



HAL
open science

Conception et commande optimale d'une architecture hybride hydraulique de reach stacker

Thomas Schaep

► **To cite this version:**

Thomas Schaep. Conception et commande optimale d'une architecture hybride hydraulique de reach stacker. Automatique / Robotique. Université de Lyon, 2016. Français. NNT : 2016LYSEI121 . tel-02068064

HAL Id: tel-02068064

<https://theses.hal.science/tel-02068064>

Submitted on 14 Mar 2019

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



INSA

N°d'ordre NNT : **2016LYSEI121**

THESE de DOCTORAT DE L'UNIVERSITE DE LYON
opérée au sein de
Institut National des Sciences Appliquées de Lyon

Ecole Doctorale N°160
Electronique, Electrotechnique, Automatique (EEA)

Spécialité de doctorat : Automatique

Soutenue publiquement le 18/11/2016, par :
Thomas SCHAEF

Conception et commande optimale d'une architecture hybride hydraulique de reach stacker

Devant le jury composé de :

Maré, Jean-Charles	Professeur des Universités	INSA Toulouse	Rapporteur
Roboam, Xavier	Directeur de recherche	Laplace	Rapporteur
Dauphin-Tanguy, Geneviève	Professeur des Universités	Ecole Centrale de Lille	Examineur
Ngwompo, Roger Fotsu	Lecturer	University of Bath	Examineur
Prelle, Christine	Professeur des Universités	UTC	Examineur
Marquis-Favre, Wilfrid	Professeur des Universités	INSA Lyon	Directeur de thèse
Bideaux, Eric	Professeur des Universités	INSA Lyon	Co-directeur de thèse
Noppe, Eric	Ingénieur associé chaire CETIM-UTC	UTC	Co-directeur de thèse
Bernigaud, Jean-Christophe	Ingénieur chef de projet reach stacker	Terex France	Invité

Département FEDORA – INSA Lyon - Ecoles Doctorales – Quinquennal 2016-2020

SIGLE	ECOLE DOCTORALE	NOM ET COORDONNEES DU RESPONSABLE
CHIMIE	CHIMIE DE LYON http://www.edchimie-lyon.fr Sec : Renée EL MELHEM Bat Blaise Pascal 3 ^e étage secretariat@edchimie-lyon.fr Insa : R. GOURDON	M. Stéphane DANIELE Institut de Recherches sur la Catalyse et l'Environnement de Lyon IRCELYON-UMR 5256 Équipe CDFA 2 avenue Albert Einstein 69626 Villeurbanne cedex directeur@edchimie-lyon.fr
E.E.A.	ELECTRONIQUE, ELECTROTECHNIQUE, AUTOMATIQUE http://edeea.ec-lyon.fr Sec : M.C. HAVGOUDOUKIAN Ecole-Doctorale.eea@ec-lyon.fr	M. Gérard SCORLETTI Ecole Centrale de Lyon 36 avenue Guy de Collongue 69134 ECULLY Tél : 04.72.18 60.97 Fax : 04 78 43 37 17 Gerard.scorletti@ec-lyon.fr
E2M2	EVOLUTION, ECOSYSTEME, MICROBIOLOGIE, MODELISATION http://e2m2.universite-lyon.fr Sec : Safia AIT CHALAL Bat Darwin - UCB Lyon 1 04.72.43.28.91 Insa : H. CHARLES Safia.ait-chalal@univ-lyon1.fr	Mme Gudrun BORNETTE CNRS UMR 5023 LEHNA Université Claude Bernard Lyon 1 Bât Forel 43 bd du 11 novembre 1918 69622 VILLEURBANNE Cédex Tél : 06.07.53.89.13 e2m2@univ-lyon1.fr
EDISS	INTERDISCIPLINAIRE SCIENCES-SANTE http://www.ediss-lyon.fr Sec : Safia AIT CHALAL Hôpital Louis Pradel - Bron 04 72 68 49 09 Insa : M. LAGARDE Safia.ait-chalal@univ-lyon1.fr	Mme Emmanuelle CANET-SOULAS INSERM U1060, CarMeN lab, Univ. Lyon 1 Bâtiment IMBL 11 avenue Jean Capelle INSA de Lyon 696621 Villeurbanne Tél : 04.72.68.49.09 Fax :04 72 68 49 16 Emmanuelle.canet@univ-lyon1.fr
INFOMATHS	INFORMATIQUE ET MATHEMATIQUES http://infomaths.univ-lyon1.fr Sec : Renée EL MELHEM Bat Blaise Pascal 3 ^e étage infomaths@univ-lyon1.fr	Mme Sylvie CALABRETTO LIRIS – INSA de Lyon Bat Blaise Pascal 7 avenue Jean Capelle 69622 VILLEURBANNE Cedex Tél : 04.72. 43. 80. 46 Fax 04 72 43 16 87 Sylvie.calabretto@insa-lyon.fr
Matériaux	MATERIAUX DE LYON http://ed34.universite-lyon.fr Sec : M. LABOUNE PM : 71.70 –Fax : 87.12 Bat. Saint Exupéry Ed.materiaux@insa-lyon.fr	M. Jean-Yves BUFFIERE INSA de Lyon MATEIS Bâtiment Saint Exupéry 7 avenue Jean Capelle 69621 VILLEURBANNE Cedex Tél : 04.72.43 71.70 Fax 04 72 43 85 28 Ed.materiaux@insa-lyon.fr
MEGA	MECANIQUE, ENERGETIQUE, GENIE CIVIL, ACOUSTIQUE http://mega.universite-lyon.fr Sec : M. LABOUNE PM : 71.70 –Fax : 87.12 Bat. Saint Exupéry mega@insa-lyon.fr	M. Philippe BOISSE INSA de Lyon Laboratoire LAMCOS Bâtiment Jacquard 25 bis avenue Jean Capelle 69621 VILLEURBANNE Cedex Tél : 04.72 .43.71.70 Fax : 04 72 43 72 37 Philippe.boisse@insa-lyon.fr
ScSo	ScSo* http://recherche.univ-lyon2.fr/scso/ Sec : Viviane POLSINELLI Brigitte DUBOIS Insa : J.Y. TOUSSAINT viviane.polsinelli@univ-lyon2.fr	Mme Isabelle VON BUELTZINGLOEWEN Université Lyon 2 86 rue Pasteur 69365 LYON Cedex 07 Tél : 04.78.77.23.86 Fax : 04.37.28.04.48

*ScSo : Histoire, Géographie, Aménagement, Urbanisme, Archéologie, Science politique, Sociologie, Anthropologie

Remerciements

Mes remerciements se tournent tout d'abord vers la société Terex qui m'a donné l'opportunité de mener ce travail de recherche dans un contexte industriel, me positionnant ainsi à mi-chemin entre le monde de la recherche et le monde de l'industrie, et me permettant par conséquent de tirer le meilleur parti des deux mondes. En particulier, je remercie Vincent Langlois, ancien directeur R&D, pour m'avoir confié cette mission et m'avoir soutenu jusqu'au bout malgré son départ anticipé, tout comme Pierre Rodot, ancien responsable équipe spécialistes, qui m'a chaleureusement intégré dans l'équipe et n'a pas hésité un instant à partager toute son expérience. Je remercie également Jean-Christophe Bernigaud, responsable projet Reach Stacker, pour avoir suivi ces travaux lors de leur déroulement, et pour avoir pris part au jury lors de la soutenance. Enfin, je remercie l'ensemble des collègues avec qui j'ai eu plaisir à travailler au sein de Terex, en particulier Jérôme Gruchmalka, Christian Jarmuzek et Benjamin Breziat.

J'exprime mes sincères remerciements à l'ensemble des membres du jury qui ont accepté d'évaluer mes travaux. Tout d'abord Jean-Charles Maré, professeur des universités, et Xavier Roboam, directeur de recherche, qui ont pris de leur temps pour rapporter cette thèse. Merci également à Christine Prelle, professeur des universités, qui m'a fait l'honneur de présider cette soutenance. Enfin, merci à Roger Fotsu Ngwompo, *Lecturer*, pour ses questions et remarques avisées.

Ces trois années au sein du laboratoire Ampère n'auraient pu être couronnées de succès sans l'équipe d'encadrement qui a été la mienne. À ce titre, je remercie tout spécialement Wilfrid Marquis-Favre, pour m'avoir donné le goût du bond graph et m'avoir guidé lors des moments de blocages, mais aussi pour ces discussions autour de notre thématique de recherche, et plus largement à propos du monde qui nous entoure. Un grand merci également à Eric Bideaux, pour son œil avisé, quel que soit le domaine abordé de la physique, mais aussi pour sa disponibilité, toujours accompagnée de blagues et de bonne humeur. Toute ma reconnaissance également à Eric Noppe, qui a été très présent pendant ces trois années malgré l'éloignement géographique. Merci pour m'avoir fait découvrir le monde de l'hydraulique, puis m'avoir aiguillé à tous points de vue pendant la thèse, et tout particulièrement lors du développement du banc d'essai.

On imagine bien souvent le chercheur réalisant ses travaux seul dans un bureau bien hermétique, ce n'est au moins pas le cas des chercheurs du laboratoire Ampère, puisque j'ai eu la chance de recevoir l'aide et les conseils de Damien Eberard, de Federico Bribiesca Argomodo, de Xavier Brun, de Michaël Di Loreto et de Jean-François Trégouët que je remercie chaleureusement.

Ces trois années n'auraient sans doute pas été aussi agréables sans la présence d'un groupe de doctorants actifs et plus que sympathiques. Merci à Alan pour les heures passées dans notre bureau lorsque la motivation venait à manquer, merci également à Nico pour m'avoir soutenu dans le choix des bars à bières. Comme a dit Albert Einstein, « il est plus facile de désintégrer un atome qu'un

préjugé », raison pour laquelle je n'ai pas cessé d'essayer de convaincre Martin que l'hydraulique était bien mieux que l'électrique, merci à lui tout de même pour ces débats. Merci enfin à Setareh, Thiago, Elliot et Jérémie pour avoir contribué à cette ambiance agréable.

Mes derniers remerciements vont sans aucun doute à ma famille, mes parents et mes deux soeurs qui m'ont soutenu depuis le début, et ont même pour certaines accepté de relire et corriger le manuscrit, il en fallait du courage ! Merci finalement à Marine pour m'avoir soutenu et supporté, y compris pendant la phase de rédaction, pour avoir été tout simplement là.

Résumé

L'accroissement permanent du commerce intercontinental ainsi que la mondialisation s'accompagnent d'une augmentation de la productivité des ports et des terminaux à conteneurs. Le besoin de compétitivité des exploitants auquel s'additionnent les législations environnementales, poussent les fabricants d'engins de manutention de conteneurs à développer de nouvelles solutions afin de produire des machines plus respectueuses de l'environnement à un coût de possession acceptable. Pour ce faire, l'hybridation des sources d'énergie et l'utilisation de chaînes d'actionnement plus efficaces d'un point de vue énergétique sont les solutions envisagées aujourd'hui. En conséquence, les cahiers des charges sont de plus en plus complexes, et les spécifications qu'ils stipulent sont de nature hétérogène. Ce travail de thèse s'intéresse à deux aspects majeurs en lien avec ces problématiques. Il s'articule donc d'une part autour d'un développement méthodologique concernant le dimensionnement de systèmes suractionnés par couplage de problèmes d'inversion et d'optimisation, et d'autre part, autour d'un développement applicatif visant la conception, la commande et la validation expérimentale d'une chaîne d'actionnement hybride d'un engin portuaire.

Premièrement, nous proposons une procédure de construction d'un modèle s'appuyant sur le langage bond graph permettant de prendre en compte des spécifications exprimées en termes de critère à minimiser et de fonctions du temps désirées en sortie du système. Ce problème prend alors la forme d'un problème couplé d'inversion-optimisation. Du modèle bond graph obtenu, il est possible de déterminer directement les conditions nécessaires d'optimalité, et donc le système d'équations algébro-différentielles associé. Nous nous intéressons ensuite à l'extension de la procédure de représentation d'un problème d'optimisation seul, dans le cas où des non linéarités apparaissent au niveau des phénomènes de dissipation d'énergie.

Dans un second temps, nous proposons une nouvelle architecture pour un engin de manutention de conteneurs afin d'améliorer son efficacité énergétique. Cette solution de récupération d'énergie à la descente du conteneur est basée sur un transformateur hydraulique. L'énergie est stockée dans un accumulateur hydropneumatique, puis, elle est restituée grâce à un moteur hydraulique complémentaire couplé au moteur diesel. Un redimensionnement de la chaîne d'actionnement hydraulique ainsi qu'une stratégie de commande plus adaptée sont également proposées. Ces modifications offrent la possibilité de réaliser une récupération d'énergie à la décélération du véhicule sans ajout de composant majeur. L'architecture globale obtenue associée à une stratégie de commande adéquate génèrent une réduction de la consommation de carburant de 16% à 18%.

Finalement, une validation expérimentale du système de récupération d'énergie potentielle est effectuée sur un banc d'essai. La commande proposée est implémentée et les performances dynamiques et énergétiques sont ensuite analysées.

Abstract

The continuously increasing of the intercontinental trade as well as the globalization lead to the need of higher productivity for ports and container terminals. In order to fulfil the need of competitiveness of terminal operators and in the same time respect the environmental legislation, container handling machine manufacturers are developing new solutions. Hybridization of energy sources is an interesting way but using more energy efficient actuation lines is also suitable. As a consequence, specifications are more and more complex, and can in particular have heterogeneous natures. In this thesis, the focus is made on two main topics linked to those problematics. On the one hand, a methodology concerning the sizing of over-actuated systems thanks to a coupling between inverse problems and dynamic optimization is exposed. On the other hand, the design, control strategies and an experimental validation of an hybrid actuation line applied to an container handling machine is presented.

First of all, we propose a new procedure based on the bond graph language allowing the designer to take into account simultaneously two types of specifications, namely a cost function to minimize and functions of time specifying desired outputs of the system. This results in a coupled problem of state-space inversion and optimization. The procedure lead to a bond graph from which it is possible to directly derive the analytical system of the problem. The fundamental theory for proving the effectiveness of this procedure is carried out using the port hamiltonian systems.

The bond graph representation of an optimal control problem is then extended to systems involving non linearities on dissipative R elements.

In a second part, a new actuation architecture is proposed for a container handling machine, in order to improve the fuel efficiency. On the one hand, a transformer based system to recover the potential energy released during container lowering is exposed. This energy is stored into a hydropneumatic accumulator. Then, it is returned thanks to an extra hydraulic motor coupled to the engine shaft. On the other hand, a resizing of the main hydraulic pumps as well as a more suitable control law is proposed in order to make the engine work at better efficiency points. All those evolutions previously mentioned give now the possibility to perform kinetic energy recuperation during vehicle deceleration without adding any major component. The new architecture combined with more effective control laws lead to a fuel consumption reduction of up to 18%.

Finally, the potential energy recovery system is validated on a test rig. The control laws are implemented and the dynamic and energetic performances are then analysed.

Table des matières

Remerciements	III
Résumé	V
Abstract	VII
Introduction générale	2
1 Présentation et modélisation du reach stacker	8
1.1 Introduction	9
1.2 Principe de fonctionnement d'un reach stacker	9
1.2.1 Utilisation	9
1.2.2 Architecture	11
1.3 Modélisation système	16
1.3.1 Modèle multicorps	16
1.3.2 Chaîne de transmission	18
1.3.3 Circuit hydraulique	22
1.3.4 Modélisation des systèmes auxiliaires	25
1.4 Conclusion	25
2 Étude des solutions technologiques pour l'amélioration de l'efficacité énergétique du reach stacker	26
2.1 Introduction	27
2.2 Analyse énergétique	27
2.2.1 Analyse de la chaîne de transmission	27
2.2.2 Analyse de la fonction relevage	29
2.2.3 Analyse de la fonction télescopage	32
2.2.4 Analyse d'un cycle type	34
2.2.5 Bilan	38
2.3 Solutions technologiques	38
2.3.1 Particularités du cas d'étude	39
2.3.2 Chaînes d'actionnement	39
2.3.3 Systèmes de récupération d'énergie	46
2.4 Verrous scientifiques	55
2.5 Conclusion	56

3	Principes et outils pour la spécification de composants et de leurs entrées de commande	58
3.1	Introduction	60
3.1.1	Synthèse d'architecture	61
3.1.2	Méthodologie de dimensionnement	61
3.1.3	Synthèse de commande	62
3.2	L'inversion de modèle bond graph	63
3.2.1	Intérêt de l'approche par modèle inverse	64
3.2.2	Principe de l'inversion	65
3.2.3	Apports de l'inversion	68
3.2.4	Limites de la procédure pour la spécification de chaîne sur-actionnée	69
3.3	L'optimisation dynamique	70
3.3.1	Approche indirecte	70
3.3.2	Approche directe	73
3.3.3	Programmation dynamique	74
3.3.4	Programmation en nombres entiers	76
3.3.5	Optimisation combinée du dimensionnement et de la commande	78
3.3.6	Conclusion sur l'optimisation dynamique	78
3.4	Représentation bond graph d'un problème d'optimisation dynamique	79
3.4.1	Formalisation du problème d'optimisation	79
3.4.2	Représentation bond graph d'un problème d'optimisation dynamique	80
3.5	Limites actuelles de la représentation bond graph d'un problème d'optimisation dynamique	87
3.5.1	Rapide état de l'art sur le couplage entre inversion et optimisation en bond graph	87
3.5.2	Intérêt d'une extension à un problème plus général	88
3.6	Conclusion	91
4	Contribution à l'inversion combinée à l'optimisation dynamique pour la conception des systèmes	94
4.1	Introduction	95
4.2	Représentation bond graph d'un problème couplé d'inversion-optimisation	95
4.2.1	Formulation du problème couplé d'inversion-optimisation	95
4.2.2	Procédure d'obtention du modèle bond graph optimisant	96
4.2.3	Démonstration relative à la procédure	100
4.2.4	Exemple	111
4.2.5	Conclusion sur la procédure	114
4.3	Extension de la procédure au cas des dissipations non linéaires	115
4.3.1	Formulation du problème	115
4.3.2	Extension de la procédure	116
4.3.3	Démonstration	119
4.3.4	Exemple	122
4.4	Conclusion	124

5	Conception d'une architecture hybride de reach stacker	126
5.1	Introduction	128
5.2	Amélioration du point de fonctionnement du moteur thermique	128
5.2.1	Équipements	128
5.2.2	Chaîne de transmission	130
5.3	Solutions de récupération de l'énergie potentielle	132
5.3.1	Introduction	132
5.3.2	Système de récupération sans transformateur	134
5.3.3	Système avec transformateur couplé au moteur thermique	139
5.3.4	Système avec transformateur indépendant	143
5.3.5	Choix d'une solution de récupération d'énergie potentielle	146
5.4	Évolution de la chaîne de transmission	147
5.4.1	Architectures étudiées	147
5.4.2	Comparatif énergétique des topologies	148
5.5	Hybridation d'une transmission mécanique	152
5.5.1	Architectures hybrides envisagées	152
5.5.2	Commande du KERS	154
5.5.3	Évaluation des performances du KERS	155
5.6	Reach stacker hybride global	160
5.6.1	Architecture hybride globale	160
5.6.2	Gestion de la restitution d'énergie	161
5.6.3	Analyse des performances	161
5.7	Conclusion	165
6	Développement d'un banc de test d'un système de récupération d'énergie potentielle	168
6.1	Introduction	169
6.2	Commande du système de récupération d'énergie potentielle du reach stacker	169
6.2.1	Commande linéaire avec <i>feedforward</i>	169
6.2.2	Commande par linéarisation entrées-sorties	175
6.2.3	Résultats de simulation	179
6.3	Implémentation de la commande sur un banc d'essai	182
6.3.1	Présentation du banc d'essai	182
6.3.2	Commande du vérin de charge	185
6.3.3	Mise en œuvre de la commande du système de récupération de l'énergie	190
6.4	Conclusion	200
	Conclusion générale	202
A	Circuit hydraulique complet	208
B	Modélisation du reach stacker	210
B.1	Modèle de convertisseur de couple	210
B.2	Modèle de boîte de vitesses	211

B.3	Modèle de pompe hydraulique	212
C	Méthodes d'allocation de contrôle	214
C.1	Introduction	215
C.2	Position du problème	215
C.3	Méthodes d'allocation de contrôle	217
C.3.1	Allocation directe (direct control allocation)	217
C.3.2	Allocation en Daisy-chaining	218
C.3.3	Allocation par pseudo-inverse	218
C.3.4	Autres méthodes	219
C.4	L'allocation de contrôle pour la spécification de composant	219
C.5	Conclusion	222
D	Inversion de modèle en bong graph	223
D.1	Critères d'inversibilité	223
D.2	Exemple de vérification des critères d'inversibilité	225
E	Dualisation partielle sur un modèle linéaire	228
E.1	Dualisation partielle	228
E.1.1	Dualisation totale d'éléments \mathbb{R} multiports	229
E.1.2	Dualisation partielle d'éléments \mathbb{R} multiports	229
E.1.3	Application du principe de dualisation partielle à la construction de modèle bond graph optimisant	230
F	Application de la procédure d'inversion-optimisation en bond graph	234
G	Caractéristiques du banc d'essai	236
G.1	Caractéristiques des composants	236
G.2	Capteurs et instrumentation	236
G.3	Détermination de la charge à imposer	238
	Références bibliographiques	240

Introduction générale

L'intensification des échanges intercontinentaux initiée après la Seconde Guerre mondiale a mené à un essor économique sans précédent des pays occidentaux, jusque dans les années 1980. Depuis, les pays émergents comme la Chine, le Brésil ou l'Inde poursuivent cette dynamique de mondialisation, notamment grâce à la délocalisation des lieux de production. Les biens et les produits manufacturés faisant l'objet de ce commerce sont majoritairement transportés par navires, et ce de manière « conteneurisée ». Cette standardisation du conditionnement pour le transport, qui a débuté dans les années 1970¹, a facilité la diversification et l'intensification de ces échanges. Les conteneurs sont en effet conçus pour différents modes de transport (maritime, ferroviaire et routier), réduisant par conséquent les temps de déchargement et de transbordement.

Ainsi, plusieurs milliers de portes-conteneurs (5500 en 2011) parcourent les océans à travers le monde afin d'acheminer les marchandises du lieu de production vers le lieu de consommation. En 2011, la capacité totale déployée sur les mers par les compagnies maritimes était de 16 millions d'EVP (Équivalent Vingt Pieds, référence en termes de taille de conteneur) [CETMEF, 2011], avec une capacité moyenne par navire de 2900 EVP (figure 1).

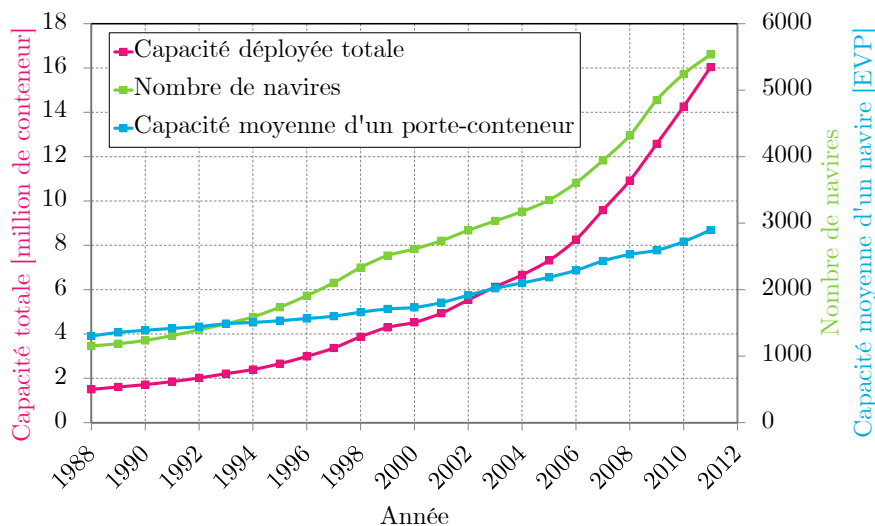


FIGURE 1 – Capacité mondiale de transport de conteneurs

La course au gigantisme des navires porte-conteneurs, lancée depuis le début des années 2000, nécessite une adaptation des ports afin d'accueillir des bateaux toujours plus grands. Les zones de stockage doivent notamment être dimensionnées en conséquence, tout comme les dessertes terrestres.

1. L'armée américaine l'a largement déployée à la fin de la guerre du Viêt Nam.

Les grands terminaux d'Asie peuvent par exemple compter jusqu'à 30 lignes d'accès routier.

Après avoir été déchargé du navire porte-conteneurs, le conteneur est manutentionné jusqu'à sa zone de stockage pour être ensuite dirigé vers son prochain mode de transport. Ces opérations requièrent l'utilisation d'engins spécialisés capables de déplacer des charges allant jusqu'à 45 tonnes sur des distances de plusieurs centaines de mètres. Tout comme les armateurs employant des navires de plus en plus grands afin de réaliser des économies d'échelle, les compagnies exploitant les terminaux à conteneurs cherchent en permanence à accroître leur productivité. C'est pourquoi les performances des machines réalisant la manutention des conteneurs sont primordiales lorsqu'il s'agit de s'équiper de tels engins. Néanmoins, ceux-ci ont également un coût d'achat et un coût d'utilisation² que l'on peut inclure dans un coût global de possession appelé TCO (Total Cost of Ownership). Ainsi, le choix de la machine se trouve être un compromis entre un gain de productivité souhaité et un coût de possession acceptable.

On observe par ailleurs une tendance à l'automatisation des opérations au niveau du quai, du parc de stockage, ainsi que de la zone de livraison. Alors qu'un terminal à bas niveau d'automatisation nécessite encore de rentrer les opérations manuellement sur le logiciel de gestion, un terminal à haut niveau d'automatisation emploie majoritairement des engins automatisés possédant un système de reconnaissance de conteneurs. La tendance observée va en la faveur de l'automatisation des ports, notamment dans les pays où la main-d'œuvre représente une part importante du coût de fonctionnement. L'automatisation a également pour objectif de fiabiliser les opérations et d'augmenter la productivité. On notera cependant que ce dernier point est à nuancer. En effet, les solutions actuellement existantes en termes d'automatisation n'ont pas démontré de gain de productivité notable en comparaison d'une solution dite « manuelle ». Bien qu'un système automatisé puisse travailler 7 jours sur 7 et 24h sur 24, il nécessite tout de même des ressources humaines importantes pour la gestion du système informatique qui s'est largement complexifié. On observe également un manque de flexibilité qui ralentit les opérations en cas de perturbation.

Les ports, peu ou partiellement automatisés, emploient donc encore de nombreux opérateurs humains afin de réaliser les opérations de manutention de conteneurs. Les engins utilisés dans ce cas ont le plus souvent un moteur diesel comme dispositif de fourniture d'énergie. Au-delà du faible coût de cette technologie lié à l'emploi massif des carburants fossiles, la densité énergétique élevée du carburant issu du pétrole permet une autonomie importante. Ces machines entrent dans la catégorie des engins non routiers, puisque l'on définit ceux-ci comme *toute machine mobile, tout équipement industriel transportable ou tout véhicule, pourvu ou non d'une carrosserie, non destiné au transport routier de passagers ou de marchandises, sur lequel est installé un moteur à combustion interne* [Parlement Européen, 1997].

Alors qu'une automobile dotée d'un moteur diesel consomme environ 1000 L de carburant pour parcourir 20 000 km (distance annuelle fréquente), un engin de manutention de conteneurs peut consommer jusqu'à 100 000 L lorsque celui-ci est exploité à hauteur de 5000 h/an. L'importance des émissions de polluants et de GES (Gaz à Effet de Serre) liées plus généralement aux engins non routiers est donc observée de près depuis le milieu des années 1990. En effet, des normes visant à limiter l'émission de certains gaz comme les oxydes d'azote (NOx), les hydrocarbures imbrûlés (HC), le monoxyde de carbone (CO) ou encore les particules fines (PM) ont été mises en place. La figure 2 présente le calen-

2. Le carburant, la maintenance et la main-d'œuvre nécessaires au fonctionnement de la machine sont les trois postes budgétaires contributeurs principaux au coût d'utilisation.

drier de mise en application de ces normes, pour l'Europe d'une part (normes Stage), et les États-Unis d'autre part (normes Tier).

EU

kW	(HP)	2009	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	2017	
18 - 36	(24 - 48)	8.0 / 1.5 / 5.5 / 0.8				(7.5) / 5.5 / 0.6					
37 - 55	(49 - 74)	7.0 / 1.3 / 5.0 / 0.4				(4.7) / 5.0 / 0.4					
56 - 74	(75 - 99)	6.0 / 1.0 / 5.0 / 0.3				(4.0) / 5.0 / 0.3					
75 - 129	(100 - 173)	6.0 / 1.0 / 3.5 / 0.2				(4.0) / 3.5 / 0.2					

Stage II ■
Stage IIIA ■

U.S.

kW	(HP)	2009	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	2017	
0 - 7	(0 - 10)	(7.5) / 6.6 / 0.40									
8 - 18	(11 - 24)	(7.5) / 5.5 / 0.30									
19 - 36	(25 - 48)	Opt T41 0.30 PM: 37-55 kW				(4.7) / 5.0 / 0.03					
37 - 55	(49 - 74)	(4.7) / 5.0 / 0.40: 37-74 kW				3.4 / 0.19 / 5.0 / 0.02		0.40 / 0.19 / 5.0 / 0.02			
56 - 74	(75 - 99)	(4.0) / 5.0 / 0.30				3.4 / 0.19 / 5.0 / 0.02		0.40 / 0.19 / 5.0 / 0.02			
75 - 129	(100 - 173)	(4.0) / 3.5 / 0.20				2.0 / 0.19 / 3.5 / 0.02		0.40 / 0.19 / 3.5 / 0.02			
130 - 224	(174 - 301)	(4.0) / 3.5 / 0.20				2.0 / 0.40 / 3.5 / 0.10		3.5 / 0.19 / 3.5 / 0.04			
225 - 449	(302 - 602)	(4.0) / 3.5 / 0.20				0.67 / 0.40 / 3.5 / 0.10 ^a		0.67 / 0.19 / 3.5 / 0.03 ^b			
450 - 560	(603 - 751)	(4.0) / 3.5 / 0.20				2.0 / 0.40 / 3.5 / 0.10		3.5 / 0.19 / 3.5 / 0.04			
>506*	(>751)*	(6.4) / 3.5 / 0.20				0.67 / 0.40 / 3.5 / 0.10 ^a		0.67 / 0.19 / 3.5 / 0.03 ^b			

Tier 2 ■
Tier 3 ■
Tier 4 Interim ■
Tier 4 Final ■

Légende :

NOx / HC / CO / PM (g/kW-hr)
(NOx + HC) / CO / PM (g/kW-hr)
Conversion: g/kW-hr x 0.7457 = g/bhp-hr
Normes séparées NOx et HC,
séparées par une barre oblique
Normes combinées NOx et HC,
indiquées entre parenthèses « () ».

FIGURE 2 – Calendrier des réglementations d'émissions non routières en Europe et aux États-Unis (source : www.cummins.com)

On notera que ces normes ne stipulent aucune restriction en termes d'émissions de dioxyde de carbone (CO₂) qui sont directement liées à la quantité de carburant consommé. Le respect de ces réglementations a mené à des évolutions technologiques non négligeables sur les moteurs thermiques. On distingue aujourd'hui plusieurs technologies :

- la technologie EGR (Exhaust gas recirculation), ou recirculation des gaz d'échappement, permet de réduire la production d'oxyde d'azote en redirigeant une partie des gaz d'échappement vers le collecteur d'admission. La diminution de la proportion d'oxygène ainsi que la réduction de la température de combustion mènent alors à une production de NO_x amoindrie,
- le filtre à particule permet de retenir les particules fines nocives pour l'homme, dont la taille se situe entre 10 nm et 1 μm,
- la technologie SCR (Selective Catalytic Reduction), ou réduction catalytique sélective, transforme les oxydes d'azote en azote et en eau par l'introduction d'un mélange d'eau et d'urée synthétique.

La complexification des moteurs engendrée par la mise en place de ces technologies génère une augmentation des coûts de production, et pose également des problèmes de fiabilité et de maintenance.

Pour rester compétitif et améliorer le TCO de ses clients exploitants, tout en respectant ces restrictions, le fabricant d'engins mobiles portuaires dispose de plusieurs leviers :

- la réduction du coût de fabrication afin de faire baisser le prix de vente. Le besoin fort en qualité ainsi que l'automatisation déjà élevée de la production rend cette solution difficile à mettre en œuvre,
- la réduction de la maintenance de la machine. Cela signifie souvent employer des composants de qualité supérieure, impactant directement le prix de vente. Un compromis est à trouver ici,
- l'automatisation de la machine afin de réduire le coût de main-d'œuvre. Nous avons vu précé-

demment que cet argument est discutable du point de vue de la flexibilité en phase d'opération perturbée,

- la réduction de la consommation de carburant, qui est très souvent le premier poste de dépense pour les engins.

Dans ce contexte, la société Terex, qui conçoit et fabrique tout types d'engins mobiles, a souhaité mettre en place un nouvel axe de développement visant à la conception d'un engin de manutention de conteneur appelé reach stacker, dont la consommation de carburant serait notoirement réduite. Pour ce faire, elle s'est associée au laboratoire Ampère (INSA Lyon) ainsi qu'au laboratoire Roberval (UTC) afin d'apporter une réponse globale à cette problématique. L'objectif de réduction de consommation de carburant s'est alors décliné en différents sous-objectifs pour ce travail de thèse. Tout d'abord, la première étape vise à réaliser un diagnostic énergétique complet de la machine afin d'identifier les éléments ou groupes d'éléments les plus énergivores, mais aussi d'appréhender au mieux l'impact des lois de commande sur les performances énergétiques. À partir de ce constat, plusieurs architectures de chaînes d'actionnement sont alors envisagées. Nous voyons notamment que celles-ci sont dites hybrides étant donné qu'elles combinent plusieurs sources d'énergie. On observe alors un couplage fort entre le choix de l'architecture, du dimensionnement des composants ainsi que de la loi de commande sur les performances dynamiques et l'efficacité énergétique du système. De plus, l'ajout d'une seconde source d'énergie complexifie également les lois de commandes. En effet, il n'y a plus un moyen unique d'apporter de l'énergie à l'actionneur, mais une multiplicité de vecteurs énergétiques. On a donc besoin de spécifications supplémentaires pour construire une loi de commande adéquate. Finalement, considérant un cahier des charges dont les spécifications sont de natures diverses, des outils de conception plus performants sont alors nécessaires afin de spécifier au mieux ces chaînes d'actionnement.

En 1997, Fotsu-Ngwompo [Fotsu-Ngwompo, 1997] a proposé une méthodologie d'inversion de modèle dynamique pour la spécification de composants et de commandes. Connaissant l'évolution des sorties d'un système (celles-ci étant imposées par le cahier des charges), il est alors possible de déterminer l'évolution des entrées. On obtient ainsi les informations requises pour dimensionner au mieux le système menant aux performances désirées. Cette méthodologie s'appuie sur l'outil de modélisation bond graph. Celui-ci est en effet adapté pour représenter la manière dont les flux d'énergie transitent entre différents phénomènes physiques. Par ailleurs, le bond graph permet de traiter les problèmes d'inversion aisément comme nous le verrons au chapitre 3. Par la suite, Marquis-Favre *et al.* proposent dans [Marquis-Favre *et al.*, 2008] d'élargir le type de problème que le bond graph peut représenter afin d'assister le concepteur. En effet, au lieu de représenter un problème d'inversion pour prendre en compte une trajectoire en fonction du temps comme spécification, les auteurs proposent de représenter un problème d'optimisation. Autrement dit, la spécification du cahier des charges prise en compte est un critère à minimiser. La combinaison de trajectoire en sortie et d'un critère à minimiser a été abordée par Jardin dans [Jardin, 2010]. Elle propose une méthodologie permettant de représenter un problème couplé d'inversion et d'optimisation. Cependant, la classe de problème traitée s'avère relativement restreinte. Un objectif de nos travaux de recherche est donc également d'élargir la classe de problème que peut représenter le formalisme bond graph. L'idée est de proposer un outil d'aide à la conception permettant la prise en compte de spécifications de natures diverses, mais aussi d'appréhender des systèmes possédant plus d'entrées de commande que de sorties.

Afin de traiter les objectifs énoncés précédemment, ce document s'articule autour de six chapitres.

Le premier chapitre présente le cas d'étude qu'est le reach stacker, sa place dans les terminaux à conteneurs ainsi que les différentes chaînes d'actionnement qui le composent. Son fonctionnement y est expliqué, puis les étapes clés de la modélisation sont exposées.

Dans le deuxième chapitre, une analyse énergétique de la machine est présentée. Chaque chaîne d'actionnement est étudiée au regard d'un profil de mission type représentatif de l'utilisation de la machine. Cette analyse mène alors à plusieurs voies d'amélioration, du point de vue de l'architecture, du dimensionnement et de la commande. Les architectures potentiellement les plus adaptées sont ensuite présentées en apportant les avantages et inconvénients de chacune. Des autres voies d'amélioration découlent des verrous technologiques et scientifiques, verrous auxquels les chapitres suivants tentent de répondre.

Dans le troisième chapitre, nous proposons un état de l'art des méthodes et outils permettant la spécification de composants et de leurs entrées de commande. On s'intéresse en particulier aux systèmes sur-actionnés, où plusieurs entrées agissent sur une même sortie. Cette situation, typique des architectures hybrides, se retrouve également dans d'autres types de systèmes comme les systèmes redondants. Nous nous focalisons dans un premier temps sur l'inversion de modèle, et plus précisément sur sa mise en œuvre en bond graph. Ensuite, afin de balayer l'ensemble des possibilités offertes par le bond graph, nous revenons sur la représentation d'un problème d'optimisation d'une part, puis sur le couplage entre inversion et optimisation. Les limitations de ce couplage sont mises en lumière à travers un exemple. Nous voyons en particulier que cette méthode ne permet pas de faire intervenir les entrées inversées et certaines dissipations d'énergie dans le critère à minimiser.

Le quatrième chapitre présente les contributions méthodologiques majeures de ce travail de thèse. Dans un premier temps, nous proposons une procédure permettant de représenter, par l'intermédiaire d'un bond graph augmenté, un problème couplé d'inversion-optimisation. Afin de démontrer le bien-fondé de cette procédure, nous employons le principe du maximum de Pontryagin appliqué à un système linéaire général exprimé selon une formulation hamiltonienne à ports. Dans un second temps, une extension de la procédure de construction d'un bond graph représentatif d'un problème d'optimisation initialement proposée par Jardin [Jardin, 2010] est présentée. Cette extension offre la possibilité d'intégrer des phénomènes dissipatifs ayant un comportement non linéaire.

Le cinquième chapitre revient ensuite sur le cas d'étude. Nous levons notamment les verrous technologiques liés à la conception d'un engin hybride. Une combinaison cohérente d'évolutions en termes d'architecture, de dimensionnement et de commande est proposée. Dans un premier temps, nous montrons qu'un redimensionnement des organes entraînés par le moteur thermique, couplé à une évolution des stratégies de commande, mène à une réduction non négligeable de la consommation de carburant, grâce à un fonctionnement du moteur thermique sur une zone à rendement plus élevé. Dans un second temps, différentes solutions de récupération d'énergie sont modélisées et analysées afin de déterminer la plus adaptée. En particulier, la solution de récupération d'énergie potentielle retenue concerne un transformateur hydraulique disposé en parallèle. Enfin, les résultats plus globaux en termes de gains de consommation, mais aussi de couplage entre les systèmes additionnels liés à l'hybridation sont évoqués.

Le chapitre 6 présente le développement d'une commande linéaire par *feedforward* qui est notamment comparée à une commande par linéarisation entrée-sortie. La commande linéaire par *feedforward* est ensuite implémentée sur un banc d'essai qui reproduit le fonctionnement d'une des chaînes d'actionnement munie du système de récupération d'énergie. Après avoir décrit le fonctionnement du

banc d'essai, les performances dynamiques et énergétiques sont analysées. Les bons résultats obtenus rendent cette solution implémentable sur un prototype complet.

En conclusion, nous proposons une synthèse des contributions de ce travail de thèse. Nous proposons également quelques perspectives, que ce soit sur les aspects méthodologiques ou bien sur la suite à donner pour le développement de cet engin hybride.

Ces travaux ont débuté le 1^{er} septembre 2013 et ont fait l'objet de plusieurs publications :

Conférences internationales avec comité de lecture

Schaep, T., Marquis-Favre, W., Bideaux, E., Noppe, E., Rodot, P., Bernigaud, J.-C. et Langlois, V. (2014). Bond graph modelling and energy flow analysis of a reach stacker. *In Proceedings of The 8th FPNI Ph.D Symposium on Fluid Power, FPNI2014, Lappeenranta, Finlande*

Schaep, T., Marquis-Favre, W., Bideaux, E., Noppe, E., Rodot, P., Bernigaud, J.-C. et Langlois, V. (2015). Improving energy efficiency of a reach stacker using a potential energy recovery system. *In Proceedings of The 14th Scandinavian International Conference on Fluid Power, SICFP2015, Tampere, Finlande*

Schaep, T., Marquis-Favre, W., Bideaux, E., Noppe, E., Rodot, P., Bernigaud, J.-C. et Langlois, V. (2016). Combined potential and kinetic energy recovery applied to a reach stacker. *In Proceedings of The 9th FPNI Ph.D Symposium on Fluid Power, FPNI2016, Florianopolis, Brésil*

Chapitre 1

Présentation et modélisation du reach stacker

Sommaire

1.1	Introduction	9
1.2	Principe de fonctionnement d'un reach stacker	9
1.2.1	Utilisation	9
1.2.2	Architecture	11
1.2.2.1	Généralités	11
1.2.2.2	Chaîne de transmission	12
1.2.2.3	Circuit hydraulique	14
1.3	Modélisation système	16
1.3.1	Modèle multicorps	16
1.3.2	Chaîne de transmission	18
1.3.2.1	Moteur thermique	18
1.3.2.2	Convertisseur de couple	19
1.3.2.3	Autres éléments de la CdT	20
1.3.2.4	Résistance au roulement	20
1.3.3	Circuit hydraulique	22
1.3.3.1	Modélisation bond graph d'un distributeur proportionnel	22
1.3.3.2	Modélisation bond graph d'un vérin hydraulique	24
1.3.3.3	Modélisation des autres composants	24
1.3.4	Modélisation des systèmes auxiliaires	25
1.4	Conclusion	25

1.1 Introduction

L'évolution des normes environnementales combinée à la volonté des constructeurs d'engins de proposer aux exploitants des machines ayant des coûts de possession les plus faibles possibles, conduit au développement de solutions permettant la réduction des émissions de polluants. La conception de nouveaux engins nécessite le passage par plusieurs grandes étapes, dont chacune devra résoudre un certain nombre de verrous, qu'ils soient techniques ou scientifiques. Ce chapitre a donc pour objectifs de présenter le cas d'étude, ses conditions de fonctionnement ainsi que son architecture. La caractérisation des dissipations d'énergie passe alors par une modélisation complète de l'engin, dont les composants majeurs sont exposés en détails dans la seconde partie de ce chapitre.

1.2 Principe de fonctionnement d'un reach stacker

1.2.1 Utilisation

Que ce soit par voie maritime ou ferroviaire, le transport de marchandises par conteneurs est en forte croissance depuis de nombreuses années (voir figure 1.1). On l'explique notamment par le développement commercial des pays émergents comme la Chine ou encore le Brésil. En 2013, environ 650 millions de conteneurs ont été manutentionnés dans le monde entier, que ce soit pour le stockage, le chargement ou le déchargement de porte-conteneurs ou encore de trains.

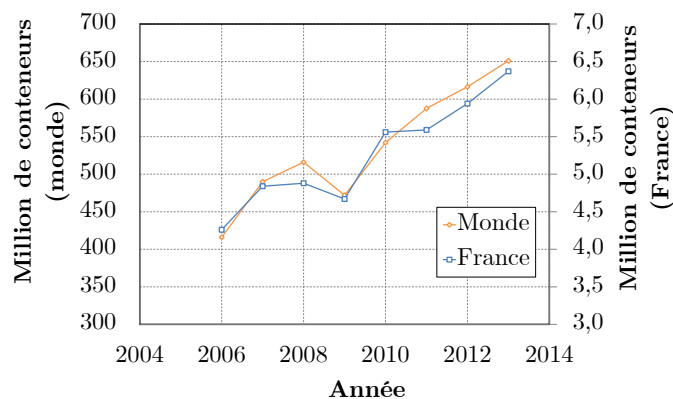


FIGURE 1.1 – Nombre de conteneurs manutentionnés en France et dans le monde

Pour réaliser ces opérations de manutention intermédiaires aux longues distances, de nombreux engins sont à la disposition des sociétés de transport de marchandises. On distingue globalement trois catégories de machines [CETMEF, 2011] :

- Les portiques montés sur rails (ou rail mounted gantries, voir figure 1.2 (a)) permettent une densité de stockage très importante puisqu'ils ne nécessitent pas de couloir entre les rangées et peuvent empiler jusqu'à 5 conteneurs. En outre, ils sont actionnés de manière électrique ce qui signifie qu'ils n'émettent aucun polluant sur la zone d'exploitation. Ceux-ci requièrent toutefois un équipement de manutention complémentaire pour acheminer les conteneurs jusqu'à la zone de stockage.
- Les chariots cavaliers (ou straddle carriers, voir figure 1.2 (b)) ont une capacité d'empilage plus faible que les portiques sur rails et nécessitent un couloir entre chaque rangée de conteneurs.



(a) Portique sur rails
(Rail mounted gantry)

(b) Chariot cavalier
(straddle carrier)

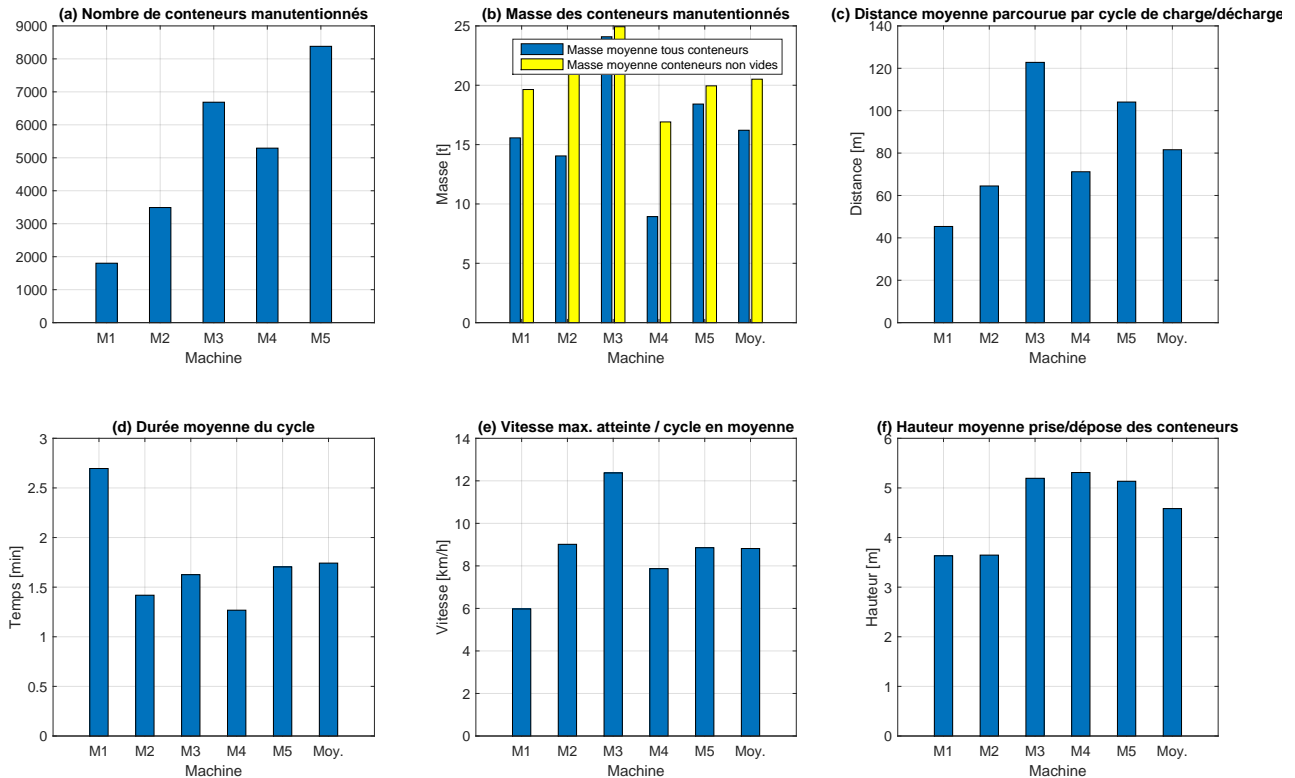
(c) Reach stacker

FIGURE 1.2 – Principaux engins portuaires pour la manutention de conteneurs (source : www.terex.com)

Étant cependant montés sur pneus, ils se révèlent plus flexibles puisqu'ils peuvent manœuvrer sur toute la zone de stockage. Cette capacité de déplacement nécessite une autonomie énergétique qui se traduit par la présence d'un moteur thermique comme dispositif de fourniture d'énergie.

- Les reach stackers (figure 1.2 (c)) requièrent un couloir important entre les rangées de conteneurs pour manœuvrer, mais ceux-ci sont capables d'empiler jusqu'à six conteneurs en hauteur et sur quatre rangées. Ils s'avèrent également intéressants sur des plateformes intermodales dans la mesure où ils peuvent charger et décharger des camions ou des trains sans infrastructure particulière. Enfin, tout comme les chariots cavaliers, les reach stackers sont munis d'un moteur diesel pour l'actionnement de la chaîne de transmission et des équipements.

En somme, les reach stackers se révèlent indispensables sur les ports et les plateformes intermodales de par leur flexibilité, bien qu'ils ne soient pas les engins majoritairement utilisés pour réaliser le stockage de conteneurs. Pour définir plus précisément les conditions d'utilisation de ces engins, il est donc nécessaire d'analyser la manière dont les exploitants emploient leurs machines. Pour ce faire, nous disposons de statistiques d'utilisation sur cinq machines situées sur deux ports en Europe et aux États-Unis pendant trois à quatre mois (figure 1.3), représentant un total de plus de 25 000 conteneurs manutentionnés, comme montré sur la figure 1.3(a). Le graphique (b) présente la charge moyenne déplacée, mais aussi la masse moyenne des conteneurs non-vides. On peut voir que ceux-ci sont majoritairement chargés à plus de 20t, ce qui est un bon indicateur pour la construction d'une mission type. En revanche la distance moyenne parcourue par cycle donné sur la figure (c) est très variable selon les machines et probablement associée à la vitesse maximale atteinte en moyenne (e). En effet, si les distances à parcourir sont faibles, le véhicule ne dispose pas de suffisamment de temps pour monter en vitesse. Enfin, le graphique (f) présente la hauteur moyenne de prise et dépose des conteneurs. Celle-ci se situe entre 4m et 5m correspondant à un empilage moyen en deuxième hauteur de conteneur. L'ensemble de ces données nous permettra par la suite de construire un cycle type d'utilisation, mais aussi de valider le cahier des charges pour la conception de l'engin hybride.

FIGURE 1.3 – Mesures par jour de l'utilisation de différents reach stackers (M_i : machine i)

1.2.2 Architecture

1.2.2.1 Généralités

Un reach stacker est un engin non-routier conçu pour la manutention de conteneurs et nécessitant un opérateur pour être piloté. Il est monté sur deux essieux : le pont avant réalise la traction et est muni de quatre roues pour supporter les fortes charges, tandis que l'essieu arrière permet la direction, offrant un rayon de braquage élevé. L'empattement typique se situe aux alentours de 6 m, compromis entre une charge maximale importante et un encombrement limité. On notera également la présence d'un contrepoids à l'arrière du véhicule autorisant la manutention de charges plus élevées sans risque de basculement. La masse totale de l'engin à vide se situe aux alentours de 80 tonnes selon les versions.

Pour réaliser les opérations de manutention, le véhicule est doté d'un bras télescopique constitué de deux éléments (voir figure 1.4). Lorsque la tête de flèche est rentrée, le bras mesure environ 10m avec une course de 8m, soit 18m de longueur totalement télescopé. Cette flèche peut être levée pour atteindre ou déposer des charges en hauteur. La plage angulaire de la flèche va de 0 degré à 65 degrés pour atteindre les conteneurs les plus hauts. Finalement, en bout de flèche on distingue un élément appelé spreader qui réalise l'interfaçage entre la machine et le conteneur. Cet organe multifonction permet notamment d'arrimer des conteneurs de toutes tailles grâce à un système de verrouillage rotatif (twist-lock) et d'amortir les mouvements de ceux-ci lorsque le véhicule est en déplacement. Pour mettre en mouvement les équipements décrits précédemment, on peut distinguer trois lignes d'actionnement principales ayant toutes pour unique source d'énergie un moteur diesel :

- la chaîne de transmission permettant le déplacement du véhicule,

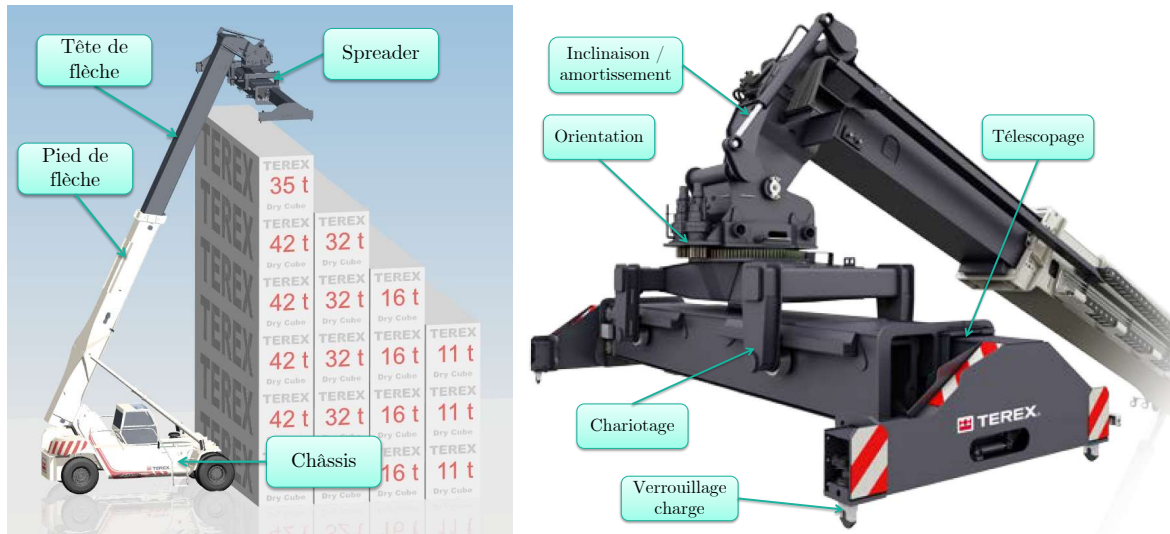


FIGURE 1.4 – Présentation générale du reach stacker et de son spreader

- le circuit hydraulique de relevage de la flèche,
- le circuit hydraulique de télescopage de la flèche.

Finalement, des sous-systèmes auxiliaires sont également présents pour réaliser des fonctions annexes :

- le circuit hydraulique pour l'actionnement du spreader : orientation, inclinaison, chariotage, télescopage, verrouillage de la charge,
- le circuit hydraulique de direction,
- le circuit hydraulique de freinage,
- le circuit hydraulique de la boîte de vitesses,
- l'alternateur.

Ces organes sont relativement peu énergivores et nous verrons dans la section 1.3 de quelle manière ils sont pris en compte dans la modélisation multiphysique.

La section suivante propose une description plus précise de la composition de la chaîne de transmission et de ses caractéristiques générales, tandis que la section 1.2.2.3 traitera quant à elle du circuit hydraulique et de ses composants principaux.

1.2.2.2 Chaîne de transmission

Il existe de nombreux types de chaîne de transmission (CdT) pour les véhicules lourds comme les transmissions hydrostatiques [Calloch *et al.*, 2003] ou les transmissions de type « Powersplit » [Anderl *et al.*, 2012], mais la majorité des constructeurs de reach stacker préfère encore aujourd'hui employer des chaînes de transmission mécaniques. En effet, celles-ci nécessitent peu de maintenance et les très nombreuses années d'utilisation en font une technologie bon marché et mature, offrant un taux de panne faible pour des performances intéressantes.

La figure 1.5 montre les organes majeurs d'une chaîne de transmission mécanique d'un reach stacker. Le moteur thermique, capable de développer une puissance de 235kW, entraîne un convertisseur de couple qui joue le rôle combiné d'embrayage et de réducteur. Celui-ci transmet ensuite l'énergie mécanique à une boîte de vitesses à quatre rapports, elle-même connectée à un différentiel qui distribue un couple identique sur deux trains épicycloïdaux logés dans les roues.

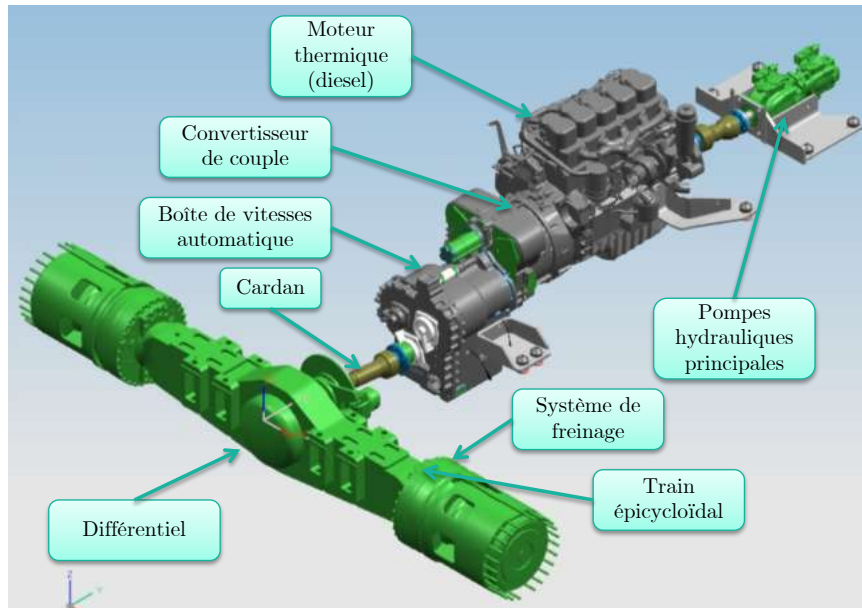
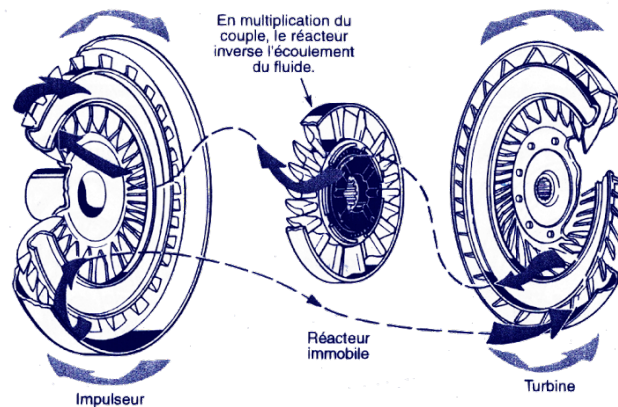


FIGURE 1.5 – Chaîne de transmission d'un reach stacker

FIGURE 1.6 – Schéma de principe d'un convertisseur de couple (source : www.torqueconverter.ca)

Il semble important de s'attarder sur le fonctionnement d'un convertisseur de couple [Calloch *et al.*, 2003] (figure 1.6) dans la mesure où il joue ici un rôle essentiel. Il est composé de trois éléments principaux : l'impulseur, le stator et la turbine. L'impulseur (ou pompe) entraîné par l'arbre moteur est constitué d'aubes mettant en mouvement un fluide hydraulique. L'énergie cinétique du fluide est ensuite transmise à la turbine ayant une structure similaire mais opposée à l'impulseur. Enfin, le stator « redresse » la direction du fluide avant que celui-ci ne retourne vers l'impulseur. Cette dernière action permet de réduire le couple nécessaire à la pompe pour réaccélérer le fluide. Le couple sur l'arbre de sortie (côté turbine) est par conséquent plus élevé que le couple d'entrée, ce qui explique la fonction de réducteur de ce composant. Cet accouplement fluïdique autorise par ailleurs un glissement (différence de vitesses) entre l'arbre d'entrée et l'arbre de sortie tout en augmentant le couple transmis. La figure 1.7 montre l'évolution du rendement et du ratio de couple sortie/entrée en fonction du glissement. En phase de démarrage, le rendement du convertisseur est proche de 0 puisque la vitesse en sortie est faible. Cependant, c'est dans cette zone de fonctionnement que le rapport de couple est le plus élevé.

Enfin, on observe que le rendement maximum du composant se situe à 90% mais sur une plage très réduite.

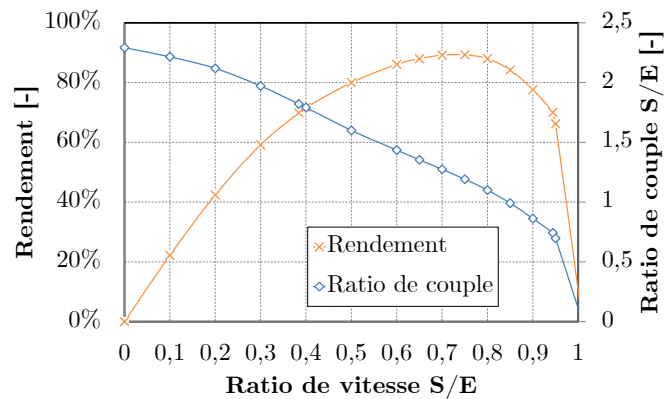


FIGURE 1.7 – Caractéristiques du convertisseur de couple

La boîte de vitesses offre quatre rapports de réduction en marche avant et marche arrière. Un circuit hydraulique indépendant actionne 6 embrayages pour la sélection de la marche avant/arrière et l'un des 4 rapports. Le conducteur peut s'il le souhaite choisir le rapport à engager ou bien laisser le calculateur de la machine prendre la décision. Le rapport de réduction total maximum (1^{er} rapport, réductions du différentiel et du train épicycloïdal incluses) est de 114,8, valeur qui peut être multipliée par 2,3 au démarrage grâce au convertisseur de couple.

Enfin, l'engin est équipé de roues jumelées à l'avant dont les pneumatiques ont un diamètre non chargé de 1,6m. L'ensemble des 4 roues permet une charge maximale sur l'essieu à l'arrêt de 120t à 140t suivant les modèles. Les pneumatiques remplissent aussi la fonction de suspension dans la mesure où aucun équipement dédié n'est installé.

Outre la chaîne de transmission, le moteur thermique entraîne deux pompes hydrauliques (visibles sur la figure 1.5) qui fournissent l'énergie nécessaire aux équipements. Le circuit hydraulique principal ainsi que les caractéristiques des actionneurs sont décrits plus amplement dans la section suivante.

1.2.2.3 Circuit hydraulique

Le circuit hydraulique a pour rôle de distribuer l'énergie hydraulique fournie par les pompes (figure 1.8 ①) vers les actionneurs finaux (figure 1.8 ⑦) selon la demande de l'utilisateur, nécessitant par conséquent le pilotage des pompes à cylindrées variables. La commande de cylindrée employée est appelée « à détection de charge » (figure 1.8 ③) ou « Load Sensing » (LS) [Kasper, 1980; Martin, 2016] et sera détaillée dans la section 1.3. L'opérateur commande la position des valves proportionnelles (figure 1.8 ②) qui modulent alors un débit vers les actionneurs. On notera la présence d'organes hydrauliques complémentaires sur la figure 1.8 :

- l'élément ④ est un limiteur de débit, actif uniquement en cas de survitesse lors de la descente du vérin de relevage,
- une valve ⑤ est présente sur le circuit de relevage ainsi que sur le circuit de télescopage. Active en sortie de tige et en situation non chargée, elle permet de rediriger le fluide sortant de la petite chambre directement vers la grande chambre. La différence de section assure un effort de poussée positif, mais avec un débit en entrée d'actionneur réduit pour une même vitesse de sortie de tige.

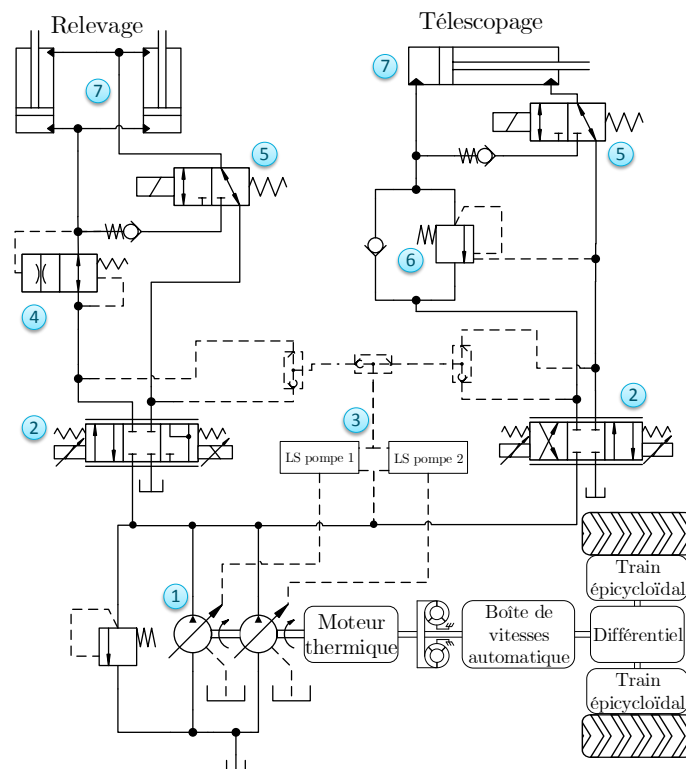


FIGURE 1.8 – Circuit hydraulique simplifié des équipements

- la valve d'équilibrage ⑥ est un élément de sécurité et de contrôle de la charge. En phase de montée, le fluide passe librement à travers le clapet anti-retour pour alimenter le vérin de télescopage. En rentrée de tige, une pression de pilotage provenant de la petite chambre autorise l'ouverture de la valve. Ainsi, que la charge soit menante ou menée, le distributeur proportionnel ② sera soumis à une pression de charge supérieure à la pression atmosphérique. D'autre part, la position de la valve dépend à la fois de la charge et de la pression de pilotage de telle sorte que si la charge est importante, une faible pression de pilotage sera nécessaire pour ouvrir la valve, et si la charge est légère, alors une pression de pilotage élevée est requise. Cela améliore la stabilité et permet un contrôle précis du mouvement. On notera l'importance du rapport de pilotage entre la charge et la pression de pilotage : il s'agit du rapport des surfaces soumises à chacune des deux pressions, dans notre cas ce ratio est de 1/8 (charge/pilotage).

Le circuit présenté ci-dessus est simplifié et ne reprend que les éléments principaux. Un schéma complet sur lequel apparaissent les circuits liés au spreader, à la direction et au freinage est disponible en Annexe A.

En somme, la machine étudiée peut donc être vue comme un système multiphysique faisant intervenir de la mécanique multicorps, de l'hydrostatique (équipements) et de l'hydrodynamique (convertisseur de couple). Dans la section suivante, nous présentons de quelle manière le modèle mathématique a été décomposé et quelles hypothèses de modélisation ont été effectuées pour représenter au mieux le comportement dynamique et énergétique de la machine sans apporter de complexité superflue.

1.3 Modélisation système

Dans le but de comprendre et d'analyser la manière dont les flux d'énergie transitent au sein du système et quels phénomènes engendrent des pertes d'énergie, un modèle dynamique représentatif a été construit. Il se divise en trois sous-modèles distincts et interconnectés : le modèle mécanique multicorps, le modèle de la chaîne de transmission et enfin celui du circuit hydraulique qui feront l'objet chacun d'une sous-section.

Le langage bond graph a été utilisé comme outil de modélisation pour les raisons suivantes. Tout d'abord, ce formalisme permet de représenter les flux d'énergie et de mettre en évidence les éléments de dissipation qui caractérisent les pertes. Cette caractéristique correspond de fait à notre besoin. De plus, il offre de nombreuses possibilités du point de vue de l'analyse et de l'exploitation, comme imposer un profil de mission en sortie via l'inversion de modèle dans le but de valider les hypothèses de modélisation par confrontation avec des mesures sur machine réelle.

1.3.1 Modèle multicorps

Le modèle multicorps a pour objectif de représenter la dynamique du véhicule de telle sorte que la charge sur les actionneurs soit représentative de la réalité. À partir de données géométriques ainsi que des masses et inerties, il est possible de construire un tel modèle en bond graph [Karnopp *et al.*, 2006] [Marquis-Favre, 1997]. La figure 1.9 présente un bond graph à mots sur lequel apparaissent les éléments que l'on a choisis de modéliser.

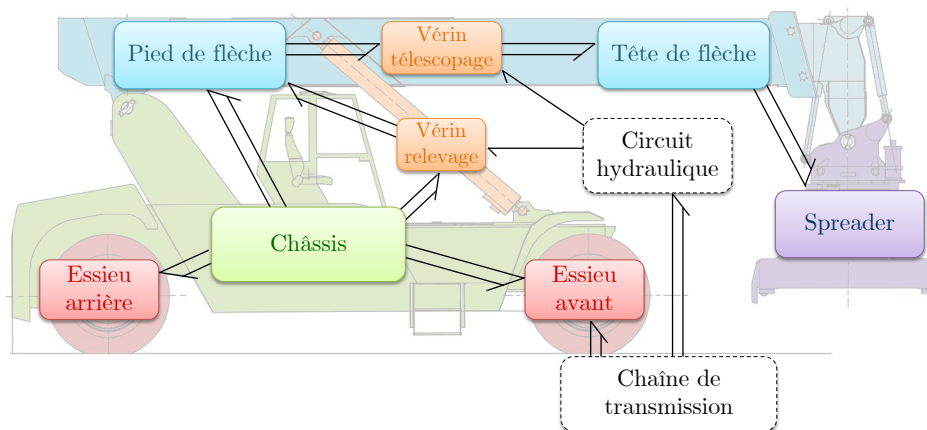


FIGURE 1.9 – Modèle multicorps en bond graph à mots

Nous exposons tout de même ici les différentes hypothèses sur les liaisons qui ont été réalisées (voir la figure 1.10 pour les points de référence) :

- les liaisons pivots aux points A, B, C, D, E et F sont supposées parfaites,
- la liaison glissière entre la pièce [2] et la pièce [2'] est soumise à un frottement.

Le modèle de frottement sur la liaison télescopage provient de mesures effectuées sur une machine de test. En effet, à partir du modèle multicorps et de la mesure de la force générée par le vérin de télescopage, il est possible de déduire l'effort de frottement¹. Les mesures sont effectuées à vitesse

1. Une seule mesure en rentrée de tige étant disponible, celle-ci menant à une force de frottement similaire par rapport à une sortie de tige, on fait alors l'hypothèse d'une symétrie de la force de frottement en phase de rentrée de tige.

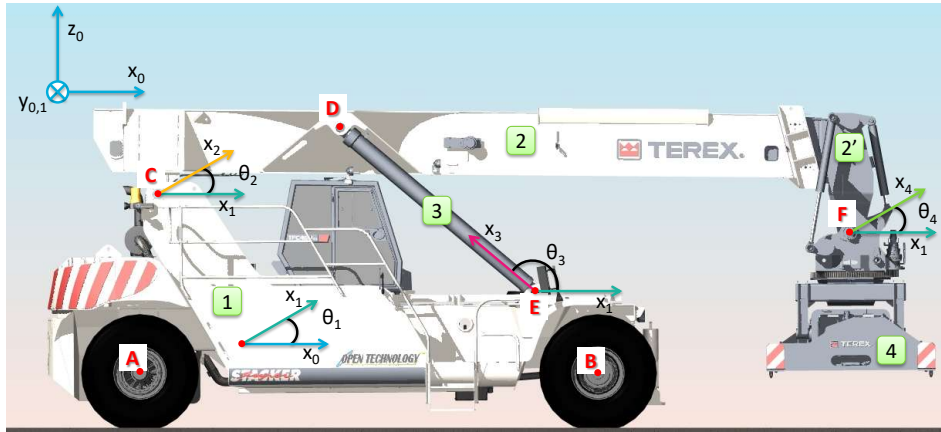


FIGURE 1.10 – Paramétrage du modèle multicorps

constante, soit $\frac{d^2 x_{2'}}{dt^2} = 0$, et d'autre part, l'angle de tangage est supposé nul, soit $\theta_1 \approx 0$. De plus, on fait l'hypothèse que l'ensemble {tête de flèche + spreader + conteneur} est une unique solide indéformable. Cette hypothèse est réaliste puisque le balancier créé par la liaison pivot au point F (figure 1.10) est amorti au démarrage de la sortie de tige par deux vérins hydrauliques au niveau du spreader (visibles sur la figure 1.10 également). On en déduit donc une force de frottement qui dépendra de trois paramètres : l'angle de flèche θ_2 , la longueur de flèche $x_{2'}$ et la masse du conteneur m_{cont} :

$$\begin{aligned} F_f &= \left(F_v - (m_{2'} + m_4 + m_{cont}) \frac{d^2 x_{2'}}{dt^2} - (m_{2'} + m_4 + m_{cont}) \cdot g \cdot \sin(\theta_1 + \theta_2) \right) \cdot \text{sign} \left(\frac{dx_{2'}}{dt} \right) \\ &= (F_v + (m_{2'} + m_4 + m_{cont}) \cdot g \cdot \sin(\theta_2)) \cdot \text{sign} \left(\frac{dx_{2'}}{dt} \right) \end{aligned}$$

où F_f [N] représente la force de frottement, F_v [N] la force développée par le vérin, m_i [kg] la masse de l'élément i (voir figure 1.10), m_{cont} [kg] la masse du conteneur transporté, $x_{2'}$ [m] la position longitudinale relative de la tête de flèche par rapport au pied de flèche², et enfin θ_i l'angle associé à l'élément i .

La figure 1.11 donne alors l'évolution de la force de frottement en fonction de l'angle et de la longueur de flèche, pour une charge de 27t.

Enfin, concernant la modélisation des pneumatiques, nous nous sommes basés sur un modèle simple masse+ressort+amortisseur. Cette hypothèse apporte du réalisme vis-à-vis des situations de pompage (lors des chargements par exemple), et permet également d'amortir le système étant donné qu'aucune suspension n'est présente.

Une fois le modèle mécanique multicorps établi, il est nécessaire de modéliser les chaînes d'actionnement qui permettent de le mettre en mouvement. Les deux sections suivantes traitent de la modélisation de la chaîne de transmission et du circuit hydraulique.

2. Dans le cas du véhicule à l'arrêt et sans mouvement de relevage.

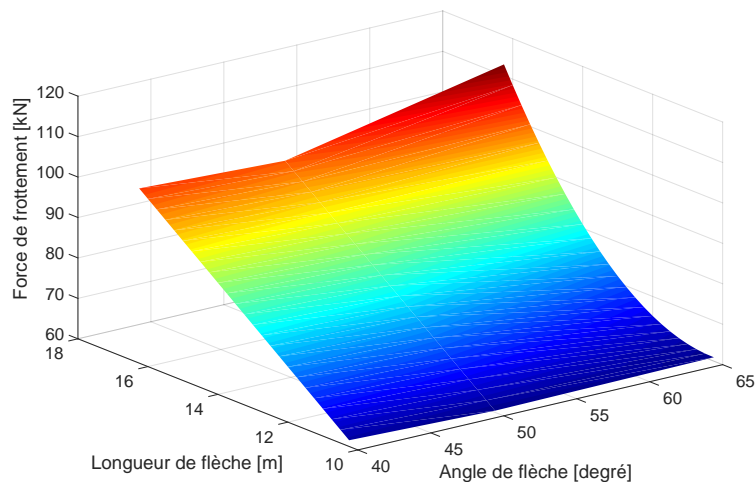


FIGURE 1.11 – Force de frottement au niveau de la liaison télescopage pour une charge de 27t et différents angles et longueurs de flèche

1.3.2 Chaîne de transmission

Cette section n'a pas pour objectif de décrire précisément les modèles de chaque composant constituant la CdT. En revanche, il s'agit de se focaliser sur les éléments les plus complexes. Les détails sur les modèles des composants sont toutefois disponibles en annexe B. Nous nous concentrons ici sur le moteur thermique, le convertisseur de couple ainsi que sur le modèle de résistance au roulement.

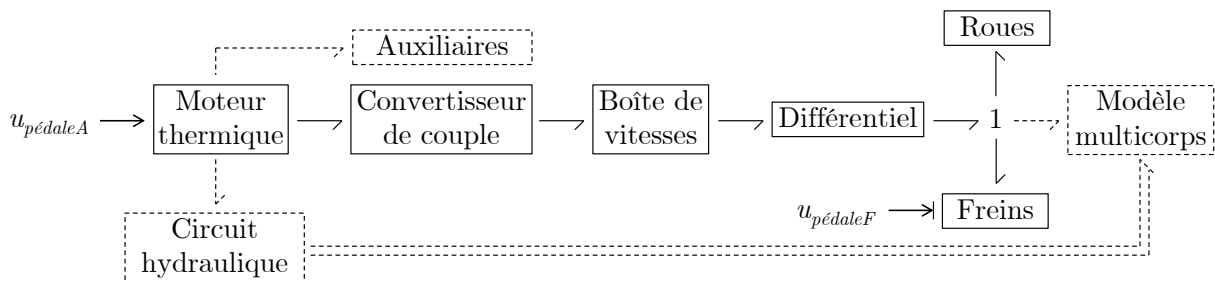


FIGURE 1.12 – Bond graph à mots de la chaîne de transmission mécanique

La figure 1.12 présente le bond graph à mots de la chaîne de transmission mécanique. On notera que le différentiel se résume à un simple réducteur³ car nous ne considérons que le mouvement longitudinal du véhicule, le chargement sur les deux roues étant supposé symétrique. Deux entrées de commande permettent le pilotage du système : $u_{pédaleA}$ représente la position de la pédale d'accélération, et $u_{pédaleF}$ la position de la pédale de frein. Dans la mesure où la boîte de vitesses est automatique, aucune entrée de commande sur le rapport à engager n'est considérée.

1.3.2.1 Moteur thermique

Modéliser précisément la dynamique d'un moteur à combustion interne s'avère être une tâche complexe dans le sens où il faut considérer les phénomènes de mécanique des fluides (admission/échappement/EGR)

3. Il représente l'étage de réduction lié au différentiel, mais aussi celui du train épicycloïdal logé au niveau de chaque roue.

ainsi que la thermodynamique liée à la combustion. Tout comme dans [Hrovat et Tobler, 1991] et [Lafite, 2004], nous choisissons de simplifier le modèle pour ne retenir que la dynamique principale.

Ainsi le calcul du couple exercé sur le vilebrequin est réalisé par un modèle quasi-statique exploitant les données du fabricant. On ajoute à cela une inertie J_m correspondant au vilebrequin et au volant d'inertie. En revanche, la raideur en torsion de l'ensemble n'est pas prise en compte ce qui signifie que l'on imposera une vitesse en sortie du moteur. Le modèle bond graph causal correspondant est présenté sur la figure 1.13. Le couple C_m imposé par la source d'effort est calculé à partir de la position de la pédale d'accélération $u_{pédaleA}$ et du régime moteur ω_m .

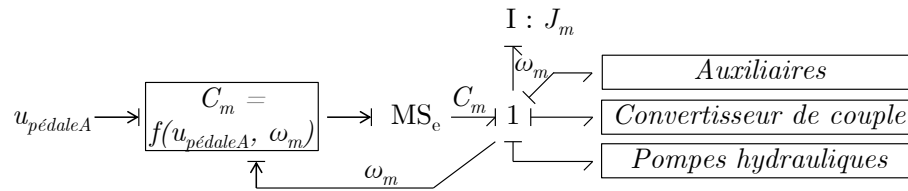


FIGURE 1.13 – Bond graph causal du moteur thermique

La figure 1.14 présente le couple maximum que le moteur est capable de fournir en fonction du régime moteur. Lorsque $u_{pédaleA} > 0$, cette courbe caractéristique est utilisée de telle sorte que la source d'effort ne fournira pas un couple plus élevé que le maximum atteignable par le moteur à un régime donné. Dans le cas où $u_{pédaleA} = 0$, on considère que l'injection de carburant est stoppée, signifiant qu'au lieu de fournir un couple positif, le moteur impose un couple négatif résultant des frottements internes ainsi que de la compression de l'air dans les chambres des pistons. Ce couple dépend uniquement du régime moteur.

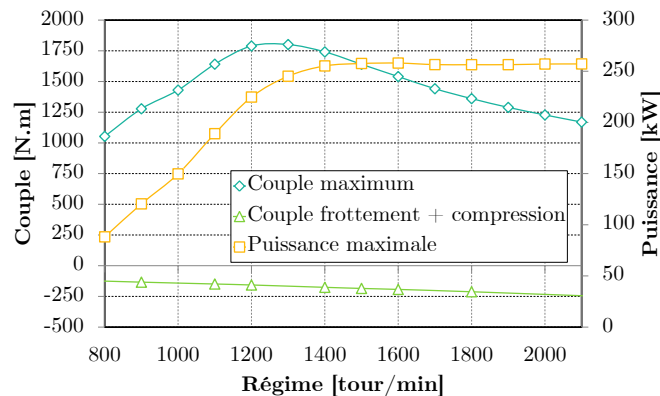


FIGURE 1.14 – Caractéristique moteur

1.3.2.2 Convertisseur de couple

On retrouve dans la littérature deux types de modélisation de convertisseur de couple. D'une part, un modèle simplifié quasi-statique utilisant les courbes caractéristiques de ratio de couple et de facteur de capacité en fonction du glissement [Kotwicki, 1982; Sprengel et Ivantysynova, 2012], et d'autre part, un modèle dynamique complet prenant en compte le calcul des pertes par frottement fluide et par collision du fluide sur les aubes [Ishihara et Emori, 1966; Kotwicki, 1982]. Dans [Hrovat

et Tobler, 1985] en particulier, les auteurs proposent plusieurs modèles bond graph : un modèle tenant compte de l'inertie du fluide lui-même et de l'inertie liée au stator (qui est autorisé à se mouvoir dans un sens uniquement lorsque la vitesse de la turbine est supérieure à la vitesse de l'impulseur) ; et un modèle simplifié où l'on néglige ces deux inerties. C'est ce dernier modèle que nous avons retenu dans

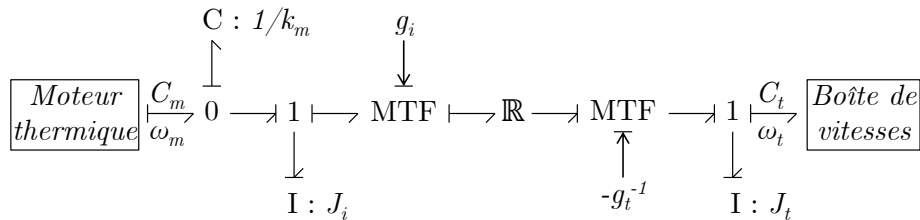


FIGURE 1.15 – Modèle bond graph causal du convertisseur de couple

la mesure où un modèle plus complexe apporte peu d'information supplémentaire d'un point de vue énergétique. On considère donc ici l'inertie de l'impulseur J_i et celle de la turbine J_t uniquement. Une dualisation partielle [Breedveld, 1985] combinée à une extension de cette procédure présentée dans [Rosenberg, 1979] mène au bond graph de la figure 1.15. L'élément \mathbb{R} multiport prend en compte l'ensemble des phénomènes dissipatifs au niveau du fluide, à savoir, d'une part, les pertes par collisions des particules sur les aubes, liées aux vitesses du fluide défavorables à l'interface entre des éléments du convertisseur, et d'autre part, les pertes par cisaillement au niveau des couches limites. Les deux transformateurs modulés représentent respectivement le passage du domaine mécanique au domaine fluide, et inversement. Les détails concernant les paramètres des transformateurs modulés ainsi que la loi caractéristique de la dissipation sont donnés en annexe B.

1.3.2.3 Autres éléments de la CdT

La boîte de vitesses est modélisée par un transformateur modulé, dont le rapport de réduction varie de manière discrète en fonction de la vitesse de rotation de la turbine selon les seuils de passages des rapports fournis préalablement par le constructeur de la BVA. Un rendement constant de 95% est également employé afin de représenter les pertes au niveau des engrenages. Les pertes liées à ces rapports de réduction sont incluses dans la résistance au roulement, comme cela est présenté dans la section suivante. Finalement, une source d'effort modulée représente le système de freinage. Le couple de freinage appliqué à l'essieu est proportionnel à la position de la pédale de frein, et il est saturé à sa valeur maximale (donnée constructeur).

1.3.2.4 Résistance au roulement

Du point de vue de la chaîne de transmission, le reste du véhicule constitue une charge. Cette charge peut se décomposer en trois éléments : la masse à mettre en mouvement, la résistance au roulement et la résistance aérodynamique. Étant donné les faibles vitesses atteignables par un reach stacker et malgré sa surface frontale imposante, cette résistance aérodynamique est négligeable devant les deux autres efforts mis en jeu. La présence éventuelle de vent a également été négligée.

Le pneumatique s'avère être un composant complexe à modéliser de manière générale puisqu'il fait intervenir de nombreux phénomènes physiques. Plus particulièrement dans notre cas, le modèle doit

prendre en compte les fortes variations de charge verticale liées au roulage à vide ou en manutention de conteneur. Dans [Laffite, 2004], l'auteur présente un état de l'art des modèles de résistance au roulement dédiés aux véhicules légers. Nous nous basons sur ces types de modèles dans la mesure où le véhicule est destiné à rouler sur un revêtement similaire (enrobé). En effet, les études pour véhicules non-routiers sont plutôt dédiées aux roulages sur terrains meubles.

Pour comparer les modèles, on dispose de mesures en phases d'accélération à vide et en charge (conteneur de 27t) réalisées sur une machine. Dans une volonté de clarté, les modèles de frottement sont comparés à travers la vitesse du véhicule recalculée à partir du couple transmis au pont avant et du modèle de frottement considéré (figure 1.16)⁴. Dans le cas non chargé, plusieurs modèles et notamment le modèle de Curtiss, le modèle du DIN (Deutsches Institut für Normung) ainsi que le modèle de Michelin représentent de manière acceptable la résistance au roulement. Pour un paramétrage identique, le cas chargé permet de discriminer plus facilement la pertinence des modèles. En effet, les modèles de Curtiss et de Michelin semblent être les plus adaptés puisqu'ils permettent de reproduire une évolution similaire de la vitesse mesurée du véhicule.

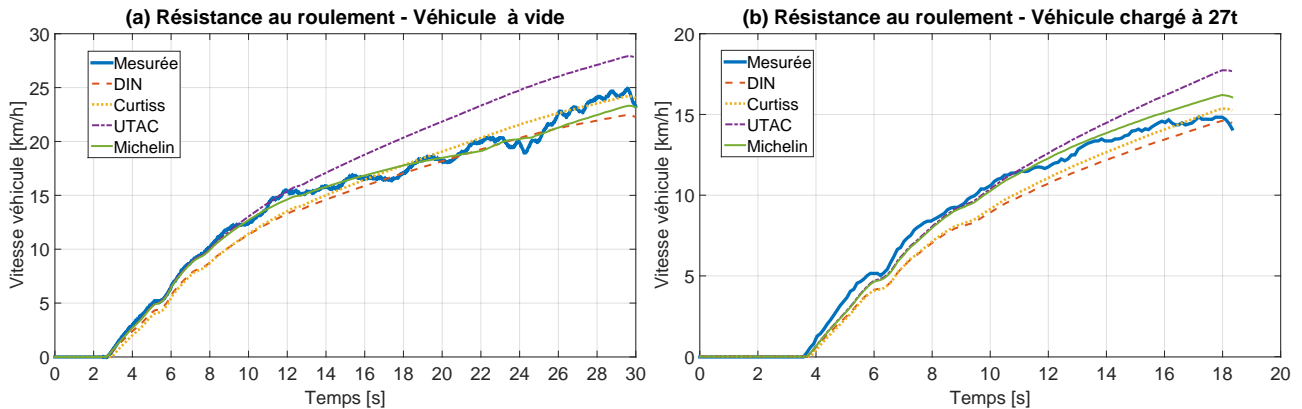


FIGURE 1.16 – Comparaison des modèles de résistance au roulement selon la charge

Nous sélectionnons la formulation de Michelin (équations 1.1 et 1.2) dans la mesure où elle prend correctement en compte l'évolution de la charge transportée, mais aussi car elle propose des jeux de paramétrage différents en fonction de la vitesse du véhicule, offrant ainsi une plus grande plage de validité :

$$F_{roul} = \frac{m_{tot}g}{1000} R_{pneu} \quad (1.1)$$

$$R_{pneu} = \begin{cases} R_0 & \text{si } v_{rs} \leq v_1 \\ a_1 + b_1 v_{rs} + c_1 v_{rs}^2 & \text{si } v_1 < v_{rs} \leq v_2 \\ a_2 + b_2 v_{rs} + c_2 v_{rs}^2 & \text{si } v_{rs} > v_2 \end{cases} \quad (1.2)$$

où F_{roul} [N] représente la force de résistance au roulement, m_{tot} [kg] la masse totale du véhicule, R_{pneu} un coefficient de frottement calculé à partir de l'équation 1.2, avec R_0, a_i, b_i, c_i des coefficients constants et v_{rs} [m/s] la vitesse du reach stacker. Finalement, v_1 et v_2 [m/s] sont des vitesses seuils déterminant le jeu de coefficients à employer.

On notera finalement que la résistance au roulement considérée dans notre cas englobe également les frottements ayant lieu au niveau du différentiel ainsi que dans les trains épicycloïdaux situés dans

4. On fait l'hypothèse que la résistance au roulement en marche arrière est symétrique à la marche avant.

les roues. En effet, les paramètres sont corrélés à partir de la mesure de vitesse du véhicule et du couple en sortie de boîte de vitesses (entrée du différentiel), et non pas du couple appliqué à la roue.

1.3.3 Circuit hydraulique

Un circuit hydraulique est un système de transmission de puissance utilisant un fluide comme vecteur énergétique. L'état de ce fluide est caractérisé par un volume, une pression et une température. Cependant, seules deux de ces trois variables sont indépendantes [Dauphin-Tanguy *et al.*, 2000], c'est pourquoi nous travaillerons avec le couple de variables de puissance $[p, Q]$ correspondant à une pression et un débit volumique. Selon les phénomènes physiques à modéliser, le fluide sera tantôt considéré comme incompressible, tantôt considéré comme faiblement compressible [Karnopp *et al.*, 2006].

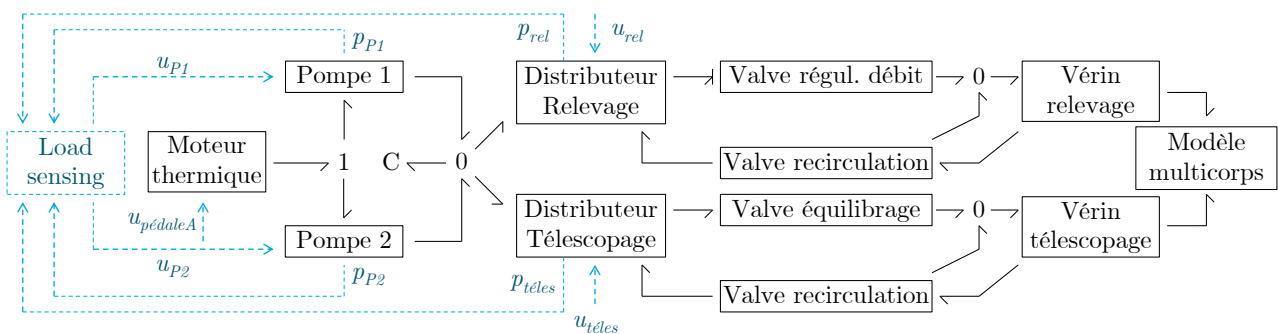


FIGURE 1.17 – Bond graph à mots du circuit hydraulique (en pointillés les éléments transmettant seulement de l'information)

Le bond graph à mots de la figure 1.17 présente les composants modélisés qui participent de manière prépondérante à la dynamique du système. Les entrées u_{rel} et $u_{téles}$ représentent les positions du joystick qui permet au conducteur de piloter les vitesses des vérins de relevage et de télescopage. Les pressions p_{rel} , $p_{téles}$, p_{P1} et p_{P2} représentent les informations de pression respectivement à la sortie du distributeur de relevage, à la sortie du distributeur de télescopage, ainsi qu'en sortie de pompe 1 et 2. Ces informations de pression sont transmises aux bloc « load sensing » dont le rôle est de calculer les consignes des cylindrées u_{P1} et u_{P2} des pompes 1 et 2. L'élément C présent en sortie des deux pompes représente la chambre formée par l'ensemble des flexibles situés entre les pompes et les distributeurs proportionnels. Dans la suite de cette section, nous abordons rapidement la modélisation des distributeurs proportionnels ainsi que celle des vérins.

1.3.3.1 Modélisation bond graph d'un distributeur proportionnel

Un distributeur proportionnel est un organe qui permet de mettre en communication les différentes conduites qui lui sont connectées [Faisandier, 1999]. Il est composé d'un ensemble tiroir-chemise dont l'un peut coulisser dans l'autre. Le déplacement du tiroir recouvre ou découvre des orifices dans la chemise, ce qui modifie la section de passage du fluide, celle-ci se faisant au prix d'une perte de charge. Modéliser un distributeur revient donc à associer des orifices variables représentés en bond graph par des éléments dissipatifs modulés MR [Dauphin-Tanguy *et al.*, 2000; Karnopp *et al.*, 2006]. Aux ports de ces dissipations, on considère le fluide comme incompressible. Aussi, le débit est calculé selon la loi donnée par l'équation (1.3). Dans notre cas d'étude, le fabricant communique les évolutions de

débit en fonction de la perte de charge et de la position du tiroir. Il est donc possible d'en déduire une fonction $K(u_{valve})$ (équation (1.4)) caractérisant complètement l'orifice. La figure 1.18 montre une manière générale de modéliser un distributeur proportionnel à 4 orifices, où chacun de ces orifices est susceptible d'avoir une loi caractéristique $K(u_{valve})$ différente.

$$Q = A(u_{valve})C_q\sqrt{\frac{2|\Delta p|}{\rho}}\text{sign}(\Delta p) \quad (1.3)$$

$$= K(u_{valve})\sqrt{|\Delta p|}\text{sign}(\Delta p) \quad (1.4)$$

avec :

- Q le débit volumique traversant la valve,
- u_{valve} la commande d'ouverture,
- A la section de passage du fluide,
- C_q le coefficient de débit,
- Δp la différence de pression entre l'amont et l'aval de l'orifice,
- ρ la masse volumique du fluide supposée constante.

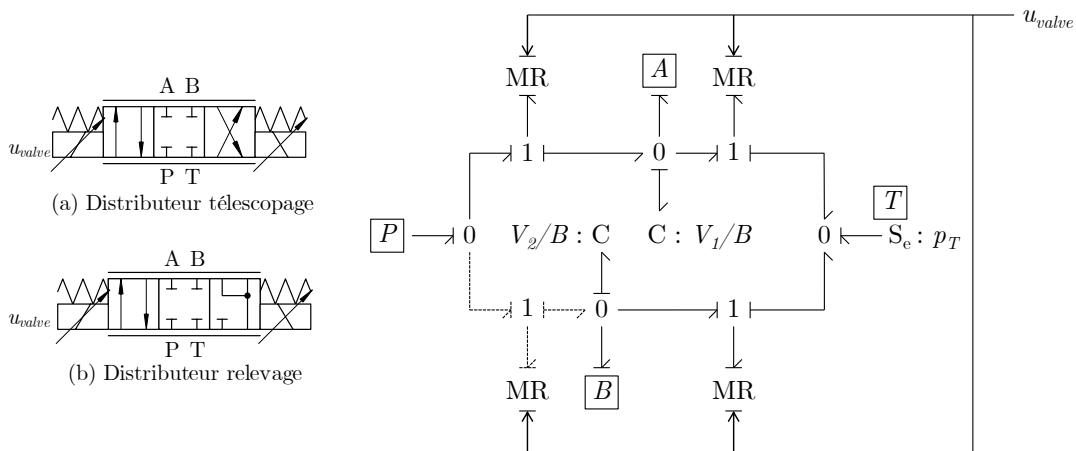


FIGURE 1.18 – Bond graph causal d'un distributeur proportionnel

Ainsi, le bond graph de la figure 1.18 correspond au distributeur de télescopage (a). Si l'on ôte la partie en pointillés, on obtient le modèle du distributeur de relevage (b), pour lequel les orifices A et B sont connectés au réservoir lorsque le tiroir se situe sur la position de droite. L'orifice P n'est donc jamais en communication avec le port B, d'où la suppression de l'élément MR représentant la perte de charge correspondante avec la jonction 1 et les liens connectés. Les éléments C présents au niveau des orifices A et B représentent les phénomènes de stockage d'énergie liés à la faible compressibilité du fluide dans les volumes V_1 et V_2 aux ports A et B du distributeur, avec B le module de compressibilité du fluide hydraulique. Ces éléments permettent notamment d'obtenir des causalités débit (conductance) pour tous les éléments MR.

1.3.3.2 Modélisation bond graph d'un vérin hydraulique

A contrario du modèle précédent, il peut être nécessaire de considérer la compressibilité du fluide pour modéliser une chambre de vérin. Ce phénomène correspond alors à un stockage d'énergie potentielle non linéaire dans lequel interviennent le volume et la masse de fluide dans la chambre [Dauphin-Tanguy *et al.*, 2000; Damic *et al.*, 2012]. Ce phénomène se caractérise par un élément \mathbb{C} 2-port, dont le modèle d'état du volume de contrôle est donnée par l'équation (1.5). La dissymétrie des vérins conduit ici à l'utilisation de deux transformateurs dont les modules respectifs sont la section côté piston S_A et la section côté tige S_B . L'effort résultant est transmis au modèle multicorps qui en réaction renvoie la vitesse de la tige, l'inertie de celle-ci étant négligée devant les autres masses en mouvement.

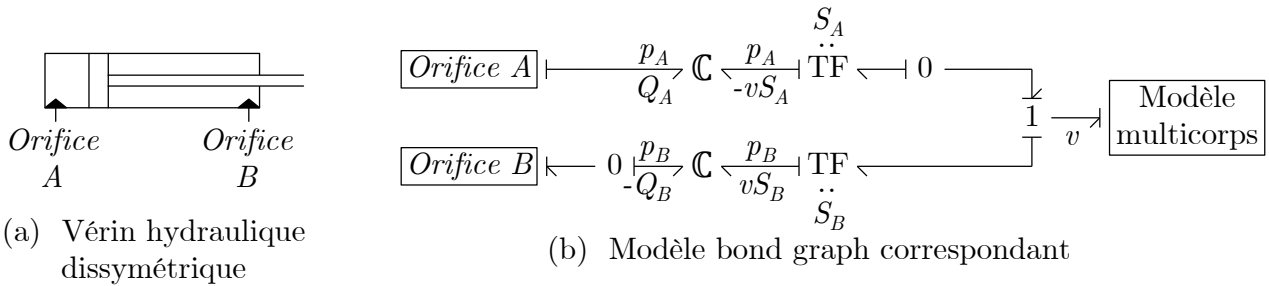


FIGURE 1.19 – Bond graph causal d'un vérin hydraulique

$$\begin{cases} \frac{dV}{dt} = vS \\ \frac{dp}{dt} = \frac{B}{V(t)}(Q - vS) \end{cases} \quad (1.5)$$

avec :

- $V(t)$ le volume de fluide dans la chambre en $[m^3]$,
- Q le débit volumique de fluide entrant en $[m^3/s]$,
- v la vitesse de la tige du vérin en $[m/s]$,
- S la section côté piston ou bien côté tige selon la chambre en $[m^2]$,
- p la pression du fluide supposée homogène dans toute la chambre en $[Pa]$,
- B le module de compressibilité du fluide en $[Pa]$.

1.3.3.3 Modélisation des autres composants

Du fait de la technologie utilisée ici, chaque pompe hydraulique peut être modélisée par un transformateur modulé, dont le signal de commande provient du load sensing (LS). Le LS sur la machine réelle est constitué d'un sous-système hydraulique basse pression qui pilote l'inclinaison du plateau de la pompe. Celui-ci est modélisé par un retour proportionnel sur la différence entre la pression en sortie de pompe et la plus haute pression au niveau des chambres des actionneurs. Pour la modélisation du système LS, on ne considère pas l'aspect énergétique de ce sous-système, mais uniquement la transmission d'information. Par contre, la prise en compte des rendements volumétrique et hydromécanique des pompes sont réalisés à travers deux dissipations d'énergie, l'une côté fluide, l'autre côté mécanique. Pour ce faire, le modèle de rendement de Rydberg [Rydberg, 2009] est employé. Celui-ci

est notamment présenté dans l'annexe B.

Les différentes valves présentées sur la figure 1.17 sont modélisées sur la même base que le distributeur proportionnel présenté précédemment, à savoir une combinaison d'éléments R, d'éléments C et d'une structure de jonction. Certains éléments dissipatifs sont modulés afin de reproduire une fonction particulière (anti-retour, régulation de débit, etc.).

Remarque : l'inertie du fluide a été négligée pour l'ensemble du modèle du circuit hydraulique.

1.3.4 Modélisation des systèmes auxiliaires

Les systèmes auxiliaires sont nombreux mais finalement peu consommateurs en énergie, ou pas suffisamment pour qu'il soit nécessaire de s'y intéresser. Parmi eux, on distingue les pompes auxiliaires (circulation de fluide, refroidissement, boîte de vitesses), ainsi que l'alternateur. L'ensemble de ces éléments est modélisé par un couple résistant constant appliqué au moteur thermique. Une seconde catégorie d'auxiliaires est formée par des actionneurs finaux non modélisés comme la direction assistée, ou encore les moteurs et vérins du spreader. Leur prise en compte engendrerait un surplus de complexité important qui n'apporterait que peu d'informations complémentaires aussi bien du point de vue énergétique que sur les aspects dynamiques du système.

1.4 Conclusion

Ce premier chapitre a offert une vision globale du cas d'application qu'est le reach stacker. Après avoir présenté sa place dans un terminal portuaire ainsi que ses fonctions principales, nous nous sommes attardés sur la modélisation mathématique des éléments majeurs de l'engin.

Dans le chapitre suivant, la finalisation de l'étape de modélisation est exposée à travers la corrélation des paramètres avec les mesures obtenues sur une machine réelle. Ceci permet d'une part d'identifier plus précisément les caractéristiques des dissipations d'énergie, et d'autre part, de s'assurer que le modèle peut servir de base à l'évolution de l'architecture du système. De cette phase de corrélation, nous ne présentons que les résultats, préférant nous focaliser sur l'analyse énergétique qui a pour but d'identifier les voies d'amélioration technologique ainsi que les verrous scientifiques. L'ensemble de ces points est traité dans le chapitre suivant.

Chapitre 2

Étude des solutions technologiques pour l'amélioration de l'efficacité énergétique du reach stacker

Sommaire

2.1	Introduction	27
2.2	Analyse énergétique	27
2.2.1	Analyse de la chaîne de transmission	27
2.2.2	Analyse de la fonction relevage	29
2.2.3	Analyse de la fonction télescopage	32
2.2.4	Analyse d'un cycle type	34
2.2.5	Bilan	38
2.3	Solutions technologiques	38
2.3.1	Particularités du cas d'étude	39
2.3.2	Chaînes d'actionnement	39
2.3.2.1	Chaîne d'actionnement hydraulique ... ou électrique?	40
2.3.2.2	Chaîne de transmission	40
2.3.2.3	Equipements	44
2.3.3	Systèmes de récupération d'énergie	46
2.3.3.1	Choix de la forme du stockage d'énergie	47
2.3.3.2	Solutions de récupération d'énergie	48
2.4	Verrous scientifiques	55
2.5	Conclusion	56

2.1 Introduction

Alors que le chapitre précédent proposait un point de vue fonctionnel du reach stacker, l'aspect énergétique est présenté ici. Un découpage par ligne d'actionnement est opéré de manière à analyser chacune d'elles du point de vue de l'efficacité des composants, mais aussi de la commande. Dans un second temps, une analyse plus globale sur une mission type est exposée. L'étude de la répartition des flux d'énergie doit mener aux axes de développement futurs. Nous verrons notamment que les solutions possibles incluent des architectures hybrides, lesquelles comportent certaines particularités. Tout d'abord la chaîne d'actionnement se complexifie et nécessite un dimensionnement précis afin de conserver une certaine efficacité dans la plupart des situations de vie. De plus, ces nouvelles structures d'actionnement possèdent de manière générale un nombre d'entrées de commande plus élevé qu'une architecture classique. La dernière partie de ce chapitre expose alors quelques pistes pour appréhender au mieux ces situations, pistes qui seront traitées plus longuement dans les chapitres suivants.

2.2 Analyse énergétique

Une analyse énergétique pertinente doit prendre en compte l'ensemble des situations de vie de l'engin considéré. Simuler le modèle mis en place de manière exhaustive dans toutes les conditions de fonctionnement est sans conteste plus rationnel que de réaliser toutes les mesures. C'est pourquoi la campagne de mesures mise en œuvre a eu pour objectif de réaliser des opérations simples de telle sorte qu'il soit possible de corrélérer le modèle avec les mesures rapidement. Il a été ensuite possible d'évaluer par la simulation n'importe quel cycle de chargement. Dans un premier temps, chaque ligne d'actionnement est étudiée de manière indépendante, puis dans un second temps, un cycle complet représentatif d'une utilisation standard est analysée. Le profil de mission associé au reach stacker se décompose donc en différentes phases durant lesquelles sont sollicités alternativement ou simultanément le mouvement du véhicule, le relevage et le télescopage. Nous présentons ces phases et les résultats de l'analyse dans les sections suivantes.

2.2.1 Analyse de la chaîne de transmission

Les reach stackers parcourent jusqu'à 30 km par jour et réalisent de nombreuses accélérations-décélérations. L'analyse énergétique de la chaîne de transmission a pour objectif de diagnostiquer les éléments qui dissipent le plus d'énergie. Nous présentons donc tout d'abord une accélération franche de 0 à 25 km/h sans charge.

La figure 2.1 présente une comparaison entre les mesures et le modèle simulé pour un appui à 100% sur la pédale d'accélération. Tout d'abord, on observe une évolution de la vitesse du véhicule similaire entre mesures et simulations (figure 2.1 (a)). En translation pure, le moteur est limité à une puissance maximale de 210 kW ce qui explique les plateaux sur la figure (b). Finalement, malgré un léger décalage temporel lié au passage des rapports, le couple transmis en sortie de boîte de vitesses vers le différentiel est similaire entre la mesure et la simulation (d). Les figures (a) et (d) valident la résistance au roulement étant donné que le couple transmis au différentiel génère une trajectoire en vitesse identique. Enfin, on observe sur les figures (b) et (c) une évolution de la puissance et du régime du moteur thermique similaire entre la simulation et les mesures. Bien que légèrement décalés, les passages de rapports de boîte génèrent une variation du régime moteur simulé proche de celui

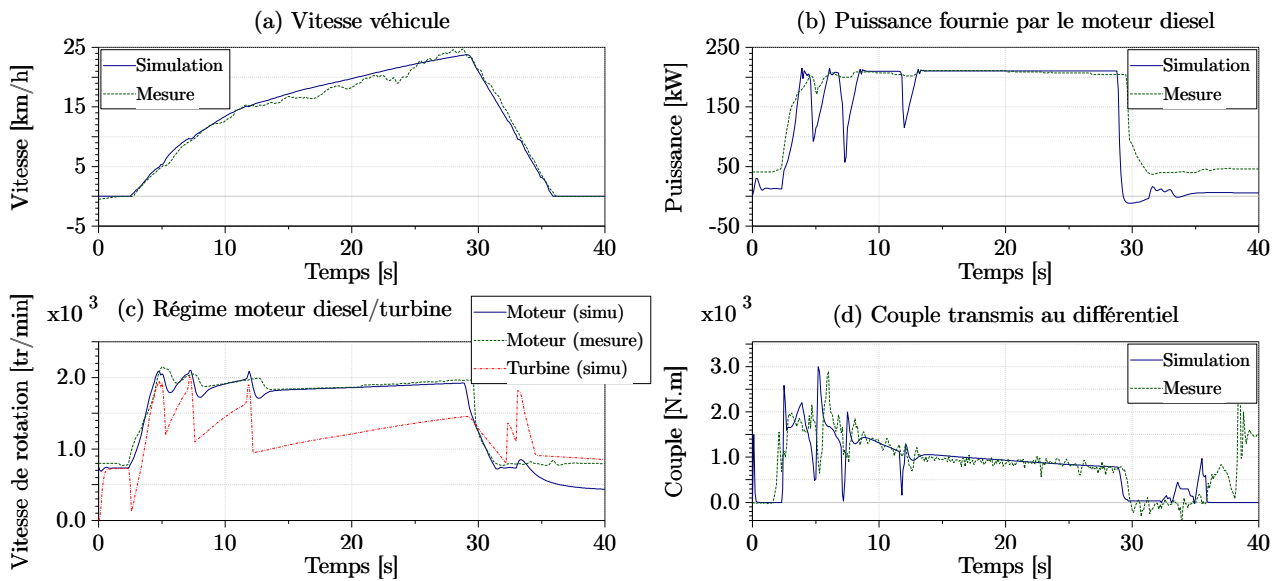


FIGURE 2.1 – Comparaison simulation/mesures sur une pleine accélération à vide

mesuré. La vitesse de rotation de la turbine est donnée uniquement par simulation, étant donné que cette information n'était pas mesurée. On peut cependant remarquer que le glissement est très élevé lors des passages de rapports, puis réduit peu à peu jusqu'au passage suivant.

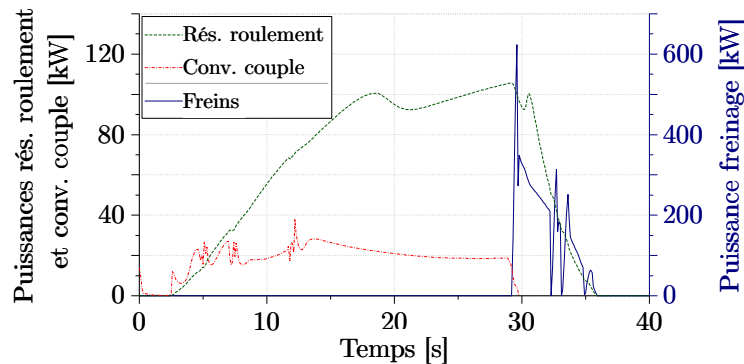


FIGURE 2.2 – Puissances dissipées sur la chaîne de transmission sur une accélération à vide (simulation)

Sur la phase d'accélération, le moteur fournit à la chaîne de transmission une puissance oscillant autour de 210kW, dont une partie sera instantanément dissipée par les composants de la CdT, le reste propulsant le véhicule. À partir de 17km/h, près de 50% de la puissance moteur est dissipée par la résistance au roulement (figures 2.1(b) et 2.2). Le convertisseur de couple dissipe quant à lui entre 15kW et 25kW, avec de faibles variations lors des passages de rapports qui génèrent un glissement accru (figure 2.1 (c)) et donc un rendement plus faible.

Lors de la phase de décélération, l'énergie cinétique du véhicule est entièrement dissipée par les freins mécaniques et la résistance au roulement (figure 2.2). La puissance dissipée par le système de freinage est toutefois bien supérieure à celle dissipée par la résistance au roulement, offrant une perspective importante en termes de récupération d'énergie. On notera également que la variation de

la puissance de freinage (freins mécaniques) est importante, évoluant de 350kW à 0kW (hors pic) sur une durée très courte, de l'ordre de 6 à 7 secondes.

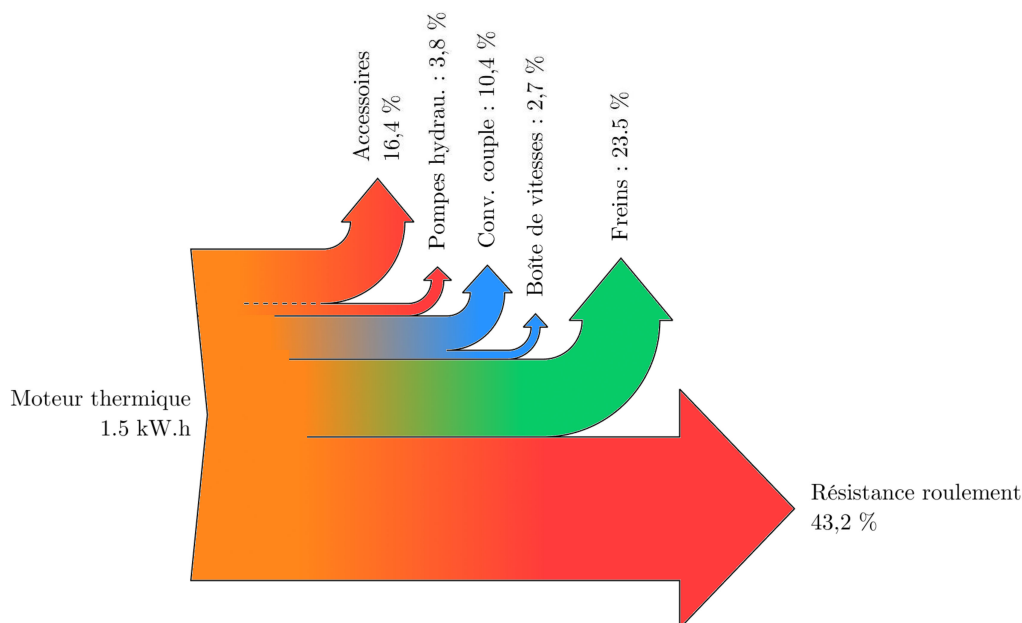


FIGURE 2.3 – Répartition de l'énergie fournie par le moteur lors d'une pleine accélération à vide

Le diagramme présenté sur la figure 2.3 représente la répartition de l'énergie fournie par le moteur thermique pour la même mission que la figure 2.1. On observe que 43,2% de l'énergie apportée par le moteur est dissipée par la résistance au roulement. Cette part de l'énergie apportée, de même que celle fournie aux accessoires (16,4%) semblent difficilement réductibles (en rouge sur la figure 2.3). En revanche, l'énergie dissipée par le convertisseur de couple ainsi que par la boîte de vitesses (13,1%) pourrait être réduite par l'utilisation d'une transmission plus efficace (en bleu sur la figure 2.3). Enfin, 23,5% de l'énergie consommée sont dissipés par les freins mécaniques lors de la décélération du véhicule. Cette énergie (en vert sur la figure 2.3) pourrait être partiellement récupérée pour une réutilisation instantanée par un autre équipement, ou bien stockée pour un apport ultérieur d'énergie.

