



**HAL**  
open science

# Images jumelles quantiques : paradoxe de Einstein-Podolsky-Rosen dans des paires uniques d'images, et imagerie fantôme temporelle quantique

Séverine Denis

► **To cite this version:**

Séverine Denis. Images jumelles quantiques : paradoxe de Einstein-Podolsky-Rosen dans des paires uniques d'images, et imagerie fantôme temporelle quantique. Optique [physics.optics]. Université Bourgogne Franche-Comté, 2017. Français. NNT : 2017UBFCD044 . tel-02072305

**HAL Id: tel-02072305**

**<https://theses.hal.science/tel-02072305>**

Submitted on 19 Mar 2019

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



SPIM

Thèse de Doctorat



UFC

école doctorale sciences pour l'ingénieur et microtechniques  
UNIVERSITÉ DE FRANCHE-COMTÉ

Images jumelles quantiques :  
Paradoxe de  
Einstein-Podolsky-Rosen dans des  
paires uniques d'images et imagerie  
fantôme temporelle quantique

■ SÉVERINE DENIS



# SPIM

## Thèse de Doctorat



école doctorale **sciences pour l'ingénieur et microtechniques**  
UNIVERSITÉ DE FRANCHE-COMTÉ

THÈSE présentée par

**SÉVERINE DENIS**

pour obtenir le

Grade de Docteur de

l'Université de Bourgogne Franche-Comté

Spécialité : **Optique et Photonique**

# Images jumelles quantiques : Paradoxe de Einstein-Podolsky-Rosen dans des paires uniques d'images et imagerie fantôme temporelle quantique

Unité de Recherche :

Département d'optique P.M. Duffieux, Institut Femto-ST

Soutenue publiquement le 22 Novembre 2017 devant le Jury composé de :

FABRICE DEVAUX	Directeur	Professeur à l'Université de Bourgogne Franche-Comté
SARA DUCCI	Présidente	Professeure à l'Université Paris Diderot
SYLVAIN GIGAN	Rapporteur	Professeur à l'Université Pierre et Marie Curie
HANS-RUDOLF JAUSLIN	Examinateur	Professeur à l'Université de Bourgogne Franche-Comté
OTTAVIA JEDRKIEWICZ	Rapporteuse	Chercheuse CNR à l'Université de l'Insubrie de Côme
ÉRIC LANTZ	Directeur	Professeur à l'Université de Bourgogne Franche-Comté



# REMERCIEMENTS

Ce mémoire est l'aboutissement de travaux réalisés au sein du Laboratoire d'Optique P.M. Duffieux de l'institut FEMTO-ST affilié à l'université de Bourgogne Franche-Comté. Je tiens tout d'abord à remercier l'ensemble des personnes que j'ai pu y rencontrer, pour leur accueil chaleureux et leur ouverture d'esprit. Je remercie bien sûr Hervé Maillotte et Maria-Pilar Bernal, directeurs du Département d'Optique, pour leur accueil au sein du département.

Je tiens aussi à remercier les membres de jury, pour avoir porté un intérêt à mes travaux de thèse, les rapporteurs Sylvain Gigan professeur à l'Université Pierre et Marie Curie et Ottavia Jedrkiewicz chercheuse CNR à l'Université de l'Insubrie de Côme, ainsi que Sara Ducci professeure à l'Université Paris Diderot et Hans-Rudolf Jauslin professeur à l'Université de Bourgogne Franche-Comté.

Je dois notamment cet ouvrage à Éric Lantz et Fabrice Devaux, mes directeurs de thèse, qui m'ont confié ce sujet de recherche et m'ont conseillée durant ces trois années thèse, et auparavant durant mon stage de Master.

Je souhaite également remercier l'ensemble de l'équipe d'Optique non linéaire pour leur grande présence et leurs pertinentes discussions dans le bureau des doctorants. Je remercie en particulier Thibault Sylvestre chef d'équipe, ainsi que Mathieu Chauvet, Jean-Charles Beugnot, Gil Fanjoux, Damien Bigourd, Coralie Fourcade-Dutin, et bien sûr Kien Phan Huy pour ses nombreux conseils avisés.

Merci à Valérie Fauvez, Joëlle Berthelot, Aline Chagrot, Sarah Djaouti, et Emmanuel Dordor, pour leur écoute et leur disponibilité.

Je n'oublie et n'oublierai pas tous mes amis de FEMTO-ST, à commencer par Paul-Antoine Moreau qui m'a précédé sur ce sujet de thèse, ainsi que mes collègues de bureau papa Joël Cabrel Tchahame Nougnihi, my best officemate Tintu Kuriakose, Adrien Godet, et Moïse Deroh.

Je remercie également Anurupa Shaw pour sa grande générosité, Xavier Romain et Phong Tran Nguyen pour les bons moments passés avec eux, sans oublier Alexia Bon-tempi, Guillaume Dodane, Etienne Coffy, Stefania Oliveri, Bastien Radola, Jérémy Bentin, Rémi Meyer, Vincent Pêcheur, Raya El Beainou, Gautier Lecoutre, Xiaolong Xu, Guoping Lin, Etienne Vaillant, Guillaume Wong, Shanti Toenger, Jacques Chrétien, Souleymane Diallo, Tatiana Kovalevich, Bicky Marquez, Venancio Calero, Alexis Caspar, et tous ceux que j'oublie...



# ABRÉVIATIONS ET SYMBOLES

## ABRÉVIATIONS

EPR : Einstein-Podolsky-Rosen

SNR : Rapport signal à bruit

APO : Amplification paramétrique optique

LiNbO<sub>3</sub> : Niobate de lithium

LBO : Triborate de lithium

KDP : Phosphate de monopotassium

BBO : Beta-borate de baryum

UV : Ultraviolet

FWHM : Largeur à mi-hauteur (full width at half maximum)

EMCCD : Electron Multiplying Charge Coupled Device

px : pixels

ph : photons

CIC : Bruit de charge induite par l'horloge (clock induced charges)

ICCD : Intensified Charge Coupled Device

## NOTATIONS

$\omega_{p,s,i}$  : Pulsations pompe, signal, idler

$\vec{k}_{p,s,i}$  : Vecteurs d'ondes pompe, signal, idler

$\lambda_{p,s,i}$  : Longueurs d'onde pompe, signal, idler

$n_o(\lambda_{p,s,i})$  : Indice de réfraction ordinaire, dépendant de  $\lambda_{p,s,i}$

$n_e(\lambda_{p,s,i})$  : Indice de réfraction extraordinaire, dépendant de  $\lambda_{p,s,i}$

$\theta, \theta_{p,s,i}$  : Angle entre l'axe optique et la direction de propagation de l'onde considérée

$n(\lambda_{p,s,i}, \theta)$  : Indice de réfraction affectant une onde polarisée extraordinairement



$n_{p,s,i}$  : Indices de réfraction pompe, signal, idler

$\vec{\Delta k}$  : Désaccord de phase

$\psi$  : Angle de double réfraction

$\vec{R}$  : Vecteur de Poynting

$L_c$  : Épaisseur du cristal non linéaire

$\sinh(\star)$  : Sinus hyperbolique de  $\star$

$\text{sin}_c(\star)$  : Sinus cardinal de  $\star$

$$b = -b' = \sqrt{g^2 - \frac{\Delta k^2}{4}}$$

$g$  : Gain paramétrique dans le cristal non linéaire

$N_{cell}(\Delta k, g)$  : Population de photons par cellule de cohérence dans les faisceaux signal et idler

$|\star|$  : Module de  $\star$

$\dot{E}_p$  : Éclairement moyen du cristal par une impulsion pompe

$d_{eff}$  : Coefficient non linéaire effectif du cristal non linéaire

$c$  : Célérité de la lumière dans le vide

$\varepsilon_0$  : Permittivité du vide

$\Delta k_{lim}$  : Désaccord de phase correspondant au premier zéro du sinus cardinal

$\alpha_{s,i}$  : Angle que forment les vecteurs d'onde signal et idler avec le vecteur d'onde pompe

$\tau_{uv}$  : Durée des impulsions pompe

$E_{uv}$  : Énergie des impulsions pompe

$f_{uv}$  : Fréquence de répétition des impulsions pompe

$d$  : Diamètre du cristal non linéaire

$T_{BBO}$  : Transmission à la sortie du BBO

$\phi$  : Angle utilisé pour repérer les vecteurs d'onde pompe signal et idler

$d_{22}$  : Élément de tenseur des coefficients non linéaires du BBO

$d_{eff}$  : Coefficient non linéaire effectif du BBO pour un accord de phase de type I

$r_{uv}$  : Rayon du faisceau pompe filtré par la monture du BBO

$\sigma_{uv}$  : Écart-type du faisceau pompe

$w_{uv} = 2 \sigma_{uv}$  : Rayon du faisceau pompe

$e^\star, \exp(\star)$  : Exponentielle de  $\star$

$\text{erf}(\star)$  : Fonction d'erreur à la valeur  $\star$

$\langle \star \rangle$  : Moyenne vrai de  $\star$

$\overline{\star}$  : Moyenne arithmétique de  $\star$

$R_{\text{miroir}}$  : Coefficient de réflectance des miroirs dichroïques

$f$  : Distance focale

$T_{\text{lentille}}$  : Coefficient de transmission des lentilles

$p'$  : Distance lentille-caméra pour un enregistrement dans le plan image

$G$  : Grandissement transverse des lentilles

$\Delta\lambda$  : Largeur des filtres utilisés aux chapitres I et II

$T_{\text{filtre}}$  : Coefficient de transmission des filtres

$M_{\text{impulsion}}$  : Nombre de cellules de cohérence spatio-temporelle dues au passage dans le cristal d'une impulsion pompe

$M_x$  : Nombre de cellules de cohérence spatiale

$M_t$  : Nombre de cellules de cohérence temporelle

$D_x \simeq D_y$  : Dimensions latérales d'une cellule de cohérence spatiale

$\alpha(\Delta k_{\text{lim}})$  : Ouverture angulaire des faisceaux signal et idler

$R$  : Résolution spatiale transverse

$M$  : Nombre de cellules de cohérence spatio-temporelle contenue dans une image

$t_{\text{court}}$  : Temps d'exposition des caméras aux faisceaux signal et idler, et temps court correspondant au tir du laser et à l'acquisition par la caméra "esclave"

$S_{px}$  : Surface d'un pixel

$D$  : Résolution des images en pixels

$N_{\text{paire}}$  : Nombre moyen de paires de photons générés par le cristal non linéaire

$N'$  : Nombre total moyen de photons présents dans les images

$N_f$  : Nombre moyen de photons parasite présents dans les images

$\eta, \eta_{\text{capteur}}, \eta_{\text{optique}}, \eta_{\text{parasite}}, \eta_{\text{bruit}}, \eta_{\text{seuil}}$  : Rendement quantique équivalent sur l'enregistrement d'images jumelles, et ses différentes contributions venant des capteurs des caméras, des optiques, de la lumière parasite, des bruits des caméras, et du seuillage

$p(xe|N)$  : Probabilité d'obtenir après l'amplificateur de sortie  $x_e$  électrons, sachant qu'il y avait  $N$  photo-électrons à l'entrée du registre de multiplication

$N$  : Nombre de photo-électrons

$g_{\text{cam}}$  : Gain moyen du registre de multiplication des caméras

$\sigma_{\text{lect}}$  : Écart-type du bruit de lecture des caméras

x

$N_{photons}, N_{p,p,s,i}$  : Population en nombre de photons par pixel, respectivement dans le plan image, dans le plan de Fourier, dans une image signal, et dans une image idler

$L(\text{niveaux de gris})$  : Niveau de gris d'un pixel

$\sigma_{gain}(N, g_{cam})$  : Écart-type du nombre d'électrons sortant du registre de multiplication des caméras, suite à la présence de  $N$  photo-électrons à l'entrée du registre

$\sigma_{pixel}(N, g_{cam})$  : Écart-type sur la valeur d'un pixel suite à une restitution proportionnelle

$t_{long}$  : Temps long correspondant à l'acquisition par la caméra "maître"

$(\Delta\star)^2$  : Variance de  $\star$

$n$  : Nombre de photons appariés sur une image

$t_{x,y}$  : Écart entre les images signal et idler

$C(t_x, t_y)$  : Coefficient de corrélation associé à l'écart  $(t_x, t_y)$

$S$  : Image signal

$I$  : Image idler

$s_{x,y}$  : Coordonnée d'un pixel de l'image signal

$i_{x,y}$  : Coordonnée d'un pixel de l'image idler

$SNR$  : Rapport signal à bruit du nombre de coïncidences jumelles

$C_{jum}$  : Nombre de coïncidences jumelles dans une image

$\sigma_{tot}$  : Écart-type du nombre de coïncidences

$K$  : Nombre de paires d'images utilisées pour la formation de la figure d'intercorrélation

$p_n$  : Niveau de bruit par pixel, non proportionnel au flux de photons jumeaux

$\rho_{s,i}$  : Positions des photons signal, idler

$p_{s,i}$  : Impulsions des photons signal, idler

$\hbar$  : Constante de Planck réduite

$V_{x,y}$  : Degré de paradoxe EPR selon  $x$  ou  $y$

$x, y$  : axes des faisceaux/images transverses à la propagation

$\Delta(x, y)_{pixels}$  : Écart-type en pixels des modélisations gaussiennes et en sinus cardinal, selon  $x$  et  $y$

$f(x)$  : Fonction utilisée pour l'ajustement des profils des images

$A$  : Amplitude des modélisations gaussiennes et en sinus cardinal

$x_0, y_0$  : Coordonnées du maximum de  $f(x)$

$\Delta^2(\rho_i - \rho_s), \Delta^2(p_i + p_s)$  : Variances des probabilités conditionnelles des positions et des impulsions des photons

$\delta_{\rho,p}$  : Variance normalisée des positions  $\rho$  ou des impulsions  $p$

$P_0$  : Probabilité qu'un pixel ne détecte aucun photon

$\mu$  : Moyenne vrai du nombre de photo-électrons sur un pixel

$k$  : Étape de la séquence temporelle

$T_k$  : Transmission commandée par l'atténuateur variable, associée à l'étape  $k$

$C_k$  : Nombre de coïncidences entre l'image fantôme et l'image  $k$  de la série idler

$N_i$  : Nombre de photo-électrons associé à un pixel  $i$  de l'image idler

$\beta$  : Retard de l'onde après le passage de la lame à cristaux liquides, repéré par l'axe du polariseur et la polarisation de l'onde après le passage de la lame

$N_s$  : Nombre de photo-électrons associé à un pixel  $s$  de l'image fantôme

$N_{s0}$  : Nombre de photo-électrons associé à un pixel  $s$  de l'image signal sans le passage de l'atténuateur variable

$T_{attenuation}$  : Coefficient de transmission maximal de l'atténuateur variable

$\eta'$  : Rendement quantique équivalent dû au groupement des pixels de la figure d'inter-corrélation

$K'$  : Longueur de la séquence temporelle

$U$  : Nombre de bits à "1" contenus dans la séquence temporelle

$SNR_k$  : Rapport signal à bruit de l'étape  $k$  de la séquence temporelle récupérée

$S$  : Image fantôme

$I_k$  : Image idler  $k$  de la série idler

$\sigma_k$  : Écart-type du nombre total de coïncidences au niveau du pic de coïncidences

$L$  : Nombre de niveaux contenus dans la séquence temporelle

$\sigma_{c,k}$  : Écart-type du nombre de coïncidences dues aux photons appariés

$\sigma_{a,k} = \sigma_a$  : Écart-type du nombre de coïncidences accidentelles

$\widehat{\star}$  : Estimateur de  $\star$

$cov(\star)$  : Covariance de  $\star$

$var(\star)$  : Variance de  $\star$

$B$  : Surface de groupement des pixels de la figure d'intercorrélacion



# SOMMAIRE

<b>Abréviations et Symboles</b>	<b>vii</b>
<b>Introduction</b>	<b>1</b>
<b>1 CHAPITRE I : Création et enregistrement d'images jumelles par amplification paramétrique du bruit quantique</b>	<b>3</b>
1.1 Que sont les images jumelles ?	3
1.2 Amplification paramétrique du bruit quantique	4
1.2.1 Accord de phase et conservation d'énergie	6
1.2.2 Accord de phase et adaptation d'indices	7
1.2.3 Différentes configurations : condition d'accord de phase	8
1.2.4 Limites de l'accord de phase	8
1.2.5 Séparation spatiale : accord de phase non colinéaire et angle de double réfraction	8
1.2.6 Population moyenne des cellules de cohérence spatio-temporelle	11
1.3 Montage expérimental	12
1.3.1 Création des faisceaux jumeaux	14
1.3.2 Traitement optique des faisceaux jumeaux	16
1.3.3 Cellules de cohérence et résolution des faisceaux signal et idler	20
1.3.4 Enregistrement d'images jumelles	21
1.3.5 Rendement quantique équivalent	31
1.3.6 Temps d'exposition et population moyenne des images jumelles	33
1.3.7 Distribution du nombre de photons	34
1.4 Intercorrélation d'images jumelles	36
1.4.1 Ressemblances aléatoires, ressemblances accidentelles, et ressemblances déterministes	37
1.4.2 Rapport signal à bruit du degré de corrélation	38

1.4.3	Paramètres influant le SNR . . . . .	41
1.5	Conclusion sur les images jumelles . . . . .	41
<b>2</b>	<b>CHAPITRE II : Paradoxe de Einstein-Podolsky-Rosen dans des paires uniques d'images jumelles</b>	<b>43</b>
2.1	Préambule . . . . .	43
2.2	Démonstration d'un paradoxe EPR spatial . . . . .	45
2.3	Résultats expérimentaux . . . . .	46
2.3.1	Acquisition et restitution des images jumelles . . . . .	46
2.3.2	Rendement quantique équivalent . . . . .	52
2.3.3	Intercorrélation de paires uniques d'images jumelles . . . . .	55
2.3.4	SNR du pic de coïncidences . . . . .	56
2.3.5	Degré de paradoxe EPR . . . . .	58
2.3.6	Différence sous-Poissonnienne des images jumelles . . . . .	61
2.4	Conclusion . . . . .	64
<b>3</b>	<b>CHAPITRE III : Imagerie fantôme temporelle quantique</b>	<b>67</b>
3.1	Qu'est-ce que l'imagerie fantôme ? . . . . .	68
3.2	Principe de fonctionnement . . . . .	69
3.3	Contexte . . . . .	72
3.4	Réalisation d'une expérience d'imagerie fantôme temporelle . . . . .	73
3.4.1	Montage expérimental . . . . .	74
3.4.2	Éléments du montage . . . . .	75
3.4.3	Images jumelles et propriétés du montage . . . . .	80
3.4.4	Création de l'image fantôme . . . . .	86
3.4.5	Synchronisation des caméras . . . . .	88
3.5	Récupération d'un signal fantôme . . . . .	90
3.5.1	Récupération du signal . . . . .	90
3.5.2	SNR des valeurs de la séquence . . . . .	93
3.6	Conclusion . . . . .	98
	<b>Conclusion générale</b>	<b>99</b>

**Bibliographie**

**105**

**Publications**

**107**





# INTRODUCTION

De la compréhension de notre environnement dépend la façon dont nous l'utilisons. La lumière est aujourd'hui encore un grand mystère, et chaque nouvelle découverte faite à son sujet est une porte ouverte vers de nouveaux procédés, de nouveaux marchés, mais également de nouvelles interrogations. Avec l'introduction au début du XXème siècle de la théorie des quantas, notamment pour expliquer certains phénomènes tels que le rayonnement du corps noir [Planck, 1900], l'effet photoélectrique [Hertz, 1887], ou l'effet Compton [Compton, 1923], apparut la nécessité de développer des moyens permettant d'étudier un champ électromagnétique sous la forme d'un flux de particules. Ces travaux engendrèrent le développement de théories quantiques, afin de remplacer la physique classique alors inapplicable au comportement des quantas.

L'enregistrement d'images, formées par la détection de faisceaux de lumière à faible flux, est l'un des moyens permettant de mettre en évidence les aspects quantiques des photons. Un paradoxe décrit par Albert Einstein, Boris Podolsky, et Nathan Rosen (EPR) [Einstein et al., 1935] quant à l'application des principes d'indéterminisme et de causalité locale à des photons intriqués, a notamment pu être mis en évidence. Cela a été réalisé notamment au moyen d'images jumelles issues de la détection simultanée de photons intriqués générés par amplification paramétrique du bruit quantique [Moreau et al., 2014]. Les images ainsi formées présentent des similitudes dues aux comportements corrélés des photons intriqués. C'est sur ces images jumelles que se sont appuyés mes travaux de thèse, au cours desquels a été mis en évidence un régime quantique dans des paires uniques d'images jumelles [Lantz et al., 2015], ainsi que la réalisation d'une expérience d'imagerie fantôme temporelle [Denis et al., 2017].

Le bon déroulement de ces expériences nécessite une distinction aisée des images jumelles vis à vis d'autres images. Mais l'indépendance statistique des images de photons, jumelles ou non, induit entre elles une ressemblance aléatoire à l'écart-type non négligeable vis à vis du degré de corrélation moyen entre images jumelles. Il est donc primordial d'étudier les différents paramètres influant sur la ressemblance entre images jumelles, afin de maximiser le rapport signal à bruit (SNR) de ce degré de corrélation.

Dans le premier chapitre de cet ouvrage nous portons un intérêt à la création d'images jumelles, ainsi qu'à leur description. Nous montrerons comment distinguer des images jumelles, et nous nous intéresserons aux paramètres d'images ayant une influence sur le rapport signal à bruit du degré de corrélation entre images jumelles : mode de détection, flux moyen, rendement quantique équivalent du montage. Cette description des images

jumelles nous permettra d'aborder avec aisance les études expérimentales réalisées au cours de cette thèse.

La première expérience réalisée au moyen des images jumelles est la mise en évidence d'un paradoxe EPR dans des paires uniques d'images jumelles. Cette partie est développée dans le chapitre II. Nous montrerons que seules deux paires d'images, une en champ proche et une en champ lointain, sont nécessaires pour mettre en évidence un paradoxe EPR. Les images acquises nous permettront également de vérifier les estimations faites au premier chapitre quant au rapport signal à bruit du degré de corrélation entre images jumelles.

Enfin, dans le chapitre III nous décrivons une autre expérience réalisée au moyen des images jumelles : l'imagerie fantôme temporelle. A travers cette expérience, nous montrons qu'il est possible de récupérer une séquence temporelle dont la résolution temporelle a été perdue au cours de son acquisition. Cette expérience repose sur les corrélations spatiales de deux motifs générés soit classiquement, soit dans notre cas grâce aux images jumelles. Le protocole que nous décrivons permet la récupération de séquences temporelles lorsque celles-ci sont non répétables. A l'image du chapitre II, nous étudierons également les paramètres ayant une influence sur la qualité de récupération de la séquence temporelle fantôme, ainsi que les facteurs limitant de l'imagerie fantôme utilisant les images jumelles.

# CHAPITRE I : CRÉATION ET ENREGISTREMENT D'IMAGES JUMELLES PAR AMPLIFICATION PARAMÉTRIQUE DU BRUIT QUANTIQUE

La première partie de cette thèse présente l'étude des images jumelles, générées par amplification paramétrique du bruit quantique. Cette partie a pour but de justifier le montage expérimental et les paramètres que nous avons choisis, afin de donner une description de ce qui nous a permis de réaliser les expériences présentées aux chapitres II et III. Ce chapitre est là pour tenter de répondre aux questions que l'on pourrait se poser en lisant le rapport des deux parties expérimentales, et à l'inverse, ces deux parties pourront s'appuyer sur un fond théorique et expérimental déjà éclaircis. Au cours de ce chapitre nous ferons une description des paramètres des images jumelles ayant une influence sur le SNR de leur degré de corrélation. Nous tenterons d'évaluer ce SNR dans plusieurs cas, après avoir apporté une description du montage expérimental afin de justifier les paramètres utilisés au cours de ces travaux expérimentaux.

## 1.1/ QUE SONT LES IMAGES JUMELLES ?

Les images jumelles, dont nous parlerons dans ce manuscrit, sont des paires d'images issues de la création de paires de photons intriqués, ou photons jumeaux [Shih et al., 1988, Rubin et al., 1994]. Comme nous le montrerons plus tard, les photons jumeaux ont des comportements liés, s'exprimant entre autres dans le domaine spatial par une corrélation de leurs positions et une anticorrélation de leurs impulsions. La création et la séparation de paires de photons jumeaux permettent la formation de faisceaux au sein desquels la répartition des photons est par conséquent, soit analogue dans le plan image, soit symétrique dans le plan de Fourier. L'acquisition spatiale de ces faisceaux permet ainsi de

former des paires d'images jumelles, possédant des ressemblances dues à la présence des photons jumeaux.

Rétrospectivement, la ressemblance de deux images ne permet pas d'attester de la présence des photons jumeaux. C'est le cas lorsque des motifs déterministes sont présents dans les images. Des motifs aléatoires peuvent également présenter des ressemblances variables. Nous verrons au cours de ce chapitre comment distinguer les images jumelles vis à vis de paires d'images indépendantes.

Les images jumelles sont utilisées dans le cadre de cette thèse pour fournir un test du paradoxe EPR sous sa forme spatiale, puis une expérience d'imagerie fantôme temporelle. Elles sont donc le pivot des travaux figurant dans cette thèse, et l'étude de leurs propriétés est une étape nécessaire à la bonne compréhension des travaux présentés ici. La partie suivante vise donc à apporter une description des photons intriqués, et du montage expérimental permettant de générer les photons jumeaux et de les enregistrer sous forme d'images jumelles.

## 1.2/ AMPLIFICATION PARAMÉTRIQUE DU BRUIT QUANTIQUE

La création des photons jumeaux s'effectue au moyen de l'amplification paramétrique optique (APO) [Baumgartner et al., 1979]. Comme pour la génération d'harmoniques optiques [Franken et al., 1961] et la génération de fréquences différences [Wang et al., 1965], son origine est l'application d'un phénomène non linéaire quadratique reposant sur l'utilisation :

- d'un matériau biréfringent : le cristal non linéaire,
- d'une source optique de forte intensité [Maiman, 1960, Collins et al., 1960].

Les matériaux biréfringents existent à l'état naturel, l'exemple le plus connu est celui du quartz [Franken et al., 1961], mais des cristaux synthétiques sont également fabriqués tels que le niobate de lithium ( $\text{LiNbO}_3$ ), triborate de lithium (LBO), le phosphate de monopotassium (KDP), ou le beta-borate de baryum (BBO) que nous avons utilisé ici. Leurs propriétés et leur fabrication font l'objet d'études continues afin d'en améliorer la qualité et les performances, notamment leurs coefficients non linéaires, leur seuil de dommage, et leur transmission. En revanche les phénomènes non linéaires n'ont pu être démontrés et étudiés expérimentalement qu'à partir du développement de sources lasers intenses, et notamment les lasers impulsionsnels [Maiman, 1960, Collins et al., 1960].

Dans le cas de l'amplification paramétrique optique, il s'agit d'un mélange à trois ondes où deux des ondes sont présentes à l'entrée du cristal :

- l'onde pompe, un faisceau laser de forte intensité,
- l'onde signal, constituant un signal optique peu intense.

Au cours de l'amplification paramétrique optique, l'onde pompe de forte intensité

transfert de l'énergie vers l'onde signal selon le principe de conservation d'énergie. Une onde complémentaire, l'onde idler, est également générée au cours de ce processus par différence de fréquence. Ce processus permet, entre autres, l'amplification d'impulsions laser, ou l'amplification paramétrique d'images [Fainman et al., 1986, Devaux et al., 1995a].

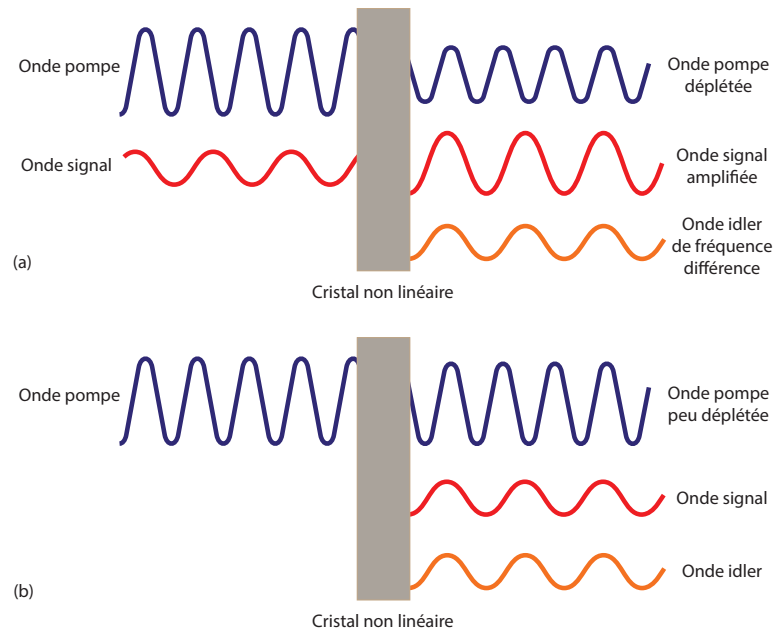


FIGURE 1.1 – (a) Amplification paramétrique optique par différence de fréquences, (b) amplification paramétrique du bruit quantique.

Lorsque l'onde signal n'est pas présente à l'entrée du cristal, le processus démarre sur des émissions spontanées [Louisell et al., 1961, Byer et al., 1968]. L'amplification paramétrique optique et l'amplification paramétrique du bruit quantique sont schématisées en figure 1.1. L'origine quantique ne peut cependant pas être totalement ignorée du fait du caractère multimodal des faisceaux sortants, c'est-à-dire qu'ils sont constitués de plusieurs cellules de cohérence spatio-temporelle. Une cellule de cohérence spatio-temporelle correspond, dans le plan de sortie du cristal, à la plus petite surface (durée) sur laquelle on peut coder une information élémentaire, indépendante de la cellule de cohérence spatio-temporelle voisine. Ses dimensions latérales sont donc données par l'inverse de la largeur de la bande de fréquences spatiales du bruit quantique amplifié. La fréquence de coupure dépend des conditions d'accord de phase, qui sont étudiées dans le paragraphe qui suit. Le gain en intensité calculé dans ce paragraphe correspond au nombre de photons moyen par cellule de cohérence  $N_{cell}$ . L'émission et l'amplification des photons dans chaque cellule de cohérence spatio-temporelle sont soumises à plusieurs facteurs extérieurs :

- La nature probabiliste de l'émission spontanée,
- Des variations physiques locales au sein du cristal.

Ces points se traduisent par des variations d'intensité entre cellules de cohérence spatio-temporelle, responsables de fluctuations visibles après amplification, dont l'origine est quantique. On parle alors de l'amplification paramétrique du bruit quantique [Kleinman, 1968, Schröder, 1983, Lantz et al., 2004]. L'exemple d'un cône de lumière généré par amplification paramétrique du bruit quantique et enregistré dans le plan de Fourier, est représenté en figure 1.2.

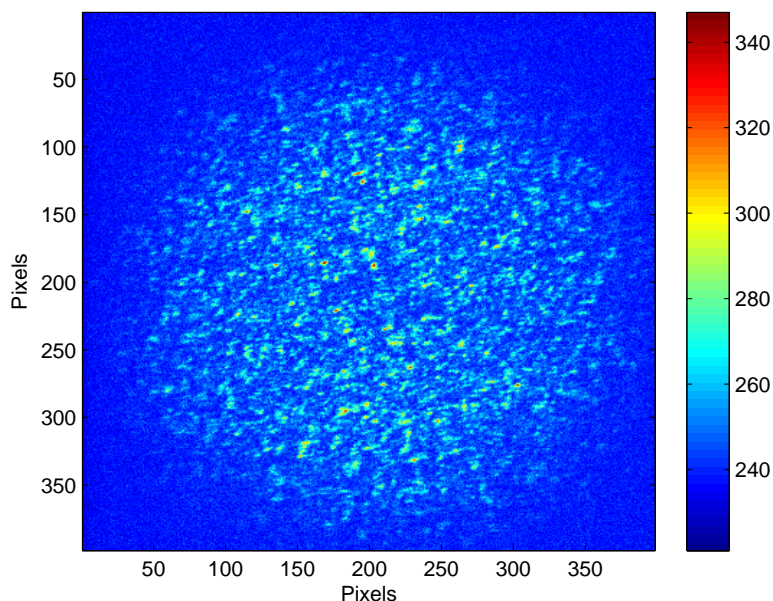


FIGURE 1.2 – Exemple d'image d'un cône de lumière généré par amplification paramétrique du bruit quantique, enregistrée dans le plan de Fourier. Les variations d'intensité entre cellules de cohérence spatio-temporelle sont visibles. Dans cette image, les variations d'intensité sont symétriques par rapport au centre, dues à la position symétrique des photons dans le plan de Fourier pour un accord de phase de type I (voir section 1.2.3). L'échelle de couleurs représente l'intensité des pixels en niveaux de gris. [Mosset, 2004, Mosset et al., 2004]

### 1.2.1/ ACCORD DE PHASE ET CONSERVATION D'ÉNERGIE

L'amplification paramétrique s'effectue sous les conditions bien connues de conservation d'énergie et d'accord de phase :

$$\omega_p = \omega_s + \omega_i \quad (1.1)$$

$$\vec{k}_p = \vec{k}_s + \vec{k}_i \quad (1.2)$$

Où  $\omega_{p,s,i}$  et  $\vec{k}_{p,s,i}$  représentent respectivement les pulsations et les vecteurs d'ondes pompe, signal, et idler. La première relation (1.1) exprime la conservation d'énergie au

cours du processus, et la seconde (1.2) traduit la conservation de la quantité de mouvement.

### 1.2.2/ ACCORD DE PHASE ET ADAPTATION D'INDICES

L'accord de phase est réalisable moyennant l'adaptation des indices de réfraction affectant les ondes pompe, signal, et idler. Dans le cristal biréfringent, l'ajustement des directions de polarisation et de propagation permet cette adaptation d'indices, en fonction des longueurs d'onde pompe, signal, et idler  $\lambda_{p,s,i}$ .

Dans un cristal biréfringent uniaxe, seul un axe : l'axe optique, permet à une onde de se propager sans biréfringence. Lorsque la polarisation de l'onde est perpendiculaire à l'axe optique, l'onde est dite polarisée ordinairement, et est affectée par l'indice de réfraction ordinaire  $n_o(\lambda_{p,s,i})$ . D'autre part, lorsque la direction de polarisation de l'onde est parallèle à l'axe optique, elle perçoit uniquement l'indice extraordinaire  $n_e(\lambda_{p,s,i})$ .

Dans les autres cas, l'onde est polarisée extraordinairement, et l'indice de réfraction qu'elle perçoit est une combinaison des indices  $n_o(\lambda_{p,s,i})$  et  $n_e(\lambda_{p,s,i})$ , dépendante de la direction de polarisation de l'onde. La direction de l'onde est comprise dans le plan formé par l'axe optique avec sa direction de propagation. Dans ce cas, la dépendance de l'indice de réfraction de l'onde extraordinaire envers les indices  $n_o(\lambda_{p,s,i})$  et  $n_e(\lambda_{p,s,i})$  s'exprime en fonction du seul paramètre  $\theta$ , l'angle formé par l'axe optique avec sa direction de propagation :

$$n(\lambda_{p,s,i}, \theta) = \sqrt{\left(\frac{\cos(\theta)}{n_o(\lambda_{p,s,i})}\right)^2 + \left(\frac{\sin(\theta)}{n_e(\lambda_{p,s,i})}\right)^2} \quad (1.3)$$

L'adaptation d'indices s'effectue conformément à la condition d'accord de phase (1.2). La relation (1.2) s'exprime alors en fonction des indices de réfraction pompe, signal, et idler, de la façon suivante :

$$\frac{n_p}{\lambda_p} = \frac{n_s}{\lambda_s} + \frac{n_i}{\lambda_i} \quad (1.4)$$

Lorsque l'accord de phase est colinéaire, cette relation permet de déduire l'angle  $\theta = \theta_p = \theta_s = \theta_i$  que forment les vecteurs d'ondes pompe, signal, et idler, avec l'axe optique. Cette relation se simplifie d'avantage lorsque nous étudions les faisceaux signal et idler autour des longueurs d'onde de dégénérescence, c'est à dire autour de la configuration  $\lambda_i = \lambda_s = 2\lambda_p$ . Cette configuration sera celle que nous utiliserons expérimentalement.



### 1.2.3/ DIFFÉRENTES CONFIGURATIONS : CONDITION D'ACCORD DE PHASE

Dans un milieu uniaxe négatif,  $n_e(\lambda_{p,s,i}) < n_o(\lambda_{p,s,i})$ , deux configurations permettent l'accord de phase :

- L'onde pompe polarisée extraordinairement engendre les ondes signal et idler polarisées ordinairement : accord de phase de type I. Aux longueurs d'onde de dégénérescence, (1.4) devient  $n(\lambda_p, \theta) = n_o(\lambda_{s,i})$ .
- L'onde pompe polarisée extraordinairement engendre les ondes signal et idler, dont l'une est polarisée ordinairement et l'autre extraordinairement : accord de phase de type II. Aux longueurs d'onde de dégénérescence, (1.4) devient  $2n(\lambda_p, \theta) = n(\lambda_s, \theta) + n_o(\lambda_i)$ .

### 1.2.4/ LIMITES DE L'ACCORD DE PHASE

Lorsque l'accord de phase n'est pas satisfait, la probabilité d'obtenir une interaction non linéaire est réduite. Cette probabilité décroît d'autant que l'écart de la configuration considérée vis à vis de la condition d'accord de phase est grand. Cet écart est représenté par le désaccord de phase  $\vec{\Delta k}$  :

$$\vec{\Delta k} = \vec{k}_p - \vec{k}_s - \vec{k}_i \quad (1.5)$$

La diminution de la probabilité d'interaction dépendante du désaccord de phase peut être représentée par l'intensité des ondes signal et idler lors de l'amplification paramétrique. L'acceptance représente le désaccord de phase limite permettant l'amplification des faisceaux signal et idler.

### 1.2.5/ SÉPARATION SPATIALE : ACCORD DE PHASE NON COLINÉAIRE ET ANGLE DE DOUBLE RÉFRACTION

Étudier une configuration colinéaire de l'accord de phase est une façon pratique de prédire les paramètres permettant d'obtenir expérimentalement la conversion recherchée. Cependant, cette configuration ne garantit pas la séparabilité des photons jumeaux, qui, afin de mettre en évidence un paradoxe EPR, ne doivent pas se situer dans la même cellule de résolution. Différentes configurations permettant la séparation des photons jumeaux, pour les accords de phase de type I et II vont être présentées ici.

Les directions dans lesquelles se propagent l'énergie des ondes signal et idler sont données par leur vecteur de Poynting  $\vec{R}_{o,e}$ . Dans un milieu isotrope, la permittivité du matériau est scalaire, de ce fait le vecteur de Poynting et le vecteur d'onde sont colinéaires. Lorsque le milieu est biréfringent, la permittivité du matériau est un tenseur. Ainsi l'indice vu par l'onde et la direction de son vecteur de Poynting dépendent de sa

direction de polarisation, comme nous le montrons en figure 1.3 (avec la dépendance envers l'indice extraordinaire  $n_e$ ). De ce fait, lorsqu'un rayon non polarisé arrive dans un milieu biréfringent, il est scindé en un rayon ordinaire et un rayon extraordinaire. Le vecteur de Poynting et le vecteur d'onde de l'onde polarisée ordinairement sont colinéaires. Le vecteur d'onde du rayon extraordinaire est également colinéaire avec les deux précédents, en revanche son vecteur de Poynting n'est pas colinéaire et forme un angle  $\psi$  avec la direction "ordinaire" : l'angle de double réfraction ou walk-off.

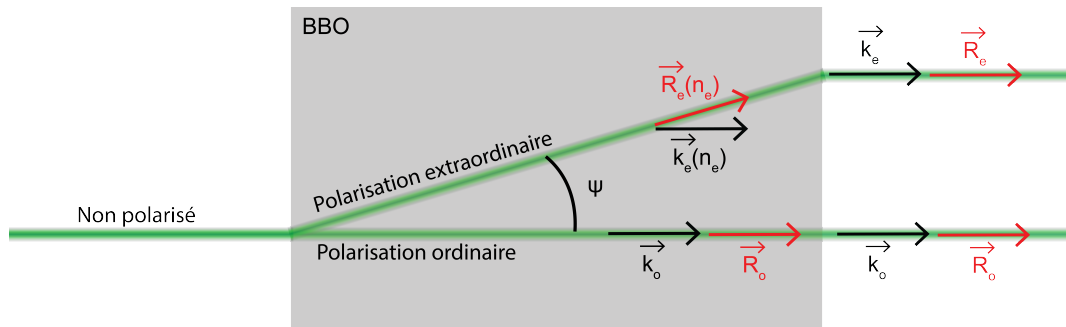


FIGURE 1.3 – Séparation spatiale d'un rayon non polarisé dans un cristal de BBO. À l'intérieur du cristal, le vecteur de Poynting  $\vec{R}_e(n_e)$  du rayon polarisé extraordinairement forme l'angle de séparation spatiale  $\psi$  avec le vecteur d'onde  $\vec{k}_e(n_e)$ . À la sortie du cristal, les vecteurs de Poynting  $\vec{R}_{o,e}$  et les vecteurs d'onde des rayons respectifs  $\vec{k}_{o,e}$  sont colinéaires.

Dans le cas de l'amplification paramétrique, les faisceaux signal et idler sont soumis au même décalage en angle. Pour un accord de phase de type I, les ondes signal et idler ont la même polarisation. Pour  $\lambda_s = \lambda_i$ , leurs vecteurs de Poynting forment à l'accord de phase le même angle vis à vis de la pompe, ils sont : colinéaires à leur vecteur d'onde respectif lorsque les ondes sont ordinaires, et non colinéaires lorsque les ondes sont extraordinaires. Lorsque l'accord de phase est non critique [Dou et al., 1991], l'acceptance due à un décalage en angle des vecteurs d'onde signal et idler avec le vecteur d'onde pompe est élevée. Cela se produit pour un accord de phase colinéaire, et les vecteurs d'onde signal et idler forment un seul cône autour de la configuration d'accord de phase (voir figure 1.4). Dans ce cas, seul un enregistrement dans le plan de Fourier permet la séparation des photons jumeaux. Cependant, cette configuration ne permet pas la séparation des photons jumeaux pour un enregistrement dans le plan image, nécessaire à la mise en évidence d'un paradoxe EPR. L'expérience d'imagerie fantôme temporelle nécessite, de plus, de disposer de faisceaux signal et idler séparés spatialement. Par conséquent, ce n'est pas la configuration utilisée ici.

Pour un accord de phase de type II, les ondes signal et idler ont des polarisations croisées : l'onde ordinaire a son vecteur de Poynting et son vecteur d'onde colinéaires, tandis qu'ils sont non colinéaires pour l'onde extraordinaire. L'accord de phase non critique a lieu lorsque les vecteurs de Poynting des ondes signal et idler sont colinéaires [Lantz et al., 2000]. Dans ce cas, contrairement à l'accord de phase de type I, les vec-

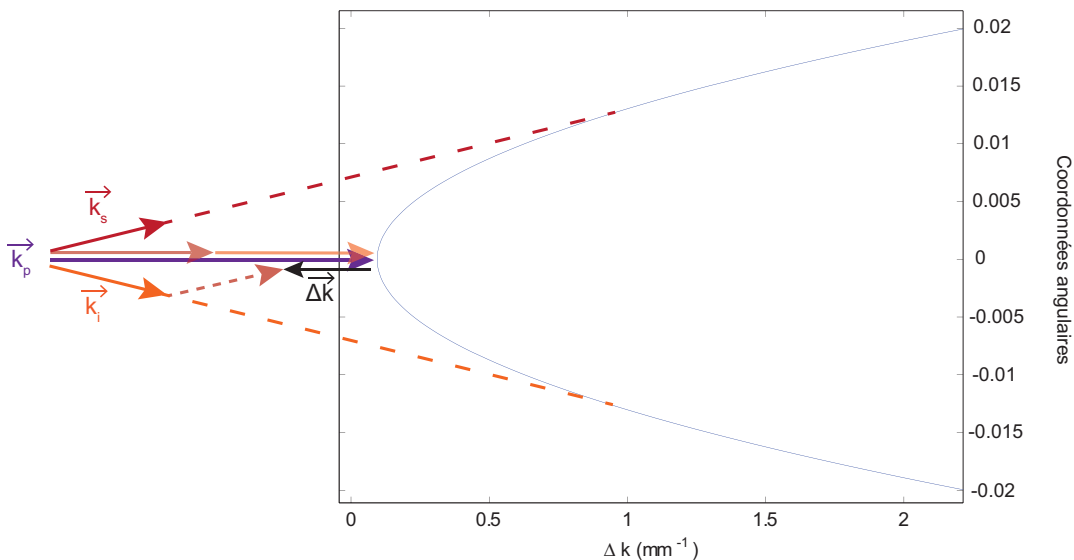


FIGURE 1.4 – Accord de phase non critique de type 1. Les photons signal et idler ne sont séparables que pour un enregistrement dans le plan de Fourier et un désaccord de phase  $\Delta k \neq 0$ . Dans le plan image, les photons jumeaux se situent dans la même cellule de résolution.

teurs d'onde signal et idler ne sont pas colinéaires et forment un angle correspondant à l'angle de double réfraction. A la sortie du cristal les vecteurs de Poynting sont de nouveau colinéaires à leurs vecteurs d'onde respectifs, et la configuration d'accord de phase non critique permet ainsi la formation de deux cônes de lumière étendus, le signal et l'idler, séparés par  $\psi$ . Cette configuration permet la séparation des photons jumeaux dans le plan de Fourier et dans le plan image, et est par conséquent celle que nous avons utilisé ici. Les configurations d'accord de phase de type II permettent également la séparation des photons jumeaux grâce à leurs polarisations croisées.



FIGURE 1.5 – Séparation spatiale des rayons signal et idler à la sortie du cristal non linéaire, pour un accord de phase non critique de type II, et une pompe polarisée extraordinairement.

L'angle de double réfraction dépend du tenseur des permittivités et par conséquent

dépend du matériau utilisé. Cet angle est estimé à  $\psi = 6,5^\circ$  pour un cristal de BBO aux longueurs d'onde que nous utilisons. Cet angle permet une séparation spatiale suffisante des cônes de fluorescence signal et idler, mais ce n'est pas le cas de tous les cristaux non linéaires. Par exemple l'angle de double réfraction est  $\simeq 4^\circ$  pour le KDP, et  $< 1^\circ$  pour le LBO.

### 1.2.6/ POPULATION MOYENNE DES CELLULES DE COHÉRENCE SPATIO-TEMPORELLE

Le nombre moyen de photons  $N$  contenus dans les cellules de cohérence spatio-temporelle des faisceaux signal et idler dépend du désaccord de phase  $\Delta k$  et du gain paramétrique par unité de longueur dans le cristal non linéaire  $g$ . Il est exprimé à la sortie du cristal en approximant<sup>1</sup> la distance de propagation à l'épaisseur du cristal  $L_c$ . Selon le gain paramétrique et le désaccord de phase, nous pouvons distinguer deux cas de figure [Devaux et al., 2000] :

$$\underline{\Delta k/2 < g}$$

$$N_{cell}(\Delta k, g) = \frac{g^2}{b^2} \sinh^2 (b L_c) \quad (1.6)$$

$$\underline{\Delta k/2 > g}$$

$$N_{cell}(\Delta k, g) = g^2 L_c^2 \sin_c^2 (b L_c) \quad (1.7)$$

où  $b = \sqrt{|g^2 - \frac{\Delta k^2}{4}|}$ . Dans notre cas le gain paramétrique  $g$  est faible vis à vis du désaccord de phase  $\Delta k$ . Nous nous situons donc principalement dans le cas où  $\Delta k/2 > g$ . Le gain paramétrique dépend de l'éclairement pompe  $\dot{E}_p$ , du coefficient non linéaire effectif du cristal  $d_{eff}$ , ainsi que des longueurs d'ondes et indices de réfraction signal et idler :

$$g^2 = \frac{8\pi^2 d_{eff}^2}{\lambda_s \lambda_i n(\lambda_s, \theta) n_o(\lambda_i) n(\lambda_p, \theta) c \varepsilon_0} \dot{E}_p \quad (1.8)$$

avec  $c \simeq 3,00 \cdot 10^8$  m/s la vitesse de la lumière dans le vide, et la permittivité du vide  $\varepsilon_0 \simeq 8,85 \cdot 10^{-12}$  s<sup>4</sup>A<sup>2</sup>/m<sup>3</sup>/kg. L'équation 1.7 montre dans notre cas (voir au besoin la figure 1.9 à la section 1.3.1 concernant la description du montage expérimental) que les populations  $N_{cell}(\Delta k, g)$  signal et idler sont maximales pour un désaccord de phase  $\Delta k = 0$ . Le nombre moyen de photons décroît ensuite avec l'augmentation du désaccord de phase jusqu'à une moyenne nulle pour  $\Delta k_{lim} = 2 \sqrt{\frac{\pi^2}{L_c^2} + g^2}$ .

Pour un accord de phase de type II non critique, les vecteurs d'onde signal et idler  $\vec{k}_{s,i}$  forment respectivement un angle  $\alpha_{s,i}$  avec la direction du vecteur d'onde pompe  $\vec{k}_p$  (voir figure 1.6). D'après l'équation 1.2, les vecteurs d'onde sont alors reliés par la

1. L'angle de double réfraction  $\varphi = 3,3^\circ$  est suffisamment petit pour procéder à cette approximation.

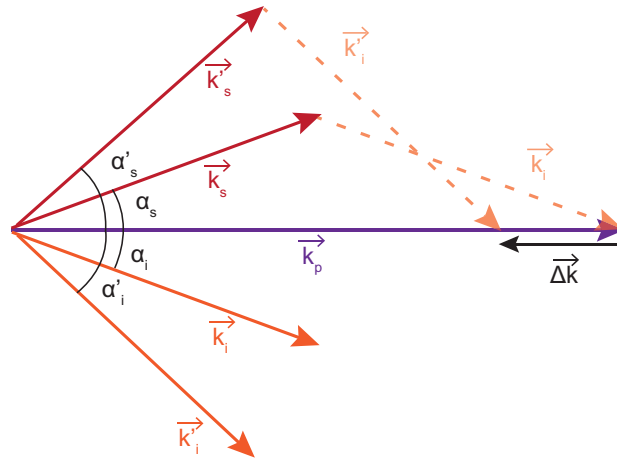


FIGURE 1.6 – Représentation de la relation entre les vecteurs d'onde pompe, signal, et idler, pour un accord de phase non critique et pour un désaccord de phase  $\Delta k$ .

relation  $k_p = k_s(\alpha_s) \cos(\alpha_s) + k_i \cos(\alpha_i)$ . Nous considérons dans cette relation que le rayon idler est polarisé ordinairement, tandis que le rayon signal est polarisé extraordinairement, et par conséquent  $k_s$  a une dépendance envers sa direction de propagation. Lorsque les vecteurs d'onde signal et idler s'écartent respectivement d'un angle  $\alpha'_{s,i} \neq \alpha_{s,i}$  avec la direction de  $\vec{k}_p$ , la population moyenne de photons  $N_{cell}(\Delta k, g)$  est affectée par un désaccord de phase  $\Delta k = k_p - k'_s(\alpha'_s) \cos(\alpha'_s) - k'_i \cos(\alpha'_i)$ , avec  $\alpha'_s$  et  $\alpha'_i$  liés par  $k'_s(\alpha'_s) \sin(\alpha'_s) = k'_i \sin(\alpha'_i)$ . L'évolution de la population  $N_{cell}(\Delta k, g)$  avec le désaccord de phase est ainsi représentative du profil moyen transverse des faisceaux signal et idler dans le plan de Fourier (voir la figure 1.10 du paragraphe 1.3.1).

Seul le profil moyen du nombre de photons a été présenté dans cette section. Il représente la probabilité de présence des photons dans les faisceaux signal et idler.

### 1.3/ MONTAGE EXPÉRIMENTAL

Le montage expérimental mis en place pour l'enregistrement des images jumelles, représenté en figure 1.7, a été étudié afin d'enregistrer les faisceaux signal et idler, séparés spatialement par le walk-off. Ce montage est constitué d'éléments permettant :

- La création des faisceaux jumeaux signal et idler : un laser pompe et un cristal non linéaire ;
- Le traitement optique des faisceaux jumeaux : miroirs, lentilles, filtres ;
- L'acquisition des faisceaux signal et idler : deux caméras pilotées par ordinateur ;
- L'étude des images enregistrées : programmes de dépouillement.

En raison d'attentes différentes entre les expériences d'imagerie fantôme temporelle et

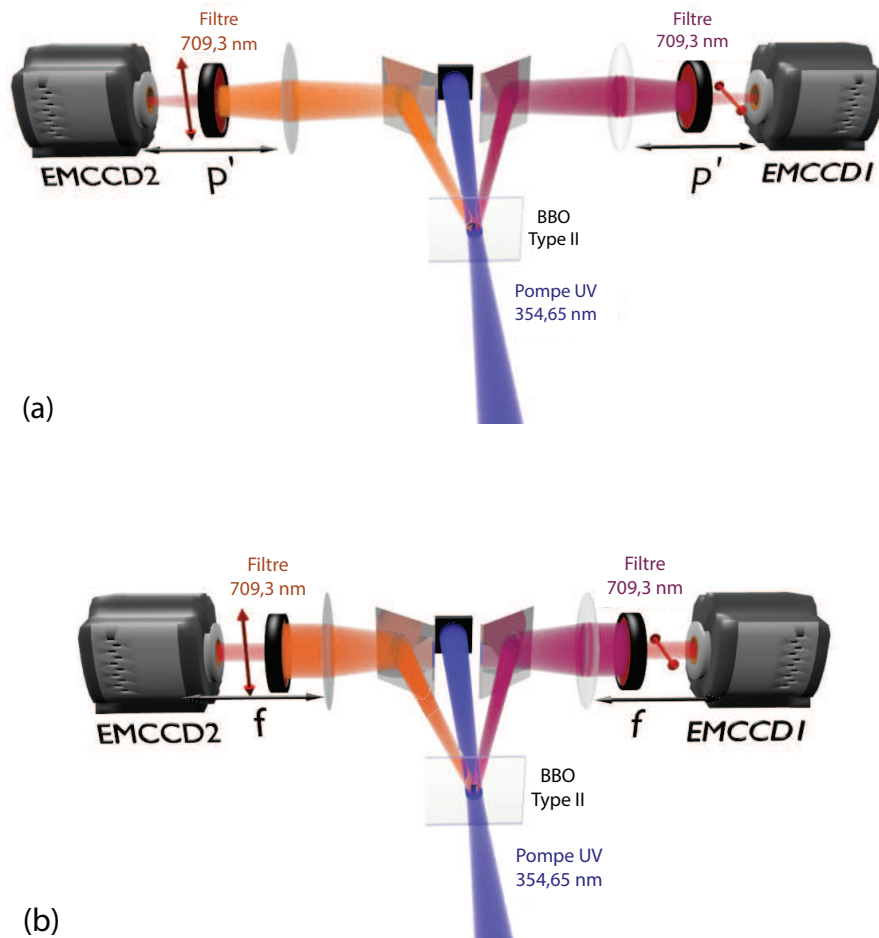


FIGURE 1.7 – Montage expérimental pour l'enregistrement d'images dans le plan image du cristal (a), puis dans le plan de Fourier (b). La seule différence entre ces deux configurations est la distance séparant la lentille des capteurs, avec  $f = 125 \text{ mm}$  pour (b) et  $p' \approx 435 \text{ mm}$  pour (a).

la mise en évidence d'un paradoxe EPR, certains éléments du montage ont été modifiés entre les deux expériences. D'autres éléments ne sont présents que pour l'expérience d'imagerie fantôme.

Nous allons dans cette section apporter une description des éléments du montage nécessaires à l'enregistrement d'images jumelles dans les cas d'imagerie fantôme temporelle et de mise en évidence d'un paradoxe EPR. Les éléments ajoutés par la suite uniquement pour l'imagerie fantôme temporelle seront décrits au chapitre III.

### 1.3.1/ CRÉATION DES FAISCEAUX JUMEAUX

Le laser utilisé est un laser impulsionnel ultraviolet (UV), à  $354,65 \text{ nm}$ . Les impulsions ont une durée  $\tau_{uv} = 300 \text{ ps}$ , une énergie  $E_{uv} = 28 \text{ }\mu\text{J}$ , et une fréquence de répétition  $f_{uv} = 1 \text{ kHz}$ .

