{\mu_0} B_r B_z \mathbf{z} \right] dS \quad \text{A-7}$$

Cette expression fait apparaitre la composante radiale  $P_r$ , la composante angulaire  $P_\theta$  et la composante axiale  $P_z$  de la pression :

$$P_r = \frac{1}{2\mu_0} (B_r^2 - B_\theta^2 - B_z^2) \quad \text{A-8}$$

$$P_\theta = \frac{1}{\mu_0} B_r B_\theta \quad \text{A-9}$$

$$P_z = \frac{1}{\mu_0} B_r B_z \quad \text{A-10}$$

# Annexe B Coefficient de la perméance d'entrefer

Les développements faits dans cette annexe sont issue de l'article de J-F. Brudny [66].

$P_0, P_{k_s}, P_{k_r}$  et  $P_{k_s k_r}$  sont des grandeurs liées à la géométrie du circuit magnétique et sont développées ci-dessous.

$$P_0 = \mu_0 \cdot A_0 \quad \text{B-1}$$

$$P_{k_s} = 2 \cdot \mu_0 \cdot A_s \cdot f(k_s) \quad \text{B-2}$$

$$P_{k_r} = 2 \cdot \mu_0 \cdot A_r \cdot f(k_r) \quad \text{B-3}$$

$$P_{k_s k_r} = 4 \cdot \mu_0 \cdot A_{sr} \cdot f(k_s) \cdot f(k_r) \quad \text{B-4}$$

$$A_0 = \frac{[1 + p_s \cdot r_{sd} / e_r + p_r \cdot r_{rd} / e_s + p_s \cdot p_r (e + e_M) r_{sd} \cdot r_{rd} / e \cdot e_s \cdot e_r]}{\pi \cdot e_M \cdot e_r} \quad \text{B-5}$$

$$A_s = 2 \cdot p_s \frac{[1 + p_r (e + e_M) r_{rd} / e \cdot e_s]}{\pi \cdot e_M \cdot e_r} \quad \text{B-6}$$

$$A_r = 2 \cdot p_{sr} \frac{[1 + p_s (e + e_M) r_{sd} / e \cdot e_r]}{\pi \cdot e_M \cdot e_s} \quad \text{B-7}$$

$$A_{sr} = 4 \cdot p_s \cdot p_r \frac{[e_M + e]}{\pi^2 \cdot e \cdot e_s \cdot e_r \cdot e_M} \quad \text{B-8}$$

- Avec :
- $l_{se}, l_{sd}$  : les largeurs respectivement d'une encoche et d'une dent statorique
  - $p_s = l_{se} / 5$  : la profondeur fictive d'une encoche statorique choisie arbitrairement
  - $r_{sd} = l_{sd} / (l_{se} + l_{sd})$  : le rapport de denture statorique
  - $f(k_s) = \sin(k_s \cdot r_{sd} \cdot \pi) / (2 \cdot k_s)$
  - $l_{re}, l_{rd}, p_r, r_{rd}, f(k_r)$  : les quantités analogues relatives au rotor
  - $e$  : l'épaisseur minimale de l'entrefer
  - $e_M = e + p_s + p_r$  : l'épaisseur maximale de l'entrefer
  - $e_s = e + p_s, e_r = e + p_r$  : des épaisseurs intermédiaires
  - $\mu_0$  : la perméabilité du vide

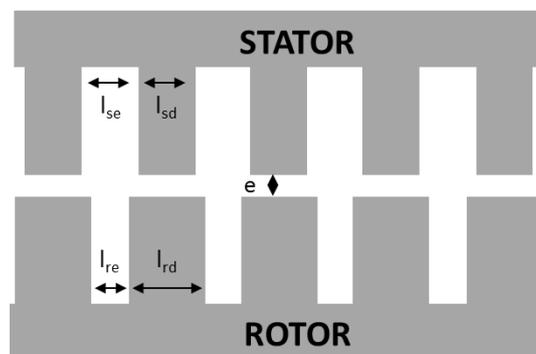


Figure B-1 : profil d'encoches rectangulaires

# Annexe C Force magnétomotrice stator

---

Les développements faits dans cette annexe sont issue du livre de Pierre Mayé [75].

## I. Bobinage diamétral bipolaire

Considérons un stator avec un bobinage diamétral bipolaire et un rotor lisse (Figure C-1). L'enroulement est formé de  $N$  spires parcourues par un courant  $I$ . La tension magnétique d'entrefer au point  $M$  à la position  $\theta$  est la différence de potentiel magnétique entre le stator et le rotor :

$$u = \int_{\text{rotor}}^{\text{stator}} \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} \quad \text{C-1}$$

Appliquons le théorème d'Ampère à la courbe  $C_1$  :

$$\oint_{C_1} \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} = u_M - u_N + u_{\text{stator}} + u_{\text{rotor}} = 0 \quad \text{C-2}$$

Si on suppose que le circuit magnétique n'est pas saturé, la chute de tension magnétique dans les parties ferromagnétiques est négligeable, on a alors

$$u_M = u_N$$

Donc la tension magnétique est identique sous une dent.

Appliquons maintenant le théorème d'Ampère à la courbe  $C_2$  qui entoure une encoche

$$\oint_{C_2} \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} = u_A - u_B = N \cdot I$$

Or pour des raisons de symétrie :

$$u_A = -u_B$$

Ainsi la tension magnétique sous la dent A est :

$$u_A = \frac{N \cdot I}{2}$$

On obtient une répartition de la tension magnétique rectangulaire (Figure C-2).

