



**HAL**  
open science

# Étude des sollicitations dynamiques induites par un fluide lourd au passage d'une singularité

André Baramili Fleury de Amorim

► **To cite this version:**

André Baramili Fleury de Amorim. Étude des sollicitations dynamiques induites par un fluide lourd au passage d'une singularité. Mécanique des fluides [physics.class-ph]. Université de Poitiers, 2017. Français. NNT : 2017POIT2290 . tel-02077349

**HAL Id: tel-02077349**

**<https://theses.hal.science/tel-02077349>**

Submitted on 22 Mar 2019

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# THESE

Pour l'obtention du Grade de

DOCTEUR DE L'UNIVERSITE DE POITIERS

(Faculté des Sciences Fondamentales et Appliquées)  
(Diplôme National - Arrêté du 25 mai 2016)

Ecole Doctorale : Sciences et Ingénierie en Matériaux, Mécanique, Energétique et Aéro-  
nautique

Secteur de Recherche : Mécanique des fluides

Présentée par :

André BARAMILI

\*\*\*\*\*

## **Etude des sollicitations dynamiques induites par un fluide lourd au passage d'une singularité**

\*\*\*\*\*

Directeurs de Thèse :

\*\*\*\*\*

Laurent David  
Ludovic Chatellier

Soutenue le 20 Décembre 2017  
devant le Jury composé de :

\*\*\*\*\*

M. E. Lefrançois, Professeur, ROBERVAL, Compiègne  
M. F. Lusseyran, Directeur de Recherche CNRS, LIMSI, Orsay  
M. P. Gajan, Docteur-Ingénieur, ONERA, Toulouse  
Mme. B. Patte-Rouland, Professeur, CORIA, Rouen  
M. G. Robert, Maître de Conférences, LMFA, Lyon  
M. L. Ancian, Ingénieur, VIBRATEC, Ecully  
M. L. Chatellier, Maître de Conférences, PPRIME, Poitiers  
M. L. David, Professeur, PPRIME, Poitiers

Rapporteur  
Rapporteur  
Examineur  
Examineur  
Examineur  
Examineur  
Directeur  
Directeur



# Table des matières

<b>Table des matières .....</b>	<b>3</b>
<b>Table des figures .....</b>	<b>7</b>
<b>Nomenclature.....</b>	<b>19</b>
<b>1 Introduction .....</b>	<b>21</b>
1.1 Motivation.....	21
1.2 Vibrations induites par la turbulence .....	22
1.3 Considérations sur les stratégies de modélisation .....	23
1.4 Objectifs et démarche adoptée .....	24
<b>2 Bibliographie.....</b>	<b>27</b>
Introduction .....	27
2.1 Ecoulement monophasique en conduit coudé.....	28
2.1.1 Structures cohérentes et fréquences caractéristiques .....	28
2.1.2 Sensibilité des structures d'écoulement aux paramètres .....	30
2.2 Vibrations de tuyauterie induites par l'écoulement .....	34
2.2.1 L'approche en variables aléatoires .....	35
2.2.2 L'excitation turbulente .....	38
2.2.3 Le caractère hybride de l'excitation fluide.....	41
2.2.4 Couplages dans le système fluide-structure .....	42
2.2.5 Calcul de la réponse dynamique par projection modale .....	47
2.3 Modélisation d'ordre réduit.....	49
2.3.1 Modélisation d'ordre réduit en mécanique des fluides.....	50
2.3.2 Le rôle des structures cohérentes dans la modélisation d'ordre réduit ...	51
2.3.3 Obtention des structures cohérentes de l'écoulement .....	52
2.3.4 La Décomposition Orthogonale aux Valeurs Propres (POD).....	53
2.3.5 La <i>Snapshot</i> -POD .....	54
2.3.6 La Décomposition aux valeurs singulières (SVD).....	57
2.4 Modélisation des transferts en interaction fluide structure .....	58
2.4.1 L'Estimation Stochastique Linéaire (LSE) .....	60
2.4.2 Les Régressions .....	67
2.5 Discussions .....	69
<b>3 Modélisation de l'Écoulement .....</b>	<b>71</b>
Introduction .....	71
3.1 Modèles de Turbulence .....	72
3.1.1 RANS : l'approche statistique.....	74
3.1.2 Modélisation en proche-paroi .....	78
3.1.3 Modèles instationnaires .....	83
3.2 Calcul de l'écoulement sur coude .....	88
3.2.1 Le domaine fluide .....	88
3.2.2 Génération de l'écoulement d'entrée .....	89
3.2.3 Initialisation de la turbulence.....	93
3.2.4 Calcul Instationnaire .....	94
3.2.5 Extraction des données .....	96



<b>4</b>	<b>Dispositif Expérimental.....</b>	<b>99</b>
	Introduction .....	99
	4.1 Banc d'essais.....	100
	4.2 Technique de mesure du champ des vitesses .....	102
	4.2.1 Principe de fonctionnement de la PIV .....	103
	4.2.2 Stéréoscopie : PIV 2D-3C .....	105
	4.2.3 Mises à l'échelle des capteurs PIV .....	106
	4.3 Instrumentation et mise en œuvre .....	111
	4.3.1 Matériel utilisé.....	111
	4.3.2 Mise en œuvre de la calibration des caméras .....	115
	4.3.3 Caractérisation initiale de l'écoulement : PIV 2D-2C.....	117
	4.3.4 Mesures couplées.....	123
	4.4 Caractérisation vibratoire du banc d'essais.....	127
	4.4.1 Procédure expérimentale : Analyse Modale .....	128
<b>5</b>	<b>Résultats.....</b>	<b>133</b>
	Introduction .....	133
	5.1 Champ des vitesses.....	134
	5.1.1 Analyse du champ moyen global.....	134
	5.1.2 Ecoulement en entrée du coude.....	135
	5.1.3 Ecoulement en sortie du coude.....	145
	5.2 Pression de paroi et Vibration .....	154
	5.2.1 Evolution de la valeur RMS de la pression de paroi .....	154
	5.2.2 Spectres de pression de paroi.....	155
	5.2.3 Spectres de vibration.....	164
	5.3 Analyse de corrélation des données .....	166
	5.3.1 Corrélation entre les signaux de pression et de vibration .....	166
	5.3.2 Corrélation entre les champs de pression et vitesses .....	169
	5.3.3 Corrélation entre pression et coefficients POD .....	172
	5.3.4 Modes POD étendus à la pression de paroi (e-POD) .....	175
	5.4 Discussion.....	177
<b>6</b>	<b>Modèle de l'excitation fluide .....</b>	<b>179</b>
	Introduction .....	179
	6.1 Modélisation du transfert entre pression de paroi et la dynamique de l'écoulement interne .....	180
	6.1.1 Description de la stratégie de modélisation.....	180
	6.1.2 Analyse de la sensibilité aux paramètres du modèle .....	184
	6.1.3 Apprentissage effectif du modèle .....	186
	6.2 Modèle de l'excitation turbulente .....	189
	6.2.1 Correspondance des bases modales numériques et expérimentales .....	190
	6.2.2 Modes orthogonaux de pression de paroi.....	192
	6.2.3 Description de la stratégie de modélisation.....	195
	6.3 Réponse vibratoire à l'excitation modélisée .....	199
	6.3.1 Exemple d'application : calcul de la réponse vibratoire coude PVC....	199
	6.3.2 Résultats.....	202
<b>7</b>	<b>Conclusion et perspectives .....</b>	<b>205</b>

<b>Annexes.....</b>	<b>209</b>
A.1 Exemples de champs expérimentaux des vitesses amont .....	209
A.2 Evolution des champs de vitesse en fonction de la grille .....	212
A.3 Exemples de champs expérimentaux des vitesses amont .....	214
A.4 Evolution de la POD en fonction de la vitesse débitante (Section 4).....	217
A.5 Evolution de la POD en fonction de la grille (Section 5) .....	221
A.6 Evolution de la POD en fonction de la vitesse débitante (Section 0D) .....	225
A.7 Evolution de la POD en fonction de la grille (Section 1D) .....	229
A.8 Modes POD issus du calcul LES .....	233
A.9 Mesures de pression : banc d'essais muni du coude PVC.....	238
<b>Références.....</b>	<b>253</b>



# Table des figures

Figure 2.1 - Lignes de courant des tourbillons de Dean sur la section transversale en aval du coude (tiré de Dean (9)). .....	29
Figure 2.2 - Structures oscillantes formées au passage d'une courbe serrée, à savoir, la séparation sur l'intrados, une zone de frottement au-dessus de la première et les tourbillons de Dean. Adapté de Tunstall et Harvey (12).....	30
Figure 2.3 - Plans PIV mesurés par Ono et al. (19) pour le grand coude ( $Rc=1.5D$ ). Les plans II, III et IV sont situés, respectivement, à $0D$ , $0.25D$ et $0.5D$ en aval du coude. ....	32
Figure 2.4 - Mouvements en grandes échelles mises en évidence à partir de la corrélation de la vitesse fluctuante en amont du coude. Extrait de Sakakiara et Machida (24). .....	32
Figure 2.5 - Plans mesurés par Vester et al. (23), rouge, et par Hellstrom et al. (28), vert (I-1D, II-2D, III-3D, IV-5D, V-12D et VI-18D).....	33
Figure 2.6 - Spectres de pression adimensionnés et enveloppés sur des régions représentatives du coude. Retiré de Yamano et al. (20). .....	59
Figure 3.1 – Domaine fluide discrétisé (gauche) et détail du maillage volumique en sortie du domaine (droite). .....	88
Figure 3.2 – Section de mesure PIV utilisée pour obtention des profils des vitesses et propriétés turbulentes. La flèche bleue indique le sens de l'écoulement. ....	90
Figure 3.3 – Cartes de corrélation de vitesse sur la section horizontale amont. Haut, corrélation des fluctuations de vitesse axiales ( $Ru'$ ) ; bas, vitesses transversales ( $Rv'$ )....	91
Figure 3.4 – Profils radiaux d'intensité turbulente (gauche) et longueur intégrale turbulente (droite). .....	92
Figure 3.5 – $y^+$ de paroi issu du calcul du champ de vitesses moyen (RANS).....	94
Figure 3.6 – Instantané du champ des vitesses sur la section transversale située $1.5D$ en amont de l'entrée du coude. ....	95
Figure 3.7 – Isosurface de Critère Q ( $Q = 4000 \text{ s}^{-2}$ ) colorée par la magnitude de vitesse transversale et issue du calcul LES. Le sens de l'écoulement moyen est indiqué par la flèche bleue. ....	96
Figure 3.8 – Sections sur lesquelles les données numériques sont extraites. La flèche bleue indique le sens de l'écoulement. ....	97
Tableau 3.1 – Caractéristiques des sections pour l'extraction des données numériques. ...	97
Figure 4.1 – Image schématique de la zone d'essais contenue dans la boucle de circulation d'eau. ....	100

Figure 4.2 – Coude transparent en PMMA (gauche) ; coude monté sur marbre (droite).	101
Figure 4.3 – Schémas pour illustration de l’acquisition d’images (gauche) et de leur traitement (droite) pour construction du champ des vitesses par vélocimétrie laser. ....	104
Figure 4.4 – Schéma explicatif de la division de l’image de base en plusieurs cellules d’interrogation (gauche) ; exemple de carte de corrélation avec un pic définissant le vecteur déplacement (droite).	105
Figure 4.5 – Schéma illustratif d’un montage pour réalisation de mesures Stéréo-PIV avec prismes.....	106
Figure 4.6 - a) Image pas déformée (mire de calibration) ; b) distorsion radiale en forme de barillet ; c) distorsion radiale en forme de coussinet ; d) distorsion de décentrage ; e) distorsion prismatique.....	108
Figure 4.7 – Exemple de mire 3D commerciale (LaVision, gauche) ; illustration de la procédure de calibration (droite).	110
Figure 4.8 – Image de particules sans prétraitement, gauche ; image de particules correspondante, suite au prétraitement.....	111
Figure 4.9 – Support conçu pour la mire 2D (gauche) et mise en œuvre de la calibration 2D (droite).....	113
Figure 4.10 – Schéma illustrant la calibration du plan situé sur la courbe. ....	114
Figure 4.11 – Vue isométrique (gauche) et vue latérale (droite) de la Mire 3D.....	115
Figure 4.12 – Exemple de calibration de section transversale pour mesure en stéréoscopie. Gauche : image mire caméra 1 ; centre : image mire caméra 2 ; droite : image corrigée, plan du dessus.....	116
Figure 4.13 – Dimensions (en mm) des grilles 1 (gauche), 2 (centre) et 3 (droite).	117
Tableau 4.1 - Conditions de vitesse pour les essais en PIV 2D-2C.....	117
Tableau 4.2 – Caractéristiques géométriques des grilles.....	118
Figure 4.14 – Système global de coordonnées sur le domaine du coude. ....	118
Figure 4.15 – Sections longitudinales pour mesure PIV 2D-2C ; couleurs pour clarté visuelle.....	118
Figure 4.16 – Configuration expérimentale pour mesure de la Section 3 (gauche) et 5 (droite).....	119
Figure 4.17 – Diagramme de convergence de la valeur RMS $\zeta\eta$ des champs PIV2D-2C mesurés sur la Section 4.....	121
Figure 4.18 – Diagramme de convergence de la valeur RMS $\zeta\eta$ des champs PIV2D-2C mesurés sur la Section 5.....	122
Tableau 4.3 – Capteurs de pression sur boucle munie du coude PVC.....	124

Tableau 4.4 - Accéléromètres sur boucle munie du coude PVC .....	124
Figure 4.19 – Schéma illustrant la disposition des capteurs sur le coude en PVC. ....	124
Tableau 4.5 - Conditions de vitesse pour les essais de pression et vibration sur le coude PVC .....	125
Figure 4.20 – Schéma illustrant la disposition des capteurs et des plans de mesure SPIV sur le coude en PMMA (vue en coupe). ....	125
Tableau 4.6 – Capteurs de pression pour essais couplés avec mesures SPIV .....	126
Figure 4.21 – Diagramme de synchronisation des mesures couplées. ....	126
Tableau 4.7 - Conditions de vitesse pour les essais couplés coude PMMA .....	127
Figure 4.22 – Superposition des maillages numérique et expérimental de la zone d’essais. ....	128
Tableau 4.8 – Fréquences et amortissements associés aux 10 premiers modes propres de la table seule, du banc d’essais muni d’un coude en PVC et d’un coude en PMMA.....	130
Figure 4.23 – Modèle éléments finis de la zone d’essais (gauche) ; exemple d’élément du type ressort pour modélisation des appuis de la table (droite). ....	131
Figure 4.24 – Comparaison entre les FRF numérique et expérimentale sur la table ; vibrations dans la direction z, excitation sur le point 20 et réponse sur le point 17. ....	131
Figure 5.1 - Moyenne de la norme de la vitesse sur sections planes mesurée par PIV. Gauche : Grille 1 et $U_0 = 2$ m/s ; droite : Grille 1 et $U_0 = 5$ m/s. Les flèches bleues indiquent le sens de l’écoulement. ....	134
Tableau 5.1 – Position angulaire du point de séparation sur intrados .....	134
Figure 5.2 - Contours de vitesse axiale moyenne sur la Section 1 (section horizontale amont), normalisée par la vitesse débitante réelle, $U_0$ .....	135
Figure 5.3 - Profils de vitesse axiale moyenne mesurés en amont du coude ( $l/D = -1$ ) et profils mesurés par Laufer (204) en conduit droit et par Barbara (18) en amont d’un coude (à $l/D = -1.5$ ). ....	136
Tableau 5.2 – Conditions d’essais pour mesures en écoulement de conduit développé..	136
Figure 5.4 - Profils d’intensité turbulente normalisés par la vitesse de frottement mesurés à $l/D = -1$ et profils mesurés par Laufer (204) en conduit droit et par Barbara (18) en amont d’un coude (à $l/D = -1.5$ ).....	137
Figure 5.5 - Champ d’intensité turbulente sur Section $0^\circ$ pour $U_0 = 2$ m/s (haut), $U_0 = 5$ m/s (milieu) et $U_0 = 10$ m/s (bas), avec Grille 1 (gauche), Grille 2 (centre) et Grille 3 (droite). ....	138
Figure 5.6 - Contenu énergétique de chaque mode POD (barres) et somme cumulée des énergies (ligne rouge) pour la Section 1. Haut : $U_0 = 2$ m/s ; bas : $U_0 = 5$ m/s. Gauche : Grille 1 ; centre : Grille 2 ; droite : Grille 3. ....	140

Figure 5.7 - Formes modales non-pondérées associées aux fluctuations de vitesse axiale sur la Section 1, Grille 1 et vitesse débitante $U_0 = 2$ m/s. ....	141
Figure 5.8 - Profils des vitesses axiales (haut), vitesses transversales (centre) et intensité turbulente (bas) sur la Section 4. ....	143
Figure 5.9 - Profils des vitesses axiales (haut), vitesses transversales (milieu) et intensité turbulente (bas) sur la Section 5. ....	144
Tableau 5.3 - Conditions d'essais pour mesures en aval de coude à $90^\circ$ . ....	145
Figure 5.10 - Champs moyens des vitesses axiales (gauche), transversales (centre) et radiales (droite) sur la Section $0^\circ$ (haut), Section 0D (milieu) et Section 1D (droite), avec la Grille 1 et $U_0 = 2$ m/s. ....	146
Figure 5.11 - Champ des vitesses axiales sur Section 1D pour $U_0 = 2$ m/s (haut), $U_0 = 5$ m/s (milieu) et $U_0 = 10$ m/s (bas), avec Grille 1 (gauche), Grille 2 (centre) et Grille 3 (droite). ....	148
Figure 5.12 - Contenu énergétique de chaque mode POD (barres) et somme cumulée des énergies (ligne rouge) pour la Section $0^\circ$ (gauche), 0D (centre) et 1D (droite). Grille 1 et $U_0 = 2$ m/s. ....	149
Figure 5.13 - Formes modales non-pondérées des trois premiers modes associées aux vitesses axiales sur la Section $0^\circ$ (haut), Section 0D (milieu) et Section 1D (bas). ....	150
Figure 5.14 - Champs instantanés de norme des vitesses sur Section 4, pour Grille 1 et $U_0 = 2$ m/s : données instantanées (colonne gauche) et fluctuantes (colonne droite). Premier ligne : mesures PIV ; lignes suivantes : reconstructions du champ instantané à partir de $N^{\text{POD}}$ modes. ....	151
Figure 5.15 - Evolution de la corrélation entre un instantané du champ des vitesses mesuré sur la section 4 et le champ reconstruit avec $N^{\text{POD}}$ modes. Gauche : vue en détail ; droite : vue complète. ....	152
Figure 5.16 - Valeur RMS de pression sur chaque capteur pour la configuration avec coude PVC. Première ligne : aucune grille ; lignes suivantes : grilles 1, 2 et 3, respectivement. Les colonnes, de gauche à droite, correspondent aux tests avec vitesse débitante $U_0 = 2, 5, 8$ et $10$ m/s. ....	153
Figure 5.17 - Valeur RMS des signaux de pression normalisée par $U_0^2$ . Configuration sans grille et coude PVC. ....	154
Figure 5.18 - Spectres de pression de paroi mesurés 5 diamètres en amont du coude, pour la configuration sans grille ainsi que pour Grille 1, 2 et 3. Haut, gauche : $U_0 = 2$ m/s ; haut, droite : $U_0 = 5$ m/s ; Bas, gauche : $U_0 = 8$ m/s et bas, droite : $U_0 = 10$ m/s. ....	155
Figure 5.19 - Spectres de pression de paroi mesurés en sortie du coude, pour la configuration sans grille ainsi que pour Grille 1, 2 et 3. Haut, gauche : $U_0 = 2$ m/s ; haut, droite : $U_0 = 5$ m/s ; Bas, gauche : $U_0 = 8$ m/s et bas, droite : $U_0 = 10$ m/s. ....	156

Figure 5.20 - Cohérences entre le signal mesuré 5 diamètres en amont du coude et celui mesuré 6 diamètres en son aval, pour la configuration sans grille ainsi que pour Grille 1, 2 et 3. Haut, gauche : $U_0 = 2$ m/s ; haut, droite : $U_0 = 5$ m/s ; Bas, gauche : $U_0 = 8$ m/s et bas, droite : $U_0 = 10$ m/s. ....	158
Figure 5.21 - Exemple de comparaison entre spectres avant et après décontamination pour section $\theta = 60^\circ$ , en bas de section. ....	159
Figure 5.22 - Autospectres de pression décontaminés et adimensionnés pour la section située à $\theta = 60^\circ$ , en haut de section, et toutes vitesses débitantes. Haut, gauche : sans grille ; haut, droite : Grille 1, bas, gauche : Grille2 ; bas, droite : Grille 3. ....	160
Figure 5.23 - Autospectres de pression décontaminés et adimensionnés pour la section située à $l/D = 2$ , en bas de section, et toutes vitesses débitantes. Haut, gauche : sans grille ; haut, droite : Grille 1, bas, gauche : Grille2 ; bas, droite : Grille 3. ....	161
Figure 5.24 - Vue globale (1/2) des autospectres de pression décontaminés et adimensionnés pour Grille 1. Haut, gauche : $U_0 = 2$ m/s ; haut, droite : $U_0 = 5$ m/s, bas, gauche : $U_0 = 8$ m/s ; bas, droite : $U_0 = 10$ m/s. ....	162
Figure 5.25 - Vue globale (2/2) des autospectres de pression décontaminés et adimensionnés pour Grille 1. Haut, gauche : $U_0 = 2$ m/s ; haut, droite : $U_0 = 5$ m/s, bas, gauche : $U_0 = 8$ m/s ; bas, droite : $U_0 = 10$ m/s. ....	163
Figure 5.26 - DSP de vibrations selon la direction X, accéléromètre placé sur coude ( $\theta = 45^\circ$ ) et toutes les grilles. Haut, gauche : $U_0 = 2$ m/s ; haut, droite : $U_0 = 5$ m/s, bas, gauche : $U_0 = 8$ m/s ; bas, droite : $U_0 = 10$ m/s. ....	164
Figure 5.27 - DSP de vibrations selon la direction Z, accéléromètre placé sur coude ( $\theta = 45^\circ$ ) et toutes les grilles. Haut, gauche : $U_0 = 2$ m/s ; haut, droite : $U_0 = 5$ m/s, bas, gauche : $U_0 = 8$ m/s ; bas, droite : $U_0 = 10$ m/s. ....	165
Figure 5.28 - Coefficient de corrélation entre la pression sur chaque capteur et la vibration mesurée sur le coude dans la direction X. Première ligne : aucune grille ; lignes suivantes : grilles 1, 2 et 3, respectivement. Les colonnes, de gauche à droite, correspondent aux tests avec vitesse débitante $U_0 = 2, 5, 8$ et $10$ m/s. ....	166
Figure 5.29 - Coefficient de corrélation entre la pression sur chaque capteur et la vibration mesurée sur le coude dans la direction Z. Première ligne : aucune grille ; lignes suivantes : grilles 1, 2 et 3, respectivement. Les colonnes, de gauche à droite, correspondent aux tests avec vitesse débitante $U_0 = 2, 5, 8$ et $10$ m/s. ....	167
Figure 5.30 - Cohérence entre le signal de vibration mesuré sur le coude dans la direction Z et les signaux de pression mesurés par le capteur P+2Dh, toutes les vitesses et Grille 3. ....	168
Figure 5.31 - Cohérences de la Figure 5.30 comparées à la FRF mesurée sur le coude dans la direction Z (en rose). ....	169
Figure 5.32 - Corrélation entre le signal de pression mesuré sur l'intrados du coude (point rouge) et la vitesse, sur la section située à $\theta = 0^\circ$ ; gauche : corrélation avec la vitesse	



axiale ; centre : corrélation avec vitesse transversale et droite : corrélation avec la vitesse radiale. Le retard optimal est  $\tau^*=1.6$ . La Grille 1 a été employée pour les mesures et la vitesse débitante est  $U_0 = 2$  m/s. .... 170

Figure 5.33 - Corrélation entre le signal de pression mesuré sur l'intrados du coude (point rouge) et la vitesse, sur la section située à  $l/D = 0$  ; gauche : corrélation avec la vitesse axiale ; centre : corrélation avec vitesse transversale et droite : corrélation avec la vitesse radiale. Le retard optimal est  $\tau^*=0.6$ . La Grille 1 a été employée pour les mesures et la vitesse débitante est  $U_0 = 2$  m/s. .... 171

Figure 5.34 - Corrélation entre le signal de pression mesuré sur l'intrados du coude (point rouge) et la vitesse, sur la section située à  $l/D = 1$  ; gauche : corrélation avec la vitesse axiale ; centre : corrélation avec vitesse transversale et droite : corrélation avec la vitesse radiale. Le retard optimal est  $\tau^*=4.8$ . La Grille 1 a été employée pour les mesures et la vitesse débitante est  $U_0 = 2$  m/s. .... 172

Figure 5.35 - Evolution de la moyenne spatiale de la corrélation entre pression et vitesses en fonction du retard imposé aux signaux de pression. Mesures de vitesse réalisées sur la section située à  $l/D = 0$  et mesures de pression réalisées sur l'intrados, au niveau de la même section transversale. .... 173

Tableau 5.4 – Fréquences observées dans les courbes de corrélation Pression – POD... 173

Figure 5.36 - Evolution de la corrélation entre de différents signaux de pression et les 10 premiers coefficients temporels de la POD réalisée sur la Section 1D, en fonction du retard imposé au signal de pression. Grille 2 et  $U_0 = 10$  m/s. .... 174

Figure 5.37 - Modes de vitesse étendus à la pression de paroi (données numériques). Le sens de l'écoulement est de gauche à droite. .... 176

Figure 6.1 - Vue schématique de la réalisation de la POD sur les champs des vitesses axiales mesurés sur la Section 0D avec  $U_0 = 2$  m/s et Grille 1. La flèche bleue indique le sens de l'écoulement. .... 181

Figure 6.2 - Schéma explicatif de la stratégie de modélisation des coefficients temporels de POD de l'écoulement interne à partir de données de pression mesurées sur la paroi du conduit. .... 182

Figure 6.3 - Schéma illustrant la position et la nomenclature des capteurs de pression employées pour les mesures couplées sur configuration munie du coude PMMA. .... 183

Figure 6.4 - Evolution de la qualité du modèle en fonction du nombre de capteur utilisés dans la matrice des prédicteurs décrits par le Tableau 6.1 (gauche) et du nombre de retards imposés aux prédicteurs avec 6 capteurs (droite) pour les deux types de techniques employées, la LSE et la PLSR. .... 184

Tableau 6.1 – Liste des capteurs pris en compte dans la comparaison illustrée dans la Figure 6.4, gauche. .... 184

Figure 6.5 - Estimation du champ des vitesses mesuré à l'instant  $t_0 = 1.25$  s sur la Section 0D (centre). A gauche, reconstitution obtenue avec  $N^{POD} = 300$  coefficients temporels issus

directement de la décomposition de l'écoulement ; à droite, reconstitution avec  $N^{POD} = 300$  coefficients temporels estimés par MTD-PLSR-POD employant 101 retards..... 185

Figure 6.6 - Estimation du champ des vitesses mesuré à l'instant  $t_0 = 1.25$  s sur la Section 0D (centre). A gauche, reconstitution obtenue avec  $N^{POD} = 300$  coefficients temporels issus directement de la décomposition de l'écoulement ; à droite, reconstitution avec  $N^{POD} = 300$  coefficients temporels estimés par MTD-PLSR-POD employant 2001 retards..... 186

Figure 6.7 - Schéma explicatif de l'application du modèle pour estimation d'un ensemble de données différent de celui qui l'alimente..... 187

Figure 6.8 - Estimation du champ des vitesses mesuré à l'instant  $t_1 = 226.25$  s sur la Section 0D (centre). A gauche, reconstitution obtenue avec  $N^{POD} = 300$  coefficients temporels issus directement de la décomposition de l'écoulement mesuré ; à droite, reconstitution avec  $N^{POD} = 300$  coefficients temporels estimés par MTD-PLSR-POD employant 1001 retards..... 188

Figure 6.9 - Comparaison qualitative des formes modales associées aux 5 premiers modes POD des vitesses axiales sur Section 0D, pour une vitesse débitante  $U_0 = 5$  m/s. Gauche : mesures Stéréo-PIV avec grille 1 ; droite : calcul LES. Les couleurs sont indicatives des niveaux relatifs présents au sein de chaque image et n'ont pas les mêmes limites d'une image à l'autre..... 191

Figure 6.10 - Reconstruction du champ des vitesses axiales calculé par LES à l'instant  $t_0 = 1.25$  s sur la Section 0D avec 100 modes. Gauche : POD purement numérique ; droite : POD hybride..... 192

Figure 6.11 - Champ de pression calculé par LES sur la paroi à l'instant  $t_0 = 1.25$  s. Gauche : champ instantané ; centre : reconstruction utilisant 20 modes issus de l'Analyse en Composantes Principales (ACP) des champs de pression numérique ( $U_0 = 5$  m/s) ; droite : reconstruction avec 300 modes..... 193

Figure 6.12 - Répartition énergétique des modes ACP de pression de paroi calculés par LES ( $U_0 = 5$  m/s)..... 193

Figure 6.13 - Corrélations entre les signaux temporels issus de la POD des champs de vitesse LES ( $U_0 = 5$  m/s) et ceux obtenus par l'ACP des champs de pression calculés sur la paroi du coude..... 194

Figure 6.14 - Vue schématique de la stratégie simplifiée combinant mesures et calcul CFD pour la modélisation de l'excitation dynamique..... 195

Figure 6.15 - DSP de pression sur le point P2Di pour une configuration avec coude PVC et  $U_0 = 5$  m/s, grille 1. Comparaison entre la mesure (courbe noire), l'approche de modélisation directe (courbe bleue) et indirecte (rouge)..... 197

Figure 6.16 - DSP de pression sur le point P0Di pour une configuration avec coude PVC et  $U_0 = 5$  m/s, grille 1. Comparaison entre la mesure (courbe noire), l'approche de modélisation directe (courbe bleue) et indirecte (rouge)..... 198

Figure 6.17 - Echantillon du maillage fluide (gauche) utilisé pour la modélisation de l'excitation et maillage solide (droite) sur lequel les données sont projetées pour le calcul de réponse vibratoire. ....	199
Figure 6.18 - Exemples de projection de la sollicitation dynamique à deux instants différents sur le modèle éléments finis du banc d'essais muni du coude PVC. Grille 1 et $U_0 = 5$ m/s. ....	200
Figure 6.19 - Vitesse vibratoire dans la direction X calculée et mesurée en haut du coude, à $\theta = 45^\circ$ , pour la configuration munie du coude PVC et $U_0 = 5$ m/s, toutes les grilles. ....	201
Figure 6.20 - Vitesse vibratoire dans la direction Y calculée et mesurée en haut du coude, à $\theta = 45^\circ$ , pour la configuration munie du coude PVC et $U_0 = 5$ m/s, toutes les grilles. ....	202
Figure 6.21 - Vitesse vibratoire dans la direction Z calculée et mesurée en haut du coude, à $\theta = 45^\circ$ , pour la configuration munie du coude PVC et $U_0 = 5$ m/s, toutes les grilles. ....	203
Figure A.1 – Schéma illustrant la Section 1 des mesures PIV 2D-2C. ....	209
Figure A.2 - Champs moyens des vitesses axiales (haut) et transversales (bas) mesurés par PIV sur la Section 1, pour une vitesse débitante $U_0 = 5$ m/s et Grille 2. ....	210
Figure A.3 - Champs RMS de vitesse axiale (haut) et transversale (bas) mesurés par PIV sur la Section 1, pour une vitesse débitante $U_0 = 5$ m/s et Grille 2. ....	211
Figure A.4 - Schéma illustrant la Section 4 des mesures PIV 2D-2C. ....	212
Figure A.5 - Contours de vitesse mesurés sur la Section 4 pour une vitesse débitante $U_0 = 5$ m/s avec la Grille 1 (haut), Grille 2 (centre) et Grille 3 (bas). ....	213
Figure A.6 - Schéma illustrant la Section 5 des mesures PIV 2D-2C. ....	214
Figure A.7 - Champs moyens des vitesses axiales (haut) et transversales (bas) mesurés par PIV sur la Section 5, pour une vitesse débitante $U_0 = 5$ m/s et Grille 1. ....	215
Figure A.8 - Champs RMS de vitesse axiale (haut) et transversale (bas) mesurés par PIV sur la Section 5, pour une vitesse débitante $U_0 = 5$ m/s et Grille 1. ....	216
Figure A.9 - Schéma illustrant la Section 4 des mesures PIV 2D-2C. ....	217
Figure A.10 - Contenu énergétique de chaque mode POD (barres) et somme cumulée des énergies (ligne rouge) pour la Section 4, Grille 1. Haut : $U_0 = 2$ m/s ; bas : $U_0 = 5$ m/s. ....	218
Figure A.11 – Formes modales non pondérées par leur contenu énergétique associées aux 15 premiers modes des vitesses axiales. Section 4, Grille 1, $U_0 = 2$ m/s. Les barres de couleur varient librement d'une image à l'autre. ....	219
Figure A.12 - Formes modales non pondérées par leur contenu énergétique associées aux 15 premiers modes des vitesses axiales. Section 4, Grille 1, $U_0 = 5$ m/s. Les barres de couleur varient librement d'une image à l'autre. ....	220
Figure A.13 - Schéma illustrant la Section 5 des mesures PIV 2D-2C. ....	221

Figure A.14 - Contenu énergétique de chaque mode POD (barres) et somme cumulée des énergies (ligne rouge) pour la Section 5, $U_0 = 5$ m/s. Gauche : Grille 1 ; centre : Grille 2 ; droite : Grille 3 .....	221
Figure A.15 - Formes modales non pondérés par leur contenu énergétique associées aux 15 premiers modes des vitesses radiales. Section 5, $U_0 = 5$ m/s, Grille 1. Les barres de couleur varient librement d'une image à l'autre. ....	222
Figure A.16 - Formes modales non pondérés par leur contenu énergétique associées aux 15 premiers modes des vitesses radiales. Section 5, $U_0 = 5$ m/s, Grille 2. Les barres de couleur varient librement d'une image à l'autre. ....	223
Figure A.17 - Formes modales non pondérés par leur contenu énergétique associées aux 15 premiers modes des vitesses radiales. Section 5, $U_0 = 5$ m/s, Grille 3. Les barres de couleur varient librement d'une image à l'autre. ....	224
Figure A.18 - Schéma illustrant la Section 0D des mesures SPIV. ....	225
Figure A.19 - Contenu énergétique de chaque mode POD (barres) et somme cumulée des énergies (ligne rouge) pour la Section 0D, Grille 1. Gauche : $U_0 = 2$ m/s ; centre : $U_0 = 5$ m/s ; droite : $U_0 = 10$ m/s. ....	225
Figure A.20 - Formes modales non pondérés par leur contenu énergétique associées aux 16 premiers modes des vitesses axiales Section 0D, $U_0 = 2$ m/s, Grille 1. Les barres de couleur varient librement d'une image à l'autre. ....	226
Figure A.21 - Formes modales non pondérés par leur contenu énergétique associées aux 16 premiers modes des vitesses axiales Section 0D, $U_0 = 5$ m/s, Grille 1. Les barres de couleur varient librement d'une image à l'autre. ....	227
Figure A.22 - Formes modales non pondérés par leur contenu énergétique associées aux 16 premiers modes des vitesses axiales Section 0D, $U_0 = 10$ m/s, Grille 1. Les barres de couleur varient librement d'une image à l'autre. ....	228
Figure A.23 - Schéma illustrant la Section 1D des mesures SPIV. ....	229
Figure A.24 - Contenu énergétique de chaque mode POD (barres) et somme cumulée des énergies (ligne rouge) pour la Section 1D, $U_0 = 5$ m/s. Gauche : Grille 1 ; centre : Grille 2 ; droite : Grille 5.....	229
Figure A.25 - Formes modales non pondérés par leur contenu énergétique associées aux 16 premiers modes des vitesses transversales. Section 1D, $U_0 = 5$ m/s, Grille 1. Les barres de couleur varient librement d'une image à l'autre. ....	230
Figure A.26 - Formes modales non pondérés par leur contenu énergétique associées aux 16 premiers modes des vitesses transversales. Section 1D, $U_0 = 5$ m/s, Grille 2. Les barres de couleur varient librement d'une image à l'autre. ....	231
Figure A.27 - Formes modales non pondérés par leur contenu énergétique associées aux 16 premiers modes des vitesses transversales. Section 1D, $U_0 = 5$ m/s, Grille 3. Les barres de couleur varient librement d'une image à l'autre. ....	232

Figure A.28 – Schéma illustrant les sections sur lesquelles les données LES ont été extraites dans le coude.....	233
Figure A.29 - Contenu énergétique de chaque mode POD (barres) et somme cumulée des énergies (ligne rouge) pour le calcul LES. Toutes les sections planes ont été considérées dans une seule décomposition POD. ....	233
Figure A.30 - Formes modales non pondérés par leur contenu énergétique associées aux 15 premiers modes des vitesses axiales calculées par LES. Section 0D, $U_0 = 5$ m/s. Les barres de couleur varient librement d'une image à l'autre.....	234
Figure A.31 - Formes modales non pondérés par leur contenu énergétique associées aux 15 premiers modes des vitesses transversales calculées par LES. Section 1D, $U_0 = 5$ m/s. Les barres de couleur varient librement d'une image à l'autre.....	235
Figure A.32 - Formes modales non pondérés par leur contenu énergétique associées aux 15 premiers modes des vitesses axiales calculées par LES. Section 4, $U_0 = 5$ m/s. Les barres de couleur varient librement d'une image à l'autre.....	236
Figure A.33 - Formes modales non pondérés par leur contenu énergétique associées aux 15 premiers modes des vitesses radiales calculées par LES. Section 5, $U_0 = 5$ m/s. Les barres de couleur varient librement d'une image à l'autre.....	237
Figure A.34 – Position et nomenclature des capteurs de pression employées pour les mesures sur configuration munie du coude PVC. ....	238
Figure A.35 - Spectres de pression de paroi mesurés à $l/D=-5$ , pour la configuration sans grille ainsi que pour Grille 1, 2 et 3. Haut, gauche : $U_0 = 2$ m/s ; haut, droite : $U_0 = 5$ m/s ; Bas, gauche : $U_0 = 8$ m/s et bas, droite : $U_0 = 10$ m/s.....	239
Figure A.36 - Spectres de pression de paroi mesurés à $l/D=-1$ , pour la configuration sans grille ainsi que pour Grille 1, 2 et 3. Haut, gauche : $U_0 = 2$ m/s ; haut, droite : $U_0 = 5$ m/s ; Bas, gauche : $U_0 = 8$ m/s et bas, droite : $U_0 = 10$ m/s.....	240
Figure A.37 - Spectres de pression de paroi mesurés à $\theta=45^\circ$ , pour la configuration sans grille ainsi que pour Grille 1, 2 et 3. Haut, gauche : $U_0 = 2$ m/s ; haut, droite : $U_0 = 5$ m/s ; Bas, gauche : $U_0 = 8$ m/s et bas, droite : $U_0 = 10$ m/s.....	241
Figure A.38 - Spectres de pression de paroi mesurés à $\theta=60^\circ$ , pour la configuration sans grille ainsi que pour Grille 1, 2 et 3. Haut, gauche : $U_0 = 2$ m/s ; haut, droite : $U_0 = 5$ m/s ; Bas, gauche : $U_0 = 8$ m/s et bas, droite : $U_0 = 10$ m/s.....	242
Figure A.39 - Spectres de pression de paroi mesurés à $\theta=60^\circ$ , pour la configuration sans grille ainsi que pour Grille 1, 2 et 3. Haut, gauche : $U_0 = 2$ m/s ; haut, droite : $U_0 = 5$ m/s ; Bas, gauche : $U_0 = 8$ m/s et bas, droite : $U_0 = 10$ m/s.....	243
Figure A.40 - Spectres de pression de paroi mesurés à $l/D=0$ , pour la configuration sans grille ainsi que pour Grille 1, 2 et 3. Haut, gauche : $U_0 = 2$ m/s ; haut, droite : $U_0 = 5$ m/s ; Bas, gauche : $U_0 = 8$ m/s et bas, droite : $U_0 = 10$ m/s.....	244

Figure A.41 - Spectres de pression de paroi mesurés à  $l/D=0$ , pour la configuration sans grille ainsi que pour Grille 1, 2 et 3. Haut, gauche :  $U_0 = 2$  m/s ; haut, droite :  $U_0 = 5$  m/s ; Bas, gauche :  $U_0 = 8$  m/s et bas, droite :  $U_0 = 10$  m/s..... 245

Figure A.42 - Spectres de pression de paroi mesurés à  $l/D=0$ , pour la configuration sans grille ainsi que pour Grille 1, 2 et 3. Haut, gauche :  $U_0 = 2$  m/s ; haut, droite :  $U_0 = 5$  m/s ; Bas, gauche :  $U_0 = 8$  m/s et bas, droite :  $U_0 = 10$  m/s..... 246

Figure A.43 - Spectres de pression de paroi mesurés à  $l/D=1$ , pour la configuration sans grille ainsi que pour Grille 1, 2 et 3. Haut, gauche :  $U_0 = 2$  m/s ; haut, droite :  $U_0 = 5$  m/s ; Bas, gauche :  $U_0 = 8$  m/s et bas, droite :  $U_0 = 10$  m/s..... 247

Figure A.44 - Spectres de pression de paroi mesurés à  $l/D=2$ , pour la configuration sans grille ainsi que pour Grille 1, 2 et 3. Haut, gauche :  $U_0 = 2$  m/s ; haut, droite :  $U_0 = 5$  m/s ; Bas, gauche :  $U_0 = 8$  m/s et bas, droite :  $U_0 = 10$  m/s..... 248

Figure A.45 - Spectres de pression de paroi mesurés à  $l/D=2$ , pour la configuration sans grille ainsi que pour Grille 1, 2 et 3. Haut, gauche :  $U_0 = 2$  m/s ; haut, droite :  $U_0 = 5$  m/s ; Bas, gauche :  $U_0 = 8$  m/s et bas, droite :  $U_0 = 10$  m/s..... 249

Figure A.46 - Spectres de pression de paroi mesurés à  $l/D=2$ , pour la configuration sans grille ainsi que pour Grille 1, 2 et 3. Haut, gauche :  $U_0 = 2$  m/s ; haut, droite :  $U_0 = 5$  m/s ; Bas, gauche :  $U_0 = 8$  m/s et bas, droite :  $U_0 = 10$  m/s..... 250

Figure A.47 - Spectres de pression de paroi mesurés à  $l/D=6$ , pour la configuration sans grille ainsi que pour Grille 1, 2 et 3. Haut, gauche :  $U_0 = 2$  m/s ; haut, droite :  $U_0 = 5$  m/s ; Bas, gauche :  $U_0 = 8$  m/s et bas, droite :  $U_0 = 10$  m/s..... 251



# Nomenclature

## *Dynamique des Structures*

- $f$  : Fréquence [Hz] ;  
 $\omega$  : Pulsation [radians] ;  
 $St$  : Nombre de Strouhal ;  
 $\nu$  : Viscosité cinématique du fluide [ $m^2/s$ ] ;  
 $\mathcal{P}$  : Paroi solide baignée par un fluide  
 $\mathbf{r}_0$  : Vecteur position d'un point courant à l'interface entre le fluide et la paroi baignée par lui [m] ;  
 $K$  : Matrice des raideurs [N/m] ;  
 $M$  : Matrice des masses [kg] ;  
 $M_a$  : Matrice de masse ajoutée par la présence du fluide [kg] ;  
 $p_t$  : Pression instationnaire due à la composante turbulente de l'excitation fluide [N/m] ;  
 $\Sigma$  : Surface mouillée appartenant au conduit et située autour d'une singularité ;  
 $\mathcal{F}_{\Delta p}$  : Spectre sans dimension des excitations dues à une source de pression ;  
 $\mathcal{F}_{\Delta q}$  : Spectre sans dimension des excitations dues à une source de débit ;  
 $\Phi_{pp}$  : Autospectre des excitations induites par l'écoulement ;  
 $\Phi_{pq}$  : Interspectre des excitations induites par l'écoulement entre deux points ;  
 $G$  : Fonction de transfert reliant excitation et réponse vibratoire de la structure ;  
 $\mathcal{S}$  : Réponse vibratoire du système [ $(m/s)^2/Hz$ ] ;  
 $\varepsilon_n$  : Amortissement modal ;  
 $\Phi_i$  : Déformée associée à l' $i^{\text{ème}}$  mode de vibration d'une structure ;

## *Dynamique des Fluides*

- $c_0$  : Vitesse du son dans le milieu considéré [m/s] ;  
 $M$  : Nombre de Mach ;  
 $\rho_0$  : Masse volumique du fluide [ $kg/m^3$ ] ;  
 $D$  : Diamètre interne du conduit [m] ;  
 $U_0$  : Vitesse débitante de l'écoulement [m/s] ;  
 $U_c$  : Vitesse de convection [m/s] ;  
 $R_c$  : Rayon de courbure du coude [m] ;  
 $\mathbf{s}$  : Vecteur suivant la fibre neutre curviligne du conduit ;  
 $u_i$  : Composantes du champ des vitesses fluctuantes [m/s] ;  
 $m$  : Norme de la vitesse [m/s] ;  
 $u_\tau$  : Vitesse de frottement [m/s] ;  
 $\tau_w$  : Taux de frottement à la paroi [m/s] ;  
 $y^+$  : Distance à la paroi, adimensionnée ;  
 $U^+$  : Vitesse adimensionnée par des variables de proche-paroi ;



## *Statistique appliquée à l'analyse d'écoulements fluides*

- $\boldsymbol{\phi}^{(n)}$ : Forme modale associée au  $n^{\text{ème}}$  mode de la norme de vitesse, extrait par POD ;
- $\boldsymbol{\phi}_u^{(n)}$ : Forme modale associée au  $n^{\text{ème}}$  mode de vitesse axiale, extrait par POD ;
- $\boldsymbol{\phi}_v^{(n)}$ : Forme modale associée au  $n^{\text{ème}}$  mode de vitesse tangentielle, extrait par POD ;
- $\boldsymbol{\phi}_w^{(n)}$ : Forme modale associée au  $n^{\text{ème}}$  mode de vitesse azimutale, extrait par POD ;
- $\boldsymbol{\phi}_p^{(n)}$ : Forme modale associée au  $n^{\text{ème}}$  mode de pression ;
- $\boldsymbol{\psi}^{(n)}$ : Forme modale associée au  $n^{\text{ème}}$  mode de magnitude de vitesse étendu à la pression ;
- $\mathcal{R}_{ij}$ : Tenseur de Corrélations Spatiales ;
- $C$ : Matrice des corrélations temporelles ;
- $T_u$ : Echelle intégrale de corrélation turbulente ;
- $\lambda^{(n)}$ : Contenu énergétique du  $n^{\text{ème}}$  mode POD ;
- $\xi$ : Energie cinétique total du système fluide considéré, donné par la somme des  $\lambda^{(n)}$  ;

# 1 Introduction

---

## 1.1 Motivation

Les normes et bonnes pratiques de conception des systèmes de tuyauterie industriels prennent en compte typiquement les charges statiques et font peu référence aux sollicitations dynamiques. Le résultat de ce manque s'exprime par des niveaux de vibration importants observés dans les conduits qui intègrent les installations *onshore* et *offshore* du secteur de production d'énergie. Ceci se produit notamment lorsque les conditions d'exploitation (température, débit massique, vitesse d'écoulement entre autres) sont modifiées par rapport au cahier des charges originalement prévu, afin de répondre à un besoin d'adaptation de la production. Des niveaux importants de vibration peuvent mener à la rupture par fatigue des installations, engendrant la libération de fluides polluants et possiblement inflammables ou toxiques ainsi que d'importantes pertes financières liées à l'arrêt de la production et du remplacement des pièces cassées.

Les rapports annuels sur les libérations d'hydrocarbures par des installations *offshore*, produit par le Laboratoire de Santé et Sécurité du Royaume Uni (HSE (1)) entre 2001 et 2008, indiquent que la rupture par fatigue est à l'origine de jusqu'à 20% des accidents suivis de libération d'hydrocarbures. Murakami *et al.* (2) reportent également des accidents avec libérations de fluides radioactifs ou toxiques issus de la production d'énergie nucléaire. L'accident sur le réacteur rapide de Monjū, Japon, en 1995, est un des exemples mentionnés : des vibrations intenses d'un thermocouple installé dans un conduit du cycle secondaire de refroidissement ont provoqué une rupture qui a mené à une fuite de la solution de refroidissement. La libération de plusieurs centaines de kilogrammes de sodium contenus dans la solution à Monjū a été un des accidents nucléaires les plus importants du Japon avant l'accident de la centrale de Fukushima suite à un séisme et tsunami en 2011.

Comprendre et maîtriser le comportement vibratoire des réseaux de tuyauterie est ainsi un enjeu actuel majeur de l'industrie de l'énergie. Les sources d'excitation peuvent être de natures très différentes. Les compresseurs et pompes qui permettent la circulation du fluide, par exemple, peuvent vibrer à des fréquences associées à leurs vitesses de rotation et, par conséquent, engendrer la vibration des conduits auxquels ils sont liés. Les compresseurs centrifuges et alternatifs sont à l'origine d'une excitation associée à la fréquence de passage des pâles ou pistons ainsi que plusieurs de leurs harmoniques. Cette source, connue sous le nom de pulsations, est caractérisée par la possible amplification de l'excitation par les modes acoustiques du système constitué par le fluide en écoulement et le conduit. Cela est également vrai pour la source associée à la présence de branches mortes de conduit situées orthogonalement à l'écoulement : des instabilités peuvent avoir lieu dans la couche de cisaillement formée à l'embouchure des branches et engendrer une excitation qui sera bien plus importante lorsqu'elle sera amplifiée à la fréquence du mode acoustique de la branche.

Les sources vibratoires mentionnées se caractérisent par la concentration de leur énergie d'excitation dans des bandes de fréquence définies et généralement associée aux vitesses de fonctionnement des machines à flux ou à la géométrie du système. De cette manière, ces sources sont assez bien connues et leur modélisation pour calcul de réponse vibratoire, au moyen d'un modèle éléments finis de la structure, par exemple, est envisageable. En outre, on peut limiter les niveaux de réponse vibratoire de la structure excitée en évitant la coïncidence des fréquences d'excitation avec les fréquences naturelles associées à ses modes mécaniques.

Cependant, plusieurs autres types de sources de vibration des tuyauteries existent et ne présentent pas une concentration d'énergie dans des bandes étroites de fréquence. Certaines de ces sources sont instationnaires : le coup de bélier, résultat d'une fermeture brusque de vanne dans ainsi que la source acoustique à haute fréquence engendrée par des fortes pertes de pression dans l'écoulement de gaz au passage d'une vanne partiellement fermée (soupape), en sont des exemples. Malgré le fait que la modélisation instationnaire de ces sources reste un sujet de recherche actif, elles ne feront pas l'objet de la présente étude. Il existe également des sources non instationnaires qui excitent la structure sur de longues durées et peuvent mener, à terme, à de fissures en fatigue. La présente étude se concentre ainsi sur la source associée à l'écoulement interne turbulent et qui présente un caractère permanent excitant une bande large de fréquences : les *Vibrations Induites par la Turbulence*, dont les particularités sont détaillées par la suite.

---

## 1.2 Vibrations induites par la turbulence

Quand l'écoulement turbulent à l'intérieur des conduits rencontre une structure souple à parois fines, son champ perturbé de pression peut interagir fortement avec la structure et provoquer des niveaux importants de vibrations induites par la turbulence. Quelques caractéristiques de cette source de vibration rendent son étude intéressante dans la mesure où elles rendent également sa modélisation difficile. Les paragraphes suivants énumèrent rapidement ces caractéristiques, qui seront étudiées plus profondément dans ce mémoire de thèse.

Tout d'abord, il est intéressant de remarquer que l'intensité de cette source vibratoire est proportionnelle à l'énergie cinétique de l'écoulement, soit le produit de la masse volumique et de la vitesse débitante au carré ( $\rho U_0^2$ ). La vitesse débitante est définie comme la moyenne de la vitesse sur une section transversale du conduit. Ainsi, les fluides lourds (liquides) présentent généralement une excitation turbulente plus importante que celle associée à l'écoulement gazeux, parmi le spectre des conditions d'écoulement interne industriel. Il faut remarquer que la source turbulente a un caractère permanent, au contraire des sources acoustiques instationnaires liées à l'écoulement gazeux et à de très importantes vitesses provoquées par l'ouverture ou fermeture abrupte d'une vanne, par exemple.

L'écoulement interne est généralement turbulent partout dans les systèmes de tuyauterie opérant dans les conditions d'exploitation habituellement retrouvées dans les applications du secteur de l'énergie. Dans les tronçons droits, où le champ de pression est

perturbé dans les couches limites turbulentes formées dans la proximité des parois, les niveaux turbulents ne sont généralement pas suffisants pour interagir de façon importante avec la structure. La source vibratoire est ainsi située principalement dans ce que l'on appellera des *singularités* : des obstacles à l'écoulement interne, des orifices, des changements abrupts de section transversale ou de direction du conduit. Les singularités sont les endroits au sein d'un réseau de tuyauterie où l'écoulement fluide devient fortement turbulent et son champ de pression est perturbé au point de pouvoir exciter les modes mécaniques de la structure et engendrer des niveaux de vibration importants. Les vibrations induites par les écoulements turbulents internes sont ainsi plus importantes dans des réseaux confinés sur des petites surfaces, comme les plateformes pétrolières *offshore* et les réacteurs nucléaires, où les singularités de conduit sont spatialement concentrées.

Dans l'aval immédiat des singularités, l'écoulement turbulent constitue une source à caractère hybride : localement, le champ de pression turbulent excite directement les parois du conduit, mais la source s'exprime aussi par un champ de pression acoustique non-local issu de la source turbulente. La composante turbulente ainsi que l'acoustique sont réparties dans le domaine de basses fréquences ; la source locale est amplifiée aux fréquences correspondantes aux modes mécaniques de la structure tandis que la composante acoustique retrouve un transfert en plus, celui associé aux modes acoustiques du système. Le spectre d'excitation résultant est large-bande et l'on ne peut pas simplement éviter la coïncidence de l'excitation turbulente avec les modes mécaniques de la structure afin de limiter sa réponse vibratoire.

Ces caractéristiques particulières aux vibrations induites par la turbulence suggèrent que les efforts de modélisation doivent se concentrer dans la compréhension de la source fluide et non pas seulement de la réponse dynamique. La modélisation de l'écoulement en vue de son interaction avec la structure fait l'objet de la section suivante.

---

### 1.3 Considérations sur les stratégies de modélisation

Les systèmes de tuyauterie des installations pétrolières ou nucléaires présentent des centaines de lignes contenant chacune un nombre important de singularités de plusieurs types différents. La modélisation détaillée de l'excitation induite par la turbulence ne peut pas se réaliser sur toutes les singularités dans le cadre d'une étude de conception qui prend en compte la sollicitation dynamique de la structure. En effet, il est nécessaire de sélectionner les lignes présentant un risque important de rupture par fatigue afin d'appliquer des actions préventives sur un nombre réduit d'éléments.

L'*Energy Institute* de Londres (3) a rédigé la principale référence en bonnes pratiques concernant le contrôle et la correction de problèmes liés aux vibrations induites par l'écoulement dans les réseaux de tuyauterie. Parmi ces pratiques, une technique de référencement des lignes permet de les classer par rapport au risque de présenter des problèmes de vibration induite par l'écoulement : le critère de *probabilité de défaillance* s'exprime d'abord par l'attribution d'une note à chaque ligne principale. Cette note sera plus élevée en fonction de ses conditions d'opération et si la ligne présente des singularités très proches

les unes des autres, si elle présente des piquages et des thermocouples insérés dans l'écoulement. Ensuite, sur les lignes présentant une note supérieure à un certain seuil, cette évaluation est appliquée aux piquages et éventuellement aux doigts de gant des sondes de température. Suite à l'application de cette démarche, des actions correctives sont conseillées pour les lignes qui présentent une probabilité de défaillance importante vis-à-vis des différents mécanismes d'excitation identifiés par les consignes de l'*Energy Institute*.

Le référencement permet de filtrer les lignes les plus critiques et qui doivent faire objet des actions correctives. Toutefois, certaines des lignes identifiées nécessitent généralement une étude détaillée puisque les corrections ne s'appliquent pas ou ne sont pas suffisantes pour éliminer le risque de défaillance. L'objet d'analyse est donc réduit de quelques centaines de lignes à quelques cas isolés. La conception de ces lignes dépendra de l'estimation de l'excitation induite par l'écoulement au passage de ses singularités dans les conditions les plus exigeantes d'opération. Il est donc question de pouvoir modéliser la source d'excitation dynamique associée au passage de l'écoulement turbulent par les lignes identifiées comme critiques ainsi que de pouvoir estimer la réponse vibratoire de la structure à cette excitation.

---

## 1.4 Objectifs et démarche adoptée

Le présent mémoire de thèse se consacre à présenter une méthode simplifiée d'estimation des vibrations induites par le passage de l'écoulement turbulent par une singularité de conduit. Le modèle recherché doit être suffisamment simple pour qu'il puisse intégrer les routines de calcul appliquées aux études de conception de nouvelles installations ou de diagnostic d'installations existantes, dans un contexte industriel. Le focus de cette étude est ainsi la source fluide et les transferts qui la relie à l'excitation de la structure. Afin de permettre la formulation d'une stratégie de modélisation qui pourra éventuellement être généralisée une fois validée, l'étude a d'abord été limitée à une certaine plage d'applications. Le cadre de cette thèse a respecté les limitations suivantes :

- On se concentre sur un écoulement monophasique d'eau, c'est-à-dire, seule la phase liquide est présente et elle occupe l'intégralité du conduit ;
- La seule singularité étudiée est le coude (ou courbe) à 90° dont le rayon de courbure correspond à 1.5 fois le diamètre interne du conduit. Cette géométrie est choisie puisqu'il s'agit des coudes communément retrouvés dans les installations pétrolières ;
- Le nombre de Reynolds de l'écoulement, calculé utilisant la vitesse débitante et le diamètre interne du tube, varie entre  $Re = 1 \times 10^5$  et  $Re = 1 \times 10^6$ . Ces nombres de Reynolds correspondent aux conditions d'opération auxquels les liquides sont généralement soumis dans les applications ciblées.

Une analyse approfondie de l'écoulement turbulent dans le coude et des transferts caractérisant son interaction avec la structure est réalisée. Pour parvenir à ce but, une approche combinant expériences et simulation est conduite. Une boucle de circulation d'eau

munie d'un coude transparent a été conçue afin de permettre des mesures de vitesse à l'intérieur du coude. Pour cette finalité, les techniques de Vélocimétrie par Imagerie de Particules (PIV) plane et stéréoscopique sont utilisées. La pression pariétale et les vibrations du banc d'essais sont mesurées simultanément. Plusieurs configurations d'écoulement sont testées afin d'obtenir une riche base de données couplées reliant l'écoulement fluide à l'excitation dynamique des parois et, finalement, à la réponse vibratoire de la structure.

En parallèle, l'écoulement instationnaire d'eau dans le coude est simulé au moyen d'une approche du type Simulation des Grandes Echelles (LES : *Large-Eddy Simulation*). La simulation fluide permet d'étudier en détails la topologie de l'écoulement turbulent au passage du coude ainsi que le champ instationnaire de pression fluctuante induit sur la paroi. Un ensemble d'outils statistiques est appliqué aux données expérimentales et numériques afin de proposer un modèle simplifié des transferts qui relie l'écoulement turbulent à la sollicitation dynamique de la structure contenant le coude. Finalement, l'excitation modélisée est utilisée pour le calcul des vibrations au moyen d'un modèle en éléments finis de la boucle d'essais, afin de valider la stratégie de modélisation proposée et les hypothèses simplificatrices considérées.

Le mémoire est organisé comme suit : d'abord, une revue bibliographique dans le Chapitre 2 situe cette étude par rapport aux travaux réalisés sur l'écoulement dans le coude, les vibrations induites par le fluide dans les tuyauteries ainsi que la modélisation simplifiée des transferts qui relie les deux domaines. Les chapitres suivants (3 et 4) détaillent les approches numériques et expérimentales conduites dans le but de comprendre la source turbulente. Les résultats des mesures couplées réalisées sur le coude ainsi que des simulations numériques de l'écoulement sont présentés par la suite, dans le Chapitre 5. Les observations effectuées sur la corrélation présentée entre les différents types de données de ce chapitre ainsi que les éléments permettant une modélisation simplifiée servent à introduire le Chapitre 6, qui propose un modèle réduit de l'excitation turbulente. Le Chapitre 7 contient les conclusions du travail réalisée dans ce mémoire et les perspectives qu'il ouvre pour des recherches futures sur le sujet.



## 2 Bibliographie

---

### Introduction

Les systèmes de tuyauteries industrielles sont le siège de phénomènes vibratoires qui peuvent atteindre des niveaux dangereux, menant possiblement à leur rupture par fatigue. La compréhension des sources vibratoires est actuellement un enjeu important dans le contexte du secteur énergétique, entre autres. Parmi ces sources figurent les fluctuations de pression engendrées par un écoulement turbulent d'un fluide dense dans le circuit. Or, l'écoulement de conduite étant généralement turbulent, des phénomènes d'interaction fluide structure sont fréquemment observés autour des éléments qui perturbent localement le passage du fluide, comme des vannes partiellement fermées, des coudes ou des changements brusques de la section transversale de la tuyauterie; ces éléments sont nommés les singularités.

La caractérisation de la source d'excitation dynamique liée à l'écoulement turbulent d'un fluide lourd en conduite est complexe et regroupe plusieurs domaines de la mécanique des milieux continus. Lorsqu'un écoulement fluide à haut nombre de Reynolds rencontre une singularité, une partie de son énergie cinétique est transmise à la structure du conduit sur toute l'interface fluide-structure de manière répartie ; la fonction de transfert qui caractérise cette interaction dépend des caractéristiques du fluide, de la dynamique de l'écoulement, de la géométrie du conduit et de leurs propriétés acoustiques. Les vibrations résultantes ont un caractère permanent et se répandent sur une large gamme de fréquences (excitation large-bande). De cette manière, l'estimation des niveaux et de la signature spectrale de la réponse vibratoire découle de l'étude de l'écoulement turbulent autour d'une singularité, ainsi que des différents aspects de la fonction de transfert le reliant aux vibrations de la tuyauterie.

Le présent chapitre a pour but de présenter une vision de l'état actuel de la recherche en vibrations induites par l'écoulement interne dans les réseaux de tuyauterie. La courbe à 90° (ou plus simplement : coude) a été choisie comme singularité d'étude, ce qui permettra de limiter le cadre de cette thèse. L'écoulement étudié est également limité à la présence d'une seule phase fluide (gaz ou liquide).

Dans un premier temps, l'écoulement en conduit coudé est étudié en détail ; ensuite, l'on évalue la nature des vibrations induites par la turbulence dans des systèmes de tuyauterie, ainsi que les performances de méthodes d'estimation de la réponse dynamique et des fonctions de transfert mécaniques et acoustiques. La résolution de tous les degrés de libertés existant dans le système couplé fluide-structure est complexe et très coûteuse : c'est pourquoi l'on étudie par la suite des méthodes et outils numériques pour la modélisation d'ordre réduit de la source et de sa fonction de transfert jusqu'à la structure.



---

## 2.1 Écoulement monophasique en conduit coudé

### 2.1.1 Structures cohérentes et fréquences caractéristiques

---

Les réseaux de tuyauterie parcourus par des liquides sont généralement soumis à des vitesses débitantes suffisamment élevées pour que l'écoulement soit turbulent. Sur de longs tronçons droits de conduits à section circulaire, l'écoulement turbulent atteint un état dit pleinement développé. Ce régime est caractérisé par une couche de mélange de proche paroi axisymétrique, dans laquelle les vitesses moyennes sont moins élevées qu'au centre du conduit tandis que l'intensité turbulente y est plus intense (Kim *et al.* (4) et Eggels *et al.* (5)). En présence d'un changement de direction dans le conduit, cette topologie axisymétrique est perturbée et l'écoulement s'organise différemment, donnant lieu à l'apparition de certaines structures cohérentes.

On attribue à Thomson (6) la première observation d'un écoulement secondaire compris dans la section transversale du conduit en aval d'un coude. Thomson cherchait, en fait, une explication au dépôt de sédiments dans la berge concave (interne) à un tournant de rivière. L'auteur propose que l'eau suivant une ligne de courant proche de l'intrados et de la surface est accélérée alors que les lignes de courant proches au fond du lit seront ralenties par le frottement ; la différence de pression générée obligerait ces dernières à remonter et les premières à descendre, créant ainsi un mouvement circulaire dans la section transversale du canal. Néanmoins, Boussinesq (7) avait déjà trouvé, 8 ans plus tôt, cet écoulement secondaire à partir de la résolution des équations de Navier-Stokes incompressibles et visqueuses, appliquées avec des conditions aux limites du type sans glissement sur les parois internes d'un conduit à section circulaire. En allant encore plus loin, l'auteur atteste que, pour un canal coudé et fermé, soumis à un écoulement laminaire complètement développé, deux tourbillons axiaux et symétriques se forment dans la section transversale du canal.

Cette structure de l'écoulement est visualisée par les expérimentations menées par Eustice (8). En utilisant des faisceaux de colorant, l'auteur retrouve, pour un régime laminaire, l'écoulement secondaire au passage du coude ; en augmentant la vitesse d'entrée dans le système l'auteur constate que les aspects principaux de cet écoulement sont aussi observés à nombre de Reynolds turbulent. Ce n'est que 16 ans plus tard que les tourbillons découverts par Boussinesq attirent d'avantage d'attention et sont l'objet de l'article de Dean (9); cette structure reçoit désormais le nom de *Tourbillons de Dean*. Dans cette publication, l'auteur résout les équations de Navier-Stokes visqueuses dans le repère du coude et obtient, après avoir réalisé quelques approximations, les lignes de courant projetées sur le plan de la section transversale du tuyau en aval de la singularité ; les résultats montrent bien deux tourbillons symétriques tournant en directions opposés (Figure 2.1). L'auteur limite, par contre, la validité de ses conclusions à un nombre de Reynolds assez réduit et donc au régime laminaire. Des approches analytiques ont encore été réalisées par Squire et Winter (10) et par Hawthorne (11) dans le but de trouver des solutions approximatives à l'écoulement secondaire autour d'un coude et le long d'une ligne de courant et définir ainsi une expression pour sa période d'oscillation.

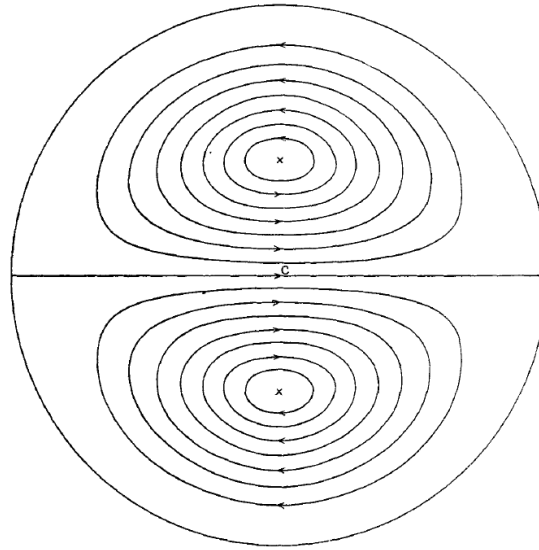


Figure 2.1 - Lignes de courant des tourbillons de Dean sur la section transversale en aval du coude (tiré de Dean (9)).

En effet, le régime de l'écoulement peut changer sensiblement la nature des structures retrouvées au passage du coude. Notamment, la courbure imposée par le coude introduit un fort gradient de pression au champ de l'écoulement, et, au-delà de certaines vitesses moyennes dans la conduite, le phénomène de la séparation a lieu sur l'intrados du coude. Tunstall et Harvey (12) sont les premiers à fournir une évaluation des phénomènes instationnaires observés lorsque la séparation se produit et son rapport avec les tourbillons de Dean. Les auteurs remarquent que la symétrie entre les deux tourbillons n'existe plus quand le régime turbulent est atteint ; en effet, un comportement oscillatoire se produit de sorte que l'un des tourbillons domine sur l'autre de façon alternée avec une fréquence caractéristique, phénomène nommé *Swirl-Switching*. La séparation semble bien interagir avec les tourbillons de Dean, renforçant ou supprimant celui d'un côté ou de l'autre, mais sa fréquence caractéristique ne coïncide pas avec la fréquence de *switching* ; les auteurs suggèrent alors que les structures turbulentes en amont du coude (Figure 2.2) présentent des fluctuations de vitesse compatibles avec ce phénomène et peuvent donc l'expliquer.

A partir des années 2000, plusieurs auteurs mettent en place des méthodes numériques pour l'évaluation des sources turbulentes présentes dans l'écoulement au passage d'un coude à 90°. Rütten *et al.* (13) obtiennent les spectres de pression pariétale (dus à l'excitation turbulente) par moyen de calculs instationnaires effectués avec la méthode LES (*Large-Eddy Simulation*). Les auteurs arrivent ainsi à repérer les fréquences caractéristiques de chaque structure de l'écoulement, comme la séparation sur l'intrados du coude et l'écoulement secondaire (Tourbillons de Dean) ; ce dernier présenterait un point de stagnation dû à la rencontre des écoulements horaire et antihoraire en aval du coude. L'auteur mesure la position de ce point de stagnation, au niveau de la section de sortie du coude, sur la circonférence de la paroi interne du tuyau et détermine qu'il oscille à  $\pm 40^\circ$  à partir d'un point moyen. De cette façon, l'écoulement secondaire ne serait pas « bistable », avec seulement deux positions possibles du point de stagnation, comme avait proposé (12). Enfin, les auteurs comparent le spectre des oscillations de ce point de stagnation avec le spectre des fluctuations des efforts appliqués par le fluide sur les parois du conduit et montrent ainsi

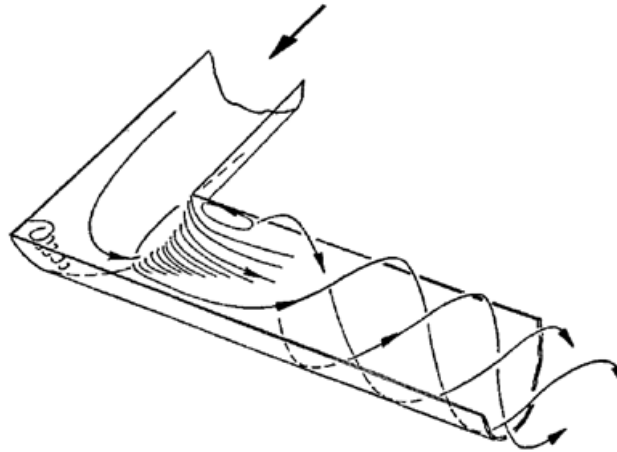


Figure 2.2 - Structures oscillantes formées au passage d'une courbe serrée, à savoir, la séparation sur l'intrados, une zone de frottement au-dessus de la première et les tourbillons de Dean. Adapté de Tunstall et Harvey (12).

que l'écoulement secondaire représente une contribution importante à la sollicitation dynamique induite par le fluide sur la structure du conduit coudé. Plus de détails sur la modélisation de cet écoulement secondaire peuvent être retrouvés dans l'article de Lai *et al.* (14).

La conception du Réacteur Rapide Refroidi par Sodium (d'acronyme JSFR, en anglais), au Japon, motive plusieurs études portant sur le développement d'une méthode de prédiction des niveaux vibratoires des systèmes de tuyauteries utilisés dans le secteur nucléaire. La méthode expérimentale de Vélocimétrie par Imagerie de Particule (PIV) est donc largement employée, parmi d'autres techniques, dans le but de comprendre comment les structures de l'écoulement génèrent des efforts sur les parois de la tuyauterie. Dans un premier temps, des travaux comme celui de Hirota *et al.* (15) menaient à une approche expérimentale où les efforts appliqués sur la tuyauterie sont calculés à partir des densités spectrales de puissance (DSP) des fluctuations de pression adimensionnées.

La dynamique de l'écoulement sur le coude et à son aval est ainsi caractérisée par un ensemble de mouvements coordonnés et identifiables ; l'origine de ces structures est liée à la géométrie du conduit. La topologie de l'écoulement peut donc être modifiée en fonction des paramètres géométriques du coude et des propriétés de l'écoulement. Pour permettre la modélisation du phénomène de vibrations induites par cet écoulement, plusieurs auteurs ont analysé l'influence de ces paramètres sur les structures cohérentes et sur leur représentativité par rapport à l'écoulement global.

### 2.1.2 Sensibilité des structures d'écoulement aux paramètres

Les applications industrielles peuvent présenter des dimensions importantes et des nombres de Reynolds élevés, ce qui rend difficile la reproduction du cas réel dans des bancs expérimentaux et rend des calculs de dynamique des fluides (CFD) trop coûteux. C'est pourquoi des travaux ont ensuite été consacrés à une analyse de sensibilité des structures d'écoulement en fonction de ces paramètres, de façon à déterminer si les cas d'études peuvent être reproduits à échelle réduite. Iwamoto *et al.* (16) ont effectué des essais sur un banc à échelle 1/10 du JSFR et vérifient que les résultats, comparés avec des mesures réalisées sur l'objet

d'étude, sont extrapolables, permettant ainsi l'utilisation d'une méthode basée sur l'analogie. Des études comme celle de Takamura *et al.* (17) montrent qu'il est possible de trouver des gammes de nombres de Reynolds pour lesquelles les caractéristiques de l'écoulement ne sont pas modifiées de façon significative. Les auteurs se servent de la PIV pour obtenir jusqu'à 500 champs de vitesse par seconde en section de sortie d'un coude à 90° pour des nombres de Reynolds variant entre  $3 \times 10^5$  et  $8 \times 10^5$ . Les mêmes structures de l'écoulement sont retrouvées, présentant les mêmes fréquences caractéristiques pour différents nombres de Reynolds.

Les fréquences caractéristiques sont représentées par un nombre sans dimension, le nombre de Strouhal, calculé en fonction du diamètre interne du conduit et de la vitesse débitante, comme suit :

$$St = fD/U_0 \quad (2.1)$$

Takamura *et al.* (17) identifient trois structures oscillatoires différentes : 1) la zone de séparation, qui oscille dans la direction de l'écoulement à  $St \sim 1.0$  ; 2) le lâché tourbillonnaire, issue de la séparation et qui est convecté vers l'aval du coude à  $St \sim 0.5$  et 3) l'écoulement secondaire de Dean, à  $St \sim 0.5$ . Les spectres de fluctuation des vitesses montrent que cette troisième structure serait dominante par rapport aux deux autres.

Afin d'étudier l'influence des conditions d'écoulement amont sur la formation des structures cohérentes au passage de la courbure, Barbara (18) a entrepris une campagne exhaustive de mesures dans un coude à 90° et rapport de courbure  $R_c = 1.5D$ , pour un nombre de Reynolds  $Re = 10^5$ . Dans sa thèse, l'auteur a mené des expériences où il réalise des visualisations de l'écoulement en aval du coude, des mesures de vitesse par Anémométrie Doppler Laser (ADV) ainsi que des simulations numériques. Dans un premier temps, les mesures ont été effectuées pour une configuration d'écoulement amont pleinement développé, pour être comparées ensuite aux résultats obtenus lorsqu'une rotation centrée et différentes dissymétries sont imposées à l'écoulement amont. Dans la configuration pleinement développée, l'auteur a caractérisé en détails la formation de l'écoulement secondaire sur la courbure et sa convection axiale ainsi que son battement en basses fréquences. Lorsque l'écoulement amont a été modifié pour prendre en compte la rotation et la dissymétrie, le comportement dynamique des tourbillons de Dean était affecté et, en certains cas, une des structures rotatives était favorisée au détriment de l'autre. Il est intéressant de remarquer que la perte de charge associée au passage dans le coude peut être réduite avec l'imposition d'une rotation à l'écoulement amont, par rapport à la configuration pleinement développée.