Une accélération en charge présente des résultats similaires du point de vue des dissipations d'énergie ou de la corrélation avec les mesures. Ces derniers ne sont pas détaillés ici dans la mesure où ils n'offrent pas d'informations complémentaires majeures.

2.2.2 Analyse de la fonction relevage

Le circuit hydraulique de relevage assure une fonction essentielle sur la machine et représente une part importante de l'énergie totale consommée. Cette section vise à évaluer les pertes énergétiques de cette chaîne d'actionnement, à travers un cycle de montée-descente de la flèche à vide puis en charge. Un conteneur de 27t (charge moyenne) sera utilisé dans le second cas. Nous nous intéressons en particulier aux pertes liées aux rendements volumétrique et hydromécanique des pompes, mais aussi et surtout, aux différentes pertes de charge se produisant au sein du circuit hydraulique. La figure 2.4 présente une comparaison des mesures et des simulations. On observe alors une concordance sur l'ensemble de la chaîne d'actionnement, que ce soit au niveau du moteur thermique (figure 2.4

(c)), où des différentes pressions dans le circuit hydraulique de relevage (figures 2.4 (b) et (d)).

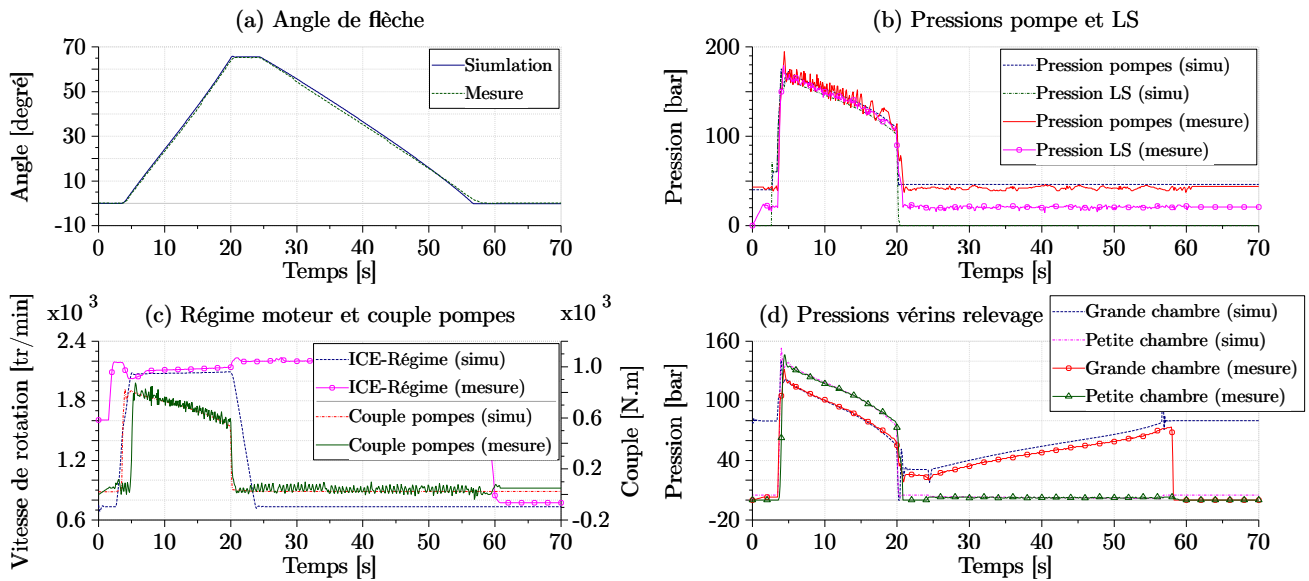


FIGURE 2.4 – Comparaison simulations/mesures sur un relevage montée/descente à vide

Présenté dans la section 1.2.2.3, le circuit de relevage est muni d'une valve dite de régénération qui autorise une vitesse de sortie de tige plus élevée pour un même débit de pompe, mais au prix d'une pression d'alimentation plus élevée et de pertes de charge supplémentaires. Autrement dit, les performances dynamiques du système sont améliorées au détriment des performances énergétiques. Ces pertes sont observables sur la figure 2.4 (d), où la pression de la petite chambre du vérin est supérieure à la pression de la grande chambre alors qu'elles sont toutes deux en communication par l'intermédiaire de la valve de régénération : il y a donc dissipation d'énergie à travers le clapet anti-retour.

Par ailleurs, sur la phase de montée (de 5s à 20s, figure 2.4 (a)) la différence de pression entre la sortie de la pompe et l'actionneur final est d'environ 50 bar répartis sur les composants hydrauliques constituant le circuit de relevage. Pour le distributeur proportionnel, la perte de charge est comprise entre 18 bar et 20 bar (voir figure 2.4 (b)). Celle-ci, maintenue constante par la régulation de la cylindrée de la pompe, correspond à la différence entre la pression en sortie des pompes et la pression LS¹. Enfin, lors de la descente de la flèche (de 25 s à 55 s), le fluide sortant des grandes chambres des vérins de relevage est renvoyé vers le réservoir, et passe ici d'une haute pression à la pression atmosphérique par l'intermédiaire de la perte de charge engendrée majoritairement par le distributeur proportionnel contrôlant la vitesse de descente.

L'ensemble de ces pertes est résumé sur le diagramme de la figure 2.5. Il est ici possible de classer ces pertes en trois catégories distinctes : en couleur grise se trouvent les éléments dont la consommation d'énergie est soit trop faible pour que l'on s'y intéresse, soit nécessaire et fortement contrainte si une modification devait être envisagée. Les autres flèches représentent des dissipations liées aux rendements des composants (couleur bleue), et des dissipations d'énergie actuellement considérées comme « fonctionnelles » (couleur verte).

Ainsi, le rendement des pompes hydrauliques et les pertes de charge en montée de flèche repré-

1. La pression LS est la plus haute pression prise en sortie de l'ensemble des distributeurs proportionnels.

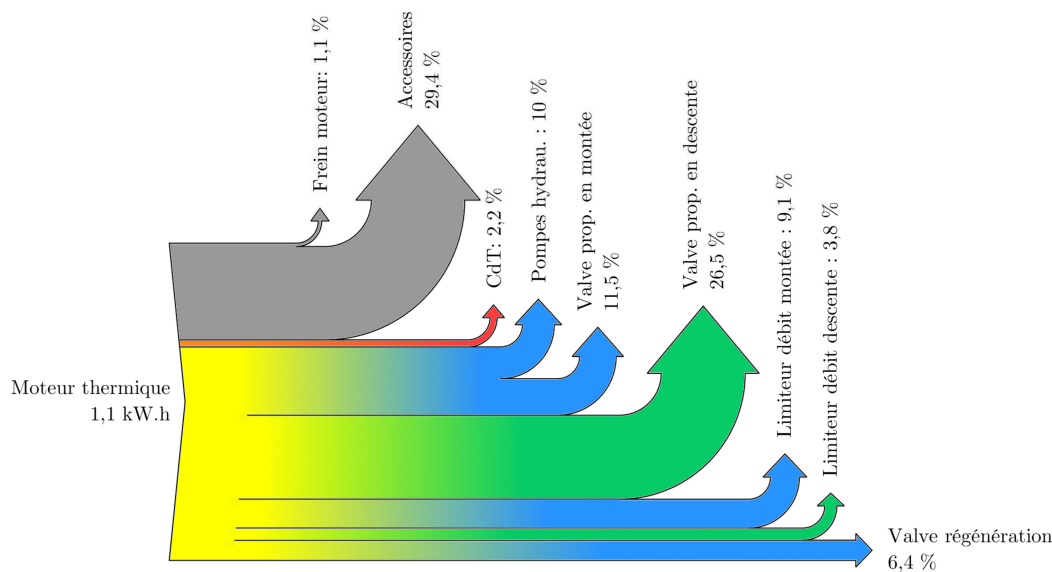


FIGURE 2.5 – Répartition de l'énergie fournie par le moteur lors d'une montée-descente de flèche à vide

sentent 36% de l'énergie totale apportée au système. Les deux pompes, en transformant l'énergie mécanique de rotation en énergie hydraulique, génèrent des pertes dans deux domaines différents [Rydberg, 2009]. On distingue tout d'abord les pertes volumétriques, qui elles-mêmes découlent de deux phénomènes. D'une part, le gradient de pression au niveau des jeux entre les pièces génère un débit de fuite. D'autre part, le fluide étant faiblement compressible, le volume refoulé par la pompe sera inférieur au volume aspiré. Les pertes mécaniques, quant à elles, se divisent en deux termes influents : les frottements de Coulomb et les frottements visqueux. Les frottements de Coulomb dépendent majoritairement de la pression de fonctionnement, mais proviennent aussi du contact entre les joints d'étanchéité et les éléments en mouvement. Les frottements visqueux ont pour principaux facteurs influents la vitesse de rotation et la viscosité du fluide. On notera que les changements de géométrie de la pompe provoqués par une variation de la cylindrée font évoluer l'ensemble des pertes citées ci-dessus.

Le distributeur proportionnel est un modulateur de puissance efficace, cependant, ces valves à tiroir sont connues pour générer un débit de fuite non négligeable. C'est pourquoi on leur associe fréquemment une valve de maintien de charge. Cet élément offre l'avantage d'être complètement étanche, mais il est peu efficace d'un point de vue énergétique, ce qui explique pourquoi la valve proportionnelle dissipe 11,5% de l'énergie totale en montée.

Pour finir, les pertes de charge liées à la descente de la flèche représentent 30,3% du total. Le limiteur de débit prévient le système des survitesses dans le cas où le distributeur proportionnel serait défaillant, ce qui explique pourquoi il dissipe ici peu d'énergie. Le distributeur proportionnel transforme donc la quasi totalité de l'énergie hydraulique en chaleur à travers une perte de charge importante. On peut donc considérer cette dissipation d'énergie comme étant « fonctionnelle » puisqu'elle assure la commandabilité de la vitesse de descente de la flèche. Néanmoins, c'est une énergie de freinage au même titre que celle du frein mécanique de la CdT. Sa récupération doit donc être l'un de nos objectifs.

La figure 2.6 offre un aperçu d'un cycle identique au précédent avec une charge manutentionnée de

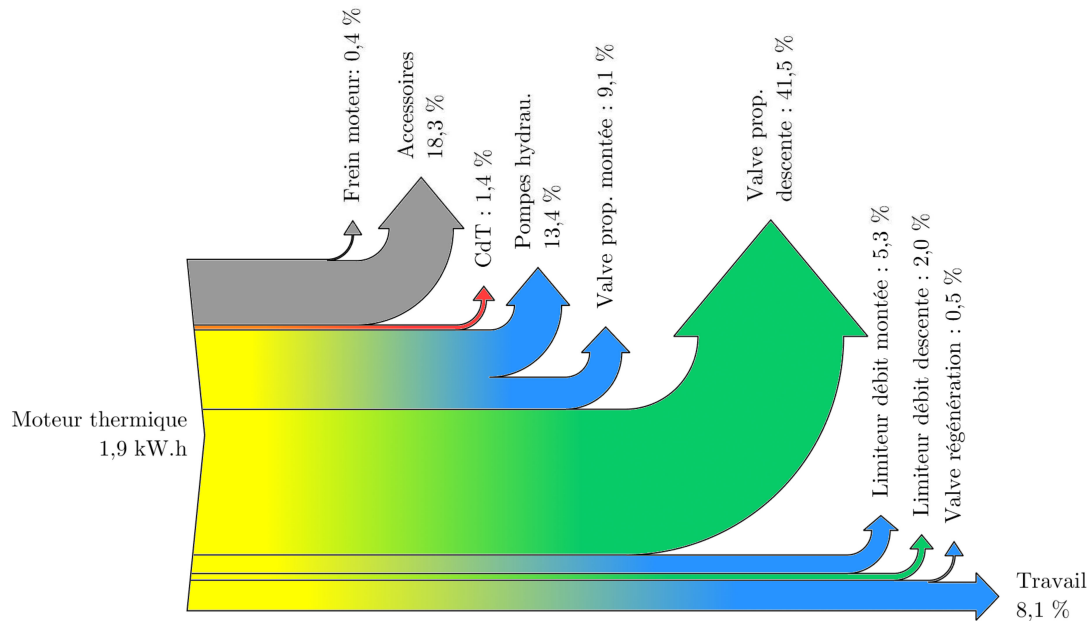


FIGURE 2.6 – Répartition de l'énergie fournie par le moteur lors d'une montée-descente de flèche avec une charge de 27t

27t. Tout d'abord, la dernière flèche nommée « Travail » représente l'énergie potentielle de la charge élevée, étant donné que l'angle de flèche d'arrivée est supérieur à l'angle de départ². Ensuite, l'énergie dissipée par la valve proportionnelle en phase de descente représente plus de 40% de l'énergie apportée au système par le moteur thermique, soit 0,79 kW.h.

Ainsi, l'utilisation d'une chaîne d'actionnement plus efficace pourrait augmenter le rendement global du système. Dans un second temps, l'énergie volontairement dissipée lors de la descente de la charge pourrait être récupérée et stockée dans le but de réduire la demande globale d'énergie sur plusieurs cycles.

2.2.3 Analyse de la fonction télescopage

Selon l'angle de la flèche et la masse du conteneur, la charge peut être tantôt menante, tantôt menée, que l'on soit en extension ou en rétraction. En effet, si la flèche se situe à 50 degrés avec une charge de 30 t, celle-ci devra être retenue lors de la rentrée de tige, alors que si la flèche se trouve à l'horizontale, un apport d'énergie sera requis pour contrer les forces de frottement de la glissière. Pour pallier cette diversité de situations de vie du système et maintenir l'opérateur en sécurité, une valve d'équilibrage est installée (voir section 1.2.2.3).

Nous proposons ici l'analyse d'une phase de sortie du télescopage à vide. La figure 2.7 présente une comparaison entre simulation et mesures en télescopage à vide. Ces quatre graphiques permettent de valider la modélisation du système de télescopage pour le cas non chargé. Par rapport au circuit de relevage, si l'on compare la pression en sortie de pompe et la pression d'alimentation du vérin (figure 2.7 (b) et (d)), on observe 30 bar de pertes de charge, ce qui est inférieur à la perte observée sur le circuit de relevage. Ceci s'explique par l'absence de valve de maintien de charge associée au

2. Lorsque le reach stacker dépose un conteneur au sol, l'angle de flèche est de 10 degrés, et non à 0 degré comme cela est possible sans charge.

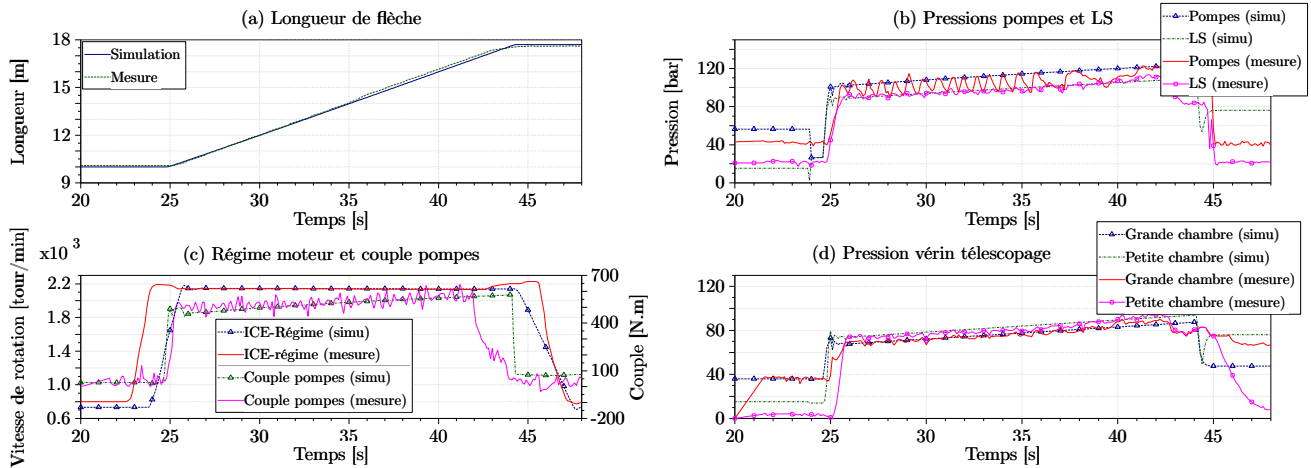


FIGURE 2.7 – Comparaison simulation/mesures sur un télescopage à vide (flèche à 40 degrés)

distributeur proportionnel pour la fonction de télescopage.

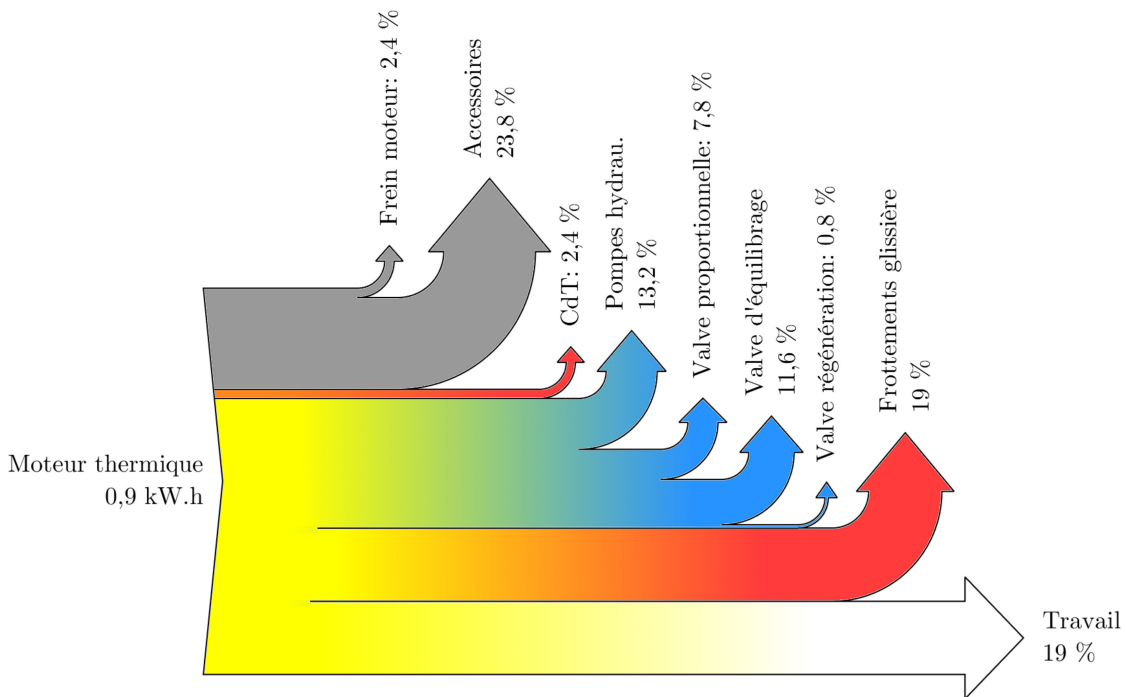


FIGURE 2.8 – Répartition de l'énergie fournie par le moteur lors d'un télescopage à vide (flèche à 40 degrés)

De la même manière que lors de l'analyse de la fonction relevage, la figure 2.8 expose la répartition de l'énergie fournie par le moteur thermique pour le cycle présenté sur la figure 2.7 (a). Les énergies dissipées sont ici relativement homogènes, bien que les frottements au niveau des patins de la liaison glissière représentent 19% de l'énergie totale, au même niveau que le travail utile correspondant à l'élévation de la tête de flèche et du spreader.

Là encore, un total de 20,2% est dissipé au niveau des pertes de charge des différents composants hydrauliques du circuit. Les 7,8% de l'énergie dissipée par le distributeur proportionnel pourraient être

réduits grâce à une modification de sa géométrie. La pompe pourrait être régulée afin de maintenir une différence de pression plus faible pour un même débit. Les autres pertes résultent uniquement d'une mauvaise efficacité énergétique, étant donné que la valve d'équilibrage n'a aucune fonction sur des phases d'extension de la flèche. En charge, la répartition des dissipations d'énergie reste globalement similaire au cas non chargé. La part de l'énergie dissipée par frottements au niveau de la glissière est toutefois plus élevée.

2.2.4 Analyse d'un cycle type

La tâche d'un engin tel que le reach stacker est répétitive et facilement prévisible. Cependant, étant donné que le conteneur à manutentionner peut avoir une masse variable (de 5t à 45t) et des positions de préhension et de dépose différentes (voir figure 1.4), la variété des missions s'avère très étendue. Par exemple, selon les exploitants, les ports ou encore les pays dans lesquels se trouvent les machines, les règlementations et législations en vigueur peuvent changer. Ainsi, la vitesse maximale de translation peut être de 10 km/h ou bien de 25 km/h. Selon l'organisation de la zone de stockage, les piles ne dépasseront pas 3 conteneurs ou bien pourront en atteindre 6. C'est pourquoi nous nous sommes basés sur le retour d'expérience, mais aussi sur les mesures réalisées dans plusieurs ports (section 1.2.1) pour construire un cycle type.

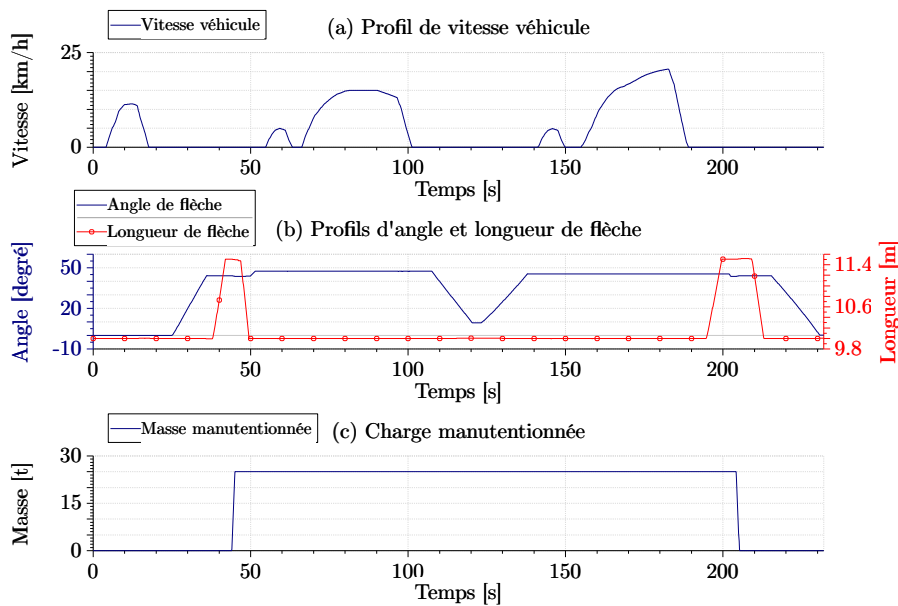


FIGURE 2.9 – Définition d'un profil de mission type (conteneur de 25t positionné initialement en 3^{ème} hauteur et 1^{ère} rangée)

La figure 2.9 présente un profil de mission correspondant à une préhension de conteneur en 3^{ème} hauteur et en 1^{ère} rangée, c'est-à-dire un cas parmi les plus récurrents. Le profil de vitesse de translation est donné sur la figure 2.9(a). On distingue trois phases d'accélération majeures avec différentes vitesses maximales atteintes. Les deux phases de translation à 5 km/h correspondent à des marches arrière, lorsque le reach stacker se situe face à la pile de conteneurs et que l'opérateur souhaite transporter la charge.

Le profil d'angle de flèche donné en figure 2.9(b) prend en compte deux éléments : d'une part,

l'angle correspondant à la position du conteneur à manutentionner ou à déposer, et d'autre part, la nécessité de positionner la flèche à 45 degrés pour donner au conducteur suffisamment de visibilité pour déplacer le véhicule. L'autre profil correspond quant à lui à l'évolution de la longueur de flèche, alors que la figure 2.9(c) donne la charge arrimée au spreader en fonction du temps.

La figure 2.10 présente la distribution des consommations d'énergie pour le cycle complet décrit ci-dessus. La chaîne de transmission s'avère être la plus consommatrice en énergie. En effet, deux translations sont réalisées avec une charge de 27t, ce qui explique par ailleurs la part importante de l'énergie dissipée lors des multiples freinages (10,2%). Les équipements hydrauliques prennent part pour 35,6% dans la dépense énergétique, avec une prépondérance pour la fonction de relevage.

Tout comme cela a été évoqué dans la section 2.2.2, on peut classer les consommations d'énergie en trois catégories.

Pertes d'énergie « fatales » : les premières consommations seront qualifiées de « fatales » (en rouge sur la figure 2.10) car difficilement réductibles sans une remise en cause profonde de la structure de la machine. Par exemple, réduire la résistance au roulement nécessiterait le remplacement des pneumatiques, or les solutions alternatives sont peu nombreuses.

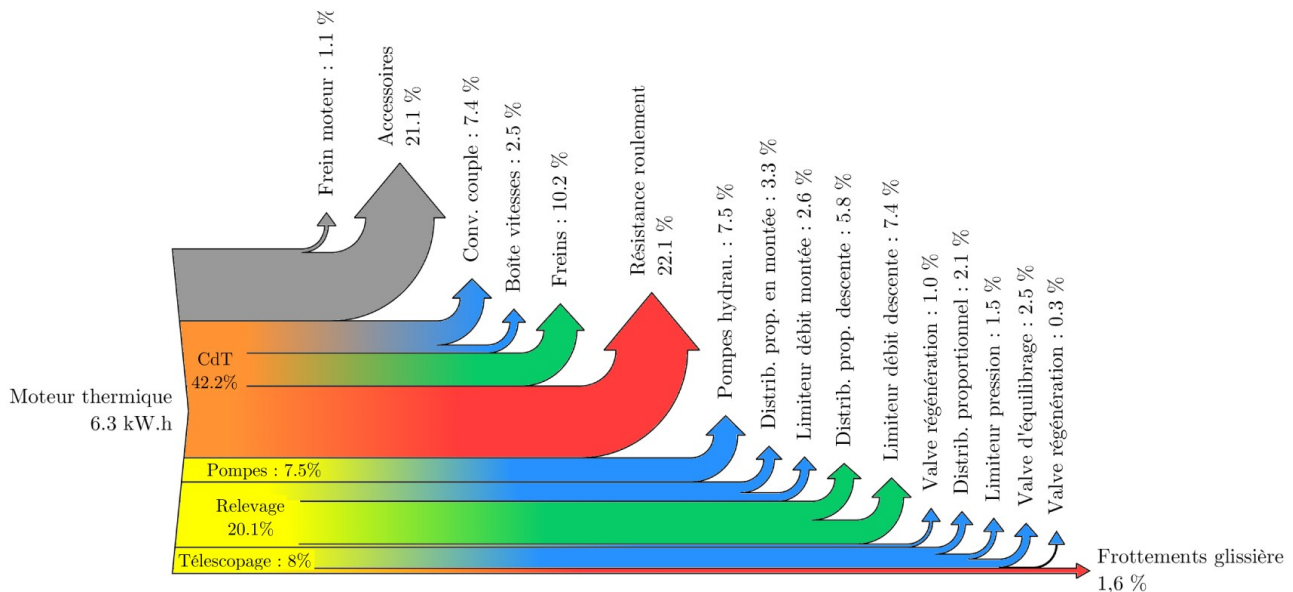


FIGURE 2.10 – Répartition de la consommation de l'énergie fournie par le moteur lors d'une mission type (Conteneur de 25t positionné initialement en 3^{ème} hauteur et 1^{ère} rangée)

Pertes d'énergie liées aux rendements des composants : de nombreux éléments de dissipation d'énergie sont employés dans les chaînes d'actionnement existantes (en particulier sur la machine actuelle). Pourtant, ces solutions ne sont pas les seules possibles. Les éléments en bleu sur la figure 2.10 représentent donc cette deuxième catégorie. Ces pertes assurent toutefois des fonctions particulières directement liées au cahier des charges. L'analyse énergétique a offert jusqu'ici un diagnostic sur les performances de la machine. Pour compléter cette analyse, les deux dernières sections de ce chapitre proposeront un regard critique sur la pertinence de chaque chaîne d'actionnement.

Énergie récupérable : finalement, une troisième classe correspond aux dissipations d'énergie fonctionnelles et pilotées (en vert sur la figure 2.10). En effet, la décélération du véhicule est commandée par le conducteur via la pédale de frein, ou encore la vitesse de descente de la flèche provient d'une position de joystick. Cette dernière catégorie trouve différentes origines. D'une part, ces fonctions ont une forte connotation sécuritaire : ralentir le véhicule, maîtriser la descente d'une charge. Dans ces différents cas, on peut voir ces fonctions comme le contrôle d'une quantité importante d'énergie (sous forme cinétique ou potentielle) qui pourrait s'avérer dangereuse si elle n'était pas maîtrisée. La solution la plus aisée à mettre en œuvre est alors une dissipation directe de l'énergie. D'autre part, l'ensemble des moyens de transport, qu'ils soient routiers ou non, est basé sur des sources d'énergie chimique comme l'essence ou le gazole. La transformation d'un carburant en énergie mécanique utile à travers un moteur thermique est non réversible ce qui signifie qu'une fois fournie par le moteur, l'énergie devra soit générer un travail, soit être dissipée.

Efficacité énergétique et commande du système

Le rendement de la transformation du carburant en énergie mécanique est très variable selon la vitesse de rotation et la charge du moteur. La figure 2.11 présente une cartographie typique d'un moteur diesel industriel. Les données quantitatives sont absentes pour des raisons de confidentialité, toutefois, l'information qualitative est suffisante (chaque courbe représente une iso consommation spécifique). Les zones de rendement les plus bas se situent à faible charge sur l'ensemble de la gamme de vitesse, et plus particulièrement à haute vitesse pour des charges plus élevées. D'un point de vue énergétique, il est donc intéressant de se situer le plus souvent possible à basse vitesse et à forte charge.

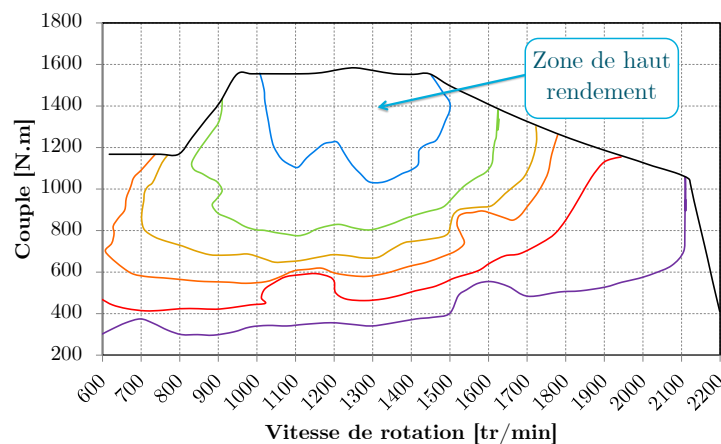


FIGURE 2.11 – Cartographie des consommations spécifiques d'un moteur thermique (du rendement le plus faible en violet au plus élevé en bleu)

Intéressons nous désormais au comportement du moteur thermique sur la mission typique présentée précédemment, et dont les résultats sont présentés sur la figure 2.12. Bien que la cartographie de la figure 2.11 soit différente, celle qui correspond au moteur utilisé sera largement similaire, ce qui nous permet d'analyser l'efficacité énergétique générale du moteur. La figure 2.12 (a) montre l'ensemble des points de fonctionnement du moteur, aussi peut-on voir que la zone de meilleur rendement n'est jamais atteinte. Au contraire, la majorité des points sont positionnés au delà de 1900 tr/min. Cette

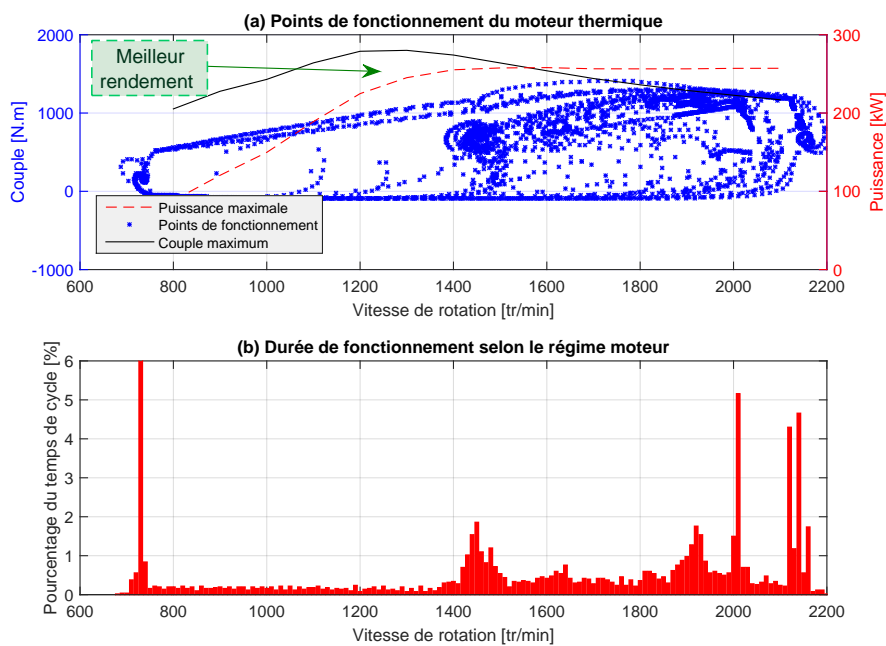


FIGURE 2.12 – Points de fonctionnement du moteur thermique (axe des ordonnées limité à 6% pour plus de lisibilité)

zone correspond au plateau de puissance maximale atteignable par le moteur. La figure 2.12(b) dresse la distribution du temps de cycle passé à un régime donné. On peut identifier trois zones. Tout d'abord, le régime de ralenti à 750 tr/min représente 28% du temps (l'échelle de la figure est stoppée à 6% pour plus de lisibilité). Il correspond aux phases d'attente et de descente de flèche puisqu'aucune puissance moteur n'est alors requise. La seconde zone située entre 1400 et 1500 tr/min coïncide avec des phases de translation où la pleine puissance n'est pas nécessaire. Enfin, le dernier secteur positionné au delà de 1900 tr/min correspond aux sollicitations des équipements et aux accélérations franches.

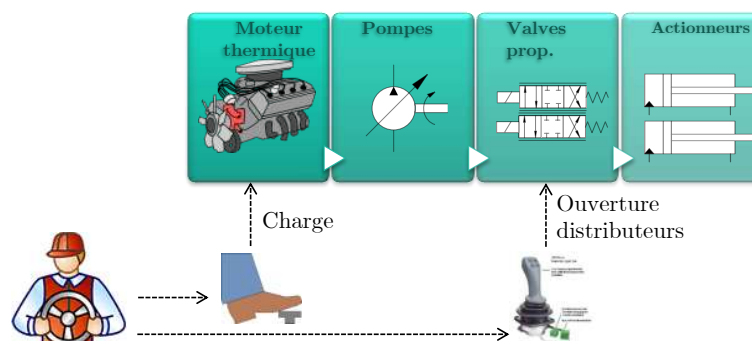


FIGURE 2.13 – Principe de commande d'une chaîne d'actionnement hydraulique

Cette dernière zone où les plus mauvais rendements sont atteints a deux origines. Premièrement, les spécifications du cahier des charges imposent des vitesses de sortie/rentrée de tige sur les actionneurs hydrauliques qui génèrent un besoin important en débit de fluide. Ce débit résulte du régime moteur et de la cylindrée de pompe. Autrement dit, on dispose de deux paramètres de dimensionnement et il a été décidé de privilégier un haut régime moteur et une cylindrée totale installée plus faible. La

seconde origine découle directement de la stratégie de commande du système (figure 2.13). Le conducteur contrôle de manière indépendante la charge du moteur et l'ouverture des différents distributeurs proportionnels. Même si le besoin en débit hydraulique est faible et qu'un régime moteur bas serait suffisant, l'opérateur appuiera naturellement à fond sur l'accélérateur dans la mesure où il ne connaît pas la commande adéquate, laissant le dispositif *LS* réguler la cylindrée des deux pompes afin de fournir le débit demandé. Ainsi, le moteur opère à vitesse maximale et à faible couple et donc à un mauvais rendement.

2.2.5 Bilan

L'analyse énergétique menée sur le reach stacker a permis de classer les dissipations d'énergie selon différentes catégories : les pertes « fatales », les pertes liées à l'efficacité des composants ainsi que les pertes « fonctionnelles ». Cette dernière catégorie apparaît de manière quantifiée sur le tableau 2.1.

TABLEAU 2.1 – Bilan de l'énergie récupérable selon les cycles

	A vide	Charge 27t
Décélération - E_c [J] ([kW.h])	$1,26 \cdot 10^6$ (0,35) (25→0 km/h)	$9 \cdot 10^5$ (0,25) (20→0 km/h)
% dépense totale	23,5 %	25 %
Relevage - E_p [J] ([kW.h])	$1,19 \cdot 10^6$ (0,33) (65→0 degré)	$2,99 \cdot 10^6$ (0,83) (65→0 degré)
% dépense totale	30,3 %	43,5 %
Cycle complet [J] ([kW.h])	$E_c = 0,64$ et $E_p = 0,83$ (Cont. 3 ^{ème} haut., 1 ^{ère} rang.)	
% dépense totale	$E_c : 10,2$ % et $E_p : 13,2$ %	

La fonction relevage offre le meilleur potentiel en termes d'énergie récupérable en comparaison d'une décélération. On remarquera par ailleurs que sur un cycle complet, la répétition des phases de freinage équilibre la quantité d'énergie cinétique récupérable en comparaison de l'énergie potentielle.

Finalement, l'analyse du moteur thermique a fait ressortir l'importance des interdépendances entre le dimensionnement des composants et la commande qui leur est associée. À partir de ces conclusions, nous verrons dans les deux sections qui suivent quelles sont les problématiques technologiques et scientifiques qui se dessinent suite à cette analyse.

2.3 Solutions technologiques

Au regard de l'analyse énergétique menée dans la section précédente, les axes d'amélioration apparaissent clairement. Le travail de reconception doit aboutir à une synergie entre un système de récupération d'énergie, l'utilisation de chaînes d'actionnement plus performantes ainsi qu'une commande favorisant une meilleure efficacité énergétique tout en conservant les performances initiales. En outre, les contraintes de coût, mais aussi de sécurité et de facilité de maintenance devront également être prises en compte dans la solution industrielle finale.

2.3.1 Particularités du cas d'étude

L'amélioration des performances énergétiques des chaînes d'actionnement fait l'objet de multiples travaux et ce depuis de nombreuses années. En particulier, le domaine des transports et plus précisément celui de l'automobile est une application de choix parmi eux. L'intérêt pour ce domaine a engendré une connaissance répandue des systèmes hybrides et de leurs architectures associées (série, parallèle, dérivation de puissance). Le lecteur intéressé pourra notamment se référer aux travaux de Scordia dans [Scordia, 2004] ou encore de Sadoun et Allègre dans [Allègre, 2010; Sadoun, 2013]. L'objectif de cette section n'est pas de réaliser un état de l'art exhaustif des architectures existantes, mais de se focaliser sur le cas d'étude qu'est le reach stacker. Celui-ci se positionne dans une gamme de puissance supérieure aux voitures de tourisme classiques (250kW contre 80kW à 100kW), mais tout de même en deçà de certains engins non routiers (jusque 1200kW pour les pelles minières). Au-delà des puissances mises en jeu, la multiplicité des actionneurs, ainsi que la répétitivité des missions nécessitent une réflexion différente et ne permettent pas une transposabilité directe des solutions.

2.3.2 Chaînes d'actionnement

Il semble nécessaire de rappeler précisément la composition d'une chaîne d'actionnement, de telle sorte que l'on se rapportera toujours aux mêmes termes dans la suite de ce document. Cette structure, plus largement détaillée dans [Laffite, 2004] et [Jardin, 2010], se décompose selon plusieurs organes (voir figure 2.14) :

- l'élément de fourniture d'énergie peut être soit extérieur, soit embarqué, et correspond alors à un carburant ou à un stockage d'énergie électrique ou hydraulique,
- le ou les organes de modulation de puissance adaptent et/ou convertissent l'énergie de la source vers l'actionneur,
- l'actionneur final réalise la dernière conversion énergétique, du domaine physique provenant du modulateur vers celui de la charge. Il est parfois muni d'un dernier élément d'adaptation à la charge (ex : réducteur).

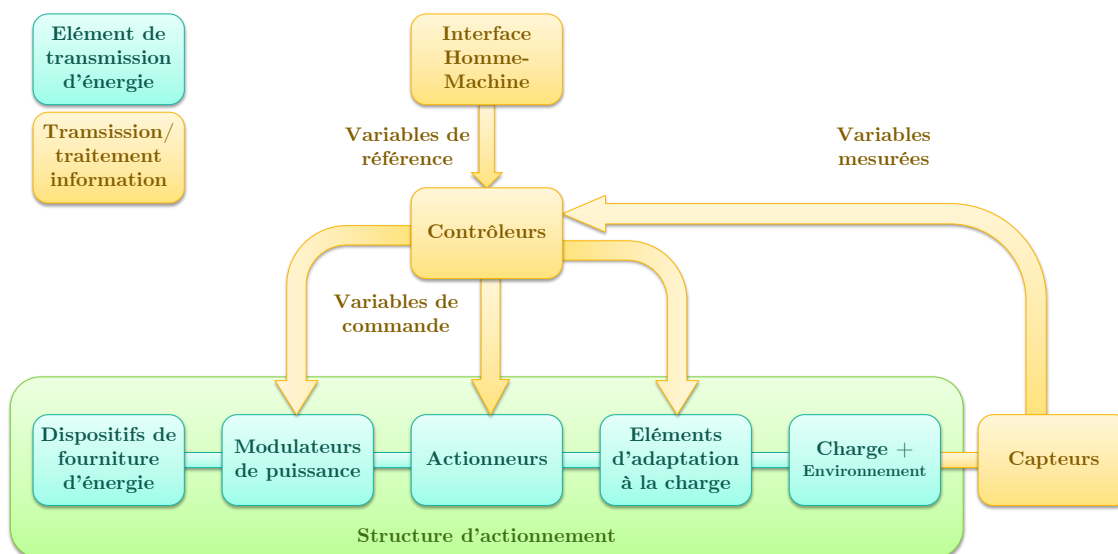


FIGURE 2.14 – Structure générale d'une chaîne d'actionnement mécatronique

Dans le domaine des engins mobiles et spécifiquement en ce qui concerne les équipements, les chaînes d'actionnement sont souvent équipées de multiples modulateurs (convertisseurs) de puissance (exemple : moteur thermique + pompe hydraulique + distributeur proportionnel). En outre, la source d'énergie est le plus souvent commune à plusieurs de ces chaînes d'actionnement. On notera aussi la présence d'un lien de commande entre le contrôleur et l'actionneur puisqu'il est possible par exemple de piloter la cylindrée d'un moteur hydraulique, communément appelé « *secondary control* » par opposition au « *primary control* » réalisé traditionnellement sur la pompe en début de chaîne. Le pilotage de l'élément d'adaptation à la charge aurait quant à lui plus de sens sur une CdT mécanique où cela correspondrait à une boîte de vitesses.

Dès lors que l'on souhaite réaliser une récupération d'énergie, autrement dit imposer le sens du flux d'énergie non plus de la source vers la charge mais dans le sens opposé, alors la structure d'actionnement se complexifie, à moins que le dispositif de fourniture d'énergie ne soit réversible. Dans le cas contraire une solution de stockage additionnelle est requise pour réaliser cette fonction : le système devient hybride si la source additionnelle n'est pas de même nature que la source originelle.

2.3.2.1 Chaîne d'actionnement hydraulique ... ou électrique ?

L'ensemble des structures d'actionnement présenté ci-dessous, que ce soit pour la CdT ou les équipements, est restreint encore aujourd'hui à des solutions mécaniques ou hydrauliques. Des architectures électriques ont cependant été envisagées et ont fait l'objet d'une étude bibliographique au même titre que les configurations hydrauliques. Néanmoins, nous avons choisi de ne pas développer cette partie pour différentes raisons :

- les niveaux de puissance mis en jeu sur un reach stacker sont élevés, et bien que les technologies électriques existent aujourd'hui, la technologie hydraulique reste tout de même plus adaptée,
- pour réaliser des actionnements de type linéaire, le vérin hydraulique reste le meilleur compromis entre performances, encombrement et puissance,
- les services de maintenance présents sur les plateformes inter-modales ne sont aujourd'hui pas tous équipés pour réaliser l'entretien de systèmes électriques haute-tension,
- le coût des composants électriques est beaucoup plus élevé que leurs homologues hydrauliques,
- l'acceptation globale par les exploitants d'une nouvelle technologie de type hydraulique est plus aisée que électrique.

2.3.2.2 Chaîne de transmission

L'analyse énergétique de la CdT présentée dans la section 2.2.1 a montré que son efficacité globale dépend de :

- la possibilité de faire fonctionner le moteur thermique à son meilleur rendement,
- l'efficacité du sous-système {convertisseur de couple + boîte de vitesses + différentiel},
- la capacité du système à récupérer l'énergie cinétique lors de la décélération du véhicule.

Transmission hydrostatique

Si l'on considère les deux premiers points, il s'agit donc d'améliorer l'efficacité énergétique du modulateur de puissance (moteur thermique) et du réducteur (boîte de vitesses). Pour ce qui est du

moteur thermique, l'une des solutions réside dans le découplage mécanique de celui-ci par rapport aux roues. La transmission hydrostatique (« Hydrostatic Transmission » où HST) réalise cette fonction. C'est une solution largement employée sur les engins non-routiers de faible et moyenne puissance. Selon le type de transmission, un réducteur sera nécessaire ou non, mais aucune boîte de vitesses pilotée n'est requise, ou uniquement dans de rares cas.

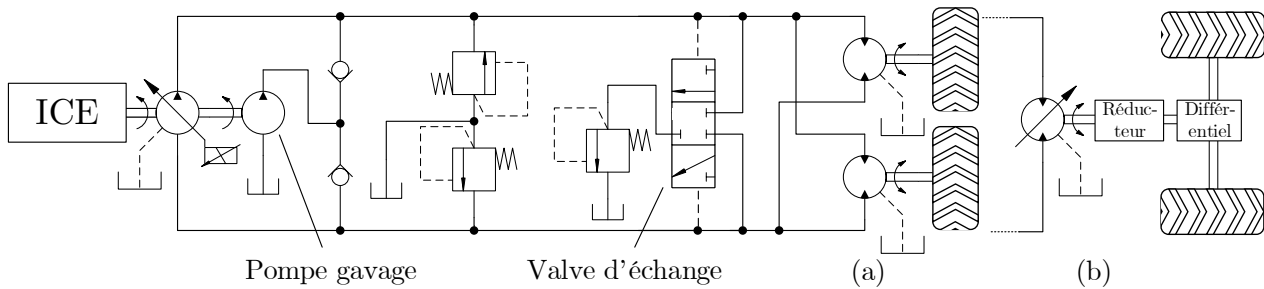


FIGURE 2.15 – Transmission hydrostatique à moteurs-roues (a) et à moteur rapide (b)

Dans une transmission hydrostatique, le moteur thermique entraîne une pompe à cylindrée variable en circuit fermé³. Celle-ci alimente selon la configuration plusieurs moteurs-roues (figure 2.15 (a)) ou un moteur dit « rapide » (figure 2.15 (b)) par opposition à la configuration précédente. Les moteurs de la configuration (a) offrent deux cylindrées possibles par activation ou désactivation de certains pistons [Bigo et Allart, 1990; Calloch *et al.*, 2003] (cylindrée à deux étages). Une pompe de gavage est nécessaire pour compenser les fuites liées au rendement volumétrique de la pompe et du récepteur. La circulation de fluide qu'elle génère permet en outre une filtration et un passage à travers un échangeur (non représentés sur la figure 2.15) de manière à réguler la température de l'huile qui a tendance à chauffer en raison des pertes de charge et des divers frottements des éléments tournants. La récupération de ce fluide, réalisée par la valve d'échange côté moteur, est responsable d'une dissipation d'énergie supplémentaire.

Pour la configuration (b), le fonctionnement est le suivant : en phase de démarrage (figure 2.16 (1)), la cylindrée de la pompe est proche de zéro, alors que celle du moteur hydraulique est au maximum, générant un rapport de réduction élevé entre la vitesse de rotation du moteur thermique et celle des roues. À mesure que le véhicule prend de la vitesse, la cylindrée de la pompe augmente. Puis, lorsque celle-ci est à 100%, la cylindrée du moteur hydraulique est réduite progressivement (figure 2.16 (2)), diminuant ainsi le débit nécessaire mais aussi en contrepartie le couple transmis. Enfin, lorsque le moteur parvient à sa cylindrée minimale, le moteur thermique monte en régime pour fournir le surplus de débit et ainsi atteindre la vitesse maximale du véhicule (figure 2.16 (3)). Cette architecture est donc particulièrement flexible puisqu'elle offre trois entrées de commande à valeurs continues, ce qui lui permet de maintenir le moteur thermique à régime constant la plupart du temps. Elle nécessite cependant un réducteur pour adapter la haute vitesse de rotation du moteur hydraulique à la basse vitesse des roues, engendrant des pertes supplémentaires.

L'architecture (a) munie de moteurs hydrauliques à cylindrées à deux étages fonctionne globalement sur le même principe. Toutefois, elle rend le système moins flexible. Par exemple, lors du passage de la haute à la basse cylindrée, la pompe doit instantanément adapter sa cylindrée afin de ne pas

3. Il existe également des transmissions hydrostatiques en circuit ouvert. Toutefois, ces dernières sont plus rares.

générer de surpression. Le rendement de cette pompe est alors fortement amoindri. De plus, une augmentation importante du régime moteur peut être requise pour atteindre la vitesse maximale du véhicule, empêchant une gestion optimale de son rendement. Enfin, les moteurs intégrés directement dans les roues réduisent voire suppriment la nécessité d'un rapport de réduction, améliorant par là l'efficacité énergétique globale, mais posent d'autres problèmes mécaniques, comme la charge limite sur les essieux.

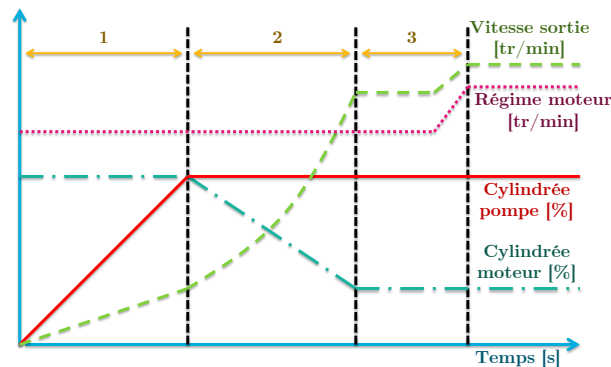


FIGURE 2.16 – Commande traditionnelle d'une transmission hydrostatique avec moteur à cylindrée variable

Revenons maintenant à l'architecture (b). Cette flexibilité apportée par les cylindrées variables des éléments hydrauliques génère des pertes importantes, notamment à faible cylindrée [Rydberg, 2009]. Au démarrage du véhicule, la cylindrée de la pompe, proche de zéro, génère des pertes équivalant à un rendement global du composant inférieur à 70%. Cependant, comme la puissance transmise est faible, la quantité d'énergie dissipée sera également peu élevée. A contrario, à haute vitesse, la pompe sera à cylindrée maximale et donc à haut rendement, alors que le moteur positionné à sa cylindrée minimale produira des pertes élevées. En sommes, l'efficacité propre de la transmission sur un cycle complet s'avère relativement faible, en particulier à haute vitesse. Elle permet toutefois au moteur thermique de fonctionner dans sa meilleure zone de rendement.

Différents travaux ont été menés sur le sujet afin de commander de manière plus efficace les trois entrées du système, à savoir la charge du moteur thermique et les deux cylindrées des machines hydrauliques. On peut notamment citer Backas et al. [Backas *et al.*, 2014], Montgomery [Montgomery et Alleyne, 2006] ou encore Vanwalleghem [Vanwalleghem *et al.*, 2012], où différents contrôleurs minimisant une fonction coût liée au rendement global de la chaîne d'actionnement et au suivi de trajectoire sont développés. Selon les conditions de fonctionnement, ces principes de commande permettent une réduction significative de la consommation de carburant (de 8% à 15%).

Pour remédier au rendement peu élevé de ce type de transmission à haute vitesse, tout en conservant le découplage mécanique moteur/roues ainsi que les propriétés de commandabilité, un autre type de transmission a été développé : les transmissions par dérivation de puissance.

Transmission par dérivation de puissance

Initialement déployées vers la fin des années 1990 dans le monde du tracteur pour leur adéquation avec les applications agricoles [Renius et Resch, 2005], les transmissions à dérivation de puissance ou

PowerSplit Transmissions (PST) ont ensuite été développées pour les engins non-routiers, dont on peut citer en particulier la *cPower* de *ZF*, la *CatCVT* de *Caterpillar* ou encore la *HVT* de *Dana/Rexroth*.

Une PST est donc typiquement une famille de transmissions dont l'énergie fournie par le moteur peut emprunter deux lignes de puissance parallèles (au sens bond graph) et y être modulée. Celles-ci se rejoignent ensuite pour finalement entraîner la charge. La parallélisation est réalisée par un train épicycloïdal qui peut être positionné côté moteur ou bien côté récepteur selon les configurations [Macor et Rossetti, 2011]. On a donc une ligne de puissance prenant la forme d'une transmission mécanique munie ou non d'une boîte de vitesses, et une seconde se traduisant par une transmission hydrostatique ou une transmission électrique.

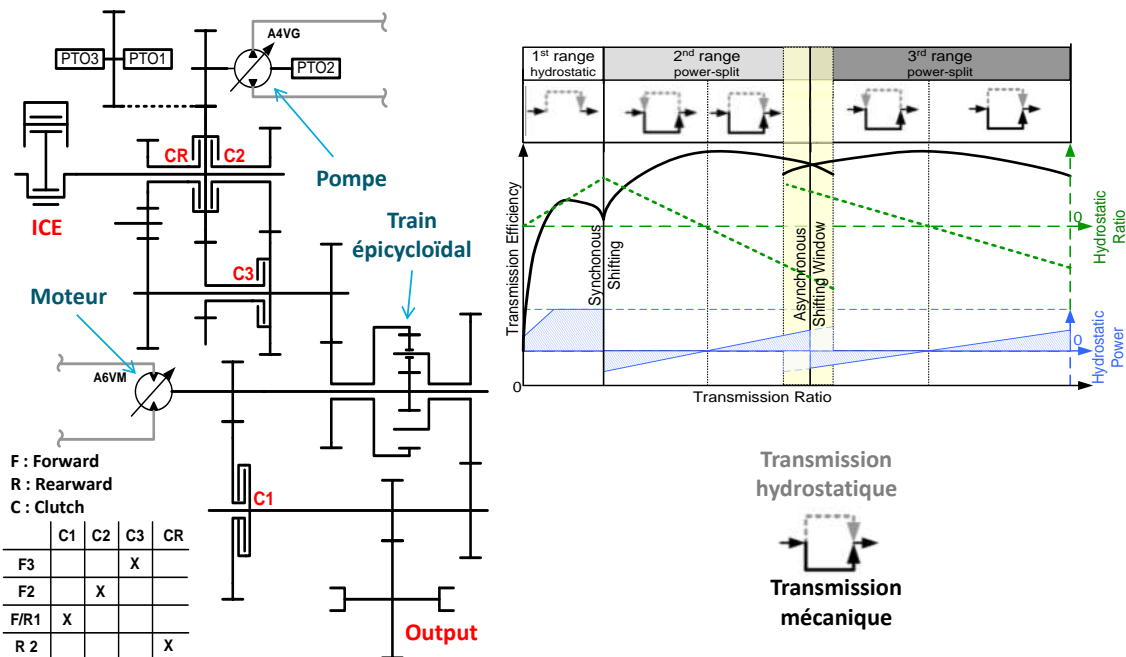


FIGURE 2.17 – Architecture de la *HVT Dana/Rexroth*

Dans la mesure où les configurations possibles sont très variées, nous nous focalisons sur la transmission développée par *Dana/Rexroth* car celle-ci peut convenir à notre application (figure 2.17). Son fonctionnement est comme suit [Anderl *et al.*, 2012] : au démarrage, la transmission est complètement hydrostatique et peut se ramener à l'architecture présentée dans la section précédente. Cette solution offre un effort de traction important pour décoller le véhicule, sans pour autant dissiper de l'énergie dans un embrayage mécanique ou un convertisseur de couple. La maniabilité à basse vitesse est par ailleurs conservée.

À partir d'une certaine vitesse du véhicule ($\approx 5 - 6\text{km/h}$), l'embrayage *C1* se désactive au profit du *C2*. Dès lors, le moteur thermique est connecté mécaniquement à la pompe et à la boîte de vitesses simultanément par l'intermédiaire du train épicycloïdal [Baron et Pescarou, 2016]. Le début de cette deuxième phase se caractérise également par l'inversion des cylindrées des machines hydrauliques⁴. Le moteur fonctionne alors en pompe et retranche une partie de la puissance transmise de la partie mécanique vers l'arbre de sortie. Dans un même temps, la pompe bascule en moteur et soulage le moteur thermique. Ainsi, le régime de l'ICE peut varier indépendamment de celui de l'arbre de sortie

4. L'angle du plateau bascule en dessous du zéro. Le débit est alors inversé pour un même sens de rotation.

et par conséquent se positionner sur une zone de meilleur rendement. Lorsque la vitesse du véhicule est suffisamment élevée, les deux machines hydrauliques passent de nouveau en fonctionnement initial, autorisant de cette façon le maintien du moteur thermique à bas régime. A haute vitesse ($\approx 20\text{km/h}$), l'embrayage *C2* se désactive et le *C3* s'enclenche. S'en suit un fonctionnement similaire à la deuxième phase, mais avec un rapport de réduction mécanique plus faible.

Cette solution combine les avantages de la transmission hydrostatique à faible vitesse, et ceux d'une transmission mécanique à vitesse plus élevée. On notera que le rendement global de la transmission atteint à son maximum environ 90%, mais le gain énergétique prépondérant provient de la possibilité de gérer le régime du moteur thermique. En outre, une efficacité énergétique plus élevée sur la transmission réduit la puissance en entrée pour une même puissance de sortie. Par conséquent, il est possible de revoir le dimensionnement du moteur thermique à la baisse pour des performances équivalentes. Ce type de transmission semble donc être un compromis intéressant. Cette architecture reste cependant peu employée. D'une part, la complexité d'un tel dispositif engendre des coûts d'achat élevés, et d'autre part, la multiplicité des composants pose la question de la fiabilité et de la durée de vie de la solution, bien que les technologies utilisées soient largement matures.

2.3.2.3 Equipements

A l'origine, les chaînes d'actionnement hydrauliques étaient munies de pompes à cylindrée fixe entraînées à vitesse constante, et délivrant une puissance hydraulique de manière continue. De ce fait, si l'ensemble des actionneurs se trouvait au repos, la totalité de l'énergie fournie par la pompe était dissipée à travers un limiteur de pression. Bien que cette configuration offre un temps de réponse très faible, la consommation énergétique était extrêmement élevée, et le système de refroidissement du fluide devait alors être surdimensionné. L'emploi de la pompe à cylindrée variable et l'arrivée des systèmes à détection de charge (*LS*) comme présenté sur la figure 2.18(a) ont permis de réduire considérablement les pertes énergétiques en adaptant le débit fourni par la pompe au débit désiré. Pour maintenir les performances du système, le circuit doit tout de même être maintenu à la pression la plus élevée nécessaire aux actionneurs, même si un seul est concerné. Ceci implique d'importantes pertes de charge lorsque plusieurs actionneurs requièrent des pressions très différentes, le modulateur de puissance de l'actionneur le moins chargé devant dissiper le surplus de pression. Ce n'est donc pas une solution idéale du point de vue du rendement.

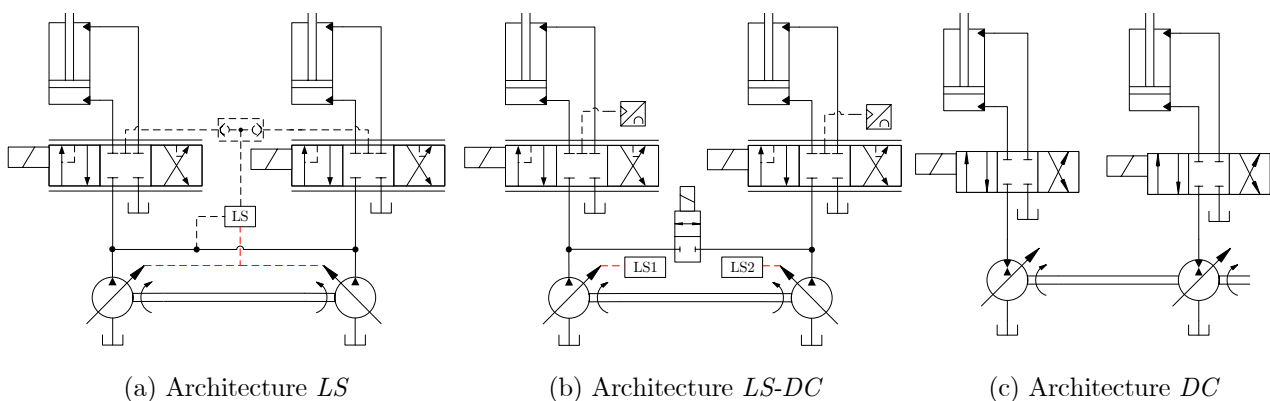


FIGURE 2.18 – Chaînes d'actionnement hydraulique

La figure 2.18 présente donc différentes architectures de circuits hydrauliques, qui pourraient globalement convenir à notre application. C'est pourquoi elles sont toutes munies d'au moins deux actionneurs (relevage et télescopage⁵) et de deux pompes. L'architecture proposée en (b) prend sa source dans [Ivantysyn et Weber, 2014] où une configuration similaire est employée pour accroître la capacité des pompes à récupérer l'énergie. Toutefois, on considère ici deux pompes munies de leur propre système *LS*, et connectées chacune à un actionneur différent. Lorsque la demande en débit de chaque actionneur ne dépasse pas la capacité de leur pompe respective, les deux circuits restent séparés, ce qui signifie que chaque pompe sera soumise à la plus basse pression possible de chaque actionneur indépendamment, et donc qu'il n'y aura pas de perte de charges inutiles. Cependant, lorsque la demande en débit de l'un des actionneurs est supérieure à la capacité de la pompe qui l'alimente, et si la seconde pompe peut subvenir à ce besoin, alors la valve centrale s'ouvre de manière à connecter les deux pompes. On se ramène ainsi à un système *LS* traditionnel. Cette architecture permet donc de réduire les dissipations d'énergie sur une certaine plage de fonctionnement, tout en maintenant les performances du système sans nécessiter un redimensionnement des pompes hydrauliques.

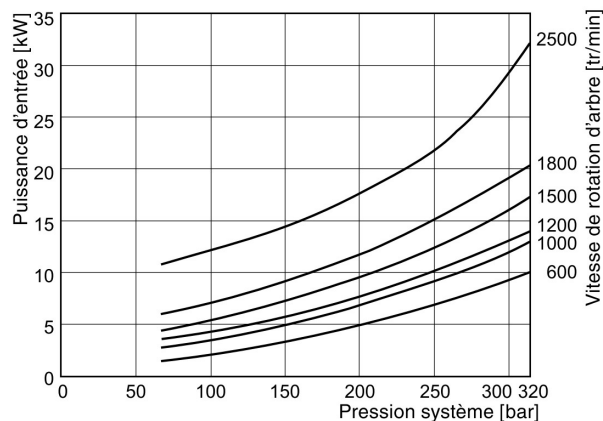


FIGURE 2.19 – Puissance d'entraînement d'une pompe de 145cc à cylindrée nulle (documentation *Parker*)

Il est néanmoins possible de s'affranchir en toutes circonstances des pertes de charge inhérentes au *LS* par l'utilisation d'une pompe par actionneur, combinée à la suppression des distributeurs proportionnels. Chacune des pompes doit alors être dimensionnée de manière à pouvoir fournir le débit désiré à l'actionneur qui lui est associé. Ce type d'architecture a été initié par Hewett [Hewett, 1994] dans les années 1990, mais cette technologie a été véritablement développée vingt ans après par Ivantysynova et appliquée sur une mini-excavatrice [Williamson *et al.*, 2008; Zimmerman *et al.*, 2011; Hippalgaonkar et Ivantysynova, 2013; Padovani et Ivantysynova, 2014]. Cependant, l'architecture proposée est disposée en circuit fermé, inadéquat dans notre cas. En effet, les actionneurs sont dissymétriques, le débit sortant est donc différent du débit entrant, ce qui signifie qu'il est nécessaire de compenser le manque de fluide dans un sens et d'évacuer le surplus dans l'autre. Ce problème a été résolu dans [Rahmfeld et Ivantysynova, 2000], il n'en est pas moins que cette structure nécessiterait une refonte complète du circuit hydraulique et l'ajout de nombreux composants (notamment une pompe de gavage). Nous nous intéressons en revanche à la configuration en circuit ouvert, comme présentée dans [Heybroek,

5. En réalité le relevage à lui seul emploie deux vérins. Dans la mesure où ceux-ci fonctionnent à une charge identique, il est cependant possible de se ramener à un seul actionneur.

2008] (figure 2.18 (c)). L'emploi de valves proportionnelles n'est plus nécessaire puisque la pompe est pilotée de telle sorte qu'elle fournit précisément le débit désiré par l'opérateur. Seule une valve de direction est requise pour diriger le fluide provenant de la pompe vers l'un ou l'autre des ports de l'actionneur. Cette architecture engendre tout de même plusieurs inconvénients. Tout d'abord, chaque pompe doit être en mesure de fournir un débit correspondant à la vitesse maximale de déplacement de l'actionneur. Cette architecture engendre tout de même plusieurs inconvénients. Tout d'abord, chaque pompe doit être en mesure de fournir un débit correspondant à la vitesse maximale de déplacement de l'actionneur qui lui est associé. Comme la vitesse de rotation des pompes est limitée d'une part, par leur architecture⁶ et d'autre part par le régime maximum du moteur thermique, il est alors nécessaire d'accroître la cylindrée des pompes. Ensuite, si l'on considère l'ensemble des actionneurs, y compris ceux liés au spreader ou à la direction, une pompe sera également nécessaire pour chacun de ces systèmes. La complexité du système et le coût global de la solution sont alors largement accrus. Enfin, si l'on considère qu'une pompe à cylindrée nulle engendre une perte de puissance (traînée) telle que présentée sur la figure 2.19, et que chaque pompe est finalement peu utilisée puisqu'aucune situation ne sollicite l'ensemble des actionneurs, alors le bilan énergétique global ne sera pas si avantageux. Toutefois, cette technologie permet de récupérer les énergies de freinage, mais celles-ci doivent être immédiatement réutilisées.

2.3.3 Systèmes de récupération d'énergie

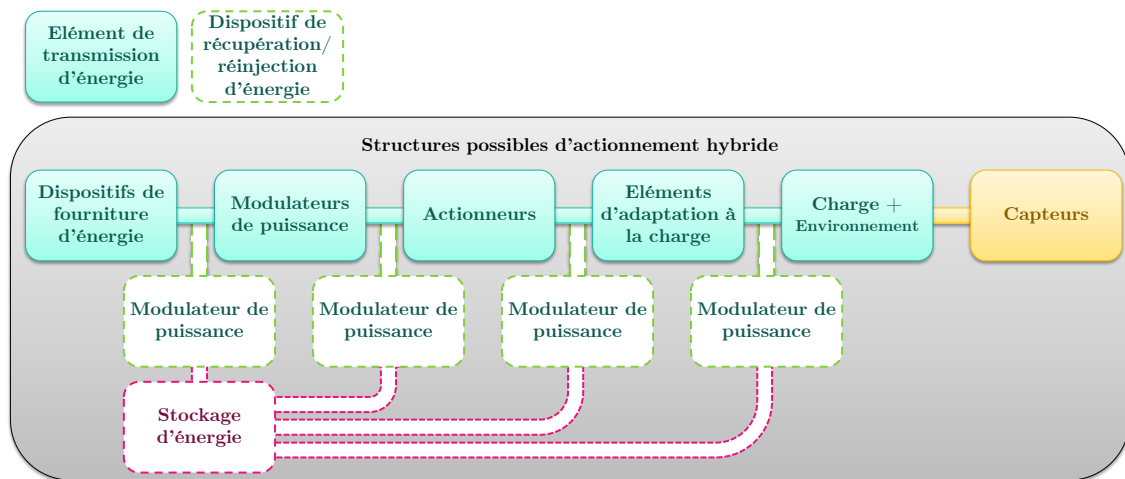


FIGURE 2.20 – Configurations possibles d'une chaîne d'actionnement hybride

Une chaîne d'actionnement hybride est dotée d'au moins deux sources d'énergie, dont l'une est souvent réversible et l'autre non. Certaines associations sont assez répandues comme par exemple un moteur thermique avec une batterie, ou plus rarement une pile à combustible avec une batterie. De manière générale, l'hybridation d'une chaîne d'actionnement peut avoir deux objectifs :

- le rendement d'une source non-réversible étant particulièrement dépendant de son point de fonctionnement, le stockage d'énergie additionnel permet de « lisser » la puissance fournie par la source primaire et ainsi d'optimiser l'utilisation du carburant. Le stockage accumule l'excédant d'énergie fourni lorsque la charge est peu élevée, et délivre la puissance manquante quand la charge est importante. Cette solution offre également la possibilité de sous-dimensionner la source

6. Les éléments mécaniques en mouvement sont lubrifiés grâce à un film d'huile, or si la vitesse de rotation de la machine est trop élevée, ce film d'huile devient insuffisant pour lubrifier correctement le système.

primaire, on parle alors de « downsizing ».

- lorsque la charge est menante, le système d'actionnement doit être capable d'absorber l'énergie. A l'instar d'un système traditionnel qui dissipe cette énergie, la configuration hybride cherche à la récupérer pour une réutilisation instantanée sur une autre chaîne d'actionnement, ou bien un stockage temporaire.

La figure 2.20 présente les structures possibles pour une chaîne d'actionnement hybride. L'emploi d'un ou plusieurs modulateurs de puissance autorise par exemple à récupérer l'énergie en un point de la chaîne, et à la réinjecter en un autre, ce qui peut s'avérer intéressant lorsque plusieurs chaînes sont utilisées en parallèle. Il s'agit alors de sélectionner judicieusement le stockage et les modulateurs de puissance de manière à concevoir un système répondant au cahier des charges.

2.3.3.1 Choix de la forme du stockage d'énergie

Lorsque la majorité du système d'actionnement repose sur une solution hydraulique, il peut être intéressant d'utiliser un stockage de même nature pour réaliser l'hybridation. Les autres solutions de stockage de type électrique (batterie, supercondensateur), ou mécanique (volant d'inertie) n'ont pas été retenues pour les mêmes raisons que celles avancées dans la section 2.3.2.1. En outre, l'accumulateur hydropneumatique est adapté à notre application de par ses caractéristiques. Tout d'abord, celui-ci accepte des puissances de charge et de décharge très élevées (jusqu'à 1000kW en décharge [HYDAC, 2016]), avec une efficacité énergétique charge/décharge de l'ordre de 80%. De plus, si l'on se réfère au tableau 2.1 (page 38), on peut voir que l'énergie à stocker se situe entre 0,25kWh et 0,83kWh. Cette faible quantité d'énergie est adaptée au stockage hydropneumatique puisqu'il propose une densité d'énergie faible (de 1 à 3 Wh/kg selon [Erkkilä *et al.*, 2013]).

Un accumulateur hydropneumatique est composé d'une coque métallique dans laquelle une vessie élastomère sépare deux cavités. L'une est destinée à accueillir un volume d'azote, et la seconde le fluide hydraulique. Le remplissage progressif par le fluide comprime peu à peu la poche d'azote et stocke ainsi de l'énergie. Les pertes de charge à l'entrée sont assez faibles pour permettre un débit important. Les pertes énergétiques proviennent plutôt du comportement thermodynamique de l'azote. La chaleur produite par la compression du gaz est évacuée à travers le fluide hydraulique ainsi que la paroi de l'accumulateur. Les fabricants d'accumulateurs travaillent donc sur la maximisation du coefficient d'échange thermique de manière à se rapprocher au plus d'une compression isotherme. Le cas d'une compression adiabatique entraînerait une chute de pression ultérieure liée à une baisse de température inévitable du gaz lors de sa détente (utilisation de l'énergie stockée) ce qui n'est pas souhaitable. Les performances du stockage vont donc dépendre assez largement de la constante de temps thermique du composant, mais aussi des temps de cycle de charge/décharge. La société *Hydac* travaille notamment à l'ajout d'une mousse intégrée à la cavité dédiée à l'azote et proposant un coefficient d'échange thermique très élevé. Ainsi, celle-ci emmagasine la plupart de l'énergie thermique en phase de compression, et la restitue lors de la détente, augmentant par conséquent le rendement global.

2.3.3.2 Solutions de récupération d'énergie

Récupération d'énergie cinétique

La récupération d'énergie à la décélération des véhicules a principalement été traitée pour l'automobile. Néanmoins, de nombreux travaux ont été menés sur les véhicules lourds comme les bus ou les véhicules routiers. Les véhicules non-routiers font eux aussi l'objet de ce type d'étude, et en particulier, celles concernant l'hybridation thermique-hydraulique.

Dans une volonté de modifier le minimum d'éléments de l'architecture traditionnelle d'une CdT d'engin de chantier, les travaux se focalisent sur les boîtes de vitesses mécanique. Il est possible d'ajouter un dispositif de récupération d'énergie en parallèle de celle-ci comme présenté par Hui [Hui et Junqing, 2010] ou encore Ye-Cui [Ye-Cui *et al.*, 2008]. Hui propose une architecture de chargeuse⁷ où la transmission traditionnelle est conservée, mais où un dispositif de récupération {embrayage+pompe+accumulateur} est ajouté sur l'arbre de transmission entre la boîte de vitesses et le différentiel comme présenté sur la figure 2.21.

Lors des phases de décélération, l'embrayage du système de récupération est activé de telle sorte que la chaîne de transmission entraîne la pompe. Celle-ci gonfle alors un accumulateur tout en imposant un couple résistant pour décélérer le véhicule. Cette solution se veut très simple et offre la possibilité de rétrofiter les machines déjà sur le marché, le tout pour un coût assez faible. Toutefois, les performances sont limitées par plusieurs facteurs. Tout d'abord, le régime de la pompe dépend di-

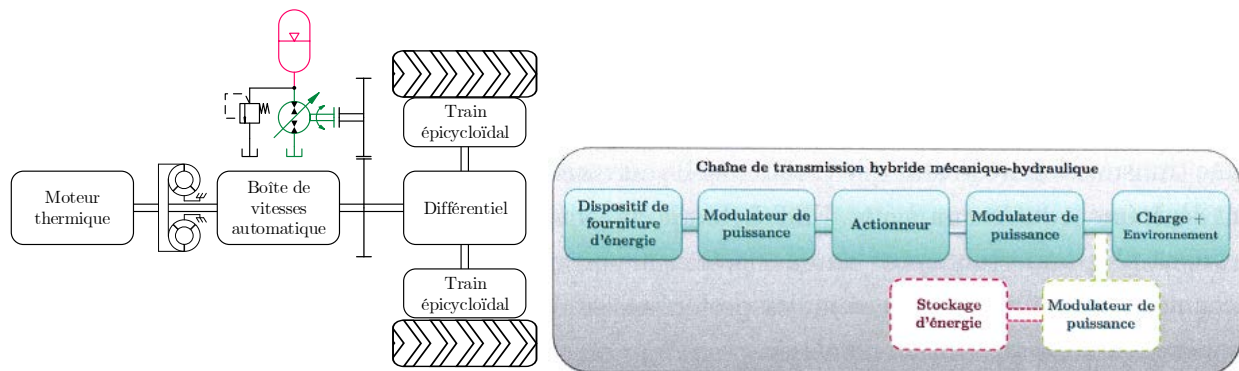


FIGURE 2.21 – Solution de récupération d'énergie cinétique en sortie de boîte de vitesses

rectement de la vitesse du véhicule ce qui laisse une plage de puissance de récupération assez réduite. En effet, à haute vitesse on peut supposer que l'accumulateur est à basse pression et donc le couple résistant et la puissance de récupération seront faibles. À plus basse vitesse, même si l'accumulateur est chargé, la faible vitesse de rotation ne permettra pas une puissance de récupération élevée. Le second inconvénient, inhérent à l'architecture parallèle, réside dans l'impossibilité de faire fonctionner le moteur thermique à son meilleur rendement. Pire encore, une réutilisation inappropriée de l'énergie pourrait dégrader davantage son efficacité, en particulier si le système additionnel assiste le moteur thermique sur des phases de charges partielles, faisant par conséquent opérer celui-ci à bas couple.

En revanche, l'hybridation d'une transmission hydrostatique offre plus de flexibilité. Néanmoins, une architecture dotée d'un accumulateur implanté directement sur la branche haute pression du

7. Les chargeuses sur roues ont une architecture et des cycles typiques d'utilisation proches du reach stacker en termes de translation, ce qui en font des références idéales pour une transposition de solution technique.

circuit hydraulique [Ho et Ahn, 2012][Hui, 2010] engendre une raideur trop faible du système et alors des temps de réponse élevés sur les phases d'accélération. Sprengel et Ivantysynova présentent dans [Sprengel et Ivantysynova, 2013] une architecture inspirée de [Baltes et Bauer, 2008], dans laquelle deux moteurs hydrauliques (notés PM) sont utilisés (voir figure 2.22). En phase d'accélération non assistée,

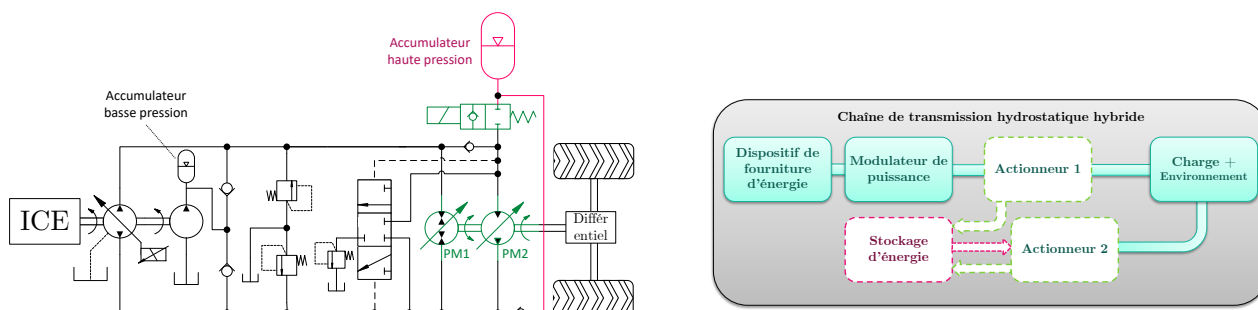


FIGURE 2.22 – Transmission hydrostatique hybride [Sprengel et Ivantysynova, 2013]

la pompe alimente les moteurs PM1 et PM2. Si la pression de l'accumulateur est plus élevée que celle de la ligne d'alimentation, alors l'accumulateur fournit l'énergie uniquement au moteur PM2 grâce aux clapets anti-retour, réduisant par conséquent la demande sur la pompe. Lors d'une décélération, la haute pression change de côté du circuit, et les deux moteurs fonctionnent en pompes pour charger l'accumulateur et ainsi récupérer l'énergie cinétique. La pompe de gavage ainsi que l'accumulateur basse pression fournissent alors le débit nécessaire pour éviter toute cavitation. Si l'accumulateur est à pression maximale, le débit est évacué à travers le limiteur de pression. Dans la mesure où l'accumulateur n'est connecté au circuit haute pression que lorsque sa charge est suffisante, la raideur d'une transmission hydrostatique traditionnelle est conservée. En revanche, les gains en consommation sont légèrement inférieurs à une HST hybride classique qui utilise l'accumulateur sur une plage de pressions plus importante. Les auteurs précisent par ailleurs que le dimensionnement des PM et de l'accumulateur influence fortement les performances énergétiques, notamment sur les capacités de récupération et de restitution d'énergie.

La dernière topologie de récupération d'énergie cinétique présentée ici se base sur une PST à laquelle plusieurs systèmes additionnels peuvent être ajoutés. On pourra citer notamment Hui [Hui *et al.*, 2009] et Kumar [Kumar et Ivantysynova, 2009] qui proposent de combiner une transmission mécanique et une transmission hydrostatique hybride à travers une PST. L'hybridation est réalisée grâce à deux accumulateurs, l'un haute pression et l'autre basse pression. Ils sont connectés directement sur chacune des lignes amont et aval de la pompe. En revanche, Sprengel propose dans [Sprengel et Ivantysynova, 2012] et [Sprengel et Ivantysynova, 2014b] deux structures différentes. La première est constituée d'une solution de récupération commune pour la translation et l'actionnement hydraulique sur un reach stacker, ce qui limite le nombre de composants et la complexité. La seconde s'inscrit dans une structure de PST seule dans laquelle l'hybridation prend la forme illustrée sur la figure 2.23, à savoir deux moteurs hydrauliques couplés à la partie mécanique, avec l'un des deux moteurs pouvant être séparé de la HST pour réinjecter l'énergie de l'accumulateur.

Ces solutions sont intéressantes du point de vue énergétique puisque l'on combine les avantages d'une PST et la récupération d'énergie. Elles s'avèrent cependant complexes à mettre en œuvre, et pour l'heure aucune de ces configurations de ce type pour engins non-routiers n'est largement

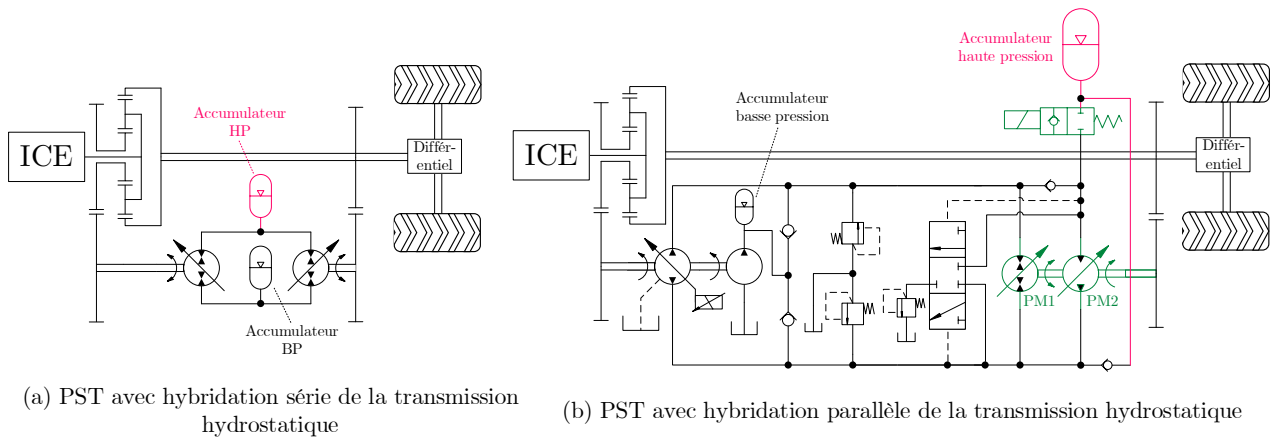


FIGURE 2.23 – Transmissions de type *Powersplit* hybride [Kumar et Ivantysynova, 2009] [Sprengel et Ivantysynova, 2014b]

commercialisée.

Récupération d'énergie potentielle

L'énergie potentielle importante de l'ensemble {flèche + charge} offre l'avantage d'être directement disponible sous forme d'énergie hydraulique à travers les vérins de relevage. En outre, on trouve dans la littérature de nombreuses références associées à ce type de récupération d'énergie.

Connecter directement l'actionneur au stockage est la solution la plus simple et a été proposée de deux manières différentes, tout d'abord par Minav [Minav *et al.*, 2014] sur un chariot élévateur, mais aussi par la société *Bosch-Rexroth* sur une excavatrice de 14 tonnes [Amrhein et Neumann, 2012]. Pour ce dernier, partant du constat que 13% de l'énergie apportée au système est dissipée par les valves associées aux vérins de la flèche, les auteurs proposent une solution de récupération d'énergie reposant sur un compensateur de pression et un accumulateur hydropneumatique (figure 2.24).

Lorsque les vérins sont en phase de rentrée de tige (descente de flèche), le compensateur de pression ③ maintient une différence de pression constante aux bornes de l'orifice piloté ①. A la sortie du compensateur de pression, le débit se divise en deux : une partie est dirigée vers la ligne d'aspiration de la pompe ⑧, et l'autre vers l'accumulateur ⑦. Ainsi, si un mouvement combiné à la descente est demandé, l'énergie potentielle est directement réutilisée par la pompe. Au lieu d'aspirer le fluide à pression atmosphérique, la pompe est soumise à la haute pression provenant du système de récupération. De ce fait, la différence de pression de part et d'autre de la pompe est réduite, et par conséquent le couple d'entraînement aussi. Si la pompe n'évacue pas un débit suffisamment important, l'accumulateur se charge en parallèle, stockant ainsi le surplus d'énergie. Bien qu'une partie de l'énergie récupérable soit perdue dans les éléments ① et ③ (notamment lorsque l'accumulateur est à faible charge), cette solution offre plusieurs avantages. Tout d'abord, celle-ci est relativement simple, avec peu de composants additionnels et donc un coût de l'hybridation faible. Comme sur un système traditionnel, la régulation de la descente opérée à partir de valves (① et ③) permet des dynamiques élevées, autrement dit cette solution maintient les performances et la sécurité du système. Enfin, le fait de réinjecter directement l'énergie récupérée permet un sous-dimensionnement du système de stockage et une réduction des pertes par charge/décharge de l'accumulateur. On notera toutefois qu'une telle solution

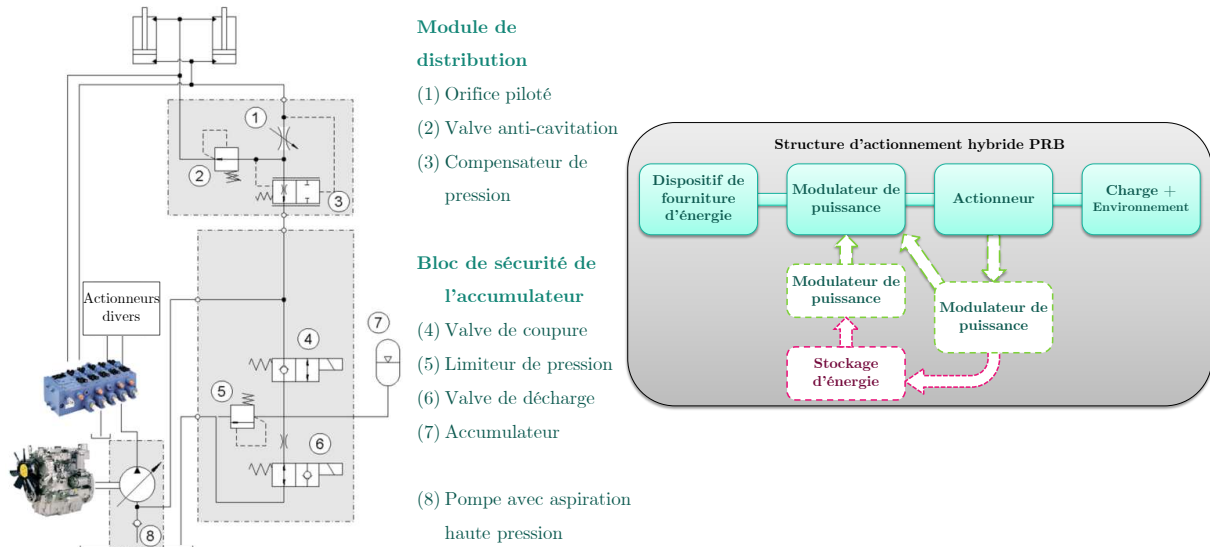


FIGURE 2.24 – Solution de récupération d'énergie potentielle *PRB - Power Regenerative Boom* [Amrhein et Neumann, 2012]

nécessite une technologie de pompe inexistante actuellement sur le marché de manière standard. En effet, les pressions d'aspiration autorisées ne dépassent actuellement pas 40 bar, or il est ici question de pression allant au delà de 100 bar. Enfin, du point de vue des performances énergétiques, les auteurs annoncent une réduction de 0,9 à 1,3 L/h⁸ pour un cycle de creusement. Le gain en consommation s'avère plutôt faible et dépend de deux éléments. D'une part, le profil de mission influence fortement la récupération d'énergie, et d'autre part, la réutilisation instantanée de l'énergie potentielle réduit la charge du moteur thermique, déplaçant par conséquent son point de fonctionnement vers une zone à faible rendement.

Une structure différente basée sur une architecture DC (*Displacement control*) de mini-excavatrice a été développée par Ivantysynova [Williamson *et al.*, 2008; Zimmerman *et al.*, 2011]. L'application de ce principe sur un reach stacker a également fait l'objet d'une étude dans [Sprengel et Ivantysynova, 2012]. L'idée est de tirer partie de la réversibilité de la pompe sur un circuit DC pour réaliser la récupération de l'énergie. Lorsque la charge est menante, la pompe fonctionne en moteur et entraîne un système de récupération d'énergie {pompe + accumulateur} comme illustré sur la figure 2.25. Alors que la solution présentée précédemment dissipait une partie de l'énergie pour retenir la charge et adapter la pression de celle-ci à la pression de l'accumulateur, il est ici possible de réaliser la même fonction sans engendrer de pertes de charge. En effet, les deux machines à cylindrées variables jouent le rôle de transformateur de telle sorte que l'on passe d'un couple débit-pression $(Q_A, \Delta p_A)$ à un couple $(Q_B, \Delta p_B)$ tel que :

$$Q_B = \frac{u_B V_{eB}}{u_A V_{eA}} Q_A \cdot \eta_{volA} \cdot \eta_{volB}$$

$$\Delta p_B = \frac{u_A V_{eA}}{u_B V_{eB}} \Delta p_A \cdot \eta_{mhA} \cdot \eta_{mhB}$$

8. Le gain de consommation est donné en valeur absolue car la consommation de l'excavatrice est largement dépendante du cycle.

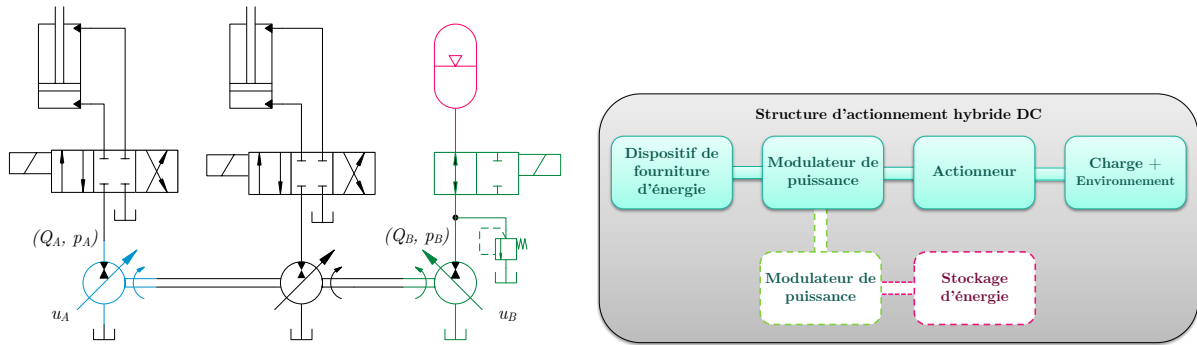


FIGURE 2.25 – Solution de récupération d'énergie potentielle basée sur une architecture DC

où u_A et u_B représentent le pourcentage de cylindrée, V_{eA} et V_{eB} les cylindrées maximales des pompes, et enfin η_{vol} et η_{mh} les rendements volumétriques et hydrau-mécaniques des pompes. En outre, cette solution offre la possibilité de réutiliser l'énergie de manière flexible pour n'importe quelle autre chaîne d'actionnement connectée au même arbre de transmission. Les inconvénients d'une telle architecture sont similaires à ceux d'une structure DC non-hybride comme exposé dans la section 2.3.2.3. Le nombre de composants, la complexité et le coût sont donc des freins à cette topologie, mais il est également question ici d'efficacité énergétique au regard d'un cycle récupération d'énergie + réutilisation. En effet, le flux d'énergie transite d'abord par le moteur A , puis par la pompe B , et enfin par le stockage et de nouveau par la pompe B (fonctionnement en moteur), soit un rendement global effectif η_{total} :

$$\eta_{total} = \eta_A \cdot \eta_B \cdot \eta_{accu} \cdot \eta_B$$

où η_A et η_B représentent les rendements globaux des pompes A et B , et η_{accu} celui de l'accumulateur. Là encore, le dimensionnement et la commande jouent un rôle important puisque l'efficacité énergétique d'un tel dispositif dépendra de la possibilité de le faire fonctionner à son meilleur rendement.

Une solution propose de pallier les inconvénients d'une architecture hybride DC en déplaçant le dispositif de récupération en aval sur la chaîne d'actionnement [Hugo *et al.*, 2013; Pettersson *et al.*, 2012] (figure 2.26). Au lieu d'employer une pompe additionnelle solidaire de l'arbre commun, une solution de {moteur + pompe} positionnée entre la valve de direction et l'actionneur réalise la récupération. Cette topologie est intéressante puisqu'il sera toujours possible de contrôler la vitesse de l'actionneur à partir de la position de la valve, tout en considérant le système de récupération comme une seconde charge de signe opposé. De la même manière, cette valve régule la différence de pression aux bornes du moteur de récupération, ce qui peut s'avérer avantageux si la pompe n'est pas en mesure de fournir un couple résistant suffisant pour retenir la charge.

A défaut d'utiliser moins de composants que la solution précédente, il est ici possible de réduire la taille de la pompe et du moteur additionnels. L'indépendance vis-à-vis de l'arbre principal autorise effectivement une vitesse de rotation du système de récupération plus élevée et par conséquent un dimensionnement moindre. Les pertes énergétiques lors de la récupération sont elles aussi réduites dans la mesure où le moteur n'entraîne aucun autre élément que la pompe de récupération.

En revanche, la question de la réutilisation de l'énergie se pose clairement. Soit le système récupératif est capable de fonctionner en sens inverse, auquel cas le périmètre d'action du dispositif est limité à une seule ligne d'actionnement, soit l'accumulateur est connecté à un circuit hydraulique annexe

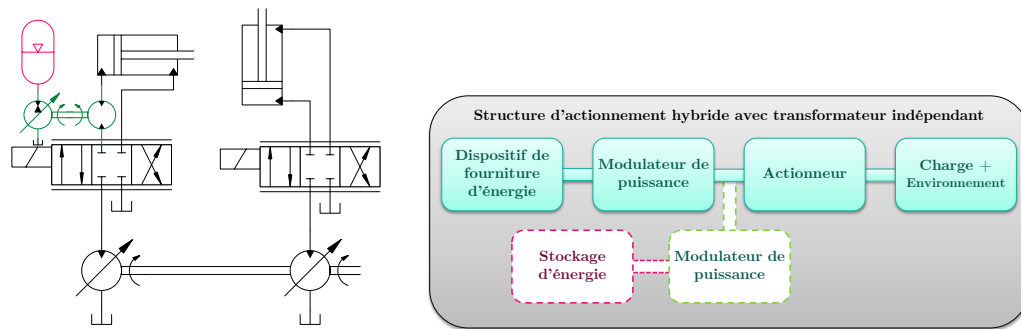


FIGURE 2.26 – Solution de récupération d'énergie potentielle basée sur une architecture avec transformateur indépendant

offrant plus de flexibilité.

Il existe enfin un type de solution de récupération d'énergie adaptable uniquement sur des systèmes de levage [Liang et Virvalo, 2001; Bauer *et al.*, 2012]. Il s'agit d'un dispositif additionnel et complètement parallèle à la chaîne d'actionnement comme présenté sur la figure 2.27. Un vérin complémentaire

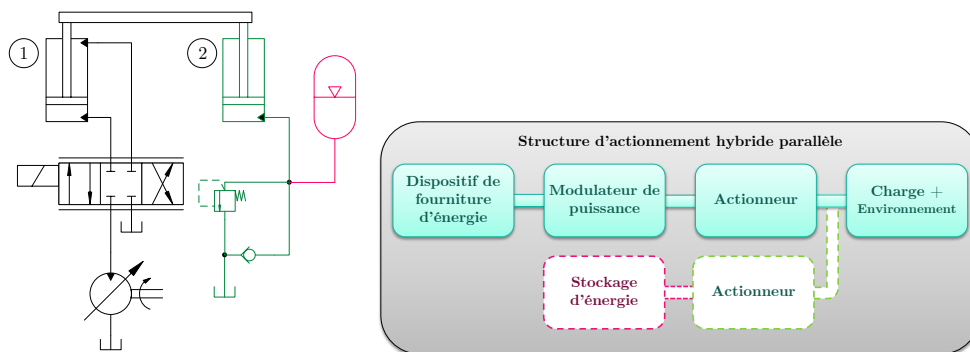


FIGURE 2.27 – Solution de récupération d'énergie potentielle basée sur une architecture parallèle

est ajouté au niveau de la charge à actionner. En phase de descente, le vérin ② transforme une partie de l'énergie potentielle en énergie hydraulique puis pneumatique via l'accumulateur. Le circuit hydraulique traditionnel connecté au vérin ① dissipe le surplus d'énergie et contrôle la descente de la charge. Lors d'une montée ultérieure, le vérin ② assiste le vérin ① qui voit sa pression diminuer, réduisant ainsi la puissance délivrée par la pompe. La simplicité d'un tel système en fait une solution robuste dont les performances énergétiques sont intéressantes, particulièrement lorsque la charge soulevée reste en permanence faible en comparaison de la masse de la flèche. En effet, il est nécessaire que la précharge de l'accumulateur soit telle que la pression maximale atteinte par celui-ci corresponde à la pression de l'actionneur lorsque la flèche se trouve en position basse. Dans le cas contraire, il serait impossible d'abaisser la flèche complètement. On notera cependant la faible flexibilité d'un tel système puisqu'il est impossible de réutiliser l'énergie stockée sur une autre ligne d'actionnement, sous peine de modifier la précharge de l'accumulateur.

Pour notre cas d'étude, la charge est souvent supérieure à la masse de la flèche, et l'ajout d'un (ou deux) vérin de relevage poserait des problèmes d'encombrement et de coût étant donné sa dimension.

Le tableau 2.2 présente pour conclure un récapitulatif des avantages et inconvénients des différentes solutions de récupération d'énergie, aussi bien sous forme cinétique que potentielle.

TABLEAU 2.2 – Bilan comparatif des différentes solutions de récupération d'énergie cinétique et potentielle

	Critère Solution	Nombre de composants	Reconception /existant	Performances énergétiques	Performances dynamiques	Flexibilité réutilisation énergie	Découplage moteur th./roues
Récupération d'énergie cinétique	BVA hybride parallèle	😊	😊	😐	😊	😞	😞
	HST hybride série	😊	😐	😊	😐	😞	😊
	HST hybride parallèle	😐	😐	😊	😊	😞	😊
	PST hybride série	😞	😞	😊	😊	😞	😊
	PST hybride parallèle	😞	😞	😊	😊	😞	😊
Récupération d'énergie potentielle	Valves (PRB)	😊	😊	😞	😊	😊	
	Transformateur sur arbre principal	😊	😐	😞	😞	😊	
	Transformateur indépendant	😞	😐	😊	😊	😐	
	Actionneur supplémentaire	😐	😞	😊	😊	😞	

2.4 Verrous scientifiques

Les architectures présentées précédemment apportent une complexité supérieure à la topologie actuelle. Elles requièrent notamment un nombre de composants pilotés plus important. De manière plus générale, l'utilisation croissante des systèmes mécatroniques par l'industrie ainsi que par le grand public mène à de nouvelles problématiques de conception, et à une complexification des systèmes. Ceux-ci offrent plus de degrés de liberté en termes de services proposés à l'utilisateur, et par conséquent, les cahiers des charges associés sont d'autant plus complexes. La figure 2.28 propose un découpage du travail de conception en plusieurs niveaux [Silvas *et al.*, 2012]. La section précédente a montré la multitude des topologies envisageables pour remplir une même fonction technique, mais aussi à quel point l'interdépendance entre architecture et technologie est forte. En effet, le choix de l'utilisation de telle ou telle architecture engendrera la nécessité d'employer certains composants et par conséquent, un domaine physique particulier. Le dimensionnement des composants est donc réalisé *a posteriori* sans

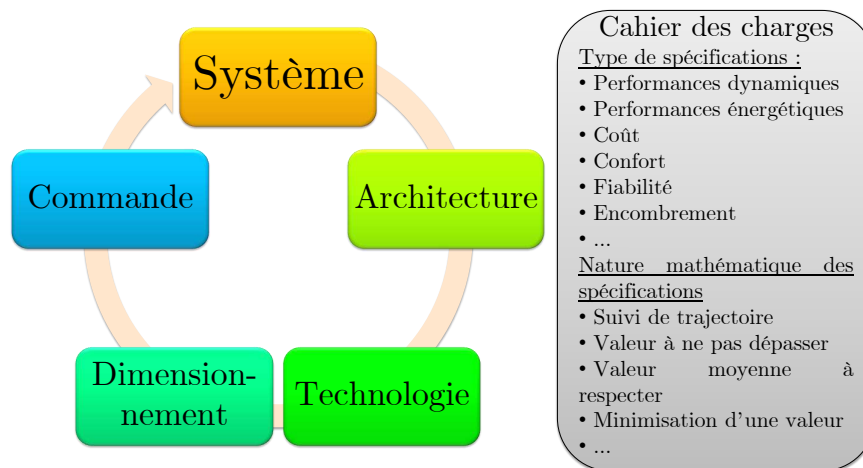


FIGURE 2.28 – Niveaux de conception d'un système mécatronique

possibilité véritable de considérer le problème combiné topologie-technologie-dimensionnement. Il en est de même pour la commande qui réalise la gestion du système mécatronique. Ces quatre briques élémentaires ont pour rôle de répondre à un cahier des charges dont les spécifications sont hétérogènes de par leurs critères (performances dynamiques, coûts, etc.), mais aussi de par la nature mathématique de ces critères (valeur à minimiser, valeur mini/maxi, etc.). La difficulté se trouve donc dans la prise en compte de l'ensemble de ces spécifications lors de la conception globale du système.

La conception initiale du reach stacker se focalisait sur des spécifications en termes de valeurs mini/maxi, comme par exemple des vitesses minimales à assurer pour les actionneurs hydrauliques, ou encore, la limitation de la vitesse maximale de translation en fonction de la charge. Il s'agit désormais de continuer à répondre à ces spécifications, tout en respectant de nouveaux critères comme la minimisation de la consommation de carburant. Cet objectif complémentaire doit être satisfait au regard d'un cycle type d'utilisation de la machine déterminé dans les spécifications. De ce fait, cette partie du cahier des charges revêt une importance particulière puisque l'ensemble du système sera conçu à partir de missions types.

Par ailleurs, les nouvelles technologies, et en particulier les solutions hybrides, mènent à l'utilisation d'un nombre de composants pilotés plus important. Le dimensionnement et la commande doivent

alors être développés simultanément de manière à atteindre un optimum global. Celui-ci est en effet local lorsque le dimensionnement et la synthèse de commande sont effectués de manière séquentielle [Chauvin, 2015].

2.5 Conclusion

Ce deuxième chapitre a permis de présenter et d'explorer sur le plan énergétique le cas de notre étude, c'est-à-dire le reach stacker. Cette analyse des flux d'énergie mène alors à une classification en trois catégories de pertes. La première concerne les dissipations liées à l'efficacité de la chaîne d'actionnement, ayant pour origine le rendement des composants où l'inadéquation de la loi de commande avec le système. La seconde catégorie rassemble les pertes générées par les besoins de l'opérateur en termes de ralentissement de la descente de charges et de décélération du véhicule. Elle représente la part de l'énergie récupérable. Enfin la dernière catégorie réunit les pertes sur lesquelles il est difficile d'agir (e.g. la résistance au roulement) et qui ne seront pas étudiées par la suite.

On voit alors apparaître plusieurs grandes voies d'amélioration associées aux catégories précédemment exposées. On peut tout d'abord chercher à améliorer l'efficacité des chaînes d'actionnement, en revoyant leurs architectures ou bien en faisant évoluer la manière de commander le système. Dans un second temps, l'énergie potentielle disponible lors de la descente d'un conteneur, actuellement dissipée sous forme de chaleur, pourrait être récupérée en se basant sur l'une des nombreuses solutions possibles. Un état de l'art des systèmes les plus adéquats a par ailleurs été exposé, offrant un aperçu des solutions possibles que nous nous attellerons à comparer plus en détails dans le chapitre 5. Les solutions avec transformateurs et les architectures à récupération directes (à base de valves) sont notamment les plus intéressantes. La dernière source d'amélioration de l'efficacité énergétique se situe au niveau de la chaîne de transmission. Plus particulièrement, lors des phases de décélération. L'énergie cinétique pourrait en effet être captée elle aussi, à travers différentes solutions. Le choix du domaine physique et du type de stockage a été réalisé à partir de considérations techniques comme la puissance de charge et décharge ou encore la quantité d'énergie à stocker, mais aussi d'un point de vue pratique, en vue de la construction d'un prototype. L'accumulateur hydropneumatique est donc la forme de stockage la plus adaptée étant donné les faibles quantités d'énergie à stocker, des fortes puissances de charge-décharge, mais aussi de par sa simplicité de mise en œuvre.

Adopter une architecture hybride ajoute de la complexité au système initial, et requiert par ailleurs de dimensionner et commander les modulateurs de puissance supplémentaires. Des structures caractérisées par un nombre d'entrées supérieur aux sorties à piloter apparaissent notamment. Il s'agit alors de valoriser cette particularité. Des spécifications supplémentaires du cahier des charges peuvent par exemple être réalisées. Ces spécifications sont alors matérialisées par l'association des suivis de trajectoires avec des objectifs de minimisation, ou d'autres critères de natures différentes. Le chapitre suivant a donc pour objectif d'étudier l'ensemble des méthodes possibles permettant de prendre en compte des spécifications de natures différentes tout en tirant le meilleur parti de ces structures suractionnées.

Chapitre 3

Principes et outils pour la spécification de composants et de leurs entrées de commande

Sommaire

3.1	Introduction	60
3.1.1	Synthèse d'architecture	61
3.1.2	Méthodologie de dimensionnement	61
3.1.3	Synthèse de commande	62
3.2	L'inversion de modèle bond graph	63
3.2.1	Intérêt de l'approche par modèle inverse	64
3.2.2	Principe de l'inversion	65
3.2.3	Apports de l'inversion	68
3.2.4	Limites de la procédure pour la spécification de chaîne sur-actionnée	69
3.3	L'optimisation dynamique	70
3.3.1	Approche indirecte	70
3.3.2	Approche directe	73
3.3.3	Programmation dynamique	74
3.3.4	Programmation en nombres entiers	76
3.3.5	Optimisation combinée du dimensionnement et de la commande	78
3.3.6	Conclusion sur l'optimisation dynamique	78
3.4	Représentation bond graph d'un problème d'optimisation dynamique	79
3.4.1	Formalisation du problème d'optimisation	79
3.4.2	Représentation bond graph d'un problème d'optimisation dynamique	80
3.4.2.1	Introduction	80
3.4.2.2	La commande optimale en bond graph : obtention d'un modèle BG optimisant	81
3.4.2.3	Cas des phénomènes de stockage non-linéaires	84
3.4.2.4	Résolution numérique	86
3.5	Limites actuelles de la représentation bond graph d'un problème d'optimisation dynamique	87

3.5.1	Rapide état de l'art sur le couplage entre inversion et optimisation en bond graph	87
3.5.2	Intérêt d'une extension à un problème plus général	88
3.6	Conclusion	91

3.1 Introduction

Une chaîne sur-actionnée peut être définie comme une structure dans laquelle un degré de liberté est piloté par plusieurs éléments commandés. On pourra alors qualifier de structure sur-actionnée un système hybride ayant deux sources d'énergie pour entraîner une charge. Un exemple illustrant ce concept est la gouverne d'un avion dont les multiples actionneurs redondants peuvent assurer le pilotage de l'angle indépendamment. Le sur-actionnement peut alors provenir de redondances pour la sécurité, et tous les actionneurs ne sont alors pas sollicités simultanément. Le sur-actionnement peut également être fonctionnel, ou bien découler de contraintes technologiques (emploi de multiples moteurs électrique plutôt qu'un seul pour réduire la masse embarquée). La conception de ce type de système pose de nombreuses questions :

- Combien de sous-systèmes doivent être employés ?
- Comment dimensionner ces sous-systèmes ?
- Comment commander ces sous-systèmes ?

Quand les spécifications d'un système sur-actionné sont données sur une seule sortie, il n'est pas possible de répondre directement à ces différentes questions. Plusieurs solutions s'offrent alors à nous :

- ajouter artificiellement autant de sorties que de sous-systèmes de pilotage redondants en complétant le cahier des charges,
- ajouter des contraintes exogènes à partir d'une bonne connaissance du système ou d'un retour d'expérience,
- coupler plusieurs entrées entre elles de manière à réduire artificiellement le nombre d'entrées effectives,
- introduire de nouvelles spécifications qui ne pouvaient jusque là pas être prises en compte.

Dans un contexte industriel où les cahiers des charges sont de plus en plus complexes, avec des spécifications de natures hétérogènes, il semble intéressant de s'attarder sur ce dernier point. En effet, les entrées de commande supplémentaires qui apparaissent dans une structure sur-actionnée peuvent permettre de répondre à de nouveaux critères comme la consommation d'énergie, la fiabilité, le coût d'exploitation, la sécurité, etc. Les fabricants d'engins font en effet face à de nouvelles contraintes, notamment sur des aspects législatifs (émissions de polluants). L'hybridation des engins peut aussi être la conséquence d'une volonté marketing de se démarquer des concurrents, ou encore d'améliorer son image de marque. Cela a généralement pour conséquence un coût à l'achat plus élevé pour l'exploitant. Le fabricant doit alors assurer un coût final d'exploitation (TCO, *Total cost of Ownership*) inférieur à la machine classique. Les critères d'optimisation sont alors hétérogènes, avec des données d'entrée pouvant être variables au cours du temps (prix du pétrole, restrictions normatives).

Dans ce chapitre, nous verrons donc différentes méthodes menant à différents niveaux de valorisation du sur-actionnement. Nous verrons comment l'inversion d'un modèle peut être un outil efficace et comment celui-ci peut être couplé à d'autres méthodes afin de prendre en compte une plus grande diversité de spécifications. L'intérêt sera en particulier porté sur la formalisation bond graph d'un problème couplé d'inversion et d'optimisation. Nous verrons que cet outil s'avère efficace pour traiter une certaine catégorie de problèmes, puis nous exposerons les limites auxquelles il se heurte actuellement.

3.1.1 Synthèse d'architecture

Le choix de la topologie d'un système de transmission de puissance s'avère relativement complexe puisqu'il représente la première étape dans le processus de conception. Il ne se base alors que sur la connaissance du concepteur ou sur sa capacité à associer des composants élémentaires entre eux pour répondre aux fonctions spécifiques (fourniture d'énergie, modulateurs, actionneurs, ...). Cette étape est d'ailleurs souvent réalisée par retour d'expérience ou par étude de l'état-de-l'art. Il n'y a alors aucune garantie qu'il existe un dimensionnement correspondant à cette topologie qui soit en mesure de répondre aux spécifications. En particulier, dans une optique de minimisation de la consommation, une autre topologie pourrait mener à des gains plus importants.

Il est toutefois possible de déterminer, dans une certaine mesure, l'architecture la plus appropriée pour répondre à un besoin. Par exemple, Hofman propose dans [Hofman *et al.*, 2012] une méthode heuristique permettant de déterminer la meilleure architecture de transmission automobile parmi trois différentes sur un critère de consommation d'énergie. Il s'appuie alors sur une activation ou désactivation d'embrayage pour changer de topologie, le tout mis en œuvre par programmation dynamique. Dans [Silvas *et al.*, 2015], les auteurs proposent de procéder en plusieurs étapes. Tout d'abord, une bibliothèque de composants possibles pour la construction de topologies est constituée. Dans un deuxième temps, les architectures sont automatiquement construites et sélectionnées selon différents critères, et finalement une procédure d'optimisation sélectionne la solution optimale.

La construction automatique de topologies peut alors mener à des structures très complexes pour répondre à la problématique énergétique, sans toutefois prendre en compte le coût de la solution associée. Celle-ci peut alors devenir incompatible d'un point de vue économique.