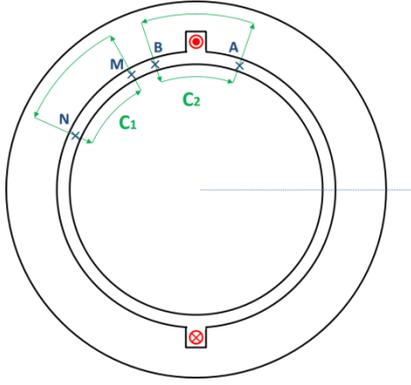


Figure C-1 : Schéma d'une phase d'un stator avec un bobinage diamétral bipolaire et un rotor lisse

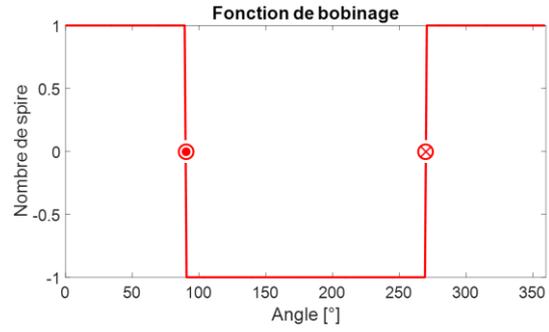


Figure C-2 : Tension magnétique dans l'entrefer en correspondance avec la figure à gauche

## II. Bobinage diamétral multipolaire

Considérons à présent un stator avec un bobinage diamétral multipolaire (Figure C-3). De la même manière que précédemment on applique le théorème d'Ampère sur chaque Courbe (C1, C2 et C3) :

$$\begin{cases} \mathcal{U}_A - \mathcal{U}_D = N.I \\ \mathcal{U}_B - \mathcal{U}_A = -N.I \\ \mathcal{U}_C - \mathcal{U}_B = N.I \end{cases} \rightarrow \begin{cases} \mathcal{U}_B = \mathcal{U}_D \\ \mathcal{U}_A = \mathcal{U}_C \end{cases} \quad \text{C-3}$$

La conservation du flux magnétique impose que la somme des flux soit nulle :

$$\phi_A + \phi_B + \phi_C + \phi_D = 0 \quad \text{C-4}$$

Or en supposant que l'excitation magnétique est radiale dans l'entrefer, on a :

$$\phi_i = B_i \cdot S = \mu \cdot H_i \cdot S = \mu \frac{S}{e} \mathcal{U}_i \quad \text{C-5}$$

On a donc :

$$\begin{cases} \mathcal{U}_B = \mathcal{U}_D = \frac{N.I}{2} \\ \mathcal{U}_A = \mathcal{U}_C = -\frac{N.I}{2} \end{cases} \quad \text{C-6}$$

On obtient une répartition de la tension magnétique rectangulaire mais cette fois-ci avec 2 périodes (car  $p=2$ ) (Figure C-4). La période dépend du nombre de pair de pôle et est égale à  $\frac{2\pi}{p}$

En utilisant la décomposition en série de Fourier d'un signal carré, on obtient :

$$\mathcal{U} = \sum_{k=0}^{+\infty} A_{2k+1} \cos [(2k+1)p \cdot \theta] \quad \text{C-7}$$

$$A_{2k+1} = \frac{2N.I (-1)^k}{\pi (2k+1)} \quad \text{C-8}$$

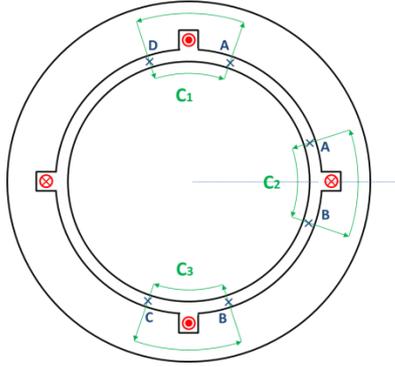


Figure C-3 : Schéma d'une phase d'un stator avec un bobinage diamétral multipolaire

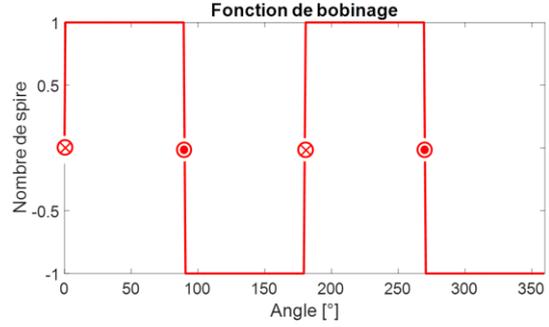


Figure C-4 : Tension magnétique dans l'entrefer en correspondance avec la figure à gauche

### III. Bobinage réparti

Pour que la tension magnétique se rapproche d'une sinus on répartie les  $N$  spires du bobinage sur  $m$  encoches voisine contenant chacune  $b$  conducteur (Figure C-5) :  $N = m \cdot b$ . Chaque encoche est décalée d'un angle  $\delta$ . La tension magnétique d'un bobinage réparti est la somme de la tension magnétique de chaque bobine. Ainsi la décomposition en série de Fourier donne :

$$u = \frac{2}{\pi} b \cdot I \sum_{n=0}^{m-1} \left\{ \sum_{k=0}^{+\infty} \frac{(-1)^k}{2k+1} \cos [(2k+1)p(\theta' + n \cdot \delta)] \right\} \quad \text{C-9}$$

Grâce la formule trigonométrique :

$$\sum_{n=0}^{m-1} \cos(a + n \cdot q) = \frac{\sin\left(\frac{m \cdot q}{2}\right)}{\sin\left(\frac{q}{2}\right)} \cos\left[a + \frac{(m-1)q}{2}\right] \quad \text{C-10}$$

Et au changement de variable :

$$\theta = \theta' + (m-1) \frac{\delta}{2} \quad \text{C-11}$$

On obtient (Figure C-6):

$$u = \frac{2}{\pi} b \cdot I \sum_{k=0}^{+\infty} \{A'_{2k+1} \cos[p(2k+1)\theta]\} \quad \text{C-12}$$

$$A'_{2k+1} = \frac{(-1)^k \sin\left(\frac{m \cdot p(2k+1)\delta}{2}\right)}{2k+1 \sin\left(\frac{p(2k+1)\delta}{2}\right)} \quad \text{C-13}$$