Pour évaluer l'influence du rayon de courbure du coude, Ono *et al.* (19) ont fait des mesures PIV sur deux coudes différents : un coude à rayon de courbure identique au diamètre interne ( $R_c = 1D$ ), le « petit coude », et un deuxième coude à rayon  $R_c = 1.5D$ , le « grand coude ». La PIV 2D-2C (où les deux composantes de vitesse sont mesurées sur

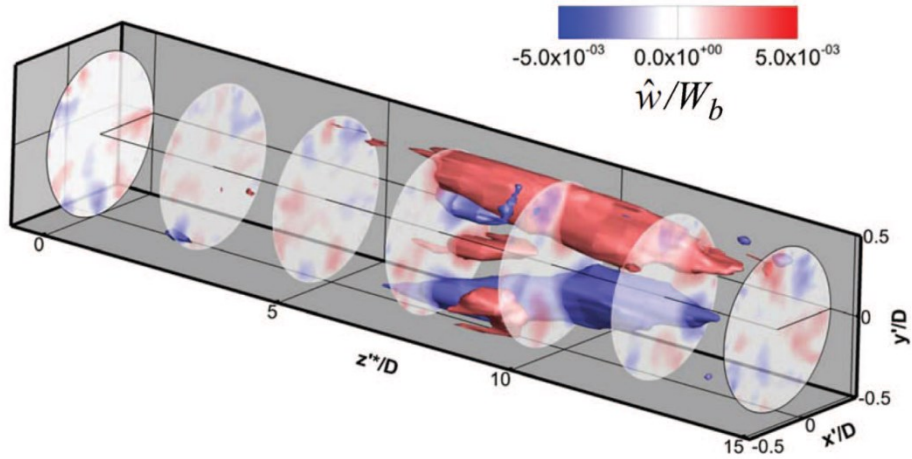


Figure 2.4 - Mouvements en grandes échelles mises en évidence à partir de la corrélation de la vitesse fluctuante en amont du coude. Extrait de Sakakiara et Machida (24).

un plan) est réalisée sur le plan horizontal de la courbe (plan I sur la Figure 2.3) pour capturer la séparation. La Stéréo-PIV, technique qui permet aussi de mesurer la vitesse axiale, est réalisée sur trois plans transversaux situés en aval du coude.

La séparation dans le petit coude est continue, avec écoulement inversé et point de recollement qui oscille dans la direction de l'écoulement. Sur le grand coude la séparation est intermittente et sans écoulement inversé ; elle présente aussi un caractère oscillatoire mais se situe plus en amont par rapport à la séparation sur le petit coude. Les auteurs remarquent que le lâché tourbillonnaire issu de cette région de recirculation sur l'intrados du coude interagit avec les tourbillons de Dean.

Ce comportement est compatible avec ce que présente Yamano *et al.* (20). L'auteur met en place 124 capteurs de pression en amont, en aval et sur un coude à  $90^\circ$  ; en parallèle, une simulation de l'écoulement et de son champ de pression est effectuée à l'aide d'un modèle de turbulence instationnaire basée sur les équations de Navier-Stokes moyennées et connu comme U-RANS (*Unsteady Reynolds-Averaged Navier-Stokes*). Les auteurs comparent ces mesures de pression pariétale avec la réponse calculée. La région de l'intrados où

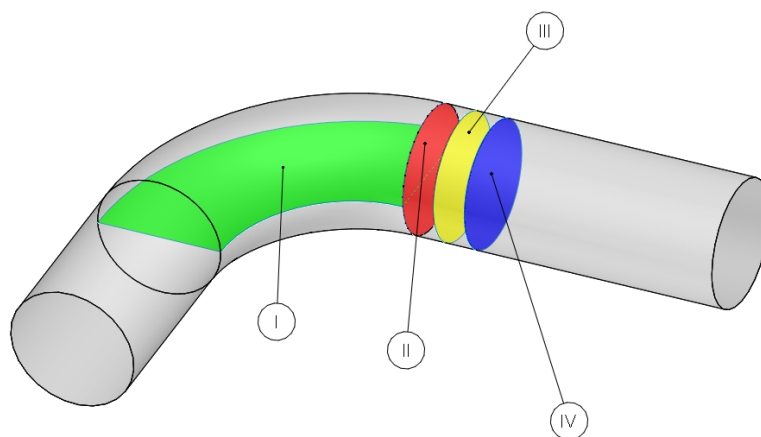


Figure 2.3 - Plans PIV mesurés par Ono *et al.* (19) pour le grand coude ( $R_c=1.5D$ ). Les plans II, III et IV sont situés, respectivement, à  $0D$ ,  $0.25D$  et  $0.5D$  en aval du coude.

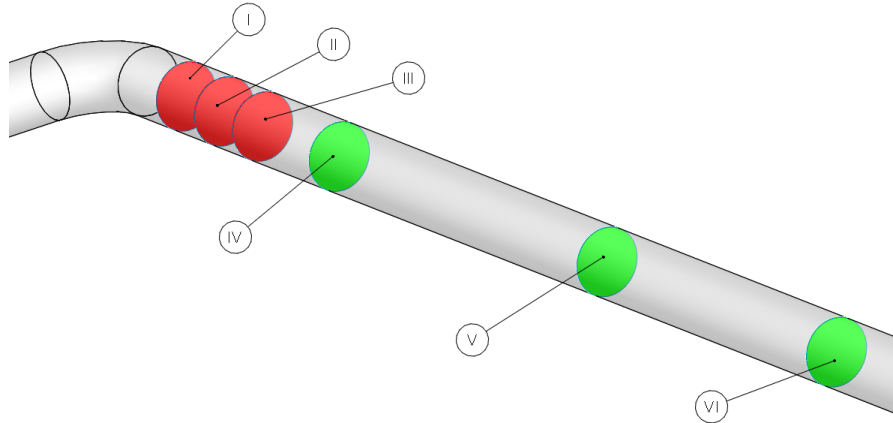


Figure 2.5 - Plans mesurés par Vester *et al.* (23), rouge, et par Hellstrom *et al.* (28), vert (I-1D, II-2D, III-3D, IV-5D, V-12D et VI-18D).

la séparation a lieu présente le niveau le plus important de fluctuation de pression et un pic à  $St \sim 0.5$  est observé sur les spectres. Sur la région en aval du coude, un pic à  $St \sim 1.0$  est aussi observé et son niveau est comparable à celui à moitié de sa fréquence, qui est toujours présent. Concernant l'approche numérique, les auteurs défendent l'utilisation d'un modèle U-RANS au détriment de la méthode LES (*Large-Eddy Simulation*), qui résout les grandes échelles de la turbulence et modélise les petites.

Une méthode LES a été utilisée par Eguchi *et al.* (21) dans le but d'évaluer l'influence du profil de vitesse à l'entrée du coude. Les calculs LES ici sont comparés avec des calculs directs (*DNS, Direct Numerical Simulation*) et validés, démontrant l'applicabilité de ce type de modèle de turbulence pour des études d'interaction fluide-structure sur le coude. On observe que la séparation sur l'intrados du coude est influencée par le profil de vitesse en amont. Le plus épaisse est la couche limite à l'entrée (écoulement plus développé), plus petite sera la zone de recirculation sur l'intrados.

Plus récemment, Duta et Nandi (22) ont étudié l'influence du rayon de courbure et du nombre de Reynolds sur l'écoulement en aval du coude. A partir d'un modèle de turbulence du type  $\kappa - \epsilon$ , des calculs stationnaires (RANS) sont réalisés pour des rayons de courbure variant de  $R_c = 1$  à  $R_c = 5D$  et des nombres de Reynolds compris entre  $0.1$  et  $1 \times 10^5$ . La topologie de l'écoulement en sortie de la courbe, mesurée à partir de la vitesse tangentielle, dépend très peu du nombre de Reynolds. Si d'une part les structures oscillatoires formées au passage du coude ne sont pas fortement liées au nombre de Reynolds, de forts indices semblent confirmer qu'elles dépendent des conditions d'entrée (écoulement amont), comme proposé initialement par Tunstall et Harvey (12).

Dans le but d'étudier le rapport entre les propriétés turbulentes de l'écoulement amont et le phénomène de *Swirl-Switching*, Vester *et al.* (23) introduisent un nid d'abeille en amont du coude. Les auteurs observent que l'introduction de ce redresseur retarde la formation de l'écoulement secondaire, ce qui engendre une atténuation importante des niveaux de fluctuation de vitesse azimutale. A partir de mesures PIV, Sakakibara et Machida (24) utilisent l'Estimation Stochastique Linéaire (LSE) pour mettre en évidence la corrélation entre l'écoulement en amont de la courbe et l'oscillation du point de stagnation en aval.

En effet, les corrélations du champ de vitesse font apparaître de grandes structures d'écoulement amont qui semblent être en phase avec le comportement oscillatoire de l'écoulement aval (Figure 2.4).

Des structures très allongées sont retrouvées dans des écoulements internes turbulents développés. Guala *et al.* (25) identifient des structures dont les longueurs caractéristiques peuvent atteindre 8 fois le diamètre du conduit, pour des nombres de Reynolds de l'ordre de  $10^5$ . Ces structures sont très actives et énergétiques, puisqu'elles contribuent avec environ la moitié de l'énergie cinétique turbulente de l'écoulement aval. La Décomposition Orthogonale aux Valeurs Propres (POD) réalisée sur des champs PIV permet à Liu *et al.* (26) de situer ces mouvements à grandes échelles (VLSM) dans la sous-couche logarithmique de la couche de mélange. Hellstrom *et al.* (27) appliquent la POD sur des champs des vitesses tridimensionnels en conduit circulaire obtenus par Stéreo-PIV et démontrent que les 4 modes POD les plus énergétiques suffisent pour restituer les VLSM. La forme et la taille de ces structures ne semblent pas très sensibles au nombre de Reynolds.

Le mécanisme qui relierait ces structures retrouvées en amont aux structures oscillantes développées en aval de la courbe n'est cependant pas encore très clair. Tunstall et Harvey (12) avaient suggéré que la séparation serait à l'origine de l'oscillation des Tourbillons de Dean ; néanmoins, ce mouvement oscillatoire existe aussi dans les cas des courbes à des rayons de courbure plus grands, où la séparation n'a pas lieu, comme le fait remarquer Vester *et al* (23). Hellström *et al* (28) ont tenté d'expliquer ce lien à partir de mesures PIV résolues dans le temps (TR-PIV) de sections transversales situées loin en aval de la courbe (Figure 2.5). L'analyse des modes POD indique que le *swirl-switching* est caractérisé par la suppression d'une des cellules du type Dean par l'autre. Cette suppression ne serait donc pas liée nécessairement à l'existence de la séparation sur l'intrados, mais d'une instabilité présente à ce niveau. Pour plus de détails sur l'écoulement en entrée de coude et les longueurs caractéristiques de ses structures turbulentes, le lecteur est invité à consulter les travaux de Yao et Berger (29).

---

## 2.2 Vibrations de tuyauterie induites par l'écoulement

Les systèmes de lignes de tuyauteries sont généralement constitués de structures souples, en raison de l'emplacement des supports qui tiennent les tuyaux ; ils possèdent des parois fines et sont parcourus par des écoulements turbulents. Ils sont ainsi le siège de fluctuations aléatoires de vitesse qui entraînent des fluctuations de pression capables d'interagir avec la structure en excitant ses modes propres vibratoires. Ces modes sont affectés par la présence de l'eau, qui modifie les propriétés vibratoires de la structure sèche. En outre, les conduits possèdent des modes propres acoustiques qui peuvent amplifier les fluctuations de pression qui se propagent dans le réseau sous forme de bruit.

L'excitation acoustique ne se limite pas aux voisinages de la source, interagissant avec la structure surtout au niveau des changements de direction ou de section transversal du conduit. A ces endroits, l'impact de la discontinuité de pression sur les parois de la structure provoque son déplacement et celle-ci répond en agissant sur le fluide comme une

source acoustique type discontinuité de débit, qui se propagera à son tour dans le système. Il est donc clair que les tuyauteries parcourues par un fluide constituent un système couplé acoustomécanique dont l'excitation trouve son origine dans le comportement turbulent de l'écoulement interne. La modélisation de ce phénomène couplé passe donc par la compréhension de la source turbulente et du transfert complexe qui la relie aux vibrations.

### 2.2.1 L'approche en variables aléatoires

---

La dynamique d'un écoulement fluide est décrite au moyen du calcul de son champ des vitesses  $\mathbf{u} = \mathbf{u}(\mathbf{x}, t)$  à l'aide des équations de Navier Stokes ; l'équation de conservation de la masse, dans le cas incompressible, revient à la nullité de la divergence du champ des vitesses :

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0 \quad (2.2)$$

L'équation de la conservation de la quantité de mouvement s'écrit :

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + (\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u} = -\frac{1}{\rho} \nabla p + \nu \Delta \mathbf{u} \quad (2.3)$$

où  $\rho$  désigne la masse volumique du fluide,  $p$  son champ de pression et  $\nu$  la viscosité cinématique du fluide. La relation entre le champ de pression et le champ des vitesses peut être mise en évidence au moyen du calcul du divergent de l'équation 2.3, qui résulte en l'équation de Poisson (écrite ici dans la notation tensorielle) :

$$\frac{\partial^2 p}{\partial x_i^2} = -\rho \frac{\partial^2 (u_i u_j)}{\partial x_i \partial x_j} \quad (2.4)$$

Le champ de pression dans un écoulement turbulent est ainsi le résultat de la somme des contributions des fluctuations des vitesses turbulentes. Par conséquence, les fluctuations de pression sur un point de l'écoulement sont produites par des fluctuations de la quantité de mouvement à plusieurs autres points. Il serait donc nécessaire d'avoir une description de l'évolution temporelle et spatiale des vitesses fluctuantes dans l'intégralité d'un domaine fluide considéré pour calculer le champ de pression induit par l'écoulement sur les frontières de ce domaine. La simulation directe (DNS) des écoulements à faible nombre de Reynolds peut fournir cette description au moyen de la résolution des équations de Navier-Stokes au niveau de toutes les échelles de turbulence présentes. Néanmoins, pour les écoulements fortement turbulents et instationnaires, une gamme d'échelles turbulentes beaucoup plus large se développe, rendant la résolution complète des équations de Navier-Stokes extrêmement coûteuse. Ainsi, il devient complexe, voire impossible, de décrire l'évolution temporelle du terme à droite de l'équation 2.4 sans disposer d'un modèle de turbulence.

L'approche déterministe n'étant pas appropriée, l'étude du champ de pression induit par un écoulement turbulent peut alors adopter une approche probabiliste, où la source est décrite par des processus aléatoires représentant l'évolution temporelle de la pression et des composantes de vitesse de l'écoulement, traités à leur tour comme variables aléatoires.



Cette description probabiliste permet de réaliser dans le domaine fréquentiel l'analyse de la source et de la réponse vibratoire, sans que leur évolution temporelle soit entièrement décrite. Quelques outils de l'analyse des processus aléatoires sont ainsi brièvement présentés dans ce paragraphe, compte tenu de leur utilité pour l'étude de la relation entre l'excitation fluide et son champ des vitesses local.

Soit  $x_1(t)$  une réalisation de la variable aléatoire  $X$ , sur un intervalle de temps tel que  $0 \leq t \leq T$ . Puisque  $X$  est aléatoire, cet historique temporel  $x_1(t)$  ne représente qu'une des réalisations possibles de la variable. Pour la comprendre complètement, il faudrait penser plutôt, d'une manière conceptuelle, à l'intégralité des réalisations  $x_i(t)$ ,  $i = 1, 2, 3, \dots$  qui constituent l'ensemble  $\{x(t)\}$  qui décrit le processus aléatoire. Supposons que l'on s'intéresse particulièrement à ce qu'une valeur mesurée à un moment  $t_1$  soit égale ou inférieure à une quantité  $\xi$ . La probabilité de cette occurrence est définie comme le nombre des fois où elle est respectée divisé par le nombre de réalisations  $N$  :

$$Prob[x(t_1) \leq \xi] = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{N[x(t_1) \leq \xi]}{N} \quad (2.5)$$

En laissant l'amplitude  $\xi$  assumer des valeurs arbitraires, nous pouvons définir la *fonction de distribution de probabilité* du processus  $\{x(t)\}$  à l'instant  $t_1$  :

$$P_x(\xi, t_1) = P(x, t_1) = P[x(t_1) \leq \xi] \quad (2.6)$$

La *fonction de densité de probabilité* est définie comme l'inclinaison de la courbe de la fonction de distribution de probabilité, donnée par sa dérivée :

$$p(x, t_1) = \frac{dP(x, t_1)}{dx} \quad (2.7)$$

On suppose que les données sont *stationnaires* et *ergodiques*, deux concepts qui seront détaillés par la suite. Dans ce cas spécial, la fonction de densité de probabilité ne présente pas de dépendance temporelle ( $p(x, t_1) = p(x)$ ). Les propriétés des variables aléatoires peuvent être évaluées à partir de la connaissance de certaines quantités moyennes dites *moments* qui découlent du concept de valeur espérée. L'espérance d'une fonction  $g(x)$  équivaut à la moyenne de  $g(x)$  pondérée par la probabilité d'occurrence de  $x$ , ce qui est donné par sa fonction de densité de probabilité, comme suit :

$$E[g(x)] = \int_{-\infty}^{\infty} g(x)p(x) dx \quad (2.8)$$

Les moments d'un processus aléatoire  $\{x(t)\}$  sont définis par :

$$\mu_k = E[x^k] = \int_{-\infty}^{\infty} x^k p(x) dx \quad k = 0, 1, 2 \dots \quad (2.9)$$

Le moment d'ordre 1 ( $k = 1$ ) est connu comme la *moyenne* de  $\{x(t)\}$  et le moment d'ordre 2 est sa *valeur quadratique*. Il est intéressant de calculer les moments d'ordre supérieur de manière centrée, c'est-à-dire, en enlevant la moyenne. Le moment de deuxième ordre centré est appelé la *variance* de  $\{x(t)\}$  :

$$\sigma^2 = E[(x - \mu)^2] = \int_{-\infty}^{\infty} (x - \mu)^2 p(x) dx \quad (2.10)$$

Pour les cas spéciaux où ces moments ne dépendent pas de l'instant considéré, les données sont dites *stationnaires*. Si les moments ne sont pas modifiés en fonction de la réalisation  $x_i(t)$  utilisée pour leur calcul, les données sont dites *ergodiques*. A partir de ces concepts statistiques, des outils pertinents existent et permettent de comparer deux variables aléatoires ergodiques  $\{x(t)\}$  et  $\{y(t)\}$ .

La *fonction de corrélation croisée* entre  $x(t)$  et  $y(t)$  pour des différents retards temporels  $\tau$  imposés aux signaux permet d'évaluer le degré de dépendance linéaire existant entre les deux variables ; elle s'écrit (Bendat et Piersol (30)) :

$$R_{xy}(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T x(t)y(t + \tau) dt \quad (2.11)$$

et, dans le cas où  $x(t) = y(t)$  l'on a affaire à la *fonction de autocorrélation* de  $x(t)$ . L'analyse dans le domaine fréquentiel des corrélations entre les variables  $x(t)$  et  $y(t)$  est possible grâce à la *fonction de densité spectrale croisée* :

$$S_{xy}(f) = \int_{-\infty}^{\infty} R_{xy}(\tau) e^{-i2\pi f\tau} d\tau \quad (2.12)$$

Similairement, le cas où  $x(t) = y(t)$  donne naissance à l'*autospectre* ou *fonction de densité autospectrale*. Les fonctions de densité spectrale décrites jusqu'à maintenant se répartissent sur les fréquences positives ainsi que négatives, ce qui peut servir à des études analytiques mais n'a pas d'intérêt pratique dans les applications d'ingénierie. Il est donc plus intéressant de travailler avec des spectres définis sur des fréquences positives uniquement. Les fonctions de densité spectrale sont donc redéfinies :

$$G_{xy}(f) = \begin{cases} 2 S_{xy}(f) = 2 \int_{-\infty}^{\infty} R_{xy}(\tau) e^{-i2\pi f\tau} d\tau & f > 0 \\ S_{xy}(f) = \int_{-\infty}^{\infty} R_{xy}(\tau) e^{-i2\pi f\tau} d\tau & f = 0 \\ 0 & f < 0 \end{cases} \quad (2.13)$$

De même, pour l'autospectre :

$$G_{xx}(f) = \begin{cases} 2 S_{xx}(f) = 2 \int_{-\infty}^{\infty} R_{xx}(\tau) e^{-i2\pi f\tau} d\tau & f > 0 \\ S_{xx}(f) = \int_{-\infty}^{\infty} R_{xx}(\tau) e^{-i2\pi f\tau} d\tau & f = 0 \\ 0 & f < 0 \end{cases} \quad (2.14)$$

Finalement, dans le contexte des applications pour lesquelles l'on procède à une approche en variables aléatoires, il est important de pouvoir quantifier l'association existante entre une paire de signaux. La *fonction de cohérence* définit une relation de causalité

entre les variables aléatoires ; la cohérence  $\Gamma_{xy}(f)$  peut être interprétée comme la fraction du carré moyen du signal de sortie  $\{y(t)\}$  qui provient du signal d'entrée  $\{x(t)\}$  :

$$\Gamma_{xy}^2(f) = \frac{|G_{xy}(f)|^2}{G_{xx}(f)G_{yy}(f)} \quad (2.15)$$

avec  $0 \leq \Gamma_{xy}^2(f) \leq 1$ . Le lecteur est dirigé vers Preumont (31) pour plus de détails sur l'approche aléatoire appliquée à l'analyse en vibrations.

## 2.2.2 L'excitation turbulente

---

Les fluctuations de pression dans les couches limites turbulentes constituent la source primaire d'excitation des parois mouillées par un écoulement turbulent en régime permanent. L'étude du champ de pression induit par la couche limite concerne plusieurs domaines de la recherche théorique et appliquée en mécanique des fluides. Les chargements cycliques appliqués aux structures, telles que les systèmes de tuyauterie ou les surfaces des avions pendant la durée d'un vol, la génération de bruit par interaction de l'écoulement avec des structures souples et des vibrations induites par la radiation acoustique dans des systèmes confinés, tels que les cabines d'avion, sont des exemples d'applications d'ingénierie, pour en citer quelques-unes.

Ce sujet a ainsi été extensivement étudié et a atteint un développement important au cours des 60 dernières années. Willmarth (32) passe en revue les travaux analytiques et expérimentaux réalisés jusqu'à 1974 dans le but de caractériser des propriétés statistiques pertinentes pour la description du comportement du champ de pression résultant de l'interaction d'un écoulement turbulent avec une paroi solide. Dans un premier temps, les études sur ce sujet se sont principalement concentrées sur les mesures expérimentales de certaines propriétés telles que la valeur quadratique des fluctuations de pression, son spectre fréquentiel, des corrélations spatio-temporelles et des fonctions spectrales croisées.

En particulier, Hodgson (33), Skudrzyke et Haddlec (34) et Willmarth et Yang (35) se sont intéressés aux fluctuations de pression provoquées par la couche limite turbulente développée sur plaque plane, puisque cette géométrie simple peut rendre plus facile la modélisation du champ de pression turbulent. Considérons le champ des pressions fluctuantes associé à une couche limite développée sur une plaque plane rigide avec un écoulement à bas nombre de Mach ( $M = U_0/c_0$ , où  $c_0$  correspond à la vitesse du son dans le milieu fluide) et gradient moyen de pression nul. Pour cette configuration, l'on peut supposer que la couche limite s'épaissit lentement dans la direction de l'écoulement et que son champ turbulent peut être approximé comme étant homogène dans des plans parallèles à la surface de la plaque. C'est cette approximation qu'utilise Corcos (36,37) pour le développement d'un modèle pour le champ de pression associé à la couche limite turbulente sur plaque plane. Pour un écoulement dans la direction  $x_1$  dans le plan  $(x_1, x_3)$ , les corrélations spatio-temporelles du champ de pression deviennent fonction simplement d'un vecteur bidimensionnel de séparation spatiale  $\xi = (\xi_1, \xi_3)$  et d'un retard temporel  $\tau$  (Bull (38)) :

$$S_{pp}(\xi_1, \xi_3, \tau) = \langle p(x_1, x_3, t), p(x_1 + \xi_1, x_3 + \xi_3, t + \tau) \rangle \quad (2.16)$$

où  $p(x_1, x_3, t)$  est la pression fluctuante sur un point  $(x_1, x_3)$  de la surface de la paroi et  $t$  le temps ; l'opérateur  $\langle \blacksquare \rangle$  désigne l'espérance statistique. L'application de la transformée de Fourier à l'équation 2.16 permet de passer à l'analyse dans le domaine fréquentiel et de représenter la fonction de corrélation croisée du champ de pression turbulent comme le produit de l'autospectre de pression sur un point de référence et sa cohérence avec tous les autres points du domaine (Finnveden *et al.* (39)) :

$$S_{pp}(\xi_1, \xi_3, \omega) = \Phi_{pp}(\omega) \Gamma(\xi_1, \xi_3, \omega) \quad (2.17)$$

A partir de l'hypothèse que la perte de cohérence entre de deux points équivaut à la perte de cohérence dans la direction de l'écoulement multipliée par celle dans la direction transverse, Corcos évalue un ensemble de mesures de corrélation spatiales sur des points de mesure de pression fluctuante sur la paroi et obtient, pour la plaque plane :

$$\Gamma(\xi_1, \xi_3, \omega) = e^{-\alpha_1 \frac{\omega}{U_c} |\xi_1|} e^{-\alpha_3 \frac{\omega}{U_c} |\xi_3|} e^{i \frac{\omega}{U_c} \xi_1} \quad (2.18)$$

avec  $U_c$  la vitesse de convection des structures turbulentes, calculée à partir de la phase du spectre croisé. Les coefficients  $\alpha_1$  et  $\alpha_2$  contiennent une information sur la perte de cohérence dans la direction longitudinale et transverse, respectivement ; ils sont associés aux longueurs de corrélation des structures turbulentes, soit les longueurs sur lesquelles les structures turbulentes, convectées à vitesse  $U_c$ , restent corrélées. Ces coefficients sont généralement obtenus expérimentalement à partir de mesures de corrélation spatiale du champ de pression (Efimtsov (40), Palumbo (41)).

Le modèle de Corcos pour le champ de pression en paroi a été repris par Chase (42,43), Ffowcs Williams (44) et d'autres auteurs dans le but de s'affranchir de certaines de ses limitations. Des modèles analogues ont été développés pour le champ de pression de l'écoulement turbulent en conduit rectiligne (Birgersson *et al.* (45)) ainsi que pour des tronçons de conduits situés en aval d'une courbe (Au-Yang et Jordan (46), Nakamura *et al.* (47)). Pour des géométries planes ou axisymétriques dans lesquelles le champ de pression de l'écoulement turbulent incompressible varie lentement et de manière homogène, ces modèles permettent de retrouver la distribution spatiale de la cohérence  $\Gamma(\xi_1, \xi_3, \omega)$  dans la configuration étudiée. Le calcul de l'excitation distribuée sur la paroi de la structure peut ainsi se réaliser à l'aide de l'équation 2.17, qui utilise également une densité spectrale de pression  $\Phi(\omega)$  sur un point de référence, à partir duquel la carte des cohérences a été calculée. Ce spectre peut être mesuré à partir de capteurs ou microphones installés dans la paroi mouillée par l'écoulement de manière à éviter de le perturber (Willmarth (32) et Bull (38) discutent en détails les techniques de mesure de spectre de pression fluctuant en écoulement de paroi).

L'équation 2.17 met en évidence l'importance du contenu fréquentiel des fluctuations de pression induites par l'écoulement turbulent sur un point de la paroi rigide ( $\Phi_{pp}(\omega)$ ). Malgré le caractère complexe et apparemment désorganisé des fluctuations de pression au sein des écoulements fortement turbulents, les travaux de Kolmogorov

(48,49,50) ont apporté une compréhension de leur organisation spectrale. Pour les écoulements à turbulence établie, Kolmogorov postule que les fluctuations de vitesse sont équivalentes à la superposition d'un ensemble de remous irréguliers de différentes tailles. Les remous sont donc caractérisés par leur taille  $\lambda$ , qui est la distance sur laquelle la vitesse du fluide subit une variation  $\Delta u$ . Ces remous sont entraînés par l'écoulement moyen à une vitesse caractéristique  $U_c$ , la vitesse de convection des structures turbulentes (inférieure mais proche de la vitesse moyenne  $U_0$ ). Une fréquence caractéristique peut donc être attribuée à ces structures :

$$f_\lambda = \frac{U_c}{\lambda} \quad (2.19)$$

Un nombre de Reynolds local peut également être attribué à un remous de vitesse caractéristique  $\Delta u_\lambda$  :

$$Re_\lambda = \frac{\lambda \Delta u_\lambda}{\nu} \quad (2.20)$$

Le nombre de Reynolds indique le taux entre le caractère convectif de l'écoulement par rapport au caractère visqueux (dissipatif), de manière à ce que les écoulements à haut Reynolds soient dominés par la convection, ceux à bas Reynolds étant les plus efficaces en termes de dissipation. Kolmogorov propose ainsi un modèle connu sous le nom de *Cascade de Kolmogorov*, par lequel les plus gros tourbillons (entraînés à la vitesse  $U_c$  et à haut  $Re_\lambda$ ) contiennent une part d'énergie cinétique non négligeable de l'écoulement moyen et puisqu'ils sont peu efficaces dans la dissipation de cette énergie, la transmettent à des fluctuations à échelle à chaque fois plus petite, sous forme d'une cascade. La cascade se termine par des remous de taille caractéristique  $\lambda_0$  tel que  $Re_{\lambda_0} \approx 1$ , qui dissipent, sous forme de chaleur, l'énergie cinétique extraite de l'écoulement moyen. La Cascade de Kolmogorov donne ainsi une information qualitative sur le caractère large bande des spectres de fluctuation de pression induits par l'écoulement turbulent.

Pour des conduits rectilignes, Durant (51) s'intéresse aux spectres d'excitation induits par l'écoulement turbulent d'air. Gibert (52,53) porte son attention aux spectres caractéristiques des écoulements en aval des singularités situées en conduits, telles que des courbes, des élargissements et des rétrécissements brusques. Yamano *et al.* (20) et Ebara *et al.* (54) étudient en détails les spectres des fluctuations mesurées sur grand nombre de points autour d'une courbe à  $90^\circ$  ; leurs mesures indiquent que les structures cohérentes typiques de l'écoulement dans un coude présentent un comportement oscillatoire et sont responsables des pics observés sur le spectre des fluctuations de pression, qui n'existent pas dans les mesures réalisées par Durant sur le tuyaux droit. Ainsi, ces pics permettent clairement de distinguer le spectre retrouvé sur le coude de celui typiquement décrit par la turbulence homogène. Peltier et Hambric (55) présentent une méthode intéressante pour l'estimation des spectres de pression de paroi induit par la couche limite turbulente à partir de simulations stationnaires (RANS, *Reynolds-Averaged Navier-Stokes*) de l'écoulement ; cette méthode sera abordée dans la Section 2.2.4, qui décrit les stratégies de modélisation des couplages en interaction fluide-structure.

### 2.2.3 Le caractère hybride de l'excitation fluide

---

Les fluctuations de pression issues de l'interaction entre l'écoulement et les parois solides au niveau de la couche limite constituent une source directe d'excitation de la structure. Dans les longs tronçons de conduit droits, où l'écoulement turbulent est complètement développé, ce champ de pression ne transmet généralement pas assez d'énergie cinétique à la structure de la tuyauterie pour provoquer des vibrations importantes. C'est au passage par des singularités de la tuyauterie, comme des courbes, des élargissements ou rétrécissement brusques, des obstacles comme des orifices et des vannes que le champ de pression turbulent acquiert un caractère perturbé et très dissipatif. Ainsi, autour des singularités, les fluctuations de pression d'un fluide lourd peuvent interagir fortement avec la structure généralement souple de la tuyauterie.

Ffowcs Williams (56) a remarqué que, même dans des couches limites formées à très basses vitesses, certains composants spectraux peuvent être associés à des vitesses de phase supersoniques. Ces composants seraient donc sensibles aux effets de compressibilité et se propageraient sous forme d'ondes acoustiques. Ainsi, même pour des écoulements de gaz à basse vitesse, qui peuvent être considérés incompressibles, la turbulence peut être associée à une source de discontinuité de pression qui se propagera à la vitesse du son. Les travaux de Lighthill (57,58) ont posé les bases théoriques du domaine de l'aéroacoustique, qui étudie le bruit d'origine aérodynamique. Lighthill associe les sources de bruit à des dérivées partielles d'un terme connu comme *Tenseur de Lighthill*, compris dans l'équation du champ de pression induit par la turbulence sur une paroi rigide (équation 2.4) et qui peut s'écrire, pour un écoulement à température homogène et faible nombre de Mach :

$$T_{ij} = \rho u_i u_j, \quad i, j = 1, 2, 3 \quad (2.21)$$

L'équation 2.21 met en évidence que l'origine du bruit aérodynamique peut être associée à des variations de la masse volumique du fluide (écoulements compressibles) ainsi qu'au tenseur des vitesses fluctuantes  $u_i u_j$ . De cette manière, les régions de l'écoulement présentant des fortes fluctuations de vitesse, telles que les couches limites et les sillages provoqués par des obstacles ou singularités en réseaux de tuyauterie, sont des sources de bruit même pour des écoulements à faible nombre de Mach, les écoulements de liquides inclus.

Les fluctuations de vitesse du Tenseur de Lighthill liées à un champ de pression fortement turbulent en écoulement confiné se caractérisent par une vaste gamme de fréquences  $f_\lambda$ , dont la taille des remous varie de  $\lambda_0$  à  $\Lambda$ , avec  $\Lambda$  égal ou même supérieur au diamètre du conduit. La source acoustique est généralement trop faible pour interagir directement avec les réseaux de tuyauterie pour la plupart des fréquences excitées, et l'excitation due au champ de pression turbulent local a tendance à être plus importante juste en aval des singularités du conduit.

Cependant, puisque le fluide est limité par les parois réfléchissantes du conduit, les ondes générées à plusieurs fréquences subissent un phénomène d'interférence qui résulte dans l'apparition d'ondes stationnaires et l'amplification de certaines fréquences au détriment d'autres. Les fréquences amplifiées sont les fréquences de résonance du système, ou,

autrement dit, les fréquences propres associées aux modes acoustiques du conduit. A ces fréquences propres, le contenu énergétique est amplifié et peut remonter à des niveaux importants. Si ces fréquences de résonance se retrouvent dans le voisinage des fréquences naturelles des modes mécaniques de la structure, la source acoustique peut être suffisamment énergétique pour provoquer une réponse vibratoire importante.

Le spectre de l'excitation acoustique issue du champ turbulent sera donc caractérisé par les fréquences des modes acoustiques du conduit. Si les longueurs d'onde associées à ces fréquences sont beaucoup plus grandes que le diamètre du conduit ( $\omega D/c_0 \ll 1$ ), les ondes stationnaires se développent dans le fluide sous la forme d'un système d'ondes planes, ce qui se traduit par un mouvement transversal différent du longitudinal :

- Transversalement, le mouvement du fluide est identique à celui de la structure. On considère une fluctuation de pression moyenne constante sur la section droite ;
- Longitudinalement, les ondes planes s'établissent et elles se couplent au tuyau au niveau des singularités (coudes, changement de section, etc).

Dans le contexte des vibrations induites par l'écoulement de fluides lourds dans des réseaux de tuyauterie industriels, les fréquences d'intérêt sont relativement basses et l'on peut donc considérer que les sources acoustiques se traduisent par des ondes planes stationnaires. Leur impact sur l'excitation des parois ne s'aperçoit pas de manière identique partout dans le système, puisque les ondes ne se couplent pas avec la structure dans des tronçons droits mais surtout dans les changements de direction et de section offerte du conduit. A ces niveaux, un couplage acoustomécanique a lieu et peut engendrer une modification de la base modale de la tuyauterie « sèche ». Les couplages en interaction fluide structure qui caractérisent les vibrations induites par l'écoulement sont l'objet de la section suivante.

## 2.2.4 Couplages dans le système fluide-structure

---

La turbulence établie dans les longs conduits droits ne transmet généralement pas assez d'énergie cinétique aux parois mouillées pour provoquer des vibrations importantes de la tuyauterie. Toutefois, au passage des coudes ou des changements de section, par exemple, la turbulence s'organise dans des structures cohérentes dont les longueurs de corrélation ont tendance à être supérieures aux longueurs associées à la turbulence développée de conduits droits. Ces structures se traduisent ainsi en une source non négligeable d'excitation des modes de vibration de la structure de la tuyauterie.

La turbulence organisée dans des structures cohérentes est capable d'exciter directement les parois fines de la tuyauterie avant de dissiper son énergie et disparaître à environ une dizaine de diamètres en aval de la singularité qui les a générées. Cette manifestation locale de l'excitation est souvent moins importante que la source acoustique associée à ces structures. Les ondes planes issues de la région située en aval des singularités (et amplifiées par les modes acoustiques du système) n'y sont pas limitées et impactent la structure même à des points situés à des distances importantes de leur source. L'excitation locale ainsi que l'excitation acoustique ont leurs origines dans les fluctuations du champ de

pression en aval des singularités et sont ainsi corrélées ; néanmoins, elles ne décrivent pas entièrement l'excitation fluide. Les vibrations de la structure remplie de fluide peuvent résulter en une nouvelle source acoustique, couplant la réponse vibratoire à l'excitation, phénomène qu'on appellera *Couplage Acoustomécanique*.

Hambric *et al.* (59) prennent en compte ce couplage pour le calcul des densités spectrales de puissance à utiliser comme terme source dans un modèle de calcul de la réponse vibratoire d'un coude dû à l'écoulement fluide turbulent. Les auteurs se servent des propriétés statistiques du calcul stationnaire (RANS) sur le coude pour estimer les densités spectrales de puissance des efforts appliqués par le fluide sur les parois du conduit autour de la courbe (Peltier et Hambric (55)). Leur méthode applique les spectres croisés de l'excitation turbulente sur les parois à la fois à un modèle éléments finis de la structure du conduit coudé et à un modèle d'éléments de contour discrétisant les limites du domaine fluide pour obtenir enfin le spectre de l'excitation couplée. Les auteurs font néanmoins l'hypothèse que les vibrations de la tuyauterie ont un effet négligeable sur le champ de pression induit directement par la couche limite turbulente, ce qui leur permet de calculer les densités spectrales croisées du champ de pression à partir d'un maillage structurel fixe.

L'hypothèse que les vibrations des parois ne modifient pas l'écoulement turbulent local peut se justifier par le fait que les déplacements de la paroi sont généralement très petits en comparaison avec l'épaisseur des couches limites retrouvées dans les conduits. Cette simplification permet ainsi de découpler le calcul du champ de pression dû directement au fluide du calcul de réponse vibratoire de la structure, même si les deux seront couplés ensuite de façon acoustomécanique.

Pour prendre en compte le couplage entre le champ turbulent de pression et les mouvements de la paroi, des méthodes couplées de calcul instationnaires existent et sont basées dans le transfert périodique d'information sur le champ de pression entre le domaine fluide et le domaine solide au niveau de l'interface (les parois mouillées). Dans ces cas, un maillage déformable peut être utilisé, permettant de résoudre, à chaque pas de temps ou chaque itération, les déplacements la structure dus au champ de pression issu du calcul fluide. L'information mise à jour sur les conditions aux limites solides est ensuite renvoyée au calculateur fluide, qui passera au pas de temps suivant. Melville *et al.* (60), Wong and Tsai (61) et Chen *et al.* (62) présentent des exemples de ces calculs couplés, surtout pour les vibrations de profils d'aile en écoulement.

Un autre couplage possiblement présent dans des écoulements à haut nombre de Reynolds se caractérise par une instabilité de la couche limite sous action du champ acoustique par elle générée, en présence de parois. Rossiter (63) a été le premier à observer un couplage aéroacoustique entre le sillage formé dans le bord amont d'une cavité soumise à un écoulement à haut nombre de Mach subsonique et à développer un modèle décrivant le mouvement des tourbillons dans la couche de mélange et leur impact sur le bord aval de la cavité. Les oscillations du champ de vitesse dans le bord de la cavité peuvent ainsi induire un champ acoustique qui sera amplifié, aux fréquences de résonance caractéristiques de la géométrie de la cavité, et impactera l'écoulement sur son bord, générant une instabilité auto-entretenu (Chatellier *et al.* (64)).



Axisa (65) considère que ce couplage peut être négligé pour les écoulements de fluides lourds dans des réseaux de tuyauteries, de manière à ce que le champ de vitesse turbulent ne soit pas affecté par les ondes planes établies dans le système. L'auteur propose que la prise en compte de la présence du fluide vis-à-vis du calcul de réponse vibratoire se traduise seulement par un *couplage inertiel* et par un *couplage acoustomécanique* au niveau des singularités. Tout d'abord on peut regarder le fluide comme une masse ajoutée qui vient modifier la base modale de la structure seule. En effet, même si le fluide à l'intérieur des tubes est considéré incompressible et en repos, les effets inertiels sont les premiers à traduire l'influence de la présence du fluide dans le système.

En addition aux effets inertiels, un couplage acoustomécanique a lieu au niveau des changements de direction et de section offerte au fluide dans la tuyauterie. Cela veut dire que les ondes planes établies dans la tuyauterie exercent un effort de pression sur les parois au passage de ces singularités ; les parois, à leur tour, se déplaceront de façon à introduire un débit supplémentaire dans le circuit, engendrant ainsi des nouvelles fluctuations de pression. Cet ajout de débit traduit le couplage acoustomécanique dans la tuyauterie. Ces couplages sont brièvement exposés dans les sections suivantes pour fournir des éléments utiles à la discussion qui clôtura le présent chapitre.

#### 2.2.4.1 Couplage inertiel : la matrice de masse ajoutée

La présence d'un fluide modifie le comportement vibratoire de la structure. D'un point de vue inertiel (on considère le fluide incompressible), les mouvements des parois entraînent une certaine masse du fluide, ce qui augmente l'énergie cinétique du système couplé et donne origine au concept de *masse ajoutée* ; elle peut être inférieure, égale ou même supérieure à la masse réelle du fluide présent dans le système.

Lorsque plusieurs structures vibrent au contact d'un même volume fluide (surtout les liquides), leurs vibrations sont *couplées* par l'inertie du fluide, la pression fluctuante devenant une combinaison linéaire des pressions qui seraient induites par le mouvement de chacune des structures prise isolément. La projection sur la base modale de la structure sans fluide permet de représenter le couplage inertiel par moyen d'une *matrice de masse ajoutée* symétrique et définie positive. Sur une paroi  $\mathcal{P}$  mouillée par un fluide, nous avons la condition aux limites :

$$\dot{\mathbf{X}} \cdot \mathbf{n}|_{\mathcal{P}} = \dot{\mathbf{Y}} \cdot \mathbf{n}|_{\mathcal{P}} \quad (2.22)$$

où  $\dot{\mathbf{X}}$  et  $\dot{\mathbf{Y}}$  désignent la vitesse du fluide et de la structure, respectivement, et  $\mathbf{n}$  est le vecteur normal à un point courant de la paroi  $\mathcal{P}$ . Les opérateurs  $\dot{\bullet}$  et  $\ddot{\bullet}$  indiquent les dérivées temporelles de premier et deuxième ordre, respectivement. L'équation de quantité de mouvement pour un fluide peut s'écrire :

$$\rho_0 \ddot{\mathbf{X}} + \nabla p = 0 \quad (2.23)$$

Les deux équations ci-dessous combinées donnent la condition de paroi vibrante, qui exprime le couplage inertiel du fluide avec la structure :

$$\nabla p \cdot \mathbf{n}|_{\mathcal{P}} = -\rho_0 \dot{\mathbf{Y}} \mathbf{n}|_{\mathcal{P}} \quad (2.24)$$

Le couplage est inertiel puisque les fluctuations sont fonction d'une accélération ; il exprime que les petits mouvements de la paroi mouillée par un fluide induisent un gradient de pression dans le volume fluide. Les efforts qui excitent la structure se traduisent sous forme de pression du fluide. L'équation de l'oscillateur généralisée est :

$$K(\mathbf{r})\mathbf{Y}(\mathbf{r}, t) + M(\mathbf{r})\ddot{\mathbf{Y}}(\mathbf{r}, t) - p(\mathbf{r}, t)\mathbf{n}(\mathbf{r})\delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_0) = 0 \quad (2.25)$$

où  $\mathbf{r}_0$  est un point courant de la paroi baignée et  $K$  et  $M$  sont les opérateurs linéaires de raideur et de masse de la structure, respectivement. Le Delta de Dirac  $\delta$  indique que la source de la force du fluide se situe à l'interface entre le domaine fluide et la paroi. Cet effort exercé par le fluide sur la paroi est fonction de la variation de débit imposée par la paroi sur le fluide lors de ses petits mouvements vibratoires :

$$\Delta p(\mathbf{r}, t) + \rho_0 \ddot{\mathbf{Y}}(\mathbf{r}, t)\mathbf{n}(\mathbf{r})\delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_0) = 0 \quad (2.26)$$

On récrit ce système en considérant que les solutions de l'équation de l'équilibre sont développées en série modale :

$$\mathbf{Y}(\mathbf{r}, t) = \sum_{i=1}^{\infty} q_i(t) \boldsymbol{\Phi}_i(\mathbf{r}) \quad (2.27)$$

Les déformées modales de la structure ( $\boldsymbol{\Phi}_i(\mathbf{r})$ ) correspondent aux vecteurs propres issus de la solution du problème aux valeurs propres posé par l'équation de l'oscillateur (équation 2.25). En projetant cette équation et l'équation du fluide (2.26) sur la  $i^{\text{ème}}$  forme modale ( $\boldsymbol{\Phi}_i$ ) de la structure, nous obtenons le système :

$$\begin{cases} K_i q_i + M_i \ddot{q}_i = \int_{\mathcal{P}} p(\mathbf{r}_0, t) (\boldsymbol{\Phi}_i(\mathbf{r}_0) \cdot \mathbf{n}) d\mathcal{P} \\ \Delta p + \rho_0 \sum_{j=1}^{\infty} \ddot{q}_j \boldsymbol{\Phi}_j(\mathbf{r}) \cdot \mathbf{n}(\mathbf{r}) \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_0) = 0 \end{cases} \quad (2.28)$$

On peut remplacer le terme source dans l'équation d'équilibre par la pression décrite comme dans l'équation du fluide. L'utilisation, ensuite, de la condition de paroi vibrante permet d'écrire l'équation qui décrit le calcul de la masse ajoutée, comme suit :

$$\begin{aligned} K_i q_i + M_i \ddot{q}_i &= -\rho_0 \sum_{j=1}^{\infty} \ddot{q}_j \int_{\mathcal{P}} p_j(\mathbf{r}_0) (\boldsymbol{\Phi}_i(\mathbf{r}_0) \cdot \mathbf{n}) d\mathcal{P} \\ M_{a,i,j} &= \int_{\mathcal{P}} \rho_0 p_j(\mathbf{r}_0) (\nabla p_i(\mathbf{r}_0) \cdot \mathbf{n}) d\mathcal{P} \end{aligned} \quad (2.29)$$

Les modes propres de la structure couplée  $\{\boldsymbol{\Phi}_n\}$  sont ainsi solution de l'équation modale :

$$\left[ [K_{ii}] - \omega^2 \left[ [M_{ii}] + [M_{a_{ij}}] \right] \right] [q] = [0] \quad (2.30)$$

La matrice de masse ajoutée est généralement pleine, ce qui indique que les modes vibratoires en présence d'eau seront différents de ceux de la structure seule.

#### 2.2.4.2 Couplage acoustomécanique

Jusqu'à ce moment, nous avons limité l'influence du fluide aux aspects inertiels, le fluide étant considéré incompressible. De cette façon, la matrice de masse ajoutée vient modifier les modes vibratoires de la structure sèche puisqu'on a projeté la masse d'eau sur la base modale de la structure seule. On a intérêt à prendre en considération le terme de compressibilité dans l'équation qui décrit le terme de source apparu dans l'équation de l'équilibre de la structure. La compressibilité induit un nouveau type d'excitation qui se propage à la vitesse du son dans le système fluide-structure couplé. L'équation du fluide devient :

$$\Delta p - \frac{1}{c_0^2} \ddot{p} + \rho_0 \dot{\mathbf{Y}} \cdot \mathbf{n} \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_0) = 0 \quad (2.31)$$

La base modale sert ainsi à porter à la fois des modes vibratoires de la structure (modes mécaniques) et les modes du fluide (modes acoustiques). On a déjà vu que les sources acoustiques s'établissent sous forme d'ondes planes dans le système de tuyauterie. Ces ondes ne vont interagir avec la structure que lors d'un changement de la section offerte au fluide. En pratique, ce couplage se manifestera principalement en deux types de singularités, les changements de section transversale et les changements de direction.

L'équation du fluide met en évidence que le mouvement de la structure peut induire une source de débit. Dans le cas d'un changement brusque de section transversale  $S(s)$ , où  $s$  est la variable curviligne qui suit la fibre neutre du conduit, le déplacement longitudinal de la structure  $\mathbf{D}(s, t)$  induit une source de débit  $Q(s, t)$  au niveau du fond de la structure, comme suit :

$$Q(s, t) = \rho_0 (S_2 - S_1) \dot{\mathbf{D}}(s, t) \cdot \mathbf{l} = \rho_0 (S_2 - S_1) \dot{\mathbf{X}}(s, t) \quad (2.32)$$

où  $\mathbf{l}$  est le vecteur unitaire longitudinal associé à la position  $s$ . La formulation différentielle est appropriée pour une tranche continument variable, et permet de récrire les termes de source de débit et d'effort comme suit :

$$\frac{dQ}{ds}(s, t) = \rho_0 \frac{dS}{ds} \dot{\mathbf{X}}(s, t) \cdot \mathbf{l}(s); \quad \frac{d\vec{F}}{ds}(s, t) = -p(s, t) \frac{dS}{ds} \cdot \mathbf{l}(s) \quad (2.33)$$

Dans le cas des coudes, une analyse semblable est effectuée. La source de débit induite localement par le coude dans le cas d'un changement de direction progressif à rayon de courbure  $R_c$  peut s'écrire :

$$\frac{dQ}{ds}(s, t) = \rho_0 S \frac{1}{R_c} \dot{\mathbf{D}} \cdot \mathbf{n}; \quad \frac{d\vec{F}}{ds}(s, t) = pS \frac{1}{R_c} \mathbf{n} \quad (2.34)$$

Ces sources induisent une discontinuité de pression qui se propagera dans le milieu fluide confiné sous forme d'ondes planes. Au niveau des coudes et changements de section, les ondes appliqueront une force sur la section transversale du tuyau ; il est clair que débit et force couplent le système acoustique et mécaniquement. Les forces peuvent être ajoutées à l'équation de l'équilibre du système et les débits à l'équation du fluide, ce qui nous ramène au système acoustomécanique couplé :

$$\begin{cases} K_s \mathbf{Y} + M_s \ddot{\mathbf{Y}} + \rho_0 S (\ddot{\mathbf{Y}} \cdot \mathbf{t}) \mathbf{t} - \frac{pS}{R_c} \cdot \mathbf{n} + p \frac{dS}{ds} \mathbf{l} = \mathbf{F}_e(s, t) \\ \frac{\partial}{\partial s} \left( S \frac{dp}{ds} \right) - \frac{S}{c_0^2} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} - \rho_0 S \frac{\ddot{\mathbf{Y}} \cdot \mathbf{n}}{R_c} + \rho_0 \frac{dS}{ds} \ddot{\mathbf{Y}} \mathbf{l} = \mathbf{S}_a(s, t) \end{cases} \quad (2.35)$$

où  $\mathbf{t}$  est le vecteur unitaire transversal associé à la position  $s$ . Les termes à droite de chaque équation représentent des forces ou des sources externes au couplage fluide-structure. La démarche proposée par Axisa et représentée par le système d'équations 2.35 permet ainsi de découpler la source du calcul de la réponse vibratoire.

## 2.2.5 Calcul de la réponse dynamique par projection modale

Nous avons présenté jusqu'ici les éléments principaux qui constituent l'équation d'équilibre dynamique des structures tubulaires soumises à un écoulement de fluide lourd. D'une part, la structure avec sa raideur et masse se caractérise par sa base modale, qui sera modifiée par la présence du fluide. Les singularités de l'écoulement, d'autre part, perturbent l'écoulement immédiatement en leur aval en induisant un champ de pression instationnaire caractérisé par des intenses fluctuations de pression. Ces fluctuations excitent directement la paroi au voisinage de la singularité et constituent, en outre, des sources acoustiques qui s'établissent dans le système sous forme d'ondes planes. De cette manière, la base modale est modifiée par la présence du fluide par moyen d'un couplage acoustomécanique.

L'origine des sources d'excitation liées à l'écoulement turbulent peut être considérée comme limitée à la région immédiatement en aval des singularités. L'impact de ces sources sur la réponse vibratoire de la structure peut donc être représenté au moyen d'une fonction de transfert. En outre, pour des systèmes d'oscillateurs harmoniques excités par des efforts aléatoires stationnaires et ergodiques, la réponse dynamique  $\mathcal{S}$  du système en un point  $\mathbf{r}$  à une excitation située à  $\mathbf{r}_0$  peut être obtenue à l'aide d'une fonction de transfert acoustomécanique  $G(\mathbf{r}, \mathbf{r}_0, \omega)$  :

$$\mathcal{S}(\mathbf{r}, \mathbf{r}_0, \omega) = \omega^2 \int_{\infty} |G(\mathbf{r}, \mathbf{r}_0, \omega)|^2 \mathcal{S}_{pp}(\mathbf{r}, \mathbf{r}_0, \omega) d\mathbf{r} \quad (2.36)$$

Il est intéressant de pouvoir exprimer la fonction de transfert à partir d'une projection sur les caractéristiques modales du système. On considère qu'un système linéaire

faiblement amorti peut être représenté sur la base  $\{\Phi_n\}$  des modes propres du système non amorti associé :

$$G(\mathbf{r}, \mathbf{r}_0, f) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\Phi_n(\mathbf{r}_0)\Phi_n(\mathbf{r})}{m_n(\omega_n^2 - \omega^2 + 2i\varepsilon_n\omega\omega_n)} ; \quad \omega = 2\pi f \quad (2.37)$$

où  $\varepsilon_n$  est l'amortissement modal,  $m_n$  est la masse embarquée dans le mode considéré et  $\omega_n$  sa fréquence propre (consulter Gibert (52) pour plus de détails sur le formalisme qui justifie les résultats exprimés par les équations 2.36 et 2.37). L'amortissement modal peut être difficile à estimer, et des méthodes expérimentales pourraient être les plus appropriées. Les déformées modales  $\{\Phi_n\}$  peuvent être calculées à partir de la solution du problème aux valeurs propres posé par le système acoustomécanique couplé (2.35). Dans ce cas on a affaire à une *fonction de transfert acoustomécanique* qui prend en compte la présence du fluide (point de vue inertiel) et l'effet de couplage acoustomécanique, manifesté surtout au niveau des singularités. Les modes ainsi obtenus sont différentes des modes obtenus à partir de l'équation de l'oscillateur sec.

Si la fonction de transfert acoustomécanique de l'équation 2.36 peut être estimée à partir des propriétés de la structure (raideurs, masses et présence d'eau en repos), l'estimation du spectre d'excitation requiert une connaissance approfondie de l'écoulement instationnaire autour de la singularité. Le calcul instationnaire du champ de pression sur la paroi peut être réalisé à l'aide de simulations numériques ; une fois obtenu le champ des fluctuations de pression, en fonction du temps, sur tout le domaine fluide, la pression de paroi peut être calculée par l'intégration de l'équation de Poisson (équation 2.4). Toutefois, la résolution correcte du champ des vitesses en tous ses degrés de liberté et sur une durée suffisamment longue pour l'obtention de réalisations ergodiques du champ de pression représente un coût de calcul très élevé.

L'utilisation de modèles instationnaires de turbulence tels que l'U-RANS, la LES (*Large-Eddy Simulation*) et la DES (*Detached-Eddy Simulation*) réduit le coût de calcul par rapport à la solution numérique de toutes les échelles turbulentes par calcul direct (DNS, *Direct Numerical Simulation*). Cependant, le calcul reste surdimensionné, puisque ce sont les grandes structures cohérentes, formées sur les singularités, qui excitent le plus efficacement les modes vibratoires de la tuyauterie, de manière directe ainsi qu'indirecte au moyen de la source acoustique. La modélisation d'ordre réduit de l'écoulement sur les singularités et de son interaction avec la structure représente ainsi une option intéressante, qui peut même prendre en compte le rôle joué par les structures cohérentes dans le but d'optimiser le calcul pour estimation des vibrations induites par l'écoulement.

---

## 2.3 Modélisation d'ordre réduit

Le couplage entre les différents phénomènes physiques qui jouent un rôle dans les Vibrations Induites par l'Écoulement (FIV) rend difficile le développement d'une méthode robuste de modélisation des niveaux vibratoires. Dans le cas d'un écoulement confiné, l'infinité de degrés de liberté du domaine fluide, les modes de vibration de la tuyauterie et les modes acoustiques devraient être pris en compte pour une modélisation complète du problème. Cela rend très fastidieux la modélisation des FIV et implique un coût trop élevé de simulation qui empêcherait l'application d'une telle méthode dans la réalité industrielle. C'est pourquoi des modèles d'ordre réduit sont très intéressants et seront pris en compte dans le cadre de la présente étude.

Un modèle d'ordre réduit est une représentation mathématique simplifiée d'un phénomène physique. La réduction de l'ordre ne doit pas empêcher que le modèle reproduise fidèlement l'évolution spatio-temporelle du phénomène. En dynamique des structures, l'analyse modale pour le calcul de la réponse vibratoire est un exemple de modèle réduit, dans lequel les vecteurs propres de déplacement constituent une base orthonormée. Les oscillations de la structure sont donc représentées par une combinaison linéaire des  $N^{VIB}$  principaux modes, qui sont hiérarchisés selon un facteur de masse modale. On réalise ainsi une troncature de la base modale, qui a priori possède autant de modes qu'il y a de degrés de liberté dans la discrétisation spatiale de la structure.

En mécanique des fluides, la Décomposition Orthogonale aux Valeurs Propres (POD) est une technique similaire qui permet de représenter un champ de vitesse comme une combinaison linéaire des modes principaux d'écoulement. Ces modes sont les vecteurs propres d'un opérateur de corrélation spatiale du champ de vitesse. Un classement des valeurs propres les plus dominantes permet de choisir les  $N^{POD}$  plus énergétiques, au sens de l'énergie cinétique fluctuante, pour constituer une base réduite. Cette hiérarchisation de la base résultante en termes de leur contenu en énergie rend la POD très efficace dans la réduction de modèle en mécanique des fluides.

Des mesures de corrélation entre les fluctuations de pression et de vitesse dans une couche limite turbulente développée sur paroi rigide ont été utilisées dans un premier effort d'étudier la relation entre les propriétés entre la pression de paroi et les structures cohérentes de l'écoulement turbulent (Bull (66), Serafini (67) et Willmarth et Wooldridge (68)). Depuis, les techniques de mesure couplées de pression et des composantes de vitesse ont connu une importante avancée ; le développement de nouvelles techniques d'application de la POD à des écoulements numériques et expérimentaux ont également permis des études portant sur la corrélation entre les structures cohérentes de l'écoulement et l'excitation qu'elles induisent sur les parois qui les confinent.

La POD des champs de vitesse à structures cohérentes peut aussi être utilisée directement dans la modélisation de la dynamique du système fluide, à bas coût. Il est possible de réaliser une projection des équations de Navier Stokes sur la base POD de façon à construire un modèle d'ordre réduit de l'écoulement. Aubry *et al.* (69) ont étudié une couche limite en proche paroi dans un des premiers travaux dans lesquels une stratégie de ce type a été employée ; la projection des équations décrivant le mouvement fluide sur la base des

modes POD est connue sous le nom de POD-Galerkin. Par la suite, Ukeiley *et al.* (70) appliquent ce type de projection pour modélisation d'ordre réduit d'une couche de mélange et Noack et Eckelmann (71) l'appliquent pour l'étude du sillage turbulent formé à l'arrière d'un cylindre en écoulement. Leroux (72) reconstruit l'écoulement 2D d'air autour d'un profil NACA0012 à partir d'un modèle obtenu à l'aide de la projection de POD-Galerkin. La base POD a été obtenue expérimentalement à partir de mesures du champ de vitesse réalisées par Vélocimétrie par Imagerie de Particules (PIV). Pour permettre une analyse en FIV, d'autres informations physiques doivent être ajoutées aux champs des vitesses, telles que la pression induite sur les parois ou directement le signal de vibration en résultant.

Liberge (73) propose la génération d'une base POD à la fois fluide et solide, permettant ainsi l'application de cette technique à des problèmes de vibrations en interaction fluide-structure. Pour permettre d'utiliser la POD dans un domaine qui oscille autour d'une position moyenne (en contraste avec les applications fluides, où le domaine est censé être fixe) l'auteur propose l'introduction d'un domaine de référence où les modes orthogonaux couplés fluide et structure sont obtenus (Liberge *et al.* (74)). Un modèle d'ordre réduit du mouvement oscillatoire d'un corps simple en présence d'un fluide en repos ou en écoulement peut donc être élaboré à partir des modes POD et des équations caractéristiques du mouvement du corps, de l'écoulement et de la déformation du maillage.

Le présent sous-chapitre a pour but d'exposer l'intérêt de la modélisation d'ordre réduit pour des problèmes de vibrations induites par des écoulement turbulents présentant des structures cohérentes. La Décomposition Orthogonale aux Valeurs Propres est présentée en détails, compte tenu de son ample utilisation pour la modélisation en mécanique des fluides et son rapport avec l'analyse modale vibratoire pour des problèmes en dynamique des solides.

### 2.3.1 Modélisation d'ordre réduit en mécanique des fluides

---

L'étude des écoulements turbulents est au cœur d'enjeux industriels et scientifiques importants depuis le début du siècle dernier. Néanmoins, les phénomènes turbulents restent encore peu compris, malgré un excellent modèle mathématique, les Equations de Navier-Stokes, et des dizaines d'années d'expérience en mécanique des fluides. Les difficultés proviennent du fait que les équations sont non-linéaires et les solutions sont mal connues quand les nombres de Reynolds augmentent, même pour des géométries simples. La modélisation est d'autant plus complexe dû au fait que les écoulements présentent un nombre infini de degrés de liberté manifestés par leur interaction sur un large intervalle d'échelles spatiales et temporelles.

Historiquement, les écoulements turbulents ont tout d'abord été traités avec une description statistique, où le champ de vitesse et pression sont considérés comme des variables aléatoires permettant l'analyse des certains écoulements surtout à partir d'une approche expérimentale. Le problème de ce type de méthode statistique réside dans le besoin de proposer des équations de fermeture qui sont souvent délicates à trouver et se limitent à des cas d'étude spécifiques. L'évolution de la puissance de calcul des ordinateurs a permis

L'introduction de la simulation numérique en mécanique des fluides, dans le cadre scientifique et même pour des applications industrielles. Des schémas numériques de plus en plus sophistiqués basés sur la discrétisation spatio-temporelle du domaine fluide permettent la solution pratiquement exacte des équations en dérivées partielles de Navier-Stokes, mais demandent des tailles de maille de calcul trop petites pour la représentation de toutes les échelles turbulentes, problème qui s'accroît exponentiellement avec le nombre de Reynolds.

Si la simulation directe est limitée à des faibles nombres de Reynolds, des modèles de turbulence ont permis à la simulation numérique d'écoulement turbulent d'atteindre les applications quotidiennes retrouvées dans l'industrie. Notamment, l'approche RANS basée sur le moyennage des équations de Navier-Stokes est amplement utilisée dans le cadre industriel pour des applications où des quantités globales doivent être estimées, comme le taux d'échange thermique entre des différentes surfaces ou la portance et la traînée d'un profil d'aile en condition de croisière. Toutefois, l'approche moyennée ne permet pas le calcul des propriétés fluctuantes d'un écoulement instationnaire. Pour permettre la modélisation des phénomènes instationnaires en écoulement turbulent, des méthodes comme la méthode U-RANS et la Simulation aux Grandes Echelles (LES) sont nécessaires. Cette dernière ne calcule directement que les grandes échelles de turbulence, modélisant les petites à l'aide des modèles nommés de Modèle de Sous-Echelles (SGS). La LES a trouvé une grande applicabilité en calcul instationnaire, mais demande encore un maillage très raffiné en proche paroi pour une modélisation adéquate de la sous-couche visqueuse, ce qui implique un coût assez important de calcul pour des applications d'écoulement confiné et instationnaire, par exemple.

Une autre approche consiste à tenter de réduire l'ordre du système à modéliser, l'idée étant de représenter un problème de dimension vraisemblablement infinie et présentant des solutions apparemment aléatoires par un modèle déterministe de faible dimension (Cordier (75)). On cherche donc à relier l'approche statistique de la turbulence à l'approche déterministe de la dynamique, de façon à pouvoir décrire un écoulement turbulent par un système d'équations d'ordre faible et sensible aux conditions initiales, et non plus comme un système aléatoire de haut niveau de complexité.

### 2.3.2 Le rôle des structures cohérentes dans la modélisation d'ordre réduit

---

Les écoulements turbulents semblent présenter un comportement complètement aléatoire. Néanmoins, depuis les premières expériences en visualisation d'écoulements (comme celles d'Osborne Reynolds (76) en 1883) les chercheurs en turbulence semblent tous avoir exprimé le désir de retrouver un peu d'ordre dans le chaos au travers de la définition de certaines structures cohérentes dans l'écoulement. Dans les années 1920 et 1930, la turbulence était traitée comme un phénomène essentiellement stochastique qui possède une moyenne bien définie et répétitive superposée dans un champ de vitesse fluctuant de comportement aléatoire (Cantwell (77)). A partir de cette approche, les théories semi-empiriques de Prandtl et Taylor sur les longueurs de mélange commencent à indiquer une recherche d'organisation à grande échelle de la turbulence. Un peu plus tard, l'analyse



spectrale de la turbulence attribuée à Kolmogorov (48,49), selon laquelle l'énergie turbulente est transmise des grandes échelles aux plus petites selon une cascade bien définie constitue une autre des premières observations des structures cohérentes.

En 1986, Hussain (78) oriente son regard au rôle que les structures cohérentes peuvent jouer dans la compréhension des écoulements turbulents et conséquemment dans leur modélisation. Il définit les structures cohérentes comme *une masse connexe et turbulente de fluide présentant une vorticité instantanément corrélée en phase sur toute son extension*. Cette définition permet une décomposition de l'écoulement en deux parties : les structures cohérentes et la turbulence incohérente. La modélisation de la turbulence est donc affectée par le concept de structures cohérentes dans la mesure où, *même si les écoulements turbulents possèdent un nombre infini de degrés de liberté, il est vraisemblable que le mouvement des structures cohérentes, organisées et à grande échelle, soit décrit par un système d'ordre faible*.

### 2.3.3 Obtention des structures cohérentes de l'écoulement

---

Etant donné l'importance des structures cohérentes pour la modélisation des écoulements fortement turbulents, des études pionnières ont été réalisées dans les années 1960 dans le but de trouver la méthode pour obtention de ces structures cohérentes de l'écoulement turbulent. Lumley (79) propose dès 1967 une méthode linéaire basée sur la décomposition orthogonale de façon à définir les structures en fonction de la représentativité optimale de l'énergie cinétique. Des modes d'écoulement sont obtenus à partir des vecteurs propres d'un opérateur de corrélation spatiale du champ de vitesse. L'utilisation de cette technique a été retardée principalement dû à la difficulté d'obtention de connaissance sur le tenseur des corrélations spatiales pour les trois composantes de vitesse sur l'extension du domaine fluide. Le récent progrès en modélisation de l'écoulement turbulent et en techniques de mesure ont permis de s'affranchir de ce problème.

Les simulations numériques permettent actuellement d'obtenir des informations sur le champ de vitesse turbulent instationnaire sur le domaine de calcul avec des fréquences d'échantillonnage assez importantes. La LES est un exemple de modèle de plus en plus utilisé. Néanmoins, le besoin de garder une maille de calcul fine en région de proche-paroi limite les possibilités d'extension des données en temps physique en raison du temps de calcul qui ne doit pas devenir prohibitif. Dans ce cas, le nombre de réalisations pour l'obtention du champ de vitesse est petit par rapport à la quantité de données contenues dans chaque réalisation (résolution spatiale). Pour ce genre d'applications, Sirovich (80) a proposé en 1987 ce qu'on appellera la méthode *Snapshot-POD* pour obtention des structures cohérentes. Alternativement à la méthode *POD Classique*, un tenseur de corrélations temporelles entre les réalisations de l'écoulement (clichés ou *snapshots*) est utilisé pour remonter aux structures cohérentes qui composent la base POD de l'écoulement. Chacune de ces méthodes sera mieux décrite dans les sections qui suivent.

Du côté des approches expérimentales, l'évaluation de l'information de vitesse sur des différents points de l'écoulement (avec deux ou plusieurs anémomètres à fil chaud, par exemple) permet de remonter au tenseur des corrélations spatiales sur deux points avec une

très bonne représentation temporelle (en détriment de la résolution spatiale). Pour cette raison, les applications expérimentales ont historiquement préféré la méthode classique de la POD. Plus récemment, par contre, le développement des techniques de vélocimétrie laser ont permis une approche élégante combinant la méthode *Snapshot-POD* aux données expérimentales pour obtention des modes propres d'écoulement. Notamment, la Vélocimétrie par Imagerie de Particules (PIV) permet actuellement d'obtenir les trois composantes de vitesse sur une tranche d'écoulement éclairée par une nappe laser avec des fréquences qui vont de 10 Hz à 10 kHz, avec l'utilisation de caméras rapides. Une bonne adéquation entre ensemencement, illumination et imagerie permet d'obtenir une bonne résolution spatiale du champ des vitesses.

Contrairement aux simulations numériques, la PIV est peu limitée vis-à-vis du nombre de réalisations et du temps de calcul associé, restant contrainte par l'espace disponible pour le stockage des données. Par ailleurs, cette technique permet l'obtention d'un grand nombre de champs séparés temporellement les uns des autres, de façon à assurer que les réalisations prises en compte pour la POD soient décorréélées les unes des autres. L'importance de l'indépendance des clichés sera commentée dans la section 2.3.5, qui décrit la méthode *Snapshot-POD*.

### 2.3.4 La Décomposition Orthogonale aux Valeurs Propres (POD)

---

La POD est une méthode linéaire qui consiste à déterminer une base orthogonale et ordonnée qui va servir à approximer de manière optimale des données connues sur un ensemble discret ou continu de grande dimension. Le principe de la POD appliquée à la mécanique des fluides revient à identifier les structures d'écoulement qui ont la plus grande projection en moindres carrés sur le champ de vitesse. Considérons un écoulement instationnaire présentant un ensemble de réalisations  $\mathbf{u}(\mathbf{x}, t)$  défini dans l'espace physique  $\mathbf{x} = (x, y, z)$ . Le signal est de nature spatio-temporelle et s'exprime sur ses trois composantes  $u_i(\mathbf{x}, t)$  ( $i = 1, 2, 3$ ).

La détermination des modes POD pour le champ de vitesse revient à rechercher, sur l'ensemble des réalisations de  $u_i(\mathbf{x}, t)$  la réalisation  $\Phi(\mathbf{x}, t)$  qui ressemble le plus, en moyenne, aux réalisations  $u_i(\mathbf{x}, t)$ . Mathématiquement, cela signifie que l'on cherche à maximiser l'expression :

$$\frac{\langle (\mathbf{u}, \Phi)^2 \rangle}{(\Phi, \Phi)} \quad (2.38)$$

avec  $\langle \blacksquare \rangle$  la moyenne d'ensemble et  $(\mathbf{u}, \Phi)$  le produit scalaire de  $\mathbf{u}$  par  $\Phi$ . Ce problème de maximisation mène à la solution du problème intégral aux valeurs propres :

$$\int_{\mathcal{D}} \mathcal{R}_{ij}(\mathbf{x}, \mathbf{x}') \phi_j^{(n)}(\mathbf{x}') d\mathbf{x}' = \lambda_n \phi_i^{(n)}(\mathbf{x}) \quad (2.39)$$

où  $\lambda_n$  est la  $n^{\text{ème}}$  valeur propre et représente la quantité d'énergie contenue dans le mode  $\phi_i^{(n)}(\mathbf{x})$ .  $\mathcal{R}_{ij}$  est le tenseur de corrélation spatiale (aussi appelé fonction de corrélation sur deux points -  $\mathbf{x}$  et  $\mathbf{x}'$ ) sur le domaine physique  $\mathcal{D}$  :

$$\mathcal{R}_{ij} = \langle \mathbf{u}(\mathbf{x}, t) \mathbf{u}(\mathbf{x}', t) \rangle \quad (2.40)$$

Les coefficients POD sont calculés par projection du champ de vitesse sur la base des vecteurs propres :

$$a_n(t) = \int_{\mathcal{D}} \mathbf{u}_i(\mathbf{x}, t) \phi_i^{(n)}(\mathbf{x}) dx \quad (2.41)$$

Le résultat de la décomposition du type POD s'exprime par la représentation de la dynamique de l'écoulement comme une combinaison linéaire d'une famille de modes spatiaux  $\{\phi^{(n)}(\mathbf{x})\}$  composant une base orthonormée. Il est pertinent de considérer que seuls les modes les plus significatifs doivent être pris en compte ; ainsi, l'on considère ici qu'une troncature est réalisée et que l'on ne retient que les  $N^{POD}$  premiers modes. On peut décrire l'évolution du champ des vitesses avec la base tronquée :

$$\mathbf{u}_i(\mathbf{x}, t) = \sum_{n=1}^{\infty} a_n(t) \phi_i^{(n)}(\mathbf{x}) \approx \sum_{n=1}^{N^{POD}} a_n(t) \phi_i^{(n)}(\mathbf{x}) \quad (2.42)$$

Il faut observer qu'un des intérêts de la POD consiste dans le fait que la combinaison linéaire résultante sépare l'évolution temporelle du modèle (représentée par les coefficients  $a_n$ ) de son organisation spatiale (représentée par  $\phi^n$ ). Cela résulte en une grande simplification lors de la réalisation des dérivées partielles dans le temps qui constituent les équations de Navier-Stokes. Néanmoins, cette séparation entre l'évolution temporelle et le champ spatial est aussi une supposition très forte, et peut impliquer une limitation des modèles dynamiques basés sur la POD pour des configurations d'écoulement complexes.

Finalement, on peut interpréter la POD comme la recherche, dans le plan des réalisations, d'une direction privilégiée, traductrice de l'organisation principale de l'écoulement dans un sens énergétique (Cordier (75)). Cette projection subira le même processus de décomposition et cette démarche récursive est employée jusqu'au dernier mode composant la base POD. Ainsi, une famille de sous-espaces linéaires est obtenue, chacun de ces sous-espaces maximisant la représentation énergétique du système à l'ordre considérée. C'est pourquoi la POD est appropriée pour la construction de systèmes dynamiques d'ordre faible.