L'autre problématique associée à cette méthode et antagoniste à l'idée précédente, repose sur la limitation des composants constitutifs de l'architecture. Si l'on prend l'exemple d'une chaîne d'actionnement hydraulique hybride, la multitude des topologies possibles et des composants utilisables rend le problème d'optimisation beaucoup trop grand, de surcroît si l'on se trouve dans le cas d'un multi-actionnement.

3.1.2 Méthodologie de dimensionnement

Lorsque la topologie et la technologie qui lui est associée sont complètement définies, il est nécessaire de déterminer les caractéristiques de chacun de ses composants. Pour cela, on distingue plusieurs méthodes :

- la méthode la plus répandue et la plus simple consiste à déterminer la charge maximale que doit supporter le composant, puis à sélectionner celui qui remplit ce critère. Le choix de ce composant est cependant susceptible de modifier la charge maximale liée à l'élément amont ou aval de la chaîne, ce qui engendre un travail itératif lourd. De plus, le dimensionnement dans le cas statique ne permet pas de prendre en compte le comportement du composant sur un cycle de fonctionnement. Il est alors possible que celui-ci ne respecte pas le cahier des charges d'un point de vue dynamique.
- l'utilisation d'un modèle dynamique direct permet donc de considérer aussi bien les charges extrêmes que les performances dynamiques de chaque composant, mais là encore, il est nécessaire d'employer une méthode itérative essai-erreur-correction pour trouver le dimensionnement adéquat.

- l'inversion du modèle dynamique résout partiellement cet inconvénient puisqu'il est alors possible d'imposer des trajectoires spécifiées sur les sorties et remonter ainsi à la caractéristique utile du composant [Fotsu-Ngwompo, 1997; Jardin, 2010]. Toutefois, cette approche ne prend en compte que les spécifications sur la dynamique du système, sans considérer par exemple le coût global de la solution ou encore la consommation énergétique.
- finalement, l'optimisation dynamique combinée dimensionnement-commande telle que présentée dans [Chauvin, 2015] permet de déterminer les paramètres optimaux pour un système hybride, avec comme contrainte un suivi de trajectoire et un critère global associant consommation, coût de la solution et durée de vie des composants sensibles. Ces méthodes, généralement basées sur une approche directe (discrétisation *a priori*), sont cependant limitées en taille (variables d'état, pas de discrétisation) sous peine de nécessiter des temps de calculs prohibitifs.

La problématique industrielle génère donc la nécessité de trouver un optimum sur le dimensionnement des composants, à partir d'un ou plusieurs critères hétérogènes puisqu'ils doivent prendre en compte les performances énergétiques mais aussi le coût global de possession incluant le coût d'achat et le coût d'utilisation.

3.1.3 Synthèse de commande

Alors qu'une chaîne d'actionnement basique (fourniture d'énergie/modulateur de puissance/actionneur) est fréquemment dotée d'autant d'entrées de commande que de sorties à piloter, une chaîne hybride possèdera au minimum une entrée de commande supplémentaire liée à la gestion de l'énergie du stockage additionnel. La présence de transformateurs intermédiaires est par ailleurs susceptible d'ajouter encore de nouvelles commandes. Les méthodes de synthèse de lois de commande associées aux systèmes hybrides sont par conséquent différentes de celles d'un système classique, ce qui implique de nouvelles problématiques. Dans la mesure où l'on dispose de plus d'entrées que de sorties, il existe une infinité de commandes permettant d'aboutir à une évolution en sortie identique. Par exemple, si l'on dispose d'un moteur thermique et d'un moteur hydraulique connecté à un accumulateur chargé, il sera possible de fournir l'énergie mécanique nécessaire à la mission soit uniquement à partir de l'un, soit à partir de l'autre, soit par une combinaison des deux. L'hybridation d'un système génère donc un ou plusieurs degrés de liberté supplémentaires qu'il est indispensable de contrôler.

Ce surplus des entrées par rapport aux sorties ne se limite cependant pas aux cas des chaînes d'actionnement hybrides. Il existe en effet de nombreux cas où le choix de la technologie et du composant mène à une telle situation. Ce choix est alors délibéré (plus de flexibilité, commodité de commande, redondance) ou bien imposé par la technologie. Par exemple, un vérin hydraulique double effet possède deux ports d'entrée du fluide pour une sortie en position de la tige, ou encore une pompe à cylindrée variable sur laquelle il est possible de piloter la vitesse de rotation et la cylindrée pour commander le débit de sortie.

La plupart du temps, ce surplus d'entrées de commande n'est pas véritablement exploité, mais au contraire employé comme un moyen de simplifier le contrôleur. Ainsi, la stratégie de *Load Sensing* exploite la redondance entre la commande du distributeur proportionnel et celle de la cylindrée de la pompe en couplant cette dernière à la différence de pression résultant de la position du tiroir de la valve. Bien que performante d'un point de vue dynamique, cette solution n'est pas efficace du point de vue énergétique, et le degré de liberté supplémentaire n'est pas pleinement exploité. Il existe différentes

méthodes pour tirer profit de ces structures d'actionnement.

En particulier, on peut associer cette classe de chaîne d'actionnement à des structures sur-actionnées, pour lesquelles on dispose de plusieurs actionneurs pour commander le même degré de liberté du système. Cette terminologie est largement employée dans l'aéronautique [Bordignon, 1996; Härkegard, 2003] pour la gestion de la position des gouvernes ou encore dans l'automobile [Knobel, 2009; Akhmetov, 2011] pour le contrôle de la dynamique du véhicule. La technique de commande, appelée allocation de contrôle, consiste à déterminer dans un premier temps l'effort résultant permettant d'aboutir à la sortie désirée à partir d'un contrôleur classique. Dans un second temps, cet effort résultant est distribué sur chaque actionneur. Différentes techniques sont disponibles pour réaliser l'allocation. Celles-ci ne sont pas employées dans la suite, mais un état de l'art des méthodes existantes est toutefois présenté dans l'annexe C. Lorsque la commande par allocation de contrôle n'est pas réalisable, notamment s'il est nécessaire de prendre en compte la dynamique des actionneurs, d'autres méthodes existent pour exploiter le sur-actionnement. La commande prédictive fait partie de ces approches, toutefois son utilisation est restreinte aux cas où la sortie désirée et les perturbations sont connues presque complètement, et donc, qu'il existe une certaine prévisibilité du système¹. Ceci n'étant pas le cas du reach stacker, cette approche n'a pas fait l'objet d'une étude approfondie. Ces techniques permettent de répondre au problème du sur-actionnement en proposant notamment de minimiser un critère. Toutefois, seul un minimum local sera atteignable dans la mesure où le modèle de prédiction est différent du système réel, mais aussi parce que l'horizon de prédiction est limité à quelques pas de temps.

Si l'on souhaite désormais coupler l'étape de dimensionnement avec la détermination des commandes, le tout en prenant en compte l'ensemble des spécifications du cahier des charges, il est alors nécessaire d'employer des techniques applicables seulement hors ligne contrairement à celles qui ont été présentées auparavant. On distingue tout d'abord les techniques analytiques issues des principes variationnels [Borne *et al.*, 1990] où il est possible de traiter tout type de problème, bien que les contraintes d'inégalités soient difficiles à prendre en compte. Ces méthodes d'optimisations directes mènent à un extremum qui peut être local ou global selon le problème considéré. D'autres techniques de type indirecte existent également, comme par exemple la programmation dynamique. Ici, l'optimum global est assuré à l'erreur de discrétisation près, alors que d'autres méthodes de type stochastique ne mènent pas forcément à l'optimum global.

3.2 L'inversion de modèle bond graph

Dans notre problématique de conception de chaînes sur-actionnées, rappelons que les contraintes de conception sont données par le cahier des charges, de la même manière que pour une chaîne d'actionnement classique. Une partie de ces spécifications (figure 2.28 p.55) concerne des évolutions désirées des différentes sorties du système. Une fois que l'architecture et la technologie des composants sont choisies, il est nécessaire de réaliser leur dimensionnement ainsi que la commande du système. Dans ce contexte, l'inversion du modèle dynamique prend tout son sens puisqu'elle consiste à transformer le système d'équations de telle sorte que les entrées du modèle direct² deviennent les sorties du modèle

1. La commande prédictive est notamment très utilisée pour la conduite de procédés chimiques, où l'on dispose d'une grande connaissance de l'évolution des réactions chimiques.

2. Le modèle direct est une représentation mathématique du système considéré, dont la construction en termes d'entrées/sorties correspond au comportement du système réel.

inverse, et les sorties du modèle direct deviennent les entrées du modèle inverse. Il est alors possible d'imposer une trajectoire spécifiée sur une sortie physique de manière à dimensionner les composants non plus à partir de critères statiques, mais au contraire à partir du comportement dynamique. Là où le composant était auparavant dimensionné pour tenir à une charge maximale déduite d'une situation de vie figée considérée comme la plus pénalisante, il est désormais sélectionné pour sa capacité à tenir les exigences sur l'ensemble des situations de vie, qu'elles soient stationnaires ou transitoires.

Pour réaliser cette inversion, plusieurs techniques existent. Néanmoins, nous nous focaliserons sur l'inversion de modèles représentés en bond graph. Nous rappellerons les conditions d'inversibilité d'un modèle bond graph dans la section à venir, puis comment procéder à cette inversion. Nous verrons enfin que cette procédure est insuffisante pour spécifier complètement un système sur-actionné.

3.2.1 Intérêt de l'approche par modèle inverse

L'approche directe pour la conception de chaîne d'actionnement consiste à construire un modèle dynamique à partir de l'architecture choisie, puis à présélectionner un dimensionnement de chaque composant selon différentes méthodes (situation de vie dimensionnante, retour d'expérience, etc.). Le modèle direct valide ou invalide ensuite ce dimensionnement en comparant la sortie souhaitée avec la sortie simulée, puis en vérifiant que le composant ne sort pas de sa zone de fonctionnement admissible. Si le dimensionnement sélectionné ne remplit pas l'ensemble de ces critères, un composant proposant des caractéristiques plus adaptées est alors testé de la même manière. Cette étape est répétée de manière itérative jusqu'à trouver le composant adéquat. On notera que lors de cette phase, la commande des actionneurs doit être construite au préalable de manière à pouvoir simuler le fonctionnement du système. Si la trajectoire en sortie n'est pas respectée, la question peut alors se poser sur la manière de discriminer l'origine de cet écart entre le dimensionnement et la commande.

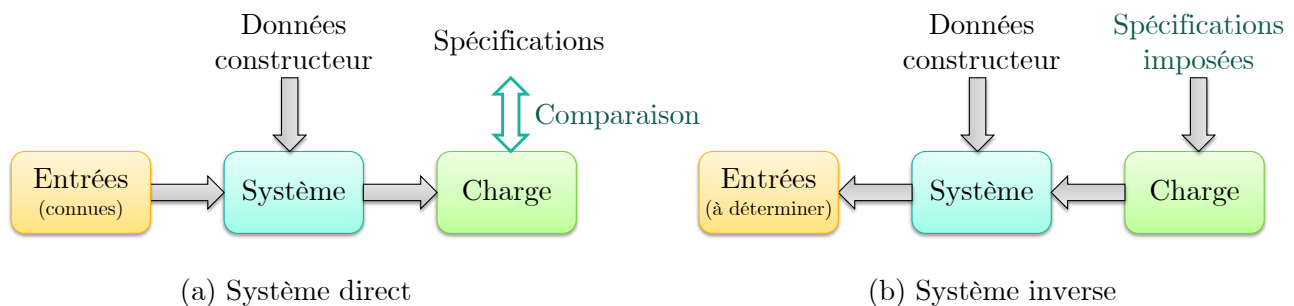


FIGURE 3.1 – Comparaison entre l'approche directe et l'approche inverse

L'approche inverse propose de simplifier cette procédure de manière à réduire le temps de conception, mais aussi de telle sorte qu'il soit possible d'exploiter au maximum le modèle à disposition. La spécification sur la trajectoire de sortie donnée par le cahier des charges étant directement imposée au système (fig. 3.1), l'étape de choix des composants n'est plus itérative puisque la simulation fournit directement les informations nécessaires au choix du composant (*e.g.* l'effort/flux maximal, la puissance maximale ou encore l'énergie à stocker). En outre, cette approche ne nécessite plus de concevoir *a priori* la commande du système, et de surcroît, elle donne même une information sur la commande en boucle ouverte.

Pour mettre en œuvre cette inversion, l'outil bond graph est préféré dans la mesure où il offre de nombreuses possibilités en termes d'analyse (structurelle, énergétique, commande), mais aussi parce que son application s'avère être relativement simple et pratique. En effet, les nombreux travaux et notamment ceux réalisés au sein du laboratoire Ampère ont permis d'aboutir à une méthodologie rigoureuse et généralisable à n'importe quel système (à condition qu'il respecte certaines caractéristiques sur lesquelles nous reviendrons par la suite). L'introduction du concept de bicausalité par Gawthrop [Gawthrop, 1995], puis les travaux de Fotsu-Ngwompo [Fotsu-Ngwompo, 1997] ont abouti à la formalisation de la procédure d'inversion SCAPI³ pour un modèle bond graph. Pour être inversible, un modèle doit vérifier un certain nombre de critères, et le formalisme bond graph permet de tester graphiquement l'ensemble de ces critères. Ceux-ci sont exposés dans l'annexe D.

Avant de procéder à l'inversion, il est donc indispensable de vérifier que ces critères sont respectés. Une fois cette vérification réalisée, il est possible d'appliquer la procédure SCAPI⁴, dont le principe est expliqué dans la section suivante.

3.2.2 Principe de l'inversion

Quel que soit l'objectif menant à l'emploi d'un modèle inverse, cette technique s'effectue en trois étapes principales :

1. Vérifier que les critères d'inversibilité sont respectés. On s'assure ainsi que le problème est bien posé,
2. Construire le modèle bond graph inverse en propageant la bicausalité entre les sorties et leur entrée correspondante, selon l'ensemble des lignes de puissance BG (bond graph) disjointes déterminé,
3. Déterminer les inconnues du problème en exploitant le modèle bond graph inverse par la simulation.

Pour illustrer cette procédure, nous allons traiter l'exemple d'un moteur électrique à courant continu et d'un moteur hydraulique entraînant une charge en rotation soumise à des frottements visqueux. La figure 3.2(a) présente un schéma de principe sur lequel apparaissent les entrées et sorties du système qui nous intéressent. On notera que l'élément C (figure 3.2(b)) représente une chambre de volume constant V_0 . Le bond graph causal correspondant à ce système est donné sur la figure 3.2(b). On choisit de prendre comme entrées de commande la tension d'alimentation du moteur électrique ainsi que le débit du moteur hydraulique. On considère que les trajectoires de sorties (y_1, y_2) sont spécifiées dans le cahier des charges, et l'on cherche alors à déterminer les entrées (u_1, u_2) permettant de réaliser ces trajectoires.

Pour cet exemple, on considère un système dont les phénomènes ont un comportement linéaire ayant les paramètres suivants :

- k_c la constante de couple du moteur électrique,
- V_e la cylindrée du moteur hydraulique,
- R_1 , R_2 et R_3 , respectivement la résistance de l'induit du moteur électrique, le coefficient de frottement de type visqueux sur la charge, et le paramètre lié aux dissipations dans le moteur hydraulique,

3. Sequential Causality Assignment Procedure for Inversion

4. La résolubilité de la structure de jonction en bicausal doit cependant être vérifiée *a posteriori*.

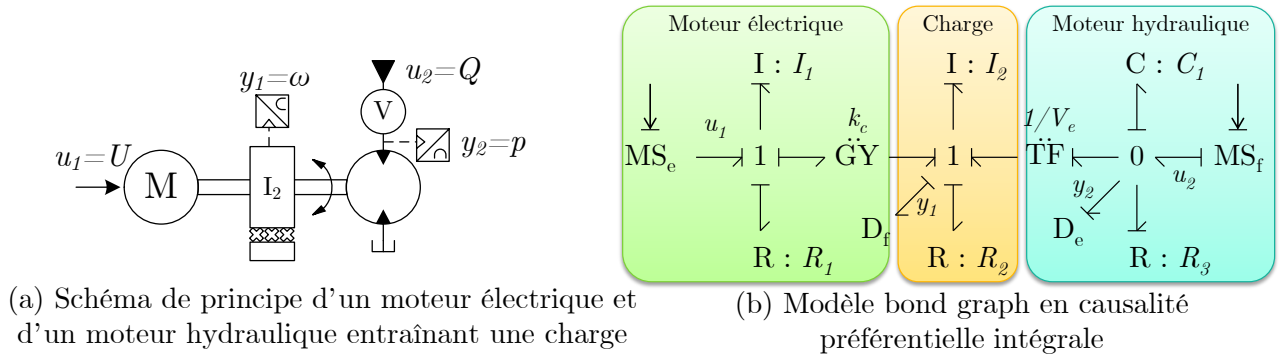


FIGURE 3.2 – Exemple d'un système d'actionnement modélisé en bond graph

- I_1 et I_2 respectivement l'inductance du moteur électrique et le moment d'inertie de la charge,
- $C_1 = V_0/B_0$ l'inverse de la raideur du fluide hydraulique liée à la chambre de volume V_0 . On notera que B_0 correspond au module de compressibilité du fluide.

Pour détailler au maximum le processus d'inversion, on propose également d'écrire le modèle d'état correspondant au bond graph de la figure 3.2 :

$$\left\{ \begin{array}{l} \begin{bmatrix} \dot{p}_1 \\ \dot{p}_2 \\ \dot{q}_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{R_1}{I_1} & -\frac{k_c}{I_2} & 0 \\ \frac{k_c}{I_1} & -\frac{R_2}{I_2} & \frac{V_e}{C_1} \\ 0 & -\frac{V_e}{I_2} & -\frac{1}{R_3 C_1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p_1 \\ p_2 \\ q_1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{I_2} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{C_1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p_1 \\ p_2 \\ q_1 \end{bmatrix} \end{array} \right. \quad (3.1)$$

où p_1 , p_2 et q_1 représentent respectivement le flux total lié à l'inductance du moteur électrique, le moment cinétique de la charge en rotation et le volume de fluide dans la chambre hydraulique. De même, y_1 et y_2 représentent respectivement la vitesse de rotation de la charge et la pression d'alimentation du moteur hydraulique.

Étape 1 : Vérification de l'inversibilité structurelle du modèle

Les détails de cette première étape sont donnés en annexe D. L'intérêt est porté sur la deuxième étape d'inversion.

Étape 2 : Construction du modèle bond graph inverse

D'un point de vue pratique, l'inversion consiste à remplacer les sorties mesurées du modèle direct (y_1, y_2) par des sorties imposées (y_1^{ref}, y_2^{ref}) . Au niveau du bond graph, les détecteurs d'effort (D_e) et de flux (D_f) correspondant à ces sorties sont remplacés par des éléments double sources $S_e S_f$ imposant simultanément l'effort et le flux (mais une puissance nulle). Ainsi, un détecteur d'effort sera remplacé par une double source imposant un effort y_e^{ref} et un flux nul, et un détecteur de flux sera remplacé

par une double source imposant un flux y_f^{ref} et un effort nul.

De la même manière, les entrées du modèle direct (u_1, u_2) sont désormais des sorties du modèle inverse. De ce fait, les sources d'effort (MS_e) et de flux (MS_f) modulées se voient remplacées par des double détecteurs d'effort et de flux $D_e D_f$. Il ne reste finalement plus qu'à propager la bicausalité à partir des éléments $S_e S_f$ vers les éléments $D_e D_f$ en suivant les lignes de puissance identifiées à l'étape 1 (voir figure 3.3). L'étape de construction du modèle inverse est désormais terminée. Toutefois, un

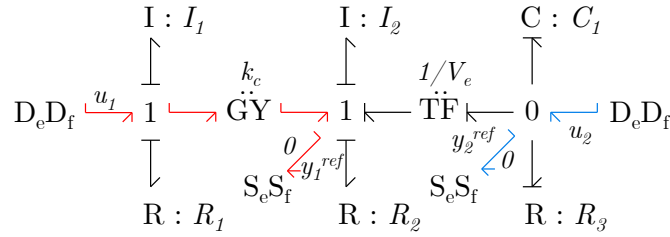


FIGURE 3.3 – Modèle bond graph inverse du système

dernier travail de vérification doit être réalisé avant de passer à son exploitation. En effet, on peut voir en comparant les figures 3.2 et 3.3 que les trois éléments de stockage du système sont passés d'une causalité intégrale à une causalité dérivée, ce qui signifie qu'ils seront tous trois dépendants uniquement des sorties spécifiées (y_1^{ref}, y_2^{ref}) et de leurs dérivées successives.

Dans le cas des systèmes linéaires, pour déterminer le nombre de fois qu'une sortie doit être dérivée, il est nécessaire d'introduire le concept d'ordre d'essentialité. D'après [Commault *et al.*, 1986] et [Feki *et al.*, 2012], l'ordre d'essentialité d'une sortie d'un système correspond à l'ordre maximal de dérivation de cette sortie apparaissant dans le modèle inverse (voir annexe D). Pour le déterminer, il est nécessaire de calculer au préalable les ordres BG des chemins causaux entre cette sortie et l'entrée considérée.

Sur notre exemple, l'ordre d'essentialité de la sortie y_1 est de 2, et celui de la sortie y_2 est de 1, autrement dit la trajectoire imposée sur la première sortie doit être deux fois dérivable par rapport au temps, et celle sur la seconde une fois. On peut notamment le vérifier en déduisant du bond graph inverse l'expression des entrées en fonction des sorties et de leurs dérivées successives :

$$\begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{R_1 R_2 + k_c}{k_c} & \frac{R_1 I_2 + R_2 I_1}{k_c} & \frac{I_1 I_2}{k_c} & -\frac{R_1 V_e}{k_c} & -\frac{I_1 V_e}{k_c} \\ V_e & 0 & 0 & \frac{1}{R_3} & C_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_1^{ref} \\ \dot{y}_1^{ref} \\ \ddot{y}_1^{ref} \\ y_2^{ref} \\ \dot{y}_2^{ref} \end{bmatrix} \quad (3.2)$$

Alors que le modèle initial direct comportait une dynamique composée de trois états indépendants, on peut voir sur l'équation (3.2) que la dynamique du modèle inverse est entièrement spécifiée par les sorties imposées. Il s'agit ici du modèle inverse d'ordre minimal obtenu directement à partir du modèle bond graph [Fotsu-Ngwompo, 1997]. L'idée d'ordre minimal est à opposer au modèle d'ordre plein où l'ensemble des états est conservé, mais avec des dépendances entre eux. Il est alors possible d'appliquer une réduction de modèle comme l'a montré Silverman [Silverman, 1969] pour se ramener à un modèle d'ordre minimal sans pour autant augmenter le nombre de dérivations nécessaires des sorties imposées.

Étape 3 : Exploitation du modèle bond graph inverse

Cette dernière étape représente la finalité du travail de préparation effectué lors des deux précédentes étapes. Il s'agit alors de réaliser une simulation de ce modèle inverse pour obtenir les entrées du modèle. De manière plus générale, les résultats obtenus peuvent être exploités de différentes manières, que ce soit pour valider le dimensionnement, déterminer la commande en boucle ouverte ou encore réaliser une synthèse paramétrique. Ces différentes possibilités sont détaillées dans la section suivante.

3.2.3 Apports de l'inversion

Sélection et validation de composants

La conception d'une chaîne d'actionnement nécessite, une fois le cahier des charges correctement défini, de choisir judicieusement les sous-systèmes qui composeront cette chaîne. Ce travail peut se décomposer en deux étapes distinctes [Laffite, 2004] que sont la phase de spécification puis la phase de sélection. La spécification consiste à déterminer les caractéristiques énergétiques et dynamiques que devra proposer le sous-système en question. La figure 3.4 montre une manière possible de procéder grâce à l'inversion. Il s'agit tout d'abord de construire le modèle bond graph de la charge et vérifier que celui-ci est inversible. Il est ensuite possible d'utiliser directement les spécifications du cahier des charges en termes de trajectoire à suivre, puis de remonter ces spécifications au niveau du sous-système à déterminer. Maintenant que l'on dispose d'un cahier des charges propre au sous-système en

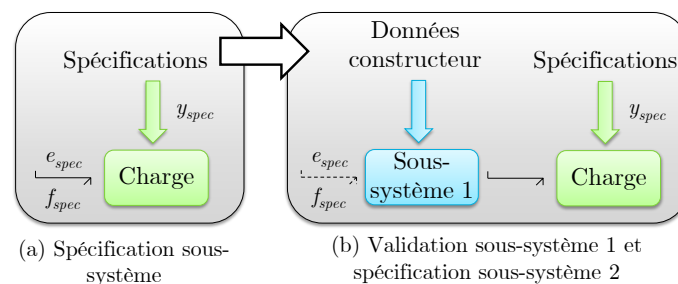


FIGURE 3.4 – Utilisation de l'inversion pour la spécification de sous-systèmes

question, il est possible de sélectionner le ou les composants qui le constituent (*e.g.* via un catalogue de composants). En général, plusieurs candidats sont susceptibles de remplir ces spécifications, et l'on retient alors ceux qui répondent à d'autres critères comme le prix, l'encombrement, etc. De nouveau, une modélisation et une vérification de l'inversibilité de ces éléments sont nécessaires de manière à valider le sous-système. Cette dernière étape permet finalement de déterminer les variables d'entrée de ce sous-système qui permettront par ailleurs de concevoir ses éléments en amont.

L'utilisation de modèles inverses peut également servir à réaliser des synthèses paramétriques [Jardin *et al.*, 2008; Jardin, 2010]. Il ne s'agit plus de déterminer les trajectoires en effort et flux aux bornes d'un composant, mais de définir les paramètres caractéristiques de certains composants de la chaîne d'actionnement, par exemple la cylindrée d'une pompe, ou encore le diamètre d'ouverture d'un orifice calibré. La structure bond graph amont et aval doit alors être déjà connue, tout comme les commandes des éléments en amont. On notera finalement que l'utilisation de modèles inverses pour la synthèse paramétrique engendre généralement un modèle non linéaire dans la mesure où l'on fait varier le paramètre d'un phénomène physique.

Détermination de la commande en boucle ouverte

Bien que le modèle inverse soit principalement utilisé pour la spécification de composants, il peut aussi être employé dans d'autres situations. D'une part, l'information fournie sur l'entrée du système (par l'intermédiaire du double détecteur $D_e D_f$) détermine la manière de le commander.

D'autre part, alors que la procédure classique stipule que le chemin bicausal commence par une double source $S_e S_f$ et termine sur un double détecteur $D_e D_f$, l'inversion pour la détermination de la commande en boucle ouverte peut aussi s'opérer différemment, en particulier dans le cas où l'on souhaite déterminer l'évolution de la variable de modulation d'un élément MTF , MGY ou MR . La double source reste alors inchangée tandis que le double détecteur est remplacé par un détecteur de signal D_s au niveau du composant à commander. De ce fait, on obtient la commande idéale permettant de suivre une trajectoire désirée en sortie. En revanche, ce cadre d'utilisation du modèle inverse nécessite, tout comme pour la synthèse paramétrique, de connaître au préalable la structure bond graph du système à commander [Jardin, 2010].

3.2.4 Limites de la procédure pour la spécification de chaîne sur-actionnée

Le modèle inverse s'avère donc être un outil efficace pour la conception de chaînes d'actionnement. Il est ainsi possible de spécifier chacun de ses composants constitutifs, en partant de la charge, jusqu'au dispositif de fourniture d'énergie. Cette technique est particulièrement adaptée pour les systèmes à une entrée et une sortie (systèmes $SISO^5$), ou encore pour les systèmes dont le nombre d'entrées est égal au nombre de sorties. Toutefois, dans le cas où le nombre d'entrées est supérieur au nombre de sorties (*i.e.* cas d'une chaîne sur-actionnée), l'utilisation seule du modèle inverse est insuffisante. En effet, pour une trajectoire donnée en sortie, il existe plusieurs lignes de puissance sur lesquelles propager le chemin bicausal. Si on connaît d'ores et déjà les caractéristiques et les entrées des lignes de puissance en surplus, dans ce cas l'inversion de modèle peut être envisagée. Si ce n'est pas le cas, plusieurs solutions s'offrent alors à nous :

- il est tout d'abord possible d'ajouter artificiellement des sorties de manière à se ramener à un système avec autant d'entrées que de sorties. La construction des trajectoires de ces sorties est alors un travail à part entière et peut être relativement complexe à mettre en œuvre. Il faut par ailleurs s'assurer que l'ajout de ces sorties ne pose aucun problème structurel, notamment pour assurer l'inversibilité du modèle.
- une deuxième solution consiste à faire le choix *a priori* des autres lignes de puissance, en se basant sur l'expérience ou sur l'utilisation préférentielle d'un type de solution. On ne tire ici pas réellement profit du surplus des entrées par rapport aux sorties, et on ne répond à aucune spécification supplémentaire du cahier des charges.
- l'une des solutions proposées par Mechin dans [Mechin, 2003] est de coupler les entrées entre elles par une fonction de couplage. D'un point de vue mathématique, cela revient à réduire artificiellement le nombre des entrées. Dans sa thèse, il propose de construire une fonction de couplage pour une direction assistée électrique, dans laquelle la première entrée représente l'action du conducteur, et la seconde le couple d'assistance du moteur électrique. Il utilise ainsi le modèle inverse en imposant une trajectoire sur l'angle des roues, et spécifie au mieux le système d'actionnement électrique.

5. *Single Input Single Output.*

- finalement, une dernière solution est de coupler la technique d'inversion avec l'optimisation dynamique. On élargit ainsi la nature des spécifications que l'on est en mesure de prendre en compte, puisqu'il est désormais possible de minimiser ou de maximiser un critère donné. Si l'on prend l'exemple d'une chaîne d'actionnement hybride, il est alors possible de déterminer le meilleur moyen⁶ d'acheminer l'énergie de chaque source vers l'actionneur terminal.

En fait, selon le nombre d'entrées et de sorties, il est possible de coupler l'utilisation de chacun des outils énoncés précédemment. En effet, si la nature des spécifications du cahier des charges est variée, il peut s'avérer utile d'employer une combinaison de ces techniques. L'inversion est en somme un outil très intéressant. Toutefois, lorsqu'il est utilisé seul, la nature des spécifications pouvant être employées est assez restreinte, à savoir une trajectoire en fonction du temps. Dans tous les autres cas, d'autres outils sont nécessaires pour parachever la conception d'une chaîne d'actionnement, quelle qu'elle soit. En particulier, il est possible d'employer le langage bond graph pour représenter un problème d'optimisation [Marquis-Favre *et al.*, 2008], et même de le résoudre pour une certaine classe de systèmes. La fin de ce chapitre se focalise d'ailleurs sur la méthode permettant d'aboutir à un modèle bond graph prenant en compte un critère à minimiser. Nous évoquerons enfin le couplage de l'optimisation dynamique avec l'inversion et les limites auxquelles il se heurte actuellement.

3.3 L'optimisation dynamique

L'optimisation dynamique, et plus particulièrement la commande optimale, consiste à déterminer le vecteur des entrées \mathbf{u} de telle sorte qu'un critère soit minimisé et que les contraintes énoncées soient respectées. On va donc généralement prendre en compte un système dynamique dont les états peuvent être contraints de rester dans un certain domaine, puis l'on va déterminer l'entrée optimale \mathbf{u}^* , sachant que cette entrée peut également être contrainte (contrainte de saturation, dérivée maximum, etc.). Pour résoudre ce type de problème, on distingue deux catégories de méthodes de résolution : les méthodes directes et les méthodes indirectes. Dans la suite, nous présenterons dans un premier temps l'approche indirecte, puis dans un second temps, l'approche directe avant de proposer un tableau comparatif de ces méthodes à la fin de la section.

3.3.1 Approche indirecte

Les méthodes indirectes se basent sur les équations d'Euler-Lagrange dont une version particulière est donnée par les conditions d'optimalité issues du Principe du Maximum de Pontryagin (*PMP*). Considérons le problème d'optimisation (P) suivant :

$$(P) : \begin{cases} \min_{\mathbf{x}, \mathbf{u}} & J = \int_{t_0}^{t_f} \mathcal{L}(\mathbf{x}, \mathbf{u}, t) dt \\ \text{tel que} & \dot{\mathbf{x}} = f(\mathbf{x}, \mathbf{u}) \\ & \mathbf{x}(t_0) = \mathbf{x}_0 \\ & \mathbf{x}(t_f) = \mathbf{x}_f \end{cases} \quad (3.3)$$

où :

6. On parle alors d'optimalité au regard d'un certain critère, qui peut être une consommation énergétique par exemple.

- $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n$ le vecteur d'état du système considéré, avec \mathbf{x}_0 et \mathbf{x}_f respectivement l'état initial et l'état final,
- $\mathbf{u} \in \mathbb{R}^m$ le vecteur des entrées à optimiser,
- \mathcal{L} le lagrangien,
- $f : \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^m \rightarrow \mathbb{R}^n$ la fonction d'état.

Remarques :

- on considère ici uniquement un critère intégral. Néanmoins, il est possible de prendre en compte un coût instantané, ou encore un coût terminal. On se restreint à un problème de Lagrange (critère intégral) par souci de clarté.
- aucune contrainte supplémentaire sur l'état ou sur les entrées n'est prise en compte dans la mesure où la résolution numérique des conditions d'optimalité obtenues par application du principe du maximum de Pontryagin est dans ce cas particulièrement complexe.

L'application du *PMP* au problème (*P*) nécessite la construction d'une fonction appelée hamiltonien augmenté H_p représentant le critère augmenté des contraintes du problème d'optimisation tel que :

$$H_p = \boldsymbol{\lambda}^T f(\mathbf{x}, \mathbf{u}, t) + \mathcal{L}(\mathbf{x}, \mathbf{u}, t) \quad (3.4)$$

où $\boldsymbol{\lambda}$ est le vecteur de co-état, correspondant aux multiplicateurs de Lagrange du problème d'optimisation. La trajectoire optimale de l'état \mathbf{x} et de l'entrée \mathbf{u} sont données par les conditions d'optimalité issues du *PMP*, à savoir :

$$\frac{\partial H_p(\mathbf{x}, \boldsymbol{\lambda}, \mathbf{u}, t)}{\partial \boldsymbol{\lambda}} = f(\mathbf{x}, \mathbf{u}, t) \quad (3.5)$$

$$\frac{\partial H_p(\mathbf{x}, \boldsymbol{\lambda}, \mathbf{u}, t)}{\partial \mathbf{x}} = -\dot{\boldsymbol{\lambda}} \quad (3.6)$$

$$\frac{\partial H_p(\mathbf{x}, \boldsymbol{\lambda}, \mathbf{u}, t)}{\partial \mathbf{u}} = 0 \quad (3.7)$$

Trouver la commande optimale revient donc à résoudre un système algébro-différentiel constitué des équations (3.5)-(3.7). Si l'on fait maintenant l'hypothèse qu'il est possible de déterminer de manière explicite \mathbf{u} en fonction de \mathbf{x} , $\boldsymbol{\lambda}$ et t à partir de l'équation (3.7), il suffit alors de remplacer \mathbf{u} par son expression dans les équations (3.5) et (3.7) pour se ramener à un système d'équations différentielles ordinaires avec conditions aux limites :

$$(BVP) : \begin{cases} \dot{\mathbf{z}} = \tilde{f}(\mathbf{z}, t), \text{ avec } \mathbf{z} = \begin{bmatrix} \mathbf{x} & \boldsymbol{\lambda} \end{bmatrix}^T \\ \mathbf{x}(t_0) = \mathbf{x}_0 \\ \mathbf{x}(t_f) = \mathbf{x}_f \\ \boldsymbol{\lambda}(t_0) \text{ inconnu} \\ \boldsymbol{\lambda}(t_f) \text{ inconnu} \end{cases} \quad (3.8)$$

Dans la mesure où l'état initial et final sont imposés, on a ici à faire à un problème de conditions aux limites (*Two Points Boundary Value Problem - BVP*) [Martinon, 2005; Trélat, 2008]. Lorsque le système est linéaire, il est possible de déterminer formellement le co-état initial comme nous le verrons dans la section 3.4.2.4. Cependant, dans un cas plus général d'équations différentielles non linéaires, sa détermination *a priori* s'avère beaucoup plus compliquée. Ainsi pour résoudre un tel problème, deux

méthodes sont principalement utilisées : la méthode de tir simple, et la méthode de tir multiple.

Méthode de tir simple [Martinon, 2005][Trélat, 2008]

La méthode de tir simple consiste à transformer le problème aux valeurs limites formulé précédemment (*BVP*) en un problème de valeur initiale (*IVP*) (figure 3.5). Il s'agit alors de trouver la condition initiale adéquate permettant de parvenir à l'état final désiré.

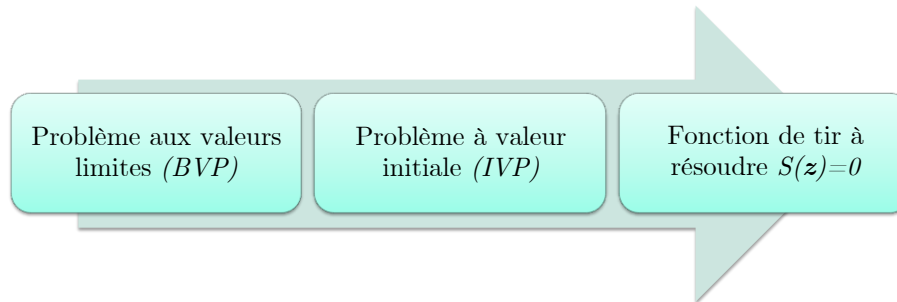


FIGURE 3.5 – Principe de la méthode de tir simple

À partir du (*BVP*), il est possible d'intégrer $\mathbf{z} = (\mathbf{x}, \boldsymbol{\lambda})$ uniquement si l'on fixe la condition initiale $\mathbf{z}(t_0) = \mathbf{z}_0$. On doit alors résoudre le système :

$$(IVP) : \begin{cases} \dot{\mathbf{z}} = \tilde{f}(\mathbf{z}, t) \\ \mathbf{x}(t_0) = \mathbf{x}_0 \\ \boldsymbol{\lambda}(t_0) = \boldsymbol{\beta} \end{cases} \quad (3.9)$$

On introduit maintenant une fonction S appelée **fonction de tir**, permettant d'associer les conditions initiales et finales, telle que :

$$S(\mathbf{z}_0) = R(\mathbf{z}_0, \mathbf{z}(t_f, \mathbf{z}_0)) \quad (3.10)$$

Ainsi, trouver une solution au problème (3.8) revient à résoudre l'équation

$$S(\mathbf{z}_0) = 0 \quad (3.11)$$

Finalement, l'idée est de choisir un co-état initial, d'intégrer, puis de comparer l'état final obtenu à l'état final désiré. Si l'écart est supérieur à une valeur seuil, alors le co-état initial est modifié à partir de la fonction de tir, puis une nouvelle itération d'intégration est lancée. On notera que l'erreur évolue exponentiellement par rapport à la différence $t_f - t_0$ [Trélat, 2008]. Enfin, du point de vue de la résolution, la méthode de Newton pourra par exemple être utilisée. On remarquera cependant qu'il est nécessaire d'avoir au préalable une idée de la valeur du co-état initial, dans la mesure où le domaine de convergence de la méthode de Newton peut être relativement restreint [Trélat, 2008].

Méthode de tir multiple

La méthode de tir multiple consiste à découper l'intervalle de temps $[t_0, t_f]$ en N sous-intervalles $[t_i, t_{i+1}]$. Les nouvelles inconnues sont donc les états initiaux de chaque intervalle. Il est par ailleurs nécessaire de prendre en compte les conditions de continuité sur l'état et le co-état au niveau de la

jonction de chaque intervalle. En comparaison à la méthode de tir simple, le découpage en intervalles et l'ajout de nœuds permettent d'améliorer la stabilité et de réduire la sensibilité de la solution par rapport aux valeurs de démarrage [Trélat, 2008]. Cependant, cette méthode génère des temps de calcul élevés liés au découpage. Il est néanmoins possible de paralléliser ces calculs de manière à réduire la durée globale. De la même manière que pour la méthode du tir simple, il est nécessaire, pour converger rapidement, d'avoir une idée *a priori* de la trajectoire optimale.

3.3.2 Approche directe

Les méthodes directes sont basées sur une discrétisation *a priori* du problème d'optimisation, et ne nécessitent par ailleurs aucune étude préalable du co-état. Nous choisissons également ici de présenter des approches permettant la prise en compte de contraintes de type inégalité sur l'état et les entrées dans la mesure où cette caractéristique confère un avantage certain à ces méthodes. On considère donc un problème d'optimisation de la forme :

$$(P') : \begin{cases} \min_{\mathbf{z}} & f(\mathbf{z}) \\ \text{tel que} & g_i(\mathbf{z}) \leq 0 \quad i \in I = \{1, 2, \dots, m\} \\ & h_j(\mathbf{z}) = 0 \quad j \in J = \{1, 2, \dots, p\} \\ & \mathbf{z} \in \mathbb{R}^{n+q} \end{cases} \quad (3.12)$$

où f représente la fonction objectif, $\mathbf{z} = (x_1, \dots, x_n, u_1, \dots, u_q)$ représente l'ensemble des variables d'état et d'entrée, g_i et h_j sont des fonctions représentant respectivement les contraintes d'inégalité et d'égalité. On notera que ce type de problème peut adopter différentes natures : la fonction objectif peut être linéaire, quadratique, convexe ou non-linéaire, et l'ensemble des contraintes peut prendre dans l'espace \mathbf{z} la forme d'un polyèdre convexe ou bien être complètement quelconque. Selon le cas de figure, la méthode d'optimisation pourra varier. L'une de ces solutions est l'emploi des conditions de Karush-Kuhn-Tucker [Kuhn et Tucker, 1951; Minoux, 2008], basé sur l'utilisation des multiplicateurs de Lagrange (λ_i, μ_j) , avec λ_i (resp. μ_j) les multiplicateurs associés aux contraintes inégalité (resp. égalité).

On suppose que les fonctions f , g_i et h_j sont continues et dérivables une fois. Une condition nécessaire pour que \mathbf{z}^* soit un optimum local de (P') est qu'il existe $\lambda_i \geq 0$ et $\mu_j \geq 0$ tel que :

$$(KKT) : \begin{cases} \frac{\partial f(\mathbf{z}^*)}{\mathbf{z}} + \sum_{i=1}^m \lambda_i \frac{\partial g_i(\mathbf{z}^*)}{\mathbf{z}} + \sum_{j=1}^p \mu_j \frac{\partial h_j(\mathbf{z}^*)}{\mathbf{z}} = 0 \\ \lambda_i g_i(\mathbf{z}^*) = 0 \end{cases}$$

Pour un problème avec uniquement des contraintes d'inégalité, il existe une condition suffisante d'optimalité issue de la présence d'un point selle. Introduisons le lagrangien augmenté $\mathcal{L}(\mathbf{z}, \boldsymbol{\lambda})$ tel que :

$$\mathcal{L}(\mathbf{z}, \boldsymbol{\lambda}) = f(\mathbf{z}) + \sum_{i=1}^m \lambda_i g_i(\mathbf{z}) \quad (3.13)$$

Une condition suffisante d'optimalité concerne la présence d'un couple $(\bar{\mathbf{z}}, \bar{\boldsymbol{\lambda}})$ comme point selle de la fonction lagrangienne.

On suppose que le couple $(\bar{\lambda}, \bar{z})$ est un point selle de la fonction lagrangienne $\mathcal{L}(\bar{z}, \bar{\lambda})$, alors

$$\begin{aligned}\mathcal{L}(\bar{z}, \bar{\lambda}) &= \min \mathcal{L}(z, \bar{\lambda}) \\ g_i(\bar{z}) &\leq 0 \\ \bar{\lambda}_i g_i(\bar{z}) &= 0\end{aligned}\tag{3.14}$$

Pour résoudre le problème, on peut donc chercher un point selle du lagrangien. L'existence d'un tel point implique la présence d'un optimum local, mais pas nécessairement global.

La méthode SQP (sequential quadratic programming) pourra par exemple être utilisée pour résoudre un tel problème. Elle consiste à calculer de manière itérative ces multiplicateurs de Lagrange [Trélat, 2008]. Toutefois, cette méthode assure uniquement un optimum local et non global. Aussi, d'autres approches proposent d'atteindre l'optimum global, généralement en modifiant le problème initial. Par exemple, si la fonction objectif et l'ensemble des contraintes sont exprimées sous forme convexe, il est possible d'employer l'optimisation convexe pour résoudre un tel problème avec la certitude d'atteindre l'optimum global.

En comparaison avec les méthodes indirectes, une approche directe présente les avantages suivants [Trélat, 2008]

- mise en œuvre plus simple car aucune étude préalable du co-état n'est nécessaire,
- robustesse,
- faible sensibilité au choix des conditions initiales,
- prise en compte des contraintes sur l'état et sur les entrées aisée.

En revanche, on pourra citer les inconvénients suivants :

- la discrétisation *a priori* mène à une solution moins précise que les méthodes indirectes, même avec une augmentation du nombre de pas de discrétisation,
- la discrétisation peut également engendrer plusieurs minima locaux qui peuvent en réalité s'avérer éloignés du minimum global réel,
- finalement, ces méthodes consomment beaucoup de mémoire et d'espace de stockage, en particulier lorsque le nombre de variables augmente.

Les deux prochaines sous-sections sont consacrées à une revue rapide de deux méthodes en particulier qui semblent intéressantes pour notre problème de sur-actionnement.

3.3.3 Programmation dynamique

La programmation dynamique est un principe applicable à de nombreux domaines qui a été senti notamment par Euler ou encore Fermat. C'est cependant Bellman qui l'a développé dans les années 1950 [Bellman, 1957]. Cette technique s'applique à de nombreux problèmes d'optimisation : avec ou sans contrainte, linéaires ou non linéaires. Elle est particulièrement adaptée aux problèmes séquentiels, à savoir lorsque le coût à minimiser est séparable en événements le long de la trajectoire (propriété de décomposabilité). L'idée est d'optimiser un ensemble de prises de décision au regard du coût qu'elles engendrent. À chaque étape du processus d'optimisation, les décisions possibles sont évaluées en prenant en compte le coût présent et le coût futur attendu [Hankache, 2008]. Il est alors nécessaire de procéder par récurrence inverse dans le temps. On cherche l'optimum de chaque sous-problème, puis on remonte progressivement au problème global de manière ascendante.

Le principe d'optimalité de Bellman peut s'énoncer de la manière suivante [Culioli, 1994] : *dans un*

processus d'optimisation dynamique, une suite de décisions est optimale si, quels que soient l'état et l'instant considérés sur la trajectoire qui lui est associée, les décisions ultérieures constituent une suite optimale de décisions pour le sous-problème dynamique ayant cet état et cet instant comme conditions initiales.

On associe au problème la variable $k \in [0, T] \subset \mathbb{N}$, la variable d'état $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n$ et la variable de commande $\mathbf{u} \in \mathbb{R}^m$. L'équation d'état discrétisée qui régit le système est donnée par :

$$\mathbf{x}_{k+1} = f(\mathbf{x}_k, \mathbf{u}_k) \quad (3.15)$$

On cherche alors à minimiser une fonction de coût donné par :

$$J(\mathbf{u}) = \sum_{k=0}^{T-1} g(\mathbf{x}_k, \mathbf{u}_k) + h(\mathbf{x}_T) \quad (3.16)$$

avec g la fonction de coût intégral, et h le coût terminal. À partir de la formulation du critère J , il est possible d'appliquer les équations de Hamilton-Jacobi-Bellman. Soit \mathbf{u}^* la commande menant à un optimum de J , on a alors [Culioli, 1994] :

$$J^* = J(\mathbf{u}^*) = \min_{\mathbf{u}_0, \mathbf{u}_1, \dots, \mathbf{u}_{T-1}} \sum_{k=0}^{T-1} g(\mathbf{x}_k, \mathbf{u}_k) + h(\mathbf{x}_T) \quad (3.17)$$

L'équation (3.17) est équivalente à :

$$J^* = J(\mathbf{u}^*) = \min_{\mathbf{u}_1, \mathbf{u}_2, \dots, \mathbf{u}_{T-1}} \left(g(\mathbf{x}_0, \mathbf{u}_0) + \sum_{k=1}^{T-1} g(\mathbf{x}_k, \mathbf{u}_k) + h(\mathbf{x}_T) \right) \quad (3.18)$$

Il est alors possible de résoudre le problème d'optimisation en résolvant de manière récursive du dernier terme au premier terme, tout en garantissant l'optimalité de la solution. Une explication pas-à-pas du principe de cette méthode est disponible dans [Culioli, 1994] et [Chauvin, 2015], et nous retiendrons les étapes principales suivantes :

- **Discrétisation** : il est dans un premier temps nécessaire de discrétiser l'intervalle de temps $[0, T]$, l'état \mathbf{x} , et l'entrée \mathbf{u} .
- **Détermination du domaine de validité** : à partir des contraintes sur l'état et l'entrée (valeurs min/max admissibles, conditions aux limites), il est possible de restreindre le domaine admissible de la solution.
- **Recherche d'un optimum** : dans une structure de recherche de type « backward »⁷, le processus d'optimisation démarre de l'état final, puis consiste à calculer le coût minimum permettant de passer l'état à l'instant précédent en prenant en compte les contraintes. À chaque étape, le sous-chemin emprunté jusque là est retenu, et on construit ainsi au fur et à mesure la trajectoire optimale.

Cette méthode est simple à mettre en œuvre et autorise une prise en compte aisée des différentes contraintes. De plus, elle garantit l'obtention d'une trajectoire globalement optimale. En revanche, cette méthode comporte quelques inconvénients. Tout d'abord, la programmation dynamique

7. Un processus de type « forward » est également possible

est connue pour nécessiter une charge de calcul importante. En effet, l'espace des solutions croît exponentiellement en fonction du nombre d'états pris en compte. Ainsi, on se ramène souvent à un système limité à un ou deux états, ce qui augmente par conséquent l'écart de comportement avec le système réel. La solution optimale trouvée le sera finalement pour le modèle simplifié, mais rien ne garantit qu'elle le soit pour le système réel. Le choix du pas de discrétisation en temps et sur l'état est également un problème puisqu'il est nécessaire de disposer d'une connaissance *a priori* de la dynamique du système pour déterminer un pas de temps adéquat, et la précision de la solution dépendra aussi du choix de la discrétisation sur l'état. Il faut également assurer une grille de discrétisation au niveau des états et des commandes cohérente de manière à ce que les variations soient compatibles à chaque instant.

3.3.4 Programmation en nombres entiers

La programmation en nombres entiers regroupe les méthodes d'optimisation dans lesquelles une partie ou l'ensemble des variables est astreint à ne prendre que des valeurs entières [Minoux, 2008]. Par exemple, une compagnie aérienne peut chercher à construire un programme de vols pour les années à venir, tout en minimisant le coût associé. La variable de décision sera alors le nombre d'appareils à acheter qui doit bien sûr être une valeur entière. Ces méthodes peuvent également être utilisées de manière mixte, où seulement une partie des variables doit prendre des valeurs entières, et le reste peut prendre des valeurs réelles.

On présente ici le problème d'optimisation linéaire en nombres entiers (*PLNE*) suivant :

$$(PLNE) : \begin{cases} \min_{\mathbf{p}} & f(\mathbf{p}), \quad \mathbf{p} = (p_1, \dots, p_n) \\ \text{tel que} & G(\mathbf{p}) \leq 0 \\ & p_j \in \mathbb{Z}, \quad \forall j \in \{1, \dots, n\} \end{cases} \quad (3.19)$$

où J est la fonction objectif supposée linéaire, \mathbf{p} est le vecteur de commande, et G représente les contraintes linéaires. Dans [Minoux, 2008], l'auteur émet l'idée d'une énumération complète de l'ensemble des solutions qui sont au nombre de m^n (avec m le nombre de valeur que peuvent prendre chaque variable de décision), puis de ne retenir que la meilleure. Cette méthode est la plus simple, mais nécessite une exploration complète, et donc des temps de calcul pouvant prendre plusieurs années si le nombre de variables est important. À partir de ce constat, il fut alors nécessaire de développer un algorithme n'évaluant pas toutes les solutions pour trouver la meilleure. Ce type de problème peut être résolu par la technique de séparation et évaluation (« Branch and Bound ») initiée par Land et Doig [A. H. Land, 1960]. Plutôt qu'une énumération explicite des solutions, il s'agit ici d'une méthode de recherche arborescente par séparation et évaluation de l'ensemble des solutions. On notera que la majorité des cas qu'elle traite se limite aux problèmes linéaires en nombres entiers, bien que des travaux récents ouvrent la méthode sur des problèmes plus complexes (non linéaires par exemple) [Chauvin, 2015]. À partir du problème de base donné en (3.19), il est possible de se ramener à un problème en variables bivalentes (0 ou 1). Si chaque variable p_j peut prendre une valeur entière entre 1 et m , alors

$$\begin{cases} p_j = 1 \cdot y_{j1} + 2 \cdot y_{j2} + \dots + m \cdot y_{jm} & \text{avec } y_{ji} = \{0, 1\} \quad \forall i \in \{1, \dots, m\} \\ y_{j1} + y_{j2} + \dots + y_{jm} = 1 \end{cases} \quad (3.20)$$

L'équation (3.20) permet de construire p_j comme une somme de variables bivalentes, chacune étant multipliée par une valeur possible de p_j . On s'assure ensuite qu'une seule de ces variables bivalentes ne peut être activée à un instant donné. Le problème (*PLNE*) peut alors être réexprimé en un problème linéaire bivalent (*PLB*) :

$$(PLB) : \left\{ \begin{array}{l} \min_{\mathbf{y}} \quad J(\mathbf{y}) \\ \text{tel que} \quad G(\mathbf{y}) \leq 0 \\ \sum_{i=1}^{m_1} y_{1i} = 1 \\ \vdots \\ \sum_{i=1}^{m_p} y_{pi} = 1 \\ \mathbf{y} \in S \end{array} \right. \quad (3.21)$$

avec S l'ensemble de n vecteurs de longueur m_j ($m_j \in \mathbb{N}$, $j \in \{1, \dots, n\}$) à composantes prenant la valeur 0 ou 1. À partir de cette nouvelle formulation, l'ensemble des solutions sont représentées par des nœuds S_i sur une arborescence dans laquelle chaque niveau reprend l'ensemble des valeurs possibles que peut prendre une variable de décision, augmenté de l'ensemble des solutions possibles pour les variables de décisions précédentes. Cette étape est appelée séparation. Vient ensuite l'étape d'évaluation. Pour cela, on reprend la fonction f introduite par l'équation (3.19). Si l'on décide de relâcher les contraintes d'intégrité (valeurs entières des variables de décision), on obtient un problème continu. La valeur optimale de ce problème est nécessairement inférieure ou égale à celle du problème en nombres entiers puisqu'un ensemble plus vaste de solutions est étudiée dans le premier cas. Supposons maintenant qu'à chaque nœud S_i de l'arborescence précédente, il est possible de déterminer, par calcul, une évaluation par défaut $f(S_i)$ (il s'agit alors d'un minorant). On a alors :

$$f(S_i) \leq \min_{\mathbf{y} \in S_i} J(\mathbf{y}) \quad (3.22)$$

où f est appelée fonction d'évaluation. Supposons également que l'on dispose d'une solution $\bar{\mathbf{y}}$ au problème (*PLNE*) obtenue par une autre méthode (heuristique par exemple) ou par recherche rapide dans l'arborescence [Chauvin, 2015], alors, si le sommet S_i est tel que $f(S_i) > J(\bar{\mathbf{y}})$, alors aucune solution dans S_i ne peut être meilleure à $\bar{\mathbf{y}}$, et l'ensemble de la sous-arborescence n'a pas besoin d'être évalué. On évite ainsi l'exploration de tous les successeurs directs ou indirects du sommet S_i . Cette technique peut réduire considérablement le nombre de sommets effectivement évalués, et par conséquent, permet de traiter des problèmes de grande taille. De nombreuses variantes de cette méthode existent, on notera cependant que les performances dépendent principalement du choix de la construction de la fonction d'évaluation f et de la stratégie d'exploration de l'arborescence.

Par rapport à la méthode classique de résolution d'un problème d'optimisation de type programmation dynamique, cette méthode offre des temps de calcul largement réduits puisque toutes les solutions ne sont pas calculées. En revanche, un travail de reformulation du problème d'optimisation doit être effectué pour obtenir un problème linéaire bivalent, et un choix sur la forme de la fonction d'évaluation doit être fait.

3.3.5 Optimisation combinée du dimensionnement et de la commande

L'ensemble des méthodes proposées de la section 3.3.1 à la section 3.3.4 peuvent donc être utilisées de manière à déterminer la commande optimale d'un système, ou bien à effectuer un dimensionnement optimal au regard d'un critère. Toutefois, il est possible de réaliser ces deux étapes dans un même processus. On distingue alors plusieurs stratégies possibles :

- **la stratégie séquentielle** est de loin la plus facile à mettre en œuvre et la plus utilisée puisqu'elle consiste à traiter les problèmes de dimensionnement et de commande de manière séparée en faisant l'hypothèse que ceux-ci sont complètement découplés. La solution obtenue n'étant évidemment pas optimale.
- **la stratégie itérative** traite également les problèmes séparément. En revanche, une boucle itérative permet de recalculer une commande optimale à partir d'un dimensionnement donné et inversement jusqu'à converger vers une solution combinée. À partir d'un choix initial de dimensionnement et de commande, une première itération d'optimisation du dimensionnement est effectuée. La solution de dimensionnement est ensuite employée pour déterminer la commande optimale du système. Cette étape doit par ailleurs garantir que le critère lié au dimensionnement reste inférieur ou égal à sa valeur calculée à l'étape précédente. Un travail similaire est ensuite effectué de nouveau sur le dimensionnement et ainsi de suite jusqu'à converger vers une solution. On notera finalement que cette méthode ne garantit pas un optimum global.
- **la stratégie bi-niveaux** propose de traiter le problème de commande optimale directement à l'intérieur du problème de dimensionnement. Le problème global est alors hiérarchisé et non-interchangeable. De plus, le sous-problème de commande optimale est inclus dans les contraintes du problème de dimensionnement, et la fonction objectif du problème supérieur dépend de celle du problème inférieur. On observe alors deux boucles d'optimisation imbriquées, et la boucle externe doit prendre en compte le critère global. *A contrario* des deux stratégies précédentes, cette méthode aboutit à un optimum global.
- **la stratégie simultanée** est relativement peu utilisée, car elle ne peut s'appliquer qu'à un nombre restreint de cas d'études. Elle consiste à prendre en compte dans un même problème les variables de dimensionnement et de commande, ce qui implique la présence de variables statiques et dynamiques qui rendent le problème intrinsèquement complexe à résoudre. Cette stratégie est actuellement restreinte à des problèmes dont la formulation mène à une forme convexe, permettant d'atteindre un optimum global plus facilement.

3.3.6 Conclusion sur l'optimisation dynamique

En somme, on retiendra que les méthodes d'optimisation sont nombreuses et variées, et qu'il sera préférable d'employer une méthode indirecte pour résoudre des problèmes dont la précision de la solution est critique. En revanche, si l'on désire aboutir plus rapidement à un résultat, et qu'une mise en œuvre rapide est privilégiée, alors une méthode directe pourra être utilisée. Enfin, on notera qu'il est possible, à partir de ces méthodes directes, de combiner l'optimisation du dimensionnement et de la commande.

3.4 Représentation bond graph d'un problème d'optimisation dynamique

Comme expliqué précédemment, l'inversion utilisée seule n'est pas suffisante pour prendre en compte l'ensemble des spécifications du cahier des charges de par leur nature variée. L'optimisation dynamique est proposée pour pallier partiellement cette restriction en permettant de minimiser ou de maximiser un critère.

3.4.1 Formalisation du problème d'optimisation

L'outil bond graph peut une nouvelle fois être utilisé pour représenter les problèmes d'optimisation dynamique. Cependant, la classe de problèmes pris en compte se révèle être limitée. En effet, la procédure permettant de déduire les conditions d'optimalité à partir d'un bond graph dit « augmenté » proposée par Marquis-Favre *et al.* dans [Marquis-Favre *et al.*, 2008] et Jardin dans [Jardin, 2010] est valable dans les conditions suivantes :

- le modèle d'état pris comme contrainte doit pouvoir être mis sous une forme explicite,
- le modèle d'état pris comme contrainte doit être linéaire et invariant dans le temps. Cependant, il est possible de prendre en compte des non-linéarités sur les phénomènes de stockage d'énergie [Jardin, 2010],
- aucune contrainte sur les entrées n'est considérée, ce qui signifie qu'il n'est pas possible de prendre en compte leurs éventuelles saturations,
- le critère d'optimisation se limite à des dissipations d'énergie [Jardin, 2010] et/ou un suivi de trajectoire [Mouhib *et al.*, 2009]. Nous ne nous intéresserons ici qu'à la minimisation des dissipations d'énergie,
- les conditions aux limites sont supposées connues.

Le problème d'optimisation posé dans nos travaux vise de manière générale à déterminer le vecteur des entrées \mathbf{u} de telle sorte qu'un certain critère J soit minimisé ou maximisé au regard d'un système dynamique pris comme contrainte, et dont les conditions initiales et finales sont fixées.

On cherche donc à déterminer le vecteur $\mathbf{u} \in \mathbb{R}^m$ à partir du problème (P) suivant :

$$(P) : \begin{cases} \min_{\mathbf{x}, \mathbf{u}} & J = \int_{t_0}^{t_f} \mathcal{L}(\mathbf{x}, \mathbf{u}, t) dt = \int_{t_0}^{t_f} \frac{1}{2} (\mathbf{u}^T \mathbf{R}_u \mathbf{u} + \mathbf{e}_{\mathbf{R}_{\text{opt}}}^T \mathbf{f}_{\mathbf{R}_{\text{opt}}}) dt \\ \text{tel que} & \dot{\mathbf{x}} = f(\mathbf{x}, \mathbf{u}) \\ & \mathbf{x}(t_0) = \mathbf{x}_0 \\ & \mathbf{x}(t_f) = \mathbf{x}_f \end{cases} \quad (3.23)$$

où :

- $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n$ est le vecteur d'état,
- $\mathbf{R}_u \in \mathbb{R}^{m \times m}$ est la matrice de pondération des entrées supposée diagonale telle que $\mathbf{R}_u = \begin{bmatrix} \mathbf{R}_{u_e}^{-1} & 0 \\ 0 & \mathbf{R}_{u_f} \end{bmatrix}$ avec \mathbf{R}_{u_e} et \mathbf{R}_{u_f} les matrices associées respectivement aux entrées en effort et en flux,
- $\mathbf{e}_{\mathbf{R}_{\text{opt}}} \in \mathbb{R}^p$ et $\mathbf{f}_{\mathbf{R}_{\text{opt}}} \in \mathbb{R}^p$ sont respectivement les vecteurs d'efforts et de flux associés aux phénomènes dissipatifs pris en compte dans le critère,

- t_0 et t_f les instants initiaux et finaux,
- \mathbf{x}_0 et \mathbf{x}_f respectivement les états initiaux et finaux.

On remarquera que le terme $(\mathbf{e}_{\mathbf{R}_{\text{opt}}}^T \mathbf{f}_{\mathbf{R}_{\text{opt}}})$ correspond à la puissance dissipée par les éléments dissipatifs pris en compte dans le critère.

Partant de ce problème (P), il est possible de construire le hamiltonien augmenté de la contrainte sur l'état :

$$H_p(\mathbf{x}, \mathbf{u}, \boldsymbol{\lambda}, t) = \mathcal{L}(\mathbf{x}, \mathbf{u}, t) + \boldsymbol{\lambda}^T f(\mathbf{x}, \mathbf{u}) \quad (3.24)$$

Finalement, l'application du principe du maximum faible de Pontryagin (PMP) mène aux conditions d'optimalité suivantes [Borne *et al.*, 1990] :

$$\dot{\mathbf{x}} = \frac{\partial H_p(\mathbf{x}, \mathbf{u}, \boldsymbol{\lambda}, t)}{\partial \boldsymbol{\lambda}} \quad (3.25)$$

$$\dot{\boldsymbol{\lambda}} = - \frac{\partial H_p(\mathbf{x}, \mathbf{u}, \boldsymbol{\lambda}, t)}{\partial \mathbf{x}} \quad (3.26)$$

$$0 = \frac{\partial H_p(\mathbf{x}, \mathbf{u}, \boldsymbol{\lambda}, t)}{\partial \mathbf{u}} \quad (3.27)$$

On remarquera que les équations (3.25) à (3.27) sont des conditions nécessaires d'optimalité mais elles sont non suffisantes, ce qui signifie que l'extremum trouvé pourra s'avérer être un extremum local et non global, mais aussi que cet extremum pourra être un minimum, un maximum, ou encore un point d'inflexion. En outre, on parle ici de maximum faible dans la mesure où aucune contrainte sur les entrées n'est prise en compte [Trélat, 2008].

3.4.2 Représentation bond graph d'un problème d'optimisation dynamique

3.4.2.1 Introduction

L'obtention des conditions d'optimalité découlant du problème (3.23) est un travail fastidieux, aussi Marquis-Favre *et al.* proposent dans [Marquis-Favre *et al.*, 2008] une procédure aboutissant à la construction d'un bond graph dit « augmenté » composé du modèle bond graph du système initial couplé à un modèle bond graph « optimisant ». Ce nouveau modèle bond graph contient l'ensemble des informations nécessaires pour déduire les conditions d'optimalité, mais aussi pour résoudre numériquement le problème comme nous le verrons dans la section 3.4.2.4. La démonstration de la validité de la procédure se base sur une formalisation hamiltonienne à ports du modèle d'état. Le formalisme hamiltonien à ports est adapté ici puisqu'il permet de représenter les systèmes dynamiques de telle sorte qu'il soit possible d'identifier la topologie du système [Golo, 2002]. Considérons dans un premier temps un système linéaire pouvant être modélisé de manière générale par un bond graph tel que celui de la figure 3.6 (le terme **GJS** signifie « Generalized Junction Structure »⁸).

Le système d'équations qui lui correspond peut donc être mis sous la forme hamiltonienne à ports suivante [Golo, 2002] :

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}} = [\mathbf{G}_{\mathbf{x},\mathbf{x}} - \mathbf{G}_{\mathbf{x},\mathbf{R}}\mathbf{R}\mathbf{G}_{\mathbf{x},\mathbf{R}}^T] \mathbf{H}\mathbf{x} + \mathbf{G}_{\mathbf{x},\mathbf{u}}\mathbf{u} \\ \mathbf{y} = \mathbf{G}_{\mathbf{x},\mathbf{u}}^T \mathbf{H}\mathbf{x} \end{cases} \quad (3.28)$$

8. Une **GJS** ne contient que des éléments de la structure de jonction : 0, 1, TF , GY et leur version modulée. Dans le cas linéaire, il n'y a pas de modulation.

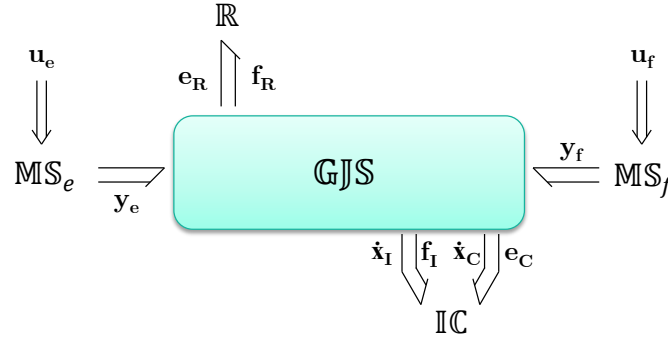


FIGURE 3.6 – Modèle bond graph d'un système linéaire

où :

- $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n$ est le vecteur d'état d'ordre minimal (*i.e.* constitué uniquement de variables d'état indépendantes) associé aux éléments de stockage d'énergie, $\mathbf{x}^T = \begin{pmatrix} \mathbf{x}_I^T & \mathbf{x}_C^T \end{pmatrix}$ avec \mathbf{x}_I (resp. \mathbf{x}_C) le vecteur d'état associé aux éléments I (resp. C),
- $\mathbf{u} \in \mathbb{R}^m$ est le vecteur d'entrée, $\mathbf{u}^T = \begin{pmatrix} \mathbf{u}_e^T & \mathbf{u}_f^T \end{pmatrix}$ avec \mathbf{u}_e (resp. \mathbf{u}_f) le vecteur d'entrée en effort (resp. en flux),
- $\mathbf{y} \in \mathbb{R}^m$ est le vecteur de sortie constitué des variables de puissance conjuguées au vecteur d'entrée \mathbf{u} , $\mathbf{y}^T = \begin{pmatrix} \mathbf{y}_e^T & \mathbf{y}_f^T \end{pmatrix}$ avec \mathbf{y}_e (resp. \mathbf{y}_f) le vecteur de sortie en flux (resp. en effort),
- $\mathbf{e}_R \in \mathbb{R}^r$ et $\mathbf{f}_R \in \mathbb{R}^r$ sont respectivement les vecteurs des variables d'effort et de flux aux ports des phénomènes dissipatifs,
- $\mathbf{H} \in \mathbb{R}^{n \times n}$ est la matrice hessienne de H , où H est l'hamiltonien du système (fonction représentant l'énergie totale stockée dans le système),
- $\mathbf{G}_{\mathbf{x},\mathbf{x}} \in \mathbb{R}^{n \times n}$ est la matrice associée à la structure de jonction entre les phénomènes de stockage d'énergie,
- $\mathbf{G}_{\mathbf{x},\mathbf{u}} \in \mathbb{R}^{n \times m}$ est la matrice associée à la structure de jonction entre les phénomènes de stockage d'énergie et les entrées,
- $\mathbf{G}_{\mathbf{x},\mathbf{R}} \in \mathbb{R}^{n \times r}$ est la matrice associée à la structure de jonction entre les phénomènes de stockage d'énergie et ceux dissipatifs,
- $\mathbf{R} \in \mathbb{R}^{r \times r}$ est la matrice caractéristique liée aux phénomènes de dissipation.

Dans le cas général, la matrice hessienne est définie par

$$\mathbf{H}(\mathbf{x}) = \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 H(\mathbf{x})}{\partial x_1^2} & \cdots & \frac{\partial^2 H(\mathbf{x})}{\partial x_1 \partial x_n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial^2 H(\mathbf{x})}{\partial x_n \partial x_1} & \cdots & \frac{\partial^2 H(\mathbf{x})}{\partial x_n^2} \end{bmatrix} \quad (3.29)$$

et si tous les phénomènes de stockage sont linéaires, $\mathbf{H}(\mathbf{x}) = \mathbf{H}$ est une matrice constante.

3.4.2.2 La commande optimale en bond graph : obtention d'un modèle BG optimisant

En appliquant le *PMP* sur ce système et en considérant le problème (3.23), il est possible de retrouver une structure bond graph découlant du modèle bond graph initial et prenant en compte le

critère. La procédure suivante définit les étapes de construction d'un tel modèle [Jardin, 2010] :

- **Étape 1** : dans un premier temps, il s'agit de dupliquer le modèle bond graph initial, comme présenté sur la figure 3.7 . Ce modèle dupliqué est appelé bond graph optimisant, et ses variables de co-énergie correspondent aux co-états λ . Par ailleurs, si l'ensemble des dissipations n'est pas pris en compte dans le critère, il faudra faire la distinction entre l'élément \mathbb{R} : \mathbf{R}_{opt} correspondant aux dissipations prises en compte et l'élément \mathbb{R} : $\mathbf{R}_{\mathbf{R}}$ correspondant aux dissipations non prises en compte.

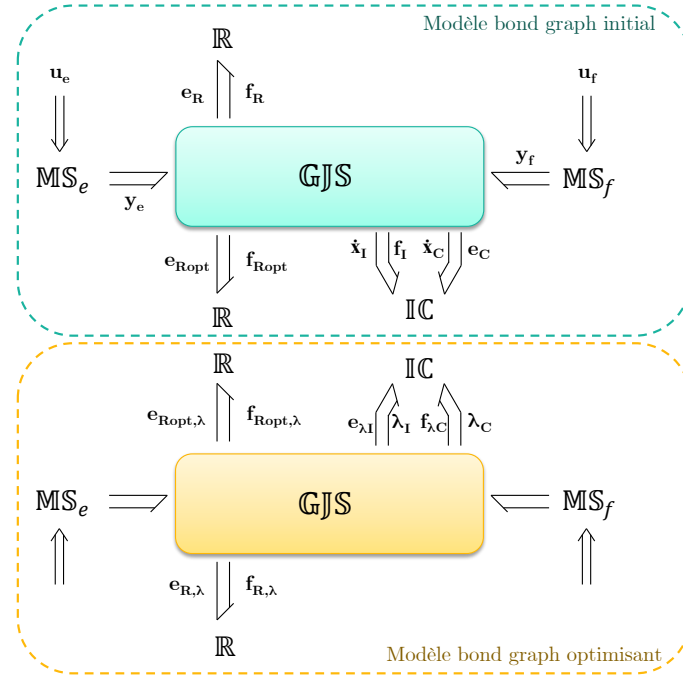


FIGURE 3.7 – Étape 1 : duplication du modèle bond graph initial

- **Étape 2** : dans un deuxième temps, il est nécessaire de caractériser le bond graph optimisant, et notamment les éléments \mathbb{R} . En particulier, il faut remplacer dans le bond graph optimisant les matrices caractéristiques $\mathbf{R}_{\mathbf{R}}$ et \mathbf{R}_{opt} respectivement par $-\mathbf{R}_{\mathbf{R}}^T$ et $-\mathbf{R}_{\text{opt}}^T$.
- **Étape 3** : elle consiste à prendre en compte le critère dans le modèle bond graph. On fait alors la distinction entre les pondérations sur les entrées et les puissances dissipées (voir figure 3.8) :
 1. Concernant tout d'abord les phénomènes dissipatifs pris en compte dans le critère, il est nécessaire de coupler ceux du modèle initial avec ceux du modèle optimisant, puis d'ajouter sous la diagonale inférieure la sous-matrice $\frac{1}{2} [\mathbf{R}_{\text{opt}} + \mathbf{R}_{\text{opt}}^T]$.
 2. Ensuite, concernant les pondérations sur les entrées, des jonctions 0 doivent être ajoutées entre la structure de jonction et chaque source d'effort, et des jonctions 1 entre la structure de jonction et chaque source de flux, le tout sur le modèle initial, puis sur le modèle optimisant. Finalement, il faut insérer entre les jonctions préalablement ajoutées, des éléments \mathbb{R} dont les matrices caractéristiques sont respectivement $\begin{bmatrix} \mathbf{R}_{\mathbf{u}_e} & 0 \\ \mathbf{R}_{\mathbf{u}_e} & -\mathbf{R}_{\mathbf{u}_e} \end{bmatrix}$ et $\begin{bmatrix} \mathbf{R}_{\mathbf{u}_f} & 0 \\ \mathbf{R}_{\mathbf{u}_f} & -\mathbf{R}_{\mathbf{u}_f} \end{bmatrix}$.
- **Étape 4** : la dernière étape vise à affecter la bicausalité (figure 3.9). Il faut alors remplacer les éléments MS_e et MS_f correspondant aux entrées prises en compte dans le critère, par des éléments $\mathbb{D}_e \mathbb{D}_f$ sur le modèle bond graph initial, et par des éléments $\mathbb{S}_e \mathbb{S}_f$ imposant un effort

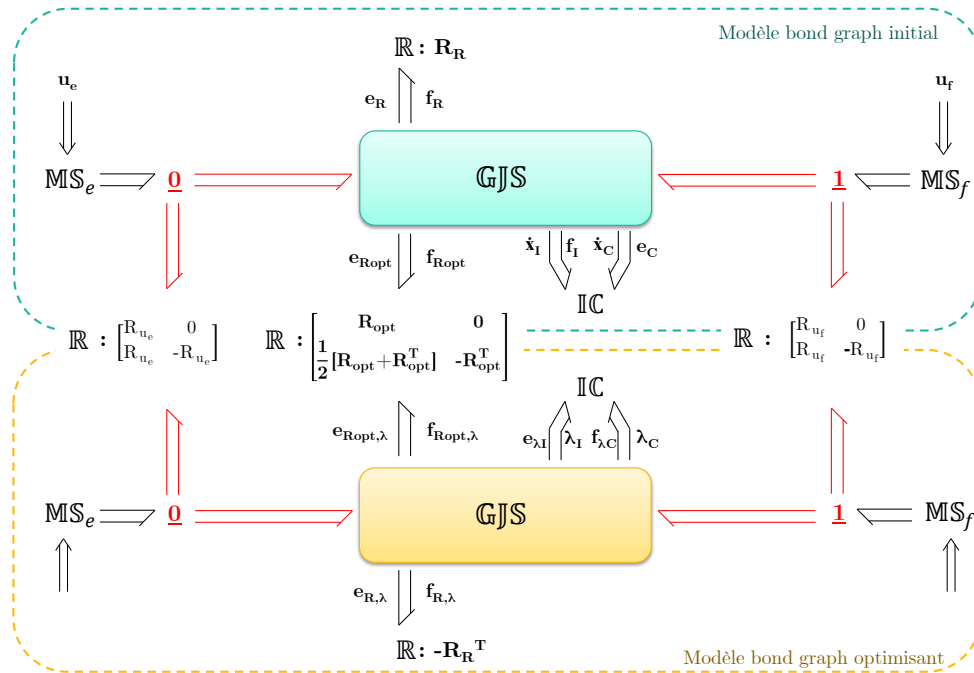


FIGURE 3.8 – Étapes 2 et 3 : Caractérisation du bond graph optimisant et prise en compte du critère

et un flux nuls sur le modèle optimisant. Enfin, il ne reste plus qu'à propager la bicausalité des doubles sources $S_e S_f$ vers les doubles détecteurs $D_e D_f$ en passant par les éléments \mathbb{R} caractérisés par les pondérations sur les entrées.

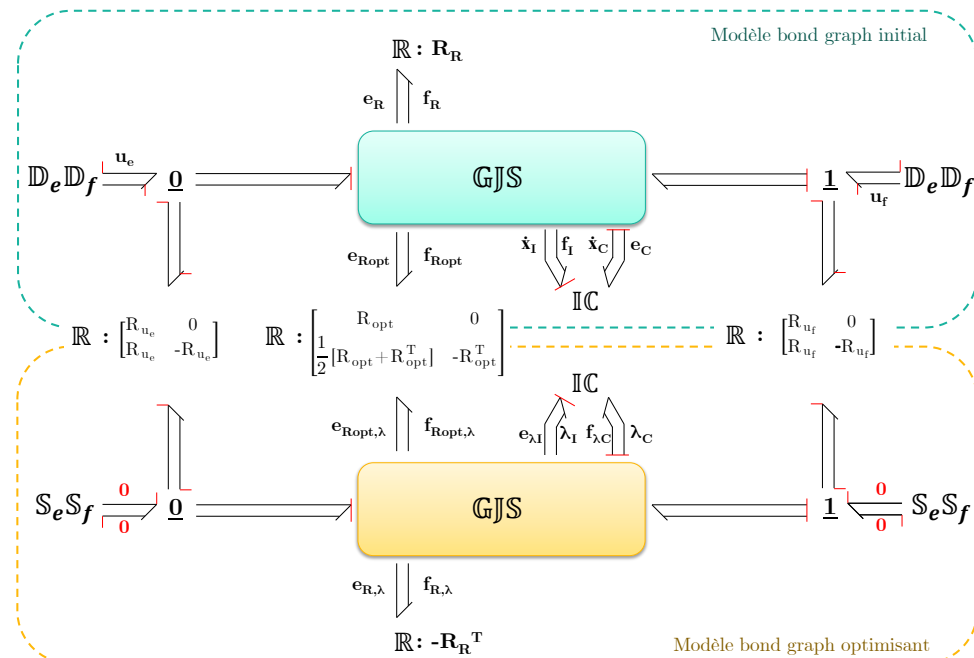


FIGURE 3.9 – Étape 4 : Affectation de la bicausalité

Si le chemin bicausal ne passe pas par ces éléments associés aux pondérations sur les entrées, alors les conditions d'optimalité déduites de ce modèle bond graph pourraient avoir une forme implicite, et il serait alors nécessaire de retravailler les équations de manière à obtenir une forme explicite. De plus, ces matrices de pondérations sur les entrées sont importantes puisqu'elles tendent à limiter l'apport

d'énergie venant de ces entrées. Elles sont d'autant plus essentielles que les saturations sur les entrées ne sont pas prises en compte ici.

On remarquera par ailleurs que sur la figure 3.9, la causalité n'a pas été affectée sur les éléments \mathbb{R} , qu'ils soient pris en compte ou non dans le critère. En effet, on peut voir apparaître des éléments en causalité résistance, et d'autres en causalité conductance, sans toutefois avoir à modifier la matrice caractéristique de l'élément. De plus, la présence d'éléments de stockage en causalité dérivée n'est pas évoquée dans la procédure, celle-ci reste néanmoins valable dans ce cas, à condition que le modèle puisse être écrit de manière explicite.

La formalisation d'un problème d'optimisation par modèle bond graph apporte plusieurs avantages. D'une part, l'interprétation des co-états est largement facilitée grâce à une représentation graphique, et d'autre part, il est possible d'observer les dissipations d'énergie élément par élément, mais aussi de modifier facilement le critère avec une approche « physique » puisque les éléments \mathbb{R} représentent les phénomènes de dissipation d'énergie.

3.4.2.3 Cas des phénomènes de stockage non-linéaires

La procédure de construction d'un modèle bond graph optimisant présentée dans la section précédente ne s'applique que pour les systèmes ayant un comportement linéaire. Cependant, la procédure a été étendue aux systèmes possédant des stockages d'énergie à comportement non-linéaire [Jardin, 2010]. On considère dans ce cas un modèle d'état ayant la forme suivante :

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}} = [\mathbf{G}_{\mathbf{x},\mathbf{x}} - \mathbf{G}_{\mathbf{x},\mathbf{R}}\mathbf{R}\mathbf{G}_{\mathbf{x},\mathbf{R}}^T] \frac{\partial H(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}} + \mathbf{G}_{\mathbf{x},\mathbf{u}}\mathbf{u} \\ \mathbf{y} = \mathbf{G}_{\mathbf{x},\mathbf{u}}^T \frac{\partial H(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}} \end{cases} \quad (3.30)$$

où :

- $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n$ est le vecteur d'état,
- $\mathbf{u} \in \mathbb{R}^m$ est le vecteur des entrées,
- $\mathbf{y} \in \mathbb{R}^m$ est le vecteur de sortie constitué des variables de puissance conjuguées au vecteur d'entrée,
- H est l'hamiltonien du système,
- $\mathbf{G}_{\mathbf{x},\mathbf{x}} \in \mathbb{R}^{n \times n}$ est la matrice associée à la structure de jonction entre les phénomènes de stockage d'énergie,
- $\mathbf{G}_{\mathbf{x},\mathbf{u}} \in \mathbb{R}^{n \times m}$ est la matrice associée à la structure de jonction entre les phénomènes de stockage d'énergie et les entrées,
- $\mathbf{G}_{\mathbf{x},\mathbf{R}} \in \mathbb{R}^{n \times r}$ est la matrice associée à la structure de jonction entre les phénomènes de stockage d'énergie et ceux dissipatifs.

Une nouvelle fois, à partir de la formulation hamiltonienne à ports, il est possible de montrer que le problème d'optimisation peut être mis sous la forme d'un modèle bond graph optimisant [Jardin, 2010], présenté sur la figure 3.10.

La forme générale reste inchangée par rapport à la forme linéaire montrée sur la figure 3.9. Néanmoins, on peut voir qu'un couplage des phénomènes de stockage est nécessaire entre le modèle initial

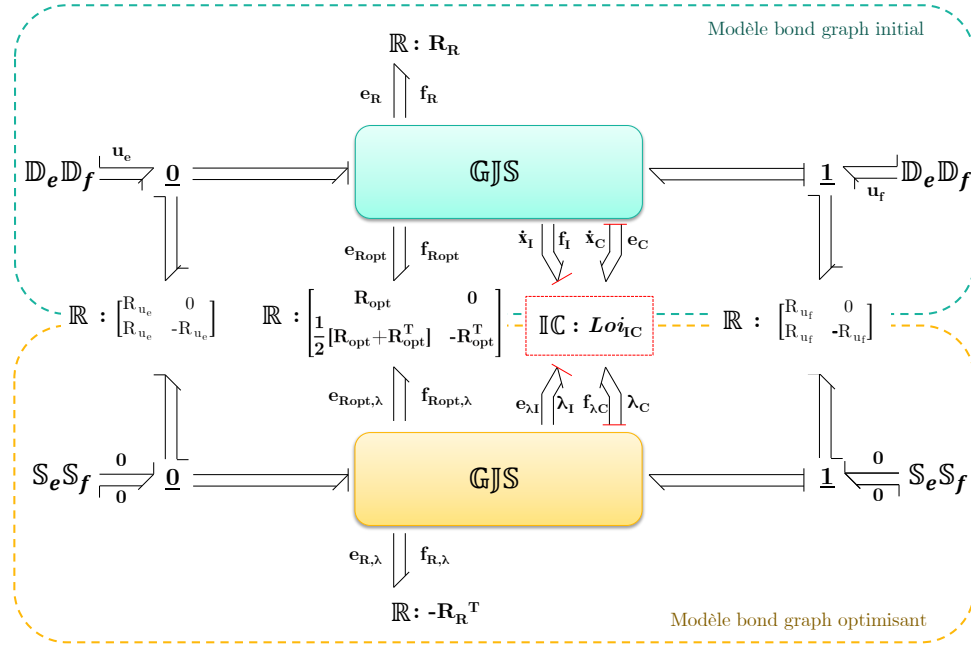


FIGURE 3.10 – Forme générale d'un modèle bond graph optimisant dans le cas de stockages non-linéaires

et le modèle optimisant, et la loi régissant ce couplage est donnée par :

$$Loi_{IC} : \begin{cases} \begin{bmatrix} \mathbf{x}_I \\ \mathbf{x}_C \end{bmatrix} = \phi(\mathbf{f}_I, \mathbf{e}_C) \\ \begin{bmatrix} \dot{\lambda}_I \\ \dot{\lambda}_C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial \phi^{-1}(\mathbf{x}_I, \mathbf{x}_C)}{\partial \mathbf{x}_I} & \frac{\partial \phi^{-1}(\mathbf{x}_I, \mathbf{x}_C)}{\partial \mathbf{x}_C} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{e}_{\lambda I} \\ \mathbf{f}_{\lambda C} \end{bmatrix} \end{cases} \quad (3.31)$$

où \mathbf{x}_I et \mathbf{x}_C sont les variables d'énergie associées respectivement aux éléments \mathbb{I} et \mathbb{C} , et ϕ la loi caractéristique des éléments de stockage.

La loi donnée par l'équation (3.31) traite du cas général où le phénomène de stockage est un champ $\mathbb{I}\mathbb{C}$, mais dans les cas plus simples où les éléments \mathbb{I} et \mathbb{C} sont découplés, les lois qui régissent les éléments de stockage sur le bond graph optimisant sont données dans le tableau 3.1.

TABLEAU 3.1 – Lois à appliquer sur le modèle bond graph optimisant dans le cas de stockages non-linéaires découplés

	Modèle BG initial	Modèle BG optimisant
Élément \mathbb{I}	$\mathbf{f}_I = \phi_I^{-1}(\mathbf{x}_I)$	$\dot{\lambda}_I = \frac{\partial \phi_I^{-1}(\mathbf{x}_I)}{\partial \mathbf{x}_I} \mathbf{e}_{\lambda I}$
Élément \mathbb{C}	$\mathbf{e}_C = \phi_C^{-1}(\mathbf{x}_C)$	$\dot{\lambda}_C = \frac{\partial \phi_C^{-1}(\mathbf{x}_C)}{\partial \mathbf{x}_C} \mathbf{f}_{\lambda C}$

L'outil présenté dans cette section permet donc de formaliser un problème d'optimisation et de le représenter sous la forme d'un modèle bond graph augmenté. La procédure peut être appliquée lorsque le modèle d'état est linéaire, bien qu'il soit possible de prendre en compte des non-linéarités au niveau des stockages d'énergie. Toutefois, l'obtention des conditions d'optimalité grâce à l'outil bond graph n'est pas la finalité du problème d'optimisation dans la mesure où il reste encore à le résoudre. La section à venir propose une méthode de résolution numérique du problème d'optimisation dans le cas où les conditions d'optimalité prennent la forme d'un système différentiel linéaire. Seront également évoquées les méthodes possibles menant à la résolution de problèmes non linéaires.

3.4.2.4 Résolution numérique

Cas des systèmes linéaires

Lorsque le système algèbro-différentiel formé par les conditions d'optimalité est linéaire, il est possible de déterminer une solution analytique au problème d'optimisation. Ainsi, on rappelle le problème (P) défini par :

$$(P) : \begin{cases} \min_{\mathbf{x}, \mathbf{u}} & J = \int_{t_0}^{t_f} \mathcal{L}(\mathbf{x}, \mathbf{u}, t) dt = \int_{t_0}^{t_f} \frac{1}{2} (\mathbf{u}^T \mathbf{R}_u \mathbf{u} + \mathbf{e}_{\mathbf{R}_{\text{opt}}}^T \mathbf{f}_{\mathbf{R}_{\text{opt}}}) dt \\ \text{tel que} & \dot{\mathbf{x}} = f(\mathbf{x}, \mathbf{u}) \\ & \mathbf{x}(t_0) = \mathbf{x}_0 \\ & \mathbf{x}(t_f) = \mathbf{x}_f \end{cases} \quad (3.32)$$

et où désormais

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}\mathbf{u} \\ \mathbf{y} = \mathbf{C}\mathbf{x} \end{cases} \quad (3.33)$$

D'après [Borne *et al.*, 1990] et [Boudarel *et al.*, 1969], résoudre le problème (P) revient à résoudre le système différentiel suivant :

$$\begin{bmatrix} \dot{\mathbf{x}} \\ \dot{\boldsymbol{\lambda}} \end{bmatrix} = \mathbf{A}_{\text{opt}} \begin{bmatrix} \mathbf{x} \\ \boldsymbol{\lambda} \end{bmatrix} \quad (3.34)$$

On choisit ici de ne pas expliciter la matrice \mathbf{A}_{opt} celle-ci est cependant détaillée dans la thèse de Jardin [Jardin, 2010]. On se ramène ici à une simple résolution d'équations différentielles par rapport à \mathbf{x} et $\boldsymbol{\lambda}$. Lorsque les trajectoires \mathbf{x}^* et $\boldsymbol{\lambda}^*$ sont déterminées, il ne reste plus qu'à calculer \mathbf{u}^* à partir de la condition d'optimalité sur \mathbf{u} (équation (3.27) p.80). Ainsi, la solution analytique de l'équation (3.34) est donnée par :

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \mathbf{x}(t) \\ \boldsymbol{\lambda}(t) \end{bmatrix} &= \exp(\mathbf{A}_{\text{opt}} \cdot (t - t_0)) \begin{bmatrix} \mathbf{x}(t_0) \\ \boldsymbol{\lambda}(t_0) \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} \mathbf{M}_1(t - t_0) & \mathbf{M}_2(t - t_0) \\ \mathbf{M}_3(t - t_0) & \mathbf{M}_4(t - t_0) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{x}(t_0) \\ \boldsymbol{\lambda}(t_0) \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (3.35)$$

La résolution numérique d'un tel système nécessite la connaissance de $\boldsymbol{\lambda}(t_0)$. Il est possible de déterminer ce vecteur en calculant les sous matrices \mathbf{M}_1 et \mathbf{M}_2 pour $t = t_f$. On suppose que ce calcul est possible puisque l'on connaît le modèle d'état du système. Comme $\mathbf{x}(t_0) = \mathbf{x}_0$ et $\mathbf{x}(t_f) = \mathbf{x}_f$ sont

donnés, il vient :

$$\lambda(t_0) = [\mathbf{M}_2(t_f - t_0)]^{-1} [\mathbf{x}_f - \mathbf{M}_1(t_f - t_0)\mathbf{x}_0] \quad (3.36)$$

La matrice \mathbf{M}_2 étant supposée inversible. Maintenant que le co-état initial est connu, il est désormais possible de résoudre le système (3.34) par intégration directe.

Cas des systèmes non linéaires

Dans le cas des systèmes non linéaires, la méthode de résolution précédente ne peut plus être appliquée puisque le co-état initial ne peut plus être déterminé *a priori*. Il est alors possible d'utiliser une méthode de tir simple ou multiple comme détaillé dans la section 3.3.1.

3.5 Limites actuelles de la représentation bond graph d'un problème d'optimisation dynamique

Alors que l'inversion de modèles permet de prendre en compte uniquement des trajectoires en fonction du temps que doivent suivre les sorties, l'optimisation dynamique a pour objectif la minimisation d'un critère. Ces deux outils sont donc utiles puisqu'ils participent au dimensionnement et à la détermination de la commande d'un système selon des spécifications de deux natures différentes. L'optimisation dynamique telle que présentée dans la section précédente mène à une trajectoire optimale en sortie pour des conditions initiales et finales données. Cependant, si l'on souhaite déterminer la commande optimale d'un système en tenant compte d'une spécification de trajectoire à suivre, il est alors indispensable d'intégrer l'erreur sur ce suivi de trajectoire au critère. Ce problème est présenté dans [Mouhib *et al.*, 2009], où il est montré qu'il n'y a pas de garantie que cette trajectoire soit respectée. Pour assurer le suivi de la trajectoire donnée comme spécification, il est également possible d'imaginer un couplage entre l'inversion et l'optimisation. Dans ce cas, les $n_{s,i}$ sorties imposées mènent à un modèle inverse déterminant $n_{e,i} = n_{s,i}$ entrées. Le reste des entrées est alors déterminé par optimisation, garantissant par conséquent l'optimalité globale par rapport à un critère donné.

3.5.1 Rapide état de l'art sur le couplage entre inversion et optimisation en bond graph

Jardin propose dans [Jardin *et al.*, 2009] une méthode permettant de représenter sous la forme d'un bond graph un problème prenant en compte une trajectoire de sortie imposée en plus du problème d'optimisation initial. La procédure présentée dans la section 3.4.2.2 est alors étendue de manière à intégrer ce couplage. Les auteurs considèrent dans cette extension de la procédure initiale que coupler les deux problèmes revient à rechercher la commande optimale uniquement sur les entrées n'étant pas déterminées par inversion. L'étape 3 consistant en la prise en compte du critère est par conséquent modifiée :

- d'une part, les éléments \mathbb{R} situés sur les chemins bicausaux ne sont plus intégrés au critère et apparaissent désormais comme des dissipations non prises en compte dans le problème d'optimisation,
- d'autre part, aucune pondération n'est insérée au niveau des entrées à déterminer par inversion puisque l'on considère que celles-ci sont complètement spécifiées.

Ainsi, le modèle bond graph générique d'un problème couplé d'inversion et d'optimisation dont l'ensemble des phénomènes physiques est à comportement linéaire est de la forme donnée par la figure 3.11.

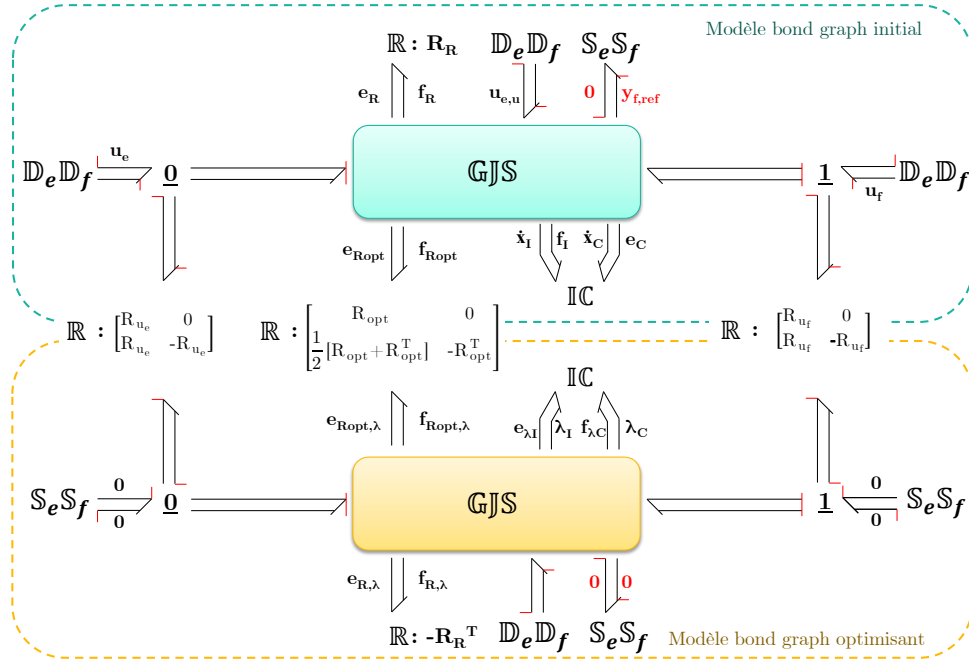


FIGURE 3.11 – Forme d'un modèle bond graph optimisant dans le cas d'un problème couplé d'optimisation et d'inversion (et dont les sorties imposées sont des flux, et les entrées de la partie inverse des efforts)

Sur la figure 3.11, on peut voir sur le bond graph initial que la bicausalité est propagée de la double source $S_e S_f$ vers le double détecteur $D_e D_f$ de la même manière qu'un problème simple d'inversion. De plus, aucune matrice de pondération sur les entrées déterminées par inversion n'est présente. Sur le bond graph optimisant, la double source $S_e S_f$ correspondant à la trajectoire à imposer sur le bond graph initial est transformée en une double source imposant un effort et un flux nuls. Bien que cela n'apparaisse pas explicitement sur ce bond graph, l'hypothèse est faite que les dissipations présentes sur le chemin bicausal ne sont plus prises en compte dans la mesure où il est supposé que ces flux d'énergie sont complètement spécifiés par la sortie imposée. Or, dans le cas général, ces variables ne sont pas complètement déterminées, et peuvent dépendre des entrées non déterminées par inversion, ou bien d'états indépendants du reste du système.

3.5.2 Intérêt d'une extension à un problème plus général

L'extension de la procédure pour la prise en compte d'un problème couplé d'inversion et d'optimisation se limite en fait à une classe particulière de problèmes où le couplage n'est finalement que partiel. En effet, dans le cas général d'un modèle partiellement inversé, on constatera que les entrées déterminées par inversion ne sont pas uniquement des fonctions de la trajectoire de sortie, mais peuvent également dépendre des états indépendants du système, ou même des entrées non déterminées par inversion. Pour illustrer notre propos, reprenons l'exemple du moteur électrique et du moteur hydraulique entraînant une charge présentée sur la figure 3.2 (également traité p.226). Si une seule

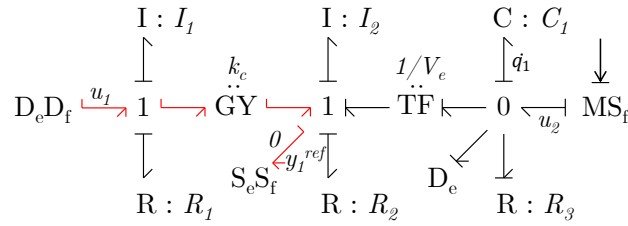


FIGURE 3.12 – Exemple de modèle bond graph partiellement inversé

sortie est spécifiée par le cahier des charges, et que l'on décide de déterminer par inversion la tension à appliquer au moteur électrique, le modèle bond graph partiellement inversé est tel que présenté sur la figure 3.12, et l'entrée u_1 est déterminée par l'équation (3.37) :

$$u_1 = \frac{I_1}{k_c} \left[\left(\frac{V_e^2}{C_1} + \frac{k_c^2}{I_1} + \frac{R_1 R_2}{I_1} \right) y_1^{ref} + \left(R_2 + \frac{R_1 I_2}{I_1} \right) \dot{y}_1^{ref} + I_2 \ddot{y}_1^{ref} + \left(\frac{V_e}{R_3 C_1} - \frac{V_e R_1}{C_1 I_1} \right) q_1 - \frac{V_e}{C_1} u_2 \right] \quad (3.37)$$

De plus, il ne reste qu'un seul état indépendant caractérisé par l'équation :

$$\dot{q}_1 = u_2 - \frac{q_1}{R_3 C_1} - V_e y_1^{ref} \quad (3.38)$$

Pour montrer que la procédure proposée par Jardin n'est pas applicable dans le cas général, on compare les conditions d'optimalité obtenues tout d'abord par application du PMP sur le modèle inversé analytique, puis par construction du modèle bond graph optimisant.

On souhaite donc minimiser l'énergie dissipée par l'ensemble des éléments R , et limiter l'apport d'énergie du côté du moteur hydraulique. En revanche, l'apport d'énergie du côté du moteur électrique n'est pas pénalisé. Le critère associé sera donc de la forme :

$$J = \int_{t_0}^{t_f} \frac{1}{2} (R_{u_2} u_2^2 + P_{R_1} + P_{R_2} + P_{R_3}) dt = \int_{t_0}^{t_f} \frac{1}{2} \left(R_{u_2} u_2^2 + \frac{R_1}{I_1^2} p_1^2 + \frac{R_2}{I_2^2} p_2^2 + \frac{q_1^2}{R_3 C_1^2} \right) dt \quad (3.39)$$

où P_{R_i} représente la puissance dissipée par l'élément $R : R_i$.

La connaissance d'une trajectoire de sortie permet d'appliquer l'inversion sur le critère de manière à exprimer celui-ci uniquement en fonction de l'état indépendant, de la sortie imposée et de l'entrée non déterminée par inversion :

$$J = \int_{t_0}^{t_f} \frac{1}{2} \left(R_{u_2} u_2^2 + \frac{R_1}{k_c^2} \left(R_2 y_1^{ref} + I_2 \dot{y}_1^{ref} - \frac{V_e}{C_1} q_1 \right)^2 + R_2 \left(y_1^{ref} \right)^2 + \frac{q_1^2}{R_3 C_1^2} \right) dt \quad (3.40)$$

De plus, étant donné que y_1^{ref} est imposée, essayer de minimiser le critère à partir de cette variable n'a pas de sens. On peut donc le simplifier en supprimant tous les termes faisant intervenir uniquement la variable y_1^{ref} :

$$J = \int_{t_0}^{t_f} \frac{1}{2} \left(R_{u_2} u_2^2 + \frac{R_1}{k_c^2} \left(\frac{V_e^2}{C_1^2} q_1^2 - \frac{2R_2 V_e}{C_1} y_1^{ref} q_1 - \frac{2I_2 V_e}{C_1} \dot{y}_1^{ref} q_1 \right) + \frac{q_1^2}{R_3 C_1^2} \right) dt \quad (3.41)$$

Le problème que l'on cherche à résoudre peut donc s'écrire comme suit :

$$(P) : \begin{cases} \min_{q_1, u_2} & J = \int_{t_0}^{t_f} \frac{1}{2} \left(R_{u_2} u_2^2 + \frac{R_1}{k_c^2} \left(\frac{V_e^2}{C_1^2} q_1^2 - \frac{2R_2 V_e}{C_1} y_1^{ref} q_1 - \frac{2I_2 V_e}{C_1} \dot{y}_1^{ref} q_1 \right) + \frac{q_1^2}{R_3 C_1^2} \right) dt \\ \text{tel que} & \dot{q}_1 = u_2 - \frac{q_1}{R_3 C_1} - V_e y_1^{ref} \\ & q_1(t_0) = q_{10} \\ & q_1(t_f) = q_{1f} \end{cases} \quad (3.42)$$

Finalement, l'application du PMP mène aux conditions d'optimalité suivantes :

$$\dot{q}_1 = u_2 - \frac{q_1}{R_3 C_1} - V_e y_1^{ref} \quad (3.43)$$

$$-\dot{\lambda} = \left(\frac{R_1 V_e^2}{k_c^2 C_1^2} + \frac{1}{R_3 C_1^2} \right) q_1 - \frac{R_1 R_2 V_e}{k_c^2 C_1} y_1^{ref} - \frac{R_1 I_2 V_e}{k_c^2 C_1} \dot{y}_1^{ref} - \frac{\lambda}{R_3 C_1} \quad (3.44)$$

$$0 = R_{u_2} u_2 + \lambda \quad (3.45)$$

L'application de la procédure pour ce même problème d'optimisation mène au bond graph optimisant suivant (figure 3.13) :

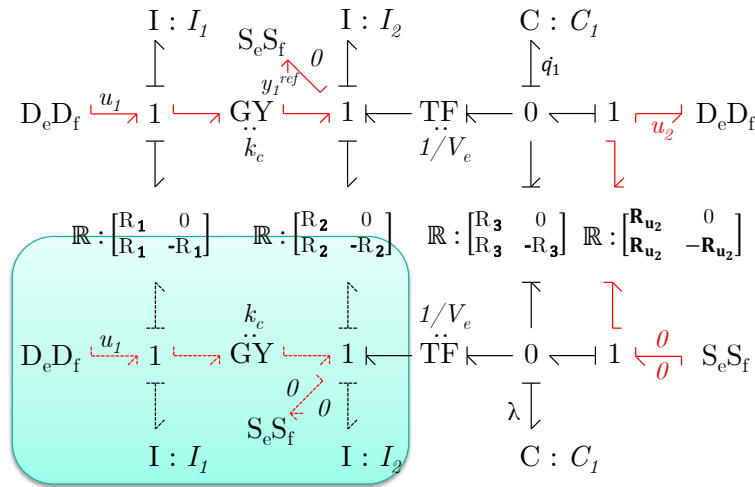


FIGURE 3.13 – Bond graph optimisant couplé à l'inversion après application de la procédure étendue de Jardin [Jardin, 2010]

Le système d'état associé à ce bond graph peut être transcrit sous forme analytique pour pouvoir être comparé aux équations (3.42), (3.44) et (3.45) obtenues précédemment. Du bond graph de la figure 3.13, on tire :

$$\dot{q}_1 = -\frac{\lambda}{R_{u_2}} - \frac{q_1}{R_3 C_1} - V_e y_1^{ref} \quad (3.46)$$

$$\dot{\lambda} = \frac{\lambda}{C_1 R_3} - \frac{q_1}{R_3 C_1^2} \quad (3.47)$$

En combinant l'équation (3.43) avec l'équation (3.45), on retrouve bien la forme de (3.46). Cepen-

dant, on peut voir que l'équation (3.47) est incomplète si on la compare avec (3.44).

On peut traduire cette différence par l'impossibilité de prendre en compte dans le critère l'énergie dissipée par les éléments R situés sur le chemin bicausal lié à l'inversion. En effet, dans la mesure où la double source sur le bond graph optimisant impose un flux nul sur une jonction 1, cela revient à supprimer les éléments BG dans le rectangle bleu de la figure 3.13. De la même manière, il sera impossible de prendre en compte une quelconque pondération sur l'entrée inversée.

Pourtant, si l'on observe la puissance dissipée par l'élément R_1 par exemple, on se rend compte que celle-ci dépend d'un état indépendant (q_1 dans cet exemple) :

$$P_{R_1} = \frac{R_1}{k_c^2} \left[I_2 \dot{y}_1^{ref} + R_2 y_1^{ref} - \frac{V_c}{C_1} q_1 \right]^2 \quad (3.48)$$

Cette puissance ne dépendant pas uniquement de la trajectoire imposée, on peut alors imaginer la prendre en compte dans le critère. De la même manière, ne pas pondérer l'entrée de la partie inverse donnée par l'équation (3.37) signifie ici que l'on ne pénalise pas l'apport d'énergie provenant de cette entrée alors qu'elle n'est finalement pas complètement spécifiée. Pour prendre en compte le problème global de dimensionnement et de commande d'un système sur-actionné, il paraît donc intéressant de généraliser la procédure déjà initiée, de telle sorte qu'il soit possible d'intégrer n'importe quel élément dissipatif dans le critère, mais aussi de pondérer une entrée déterminée par inversion. Dans le chapitre suivant, nous proposons une extension de la procédure visant à élargir la classe de problèmes traitée.

3.6 Conclusion

Ce chapitre avait pour objectif de présenter les méthodes actuellement disponibles pour spécifier une chaîne d'actionnement et sa commande. L'accent a particulièrement été mis sur les chaînes sur-actionnées qui posent le problème du dimensionnement des actionneurs et de leur contribution respective à l'entraînement de la charge.

L'inversion a tout d'abord été présentée. Il s'agit d'un outil d'aide à la conception puisqu'il donne la possibilité d'imposer directement la trajectoire de sortie à un système, et donc de déterminer exactement l'énergie qui doit lui être apportée. Après une vérification des critères d'inversibilité structurelle de manière graphique, le modèle bond graph direct peut être inversé, sans avoir à réaliser d'étude analytique. L'inversion de modèle est donc adaptée pour la spécification de composants par l'intermédiaire de la remontée de spécifications, de la sortie imposée vers le composant à sélectionner. En outre, si la partie amont de ce composant est d'ores et déjà déterminée, la résolution d'autres problèmes comme la synthèse paramétrique ou la détermination de la commande en boucle ouverte est alors possible. En revanche, lorsque le nombre de spécifications en termes de trajectoires est inférieur au nombre d'entrées à déterminer (*e.g.* un système hybride avec deux sources d'énergie), l'inversion seule n'est plus adaptée dans la mesure où l'ensemble de la chaîne d'actionnement ne peut plus être déterminé. Étant donné que les contraintes de conception ne sont aujourd'hui plus restreintes à des trajectoires à suivre et à une durée de vie, mais font face à des problématiques de consommation énergétique, de confort d'utilisation, etc., que l'on peut traduire comme des variables à optimiser, il semble alors intéressant de construire une méthode permettant de prendre en compte de manière simultanée des spécifications de natures différentes.

Après avoir exposé différentes stratégies d'optimisation, nous avons vu qu'il était possible de construire un bond graph représentatif d'un problème incluant la minimisation d'un critère. En effet, le couplage du modèle initial avec un modèle optimisant mène aux conditions d'optimalité issues du principe du maximum faible de Pontryagin. Un premier travail de formalisation d'un problème couplé d'optimisation et d'inversion a également été effectué, mais il se restreint au cas où les entrées déterminées par inversion sont complètement spécifiées par les trajectoires à suivre. Toutefois, dans le cas général, ces entrées déterminées par inversion peuvent aussi dépendre d'états associés au reste du système et/ou des entrées non déterminées par inversion. Il est alors nécessaire d'étendre la procédure proposée à une classe de problèmes plus générale. Enfin, la procédure actuellement proposée offre la possibilité de prendre en compte des non linéarités sur les phénomènes de stockage d'énergie, mais le cas des dissipations non linéaires n'a pas encore été traité. Le prochain chapitre a donc pour objectif de répondre à deux problématiques :

- d'une part, nous proposons une procédure permettant de représenter par un bond graph augmenté un problème couplé d'inversion-optimisation. Le bien-fondé de cette procédure est ensuite démontré par l'application du principe du maximum sur un système exprimé sous la forme hamiltonienne à ports,
- d'autre part, nous proposons une extension de la procédure de Jardin [Jardin, 2010] pour représenter par un bond graph augmenté un problème d'optimisation dont les phénomènes dissipatifs peuvent présenter un comportement non linéaire. La démonstration sera effectuée sur une base identique à la démonstration précédente.

Chapitre 4

Contribution à l'inversion combinée à l'optimisation dynamique pour la conception des systèmes

Sommaire

4.1	Introduction	95
4.2	Représentation bond graph d'un problème couplé d'inversion-optimisation	95
4.2.1	Formulation du problème couplé d'inversion-optimisation	95
4.2.2	Procédure d'obtention du modèle bond graph optimisant	96
4.2.3	Démonstration relative à la procédure	100
4.2.4	Exemple	111
4.2.5	Conclusion sur la procédure	114
4.3	Extension de la procédure au cas des dissipations non linéaires	115
4.3.1	Formulation du problème	115
4.3.2	Extension de la procédure	116
4.3.3	Démonstration	119
4.3.3.1	Rappel du problème	119
4.3.3.2	Application du PMP	119
4.3.4	Exemple	122
4.4	Conclusion	124

4.1 Introduction

Nous avons vu dans le chapitre précédent qu'il était possible de construire un modèle bond graph pour représenter un problème couplé d'inversion et d'optimisation pour des modèles linéaires¹ et invariants dans le temps. Nous considérons dans ce chapitre que cette procédure est validée et nous baserons l'extension de la procédure sur les travaux déjà effectués. Nous souhaitons donc ici établir une méthode permettant de construire un modèle bond graph représentatif d'un problème couplé d'inversion-optimisation généralisé. On parle de généralisation dans le sens où il sera possible de prendre en compte dans le critère n'importe quelle dissipation d'énergie, mais aussi d'y intégrer une pondération sur les entrées déterminées par inversion. Pour ce faire, le Principe du Maximum de Pontryagin (PMP) sera appliqué sur un problème général de minimisation d'énergie dissipée. Pour la démonstration, le modèle d'état pris en compte comme contrainte sera par ailleurs exprimé sous le formalisme hamiltonien à ports afin de faciliter la traduction en langage bond graph. Le couplage avec le problème d'inversion est finalement réalisé par l'introduction de contraintes supplémentaires dans le problème d'optimisation sur les sorties spécifiées.

Finalement un travail sur la prise en compte des dissipations d'énergie ayant un comportement non linéaire sera proposé. Nous justifierons tout d'abord les motivations, puis une extension de la procédure sera proposée et démontrée. Ces démonstrations ayant pour but de montrer la correspondance entre des conditions d'optimalité obtenues par application du PMP et le modèle bond graph augmenté seront systématiquement basées sur le formalisme hamiltonien à ports.

4.2 Représentation bond graph d'un problème couplé d'inversion-optimisation

Cette section est dédiée à la présentation d'une procédure étendue visant à représenter par un bond graph augmenté un problème couplé d'inversion-optimisation. Après avoir formulé le problème, la procédure en question est présentée, puis le bien-fondé de celle-ci est exposé à travers sa démonstration.