Le cristal non linéaire est un cristal de beta-borate de baryum (BBO), taillé pour que l'accord de phase de type II colinéaire (aux longueurs d'onde  $2\lambda_p = \lambda_{s,i}$ ) ait lieu pour une incidence normale de la pompe sur le cristal, c'est à dire pour un angle  $\theta = 48,7^\circ$  entre la pompe et l'axe optique. Il est disposé dans une monture circulaire de diamètre  $d = 5 \text{ mm}$ , son épaisseur est  $L_c = 800\mu\text{m}$ , et la transmission des photons à sa sortie est estimée à  $T_{BBO} = 98 \pm 1\%$ .

Le choix du cristal non linéaire utilisé est effectué suivant plusieurs critères. Premièrement, le BBO est transparent aux longueurs d'ondes utilisées. De même son seuil de dommage est élevé et supérieur à l'éclairement produit par le laser pompe. Finalement, il convient que ses coefficients non linéaires soient élevés, afin de permettre une conversion efficace de photons. Le BBO est un cristal appartenant à la classe cristalline 3m. Son coefficient non linéaire effectif  $d_{eff}$  est calculé à partir de son tenseur des coefficients non linéaires pour un accord de phase de type II [Dmitriev V.G. et al., 1999] :

$$d_{eff} = d_{22} \cos^2(\theta) \cos(3\phi) \quad (1.9)$$

Où  $d_{22} = 2,22 \text{ pm/V}$  est l'un des coefficients non linéaires du BBO, et  $\phi = 0$  est un angle utilisé pour repérer les vecteurs d'onde pompe, signal, et idler, et dont la valeur est choisie afin de maximiser la valeur du coefficient  $d_{eff}$ . Pour l'angle  $\theta_p = 47,7^\circ$ , correspondant à la configuration utilisée d'accord de phase non critique, nous avons  $d_{eff} = 1,00 \text{ pm/V}$ .

Les indices de réfraction  $n_o(\lambda_{p,s,i})$  et  $n_e(\lambda_{p,s,i})$ , dépendants de la longueur d'onde, sont déduits des équations de Sellmeier pour le BBO [Eksma optics, 2017] :

$$n_o(\lambda_{p,s,i}(\mu\text{m}))^2 = 2,7359 + \frac{0,01878}{(\lambda_{p,s,i}^2 - 0,01822)} - 0,01354 \lambda_{p,s,i}^2 \quad (1.10)$$

$$n_e(\lambda_{p,s,i}(\mu\text{m}))^2 = 2,23753 + \frac{0,01224}{(\lambda_{p,s,i}^2 - 0,01667)} - 0,01516 \lambda_{p,s,i}^2 \quad (1.11)$$

Les indices de réfraction affectant les ondes polarisées extraordinairement sont par la suite déduits de l'équation 1.3, pour l'angle correspondant à la configuration utilisée  $\theta_p = 47,7^\circ$  et  $\theta_{s,i} = \theta_p \pm \varphi \simeq \theta_p$  lorsque le walk-off  $\varphi \ll \theta_p$ . Avec  $\lambda_{s,i} = 2\lambda_p = 709,3\text{nm}$ , nous obtenons les indices de réfraction suivant :

$$\begin{aligned}
n(\lambda_p, \theta_p) &= 1,6312 \\
n(\lambda_s, \theta_s) &= 1,5966 \\
n_o(\lambda_i) &= 1,6637
\end{aligned} \tag{1.12}$$

Nous allons maintenant estimer l'éclairement du cristal non linéaire par les impulsions pompe. Cela nous permettra par la suite d'estimer le gain paramétrique moyen dans le cristal non linéaire, puis avec l'équation (1.7) d'estimer le nombre moyen de photons par cellule de cohérence des faisceaux signal et idler.

L'éclairement du cristal n'est pas uniforme spatialement et temporellement, en raison du profil spatial transverse gaussien du laser et du profil gaussien de l'impulsion temporelle. L'impact de cet éclairement sur les intensités signal et idler dépend du gain paramétrique  $g$  (exprimé en équation 1.8) dans le cristal non linéaire. Lorsque le gain paramétrique est très faible vis à vis du désaccord de phase permis ( $g \ll \Delta k$ ), le sinus cardinal peut s'exprimer uniquement en fonction du désaccord de phase :  $\text{sin}_c(b L_c) \approx \text{sin}_c(\Delta k L_c/2)$ . Par conséquent, le nombre de photons par cellule de cohérence devient proportionnel au carré du gain paramétrique :

$$N_{cell}(\Delta k, g) = g^2 L_c^2 \text{sin}_c^2\left(\frac{\Delta k L_c}{2}\right) \tag{1.13}$$

et les puissances des faisceaux signal et idler deviennent proportionnelles à la puissance pompe. Afin d'estimer le gain paramétrique moyen, nous allons supposer que l'éclairement moyen est suffisamment faible pour avoir, à un désaccord de phase  $\Delta k$  fixe, une variation linéaire du nombre de photons  $N_{cell}(\Delta k, g)$  vis à vis du gain paramétrique (voir équation 1.8) et par conséquent  $N_{cell} \propto \dot{E}_p$ . Cela permet d'approximer le gain paramétrique à sa valeur moyenne.

L'éclairement moyen  $\dot{E}_p$  représente la densité d'énergie reçue par le cristal. Temporellement, le cristal reçoit l'intégralité de l'impulsion, tandis que le profil gaussien transverse de la pompe est filtré spatialement suivant les dimensions transverses du cristal. Les configurations expérimentales utilisées dans les expériences de démonstration d'un paradoxe EPR et d'imagerie fantôme temporelle sont légèrement différentes. Nous ne donnerons dans ce chapitre que la configuration utilisée pour la démonstration d'un paradoxe EPR. Dans cette expérience, la partie du faisceau passant à travers le cristal correspond au centre du faisceau jusqu'à un rayon  $r_{uv} = w_{uv}$ , sa demi-largeur à  $1/e^2$ . Cette configuration est représentée en figure 1.8. Nous estimons ici que le faisceau pompe est collimaté et centré sur le cristal non linéaire. De même nous considérons pour le moment que les deux dimensions transverses du faisceau, suivant les axes  $x$  et  $y$ , sont les mêmes.

La quantité d'énergie reçue par le cristal correspond donc à l'intégrale du profil spatial gaussien borné par  $r_{uv}$ , et de l'impulsion temporelle. L'éclairement moyen est déduit dans



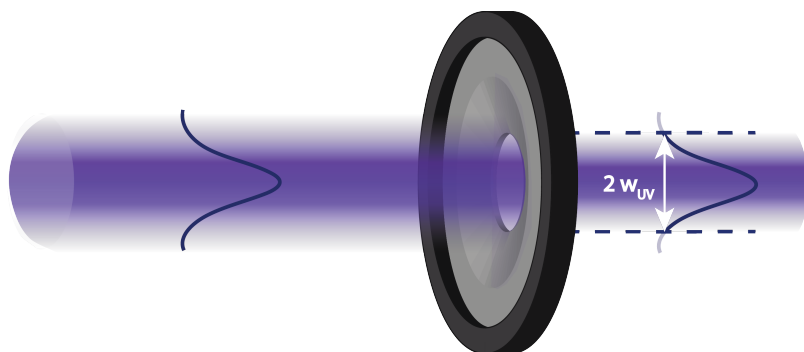


FIGURE 1.8 – Paradoxe EPR : La monture du cristal non linéaire bloque le faisceau pompe sur un rayon correspondant au beam waist du faisceau  $w_{uv}$ .

les deux cas de cette quantité d'énergie, connaissant  $r_{uv}$  et la durée des l'impulsions  $\tau_{uv}$  :

$$\dot{E}_p = \frac{E_{uv} \operatorname{erf}^2(2/\sqrt{2})}{\tau_{uv} \pi r_{uv}^2} \quad (1.14)$$

$\operatorname{erf}(2/\sqrt{2})$  est la fonction d'erreur à la valeur  $2/\sqrt{2}$ . Elle correspond à la fonction de répartition d'une gaussienne entre  $-w_{uv}$  et  $w_{uv}$ . Avec  $r_{uv} = d/2 = 2,5 \text{ mm}$ , nous obtenons alors un éclairement moyen  $\dot{E}_p = 433,1 \text{ kW/cm}^2$ . Cela permet le calcul du gain paramétrique moyen à partir de l'équation 1.8. Pour les longueurs d'onde  $\lambda_{s,i} = 2\lambda_p = 709,3 \text{ nm}$  nous obtenons  $g = 7,70 \cdot 10^{-3} \text{ mm}^{-1}$ . L'hypothèse de gain paramétrique faible  $g \ll \Delta k$  est ainsi vérifiée, avec un désaccord de phase limite que nous choisirons à  $\Delta k_{lim} = 2\sqrt{\pi^2/L_c^2 + g^2} \simeq 2\pi/L_c = 7,85 \text{ mm}^{-1}$ .

Le nombre moyen de photons par cellule de cohérence spatio-temporelles  $N_{cell}(\Delta k, g)$ , dépendant du désaccord de phase, est finalement déduit de l'équation 1.13 et est représenté en figure 1.9. Pour un désaccord de phase allant de  $\Delta k = 0 \text{ mm}^{-1}$  à  $\Delta k_{lim}$ , nous obtenons  $\langle N_{cell} \rangle = 17,3 \cdot 10^{-6}$  photon par cellule de cohérence spatio-temporelle.

Comme nous l'avons mentionné au paragraphe 1.2.6, l'équation 1.13 nous permet également de tracer le profil moyen de  $N_{cell}(\Delta k)$ , en fonction des angles séparant le vecteur d'onde pompe des vecteurs d'onde signal et idler. Cette représentation est donnée en figure 1.10, et nous donne les profils moyens des faisceaux signal et idler dans le plan de Fourier.

### 1.3.2/ TRAITEMENT OPTIQUE DES FAISCEAUX JUMEAUX

Les éléments optiques du montage permettent d'adapter les faisceaux signal et idler à l'enregistrement d'images jumelles analogues dans le plan image (figure 1.7 haut) et symétriques dans le plan de Fourier (figure 1.7 bas). Le nombre d'éléments optiques du montage doit cependant être limité en raison des pertes optiques. Par exemple, lorsqu'il

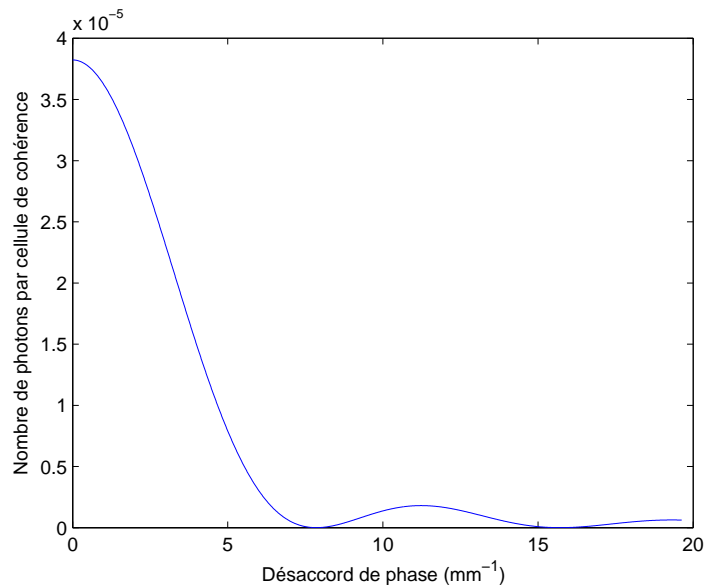


FIGURE 1.9 – Nombre moyen de photons par cellule de cohérence  $N_{cell}$ , en fonction du désaccord de phase  $\Delta k$ .

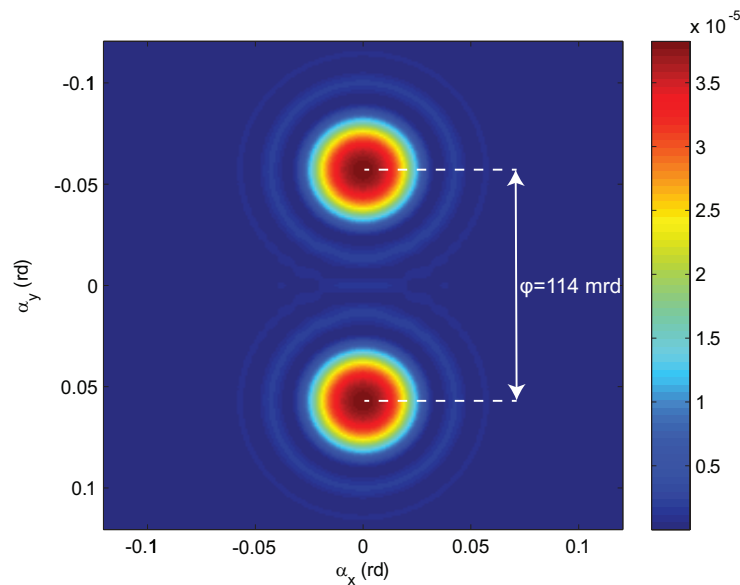


FIGURE 1.10 – Nombre moyen de photons par cellule de cohérence à la sortie du cristal. L'angle de double réfraction  $\varphi = 114$  mrd est représenté. L'échelle de couleurs correspond à l'intensité moyenne en nombre de photons par cellule de cohérence

Il y a absorption d'un photon signal, un photon idler devient célibataire et constitue une source de bruit. Le choix d'optiques ayant un fort coefficient de transmission ou réflexion permet donc de diminuer ce risque.

À la sortie du cristal non linéaire, les faisceaux signal et idler sont séparés spatialement par l'angle de double réfraction. Cependant, la faible valeur de cet angle vis à vis de l'ouverture angulaire des faisceaux rend difficile le placement de deux dispositifs d'enre-

gistrement distincts. De même, le faisceau pompe est très peu déplété par la conversion dans le cristal, et sa proximité avec les faisceaux jumeaux crée un risque supplémentaire de fluorescence parasite. C'est notamment le cas lorsque la pompe traverse les optiques. Afin de résoudre le problème d'encombrement, des miroirs dichroïques sont placés sur le trajet des faisceaux jumeaux, et envoient ces derniers dans des sens opposés. La réflectance de ces miroirs est  $R_{\text{miroir}} > 99 \pm 1\%$  à  $709 \text{ nm}$ . Comme la pompe est filtrée spatialement sur un diamètre  $d = 5 \text{ mm}$ , correspondant à la monture du cristal non linéaire (voir figure 1.8), l'espacement entre les miroirs doit être supérieur à  $5 \text{ mm}$  afin d'éviter que les miroirs fluorescent sous l'effet de la pompe. Cet écartement implique que l'angle de walk-off soit suffisamment grand, ou la divergence des faisceaux suffisamment faible, pour que les faisceaux jumeaux soient intégralement réfléchis par les miroirs. Un piège à faisceau est ensuite placé derrière les deux miroirs afin de bloquer le faisceau pompe. Un filtre passe bas peut également être utilisé pour séparer le faisceau pompe des faisceaux jumeaux, après le passage du cristal non linéaire. Cette méthode n'a pas été utilisée au cours des travaux présentés ici, mais est désormais utilisée sur notre montage expérimental.

Une lentille de distance focale  $f = 125 \text{ mm}$  et de transmission  $T_{\text{lentille}} > 98 \pm 1\%$  permet d'adapter le montage à des enregistrement dans le plan image du cristal, ou dans le plan de Fourier. Pour un enregistrement dans le plan image les caméras sont positionnées à la distance  $p' \simeq 435 \text{ mm}$  des lentilles, afin d'imager la surface du cristal et d'enregistrer les positions des photons. Le grandissement transverse dans le plan image  $G = 2,44 \pm 0,02$  est mesuré en imageant une mire positionnée à la place du cristal (voir figure 1.11). Dans le plan de Fourier les caméras sont positionnées à la distance  $f$  des lentilles, permettant d'enregistrer les impulsions des photons.

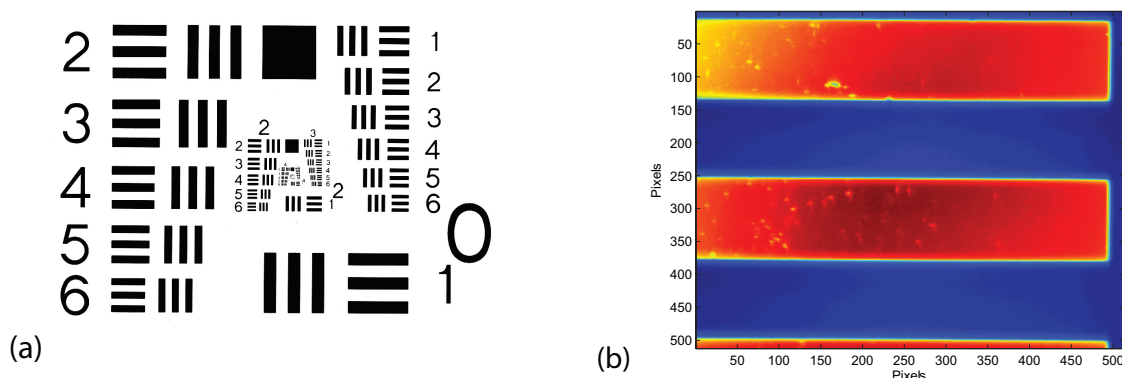


FIGURE 1.11 – Exemple de mire optique utilisée pour le calcul du grandissement (a). Image de la mire utilisée pour le calcul du grandissement sur la caméra (b). L'échelle de couleurs correspond à des niveaux d'intensité. Le grandissement est calculé connaissant les fréquences spatiales des éléments de la mire.

Un filtre centré à la longueur d'onde de dégénérescence  $\lambda_s = \lambda_i = 2\lambda_p$  est placé sur le trajet des faisceaux signal et idler. Il a pour but de réduire la bande passante de détection des faisceaux signal et idler autour de la longueur d'onde de dégénérescence, et ainsi d'éviter que les vecteurs d'ondes signal et idler ne forment un angle différent avec le vecteur d'onde pompe [Blanchet et al., 2008]. Il permet également de réduire considérablement la lumière parasite indiscernable des photons jumeaux. En raison de la non disponibilité de filtres fins, d'une largeur à mi-hauteur (FWHM) de 1 à 5 nm, et ayant un coefficient de transmission élevé, des filtres différents ont été utilisés au cours des expériences présentées ici. Pour la mise en évidence d'un paradoxe EPR, un filtre au profil de transmission gaussien, d'une FWHM de 5 nm, d'une transmission maximale  $\approx 80\%$ , et centré sur la longueur d'onde de dégénérescence 709,3 nm a été utilisé (voir 1.12). Ce filtre gaussien peut être assimilé à un filtre au profil de transmission rectangulaire, d'une largeur  $\Delta\lambda \approx 11$  nm et d'une transmission estimée (voir [Moreau, 2015] p75) à  $T_{\text{filtre}} = 56,6 \pm 2,0\%$ . Pour la mise en place d'une expérience d'imagerie fantôme, nous avons privilégié un filtre au profil de transmission rectangulaire d'une largeur de  $\Delta\lambda = 16$  nm et centré sur la longueur d'onde 708 nm. Sa transmission maximale est  $> 95\%$  et sa transmission moyenne est estimée (voir section 3.4.2) à  $T_{\text{filtre}} = 95 \pm 2,0\%$ . Le choix de ces filtres est argumenté dans les parties concernées, à la section 3.4.2.

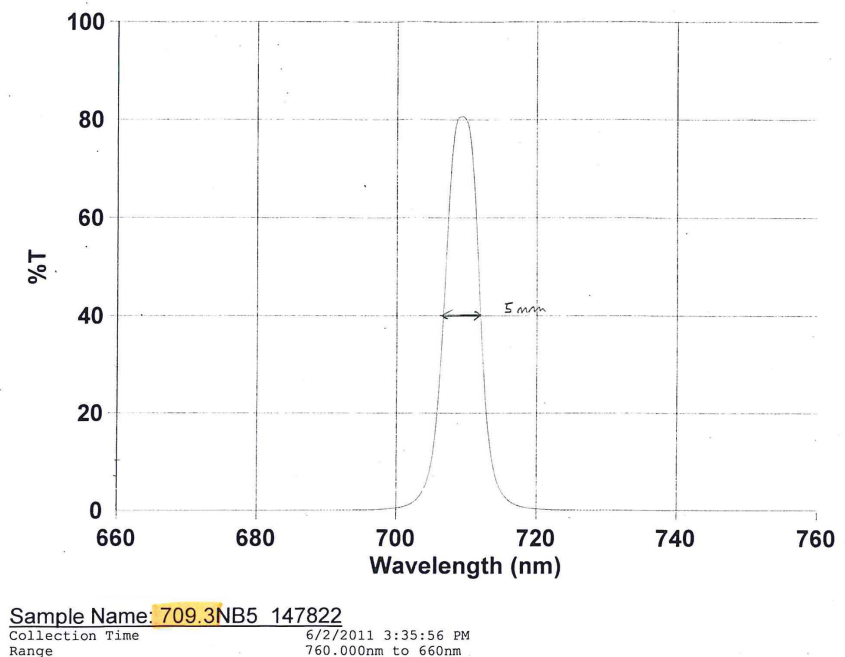


FIGURE 1.12 – Profil de transmission en longueur d'onde des filtres utilisés pour la mise en évidence d'un paradoxe EPR. La longueur d'onde centrale est de 709,3 nm, et la FWHM de 5 nm.

### 1.3.3/ CELLULES DE COHÉRENCE ET RÉOLUTION DES FAISCEAUX SIGNAL ET IDLER

Par analogie avec la résolution d'une image, la résolution spatiale des faisceaux signal et idler est déterminée par le nombre de grains d'intensité indépendants contenus dans le plan transverse des faisceaux (voir figure 1.2). Ces grains correspondent uniquement aux cellules de cohérence spatiale des faisceaux, mais les cellules de cohérence temporelle jouent également un rôle dans la distribution du nombre de photons dans les faisceaux [Mosset et al., 2004]. Le facteur de dégénérescence  $M_{impulsion}$  représente le nombre de cellules de cohérence spatio-temporelle dans les faisceaux signal et idler, suite au passage dans le cristal d'une impulsion pompe.  $M_{impulsion}$  peut être déduit de  $M_x$  le nombre de cellules de cohérence spatiale et  $M_t$ , le nombre de cellules de cohérence temporelle, par (voir [Mosset et al., 2004]) :

$$M_{impulsion} = M_x \cdot M_t \quad (1.15)$$

Dans le plan image, la résolution spatiale transverse  $R$  des faisceaux peut être calculée en déterminant le nombre de cellules de cohérence spatiale contenues dans la section du cristal non linéaire imagée par les caméras. Leurs dimensions latérales  $D_x$  et  $D_y$  dans le plan image à la sortie du cristal, sont données par :

$$D_x = \frac{\lambda_{s,i}}{\alpha(\Delta k_{lim})/2} \simeq D_y \quad (1.16)$$

où  $\alpha(\Delta k_{lim})/2$  est la demi-ouverture angulaire transverse des faisceaux signal et idler dans le plan de Fourier. Elle est déterminée par l'intermédiaire de simulations numériques, connaissant les conditions d'accord de phase. La résolution transverse  $R$  est ensuite calculée connaissant le diamètre du cristal non linéaire éclairé par la pompe  $d = 5 \text{ mm}$  :

$$R = \frac{d}{D_x} \quad (1.17)$$

Avec  $\alpha(\Delta k_{lim})/2 \simeq 38 \text{ mrd}$ , nous obtenons un nombre de cellules de résolution dans une dimension transverse  $R = 268$ . Le nombre total de cellules de résolution spatiale  $M_x$  enregistrés dans les images est déduit de la proportion du cristal non linéaire imagé par les caméras. Les lentilles actuellement utilisées permettent de visualiser le diamètre du cristal sur la diagonale des capteurs.  $M_x$  est donc déduit de  $R$  simplement en utilisant le théorème de Pythagore :

$$M_x = \frac{R^2}{2} \quad (1.18)$$

Nous obtenons par conséquent un nombre total de cellules de résolution spatiale vues

par chaque caméra  $M_x = 35912$ . Le nombre de cellules de cohérence temporelle  $M_t$  dépend de la largeur spectrale des faisceaux signal et idler, et par conséquent de  $\Delta\lambda$  la largeur des filtres [Brustlein et al., 2006] :

$$M_t = \frac{\tau_{uv} c \Delta\lambda}{\lambda_{s,i}^2} \quad (1.19)$$

Nous obtenons, pour l'expérience de démonstration d'un paradoxe EPR, un nombre de cellules de résolution temporelle  $M_t = 1978$ . Finalement, le nombre total de cellules de cohérence spatio-temporelle  $M$  contenues dans les images enregistrées est déterminé connaissant la fréquence de répétition du laser  $f_{uv}$ , et le temps d'acquisition des images (ou temps d'exposition des caméras)  $t_{court}$  :

$$M = M_{impulsion} f_{uv} t_{court} \quad (1.20)$$

Le nombre de cellules de cohérence spatio-temporelle total contenu dans les images sera donc déterminé par le temps d'acquisition de ces dernières, et par conséquent l'intensité moyenne des images jumelles.  $M$  représente le facteur de dégénérescence dans les images enregistrées.

### 1.3.4/ ENREGISTREMENT D'IMAGES JUMELLES

#### CAMÉRAS EMCCD

Pour enregistrer les images jumelles, nous devons disposer de moyens nous permettant d'observer la ressemblance des faisceaux jumeaux, c'est à dire leurs variations transverses jointes d'intensité. Cela pose deux impératifs : d'une part, la résolution des images enregistrées doit être supérieure à la résolution transverse des faisceaux jumeaux ; d'autre part, les bruits de la caméra doivent être suffisamment faibles pour pouvoir observer les variations d'intensité entre deux cellules de cohérence spatio-temporelle. Cette condition est d'autant plus importante que les intensités signal et idler sont faibles.

Dans notre cas nous avons utilisé deux caméras EMCCD (Electron Multiplying Charge Coupled Device) iXon3-897-BV de Andor. Leurs capteurs ont une résolution de  $512 \times 512$  px, supérieure à la résolution des faisceaux, et les pixels une dimension  $S_{px} = 16 \times 16 \mu m^2$ . Sur la surface totale du capteur, seule une zone d'une résolution  $D = 506 \times 506$  px représentant la partie effective des capteurs, est prise en considération. Comme nous le montrons en figure 1.13, le rendement quantique des capteurs à  $-100^\circ C^2$  et à la longueur d'onde  $\lambda_{s,i} \approx 710$  nm, est  $\eta_{capteur} = 77 \pm 2\%$ . Cela signifie que 77% des

2. Les fiches techniques disponibles en ligne indiquent généralement des courbes d'efficacité quantique à une température de fonctionnement de  $20^\circ C$ , pour laquelle l'efficacité quantique est plus élevée. A  $710$  nm, elle est d'environ 90%.

photons incidents sont convertis en photo-électrons. Nous confondons souvent, dans la suite, la notion de photon et de photo-électron.

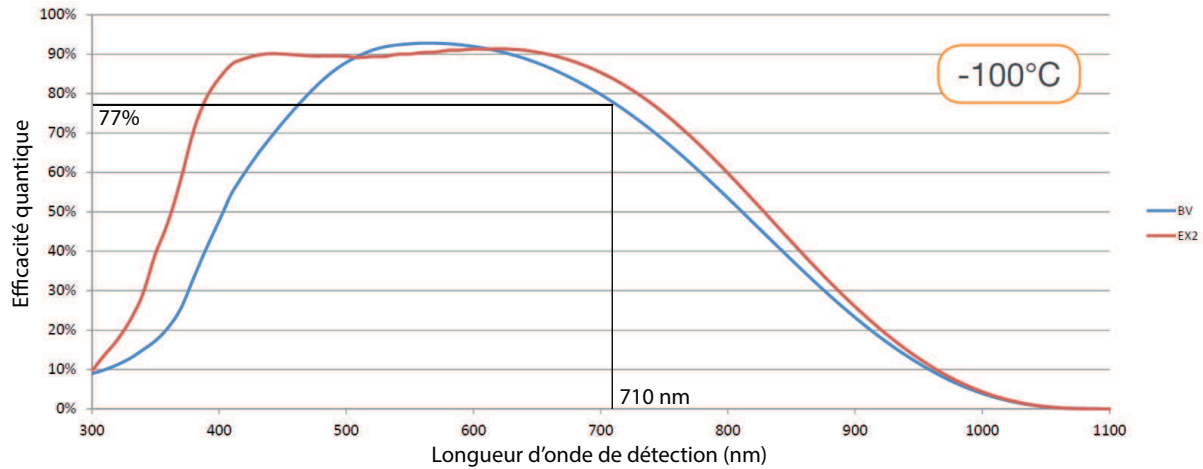


FIGURE 1.13 – Courbes représentant l'efficacité quantique des caméras EMCCD iXon3-897-BV (courbe bleue, nos caméras) et iXon3-897-EX2 (courbe rouge) à  $-100^{\circ}\text{C}$ .

Ces caméras sont basées sur le fonctionnement de caméras CCD classiques, auquel s'ajoute un registre de multiplication permettant d'amplifier les photo-électrons créés lors de l'impact des photons sur les cellules photosensibles, avant leur conversion en un signal numérique (voir figure 1.14). Cela permet de remonter les niveaux correspondant à l'impact d'un ou plusieurs photons vis à vis des niveaux correspondant au bruit de lecture, principale source de bruit des caméras CCD, et ainsi permettre l'enregistrement de lumières peu intenses avec un gain ajustable allant jusqu'à 1000 pour les caméras que nous utilisons. Ces caméras sont notamment utilisées pour la microscopie [Coates et al., 2003, Rogers et al., 2008], la spectroscopie par corrélation de photons [Burkhardt et al., 2006], en astronomie [Tulloch et al., 2011], ou toute autre application utilisant le comptage de photons. D'autres caméras EMCCD, les caméras Nüvü, permettent un gain pouvant aller jusqu'à 5000. Dans les travaux présentés ici, seul le gain de 1000 a été utilisé.

Le registre de multiplication implique cependant deux inconvénients. Premièrement ce registre n'exclut pas les bruits d'obscurité et bruits de charge induits par l'horloge (CIC pour clock induced charges). Ces bruits se résument par des électrons "faux positifs", indiscernables des photo-électrons, et amplifiés au même titre que ces derniers. De ce fait, nous les assimilons par la suite à des photons parasites. Pour limiter ces deux sources de bruit les capteurs des caméras sont refroidis à une température de  $-100^{\circ}\text{C}$ . Deuxièmement le gain induit par le registre de multiplication est stochastique [Basden et al., 2003], ce qui résulte en une valeur aléatoire du niveau de gris (intensité du pixel) associé à l'impact d'un ou plusieurs photons, ou à la présence d'électrons "faux positifs". La probabilité conditionnelle  $p(xe|N)$  que le registre de multiplication engendre  $x$  électrons, sachant que  $N$  photo-électrons étaient présents à l'entrée du registre, est

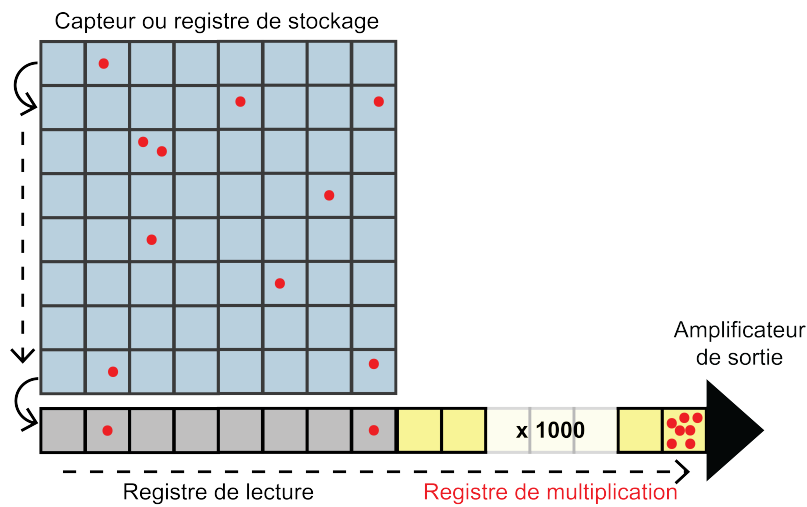


FIGURE 1.14 – Principe de fonctionnement des caméras EMCCD. Les points rouges représentent les photo-électrons.

donnée par ([Basden et al., 2003]) :

$$p(xe|N) = \frac{xe^{N-1} \exp(-xe/g_{cam})}{g_{cam}^N (N-1)!} \quad (1.21)$$

où  $g_{cam}$  est le gain moyen du registre de multiplication des caméras. La probabilité  $p(xe|N)$  est représentée en figure 1.15 pour un nombre de photo-électrons à l'entrée  $N$  allant de 1 à 4.

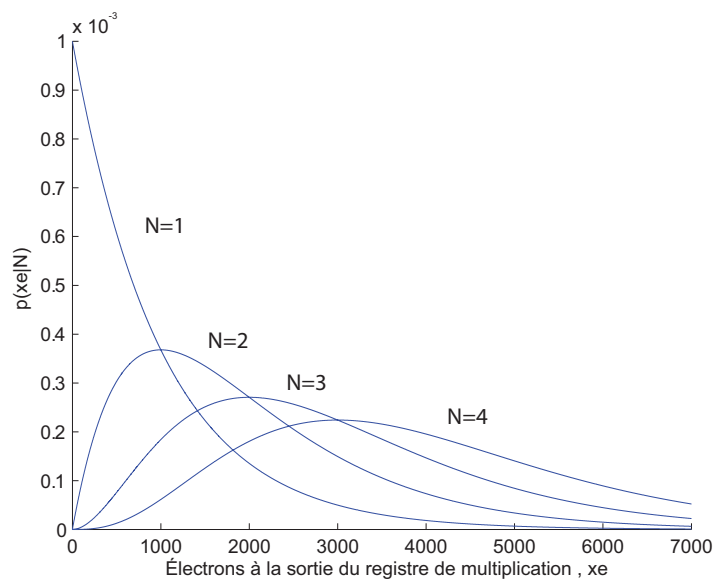


FIGURE 1.15 – Probabilité  $p(xe|N)$  d'obtenir  $xe$  électrons à la sortie du registre de multiplication, sachant que  $N = 1, 2, 3, 4$  photo-électrons étaient présents à l'entrée. [Basden et al., 2003]



A cette variation vient s'ajouter le bruit de lecture dû à l'amplificateur de sortie. Ce bruit de lecture prend la forme d'un bruit gaussien (voir figure 1.17) et représente un fond qui varie en fonction de la position sur le capteur, comme nous le montrons en figure 1.16.

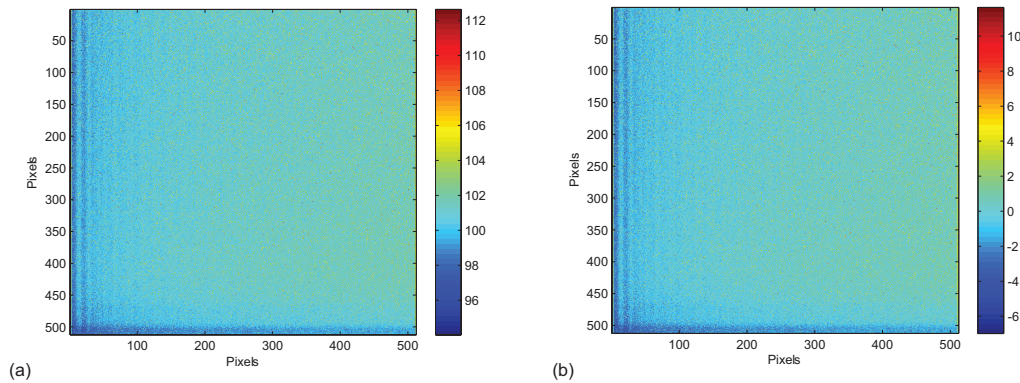


FIGURE 1.16 – Fond dû aux bruits de l'une des caméras, lorsque l'obturateur de la caméra est fermé, avant (a) et après (b) retrait de la valeur moyenne du fond, correspondant ici à 101 niveaux de gris. L'échelle de couleurs représente les niveaux de gris des pixels.

La valeur moyenne du fond est calculée à partir de 50 images acquises lorsque l'obturateur des caméras est fermé, avec le même temps d'exposition que les images jumelles, et avant chaque enregistrement de séries d'images jumelles. Cette valeur est systématiquement retirée aux images jumelles afin que le niveau de gris moyen associé à l'absence d'électrons soit nul. Nous considérons ici négligeable la participation des bruits d'obscurité et de charge induite par l'horloge dans la valeur moyenne du fond. Après retrait du fond moyen, dans le cas de nos caméras EMCCD, la conversion de niveaux de gris en électrons peut être établie avec une correspondance de 11,92 électrons par niveau de gris, indiquée dans les fiches techniques de nos caméras.

L'écart-type du bruit de lecture peut être calculé sur ces mêmes images de fond, en traçant la distribution des pixels en fonction de leur niveau de gris. Nous montrons cette distribution en figure 1.17. Le bruit de lecture correspond à la partie gaussienne de la courbe, et pour un temps d'exposition de 30ms (nous utiliserons le même temps d'exposition pour la mise en évidence d'un paradoxe EPR), l'écart-type du bruit de lecture est estimé à  $\sigma_{lect} = 4,2$  niveaux de gris, soit  $\approx 50$  électrons.

Ainsi lorsque seul un photo-électron est présent à l'entrée du registre de multiplication, le nombre aléatoire d'électrons à la sortie du registre est non seulement affecté par une variation supplémentaire due au bruit de lecture, mais il y a également la possibilité qu'il soit confondu avec du bruit de lecture. La probabilité que le niveau de gris associé à un électron à l'entrée du registre de multiplication soit comprise entre 0 et  $2 \sigma_{lect}$  (environ 97,7% du bruit de lecture) est d'environ 9%. Cette valeur est déduite de l'équation 1.21 pour un gain moyen  $g_{cam} = 1000$ , un nombre de photo-électrons  $N = 1$ , et un niveau  $x_e$  allant de 0 à  $2 \sigma_{lect}$ . Cela exclut les situations où plus d'un photo-électron est présent

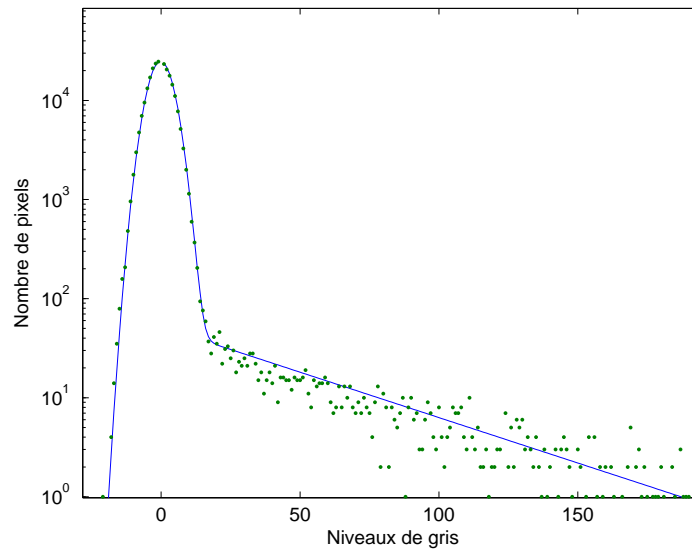


FIGURE 1.17 – Distribution des pixels du fond en fonction de leur niveau de gris avec un gain de 1000. Les points verts représentent les valeurs expérimentales obtenues sur une image enregistrée avec l'obturateur de la caméra fermé, tandis que la ligne continue correspond au modèle théorique représentant les principales sources de bruit [Lantz et al., 2008]. La partie gaussienne correspond au bruit de lecture, tandis que la pente correspond majoritairement aux bruits d'obscurité et de charge induite par l'horloge.

à l'entrée du registre de multiplication, auxquels cas les niveaux de gris de l'image ne permettent pas la déduction du nombre de photo-électrons. En effet le raisonnement inverse permettant de déduire de la probabilité  $p(xe|N)$  le nombre de photo-électrons  $N$  connaissant le niveau  $x_e$  aboutit à plusieurs solutions. La probabilité qu'un photo-électron soit confondu avec du bruit de lecture est d'autant plus forte que le gain moyen  $g_{cam}$  est faible.

En conséquence de cela, les niveaux de gris enregistrés dans une image ne représentent pas avec exactitude la présence des photons. Ainsi, deux traitements préalables des images enregistrées peuvent être envisagés : une restitution proportionnelle, et une restitution par seuillage.

### RESTITUTION PROPORTIONNELLE

La restitution proportionnelle s'effectue dans un premier temps en multipliant les niveaux de gris par la correspondance en électrons par niveau de gris des caméras, afin d'obtenir (au bruit de lecture près) le nombre d'électrons présents après le registre de multiplication. Ensuite le nombre d'électrons est divisé par le gain moyen  $g_{cam} = 1000$  pour obtenir sur chaque pixel un niveau équivalent à un nombre de photons :

$$N(\text{photons}) = L(\text{niveaux de gris}) \frac{11.92}{g_{cam}} \quad (1.22)$$

L'inconvénient majeur de la restitution proportionnelle est justement la présence du bruit de lecture et du gain stochastique. Ces bruits sont responsables d'une fluctuation de la valeur portée par les pixels associés à la présence de photo-électrons, dont la variance est élevée. Pour  $N$  photo-électrons présents à l'entrée du registre et un gain  $g_{cam}$ , cette variance  $\sigma_{pixel}^2(N, cam)$  est donnée par :

$$\sigma_{pixel}^2(N, g_{cam}) = \sigma_{lect}^2 + \sigma_{gain}^2(N, g_{cam}) \quad (1.23)$$

où  $\sigma_{gain}^2(N, g_{cam}) = \sqrt{N} g_{cam}$  est l'écart-type de la probabilité  $p(xe|N)$ , déduit de l'équation 1.21 (voir [Basden et al., 2003]). Pour un gain  $g_{cam} = 1000$  et un nombre de photo-électrons  $N = 1$ , nous obtenons  $\sigma_{pixel} \approx 1000$  électrons, équivalent après restitution proportionnelle à un écart-type équivalent à 1 photon. En résumé, lorsqu'un photo-électron est présent à l'entrée du registre de multiplication, la restitution proportionnelle devrait nous donner un nombre moyen de 1 photon, avec un écart-type de 1 photon. Enfin, comme nous le verrons à la section 1.4, la valeur élevée de  $\sigma_{pixel}$  est responsable d'une variation élevée du nombre de coïncidences entre deux images jumelles. Si le nombre moyen de coïncidences entre les images jumelles n'est pas suffisant, alors cette variation élevée n'assure pas de pouvoir mettre en évidence un paradoxe EPR sur des paires uniques d'images jumelles. L'avantage de la restitution proportionnelle est qu'il n'y a pas de limite d'intensité par pixel, à l'exception du seuil de saturation de 168000 électrons par pixel.

### RESTITUTION PAR SEUILLAGE

Un seuil est établi entre différents niveaux de gris, pour attribuer à chaque plage de niveaux de gris une correspondance en photons. Pour les niveaux de gris inférieurs au premier seuil, l'intensité du pixel est fixée à 0 photon ; pour les niveaux de gris compris entre le premier et second seuil, l'intensité du pixel est fixée à 1 photon, et ainsi de suite.

Cependant, comme le montre la probabilité conditionnelle  $p(xe|N)$  donnée en équation 1.21 et représentée en figure 1.15, il n'y a pas de solution unique du nombre de photons  $N$  connaissant le nombre d'électrons  $xe$ . Il est donc possible que des erreurs de décision aient lieu au cours de ce procédé, et par conséquent, cette méthode n'exclut pas des différences d'intensité entre deux pixels correspondant à des photons jumeaux.

Pour limiter les erreurs de décision nous ne considérerons qu'un seul seuil, séparant les niveaux de gris associés à aucun photon, des niveaux de gris associés à un photon. Ainsi, des erreurs de décision se produisent lorsque :

- **1** : Un niveau de gris dû au bruit de lecture, situé au-dessus du seuil, est vu comme un photo-électron. Le nombre d'erreurs de ce type dépend uniquement de la position du seuil : plus le seuil est élevé, moins l'erreur se produit. En revanche sa proportion vis à vis du nombre total de photons dépend de l'intensité moyenne de l'image  $\langle N \rangle$  en nombre de photons par pixel : plus l'intensité est élevée, moins la part de bruit due à ces erreurs est importante.
- **2** : Un photo-électron, associé à un niveau de gris sous le seuil, est vu comme du bruit de lecture et n'est pas considéré comme un photo-électron. A l'inverse du point précédent, baisser le seuil et diminuer l'intensité moyenne permet la diminution du nombre d'erreurs de ce type.
- **3** : Deux photo-électrons ou plus sont au maximum vus comme un seul photo-électron. A l'image du point **2**, diminuer l'intensité moyenne diminue la probabilité que deux photons soient situés sur le même pixel.

Avec les caméras que nous utilisons, un seuil placé à  $2,8 \sigma_{lect}$ , dans des images ayant une intensité moyenne  $\langle N \rangle \approx 0,15 \text{ ph/px}$  (photon par pixel), permet de minimiser la probabilité que l'ensemble de ces erreurs se produisent [Lantz et al., 2008]. Dans les acquisitions que nous effectuons au cours des expériences de démonstration d'un paradoxe EPR et d'imagerie fantôme temporelle, nous enregistrons donc des images avec une intensité moyenne comprise entre  $0,10 \text{ ph/px}$  et  $0,20 \text{ ph/px}$ . Une image est représentée en figure 1.18 après restitution proportionnelle (a) et après restitution par seuillage (b).

### ACQUISITION SIMULTANÉE DES IMAGES JUMELLES

Pour commander l'acquisition et le stockage des images, nous disposons de deux ordinateurs communiquant entre eux par l'intermédiaire de leur port série. Chaque ordinateur pilote l'une des caméras EMCCD par l'intermédiaire d'une interface Matlab développée au sein de notre équipe, dans le cadre de recherches antérieures. Cette interface est privilégiée vis à vis du logiciel constructeur car elle nous permet un contrôle rapide des paramètres spécifiques à nos expériences, tels que le temps d'exposition, l'ouverture de l'obturateur, la température du capteur, le gain, l'intensité moyenne, et l'enregistrement des images. L'interface de contrôle est visible en figure 1.19.

Les intensités moyennes indiquées par l'interface sont calculées après seuillage, sur une zone d'intérêt définie par l'utilisateur (généralement le cône de lumière).

Cette interface permet également la communication entre les ordinateurs et la synchronisation des caméras pour l'acquisition simultanée des images jumelles. Cette synchronisation est nécessaire car le retard de l'une des caméras engendre la présence de photons célibataires supplémentaires dans les images, et par conséquent la diminution du rendement quantique équivalent  $\eta$ . L'acquisition d'une image est représentée en figure 1.20 et s'effectue en cinq étapes :

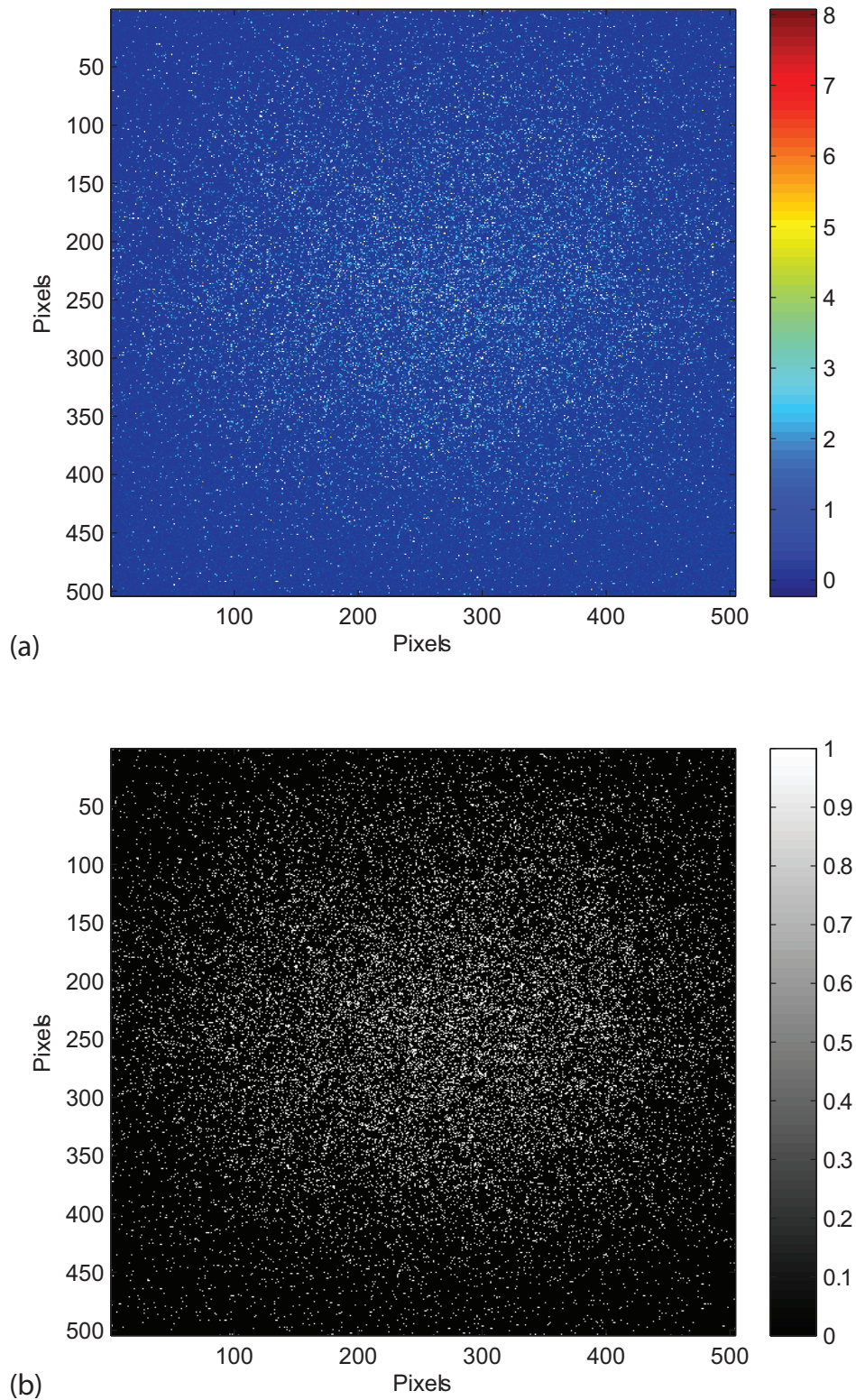


FIGURE 1.18 – (a) Une image après restitution proportionnelle. L'échelle représente l'intensité des pixels, et l'intensité moyenne sur l'ensemble de l'image est de  $0,063 \text{ ph/px}$ . (b) Une image après restitution par seuillage. Les points blancs représentent les photons et les zones noires l'absence de photon. L'intensité moyenne sur l'ensemble de l'image est de  $0,085 \text{ ph/px}$ .

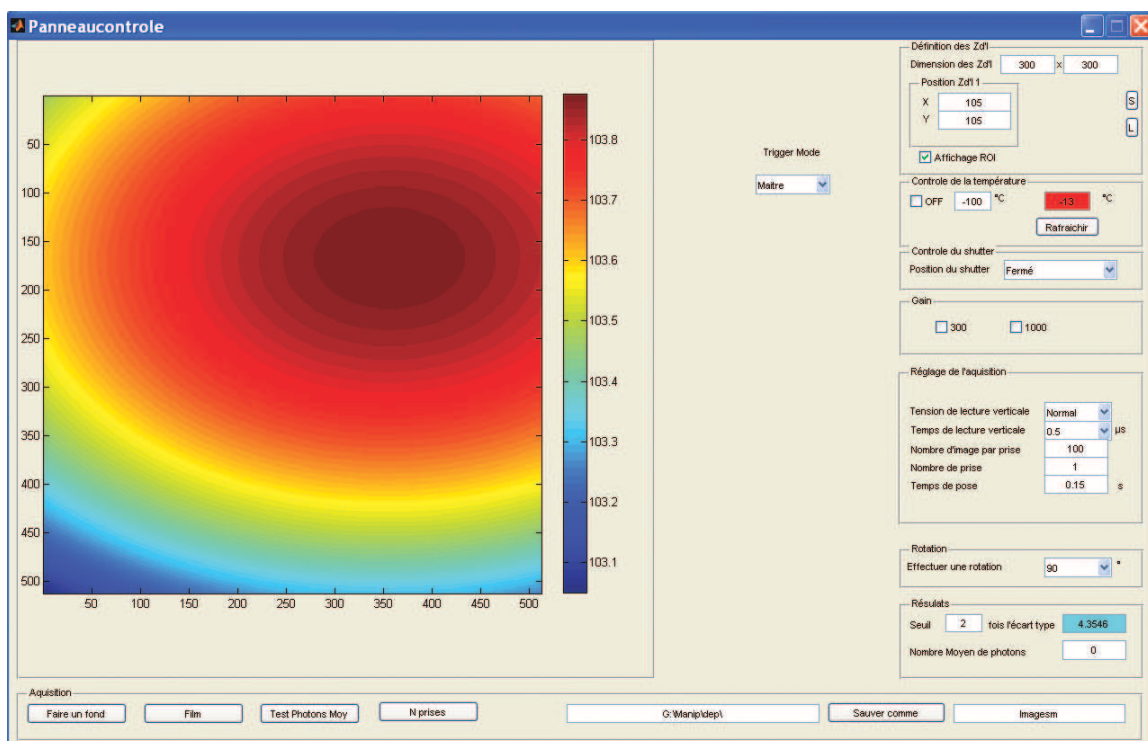


FIGURE 1.19 – Interface Matlab de contrôle des caméras EMCCD.

- **1** : L'ordinateur "maître" (PC2 sur le schéma) donne le top départ à l'ordinateur "esclave" (PC1 sur le schéma) et indique à la caméra EMCCD2 de démarrer son acquisition pour un temps  $t_{long}$ .
- **2** : L'ordinateur "esclave" indique à la caméra EMCCD1 de démarrer son acquisition pour un temps  $t_{court}$ .
- **3** : La caméra EMCCD1 enclenche le laser pour un temps  $t_{court}$ .
- **4** : Les fenêtres d'acquisition des deux caméras sont affichées simultanément sur un oscilloscope pour vérifier la synchronisation, comme nous le montrons en figure 1.21.
- **5** : Les images acquises sont transférées vers les ordinateurs pour être stockées.

Le temps d'acquisition de la caméra EMCCD2 est tel que  $t_{long} = t_{court} + 50 \text{ ms}$  afin de permettre aux fenêtres de tir du laser et d'acquisition de la caméra EMCCD1 d'être incluses dans la fenêtre d'acquisition de la caméra EMCCD2. Lorsqu'une latence se produit lors de la communication entre les ordinateurs, un décalage peut avoir lieu entre les fenêtres d'acquisition, affectant la ressemblance des images jumelles. Enfin, le temps d'acquisition court  $t_{court}$  est ajusté afin de régler l'intensité moyenne dans les images enregistrées. Les images stockées dans l'ordinateur sont enregistrées sous forme de matrices contenant plusieurs images afin de faciliter leur étude avec Matlab. Le retrait du fond et la restitution des images par seuillage s'effectue après leur enregistrement, avec un ordinateur permettant le traitement d'un grand nombre d'images.

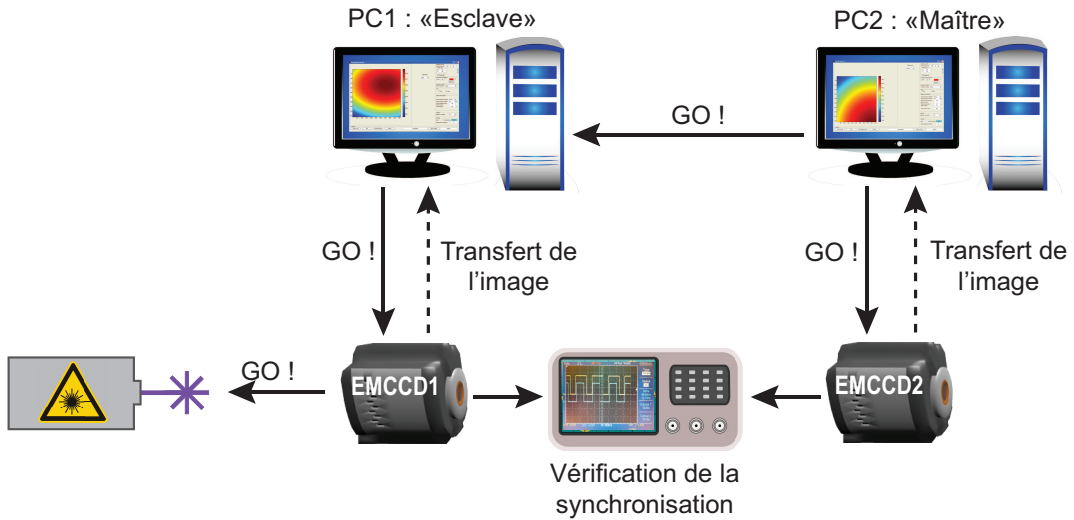


FIGURE 1.20 – Communication entre les ordinateurs, le laser, et les caméras pour l'enregistrement d'une paire d'images jumelles.