### 2.3.5 La *Snapshot*-POD

---

En pratique, le champ de vitesse issu des simulations numériques ou de la technique PIV, par exemple, est discret et de dimension finie, avec un échantillonnage limité dans le temps. L'on possède l'information de vitesse sur  $N$  points d'espace et  $M$  réalisations sont disponibles tel que  $M \ll N$ . Pour ces cas, une approche nommée *Snapshot POD* a été

introduite par Sirovich (80) où le tenseur des corrélations spatiales est remplacé par un tenseur de corrélations temporelles d'ordre plus faible. Ce tenseur est évalué sur des instantanés du champ de vitesse séparés dans le temps d'un écart  $\tau$  tel que les snapshots soient décorrélés. La description de cette méthode telle que Cordier (75) l'a faite est illustrée ici. Soient  $\mathbf{u}(\mathbf{x}, t_i)$  les  $M$  réalisations de l'écoulement qui constituent la base des snapshots ( $i = 1, \dots, M$ ) et  $\boldsymbol{\phi}$  une fonction propre issue de la POD. On a donc :

$$\boldsymbol{\phi}(\mathbf{x}) = \sum_{k=1}^M A_k \mathbf{u}(\mathbf{x}, t_k) \quad (2.43)$$

Afin d'évaluer les  $M$  coefficients  $A_k$ , nous récrivons la formulation intégrale du problème aux valeurs propres qui caractérise la POD :

$$\int_{\mathcal{D}} \mathcal{R}(\mathbf{x}, \mathbf{x}') \boldsymbol{\phi}(\mathbf{x}') d\mathbf{x}' = \lambda \boldsymbol{\phi}(\mathbf{x}), \quad \mathcal{R}(\mathbf{x}, \mathbf{x}') = \langle \mathbf{u}(\mathbf{x}, t) \mathbf{u}^*(\mathbf{x}', t) \rangle \quad (2.44)$$

où  $\langle \blacksquare \rangle$  indique une moyenne temporelle et l'étoile indique la transposition du vecteur. L'hypothèse d'ergodicité, appliquée à ces échantillons, consiste à dire que le nombre de réalisations  $M$  est suffisamment grand pour que la dynamique de l'écoulement soit correctement représentée par l'ensemble en moyenne. Cela implique que la moyenne temporelle pourra être évaluée comme une moyenne d'ensemble sur les réalisations  $\mathbf{u}(\mathbf{x}, t_i), i = 1, \dots, M$ , tel que :

$$\mathcal{R}(\mathbf{x}, \mathbf{x}') \simeq \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M \mathbf{u}(\mathbf{x}, t_i) \mathbf{u}^*(\mathbf{x}', t_i) \quad (2.45)$$

En remplaçant cette fonction de corrélation et aussi la définition des fonctions propres  $\boldsymbol{\phi}(\mathbf{x})$  dans la formulation intégrale du problème aux valeurs propres, nous aurons :

$$\frac{1}{M} \int_{\mathcal{D}} \sum_{i=1}^M \mathbf{u}(\mathbf{x}, t_i) \mathbf{u}^*(\mathbf{x}', t_i) \left( \sum_{k=1}^M A_k \mathbf{u}(\mathbf{x}', t_k) \right) d\mathbf{x}' = \lambda \sum_{k=1}^M A_k \mathbf{u}(\mathbf{x}, t_k) \quad (2.46)$$

Le terme de gauche peut être réarrangé comme suit :

$$\sum_{i=1}^M \left( \sum_{k=1}^M \frac{1}{M} \left( \int_{\mathcal{D}} \mathbf{u}(\mathbf{x}', t_k) \mathbf{u}^*(\mathbf{x}', t_i) d\mathbf{x}' \right) A_k \right) \mathbf{u}(\mathbf{x}, t_i) = \lambda \sum_{k=1}^M A_k \mathbf{u}(\mathbf{x}, t_k) \quad (2.47)$$

Nous pouvons définir la relation  $\int_{\mathcal{D}} \mathbf{u}(\mathbf{x}', t_k) \mathbf{u}^*(\mathbf{x}', t_i) d\mathbf{x}' = (\mathbf{u}(\mathbf{x}', t_k), \mathbf{u}(\mathbf{x}', t_i))$  comme le produit scalaire entre deux vecteurs contenus dans l'espace d'Hilbert. Cet espace est celui dont les fonctions sont à des carrés sommables (elles possèdent une énergie finie) et sont infiniment dérivables. Ainsi, nous pouvons écrire :

$$\sum_{i=1}^M \left( \sum_{k=1}^M \frac{1}{M} (\mathbf{u}(\mathbf{x}', t_k), \mathbf{u}(\mathbf{x}', t_i)) A_k \right) \mathbf{u}(\mathbf{x}, t_i) = \lambda \sum_{k=1}^M A_k \mathbf{u}(\mathbf{x}, t_k) \quad (2.48)$$

Pour que le vecteur  $A_k, k = 1, \dots, M$  soit solution du problème aux valeurs propres, il est donc suffisant que la relation suivante soit vérifiée :

$$\sum_{k=1}^M \frac{1}{M} (\mathbf{u}(\mathbf{x}', t_k), \mathbf{u}(\mathbf{x}', t_i)) A_k = \lambda A_i, \quad i = 1, \dots, M \quad (2.49)$$

On peut voir ainsi apparaître la matrice des corrélations temporelles  $\mathbf{C}$ , définie comme le produit scalaire des vecteurs vitesse sur le domaine  $\mathcal{D}$  à des moments  $k$  et  $i$  :

$$\sum_{k=1}^M C_{ki} A_k = \lambda A_i ; \quad \mathbf{C} = C_{ki} = \frac{1}{M} (\mathbf{u}(\mathbf{x}', t_k), \mathbf{u}(\mathbf{x}', t_i)), \quad (2.50)$$

$$i = 1, \dots, M$$

Le cœur de la méthode *Snapshot*-POD réside donc dans l'évaluation de la corrélation entre des clichés de vitesse capturés à des moments différents, ce qui fera ressortir les structures spatiales cohérentes de l'écoulement moyennées dans le temps, si le nombre de réalisations  $M$  est suffisamment grand. En effet, la matrice des corrélations  $\mathbf{C}$  contient donc l'information sur les fonctions propres  $\{\boldsymbol{\phi}^n(\mathbf{x})\}$ , que l'on appellera les structures cohérentes d'écoulement. Ces fonctions propres peuvent être directement extraites de cette matrice par une méthode de diagonalisation matricielle aux valeurs singulières, ce qui sera détaillée dans les paragraphes qui suivent. Suite au calcul des modes propres, les coefficients temporels de la POD sont obtenus comme une projection des réalisations du champ de vitesse sur cette base :

$$a_i^{(n)} = \sum_{j=1}^M \mathbf{u}(\mathbf{x}, t_j) \boldsymbol{\phi}^{(n)}(\mathbf{x}) \quad (2.51)$$

$\lambda_n$  est la valeur propre associée au mode POD  $\boldsymbol{\phi}^{(n)}$ . Sirovich (80) démontre que les modes associés aux valeurs propres les plus importantes représentent les modes les plus énergétiques. De cette façon, la troncature de la base POD est définie en choisissant un nombre de modes  $N^{POD}$  de façon à ce que le Contenu Informationnel Relatif (RIC), donné par l'expression suivante, soit plus grand qu'un certain critère :

$$RIC(N^{POD}) = \frac{\sum_{i=1}^{N^{POD}} \lambda_i}{\sum_{i=1}^{\infty} \lambda_i} \quad (2.52)$$

Le type de données dont l'utilisateur dispose décide donc du type de POD à réaliser : la POD « classique » est adaptée aux données obtenues à des fréquences d'échantillonnage importantes avec une faible résolution spatiale. Par exemple, des mesures de vitesse réalisées avec un anémomètre à fil chaud sur quelques points d'un canal permettent de suivre l'évolution de ces points de mesures à des fréquences de l'ordre du kHz mais la grille de points de mesure limitée à une résolution spatiale de l'ordre du centimètre. De cette façon, le tenseur de corrélations spatiales à deux points  $\mathcal{R}(\mathbf{x}, \mathbf{x}')$  peut être calculé à l'aide d'une intégrale temporelle définissant le produit scalaire :

$$\mathcal{R}_{ij}(\mathbf{x}, \mathbf{x}') = \int_T \mathbf{u}(\mathbf{x}_i, t) \mathbf{u}^*(\mathbf{x}_j, t) dt \quad (2.53)$$

où  $T$  est le temps d'acquisition des données. D'un autre côté, pour des simulations numériques instationnaires et pour des mesures du type PIV, le maillage spatial est généralement bien résolu alors qu'il existe des limitations dans l'échantillonnage des données. L'approche *Snapshot*-POD est donc appropriée à ce genre de données, puisqu'il suffit de construire une matrice de corrélations temporelles basée sur l'analyse de différents clichés de vitesse qui ne nécessitent pas une fréquence d'acquisition très élevée. En effet, George et al. (81) montrent que les réalisations prises en compte pour constituer une moyenne d'ensemble doivent être décorrélatées entre elles afin de maximiser la convergence de cette moyenne vers la moyenne réelle. Il existe, selon les auteurs, une grandeur appelée *échelle intégrale*  $T_u$  qui mesure la mémoire du processus aléatoire. Il s'agit du temps nécessaire pour que les variables perdent leur corrélation, soit :

$$T_u = \int_0^\infty Y_u(\tau) d\tau, \quad Y_u = \frac{\text{cov}(\mathbf{u}(t), \mathbf{u}(t + \tau))}{\sigma_u^2} \quad (2.54)$$

où  $Y_u$  est le coefficient de corrélation en fonction de l'écart temporel  $\tau$ . Si la variable  $\mathbf{u}(t)$  est mesurée à une fréquence d'échantillonnage  $f_s = 1/\Delta t$ , on peut écrire  $\mathbf{u}_0(t) = g(t)\mathbf{u}(t)$  ;  $g(t)$  est une fonction d'échantillonnage qui détermine que l'écart temporel entre deux données mesurées consécutives correspond à  $\Delta t$ . L'on peut montrer que l'écart qui maximise la convergence de la moyenne  $\langle \mathbf{u}_0 \rangle$  vers la moyenne réelle  $\langle \mathbf{u} \rangle$  est :

$$\Delta t = 2T_u \quad (2.55)$$

Pour une utilisation optimale de la technique *Snapshot*-POD, les clichés de vitesse doivent donc être séparés d'au moins deux fois l'échelle intégrale la plus grande parmi celles présentes dans système fluide en question. Cela permet aussi de réduire le montant de données à traiter pour la réalisation de la POD.

### 2.3.6 La Décomposition aux valeurs singulières (SVD)

Soit  $A$  une matrice réel  $N \times M$  avec  $N \geq M$ . L'on sait qu'il existe :

$$A = U \Sigma V^T = \sum_{j=1}^r \sigma_j \varphi_j \psi_j^* \quad (2.56)$$

avec

$$U^T U = V^T V = V V^T = I_n, \quad \Sigma = \text{diag}(\sigma_1, \dots, \sigma_n), \quad r = \text{rang}(A)$$

où la matrice  $U$  est constituée des  $n$  vecteurs propres orthonormés associés aux  $n$  plus grandes valeurs propres de  $AA^T$  et la matrice  $V$  est constituée des vecteurs propres orthonormés de  $AA^T$ . Les éléments de la diagonale de  $\Sigma$  sont les racines non-négatives des valeurs propres de  $AA^T$  et l'on les appelle les valeurs singulières, une fois les coefficients

arrangés en ordre décroissant  $\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \dots \geq \sigma_n \geq 0$  ; la décomposition de la matrice  $A$  telle que décrite ci-dessus est connue comme Décomposition aux Valeurs Singulières (SVD).

La SVD peut donc être directement appliquée à la matrice des corrélations spatio-temporelles du champ de vitesse pour obtention des modes propres orthogonaux de l'écoulement. En effet, si  $A$  est la matrice des corrélations spatiales obtenue par la méthode Snapshot POD, les modes POD sont les colonnes de  $U$  et les valeurs propres sont  $\lambda_i = \sigma_i^2/M$ . De l'autre côté, les vecteurs singuliers  $v_j$  sont reliés aux coefficients temporels de la POD  $a_i$  et l'orthogonalité de la matrice  $V$  reflète le fait que ces coefficients sont linéairement indépendants.

Divers algorithmes ont été proposés pour l'obtention de la décomposition aux valeurs singulières, dont les méthodes du type QR et des méthodes basées sur la rotation de plans. Les codes commerciaux de simulation numériques actuels utilisent des méthodes basées sur Golub et Reinsch (82), où des transformations successives réduisent d'abord la matrice  $A$  à la forme bi-diagonale. Ensuite, un algorithme de type QR est employé pour retrouver les valeurs singulières de la matrice bi-diagonale.

---

## 2.4 Modélisation des transferts en interaction fluide structure

Les fluctuations de pression induites par l'écoulement turbulent sur les parois internes de la tuyauterie sont considérées comme le mécanisme de transfert d'énergie à partir de l'écoulement vers la structure, qui résulte en une réponse vibratoire de la tuyauterie. Une modélisation fine de l'écoulement turbulent interne, au moyen d'une simulation type LES, par exemple, peut fournir des informations pertinentes sur les signaux de pression fluctuante en paroi. Néanmoins, les spectres de pression calculés seront très sensibles au modèle de turbulence, au choix de fonction de proche-paroi, conditions de maille et aussi aux conditions de turbulence imposées en entrée du domaine de calcul. Par ailleurs, les fluctuations de pression ne sont pas uniquement issues directement du champ de pression turbulent local, mais il existe aussi une composante acoustique d'excitation, induite par la turbulence locale sur tout l'ensemble du circuit. Il s'avère que cette composante de l'excitation peut arriver plus efficacement à exciter les modes de la structure, comparée à la composante locale.

Les fluctuations acoustiques ont leur origine dans le champ de pression turbulent, surtout autour des singularités du réseau comme des changements de direction ou de section. Ensuite, ces fluctuations interagissent avec le volume des circuits de conduite de façon à établir un système d'ondes planes dont les formes et fréquences correspondent aux modes acoustiques du réseau. L'interaction entre le champ local de vitesse de l'écoulement, les fluctuations acoustiques et le mouvement des parois de la tuyauterie devient difficile à modéliser, demandant une simulation compressible de l'écoulement couplée avec une simulation en dynamique de structures, tenant compte d'un maillage déformable aux interfaces (un exemple de ces modélisations est présenté par Hambric *et al.* (59)). C'est pourquoi l'étude des vibrations de tuyauterie a historiquement privilégié l'utilisation d'une approche

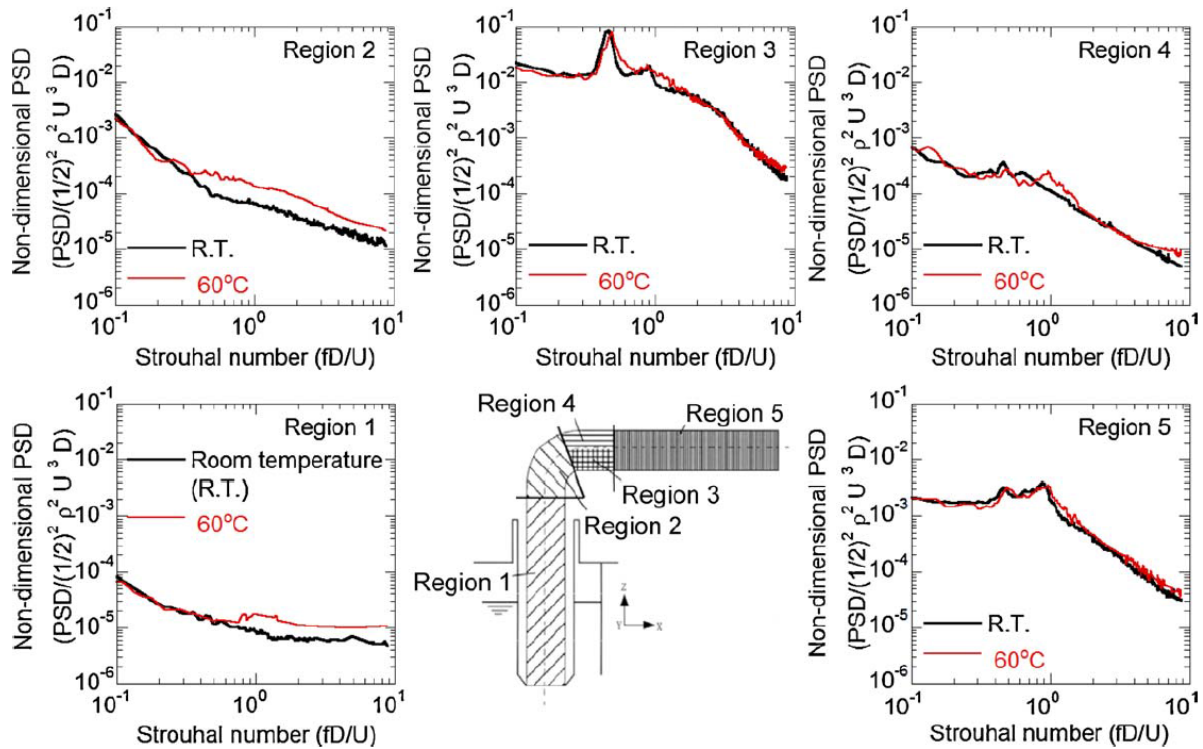


Figure 2.6 - Spectres de pression adimensionnés et enveloppés sur des régions représentatives du coude. Retiré de Yamano *et al.* (20).

expérimentale où des mesures de pression de paroi et de vibration sont utilisées pour caractériser l'excitation fluide et la réponse dynamique (le lecteur est amené à consulter la thèse de Durant (51) ainsi que les ouvrages de Gibert (52) et Axisa (65)).

Dans ce type d'approches, les fluctuations de pression et les vibrations sont traitées comme des variables aléatoires et les fonctions aléatoires qui les caractérisent peuvent être modélisées comme des processus centrés, gaussiens et ergodiques. Ainsi, ces quantités sont suffisamment décrites par leurs propriétés spectrales en vue d'études vibratoires. Typiquement, la recherche en vibration de tuyauteries s'est concentrée dans l'obtention d'information sur les spectres de pression de paroi induits par l'écoulement en fonction de la singularité analysée (courbe, changement de section diaphragme entre autres). Gibert (52), par exemple, propose de projeter les spectres typiques d'excitation sur une fonction de transferts issue de la base acoustomécanique du conduit pour calculer sa réponse dynamique de la structure. Cependant, le spectre de pression fluctuante ne se distribue pas de façon homogène sur les parois du conduit et présentent des relations de phase importantes.

Les applications du secteur nucléaire ont inspiré d'autres chercheurs à vouloir établir une méthode d'estimation des niveaux vibratoires induits par l'écoulement interne dans des tuyauteries transportant des fluides lourds. Yamano *et al.* (20) (voir Figure 2.6) proposent une évaluation des spectres de pression soit par voie de mesure de plusieurs signaux autour d'une singularité soit par la simulation numérique de l'écoulement. Ces travaux ont permis une caractérisation approfondie du contenu spectral des fluctuations de pression induites par le fluide sur les parois. Il est donc question de pouvoir modéliser cette signature du champ de pression induit sur les parois autour des singularités en fonction des conditions d'écoulement. Une approche possible consiste à relier une représentation simplifiée de la



dynamique de l'écoulement local à la pression de paroi résultante. Ce type d'approche utilise souvent des outils statistiques qui se concentrent sur la corrélation existante entre le champ des vitesses et le champ de pression.

Des études récentes combinent la décomposition orthogonale du champ de vitesses à l'analyse de cohérence de mesures ponctuelles de vitesse ou pression collectées dans le domaine fluide, afin de reconstruire le champ de vitesses local, par exemple. Bonnet *et al.* (83) utilisent l'Estimation Stochastique Linéaire (LSE) comme technique complémentaire à la POD pour identifier des structures cohérentes dans des écoulements turbulents du type jet libre et couche de mélange. La LSE est dans ce cas employée dans le but de réduire la quantité de données nécessaires à la reconstruction du champ des vitesses turbulentes à partir d'une base POD. Tinney *et al.* (84) se servent de la LSE pour modéliser le champ des vitesses d'un jet libre et ensuite appliquent la POD sur le modèle résultant pour y identifier les principaux modes d'écoulement. Hudy *et al.* (85) mettent en place une approche similaire qui fait appel à la *Multipoints*-LSE, où plusieurs signaux de pression simultanés sont pris en compte pour l'estimation du champ des vitesses.

La réponse vibratoire d'une tuyauterie soumise à un écoulement turbulent en régime permanent et l'excitation fluide elle-même peuvent être considérées comme des processus aléatoires stationnaires et ergodiques. La source étant localisée dans une région limitée à l'aval immédiat des singularités, on peut relier l'excitation à la réponse vibratoire par une fonction de transfert acoustomécanique (voir section 2.2.5). De même, l'on peut considérer que le lien entre l'écoulement turbulent et l'excitation instationnaire qu'il induit sur les parois de la structure suit un chemin de transfert qui peut être évalué en se servant des outils et des fonctions typiquement appliquées à des phénomènes aléatoires, dans la mesure où écoulement et excitation sont corrélés. Cela permettrait de se passer de la modélisation complète de la source locale turbulente et acoustique, ainsi que des plusieurs couplages qui ont lieu dans le problème considéré (voir section 2.2.4), simplifiant ainsi le calcul de l'excitation fluide. L'estimation stochastique et les régressions linéaires sont présentées par la suite comme outils applicables dans l'étude de la fonction de transfert reliant le l'écoulement fluide à son excitation instationnaire sur les parois.

### 2.4.1 L'Estimation Stochastique Linéaire (LSE)

---

L'estimation stochastique a représenté une avance majeure dans le domaine des techniques expérimentales pour caractérisation des écoulements turbulents. A partir de l'étude des écoulements turbulents isotropes, Adrian (86,87) a pu montrer que la meilleure estimation d'une variable aléatoire  $\mathbf{u}'$  à partir d'une série de réalisations  $\mathbf{E}$  est atteinte par une moyenne conditionnelle de  $\mathbf{u}'$  donnée  $\mathbf{E}$ , ce qu'on notera  $\langle \mathbf{u}' | \mathbf{E} \rangle$ . Cela signifie qu'il est possible de déterminer des moyennes conditionnelles des propriétés instationnaires de l'écoulement turbulent ( $\mathbf{u}'$  dans le point  $\mathbf{x}'$ ) à partir de données inconditionnées, comme par exemple la réalisation  $\mathbf{E}$  mesurée au point  $\mathbf{x}$ , au moyen de l'Estimation Stochastique.

Puisque  $\mathbf{E}$  est aléatoire, on peut penser à réaliser une expansion de Taylor autour de la valeur  $\mathbf{E} = 0$  et tronquer à un moment donné. Quand la troncature de la série de Taylor

se limite aux termes de premier ordre, on a affaire à une *Estimation Stochastique Linéaire*. L'estimation de l' $i^{\text{ème}}$  composante de  $\mathbf{u}'$ , tel que défini par Adrian (88) s'écrit :

$$\hat{u}'_i = \text{estimation linéaire de } \langle \mathbf{u}' | \mathbf{E} \rangle = \sum_{j=1}^M L_{ij} E_j \quad (2.57)$$

où  $M$  est le nombre de signaux appartenant à l'ensemble de données  $\mathbf{E}$  et  $L_{ij} = L_{ij}(\mathbf{x}, \mathbf{x}')$  sont les coefficients d'estimation, choisis tels que :

$$\langle [\langle \mathbf{u}' | \mathbf{E} \rangle - \sum_j L_{ij} E_j]^2 \rangle = \text{minimum}; \quad i = 1, 2, 3 \text{ et } j = 1, \dots, M \quad (2.58)$$

⟨■⟩ désigne une moyenne d'ensemble. Le principe de l'orthogonalité établit que les erreurs d'estimation doivent être orthogonales aux données et cela est une condition pour la minimisation. Cela implique que le produit scalaire entre l'estimation et les réalisations aléatoires doit être nul, tel que :

$$\langle [\langle \mathbf{u}' | \mathbf{E} \rangle - \sum_j L_{ij} E_j] E_k \rangle = 0, \quad i = 1, 2, 3 \text{ et } j, k = 1, \dots, M \quad (2.59)$$

Quelques manipulations de ces équations mènent au système de Yule-Walkers, constitué par  $M \times M$  équations linéaires dont les coefficients sont les corrélations entre chaque réalisation de l'événement avec lui-même et avec les données à estimer, soit :

$$\sum_{j=1}^M \langle E_j E_k \rangle L_{ij} = \langle E_j u'_i \rangle, \quad j, k = 1, \dots, M \quad (2.60)$$

Les coefficients de l'estimation stochastique  $L_{ij}$  sont donc calculés à partir des autocorrélations des réalisations de la variable indépendante  $\mathbf{E}$  et des corrélations croisées entre les données indépendantes et la variable à estimer. La LSE assume sa forme la plus basique quand  $M$  est égal à 1, c'est-à-dire, quand l'on se sert d'un seul signal indépendant, mesuré au point  $\mathbf{x}$ . Dans ce cas, pour l'estimation de chaque composante de vitesse  $\hat{u}_i$  dans chaque point du domaine  $\mathbf{x}'$ , un coefficient est nécessaire.

Dans le cas où les données sont formées par des ensembles de réalisations de vecteurs de vitesse situés à de différents points dans l'espace et dans le temps,  $\langle E_j E_k \rangle$  et  $\langle E_j u'_i \rangle$  deviennent simplement le tenseur des autocorrélations  $\mathcal{R}(\mathbf{x}, \mathbf{x})$  et de corrélations croisées  $\mathcal{R}(\mathbf{x}, \mathbf{x}')$ , respectivement. Sous forme matricielle, le calcul des coefficients  $L_{ij}$  pour estimation d'une composante de vitesse  $\hat{u}_i$  dans le point  $\mathbf{x}'$  connaissant la vitesse dans  $M$  points de mesure s'écrit :

$$\begin{bmatrix} \langle u_{i,1} u_{i,1}^* \rangle & \langle u_{i,1} u_{i,2}^* \rangle & \cdots & \langle u_{i,1} u_{i,M}^* \rangle \\ \langle u_{i,2} u_{i,1}^* \rangle & \langle u_{i,2} u_{i,2}^* \rangle & \cdots & \langle u_{i,2} u_{i,M}^* \rangle \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \langle u_{i,M} u_{i,1}^* \rangle & \langle u_{i,M} u_{i,2}^* \rangle & \cdots & \langle u_{i,M} u_{i,M}^* \rangle \end{bmatrix} \begin{bmatrix} L_{i,1} \\ L_{i,2} \\ \vdots \\ L_{i,M} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \langle \hat{u}_i u_{i,1}^* \rangle \\ \langle \hat{u}_i u_{i,2}^* \rangle \\ \vdots \\ \langle \hat{u}_i u_{i,M}^* \rangle \end{bmatrix} \quad (2.61)$$

où l'opérateur \* indique transposition du vecteur.

Depuis sa proposition pour la mécanique des fluides expérimentale, la LSE a été constamment améliorée et adaptée pour l'étude d'une grande variété d'écoulements turbulents. Cole *et al.* (89) utilisent plusieurs points de vitesse en tant que données indépendantes pour estimer la dynamique d'une couche de mélange en sortie de jet. Les auteurs obtiennent de résultats nettement meilleurs avec deux points (*Multi-Point LSE*) bien placés, vis-à-vis de la LSE avec un seul point de mesure. Néanmoins, peu de gain a été trouvé avec l'addition d'autres points, menant à la conclusion qu'un choix correcte des points de mesure est un facteur clé pour une estimation précise du champ des vitesses instationnaire avec la MP-LSE. D'autres auteurs se sont intéressés à l'étude de l'influence du nombre de points de mesure utilisé (Durgesh et Naughton (90), Lasagna *et al.* (91)), avec des résultats similaires.

Guezennec (92) réalise de la MP-LSE pour la reconstruction d'une couche limite turbulente à partir de mesures du champ de vitesse. Il compare la troncature linéaire avec celle de deuxième ordre, appelée QLSE, avec faible amélioration des résultats avec cette dernière, et conclut que la LSE est un outil suffisamment fiable pour l'étude des structures cohérentes d'écoulement en présence de parois. Tung et Adrian (93) étudient des ordres plus élevés de LSE appliquée à la reconstruction d'un champ turbulent isotrope et Murray et Ukeiley (94) évaluent l'influence de l'ordre de l'estimation pour la reconstruction du champ de vitesse au-dessus d'une cavité ouverte à l'aide de mesures de pression. Les études confirment que l'estimation de premier ordre constitue une solution fiable pour reconstruction de la dynamique des grandes structures d'écoulement ; les ordres plus élevés sont nécessaires pour estimer correctement l'énergie turbulente et la distribution en petites échelles de la vorticité. La pression comme variable indépendante pour la LSE a donc été largement utilisée pour l'étude d'écoulement de cavité (Lasagna *et al.* (91), Murray et Ukeiley (94), Ukeiley et al. (95)), l'écoulement de marche descendante (Hudy *et al.* (85)) et sillage de profils d'ailes (Taylor et Glauser (96), Durgesh et Naughton (90), Garcia-Sagrado et Hynes (97)).

#### 2.4.1.1 Le rapport entre la LSE et la POD

Quand la LSE est appliquée à l'estimation d'un champ de vitesses fluctuantes  $\mathbf{u}(\mathbf{x})$  à partir d'une série de données de vitesse capturées à d'autres endroits du domaine, l'ensemble de données utilisées pour l'estimation est constitué de vecteurs de réalisation de la vitesse fluctuante dans des moments discrétisés, et l'équation des coefficients d'estimation deviennent :

$$L = L(\mathbf{x}, \mathbf{x}') = \frac{\langle \mathbf{u}(\mathbf{x})\mathbf{u}^*(\mathbf{x}') \rangle}{\langle \mathbf{u}(\mathbf{x}')\mathbf{u}^*(\mathbf{x}') \rangle} \quad (2.62)$$

La relation 2.62 montre que, dans le cas où des données de vitesse discrètes sont utilisées, la meilleure estimation linéaire  $L(\mathbf{x}, \mathbf{x}')$  est précisément la fonction de corrélation à deux points  $\mathcal{R}(\mathbf{x}, \mathbf{x}')$  adéquatement normalisée.

Or, la POD par définition est la solution d'un problème de la maximisation de la projection du champ des réalisations  $\mathbf{u}_i(\mathbf{x})$  sur une base de fonctions  $\boldsymbol{\varphi}$  qui s'écrit :

$$\mathcal{R}\boldsymbol{\varphi}(\mathbf{x}) = \int \langle u(\mathbf{x})u^*(\mathbf{x}') \rangle \boldsymbol{\varphi}(\mathbf{x}') d\mathbf{x}' = \lambda \boldsymbol{\varphi}(\mathbf{x}) \quad (2.63)$$

et ainsi, pour des réalisations discrètes du vecteur vitesse, la fonction de corrélation peut être écrite en fonction des valeurs et fonctions propres de la POD :

$$\mathcal{R}(\mathbf{x}, \mathbf{x}') = \sum_{j=1}^{\infty} \lambda_j \boldsymbol{\varphi}_j(\mathbf{x}) \boldsymbol{\varphi}_j^*(\mathbf{x}') \quad (2.64)$$

Si l'on remplace cette formulation dans l'équation des estimateurs linéaires (2.62), le rapport entre la LSE et la POD devient clair :

$$L(\mathbf{x}, \mathbf{x}') = \frac{\sum_{i=1}^{\infty} \lambda_i \boldsymbol{\varphi}_i(\mathbf{x}) \boldsymbol{\varphi}_i^*(\mathbf{x}')}{\sum_{j=1}^{\infty} \lambda_j |\boldsymbol{\varphi}_j(\mathbf{x}')|^2} \stackrel{\text{def}}{=} \sum_{i=1}^{\infty} \boldsymbol{\varphi}_i(\mathbf{x}) f_i(\mathbf{x}') \quad (2.65)$$

avec

$$f_i(\mathbf{x}') = \frac{\lambda_i \boldsymbol{\varphi}_i^*(\mathbf{x}')}{\sum_{j=1}^{\infty} \lambda_j |\boldsymbol{\varphi}_j(\mathbf{x}')|^2} \quad (2.66)$$

On peut interpréter  $f_i(\mathbf{x}')$  comme la contribution relative du mode  $\boldsymbol{\varphi}_i$  à  $u(\mathbf{x}')$  en moyenne. Ainsi, la LSE équivaut à considérer que la valeur estimée du coefficient POD du  $i^{\text{ème}}$  mode, donnée la vitesse à  $\mathbf{x}'$ , est la contribution moyennée du  $i^{\text{ème}}$  mode à la vitesse  $u(\mathbf{x}')$  multipliée par la vitesse donnée (pour plus de détails, voir Holmes *et al.* (98)). On peut conclure que la LSE et la POD peuvent être intimement reliées puisque toutes les réalisations LSE sont des combinaisons linéaires des fonctions propres issues de la POD.

#### 2.4.1.2 La LSE-POD

Guezennec (92) a été le premier à faire un lien pratique entre l'Estimation Stochastique appliquée aux écoulements turbulents et la recherche de structures cohérentes. Pour son cas d'écoulement en présence de parois, il a pu observer que les structures cohérentes contiennent de l'information corrélée sur l'espace et sur le temps, fournissant ainsi de la matière pour l'estimation stochastique. Cole *et al.* (89) appliquent la LSE pour l'identification de structures cohérentes dans la couche de mélange en sortie d'un jet axisymétrique. Bonnet *et al.* (83) et Ukeiley *et al.* (99) combinent finalement la LSE et la POD la première fois dans le but de pouvoir décrire l'évolution temporelle en ordre réduit d'un écoulement turbulent.

La LSE-POD se sert de quelques données non-résolues dans l'espace mais résolues dans le temps pour estimer l'évolution, dans le temps, du champ des vitesses pour lequel les coefficients temporels de la POD ont pu être obtenus. La POD, à son tour, peut se réaliser à partir d'un ensemble d'échantillons du champ de vitesse résolus spatialement mais décorrélés et, par conséquent, non-résolus temporellement. C'est pourquoi cette technique complémentaire peut réduire grandement la quantité de données nécessaires à l'estimation

de la dynamique de l'écoulement. Pour mieux capturer la corrélation entre les données résolues dans le temps et le champs des vitesses, plusieurs signaux indépendants peuvent être utilisés (voir Hudy et Naguib (85), Tung and Adrian (93), Cole et Glauser (100) et Stokes et Glauser (101)).

Soient  $c_1(t), c_2(t), \dots, c_M(t)$  les signaux résolus, dans le temps, de  $M$  capteurs insérés dans l'écoulement étudié. Une série de coefficients  $L_1^{(n)}, L_2^{(n)}, \dots, L_M^{(n)}$  peut être calculée pour l'estimation du vecteur des coefficients temporels  $\hat{a}^{(n)}(t)$  de chaque mode POD  $n = 1, \dots, N^{POD}$ , où  $N^{POD} \leq N$  est le nombre de modes retenus suite à la troncature de la base POD. L'estimation de chaque  $\hat{a}^{(n)}(t)$ , en notation matricielle, s'écrit :

$$\begin{bmatrix} \langle c_1 c_1^* \rangle & \langle c_1 c_2^* \rangle & \dots & \langle c_1 c_M^* \rangle \\ \langle c_2 c_1^* \rangle & \langle c_2 c_2^* \rangle & \dots & \langle c_2 c_M^* \rangle \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \langle c_M c_1^* \rangle & \langle c_M c_2^* \rangle & \dots & \langle c_M c_M^* \rangle \end{bmatrix} \begin{bmatrix} L_1^{(n)} \\ L_2^{(n)} \\ \vdots \\ L_M^{(n)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \langle \hat{a}^{(n)} c_1^* \rangle \\ \langle \hat{a}^{(n)} c_2^* \rangle \\ \vdots \\ \langle \hat{a}^{(n)} c_M^* \rangle \end{bmatrix} \quad (2.67)$$

Ce calcul doit être répété pour chaque mode POD. La dynamique instationnaire de l'écoulement peut être finalement estimée à partir de la projection des vecteurs propres de la fonction POD calculés auparavant :

$$\hat{u}(\mathbf{x}, t) = \sum_{n=1}^{N^{POD}} \hat{a}^{(n)}(t) \phi^{(n)}(\mathbf{x}) \quad (2.68)$$

### 2.4.1.3 La LSE à de multiples temps de retard (MTD-LSE)

La précision des estimations réalisées à l'aide de la LSE classique est réduite en présence de phénomènes convectifs, qui peuvent introduire des fluctuations décorrélées entre la variable indépendante et celle à mesurer. Si la variable  $\mathbf{E}$  mesurée à la position  $\mathbf{x}$  est utilisée pour estimer  $\hat{u}_i$  dans le point  $\mathbf{x}' = \mathbf{x} + \mathbf{r}$ , en présence d'un écoulement à vitesse convective  $U_c$ , un temps de retard caractéristique  $\tau \cong |\mathbf{r}|/U_c$  existe et peut suffire pour dégrader la corrélation entre les variables si elles sont prises simultanément. Ce problème peut être traité par l'augmentation du nombre de points de mesure distribués dans le domaine ; cette solution s'avère limitée puisqu'un nombre limité de capteurs ne peut pas éliminer complètement les retards entre les mesures et tous les points du champ de vitesses.

Une première solution à ce problème a été proposée sous le nom d'Estimation Stochastique Dynamique par Ukeiley *et al.* (95) et consiste à considérer des différents moments passés de la variable indépendante pour une estimation de ces variables dans des moments futurs. En effet, il semble raisonnable que le point de mesure de la variable indépendante puisse contenir de l'information corrélée avec le point à estimer dans un autre moment de son passé ou futur. Si, à son origine, l'application prévue par la ES Dynamique était surtout le contrôle adaptatif dynamique, Durgesh et Naughton (90) ont ramené cette technique à l'estimation à ordre réduit de la dynamique des structures énergétiques dans les écoulements à haut nombre de Reynolds.

Les auteurs comparent la LSE classique à la MTD-LSE pour reconstruction des champs de vitesse du sillage formé derrière un obstacle en écoulement. Les champs de vitesse sont obtenus par PIV et la reconstruction est faite à partir de l'estimation des coefficients temporels  $a_i(t)$  de la POD appliquée à ces données instationnaires. Considérons d'abord la LSE classique avec un seul point de mesure, où le signal de pression est mesuré dans les mêmes instants  $t$  auxquels le champ des vitesses est mesuré. Par conséquent, les coefficients temporels sont estimés pour les instants exacts auxquels la pression est mesurée et donc  $\tau = 0$ . Dans ce cas, chaque coefficient peut être calculé à partir de l'autocorrélation du signal de pression et de la corrélation entre ce signal et le coefficient temporel du mode POD à estimer :

$$\langle p(t) p^*(t) \rangle \times L = \langle \hat{a}^{(n)}(t) p^*(t) \rangle \quad n = 1, \dots, N^{POD} \quad (2.69)$$

$N^{POD}$  est le nombre de modes retenus suite à la troncature de la POD, tel que  $N^{POD} \leq N$ . Il faut remarquer que  $t$  est en réalité une séquence d'instant, composée de  $N$  valeurs, correspondant au nombre d'échantillons de vitesse acquis :

$$t = t_l = t_0 + l/f_e, \quad l = 1, \dots, N \quad (2.70)$$

Ici,  $t_0$  est le moment de la première acquisition et  $f_e$  est la fréquence d'échantillonnage des champs des vitesses. Les vecteurs  $p(t)$  et  $\hat{a}(t)$  font donc eux aussi  $1 \times N$ . Si nous considérons plusieurs retards d'un unique capteur de pression  $p_1$ , les retards  $\tau(k) = k\Delta t$  s'imposent aux  $N$  valeurs du signal de pression également, de manière à ce que :

$$t_l^{(k)} = t_0 + l/f_e + \tau(k), \quad l = 1, \dots, N; k = -\beta, \dots, \beta \quad (2.71)$$

Supposons que  $\eta = 2\beta + 1$  retards sont imposés au signal de pression  $p_1$ , avec symétrie en termes de retards négatifs et positifs. De cette manière, nous disposons maintenant de  $\eta$  signaux de pression  $p_1(t_{\tau(k)})$  qui font chacun  $1 \times N$ . Les coefficients se calculent par l'expression suivante, en notation matricielle :

$$\mathcal{R}_{p_1 p_1} \times \theta_1 = f_1 \quad (2.72)$$

où :

$$\theta_1 = \begin{bmatrix} L_{1,1} \\ \vdots \\ L_{1,m} \\ \vdots \\ L_{1,\eta} \end{bmatrix}, \quad m = 1, \dots, \eta \quad (2.73)$$

$$f_1 = \begin{bmatrix} \langle \hat{a}^{(n)} p_1(t_{\tau(-\beta)}) \rangle \\ \vdots \\ \langle \hat{a}^{(n)} p_1(t_{\tau(k)}) \rangle \\ \vdots \\ \langle \hat{a}^{(n)} p_1(t_{\tau(\beta)}) \rangle \end{bmatrix}, \quad k = -\beta, \dots, \beta \quad (2.74)$$

L'estimation stochastique linéaire qui utilise plusieurs points de pression ( $M > 1$ ) à plusieurs temps de retards ( $\eta > 0$ ) sera appelée ici MP-MTD-LSE. Sa formulation est adaptée à partir de celle de la MTD-LSE comme suit :

$$\mathbf{R} \times \boldsymbol{\theta} = \mathbf{f} \quad (2.75)$$

avec :

$$\boldsymbol{\theta} = [\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_M]^* = [L_{1,1}, \dots, L_{1,\eta}, L_{2,1}, \dots, L_{2,\eta}, \dots, L_{M,1}, \dots, L_{M,\eta}]^*, \quad (2.76)$$

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} \mathcal{R}_{p_1 p_1} & \mathcal{R}_{p_1 p_2} & \cdots & \mathcal{R}_{p_1 p_M} \\ \mathcal{R}_{p_2 p_1} & \mathcal{R}_{p_2 p_2} & \cdots & \mathcal{R}_{p_2 p_M} \\ \vdots & \cdots & \ddots & \vdots \\ \mathcal{R}_{p_M p_1} & \mathcal{R}_{p_M p_2} & \cdots & \mathcal{R}_{p_M p_M} \end{bmatrix} \quad (2.77)$$

Sachant que :

$$\mathcal{R}_{p_i p_j} = \begin{bmatrix} \langle p_i(t_{\tau(-\beta)}) p_j^*(t_{\tau(-\beta)}) \rangle & \cdots & \langle p_i(t_{\tau(-\beta)}) p_j^*(t_{\tau(k)}) \rangle & \cdots & \langle p_i(t_{\tau(-\beta)}) p_j^*(t_{\tau(\beta)}) \rangle \\ \vdots & \ddots & \vdots & \cdots & \vdots \\ \langle p_i(t_{\tau(k)}) p_j^*(t_{\tau(-\beta)}) \rangle & \cdots & \langle p_i(t_{\tau(k)}) p_j^*(t_{\tau(k)}) \rangle & \cdots & \langle p_i(t_{\tau(k)}) p_j^*(t_{\tau(\beta)}) \rangle \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \langle p_i(t_{\tau(\beta)}) p_j^*(t_{\tau(-\beta)}) \rangle & \cdots & \langle p_i(t_{\tau(\beta)}) p_j^*(t_{\tau(k)}) \rangle & \cdots & \langle p_i(t_{\tau(\beta)}) p_j^*(t_{\tau(\beta)}) \rangle \end{bmatrix},$$

$$k = -\beta, \dots, \beta \quad (2.78)$$

Et, finalement :

$$\mathbf{f} = \begin{bmatrix} \mathcal{R}_{\hat{a}^{(n)} p_1} \\ \mathcal{R}_{\hat{a}^{(n)} p_2} \\ \vdots \\ \mathcal{R}_{\hat{a}^{(n)} p_M} \end{bmatrix} \quad (2.79)$$

La MP-MTD-LSE implique un coût de calcul sensiblement plus élevé que la méthode classique, mais capture de manière plus précise la dynamique des structures cohérentes de l'écoulement de sillage. La précision de l'estimation est augmentée quand les temps de retards sont optimisés à partir de la connaissance de l'écoulement étudié, notamment de la vitesse convective des tourbillons et, par conséquent, de l'échelle intégrale turbulente.

Lasagna *et al.* (91) étudient la MTD-LSE avec des multiples points de mesure de pression de surface pour reconstruction de l'écoulement autour d'une cavité circulaire. Les auteurs remarquent que l'utilisation de plusieurs retards peut être plus intéressante, du point de vue de la réduction de l'erreur d'estimation, que l'augmentation du nombre de signaux de pression de surface utilisés. C'est pourquoi Durgesh et Naughton (90) se concentrent sur l'évaluation de l'influence du nombre de retards imposés à un nombre fixe de signaux de pression sur le résultat d'estimation de la dynamique de l'écoulement de sillage derrière un obstacle. Les auteurs concluent qu'il y a un intervalle optimal de retards pour l'estimation

des coefficients temporels de la POD à partir des signaux de pression. Par ailleurs, le coût de calcul, qui est augmenté en fonction du nombre de retards imposés aux signaux de pression, peut être optimisé quand l'on se limite aux intervalles de temps où la corrélation est maximale.

Une autre manière d'explorer le caractère multi-temporel de la corrélation entre la pression mesurée à certains points de l'écoulement et son champ des vitesses comprend le passage dans le domaine fréquentiel : la LSE spectrale (SLSE), formulée par Ewing et Citriniti (102) et Tinney *et al.* (84), remplace la moyenne conditionnelle spatiale par un terme spectral qui garde l'information d'amplitude des structures cohérentes ainsi que le contenu fréquentiel associé entre les données indépendantes et celles à estimer. Les auto-spectres des variables indépendantes et les spectres croisés entre les variables indépendantes et les variables à estimer fournissent la corrélation dont se sert la SLSE. La cohérence entre les spectres des signaux de nature différente permettent de filtrer les fréquences pour lesquelles les signaux sont décorrélés, de façon à optimiser l'estimation. Ewing et Woodward (103) associent la SLSE aux coefficients de la POD et évaluent la précision atteinte par cette technique dans l'estimation des champs de vitesse à partir de plusieurs mesures de pression.

## 2.4.2 Les Régressions

---

L'analyse en régression a pour but d'estimer statistiquement la relation entre une variable dépendante et une ou plusieurs variables indépendantes, dites prédicteurs. Les régressions peuvent ainsi aider à modéliser l'évolution d'une grandeur physique en se servant d'un ensemble de données d'autre nature mais qui se corrélient avec la variable indépendante, sans qu'il soit nécessaire de modéliser les phénomènes contenus dans la fonction de transfert physique. Soient  $x_k$  ( $k = 1, \dots, M$ ) un ensemble de  $M$  prédicteurs et  $y$  une variable pour laquelle l'on souhaite établir une relation avec les prédicteurs. La relation linéaire entre ces variables s'écrit :

$$y = b_1x_1 + b_2x_2 + b_3x_3 + \dots + b_Mx_M + e = \mathbf{x}^*\mathbf{b} + e \quad (2.80)$$

où les  $b_k$ 's sont les sensibilités et  $e$  est l'erreur résiduelle. Si l'on souhaite identifier une relation pour  $N$  variables dépendantes, elles peuvent s'écrire comme un vecteur colonne  $\mathbf{y}$ , le vecteur de sensibilité  $\mathbf{b}$  reste inchangé et les vecteurs  $\mathbf{x}_k^*$  forment les colonnes de la matrice de prédicteurs  $\mathbf{X}$  :

$$\mathbf{y} = \mathbf{X}\mathbf{b} + \mathbf{e} \quad (2.81)$$

Dans la majorité des cas pratique, le nombre de échantillons est plus grand que le nombre de variables ( $N > M$ ) et, par conséquent, une solution exacte pour  $\mathbf{b}$  ne peut pas être directement calculée. Une approximation de la solution est souvent trouvée en minimisant l'erreur résiduelle ( $\mathbf{e} = \mathbf{y} - \mathbf{X}\mathbf{b}$ ) à partir de la Méthode des Moindres Carrés, qui s'écrit ici tel que définie par Geladi et Kowalski (104) :

$$\mathbf{b} = (\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1}\mathbf{X}'\mathbf{y} \quad (2.82)$$

Toutefois, quand les données qui constituent la matrice de prédicteurs  $\mathbf{X}$  sont colinéaires entre elles, l'inverse de  $\mathbf{X}'\mathbf{X}$  peut ne pas exister. Ceci représente la plus grande



limitation de la Régression Linéaire Multiple (MLR). En effet, il peut y avoir plusieurs sources de colinéarité parmi les prédicteurs (consulter Belsley *et al.* (105)). Pour éviter ce problème, de nouvelles techniques ont été développées et permettent d'extraire, parmi les variables indépendantes, un sous-ensemble de variables avec le plus grand pouvoir de prédiction. Les techniques de la Régression en Composantes Principales (PCR) et la Régression Partielle aux Moindres Carrées (PLSR) sont présentées par la suite.

### 2.4.2.1 La Régression en Composantes Principales (PCR)

Une matrice de données  $\mathbf{X}$  peut être approximée par le produit de deux petites matrices,  $\mathbf{T}$  et  $\mathbf{P}^*$ , de manière à ce que les propriétés intrinsèques aux données de la matrice originale soient conservées dans les nouvelles matrices. Cette décomposition matricielle peut être réalisée au moyen de l'Analyse aux Composantes Principales (PCA). Premièrement pensé par Pearson (106) et ensuite développé par Wold (107) et Hotelling (108), la PCA réalise itérativement la projection des colonnes de  $\mathbf{X}$  dans des vecteurs colonnes  $\mathbf{t}_h$  ainsi que la projection de ses lignes dans des vecteurs ligne  $\mathbf{p}_h^*$ ; ces vecteurs sont orthogonaux, soit  $\mathbf{p}_i^* \mathbf{p}_j = 0$  et  $\mathbf{t}_i^* \mathbf{t}_j = 0$  pour  $i \neq j$ . Pour plus de détails sur l'algorithme de décomposition matricielle, le lecteur pourrait consulter Wold *et al.* (109).

Le résultat de la PCA revient à représenter la matrice des données  $\mathbf{X}$  au moyen de la matrice  $\mathbf{T}$ , dont les dimensions présentant les plus petites valeurs propres ne sont pas prises en compte (les valeurs propres sont calculées lors du processus itératif de projection de la matrice  $\mathbf{X}$  qui donne origine aux vecteurs  $\mathbf{t}_h$  et  $\mathbf{p}_h^*$ , décrit par la référence (104)). La transformation s'écrit :

$$\mathbf{T} = \mathbf{XP} = (\mathbf{TP}^*)\mathbf{P} = \mathbf{TI} \quad (2.83)$$

où  $\mathbf{I}$  est la matrice Identité. De cette manière, l'équation 2.81 peut assumer la forme :

$$\mathbf{Y} = \mathbf{TB} + \mathbf{E} \quad (2.84)$$

dont la solution du problème aux moindres carrés serait  $\hat{\mathbf{B}} = (\mathbf{T}^* \mathbf{T})^{-1} \mathbf{T}^* \mathbf{Y}$ . L'inverse de la matrice  $\mathbf{T}^* \mathbf{T}$  ne pose pas un problème, puisque ses colonnes sont mutuellement orthogonales et la matrice est bien conditionnée. Ainsi, la PCR résout le problème de la colinéarité de la matrice des données et en plus permet d'éliminer partiellement le bruit dans les prédicteurs, au moyen de l'élimination des données à petit pouvoir prédictif. Pour plus de détails sur l'implémentation numérique de la PCR, consulter Dunn *et al.* (110).

La PCA peut être interprétée comme une méthode pour retrouver les axes principaux sur lesquels la projection du nuage de données (prédicteurs de la PCR) possède la plus petite variance. Les axes de la PCA sont connus comme *variables latentes*; les directions des variables latentes dans l'espace des données est défini par les vecteurs  $\mathbf{p}_h^*$ , dites *chargements*, tandis que la positions des données par rapport à ces axes est spécifiée par les vecteurs  $\mathbf{t}_h$ , les *scores* de la PCA. L'orthogonalité entre les axes permet d'éviter les problèmes de mauvais conditionnement de la matrice des données et le choix des axes aux plus petites variances permet d'optimiser les données utilisées pour la prédiction des coefficients issus de la PCR. Néanmoins, les variables latentes ne sont pas choisies en fonction de leur

corrélation avec les variables dépendantes. Ainsi, la PLS est une évolution de la PCR puisque cette méthode construit une relation intérieure reliant les prédicteurs aux variables à estimer.

#### 2.4.2.2 La Régression Partielle aux Moindres Carrés (PLSR)

Les régressions peuvent être utilisées pour modéliser une grandeur à partir d'un ensemble de données différentes en nature mais corrélées avec les variables à modéliser. Pour ces cas, la technique de régression doit d'abord être alimentée par la relation existante entre les prédicteurs et les variables dépendantes appartenant à un ensemble dit *ensemble d'apprentissage*. Les coefficients de régression ainsi obtenus doivent être capables de modéliser au mieux le comportement de la corrélation qui existe entre les prédicteurs et les variables dépendantes, de façon à pouvoir réaliser, dans un deuxième temps, des estimations fiables des données dépendantes non renseignées, appartenant à un *ensemble de test*.

Dans ce contexte, le concept de bruit ne se limite pas à la notion habituelle du bruit aléatoire de mesure ; tout aspect des prédicteurs qui n'est pas caractéristique d'un comportement global des données indépendantes est aperçu comme un bruit de modélisation. Les coefficients de régression obtenus avec du bruit peuvent estimer de façon satisfaisante les variables contenues dans l'ensemble d'apprentissage, mais la qualité de la modélisation sera nécessairement réduite sur l'ensemble de test.

La PLSR (Geladi et Kowalski (104), Höskuldsson (111), Wold (112)) maximise le pouvoir de prédiction tout en minimisant le nombre de variables indépendantes. Contrairement à la PCA, la PLS choisit les variables latentes de manière à ce qu'elles soient corrélées avec les variables à estimer. Ceci est atteint au moyen de la construction d'une relation entre le bloc des prédicteur et le bloc des variables à estimer. En principe, des relations dites *extérieures* à chaque bloc sont définies comme pour la PCA :

$$\mathbf{X} = \mathbf{TP}^* + \mathbf{E} ; \mathbf{Y} = \mathbf{UQ}^* + \mathbf{F} \quad (2.85)$$

Durant le processus itératif de calcul des matrices, les scores des blocs des prédicteurs et des variables à estimer sont échangés entre eux, criant ainsi une relation *intérieure* reliant les deux blocs. Plusieurs algorithmes PLS basés sur ce principe existent, parmi lesquels figurent le NIPALS (*Nonlinear Iterative Partial Least Squares*, Wold (113,114)), le SIMPLS (de Jong (115), de Jong et Ter Braak (116)), l'UNIPALS (*Universal Partial Least Squares*, Glen *et al.* (117)) et variantes de ces algorithmes.

---

## 2.5 Discussions

Des modèles pour la distribution spatiale de l'excitation instationnaire induite par un fluide en écoulement turbulent sur des parois rigides peuvent être conçus pour des géométries simples comme des plaques planes, où des hypothèses simplificatrices peuvent être faites sur les directions de l'évolution spatiale du champ de pression. Dans ces cas, l'excitation fluide peut être estimée à partir d'un autospectre de pression mesuré sur un point de

référence de la paroi ainsi que de la cartographie des cohérences spatiales reliant ce point de référence au reste du domaine. Pour parvenir à cette fin, on suppose que les corrélations spatiales du champ de pression constituent une fonction ergodique stationnaire si on en dispose d'un nombre suffisant de réalisations.

Les écoulements en tuyauterie deviennent fortement turbulents au passage des singularités telles que le coude. A ces endroits, l'écoulement s'organise en structures cohérentes d'écoulement qui sont tridimensionnelles, instationnaires et non-homogènes dans toutes les directions. Si d'une part les régions en aval des singularités constituent une source de vibration non-négligeable, d'autre part la complexité de l'écoulement local ainsi que les couplages existants entre la structure, le champ des vitesses et le champ acoustique ne permettent pas la création d'un modèle spatial des cohérences du champ de pression basé sur des longueurs de corrélation. D'autre part, la distribution spatiale des corrélations sur la géométrie complexe de la singularité peut être calculée à partir de la modélisation de l'écoulement, du mouvement conséquent de la structure et du champ acoustique résultant de l'interaction des deux premiers. Néanmoins, dans le contexte industriel, ce calcul représente un coût important, devant être réalisé individuellement à chaque singularité d'un réseau de tuyauterie, qui peut en contenir des dizaines.

Dans le but de proposer une méthode d'estimation des niveaux vibratoires induits par l'écoulement dans des tuyauteries qui soit adaptée aux contraintes industrielles de calcul, cette thèse évalue l'application d'outils de réduction d'ordre à la modélisation des champs instationnaires et des transferts qui les lient à l'excitation fluide. On se concentre ainsi dans l'étude de la source liée à l'écoulement monophasique sur un coude à  $90^\circ$ , choisi pour le développement de la méthode. Le domaine d'application de cette étude sera cependant restreint par une hypothèse sur la modélisation de la réponse vibratoire, qui sera considérée séparément du calcul de la source, dans le but d'évaluer la validité de la méthode de calcul d'excitation.

# 3 Modélisation de l'Écoulement

---

## Introduction

La modélisation numérique en interaction fluide-structure peut adopter des formes diverses en fonction du type de phénomène étudié ainsi que du degré des couplages considérés dans l'analyse du problème. Considérons l'exemple des instabilités de battement d'un profil d'aile sous l'effet d'un fort couplage avec l'écoulement moyen. Dans ce cas, le calcul instationnaire fluide requiert une modélisation couplée des oscillations solides. Le mouvement du profil est ainsi représenté par un maillage déformable qui interagit avec l'écoulement, puisque le sillage formé en aval sera modifié par le battement du profil.

Pour l'écoulement confiné par des parois solides, à l'intérieur des systèmes de tuyauterie, d'autres aspects de couplage peuvent jouer un rôle important dans les vibrations induites par le fluide. Des ondes planes s'établissent dans le système en fonction de ses caractéristiques géométriques et d'impédance. Par conséquent, des modes mécaniques se combinent avec les modes acoustiques de la structure parcourue par le fluide modifiant sa réponse à l'excitation, en régime permanent. Dans certains conduits transportant des gaz, il est aussi question de l'existence d'un couplage reliant la source acoustique et le comportement de l'écoulement au niveau de la couche limite turbulente. Cependant, pour des écoulements de fluides lourds monophasiques l'on peut toujours associer la source d'excitation efficace de la tuyauterie aux régions où la turbulence atteint des niveaux importants en s'organisant en structures cohérentes d'écoulement.

Ce chapitre est consacré à la description de la simulation instationnaire de l'écoulement turbulent d'eau au passage d'un coude à 90° en conduit. Seule la phase liquide est présente. On se concentre sur la caractérisation de l'écoulement autour de cette singularité et de son organisation en grandes structures cohérentes. Pour cette raison, le calcul est purement fluide ; les parois sont considérées fixes, ainsi le maillage ne se déforme pas et aucune information n'est échangée régulièrement entre le domaine fluide et le domaine solide. Le but de la simulation fluide est donc de permettre une étude de la corrélation entre le champ des vitesses fluctuantes et la pression instationnaire résultante, ainsi que de faciliter la compréhension de la dynamique oscillatoire du système en vue des structures cohérentes formées sur l'intrados du coude.

Tout d'abord, un bref rappel sur les principaux types de simulation numériques en mécanique des fluides est réalisé. L'approche adoptée pour calcul stationnaire de l'écoulement sur coude est ensuite présentée. Ce calcul moyenné permet, dans un premier temps, d'initialiser la turbulence dans le domaine fluide et d'analyser les aspects stationnaires de l'écoulement. Ensuite, un calcul instationnaire est réalisé à partir du résultat moyenné et des données sont extraites de manière périodique sur différentes sections du domaine.

---

### 3.1 Modèles de Turbulence

La simulation numérique en mécanique des fluides peut être vue comme un complément des expériences généralement réalisées en soufflerie. Si ces dernières ont l'avantage de mesurer l'écoulement réel, les conditions de test sont souvent simplifiées et les phénomènes étudiés sont analysés séparément, sans prise en compte des interactions possibles ; en outre, les données physiques ne sont pas accessibles sur toute l'étendue du domaine ou de manière simultanée (on peut rarement mesurer en même temps et sur un même point la vitesse et la pression, par exemple).

La Mécanique des Fluides Numérique (ou *Computational Fluid Dynamics*, CFD), de son côté, se sert directement des équations qui décrivent le mouvement fluide ou de modèles qui les remplacent pour obtenir des solutions potentiellement exactes ou, plus souvent, approximées, sur tout le domaine fluide simulé. Les simulations ne sont pas limitées par les conditions d'écoulement ou par la complexité de la géométrie, même si cette dernière est souvent simplifiée dans la définition du système fluide. Finalement, les coûts de réalisation de la CFD sont généralement très inférieurs à ceux associés à l'utilisation des souffleries et à la réalisation des maquettes employées dans les essais. Pour ces raisons, la CFD est actuellement amplement utilisée dans le contexte de la recherche en mécanique des fluides (fondamentale et appliquée) ainsi que dans grand nombre d'applications industrielles.

Tout mouvement de fluide Newtonien est gouverné par un ensemble d'équations différentielles non-linéaires dites *Equations de Navier-Stokes*. Les équations de conservation de la masse et de la quantité de mouvement sont réécrites ici, en notation tensorielle :

$$\frac{\partial \tilde{\rho}}{\partial t} + \tilde{u}_i \frac{\partial \tilde{\rho}}{\partial x_i} = \tilde{\rho} \frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial x_i} \quad (3.1)$$

$$\frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial t} + \tilde{u}_j \frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial x_j} = -\frac{1}{\tilde{\rho}} \frac{\partial \tilde{p}}{\partial x_i} + \tilde{\nu} \frac{\partial^2 \tilde{u}_i}{\partial x_j \partial x_j}, \quad i = 1, 2, 3. \quad (3.2)$$

où  $\tilde{\rho}$  est la masse volumique du fluide,  $\tilde{\nu}$  sa viscosité cinématique,  $\tilde{p}(\mathbf{x}, t)$  la pression statique et  $\tilde{u}_i(\mathbf{x}, t)$  est la  $i^{\text{ème}}$  composante de la vitesse du fluide. Le tilde au-dessus des symboles indique qu'une quantité instantanée est considérée. La convention de somme d'Einstein (somme sur les indices répétés dans un même terme) est employée.

Pour des conditions d'écoulements très spécifiques, les particules fluides suivent un mouvement régulier et prévisible, fortement influencé par la viscosité du fluide et peu sensible aux perturbations. Les écoulements *laminaires* sont déterministes et, en certains cas, permettent une simplification des équations de Navier-Stokes. Cependant, les écoulements trouvés dans la nature et dans les applications d'intérêt industriel ne sont quasiment jamais laminaires : les écoulements *turbulents*, en opposition aux laminaires, sont stationnaires sur une large gamme de fréquences, présentant une part aléatoire importante et non déterministe. Ces écoulements sont plus gouvernés par les effets convectifs que par la viscosité, et sont sensibles aux perturbations.

Les équations de Navier-Stokes décrivant les écoulements turbulents n'ont pas de solution analytique générale. Des schémas numériques basés sur la discrétisation spatio-temporelle permettent toutefois d'obtenir directement des solutions approchées de ces équations en présence de conditions aux limites bien définies. Cette approche est connue comme *Simulation Numérique Directe* (DNS). Il est important de remarquer que la turbulence retire de l'énergie de l'écoulement moyen ; cette énergie est absorbée par des tourbillons de grande échelle qui la transmettront, à leur tour, à des plus petits tourbillons, de manière continuée. Cette cascade se termine quand l'énergie est finalement dissipée, par des petits remous et par effet de la viscosité, sous forme de chaleur. Le calcul correct de l'écoulement doit donc résoudre toutes les échelles de la turbulence sur tout l'étendu du domaine fluide simulé. Cela implique d'importantes contraintes dans la discrétisation spatio-temporelle : les cellules du maillage spatial et le pas de temps seront d'autant plus petits que le nombre de Reynolds sera important. Il est possible de démontrer que le nombre d'opérations pour simulation de l'écoulement croît exponentiellement avec le nombre de Reynolds.

De cette manière, le calcul direct des écoulements réels devient extrêmement coûteux. Il retrouve, cependant, de l'applicabilité dans le contexte de la recherche fondamentale. Les écoulements à bas Reynolds ou alternativement l'étude approfondie des couches limites turbulentes de proche paroi sont exemples d'application qui utilisent souvent la DNS. Ces calculs emploient généralement des ordinateurs de grande capacité et se déroulent sur une durée de temps non négligeable. Ce coût computationnel rend prohibitive l'utilisation du calcul direct dans des applications industrielles. Pour ce contexte (dans lequel s'insère la présente étude) des méthodes moins coûteuses doivent être mises en œuvre. Idéalement, le calcul fluide devrait pouvoir fournir des réponses sur l'écoulement dans une durée correspondant à l'échelle d'une journée afin de permettre des études paramétriques ou d'optimisation, par exemple.

Des méthodes de calcul robustes peuvent être élaborées à partir de la modélisation de la turbulence. Des relations constitutives modélisent ainsi certains termes non-linéaires des équations de Navier-Stokes, permettant de retrouver une solution approximée sans qu'ils soient simulés. Les modèles doivent être prédictifs de manière à ce qu'aucune information sur la solution ne soit nécessaire a priori, mais seulement les paramètres de l'écoulement. Ces relations sont issues d'une connaissance profonde de l'écoulement ; c'est pourquoi leur applicabilité est généralement limitée à certains types d'écoulements et de conditions aux limites.

Ainsi, plusieurs modèles de turbulence différents ont été développés. Par la suite, quelques-uns des principaux modèles seront brièvement présentés dans le but de justifier le choix qui a été réalisé pour le calcul de l'écoulement d'eau au passage du coude dans la présente étude. Le lecteur est invité à consulter le cours intitulé « *Industrial Codes for CFD* », dispensé par Rémi Manceau (118) et qui a inspiré la structure utilisée dans ce chapitre pour la description des modèles numériques pour la turbulence.

### 3.1.1 RANS : l'approche statistique

---

Plusieurs applications industrielles s'intéressent à des grandeurs physiques globales telles que la portance ou la traînée moyenne, le transfert de chaleur entre l'écoulement et un objet et le taux de mélange d'un polluant, pour en citer quelques-uns. Dans certains cas, il est intéressant connaître la position du point de séparation sur un profil d'aile, d'une onde de choc, ou simplement la topologie globale de l'écoulement autour d'un obstacle. Pour ces applications, l'on peut supposer que les quantités instantanées de l'écoulement se comportent comme des variables aléatoires ; le comportement chaotique de la turbulence nous permet de faire cette supposition malgré le caractère déterministe des équations de Navier-Stokes.

L'on peut ainsi s'intéresser à la moyenne d'ensemble des équations du mouvement, ce qui permettra d'estimer les caractéristiques stationnaires de l'écoulement « convergé ». Afin d'obtenir des informations sur ces grandeurs convergées, il convient de séparer l'écoulement en deux parties : une composante moyenne et une fluctuante. La décomposition de Reynolds permet de réaliser cette séparation ; la vitesse et pression instantanées deviennent :

$$\tilde{u}_i = U_i + u_i \quad (3.3)$$

$$\tilde{p} = P + p \quad (3.4)$$

où  $U_i$  et  $P$  représentent les valeurs moyennes et  $u_i$  et  $p$  sont les valeurs fluctuantes. Les effets de compressibilité sont négligés dans le présent chapitre. Puisque la masse volumique ne se modifie pas, elle sera représentée par  $\rho$ , pour simplifier la notation. Cette supposition d'incompressibilité implique aussi une simplification de l'équation de conservation de la masse (équation 3.1), qui peut se récrire, prenant en compte la décomposition de Reynolds :

$$\frac{\partial(U_i + u_i)}{\partial x_i} = 0 \quad (3.5)$$

On réalise par la suite la moyenne d'ensemble de l'équation 3.5 ; puisque la moyenne des fluctuations est, par définition, nulle, on peut constater que la conservation de la masse moyennée garde sa forme originale :

$$\frac{\partial U_i}{\partial x_i} = 0 \quad (3.6)$$

L'application de la décomposition de Reynolds et de la moyenne d'ensemble à l'équation de conservation de la quantité de mouvement, à son tour, voit apparaître un terme non-linéaire dans le côté droit de l'équation résultante :

$$\frac{\partial U_i}{\partial t} + U_j \frac{\partial U_i}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x_i} + \nu \frac{\partial^2 U_i}{\partial x_j \partial x_j} - \frac{\partial \overline{u_i u_j}}{\partial x_j} \quad (3.7)$$

Ce terme contenant des fluctuations agit, vis-à-vis de l'écoulement moyen, comme une contrainte, et pour cette raison est connu sous le nom de Contrainte de Reynolds. C'est

son apparition qui rend difficile le problème de la turbulence. En effet, 3.6 et 3.7 décrivent 4 équations pour un total de 10 inconnues, à savoir :  $U, V, W, P, \overline{u^2}, \overline{v^2}, \overline{w^2}, \overline{uv}, \overline{uw}$  et  $\overline{vw}$ . Le système est ainsi ouvert, ce qui est connu comme le *Problème de Fermeture*. La manière dont les modèles se proposent à établir une relation constitutive de ce tenseur de contraintes de Reynolds définit les différents types de modèles existants. Les modèles de turbulence basés sur cette approche statistique à partir des équations moyennées de Navier-Stokes se rassemblent sous le sigle RANS (*Reynolds Averaged Navier-Stokes*).

### 3.1.1.1 Modèles de Fermeture au premier ordre

Une première approche pour résoudre le problème de fermeture dans les modèles de type RANS consiste à considérer que la turbulence agit sur le système fluide telle une viscosité additionnelle. Cette viscosité ne serait plus une propriété du fluide mais une propriété de son mouvement dans le système considéré. Les *Modèles de Viscosité Turbulente* sont analogues au modèle newtonien de contraintes visqueuses pour un fluide, où les *Contraintes de Reynolds* remplacent la contrainte visqueuse :

$$-\rho \overline{u_i u_j} + \frac{1}{3} \overline{u_i u_i} = \mu_t \left[ S_{ij} - \frac{1}{3} S_{kk} \delta_{ij} \right] \quad (3.8)$$

où  $\mu_t$  est la « viscosité » turbulente et  $S_{ij}$  est le taux de contraintes moyen :

$$S_{ij} = \frac{1}{2} \left[ \frac{\partial U_i}{\partial x_j} - \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right] \quad (3.9)$$

Dans les modèles newtoniens, les contraintes de Reynolds sont ainsi fonction uniquement d'un taux de contraintes moyen dans un seul point à un seul instant, sans historique temporel ou dépendances extérieures. Ceci représente une limitation pour les modèles qui proposent directement une relation constitutive au tenseur des Contraintes de Reynolds, dits *Modèles de Fermeture au Premier Ordre* (George (119)).

Les modèles de turbulence appartenant à cette catégorie sont typiquement classés en fonction du nombre d'équations supplémentaires ajoutées dans le but de fermer le problème. Les modèles à zéro équation proposent une relation algébrique pour la viscosité turbulente  $\mu_t$ . Deux échelles sont généralement nécessaires pour estimer correctement  $\mu_t$ , à savoir, une échelle de vitesse et une de longueur caractéristique des remous. Plusieurs modèles ont ainsi été développées à partir de la supposition de dépendance entre la viscosité turbulente et l'énergie cinétique turbulente de l'écoulement. Kolmogorov (48) a proposé une fonction qui décrirait  $\mu_t$  à partir de la modélisation de deux grandeurs principales liées à la turbulence, dont la première est son énergie cinétique fluctuante moyenne :

$$k \equiv \frac{1}{2} \overline{u_i u_i} = \frac{1}{2} [\overline{u_1^2} + \overline{u_2^2} + \overline{u_3^2}] \quad (3.10)$$

Cela a été le premier de plusieurs Modèles de Viscosité à Deux Equations. Le choix de la deuxième variable à modéliser a permis la proposition de différents modèles. Les plus largement utilisés dans cette catégorie sont les modèles du type *k-epsilon* ( $k-\epsilon$ ), où



la deuxième variable modélisée est le tenseur de dissipation de l'énergie cinétique turbulente, retiré de l'équation de Transport des Contraintes de Reynolds qui sera présentée par la suite. Le terme de dissipation s'écrit :

$$\varepsilon_{ij} = -2\nu \overline{\frac{\partial u_i}{\partial x_k} \frac{\partial u_j}{\partial x_k}} \quad (3.11)$$

Harlow et Nakayama (120), Jones et Launder (121) posent les bases des modèles  $k-\varepsilon$ , et Launder et Spalding (122) ont déterminé ses constantes usuelles. La longueur caractéristique de la turbulence  $l$  et la variable  $\omega$ , associée à la fréquence caractéristique des grand remous, ont également inspiré des modèles à deux équations. Sont exemples de modèles du type  $k-\omega$  les travaux de Spalding (123,124) et Saffman (125), tandis que des méthodes  $k-kl$  sont proposées par Rodi et Spalding (126) et Ng et Spalding (127).

Les modèles basés sur la viscosité turbulente ont l'avantage de contenir un nombre relativement petit d'équations différentielles, ce qui rend le calcul plus simple et réduit le coût computationnel. Par contre, ces modèles supposent une relation directe entre les contraintes de Reynolds et l'écoulement moyen ; en outre, cette relation ne prend pas en compte l'effet de mémoire, puisqu'elle est supposée instantanée. Ces désavantages ont historiquement limité l'application des modèles de viscosité turbulente à des écoulements bidimensionnels relativement simples.

### 3.1.1.2 Modèles de fermeture au second ordre

Une autre stratégie de fermeture se concentre sur la construction de relations entre le tenseur de contraintes de Reynolds et des termes d'ordre plus élevés associés à l'écoulement moyen. La définition de relations pour les contraintes de Reynolds est ainsi réalisée à partir de l'équation décrivant les fluctuations elles-mêmes. Ces équations sont obtenues en soustrayant la moyenne d'ensemble (équation 3.7) de l'équation du mouvement instantané (équation 3.2), et engendrent l'apparition de plusieurs termes de second ordre (consulter Pope (128) ou encore Bailly et Comte-Bellot (129) pour plus de détails). Il en résulte l'Equation de Transport pour le Tenseur des Contraintes de Reynolds, qui s'écrit :

$$\begin{aligned} \frac{\partial \overline{u_i u_j}}{\partial t} + U_k \frac{\partial \overline{u_i u_j}}{\partial x_k} &= \nu \frac{\partial^2 \overline{u_i u_j}}{\partial x_k \partial x_k} - \frac{\partial \overline{u_i u_j u_k}}{\partial x_k} - \frac{1}{\rho} \overline{u_i} \frac{\partial p}{\partial x_j} - \frac{1}{\rho} \overline{u_j} \frac{\partial p}{\partial x_i} - \overline{u_i u_k} \frac{\partial U_j}{\partial x_k} \\ &\quad - \overline{u_j u_k} \frac{\partial U_i}{\partial x_k} - 2\nu \frac{\partial \overline{u_i}}{\partial x_k} \frac{\partial \overline{u_j}}{\partial x_k} \end{aligned} \quad (3.12)$$

La relation de transport ajoute ainsi 6 nouvelles équations au système, mais produit 34 nouvelles inconnues. Le problème de la fermeture n'est donc pas résolu directement ; toutefois, plusieurs modèles ont été proposés pour établir des relations constitutives pour les inconnues du côté droit de l'équation 3.12 à partir des grandeurs de premier et second ordre connus dans l'écoulement. Ces sont les *Modèles de Fermeture au Second Ordre*, ou *Modèles de Contraintes de Reynolds* (RSM).

Rotta (130) a proposé le premier modèle complet de l'équation de transport pour les contraintes de Reynolds. Plus tard, suivant les travaux de Donaldson (131,132), Hanjalić et Launder (133) et Naot *et al.* (134,135), le modèle de type RSM le plus communément utilisé a été proposé par Launder *et al.* (136) : le *Modèle Rotta+IP*. Ces modèles sont plus élaborés que les modèles de fermeture à premier ordre et sont plus appropriés pour le calcul d'écoulements turbulents tridimensionnels, séparés, où le domaine présente des courbures importantes et des gradients de pression élevés, entre autres.

A partir des modèles type RSM mentionnés, un grand nombre de modifications a été proposé et par conséquent plusieurs types de modèle de fermeture à second ordre ont vu le jour. En outre que ces deux premiers types (Modèles de Viscosité et RSM), des modèles entièrement différents ont récemment été développés, tel que les Méthodes de PDF Lagrangiennes. Dans ces approches, des modèles stochastiques simulent l'évolution des propriétés des particules fluides en écoulement (une révision exhaustive est présentée par Pope (137)). Une littérature très riche existe à propos des modèles de turbulence ; la présente étude se limite à présenter les principaux choix de modélisation présents dans les solutions commerciales de simulation, afin de guider la stratégie adoptée dans le cadre de cette recherche.

### 3.1.1.3 Le modèle $k$ - $\varepsilon$ Réalisable

Conformément à ce qui a été abordé dans le présent chapitre, les modèles du type viscosité turbulente ont une applicabilité limitée par rapport à des modèles plus élaborés de fermeture au second ordre. Le modèle  $k$ - $\varepsilon$  Standard (Launder et Spalding (122)), par exemple, surestime la production d'énergie cinétique turbulente pour certaines configurations d'écoulement. Cette erreur, lorsque le modèle est appliqué à l'écoulement autour d'un obstacle ou à des géométries avec gradient de pression défavorable, peut provoquer le retardement du point de séparation dû à une surestimation de l'énergie turbulente dans la couche limite. Cette anomalie du point de stagnation est accompagnée par une mauvaise prédiction des profils de vitesse dans la couche limite (en très proche-paroi).

Néanmoins, les modèles du type  $k$ - $\varepsilon$  ont connu un grand succès dans la communauté CFD et sont toujours largement employés. Cela est dû principalement à leur mise en œuvre facile, leur stabilité et leur prévisibilité, puisque les modèles entraînent toujours les mêmes types d'erreur, ce qui permet d'estimer la précision du calcul. C'est pourquoi des améliorations du modèle standard ont été proposées afin de corriger ses principales limitations. Durbin (138) et Shih *et al.* (139) identifient l'existence d'un rapport entre l'anomalie du point de stagnation et la *réalisabilité* du tenseur des contraintes de Reynolds. La réalisabilité impose que les termes de la diagonale du tenseur  $-\overline{u_i u_j}$  doivent être positifs.

Les deux travaux mentionnés partent sur des stratégies différentes pour modifier les coefficients du modèle  $k$ - $\varepsilon$  standard et arrivent à corriger le terme de production turbulente dans les régions présentant d'intenses gradients de tension. Les modèles résultants de cette approche sont connus comme *Modèles  $k$ - $\varepsilon$  Réalisables*. Ils sont plus appropriés pour application à des écoulements séparés et sont également plus précis dans la modélisation de l'écoulement en proche-paroi. Cependant, le traitement de la couche limite reste délicat, pour des raisons qui seront abordées par la suite.