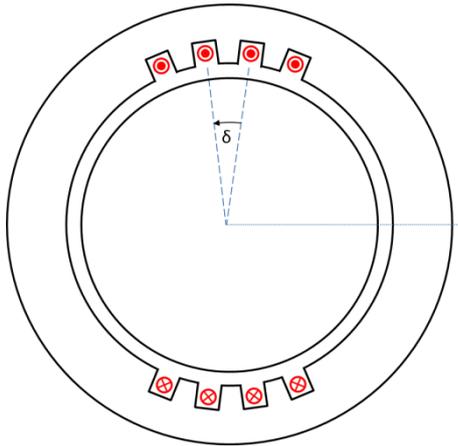


Figure C-5 : Schéma d'une phase d'un stator avec un bobinage diamétral bipolaire à  $m = 4$  encoches par pôle et par phase

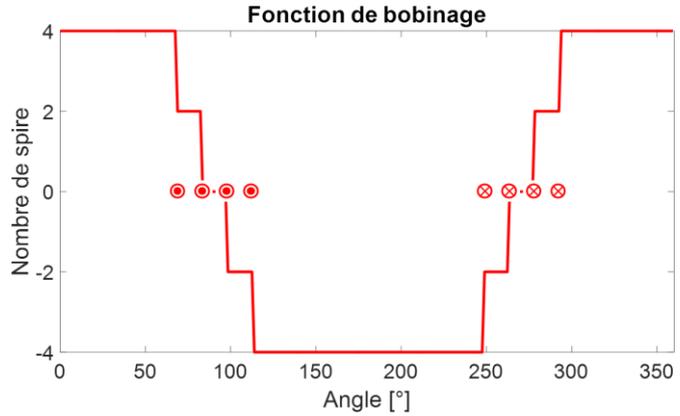


Figure C-6 : Tension magnétique dans l'entrefer en correspondance avec la figure à gauche

#### IV. Facteur de distribution

On définit le facteur de distribution  $K_{dh}$  pour l'harmonique de rang  $h$  comme le rapport entre l'harmonique de rang  $h$  de la répartition de la tension magnétique créée par un enroulement réparti, et entre l'harmonique de rang  $h$  de la tension magnétique d'un enroulement concentré de même nombre de conducteur.

$$K_{dh} = \frac{A'_h}{A_h} = \frac{\sin\left(\frac{h \cdot m \cdot p \cdot \delta}{2}\right)}{m \cdot \sin\left(\frac{h \cdot p \cdot \delta}{2}\right)} \quad \text{C-14}$$

Pour un enroulement régulier ( $\delta$  constant) à  $q$  phases comportant  $m$  encoches par pôle et par phase, l'angle entre deux encoches est :

$$\delta = \frac{\pi}{q \cdot m \cdot p} \quad \text{C-15}$$

Ainsi :

$$K_{dh} = \frac{A'_h}{A_h} = \frac{\sin\left(\frac{h \cdot \pi}{6}\right)}{m \cdot \sin\left(\frac{h \cdot \pi}{6m}\right)} \quad \text{C-16}$$

#### V. Bobinage réparti à double couches

Le bobinage réparti à double couches consiste à répartir la moitié de  $N$  spires sur  $m$  encoches voisines (couche inférieure) et l'autre moitié sur  $m$  encoches voisines (de la couche supérieure) décalées d'un angle  $\eta$  (Figure C-8) tel que :

$$\eta = n \cdot \delta \quad \text{C-17}$$

Où  $n$  est le décalage en nombre d'encoches et  $\delta$  l'angle entre deux encoches.

La somme de la tension magnétique des spires supérieures  $\mathcal{U}_{sup}$  et des spires inférieures  $\mathcal{U}_{inf}$  est égale à la tension magnétique du bobinage  $\mathcal{U}$ . La contribution de chaque tension magnétique peut être représentée par une somme vectorielle (Figure C-7).

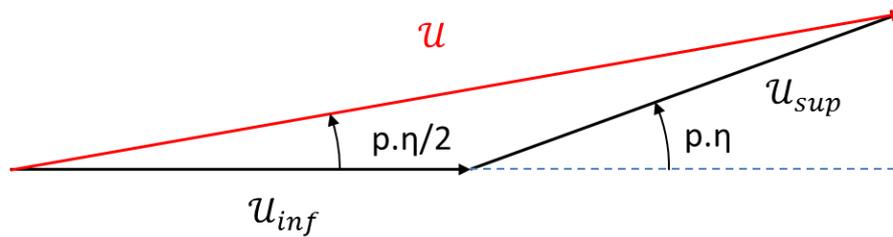


Figure C-7 : Schéma vectoriel de la tension magnétique du bobinage composé par la tension magnétique des spires supérieures  $\mathcal{U}_s$  et des spires inférieures  $\mathcal{U}_i$

Sur ce schéma, on voit que

$$u = 2|u_{inf}| \cos\left(\frac{p \cdot \eta}{2}\right) \quad \text{C-18}$$

Il en résulte que l'harmonique  $h$  de la tension magnétique est multiplié par le coefficient  $K_{r1}$  appelé coefficient de raccourcissement tel que :

$$K_{rh} = \cos\left(\frac{h \cdot p \cdot \eta}{2}\right) \quad \text{C-19}$$

Pour un enroulement régulier ( $\delta$  constant) à  $q$  phase comportant  $m$  encoches par pôle et par phase (C-15), on a :

$$K_{rh} = \cos\left(\frac{h \cdot n \cdot \pi}{6 \cdot m}\right) \quad \text{C-20}$$