4.2.1 Formulation du problème couplé d'inversion-optimisation

Sur l'ensemble de la section relative à la représentation bond graph d'un problème couplé d'inversion-optimisation, les systèmes considérés sont supposés linéaires, explicites et inversibles au moins partiellement. De plus, ceux-ci peuvent être représentés par un bond graph tel que celui présenté sur la figure 4.1, et dont le modèle d'état est donnée par l'équation (4.1) [Golo, 2002; Jardin, 2010].

$$S_g \begin{cases} \dot{\mathbf{x}} &= \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}\mathbf{u}_s \\ \mathbf{y}_s &= \mathbf{C}\mathbf{x} + \mathbf{D}\mathbf{u}_s \\ \mathbf{y}_d &= \mathbf{y}_d^{\text{ref}}(t) \end{cases} \quad (4.1)$$

où :

- $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n$ est le vecteur d'état d'ordre minimal associé aux éléments de stockage d'énergie, $\mathbf{x}^T = \begin{bmatrix} \mathbf{x}_I^T & \mathbf{x}_C^T \end{bmatrix}$ avec \mathbf{x}_I (resp. \mathbf{x}_C) le vecteur d'état associé aux éléments \mathbb{I} (resp. \mathbb{C}),

1. Il est également possible d'intégrer des phénomènes de stockage au comportement non linéaire.

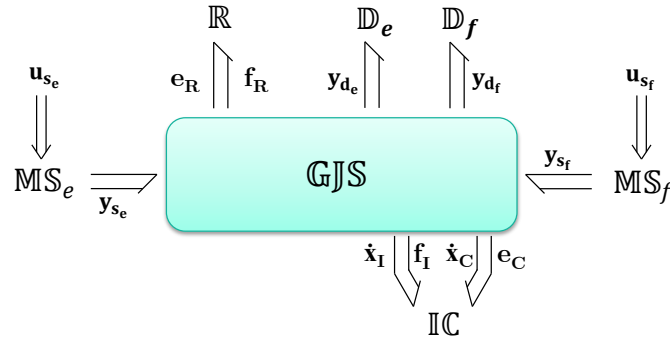


FIGURE 4.1 – Modèle bond graph générique représentatif de la classe de système considérée

- $\mathbf{u}_s \in \mathbb{R}^{m+p}$ est le vecteur d'entrée associé aux sources d'énergie, $\mathbf{u}_s^T = \begin{bmatrix} \mathbf{u}_{s_e}^T & \mathbf{u}_{s_f}^T \end{bmatrix}$ avec \mathbf{u}_{s_e} (resp. \mathbf{u}_{s_f}) le vecteur d'entrée en effort (resp. en flux),
- $\mathbf{y}_s \in \mathbb{R}^{m+p}$ est le vecteur de sortie constitué des variables de puissance conjuguées au vecteur d'entrée \mathbf{u}_s , $\mathbf{y}_s^T = \begin{bmatrix} \mathbf{y}_{s_e}^T & \mathbf{y}_{s_f}^T \end{bmatrix}$ avec \mathbf{y}_{s_e} (resp. \mathbf{y}_{s_f}) le vecteur de sortie en flux (resp. en effort) associé aux sources d'énergie,
- $\mathbf{y}_d \in \mathbb{R}^p$ est le vecteur de sortie associé aux détecteurs, dont la trajectoire est spécifiée par $\mathbf{y}_d^{\text{ref}}(t)$, $\mathbf{y}_d^T = \begin{bmatrix} \mathbf{y}_{d_e}^T & \mathbf{y}_{d_f}^T \end{bmatrix}$ avec \mathbf{y}_{d_e} (resp. \mathbf{y}_{d_f}) le vecteur de sortie en effort (resp. en flux) spécifié,
- $\mathbf{A} \in \mathbb{R}^{n \times n}$, $\mathbf{B} \in \mathbb{R}^{n \times (m+p)}$,
- $\mathbf{C} \in \mathbb{R}^{(m+p) \times n}$, $\mathbf{D} \in \mathbb{R}^{(m+p) \times (m+p)}$.

Ensuite, on cherche à déterminer l'entrée optimale à partir du problème d'optimisation suivant :

$$(P_{inv,opt}) : \begin{cases} \min_{\mathbf{x}, \mathbf{u}_s} & \frac{1}{2} \int_{t_0}^{t_f} (\mathbf{u}_s^T \mathbf{R}_u \mathbf{u}_s + \mathbf{e}_{\mathbf{R}_{opt}}^T \mathbf{f}_{\mathbf{R}_{opt}}) dt \\ \text{tel que} & \text{le système (4.1) soit respecté} \\ & \mathbf{y}_d^{\text{ref}}(t) \text{ connu en fonction du temps} \\ & \mathbf{x}(t_0) = \mathbf{x}_0 \\ & \mathbf{x}(t_f) = \mathbf{x}_f \end{cases} \quad (4.2)$$

où :

- $\mathbf{R}_u \in \mathbb{R}^{(m+p) \times (m+p)}$ est une matrice de pondération sur les entrées. On suppose cette matrice diagonale telle que : $\mathbf{R}_u = \begin{bmatrix} \mathbf{R}_{u_e}^{-1} & 0 \\ 0 & \mathbf{R}_{u_f} \end{bmatrix}$, où les indices e et f se réfèrent aux entrées respectivement en effort et en flux,
- le terme $\mathbf{e}_{\mathbf{R}_{opt}}^T \mathbf{f}_{\mathbf{R}_{opt}}$ représente la puissance dissipée par les éléments dissipatifs pris en compte dans le critère, avec $\mathbf{e}_{\mathbf{R}_{opt}} \in \mathbb{R}^{r_{opt}}$ et $\mathbf{f}_{\mathbf{R}_{opt}} \in \mathbb{R}^{r_{opt}}$ les vecteurs respectivement d'efforts et de flux associés aux dissipations d'énergie considérées.

Maintenant que le problème général est posé, la section suivante a pour but de présenter la procédure de construction d'un modèle bond graph menant aux conditions d'optimalité de ce problème.

4.2.2 Procédure d'obtention du modèle bond graph optimisant

Pour tout problème tel que celui formulé par (4.2), la procédure suivante mène à la construction d'un modèle bond graph augmenté dont le système d'équations qui en découle est équivalent aux

conditions d'optimalité issues du PMP.

- **Étape 1** : dans un premier temps, il s'agit de dupliquer le modèle bond graph initial comme présenté sur la figure 4.2 . Ce modèle dupliqué est appelé bond graph optimisant, et ses variables de co-énergie correspondent aux co-états λ . Par ailleurs, si l'ensemble des dissipations n'est pas pris en compte dans le critère, il faut faire la distinction entre l'élément $\mathbb{R} : \mathbf{R}_{\text{opt}}$ correspondant aux dissipations prises en compte et l'élément $\mathbb{R} : \mathbf{R}_{\mathbf{R}}$ correspondant aux dissipations non prises en compte.

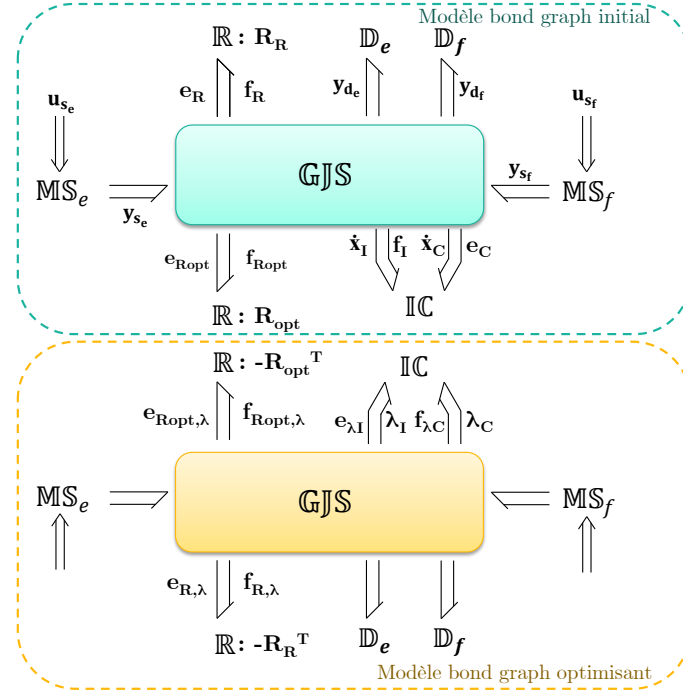


FIGURE 4.2 – Problème couplé inversion-optimisation - Étape 1 et 2 : duplication du modèle bond graph initial et caractérisation des éléments \mathbb{R}

- **Étape 2** : dans un deuxième temps, il est nécessaire de caractériser le bond graph optimisant, et notamment les éléments \mathbb{R} . En particulier, il faut remplacer dans le bond graph optimisant les matrices caractéristiques $\mathbf{R}_{\mathbf{R}}$ et \mathbf{R}_{opt} respectivement par $-\mathbf{R}_{\mathbf{R}}^T$ et $-\mathbf{R}_{\text{opt}}^T$.
- **Étape 3** : elle consiste à prendre en compte le critère dans le modèle bond graph. On fait alors la distinction entre les pondérations sur les entrées et les puissances dissipées (voir figure 4.3) :
 1. Concernant tout d'abord les phénomènes dissipatifs pris en compte dans le critère, il est nécessaire de coupler ceux du modèle initial avec ceux du modèle optimisant, puis d'ajouter sous la diagonale la sous-matrice $\frac{1}{2} [\mathbf{R}_{\text{opt}} + \mathbf{R}_{\text{opt}}^T]$.
 2. Ensuite, concernant les pondérations sur les entrées, une jonction 0 doit être ajoutée entre la structure de jonction et chaque source d'effort, et une jonction 1 entre la structure de jonction et chaque source de flux, le tout sur le modèle initial puis sur le modèle optimisant. Finalement, il est nécessaire d'insérer entre les jonctions préalablement ajoutées les matrices caractéristiques associées aux pondérations sur les entrées en efforts et en flux, respectivement $\begin{bmatrix} \mathbf{R}_{u_e} & 0 \\ \mathbf{R}_{u_e} & -\mathbf{R}_{u_e} \end{bmatrix}$ et $\begin{bmatrix} \mathbf{R}_{u_f} & 0 \\ \mathbf{R}_{u_f} & -\mathbf{R}_{u_f} \end{bmatrix}$.

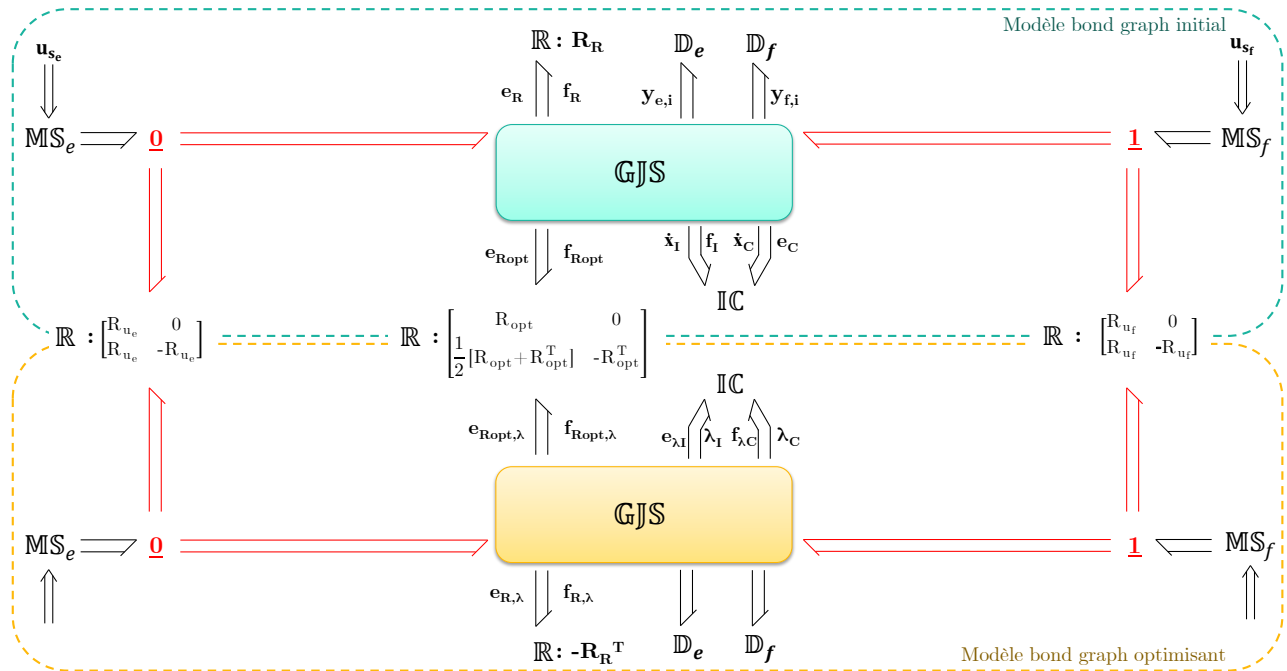


FIGURE 4.3 – Problème couplé inversion-optimisation - Étape 3 : Prise en compte du critère

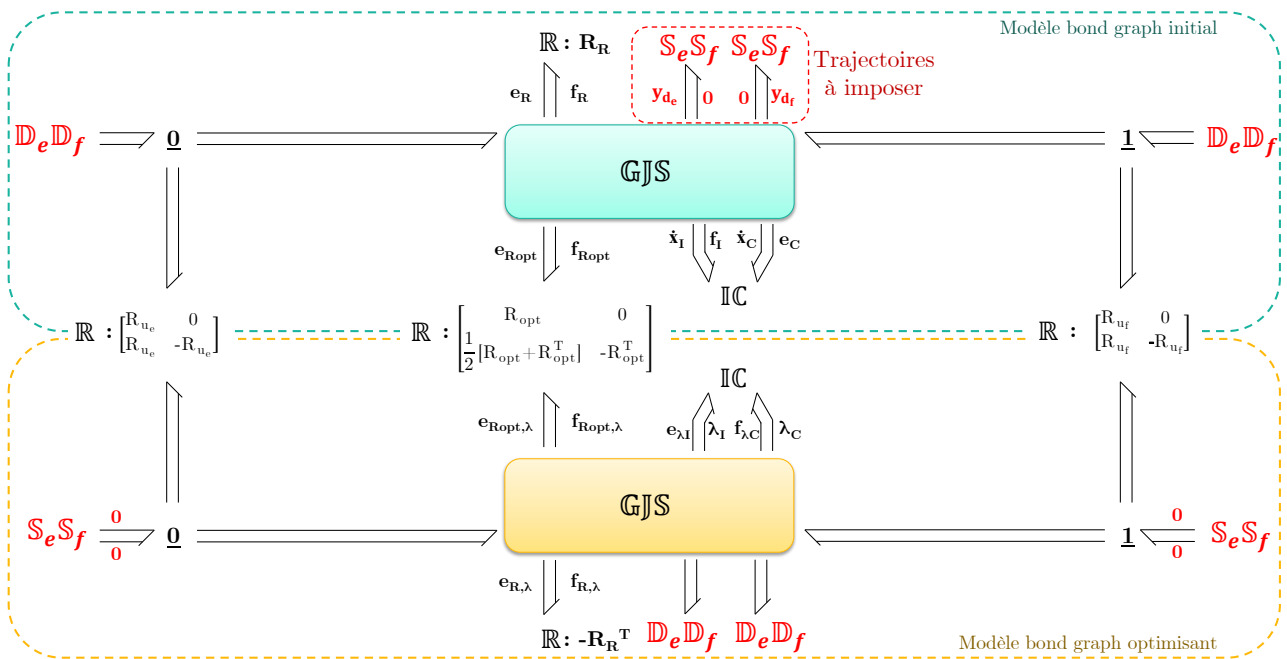


FIGURE 4.4 – Problème couplé inversion-optimisation - Étape 4 : Substitution des sources et détecteurs

- **Étape 4** : cette étape a pour but de substituer les différentes sources et détecteurs (figure 4.4). Il faut alors remplacer les éléments MS_e et MS_f par des éléments $D_e D_f$ sur le modèle bond graph initial, et par des éléments $S_e S_f$ imposant des efforts et des flux nuls sur le modèle optimisant. D'autre part, les éléments D_e et D_f correspondant aux sorties spécifiées doivent être remplacés sur le bond graph initial par des doubles sources $S_e S_f$. Si la trajectoire à imposer en sortie est un effort (resp. un flux), alors l'élément $S_e S_f$ imposera également un flux nul (resp. un effort nul). Enfin, les éléments D_e et D_f correspondant aux sorties spécifiées doivent être remplacés

sur le bond graph optimisant par des doubles détecteurs $\mathbb{D}_e\mathbb{D}_f$.

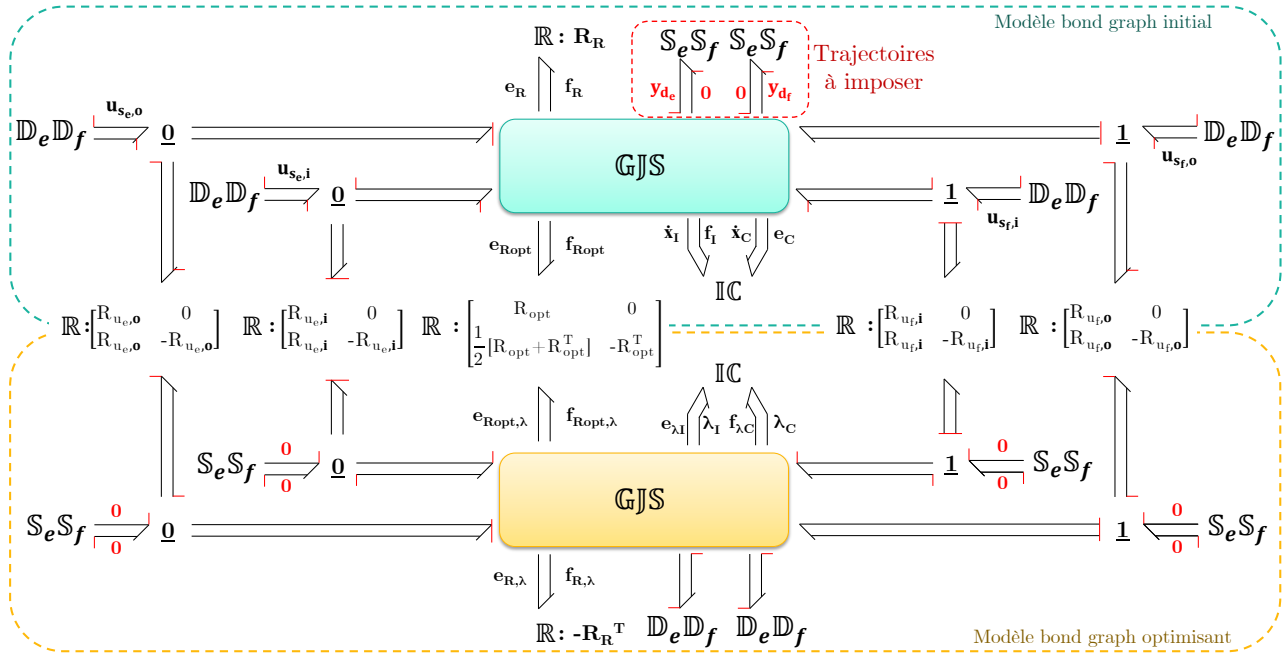


FIGURE 4.5 – Problème couplé inversion-optimisation - Étape 5 : affectation de la bicausalité

– **Étape 5** : la dernière étape vise à affecter la bicausalité (figure 4.5). On distingue alors la propagation de la bicausalité liée à l'inversion et celle liée à l'optimisation :

1. Pour les entrées à déterminer par optimisation : il faut propager la bicausalité des doubles sources $\mathbb{S}_e\mathbb{S}_f$ du bond graph optimisant vers les doubles détecteurs $\mathbb{D}_e\mathbb{D}_f$ du bond graph initial, en passant par les éléments \mathbb{R} des pondérations sur les entrées.
2. Pour les entrées à déterminer par inversion : la bicausalité doit être propagée de la manière suivante :
 - des doubles sources du modèle optimisant vers les doubles détecteurs correspondant sur le modèle optimisant,
 - sur le modèle initial, à partir des doubles sources correspondant aux sorties spécifiées vers les doubles détecteurs correspondant aux entrées à déterminer par inversion.

Remarques :

- Les éléments \mathbb{R} de la figure 4.5 n'ont pas été affectés d'une causalité dans la mesure où l'on pourra rencontrer des éléments dissipatifs en causalité résistance et/ou conductance. Dans ce cas, aucun changement ne doit être apporté sur la matrice caractéristique (voir annexe E).
- De la même manière, la causalité n'a pas été affectée sur les éléments de stockage. En effet, le processus d'inversion du modèle peut entraîner des changements de causalité sur ces éléments. Certains passent alors en causalité dérivée et deviennent dépendants des autres éléments de stockage ou d'entrées. Il est cependant nécessaire de vérifier que ces dépendances sont mathématiquement résolubles, de telle sorte qu'il soit possible d'écrire le modèle de manière explicite.
- On considère ici que toutes les entrées sont pondérées et donc prises en compte dans le critère. Or, cette procédure reste valable dans le cas où une partie des entrées n'est pas à déterminer

par optimisation.

- Le modèle d'état issu du modèle bond graph augmenté pourra se trouver sous forme implicite, et il sera alors nécessaire de manipuler les équations de manière à le remettre sous forme explicite pour la résolution.

4.2.3 Démonstration relative à la procédure

Pour démontrer le bien-fondé de la procédure présentée dans la section précédente, nous allons procéder en plusieurs étapes. Tout d'abord, le principe du maximum de Pontryagin sera appliqué de manière analytique sur un modèle exprimé selon le formalisme hamiltonien à ports. La prise en compte de trajectoires de sortie connues en fonction du temps s'effectuera à travers des contraintes algébriques exprimées dans le problème d'optimisation. L'étape suivante consistera à traduire ces nouvelles conditions d'optimalité en langage bond graph. En comparaison aux procédures proposées dans [Marquis-Favre *et al.*, 2008; Mouhib *et al.*, 2009; Jardin, 2010], celle-ci se distingue par plusieurs aspects :

- on considère ici une classe de systèmes linéaires dont une partie des entrées est déterminée par inversion, et l'autre par optimisation. On notera que, quelle que soit l'entrée considérée (découlant de l'inversion ou de l'optimisation), une pondération visant à limiter l'apport d'énergie pourra ou non être appliquée,
- il est également possible à travers cette procédure d'intégrer des dissipations d'énergie au critère, quel que soit leur positionnement dans le modèle bond graph.

Remarques :

- comme les phénomènes de stockage d'énergie sont réversibles, la matrice hessienne \mathbf{H} est symétrique.
- On notera finalement que la démonstration ci-dessous sera menée en considérant uniquement des dissipations d'énergie en causalité résistance. Cette hypothèse simplifie largement les calculs et donne de la clarté à la démonstration sans toutefois perdre en généralité, grâce au concept de dualisation partielle (voir annexe E). Ainsi, toutes les entrées du modèle associées aux phénomènes dissipatifs seront des efforts, et les sorties des flux.

On rappelle également la forme du problème couplé d'inversion-optimisation que l'on cherche à représenter sous la forme d'un bond graph :

$$(P_{inv,opt}) : \left\{ \begin{array}{l} \min_{\mathbf{x}, \mathbf{u}_s} \quad \frac{1}{2} \int_{t_0}^{t_f} \mathcal{L}(\mathbf{x}, \mathbf{u}_s) dt = \frac{1}{2} \int_{t_0}^{t_f} (\mathbf{u}_s^T \mathbf{R}_u \mathbf{u}_s + P_{diss}) dt \\ \text{tel que} \quad \text{le système } (S_g) \text{ soit pris comme contrainte} \\ \mathbf{y}_d \text{ connu en fonction du temps} \\ \mathbf{x}(t_0) = \mathbf{x}_0 \\ \mathbf{x}(t_f) = \mathbf{x}_f \end{array} \right.$$

avec (S_g) le modèle d'état suivant :

$$(S_g) : \begin{cases} \dot{\mathbf{x}} &= f(\mathbf{x}, \mathbf{u}_s) \\ &= [\mathbf{G}_{\mathbf{x},\mathbf{x}} - \mathbf{G}_{\mathbf{x},\mathbf{R}}\mathbf{R}\mathbf{G}_{\mathbf{x},\mathbf{R}}^T] \mathbf{H}\mathbf{x} + [\mathbf{G}_{\mathbf{x},\mathbf{u}_s} - \mathbf{G}_{\mathbf{x},\mathbf{R}}\mathbf{R}\mathbf{G}_{\mathbf{u}_s,\mathbf{R}}^T] \mathbf{u}_s \\ \mathbf{y}_s &= [\mathbf{G}_{\mathbf{x},\mathbf{u}_s}^T + \mathbf{G}_{\mathbf{u}_s,\mathbf{R}}\mathbf{R}\mathbf{G}_{\mathbf{x},\mathbf{R}}^T] \mathbf{H}\mathbf{x} + [\mathbf{G}_{\mathbf{u}_s,\mathbf{y}_s}^T + \mathbf{G}_{\mathbf{u}_s,\mathbf{R}}\mathbf{R}\mathbf{G}_{\mathbf{u}_s,\mathbf{R}}^T] \mathbf{u}_s \\ \mathbf{y}_d &= g(\mathbf{x}, \mathbf{u}_s) \end{cases}$$

où :

- $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n$ est le vecteur d'état d'ordre minimal associé aux éléments de stockage d'énergie, $\mathbf{x}^T = [\mathbf{x}_I^T \quad \mathbf{x}_C^T]$ avec \mathbf{x}_I (resp. \mathbf{x}_C) le vecteur d'état associé aux éléments I (resp. C),
- $\mathbf{u}_s \in \mathbb{R}^{m+p}$ est le vecteur d'entrée associé aux sources d'énergie, $\mathbf{u}_s^T = [\mathbf{u}_{s_e}^T \quad \mathbf{u}_{s_f}^T]$ avec \mathbf{u}_{s_e} (resp. \mathbf{u}_{s_f}) le vecteur d'entrée en effort (resp. en flux),
- $\mathbf{y}_s \in \mathbb{R}^{m+p}$ est le vecteur de sortie constitué des variables de puissance conjuguées au vecteur d'entrée \mathbf{u}_s , $\mathbf{y}_s^T = [\mathbf{y}_{s_e}^T \quad \mathbf{y}_{s_f}^T]$ avec \mathbf{y}_{s_e} (resp. \mathbf{y}_{s_f}) le vecteur de sortie en flux (resp. en effort) associé aux sources d'énergie,
- $\mathbf{y}_d \in \mathbb{R}^p$ est le vecteur de sortie associé aux détecteurs, dont la trajectoire est spécifiée, $\mathbf{y}_d^T = [\mathbf{y}_{d_e}^T \quad \mathbf{y}_{d_f}^T]$ avec \mathbf{y}_{d_e} (resp. \mathbf{y}_{d_f}) le vecteur de sortie en effort (resp. en flux) spécifié,
- $\mathbf{H} \in \mathbb{R}^{n \times n}$ est la matrice hessienne de H , où H est le hamiltonien du système, à savoir une fonction du vecteur d'état \mathbf{x} à valeurs dans \mathbb{R} et représentant la totalité de l'énergie stockée dans le système,
- $\mathbf{G}_{\mathbf{x},\mathbf{x}} \in \mathbb{R}^{n \times n}$ est la matrice associée à la structure de jonction entre les phénomènes de stockage d'énergie,
- $\mathbf{G}_{\mathbf{x},\mathbf{u}_s} \in \mathbb{R}^{n \times (m+p)}$ est la matrice associée à la structure de jonction entre les phénomènes de stockage d'énergie et les entrées \mathbf{u}_s liées aux sources,
- $\mathbf{G}_{\mathbf{x},\mathbf{R}} \in \mathbb{R}^{n \times r}$ est la matrice associée à la structure de jonction entre les phénomènes de stockage d'énergie et ceux dissipatifs,
- $\mathbf{G}_{\mathbf{u}_s,\mathbf{R}} \in \mathbb{R}^{(m+p) \times r}$ est la matrice associée à la structure de jonction entre les entrées \mathbf{u}_s liées aux sources et les phénomènes dissipatifs,
- $\mathbf{G}_{\mathbf{u}_s,\mathbf{y}_s} \in \mathbb{R}^{(m+p) \times (m+p)}$ est la matrice associée à la structure de jonction entre les entrées \mathbf{u}_s liées aux sources et leurs sorties conjuguées \mathbf{y}_s ,
- $\mathbf{R} \in \mathbb{R}^{r \times r}$ est la matrice caractéristique associée aux phénomènes dissipatifs,
- g une fonction exprimant le vecteur de sortie spécifié \mathbf{y}_d en fonction de l'état \mathbf{x} et de l'entrée \mathbf{u}_s .

Pour ce type de formulation, il peut être montré que [Golo, 2002] :

$$\forall (i, j) \in \{x, R, u_s, y_s\}^2, \mathbf{G}_{i,j} = -\mathbf{G}_{j,i}^T \quad (4.3)$$

cette propriété sera notamment employée pour la traduction bond graph des conditions d'optimalité.

Pour faciliter la démonstration, on explicite la fonction g . Nous avons vu sur la figure 4.1 que les sorties spécifiées \mathbf{y}_{d_e} (resp. \mathbf{y}_{d_f}) apparaissent au niveau des détecteurs d'efforts (resp. de flux). Ces détecteurs peuvent être vus comme des source de flux nuls (resp. d'efforts nuls) comme montré sur la figure 4.6, et peuvent de cette manière être intégrés au vecteur des entrées et au vecteur des sorties

$$\begin{array}{ccc}
\begin{array}{c} \mathbf{D}_e \\ \mathbf{y}_{d_e} \left| \begin{array}{l} \mathbf{0} \\ \end{array} \right. \end{array} \equiv \begin{array}{c} \mathbf{S}_f \mathbf{D}_e \\ \mathbf{y}_{d_e} \left| \begin{array}{l} \mathbf{u}_{d_e} \\ \end{array} \right. \end{array} \text{ avec } \mathbf{u}_{d_e} = \mathbf{0} & & \begin{array}{c} \mathbf{D}_f \\ \mathbf{0} \left| \begin{array}{l} \mathbf{y}_{d_f} \\ \end{array} \right. \end{array} \equiv \begin{array}{c} \mathbf{S}_e \mathbf{D}_f \\ \mathbf{u}_{d_f} \left| \begin{array}{l} \mathbf{y}_{d_f} \\ \end{array} \right. \end{array} \text{ avec } \mathbf{u}_{d_f} = \mathbf{0} \\
\text{(a) Détecteur d'effort} & & \text{(b) Détecteur de flux}
\end{array}$$

FIGURE 4.6 – Équivalence entre un détecteur et une source nulle

tel que :

$$(S_g) : \left\{ \begin{array}{l} \dot{\mathbf{x}} = [\mathbf{G}_{x,x} - \mathbf{G}_{x,R} \mathbf{R} \mathbf{G}_{x,R}^T] \mathbf{H} \mathbf{x} + \\ \quad \left[\mathbf{G}_{x,u_s} - \mathbf{G}_{x,R} \mathbf{R} \mathbf{G}_{u_s,R}^T \quad \mathbf{G}_{x,u_d} - \mathbf{G}_{x,R} \mathbf{R} \mathbf{G}_{u_d,R}^T \right] \begin{bmatrix} \mathbf{u}_s \\ \dots \\ \mathbf{u}_d \end{bmatrix} \\ \left[\begin{array}{l} \mathbf{y}_s \\ \dots \\ \mathbf{y}_d \end{array} \right] = \begin{bmatrix} \mathbf{G}_{x,u_s}^T + \mathbf{G}_{u_s,R} \mathbf{R} \mathbf{G}_{x,R}^T \\ \dots \\ \mathbf{G}_{x,u_d}^T + \mathbf{G}_{u_d,R} \mathbf{R} \mathbf{G}_{x,R}^T \end{bmatrix} \mathbf{H} \mathbf{x} + \\ \quad \left[\begin{array}{l} \mathbf{G}_{u_s,y_s}^T + \mathbf{G}_{u_s,R} \mathbf{R} \mathbf{G}_{u_s,R}^T \\ \dots \\ \mathbf{G}_{u_s,y_d}^T + \mathbf{G}_{u_d,R} \mathbf{R} \mathbf{G}_{u_s,R}^T \end{array} \quad \left[\begin{array}{l} \mathbf{G}_{u_d,y_s}^T + \mathbf{G}_{u_s,R} \mathbf{R} \mathbf{G}_{u_d,R}^T \\ \dots \\ \mathbf{G}_{u_d,y_d}^T + \mathbf{G}_{u_d,R} \mathbf{R} \mathbf{G}_{u_d,R}^T \end{array} \right] \begin{bmatrix} \mathbf{u}_s \\ \dots \\ \mathbf{u}_d \end{bmatrix} \end{array} \right. \quad (4.4)$$

où :

- $\mathbf{G}_{x,u_d} \in \mathbb{R}^{n \times p}$ est la matrice associée à la structure de jonction entre les phénomènes de stockage d'énergie et les entrées liées aux détecteurs,
- $\mathbf{G}_{u_d,R} \in \mathbb{R}^{p \times r}$ est la matrice associée à la structure de jonction entre les entrées liées aux détecteurs et les phénomènes dissipatifs,
- $\mathbf{G}_{u_d,y_s} \in \mathbb{R}^{p \times (m+p)}$ est la matrice associée à la structure de jonction entre les entrées liées aux détecteurs et les sorties conjuguées aux entrées \mathbf{u}_s des sources,
- $\mathbf{G}_{u_s,y_d} \in \mathbb{R}^{(m+p) \times p}$ et $\mathbf{G}_{u_d,y_d} \in \mathbb{R}^{p \times p}$ sont les matrices associées à la structure de jonction entre les entrées liées aux sources (resp. aux détecteurs), et les sorties conjuguées aux entrées \mathbf{u}_d des détecteurs,

Cette manipulation facilitera l'interprétation bond graph à venir.

Étant donné qu'une seule partie des dissipations est susceptible d'être prise en compte dans le critère, on considère alors la matrice $\mathbf{R}_{opt} \in \mathbb{R}^{r_{opt} \times r_{opt}}$ caractéristique de ces dissipations. La puissance dissipée prise en compte dans le critère s'écrit alors :

$$\begin{aligned}
P_{diss} &= \mathbf{e}_{\mathbf{R}_{opt}}^T \mathbf{f}_{\mathbf{R}_{opt}} \\
&= \mathbf{f}_{\mathbf{R}_{opt}}^T \mathbf{R}_{opt}^T \mathbf{f}_{\mathbf{R}_{opt}} \\
&= [\mathbf{G}_{x,\mathbf{R}_{opt}}^T \mathbf{H} \mathbf{x} + \mathbf{G}_{u_s,\mathbf{R}_{opt}}^T \mathbf{u}_s]^T \mathbf{R}_{opt}^T [\mathbf{G}_{x,\mathbf{R}_{opt}}^T \mathbf{H} \mathbf{x} + \mathbf{G}_{u_s,\mathbf{R}_{opt}}^T \mathbf{u}_s]
\end{aligned} \quad (4.5)$$

avec :

- $\mathbf{G}_{x,\mathbf{R}_{opt}} \in \mathbb{R}^{n \times r_{opt}}$ la matrice de structure de jonction entre les phénomènes de stockage d'énergie et les dissipations prises en compte dans le critère,
- $\mathbf{G}_{u_s,\mathbf{R}_{opt}} \in \mathbb{R}^{(m+p) \times r_{opt}}$ la matrice de structure de jonction entre les entrées et les dissipations

prises en compte dans le critère.

Avant d'appliquer le PMP, on construit le hamiltonien augmenté du problème d'optimisation :

$$\begin{aligned} H_p &= \mathcal{L}(\mathbf{x}, \mathbf{u}_s, t) + \boldsymbol{\lambda}^T f(\mathbf{x}, \mathbf{u}_s) + \boldsymbol{\mu}^T [\mathbf{y}_d^{\text{ref}} - \mathbf{y}_d] \\ &= \frac{1}{2} [\mathbf{u}_s^T \mathbf{R}_u \mathbf{u}_s + \mathbf{e}_{\mathbf{R}_{\text{opt}}}^T \mathbf{f}_{\mathbf{R}_{\text{opt}}}] + \boldsymbol{\lambda}^T f(\mathbf{x}, \mathbf{u}_s) + \boldsymbol{\mu}^T [\mathbf{y}_d^{\text{ref}} - \mathbf{y}_d] \end{aligned} \quad (4.6)$$

avec :

- $\boldsymbol{\lambda} \in \mathbb{R}^n$ le vecteur de co-état,
- $\boldsymbol{\mu} \in \mathbb{R}^p$ le vecteur des multiplicateurs de Lagrange associé aux contraintes sur les sorties spécifiées.

Les conditions d'optimalité issues du PMP sont définies de la manière suivante :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial H_p(\mathbf{x}, \boldsymbol{\lambda}, \boldsymbol{\mu}, \mathbf{u}_s)}{\partial \boldsymbol{\lambda}} = \dot{\mathbf{x}} \\ \frac{\partial H_p(\mathbf{x}, \boldsymbol{\lambda}, \boldsymbol{\mu}, \mathbf{u}_s)}{\partial \mathbf{x}} = -\dot{\boldsymbol{\lambda}} \\ \frac{\partial H_p(\mathbf{x}, \boldsymbol{\lambda}, \boldsymbol{\mu}, \mathbf{u}_s)}{\partial \mathbf{u}_s} = 0 \\ \frac{\partial H_p(\mathbf{x}, \boldsymbol{\lambda}, \boldsymbol{\mu}, \mathbf{u}_s)}{\partial \boldsymbol{\mu}} = 0 \end{array} \right. \quad (4.7)$$

Leur application au problème ($P_{\text{inv,opt}}$) mène alors aux équations suivantes :

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{x}} &= [\mathbf{G}_{\mathbf{x},\mathbf{x}} - \mathbf{G}_{\mathbf{x},\mathbf{R}} \mathbf{R} \mathbf{G}_{\mathbf{x},\mathbf{R}}^T] \mathbf{H} \mathbf{x} + \\ &\quad \left[\mathbf{G}_{\mathbf{x},\mathbf{u}_s} - \mathbf{G}_{\mathbf{x},\mathbf{R}} \mathbf{R} \mathbf{G}_{\mathbf{u}_s,\mathbf{R}}^T \vdots \mathbf{G}_{\mathbf{x},\mathbf{u}_d} - \mathbf{G}_{\mathbf{x},\mathbf{R}} \mathbf{R} \mathbf{G}_{\mathbf{u}_d,\mathbf{R}}^T \right] \begin{bmatrix} \mathbf{u}_s \\ \dots \\ \mathbf{u}_d \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (4.8)$$

$$\dot{\boldsymbol{\lambda}} = -\frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial \mathbf{x}} (\mathbf{e}_{\mathbf{R}_{\text{opt}}}^T \mathbf{f}_{\mathbf{R}_{\text{opt}}}) - \frac{\partial}{\partial \mathbf{x}} (\boldsymbol{\lambda}^T f(\mathbf{x}, \mathbf{u}_s)) - \frac{\partial}{\partial \mathbf{x}} (\boldsymbol{\mu}^T [\mathbf{y}_d^{\text{ref}} - \mathbf{y}_d]) \quad (4.9)$$

$$0 = \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial \mathbf{u}_s} (\mathbf{u}_s^T \mathbf{R}_u \mathbf{u}_s + \mathbf{e}_{\mathbf{R}_{\text{opt}}}^T \mathbf{f}_{\mathbf{R}_{\text{opt}}}) + \frac{\partial}{\partial \mathbf{u}_s} (\boldsymbol{\lambda}^T f(\mathbf{x}, \mathbf{u}_s)) + \frac{\partial}{\partial \mathbf{u}_s} (\boldsymbol{\mu}^T [\mathbf{y}_d^{\text{ref}} - \mathbf{y}_d]) \quad (4.10)$$

Maintenant que les conditions d'optimalité ont été énoncées de manière globale, chacune d'entre elles va faire l'objet d'un développement indépendant pour faciliter l'interprétation en bond graph.

Traduction de la condition d'optimalité sur l'état

Tout d'abord, la première condition donnée par l'équation (4.8) s'interprète facilement puisque l'on retrouve directement le modèle d'état du système. Ainsi, le bond graph menant aux conditions d'optimalité est basé sur le modèle d'état initial tel que présenté sur la figure 4.7. Ce premier bond graph sera le support pour la construction d'un bond graph augmenté.

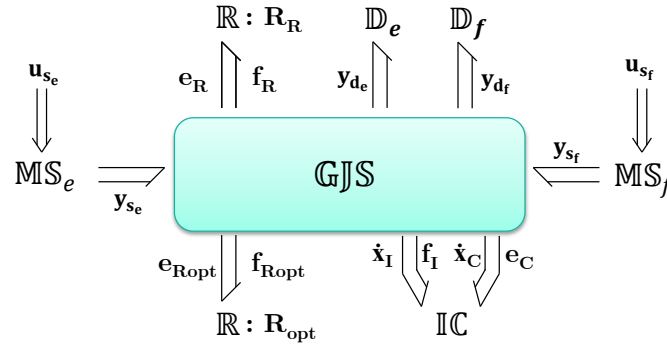


FIGURE 4.7 – Modèle bond graph de base pour la représentation d'un problème couplé d'inversion-optimisation

Traduction de la condition d'optimalité sur le co-état

On s'intéresse maintenant à l'équation (4.9). On sépare le second membre en deux autres termes pour les traiter de manière distincte :

$$\mathbf{A} = -\frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial \mathbf{x}} \left(\mathbf{e}_{\mathbf{R}_{\text{opt}}}^T \mathbf{f}_{\mathbf{R}_{\text{opt}}} \right) \quad (4.11)$$

$$\mathbf{B} = -\frac{\partial}{\partial \mathbf{x}} \left(\boldsymbol{\lambda}^T f(\mathbf{x}, \mathbf{u}_s) \right) - \frac{\partial}{\partial \mathbf{x}} \left(\boldsymbol{\mu}^T \left[\mathbf{y}_d^{\text{ref}} - \mathbf{y}_d \right] \right) \quad (4.12)$$

On développe maintenant l'élément \mathbf{A} :

$$\begin{aligned} \mathbf{A} &= -\frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial \mathbf{x}} \left(\left[\mathbf{G}_{\mathbf{x}, \mathbf{R}_{\text{opt}}}^T \mathbf{H} \mathbf{x} \right]^T \mathbf{R}_{\text{opt}}^T \left[\mathbf{G}_{\mathbf{x}, \mathbf{R}_{\text{opt}}}^T \mathbf{H} \mathbf{x} \right] \right) \\ &\quad -\frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial \mathbf{x}} \left(\left[\mathbf{G}_{\mathbf{x}, \mathbf{R}_{\text{opt}}}^T \mathbf{H} \mathbf{x} \right]^T \mathbf{R}_{\text{opt}}^T \left[\mathbf{G}_{\mathbf{u}_s, \mathbf{R}_{\text{opt}}}^T \mathbf{u}_s \right] \right) \\ &\quad -\frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial \mathbf{x}} \left(\left[\mathbf{G}_{\mathbf{u}_s, \mathbf{R}_{\text{opt}}}^T \mathbf{u}_s \right]^T \mathbf{R}_{\text{opt}}^T \left[\mathbf{G}_{\mathbf{x}, \mathbf{R}_{\text{opt}}}^T \mathbf{H} \mathbf{x} \right] \right) \end{aligned}$$

Dans la mesure où la matrice \mathbf{H} est symétrique, on obtient alors :

$$\begin{aligned} \mathbf{A} &= -\frac{1}{2} \mathbf{H} \mathbf{G}_{\mathbf{x}, \mathbf{R}_{\text{opt}}} \left[\mathbf{R}_{\text{opt}} + \mathbf{R}_{\text{opt}}^T \right] \mathbf{G}_{\mathbf{x}, \mathbf{R}_{\text{opt}}}^T \mathbf{H} \mathbf{x} \\ &\quad -\frac{1}{2} \mathbf{H} \mathbf{G}_{\mathbf{x}, \mathbf{R}_{\text{opt}}} \left[\mathbf{R}_{\text{opt}} + \mathbf{R}_{\text{opt}}^T \right] \mathbf{G}_{\mathbf{u}_s, \mathbf{R}_{\text{opt}}}^T \mathbf{u}_s \end{aligned}$$

Concernant maintenant l'élément \mathbf{B} , en prenant en compte le fait que $\mathbf{G}_{\mathbf{x}, \mathbf{x}}$ est antisymétrique

[Golo, 2002], on parvient à :

$$\begin{aligned}
\mathbf{B} &= -\frac{\partial}{\partial \mathbf{x}} \left(\boldsymbol{\lambda}^T [\mathbf{G}_{\mathbf{x},\mathbf{x}} - \mathbf{G}_{\mathbf{x},\mathbf{R}} \mathbf{R} \mathbf{G}_{\mathbf{x},\mathbf{R}}^T] \mathbf{H} \mathbf{x} \right) \\
&\quad - \frac{\partial}{\partial \mathbf{x}} \left(\boldsymbol{\mu}^T \left[\mathbf{y}_d^{\text{ref}} - [\mathbf{G}_{\mathbf{x},\mathbf{u}_d}^T + \mathbf{G}_{\mathbf{u}_d,\mathbf{R}} \mathbf{R} \mathbf{G}_{\mathbf{x},\mathbf{R}}^T] \mathbf{H} \mathbf{x} \right] \right) \\
&= -\mathbf{H} [\mathbf{G}_{\mathbf{x},\mathbf{x}}^T - \mathbf{G}_{\mathbf{x},\mathbf{R}} \mathbf{R}^T \mathbf{G}_{\mathbf{x},\mathbf{R}}^T] \boldsymbol{\lambda} + \mathbf{H} [\mathbf{G}_{\mathbf{x},\mathbf{u}_d} + \mathbf{G}_{\mathbf{x},\mathbf{R}} \mathbf{R}^T \mathbf{G}_{\mathbf{u}_d,\mathbf{R}}^T] \boldsymbol{\mu} \\
&= \mathbf{H} [\mathbf{G}_{\mathbf{x},\mathbf{x}} - \mathbf{G}_{\mathbf{x},\mathbf{R}} (-\mathbf{R}^T) \mathbf{G}_{\mathbf{x},\mathbf{R}}^T] \boldsymbol{\lambda} + \mathbf{H} [\mathbf{G}_{\mathbf{x},\mathbf{u}_d} - \mathbf{G}_{\mathbf{x},\mathbf{R}} (-\mathbf{R}^T) \mathbf{G}_{\mathbf{u}_d,\mathbf{R}}^T] \boldsymbol{\mu}
\end{aligned}$$

Et finalement, on peut reconstruire l'équation (4.9) à partir des quantités \mathbf{A} et \mathbf{B} :

$$\begin{aligned}
\dot{\boldsymbol{\lambda}} &= -\frac{1}{2} \mathbf{H} \mathbf{G}_{\mathbf{x},\mathbf{R}_{\text{opt}}} [\mathbf{R}_{\text{opt}} + \mathbf{R}_{\text{opt}}^T] [\mathbf{G}_{\mathbf{x},\mathbf{R}_{\text{opt}}}^T \mathbf{H} \mathbf{x} + \mathbf{G}_{\mathbf{u}_s,\mathbf{R}_{\text{opt}}}^T \mathbf{u}_s] \\
&\quad + \mathbf{H} [\mathbf{G}_{\mathbf{x},\mathbf{x}} - \mathbf{G}_{\mathbf{x},\mathbf{R}} (-\mathbf{R}^T) \mathbf{G}_{\mathbf{x},\mathbf{R}}^T] \boldsymbol{\lambda} + \mathbf{H} [\mathbf{G}_{\mathbf{x},\mathbf{u}_d} - \mathbf{G}_{\mathbf{x},\mathbf{R}} (-\mathbf{R}^T) \mathbf{G}_{\mathbf{u}_d,\mathbf{R}}^T] \boldsymbol{\mu} \quad (4.13)
\end{aligned}$$

L'équation (4.13) donne donc l'évolution du co-état $\boldsymbol{\lambda}$. On souhaite désormais interpréter cette équation de manière à en déduire la représentation bond graph. Pour cela, on scinde de nouveau cette équation en deux termes, mais cette fois, en factorisant par \mathbf{H} :

$$\dot{\boldsymbol{\lambda}} = \mathbf{H} [\boldsymbol{\Lambda}_{\text{opt}} + \boldsymbol{\Lambda}_{\boldsymbol{\lambda}}] \quad (4.14)$$

avec :

$$\boldsymbol{\Lambda}_{\text{opt}} = -\frac{1}{2} \mathbf{G}_{\mathbf{x},\mathbf{R}_{\text{opt}}} [\mathbf{R}_{\text{opt}} + \mathbf{R}_{\text{opt}}^T] [\mathbf{G}_{\mathbf{x},\mathbf{R}_{\text{opt}}}^T \mathbf{H} \mathbf{x} + \mathbf{G}_{\mathbf{u}_s,\mathbf{R}_{\text{opt}}}^T \mathbf{u}_s] \quad (4.15)$$

$$\begin{aligned}
\boldsymbol{\Lambda}_{\boldsymbol{\lambda}} &= [\mathbf{G}_{\mathbf{x},\mathbf{x}} - \mathbf{G}_{\mathbf{x},\mathbf{R}} (-\mathbf{R}^T) \mathbf{G}_{\mathbf{x},\mathbf{R}}^T] \boldsymbol{\lambda} \\
&\quad + \left[\mathbf{G}_{\mathbf{x},\mathbf{u}_s} - \mathbf{G}_{\mathbf{x},\mathbf{R}} (-\mathbf{R}^T) \mathbf{G}_{\mathbf{u}_s,\mathbf{R}}^T \middle| \mathbf{G}_{\mathbf{x},\mathbf{u}_d} - \mathbf{G}_{\mathbf{x},\mathbf{R}} (-\mathbf{R}^T) \mathbf{G}_{\mathbf{u}_d,\mathbf{R}}^T \right] \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{(m+p)} \\ \boldsymbol{\mu} \end{bmatrix} \quad (4.16)
\end{aligned}$$

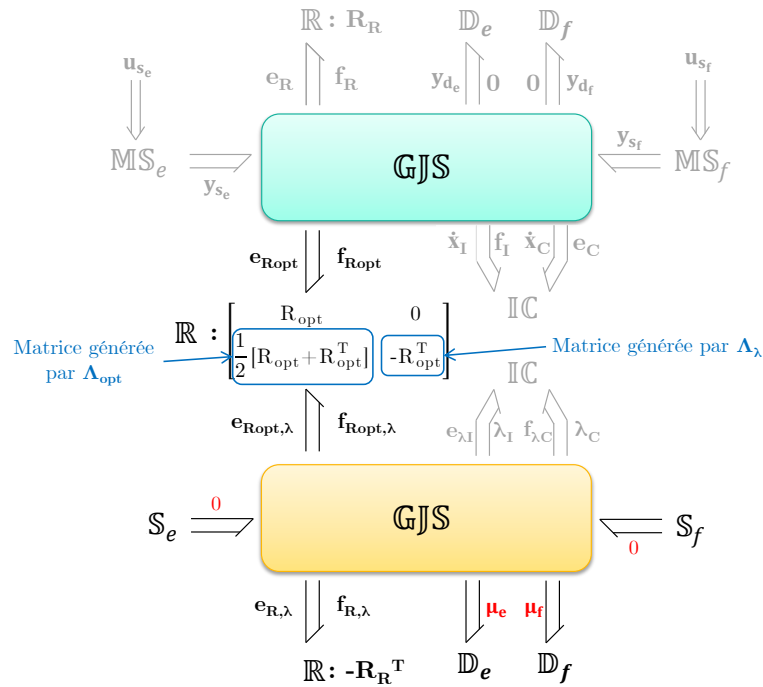
Considérons désormais le modèle d'état initial tel que décrit par l'équation (4.4), et réécrivons le avec sa variable de co-énergie $\tilde{\mathbf{x}}$, sachant que $\tilde{\mathbf{x}} = \frac{\partial H(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}} = \mathbf{H} \mathbf{x}$ (car les stockages d'énergie sont supposés avoir un comportement linéaire) :

$$\begin{aligned}
\dot{\tilde{\mathbf{x}}} &= \mathbf{H} [\mathbf{G}_{\mathbf{x},\mathbf{x}} - \mathbf{G}_{\mathbf{x},\mathbf{R}} \mathbf{R} \mathbf{G}_{\mathbf{x},\mathbf{R}}^T] \tilde{\mathbf{x}} \\
&\quad + \mathbf{H} \left[\mathbf{G}_{\mathbf{x},\mathbf{u}_s} - \mathbf{G}_{\mathbf{x},\mathbf{R}} \mathbf{R} \mathbf{G}_{\mathbf{u}_s,\mathbf{R}}^T \middle| \mathbf{G}_{\mathbf{x},\mathbf{u}_d} - \mathbf{G}_{\mathbf{x},\mathbf{R}} \mathbf{R} \mathbf{G}_{\mathbf{u}_d,\mathbf{R}}^T \right] \begin{bmatrix} \mathbf{u}_s \\ \boldsymbol{\mu} \\ \mathbf{u}_d \end{bmatrix} \quad (4.17)
\end{aligned}$$

Si l'on compare maintenant les équations (4.16) et (4.17), on constate que $\mathbf{H} \boldsymbol{\Lambda}_{\boldsymbol{\lambda}}$ est similaire à l'expression de $\dot{\tilde{\mathbf{x}}}$ et peut être associé à une représentation bond graph appelée « bond graph optimisant » qui n'est autre qu'une duplication du modèle bond graph initial dans laquelle (figure 4.8) :

- le co-état $\boldsymbol{\lambda}$ représente la variable de co-énergie du bond graph optimisant, avec $\boldsymbol{\lambda}^T = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\lambda}_I^T & \boldsymbol{\lambda}_C^T \end{bmatrix}$ où les indices I et C correspondent aux co-états associés à des stockages respectivement \mathbb{I} et \mathbb{C} .

- En effet, les phénomènes de stockage ont des caractéristiques identiques à travers la matrice \mathbf{H} ,
- la matrice de structure de jonction entre les phénomènes de stockage $\mathbf{G}_{\mathbf{x},\mathbf{x}}$ est également identique,
 - la matrice caractéristique des phénomènes dissipatifs \mathbf{R} est remplacée par $(-\mathbf{R}^T)$ dans le bond graph optimisant,
 - les entrées du modèle bond graph optimisant correspondant aux entrées \mathbf{u}_s du modèle bond graph initial sont imposées à zéro par des sources d'efforts et de flux nuls,
 - les variables conjuguées aux sorties spécifiées, notées \mathbf{u}_d et nulles sur le bond graph initial, sont remplacées par les multiplicateurs de Lagrange $\boldsymbol{\mu}$.

FIGURE 4.8 – Traduction de la condition d'optimalité sur $\boldsymbol{\lambda}$ en langage bond graph

En ce qui concerne le terme $\boldsymbol{\Lambda}_{opt}$, il est nécessaire d'explicitier le vecteur de flux associé aux dissipations d'énergie :

$$\begin{aligned} \mathbf{f}_R &= \mathbf{G}_{\mathbf{x},\mathbf{R}}^T \mathbf{H}\mathbf{x} + \mathbf{G}_{\mathbf{u}_s,\mathbf{R}}^T \mathbf{u}_s + \mathbf{G}_{\mathbf{u}_d,\mathbf{R}}^T \mathbf{u}_d \\ &= \mathbf{G}_{\mathbf{x},\mathbf{R}}^T \mathbf{H}\mathbf{x} + \mathbf{G}_{\mathbf{u}_s,\mathbf{R}}^T \mathbf{u}_s \end{aligned} \quad (4.18)$$

car $\mathbf{u}_d = 0$. Comme une seule partie des éléments \mathbb{R} est prise en compte dans la fonction objectif, on peut alors définir le vecteur $\mathbf{f}_{R_{opt}}$ tel que :

$$\mathbf{f}_{R_{opt}} = \mathbf{G}_{\mathbf{x},R_{opt}}^T \mathbf{H}\mathbf{x} + \mathbf{G}_{\mathbf{u}_s,R_{opt}}^T \mathbf{u}_s \quad (4.19)$$

En combinant l'équation (4.19) avec l'équation (4.15), on obtient :

$$\boldsymbol{\Lambda}_{opt} = -\mathbf{G}_{\mathbf{x},R_{opt}} \frac{1}{2} [\mathbf{R}_{opt} + \mathbf{R}_{opt}^T] \mathbf{f}_{R_{opt}} \quad (4.20)$$

On peut interpréter ce terme comme apportant sa contribution au calcul de l'effort résultant des phé-

nomènes dissipatifs dans le bond graph optimisant (effort noté $\mathbf{e}_{\mathbf{R}_{\text{opt}},\lambda}$), notamment par l'intermédiaire de la structure de jonction entre les stockages et les dissipations (matrice $\mathbf{G}_{\mathbf{x},\mathbf{R}_{\text{opt}}}$), et dont la matrice caractéristique est donnée par $\frac{1}{2} [\mathbf{R}_{\text{opt}} + \mathbf{R}_{\text{opt}}^T]$. De plus, le vecteur $\mathbf{f}_{\mathbf{R}_{\text{opt}}}$ intervient directement dans cette contribution, ce qui signifie qu'un couplage entre le modèle initial et le modèle optimisant est nécessaire, comme présenté sur la figure 4.8.

Traduction de la condition d'optimalité sur l'entrée \mathbf{u}_s

On s'intéresse maintenant à la condition d'optimalité sur les entrées donnée par l'équation (4.10). Pour plus de clarté dans l'analyse de cette condition d'optimalité, on distingue les différents termes :

$$\mathbf{C} = \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial \mathbf{u}_s} (\mathbf{e}_{\mathbf{R}_{\text{opt}}}^T \mathbf{f}_{\mathbf{R}_{\text{opt}}}) \quad (4.21)$$

$$\mathbf{D} = \frac{\partial}{\partial \mathbf{u}_s} (\boldsymbol{\lambda}^T f(\mathbf{x}, \mathbf{u}_s)) + \frac{\partial}{\partial \mathbf{u}_s} (\boldsymbol{\mu}^T [\mathbf{y}_d^{\text{ref}} - \mathbf{y}_d]) \quad (4.22)$$

On développe maintenant l'expression de \mathbf{C} :

$$\begin{aligned} \mathbf{C} &= \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial \mathbf{u}_s} \left([\mathbf{G}_{\mathbf{x},\mathbf{R}_{\text{opt}}}^T \mathbf{H}\mathbf{x} + \mathbf{G}_{\mathbf{u}_s,\mathbf{R}_{\text{opt}}}^T \mathbf{u}_s]^T \mathbf{R}_{\text{opt}}^T [\mathbf{G}_{\mathbf{x},\mathbf{R}_{\text{opt}}}^T \mathbf{H}\mathbf{x} + \mathbf{G}_{\mathbf{u}_s,\mathbf{R}_{\text{opt}}}^T \mathbf{u}_s] \right) \\ &= \mathbf{G}_{\mathbf{u}_s,\mathbf{R}_{\text{opt}}} \frac{1}{2} [\mathbf{R}_{\text{opt}} + \mathbf{R}_{\text{opt}}^T] [\mathbf{G}_{\mathbf{x},\mathbf{R}_{\text{opt}}}^T \mathbf{H}\mathbf{x} + \mathbf{G}_{\mathbf{u}_s,\mathbf{R}_{\text{opt}}}^T \mathbf{u}_s] \\ &= \mathbf{G}_{\mathbf{u}_s,\mathbf{R}_{\text{opt}}} \frac{1}{2} [\mathbf{R}_{\text{opt}} + \mathbf{R}_{\text{opt}}^T] \mathbf{f}_{\mathbf{R}_{\text{opt}}} \end{aligned} \quad (4.23)$$

On traite maintenant l'expression de \mathbf{D} . On utilise la propriété des matrices $\mathbf{G}_{i,j}$ donnée par (4.3), et en particulier la relation $\mathbf{G}_{\mathbf{u}_s,\mathbf{y}_s} = -\mathbf{G}_{\mathbf{y}_s,\mathbf{u}_s}^T$:

$$\begin{aligned} \mathbf{D} &= \frac{\partial}{\partial \mathbf{u}_s} (\boldsymbol{\lambda}^T [\mathbf{G}_{\mathbf{x},\mathbf{u}_s} - \mathbf{G}_{\mathbf{x},\mathbf{R}} \mathbf{R} \mathbf{G}_{\mathbf{u}_s,\mathbf{R}}^T] \mathbf{u}_s + \boldsymbol{\mu}^T [\mathbf{G}_{\mathbf{u}_s,\mathbf{y}_d}^T + \mathbf{G}_{\mathbf{u}_d,\mathbf{R}} \mathbf{R} \mathbf{G}_{\mathbf{u}_s,\mathbf{R}}^T] \mathbf{u}_s) \\ &= [\mathbf{G}_{\mathbf{x},\mathbf{u}_s}^T + \mathbf{G}_{\mathbf{u}_s,\mathbf{R}} (-\mathbf{R}^T) \mathbf{G}_{\mathbf{x},\mathbf{R}}^T] \boldsymbol{\lambda} + [\mathbf{G}_{\mathbf{u}_s,\mathbf{y}_d} + \mathbf{G}_{\mathbf{u}_s,\mathbf{R}} \mathbf{R}^T \mathbf{G}_{\mathbf{u}_d,\mathbf{R}}^T] \boldsymbol{\mu} \\ &= [\mathbf{G}_{\mathbf{x},\mathbf{u}_s}^T + \mathbf{G}_{\mathbf{u}_s,\mathbf{R}} (-\mathbf{R}^T) \mathbf{G}_{\mathbf{x},\mathbf{R}}^T] \boldsymbol{\lambda} - [\mathbf{G}_{\mathbf{y}_d,\mathbf{u}_s}^T + \mathbf{G}_{\mathbf{u}_s,\mathbf{R}} (-\mathbf{R}^T) \mathbf{G}_{\mathbf{u}_d,\mathbf{R}}^T] \boldsymbol{\mu} \end{aligned} \quad (4.24)$$

Et finalement, en rassemblant les expressions de \mathbf{C} et \mathbf{D} , on reconstitue la condition d'optimalité sur l'entrée \mathbf{u}_s :

$$\begin{aligned} 0 &= \mathbf{R}_u \mathbf{u}_s + \mathbf{G}_{\mathbf{u}_s,\mathbf{R}_{\text{opt}}} \frac{1}{2} [\mathbf{R}_{\text{opt}} + \mathbf{R}_{\text{opt}}^T] \mathbf{f}_{\mathbf{R}_{\text{opt}}} + [\mathbf{G}_{\mathbf{x},\mathbf{u}_s}^T + \mathbf{G}_{\mathbf{u}_s,\mathbf{R}} (-\mathbf{R}^T) \mathbf{G}_{\mathbf{x},\mathbf{R}}^T] \boldsymbol{\lambda} \\ &\quad - [\mathbf{G}_{\mathbf{y}_d,\mathbf{u}_s}^T + \mathbf{G}_{\mathbf{u}_s,\mathbf{R}} (-\mathbf{R}^T) \mathbf{G}_{\mathbf{u}_d,\mathbf{R}}^T] \boldsymbol{\mu} \end{aligned} \quad (4.25)$$

Il est nécessaire d'explicitier plus en détail les matrices $\mathbf{G}_{\mathbf{u}_s,\mathbf{R}}$, $\mathbf{G}_{\mathbf{u}_d,\mathbf{R}}$, \mathbf{R} et $\mathbf{G}_{\mathbf{x},\mathbf{R}}$ étant donné que seule une partie des éléments dissipatifs est prise en compte dans le critère. On fait l'hypothèse qu'aucun couplage n'existe entre les phénomènes dissipatifs non pris en compte dans le critère et ceux pris en compte. Les matrices associées aux éléments dissipatifs qui sont pris en compte dans le critère

d'optimisation sont indicées par \mathbf{R}_{opt} , et $\mathbf{R}_{\mathbf{R}}$ sinon. Celles-ci sont alors définies comme suit :

$$\begin{aligned} \mathbf{G}_{\mathbf{u}_s, \mathbf{R}} &= \begin{bmatrix} \mathbf{G}_{\mathbf{u}_s, \mathbf{R}_{\mathbf{R}}} & \mathbf{G}_{\mathbf{u}_s, \mathbf{R}_{\text{opt}}} \end{bmatrix} \quad , \quad \mathbf{G}_{\mathbf{u}_d, \mathbf{R}} = \begin{bmatrix} \mathbf{G}_{\mathbf{u}_d, \mathbf{R}_{\mathbf{R}}} & \mathbf{G}_{\mathbf{u}_d, \mathbf{R}_{\text{opt}}} \end{bmatrix} \quad , \\ \mathbf{R} &= \begin{bmatrix} \mathbf{R}_{\mathbf{R}} & 0 \\ 0 & \mathbf{R}_{\text{opt}} \end{bmatrix} \quad \text{et} \quad \mathbf{G}_{\mathbf{x}, \mathbf{R}} = \begin{bmatrix} \mathbf{G}_{\mathbf{x}, \mathbf{R}_{\mathbf{R}}} & \mathbf{G}_{\mathbf{x}, \mathbf{R}_{\text{opt}}} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (4.26)$$

où

- $\mathbf{G}_{\mathbf{u}_s, \mathbf{R}_{\mathbf{R}}} \in \mathbb{R}^{(m+p) \times r_{\mathbf{R}}}$ et $\mathbf{G}_{\mathbf{u}_s, \mathbf{R}_{\text{opt}}} \in \mathbb{R}^{(m+p) \times r_{\text{opt}}}$ sont les matrices associées aux structures de jonction entre les entrées \mathbf{u}_s liées aux sources et respectivement les éléments dissipatifs non pris en compte et pris en compte dans le critère.
- $\mathbf{G}_{\mathbf{u}_d, \mathbf{R}_{\mathbf{R}}} \in \mathbb{R}^{p \times r_{\mathbf{R}}}$ et $\mathbf{G}_{\mathbf{u}_d, \mathbf{R}_{\text{opt}}} \in \mathbb{R}^{p \times r_{\text{opt}}}$ sont les matrices associées à la structure de jonction entre les entrées \mathbf{u}_d liées aux détecteurs et d'une part, les éléments dissipatifs non pris en compte ($\mathbf{G}_{\mathbf{u}_d, \mathbf{R}_{\mathbf{R}}}$), et d'autre part ceux qui sont pris en compte dans le critère ($\mathbf{G}_{\mathbf{u}_d, \mathbf{R}_{\text{opt}}}$).
- $\mathbf{R}_{\mathbf{R}} \in \mathbb{R}^{r_{\mathbf{R}} \times r_{\mathbf{R}}}$ est la matrice caractéristique des éléments dissipatifs non pris en compte dans le critère,
- $\mathbf{G}_{\mathbf{x}, \mathbf{R}_{\mathbf{R}}} \in \mathbb{R}^{n \times r_{\mathbf{R}}}$ et $\mathbf{G}_{\mathbf{x}, \mathbf{R}_{\text{opt}}} \in \mathbb{R}^{n \times r_{\text{opt}}}$ sont les matrices associées à la structure de jonction entre les stockages d'énergie et d'une part, les éléments dissipatifs non pris en compte ($\mathbf{G}_{\mathbf{x}, \mathbf{R}_{\mathbf{R}}}$), et d'autre part, ceux qui sont pris en compte dans le critère ($\mathbf{G}_{\mathbf{x}, \mathbf{R}_{\text{opt}}}$).

En insérant ces nouvelles matrices dans l'équation (4.25), on obtient :

$$\begin{aligned} 0 &= \mathbf{R}_{\mathbf{u}} \mathbf{u}_s + \mathbf{G}_{\mathbf{u}_s, \mathbf{R}_{\text{opt}}} \frac{1}{2} [\mathbf{R}_{\text{opt}} + \mathbf{R}_{\text{opt}}^T] \mathbf{f}_{\mathbf{R}_{\text{opt}}} + [\mathbf{G}_{\mathbf{x}, \mathbf{u}_s}^T + \mathbf{G}_{\mathbf{u}_s, \mathbf{R}} (-\mathbf{R}^T) \mathbf{G}_{\mathbf{x}, \mathbf{R}}^T] \boldsymbol{\lambda} \\ &\quad - [\mathbf{G}_{\mathbf{y}_d, \mathbf{u}_s}^T + \mathbf{G}_{\mathbf{u}_s, \mathbf{R}} (-\mathbf{R}^T) \mathbf{G}_{\mathbf{u}_d, \mathbf{R}}^T] \boldsymbol{\mu} \\ \Leftrightarrow 0 &= \mathbf{R}_{\mathbf{u}} \mathbf{u}_s + \mathbf{G}_{\mathbf{u}_s, \mathbf{R}_{\text{opt}}} \frac{1}{2} [\mathbf{R}_{\text{opt}} + \mathbf{R}_{\text{opt}}^T] \mathbf{f}_{\mathbf{R}_{\text{opt}}} + \mathbf{G}_{\mathbf{x}, \mathbf{u}_s}^T \boldsymbol{\lambda} + \mathbf{G}_{\mathbf{u}_s, \mathbf{R}_{\mathbf{R}}} (-\mathbf{R}_{\mathbf{R}}^T) \mathbf{G}_{\mathbf{x}, \mathbf{R}_{\mathbf{R}}}^T \boldsymbol{\lambda} \\ &\quad + \mathbf{G}_{\mathbf{u}_s, \mathbf{R}_{\text{opt}}} (-\mathbf{R}_{\text{opt}}^T) \mathbf{G}_{\mathbf{x}, \mathbf{R}_{\text{opt}}}^T \boldsymbol{\lambda} - \mathbf{G}_{\mathbf{y}_d, \mathbf{u}_s}^T \boldsymbol{\mu} - \mathbf{G}_{\mathbf{u}_s, \mathbf{R}_{\mathbf{R}}} (-\mathbf{R}_{\mathbf{R}}^T) \mathbf{G}_{\mathbf{u}_d, \mathbf{R}_{\mathbf{R}}}^T \boldsymbol{\mu} \\ &\quad - \mathbf{G}_{\mathbf{u}_s, \mathbf{R}_{\text{opt}}} (-\mathbf{R}_{\text{opt}}^T) \mathbf{G}_{\mathbf{u}_d, \mathbf{R}_{\text{opt}}}^T \boldsymbol{\mu} \\ \Leftrightarrow 0 &= \mathbf{R}_{\mathbf{u}} \mathbf{u}_s + \mathbf{G}_{\mathbf{u}_s, \mathbf{R}_{\text{opt}}} \frac{1}{2} [\mathbf{R}_{\text{opt}} + \mathbf{R}_{\text{opt}}^T] \mathbf{f}_{\mathbf{R}_{\text{opt}}} + \mathbf{G}_{\mathbf{x}, \mathbf{u}_s}^T \boldsymbol{\lambda} - \mathbf{G}_{\mathbf{y}_d, \mathbf{u}_s}^T \boldsymbol{\mu} \\ &\quad + \mathbf{G}_{\mathbf{u}_s, \mathbf{R}_{\mathbf{R}}} (-\mathbf{R}_{\mathbf{R}}^T) [\mathbf{G}_{\mathbf{x}, \mathbf{R}_{\mathbf{R}}}^T \boldsymbol{\lambda} - \mathbf{G}_{\mathbf{u}_d, \mathbf{R}_{\mathbf{R}}}^T \boldsymbol{\mu}] \\ &\quad + \mathbf{G}_{\mathbf{u}_s, \mathbf{R}_{\text{opt}}} (-\mathbf{R}_{\text{opt}}^T) [\mathbf{G}_{\mathbf{x}, \mathbf{R}_{\text{opt}}}^T \boldsymbol{\lambda} - \mathbf{G}_{\mathbf{u}_d, \mathbf{R}_{\text{opt}}}^T \boldsymbol{\mu}] \end{aligned} \quad (4.27)$$

De la même manière qu'avec la condition sur le co-état, une analogie est possible entre le modèle d'état du système exprimé en co-énergie et le modèle optimisant. Sur la base de l'expression des flux impliqués dans le critère,

$$\mathbf{f}_{\mathbf{R}_{\text{opt}}} = \mathbf{G}_{\mathbf{x}, \mathbf{R}_{\text{opt}}}^T \tilde{\mathbf{x}} + \mathbf{G}_{\mathbf{u}_s, \mathbf{R}_{\text{opt}}}^T \mathbf{u}_s + \mathbf{G}_{\mathbf{u}_d, \mathbf{R}_{\text{opt}}}^T \mathbf{u}_d$$

on définit pour le bond graph optimisant :

$$\begin{aligned}\mathbf{f}_{\mathbf{R}_{\text{opt}},\lambda} &= \mathbf{G}_{\mathbf{x},\mathbf{R}_{\text{opt}}}^T \boldsymbol{\lambda} + \mathbf{G}_{\mathbf{u}_s,\mathbf{R}_{\text{opt}}}^T \cdot 0 + \mathbf{G}_{\mathbf{u}_d,\mathbf{R}_{\text{opt}}}^T \boldsymbol{\mu} \\ \mathbf{f}_{\mathbf{R}_R,\lambda} &= \mathbf{G}_{\mathbf{x},\mathbf{R}_R}^T \boldsymbol{\lambda} + \mathbf{G}_{\mathbf{u}_s,\mathbf{R}_R}^T \cdot 0 + \mathbf{G}_{\mathbf{u}_d,\mathbf{R}_R}^T \boldsymbol{\mu}\end{aligned}\quad (4.28)$$

En injectant ces deux expressions dans (4.27), on obtient :

$$\begin{aligned}0 &= \mathbf{R}_u \mathbf{u}_s + \mathbf{G}_{\mathbf{u}_s,\mathbf{R}_{\text{opt}}} \left[\frac{1}{2} [\mathbf{R}_{\text{opt}} + \mathbf{R}_{\text{opt}}^T] \mathbf{f}_{\mathbf{R}_{\text{opt}}} + (-\mathbf{R}_{\text{opt}}^T) \mathbf{f}_{\mathbf{R}_{\text{opt}},\lambda} \right] \\ &\quad + \mathbf{G}_{\mathbf{x},\mathbf{u}_s}^T \boldsymbol{\lambda} - \mathbf{G}_{\mathbf{y}_s,\mathbf{u}_s}^T \boldsymbol{\mu} + \mathbf{G}_{\mathbf{u}_s,\mathbf{R}_R} (-\mathbf{R}_R^T) \mathbf{f}_{\mathbf{R}_R,\lambda} \\ \Leftrightarrow 0 &= \mathbf{R}_u \mathbf{u}_s + \mathbf{G}_{\mathbf{x},\mathbf{u}_s}^T \boldsymbol{\lambda} - \mathbf{G}_{\mathbf{y}_s,\mathbf{u}_s}^T \boldsymbol{\mu} + \mathbf{G}_{\mathbf{u}_s,\mathbf{R}_{\text{opt}}} \cdot \mathbf{e}_{\mathbf{R}_{\text{opt}},\lambda} + \mathbf{G}_{\mathbf{u}_s,\mathbf{R}_R} \cdot \mathbf{e}_{\mathbf{R}_R,\lambda}\end{aligned}\quad (4.29)$$

Cette dernière équation peut alors être vue comme un bilan de flux pour les entrées \mathbf{u}_{se} (ou d'efforts pour les entrées \mathbf{u}_{sf}) dans lequel :

- le terme $\mathbf{R}_u \mathbf{u}_s$ provient du couplage entre le modèle initial et le modèle optimisant au niveau des pondérations sur les entrées. Ce couplage prend alors la forme d'une matrice caractéristique donnée par $\begin{bmatrix} \mathbf{R}_u & 0 \\ \mathbf{R}_u & -\mathbf{R}_u \end{bmatrix}$.
- le terme $\mathbf{G}_{\mathbf{x},\mathbf{u}_s}^T \boldsymbol{\lambda}$ fait intervenir les co-états à travers la matrice de structure de jonction entre les phénomènes de stockage d'énergie et les entrées \mathbf{u}_s ,
- le terme $\mathbf{G}_{\mathbf{y}_s,\mathbf{u}_s}^T \boldsymbol{\mu}$ fait intervenir les multiplicateurs de Lagrange associés aux contraintes sur la sortie spécifiée à travers la matrice de structure de jonction entre les sorties spécifiées et les entrées \mathbf{u}_s .
- les deux autres termes proviennent de la structure de jonction. En particulier interviennent les vecteurs d'efforts associés aux phénomènes dissipatifs pris en compte et non pris en compte à travers les matrices $\mathbf{G}_{\mathbf{u}_s,\mathbf{R}_{\text{opt}}}$ et $\mathbf{G}_{\mathbf{u}_s,\mathbf{R}_R}$ associées aux structures de jonction entre les phénomènes dissipatifs et les entrées \mathbf{u}_s .

Du point de vue de la construction du bond graph, il est alors nécessaire de procéder en plusieurs étapes (voir figure 4.9) :

- tout d'abord, des jonctions 0 (resp. jonctions 1) doivent être insérées entre les entrées en effort \mathbf{u}_{se} (resp. les entrées \mathbf{u}_{sf} en flux) et la structure de jonction,
- de nouveaux éléments \mathbb{R} doivent ensuite être ajoutés entre ces jonctions, réalisant un couplage entre le modèle initial et le modèle optimisant. Ces éléments auront pour matrice caractéristique la matrice $\begin{bmatrix} \mathbf{R}_u & 0 \\ \mathbf{R}_u & -\mathbf{R}_u \end{bmatrix}$,
- les éléments MS_e et MS_f associés aux entrées \mathbf{u}_s sont ensuite remplacés sur le modèle bond graph initial par des doubles détecteurs $\mathbb{D}_e \mathbb{D}_f$ et sur le modèle optimisant par des doubles sources $\mathbb{S}_e \mathbb{S}_f$ imposant un effort et un flux nuls.

Traduction de la contrainte sur les sorties spécifiées \mathbf{y}_d

Contraindre une partie des sorties du modèle à suivre une trajectoire prédéterminée revient à inverser partiellement ce modèle. Ainsi, on peut employer la contrainte sur les sorties \mathbf{y}_d pour déterminer une partie des entrées. Sur le bond graph initial, cela revient à remplacer les détecteurs d'efforts et de

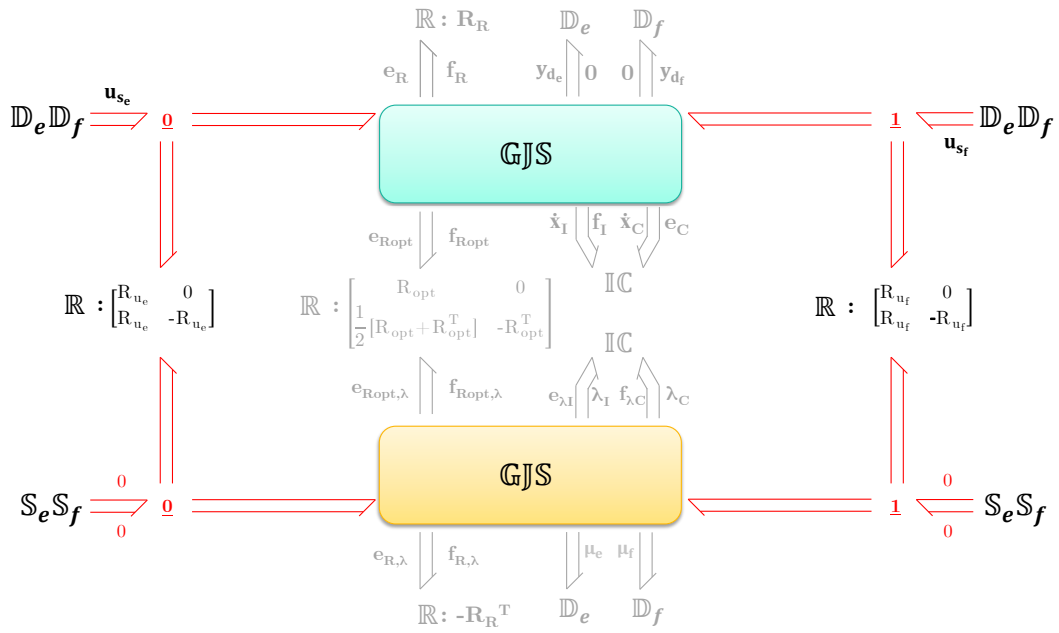


FIGURE 4.9 – Traduction de la condition d’optimalité sur \mathbf{u}_s en langage bond graph

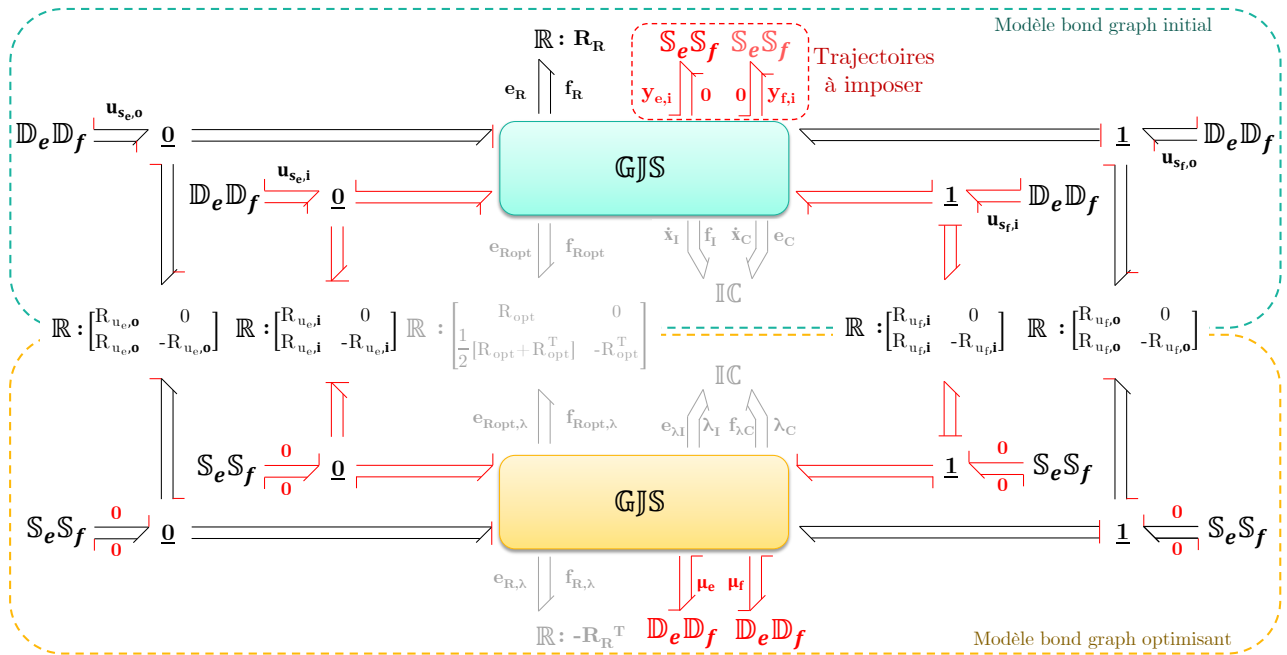


FIGURE 4.10 – Traduction de la contrainte sur les sorties spécifiées \mathbf{y}_d en langage bond graph

flux associés aux sorties \mathbf{y}_d par des doubles sources $\mathbb{S}_e\mathbb{S}_f$ (voir figure 4.10). Ces doubles sources associées aux sorties spécifiées en efforts (resp. en flux) imposent un effort $\mathbf{y}_{d_e}^{\text{ref}}$ et un flux nul (resp. un flux $\mathbf{y}_{d_f}^{\text{ref}}$ et un effort nul). Il est ensuite nécessaire de distinguer les entrées déterminées par optimisation \mathbf{u}_{s_o} et celles déterminées par inversion \mathbf{u}_{s_i} . La bicausalité peut ensuite être propagée :

- pour les entrées déterminées par optimisation, la bicausalité doit être propagée des doubles sources correspondantes sur le bond graph optimisant vers les doubles détecteurs des entrées \mathbf{u}_{s_o}

du bond graph initial,

- pour les entrées à déterminer par inversion, la bicausalité doit être propagée sur le bond graph initial des doubles sources associées aux sorties spécifiées vers les doubles détecteurs des entrées \mathbf{u}_{s_i} .

Ensuite, sur le bond graph optimisant, les détecteurs associés aux sorties spécifiées doivent être remplacés par des doubles détecteurs. La bicausalité doit finalement être propagée des doubles sources associées aux entrées déterminées par inversion sur le bond graph optimisant vers les doubles détecteurs liés aux sorties spécifiées.

4.2.4 Exemple

Dans le but d'expliciter la mise en œuvre de la procédure que nous proposons, considérons une nouvelle fois l'exemple du moteur électrique et du moteur hydraulique entraînant une charge (page 66). On rappelle pour cela sur la figure F.1 le schéma de principe ainsi que le modèle bond graph en causalité préférentielle intégrale du système.

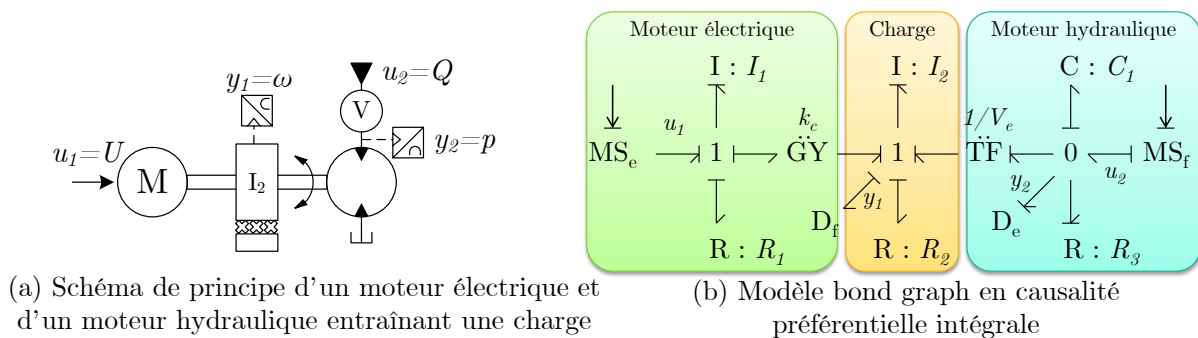


FIGURE 4.11 – Exemple d'un système d'actionnement modélisé en bond graph

Formulation du problème couplé d'inversion-optimisation

L'objectif ici est de déterminer les commandes optimales de l'entrée en tension u_1 sur le moteur électrique et de l'entrée en débit u_2 du moteur hydraulique. On souhaite dans ce contexte minimiser l'énergie dissipée au niveau des éléments $R : R_1$ et $R : R_3$. De plus, on considère comme spécifiée l'évolution de la vitesse de rotation $y_1 = \omega$ en fonction du temps sur l'intervalle $[t_0, t_f]$. Par conséquent, nous pouvons procéder à un couplage entre un problème d'inversion et un problème d'optimisation. Par ailleurs, nous avons vu à la section 3.5.2 (p. 88) du chapitre 3 qu'une inversion partielle mène à un modèle avec un unique état indépendant. On peut donc maintenant formaliser le problème d'optimisation :

$$(P_{\text{exple}}) : \left\{ \begin{array}{l} \min_{\mathbf{x}, u_1, u_2} \frac{1}{2} \int_{t_0}^{t_f} \left(\frac{u_1^2}{R_{u_1}} + u_2^2 R_{u_2} + P_1 + P_3 \right) dt \\ \text{tel que} \quad \text{le modèle d'état soit pris comme contrainte} \\ y_1 \text{ connu en fonction du temps} \\ p_1(t_0) = p_{10} \\ p_1(t_f) = p_{1f} \end{array} \right.$$

avec R_{u_1} et R_{u_2} les pondérations sur les entrées, et P_1 et P_3 les puissances dissipées par les éléments $R : R_1$ et $R : R_3$. L'énergie dissipée par l'élément $R : R_2$ (frottements visqueux) n'est pas prise en compte dans le critère car celle-ci dépend uniquement de la vitesse de rotation de la charge. Or, cette vitesse est imposée par inversion, donc aucune minimisation n'est possible ici.

Construction du modèle bond graph optimisant

L'application de la procédure sur le problème mène au bond graph optimisant proposé sur la figure F.2.

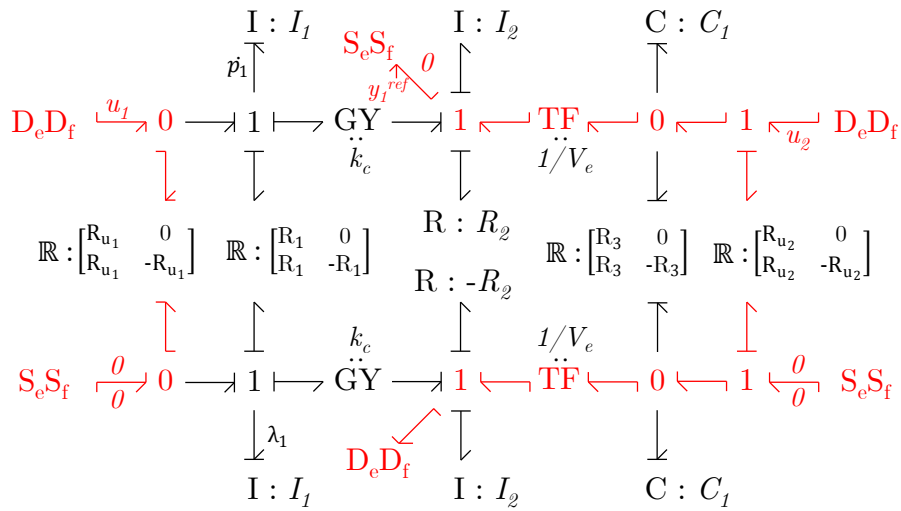


FIGURE 4.12 – Exemple de couplage entre inversion et optimisation - Bond graph augmenté

Les conditions d'optimalité sont maintenant susceptibles d'être directement tirées de ce modèle bond graph optimisant. Celles-ci mènent à un système d'équations différentielles équivalent à celui qui est obtenu si le PMP est appliqué de manière analytique sur le problème (P_{exple}) :

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{p}_1 = -R_{u_1} \lambda_1 - \frac{R_1}{I_1} p_1 - k_c y_1^{ref} \\ \dot{\lambda}_1 = f_{\lambda}(p_1, \lambda_1, y_1^{ref}, \dot{y}_1^{ref}, \ddot{y}_1^{ref}, y_1^{ref(3)}) \\ u_1 = -R_{u_1} \lambda_1 \\ u_2 = \frac{k_c}{V_e I_1} \left(\frac{R_1 C_1}{I_1} - \frac{1}{R_3} \right) p_1 + \frac{k_c R_{u_1} C_1}{I_1 V_e} \lambda_1 + \left(\frac{C_1 k_c^2}{I_1 V_e} + \frac{R_2}{R_3 V_e} + V_e \right) y_1^{ref} \\ \quad + \left(\frac{C_1 R_2}{V_e} + \frac{I_2}{V_e R_3} \right) \dot{y}_1^{ref} + \frac{C_1 I_2}{V_e} \ddot{y}_1^{ref} \end{array} \right. \quad (4.30)$$

Remarque :

La condition d'optimalité sur le co-état n'a pas été explicitée complètement pour des raisons de compacité. Une version détaillée de l'équation (4.30) est disponible dans l'annexe F.

Résolution numérique

Après avoir explicité l'expression du co-état, une simulation numérique est menée, le tout sous le logiciel Matlab. Les valeurs numériques des paramètres sont précisées dans le tableau 4.1. En employant la méthode de détermination du co-état initial expliquée dans le chapitre 3, on obtient :

$$\lambda_1(t_0) \approx 0.5885464 \text{ A} \quad (4.31)$$

TABLEAU 4.1 – Valeurs numériques des paramètres du modèle

Type de paramètre	Paramètre	Valeur	Unité
Paramètres du modèle	I_1	$5,75 \cdot 10^{-3}$	H
	I_2	$1 \cdot 10^{-3}$	kg.m ²
	C_1	$5,882 \cdot 10^{-11}$	m ³ /Pa
	R_1	0,36	Ω
	R_2	0,1	Nm/rad/s
	R_3	$1 \cdot 10^{11}$	Pa/m ³ /s
Paramètres du problème d'optimisation	t_0	0	s
	t_f	0,1	s
	R_{u_1}	0,1	Ω
	R_{u_2}	$1 \cdot 10^{11}$	Pa/m ³ /s
	$y_1^{ref}(t)$	$\omega_{max} \left(1 - \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) \right)$	rad/s
	ω_{max}	150	rad/s
	τ	$8 \cdot 10^{-3}$	s
Conditions initiales	$p_1(t_0)$	$4,18 \cdot 10^{-1}$	Wb
	$p_2(t_0)$	0	Nm.s
	$q_1(t_0)$	$6,936 \cdot 10^{-5}$	m ³
	$\lambda_1(t_0)$	0.5885	A
Conditions finales désirées	$p_1(t_f)$	$3,34 \cdot 10^{-2}$	Wb
Conditions finales simulées	$p_1(t_f)$	$3,34 \cdot 10^{-2}$	Wb
	$p_2(t_f)$	0,15	Nm.s
	$q_1(t_f)$	$5,544 \cdot 10^{-5}$	m ³

Le tableau 4.1 présente également les conditions initiales et finales sur l'état. On peut remarquer que la condition finale désirée est égale à la condition finale simulée. Le seul état indépendant p_1 atteint en effet exactement l'état final désiré. La figure 4.13 présente les évolutions des états, du co-état et des entrées en fonction du temps. On peut par ailleurs voir sur la figure (b) que la trajectoire imposée est correctement respectée si l'on se réfère à la trajectoire y_1^{ref} donnée dans le tableau 4.1. La figure (h) présente la répartition de l'apport d'énergie entre la source électrique et la source hydraulique. Le choix des paramètres R_1 et R_3 , ainsi que les pondérations R_{u_1} et R_{u_2} sur les entrées conduisent à une répartition de puissance donnée sur la figure (f).

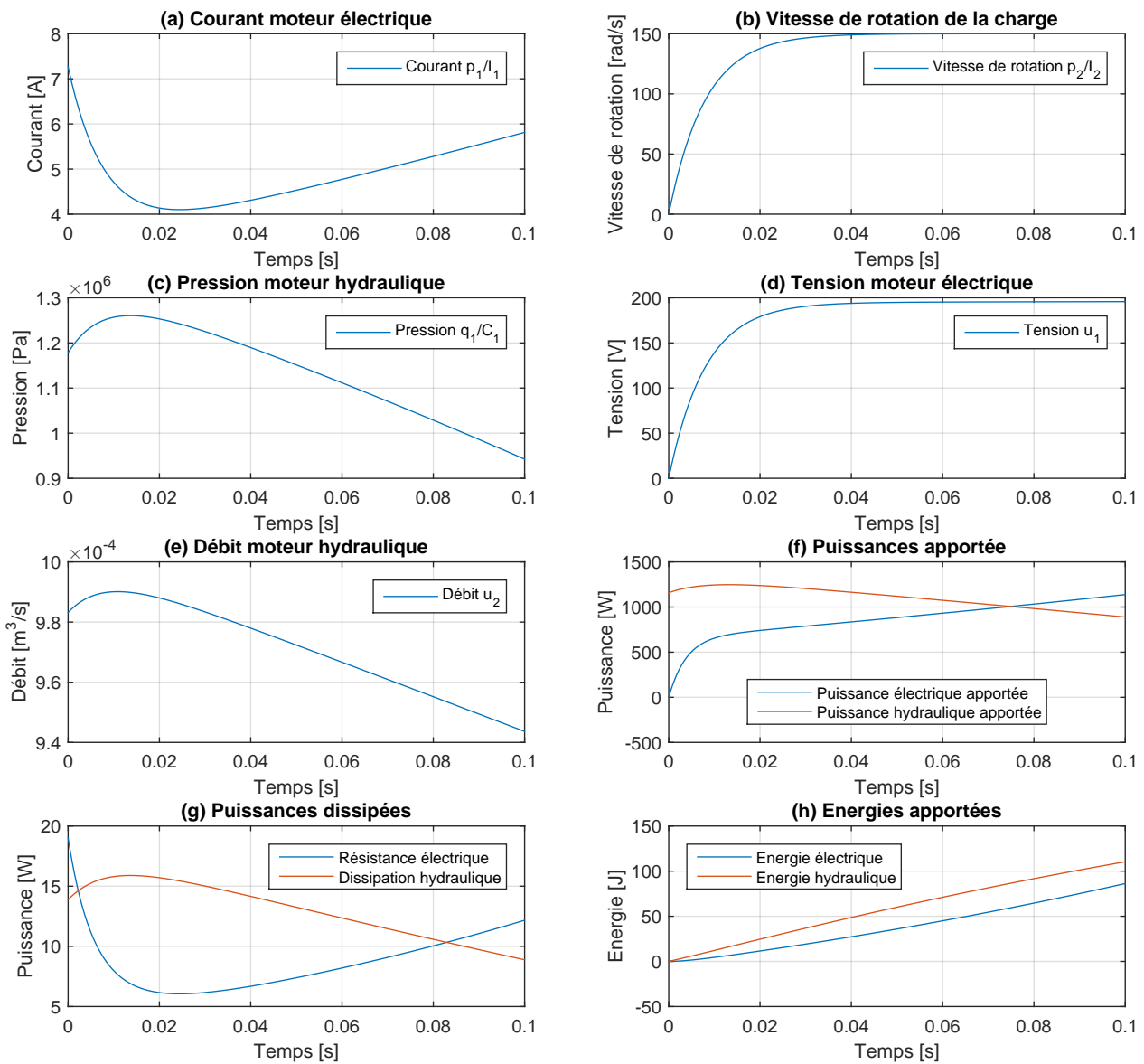


FIGURE 4.13 – Trajectoires optimales pour l'état, le co-état et les entrées du modèle

4.2.5 Conclusion sur la procédure

La procédure qui a été présentée se veut un outil permettant de combiner plusieurs étapes dans la conception d'un système. La phase de modélisation bond graph donne une visualisation explicite sur la manière dont les flux d'énergie peuvent transiter au sein du système. À partir de ce modèle, il est désormais possible de prendre en compte plusieurs spécifications du cahier des charges simultanément lors de la phase de conception, à savoir une trajectoire à suivre en fonction du temps et un critère à minimiser. Cependant, la classe de critère prise en compte dans la procédure se limite à des dissipations

d'énergie linéaires, or, on peut très facilement rencontrer des systèmes où ces dissipations ont un comportement non linéaire comme par exemple un orifice hydraulique dont l'équation caractéristique très générale est donnée par $Q = K\sqrt{|\Delta p|} \cdot \text{sign}(\Delta p)$ (avec Q un débit et Δp une différence de pression). La section suivante propose donc une extension de la procédure associée à un problème d'optimisation seul (sans inversion) et dans le cas où les dissipations d'énergie sont non linéaires.

4.3 Extension de la procédure au cas des dissipations non linéaires

4.3.1 Formulation du problème

Cette section traite donc d'une extension de la procédure bond graph permettant de déduire les conditions d'optimalité à partir d'un problème d'optimisation dynamique. On ne considère pas ici de couplage avec l'inversion, car il s'agit d'un premier travail visant à inclure des dissipations d'énergie non linéaires. Le problème considéré a donc les caractéristiques suivantes :

- le modèle d'état utilisé comme contrainte est constitué de stockages d'énergie ayant des caractéristiques linéaires,
- le modèle d'état est invariant dans le temps,
- l'ensemble des dissipations d'énergie ont un comportement non linéaire tel que :

$$\mathbf{u}_R = R(\mathbf{y}_R) \quad (4.32)$$

avec \mathbf{u}_R le vecteur des variables de puissance en entrée associé aux phénomènes dissipatifs et \mathbf{y}_R celui des variables de puissance en sortie,

- les pondérations sur les entrées seront regroupées dans une matrice diagonale,
- on se place dans le cas où les entrées associées aux phénomènes de dissipation sont indifféremment des efforts ou des flux, ce qui signifie que les éléments dissipatifs peuvent être soit en causalité résistance, soit en causalité conductance. Ceux-ci sont représentés de la manière suivante :

$$\mathbf{u}_R = \begin{bmatrix} \mathbf{e}_{rr} \\ \mathbf{f}_{rc} \end{bmatrix} = R(\mathbf{f}_{rr}, \mathbf{e}_{rc}) = \begin{bmatrix} R_r(\mathbf{f}_{rr}, \mathbf{e}_{rc}) \\ R_c(\mathbf{f}_{rr}, \mathbf{e}_{rc}) \end{bmatrix} \quad (4.33)$$

où :

- \mathbf{e}_{rr} (resp. \mathbf{f}_{rr}) est le vecteur des efforts (resp. des flux) associé aux phénomènes de dissipation en causalité résistance,
- \mathbf{f}_{rc} (resp. \mathbf{e}_{rc}) est le vecteur des flux (resp. des efforts) associé aux phénomènes de dissipation en causalité conductance.
- R_r (resp. R_c) est la loi liée à la dissipation d'énergie en causalité résistance (resp. conductance).
- on suppose enfin connu l'état initial et l'état final.

Le modèle d'état du système illustré sur la figure 4.14 prenant en compte les caractéristiques précédemment décrites peut se mettre sous la forme hamiltonienne à ports suivante :

$$(S_{RNL}) : \begin{cases} \dot{\mathbf{x}} = \mathbf{G}_{x,x}\mathbf{H}\mathbf{x} - \mathbf{G}_{x,R}\mathbf{u}_R + \mathbf{G}_{x,u}\mathbf{u} \\ \mathbf{y}_R = \mathbf{G}_{x,R}^T\mathbf{H}\mathbf{x} + \mathbf{G}_{u,R}^T\mathbf{u} \\ \mathbf{y} = \mathbf{G}_{x,u}^T\mathbf{H}\mathbf{x} + \mathbf{G}_{u,R}\mathbf{u}_R + \mathbf{G}_{u,y}^T\mathbf{u} \end{cases} \quad (4.34)$$

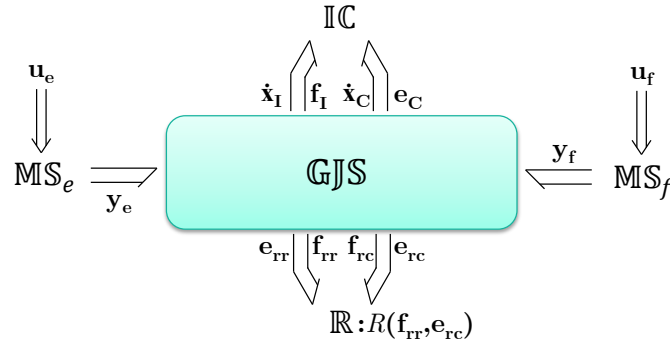


FIGURE 4.14 – Modèle bond graph général dont les éléments dissipatifs ont un comportement non linéaire

avec :

- $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n$ le vecteur d'état,
- $\mathbf{u} \in \mathbb{R}^m$ le vecteur des entrées du système,
- $\mathbf{y}_R \in \mathbb{R}^r$ (resp. $\mathbf{u}_R \in \mathbb{R}^r$) le vecteur des variables de puissance en sortie (resp. en entrée) associées aux phénomènes dissipatifs,
- $\mathbf{G}_{\mathbf{x},\mathbf{x}} \in \mathbb{R}^{n \times n}$ la matrice associée à la structure de jonction entre les stockages d'énergie,
- $\mathbf{G}_{\mathbf{x},\mathbf{u}} \in \mathbb{R}^{n \times m}$ la matrice associée à la structure de jonction entre les stockages d'énergie et les entrées,
- $\mathbf{G}_{\mathbf{u},\mathbf{y}} \in \mathbb{R}^{m \times m}$ la matrice associée à la structure de jonction entre les sorties et les entrées,
- $\mathbf{H} \in \mathbb{R}^{n \times n}$ la matrice hessienne, symétrique, de l'hamiltonien du système (l'hamiltonien représente la totalité de l'énergie stockée dans le système),
- $\mathbf{G}_{\mathbf{x},\mathbf{R}} \in \mathbb{R}^{n \times r}$ la matrice associée à la structure de jonction entre les stockages d'énergie et les dissipations,
- $\mathbf{G}_{\mathbf{u},\mathbf{R}} \in \mathbb{R}^{m \times r}$ la matrice associée à la structure de jonction entre les entrées et les dissipations.

On remarquera que si la loi caractéristique des éléments dissipatifs s'avère être linéaire, on se ramène alors facilement au formalisme de Golo [Golo, 2002].

On souhaite minimiser la puissance dissipée par le système, sachant que l'ensemble des dissipations est pris en compte, ainsi que la totalité des entrées dans le critère. Cette puissance dissipée s'écrit alors :

$$P_{diss} = \mathbf{y}_R^T \cdot \mathbf{u}_R = [\mathbf{G}_R^T \mathbf{H} \mathbf{x} + \mathbf{K}_R^T \mathbf{u}]^T R(\mathbf{y}_R) \quad (4.35)$$

Le critère est par conséquent le suivant :

$$J = \int_{t_0}^{t_f} \frac{1}{2} (\mathbf{u}^T \mathbf{R}_u \mathbf{u} + \mathbf{y}_R^T \mathbf{u}_R) dt \quad (4.36)$$

avec $\mathbf{R}_u \in \mathbb{R}^{m \times m}$ la matrice de pondération des entrées.

4.3.2 Extension de la procédure

Pour tout problème d'optimisation tel que celui donné dans la section 4.3.1, et dans lequel les dissipations d'énergie ont un comportement non linéaire, la procédure suivante mène à la construction d'un modèle bond graph augmenté représentatif d'un tel problème.

Ainsi, si le modèle du système considéré peut être représenté de la même manière que sur la figure 4.14, alors la construction du bond graph augmenté suit la procédure suivante :

- **Étape 1** : dans un premier temps, il s'agit de dupliquer le modèle bond graph initial comme présenté sur la figure 4.15. Ce modèle dupliqué est appelé bond graph optimisant, et ses variables de co-énergie correspondent aux co-états λ .

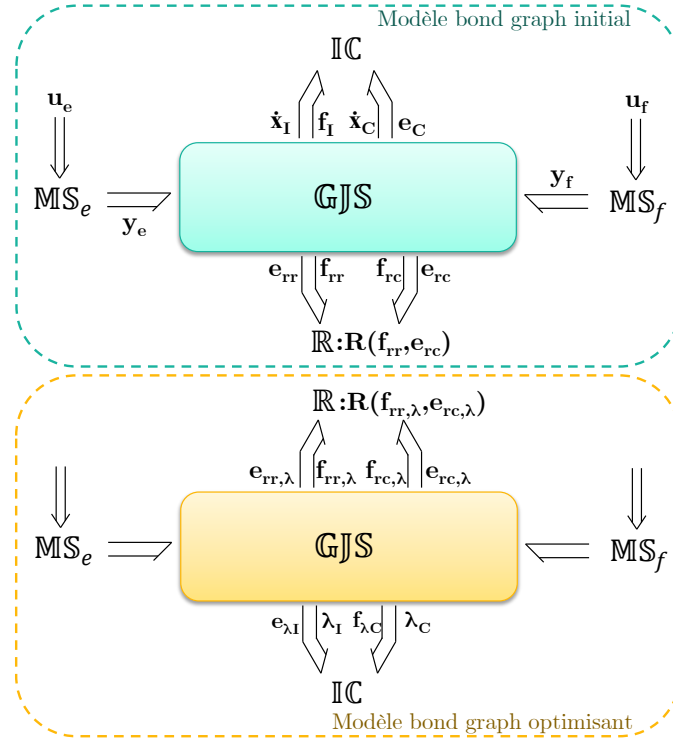


FIGURE 4.15 – Prise en compte de dissipations non linéaires - Étape 1 : duplication du modèle bond graph initial

- **Étape 2** : dans un deuxième temps, il est nécessaire de caractériser le bond graph optimisant, et notamment les éléments \mathbb{R} . Cela consiste à réaliser un couplage entre le modèle bond graph initial et le modèle optimisant. Ce couplage prend alors la forme suivante (voir figure 4.16) :

$$loi_{R_{opt}} : \begin{cases} \mathbf{e}_{rr} = R_r(\mathbf{f}_{rr}, \mathbf{e}_{rc}) \\ \mathbf{f}_{rc} = R_c(\mathbf{f}_{rr}, \mathbf{e}_{rc}) \\ \mathbf{e}_{rr,\lambda} = \frac{1}{2}R_r(\mathbf{f}_{rr}, \mathbf{e}_{rc}) + \frac{\partial R_r(\mathbf{f}_{rr}, \mathbf{e}_{rc})}{\partial \mathbf{f}_{rr}} \left(\frac{1}{2}\mathbf{f}_{rr} - \mathbf{f}_{rr,\lambda} \right) + \frac{\partial R_r(\mathbf{f}_{rr}, \mathbf{e}_{rc})}{\partial \mathbf{e}_{rc}} \left(\frac{1}{2}\mathbf{e}_{rc} - \mathbf{e}_{rc,\lambda} \right) \\ \mathbf{f}_{rc,\lambda} = \frac{1}{2}R_c(\mathbf{f}_{rr}, \mathbf{e}_{rc}) + \frac{\partial R_c(\mathbf{f}_{rr}, \mathbf{e}_{rc})}{\partial \mathbf{f}_{rr}} \left(\frac{1}{2}\mathbf{f}_{rr} - \mathbf{f}_{rr,\lambda} \right) + \frac{\partial R_c(\mathbf{f}_{rr}, \mathbf{e}_{rc})}{\partial \mathbf{e}_{rc}} \left(\frac{1}{2}\mathbf{e}_{rc} - \mathbf{e}_{rc,\lambda} \right) \end{cases} \quad (4.37)$$

- **Étape 3** : cette étape consiste à prendre en compte les pondérations sur les entrées à optimiser. Ainsi, des jonctions 0 doivent être ajoutées entre la structure de jonction et chaque source d'effort, et des jonctions 1 entre la structure de jonction et chaque source de flux. Finalement, il est nécessaire d'insérer entre les jonctions préalablement ajoutées les matrices caractéristiques associées à ces pondérations, respectivement $\begin{bmatrix} \mathbf{R}_{u_e} & 0 \\ \mathbf{R}_{u_e} & -\mathbf{R}_{u_e} \end{bmatrix}$ et $\begin{bmatrix} \mathbf{R}_{u_f} & 0 \\ \mathbf{R}_{u_f} & -\mathbf{R}_{u_f} \end{bmatrix}$ (voir figure 4.16).

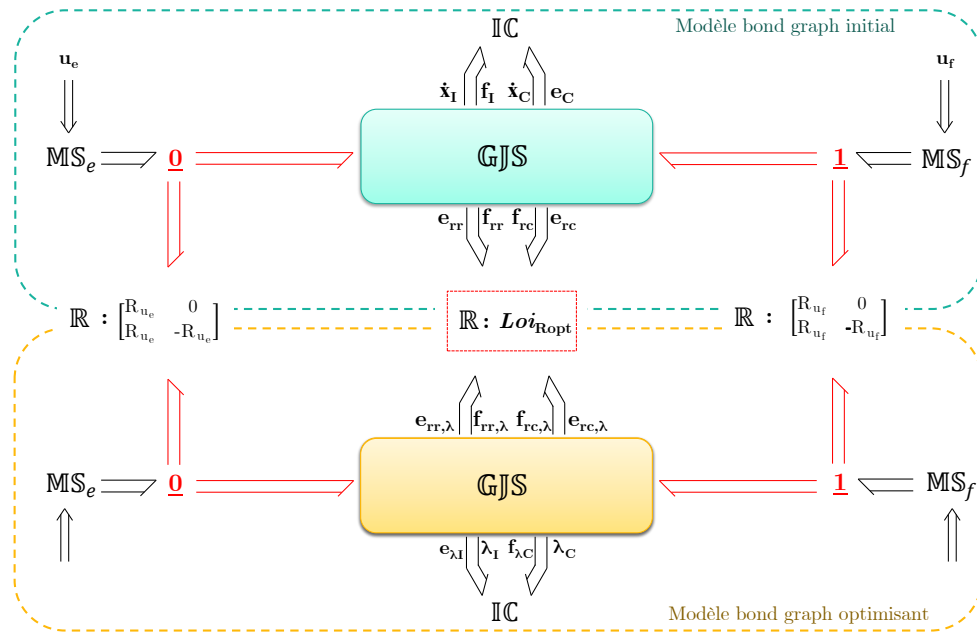


FIGURE 4.16 – Prise en compte de dissipations non linéaires - Étapes 2 et 3 : Caractérisation des éléments dissipatifs

- **Étape 4** : la dernière étape vise à affecter la bicausalité (figure 4.17). Il faut alors remplacer les éléments MS_e et MS_f correspondant aux entrées prises en compte dans le critère, par des éléments D_eD_f sur le modèle bond graph initial, et par des éléments S_eS_f imposant un effort et un flux nuls sur le modèle optimisant. Enfin, il ne reste plus qu'à propager la bicausalité des doubles sources S_eS_f vers les doubles détecteurs D_eD_f en passant par les éléments R des pondérations sur les entrées.