### 3.1.2 Modélisation en proche-paroi

---

La majorité des modèles de turbulence existants ne sont pas valables en région de proche-paroi. Dans cette région, les hypothèses sur lesquelles se sont basées les solutions de fermeture ne sont plus applicables : la présence de la paroi engendre des effets visqueux et non visqueux qui empêchent la supposition d'isotropie locale de la turbulence, de sa quasi homogénéité et de prédominance des effets convectifs (Manceau et Hanjalić (140)). L'étude de l'impact de la présence de la paroi sur la modélisation de la turbulence est fondamentale pour la simulation correcte des écoulements confinés.

En effet, la condition de non-glissement sur la paroi produit des forts gradients de vitesse locaux, ce qui provoque un pic de production de turbulence. Par conséquent, les effets visqueux ne sont plus négligeables par rapport à la convection ; les fluctuations de vitesse sont amorties en toutes les directions et le spectre turbulent est ainsi rétréci. En addition aux effets visqueux, la présence de la paroi engendre un phénomène non-local connu sous le nom de blocage qui supprime préférentiellement les fluctuations de vitesse orientées dans la direction normale à la paroi. Le blocage contribue ainsi à l'anisotropie de la turbulence dans cette région, puisqu'il est suffisamment fort pour redistribuer l'énergie cinétique des fluctuations normales à la paroi vers les autres composantes. Ce phénomène est non-local et peut également se manifester à l'interface entre deux fluides.

La connaissance du comportement du champ des vitesses à l'intérieur de la couche limite a permis le développement de différentes approches qui complètent les modèles de turbulence et améliorent leur solution en proche-paroi. Les lois régissant l'écoulement dans cette région sont brièvement présentées par la suite, ainsi que les principes de fonctionnement des solutions de proche-paroi plus communément utilisées.

#### 3.1.2.1 Le comportement universel en proche-paroi

Les travaux de Ludwig Prandtl au début de XX<sup>ème</sup> siècle ont défini le concept de couche limite qui a résolu le *Paradoxe d'Alembert*. Or, avant Prandtl, il était communément accepté qu'à mesure que le nombre de Reynolds augmente, l'écoulement se comporte de plus en plus comme un fluide non-visqueux et, paradoxalement, les équations de la dynamique des fluides ne semblent prévoir aucune trainée lors que le fluide n'a pas de viscosité (le terme visqueux tend à zéro quand  $Re \rightarrow \infty$ ). Cependant, les observations expérimentales montraient le contraire quand des parois étaient présentes : dans ces cas, au lieu d'un écoulement potentiel autour des obstacles, les expériences révélaient que de la trainée était produite et souvent l'écoulement séparait avec l'apparition d'un sillage turbulent.

Prandtl a donc remarqué que la condition de non-glissement sur la paroi doit impliquer qu'un fort gradient de vitesses se forme en très proche-paroi pour compenser la réduction du terme visqueux. Il a ainsi proposé la division de l'analyse de l'écoulement en présence de parois en deux régions différentes : une première région très proche de la paroi, où les profils de vitesse sont déterminés par les effets visqueux et où la trainée serait produite, et une seconde région plus loin de la paroi où les effets visqueux peuvent être négligés sans que cela engendre de différences importantes dans la solution. La première région est

la *Couche Limite de Prandtl*, pour laquelle l'on peut définir des lois de comportement indépendantes de l'écoulement moyen à l'extérieur.

Von Kármán (141) et Millikan (142) ont par la suite développé la théorie de ce qui serait connu comme les *Lois Universelles de Paroi*. La remarque de Prandtl a mené à la division de la couche limite en *Sous-Couche Visqueuse*, *Couche Tampon* (de transition) et *Couche Logarithmique*. Finalement, une couche extérieure réalise une transition vers l'écoulement moyen. En effet, une nouvelle échelle « visqueuse » de longueur est introduite et permet de prendre en compte les effets visqueux même quand le nombre de Reynolds tend à l'infini. L'application de cette nouvelle échelle de longueur à l'équation de la quantité de mouvement dans la région très proche de la paroi, permet l'obtention d'une loi linéaire de l'évolution de la vitesse en fonction de la distance avec la paroi :

$$U^+ = y^+ \quad (3.13)$$

où  $y^+$  est une coordonnée sans dimension de distance à la paroi, définie en fonction des grandeurs visqueuses  $\nu = \mu/\rho$  et une vitesse spécialement définie pour la région de proche-paroi, la *vitesse de frottement*  $u_\tau$  :

$$y^+ = \frac{u_\tau y}{\nu}, \quad u_\tau \equiv \sqrt{\tau_w/\rho} \quad (3.14)$$

La vitesse de frottement est ainsi directement proportionnelle au taux de frottement sur la paroi, calculé comme suit :

$$\tau_w = \mu \left. \frac{du}{dx} \right|_{y=0} = \tau(0) \quad (3.15)$$

La vitesse peut, à son tour, être adimensionnée à partir du rapport entre la vitesse de l'écoulement et la vitesse de frottement :

$$U^+ = \frac{U}{u_\tau} \quad (3.16)$$

L'équation 3.13 implique qu'à l'intérieure de la sous-couche visqueuse (qui s'étend jusqu'à environ  $y^+ = 30$ ) il existe une très fine sous-couche régie par une loi linéaire ( $y^+ < 3$ ), indépendamment du nombre de Reynolds de l'écoulement moyen. Il s'agit d'une des seules solutions exactes de la turbulence, pouvant ainsi contribuer au développement de conditions aux limites plus simples dans les modèles numériques de turbulence.

En dehors de la sous-couche visqueuse, il existe une région où la turbulence trouve un équilibre local, la production d'énergie cinétique turbulente et sa dissipation étant égales. Dans cette région, une loi logarithmique peut être déduite pour décrire le profil de la couche limite locale :

$$U^+ = \frac{1}{\kappa} \ln y^+ + C \quad (3.17)$$

$\kappa$  est la *Constante de von Kármán* et la valeur  $\kappa \cong 0.41$  est généralement retenue. La région où cette loi s'applique est la couche logarithmique. Entre la sous-couche linéaire

et la couche logarithmique, une transition se fait sous la forme d'une couche connue comme Couche Tampon.

Des hypothèses assez fortes ont été faites pour la définition de ces lois, à savoir, écoulement sur plaque plane, nombre de Reynolds très élevé et absence de gradient de pression. Les hypothèses ne s'appliquent jamais aux écoulements réels ; toutefois, les résultats mènent à des conclusions très importantes sur les contraintes de Reynolds et la dissipation de la turbulence. En effet, ces grandeurs, adimensionnées par la vitesse de frottement et la viscosité, ne dépendent pas du nombre de Reynolds. Les lois de comportement de la couche limite sont ainsi universelles dans ce sens.

### 3.1.2.2 Fonctions de paroi

La présence de parois implique une complication non-négligeable des modèles de turbulence, qui doivent être adaptés pour prendre en compte ses effets sur l'écoulement. En outre, le besoin de résoudre des profils de vitesse à évolution abrupte engendre un raffinement important du maillage dans la région où  $y^+ < 30$ . En effet, puisque une loi linéaire s'applique dans la première sous-couche visqueuse ( $\partial U^+ / \partial y^+ = 1$ ), le premier point du maillage doit se situer à  $y^+ \sim 1$ . Il en résulte que, pour des écoulements à fort de nombre de Reynolds, les premiers points de discrétisation sur la paroi doivent souvent présenter une dimension de l'ordre de la dizaine de micromètres pour satisfaire à cette condition. Une grande partie capacités de calcul serait ainsi consacrée à la solution de l'écoulement de proche paroi.

Les applications industrielles se servent souvent d'une simplification qui allège le calcul dans la région où les relations logarithmiques sont applicables. Le principe des *Fonctions de Paroi* revient à remplacer, dans la région de proche-paroi, les conditions aux limites classiques par des fonctions basées dans les lois de comportement universel de la sous-couche de paroi (Launder et Spalding (143)). Ainsi, les modèles de turbulence ne doivent pas nécessairement être résolus à l'intérieur d'une région délimitée par l'application de ces nouvelles conditions aux limites ; cela permet d'alléger le calcul dans des régions où des maillages fins seraient nécessaires.

Le calcul des écoulements de paroi peut ainsi se faire à partir de l'application d'un modèle quelconque du type Viscosité Turbulente ou RSM. Le premier point de discrétisation est placé dans la région logarithmique, où la relation suivante peut s'appliquer :

$$\frac{U}{u_\tau} = \frac{1}{\kappa} \ln y^+ + C \quad (3.18)$$

La condition d'équilibre entre la production et la dissipation visqueuse, observée dans la région logarithmique, implique :

$$\varepsilon = \frac{u_\tau^3}{\kappa y} \quad (3.19)$$

Par la suite, des relations pour l'énergie cinétique turbulente (dans les modèles  $k-\varepsilon$ ) et pour les contraintes de Reynolds (pour les modèles RSM) peuvent être établies en fonction de  $u_\tau^3$ . Cependant, la vitesse de frottement n'est pas encore connue. Son calcul peut se faire à partir de différentes approches qui approximent un premier résultat à partir d'un calcul itératif de l'équation 3.18 sur le premier point du domaine. L'application des fonctions de paroi à des schémas numériques à volume fini et une description détaillée des méthodes pour calcul de la vitesse de frottement peuvent être retrouvés sur les ouvrages de Wilcox *et al.* (144) et Jones (145).

Les fonctions de paroi représentent une solution robuste et de simple mise-en-œuvre pour réduire les coûts computationnels liés au maillage. Si par un côté elles fournissent de bons résultats pour des cas proches de l'idéal (nombre de Reynolds très élevé, écoulement parallèle à une paroi plane), leur applicabilité s'avère limitée. En effet, les fonctions de paroi ne prévoient pas correctement les séparations et recollements, les couches limites à fort gradient de pression ou en présence de courbure et les écoulements fortement tridimensionnels.

### 3.1.2.3 Modèles à faible nombre de Reynolds

Une autre approche de modélisation en proche-paroi consiste à corriger le comportement des modèles existants dans cette région. Ces modèles améliorés sont ainsi intégrables jusqu'à la paroi. Il est important de rappeler ici qu'une nouvelle forme de nombre de Reynolds est souvent considérée pour les problèmes de couche limite, à savoir le *Nombre de Reynolds Turbulent* :

$$Re_t = \frac{v_t}{\nu} \quad (3.20)$$

Il s'agit d'une grandeur locale qui tend à zéro à mesure que l'on s'approche de la paroi. Les modèles à *Faible Nombre de Reynolds* sont ainsi les modèles qui peuvent être utilisés jusqu'à la paroi ; leur nom fait référence au nombre de Reynolds Turbulent et non pas au nombre de Reynolds conventionnel,  $Re = U_{ref}L_{ref}/\nu$ . Ces modèles sont adaptations des modèles de turbulence auxquels des *fonctions d'amortissement* ( $f_\mu$ ) sont ajoutées. Leur but est de forcer la solution en proche-paroi vers les résultats obtenus à partir des données expérimentales ou issues d'un calcul direct (DNS).

La fonction  $f_\mu$  est généralement introduite dans les équations qui décrivent la viscosité turbulente :

$$v_t = C_\mu f_\mu \frac{k^2}{\varepsilon} \quad (3.21)$$

Patel *et al.* (146) remarquent que le rôle de la fonction d'amortissement est d'imiter l'effet direct de la viscosité moléculaire sur les contraintes de cisaillement fluide. Les auteurs analysent en détails 8 propositions différentes de la fonction  $f_\mu$  ; ils comparent leurs résultats de simulation avec des données expérimentales de l'écoulement en proche-paroi obtenus par plusieurs auteurs dans des cas d'étude comme la plaque plane, couche limite

en présence de gradient de pression et autres. Quelques-uns des modèles comparés, comme celui de Hassid et Poreh (147) et de Dutoya et Michard (148), ont échoué dans la reproduction du cas simple de la couche limite de plaque plane. Les modèles de Chien (149), Lam et Bremhorst (150) et Launder et Sharma (151), par contre, semblent fournir des bons résultats pour des différents cas de test. Ces derniers proposent :

$$f_{\mu} = \exp \left[ \frac{-3.4}{(1 + Re_t/50)^2} \right] \quad (3.22)$$

Les fonctions d'amortissement sont ainsi le résultat d'analyses empiriques et s'appliquent à un groupe de géométries d'écoulement limité, à chaque fois (Rodi et Scheuerer (152) montrent qu'une fonction validée pour une couche limite sans gradient de pression engendre des erreurs importantes lorsqu'un gradient contraire de pression est présent). Elles sont souvent non-linéaires (exponentielles), ce qui peut entraîner des complications pour le calcul numérique. En outre, les modèles à faible nombre de Reynolds gardent une dépendance avec la distance normale à la paroi, rendant le calcul moins précis en présence de courbures importantes ou géométries complexes.

#### 3.1.2.4 Modèles de relaxation elliptique

Durbin (153) propose une stratégie de modélisation qui s'avère applicable à des couches limites non-planes et qui prend en compte l'effet non-local de la présence des parois. En effet, l'amortissement devrait modéliser le blocage cinématique exercé par la paroi ; très proche de la paroi, toutes les composantes de la vitesse doivent être amenées à zéro par des effets visqueux, mais la composante normale à la paroi subit un effet non-visqueux de blocage, depuis des distances considérablement plus grandes. La relation entre la pression et le taux de déformation peut être obtenue à partir de la résolution d'une équation elliptique similaire à l'équation de Poisson, qui a un caractère non-local. Ceci est la base du *Modèle de Relaxation Elliptique* de Durbin.

Le modèle originalement proposé par Durbin ajoute un total de 6 équations au système original (consulter Pope (137) pour une description complète) ; compte tenu de sa complexité, il n'a pas trouvé une grande utilisation en dehors du contexte de la recherche. Néanmoins, Durbin (154) met en place l'idée de relaxation elliptique mais simplifie le modèle en remplaçant la viscosité turbulente ( $\nu_t = C_{\mu} k^2 / \varepsilon$ ) par :

$$\nu_t = C_{\mu} \bar{v}^2 \frac{k^2}{\varepsilon} \quad (3.23)$$

La composante normale du tenseur de contraintes de Reynolds ( $\bar{v}^2$ ) est une bonne échelle pour la viscosité turbulente et les simulations réalisées avec ce modèle simplifié fournissent de bons résultats pour des écoulements confinés et d'autres. Des simplifications supplémentaires ont été proposées pour rapprocher ce modèle à des applications industrielles (Manceau et Hanjalić (140) et Manceau (155)). Ces efforts ont permis l'implémentation récente des modèles de relaxation elliptique dans plusieurs solutions commerciales de calcul en dynamique des fluides.

### 3.1.3 Modèles instationnaires

---

#### 3.1.3.1 U-RANS

Les variables d'écoulement moyennées selon une décomposition de Reynolds (modèles RANS) sont censées être équivalentes à leur moyenne temporelle, dès lors que l'écoulement est statistiquement stationnaire. En d'autres termes, leur moyenne, réalisée sur une longue période d'observation, converge vers une solution stable. Toutefois, il existe de nombreux cas supposés statistiquement stationnaires où une simulation du type RANS n'obtient pas une solution stationnaire. Dans ces cas, il est souvent possible d'ajouter une dérivée temporelle dans les équations du modèle RANS et obtenir une solution instationnaire de l'écoulement (Bosch et Rodi (156), Iaccarino et Durbin (157)).

Durbin (158) présente un exemple de ce type de cas où l'écoulement autour d'un cylindre triangulaire est calculé. Les résultats obtenus avec une solution RANS stationnaire sont comparés avec ceux issus d'une variante instationnaire. La moyenne temporelle de la solution instationnaire n'est pas équivalente à la solution stationnaire ; la prise en compte de la dépendance temporelle a l'effet d'améliorer la qualité du calcul du sillage, l'approchant des données expérimentales mesurées sur le cas d'étude. Le calcul instationnaire révèle la formation apparemment périodique de grandes structures tourbillonnaires dans le sillage du cylindre triangulaire. Le mouvement oscillatoire cohérent est caractéristique des applications où les simulations RANS instationnaires (U-RANS) sont souvent utilisées, surtout dans le contexte industriel.

Les modèles U-RANS sont basés sur l'idée de simuler les variations de l'écoulement associées au mouvement de structures cohérentes tandis que les fluctuations liées à la turbulence sont modélisées. Leur formulation propose ainsi de séparer la partie cohérente de l'écoulement de la partie turbulente, au moyen de l'introduction d'une nouvelle décomposition, basée sur la moyenne de phase :

$$\langle f(x, t) \rangle = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N+1} \sum_{n=0}^{\infty} f(x, t + nT) \quad (3.24)$$

où  $T$  est une échelle de temps associée au mouvement oscillatoire des structures cohérentes de l'écoulement. Cela permet de décomposer le champ des vitesses comme suit :

$$\tilde{u} = \hat{U} + u'' \quad (3.25)$$

$\hat{U} = \langle \tilde{u} \rangle$  est la vitesse moyennée selon l'équation 3.24 et équivaut à la partie cohérente du mouvement fluide ;  $u''$  est la vitesse résiduelle, qui correspond à contribution turbulente. Les équations de conservation, suite à la décomposition proposée, gardent leur forme originale :

$$\frac{\partial \hat{U}_i}{\partial t} + \hat{U}_j \frac{\partial \hat{U}_i}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \hat{P}}{\partial x_i} + \nu \frac{\partial^2 \hat{U}_i}{\partial x_j \partial x_j} - \frac{\partial \langle u_i'' u_j'' \rangle}{\partial x_j} \quad (3.26)$$



A l'équation 3.26 s'ajoutent les équations de transport pour la dissipation de turbulence  $\varepsilon''$  et pour les contraintes turbulentes  $\langle u_i'' u_j'' \rangle$  (pour les modèles RSM) ou pour la production  $k''$  d'énergie turbulente (dans le cas des modèles de Viscosité Turbulente). Ces équations sont identiques à celles du modèle RANS stationnaire, mis à part la présence des dérivées temporelles.

La décomposition par la moyenne de phase suppose ainsi la présence d'un composant oscillatoire cohérent du champ des vitesses. Cependant, la période à ces oscillations n'est pas connue avant la simulation. Dans certains cas, l'écoulement n'est pas complètement périodique. L'application des méthodes U-RANS sont ainsi surtout conseillées quand les conditions aux limites varient de manière périodique et, idéalement, quand ces variations sont assez lentes pour que la turbulence puisse être considérée en équilibre. Les modèles U-RANS sont largement implémentés dans les solutions commerciales et sont souvent utilisés dans des applications industrielles non stationnaires.

### 3.1.3.2 LES

Le principe de base des simulations des grandes échelles (LES) est de résoudre explicitement les grands mouvements tourbillonnaires tandis que l'influence des petites échelles est modélisée. Le développement de la LES a été motivée par les limitations associées aux coûts d'implémentation des calculs DNS et par les difficultés liées à la modélisation de toutes les échelles turbulentes. Si les premiers travaux sur les méthodes à grandes échelles ont été réalisées pour une application dans le domaine de la météorologie (Smagorinsky (159), Deardorff (160)), les applications d'ingénierie en ont également bénéficié ; les études sur l'écoulement turbulent pleinement développé en conduit (Deardorff (161), Moin et Kim (162)) ont contribué au développement de la LES, et cette méthode est actuellement largement utilisée pour les simulations en conduits circulaires et dans les coudes (Eggels *et al.* (5), Rütten *et al.* (163) et Yamano *et al.* (164)).

La LES est une méthode de calcul non-stationnaire qui a l'avantage de ne modéliser qu'une partie des échelles turbulentes. Les coûts de calcul associés sont beaucoup plus importants que ceux des modèles RANS, mais sont toujours très inférieurs aux coûts de la DNS. En effet, le maillage doit être suffisamment fin pour permettre la résolution d'une grande partie de l'énergie cinétique de l'écoulement et n'en laisser qu'une petite portion aux échelles à modéliser. Le problème est encore plus important en présence de parois, puisque les structures énergétiques sont très petites. Pour cette raison, la LES reste une approche coûteuse pour mise-en-œuvre industrielle. Ces méthodes retrouvent toutefois une grande applicabilité dans la recherche et, pour cette raison, leur implémentation dans des codes de calcul en dynamique des fluides est assez répandue.

Les principaux éléments de la LES peuvent être résumés comme suit : un filtre est appliqué aux équations du mouvement fluide, permettant une décomposition de la vitesse instantanée en une composante filtrée ( $\tilde{u}$ , à résoudre) et une composante à modéliser,  $u'$ . Les équations décrivant le mouvement des échelles filtrées sont ensuite déterminées à partir des équations de Navier-Stokes. L'équation de quantité de mouvement garde sa forme ori-

ginale, mise à part un tenseur de contraintes résiduelles qui provient des échelles modélisées. Ce tenseur connu sous le nom de *Tenseur des Contraintes de Sous-maille* (SGS, dans son sigle en anglais) ; il est modélisé pour permettre la fermeture du système d'équations. Finalement, les grandes échelles sont résolues numériquement.

Les équations de Navier-Stokes incompressibles filtrées s'écrivent :

$$\frac{\partial \check{u}_i}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\check{u}_i \check{u}_j) = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \check{p}}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left\{ \nu \left( \frac{\partial \check{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \check{u}_j}{\partial x_i} \right) \right\} \quad (3.27)$$

$$\frac{\partial \check{u}_i}{\partial x_i} = 0 \quad (3.28)$$

L'équation 3.27 peut être réarrangée pour faire apparaître le tenseur  $\tau_{ij}$  des contraintes de sous-maille ; elle assume la forme :

$$\frac{\partial \check{u}_i}{\partial t} + \check{u}_j \frac{\partial \check{u}_i}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \check{p}}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \nu \frac{\partial \check{u}_i}{\partial x_j} \right) - \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_i} \quad (3.29)$$

avec :

$$\tau_{ij} = \check{u}_i \check{u}_j - \check{u}_i \check{u}_j \quad (3.30)$$

Le tenseur  $\tau_{ij}$  introduit un terme non-linéaire qui ne peut pas être déterminé à partir de la construction de nouvelles relations issues des équations du mouvement. Il représente l'influence des petites échelles (les échelles de sous-maille) sur la dynamique des grandes échelles. L'absence de ce terme dans les équations impliquerait une importante sous-estimation de la dissipation visqueuse associée aux plus petites structures. Ainsi, les modèles SGS ont pour but premier d'assurer la dissipation de l'énergie cinétique turbulente par les effets visqueux, tout en permettant la fermeture du système d'équations.

Les modèles de sous-maille sont généralement construits à partir de la détermination d'une viscosité turbulente de sous-maille ( $\nu_t \sim u \times l$ ). La longueur de référence est souvent associée à l'élément qui détermine la limite des échelles turbulentes pour lesquelles le filtre sera appliqué : la largeur du filtre,  $\Delta$ . Le choix de l'échelle de vitesse  $u$  est ainsi ce qui détermine essentiellement la différence entre les modèles de sous-maille existants. Les modèles les plus courants de ce type supposent que le tenseur  $\tau_{ij}$  peut être représenté en fonction de la viscosité turbulente au moyen d'une relation type Boussinesq :

$$\tau_{ij} = -2\nu_t \check{S}_{ij} + \frac{1}{3} \tau_{kk} \delta_{ij} \quad (3.31)$$

où  $\check{S}_{ij}$  est le tenseur des contraintes des grandes échelles :

$$\check{S}_{ij} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial \check{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \check{u}_j}{\partial x_i} \right) \quad (3.32)$$

Smagorinsky (159) fait une analyse dimensionnelle du taux de dissipation de sous-maille et se sert de la relation 3.31 pour proposer l'échelle de vitesse :

$$u_c \propto \Delta_c \sqrt{2\check{\mathcal{S}}_{ij}\check{\mathcal{S}}_{ij}} \quad (3.33)$$

où  $\Delta_c$  est l'échelle de longueur associée au filtre. Le modèle de sous-maille de Smagorinsky est ainsi défini en fonction de sa viscosité turbulente :

$$\nu_t = (C_s \Delta_c)^2 \sqrt{2\check{\mathcal{S}}_{ij}\check{\mathcal{S}}_{ij}} \quad (3.34)$$

$C_s$  est la constante de Smagorinsky, qui peut être obtenue en supposant que la fréquence de coupure du filtre se situe dans la partie inertielle du spectre d'énergies (Lilly (165)). Si l'on considère un spectre de Kolmogorov, la constante est estimée :

$$C_s = \frac{1}{\pi} \left( \frac{2}{3C_k} \right)^{3/4} \quad (3.35)$$

Prenant la valeur habituelle  $C_k = 1.41$ ,  $C_s \cong 0.18$ . Plusieurs améliorations ont été proposées au modèle de Smagorinsky (consulter, par exemple, Bardina *et al.* (166), Clark *et al.* (167) et Germano (168)). Ce modèle sert ainsi de base à la majorité des modèles de sous-maille utilisés actuellement.

En ce qui concerne le traitement des simulations LES dans la région de proche-paroi, deux approches sont possibles. Une première approche consisterait à définir un maillage et filtre suffisamment fins pour que la grande majorité de l'énergie turbulente soit résolue partout dans le domaine fluide (et, par conséquent, une petite fraction soit modélisée). Cela doit comprendre la région de la sous-couche visqueuse, puisque le pic de production, dissipation et anisotropie turbulente se situe généralement à une distance  $y^+ < 20$ . Pope (137) remarque qu'un niveau de résolution de 80% des échelles turbulentes dans ces conditions impliquerait une évolution du nombre de points de maille proportionnelle à  $Re^{1.76}$ . Il s'agit d'une contrainte très stricte puisque les nombres de Reynolds des écoulements étudiés dans les applications aéronautiques et automobiles, par exemple, sont très souvent de l'ordre de  $10^6$ .

L'approche alternative se sert de modèles de paroi pour permettre une discrétisation moins fine du domaine et la définition d'un filtre plus large. Des fonctions d'amortissement sont souvent employées pour corriger la valeur de la constante de Smagorinsky en proche-paroi (Van Driest (169)). La définition de la constante peut également venir du modèle dynamique, ce qui produit de meilleurs résultats pour les écoulements confinés (Piomelli (170)). Une grande simplification des calculs peut être obtenue grâce à l'application de conditions aux limites qui remplacent la modélisation de la sous-couche logarithmique. Cela est fait par des modèles de paroi semblables à ceux qui s'appliquent aux simulations RANS (consulter, par exemple, Balaras *et al.* (171)).

### 3.1.3.3 Méthodes Hybrides

Les méthodes hybrides permettent de réaliser un calcul LES sur une région du domaine tandis qu'un calcul RANS ou U-RANS est fait sur les autres régions, notamment

sur les régions proches des parois. Leur développement a été motivé par le fait que les simulations LES sont toujours très coûteuses pour certaines applications industrielles, comme par exemple les écoulements décollés à fort nombre de Reynolds (Hedges *et al.* (172), Forsythe *et al.* (173) et Shur *et al.* (174)). Ce type d'applications est à l'origine du développement de la DES (*Detached-eddy Simulation*, Spalart *et al.* (175,176)), la méthode hybride la plus utilisée actuellement dans l'industrie.

La DES utilise un critère lié aux dimensions locales de la maille pour faire distinction entre les régions du domaine pour lesquelles le calcul RANS est réalisé et celles où la LES sera employée. L'idée originale consiste à affecter toute la région de la couche limite (là où se trouvent les tourbillons « attachés » et le maillage est plus fin) au modèle RANS et confier à la LES strictement la solution des zones séparées (structures « détachées »). Son développement, selon ses créateurs, envisageait premièrement des écoulements externes fortement décollés.

La DES est facilement implémentée à partir des modèles RANS existants. L'adaptation des modèles k- $\varepsilon$ , par exemple, ne requiert que l'ajout de la variable  $\Delta$ , liée aux dimensions locale de la maille, à l'équation de dissipation :

$$\varepsilon^{DES} = \max\left(\frac{L}{C^{DES}\Delta}, 1\right) \times \varepsilon \quad (3.36)$$

$C^{DES}$  est une constante,  $\Delta$  est la plus grande dimension de la cellule en question et  $L$  est la longueur intégrale de la turbulence. Cette modification implique que, lorsque le maillage est assez fin (par rapport aux structures tourbillonnaires), la dissipation équivaut à  $\varepsilon$  et le modèle se comporte exactement comme un modèle RANS standard. Cela se produit surtout dans la région de la paroi, là où le maillage est raffiné. Toutefois, loin des parois, les échelles turbulentes sont plus grandes que les cellules et la dissipation devient dépendante du maillage. Le modèle se comporte ainsi comme un modèle de sous-maille de type Smagorinsky dans les régions situées à l'extérieur des couches limite attachées. La constante  $C^{DES}$  peut être déterminée suivant une stratégie de calibration du modèle (voir, par exemple, Strelets (177)).

La SAS (*Scale Adaptive Simulation*, Menter et Egorov (178)) est une méthode hybride semblable à la DES où la simulation s'adapte à sa propre solution ; le calcul LES est réalisée dans les régions où l'écoulement est favorable à l'apparition de structures cohérentes. D'autres méthodes comme la PANS (*Partially Averaged Navier-Stokes*, Girimaji (179)), la PITM (*Partially Integrated Transport Model*, Chaouat et Schiestel (180)), et la VLES (Simulation des très grandes échelles, Speziale (181)) peuvent également être mentionnées, parmi plusieurs d'autres. Les approches hybrides constituent un domaine actuellement très actif et en constante évolution.

---

## 3.2 Calcul de l'écoulement sur coude

La simulation numérique tridimensionnelle de l'écoulement d'eau au passage d'un coude fait l'objet de la présente section. Seule la phase liquide est présente ; les calculs concernent l'évolution spatio-temporelle des trois composantes de vitesse et de la pression du fluide. Le logiciel StarCCM+ a été utilisé pour toutes les simulations présentées dans cette section.

### 3.2.1 Le domaine fluide

---

Le domaine fluide considéré pour les simulations est constitué d'un coude à 90° de diamètre  $D = 99.4 \text{ mm}$  et rayon de courbure  $R_c = 1.5D$ . A lui viennent s'ajouter un premier tronçon droit de longueur  $2D$  et un second de longueur  $4D$ , connectés en amont et aval du coude, respectivement.

L'intégralité du volume fluide a été discrétisée suivant trois étapes. D'abord, un maillage surfacique triangulaire est défini autour du domaine spécifiant une taille cible de cellule à 5 mm. Il sert ensuite de base pour la discrétisation volumique. Un maillage de couches prismatiques est généré à partir de la surface extérieure du domaine où une première couche très fine est définie ; l'épaisseur des couches augmente progressivement dans la direction normale à la paroi et en direction au centre du tube. Le maillage prismatique final a une épaisseur de 20 mm et présente 49 couches. Un taux d'étirement de 1.15 entre des couches successives a été spécifié de manière à placer le premier point de discrétisation à la position  $y^+ \sim 1$ . En effet, pour satisfaire cette contrainte, l'équation 3.14 établit que la première couche à la paroi doit avoir une épaisseur  $y_p$  telle que :

$$y_p = \frac{\nu}{u_\tau} \quad (3.37)$$

La vitesse visqueuse n'est pas connue à priori, puisqu'elle dépend du calcul des contraintes de frottement à la paroi  $\tau_w$  ; cependant, une estimation peut être faite à partir de la vitesse moyenne de l'écoulement. L'estimation à 5% a été utilisée :

$$u_\tau \sim 0.05U_0 \quad (3.38)$$

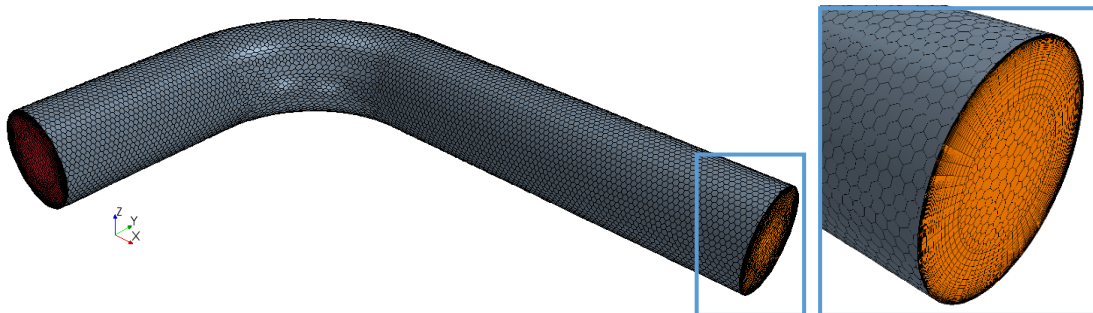


Figure 3.1 – Domaine fluide discrétisé (gauche) et détail du maillage volumique en sortie du domaine (droite).

L'épaisseur de la première couche résultante est de 3.5  $\mu\text{m}$ . Finalement, le volume situé au centre du tube a été discrétisé avec des polyèdres. La forme des cellules est générée de manière aléatoire pour s'adapter facilement à la courbure du volume discrétisé. Le maillage volumique final est constitué de 568000 cellules ; il est illustré sur la Figure 3.1, qui montre également la sortie du domaine en détails, afin de permettre la visualisation des couches prismatiques de proche-paroi ainsi que le maillage intérieur polyédrique.

Une condition de non-glissement est appliquée aux parois du volume fluide, ce qui implique que la vitesse tangentielle aux parois est amenée explicitement à zéro. Sur la surface de sortie, la pression est spécifiée, tandis qu'à l'entrée du domaine fluide les composantes de vitesse et les dimensions caractéristiques de la turbulence sont appliquées. En effet, l'écoulement à l'entrée du domaine doit présenter les profils de vitesse et le comportement turbulent caractéristique des écoulements pleinement développés de conduit. Le prochain paragraphe décrit la démarche entreprise dans le but d'obtenir les conditions aux limites appropriées au calcul de l'écoulement turbulent sur le coude.

### 3.2.2 Génération de l'écoulement d'entrée

---

Afin de simuler correctement l'écoulement au passage du coude, il est souhaitable de pouvoir fournir les conditions d'écoulement turbulent développé à l'entrée du domaine. Le but est de simuler le comportement typiquement retrouvé dans les coudes situés en systèmes de tuyauterie, libres de l'influence d'éventuelles perturbations en amont. L'objet d'étude est ainsi le coude qui est séparé des autres singularités du système par des tubes droits suffisamment longs pour permettre le développement complet du profil de vitesse et des propriétés turbulentes. Si d'une part cette configuration est couramment retrouvée dans le contexte industriel, la simulation des longs tronçons droits s'avère trop coûteuse en vue des alternatives existantes. Deux approches différentes pour la génération des conditions d'écoulement à l'entrée sont proposées par la suite.

#### 3.2.2.1 Simulation de tube droit « infini »

L'écoulement pleinement développé en tube droite peut ainsi être généré par un calcul indépendant, de façon à permettre l'export et ensuite l'injection des propriétés d'intérêt sur la surface d'entrée du domaine fluide. Une approche possible consiste à réaliser un calcul RANS sur un court tronçon droit de diamètre identique au diamètre du coude à modéliser. Des conditions aux limites périodiques sont introduites de manière à ce que l'écoulement de sortie du tronçon alimente constamment son entrée ; une condition de débit massique est introduite afin de préciser la vitesse moyenne et initialiser l'écoulement.

Le tronçon simule ainsi un tube droit de longueur infinie et, suite à la convergence du calcul RANS, l'écoulement est censé présenter les caractéristiques du cas pleinement développé. Les trois composantes de vitesse peuvent ensuite être exportées sur une section transversale quelconque du tronçon. Deux grandeurs sont nécessaires pour définir les propriétés turbulentes de l'écoulement. L'introduction de ces grandeurs permet la génération

des conditions d'entrée turbulentes pour les simulations instationnaires (consulter la Méthode de Synthèse de Tourbillons de Jarrin *et al.* (182)).

Cette approche a été utilisée pour le calcul instationnaire de l'écoulement sur un coude à diamètre interne  $D = 42 \text{ mm}$  (Baramili *et al.* (183)). L'écoulement pleinement développé a été généré sur un tronçon droit de longueur 150 mm par un calcul RANS pour lequel un modèle  $k-\varepsilon$  a été utilisé. Suite à la convergence des données, les trois composantes de vitesse, l'intensité turbulente et la longueur intégrale ont été exportées sur tous les nœuds de maillage d'une section transversale du tube. Suite à une initialisation de la turbulence sur un autre domaine fluide contenant le coude, les données exportées sur le tronçon ont été injectées en entrée du coude et la Méthode de Synthèse a été utilisée pour générer les conditions d'écoulement développé. Le calcul LES de l'écoulement sur le coude en question a ensuite été réalisé avec les conditions d'entrée instationnaires décrites.

Une comparaison a été ensuite réalisée entre cette simulation et un autre calcul pour lequel aucune turbulence n'est imposée en entrée du domaine fluide, démontrant la pertinence de l'application de la méthode de synthèse employée. Cependant, cette démarche de génération de l'écoulement d'entrée à partir d'un tronçon infini n'a pas été validée avec des données expérimentales. En outre, l'injection des données en entrée doit être faite au moyen d'une interpolation sur une grille régulière de points, puisque le maillage d'export des données, dans le tronçon droit, ne peut pas correspondre parfaitement à la discrétisation de la surface d'entrée du coude. La convergence du calcul LES réalisé avec ces conditions semble être affectée par la grille d'interpolation utilisée. Pour éviter ce problème, une autre approche de génération de l'écoulement d'entrée a été utilisée dans la présente étude.

### 3.2.2.2 Utilisation de données expérimentales

L'importance des conditions de turbulence amont sur la formation des structures cohérentes au passage du coude a été évoquée par Thunstall et Harvey (184) et plus récemment étudiée en détails par Eguchi *et al.* (185), Sakakibara et Machida (186) et Barbara (18). Pour cette raison, une démarche de génération des conditions initiales d'écoulement qui prend en compte des données expérimentales a été considérée.

Le Chapitre 4 est consacré à la description du banc d'essais et des techniques expérimentales utilisés afin de mesurer, entre autres, le champ des vitesses en amont, en aval et directement sur un coude identique à celui qui est utilisé pour la simulation numérique.

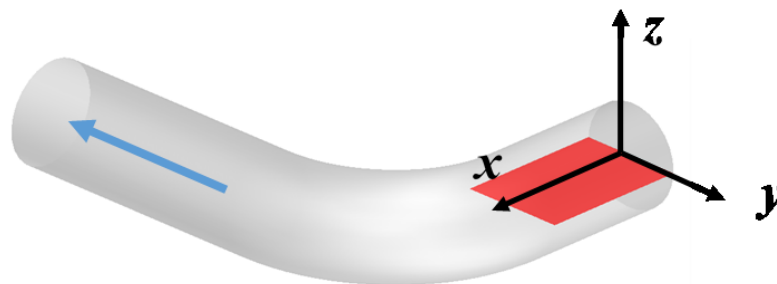


Figure 3.2 – Section de mesure PIV utilisée pour obtention des profils des vitesses et propriétés turbulentes. La flèche bleue indique le sens de l'écoulement.

Des essais ont été réalisés dans des conditions d'écoulement similaires à celles que l'on souhaite simuler ; le coude a été inséré dans une boucle de circulation d'eau isolée de l'influence d'autres singularités et précédé par un long tube droit. 1000 réalisations du champ des vitesses ont été obtenues. L'on peut ainsi raisonnablement supposer que ces expériences fournissent des données pertinentes sur le champ des vitesses et les caractéristiques turbulentes moyennes des écoulements de conduit pleinement développés.

Les données utilisées pour la modélisation des conditions d'écoulement à l'entrée du coude ont été mesurées sur une section transversale située à une distance de  $1.5D$  en amont de la section d'entrée. Le profil des vitesses axiales moyennes est directement obtenu à partir des 1000 réalisations du champ des vitesses. L'intensité et la longueur intégrale turbulente sont à leur tour estimées à partir des vitesses fluctuantes ; l'intensité turbulente bidimensionnelle est calculée à partir des moyennes quadratiques des vitesses fluctuantes mesurées dans la direction axiale ( $u_{rms}$ ) et radiale ( $v_{rms}$ ) :

$$k_{2D} = \frac{1}{2} \frac{u_{rms}(\mathbf{x})^2 + v_{rms}(\mathbf{x})^2}{U_0^2} \quad (3.39)$$

La longueur intégrale turbulente est une grandeur qui représente combien les structures tourbillonnaires restent corrélées à mesure qu'elles sont convectées par l'écoulement moyen. La fonction de corrélation de la vitesse axiale fluctuante mesurée entre deux points

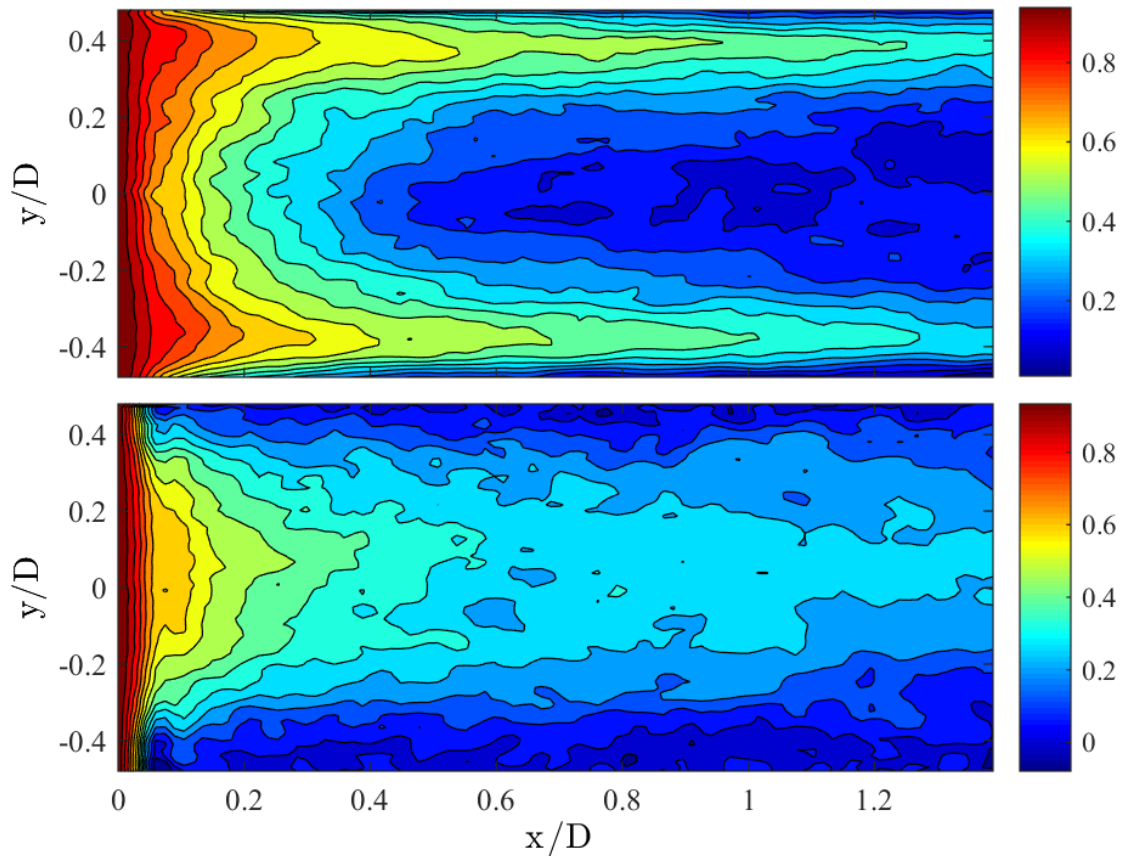


Figure 3.3 – Cartes de corrélation de vitesse sur la section horizontale amont. Haut, corrélation des fluctuations de vitesse axiales ( $R_{u'}$ ) ; bas, vitesses transversales ( $R_{v'}$ ).



différents  $\mathbf{x}_1$  et  $\mathbf{x}_2$  est calculée à partir d'une moyenne d'ensemble sur les 1000 réalisations du champ des vitesses, comme suit :

$$R_{u'} = \langle u'(\mathbf{x}_1, t_i), u'(\mathbf{x}_2, t_i) \rangle, \quad i = 1, \dots, N = 1000 \quad (3.40)$$

Ici,  $u'$  représente la vitesse axiale fluctuante (la moyenne d'ensemble est enlevée). La Figure 3.2 illustre la section de mesures PIV située en amont du coude et qui sert à fournir les propriétés de l'écoulement développé. On peut calculer la fonction de corrélation (équation 3.40) entre un point situé sur cette section et tous les autres points de la section plane indiquée en rouge sur l'image. En prenant  $\mathbf{x}_1 = (0, y, 0)$  en entrée du domaine, l'on peut se concentrer sur la courbe de corrélation entre ce point et tout autre point situé plus loin en aval sur la même ligne  $\mathbf{x}_2 = (x, y, 0)$ , pour toute valeur  $0 \leq x \leq 1.4D$ . L'intégrale de la fonction de corrélation définit l'échelle intégrale turbulente :

$$L_{u'}(y) = \int_{x_1}^{\infty} R_{u'}(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2) dx_2 \quad (3.41)$$

La Figure 3.3 contient les cartes de corrélation sur la section horizontale amont (en rouge, sur la Figure 3.2) pour les fluctuations de vitesse axiales et transversales. Les corrélations sur cette carte ont été calculées comme suit : les points de vitesse de la première colonne à gauche de l'image sont corrélés avec tous les points situés sur la même ligne horizontale ( $y = \text{constante}$ ) suivant une évolution longitudinale dans la direction axiale. Il est apparent sur l'image que les structures turbulentes sont plus corrélées selon la vitesse axiale dans l'écoulement pleinement développé. Cette composante de vitesse présente des longues régions de corrélation, surtout vers les parois du tube, alors que la corrélation décroît rapidement au centre du conduit. Contrairement, la composante transversale est peu corrélée en proche-paroi, gardant toutefois une région de corrélation modérée sur la ligne centrale du tube.

Puisque les mesures sont réalisées sur un domaine limité, il est impossible de réaliser l'intégration de l'équation 3.41 jusqu'à l'infini. Pour ces cas, il est pratique courante en mécanique des fluides de préciser la limite d'intégration de la fonction de corrélation là

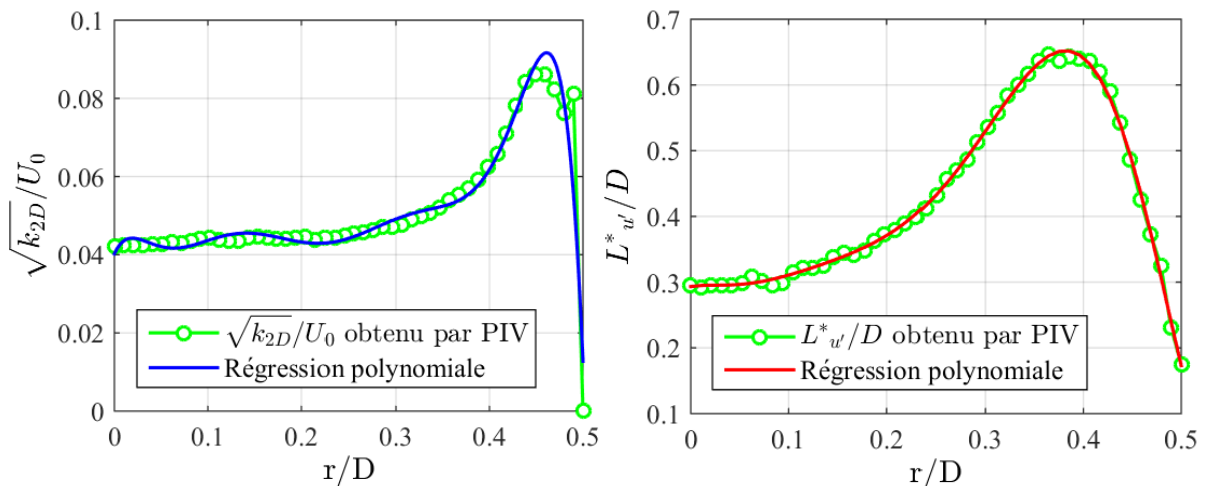


Figure 3.4 – Profils radiaux d'intensité turbulente (gauche) et longueur intégrale turbulente (droite).

où la courbe croise par la première fois l'axe des abscisses. Cette stratégie est choisie comme la plus pertinente par les travaux d'O'Neill *et al.* (187), qui présentent une comparaison entre plusieurs solutions existantes au problème de détermination d'une longueur intégrale dans un domaine spatialement limité. Néanmoins, il est important de remarquer que, pour les mesures en question, les corrélations axiales n'atteignent pas zéro avant l'extrémité de la section mesurée dans les régions de forte corrélation. Pour cette raison, un choix a été fait et consiste à estimer les longueurs turbulentes à partir de l'intégrale de la fonction de corrélation jusqu'à la limite du domaine mesuré ; la longueur intégrale turbulente *estimée* vis-à-vis de la modélisation de l'écoulement amont est calculée comme suit :

$$L_{u'}^*(y) = \int_{x_1}^{x_f} R_{u'}(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2) d\mathbf{x}_2 \quad (3.42)$$

où  $x_f$  représente l'extrémité du domaine selon une évolution longitudinale.

Finalement, un polynôme de huitième ordre a été utilisé pour réaliser une approximation des profils de vitesse axiale, intensité et longueur intégrale turbulente. Ces fonctions polynômiales, alliées à l'hypothèse d'écoulement axisymétrique, constituent un moyen robuste d'alimenter notre méthode de générations de conditions turbulentes au niveau de la section d'entrée du domaine. La Figure 3.4 illustre les profils d'intensité turbulente et de longueur intégrale turbulente estimés par PIV ainsi que les régressions polynômiales correspondantes.

### 3.2.3 Initialisation de la turbulence

Un calcul stationnaire (RANS) est réalisé afin d'initialiser les propriétés turbulentes sur l'intégralité du domaine tridimensionnel simulé. Cela permet d'assurer une convergence plus rapide du calcul instationnaire qui aura lieu par la suite. Le modèle k- $\epsilon$  Réalisable, développé entre autres par Shih (139), est employé avec une fonction de paroi définie à partir de la théorie d'équilibre de la couche limite. Le modèle impose l'invariabilité de la masse volumique fluide sur l'intégralité du domaine. Les conditions de contour sont celles décrites dans la sous-section 3.2.1 et l'écoulement à l'entrée du domaine correspond à la configuration pleinement développée (voir sous-section 3.2.2).

La convergence du calcul est évaluée à partir de l'évolution des résidus en fonction du nombre d'itérations réalisées. Les résidus sont une mesure de l'erreur commise lors de la résolution des équations discrétisées. On prend en compte la valeur RMS des erreurs sur toutes les cellules du maillage :

$$r_{rms} = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=0}^n r_i^2} \quad (3.43)$$

où  $n$  est le nombre de points de discrétisation. Cette erreur est normalisée par rapport à la plus grande valeur calculée dans les itérations passées. Dans le cas d'un calcul complètement convergé,  $R = r_{rms}/r_{max}$  tend à zéro et atteint l'ordre de grandeur correspondant à la

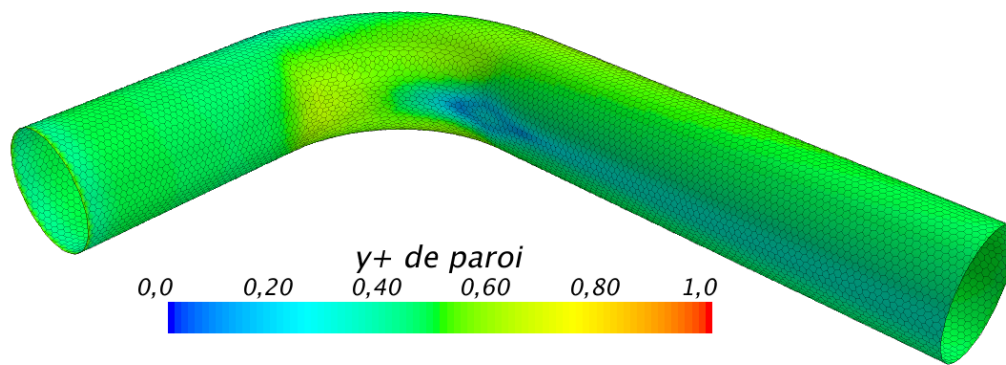


Figure 3.5 –  $y^+$  de paroi issu du calcul du champ de vitesses moyen (RANS).

précision de la machine. Pour juger la convergence du calcul présent, le critère choisi a été d'imposer une valeur de résidu maximale sur la quantité de mouvement dans la direction axiale ainsi que transversale ; le calcul est dit convergé (et les itérations sont arrêtées) quand ces deux résidus sont inférieurs à  $5 \times 10^{-5}$ . Environ 3000 itérations sont nécessaires pour la convergence du calcul RANS sur le coude en question selon les critères décrits.

La Figure 3.5 illustre une cartographie de la distance à la paroi du premier point de discrétisation volumique, obtenue suite au calcul du champ moyen par le modèle RANS. La variable illustrée est la distance normale sans dimension,  $y^+$ , décrite par l'Equation 3.14. La figure montre que le maillage raffiné en proche-paroi permet de situer la majorité des premiers points de discrétisation dans la région  $y^+ \sim 0.5$  et que cette valeur n'atteint jamais l'unité sur le domaine. Les valeurs maximales se trouvent sur l'intrados dans une région qui commence en entrée de la courbe et qui se divise en deux vers sa sortie. Cette région est suivie par une poche de faible vitesse de frottement qui semble se prolonger jusqu'à la sortie du domaine fluide.

### 3.2.4 Calcul Instationnaire

Ayant pour base la solution stationnaire de l'écoulement, un calcul LES a été réalisé afin d'obtenir des informations sur l'évolution temporelle des champs des vitesses et de pression. Le modèle de sous-maille choisi est le modèle Smagorinsky pour lequel la constante  $C_s = 0.1$  a été imposée. Cette valeur est utilisée par Deardoff (161) et Moin et Kim (162) pour les calculs d'écoulement confiné ; les auteurs remarquent, à partir d'un nombre d'expériences numériques, que l'utilisation d'une valeur très supérieure peut impliquer un amortissement excessif des niveaux turbulents. Une fonction d'amortissement standard est utilisée pour le traitement de paroi dans la région  $y^+ > 30$  tandis qu'une formulation du type Faible Reynolds est employée en plus proche-paroi. Le schéma de discrétisation temporelle est de deuxième ordre ; le pas de temps est calculé de manière à respecter le critère du Nombre de Courant unitaire. Ce coefficient, aussi connu comme condition de Courant–Friedrichs–Lewy (CFL), assume la forme :

$$C = \frac{u_{max}\Delta t}{\Delta x} \leq C_{max} \quad (3.44)$$

où  $u_{max}$  est la vitesse maximale dans le domaine simulé et  $\Delta x$  correspond à la taille des cellules. Le choix de définir  $C_{max} = 1$  revient à limiter le déplacement fluide, dans tout le domaine, à moins d'une cellule par pas de temps. Cela est généralement suffisant pour assurer la convergence du calcul instationnaire. Puisque la dimension axiale des cellules du domaine est imposée à  $\delta x = 5 \text{ mm}$  et que les vitesses maximales sont de l'ordre de  $u_{max} \sim 10 \text{ m/s}$ , le pas de temps choisi est  $\Delta t = 5 \times 10^{-4}$ . 20 itérations sont réalisées à l'intérieur de chaque pas de temps. Pour une durée de solution de 20 secondes (temps physique), le calcul en parallèle sur une machine à 30 processeurs (fréquence des processeurs : 2.4 GHz) nécessite environ 7.5 jours.

La Figure 3.6 illustre un instantané du profil des vitesses sur la section transversale située  $1.5D$  en amont de l'entrée de la courbe. La méthode employée pour la génération des conditions d'entrée turbulentes provoque la perte de la symétrie axiale du profil de vitesses, permettant toutefois l'injection d'un écoulement instationnaire muni de petites structures turbulentes générées aléatoirement. Ces structures sont convectées jusqu'à la courbe où elles sont déformées et déstructurées. Cette condition de turbulence instationnaire peut être visualisée à l'aide de la Figure 3.7. L'image contient un instantané de l'isosurface de *Critère Q*, une variable souvent utilisée pour identifier et visualiser les structures turbulentes. Cette grandeur est définie en fonction du tenseur de contraintes  $S_{ij}$  et du tenseur de vorticité  $\Omega_{ij}$  dans le domaine fluide (consulter Haller (188)) :

$$Q_{ij} = \frac{1}{2} (|\Omega_{ij}|^2 - |S_{ij}|^2) \quad (3.45)$$

où les tenseurs des contraintes et vorticité sont donnés par :

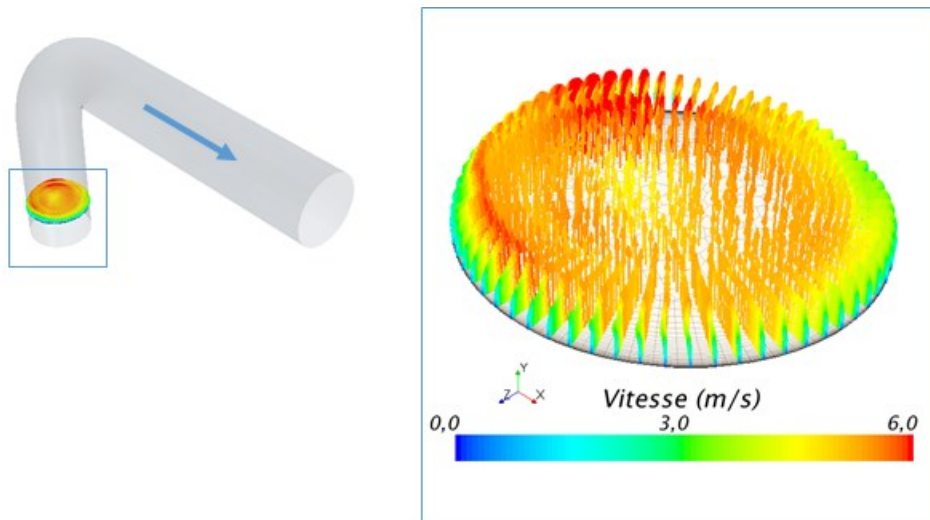


Figure 3.6 – Instantané du champ des vitesses sur la section transversale située  $1.5D$  en amont de l'entrée du coude.

$$S_{ij} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right), \quad \Omega_{ij} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} - \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \quad (3.46)$$

Sur la Figure 3.7, l'isosurface est définie pour la valeur  $Q = 4000 \text{ s}^{-2}$  ; elle est colorée avec la valeur de la magnitude de vitesse transversale (composante de vitesse dans la direction Y, selon le trièdre représenté dans l'image). On peut y voir des structures synthétisées à petite échelle générées en entrée du domaine et puis convectées et déformées sur l'intrados, ainsi que des structures plus allongées générées au sein du coude. L'analyse détaillée des grandes structures cohérentes présentes dans l'écoulement aval fera l'objet du Chapitre 5.

### 3.2.5 Extraction des données

La simulation instationnaire de l'écoulement fournit les 3 composantes de vitesse et le champ de pression sur l'intégralité du domaine tridimensionnel. Il est intéressant d'extraire des réalisations de ces variables à des fréquences suffisamment faibles, de manière à ce que les champs successifs soient décorrélés entre eux. En effet, George *et al.* (189) suggèrent que la convergence de la moyenne d'ensemble des réalisations est optimisée quand les échantillons sont écartés de deux fois l'échelle intégrale, qui est une mesure de la mémoire du processus aléatoire. Ces conditions servent à assurer que l'ergodicité soit respectée : en d'autres mots, l'ensemble de réalisations des variables de l'écoulement est assez grand pour bien représenter la dynamique du système fluide. L'ergodicité sera nécessaire pour le traitement qui sera appliqué aux champs des vitesses et de pression par la suite de la présente étude.

L'échelle intégrale peut être directement estimée à partir de l'analyse de la corrélation temporelle des variables d'intérêt. Cette estimation nécessite ainsi d'une connaissance, a priori, d'une solution convergée de l'écoulement instationnaire. Une estimation est toutefois envisageable à partir des fréquences d'oscillation caractéristiques des grandes structures corrélées de l'écoulement (la séparation sur l'intrados, les tourbillons de Dean et le lâché tourbillonnaire issu dans la séparation). Plusieurs auteurs ont estimé les fréquences

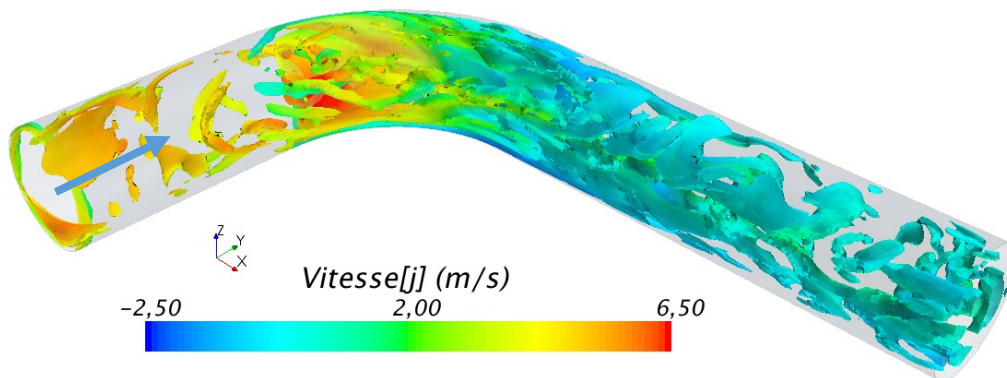


Figure 3.7 – Isosurface de Critère  $Q$  ( $Q = 4000 \text{ s}^{-2}$ ) colorée par la magnitude de vitesse transversale et issue du calcul LES. Le sens de l'écoulement moyen est indiqué par la flèche bleue.

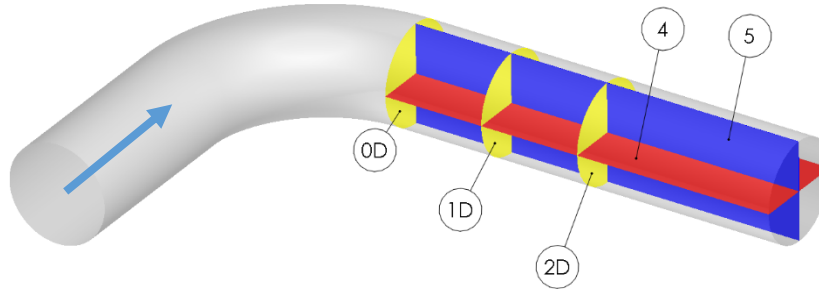


Figure 3.8 – Sections sur lesquelles les données numériques sont extraites. La flèche bleue indique le sens de l'écoulement.

d'oscillation de ces structures au moyen de calcul numérique (Rutten *et al.* (163)) ou expérimentalement, avec des mesures de la pression fluctuante de paroi (Ebara *et al.* (190), Yamano *et al.* (164) et Takamura *et al.* (17)). Dans la gamme de nombre de Reynolds étudiée, les auteurs trouvent que les structures les plus lentes oscillent à une fréquence sans dimension  $St = 0.5$ . Cela équivaut à une fréquence de 25 Hz dans les conditions d'écoulement simulées dans le présent chapitre.

Ainsi, la fréquence d'échantillonnage optimale du point de vue de la convergence des données est  $f_{opt} = 12,5 \text{ Hz}$ . A cette fréquence, une solution numérique de 80 secondes serait nécessaire pour obtenir 1000 champs de vitesse. Le temps de calcul nécessaire serait alors de l'ordre de 30 jours. Afin d'éviter un temps de calcul aussi long, un compromis a alors été adopté : les données de pression et vitesse ont été extraites à une fréquence de 100 Hz et pendant 20 secondes. Un total de 2000 « instantanés » du champ des vitesses et de pression sont ainsi obtenues sur chacune des surfaces étudiées.

Les surfaces d'intérêt sont de deux types : des sections planes en sortie du coude et la surface située à la paroi du domaine. La Figure 3.8 illustre les sections planes transversales (en jaune), nommées en fonction de leur distance par rapport à la sortie du coude (0D, 1D et 2D, aval). La section horizontale aval (rouge) et la section verticale aval (bleue) sont numérotées 4 et 5, respectivement. La surface de la paroi est indiquée en gris et comprend tout le domaine. Pour les sections planes, l'extraction des données se fait sur des grilles de points, écartés régulièrement et mis en coïncidence avec les plans définis par les surfaces. Sur la paroi, les données sont extraites directement des points du maillage situées à la surface. Le Tableau 3.1 présente le nombre de points de sonde contenus dans chaque section.

Type de surface	Identification	Nombre de Points
Sections Transversales	0D, 1D, 2D	2721
Sections Longitudinales	4, 5	4900
Paroi	Paroi	21762

Tableau 3.1 – Caractéristiques des sections pour l'extraction des données numériques.



# 4 Dispositif Expérimental

---

## Introduction

Les vibrations induites en permanence par l'écoulement turbulent dans les systèmes de tuyauteries sont liées à des sources complexes, intensifiée par des modes mécaniques et acoustiques de la structure et soumises à des couplages divers. Dans le but d'étudier cette source vibratoire en présence de tous les phénomènes qui jouent un rôle dans l'excitation, la présente étude propose une approche basée sur des données physiques, obtenues à l'aide d'un ensemble d'expériences réalisées dans des conditions semblables à celles que l'on peut retrouver dans les applications industrielles qui motivent cette recherche. Un banc d'essais a été conçu et construit pour cette finalité dans les locaux de l'Institut P<sup>2</sup> de Poitiers, permettant d'évaluer la source vibratoire liée au passage de l'écoulement par un coude de manière isolée.

Le banc d'essais est constitué d'une boucle de circulation d'eau, où une zone d'essais est isolée des influences externes, qu'elles soient de nature vibratoire ou acoustique. Dans cette zone consacrée aux expériences, deux types de coude sont utilisés pour des mesures en mécanique des fluides et en vibrations. Les essais ont ainsi combiné deux types de mesures de nature distincte : d'un côté, la technique de Vélocimétrie par Image de Particules (PIV) a été employée pour caractériser la topologie instationnaire de l'écoulement interne et, d'autre côté, des mesures de pression de paroi et d'accélération ont permis d'évaluer l'excitation à l'interface fluide-solide et la réponse mécanique de la structure soumise à la sollicitation dynamique du fluide. Des mesures simultanées de ces deux types sont réalisées dans un dernier temps afin d'étudier, au moyen d'une analyse des corrélations, le couplage existant entre l'écoulement et l'excitation qu'il induit à l'interface entre le fluide et la structure.

Si d'une part la source d'excitation est dépendante de la géométrie du banc d'essais (en outre que des conditions d'écoulement imposées), la réponse vibratoire est également conditionnée par la fonction de transfert mécanique associée à la structure. Les propriétés vibratoires ont ainsi été étudiées dans le but de permettre une étude compréhensive des vibrations induites par l'écoulement sur une zone d'essais contenant un coude. Le présent chapitre est consacré à la description du banc d'essais, des expériences, ainsi que des outils et techniques de mesure employés pour la caractérisation de la source associée à l'écoulement turbulent sur le coude.



## 4.1 Banc d'essais

Une boucle fermée pour circulation d'eau est utilisée pour l'étude de l'excitation issue en aval d'un coude soumis à différentes vitesses débitantes, à savoir, 2, 5, 8 et 10 m/s. La Figure 4.1 illustre les éléments principaux de cette zone d'essais, dont les conduits sont en PVC-U avec un diamètre interne  $D = 100 \text{ mm}$ . Une pompe centrifuge *Grundfos* (10) assure un débit constant dans la veine hydrodynamique et un variateur de vitesse permet d'atteindre les différentes conditions d'écoulement étudiées. Le débit est vérifié au moyen d'un débitmètre électromagnétique *Endress Hauser Promag W* (9), situé en amont de la pompe. Deux cuves entourent la zone où toutes les mesures sont effectuées, dite la zone d'essais.

La cuve (1) est celle qui reçoit l'écoulement provenant de la pompe. Son rôle est d'amortir les fluctuations de pression induites par le passage des pâles (variations générées par le rotor) de la pompe et d'éliminer l'influence d'autres singularités du circuit. La cuve (2) joue le rôle d'amortisseur acoustique et isole la zone d'essais des sources acoustiques situées en extérieure, de façon à ce que le coude y soit la seule source importante. Le principe de fonctionnement de ces amortisseurs (cuves 1 et 2) s'approche de celui des résonateurs de Helmholtz ; le grand volume d'eau présente une résonance à basse fréquence et, tout comme un système masse-ressort à un degré de liberté, il amortit les fluctuations à des fréquences supérieures à sa fréquence naturelle (pour plus de détails sur la conception de ce type d'amortisseurs le lecteur est invité à consulter Larsson (191) ou encore Axisa (65)).

D'autre part, il est aussi important d'isoler mécaniquement la zone d'essais des influences externes. Pour cette raison, ses éléments principaux sont fixés sur une table en marbre massif (4) qui repose sur des plots en caoutchouc souple (5), de façon à désolidariser la table des éventuelles vibrations du sol (bruit de fond). Les raccords souples (6 et 8) découplent le réseau des vibrations possiblement transmises aux cuves (1 et 2) par la pompe. La pertinence de ces dispositifs est évaluée à l'aide d'une analyse modale expérimentale

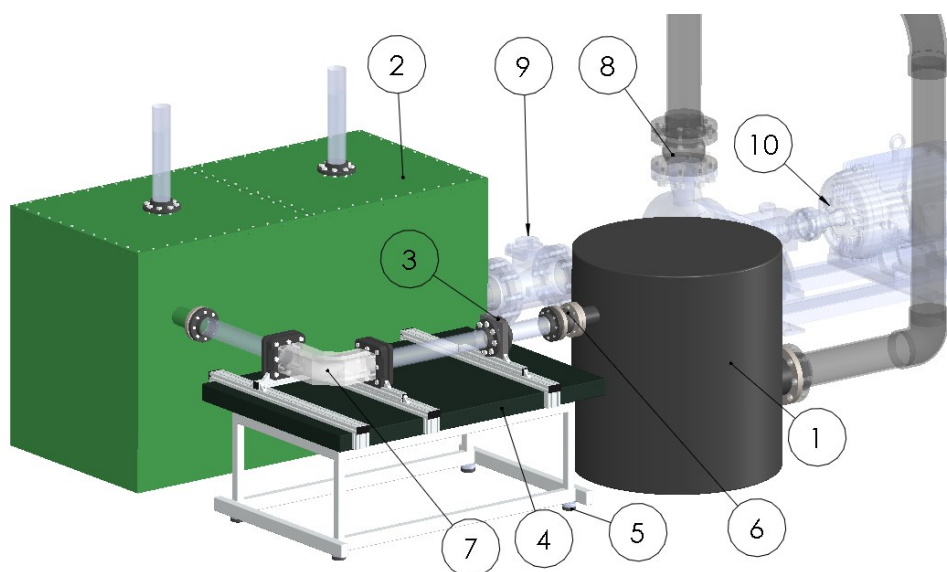


Figure 4.1 – Image schématique de la zone d'essais contenue dans la boucle de circulation d'eau.

(AME) de la zone d'essais, réalisée dans le but de caractériser le comportement vibratoire du banc. Les résultats de l'AME sont présentés dans la section 4.3.

L'écoulement issu de la cuve (1) est perturbé au passage du raccord souple (6) et ne représente pas l'écoulement interne turbulent développé que l'on souhaiterait obtenir dans la présente étude. Dans le but de contrôler la topologie de l'écoulement qui entre dans le coude (7), une grille homogène est placée entre le raccord souple et le coude. Un système de support de la grille (3) permet de la remplacer facilement (3). Une longueur de 10 diamètres est respectée entre la grille et le coude, de façon à permettre le développement complet du profil de vitesses turbulent, avec une distribution homogène de la turbulence sur la section du conduit.

#### 4.1.1 Les coudes utilisés

Le coude (7) à rayon de courbure  $R_c = 1.5D$  est une pièce usinée en deux blocs comme le montre la Figure 4.2. Le matériau utilisé est le poly-méthacrylate de méthyle, connu sous le nom de PMMA. Il s'agit d'un polymère transparent souvent utilisé pour des études où l'on applique la vélocimétrie laser, dû à ses bonnes qualités optiques. Les deux blocs ont été collés ensemble selon un plan de collage vertical curviligne. Cette méthode de conception atypique a été adoptée dans le but d'éviter la présence d'un plan de joint horizontal qui pourrait gêner le passage de la nappe laser dans le cadre des mesures de vélocimétrie laser sur ce plan. La pièce assemblée possède des faces extérieures planes, ce qui permet de réduire les effets de diffraction de la lumière et du laser lors des mesures.

Deux supports connectent rigidement le coude au marbre : un support en entrée et un autre en sortie du coude, liés directement à ses brides. Un troisième support se connecte à la boîte à grilles (3). Les supports illustrés sur la Figure 4.1 sont plus facilement visualisés sur la Figure 4.2 à droite. Ils sont constitués de profilés d'aluminium traversant le marbre et se fixant sur ses côtés ; des profilés plus petits se visent sur les premiers au moyen d'équerres talonnées, qui sont également utilisées pour fixer les brides carrées qui tiennent le coude. Ces brides ont été conçues spécifiquement pour tenir le coude et permettre facilement le démontage de la singularité tout en gardant en place les autres parties de la zone

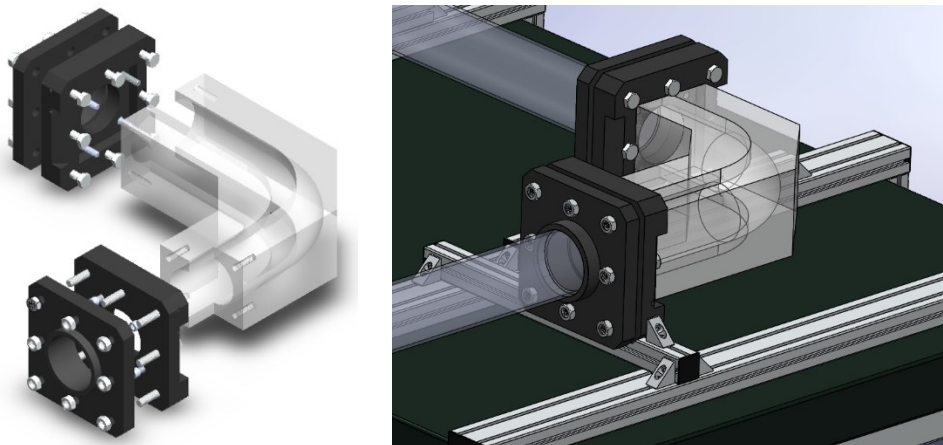


Figure 4.2 – Coude transparent en PMMA (gauche) ; coude monté sur marbre (droite).

d'essais. Des vises connectent les brides au coude en PMMA au moyen d'un ensemble de trous filetés dans sa masse.

La zone d'essais a été conçue de manière à permettre un démontage rapide du coude sans toucher aux conditions de fixation. Ceci a été prévu pour permettre l'utilisation d'un deuxième coude sans modifier les propriétés vibratoires du reste de la zone d'essais. Ce deuxième coude est une pièce commerciale en PVC, de même rayon de courbure, qui a pour but de représenter les conditions réelles de vibration retrouvées dans les applications industrielles. Puisqu'il ne permettra pas la réalisation des mesures du champ des vitesses par vélocimétrie laser, le coude en PVC sera instrumenté pour des mesures couplées de pression de paroi et de vibration qui seront comparées à celles obtenues sur le coude PMMA. L'instrumentation des deux coudes pour les mesures de pression et vibration est décrite dans la Section 4.3, qui contient également la description des essais en vélocimétrie laser sur le coude PMMA.

---

## 4.2 Technique de mesure du champ des vitesses

Les problèmes de vibrations induites par l'écoulement sont caractérisés par une excitation issue du champ de pression turbulent du fluide en contact avec une structure et par la réponse vibratoire de cette dernière, sous l'effet de l'excitation fluide. Le transfert de moment entre le fluide et le solide se fait par moyen de fluctuations de pression sur les parois de la structure, la pression statique ne contribuant pas aux vibrations. Pour cette raison, dans la présente étude, les évolutions du champ des vitesses interne au conduit, ainsi que des fluctuations de pression sur ses parois internes et de la réponse vibratoire de la structure seront évaluées expérimentalement.

L'étude des systèmes fluides comprend nécessairement le besoin de connaître le champ des vitesses dans une région donnée du domaine, puisque plusieurs quantités, comme par exemple le débit massique ou le champ de pression, dépendent de la connaissance précise de la vitesse. Dans les écoulements réels, le fluide est généralement en régime turbulent et donc très chaotique. A ce régime, les équations de Navier-Stokes ne peuvent pas être résolues analytiquement. La plupart des développements en mécanique des fluides des siècles XIX et XX ont donc été possibles grâce aux techniques expérimentales de mesure.