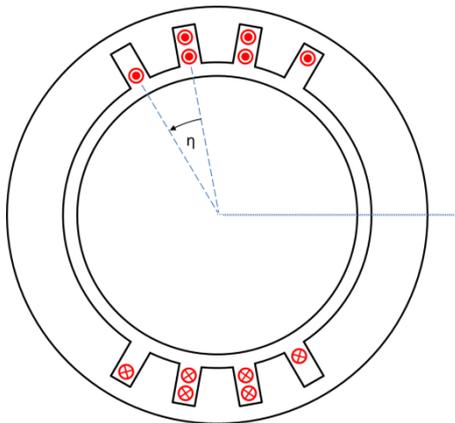


Figure C-8 : Schéma d'une phase d'un stator avec un bobinage réparti à double couches ( $m=3$ ,  $n=1$ )

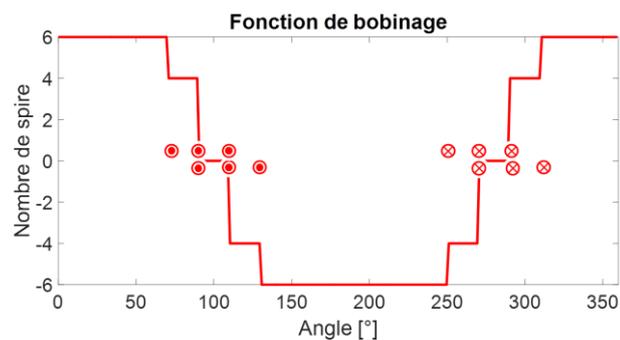


Figure C-9 : Tension magnétique dans l'entrefer en correspondance avec la figure à gauche

## VI. Prise en compte de l'angle d'ouverture des encoches

Dans une machine réelle, on ne peut pas considérer que les conducteurs sont localisés en un point. Il faut donc prendre en compte l'ouverture d'encoche  $\epsilon$  introduit par le facteur d'ouverture d'encoche  $K_{eh}$  pour l'harmonique  $h$ . Ce facteur peut être obtenu à partir du coefficient de distribution en supposant que  $\epsilon = m \cdot \delta$  avec  $m$  infiniment grand et  $\delta$  est infiniment petit.

$$K_{eh} = \frac{\sin\left(\frac{h \cdot m \cdot p \cdot \epsilon}{2}\right)}{\frac{h \cdot p \cdot \epsilon}{2}} \quad \text{C-21}$$

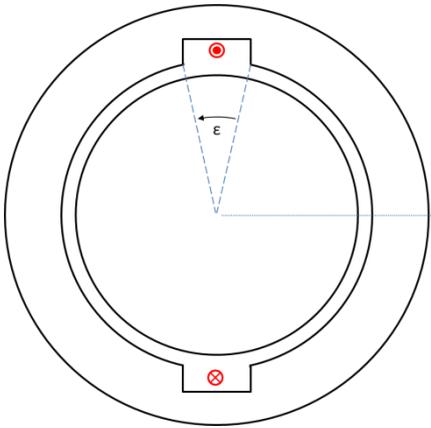


Figure C-10 : Schéma d'une phase d'un stator avec un bobinage diamétral bipolaire en prenant en compte l'ouverture d'encoche

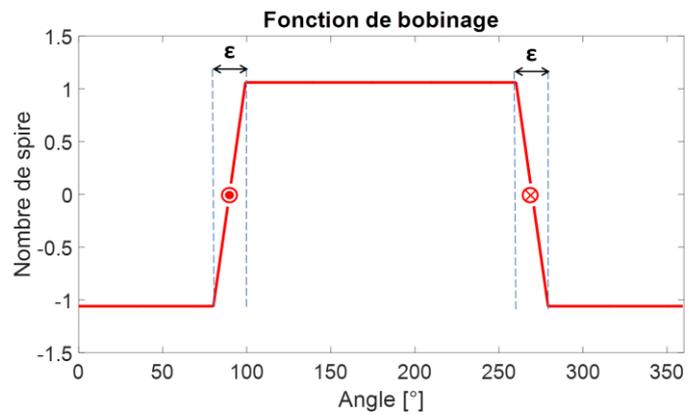


Figure C-11 : Tension magnétique dans l'entrefer en correspondance avec la figure à gauche

## VII. Prise en compte de l'inclinaison des encoches

Le facteur d'inclinaison des encoches  $K_{ih}$  pour l'harmonique  $h$  est égale au facteur de distribution d'une couche continu ( $m=1$ ) occupant l'angle  $\alpha$  :

$$K_{ih} = \frac{\sin\left(\frac{h \cdot p \cdot \alpha}{2}\right)}{\frac{h \cdot p \cdot \alpha}{2}} \quad \text{C-22}$$

Une autre manière de le voir, est d'exprimer la tension magnétique selon l'axe  $z$ . On a alors :

$$u_h = A_h \cos\left[h \cdot p \left(\theta + \frac{\alpha \cdot z}{L}\right)\right] \quad \text{C-23}$$

La moyenne suivant la longueur  $L$  est :

$$\langle u_h \rangle = \frac{1}{L} \int_L u_h dz \quad \text{C-24}$$

Après intégration et simplification à l'aide des identités remarquable, on retrouve  $K_{ih}$  :

$$\langle u_h \rangle = u_h \cdot K_{ih} \quad \text{C-25}$$

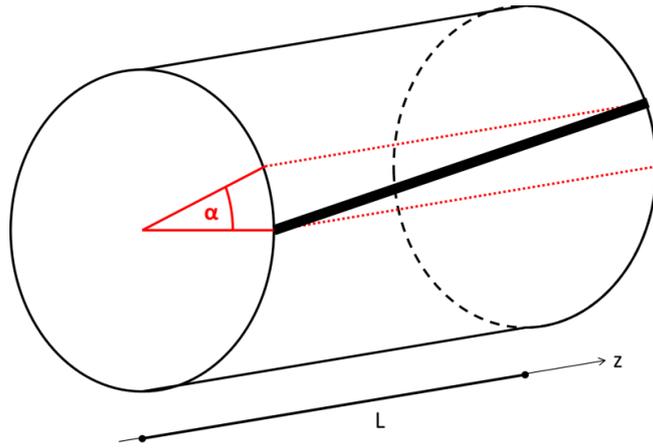


Figure C-12 : Schéma représentant l'angle d'inclinaison d'encoche d'un rotor

### VIII. Facteur de bobinage

Le facteur de bobinage  $K_{bh}$  de l'harmonique  $h$  (rang impaire) est composé du facteur de distribution  $K_{dh}$ , du facteur de raccourcissement  $K_{rh}$ , du facteur d'ouverture d'encoche  $K_{eh}$  et du facteur d'inclinaison  $K_{ih}$  tel que :