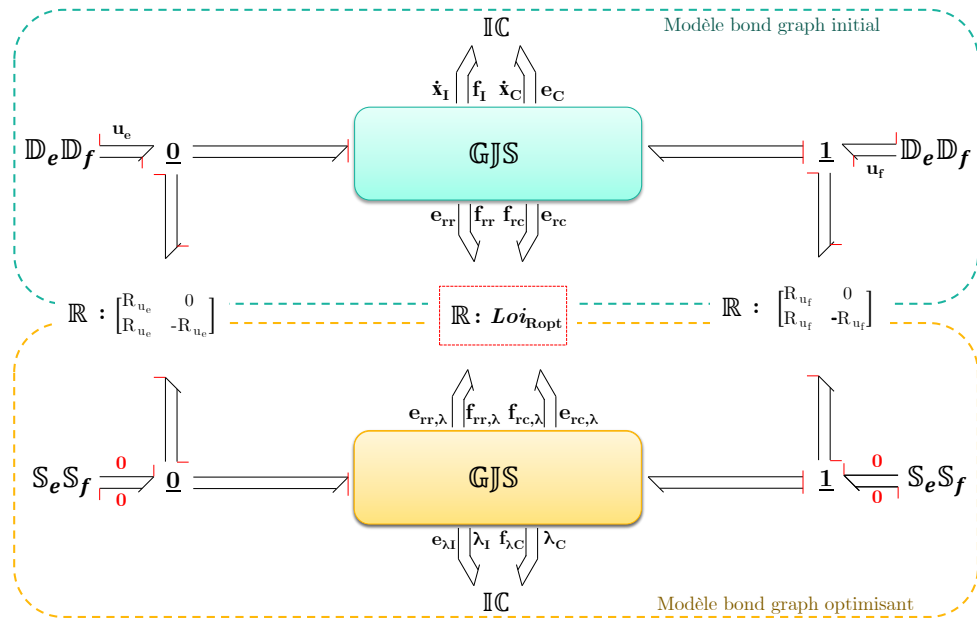


FIGURE 4.17 – Prise en compte de dissipations non linéaires - Étape 4 : Affectation de la bicausalité

On remarquera que les éléments R non linéaires de la figure 4.17 n'ont pas été affectés d'une causalité dans la mesure où l'on pourra rencontrer des éléments dissipatifs en causalité résistance et/ou conduc-

tance. De plus, une attention particulière doit être portée sur le système d'équations obtenu à l'issue de la procédure. En effet, il est possible que la présence de certains phénomènes dissipatifs ayant un comportement non linéaire imposent une causalité qui rend le système non résoluble.

4.3.3 Démonstration

4.3.3.1 Rappel du problème

L'objectif est de déterminer la commande optimale d'un système modélisé par $(S_{R_{NL}})$ donné par (4.34). Le critère employé reste identique aux cas précédents, à savoir une puissance dissipée dans le système ainsi qu'une pondération des entrées de commande. Ainsi, on peut résumer le problème d'optimisation à :

$$(P_{R_{NL}}) : \begin{cases} \min_{\mathbf{x}, \mathbf{u}} & \frac{1}{2} \int_{t_0}^{t_f} (\mathbf{u}^T \mathbf{R}_u \mathbf{u} + \mathbf{y}_R^T \mathbf{u}_R) dt \\ \text{tel que} & \text{le modèle d'état de } S_{R_{NL}} \text{ (4.34) soit pris comme contrainte} \\ & \mathbf{x}(t_0) = \mathbf{x}_0 \\ & \mathbf{x}(t_f) = \mathbf{x}_f \end{cases} \quad (4.38)$$

4.3.3.2 Application du PMP

L'hamiltonien augmenté se présente donc sous la forme :

$$H_p = \frac{1}{2} \mathbf{u}^T \mathbf{R}_u \mathbf{u} + \frac{1}{2} \mathbf{y}_R^T \mathbf{u}_R + \boldsymbol{\lambda}^T [\mathbf{G}_{\mathbf{x}, \mathbf{x}} \mathbf{H} \mathbf{x} - \mathbf{G}_{\mathbf{x}, \mathbf{R}} \mathbf{u}_R + \mathbf{G}_{\mathbf{x}, \mathbf{u}} \mathbf{u}] \quad (4.39)$$

où $\boldsymbol{\lambda} \in \mathbb{R}^n$ est le vecteur de co-état.

Préalablement à l'application du principe de Pontryagin, on précise que :

$$\begin{aligned} \left(\frac{\partial \mathbf{u}_R}{\partial \mathbf{x}} \right)^T &= \left(\frac{\partial R(\mathbf{y}_R)}{\partial \mathbf{y}_R} \right)^T \cdot \frac{\partial \mathbf{y}_R}{\partial \mathbf{x}} \Big|^T = \frac{\partial \mathbf{y}_R^T}{\partial \mathbf{x}} \cdot \frac{\partial R(\mathbf{y}_R)}{\partial \mathbf{y}_R} = \mathbf{H} \mathbf{G}_{\mathbf{x}, \mathbf{R}} \frac{\partial R(\mathbf{y}_R)}{\partial \mathbf{y}_R} \\ \left(\frac{\partial \mathbf{u}_R}{\partial \mathbf{u}} \right)^T &= \left(\frac{\partial R(\mathbf{y}_R)}{\partial \mathbf{y}_R} \right)^T \cdot \frac{\partial \mathbf{y}_R}{\partial \mathbf{u}} \Big|^T = \frac{\partial \mathbf{y}_R^T}{\partial \mathbf{u}} \cdot \frac{\partial R(\mathbf{y}_R)}{\partial \mathbf{y}_R} = \mathbf{G}_{\mathbf{u}, \mathbf{R}} \frac{\partial R(\mathbf{y}_R)}{\partial \mathbf{y}_R} \end{aligned} \quad (4.40)$$

avec :

$$\frac{\partial R(\mathbf{y}_R)}{\partial \mathbf{y}_R} = \begin{bmatrix} \frac{\partial R_r(\mathbf{f}_{rr}, \mathbf{e}_{rc})}{\partial \mathbf{f}_{rr}} & \frac{\partial R_r(\mathbf{f}_{rr}, \mathbf{e}_{rc})}{\partial \mathbf{e}_{rc}} \\ \frac{\partial R_c(\mathbf{f}_{rr}, \mathbf{e}_{rc})}{\partial \mathbf{f}_{rr}} & \frac{\partial R_c(\mathbf{f}_{rr}, \mathbf{e}_{rc})}{\partial \mathbf{e}_{rc}} \end{bmatrix} \quad (4.41)$$

Les conditions d'optimalité sont alors les suivantes :

$$\frac{\partial H_p}{\partial \boldsymbol{\lambda}} = \dot{\mathbf{x}} = \mathbf{G}_{\mathbf{x}, \mathbf{x}} \mathbf{H} \mathbf{x} - \mathbf{G}_{\mathbf{x}, \mathbf{R}} \mathbf{u}_R + \mathbf{G}_{\mathbf{x}, \mathbf{u}} \mathbf{u} \quad (4.42)$$

$$-\frac{\partial H_p}{\partial \mathbf{x}} = \dot{\boldsymbol{\lambda}} = -\frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial \mathbf{x}} (\mathbf{y}_R^T \mathbf{u}_R) - \mathbf{H} \mathbf{G}_{\mathbf{x}, \mathbf{x}}^T \boldsymbol{\lambda} + \frac{\partial}{\partial \mathbf{x}} (\mathbf{G}_{\mathbf{x}, \mathbf{R}} \mathbf{u}_R) \quad (4.43)$$

$$\frac{\partial H_p}{\partial \mathbf{u}} = 0 = \mathbf{R}_u \mathbf{u} + \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial \mathbf{u}} (\mathbf{y}_R^T \mathbf{u}_R) - \frac{\partial}{\partial \mathbf{u}} (\mathbf{G}_{\mathbf{x}, \mathbf{R}} \mathbf{u}_R) + \mathbf{G}_{\mathbf{x}, \mathbf{u}}^T \boldsymbol{\lambda} \quad (4.44)$$

Traduction de la condition d'optimalité sur le co-état

On développe dans un premier temps l'équation (4.43), en utilisant (4.41) :

$$\begin{aligned} \dot{\lambda} = & -\frac{1}{2}\mathbf{H}\mathbf{G}_{\mathbf{x},\mathbf{R}}R(\mathbf{y}_{\mathbf{R}}) - \frac{1}{2}\mathbf{H}\mathbf{G}_{\mathbf{x},\mathbf{R}}\left(\frac{\partial R(\mathbf{y}_{\mathbf{R}})}{\partial \mathbf{y}_{\mathbf{R}}}\right) [\mathbf{G}_{\mathbf{x},\mathbf{R}}^T\mathbf{H}\mathbf{x} + \mathbf{G}_{\mathbf{u},\mathbf{R}}^T\mathbf{u}] \\ & -\mathbf{H}\mathbf{G}_{\mathbf{x},\mathbf{x}}^T\lambda + \mathbf{H}\mathbf{G}_{\mathbf{x},\mathbf{R}}\left(\frac{\partial R(\mathbf{y}_{\mathbf{R}})}{\partial \mathbf{y}_{\mathbf{R}}}\right)\mathbf{G}_{\mathbf{x},\mathbf{R}}^T\lambda \end{aligned} \quad (4.45)$$

À partir de l'équation (4.45), scindons le second membre en deux parties afin de pouvoir les interpréter de manière séparée :

$$\dot{\lambda} = \mathbf{H}(\Lambda_{\lambda} + \Lambda_{\text{opt}}) \quad (4.46)$$

avec

$$\Lambda_{\lambda} = -\mathbf{G}_{\mathbf{x},\mathbf{x}}^T\lambda + \mathbf{G}_{\mathbf{x},\mathbf{R}}\left(\frac{\partial R(\mathbf{y}_{\mathbf{R}})}{\partial \mathbf{y}_{\mathbf{R}}}\right)\mathbf{G}_{\mathbf{x},\mathbf{R}}^T\lambda \quad (4.47)$$

$$\Lambda_{\text{opt}} = -\frac{1}{2}\mathbf{G}_{\mathbf{x},\mathbf{R}}R(\mathbf{y}_{\mathbf{R}}) - \frac{1}{2}\mathbf{G}_{\mathbf{x},\mathbf{R}}\left(\frac{\partial R(\mathbf{y}_{\mathbf{R}})}{\partial \mathbf{y}_{\mathbf{R}}}\right) [\mathbf{G}_{\mathbf{x},\mathbf{R}}^T\mathbf{H}\mathbf{x} + \mathbf{G}_{\mathbf{u},\mathbf{R}}^T\mathbf{u}] \quad (4.48)$$

Comme $\mathbf{G}_{\mathbf{x},\mathbf{x}}$ est antisymétrique, l'équation (4.47) peut se réécrire

$$\begin{aligned} \Lambda_{\lambda} &= \mathbf{G}_{\mathbf{x},\mathbf{x}}\lambda - \mathbf{G}_{\mathbf{x},\mathbf{R}}\left(-\frac{\partial R(\mathbf{y}_{\mathbf{R}})}{\partial \mathbf{y}_{\mathbf{R}}}\right)\mathbf{G}_{\mathbf{x},\mathbf{R}}^T\lambda \\ &= \mathbf{G}_{\mathbf{x},\mathbf{x}}\lambda - \mathbf{G}_{\mathbf{x},\mathbf{R}}\left(-\frac{\partial R(\mathbf{y}_{\mathbf{R}})}{\partial \mathbf{y}_{\mathbf{R}}}\right)\mathbf{y}_{\mathbf{R},\lambda} + \mathbf{G}_{\mathbf{x},\mathbf{u}}\cdot 0 \end{aligned} \quad (4.49)$$

avec $\mathbf{y}_{\mathbf{R},\lambda} = \mathbf{G}_{\mathbf{x},\mathbf{R}}^T\lambda$.

Considérons désormais le modèle d'état initial tel que décrit par l'équation (4.34), et réécrivons le en termes de son vecteur de co-énergie $\tilde{\mathbf{x}}$, sachant que $\tilde{\mathbf{x}} = \frac{\partial H(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}} = \mathbf{H}\mathbf{x}$, où H est l'hamiltonien du modèle d'état :

$$\dot{\tilde{\mathbf{x}}} = \mathbf{H}[\mathbf{G}_{\mathbf{x},\mathbf{x}}\tilde{\mathbf{x}} - \mathbf{G}_{\mathbf{x},\mathbf{R}}\mathbf{u}_{\mathbf{R}} + \mathbf{G}_{\mathbf{x},\mathbf{u}}\mathbf{u}] \quad (4.50)$$

Si l'on compare maintenant les équations (4.49) et (4.50), on constate que le terme $\mathbf{H}\Lambda_{\lambda}$ est analogue à $\dot{\tilde{\mathbf{x}}}$ et peut être interprété par la structure du bond graph optimisant où (figure 4.18) :

- le co-état λ représente la variable de co-énergie du bond graph optimisant,
- la structure de jonction entre les phénomènes de stockage et caractérisée par la matrice $\mathbf{G}_{\mathbf{x},\mathbf{x}}$ est identique,
- le vecteur $\mathbf{u}_{\mathbf{R}} = R(\mathbf{y}_{\mathbf{R}})$ associé aux phénomènes dissipatifs est remplacé par $\left(-\frac{\partial R(\mathbf{y}_{\mathbf{R}})}{\partial \mathbf{y}_{\mathbf{R}}}\right)\mathbf{y}_{\mathbf{R},\lambda}$
- les entrées du modèle bond graph optimisant sont remplacées par des sources d'efforts et de flux nuls.

On s'intéresse désormais au second terme de l'équation (4.46), à savoir Λ_{opt} . Il est en effet possible de le réécrire de la manière suivante :

$$\Lambda_{\text{opt}} = -\mathbf{G}_{\mathbf{x},\mathbf{R}}\frac{1}{2}\left[R(\mathbf{y}_{\mathbf{R}}) + \left(\frac{\partial R(\mathbf{y}_{\mathbf{R}})}{\partial \mathbf{y}_{\mathbf{R}}}\right)\mathbf{y}_{\mathbf{R}}\right] \quad (4.51)$$

On peut interpréter ce terme comme un élément apportant sa contribution au calcul des efforts et des flux résultants des phénomènes dissipatifs (noté $\mathbf{u}_{\mathbf{R},\lambda}$) dans le bond graph optimisant, notamment par l'intermédiaire de la structure de jonction entre les phénomènes de stockages et ceux dissipatifs (matrice $\mathbf{G}_{\mathbf{x},\mathbf{R}}$).

En somme, le calcul de $\mathbf{u}_{\mathbf{R},\lambda}$ se compose d'une partie liée à l'état et d'une partie liée à la prise en compte du critère. Ainsi, à partir des équations (4.49) et (4.51), on en déduit $\mathbf{u}_{\mathbf{R},\lambda}$:

$$\mathbf{u}_{\mathbf{R},\lambda} = \frac{1}{2} \left[R(\mathbf{y}_{\mathbf{R}}) + \frac{\partial R(\mathbf{y}_{\mathbf{R}})}{\partial \mathbf{y}_{\mathbf{R}}} \mathbf{y}_{\mathbf{R}} \right] - \frac{\partial R(\mathbf{y}_{\mathbf{R}})}{\partial \mathbf{y}_{\mathbf{R}}} \mathbf{y}_{\mathbf{R},\lambda} \quad (4.52)$$

Remarque : Il est possible de faire l'analogie entre l'expression de $\mathbf{u}_{\mathbf{R},\lambda}$ dans le cas des dissipations

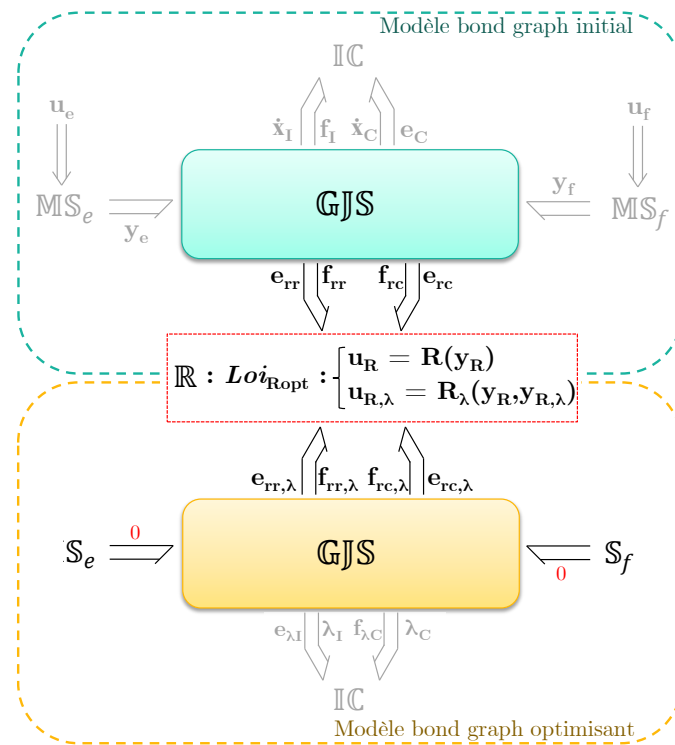


FIGURE 4.18 – Prise en compte de dissipations non linéaires - Traduction de la condition d'optimalité sur le co-état

non linéaires avec le cas linéaire. En effet, dans le cas linéaire, la matrice de couplage est donnée par $\frac{1}{2} [\mathbf{R}_{\text{opt}} + \mathbf{R}_{\text{opt}}^T]$ et la caractéristique de l'élément dissipatif est donné par $-\mathbf{R}_{\text{opt}}$. Si la fonction R de l'équation (4.52) a un comportement linéaire, il sera alors possible de se ramener à cette formalisation.

Traduction de la condition d'optimalité sur les entrées

Pour rappel, la condition sur les entrées est donnée par l'équation :

$$\begin{aligned}
 0 &= \mathbf{R}_u \mathbf{u} + \frac{1}{2} \mathbf{G}_{u,R} R(\mathbf{y}_R) + \frac{1}{2} \mathbf{G}_{u,R} \left(\frac{\partial R(\mathbf{y}_R)}{\partial \mathbf{y}_R} \right) [\mathbf{G}_{x,R}^T \mathbf{H} \mathbf{x} + \mathbf{G}_{u,R}^T \mathbf{u}] \\
 &\quad - \mathbf{G}_{u,R} \left(\frac{\partial R(\mathbf{y}_R)}{\partial \mathbf{y}_R} \right) \mathbf{G}_{x,R}^T \boldsymbol{\lambda} + \mathbf{G}_{x,u}^T \boldsymbol{\lambda} \\
 &= \mathbf{R}_u \mathbf{u} + \mathbf{G}_{u,R} \left[\frac{1}{2} \left[R(\mathbf{y}_R) + \frac{\partial R(\mathbf{y}_R)}{\partial \mathbf{y}_R} \mathbf{y}_R \right] - \frac{\partial R(\mathbf{y}_R)}{\partial \mathbf{y}_R} \mathbf{y}_{R,\lambda} \right] + \mathbf{G}_{x,u}^T \boldsymbol{\lambda} \\
 &= \mathbf{R}_u \mathbf{u} + \mathbf{G}_{u,R} \mathbf{u}_{R,\lambda} + \mathbf{G}_{x,u}^T \boldsymbol{\lambda}
 \end{aligned} \tag{4.53}$$

On peut donc voir cette dernière équation comme un bilan d'efforts ou de flux entre :

- les entrées du modèle à optimiser à travers la matrice de pondération \mathbf{R}_u ,
- le vecteur d'entrée des phénomènes dissipatifs issu du modèle bond graph optimisant à travers la structure de jonction entre les entrées et les dissipations caractérisée par la matrice $\mathbf{G}_{u,R}$,
- le vecteur de co-état à travers la structure de jonction entre les entrées et le co-état caractérisée par la matrice $\mathbf{G}_{x,u}$.

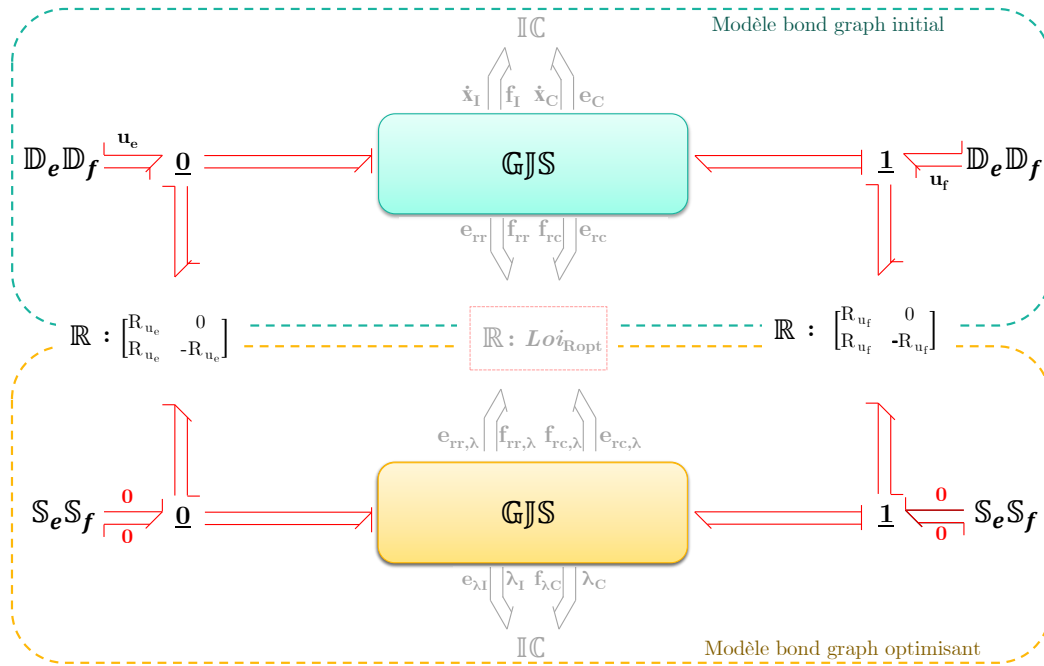


FIGURE 4.19 – Prise en compte de dissipations non linéaires - Traduction de la condition d'optimalité sur l'entrée

4.3.4 Exemple

L'exemple présenté ici reprend de nouveau une topologie similaire aux exemples précédents en termes de composants. Cependant, les phénomènes dissipatifs pris en compte ont été changés. En effet, nous ne considérons qu'une seule dissipation d'énergie liée à une perte de charge au niveau de l'alimentation hydraulique. La figure 4.20 présente le modèle bond graph correspondant à ces nouvelles

hypothèses. Bien qu'une perte de charge hydraulique soit traditionnellement considérée en causalité

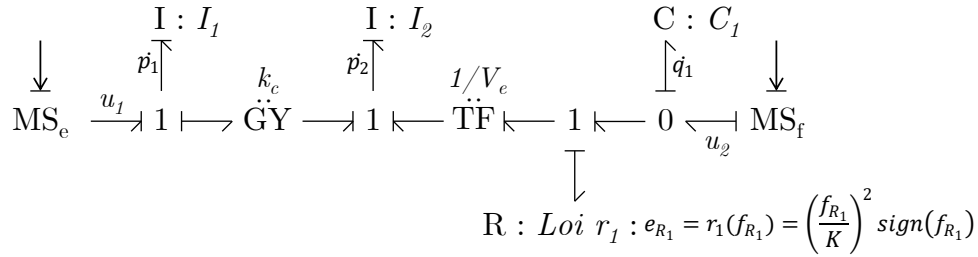


FIGURE 4.20 – Exemple de modèle bond graph avec prise en compte de dissipations non linéaires

conductance, une causalité résistance est employée ici puisque la causalité intégrale l'impose. De plus, le cas d'une causalité conductance générerait sur le modèle bond graph augmenté une boucle algébrique non résoluble.

On souhaite maintenant déterminer la commande optimale pour u_1 et u_2 permettant d'atteindre l'état final désiré tout en minimisant un critère composé de l'énergie dissipée par le système et de termes quadratiques en les entrées. On formalise alors le problème d'optimisation dynamique comme suit :

$$(P_{\text{exple}, R_{NL}}) : \begin{cases} \min_{\mathbf{x}, \mathbf{u}} & \frac{1}{2} \int_{t_0}^{t_f} \left(\frac{u_1^2}{R_{u_1}} + u_2^2 R_{u_2} + \frac{f_{R_1}^3}{K^2} \right) dt \\ \text{tel que} & \text{le modèle d'état soit pris comme contrainte} \\ & \mathbf{x}(t_0) = \mathbf{x}_{10} \\ & \mathbf{x}(t_f) = \mathbf{x}_{1f} \end{cases}$$

avec $\mathbf{x} = [p_1 \ p_2 \ q_1]^T$, $\mathbf{u} = [u_1 \ u_2]^T$, K un coefficient constant, et R_{u_1} et R_{u_2} les pondérations sur les entrées. En appliquant la procédure proposée dans la section 4.3.2 (p. 116), on obtient le bond graph augmenté donné sur la figure 4.21. Les conditions d'optimalité prennent alors la forme d'un système d'équations différentielles données par :

$$\begin{cases} \dot{p}_1 &= -R_{u_1} \lambda_1 - \frac{k_c}{I_2} p_2 \\ \dot{p}_2 &= \frac{k_c}{I_1} p_1 - \frac{V_e}{C_1} q_1 - \frac{V_e^3}{K^2 I_2^2} p_2^2 \cdot \text{sign}(p_2) \\ \dot{q}_1 &= -\frac{\lambda_3}{R_{u_2}} - \frac{V_e}{I_2} p_2 \\ \dot{\lambda}_1 &= -\frac{k_c}{I_1} \lambda_2 \\ \dot{\lambda}_2 &= \frac{k_c}{I_2} \lambda_1 + V_e (\lambda_3 - e_{R_1, \lambda}) \end{cases} \quad (4.54)$$

avec

$$e_{R_1, \lambda} = \frac{3}{2} \frac{V_e^2}{K^2 I_2^2} p_2^2 \cdot \text{sign}(p_2) - \frac{2V_e^2}{I_2 K^2} p_2 \lambda_2 \quad (4.55)$$

Le système à résoudre (4.54) possède donc des équations différentielles sur \dot{p}_2 et $\dot{\lambda}_2$ non linéaires au regard des expressions de e_{R_1} et $e_{R_1, \lambda}$. Un système équivalent aurait été déduit des conditions d'optimalité issues de l'application du PMP sur le même problème ($P_{\text{exple}, R_{NL}}$). Sur le système d'équations

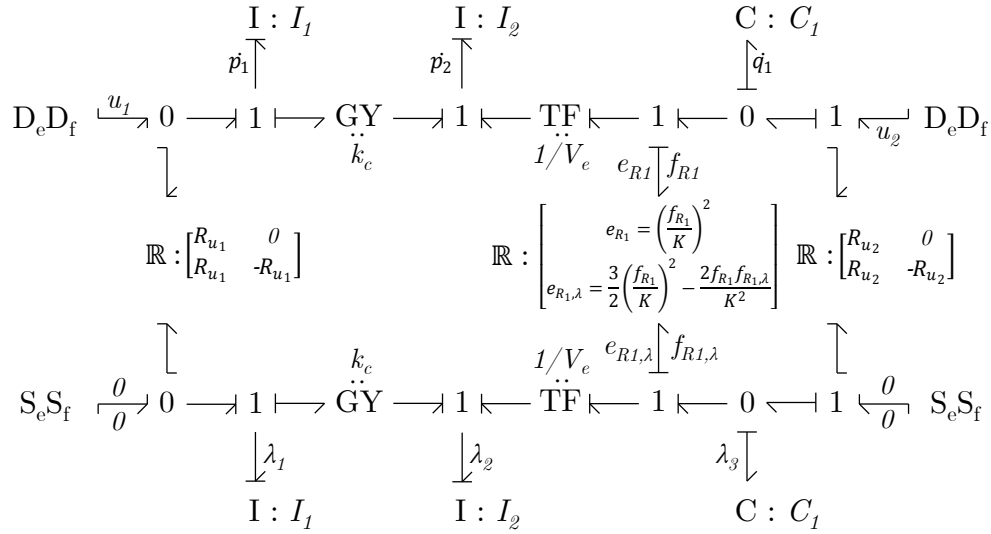


FIGURE 4.21 – Exemple de modèle bond graph augmenté avec prise en compte de dissipations non linéaires

obtenu par bond graph, les entrées sont automatiquement exprimées par leur expression en fonction de l'état et du co-état.

4.4 Conclusion

Le chapitre précédent a visé à montrer les avantages de l'utilisation d'un modèle bond graph pour représenter un problème d'optimisation. Toutefois, nous avons vu que la classe de problème était limitée. L'objectif de ce chapitre était donc de généraliser la procédure de manière à être en mesure de traiter des problèmes de conception dont les spécifications données par le cahier des charges sont de natures hétérogènes. En particulier, nous avons vu qu'il pouvait être intéressant de coupler l'optimisation dynamique à l'inversion de modèle. Dans ce contexte, ce chapitre a permis d'exposer une nouvelle procédure étendue de manière à répondre à cette problématique. Cependant, préalablement à l'extension de la procédure, un travail amont a été nécessaire pour formaliser convenablement le problème considéré. En particulier, le couplage entre l'inversion et l'optimisation est réalisé par l'intégration de contraintes algébriques sur les sorties spécifiées.

Nous avons ensuite montré qu'il était possible de construire un modèle bond graph augmenté dont le système d'équations qui en découle est équivalent aux conditions d'optimalité issues du PMP.

Finalement, les travaux amorcés par Jardin [Jardin, 2010] sur la prise en compte de modèles non linéaires ont fait l'objet d'une première extension. Alors qu'il était possible d'inclure des non-linéarités uniquement sur les phénomènes de stockage d'énergie, nous proposons ici d'étendre la procédure à l'emploi de phénomènes de dissipation ayant un comportement non linéaire. D'une part, cela participe à la généralisation globale de la procédure bond graph, et d'autre part, elle répond à un réel besoin pour la conception d'un système hydraulique puisque les dissipations principales proviennent de pertes de charge dont l'équation caractéristique est non linéaire comme nous l'avons vu sur un exemple. On remarquera cependant que la validité de la procédure n'a été démontrée que dans le cas où les non linéarités portent uniquement sur les phénomènes dissipatifs. Il reste donc un travail de généralisation

à un système dans lequel des non linéarités sur les phénomènes de stockages et sur les phénomènes dissipatifs sont présentes simultanément.

Les avancées méthodologique fournies dans ce chapitre doivent à terme aider à la conception de systèmes, et en particulier le dimensionnement et la commande de systèmes hybrides. Cependant, l'outil développé ici n'est valable que pour déterminer les commandes optimales associées à des sources d'énergie. Or, pour notre application, la prise en compte de commandes liées à des transformateurs modulés **MTF** et gyrateurs modulés **MGY** est nécessaire, raison pour laquelle cette méthode n'est pas employée dans le chapitre suivant. Une perspective intéressante serait donc d'étendre la procédure à ce type de problème.

Le chapitre à venir revient sur le cas d'application et la problématique d'optimisation énergétique. Différentes modifications et améliorations sont comparées puis analysées par simulation. Une architecture est finalement retenue au regard de différents critères (performances énergétiques et dynamiques, complexité, coût).

Chapitre 5

Conception d'une architecture hybride de reach stacker

Sommaire

5.1	Introduction	128
5.2	Amélioration du point de fonctionnement du moteur thermique	128
5.2.1	Équipements	128
5.2.2	Chaîne de transmission	130
5.3	Solutions de récupération de l'énergie potentielle	132
5.3.1	Introduction	132
5.3.2	Système de récupération sans transformateur	134
5.3.2.1	Présentation de la solution	134
5.3.2.2	Commande du système de récupération d'énergie	135
5.3.2.3	Résultats de simulation	136
5.3.3	Système avec transformateur couplé au moteur thermique	139
5.3.3.1	Présentation de la solution	139
5.3.3.2	Commande du système de récupération d'énergie	140
5.3.3.3	Résultats de simulation	141
5.3.4	Système avec transformateur indépendant	143
5.3.4.1	Présentation de la solution	143
5.3.4.2	Résultats de simulation	144
5.3.5	Choix d'une solution de récupération d'énergie potentielle	146
5.4	Évolution de la chaîne de transmission	147
5.4.1	Architectures étudiées	147
5.4.2	Comparatif énergétique des topologies	148
5.5	Hybridation d'une transmission mécanique	152
5.5.1	Architectures hybrides envisagées	152
5.5.2	Commande du KERS	154
5.5.3	Évaluation des performances du KERS	155
5.6	Reach stacker hybride global	160
5.6.1	Architecture hybride globale	160
5.6.2	Gestion de la restitution d'énergie	161

5.6.3	Analyse des performances	161
5.7	Conclusion	165

5.1 Introduction

Au chapitre 2, une analyse énergétique a été menée afin de déterminer les voies d'amélioration à explorer permettant d'aboutir à une réduction de la consommation de carburant. Cet objectif doit cependant prendre en compte certaines contraintes comme la modularité ou encore le surcoût lié à l'utilisation d'une architecture différente engendrant un retour sur investissement ne devant pas dépasser une durée prédéfinie. En d'autres termes, il s'agit d'améliorer le coût total de possession (TCO, *Total Cost of Ownership*).

Il s'agit alors de trouver des solutions afin d'améliorer l'efficacité énergétique de l'architecture actuelle et plus particulièrement du moteur thermique. Il sera également envisagé d'employer des systèmes additionnels visant à récupérer l'énergie libérée à la descente du conteneur ou encore à la décélération du véhicule.

La campagne de mesures réalisée ainsi que l'analyse associée présentées au chapitre 2 concernaient un engin dont la gamme a été renouvelée au cours du déroulement de ces travaux de recherche. Les évolutions entre les deux machines sont les suivantes :

- la puissance du moteur thermique employé est réduite à 235 kW au lieu de 257 kW initialement,
- le nombre de rapports de réduction de la boîte de vitesses est passé à 5 au lieu de 4,
- le convertisseur de couple est désormais doté d'un embrayage en parallèle. Son activation court-circuite le convertisseur de couple et empêche ainsi tout glissement entre l'arbre moteur et la boîte de vitesses. Cette solution apporte déjà un gain énergétique non négligeable.

Pour chacune des solutions étudiées, une analyse énergétique sera menée afin d'évaluer leur pertinence. Leurs impacts sur les performances dynamiques seront également examinés afin de garantir le respect des spécifications.

5.2 Amélioration du point de fonctionnement du moteur thermique

Nous avons vu à la section 2.2.4 du chapitre 2 (p. 36) que l'une des pistes visant à améliorer l'efficacité énergétique de la machine peut être une meilleure utilisation du moteur thermique. Celui-ci fonctionne en effet à haute vitesse et faible charge, correspondant à des zones de bas rendement. Le moteur thermique entraîne d'une part les pompes hydrauliques alimentant les équipements, et d'autre part, la chaîne de transmission. On dispose donc de deux leviers pour modifier ses points de fonctionnement.

5.2.1 Équipements

On s'intéresse dans un premier temps à la manière dont les pompes hydrauliques influencent le rendement du moteur thermique. Pour rappel, le conducteur doit simultanément manipuler le joystick et appuyer sur la pédale d'accélérateur pour commander chacun des mouvements. Nous avons vu que cette stratégie s'avère peu efficace, car le conducteur presse complètement la pédale d'accélération systématiquement dans la mesure où il ne connaît pas la charge à appliquer au moteur, ceci engendre un régime moteur élevé, même si cela n'est pas nécessaire (*i.e.* lorsque la demande de débit est faible). Néanmoins, pour fournir le débit maximum, ce haut régime est indispensable étant donné la cylindrée installée. Pour pallier ces inconvénients et améliorer l'efficacité du moteur thermique, nous proposons deux solutions.

- D'une part, nous avons vu que le rendement maximal du moteur thermique se situe à un régime d'environ 1400-1500 tr/min et à couple élevé. Il est alors possible de redimensionner la cylindrée totale installée de manière à ce que les pompes puissent fournir le débit maximum sur cette plage de régime. On notera également que ces régimes offrent la possibilité de fonctionner à la puissance maximale du moteur, ce qui signifie que les performances peuvent être conservées. De plus, un fonctionnement à bas régime nécessite une dépense moins importante d'énergie pour la mise en rotation des inerties qui sont élevées au niveau de l'arbre moteur (environ 4 kg.m^2). Finalement, les fonctions auxiliaires qui ne sont pas toujours régulées seront susceptibles de consommer moins d'énergie.
- D'autre part, la stratégie de commande peut être améliorée en contrôlant la charge du moteur thermique automatiquement à partir du débit à fournir par les pompes. Ainsi, au lieu de réaliser une commande en couple du moteur, on réalise une commande en régime, comme présentée sur la figure 5.1. Le régime adéquat N_{opt} est calculé de telle sorte que le débit souhaité soit fourni avec une cylindrée maximale des pompes. Un régime minimum N_{min} est tout de même maintenu afin d'assurer la disponibilité de la pleine puissance.

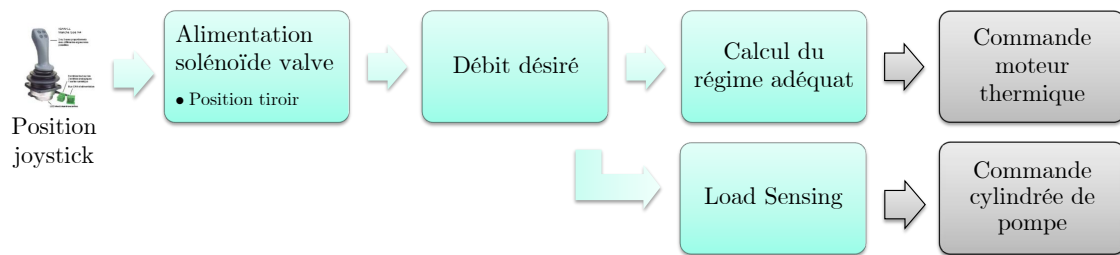


FIGURE 5.1 – Principe de commande du moteur thermique

Le nouveau dimensionnement des pompes doit répondre aux mêmes spécifications en termes de débit maximum à fournir aux actionneurs, on aura donc :

$$\begin{aligned}
 Q_{max} &= \omega_{max} V_e = \omega_{opt} V_{e_{opt}} \\
 \Rightarrow V_{e_{opt}} &= \frac{\omega_{max}}{\omega_{opt}} V_e = r V_e
 \end{aligned}
 \tag{5.1}$$

avec ω_{max} et ω_{opt} les vitesses de rotation avant et après reconception en rad/s , V_e et $V_{e_{opt}}$ les cylindrées en m^3/rad , et Q_{max} le débit en m^3/s . Deux possibilités apparaissent alors : soit le dimensionnement de la cylindrée reste inchangé et il est alors nécessaire d'ajouter un réducteur de rapport de réduction r ; soit la cylindrée doit être multipliée de ce même rapport r . L'ajout d'un réducteur oblige une reconception mécanique, et pénalise la solution par un rendement supplémentaire. C'est pourquoi nous choisissons d'augmenter la cylindrée. Sachant que le régime maximum N_{max} classique est de 1800 tr/min, et que le régime optimal se situe à 1450 tr/min, on a un rapport $r \approx 1,24$, et $V_{e_{opt}} = 335 \text{ cm}^3/tr$. Le régime optimum est alors déterminé par les équations (5.2) et (5.3).

$$N_{opt}^* = \frac{1000 \cdot Q_d}{V_{e_{opt}}}
 \tag{5.2}$$

$$N_{opt} = \begin{cases} N_{min} & \text{si } N_{opt}^* \leq N_{min} \\ N_{opt}^* & \text{si } N_{min} < N_{opt}^* \leq N_{max} \\ N_{max} & \text{si } N_{opt}^* > N_{max} \end{cases} \quad (5.3)$$

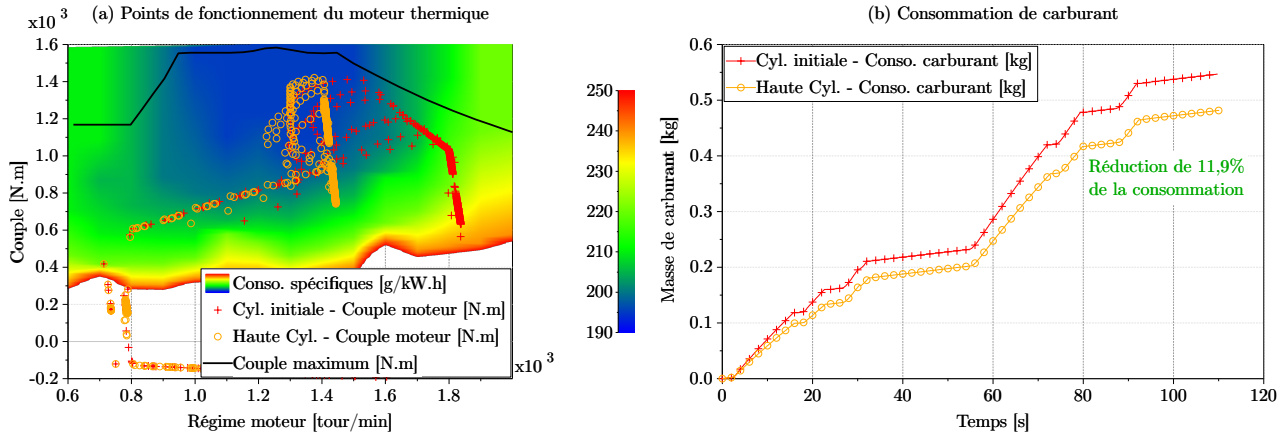


FIGURE 5.2 – Points de fonctionnement du moteur thermique selon la cylindrée de pompe installée

Pour évaluer le gain de consommation apporté par ces deux évolutions, deux simulations ont été réalisées sur le modèle présenté au chapitre 1¹. La première sur le reach stacker standard, et la seconde sur une machine dont les modifications précédentes ont été implémentées. La figure 5.2 présente les résultats pour un cycle type similaire à celui de la figure 2.9, mais sur lequel aucune translation n'est opérée. On peut tout d'abord voir sur la figure 5.2 (a) que les points de fonctionnement du moteur thermique de la machine dotée du dimensionnement initial se situent majoritairement dans des zones de rendements moyens à bas. Au contraire, l'emploi d'une cylindrée plus élevée décale ces points sur une zone où le rendement s'approche du rendement optimal. La figure 5.2 (b) montre l'impact du décalage des points de fonctionnement sur la consommation de carburant. On observe alors 11,9% de réduction de la consommation.

Remarques :

- Les gains liés à la commande du moteur thermique sont difficilement évaluable étant donné que le cycle est effectué à pleine vitesse sur les actionneurs, autrement dit le débit maximum est visé en permanence.
- On rappelle que le cycle considéré ne contient aucune translation dans le but d'évaluer précisément l'impact des améliorations proposées. Néanmoins, le gain de consommation relatif annoncé serait inférieur sur un cycle complet puisque l'énergie totale consommée par le moteur thermique serait beaucoup plus élevée.

5.2.2 Chaîne de transmission

La gestion du point de fonctionnement moteur liée au fonctionnement des équipements s'avère finalement relativement aisée puisque la cylindrée variable des pompes offre un degré de liberté supplémentaire sur la commande du système. En revanche, ce n'est que partiellement le cas concernant

1. Les évolutions liées au renouvellement de la gamme et présentées en introduction de ce chapitre sont prises en considération sur l'ensemble des simulations effectuées.

la chaîne de transmission étant donné que l'on ne dispose que de rapports de réduction discrets pour faire fonctionner le moteur à son meilleur rendement. En outre, la présence du convertisseur de couple introduit une différence de vitesses de rotation entre l'arbre moteur et la boîte de vitesses. Sur les phases d'accélération, ce glissement peut être élevé ce qui implique une vitesse importante du moteur thermique. Ce glissement est nécessaire pour réaliser une augmentation du couple de sortie par rapport au couple d'entrée comme nous l'avons vu au chapitre 1. Toutefois, lorsque le taux de glissement devient faible, le convertisseur de couple chute de nouveau en rendement et la vitesse élevée du moteur n'est plus justifiée. Une technologie très répandue sur les engins de petite puissance ainsi que sur les automobiles tend à se développer sur les engins lourds. Il s'agit d'un embrayage additionnel (ou *Lock-Up clutch* (LU)) situé entre l'impulseur et la turbine du convertisseur de couple. Lorsque le glissement devient suffisamment faible, celui-ci est engagé de manière à solidariser les deux arbres. De ce fait, l'énergie provenant du moteur thermique n'est plus transmise au fluide du convertisseur de couple, mais transite au contraire entièrement par cet embrayage, dissipant très peu d'énergie (aucune lorsqu'il est complètement engagé). Alors que les LU de première génération nécessitaient d'être désengagés entre chaque passage de rapports, les versions actuelles autorisent un engagement continu à partir de la fin du deuxième rapport. La présence de cet embrayage apporte deux avantages majeurs :

- il améliore le rendement global de la transmission mécanique puisque le convertisseur de couple ne dissipe plus d'énergie dès lors que le LU est engagé. Dans la mesure où les différents engrenages offrent des rendements élevés, on obtient une transmission très efficace,
- étant donné qu'aucun glissement n'est possible lorsque le LU est engagé, la vitesse de rotation du moteur thermique sera réduite de manière à se trouver identique à celle de l'arbre d'entrée de la boîte de vitesses. Le moteur fonctionnera alors sur une zone de meilleur rendement.

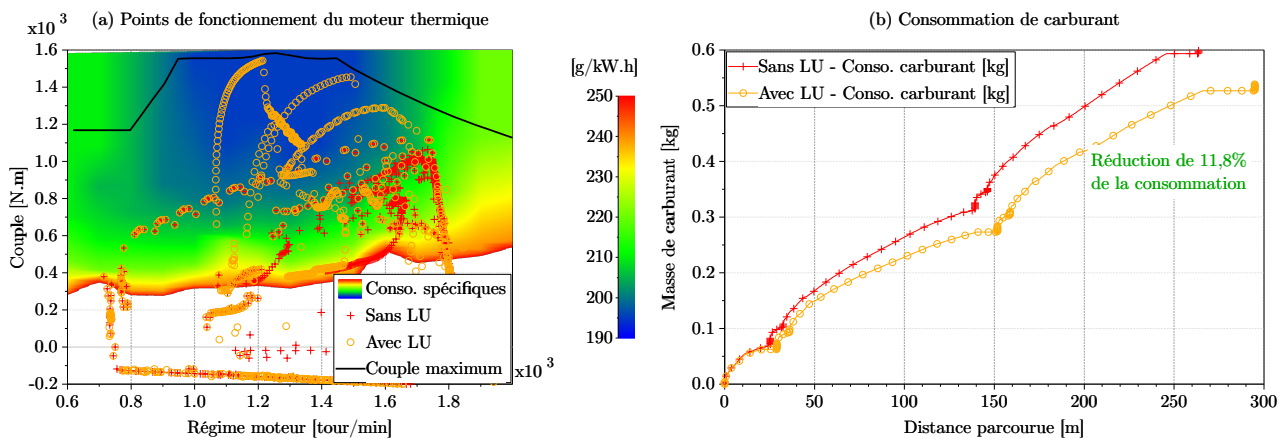


FIGURE 5.3 – Points de fonctionnement du moteur thermique selon le type de convertisseur de couple (avec ou sans LU)

Une simulation a été effectuée de manière analogue à la section précédente, à la différence près que le cycle envisagé n'est constitué que de phases de translations (*i.e.* les équipements hydrauliques ne sont pas sollicités). La figure 5.3(a) présente la répartition des points de fonctionnement du moteur thermique. On observe alors un net décalage des points sur la zone à basse vitesse et charge élevée. Sur la figure 5.3(b), la consommation de carburant est donnée en fonction de la distance parcourue. On peut alors voir que les performances diffèrent entre les deux systèmes puisque le reach stacker doté

d'un LU est plus enclin à suivre précisément la courbe de vitesse désirée que la machine traditionnelle, et parcourt donc une plus grande distance. À même distance parcourue, un gain de consommation de carburant de 11,8% est observé. Cette réduction de la consommation provient de deux éléments : le changement du point de fonctionnement du moteur, et l'utilisation d'une transmission mécanique plus performante. Le tableau 5.1 dresse la répartition de l'apport de chaque élément. On peut ainsi voir que le décalage du point de fonctionnement du moteur thermique contribue pour 68,6% dans la réduction globale de la consommation de carburant.

TABLEAU 5.1 – Répartition du gain de consommation par ajout d'un « Lock-Up clutch », réalisé par simulation

	Gain en valeur absolue [J] ([kW.h])	Gain en valeur relative [%]
Total	$3,02 \cdot 10^6$ (0,838)	11,8%
Pt fonctionnement moteur	$2,07 \cdot 10^6$ (0,575)	68,6%
CdT plus performante	$9,47 \cdot 10^5$ (0.263)	31,4%

Les évolutions technologiques et de commande qui ont été présentées offrent une première brique dans la recherche globale d'un système plus efficace, et on peut déjà observer que les gains de consommation qu'elles génèrent ne sont pas négligeables. De plus, leur mise en œuvre est peu complexe et relativement peu coûteuse. Dans la suite de ce chapitre, nous proposons d'étudier d'autres pistes d'amélioration menant au choix d'une architecture répondant aux exigences du cahier des charges du point de vue des performances, mais aussi de la consommation de carburant. Dans un premier temps, nous étudierons différentes solutions de récupération d'énergie sur le système de relevage du reach stacker, puis, dans un second temps, nous évaluerons l'intérêt d'autres chaînes de transmission ainsi que de l'hybridation de celles-ci.

5.3 Solutions de récupération de l'énergie potentielle

5.3.1 Introduction

Dans cette section, trois solutions de récupération de l'énergie potentielle du relevage sont présentées non seulement d'un point de vue fonctionnel, mais aussi dans leur principe de commande. En revanche, l'étape de dimensionnement des composants est volontairement omise. Les solutions étudiées découlent de l'adaptation des architectures présentes dans la littérature et plus amplement exposées au chapitre 2.

L'ensemble des solutions exposées ici doit répondre à une contrainte d'architecture. En effet, l'objectif est de concevoir un système additionnel à l'architecture actuelle pour plusieurs raisons :

- la complexité apportée sera modérée et évite un saut technologique trop important pour l'industriel et le client,
- le prototypage et l'éventuelle série nécessiteront peu d'évolutions, tout en étant modulables,
- la possibilité pour l'opérateur de désactiver le système hybride à tout moment pour revenir à une machine traditionnelle.

Conditions de simulation et de comparaison des performances

Les simulations effectuées afin d'analyser les performances des différentes solutions ont été réalisées sur un cycle type détaillé sur la figure 5.4. Il consiste en une première translation d'approche de la pile de conteneurs, suivi d'une élévation et extension de la flèche permettant la préhension du conteneur. Celui-ci est ensuite déplacé jusqu'à un point de dépose (chargement d'un camion par exemple), suivi d'un cycle opposé de décharge d'un camion et d'un stockage du conteneur de même masse sur une pile. Les résultats en termes de gains de consommation sont donnés pour différentes positions initiales

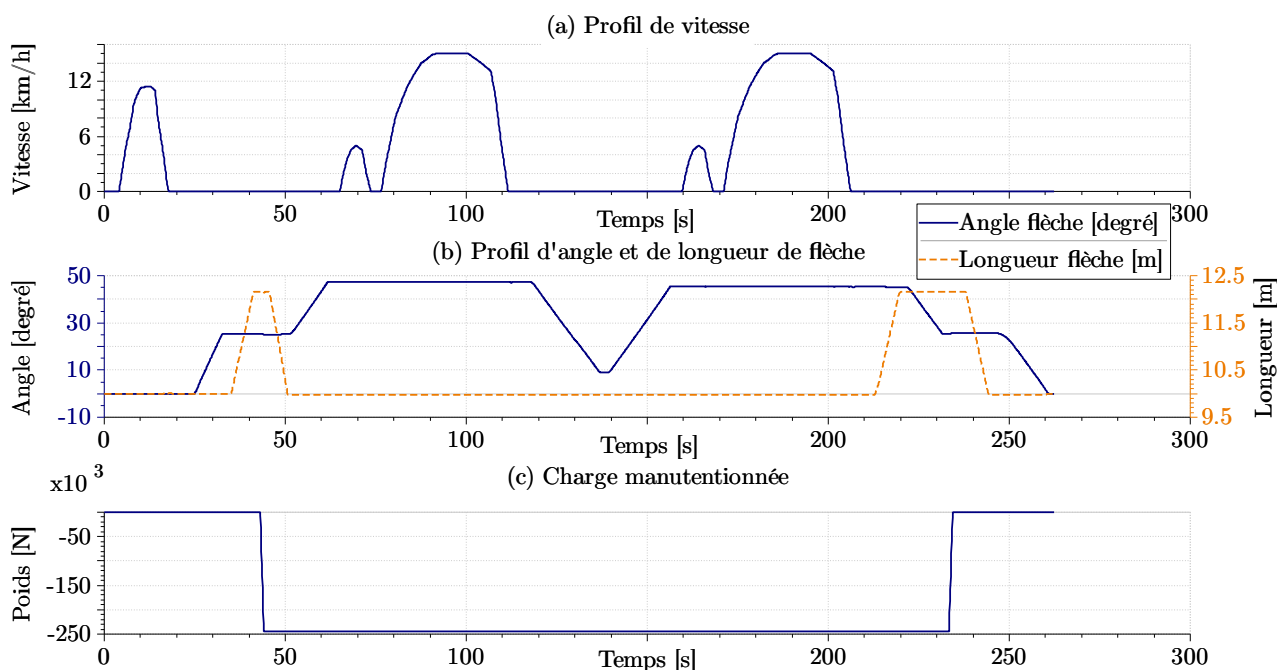


FIGURE 5.4 – Profil de mission employé pour l'évaluation des performances des systèmes de récupération d'énergie potentielle (Cas d'un conteneur de 25t positionné en 2^{ème} hauteur et 2^{ème} rangée)

de conteneurs, à savoir les deux premières rangées et les trois premières hauteurs qui constituent la majorité des cas. Des conteneurs de 25t sont employés puisqu'ils représentent la charge moyenne manutentionnée sur les ports.

Les rendements des composants constitutifs des solutions de récupération d'énergie sont pris en compte, en particulier les rendements volumétriques et hydromécaniques des moteurs et pompes hydrauliques. Pour ce faire, le modèle développé par Rydberg [Rydberg, 2009] a été utilisé (voir annexe B).

En outre, lorsque les pompes ou moteurs variables sont à cylindrée nulle, ceux-ci génèrent une traînée non négligeable. Or, les différentes solutions présentées nécessitent l'ajout d'une ou plusieurs pompes ou moteurs montés en série sur l'arbre du moteur thermique. Le couple de frottement lié aux éléments de la pompe ou du moteur est pris en compte et dépend de la vitesse de rotation et de la haute pression sur le composant (voir figure 2.19 p.45).

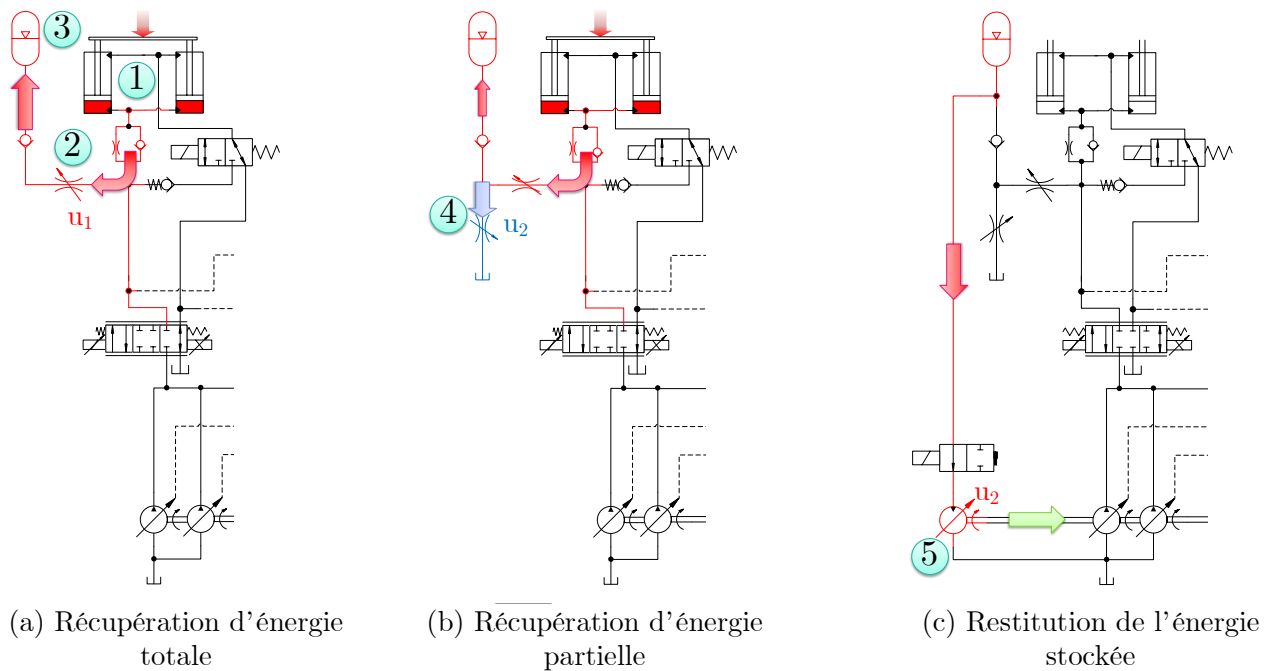


FIGURE 5.5 – Principe de fonctionnement de la solution de récupération d'énergie reposant sur l'utilisation d'orifices pilotés

5.3.2 Système de récupération sans transformateur

5.3.2.1 Présentation de la solution

La première architecture étudiée repose sur les travaux de Amrhein [Amrhein et Neumann, 2012] et Joo [Joo et Stangl, 2016], mais dans une version adaptée à notre cas d'étude. On dispose alors deux restrictions commandées en série à la sortie des vérins de relevage. L'accumulateur hydropneumatique est connecté ensuite entre ces deux orifices pour stocker l'énergie. Cette topologie est illustrée sur la figure 5.5 :

- **Figure 5.5(a)** : lors d'une phase de descente de flèche, le fluide hydraulique contenu dans les deux vérins de relevage ① est dirigé vers la valve proportionnelle ②. Celle-ci est commandée de manière à contrôler le débit sortant des vérins et donc la vitesse de descente de la flèche. Cette valve a pour rôle de dissiper une partie de l'énergie qui lui est apportée en produisant une différence de pression entre la charge et l'accumulateur. Le fluide est ensuite stocké dans l'accumulateur hydropneumatique ③. La puissance de récupération dépend donc de l'ouverture de la valve ② et de la différence de pressions aux bornes de celle-ci. Finalement, la pression initiale de l'accumulateur devra être inférieure à la pression dans les vérins sous peine de ne pas être en mesure de récupérer l'énergie.
- **Figure 5.5(b)** : lorsque la pression atteinte dans l'accumulateur engendre une différence de pressions aux bornes de la valve ② insuffisante pour maintenir le débit désiré par l'utilisateur, alors une seconde valve ④ est pilotée de manière à maintenir ce débit. Au regard de la figure 5.6, on s'aperçoit que la pression dans les grandes chambres des vérins de relevage croît lorsque l'angle de flèche diminue. De ce fait, même si la pression de l'accumulateur est trop élevée pour

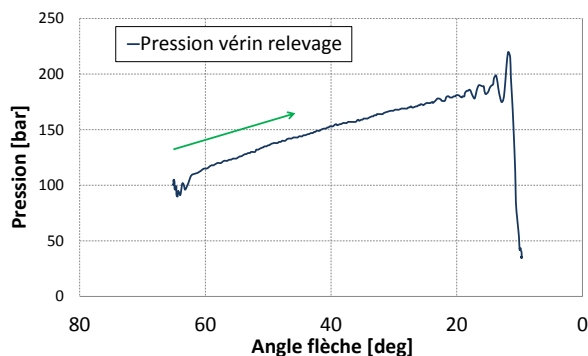


FIGURE 5.6 – Évolution de la pression grande chambre des vérins de relevage en fonction de l'angle de flèche

réaliser une récupération complète, il sera néanmoins possible de stocker une partie de l'énergie, au pire en fin de relevage, le reste étant dissipé par la valve ④.

- **Figure 5.5(c)** : l'énergie stockée peut alors être employée pour assister le moteur thermique lors de forts appels de puissance par l'intermédiaire d'un moteur hydraulique ⑤ à cylindrée variable. La stratégie de réinjection de l'énergie est un problème à part entière puisqu'il faut veiller à ce que le moteur thermique continue de fonctionner à un rendement optimal, or une assistance sur des phases inadéquates pourrait mener à un fonctionnement de celui-ci à faible charge.

La faible complexité de cette solution ainsi que le nombre restreint de composants nécessaires à sa mise en œuvre en font une architecture intéressante. L'intérêt sera toutefois porté sur la capacité du système à effectivement apporter un gain énergétique, étant donné que celui-ci est basé sur des composants intrinsèquement dissipatifs.

5.3.2.2 Commande du système de récupération d'énergie

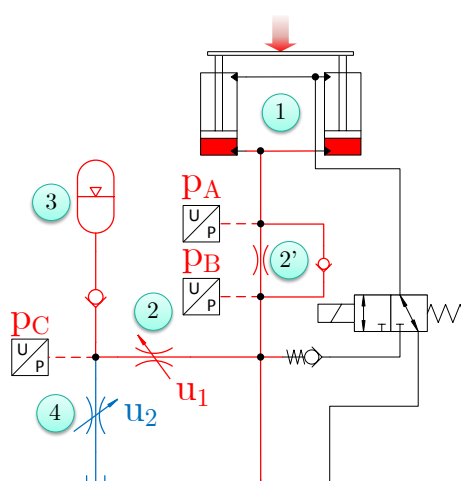


FIGURE 5.7 – Schéma détaillé de la solution de récupération d'énergie potentielle sans transformateur

Le contrôle de la vitesse de descente de la flèche est réalisé à partir de deux entrées de commande u_1 et u_2 pilotant chacune une restriction réglable (voir les détails sur la figure 5.7). Directement à la sortie

des vérins de relevage, on dispose d'une restriction non pilotée (2') dont on connaît les caractéristiques pression-débit :

$$Q_{2'} = K_{2'} \sqrt{p_A - p_B} \cdot \text{sign}(p_A - p_B) \quad (5.4)$$

où $Q_{2'}$ est le débit traversant l'orifice en $[m^3/s]$, $K_{2'}$ est le coefficient de débit de l'orifice en $[(m^3/s)/Pa^{1/2}]$, p_A et p_B sont les pressions amont et aval de l'orifice en $[Pa]$. À partir de la commande du joystick, on déduit un débit désiré Q_d traversant cet orifice, débit auquel correspond une différence de pressions Δp_d donnée par l'équation (5.4). L'orifice piloté (2) fonctionne ensuite comme un compensateur de pression puisqu'il est commandé de manière à maintenir la différence de pressions désirée aux bornes de l'orifice (2'). La figure 5.8 donne un schéma de principe de la commande u_1 .

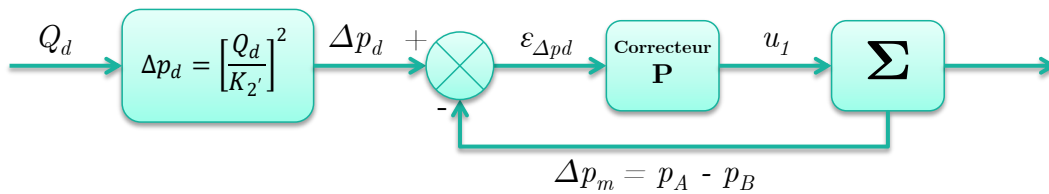


FIGURE 5.8 – Principe de commande de l'orifice (2)

Ainsi, au fur et à mesure de la descente de la flèche, la pression dans l'accumulateur augmente et la valve (2) s'ouvre de plus en plus. De la même manière que pour l'orifice (2'), il est possible de calculer la différence de pressions minimale nécessaire aux bornes de l'orifice commandé (2) permettant de maintenir le débit souhaité. Cette différence de pressions minimale est calculée pour une pleine ouverture de la valve. On a donc :

$$\Delta p_{2_{min}} = \left[\frac{Q_d}{K_2(u_1)} \right]^2 \text{ avec } u_1 = 1 \quad (5.5)$$

avec $\Delta p_{2_{min}}$ la différence de pressions minimale en $[Pa]$ à assurer, Q_d le débit désiré en $[m^3/s]$, et $K_2(u)$ ($u \in [0; 1]$) le coefficient de débit de la valve (2) en $[(m^3/s)/Pa^{1/2}]$. Lorsque la différence de pressions mesurée ($p_B - p_C$) se rapproche de $\Delta p_{2_{min}}$, la valve (4) s'ouvre et évacue le fluide de telle sorte que le débit désiré soit maintenu (voir figure 5.9).

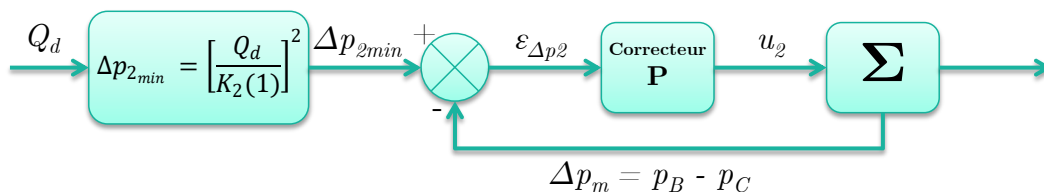


FIGURE 5.9 – Principe de commande de l'orifice (4)

5.3.2.3 Résultats de simulation

Le tableau 5.2 présente le choix des composants de la solution de récupération sans transformateur. Le volume de l'accumulateur calculé théoriquement pour une récupération optimale totale s'élève à environ 500 L. Ce volume étant largement disproportionné au regard de l'espace disponible sur la

TABLEAU 5.2 – Dimensionnement des composants de la solution de récupération sans transformateur

Composant	Caractéristique
Orifice (2')	Débit 410 L/min à $\Delta p = 10$ bar
Valve (2)	Débit 450 L/min à $\Delta p = 5$ bar et $u_1 = 1$
Accumulateur (3)	Volume $V = 160$ L Pression gonflage $p_0 = 47$ bar Pression minimum $p_1 = 53$ bar Pression maximum $p_2 = 188$ bar
Valve (4)	Débit 400 L/min à $\Delta p = 5$ bar et $u_2 = 1$
Moteur (5)	Cylindrée $V_{e_{m5}} = 100$ cc

machine, un volume d'accumulateur de 160 L a été sélectionné dans la mesure où il correspond à l'espace maximum que l'on peut lui allouer. Le moteur hydraulique (5) de restitution possède une cylindrée de 100cc, ce qui permet de vider l'accumulateur suffisamment rapidement avant qu'une nouvelle descente de flèche ne survienne, tout en offrant un couple d'assistance moyennement élevé, maintenant par conséquent le moteur thermique à un point de fonctionnement à rendement élevé.

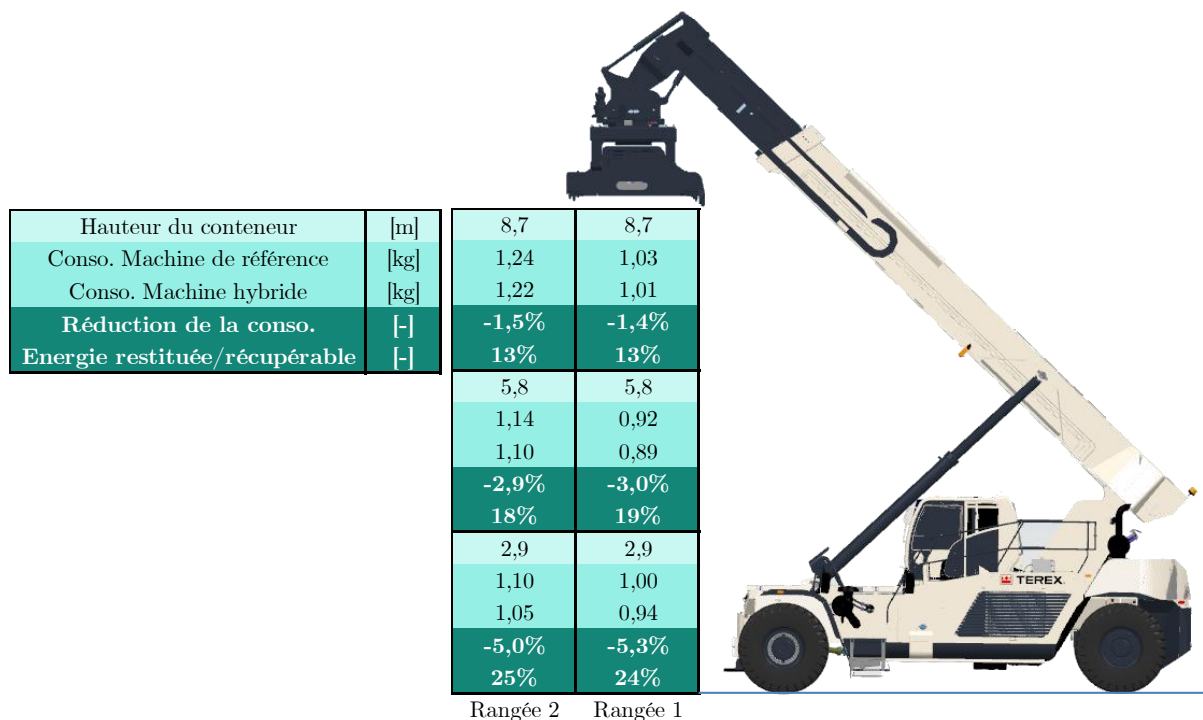


FIGURE 5.10 – Gain de consommation et performances du système de récupération d'énergie sans transformateur (Cas du conteneur de 25 t)

La figure 5.10 présente les gains de consommation ainsi que le rapport entre l'énergie potentielle

récupérable et l'énergie qui a effectivement été récupérée puis réutilisée. La machine de référence employée pour le calcul de la réduction de la consommation dispose des deux améliorations proposées dans la section 5.2, à savoir une cylindrée de pompe installée $V_e = 335 \text{ cc}$ et la commande du régime moteur associée, ainsi qu'un LU intégré au convertisseur de couple. On peut tout d'abord voir que les gains de consommation sont dépendants du cycle et particulièrement de la position du conteneur à manutentionner. Les gains les plus significatifs sont pour des conteneurs en position basse, résultat intéressant étant donné que la majorité des conteneurs manutentionnés se situe en première ou deuxième hauteur. Toutefois, ces gains s'élèvent au maximum à 5,3% ce qui est relativement faible. On l'explique principalement par la faible quantité d'énergie potentielle que le système est capable de stocker puis de réintroduire (1/4 au maximum). Ceci est principalement dû au sous-dimensionnement de l'accumulateur.

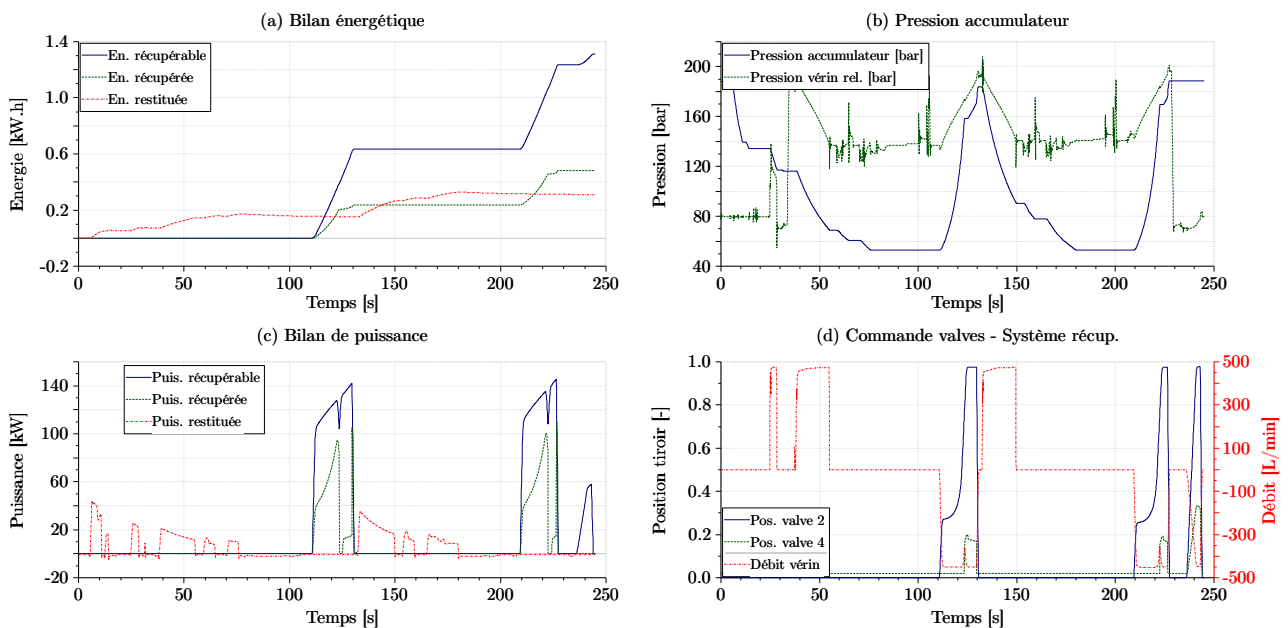


FIGURE 5.11 – Analyse des performances de la solution de récupération sans transformateur (cas du conteneur de 25 t en 1^{ère} rangée et 1^{ère} hauteur)

La figure 5.11 présente les performances énergétiques du système de récupération. On peut voir sur la figure 5.11(c) que la puissance de récupération sur les phases de descente de flèche (débits négatifs sur la figure 5.11(d)) est largement inférieure à la puissance récupérable. En particulier, lorsque la valve ② parvient à la pleine ouverture, la valve ④ dissipe la majeure partie de l'énergie récupérable. Ces deux phases distinctes sont par ailleurs observables sur l'évolution de la pression de l'accumulateur (figure 5.11(b)) : tant que la différence de pressions entre l'actionneur et l'accumulateur est élevée, une part importante de l'énergie peut être récupérée puisque l'ensemble du débit sortant des vérins charge l'accumulateur. Lorsque cette différence de pressions devient insuffisante, ce débit est évacué par la valve ④.

Étant donné que le cycle se termine par une descente de flèche et donc une récupération d'énergie, l'accumulateur se trouve à un état chargé en fin de simulation. De plus, les simulations ont été effectuées avec un niveau de charge de l'accumulateur égal aux instants initial et final, ce qui explique la présence de phases de réutilisation de l'énergie préalablement à la récupération. Sur la figure 5.11(c),

on remarque qu'en dehors des phases de réinjection de l'énergie, la puissance du moteur hydraulique est négative, bien que de faible amplitude. Celui-ci étant entraîné en permanence par le moteur thermique, la traînée qu'il génère à cylindrée nulle provoque une surconsommation de carburant.

En conclusion, la simplicité de cette première topologie en fait une solution peu complexe et peu coûteuse. Néanmoins, elle offre une capacité de récupération d'énergie relativement faible due à l'impossibilité d'adapter la pression de l'accumulateur à la pression de l'actionneur. La solution proposée dans la section suivante reposant sur un transformateur hydraulique a pour but de pallier cet inconvénient.

5.3.3 Système avec transformateur couplé au moteur thermique

5.3.3.1 Présentation de la solution

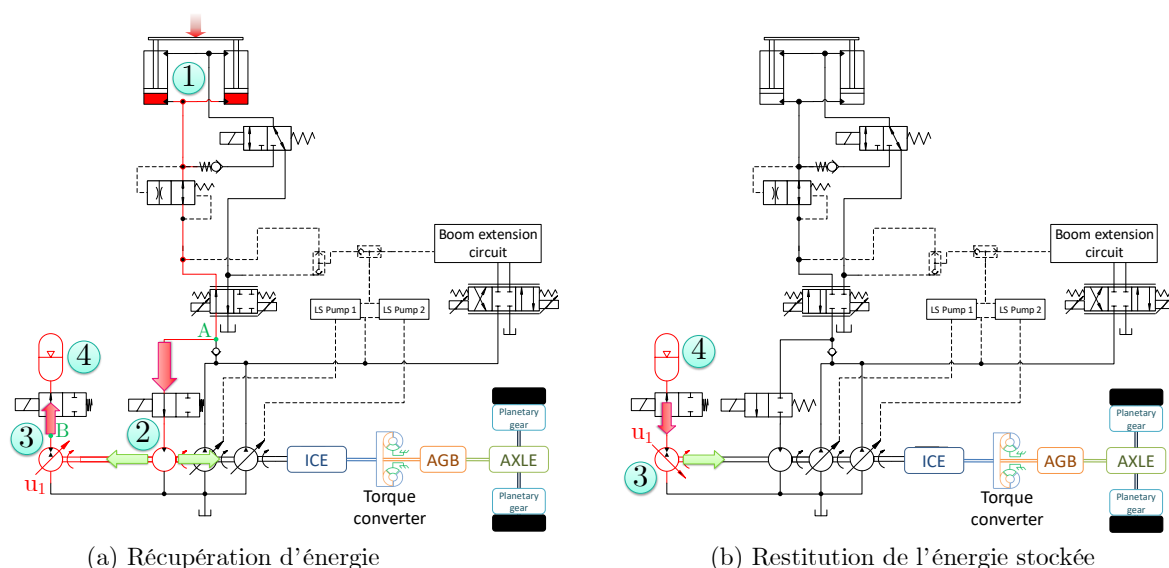


FIGURE 5.12 – Principe de fonctionnement de la solution de récupération d'énergie reposant sur l'utilisation d'un transformateur

La seconde architecture à laquelle nous nous intéressons tente de compenser certains inconvénients identifiés sur la solution reposant sur des orifices commandés. En effet, l'utilisation d'un transformateur hydraulique prenant la forme d'un système {moteur + pompe} permet de convertir la puissance donnée par le couple (p_A, Q_A) au niveau des vérins de relevage en une puissance au point B (voir figure 5.12) dont les variables d'effort et de flux sont (p_B, Q_B) , avec $p_A Q_A = p_B Q_B$. Ainsi, lorsque la pression p_A imposée par l'actionneur est inférieure à la pression dans l'accumulateur p_B , le transformateur permet tout de même de récupérer théoriquement l'ensemble de l'énergie grâce à la cylindrée variable du moteur et/ou de la pompe. L'architecture envisagée, présentée sur la figure 5.12, consiste tout d'abord en un moteur hydraulique ② à cylindrée fixe connecté à l'arbre du moteur thermique. Il est alimenté directement par les vérins de relevage. Ensuite, une pompe à cylindrée variable ③ est installée elle aussi sur l'arbre moteur. Celle-ci est connectée à un accumulateur hydropneumatique et permet le stockage et la restitution de l'énergie potentielle. Le fonctionnement du système est le suivant :

- **Figure 5.12(a)** : en phase de descente de flèche, le fluide provenant des vérins de relevage ①

est dirigé vers le moteur de récupération ②. La cylindrée fixe de celui-ci impose que le débit sortant des vérins soit proportionnel à la vitesse de rotation du moteur hydraulique, et donc, du moteur thermique. Le couple produit par ce moteur hydraulique est ensuite transmis à plusieurs éléments :

1. Il entraîne tout d'abord l'ensemble des auxiliaires, à savoir les différentes pompes (refroidissement, frein, circulation fluide, etc.), mais aussi l'alternateur par exemple.
 2. Le moteur thermique est lui aussi entraîné, y compris lorsqu'aucune demande de puissance n'est enregistrée. Il dissipe alors une partie de l'énergie potentielle du fait de sa traînée (frein moteur). Dans la mesure où ce frein moteur diminue à basse vitesse, il peut être intéressant de dimensionner le moteur ② de manière à réaliser la récupération d'énergie à bas régime, ce qui implique par conséquent une cylindrée élevée.
 3. Les pompes hydrauliques principales peuvent par ailleurs réinjecter instantanément l'énergie potentielle lorsqu'un autre mouvement est demandé simultanément (télescopage, mouvement spreader, direction). Toutefois, lorsque ce n'est pas le cas, une partie de l'énergie potentielle est tout de même dissipée par la traînée des pompes à cylindrée nulle.
 4. L'énergie restante est finalement stockée par l'intermédiaire de la pompe de récupération ③. Sa cylindrée est commandée de manière à maintenir la vitesse de rotation désirée. Le dimensionnement de cette unité est bien inférieur au moteur ② étant donné que le couple d'entrée représente le couple du moteur hydraulique auquel a été retranché l'ensemble des couples liés aux éléments cités précédemment (en régime stationnaire).
- **Figure 5.12(b)** : l'énergie stockée par l'accumulateur est ensuite réutilisée dans le but d'assister le moteur thermique lors d'appels de puissance importants. La cylindrée de la pompe ③ est alors inversée de manière à ce qu'elle fonctionne en moteur. L'assistance pourra être réalisée aussi bien sur une translation que pour entraîner les pompes hydrauliques.

Remarque : le moteur ② est supposé tout de même pouvoir se positionner à cylindrée nulle en dehors des phases de récupération, celui-ci fonctionne donc en tout (pleine cylindrée) ou rien (cylindrée nulle).

5.3.3.2 Commande du système de récupération d'énergie

Le débit de descente désiré est tout d'abord calculé à partir de la position du joystick. La solution de récupération d'énergie doit ensuite assurer que la vitesse demandée soit respectée. La pompe de récupération est donc commandée de manière à réguler la vitesse de rotation de l'arbre moteur.

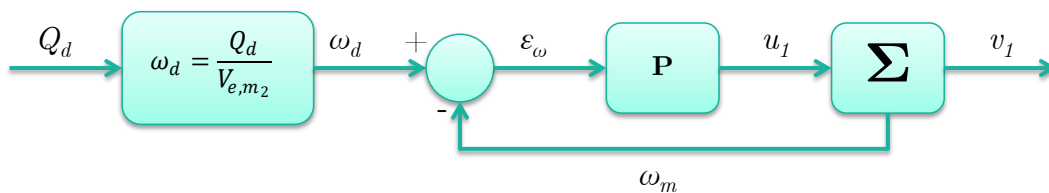


FIGURE 5.13 – Principe de commande la pompe de récupération ②

Dans le cas où le couple résistant exercé par le moteur thermique ainsi que les auxiliaires est plus important que le couple fourni par le moteur hydraulique, le régime du moteur thermique chute jusqu'à

son régime de ralenti à 750 tr/min (reprise de l'injection de carburant). Or, ce régime s'avère inférieur à celui nécessaire pour atteindre la pleine vitesse de descente de la flèche. Il est alors indispensable de maintenir le moteur thermique à une certaine vitesse de rotation de manière à garantir la vitesse de descente de flèche désirée. Cette solution semble aller à l'encontre de l'objectif puisque le moteur thermique devra alors fournir de l'énergie pour permettre la descente de la flèche. Néanmoins, le couple à fournir par le moteur thermique sera automatiquement inférieur à celui qu'il aurait dû fournir sur une topologie sans système de récupération, étant donné que les auxiliaires doivent toujours être entraînés (bien qu'à plus basse vitesse).

5.3.3.3 Résultats de simulation

Le tableau 5.3 donne les principales caractéristiques du système de récupération. La cylindrée élevée du moteur ② permet une récupération à bas régime pour minimiser les couples résistants parasites tout en produisant un couple élevé de manière à favoriser le stockage et la réutilisation directe de l'énergie par les auxiliaires. La pompe/moteur ③ est quant à elle dimensionnée pour offrir le couple résistant nécessaire afin de maximiser le stockage pour une descente de conteneur de 25t. Si la charge s'avère supérieure, alors le distributeur proportionnel se referme et évite les survitesses.

TABLEAU 5.3 – Dimensionnement des composants de la solution de récupération avec transformateur couplé au moteur thermique

Composant	Caractéristique
Moteur ②	Cylindrée $V_{e_{m2}} = 355$ cc
Pompe/moteur ③	Cylindrée $V_{e_{pm3}} = 145$ cc
Accumulateur ④	Volume $V = 160$ L Pression gonflage $p_0 = 100$ bar Pression minimum $p_1 = 111$ bar Pression maximum $p_2 = 330$ bar

Les résultats des simulations effectuées pour l'évaluation des performances énergétiques de la solution sont présentés sur la figure 5.14. Les gains de consommation sont globalement meilleurs que pour la solution précédente, notamment grâce à une part plus importante d'énergie récupérée. On notera que le taux de récupération prend en compte l'énergie stockée puis réutilisée ainsi que l'énergie directement employée par les auxiliaires. Les taux de récupération plus élevés entraînent une baisse de la consommation de carburant significative, en particulier pour les cycles dont les conteneurs sont positionnés en première hauteur. Les gains sont en revanche beaucoup plus faibles pour les autres cycles étant donné que l'énergie récupérable est moindre. En effet, l'énergie potentielle libérée par la descente de la charge est plus importante sur des cycles où le conteneur est déposé au sol en comparaison d'une dépose en deuxième ou troisième hauteur.

Le taux d'énergie potentielle effectivement réutilisée, bien que plus élevé que sur la solution précédente, ne dépasse tout de même pas les 38%. Ceci résulte de plusieurs facteurs (voir figures 5.15 et

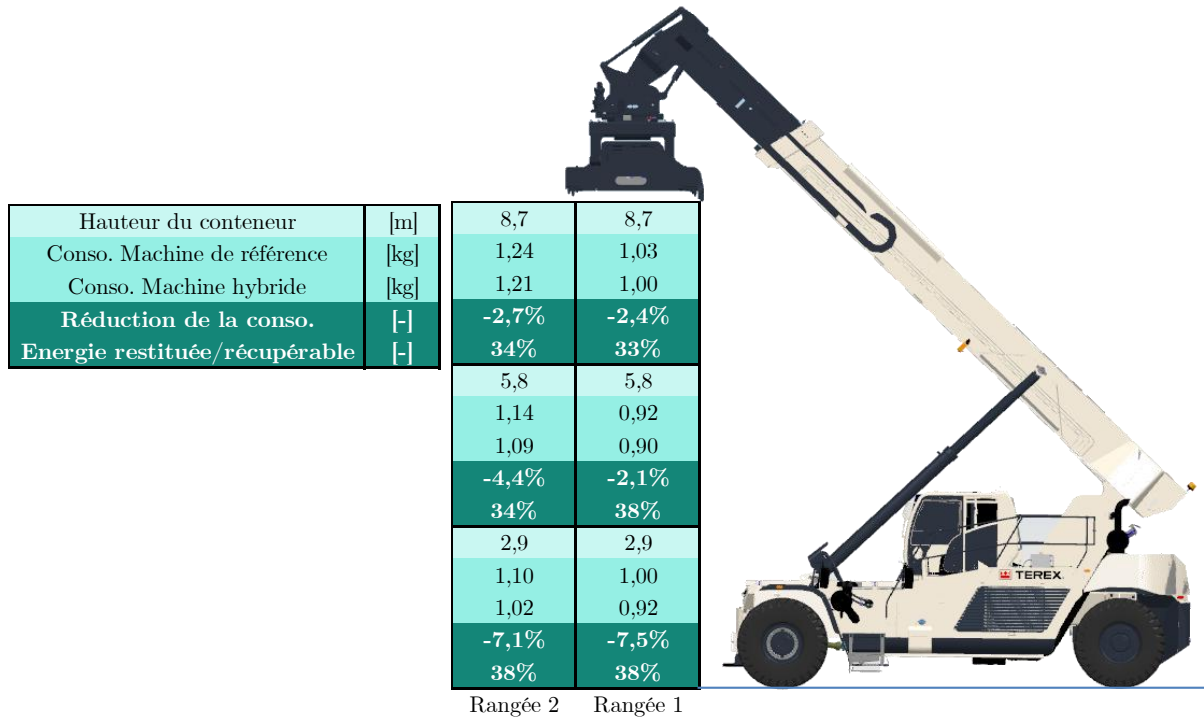


FIGURE 5.14 – Gain de consommation et performances du système de récupération d'énergie avec transformateur couplé au moteur thermique

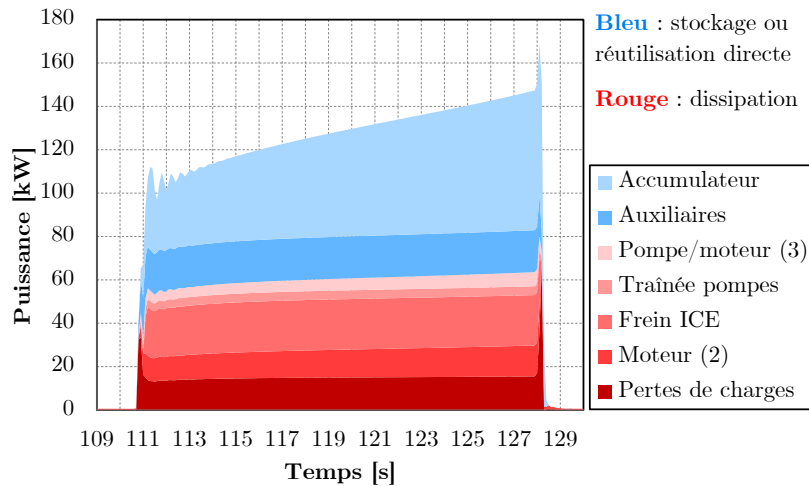


FIGURE 5.15 – Répartition de la puissance fournie par le vérin hydraulique lors d'une descente de flèche avec une charge de 25t

5.16). Outre les pertes de charges et le rendement propre du moteur de récupération ② réduisant de plus de 20% l'énergie pouvant être récupérée, on peut voir que le moteur thermique dissipe à lui seul 17,7% de l'énergie récupérable. Les auxiliaires réutilisent directement près de 16% de l'énergie, et le reste est stocké dans l'accumulateur. On notera enfin que le calcul de l'énergie restituée sur la figure 5.14 prend en compte le rendement de la pompe/moteur ③ sur les phases d'assistance du moteur thermique, ainsi que la traînée de celle-ci à cylindrée nulle. Malgré l'avantage de pouvoir restituer l'énergie

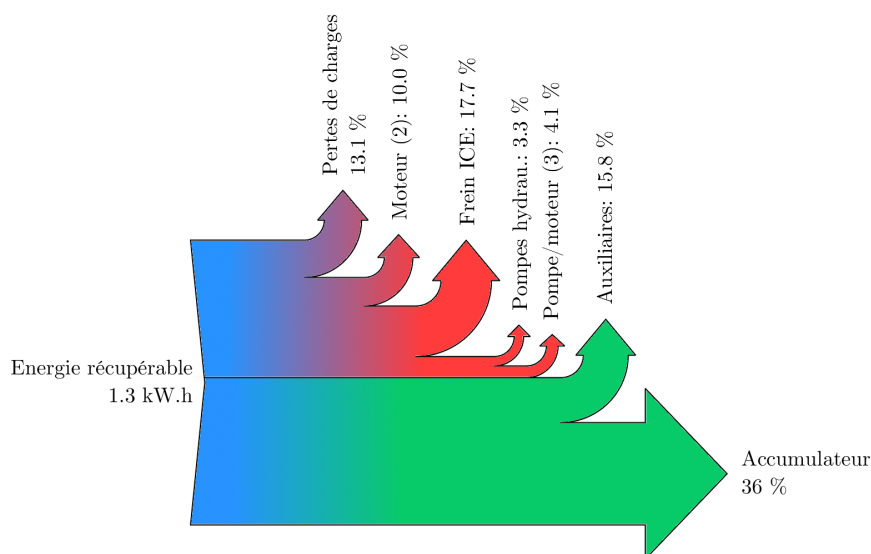


FIGURE 5.16 – Répartition de l'énergie fournie par le vérin hydraulique lors d'une descente de flèche avec une charge de 25t (en vert : stockage ou réutilisation directe, en rouge : dissipation)

directement en cas de mouvement combiné à la descente de flèche, l'entraînement de l'ensemble de l'arbre moteur génère des pertes énergétiques élevées, réduisant par conséquent l'intérêt de ce système de récupération. De plus, cette topologie manque de flexibilité puisque l'on a un couplage entre la vitesse de descente de la flèche et le régime du moteur thermique. Cet inconvénient a pour conséquence l'utilisation d'un moteur hydraulique de 355 cc. Au delà du coût d'un tel composant, celui-ci produit également un couple de traînée en dehors des phases de récupération qui augmente la consommation de carburant. Ainsi, un découplage du système de récupération et de l'arbre du moteur thermique pourrait permettre d'améliorer la capacité de récupération et donc le bilan énergétique global. Cette solution est présentée dans le paragraphe suivant.

5.3.4 Système avec transformateur indépendant

5.3.4.1 Présentation de la solution

La dernière topologie évaluée s'apparente à celle présentée dans la section précédente étant donné qu'elle emploie également un transformateur. Néanmoins, on peut voir sur la figure 5.17 que celui-ci est positionné directement sur la ligne hydraulique du relevage. En effet, le moteur à cylindrée fixe ② est inséré entre les vérins ① et le distributeur proportionnel ④. Il entraîne la pompe à cylindrée variable ③ qui charge un accumulateur hydropneumatique ⑤.

On distingue deux situations possibles lors de la récupération et une phase de restitution de l'énergie :

- **Figure 5.17(a)** : lors d'une phase de descente de flèche, le fluide sous pression provenant des vérins entraîne le moteur hydraulique. Si le niveau de charge de l'accumulateur ⑤ est en dessous de son niveau maximum, alors la cylindrée de la pompe hydraulique est commandée pour que l'accumulateur se charge. Dans le cas où le couple résistant fourni par la pompe ③ n'est pas suffisant pour maintenir le débit désiré, alors la valve ④ se referme de manière à créer une

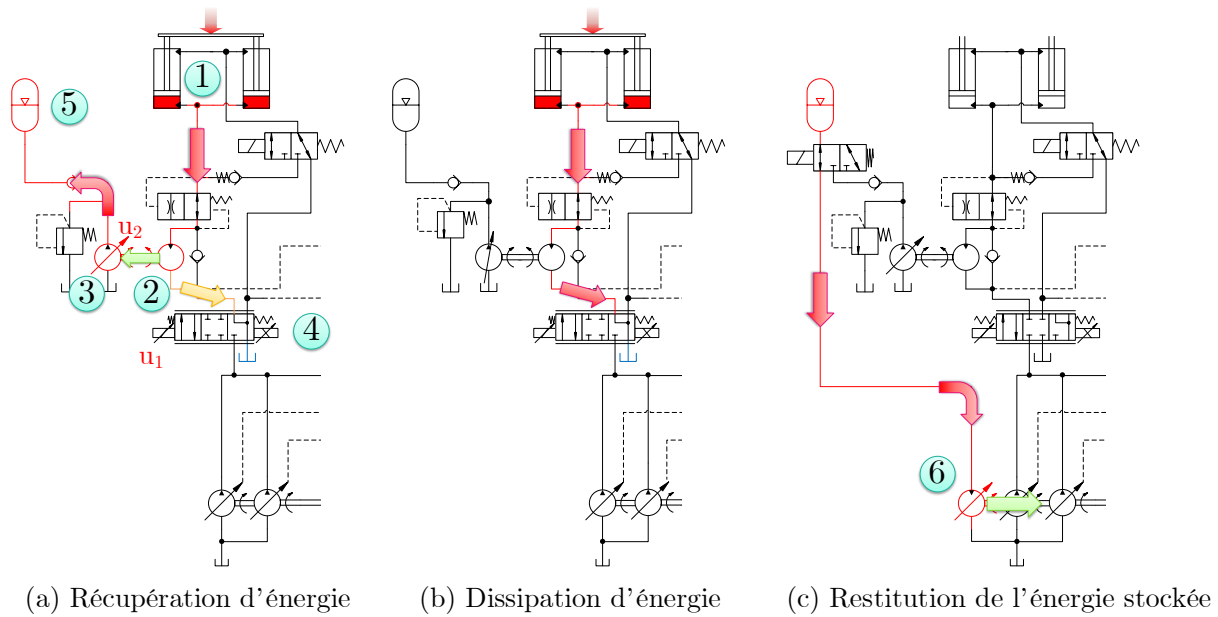


FIGURE 5.17 – Principe de fonctionnement de la solution de récupération d'énergie reposant sur l'utilisation d'un transformateur indépendant

contre-pression en aval du moteur ②, réduisant par conséquent la différence de pressions en ses bornes et donc le couple d'entraînement.

- **Figure 5.17(b)** : si l'accumulateur ⑤ atteint sa pression maximale, la pompe ③ est positionnée à cylindrée nulle dans le but de stopper la récupération d'énergie. Dans un même temps, la valve ④ se referme davantage et dissipe l'ensemble de l'énergie potentielle.
- **Figure 5.17(c)** : finalement, comme dans les deux premières solutions envisagées, un moteur de restitution ⑥ est ajouté sur l'arbre du moteur thermique. L'accumulateur ⑤ se décharge alors grâce à cette nouvelle unité dont la puissance fournie assiste le moteur diesel.

Remarque : contrairement à la topologie précédente, le système de récupération est indépendant de l'arbre du moteur thermique, ce qui signifie que sa vitesse de rotation peut être sensiblement plus élevée. De ce fait, les cylindrées du moteur et de la pompe peuvent être réduites tout en assurant de meilleures performances puisqu'aucun couple parasite ne vient perturber la récupération d'énergie.

5.3.4.2 Résultats de simulation

La commande de ce système de récupération d'énergie nécessitant une étude approfondie, nous nous focalisons dans ce chapitre uniquement sur les résultats de simulation. Dans le chapitre suivant, nous reviendrons plus longuement sur la commande ainsi que son implémentation sur un banc d'essai.

Les caractéristiques des composants du système de récupération considérés ici sont détaillées dans le tableau 5.4. La cylindrée du moteur ② est dimensionnée de manière à assurer le débit maximum sans provoquer de survitesse sur la pompe ③ (limitée à 2500 tr/min). Dans un même temps, cette pompe doit offrir un couple résistant suffisant pour maximiser la récupération d'énergie. Les résultats de simulation présentés sur la figure 5.18 montrent des performances énergétiques plus élevées que pour les deux premières topologies. Le meilleur cycle propose en effet un gain de consommation de près de 10%. Néanmoins, il est moins intéressant pour des conteneurs situés en 3^{ème} hauteur.

TABLEAU 5.4 – Dimensionnement des composants de la solution de récupération avec transformateur indépendant

Composant	Caractéristique
Moteur ②	Cylindrée $V_{e_{m2}} = 200$ cc
Pompe ③	Cylindrée $V_{e_{pm3}} = 190$ cc
Accumulateur ⑤	Volume $V = 160$ L Pression gonflage $p_0 = 83$ bar Pression minimum $p_1 = 91$ bar Pression maximum $p_2 = 330$ bar
Moteur ⑥	Cylindrée $V_{e_{m2}} = 100$ cc

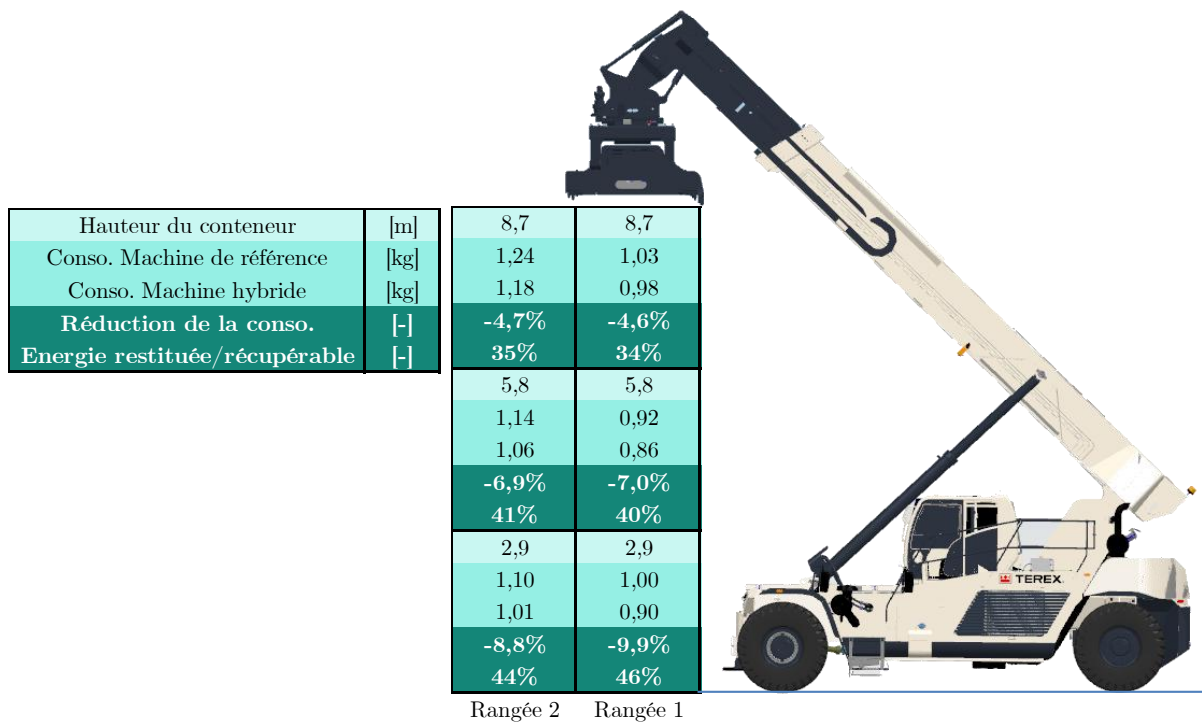


FIGURE 5.18 – Gain de consommation et performances du système de récupération d'énergie avec transformateur indépendant

Le rapport entre l'énergie récupérable et l'énergie restituée est lui aussi plus favorable en comparaison de l'architecture avec transformateur couplé au moteur thermique. Toutefois, le gain de consommation provient aussi du nombre de pompes et moteurs montés sur l'arbre du moteur thermique. En effet, sur la solution précédente étaient couplés un moteur de 355cc et une pompe de 145cc en plus des pompes classiques. Or, cette dernière solution n'introduit qu'un moteur supplémentaire de 100cc, ce qui réduit largement la traînée à cylindrée nulle.

La figure 5.19 présente la répartition de la puissance fournie par les vérins de relevage lors d'une

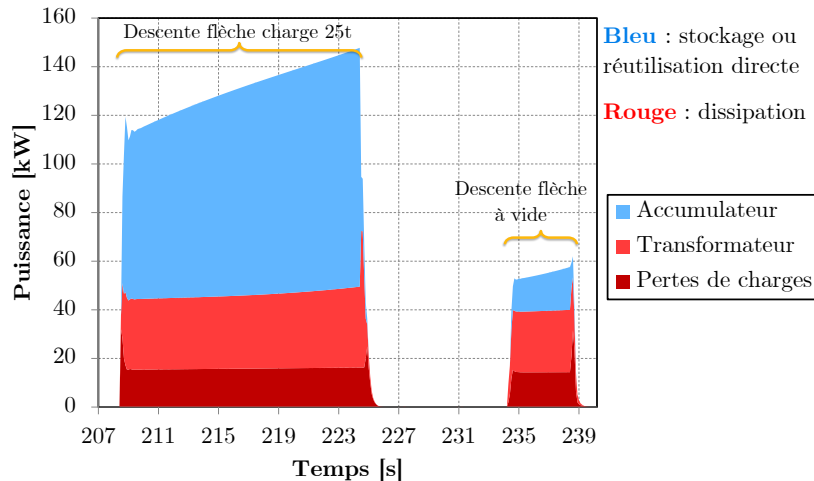


FIGURE 5.19 – Répartition de la puissance fournie par les vérins de relevage lors d'une descente de flèche

descente de flèche avec une charge de 25t, puis une seconde descente à vide. Sur la première phase, on remarque que la puissance de dissipation est quasiment constante. D'une part, les pertes de charges dépendent du débit or celui-ci est constant, et d'autre part, les pertes liées aux rendements du moteur ② et de la pompe ③ diminuent au fur et à mesure de la descente. En effet, la pression dans les vérins de relevage augmente comme nous l'avons vu sur la figure 5.6, ce qui engendre un couple résistant à fournir plus élevé pour la pompe et par conséquent sa cylindrée augmente. Dans la mesure où le rendement de cette pompe est fortement dépendant de la position du plateau, l'efficacité globale du transformateur s'améliore.

De plus, alors que l'énergie potentielle lors d'une descente à vide ne pouvait pas être récupérée avec les deux premières solutions², cette dernière architecture permet quant à elle une récupération d'énergie bien que le taux de récupération soit faible. En effet, on observe que 40kW sont dissipés pour seulement 15 à 20kW récupérés.

5.3.5 Choix d'une solution de récupération d'énergie potentielle

En conclusion, cette dernière solution offre le meilleur compromis en termes de performances de récupération d'énergie et de gain de consommation. Le nombre de composants supplémentaires en comparaison des autres architectures est toutefois important en raison de la présence du transformateur indépendant et du moteur visant à restituer l'énergie stockée. Néanmoins, la cylindrée très élevée du moteur de récupération sur la seconde solution (355 cc) et le faible taux de récupération de la première conduisent à préférer cette troisième architecture. En outre, nous verrons dans le chapitre suivant que la commande combinée du distributeur et du transformateur impacte peu la dynamique grâce notamment à l'absence de couples résiduels pouvant perturber le système.

2. La totalité de cette énergie était dissipée, ou bien la pression dans l'accumulateur était trop élevée.

5.4 Évolution de la chaîne de transmission

Le reach stacker possède deux systèmes d'actionnements principaux, le premier dédié aux équipements et le second à la translation. Nous nous intéressons maintenant au second afin de définir les solutions menant à une réduction de la consommation de carburant. Dans un premier temps, nous comparerons deux transmissions hydrostatiques à la transmission mécanique classique, puis dans un second temps, une solution de récupération d'énergie sera implémentée sur l'architecture la plus prometteuse. Nous évaluerons ainsi en simulation la topologie offrant le meilleur compromis entre performances dynamiques, efficacité énergétique et coût de la solution.

5.4.1 Architectures étudiées

Comme présentés de manière détaillée dans le chapitre 2 (p. 40), deux types de transmissions hydrostatiques sont à l'étude : la première dispose de moteurs logés directement dans les roues, et la seconde est munie d'un unique moteur positionné en amont d'un différentiel.

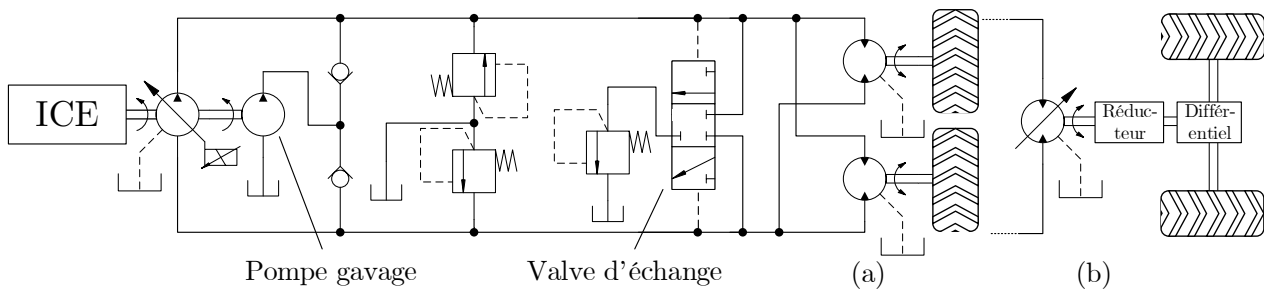


FIGURE 5.20 – Transmission hydrostatique (HST) avec moteurs-roues (a) et moteur rapide (b)

On rappelle simplement les topologies sur la figure 5.20, en notant que les moteurs-roues possèdent deux cylindrées discrètes, la haute cylindrée à basse vitesse, et inversement. Le moteur de la figure (b) est quant à lui à cylindrée continûment variable.

Le détail des phases de dimensionnement des composants n'est pas explicité ici, aussi nous proposons sur les tableaux 5.5 et 5.6 les principales données utilisées pour le dimensionnement, ainsi que les caractéristiques choisies pour les composants majeurs.

Pour la HST avec moteur rapide, il est nécessaire de commander les cylindrées de la pompe et du moteur. Pour ce faire, nous avons employé des techniques de commande classiques : la cylindrée du moteur est pilotée de manière à maintenir une pression prédéterminée sur la ligne HP (haute pression), et la cylindrée de la pompe dépend de la position de la pédale d'accélération et du régime du moteur thermique. Le choix de la pression à maintenir dans le circuit peut mener à des variations non négligeables sur l'efficacité énergétique de la transmission. Ainsi, sans appliquer d'algorithme d'optimisation, mais simplement en déterminant cette pression cible de manière adéquate, on parvient à une efficacité supérieure à la solution originale qui consiste en une pression fixe (typiquement 300 bar). Bien que nous ayons vu au chapitre 2 que certaines techniques de commande permettent une augmentation de l'ordre de 10% de l'efficacité des HST, cette règle simple semble suffisante dans une première approche. Ce point devra néanmoins être pris en compte lors de la comparaison des performances énergétiques avec la transmission mécanique classique.

TABLEAU 5.5 – Spécifications principales du cahier des charges pour le dimensionnement des HST

Caractéristique	Valeur	Unité
Vitesse max. véhicule à vide	25	km/h
Vitesse max. véhicule en charge	20	km/h
Pression max. circuit hyd.	420	bar
Régime moteur th. nominal	1500	tr/min
Régime moteur th. max.	1800	tr/min
Rayon de roulage (pneu)	0,77	m
Effort de traction démarrage	100	kN
Masse véhicule à vide	77 000	kg
Masse conteneur max.	45 000	kg

TABLEAU 5.6 – Dimensionnement des principaux éléments des HST

Élément	HST moteurs-roues (a)	HST moteur rapide (b)	Unité
Rap. réduction moteur th./pompe hyd.	1,5	1,2	-
Cylindrée pompe hyd.	260	176	cc
Cylindrée moteur hyd.	2× 6679	265	cc
Rap. réduction total sortie moteur hyd.	-	50	-

5.4.2 Comparatif énergétique des topologies

Bien que le profil de mission présenté précédemment représente une utilisation moyenne du reach stacker, il est cependant possible de comparer les architectures dans des conditions particulières afin d'approfondir l'analyse. C'est pourquoi des simulations ont été réalisées à des vitesses de translation stabilisées. Les tendances observées étant similaires selon le cas de charge, ne seront présentés que les résultats de simulations réalisées à vide.

La figure 5.21 présente la consommation de carburant selon la vitesse du véhicule et la transmission considérée. Cette consommation dépend du rendement du moteur thermique et de celui de la transmission. On peut voir qu'à basse vitesse (4-6 km/h) les consommations sont similaires, quelle que soit la CdT (Chaîne de Transmission) considérée. À partir de 8 km/h, la transmission mécanique permet une consommation de carburant moindre par rapport aux HST. Cet écart de consommation s'explique sur la figure 5.22 : à basse vitesse, le LU (Lock-Up clutch) est désengagé et le convertisseur de couple transmet toute l'énergie (au rendement près) du moteur vers la boîte de vitesses, on observe alors un rendement global de la transmission de 60% à 65%. Les pompes des HST fonctionnent quant à elles à faible cylindrée ce qui génère des pertes élevées. Malgré la plus grande souplesse de la HST à moteur rapide, on peut voir que son efficacité reste inférieure à la HST à moteurs-roues. La présence d'un différentiel et d'un rapport de réduction élevé engendre en effet des dissipations d'énergie importantes

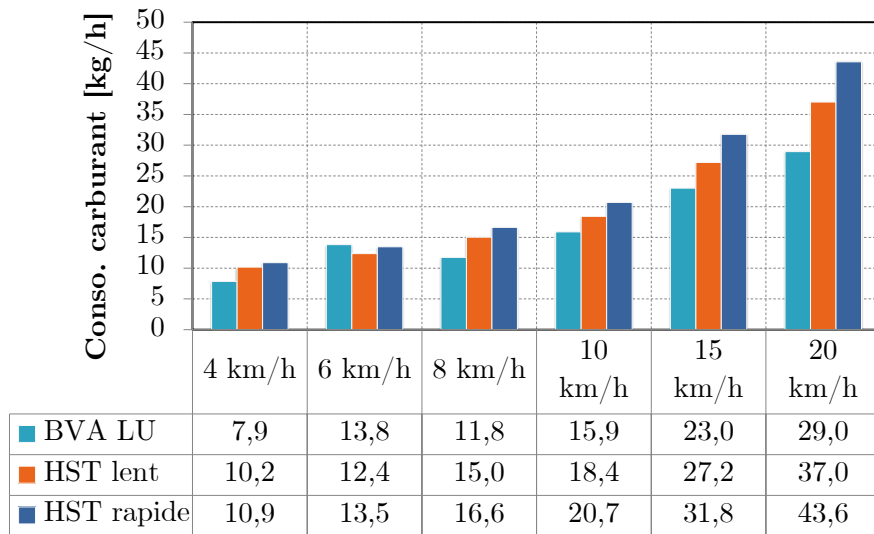


FIGURE 5.21 – Analyse de la consommation de carburant selon la transmission sur des vitesses stabilisées (déplacement à vide) - BVA : Boîte de Vitesses Automatique, HST : Transmission HydroStatique

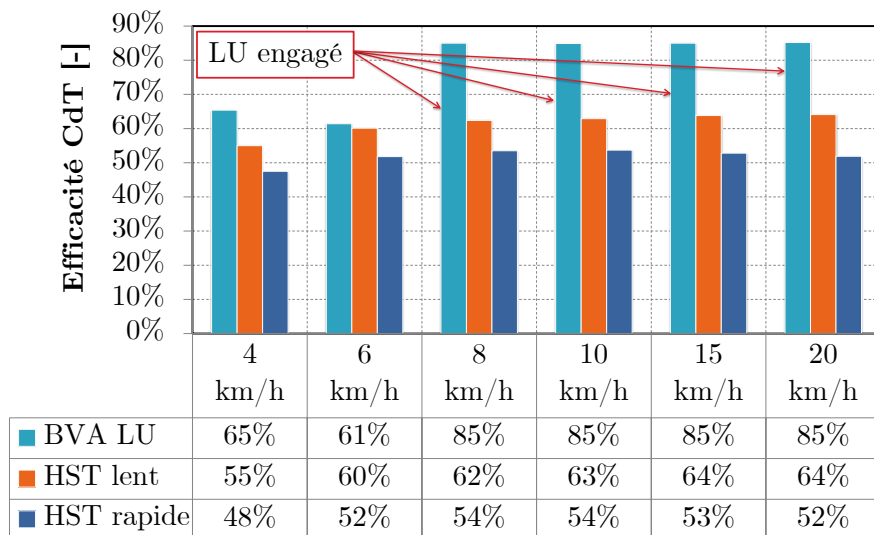


FIGURE 5.22 – Analyse de l'efficacité énergétique des différentes transmissions sur des vitesses stabilisées (déplacement à vide)

dont la première topologie s'affranchit.