L'Anémométrie à fil chaud est l'une des techniques les plus largement utilisées pour détermination des fluctuations de vitesse, température et masse volumique en un point de l'écoulement. Un fil métallique réchauffé par effet Joule verra sa température varier lorsqu'il est soumis à un écoulement (sous l'effet de la convection forcée). Des fluctuations de vitesse du fluide font varier la température du fil métallique et par conséquent sa résistance électrique et cela est donc utilisé pour la mesure des quantités fluctuantes. Contrairement aux tubes de Pitot, cette technique présente une bonne résolution temporelle, avec des fréquences maximales d'acquisition pouvant atteindre l'ordre de la centaine de kHz.

D'autre part, l'anémométrie à fil chaud se limite à la mesure de la vitesse dans une seule direction et rend très couteuse, en termes de temps, la mesure d'une fine grille de

vitesse sur une section plane de l'écoulement, par exemple. Cette technique est aussi légèrement intrusive, le fil métallique pouvant modifier localement l'écoulement, et de très difficile application aux mesures d'écoulement interne en boucle fermée. La présente étude nécessite une technique de mesure capable d'évaluer le champ de vitesses de manière non-intrusive.

Le développement des techniques optiques en mécanique des fluides a ouvert tout un nouvel horizon de possibilités liées au fait que ces techniques sont non-intrusives. L'Anémométrie Laser Doppler (LDA, de l'acronyme en anglais) permet de retrouver les composantes de vitesse d'un point de l'écoulement de manière non-intrusive. Une zone précise de l'écoulement est éclairée simultanément par deux ou plusieurs faisceaux lasers, en fonction du nombre de composantes de vitesse que l'on souhaite mesurer. Sur la zone du croisement des faisceaux, une interférence a lieu et produit un ensemble de franges parallèles. L'écoulement, à son tour, estensemencé avec des particules.

Lorsque ces particules traversent la zone d'interférence, elles émettent une impulsion lumineuse au passage de chaque frange. Cela produit un signal à une fréquence déterminée, qui est fonction de la vitesse des particules et de la longueur d'onde du laser incident (ainsi que de l'angle entre les deux rayons lumineux). Puisque les propriétés du laser sont connues, la mesure de la vitesse peut être réalisée à partir de l'analyse du signal émis par la zone d'interférence. Une description détaillée de la technique LDA peut être retrouvée sur Durst (192).

La LDA est toutefois peu adaptée pour l'obtention des champs des vitesses instantanées sur toute une section interne du conduit. La nécessité de déplacer les faisceaux au travers de parois courbes est un vrai challenge et, bien qu'il ait été réalisé dans le cadre des travaux d'Enayet *et al.* (193) et Barbara (18), nous nous sommes orientés vers les techniques d'imagerie. Parmi ces techniques, la Vélométrie par Image de Particules (PIV) semble être la plus adaptée à notre étude. Cette technique, largement utilisée pour étudier des écoulements internes complexes, permet de remonter au champ de vitesses sur une section plane de l'écoulement avec bonne résolution spatiale et temporelle, ainsi que de façon non-intrusive. La PIV est ainsi adoptée dans le cadre de la présente étude.

#### 4.2.1 Principe de fonctionnement de la PIV

---

La PIV est une technique de mesure non-intrusive qui permet la détermination globale d'un champ de vitesses à partir de l'analyse d'image de particules. Généralement, la PIV est appliquée sur une tranche bidimensionnelle du domaine fluide pour la détermination de deux composantes de vitesse (technique 2D-2C). L'idée de base est d'ensemencer l'écoulement au moyen de traceurs, d'enregistrer une paire d'images capturant les positions de ces traceurs à deux moments distincts et ensuite de déterminer les vitesses associées à partir de la mesure du déplacement de ces particules. La description détaillée de la PIV2D-2C et de ses variantes pouvant être retrouvée sur Riethmuller *et al.* (194) et Raffel *et al.* (195), les principaux éléments de principe et d'application seront brièvement rappelés par la suite.

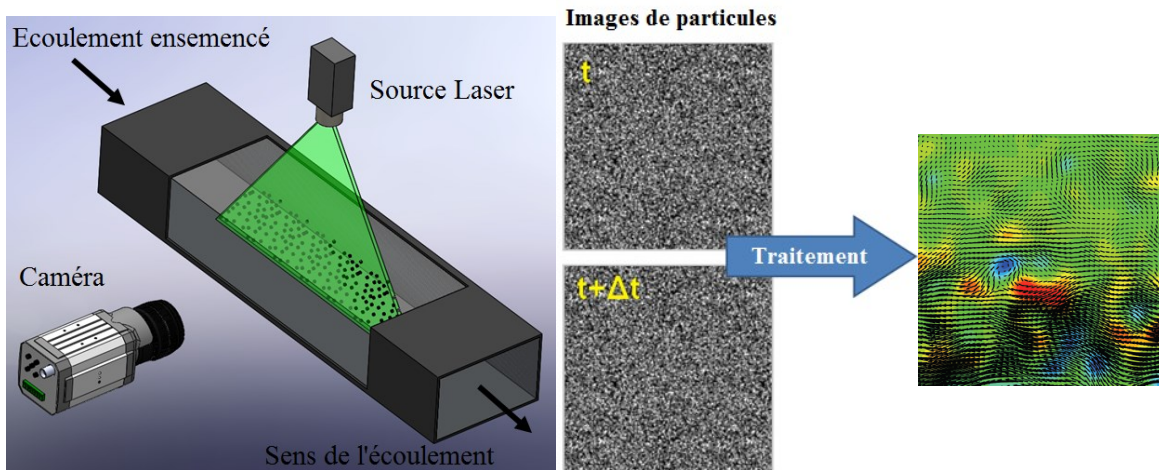


Figure 4.3 – Schémas pour illustration de l'acquisition d'images (gauche) et de leur traitement (droite) pour construction du champ des vitesses par vélocimétrie laser.

La précision des mesures PIV dépend de la faculté des traceurs à suivre l'écoulement sans modifier sa dynamique et de la qualité des images de particules donnant leurs positions à des moments distincts. Notamment, l'analyse de ces doublets d'images doit être capable de déterminer correctement le déplacement des traceurs entre la première et la deuxième image. La Figure 4.3 illustre un schéma d'acquisition PIV où une source laser est utilisée pour éclairer une section de l'écoulement de canal contenant des traceurs. La lumière diffusée par ces particules éclairées est enregistrée par une caméra munie, généralement, d'un capteur numérique du type CCD (*Charge-Coupled Device*). Ces capteurs, constitués d'une matrice de points élémentaires (les pixels), transforment la lumière incidente en charge électrique qui sera ensuite traduite en une fonction de niveau de gris, chaque pixel comportant une valeur qui représente la quantité de lumière reçue.

Deux images successives sont prises avec un intervalle de temps  $\Delta t$  très petit. Le traitement des images peut donc s'effectuer pour obtention des champs de vitesses. La corrélation des fonctions en niveau de gris des doublets d'images permet de déterminer statistiquement le déplacement des groupes de particules, au sens du déplacement le plus probable. Le champ de vitesses dans le plan en est déduit directement, connaissant l'intervalle de temps entre les images :

$$\mathbf{u} = \frac{\text{déplacement selon } x}{\Delta t} \quad \text{et} \quad \mathbf{v} = \frac{\text{déplacement selon } y}{\Delta t} \quad (4.1)$$

L'intercorrélation des images n'est pas réalisée directement sur leur intégralité ; les images initiales sont divisées en un ensemble de  $(2M + 1) \times (2N + 1)$  sous-images appelées cellules ou fenêtres d'interrogation centrées sur la position  $(i, j)$ . Ensuite, on cherchera, sur la deuxième image, la position  $(m, n)$  dont la cellule maximise le coefficient de corrélation de la fonction de niveau de gris d'une cellule de la première image. En d'autres mots, on cherche la cellule dont le contenu ressemble le mieux à celui d'une cellule de la première image. Le coefficient de corrélation est calculé comme suit :

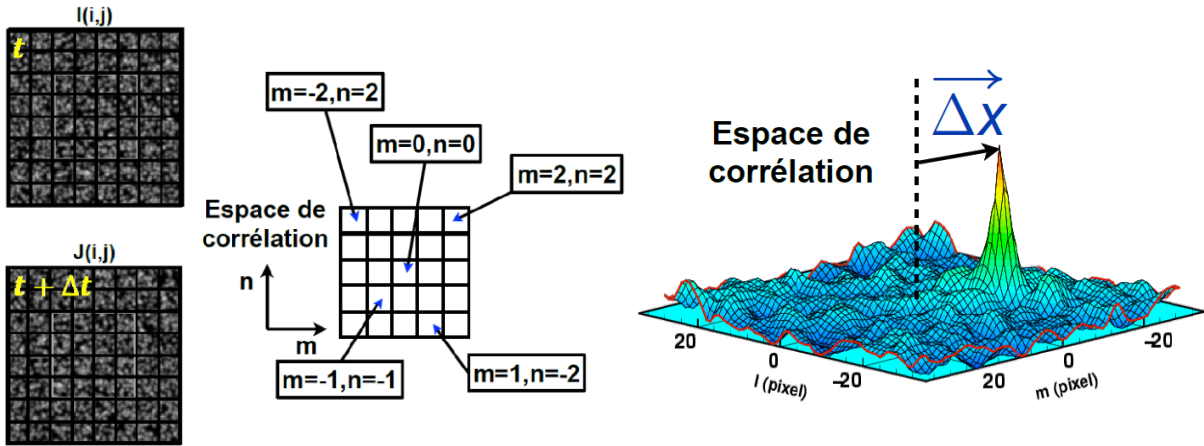


Figure 4.4 – Schéma explicatif de la division de l'image de base en plusieurs cellules d'interrogation (gauche) ; exemple de carte de corrélation avec un pic définissant le vecteur déplacement (droite).

$$\mathcal{R}(m, n) = \frac{\sum_{i=-M}^M \sum_{j=-N}^N [g_1(i, j)] \times [g_2(i + m, j + n)]}{\sqrt{\sum_{i=-M}^M \sum_{j=-N}^N [g_1(i, j) - \bar{g}_1]^2 \times \sum_{i=-M}^M \sum_{j=-N}^N [g_2(i, j) - \bar{g}_2]^2}} \quad (4.2)$$

où  $g_1$  et  $g_2$  sont les fonctions en niveau de gris des cellules des images 1 et 2, tandis que  $\bar{g}_1$  et  $\bar{g}_2$  sont leurs moyennes spatiales dans une cellule d'interrogation. Le résultat est un pic de corrélation dans la direction probable du déplacement des particules qui est distinct des autres pics relatifs aux autres cellules d'interrogation. Généralement, des images de bonne qualité, alliées à un ensemencement adéquat de l'écoulement, assurent l'apparition d'un seul pic de corrélation très distinct des autres, indiquant clairement le déplacement des groupes de traceurs.

#### 4.2.2 Stéréoscopie : PIV 2D-3C

La PIV stéréoscopique permet de mesurer et enregistrer les trois composantes de vitesse des particules qui traversent un plan éclairé de l'écoulement ensemencé à partir des doublets d'images issus de deux caméras. Son principe de fonctionnement est le même que celui utilisé pour la vision humaine : le principe de la vision stéréoscopie. Nos deux yeux voient des images légèrement différentes et des déplacements plans sont identifiés par chaque image individuelle. En comparant les paires d'images obtenues simultanément par les deux yeux, le cerveau est capable d'interpréter le mouvement tridimensionnel. Avec deux caméras situées à des positions différentes ou, plus couramment, à des angles différents, cette variation de la PIV est largement utilisée pour mesurer la vitesse axiale en même temps que les composantes de vitesse comprises dans le plan transversal d'un écoulement de conduit, comme illustre la Figure 4.5.

Sur l'image, une diode laser éclaire un plan perpendiculaire au sens de l'écoulement ensemencé. Deux caméras séparées d'un angle de  $90^\circ$  focalisent sur la section éclairée et acquièrent des doublets d'image simultanés d'un côté et de l'autre. Des prismes transparents sont utilisés entre les caméras et les parois du canal, de façon à offrir des interfaces



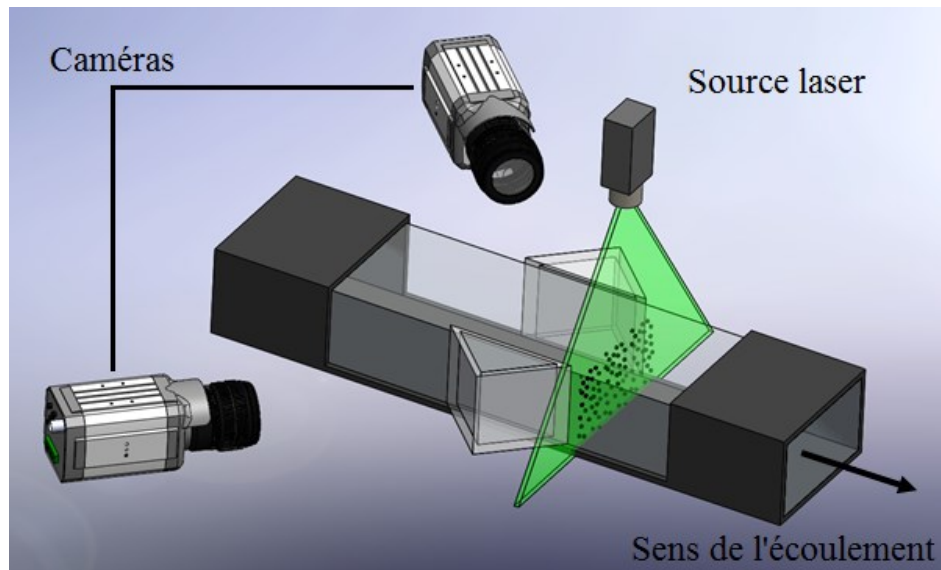


Figure 4.5 – Schéma illustratif d'un montage pour réalisation de mesures Stéréo-PIV avec prismes.

perpendiculaires au chemin optique. En effet, lorsque les écoulements de liquides sont mesurés en perspective, les aberrations optiques sont augmentées. L'astigmatisme, notamment, peut détériorer fortement les images de l'écoulement et, par conséquent, la fidélité des champs de vitesses obtenus. L'utilisation des prismes permet de réduire considérablement les effets d'astigmatisme (consulter Callaud et David (196)).

Cet artifice mécanique ne suffit généralement pas à éliminer complètement l'astigmatisme dans les configurations de mesure en perspective. Une technique complémentaire, connue sous le nom d'*Arrangement de Scheimpflug*, est souvent employée pour chercher la position optimale du capteur CCD. Il s'agit de la position pour laquelle l'image des particules s'insère dans un cercle dit *de moindre diffusion*. L'arrangement de Scheimpflug consiste à tourner légèrement l'objectif de la caméra par rapport à son corps, afin de permettre un réglage de la profondeur de champ aligné avec le plan laser. Plus de détails sur cette technique peut être retrouvé sur David *et al.* (197).

### 4.2.3 Mises à l'échelle des capteurs PIV

Le calcul du déplacement des particules qui suivent l'écoulement permet de remonter aux composantes de vitesse et est donc une étape essentielle des techniques de mesure par vélocimétrie laser. Une façon d'obtenir ces déplacements consiste à calculer, dans un premier moment, les déplacements dans un repère lié au capteur d'enregistrement (repère image) et ensuite de construire une fonction de transfert qui relie ce repère à celui de l'objet. Cette fonction traduit donc la relation entre les déplacements enregistrés dans les capteurs et les déplacements réels des particules dans l'écoulement. La modélisation d'un capteur PIV consiste donc à retrouver les transformations qui constituent cette fonction de transfert.

### 4.2.3.1 Transformations géométriques et de perspective

Dans de nombreuses configurations de mesure PIV, le capteur de la caméra peut être incliné ou déplacé par rapport à la section que l'on souhaite mesurer. Pour cette raison, des transformations géométriques (translation, rotation, entre autres) constituent la première étape des modèles de caméra, tout comme les transformations liées à la perspective. Ces transformations se traduisent par l'expression des pixels  $x'$  de l'image finale en fonction des pixels  $x$  de l'image originale par moyen d'une matrice de transfert. Pour des mesures dans un plan parallèle au plan du capteur et sans distorsions, nous avons :

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} t_x \\ t_y \end{pmatrix} \quad (4.3)$$

où les paramètres  $a_{11}$ ,  $a_{12}$ ,  $a_{21}$  et  $a_{22}$  expriment la rotation, le cisaillement, la dilatation et l'étirement tandis que  $t_x$  et  $t_y$  expriment la translation. Cette transformation est connue sous le nom de Transformation Affine et ne s'applique pas à des géométries contenant des distorsions et doit être modifiée pour prendre en compte la perspective, présente quand les plans de mesure et du capteur ne sont pas parallèles. Dans ces configurations, le modèle Sténopé (ou *Pinhole*) est plus adapté et est en générale le modèle choisi.

### 4.2.3.2 Le Modèle Sténopé et la prise en compte des distorsions

Souvent employé pour modéliser les capteurs, le modèle Sténopé prend en compte d'une part les caractéristiques intrinsèques au capteur CCD et à l'objectif et, d'autre part, la configuration du système de mesure, surtout l'orientation et position du capteur par rapport au plan objet défini par la nappe laser (pour une description détaillée de ce modèle, le lecteur peut se reporter à Riethmuller *et al.* (194) et Horaud et Monga (198)).

Dans un premier temps, le modèle Sténopé considère qu'il n'existe pas de distorsion. Initialement, les points du volume sont projetés dans un plan au moyen de trois transformations linéaires qui relient les coordonnées d'un point dans le repère objet (en millimètres) aux coordonnées de son image idéale, en pixels. La première transformation linéaire s'agit d'une transformation optique ; elle a pour but de projeter un point visualisé (plan image)  $B = x_c, y_c, z_c$  sur le repère lié à la caméra  $B' = x'_c, y'_c, z'_c$ . Cette transformation doit prendre en compte la distance focale  $f$  qui caractérise la position de l'image formée par rapport au plan objet. Cette transformation peut s'écrire :

$$\begin{pmatrix} x'_c \\ y'_c \\ z'_c \\ 1 \end{pmatrix} = \frac{f}{z_c} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1/f & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_c \\ y_c \\ z_c \\ 1 \end{pmatrix} = P \cdot \begin{pmatrix} x_c \\ y_c \\ z_c \\ 1 \end{pmatrix} \quad (4.4)$$

Ensuite, la deuxième transformation exprime l'effet de l'échantillonnage introduit par la matrice de pixels du capteur CCD. Si  $u_0, v_0$  et  $w_0$  sont les coordonnées en pixels du point  $B'$  dans le repère de l'image, l'on peut calculer les coordonnées  $u$  et  $v$  à elles associées comme suit :



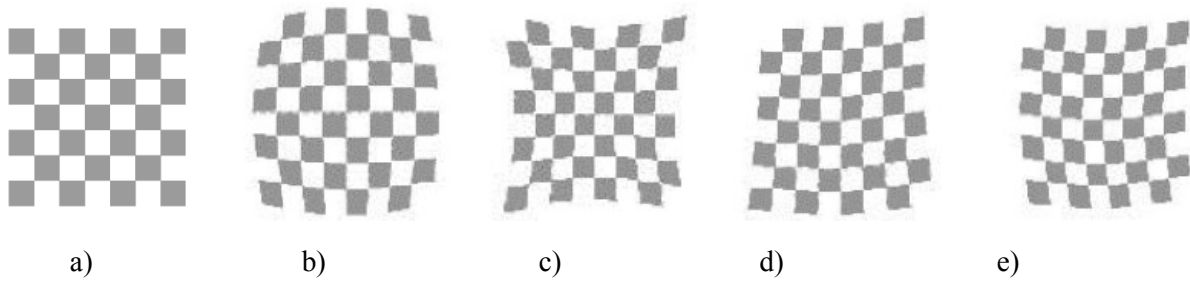


Figure 4.6 - a) Image pas déformée (mire de calibration) ; b) distorsion radiale en forme de barillet ; c) distorsion radiale en forme de coussinet ; d) distorsion de décentrage ; e) distorsion prismatique.

$$\begin{cases} u = k_u x'_c + u_0 \\ v = k_v y'_c + v_0 \\ w = w_0 \end{cases} \quad (4.5)$$

où  $k_u$  et  $k_v$  sont les facteurs d'échelle (pixel/mm) vertical et horizontal, respectivement. La composante hors-plan est toujours nulle, et l'on peut écrire sous forme matricielle :

$$\begin{pmatrix} u \\ v \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} k_u & 0 & 0 & u_0 \\ 0 & k_v & 0 & v_0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x'_c \\ y'_c \\ z'_c \\ 1 \end{pmatrix} = K \cdot \begin{pmatrix} x'_c \\ y'_c \\ z'_c \\ 1 \end{pmatrix} \quad (4.6)$$

Finalement, la troisième transformation est simplement un changement de repère. Elle fait donc le passage du repère de la caméra (point  $B' = x'_c, y'_c, z'_c$ ) vers celui de l'objet ( $B_o = x_o, y_o, z_o$ ) au moyen d'une rotation  $R$  et d'une translation  $t$ . La transformation s'écrit :

$$\begin{pmatrix} x'_c \\ y'_c \\ z'_c \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} & t_x \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} & t_y \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} & t_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_o \\ y_o \\ z_o \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} R & t \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_o \\ y_o \\ z_o \\ 1 \end{pmatrix} = A \cdot \begin{pmatrix} x_o \\ y_o \\ z_o \\ 1 \end{pmatrix} \quad (4.7)$$

La combinaison de ces trois transformations constitue le modèle Sténopé sans distorsions. Il permet de représenter directement un point de l'image  $(u, v)$  en fonction de ses coordonnées du repère objet  $(x_o, y_o, z_o)$  à partir du produit des trois matrices présentées :

$$\begin{pmatrix} u \\ v \\ 1 \end{pmatrix} = K \cdot P \cdot A \cdot \begin{pmatrix} x_o \\ y_o \\ z_o \\ 1 \end{pmatrix} \quad (4.8)$$

Toutefois, les mesures en PIV comprennent souvent un certain niveau de distorsion. Or, la lumière diffusée par les particules éclairées peut retrouver sur son chemin des interfaces de matériaux à de différents indices optiques et cela introduit de la réfraction. Les images formées seront encore plus distordues si les interfaces ne sont pas parallèles au plan de l'image ou encore si elles ne sont pas planes. Ceci est généralement le cas quand

l'on effectue des mesures sur des liquides, cas dans lequel le chemin optique trouve nécessairement un passage par un dioptre optique du type air-paroi-liquide.

Les distorsions constituent seulement l'un des plusieurs types d'aberrations optiques pouvant détériorer ou déformer les images de particules. En général, les aberrations se divisent en deux groupes : les aberrations chromatiques et les aberrations géométriques. Ces dernières peuvent détériorer les images (aberration sphérique, de coma et l'astigmatisme) ou alternativement les déformer (courbure de champ et distorsions). Les distorsions sont classifiées en trois groupes : la distorsion radiale, la distorsion de décentrage et la distorsion prismatique (voir Figure 4.6). Les images déformées introduisent une erreur importante lors du calcul des champs de vitesses puisque le déplacement de particules mesuré en pixels ne correspond pas de manière linéaire au déplacement réel des particules dans le fluide. Ne pouvant pas éviter ces aberrations lors de l'acquisition des images, elles doivent être prises en compte dans le modèle de la caméra.

Pour corriger l'effet des distorsions dans le calcul des champs de vitesse, une transformation non linéaire doit être ajoutée au modèle linéaire initial du capteur, qui devient en conséquence plus sophistiqué et difficile à déterminer. Un terme correctif non linéaire sous forme de vecteur distorsion  $\Delta = (\delta_u, \delta_v)$  est ajouté à la fonction de transfert pour le calcul du point image en fonction des coordonnées du point dans le repère objet. Des relations permettent de modéliser chaque type de distorsion (radiale, de décentrage et prismatique) en fonction des coordonnées connues des points non distordus  $B_L = (u_L, v_L)$ . En effet, les différents modèles existants varient par rapport à l'ordre du développement du vecteur distorsion en fonction de la variable  $\rho_L$ , qui est fonction de la distance (ou erreur) entre les points de l'image formée et leur position réelle :

$$\rho_L = \sqrt{\tilde{u}_L^2 + \tilde{v}_L^2}; \quad \begin{cases} \tilde{u}_L = u_L - u_o \\ \tilde{v}_L = v_L - v_o \end{cases} \quad (4.9)$$

Les modèles de distorsion radiale proposés dans la littérature peuvent être de premier ordre (Horaud et Monga (198)), deuxième ou de troisième ordre. En fonction de l'ordre, un nombre de paramètres doit être déterminés ; par exemple, l'approximation d'ordre trois implique l'estimation de 19 inconnues. L'approche généralement employée pour résoudre ces systèmes d'équations comprend l'utilisation des techniques d'optimisation non linéaires.

Le développement de la fonction de transfert non linéaire qui modélise le capteur en présence de distorsion implique donc la connaissance des points d'image non distordus  $B_L = (u_L, v_L)$ . En pratique, cela revient à placer une image avec un motif très bien défini dans le système à mesurer (aligné avec le plan image) et ensuite à obtenir une image déformée de ce motif connu, de façon à pouvoir déterminer la variable  $\rho_L$ . Typiquement, une

mire telle que représentée par la Figure 4.7 est utilisée. Ces mires sont généralement constituées par des carrés avec des dimensions constantes ou par des rangés de points circulaires à diamètre et espacement précisément définis.

#### 4.2.3.3 Le rôle de la calibration en stéréoscopie

Il est possible d'estimer les trois composantes de vitesse des particules présentes dans un plan d'écoulement éclairé grâce à l'acquisition simultanée de doublets d'images de ce plan par deux caméras avec point de vue différents. Les deux capteurs doivent être calibrés pour relier chaque repère des images bidimensionnelles aux repères physiques réels. La calibration est ainsi essentielle pour la reconstruction du champ de vitesse 3D, et prend place à deux moments différents : d'abord, elle intervient dans la construction des champs bidimensionnels tel que décrit précédemment. Ensuite, elle est nécessaire pour faire le passage des deux champs 2D au champ 3D. En effet, la calibration en stéréoscopie peut être décrite comme étant l'outil qui permet de déterminer un ensemble de relations de passage, à savoir, le passage du plan image au plan objet de chaque caméra et le passage entre le déplacement réel et ses deux projections bidimensionnelles.

Une technique amplement utilisée pour la calibration volumique consiste à placer une mire tridimensionnelle en coïncidence avec une nappe laser. Cette mire doit être constituée d'au moins deux plans, décalés l'un de l'autre en profondeur d'une distance bien définie. Ces plans contiennent, à leur tour, des points généralement circulaires à dimensions et séparation connues. Les caméras sont ensuite placées dans la position où elles réaliseront les acquisitions d'images lors de la mesure ; leur mise à point peut donc s'effectuer en se servant des points de la mire et au moyen du réglage de la distance focale et de l'angle de l'arrangement de Scheimpflug. Les caméras obtiennent finalement chacune une image déformée de la mire. L'image de chaque caméra est d'abord comparée avec les dimensions connues de la mire pour définition d'un modèle de caméra de chaque côté de la mesure.

Une dernière étape de calibration consiste à superposer les deux images pour composition du champ des vitesses tridimensionnel. Le désalignement entre la mire et la nappe laser peut introduire des erreurs importantes dans les mesures en stéréoscopie, puisque la

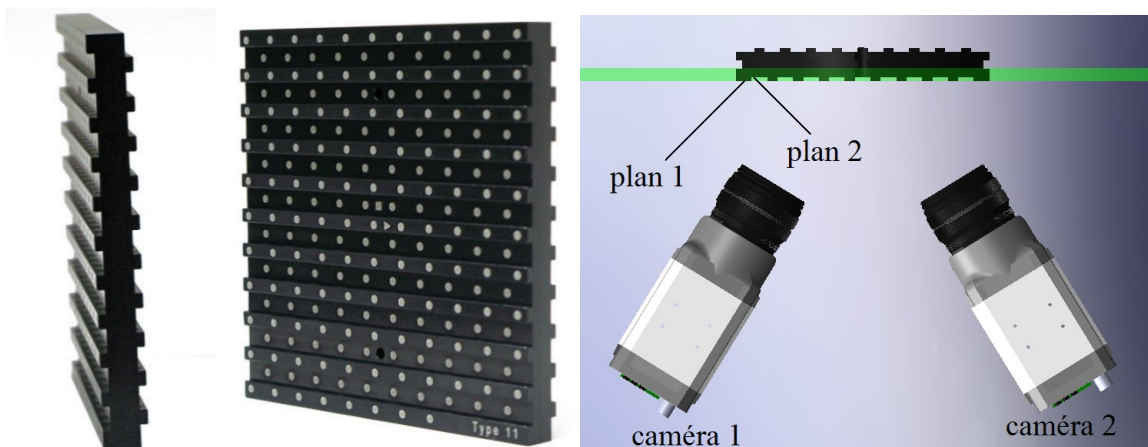


Figure 4.7 – Exemple de mire 3D commerciale (LaVision, gauche) ; illustration de la procédure de calibration (droite).

mise en correspondance des images obtenues en même temps par chaque caméra contiendra un biais systématique. En d'autres mots, les deux caméras verront la même particule à des positions différentes. Cette erreur doit être corrigée avant la composition du champ des vitesses tridimensionnel.

Cela peut être fait à partir de la comparaison de quelques paires d'images obtenues simultanément par les deux caméras ; on réalise la corrélation entre les deux images reprojétées dans l'espace objet initial et, à partir de la carte de corrélations résultante, le champ de disparités entre les deux images peut être calculé. Le calcul est répété sur un nombre de paires d'images pour permettre l'obtention d'un champ de disparités convergé. Finalement, cette information est utilisée pour alimenter le modèle de manière à ce qu'il prenne en compte le désalignement. La Figure 4.7 illustre un exemple de mire 3D et un schéma représentant la procédure de calibration communément utilisée en stéréoscopie.

---

## 4.3 Instrumentation et mise en œuvre

### 4.3.1 Matériel utilisé

---

#### 4.3.1.1 Mesures PIV 2D-2C

Dans un premier temps, des mesures PIV pour la caractérisation de l'écoulement dans le coude ont été réalisées sur des sections planes longitudinales situées en amont, en aval et à l'intérieur du coude. La PIV réalisée est du type 2D-2C, où deux composantes de vitesse de l'écoulement sont mesurées sur un plan éclairé de l'écoulement. La source lumineuse est un Laser Yag *Big Sky* à deux têtes, pulsé à fréquence maximale de 15 Hz, une longueur d'onde de 532 nm et une puissance 190 mJ/pulse. Les faisceaux sortant du laser entrent dans un générateur de plan *Dantec* avec renvoi d'angle, qui produit une nappe laser avec une épaisseur d'environ 1 mm. L'écoulement estensemencé par des particules de polyamide avec un diamètre variant de 32 à 50  $\mu\text{m}$ , avec une concentration d'environ 5  $\text{g}/\text{m}^3$ . Une caméra *LaVision* à capteur CCD avec 2048 x 2048 pixels est utilisée pour l'acquisition des images ; elle est couplée à un objectif de 60 mm qui est à son tour muni d'un filtre

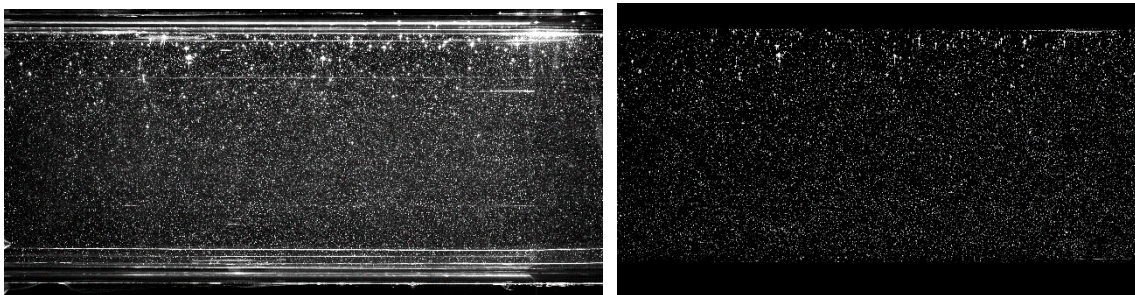


Figure 4.8 – Image de particules sans prétraitement, gauche ; image de particules correspondante, suite au prétraitement.

optique ne permettant que le passage de lumière à une longueur d'onde souhaitée, à savoir, celle du Laser Yag utilisée – 532 nm.

Pour chacune des sections longitudinales de l'écoulement, 1000 doublets d'images ont été acquis à une fréquence de 10 Hz. L'écart  $\Delta t$  entre la première et la seconde image du doublet variait entre 120 et 300  $\mu\text{s}$ , en fonction de la vitesse débitante imposée dans le circuit. Le calcul du  $\Delta t$  a été réalisé de manière à ce que le déplacement des particules entre une image et l'autre ne dépasse pas 8 pixels. Les images ont été exportées en format Tif à 8 bits, de façon à ce que chaque pixel soit échantillonné sur 256 niveaux de gris. Les champs des vitesses ont ensuite été obtenus avec le logiciel commercial *DaVis (LaVision)*.

Les images ont premièrement été corrigées par rapport au modèle de caméra obtenu à partir d'une image de mire placée dans l'écoulement, de façon à éliminer aberrations optiques et distorsions dues au passage de la lumière par des différents matériaux le long de son chemin optique. Les images corrigées ont ensuite été traitées pour enlever l'influence d'éventuels reflets du laser dans la masse du coude en PMMA. Cela a été fait au moyen de la soustraction d'une moyenne glissante calculée sur 9 images. Un masque a été appliqué afin de limiter le traitement des images aux zones qui contiennent les particules qui ensèmentent l'écoulement, de façon à optimiser l'analyse des corrélations pour calcul des vecteurs déplacements. La Figure 4.8 illustre un exemple de l'application du prétraitement à une image de particules obtenues dans une section longitudinale verticale située en aval de la courbe.

Le champ de déplacement des particules a ensuite été calculé : l'analyse de corrélation entre les doublets d'images réalise un fenêtrage décroissant, avec des cellules contenant 64 et ensuite 32 pixels, deux passes chacune et 50% de recouvrement entre les fenêtres. Le champ résultant est traité pour éviter des vecteurs aberrants. Un filtre médian est appliqué ; ce filtre compare le vecteur calculé avec sa valeur espérée, qui est à son tour estimée comme la valeur médiane parmi les vecteurs voisins compris dans une région de 5x5 vecteurs (consulter Westerweel (199) et Westerweel et Sacarano (200) pour plus de détails sur le filtre employé). Ensuite les groupes contenant moins de 5 vecteurs sont eux aussi éliminés. Afin d'éviter des champs incomplets et inégaux, un lissage est appliqué : un polynôme approche la valeur des 5x5 vecteurs voisins au vecteur manquant et la valeur au centre est retenue.

#### 4.3.1.2 Mesures PIV 2D-3C

Des mesures en Stéréo-PIV (2D-3C) ont été réalisées simultanément à des mesures de vibration et de pression pariétale fluctuante. Le matériel utilisé pour ces mesures est légèrement différent de celui utilisé pour les mesures bidimensionnelles. La principale modification concerne les particules d'ensemencement de l'écoulement ; pour éviter des reflets qui peuvent altérer la qualité des images des particules, des particules de polyamide chargées de rhodamine ont été employées. La rhodamine est une substance qui fluoresce la lumière incidente dans une longueur d'onde spécifique (environ 560 nm), supérieure à celle du laser utilisé pour l'éclairage, qui est de 532 nm.

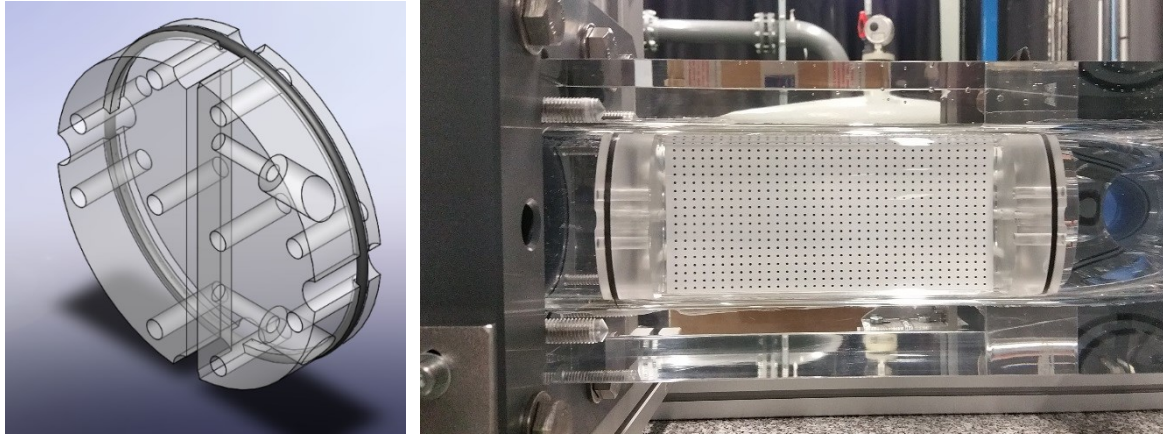


Figure 4.9 – Support conçu pour la mire 2D (gauche) et mise en œuvre de la calibration 2D (droite).

Un filtre a ainsi été ajouté au montage des caméras ; il s'agissait d'un filtre passe-haut permettant d'observer seulement la lumière à longueur d'onde supérieur à 540 nm. Deux caméras *LaVision Imager Intense* ont été employées en association avec un système d'acquisition d'images de la même marque. Des objectifs de 35, 50 et 60 mm ont été utilisés, selon le montage et en fonction des contraintes d'espace physique existantes dans chacun. La nappe laser présente une épaisseur de 2 à 2.5 mm, afin de permettre la mesure de la composante de vitesse axial.

Entre le corps de chaque caméra et son objectif, une monture de Scheimpflug a été placée dans le but d'aligner la région de mise au point avec la nappe laser. Afin de limiter les réfractions subies par l'éclairage le long du chemin optique et donc de réduire l'astigmatisme, des prismes transparents usinés en PMMA massif ont été placés contre les faces planes externes du coude. Ces prismes ont été conçus de manière à offrir une interface air/PMMA perpendiculaire au chemin optique. Pour assurer que ces pièces ne subiraient pas de déplacement par rapport au coude entre la calibration et la réalisation des essais, un mécanisme de fixation a été conçu pour permettre de tenir les prismes fermement contre les parois du coude.

Les prismes et le bloc où le coude a été usiné doivent ainsi constituer un seul corps pour éviter des déviations du chemin optique. Néanmoins, lorsque la face plane du prisme est fixée contre la face plane extérieure du coude, un très fin film d'air se forme nécessairement à l'interface et provoque une forte réfraction, empêchant toute mesure optique. Dans le but d'éviter la formation de ce film d'air, un fluide visqueux à indice optique similaire à celui du PMMA devrait être appliqué entre le prisme et le coude. Suite à plusieurs essais avec des différents types de gel et glycérines, un gel d'application médicale pour des échographies a été retenu comme la meilleure option. Sa viscosité permet d'expulser l'air attrapé entre les faces planes tout en le remplaçant par un film de gel qui ne coule pas rapidement, rendant possible la réalisation de la calibration et ensuite des mesures sans avoir à le réappliquer. En outre, ces gels sont généralement traités contre la présence de microbulles, ce qui est très intéressant vis-à-vis de l'application aux mesures optiques. Le prétraitement des images, ainsi que l'analyse de corrélation pour obtention des champs des vitesses et leur posttraitement en stéréoscopie ont été similaires à ceux appliqués aux données 2D-2C.



### 4.3.1.3 Mesures de pression et vibration

Des capteurs de pression et des accéléromètres piézoélectriques sont utilisés pour les mesures de pression pariétale fluctuante et les mesures de vibration. La piézoélectricité est un phénomène caractérisé par l'induction d'une charge électrique sur un cristal lorsque ce matériel est soumis à un effort. Ce phénomène est largement employé pour des mesures de pression fluctuante, variations d'accélération et fluctuations de force. Un capteur piézoélectrique peut mesurer une gamme de fréquence allant de moins d'un Hertz jusqu'à plusieurs MHz quand il est correctement conçu, avec le bon choix de matériel piézoélectrique ; ces capteurs peuvent opérer dans un large intervalle de températures et résister à des chocs et vibrations sévères (Tressler *et al.* (201)).

Les mesures de pression ont été réalisées avec 7 capteurs de pression *Kistler* modèle 211B6, montés dans les parois du conduit de manière à ce que la surface des capteurs affleure l'écoulement et n'induisse aucune discontinuité à la surface de la paroi. Dans le coude PMMA, des trous taraudés sont percés dans sa masse et permettent la fixation des capteurs dans la position décrite ; sur les conduits droits situés en amont et en aval du coude ainsi que sur le coude PVC, l'épaisseur de paroi disponible ne permettait pas de tenir les capteurs fermement. Pour remédier à cela, des plots cylindriques ont été usinés et collés contre la surface du conduit (ou coude en PVC) ; des trous taraudés ont ensuite traversé ces plots, le taraudage s'arrêtant dans la position qui impliquait l'emplacement correcte de la surface du capteur par rapport à la paroi du conduit. Les capteurs de pression peuvent opérer dans une gamme de 3,4 Bar et leur sensibilité est d'environ  $1,4 \times 10^{-2}$  mV/Pa.

Un total de 3 accéléromètres triaxiaux *Kistler* modèle 8763B500BB est utilisé pour les mesures de vibration. Leur intervalle de mesures est de plus ou moins 500g et ils ont une sensibilité d'environ 10 mV/g. Les accéléromètres sont fixés contre le PVC ou le PMMA par de la cire d'abeille. Les surfaces des conduits et des coudes sur lesquelles les capteurs ont été collés avaient été usinées précédemment de manière à ce qu'une surface plane ait toujours servi de base pour chaque capteur. L'alimentation des capteurs était fournie par une carte *Kistler* à 16 voies et leurs signaux étaient amplifiés par une carte *National Instruments*, à 16 voies également. Le contrôle de l'acquisition et de l'enregistrement des données a été fait avec l'application *LabView*. Un boîtier de synchronisation *LaVision* a été

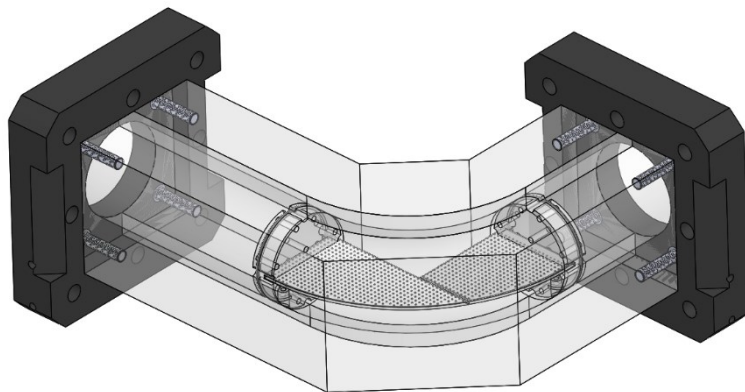


Figure 4.10 – Schéma illustrant la calibration du plan situé sur la courbe.

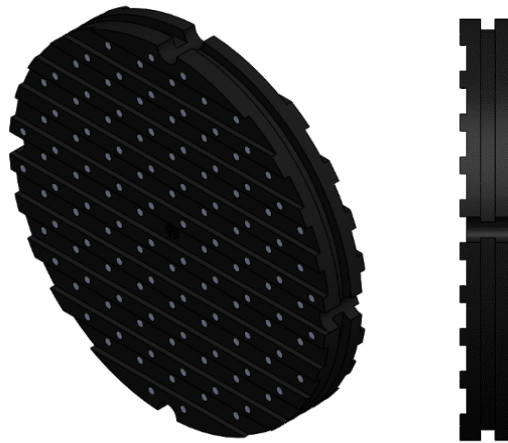


Figure 4.11 – Vue isométrique (gauche) et vue latérale (droite) de la Mire 3D.

employé pour coordonner l’acquisition simultanée des champs stéréo-PIV avec les données de pression et de vibration ; la technique de synchronisation utilisée est détaillée dans la section 4.3.4.

### 4.3.2 Mise en œuvre de la calibration des caméras

Pour réaliser la calibration et déterminer le modèle de caméra nécessaire au traitement des images de particules, une mire doit être placée à l’intérieur de la courbe et ensuite être alignée au plan de mesure. Dans un premier temps, le circuit est vidé de son eau et ensuite démonté autour de la courbe pour permettre d’insérer la mire et de régler sa position. Une nappe laser de faible intensité est mise en coïncidence avec le plan de mesure pour aider à l’alignement de la mire. Une fois la mire positionnée dans le coude selon le plan à mesurer, le circuit doit être monté autour du coude pour permettre de le remettre en eau, puisque la calibration doit être faite avec le conduit rempli, dans les conditions d’essai. Ceci constitue une étape particulièrement difficile à réaliser car la mire doit rester parfaitement alignée avec le plan de mesure à mesure que le conduit est rempli d’eau.

Pour parvenir à garder la mire 2D en place pendant l’étape remplissage (lors des mesures PIV 2D-2C), une paire de supports a été dessinée et usinée ; ils sont illustrés dans la Figure 4.9, qui présente aussi une photo de leur montage lors de l’introduction de la mire dans le coude. La pièce entre avec justesse dans le coude et un joint torique fait que l’ensemble ne soit pas déplacé lors que le niveau d’eau augmente dans le conduit. Des orifices traversant le support laissent passer l’eau du remplissage et deux trous filetés situés vers le centre de la pièce servent à faire passer une tige qui a pour but de manipuler l’ensemble depuis l’extérieure du coude. Les extrémités sont creusées pour laisser sortir l’air qui aurait tendance à rester emprisonné sous forme de bulle entre les deux supports pendant le remplissage, ce qui dégraderait les images utilisées pour le calibrage. Une rainure située dans le diamètre de la pièce sert à placer le plan de la mire en coïncidence avec le plan médian du conduit. Deux trous filetés sur le côté permettent de faire passer des vises qui tiennent la mire contre la rainure du support.



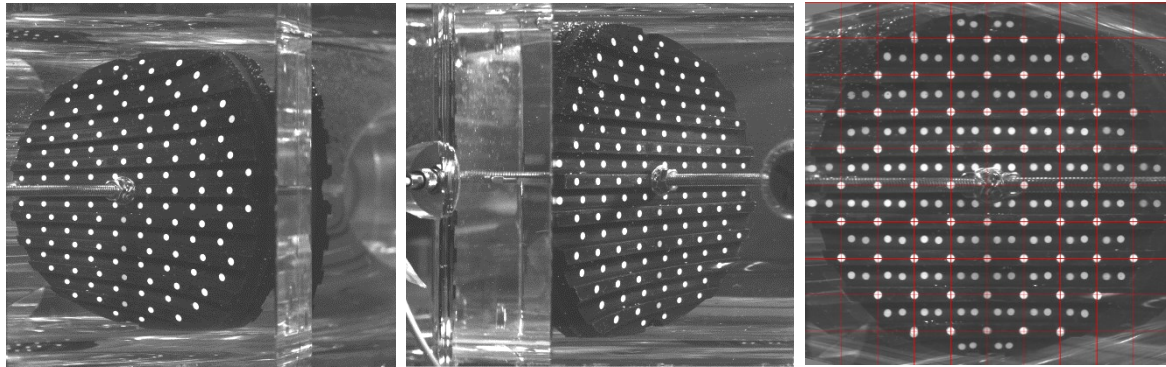


Figure 4.12 – Exemple de calibration de section transversale pour mesure en stéréoscopie. Gauche : image mire caméra 1 ; centre : image mire caméra 2 ; droite : image corrigée, plan du dessus.

La mise en place d'une mire pour calibration de la PIV 2D-2C sur le plan contenant la courbe a été particulièrement complexe ; la courbure inhérente à la géométrie du coude empêche l'introduction d'une mire par un des ses côtés. Ainsi, la solution adoptée a consisté dans la conception d'une mire en deux parts, chacune devant être attachée à un support circulaire avec joint, comme illustre la Figure 4.10. La vitesse du remplissage du circuit a été contrôlée de manière à ce que l'arrivée de l'eau ne puisse pas affecter l'emplacement en coïncidence des deux mires avec le plan de mesure. Enfin, un modèle de distorsions radiales est employé pour la correction de l'image du plan de la courbe sur toute son extension.

Pour les mesures du type 2D-3C qui ont été réalisées sur des sections transversales du coude, une mire 3D ronde a été développée avec le même principe du support de la mire 2D. Pour pouvoir la positionner dans le coude, elle a été réalisée avec un trou fileté dans son centre et un joint circulaire l'entoure dans son épaisseur, sa position étant donnée par une gorge radiale. Deux plans différents sont définis de chaque côté de la mire au moyen de rainures horizontales alternées, de profondeur de 1,5 mm. Comme pour la mire 2D, des rangés de points circulaires de diamètre 2 mm et séparés de 10 mm constituent le motif à dimensions connues pour la calibration. La mire 3D a été usinée en plastique noir et les points blancs sont obtenus par insertion en justesse de tubes en polystyrène blanc à diamètre 2 mm par des trous usinés dans le plastique. Ces tubes ont ensuite été coupés et usinés lors de la réalisation des faces planes de la mire.

Un polynôme de troisième ordre de distorsion radiale est utilisé pour modélisation des caméras. En effet, l'interface entre le PMMA et l'eau est constituée de parois très courbes où les distorsions sont importantes et irrégulières. Cela rend difficile l'application d'un modèle du type *pinhole* et demande l'utilisation de modèles d'ordre élevé. La comparaison entre l'image originale de la mire en place dans le circuit et l'image de mire reconstituée à partir du modèle de caméra permet le calcul d'une valeur RMS de l'erreur de modélisation. Pour les mesures planes, les erreurs RMS ont été de l'ordre du demi-pixel tandis que la calibration en stéréoscopie a présenté des erreurs maximales de l'ordre du pixel. La Figure 4.12 présente un exemple de calibration pour la mesure SPIV. De grandes distorsions sont retrouvées sur les bords du tube, notamment en haut et en bas, comme montrent les figures de la mire avant correction.

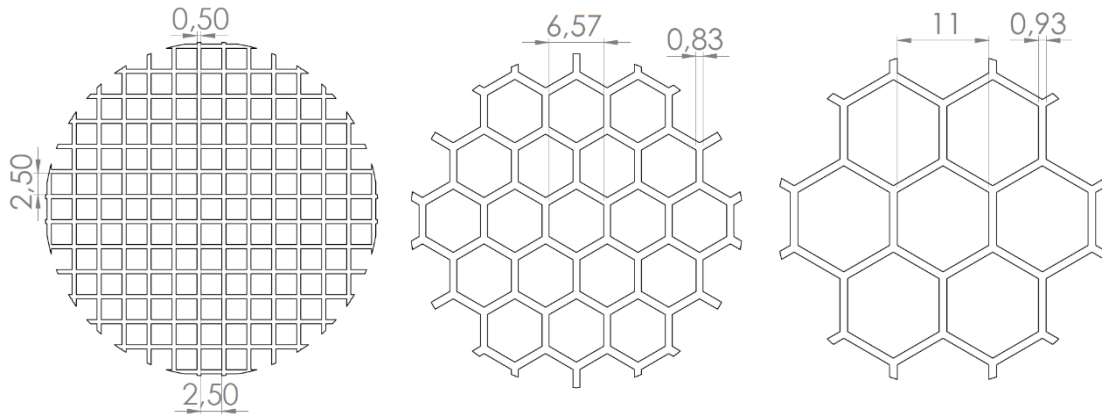


Figure 4.13 – Dimensions (en mm) des grilles 1 (gauche), 2 (centre) et 3 (droite).

La Figure 4.12 illustre également l'image reconstituée à partir des deux caméras et ensuite corrigée ; il s'agit, dans cet exemple, de la correction appliquée sur le plan supérieur de la mire. Cette première correction ne prend en compte qu'une caméra à la fois et se sert des images de mire obtenues de chaque côté séparément. Une deuxième étape de correction a ensuite été appliquée pour corriger les éventuelles disparités existantes entre la position des mires pendant la calibration et la position réelle de la nappe laser lors des mesures. Les images des deux caméras obtenues en même temps sont comparées pour calcul du champ de disparités.

Une région circulaire contenue à l'intérieur des images de chaque caméra est choisie pour cette comparaison. Entre 3 et 5 itérations sont appliquées pour le calcul des disparités. Pour chaque étape, des fenêtres de 64 ou 32 pixels sont appliquées (en deux passes) pour balayer la région de comparaison et, une fois que les vecteurs de disparités sont calculés, le modèle est mis à jour pour prendre en compte la correction. La calibration est ensuite raffinée par une nouvelle étape, jusqu'à ce que le champ de disparités ne présente plus une direction préférentielle (la moyenne des disparités sur la région de comparaison tend à zéro).

### 4.3.3 Caractérisation initiale de l'écoulement : PIV 2D-2C

Les essais ont eu lieu sur la boucle hydraulique installée dans les locaux du laboratoire P' et plusieurs configurations d'écoulement différentes ont été testées, de façon à permettre d'évaluer l'influence des conditions d'entrée sur l'écoulement au passage de la courbe. Le coude utilisé est celui en PMMA et ces premiers essais en PIV ont été réalisés avant qu'il ne soit percé pour l'insertion de quelques capteurs de pression pour l'étape des mesures couplées. Concernant les conditions d'essais, deux régimes d'écoulement sont assurés au moyen du contrôle du débit imposé par la pompe :

Vitesse (m/s)	Débit (l/s)	Nombre de Reynolds
2	15.7	$2.2 \times 10^5$
5	39.3	$5.6 \times 10^5$

Tableau 4.1 - Conditions de vitesse pour les essais en PIV 2D-2C

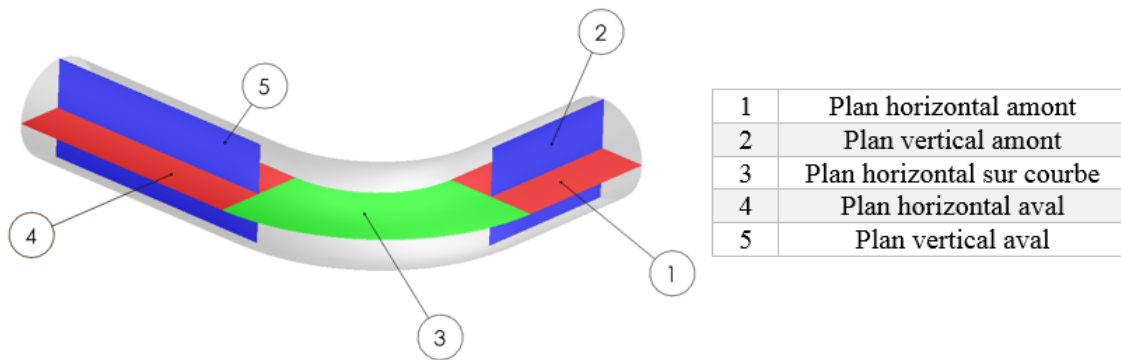


Figure 4.14 – Sections longitudinales pour mesure PIV 2D-2C ; couleurs pour clarté visuelle.

où la vitesse débitante  $U_0$  et le diamètre interne du conduit sont utilisés pour le calcul du Nombre de Reynolds. Pour assurer une distribution homogène de la turbulence sur la section transversale de l'écoulement qui entre dans le coude, des grilles ont été placées à environ 10 diamètres en amont. Les trois grilles utilisées présentent les caractéristiques suivantes (voir Figure 4.13) :

Identifiant grille	Motif	Matériau	Taux de vide
1	Carré	Aluminium	73 %
2	Hexagonal	Acier inoxydable	79 %
3	Hexagonal	Acier commun	85 %

Tableau 4.2 – Caractéristiques géométriques des grilles

Finalement, 5 plans longitudinaux de l'écoulement sont étudiés. La Figure 4.14 présente une illustration des plans de mesure pour caractérisation de l'écoulement (avec écoulement de droite vers la gauche). Pour chaque plan, un essai a été réalisé pour chaque grille à deux vitesses différentes, ce qui implique 30 configurations (5 plans x 3 grilles x 2 vitesses). Chaque essai est constitué de 2000 paires d'images de façon à obtenir 1000 champs de vitesse. Les acquisitions sont faites à basse cadence (environ 10 Hz), de manière à pouvoir obtenir des champs des vitesses statistiquement décorrélés. Pour toutes les sections mesurées, l'écart temporel  $\Delta t$  à l'intérieur d'un doublet d'images était de 300  $\mu$ s pour une vitesse débitante de 2 m/s et 120  $\mu$ s pour une vitesse de 5 m/s.

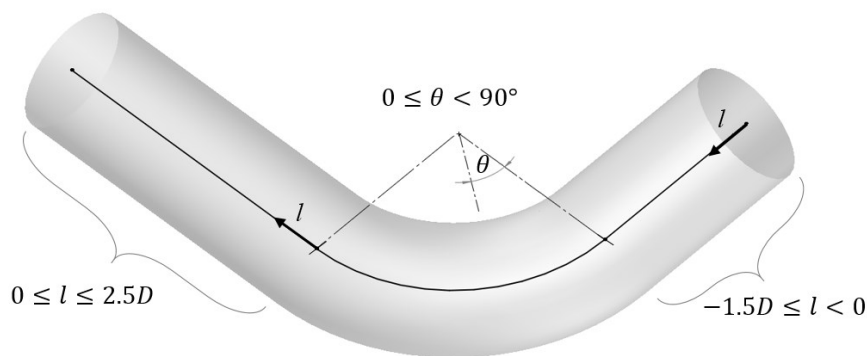


Figure 4.15 – Système global de coordonnées sur le domaine du coude.

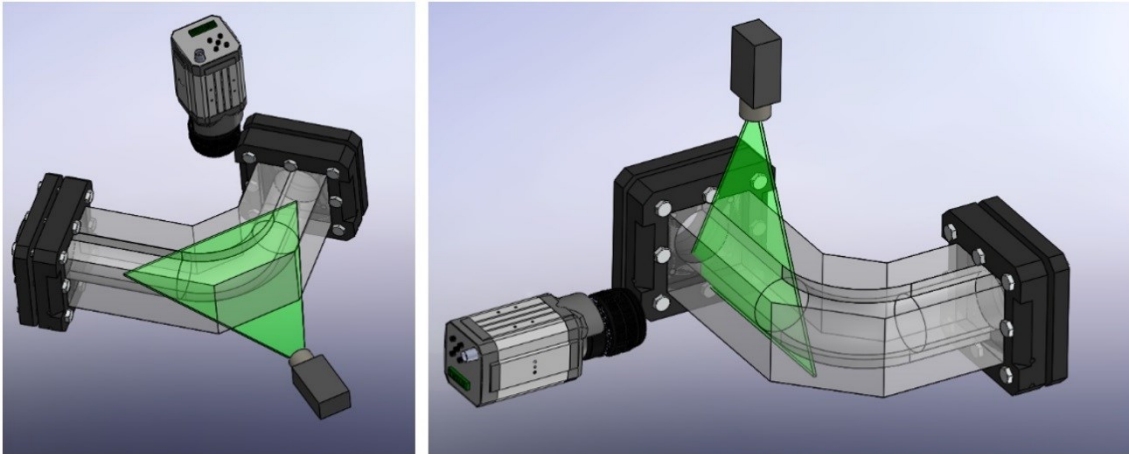


Figure 4.16 – Configuration expérimentale pour mesure de la Section 3 (gauche) et 5 (droite).

#### 4.3.3.1 Repères et conventions pour illustration des résultats

Le changement de direction introduit par le coude rend difficile la représentation des résultats sur un seul système universel de coordonnées. En effet, les sections mesurées présentent des orientations différentes qui ne peuvent pas être regroupées dans un seul système cylindrique de coordonnées. La Figure 4.15 illustre le système de coordonnées qui accompagnera la représentation de tous les résultats de la présente étude.

Une variable longitudinale  $l$  est introduite dans le but de permettre la description des plans situés dans les sections droites en amont et aval du coude. En amont du coude, les valeurs de  $l$  sont comprises entre  $-1.5D$  et  $0$  non inclus, de façon à ce que le seul point à  $l = 0$  soit celui de sortie de la courbe. Pour les points sur la courbe, la variable  $\theta$  varie entre  $0$  et  $90^\circ$  non inclus. Pour rendre simple la compréhension des résultats illustrés dans les paragraphes suivants, deux repères locaux ont été adoptés, à savoir un repère en entrée du coude ( $A = x, y, z$ , dont l'origine est située à  $l = -1.5D$ ) et un autre repère en sortie de la courbe ( $A' = x', y', z'$ , situé à  $l = 0$ ).

Le choix des sections longitudinales de mesure a été fait de manière à pouvoir permettre une représentation globale des caractéristiques de l'écoulement sur le coude qui jouent un rôle dans l'excitation dynamique des parois. Les sections 1 et 2 servent à illustrer la topographie de l'écoulement turbulent développé amont et vérifier son homogénéité dans chacune des configurations d'essais étudiée ; la Section 3 se prête à fournir une information sur le début de la séparation sur intrados en fonction de la grille de contrôle de turbulence utilisée et de la vitesse débitante. La Section 4 permet la visualisation de la séparation qui a lieu sur l'intrados et se traduit, en termes d'écoulement moyen, par le développement d'une couche de mélange plus ou moins épaisse à l'aval de la courbe. Finalement, la Section 5 a été prise en compte dans le but d'évaluer la topologie d'écoulement issue de l'interaction des tourbillons de Dean avec la séparation, et leur tenue sous l'influence de l'écoulement moyen à mesure qu'ils sont convectés.

La Figure 4.16 illustre deux exemples de montage de mesure PIV 2D-2C. Pour la mesure sur chaque section, la caméra était placée orthogonalement au plan défini par la

nappe laser. Lors des mesures des sections 2 et 5, le plan laser était légèrement gêné par la présence du plan de collage du coude (voir Figure 4.2), mais l'épaisseur de la nappe et son ouverture ont été utilisés pour compenser ce défaut et l'éclairage a pu être homogène sur ces sections. Le plan de collage est visible sur les images de particules acquises sur les sections 1, 3 et 4, résultant dans une étroite région d'ombre. Ce défaut n'a pas empêché le calcul du champ des vitesses sur cette région puisque la méthode d'analyse des corrélations utilise d'abord de grandes fenêtres dans lesquelles un nombre suffisant de particules peut être retrouvé, même si les fenêtres contiennent une zone d'ombre.

#### 4.3.3.2 Calcul des grandeurs représentatives de l'écoulement

A partir des 1000 réalisations des champs de vitesse sur chaque section, la décomposition du type Reynolds a pu être réalisée, de façon à ce que les données puissent être représentées en fonction des la moyenne d'ensemble et de ses fluctuations :

$$u = \bar{u} + u'; \quad v = \bar{v} + v'; \quad w = \bar{w} + w' \quad (4.10)$$

où la barre représente la moyenne sur l'ensemble des réalisations et le prime, les fluctuations. Considérant les  $N$  réalisations des champs des vitesses sur un plan défini par les coordonnées  $x = m$  et  $y = n$  au moment  $t_i$ , la moyenne et les fluctuations de vitesse sont calculées comme suit :

$$\bar{u}(m, n) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N u(m, n, t_i); \quad (4.11)$$

$$u'(m, n, t_i) = u(m, n, t_i) - \bar{u}(m, n); \quad (4.12)$$

Le calcul est identique pour les composantes  $v$  et  $w$ . Les valeurs RMS (*root mean square* ou déviation standard) des vitesses sont calculées à partir des fluctuations des composantes du champ de vitesses :

$$u_{rms}(m, n) = \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N u'(m, n, t_i)^2} \quad (4.13)$$

et de même pour les composantes  $v$  et  $w$ . Le champ de vitesses RMS permet le calcul de l'intensité turbulente. Cette grandeur est une mesure de l'énergie cinétique contenue dans la turbulence du système et, dans le cas d'un champ des vitesses à deux composantes, peut s'écrire :

$$I_{2D} = \sqrt{\frac{1}{2} \frac{u_{rms}(m, n)^2 + v_{rms}(m, n)^2}{U_0^2}} \quad (4.14)$$

La vitesse débitante  $U_0$  est calculée comme l'intégrale en-dessous de la courbe d'un profil de vitesses :

$$U_0 = \int_{-0.5D}^{0.5D} \bar{u} dy \quad (4.15)$$

#### 4.3.3.3 Evaluation de la convergence des données mesurées

Afin d'évaluer la convergence des données sur différents points de chaque plan de mesure le choix était fait de suivre l'évolution de la valeur RMS en fonction du nombre d'échantillons sur toute une colonne de points qui occupe une section transversale entière du conduit ( $-0.5 \leq b/D \leq 0.5$ ), où  $b$  correspond à la coordonnée transversale du plan en question ( $b = y'$  pour la Section 4 et  $b = z'$  pour la Section 5). Plus précisément, l'on calcule l'évolution de la valeur RMS divisée par la moyenne de la norme de vitesse sur un point en fonction du nombre de réalisations prises en compte ( $\eta$ ). Pour un point situé dans la section  $l = l_c$  :

$$\zeta(\eta) = \zeta(l_c, b, \eta) = \frac{m_{rms}(l_c, b, \eta)}{\bar{m}(l_c, b, \eta)}, \quad \eta = 1, \dots, N \quad (4.16)$$

$m$  est la norme de vitesse calculée à partir des deux composantes du plan considéré, à savoir, pour le Plan 4 :

$$\bar{m}(\eta) = \sqrt{\bar{u}^2(\eta) + \bar{v}^2(\eta)}; \quad m_{rms}(\eta) = \sqrt{u_{rms}^2(\eta) + v_{rms}^2(\eta)} \quad (4.17)$$

et pour le Plan 5 :

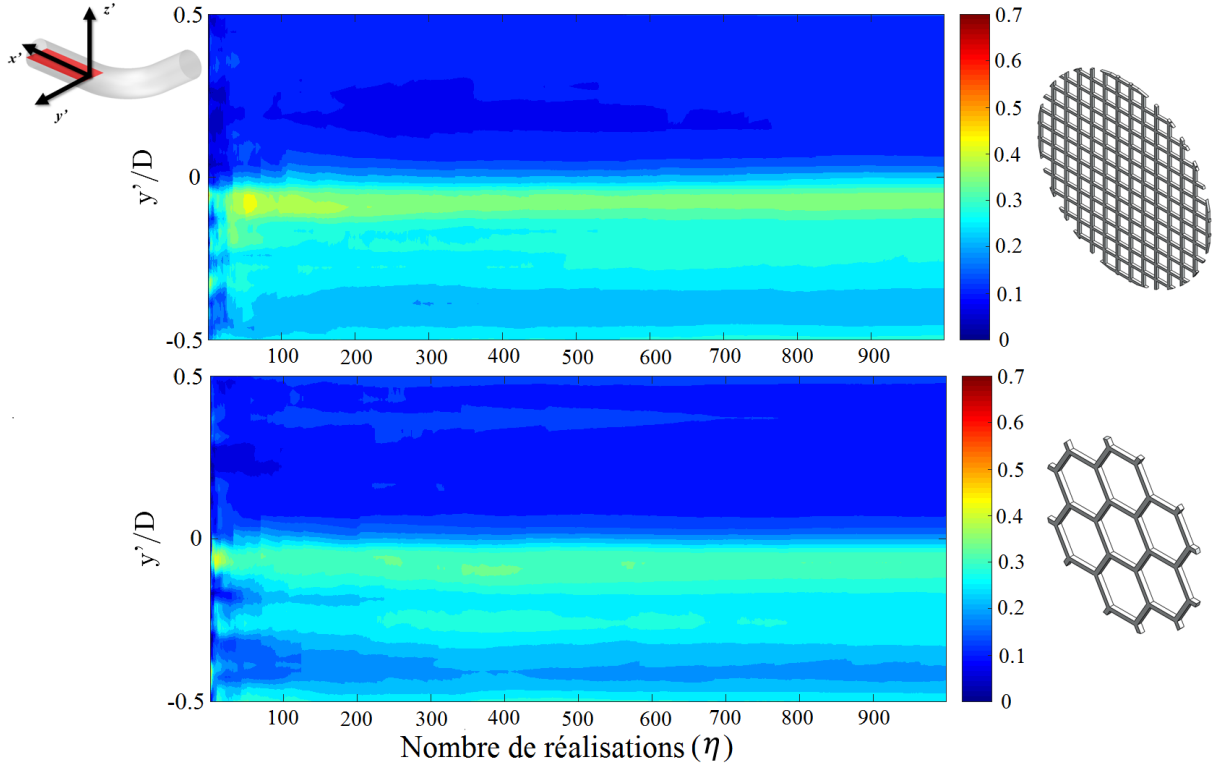


Figure 4.17 – Diagramme de convergence de la valeur RMS  $\zeta(\eta)$  des champs PIV2D-2C mesurés sur la Section 4.

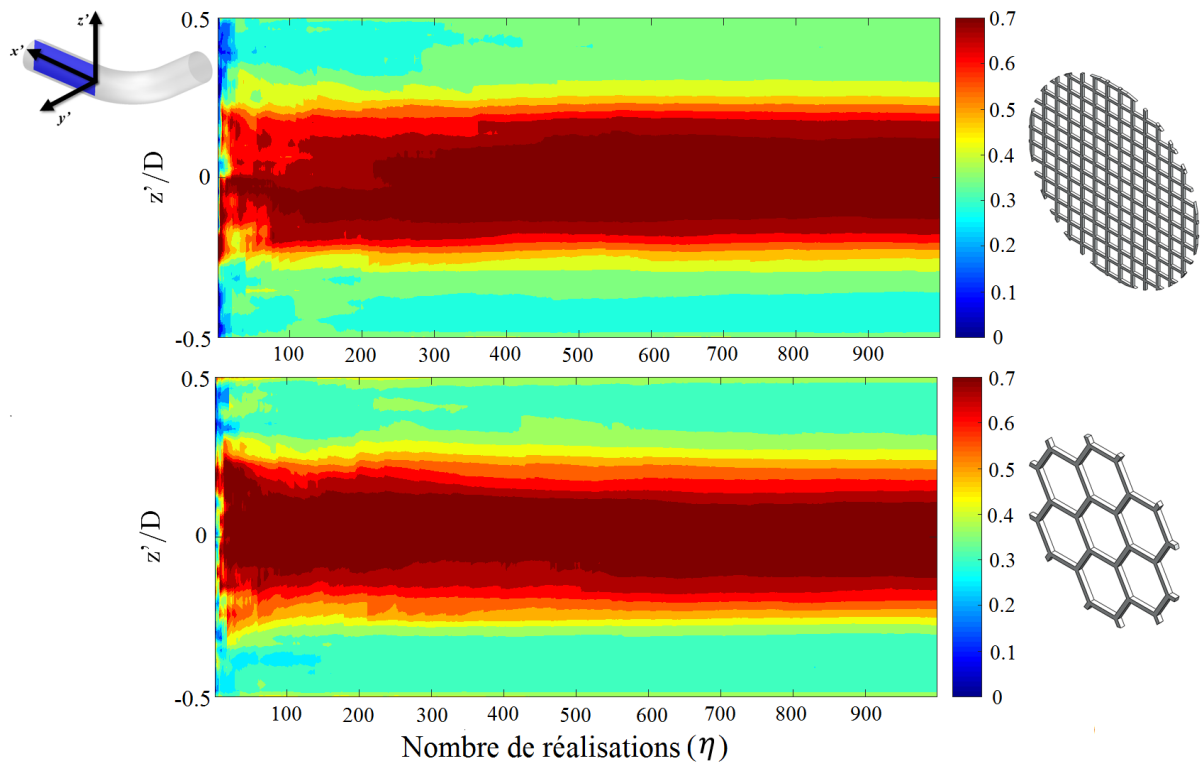


Figure 4.18 – Diagramme de convergence de la valeur RMS  $\zeta(\eta)$  des champs PIV2D-2C mesurés sur la Section 5.

$$\bar{m}(\eta) = \sqrt{\bar{u}^2(\eta) + \bar{w}^2(\eta)}; \quad m_{rms}(\eta) = \sqrt{u_{rms}^2(\eta) + w_{rms}^2(\eta)} \quad (4.18)$$

La colonne choisie pour le calcul se situe à  $l = 0.87D$  pour le Plan 4 et à  $l = 1.63D$  pour le Plan 5. Ces positions ont été choisies pour prendre en compte des points où l'écoulement présente de fortes fluctuations de vitesse. Les figures 4.17 et 4.18 illustrent l'étude de la convergence des données PIV, où les niveaux de couleur indiquent la valeur de  $\zeta$ , tracée en fonction du nombre de réalisations du champs des vitesses  $\eta$  pris en compte pour son calcul. La Figure 4.17 correspond à la convergence sur la Section 4 pour une vitesse débitante de 2 m/s tandis que la figure 4.18 correspond à l'essai à 5 m/s sur la Section 5 ; pour toutes les deux configurations, le résultat obtenu pour la configuration qui utilise la grille numéro 1 est comparé avec celui obtenu avec la grille 3.

Les figures montrent que les valeurs RMS sur les points des colonnes de référence montent très rapidement sur les 10 premières réalisations et, suite à des intenses fluctuations, ont tendance à atteindre un premier palier avant même les 100 échantillons. Des fluctuations résiduelles des valeurs RMS sont présentes encore pour quelques centaines de réalisations mais l'on peut estimer qu'elles sont pratiquement convergées aux alentours de  $\eta = 600$  sur les 4 configurations illustrées. L'influence des différentes grilles sur la convergence statistique des données PIV n'est pas visible : les données semblent converger avec environ le même nombre de réalisations, mais la valeur RMS a tendance de fluctuer légèrement plus (avant d'atteindre un palier) sur la grille 1 que sur la grille 3.



Compte tenu de ces résultats, l'intégralité des champs des vitesses (1000 pour chaque configuration) est utilisée pour les analyses des champs moyens, de l'intensité turbulente et ensuite pour la décomposition orthogonale aux valeurs propres et d'autres outils statistiques basés sur l'hypothèse d'ergodicité des échantillons qui constituent la base de données.

#### 4.3.4 Mesures couplées

---

##### 4.3.4.1 Pression et vibration sur coude PVC

Des mesures couplées de vibration et pression ont d'abord été réalisées sur le coude PVC, dans le but d'évaluer les signatures spectrales des fluctuations de pression induites par l'écoulement dans le conduit coudé et les vibrations résultantes. 13 capteurs de pression ont été placés sur la zone d'essais, surtout sur le coude lui-même ; 3 accéléromètres sont employés, et leur emplacement (ainsi que celui des capteurs de pression) sont illustrés dans la Figure 4.19. Chaque capteur de pression et d'accélération reçoit un nom explicite en fonction de son type et de sa position, selon le code suivant :

$P/A - l - h/i/b/e$  :

- $P/A$  : le capteur est un capteur de pression (P) ou d'accélération (A) ;
- $l$  : Position du capteur selon la variable curviligne  $l$ , en multiples de diamètres  $D$ , et peut prendre des valeurs :
  - Négatives, pour des points situés en amont du coude ;
  - De 0 à 90°, pour des points sur le coude ;
  - Positives, pour des points en aval du coude.
- $h/i/b/e$  : orientation sur la section, dans le sens des aiguilles d'une montre :
  - $h$  : haut ;
  - $i$  : côté intérieur, de l'intrados du coude ;
  - $b$  : bas ;
  - $e$  : côté extérieur, de l'extrados du coude.

Selon cette terminologie, les capteurs employés dans les mesures de vibration et de pression pariétale sur le coude PVC sont les suivants :



1	$P - 5Di$	6	$P0Db$	11	$P2De$
2	$P - 1Di$	7	$P0Di$	12	$P2Dh$
3	$P45^{\circ}e$	8	$P0Dh$	13	$P6Dh$
4	$P60^{\circ}b$	9	$P1De$		
5	$P60^{\circ}h$	10	$P2Db$		

Tableau 4.3 – Capteurs de pression sur boucle munie du coude PVC

1	$A - 5Dh$
2	$A45^{\circ}h$
3	$A6Dh$

Tableau 4.4 - Accéléromètres sur boucle munie du coude PVC

Les acquisitions sont réalisées simultanément à une fréquence d'échantillonnage de 5 kHz pendant 200 secondes. Puisque les cartes d'acquisition et d'alimentation sont limitées à 16 voies et que les accéléromètres triaxiaux occupent chacun 3 voies, deux essais ont été réalisés pour chaque configuration. Les 3 accéléromètres et le capteur  $P - 5Di$  restaient en place tandis que les autres capteurs de pression étaient déplacés entre une séquence et l'autre. Les points de pression qui ne comportaient pas de capteur en fonction de la séquence d'enregistrement en cours étaient bouchés à l'aide d'une pièce conçue pour cette finalité ; il s'agissait d'un vis en plastique munie d'un joint torique qui remplaçaient les capteurs au niveau des plots cylindriques qui servaient de support aux capteurs. Ces pièces assuraient l'étanchéité tout en évitant l'introduction de grandes perturbations de l'écoulement.