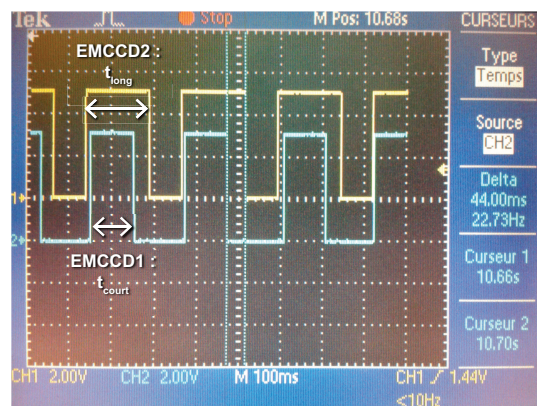


FIGURE 1.21 – Fenêtres d'acquisition des caméras EMCCD1 et EMCCD2 visualisées sur l'oscilloscope, pour plusieurs acquisitions successives.

### 1.3.5/ RENDEMENT QUANTIQUE ÉQUIVALENT

Le rendement quantique équivalent du montage correspond au ratio du nombre moyen de photons signal d'une image signal, appariés avec les photons idler associés de l'image idler jumelle, vis à vis du nombre total de photons enregistrés en moyenne dans une image. Le rendement quantique  $\eta_{\text{capteur}}$  est uniquement associé à la détection des photons par les caméras, et correspond au taux de photons convertis en photo-électrons. En conséquence du rendement quantique équivalent seul, sur les  $N_{\text{paire}}$  paires de photons jumeaux (et par conséquent  $2N_{\text{paire}}$  photons) générés par le cristal, seules  $N_{\text{paire}} \eta_{\text{capteur}}^2$  paires sont détectées par les caméras, soit un nombre  $2N_{\text{paire}} \eta_{\text{capteur}}(1 - \eta_{\text{capteur}})$  de photons célibataires. Le nombre total de photons détectés est donc  $N' = 2N_{\text{paire}} \eta_{\text{capteur}}$ , comprenant  $\eta_{\text{capteur}}N'$  photons appariés, et  $(1 - \eta_{\text{capteur}})N'$  photons célibataires. La détection supplémentaire d'un nombre  $N_f$  de photons parasites, dûs par exemple à la fluorescence produite par les optique du montage, conduit uniquement à une augmentation du nombre de photons célibataires  $(1 - \eta_{\text{capteur}})N' + N_f$ . Le rendement quantique équivalent  $\eta$  est donc donné par :

$$\eta = \frac{\eta N'}{\eta_{\text{capteur}}N' + (1 - \eta_{\text{capteur}})N' + N_f} = \frac{N'}{N' + N_f} \eta_{\text{capteur}} \quad (1.24)$$

L'effet des éléments du montage et du traitement d'image résulte donc ici en une diminution du rendement, proportionnelle au flux de photons, et équivalent au rendement quantique.

En raison d'éléments optiques supplémentaires utilisés pour l'expérience d'imagerie fantôme temporelle, nous calculerons ici le rendement quantique équivalent uniquement lié à l'enregistrement de paires d'images jumelles, soit pour la mise en évidence d'un paradoxe EPR.

### PERTES OPTIQUES

Les différents éléments du montage peuvent absorber ou réfléchir (transmettre pour les miroirs) aléatoirement des photons, créant des photons célibataires. Leurs rendements correspond alors à leurs coefficients de transmission (réflexion pour les miroirs) respectifs. Le rendement total dû aux pertes optiques est donné par :

$$\eta_{\text{optique}} = T_{\text{BBO}} \times R_{\text{miroir}} \times T_{\text{lentille}} \times T_{\text{filtre}} \quad (1.25)$$

Avec les coefficients de transmission et de réflexion donnés aux paragraphes 1.3.1 et 1.3.2, nous obtenons pour l'enregistrement d'images jumelles  $\eta_{\text{optique}} = 53 \pm 8\%$ .



### LUMIÈRE PARASITE

La lumière parasite constitue également une source de photons célibataires. Elle contribue de deux façons à la diminution du rendement. La lumière ambiante (voyants du laser, écrans d'ordinateur, ou autres) constitue une part de lumière parasite proportionnelle au temps d'exposition des caméras. Dans notre cas, le montage expérimental est entièrement cloisonné et les ordinateurs situés à l'extérieur des cloisons. Par conséquent, la part de lumière ambiante est négligeable et se confond aux bruits des caméras. L'autre contribution est la fluorescence des optiques sous l'effet de la pompe UV, et principalement le cristal non linéaire. Celle-ci dépend de l'éclairement du cristal non linéaire par la pompe et du temps d'exposition. Un cristal plus large engendre plus de fluorescence parasite, notamment due au filtrage spatial plus large des impulsions pompe, résultant en une part plus importante de fluorescence parasite due aux miroirs. La monture du cristal était initialement constituée de téflon, et était également à l'origine d'une part importante de fluorescence parasite. Elle a par la suite été remplacée par une monture en métal, ce qui a permis de diviser par 5 la part de fluorescence parasite due aux optiques. La part totale de lumière parasite dans les images jumelles est estimée en enregistrant des images en dehors de l'accord de phase, c'est à dire sans photons jumeaux, avec le capteur de la caméra ouvert et le même temps d'exposition. La part de lumière parasite est estimée à  $0,012 \pm 0,001 \text{ ph/px}$  pour un temps d'exposition de  $30 \text{ ms}$ , soit un rendement dû à la lumière parasite  $\eta_{\text{parasite}} = 91 \pm 4\%$  pour un nombre moyen de photons compris entre 0,1 et 0,2  $\text{ph/px}$ .

### RENDEMENT QUANTIQUE DES CAMÉRAS

Le rendement quantique des caméras correspond au nombre de photo-électrons créés vis à vis du nombre de photons impactant les capteurs des caméras. Il est estimé pour nos caméras, pour une longueur d'onde de  $710 \text{ nm}$ , à  $\eta_{\text{capteur}} = 77 \pm 2\%$  à  $-100^\circ\text{C}$ .

### BRUITS DES CAMÉRAS INDISSOCIABLES DES PHOTONS

Les bruits d'obscurité et de charge induite par l'horloge sont sources de photons fautiveux positifs dans les images enregistrées. Le rendement dû à ces bruits ne peut pas être considéré comme un rendement quantique équivalent, du fait que sa contribution n'est pas proportionnelle au flux de photons jumeaux. Cependant ces bruits résultent également en une création de photo-électrons célibataires et son effet peut être assimilé à une réduction du rendement quantique équivalent vis à vis des mesures que nous effectuerons. La part de ces deux bruits est estimée en calculant la population moyenne des images acquises lorsque l'obturateur est fermé. Cette population est estimée à  $0,007 \pm 0,001 \text{ ph/px}$  pour un temps d'exposition de  $30 \text{ ms}$ , soit un rendement dû

à ces deux sources de bruit  $\eta_{\text{bruit}} = 95 \pm 3\%$ , pour un nombre moyen de photons compris entre 0,1 et 0,2  $ph/px$ .

### SEUILLAGE DES IMAGES

Le rendement des images dû au seuillage  $\eta_{\text{seuil}}$  est estimé par l'intermédiaire des probabilités d'erreurs de décision. Sur la référence [Lantz et al., 2008], nous obtenons  $\eta_{\text{seuil}} = 84 \pm 6\%$  pour un nombre moyen de photons compris entre 0,1 et 0,2  $ph/px$ .

### RENDEMENT QUANTIQUE ÉQUIVALENT GLOBAL

Le rendement quantique équivalent dû à l'intégralité du montage et au traitement d'image est donné par :

$$\eta = \eta_{\text{optique}} \times \eta_{\text{parasite}} \times \eta_{\text{capteur}} \times \eta_{\text{bruit}} \times \eta_{\text{seuil}} \quad (1.26)$$

Nous obtenons, pour l'enregistrement d'images jumelles et la mise en évidence d'un paradoxe EPR, un rendement quantique équivalent  $\eta = 33 \pm 10\%$ .

### 1.3.6/ TEMPS D'EXPOSITION ET POPULATION MOYENNE DES IMAGES JUMELLES

Le temps d'exposition des caméras représente le temps durant lequel elles intègrent la lumière qu'elles reçoivent. Comme nous l'avons montré au paragraphe 1.3.4, la synchronisation des caméras nécessite une différence de 50  $ms$  entre leurs temps d'acquisition. Cependant le laser ne se déclenche que sur la fenêtre d'acquisition la plus courte, par conséquent la fluorescence paramétrique est intégrée par les caméras pendant la même durée  $t_{\text{court}}$ . La différence entre les deux temps d'acquisition conduit uniquement à une augmentation de la part de bruits et de lumière parasite sur la caméra au temps long, cependant cette contribution est négligeable.

La population moyenne de l'image  $\langle N \rangle$  dépendante de la durée  $t_{\text{court}}$  est déduite du nombre moyen de photons par cellule de cohérence  $\langle N_{\text{cell}} \rangle$  déterminé à la section 1.3.1 :

$$\langle N \rangle = \frac{\langle N_{\text{cell}} \rangle M}{D} \frac{\eta_{\text{optique}} \eta_{\text{seuil}} \eta_{\text{capteur}}}{\eta_{\text{bruit}} \eta_{\text{parasite}}} \quad (1.27)$$

avec le nombre de cellules de cohérence spatio-temporelle  $M$  exprimé en équation 1.20. Les rendements présents en numérateur représentent les "ajouts" de photons vis à vis des photons jumeaux, tandis que les rendements en dénominateur représentent les "suppressions" de photons jumeaux. La durée  $t_{\text{court}}$  théorique, nécessaire à l'acquisition

d'images avec une population moyenne  $\langle N \rangle \simeq 0,15 \text{ ph/px}$ , peut être estimée à partir de ces deux équations :

$$t_{court} = \frac{\langle N \rangle D}{\langle N_{cell} \rangle M_t M_x f_{uv}} \frac{\eta_{bruit} \eta_{parasite}}{\eta_{optique} \eta_{seuil} \eta_{capteur}} \quad (1.28)$$

Pour l'expérience de démonstration d'un paradoxe EPR, nous obtenons ainsi un temps d'exposition théorique  $t_{court} = 78 \text{ ms}$ . Ce temps est en réalité éloigné du temps d'exposition que nous avons utilisé, plutôt avoisinant les  $30 \text{ ms}$ . Cela résulte du nombre de paramètres entrants dans la composition de ce calcul, et dont les valeurs ont été estimées une par une, dans le contexte dans lequel nous les avons introduites.

Premièrement nous n'avons considéré l'impulsion temporelle que sur sa largeur à mi-hauteur. De ce fait, nous sous-estimons le nombre de cellules de cohérence temporelle  $M_t$ , mais en contrepartie nous surestimons l'énergie moyenne sur l'impulsion temporelle et par conséquent nous surestimons  $\langle N_{cell} \rangle$ . Deuxièmement en utilisant la population moyenne sur l'image  $\langle N \rangle$ , nous considérons une répartition de photons uniforme sur toute la surface du cristal. Or cette répartition n'est pas uniforme et les caméras n'imagent pas l'intégralité du cristal. La population moyenne  $\langle N \rangle$  incluant des bords du cristal qui ne sont pas imagés, nous sous-estimons le nombre moyen de photons vus par les caméras. Pour la même raison, la population moyenne de  $0,15 \text{ ph/px}$  permettant un seuillage optimal n'est pas toujours déterminée sur l'intégralité de l'image. Dans l'expérience de démonstration d'un paradoxe EPR, cette quantité de photons est calculée sur des zones d'intérêt de  $300 \times 300 \text{ px}$ , correspondant au centre des cônes de lumière sur chaque caméra. La population moyenne  $N$  déterminée sur l'intégralité de l'image est donc inférieure à  $0,15 \text{ ph/px}$ . Enfin, les valeurs entrant dans la composition de ce calcul ne représentent pas avec exactitude les paramètres expérimentaux. Par exemple, nous ne prenons pas en compte la part de lumière parasite due à la fluorescence paramétrique, hors photons célibataires créés par l'absorption de leurs jumeaux. C'est le cas de photons diffusés par les optiques, ou de photons provenant de l'autre faisceau.

Cependant ce temps de  $78 \text{ ms}$  représente déjà un ordre de grandeur nous permettant d'ajuster expérimentalement  $t_{court}$ , de sorte que la population moyenne de  $0,15 \text{ ph/px}$  soit obtenue au niveau de la zone d'intérêt de l'image.

### 1.3.7/ DISTRIBUTION DU NOMBRE DE PHOTONS

Le facteur de dégénérescence  $M$  (donné en équation 1.20) joue un rôle dans la distribution du nombre de photons dans les faisceaux signal et idler. Bien que la distribution de photons d'une source incohérente suive une statistique thermique, ou statistique de Bose-Einstein [Mandel, 1959], une valeur élevée du facteur de dégénérescence ne permet pas de distinguer la distribution de Bose-Einstein d'une distribution de Poisson. Nous montrons des exemples des deux distributions en figure 1.22. Pour une distribution ther-

mique, la variance  $(\Delta n)^2$  du nombre de photons appariés  $n$  contenus dans une image est telle que [Mosset et al., 2004] :

$$(\Delta n)^2 = \langle n \rangle + \frac{\langle n \rangle^2}{M} \quad (1.29)$$

où  $\langle n \rangle$  représente le nombre moyen de photons appariés contenus dans une image. Lorsque le facteur de dégénérescence  $M$  est élevé, la variance  $(\Delta n)^2$  tend vers la limite Poissonienne  $\langle n \rangle$ , et la distribution de Bose-Einstein est alors confondue avec une distribution de Poisson.

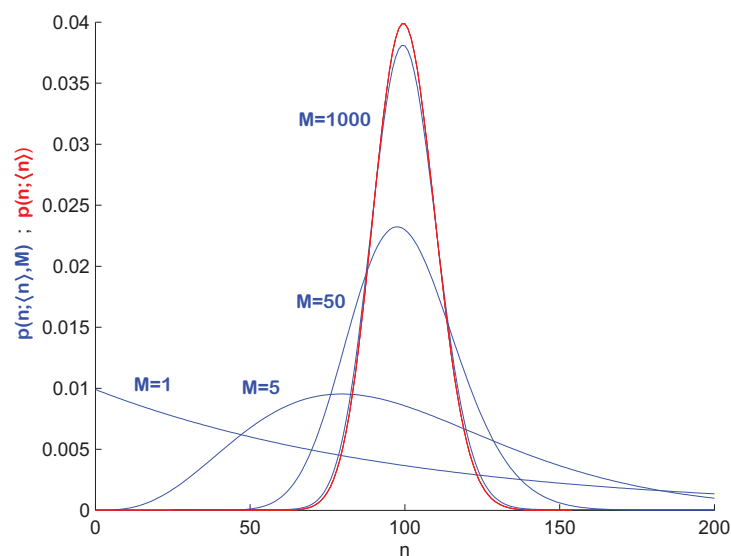


FIGURE 1.22 – Représentation des probabilités  $p(n; \langle n \rangle, M)$  et  $p(n; \langle n \rangle)$  d'obtenir un nombre  $n$  de photons dans l'image pour respectivement une distribution de Bose-Einstein (courbe bleue), et une distribution de Poisson (courbe rouge). Un nombre moyen arbitraire de photons  $\langle n \rangle = 100$  a été utilisé ici, et  $p(n; \langle n \rangle, M)$  est représentée pour plusieurs valeurs du facteur de dégénérescence :  $M = 1, 5, 50, \text{ et } 1000$ .

Cette distribution de Poisson est une condition que nous cherchons à obtenir expérimentalement, car elle nous permet d'établir une preuve supplémentaire de la présence des photons jumeaux dans les images jumelles. Ce test repose sur le principe de l'imagerie sous le bruit quantique [Jedrkwicz et al., 2004, Blanchet et al., 2008, Brida et al., 2010], où la différence des images jumelles permet idéalement d'imager sans bruit des objets absorbants faibles. Ici, aucun objet absorbant (hors optiques) est placé sur le trajet des faisceaux. Dans un cas idéal où les images jumelles sont parfaitement corrélées, la différence des images devrait mener à une image où plus aucun photon n'est présent. Dans notre cas le rendement quantique équivalent  $\eta \neq 1$  implique la présence de photons célibataires dans les images. De ce fait, la différence des images mène à :

- une distribution Poissonienne des photons lorsque les images ne sont pas corrélées, dans la mesure où la dégénérescence  $M$  est suffisamment élevée,

- une distribution sous-Poissonnienne des photons lorsque les images sont corrélées.

Dans le second cas nous devrions obtenir une variance de la différence du nombre de photons par cellule de cohérence (que nous nommerons  $\langle \Delta^2(N_s - N_i) \rangle$  dans le chapitre II) inférieure à la limite Poissonnienne, c'est à dire inférieure au nombre moyen total de photons (que nous noterons  $\langle N_s + N_i \rangle$ ). Tandis que dans le premier cas, en accord avec une distribution de Poisson, nous devrions obtenir  $\langle \Delta^2(N_s - N_i) \rangle = \langle N_s + N_i \rangle$ .

## 1.4/ INTERCORRÉLATION D'IMAGES JUMELLES

L'une des étapes clé des deux expériences décrites ici est l'intercorrélation des images jumelles. C'est elle qui permet de mettre à jour la ressemblance entre les images jumelles.

Durant l'intercorrélation, les images signal  $S$  et idler  $I$  sont décalées l'une par rapport à l'autre d'un écart  $t_x$  suivant une dimension de l'image et  $t_y$  suivant l'autre dimension. Nous utiliserons  $t_x = t_y = \sqrt{D}$ , soit la résolution des images. Un coefficient de corrélation  $C(t_x, t_y)$  est associé à chaque écart, tel que :

$$C(t_x, t_y) = \sum_{s_x=i_x=1}^{\sqrt{D}} \sum_{s_y=i_y=1}^{\sqrt{D}} S(s_x, s_y) I(i_x - t_x, i_y - t_y) \quad (1.30)$$

où  $S(s_x, s_y)$  et  $I(i_x, i_y)$  représentent respectivement la valeur des images signal et idler au pixel de coordonnées  $(s_x, s_y)$  et  $(i_x, i_y)$ . La figure d'intercorrélation regroupe les valeurs  $C(t_x, t_y)$  pour tous les écarts  $t_x$  et  $t_y$  choisis. Ce calcul, tel que nous l'écrivons ici, nécessite la périodicité de l'image  $I$ .

Pour des images signal et idler restituées après seuillage, le coefficient de corrélation  $C(t_x, t_y)$  associé à chaque pixel correspond au nombre d'évènements symétriques entre l'image signal et :

- l'image idler, pour une étude dans le plan de Fourier,
- l'image idler retournée par symétrie centrale, pour une étude dans le plan image.

Ces évènements symétriques sont les coïncidences entre les images signal et idler. Lorsque de nombreux photons sont appariés dans les images jumelles, un pic d'intercorrélation apparaît au centre de symétrie des photons jumeaux. Idéalement, ce pic s'étend sur un unique pixel, localisé au centre de symétrie des cônes de lumière. Cela représente le cas idéal où les faisceaux signal et idler ont une résolution suffisamment élevée, pour que les dimensions des pixels soient inférieures aux dimensions des cellules de cohérence spatio-temporelle. Dans notre cas, les faisceaux signal et idler ne sont pas suffisamment résolus. Avec des capteurs de  $512 \times 512$  px et une résolution transverse de

$R = 268$  (voir équation 1.17), le pic d'intercorrélacion s'étend sur une zone d'approximativement  $2 \times 2 \text{ px}$ , également située au centre de symétrie des cônes de lumière, et dont la forme représente les cellules de cohérence spatiale des faisceaux.

Le degré de corrélation des images jumelles représente le nombre de coïncidences dues aux photons jumeaux sur le nombre total de photo-électrons enregistrés dans chaque image. Ce degré de corrélation correspond en fait à l'efficacité quantique équivalente du montage expérimental  $\eta$ , et témoigne de la ressemblance entre les images. Dans une situation idéale où seules les coïncidences dues aux photons jumeaux contribuent à la formation du pic d'intercorrélacion, alors  $\eta = 1$  et est directement donné par l'intégrale normalisée du pic d'intercorrélacion. Dans notre cas, le pic d'intercorrélacion est sujet à deux autres contributions : les coïncidences déterministes, et les coïncidences "accidentelles", que nous allons présenter dans la prochaine section.

#### 1.4.1/ RESSEMBLANCES ALÉATOIRES, RESSEMBLANCES ACCIDENTELLES, ET RESSEMBLANCES DÉTERMINISTES

La figure d'intercorrélacion d'images jumelles est le résultat de quatre types de coïncidences :

- Les coïncidences "jumelles", dues aux photons jumeaux, responsables de la formation du pic d'intercorrélacion.
- Les coïncidences accidentelles dues aux photons jumeaux. Ces coïncidences se produisent surtout en dehors du pic d'intercorrélacion, mais peuvent s'ajouter à celui-ci s'il s'étend sur plusieurs pixels. C'est le cas si deux photons, chacun apparié avec un photon de l'image jumelle, sont situés dans des cellules de cohérence adjacentes, mais séparés d'une distance inférieure à la taille de la cellule.
- Les coïncidences accidentelles dues à la présence de photons célibataires. Ces coïncidences sont présentes sur toute la figure d'intercorrélacion.
- Les coïncidences déterministes, dues à la présence de formes déterministes dans les images, et par conséquent à une probabilité de présence non uniforme des photons dans les images. Dans le plan image, les formes déterministes correspondent premièrement à de la fluorescence parasite, souvent générée par des poussières présentes à la surface du cristal, et secondement au profil des faisceaux jumeaux, représentant pour un gain faible le profil du faisceau pompe. Dans le plan de Fourier, les formes déterministes sont dues à la présence d'obstacles sur le trajet des faisceaux jumeaux, et à la variation en sinus cardinal du nombre de photons en fonction désaccord de phase (voir équation 1.7). Les fonds des caméras peuvent également entraîner des coïncidences déterministes.

Les coïncidences déterministes sont présentes quelle que soit la paire d'images considérée, et représentent la source principale de coïncidences parasites. Il est pos-

sible de retirer la contribution moyenne des coïncidences déterministes, en soustrayant à chaque image le profil moyen des images enregistrées. Cela a pour effet de diminuer le "poids" des photo-électrons présents dans des zones de l'image où leur densité est plus importante, comme nous le montrons en figure 1.23.

Soustraire le profil moyen des images permet également de ramener à 0 le nombre moyen de coïncidences accidentelles (voir figure 1.24), et l'intégrale du pic d'intercorrélacion nous permet d'accéder au nombre de photons appariés entre les deux images.

Cependant, la nature aléatoire du nombre de photo-électrons appariés et du nombre de photo-électrons célibataires implique la variation du nombre de coïncidences jumelles et accidentelles, lors de l'intercorrélacion de différentes paires d'images jumelles. Cela conduit à un bruit de coïncidences affectant le pic d'intercorrélacion et le degré de corrélacion de deux images jumelles. En effet, lorsque le nombre de coïncidences jumelles est trop bas vis à vis du nombre de coïncidences accidentelles, la nature aléatoire du nombre de coïncidences accidentelles peut entraîner une diminution du pic d'intercorrélacion. Ce dernier peut alors être confondu avec le bruit de coïncidences, et rendre difficile la distinction d'images jumelles vis à vis d'images indépendantes. Nous devons par conséquent prendre en compte la contribution de ce bruit lors du calcul du degré de corrélacion des images jumelles. La ressemblance des images jumelles sera donc caractérisée par la suite par le degré de corrélacion, ainsi que son rapport signal à bruit (SNR).

#### 1.4.2/ RAPPORT SIGNAL À BRUIT DU DEGRÉ DE CORRÉLACION

La variation du nombre de coïncidences rend nécessaire le calcul du SNR du degré de corrélacion. Il permet de déterminer si une paire d'images jumelles possédant un degré de corrélacion élevé, ou si à l'inverse deux images jumelles ne semblant pas corrélées, peuvent être considérées comme des résultats expérimentaux fiables.

Nous définissons le  $SNR$  du degré de corrélacion de deux images comme le rapport du nombre de coïncidences jumelles  $C_{jum}$ , et de l'écart-type du nombre de coïncidences au niveau du pic d'intercorrélacion  $\sigma_{tot}$  :

$$SNR = \frac{C_{jum}}{\sigma_{tot}} \quad (1.31)$$

Dans l'hypothèse où la population des images  $\langle N \rangle \ll 1^3$ , nous pouvons également exprimer le  $SNR$  de la façon suivante [Lantz et al., 2014] :

---

3. C'est expérimentalement notre cas, nous travaillons toujours avec une population moyenne  $\langle N \rangle < 0,2 \text{ ph/px}$  car nous utilisons la restitution par seuillage.

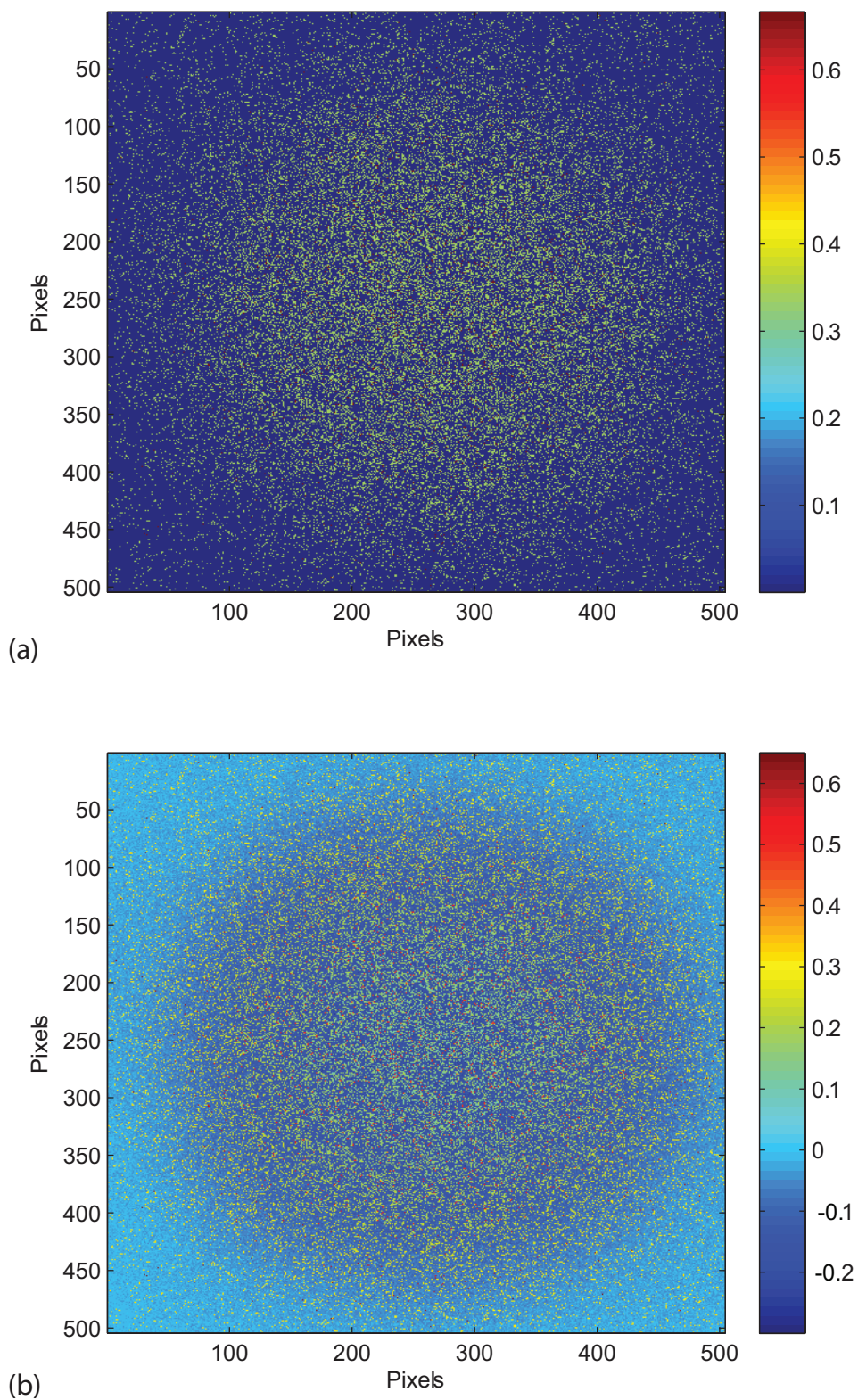


FIGURE 1.23 – (a) Moyenne de 100 images dans le plan de Fourier sans le retrait du profil moyen des images, (b) les mêmes 100 images auxquelles nous retirons le profil moyen des images.



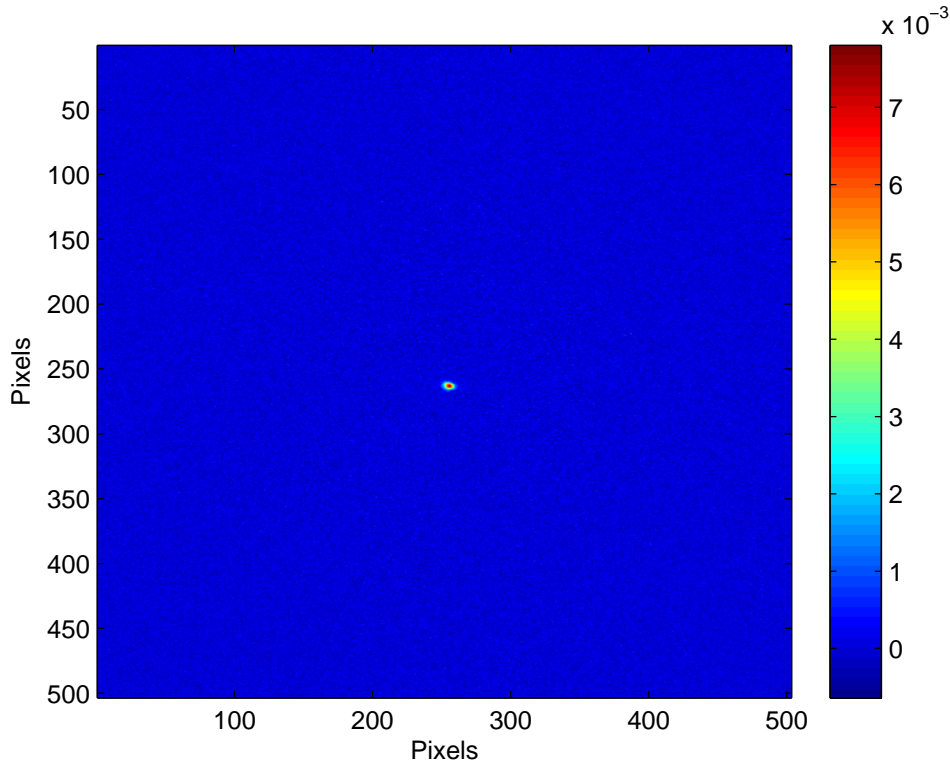


FIGURE 1.24 – Figure d’intercorrélacion moyenne obtenue après l’intercorrélacion de 100 paires d’images jumelles. Un pic d’intercorrélacion très fin est visible au centre de la figure, tandis que le fond de coïncidences accidentelles est proche de 0.

$$SNR \simeq \sqrt{M_x K} \frac{\eta \langle N \rangle}{\langle N \rangle + p_n} \quad (1.32)$$

où nous rappelons que  $M_x$  est le nombre de cellules de résolution spatiale vu par chaque caméra,  $\eta$  est l’efficacité quantique équivalente, et  $\langle N \rangle$  est le nombre moyen de photons par pixel dans les images enregistrées.  $K$  est le nombre de paires d’images jumelles utilisées pour le calcul du  $SNR$ , et  $p_n \simeq 0,007 \text{ ph}/\text{px}$  est le niveau moyen de bruit par pixel dû aux bruits non proportionnels au flux de photons jumeaux, soit principalement le bruit des caméras (voir la section 1.3.5 traitant du calcul de l’efficacité quantique équivalente). L’équation 1.32 n’est applicable qu’à une ou plusieurs paires d’images jumelles, soit pour l’expérience de démonstration d’un paradoxe EPR que nous allons présenter au prochain chapitre. L’imagerie fantôme temporelle nécessite un enregistrement différent des images, que nous expliquerons dans le chapitre en question, mais ne permettant pas d’appliquer cette formule. Une autre expression du  $SNR$  sera établie dans le cas de l’imagerie fantôme temporelle.

### 1.4.3/ PARAMÈTRES INFLUANT LE SNR

L'équation 1.32 nous donne plusieurs indications sur les paramètres ayant une influence sur le  $SNR$  du degré de corrélation. Premièrement, plus le nombre de paires d'images jumelles utilisée dans le calcul du degré de corrélation est élevé (paramètre  $K$ ), plus son  $SNR$  est élevé, et plus le degré de corrélation obtenu se rapproche de sa valeur moyenne. Ainsi lorsque le pic d'intercorrélation se confond aux variations aléatoires du nombre de coïncidences, il convient d'augmenter le nombre de paires d'images jumelles utilisées pour la formation de la figure d'intercorrélation, afin de situer correctement l'emplacement du pic et calculer le degré de corrélation. Deuxièmement, plus le rendement quantique équivalent est bas, plus le nombre de photo-électrons célibataires est élevé. Cela conduit à plus de coïncidences accidentelles, et par conséquent un  $SNR$  plus bas. Troisièmement, un nombre de cellules de cohérence spatiale  $M_x$  plus élevé permet également une augmentation du  $SNR$ . C'est, de par son ordre de grandeur, le paramètre le plus influent ici. Nous avons calculé en section 1.3.3 un nombre de cellules de cohérence spatiale  $M_x \simeq 36000$ . Cependant comme nous le verrons aux prochains chapitres,  $M_x$  est éloigné du nombre de cellules de résolution que nous obtiendrons réellement dans les images, du fait notamment que  $M_x$  soit calculé à la sortie du cristal, sans prendre en compte le passage des optiques. Enfin, lorsque  $p_n \ll \langle N \rangle$ , il apparaît que le  $SNR$  ne dépend plus du nombre moyen de photons par pixel  $\langle N \rangle$ . Il est alors nécessaire de choisir une population moyenne élevée vis à vis de la part de bruits  $p_n$ , tout en restant dans les conditions nécessaires à la restitution par seuillage.

## 1.5/ CONCLUSION SUR LES IMAGES JUMELLES

Nous avons présenté dans ce chapitre une étude préalable à la présentation des deux travaux expérimentaux présentés ici : la mise en évidence d'un paradoxe EPR sur des paires uniques d'images jumelles, et la mise en place d'une expérience d'imagerie fantôme temporelle utilisant les photons jumeaux. Les applications numériques ont été principalement effectuées dans le cadre du premier travail expérimental.

Nous avons montré que les images jumelles sont issues de la création de photons jumeaux par un cristal non linéaire, de leur séparation spatiale, puis de leur enregistrement. Ces images se ressemblent car les photons jumeaux d'une même paire sont dit corrélés dans le plan image, et anticorrélés dans le plan de Fourier ; c'est à dire situés dans des cellules de cohérence spatiale dont les positions au sein des faisceaux signal et idler sont les mêmes dans le plan image, et symétriques par rapport au centre dans le plan de Fourier. L'intercorrélation d'images jumelles permet de révéler cette ressemblance et de déterminer le nombre de photons appariés entre les deux images, grâce à la formation d'un pic de coïncidences sur la figure d'intercorrélation. Cependant le montage expérimental a un impact sur la ressemblance des images jumelles, à cause des

photons célibataires qu'il occasionne. Ces photons célibataires sont responsables de ressemblances accidentelles stochastiques entre les images jumelles et induisent une variation du nombre de coïncidences. Cette variation constitue un bruit qui ne nous permet pas de distinguer en toutes circonstances des images jumelles (contenant une faible proportion de photons jumeaux) d'images indépendantes. L'optimisation de l'efficacité quantique équivalente du montage et de la résolution spatiale des faisceaux, entre autres, permettent de mettre à jour la corrélation d'images jumelles, due aux photons jumeaux, sans avoir à enregistrer un grand nombre de paires d'images jumelles.

Nous avons également montré que les faisceaux jumeaux se comportent comme une source thermique dont la distribution de Bose-Einstein est visible lorsque le nombre de cellules de cohérence temporelle qu'ils contiennent est faible. Cependant ces faisceaux ont une distribution proche d'une distribution Poissonnienne lorsque le nombre de cellules de cohérence temporelle est élevé. Ainsi, lorsque les images sont jumelles, la différence des images résulte en une suppression des photons appariés, et en une distribution sous-Poissonnienne. A l'inverse, la différence d'images indépendantes résulte en une distribution Poissonnienne.

Nous avons donc montré au cours de ce chapitre deux tests permettant de témoigner de la formation d'images jumelles par les photons jumeaux. D'une part nous devrions obtenir un pic de coïncidences sur la figure d'intercorrélacion, distinguable des coïncidences aléatoires dues aux photons célibataires, et d'autre part une variance de la différence des images jumelles sous-Poissonnienne. Le second test ne sera utilisé qu'au cours du prochain chapitre, tandis que l'intercorrélacion conduisant au pic de coïncidences est indispensable à la réalisation des deux travaux expérimentaux présentés ici.

## CHAPITRE II : PARADOXE DE EINSTEIN-PODOLSKY-ROSEN DANS DES PAIRES UNIQUES D'IMAGES JUMELLES

Dans la seconde partie de cette thèse, nous présentons la première étude expérimentale réalisée sur les images jumelles dans le cadre de ma thèse : la mise en évidence d'un paradoxe EPR dans des paires uniques d'images jumelles. Cette partie se situe dans la continuité d'études effectuées dans notre équipe [Moreau et al., 2014], et qui avaient pour but de mettre en évidence un paradoxe EPR sous sa forme spatiale avec un fort degré de paradoxe. Nous montrons dans ce chapitre que seule une paire d'images jumelles est nécessaire pour mettre à jour un paradoxe EPR, avec un intervalle de confiance de 95%. Le but de l'expérience présentée ici est donc de montrer à travers le paradoxe EPR que les moyennes d'ensemble généralement estimées en optique quantique par des moyennes temporelles, dans la mesure où le signal est stationnaire dans le temps, peuvent également être représentées par des moyennes exclusivement spatiales, lorsque le signal est stationnaire sur une surface suffisamment grande.

### 2.1/ PRÉAMBULE

Le paradoxe EPR a été décrit pour la première fois en 1935 alors que Albert Einstein, Boris Podolsky, et Nathan Rosen s'interrogent quant à la validité de la théorie quantique. Dans un article intitulé "Can quantum-mechanical description of physical reality be considered complete?" [Einstein et al., 1935], ils utilisent le modèle des photons intriqués pour montrer l'inconsistance de la théorie quantique vis à vis des principes de déterminisme et de causalité locale. Cet article aboutit à l'intégration de l'hypothèse de non localité comme l'une des hypothèses permettant d'expliquer les corrélations entre photons in-

triqués [Bell, 1964, Aspect et al., 1981, Banaszek et al., 1998], et le paradoxe EPR.

La mise en évidence expérimentale d'un paradoxe EPR sous sa forme spatiale réside en une détection simultanée de photons intriqués. Ces photons fournissent un système très proche de celui considéré initialement par [Einstein et al., 1935], avec les positions des photons enregistrées dans le plan image et leurs impulsions enregistrées dans le plan de Fourier.

La plupart des expériences en imagerie quantique utilisant les photons intriqués enregistre des moyennes de coïncidences temporelles, et caractérise ainsi la répartition spatiale de moyennes temporelles, avec un accent sur la dimensionnalité élevée de l'intrication sous-jacente. Le but de ces expériences est de montrer qu'une image transporte un grand nombre de modes quantiques corrélés spatialement en parallèle [Dixon et al., 2012, Howell et al., 2004, Howell et al., 2004]. Cependant, les motifs contenus dans une image représentent purement une information spatiale, sans aucun aspect temporel, qui finalement est dégradée par des fluctuations spatiales d'origine quantique dans des images de faible intensité. Étudier ces fluctuations implique l'utilisation de caméras, et jusqu'à présent nécessitait l'utilisation de plusieurs images pour mettre à jour leurs aspects quantiques. La mesure de corrélations spatiales sous le bruit quantique, entre des images jumelles, a pu être effectuée soit par l'enregistrement d'images comprenant une intensité moyenne de plusieurs photons par pixel, au moyen de caméras CCD à faible bruit [Brida et al., 2009, Jedrkiewicz et al., 2004], soit par l'enregistrement d'images à faible flux au moyen de caméras EMCCD [Blanchet et al., 2008]. Ces corrélations dans les images jumelles ont par la suite été utilisées pour améliorer l'imagerie [Brida et al., 2010]. Dans cette expérience, les fluctuations de l'image idler sont soustraites à l'image signal, résultant en une amélioration de l'image lorsque le degré de corrélation des images jumelles est supérieur à 0,5, atteint dans un peu plus de la moitié des cas. Par conséquent, bien que l'objectif pour l'imagerie soit purement une amélioration spatiale, cette expérience a nécessité l'acquisition de séries de plusieurs images, laissant en suspens la question d'une démonstration purement spatiale des effets de l'intrication dans des images uniques, sans aucun recours à des moyennes temporelles ou à des moyennes sur des lots d'images.

Dans l'expérience de [Howell et al., 2004] la mise en évidence d'un paradoxe EPR est réalisée en mesurant dans chaque plan, plan image et plan de Fourier, la distribution de probabilité sur la position du photon idler, conditionnée par la position du photon signal derrière une ouverture. Cependant ce type de détection sélectionne les photons a priori soumis aux coïncidences temporelles. Dans notre cas tous les photons sont détectés avec la même probabilité, que ce soit avec une [Moreau et al., 2012] ou deux [Moreau et al., 2014] caméras EMCCD. Ces deux expériences ont permis de mettre en évidence un degré de paradoxe élevé en utilisant les corrélations spatiales dans les images. Cependant ces deux travaux nécessitaient l'enregistrement de plusieurs images, au moins 20 images jumelles dans le plan image dans l'expérience [Moreau et al., 2014],

afin de remonter dans chaque image aux fluctuations d'origine quantique et de calculer le coefficient d'intercorrélacion. Une expérience similaire est également présentée par [Edgar et al., 2012] pour un accord de phase de type I, c'est à dire sans séparation spatiale des faisceaux signal et idler. Dans cette expérience, un minimum de 100 images était également nécessaire pour pouvoir observer les corrélacions.

Dans les travaux présentés dans ce second chapitre, nous montrons que seules deux paires d'images jumelles, l'une enregistrée dans le plan image et la seconde dans le plan de Fourier, sont suffisantes pour démontrer un paradoxe EPR.

## 2.2/ DÉMONSTRATION D'UN PARADOXE EPR SPATIAL

Un paradoxe EPR spatial est enregistré lorsque les variances des positions et des impulsions, conditionnées par la détection de photons appariés, semblent violer l'inégalité suivante, représentative du principe d'incertitude de Heisenberg [Reid, 1989, Reid et al., 2009, Moreau, 2015] :

$$\Delta^2(\rho_i - \rho_s) \Delta^2(p_i + p_s) \leq \frac{\hbar^2}{4} \quad (2.1)$$

où  $\Delta^2(\rho_i - \rho_s)$  et  $\Delta^2(p_i + p_s)$  représentent respectivement les variances conditionnelles sur les positions et impulsions des photons appariés.

Le critère généralement utilisé pour décrire un paradoxe EPR est le degré de paradoxe  $V$ . Il permet de caractériser la dimensionnalité de l'intrication.  $V$  peut être interprété, pour un accord de phase à la dégénérescence, comme le nombre de cellules de résolution transverses  $R$  [Devaux et al., 1995b] contenues dans les images jumelles, ou comme le nombre de Schmidt [van Exter et al., 2006].  $V$  peut également être perçu comme le degré de violation de l'inégalité 2.1, et représente l'écart entre le produit des variances conditionnelles et la limite  $\hbar^2/4$  rencontrée dans les systèmes classiques :

$$\Delta^2(\rho_i - \rho_s) \Delta^2(p_i + p_s) = \frac{\hbar^2}{4 V} \quad (2.2)$$

Une valeur théorique du nombre de cellules de résolution transverse  $R = 268$  a pu être calculée au chapitre précédent, et par conséquent nous pouvons nous attendre à un degré de paradoxe  $V \simeq 268$  dans une direction transverse de l'image. Afin de déterminer  $V$  expérimentalement, nous devons bénéficier d'images jumelles enregistrées dans le plan image et dans le plan de Fourier. L'intercorrélacion des images jumelles permet l'obtention du pic de coïncidences, dont les dimensions à mi-hauteur correspondent aux variances des probabilités conditionnelles des positions (pour des images jumelles enregistrées dans le plan image) et des impulsions (pour des images jumelles enregistrées dans le plan de Fourier). Dans la prochaine section nous allons donc montrer les étapes qui nous

ont permis d'obtenir un intervalle du degré de paradoxe calculé sur des paires uniques d'images jumelles.

## 2.3/ RÉSULTATS EXPÉRIMENTAUX

### 2.3.1/ ACQUISITION ET RESTITUTION DES IMAGES JUELLES

Le montage expérimental utilisé pour la mise en évidence d'un paradoxe EPR est tel que nous l'avons décrit au chapitre précédent : un faisceau pompe envoyé au travers d'un cristal de BBO permet la création de faisceaux jumeaux, filtrés à la longueur d'onde de dégénérescence, puis enregistrés séparément par des caméras EMCCD. Nous redonnons le montage expérimental en figure 2.1.

Bien que l'objectif de cette expérience soit la démonstration d'un paradoxe EPR sur des paires uniques d'images jumelles, plusieurs paires d'images sont acquises : 900 paires d'images jumelles dans le plan image et de nouveau 900 dans le plan de Fourier, afin de permettre l'étude statistique des images jumelles. Cependant, chaque étape permettant le calcul d'un degré de paradoxe n'est effectuée ici que sur deux paires d'images jumelles : l'une dans le plan image, et l'autre dans le plan de Fourier. Le calcul du SNR du pic de coïncidences présent sur la figure d'intercorrélacion sera quant à lui uniquement calculé sur des paires uniques d'images jumelles. Seul le degré de corrélation, c'est à dire le rendement quantique équivalent du montage, sera estimé dans le plan image et dans le plan de Fourier en utilisant l'intercorrélacion moyenne des 900 paires d'images.

### PROFIL DES FAISCEAUX JUMEAUX

Les moyennes des 900 images acquises par chaque caméra sont représentées en figure 2.2. Ces profils moyens sur un grand nombre d'images permettent de vérifier que les cônes de lumière sont centrés et ne sont pas déformés par un obstacle sur le trajet des faisceaux.

La modélisation des images acquises dans le plan image par un profil gaussien est représentée en figure 2.3. Il permet de déterminer les dimensions du faisceau pompe au niveau du cristal non linéaire. Nous utilisons pour cette modélisation une méthode d'ajustement des paramètres d'un modèle gaussien, que nous décrivons à la sous-section suivante. Ainsi nous obtenons des écarts-types pour les courbes de modélisation gaussienne très proches pour les caméras signal et idler, mais différents selon les axes  $x$  et  $y$ , contrairement à l'étude expérimentale menée à la section 1.3.1. Les valeurs en pixel de ces écarts-types sont données dans la figure 2.3. Nous déduisons de ces valeurs les dimensions du faisceau pompe au niveau du cristal :

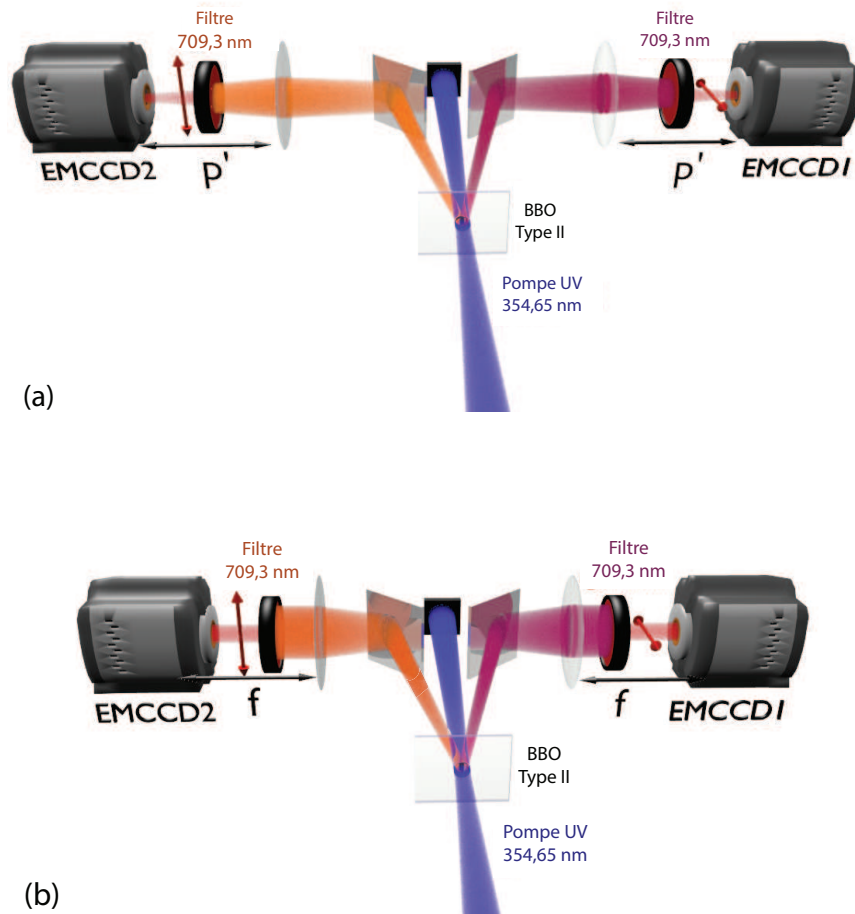


FIGURE 2.1 – Montage expérimental pour l'enregistrement d'images dans le plan image du cristal (a), puis dans le plan de Fourier (b). La seule différence entre ces deux configurations est la distance séparant la lentille des capteurs, avec  $f = 125 \text{ mm}$  pour (b) et  $p' \approx 3,5 f$  pour (a).

$$w_{uv \ x,y} = 2\sigma_{uv \ x,y} = 2 \frac{\Delta(x,y)_{pixels} \sqrt{S_{px}}}{G} \quad (2.3)$$

avec  $\Delta x_{pixels}$  et  $\Delta y_{pixels}$  respectivement les écarts-types en pixels de la modélisation gaussienne selon les axes  $x$  et  $y$ . Nous rappelons que  $S_{px}$  est la surface des pixels du capteur, et  $G$  le grandissement des lentilles ; tous deux donnés en section 1.3.1. Nous obtenons ainsi  $w_{uv \ x} \approx 2,0 \text{ mm}$  selon l'axe  $x$  et  $w_{uv \ y} \approx 1,6 \text{ mm}$  selon l'axe  $y$ . Ces valeurs sont légèrement inférieures à celles prévues en section 1.3.1 ( $w_{uv \ y} = 2,5 \text{ mm}$ ), résultant en un nombre de photons par pixel légèrement supérieur, mais en contrepartie un nombre



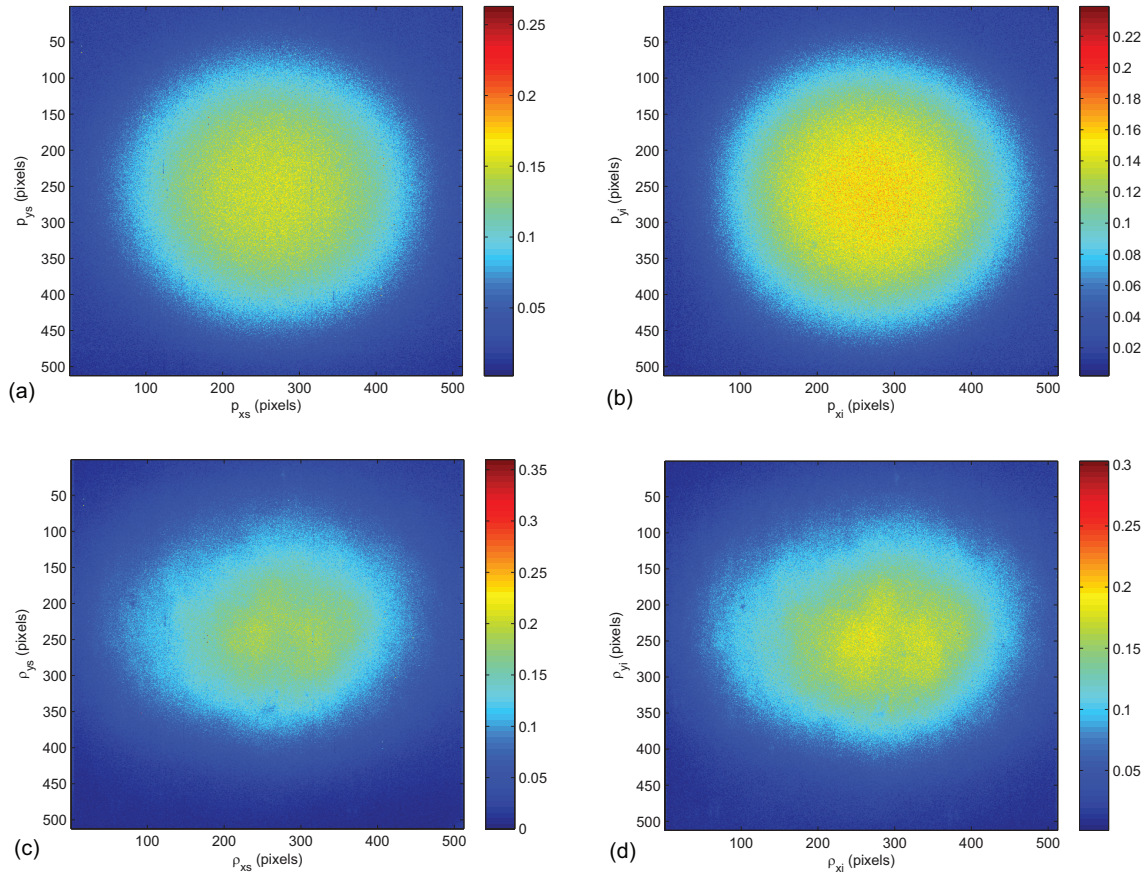


FIGURE 2.2 – Moyenne des 900 images enregistrées par les caméras EMCCD1 (a) (c) (signal) et EMCCD2 (b) (d) (idler) ; dans le plan de Fourier (a) (b) et dans le plan image (c) (d).

inférieur de cellules de résolution spatiale utiles, moins de photons étant présents sur les bords des capteurs.