$$K_{bh} = K_{dh} \cdot K_{rh} \cdot K_{eh} \cdot K_{ih} \quad \text{C-26}$$

# Annexe D Interface graphique sous Matlab

La Figure D-1 présente l'interface graphique développée sous Matlab. La vue présente le modèle nommé « Perm\*Fmm » développé dans le chapitre II. Chaque ligne correspond aux étapes pour estimer la force radiale dans l'entrefer : on définit le bobinage, la fonction de bobinage, les courants au stator, la FMM stator, les courants au rotor, la FMM rotor, la perméance, ensuite l'induction et enfin la force.

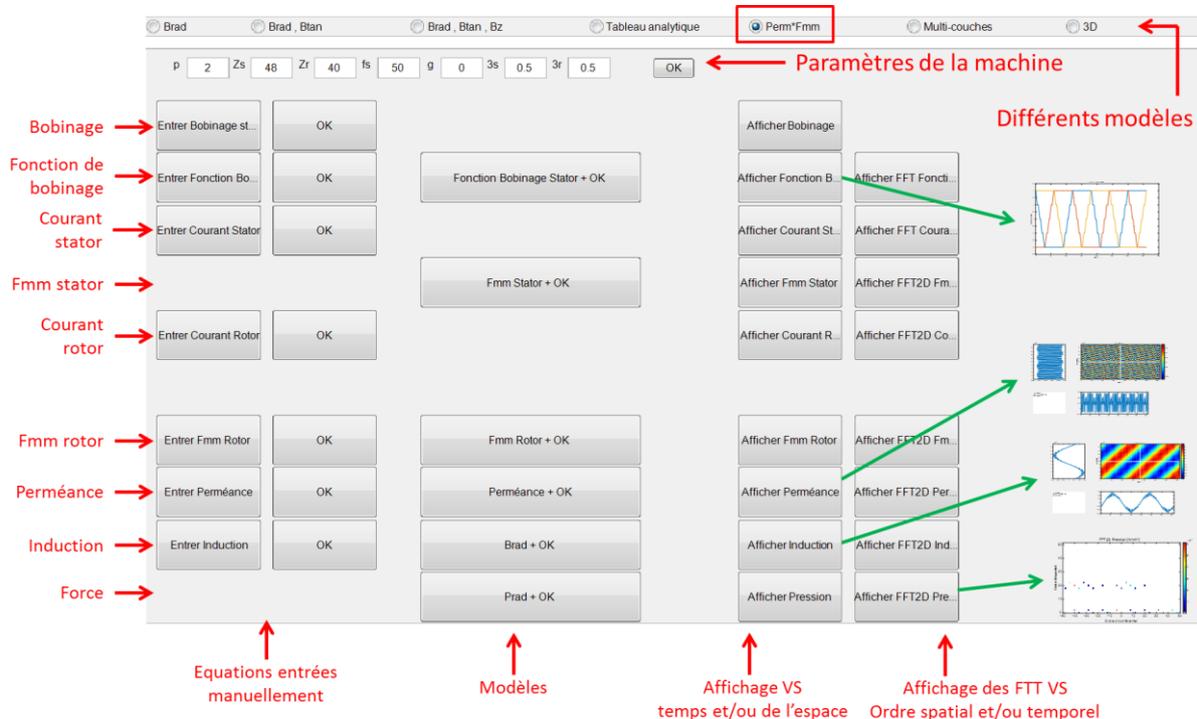


Figure D-1 : Interface graphique sous Matlab

Il est également possible de calculer les forces radiales et/ou circonférentielles et/ou axiales à partir des fichiers .csv importés d'un logiciel à E.F. si on sélectionne les modèles nommés : « Bras », « Brad,Btan », « Brad,Btan ,Bz », « Multi-couches » et « 3D ». Le modèle nommé « Tableau analytique » quand à lui permet de donner le contenu spatio-temporel de la pression radiale obtenu analytiquement sans donner d'indication sur l'amplitude des raies.