L'engagement du LU permet, comme nous l'avons vu précédemment, d'accroître l'efficacité de la transmission, mais aussi d'améliorer le point de fonctionnement du moteur thermique. Bien que les HST bénéficient du découplage entre le régime moteur et la vitesse du véhicule, cet avantage ne permet pas de compenser la faible efficacité énergétique³ de ces transmissions.

Cette comparaison sur des phases stabilisées donne une première tendance, mais les performances sur des régimes transitoires doivent également être analysées. Pour ce faire, on emploie de nouveau le profil de mission donné en figure 5.4. On se focalise en particulier sur une phase courte d'accélération

3. L'efficacité énergétique représente ici le rapport entre l'énergie fournie par la transmission et celle qui lui est apportée.

reproduisant une marche arrière visant à dégager le véhicule d'une pile de conteneurs, puis une phase de translation plus longue. La figure 5.23 (a) montre l'évolution de la vitesse du véhicule selon la configuration de la CdT. La BVA mécanique offre des performances légèrement inférieures aux HST en phase d'accélération franche : d'une part, les changements de rapport nécessitent des interruptions de la transmission de couple, et d'autre part, l'engagement du LU réduit le régime du moteur thermique et éloigne celui-ci de sa puissance maximale. Tout comme à vitesse constante, on peut voir sur la figure 5.23 (c) qu'à basse vitesse l'efficacité énergétique des trois CdT est similaire, en atteste la consommation de carburant correspondante sur la figure 5.23 (b). Lorsque la vitesse du véhicule est suffisamment élevée, le LU s'engage et l'efficacité de la transmission mécanique atteint alors 85%.

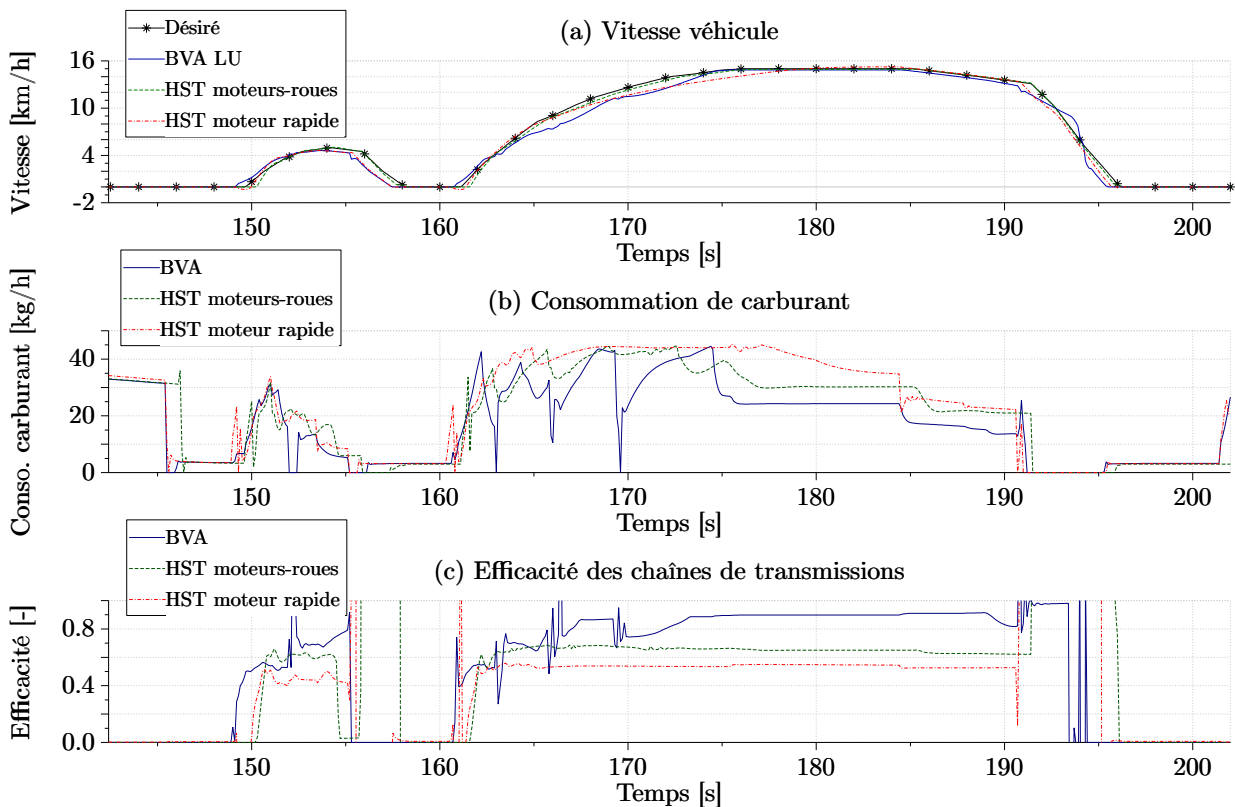


FIGURE 5.23 – Analyse de l'efficacité énergétique des différentes transmissions sur un cycle type d'utilisation (charge 25t)

L'atout majeur d'une HST réside dans la possibilité de faire fonctionner le moteur thermique à son meilleur rendement. Sur la figure 5.24, on remarque en effet qu'une part importante des points de fonctionnement se situe sur une zone à haut rendement. Concernant la CdT munie d'une BVA, on observe une zone autour de 1800 tr/min qui coïncide avec les translations à basse vitesse, lorsque le LU n'est pas engagé. Le reste du temps, on distingue une grande similitude des zones de fonctionnement des trois topologies.

En somme, les transmissions hydrostatiques offrent de nombreux avantages comme une commandabilité accrue grâce à la continuité du couple transmis, et donc un confort de conduite supérieur. Le découplage mécanique du moteur thermique et des roues permet un fonctionnement optimisé de celui-ci. En outre, cette configuration autorise plus de flexibilité lors de mouvements combinés puisque les pompes alimentant les actionneurs de la flèche peuvent être entraînées à la vitesse adéquate, ce qui

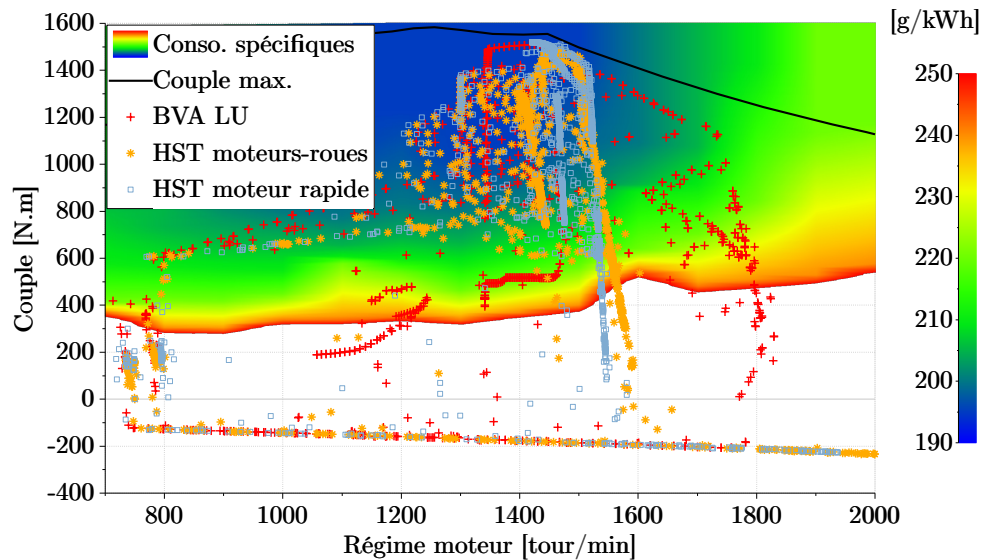


FIGURE 5.24 – Points de fonctionnement du moteur thermique selon les architectures de CdT sur cycle type

n'est pas le cas de la topologie avec BVA lorsque le LU est engagé. Toutefois, l'aspect énergétique n'est pas satisfaisant en comparaison d'une transmission mécanique classique. En effet, les consommations cumulées de carburant sur le cycle entier, données par le tableau 5.7, montrent un net avantage pour la BVA.

TABLEAU 5.7 – Consommations de carburant sur cycle complet selon la configuration de CdT (Conteneur 25t en 1^{ère} rangée, 3^{ème} hauteur)

Type de CdT	Consommation [kg]	Écart de conso.
BVA LU	1,04	Référence
HST moteurs-roues	1,12	+8%
HST moteur rapide	1,21	+16,6%

Bien que l'hybridation d'une HST semble plus appropriée étant donné que l'on dispose déjà des unités hydrauliques pour transformer l'énergie cinétique en énergie potentielle dans un accumulateur, les résultats de consommation observés sur les versions non hybridées réduisent largement l'intérêt d'une telle topologie pour récupérer l'énergie lors des décélérations. L'hybridation des deux HST a tout de même fait l'objet d'une modélisation ainsi que d'une analyse approfondie. En considérant que ces CdT hybrides doivent être en mesure d'être couplées avec le PERS (*Potential Energy Recovery System*), l'architecture donnée sur la figure 5.25 a été proposée. Lors d'une décélération du véhicule, le ou les moteurs ③ fonctionnent en pompes et remplissent l'accumulateur ④. Pendant cette phase, la cylindrée de la pompe ② est annulée ce qui évite d'entraîner le moteur thermique, et la pompe de gavage fournit alors le débit basse pression. Un accumulateur est par ailleurs ajouté sur le circuit de gavage afin d'éviter un surdimensionnement de la pompe de gavage. Lors d'une nouvelle accélération

ou d'une demande de puissance des équipements, l'accumulateur restitue l'énergie qu'il a stockée par l'intermédiaire du moteur à cylindrée variable ⑤.

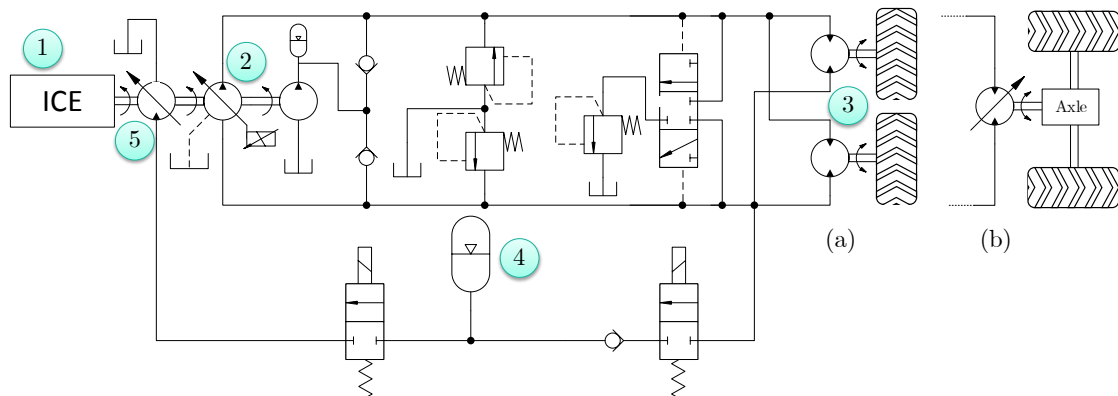


FIGURE 5.25 – Architectures de transmission hydrostatique hybride

On notera que cette topologie peut s'adjoindre facilement au PERS. En effet, l'accumulateur ④ et le moteur ⑤ peuvent être communs à ces deux systèmes de récupération d'énergie, et l'hybridation de la CdT ne nécessite que l'ajout de sélecteurs deux voies (au niveau de l'accumulateur) et d'un accumulateur basse pression. Les gains de consommation liés à l'hybridation de ces deux HST ne sont pas détaillés ici dans la mesure où les performances proposées restent éloignées de ce qui est atteignable par hybridation d'une CdT mécanique. Le lecteur intéressé pourra cependant se reporter aux travaux de Ibrahim dans [Ibrahim, 2011] ainsi qu'à ceux de Sprengel et Ivantysynova dans [Sprengel et Ivantysynova, 2013] et [Sprengel et Ivantysynova, 2014a]. La suite de ce chapitre est dédiée à l'analyse de l'hybridation de la CdT mécanique, puis à la présentation des résultats de simulation sur une solution combinée de PERS et de KERS (*Kinetic Energy Recovery System*).

5.5 Hybridation d'une transmission mécanique

5.5.1 Architectures hybrides envisagées

Les transmissions mécaniques étant apparues plus tôt que les HST ou les PST (*PowerSplit Transmission*), celles-ci ont d'ores et déjà fait l'objet d'hybridations. Les transmissions hybrides hydrauliques munies d'un convertisseur de couple traitées dans la littérature [Zeng *et al.*, 2014; Hui et Junqing, 2010] ont une disposition générale semblable à celle présentée sur la figure 5.26 (a). Le dispositif de récupération est positionné en aval de la boîte de vitesses ce qui facilite la régénération au freinage. Le couple transmis à la pompe de récupération est très peu influencé par le rétrogradage des rapports de vitesses dans la mesure où le LU est à ce moment-là désengagé, découplant par conséquent le moteur thermique du reste de la CdT (pas de frein moteur). Cette solution occasionne cependant deux inconvénients :

- le couplage mécanique sans boîte de vitesses entre la pompe de récupération et les roues rend impossible le pilotage du régime de la pompe, et donc de l'énergie récupérée,
- dans le cas du reach stacker, l'objectif est d'être en mesure de restituer l'énergie stockée sur l'ensemble des chaînes d'actionnement, or ici l'emploi d'une pompe-moteur en sortie de BVA n'autorise une assistance qu'au déplacement du véhicule.

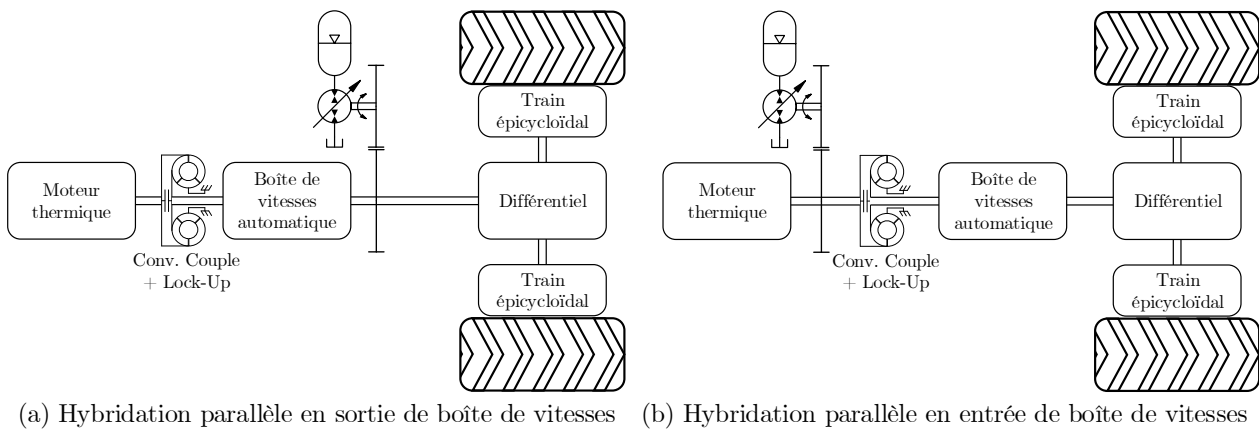


FIGURE 5.26 – Chaînes de transmission mécaniques hybrides

Un système de récupération placé en amont de la BVA pallie ces deux inconvénients puisqu'il est possible de rétrograder afin d'augmenter la vitesse de rotation de la pompe et d'améliorer ainsi les performances de récupération tout en utilisant une pompe de cylindrée inférieure, et dans un second temps la restitution d'énergie est susceptible d'être réalisée pour n'importe quelle chaîne d'actionnement. Une telle architecture mène tout de même aux risques identifiés suivants :

- le LU doit être dimensionné pour transmettre le couple de la BVA vers la pompe sans se dégrader, et ce de manière répétée,
- les embrayages internes de la BVA doivent proposer un recouvrement suffisant pour que la discontinuité du couple transmis lors des rétrogradages n'engendre pas un calage du moteur thermique. En effet, si la liaison mécanique entre les roues et l'arbre moteur est rompue complètement, alors la pompe pourrait produire un couple résistant tel que la dynamique du moteur thermique ne serait pas suffisamment élevée pour maintenir celui-ci au ralenti.
- le moteur thermique, entraîné par la CdT pendant les décélérations, risque de réduire de manière importante la quantité d'énergie récupérable dû au frein moteur.

Du point de vue de l'architecture, la solution de récupération en amont du convertisseur de couple s'avère être la plus intéressante. On rappelle en effet que l'on dispose déjà de deux pompes et d'un moteur hydraulique couplés au moteur thermique. Il est donc théoriquement possible de réaliser la récupération d'énergie sans ajouter de composants majeurs. Le stockage d'énergie sera quant à lui commun aux deux systèmes de récupération d'énergie (PERS et KERS). La figure 5.27 présente le fonctionnement du KERS (*Kinetic Energy Recovery System*) :

- **Figure 5.27(a)** : en dehors des phases de décélération, le moteur thermique fournit l'énergie nécessaire à l'ensemble des chaînes d'actionnement. Si l'état de charge de l'accumulateur le permet, l'énergie qu'il contient est restituée par le moteur ③.
- **Figure 5.27(b)** : lors d'une décélération, l'énergie cinétique du véhicule circule des roues vers l'arbre moteur par l'intermédiaire de la BVA et du LU. La pompe ③ est alors entraînée et charge l'accumulateur. Dans le cas où le couple de freinage demandé est plus élevé que ce que cette dernière peut fournir, alors la valve de sélection ⑤ est alimentée afin de connecter la pompe ① à l'accumulateur. De ce fait, les deux pompes chargent l'accumulateur tout en proposant une décélération du véhicule suffisante. Cependant, si un mouvement des équipements est demandé

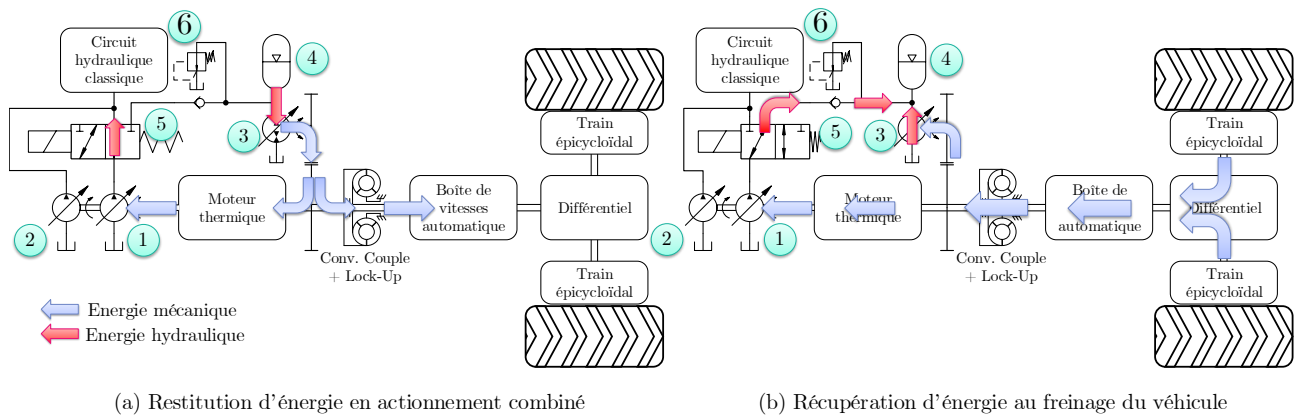


FIGURE 5.27 – Principe de fonctionnement de l'architecture hybride avec KERS

simultanément à une décélération, alors la valve ⑤ reste au repos et la pompe ① alimente le circuit hydraulique classique conjointement avec la pompe ②. Lorsque la vitesse du véhicule atteint un seuil, le LU se désengage et la récupération d'énergie est stoppée. Ces deux actions doivent être réalisées simultanément de telle sorte que les pompes de récupération ne provoquent pas un calage moteur si le LU se désengage trop tôt. La pompe ② reste quant à elle indépendante et alimente uniquement le circuit classique dans le but de maintenir disponible la direction et le freinage.

5.5.2 Commande du KERS

Dans le but de conserver un certain confort de conduite ainsi qu'une possibilité de gérer au mieux la décélération du véhicule, le couple de récupération est piloté par le conducteur à partir de la position de la pédale d'accélération (voir figure 5.28). Lorsque le conducteur relève le pied de la pédale, après un passage en zone morte, une demande de couple récupératif est envoyée au contrôleur. La pédale de frein est toutefois conservée, tout comme le dispositif de freinage traditionnel.

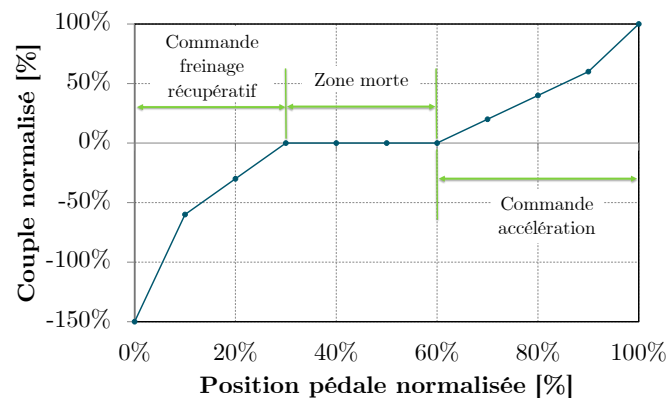


FIGURE 5.28 – Détermination du couple désiré en fonction de la position de la pédale d'accélération

Ce contrôleur commande les cylindrées des pompes ① et ③ (figure 5.27) comme présenté sur la figure 5.29. Le couple résistant C_{pertu} total pris en compte pour le calcul de ces cylindrées dépend :

- du frein moteur $C_{ICE_{frein}}$ généré par l'ICE lorsque l'injection de carburant est stoppée,
- des auxiliaires C_{aux} dont le couple résistant est supposé constant,
- de la pompe ② C_{P_2} puisque celle-ci peut alors être employée pour alimenter d'autres actionneurs (direction, spreader, etc.). Ce couple est calculé à partir de la pression de service et de la position du plateau K_{P_2}

Le couple de récupération est ensuite déterminé en prenant en compte l'ensemble des couples résistants. Une cylindrée globale est ensuite calculée à partir de ce couple de récupération et de la pression de l'accumulateur. Finalement, cette cylindrée est allouée à chacune des deux pompes en privilégiant la pompe ③ au préalable. Celle-ci est en effet directement connectée à l'accumulateur, contrairement à la pompe ① pour laquelle un basculement de la valve de sélection nécessite un temps de latence avant l'établissement du couple récupératif.

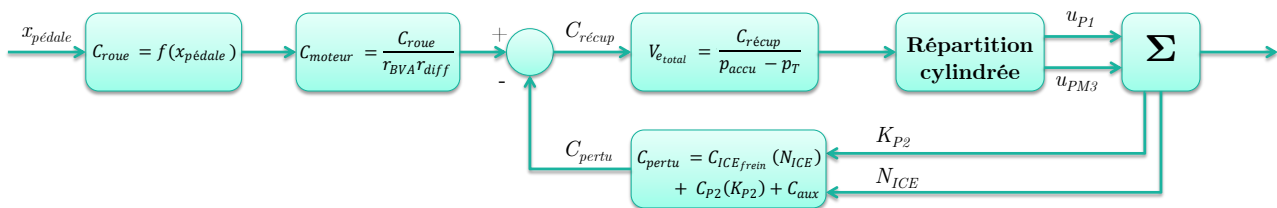


FIGURE 5.29 – Structure de commande du KERS

Afin d'assurer de manière permanente la possibilité de fournir un freinage récupératif, y compris lorsque l'accumulateur est à son état de charge maximum, un limiteur de pression ⑥ dissipe le surplus d'énergie, garantissant dans un même temps que la pression dans l'accumulateur ne dépasse pas sa limite.

5.5.3 Évaluation des performances du KERS

Le système présenté sur la figure 5.27 a donc été simulé afin d'évaluer ses performances. On donne dans un premier temps les caractéristiques physiques importantes des composants mis en jeu dans le tableau 5.8.

TABLEAU 5.8 – Caractéristiques des composants du KERS

Composant	Caractéristiques
Embrayage LU	Couple max. = 4000 N.m
Pompe ①	Cylindrée $V_{e_{P1}} = 190$ cc
Pompe ③	Cylindrée $V_{e_{pm3}} = 145$ cc
Accumulateur ④	Volume $V = 160$ L Pression gonflage $p_0 = 194$ bar Pression minimum $p_1 = 215$ bar Pression maximum $p_2 = 330$ bar

Une cylindrée de 190 cc est employée pour la pompe ① afin de fournir le débit maximum aux équipements à un régime moteur bas comme présenté dans la section 5.2.1, mais aussi dans le but de pouvoir récupérer une part plus importante d'énergie cinétique en décélération. Les pressions de fonctionnement de l'accumulateur sont élevées afin d'augmenter le couple de freinage récupératif sans nécessiter une cylindrée installée trop importante. Il s'agit là d'un risque identifié de pertes possibles de performances si un couplage est réalisé avec le PERS, puisque la pression minimale de service optimale de l'accumulateur est plus basse.

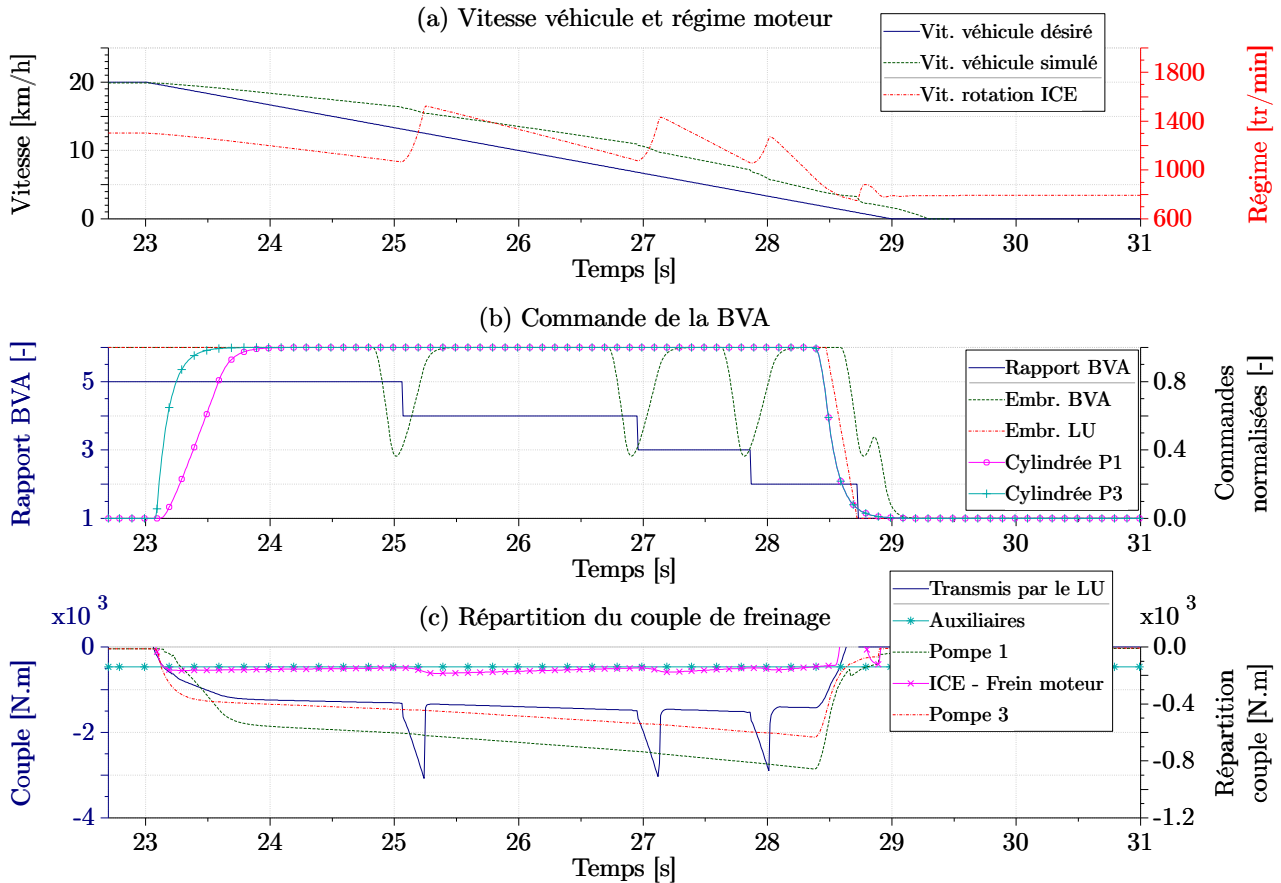


FIGURE 5.30 – Simulation d'un freinage récupératif (20 km/h \rightarrow 0 km/h avec charge 25t)

La figure 5.30 présente les résultats obtenus pour un freinage récupératif de 20 km/h jusqu'à l'arrêt total du véhicule en 6 secondes. La figure (c) montre alors la répartition du couple de freinage transmis par le LU sur l'ensemble des éléments. On peut tout d'abord remarquer que lors des passages de rapports de vitesses, le couple transmis est largement supérieur (en valeur absolue) aux couples cumulés des pompes ① et ③, des auxiliaires et du frein moteur. En effet pendant ces phases, le volant d'inertie du moteur thermique⁴ est accéléré et stocke donc une partie de l'énergie qui lui est transmise. Le passage à un rapport inférieur (figures (a) et (b)) permet alors de remonter le régime moteur et de poursuivre la récupération. Les embrayages internes à la BVA sont ici simulés par un seul embrayage dont le désengagement lors des passages de rapports n'est pas total afin de représenter le recouvrement du couple transmis.

4. L'addition des inerties liées au volant d'inertie, des pompes hydrauliques et de l'impulseur du convertisseur de couple mène à une inertie totale d'environ 3,5 kg.m².

D'un point de vue pratique, une décélération de 6 secondes semble longue pour arrêter un véhicule⁵. Réduire le temps de freinage signifie augmenter la puissance absorbée par le KERS. La cylindrée installée étant déjà conséquente, il semble par conséquent difficile d'augmenter le couple. Néanmoins, sur la figure 5.30 (a), on peut voir que la vitesse de rotation de l'arbre moteur reste en dessous de 1700 tour/min, il est donc possible d'augmenter la puissance récupérée en rétrogradant de manière anticipée les rapports de vitesses afin d'élever la vitesse de rotation des pompes.

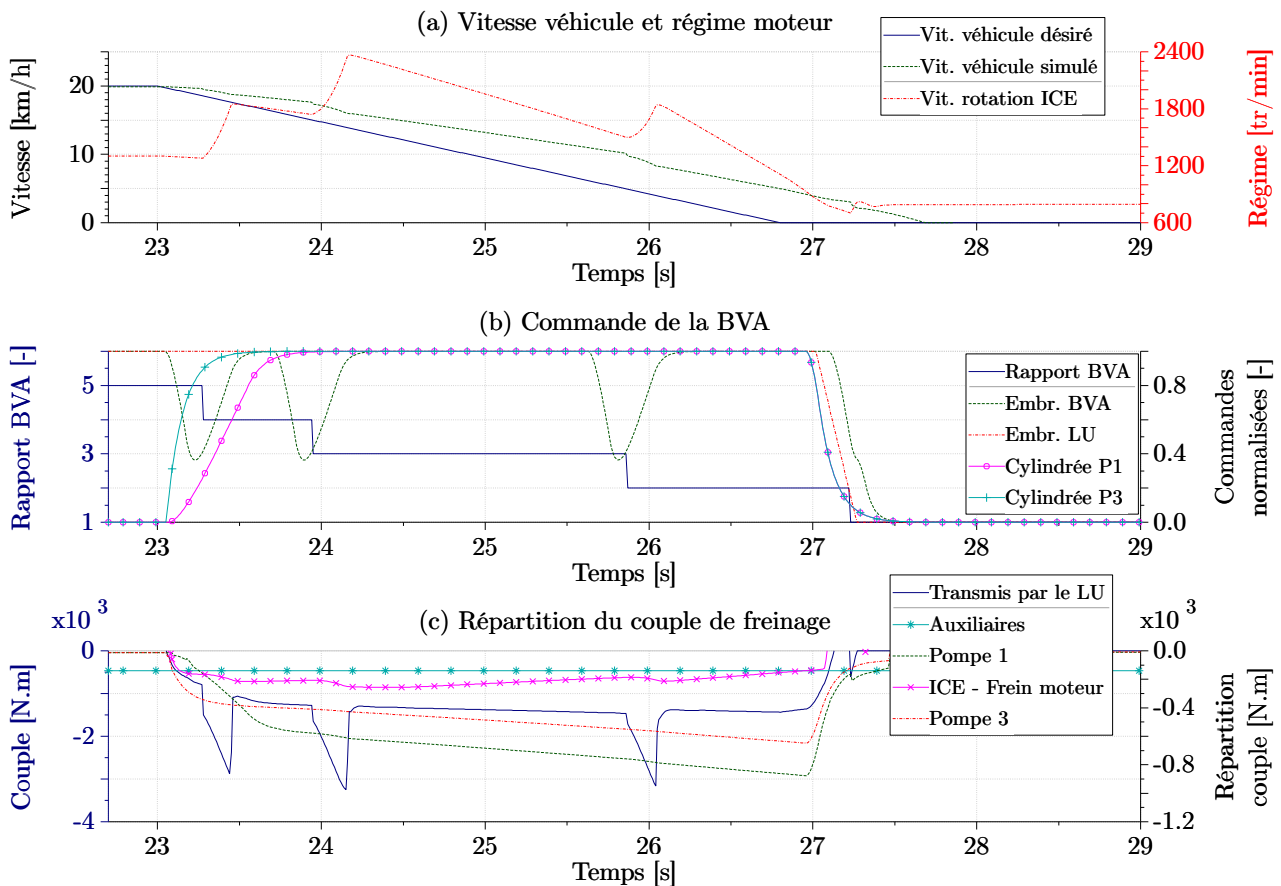


FIGURE 5.31 – Simulation d'un freinage récupératif avec passage anticipé des rapports de BVA (20 km/h → 0 km/h avec charge 25t)

La figure 5.31 montre les résultats d'une décélération pour laquelle les points de passage de rapports de BVA ont été améliorés. Le passage du 5^{ème} au 4^{ème} rapport est effectué dès le début de la décélération, puis les passages successifs en 3^{ème} et 2^{ème} rapport ont pour conséquence un régime moteur atteignant 2350 tour/min en pic (figure (a)). Cette modification de la commande de la BVA engendre un temps de freinage réduit à 4,6 s. On notera tout de même que le couple transmis par le LU et les embrayages de la BVA lors des changements de rapport peut alors atteindre 3300 N.m, il serait donc nécessaire de vérifier si la durée de vie du composant reste garantie malgré ces chargements importants et réguliers.

Le diagramme de Sankey présenté sur la figure 5.32 expose la répartition de l'énergie récupérable en sortie de la BVA. On notera que l'énergie dissipée par résistance au roulement n'est pas incluse ici puisqu'elle n'est pas considérée comme récupérable. Le rendement des étages de réduction et surtout

5. Les mesures effectuées donnent un temps de décélération ≈ 4 s pour passer de 20 km/h à 0 km/h à vide

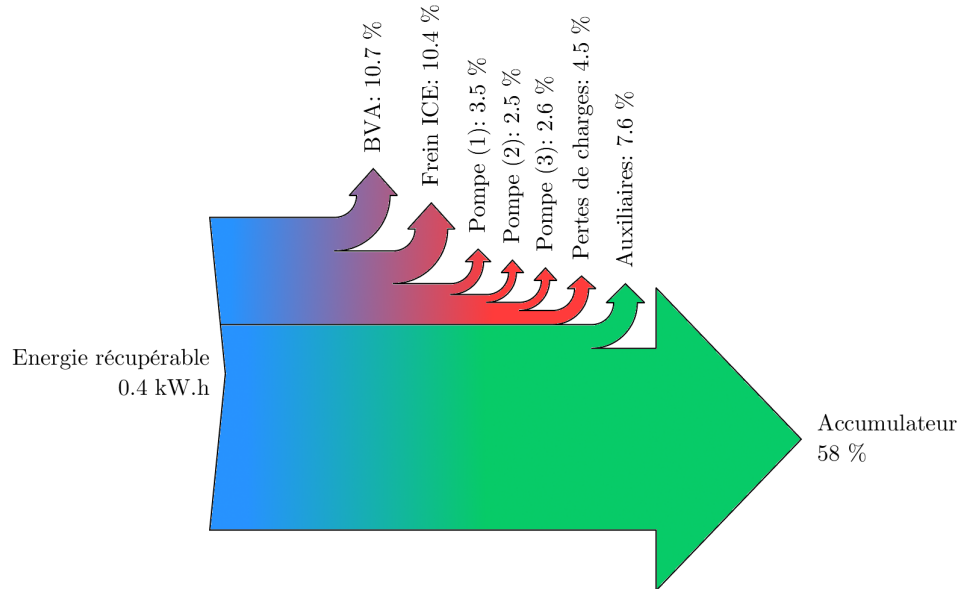


FIGURE 5.32 – Répartition de l'énergie récupérable lors d'une décélération (20 km/h → 0 km/h avec charge 25t). En rouge l'énergie dissipée, en vert l'énergie directement réutilisée ou stockée.

les embrayages internes à la BVA contribuent pour environ 10% à l'énergie dissipée tout comme le frein moteur. L'ensemble des pertes hydrauliques (rendements de pompes et pertes de charges) participe pour moins de 10%. Finalement, plus de 65% de l'énergie récupérable sont stockés ou bien réutilisés directement par les systèmes auxiliaires.

Remarque : la chaîne de transmission non hybridée récupère également les 7,6% d'énergie liés aux auxiliaires dans la mesure où ceux-ci sont directement entraînés lors de la décélération.

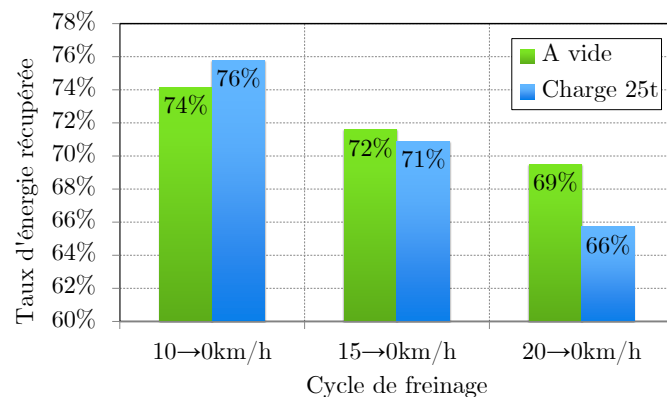


FIGURE 5.33 – Taux de récupération d'énergie cinétique du KERS selon la charge et la vitesse avant décélération

Le taux de récupération d'énergie diffère selon la vitesse atteinte avant le début de la décélération, mais aussi selon la charge transportée. La figure 5.33 présente ces performances dans les différents cas. Ainsi, plus la vitesse est élevée, plus les performances de récupération décroissent car l'énergie dissipée par l'embrayage est plus conséquente.

Le taux de récupération d'énergie est un premier indicateur des performances du KERS. Néan-

moins, la réduction de la consommation de carburant permise par ce système est une information plus pertinente. Des simulations ont donc été réalisées sur un profil de mission constitué uniquement de translations (voir figure 5.34).

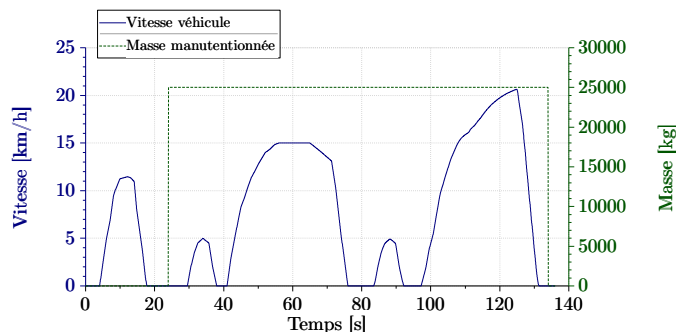


FIGURE 5.34 – Profil de mission pour l'évaluation des performances du KERS (ici avec une charge de 25t)

Les résultats des simulations effectuées à vide et avec une charge de 25t sont donnés dans le tableau 5.9. On peut tout d'abord voir que les CdT non hybridées réutilisent directement entre 15% et 18% de l'énergie cinétique récupérable par l'intermédiaire des systèmes auxiliaires. L'ajout d'un KERS amène le rapport entre l'énergie effectivement réutilisée et l'énergie récupérable de 53% à 56%. Le gain de consommation associé varie quant à lui entre 4,8% et 6,8%. Cependant, on rappelle que le cycle considéré ne contient aucun mouvement des équipements ce qui signifie que ces pourcentages seraient inférieurs sur un cycle complet. Le gain reste relativement faible. Néanmoins, si les composants utilisés pour réaliser cette récupération d'énergie ainsi que sa restitution sont déjà présents sur la machine en considérant le PERS comme préalablement installé, ces gains découleraient alors uniquement d'une commande adéquate des pompes et des moteurs déjà disponibles.

TABLEAU 5.9 – Consommations de carburant sur cycle de translation selon la configuration de CdT et la charge transportée

Type de CdT	Charge [t]	$E_{\text{restituée}}/E_{\text{récupérable}}$	Consommation [kg]	Écart de conso.
BVA LU	0	18,2%	0,557	Référence
BVA LU hybride	0	53,3%	0,530	-4,8%
BVA LU	25t	15,3%	0,613	Référence
BVA LU hybride	25t	56,1%	0,571	-6,8%

La dernière section a pour but de montrer en simulation les gains cumulés apportés par le PERS, le KERS ainsi que l'ajustement de la zone de fonctionnement du moteur thermique.

5.6 Reach stacker hybride global

Les solutions étudiées jusqu'à présent étaient testées de manière indépendante. Cependant, leur adjonction simultanée à l'architecture initiale engendre des couplages qu'il est alors nécessaire d'identifier. Par exemple, le stockage d'énergie étant commun aux deux systèmes de récupération, l'état de charge minimum doit être calibré afin de maximiser les performances énergétiques globales. Par ailleurs, la restitution d'énergie réduit la charge du moteur thermique et décale par conséquent son point de fonctionnement vers une zone à moindre rendement. Ceci entre directement en conflit avec l'objectif d'améliorer le rendement de l'ICE.

Afin d'analyser au mieux les avantages et les inconvénients de cette hybridation globale, nous présentons tout d'abord l'architecture finale, puis nous nous attardons ensuite sur les résultats de simulation.

5.6.1 Architecture hybride globale

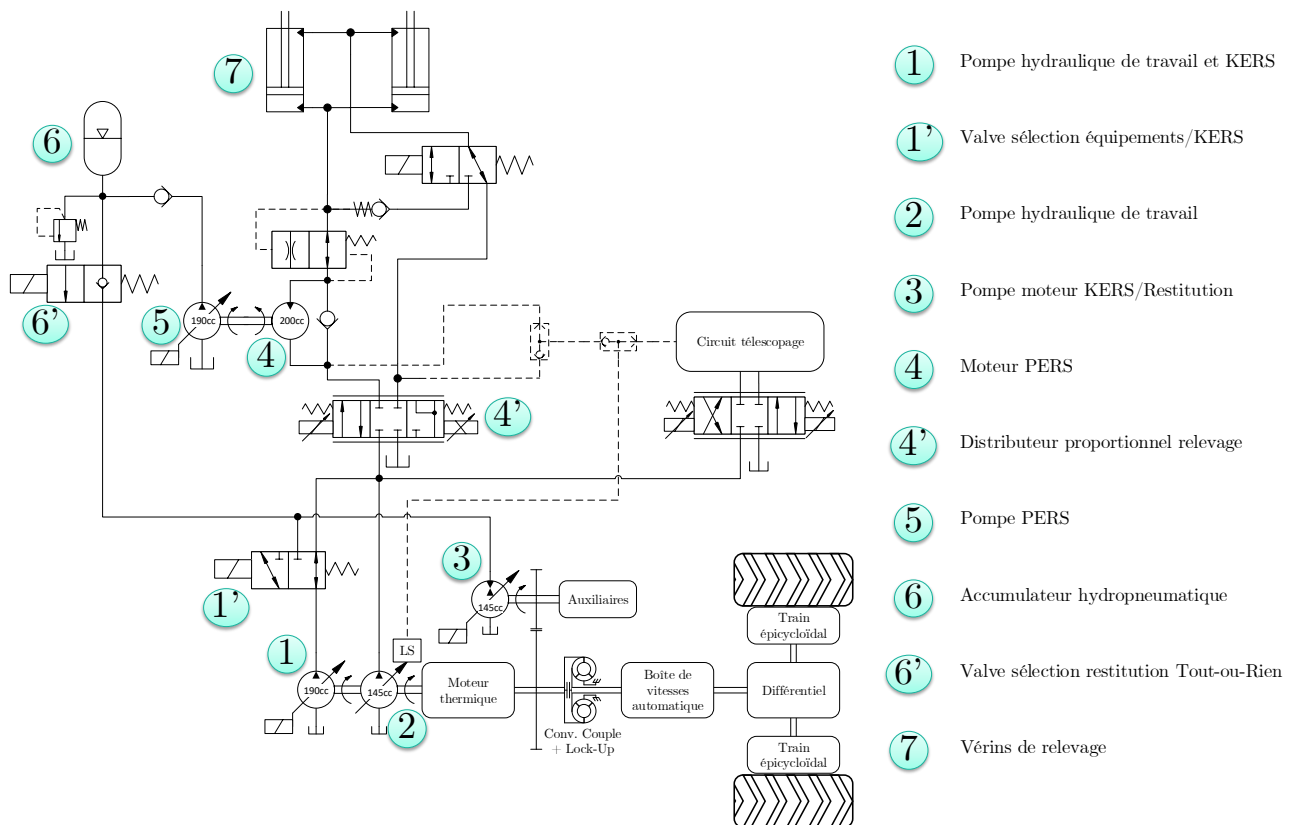


FIGURE 5.35 – Architecture générale du reach stacker hybride muni du PERS et du KERS

La figure 5.35 présente le circuit hydraulique simplifié ainsi que la chaîne de transmission de l'architecture hybride globale. En comparaison au système initial, ont été ajoutés les pompes ③ et ⑤, le moteur ④ et l'accumulateur ⑥ ainsi que les valves associées au système hybride. Le tableau 5.10 résume par ailleurs les caractéristiques des composants majeurs.

TABLEAU 5.10 – Caractéristiques des composants du système hybride global

Composant	Caractéristiques
Boîte de vitesses	Nombre rapports $N_R = 5$
Embrayage LU	Couple max. = 4000 N.m
Pompe ①	Cylindrée $V_{ep1} = 190$ cc
Pompe ②	Cylindrée $V_{ep2} = 145$ cc
Pompe-Moteur ③	Cylindrée $V_{epm3} = 145$ cc
Moteur ④	Cylindrée $V_{em4} = 200$ cc
Pompe⑤	Cylindrée $V_{ep5} = 190$ cc
Accumulateur ⑥	Volume $V = 160$ L Pression gonflage $p_0 = 83$ bar Pression minimum $p_1 = 91$ bar Pression maximum $p_2 = 330$ bar

5.6.2 Gestion de la restitution d'énergie

La restitution de l'énergie stockée dans l'accumulateur est effectuée par un moteur à cylindrée variable. Le couple d'assistance qu'il produit dépend donc de la commande de la position de son plateau et de l'état de charge de l'accumulateur. Pour définir de manière optimale la commande de la cylindrée à appliquer, il est possible d'employer une méthode d'optimisation hors ligne. Cependant, la commande déduite d'un tel processus mène à un optimum dépendant du profil de mission employé. De plus, étant donné la faible quantité d'énergie que l'accumulateur hydropneumatique est en mesure de stocker, il est rapidement apparu qu'une stratégie de restitution visant à vider l'accumulateur au plus tôt conduit aux meilleures performances énergétiques. Cela permet en effet d'assurer en permanence un état de charge suffisamment bas pour stocker un maximum d'énergie récupérable lors des freinages ou des descentes de flèche. Le contrôleur définit donc la cylindrée de manière à assister le moteur thermique tout en veillant à ne pas l'entraîner, ce qui couperait l'injection de carburant et produirait un couple résistant. La restitution est finalement stoppée lorsque l'état de charge de l'accumulateur atteint le seuil minimum ou bien si le couple demandé est trop faible.

5.6.3 Analyse des performances

La machine hybride dotée des deux systèmes de récupération d'énergie a fait l'objet de simulations à partir de différents profils de mission dépendant de la position initiale du conteneur. Le profil de vitesse reste quant à lui inchangé (identique à celui de la figure 5.34). Les résultats donnés sur la figure 5.36 présentent les gains de consommation en comparaison avec la machine de référence. Cette dernière est constituée d'une BVA avec LU dans la mesure où cette technologie peut être considérée comme désormais standard. En revanche, la cylindrée installée concernant les pompes de travail reste

TABLEAU 5.11 – Caractéristiques des composants de la machine de base

Composant	Caractéristiques
Boîte de vitesses	Nombre rapports $N_R = 5$
Embrayage LU	Couple max. = 4000 N.m
Pompe ①	Cylindrée $V_{e_{p1}} = 145$ cc
Pompe ②	Cylindrée $V_{e_{p2}} = 125$ cc

identique à la machine présentée au chapitre 1 (voir tableau 5.11).

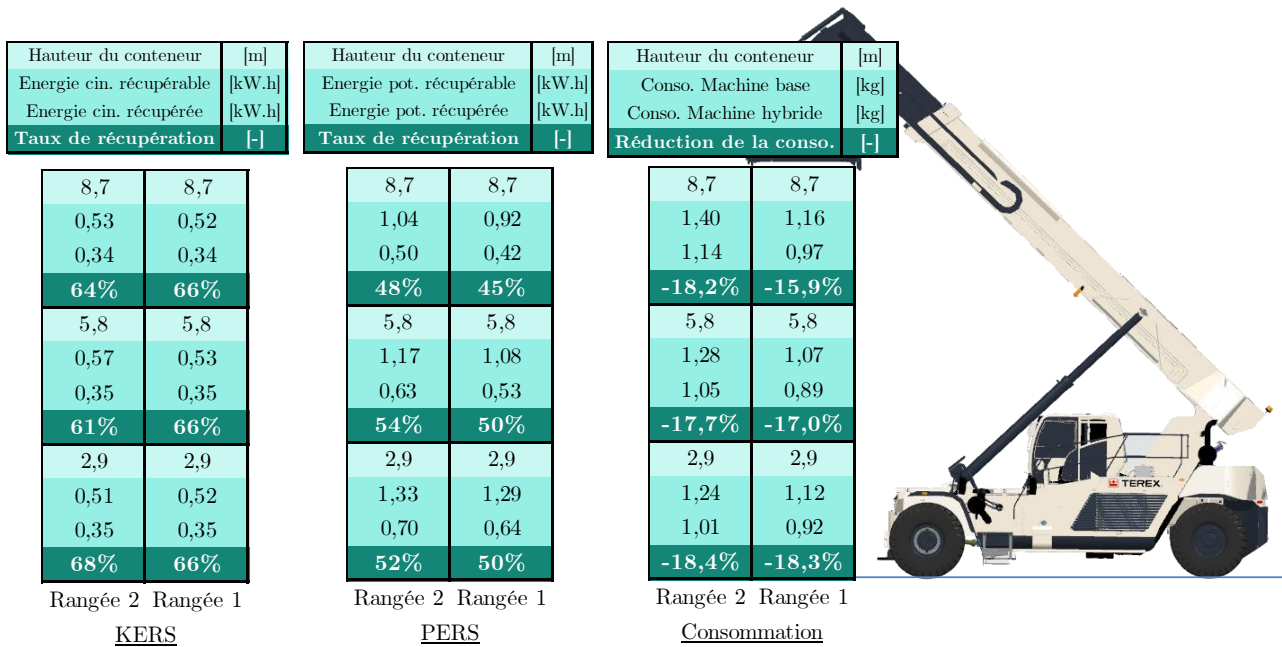


FIGURE 5.36 – Gains de consommation liés à l'implémentation d'un système hybride global (cas du conteneur de 25 t)

Les résultats présentés ici concernent les deux premières rangées constituées d'empilages de trois conteneurs. Les gains de consommation varient selon la position de ces conteneurs entre 15,9% et 18,4%. Cette plage de variation étroite signifie que les gains de consommation dépendent finalement peu du cycle considéré. Dans la mesure où le stockage d'énergie est commun aux deux systèmes de récupération, le taux de récupération⁶ est présenté plutôt que le rapport entre l'énergie restituée et l'énergie récupérable. Il est en effet peu commode de déterminer si l'énergie restituée provient du PERS ou du KERS, notamment si l'état de charge précédant la dernière phase de récupération était supérieur au minimum. Le taux de récupération du KERS est plus élevé que le PERS dans la mesure où les auxiliaires utilisent directement une partie de l'énergie venant de la CdT lors des freinages, et d'autre part l'énergie dissipée par résistance au roulement n'est pas prise en compte. On peut tout de

6. Le taux de récupération correspond au rapport entre l'énergie récupérée (stockée ou directement réutilisée) et l'énergie récupérable.

même voir que la quantité d'énergie récupérée par le PERS est plus élevée, ceci étant dû à une énergie récupérable plus élevée.

La figure 5.37 propose un aperçu plus détaillé des phases de récupération d'énergie potentielle. À partir de 110 s, le tiroir du distributeur proportionnel est commandé de manière à démarrer la rétraction des vérins de relevage. Dans la mesure où l'état de charge de l'accumulateur n'est pas nul, la cylindrée de la pompe n'est pas saturée, puis décroît au fur et à mesure de la descente de manière à compenser l'augmentation plus rapide de la pression de l'accumulateur par rapport à celle de l'actionneur. Cette phase à faible cylindrée engendre des pertes hydromécaniques élevées et réduit le taux de récupération.

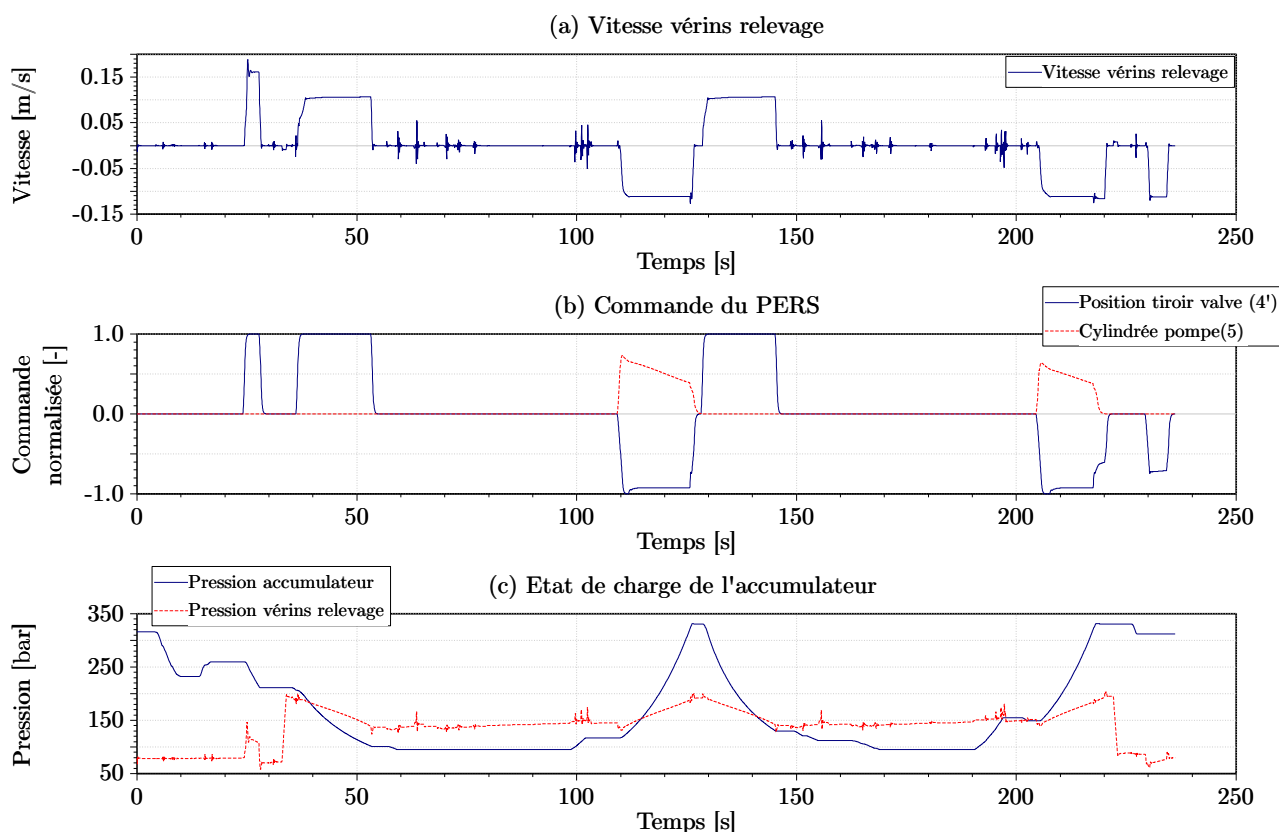


FIGURE 5.37 – Analyse du PERS sur système hybride global

Sur la deuxième phase de descente (205 s), la pression du stockage au début de la récupération dépasse 150 bar. Ceci a pour conséquence une mise à cylindrée nulle prématurée de la pompe de récupération car l'accumulateur atteint sa pression maximale avant la fin de la descente. On observe ici l'une des conséquences du couplage entre PERS et KERS puisque le chargement précédent de l'accumulateur provient d'une décélération.

La dernière descente de flèche est réalisée à vide, comme l'atteste la basse pression de l'actionneur (≈ 65 bar). Dans la mesure où la restitution d'énergie précédant cette dernière descente de flèche n'a pas engendré une chute suffisante de la pression du stockage, aucune récupération d'énergie n'est autorisée, raison pour laquelle la cylindrée de la pompe reste à zéro.

Si l'on s'intéresse maintenant à l'analyse du KERS, différentes phases de freinage sont observables sur la figure 5.38. Les décélérations à basse vitesse (62 s et 155 s) ne font pas l'objet de récupération

car le LU n'est pas encore engagé. En revanche, au-delà de 8 km/h, celle-ci devient possible. La figure (c) montre alors le couple d'entraînement des pompes ① et ③ et l'augmentation de la pression de l'accumulateur induite. Cette pression étant élevée au début de la première décélération (12 s), la cylindrée de la pompe ① n'est alors activée que sur un temps court. Les deux autres freinages sont réalisés à un faible état de charge de l'accumulateur, aussi les deux pompes sont positionnées directement à leur cylindrée maximale afin d'offrir un couple de décélération suffisant.

La pompe ③ en mode moteur peut également restituer l'énergie stockée en adoptant en cylindrée négative (figure (b)). Cette restitution est donc opérée autant lors de translations que sur des mouvements des équipements. Le couple d'assistance donné sur la figure (c) peut alors dépasser les 600 N.m à la pression maximale, et l'accumulateur peut alors se décharger complètement en moins de 20s. Ce couple élevé d'assistance au moteur thermique permet la réduction de la consommation de carburant, mais il réduit également la charge demandée à celui-ci, et donc son rendement.

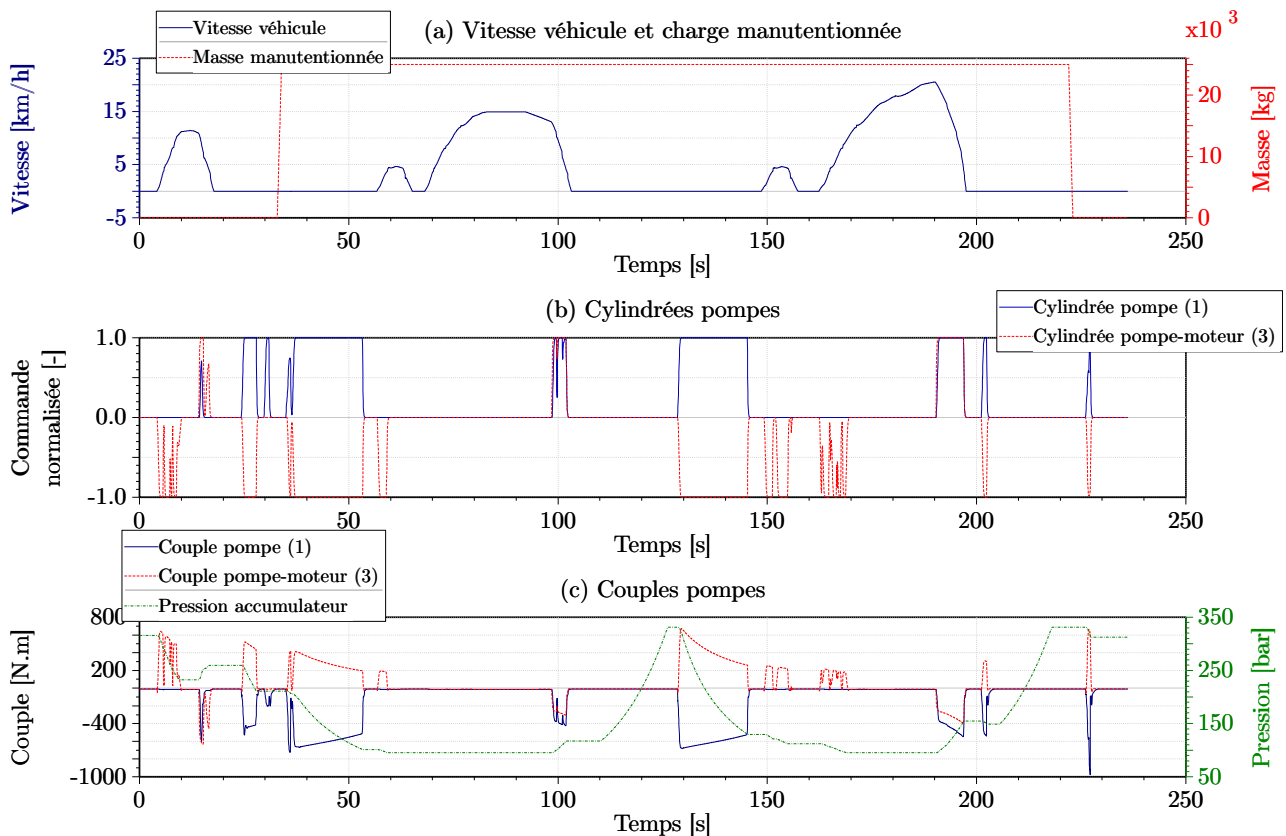


FIGURE 5.38 – Analyse du KERS sur système hybride global

La figure 5.39 compare les points de fonctionnement du moteur thermique entre la machine originale et la machine hybride. Pour compléter l'analyse à venir, la figure 5.40 présente la répartition du temps passé à un régime donné pour ces deux topologies. On peut alors voir un décalage du régime moteur de 1750 tr/min à 1450 tr/min comme cela a été montré au début de ce chapitre. En revanche, alors que ce décalage était réalisé à puissance égale et permettait ainsi d'améliorer le rendement, on observe ici une forte densité de points de fonctionnement à faible couple (environ 800 N.m) de l'ICE de la machine hybride. Ce décalage est dû à l'assistance du moteur hydraulique qui réduit la charge du moteur thermique. Il s'agit ici d'un effet néfaste de l'hybridation, car d'une part on amoindrit le rendement

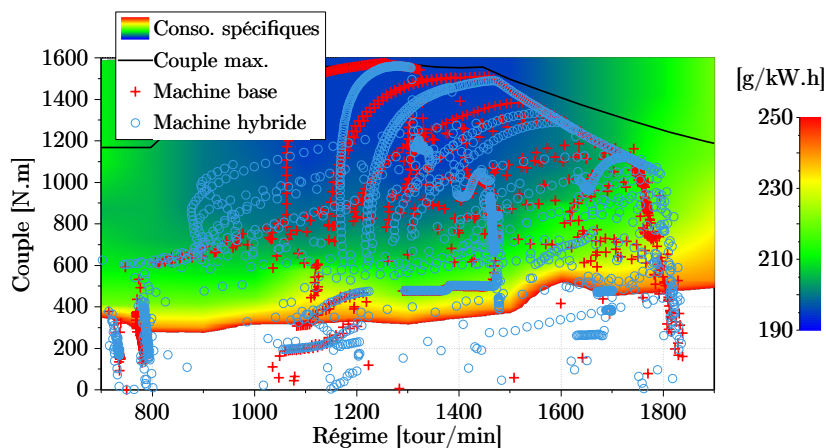


FIGURE 5.39 – Points de fonctionnement du moteur thermique sur cycle type (conteneur positionné en 1^{ère} rangée et 1^{ère} hauteur)

de l'ICE, et d'autre part, cela peut provoquer des émissions plus élevées de particules polluantes.

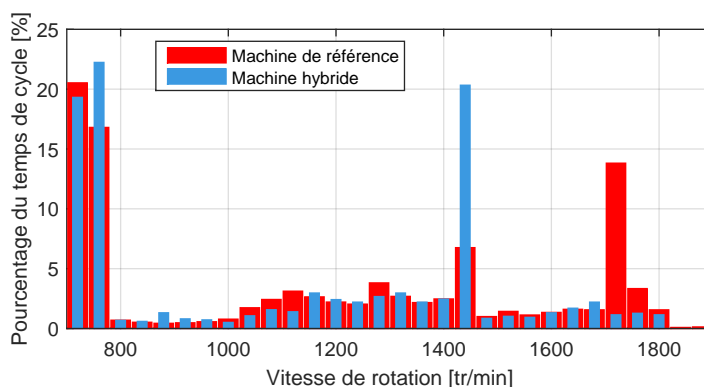


FIGURE 5.40 – Temps de fonctionnement selon le régime du moteur thermique

L'une des possibilités pour réduire ce phénomène est d'employer un moteur de moindre puissance (« *down-sizing* ») afin de décaler de nouveau la zone de fonctionnement principale du moteur. Néanmoins, cette solution semble difficile à mettre en pratique puisque l'on observe de nombreuses phases où la pleine puissance du moteur est requise.

5.7 Conclusion

La détermination de la topologie idéale au regard des contraintes qui étaient fixées a fait l'objet de ce dernier chapitre. Trois axes majeurs ont été explorés. Dans un premier temps, des solutions ont été proposées pour améliorer l'efficacité globale de la machine avant même de chercher à l'hybrider. Il s'agissait alors de revoir le dimensionnement des unités hydrauliques et d'ajouter un embrayage en parallèle du convertisseur de couple de manière à améliorer le rendement global du moteur thermique. Cette première piste offre des perspectives intéressantes en termes de rapport entre l'investissement et le gain en consommation de carburant.

La seconde voie passe par l'hybridation de l'engin et plus particulièrement par la récupération de

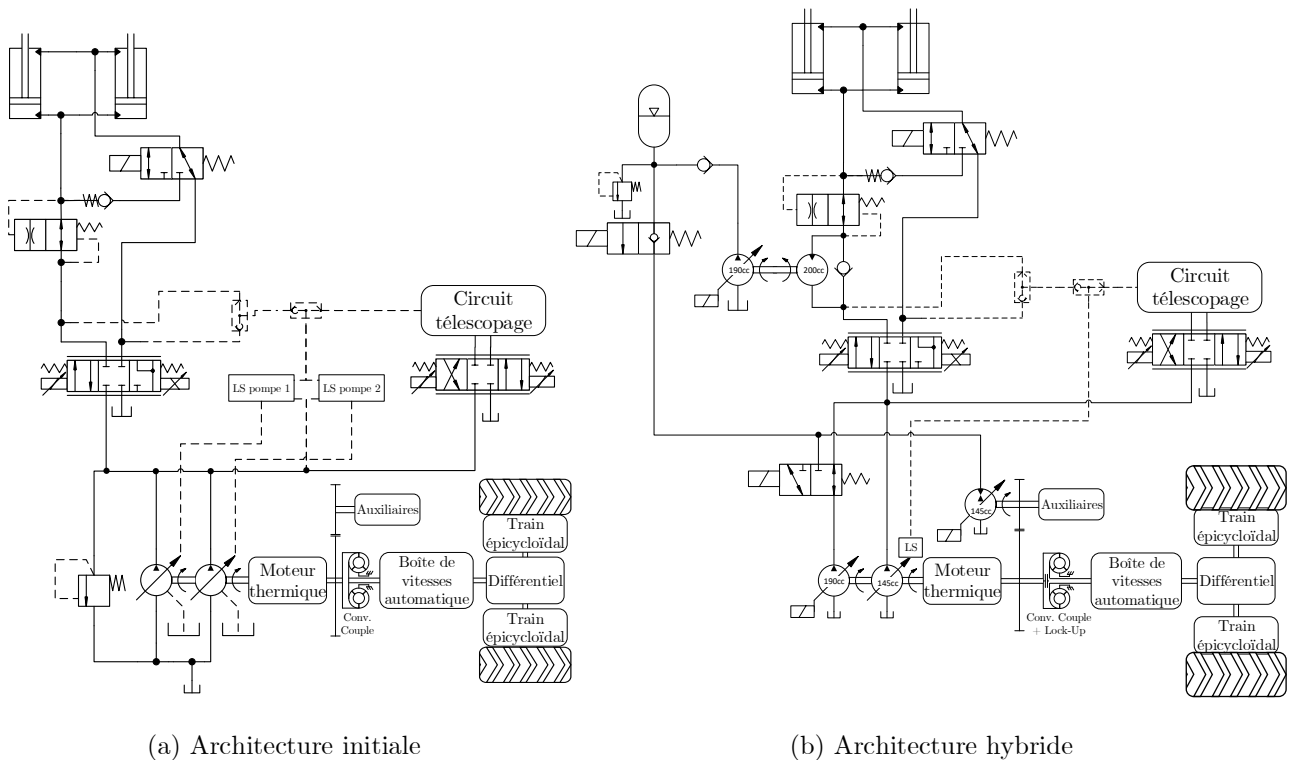


FIGURE 5.41 – Évolution de l'architecture de puissance du reach stacker

l'énergie potentielle libérée lorsque la charge est manutentionnée. Plusieurs topologies visant à stocker cette énergie pour la restituer ultérieurement ont été comparées et la solution la plus prometteuse, reposant sur un transformateur hydraulique indépendant, a été sélectionnée pour être implémentée. La flexibilité que cette solution apporte, ainsi que le faible impact sur les performances dynamiques du relevage, en font une candidate idéale. La mise en place de ce dispositif mène alors à une réduction de la consommation allant jusqu'à 10% en simulation selon le cycle considéré. La commande de ce système de récupération d'énergie a par ailleurs fait l'objet d'une étude approfondie, où deux stratégies de commande ont été développées puis validées par simulation. L'ajout d'un tel système apporte une complexité non négligeable, aussi nous proposons dans le chapitre suivant de valider expérimentalement cette solution de récupération d'énergie sur un banc d'essai.

Dans un troisième temps, nous nous sommes intéressés à l'utilisation d'une chaîne de transmission plus performante d'un point de vue énergétique. Les architectures de type hydrostatiques sont les plus propices à concurrencer la transmission mécanique traditionnelle. Toutefois, cette dernière reste la plus efficace lorsqu'elle est dotée d'un LU dont l'engagement est continu à partir du second rapport de vitesse. La figure 5.41 montre l'évolution de l'architecture de l'engin avec d'une part la solution initiale (figure 5.41(a)), et d'autre part la solution hybride retenue (figure 5.41(b)). L'utilisation avantageuse des pompes hydrauliques déjà présentes permet une récupération d'énergie cinétique lors de la décélération du véhicule. Cette dernière fonctionnalité couplée aux autres solutions conduit alors à une réduction de la consommation de 16% à 18% en simulation selon le cycle considéré.

La figure 5.42 présente un diagramme de Sankey pour l'architecture initiale⁷ du reach stacker ainsi

7. L'architecture initiale correspond à celle présentée sur la figure 5.41(a), à savoir celle considérée au chapitre 1. En particulier, aucun lock-up n'est employé, et la cylindrée totale installée est de 270 cc.

que sa version hybride pour un même profil de mission. On observe alors une diminution significative de l'énergie fournie par le moteur thermique. La récupération de l'énergie apportée par l'hybridation joue un rôle majeur, néanmoins, on pourra remarquer que l'énergie totale apportée au système (énergie du moteur thermique + énergie du moteur hydraulique ③) pour l'engin hybride est inférieur de 16% par rapport au reach stacker initial. Ceci est dû à l'utilisation de chaînes d'actionnement plus efficaces, en particulier d'un lock-up au niveau du convertisseur de couple.

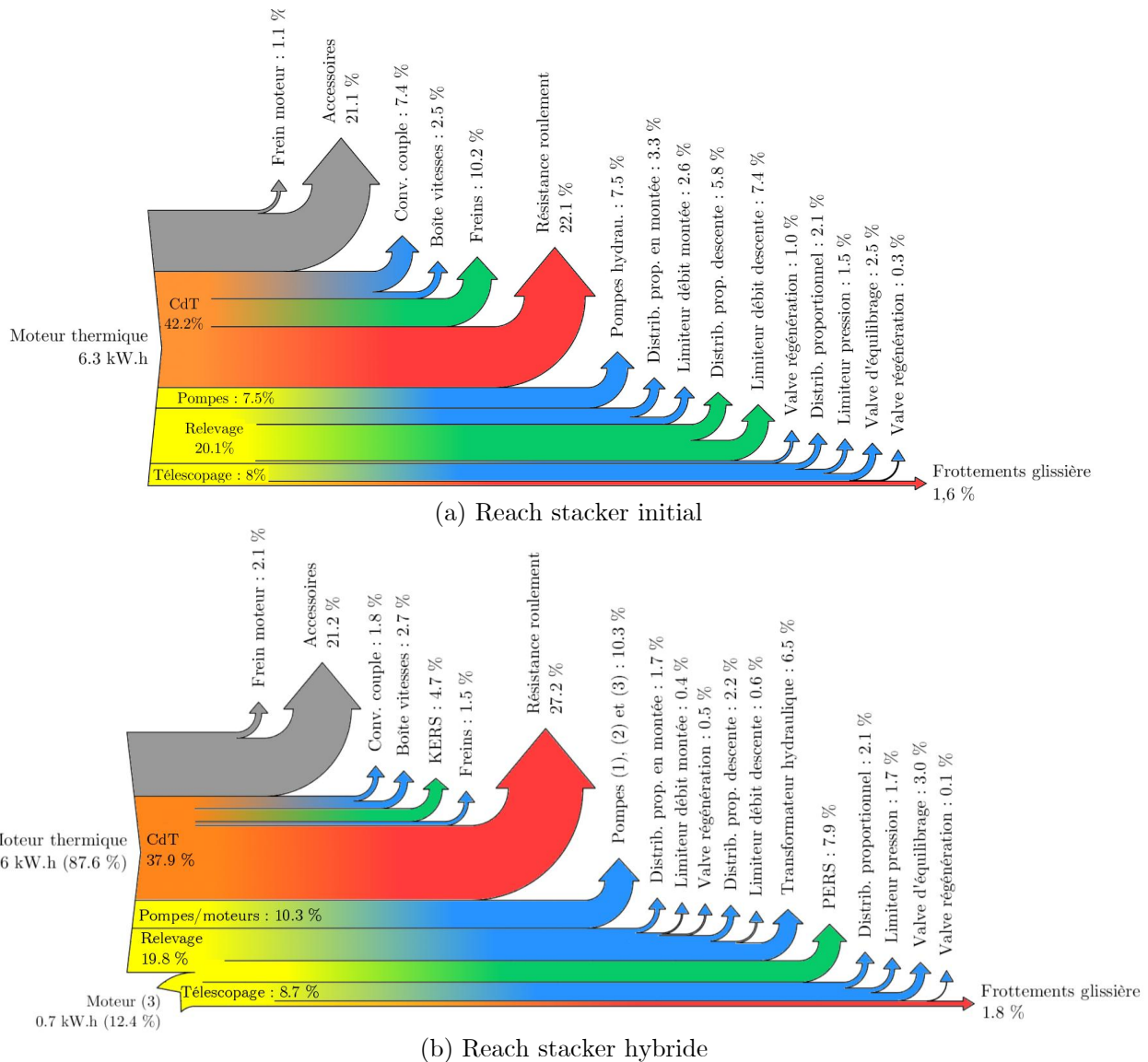


FIGURE 5.42 – Répartition de l'énergie fournie lors d'une mission type (Conteneur de 25t positionné initialement en 3^{ème} hauteur et 1^{ère} rangée)

Alors que l'ensemble des résultats exposés jusqu'à présent sont issus de simulations, le sixième et dernier chapitre traite de la validation expérimentale de la solution de récupération d'énergie potentielle. Un banc d'essai a en effet été développé dans le but de valider les performances dynamiques et énergétiques du PERS.

Chapitre 6

Développement d'un banc de test d'un système de récupération d'énergie potentielle

Sommaire

6.1	Introduction	169
6.2	Commande du système de récupération d'énergie potentielle du reach stacker	169
6.2.1	Commande linéaire avec <i>feedforward</i>	169
6.2.1.1	Introduction	169
6.2.1.2	Structure de commande du PERS	170
6.2.1.3	Stabilité du système en boucle fermée	172
6.2.2	Commande par linéarisation entrées-sorties	175
6.2.2.1	Introduction	175
6.2.2.2	Synthèse de la commande linéarisante	175
6.2.3	Résultats de simulation	179
6.3	Implémentation de la commande sur un banc d'essai	182
6.3.1	Présentation du banc d'essai	182
6.3.1.1	Architecture de puissance	182
6.3.2	Commande du vérin de charge	185
6.3.2.1	Structure de commande du servo-distributeur ③	186
6.3.2.2	Caractérisation du servo-distributeur ③	188
6.3.2.3	Validation de la commande du servo-distributeur ③	189
6.3.3	Mise en œuvre de la commande du système de récupération de l'énergie	190
6.3.3.1	Adaptation de la commande du PERS au banc d'essai	190
6.3.3.2	Commande sans PERS	191
6.3.3.3	Commande avec PERS	193
6.3.3.4	Prise en compte de la pression maximale dans l'accumulateur	197
6.4	Conclusion	200

6.1 Introduction

Le chapitre précédent était dédié au développement d'une architecture de puissance globalement plus performante du point de vue énergétique. Pour cela, une des solutions a été d'intégrer un système de récupération de l'énergie potentielle sur le relevage. Dans ce dernier chapitre, nous proposons de valider ce système.

Dans un premier temps, la commande du système de récupération d'énergie est développée. Seront notamment présentées une commande linéaire avec *feedforward*, puis une commande par linéarisation entrée-sortie.

Dans un second temps, nous proposons une validation expérimentale. Cela se fera sur un banc de test et non sur une machine prototype comme prévu initialement. Ce banc est constitué de deux vérins disposés tête-bêche, le premier vérin reproduisant la charge liée à la cinématique de la flèche et à la masse du conteneur, et le second jouant le rôle du vérin de relevage. À ce dernier est couplé le transformateur hydraulique réalisant la récupération d'énergie.

Le banc d'essai ainsi que les expérimentations présentés ici ont deux objectifs. D'une part, il s'agit de valider les stratégies de commande afin de garantir des performances dynamiques élevées et une sécurité suffisante. D'autre part, il faudra observer les performances en termes de récupération d'énergie avec une attention particulière dans la mesure où celles-ci sont directement liées au gain de consommation sur l'engin.

Dans la suite de ce chapitre, l'architecture de puissance est présentée ainsi que les composants constituant les deux chaînes d'actionnement. Le système de commande composé de capteurs et d'une solution de prototypage rapide est également détaillé. Nous nous intéressons ensuite à la commande de l'actionneur de charge. Finalement, la mise en œuvre expérimentale de la commande linéaire avec *feedforward* est présentée. Nous nous intéressons en particulier aux performances dynamiques, aux performances énergétiques, ainsi qu'à la sûreté de cette nouvelle architecture comme par exemple lors de la phase d'arrêt du système de récupération d'énergie, lorsque l'accumulateur atteint la pression maximale.

6.2 Commande du système de récupération d'énergie potentielle du reach stacker

6.2.1 Commande linéaire avec *feedforward*

6.2.1.1 Introduction

Pour cette solution de récupération d'énergie, deux entrées de commandes contrôlent une seule sortie. La commande de la cylindrée de la pompe ② et la commande de la position du tiroir du distributeur ① peuvent en effet toutes deux contrôler la vitesse de rentrée de la tige des vérins de relevage.

On rappelle dans un premier temps l'objectif du système hydraulique lié au relevage et plus particulièrement de la solution de récupération d'énergie, ce qui permettra par la suite de justifier le choix de la commande :

- le système considéré doit tout d'abord assurer la descente de la flèche de manière sécurisée. Sur la figure 6.1, on peut voir que le débit provenant des vérins circule inévitablement par le distributeur

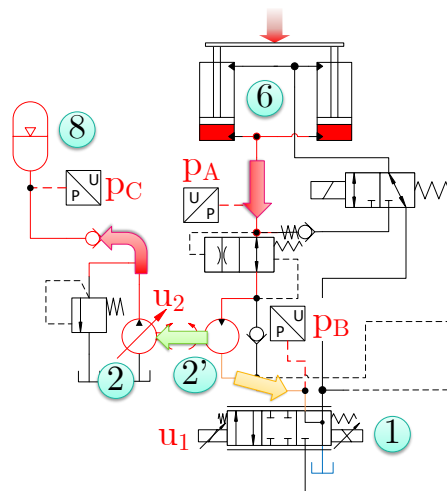


FIGURE 6.1 – Schéma détaillé de la solution de récupération d'énergie potentielle avec transformateur indépendant

proportionnel ①. Celui-ci a été conservé de l'architecture originale et assure la sécurité en cas de défaillance du transformateur hydraulique, ou encore si celui-ci n'est pas en mesure de retenir la charge (*e.g.* saturation de la commande de la cylindrée de la pompe),

- la dynamique du système de relevage doit être *a minima* conservée, voire améliorée par rapport au système actuel,
- la solution de récupération doit par ailleurs capter un maximum de l'énergie fournie par les vérins. Il faut donc veiller à ce que le distributeur ① dissipe un minimum d'énergie et à dériver un maximum de cette énergie au profit du transformateur {②+②'}

Pour satisfaire au mieux les deux premiers points, on propose d'asservir les vérins en vitesse à partir de la position du tiroir du distributeur proportionnel. Celui-ci assure donc les performances dynamiques du système ainsi que la sécurité grâce au faible temps de réponse du tiroir. En parallèle, le transformateur hydraulique joue le rôle de compensateur de pression dont l'objectif est de maintenir une différence de pressions aux bornes du distributeur proportionnel de manière à ce que le débit soit assuré tout en dissipant un minimum d'énergie. Nous avons donc ajouté une sortie (ici différence de pressions aux bornes du distributeur) de manière à maximiser la récupération d'énergie.

6.2.1.2 Structure de commande du PERS

Commande du servo-distributeur ①

Le rôle du distributeur ① est donc d'assurer le suivi de consigne de vitesse de rentrée de tige. Un terme de précompensation u_1^* est alors employé (voir figure 6.2). Celui-ci prépositionne le tiroir du distributeur en fonction du débit Q_d désiré et de la pression p_B mesurée en sortie du moteur hydraulique ②. Pour ce faire, la caractéristique statique inverse de ce distributeur est employée. De plus, le correcteur proportionnel-intégral assure le suivi précis de la consigne de vitesse et la robustesse de la commande.

La commande du distributeur est alors donnée par les équations (6.1) et (6.2).

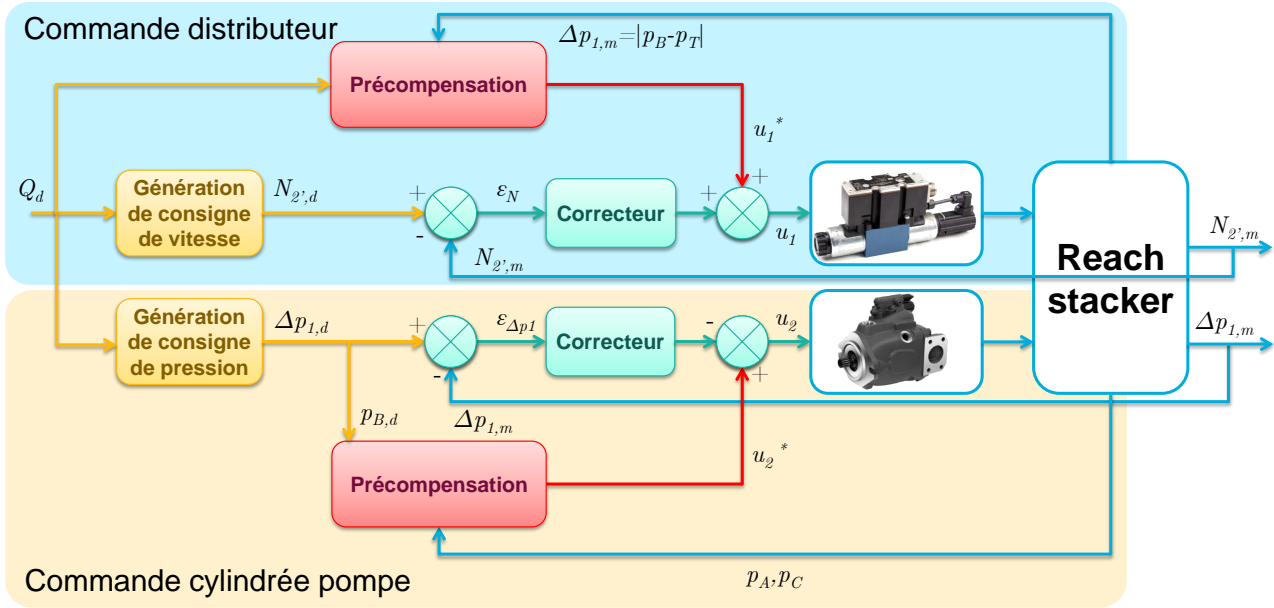


FIGURE 6.2 – Structure de commande

$$u_1 = u_1^* + \underbrace{k_{p1}(\omega_{2',d} - \omega_{2',m}) + k_{i1} \int_0^t (\omega_{2',d} - \omega_{2',m}) dt}_{\delta u_1} \quad (6.1)$$

avec

$$u_1^* = K_1^{-1} \left(\frac{Q_d}{\sqrt{\Delta p_{1,m}}} \right) \quad (6.2)$$

avec

- u_1^* le terme de précompensation,
- $\omega_{2',d}$ et $\omega_{2',m}$ la vitesse de rotation du moteur ② respectivement désirée et mesurée, en rad/s ,
- k_{p1} et k_{i1} le gain de l'action proportionnelle en $(rad/s)^{-1}$ et le gain de l'action intégrale en $(rad/s^2)^{-1}$ du correcteur PI,
- K_1 la fonction caractéristique du distributeur ① en $(m^3/s)/(Pa^{1/2})$,
- Q_d le débit désiré en m^3/s ,
- $\Delta p_{1,m}$ la différence de pression mesurée aux bornes du distributeur ①, où $\Delta p_{1,m} = |p_B - p_T|$, p_T étant la pression dans le réservoir, en Pa .

Commande de la cylindrée de la pompe de récupération d'énergie ②

La loi de commande associée à la cylindrée de la pompe est constituée de deux éléments se soustrayant (figure 6.2). Le premier terme correspond à une valeur de cylindrée u_2^* permettant théoriquement de retenir la charge. Le second terme provient du correcteur PI sur l'erreur en pression.

Le terme de précompensation u_2^* est calculé à partir de la pression p_A mesurée en entrée du moteur et de la pression $p_{B,d}$ désirée en sortie du moteur ②. On détermine ainsi la différence de pression souhaitée en ses bornes. À partir de cette différence de pressions, de celle aux bornes de la pompe ($\Delta p_2 = p_C - p_T \approx p_C$) et des rendements mécaniques de la pompe et du moteur, une commande de

cylindrée est déterminée. Il s'agit donc d'une valeur de commande de cylindrée positionnant celle-ci au plus proche de la position permettant d'atteindre la pression $p_{B,d}$ désirée. Dans la mesure où le moteur ② et la pompe ② génèrent des pertes liées aux rendements mécanique et volumétrique, la pertinence du calcul de la cylindrée serait faussée si celles-ci étaient omises et pourrait mener à un blocage du système. En effet, une valeur optimiste de rendement mène à une cylindrée de retenue plus élevée que nécessaire. L'emploi d'un coefficient représentatif d'un rendement constant est possible, mais celui-ci devra correspondre au plus faible rendement atteint par le transformateur, ceci afin d'assurer un minimum de perturbation sur le système, quel que soit son point de fonctionnement. Le modèle de rendement de Rydberg [Rydberg, 2009] (annexe B) est alors employé pour représenter ces rendements.

Finalement, le correcteur proportionnel-intégral contribue à la détermination de la commande de la cylindrée u_2 en assurant le suivi de consigne en pression et la robustesse de la commande globale. Si la pression en aval du moteur est supérieure à la pression souhaitée, la cylindrée augmente, et inversement. La commande u_2 est alors déterminée par les équations (6.3) et (6.4).

$$u_2 = u_2^* + \underbrace{k_{p_2} (\Delta p_{1,d} - \Delta p_{1,m}) + k_{i_2} \int_0^t (\Delta p_{1,d} - \Delta p_{1,m}) dt}_{\delta u_2} \quad (6.3)$$

avec

$$u_2^* = \frac{V_{e,m_2'} (p_A - p_{B,d}) \eta_{m_2'} \eta_{m_2}}{V_{e,p_2} p_C} \quad (6.4)$$

avec

- V_{e,p_2} et $V_{e,m_2'}$ les cylindrées de la pompe ② et celle du moteur ②, en m^3/rad ,
- η_{m_2} et $\eta_{m_2'}$ le rendement mécanique de la pompe ② et celui du moteur ②,
- p_C la pression dans l'accumulateur ⑧, en Pa ,
- $\Delta p_{1,d}$ la différence de pressions désirée aux bornes du distributeur ①, en Pa ,
- k_{p_2} et k_{i_2} le gain de l'action proportionnelle en Pa^{-1} et le gain de l'action intégrale en $(Pa/s)^{-1}$ du correcteur PI,

6.2.1.3 Stabilité du système en boucle fermée

On considère ici les dynamiques associées à la vitesse de rotation ω du transformateur et à la pression p_B entre le moteur hydraulique et le distributeur proportionnel (voir figure 6.3). Les pressions dans l'accumulateur (p_C) et les vérins de relevage (p_A) sont considérés comme des perturbations mesurées.

La vérification de la stabilité du système en boucle fermée est réalisée autour d'un point de fonctionnement à partir du modèle dynamique suivant :

$$\begin{cases} J\dot{\omega} &= k_m (p_A - p_B) - k_p p_C u_2 \\ \dot{p}_B &= \frac{B}{V_B} (k_m \omega - Q_1(u_1, p_B)) \end{cases} \quad (6.5)$$

avec

- J l'inertie du transformateur {② + ②} en $kg.m^2$,
- ω la vitesse de rotation du transformateur en rad/s ,
- $k_m = \eta_{m_2'} V_{e,m_2'} \frac{1.10^{-6}}{2\pi}$, en m^3/rad ,

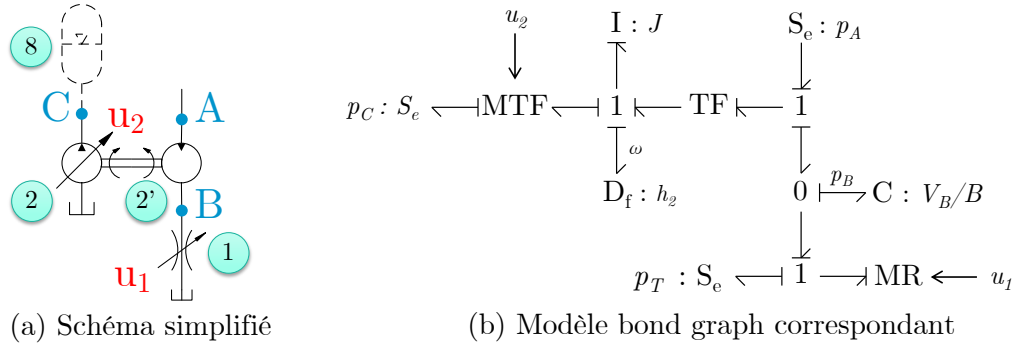


FIGURE 6.3 – Schéma simplifié pour la commande du PERS avec transformateur indépendant

- $k_p = \frac{V_{e,p_2}}{\eta_{m_2}} \frac{1 \cdot 10^{-6}}{2\pi}$, en m^3/rad ,
- B le module de compressibilité du fluide hydraulique en Pa ,
- V_B le volume de la chambre et des flexibles, supposé constant, en m^3 .
- $Q_1 = K_1(u_1)\sqrt{p_B - p_T}$ le débit traversant le distributeur ① en m^3/s .

Les structures de commandes présentées dans la section précédente sont utilisées. Toutefois, nous montrons la stabilité du système en boucle fermée uniquement dans le cas où $k_{i_1} = 0$ et $k_{i_2} = 0$. Autrement dit, les actions des correcteurs employés sont uniquement proportionnelles aux erreurs. De plus, la preuve de stabilité n'est montrée que sur un système linéarisé autour d'un point de fonctionnement.

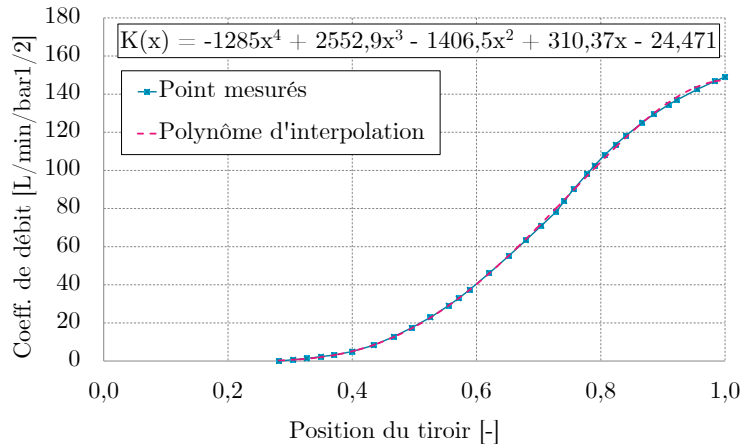


FIGURE 6.4 – Caractéristique de débit de la valve ①

L'expression de $\dot{\omega}$ (équation (6.5)) en boucle fermée donne :

$$J\dot{\omega} = (k_m - k_{p_2}k_p p_C) \cdot (p_{B,d} - p_B) \quad (6.6)$$

La linéarisation de l'équation (6.6) autour du point (\bar{p}_B, \bar{p}_C) donne alors

$$J\delta\dot{\omega} = -(k_m - k_{p_2}k_p \bar{p}_C) \delta p_B - k_{p_2}k_p (p_{B,d} - \bar{p}_B) \delta p_C \quad (6.7)$$

On réalise ensuite un développement limité à l'ordre 1 de Q_1 autour du point $(u_1^*, p_{B,d})$:

$$Q_1(u_1^* + \delta u_1, p_{B,d} + \delta p_B) = \underbrace{Q_1(u_1^*, p_{B,d})}_{k_m \omega_d} + \left(\frac{dK(u_1)}{du_1} \right)_{u_1=u_1^*} \cdot \sqrt{p_{B,d} - p_T} \cdot \delta u_1 + \frac{K(u_1^*)}{2\sqrt{p_{B,d} - p_T}} \cdot \delta p_B \quad (6.8)$$

On notera que $\frac{dK(u_1)}{du_1} > 0$ (voir figure 6.4) et $p_{B,d} > p_T$. En intégrant l'expression de Q_1 dans celle de \dot{p}_B (équation (6.5)), on obtient une forme linéarisée :

$$\begin{aligned} \dot{p}_B &= \frac{B}{V_B} \left(k_m (\omega - \omega_d) - \left(\frac{dK(u_1)}{du_1} \right)_{u_1=u_1^*} \cdot \sqrt{p_{B,d} - p_T} \cdot \delta u_1 - \frac{K(u_1^*)}{2\sqrt{p_{B,d} - p_T}} \cdot \delta p_B \right) \\ &= \frac{B}{V_B} \left(k_m (\omega - \omega_d) - \left(\frac{dK(u_1)}{du_1} \right)_{u_1=u_1^*} \cdot \sqrt{p_{B,d} - p_T} \cdot k_{p_1} (\omega_d - \omega) - \frac{K(u_1^*)}{2\sqrt{p_{B,d} - p_T}} \cdot \delta p_B \right) \end{aligned} \quad (6.9)$$

car $\delta u_1 = k_{p_1} (\omega_d - \omega)$,

On introduit maintenant les variables d'erreurs suivantes :

$$\begin{aligned} \epsilon_1 &= \omega_d - \omega \\ \epsilon_2 &= p_{B,d} - p_B \end{aligned} \quad (6.10)$$

Sur un point de fonctionnement donné, ω_d et $p_{B,d}$ sont supposés constants, donc

$$\begin{aligned} \delta \epsilon_1 &= -\delta \omega \Rightarrow \delta \dot{\epsilon}_1 = -\delta \dot{\omega} \\ \delta \epsilon_2 &= -\delta p_B \Rightarrow \delta \dot{\epsilon}_2 = -\delta \dot{p}_B \end{aligned} \quad (6.11)$$

où δ représente de petites variations ;

Le modèle donné par (6.5) en boucle fermée après linéarisation est alors donné par :

$$\begin{cases} J \delta \dot{\epsilon}_1 &= -(k_m + k_{p_2} k_p \bar{p}_C) \delta \epsilon_2 - k_{p_2} k_p \epsilon_2^* \delta p_C \\ \delta \dot{\epsilon}_2 &= \frac{B}{V_B} \left(k_m \delta \epsilon_1 + \left(\frac{dK(u_1)}{du_1} \right)_{u_1=u_1^*} \cdot \sqrt{p_{B,d} - p_T} \cdot k_{p_1} \delta \epsilon_1 - \frac{K(u_1^*)}{2\sqrt{p_{B,d} - p_T}} \cdot \delta \epsilon_2 \right) \end{cases} \quad (6.12)$$

Sous forme matricielle, cela revient à

$$\begin{bmatrix} \delta \dot{\epsilon}_1 \\ \delta \dot{\epsilon}_2 \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & -a_{12} \\ a_{21} & -a_{22} \end{bmatrix}}_A \begin{bmatrix} \delta \epsilon_1 \\ \delta \epsilon_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -\frac{k_{p_2} k_p \epsilon_2^* \delta p_C}{J} \\ 0 \end{bmatrix} \quad (6.13)$$

avec

$$\begin{aligned} a_{12} &= \frac{k_m + k_{p_2} k_p \bar{p}_C}{J} & a_{21} &= \frac{B}{V_B} \left(k_m + \left(\frac{dK(u_1)}{du_1} \right)_{u_1=u_1^*} \cdot \sqrt{p_{B,d} - p_T} \cdot k_{p_1} \right) \\ a_{22} &= \frac{B}{V_B} \frac{K(u_1^*)}{2\sqrt{p_{B,d} - p_T}} \end{aligned} \quad (6.14)$$

où a_{12} , a_{21} et a_{22} sont strictement positifs, sauf en $u_1^* = 0$ où $K(u_1^*) = 0$. Le polynôme caractéristique

de A est alors donné par :

$$P = \lambda^2 + a_{22}\lambda + a_{12}a_{21} \quad (6.15)$$

Comme tous les coefficients du polynôme sont de même signe, on peut donc en conclure que le système en boucle fermée et linéarisé autour d'un point de fonctionnement est asymptotiquement stable quel que soit le point de fonctionnement considéré, sauf en $K(u_1^*) = 0$, où il est stable mais pas asymptotiquement. La démonstration de la stabilité le long d'une trajectoire étant beaucoup plus complexe, elle n'est pas abordée ici, mais les résultats obtenus ne montrent aucun problème à ce niveau.

6.2.2 Commande par linéarisation entrées-sorties

6.2.2.1 Introduction

La stratégie de commande développée dans la section précédente nécessite la linéarisation autour d'un point de fonctionnement. Pour prendre en compte l'ensemble du domaine de fonctionnement, nous choisissons de développer en parallèle une autre technique de commande reposant sur la linéarisation entrée-sortie, technique développée par Isidori dans les années 1960 [Isidori, 1995]. Celle-ci consiste à rechercher un bouclage permettant de linéariser et découpler le système du point de vue des entrées-sorties.

En vue d'une implantation temps réel, il est indispensable de simplifier le modèle avant de synthétiser la commande. Pour ce faire, le même modèle que dans la section précédente est employé. Le schéma de principe et le bond graph associé (figure 6.3) représentent le modèle utilisé pour la commande. On considère notamment que le moteur a un rendement volumétrique égal à 1, et que la pression p_A imposée par les vérins de relevage ainsi que la pression dans l'accumulateur sont associées à des perturbations mesurées. Par contre, les rendements mécaniques de la pompe et du moteur sont pris en compte (voir annexe B).

6.2.2.2 Synthèse de la commande linéarisante

La mise en œuvre de la technique de commande linéarisante est facilitée si le système est affine en la commande, or le débit caractéristique de la valve ① est donné par l'équation :

$$Q_1 = K_1(x_t)\sqrt{|p_B - p_T|} \cdot \text{sign}(p_B - p_T) \quad (6.16)$$

avec Q_1 [m^3/s] le débit traversant le distributeur ①, K_1 [$(m^3/s)/Pa^{1/2}$] le coefficient de débit dépendant de la position du tiroir normalisée $x_t \in [-1; 1]$, p_B et p_T respectivement la pression au point B et la pression du réservoir. La fonction $K_1(x_t)$ étant non linéaire, il n'est pas possible d'obtenir un système affine en la commande directement. Les points caractéristiques de cette fonction $K_1(x_t)$ fournis par le fabricant peuvent finalement être approchés par un polynôme de degré 4 (voir figure 6.4). On s'intéresse ici uniquement au coefficient de débit correspondant au passage du fluide de l'orifice A vers T ($x_t \in [-1; 0]$).

On obtient alors un système dont la première entrée u_1 est une position normalisée d'un tiroir de distributeur, et la seconde entrée u_2 la position du plateau de la pompe ②. Ces hypothèses mènent

alors à la construction du modèle d'état suivant :

$$\begin{cases} \dot{x}_t = \frac{u_1 - x_t}{\tau} \\ \dot{p}_B = \frac{B}{V_B} (V_{e_{m2'}} \omega - K(x_t) \sqrt{p_B - p_T}) \\ J\dot{\omega} = V_{e_{m2'}} \eta_{m2'} (p_A - p_B) - \frac{V_{e_{p2}} p_C}{\eta_{m2}} u_2 \end{cases} \quad (6.17)$$

avec

- ω la vitesse de rotation du transformateur,
- J son inertie,
- τ la constante de temps du distributeur proportionnel,
- B le module de compressibilité du fluide hydraulique,
- V_B le volume de la chambre entre le moteur et le distributeur proportionnel,
- p_C la pression dans l'accumulateur,
- $V_{e_{m2'}}$ et $V_{e_{p2}}$ respectivement la cylindrée du moteur ② et de la pompe ②.

On rappelle que l'objectif de cette commande est de contrôler la vitesse de descente de la flèche et de maximiser la récupération d'énergie. Cette vitesse étant par hypothèse proportionnelle à la vitesse de rotation du transformateur, on utilise alors cette variable comme sortie du modèle. Enfin, nous faisons le choix de la pression p_B comme autre sortie. Cela nous permettra de minimiser la perte de charge au niveau du distributeur proportionnel. Il sera alors nécessaire de générer une consigne $p_{B,d}$ pertinente.

$$\begin{cases} h_1(\mathbf{x}) = p_B \\ h_2(\mathbf{x}) = \omega \end{cases} \quad (6.18)$$

avec h_1 et h_2 les sorties, et $\mathbf{x} = [x_t \quad p_B \quad \omega]^T$ le vecteur d'état.

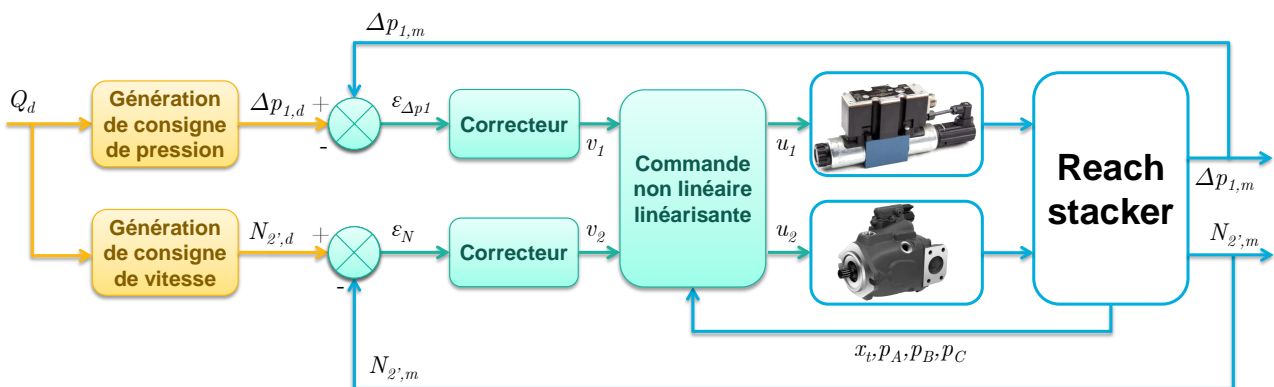


FIGURE 6.5 – Méthode de commande par bouclage linéarisant

La figure 6.5 présente la structure de commande employée, dont les blocs liés au changement de variables et la commande linéaire restent à déterminer. L'emploi de la méthode de linéarisation entrées-sorties proposée par Isidori nécessite de réexprimer le système (6.17) sous la forme :

$$\dot{\mathbf{x}} = f(\mathbf{x}) + g_1(\mathbf{x})u_1 + g_2(\mathbf{x})u_2 \quad (6.19)$$

$$\text{avec } f(\mathbf{x}) = \begin{bmatrix} -\frac{x_t}{\tau} \\ \frac{B}{V_B} (V_{e_{m2'}}\omega - K(x_t)\sqrt{p_B - p_T}) \\ \frac{V_{e_{m2'}}\eta_{m2'}}{J} (p_A - p_B) \end{bmatrix}, \quad g_1(\mathbf{x}) = \begin{bmatrix} \frac{1}{\tau} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \text{et } g_2(\mathbf{x}) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -\frac{V_{e_{p2}}p_C}{J\eta_{m2}} \end{bmatrix}$$

On calcule maintenant les dérivées de Lie pour déterminer les indices caractéristiques d'une part, puis dans un second temps, le changement de variable. On cherche ici le plus petit entier strictement positif ρ_i tel que $L_{g_j}L_f^{\rho_i-1}h_i(x) \neq 0$, correspondant au nombre minimum d'intégrateurs entre chacune des sorties et les entrées. Pour la première sortie :

$$L_{g_1}h_1(\mathbf{x}) = 0, \quad L_{g_2}h_1(\mathbf{x}) = 0$$

On calcule donc $L_{g_1}L_f h_1(\mathbf{x})$ et $L_{g_2}L_f h_1(\mathbf{x})$:

$$L_{g_1}L_f h_1(\mathbf{x}) = -\frac{B\sqrt{p_B - p_T}}{\tau V_B} \frac{dK(x_t)}{dx_t}, \quad L_{g_2}L_f h_1(\mathbf{x}) = -\frac{BV_{e_{m2'}}V_{e_{p2}}p_C}{V_B J\eta_{m2}}$$

On suppose $p_B > p_T$, et de plus, on a $\frac{dK(x_t)}{dx_t} > 0$ (pour $u_1 > 0$), donc $L_{g_1}L_f h_1(\mathbf{x}) \neq 0$. On a donc $\rho_1 = 2$

Pour la seconde sortie, on a :

$$L_{g_1}h_2(\mathbf{x}) = 0, \quad L_{g_2}h_2(\mathbf{x}) = -\frac{V_{e_{p2}}p_C}{J\eta_{m2}} \neq 0$$

L'accumulateur devant toujours fonctionner à une pression supérieure à la pression de gonflage, on peut alors considérer que $p_C > 0$, et donc $\rho_2 = 1$.

Remarque : l'indice caractéristique aurait également pu être déterminé directement sur le modèle bond graph. Il s'agit alors de déterminer les chemins causaux entrée-sortie de longueurs minimales.

La commande linéarisante s'écrit :

$$\begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} = \alpha(\mathbf{x}) + \beta(\mathbf{x}) \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \end{bmatrix} \quad (6.20)$$

avec v_1 et v_2 les nouvelles commandes du système, et

$$\begin{cases} \alpha(\mathbf{x}) &= -\Delta^{-1}(\mathbf{x}) \begin{bmatrix} L_f^2 h_1(\mathbf{x}) \\ L_f h_2(\mathbf{x}) \end{bmatrix} \\ \beta(\mathbf{x}) &= \Delta^{-1}(\mathbf{x}) \end{cases}$$

où

$$\Delta(\mathbf{x}) = \begin{bmatrix} L_{g_1}L_f h_1 & L_{g_2}L_f h_1 \\ L_{g_1}h_2 & L_{g_2}h_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{B\sqrt{p_B - p_T}}{\tau V_B} \frac{dK(x_t)}{dx_t} & -\frac{BV_{e_{m2'}}V_{e_{p2}}p_C}{V_B J\eta_{m2}} \\ 0 & -\frac{V_{e_{p2}}p_C}{J\eta_{m2}} \end{bmatrix}$$

et

$$\begin{aligned} L_f^2 h_1(\mathbf{x}) &= +\frac{Bx_t\sqrt{p_B - p_T}}{\tau V_B} \frac{dK(x_t)}{dx_t} - \frac{B^2K(x_t)}{2V_B^2\sqrt{p_B - p_T}} (V_{e_{m2'}}\omega - K(x_t)\sqrt{p_B - p_T}) \\ &\quad + \frac{BV_{e_{m2'}}^2\eta_{m2'}}{V_B J} (p_A - p_B) \\ L_f h_2(\mathbf{x}) &= \frac{V_{e_{m2'}}\eta_{m2'}}{J} (p_A - p_B) \end{aligned}$$

Finalement, on obtient :

$$\left\{ \begin{array}{l} u_1 = x_t - \frac{B\tau K(x_t)}{2V_B(p_B - p_T) \frac{dK(x_t)}{dx_t}} (V_{e_{m2'}}\omega - K(x_t)\sqrt{p_B - p_T}) - \frac{V_B\tau}{B\sqrt{p_B - p_T} \frac{dK(x_t)}{dx_t}} v_1 \\ \quad + \frac{\tau V_{e_{m2'}}}{\sqrt{p_B - p_T} \frac{dK(x_t)}{dx_t}} v_2 \\ u_2 = \frac{V_{e_{m2'}}(p_A - p_B)\eta_{m2}\eta_{m2'}}{V_{e_{p2}}p_C} - \frac{J\eta_{m2}}{V_{e_{p2}}p_C} v_2 \end{array} \right. \quad (6.21)$$

On notera que l'on retrouve le même terme de précompensation sur la commande u_2 (commande de la cylindrée de la pompe) que dans la structure de commande linéaire avec *feedforward*. Remarquons tout de même que la pression désirée $p_{B,d}$, employée dans le terme *feedforward*, est remplacée ici par la pression mesurée p_B . Concernant la commande u_1 , le même terme de précompensation aurait été retrouvé si la dynamique du tiroir du distributeur avait été négligée.

Étant donné que $\dim(x) = 3 = \rho_1 + \rho_2 = 3$, il en résulte une linéarisation complète du système. On obtient alors le changement de variables en boucle ouverte suivant :

$$\mathbf{z} = \phi(\mathbf{x}) = \begin{cases} p_B \\ \frac{B}{V_B} (V_{e_{m2'}}\omega - K(x_t)\sqrt{p_B - p_T}) \\ \omega \end{cases} \quad (6.22)$$

et le système bouclé partiellement linéarisé donne :

$$\begin{cases} \dot{z}_1 = z_2 \\ \dot{z}_2 = v_1 \\ \dot{z}_3 = v_2 \end{cases} \quad (6.23)$$

Le système étant découplé, on peut traiter séparément $\bar{z} = [z_1 \quad z_2]^T$ et z_3 . Il est tout d'abord aisé de stabiliser z_3 en prenant :

$$v_2 = k_{p2}(z_{3,d} - z_3) \quad (6.24)$$

En revanche, pour \bar{z} , on emploie une commande par retour d'état :

$$v_1 = z_{1,d} - \begin{bmatrix} k_{p1} & k_{d,1} \end{bmatrix} \bar{z} \quad (6.25)$$

On obtient alors :

$$\dot{\bar{z}} = \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -k_{p1} & -k_{d,1} \end{bmatrix}}_A \bar{z} + \begin{bmatrix} 0 \\ z_{1,d} \end{bmatrix} \quad (6.26)$$

$$\det(\bar{A} - \lambda I) = \lambda^2 + k_{d1}\lambda + k_{p1} = (\lambda - \lambda_1)(\lambda - \lambda_2) \quad (6.27)$$

Par exemple, on peut choisir $\lambda_1 = \lambda_2 = -\frac{1}{\tau}$, et on a alors $k_{p1} = \frac{1}{\tau^2}$ et $k_{d1} = \frac{2}{\tau}$.

La commande obtenue découple le système du point de vue entrée-sortie. La commande v_1 agit

uniquement sur la dérivée seconde de la pression p_B , et la commande v_2 agit uniquement sur l'accélération angulaire du transformateur ω . Il est donc théoriquement plus facile de stabiliser ce système. Toutefois, nous pouvons d'ores et déjà identifier un risque probable de dégénérescence du système. En effet, lorsque l'accumulateur atteint sa pression maximale, la récupération d'énergie doit être stoppée. La commande u_2 est alors imposée à zéro. Autrement dit, cette situation supprime une commande du système, et la structure de commande présentée ici n'est alors plus valable.

Pour pallier ce problème, il est possible de maintenir le couplage en inter-changeant v_1 et v_2 . On se rapproche alors de la commande linéaire avec *feedforward* présentée précédemment. Il est dans ce cas nécessaire de déterminer une commande stabilisante. Ce travail n'est pas abordé ici et forme une perspective intéressante pour la suite.