### AJUSTEMENT DES PARAMÈTRES DE MODÉLISATION

Plusieurs études effectuées dans ce chapitre nécessitent la modélisation de données sous la forme d'une fonction non linéaire. Ici les données prennent la forme d'images, et les modèles que nous utiliserons sont le modèle gaussien :

$$f(x, y) = A \exp\left(-\left(\frac{x - x_0}{\sqrt{2} \Delta x}\right)^2 - \left(\frac{y - y_0}{\sqrt{2} \Delta y}\right)^2\right) \quad (2.4)$$

et le sinus cardinal :

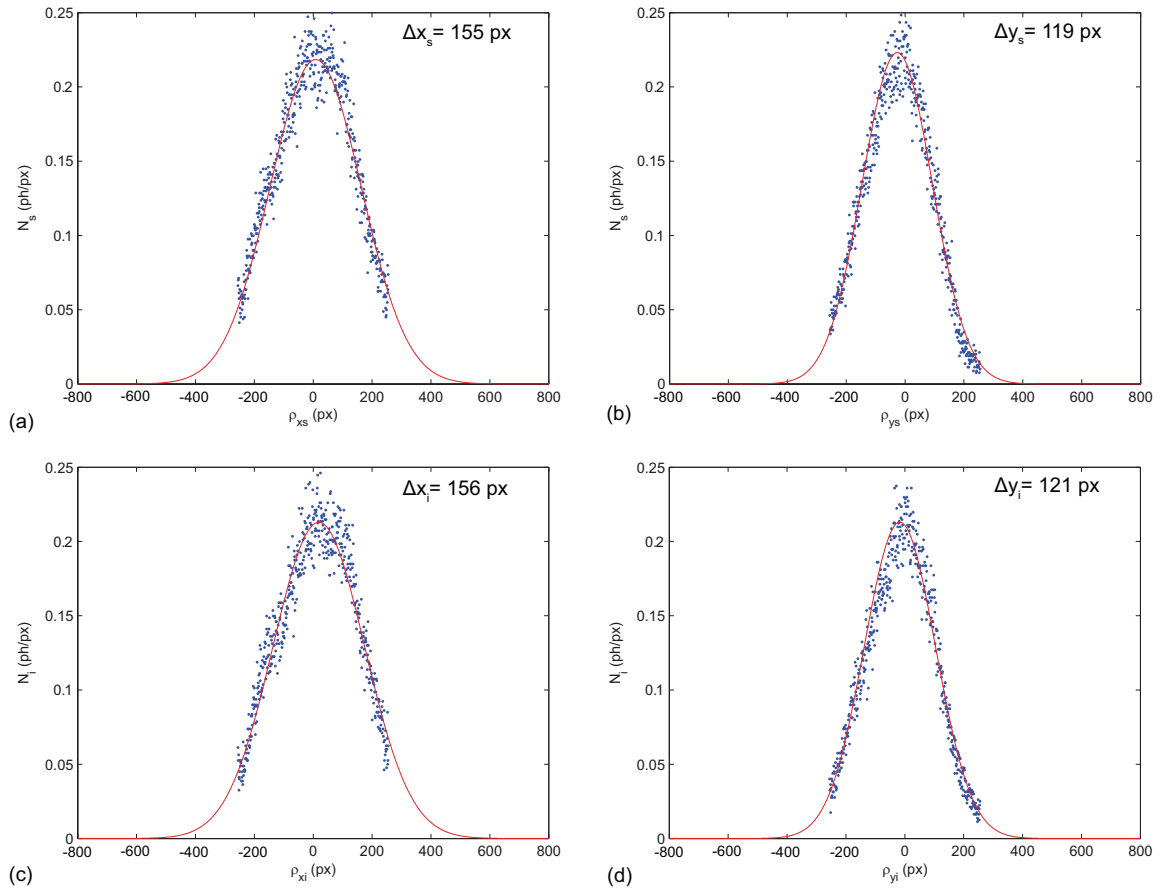


FIGURE 2.3 – Profils du faisceau pompe suivant  $x$  (a) (c) et  $y$  (b) (d), représentés par le nombre moyen de photons par pixel en fonction de la position sur le capteur, et enregistrés dans le plan image par les caméras EMCCD1 (a) (b) (signal) et EMCCD2 (c) (d) (idler). Les points représentent les données expérimentales, et la courbe rouge la modélisation gaussienne.

$$f(x, y) = A \sin_c^2 \left( \sqrt{\left( \frac{x - x_0}{\Delta x} \right)^2 + \left( \frac{y - y_0}{\Delta y} \right)^2} \right) \quad (2.5)$$

$A$  représente le paramètre d'amplitude,  $\Delta x$  et  $\Delta y$  les écarts-types selon  $x$  et  $y$ , et  $x_0$  et  $y_0$  les coordonnées du maximum de  $f(x, y)$ .

Le principe de l'ajustement est de déterminer les paramètres  $A$ ,  $\Delta x$ ,  $\Delta y$ ,  $x_0$ , et  $y_0$  du modèle qui permettent de minimiser l'écart entre le modèle théorique et les données expérimentales. L'ajustement du modèle est réalisé au moyen d'un algorithme de Gauss-Newton.

Pour la modélisation de la moyenne des 900 images que nous avons montrée à la figure 2.3, les données sont nombreuses et prennent visiblement la forme d'une gaussienne. L'ajustement des paramètres semble évident dans ce cas. Or lorsque les images

à modéliser sont des images uniques seuillées (nous allons par la suite y avoir recours), alors l'ajustement du modèle est moins évident, les images n'étant constituées que de deux valeurs : "0" et "1". L'enveloppe à modéliser dans ces images s'exprime comme une variation de la densité de "1" en fonction de la position dans l'image, avec une densité plus forte au centre du faisceau, c'est à dire au centre de l'image. Une approche intuitive consiste à préparer les images seuillées avant l'ajustement, en groupant les pixels de l'image sur de petites surfaces de quelques pixels adjacents. Nous montrons le principe du groupement de pixels en figure 2.4. Cela résulte en une image de résolution inférieure, mais où les valeurs portées par les pixels rendent visible le profil à modéliser.

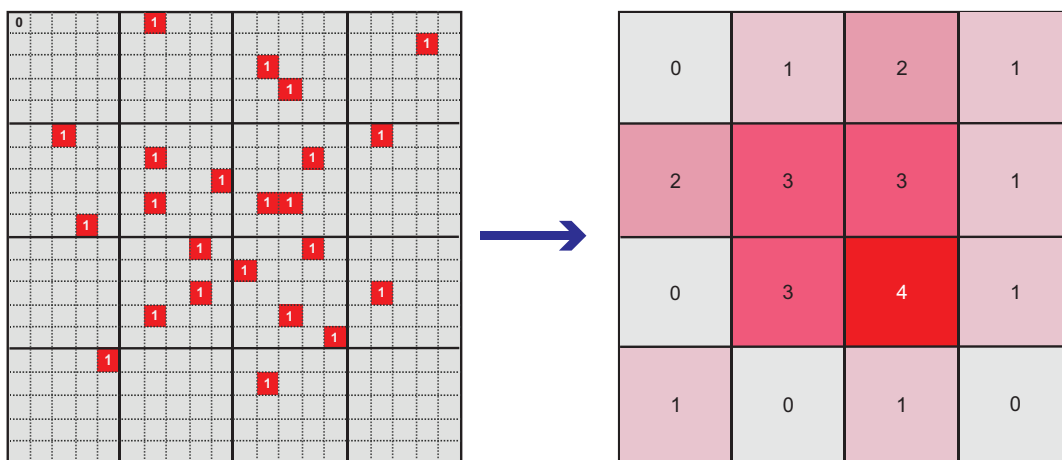


FIGURE 2.4 – Représentation du principe de groupement (binning) des pixels : à gauche, une image seuillée de  $20 \times 20$  px "0" et "1" est subdivisée en zones de  $5 \times 5$  dont les valeurs des pixels sont sommées pour former l'image de droite constituée de pixels groupés. Celle-ci est évidemment moins résolue :  $4 \times 4$  px.

Les paramètres associés au profil de l'image seuillée résolue sont ensuite déduits de l'ajustement du modèle de l'image réduite, connaissant la surface sur laquelle les pixels ont été groupés.

Cependant il est également possible de ne pas grouper les pixels de l'image pour obtenir un ajustement fiable du modèle de l'image seuillée, bien que le profil moyen ne soit pas clairement visible sur ces images. La raison est que nous imposons un modèle, ici gaussien ou en sinus cardinal, dont les paramètres sont ajustés grâce à l'algorithme qui tend à minimiser, dans leur globalité, les écarts entre le modèle et les points expérimentaux. Ainsi il y a globalement moins d'erreurs lorsque le maximum du modèle est positionné là où la densité de "1" est la plus importante, de même que l'amplitude est ajustée indirectement vis à vis de la densité de "1" et de "0". Nous représentons en figure 2.5 un exemple de profil gaussien déterminé sur une image acquise dans le plan image, selon l'axe  $y$ , dans le cas d'un ajustement réalisé après groupement de  $2 \times 2$  px (a) et  $4 \times 4$  px (b), puis dans le cas d'un ajustement sur une image seuillée sans groupement (c). Le profil moyen déterminé sur la moyenne des 900 images seuillées du plan image est également représenté en (d). Dans tous les cas, les paramètres ajustés du modèle gaussien sont

donnés, ce qui nous permet de vérifier que l'ajustement effectué sur des images seuillées constituées de "0" et de "1" est fiable.

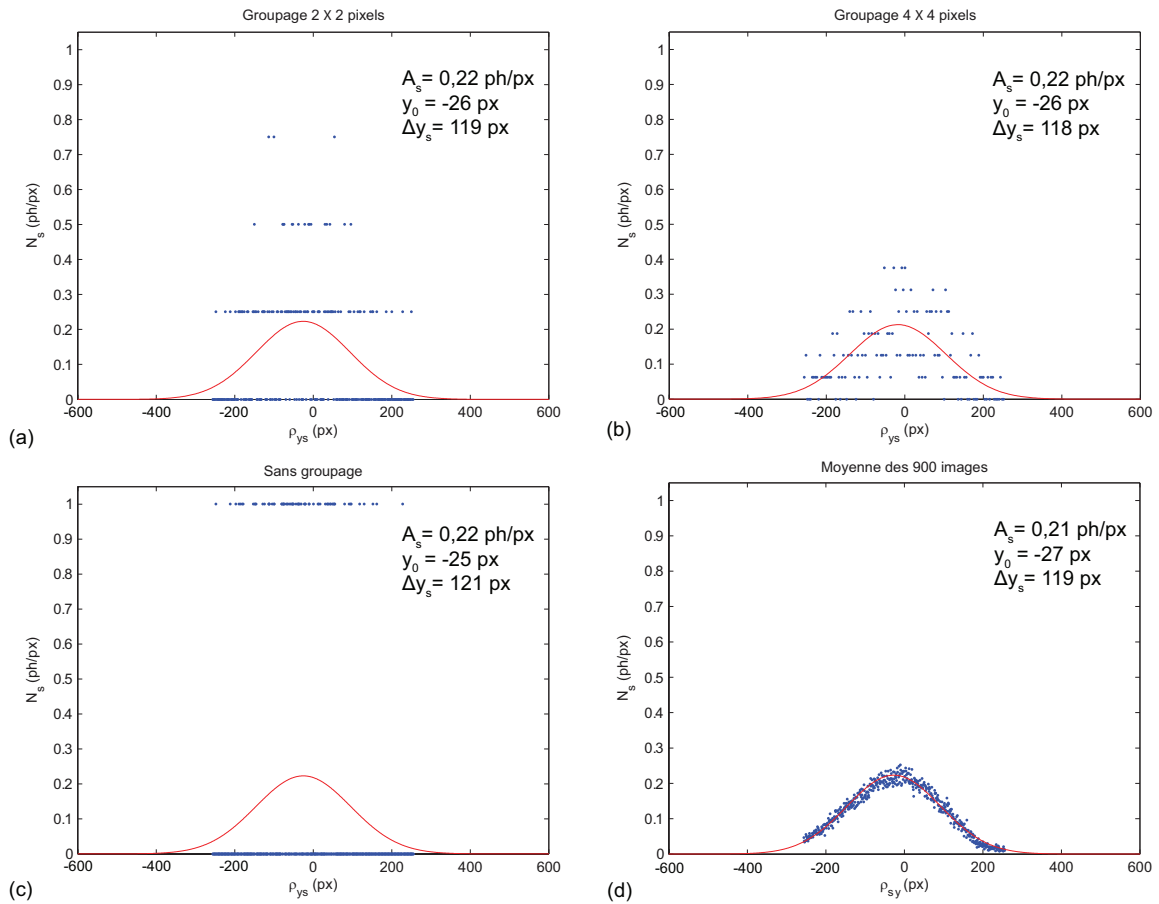


FIGURE 2.5 – Ajustement des paramètres de modélisation gaussienne d'images seuillées acquises dans le plan image, dans plusieurs cas : (a) sur une image après un groupement de  $2 \times 2$  px, (b) sur une image après un groupement de  $4 \times 4$  px, (c) sur une image sans groupement des pixels, (d) sur la moyenne des 900 images de la série sans groupement. Les points représentent les données expérimentales, et la courbe rouge la modélisation gaussienne des points expérimentaux.

### PRÉPARATION DES IMAGES

Le temps d'exposition des caméras, c'est à dire le temps d'enclenchement du laser et le temps  $t_{court}$  mentionné au paragraphe 1.3.4, est ajusté à 30 ms, soit 30 impulsions laser. Les acquisitions dans le plan image et dans le plan de Fourier sont effectuées séparément car elles nécessitent la modification du montage expérimental, notamment la distance caméra/lentille. Chaque acquisition de séries d'images jumelles est accompagnée d'un ensemble d'images de fond des caméras (acquises dans l'obscurité, avec l'obturateur des caméras fermé), permettant de déterminer la valeur moyenne du fond que nous soustrayons à chacune des images jumelles. La procédure de seuillage décrite

au paragraphe 1.3.4 est ensuite appliquée à chaque image. Afin de procéder à l'intercorrélacion des images jumelles, nous définissons des zones d'intérêt dans les images. Ces zones d'intérêt correspondent à une zone de  $300 \times 300 \text{ px}$  située au centre des cônes de photons jumeaux, et idéalement en centre des images. Nous montrons ces zones d'intérêt sur des images seillées en figure 2.6. Le nombre moyen de photons par pixel calculé sur les zones d'intérêt est  $\langle N_p \rangle = 0,147 \text{ ph/px}$  dans le plan image, et  $\langle N_p \rangle = 0,143 \text{ ph/px}$  dans le plan de Fourier.

### RETRAIT DU PROFIL DÉTERMINISTE

Comme nous l'avons mentionné à la section 1.4.1, l'enveloppe déterministe, visible en figure 2.2, est retirée à chaque image avant le calcul de l'intercorrélacion. Pour cela deux méthodes sont envisagées. La première est celle utilisée par [Moreau, 2015] et consiste à soustraire à chaque image le profil moyen des images, obtenu en moyennant les images d'une même série tel que représenté en figure 2.2. Ici cela revient à faire une moyenne temporelle des 900 images de chaque série, or c'est précisément ce que nous souhaitons éviter dans cette expérience, dans la mesure où nous ne souhaitons utiliser qu'une seule paire d'images dans chaque plan. Par conséquent ce n'est pas la méthode utilisée dans ce chapitre. La seconde méthode, que nous avons utilisée ici, consiste à modéliser le profil déterministe de chaque image par une courbe de forme gaussienne pour les images enregistrées dans le plan image, et une courbe en sinus cardinal pour les images enregistrées dans le plan de Fourier. Chaque profil modélisé est ensuite soustrait à l'image correspondante. Cette méthode peut être moins efficace que la première lorsque le nombre de photo-électrons et la résolution d'image, permettant l'ajustement, sont trop faibles. Néanmoins, dans notre cas, les images sont suffisamment résolues pour que l'enveloppe déterministe obtenue sur des images uniques soit fiable. En contrepartie, cette méthode ne permet pas de soustraire les coïncidences déterministes dues à des défauts sur le cristal, ou à des résidus de lumière parasite.

L'intercorrélacion des images peut être calculée à l'issue de ce traitement. Dans la prochaine section nous allons estimer expérimentalement le rendement quantique équivalent du montage expérimental, en utilisant l'intercorrélacion moyenne des 900 paires d'images jumelles.

### 2.3.2/ RENDEMENT QUANTIQUE ÉQUIVALENT

L'intercorrélacion moyenne des 900 paires d'images, enregistrées dans chaque plan, n'est pas utilisée pour la démonstration d'un paradoxe EPR sur des paires uniques d'images jumelles. Elle permet ici uniquement le calcul du degré de corrélation des images, c'est à dire le rendement quantique équivalent  $\eta$  dû au montage optique, à l'enregistrement, et aux traitements préalables de l'image. Ce degré de corrélation, déjà mentionné à la

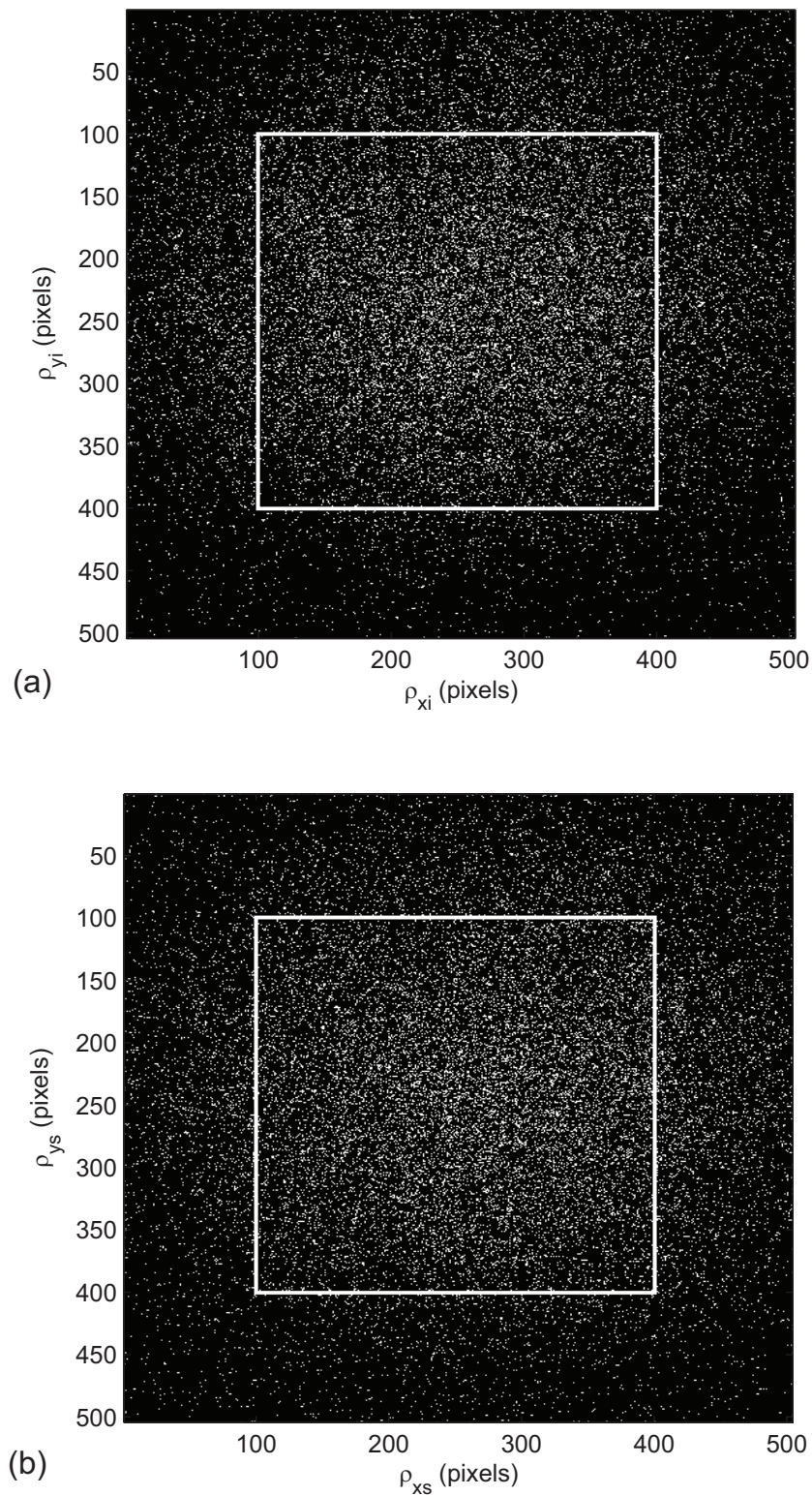


FIGURE 2.6 – Exemple d'un paire d'images jumelles capturées dans le plan image, et restituées après seuillage. Les zones d'intérêt sont représentées par les cadres blancs au centre des images. Les points blancs représentent les photo-électrons.

section 1.4, est donné par l'intégrale du pic de la figure d'intercorrélation normalisée. En réalité il est possible de réaliser ce calcul à partir de paires uniques d'images jumelles, et ainsi obtenir un intervalle de  $\eta$ . Cependant cet encadrement ne présente pas d'intérêt car les variations du degré de corrélation, permettant l'obtention de cet intervalle, sont surtout dues aux variations du pic de coïncidences avec les coïncidences accidentelles, et non pas à une variation du rendement quantique équivalent.

L'intercorrélation moyenne normalisée est donnée en figure 2.7 dans quatre cas : dans le plan image et dans le plan de Fourier, entre deux images jumelles et deux images indépendantes. Ce dernier cas permet de vérifier que le pic de coïncidences est bien le résultat de coïncidences jumelles et non déterministes, et que seules des coïncidences accidentelles aléatoires sont visibles. En revanche, le pic de coïncidences dû à l'intercorrélation d'images jumelles rend clairement visible la forme des cellules de cohérence spatiale enregistrées dans les images.

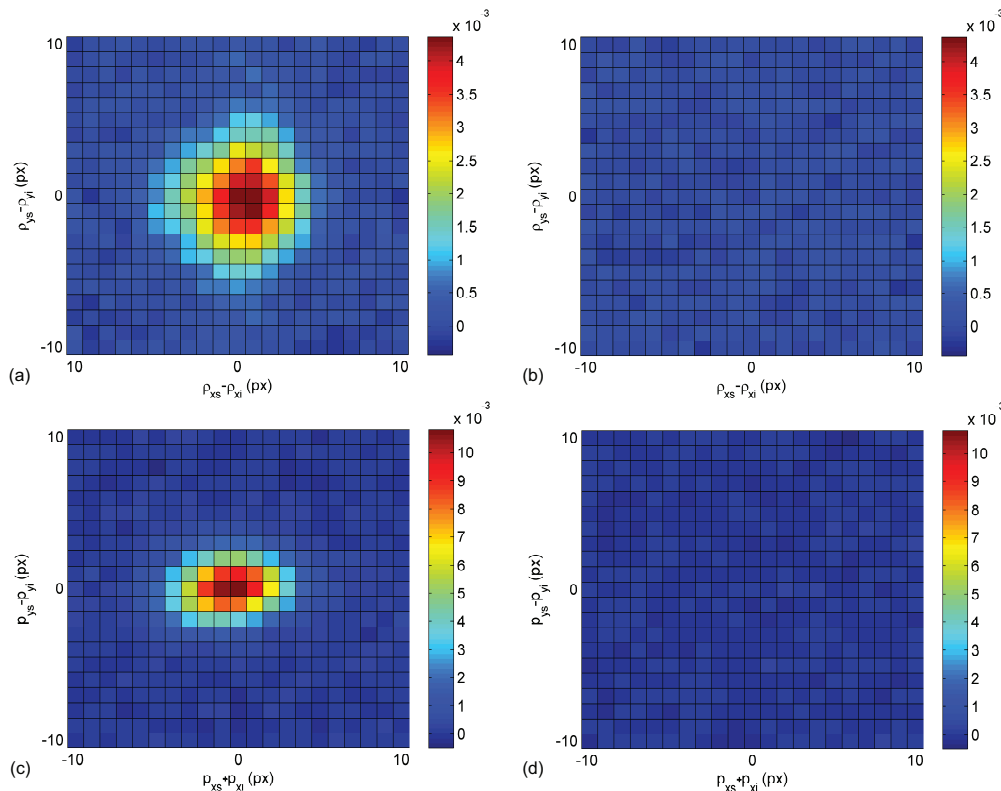


FIGURE 2.7 – Intercorrélations moyennes de 900 paires d'images jumelles (a) (c) et indépendantes (b) (d), capturées dans le plan image (a) (b) et dans le plan de Fourier (c) (d). L'échelle de couleurs représente le degré de corrélation associé à chaque écart ( $\rho_s - \rho_i$  dans le plan image, et  $p_s + p_i$  dans le plan de Fourier) entre l'image signal et l'image idler.

Le rendement quantique équivalent expérimental  $\eta$  est estimé à partir des figures d'intercorrélation. Le pic de coïncidences normalisé est premièrement ajusté par une enveloppe gaussienne.  $\eta$  est ensuite obtenu en calculant numériquement l'intégrale de cette gaus-

sienne. Nous obtenons ainsi un rendement quantique équivalent  $\eta = 19\%$  dans le plan image, et  $\eta = 23\%$  dans le plan de Fourier. Ces valeurs sont inférieures au rendement de  $33\%$  prévu à la section 1.3.5. La différence observée entre les valeurs théoriques et expérimentales peut s'expliquer par une légère asymétrie du montage sur l'acquisition du faisceau signal et du faisceau idler, causée par les conditions d'accord de phase, ainsi que par une coupure partielle des faisceaux signal et idler par les miroirs dichroïques. De plus, l'ajustement gaussien du pic peut ne pas prendre en compte les coïncidences jumelles éloignées du centre du pic, notamment dans le plan image où la largeur de ce pic est liée à l'inverse de la largeur de l'accord de phase dont la fonction de transfert est donnée par une fonction en  $\text{sinc}$ , et non par une gaussienne.

### 2.3.3/ INTERCORRÉLATION DE PAIRES UNIQUES D'IMAGES JUMELLES

Afin de mettre en évidence un paradoxe EPR sur des paires uniques d'images jumelles, nous devons calculer indépendamment l'intercorrélation de chacune des paires. Comme le montre l'expression du SNR donnée à la section 1.4.2 :

$$SNR \simeq \sqrt{M_x K} \frac{\eta \langle N \rangle}{\langle N \rangle + p_n} \quad (2.6)$$

Avoir un pic de coïncidences visible sur 900 paires d'images ne garantit pas l'obtention d'un pic de coïncidences sur des paires uniques d'images, c'est à dire  $K = 1$ . Ainsi nous déterminons que le nombre minimum de cellules de résolution transverse nécessaire pour distinguer dans  $99,4\%<sup>1</sup>$  des cas le pic de coïncidences jumelles vis à vis des coïncidences accidentelles, doit être  $M_x > 28 \times 28$  dans le plan image, et  $M_x > 23 \times 23$  dans le plan de Fourier. Ces valeurs ne peuvent pas être comparées avec le nombre de cellules de cohérence spatiale théorique  $M_x \simeq 190 \times 190$  calculé à la section 1.3.3, car ce dernier est estimé avant le passage des faisceaux jumeaux par les optiques du montage. Ces dernières peuvent conduire à un élargissement de la cellule de résolution, notamment dans le plan image où les cellules de résolution sont soumises à de l'astigmatisme dû aux lentilles. La surface des cellules de résolution peut cependant être estimée en utilisant les intercorrélations déterminées à la section précédente, et présentées en figure 2.7. Les pics de coïncidences s'étalent sur une zone de plusieurs pixels, environ  $6 \times 8 \text{ px}$  dans le plan de Fourier et  $10 \times 12 \text{ px}$  dans le plan image. Cela correspond sur nos zones d'intérêt de  $300 \text{ px}$ , à environ 25 cellules de résolution dans le plan image, et 37 cellules de résolution dans le plan de Fourier. Le nombre de cellules de résolution devrait donc dans les deux cas être suffisant pour distinguer le pic de coïncidences jumelles vis à vis des coïncidences accidentelles.

1. Cela correspond à la fonction de distribution cumulative normale à la valeur 2,5, soit un  $SNR = 5$  (2,5 écarts-types pour les fluctuations du pic et 2,5 écarts-types pour les variations du fond de coïncidences aléatoires).



Les intercorrélations normalisées de paires d'images jumelles et indépendantes, choisies arbitrairement parmi les 900 paires d'images de chaque série, sont représentées en figure 2.8. Nous y montrons dans un premier temps les figures d'intercorrélation de deux paires d'images jumelles, l'une dans le plan image (*a*) et l'autre dans le plan de Fourier (*b*). Les figures (*c*) et (*d*) représentent l'intercorrélation des deux mêmes paires d'images jumelles, mais dans lesquelles les pixels ont été groupés (binnés) sur une surface correspondant aux dimensions des cellules de résolution. Nous avons utilisé ici un groupement (binning) de  $11 \times 11$   $px$  dans les deux cas, ce qui permet de réunir la majeure partie des coïncidences jumelles sur un seul pixel. Ce groupement a pour but de faire ressortir le pic dû aux coïncidences jumelles vis à vis des coïncidences accidentelles, et ainsi de déterminer si toutes les images présentent un pic de coïncidences distinct des variations dues aux coïncidences aléatoires. Le groupement de  $11 \times 11$   $px$  correspond sur nos zones d'intérêt à un nombre de cellules de résolution  $M_x \simeq 27 \times 27$ . Enfin les figures (*e*) et (*f*) représentent les figures d'intercorrélation, après le même groupement de pixels, d'images indépendantes dans le plan image puis dans le plan de Fourier. Le pic de coïncidences dû aux photons jumeaux en est absent.

Après le groupement des pixels, nous pouvons identifier le pic de coïncidences groupé par les coordonnées du pixel sur lequel il est situé. Sur les 900 paires d'images jumelles enregistrées dans le plan de image, 895 contiennent un pic de coïncidences dont la valeur est supérieure aux coïncidences aléatoires, soit 99,5% des cas. De même, sur les 900 paires d'images jumelles enregistrées dans le plan de Fourier, 900 contiennent un pic de coïncidences dont la valeur est supérieure aux coïncidences aléatoires, soit 100% des cas. Ces résultats vérifient que le nombre de cellules de résolution dont nous disposons est bien de l'ordre de  $28 \times 28$  dans le plan image, et supérieur à  $23 \times 23$  dans le plan de Fourier, conformément à une identification du pic réalisable en théorie dans plus de 99,4% des cas.

#### 2.3.4/ SNR DU PIC DE COÏNCIDENCES

Une valeur théorique du  $SNR$  peut être déterminée dans les cas d'images enregistrées dans le plan image et dans le plan de Fourier. Dans le cas du groupement de  $11 \times 11$   $px$  que nous effectuons sur chaque image, nous considérons que les cellules de résolution s'étendent sur une zone de  $11 \times 11$   $px$ . Nous disposons donc dans chaque image d'un nombre de cellules de résolution  $M_x \simeq 27 \times 27$ . À partir de l'équation 2.6, nous obtenons pour  $K = 1$ , un  $SNR$  théorique de 5,1 dans le plan image, et de 6,2 dans le plan de Fourier.

Afin de déterminer une valeur expérimentale de  $SNR$ , celui-ci est calculé sur l'intercorrélation de chaque paire d'images jumelles. Nous obtenons dans le plan image un  $SNR$  moyen de 5,3, avec 95% des valeurs comprises entre 2,6 et 7,9 ; tandis que dans le plan de Fourier nous obtenons un  $SNR$  moyen de 6,8, avec 95% des valeurs comprises

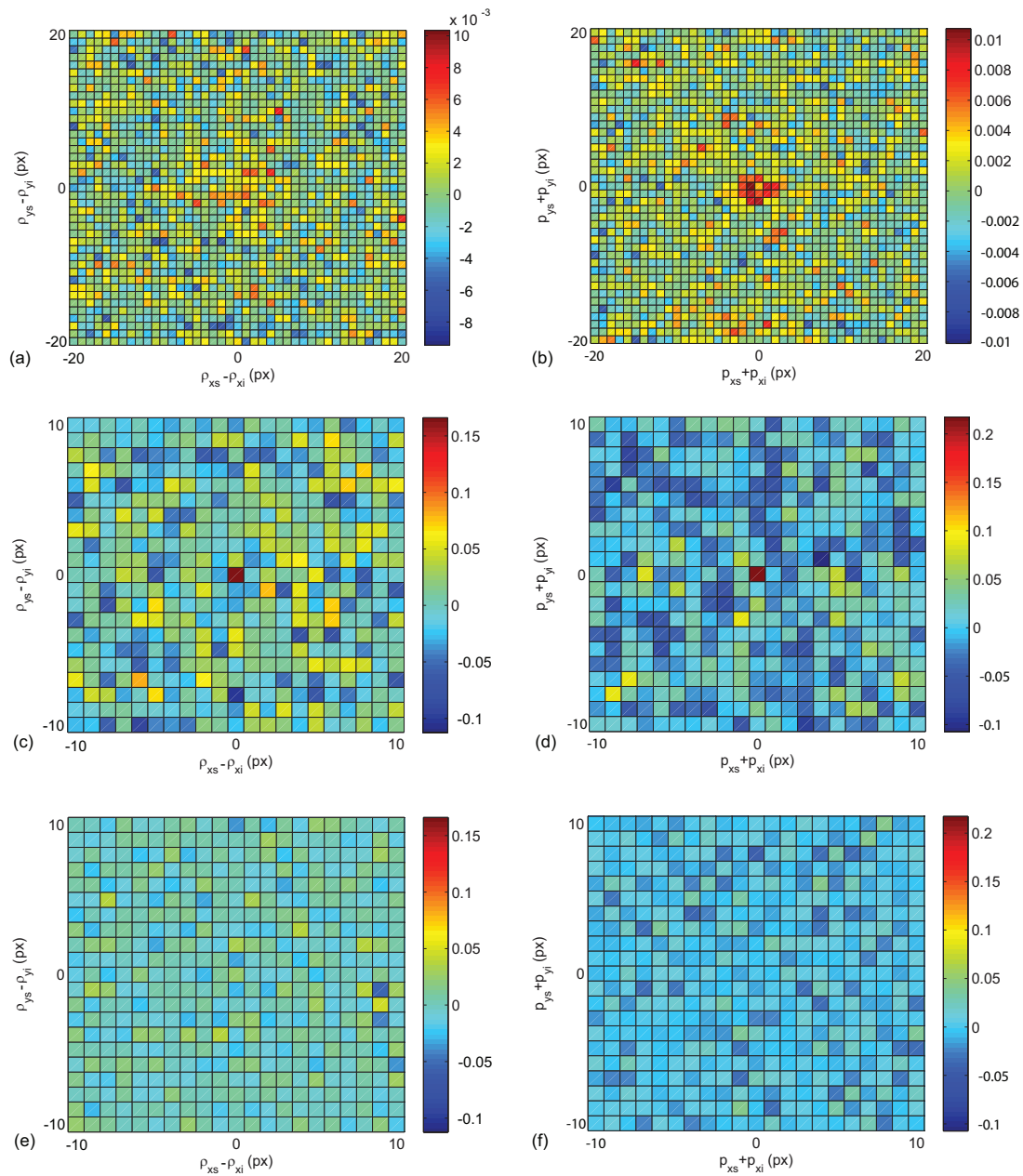


FIGURE 2.8 – Intercorrélation normalisée d'une paire choisies arbitrairement d'images jumelles parmi les 900 paires d'images enregistrées, dans le plan image sans (a) et avec (c) groupement de  $11 \times 11$  px, dans le plan de Fourier sans (b) et avec (d) le même groupement de pixels. Intercorrélation normalisée d'images indépendantes dans le plan image (e) puis dans le plan de Fourier (f) avec un groupement de  $11 \times 11$  px.

entre 4,2 et 9,5. Ces valeurs sont en accord avec les valeurs théoriques correspondant à  $K = 1$ . Les valeurs expérimentales du  $SNR$  trop élevées vis à vis des valeurs théoriques sont dues à des résidus de corrélations déterministes, engendrées par une modélisation de l'enveloppe des faisceaux qui dans certains cas est inexact. C'est notamment le cas dans le plan image où nous supposons que le profil du cône de lumière est gaussien. Or ce n'est pas exactement le cas en raison :

- de défauts d'astigmatisme provoqués par les lentilles,
- d'éventuels défauts à la surface du cristal non linéaire,
- du profil du faisceau pompe, qui n'est pas parfaitement gaussien. Il est par exemple asymétrique, comme nous pouvons le constater en figures 2.3 (b) et (d).

Dans ce cas, l'enveloppe déterministe de l'image n'est pas correctement retirée à l'image, entraînant des résidus de coïncidences déterministes. Cependant, les taux de réussite déterminés à la section précédente quant à l'identification du pic de coïncidences sont entièrement cohérents avec les SNR théoriques. Dans le plan image, le  $SNR$  théorique de 5,1 correspond à un taux de réussite de 99,5%, contre un taux de réussite expérimental de 99,4%, tandis que dans le plan de Fourier le  $SNR$  théorique de 6,2 correspond à un taux de réussite de 99,9%<sup>2</sup>, contre un taux de réussite expérimental de 100%.

Le  $SNR$  déterminé dans le plan de Fourier est ici suffisant pour distinguer le pic de coïncidences vis à vis des coïncidences déterministes. En revanche, dans le plan image certaines valeurs trop basses du  $SNR$  entraînent des erreurs, bien que celles-ci soient relativement rares. Celles-ci se produisent lorsque l'un des 729 pixels de la figure d'intercorrélacion, après groupement des pixels, prend une valeur supérieure à celle du pic de coïncidences. Néanmoins nous pouvons conclure qu'avec 5 erreurs sur 900, nous pouvons être confiants vis à vis de la position du pic de coïncidences, et qu'il nous est possible d'observer des corrélacions d'origine quantique sur des paires uniques d'images jumelles dans le plan image et dans le plan de Fourier.

### 2.3.5/ DEGRÉ DE PARADOXE EPR

Afin de mettre en évidence un paradoxe EPR, et de déterminer le degré de paradoxe, nous devons déterminer les variances conditionnelles des positions et des impulsions des photons appariés, en n'utilisant qu'un seul couple d'images jumelles dans chaque plan. Pour cela les images jumelles sont enregistrées en utilisant le protocole que nous avons décrit au chapitre précédent. Les étapes permettant d'accéder au calcul du degré de paradoxe EPR sont les suivantes :

- Les images jumelles sont enregistrées par les caméras suite à l'acquisition simultanée de sections de faisceaux jumeaux. Dans le plan image les photons jumeaux sont corrélés, et induisent l'enregistrement d'images jumelles analogues. La répartition des photo-électrons dans l'image prend la forme du profil du faisceau pompe. Dans le plan de Fourier les photons sont anti-corrélés et induisent l'enregistrement d'images jumelles symétriques par rapport au centre du faisceau. La répartition des photo-électrons dans l'image est relative au désaccord de phase, et prend la forme d'un  $\sin_c^2$ .

---

2. Les taux de réussite de 99,5% et 99,9% correspondent respectivement aux valeurs de la fonction de distribution cumulative aux abscisses 5,1/2 et 6,2/2.

- Les images enregistrées en niveaux de gris sont seuillées avec la procédure décrite à la section 1.3.4. Cela permet la restitution d'images dont les pixels prennent la valeur "1", pour représenter un photo-électron, et "0" pour l'absence de photo-électron.
- L'enveloppe déterministe de chaque image est déterminée en effectuant une modélisation gaussienne de l'image dans le plan image, et en  $\sin_c^2$  dans le plan de Fourier. Chaque enveloppe déterministe est stockée sous la forme d'une image.
- Chaque image d'enveloppe déterministe est soustraite à l'image seuillée associée. L'image résultante ne présente idéalement plus de profil déterministe. Nous représentons un exemple en figure 1.23 (b).
- Une intercorrélacion est calculée entre les deux images de chaque paire d'images jumelles. Ce calcul permet d'associer à chaque paire d'images jumelles, une figure d'intercorrélacion sur laquelle nous devons identifier la position du pic de coïncidences. En figure 2.8 nous montrons un exemple de figures d'intercorrélacion obtenues pour le plan image (a) et pour le plan de Fourier (b).
- Pour déterminer la position du pic de coïncidences, les pixels de la figure d'intercorrélacion sont groupés sur une surface de  $27 \times 27$  px correspondant à la surface des cellules de cohérence spatiale. Les coordonnées du pic sont considérées comme celles du plus haut pixel de l'image. Cela est vérifié dans 99,44% des cas dans le plan image, et 100% des cas dans le plan de Fourier. Dans cette partie, le groupement de pixels sert uniquement à déterminer la position du pic de coïncidences.
- Une fois la position du pic de coïncidences identifiée dans chaque figure d'intercorrélacion, nous devons déterminer les largeurs selon  $x$  et  $y$  du pic de coïncidences. Ces largeurs correspondent aux variances des probabilités conditionnelles des positions pour les figures d'intercorrélacion du plan image, et des impulsions pour les figures d'intercorrélacion du plan de Fourier. Ces variances peuvent être assimilées aux variances conditionnelles  $\Delta^2(\rho_i - \rho_s)$  et  $\Delta^2(p_i + p_s)$ , des positions et des impulsions. Lors de cette étape, les pixels de la figure d'intercorrélacion ne sont pas groupés.
- Pour déterminer un degré de paradoxe EPR, nous calculons le produit des variances  $\Delta^2(\rho_i - \rho_s) \cdot \Delta^2(p_i + p_s)$ . L'une correspond à une paire d'images jumelles dans le plan image, et l'autre à une paire d'images jumelles dans le plan de Fourier. Enfin, le degré de paradoxe est déduit de l'équation 2.9 pour ce produit de variances. Chaque calcul du degré de paradoxe ne doit être effectué qu'en utili-

sant une paire de valeurs  $\Delta^2(\rho_i - \rho_s)$  et  $\Delta^2(p_i + p_s)$ , chacune calculée sur la figure d'intercorrélacion d'une seule paire d'images jumelles.

Le problème rencontré dans cette partie est que cette mesure ne peut pas être effectuée sur les figures d'intercorrélacion dont les pixels ont été groupés. Or comme en témoigne les figures 2.8 (a) et (b), le pic de coïncidences est peu visible dans ce cas, ce qui rend difficile le calcul de  $\Delta^2(\rho_i - \rho_s)$  et  $\Delta^2(p_i + p_s)$ . Pour déterminer les dimensions du pic de coïncidences, nous utilisons un modèle gaussien dont nous ajustons les paramètres en utilisant une portion de la figure d'intercorrélacion : il s'agit ici d'une zone de  $30 \times 30$  px, centrée sur la position du pic de coïncidences. La méthode d'ajustement utilisée est la même que celle décrite à la section 2.3.1. Les écarts-types du modèle gaussien sont alors calculés selon les directions transverses  $x$  et  $y$ , et correspondent aux écarts-types des probabilités conditionnelles. L'opération, effectuée sur chaque paire d'images jumelles, nous permet d'obtenir un encadrement de chaque écart-type, c'est à dire selon  $x$  et  $y$  pour le plan image et pour le plan de Fourier. Ces valeurs sont regroupées dans le tableau suivant :

Écart-type	Minimum	Maximum
$\Delta(\rho_{xi} - \rho_{xs})$	2,03 px	4,65 px
$\Delta(\rho_{yi} - \rho_{ys})$	2,15 px	5,17 px
$\Delta(p_{xi} + p_{xs})$	1,87 px	3,09 px
$\Delta(p_{yi} + p_{ys})$	1,28 px	2,12 px

TABLE 2.1 – Écarts-types minimums et maximums du pic de coïncidences selon  $x$  et  $y$ , pour le plan image et le plan de Fourier, donnés en pixels.

Les variances des probabilités conditionnelles des positions sont déduites de ces valeurs connaissant les dimensions des pixels dans l'espace des positions :

$$\Delta(\rho_i - \rho_s)_{\text{mètres}}^2 = \left( \Delta(\rho_i - \rho_s)_{\text{pixels}} \frac{\sqrt{S_{px}}}{G} \right)^2 \quad (2.7)$$

Nous rappelons que  $G = 2,44$  correspond au grandissement des lentilles, et  $S_{px} = 16 \times 16 \mu\text{m}^2$  est la surface des pixels. Les variances des probabilités conditionnelles des impulsions sont, de même, données dans l'espace des impulsions par :

$$\Delta(p_i - p_s)_{\text{mètres}^{-1}}^2 = \left( \Delta(p_i - p_s)_{\text{pixels}} \frac{2\pi \sqrt{S_{px}}}{f \lambda_{s,i}} \hbar \right)^2 \quad (2.8)$$

où nous rappelons que  $f = 125 \text{ mm}$  est la distance focale des lentilles. Nous déduisons ainsi un encadrement des variances selon  $x$  et  $y$  des probabilités conditionnelles des positions et des impulsions :

Variance	Minimum	Maximum
$\Delta^2(\rho_{xi} - \rho_{xs})$	177 $\mu\text{m}^2$	931 $\mu\text{m}^2$
$\Delta^2(\rho_{yi} - \rho_{ys})$	199 $\mu\text{m}^2$	1149 $\mu\text{m}^2$
$\Delta^2(p_{xi} + p_{xs})$	$4,5 \cdot 10^{-6} \hbar^2 \mu\text{m}^{-2}$	$12,3 \cdot 10^{-6} \hbar^2 \mu\text{m}^{-2}$
$\Delta^2(p_{yi} + p_{ys})$	$2,1 \cdot 10^{-6} \hbar^2 \mu\text{m}^{-2}$	$5,8 \cdot 10^{-6} \hbar^2 \mu\text{m}^{-2}$

TABLE 2.2 – Variances minimales et maximales des probabilités conditionnelles des positions et des impulsions selon  $x$  et  $y$ .

Ces valeurs vont maintenant nous permettre de calculer le degré de paradoxe EPR. Nous ne voulons utiliser pour chaque calcul du degré de paradoxe EPR que deux paires d'images, l'une dans le plan image et l'autre dans le plan de Fourier. Cependant les encadrements des variances ont été calculés indépendamment, ce qui signifie qu'aucune paire d'images jumelles enregistrée dans le plan image ne peut être associée avec une paire particulière d'images jumelles enregistrée dans le plan de Fourier. Cela signifie que nous ne pouvons pas privilégier une combinaison de variances plutôt qu'une autre. Nous avons donc calculé le degré de paradoxe EPR pour toutes les combinaisons de paires d'images possibles, c'est à dire  $900 \times 900$  combinaisons, et nous avons calculé le produit des variances dans chacun des cas. Ce produit permet de déduire de l'équation 2.2 le degré de paradoxe EPR :

$$V = \frac{0,25 \hbar^2}{\Delta(\rho_i - \rho_s)^2 \Delta(p_i + p_s)^2} \quad (2.9)$$

En éliminant 2,5% des valeurs les plus élevées et 2,5% des valeurs les plus basses, nous obtenons l'intervalle de confiance à 95% du degré de paradoxe EPR :

$$\begin{aligned} V_x &= [31 \quad 224] \\ V_y &= [52 \quad 403] \end{aligned} \quad (2.10)$$

En plus de mettre en évidence la présence d'un paradoxe EPR, ces résultats montrent qu'un fort degré de paradoxe EPR est visible quelle que soit la combinaison de paires uniques d'images jumelles considérée. Ces degrés de paradoxes sont enregistrés sans avoir recours à des moyennes temporelles sur les images d'une même série.

### 2.3.6/ DIFFÉRENCE SOUS-POISSONNIENNE DES IMAGES JUMELLES

Dans cette section nous allons vérifier que la différence des images jumelles présente une statistique inférieure au bruit quantique, que nous caractériserons par une variance sous-Poissonnienne.

## STATISTIQUE POISSONNIENNE DU NOMBRE DE PHOTONS

Comme nous l'avons expliqué à la section 1.3.7 pour une dégénérescence  $M$  élevée, la distribution du nombre de photons de chaque image doit suivre une statistique Poissonnienne. Dans notre cas, le nombre de cellules de cohérence temporelle  $M_t = 1978$  est suffisant pour observer dans chaque image une statistique thermique de la distribution du nombre de photons indiscernable d'une statistique Poissonnienne. Or un histogramme relevant la distribution du nombre de photo-électrons dans nos images seuillées ne permet pas d'observer la statistique Poissonnienne, puisque seules deux intensités sont représentées : 0 et 1 photo-électron. Cependant un calcul de la variance normalisée  $\delta_{\rho,p}$  permet de vérifier cela dans nos images :

$$\delta_{\rho,p} = \frac{\langle \Delta^2(N_{\rho,p}) \rangle}{\langle N_{\rho,p} \rangle} \quad (2.11)$$

Dans le cas d'une distribution Poissonnienne, nous devrions avoir  $\langle \Delta^2(N_{\rho,p}) \rangle = \langle N_{\rho,p} \rangle$ , et par conséquent  $\delta_{\rho,p} = 1$ . Un calcul utilisant directement les images seuillées nous amène à  $\delta_{\rho} = 0,92$  dans le plan image et  $\delta_p = 0,93$  dans le plan de Fourier. Cela nous indique à première vue que nos images suivent une statistique sous-Poissonnienne de la distribution des photons, or ce résultat est un artéfact dû à la procédure de seuillage. La raison est que les calculs de moyennes et de variances ne prennent pas en compte les rares cas où plus d'un photo-électron, accumulés sur un même pixel, sont interprétés comme un seul photo-électron. Afin de déterminer  $\delta_{\rho,p}$ , une correction doit être appliquée à la moyenne mesurée. Pour cela, considérons la moyenne vraie  $\mu$  du nombre de photons détectés sur un pixel pour une distribution de Poisson. Chaque pixel a une probabilité  $P_0$  de ne détecter aucun photon. La nombre moyen de photons  $\langle N \rangle$  déterminé dans les images seuillées est [Blanchet et al., 2008] :

$$\langle N \rangle = 1 - P_0 = 1 - e^{-\mu} \quad (2.12)$$

La première égalité représente l'incapacité due à la procédure de seuillage de distinguer les pixels correspondant à un ou plusieurs photo-électrons. La seconde égalité est due à l'hypothèse d'une distribution Poissonnienne du nombre de photons. De même, la variance mesurée dans les images seuillées est donnée par :

$$\langle \Delta^2(N) \rangle = \langle N \rangle^2 P_0 + (1 - \langle N \rangle)^2 (1 - P_0) = \langle N \rangle (1 - \langle N \rangle) \quad (2.13)$$

Par conséquent, la variance mesurée dans les images est plus petite que la moyenne, et  $\delta_{\rho,p} < 1$ . La moyenne du nombre de photons  $\langle N \rangle$  doit donc être multipliée par le terme correctif  $(1 - \langle N \rangle)$ , afin d'obtenir une variance normalisée  $\delta_{\rho,p} = 1$  dans le cas d'une distribution de Poisson. Ce terme correctif, proposé par [Blanchet et al., 2008] dans le

cadre d'une restitution des images après seuillage, a également été redécouvert dans une étude indépendante menée par [Sperling et al., 2012] sur le comptage de photons par des détecteurs on-off, à l'image de nos caméras EMCCD. La variance normalisée du nombre de photo-électrons est donc donnée par :

$$\delta_{\rho,p} = \frac{\langle \Delta^2(N_{\rho,p}) \rangle}{\langle N_{\rho,p} \rangle (1 - \langle N_{\rho,p} \rangle)} \quad (2.14)$$

Avec cette correction, nous obtenons bien  $\delta_\rho = 1$  dans le plan image et  $\delta_p = 1$  dans le plan de Fourier. Cette valeur de 1 est obtenue expérimentalement avec une incertitude très faible, voir la figure 4(a) de [Blanchet et al., 2010], et confirme la statistique Poissonnienne suivie par la distribution du nombre de photo-électrons dans les images.

#### VARIANCE DE LA DIFFÉRENCE SOUS-POISSONNIENNE

La différence des images jumelles est une image résultant de la soustraction de deux images jumelles. Celle-ci est calculée numériquement pour toutes les paires d'images jumelles, dans le plan image et dans le plan de Fourier. Pour cela nous utilisons les images jumelles après avoir groupé les pixels sur une surface de  $11 \times 11$  px correspondant aux dimensions des cellules de résolution. La statistique sous-Poissonnienne de la différence du nombre de photo-électrons est observée lorsque la différence des images résulte en une suppression des photo-électrons appariés. Cela implique que la différence soit calculée avec deux images jumelles dont les cônes de lumière sont centrés l'un sur l'autre. Comme les photons sont corrélés dans le plan image, et anticorrélés dans le plan de Fourier, le calcul de la différence ne nécessite pas de modification des images dans le plan image, cependant les images doivent être pivotées de  $180^\circ$  dans le plan de Fourier. Afin de vérifier que la différence des images jumelles résulte en une distribution sous-Poissonnienne du nombre de photo-électrons, nous procédons, à l'image de la section précédente, au calcul de la variance de la différence normalisée :

$$\delta_{\rho,p} = \frac{\langle \Delta^2(N_{s\rho,sp} - N_{i\rho,ip}) \rangle}{\langle N_{s\rho,sp} + N_{i\rho,ip} \rangle} \quad (2.15)$$

Nous obtenons ainsi dans le plan image  $\delta_\rho = 0,89 \pm 0,10$ , et dans le plan de Fourier  $\delta_p = 0,88 \pm 0,09$ . Ces valeurs ont été déterminées en utilisant le même alignement des images jumelles pour toutes les paires de chaque série. Cela permet d'éviter une optimisation du décalage d'une image par rapport à l'image appariée, qui résulterait en une diminution artificielle de la valeur de  $\delta_{\rho,p}$ . Ce décalage permettant d'optimiser  $\delta_{\rho,p}$  peut en effet varier d'une paire d'images à une autre à cause de la répartition aléatoire des photons dans l'image. Les intervalles de confiance correspondent à 95% des images. Des valeurs de  $\delta_{\rho,p} > 1$  ont pu être observées pour uniquement 19 images sur 900 dans



le plan image, et 8 images sur 900 dans le plan de Fourier. Nous pouvons donc affirmer que l'aspect inférieur au bruit quantique des corrélations peut être mis en évidence sur des paires uniques d'images jumelles. Enfin, nous avons calculé la variance de la différence normalisée entre des images indépendantes dans le plan image puis dans le plan de Fourier. Nous obtenons dans les deux cas  $\delta_{\rho,p} = 1,02 \pm 0,12$ , montrant que la statistique sous-Poissonnienne de la différence du nombre de photo-électrons ne peut être observée qu'au moyen de paires d'images jumelles.

## 2.4/ CONCLUSION

Nous avons dans ce chapitre présenté les travaux expérimentaux qui nous ont amenés à mettre en évidence un paradoxe EPR sur des paires uniques d'images jumelles. Pour cela nous avons dans un premier temps mis en évidence la présence d'un pic de coïncidences sur la quasi-totalité des paires d'images jumelles que nous avons enregistrées : pour 99,44% des paires d'images acquises dans le plan image, et pour 100% des paires d'images acquises dans le plan de Fourier. Un calcul expérimental du  $SNR$  nous a ensuite permis de vérifier la correspondance entre nos résultats expérimentaux et nos modélisations théoriques. Il a également permis d'expliquer les rares erreurs ayant lieu lorsque nous déterminons la position du pic de coïncidences, c'est à dire lorsque le pic de coïncidences se confond avec les variations aléatoires des coïncidences accidentelles. Dans la troisième partie nous avons établi un intervalle de confiance à 95% du degré de paradoxe dans les deux dimensions de l'image :  $V_x = [31 \ 224]$  selon  $x$  et  $V_y = [52 \ 403]$  selon  $y$ . Enfin nous avons vérifié que la différence d'images jumelles induit une statistique sous-Poissonnienne du nombre de photo-électrons, en calculant la variance de la différence normalisée dans les cas d'images jumelles et d'images indépendantes. Nous avons obtenu une variance de la différence normalisée  $\delta_{\rho,p} < 1$  pour 97,89% des paires d'images acquises dans le plan image, et pour 99,11% des paires d'images acquises dans le plan de Fourier. La statistique sous-Poissonnienne de la différence du nombre de photons est donc visible dans la majeure partie des paires d'images jumelles. En revanche la différence d'images indépendantes a résulté en une statistique Poissonnienne du nombre de photo-électrons, avec une variance de la différence normalisée  $\delta_{\rho,p} > 1$  dans les deux plans.

Nous avons donc montré au cours de ce chapitre qu'il est possible de mettre en évidence un paradoxe EPR en utilisant uniquement deux paires d'images jumelles : l'une acquise dans le plan image, et l'autre dans le plan de Fourier. Aucune étape de la démonstration ne nécessite ici de moyennes temporelles sur les séries d'images enregistrées, ni pour estimer la position du pic de coïncidences, ni pour calculer le degré de paradoxe EPR. En conséquence de cela nous pouvons dire qu'une image montre par elle-même des propriétés quantiques : toutes les corrélations quantiques peuvent être démontrées uniquement en répétant l'expérience sur les différentes cellules de résolution spatiale de

l'image, et sans avoir recours à la détection de coïncidences temporelles ou en répétant l'expérience sur des séries de plusieurs images.



## CHAPITRE III : IMAGERIE FANTÔME TEMPORELLE QUANTIQUE

Nous présentons dans la troisième partie de cette thèse une expérience d'imagerie fantôme temporelle utilisant les propriétés des images jumelles. Bien que la finalité de cette expérience soit entièrement différente de la démonstration d'un paradoxe EPR, nous allons avoir recours aux mêmes notions :

- intercorrélacion,
- pic de coïncidences,
- rendement quantique équivalent,
- cellules de résolution spatiale, ...

De même, nous montrerons un montage expérimental très peu modifié vis à vis de l'expérience de démonstration d'un paradoxe EPR.

Nous allons introduire l'expérience d'imagerie fantôme temporelle en expliquant dans une première section ce qu'est l'imagerie fantôme, et quel est son principe de fonctionnement. Nous donnerons ensuite le contexte dans lequel s'inscrit notre expérience d'imagerie fantôme temporelle, c'est à dire comment a été imaginée cette expérience, et quelles autres expériences d'imagerie fantôme ont été réalisées. Au cours de la troisième section, nous allons décrire le montage expérimental utilisé, ainsi que les différents éléments ayant été ajoutés ou modifiés par rapport au montage décrit au chapitre précédent. Nous donnerons une description plus détaillée, et imagée par notre montage expérimental, du principe de fonctionnement de l'imagerie fantôme temporelle. Dans cette section, nous montrerons également les étapes permettant la préparation d'un signal fantôme. Enfin, la dernière section sera dédiée à la récupération d'un signal fantôme, notamment en utilisant des calculs d'intercorrélacion. Nous évaluerons également dans cette dernière section le rapport signal à bruit  $SNR$  du signal fantôme après sa récupération.