# Bibliographie

---

- [1] P. Hartemann, “Effets et matériaux magnétostrictifs Effets et matériaux magnétostrictifs,” *Tech. l’Ingénieur*, vol. 33, no. 0, 2017.
- [2] V. Croquette, “Cours : La Transformée de Fourier Discrète,” *moodle.insa-toulouse.fr*, pp. 1–25, 2009.
- [3] H. Fritz, “Noise in electrical machines,” *Arch. für elektrotechnik*, no. 10, 1921.
- [4] F. T. Chapman, “The Production of Noise and Vibration By Certain Squirrel- Cage Induction Motors,” *J. Inst. Electr. Eng.*, vol. 61, no. 313, pp. 39–48, 1922.
- [5] G. Kron, “Induction motor slot combinaisons: Rules to Predetermine Crawling , Vibration , Noise and Hooks in the Speed-Torque Curve,” *Trans. A.I.E.E.*, vol. 50, pp. 757–768, 1931.
- [6] P. L. Alger, *The nature polyphase of induction machines*. John Wiley & Sons, 1951.
- [7] P. François, “La machine électrique, source de bruit,” *Tech. l’Ingénieur*, no. D565 V1, pp. 1–19, 1984.
- [8] P. François, “Les gros moteurs asynchrones à haute tension, 2ème partie : le bruit,” *SFE*, pp. 377–391, 1968.
- [9] P. L. Timar, A. Fazekas, J. Kiss, A. Miklos, and S. J. Yang, *Noise and vibrations of electrical machines*. Elsevier, 1989.
- [10] J. F. Gieras, C. Wang, and J. Cho Lai, *Noise of polyphase Electric motors*. Taylor & F, 2006.
- [11] R. J. M. Belmans, D. Verdyck, W. Geysen, and D. F. Raymond, “Electro-Mechanical Analysis of the Audible of Inverter-Fed Squirrel-Cage Induction Motor,” *Ind. Appl. IEEE Trans. on*, vol. 27, no. 3, pp. 539–544, 1991.
- [12] D. Belkhaty-Zoukkari, “Réduction du bruit magnétique des machines asynchrones alimentées en tension sous fréquence variable,” Lille, 1994.
- [13] J.-F. Brudny, “Etude quantitative des harmoniques de couple du moteur asynchrone triphasé d’induction,” Lille, 1991.
- [14] B. Cassoret, “Réduction active du bruit magnétique des machines asynchrones directement connectées au réseau,” 2009.
- [15] F. Camus, “Modélisation des phénomènes vibratoires des machines à réluctance variable à double saillance. Influence de l’alimentation,” Cachan, 1997.
- [16] M. Gabsi, “Conception et alimentation de machines spéciales. Réduction du bruit d’origine électromagnétique,” Université de Paris XI Sud, 1999.
- [17] J. Le Besnerais, “Reduction of magnetic noise in PWM-supplied induction machines - low-noise design rules and multi-objective optimisation,” 2008.
- [18] A. Hubert, “Contribution à l’étude des bruits acoustiques générés lors de l’association machines électriques-convertisseurs statiques de puissance. Application à la machine asynchrone,” Université de Compiègne, 2001.
- [19] C. Schlensok, B. Schmülling, M. van der Giet, and K. Hameyer, “Electromagnetically excited audible noise – evaluation and optimization of electrical machines by numerical simulation,” *COMPEL Int. J. Comput. Math. Electr. Electron. Eng.*, vol. 26, no. 3, pp. 727–742, 2007.
- [20] C. Schlensok, D. van Riesen, T. Küest, and G. Henneberger, “Acoustic simulation of an

- induction machine with squirrel-cage rotor," *COMPEL Int. J. Comput. Math. Electr. Electron. Eng.*, vol. 25, no. 2, pp. 475–486, 2006.
- [21] J. Le Besnerais, V. Lanfranchi, M. Hecquet, and P. Brochet, "Multiobjective optimization of induction machines including mixed variables and noise minimization," *IEEE Trans. Magn.*, vol. 44, no. 6, pp. 1102–1105, 2008.
- [22] J. Le Besnerais, V. Lanfranchi, M. Hecquet, and P. Brochet, "Characterization and reduction of audible magnetic noise due to PWM supply in induction machines," *IEEE Trans. Ind. Electron.*, vol. 57, no. 4, pp. 1288–1295, 2010.
- [23] G. Verez, "Contribution à l'étude des émissions vibro-acoustiques des machines électriques. Cas des machines synchrones à aimants dans un contexte automobile," 2014.
- [24] J. Boisson, "Modélisation analytique magneto-acoustique des machines synchrones à commutation de flux à aimants permanents - optimisation du dimensionnement," 2015.
- [25] "Catalogue Leroy-Somer Moteurs AC triphasés- Installation-Ref.3770 f," 2007.
- [26] M. Fakam Tchakoué, "Dimensionnement Vibro-acoustique des Moteurs à Aimants permanents pour la traction ferroviaire," 2014.
- [27] H. Jordan, *Geruscharme elektromotoren*. W. Girardet, 1950.
- [28] S. J. Yang, *Low noise electrical motors*. Clarendon Press - Oxford, 1981.
- [29] J. Le Besnerais, "Bruit acoustique d'origine magnétique dans les machines synchrones," *Tech. l'Ingénieur*, 2014.
- [30] S. Léwy, "Aéroacoustique numérique : modélisation et simulation des sources sonores et de leur rayonnement Aéroacoustique numérique : modélisation et simulation des sources sonores et de leur rayonnement," *Tech. l'Ingénieur*, p. 33, 2011.
- [31] M. Belhadi, G. Krebs, C. Marchand, H. Hannoun, and X. Mininger, "Switched reluctance motor with magnetic slot wedges for automotive traction application," *Eur. Phys. J. Appl. Phys.*, vol. 72, no. 3, 2015.
- [32] K. Delaere, R. Belmans, and K. Hameyer, "Influence of rotor slot wedges on stator currents and stator vibration spectrum of induction machines: A transient finite-element analysis," *IEEE Trans. Magn.*, vol. 39, no. 3 I, pp. 1492–1494, 2003.
- [33] M. Boesing, T. Schoenen, K. A. Kasper, and R. W. De Doncker, "Vibration synthesis for electrical machines based on force response superposition," *IEEE Trans. Magn.*, vol. 46, no. 8, pp. 2986–2989, 2010.
- [34] A. Tan-Kim, "Contribution à l'étude du bruit acoustique d'origine magnétique en vue de la conception optimale de machines synchrones à griffes pour application automobile."
- [35] J. Blum, J. Merwerth, and H.-G. Herzog, "Investigation of the segment order in step-skewed synchronous machines on noise and vibration," *IEEE Conf. Publ.*, 2014.
- [36] C. Wang, X. Bao, S. Xu, Y. Zhou, W. Xu, and Y. Chen, "Analysis of Vibration and Noise for Different Skewed Slot Type Squirrel-Cage Induction Motor," *IEEE Trans. Magn.*, vol. 9464, no. c, pp. 1–1, 2017.
- [37] N. Ida and J. P. A. Bastos, *Electromagnetics and calculation of fields*, Second Edi. Springer, 1997.
- [38] E. Vassent, G. Meunier, and A. Foggia, "Simulation of induction machines using complex magnetodynamic finite element method coupled with the circuit equations," *IEEE Trans. Magn.*, vol. 27, no. 5, pp. 4246–4249, 1991.
- [39] P. Dziwniel, B. Boualem, F. Piriou, J. Ducreux, and P. Thomas, "Comparison Between