Une autre situation pouvant amener à une dégénérescence se trouve dans le cas où la commande u_2 est saturée. Cela peut notamment survenir lorsque la masse du conteneur est trop élevée. Dans ce cas, un emballement du système est probable. Pour éviter cette situation, le distributeur proportionnel doit être commandé de manière adéquate. Pour ce faire, nous proposons de travailler sur la génération de la consigne de pression $p_{B,d}$. Celle-ci prend alors la forme suivante :

$$p_{B,d} = \max \left(\left[\frac{Q_d}{K(x_{t,max})} \right]^2, p_A - \frac{u_{2,max} V_{e,p2} p_C}{V_{e,m2'} \eta_{m2} \eta_{m2'}} \right) \quad (6.28)$$

Ainsi, lorsque la commande u_2 n'est pas saturée, le premier terme $\left[\frac{Q_d}{K(x_{t,max})} \right]^2$ est valable, et la perte de charge est minimisée au niveau du distributeur. En revanche, lorsque la charge est trop importante, le second terme permet d'anticiper la saturation en augmentant la pression $p_{B,d}$. Ainsi, la différence de pression au niveau du moteur hydraulique est réduite, et la pompe reste en mesure de contrôler la vitesse de rotation du transformateur.

6.2.3 Résultats de simulation

La validation de la commande non linéaire proposée ici repose sur plusieurs critères. Tout d'abord, il s'agit d'analyser les performances dynamiques du système afin de vérifier que celles-ci répondent au cahier des charges, puis on compare les performances énergétiques de cette technique par rapport à la commande détaillée à la section 6.2.1. En particulier, on s'intéressera au taux de récupération d'énergie, à savoir le rapport entre l'énergie récupérable et l'énergie récupérée. Le cycle considéré ici est focalisé sur la fonction relevage uniquement. Il s'agit alors de simuler des phases de descente de flèche à des vitesses différentes et des charges de conteneurs variées dans le but de valider la commande pour une grande variété de situations de vie rencontrées.

Les premières simulations ont été réalisées à 40% de la vitesse maximale de descente, dans un premier temps sans charge, puis dans un second temps, avec un conteneur de 40t. La figure 6.6(a) montre notamment le suivi de consigne en vitesse pour la commande linéaire avec *feedforward* présentée dans la section 6.2.1 et la commande non linéaire linéarisante.

- **À vide** : le système doté de la commande linéaire avec *feedforward* est peu amorti et l'on observe des oscillations de vitesse liées de manière conjointe à la commande du distributeur et de la cylindrée de la pompe. En revanche, la commande linéarisante stabilise rapidement la vitesse de descente autour de la consigne. On peut également voir sur la figure 6.6(b) que le

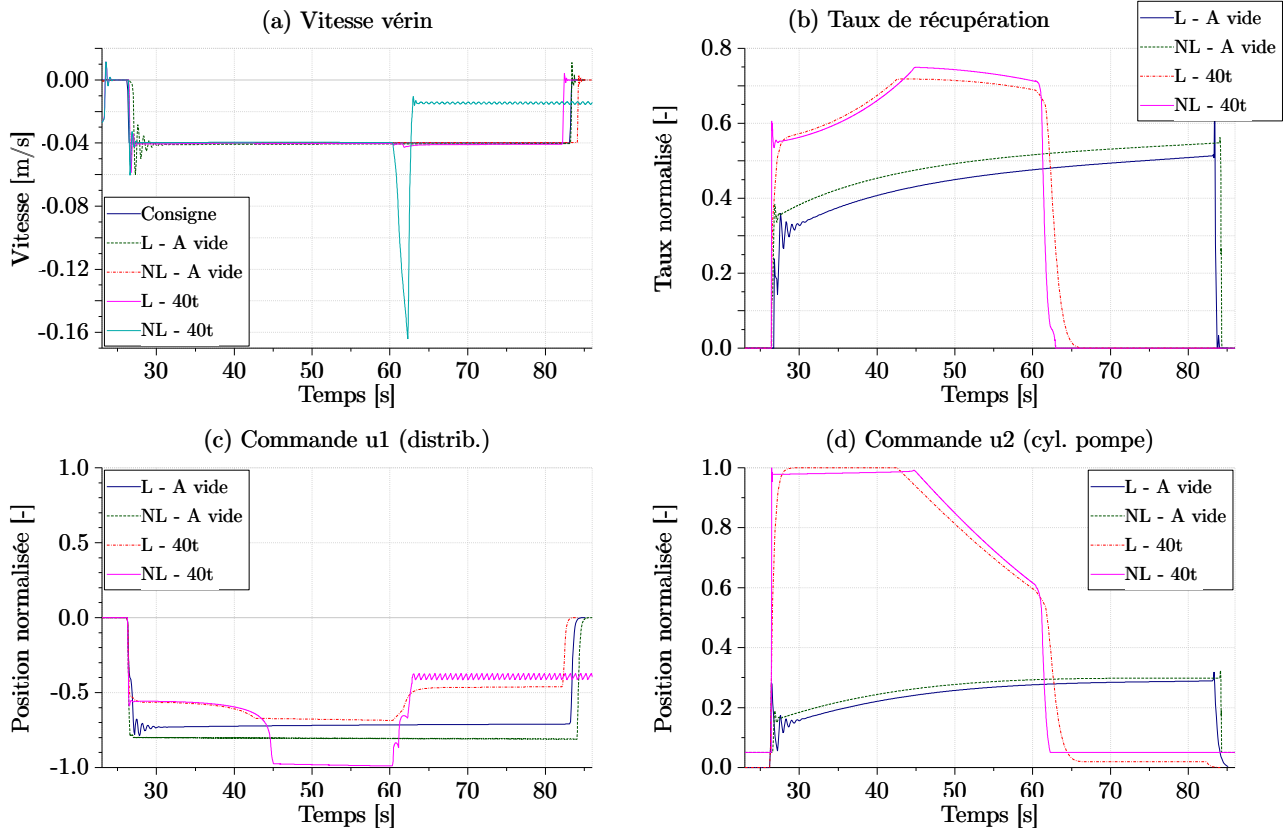


FIGURE 6.6 – Résultats de simulation pour une descente de flèche à 40% de la vitesse maximale (L : commande linéaire avec *feedforward*, NL : commande non linéaire)

taux de récupération¹ est légèrement plus élevé avec cette dernière technique de commande. La cylindrée de la pompe est globalement plus élevée qu'avec la commande linéaire avec *feedforward*, notamment grâce à une ouverture plus importante du distributeur proportionnel (figure 6.6(c)).

- **Avec conteneur de 40t** : bien que l'on observe une phase oscillatoire identique sur les deux types de commande, le suivi de consigne global n'en reste pas moins à l'avantage de la commande linéaire avec *feedforward*. En effet, on peut voir à 60 s le début de la réduction de la cylindrée de la pompe de récupération liée à l'approche progressive de l'état de charge maximum de l'accumulateur. Cet arrêt progressif de la récupération est aisément compensé par la commande linéaire puisque le distributeur se referme rapidement de manière à retenir davantage la charge. La commande non linéaire au contraire provoque une importante survitesse du vérin de relevage dans la mesure où la commande de la pompe n'est plus disponible. Du point de vue des performances énergétiques, on observe des résultats similaires. On notera qu'il est possible de dépasser les 70% d'énergie récupérée grâce à une meilleure efficacité du transformateur. La haute pression liée à la charge importante et la vitesse de rotation faible permettent en effet un fonctionnement à haut rendement du moteur et de la pompe.

1. Le taux de récupération correspond au rapport entre la puissance fournie par les vérins de relevage et la puissance fournie par la pompe de récupération à l'accumulateur.

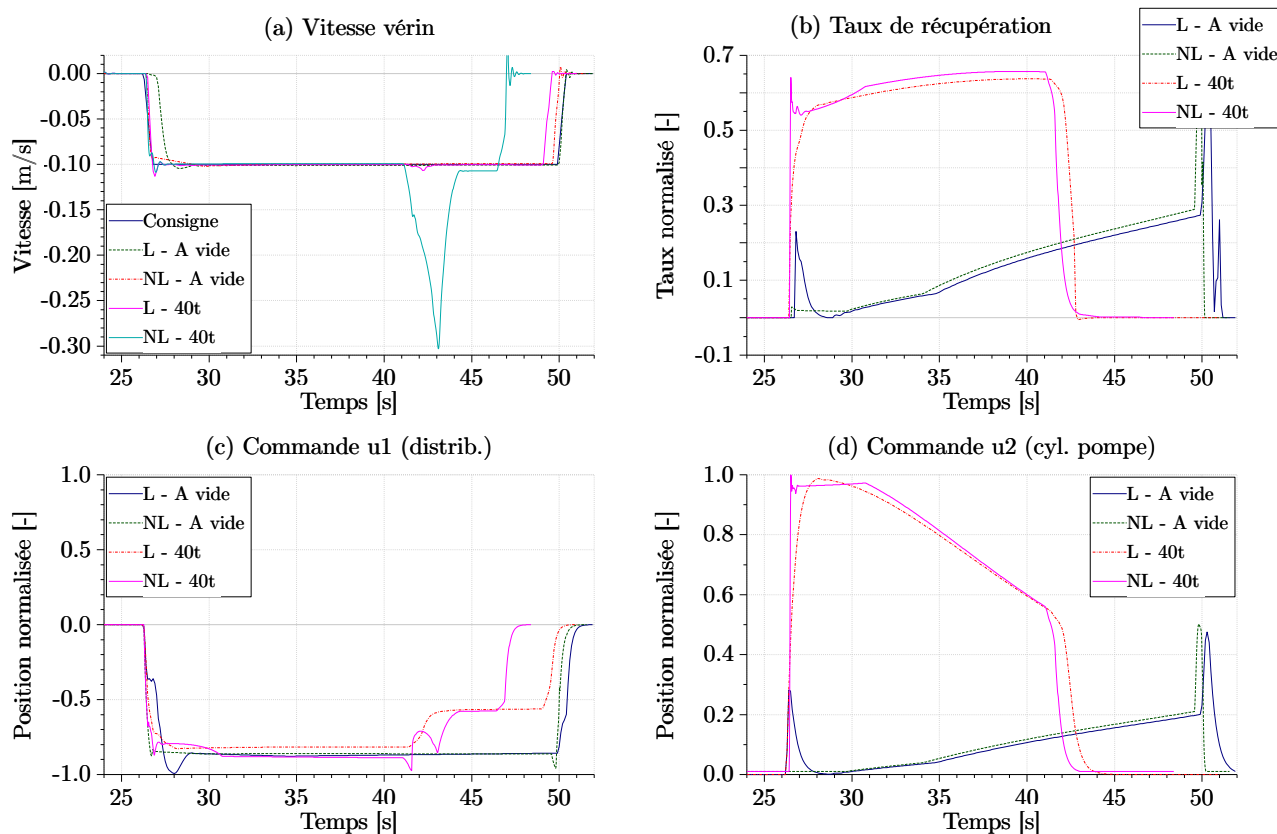


FIGURE 6.7 – Résultats de simulation pour une descente de flèche à 100% de la vitesse maximale (L : commande linéaire par *feedforward*, NL : commande non linéaire)

La seconde simulation est réalisée à 100% de la vitesse maximale des vérins de relevage (voir figure 6.7).

- **À vide** : là encore, la commande non linéaire offre de meilleures performances dynamiques que la commande linéaire avec *feedforward*. Elle permet notamment un temps de réponse plus court. Le taux de récupération d'énergie reste ici légèrement en faveur de la commande non linéaire, néanmoins l'écart est plus faible qu'à basse vitesse.
- **Avec conteneur de 40t** : le dépassement est similaire pour les deux techniques de commande. Toutefois, on observe de la même manière qu'à basse vitesse un emballement du système à 41 s pour la commande non linéaire. Concernant la récupération d'énergie, la commande non linéaire offre des performances légèrement plus intéressantes. On remarque en effet une ouverture du distributeur plus importante sur la figure (c) qui engendre une cylindrée élevée de la pompe et donc un taux de récupération élevé.

En somme, la technique de commande linéarisante réduit le temps de montée tout en garantissant un dépassement faible notamment à haute vitesse. L'inconvénient majeur se trouve au niveau de l'arrêt de la récupération d'énergie, lorsque l'accumulateur se trouve à sa pression maximale.

6.3 Implémentation de la commande sur un banc d'essai

6.3.1 Présentation du banc d'essai

6.3.1.1 Architecture de puissance

Principe général du banc d'essai

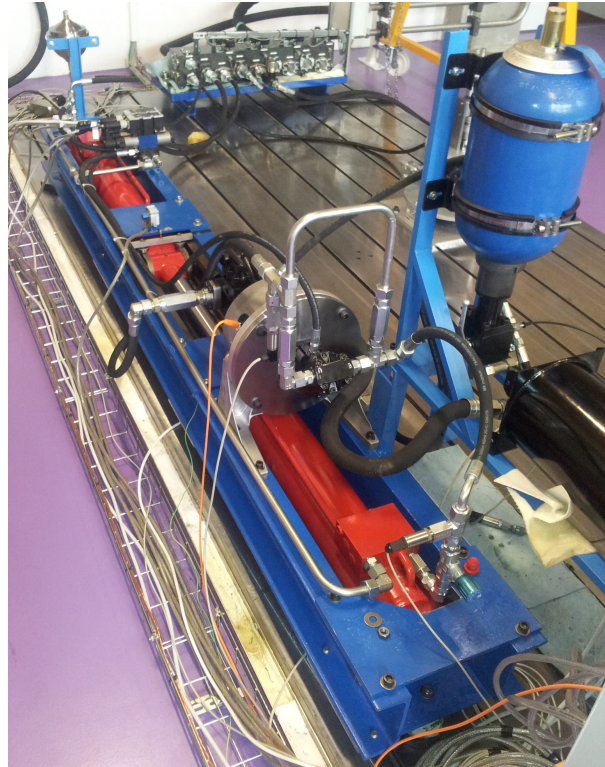


FIGURE 6.8 – Photo du banc d'essai

Le banc d'essai présenté sur la figure 6.8 se compose de deux chaînes d'actionnement hydrauliques où les actionneurs terminaux se font face. Ceux-ci sont liés mécaniquement par un chariot se déplaçant sur un rail. La première chaîne d'actionnement reproduit la charge que devrait supporter l'un des deux vérins de relevage sur la machine réelle. La seconde chaîne d'actionnement possède une architecture similaire à celle qui est proposée à la section 5.3.4 (page 143). La structure d'actionnement globale présentée sur la figure 6.9 illustre ces deux chaînes. Un système commun permet de commander les deux actionneurs ainsi que la solution de récupération d'énergie, grâce notamment à différents capteurs fournissant les mesures souhaitées. On notera que les deux chaînes d'actionnement ont une structure de base identique, et se différencient uniquement par la présence d'un modulateur de puissance complémentaire et d'un stockage d'énergie sur l'une des deux chaînes.

Dans l'optique de valider expérimentalement les lois de commande développées pour le reach stacker, il a semblé opportun de dimensionner les éléments du banc d'essai à une échelle réduite. Au-delà de diminuer largement le coût du banc d'essai, cela facilite l'approvisionnement en composants et l'intégration physique dans le centre d'essai *fluid power* de l'Université de Technologie de Compiègne (UTC). Le dimensionnement des composants a donc fait l'objet d'une attention particulière. En effet, il a été choisi de conserver des pressions de fonctionnement identiques à celles de la machine réelle,

et de réaliser une homothétie sur le débit. Dans la mesure où l'écart de pression entre les vérins de relevage et l'accumulateur justifie la solution technique retenue (transformateur hydraulique), le fait de travailler à des niveaux de pression identiques doit mener à des résultats fortement similaires à ceux qui doivent être obtenus sur machine réelle. L'homothétie sur le débit permettant de réduire la taille des composants pourrait néanmoins produire des écarts de comportement avec le reach stacker, en particulier concernant les temps de réponse des composants pilotés (distributeurs et pompe à cylindrée variable).

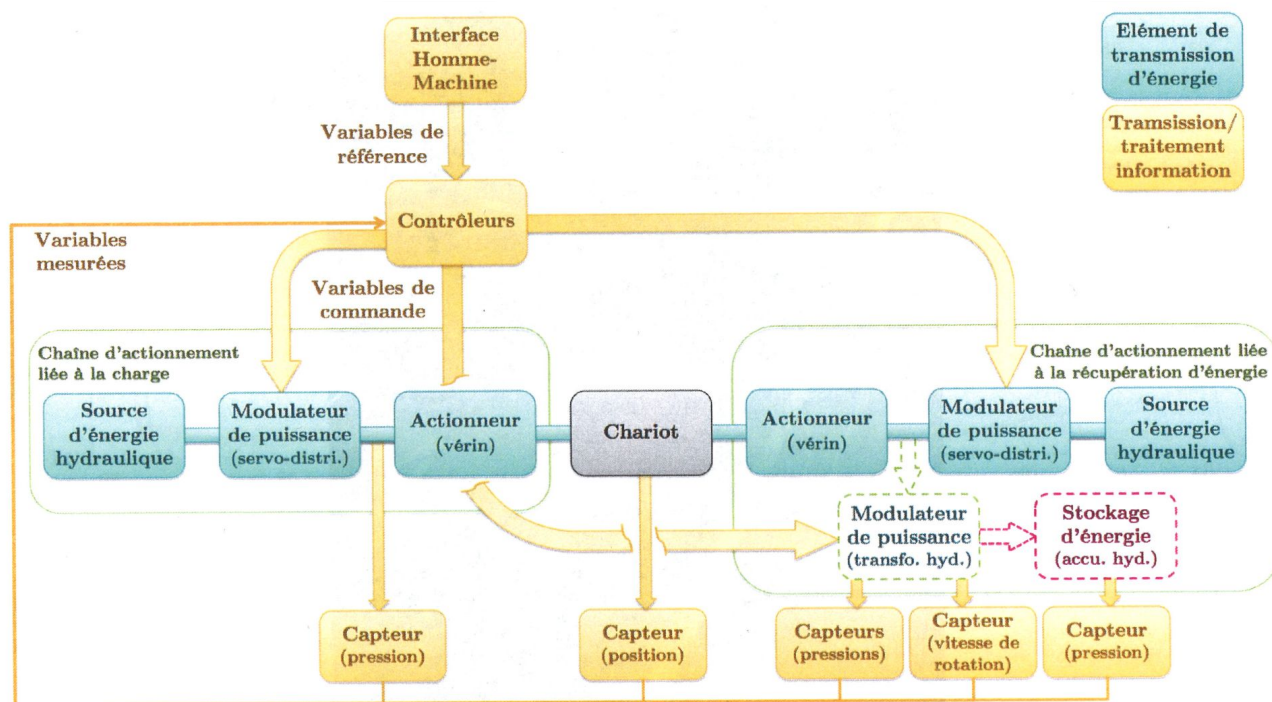


FIGURE 6.9 – Structure d'actionnement du banc d'essai

Composants principaux

Sur la base du schéma de principe présenté sur la figure 6.9, la figure 6.10 illustre l'architecture hydraulique et les composants utilisés. On distingue les composants principaux suivants :

- le dispositif de fourniture d'énergie hydraulique ① est commun à l'ensemble des bancs de test du centre d'essais *fluid power*. Il est constitué d'un moteur électrique de 75 kW entraînant une pompe fournissant un débit de 180 L/min à pression constante (250 bar maximum). La centrale hydraulique alimente le circuit de charge et le circuit de « relevage ».
- l'élément ② est un servo-distributeur 4/3 Rexroth (4WREE calibre 6). Celui-ci réalise la distribution de l'énergie hydraulique en phase de sortie de tige du vérin de relevage, et retient la charge en dissipant l'énergie lors de la rentrée de tige. Ce distributeur est de type « centre fermé » ce qui signifie que le circuit aval (côté vérin) est isolé lorsque le distributeur est au repos (aux fuites près).
- le distributeur ③ (Rexroth 4WREW calibre 6) est similaire à l'élément ②, cependant, celui-ci est de type « centre ouvert ». Ainsi, lorsque le distributeur est au repos, le circuit aval est connecté au réservoir (1 bar).

- les éléments ⑥ et ⑦ sont respectivement le vérin de relevage et le vérin de charge. Les petites chambres des deux vérins sont reliées entre elles et au réservoir. D'une part, ceci correspond au montage classique du vérin de relevage sur le reach stacker, et d'autre part, cela simplifie la commande du vérin de charge puisqu'il suffira de piloter la pression dans la grande chambre.
- l'accumulateur à membrane ⑨ permet de réduire la raideur du circuit de charge. En effet, dans la mesure où l'objectif de ce circuit est d'imposer une charge au vérin de relevage, le distributeur ③ est asservi en pression. Or, sans l'accumulateur ⑨, un asservissement stable serait difficilement réalisable. De plus, comme la dynamique de montée en pression sur la machine réelle est relativement lente, la présence de l'accumulateur à membrane n'est pas un obstacle à une reproduction fidèle du chargement du vérin de relevage.

Système de récupération d'énergie

Couplé au circuit de relevage, le système de récupération d'énergie est composé des éléments suivants :

- un moteur hydraulique ② Rexroth (A2FM) de 10 cc qui transforme l'énergie hydraulique lors de la rentrée de tige du vérin ⑥ en énergie mécanique de rotation. Deux clapets anti-retour lui sont adjoints afin de forcer le passage du fluide par le moteur en phase de rentrée de tige.
- une pompe hydraulique ② (Rexroth A10VO) de 18 cc entraînée par le moteur ② transforme l'énergie mécanique de rotation en énergie hydraulique, et charge l'accumulateur hydropneumatique à vessie ⑧ (Hydroeduc, 10L) afin de stocker l'énergie.
- les éléments ④, ⑤ et ⑤ permettent de précharger et décharger l'accumulateur par l'intermédiaire d'une pompe à engrenages entraînée par un moteur électrique indépendant, et d'une valve tout-ou-rien.

Le tableau G.1 donné en annexe G récapitule les caractéristiques principales des composants présents sur le banc d'essai.

Remarque : le dimensionnement effectué sur le transformateur hydraulique dédié au reach stacker aboutit à une cylindrée de moteur de 200 cc et une cylindrée de pompe de 190 cc. Or, on peut voir ici que la pompe sélectionnée possède une cylindrée de 18 cc au lieu de 9,5 cc comme cela aurait dû être le cas pour se situer dans un ratio V_{ep}/V_{em} identique. Le choix de ce composant a été effectué au regard des délais d'approvisionnement et de la disponibilité des différentes pompes. Ainsi, on peut d'emblée présager un fonctionnement de la pompe au maximum à 50% de cylindrée. Cela a pour conséquence un rendement réduit et donc une capacité de récupération diminuée.

Éléments commandés

La commande du système est effectuée à partir de variables mesurées sur le banc d'essai à travers différents capteurs. Les détails concernant les capteurs utilisés sont donnés dans l'annexe G. Les distributeurs ainsi que la pompe possèdent déjà des commandes internes développées par les fournisseurs, seules les consignes seront donc manipulées. Tout d'abord, la position des tiroirs des distributeurs ① et ③ sont commandés directement par une consigne analogique ± 10 V par l'intermédiaire de l'électronique intégrée. La position du plateau de la pompe ② est commandée par l'intermédiaire d'un amplificateur (Rexroth RA) utilisant une consigne analogique 0-4V. Finalement, les éléments ④ et ⑤ sont pilotés par des relais.

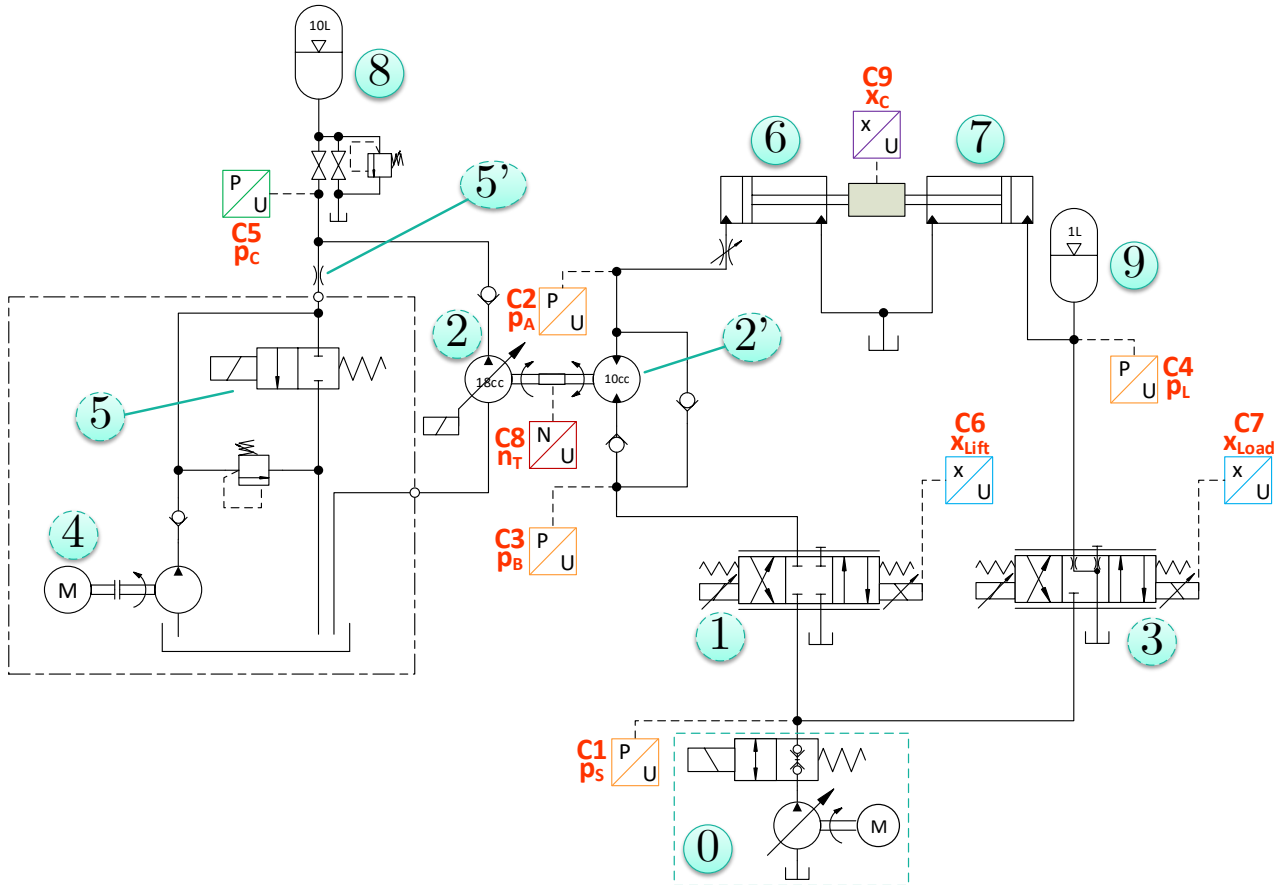


FIGURE 6.10 – Circuit hydraulique du banc d'essai

Système de prototypage rapide pour le contrôle-commande

Pour l'implémentation des lois de commande sur le banc d'essai, une solution de prototypage rapide (DSpace DS1104) a été retenue afin de réduire les temps de développement. Ce système permet d'interfacer facilement les entrées/sorties (E/S) du banc d'essai avec un ordinateur temps réel dont les lois de commande sont définies sous Matlab/Simulink. La carte dispose de 8 entrées et 8 sorties analogiques (± 10 V) et de plusieurs E/S numériques mais qui ne sont pas utilisées ici.

L'ensemble des éléments présenté auparavant forme donc le banc d'essai dont la partie mécanique est montrée sur la figure 6.11. La partie suivante traite tout d'abord de la commande du vérin de charge, puis de la mise en œuvre de la commande linéaire avec *feedforward* est ensuite présentée.

6.3.2 Commande du vérin de charge

Le vérin de charge fournit un effort ayant pour objectif de reproduire la charge liée aux éléments de la flèche et au conteneur. Dans la mesure où les inerties jouent un rôle mineur en comparaison du poids des différents éléments, il a été choisi de réaliser un modèle stationnaire de la charge. Les détails concernant la détermination de cette charge en fonction de la position de la flèche et de la masse du conteneur sont donnés dans l'annexe G.

Dans la suite, on fait l'hypothèse que l'inertie des deux tiges ainsi que les frottements sont négli-

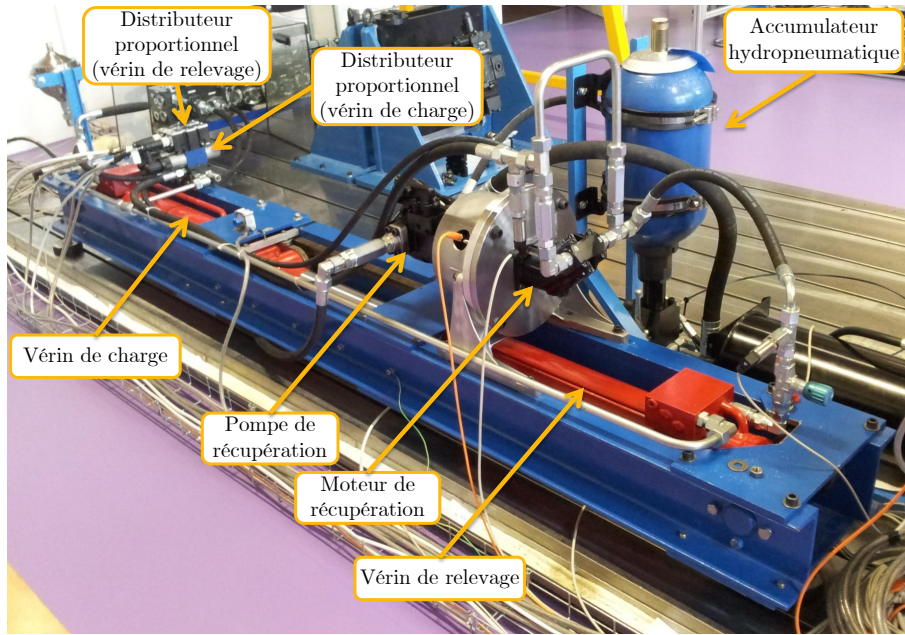


FIGURE 6.11 – Partie mécanique du banc d'essai

geables, soit

$$p_A = p_L \quad (6.29)$$

avec p_A la pression dans la grande chambre du vérin de relevage, et p_L la pression dans la grande chambre du vérin de charge.

6.3.2.1 Structure de commande du servo-distributeur ③

Le servo-distributeur ③ dispose d'une boucle interne de régulation (boucle bas niveau) visant à assurer la position du tiroir désirée en compensant notamment les efforts liés au débit. La structure de commande présentée ici est donc une boucle de haut niveau dont le but est d'asservir la pression de la grande chambre du vérin de relevage ⑥ en fournissant la consigne de position au servo-distributeur. Le servo-distributeur considéré ici engendre deux non linéarités clairement identifiées. Tout d'abord, le débit Q_3 traversant le distributeur dépend de la racine de la différence de pression en ses orifices d'entrée et de sortie. D'autre part, le coefficient K_3 (équation (6.30)) dépend de la position du tiroir de manière non linéaire. Commander un tel système est possible grâce aux outils de la commande linéaire, mais il est alors nécessaire de linéariser le système autour d'un point de fonctionnement moyen. Néanmoins, les plages de variation de pression et d'ouverture du tiroir sont trop importantes pour qu'une telle stratégie soit performante.

On considère que la compressibilité du fluide hydraulique est négligeable devant celle de l'azote contenu dans l'accumulateur à membrane ⑨. Le système Σ_{charge} peut alors être représenté par le système (6.30) suivant :

$$\begin{cases} \dot{p}_A = \gamma \cdot p_{90} \cdot V_{90}^{\gamma} \cdot \dot{V}_9 \cdot (V_{90} - V_9)^{-(1+\gamma)} \\ \dot{V}_9 = Q_3(u_3, \Delta p_3) - S_A \cdot v \\ Q_3(u_3, \Delta p_3) = K_3(u_3) \cdot \sqrt{|\Delta p_3|} \cdot \text{sign}(\Delta p_3) \end{cases} \quad (6.30)$$

avec p_A la pression dans la grande chambre du vérin, γ le coefficient polytropique, p_{90} et V_{90} respectivement la pression de gonflage et le volume initial d'azote dans l'accumulateur ⑨, V_9 le volume d'azote dans l'accumulateur ⑨, Q_3 le débit traversant le servo-distributeur ③ (P↔A), u_3 sa commande, $\Delta p_3 = p_S - p_A$ la différence de pression en ses bornes, avec p_S la pression d'alimentation, et v la vitesse du vérin.

En faisant l'hypothèse que les variations de volume d'azote sont faibles devant le volume total, autrement dit $V_9 \approx \text{constante}$, on obtient :

$$\begin{aligned}\dot{p}_A &= A \cdot \dot{V}_9 \\ &= A \cdot (Q_3(u_3, \Delta p_3) - S_A \cdot v)\end{aligned}\quad (6.31)$$

avec $A = \gamma \cdot p_{90} \cdot V_{90}^\gamma \cdot (V_{90} - V_9)^{-(1+\gamma)}$.

On pose

$$Q_3(u_3, \Delta p_3) = Q_d + Q_{3,comp}(u_3, \Delta p_3) \quad (6.32)$$

avec

$$\begin{aligned}Q_d &= S_A \cdot v \\ &= K_3(u_3^*) \sqrt{|\Delta p_3|} \\ \Rightarrow u_3^* &= K_3^{-1} \left(\frac{S_A \cdot v}{\sqrt{|\Delta p_3|}} \right)\end{aligned}\quad (6.33)$$

où Q_d représente le débit désiré (consigne joystick), et où le terme u_3^* représente la commande nécessaire pour compenser le débit lié à la vitesse du vérin. Le terme $Q_{3,comp}$ représente le débit de compressibilité.

On a alors

$$\dot{p}_A = A \cdot Q_{3,comp}(u_3, \Delta p_3) \quad (6.34)$$

Comme la pression p_S (pression de la source) est supposée constante, $Q_3(u_3, \Delta p_3) = Q_3(u_3, p_A)$. On réalise alors un développement limité à l'ordre 1 de $Q_3(u_3, p_A)$ autour du point de fonctionnement (u_3^*, \bar{p}_A) :

$$Q_3(u_3^* + \delta u_3, \bar{p}_A + \delta p_A) = Q_3(u_3^*, \bar{p}_A) + \left(\frac{dK_3(u_3)}{du_3} \right)_{u_3=u_3^*} \sqrt{|p_S - \bar{p}_A|} \delta u_3 - \frac{K_3(u_3^*) \bar{p}_A}{2\sqrt{|p_S - \bar{p}_A|}} \delta p_A \quad (6.35)$$

et alors

$$\begin{aligned}\delta Q_3(\delta u_3, \delta p_A) &= Q_3(u_3^* + \delta u_3, \bar{p}_A + \delta p_A) - Q_3(u_3^*, \bar{p}_A) \\ &= \left(\frac{dK_3(u_3)}{du_3} \right)_{u_3=u_3^*} \cdot \sqrt{|p_S - \bar{p}_A|} \delta u_3 - \frac{K_3(u_3^*) \bar{p}_A}{2\sqrt{|p_S - \bar{p}_A|}} \delta p_A\end{aligned}\quad (6.36)$$

En considérant maintenant de petites variations de \dot{p}_A , et en combinant l'équation (6.34) avec l'équation (6.36), on obtient :

$$\frac{d\delta p_A}{dt} = A \left(-\frac{K_3(u_3^*) \bar{p}_A}{2\sqrt{|p_S - \bar{p}_A|}} \delta p_A + \left(\frac{dK_3(u_3)}{du_3} \right)_{u_3=u_3^*} \cdot \sqrt{|p_S - \bar{p}_A|} \delta u_3 \right) \quad (6.37)$$

Après application de la transformée de Laplace, on a :

$$\frac{\delta p_A}{\delta u_3} = \frac{2|p_S - \bar{p}_A| \left(\frac{dK_3(u_3)}{du_3} \right)_{u_3=u_3^*}}{\bar{p}_A K_3(\bar{u}_3)} = \frac{G}{1 + \tau s} \quad (6.38)$$

Pour le mode de fonctionnement considéré, la pression de la source p_S est toujours supérieure à la pression p_A . De plus, la fonction K_3 est positive et strictement croissante, donc sa dérivée est strictement positive. En dehors du point $u_3 = 0$ pour lequel il y a une indétermination, on a $G > 0$. Le système obtenu est alors stabilisable grâce à un correcteur PI qui permettra d'assurer le suivi en pression (figure 6.12).

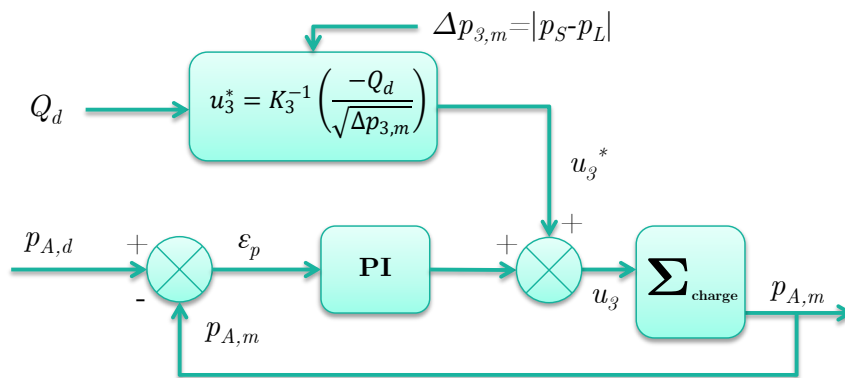


FIGURE 6.12 – Structure de commande du servo-distributeur ③

Le débit Q_d fourni par le servo-distributeur ne sert qu'à compenser le mouvement de la tige. Le débit de compressibilité $Q_{3,comp}$ qui permet d'asservir la pression dans la chambre reste faible devant le débit utile. Le débit Q_3 peut alors être vu comme une perturbation connue puisque la vitesse de la tige est commandée par ailleurs. Il est donc pertinent de le compenser directement. Ce terme de précompensation u_3^* est donc calculé afin de prendre en compte le débit souhaité. La préouverture du tiroir est ensuite modifiée par un correcteur proportionnel intégral reposant sur l'erreur en pression. La figure 6.12 donne le schéma bloc récapitulatif de la structure de commande du distributeur ③.

6.3.2.2 Caractérisation du servo-distributeur ③

Le prépositionnement du tiroir est calculé à partir du débit désiré (grandeur fournie par la demande en vitesse de l'utilisateur) et de la différence de pression mesurée de part et d'autre du servo-distributeur. Pour que le terme de *feedforward* soit le plus précis possible, le servo-distributeur a été caractérisé, afin notamment de prendre en compte l'écart entre les données du fabricant et les caractéristiques du composant considéré (ceci permet en outre de tenir compte de l'implantation réelle du composant).

La figure 6.13(b) présente la caractérisation inverse du servo-distributeur qui donne la position du tiroir en fonction du coefficient K_3 . Les différents points ont été obtenus pour des différences de pression allant de 5 bar à 140 bar. On notera par ailleurs que les caractéristiques sont identiques quel que soit le sens du fluide ($[P \rightarrow A, B \rightarrow T]$ ou $[P \rightarrow B, A \rightarrow T]$), on ne présente donc qu'un seul graphique pour l'ensemble.

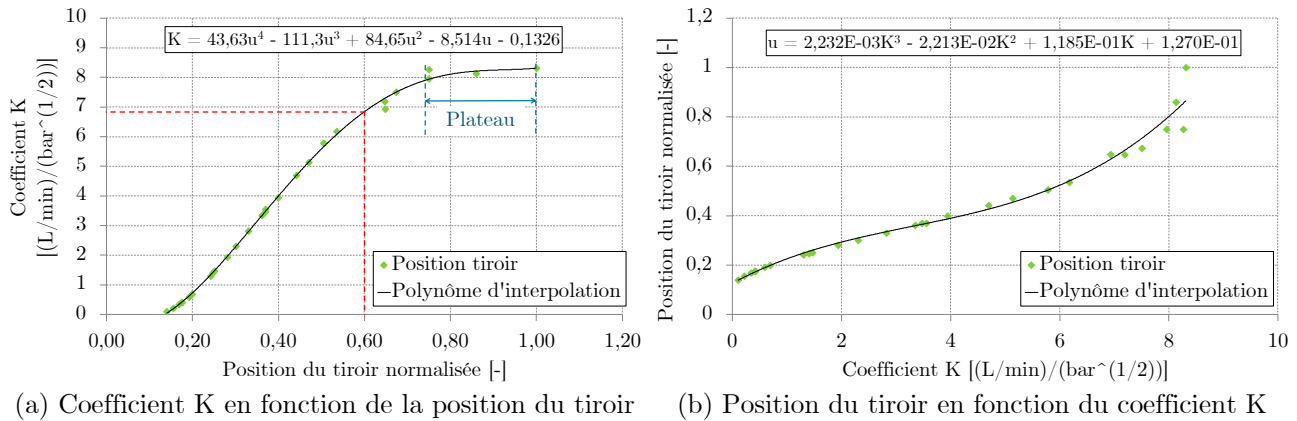


FIGURE 6.13 – Caractéristiques des servo-distributeurs ① et ③

6.3.2.3 Validation de la commande du servo-distributeur ③

La stratégie de commande par *feedforward* a été testée dans différentes situations. Celle-ci doit être en mesure d'assurer le suivi de la pression de consigne quelle que soit la vitesse du vérin, et quelle que soit la masse du conteneur. La figure 6.14 présente trois tests effectués à 60% de la vitesse maximale atteignable par le vérin de relevage en rentrée de tige. On représente ici d'une part la pression p_A au niveau de la grande chambre du vérin de relevage, et d'autre part, la vitesse de rotation n_T du moteur ②, représentatif de la vitesse du vérin².

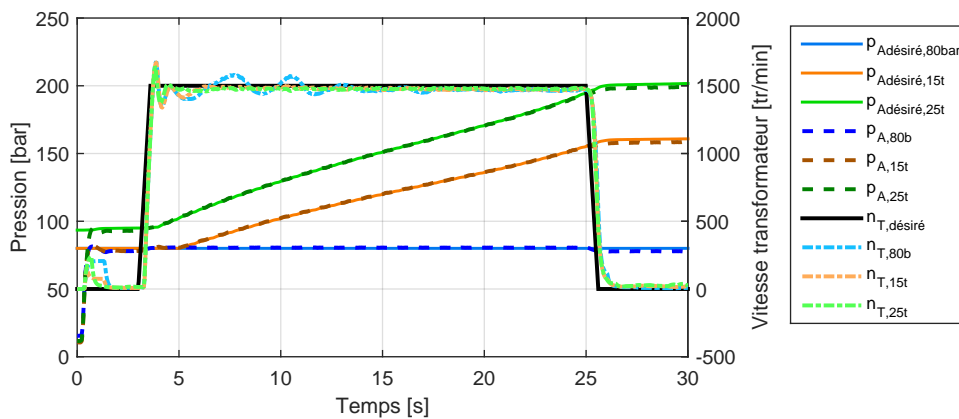


FIGURE 6.14 – Suivi de la consigne en pression, pour différentes masses de conteneurs, à 60% de la vitesse maximale de rentrée de tige. L'indice $80bar$ signifie que la pression désirée est constante à 80 bar, et les indices $15t$ et $25t$ correspondent à des conteneurs de respectivement 15 t et 25 t pour un angle de flèche allant de 65° (maximum) à 0° (minimum)

Bien que l'on remarque quelques variations de vitesse, en particulier lorsque la pression souhaitée est de 80 bar, la pression de charge reste stable autour de la consigne. Ces résultats valident donc la commande proposée. Celle-ci est employée par la suite, notamment lors de la mise en œuvre de la commande du système de récupération d'énergie potentielle. Le réglage des gains du correcteur est donné sur le tableau 6.1.

2. Elle est représentative lors de la rentrée de tige uniquement puisque le moteur ne tourne pas en phase de sortie.

TABLEAU 6.1 – Réglage des gains de la commande du distributeur ③

Paramètre	Description	Valeur	Unité
K_{P3}	Gain de l'action proportionnelle	0.6	V/bar
K_{I3}	Gain de l'action intégrale	5.10^{-6}	V/bar/s

6.3.3 Mise en œuvre de la commande du système de récupération de l'énergie

Cette partie traite de la mise en œuvre de la stratégie de commande afin de valider son principe, mais aussi d'analyser les performances en termes de dynamique, de récupération d'énergie, et de sécurité. Nous nous intéressons en particulier aux résultats des différents tests effectués sur le banc d'essai.

6.3.3.1 Adaptation de la commande du PERS au banc d'essai

Une architecture de commande reposant sur une machine d'état a été employée pour la commande globale du banc d'essai, mais aussi spécifiquement pour la commande du PERS. L'ensemble de la machine d'état n'est pas présenté ici. On retiendra simplement que l'on dispose de deux états de fonctionnement principaux, le premier étant actif lors des rentrées de la tige avec récupération d'énergie, et le second étant actif lorsque la récupération est impossible (charge maximale de l'accumulateur atteinte, ou récupération désactivée). Nous nous focalisons dans un premier temps sur la commande du système en phase de récupération, et nous reviendrons par la suite sur la transition entre un mode avec récupération, et un mode sans récupération.

Adaptation de la commande du servo-distributeur ①

Le servo-distributeur ① possède des caractéristiques de débit identiques au servo-distributeur ③. La fonction K_1 est donc la même que la fonction K_3 . La fonction K_1 possède par ailleurs les mêmes caractéristiques pour $u_1 > 0$ et $u_1 < 0$.

, l'ajout d'un anti-windup est indispensable lorsque si la consigne de vitesse est envoyée par l'utilisateur. En particulier, si celui-ci maintient une position du joystick alors que le vérin est en butée, l'action intégrale du correcteur pourrait croître et perturber la réponse du système. Sur le banc d'essai, la consigne de vitesse est envoyée par un générateur de signal, et non pas par un joystick directement. D'autre part, l'action intégrale est réinitialisée à zéro à chaque démarrage d'une phase de rentrée de tige. L'utilisation d'un anti-windup a été testée mais n'apportait pas d'amélioration significative sur le comportement du système puisque la consigne n'était jamais saturée. En revanche, une version industrielle nécessiterait sans aucun doute une telle fonction.

Adaptation de la commande de la pompe ②

Dans la structure de commande proposée, le transformateur hydraulique joue le rôle de compensateur de pression sur le servo-distributeur ①. La commande de la cylindrée de la pompe u_2 est donc asservie de telle sorte que la pression p_B à l'orifice de sortie du moteur ② suive une pression de

consigne. Cette pression de consigne est déterminée en fonction du débit désiré, et d'une ouverture cible $u_{1,max}$ du servo-distributeur (voir figure 6.2). Sur un système idéal, la valeur de $u_{1,max}$ serait imposée à -1 (ouverture maximale) afin d'assurer une perte de charge minimale, et ainsi limiter les pertes d'énergie. Cependant, on souhaite que le système de récupération d'énergie puisse être activé à partir d'une demande de vitesse de 30% de la vitesse maximale, correspondant à un débit de 8,3 L/min. Or, pour cette valeur de débit et à la position maximale d'ouverture du tiroir, la différence de pression nécessaire est inférieure à 1 bar. Le risque de blocage du système est alors très élevé puisqu'une différence de pression nulle engendre un débit nul. Il serait alors nécessaire de maîtriser très finement cette pression, ce qui serait complexe puisque l'on se rapproche de la précision de mesure (0,4 bar environ). Pour éviter cette situation, la consigne de différence de pression $\Delta p_{1,d}$ est saturée à $\Delta p_{1,d_{min}} = 8$ bar. Cette valeur a été déterminée expérimentalement. De plus, afin d'assurer de ne pas saturer la commande u_1 , on choisit $u_{1,max} = -0,6$. Cette valeur a été sélectionnée au regard de la figure 6.13(a). On peut en effet voir que le coefficient K_1 devient presque constant à partir de $u_1 = -0,75$ (les caractéristiques sont identiques quel que soit le signe de u_1), ce qui signifie qu'à une différence de pression donnée, une commande $u_1 < -0,75$ permet plus d'accroître le débit. En prenant $u_1 = -0,6$, on assure ainsi que le servo-distributeur sera en mesure de pallier à de possibles perturbations.

De plus, le rendement mécanique du moteur ② et de la pompe ② influence directement la différence de pressions $\Delta p_{2'}$ côté moteur. Ce rendement dépend de multiples variables :

- la différence de pression $\Delta p_{2'}$ de part et d'autre du moteur ②,
- la différence de pression Δp_2 de part et d'autre de la pompe ②,
- la vitesse de rotation n_T du transformateur hydraulique,
- la cylindrée de la pompe ②.

Prendre en compte d'emblée l'ensemble de ces variables est complexe et nécessite un nombre de points de mesure très élevé. Nous proposons ici de caractériser le rendement mécanique du transformateur hydraulique en négligeant la dépendance de celui-ci aux pressions de fonctionnement.

La figure 6.15 représente le rendement mécanique du transformateur (moteur+pompe) en fonction de sa vitesse de rotation et de la cylindrée de la pompe. On observe une forte dépendance vis-à-vis de la cylindrée, et une influence non négligeable de la vitesse. Pour garantir un temps de calcul réduit, un polynôme d'interpolation, fonction de la commande de la cylindrée et de la vitesse de rotation, est employé dans le modèle de commande, et le terme de précompensation est déterminé selon le schéma bloc donné sur la figure 6.2.

Le tableau 6.2 donne les valeurs des paramètres des deux correcteurs.

La validation de la stratégie de commande décrite dans la section 6.2.1 s'effectue en plusieurs étapes. Tout d'abord, nous nous intéressons au suivi de la consigne de vitesse lorsque la récupération d'énergie n'est pas activée. Par la suite, nous intégrons le PERS. Dans un dernier temps, nous ajoutons une transition entre le mode de récupération et le mode sans récupération.

6.3.3.2 Commande sans PERS

Le mode de fonctionnement sans récupération impose une cylindrée nulle en permanence de la pompe ②. Le suivi en vitesse n'est alors perturbé que par l'évolution de la pression de charge en fonction de la position de la flèche (angle et longueur). La figure 6.16 présente les résultats de deux

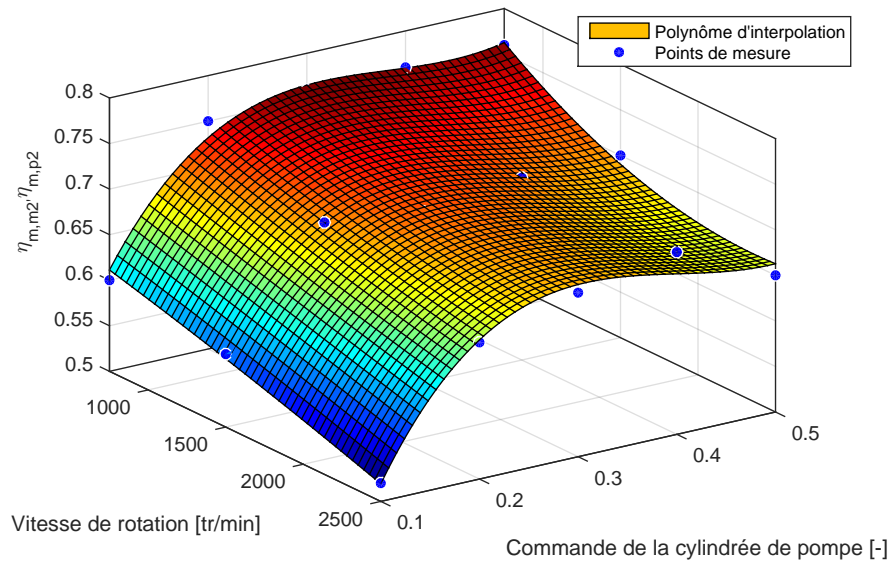


FIGURE 6.15 – Rendement mécanique total du transformateur hydraulique en fonction de la cylindrée de la pompe et de la vitesse de rotation

TABLEAU 6.2 – Réglage des gains de la commande du distributeur ① et de la cylindrée de la pompe ②

Paramètre	Description	Valeur	Unité
K_{P1}	Gain du correcteur proportionnel - servo-distributeur ①	$5 \cdot 10^{-2}$	V/(tr/min)
K_{I1}	Gain du correcteur intégral - servo-distributeur ①	$2 \cdot 10^{-5}$	V/(tr/min/s)
K_{P2}	Gain du correcteur proportionnel - pompe ②	$3,5 \cdot 10^{-2}$	V/bar
K_{I2}	Gain du correcteur intégral - pompe ②	$5 \cdot 10^{-6}$	V/bar/s

tests effectués respectivement avec une charge simulée de 15 t et une de 25 t. Le profil de consigne de vitesse se compose de deux échelons d'amplitudes différentes, correspondant à un fonctionnement à 60% puis à 30% de la vitesse maximale. Le suivi de la consigne de vitesse est bon (figure 6.16(a)), malgré un léger dépassement lors du passage au second échelon, par ailleurs plus prononcé à faible charge. Les figures 6.16(c) et (d) montrent l'évolution de la commande u_1 du servo-distributeur ①. On peut voir que le terme de précompensation u_1^* joue un rôle prépondérant dans la détermination de la commande finale. La caractérisation fidèle du distributeur permet donc d'approcher au plus près de la valeur idéale, minimisant le rôle du correcteur.

Au démarrage, on remarque que u_1^* impose déjà une valeur d'environ -0,13 liée au recouvrement du distributeur (offset).

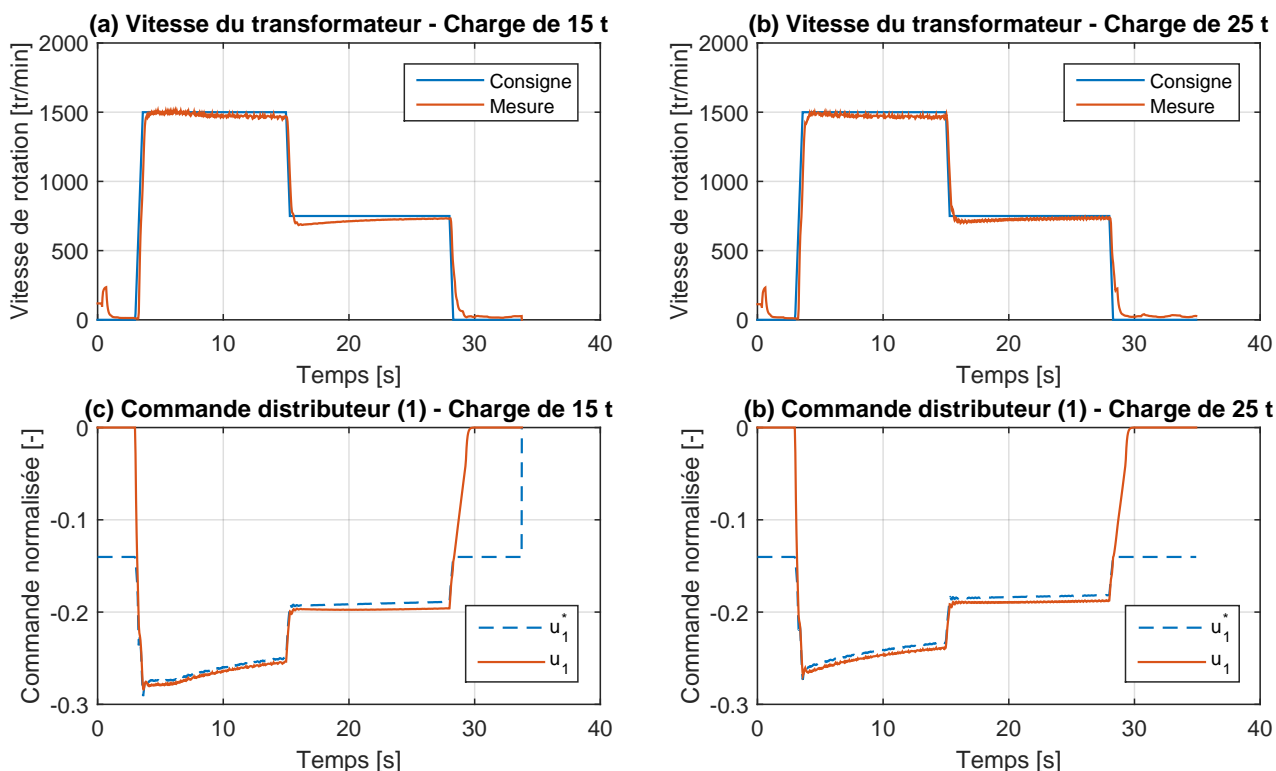


FIGURE 6.16 – Rentrées de tige du vérin de relevage sans récupération d'énergie

6.3.3.3 Commande avec PERS

Évaluation des performances dynamiques

L'activation du système de récupération d'énergie engendre une chute de la pression p_B qui a pour conséquence une ouverture plus importante du servo-distributeur. Nous nous intéressons en particulier à deux tests effectués à 30% puis à 100% de la vitesse maximale de rentrée de tige, dont les résultats sont donnés sur la figure 6.17.

Les suivis en vitesse, présentés sur les figures 6.17(a) et (b), sont satisfaisants dans les deux cas. On observe donc ici une bonne réponse du système par rapport à la vitesse demandée. Les temps de montée sont courts et les dépassements s'avèrent très faibles (3% sur l'échelon à 750 tr/min). Là encore, la contribution apportée par le terme de *feedforward* u_1^* pour la détermination de u_1 est largement prépondérante (figures 6.17(c) et (d)). On remarque toutefois l'apparition de bruit sur u_1^* , principalement dû au bruit sur la mesure de la pression p_B utilisée dans le calcul. En outre, le PERS génère une chute importante de cette pression, mais également de petites variations de celle-ci (figures 6.17(g) et (h)), impactant par conséquent le calcul de u_1^* .

Les figures 6.17(e) et (f) présentent les contributions des différents éléments de la commande du PERS pour le calcul de u_2 . Le terme de précompensation u_2^* intervient pour environ 85-95% selon les points de fonctionnement, ce qui atteste d'une caractérisation de qualité malgré le nombre important de variables influentes. La correction proportionnelle $u_{2,prop}$ joue un rôle important sur la phase de démarrage, permettant au système de rejoindre rapidement la consigne en pression $p_{B,d}$ (figures 6.17(g) et (h)). La rampe d'ouverture sur la cylindrée de la pompe réduit quelque peu l'effet de cette correction,

ce qui a pour conséquence une approche sans dépassement de p_B vers $p_{B,d}$. Sur la phase stabilisée, la correction intégrale $u_{2,integ}$ permet de compenser les incertitudes sur le calcul du terme de *feedforward*, et ainsi de maintenir la pression p_B au minimum, maximisant par conséquent l'énergie récupérée.

Par ailleurs, on observe sur les figures 6.17(e) et (f) une différence importante de la commande de cylindrée de la pompe. D'une part, nous avons vu que le rendement du transformateur est plus élevé à basse vitesse (figure 6.15), et d'autre part, le débit à 2500 tr/min est 3,3 fois plus important qu'à 750 tr/min. Par conséquent, la pression p_B doit être plus élevée afin d'assurer que le distributeur soit en mesure de garantir ce débit. La différence de pression $\Delta p_{2'}$ au niveau du moteur est donc plus faible, et une réduction de la cylindrée est alors nécessaire. Cet écart de pression p_B est visible sur les figures 6.17(g) et (h).

Évaluation des performances énergétiques

Dans le but d'approfondir l'analyse engagée au paragraphe précédent, nous nous intéressons désormais aux résultats de différents tests. Tout d'abord, sont présentés sur la figure 6.18 plusieurs indicateurs de performances énergétiques du PERS lors de phases de récupération à la vitesse maximale et pour différents chargements. On notera que l'évaluation de l'énergie récupérée (figure 6.18(a)) ainsi ainsi que l'efficacité du PERS (figure (b)) ne prennent pas en compte le rendement de stockage de l'accumulateur. Nous comparons ici l'énergie apportée au moteur hydraulique ② et celle fournie par la pompe hydraulique ②.

Lorsque le vérin de charge impose une pression constante de 80 bar, la différence de pressions $\Delta p_{2'}$ est faible (60 à 65 bar, voir figure 6.18(d)). Cela explique que la commande de la cylindrée de la pompe ne dépasse pas 20% (figure (c)). Un fonctionnement à si faible cylindrée génère des pertes importantes, ayant pour conséquence un rendement du PERS ne dépassant pas 30%. Il en résulte que seule 26% de l'énergie récupérable est effectivement transmise à l'accumulateur.

En revanche, pour les tests faisant intervenir des charges plus élevées (charge équivalente à un conteneur de 15 t et 25 t), on observe une amélioration importante des performances énergétiques. D'une part, la différence de pressions $\Delta p_{2'}$ accrue permet un fonctionnement à une cylindrée plus élevée. D'autre part, l'accroissement de la pression lié à la cinématique de la flèche du reach stacker joue en la faveur du PERS puisqu'il compense l'élévation de la pression dans l'accumulateur. Ainsi, au lieu de décroître progressivement, la commande de la cylindrée de la pompe augmente (6.18 figure (c)). De ce fait, l'efficacité du PERS atteint respectivement 50% et 57% à la fin de du cycle pour le cas d'une charge de 15 t et d'une charge de 25 t. Le tableau 6.3 récapitule le taux d'énergie effectivement récupérée pour les trois tests.

L'analyse de ces trois tests montre bien la dépendance des performances énergétiques du PERS vis-à-vis de la pression de charge, mais elle ne rend pas compte de l'influence de la vitesse. Trois nouveaux essais, présentés sur la figure 6.19, ont été réalisés dans des conditions de chargement identiques, mais à 60% de la vitesse maximale. À plus faible vitesse, nous avons vu (section 6.2.1.2) que le transformateur hydraulique offre un rendement plus élevé. Une autre conséquence d'une vitesse plus faible est aussi un débit plus faible, ce qui entraîne une réduction de la différence de pressions Δp_1 nécessaire au passage de ce débit au niveau du servo-distributeur ①. La puissance dissipée par ce composant est donc réduite, privilégiant ainsi la récupération d'énergie. On peut d'ailleurs observer ce phénomène sur les figures 6.18(d) et 6.19(d), où la pression p_B est réduite lorsque la vitesse est inférieure. Ces

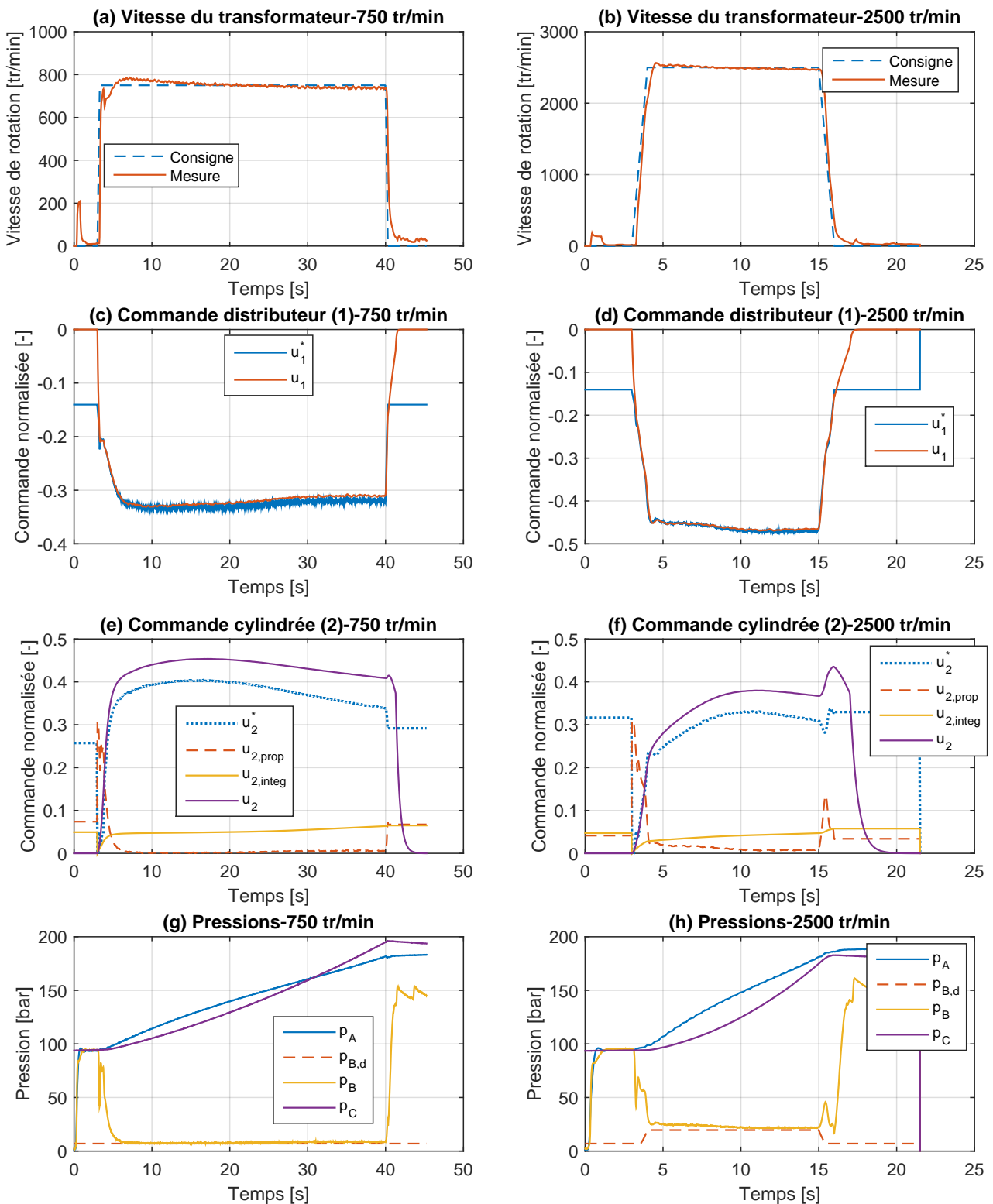


FIGURE 6.17 – Rentrées de tige du vérin de relevage avec récupération d'énergie, pour une charge simulée de 25 t

deux éléments mènent à un rendement du PERS accru, qui atteint 63% pour le cas d'une charge de 25 t. Le tableau 6.4 recense le taux d'énergie récupérée par le PERS pour ces trois essais.

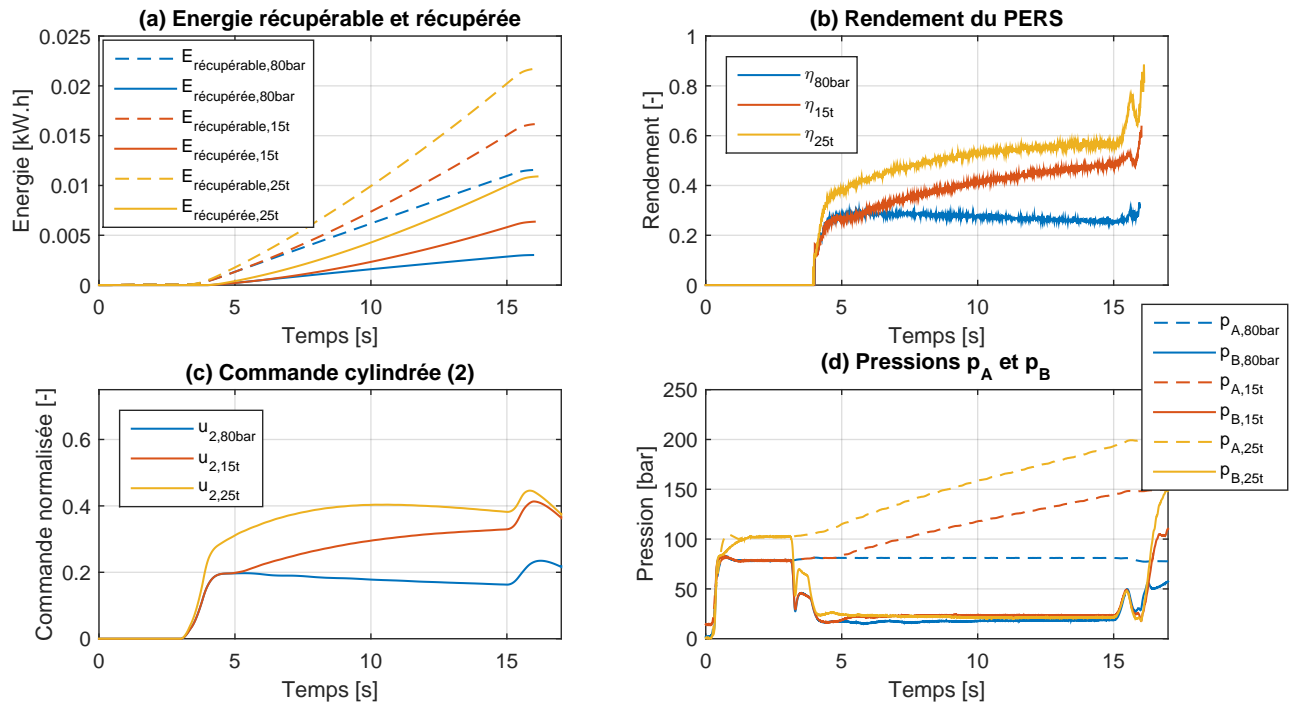


FIGURE 6.18 – Performances énergétiques du PERS lors d’une rentrée de tige à la vitesse maximale, pour trois cas de chargement : pression constante de 80bar, puis simulation de conteneurs de 15 t et de 25 t

TABLEAU 6.3 – Taux d’énergie récupérée par rapport à l’énergie récupérable pour différents cas de charge, à la vitesse maximale (2500 tr/min)

Charge	Taux de récupération
80 bar constante	25,9%
Conteneur 15 t	39,5%
Conteneur 25 t	50,2%

TABLEAU 6.4 – Taux d’énergie récupérée par rapport à l’énergie récupérable pour différents cas de charge, à 60% de la vitesse maximale (750 tr/min)

Charge	Taux de récupération
80 bar constante	44%
Conteneur 15 t	55,5%
Conteneur 25 t	60,2%

Conclusion sur les performances dynamiques et énergétiques

Suite à ces différents essais, nous pouvons conclure que la technique de commande linéaire avec *feedforward* est tout à fait satisfaisante ici et permet un suivi de consigne de vitesse et de pression ac-

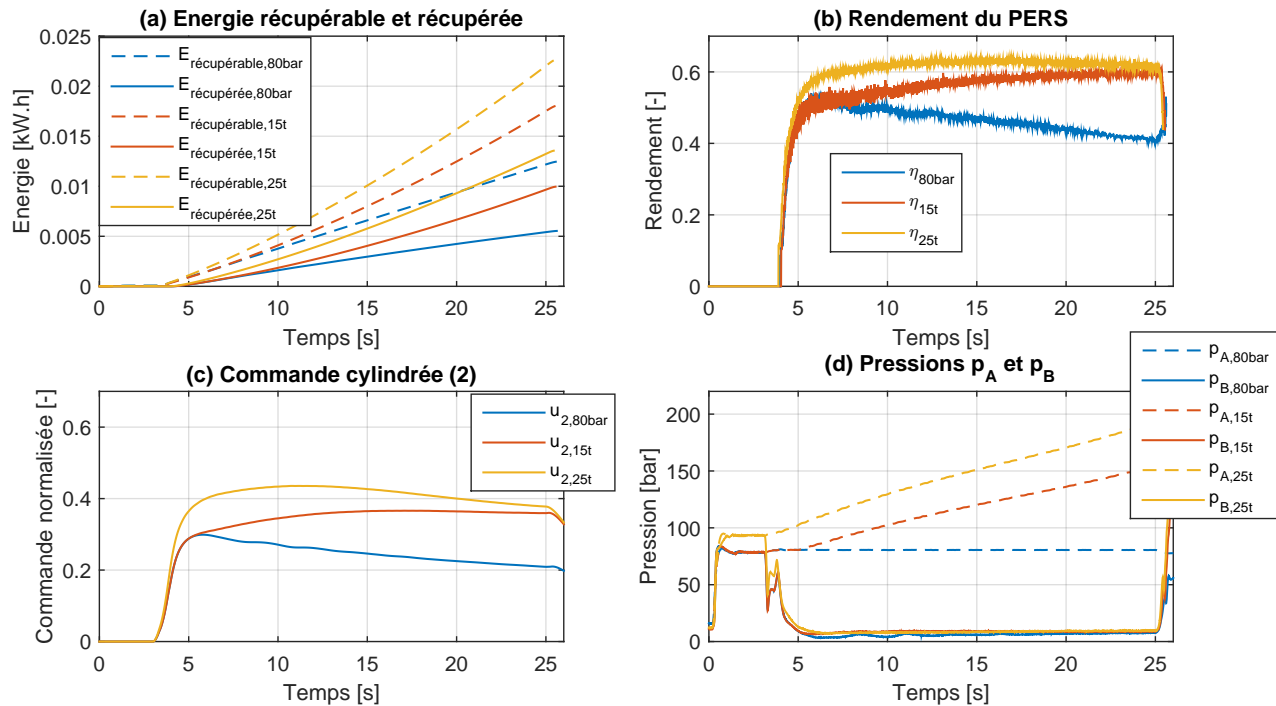


FIGURE 6.19 – Performances énergétiques du PERS lors d'une rentrée de tige à 60% de la vitesse maximale, pour trois cas de chargement : pression constante de 80bar, puis simulation de conteneurs de 15 t et de 25 t

ceptable, quel que soit le point de fonctionnement. Les non linéarités ainsi prises en compte permettent aux correcteurs PI d'être efficaces grâce à une contribution faible de ceux-ci sur les commandes. Du point de vue énergétique, le surdimensionnement de la pompe entraîne des points de fonctionnement défavorables qui réduisent le taux de récupération. Sur les tests présentés dans les paragraphes précédents, la cylindrée ne dépasse pas 45%. Or, le rendement maximum d'un tel composant se situe à la pleine cylindrée. On notera toutefois qu'une pompe ayant une cylindrée de 9,5 cc aurait fonctionné à son meilleur rendement, ce qui valide le dimensionnement effectué au chapitre 5. Là où le taux de récupération est au maximum de 60% avec une pompe de 18 cc, on peut imaginer de bien meilleures performances avec une pompe adéquate.

Les résultats exposés jusqu'à présent ne prenaient pas en compte la contrainte sur l'état de charge maximum de l'accumulateur. La section à venir propose une approche permettant de stopper progressivement le PERS, tout en minimisant l'impact sur le suivi en vitesse.

6.3.3.4 Prise en compte de la pression maximale dans l'accumulateur

L'accumulateur hydropneumatique dispose d'une pression maximum admissible afin d'assurer la tenue mécanique sur un nombre de cycles élevé. Il est donc important de prévenir tout risque de surpression qui pourrait à terme endommager le dispositif de stockage. Pour ce faire, on dispose de deux solutions :

- soit utiliser un limiteur de pression taré à la pression maximale de l'accumulateur afin de dissiper le surplus d'énergie apporté par la pompe de récupération,
- soit stopper le PERS et empêcher ainsi la surcharge de l'accumulateur.

D'un point de vue technique, un limiteur de pression est obligatoirement disposé au niveau de l'accumulateur pour des raisons évidentes de sécurité. Cependant, dans le cas de la récupération d'énergie, ce limiteur devrait être dimensionné de manière adéquate afin d'être en mesure d'évacuer l'ensemble du débit. De plus, employer une composant de sécurité pour répondre à une fonction de service semble inadéquat. C'est pourquoi la stratégie d'arrêt du dispositif de récupération d'énergie est ici employée.

Stopper de manière franche la récupération revient à positionner la pompe à cylindrée nulle. Le moteur hydraulique ne retenant plus la charge, la pression p_B en amont du servo-distributeur va augmenter de manière importante, et provoquer un sur-débit. Il en résulterait une vitesse trop élevée du vérin. Pour pallier ce problème, nous proposons ici une solution double :

1. l'arrêt progressif de la pompe en fonction de la mesure de pression p_C de l'accumulateur,
2. une anticipation de la chute de la cylindrée de la pompe sur la commande du servo-distributeur.

Concernant le premier point, nous appliquons sur la commande un coefficient de réduction de cylindrée dépendant de la pression p_C :

$$u_2 = k_{accu}(p_C) \cdot (u_2^* + u_{2,prop} + u_{2,integ}) \quad (6.39)$$

avec $k_{accu}(p_C) = \frac{\min(p_{C,max} - p_C, \Delta p_C)}{\Delta p_C}$, ce terme étant saturé tel que $k_{accu} \in [0, 1]$. La constante $p_{C,max}$ représente la pression maximale admissible dans l'accumulateur, et le terme Δp_C représente la plage de pression sur laquelle le coefficient est actif. Il impose une progressivité plus ou moins importante de la réduction de la cylindrée.

Pour le second point, la dérivée de la commande u_2 de la cylindrée est employée afin d'anticiper l'arrêt de la récupération d'énergie. La commande du servo-distributeur est alors modifiée :

$$u_1 = u_1^* + u_{1,prop} + u_{1,integ} + K_{D,u_2} \frac{du_2}{dt} \quad (6.40)$$

De cette manière, lorsque la cylindrée de la pompe commence à décroître, le tiroir du servo-distributeur est simultanément refermé. Le paramètre K_{D,u_2} permet le réglage de l'impact de la dérivée de u_2 sur u_1 . Remarquons aussi que ce terme intervient également dans le bon sens lors de l'augmentation de la cylindrée puisqu'il conduit à ouvrir davantage le tiroir. Nous avons choisi d'imposer une pression maximale admissible $p_{C,max} = 210$ bar et une pression à partir de laquelle le dispositif d'arrêt devient actif à 185 bar, soit $\Delta p_C = 25$ bar. Deux tests sont alors effectués pour une descente de conteneur de 25 t à 60% et à 100% de la vitesse maximale. Les résultats sont présentés sur la figure 6.20. Concernant l'essai à 60% de la vitesse maximale, (graphiques de gauche), l'arrêt de la récupération s'engage à partir de $t = 12$ s. On observe alors simultanément une réduction de cylindrée de la pompe, et un déplacement du tiroir du servo-distributeur (figures (c) et (e)). La progressivité des deux commandes se traduit par une augmentation lente de la pression p_B (figure (g)). Le suivi en vitesse est alors assuré, malgré une légère perturbation, dont le pic représente 4% de la consigne de vitesse. Ce léger saut de vitesse est imperceptible pour l'utilisateur. Pour la vitesse maximum (2500 tr/min), on observe une légère chute de vitesse (figure (b)), dont l'amplitude représente 6,9% de la consigne. Pour ces deux tests, la cylindrée de la pompe est maintenue entre 8% et 12%, bien que la récupération soit stoppée. D'une part, cela provient du fait qu'en dessous de 7-8% de commande de cylindrée, celle-ci

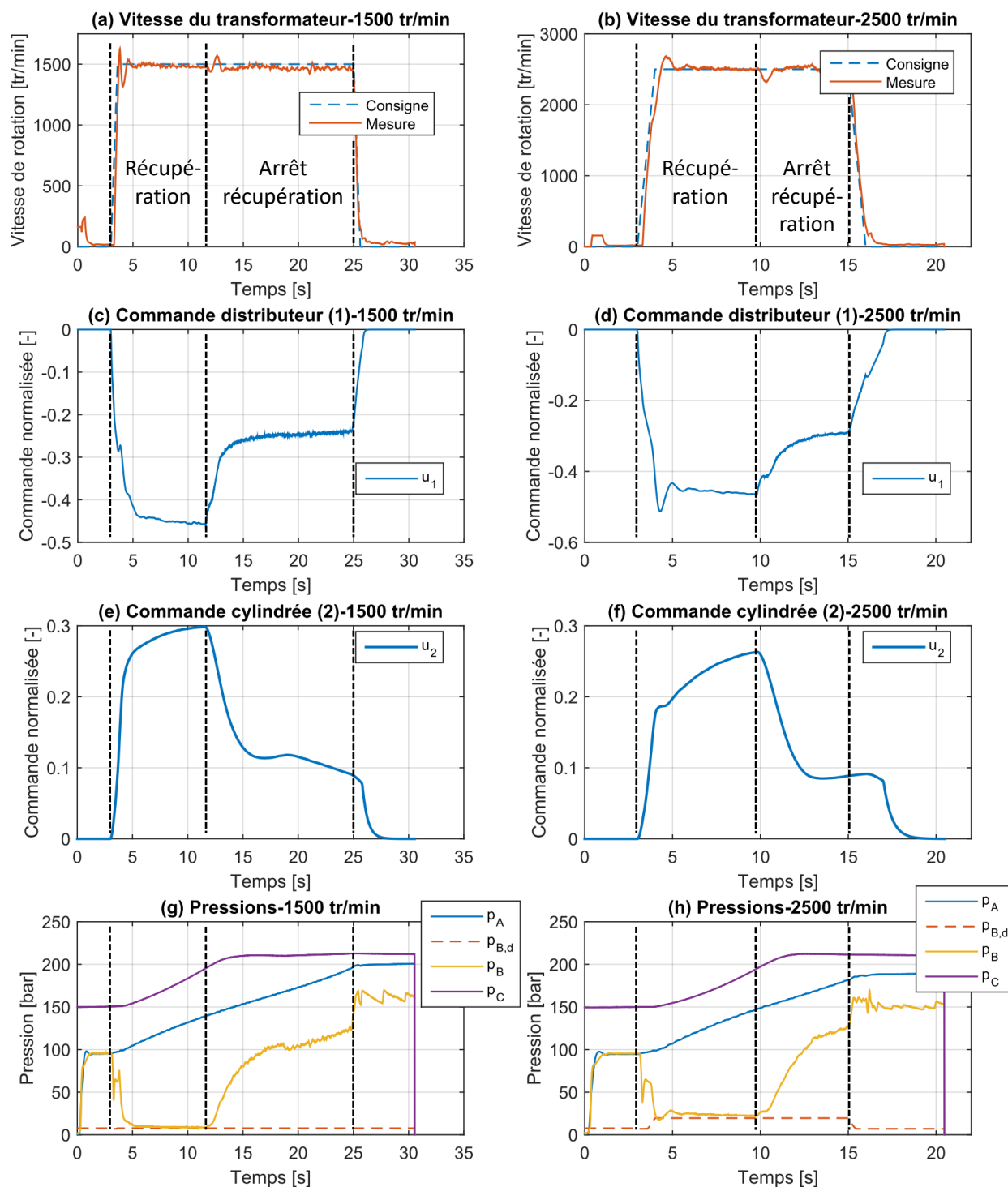


FIGURE 6.20 – Rentrées de tige du vérin de relevage avec arrêt de la récupération d'énergie, pour une charge simulée de 25 t

est positionnée à zéro. D'autre part, dans la mesure où la réduction de la cylindrée est calculée à partir de la pression dans l'accumulateur, la pompe réalise un maintien en pression de celui-ci, compensant ainsi le refroidissement de l'azote.

6.4 Conclusion

Ce dernier chapitre a exposé la validation expérimentale du principe de récupération de l'énergie potentielle. Cela se traduit par le développement d'un banc d'essai constitué de deux vérins disposés tête-bêche, le premier imposant la charge, et le second matérialisant le vérin de relevage muni du dispositif de récupération d'énergie. Les points clés de ce travail de validation résident dans le développement de deux stratégies de commande du PERS.

Dans la première stratégie, le transformateur hydraulique joue le rôle de compensateur de pression, et le servo-distributeur contrôle la vitesse de rentrée de tige du vérin. Pour la commande de ces deux éléments, un terme de précompensation (*feedforward*) est employé afin d'atténuer l'effet du caractère non linéaire du système. La seconde stratégie de commande repose sur la technique de linéarisation entrée-sortie développée par Isidori [Isidori, 1995]. On cherche alors un bouclage permettant de se ramener à un système linéaire du point de vue entrée-sortie. Les résultats de simulation montrent alors des performances dynamiques globalement meilleures pour la commande par linéarisation entrée-sortie. Cependant, la commande linéaire avec *feedforward* permet de récupérer plus d'énergie.

La seconde partie de ce chapitre était dédiée à l'implémentation de la stratégie de commande linéaire avec *feedforward* sur le banc d'essai. Pour ce faire, une caractérisation précise du servo-distributeur et du transformateur hydraulique a été nécessaire. Les performances obtenues au niveau dynamique et énergétique sont fidèles à ce qui était attendu. Le taux d'énergie récupérée atteint alors 60% de l'énergie récupérable. Néanmoins, l'emploi d'une pompe plus adaptée doit permettre d'améliorer sensiblement ce taux. Finalement, nous nous sommes intéressés à la phase d'arrêt du PERS, notamment lorsque l'accumulateur atteint sa pression maximale. La stratégie de commande, reposant sur une anticipation de l'arrêt du PERS et sur une régulation en pression, permet de minimiser l'impact des transitoires d'arrêt et garantit ainsi un suivi en vitesse élevé. Le cadre temporel limité de ce travail de thèse n'a pas permis de comparer cette stratégie de commande avec la commande par linéarisation entrée-sortie. Ce travail reste donc à réaliser.

Conclusion générale et perspectives

Le premier chapitre a présenté l'objet de l'étude qu'est le reach stacker. Cet engin de manutention de conteneurs, utilisé dans les ports et terminaux, offre une flexibilité et des performances qui le rendent encore aujourd'hui indispensable, malgré l'automatisation progressive et la volonté de s'affranchir de la main-d'œuvre humaine. La consommation de carburant importante de cette machine la rend néanmoins de moins en moins intéressante pour les exploitants, en comparaison des portiques montés sur rails qui, bien que moins flexibles, ont un coût d'exploitation inférieur car souvent automatisés et actionnés électriquement. L'objectif initial de ce travail de thèse était donc de définir des solutions viables pouvant être implémentées sur la machine de telle sorte que l'efficacité énergétique soit améliorée. En parallèle, un travail sur la méthodologie de conception a été réalisé afin de développer des outils susceptibles d'assister l'ingénieur dans la conception de systèmes complexes. La seconde partie du premier chapitre traite des phases clés de la modélisation du reach stacker.

Dans le second chapitre, les chaînes d'actionnement les plus importantes en termes de consommation d'énergie et donc les plus pertinentes pour une analyse énergétique ont été détaillées. Un profil de mission représentatif de l'utilisation classique de l'engin a été construit. Celui-ci a permis d'analyser finement la manière dont les flux d'énergie transitent du dispositif de fourniture d'énergie vers les différents actionneurs. En conséquence, les dissipations d'énergie ont été classées en trois catégories :

- les dissipations « fatales » comme la résistance au roulement, ou encore les frottements entre les éléments télescopiques, sur lesquels il est difficile d'agir sans une refonte en profondeur de la machine,
- les dissipations liées aux mauvais rendements de certains composants ou groupes de composants. Entrent aussi dans cette catégorie les dissipations liées à une stratégie de commande inadéquate. On peut par exemple mentionner le moteur thermique, dont la charge est déterminée directement par l'opérateur, alors que celui-ci n'a pas la possibilité de connaître le meilleur point de fonctionnement atteignable,
- les dissipations d'énergie liées à une fonction de base de la machine. Dans cette catégorie ont été identifiées très clairement l'énergie potentielle libérée lors de la descente d'un conteneur, ainsi que l'énergie cinétique dissipée lors d'une décélération du véhicule.

Fort de ce constat, plusieurs possibilités d'évolution ont été mises en lumière. Du point de vue technologique, un état de l'art des architectures les plus adéquates à notre application a été présenté. Concernant la chaîne de transmission, la transmission hydrostatique et la transmission par dérivation de puissance semblent les plus appropriées pour remplacer la transmission mécanique traditionnelle. Leur version hybride pourrait par ailleurs permettre une récupération de l'énergie cinétique lors de la décélération. Pour ce qui est des chaînes d'actionnement hydrauliques liées aux équipements, nous nous sommes intéressés dans un premier temps aux structures de type « displacement controlled » proposées

par Ivantysynova [Williamson *et al.*, 2008]. Puis, différentes solutions de récupération d'énergie potentielle ont été étudiées et comparées. Les solutions les plus pertinentes ont d'ailleurs été approfondies en simulation au chapitre 5.

Du point de vue méthodologique, les structures hybrides amènent à une problématique supplémentaire à une chaîne d'actionnement traditionnelle, notamment lorsqu'il s'agit de la dimensionner et de la commander. D'une part, l'ajout d'une ou plusieurs sources d'énergie engendre un nombre d'entrées de commande supérieur au nombre de sorties. La question de la synthèse de commande se pose alors de manière plus cruciale. D'autre part, ce degré de liberté supplémentaire peut être exploité pour répondre à de nouvelles spécifications du cahier des charges.

Le troisième chapitre apporte alors un éclairage sur les méthodes et outils pour appréhender au mieux les systèmes ayant plus d'entrées que de sorties. En premier lieu, l'inversion de modèles en bond graph est présentée. Un modèle inverse n'a pas de sens physique, cependant, il est envisageable d'un point de vue mathématique. À partir de spécifications sur les sorties (fonctions du temps), le modèle inverse permet de déterminer l'évolution des entrées. De ce fait, il est possible de faire remonter les spécifications données par le cahier des charges au niveau du composant à définir. Nous avons vu que l'outil bond graph est tout à fait adapté pour réaliser ce travail d'inversion. Celui-ci permet de valider graphiquement l'inversibilité structurelle, puis de mettre en œuvre l'inversion grâce au concept de bicausalité [Gawthrop, 1995; Fotsu-Ngwompo, 1997]. Bien que d'une aide précieuse pour la conception de systèmes (spécification d'une entrée, commande en boucle ouverte, synthèse paramétrique), seules des fonctions du temps peuvent être employées comme spécifications. Or, nous avons pu voir qu'un cahier des charges peut comporter des spécifications de natures hétérogènes. Dans la cadre d'un système hybride, il semble primordial de pouvoir minimiser la consommation de carburant tout en respectant les performances dynamiques proposées par le système non hybride.

C'est pour cela que Marquis-Favre *et al.* ont proposé dans [Marquis-Favre *et al.*, 2008] une procédure permettant de représenter un problème d'optimisation par l'intermédiaire d'un bond graph augmenté. Développée par la suite par Jardin [Jardin, 2010], cette méthode permet de minimiser l'énergie dissipée par tout ou partie des phénomènes dissipatifs d'un système, mais aussi de minimiser l'apport d'énergie en intégrant les entrées dans le critère. Initialement développée pour des modèles linéaires et invariants dans le temps, la procédure a ensuite été étendue au cas des stockages d'énergie ayant un comportement non linéaire. Partant du constat que les dissipations d'énergie dans le domaine de l'hydraulique ont elles aussi un caractère non linéaire, il semblait intéressant d'essayer d'étendre cette procédure pour ce type de caractéristique.

Enfin, Jardin propose une conjecture pour la modélisation bond graph d'un problème couplé d'inversion et d'optimisation. Toutefois, l'auteur fait l'hypothèse que les dissipations d'énergie présentes sur le chemin bicausal ainsi que les entrées inversées sont complètement spécifiées par les sorties imposées (et leurs dérivées successives). Ce cas de figure n'est cependant pas le cas général comme nous le montrons sur un exemple simple.

Dans le quatrième chapitre, nous levons les verrous mis en lumière à la fin du chapitre 3. Ce chapitre contient donc l'ensemble des contributions méthodologiques apportées par ce travail de thèse.

Dans un premier temps, nous nous sommes intéressés à la représentation bond graph d'un problème couplé d'inversion et d'optimisation. Pour ce faire, l'emploi du formalisme hamiltonien à ports est privilégié étant donné qu'il met en évidence la structure de jonction d'un modèle [Golo, 2002].

De cette manière, le parallèle avec le modèle bond graph devient réalisable facilement. À partir d'un modèle d'état exprimé selon le formalisme hamiltonien à ports, on applique le principe du maximum de Pontryagin. La connaissance *a priori* de certaines sorties est prise en compte dans le problème d'optimisation à travers des multiplicateurs de Lagrange supplémentaires. Par ailleurs, la procédure intègre dans le critère l'ensemble des entrées, qu'elles soient déterminées par inversion ou par optimisation, et tout ou partie des phénomènes de dissipation d'énergie. L'analyse des conditions d'optimalité obtenues dans le formalisme bond graph permet ensuite :

- la traduction de la condition d'optimalité sur l'état qui est directe puisqu'elle reprend l'équation différentielle initiale sur l'état. Cela signifie que le modèle bond graph initial est employé comme support pour la construction d'un modèle bond graph augmenté,
- la traduction de la condition sur le co-état fournit un modèle bond graph optimisant ayant une structure similaire au modèle initial. À cela s'agrège un couplage entre le modèle initial et le modèle optimisant de manière à prendre en compte le critère,
- la traduction de la condition sur les entrées déterminées par optimisation complète ce couplage par l'insertion des matrices de pondération sur les entrées,
- la traduction de la condition sur les entrées déterminées par inversion s'apparente à la condition sur les entrées déterminées par optimisation de par la présence des matrices de pondération. Toutefois, la propagation de la bicausalité est différente.

La démonstration de cette procédure a été effectuée en considérant uniquement des phénomènes dissipatifs en causalité résistance. Néanmoins, le concept de dualisation partielle permet de généraliser des phénomènes en causalité résistance et conductance. La démonstration, donnée en annexe E, est une version corrigée de la démonstration donnée dans [Jardin, 2010].

Un exemple est ensuite traité afin d'illustrer la procédure, puis une résolution numérique est menée. On notera que la condition d'optimalité sur le co-état prend une forme implicite.

Dans un deuxième temps, une procédure permettant la représentation bond graph d'un problème d'optimisation comportant des dissipations ayant un comportement non linéaire a été présentée. Un processus similaire à la démonstration précédente montre le bien-fondé de cette procédure, puis, le même exemple que précédemment est de nouveau traité avec l'une des dissipations ayant un comportement non linéaire.

Le cinquième chapitre revient sur la problématique technologique exprimée au chapitre 2. Tout d'abord, différentes solutions permettant d'améliorer le rendement du moteur thermique sont évaluées par simulation. Un redimensionnement des pompes ainsi qu'une évolution de la stratégie de commande apportent un gain en consommation intéressant. De plus, l'ajout d'un lock-up sur le convertisseur de couple apporte une double amélioration. Lorsque le lock-up est activé, le convertisseur de couple ne dissipe plus d'énergie, et le régime du moteur thermique est réduit, améliorant par conséquent son rendement.

Nous nous focalisons ensuite sur différentes architectures de récupération d'énergie. Trois sont sélectionnées pour être analysées du point de vue des performances dynamiques et énergétiques. Une solution avec transformateur indépendant offre le meilleur compromis entre complexité, performances et coût. A la descente de la flèche, l'énergie potentielle transformée en énergie hydraulique entraîne un moteur hydraulique. Celui-ci est couplé à une pompe qui charge un accumulateur hydropneumatique. La cylindrée variable de cette pompe permet à chaque instant d'adapter le couple de récupération afin

de perturber le moins possible la descente. Le distributeur proportionnel, déjà présent sur la machine traditionnelle, est par ailleurs conservé. Lorsque le transformateur ne peut retenir la charge (*i.e.* lorsque la charge est élevée et que l'accumulateur est à faible charge), le distributeur dissipe le surplus d'énergie tout en assurant la sécurité. Ce système permet alors une réduction de la consommation de carburant entre 4,5% et 10% selon la position du conteneur.

La restitution de l'énergie stockée dans l'accumulateur est réalisée par un moteur hydraulique complémentaire associé au moteur thermique. Le couple généré par ce moteur hydraulique réduit d'autant celui que doit fournir le moteur diesel, réduisant par conséquent sa consommation.

Au vu de l'agencement des composants, nous montrons qu'il est possible de tirer parti de cette structure afin de récupérer l'énergie cinétique lors de la décélération du véhicule. En effet, on dispose d'ores et déjà des pompes au niveau de l'arbre du moteur thermique. De plus, le lock-up permet de transmettre du couple dans les deux sens, ce qui signifie qu'en phase de décélération, l'énergie cinétique du véhicule peut être transmise aux pompes par l'intermédiaire de la chaîne de transmission. Finalement, l'accumulateur hydropneumatique introduit pour la récupération de l'énergie potentielle autorise un stockage de l'énergie provenant directement des pompes.

L'ensemble de ces évolutions mène à une réduction de la consommation de carburant de 16% à 18,4% en simulation. On notera toutefois qu'en phase de restitution d'énergie, le couple apporté par le moteur hydraulique provoque une chute du rendement du moteur thermique puisque celui-ci opère alors à faible charge. Un « downsizing » du moteur thermique pourrait être réalisé en parallèle de l'hybridation pour pallier ce problème. Cependant, les périodes de fonctionnement à puissance maximale sont trop longues pour être entièrement compensées par la source d'énergie hydraulique, obligeant par conséquent la conservation du moteur thermique classique.

Le sixième et dernier chapitre traite du développement des lois de commande ainsi que d'un banc d'essai afin de valider le système de récupération d'énergie potentielle. Pour assurer les performances dynamiques tout en récupérant un maximum d'énergie, deux lois de commande ont été développées et évaluées par simulation. La première loi de commande, reposant sur une structure de type *feedforward*, consiste à employer le transformateur comme compensateur de pression. Celui-ci est donc piloté afin de maintenir une perte de charge minimum à travers le distributeur proportionnel. Ce dernier est quant à lui commandé de telle sorte qu'il maintienne la vitesse de descente désirée. Nous utilisons pour cela la vitesse de rotation du transformateur qui est l'image du débit sortant du vérin (au rendement volumétrique près). La seconde loi de commande repose sur une linéarisation entrée-sortie. Les entrées sont toujours les commandes du distributeur et de la cylindrée de la pompe, et les sorties comprennent la vitesse du transformateur hydraulique et la position du tiroir du distributeur. La loi de commande par linéarisation entrée-sortie permet une meilleure prise en compte de l'arrêt de la récupération lorsque l'accumulateur est à pleine charge. Cependant, les performances de récupération sont légèrement amoindries.

Finalement, l'implémentation de la commande linéaire avec *feedforward* est présentée. Les performances dynamiques et énergétiques obtenues sur le banc d'essai sont conformes aux attentes. En effet, malgré l'adjonction d'un système de récupération d'énergie, il est possible de stabiliser le système pour l'ensemble de la plage de fonctionnement. De plus, l'asservissement en pression du transformateur hydraulique permet de maximiser la récupération d'énergie tout en perturbant au minimum le reste du système. Un inconvénient reconnu de la stratégie de commande par *feedforward* réside dans la nécessité

de caractériser finement les composants afin d'obtenir un terme de pré-compensation précis.

Perspectives

Il est possible de scinder les perspectives en deux catégories. D'une part, les perspectives industrielles, et d'autre part, les perspectives scientifiques et méthodologiques.

Concernant tout d'abord le banc d'essai, l'objectif initial était de tester la loi de commande par linéarisation entrée-sortie, dans le but de la comparer avec la commande par *feedforward*. Le cadre temporel limité de ce travail de thèse n'a cependant pas permis de réaliser cette étude. Par conséquent, il serait intéressant de mettre en œuvre cette commande afin de déterminer la plus performante.

Du point de vue industriel, l'architecture proposée offre des gains en consommation importants en simulation, et qui, malgré un ajout non négligeable de composants, reste compétitive. En effet, le surcoût à l'achat d'un engin hybride par rapport à un engin traditionnel peut être compensé en environ deux ans grâce à la réduction des frais de carburant (sur une base d'utilisation de 2500 h/an). On peut donc considérer que la solution envisagée est viable d'un point de vue économique.

Le développement d'un prototype pour valider les performances énergétiques évaluées par simulation était initialement envisagé. Néanmoins, le contexte économique ainsi que les contraintes industrielles n'ont pas permis d'aboutir à un prototype dans le délai de la thèse. Sa réalisation devrait néanmoins débiter prochainement.

Du point de vue méthodologique, nous avons vu que la représentation bond graph d'un problème couplé d'inversion-optimisation mène à une condition d'optimalité sur le co-état implicite. En effet, l'optimisation combinée à l'inversion implique une dérivation supplémentaire d'un état en causalité dérivée par rapport à l'inversion seule. Les travaux de Lagnier [Lagnier *et al.*, 2016] traitent notamment de l'analyse structurelle de tels systèmes. Il serait donc intéressant de pouvoir réaliser une analyse structurelle approfondie sur les modèles bond graph obtenus après application de la procédure.

La formulation générale d'un problème couplé d'inversion-optimisation intègre une pondération sur l'ensemble des entrées. Or, il est tout à fait envisageable de ne pondérer qu'une partie de ces entrées, par exemple pondérer les entrées déterminées par optimisation et laisser libres les entrées déterminées par inversion. Le problème global considéré est différent, mais il pourrait être utile de déterminer l'impact du choix des pondérations sur la commande optimale. On notera par ailleurs que la détermination de la valeur de ces pondérations est un problème à part entière qui n'a pas été traité ici.

Nous avons également vu que la procédure proposée est valable uniquement pour des problèmes d'optimisation dynamique où les entrées sont non contraintes. Or, la plupart du temps, celles-ci sont bornées et ne peuvent donc pas prendre n'importe quelle valeur. Il est également imaginable de pouvoir prendre en compte une contrainte sur la dérivée de l'entrée, qui peut elle aussi être bornée. Il serait alors intéressant d'étendre la procédure à ce type de problème.

En outre, au lieu de vouloir minimiser une puissance dissipée uniquement, certains cahiers de charges spécifient un coût de possession [Chauvin, 2015]. On obtient alors un critère à minimiser représentant l'agrégation de sous-critères de natures hétérogènes. Une reformulation du problème d'optimisation serait alors nécessaire, mais sa représentation bond graph pourrait être envisageable.

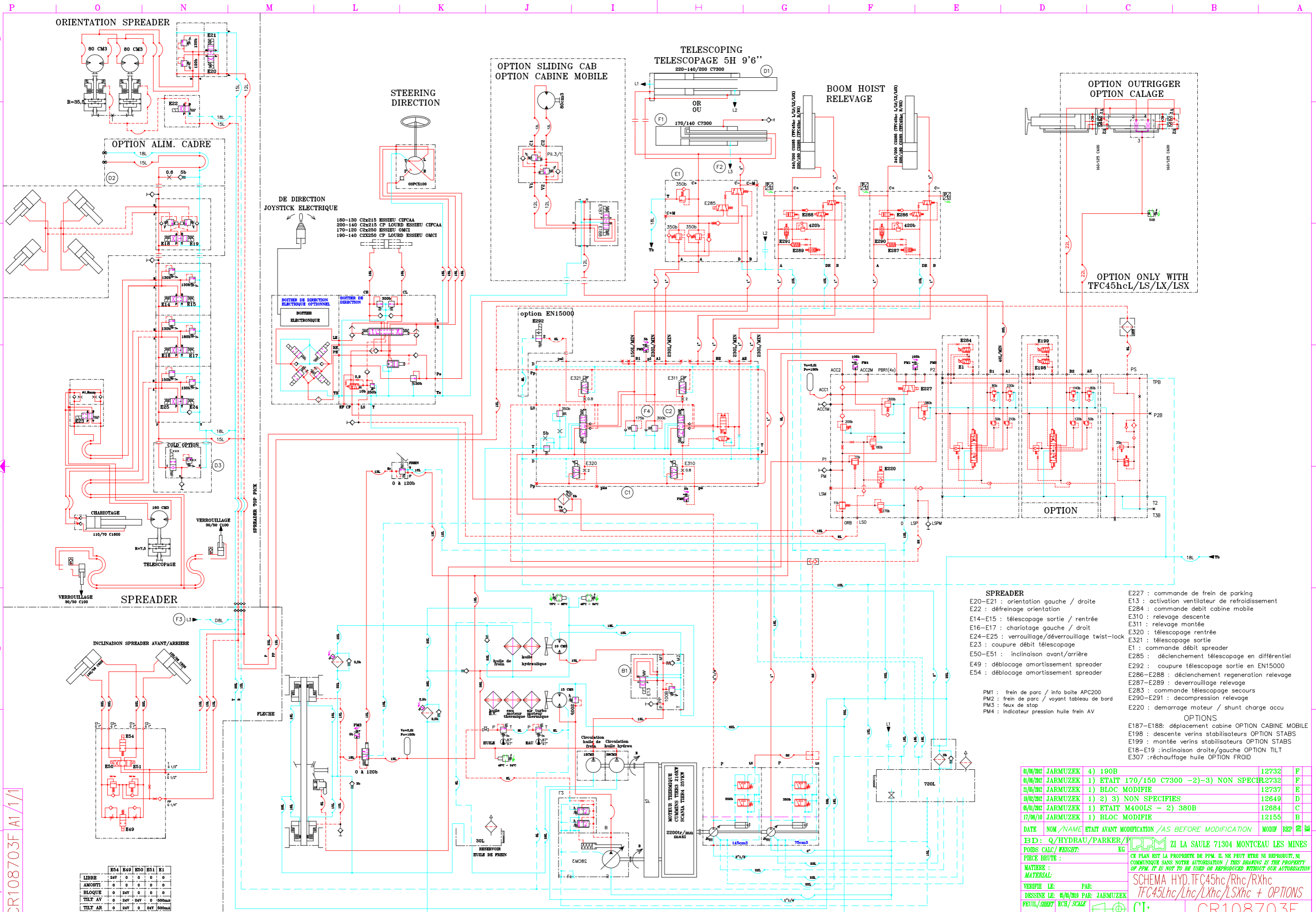
L'extension de la procédure au cas des dissipations non linéaires n'est valable que dans le cas d'un processus d'optimisation seul. Il reste alors à étendre cette procédure au cas d'un problème combiné

d'inversion et d'optimisation afin de prendre en compte une classe encore plus générale de problèmes.

Enfin, les travaux effectués par Marquis-Favre [Marquis-Favre *et al.*, 2008], Jardin [Jardin, 2010], ainsi que ce travail de thèse se focalisent sur des systèmes linéaires, ou bien sur des systèmes dont les non linéarités sont localisées de manière exclusive sur les phénomènes physiques de stockage ou de dissipation d'énergie. Il serait donc utile de développer une méthode permettant de prendre en compte des non linéarités combinées avec des modulations sur les éléments de type transformateur (MTF), gyrateur (MGY), et dissipation (MR). De plus, la méthodologie proposée suppose que les entrées de commande se situent au niveau des sources d'énergie. Or, nous avons pu voir que de nombreux systèmes disposent d'entrées de commande au niveau de ces éléments modulés (*e.g.* une pompe à cylindrée variable (MTF), ou un distributeur proportionnel (MR)). Au delà de la difficulté de représenter ce type de problème par un bond graph, la démonstration par l'utilisation du formalisme hamiltonien à ports doit être complétée, étant donné que les entrées sont obligatoirement associées à des sources d'énergie, ce qui n'est pas le cas pour une entrée agissant sur un élément modulé.

Annexe A

Circuit hydraulique complet



CR108703F A1/1/1

	E54	R49	E50	E51	E1
LIBRE	24V	0	0	0	0
AMORTI	0	0	0	0	0
BLOQUE	0	24V	0	0	0
TILT AV	0	24V	0	500mA	0
TILT AR	0	24V	0	500mA	0

- SPREADER**
- E20-E21 : orientation gauche / droite
 - E22 : défreinage orientation
 - E14-E15 : télescopage sortie / rentrée
 - E16-E17 : chariotage gauche / droit
 - E24-E25 : verrouillage/déverrouillage twist-lock
 - E23 : coupure débit télescopage
 - E50-E51 : inclinaison avant/arrière
 - E49 : déblocage amortissement spreader
 - E54 : déblocage amortissement spreader
- OPTION**
- E227 : commande de frein de parking
 - E13 : activation ventilateur de refroidissement
 - E284 : commande débit cabine mobile
 - E310 : relevage descente
 - E311 : relevage montée
 - E320 : télescopage rentrée
 - E321 : télescopage sortie
 - E1 : commande débit spreader
 - E285 : déclenchement télescopage en différentiel
 - E292 : coupure télescopage sortie en EN15000
 - E286-E288 : déclenchement regeneration relevage
 - E287-E289 : déverrouillage regeneration
 - E283 : commande télescopage secours
 - E290-E291 : decompression relevage
 - E220 : démarrage moteur / shunt charge accu
- OPTION EN15000**
- E322 : coupure télescopage sortie
 - E323 : coupure télescopage rentrée
 - E324 : coupure télescopage sortie
 - E325 : coupure télescopage rentrée
- OPTION CABINE MOBILE**
- E187-E188 : déplacement cabine
 - E198 : descente verins stabilisateurs
 - E199 : montée verins stabilisateurs
 - E18-E19 : inclinaison droite/gauche OPTION TILT
 - E307 : réchauffage huile OPTION FROID

DATE	NOM / NAME	ETAT AVANT MODIFICATION / AS BEFORE MODIFICATION	MODIF	REP	REVISION
01/08/2012	JARMUZEK	4) 190B			12732 F
01/08/2012	JARMUZEK	1) ETAIT 170/150 C7300 -2)-3) NON SPECIFIE			12732 F
21/06/2012	JARMUZEK	1) BLOC MODIFIE			12737 E
09/02/2012	JARMUZEK	1) 2) 3) NON SPECIFIES			12649 D
06/01/2012	JARMUZEK	1) ETAIT M400LS - 2) 380B			12684 C
17/08/10	JARMUZEK	1) BLOC MODIFIE			12155 B

BD : Q/HYDRAU/PARKER/720L
 POIDS CALC/WEIGHT: KG
 PIÈCE BRUTE :
 MATIERE :
 MATERIAU :
 VERIFIE LE: PAR:
 DESSINE LE: 05/05/2010 PAR: JARMUZEK
 FEUIL/SHEET ECH/SCALE

CE PLAN EST LA PROPRIETE DE PPM. IL NE PEUT ETRE NI REPRODUIT, NI COMMUNIQUE SANS NOTRE AUTORISATION / THIS DRAWING IS THE PROPERTY OF PPM. IT IS NOT TO BE USED OR REPRODUCED WITHOUT OUR AUTORIZATION

SCHEMA HYD.TFC45hc/Rhc/RXhc
 TFC45Lhc/Lhc/LXhc/LXhC + OPTIONS

CI: CR108703F

Annexe B

Modélisation du reach stacker

Cette annexe a pour but de préciser les modèles associés aux composants qui n'ont pas été traités (ou partiellement) dans le chapitre 1.

B.1 Modèle de convertisseur de couple

Ce modèle étant présenté de manière globale au chapitre 1, nous ne détaillons ici que les paramètres de modulation des éléments MTF et la caractéristique de l'élément \mathbb{R} multiport (figure B.1). Cette section s'inspire largement de [Hrovat et Tobler, 1985].

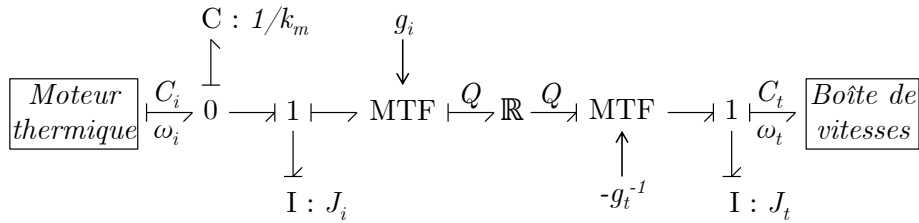


FIGURE B.1 – Modèle bond graph causal du convertisseur de couple

avec :

$$\begin{cases} g_i &= \rho [(R_i \omega_i + V \tan \alpha_i) R_i - (V \tan \alpha_s) R_s] \\ g_t &= \rho [(R_t \omega_t + V \tan \alpha_t) R_t - (R_i \omega_i + V \tan \alpha_i) R_i] \end{cases} \quad (\text{B.1})$$

avec

- ω_j , $j \in \{i, t\}$ la vitesse de rotation de l'élément j (i : impulseur, t : turbine),
- R_j , $j \in \{i, s, t\}$ le rayon moyen entre le centre du convertisseur de couple et la sortie de l'élément j (i : impulseur, s : stator, t : turbine), (voir figure B.2),
- V la vitesse tangentielle du fluide, avec $V = Q/A$, où Q représente le débit volumique, et A la section perpendiculaire à V ,
- ρ la masse volumique du fluide hydraulique,
- α_j , $j \in \{i, s, t\}$ l'angle de l'aube de l'élément j par rapport au plan A au niveau de la sortie de l'élément (la sortie est définie pour Q positif) (voir figure B.2).