### 3.1/ QU'EST-CE QUE L'IMAGERIE FANTÔME ?

L'imagerie fantôme, également connue sous la dénomination anglaise "ghost imaging", est un processus dont le but est d'imager un objet, spatial ou temporel, dont la résolution est altérée ou perdue au cours de l'acquisition. Lors de la mise en place d'une expérience d'imagerie fantôme, cette perte/altération est toujours réalisée par une mesure sans résolution temporelle ou spatiale de l'objet. Dans certaines applications, la résolution spatiale ou temporelle n'est pas disponible (par exemple, après dispersion). Cependant, l'application de l'imagerie fantôme n'est pas restreinte à l'altération intentionnelle de la résolution. Cette altération peut aussi bien être utilisée pour cacher une information [Jiang et al., 2017], qu'être le résultat d'un appareil de mesure peu résolu dans les conditions de l'expérience, ou par exemple lorsqu'un milieu diffusant se trouve entre l'objet à mesurer et l'appareil de mesure. Dans tous les cas, la perte de résolution donne l'impression que les informations portées par l'objet ont été perdues pendant la mesure. Le recours à l'imagerie fantôme nous permet d'imager l'objet malgré la résolution perdue au cours de la mesure, soit d'imager un "fantôme".

L'imagerie fantôme temporelle et l'imagerie fantôme spatiale sont basées sur le même principe. Pour donner une description synthétique du fonctionnement de l'imagerie fantôme, nous allons ici ne considérer que notre cas expérimental : l'imagerie fantôme temporelle. Le principe de fonctionnement de l'imagerie fantôme temporelle repose sur l'utilisation de deux supports d'information corrélés. Dans notre cas ces supports sont les faisceaux jumeaux, mais nous verrons que d'autres supports peuvent être utilisés. L'un des faisceaux, le faisceau signal, transporte l'objet temporel mais est enregistré, par intégration, sans sa dimension temporelle, sous forme d'une unique image fantôme. Le second faisceau, le faisceau idler<sup>1</sup>, n'interagit pas avec l'objet temporel mais est acquis sans altération ou suppression de sa résolution temporelle, sous la forme de plusieurs images idler.

Les étapes de cette expérience d'imagerie fantôme temporelle seront détaillées, et surtout illustrées, à la section 3.4. Cependant nous pouvons noter pour le moment que deux éléments sont essentiels à la réalisation de l'imagerie fantôme temporelle : les supports corrélés pour transporter les informations sur l'objet et sa résolution, et la comparaison des supports après acquisition. Soit dans notre cas : les faisceaux jumeaux, et l'inter-corrélation d'images.

---

1. Cette dénomination découle de l'utilisation des faisceaux jumeaux, dans notre cas. Le second support est plutôt qualifié, dans d'autres expériences, de référence ou de test.

### 3.2/ PRINCIPE DE FONCTIONNEMENT

Nous avons parlé pour le moment de l'utilisation de deux supports corrélés, le signal et l'idler. Dans chaque expérience d'imagerie fantôme, spatiale ou temporelle, l'utilisation de ces supports corrélés est indispensable au succès de l'expérience. Ces deux supports sont constitués d'ensembles corrélés d'évènements. Dans le cas où les informations contenues dans ces supports sont des intensités, alors les deux ensembles d'évènements prennent la forme de variations corrélées d'intensité. Ces variations d'intensité peuvent aussi bien être spatiales que temporelles en fonction du protocole expérimental utilisé, mais nous ne parlerons que du cas d'intensités spatialement corrélées, c'est à dire le cas d'images corrélées telles que les images jumelles. Nous rappelons que l'intercorrélacion des images jumelles permet de mettre à jour les variations corrélées du nombre de photo-électrons, ainsi que leur degré de corrélacion.

Afin de mettre en place une expérience d'imagerie fantôme temporelle, nous devons bénéficier de deux séries d'images jumelles : chaque image de la série signal est corrélée avec l'image située à la même position dans la série idler. En revanche les images d'une même série doivent être statistiquement indépendantes. Pour satisfaire ce besoin, les variations spatiales d'intensité de l'image sont générées aléatoirement. Dans notre cas, la répartition aléatoire des photons dans les faisceaux signal et idler permet de satisfaire cette condition, au détail près du profil déterministe des faisceaux que nous devons retirer lors du traitement des images.

La première étape consiste à coder une séquence temporelle d'informations dans les images signal. Pour cela, la série d'images signal passe au travers d'un objet temporel, dont la transmission varie dans le temps. Les valeurs de transmission correspondent aux valeurs de la séquence temporelle : un "1" correspond à une transmission de 100%, tandis qu'un "0" à une transmission de 0%. Ainsi, chaque image signal est affectée par une transmission  $T_k$  correspondant à une unique partie  $k$  de la séquence temporelle codée. Nous montrons cette étape à la figure 3.1. Dans le même laps de temps, la série d'images idler ne subit aucune modification : elle n'est aucunement affectée par le codage de la séquence temporelle.

Dans cette illustration, nous considérons que les points blancs représentent des photons, à l'instar de nos images seuillées. Par conséquent la transmission de l'objet temporel résulte en une variation du nombre moyen de photons. Si cependant les images des séries signal et idler sont des motifs générés par ordinateur [Devaux et al., 2016b], alors la transmission de l'objet temporel modifie l'intensité moyenne des points blancs.

La deuxième étape est l'acquisition durant laquelle la séquence temporelle perd sa résolution temporelle. Pour cela, toutes les images de la série signal sont intégrées dans le temps par une caméra résolue spatialement. Toujours simultanément, la série idler est

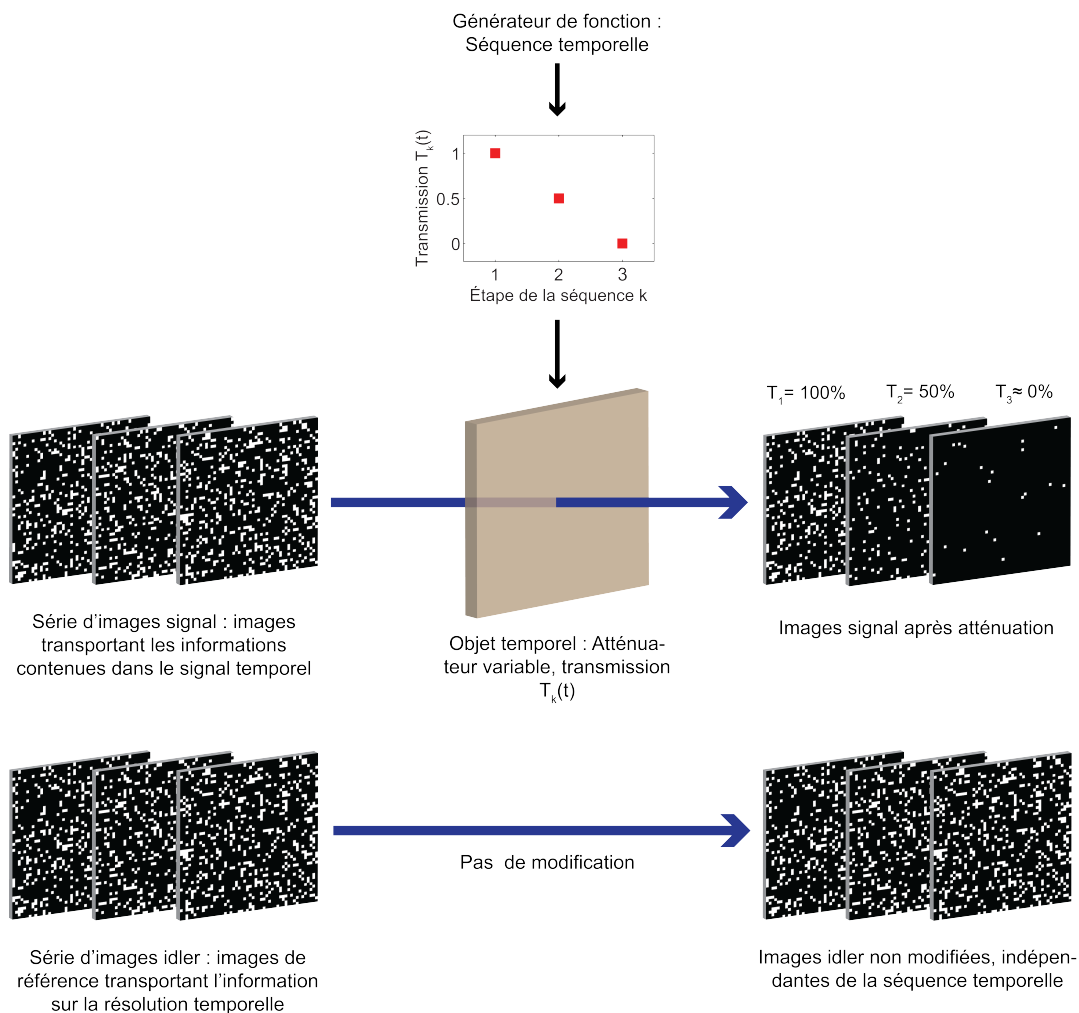


FIGURE 3.1 – Première étape de l'imagerie fantôme temporelle : la série signal est pondérée par l'objet temporel, tandis que la série idler est indépendante de la séquence temporelle.

acquise par une seconde caméra qui conserve la résolution temporelle et la résolution spatiale de la série idler. Cette étape est représentée à la figure 3.2.

Ici l'image somme, résultant de l'intégration des images signal, représente la séquence temporelle fantôme : les informations de la séquence sont contenues dans cette image bien que la dimension temporelle ait été détruite. Nous la qualifions d'image fantôme. Explicitement, cette image n'affiche qu'un motif aléatoire de photo-électrons (les points blancs), puisqu'elle est la somme de motifs aléatoires. Par conséquent, cette image à elle seule ne donne aucune information sur les étapes de la séquence temporelle. Il en est de même pour les images idler, affichant également des motifs aléatoires. Cependant, la réunion de l'image fantôme et de la série idler permet la récupération de la séquence temporelle. La troisième étape est donc l'étape de récupération de la séquence fantôme.

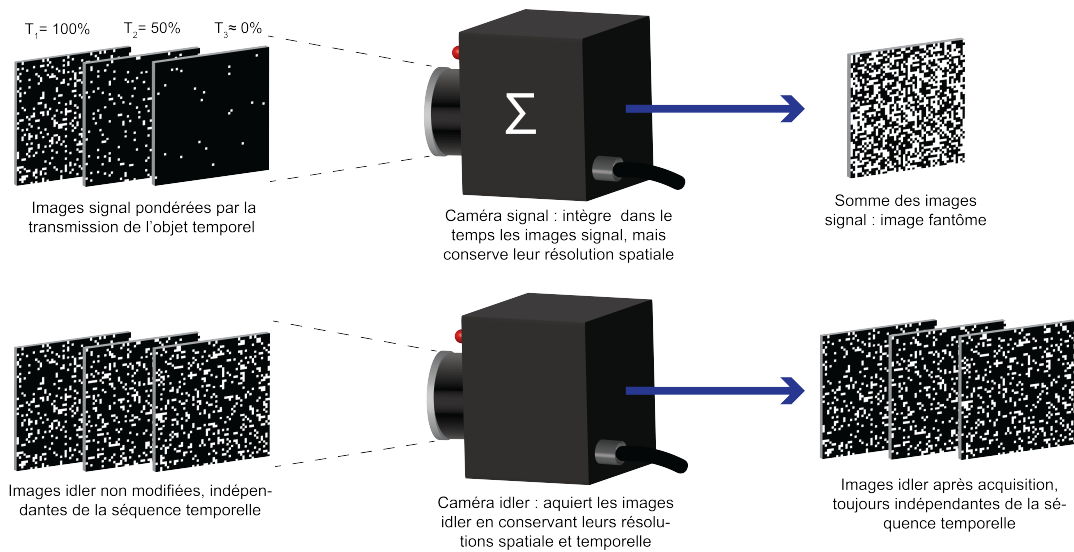


FIGURE 3.2 – Deuxième étape de l'imagerie fantôme temporelle : la série signal est intégrée dans le temps par la caméra signal, tandis que la série idler est acquise par la caméra idler sans altération de ses résolutions spatiales et temporelles.

Dans cette troisième étape, nous disposons de l'image fantôme et des images de la série idler. Pour récupérer la séquence temporelle, nous calculons l'intercorrélacion de l'image fantôme et de chaque image de la série idler. Comme chaque image de la série signal, avant l'intégration, était corrélée avec l'image située à la même position dans la série idler, et était indépendante des autres images, alors cette intercorrélacion donne un nombre de coïncidences  $C_k(T_k) = C_k$  dépendant de la transmission  $T_k$  ayant affecté l'image signal  $k$  associée à l'étape  $k$  de la séquence temporelle :

$$C_k \simeq T_k D \eta \langle N_i \rangle \quad (3.1)$$

où nous rappelons que  $D = 506 \times 506 \text{ px}$  est la surface des images prises en compte, que  $\langle N_i \rangle$  est le nombre moyen de photo-électrons contenus dans les images idler, et que  $\eta$  est le rendement quantique équivalent du montage.

Pour récupérer la séquence temporelle, il suffit alors de tracer dans l'ordre les différents nombres de coïncidences, c'est à dire le nombre de coïncidences en fonction des temps d'acquisition des images idler  $C(t)$ , en soustrayant le nombre moyen de coïncidences accidentelles. Comme le nombre moyen de photons appariés dans les images signal, et par conséquent  $C_k$ , varie linéairement avec la transmission  $T_k$ , nous pouvons déduire de la courbe  $C(t)$  la forme de la séquence temporelle. Cette étape est représentée à la figure 3.3.

Les faisceaux jumeaux n'ont cependant pas l'exclusivité de l'imagerie fantôme temporelle, et encore moins de l'imagerie fantôme. D'autres supports corrélés sont utilisés



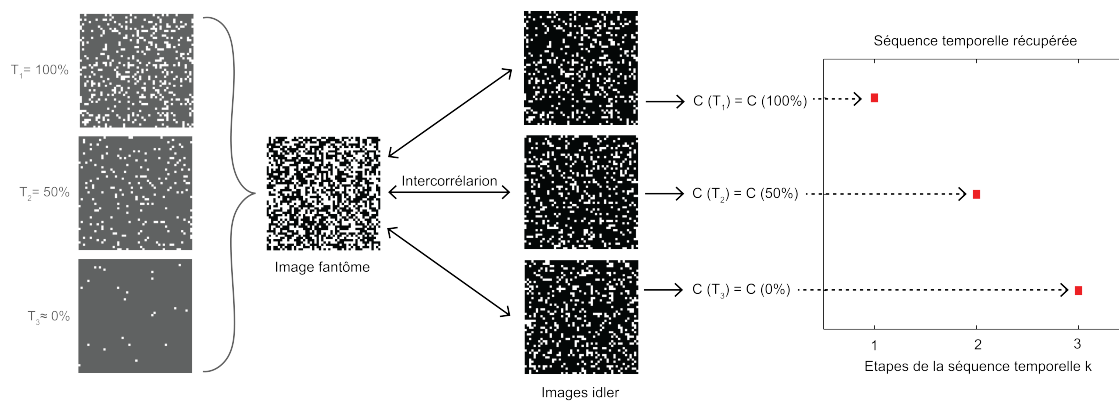


FIGURE 3.3 – Troisième étape de l'imagerie fantôme temporelle : récupération de la séquence fantôme. L'intercorrélacion de l'image fantôme avec chaque image idler permet de reconstituer la forme de la séquence temporelle.

et permettent une reconstitution plus efficace de l'objet, que ce soit dans le domaine temporel ou le domaine spatial. Nous allons dans la prochaine section passer en revue différentes expériences d'imagerie fantôme effectuées au cours de ces dernières années.

### 3.3/ CONTEXTE

L'imagerie fantôme temporelle fait depuis une vingtaine d'années parler d'elle comme un moyen "magique" de former l'image d'un objet spatial, généralement un objet dont la transparence varie spatialement, acquis au moyen d'une caméra mono-pixel, c'est à dire sans résolution spatiale. Les travaux initiaux en imagerie fantôme utilisaient la nature quantique de l'intrication d'un état à deux photons, où les photons jumeaux intriqués spatialement et temporellement étaient utilisés pour détecter des coïncidences temporelles. Alors que le photon signal passait à travers l'objet spatial et était détecté sans résolution spatiale par un compteur de photons, le photon apparié était enregistré avec une résolution spatiale correspondant au balayage du plan transverse à la propagation par une caméra mono-pixel [Pittman et al., 1995], ou plus récemment par une caméra ICCD (Intensified Charged Coupled Device) [Morris et al., 2015]. Plus tard, un protocole d'imagerie fantôme utilisant la corrélation temporelle des fluctuations spatiales d'une source classique [Bennink et al., 2002] ou pseudo-thermale [Ferri et al., 2005] a été proposé. Cependant l'aptitude à récupérer l'objet avec un contraste de 1 semble être une propriété exclusive des expériences d'imagerie fantôme quantique [Gatti et al., 2004].

L'élargissement de l'imagerie fantôme à la récupération d'un objet temporel, c'est à dire un objet dont la transparence varie temporellement, a récemment été démontré expérimentalement [Ryckowski et al., 2016, Devaux et al., 2016b, Devaux et al., 2016a]. Dans [Ryckowski et al., 2016], la lumière était transmise à travers l'objet temporel et détectée par une caméra mono-pixel lente, c'est à dire qui

ne résout pas temporellement l'objet. Sur le bras référence, la lumière qui n'interagissait pas avec l'objet temporel était enregistrée par une caméra mono-pixel rapide. Cependant cette expérience nécessitait de répéter la mesure plusieurs milliers de fois, ce qui nécessitait des milliers de copies du signal temporel, un signal binaire, afin de restituer ce dernier avec un bon rapport signal à bruit. Pour permettre la reconstitution d'un objet temporel non reproductible, c'est à dire à travers un enregistrement unique de l'objet temporel, nous avons proposé dans notre équipe une expérience qui est la transposition exacte dans le domaine temporel de l'imagerie fantôme spatiale par génération numérique (computational ghost imaging) présentée par [Shapiro, 2008] et [Bromberg et al., 2009]. Dans l'expérience proposée [Devaux et al., 2016b], une acquisition unique de l'objet temporel était effectuée en multipliant cet objet par des images aléatoires générées par ordinateur. Cela permettait le multiplexage spatial des corrélations temporelles d'intensité, avant de détecter la somme des images sans résolution temporelle. Cependant, bien que simple à mettre en place et très peu coûteuse, cette méthode est lente. Afin d'atteindre une fréquence de récupération du signal de l'ordre du kilohertz, nous avons étendu cette expérience à l'utilisation de motifs de tavelures (speckle) [Devaux et al., 2016a], c'est à dire la transposition dans le domaine temporel de l'expérience d'imagerie fantôme spatiale utilisant les fluctuations spatiales d'intensité d'une source pseudo-thermique.

Dans l'expérience que nous présentons ici, nous proposons de réitérer la première expérience d'imagerie fantôme [Pittman et al., 1995], mais en la transposant dans le domaine temporel. Ici, les photons signal passent à travers l'objet temporel et sont collectés par la première caméra EMCCD1 sans résolution temporelle mais en conservant la résolution spatiale de la caméra, tandis que les photons idler n'interagissent pas avec l'objet et sont détectés par la seconde caméra EMCCD2 avec la résolution spatiale de la caméra et la résolution temporelle du signal à récupérer. L'imagerie fantôme temporelle utilisant un état à deux photons a également été étudié théoriquement par [Cho et al., 2012].

### 3.4/ RÉALISATION D'UNE EXPÉRIENCE D'IMAGERIE FANTÔME TEMPORELLE

Dans cette section, nous allons donner une description du montage expérimental utilisé pour la réalisation de cette expérience, utilisant les photons jumeaux. Nous nous appuierons ensuite sur ce montage pour expliciter les étapes permettant la création d'une séquence fantôme, c'est à dire dont la résolution temporelle a été détruite.

La séquence temporelle que nous utilisons est une séquence binaire, c'est à dire constituée de "0" et de "1", dont nous avons fixé la longueur à 8 *bits* en fonction de l'efficacité de la récupération de la séquence fantôme à laquelle nous pouvons nous at-

tendre (voir 3.5.2). Le protocole présenté ici ne nécessite l'utilisation que d'une copie de cette séquence temporelle pour obtenir une récupération fiable de cette dernière. Il est donc possible de l'appliquer à des séquences temporelles non reproductibles.

### 3.4.1/ MONTAGE EXPÉRIMENTAL

Le montage expérimental utilisé pour la mise en place de l'expérience d'imagerie fantôme temporelle quantique est très semblable au montage utilisé pour la mise en évidence d'un paradoxe EPR. Nous donnons le schéma du nouveau montage en figure 3.4.

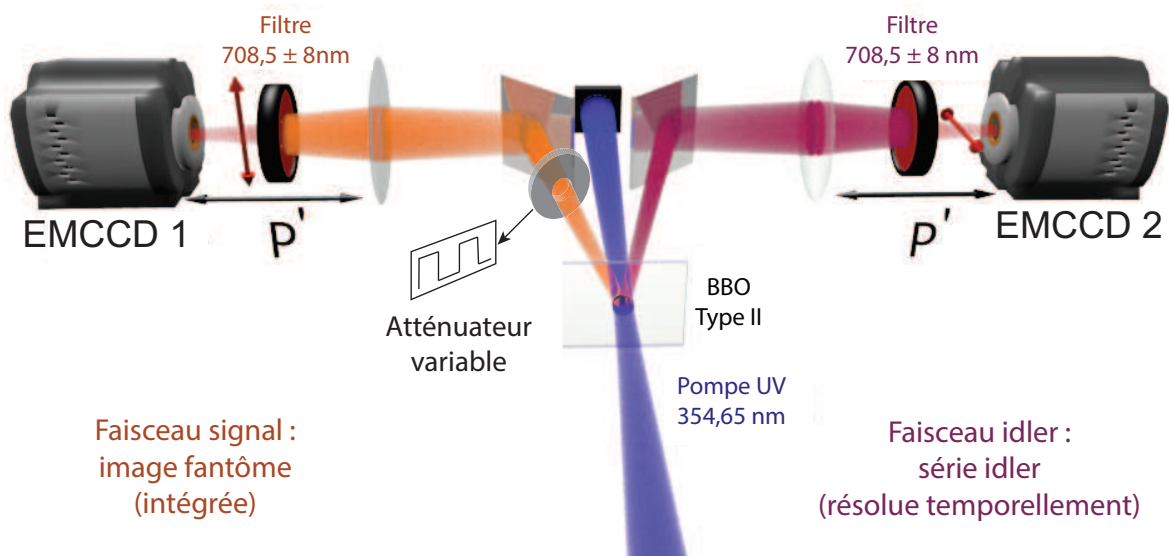


FIGURE 3.4 – Montage expérimental utilisé pour l'enregistrement de séquences temporelles fantômes.

Dans ce nouveau montage, trois différences sont notables vis à vis de l'expérience du chapitre II :

- l'objet temporel, un dispositif permettant une atténuation variable, est placé sur le trajet du faisceau signal,
- les filtres ont été modifiés,
- seule la configuration pour des enregistrements dans le plan image est utilisée.

En effet dans cette expérience, seule l'une des deux configurations, plan image ou plan de Fourier, est nécessaire ici. L'idée dans cette expérience n'étant plus de déterminer les variances conditionnelles des positions et des impulsions, mais uniquement de bénéficier d'images fortement corrélées, c'est à dire un rendement quantique équivalent aussi élevé que possible, mais également un nombre élevé de cellules de résolution spatiale. Nous avons vu au chapitre précédent qu'un enregistrement dans le plan de Fourier était pour

ces deux paramètres plus avantageux qu'un enregistrement dans le plan image :

	<i>Taille de la cellule de résolution spatiale</i>	<i>Rendement quantique équivalent</i>
Plan image	10 × 12 <i>px</i>	23%
Plan de Fourier	6 × 8 <i>px</i>	19%

TABLE 3.1 – Comparaison plan image / plan de Fourier, dans l'expérience de démonstration d'un paradoxe EPR.

Paradoxalement nous avons choisi d'utiliser la configuration pour un enregistrement dans le plan image. La raison de ce choix est uniquement due au changement des filtres. Comme nous allons le montrer, ceux-ci ont un coefficient de transmission plus élevé nous permettant de bénéficier d'un meilleur rendement quantique équivalent, mais leur bande de transmission plus large induit en contrepartie un élargissement des cellules de résolution dans le plan de Fourier. L'utilisation des configurations dans le plan image nous permet ici de bénéficier de l'amélioration du rendement quantique équivalent, sans être affecté par un élargissement important des cellules de résolution. Les détériorations affectant le plan de Fourier importent peu car seule la configuration dans le plan image est utilisée ici.

### 3.4.2/ ÉLÉMENTS DU MONTAGE

Nous allons présenter dans cette section les deux modifications que nous avons apportées au montage expérimental, vis à vis de l'expérience de démonstration d'un paradoxe EPR : les filtres et éléments qui constitueront l'atténuateur variable.

#### FILTRES

Le changement de filtre a été effectué afin d'améliorer le rendement quantique équivalent du montage. En effet, les filtres utilisés précédemment permettaient de restreindre à 5 *nm* la largeur spectrale de détection autour de la dégénérescence en longueur d'onde de l'accord de phase. Cette restriction permettait premièrement de réduire la part de lumière parasite dans les images jumelles, et deuxièmement de réduire les dimensions transverses du pic de coïncidences dans le plan de Fourier, en diminuant le nombre de photons appariés dont les longueurs d'ondes diffèrent [Blanchet et al., 2008]. Cependant, avec une transmission maximale de 80% et un profil de transmission en longueurs d'ondes gaussien, ces filtres étaient la source d'un grand nombre de photons célibataires. Comme seule une configuration, plan image ou plan de Fourier, est nécessaire pour la mise en place de l'expérience d'imagerie fantôme, nous avons choisi d'améliorer le rendement du montage en utilisant des filtres présentant un meilleur coefficient de transmission, mais

avec une bande passante plus large au détriment de la configuration dans le plan de Fourier. En changeant les filtres, nous avons donc choisi de travailler dans le plan image, où les photons jumeaux sont "vus" dans la même cellule de cohérence, même lorsque leurs longueurs d'onde diffèrent. La courbe de transmission des filtres utilisés précédemment ainsi que celle des nouveaux filtres sont données en figure 3.5.

Les nouveaux filtres sont centrés sur la longueur d'onde  $708,5 \text{ nm}$ , et non pas sur la longueur d'onde de dégénérescence  $\lambda_s = \lambda_i = 709,3 \text{ nm}$ . La raison de ce décalage est simplement qu'aucun filtre présentant le même profil de transmission n'était disponible à la longueur d'onde  $709,3 \text{ nm}$ . La FWHM des filtres est de  $16 \text{ nm}$ . Le rendement du filtre peut être estimé en subdivisant leur profil de transmission en plusieurs plages de longueurs d'ondes, et en estimant par l'intermédiaire d'une simulation de l'accord de phase, le taux de lumière présent dans chaque subdivision. Le rendement des filtres est défini comme le nombre de photons appariés, vis à vis du nombre de photons à la sortie du filtre, et est déduit du rendement de chaque plage de longueur d'onde. Nous avons :

- De  $699,5 \text{ nm}$  à  $700,3 \text{ nm}$  : uniquement des photons célibataires, dûs à la longueur d'onde centrale des filtres non centrée sur la longueur d'onde de dégénérescence. 2% du nombre total de photons appariés incidents, avec une transmission moyenne de 19%.
- De  $700,3 \text{ nm}$  à  $701,5 \text{ nm}$  : 3% des photons appariés incidents, avec une transmission moyenne de 77%.
- De  $701,5 \text{ nm}$  à  $715,5 \text{ nm}$  : 90% des photons appariés incidents, avec une transmission moyenne de 97%.
- De  $715,5 \text{ nm}$  à  $718,5 \text{ nm}$  : 5% des photons appariés incidents, avec une transmission moyenne de 48%.

Ainsi sur le nombre total de photons appariés à l'entrée du filtre, un ratio de  $0,02 \times 0,19 + 0,03 \times 0,77 + 0,90 \times 0,97 + 0,05 \times 0,48 = 93\%$  est transmis par le filtre, et un ratio de  $0,03 \times 0,77^2 + 0,90 \times 0,97^2 + 0,05 \times 0,48^2 = 88\%$  est encore apparié. Le rendement quantique des filtres  $T_{\text{filtre}}$  est donc donné par :

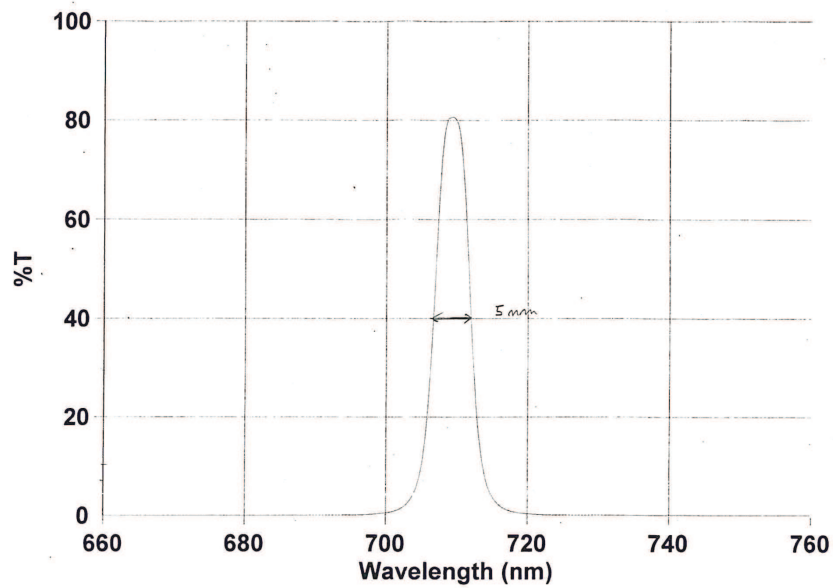
$$T_{\text{filtre}} = \frac{0,88}{0,93} = 0,95 \quad (3.2)$$

Nous avons donc un rendement dû aux filtres  $T_{\text{filtre}} = 95\%$ .

### ATTÉNUATEUR VARIABLE

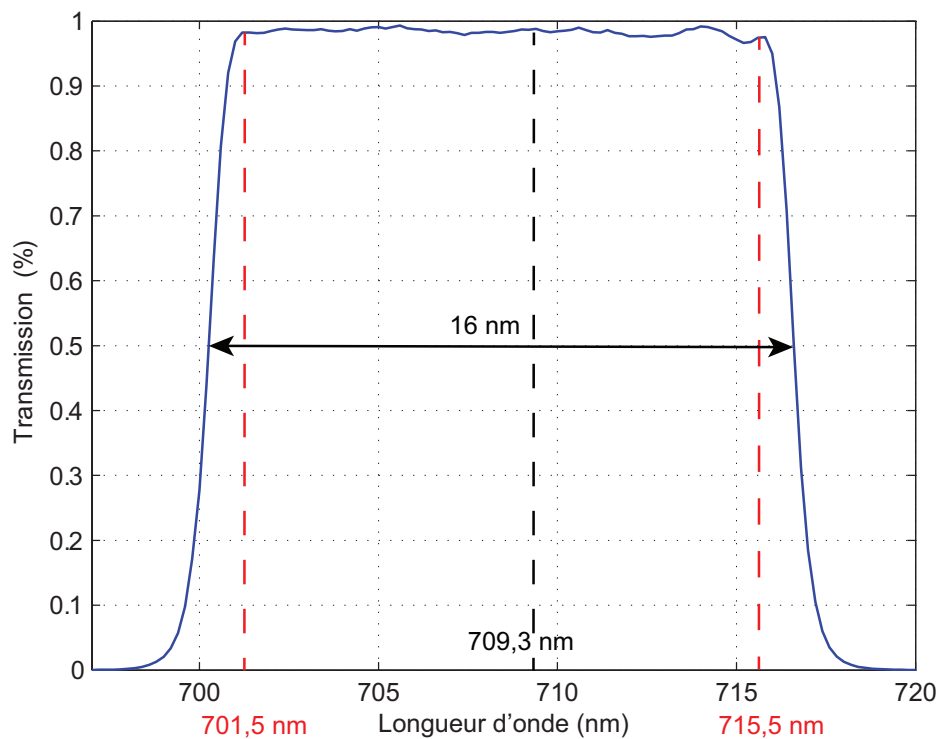
L'atténuateur variable permet de coder la séquence temporelle dans le faisceau signal. La séquence temporelle prend alors la forme, dans le faisceau signal, d'une variation du flux de photons dans le plan transverse à la propagation, dépendante du temps. Cette atténuateur variable est constitué d'une lame à cristaux liquides, contrôlée par un

### 3.4. RÉALISATION D'UNE EXPÉRIENCE D'IMAGERIE FANTÔME TEMPORELLE 77



Sample Name: 709.3NB5 147822  
Collection Time 6/2/2011 3:35:56 PM  
Range 760.000nm to 660nm

(a)



(b)

FIGURE 3.5 – (a) Courbe de transmission des filtres utilisés pour la mise en évidence d'un paradoxe EPR : la bande passante est étroite (FWHM de 5 nm), mais son rendement vis à vis des photons jumeaux est faible, 56,6%. (b) Courbe de transmission des filtres utilisés pour l'expérience d'imagerie fantôme : le coefficient de transmission entre 701,5 et 715,5 nm est élevé, 97%, mais la bande passante est plus large (FWHM de 16 nm).

générateur de fonctions, ainsi que d'un polariseur.

La lame à cristaux liquides joue le rôle d'une lame à retard variable. Ce retard appliqué à l'onde dépend de l'orientation des cristaux liquides, elle même dépendante de la tension délivrée par le générateur de fonctions. Le polariseur, positionné en aval de la lame à retard, permet de bloquer une partie du faisceau signal en fonction de la polarisation induite par cette lame. Le principe de fonctionnement de l'atténuateur variable est représenté en figure 3.6 :

- Lorsqu'aucune tension n'est imposée aux cristaux liquides, aucun retard n'affecte l'onde. Si alors sa polarisation est dans l'axe du polariseur, celui-ci n'affecte pas l'amplitude de l'onde : cas (a).
- Lorsque la tension imposée aux cristaux liquides fait tourner la polarisation d'un angle  $\beta = \pi/2$ , l'onde arrive sur le polariseur avec une polarisation orthogonale à l'axe de ce dernier. Dans ce cas les photons du faisceau signal ne sont pas transmis par le polariseur : cas (c).
- Pour un angle  $\beta$  quelconque, repéré par l'axe du polariseur et la polarisation de l'onde après le passage de la lame à retard, l'amplitude de l'onde est affectée par le polariseur. Le nombre de photons contenus dans le faisceau signal à la sortie du polariseur est déduit de la loi de Malus :

$$N_s(\beta) = N_{s0} \cos^2(\beta) T_{attenuation} \quad (3.3)$$

où  $N_{s0}$  est le nombre de photons contenus dans le faisceau signal avant le passage de l'atténuateur variable, et  $T_{attenuation} = 81\%$  est la transmission maximale de la combinaison de la lame à cristaux liquides et du polariseur.

Le nombre de photons contenus dans le faisceau signal, et par conséquent l'atténuation du faisceau signal, dépend donc de la tension de contrôle de la lame à cristaux liquides. Naturellement, l'atténuation induite par chaque tension de contrôle dépend des conditions de l'expérience, notamment la longueur d'onde du faisceau signal, ainsi que la température de la lame responsable de la modification de son indice de réfraction. Dans notre cas le faisceau signal n'est pas monochromatique en raison des filtres passe-bande utilisés. Nous n'avons pas caractérisé la dépendance en longueur d'onde de l'atténuation pour chaque tension de contrôle. Il est possible dans notre cas que cela aboutisse à un nombre de photons célibataires plus important que prévu, lorsque l'atténuation est minimale, ainsi que des photons appariés résiduels, lorsque l'atténuation est maximale. Par contre, afin de connaître l'atténuation induite par chaque tension délivrée par le générateur de fonctions, nous avons enregistré le nombre moyen de photons dans les images signal en fonction de la tension de contrôle de la lame à cristaux liquides. Cette

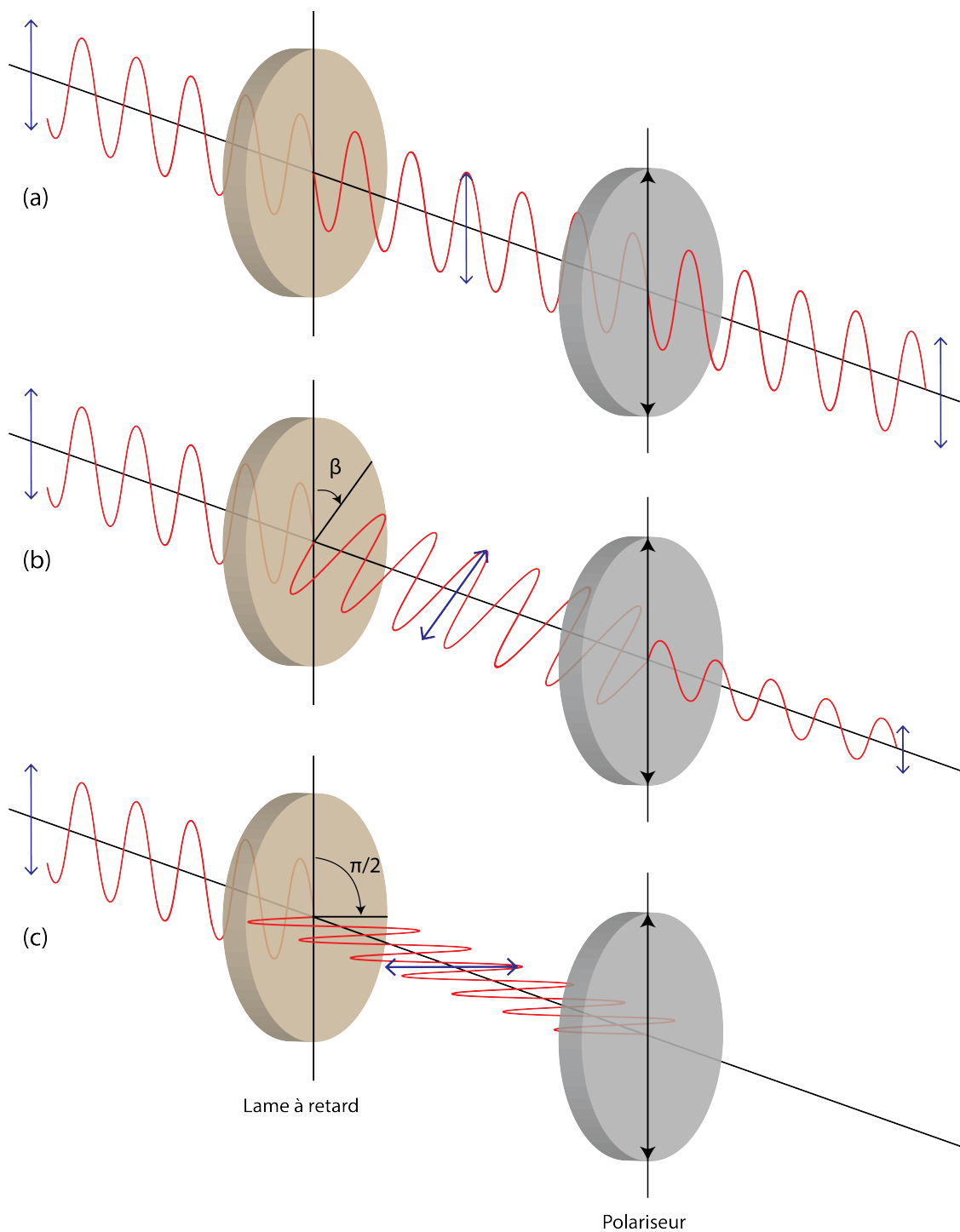


FIGURE 3.6 – Principe de fonctionnement de l'atténuateur variable. La lame à cristaux liquides joue le rôle d'une lame à retard qui fait tourner la polarisation de l'onde en fonction de la tension imposée aux cristaux liquides. Le polariseur positionné en aval de la lame à retard bloque ou laisse passer l'onde en fonction de sa polarisation. Le nombre de photons contenus dans le faisceau signal à la sortie de l'atténuateur variable dépend ainsi de la tension de contrôle de la lame à cristaux liquides.



caractérisation est représentée en figure 3.7.

Dans l'expérience que nous présentons ici, nous nous restreignons à l'utilisation de séquences temporelles binaires, constituées uniquement de "0" et de "1". Pour coder ces valeurs dans le faisceau signal, nous utilisons l'atténuation variable en transmission maximale pour les "1", et en transmission minimale pour les "0". Nous pouvons voir en figure 3.7 que plusieurs tensions permettent d'obtenir les transmissions minimales et maximales. Nous choisissons ici d'utiliser la tension de 2,2 V pour la transmission minimale, et la tension de 25 V pour la transmission maximale. Ce choix est motivé par deux arguments :

- les pentes autour des tensions 2,2 V et 25 V sont plus douces, par conséquent la transmission est moins affectée par des fluctuations de température et de tension, de même que la bande passante des filtres de 16 nm est moins susceptible d'engendrer des photons célibataires pour la transmission maximale, et des résidus de photons appariés pour la transmission minimale ;
- le temps de réorientation des cristaux liquides est plus court pour des tensions plus élevées : de l'ordre de  $10^{-4}$  s pour la montée en tension, et  $10^{-3}$  s pour la relaxation des cristaux. Ce temps de relaxation doit être considéré comme la durée minimale séparant deux acquisitions successives d'images idler.

Pour résumer cette section, l'atténuateur variable est l'objet temporel servant à coder la séquence temporelle dans le faisceau signal. Cette séquence prend la forme d'une variation temporelle du flux de photons. Au cours de cette expérience, nous n'utilisons que des signaux binaires, soit dans l'idéal un flux de photons nul pour les "0", et un flux de photons maximal pour les "1". Pour cela nous avons choisi des tensions de contrôle de 2,2 V et 25 V. Nous n'utilisons pas d'autres tensions de contrôle au cours de cette expérience.

### 3.4.3/ IMAGES JUMELLES ET PROPRIÉTÉS DU MONTAGE

Comme nous allons le montrer, le mode d'acquisition des images pour cette expérience d'imagerie fantôme est légèrement différent de celui permettant l'enregistrement d'images jumelles. En effet, dans cette expérience, il ne s'agit plus d'enregistrer des paires d'images jumelles puisque les faisceaux signal et idler sont acquis avec des résolutions temporelles différentes. Cependant l'enregistrement d'images jumelles permet, comme au chapitre précédent, d'évaluer le rendement quantique équivalent du montage, ainsi que la dimension des cellules de résolution.

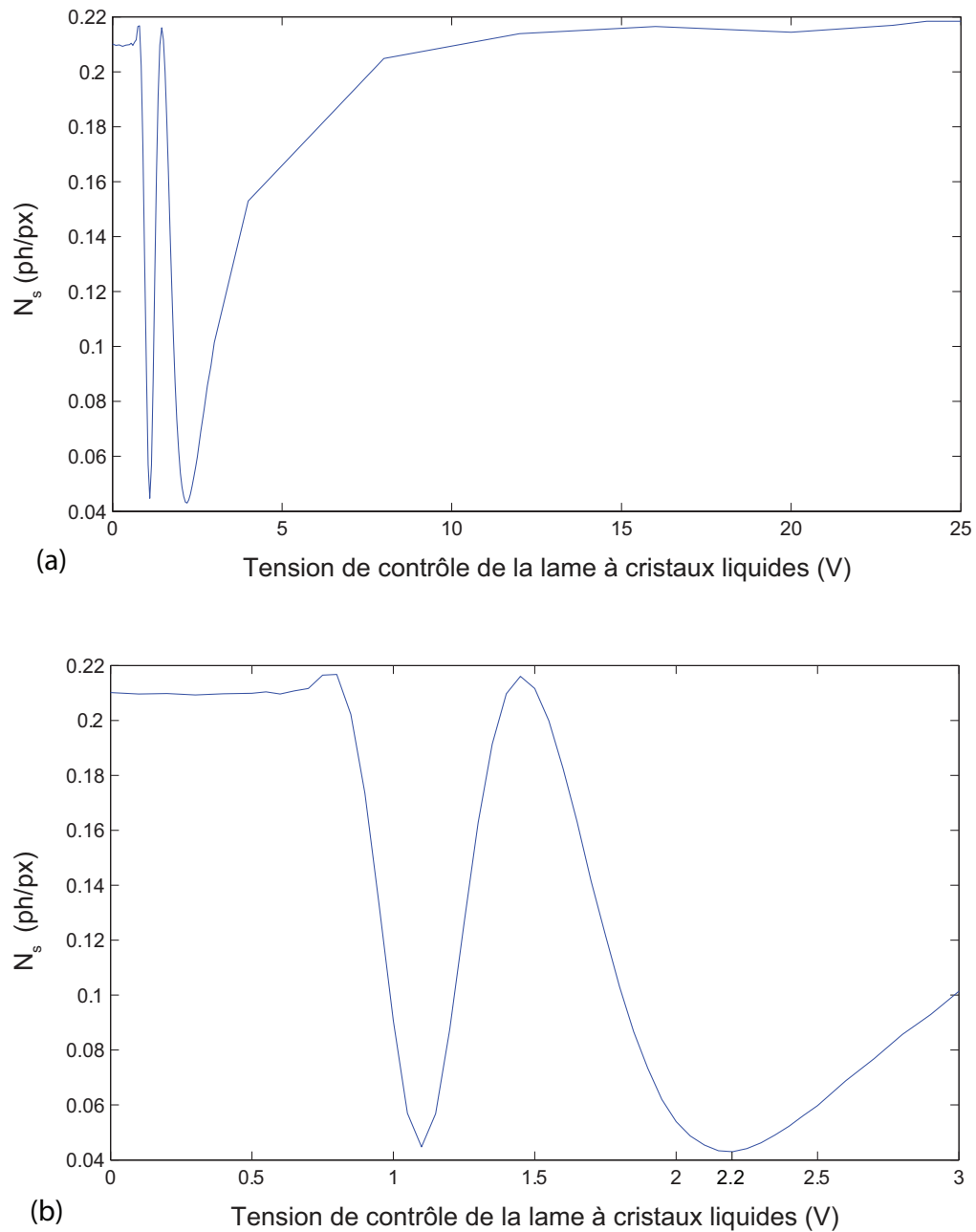


FIGURE 3.7 – Nombre moyen de photons dans les images signal, en fonction de la tension de contrôle de la lame à cristaux liquides. Les graphiques (a) et (b) représentent les mêmes données sur des abscisses différentes : de 0 V à 25 V (a) et de 0 V à 3 V (b).

#### PROFIL DES IMAGES JUMELLES

À l'image du chapitre précédent, nous avons enregistré une série de 900 images jumelles dans le plan image. La restitution des images est effectuée comme au chapitre précédent,

après retrait du fond moyen puis seuillage des images. Les profils moyens signal et idler sont rendus visibles en déterminant numériquement l'image moyenne des 900 images seuillées dans chaque cas. Les profils moyens signal et idler sont représentés en figure 3.8.

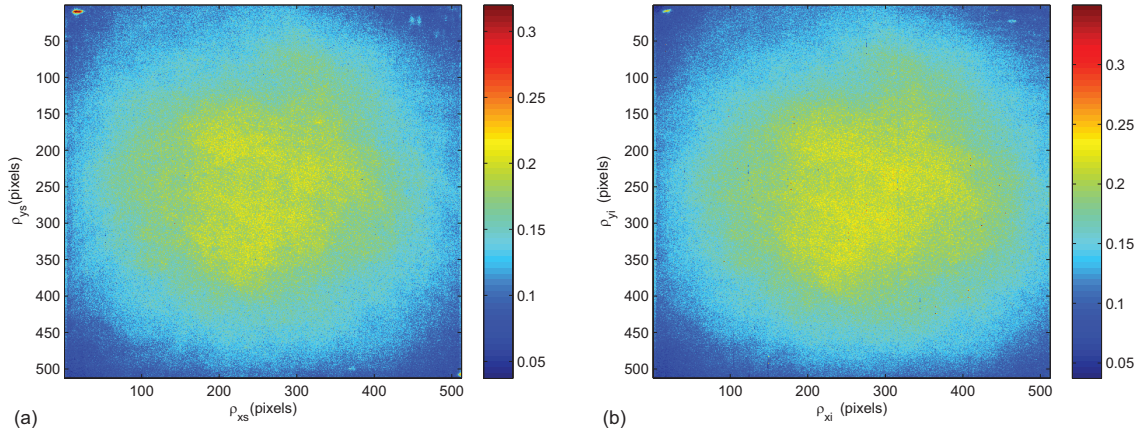


FIGURE 3.8 – Moyenne des 900 images enregistrées par les caméras EMCCD1 (a) et EMCCD2 (b), dans le plan image.

Nous pouvons voir sur cette figure que les cônes de lumière sont beaucoup plus larges qu'au chapitre précédent. Cet élargissement est dû à un éclairage plus large du cristal non linéaire par le faisceau pompe. Le nombre moyen de photons par pixels déterminé sur l'ensemble de l'image idler  $\langle N_i \rangle = 0,16 \text{ ph/px}$  est légèrement plus important que celui de l'image signal  $\langle N_s \rangle = 0,14 \text{ ph/px}$ . Cette différence peut s'expliquer par la présence de l'atténuation variable sur le trajet du faisceau signal. Les points visibles en haut des images, à gauche et à droite, sont dûs à la présence de poussières à la surface du cristal. Les modélisations gaussiennes selon  $x$  et  $y$  des images moyennes signal et idler sont représentées en figure 3.9.

Ces modélisations permettent d'estimer les largeurs du faisceau pompe selon  $x$  et  $y$ , au niveau du cristal. Ces largeurs sont déterminées à partir des écarts-types  $\Delta(x, y)_{\text{pixels}}$  de la modélisation gaussienne (valeurs en figure 3.9). De la même façon qu'à la section 2.3.1, les largeurs du faisceau pompe au niveau du cristal sont liées aux écarts-types  $\Delta(x, y)_{\text{pixels}}$  par :

$$w_{uv \ x,y} = 2\sigma_{uv \ x,y} = 2 \frac{\Delta(x, y)_{\text{pixels}} \sqrt{S_{px}}}{G} \quad (3.4)$$

Nous déterminons ainsi que les largeurs du faisceau pompe au niveau du cristal sont  $w_{uv \ x} = 3,5 \text{ mm}$  et  $w_{uv \ y} = 3,1 \text{ mm}$ , et sont effectivement plus élevées que pour la démonstration d'un paradoxe EPR ( $w_{uv \ x} = 2,0 \text{ mm}$  et  $w_{uv \ y} = 1,6 \text{ mm}$ ). Bien que cela diminue globalement l'éclairage du cristal (voir section 1.3.1), nous avons ici choisi d'élargir le faisceau pompe afin que le cône de lumière recouvre la majeure partie de

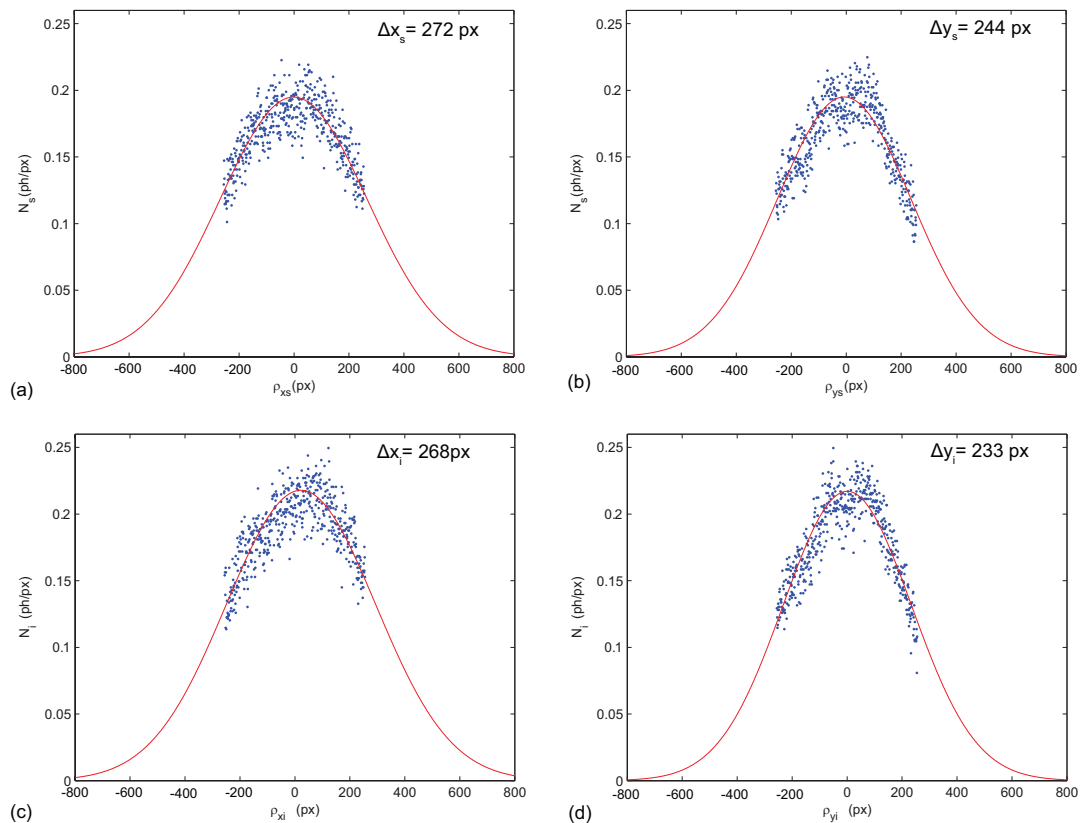


FIGURE 3.9 – Profils suivant  $x$  (a) (c) et  $y$  (b) (d) du faisceau pompe, représentés par le nombre moyen de photons par pixel en fonction de la position sur le capteur, et enregistrés dans le plan image par les caméras EMCCD1 (a) (b) (signal) et EMCCD2 (c) (d) (idler). Les points représentent les données expérimentales, et la courbe rouge la modélisation.

l'image. Ainsi nous pouvons utiliser les images sur une zone d'intérêt de  $506 \times 506$   $px$ , tandis que nous n'utilisons au chapitre précédent qu'une zone de  $300 \times 300$   $px$ . Comme nous le montrerons à la section 3.5.2, cette modification résulte de la nécessité de bénéficier d'images présentant un grand nombre de cellules de résolution : plus l'image contient de cellules de résolution, plus la récupération de la séquence fantôme est fiable. En contrepartie comme l'éclairement du cristal est diminué, nous devons légèrement augmenter le temps d'acquisition des caméras, ce qui peut augmenter la part de lumière parasite dans les images et diminuer le rendement quantique équivalent. Dans notre cas nous n'avons pas dû modifier le temps d'acquisition, en raison du changement de filtre.

#### CELLULES DE COHÉRENCE SPATIALE ET RÉOLUTION SPATIALE

Le nombre de cellules de résolution contenues dans les images joue un rôle important dans la réalisation de l'expérience d'imagerie fantôme. Elle influe la fiabilité de récupération de la séquence fantôme.

Pour estimer le nombre de cellules de résolution dont nous bénéficions pour la récupération de séquences fantômes, nous calculons l'intercorrélacion moyenne des 900 paires d'images jumelles de la série. Nous utilisons pour cela les images restituées après seuillage, auxquelles nous devons soustraire le profil déterministe. Nous rappelons que deux méthodes peuvent être utilisées : soit nous soustrayons à chaque image la moyenne des 900 images, soit nous soustrayons le profil gaussien modélisé sur les images une à une. La seconde méthode est celle que nous avons utilisée précédemment en raison de la nécessité de ne travailler que sur des paires uniques d'images jumelles. Dans le cas présent, le profil moyen peut être considéré comme une propriété des faisceaux jumeaux, soit une propriété du dispositif d'imagerie fantôme. Il nous est donc possible d'utiliser la première méthode.