- Two Approaches to Model Induction Machines with Skewed Slots,” vol. 36, no. 4, pp. 1453–1457, 2000.
- [40] B. Boualem and F. Piriou, “Numerical Models for Rotor Cage Induction Machines Using Finite Element Method,” *IEEE Trans. Magn.*, vol. 34, no. 5, pp. 3202–3205, 1998.
- [41] S. Williamson, T. J. Flack, and A. F. Volschenk, “Representation of Skew in Time-Stepped Two-Dimensional Finite-Element Models of Electrical Machines,” *IEEE Trans. Ind. Appl.*, vol. 31, no. 5, pp. 1009–1015, 1995.
- [42] A. Tenhunen and A. Arkkio, “Modelling of induction machines with skewed rotor slots,” *IEE Proceedings-Electric Power Appl.*, vol. 148, no. 1, pp. 45–50, 2001.
- [43] J. J. C. Gyselinck, L. Vandeveld, and J. a a Melkebeek, “Multi-slice FE modeling of electrical machines with skewed slots - The skew discretization error,” *IEEE Trans. Magn.*, vol. 37, no. 5 I, pp. 3233–3237, 2001.
- [44] A. Boglietti, S. Member, A. Cavagnino, S. Member, and M. Lazzari, “Computational Algorithms for Induction-Motor Equivalent Circuit Parameter Determination — Part I : Resistances and Leakage Reactances,” vol. 58, no. 9, pp. 3723–3733, 2011.
- [45] B. Sawetsakulanond and V. Kinnares, “Investigation of Skew Effect on the Behavior and Performance of Grid Connected Induction Generators,” *Int. Conf. Electr. Mach. Syst.*, pp. 1–5, 2016.
- [46] S. Mezani, “Modélisation Electromagnetique et Thermique des Moteurs à Induction, En Tenant Compte des Harmoniques d’Espace,” 2004.
- [47] J. C. Moreira and T. A. Lipo, “Modeling of Saturated ac Machines Including Air Gap Flux Harmonic Components,” *IEEE Trans. Ind. Appl.*, vol. 28, no. 2, pp. 343–349, 1992.
- [48] C. M. Spargo, B. C. Mecrow, and J. D. Widmer, “Computationally efficient skew effect calculation in electric machines utilising harmonic Maxwellian stress decomposition,” *Proc. - 2014 Int. Conf. Electr. Mach. ICEM 2014*, pp. 1044–1049, 2014.
- [49] K. J. Binns and M. Dye, “Effects of slot skew and iron saturation on cogging torques in induction machines,” *Proc. Inst. Electr. Eng.*, vol. 117, no. 7, p. 1249, 1970.
- [50] H. Kometani, S. Sakabe, and K. Nakanishi, “3-D Electro-magnetic Analyses of A Cage Induction Motor with Rotor Skew,” *IEEE Trans. Energy Convers.*, vol. 11, no. 2, pp. 331–337, 2006.
- [51] W. Xu, X. Bao, C. Di, L. Wang, and Y. Chen, “Optimal angle combination for improving electromagnetic torque in induction motor with double skewed rotor,” *IEEE Trans. Magn.*, vol. 9464, no. c, pp. 1–1, 2017.
- [52] W. Q. Chu and Z. Q. Zhu, “Investigation of torque ripples in permanent magnet synchronous machines with skewing,” *IEEE Trans. Magn.*, vol. 49, no. 3, pp. 1211–1220, 2013.
- [53] H. Yang, Y. Lim, and H. Kim, “Acoustic Noise/Vibration Reduction of a Single-Phase SRM Using Skewed Stator and Rotor,” *IEEE Trans. Ind. Electron.*, vol. 60, no. 10, pp. 4292–4300, 2013.
- [54] S. L. Nau, “The influence of the skewed rotor slots on the magnetic noise of three-phase induction motors,” *IEE EMD97*, vol. 1, no. 444, pp. 1689–1699, 2015.
- [55] A. Wanke, G. Dienstmann, P. Springmann, D. Lieske, M. Doppelbauer, and F. Gauterin, “Performance Invariant Noise Reduction of a Plug-In Hybrid Electric Drive Using an Innovative Skewing Concept,” *INTER-NOISE*, pp. 362–368, 2016.
- [56] V. Subrahmanyam, “Axial magnetic forces in induction motors with skewed slots,” *Proc. Inst. Electr. Eng.*, vol. 122, no. 2, pp. 149–153, 1975.
- [57] A. Chiba and J. Asama, “Influence of rotor skew in induction type bearingless motor,”