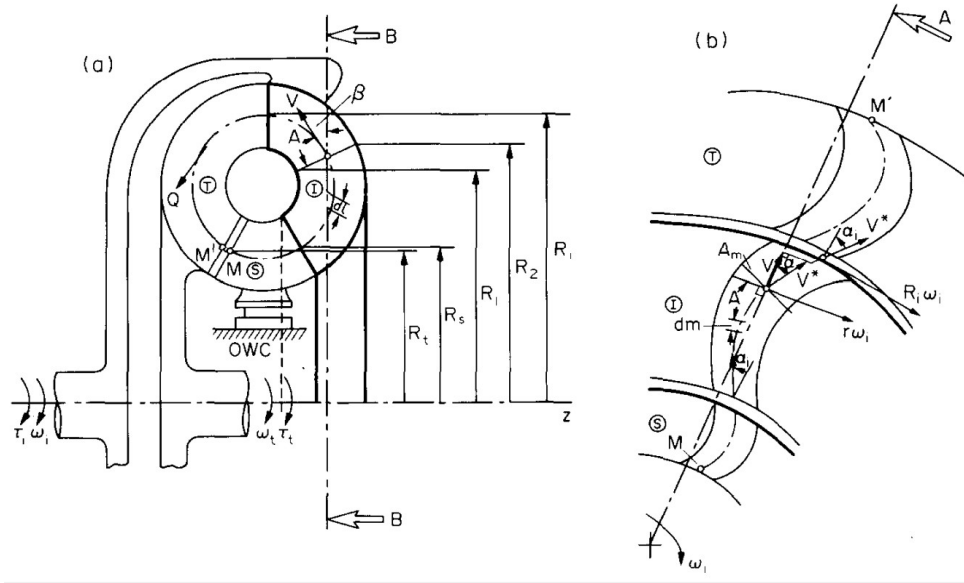


FIGURE B.2 – Vue en coupe d’un convertisseur de couple (a) : vue selon A, (b) : vue selon la coupe B-B (vue déroulée) [Hrovat et Tobler, 1985]

L’élément multiport \mathbb{R} possède la caractéristique suivante :

$$p_L = \frac{\rho}{2} \text{sign}(Q) (C_{sh,i} V_{sh,i}^2 + C_{sh,t} V_{sh,t}^2 + C_{sh,s} V_{sh,s}^2) + \frac{\rho f}{2} \text{sign}(Q) (V_i^{*2} + V_t^{*2} + V_s^{*2}) \quad (\text{B.2})$$

avec

$$\begin{cases} V_{sh,i} &= R_s (-\omega_i) + V (\tan \alpha_s - \tan \alpha'_i) \\ V_{sh,t} &= R_i (\omega_i - \omega_t) + V (\tan \alpha_i - \tan \alpha'_t) \\ V_{sh,s} &= R_t (\omega_t) + V (\tan \alpha_t - \tan \alpha'_s) \end{cases} \quad (\text{B.3})$$

et

$$V_j^{*2} = V^2 (1 + \tan^2 \alpha_j) \quad (\text{B.4})$$

où $j \in \{i, s, t\}$ (i : impulsor, s : stator, t : turbine), et α'_j , $j \in \{i, s, t\}$ l’angle à l’entrée de l’aube de l’élément j , entre l’aube et le plan A (voir figure B.2), $C_{sh,j}$ le coefficient lié aux chocs des particules de fluide sur les aubes de l’élément j et f le coefficient de frottement du fluide sur les aubes.

p_L représente ici une différence de pressions liée à l’ensemble des pertes. La dualisation [Hrovat et Tobler, 1985] effectuée sur le modèle fait toutefois correspondre cet élément à une différence de flux sur l’élément \mathbb{R} multiport. La causalité montrée sur la figure B.1 nécessite alors d’explicitier Q à partir de l’équation (B.2).

B.2 Modèle de boîte de vitesses

Le modèle de boîte de vitesses automatique employé est constitué de plusieurs éléments (voir figure B.3) :

- un transformateur modulé, dont le paramètre r prend des valeurs discrètes (la BVA de base dispose de quatre rapports). Cette valeur est déterminée grâce à une fonction dépendant de la

- vitesse de rotation de sortie ω_{BVA} ,
- la raideur en torsion k_θ de l'arbre de sortie,
- des pertes mécaniques correspondant à un rendement constant de 98% et caractérisent l'un élément R.

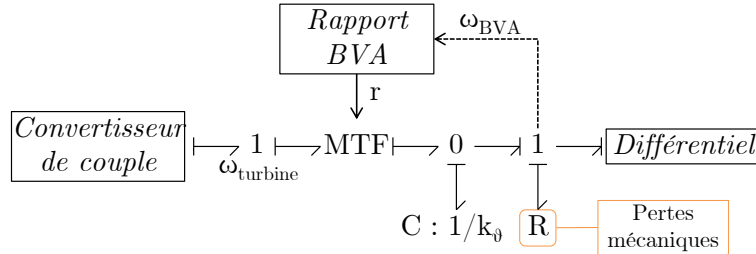


FIGURE B.3 – Modèle bond graph causal d'une boîte de vitesses automatique (BVA)

B.3 Modèle de pompe hydraulique

Le modèle de pompe hydraulique employé regroupe les caractéristiques suivantes :

- la commande de cylindrée est réalisée par une fonction nommée LS (*Load Sensing*) sur la figure B.4, utilisant comme entrées la pression p_{LS} provenant du circuit hydraulique, et la pression p_{pompe} ,
- un limiteur de pression est intégré au modèle de pompe. Celui-ci prend alors la forme d'un élément R. Sa caractéristique est alors donnée par l'équation (B.5).

$$Q_R = \begin{cases} 0 & \text{si } \Delta p_R \leq p_{max} \\ K_R \sqrt{\Delta p_R} & \text{si } \Delta p_R > p_{max} \end{cases} \quad (\text{B.5})$$

avec K_R la caractéristique de débit, Δp_R la différence de pression aux bornes du limiteur de pression et p_{max} la pression à partir de laquelle le limiteur de pression s'ouvre,

- les rendements volumétrique et mécanique sont déterminés à partir du modèle de Rydberg [Rydberg, 2009]. Celui-ci propose plusieurs solutions analytiques aux rendements volumétriques et mécaniques valables pour des pompes et moteurs, et pour des cylindrées fixes ou variables. Les paramètres de ces modèles de pertes ont été identifiés à partir de points de fonctionnement particuliers. Par exemple, pour une pompe à cylindrée variable, la forme analytique proposée par Rydberg est la suivante :

$$\eta_{v_p} = 1 - a_{0_p} - \left(\frac{a_{1_p}}{u_p} + a_{2_p} \right) \frac{\Delta p}{\beta} - a_{3_p} \frac{\Delta p}{2\pi\mu u_p N_p} - a_{4_p} \frac{\Delta p^2}{u_p N_p}$$

$$\eta_{hm_p} = \frac{1}{1 + \frac{b_{0_p}}{u_p} + b_{1_p} + \left(\frac{b_{2_p}}{u_p} + b_{3_p} \right) \frac{p_L}{\Delta p} + b_{4_p} \frac{|p_H + \delta_p p_L|}{\left[1 + \left(\frac{N_p}{N_{0_p}} \right)^{\gamma_p} \right] u_p \Delta p} + b_{5_p} \frac{2\pi\mu N_p}{u_p \Delta p} + b_{6_p} \frac{(u_p N_p)^2}{\Delta p}}$$
(B.6)

avec :

- η_{v_p} et η_{hm_p} les rendements volumétrique et hydromécanique pour une pompe,

- a_{i_p} [-], $i \in \{0, 1, 2, 3, 4\}$ le coefficient i de rendement volumétrique valable pour une pompe,
- b_{i_p} [-], $i \in \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ le coefficient i de rendement hydromécanique valable pour une pompe,
- δ_p , γ_p et N_{0p} des paramètres,
- Δp [MPa] la différence de pressions aux bornes de la pompe, avec $\Delta p = p_H - p_L$, où p_H et p_L sont respectivement la haute et la basse pression,
- β [MPa] le module de compressibilité du fluide,
- μ [Ns/m²] la viscosité du fluide,
- N_p [tr/s] la vitesse de rotation de la pompe,
- $u_p \in]0; 1]$ la commande de cylindrée de la pompe.

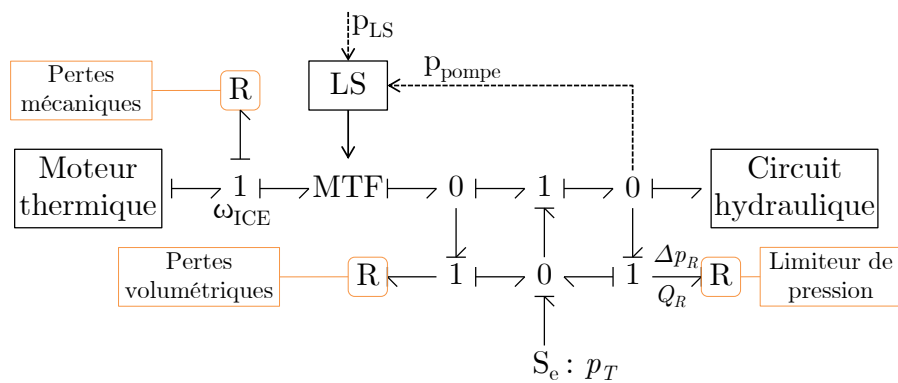


FIGURE B.4 – Modèle bond graph causal d'une pompe hydraulique

Annexe C

Méthodes d'allocation de contrôle

Sommaire

C.1 Introduction	215
C.2 Position du problème	215
C.3 Méthodes d'allocation de contrôle	217
C.3.1 Allocation directe (direct control allocation)	217
C.3.2 Allocation en Daisy-chaining	218
C.3.3 Allocation par pseudo-inverse	218
C.3.4 Autres méthodes	219
C.4 L'allocation de contrôle pour la spécification de composant	219
C.5 Conclusion	222

C.1 Introduction

L'allocation de contrôle a été initialement développée pour la commande des systèmes dont les actionneurs sont redondants pour piloter un même degré de liberté. On parle alors de système sur-actionné, et le problème réside dans la répartition des rôles de chaque actionneur dans l'action globale sur le degré de liberté considéré.

Ces systèmes redondants sont courants dans l'aéronautique [Härkegard, 2003], où par exemple, plusieurs actionneurs réalisent le positionnement d'une gouverne. L'allocation de contrôle a également été appliquée à l'automobile dans [Knobel, 2009] et [Akhmetov, 2011] notamment pour le contrôle de la dynamique du véhicule, ou encore dans [Chen et Wang, 2012] où les auteurs emploient l'allocation de contrôle pour améliorer l'efficacité énergétique d'un véhicule électrique.

Une chaîne sur-actionnée offre plusieurs avantages. Tout d'abord, elle assure une tolérance aux pannes importante puisque si l'un des actionneurs n'est plus en mesure de fournir l'effort désiré, d'autres peuvent prendre le relai, à condition qu'ils ne soient pas eux-mêmes saturés. D'autre part, la redondance peut être mise à profit en répondant à de nouvelles spécifications, le plus souvent de minimisation d'un critère de performance.

Nous verrons dans cette annexe que la formulation du problème propice à l'application de l'allocation de contrôle n'est envisageable que pour une classe particulière de systèmes. Nous essaierons également de montrer que cette méthode peut être utile pour la spécification des actionneurs. Enfin, différentes méthodes d'allocation seront présentées.

C.2 Position du problème

Pour appliquer le principe de l'allocation de contrôle, le système considéré doit pouvoir être mis sous une forme particulière. En effet, celui-ci est découpé selon différents blocs comme présenté sur la figure C.1 :

- une loi de commande globale déterminant l'effort généralisé (ou effort virtuel) \mathbf{v} à appliquer au système,
- l'allocation de contrôle distribuant cet effort sur les différents actionneurs à travers le vecteur \mathbf{u} ,
- le système dynamique comprenant les actionneurs et le reste du système.

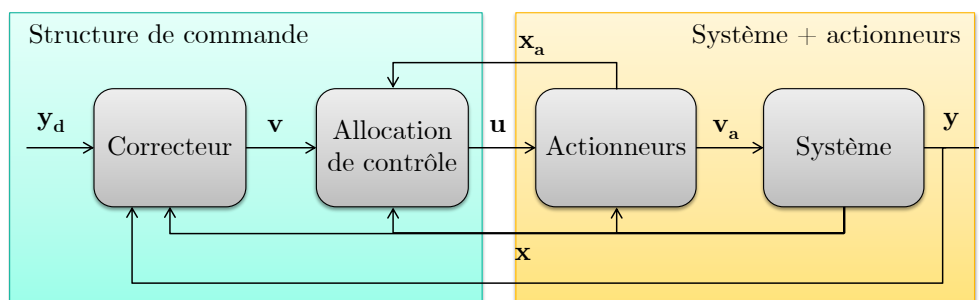


FIGURE C.1 – Structure de commande avec allocation de contrôle

Modèle du système

Dans le cas général, le modèle d'état du système est le suivant :

$$(S_s) : \begin{cases} \dot{\mathbf{x}} &= f_s(\mathbf{x}, \mathbf{v}_a) \\ \mathbf{y} &= h(\mathbf{x}, \mathbf{v}_a) \end{cases} \quad (\text{C.1})$$

avec :

- $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n$ le vecteur d'état associé à la dynamique du système,
- $\mathbf{v}_a \in \mathbb{R}^k$ le vecteur d'entrée (ou vecteur d'effort résultant),
- $f_s : \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^k \mapsto \mathbb{R}^n$ et $h : \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^k \mapsto \mathbb{R}^k$,
- $\mathbf{y} \in \mathbb{R}^k$ le vecteur de sortie.

La sortie \mathbf{y} est asservie par une loi de commande qui détermine l'effort virtuel \mathbf{v} à appliquer au système. Dans le cas d'une dynamique linéaire, l'ensemble des outils de l'automatique linéaire est disponible pour construire une loi de commande stabilisante, et dans le cas non-linéaire, il existe d'autres outils comme la linéarisation entrée/sortie [Isidori, 1995] ou encore le backstepping [Härkegard, 2003].

Modèle des actionneurs

De manière générale, le modèle des actionneurs prend la forme d'un système d'équations différentielles de la forme

$$(S_a) : \begin{cases} \dot{\mathbf{x}}_a &= f_a(\mathbf{x}_a, \mathbf{x}, \mathbf{u}) \\ \mathbf{v}_a &= h_a(\mathbf{x}_a, \mathbf{u}) \end{cases} \quad (\text{C.2})$$

avec :

- $f_a : \mathbb{R}^p \times \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^m \mapsto \mathbb{R}^p$ et $h_a : \mathbb{R}^p \times \mathbb{R}^m \mapsto \mathbb{R}^k$,
- $\mathbf{x}_a \in \mathbb{R}^p$ le vecteur d'état associé à la dynamique des actionneurs.
- $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n$ le vecteur d'état associé à la dynamique du système.

Dans la majorité des cas, la dynamique liée aux actionneurs est supposée suffisamment rapide pour être négligée. On suppose que l'effort résultant peut prendre la forme

$$\mathbf{v}_a = g_a(\mathbf{u}) = \mathbf{B}\mathbf{u} \quad (\text{C.3})$$

avec

- $g_a : \mathbb{R}^m \mapsto \mathbb{R}^k$,
- $\mathbf{B} \in \mathbb{R}^{k \times m}$
- $\mathbf{u} \in \mathbb{R}^m$ le vecteur d'entrée des actionneurs.

On notera que le cas du sur-actionnement engendre $m > k$ et on observe alors une sous-détermination de \mathbf{v}_a par rapport à \mathbf{u} .

Les hypothèses sur le système d'actionnement doivent être regardées de près puisqu'elles modifient largement l'angle d'attaque pour la synthèse de l'allocateur. En effet, il est possible de considérer ou non la dynamique de ces actionneurs en comparant notamment leurs dynamiques de fonctionnement avec celle du système global. Si la dynamique des actionneurs est beaucoup plus élevée que celle du système, on peut alors considérer l'équation (C.3) comme valable. Faire l'hypothèse d'un système statique réduit notablement la complexité de l'allocateur.

Formulation du problème d'allocation de contrôle

On fait l'hypothèse que la dynamique de l'ensemble {actionneurs+ystème} est affine et linéaire en la commande, soit

$$(S_{as}) : \begin{cases} \dot{\mathbf{x}} = f_s(\mathbf{x}) + \mathbf{B}_u \mathbf{u} \\ \mathbf{y} = h(\mathbf{x}, \mathbf{u}) \end{cases} \quad (\text{C.4})$$

avec $\mathbf{B}_u \in \mathbb{R}^{n \times m}$ une matrice rectangulaire ayant un rang $k < m$. Il est possible de réécrire cette matrice en introduisant les matrices $\mathbf{B}_v \in \mathbb{R}^{n \times k}$ et $\mathbf{B} \in \mathbb{R}^{k \times m}$ tel que

$$\mathbf{B}_u = \mathbf{B}_v \mathbf{B} \quad (\text{C.5})$$

L'introduction d'un effort virtuel $\mathbf{v} \in \mathbb{R}^k$ donne alors

$$(S_{as}) : \begin{cases} \dot{\mathbf{x}} = f_d(\mathbf{x}) + \mathbf{B}_v \mathbf{v} \\ \mathbf{v} = \mathbf{B} \mathbf{u} \\ \mathbf{y} = \bar{h}(\mathbf{x}, \mathbf{v}) \end{cases} \quad (\text{C.6})$$

L'allocation de contrôle vise alors à déterminer la matrice \mathbf{B} représentant la distribution de la contribution de chaque élément de \mathbf{u} sur \mathbf{v} .

C.3 Méthodes d'allocation de contrôle

De nombreuses méthodes d'allocation de contrôle existent dans la littérature. Toutefois, compte tenu des hypothèses effectuées sur les actionneurs, certaines méthodes se dégagent clairement. On distingue en particulier les méthodes explicites qui mènent à une solution analytique, et les méthodes implicites dont la résolution est numérique.

C.3.1 Allocation directe (direct control allocation)

L'allocation directe a été initialement proposée par Durham dans [Durham, 1993], puis développée par Bodson dans [Bodson, 2002]. À partir de la commande virtuelle \mathbf{v} , l'idée est de déterminer un vecteur de commande \mathbf{u}^* réalisable produisant une commande virtuelle $\mathbf{v}^* = \mathbf{B} \mathbf{u}^*$ dans la direction de \mathbf{v} et de norme la plus grande possible.

On construit ensuite un paramètre a tel que

$$a = \frac{\|\mathbf{v}^*\|_2}{\|\mathbf{v}\|_2} \quad (\text{C.7})$$

où $\|\cdot\|_2$ représente la norme 2, et \mathbf{v} l'effort virtuel venant de la loi de commande. Il reste ensuite à déterminer \mathbf{u} à partir de l'équation suivante :

$$\mathbf{u} = \begin{cases} \frac{1}{a} \mathbf{u}^* & \text{si } a > 1 \\ \mathbf{u}^* & \text{si } a \leq 1 \end{cases} \quad (\text{C.8})$$

Ainsi, si $a > 1$, on pondère l'entrée maximisée \mathbf{u}^* de telle sorte que l'effort résultant produit par

les actionneurs \mathbf{v}_a soit égal à l'effort désiré \mathbf{v} . En revanche si $a \leq 1$, alors aucune solution n'existe. Toutefois, l'effort généré par \mathbf{u}^* sera dans la direction de \mathbf{v} , bien qu'inférieur à la valeur désirée. La difficulté réside ici dans la détermination du domaine atteignable par \mathbf{u}^* , en particulier lorsque l'on dépasse deux actionneurs. C'est pourquoi Bodson propose une alternative dans [Bodson, 2002] en transformant le problème en un problème d'optimisation. On cherche alors a et \mathbf{u}^* tel que

$$\left\{ \begin{array}{l} \max_{\mathbf{u}} \quad a \\ \text{tel que} \quad \mathbf{B}\mathbf{u} = a\mathbf{v} \\ \mathbf{u}_{\min} \leq \mathbf{u} \leq \mathbf{u}_{\max} \end{array} \right. \quad (\text{C.9})$$

Ensuite, il ne reste plus qu'à calculer \mathbf{u} à partir de l'équation (C.8).

Cette méthode offre l'avantage de ne nécessiter aucun paramètre à régler puisque la solution ne dépend que des bornes supérieure et inférieure de \mathbf{u} et de la matrice \mathbf{B} déterminée précédemment. On spécifie ici la commande sans véritablement tirer profit du sur-actionnement, puisque l'on assure simplement que l'effort résultant \mathbf{v}_a sera au mieux égal à l'effort souhaité \mathbf{v} , et au pire dans la même direction que celui-ci. On ne prend ici pas en compte de spécifications complémentaires comme la minimisation de l'énergie apportée aux actionneurs par exemple.

C.3.2 Allocation en Daisy-chaining

La méthode d'allocation par « daisy-chaining » [Buffington et Enns, 1996][Johansen et Fossen, 2013] consiste à diviser l'ensemble des actionneurs en groupes, puis à les réorganiser de telle sorte qu'il y ait un ordre de priorité dans la sollicitation de ceux-ci pour fournir l'effort généralisé. Ainsi, l'allocateur essaie de satisfaire cet effort à partir du premier groupe, jusqu'à ce qu'un élément de celui-ci soit saturé. Le deuxième groupe complète alors l'effort si cela est possible, sinon le troisième est sollicité et ainsi de suite. Cette méthode est également simple à mettre en œuvre, cependant elle comporte quelques inconvénients. Tout d'abord, le groupement des actionneurs n'est pas aisé, et se base sur la connaissance du système. De plus, selon la formation de ces groupes, certains actionneurs peuvent ne pas être utilisés à leur pleine capacité. Ainsi, l'allocateur pourrait ne pas parvenir à fournir l'effort généralisé alors que celui-ci serait pourtant physiquement atteignable.

C.3.3 Allocation par pseudo-inverse

Comme expliqué au début de cette section, la matrice \mathbf{B}_u est rectangulaire et de rang k . Il est donc en l'état impossible de l'inverser de manière à déterminer \mathbf{u} , autrement dit, il existe une infinité de solutions qui satisfont (C.6). Une manière de lever cette indétermination est de minimiser un critère, souvent associé à l'entrée. On cherche donc à résoudre le problème suivant :

$$\left\{ \begin{array}{l} \min_{\mathbf{u}} \quad \frac{1}{2} \mathbf{u}^T \mathbf{W} \mathbf{u} \\ \text{tel que} \quad \mathbf{v} = \mathbf{B} \mathbf{u} \end{array} \right. \quad (\text{C.10})$$

où $\mathbf{W} \in \mathbb{R}^{m \times m}$ est une matrice diagonale inversible permettant de pondérer chaque entrée de manière à prioriser l'utilisation de certains actionneurs. Le choix d'un critère quadratique en \mathbf{u} mène alors à

une solution explicite [Johansen et Fossen, 2013][Oppenheimer *et al.*, 2006] donnée par :

$$\mathbf{u} = \mathbf{G}\mathbf{v} \quad (\text{C.11})$$

avec

$$\mathbf{G} = \mathbf{W}^{-1}\mathbf{B}^T (\mathbf{B}\mathbf{W}^{-1}\mathbf{B}^T)^{-1} \quad (\text{C.12})$$

où $\mathbf{G} \in \mathbb{R}^{m \times k}$ est la matrice pseudo-inverse de \mathbf{B} . Cette méthode donne donc une solution explicite pour \mathbf{u} . Toutefois, elle ne prend pas en compte les éventuelles contraintes de saturation sur les entrées. Le choix de la matrice de pondération requiert également une étude à part entière puisqu'elle permet de promouvoir certains actionneurs, et au contraire, d'en pénaliser d'autres. Le critère est également fixé et ne peut pas se voir adjoindre d'autres termes à minimiser sous peine de ne plus pouvoir résoudre le problème par pseudo-inversion.

Pour pallier la non-prise en compte des saturations sur les commandes, il est possible d'employer une méthode similaire appelée pseudo-inverse redistribuée [Oppenheimer *et al.*, 2006][Härkegard, 2003]. Cette méthode est itérative et consiste tout d'abord à résoudre le problème d'optimisation tel que décrit par l'équation (C.10). Les colonnes de la matrice \mathbf{B} correspondant aux commandes qui dépassent leurs valeurs limites sont ensuite remplacées par des colonnes nulles. Puis, le problème d'optimisation est réitéré avec les commandes restantes à fixer. On notera alors que cette méthode pourrait ne pas trouver de solution au problème $\mathbf{v} = \mathbf{B}\mathbf{u}$ (*e.g.* si toutes les commandes saturent).

C.3.4 Autres méthodes

Lorsque l'on souhaite complexifier le critère d'optimisation pour construire l'allocateur, trouver une solution explicite devient extrêmement fastidieux, voire impossible. Il est alors nécessaire d'employer des techniques d'optimisation basées sur une discrétisation *a priori* du système. Une attention particulière doit être portée sur le niveau d'optimalité souhaité. Par exemple, la commande prédictive (MPC ou Model Predictive Control) peut être employée. Elle calcule la commande optimale au regard d'un horizon de prédiction équivalent à un nombre de pas de temps fixé au préalable [Vermillion *et al.*, 2011]. La commande appliquée est alors uniquement celle calculée au premier pas de temps de l'horizon de prédiction. Le plus souvent, le MPC est appliqué à des systèmes linéaires avec un critère linéaire ou quadratique, bien que des systèmes non linéaires puissent être pris en compte au prix d'une complexité de calcul accrue.

Nous ne nous attarderons pas sur cette partie dans la mesure où les problèmes d'optimisation dynamique sont exposés dans la section 3.3 (p. 70). De plus, la commande prédictive est plutôt dédiée à une implémentation en ligne. Or, nous nous intéressons ici à la spécification de chaînes d'actionnement sur une phase de conception amont, donc hors-ligne.

C.4 L'allocation de contrôle pour la spécification de composant

La complexité de la conception d'une chaîne sur-actionnée est supérieure à celle d'une chaîne traditionnelle pour deux raisons majeures. Tout d'abord, le dimensionnement de chaque actionneur dépend de l'objectif du sur-actionnement. Si la tolérance aux pannes est primordiale, alors une part réduite des actionneurs doit être en mesure de mener la charge maximale si certains ne sont plus en état de

fonctionner. Si le sur-actionnement découle d'une volonté de répondre à des spécifications supplémentaires (*e.g.* critère énergétique), les actionneurs peuvent alors être sous-dimensionnés pour parvenir à mener la charge maximale uniquement lorsque l'ensemble des actionneurs sont sollicités pleinement. Le second facteur réside dans la difficulté de concevoir le reste de la chaîne d'actionnement, puisque la manière de distribuer l'énergie sur les actionneurs impacte le dimensionnement des modulateurs de puissance associés à chacun d'eux.

Nous avons vu précédemment que le choix de l'allocateur de contrôle mène à des solutions différentes. Ainsi, les actionneurs vont subir une distribution de l'énergie dépendante de la méthode d'allocation. En d'autres termes, l'allocation de contrôle peut être vue comme une manière de spécifier la façon dont l'énergie doit être apportée aux actionneurs. L'allocation de contrôle pourrait alors être employée pour le dimensionnement et la spécification des composants (hors ligne) se trouvant en amont des actionneurs terminaux (voir figure C.2).

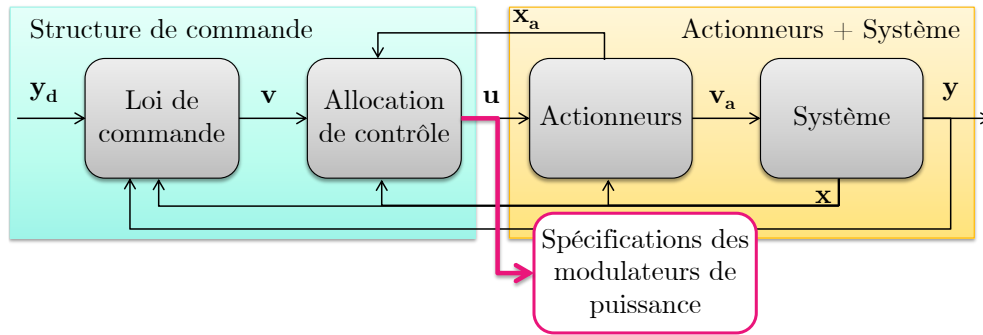


FIGURE C.2 – Spécification de composants à partir de l'allocation de contrôle

Pour illustrer notre propos, prenons l'exemple d'une chaîne d'actionnement hydraulique dont l'actionneur est un vérin hydraulique asymétrique. Celui-ci ayant deux orifices d'entrée, il peut être vu comme un double actionneur dont les pressions dans les deux chambres génèrent deux efforts opposés proportionnels aux surfaces fonctionnelles. On dispose donc d'un système sur-actionné puisqu'il existe une infinité de couples de pressions (p_1, p_2) permettant d'atteindre l'effort résultant désiré. Reprenons pour cela le modèle de vérin décrit sur la figure 1.19 (page 24). On peut reformuler l'équation (1.5) pour faire apparaître directement les pressions comme variables d'état :

$$\begin{cases} \dot{p}_1 = \frac{B_0}{V_1(x)} (q_1 - S_1 \dot{x}) \\ \dot{p}_2 = \frac{B_0}{V_2(x)} (S_2 \dot{x} - q_2) \end{cases} \quad (\text{C.13})$$

où

- p_1 (resp. p_2) est la pression dans la chambre 1 (resp. chambre 2),
- q_1 (resp. q_2) est le débit entrant dans la chambre 1 (resp. sortant de la chambre 2),
- S_1 (resp. S_2) est la surface effective de la chambre 1 (resp. surface fonctionnelle de la chambre 2),
- B_0 est le module de compressibilité du fluide supposé constant,
- x est la position du piston.

Si l'on prend maintenant l'effort résultant comme variable d'état, on obtient :

$$\dot{F}_a = S_1 \dot{p}_1 - S_2 \dot{p}_2 \quad (\text{C.14})$$

$$= -B_0 \frac{S_2 l_1(x) + S_1 l_2(x)}{l_1(x) l_2(x)} \dot{x} + \frac{B_0}{l_1(x) l_2(x)} \begin{bmatrix} l_2(x) & l_1(x) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_1 \\ q_2 \end{bmatrix} \quad (\text{C.15})$$

$$= A(x) \dot{x} + \mathbf{B}_u(x) \mathbf{u} \quad (\text{C.16})$$

avec

$$- A(x) = -B_0 \frac{S_2 l_1(x) + S_1 l_2(x)}{l_1(x) l_2(x)} \dot{x},$$

$$- \mathbf{B}_u(x) = \frac{B_0}{l_1(x) l_2(x)} \begin{bmatrix} l_2(x) & l_1(x) \end{bmatrix},$$

$$- \mathbf{u} = \begin{bmatrix} q_1 & q_2 \end{bmatrix}^T \text{ l'entrée de l'actionneur,}$$

$$- l_1(x) \text{ (resp. } l_2(x)) \text{ la distance entre le piston et le fond de vérin côté piston (resp. côté tige),}$$

Ainsi, pour le cas d'un vérin hydraulique asymétrique, le problème d'allocation se formalise de la manière suivante :

$$\begin{cases} \dot{F}_a = A(x) \dot{x} + \mathbf{B}_u(x) \mathbf{u} \\ v_a = F_a \end{cases} \quad (\text{C.17})$$

La formulation décrite par l'équation ((C.17)) nécessite quelques commentaires :

- un retour de position du piston x vers l'allocateur est ici requis puisque l'effort résultant dépend de celui-ci,
- contrairement aux méthodes d'allocation décrites précédemment, où l'on ne considérait que des modèles d'actionneurs statiques, on peut voir ici que la dynamique de l'actionneur est prise en compte afin de faire apparaître des entrées de commande en débit et non en pression (on souhaite spécifier un débit pour le dimensionnement du système amont).
- il est donc ici indispensable de faire appel à des techniques d'optimisation dynamique qui sont beaucoup plus complexes à mettre en œuvre que les techniques vues jusqu'à maintenant.
- la structure présentée sur la figure C.2 requiert la construction d'une loi de commande et de la détermination des paramètres de celle-ci.

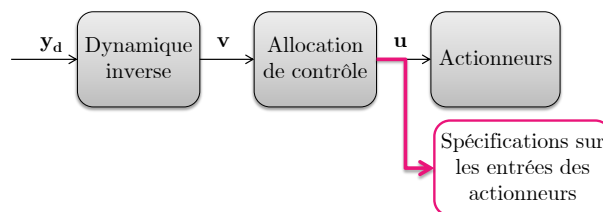


FIGURE C.3 – Spécification de composants à partir de l'allocation de contrôle

Ce dernier inconvénient peut être résolu par l'introduction du modèle inverse de la dynamique du système. La stratégie d'allocation prend alors la forme donnée par la figure C.3. Le comportement désiré en sortie du système dynamique est directement imposé sur le modèle inverse. La sortie \mathbf{v} de ce bloc représente désormais l'effort virtuel idéal à distribuer aux actionneurs. De ce fait, le concepteur est assuré que les spécifications qu'il obtient en sortie du bloc d'allocation de contrôle prennent en compte de manière inhérente le cahier des charges sur la trajectoire à suivre.

C.5 Conclusion

Les stratégies d'allocation présentées dans cette section offrent de nombreux avantages pour plusieurs raisons. Leur mise en œuvre est relativement aisée et mène à des solutions implémentables facilement. Toutefois, les méthodes d'allocation directe et de daisy-chain par exemple n'utilisent pas l'ensemble des possibilités offertes par le sur-actionnement dans la mesure où elles ne cherchent pas à répondre à de nouvelles spécifications. En revanche, l'allocation par pseudo-inverse tente de minimiser l'utilisation des actionneurs, bien que la prise en compte des saturations sur ceux-ci ne garantisse plus l'optimalité de la solution trouvée.

De manière plus globale, les méthodes d'allocation de contrôle présentées ici ne prennent pas en compte la dynamique des actionneurs, et se restreignent à des critères à minimiser simples ne pouvant intégrer d'autres éléments.

L'allocation de contrôle peut également s'avérer être une technique intéressante pour la spécification de composants de chaînes sur-actionnées comme nous avons pu le voir à travers l'exemple du vérin hydraulique. Des contraintes peuvent alors apparaître comme la nécessité de prendre en compte la dynamique des actionneurs, ou encore la volonté de minimiser un critère plus élaboré. Cette nécessité de répondre à un cahier des charges plus complexe mène alors à l'emploi d'autres méthodes de conception.

Annexe D

Inversion de modèle en bond graph

D.1 Critères d'inversibilité

Préalablement à la présentation des critères d'inversibilité structurelle d'un système, il semble important de rappeler certaines définitions concernant les bond graphs.

Définitions relatives aux lignes de puissance

Les définitions suivantes se rapportent aux propriétés du bond graph acausal.

Définition 1 (*Ligne de puissance [Fotsu-Ngwompo et al., 2001; Jardin, 2010]*)

Sur un modèle bond graph acausal, une ligne de puissance entre deux composants est une série de liens bond graph et d'éléments multiports connectant ces deux composants. Cette ligne caractérise l'acheminement de l'énergie entre deux points du système.

Définition 2 (*Ligne de puissance entrée/sortie*)

Une ligne de puissance entrée/sortie (E/S) est une ligne de puissance entre deux éléments bond graph, l'un portant une variable d'entrée et l'autre portant une variable de sortie du modèle.

Définition 3 (*Lignes de puissance BG-disjointes [Fotsu-Ngwompo, 1997]*)

Deux lignes de puissance sont dites BG-disjointes si et seulement si elles ne possèdent aucune puissance en commun.

La définition 3 est particulièrement utile pour la vérification de l'inversibilité d'un modèle bond graph. En effet, la propagation de la bicausalité sur deux lignes de puissance non BG-disjointes engendrerait un conflit de causalité dans la mesure où deux liens bicausaux tenteraient d'imposer simultanément soit l'effort (sur une jonction 0), soit le flux (sur une jonction 1), ce qui n'est pas possible.

Définitions relatives aux chemins causaux

Les définitions qui suivent ont trait aux caractéristiques d'un bond graph causal, ce qui signifie que les équations qui régissent les éléments bond graph sont ici orientées.

Définition 4 (*Chemin causal [Wu et Youcef-Toumi, 1995; Fotsu-Ngwompo et al., 2001]*)

Sur un modèle bond graph causal, un chemin causal est une suite ordonnée de variables (d'effort et/ou de flux) mises en relations les unes aux autres par les équations du modèle.

L'ordonnancement de cette suite est conforme à la causalité du modèle. Un chemin causal permet de mettre en évidence comment une variable influe mathématiquement sur une autre variable.

Définition 5 (*Chemin causal entrée/sortie*)

Un chemin causal E/S est un chemin causal entre une variable d'entrée et une variable de sortie du modèle.

Définition 6 (*Chemin causal BG-disjoint*)

Deux chemins causaux sont BG-disjoints si et seulement s'ils ne possèdent aucune variable en commun.

Critères d'inversibilité

Considérons un système dynamique possédant m_e entrées et m_s sorties. Parmi elles, on sélectionne m entrées et m sorties, telles que $0 < m \leq \min(m_e, m_s)$. Ces considérations nous permettent d'énoncer les propriétés suivantes [Fotsu-Ngwompo, 1997; Fotsu-Ngwompo *et al.*, 2001] :

Critère d'inversibilité 1

Le modèle bond graph est structurellement non-inversible s'il n'existe aucun ensemble de m lignes de puissance E/S BG-disjointes.

Critère d'inversibilité 2

Pour que le modèle bond graph soit inversible, il doit exister au moins un ensemble de m chemins causaux E/S BG-disjoints sur le modèle bond graph causal.

Critère d'inversibilité 3

Le modèle bond graph est structurellement inversible s'il existe un unique ensemble de m de lignes de puissance BG-disjointes, et s'il existe un ensemble de m chemins causaux BG-disjoints. S'il en existe plusieurs, le modèle bond graph est structurellement inversible si la structure de jonction du modèle est résoluble après application de la procédure SCAPI.

Le fait qu'il existe un ensemble de m lignes de puissance E/S disjointes signifie qu'il est possible d'atteindre la sortie y_i à partir de l'entrée u_j à travers les éléments bond graph, ou encore, comme l'explique JARDIN dans [Jardin, 2010], qu'il est possible d'acheminer l'énergie entre des source d'énergie et leur charges respectives par des canaux indépendant d'acheminement d'énergie. L'existence d'un ensemble de m chemins causaux disjointes montre que la bicausalité peut être propagée, sans risque de conflit de causalité. On notera que ces critères sont des conditions nécessaires, mais non suffisantes pour conclure sur l'inversibilité complète. En effet, seule l'inversibilité structurelle est ici vérifiée puisque l'inversibilité des équations régissant les différents phénomènes n'est pas considérée. Cette dernière condition sera toujours respectée dans le cadre des modèles linéaires et invariants dans le temps, alors que pour un système comportant des phénomènes aux comportements non-linéaires, une vérification de l'inversibilité au moins locale devra être menée. L'ensemble de ces critères d'inversibilité est par ailleurs largement étudié dans la thèse de FOSTU-NGWOMPO [Fotsu-Ngwompo, 1997].

Définition et théorème relatifs aux ordres d'essentialité

Définition 7 (Ordre BG d'un chemin causal [Fotsu-Ngwompo et al., 2001])

Sur un modèle bond graph causal, l'ordre BG $\omega(v_i, v_j)$ d'un chemin causal entre une variable v_i et une autre variable v_j est défini par :

$$\omega(v_i, v_j) = n_I - n_D$$

où n_I (resp. n_D) est le nombre d'éléments de stockage d'énergie en causalité intégrale (resp. dérivée) rencontrés le long de ce chemin.

Théorème 1 ([Feki et al., 2012])

Soit un modèle bond graph linéaire et invariant dans le temps, l'ordre d'essentialité n_{ie} de la sortie y_i peut être calculé par :

$$n_{ie} = - \min_{j \in [1, \dots, m]} \{\omega_{ji}\}$$

où ω_{ji} est l'ordre BG minimal que peut avoir un chemin causal entre la double source associée à y_i et le double détecteur associé à u_j sur le modèle bond graph bicausal correspondant affecté d'une causalité préférentielle intégrale.

D.2 Exemple de vérification des critères d'inversibilité

Pour illustrer la vérification des critères d'inversibilité, revenons sur l'exemple du moteur électrique à courant continu et du moteur hydraulique entraînant une charge en rotation soumise à des frottements visqueux. La figure D.1(a) présente un schéma de principe sur lequel apparaissent les entrées et sorties du système qui nous intéressent. On notera que l'élément V représente une chambre de volume fixe V_0 . Son bond graph causal correspondant est quant à lui donné sur la figure D.1(b). On choisit de prendre comme entrées de commande la tension d'alimentation du moteur électrique ainsi que le débit du moteur hydraulique. On considère que les trajectoires de sorties (y_1, y_2) sont spécifiées dans le cahier des charges, et l'on cherche alors à déterminer les entrées (u_1, u_2) permettant de réaliser ces trajectoires.

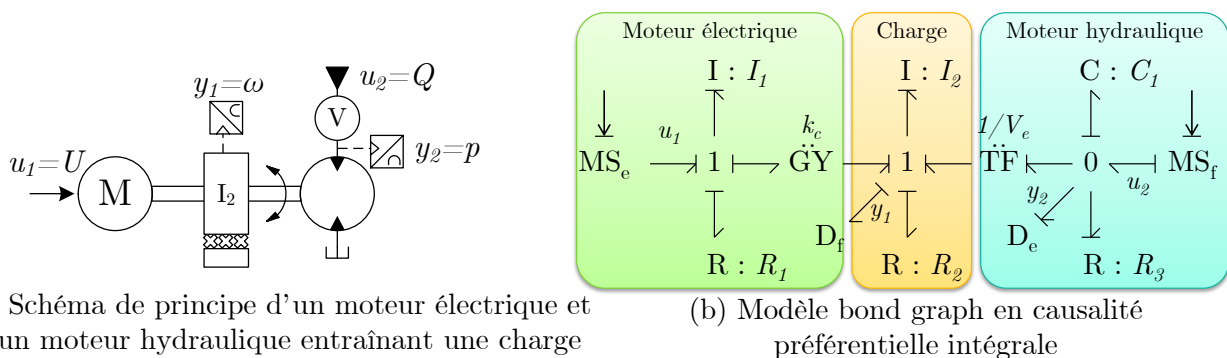


FIGURE D.1 – Exemple d'un système d'actionnement modélisé en bond graph

Pour cet exemple, on considère un système dont les phénomènes ont un comportement linéaire

ayant les paramètres suivants :

- k_c la constante de couple du moteur électrique,
- V_e la cylindrée du moteur hydraulique,
- R_1 , R_2 et R_3 , respectivement la résistance de l'induit du moteur électrique, le coefficient de frottement de type visqueux sur la charge, et le paramètre lié aux dissipations dans le moteur hydraulique,
- I_1 et I_2 respectivement l'inductance du moteur électrique et le moment d'inertie de la charge,
- $C_1 = V_0/B_0$ l'inverse de la raideur du fluide hydraulique liée à la chambre de volume V_0 . On notera que B_0 correspond au module de compressibilité du fluide.

Pour détailler au maximum le processus d'inversion, on propose également d'écrire le modèle d'état correspondant au bond graph de la figure D.1 :

$$\begin{cases} \begin{bmatrix} \dot{p}_1 \\ \dot{p}_2 \\ \dot{q}_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{R_1}{I_1} & -\frac{k_c}{I_2} & 0 \\ \frac{k_c}{I_1} & -\frac{I_2}{R_2} & \frac{V_e}{C_1} \\ 0 & -\frac{I_2}{V_e} & -\frac{1}{R_3 C_1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p_1 \\ p_2 \\ q_1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{I_2} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{C_1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p_1 \\ p_2 \\ q_1 \end{bmatrix} \end{cases} \quad (D.1)$$

où p_1 , p_2 et q_1 représentent respectivement le flux total lié à l'inductance du moteur électrique, le moment cinétique de la charge en rotation et le déplacement généralisé lié à la chambre hydraulique. De même, y_1 et y_2 représentent respectivement la vitesse de rotation de la charge et la pression d'alimentation du moteur hydraulique.

Étape 1 : Vérification de l'inversibilité structurelle du modèle

On cherche dans un premier temps à s'assurer que le modèle que l'on a construit est structurellement inversible. Pour cela, il est possible de tirer partie du modèle bond graph acausal pour l'étude des lignes de puissance, puis ensuite causal, pour l'étude des chemins causaux. La figure D.2(a) montre

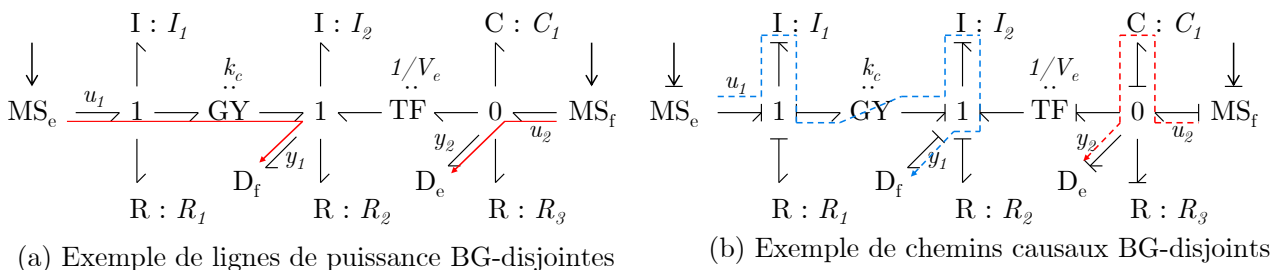


FIGURE D.2 – Vérification des critères d'inversibilité sur un bond graph

la possibilité de définir deux lignes de puissance E/S BG-disjointes d'une part, entre le couple E/S (u_1, y_1) , et d'autre part, le couple (u_2, y_2) . Le critère d'inversibilité 1 est donc ici satisfait. Maintenant sur la figure D.2(b), après affectation de la causalité préférentielle intégrale, on peut voir la présence

d'un unique ensemble de chemins causaux E/S BG-disjoints. Les critères d'inversibilité 2 et 3 sont donc également satisfaits. A ce stade, on peut déduire que le système est *a priori* inversible. Toutefois, les conditions que l'on vient de vérifier sont nécessaires, mais non suffisantes. Cela signifie ici qu'il sera possible de construire un modèle bond graph bicausal sans conflit de causalité, mais sans certitude que sa structure de jonction soit résoluble [Fotsu-Ngwompo, 1997; Jardin, 2010]. Cependant, FOSTU-NGWOMPO précise que dans le cas d'un modèle bond graph présentant une structure arborescente, le critère d'inversibilité 3 est automatiquement vérifié. Une structure arborescente signifie que le modèle bond graph est dépourvu de boucle de liens bond graph, ce qui est le cas du modèle bond graph de la figure D.2. Finalement, il reste à vérifier l'inversibilité des phénomènes physiques. Dans la mesure où l'on considère ici un modèle linéaire avec uniquement des phénomènes à un port, cette dernière condition est automatiquement vérifiée.

Annexe E

Dualisation partielle sur un modèle linéaire

Cette annexe a pour objectif de donner quelques éléments complémentaires utiles à la justification théorique de la procédure bond graph d'optimisation (chapitre 4). Cette annexe traite du concept de dualisation partielle, concept utilisé afin de simplifier nos démonstrations en ramenant nos études au cas où tous les éléments \mathbb{R} sont en causalité résistance. On notera que cette annexe est largement empruntée à l'annexe **H** de la thèse de Jardin [Jardin, 2010]. Celle-ci se différencie toutefois sur l'application du principe de dualisation partielle à la construction de modèle bond graph optimisant.

E.1 Dualisation partielle



FIGURE E.1 – Représentation bond graph d'un gyrateur simplectique

Par souci de simplification, nos démonstrations sur la traduction bond graph d'un problème d'optimisation reposent sur le concept de dualisation, concept introduit par Breedveld [Breedveld, 1985]. Dans son principe, cette dualisation est réalisée par l'intermédiaire d'un élément *gyrateur simplectique* ou *gyrateur unité* (Fig. E.1) et permet d'inverser la nature des variables de puissance grâce à la loi caractéristique suivante :

$$\begin{bmatrix} \mathbf{e}_1 \\ \mathbf{e}_2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{I} \\ \mathbf{I} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{f}_1 \\ \mathbf{f}_2 \end{bmatrix} = \mathbf{0}$$

où \mathbf{I} est la matrice identité¹.

En l'occurrence, ce principe de dualisation nous a permis de ne considérer dans nos raisonnements qu'un seul type de causalité pour les éléments dissipatifs. Reprenons le raisonnement de l'article ? et voyons ici comment le cas général peut être traité (*i.e.* présence d'éléments \mathbb{R} en causalité résistance

1. De ce fait, une propriété importante est notamment que la mise en série de deux éléments SGY multiports est équivalente à un lien bond graph multiport.

et en causalité conductance) et notamment ce que deviennent alors les matrices $-\mathbf{R}_R^T$, $-\mathbf{R}_{\text{opt}}^T$ et $\mathbf{R}_{\text{opt}}^T$ apparaissant dans le modèle bond graph optimisant.

E.1.1 Dualisation totale d'éléments \mathbb{R} multiports

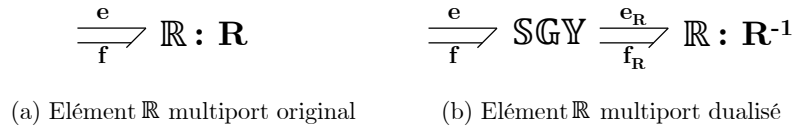


FIGURE E.2 – Dualisation totale d'un élément \mathbb{R} multiport

Afin de mieux comprendre la suite des raisonnements, expliquons dans un premier temps la dualisation totale d'un élément $\mathbb{R} : \mathbf{R}$ multiport.

Soit un élément $\mathbb{R} : \mathbf{R}$ multiport quelconque (Fig. E.2(a)). La dualisation de la totalité de ses ports par l'ajout d'un élément SGY permet alors de le rendre équivalent au modèle bond graph de la figure E.2(b). Cette équivalence se démontre grâce aux développements suivants (en supposant \mathbf{R} inversible) :

$$\begin{aligned}
 \mathbf{e} - \mathbf{R} \cdot \mathbf{f} &= \mathbf{0} && \text{selon la loi caractéristique de l'élément } \mathbb{R} \text{ original} \\
 \Leftrightarrow \mathbf{f}_R - \mathbf{R} \cdot \mathbf{e}_R &= \mathbf{0} && \text{selon la loi caractéristique de l'élément } \text{SGY} \\
 \Leftrightarrow \mathbf{e}_R - \mathbf{R}^{-1} \cdot \mathbf{f}_R &= \mathbf{0} && \text{ce qui donne la loi caractéristique de l'élément } \mathbb{R} \text{ dualisé}
 \end{aligned}$$

E.1.2 Dualisation partielle d'éléments \mathbb{R} multiports

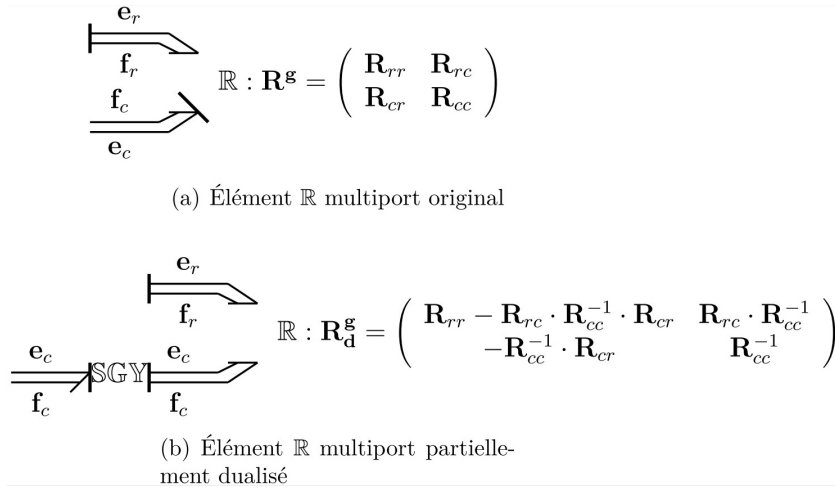
Dans nos démonstrations, le concept de dualisation est utilisé sous une forme partielle et dans un contexte causal. Celui-ci nous permet notamment de ne traiter qu'un seul type de causalité (en l'occurrence une causalité résistance) pour les éléments dissipatifs \mathbb{R} . Si nous avons vu à la section précédente la dualisation totale de tels éléments, étudions ici leur dualisation partielle.

Pour cela, considérons un élément $\mathbb{R} : \mathbf{R}^g$ multiport (Fig. E.3(a)) supposé représenter la totalité des phénomènes dissipatifs d'un modèle bond graph donné (modèle quelconque et tout à fait général). Sans perdre en généralité, nous pouvons ordonner les ports de cet élément $\mathbb{R} : \mathbf{R}^g$ « global » de sorte que les premiers ports correspondent aux phénomènes dissipatifs en causalité résistance et les derniers ports à ceux en causalité conductance, c'est-à-dire de sorte que sa matrice caractéristique soit égale à :

$$\mathbf{R}^g = \begin{bmatrix} \mathbf{R}_{rr} & \mathbf{R}_{rc} \\ \mathbf{R}_{cr} & \mathbf{R}_{cc} \end{bmatrix}$$

où les indices r et c correspondent respectivement à une causalité résistance et conductance lorsque le modèle bond graph est en causalité préférentiellement intégrale.

L'introduction d'un élément SGY au modèle E.3 telle qu'elle est réalisée à la figure E.3(b), nous permet alors de dualiser uniquement les ports en causalité conductance. Aussi, l'équivalence entre les

FIGURE E.3 – Dualisation partielle d'un élément \mathbb{R} multiport

matrices caractéristiques de l'élément $\mathbb{R} : \mathbf{R}^g$ original et de l'élément $\mathbb{R} : \mathbf{R}_d^g$ dualisé est montrée dans le raisonnement suivant² :

$$\begin{aligned}
 & \begin{cases} \mathbf{e}_r - \mathbf{R}_{rr} \cdot \mathbf{f}_r - \mathbf{R}_{rc} \cdot \mathbf{f}_c = \mathbf{0} \\ \mathbf{e}_c - \mathbf{R}_{cr} \cdot \mathbf{f}_r - \mathbf{R}_{cc} \cdot \mathbf{f}_c = \mathbf{0} \end{cases} \quad \text{selon la loi caractéristique de l'élément } \mathbb{R} : \mathbf{R}^g \text{ original} \\
 \Leftrightarrow & \begin{cases} \mathbf{e}_r = (\mathbf{R}_{rr} - \mathbf{R}_{rc} \cdot \mathbf{R}_{cc}^{-1} \cdot \mathbf{R}_{cr}) \cdot \mathbf{f}_r + \mathbf{R}_{rc} \cdot \mathbf{R}_{cc}^{-1} \cdot \mathbf{e}_c \\ \mathbf{f}_c = -\mathbf{R}_{cc}^{-1} \cdot \mathbf{R}_{cr} \cdot \mathbf{f}_r + \mathbf{R}_{cc}^{-1} \cdot \mathbf{e}_c \end{cases} \\
 \Leftrightarrow & \begin{bmatrix} \mathbf{e}_r \\ \mathbf{f}_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{R}_{rr} - \mathbf{R}_{rc} \cdot \mathbf{R}_{cc}^{-1} \cdot \mathbf{R}_{cr} & \mathbf{R}_{rc} \cdot \mathbf{R}_{cc}^{-1} \\ -\mathbf{R}_{cc}^{-1} \cdot \mathbf{R}_{cr} & \mathbf{R}_{cc}^{-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{f}_r \\ \mathbf{e}_c \end{bmatrix} \\
 \Leftrightarrow & \mathbf{e}_{R_d^g} = \mathbf{R}_d^g \cdot \mathbf{f}_{R_d^g} \quad \text{ce qui donne la loi de l'élément } \mathbb{R} : \mathbf{R}_d^g \text{ dualisé}
 \end{aligned}$$

où la matrice \mathbf{R}_{cc} est supposée inversible.

Suite à cette dualisation, nous obtenons ainsi un nouvel élément \mathbb{R} multiport, équivalent à l'élément dissipatif original, mais ne présentant cette fois-ci que des ports en causalité résistance.

Remarque : La composition de deux dualisations partielles permet de revenir sur une causalité originelle. Pour revenir à la causalité originelle d'un élément, il suffit donc de procéder à nouveau à une dualisation partielle sur les mêmes ports.

E.1.3 Application du principe de dualisation partielle à la construction de modèle bond graph optimisant

Appliquons maintenant le principe de dualisation partielle à la construction de modèle bond graph optimisant.

Soit un problème d'optimisation du type (4.2) (page 96) formulé sur un modèle bond graph quel-

2. Pour rappel, sur un lien bond graph, la convention suggère que le flux soit placé du côté de la demi-flèche, et l'effort du côté opposé. Cette convention est employée dans l'ensemble de ce manuscrit

conque. Sans perdre en généralité, les phénomènes dissipatifs présents au sein de ce modèle peuvent alors être représentés par :

- un élément $\mathbb{R} : \mathbf{R}_{\text{opt}}^{\mathbf{g}}$ multiport modélisant tous les phénomènes dissipatifs du modèle impliqués dans le critère à minimiser ;
- un élément $\mathbb{R} : \mathbf{R}_{\mathbf{R}}^{\mathbf{g}}$ multiport modélisant tous les phénomènes dissipatifs du modèle qui ne sont pas impliqués dans le critère à minimiser.

Dans le cas général, plusieurs ports de ces éléments \mathbb{R} peuvent être en causalité résistance et d'autres en causalité conductance.

Nous avons vu à la section 4.2.2 que, dans le cas où tous les ports des éléments \mathbb{R} étaient en causalité résistance, la procédure bond graph d'optimisation impliquait l'apparition des matrices $-\mathbf{R}_{\mathbf{R}}^T$, $-\mathbf{R}_{\text{opt}}^T$ et $\mathbf{R}_{\text{opt}}^T$ dans le modèle bond graph optimisant. Voyons ici quelles matrices apparaissent dans le cas où les ports de ces éléments sont en causalité résistance et conductance (cas « global »).

E.1.3.1 Que devient la matrice $-\mathbf{R}_{\mathbf{R}}^T$ dans le cas « global » ?

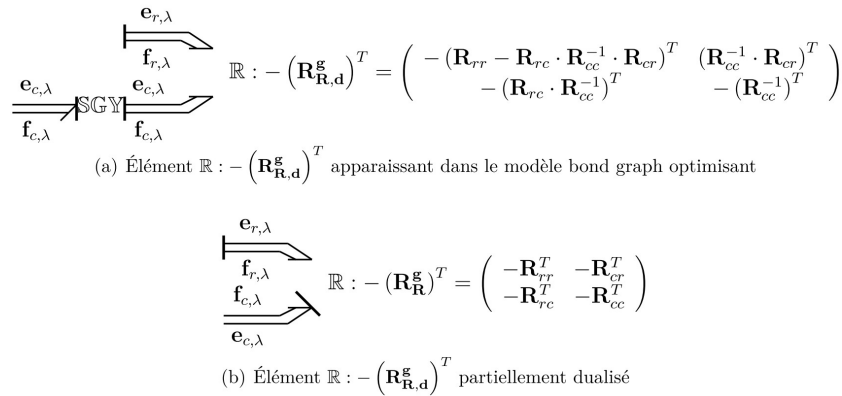


FIGURE E.4 – Dualisation partielle de l'élément $\mathbb{R} : -\left(\mathbf{R}_{\mathbf{R},\mathbf{d}}^{\mathbf{g}}\right)^T$ multiport apparaissant dans le modèle bond graph optimisant

Considérons l'élément $\mathbb{R} : \mathbf{R}_{\mathbf{R}}^{\mathbf{g}}$. En suivant les notations précédentes, sa matrice caractéristique $\mathbf{R}_{\mathbf{R}}^{\mathbf{g}}$ peut alors être décomposée de sorte que : $\mathbf{R}_{\mathbf{R}}^{\mathbf{g}} = \begin{bmatrix} \mathbf{R}_{rr} & \mathbf{R}_{rc} \\ \mathbf{R}_{cr} & \mathbf{R}_{cc} \end{bmatrix}$. Conformément à ce que nous avons vu lors des sections précédentes, une dualisation partielle de ses ports en causalité conductance conduit alors à l'obtention d'un élément $\mathbb{R} : \mathbf{R}_{\mathbf{R},\mathbf{d}}^{\mathbf{g}}$ de sorte que : $\mathbf{R}_{\mathbf{R},\mathbf{d}}^{\mathbf{g}} = \begin{bmatrix} \mathbf{R}_{rr} - \mathbf{R}_{rc}\mathbf{R}_{cc}^{-1}\mathbf{R}_{cr} & \mathbf{R}_{rc}\mathbf{R}_{cc}^{-1} \\ -\mathbf{R}_{cc}^{-1}\mathbf{R}_{cr} & \mathbf{R}_{cc}^{-1} \end{bmatrix}$. Aussi, la totalité des ports de ce nouvel élément sont en causalité résistance. La procédure d'optimisation telle qu'elle a été présentée jusqu'ici s'applique donc et nous pouvons affirmer qu'à cet élément $\mathbb{R} : \mathbf{R}_{\mathbf{R},\mathbf{d}}^{\mathbf{g}}$ correspondra un élément $\mathbb{R} : -\left(\mathbf{R}_{\mathbf{R},\mathbf{d}}^{\mathbf{g}}\right)^T$ dans le modèle bond graph optimisant avec : $-\left(\mathbf{R}_{\mathbf{R},\mathbf{d}}^{\mathbf{g}}\right)^T = \begin{bmatrix} -\left(\mathbf{R}_{rr} - \mathbf{R}_{rc}\mathbf{R}_{cc}^{-1}\mathbf{R}_{cr}\right)^T & \left(\mathbf{R}_{cc}^{-1}\mathbf{R}_{cr}\right)^T \\ -\left(\mathbf{R}_{rc}\mathbf{R}_{cc}^{-1}\right)^T & -\left(\mathbf{R}_{cc}^{-1}\right)^T \end{bmatrix}$.

Cependant, en procédant à une dualisation partielle de cet élément $\mathbb{R} : -\left(\mathbf{R}_{\mathbf{R},\mathbf{d}}^{\mathbf{g}}\right)^T$ (Fig. E.4(a))

et E.4(b)), nous obtenons les équivalences suivantes :

$$\begin{aligned}
& \begin{cases} \mathbf{e}_{r,\lambda} = \left(-\mathbf{R}_{rr}^T + \mathbf{R}_{cr}^T (\mathbf{R}_{cc}^{-1})^T \mathbf{R}_{rc}^T \right) \cdot \mathbf{f}_{r,\lambda} + \mathbf{R}_{cr}^T (\mathbf{R}_{cc}^{-1})^T \cdot \mathbf{e}_{c,\lambda} \\ \mathbf{f}_{c,\lambda} = -(\mathbf{R}_{cc}^{-1})^T \mathbf{R}_{rc}^T \cdot \mathbf{f}_{r,\lambda} - (\mathbf{R}_{cc}^{-1})^T \cdot \mathbf{e}_{c,\lambda} \end{cases} \\
\Leftrightarrow & \begin{cases} \mathbf{e}_{r,\lambda} = -\mathbf{R}_{rr}^T \cdot \mathbf{f}_{r,\lambda} - \mathbf{R}_{cr}^T (\mathbf{R}_{cc}^{-1})^T \mathbf{R}_{cc}^T \cdot \mathbf{f}_{c,\lambda} \\ \mathbf{e}_{c,\lambda} = -\mathbf{R}_{cc}^T \cdot \mathbf{f}_{c,\lambda} - \mathbf{R}_{rc}^T \cdot \mathbf{f}_{r,\lambda} \end{cases} \\
\Leftrightarrow & \begin{cases} \mathbf{e}_{r,\lambda} = -\mathbf{R}_{rr}^T \cdot \mathbf{f}_{r,\lambda} - \mathbf{R}_{cr}^T \cdot \mathbf{f}_{c,\lambda} \\ \mathbf{e}_{c,\lambda} = -\mathbf{R}_{rc}^T \cdot \mathbf{f}_{r,\lambda} - \mathbf{R}_{cc}^T \cdot \mathbf{f}_{c,\lambda} \end{cases} \\
\Leftrightarrow & \begin{bmatrix} \mathbf{e}_{r,\lambda} \\ \mathbf{e}_{c,\lambda} \end{bmatrix} = -(\mathbf{R}_{\mathbf{R}}^{\mathbf{g}})^T \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{f}_{r,\lambda} \\ \mathbf{f}_{c,\lambda} \end{bmatrix}
\end{aligned}$$

Dans le cas général, la présence d'un élément $\mathbb{R} : \mathbf{R}_{\mathbf{R}}^{\mathbf{g}}$ dans le modèle bond graph initial implique donc la construction d'un élément $\mathbb{R} : -(\mathbf{R}_{\mathbf{R}}^{\mathbf{g}})^T$ dans le modèle bond graph optimisant. La procédure bond graph d'optimisation reste donc inchangée à ce niveau dans le cas général (cas où les éléments dissipatifs peuvent être en causalité résistance ou conductance).

E.1.3.2 Que devient la matrice de couplage liée aux éléments dissipatifs pris en compte dans le critère dans le cas « global » ?

Dans le cas où tous les ports des éléments \mathbb{R} sont en causalité résistance, la présence d'un élément $\mathbb{R} : \mathbf{R}_{\text{opt}}$ dans le modèle bond graph initial implique la construction d'un élément $\mathbb{R} : -(\mathbf{R}_{\text{opt}})^T$ dans le modèle bond graph optimisant correspondant. La prise en compte du critère fait également correspondre à la matrice \mathbf{R}_{opt} du modèle bond graph initial une matrice $\frac{1}{2} [\mathbf{R}_{\text{opt}} + \mathbf{R}_{\text{opt}}^T]$ dans le modèle bond graph optimisant correspondant. Cette matrice apparaît au niveau du bloc extradiagonal inférieur de la matrice caractéristique de l'élément \mathbb{R} de couplage entre le modèle bond graph initial et le modèle bond graph optimisant.

Considérons l'élément $\mathbb{R} : \mathbf{R}_{\text{opt}}^{\mathbf{g}}$. En suivant les notations précédentes, sa matrice caractéristique peut alors être décomposée de sorte que : $\mathbf{R}_{\text{opt}}^{\mathbf{g}} = \begin{bmatrix} \mathbf{R}_{\text{rropt}} & \mathbf{R}_{\text{rcopt}} \\ \mathbf{R}_{\text{cicopt}} & \mathbf{R}_{\text{ccopt}} \end{bmatrix}$. Conformément à la section E.1.2, une dualisation partielle de ses ports en causalité conductance conduit à l'obtention d'un élément $\mathbb{R} : \mathbf{R}_{\text{opt,d}}^{\mathbf{g}}$ de sorte que : $\mathbf{R}_{\text{opt,d}}^{\mathbf{g}} = \begin{bmatrix} (\mathbf{R}_{\text{rropt}} - \mathbf{R}_{\text{rcopt}} \mathbf{R}_{\text{ccopt}}^{-1} \mathbf{R}_{\text{cicopt}}) & \mathbf{R}_{\text{rcopt}} \mathbf{R}_{\text{ccopt}}^{-1} \\ -\mathbf{R}_{\text{ccopt}}^{-1} \mathbf{R}_{\text{cicopt}} & \mathbf{R}_{\text{ccopt}}^{-1} \end{bmatrix}$. Aussi, la totalité des ports de ce nouvel élément est en causalité résistance. La procédure d'optimisation telle qu'elle a été présentée jusqu'ici s'applique et nous avons donc la relation suivante :

$$\begin{bmatrix} \mathbf{e}_{\text{r}_{\text{opt}}} \\ \mathbf{f}_{\text{c}_{\text{opt}}} \\ \mathbf{e}_{\text{r}_{\text{opt},\lambda}} \\ \mathbf{f}_{\text{c}_{\text{opt},\lambda}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{R}_{\text{opt,d}}^{\mathbf{g}} & 0 \\ \frac{1}{2} (\mathbf{R}_{\text{opt,d}}^{\mathbf{g}} + \mathbf{R}_{\text{opt,d}}^{\mathbf{g}T}) & -(\mathbf{R}_{\text{opt,d}}^{\mathbf{g}})^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{f}_{\text{r}_{\text{opt}}} \\ \mathbf{e}_{\text{c}_{\text{opt}}} \\ \mathbf{f}_{\text{r}_{\text{opt},\lambda}} \\ \mathbf{e}_{\text{c}_{\text{opt},\lambda}} \end{bmatrix} \quad (\text{E.1})$$

En procédant à une dualisation partielle de l'équation (E.1), nous obtenons alors :

$$\begin{aligned}
& \left\{ \begin{array}{l} \mathbf{e}_{\mathbf{r}_{\text{opt}},\lambda} = \frac{1}{2} \left(\mathbf{R}_{\mathbf{rr}_{\text{opt}}} - \mathbf{R}_{\mathbf{rc}_{\text{opt}}} \mathbf{R}_{\mathbf{cc}_{\text{opt}}}^{-1} \mathbf{R}_{\mathbf{cr}_{\text{opt}}} + \mathbf{R}_{\mathbf{rr}_{\text{opt}}}^T - \mathbf{R}_{\mathbf{cr}_{\text{opt}}}^T \mathbf{R}_{\mathbf{cc}_{\text{opt}}}^{-T} \mathbf{R}_{\mathbf{rc}_{\text{opt}}}^T \right) \mathbf{f}_{\mathbf{r}_{\text{opt}}} \\ \quad + \frac{1}{2} \left(\mathbf{R}_{\mathbf{rc}_{\text{opt}}} \mathbf{R}_{\mathbf{cc}_{\text{opt}}}^{-1} - \mathbf{R}_{\mathbf{cr}_{\text{opt}}}^T \mathbf{R}_{\mathbf{cc}_{\text{opt}}}^{-T} \right) \mathbf{e}_{\mathbf{c}_{\text{opt}}} + \left(\mathbf{R}_{\mathbf{cr}_{\text{opt}}}^T \mathbf{R}_{\mathbf{cc}_{\text{opt}}}^{-T} \mathbf{R}_{\mathbf{rc}_{\text{opt}}}^T - \mathbf{R}_{\mathbf{rr}_{\text{opt}}}^T \right) \mathbf{f}_{\mathbf{r}_{\text{opt}},\lambda} \\ \quad + \left(\mathbf{R}_{\mathbf{cr}_{\text{opt}}}^T \mathbf{R}_{\mathbf{cc}_{\text{opt}}}^{-T} \right) \mathbf{e}_{\mathbf{c}_{\text{opt}},\lambda} \\ \mathbf{f}_{\mathbf{c}_{\text{opt}},\lambda} = \frac{1}{2} \left(-\mathbf{R}_{\mathbf{cc}_{\text{opt}}}^{-1} \mathbf{R}_{\mathbf{cr}_{\text{opt}}} + \mathbf{R}_{\mathbf{cc}_{\text{opt}}}^{-T} \mathbf{R}_{\mathbf{rc}_{\text{opt}}}^T \right) \mathbf{f}_{\mathbf{r}_{\text{opt}}} + \frac{1}{2} \left(\mathbf{R}_{\mathbf{cc}_{\text{opt}}}^{-1} + \mathbf{R}_{\mathbf{cc}_{\text{opt}}}^{-T} \right) \mathbf{e}_{\mathbf{c}_{\text{opt}}} \\ \quad + \left(-\mathbf{R}_{\mathbf{cc}_{\text{opt}}}^{-T} \mathbf{R}_{\mathbf{rc}_{\text{opt}}}^T \right) \mathbf{f}_{\mathbf{r}_{\text{opt}},\lambda} + \left(-\mathbf{R}_{\mathbf{cc}_{\text{opt}}}^{-T} \right) \mathbf{e}_{\mathbf{c}_{\text{opt}},\lambda} \end{array} \right. \\
\Leftrightarrow & \left\{ \begin{array}{l} \mathbf{e}_{\mathbf{r}_{\text{opt}},\lambda} = \frac{1}{2} \left(\mathbf{R}_{\mathbf{rr}_{\text{opt}}} + \mathbf{R}_{\mathbf{rr}_{\text{opt}}}^T \right) \mathbf{f}_{\mathbf{r}_{\text{opt}}} + \frac{1}{2} \left(\mathbf{R}_{\mathbf{rc}_{\text{opt}}} + \mathbf{R}_{\mathbf{cr}_{\text{opt}}}^T \right) \mathbf{f}_{\mathbf{c}_{\text{opt}}} - \mathbf{R}_{\mathbf{rr}_{\text{opt}}}^T \mathbf{f}_{\mathbf{r}_{\text{opt}},\lambda} - \mathbf{R}_{\mathbf{cr}_{\text{opt}}}^T \mathbf{f}_{\mathbf{c}_{\text{opt}},\lambda} \\ \mathbf{e}_{\mathbf{c}_{\text{opt}},\lambda} = \frac{1}{2} \left(\mathbf{R}_{\mathbf{cr}_{\text{opt}}} + \mathbf{R}_{\mathbf{rc}_{\text{opt}}}^T \right) \mathbf{f}_{\mathbf{r}_{\text{opt}}} + \frac{1}{2} \left(\mathbf{R}_{\mathbf{cc}_{\text{opt}}} + \mathbf{R}_{\mathbf{cc}_{\text{opt}}}^T \right) \mathbf{f}_{\mathbf{c}_{\text{opt}}} - \mathbf{R}_{\mathbf{rc}_{\text{opt}}}^T \mathbf{f}_{\mathbf{r}_{\text{opt}},\lambda} - \mathbf{R}_{\mathbf{cc}_{\text{opt}}}^T \mathbf{f}_{\mathbf{c}_{\text{opt}},\lambda} \end{array} \right. \\
\Leftrightarrow & \left[\begin{array}{l} \mathbf{e}_{\mathbf{r}_{\text{opt}},\lambda} \\ \mathbf{e}_{\mathbf{c}_{\text{opt}},\lambda} \end{array} \right] = \frac{1}{2} \left(\underbrace{\begin{bmatrix} \mathbf{R}_{\mathbf{rr}_{\text{opt}}} & \mathbf{R}_{\mathbf{rc}_{\text{opt}}} \\ \mathbf{R}_{\mathbf{cr}_{\text{opt}}} & \mathbf{R}_{\mathbf{cc}_{\text{opt}}} \end{bmatrix}}_{\mathbf{R}_{\text{opt}}^{\mathbf{g}}} + \underbrace{\begin{bmatrix} \mathbf{R}_{\mathbf{rr}_{\text{opt}}}^T & \mathbf{R}_{\mathbf{cr}_{\text{opt}}}^T \\ \mathbf{R}_{\mathbf{rc}_{\text{opt}}}^T & \mathbf{R}_{\mathbf{cc}_{\text{opt}}}^T \end{bmatrix}}_{\mathbf{R}_{\text{opt}}^{\mathbf{g}T}} \right) \left[\begin{array}{l} \mathbf{f}_{\mathbf{r}_{\text{opt}}} \\ \mathbf{f}_{\mathbf{c}_{\text{opt}}} \end{array} \right] - \underbrace{\begin{bmatrix} \mathbf{R}_{\mathbf{rr}_{\text{opt}}}^T & \mathbf{R}_{\mathbf{cr}_{\text{opt}}}^T \\ \mathbf{R}_{\mathbf{rc}_{\text{opt}}}^T & \mathbf{R}_{\mathbf{cc}_{\text{opt}}}^T \end{bmatrix}}_{\mathbf{R}_{\text{opt}}^{\mathbf{g}T}} \left[\begin{array}{l} \mathbf{f}_{\mathbf{r}_{\text{opt}},\lambda} \\ \mathbf{f}_{\mathbf{c}_{\text{opt}},\lambda} \end{array} \right] \quad (\text{E.2})
\end{aligned}$$

Dans le cas général, la procédure bond graph d'optimisation reste donc inchangée.

Annexe F

Application de la procédure d'inversion-optimisation en bond graph

Dans le but d'illustrer la mise en œuvre de la procédure que nous proposons, nous considérons l'exemple du moteur électrique et du moteur hydraulique entraînant une charge (page 66). On rappelle pour cela sur la figure F.1 le schéma de principe ainsi que le modèle bond graph en causalité préférentielle intégrale du système.

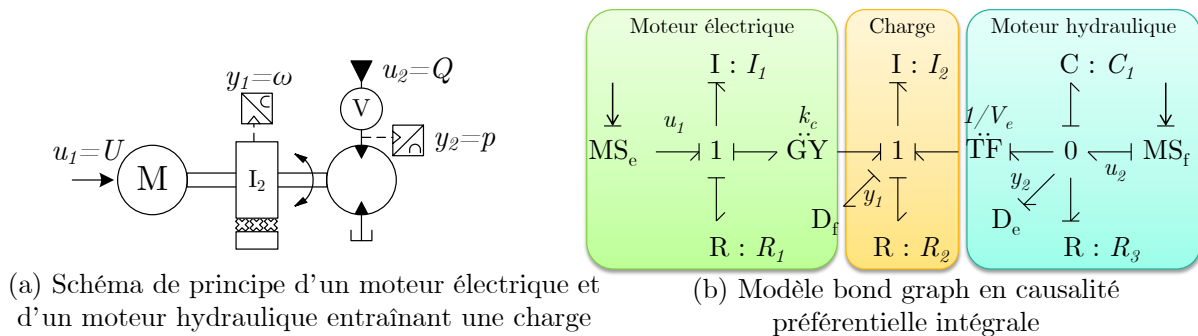


FIGURE F.1 – Exemple d'un système d'actionnement modélisé en bond graph

L'application de la procédure sur le problème mène au bond graph augmenté proposé sur la figure F.2.

Les équations du problème d'optimisation-inversion posé sont maintenant susceptibles d'être directement tirées de ce modèle bond graph augmenté. Celles-ci mènent à un système d'équations différentielles équivalent à celui qui est obtenu si le PMP est appliqué de manière analytique sur le problème

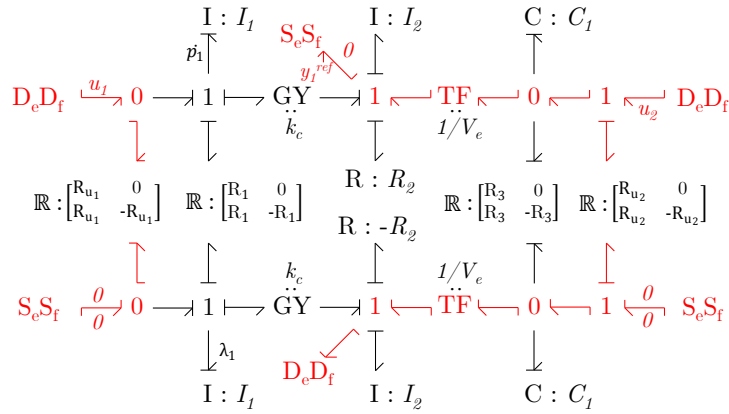


FIGURE F.2 – Exemple de couplage entre inversion et optimisation - Bond graph augmenté

(P_{exple}) :

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{p}_1 = -R_{u_1} \lambda_1 - \frac{R_1}{I_1} p_1 - k_c y_1^{ref} \\ \dot{\lambda}_1 = f_\lambda(p_1, \lambda_1, y_1^{ref}, \dot{y}_1^{ref}, \ddot{y}_1^{ref}, y_1^{ref(3)}) \\ u_1 = -R_{u_1} \lambda_1 \\ u_2 = \frac{k_c}{V_e I_1} \left(\frac{R_1 C_1}{I_1} - \frac{1}{R_3} \right) p_1 + \frac{k_c R_{u_1} C_1}{I_1 V_e} \lambda_1 + \left(\frac{C_1 k_c^2}{I_1 V_e} + \frac{R_2}{R_3 V_e} + V_e \right) y_1^{ref} \\ \quad + \left(\frac{C_1 R_2}{V_e} + \frac{I_2}{V_e R_3} \right) \dot{y}_1^{ref} + \frac{C_1 I_2}{V_e} \ddot{y}_1^{ref} \end{array} \right. \quad (\text{F.1})$$

Le détail de la seconde équation est donné par :

$$\dot{\lambda}_1 = \frac{1}{A} \left(B p_1 + C \lambda_1 + D y_1^{ref} + E \dot{y}_1^{ref} + F \ddot{y}_1^{ref} + G y_1^{ref(3)} \right) \quad (\text{F.2})$$

avec

$$\begin{aligned} A &= I_1 + \frac{k_c^2 C_1^2 R_{u_1} R_{u_2}}{I_1 V_e^2} \\ B &= -\frac{R_1}{I_1} + \frac{R_1 C_1}{I_1} \left(\frac{k_c^2 R_1 R_{u_2} C_1}{V_e^2 I_1^2} - \frac{k_c^2 R_{u_2}}{R_3^2 I_1 V_e^2} \right) - \frac{k_c^2}{I_1 R_3 V_e^2} \\ C &= R_1 + \frac{k_c^2 R_1 R_{u_1} R_{u_2} C_1^2}{I_1^2 V_e^2} \\ D &= \frac{k_c R_2}{R_3 V_e^2} + \frac{k_c^3 R_1 R_{u_2} C_1^2}{I_1^2 V_e^2} + \frac{k_c R_{u_2}}{R_3} \left(\frac{R_2}{V_e^2 R_3} + 1 \right) \\ E &= \frac{k_c I_2}{R_3 V_e^2} - \frac{k_c R_{u_2} C_1}{V_e} \left(\frac{C_1 k_c^2}{I_1 V_e} - \frac{R_2}{V_e R_3} + V_e \right) + \frac{k_c R_{u_2}}{R_3 V_e^2} \left(-C_1 R_2 + \frac{I_2}{R_3} \right) \\ F &= -\frac{k_c R_{u_2} C_1 I_2}{R_3 V_e^2} - \frac{k_c R_{u_2} C_1}{V_e^2} \left(C_1 R_2 + \frac{I_2}{R_3} \right) \\ G &= -\frac{k_c R_{u_2} C_1^2 I_2}{V_e^2} \end{aligned} \quad (\text{F.3})$$

Annexe G

Caractéristiques du banc d'essai

Cette annexe donne les détails des composants utilisés sur le banc d'essai de récupération d'énergie.

G.1 Caractéristiques des composants

Le tableau G.1 récapitule les caractéristiques principales des composants.

G.2 Capteurs et instrumentation

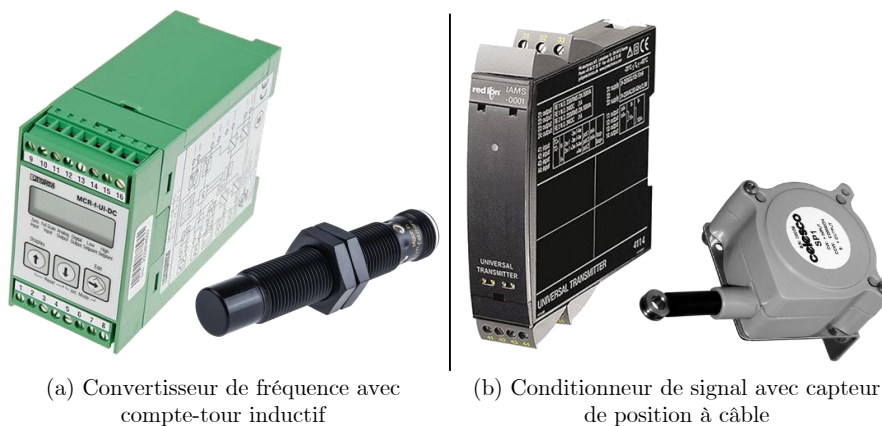


FIGURE G.1 – Conditionneurs de signaux et leur capteur respectif

La commande du système est effectuée à partir de variables mesurées sur le banc d'essai à partir des capteurs. On distingue sur la figure 6.10 les éléments suivants :

1. les capteurs de pression C1 à C4, ayant une étendue de mesure de 0 à 250 bar, donnent la pression du fluide respectivement :
 - à la source de pression (C1),
 - à l'orifice de la grande chambre du vérin de relevage ⑥ (ce qui correspond également à l'orifice d'entrée du moteur hydraulique ②) (C2),
 - à la sortie du moteur hydraulique ③ (C3),
 - au niveau de l'accumulateur ⑨, correspondant aussi à l'orifice de la grande chambre du vérin de charge ⑦ (C4),

TABLEAU G.1 – Caractéristiques principales des composants du banc d'essai

Composant	Référence	Caractéristique
Servo-distributeur ① 	Rexroth 4WREE avec recopie de la position tiroir et électronique intégrée	débit 32 L/min à $\Delta p = 10$ bar
Pompe ② 	Rexroth A10VO série 52-53 Pilotage de la cylindrée 0-100%	cylindrée variable 18 cc
Moteur ② 	Rexroth A2FM	cylindrée 10 cc
Servo-distributeur ③ 	Rexroth 4WREW avec recopie de la position tiroir et électronique intégrée	débit 32 L/min à $\Delta p = 10$ bar
Vérins ⑥⑦		diamètre fond vérin 120 mm course 550 mm
Accumulateur ⑧ 	Hydroeduc technologie à vessie	Volume $V = 10$ L Pression gonflage $p_0 = 83$ bar Pression minimum $p_1 = 92$ bar Pression maximum $p_2 = 330$ bar
Accumulateur ⑨ 	Hydroeduc technologie à membrane	Volume $V = 1$ L Pression gonflage $p_0 = 55$ bar

2. le capteur de pression C5, d'une étendue de mesure de 0 à 400 bar, fournit la pression à l'orifice de l'accumulateur ⑧ utilisé pour la récupération de l'énergie,
3. les capteurs C6 et C7 qui équipent les servo-distributeurs ① et ③, donnent une image de la position de leur tiroir,
4. le capteur inductif C8 mesure la fréquence de rotation de l'arbre du transformateur hydraulique. Celui-ci envoie un top tous les 45° à un fréquencemètre qui traite l'information et envoie un signal analogique en sortie (figure G.1 (a)),
5. le capteur C9 (potentiomètre à câble) mesure la position du chariot (figure G.1 (b)).

G.3 Détermination de la charge à imposer

Le vérin de charge fournit un effort ayant pour objectif de reproduire la charge liée aux éléments de la flèche et au conteneur. Dans la mesure où les inerties jouent un rôle mineur en comparaison du poids des différents éléments, il a été choisi de réaliser un modèle stationnaire de la charge. Celui-ci dépend donc de la masse du conteneur transporté, de la longueur de la flèche reproduisant différentes positions du télescopage, et de l'angle de la flèche. Nous faisons également l'hypothèse que le problème est plan, et donc que l'effort développé par les deux vérins de relevage est rigoureusement identique (proche de la réalité) et peut être modélisé par un vérin unique.

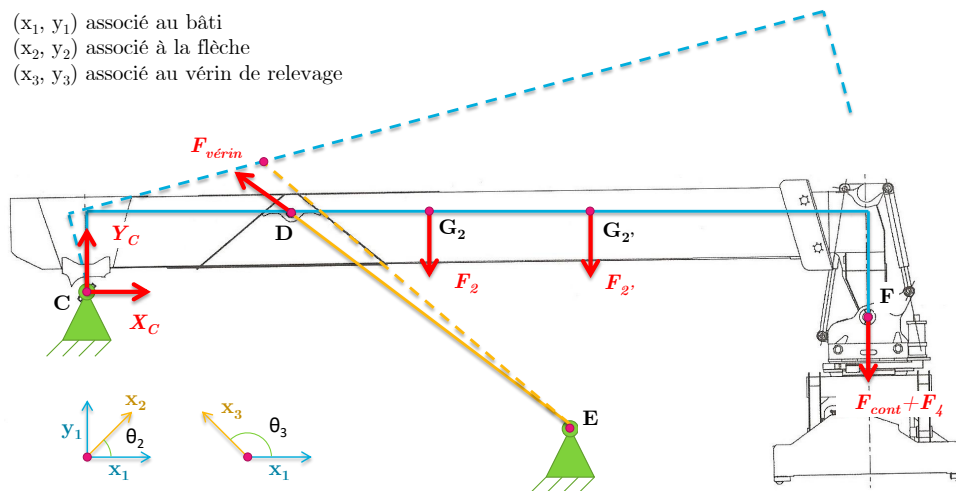


FIGURE G.2 – Paramétrage de la flèche pour la détermination de l'effort sur les vérins de relevage

La figure G.2 présente le paramétrage retenu pour la détermination de l'effort sur les vérins de relevage. Sont considérés comme connus les efforts liés aux masses, à savoir le poids du pied de flèche F_2 , le poids de la tête de flèche F_2' , celui du spreader F_4 et enfin le poids du conteneur F_{cont} .

L'application du principe fondamental de la statique donne alors :

$$F_{vérin} = g \cdot \left(\frac{\cos\theta_2 \cdot (m_2 x_{G_2} + m_2' x_{G_2'} + (m_4 + m_{cont}) x_F)}{x_D \sin(\theta_3 - \theta_2) - y_D \sin(\theta_3 - \theta_2)} + \frac{-\sin\theta_2 (m_2 y_{G_2} + m_2' y_{G_2'} + (m_4 + m_{cont}) y_F)}{x_D \sin(\theta_3 - \theta_2) - y_D \sin(\theta_3 - \theta_2)} \right) \quad (G.1)$$

avec m_2 , $m_{2'}$, m_4 et m_{cont} respectivement la masse du pied de flèche, la masse de la tête de flèche, celle du spreader, et celle du conteneur. x_m et y_m représentent les coordonnées du point M dans le repère (C, x_1, y_1) .

Connaissant la relation entre la course du vérin de relevage et les angles θ_2 et θ_3 , il est alors possible de déterminer la force $F_{vérin}$ en fonction d'un profil de descente. Cet effort se traduit par une pression à imposer dans la grande chambre du vérin de relevage. La pression $p_{A,d}$ à asservir est par conséquent :

$$p_{A,d} = \frac{F_{vérin}}{S_A} \quad (\text{G.2})$$

avec S_A la section du piston du vérin de relevage.

Références bibliographiques

- A. H. LAND, A. G. D. (1960). An automatic method of solving discrete programming problems. *Econometrica*, 28(3):497–520.
- AKHMETOV, Y. (2011). *Contrôle Global de Châssis appliqué à la sécurité active des véhicules de distribution*. Thèse de doctorat, INSA Lyon.
- ALLÈGRE, A.-L. (2010). *Méthodologie de modélisation et de gestion de l'énergie de systèmes de stockage mixtes pour véhicules électriques hybrides*. Thèse de doctorat, Université Lille 1.
- AMRHEIN, J. et NEUMANN, U. (2012). Prb - regeneration of potential energy while boom-down. In *Proceedings of The 8th International Fluid Power Conference, 8.IFK, Dresden*, volume 2, pages 63–72, Dresden.
- ANDERL, T., WINKELHAKE, J. et SCHERER, M. (2012). Power-split transmissions for construction machinery. In *Proceedings of The 8th International Fluid Power Conference, 8.IFK, Dresden*, volume 2, pages 189–201.
- BACKAS, J., HYVÖNEN, M., GHABCHELOO, R. et HUHTALA, K. (2014). Fuel optimal controller for hydrostatic drives - a simulation study and model validation. In *Proceedings of The Fluid Power and Motion Control, FPMC2014, Bath*.
- BALTES, H. et BAUER, F. (2008). Hydrostatic drive system.
- BARON, E. et PESCAROU, P. (2016). Transmissions dans l'automobile - boîtes automatiques et performances des différents concepts. *Techniques de l'ingénieur - Technologie des moteurs thermiques*, base documentaire : TIB165DUO(ref. article : bm2587).
- BAUER, F., KLOFT, P. et FELD, D. (2012). Device for recovering energy.
- BELLMAN, R. (1957). Dynamic programming. *Princeton University Press*.
- BIGO, L. et ALLART, B. (1990). Mécanisme, moteur ou pompe, à au moins deux cylindrées actives distinctes. Brevet FR2588616.
- BODSON, M. (2002). Evaluation of optimization methods for control allocation. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 25(4):703–711.
- BORDIGNON, K. A. (1996). *Constrained Control Allocation for Systems with Redundant Control Effectors*. Thèse de doctorat, Virginia Polytechnic Institute and State University.

- BORNE, P., DAUPHIN-TANGUY, G., RICHARD, J.-P., ROTELLA, F. et ZAMBETTAKIS, I. (1990). *Commande et Optimisation des Processus*. Technip.
- BOUDAREL, R., DELMAS, J. et GUICHET, P. (1969). *Commande Optimale des Processus*. Dunod.
- BREEDVELD, P. (1985). Multibond graph elements in physical systems theory. *Journal of the Franklin Institute*, 319(1-2):1 – 36.
- BUFFINGTON, J. M. et ENNS, D. F. (1996). Lyapunov stability analysis of daisy chain control allocation. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 19(6):1226–1230.
- CALLOCH, S., COGNARD, J.-Y., DUREISSEIX, D. et MARQUIS, D. (2003). *Les Systèmes de Transmission de Puissance*. Hermes Science.
- CETMEF (2011). Productivité des terminaux à conteneurs. Rapport technique, Centre d'études Techniques Maritimes Et Fluviales.
- CHAUVIN, A. (2015). *Contribution à l'optimisation globale pour le dimensionnement et la gestion d'énergie de véhicules hybrides électriques basée sur une approche combinatoire*. Thèse de doctorat, INSA Lyon.
- CHEN, Y. et WANG, J. (2012). Fast and global optimal energy-efficient control allocation with applications to over-actuated electric ground vehicles. *Control Systems Technology, IEEE Transactions on*, 20(5):1202–1211.
- COMMAULT, C., DESCUSSE, J., DION, J. M., LAFAY, J. F. et MALABRE, M. (1986). New decoupling invariants : The essential orders. *Int. J. Control*, 44(3):689–700.
- CULIOLI, J.-C. (1994). *Introduction à l'optimisation*. Ellipses.
- DAMIC, V., COHODAR, M. et KULENOVIC, M. (2012). Modeling and simulation of hydraulic systems by bond graphs. In *Annals of DAAAM for 2012 & Proceedings of the 23rd International DAAAM Symposium*, volume 23, pages 591–594. DAAAM International.
- DAUPHIN-TANGUY, G., ABADIE, V., BIDEAUX, E., BOTTEMANNE, I., BUISSON, J., CORMERAIS, H., GUILLEMARD, F., LEBRUN, M., LEFEVRE, J., MARQUIS-FAVRE, W., BOUAMAMA, B. O., RAHMANI, A., RAULT, A., SCAVARDA, S., SUEUR, C. et THOMA, J. (2000). *Les bond graphs*. Hermes Science.
- DURHAM, W. C. (1993). Constrained control allocation. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 16(4):717–725.
- ERKKILÄ, M., BAUER, F. et FELD, D. (2013). Universal energy storage and recovery system ? a novel approach for hydraulic hybrid. In *Proceedings of The 13th Scandinavian International Conference on Fluid Power, SICFP2013, Linköping*, page 8. Hydac Oy, Tampere, Finland *Hydac International GmbH, Sulzbach/Saar, Germany.
- FAISANDIER, J. (1999). *Mécanismes hydrauliques et pneumatiques*. Technique et ingénierie. Série Mécanique. Dunod.

- FEKI, M. E., JARDIN, A., MARQUIS-FAVRE, W., KRÄHENBÜHL, L., BIDEAUX, E. et THOMASSET, D. (2012). Determination of essential orders from a bond graph model. *Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control*, 134(6):061006–061006.
- FOTSU-NGWOMPO, R. (1997). *Contribution au Dimensionnement des Systèmes sur des Critères Dynamiques et Energétiques - Approche par Bond Graph*. Thèse de doctorat, INSA Lyon.
- FOTSU-NGWOMPO, R., SCAVARDA, S. et THOMASSET, D. (2001). Physical model-based inversion in control systems design using bond graph representation part 1 : Theory. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part I : Journal of Systems and Control Engineering*, 215(2):95–104.
- GAWTHROP, P. J. (1995). Bicausal bond graphs. In *International Conference On Bond Graph Modeling and Simulation (ICBGM'95)*, pages 83–88. Society for Computer Simulation.
- GOLO, G. (2002). *Interconnection Structures in Port-Based Modelling : Tools for Analysis and Simulation*. Thèse de doctorat, University of Twente.
- HANKACHE, W. (2008). *Gestion Optimisée de l'Energie Electrique d'un Groupe Electrogène Hybride à Pile à Combustible*. Thèse de doctorat, Institut National Polytechnique de Toulouse.
- HEWETT, A. (1994). Hydraulic circuit flow control.
- HEYBROEK, K. (2008). *Saving Energy in Construction Machinery using Displacement Control Hydraulics : Concept Realization and Validation*. Thèse de doctorat, Linköping University Linköping University, The Institute of Technology, Fluid and Mechanical Engineering Systems.
- HIPPALGAONKAR, R. et IVANTYSYNOVA, M. (2013). A series-parallel hydraulic hybrid mini-excavator with displacement controlled actuators. In *Proceedings of The 13th Scandinavian International Conference on Fluid Power, SICFP2013, Linköping*, page 13. Department of Agricultural & Biological Engineering, Purdue University, West Lafayette, IN/ USA.
- HO, T. H. et AHN, K. K. (2012). Design and control of a closed-loop hydraulic energy-regenerative system. *Automation in Construction*, 22(0):444 – 458. Planning Future Cities-Selected papers from the 2010 eCAADe Conference.
- HOFMAN, T., EBBESEN, S. et GUZZELLA, L. (2012). Topology optimization for hybrid electric vehicles with automated transmissions. *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, 61(6):2442–2451.
- HÄRKEGARD, O. (2003). *Backstepping and Control Allocation with Applications to Flight Control*. Thèse de doctorat, Linköping University.
- HROVAT, D. et TOBLER, W. (1985). Bond graph modeling and computer simulation of automotive torque converters. *Journal of the Franklin Institute*, 319(1â ? ?2):93 – 114.
- HROVAT, D. et TOBLER, W. (1991). Bond graph modeling of automotive power trains. *Journal of the Franklin Institute*, 328:623 – 662.
- HUGO, A., PETTERSSON, K., HEYBROEK, K. et KRUS, P. (2013). Modelling and control of a complementary energy recuperation system for mobile working machines. In *Proceedings of The 13th*

- Scandinavian International Conference on Fluid Power, SICFP2013, Linköping*, page 10. Division of Fluid and Mechatronic Systems, Department of Management and Engineering, Linköping University, Sweden.
- HUI, S. (2010). Multi-objective optimization for hydraulic hybrid vehicle based on adaptive simulated annealing genetic algorithm. *Engineering Applications of Artificial Intelligence*, 23(1):27 – 33.
- HUI, S., JI-HAI, J. et XIN, W. (2009). Torque control strategy for a parallel hydraulic hybrid vehicle. *Journal of Terramechanics*, 46(6):259 – 265.
- HUI, S. et JUNQING, J. (2010). Research on the system configuration and energy control strategy for parallel hydraulic hybrid loader. *Automation in Construction*, 19(2):213 – 220.
- HYDAC (2016). Documentation - accumulateurs hydropneumatiques à vessie. Rapport technique, <http://www.hydac.com/de-fr/start.html>.
- IBRAHIM, M. S. A. (2011). *Investigation of Hydraulic Transmissions for Passenger Cars*. Thèse de doctorat, RWTH Aachen University.
- ISHIHARA, T. et EMORI, R. I. (1966). Torque converter as a vibration damper and its transient characteristics. *SAE Technical Paper No. 660368*, 75-A:12.
- ISIDORI, A. (1995). *Nonlinear Control Systems*. Springer.
- IVANTYSYN, R. et WEBER, J. (2014). Novel open circuit displacement control architecture in heavy machinery. In *Proceedings of The 8th FPNI Ph.D Symposium on Fluid Power, FPNI2014, Lappeenranta*.
- JARDIN, A. (2010). *Contribution à une méthodologie de dimensionnement des systèmes mécatroniques : analyse structurelle et couplage à l'optimisation dynamique*. Thèse de doctorat, INSA Lyon.
- JARDIN, A., FEKI, M. E., MARQUIS-FAVRE, W., THOMASSET, D. et BIDEAUX, E. (2008). Use of structural analysis in a bond graph-based methodology for sizing mechatronic systems. In *Proceedings of the 7th edition of France-Japan, 5th Europe-Asia Congress on Mechatronics*, page paper 224, Le Grand Bornand, France.
- JARDIN, A., MARQUIS-FAVRE, W. et THOMASSET, D. (2009). Bond graph sizing of mechatronic systems : Coupling of inverse modelling with dynamic optimization. In I. TROCH, F. B., éditeur : *MATHMOD*, pages 1929–1938, Vienne, Austria. ISBN 978-3-901608-35-3.
- JOHANSEN, T. A. et FOSSEN, T. I. (2013). Control allocation - a survey. *Automatica*, 49(5):1087 – 1103.
- JOO, C. et STANGL, M. (2016). Application of power regenerative boom system to excavator. In *Proceedings of The 10th International Fluid Power Conference, 10.IFK, Dresden*.
- KARNOPP, D. C., MARGOLIS, D. L. et ROSENBERG, R. C. (2006). *System Dynamics : Modeling and Simulation of Mechatronic Systems, fourth edition*. John Wiley & Sons, Inc.
- KASPER, L. J. (1980). Load sensing control for hydraulic system. US Patent 4,199,942.

- KNOBEL, C. (2009). *Optimal Control Allocation for Road Vehicle Dynamics using Wheel Steer Angles, Brake/Drive Torques, Wheel Loads and Camber Angles*. Thèse de doctorat, Institut für Robotik und Mechatronik, Deutsches Zentrum für Luft- und Raumfahrt.
- KOTWICKI, A. J. (1982). Dynamic models for torque converter equipped vehicles. *Electronic Engine Management and Driveline Controls*, 91-A:104–122.
- KUHN, H. W. et TUCKER, A. W. (1951). Nonlinear programming. *In Proceedings of the of the Second Berkeley Symposium on Mathematical Statistics and Probability*. The Regents of the University of California.
- KUMAR, R. et IVANTYSYNOVA, M. (2009). An optimal power management strategy for hydraulic hybrid output coupled power-split transmission. *In Proceedings of the ASME 2009 Dynamic Systems and Control Conference*. ASME.
- LAFFITE, J. (2004). *Aide à la conception et au dimensionnement énergétique et dynamique de systèmes mécatroniques par une approche inverse : Application aux chaînes de transmission automobiles*. Thèse de doctorat, INSA Lyon.
- LAGNIER, J., EBERARD, D., LORETO, M. D., RÉMOND, D. et MARQUIS-FAVRE, W. (2016). Definition of essential order on descriptor systems and its bond graph determination. *In International Conference on Bond Graph Modeling, ICBGM16, Montreal, Canada*.
- LIANG, X. et VIRVALO, T. (2001). An energy recovery system for a hydraulic crane. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C : Journal of Mechanical Engineering Science*, 215(6):737–744.
- MACOR, A. et ROSSETTI, A. (2011). Optimization of hydro-mechanical power split transmissions. *Mechanism and Machine Theory*, 46(12):1901 – 1919.
- MARQUIS-FAVRE, W. (1997). *Contribution à la Représentation Bond Graph des Systèmes Mécaniques Multicoprs*. Thèse de doctorat, INSA Lyon.
- MARQUIS-FAVRE, W., MOUHIB, O., CHEREJI, B., THOMASSET, D., POUSIN, J. et PICQ, M. (2008). Bond graph formulation of an optimal control problem for linear time invariant systems. *Journal of the Franklin Institute*, 345(4):349 – 373.
- MARTIN, L. (2016). Circuits de transmissions hydrostatiques. *Techniques de l'ingénieur Transmission de puissance hydraulique et pneumatique*, base documentaire : TIB187DUO.(ref. article : bm6050):1–36. fre.
- MARTINON, P. (2005). *Numerical resolution of optimal control problems by a simplicial homotopy method*. Theses, Institut National Polytechnique de Toulouse - INPT. La these et la soutenance sont disponibles en francais et en anglais.
- MECHIN, O. (2003). *Conception des systèmes de la liaison au sol : contribution à la définition du cahier des charges*. Thèse de doctorat, INSA Lyon.

- MINAV, T., HÄNNINEN, H., SINKKONEN, A., LAURILA, L. et PYRHÖNEN, J. (2014). Electric or hydraulic energy recovery systems in a reach truck? a comparison. *Journal of Mechanical Engineering*, 60(2014)4:232–240.
- MINOUX, M. (2008). *Programmation mathématique - Théorie et algorithmes*. Lavoisier.
- MONTGOMERY, A. J. et ALLEYNE, A. G. (2006). Optimizing the efficiency of electro-hydraulic powertrains. In *Proceedings of IMECE2006*. ASME.
- MOUHIB, O., JARDIN, A., MARQUIS-FAVRE, W., BIDEAUX, E. et THOMASSET, D. (2009). Optimal control problem in bond graph formalism. *Simulation Modelling Practice and Theory*, 17(1):240 – 256. Bond Graph Modelling.
- OPPENHEIMER, M., DOMAN, D. et BOLENDER, M. (2006). Control allocation for over-actuated systems. In *Control and Automation, 2006. MED '06. 14th Mediterranean Conference on*, pages 1–6.
- PADOVANI, D. et IVANTYSYNOVA, M. (2014). Energy efficient hydraulic rotary drive - analysis and comparison of two different displacement controlled solutions. In *Proceedings of The 8th FPNI Ph.D Symposium on Fluid Power, FPNI2014, Lappeenranta*. FPNI.
- PARLEMENT EUROPÉEN (1997). Directive 97/68/ce du parlement européen et du conseil - sur le rapprochement des législations des états membres relative aux mesures contre les émissions de gaz et de particules polluants provenant des moteur à combustion interne destinés aux engins mobile non routiers. Rapport technique, Parlement Européen.
- PETTERSSON, K., HEYBROEK, K., KLINTEMYR, A. et KRUS, P. (2012). Analysis and control of a complementary energy recuperation system. In *Proceedings of The 8th International Fluid Power Conference, 8.IFK, Dresden*, volume 1, pages 529–540, Dresden.
- RAHMFELD, R. et IVANTYSYNOVA, M. (2000). Development and control of energy saving hydraulic servo drives. In *Proceedings of The 1st FPNI-PhD Symposium, Hamburg, Germany*, pages 167–180.
- RENIUS, K. et RESCH, R. (2005). Continuously variable tractor transmissions. In *Agricultural Equipment Technology Conference*.
- ROSENBERG, R. (1979). Essential gyrators and reciprocity in junction structures. *Journal of the Franklin Institute*, 308(3):343 – 352.
- RYDBERG, K.-E. (2009). Efficiencies for variable hydraulics pumps and motors - mathematical models and operation conditions. *Linköpings University, Department of Management and Engineering*.
- SADOUN, R. (2013). *Interest of a hybrid electric energy storage for an urban electric vehicle - sizing and lifetime tests*. Thèse de doctorat, Ecole Centrale de Lille.
- SCHAEP, T., MARQUIS-FAVRE, W., BIDEAUX, E., NOPPE, E., RODOT, P., BERNIGAUD, J.-C. et LANGLOIS, V. (2014). Bond graph modelling and energy flow analysis of a reach stacker. In *Proceedings of The 8th FPNI Ph.D Symposium on Fluid Power, FPNI2014, Lappeenranta, Finlande*.

- SCHAEP, T., MARQUIS-FAVRE, W., BIDEAUX, E., NOPPE, E., RODOT, P., BERNIGAUD, J.-C. et LANGLOIS, V. (2015). Improving energy efficiency of a reach stacker using a potential energy recovery system. *In Proceedings of The 14th Scandinavian International Conference on Fluid Power, SICFP2015, Tampere, Finlande.*
- SCHAEP, T., MARQUIS-FAVRE, W., BIDEAUX, E., NOPPE, E., RODOT, P., BERNIGAUD, J.-C. et LANGLOIS, V. (2016). Combined potential and kinetic energy recovery applied to a reach stacker. *In Proceedings of The 9th FPNI Ph.D Symposium on Fluid Power, FPNI2016, Florianopolis, Brésil.*
- SCORDIA, J. (2004). *Systematic approach of the sizing optimization and the elaboration of energy management laws for an hybrid vehicle.* Thèse de doctorat, Université Henri Poincaré - Nancy I.
- SILVAS, E., HOFMAN, T., SEREBRENİK, A. et STEINBUCH, M. (2015). Functional and cost-based automatic generator for hybrid vehicles topologies. *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, 20(4):1561–1572.
- SILVAS, E., HOFMAN, T. et STEINBUCH, M. (2012). Review of optimal design strategies for hybrid electric vehicles. *In Workshop on Engine and Powertrain Control, Rueil-Malmaison, France.*
- SILVERMAN, L. M. (1969). Inversion of multivariable linear systems. *Automatic Control, IEEE Transactions on*, 14(3):270–276.
- SPRENGEL, M. et IVANTYSYNOVA, M. (2012). Coupling displacement controlled actuation with power split transmissions in hydraulic hybrid systems for off-highway vehicles. *In Proceedings of The Fluid Power and Motion Control, FPMC2012, Bath*, pages 505–517.
- SPRENGEL, M. et IVANTYSYNOVA, M. (2013). Investigation and energetic analysis of a novel hydraulic hybrid architecture for on-road vehicles. *In Proceedings of The 13th Scandinavian International Conference on Fluid Power, SICFP2013, Linköping*, page 12. Dept. of Mechanical Engineering, Purdue University.
- SPRENGEL, M. et IVANTYSYNOVA, M. (2014a). Hardware-in-the-loop testing of a novel blended hydraulic hybrid transmission. *In Proceedings of The 8th FPNI Ph.D Symposium on Fluid Power, FPNI2014, Lappeenranta.* FPNI.
- SPRENGEL, M. et IVANTYSYNOVA, M. (2014b). Investigation and energetic analysis of a novel blended hydraulic hybrid power split transmission. *In Proceedings of The 9th International Fluid Power Conference, 9.IFK, Aachen*, volume 1, pages 70–75.
- TRÉLAT, E. (2008). *Contrôle optimal : théorie et applications.* Numéro ISBN 2711722198. Vuibert, Collection "Mathématiques Concrètes".
- VANWALLEGHEM, B., DOUSY, C., PINTE, G. et VANSEVEREN, B. (2012). Optimization of the efficiency of hydrostatic drives. *In Proceedings of The 8th International Fluid Power Conference, 8.IFK, Dresden*, volume 1, pages 541–551.
- VERMILLION, C., SUN, J. et BUTTS, K. (2011). Predictive control allocation for a thermal management system based on an inner loop reference model - design, analysis, and experimental results. *Control Systems Technology, IEEE Transactions on*, 19(4):772–781.

- WILLIAMSON, C., ZIMMERMAN, J. et IVANTYSYNOVA, M. (2008). Efficiency study of an excavator hydraulic system based on displacement-controlled actuators. *In Proceedings of The Fluid Power and Motion Control, FPMC2008, Bath*, pages 291–307.
- WU, S.-T. et YOUCEF-TOUMI, K. (1995). On relative degrees and zero dynamics from physical system modeling. *Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control*, 117(2):205–217.
- YE-CUI, Y., GUO-QING, L. et JIE, C. (2008). Parameter design strategies of a parallel hydraulic hybrid bus. *In Vehicle Power and Propulsion Conference, 2008. VPPC '08. IEEE*, pages 1–6.
- ZENG, X., YANG, N., PENG, Y., ZHANG, Y. et WANG, J. (2014). Research on energy saving control strategy of parallel hybrid loader. *Automation in Construction*, 38(0):100 – 108.
- ZIMMERMAN, J., HIPPALGAONKAR, R. et IVANTYSYNOVA, M. (2011). Optimal control for the series-parallel displacement controlled hydraulic hybrid excavator. *In Proceedings of the ASME 2011 Dynamic Systems and Control Conference*. ASME.



FOLIO ADMINISTRATIF

THESE DE L'UNIVERSITE DE LYON OPEREE AU SEIN DE L'INSA LYON

NOM : SCHAEF

DATE de SOUTENANCE : 18/11/2016

Prénoms : Thomas

TITRE : Conception et commande optimale d'une architecture hybride hydraulique de reach stacker

NATURE : Doctorat

Numéro d'ordre : 2016LYSEI121

Ecole doctorale : Électronique, Électrotechnique, Automatique (EEA)

Spécialité : Automatique

RESUME :

L'accroissement permanent du commerce intercontinental ainsi que la mondialisation s'accompagnent d'une augmentation de la productivité des ports et des terminaux à conteneurs. Le besoin de compétitivité des exploitants auquel s'additionnent les législations environnementales, poussent les fabricants d'engins de manutention de conteneurs à développer de nouvelles solutions afin de produire des machines plus respectueuses de l'environnement à un coût de possession acceptable. Pour ce faire, l'hybridation des sources d'énergie et l'utilisation de chaînes d'actionnement plus efficaces d'un point de vue énergétique sont les solutions envisagées aujourd'hui. En conséquence, les cahiers des charges sont de plus en plus complexes, et les spécifications qu'ils stipulent sont de natures hétérogènes. Ce travail de thèse s'intéresse à deux aspects majeurs en lien avec ces problématiques. Premièrement, nous proposons une procédure de construction d'un bond graph permettant de prendre en compte des spécifications exprimées en termes de critère à minimiser et de fonctions du temps désirées en sortie du système. Ce problème prend alors la forme d'un problème couplé d'inversion-optimisation. Du modèle bond graph obtenu, il est possible de déterminer directement les conditions d'optimalité, voire de résoudre le problème sous certaines conditions. La démonstration du bien-fondé de cette procédure nécessite notamment la reformulation d'un problème inverse ainsi que la démonstration de la commutativité entre inversion et optimisation. On s'intéresse ensuite à l'extension de la procédure de représentation d'un problème d'optimisation seul au cas où des non linéarités apparaissent au niveau des phénomènes de dissipation d'énergie.

Dans un second temps, on propose une nouvelle architecture pour un engin de manutention de conteneurs afin d'améliorer son efficacité énergétique. D'une part, une solution de récupération d'énergie à la descente du conteneur basée sur un transformateur hydraulique est proposée. L'énergie est alors stockée dans un accumulateur hydropneumatique, puis elle est restituée grâce à un moteur hydraulique complémentaire couplé au moteur diesel. D'autre part, un redimensionnement de la chaîne d'actionnement hydraulique ainsi qu'une stratégie de commande plus adaptée est proposée. Finalement, les modifications précédemment présentées offrent la possibilité de réaliser une récupération d'énergie à la décélération du véhicule sans ajout de composant majeur. L'architecture globale obtenue associée à une stratégie de commande adéquate, génèrent une réduction de la consommation de carburant de 16% à 18%.

MOTS-CLÉS : reach stacker, hybridation hydraulique, bond graph, inversion de modèle dynamique, conception système, optimisation dynamique

Laboratoire (s) de recherche : AMPERE

Directeur de thèse : Wilfrid MARQUIS-FAVRE

Président de jury :

Composition du jury :

Maré, Jean-Charles	Professeur des Universités	INSA Toulouse	Rapporteur
Roboam, Xavier	Directeur de recherche	ENSEIHT	Rapporteur
Dauphin-Tanguy, Geneviève	Professeur des Universités	Ecole Centrale de Lille	Examineur
Ngwompo, Roger Fotsu	Lecturer	University of Bath	Examineur
Prelle, Christine	Professeur des Universités	UTC	Examineur
Marquis-Favre, Wilfrid	Professeur des Universités	INSA Lyon	Directeur de thèse
Bideaux, Eric	Professeur des Universités	INSA Lyon	Co-directeur de thèse
Noppe, Eric	Ingénieur associé à la chaire CETIM-UTC	UTC	Co-directeur de thèse
Bernigaud, Jean-Christophe	Chef de projet reach stacker	Terex France	Invité