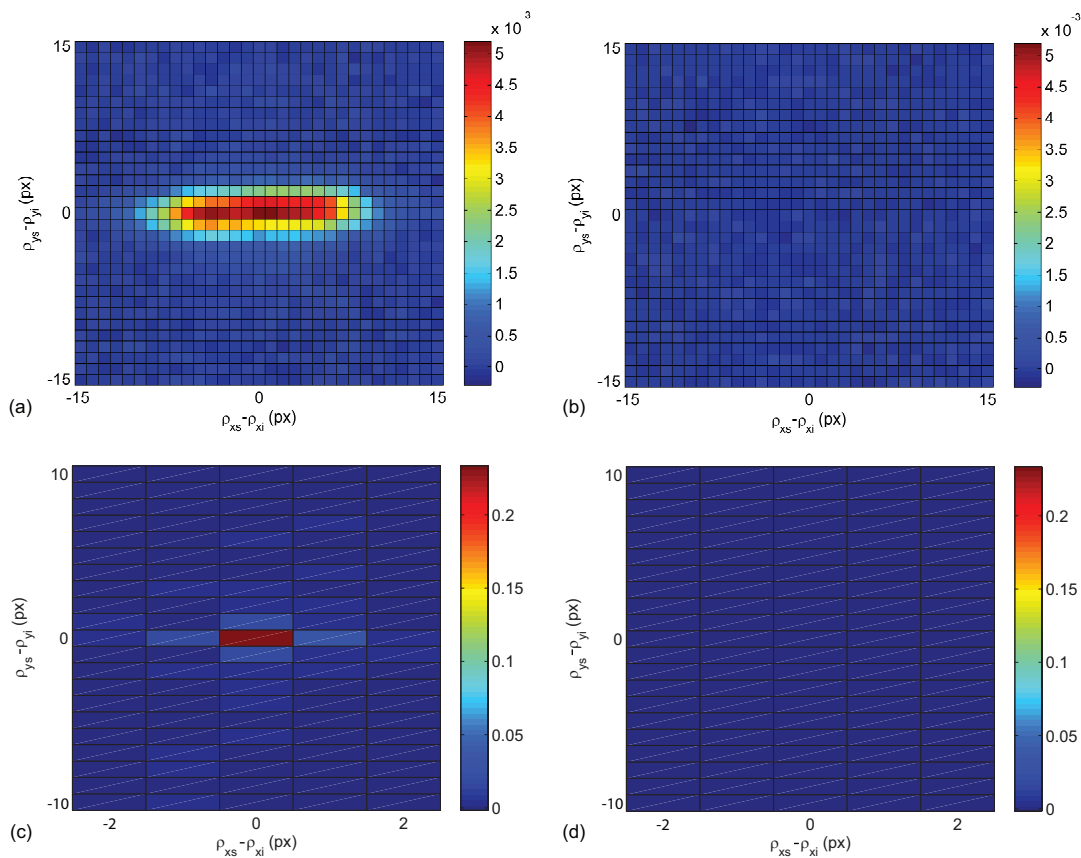


FIGURE 3.10 – Figures moyennes d'intercorrélacion des 900 paires d'images jumelles (a) (c) et de 900 paires d'images indépendantes (b) (d) ; sans groupement des pixels (a) (b), et avec groupement sur des pixels sur une zone de  $5 \times 16$  px (c) (d).

Nous soustrayons donc à chaque image, signal ou idler, la moyenne des 900 images signal ou idler. Les images signal et idler moyennes sont celles que nous avons représentées à la figure 3.8. Après cela nous calculons l'intercorrélacion normalisée de chaque paire d'images jumelles, et nous en déduisons l'intercorrélacion moyenne des 900 paires d'images jumelles. L'intercorrélacion moyenne normalisée est représentée en

figure 3.10. L'intercorrélation moyenne normalisée de 900 images indépendantes est également représentée.

Sur la figure 3.10 (a) nous pouvons voir un pic de coïncidences dû aux photons jumeaux, le pic de coïncidences étant absent sur l'intercorrélation d'images indépendantes (b). La forme de ce pic de coïncidences est différente du pic présenté au chapitre II, à la figure 2.7. Cette différence n'est pas due au changement des filtres ou à la présence de l'atténuateur variable, mais une conséquence d'un défaut d'astigmatisme des lentilles : la modification de la mise au point par la variation de la distance séparant les caméras des lentilles permet de modifier la forme des cellules de résolution dans le plan image. Nous montrons à la figure 3.11 l'influence de la mise au point sur la forme des cellules de résolution.

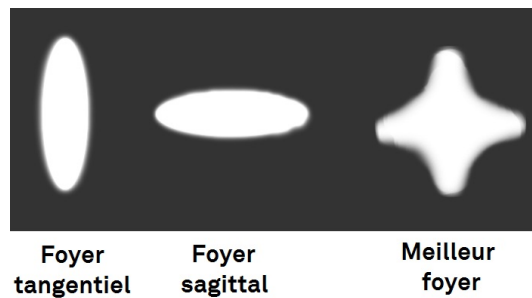


FIGURE 3.11 – Image d'un point source pour différents foyers (image Wikipedia).

Dans le chapitre précédent la distance caméra-lentille était réglée de sorte à minimiser les dimensions du pic de coïncidences dans les deux directions,  $x$  et  $y$ . Cependant la forme du pic de coïncidences ne permettait pas un groupement des pixels correspondant uniquement à la surface occupée par les cellules de résolution : nous ne pouvons grouper les pixels de l'image que sur des zones rectangulaires. La surface du groupement excédait par conséquent la surface occupée par le pic de coïncidences. Or nous verrons à la section 3.5.2 que cela détériore le  $SNR$  du signal récupéré. Nous avons donc choisi d'exploiter l'astigmatisme des lentilles pour modifier les dimensions des cellules de résolution, de sorte que le pic de coïncidences occupe une surface qui permet d'optimiser le groupement des pixels. Dans le chapitre précédent, les dimensions du pic de coïncidences selon  $x$  et  $y$ , et par conséquent les dimensions des cellules de résolution, étaient estimées à  $11 \times 11 px$ , soit un groupement sur une surface de  $121 px$ . Dans le cas présent nous estimons les dimensions du pic de coïncidences selon  $x$  et  $y$  à  $16 \times 5 px$  et par conséquent un groupement de  $80 px$ , inférieur à celui utilisé au chapitre précédent. Les figures d'intercorrélation normalisées après groupement des pixels sur des surfaces de  $16 \times 5 px$  sont également représentées en figure 3.10 entre des images jumelles (c) et des images indépendantes (d).

Nous utilisons donc au cours de l'expérience d'imagerie fantôme le pic de coïncidences tel que nous l'avons décrit ici, avec un groupement de  $16 \times 5 px$  correspondant aux dimensions des cellules de résolution.

## RENDEMENT QUANTIQUE ÉQUIVALENT

Le rendement quantique équivalent théorique du montage peut être estimé théoriquement de la même façon qu'à la section 1.3.5 du chapitre I :

$$\eta = \eta_{optique} \times \eta_{parasite} \times \eta_{capteur} \times \eta_{bruit} \times \eta_{seuil} \quad (3.5)$$

où nous rappelons que  $\eta_{optique}$  est le rendement dû aux optiques du montage,  $\eta_{parasite} = 91\%$  est le rendement dû à la part de lumière parasite,  $\eta_{capteur} = 77\%$  est le rendement quantique des caméras,  $\eta_{bruit} = 95\%$  est le rendement dû aux sources de bruit des caméras, et  $\eta_{seuil} = 84\%$  est le rendement dû au processus de seuillage. Ici, le seul rendement ayant été modifié est  $\eta_{optique}$ , suite au changement de filtre et à l'ajout de l'atténuateur variable. Avec  $T_{BBO} = 98\%$  le coefficient de transmission du BBO,  $R_{miroir} = 99\%$ ,  $T_{lentille} = 98\%$  le coefficient de transmission des lentilles, et désormais  $T_{filtre} = 95\%$  et  $T_{attenuation} = 81\%$ , nous avons :

$$\eta_{optique} = T_{BBO} \times R_{miroir} \times T_{lentille} \times T_{filtre} \times T_{attenuation} = 73\% \quad (3.6)$$

L'équation 3.5 nous permet donc de calculer un rendement quantique équivalent  $\eta = 41\%$ . Au paragraphe 1.3.5, nous avons calculé un rendement quantique équivalent de 33%. Nous devrions donc observer ici une amélioration du degré de corrélations des images jumelles. Pour vérifier cela, nous utilisons l'intercorrélation normalisée moyenne des 900 paires d'images jumelles présentée à la section précédente. Pour calculer le rendement quantique équivalent expérimental, nous modélisons le pic de coïncidences représenté à la figure 3.10 par une gaussienne. L'intégrale de la modélisation gaussienne nous permet d'estimer le rendement quantique équivalent expérimental à  $\eta = 31\%$ . Ce rendement est effectivement supérieur à celui que nous avons au chapitre II (23%), malgré la présence de la lame à retard. Cependant l'utilisation du pic de coïncidences groupé réduit le nombre effectif de photons appariés, dans la mesure où le groupement ne permet pas de réunir l'intégralité des coïncidences au niveau du pic. Nous estimons que environ 1/4 des coïncidences se situent à l'extérieur du pic groupé et sont ignorées. Cela induit un rendement quantique équivalent après groupement des pixels inférieur :  $\eta' = 23\%$ . Ce rendement  $\eta'$  est celui que nous prenons en compte dans cette expérience d'imagerie fantôme.

## 3.4.4/ CRÉATION DE L'IMAGE FANTÔME

La création de l'image fantôme, et par conséquent le codage de la séquence temporelle, s'effectue suivant le protocole que nous avons détaillé à la section 3.2. Implicitement, nous ne disposons pas avant l'acquisition des faisceaux par les caméras EMCCD de

séries d'images signal et idler. Ce sont les faisceaux signal et idler qui jouent le rôle des séries d'images.

Nous rappelons que la séquence temporelle que nous utilisons est un signal binaire d'une longueur  $K' = 8$  bits, constitué de  $U = 4$  bits à "1" et 4 bits à "0" : "11110000". La création de l'image fantôme et de la série d'images idler se fait donc suivant le protocole suivant :

- L'amplification paramétrique du bruit quantique permet la création de deux faisceaux jumeaux, le signal et l'idler.
- Le générateur de fonction est programmé pour contrôler la lame à retard, placée sur le trajet du faisceau signal de sorte que l'atténuation corresponde à la séquence temporelle. En fonction de la séquence temporelle, l'atténuateur variable modifie dans le temps le flux de photons contenus dans le faisceau signal. Pendant ce laps de temps le faisceau idler n'est pas modifié et reste indépendant du codage de la séquence temporelle.
- Les faisceaux signal et idler sont enregistrés simultanément par leur caméra respective : EMCCD1 et EMCCD2. Le temps d'acquisition de la caméra EMCCD1 est réglé pour intégrer dans le temps le faisceau signal, sur toute la durée de la séquence temporelle, afin d'en détruire la résolution et de former une seule image : l'image fantôme. Pendant ce temps, le faisceau idler est enregistré par la caméra EMCCD2 avec un temps d'acquisition de chaque image correspondant à la discrétisation temporelle de la séquence temporelle. Cela permet de former la série d'images idler associée à l'image fantôme.

Ce protocole aboutit ainsi à la création d'une seule image fantôme associée à une série d'images idler, à partir desquelles nous allons tenter de récupérer la séquence temporelle. Comme leurs temps d'acquisition sont différents, le nombre moyen de photons dans l'image fantôme  $\langle N_s \rangle = 0,15 \text{ ph/px}$  est supérieur au nombre moyen de photons des images idler  $\langle N_i \rangle = 0,04 \text{ ph/px}$ , et vérifie :

$$\langle N_s \rangle \approx K' \langle T_k \rangle \langle N_i \rangle = U \langle N_i \rangle \quad (3.7)$$

où  $\langle T_k \rangle$  est la transmission moyenne induite par la séquence temporelle. Seule une copie de cette séquence est nécessaire pour obtenir une récupération fiable de la séquence fantôme. Il est donc possible de l'appliquer à des séquences temporelles non reproductibles. Cependant dans cette expérience nous avons répété le protocole 990 fois sur la même séquence, afin d'obtenir une estimation du  $SNR$  des étapes de la séquence reconstruite. Pour cela nous avons dû synchroniser l'atténuateur variable avec l'acquisition de l'image fantôme et des images idler.



### 3.4.5/ SYNCHRONISATION DES CAMÉRAS

L'acquisition de l'image fantôme et des images signal nécessite une synchronisation des caméras légèrement différente de celle présentée à la section 1.3.4, où la synchronisation permettait l'enregistrement d'images deux à deux. Dans le cas présent nous souhaitons commander l'acquisition simultanée d'une image fantôme (signal) et de plusieurs images idler. Afin de permettre cela, nous avons modifié les programmes et panneaux de contrôle des caméras. Les nouvelles étapes aboutissant à l'acquisition d'une image fantôme et de la série d'images idler sont représentées en figure 3.12 et sont les suivantes :

- **1** : L'ordinateur "maître" (PC1 sur le schéma) donne le top départ à l'ordinateur "esclave" (PC2 sur le schéma) et indique à la caméra EMCCD1 de démarrer son acquisition pour un temps  $t_{long}$ .
- **2** : L'ordinateur "esclave" indique à la caméra EMCCD2 de démarrer une série de plusieurs acquisitions, chacune d'un temps  $t_{court}$ , en fonction de la longueur de la séquence temporelle. Dans notre cas le signal contient  $K' = 8$  étapes (11110000), et la caméra procède à 8 acquisitions successives.
- **3** : La caméra EMCCD2 enclenche le laser pour un temps  $t_{court}$ , pour chacune des 8 acquisitions successives, et commande le démarrage du signal temporel programmé dans le générateur de fonctions.
- **4** : Le générateur de fonctions envoie la séquence temporelle à la lame à cristaux liquides, dont le retard varie en fonction de la tension reçue.
- **5** : Les fenêtres d'acquisition des deux caméras sont affichées simultanément sur un oscilloscope pour vérifier la synchronisation, comme illustré en figure 1.21.
- **6** : Les images acquises sont transférées vers les ordinateurs pour y être stockées.

Le temps d'exposition long  $t_{long}$  est réglé de sorte que le nombre moyen de photons contenus dans l'image fantôme soit compris entre 0,1 et 0,2  $ph/px$ . Le temps d'exposition court  $t_{court}$  est déduit du temps d'exposition long connaissant la longueur du signal temporel  $K'$  :

$$t_{court} = \frac{t_{long}}{K'} - 0.05 \quad (3.8)$$

Les fenêtres d'acquisition des deux caméras sont représentées à la figure 3.13. Pour notre séquence temporelle contenant  $U = 4$  bits "1" et 4 bits "0", le temps de pause long est  $t_{long} = 500 \text{ ms}$ . Nous en déduisons un temps de pause court  $t_{court} = 12,5 \text{ ms}$ . Le contrôle du laser par la caméra EMCCD2 permet à celui-ci de ne s'enclencher que pendant les acquisitions idler, c'est à dire pendant chaque acquisition d'un temps de pause  $t_{court}$ . Le générateur de fonctions permet de synchroniser la séquence délivrée avec les acquisitions idler. Pour pondérer le faisceau signal par la séquence temporelle "11110000", nous avons programmé dans le générateur de fonctions une fonction carrée,



### 3.5/ RÉCUPÉRATION D'UN SIGNAL FANTÔME

Après l'acquisition des faisceaux signal et idler nous disposons d'un côté de l'image fantôme contenant la séquence fantôme, et de l'autre côté la série d'images idler acquises avec la résolution temporelle de la séquence. Comme nous l'avons mentionné lors de l'explication du principe de fonctionnement 3.2, l'image fantôme est la somme de distributions aléatoires de photons pondérées par des absorptions aléatoires (lorsque le rendement quantique équivalent est inférieur à 1). Par conséquent, seule une distribution aléatoire de photo-électrons peut être observée sur l'image fantôme isolée. Il en est de même pour chaque image de la série idler. Lorsque nous disposons uniquement de l'image fantôme ou de la série idler, rien ne permet de visualiser la séquence temporelle, puisqu'elle a été enregistrée sans résolution temporelle dans l'image fantôme et qu'elle n'est aucunement représentée par les images idler. Sans la série idler, la séquence intégrée contenue dans l'image fantôme est donc effectivement perdue. La récupération de la séquence fantôme repose uniquement sur le nombre de coïncidences entre l'image fantôme et les images idler. Dès lors, lorsque l'atténuation du faisceau signal par l'objet temporel induit l'absorption aléatoire de photons appariés aux photons d'une image idler  $k$ , alors il y a une dégradation du nombre de coïncidences  $C_k$  entre cette image idler et l'image fantôme. C'est à cette dégradation que nous pouvons déduire que l'étape de la séquence, associée à la position de l'image idler dans la série idler, a engendrée une atténuation du faisceau signal. Le nombre de coïncidences entre chaque image idler et l'image fantôme permet ainsi la récupération des étapes de la séquence temporelle.

Dans la section suivante nous allons expliquer les étapes permettant la récupération de la séquence fantôme, puis étudier la fiabilité de la récupération à travers le rapport signal à bruit  $SNR_k$  des étapes de la séquence.

#### 3.5.1/ RÉCUPÉRATION DU SIGNAL

Nous disposons ici de 990 associations d'une image fantôme  $S$  avec les huit images idler  $I_{k=1:8}$ , toutes associées à la même séquence temporelle de longueur  $K' = 8$  bits. Pour que la récupération soit applicable à des séquences non répétables, le nombre de coïncidences  $C_k$  relatif à chaque étape n'est déterminé que sur l'intercorrélacion de l'image fantôme avec une seule image idler. Afin de récupérer le signal temporel, nous procédons de la façon suivante :

- Nous soustrayons à chaque image la valeur moyenne des images de fond de la même caméra, enregistrées dans l'obscurité et avec le même temps d'acquisition.
- Les images acquises sont seuillées par la procédure décrite à la section 1.3.4.
- Le profil déterministe des images idler est déterminé en moyennant toutes

les images idler des 990 séries idler acquises au cours de l'expérience. Nous en avons ici fait de même pour le profil déterministe des images fantômes, or bien que pratique, cela peut poser problème lorsque les séquences fantômes induisent des transmissions moyennes différentes, et que les nombres moyens de photo-électrons dans les images fantômes sont différents. Cela engendre dans ce cas des résidus de coïncidences déterministes. Pour le cas réel de séquences temporelles non répétables, il convient alors de pondérer l'enveloppe déterministe par le nombre moyen de photo-électrons contenus dans l'image fantôme utilisée. Une fois les profils déterministes calculés, ceux-ci sont retirés à chaque image.

- Nous intercorrélons l'image fantôme  $S$  avec chaque image idler  $I_k$ . Nous obtenons huit figures d'intercorrélacion, chacune associée à une étape  $k$  de la séquence temporelle.
- Les pixels de chaque figure d'intercorrélacion sont groupés par zones de  $16 \times 5$  px correspondant aux cellules de résolution.
- Les nombres de coïncidences  $C_k$  entre l'image fantôme  $S$  et chaque image signal  $I_k$  est déterminé en relevant la valeur du pic de coïncidences groupé. En raison du faible nombre de coïncidences jumelles auxquelles nous pouvons nous attendre, ce pic groupé n'est pas repéré par le pixel à la valeur maximale de chaque figure d'intercorrélacion. En effet, lorsque le nombre de coïncidences jumelles est faible ou nul (dû à un "0" du signal), alors le maximum de la figure d'intercorrélacion ne correspond pas à un nombre nul de coïncidences, mais au maximum des variations aléatoires des coïncidences accidentelles. Il en résulte alors une diminution du contraste de la séquence récupérée. Afin de localiser le pic de coïncidences groupé, nous relevons ses coordonnées sur la figure d'intercorrélacion moyenne des 990 associations image fantôme + série idler. La position de ce pic peut être considérée comme une propriété du dispositif d'imagerie fantôme.
- Nous normalisons les nombres de coïncidences  $C_k$  par le nombre maximal moyen de coïncidences lorsque  $T_k = 100\%$ , afin d'en déduire chaque transmission  $T_k$  associée à l'étape  $k$  de la séquence temporelle. Cette étape n'est cependant pas mise en application dans la récupération de signal que nous présentons par la suite. Cela nous permet de comparer directement les nombres de coïncidences obtenus avec les estimations théoriques. Par ailleurs, la séquence étant binaire, il y a peu d'ambiguïté quant à la correspondance entre nombre de coïncidences et transmission.
- Nous traçons les transmissions  $T_k$  en fonction des temps d'acquisition des images idler.

- Finalement, un seuil est positionné entre les transmissions correspondant à deux niveaux successifs de la séquence temporelle. Il permet d'associer à chaque transmission  $T_k$ , ou nombre de coïncidences  $C_k$ , une valeur correspondant à un niveau de la séquence temporelle. Dans notre cas, le seuil est positionné à la moitié du nombre maximum de coïncidences, et attribue à chaque  $C_k$  un "1" ou un "0".

Dans notre cas, le retrait dans les images de l'enveloppe déterministe permet non seulement d'assurer l'indépendance statistique des images non jumelles, mais également de ramener à zéro le nombre moyen de coïncidences accidentelles. Ainsi, un "0" de la séquence temporelle doit conduire à un nombre moyen de coïncidences nul.

La récupération expérimentale de la séquence temporelle est donnée à la figure 3.14 sous plusieurs aspects. La figure (a) représente la moyenne des 990 récupérations effectuées à partir d'une seule copie de la séquence temporelle, tandis que la figure (b) est une superposition de cinq récupérations sélectionnées arbitrairement parmi les 990 acquisitions. Les nombres moyens expérimentaux de coïncidences pour les étapes "1" et "0" sont déduits de la représentation (a). Ici nous avons un nombre de coïncidences  $C_{k=1:4} = 2081$  associé aux étapes "1", et un nombre de coïncidences  $C_{k=5:8} = 0$  associé aux étapes "0". Les barres d'erreurs correspondent aux écarts-types  $\sigma_k$  du nombre de coïncidences associé à chaque étape de la séquence, et nous avons  $\sigma_{k=1:4} \simeq \sigma_{k=5:8} = 426$  coïncidences. Nous pouvons noter sur les figures (a) et (b) que des nombres négatifs de coïncidences peuvent être obtenus. Ces valeurs sont dues au retrait du profil déterministe moyen, qui en raison des fluctuations aléatoires du nombre de coïncidences accidentelles, peut conduire en l'absence de coïncidences jumelles à des nombres négatifs de coïncidences au niveau du pic.

La ligne rouge visible dans ces deux figures est le seuil situé entre les niveaux "1" et "0", c'est à dire à la moitié du nombre moyen de coïncidences des étapes "1". Lorsque le nombre de coïncidences est au-dessus du seuil, nous associons à l'étape  $k$  de la séquence récupérée la valeur "1". A l'inverse pour un nombre de coïncidences en-dessous du seuil, l'étape  $k$  de la séquence prend la valeur "0". Dans la figure 3.14 (b) nous pouvons voir que parfois le nombre de coïncidences conduit à des erreurs de récupération. Sur les 990 récupérations et les 8 étapes de la séquence temporelle, nous avons obtenu un taux d'erreur de 0,7%, que nous avons estimé en comparant les séquences récupérées à la séquence temporelle originale. Ces erreurs de récupération sont le résultat des fluctuations du nombre total de coïncidences, vis à vis du nombre de coïncidences dues aux photons appariés. Le  $SNR$  des étapes récupérées permet ainsi de caractériser l'efficacité de la récupération de la séquence fantôme. Nous allons donc dans la prochaine section établir une expression théorique du  $SNR$ , de laquelle nous déduirons les paramètres ayant une influence sur l'efficacité de la récupération.

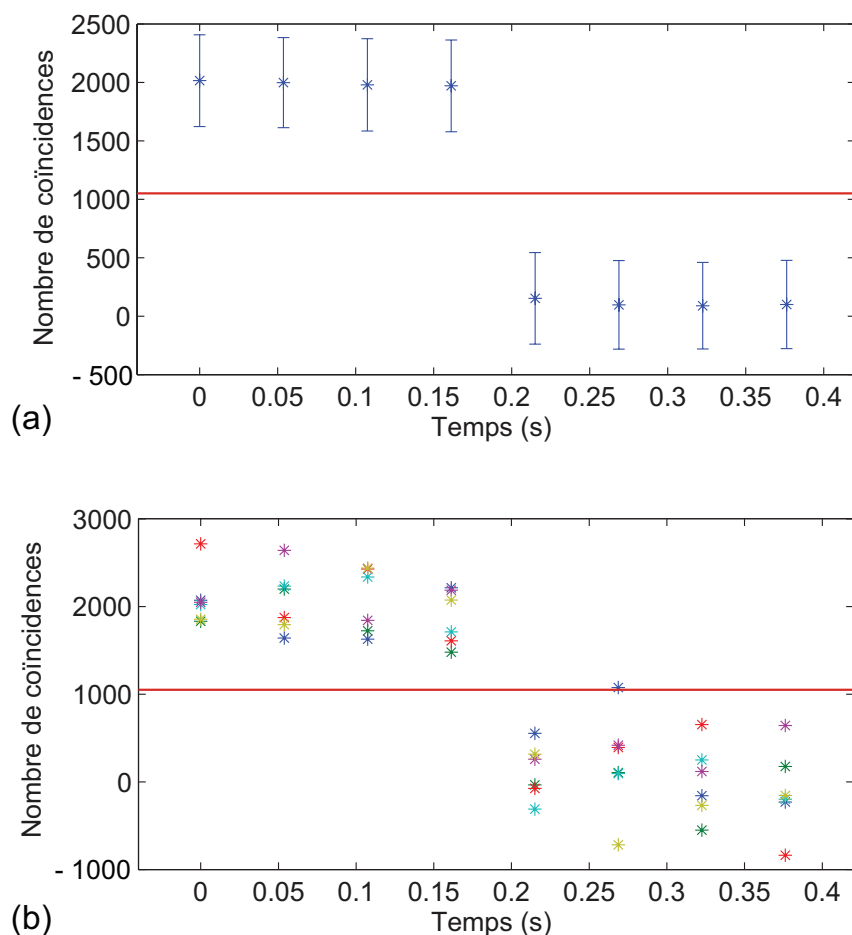


FIGURE 3.14 – (a) Moyenne de 990 récupérations de la séquence temporelle. Les étoiles bleues sont les nombres de coïncidences  $C_k$ , et les barres d'erreur sont leurs écarts-types. (b) Superposition de récupérations sélectionnées arbitrairement parmi les 990 récupérations.

### 3.5.2/ SNR DES VALEURS DE LA SÉQUENCE

#### THÉORIE

Dans une expérience idéale où le rendement quantique équivalent  $\eta = 1$ , un photo-électron détecté dans l'image fantôme correspond toujours à un photo-électron situé au même endroit dans l'une des images de la série idler. Cependant la répartition aléatoire des photons des faisceaux signal et idler implique des répartitions de photons statistiquement indépendantes pour différentes étapes de la séquence temporelle, ou les différentes cellules de cohérence temporelle d'une même étape. Par conséquent, deux photo-électrons signal et idler non appariés peuvent se situer dans des cellules de résolution à la même position dans l'image fantôme et les images idler. Ces photo-

électrons sont responsables de coïncidences accidentelles lors de l'intercorrélation de l'image fantôme avec une image idler. Nous devons donc non seulement considérer ces coïncidences accidentelles, mais également la fluctuation du nombre total de coïncidences due à la nature aléatoire de la répartition des photons. Si il est possible de soustraire le nombre moyen de coïncidences accidentelles, les fluctuations de ce nombre vont, en revanche, dégrader le  $SNR$  du signal récupéré. Pour évaluer théoriquement la qualité de récupération de la séquence fantôme, à travers son  $SNR$ , nous devons prendre en compte cette fluctuation vis à vis du nombre de coïncidences  $C_k$  due aux photons appariés.

La récupération de la séquence temporelle ne peut être effectuée en une seule opération que si nous pouvons distinguer au moins deux niveaux dans la séquence, tel qu'un signal binaire. Pour une distribution gaussienne, cette distinction est réalisable dans 99,3% des cas si le  $SNR$  associé à l'étape  $k$  vérifie :

$$SNR_k = \frac{C_k}{\sigma_k} \geq 2,45 L T_k \quad (3.9)$$

où  $L$  est le nombre de niveaux de la séquence temporelle. Dans notre cas la séquence est binaire, donc le nombre de niveaux  $L = 2$ . La transmission  $T_k$  associée à l'étape  $k$ , induite par l'atténuateur variable, prend les valeurs  $T_{k=1:4} = 100\%$  et  $T_{k=5:8} = 0\%$ . La valeur  $2,45 \times \sigma$  représente l'abscisse à laquelle la fonction de répartition d'une densité de probabilité gaussienne d'écart-type  $\sigma$  prend la valeur 99,3%.

Pour estimer le  $SNR$  théorique, nous utilisons l'expression du nombre de coïncidences donnée en équation 3.1 :

$$C_k \simeq T_k D \eta' \langle N_i \rangle \quad (3.10)$$

Le nombre de coïncidences attendu pour les étapes de la séquence est déduit de cette équation pour un rendement quantique équivalent expérimental  $\eta' = 23\%$  (déterminé en section 3.4.3), une surface d'image  $D = 506 \times 506 \text{ px}$ , et un nombre moyen de photons dans les images idler  $\langle N_i \rangle = 0,04 \text{ ph/px}$  (déterminé en section 3.4.4). Pour une transmission  $T_{k=1:4} = 100\%$  nous avons donc  $C_{1:4} \simeq 2356$  coïncidences, et pour  $T_{k=5:8} = 0\%$  nous avons naturellement  $C_{5:8} = 0$  coïncidence.

Une expression de l'écart-type  $\sigma_k$  est déterminée en prenant en compte les fluctuations du nombre de coïncidences accidentelles et du nombre de photons appariés :

$$\sigma_k = \sqrt{\sigma_{c,k}^2 + \sigma_{a,k}^2} \quad (3.11)$$

où  $\sigma_{c,k}$  est l'écart-type du nombre de coïncidences de photons appariés, et  $\sigma_{a,k}$  est l'écart-type du nombre de coïncidences accidentelles. En raison de la distribution Poissonienne

des photons dans les faisceaux signal et idler, nous pouvons établir directement que  $\sigma_{c,k}^2 = C_k$ . De son côté  $\sigma_{a,k}$  n'est pas lié au nombre de coïncidences  $C_k$  dues aux photons appariés entre l'image fantôme  $S$  et l'image signal  $I_k$ . Par conséquent il ne dépend pas de l'étape  $k$  de la séquence temporelle, et nous pouvons écrire  $\sigma_{a,k} = \sigma_a$ . Pour estimer sa valeur nous cherchons à déterminer les fluctuations de  $\widehat{cov}(N_s, N_{i_k})$ , l'estimateur de la covariance d'un pixel  $s$  de l'image fantôme  $S$  et du même pixel  $i_k = s$  de l'image idler  $I_k$ , dans le cas d'occurrences indépendantes de photo-électrons (c'est à dire non appariés).  $N_s$  et  $N_{i_k}$  sont les nombres de photo-électrons sur les pixels  $s$  et  $i_k$ , dans notre cas 0 ou 1 photo-électron.  $\widehat{cov}(N_s, N_{i_k})$  est donné pour chaque couple de pixels  $s = i_k$  de la surface  $D$  des images par :

$$\begin{aligned}\widehat{cov}(N_s, N_{i_k}) &= \frac{1}{D} \sum_{s=i_k=1}^D (N_s - \bar{N}_s)(N_{i_k} - \bar{N}_{i_k}) \\ &= \bar{N}_s \bar{N}_{i_k} - \bar{N}_s \bar{N}_{i_k}\end{aligned}\quad (3.12)$$

où  $\bar{N}_s$  et  $\bar{N}_{i_k}$  représentent les moyennes arithmétiques de  $N_s$  et  $N_{i_k}$ , utilisées pour l'estimation de la covariance, tandis que  $\langle \rangle$  est utilisé pour désigner la moyenne vraie. Comme nous considérons des occurrences indépendantes de photo-électrons, nous devons avoir  $\langle \widehat{cov}(N_s, N_{i_k}) \rangle = 0$ , c'est à dire une covariance moyenne nulle du nombre de photo-électrons sur les pixels  $s$  et  $i_k = s$ . Dans le second terme de l'équation 3.12, la variance de  $\bar{N}_s \bar{N}_{i_k}$  est négligeable vis à vis de la variance de  $\bar{N}_s \bar{N}_{i_k}$ . Nous ne considérons donc que cette dernière et nous avons directement  $\langle \widehat{cov}(N_s, N_{i_k}) \rangle^2 = \langle N_s N_{i_k} \rangle^2$ . De plus, les seules valeurs possibles des nombres de photo-électrons  $N_s$  et  $N_{i_k}$  sont 0 et 1. Sur toutes les combinaisons possibles de  $\bar{N}_s \bar{N}_{i_k}^2$ ,  $\widehat{cov}(N_s, N_{i_k})^2$  prend les valeurs suivantes :

$$\begin{aligned}\widehat{cov}(N_s, N_{i_k})^2 = \bar{N}_s \bar{N}_{i_k}^2 &= 0 \text{ avec une probabilité } (1 - \langle N_s \rangle) (1 - \langle N_{i_k} \rangle) \\ &0 \text{ avec une probabilité } (1 - \langle N_s \rangle) \langle N_{i_k} \rangle \\ &0 \text{ avec une probabilité } \langle N_s \rangle (1 - \langle N_{i_k} \rangle) \\ &1 \text{ avec une probabilité } \langle N_s \rangle \langle N_{i_k} \rangle\end{aligned}$$

Nous en déduisons :

$$\begin{aligned}\text{var}(\bar{N}_s \bar{N}_{i_k}) &= \frac{1}{D} (\langle (N_s N_{i_k})^2 \rangle - \langle N_s N_{i_k} \rangle^2) \\ &= \frac{1}{D} \langle N_s \rangle \langle N_{i_k} \rangle - (\langle N_s \rangle \langle N_{i_k} \rangle)^2 \simeq \frac{1}{D} \langle N_s \rangle \langle N_{i_k} \rangle\end{aligned}\quad (3.13)$$

où  $\langle N_i \rangle = \langle N_{i_k} \rangle$ , en raison de l'indépendance des images idler envers la séquence tem-



porielle. La dernière approximation prend en compte le faible flux de photons dans les images enregistrées, et par conséquent  $\langle N_s \rangle$  et  $\langle N_i \rangle$  sont tous deux  $\ll 1$ . La variance du nombre de coïncidences accidentelles dues aux  $D$  pixels des images est donc :

$$\sigma_a^2 = \text{var}(D \overline{N_s N_{i_k}}) = \text{var} \left( \sum_{s=i_k=1}^D N_s N_{i_k} \right) = D \langle N_s \rangle \langle N_i \rangle \quad (3.14)$$

Cette expression de la variance  $\sigma_a^2$  ne s'applique cependant qu'aux pixels de la figure d'intercorrélacion sans groupement des pixels. Dans notre cas nous mesurons la valeur du pic de coïncidences après avoir groupé les pixels de la figure d'intercorrélacion sur une surface  $B = 16 \times 5 \text{ px}$ , correspondant aux cellules de résolution spatiale. L'expression de la variance du nombre de coïncidences accidentelles est donnée par :

$$\sigma_a^2 = \text{var} \left( \sum_{b=1}^B \sum_{s=i_k=1}^D N_s N_{i_k} \right) = D B \langle N_s \rangle \langle N_i \rangle \quad (3.15)$$

où nous nous supposons que les pixels de la figure d'intercorrélacion sont indépendants (nous verrons plus loin que ce n'est pas absolument vérifié). La variance totale du nombre de photons, nécessaire à l'estimation du  $SNR$  est alors déduite de l'équation 3.11 :

$$\sigma_k^2 = D B \langle N_s \rangle \langle N_i \rangle + T_k D \eta \langle N_i \rangle \quad (3.16)$$

En raison du groupement des pixels sur la surface  $B$ , la variance du nombre de coïncidences accidentelles (premier terme dans l'équation 3.16) est beaucoup plus élevée que la variance due au nombre de photo-électrons appariés. À titre d'exemple, pour une transmission  $T_{k=1:4} = 100\%$ , l'écart-type du nombre de coïncidences dues aux photo-électrons appariés est  $\sigma_{c,k=1:4} = \sqrt{C_{k=1:4}} \simeq 49$ , tandis que l'équation 3.15 nous permet d'estimer l'écart-type du nombre de coïncidences accidentelles à  $\sigma_a^2 = 351$ . Nous négligerons donc par la suite la contribution de la variance  $\sigma_{c,k}^2$ . Le  $SNR_k$  associé aux étapes  $k$  de la séquence récupérée est par la suite déduit de l'équation 3.9 :

$$SNR_k = T_k \eta' \left( \frac{D \langle N_i \rangle}{B \langle N_s \rangle} \right)^{1/2} \simeq T_n \eta' \left( \frac{D}{B U} \right)^{1/2} \quad (3.17)$$

où nous rappelons que  $U = 4$  est le nombre de bits "1" contenus dans la séquence temporelle. Bien que cette expression soit approchée, elle nous donne une idée des paramètres ayant une influence sur le  $SNR_k$  des étapes de la séquence temporelle récupérée. Premièrement, le  $SNR_k$  dépend de la séquence temporelle perdue dans les images, avec une qualité de récupération qui diminue à mesure que le nombre de bits à "1" dans la séquence augmente. Deuxièmement nous devons établir un compromis optimal entre la surface de groupement  $B$  et le rendement quantique équivalent après

groupement  $\eta'$ . En effet la surface  $B$  ne réunit pas l'intégralité des coïncidences dues aux photons jumeaux, environ les  $3/4$ .  $B$  peut donc être augmentée dans le but d'améliorer  $\eta'$ , mais ceci aux dépens du  $SNR_k$ . Finalement, le ratio  $D/B$  correspond au nombre de cellules de résolution spatiale contenues dans les images signal et idler. Ainsi un nombre élevé de cellules de résolution améliore la qualité de récupération de la séquence temporelle.

Le  $SNR_{k=1:4}$  théorique associé aux étapes "1" de la séquence temporelle, est directement déduit de l'équation 3.17. Nous obtenons donc un  $SNR$  théorique  $SNR_{k=1:4} = 6,3$ .

### EXPÉRIENCE

Le  $SNR$  expérimental est calculé à partir de la moyenne, ainsi que de l'écart-type moyen, du nombre de coïncidences déterminé sur les étapes "1" de la séquence récupérée.

$$SNR_{k=1:4} = \frac{C_{k=1:4}}{\sigma_{k=1:4}} = \frac{2081}{426} = 4,9 \quad (3.18)$$

Plusieurs hypothèses permettent d'expliquer la différence entre ce  $SNR$  expérimental et le  $SNR$  théorique de 6,3 :

- L'enveloppe gaussienne des faisceaux signal et idler résulte en une image dont la surface effective pour la reconstitution est inférieure à la surface  $D$  prise en compte dans le calcul théorique.
- Dans les parties des images où justement le niveau de lumière est moins important, les bruits des caméras ont une proportion supérieure par rapport à la part de bruit prise en compte dans le calcul du rendement quantique équivalent effectif.
- Les fluctuations du nombre de photo-électrons dans les images non jumelles ne sont pas complètement indépendantes, probablement en raison d'un effet de bavure (smearing) entre pixels voisins dû à la diffusion des charges lors de leur passage par le registre de gain de la caméra. Expérimentalement, pour une figure d'intercorrélacion non groupée  $B = 1 \text{ px}$ , l'écart-type du nombre de coïncidences accidentelles (en dehors du pic) est de 37,3. Cette valeur est en accord avec la valeur théorique  $D \langle N_s \rangle \langle N_i \rangle = 35,8$  coïncidences. Pourtant pour le groupement de pixels utilisé ici  $B = 80 \text{ px}$ , l'écart-type du nombre de coïncidences accidentelles est de 373, nettement supérieur à l'attente théorique de 320 coïncidences.

Cependant, le taux d'erreur de 0,7% déterminé sur les 990 récupérations de la séquence temporelle est pleinement en accord avec le  $SNR$  mesuré. L'équation 3.9 nous a en effet permis d'estimer à 99,3% la fiabilité de la récupération, pour un  $SNR$  de 4,9.

### 3.6/ CONCLUSION

Cette expérience d'imagerie fantôme temporelle nous a permis de montrer qu'il est possible de récupérer des séquences temporelles non répétibles dont la résolution temporelle a été perdue ou détériorée, en utilisant les corrélations spatiales des images jumelles. Ici nous avons reproduit artificiellement la perte de la résolution temporelle, par l'intégration des images signal. Cependant ce processus est applicable à la dégradation accidentelle de la résolution temporelle, lorsque l'appareil de mesure est peu résolu dans les conditions de l'expérience, aussi bien qu'à sa perte volontaire. L'imagerie fantôme peut notamment être utilisée dans des protocoles de sécurité et de cryptage d'information [Jiang et al., 2017].

Une séquence temporelle binaire de 8 bits a ainsi pu être récupérée, avec un rapport signal à bruit de 4,9 entraînant une efficacité de 99,3% sur la récupération des valeurs de la séquence. La longueur et le nombre de niveaux contenus dans le signal sont cependant limités dans l'expérience présentée ici, en raison du rendement quantique équivalent  $\eta' = 23\%$ , et du faible nombre de cellules de résolution spatiale effectives dans nos images, environ 3000. Ce nombre de cellules de résolution peut cependant être amélioré de deux façons :

- Un cristal non linéaire plus fin permet une diminution des dimensions des cellules de résolution dans le plan image, en augmentant l'étendue angulaire de l'accord de phase dans le plan de Fourier.
- Un cristal plus large, éclairé largement et uniformément par le faisceau pompe, permet d'augmenter le nombre de cellules de résolutions spatiales.

Dans les deux cas cela implique une diminution du gain de l'amplification paramétrique du bruit quantique, puisque dans le premier cas la longueur d'interaction entre le BBO et les impulsions pompe est diminuée, et que dans le second cas l'augmentation de la section du BBO éclairée par la pompe UV conduit à une diminution de l'éclairement moyen du BBO. De même le rendement quantique équivalent peut être amélioré en disposant de détecteurs plus efficaces, ainsi qu'en diminuant la part de fluorescence parasite due aux optiques. En raison de ces limites, les performances de cette expérience d'imagerie fantôme restent inférieures aux expériences d'imagerie fantôme informatisée [Devaux et al., 2016b] et utilisant des motifs de lumière pseudo-thermique [Devaux et al., 2016a]. Cependant nous montrons ici qu'il est possible de réaliser une expérience d'imagerie fantôme temporelle avec des corrélations classiques aussi bien que quantiques, à l'instar de l'imagerie fantôme spatiale.

# CONCLUSION GÉNÉRALE

Nous avons présenté dans cette thèse deux travaux expérimentaux réalisés au moyen d'images jumelles : la mise en évidence d'un paradoxe EPR, et la démonstration de l'imagerie fantôme temporelle. Ces deux expériences nous ont amenés, dans une première partie, à étudier la formation des images jumelles. Nous avons montré que ces images sont issues de l'enregistrement simultané de deux faisceaux jumeaux, formés de photons jumeaux, par des caméras EMCCD. Le gain d'amplification élevé de ces caméras, ainsi que la restitution des images après une procédure de seuillage, nous ont permis de bénéficier d'un régime de comptage de photons. Les images jumelles ainsi créées présentent des similitudes spatiales dues aux comportements corrélés des photons jumeaux. L'intercorrélacion de ces images nous permet de mettre à jour un pic de coïncidences dû à leurs variations corrélées d'intensité. Comme les deux travaux expérimentaux réalisés au cours de cette thèse reposent sur l'intercorrélacion d'images jumelles, nous avons dans cette première partie étudié les paramètres ayant une influence sur le SNR du pic de coïncidences de la figure d'intercorrélacion : le rendement quantique équivalent du montage expérimental, ainsi que la résolution spatiale des images jumelles. Ce rendement quantique équivalent a pu être amélioré par rapport aux expériences précédentes [Moreau, 2015], en supprimant une partie de la fluorescence parasite.

Nous avons dédié la seconde partie de cette thèse à la mise en évidence d'un paradoxe EPR spatial, dans des paires uniques d'images jumelles. Dans cette partie nous avons pu mettre en évidence la présence d'un pic de coïncidences sur la quasi-totalité des figures d'intercorrélacion de paires uniques d'images jumelles : 99,44% des intercorrélacions d'images jumelles acquises dans le plan image, et 100% dans le plan de Fourier. Nous avons mesuré pour ces pics de coïncidences un  $SNR$  moyen de 5,3 dans le plan image, et de 6,8 dans le plan de Fourier. Nous avons également mesuré sur chaque figure d'intercorrélacion l'incertitude des probabilités conditionnelles des positions pour les paires d'images acquises dans le plan image, et des impulsions pour les paires d'images acquises dans le plan de Fourier. Celles-ci nous ont permis de mettre en évidence un paradoxe EPR spatial sur les paires uniques d'images jumelles, en établissant un intervalle de confiance à 95% du degré de paradoxe dans les deux dimensions de l'image :  $V_x = [31 \ 224]$  selon l'axe  $x$ , et  $V_y = [52 \ 403]$  selon l'axe  $y$ .

L'aspect multimodale des faisceaux jumeaux nous a également permis de mettre en évidence la statistique sous le bruit quantique de la distribution du nombre de photoélectrons dans la différence des images jumelles. Nous avons notamment mis en

évidence cet aspect par le calcul de la variance de la différence normalisée dont la valeur  $\delta_{rho,p} < 1$  pour 97,89% des paires d'images acquises dans le plan image, et 99,11% des paires d'images acquises dans le plan de Fourier. A l'inverse la différence d'images non jumelles résultait systématiquement en une variance  $\delta_{rho,p} > 1$ , quel que soit le plan considéré.

Dans cette expérience, le faible rendement quantique équivalent du montage,  $\eta = 19\%$  dans le plan image et  $\eta = 23\%$  dans le plan de Fourier, était notamment causé par les filtres au profil de transmission gaussien, l'acquisition des images à basse température, ainsi que le processus de seuillage. L'acquisition d'images dans un régime de comptage de photons est ici à l'origine des deux derniers points. Tandis que nous pouvons difficilement envisager de nous passer de la procédure de seuillage, à cause du gain stochastique de nos caméras EMCCD, il est possible d'optimiser la température des capteurs, en étudiant son influence sur le rendement quantique et le bruit des caméras. La dégradation de  $\eta$  due aux filtres est cependant purement un problème matériel, qui nous impose un compromis entre le rendement quantique équivalent du montage et la résolution spatiale des faisceaux jumeaux dans le plan de Fourier. Nous avons malgré cela pu mettre en évidence un paradoxe EPR en n'utilisant que deux paires d'images jumelles, l'une acquise dans le plan image et l'autre dans le plan de Fourier, et ce sans avoir aucun recours à des moyennes temporelles ou propriétés issues d'autres images.

La troisième partie que nous avons présentée ici est une expérience d'imagerie fantôme temporelle quantique. Cette partie n'est liée avec le second chapitre que par le montage expérimental et l'utilisation des faisceaux jumeaux. Nous avons cependant montré que la résolution spatiale des faisceaux jumeaux et l'intercorrélacion d'images y jouaient également un rôle. Dans cette expérience, nous avons montré qu'une séquence temporelle non répétable peut être récupérée après que sa résolution temporelle ait été détruite au cours de son acquisition. Ici nous avons récupéré une séquence binaire d'une longueur de 8 bits. Sur les étapes de cette séquence, la récupération s'est montrée fidèle aux étapes originales dans 99,3% des cas, avec un  $SNR$  moyen sur les étapes "1" de 4,9.

Dans cette partie le rendement quantique équivalent  $\eta' = 23\%$  et le nombre de cellules de résolution spatiale des images d'environ 3000, sont responsables de la limite de fiabilité quant à la récupération de la séquence temporelle. Ici c'est notamment la faible résolution des images qui est en cause. En imagerie fantôme classique cette résolution est nettement supérieure : 57 000 dans [Devaux et al., 2016a] et 23 000 dans [Devaux et al., 2016b], ce qui autorise la récupération de séquences temporelles plus longues et contenant plus de niveaux. D'un autre côté l'imagerie fantôme classique est plus rapide et moins coûteuse, c'est pourquoi elle est aujourd'hui privilégiée. Cependant nous avons montré que l'imagerie fantôme quantique est également réalisable, avec l'avantage de bénéficier de motifs aléatoires prodigués par les faisceaux jumeaux.

# BIBLIOGRAPHIE

- [Aspect et al., 1981] Aspect, A., Grangier, P., et Roger, G. (1981). **Experimental Tests of Realistic Local Theories via Bell's Theorem**. *Physical Review Letters*, 47(7) :460–463.
- [Banaszek et al., 1998] Banaszek, K., et Wódkiewicz, K. (1998). **Nonlocality of the Einstein-Podolsky-Rosen state in the Wigner representation**. *Physical Review A*, 58(6) :4345–4347.
- [Basden et al., 2003] Basden, A. G., Haniff, C. A., et Mackay, C. D. (2003). **craig\_july03.pdf**.
- [Baumgartner et al., 1979] Baumgartner, R., et Byer, R. (1979). **Optical parametric amplification**. *IEEE Journal of Quantum Electronics*, 15(6) :432–444.
- [Bell, 1964] Bell, J. (1964). **On the Einstein Podolsky Rosen paradox**.
- [Bennink et al., 2002] Bennink, R. S., Bentley, S. J., et Boyd, R. W. (2002). **"Two-Photon" Coincidence Imaging with a Classical Source**. *Phys. Rev. Lett.*, 89(11) :113601.
- [Blanchet et al., 2008] Blanchet, J.-L., Devaux, F., Furfaro, L., et Lantz, E. (2008). **Measurement of Sub-Shot-Noise Correlations of Spatial Fluctuations in the Photon-Counting Regime**. *Physical Review Letters*, 101(23) :233604.
- [Blanchet et al., 2010] Blanchet, J.-L., Devaux, F., Furfaro, L., et Lantz, E. (2010). **Purely spatial coincidences of twin photons in parametric spontaneous down-conversion**. *Physical Review A*, 81(4) :043825.
- [Brida et al., 2009] Brida, G., Caspani, L., Gatti, A., Genovese, M., Meda, A., et Berchera, I. R. (2009). **Measurement of Sub-Shot-Noise Spatial Correlations without Background Subtraction**. *Physical Review Letters*, 102(21) :213602.
- [Brida et al., 2010] Brida, G., Genovese, M., et Berchera, I. R. (2010). **Experimental realization of sub-shot-noise quantum imaging**. *Nature Photonics*, 4(4) :227–230.
- [Bromberg et al., 2009] Bromberg, Y., Katz, O., et Silberberg, Y. (2009). **Ghost imaging with a single detector**. *Phys. Rev. A*, 79(5) :053840.
- [Brustlein et al., 2006] Brustlein, S., Devaux, F., et Lantz, E. (2006). **Limits of amplification of weak images**. *Journal of Modern Optics*, 53(5-6) :799–807.
- [Burkhardt et al., 2006] Burkhardt, M., et Schwille, P. (2006). **Electron multiplying CCD based detection for spatially resolved fluorescence correlation spectroscopy**. *Optics Express*, 14(12) :5013–5020.

- [Byer et al., 1968] Byer, R. L., et Harris, S. E. (1968). **Power and Bandwidth of Spontaneous Parametric Emission**. *Physical Review*, 168(3) :1064–1068.
- [Cho et al., 2012] Cho, K., et Noh, J. (2012). **Temporal ghost imaging of a time object, dispersion cancelation, and nonlocal time lens with bi-photon state**. *Optics Communications*, 285(6) :1275–1282.
- [Coates et al., 2003] Coates, C. G., Denvira, D. J., McHale, N. G., Thornbury, K. D., et Hollywood, M. A. (2003). **Ultra-sensitivity, speed and resolution : Optimizing low-light microscopy with the back-illuminated electron multiplying CCD**. Dans *Confocal, Multiphoton, and Nonlinear Microscopic Imaging (2003)*, paper 5139\_56, page 5139–56. Optical Society of America.
- [Collins et al., 1960] Collins, R. J., Nelson, D. F., Schawlow, A. L., Bond, W., Garrett, C. G. B., et Kaiser, W. (1960). **Coherence, Narrowing, Directionality, and Relaxation Oscillations in the Light Emission from Ruby**. *Physical Review Letters*, 5(7) :303–305.
- [Compton, 1923] Compton (1923). **A quantum theory of the scattering of X-rays by light elements**.
- [Denis et al., 2017] Denis et al. (2017). **Temporal ghost imaging with twin photons**.
- [Devaux et al., 2016a] Devaux, F., Huy, K. P., Moreau, P.-A., Denis, S., et Lantz, E. (2016a). **Temporal ghost imaging with pseudo-thermal speckle light**. *arXiv :1609.05465 [physics]*. arXiv : 1609.05465.
- [Devaux et al., 1995a] Devaux, F., et Lantz, E. (1995a). **Parametric amplification of a polychromatic image**. *JOSA B*, 12(11) :2245–2252.
- [Devaux et al., 1995b] Devaux, F., et Lantz, E. (1995b). **Transfer function of spatial frequencies in parametric image amplification : experimental analysis and application to picosecond spatial filtering**. *Optics Communications*, 114(3) :295–300.
- [Devaux et al., 2000] Devaux, F., et Lantz, E. (2000). **Spatial and temporal properties of parametric fluorescence around degeneracy in a type I LBO crystal**. *The European Physical Journal D*, 8(1) :117–124.
- [Devaux et al., 2016b] Devaux, F., Moreau, P.-A., Denis, S., et Lantz, E. (2016b). **Computational temporal ghost imaging**. *Optica*, 3(7) :698–701.
- [Dixon et al., 2012] Dixon, P. B., Howland, G. A., Schneeloch, J., et Howell, J. C. (2012). **Quantum Mutual Information Capacity for High-Dimensional Entangled States**. *Physical Review Letters*, 108(14) :143603.
- [Dmitriev V.G. et al., 1999] Dmitriev V.G., Garzadyan G.G., et D.N., N. (1999). **Handbook of Nonlinear Optical Crystals**, volume 64. Springer series in optical sciences édition.
- [Dou et al., 1991] Dou, S. X., Josse, D., et Zyss, J. (1991). **Noncritical properties of noncollinear phase-matched second-harmonic and sum-frequency generation in 3-methyl-4-nitropyridine-1-oxide**. *JOSA B*, 8(8) :1732–1739.

- [Edgar et al., 2012] Edgar, M. P., Tasca, D. S., Izdebski, F., Warburton, R. E., Leach, J., Agnew, M., Buller, G. S., Boyd, R. W., et Padgett, M. J. (2012). **Imaging high-dimensional spatial entanglement with a camera.** *Nature Communications*, 3 :ncomms1988.
- [Einstein et al., 1935] Einstein et al. (1935). **Can Quantum-Mechanical Description of Physical Reality Be Considered Complete ? - PhysRev.47.777.**
- [Eksma optics, 2017] Eksma optics (2017). **BBO Crystals - Beta Barium Borate EKSMa Optics.**
- [Fainman et al., 1986] Fainman, Y., Klancnik, E., et Lee, S. H. (1986). **Optimal Coherent Image Amplification By Two-Wave Coupling In Photorefractive BaTiO<sub>3</sub>.** *Optical Engineering*, 25(2) :252228–252228–.
- [Ferri et al., 2005] Ferri, F., Magatti, D., Gatti, A., Bache, M., Brambilla, E., et Lugiato, L. A. (2005). **High-Resolution Ghost Image and Ghost Diffraction Experiments with Thermal Light.** *Phys. Rev. Lett.*, 94(18) :183602.
- [Franken et al., 1961] Franken, P. A., Hill, A. E., Peters, C. W., et Weinreich, G. (1961). **Generation of Optical Harmonics.** *Physical Review Letters*, 7(4) :118–119.
- [Gatti et al., 2004] Gatti, A., Brambilla, E., Bache, M., et Lugiato, L. A. (2004). **Correlated imaging, quantum and classical.** *Physical Review A*, 70(1) :013802.
- [Hertz, 1887] Hertz, H. (1887). **Ueber einen Einfluss des ultravioletten Lichtes auf die elektrische Entladung.** *Annalen der Physik*, 267(8) :983–1000.
- [Howell et al., 2004] Howell, J. C., Bennink, R. S., Bentley, S. J., et Boyd, R. W. (2004). **Realization of the Einstein-Podolsky-Rosen Paradox Using Momentum- and Position-Entangled Photons from Spontaneous Parametric Down Conversion.** *Physical Review Letters*, 92(21) :210403.
- [Jedrkwicz et al., 2004] Jedrkwicz, O., Jiang, Y.-K., Brambilla, E., Gatti, A., Bache, M., Lugiato, L. A., et Di Trapani, P. (2004). **Detection of Sub-Shot-Noise Spatial Correlation in High-Gain Parametric Down Conversion.** *Physical Review Letters*, 93(24) :243601.
- [Jiang et al., 2017] Jiang, S., Wang, Y., Long, T., Meng, X., Yang, X., Shu, R., et Sun, B. (2017). **Information Security Scheme Based on Computational Temporal Ghost Imaging.** *Scientific Reports*, 7(1) :7676.
- [Kleinman, 1968] Kleinman, D. A. (1968). **Theory of Optical Parametric Noise.** DOI : <http://dx.doi.org/10.1103/PhysRev.174.1027>.
- [Lantz et al., 2008] Lantz, E., Blanchet, J.-L., Furfaro, L., et Devaux, F. (2008). **Multi-imaging and Bayesian estimation for photon counting with EMCCDs.** *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 386(4) :2262–2270.
- [Lantz et al., 2015] Lantz, E., Denis, S., Moreau, P.-A., et Devaux, F. (2015). **Einstein-Podolsky-Rosen paradox in single pairs of images.** *Optics Express*, 23(20) :26472–26478.