- IEEE Trans. Magn.*, vol. 48, no. 11, pp. 4646–4649, 2012.
- [58] A. H. Bonnett, F. Ieee, T. I. M. Albers, and M. Ieee, “Squirrel Cage Rotor Options for a.c. induction motors,” *IEEE Trans. Ind. Appl.*, pp. 1197–1209, 2001.
- [59] S. C. Englebretson, “Induction Machine Stray Loss from Inter-bar Currents,” 2009.
- [60] R. Carlson, S. Member, C. Andréa, N. Sadowski, Y. Lefevre, and M. Lajoie-mazenc, “Analysis of the Effect of Inter-Bar Currents on the Performance of Polyphase Cage-Induction Motors,” *IEEE Trans. Ind. Appl.*, vol. 39, no. 6, pp. 1674–1680, 2003.
- [61] Y. Kawase, T. Yamaguchi, Y. Iwai, K. Akiyama, N. Toida, T. Furukawa, and H. Kawano, “Numerical Analysis of Skewed Squirrel-cage Induction Motor Taking into Account of Interbar Current Using 3-D Finite Element Method,” *Int. Symp. Electromagn. Fields*, p. 6, 2015.
- [62] R. K. S. Chitroju and C. Sadarangani, “Design and analysis of asymmetrical rotor for induction motors,” *Proc. 2008 Int. Conf. Electr. Mach. ICEM’08*, pp. 1–6, 2008.
- [63] J. Cheaytani, “Calcul par éléments finis des pertes supplémentaires dans les motorisations performantes,” 2016.
- [64] T. Lubin, T. Hamiti, H. Razik, and A. Rezzoug, “Comparison between finite-element analysis and winding function theory for inductances and torque calculation of a synchronous reluctance machine,” *IEEE Trans. Magn.*, vol. 43, no. 8, pp. 3406–3410, 2007.
- [65] F. Scuiller, E. Semail, and J.-F. Charpentier, “General modeling of the windings for multi-phase ac machines,” *Eur. Phys. J. Appl. Phys.*, vol. 50, no. 3, p. 31102, 2010.
- [66] J.-F. Brudny, “Modélisation de la denture des machines asynchrones. Phénomène de résonance,” *J. Phys. III*, vol. 7, pp. 1009–1023, 1997.
- [67] M. Fakam, M. Hecquet, V. Lanfranchi, and A. Randria, “Design and Magnetic Noise Reduction of the Surface Complex Air-Gap Permeance,” *IEEE Trans. Magn.*, vol. 51, no. 4, pp. 1–8, 2015.
- [68] E. Devillers, J. Le Besnerais, T. Lubin, M. Hecquet, and J.-P. Lecointe, “An Improved 2-D Subdomain Model of Squirrel-Cage Induction Machine Including Winding and Slotting Harmonics at Steady State,” *IEEE Trans. Magn.*, vol. 54, no. 2, pp. 1–12, 2018.
- [69] F. Dubas and C. Espanet, “Analytical solution of the magnetic field in permanent-magnet motors taking into account slotting effect: No-load vector potential and flux density calculation,” *IEEE Trans. Magn.*, vol. 45, no. 5, pp. 2097–2109, 2009.
- [70] G. Y. Zhou and J. X. Shen, “Rotor Notching for Electromagnetic Noise Reduction of Induction Motors,” *IEEE Trans. Ind. Appl.*, vol. 53, no. 4, pp. 3361–3370, 2017.
- [71] G. Joksimovic, “Cage Rotor MMF: Winding Function Approach,” *IEEE Power Eng. Rev.*, no. April, pp. 2–4, 2001.
- [72] S. Mezani, “Modélisation électromagnétique et thermique des moteurs à induction, en tenant compte des harmoniques d’espace,” 2004.
- [73] M. Thomas and F. Laville, *Simulation des vibrations mécaniques*, 2e édition. Presses de l’Université du Québec, 2017.
- [74] A. Tan-kim and V. Lanfranchi, “Vibro-Acoustic Simulation and Optimization of a Claw-Pole Alternator,” *IEEE Trans. Ind. Appl.*, vol. 52, no. 5, pp. 3878–3885, 2016.
- [75] P. Mayé, *Moteurs électriques industriels*, 2e édition. 2011.

### **Impact du vrillage sur les forces électromagnétiques dans l'entrefer : Application aux machines asynchrones**

La machine asynchrone est à ce jour la référence dans les moteurs de traction ferroviaire. De nombreuses contraintes dictées par des normes notamment au niveau du bruit acoustique poussent l'industrie à développer des moteurs plus silencieux. Le vrillage connu pour réduire les ondulations de couple semble apporter également une réelle solution afin de diminuer les vibrations et le bruit émis par la machine. C'est dans ce contexte que ce projet en collaboration avec Alstom-Transport situé à Ornans et le soutien de MEDEE (pôle régional sur la maîtrise énergétique) est réalisé. Cette thèse se focalise plus particulièrement sur le calcul des forces électromagnétiques dans l'entrefer à l'origine des vibrations, du bruit et du couple. Des modèles analytiques et à éléments finis estimant les forces électromagnétiques et intégrant le vrillage sont présentés et confrontés à des mesures expérimentales de vibration, de bruit et de couple. Les modèles utilisés sont valables pour les machines asynchrones à cage d'écurie mais sont facilement adaptables pour les machines synchrones. Ils permettent de comprendre l'origine des forces électromagnétiques responsables du bruit et de trouver des configurations de machines moins bruyantes en jouant sur divers paramètres tels que : le vrillage, mais aussi le nombre de paires de pôles, le nombre d'encoches au stator et au rotor, la forme des encoches, la distribution du bobinage, etc.

**Mots-clefs :** Machines asynchrones, Force électromagnétique, Bruit électromagnétique, Vibration, Vrillage, Transformations de Fourier

### **Impact of skewing on magnetic forces in the airgap: Application to induction machines**

The induction machine is the reference in railway traction motors. Numerous constraints dictated by standards, particularly regarding acoustic noise, are driving the industry to develop quieter engines. The skewing known to reduce torque ripples seems to also provide a real solution to reduce vibration and noise emitted by the machine. In this context, the project is realized in collaboration with Alstom-Transport located in Ornans with the support of MEDEE (regional pole on energy control). This thesis focuses on the calculation of magnetic forces in the air gap which are at the origin of vibration, noise and torque. Analytical and finite element models, which estimate electromagnetic forces and integrate skewing, are presented and compared with experimental measurements of vibration, noise and torque. The models used are valid for the squirrel-cage induction machines but are easily adaptable for synchronous machines. This allows one to understand the origin of the electromagnetic forces responsible for the noise, and to find configurations of less noisy machines. Various parameters such as skewing can be modified to reach this goal, as well as the number of pole pairs, the stator and rotor teeth number, the slot shape, the winding distribution, and so on.

**Keywords:** Induction machines, Electromagnetic force, Electromagnetic noise, Vibration, Skewing, Fourier transformations