Un total de 16 configurations a été mesuré : les 3 grilles décrites auparavant dans ce chapitre ont été employées, mais des mesures sans grille ont également été réalisées. 4

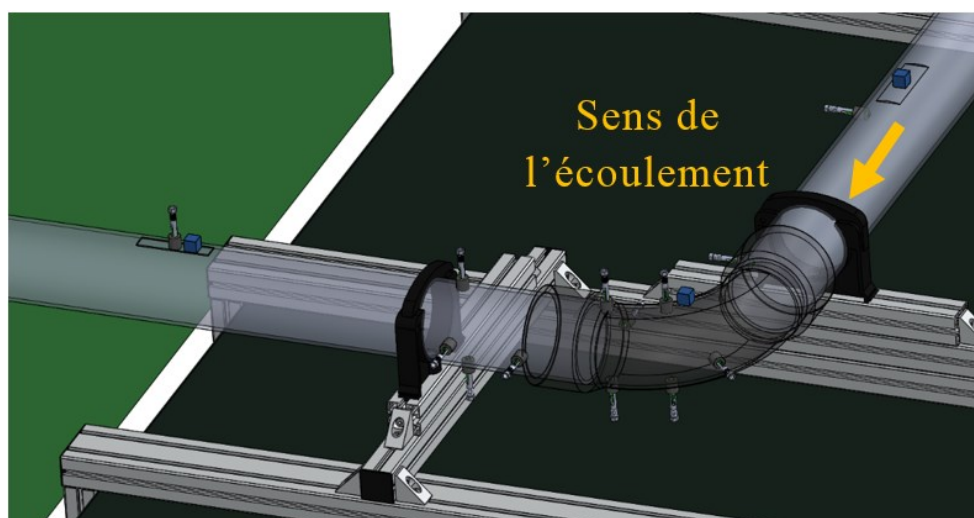


Figure 4.19 – Schéma illustrant la disposition des capteurs sur le coude en PVC.

vitesse moyennes ont été testées dans le but de caractériser l'évolution de l'excitation fluide sur les parois :

Vitesse (m/s)	Débit (l/s)	Nombre de Reynolds
2	15.7	$2.2 \times 10^5$
5	39.3	$5.6 \times 10^5$
8	62.8	$9.0 \times 10^5$
10	78.5	$1.1 \times 10^6$

Tableau 4.5 - Conditions de vitesse pour les essais de pression et vibration sur le coude PVC

#### 4.3.4.2 PIV 2D-3C, pression et vibration sur coude PMMA

Les mesures couplées ont pour finalité de permettre l'analyse des corrélations existantes entre les structures cohérentes de l'écoulement turbulent et l'excitation qu'elles induisent sur les parois du conduit. Pour parvenir à cet objectif, des sections transversales de l'écoulement ont fait l'objet de mesures en Stéréo-PIV, qui a la propriété de fournir la vitesse axiale en plus des vitesses contenues dans le plan laser ; simultanément, la pression de paroi et la vibration de la structure ont été monitorées sur la zone d'essais.

Le coude en PMMA a été utilisé pour cette campagne de mesure. Il a été percé dans sa masse et les trous ont été taraudés pour permettre la mise en place des capteurs de manière à ce qu'ils affleurent l'écoulement interne. 5 points de pression ont été mesurés sur le coude, ainsi que 1 en amont et 1 en aval ; les trois points de mesures de vibration utilisés dans le coude PVC ont été conservés pour ces nouvelles mesures. Le nombre de signaux mesurés a ainsi été réduit, de manière à ce que toutes les mesures puissent être réalisées dans une seule séquence d'enregistrement. Les points de pression sur le coude se situaient sur les sections qui ont fait l'objet des mesures SPIV, à savoir, la Section à  $0^\circ$  (en entrée du coude) et les sections situées à 0D, 1D et 2D en aval de la sortie du coude. Les sections de mesure SPIV sont illustrées en jaune sur la Figure 4.20.

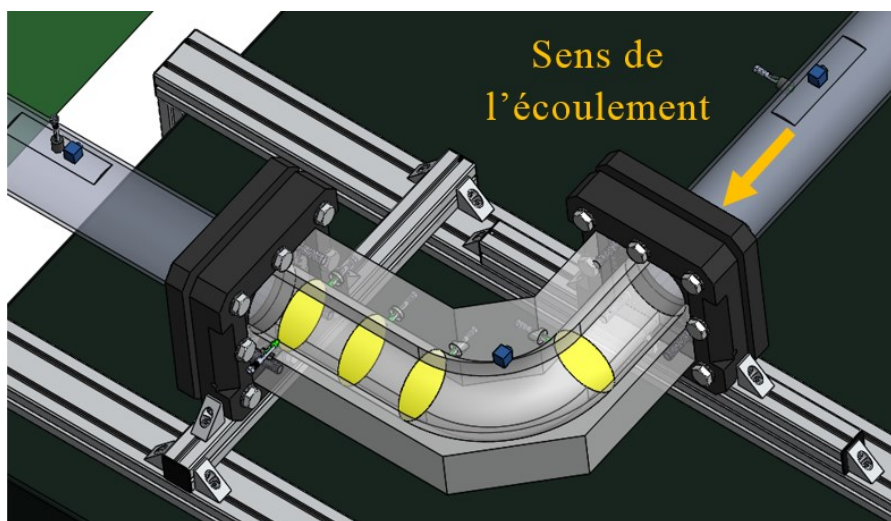


Figure 4.20 – Schéma illustrant la disposition des capteurs et des plans de mesure SPIV sur le coude en PMMA (vue en coupe).

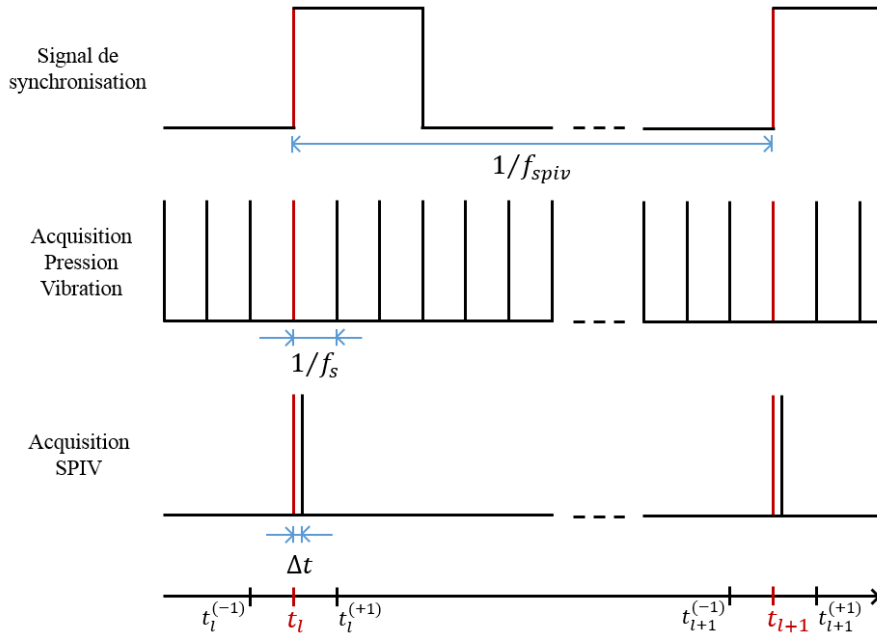


Figure 4.21 – Diagramme de synchronisation des mesures couplées.

Sur l’image, le coude PMMA est présenté en vue coupée pour faciliter la visualisation des sections de mesure. Les 7 capteurs de pression sont également schématiquement illustrés ainsi que les accéléromètres, en bleu. Les capteurs de pression et de vibration sont nommés suivant le système utilisé pour les capteurs des essais précédents :

1	$P - 5Di$	4	$P1Di$	7	$P6Dh$
2	$P0^oi$	5	$P2Di$		
3	$P0Di$	6	$P2De$		

Tableau 4.6 – Capteurs de pression pour essais couplés avec mesures SPIV

Pour synchroniser les acquisitions des différents signaux mesurés, un signal de type « marche » était généré par le boîtier de synchronisation à une fréquence  $f_{spiv} = 4 \text{ Hz}$ . La première marche du signal déclenchait l’acquisition des signaux de pression et de vibration, qui étaient échantillonnés à  $f_s = 2 \text{ kHz}$  ; à partir de la deuxième marche, l’acquisition en Stéréo-PIV était à son tour déclenchée. A ce moment les deux caméras réalisent l’acquisition d’une première image de particules ; la deuxième image du doublet utilisé pour calcul du champ des vitesses est ensuite enregistrée par chaque caméra après un intervalle  $\Delta t$ , qui est choisi en fonction de la vitesse moyenne de l’écoulement. L’instant où le signal de synchronisation passe de 0 à 1 (tracé en rouge dans le diagramme illustré par la Figure 4.21) marque ainsi l’instant de l’acquisition simultanée de pression, vibration et du champ des vitesses.

Les signaux de pression et vibration dont chaque instant correspond à l’instant de la mesure SPIV sont ainsi associés à un retard nul. On appelle ces signaux  $p(t)$  et  $vib(t)$ . Il faut remarquer que  $t$  représente ici une série de valeurs contenant les instants de mesure du champ des vitesses, tel que :

$$t = t_l = t_0 + l/f_{spiv}, \quad l = 1, \dots, N \quad (4.19)$$

$t_0$  est l'instant de l'acquisition du premier champ SPIV et correspond à la deuxième « marche » du signal de synchronisation (la première ne sert qu'à déclencher l'acquisition des signaux de pression et vibration).  $N$  est le nombre de champs des vitesses calculés, au total. Autour de chaque instant  $t_l$ , nous générons des signaux plus ou moins retardés par rapport au moment de l'acquisition, ces retards pouvant être négatifs ou positifs. Nous avons ainsi un nouvel ensemble de vecteurs temporels :

$$t_l^{(k)} = t_0 + l/f_{spiv} + \tau(k), \quad l = 1, \dots, N; \quad k = -\beta, \dots, \beta \quad (4.20)$$

Nous comptons les retards en termes de l'unité  $\tau^*$ , exprimée en nombre de points de mesure et liée à d'une dimension caractéristique du système (dans notre cas, le diamètre interne  $D$  du conduit), à la vitesse débitante  $U_0$  et à la fréquence d'échantillonnage des signaux de pression et vibration :

$$\tau^* = \frac{Df_s}{U_0} \quad (4.21)$$

Une seule section de l'écoulement est mesurée à chaque fois ; pour chacune, 7 mesures de pression de paroi et 3 points de vibration sont réalisées simultanément. Pour chacune des 4 sections SPIV (0°, 0D, 1D et 2D), 9 configurations différentes sont étudiées, correspondant à l'utilisation de 3 grilles de contrôle de turbulence (grilles 1,2 et 3) et à 3 vitesses débitantes ( $U_0 = 2$  m/s,  $U_0 = 5$  m/s et  $U_0 = 10$  m/s) ; ainsi, un total de 36 configurations constitue la base de données couplées mesurées sur le coude en PMMA. Les conditions d'essais, ainsi que l'écart temporel entre images des doublets SPIV sont décrites dans le Tableau 4.7.

Vitesse (m/s)	Débit (l/s)	Nombre de Reynolds	$\Delta t$ ( $\mu$ s)
<b>2</b>	15.7	$2.2 \times 10^5$	400
<b>5</b>	39.3	$5.6 \times 10^5$	150
<b>10</b>	78.5	$1.1 \times 10^6$	75

Tableau 4.7 - Conditions de vitesse pour les essais couplés coude PMMA

#### 4.4 Caractérisation vibratoire du banc d'essais

La réponse vibratoire de la structure de la zone d'essais est le résultat de l'interaction entre les efforts issus de l'écoulement turbulent et une fonction de transfert caractéristique au banc d'essais. Le calcul d'estimation des vibrations induites par l'écoulement nécessite ainsi autant une connaissance de cette fonction de transfert mécanique qu'une maîtrise de la source liée au fluide.

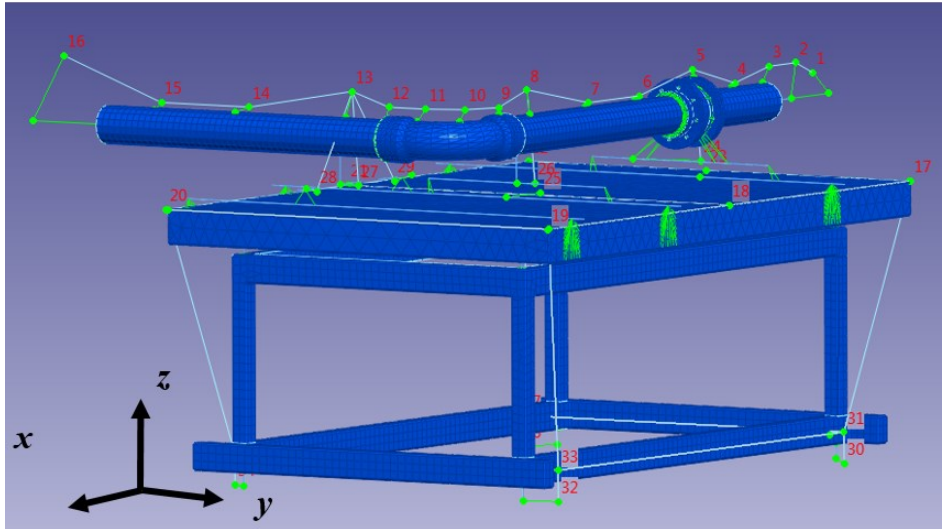


Figure 4.22 – Superposition des maillages numérique et expérimental de la zone d’essais.

La fonction de transfert mécanique peut être exprimée en termes des propriétés vibratoires de la structure, telles que ses formes modales et les fréquences naturelles associées. Les techniques d’Analyse Modale Expérimentale permettent de retrouver les caractéristiques vibratoires de la structure à partir de mesures de vibration réalisées lorsqu’elle est soumise à une excitation connue. Les informations mesurées (raideur des supports et connexions, par exemple), ainsi que les propriétés vibratoires de la structure réelle, permettent d’alimenter un modèle éléments finis du banc d’essais. Le but est de recalibrer ce modèle numérique de la structure, de manière à ce que le comportement vibratoire de la boucle réelle soit simulé au mieux.

Cette section est consacrée à la description de la mise en œuvre de la méthode expérimentale pour obtention des propriétés vibratoires du banc d’essais et de l’application de ses données au recalibrage de son modèle numérique. Ce modèle sera ainsi prêt à être utilisé pour le calcul de la réponse vibratoire du banc d’essais à partir de l’application de l’excitation fluide.

#### 4.4.1 Procédure expérimentale : Analyse Modale

Cinq accéléromètres triaxiaux ont été déplacés sur la boucle pour couvrir une liste de points constituant un maillage expérimental. Ce maillage s’étend sur toute la zone d’essais, à partir de la sortie de la cuve (1) et jusqu’à l’entrée de la cuve (2) (voir Figure 4.1), le but étant de permettre de caractériser les formes modales de la zone d’essais. La Figure 4.22 illustre le maillage expérimental superposé au modèle en éléments finis correspondant. Pour tous les déplacements des capteurs, un accéléromètre était gardé à une position fixe pour servir de mesure de référence au calcul, par la suite, des formes modales. La procédure décrite ici a été appliquée aux deux configurations de la boucle d’essais, c’est-à-dire, avec le coude en PMMA ainsi qu’avec le coude en PVC.

Un marteau de choc muni de capteur d’effort a été utilisé comme source d’excitation. L’impact du marteau sur la structure produit une excitation du type « bruit blanc » sur

une gamme de fréquence allant de 0 jusqu'à environ 300 Hz. L'effort appliqué lors de l'impact est enregistré et servira à caractériser le rapport entre l'excitation et la réponse induite sur la structure, qui est à son tour mesurée avec les accéléromètres. Le signal de l'effort issu du marteau et des trois directions mesurées par chacun des accéléromètres étaient transmis à un analyseur *TestLab* de 16 voies qui sera utilisé ensuite pour le traitement des données mesurées.

Dans un premier temps, la table qui sert à supporter la structure est évaluée séparément. Les tubes ont été déconnectés du reste de la zone d'essais et enlevés de leurs connexions avec le marbre. La table est excitée à l'aide du marteau de choc sur le point 20 et la réponse vibratoire est mesurée sur un total de 21 points ; l'excitation est appliquée dans la direction vertical  $-z$  et dans la direction horizontale  $+y$ . Le rapport entre l'accélération mesurée sur les différents capteurs et l'effort appliqué par le marteau de choc résulte dans la *Fonction de Réponse en Fréquence* (FRF). La FRF est dite ponctuelle quand elle est construite à partir d'une réponse mesurée sur le point du maillage où l'excitation a été appliquée.

L'analyse des FRF ponctuelles sur le point 20 révèle que la table présente deux modes importants en basses fréquences, le premier étant situé à environ 7.7 Hz et un deuxième à 12.7 Hz, avec une antirésonance à environ 10.5 Hz. L'ensemble des FRF mesurées sur la table a été utilisée pour identification de ses propriétés vibratoires à partir d'une méthode régressive aux moindres carrés. Les méthodes de ce type sont basées sur la construction d'une fonction d'erreur entre les FRF mesurées et un modèle polynomial généré à partir d'un ensemble de coefficients ; ces coefficients sont ensuite insérés dans une fonction de coût qui a pour but de minimiser l'erreur d'estimation des FRF. Les propriétés modales de la structure sont ensuite obtenues à partir de la résolution d'un problème aux valeurs propres défini par la matrice adjointe des coefficients du polynôme optimisé vis-à-vis de la modélisation des FRF. Peeters *et al.* (202,203) présentent une explication détaillée de la méthode PolyMAX, qui est implémentée sur *TestLab* et utilisée dans le cadre de la présente étude.

Les propriétés modales de la table ont ainsi été évaluées. Dans la gamme de fréquence comprise entre 0 et 100 Hz, 10 modes ont été identifiés. Le premier mode correspond à un basculement de la table dans la direction  $x$  et fréquence propre 7.7 Hz et le deuxième est un mode de torsion de la structure de support de la table autour de l'axe  $z$  à 12.7 Hz. Un mode de translation en  $z$  avec flexion du marbre à 27.6 Hz est responsable par les déplacements de l'ensemble de la structure dans cette direction ; la déformée associée à ce mode montre un écrasement des plots souples sur lesquels la table se repose. Cela implique que ces plots ne découplent pas les vibrations du sol de celles de la structure de façon efficace dans les basses fréquences : des appuis plus souples auraient été nécessaires.

Une procédure similaire a été suivie pour la détermination des paramètres modaux de la zone d'essais dans les deux configurations utilisées : avec le coude en PVC et avec le coude en PMMA. Le marteau de choc appliquait une excitation dans les directions  $-z$  et  $+y$  dans le point 7 et dans les directions  $-z$  et  $+x$  dans le point 14. Le Tableau 4.8 présente les propriétés modales mesurées des 10 premiers modes identifiés sur la table et les deux

configurations avec coude, où  $f_n$  et  $\varepsilon_n$  correspondent à la fréquence et amortissement, respectivement, du  $n^{\text{ème}}$  mode vibratoire.

	Table		PVC		PMMA	
<b>n</b>	<b><math>f_n</math>(Hz)</b>	<b><math>\varepsilon_n</math>(%)</b>	<b><math>f_n</math>(Hz)</b>	<b><math>\varepsilon_n</math>(%)</b>	<b><math>f_n</math>(Hz)</b>	<b><math>\varepsilon_n</math>(%)</b>
<b>1</b>	7.6786	0.8940	1.1932	7.5653	6.4985	0.4223
<b>2</b>	12.674	1.2745	8.5283	1.2438	8.4301	0.9501
<b>3</b>	15.582	0.2962	9.5819	0.2609	9.9455	1.1849
<b>4</b>	20.686	0.9554	10.824	0.9008	11.396	1.0438
<b>5</b>	23.914	2.3801	12.341	0.5337	12.348	1.1320
<b>6</b>	27.622	2.9160	13.366	0.3965	14.335	0.8959
<b>7</b>	32.064	1.1775	15.541	0.6468	15.822	0.1151
<b>8</b>	41.013	2.5214	19.060	0.9525	19.001	0.3479
<b>9</b>	48.731	2.0112	21.168	0.7443	20.344	1.1337
<b>10</b>	94.373	1.9958	27.261	1.4167	22.513	1.5997

Tableau 4.8 – Fréquences et amortissements associés aux 10 premiers modes propres de la table seule, du banc d’essais muni d’un coude en PVC et d’un coude en PMMA.

#### 4.4.2 Recalage du modèle numérique

Un modèle en éléments finis de la zone d’essais a été réalisé sur *NX Nastran* dans le but de permettre le calcul de la réponse vibratoire induite par l’excitation associée à l’écoulement turbulent au passage d’un coude. Cette estimation sera comparée à des mesures réalisées sur la boucle en fonctionnement. Le modèle numérique du banc d’essais permettra ainsi la validation du calcul de la source fluide, et pour cette raison, il doit reproduire fidèlement le comportement vibratoire du banc d’essais. En effet, l’application de la source correcte résultera en une signature vibratoire biaisée si la fonction de transfert mécanique du modèle ne correspond pas à la réalité. Pour cette raison le modèle a été alimenté avec des données mesurées sur la boucle et recalé pour approximer ses caractéristiques vibratoires.

Seule la zone d’essais a été modélisée. Des éléments bidimensionnels modélisent la structure de support du marbre de la table et les tuyaux ; des éléments tridimensionnels sont employés sur le marbre, les coudes (PVC et PMMA), les brides et les collets. Des éléments unidimensionnels de type poutre, qui assume que la section transversale ne se déformera pas, servent à modéliser les profilés en aluminium ; la forme de la section transversale des profilés est renseignée et permet le calcul de leur moment d’inertie, ce qui définira la raideur des supports reliant la tuyauterie au marbre sur la zone d’essais.

La connexion des tuyaux à ses supports, de ces profilés au marbre ainsi que les connexions visées entre les brides sont représentées par des éléments rigides. D’autre part,



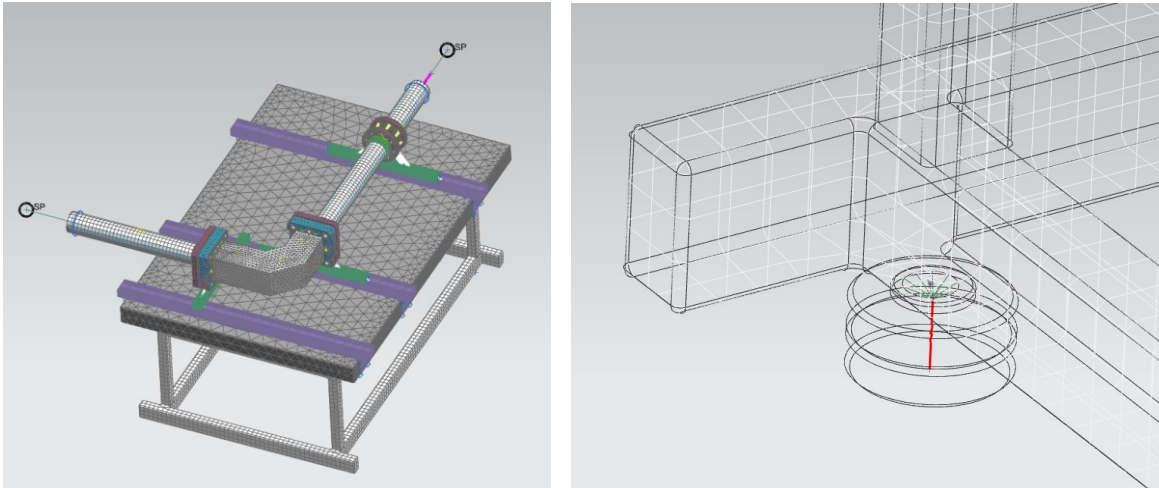


Figure 4.23 – Modèle éléments finis de la zone d’essais (gauche) ; exemple d’élément du type ressort pour modélisation des appuis de la table (droite).

les appuis de la table, la connexion du marbre à sa structure de support et la connexion des tuyaux aux extrémités de la zone d’essais sont modélisées par des éléments du type ressort auxquels 6 valeurs de raideur peuvent être associées : 3 raideurs en translation ( $k_x$ ,  $k_y$  et  $k_z$ ) et 3 en rotation ( $k_{\theta_x}$ ,  $k_{\theta_y}$  et  $k_{\theta_z}$ ). Le contact entre des pièces volumiques (comme entre les brides et les collets, entre les collets et les tubes) est réalisé au moyen d’une union de leurs nœuds de maillage. La Figure 4.23 illustre l’exemple du modèle en éléments finis de la zone d’essais contenant le coude PMMA ainsi qu’un exemple d’éléments du type ressort situés entre la base de la table et le sol.

Les propriétés solides des éléments de la boucle ont été renseignées à partir de la connaissance de leurs matériaux. Des raideurs de connexion ont été mesurées à partir des

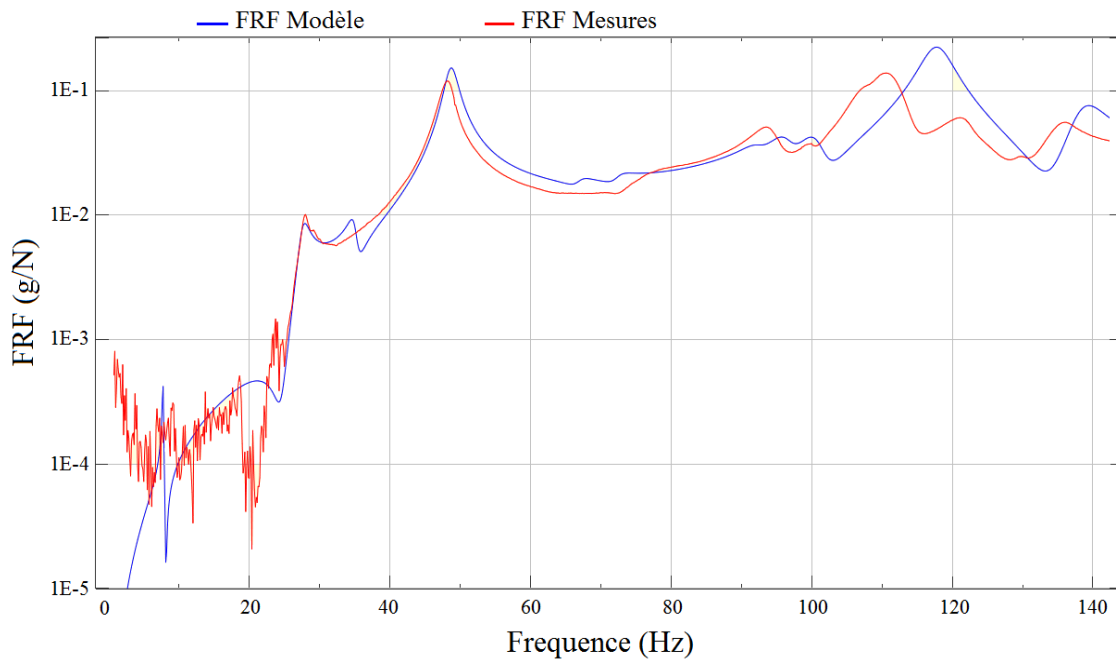


Figure 4.24 – Comparaison entre les FRF numérique et expérimentale sur la table ; vibrations dans la direction z, excitation sur le point 20 et réponse sur le point 17.



FRF ponctuelles sur les points d'extrémité de la zone d'essais (connexion aux cuves), par exemple. Cependant, d'autres raideurs et propriétés n'ont pas pu être mesurées et ont fait l'objet du recalage du modèle numérique. Ce recalage, réalisé à l'aide du logiciel *FemTools*, a consisté à faire varier les paramètres modaux du modèle numérique et recalculer itérativement la réponse vibratoire de manière à ce que les FRF simulées et mesurées s'approxi-ment au mieux. Pour la présente étude, les premiers modes dans les basses fréquences ont été privilégiés puisque la méthode itérative pour recalage du modèle ne converge pas au-delà d'un certain nombre de modes ciblés.

La Figure 4.24 illustre une comparaison entre une FRF mesurée et la FRF numérique correspondante, suite au recalage du modèle de la table isolée. Puisque les FRF sont mesurées et calculées dans la direction  $z$  sur cet exemple, les modes de basculement et torsion ne sont pas visibles. Les modes à 27 Hz et 48 Hz, responsables pour le mouvement vertical en basses fréquences de la table, sont bien mis en évidence par le modèle numérique recalé. Cependant, les modes à plus hautes fréquences ne sont pas identifiés par le modèle numérique. Les recalages de la zone d'essais dans les deux configurations donnent des résultats similaires : les propriétés générales liées à la raideur et la masse du système sont bien représentées par le modèle numérique et les premiers modes à atteindre des niveaux de déplacement importants en basses fréquences sont bien appropriés. Les modes situés dans des fréquences supérieures à la centaine d'Hertz ne sont toutefois pas bien modélisés.

# 5 Résultats

---

## Introduction

La simulation des grandes échelles de l'écoulement incompressible d'eau au passage du coude fournit un ensemble de données de vitesse et de pression instationnaires. Cet ensemble est très riche du point de vue spatial, permettant d'analyser la distribution des données d'intérêt sur tout le domaine considéré à l'intérieur du coude ainsi qu'à sa paroi. Les mesures réalisées avec le banc d'essais fournissent à leur tour un ensemble de données présentant une bonne résolution temporelle et de grande fidélité par rapport aux conditions d'opération retrouvées dans les applications industrielles. En effet, les mesures de pression pariétale contiennent l'influence de la source liée à la turbulence de l'écoulement ainsi que son contenu acoustique ; les mesures de vibration répondent à l'influence de la source fluide et des modes vibratoires du banc d'essais, également.

Le présent chapitre est consacré à l'analyse de l'écoulement dans le coude ainsi que du champ de pression et de sa réponse vibratoire résultante. Simulation numérique et expériences sont considérées de manière complémentaire : les avantages de chaque approche sont mis en valeur vis-à-vis de la compréhension du phénomène des vibrations induites par l'écoulement au passage du coude. L'application de la POD aux champs des vitesses est également présentée afin d'illustrer son intérêt dans ce qui concerne sa modélisation d'ordre réduit. Finalement, la corrélation entre les différentes grandeurs d'intérêt est étudiée. L'évolution temporelle des coefficients POD est également reliée statistiquement au champ de pression afin d'estimer l'influence des structures cohérentes dans l'excitation induite par l'écoulement.

## 5.1 Champ des vitesses

### 5.1.1 Analyse du champ moyen global

L'écoulement à haut nombre de Reynolds dans le coude présente une topologie typiquement caractérisée par la présence d'une séparation sur l'intrados, un lâché tourbillonnaire issu de cette région et des tourbillons de Dean formés sur la courbure également. La Figure 5.1 présente une vue globale du champ de la norme de vitesse mesurée par PIV sur 5 sections planes situées en amont, en aval et directement sur la courbe. Deux différentes vitesses débitantes sont illustrées ( $U_0 = 2$  et  $U_0 = 5$  m/s) et l'écoulement est de gauche vers la droite. La Grille 1 est utilisée dans les deux configurations illustrées sur l'image.

Le fluide commence à accélérer avant même d'arriver sur la courbe, comme l'on peut voir sur le côté intérieur de la section horizontale amont. Dans cette région, l'écoulement gagne de la vitesse jusqu'à ce qu'il se sépare sur l'intrados à une position angulaire  $\theta_s$ , mesurée à partir de la section d'entrée du coude. A partir de ce point, une couche de mélange est formée entre la région à l'intérieur du tube, où l'écoulement reste décollé, et la région située vers l'extrados de la courbe, où l'écoulement présente une vitesse légèrement supérieure à la vitesse débitante. L'écoulement sur les différentes sections est étudié en détails dans les sous-sections qui suivent. Le Tableau 5.1 présente la position de séparation en fonction des différentes conditions d'écoulement étudiées au moyen de la PIV 2D-2C.

Configuration d'écoulement		Angle de Séparation $\theta_s$
$U_0 = 2$ m/s	Grille 1	53°
	Grille 2	53.5°
	Grille 3	50°
$U_0 = 5$ m/s	Grille 1	51.5°
	Grille 2	51.5°
	Grille 3	50°

Tableau 5.1 – Position angulaire du point de séparation sur intrados

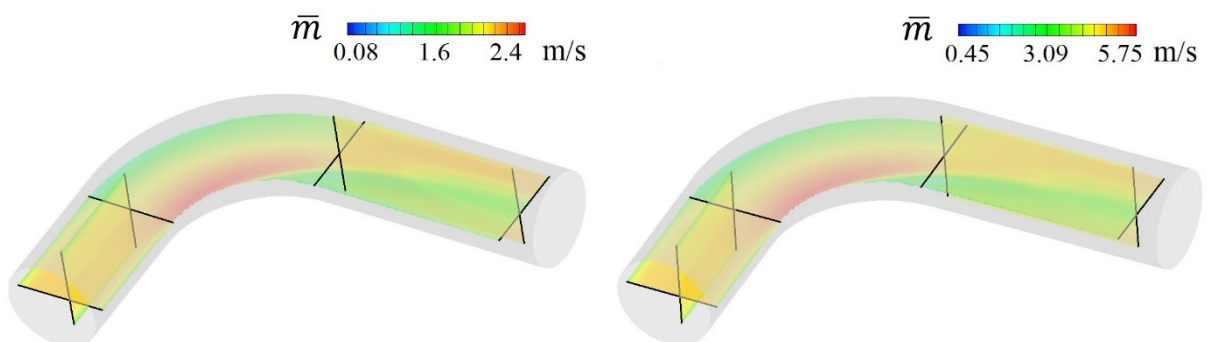


Figure 5.1 - Moyenne de la norme de la vitesse sur sections planes mesurée par PIV. Gauche : Grille 1 et  $U_0 = 2$  m/s ; droite : Grille 1 et  $U_0 = 5$  m/s. Les flèches bleues indiquent le sens de l'écoulement.

Les différentes grilles employées engendrent des points de séparation légèrement différents. Concernant l'effet du nombre de Reynolds sur la séparation, la différence est subtile et ne peut pas être déterminée de manière précise par les expériences conduites avec la PIV 2D-2C. En effet, la Figure 5.1 montre que la topologie globale de l'écoulement reste très similaire dans la gamme de nombre de Reynolds considérée. L'effet des grilles utilisées et des vitesses débitantes imposées sur les structures cohérentes de l'écoulement sera abordé davantage par la suite.

## 5.1.2 Écoulement en entrée du coude

### 5.1.2.1 Champs moyens des vitesses et intensité turbulente

La Figure 5.2 illustre un exemple de champ des vitesses mesuré par PIV sur la Section 1. Il s'agit de contours de vitesse axiale mesurée dans la configuration où la vitesse débitante imposée est de 2 m/s et la grille utilisée est la plus fine des trois grilles (Grille 1). La vitesse est normalisée par la vitesse débitante réelle, qui est obtenue au moyen de l'intégrale du profil de vitesse mesuré sur la section située à  $l/D = -1$ . On peut remarquer que l'écoulement commence à gagner de la vitesse environ à 1 diamètre en amont de la section d'entrée du coude. Avant d'être modifiés par la proximité avec la courbe, les profils transversaux de vitesse sont plats dans la région centrale du conduit et révèlent la présence d'une très fine couche limite en proche-paroi. Ce résultat peut être mieux observé sur la Figure 5.3, qui présente une comparaison entre les profils moyens de vitesse obtenus pour chaque configuration mesurée par PIV 2D-2C en amont du coude avec des mesures réalisées par Laufer (204) et Barbara (18).

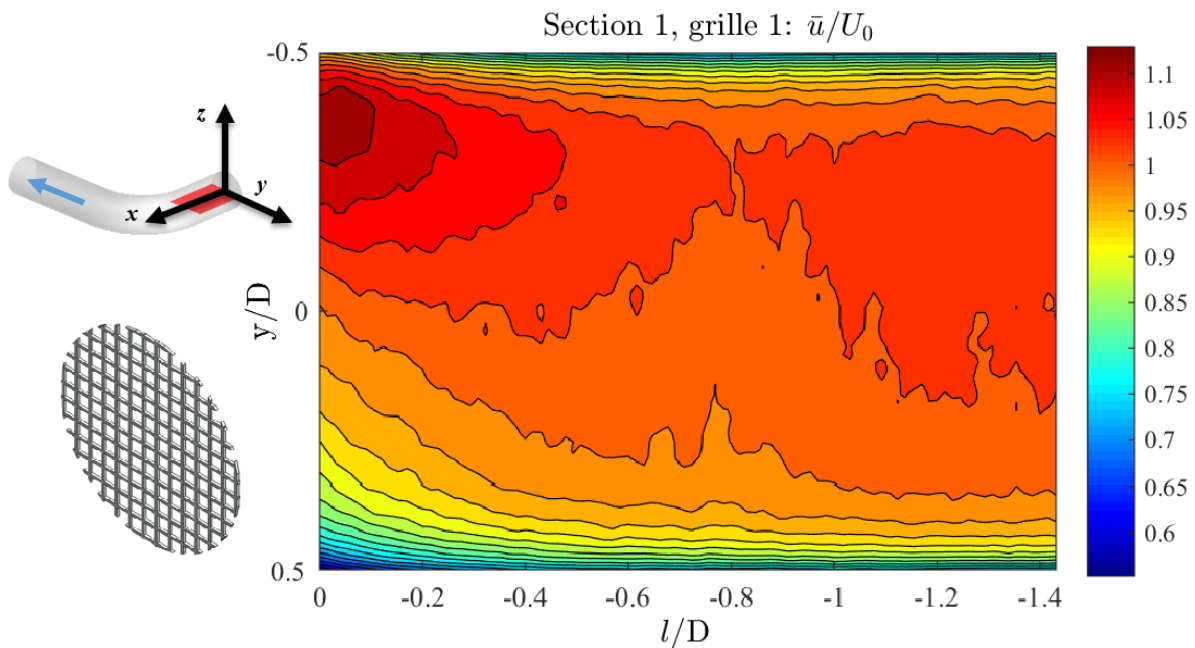


Figure 5.2 - Contours de vitesse axiale moyenne sur la Section 1 (section horizontale amont), normalisée par la vitesse débitante réelle,  $U_0$ .

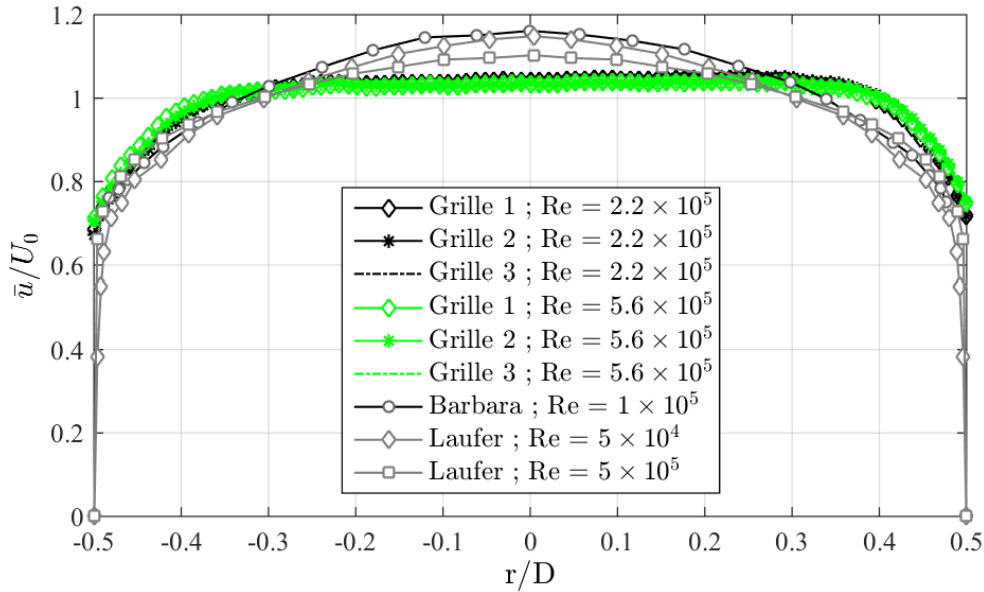


Figure 5.3 - Profils de vitesse axiale moyenne mesurés en amont du coude ( $l/D = -1$ ) et profils mesurés par Laufer (204) en conduit droit et par Barbara (18) en amont d'un coude (à  $l/D = -1.5$ ).

Laufer a employé l'anémométrie à fil chaud pour étudier les caractéristiques de vitesse et intensité turbulente retrouvées dans les écoulements turbulents développés en conduit circulaire. Barbara réalise des mesures de vitesse de l'écoulement en amont et aval d'un coude à rayon de courbure  $R_c = 1.5D$  avec la technique de l'Anémométrie Laser Doppler (LDA) ; le but de ces travaux était d'étudier l'influence des conditions de l'écoulement aval sur la topologie résultante dans l'aval du coude. Le Tableau 5.2 présente les conditions d'essais retrouvés dans les références qui sont utilisées pour comparaison des mesures de vitesse en amont du coude.

Auteur	Technique de mesure	Re
Laufer	Fil chaud	$5 \times 10^4$
		$5 \times 10^5$
Barbara	LDA	$1 \times 10^5$

Tableau 5.2 – Conditions d'essais pour mesures en écoulement de conduit développé

Les mesures de Laufer sont réalisées en conduit droit alors que Barbara se place  $1.5D$  en amont de son coude. Les mesures de la présente étude, à leur tour, sont effectuées  $1D$  en amont de la section d'entrée du coude. Les vitesses sont normalisées par rapport à la vitesse débitante réelle, calculée à partir de l'intégrale du profil des vitesses axiales. Les mesures de Laufer à différentes vitesses débitantes montrent que le profil de vitesses axiales tendent à s'aplatir à mesure que l'on augmente le Nombre de Reynolds de l'écoulement. Pour toutes les configurations mesurées par PIV dans la présente étude, l'écoulement présente une couche limite plus fine (avec une pente plus abrupte) que celles mesurées par

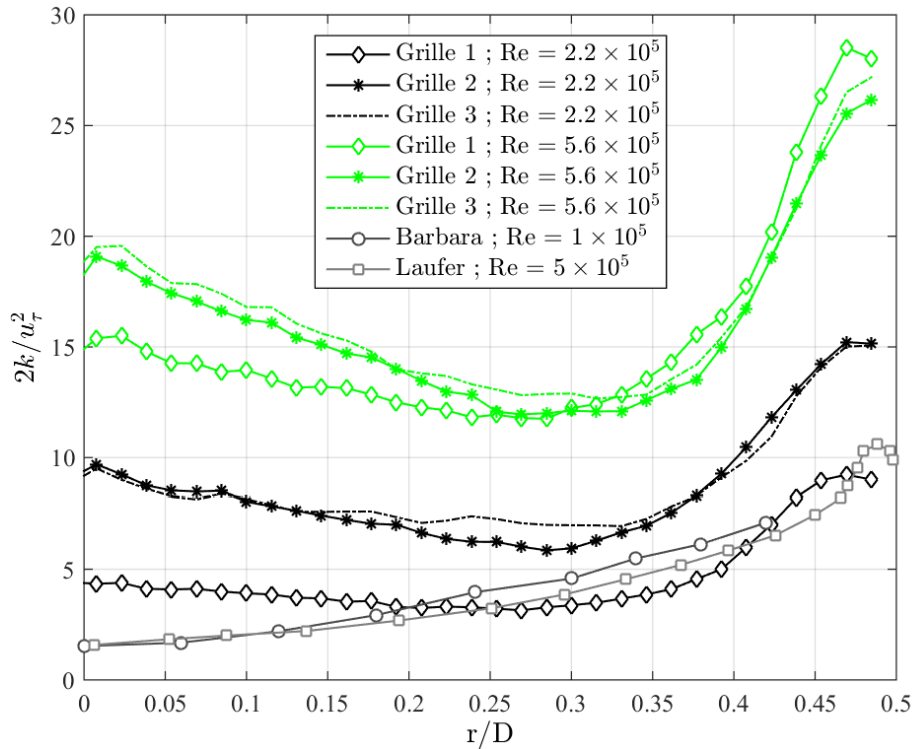


Figure 5.4 - Profils d'intensité turbulente normalisés par la vitesse de frottement mesurés à  $l/D = -1$  et profils mesurés par Laufer (204) en conduit droit et par Barbara (18) en amont d'un coude (à  $l/D = -1.5$ ).

Laufer et Barbara. Indépendamment de la grille de contrôle de turbulence utilisée, les profils mesurés par PIV se superposent, ce qui indique que le régime d'écoulement n'est pas modifié de manière sensible dans la gamme de nombre de Reynolds considérée.

Les profils de vitesses axiales de la présente étude s'approchent ainsi de la configuration turbulente pleinement développée, caractérisée par une topologie plate avec une fine couche de mélange. En outre, la Figure 5.4 illustre que les configurations mesurées dans cette étude contiennent un niveau plus important d'énergie cinétique turbulente que les essais réalisés par Barbara et Laufer. L'image présente les niveaux d'intensité turbulente normalisés par la vitesse de frottement à la paroi,  $u_\tau$ . Barbara propose la valeur  $u_\tau = 0.047 U_0$  pour des écoulements de conduit à nombre de Reynolds aux environs de  $Re = 10^5$ . Dans la présente étude, la valeur de  $u_\tau$  a été calculée pour chaque configuration à partir des profils de vitesses axiales, considérant le point de mesure le plus proche de la paroi (voir Equation 3.15).

Les profils d'intensité turbulente mesurés par PIV, ainsi que ceux obtenus par les références, montrent une tendance de l'écoulement de conduit à gagner de l'énergie turbulente dans la région de proche-paroi, où les gradients de vitesse sont importants. La configuration qui s'approche le plus de celles de Laufer et Barbara est le cas avec la grille la plus fine (Grille 1) et vitesse débitante  $U_0 = 2 \text{ m/s}$ . Ce résultat semble indiquer que les grilles moins fines engendrent la création de structures tourbillonnaires plus grandes sur toute la section transversale du conduit ; ces structures sont convectées par l'écoulement moyen et, notamment pour des vitesses débitantes plus importantes, elles n'auront toujours pas dissipé leur énergie par viscosité lorsqu'elles arrivent dans la section de mesure

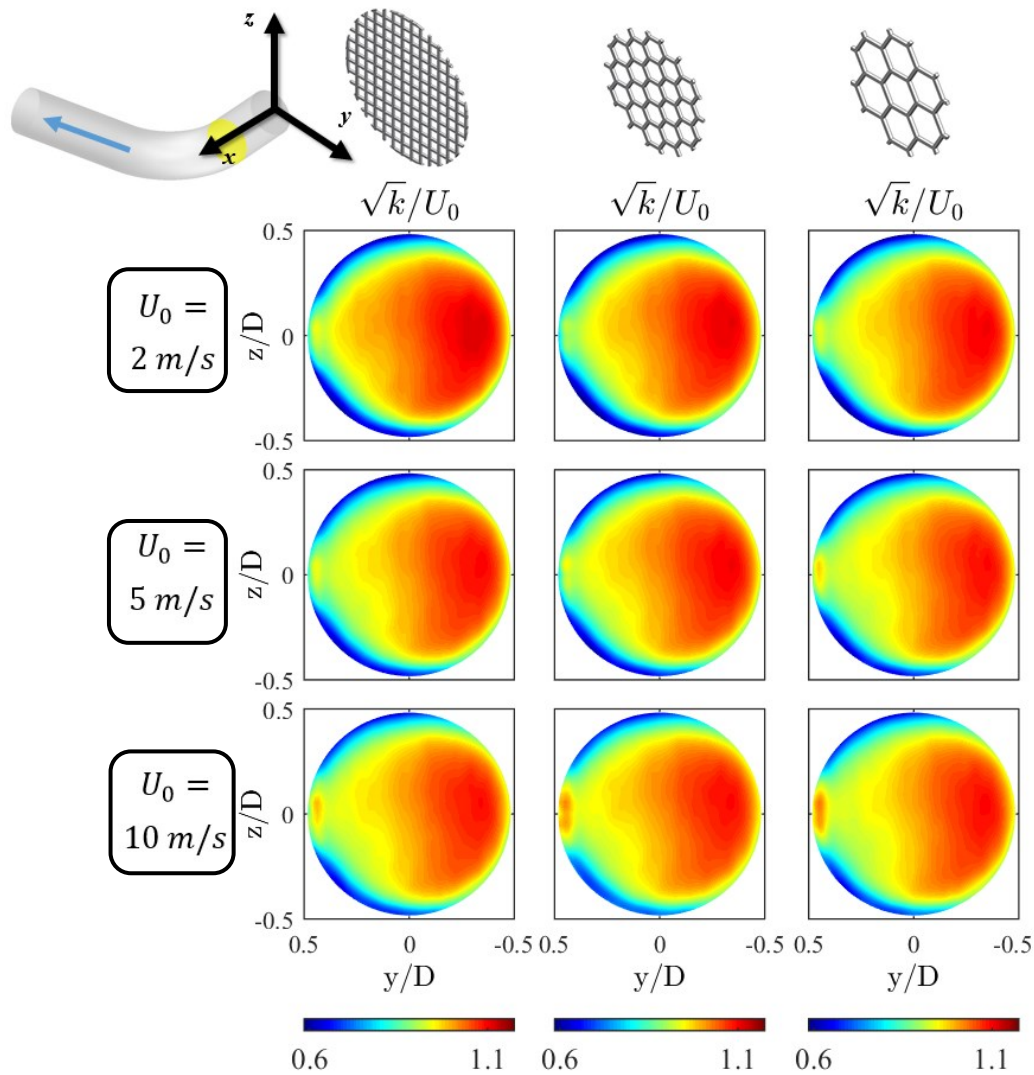


Figure 5.5 - Champ d'intensité turbulente sur Section  $0^\circ$  pour  $U_0 = 2 \text{ m/s}$  (haut),  $U_0 = 5 \text{ m/s}$  (milieu) et  $U_0 = 10 \text{ m/s}$  (bas), avec Grille 1 (gauche), Grille 2 (centre) et Grille 3 (droite).

( $l/D = -1$ ). A l'arrivée sur le coude, toutefois, la topologie de la turbulence est affectée par la proximité de la courbe, avec l'apparition d'une région de forte intensité turbulente là où l'écoulement est accéléré. La Figure 5.5 illustre le champ d'intensité turbulente (adimensionné ici par la vitesse débitante) sur la section d'entrée du coude ( $\theta = 0^\circ$ ) pour toutes les configurations testées par la Stéréo-PIV.

Les profils de vitesse et intensité turbulente en amont du coude permettent de situer les configurations testées dans les conditions d'écoulement souhaitées vis-à-vis des objectifs de cette étude (les champs moyens et RMS de chaque composante de vitesse mesurée sur chaque section sont illustrés en détails dans les Annexe A.1- A.3). Les différentes grilles de contrôle de turbulence et les vitesses débitantes imposées permettent de modifier légèrement les niveaux turbulents en entrée du coude sans modifier le régime d'écoulement. Les conditions d'essais rendent également les mesures réalisées comparables à d'autres études de référence retrouvées dans la littérature pertinente.

Conformément à ce qui a été montré dans le Chapitre 4, les mesures PIV sur les sections planes de l'écoulement ont fourni une base de données convergées, du point de vue statistique, permettant une représentation de l'écoulement instationnaire qui satisfait au critère d'ergodicité. Pour cette raison, la technique de la Snapshot-POD a pu être appliquée à cette base de données, sur chaque section mesurée, afin de permettre quelques considérations sur l'organisation de l'écoulement en structures cohérentes et sur les caractéristiques des modes principaux de l'écoulement. C'est pourquoi nous nous concentrons par la suite sur l'étude de la décomposition orthogonale de l'écoulement amont avant de passer à l'analyse de l'écoulement en sortie du coude et ses comparaisons avec la littérature de référence.

### 5.1.2.2 Modes POD

La *Snapshot-POD* a été appliquée aux clichés des vitesses obtenus pour chacune des configurations testées par la PIV 2D-2C sur les sections situées en amont du coude. Pour chaque combinaison de grille et vitesse débitante testée, 1000 champs instantanés des vitesses bidimensionnels ont été utilisés pour la décomposition orthogonale. Cette décomposition a été appliquée à chaque section séparément, afin de permettre d'étudier l'organisation en structures cohérentes de l'écoulement capturé au sein des sections planes. En outre, la décomposition est réalisée sur les données de vitesse fluctuante, de manière à ce qu'aucun mode POD ne corresponde à l'écoulement moyen.

La Figure 5.6 illustre la distribution énergétique des 20 premiers modes POD de l'écoulement sur la Section 1 (section horizontale amont), pour toutes les configurations mesurées. Les barres bleues représentent le pourcentage de l'énergie cinétique turbulente contenu dans chaque mode tandis que la ligne pointillée rouge illustre la somme cumulée de ces contributions individuelles. Les 20 premiers modes POD contiennent, pour chaque cas, environ 60% de l'énergie du système, dont presque la moitié se trouve dans les 2 premiers modes. En effet, tandis que le premier mode de l'écoulement contient environ 20% de l'énergie à chaque fois, les modes supérieures au 10<sup>ème</sup> représentent une contribution de moins de 2% chacun. Ce résultat est généralisé pour toutes les configurations testées ; toutefois, la distribution est encore plus inégale pour les grilles les moins fines, notamment pour la vitesse débitante  $U_0 = 2 \text{ m/s}$ .

La topologie de ces modes peut être visualisée en considérant leurs formes modales non-pondérées par leur contenu énergétique. Les formes modales des 15 premiers modes associées aux fluctuations de vitesse axiale sur la Section 1 sont illustrées par la Figure 5.7. Cette représentation cache le fait qu'en réalité les premiers modes portent plusieurs fois le pourcentage d'énergie contenu dans les modes illustrés en bas de la Figure 5.7 ; la normalisation des formes modales permet, toutefois, d'évaluer le rapport entre le contenu énergétique et la distribution spatiale de la cohérence dans la section considérée.

Sur l'image l'on peut constater que ce sont les grandes structures cohérentes situées en proche-paroi qui contiennent la plupart de l'énergie de l'écoulement amont. Les premiers modes présentent souvent une espèce de symétrie les uns par rapport aux autres (voir modes 2 et 3, ainsi que 4 et 6). Ce résultat s'approche des conclusions issues des travaux de Hellström *et al.* (27). Ces auteurs ont appliqué la POD à des champs des vitesses mesurés par Stéréo-PIV sur de longueurs allant jusqu'à la dizaine de diamètres dans un



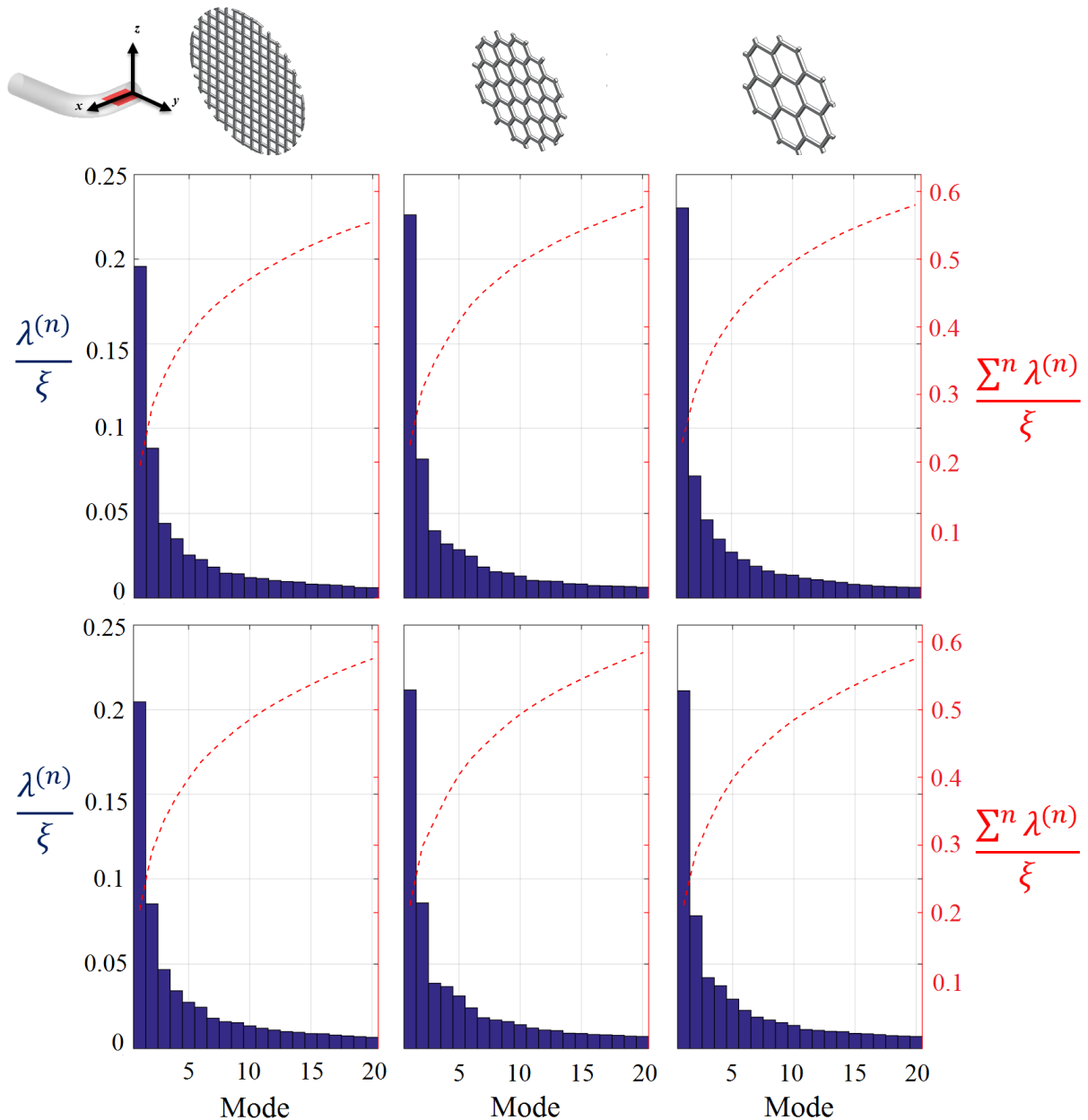


Figure 5.6 - Contenu énergétique de chaque mode POD (barres) et somme cumulée des énergies (ligne rouge) pour la Section 1. Haut :  $U_0 = 2$  m/s ; bas :  $U_0 = 5$  m/s. Gauche : Grille 1 ; centre : Grille 2 ; droite : Grille 3.

conduit circulaire soumis à un écoulement pleinement développé à  $Re = 1.2 \times 10^4$ . Ils ont pu visualiser que les premiers modes de l'écoulement en conduit correspondent à des structures cohérentes très allongées, situées en proche-paroi. Une reconstruction de l'écoulement avec les 4 premiers modes produit des structures jusqu'à  $5D$  de longueur.

Néanmoins, pour le Nombre de Reynolds testé par Hellström *et al.*, le premier mode ne concentre que 3% de l'énergie cinétique du système, un pourcentage très inférieur aux 20% atteints par le premier mode POD des mesures à Nombre de Reynolds de l'ordre de  $10^5$  de la présente étude. Il semblerait ainsi que l'écoulement turbulent a tendance à s'organiser davantage en de grandes structures cohérentes de proche-paroi à mesure que le

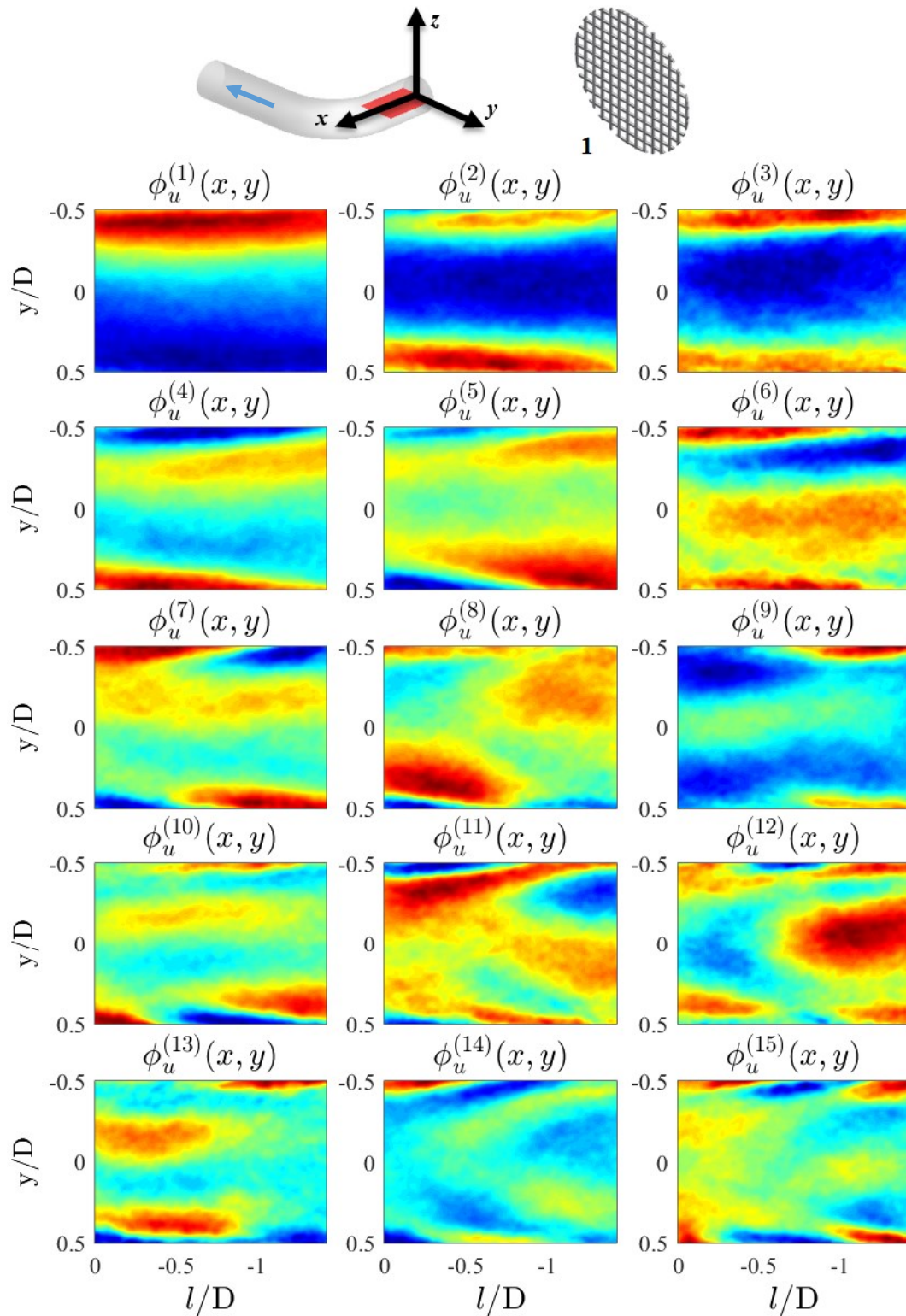


Figure 5.7 - Formes modales non-pondérées associées aux fluctuations de vitesse axiale sur la Section 1, Grille 1 et vitesse débitante  $U_0 = 2$  m/s.

Nombre de Reynolds augmente. Cependant, il est pertinent de remarquer que la décomposition en modes orthogonaux réalisée par Hellström *et al.* comprend les 3 composantes de vitesse de l'écoulement (mesurées par Stéréo-PIV) tandis que la POD réalisée par cette

étude considère les vitesses contenues dans un plan mesuré par PIV 2D-C ; cette différence peut contribuer aussi pour une différente distribution énergétique des modes POD. En outre, l'introduction des grilles de contrôle de turbulence peuvent affecter l'organisation de l'écoulement et, par conséquent, la répartition des énergies modales.

Les modes les moins énergétiques illustrés sur la Figure 5.7 correspondent à des structures de plus en plus petites, situées d'abord sur la paroi et allant vers la turbulence aléatoire dans le centre du tuyau pour des modes à nombre encore plus élevés (qui ne sont pas illustrés ici). Cependant, la contribution relative de ces modes à l'énergie cinétique totale du système est négligeable. Un comportement semblable peut être observé sur la Section 2 (section verticale amont).

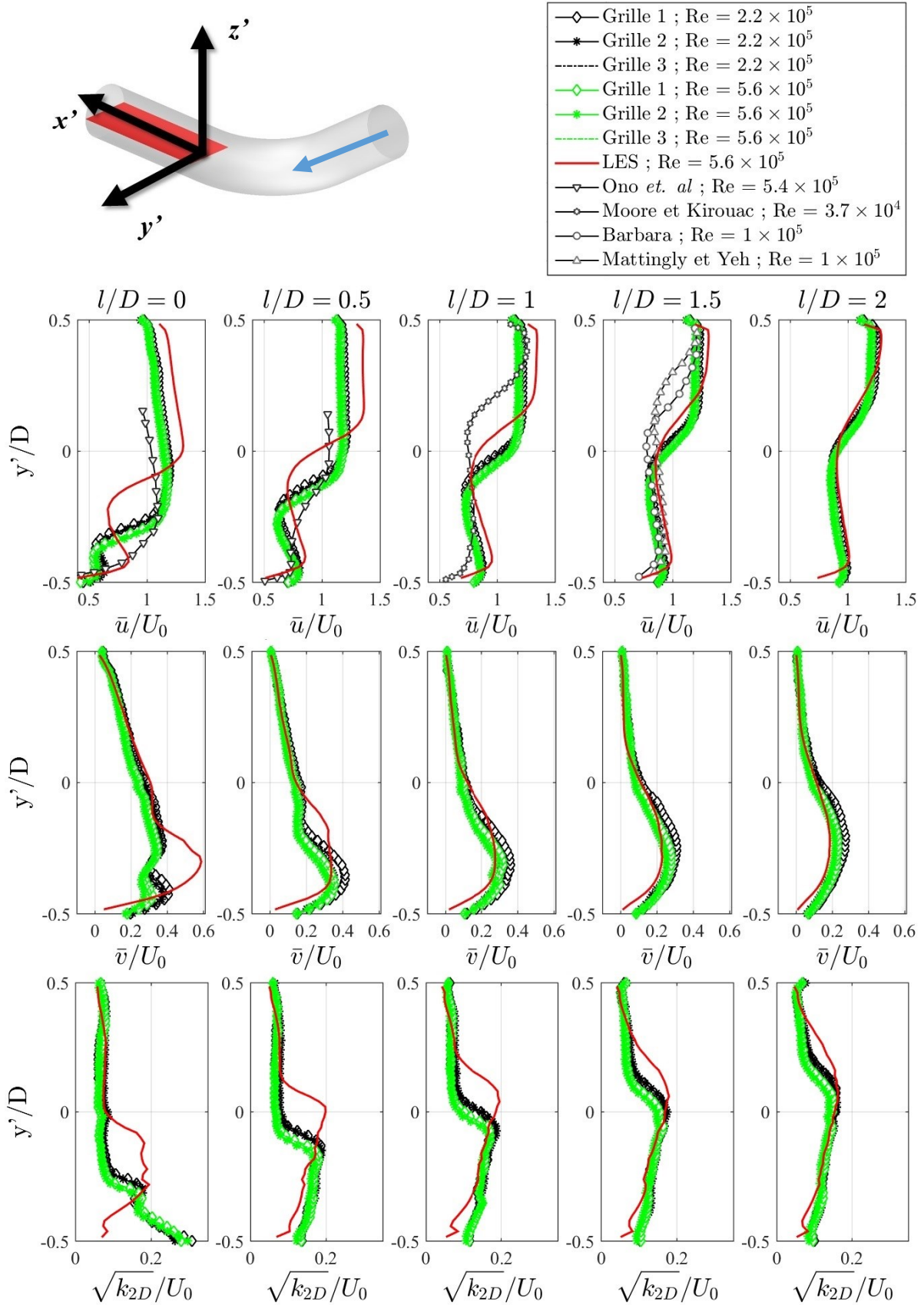


Figure 5.8 - Profils des vitesses axiales (haut), vitesses transversales (centre) et intensité turbulente (bas) sur la Section 4.

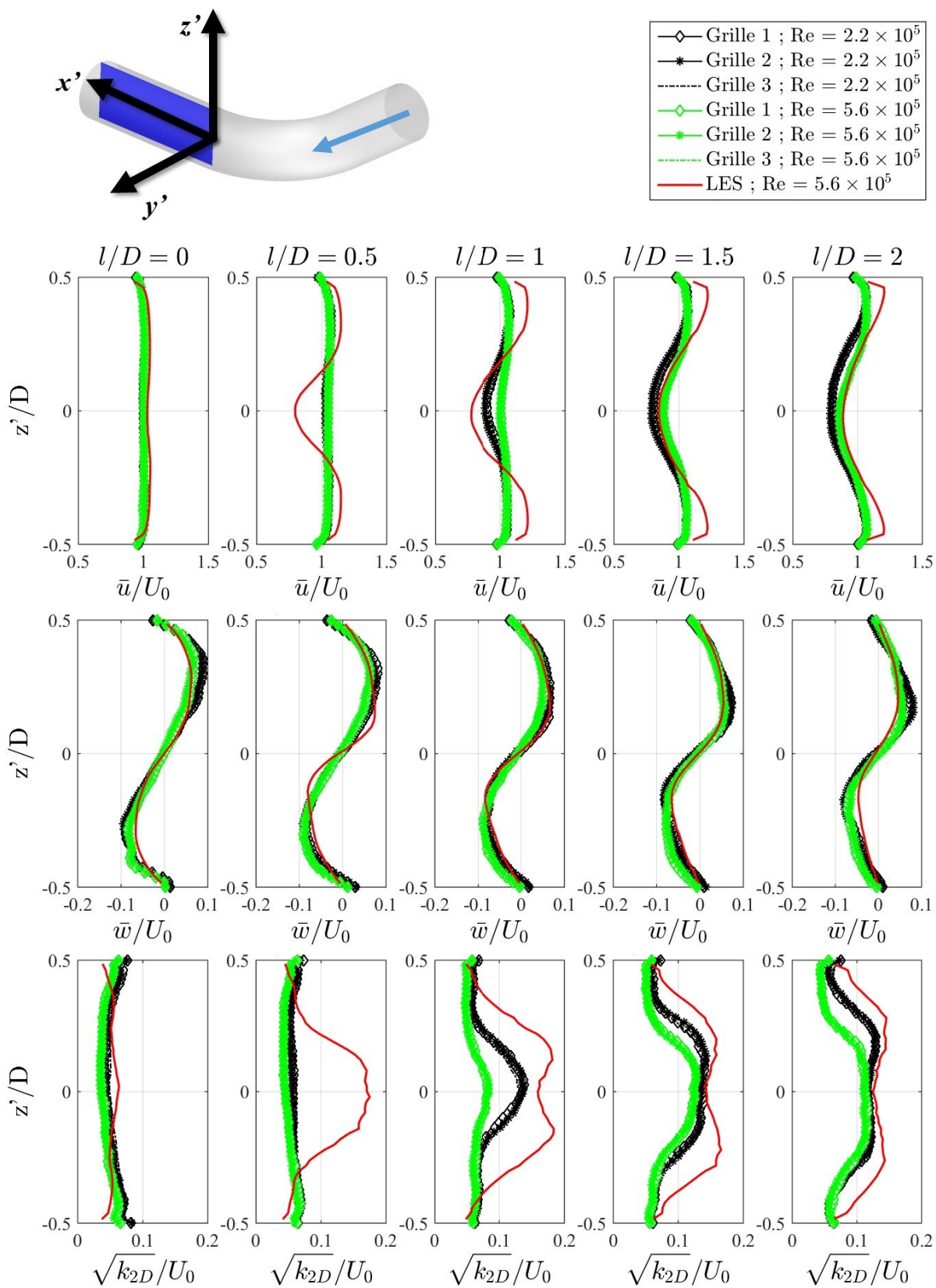


Figure 5.9 - Profils des vitesses axiales (haut), vitesses transversales (milieu) et intensité turbulente (bas) sur la Section 5.



### 5.1.3 Écoulement en sortie du coude

Après avoir présenté et comparé les caractéristiques de l'écoulement amont établi dans la zone d'essais avec celles obtenues par d'autres auteurs en conditions similaires, nous évaluons la topologie et l'organisation en structures cohérentes de l'écoulement en sortie du coude. Plusieurs auteurs se sont intéressés à l'impact d'un coude à  $90^\circ$  sur l'écoulement de conduit. Le rayon de courbure du coude employé dans ces études, ainsi que le nombre de Reynolds de l'écoulement (calculé à partir du diamètre interne du conduit et de sa vitesse débitante  $U_0$ ) sont les paramètres caractéristiques des conditions d'essais ; ces paramètres permettent d'estimer la similitude des différentes études afin de pouvoir comparer les résultats obtenus. En fonction des paramètres mentionnés, quelques références ont été choisies pour comparaison avec les résultats obtenus par la présente étude.

Les travaux déjà mentionnés de Barbara (18) présentent des mesures réalisées par LDA sur des sections situées sur la courbe ainsi qu'en aval, aux positions  $l/D = 1.5$  et  $l/D = 3.5$  ; son coude présente un rayon de courbure  $R_c = 1.5D$  et l'écoulement est tel que le nombre de Reynolds des essais se situe à  $Re = 1 \times 10^5$ . Mattingly et Yeh (205) réalisent des mesures LDA dans des conditions similaires. Ono *et al.* (19) ont effectué des mesures PIV en aval de différents coudes afin de caractériser l'influence de leur rayon de courbure et nombre de Reynolds sur la topologie résultante. Plusieurs sections aval situées entre  $l/D = 0$  et  $l/D = 1$  ont fait l'objet des mesures ; parmi les conditions d'essais, figurait un coude à rayon de courbure  $R_c = 1.5D$  et nombre de Reynolds  $Re = 5.4 \times 10^5$ . Moore et Kirouac (206) ont réalisé des essais avec un nombre de Reynolds inférieur et coude légèrement plus long. Le Tableau 5.3 rassemble les caractéristiques d'essais de chaque référence ainsi que la section de mesures retenue pour comparaison avec la présente étude.

Auteur	Technique de mesure	$Re$	$R_c$	Section(s)
Barbara	LDA	$1 \times 10^5$	$1.5D$	$l/D = 1.5$
Mattingly et Yeh	LDA	$1 \times 10^5$	$1.5D$	$l/D = 1.5$
Ono <i>et al.</i>	PIV	$5.4 \times 10^5$	$1.5D$	$l/D = 0 ; 0.5$
Moore et Kirouac	LDA	$3.7 \times 10^4$	$1.76D$	$l/D = 1$

Tableau 5.3 - Conditions d'essais pour mesures en aval de coude à  $90^\circ$ .

Les mesures réalisées en aval du coude sont également comparées aux résultats de calcul LES. Ainsi, les champs moyens numériques illustrés ici ne sont pas des résultats du calcul RANS employé pour initialisation de la turbulence, mais de la moyenne réalisée sur 2000 champs instantanés obtenus par le calcul LES et extraits sur des sections planes. Les champs RMS, qui serviront au calcul de l'intensité turbulente, ont également été calculés sur la base de données numérique instationnaire.