- [Lantz et al., 2000] Lantz, E., et Devaux, F. (2000). **The phase-mismatch vector and resolution in image parametric amplification.** *Journal of Optics A : Pure and Applied Optics*, 2(5) :362.
- [Lantz et al., 2014] Lantz, E., Moreau, P.-A., et Devaux, F. (2014). **Optimizing the signal-to-noise ratio in the measurement of photon pairs with detector arrays.** *Physical Review A*, 90(6) :063811.
- [Lantz et al., 2004] Lantz, E., Treps, N., Fabre, C., et Brambilla, E. (2004). **Spatial distribution of quantum fluctuations in spontaneous down-conversion in realistic situations - Comparison between the stochastic approach and the Green's function method.** *The European Physical Journal D*, 29(3) :437–444.
- [Louisell et al., 1961] Louisell, W. H., Yariv, A., et Siegman, A. E. (1961). **Quantum Fluctuations and Noise in Parametric Processes. I.** - *PhysRev.124.1646*.
- [Maiman, 1960] Maiman, T. H. (1960). **Stimulated Optical Radiation in Ruby.** *Nature*, 187(4736) :493–494.
- [Mandel, 1959] Mandel, L. (1959). **Fluctuations of Photon Beams : The Distribution of the Photo-Electrons.** *Proceedings of the Physical Society*, 74 :233–243.
- [Moreau, 2015] Moreau, P.-a. (2015). **Aspects spatiaux de l'intrication en amplification paramétrique : paradoxe Einstein-Podolsky-Rosen dans les images jumelles et expérience de Hong-Ou-Mandel.**
- [Moreau et al., 2014] Moreau, P.-A., Devaux, F., et Lantz, E. (2014). **Einstein-Podolsky-Rosen Paradox in Twin Images.** *Physical Review Letters*, 113(16) :160401.
- [Moreau et al., 2012] Moreau, P.-A., Mougin-Sisini, J., Devaux, F., et Lantz, E. (2012). **Realization of the purely spatial Einstein-Podolsky-Rosen paradox in full-field images of spontaneous parametric down-conversion.** *Physical Review A*, 86(1) :010101.
- [Morris et al., 2015] Morris, P. A., Aspden, R. S., Bell, J. E. C., Boyd, R. W., et Padgett, M. J. (2015). **Imaging with a small number of photons.** *Nat Commun*, 6 :5913.
- [Mosset, 2004] Mosset, A. (2004). **Etude expérimentale des fluctuations spatiales d'origine quantique en amplification paramétrique d'images.** Besançon.
- [Mosset et al., 2004] Mosset, A., Devaux, F., Fanjoux, G., et Lantz, E. (2004). **Direct experimental characterization of the Bose-Einstein distribution of spatial fluctuations of spontaneous parametric down-conversion.** *The European Physical Journal D*, 28(3) :447–451.
- [Pittman et al., 1995] Pittman, T. B., Shih, Y. H., Strekalov, D. V., et Sergienko, A. V. (1995). **Optical imaging by means of two-photon quantum entanglement.** *Phys. Rev. A*, 52(5) :R3429–R3432.
- [Planck, 1900] Planck (1900). **Zur Theorie des Gesetzes der Energieverteilung im Normalspectrum - planck1.pdf.**

- [Reid et al., 2009] Reid, M., Drummond, P., Bowen, W., Cavalcanti, E., Lam, P. K., Bachor, H., Andersen, U. L., et Leuchs, G. (2009). **Colloquium : The Einstein-Podolsky-Rosen paradox : From concepts to applications**. *Reviews of Modern Physics*, 81(4) :1727–1751.
- [Reid, 1989] Reid, M. D. (1989). **Demonstration of the Einstein-Podolsky-Rosen paradox using nondegenerate parametric amplification**. *Physical Review A*, 40(2) :913–923.
- [Rogers et al., 2008] Rogers, K. L., Martin, J.-R., Renaud, O., Karplus, E., Nicola, M.-A., Nguyen, M., Picaud, S., Shorte, S. L., et Brûlet, P. (2008). **Electron-multiplying charge-coupled detector-based bioluminescence recording of single-cell Ca<sup>2+</sup>**. *Journal of Biomedical Optics*, 13(3) :031211–031211–10.
- [Rubin et al., 1994] Rubin, M. H., Klyshko, D. N., Shih, Y. H., et Sergienko, A. V. (1994). **Theory of two-photon entanglement in type-II optical parametric down-conversion**. *Physical Review A*, 50(6) :5122–5133.
- [Ryckowski et al., 2016] Ryckowski, P., Barbier, M., Friberg, A. T., Dudley, J. M., et Genty, G. (2016). **Ghost imaging in the time domain**. *Nat Photon*, 10(3) :167–170.
- [Schröder, 1983] Schröder, B. (1983). **Optical parametric amplification from quantum noise**. *Optical and Quantum Electronics*, 15(1) :57–63.
- [Shapiro, 2008] Shapiro, J. H. (2008). **Computational ghost imaging**. *Phys. Rev. A*, 78(6) :061802.
- [Shih et al., 1988] Shih, Y. H., et Alley, C. O. (1988). **New Type of Einstein-Podolsky-Rosen-Bohm Experiment Using Pairs of Light Quanta Produced by Optical Parametric Down Conversion**. *Physical Review Letters*, 61(26) :2921–2924.
- [Sperling et al., 2012] Sperling, J., Vogel, W., et Agarwal, G. S. (2012). **True photocounting statistics of multiple on-off detectors**. *Physical Review A*, 85(2) :023820.
- [Tulloch et al., 2011] Tulloch, S. M., et Dhillon, V. S. (2011). **On the use of electron-multiplying CCDs for astronomical spectroscopy**. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 411(1) :211–225.
- [van Exter et al., 2006] van Exter, M. P., Aiello, A., Oemrawsingh, S. S. R., Nienhuis, G., et Woerdman, J. P. (2006). **Effect of spatial filtering on the Schmidt decomposition of entangled photons**. *Physical Review A*, 74(1) :012309.
- [Wang et al., 1965] Wang, C. C., et Racette, G. W. (1965). **Measurement of parametric gain accompanying optical difference frequency generation**. *Applied Physics Letters*, 6(8) :169–171.



# PUBLICATIONS

# Einstein-Podolsky-Rosen paradox in single pairs of images

Eric Lantz,\* Séverine Denis, Paul-Antoine Moreau, and Fabrice Devaux

*Département d'Optique, Institut FEMTO-ST, Université de Bourgogne Franche-Comté, CNRS, Besançon, France*

[\\*eric.lantz@univ-fcomte.fr](mailto:eric.lantz@univ-fcomte.fr)

**Abstract:** Spatially entangled twin photons provide a test of the Einstein-Podolsky-Rosen (EPR) paradox in its original form of position (image plane) versus impulsion (Fourier plane). We show that recording a single pair of images in each plane is sufficient to safely demonstrate an EPR paradox. On each pair of images, we have retrieved the fluctuations by subtracting the fitted deterministic intensity shape and then have obtained an intercorrelation peak with a sufficient signal to noise ratio to safely distinguish this peak from random fluctuations. A 95% confidence interval has been determined, confirming a high degree of paradox whatever the considered single pairs. Last, we have verified that the value of the variance of the difference between twin images is always below the quantum (poissonian) limit, in order to ensure the particle character of the demonstration. Our demonstration shows that a single image pattern can reveal the quantum and non-local behavior of light.

© 2015 Optical Society of America

**OCIS codes:** (270.0270) Quantum optics; (270.5585) Quantum information and processing; (270.5290) Photon statistics.

---

## References and links

1. P. B. Dixon, G. A. Howland, J. Schneeloch, and J. C. Howell, "Quantum mutual information capacity for high-dimensional entangled state," *Phys. Rev. Lett.* **108**, 143603 (2012).
2. J. C. Howell, R. S. Bennink, S. J. Bentley, and R. W. Boyd, "Realization of the Einstein-Podolsky-Rosen paradox using momentum- and position-entangled photons from spontaneous parametric down conversion," *Phys. Rev. Lett.* **92**, 210403 (2004).
3. M. Krenn, M. Huber, R. Fickler, S. Lapkiewicz, S. Ramelow, and A. Zeilinger, "Generation and confirmation of a (100x100)-dimensional entangled quantum system," *Proc. Nat. Acad. Sci. U. S. A.* **111**, 6243–6247 (2014).
4. G. Brida, L. Caspani, A. Gatti, M. Genovese, A. Meda, and I. Ruo Berchera, "Measurement of sub-shot-noise spatial correlations without background subtraction," *Phys. Rev. Lett.* **102**, 213602 (2009).
5. O. Jedrkiewicz, Y.-K. Jiang, E. Brambilla, A. Gatti, M. Bache, L. A. Lugiato, and P. Di Trapani, "Detection of sub-shot-noise spatial correlation in high-gain parametric down conversion," *Phys. Rev. Lett.* **93**, 243601 (2004).
6. J.-L. Blanchet, F. Devaux, L. Furfaro, and E. Lantz, "Measurement of sub-shot-noise correlations of spatial fluctuations in the photon-counting regime," *Phys. Rev. Lett.* **101**, 233604 (2008).
7. G. Brida, M. Genovese, and I. Ruo Berchera, "Experimental realization of sub-shot-noise quantum imaging," *Nat. Photonics* **4**, 227–230 (2010).
8. P.-A. Moreau, F. Devaux, and E. Lantz, "Einstein-Podolsky-Rosen Paradox in twin images," *Phys. Rev. Lett.* **113**, 160401 (2014).
9. A. Einstein, B. Podolsky, and N. Rosen, "Can quantum-mechanical description of physical reality be considered complete?," *Phys. Rev.* **47**, 777–780 (1935).
10. J.S. Bell, "On the Einstein-Podolsky-Rosen paradox," *Physics* **1**, 195–200 (1964).
11. A. Aspect, P. Grangier, and G. Roger, "Experimental tests of realistic local theories via Bell's theorem," *Phys. Rev. Lett.* **47**, 460–463 (1981).

12. K. Banaszek and K. Wodkiewicz, "Nonlocality of the Einstein-Podolsky-Rosen state in the Wigner representation," *Phys. Rev. A* **58**, 4345–4347 (1998).
  13. P.-A. Moreau, J. Mougín-Sisini, F. Devaux, and E. Lantz, "Realization of the purely spatial Einstein-Podolsky-Rosen paradox in full-field images of spontaneous parametric down-conversion," *Phys. Rev. A* **86**, 010101 (2012).
  14. M. P. Edgar, D. S. Tasca, F. Izdebski, R. E. Warburton, J. Leach, M. Agnew, G. S. Buller, R. W. Boyd, and M. J. Padgett, "Imaging high-dimensional spatial entanglement with a camera," *Nat. Commun.* **3**, 984 (2012).
  15. E. Lantz, P.-A. Moreau, and F. Devaux, "Optimizing the signal-to-noise ratio in the measurement of photon pairs with detector arrays," *Phys. Rev. A* **90**, 063811 (2014).
  16. B. A. Saleh, A. F. Abouraddy, F. Ayman, A. V. Sergienko, and M. C. Teich, "Duality between partial coherence and partial entanglement," *Phys. Rev. A* **62**, 043816 (2000).
  17. F. Devaux, J. Mougín-Sisini, P.-A. Moreau, and E. Lantz, "Towards the evidence of a purely spatial Einstein-Podolsky-Rosen paradox in images: measurement scheme and first experimental results," *Eur. Phys. J. D* **66**, 192 (2012).
  18. M. P. Van Exter, A. Aiello, S. S. R. Oemrawsingh, G. Nienhuis and J. P. Woerdman, "Effect of spatial filtering on the Schmidt decomposition of entangled photons," *Phys. Rev. A* **74**, 012309 (2006).
  19. E. Lantz, J.-L. Blanchet, L. Furfaro, and F. Devaux, "Multi-imaging and Bayesian estimation for photon counting with EMCCDs," *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.* **386**, 2262–2270 (2008).
- 

## 1. Introduction

Statistical properties of fluctuations in quantum mechanics are described by ensemble averages, which are often estimated by time averages if the signal is stationary in time, but which can also be estimated by spatial averages if the signal is stationary in space on a sufficiently large area. Most of the experiments in quantum imaging record averages of temporal coincidences, i.e. characterize the spatial repartition of temporal averages, rather than spatial averages, with accent on the high dimensionality of the underlying entanglement, in order to demonstrate that an image conveys a great number of spatially correlated quantum (temporal) channels in parallel [1–3]. However, patterns in an image are pure spatial information, without any time aspect, that is ultimately degraded by spatial fluctuations of quantum origin in very weak images. Studying these fluctuations involves the use of cameras and needed so far the use of several images to exhibit quantum features. The sub shot-noise nature of the correlation between twin images issued from spontaneous down-conversion has been demonstrated either for a mean of several photons per pixel with low noise charge coupled devices [4,5] or in the photon-counting regime with electron-multiplying charge coupled devices (EMCCD) [6]. These correlations were subsequently used to improve imaging [7]. In that work, the fluctuations of the idler image were subtracted from the signal image, resulting in an improvement of the image only for a degree of correlation higher than 0.5, attained for slightly more than half of the images. Hence, though the improvement was purely spatial, the use of a set of numerous images was necessary in this experiment, leaving open the question of demonstrating pure spatial quantum effects in single images, without the need of either temporal averages or averages of set of images.

The same remark can be applied to our recent demonstration of spatial Einstein-Podolsky-Rosen (EPR) paradox [8]. EPR showed [9] that quantum mechanics predicts that entangled particles could have both perfectly correlated positions and momenta, in contradiction with the so-called *local realism* where two distant particles should be treated as two different systems. Though the original intention of EPR was to show that quantum mechanics is not complete, the standard present view is that entangled particles do experience nonlocal correlations [10–12]. Spontaneous down conversion (SPDC) provides independent pairs of entangled photons that makes the system very close of that considered in the original EPR paper: the positions of photons are detected in the near-field and their momenta correspond to the far-field. Howell et al [2] measured in both planes the probability distribution of the position of the second photon, conditioned by the detection of the first photon behind a slit. This type of detection selects a priori photons experiencing temporal coincidences. On the other hand, all photons were recorded

with an equal chance in our experiments with one [13] or two [8] EMCCD cameras, showing a high degree of paradox by using spatial correlation of the images. However, it was necessary in these works to record a set of pairs of images, at least 20 pairs in the near field, in order to, first, retrieve the fluctuations by subtracting an average image and, second, compute the intercorrelation coefficient by adding the results of each pair of images. In a related work [14], EPR-type correlations were obtained by averaging on a set of  $10^5$  images, with however an intercorrelation peak that emerges above noise for at least hundred images. Note that, because of type 1 phase matching, results were obtained in this latter work for one dimension with no spatial separation between the twin photons.

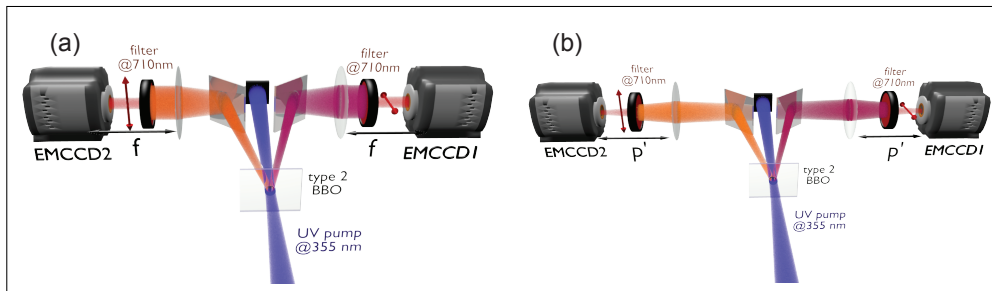


Fig. 1. Experimental setups used to imaging correlations. (a), measurement of momentum correlations with the cameras in the focal plane. (b), cameras in the crystal image plane.

In the present work we show that a single pair of images in each plane (near and far field) is sufficient to safely demonstrate an EPR paradox. This improvement of our previous results has been made possible by suppressing the fluorescence parasitic light coming from the elements of the experimental set-up, allowing an increase of the integral of the correlation coefficient from 0.1 to above 0.2. This integral, i.e. the degree of correlation, represents the ratio between the number of photons detected in pairs and the total number of photons, with a value of one in an ideal experiment where all photons are recorded with their twin. With this improved value, the number of coherence cells in a single image is sufficient to ensure a signal-to-noise ratio (SNR) allowing a safe distinction between the true correlation peak and random fluctuations. Indeed, we have shown in [15] that this SNR can be expressed as:

$$SNR \simeq \sqrt{CK} \frac{\eta m}{m + p_n}. \quad (1)$$

where  $C$  is the number of independent coherence cells in one image,  $K$  the number of recorded pairs of images,  $\eta$  the effective quantum efficiency of the whole system,  $m$  the mean number of photons per pixel and  $p_n$  the noise level per pixel, due either to electronics or parasitic light. Equation 1 is valid if pixels are binned in order to form "superpixels" with a size corresponding to a coherence cell. The width of such a coherence cell, or spatial mode, is proportional in the near field to the inverse of the phase-matching range in the far-field, and in the far-field to the inverse of the the pump size in the near-field [16, 17]. Note that the number of coherence cells corresponds to the two-photon Schmidt number [18]. It is possible to determine the minimum total number of coherence cells ensuring a determination without ambiguities of the quantum correlation peak. Outside the quantum peak and without subtraction of the product of the means, the correlation image has a non normalized mean of about 2000, resulting from the sum of the accidental coincidences over the whole signal and idler images after shifting, each shift value corresponding to a pixel of the correlation image. Hence, for this high mean, the poissonian statistics of the correlation image can be considered as Gaussian. For such a Gaussian statistics,

the value of the fluctuations never exceeds five standard deviations. For  $m \gg p_n$ , it means that no ambiguity is possible if  $SNR > 5$ , or  $CK > \left(\frac{5}{\eta}\right)^2$ . For a single pair of images,  $K = 1$ , and an overall quantum efficiency of 0.2, it corresponds to 25 coherence cells in each transverse direction.

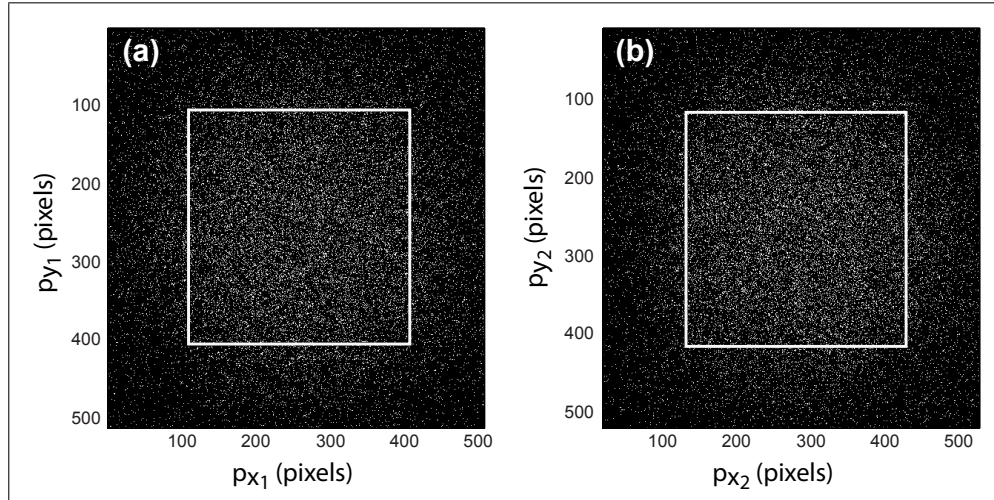


Fig. 2. Example of a pair of (a) a signal image and (b) an idler image in the far-field (focal plane).  $p_{x1}, p_{x2}, p_{y1}, p_{y2}$  are the coordinates of pixels versus the image center. Images have been thresholded and the white square lines encompass the pixels that are used for the correlation process.

## 2. Experimental setup

The experimental setup, shown in Fig. 1, is similar to that used in [8], except that the mount of optical components no more includes polymer, that emitted parasitic fluorescent light. Pump pulses at 355 nm provided by a 27 mW laser illuminate a 0.8-mm long  $\beta$  barium borate (BBO) nonlinear crystal cut for type-II phase matching. The signal and idler photons are separated by means of two mirrors and sent to two independent imaging systems. The far-field image of the SPDC is formed on the EMCCDs placed in the focal plane of two 120-mm lenses, Fig. 1(a). In the near-field configuration, Fig. 1(b), the plane of the BBO crystal is imaged on the EMCCDs with a transversal magnification  $M = 2.44 \pm 0.02$ . Note that only the positions of the lenses and cameras are different in the two configurations. The back-illuminated EMCCD cameras (Andor iXon3) have a quantum efficiency greater than 90% in the visible range. The detector areas are formed by  $512 \times 512$  pixels, with a pixel size of  $s_{pix} = 16 \times 16 \mu\text{m}^2$ . The used images correspond to the  $300 \times 300$  central pixels in both the near and far-fields, including most of the SPDC photons. An image corresponds to the summation of 30 laser shots, i.e an exposure time of 0.03s. Photon pairs emitted around the degeneracy are selected by means of narrow-band interference filters centered at 710 nm ( $\Delta\lambda = 4 \text{ nm}$ ). The photon-counting regime is ensured by adjusting the exposure time in such a way that the mean fluency of SPDC is between 0.1 and 0.2 photon per pixel in order to minimize the whole number of false detections [19]. The mean number of photons per spatiotemporal mode is less than  $10^{-3}$ , in good agreement with the hypothesis of pure spontaneous parametric down-conversion, without any stimulated amplification. A thresholding procedure is applied [19] to convert the gray scales into binary



values that correspond to 0 or 1 photon. An example of the obtained images is given in Fig. 2.

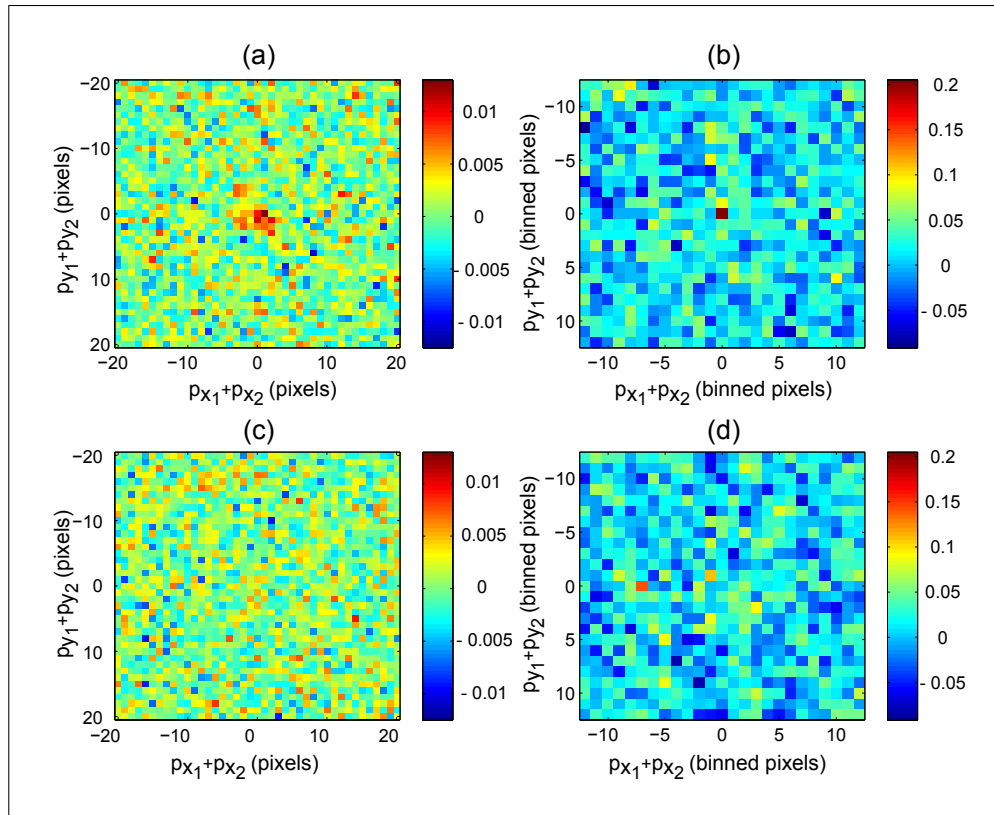


Fig. 3. Cross-correlation function of the pair of twin images of Fig. 2 (far-field) and comparison with decorrelated images. (a): Twin images without binning. (b): Twin images with  $11 \times 11$  binned pixels. (c) and (d): Decorrelated images without (c) and with (d) binning.

### 3. Results

Spatial correlations between the signal and the idler images have two origins. One is quantum: photons are emitted by pairs. A second, classical correlation arises from the non spatially stationary nature of the intensity: the mean intensity follows the gaussian profile of the pump beam in the near-field, or the phase-matching profile in the far-field, leading to correlations because a photon is more likely recorded in the higher intensity part of each image. In our previous experiment [8], we worked on the fluctuations with respect to this mean profile, obtained by subtracting from each image the sum of all images of the set. In the present experiment, we have to use only a pair of images in each plane. It is nevertheless possible to work on quantum fluctuations by subtracting a fitted deterministic gaussian (near-field) or sinc-like (far-field) profile from the image. Because of the great number of pixels of the image, the deterministic shape is correctly determined on a single image, allowing the retrieval of quantum fluctuations by subtraction.

Figure 3(a) shows an example of the obtained cross-correlation function in the far-field. The quantum correlation peak is clearly visible, with an extension that corresponds to the dimensions of a coherence cell. However, the maximum value of this peak has the same order of

magnitude as random maxima due to random fluctuations. On the other hand, after binning the pixels of the cross-correlation image over a  $11 \times 11$  pixels coherence cell, the quantum peak becomes much higher than any random peaks: Fig. 3(b). We have verified that no correlation is visible for a pair signal-idler issued from different laser shots: Figs. 3(c) and 3(d). After binning, the quantum peak, identified by its position, is the highest in 900 pairs of images over 900 in the far-field, and 895 over 900 in the near-field.

These results are consistent with the experimental and theoretical values of the SNR, as inferred from Eq. (1). First, the effective quantum efficiency  $\eta$  can be assessed as :

$$\eta = \eta_{filter} \times \eta_{optics} \times \eta_{camera} = 0.56 \times 0.64 \times 0.74 = 0.26 \quad (2)$$

where  $\eta_{filter}$  takes into account the transmission of the interferential filter [17],  $\eta_{optics}$  the transmission of all other optical elements, including a dichroic mirror, and  $\eta_{camera}$  the camera quantum efficiency as well as the probability of a false detection due to thresholding. Experimentally, the value of  $\eta$  can be compared to the integral of the correlation peak, calculated with the 900 images, equal to 0.23 in the far-field and 0.19 in the near-field. The agreement is correct, meaning that parasitic light is weak, if not completely negligible. After binning, the SNR obtained by summing the correlations of the 900 images (after subtraction of their mean) has a value of 185 in the far-field, in full agreement with Eq. (1), with  $C = 27 \times 27$  coherence cells in the image. The same agreement is observed in the near field.

Let us return to the one image case. For  $K=1$ , we expect from Eq. (1) a mean SNR equal to 6.2 in the far-field and to 5.1 in the near-field. We obtain experimentally a mean of 6.8 in the far-field with 95% of the values between 4.2 and 9.5. For the near-field, the mean is 5.3, with 95% of the values between 2.6 and 7.9. We can conclude from these numbers that:

- the agreement between the results of Eq. (1) for  $K=1$  and the observed SNR is rather good. The slightly too high observed values originate from weak residual deterministic correlations due to a non perfect subtraction of the deterministic intensity shape, because of its estimation by fitting.
- the SNR in the far-field is sufficient to safely evidence the quantum peak in all images. On the other hand, some low values of the SNR in the near-field lead to rare errors, when one of the 700 pixels of the correlation image has a value greater than the value of the quantum peak. Nevertheless, we can conclude, with 5 errors over 900 images, that we safely retrieve the quantum correlation in both the far and the near field.

To demonstrate an EPR paradox, we have to use one pair of images in each plane. We have first determined, using a gaussian fitting, the widths of the correlation peaks on each pair of images, without binning. The results are reported in Table 1, for the two orthogonal directions of the transverse plane  $x$  and  $y$ . Second, we aim to obtain a degree of violation for one pair

Table 1. Inferred variances.

Variations	Measured values
$\Delta^2(x_1 - x_2)$	$[177 \ 931] \mu m^2$
$\Delta^2(y_1 - y_2)$	$[199 \ 1149] \mu m^2$
$\Delta^2(p_{x1} + p_{x2})$	$[4.5 \ 12.3] \cdot 10^{-6} \hbar^2 \mu m^{-2}$
$\Delta^2(p_{y1} + p_{y2})$	$[2.1 \ 5.8] \cdot 10^{-6} \hbar^2 \mu m^{-2}$

of images in each plane. Because there is no reason to associate a particular pair to another, we have calculated the degree of violation for all the  $900 \times 900$  possible combinations of two

pairs. By eliminating the 2,5% lowest and highest product values, we obtain the following 95% confidence intervals:

$$0.25\hbar^2/(\Delta^2(x_1 - x_2)\Delta^2(p_{x1} + p_{x2})) = [31 \ 224] \quad (3)$$

$$0.25\hbar^2/(\Delta^2(y_1 - y_2)\Delta^2(p_{y1} + p_{y2})) = [52 \ 403] \quad (4)$$

These results exhibit a high degree of EPR paradox in the two transverse dimensions, whatever the considered pairs of single images.

Finally, we have verified that the binned images exhibit a sub-shot-noise statistics in both the near-field  $r_n = 0.89 \pm 0.10$  and the far-field:  $r_f = 0.88 \pm 0.09$ , where  $r$  is defined by :

$$r = \frac{\langle \Delta^2(N_1 - N_2) \rangle}{\langle N_1 + N_2 \rangle} \quad (5)$$

that is, the variance of the photon number difference  $N_1(\rho) - N_2(\rho)$  (and  $N_1(\mathbf{p}) - N_2(-\mathbf{p})$  in far field) normalized to be expressed in shot noise units.  $\rho$  and  $\mathbf{p}$  represent the pixel coordinates: we have employed the same coordinates system for all images, avoiding an "optimized" shift of an image with respect to its twin, that can lead to artificially too low values of  $r$ . The given confidence intervals correspond to 95% of the images. Note that  $r > 1$  only for 8 images over 900 in the far-field and 19 images over 900 in the near-field: with a good confidence, the sub-shot noise character of the correlation can be shown with a single pair of images. We have also verified that images issued from different laser shots do not exhibit such a sub-shot noise behavior. For these images,  $r = 1.02 \pm 0.12$  both in the near-field and the far-field.

#### 4. Conclusion

To conclude, we have shown that a two dimensional EPR paradox can be safely demonstrated with single images, without any aspect implying temporal averaging of a set of images. Hence, an image can exhibit quantum properties by itself: all quantum correlations can be demonstrated by "repeating the experiment" over the different resolution cells, or spatial modes, of the image, and by using neither detection of temporal coincidences nor repeat of the experiment on a set of images.

#### Acknowledgment

Labex ACTION program (ANR-11-LABX-0001-01)

# Computational temporal ghost imaging

FABRICE DEVAUX,<sup>1,\*</sup> PAUL-ANTOINE MOREAU,<sup>1,2</sup> SÉVERINE DENIS,<sup>1</sup> AND ERIC LANTZ<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Institut FEMTO-ST, Département d'Optique P. M. Duffieux, UMR 6174 CNRS Université Bourgogne Franche-Comté, 15b Avenue des Montboucons, 25030 Besançon, France

<sup>2</sup>Currently at Centre for Quantum Photonics, H. H. Wills Physics Laboratory and Department of Electrical and Electronic Engineering, University of Bristol, Merchant Venturers Building, Woodland Road, Bristol BS8 1UB, UK

\*Corresponding author: [fabrice.devaux@univ-fcomte.fr](mailto:fabrice.devaux@univ-fcomte.fr)

Received 4 April 2016; revised 2 June 2016; accepted 2 June 2016 (Doc. ID 262491); published 27 June 2016

**Ghost imaging is a fascinating process in which light interacting with an object is recorded without resolution, but the shape of the object is nevertheless retrieved, thanks to quantum or classical correlations of this interacting light with either a computed or detected random signal. Recently, ghost imaging has been extended to a time object, by using several thousand copies of this periodic object. Here, we present a very simple device, inspired by computational ghost imaging, that allows the retrieval of a single nonreproducible, periodic, or nonperiodic, temporal signal. The reconstruction is performed by a single-shot spatially multiplexed measurement of the spatial intensity correlations between computer-generated random images and the images, modulated by a temporal signal, recorded, and summed on a chip CMOS camera used with no temporal resolution. Our device allows the reconstruction of either a single temporal signal with monochrome images or wavelength-multiplexed signals with color images.** © 2016 Optical Society of America

**OCIS codes:** (030.6600) Statistical optics; (040.1490) Cameras; (070.4560) Data processing by optical means; (110.1758) Computational imaging.

<http://dx.doi.org/10.1364/OPTICA.3.000698>

Exploitation of the statistical properties of classical or nonclassical light sources is the cause of fascinating new applications. For the two past decades, ghost imaging has emerged as a way to form images of an object with a single point detector (SPD) that does not have spatial resolution. Initial works used the quantum nature of entanglement of a two-photon state, in which photons of a pair are spatially correlated, to detect temporal coincidences [1]. While one of the photons passing through the object was detected by a photon counter with no spatial resolution, its twin photon was detected with spatial resolution by scanning the transverse plane with a single detector [1], or recently by an intensified charge-coupled device [2].

Later, ghost imaging exploiting the temporal correlations of the intensity fluctuations of classical [3] or pseudothermal light [4] was proposed. More recently, computational ghost imaging and ghost diffraction were performed with only one SPD [5,6];

the object was illuminated by a pseudothermal light beam, generated with a spatial light modulator addressed with random phase masks. Then, the transmitted light was detected with the SPD. The image or the Fourier transform of the object was reconstructed by correlating the temporal fluctuations of the calculated field patterns with the measured intensities. With the same principle, ghost imaging with wavelength multiplexing has been performed [7]. Finally, application of quantum ghost imaging to long-distance optical information encryption and transmission has been demonstrated [8].

By taking into account space–time duality in optics, the extension of the results of spatial ghost imaging to the time domain has been investigated theoretically, numerically, and, recently, experimentally, either with a classical nonstationary light source [9,10], biphoton states [11], a chaotic laser [12], or a multimode laser source [13]. In all cases, the light emitted by the sources was split into two arms, called “reference” and “test” arms. While in the test arm, the light was transmitted through a “time object” and detected with a slow SPD that cannot properly resolve the time object, in the reference arm, the light that did not interact with the temporal object was detected with a fast SPD. As for spatial ghost imaging, the temporal object was reconstructed by measuring the correlations of the temporal intensity fluctuations or the temporal coincidences between the two arms. In [13], measurements over several thousand copies of the temporal signal were necessary to retrieve an embedded binary signal with a good signal-to-noise ratio (SNR) [14].

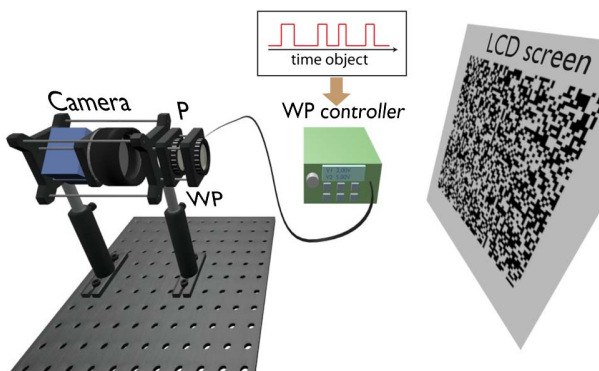
The extension of spatial ghost imaging to the time domain looks attractive for dynamic imaging of ultrafast waveforms with high resolution. However, the currently proposed solutions require many realizations of the same temporal signal, limiting the current applications to the detection of synchronized and reproducible signals [14]. This is in contrast with spatial ghost imaging, where the object is unique, but multiplied in the time domain by a random modulation, different from one pixel to another, leading to multiplexing in this time domain. In the present Letter we propose an original and completely different scheme, which is the exact space–time transposition of computational ghost imaging [6] and of wavelength-multiplexing ghost imaging [7]: a single-shot acquisition of a nonreproducible time object is performed by multiplying it with computer-generated random images, ensuring spatial multiplexing of temporal intensity

correlations before detection of the time integrated images with a camera that has no temporal resolution. Experiments are performed with monochrome images or color images to reconstruct either a single temporal signal or wavelength-multiplexed temporal signals, respectively.

First, let us consider the experiment with monochrome images. Figure 1 depicts the setup. A stack of  $K$  independent random binary patterns  $X$ , with a large number of pixels, are generated and displayed on a liquid crystal display (LCD) screen. In these binary patterns, a pixel takes the value 1 with probability  $p$  and the value 0 with probability  $1 - p$  and, hence, verifies the statistical properties of a Bernoulli distribution ( $\langle X \rangle = p$ ,  $\sigma_X^2 = p(1 - p)$ ). Images of the patterns are acquired with a compact CMOS USB2.0 camera (IDS UI-1640C,  $1280 \times 1024$  pixels) on a 8 bit gray scale. Since the light emitted by the LCD screen is linearly polarized at  $45^\circ$ , the energy transmission of the imaging system can be linearly modulated by a temporal signal during the exposure time of the camera, by means of a liquid crystal variable wave plate (WP, Thorlabs LCC1113-A) placed before a linear polarizer (P) in front of the camera objective.

At first, each pattern  $X_k$  of the stack ( $k$  denotes the realization number of the pattern in the stack) is recorded individually with the same exposure time. The retardation of the WP and the direction of the polarizer are adjusted to maximize the energy transmission of the imaging system, which will be considered in the following as a level of 100% ( $T = 1$ ). Then, the mean and the variance of each image  $X'_k$  are measured. Since the displayed patterns are binary, the sharp edges of the original pixels are blurred in the recorded images because of the modulation transfer function of the objective. Consequently, as the recorded images are encoded over 255 gray levels, they no longer verify the initial statistical properties. Several experiments were conducted to optimize all the setup parameters (focus, numerical aperture and magnification of the objective, number of independent pixels in patterns, probability  $p$ ) such that the statistical properties of intensity fluctuations in the recorded images are the closest of those of the computed patterns (see Supplement 1).

In a second experiment, the patterns of the stack are displayed successively on the LCD screen, imaged with a transmission coefficient given by the driving temporal signal ( $0 \leq T(t) \leq 1$ ), and summed on the camera during a long exposure time (5 to 10 s). In



**Fig. 1.** Experimental setup: P, linear polarizer; WP, liquid crystal variable wave plate. Images of random patterns displayed on a LCD screen are acquired with a CMOS camera. The transmission of the imaging system is modulated by a temporal object that drives the WP placed in front of the polarizer.

that case, the recorded image  $S$  corresponds to the time integrated image of the displayed patterns such that the level of a pixel  $S_{ij}$  of coordinates  $(i, j)$  is given by

$$S_{ij} = \sum_{k=1}^K T(k) X'_{k,ij}, \quad (1)$$

where  $T(k)$  is the value of the transmission at the time when the  $k$ th pattern is displayed.

Figure 2 shows a selected region of interest (ROI) in images of the displayed patterns. Figure 2(a) corresponds to the image of a single pattern and Fig. 2(b) corresponds to the image of the time integrated patterns of the stack where a temporal object is embedded. Because the circular aperture of the WP limits the field of view of the imaging system and induces deterministic fluctuations for pixels close to the border, we selected the larger ROI of  $N \times N$  pixels ( $N = 700$ ) in images where the gray level of a lighted pixel is almost constant. In the subsequent calculations, residual covariances between images of two independent binary patterns, due to these deterministic intensity fluctuations, are removed by filtering numerically the recorded images. Because of the magnification of the imaging system, the image size of an independent pixel of the displayed patterns is larger than the size of a pixel of the camera. Then, the number of effective independent pixels in an image is smaller than the number of pixels in the selected ROI.

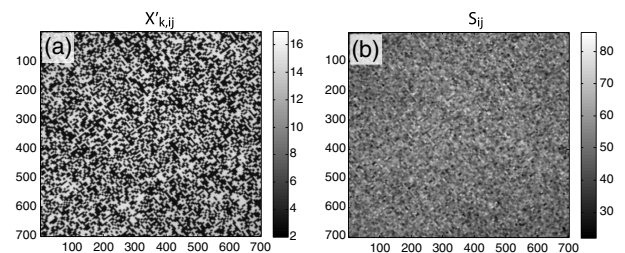
As for other methods of ghost imaging, the temporal signal is reconstructed by calculating the intensity correlations between the time integrated image  $S$  and the images  $X'$  of the  $K$  random patterns. The value of  $T(k_0)$  at the “time”  $k_0$  is estimated by (a hat means “estimator of”)

$$\hat{T}(k_0) = \frac{\gamma \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N (S_{ij} - \bar{S})(X'_{k_0,ij} - \bar{X}'_{k_0})}{\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N (X'_{k_0,ij} - \bar{X}'_{k_0})^2}, \quad (2)$$

where  $\bar{S}$  and  $\bar{X}'_{k_0}$  are the arithmetic mean levels of the related images.  $\gamma$  is a normalization coefficient corresponding to the ratio between the exposure time of the camera for the acquisition of the individual images  $X'_k$  and the display time of the random patterns during the acquisition of  $S$ . It can be shown (see Supplement 1) that the noise in the measurement is minimized when  $p = 0.5$ . Then, the SNR is given by

$$\begin{aligned} \text{SNR}[T(k_0)] &= \frac{T(k_0)}{\sigma_{T(k_0)}} = \frac{N_{\text{eff}} T(k_0)}{\sqrt{\sum_{k=1, k \neq k_0}^K T^2(k)}} \\ &\geq \frac{N_{\text{eff}}}{\sqrt{K-1}} T(k_0), \end{aligned} \quad (3)$$

where  $N_{\text{eff}}^2$  represents the total number of effective independent pixels in recorded images. With a ROI of  $700 \times 700$  pixels,  $N_{\text{eff}}^2$

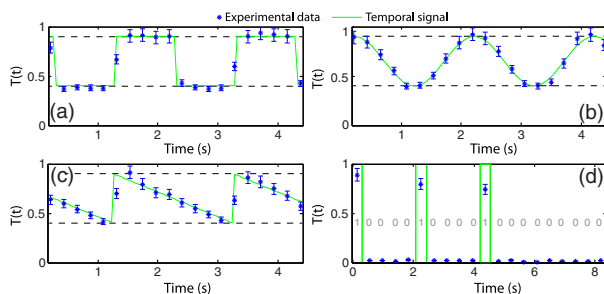


**Fig. 2.** (a) Image of a single random pattern where  $p = 0.5$ . (b) Image of the time-integrated pattern stack with a temporal object embedded. The measurements are performed inside a ROI of  $700 \times 700$  pixels.

has been estimated as  $153 \times 153$  independent pixels (see Supplement 1).

Figure 3 shows ghost images of different temporal signals (analogic or binary and periodic or nonperiodic). Each ghost image corresponds to a single-shot measurement that is performed with images of  $700 \times 700$  pixels (where  $N_{\text{eff}} = 153$ ), the same stack of 20 random patterns (where  $p = 0.5$ ), and a long camera exposure time of between 6 and 8 s. For periodic signals [Figs. 3(a)–3(c)], the WP controller is driven in a linear regime by 0.5 Hz periodic signals with different shapes (square, sinus, and ramp), which are depicted by the green curves (only phases of these curves are adjusted to fit the experimental data represented by the blue stars). Error bars are deduced from the measured SNR. The voltage amplitude of these signals is fixed such that the transmission of the imaging system is in the range  $0.4 \leq T(t) \leq 0.9$ . These low and high transmission levels are depicted in Figs. 3(a)–3(c) by the horizontal black dotted lines. Figure 3(d) corresponds to the ghost image of a random binary word of 20 bits formed with a mechanical shutter ensuring  $T = 0$  when closed, but  $T < 1$  when open, because opening is not synchronized with the display of the random patterns on the LCD screen. These results clearly show that our device is able to reconstruct, with a single-shot measurement and with very good accuracy, various temporal analogic or binary signals. We emphasize that, thanks to the single-shot measurement, our device allows nonreproducible and nonsynchronizable signals to be recorded.

To measure the SNR, several single-shot measurements were performed with the same experimental parameters and with the WP controller driven by different continuous voltages such that the transmission coefficient is set as constant during the acquisition time of the ghost images ( $T = 0.4, 0.9$ , and  $1$ ). The measured values are  $0.38 \pm 0.03$ ,  $0.90 \pm 0.06$ , and  $0.99 \pm 0.08$ , respectively. Using Eq. (3), these correspond to SNRs of  $26 \pm 8$ ,  $28 \pm 6$ , and  $26 \pm 8$ , which are in rather good agreement with the theoretical SNR:  $\frac{153}{\sqrt{19}} = 35$ . While in [13] the accuracy of the reconstructed temporal signal depends on the number of realizations, in our device the accuracy depends on the number of independent pixels used, in each image, to spatially multiplex the temporal signal. To demonstrate how accuracy is degraded when the number of independent effective pixels decreases, we have repeated the calculations with different sizes of ROI. Figure 4 shows



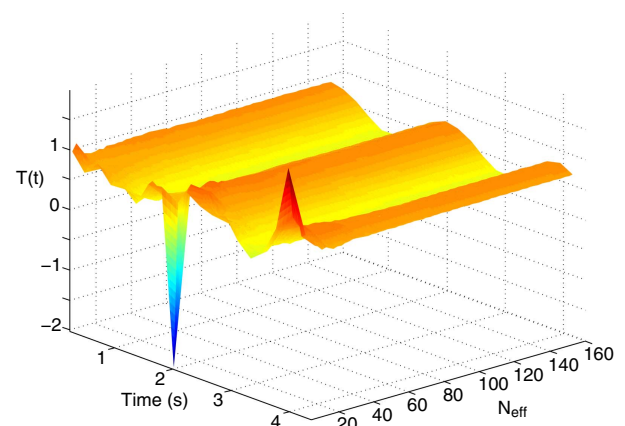
**Fig. 3.** Ghost images of different temporal signals. Three kinds of 0.5 Hz periodic signals: (a) square, (b) sinus, and (c) ramp. Panel (d) corresponds to the single-shot measurement of a binary word of 20 bits. Each acquisition is performed with the same stack of 20 random patterns. Blue stars correspond to experimental data, and the green curves show the original temporal signals. Error bars are deduced from the measured SNR. For periodic signals, horizontal black dotted lines show the effective amplitude of the transmission levels of the imaging system.

the reconstructed temporal signal as a function of the number of effective pixels. When a ROI with a few tens of effective pixels is used, the accuracy of the reconstructed signal is very poor, while a ROI with a few thousand pixels is necessary to retrieve a temporal signal with a good SNR. Figure S7 in Supplement 1 shows that the SNR increases linearly with  $N_{\text{eff}}$ .

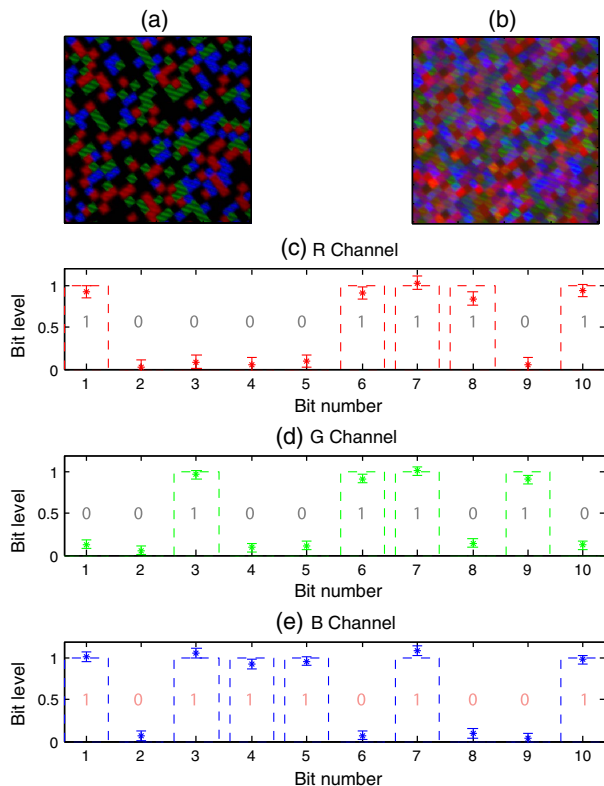
Now let us consider the experiment of multispectral temporal ghost imaging. With the same experimental setup and the same protocol, a stack of 10 random binary patterns with three colors (RGB) is now generated such that the patterns and RGB channels of a pattern are independent. The color patterns are displayed on the LCD screen and images are recorded with the same CMOS camera used in the 24 bit RGB mode. Because the RGB signals are directly encoded in the displayed patterns, the WP and the polarizer are removed for this experiment. During the long exposure time of the camera, color images are modulated with different temporal binary signals that are multiplexed over the RGB channels of the displayed patterns. To avoid any crosstalk between the RGB channels, images are saved in a RAW format. Then, the RGB channels of the recorded images are numerically separated, and, with Eq. (2), the RGB temporal signals are estimated by calculating the intensity correlations for each channel.

Figure 5 shows typical images of a color pattern of the stack [Fig. 5(a)] and of a ghost image [Fig. 5(b)], where three different temporal signals, encoded on the RGB channels of the patterns, are embedded. Pixels are lightened with a probability  $p = 0.5$ , and the RGB color of a pixel is randomly defined with the same probability. A stack with 10 patterns is generated, and the display time of patterns on the LCD screen is 200 ms. Figures 5(c)–5(e) show the single-shot measurements of three different binary words of 10 bits multiplexed in the RGB channels of the ghost image. The error bars are deduced from the measured SNR, and the dotted curves show the original binary words. We can also point out that, when only blue patterns are displayed (bits 4 and 5 of the temporal sequence), the correlation levels in the red and the green channels are almost null. This confirms that the crosstalk between channels is negligible.

To summarize, these experiments represent the first demonstration, to the best of our knowledge, of ghost imaging of nonreproducible time objects. They are performed by multiplying these objects with computer-generated random monochrome or color images, ensuring the exact space–time transposition of



**Fig. 4.** Reconstructed sinusoidal signal as a function of the effective number of pixels.



**Fig. 5.** Zoom on  $700 \times 700$  pixel images of (a) a single RGB random pattern and (b) of the time integrated color pattern stack in which wavelength-multiplexed temporal signals are embedded. (c)–(e) Single-shot measurements of three different binary words of 10 bits multiplexed in the RGB channels of the ghost image. The error bars are deduced from the measured SNR. The dotted curves show the original temporal signals.

computational ghost imaging and wavelength-multiplexing ghost imaging, respectively. With a very simple device, we were able to reconstruct with very good accuracy different kinds of temporal signals. We demonstrate that our device is also able to separate and reconstruct accurately wavelength-multiplexed temporal signals. When compared to the recent experimental demonstration of temporal ghost imaging, the main advantage of our system consists of the replacement of thousands of synchronized replicas of the temporal signal required in [13] by the use of a detector array with thousands of pixels (the camera) that has no temporal resolution. In the present form of the setup, its obvious drawback is the slowness that was imposed by the simple and low-cost devices used to display the random patterns and to generate the temporal signals. More fundamentally, if temporal distortions due to propagation before time integration do not modify the performance, spatial distortions must be smaller than the effective pixel size. The generation rate of random patterns with a large number of independent spatial modes can be easily increased by using either a fast digital micromirror device to display the random patterns up to tens of kilohertz [15] or spatial multiplexing of temporally modulated light sources, like 2D VCSEL arrays [16], through a multimode optical fiber (MOF) or a complex medium to

generate random patterns with a rate of up to 8 GHz. Indeed, the propagation of light in a MOF or in a complex medium produces deterministic speckle patterns (i.e., random patterns) with many spatial modes (i.e., independent pixels) that can be quickly controlled and addressed [17,18]. More prospectively, with the development and integration of cameras (e.g., STAMP [19], CUP [20], or SPAD [21] cameras) or spatial encoding technologies that can operate at terahertz frames, our method offers possible perspectives to perform accurate single-shot measurement of any weak, unique, and fast spatiotemporal phenomenon that will affect either the light source before transmission through a transparent or complex medium or the transmission of light through these media. Finally, the number of channels for multispectral temporal ghost imaging can be seriously improved by designing a CCD or CMOS array with a more complex Bayer-like filter placed in front of the pixels.

**Funding.** Agence Nationale de la Recherche (ANR-11-LABX-0001-01).

**Acknowledgment.** This work was supported by the Labex ACTION program (ANR-11-LABX-0001-01).

See Supplement 1 for supporting content.

## REFERENCES

1. T. B. Pittman, Y. H. Shih, D. V. Strekalov, and A. V. Sergienko, *Phys. Rev. A* **52**, R3429 (1995).
2. P. A. Morris, R. S. Aspden, J. E. C. Bell, R. W. Boyd, and M. J. Padgett, *Nat. Commun.* **6**, 5913 (2015).
3. R. S. Bennink, S. J. Bentley, and R. W. Boyd, *Phys. Rev. Lett.* **89**, 113601 (2002).
4. F. Ferri, D. Magatti, A. Gatti, M. Bache, E. Brambilla, and L. A. Lugiato, *Phys. Rev. Lett.* **94**, 183602 (2005).
5. J. H. Shapiro, *Phys. Rev. A* **78**, 061802 (2008).
6. Y. Bromberg, O. Katz, and Y. Silberberg, *Phys. Rev. A* **79**, 053840 (2009).
7. D.-J. Zhang, H.-G. Li, Q.-L. Zhao, S. Wang, H.-B. Wang, J. Xiong, and K. Wang, *Phys. Rev. A* **92**, 013823 (2015).
8. S. Dong, W. Zhang, Y. Huang, and J. Peng, *Sci. Rep.* **6**, 26022 (2016).
9. T. Shirai, T. Setälä, and A. T. Friberg, *J. Opt. Soc. Am. B* **27**, 2549 (2010).
10. T. Setälä, T. Shirai, and A. T. Friberg, *Phys. Rev. A* **82**, 043813 (2010).
11. K. Cho and J. Noh, *Opt. Commun.* **285**, 1275 (2012).
12. Z. Chen, H. Li, Y. Li, J. Shi, and G. Zeng, *Opt. Eng.* **52**, 076103 (2013).
13. P. Ryczkowski, M. Barbier, A. T. Friberg, J. M. Dudley, and G. Genty, *Nat. Photonics* **10**, 167 (2016).
14. D. Faccio, *Nat. Photonics* **10**, 150 (2016).
15. C. Gu, D. Zhang, Y. Chang, and S.-C. Chen, *Opt. Lett.* **40**, 2870 (2015).
16. M. Grabherr, S. Intemann, R. King, S. Wabra, R. Jäger, and M. Riedl, *Proc. SPIE* **9001**, 900105 (2014).
17. H. Defienne, M. Barbieri, I. A. Walmsley, B. J. Smith, and S. Gigan, *Sci. Adv.* **2**, e1501054 (2016).
18. D. Andreoli, G. Volpe, S. Popoff, O. Katz, S. Grésillon, and S. Gigan, *Sci. Rep.* **5**, 10347 (2015).
19. K. Nakagawa, A. Iwasaki, Y. Oishi, R. Horisaki, A. Tsukamoto, A. Nakamura, K. Hirose, H. Liao, T. Ushida, K. Goda, F. Kannari, and I. Sakuma, *Nat. Photonics* **8**, 695 (2014).
20. L. Gao, J. Liang, C. Li, and L. V. Wang, *Nature* **516**, 74 (2014).
21. G. Gariépy, N. Krstajić, R. Henderson, C. Li, R. R. Thomson, G. S. Buller, B. Heshmat, R. Raskar, J. Leach, and D. Faccio, *Nat. Commun.* **6**, 6021 (2015).

# Temporal ghost imaging with pseudo-thermal speckle light

Fabrice Devaux<sup>1</sup>, Kien Phan Huy<sup>1</sup>, Séverine Denis<sup>1</sup>, Eric Lantz<sup>1</sup> and Paul-Antoine Moreau<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Institut FEMTO-ST, Département d'Optique P. M. Duffieux, UMR 6174 CNRS Université Bourgogne Franche-Comté, 15b Avenue des Montboucons, F-25030 Besançon, France

<sup>2</sup> Centre for Quantum Photonics, H. H. Wills Physics Laboratory and Department of Electrical and Electronic Engineering, University of Bristol, Merchant Venturers Building, Woodland Road, Bristol BS8 1UB, UK

E-mail: [fabrice.devault@univ-fcomte.fr](mailto:fabrice.devault@univ-fcomte.fr)

Received 10 November 2016, revised 6 December 2016

Accepted for publication 12 December 2016

Published 29 December 2016



CrossMark

## Abstract

We report ghost imaging of a single non-reproducible temporal signal with kHz resolution by using pseudo-thermal speckle light patterns and a single detector array with a million of pixels working without any temporal resolution. A set of speckle patterns is generated deterministically at a sampling rate of tens kHz, multiplied by the temporal signal and time integrated in a single shot by the camera. The temporal information is retrieved by computing the spatial intensity correlations between this time integrated image and each speckle pattern of the set.

Keywords: ghost imaging, temporal ghost imaging, data processing by optical means, speckle, statistical optics

(Some figures may appear in colour only in the online journal)

## 1. Introduction

With the advent of laser sources in the early 1960s and their application in many research fields, some phenomena inherent to coherency of lasers were evidenced such as the speckle phenomenon [1]. Very quickly, the scientific community investigated this phenomenon [2] either to minimize its effects or in order to take advantage of its properties for different metrology applications [3]. Since then, speckle applications have increased and thanks to constant advances in technology, new developments are proposed [4, 5].

Thus, exploitation of the statistical properties of speckle is the cause of fascinating new applications such as ghost imaging which is a way to form images of an object with a single point detector (SPD) that does not have spatial resolution. The initial works used the quantum nature of entanglement of a two-photons state, where photons of a pair are spatially correlated, to detect temporal coincidences [6]. While one of the photons passing through the object was detected by a photon counter with no spatial resolution, its twin photon was detected with spatial resolution by scanning the transverse plane with a single detector. Then, the object

image was reconstructed by computing the correlation between both detectors. Later, similar experiments exploiting the temporal correlations of the intensity fluctuations of classical light [7] or pseudo-thermal speckle light [8] were proposed, showing that entanglement was not necessary to ghost imaging.

By taking into account space–time duality in optics, the extension of the results of spatial ghost imaging to the time domain has been investigated with different kinds of light source [9–13]. For all proposed arrangements, the light emitted by the sources was split into two arms, called ‘reference’ and ‘test’ arms. While in the test arm the light was transmitted through a ‘time object’ and detected with a slow SPD that can not properly resolve the time object, in the reference arm the light, that did not interact with the temporal object, was detected with a fast SPD. As for spatial ghost imaging, the temporal object was reconstructed by measuring the correlations of the temporal intensity fluctuations or the temporal coincidences between the two arms. In [13], measurements over several thousands copies of the temporal signal were necessary to retrieve an embedded binary signal with a good signal-to-noise ratio (SNR). The extension of



spatial ghost imaging to the time domain looks attractive for dynamic imaging of ultra-fast waveforms with high resolution. However, the method used in [13] requires thousands of realizations of the same temporal signal, limiting the current applications to the detection of synchronized and reproducible signals [14]. This is in contrast with the original concept of spatial ghost imaging, where the object is unique, but multiplied in the time domain by a random modulation, different from one pixel to another, leading to multiplexing in this time domain.

Recently, we have proposed a different scheme which is the exact space–time transposition of computational ghost imaging [15] and of wavelength-multiplexing ghost imaging [16]. In this experiment, a single complex temporal signal is measured in single-shot with a detector array without any temporal resolution [17]. To achieve this, the temporal information is multiplexed in the spatial domain by multiplying it with computer-generated random images. As a result the temporal information is copied and transferred to the spatial domain. As the single shot is taken with a long exposure time, all the images are integrated by the camera. Although the temporal information seems to be lost, it is embedded in the time integrated image and it is retrieved by computing spatial correlations between the time integrated image and the computer-generated random images. This operation transfers the information back from the spatial domain to the temporal one. We emphasize that this method allows to perform temporal ghost imaging without synchronization or replication of the temporal signal [13] with a single detector array with thousands pixels that has no temporal resolution. Indeed, as for the original computational ghost imaging arrangement [15], the use of pre-computing and reproducible random binary patterns prevent us to use a second array detector with a temporal resolution. Experiments were performed with monochrome images or color images to reconstruct either a single temporal signal or wavelength-multiplexed temporal signals, respectively. Currently, the main drawback of our method is its slowness (sampling rate of few Hz) which was imposed by the devices used to display the random patterns and to generate the temporal signals.

In the present paper, we report the first experimental demonstration of temporal ghost imaging with pseudo-thermal speckle patterns that allows the retrieval of a single non-reproducible temporal signal with kHz resolution. The signal reconstruction is performed by a single shot, spatially multiplexed, measurement of the temporal fluctuation of spatial intensity correlations of speckle patterns generated at tens of kHz and modulated by the temporal signal to detect. Like in [17], and because speckle patterns are generated deterministically, images are recorded and time integrated with a single detector array with a million of pixels used without any temporal resolution.

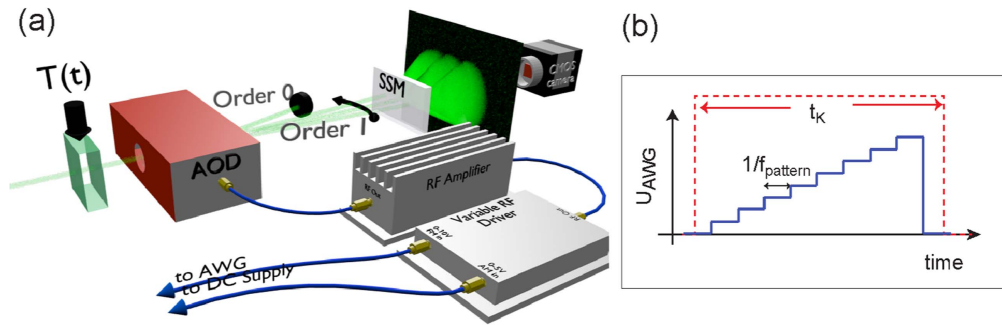
## 2. Experimental setup, measurement protocol and results

Figure 1(a) illustrates the experimental setup. To generate deterministically a basis of speckle patterns, a 543 nm CW

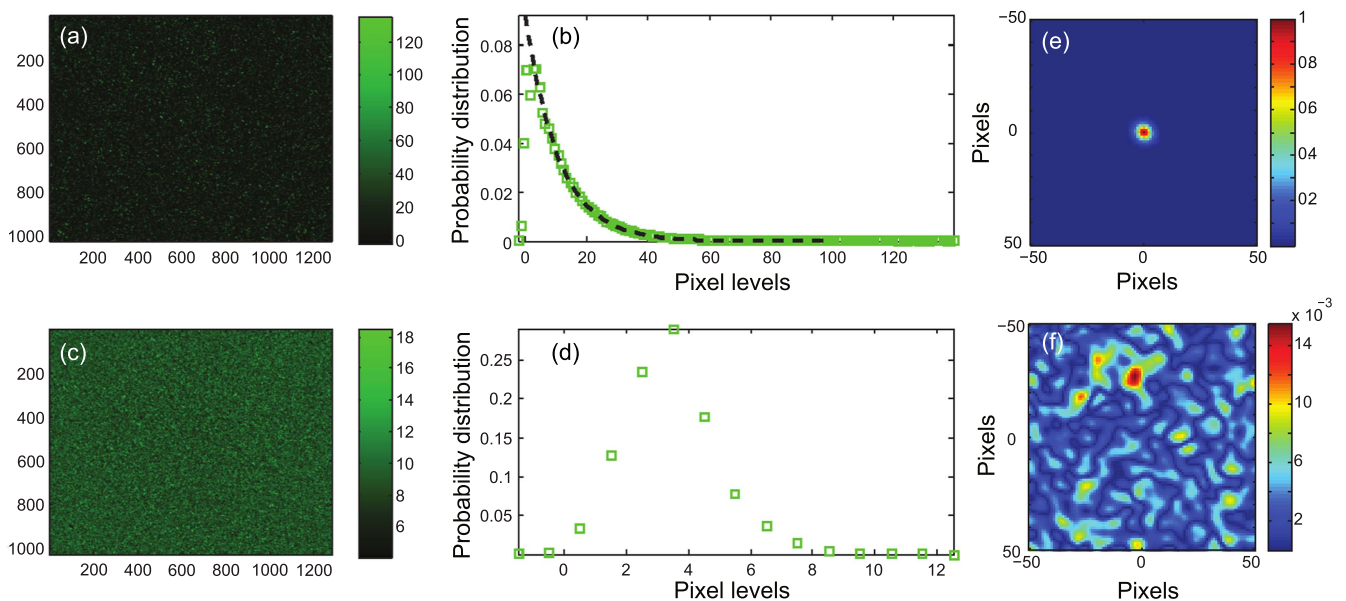
He–Ne laser beam illuminates and scans the surface of a thin static scattering medium (SSM) by means of an acousto-optic deflector (AOD). The AOD is used in the Bragg configuration that gives a single, first diffraction order output beam, whose intensity and deflection angle are directly controlled with a variable radio-frequency (RF) driver. With our device, the RF carrier can be tuned in the range 40–100 MHz by an analog signal through the frequency modulation input (0–10 V FM in) which allows a deflection angle amplitude of 48 mrad in random access or raster scan mode. In order to control the deflection angle accurately at a kHz rate, a staircase waveform signal (figure 1(b)) is delivered by a programmable arbitrary wave generator (AWG) linked to a computer with a GPIB cable and controlled by a graphical user interface (GUI). The intensity of the first diffraction order is controlled with a DC supply connected to the 0–5 V amplitude modulation input (0–5 V AM in). Images of the objective speckle patterns are acquired with a compact CMOS USB2.0 camera (IDS UI-1640C, 1280 × 1024 pixels) on a 8 bits gray scale. We emphasize that there is no objective between the detector array and the SSM and the position of the camera is adjusted such as the whole detector array is illuminated uniformly by the speckle patterns whatever the deflection angle of the laser beam. We also point out that our arrangement requires a single detector array because the scattering medium is static. So, the speckle patterns can be generated deterministically and reproduced with accuracy.

Because of the laser beam divergence, the tuning of the deflection angle with a voltage step greater than or equal to  $\Delta U_{\text{AWG}} = 0.2$  V allows the generation of fully uncorrelated speckle patterns, providing the basis of independent random patterns required for the temporal ghost imaging protocol. This protocol is similar to that described in [17], except that the basis of  $K$  computed-random binary patterns is replaced by a basis of  $K$  speckle patterns. Let us name  $X$  this basis.

First, the protocol learning step consists in taking an image, with the camera, of each speckle pattern of the basis generated for a specific deflection angle. Figure 2(a) shows a typical image of a single speckle pattern and figure 2(b) shows the corresponding probability distribution of the pixel levels when the mean level of the background noise is subtracted. From these images, the mean and the variance of the speckles are calculated:  $\langle X_k \rangle = 11 \pm 2$  and  $\sigma_{X_k}^2 = 122 \pm 32$ . These values give a contrast ratio of the speckle patterns of  $1.01 \pm 0.04$  and the good agreement of the probability distribution of the pixel levels with an exponential function (black dashed curve in figure 2(b)) shows that the statistical properties of speckles correspond to fully resolved pseudo-thermal light [4]. Figures 2(e) and (f) depict typical correlation function of a speckle pattern and cross-correlation function between two consecutive patterns of the set, respectively. The mean level of the cross-correlation function clearly shows that patterns of the set are independent. As any movement or vibration of the SSM, fluctuation of the laser wavelength or drift of the AOD will induce translation or variation of the speckle patterns, we verified that the stability of these components allows reproducibility of the speckle patterns during several hours.



**Figure 1.** (a) Experimental setup: a static scattering medium (SSM) is illuminated with a 543 nm CW He–Ne laser beam. The basis of independent and reproducible speckle patterns is obtained by scanning the SSM with the laser beam by means of an acousto-optic deflector (AOD) controlled by a variable radio-frequency (RF) driver. The RF carrier (i.e. the deflection angle of the first diffraction order) is adjusted through the 0–10 V input with a signal delivered by a programmable arbitrary wave generator (AWG) which is controlled by a graphical user interface (GUI). The temporal signal  $T(t)$  is symbolized by a device or a phenomenon that modulates the intensity of the laser beam. (b) Typical staircase waveform delivered by the AWG to generate successively eight speckle patterns and the red dashed curve represents the duration  $t_K$  of the signal delivered by the AWG.



**Figure 2.** Images and distribution density of the pixel levels of: (a) and (b) a single speckle pattern, (c) and (d) a ghost image where a temporal signal is embedded. The dashed black curve in (b) corresponds to the exponential probability function of mean 11. (e) Autocorrelation function of a speckle pattern. (f) Cross-correlation function between two consecutive patterns of the set.

In the second step of the protocol, the same  $K$  speckle patterns are sequentially generated by applying to the AOD a unique staircase waveform delivered by the AWG at the frequency  $f_{\text{pattern}}$  during a time  $t_K$  (see figure 1(b)). During this time, the temporal signal, named  $T(t)$  ( $0 \leq T(t) \leq 1$ ) drives a device modulating linearly the intensity of the laser beam and therefore the intensity of the speckle patterns that are time-integrated by the camera with an exposure time  $t_{\text{cam}} \gg t_K$ . As we have investigated several methods and devices to address the temporal signal (with an electro-optic modulator like in [17], with the DC supply input of the RF driver or with the GUI interface), we would like to stress that any device or phenomenon providing intensity modulation of light is convenient for the protocol. Of course and because of a simple multiplication, the speckle pattern could also be generated before the temporal object as in [17] and an eventual transmission could occur after

this object, inasmuch as spatial multiplexing is preserved. We also emphasize that this protocol is completely insensitive to any temporal distortion due to this transmission. Figure 2(c) shows a typical time-integrated image with an embedded temporal signal ( $t_{\text{cam}} = 500$  ms,  $t_K = 1$  ms,  $K = 24$  and  $f_{\text{pattern}} = \frac{K}{t_K} = 24$  kHz). Figure 2(d) shows the corresponding distribution of the pixel levels. The mean level of the time integrated images is smaller than the mean level of the single speckle images because the SSM is illuminated with a longer time for acquisition of the individual speckle patterns. The time-integrated image, named  $S$ , is given by:

$$S_{ij} = \frac{1}{\gamma} \sum_{k=1}^K T(k) X_{k,ij}, \quad (1)$$

where  $S_{ij}$  and  $X_{k,ij}$  are the levels of the pixel of coordinates  $(i, j)$  in the images  $S$  and  $X_k$ , respectively.  $T(k)$  is the value of the

temporal signal at the time when the  $k$ th speckle is generated.  $\gamma$  is a normalization coefficient corresponding to the ratio between the illumination durations of the SSM when the  $X_k$  and  $S$  images are recorded. As in [17], the temporal signal is reconstructed by calculating the intensity correlations between the time integrated image  $S$  and the  $K$  images  $X$  of the speckle patterns. The value of  $T(k_0)$  at the ‘time’  $k_0$  is estimated by (a hat means ‘estimator of’):

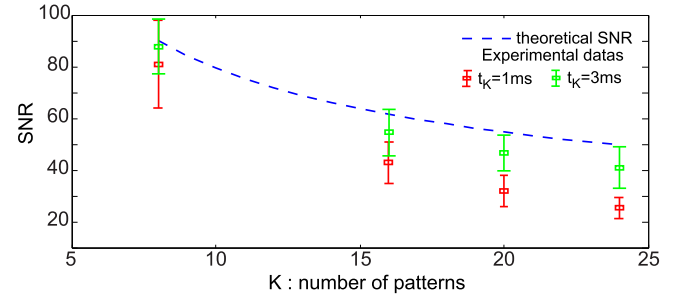
$$\hat{T}(k_0) = \gamma \frac{\sum_{i=1}^{N_x} \sum_{j=1}^{N_y} (S_{ij} - \bar{S})(X_{k_0,ij} - \bar{X}_{k_0})}{\sum_{i=1}^{N_x} \sum_{j=1}^{N_y} (X_{k_0,ij} - \bar{X}_{k_0})^2}, \quad (2)$$

where  $\bar{S}$  and  $\bar{X}_{k_0}$  are the arithmetic mean levels of the related images.  $N_x$  and  $N_y$  are the numbers of pixels in the images along the  $x$  and  $y$  dimensions. With numerical simulations, we verified previously that the SNR is given theoretically by (see supplement material of [17]):

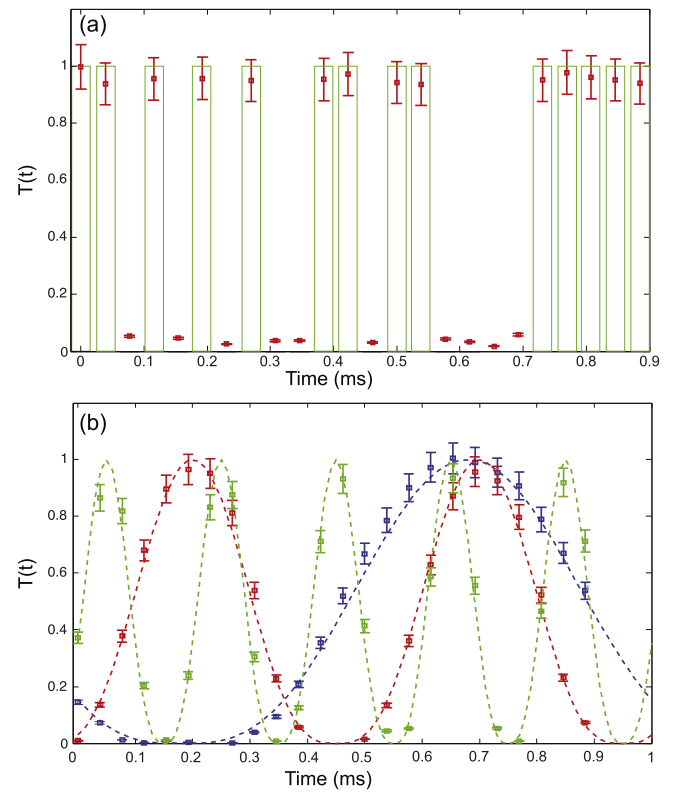
$$\begin{aligned} \text{SNR}[T(k_0)] &= \frac{T(k_0)}{\sigma_{T(k_0)}} = \sqrt{\frac{N_{\text{eff}}}{\sum_{k=1, k \neq k_0}^K T^2(k)}} T(k_0) \\ &\geq \sqrt{\frac{N_{\text{eff}}}{K-1}} T(k_0), \end{aligned} \quad (3)$$

where  $N_{\text{eff}}$  represents the total number of independent spatial modes in the recorded image of a single speckle pattern. Typically, from the FWHM of the autocorrelation peak of a speckle pattern (figure 2(e)) we have estimated that a speckle (i.e. a spatial mode) covers an area of  $23 \pm 1$  pixels of the camera :  $N_{\text{eff}} \simeq 5.7 \times 10^4$ . For  $K = 24$  and  $T = 1$ , it gives a theoretical  $\text{SNR}_{\text{th}} = 50 \pm 1$ . To measure the SNR, we applied the protocol described above and speckle patterns were time-integrated by the camera with  $T = 1$  during the entire exposure time. The protocol was repeated for different values of  $K$  and  $t_K$ . Then, the transmission coefficient  $T$  was calculated using equation (2) and the SNR was deduced from the fluctuations of the measured values of  $T$ . This measure was repeated several times in order to estimate the uncertainties. Figure 3 presents the measured SNR as a function of  $K$  for two different values of  $t_K$  : 1 ms (red square) and 3 ms (green square). In both cases, error bars are deduced from measurements. To compare, the blue dashed curve represents the theoretical  $\text{SNR}_{\text{th}}$  calculated with equation (3). We can observe that while the measured SNR is in agreement with the theoretical values for  $t_K = 3$  ms, it becomes much smaller than the theoretical value when  $K$  increases for  $t_K = 1$  ms. Indeed, when  $K$  increases,  $f_{\text{pattern}}$  increases too and the  $6.5 \mu\text{s}$  access time of the AOD becomes of the same order of magnitude as the illumination time of the SSM when a speckle pattern is generated. For example, with  $f_{\text{pattern}} = 24 \text{ kHz}$ , the laser beam illuminates the SSM during  $42 \mu\text{s}$  to generate a speckle pattern. However, the transition time between the successive deflection angles of the laser beam represents a quarter of this duration. Consequently, this motion of the laser beam at the surface of the SSM adds background noise that deteriorates the statistical properties of the speckle patterns and the SNR.

We present now the experimental results. Figures 4(a) and (b) show two kinds of reconstructed signals. The first one is a random binary word of 24 bits generated at the frequency



**Figure 3.** SNR as a function of the number  $K$  of time-integrated speckle patterns. The blue dashed curve corresponds to the theoretical  $\text{SNR}_{\text{th}}$  calculated with equation (3) and experimental data are represented by the red and green squares. They respectively correspond to 1 and 3 ms durations of the voltage of the pulses trains delivered by the AWG. The error bars are deduced from measurements.



**Figure 4.** Results: (a) reconstructed random binary word of 24 bits at  $f_{\text{pattern}} = 24 \text{ kHz}$ . Green bars show the original signals. (b) Reconstructed periodic signals of frequencies 1, 2 and 5 kHz (respectively blue, red and green squares) sampled at  $f_{\text{pattern}} = 24 \text{ kHz}$ . The error bars are deduced from the measured SNR and the dotted curves show the original signals.

$f_{\text{pattern}} = 24 \text{ kHz}$  with the GUI interface. This binary signal modulates directly the amplitude of the pulses train delivered by the AWG. When the  $k$ th bit equals ‘1’, the  $k$ th speckle pattern is generated with the corresponding voltage  $U_{\text{AWG}}(k)$  and when it equals ‘0’,  $U_{\text{AWG}}(k) = 0$  and the corresponding speckle pattern is not generated. Indeed, when  $U_{\text{AWG}} = 0$  V, the first order diffracted beam is spatially filtered and does not illuminate the SSM. Then, temporal fluctuations of the spatial

correlations between the time-integrated image and the 24 images of the speckle patterns basis are calculated with equation (2). In figure 4(a) we can observe that the original signal represented by the green bars is reconstructed experimentally (red squares) with a good accuracy. Note that the spatial correlations between the ghost image and the missing patterns (corresponding to bits '0') are almost null, which clearly shows the independence of the speckle patterns. Figure 4(b) shows single shot measurements of non synchronized periodic signals of frequency 1, 2 and 5 kHz (respectively blue, red and green squares) sampled with the speckle patterns at the frequency  $f_{\text{pattern}} = 24$  kHz. Here, the temporal signal is delivered by a wave function generator driving a device that modulates the transmission ( $0 \leq T(t) \leq 1$ ) of the laser beam at the input of the AOD (see figure 1). The original signals are represented by the dashed curves (only phases of these curves are adjusted to fit the experimental data). For all experimental results the error bars are deduced from the measured SNR when  $f_{\text{pattern}} = 24$  kHz.

### 3. Conclusion

To summarize, these experiments represent the first demonstration of the exact space–time transposition of spatial ghost imaging with pseudo-thermal speckle light. Unique and non reproducible time objects are reconstructed with a very good accuracy by multiplying them with independent and reproducible speckle patterns with a very large number of independent spatial modes. This method ensures spatial multiplexing of temporal intensity correlations before detection of the time integrated images of the speckle patterns with a camera that has no temporal resolution. When compared to the recent experimental demonstrations of temporal ghost imaging, the main advantages of our system consist first in the replacement of the need of thousands synchronized replica of the temporal signal required in [13] by the use of a detector array with a million pixels to acquire an unique non reproducible temporal signal. Moreover, our method is also in principle immune to dispersion or temporal distortion and implies a spatial multiplexing that must be preserved between the temporal object and the detector. This could be obtained by using a bundle of fibers and, importantly because the images in both the learning and integration steps are acquired after the transmission, any spatial mixing in the transmission would not have detrimental consequences if it is deterministic and does not change the number of spatial modes. Secondly, the resolution is greatly improved, from Hz to tens of kHz, with respect to our previous device for computational temporal ghost imaging [17]. Our results also demonstrate that deterministic speckle patterns with many spatial modes can be quickly controlled and addressed. Consequently, performances of our experiment, which are currently limited by the  $6.5 \mu\text{s}$  access time of the AOD, could be seriously improved using spatial multiplexing of temporally modulated light

sources, like 2D VCSELs array [18], to illuminate the SSM with a rate up to 8 GHz. It would be also possible to retrieve other signals affecting the laser beam properties, like phase or wavelength, by modifying the first, learning step of the protocol.

### Acknowledgments

This work was supported by the Labex ACTION program (ANR-11-LABX-0001-01).

### References

- [1] Allen L and Jones D G C 1963 An analysis of the granularity of scattered optical maser light *Phys. Lett.* **7** 321–3
- [2] Goodman J W 1975 Probability density function of the sum of  $N$  partially correlated speckle patterns *Opt. Commun.* **13** 244–7
- [3] Dainty J C 1975 *Laser Speckle and Related Phenomena* (*Topics in Applied Physics* vol 9) (Berlin: Springer)
- [4] Goodman J W 2007 *Speckle Phenomena in Optics: Theory and Applications* (Englewood, CO: Roberts and Company Publishers)
- [5] Kaufmann G H (ed) 2011 *Advances in Speckle Metrology and Related Techniques* (New York: Wiley-VCH)
- [6] Pittman T B, Shih Y H, Strekalov D V and Sergienko A V 1995 Optical imaging by means of two-photon quantum entanglement *Phys. Rev. A* **52** R3429–32
- [7] Bennink R S, Bentley S J and Boyd R W 2002 Two-photon coincidence imaging with a classical source *Phys. Rev. Lett.* **89** 113601
- [8] Ferri F, Magatti D, Gatti A, Bache M, Brambilla E and Lugiato L A 2005 High-resolution ghost image and ghost diffraction experiments with thermal light *Phys. Rev. Lett.* **94** 183602
- [9] Shirai T, Setälä T and Friberg A T 2010 Temporal ghost imaging with classical non-stationary pulsed light *J. Opt. Soc. Am. B* **27** 2549–55
- [10] Setälä T, Shirai T and Friberg A T 2010 Fractional Fourier transform in temporal ghost imaging with classical light *Phys. Rev. A* **82** 043813
- [11] Cho K and Noh J 2012 Temporal ghost imaging of a time object, dispersion cancelation, and nonlocal time lens with bi-photon state *Opt. Commun.* **285** 1275–82
- [12] Chen Z, Li H, Li Y, Shi J and Zeng G 2012 Temporal ghost imaging with a chaotic laser *Opt. Eng., Bellingham* **52** 076103
- [13] Ryczkowski P, Barbier M, Friberg A T and Dudley J M 2016 Ghost imaging in the time domain *Nat. Photon.* **10** 167–70
- [14] Faccio D 2016 Optical communications: temporal ghost imaging *Nat. Photon.* **10** 150–2
- [15] Shapiro J H 2008 Computational ghost imaging *Phys. Rev. A* **78** 061802
- [16] Zhang D-J, Li H-G, Zhao Q-L, Wang S, Wang H-B, Xiong J and Wang K 2015 Wavelength-multiplexing ghost imaging *Phys. Rev. A* **92** 013823
- [17] Devaux F, Moreau P-A, Denis S and Lantz E 2016 Computational temporal ghost imaging *Optica* **3** 698–701
- [18] Grabherr M, Intemann S, King R, Wabra S, Jäger R and Riedl M 2014 VCSEL arrays for high-aggregate bandwidth of up to 1.34Tbps *Proc. SPIE* **9001** 900105

# Temporal ghost imaging with twin photons

Séverine Denis<sup>1</sup>, Paul-Antoine Moreau<sup>2</sup>, Fabrice Devaux<sup>1</sup> and Eric Lantz<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Institut FEMTO-ST, Département d'Optique P. M. Duffieux, UMR 6174 CNRS Université Bourgogne Franche-Comté, 15b Avenue des Montboucons, F-25030 Besançon, France

<sup>2</sup> SUPA, School of Physics and Astronomy, University of Glasgow, Glasgow G12 8QQ, United Kingdom

E-mail: [severine.denis@femto-st.fr](mailto:severine.denis@femto-st.fr)

Received 17 December 2016

Accepted for publication 10 January 2017

Published 9 February 2017



CrossMark

## Abstract

We use twin photons generated by spontaneous parametric down conversion to perform temporal ghost imaging of a single time signal. The retrieval of a binary signal containing eight bits is performed with an error rate below 1%.

Keywords: quantum ghost imaging, quantum optics, photon statistics, nonlinear optics, parametric processes

(Some figures may appear in colour only in the online journal)

## 1. Introduction

For the two last decades, ghost imaging has emerged as a kind of magical way to form images of a spatial object, typically a spatially varying transparency, with a single point detector (SPD) that does not have spatial resolution. The initial works used the quantum nature of entanglement of a two-photon state, where photons of a pair are spatially and temporally correlated, to detect temporal coincidences. While one of the photons passing through the object was detected by a photon counter with no spatial resolution, its twin photon was detected with spatial resolution by scanning the transverse plane with a single detector [1], or recently by an intensified charge-coupled device (ICCD) [2]. Later, ghost imaging exploiting the temporal correlations of the intensity fluctuations of classical [3] or pseudo-thermal light [4] was proposed. The ability to retrieve the object with unity contrast seems to be the only property that belongs to quantum experiments on their own [5].

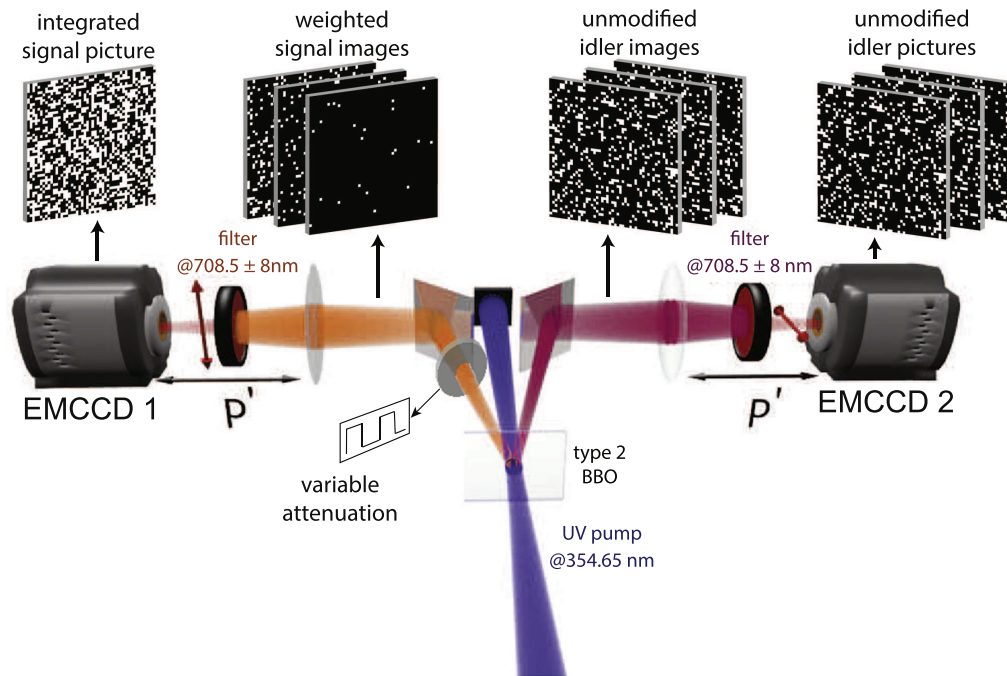
The extension of ghost imaging to a time object, i.e., a temporally varying transparency, has been recently demonstrated experimentally [6–8]. In [6], the light was transmitted through a ‘time object’ and detected with a slow SPD which cannot resolve the time object, while in the reference arm, the light that did not interact with the temporal object was detected with a fast SPD. Measurements over several thousand copies of the temporal signal were necessary to retrieve a binary signal with a good signal-to-noise ratio. To retrieve a non-reproducible time object using a single-shot acquisition, we proposed in [7] the exact space–time transposition of

computational ghost imaging [9, 10]: a single-shot acquisition of the time object was performed by multiplying it with computer-generated random images, ensuring spatial multiplexing of temporal intensity correlations before detecting the sum image with no temporal resolution. While very simple and costless, this method is slow. To increase the speed to a *kHz* rate, we reported the use of speckle patterns [8], i.e., the temporal transposition of spatial ghost imaging with pseudo-thermal light [4].

In the present paper, we demonstrate temporal ghost imaging with twin photons generated by spontaneous parametric down conversion (SPDC), i.e., the temporal transposition of the first ghost imaging experiments [1]: while the photons passing through the temporal object are detected by a photon-counting camera with no temporal resolution, their twins do not interact with the object but are detected with temporal and spatial resolution by a second camera. Note that the use of biphotons for temporal imaging has been studied theoretically in [11].

## 2. Experimental overview

In the setup represented in figure 1, a type-2-oriented beta barium borate (BBO) nonlinear crystal with a diameter of 5 mm and thickness of 0.8 mm is enlightened over its entire surface with a 354.65 nm UV pulsed laser. From their interaction with the BBO, pump photons are annihilated and generate twin photons that form the signal and idler SPDC beams around the degeneracy wavelength of 709.3 nm. The



**Figure 1.** Experimental setup used to record the ghost signal and reference idler images. The red arrows represent the polarization directions of the signal and idler beams. The variable attenuation, made with a liquid crystal variable retarder and a polarizer, is adjusted accordingly.

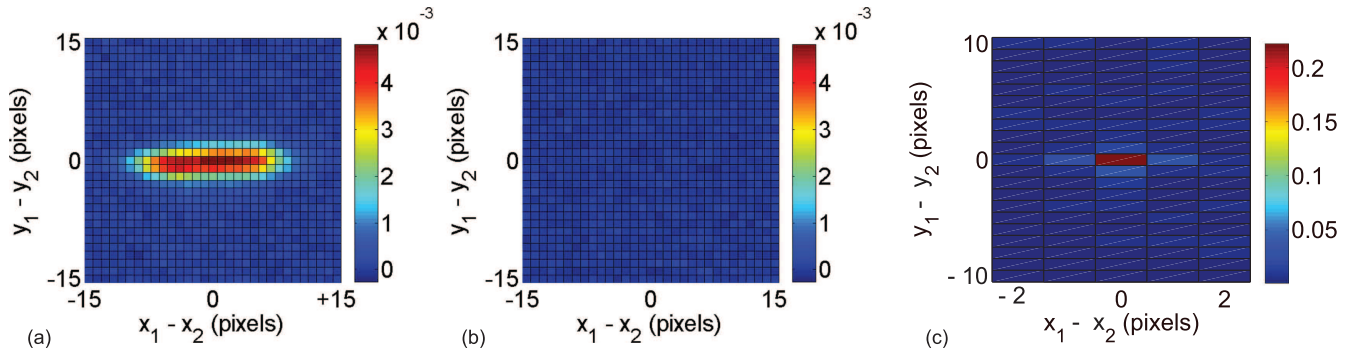
filters used have a quasi-rectangular spectrum transmission profile centered at  $708.5 \pm 8$  nm, i.e., not exactly at the degeneracy wavelength of the SPDC.

A variable density made with a liquid crystal variable retarder controlled by a function generator, and followed by a polarizer, is placed in the way of the signal beam. Hence, the signal images are first weighted one by one by the variable density whose values are given by the temporal signal to be retrieved, then summed together without any temporal resolution, on an electron multiplying charge-coupled device (EMCCD1). At exactly the same time, the unweighed idler images are acquired one by one by a second camera (EMCCD2) as reference patterns with, for each image  $I_n$ , a time exposure synchronized with the step  $n$  of the time signal. The signal and idler images are recorded in the image plane of the BBO crystal in order to ensure a good match between the positions of the signal and idler photons in twin images, even if their wavelengths are slightly different due to the 16 nm width filters. The  $512 \times 512$  pixel EMCCD (Andor iXon3 897) sensors are cooled at  $-100^\circ\text{C}$  and ensure a quantum efficiency over 90% at 708 nm. The photon localizations are recorded by applying a thresholding procedure (as shown in figure 1). The mean flux is set between 0.10 and 0.20 photons per pixel ( $ph/px$ ) on the sum image, i.e., less on the reference images, in order to minimize the whole number of false detections [12].

The equivalent quantum efficiency  $\eta$  of the setup is given for twin images by the number of detected signal (or idler) photons corresponding to a true pair divided by the total number of detected photons. This parameter takes into account the overall quantum efficiency of the setup, affected by the random absorption of photons by the optical components or no detection by the cameras, but also parasitic

fluorescence of the optical components and false decisions during the thresholding procedure. We have shown in [13] that sources of single photons, such as parasitic fluorescence or photons transmitted at the edge of the filters with no transmission at the twin wavelength, have an effect similar to a decrease of the quantum efficiency. Here, the equivalent quantum efficiency of the filters is estimated at 92% and the combined maximum transmission of the retarder and polarizer is estimated at  $\eta_L = 81\%$ . Noises from the detector, like readout noise or clock-induced charges (CIC), result also in single photoelectrons: either a nongenuine photon is detected (due, for example, to CIC; false positive error) or a genuine photon is not detected because the associated level at the output of the multiplication register remains below the threshold (false negative error). This latter case is directly equivalent to a decrease of the quantum efficiency. The former false positive error cannot be considered equivalent as a variation of the quantum efficiency since its occurrence does not depend on the light flux [13]. However, it does result in the creation of single detected photons and its effect is completely similar to a decrease of the quantum efficiency in integral measurements like those performed in this experiment. The background noises were estimated by recording with the pump beam off. They are estimated at  $0.018 ph/px$  for the signal image and  $0.0064 ph/px$  for one of the idler images.

The experimental value of  $\eta$  is directly given by the normalized cross-correlation coefficient of the signal and idler pictures. However, in our case, the size of the spatial coherence cells of the SPDC beams does not correspond to the pixels and scales as the inverse of the phase-matching angular range [14]. The cross-correlation then displays a peak with a Gaussian-like shape that spreads on several pixels. To obtain



**Figure 2.** (a) Mean on 900 realizations of the normalized cross-correlation coefficient of two twin images, without binning. (b) The same for two independent signal and idler images. (c) Cross-correlation coefficient of figure (a) after a binning of  $16 \times 5$  pixels.

the full cross-correlation peak on one pixel, a grouping (binning) of  $B$  pixels of the cross-correlation figure must be performed. To estimate  $\eta$ , we recorded one series of 900 twin images, with no time modulation (transmission set to 1) and the same integration time on each side. The mean filling ratio  $m_s$  was set at  $0.04 \text{ ph/px}$  by adjusting the acquisition time of the cameras. The number of pixels  $D = 506 \times 506$  in each picture used for the cross-correlation is then given by the effective area of the camera sensors. The average normalized cross-correlation is given in figure 2. The size of the spatial coherence cell is estimated at  $B = 16 \times 5$  pixels. However, the binning of the cross-correlation figure is not used here since the average on 900 cross-correlations allows the distinction of the pixels of the peak from those of the cross-correlation background. The integration of the cross-correlation peak gives an overall equivalent quantum efficiency  $\eta$  of 30.2%.

### 3. Retrieval of a ghost time signal

After acquisition of the weighted and reference images, the reconstruction of the time signal is performed by computing the cross-correlation of the signal image and each reference idler image. Here, since we use only one pair of images to determine each cross-correlation coefficient, the cross-correlation peak must be binned in order to be distinguished from the cross-correlation background. The successive cross-correlation coefficients are then plotted over the time to retrieve the shape of the time signal.

In an ideal experiment with unity quantum efficiency, a photoelectron detected in the integrated signal image corresponds always to a photon at the same position in one of the reference idler images. However, the random distribution of SPDC photons provides statistically independent photon repartitions for different time steps of the signal and idler or different temporal modes in a single time step. Consequently, two signal and idler photons that are not twins can be situated in a coherence cell at the same position. These photons create accidental matches when cross-correlating the associated signal and idler images. We thus need to consider in the computation of the cross-correlation coefficient a contribution

related to accidental coincidences of independent events, but also a fluctuation of the twin and accidental coincidences due to the random nature of the events. The reconstruction of the time signal can be performed properly in a single operation only if we can distinguish at least two levels in the signal (case of a binary signal). For a Gaussian distribution, this distinction is feasible in 99.3% of cases if the signal to noise ratio  $SNR_n$  associated to the step  $n$  verifies

$$SNR_n = \frac{C_n}{\sigma_n} \geq 2.45 L T_n \quad (1)$$

where  $\sigma_n$  is the overall standard deviation of the number of coincidences,  $L = 2$  is the number of levels in the signal,  $T_n$  is the binary transmission ( $T_n = 0$  or  $1$ ) induced by the variable attenuation for the step  $n$  of the time signal, and  $C_n$  is the mean total number of twin coincidences between the sum picture  $S$  and the idler image  $I_n$ . The value  $2.45 \times \sigma$  represents the abscissa at which the cumulative density function of a Gaussian distribution takes a value 99.3%.

The average number of accidental coincidences is shifted to zero by removing in each picture the deterministic shape of the SPDC beams. This step ensures the statistical independence of two non-twin images. Two effective methods can be applied here. The first one consists of assimilating the shape of the SPDC beam as a Gaussian, since the intensity of the SPDC beams is proportional to the intensity of the pump beam. Each signal and idler picture is fitted by a Gaussian profile that is then removed from the image. This method is efficient if the experiment is limited to the retrieval of a unique time signal and not repeated [15]. However, if the shape of the beams is not perfectly Gaussian, this method could leave some residual deterministic correlations. The second method consists of recording a large number of images to determine the average deterministic shape of the signal and idler beams as a calibration of the system. The average shape is then removed from each picture before performing the cross-correlation [14]. If feasible, this last method is slightly more efficient and much more rapid. It will be used in the following.

$C_n$  can be determined from our experimental parameters, after this subtraction, as [13]

$$C_n \simeq T_n D (\eta m_i - m_i^2) \quad (2)$$

where  $m_i$  is the mean number of photons (events) per pixel of the idler images. The approximation is valid if the incident photon flux per time step  $m_i/\eta$  is much smaller than one, which allows the probability of two photons incident on the same pixel to be neglected.

$\sigma_n$  takes into account the fluctuations of both twin and accidental coincidences:

$$\sigma_n = (V_{c,n} + V_{a,n})^{1/2} \quad (3)$$

where  $V_{c,n}$  and  $V_{a,n}$  are respectively the variances of the total number of twin and accidental coincidences between  $S$  and  $I_n$  at the location of the peak. Because of the Poissonian distribution of the SPDC pattern, we have directly  $V_{c,n} = C_n$ . Since  $V_{a,n}$  is not related to the number of twin coincidences between the signal-integrated image  $S$  and one of the idler reference images  $I_n$ , it does not depend on the step  $n$ , and consequently  $V_{a,n} = V_a$ . Its value can be assessed as follows, in a similar manner as in [13]. We want to assess the fluctuations of  $\widehat{\text{cov}}(N_s, N_{i_k})$ , the estimator of the covariance between one pixel  $s$  of the signal picture  $S$  and the same pixel  $i_k = s$  of the idler picture  $I_k$ , for independent events (no twin coincidences).  $N_s$  and  $N_{i_k}$  are the intensities of the  $s$  and  $i_k$  pixels that are in our case either 1 for one photon or 0 for no photons.  $\widehat{\text{cov}}(N_s, N_{i_k})$  is given for each couple  $s = i_k$  of the area  $D$  by

$$\begin{aligned} \widehat{\text{cov}}(N_s, N_{i_k}) &= \frac{1}{D} \sum_{s=i_k=1}^D (N_s - \bar{N}_s)(N_{i_k} - \bar{N}_{i_k}) \\ &= \overline{N_s N_{i_k}} - \bar{N}_s \bar{N}_{i_k}. \end{aligned} \quad (4)$$

Because of the independence of the events,  $\langle \widehat{\text{cov}}(N_s, N_{i_k}) \rangle = 0$ , where  $\langle \rangle$  stands for the true mean (mathematical expectation). In the second term of equation (4), the variance of  $\overline{N_s N_{i_k}}$  is negligible with respect to the variance of  $\bar{N}_s \bar{N}_{i_k}$ . The only possible values of  $N$  are 0 and 1. Hence, we have

$$\begin{aligned} \text{var}(\overline{N_s N_{i_k}}) &= \frac{1}{D} (\langle (N_s N_{i_k})^2 \rangle - \langle N_s N_{i_k} \rangle^2) \\ &= \frac{1}{D} m_s m_i - (m_s m_i)^2 \simeq \frac{1}{D} m_s m_i \end{aligned} \quad (5)$$

where  $m_s$  and  $m_i$  are the true means of the signal and idler images, respectively. In the last approximative equality, we assume that  $m_s$  and  $m_i$  are both  $\ll 1$ .

The total number of coincidences is given also by equation (4), but without the division by the number of pixels. Hence we have, if there is no binning,

$$V_a = \text{var} \left( \sum_{s=i_k=1}^D N_s N_{i_k} \right) = D m_s m_i. \quad (6)$$

The last step consists of calculating the variance  $V_a$  of the total number of coincidences between two areas obtained by summing  $B$  adjacent pixel values of the correlation image:

$$V_a = \text{var} \left( \sum_{b=1}^B \sum_{s=i_k=1}^D N_s N_{i_k} \right) = D B m_s m_i. \quad (7)$$

The signal to noise ratio hence becomes

$$SNR_n = \frac{T_n D (\eta m_i - m_i^2)}{(T_n D \eta m_i + D B m_s m_i)^{1/2}}. \quad (8)$$

Because of the binning  $B$ , the second term of the denominator, due to accidental coincidences, is much greater than the first term due to the fluctuations of the number of twin coincidences. By neglecting this first term and the second term of the numerator, and by assuming a binary signal with  $M$  bits at one, we obtain an approximation of  $SNR_n$  as

$$SNR_n \simeq T_n \eta \left( \frac{D}{B M} \right)^{1/2}. \quad (9)$$

The approximation of equation (9), though not very precise (the second term of the numerator is not completely negligible), gives us a practical clue. We have to find an optimal compromise for the binning: increasing  $B$  allows the surface of the cross-correlation peak to be entirely covered, resulting in an increase of  $\eta$  but at the expense of a decreasing of the number of resolution cells  $D/B$ . Experimentally, the lowest error rate has been attained for a binning of five pixels on the  $y$  axis and 16 pixels on the  $x$  axis. This reduced binning unfortunately brings us to ignore the fourth of the coincidences that are situated on pixels outside the position of the binned peak. The equivalent quantum efficiency thus becomes  $\eta = 23\%$ .

By taking into account these values, we have chosen to perform the reconstruction of a time signal of two levels (binary) and eight steps that should result in a SNR around 6.

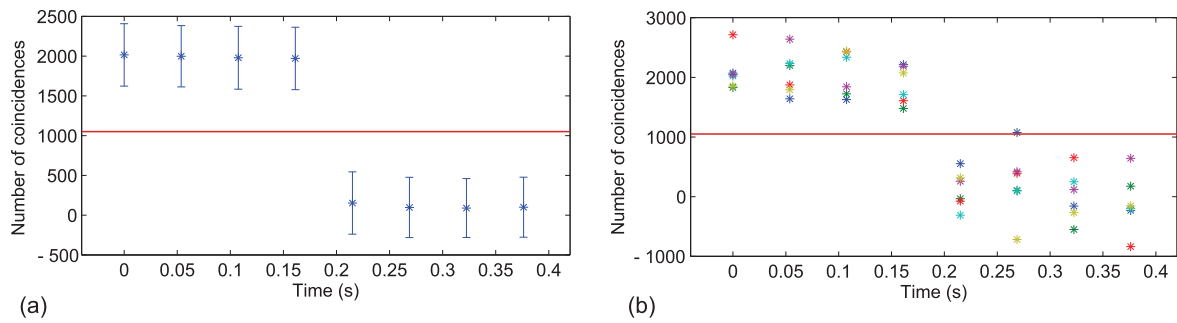
#### 4. Experimental application

Although the purpose of the experiment is to benefit of a safe reconstruction on a single operation, the process is repeated 990 times. This allows the estimation of the average experimental SNR on the reconstructed steps. The ghost signal reconstructed here is made of four bits at '1' and four bits at '0'. The reconstruction shown in figure 3 displays the average cross-correlation coefficient of each step of the time signal, given as a number of coincidences. Let us recall that the average images have been subtracted, meaning that the mean numbers of accidental coincidences have been set to 0 even if these accidental coincidences are the main source of noise, as shown previously. The error bars represent the experimental standard deviation of the computed numbers of coincidences associated with each step.

The SNR of the steps '1' is here equal to 4.9, while a direct application of equation (8) gives a SNR of 6.3. The most important factors that explain this difference between are:

- The Gaussian shape of the beams results in an effective number of pixels which is smaller than the number  $D$  of the physical pixels.
- In the low-light-level parts of the image, the detector noises are more important than those taken into account by the effective quantum efficiency.





**Figure 3.** (a) Average on 990 reconstructions. The blue dots are the average numbers of coincidences as given in equation (2), and the error bars are their standard deviation. (b) Superposition of five reconstructions. The full red line represents the threshold situated at the half average number of coincidences for the ‘1’ steps.

- The fluctuations of the pixels in the correlation image are not completely independent, probably because of some smearing. Experimentally, for  $B = 1$ , the standard deviation of the correlation image has a value outside the twin peak equal to 37.3—in rather good agreement with its theoretical value  $D(m_s m_i)^{1/2} = 35.8$ . On the other hand, its value of 373 for  $B = 80$  is greater than the expected 320.

The error rate of 0.7% is in full agreement with the experimentally measured SNR. It has been obtained by a simple method of thresholding, where a threshold (red full line in figure 3) is placed at the middle between the mean 1 level and the 0 one.

## 5. Conclusion

We showed in this experiment of temporal ghost imaging that it is possible to reconstruct single sequences of time signals using quantum correlated photons of SPDC. The number of coherence cells contained in the images determines the available whole length and the error rate in the reconstruction process. The relatively low value of this number, around 3000 here, can be increased in two ways:

- A thinner crystal allows the size of a coherence cell in the image plane to decrease by increasing the phase-matching range in the Fourier plane.
- A wider crystal allows the number of coherence cells in a transverse section to increase.

However, the conservation of the SPDC gain would require a more powerful pump beam, as the surface illuminated is larger and the interaction time between the pump pulses and the crystal is smaller. Likewise, more efficient detectors and a reduction of the parasitic fluorescence could result in an increase of the equivalent quantum efficiency. The phase-matching constraints explain that performances remain below that obtained by classical means [7, 8]. Nevertheless, this experiment shows that temporal ghost imaging can be performed by using either twin photons or classical correlations, just as for spatial ghost imaging.

## Funding

This work was supported by the Labex ACTION program (ANR-11-LABX-0001-01).

## References

- [1] Pittman T B, Shih Y H, Strekalov D V and Sergienko A V 1995 Optical imaging by means of two-photon quantum entanglement *Phys. Rev. A* **52** R3429
- [2] Morris P A, Aspden R S, Bell J E C, Boyd R W and Padgett M J 2015 Imaging with a small number of photons *Nat Commun.* **6** 5913
- [3] Bennink R S, Bentley S J and Boyd R W 2002 Two-photon coincidence imaging with a classical source *Phys. Rev. Lett.* **89** 113601
- [4] Ferri F, Magatti D, Gatti A, Bache M, Brambilla E and Lugiato L A 2005 High-resolution ghost image and ghost diffraction experiments with thermal light *Phys. Rev. Lett.* **94** 183602
- [5] Gatti A, Brambilla E, Bache M and Lugiato L A 2004 Correlated imaging, quantum and classical *Phys. Rev. A* **70** 013802
- [6] Ryczkowski P, Barbier M, Friberg A T, Dudley J M and Genty G 2016 Ghost imaging in the time domain *Nat Photonics* **10** 167
- [7] Devaux F, Moreau P-A, Denis S and Lantz E 2016 Computational temporal ghost imaging *Optica* **3** 698
- [8] Devaux F, Huy K P, Denis S, Lantz E and Moreau P-A 2017 Temporal ghost imaging with pseudo-thermal speckle light *J. Opt.* **19** 024001
- [9] Shapiro J H 2008 Computational ghost imaging *Phys. Rev. A* **78** 061802
- [10] Bromberg Y, Katz O and Silberberg Y 2009 Ghost imaging with a single detector *Phys. Rev. A* **79** 053840
- [11] Cho K and Noh J 2012 Temporal ghost imaging of a time object, dispersion cancelation, and nonlocal time lens with bi-photon state *Opt. Commun.* **285** 1275
- [12] Lantz E, Blanchet J-L, Furfaro L and Devaux F 2008 Multi-imaging and Bayesian estimation for photon counting with EMCCDs *Mon. Not. R. Astron. Soc.* **386** 2262
- [13] Lantz E, Moreau P-A and Devaux F 2014 Optimizing the signal-to-noise ratio in the measurement of photon pairs with detector arrays *Phys. Rev. A* **90** 063811
- [14] Moreau P-A, Devaux F and Lantz E 2014 Einstein-Podolsky-Rosen paradox in twin images *Phys. Rev. Lett.* **113** 160401
- [15] Lantz E, Denis S, Moreau P-A and Devaux F 2015 Einstein-Podolsky-Rosen paradox in single pairs of images *Opt. Express* **23** 26472



## Résumé :

Nous présentons dans ce mémoire deux travaux expérimentaux basés sur la formation d'images jumelles par des photons jumeaux : la mise en évidence d'un paradoxe de Einstein-Podolsky-Rosen (EPR) sur des paires uniques d'images jumelles, et la réalisation d'une expérience d'imagerie fantôme temporelle quantique.

Les photons intriqués générés par amplification paramétrique du bruit quantique permettent la formation d'images à la distribution de photons analogue dans le plan image, et symétrique dans le plan de Fourier : les images jumelles. Dans un premier chapitre nous proposons une description préalable de ces images jumelles, basée sur l'étude des propriétés des faisceaux jumeaux, ainsi que leur acquisition par des caméras EMCCD dans un régime de comptage de photons.

Dans le second chapitre, nous mettons en évidence un paradoxe EPR sur des paires uniques d'images jumelles, sans aucun recours à des moyennes temporelles ou propriétés issues de l'ensemble des images. Nous montrons que les intercorrélations de seules deux paires d'images jumelles, l'une acquise dans le plan image et l'autre dans le plan de Fourier, sont suffisantes pour obtenir un degré de paradoxe élevé.

Dans le dernier chapitre, nous montrons une expérience d'imagerie fantôme temporelle quantique. Dans cette expérience, les images jumelles sont utilisées pour multiplexer spatialement un signal temporel non répétable. Lorsque l'acquisition de ce signal cause la perte de sa résolution temporelle, les corrélations dues aux photons jumeaux permettent sa reconstitution.

**Mots-clés :** Images jumelles, paradoxe EPR, intrication, corrélations, optique quantique, imagerie fantôme

## Abstract:

We present in this thesis two experimental works based on the formation of twin images by twin photons : evidence of Einstein-Podolsky-Rosen (EPR) paradox on single pairs of twin images, and the demonstration of quantum temporal ghost imaging.

Entangled photons generated by spontaneous parametric down conversion are used to generate images with a similar distribution of photons in the image plane, or symmetrical in the Fourier plane: the twin images. In the first chapter, we propose a description of the twin images, based on the study of the properties of twin beams, and their acquisition by EMCCD cameras in the photon counting regime.

In the second chapter we provide a test of the EPR paradox in single pairs of twin images, without any temporal averaging or properties issued of a set of several images. We show that the intercorrelations of only two pairs of twin images, the first one acquired in the image plane and the other one in the Fourier plane, are sufficient to obtain a high degree of paradox.

In the last chapter, we show an experiment of quantum temporal ghost imaging. In this experiment, twin images are used to spatially multiplex a nonreproducible time signal. Although it is acquired without temporal resolution, the photons correlations allow its retrieval.

**Keywords:** Twin images, EPR paradox, entanglement, correlations, quantum optics, ghost imaging

The logo for the SPIM (School of Photonics, Imaging and Microscopy) is displayed in a large, white, sans-serif font. The letters 'S', 'P', 'I', and 'M' are connected and stylized. A horizontal green bar is positioned to the left of the 'S'.