#### 5.1.3.1 Champs moyens des vitesses et intensité turbulente

La Figure 5.8 illustre les profils moyens de vitesse axiale, vitesse transversale et intensité turbulente mesurés et calculés sur 5 différentes positions situées en aval du coude. Les résultats ont été obtenus sur la Section 4, soit la section horizontale aval. Les vitesses

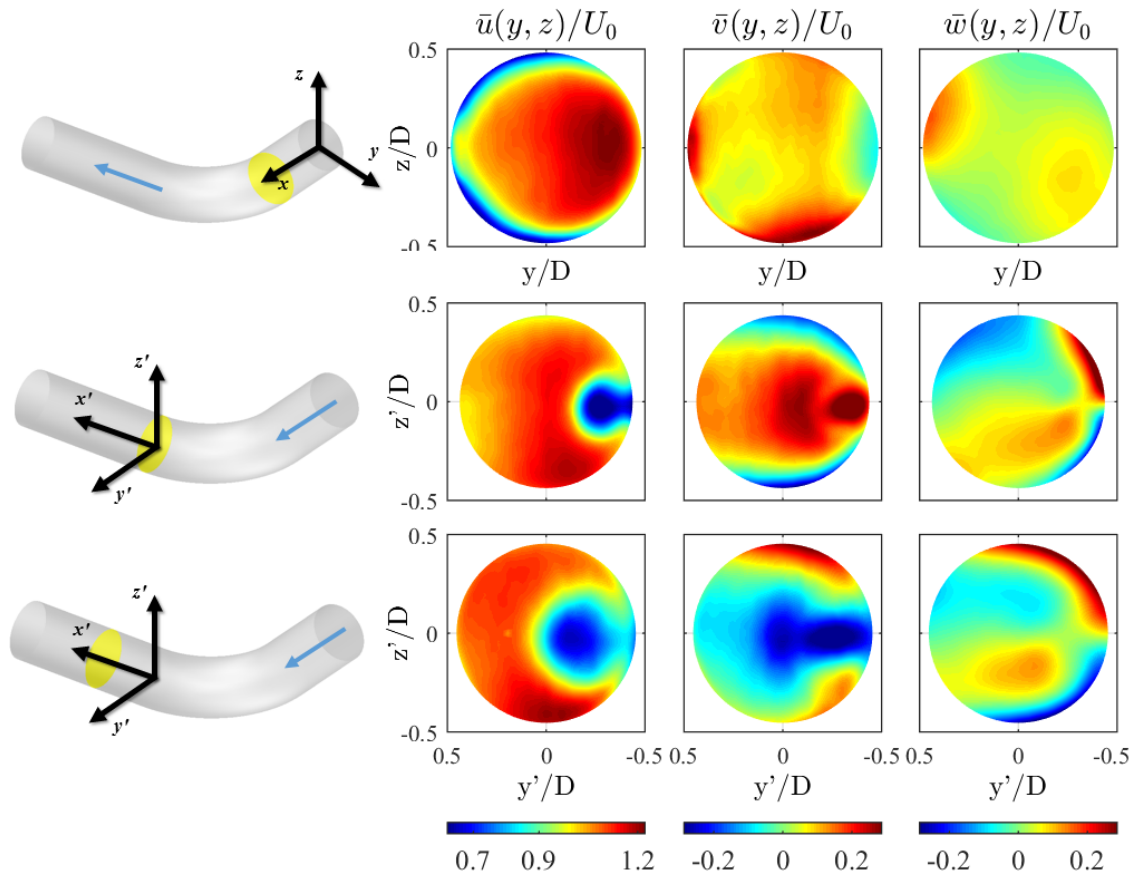


Figure 5.10 - Champs moyens des vitesses axiales (gauche), transversales (centre) et radiales (droite) sur la Section  $0^\circ$  (haut), Section  $0D$  (milieu) et Section  $1D$  (droite), avec la Grille 1 et  $U_0 = 2$  m/s.

moyennes sont adimensionnées par la vitesse débitante imposée à l'écoulement ; la racine carrée de l'intensité turbulente est également adimensionnée par la vitesse  $U_0$ . Les profils des vitesses axiales moyennes mesurés par la présente étude se superposent pour toutes les configurations étudiées. Dès la position  $l/D = 0$ , la séparation sur l'intrados engendre une zone de mélange qui évolue visiblement vers l'extérieur du coude (valeurs positives de  $y'$ ) à mesure que l'on avance dans la direction de l'écoulement. A la position  $l/D = 0$ , le profil a une allure très accidentée, avec deux points d'inflexion clairement perceptibles, en opposition à l'évolution monotone capturée par les mesures d'Ono *et al.* sur la même position. Cependant, les profils moyens de vitesse axiale n'atteignent jamais de valeur négative comme pourrait être le cas pour des coudes plus courts ; en effet, Ono *et al.* trouvent distinctement une zone de recirculation avec des vitesses axiales moyennes négatives sur l'intrados d'un coude à rayon de courbure  $R_c = 1D$ . Le double point d'inflexion est toutefois retrouvé sur les mesures d'Ono *et al.* plus en aval, à  $l/D = 0.5$ .

Le profil mesuré par Moore et Kirouac à  $l/D = 1$  et  $Re = 3.7 \times 10^4$  révèle que, pour cette gamme de nombres de Reynolds, la progression de la couche de mélange issue de la séparation semble être plus rapide, en comparaison aux profils mesurés par PIV dans la présente étude. Les mesures de Barbara et Mattingly et Yeh présentent un très bon accord avec les mesures PIV dans la partie intérieure du coude (valeurs négatives de  $y'/D$ ) ; au-dessus de la ligne centrale du conduit, la position du point d'inflexion des profils issus des

références met en évidence une progression plus rapide de leurs couches de mélange, le résultat de Barbara se situant entre celui de Mattingly et ceux de la présente étude.

Entre  $l/D = 0$  et  $l/D = 1.5$ , les profils moyens issus du calcul LES capturent la couche de mélange issue de la séparation avec une évolution plus rapide que celle observée sur les mesures PIV de la présente étude. Sur les positions  $l/D = 1$  et  $l/D = 1.5$ , le profil numérique se situe entre les résultats issus de la référence et ceux obtenus par PIV. D'autre part, l'accord avec les mesures de cette étude devient une évidence lorsque l'écoulement s'éloigne de la sortie du coude et commence ainsi à s'approcher de l'écoulement de conduit pleinement développé (voir les profils de vitesses axiales à  $l/D = 2$ ). Cette tendance des résultats numériques de s'avancer par rapport aux mesures est également observée sur les profils de vitesse transversale et intensité turbulente.

Les profils des vitesses transversales moyennes sur la Section 4 ( $\bar{v}/U_0$ ) ne se superposent pas aussi bien que les profils des vitesses axiales, pour les différentes conditions mesurées par PIV. En effet, les profils à vitesse débitante  $U_0 = 2 \text{ m/s}$  semblent conserver plus de vitesse transversale, dans la zone d'écoulement séparé, que les profils issus d'une condition à  $U_0 = 5 \text{ m/s}$ . Le résultat numérique illustre une évolution plus rapide de la couche de mélange entre  $l/D = 0$  et  $l/D = 0.5$ , avec un très bon accord pour les positions mesurées plus en aval. Ces profils révèlent que la séparation a pour effet d'introduire une région de fortes vitesses transversales en sortie du coude, sur son intrados ; ces vitesses atteignent un maximum à environ  $l/D = 1$  et sont ensuite amorties à mesure que l'on avance dans le sens de l'écoulement, de manière à s'approcher des conditions d'écoulement développé.

D'autre part, les vitesses radiales moyennes adimensionnées sur la Section 5 ( $\bar{w}/U_0$ ) présentent une allure plus constante sur toutes les positions mesurées en aval du coude, avec bonne superposition des profils mesurés (pour toute configuration) et du profil numérique, également. Ces résultats sont illustrés par la Figure 5.9. Les profils révèlent la présence des deux zones distinctes : la partie supérieure du coude (valeurs positives de  $z'/D$ ) est caractérisée par des valeurs positives de vitesse radiale tandis que la partie supérieure présente des valeurs négatives. Deux points d'inflexion sont aperçus sur tous les profils, avec un passage à zéro vers le centre du conduit. Ce comportement indique la présence des Tourbillons de Dean. Ces structures contrarotatives sont ainsi déjà formées à la sortie du coude, et sont convectées sans subir d'importantes modifications sur la longueur du champ mesuré par PIV 2D-2C (jusqu'à  $l/D = 2$ ).

Les profils de vitesse axiale moyenne sur la Section 5 ( $\bar{u}/U_0$ , illustrés par la Figure 5.9) indiquent l'apparition progressive d'une région de ralentissement vers le centre de la section en question. Ce ralentissement correspond à l'arrivée de la couche de mélange formée sur l'intrados, dans la région de séparation, et qui s'élargit vers la ligne moyenne du conduit. Les profils issus de la configuration à  $U_0 = 2 \text{ m/s}$ , par rapport à celle où  $U_0 = 5 \text{ m/s}$ , témoignent de la progression plus rapide de la couche de mélange pour des Nombres de Reynolds plus petits. Sur les Annexes A.1 – A.3 se trouvent des vues globales des champs moyens des vitesses sur chaque section plane mesurée par PIV 2D-2C.



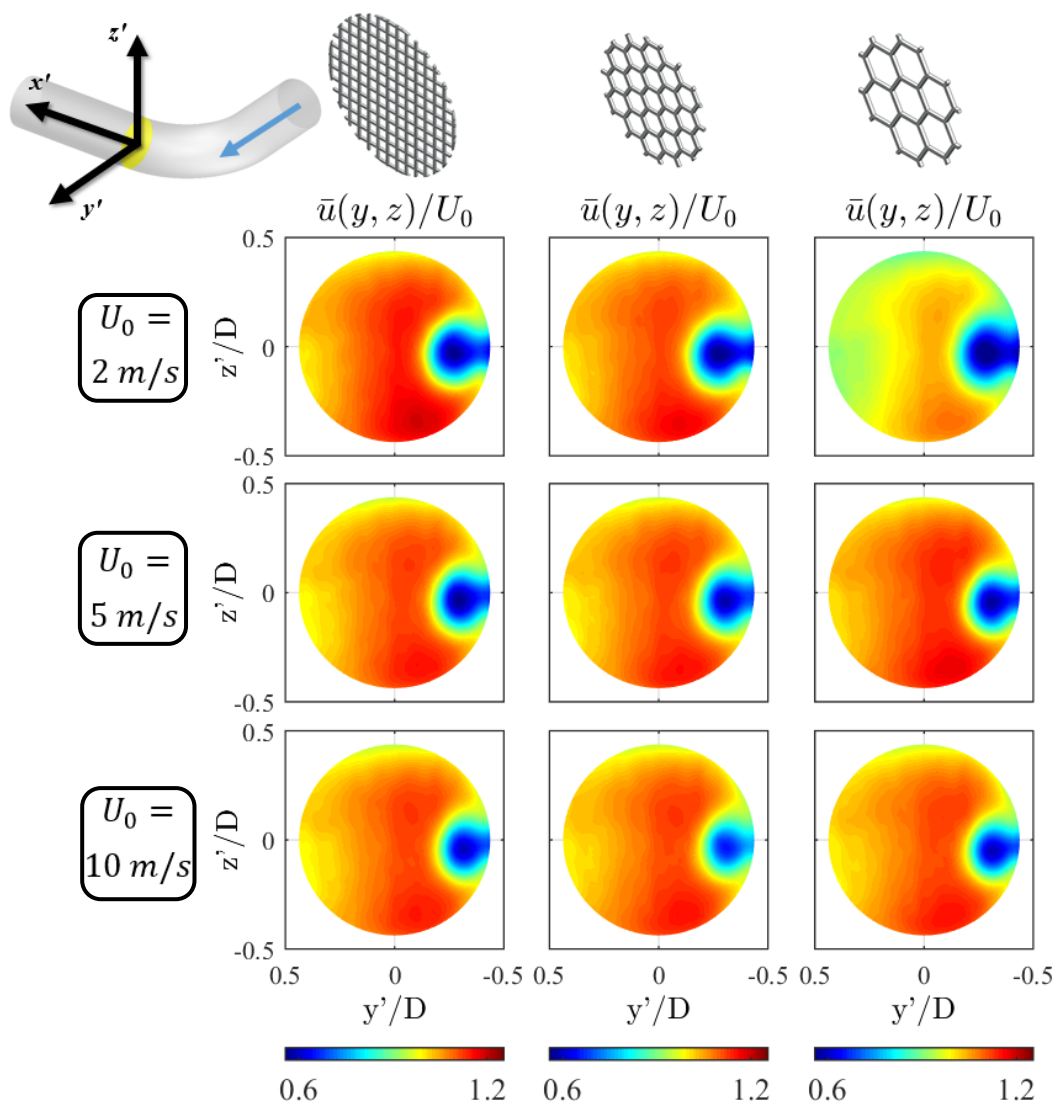


Figure 5.11 - Champ des vitesses axiales sur Section 1D pour  $U_0 = 2 \text{ m/s}$  (haut),  $U_0 = 5 \text{ m/s}$  (milieu) et  $U_0 = 10 \text{ m/s}$  (bas), avec Grille 1 (gauche), Grille 2 (centre) et Grille 3 (droite).

La région où la séparation a lieu est visiblement à l'origine de forts niveaux de turbulence. Les profils d'intensité turbulente bidimensionnelle, normalisés par la vitesse débitante, indiquent la formation d'une poche à forte turbulence en sortie du coude, sur l'intrados. En effet, sur  $l/D = 0$  les profils mesurés par PIV atteignent des valeurs très élevées ; ceci est dû au mouvement oscillatoire de la séparation, comme observé par Ono *et al.* dans leur mesures PIV. Cette oscillation engendre une forte augmentation des valeurs RMS des vitesses mesurées dans cette région et, par conséquent, de l'intensité turbulente locale. Les configurations testées avec de différentes grilles ne présentent pas des niveaux turbulents très distincts, indiquant que ce sont les structures cohérentes formées sur l'intrados qui contribuent le plus à l'intensité turbulente totale en aval du coude, en détriment des structures aléatoires présentes dans l'écoulement amont. D'autre part, l'énergie cinétique turbulente est plus importante dans les cas pour lesquelles la vitesse débitante est  $U_0 = 5 \text{ m/s}$ , par rapport aux cas à plus basse vitesse. Les courbes d'intensité turbulente obtenues par le calcul LES sont surestimées par rapport aux mesures, surtout dans la région centrale

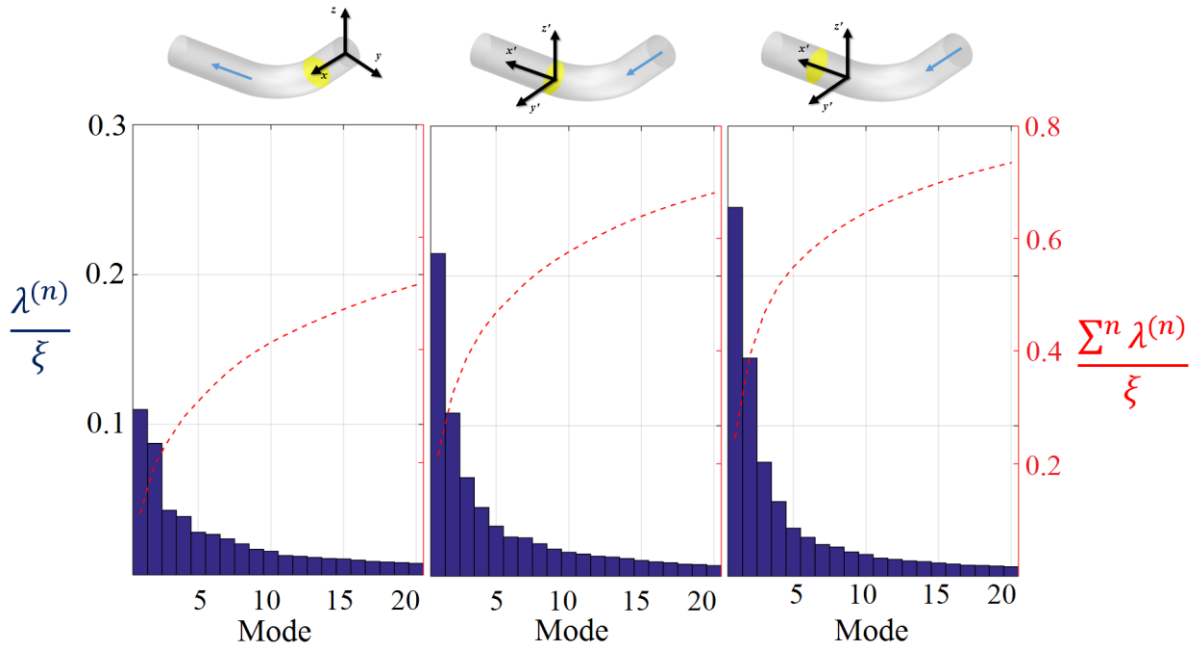


Figure 5.12 - Contenu énergétique de chaque mode POD (barres) et somme cumulée des énergies (ligne rouge) pour la Section  $0^\circ$  (gauche),  $0D$  (centre) et  $1D$  (droite). Grille 1 et  $U_0 = 2 \text{ m/s}$ .

de la Section 5. Encore une fois, la raison pour ce résultat se trouve dans la prédiction anticipée des structures cohérentes par le calcul réalisé.

La Figure 5.10 illustre un exemple des champs moyens de chaque composante de vitesse mesurés par Stéréo-PIV sur les sections transversales en entrée du coude ( $\theta = 0^\circ$ ), en sortie et en aval ( $l/D = 0$  et  $l/D = 1$ , respectivement). Ici, la configuration testée est celle avec la Grille 1 et  $U_0 = 2 \text{ m/s}$ . La Figure 5.11 montre à son tour une comparaison entre les champs des vitesses axiales moyens obtenus à  $l/D = 0$  pour chacune des différentes configurations testées (on rappelle que les mesures Stéréo-PIV ont été faites pour les trois grilles de contrôle de turbulence et les vitesses débitantes  $U_0 = 2 \text{ m/s}$ ,  $U_0 = 5 \text{ m/s}$  et  $U_0 = 10 \text{ m/s}$ ). L'effet des différentes vitesses débitantes sur la séparation peut être visualisé sur la Figure 5.11 : la région de basses vitesses axiales liée à la recirculation est plus petite et plus localisée vers la paroi interne du conduit pour des écoulements à Nombre de Reynolds plus élevés. L'effet des grilles employées sur les champs moyens résultants, à son tour, est moins perceptible.

### 5.1.3.2 Modes POD

La répartition de l'énergie selon les modes orthogonaux d'écoulement obtenus sur les sections transversales en aval du coude est présentée par la Figure 5.12. Les sections  $0^\circ$ ,  $0D$  et  $1D$  sont illustrées, pour la configuration de test contenant la Grille 1 et une vitesse débitante  $U_0 = 2 \text{ m/s}$ . La POD a été appliquée sur chaque section de mesure séparément. Sur la Section  $0^\circ$ , située en entrée du coude, le premier mode contribue à 11% de l'énergie cinétique totale contenue sur la section, tandis que la contribution cumulée des 5 premiers modes est de 30%. Les deux tout premiers sont les seuls à contenir plus de 5% de l'énergie totale sur la Section  $0^\circ$ . Ce comportement est sensiblement modifié lors qu'on analyse les

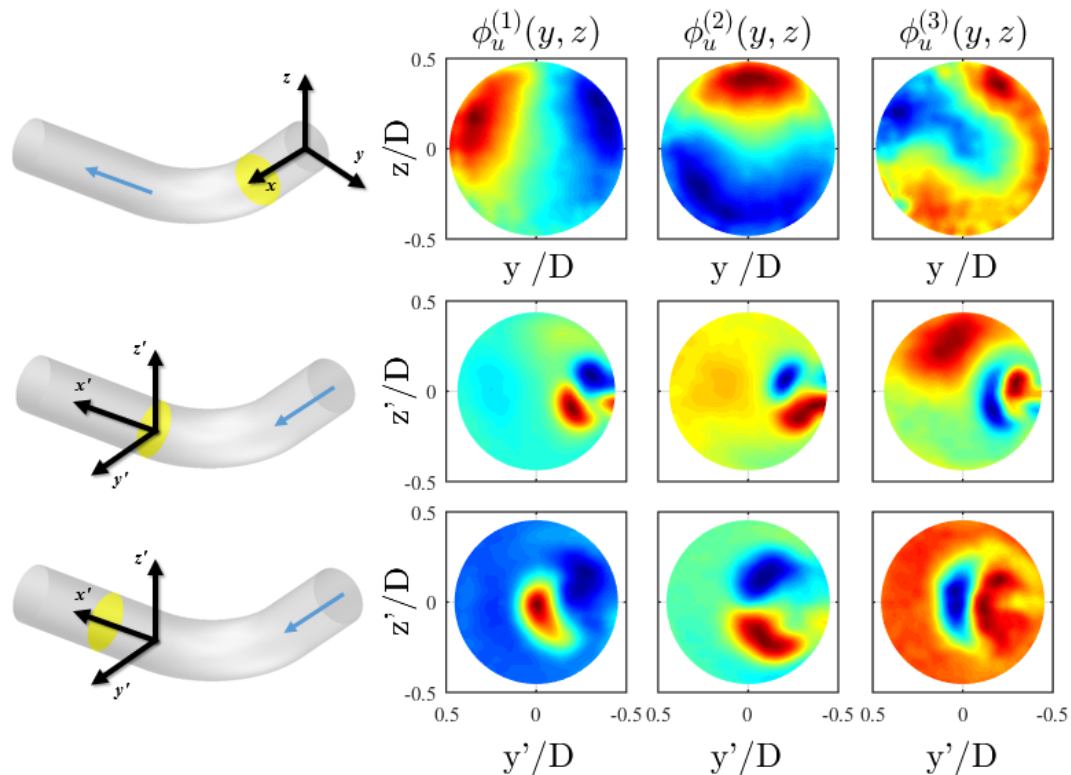


Figure 5.13 - Formes modales non-pondérées des trois premiers modes associées aux vitesses axiales sur la Section  $0^\circ$  (haut), Section  $0D$  (milieu) et Section  $1D$  (bas).

sections transversales situées en aval du coude. Directement à sa sortie, sur la Section  $0D$ , les 5 premiers modes contribuent ensemble à 47% de l'énergie, 22% uniquement sur le premier ; ces chiffres montent à 55% et 25%, respectivement, pour la Section  $1D$ . Pour ces deux sections, seuls les 3 premiers modes contiennent plus de 5% de l'énergie.

Ainsi, la répartition d'énergie est affectée de manière concentrée par le coude, puisque seuls les premiers modes deviennent plus énergétiques (à partir du 5<sup>ème</sup> mode, peu de différence est perceptible). Si les 20 premiers modes ne contribuent qu'à 51% sur la section  $0^\circ$ , ce montant est de 73% pour la Section  $1D$ . Ces résultats indiquent que ce sont les modes à faible contribution qui cèdent, de manière distribuée, leur énergie aux premiers modes lorsque l'écoulement s'organise en de grandes structures cohérentes. La Figure 5.13 permet la visualisation des formes modales (non-pondérées par leur contenu énergétique des 3 premiers modes associés aux fluctuations de vitesse axiale sur chacune des sections et conditions d'essais illustrées par la Figure 5.12.

Les formes modales présentes sur la Section  $0^\circ$  montrent des structures à contour imprécis qui occupent, à chaque fois, la quasi-totalité de la surface de la section transversale du conduit. Leur allure est consistante avec le caractère aléatoire de la turbulence non-organisée. D'autre part, en aval du coude, les premiers modes gagnent une forme et contour plus précis ; sur la Section  $0D$ , des lobes se forment à l'intérieur du conduit, attachés à l'intrados et sur la Section  $1D$  ces lobes se sont détachés et ont avancé vers le centre de la section transversale. Un type d'antisymétrie existe souvent, soit à l'intérieur d'une forme modale, soit entre deux modes différents ; autrement dit, des régions à valeur positive trouvent généralement une région à valeur négative correspondante, au sein d'une forme modale

ou, alternativement, dans une forme modale moins énergétique. Puisque les coefficients temporels qui multiplient les vecteurs propres assument des valeurs positives et négatives également, ce phénomène indique une alternance entre les modes typiques des écoulements oscillatoires.

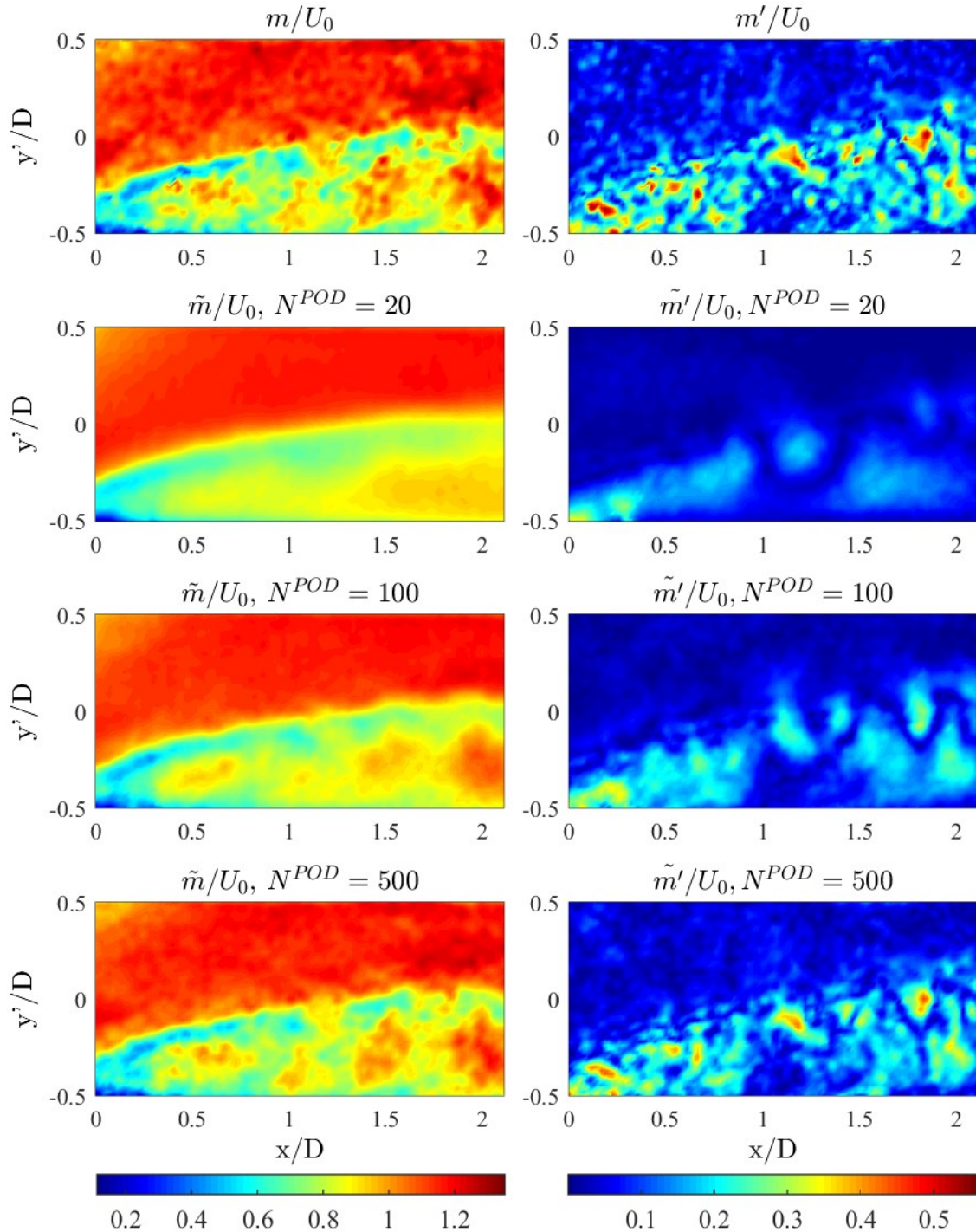


Figure 5.14 - Champs instantanés de norme des vitesses sur Section 4, pour Grille 1 et  $U_0 = 2$  m/s : données instantanées (colonne gauche) et fluctuantes (colonne droite). Première ligne : mesures PIV ; lignes suivantes : reconstructions du champ instantané à partir de  $N^{POD}$  modes.

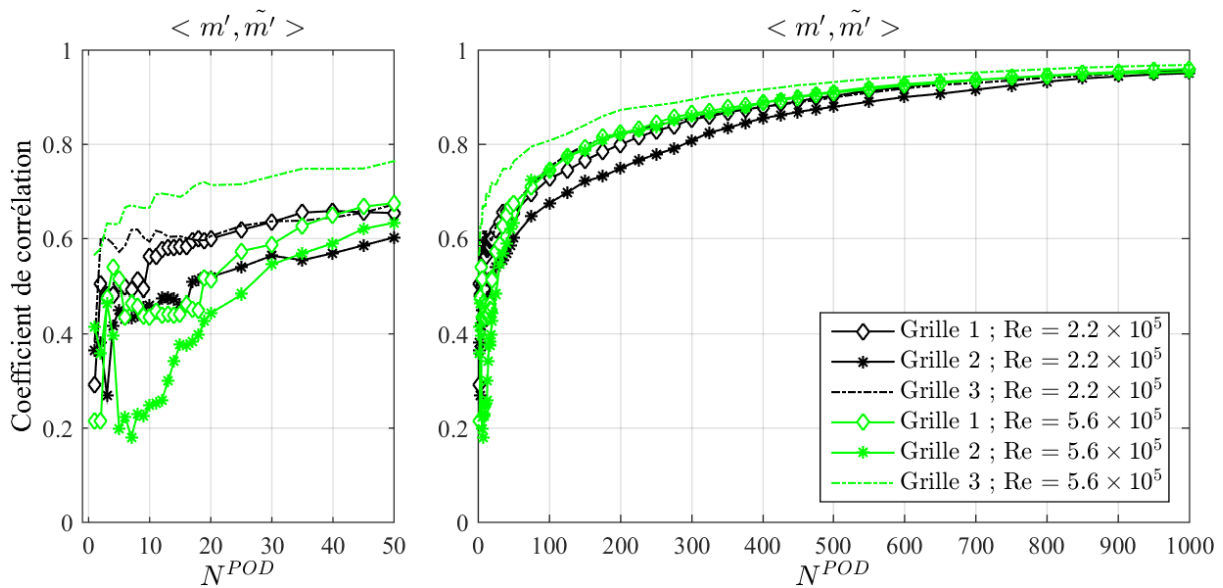


Figure 5.15 - Evolution de la corrélation entre un instantané du champ des vitesses mesuré sur la section 4 et le champ reconstruit avec  $N^{POD}$  modes. Gauche : vue en détail ; droite : vue complète.

La Section 4 (section horizontale en aval du coude) contient l'évolution des modes POD illustrée autrement sur les différentes sections transversales par la Figure 5.13. La Figure 5.14 illustre l'évolution de la reconstruction du champ des vitesses à partir d'une base tronquée de modes POD, en fonction du nombre de modes retenus ; la colonne de gauche contient un instantané du champ instationnaire tandis que la colonne de droite présente le champ fluctuant correspondant (la moyenne calculée sur l'ensemble des données est enlevée). Sur la première ligne d'images, tout en haut de la Figure 5.14, les champs de norme de vitesse  $m = \sqrt{u^2 + v^2}$  mesurés sur la section 4 sont affichés ; les lignes suivantes contiennent à leur tour des reconstructions de ce champ, pour différents  $N^{POD}$ .

On peut remarquer sur les mesures que les fluctuations de vitesse sont plus intenses sur la région d'écoulement détaché. A l'extérieur de cette région, les fluctuations se regroupent dans des petites structures de faible intensité, tandis que des structures plus grandes semblent se former dans la région séparée. La reconstruction des champs fluctuantes avec  $N^{POD} = 20$  modes révèle l'apparition des quelques structures allongées, mais les petites structures de l'extérieur de la couche de mélange y sont difficilement discernables. A mesure que l'on augmente le nombre de modes POD employés pour reconstruction, des structures plus petites sont définies à l'intérieur ainsi qu'au-dessus de la région de séparation. Les petites structures sont celles qui présentent les valeurs les plus importantes de vitesse fluctuante dans la couche de mélange.

Les courbes de la Figure 5.15 montrent l'évolution de la corrélation du champ fluctuant avec le champ mesuré en fonction de  $N^{POD}$ . Les mesures utilisées pour cette analyse ont été réalisées sur la Section 4 et toutes les configurations testées par PIV 2D-2C sur les sections longitudinales sont illustrées. La vue en détail des courbes des coefficients de corrélation montre que l'évolution n'est pas monotone : les coefficients de corrélation oscillent pour  $N^{POD} < 20$ . En outre, les courbes correspondantes à la Grille 3 présentent une

évolution nettement plus rapide que celles représentant la Grille 1, pour toute vitesse débitante. Ce dernier résultat indique que la grille la moins fine engendre une condition d'écoulement amont permettant une organisation plus rapide de l'écoulement aval, notamment en de grandes structures, qui sont capturées par les premiers modes POD.

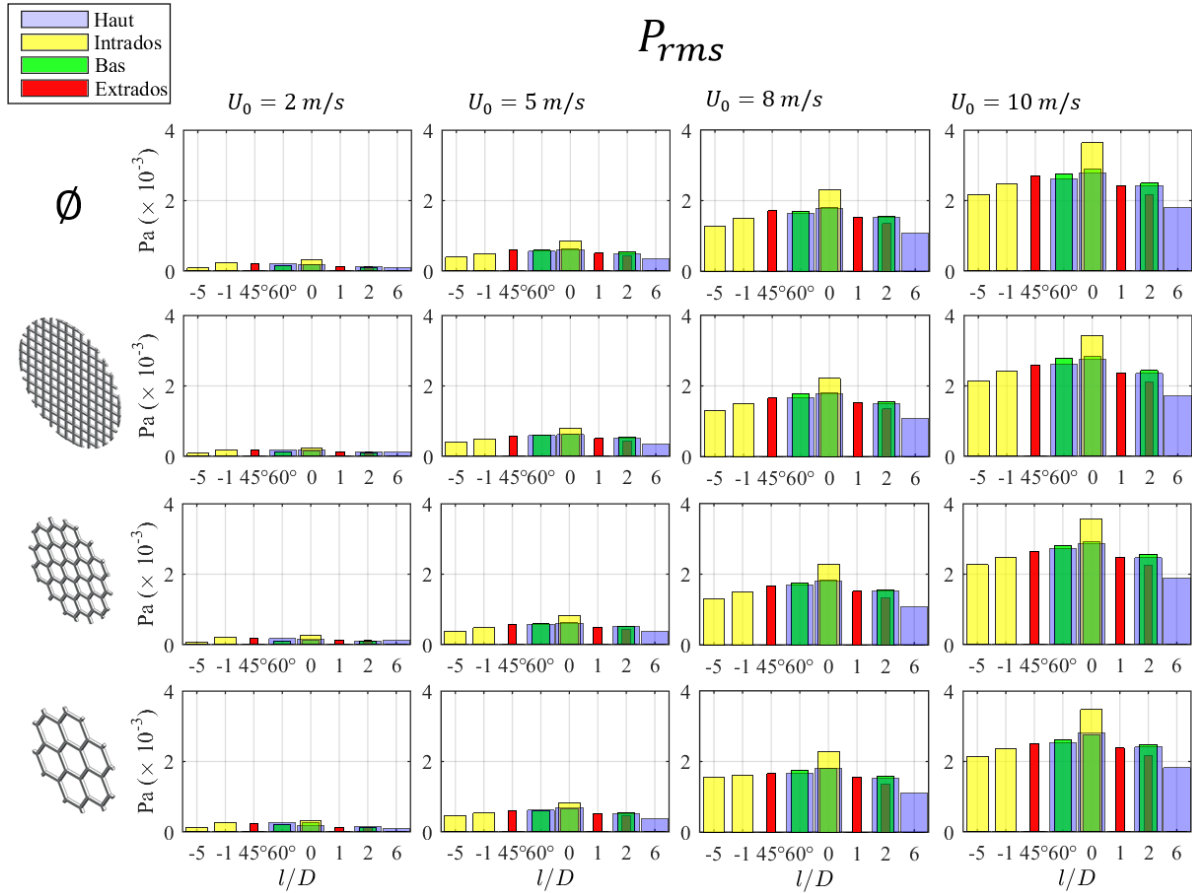


Figure 5.16 - Valeur RMS de pression sur chaque capteur pour la configuration avec coude PVC. Première ligne : aucune grille ; lignes suivantes : grilles 1, 2 et 3, respectivement. Les colonnes, de gauche à droite, correspondent aux tests avec vitesse débitante  $U_0 = 2, 5, 8$  et  $10 \text{ m/s}$ .



## 5.2 Pression de paroi et Vibration

### 5.2.1 Evolution de la valeur RMS de la pression de paroi

Des mesures de pression de paroi ont été réalisées sur la boucle de circulation d'eau pour les deux coudes considérés dans le cadre de cette thèse : le coude PVC et le coude PMMA. Ces mesures présentent une bonne résolution temporelle et, malgré leur nombre limité, permettent d'étudier l'évolution spatiale de l'intensité des fluctuations de pression dans la zone d'essais. La Figure 5.16 illustre la valeur RMS associée à chaque signal de pression mesuré sur la boucle munie du coude PVC, où un nombre plus important de mesures a été réalisé. Les résultats obtenus pour les trois grilles sont affichés sur la même image, ainsi qu'une configuration où aucune grille n'a été employée. Les vitesses débitantes ont varié entre 2 et 10 m/s.

Conformément à ce qui a été montré dans le Chapitre 4, les capteurs de pression ont été placés sur la paroi à des sections allant de  $l/D = -5$  jusqu'à  $l/D = +6$ , en passant par des positions situées sur le coude telles que  $\theta = 45^\circ$  et  $\theta = 60^\circ$ . Sur ces sections, le capteur peut se trouver sur le côté intérieur ou extérieur de la boucle, que nous appellerons côté *intrados* et *extrados*, respectivement ; les capteurs peuvent également se situer en *haut* ou en *bas* de la section transversale, par rapport à un observateur placé sur le plan de symétrie (plan XY). Toutes les positions angulaires ne sont pas mesurées sur chaque section. Sur la Figure 5.16 l'on peut remarquer une évolution significative de la valeur RMS en fonction de la vitesse débitante imposée ; en effet, l'intensité des fluctuations de pression de paroi présente une évolution proportionnelle à  $U_0^2$  pour  $U_0 = 5, 8$  et  $10$  m/s. Cela n'est pas applicable à  $U_0 = 2$  m/s, puisque le comportement de la valeur RMS pour la configuration à cette vitesse semble être différent, comme l'illustre la Figure 5.17 pour la configuration sans grille.

Les niveaux des fluctuations de pression sont très peu affectés par la grille de contrôle de turbulence employée. D'autre part, une évolution caractéristique peut être observée pour toutes les configurations et en fonction de la position axiale (variable  $l$ ) du point de mesure. Le capteur situé à l'intrados du coude, sur la Section 0D, est celui qui présente un signal à plus forte valeur RMS à chaque fois ; ce résultat s'accorde avec la position du maximum des fluctuations de pression retrouvée par Gibert (52). Les fluctuations sur l'intrados de la Section 0D sont nettement plus intenses que celles mesurées sur

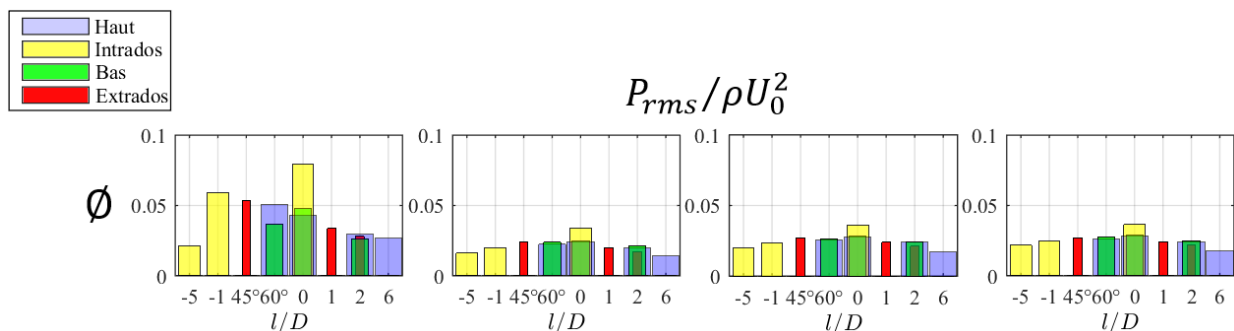


Figure 5.17 - Valeur RMS des signaux de pression normalisée par  $U_0^2$ . Configuration sans grille et coude PVC.

les autres points mesurés sur la même section transversale. Cela indique que la source turbulente a une contribution importante sur ce signal, par rapport à la source acoustique. La contribution acoustique se fait au moyen d'ondes planes dans les conditions d'écoulement testées. Ainsi, la section 0D met en évidence l'importance des fluctuations de pression induites directement par les structures turbulentes formées sur le coude.

## 5.2.2 Spectres de pression de paroi

### 5.2.2.1 Evolution de la signature en fonction de la grille et de la vitesse

Suite à l'analyse de l'intensité des fluctuations de pression, nous nous concentrons sur l'étude de la signature fréquentielle mesurée par les capteurs de pression situés sur la paroi du conduit dans la zone d'essais. Afin d'étudier le contenu fréquentiel, l'analyse des densités spectrales de puissance (DSP) des signaux de pression est employée dans la présente section. Les DSP sont calculées à partir de l'application de la Transformée de Fourier Rapide à plusieurs blocs du signal de pression, les résultats étant ensuite moyennés. La taille des blocs (et par conséquent le nombre de moyennes réalisées) est choisie en fonction de la taille totale du signal afin de produire une résolution fréquentielle satisfaisante. Les

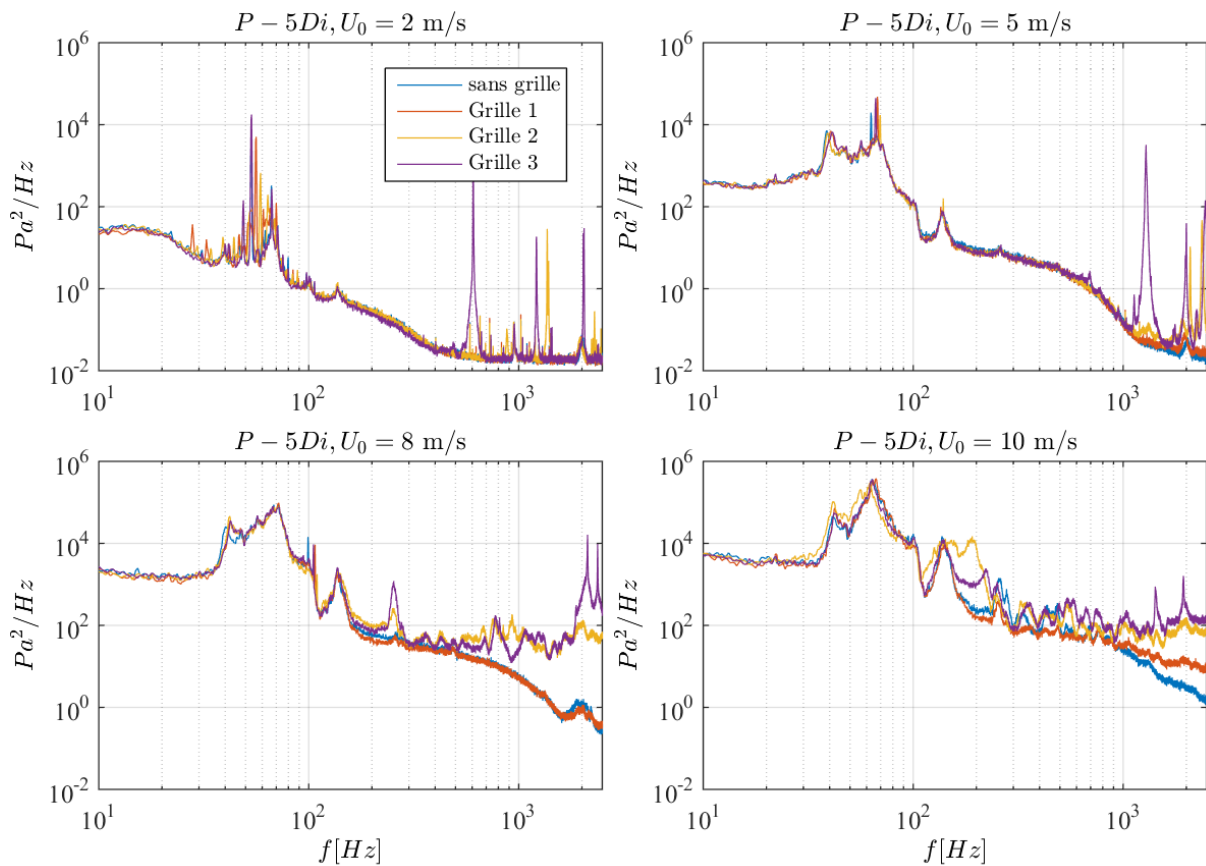


Figure 5.18 - Spectres de pression de paroi mesurés 5 diamètres en amont du coude, pour la configuration sans grille ainsi que pour Grille 1, 2 et 3. Haut, gauche :  $U_0 = 2$  m/s ; haut, droite :  $U_0 = 5$  m/s ; Bas, gauche :  $U_0 = 8$  m/s et bas, droite :  $U_0 = 10$  m/s.



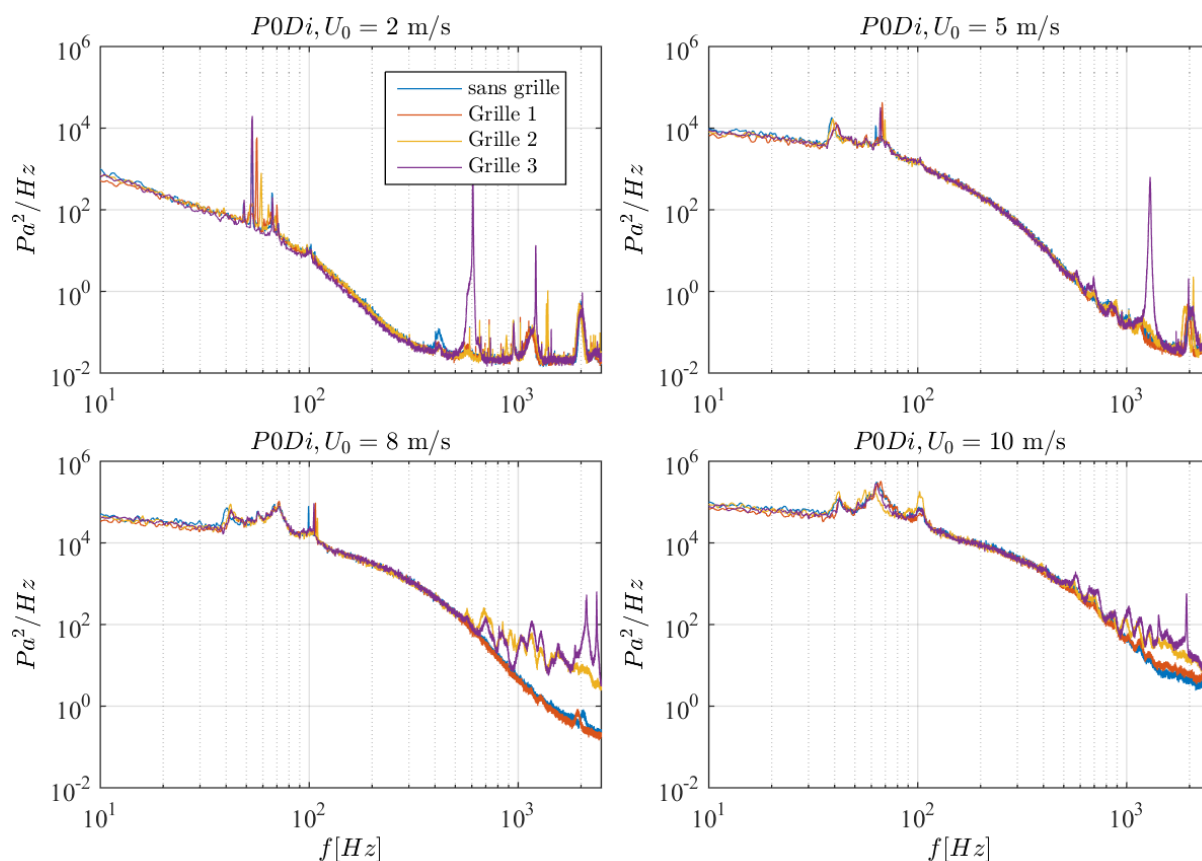


Figure 5.19 - Spectres de pression de paroi mesurés en sortie du coude, pour la configuration sans grille ainsi que pour Grille 1, 2 et 3. Haut, gauche :  $U_0 = 2$  m/s ; haut, droite :  $U_0 = 5$  m/s ; Bas, gauche :  $U_0 = 8$  m/s et bas, droite :  $U_0 = 10$  m/s.

blocs sont multipliés par une fenêtre du type *Hamming* avec un recouvrement entre fenêtres de 66%.

La Figure 5.18 illustre les densités spectrales de puissance (DSP) de pression de paroi mesurées à  $l/D = -5$ , sur le côté intérieur, pour toutes les configurations de grille et de vitesse débitante testées sur la zone d'essais munie du coude PVC. Les mesures étant réalisées à une fréquence de 5 kHz, les spectres sont calculés jusqu'à 2,5 kHz. L'on rappelle que la gamme d'intérêt pour l'étude des vibrations induites par l'écoulement dans les systèmes de tuyauteries se situe dans les basses fréquences, généralement inférieures à 300 Hz. Sur l'image, les spectres mesurés pour une vitesse débitante  $U_0 = 2$  m/s sont caractérisés par la présence de plusieurs pics étroits dans la gamme située entre 40 et 70 Hz ainsi que pour des hautes fréquences, supérieures à 500 Hz. Ces pics sont possiblement associés à une source acoustique et cela sera analysé plus profondément par la suite. Toujours dans le cas où  $U_0 = 2$  m/s, l'excitation est complétée par des fluctuations large-bande présentant une forme décroissante monotone en forme de cascade pour les basses fréquences, atteignant un palier à environ 500 Hz. Au-dessus de cette fréquence, les grilles testées produisent des signatures distinctes, notamment avec l'apparition d'un important pic à environ 600 Hz pour la Grille 3. Ce résultat témoigne de la contribution acoustique issue dans les grilles de contrôle de turbulence situées en amont, surtout à de hautes fréquences.

Les DSP de pression mesurées pour une faible vitesse débitante montrent une forte participation de la source acoustique dans l'excitation fluide, en détriment de la source turbulente locale. En effet, pour les vitesses débitantes supérieures à  $U_0 = 2 \text{ m/s}$  les fluctuations large-bande deviennent plus importantes et ont tendance à « noyer » les pics d'origine acoustique et élever le niveau global des fluctuations. Cette contribution est communément associée au caractère aléatoire du champ de pression turbulent local qui excite directement les parois du conduit. Les fortes contributions acoustiques aux spectres mesurés pour une faible vitesse débitante peuvent expliquer pourquoi, à cette vitesse, les valeurs RMS des fluctuations de pression ne sont pas proportionnelles à  $U_0^2$ , comme il s'avère être le cas pour les vitesses supérieures.

La contribution acoustique en basses fréquences ne semble pas être affectée par le type de grille utilisée, ce qui indique que son origine se trouve en amont de ces dispositifs. Néanmoins, les pics étroits présents dans les basses fréquences ne sont pas accompagnés par des pics situés à des fréquences multiples (harmoniques), ce qui caractérise la signature des excitations induites par le passage des pâles de la pompe ; ainsi, les cuves d'amortissement sont efficaces dans l'élimination, dans la gamme de fréquences d'intérêt, des fluctuations de pression induites par la pompe. L'origine des pics acoustiques entre 40 et 70 Hz est ainsi probablement liée au passage de l'écoulement par des éléments de la boucle de circulation d'eau, à l'intérieur de la zone d'essais, tels que l'entrée et sortie des cuves d'amortissement et le coude lui-même.

La contribution de la source turbulente locale ne s'accroît pas qu'en fonction de la vitesse débitante imposée à l'écoulement : en aval du coude, où l'écoulement devient très turbulent, les DSP sont également plus impactées par les fluctuations large-bande du champ de pression. La Figure 5.19 présente les mesures réalisées à l'intrados du coude en sa section de sortie, qui est la position des maximums de fluctuations de pression dans la zone d'essais. Dès les plus basses vitesses débitantes, les spectres sont caractérisés par la présence d'une forme de cascade ; elle atteint des niveaux plus élevés à mesure que l'on augmente la vitesse débitante dans le système. Ces cascades sont également élargies (en termes de fréquence) pour des plus forts Nombres de Reynolds. Toutefois, la contribution acoustique dans les basses fréquences est toujours visible par la présence de pics situés entre 40 et 70 Hz ainsi qu'à 100 Hz.

### 5.2.2.2 Décontamination des spectres de pression

Dans le spectre de pression associé à la contribution acoustique en basses fréquences, seules les fréquences amplifiées par les modes acoustiques du système seront assez intenses pour modifier l'allure de la DSP de pression totale. Une partie de la source acoustique est liée au passage de l'écoulement par les éléments situés à l'intérieur de la zone d'essais autres que le coude. Ainsi, la contribution acoustique dans la gamme de fréquences d'intérêt est propre à l'installation utilisée pour les essais et nous avons intérêt à la séparer de la contribution turbulente qui est, à son tour, directement issue de l'écoulement local sur le coude et soumise à des lois universelles. Cela ne revient pas à supposer que la source acoustique est négligeable dans un point de vue vibratoire, mais nous nous concentrerons

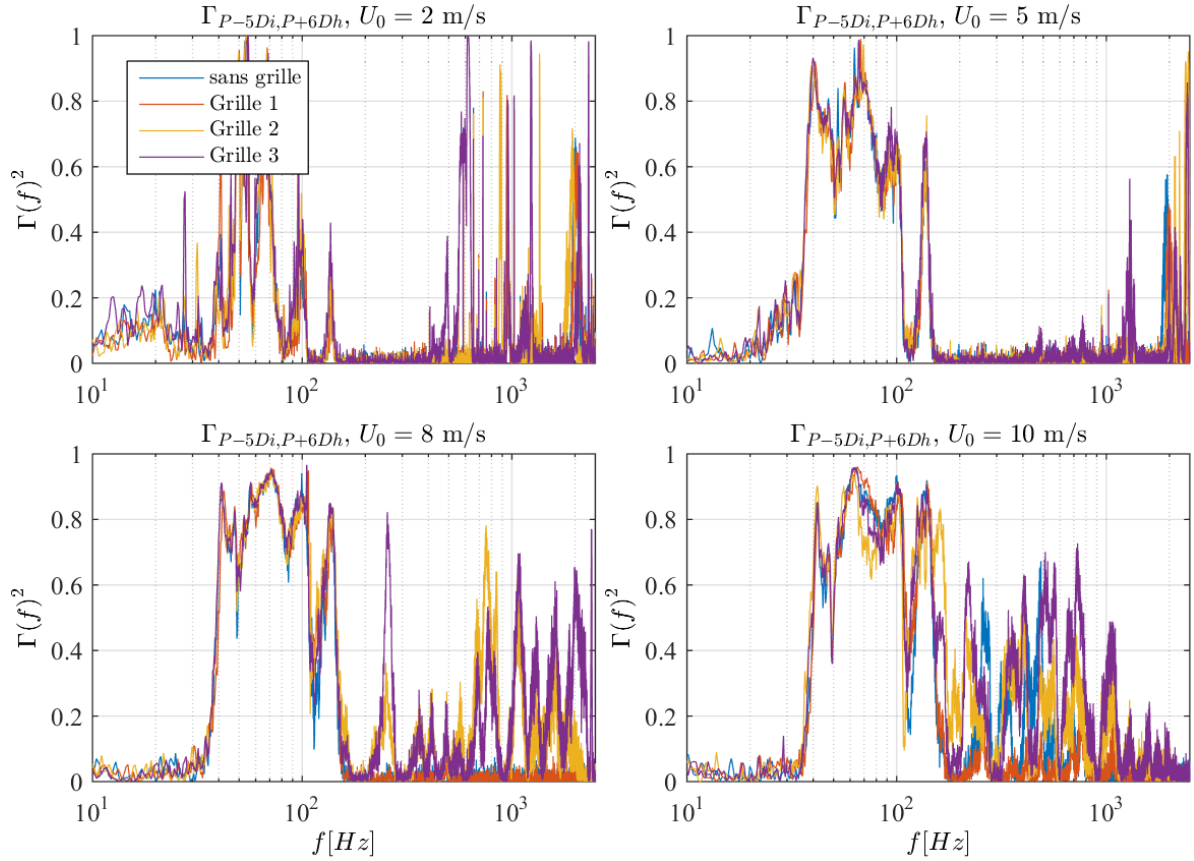


Figure 5.20 - Cohérences entre le signal mesuré 5 diamètres en amont du coude et celui mesuré 6 diamètres en son aval, pour la configuration sans grille ainsi que pour Grille 1, 2 et 3. Haut, gauche :  $U_0 = 2$  m/s ; haut, droite :  $U_0 = 5$  m/s ; Bas, gauche :  $U_0 = 8$  m/s et bas, droite :  $U_0 = 10$  m/s.

sur la contribution turbulente locale afin de viabiliser la modélisation de la source liée à l'écoulement.

Le Traitement par COP (*Coherent Output Power*) permet d'éliminer la composante acoustique d'un signal  $p_i(t)$  à l'aide d'une mesure  $p_r(t)$  réalisée sur un capteur de référence. Cette technique est basée sur le fait que, si le capteur de référence est situé assez loin du capteur à décontaminer, la composante turbulente de leurs DSP de pression ( $\Phi_r^t(f)$  et  $\Phi_i^t(f)$ , respectivement) doit être complètement décorrélée. Pour cela, la séparation entre les capteurs doit être supérieure à la longueur intégrale de turbulence. Cette hypothèse satisfaite, seule la composante acoustique des signaux correspondra à la portion corrélée entre les deux mesures. Ainsi, l'identification de la cohérence  $\Gamma_{ri}(f)$  permet d'éliminer la contribution acoustique et obtenir l'autospectre de la composante turbulente du signal  $i$  :

$$\Phi_i^t(f) = \Phi_i(f)(1 - \Gamma_{ri}^2(f)) \quad (5.1)$$

Horne et Handler (207) introduisent un facteur complémentaire qui prend en compte le rapport bruit à signal dans le calcul de l'autospectre décontaminé :

$$\Phi_i^t(f) = \Phi_i(f)(1 - \Gamma_{ri}^2(f)) \frac{(1 + \alpha)}{(1 + 2\alpha)} \quad (5.2)$$

avec

$$\alpha = \frac{\Gamma_{ri}^2(f)}{1 - \Gamma_{ri}^2(f)} \quad (5.3)$$

Il existe d'autres techniques de décontamination, telles que la technique de Soustraction Temporelle à deux ou trois microphones (voir Lauchle et Daniels (208) pour une revue des différentes approches existantes). Durant (51) a réalisé une comparaison entre les techniques de décontamination existantes pour décontamination des autospectres et interspectres de pression mesurés sur les parois d'un conduit circulaire droit. L'auteur a considéré l'utilisation de deux ou trois capteurs situés séparés radialement (sur une même section transversale) ainsi qu'une séparation longitudinale. Sa conclusion est que la technique COP, appliquée sur une disposition longitudinale, est la plus robuste pour la décontamination des autospectres de pression sur la paroi.

La Figure 5.20 illustre la norme de la cohérence entre les signaux mesurés par les capteurs situés à  $l/D = -5$  et  $l/D = +6$ . Pour toutes les configurations testées, une large région de forte cohérence est observée entre 40 et 100 Hz, ce qui confirme la supposition d'importante contribution acoustique dans les pics observés dans les autospectres de pression à ces fréquences. Pour des fréquences supérieures, des pics de cohérence sont aperçus mais ils diffèrent en fonction de la grille employée et de la vitesse débitante imposée, notamment. Les grilles 2 et 3 présentent des résonances remarquables sur les hautes fréquences. Compte tenu de la position très amont du capteur situé à  $l/D = -5$ , il a été utilisé

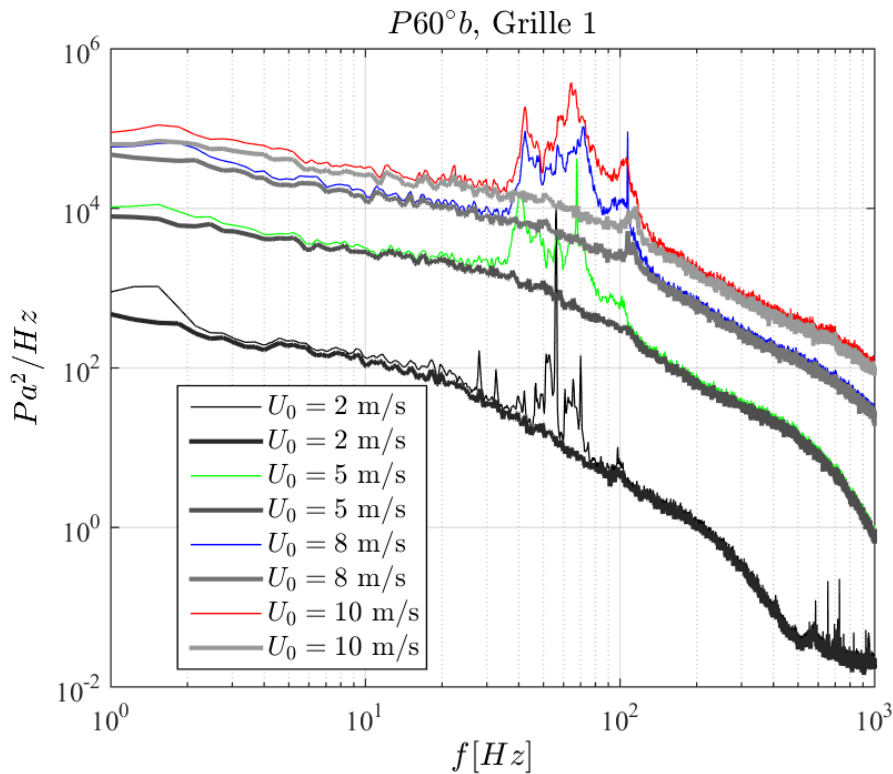


Figure 5.21 - Exemple de comparaison entre spectres avant et après décontamination pour section  $\theta = 60^\circ$ , en bas de section.

pour la décontamination de tous les autres signaux : la cohérence entre ce signal et chacun des autres signaux mesurés dans la zone d'essais a été enlevée suivant l'équation 5.2.

### 5.2.2.3 Analyse des spectres décontaminés

Les DSP de pression mesurées sur le côté inférieur de la section  $\theta = 60^\circ$  sont présentées sur la Figure 5.21 avec le spectre adimensionné correspondant. Les courbes résultantes présentent une allure beaucoup plus lisse caractérisée par une décroissance monotone avec la fréquence. Un pic est toujours présent à environ 110 Hz pour toutes les vitesses étudiées ; toutefois, la fréquence associée à ce pic est indépendante du Nombre de Reynolds de l'écoulement. Cela indique que la nature de ces fluctuations est liée à un phénomène acoustique qui n'a pas été éliminé par la décontamination réalisée.

L'explication à la présence de ce pic acoustique dans les spectres décontaminés réside dans la position du capteur utilisé comme référence pour la décontamination. Le capteur est situé 5 diamètres en amont du coude, ce qui correspond à environ un tiers de la longueur longiligne existante entre les deux cuves qui définissent les limites de la zone d'essais. Ces deux cuves ont été dimensionnées de manière à ce que le volume d'eau à leur intérieur soit suffisant pour produire des nœuds de pression. Dans cette configuration, le troisième mode de résonance du système acoustique compris à l'intérieur de la zone d'essais

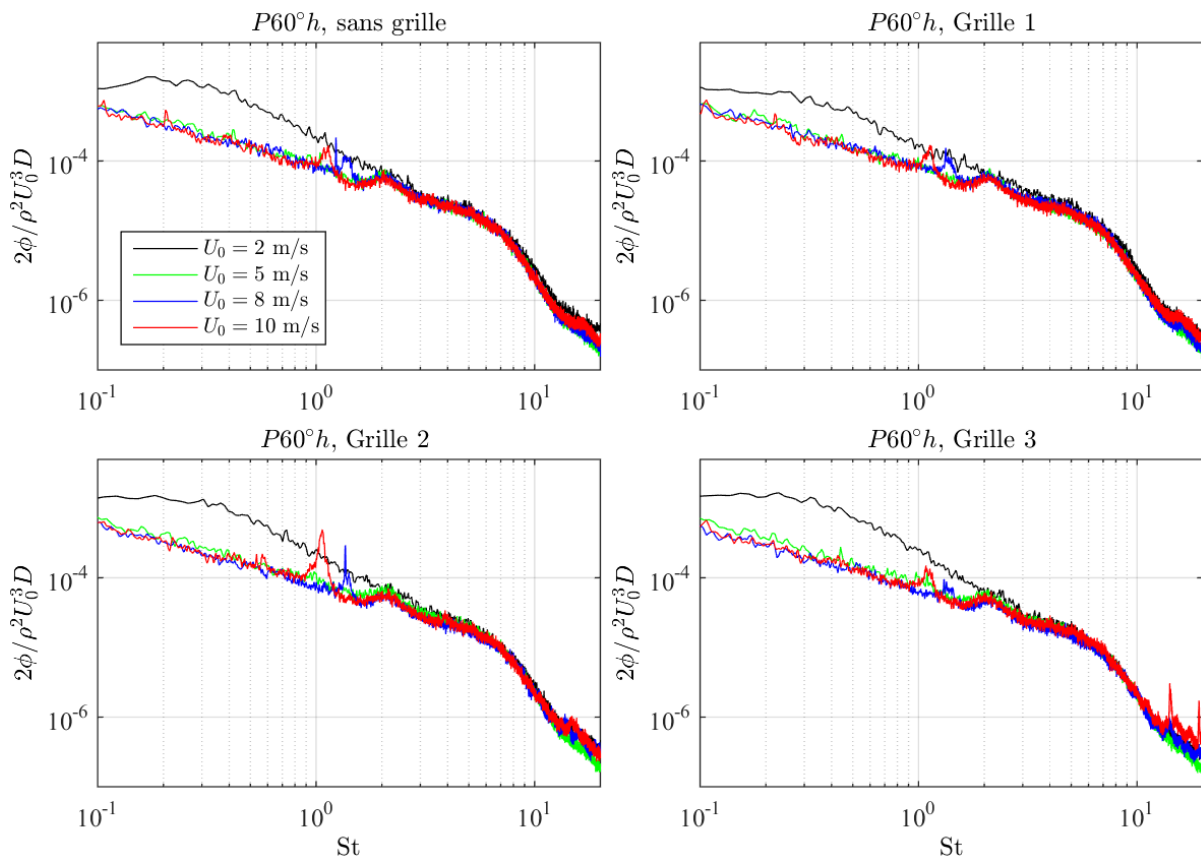


Figure 5.22 - Autospectres de pression décontaminés et adimensionnés pour la section située à  $\theta = 60^\circ$ , en haut de section, et toutes vitesses débitantes. Haut, gauche : sans grille ; haut, droite : Grille 1, bas, gauche : Grille 2 ; bas, droite : Grille 3.

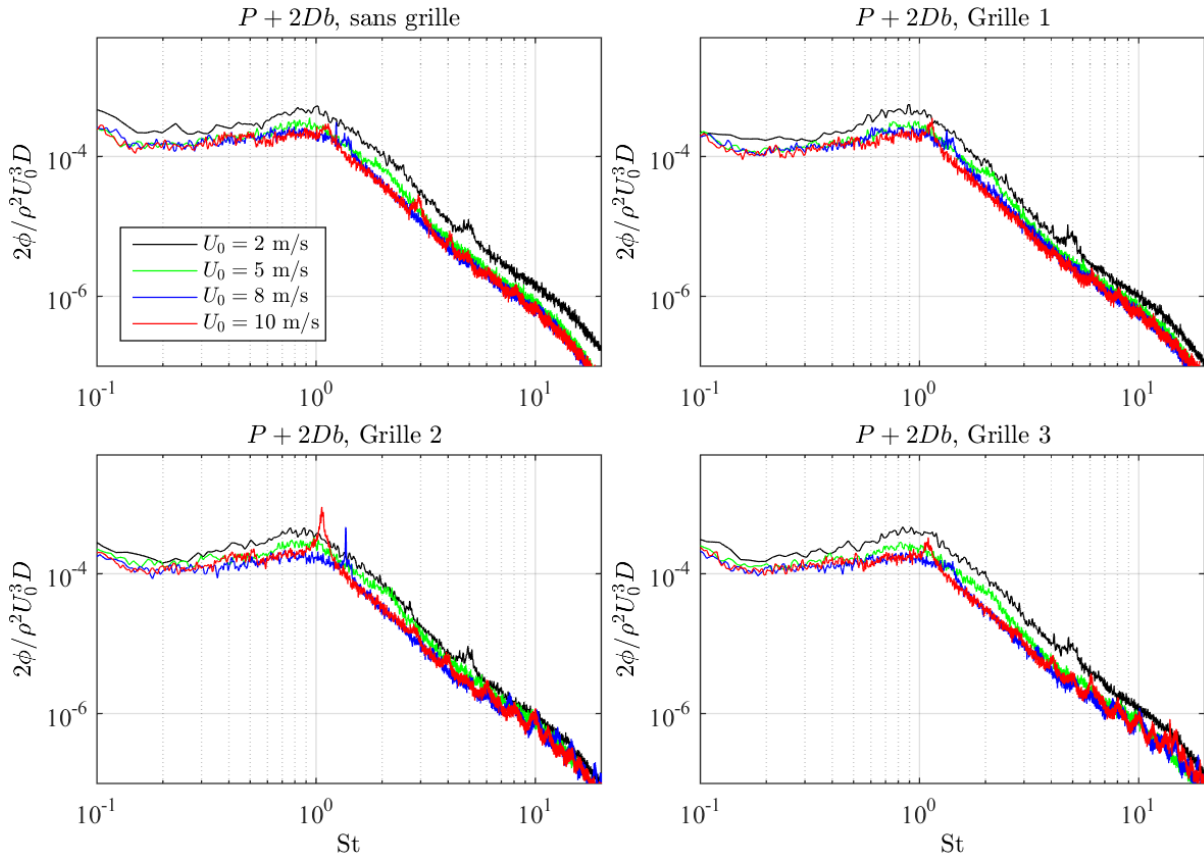


Figure 5.23 - Autospectres de pression décontaminés et adimensionnés pour la section située à  $l/D = 2$ , en bas de section, et toutes vitesses débitantes. Haut, gauche : sans grille ; haut, droite : Grille 1, bas, gauche : Grille 2 ; bas, droite : Grille 3.

présente un nœud de pression à l'emplacement du capteur de référence. Ainsi, le signal de ce capteur n'aperçoit pas complètement la contribution acoustique à la fréquence correspondante au troisième mode du système, alors que cette composante affecte les autres signaux, qui à leur tour ne sont pas placés dans des nœuds.

A l'exception du pic à 110 Hz, la stratégie de décontamination élimine efficacement la composante acoustique cohérente. Les DSP de pression sont ensuite adimensionnés à l'aide des grandeurs et aspects géométriques qui caractérisent l'excitation :

$$\Phi^* = \frac{\Phi}{1/2 \rho^2 U_0^3 D} \quad (5.4)$$

La fréquence adimensionnée correspond au nombre de Strouhal calculé à partir de la vitesse débitante et du diamètre interne du conduit. La Figure 5.22 et la Figure 5.23 illustrent des exemples de spectres de pression décontaminés et adimensionnés, issus du capteur placé à  $\theta = 60^\circ$  et à  $l/D = 2$ , respectivement. Les spectres obtenus à de différentes vitesses débitantes se superposent parfaitement sur les mesures de la Figure 5.22, surtout pour des nombres de Strouhal supérieurs à  $St \sim 2$ ; au-dessous de cette valeur, la courbe correspondante à  $U_0 = 2 \text{ m/s}$  a un comportement légèrement différent des celles issues des vitesses plus élevées. Les pics d'origine acoustique sont également présents dans cette région, notamment pour des vitesses élevées, et ne se superposent pas, pour la raison déjà

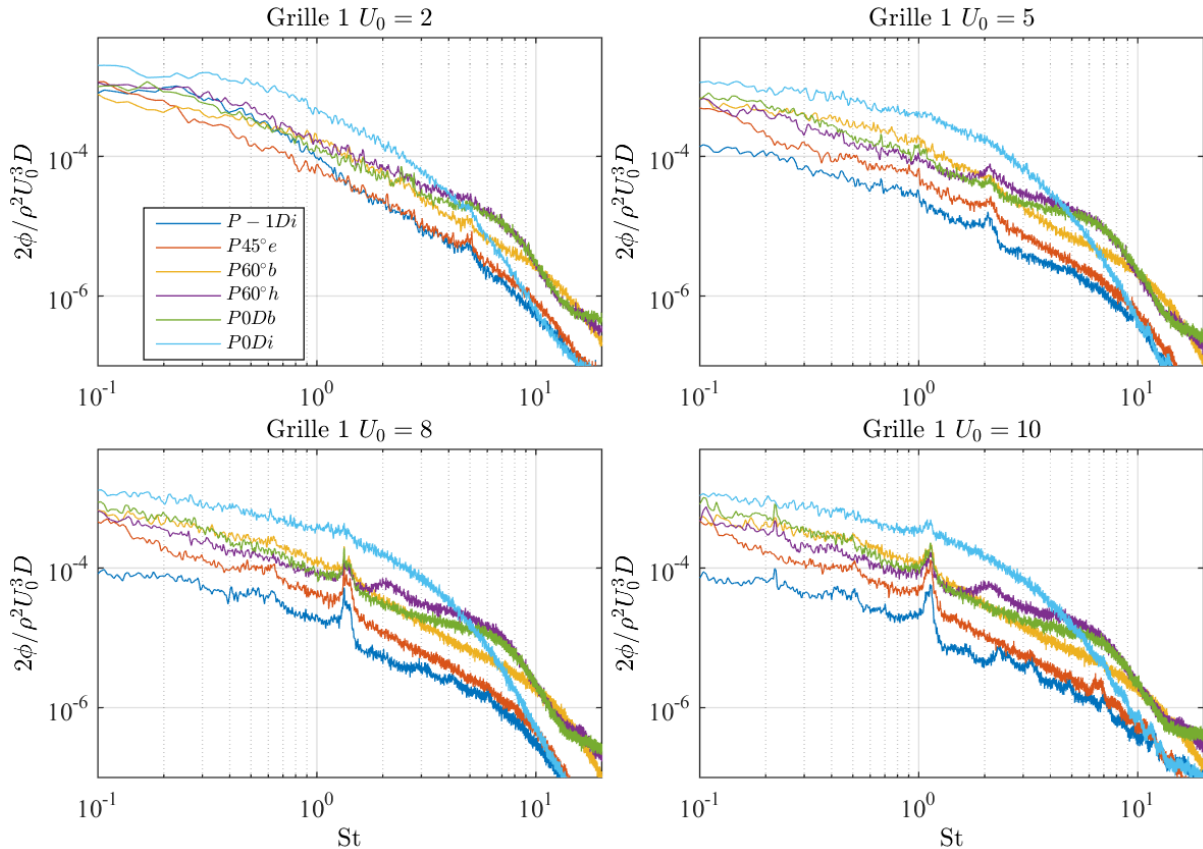


Figure 5.24 - Vue globale (1/2) des autospectres de pression décontaminés et adimensionnés pour Grille 1. Haut, gauche :  $U_0 = 2$  m/s ; haut, droite :  $U_0 = 5$  m/s, bas, gauche :  $U_0 = 8$  m/s ; bas, droite :  $U_0 = 10$  m/s.

mentionnée antérieurement. D'autre part, une bosse peut être observée à  $St = 2$  sur toutes les courbes, indiquant une origine associée au mouvement oscillatoire des structures de l'écoulement.

Néanmoins, c'est notamment par la modification de l'allure globale des spectres de pression que l'on peut remarquer l'impact des structures cohérentes de l'écoulement sur l'excitation induite sur les parois, comme le montre l'analyse de la Figure 5.23 en vue de la figure précédente. Sur cette image, un déplacement du maximum des fluctuations large-bande vers la position  $St = 1$  peut être observé : au-dessous de cette position, les courbes présentent une allure plate et, au-dessus, une pente descendante régulière est formée. Une comparaison entre les spectres mesurés en aval et en amont du coude (illustrés dans l'Annexe A.9) permet de remarquer que la superposition des mesures à de différentes vitesses est plus évidente pour les signaux des capteurs situés en aval. Ce résultat indique que les structures cohérentes formées sur l'intrados et convectées en son aval ont tendance à organiser l'excitation, bien qu'elle garde son caractère aléatoire large-bande.

Finalement, la Figure 5.24 et la Figure 5.25 présentent une vue globale des signatures de pression de paroi décontaminées et adimensionnées, pour la Grille 1 et toutes les vitesses débitantes testées.



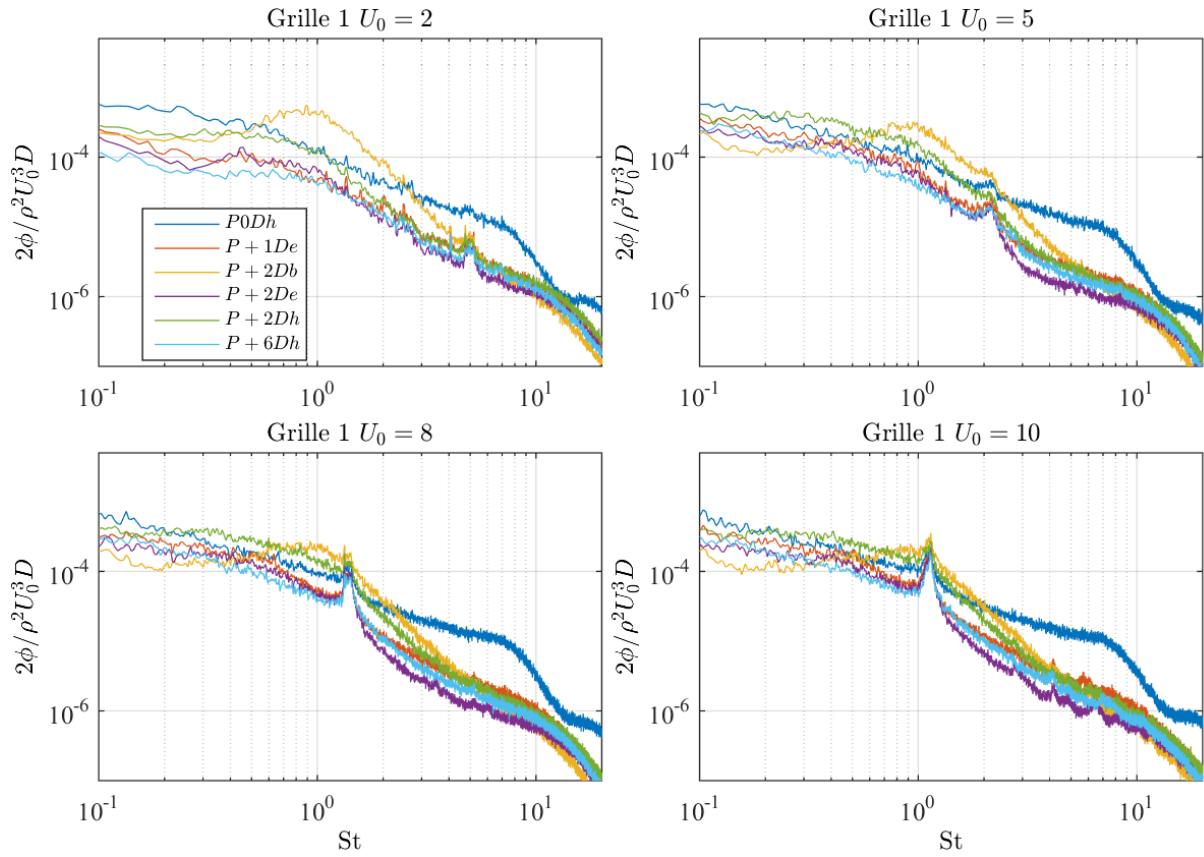


Figure 5.25 - Vue globale (2/2) des autospectres de pression décontaminés et adimensionnés pour Grille 1. Haut, gauche :  $U_0 = 2$  m/s ; haut, droite :  $U_0 = 5$  m/s ; bas, gauche :  $U_0 = 8$  m/s ; bas, droite :  $U_0 = 10$  m/s.



### 5.2.3 Spectres de vibration

Les DSP des vibrations opérationnelles mesurées dans la direction X et Z par l'accéléromètre placé sur le coude et pour toutes les configurations de grille et vitesse débitante sont illustrées par la Figure 5.26 et Figure 5.27, respectivement. Les courbes sont tracées pour des abscisses représentées sur une échelle linéaire et limitée à 300 Hz, de manière à mettre en valeur la réponse vibratoire en basses fréquences. Les spectres de vibration témoignent de l'importance de la composante acoustique des excitations induites par l'écoulement. Pour les basses vitesses débitantes, la réponse vibratoire est surtout le résultat d'une combinaison entre un forçage acoustique et de l'amplification modale caractérisée par la présence de modes structuraux en basses fréquences (consulter les fonctions de transfert mécaniques illustrées dans le Chapitre 4). La présence des modes mécaniques de la structure est notamment plus visible dans la réponse vibratoire mesurée dans la direction X.

Pour la vitesse  $U_0 = 10 \text{ m/s}$ , toutefois, les amplifications mécaniques et acoustiques font place à la vibration forcée, le spectre de vibration présentant un caractère large-bande pratiquement sans pics. Les vibrations mesurées pour les configurations à  $U_0 = 5 \text{ m/s}$  et  $U_0 = 8 \text{ m/s}$  sont visiblement sensibles à la grille de contrôle de turbulence employée. On peut observer l'apparition, dans les spectres, de quelques bosses associées à l'interaction de certaines grilles avec le système, à des vitesses spécifiques.

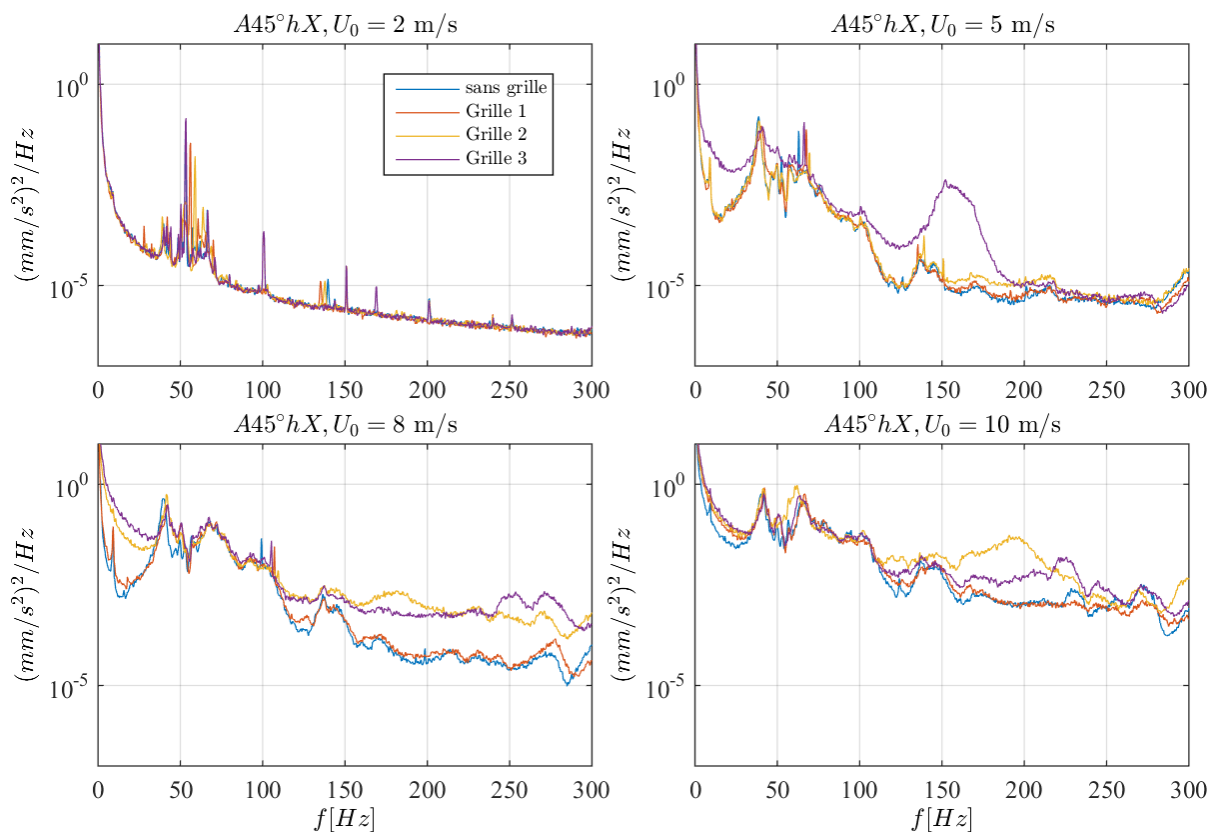


Figure 5.26 - DSP de vibrations selon la direction X, accéléromètre placé sur coude ( $\theta = 45^\circ$ ) et toutes les grilles. Haut, gauche :  $U_0 = 2 \text{ m/s}$  ; haut, droite :  $U_0 = 5 \text{ m/s}$ , bas, gauche :  $U_0 = 8 \text{ m/s}$  ; bas, droite :  $U_0 = 10 \text{ m/s}$ .

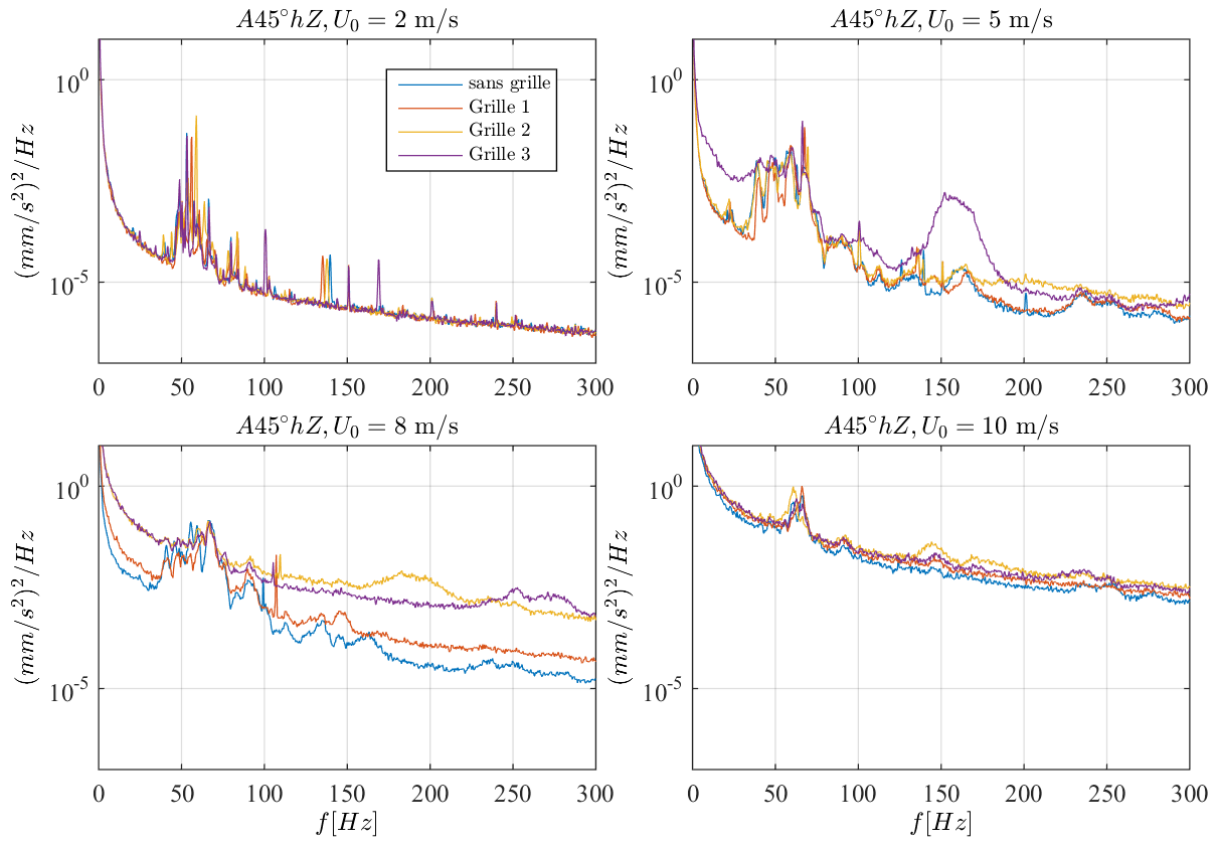


Figure 5.27 - DSP de vibrations selon la direction Z, accéléromètre placé sur coude ( $\theta = 45^\circ$ ) et toutes les grilles. Haut, gauche :  $U_0 = 2$  m/s ; haut, droite :  $U_0 = 5$  m/s, bas, gauche :  $U_0 = 8$  m/s ; bas, droite :  $U_0 = 10$  m/s.

## 5.3 Analyse de corrélation des données

### 5.3.1 Corrélation entre les signaux de pression et de vibration

Les mesures de pression et vibration réalisées simultanément dans la zone d'essais fournissent un intéressant jeu de données couplées reliant la réponse dynamique du banc d'essais à la source induite par l'écoulement. Les mesures à 5kHz ont été réalisées pendant 200 secondes de manière à permettre la convergence statistique des données. Ce jeu de données peut être analysé, dans un premier temps, d'un point de vue des corrélations entre les différents signaux de pression et la réponse vibratoire résultante. Le but de cette analyse est de visualiser comment chaque signal de pression de paroi contribue aux vibrations, en fonction de leur emplacement dans la zone d'essais. Il est également intéressant d'étudier comment les conditions d'écoulement peuvent-elles modifier la distribution spatiale de ces corrélations.

La corrélation entre deux variables aléatoires  $\{x(t)\}$  et  $\{y(t)\}$  peut être évaluée au moyen du *Coefficient de Corrélation* (ou  $r$ ) de Pearson, pouvant varier entre  $\pm 1$  et donné

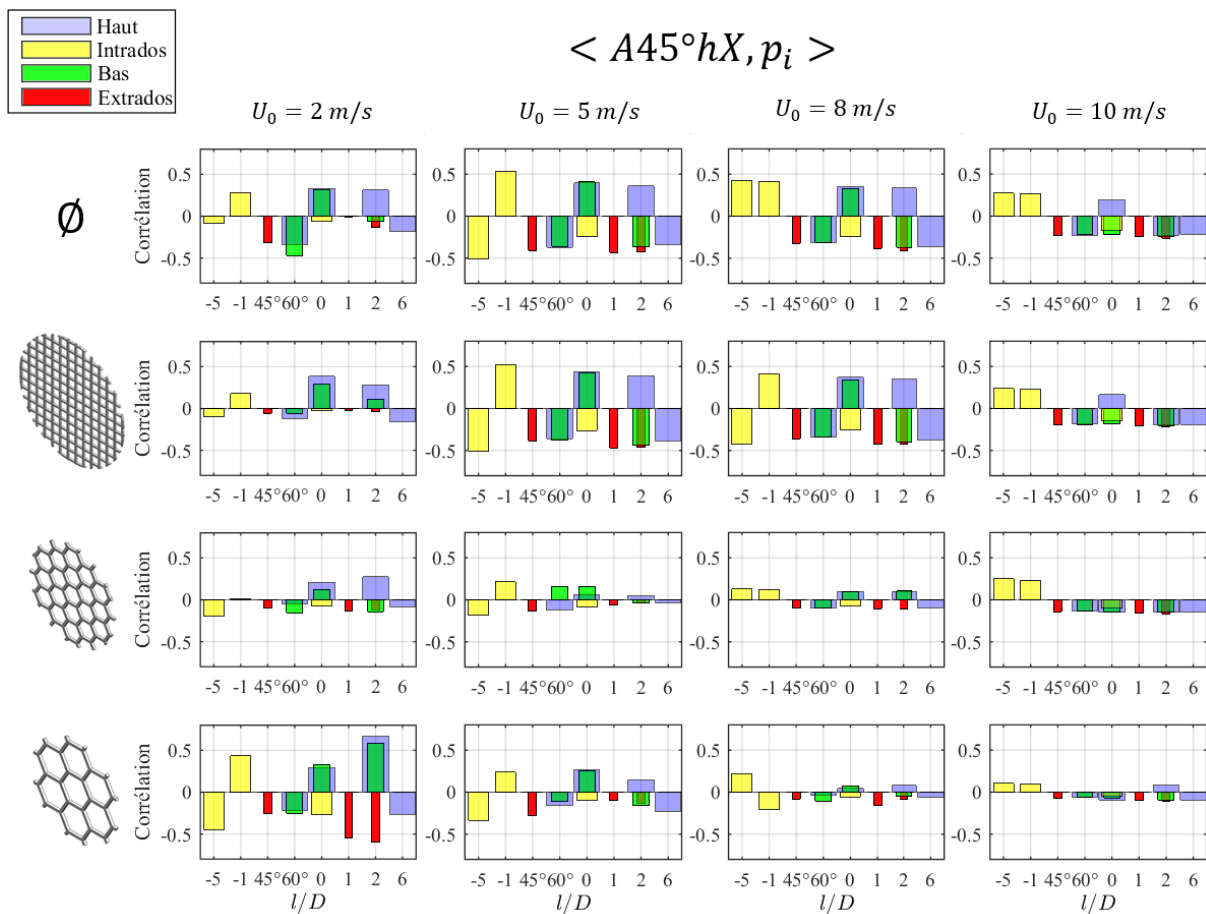


Figure 5.28 - Coefficient de corrélation entre la pression sur chaque capteur et la vibration mesurée sur le coude dans la direction  $X$ . Première ligne : aucune grille ; lignes suivantes : grilles 1, 2 et 3, respectivement. Les colonnes, de gauche à droite, correspondent aux tests avec vitesse débitante  $U_0 = 2, 5, 8$  et  $10$  m/s.

par (consulter la revue de Lee Rodgers et Nicewander (209) pour plus de détails sur son développement) :

$$r_{xy} = \frac{\sum(x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sqrt{[\sum(x_i - \bar{x})^2 \sum(y_i - \bar{y})^2]}} \quad (5.5)$$

Pour alléger le texte, le terme *corrélacion* sera désormais employé pour désigner de manière simplifiée le coefficient de corrélation calculé à partir de l'équation 5.5. La Figure 5.28 et la Figure 5.29 tracent la corrélation entre chaque signal de pression mesuré sur différents points de la paroi du conduit et le signal de vibration mesuré par l'accéléromètre placé sur le coude dans la direction X et Z, respectivement. De manière générale, les signaux de pression sont plus corrélés avec les vibrations mesurées dans la direction X qu'avec celles mesurées dans la direction Z. La configuration de mesure contenant la Grille 2 est celle qui présente les niveaux les plus faibles de corrélation, tandis que les niveaux les plus importants ont été obtenus pour la Grille 3. Les niveaux de corrélation ont également tendance à décroître avec l'augmentation de la vitesse débitante imposée à l'écoulement.

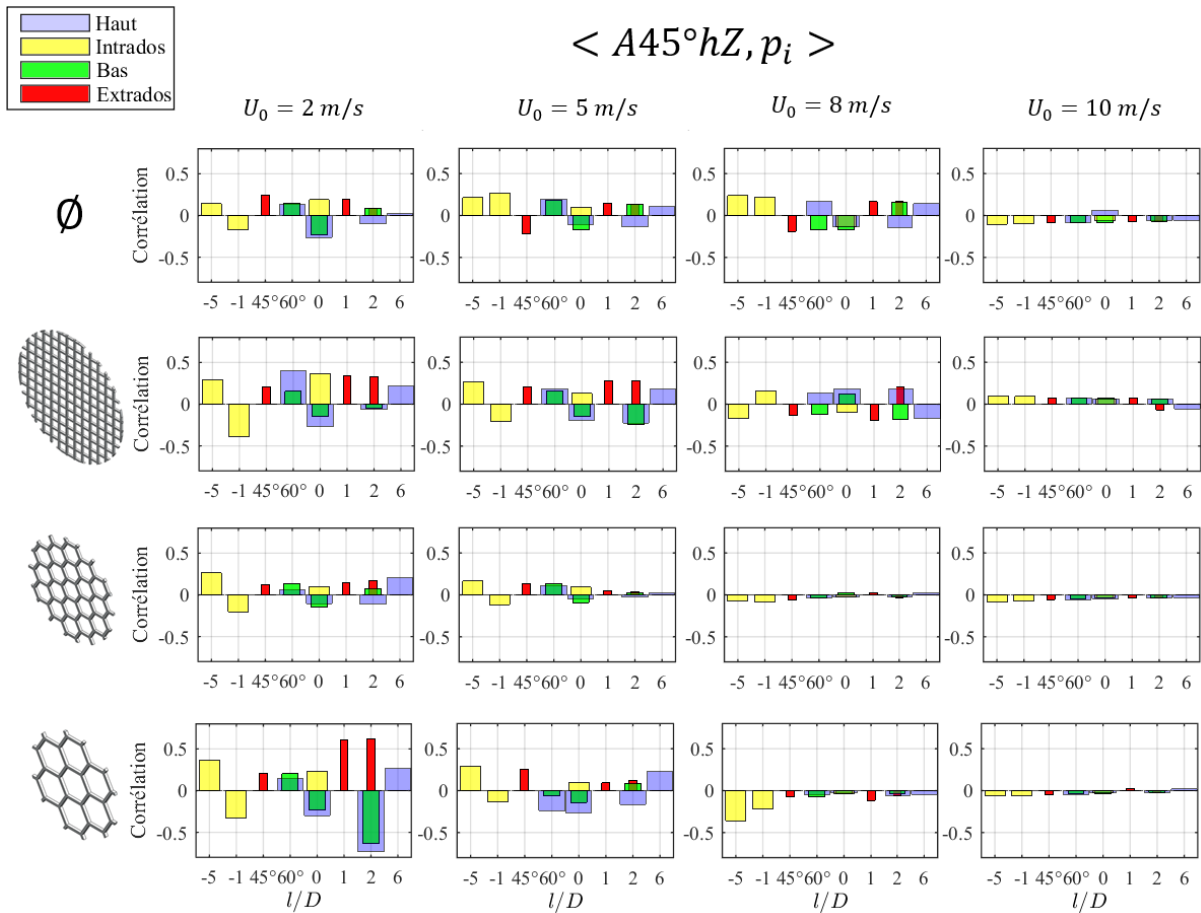


Figure 5.29 - Coefficient de corrélation entre la pression sur chaque capteur et la vibration mesurée sur le coude dans la direction Z. Première ligne : aucune grille ; lignes suivantes : grilles 1, 2 et 3, respectivement. Les colonnes, de gauche à droite, correspondent aux tests avec vitesse débitante  $U_0 = 2, 5, 8$  et  $10 \text{ m/s}$ .

Au sein d'une même configuration de mesure, les niveaux absolus de corrélation ne varient pas de manière importante en fonction de la position du capteur de pression. Cependant, deux remarques sur la répartition spatiale des corrélations peuvent être faites. La première concerne les capteurs situés sur les sections  $l/D = -5$  et  $l/D = -1$  : malgré le fait que ces signaux soient mesurés en amont du coude, leurs niveaux de corrélation avec les vibrations est aussi élevé (voire légèrement plus importants) que les niveaux de corrélation obtenus sur le coude ou en son aval. La deuxième remarque concerne les mesures réalisées à  $U_0 = 2 \text{ m/s}$ . Dans cette configuration, les corrélations varient un peu plus selon la position du capteur de pression et une valeur maximale est retrouvée pour le signal  $P + 2Dh$ . L'on s'intéresse davantage à ce signal qui se corréle bien avec les vibrations : la Figure 5.30 présente les cohérences fréquentielles entre le signal mesuré par le capteur  $P + 2Dh$  et les vibrations du coude dans la direction Z, pour toutes les vitesses débitantes.

L'analyse de ces cohérences dans le domaine des hautes fréquences révèle que la pression et la vibration sont principalement corrélées sous forme de pics étroits, ce qui indique une contribution acoustique importante dans ce domaine. On réalise par la suite une vue plus détaillée des basses fréquences, pour lesquelles on compare les cohérences illustrées ci-dessus avec la Fonction de Réponse en Fréquence (FRF) de la structure, mesurée sur le coude dans la direction X. La FRF permet de déterminer les fréquences sur lesquelles se retrouvent les modes mécaniques de la structure du banc d'essais. La Figure 5.31 montre que, pour les basses fréquences, les pics de corrélation entre pression et vitesse correspondent souvent à des modes mécaniques de la structure. Toutefois, tous les modes propres ne sont pas également excités par l'écoulement.

Ainsi, l'excitation modale est le résultat d'une combinaison entre les modes acoustiques et mécaniques inhérents à l'installation. Néanmoins, les DSP de vibration du coude

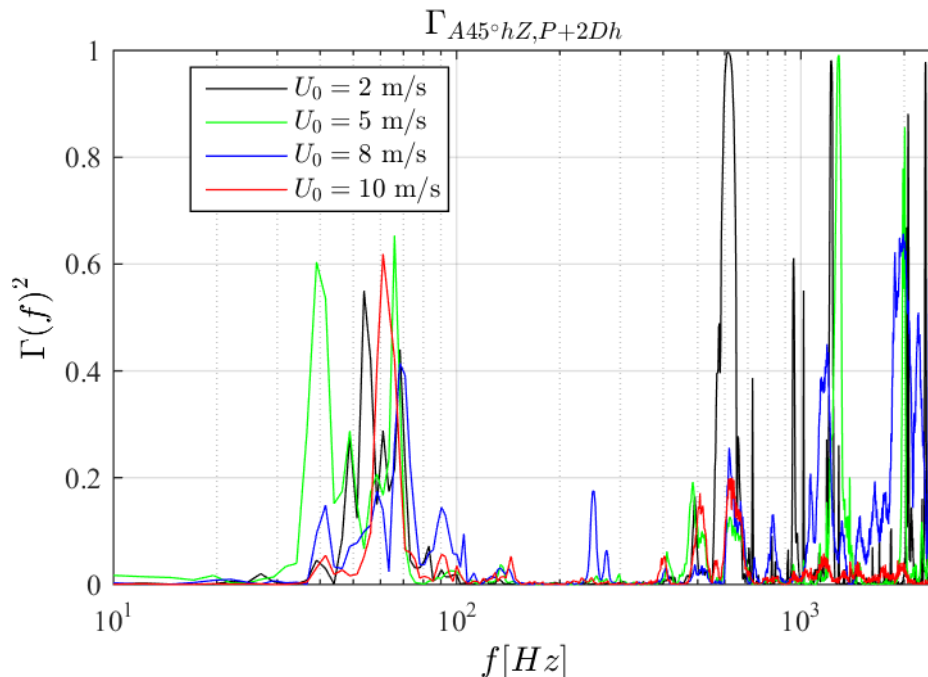


Figure 5.30 - Cohérence entre le signal de vibration mesuré sur le coude dans la direction Z et les signaux de pression mesurés par le capteur  $P+2Dh$ , toutes les vitesses et Grille 3.

illustrées dans la section précédente montrent qu'à mesure que la vitesse débitante est plus importante, la réponse modale devient moins significative en vue d'une réponse vibratoire à caractère décorrélé et large-bande.

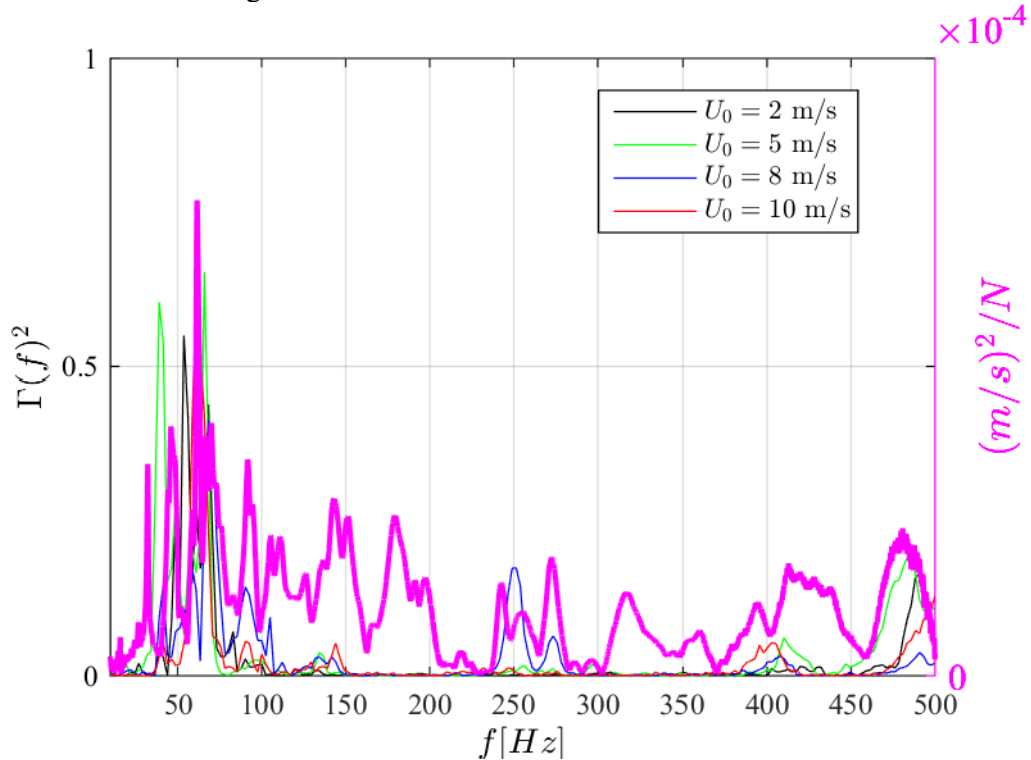


Figure 5.31 - Cohérences de la Figure 5.30 comparées à la FRF mesurée sur le coude dans la direction Z (en rose).

### 5.3.2 Corrélation entre les champs de pression et vitesses

Les mesures réalisées par Stéréo-PIV sur les sections transversales situées en amont et aval du coude ont fourni une base de données composée de 1000 champs des vitesses par section. Chaque section comprend 2222 points de mesure sur lesquels 3 composantes de vitesse sont obtenues pour chaque réalisation, à une fréquence d'échantillonnage  $f_{spiv} = 4 \text{ Hz}$ . Le résultat de ces mesures se traduit ainsi par des signaux de vitesse  $u_i(\mathbf{x}; t)$  qui peuvent être corrélés avec les signaux de pression mesurés aux mêmes instants  $t$  ou, alternativement, à des instants retardés  $t + \tau$ . Cette analyse permet d'étudier la distribution spatiale de la corrélation entre les champs de pression de paroi et vitesse au sein d'une section transversale à la fois.

Afin de visualiser également l'évolution de ces corrélations en fonction du temps, l'analyse des corrélations a été réalisée pour plusieurs retards  $\tau$  imposés aux signaux de pression. La moyenne spatiale des corrélations  $\langle p_j(t + \tau^*), u_i(\mathbf{x}; t) \rangle$  a été calculée sur les sections transversales pour des valeurs de  $\tau^* = Df_s/U_0$  variant entre  $\pm 5$ , ce qui a permis de retrouver le retard pour lequel la pression est plus corrélée avec la vitesse ; à chaque fois, le signal  $p_j$  correspond à celui qui est mesuré par le capteur situé à l'intrados du coude en coïncidence avec la section transversale sur laquelle les vitesses sont mesurées.

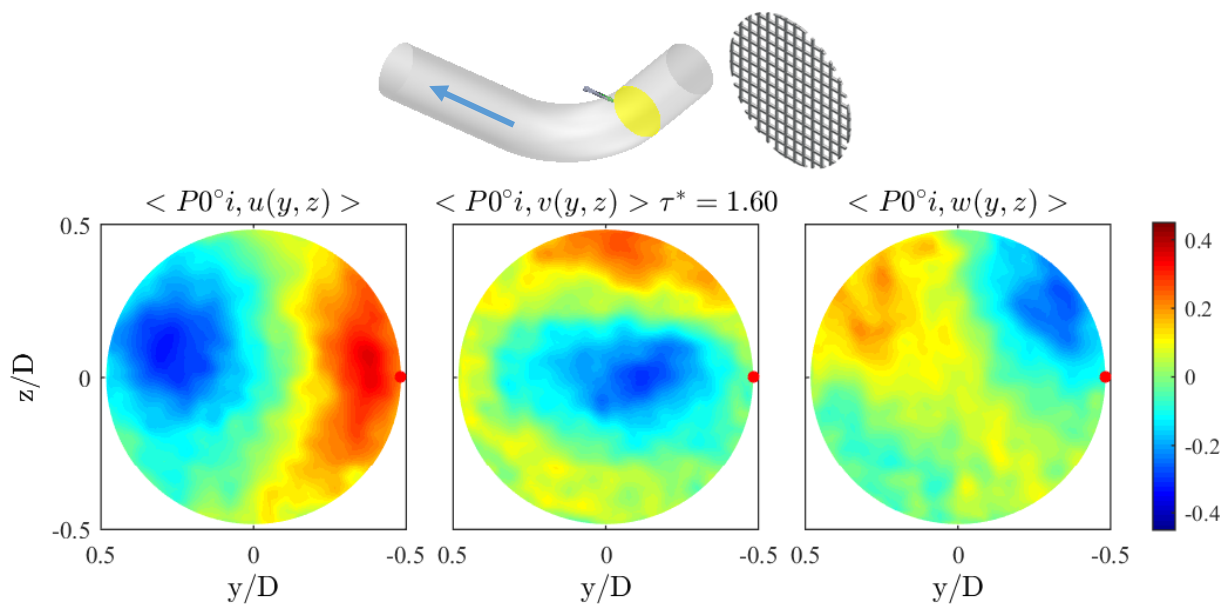


Figure 5.32 - Corrélation entre le signal de pression mesuré sur l'intrados du coude (point rouge) et la vitesse, sur la section située à  $\theta = 0^\circ$  ; gauche : corrélation avec la vitesse axiale ; centre : corrélation avec vitesse transversale et droite : corrélation avec la vitesse radiale. Le retard optimal est  $\tau^*=1.6$ . La Grille 1 a été employée pour les mesures et la vitesse débitante est  $U_0 = 2$  m/s.

Les figures 5.32 à 5.34 illustrent les corrélations spatiales obtenues pour un retard optimal sur les sections  $\theta = 0^\circ$ ,  $l/D = 0$  et  $l/D = 1$ , respectivement. La position du capteur de pression dont le signal a été corrélié est indiquée par un point rouge. La Grille 1 était employée avec une vitesse débitante de  $U_0 = 2$  m/s pour toutes les mesures illustrées sur ces figures. Sur la section d'entrée du coude, la corrélation révèle des formes indéfinies, semblables à celles retrouvées dans les modes POD de la même section. Les corrélations sont plus élevées sur les sections situées en aval du coude, où elles se rassemblent dans des régions à contours plus définis, notamment pour les vitesses axiales et transversales. L'analyse de la Figure 5.34 à gauche montre l'apparition de deux régions lobulaires pratiquement symétriques, par rapport au plan  $X'Y'$ , et à signaux opposés. Elles comprennent la région centrale de chaque hémisphère sur la section transversale et s'étendent jusqu'à la paroi du conduit, de son côté intérieur. Ces formes sont cohérentes avec les Tourbillons de Dean formés sur l'intrados et convectés en son aval ; les signaux opposés des corrélations selon l'hémisphère qu'elles occupent témoignent du caractère contrarotatif des tourbillons.

Ce comportement est également observé sur la Figure 5.34, centre, où les corrélations du signal de pression avec la vitesse fluctuante transversale révèlent aussi une symétrie par rapport au plan horizontal. L'interaction avec la séparation est mise en évidence par la formation de deux régions de forte corrélation sur le côté intrados, proche de la ligne de symétrie, vers le centre du conduit ; encore une fois, les régions symétriques présentent opposition de signal de corrélation. Ces résultats attestent que les structures cohérentes d'écoulement sont fortement corrélées avec l'excitation induite par le champ des vitesses sur les parois du système. Puisque les mesures de vitesse ont été échantillonnées à  $f_{spiv} = 4$  Hz, il s'agit de cohérence à très basses fréquences.



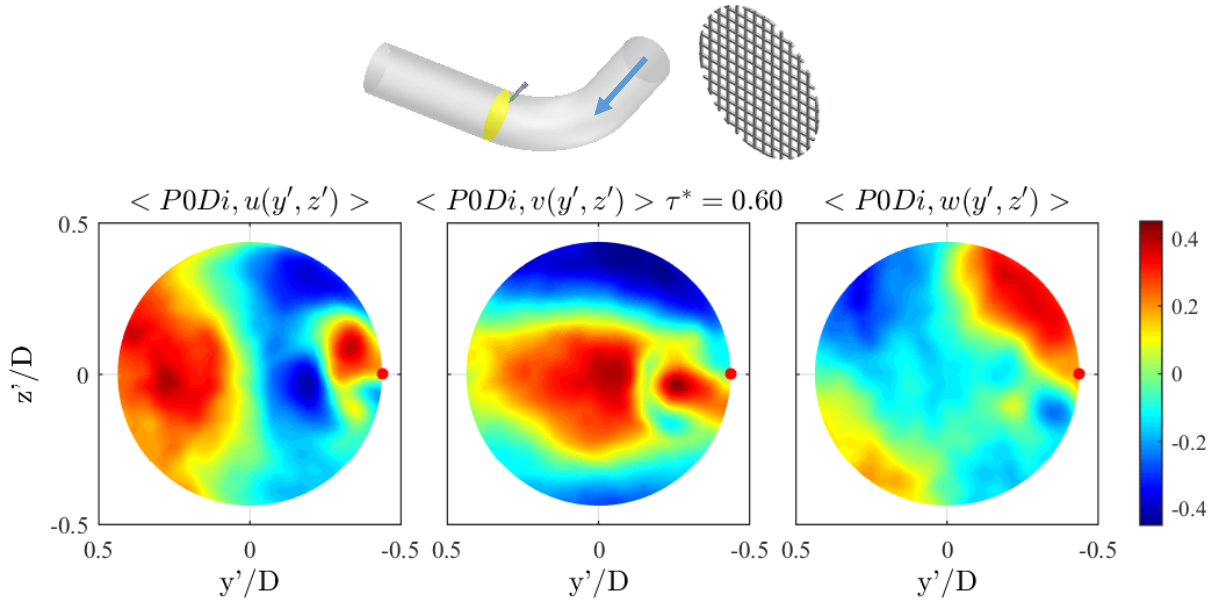


Figure 5.33 - Corrélation entre le signal de pression mesuré sur l'intrados du coude (point rouge) et la vitesse, sur la section située à  $l/D = 0$  ; gauche : corrélation avec la vitesse axiale ; centre : corrélation avec vitesse transversale et droite : corrélation avec la vitesse radiale. Le retard optimal est  $\tau^*=0.6$ . La Grille 1 a été employée pour les mesures et la vitesse débitante est  $U_0 = 2$  m/s.

Jusqu'à présent, les corrélations entre pression et vitesse ont été illustrées pour le retard où elles atteignent une valeur maximale. En effet, ces corrélations évoluent en fonction du retard imposé au signal de pression par rapport aux instants d'acquisition des champs des vitesses. Pour illustrer cette évolution, la moyenne spatiale des corrélations obtenues sur l'étendue des sections transversales des vitesses a été considérée pour des retards variant entre  $\tau = -0.1$  s et  $\tau = +0.1$  s (les retards ne sont pas adimensionnés ici).

La Figure 5.35 présente l'évolution de ces moyennes spatiales en fonction du retard imposé aux signaux de pression sur la Section 0D. Chaque composante de vitesse est illustrée séparément. De manière générale, les corrélations sont plus importantes sur les basses vitesses que sur les vitesses plus élevées, pour lesquelles les courbes de corrélation présentent également une allure plus accidentée. La composante transversale des vitesses est celle qui se corréle le mieux avec la pression.

Pour tous les cas étudiés, le pic des corrélations n'est pas situé à un retard nul, bien que le capteur de pression soit situé sur la section transversale où sont effectuées les mesures de vitesse. En effet, le retard optimal est toujours situé à  $\tau \sim 0.03$  s, indépendamment de la vitesse débitante des essais considérés. Les corrélations ne sont pas complètement concentrées ; les courbes présentent une forme marquée par une décroissance plus rapide dans le sens du retard négatif que sur le positif.



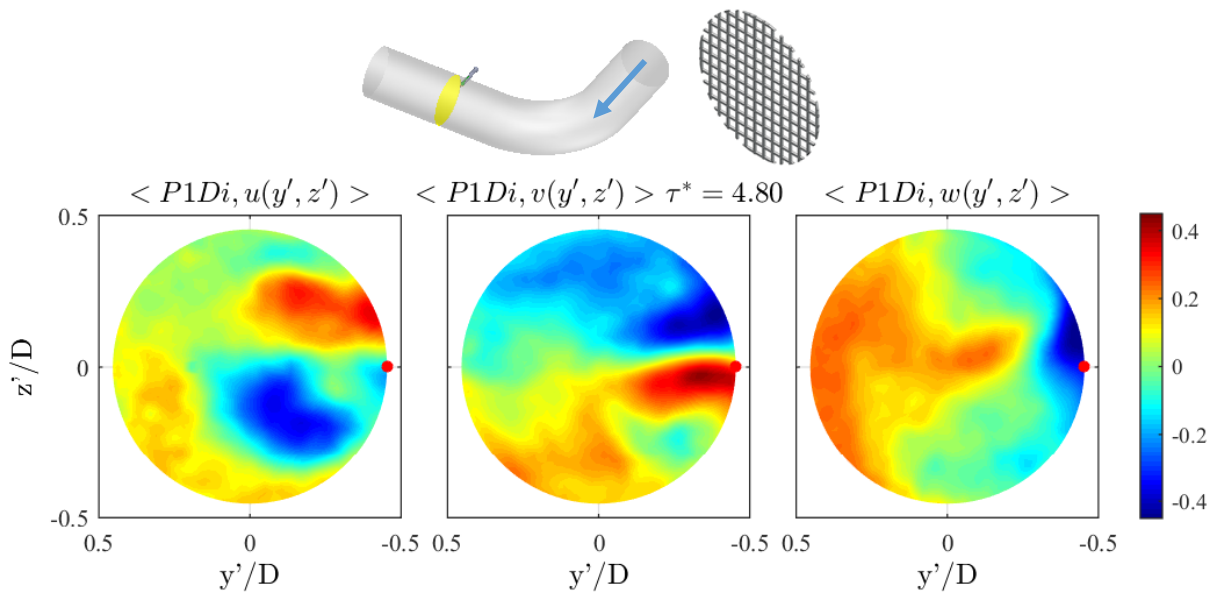


Figure 5.34 - Corrélation entre le signal de pression mesuré sur l'intrados du coude (point rouge) et la vitesse, sur la section située à  $l/D = 1$  ; gauche : corrélation avec la vitesse axiale ; centre : corrélation avec vitesse transversale et droite : corrélation avec la vitesse radiale. Le retard optimal est  $\tau^*=4.8$ . La Grille 1 a été employée pour les mesures et la vitesse débitante est  $U_0 = 2$  m/s.

### 5.3.3 Corrélation entre pression et coefficients POD

Jusqu'à présent, le rapport entre les champs des vitesses et de pression dans l'écoulement sur le coude a été étudié en comparant des mesures ponctuelles de pression avec l'information de vitesse obtenue sur des sections transversales de manière distribuée. Toutefois, nous avons démontré auparavant que la dynamique de l'écoulement dans le coude peut être modélisée à partir d'une base réduite de modes POD, notamment en aval, où l'écoulement s'organise en de grandes structures cohérentes qui contiennent la plupart de son énergie cinétique. La description de l'évolution temporelle est faite au moyen des coefficients  $a^{(n)}(t)$  qui multiplient les  $N^{POD}$  modes retenus pour la reconstruction de l'écoulement. Nous nous intéressons, par la suite, à la corrélation existante entre les coefficients temporels de la POD et les signaux de pression de paroi mesurés simultanément.

Chaque section transversale de mesure SPIV est considérée séparément. La POD est réalisée sur les champs des vitesses mesurés sur cette section, permettant ainsi d'obtenir 1000 valeurs des coefficients temporels  $a^{(n)}(t)$  de chaque mode  $n$ . Ensuite, les signaux de pression situés en amont et en aval de la section transversale considérée sont corrélés avec les coefficients temporels des 10 premiers modes POD. La Figure 5.36 illustre les résultats de cette analyse pour une condition d'essai employant la Grille 2 et vitesse débitante  $U_0 = 10$  m/s. La POD est réalisée sur la Section 1D et 5 signaux de pression situés dans le côté intérieur du coude sont corrélés à ses coefficients temporels (du capteur de pression situé très en amont jusqu'à celui qui se trouve un diamètre en aval de la section considérée). Des

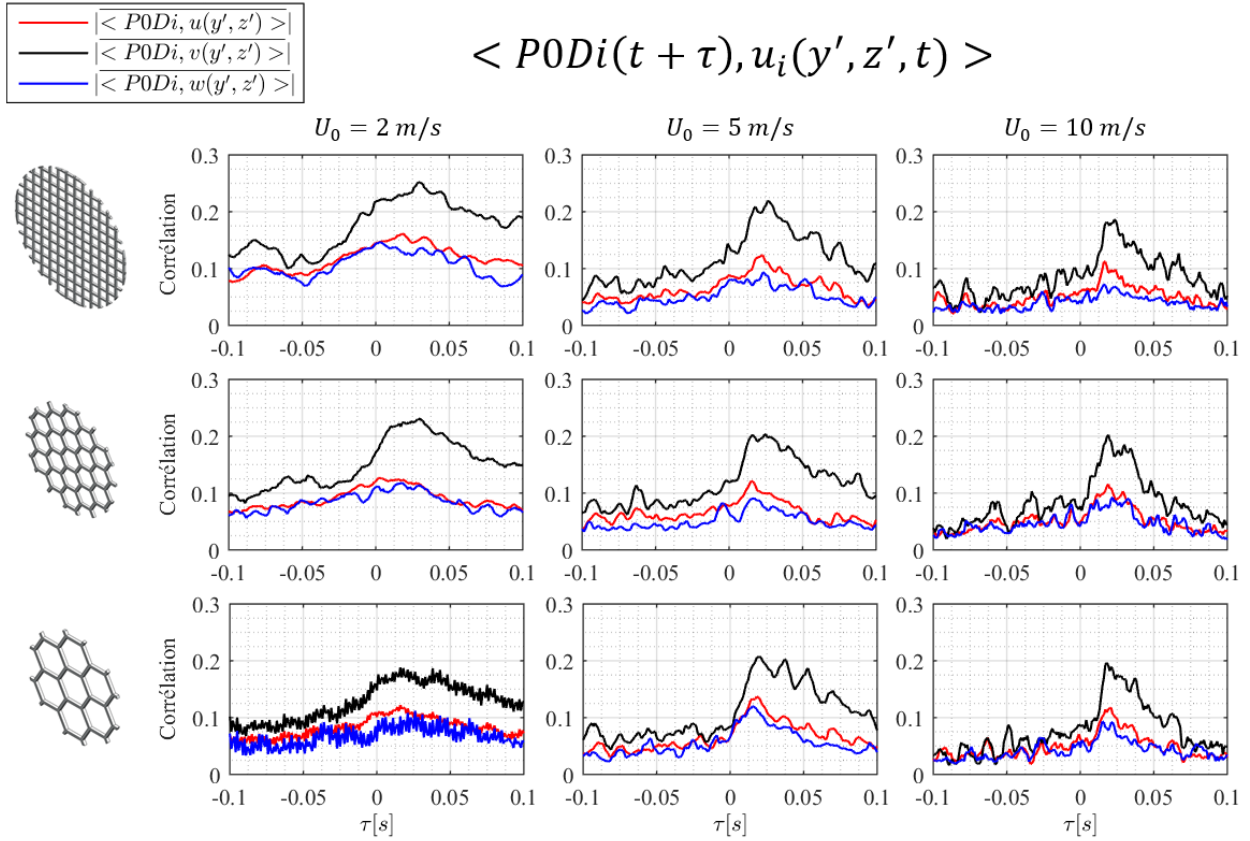


Figure 5.35 - Evolution de la moyenne spatiale de la corrélation entre pression et vitesses en fonction du retard imposé aux signaux de pression. Mesures de vitesse réalisées sur la section située à  $l/D = 0$  et mesures de pression réalisées sur l'intrados, au niveau de la même section transversale.

retards variant de  $\tau = -0.25$  s à  $\tau = +0.25$  s sont imposés à ces signaux de pression, et chaque signal résultant a été corrélé avec les coefficients POD.

Les valeurs de corrélation les plus élevées sont trouvées entre le 1<sup>er</sup> mode POD et le signal de pression mesuré par le capteur  $\text{PODi}$ , soit 1 diamètre en aval de la section où les mesures SPIV concernées ont été réalisées. Les pics importants de corrélation se situent autour de la valeur de retard nulle. A mesure que l'on augmente le retard imposé (dans le sens positif comme négatif), les courbes de corrélation présentent un caractère ondulatoire remarquable sur tous les modes POD illustrés ; ce comportement existe même pour les mesures de pression réalisées très en amont du coude. La fréquence de ces ondulations ne dépend pas du signal de pression analysé, mais varie avec la vitesse débitante imposée à l'écoulement. Pour estimer cette fréquence, la distance moyenne entre pics a été mesurée et les résultats sont rassemblés dans le Tableau 5.4.

$U_0$ (m/s)	$\Delta\tau_{pic}$ (s)	$f$ (Hz)
2	0.0187	53
5	0.0154	65
10	0.0125	80

Tableau 5.4 – Fréquences observées dans les courbes de corrélation Pression – POD.

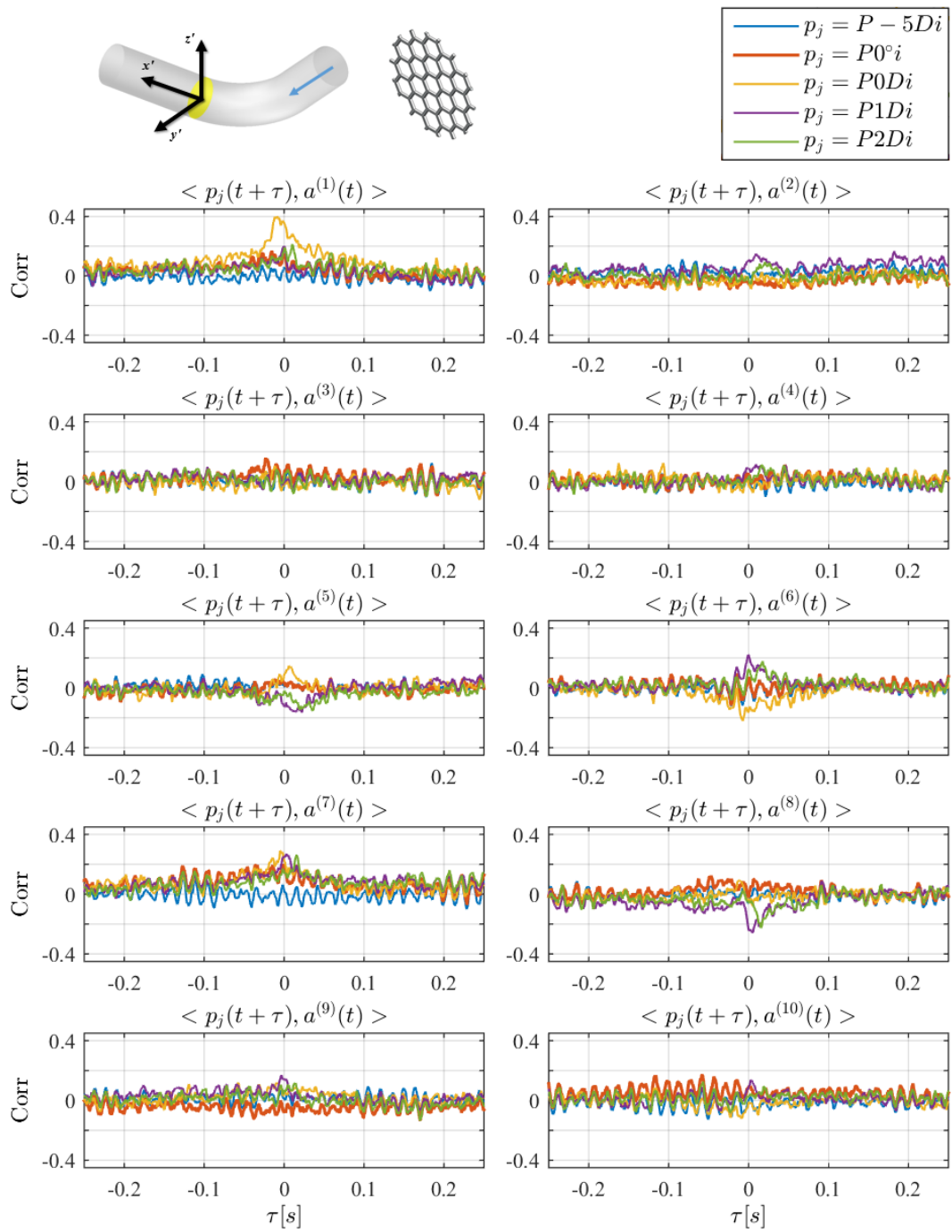


Figure 5.36 - Evolution de la corrélation entre de différents signaux de pression et les 10 premiers coefficients temporels de la POD réalisée sur la Section 1D, en fonction du retard imposé au signal de pression. Grille 2 et  $U_0 = 10$  m/s.

### 5.3.4 Modes POD étendus à la pression de paroi (e-POD)

---

Les mesures de pression de paroi sur la zone d'essais présentent une bonne résolution temporelle mais sont limitées vis-à-vis du nombre de capteurs disponibles et à la difficulté de monter des capteurs affleurant l'écoulement. Les simulations en dynamique des fluides permettent, à leur tour, de constituer une vue globale des champs de pression sur la paroi, malgré l'adoption de certaines hypothèses simplificatrices telles que l'incompressibilité du fluide ; elles peuvent tout de même être utilisées pour étudier la distribution spatiale des fluctuations de pression de paroi induites par l'écoulement au passage du coude.

En outre, la technique connue sous le nom de *POD Etendue (e-POD)*, proposée par Borée (210), permet de prendre en compte, dans la décomposition de l'écoulement, la corrélation du champ des vitesses avec tout autre type de quantité associée à la dynamique du système, comme la température, la concentration d'une substance en mélange ou la pression. Soit, par exemple,  $P(\mathbf{x}; t)$  une série de réalisations du champ de pression associées une par une aux réalisations du champ des vitesses  $\mathbf{u}_i(\mathbf{x}; t)$ . L'auteur propose que des modes orthogonaux de vitesse étendus à la pression soient obtenus à partir d'une projection du champ de pression sur les coefficients temporels de la POD réalisée aux champs des vitesses, comme suit :

$$\boldsymbol{\psi}^{(n)}(\mathbf{x}) = \frac{\langle \mathbf{a}^{(n)}(t), P(\mathbf{x}) \rangle}{\lambda^{(n)}} \quad (5.6)$$

La recherche des modes étendus à la pression correspond ainsi à l'analyse de la corrélation entre les champs de pression et la dynamique du champ des vitesses. Dans cette perspective, la e-POD a été appliquée aux données numériques générées à partir de la simulation LES de l'écoulement sur le coude : les champs des vitesses extraits des 2 sections longitudinales et des 3 sections transversales situées en aval du coude ont été utilisés simultanément obtention d'une base POD comprenant pratiquement l'intégralité du domaine fluide d'intérêt. Ensuite, les champs de pression calculés sur la paroi ont été projetés sur les coefficients temporels de la POD afin d'obtenir les modes étendus  $\boldsymbol{\psi}^{(n)}(\mathbf{x})$ .

Les résultats illustrés par la Figure 5.37 sont sous leur forme non-pondérée et sur toute la paroi extérieure du domaine fluide considéré pour le calcul LES. Les 4 premiers modes étendus témoignent principalement des forts niveaux de corrélation existants entre la séparation formée sur l'intrados et le champ de pression fluctuant résultant. Une structure constituée par deux formes allongées et symétriques s'établit entre la section située à l'entrée du coude et environ deux diamètres en aval de la sortie ; les signaux de ces structures sont opposés selon leur position vis-à-vis du plan X'Y'. La position de ces lobes est inversée, par rapport au plan de symétrie, entre les modes  $\boldsymbol{\psi}^{(1)}$  et  $\boldsymbol{\psi}^{(2)}$ , ce qui indique un mouvement oscillatoire de cette structure dans la direction radiale.

Les modes supérieurs, notamment  $\boldsymbol{\psi}^{(6)}$  et  $\boldsymbol{\psi}^{(10)}$ , contiennent également une contribution située plus en aval, entre  $x'/D = 0$  et  $x'/D = 2$ , qui présente une forme radialement allongée avec une alternance de signal selon une progression axiale. Ces formes sont compatibles avec les tourbillons de Dean et suggèrent que la dynamique et l'impact de ces structures cohérentes sur le champ de pression interagissent sensiblement avec la séparation.

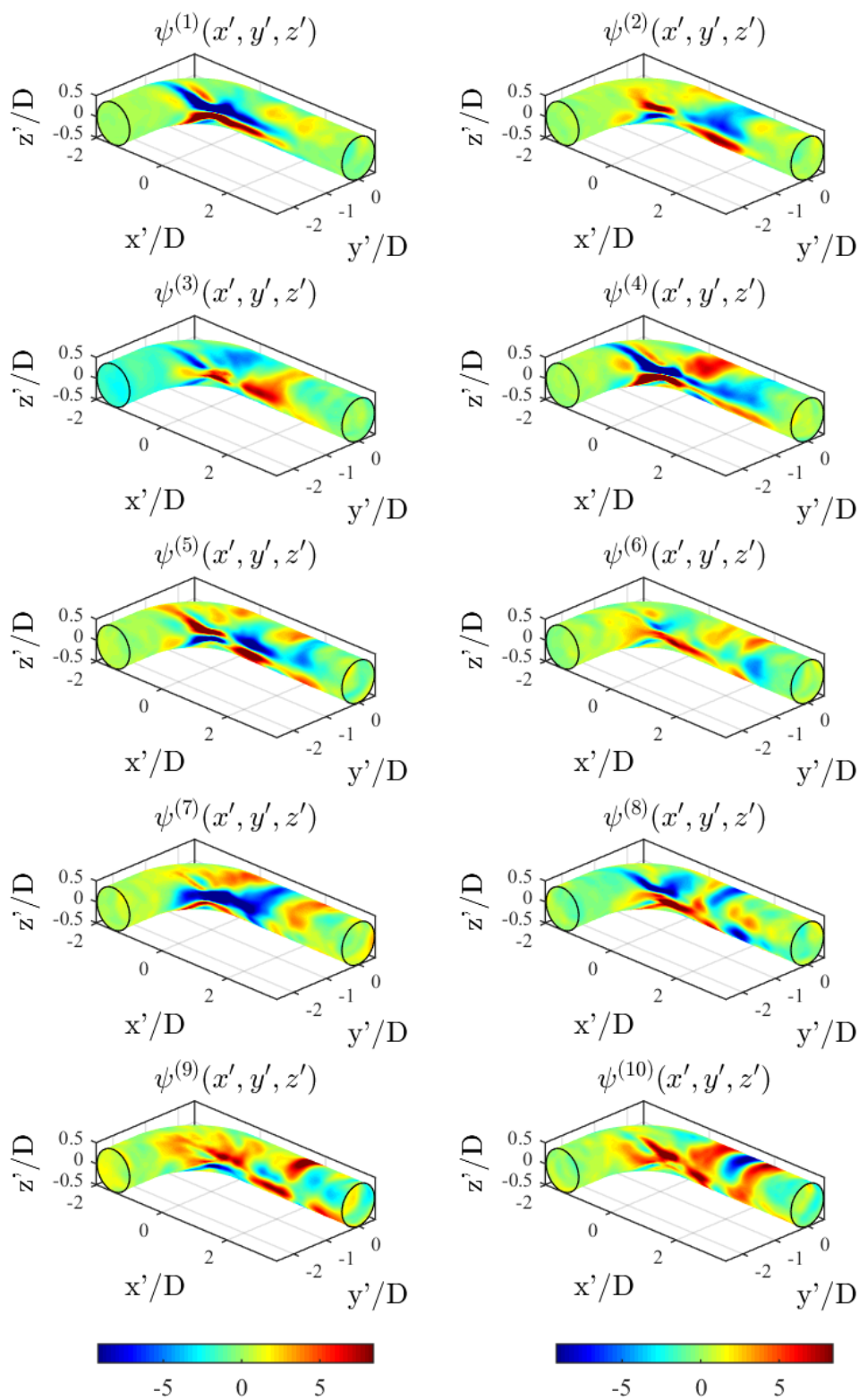


Figure 5.37 - Modes de vitesse étendus à la pression de paroi (données numériques). Le sens de l'écoulement est de gauche à droite.

---

## 5.4 Discussion

Dans ce chapitre, les résultats issus des mesures et simulation numérique de l'écoulement dans le coude et de son interaction avec la structure de la tuyauterie ont été analysés, mettant en évidence la complémentarité des approches expérimentale et numérique dans l'étude du problème. A ce moment du manuscrit, quelques remarques générales peuvent être faites sur les données analysées afin de poser les bases pour un modèle simplifié de la sollicitation dynamique induite par la source fluide dans les tuyauteries coudées.

Dans un premier temps, il est intéressant de remarquer que l'écoulement turbulent aléatoire présent dans le conduit droit s'organise dans de grandes structures cohérentes au passage du coude, et que le champ des pressions fluctuantes induit sur ses parois reflète cette organisation. En outre, la dynamique des modes principaux de l'écoulement présente une évolution corrélée avec les fluctuations de pression mesurées à la paroi, sur plusieurs capteurs. Ces résultats inspirent l'adoption d'une approche considérant la modélisation d'ordre réduit de l'écoulement (et de son interaction avec la structure) à partir de sa décomposition en modes propres orthogonaux. Par ailleurs, l'analyse des formes modales associées aux écoulements de coude dans les configurations étudiées révèlent que leur organisation spatiale ne varie pas de manière importante dans la gamme de nombres de Reynolds considérés. Ainsi, une stratégie de modélisation du champ de pression qui prenne en compte les modes orthogonaux de l'écoulement peut se permettre de se concentrer dans la prévision de leur évolution temporelle, sachant qu'une base convergée des modes spatiaux peut être calculée et sera valable pour d'autres configurations de vitesse à condition que le même régime d'écoulement soit conservé.

La simulation LES de l'écoulement permet de capturer correctement les caractéristiques moyennes et fluctuantes associées à ses structures cohérentes, bien que nos résultats indiquent une prédiction anticipée de l'évolution de la séparation formée sur l'intrados. Si les calculs numériques peuvent décrire de manière satisfaisante la distribution spatiale du champ de pression directement induit par la turbulence, la représentation complète des sources d'excitation liées au passage de l'écoulement par le coude reste limitée : le calcul incompressible ne prend pas en compte la propagation de la composante acoustique de l'excitation, dont la signature est affectée par les propriétés propres à la géométrie du banc d'essais. Les mesures obtenues par les capteurs de pression de paroi contiennent, à leur tour, l'information de toutes les composantes jouant un rôle dans la sollicitation dynamique. En outre, leur contenu temporel est corrélé avec la dynamique des modes POD calculés sur des sections transversales de mesures des vitesses expérimentales.

Dans le but de pouvoir proposer une stratégie de modélisation simplifiée de l'excitation, deux aspects principaux du problème d'interaction entre écoulement et structure doivent encore être travaillés. Premièrement, on doit proposer un outil capable d'extraire la corrélation existante entre la dynamique de l'écoulement et les signaux de pression de paroi afin de pouvoir prédire l'évolution temporelle des modes POD à partir des mesures de fluctuation de pression. Cette première étape est particulièrement ambitieuse puisque la corrélation est distribuée spatialement (entre les divers capteurs placés sur différents points de la paroi) et temporellement. La deuxième étape consiste à pouvoir relier la représentation réduite de l'écoulement à une description statistique du champ de pression sur toute la paroi.



# 6 Modèle de l'excitation fluide

---

## Introduction

Les chapitres précédents ont présenté les principaux éléments jouant un rôle dans l'excitation dynamique induite par l'écoulement d'un fluide lourd au passage d'un coude. Toutefois, les objectifs de la présente étude ne se limitent pas à l'analyse des transferts reliant l'écoulement à l'excitation de paroi et finalement à la réponse vibratoire de la structure contenant le coude : on s'intéresse également à la proposition d'un modèle simplifié de cette excitation à caractère permanent, issue de l'écoulement turbulent. Ce modèle est censé répondre à un besoin existant dans le contexte industriel qui consiste en pouvoir estimer la réponse vibratoire induite par l'écoulement fluide au passage d'une singularité de conduit, sans que tous les degrés de liberté de l'écoulement soient modélisés en détails.

Cette tâche est compliquée pour des raisons qui ont déjà été détaillées minutieusement dans ce mémoire : l'écoulement au passage du coude induit un champ de pressions fluctuantes réparties sur une large gamme de fréquences ; certaines entre elles sont amplifiées par les modes acoustiques du système et, ensuite, la réponse vibratoire résultante sera elle aussi amplifiée à des fréquences qui retrouvent une coïncidence avec des modes structuraux. Par contre, si l'on fait l'hypothèse que la réponse vibratoire de la structure ne modifie pas l'écoulement fluide et, par conséquent, l'excitation induite, il est envisageable de se concentrer sur la modélisation de l'excitation séparément de la réponse vibratoire, qui serait à son tour calculée dans une étape postérieure. En effet, connaissant les propriétés mécaniques (conditions aux limites), l'excitation dynamique peut être appliquée à son modèle en éléments finis pour calcul les vibrations résultantes. Cette stratégie de modélisation considère ainsi un couplage unidirectionnel.

Une fois que l'on se concentre sur l'écoulement et le champ de pression associé, la question de la modélisation fluide s'impose. Si d'un côté les simulations du type LES permettent une description détaillée de l'écoulement instationnaire, elles restent coûteuses et rencontrent des limitations dans l'estimation de la composante acoustique de l'excitation, qui demanderait un calcul compressible comprenant une modélisation des conditions aux limites acoustiques du système complet. Ces calculs sont réalisables, mais ne répondent pas au besoin de simplification qui a motivé la présente thèse.

L'intérêt d'une approche statistique de modélisation de l'écoulement a été présenté dans le chapitre précédent, notamment au moyen de sa décomposition en modes orthogonaux. Le régime d'écoulement n'est pratiquement pas modifié dans la gamme de Nombre de Reynolds étudiée et la géométrie du coude mène à une organisation en de grandes structures cohérentes formées sur l'intrados et convectées en son aval. La base de modes POD est ainsi quasiment inchangée pour toutes les vitesses débitantes étudiées. D'autre part, les coefficients temporels associés (qui gouvernent la dynamique du système) retrouvent de la corrélation avec la pression induite sur les parois du conduit. Cette corrélation est distribuée spatialement (autour du coude) et temporellement, un résultat qui suggère le besoin d'une



base de données importante et convergée afin de permettre de remonter d'un nombre réduit de modes POD jusqu'à l'excitation dynamique de la structure.

Le présent chapitre est consacré à la proposition d'une méthodologie simplifiée de modélisation de l'excitation en vue de l'estimation de la réponse vibratoire d'une structure contenant un coude à 90° soumis à un écoulement turbulent permanent. L'hypothèse de couplage unidirectionnel est considérée et une approche statistique comprenant des données numériques et expérimentales est mise en œuvre. Dans un premier temps, une stratégie de reconstruction de la dynamique de l'écoulement interne à partir des données de pression instationnaires mesurées par plusieurs capteurs autour du coude est présentée : le but est de rassembler les outils statistiques capables d'extraire la corrélation existante entre écoulement et champ de pression de paroi afin de permettre le transfert de l'un vers l'autre. Une fois ces outils identifiés, nous proposons une stratégie de modélisation de l'excitation. Finalement, la troisième partie de ce chapitre contient le calcul de la réponse vibratoire à partir de l'excitation modélisée, permettant de valider la stratégie de modélisation au moyen de la comparaison des résultats avec des mesures de vibration réalisées sur le banc d'essais.

---

## 6.1 Modélisation du transfert entre pression de paroi et la dynamique de l'écoulement interne

La corrélation entre les données de pression et de vitesse a été analysée dans le chapitre précédent. Il a été démontré que la corrélation entre les signaux de pression de paroi et les coefficients temporels de la POD est répartie spatialement et temporellement. Nous nous intéressons par la suite à une stratégie de construction d'une relation qui utilise les données de pression de paroi comme entrée afin d'estimer la dynamique du champ des vitesses interne. Pour parvenir à ce but, des outils d'estimation stochastique et de régression ont été employés afin d'extraire la corrélation entre les données d'entrée et celles à estimer, prenant en compte leur répartition spatio-temporelle.

### 6.1.1 Description de la stratégie de modélisation

---

Un jeu de données couplées très important a été mesuré sur le banc d'essais. D'une part, l'écoulement instationnaire interne a été observé sur différentes sections transversales au moyen des mesures Stéréo-PIV à basse-fréquence d'échantillonnage ; de manière simultanée, des mesures de pression de paroi et de vibration à haute fréquence ont pu constituer une base de données présentant bonne résolution temporelle. La stratégie développée pour la construction d'une relation capable de restituer la dynamique des champs des vitesses à partir des données mesurées sur les parois du banc d'essais est détaillée par la suite.

Dans un premier temps, l'approche adoptée consistait à obtenir une base orthogonale réduite contenant les vecteurs propres de l'écoulement ainsi que les coefficients temporels décrivant sa dynamique. Ensuite, les signaux de pression de paroi mesurés par les différents capteurs étaient rassemblés et organisés dans la matrice des *prédicteurs*, selon le nombre de capteurs et le nombre de retards qu'on souhaite utiliser. Cette matrice alimentait

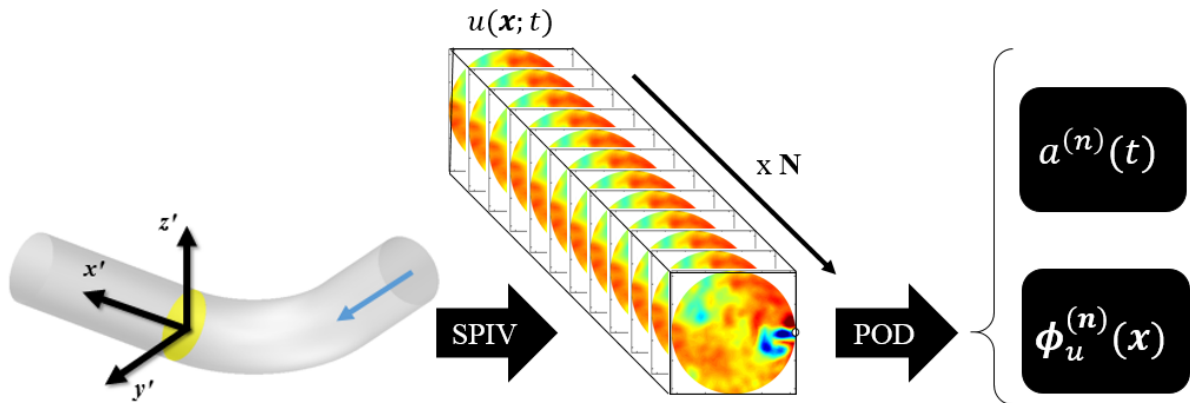


Figure 6.1 - Vue schématique de la réalisation de la POD sur les champs des vitesses axiales mesurés sur la Section 0D avec  $U_0 = 2 \text{ m/s}$  et Grille 1. La flèche bleue indique le sens de l'écoulement.

ainsi une fonction du type *Estimation Stochastique* ou *Régression* dont la sortie était constituée d'un ensemble de coefficients reliant les variables prédictives aux variables estimées. Afin de réduire l'ordre de grandeur du problème, les coefficients temporels de la POD ont été choisis comme variables que l'on souhaite décrire.

Finalement, des champs de vitesse étaient estimés employant les coefficients obtenus par la méthode décrite ci-dessus et ensuite comparés aux champs mesurés correspondants ; cela a permis d'évaluer la qualité de la stratégie de modélisation. Les différentes étapes d'obtention de ce modèle sont décrites par la suite.

### 6.1.1.1 Décomposition de l'écoulement sur une section transversale

La POD permet d'obtenir une base orthogonale de modes décrivant de manière simplifiée l'écoulement mesuré dans le conduit. Les mesures Stéréo-PIV ont été réalisées sur 4 sections transversales différentes situées en amont et aval du coude ; plusieurs configurations d'essais, représentant différentes vitesses débitantes et grilles de contrôle de turbulence ont été étudiées. Pour simplifier l'analyse qui va suivre, nous nous concentrons sur les données mesurées pour une vitesse débitante  $U_0 = 2 \text{ m/s}$  et Grille 1, et la section transversale prise en compte sera toujours la Section 0D. Finalement, vis-à-vis de la représentation de l'écoulement interne, nous nous concentrons sur les fluctuations de vitesse mesurées dans la direction axiale, qui seront désormais simplement désignées par  $u$  pour alléger la notation.

Sur la Section 0D un total de  $N = 1000$  champs de vitesse a été mesuré dans les conditions d'essais décrites ci-dessus. La décomposition de ces champs a ainsi produit 1000 modes POD, dont un nombre réduit sera retenu à chaque fois ( $N^{POD} < N$ ) ; l'évolution temporelle de chaque mode  $n$  est décrite par une série de coefficients  $a^{(n)}(t)$ , avec,  $n = 1, \dots, N$ , tandis que la déformée modale associée à chacun est représentée par le vecteur propre  $\phi^{(n)}(\mathbf{x})$ . La Figure 6.1 illustre de manière schématique l'application de la POD aux champs des vitesses considérés.

### 6.1.1.2 Définition de l'ensemble de données prédictives

Les relations que nous cherchons à établir sont du type  $\mathbf{Y} = \mathbf{X}\mathbf{b}$ , où  $\mathbf{b}$  est une matrice contenant les coefficients qui relient les prédicteurs rassemblés dans la matrice  $\mathbf{X}$  aux variables modélisées. La qualité de l'estimation des variables comprises par la matrice  $\mathbf{Y}$  dépend des niveaux de corrélation existants entre les prédicteurs choisis et les variables à estimer. Pour cette raison, seulement les signaux de pression mesurés sur le banc d'essais ont été retenus afin de constituer la matrice des prédicteurs du modèle présenté. En effet, les mesures de vibration sont moins corrélées avec la dynamique de l'écoulement puisqu'un transfert supplémentaire s'introduit entre les deux grandeurs, celui correspondant aux modes mécaniques de la structure.

Un total de 6 capteurs de pression a réalisé des mesures de pression simultanément aux mesures SPIV sur la Section 0D. Pour cette raison,  $M = 1, \dots, 6$  signaux différents ont pu constituer la matrice des prédicteurs de notre modèle. En outre, des nombreux retards  $\tau$  ont pu être imposés aux signaux de pression par rapport à l'instant  $t$  des mesures des champs des vitesses. Nous considérons à chaque fois un nombre symétrique de retards positifs et négatifs, avec  $-\beta \leq \tau \leq \beta$ . Finalement, la matrice  $\mathbf{X}$  est constituée de tous les signaux concaténés, d'abord les plusieurs retards et puis les différents capteurs, comme suit :

$$\mathbf{X} = [p_1(t - \beta)^T \dots p_1(t)^T \dots p_1(t + \beta)^T \ p_2(t - \beta)^T \dots p_2(t)^T \dots p_2(t + \beta)^T \dots p_M(t - \beta)^T \dots p_M(t)^T \dots p_M(t + \beta)^T] \quad (6.1)$$

La matrice  $\mathbf{Y}$  correspond simplement aux coefficients temporels de la POD aux instants  $t$  de mesure des champs SPIV. Ici, nous pouvons déjà tronquer la base, retenant seulement le nombre de modes POD utilisé pour la reconstruction du champ des vitesses ( $N^{POD}$ ), afin de réduire le temps de calcul :

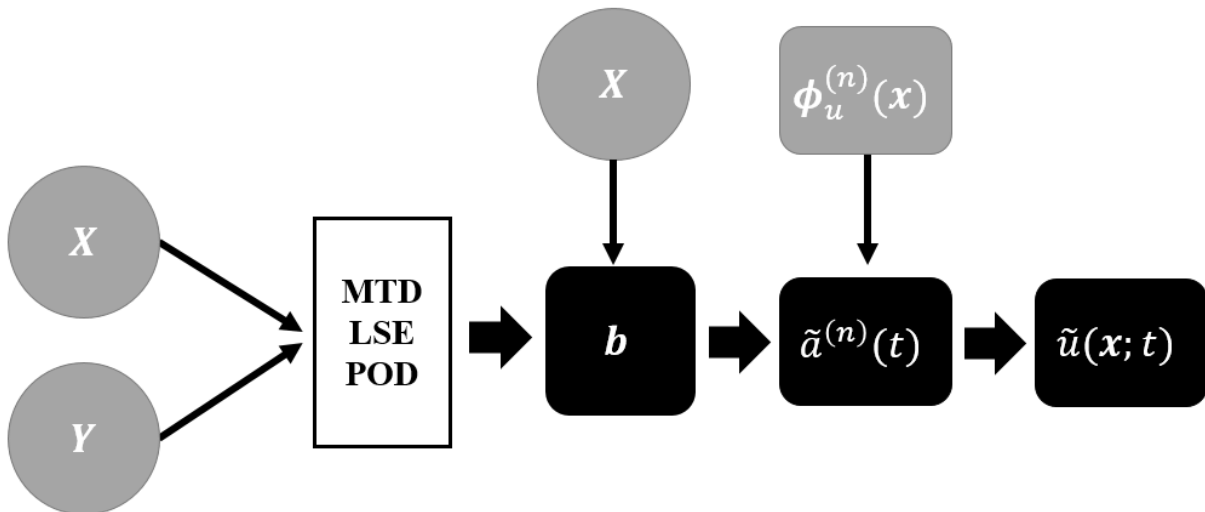


Figure 6.2 - Schéma explicatif de la stratégie de modélisation des coefficients temporels de POD de l'écoulement interne à partir de données de pression mesurées sur la paroi du conduit.

$$\mathbf{Y}^T = \begin{bmatrix} a^{(1)}(t_1) & a^{(1)}(t_2) & \dots & a^{(1)}(t_N) \\ a^{(2)}(t_1) & a^{(2)}(t_2) & \dots & a^{(2)}(t_N) \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ a^{(N^{POD})}(t_1) & a^{(N^{POD})}(t_2) & \dots & a^{(N^{POD})}(t_N) \end{bmatrix} \quad (6.2)$$

Pour l'instant, l'intégralité de l'ensemble des  $N$  réalisations est utilisée afin d'alimenter la relation qui associe les prédicteurs aux variables dépendantes et générer les coefficients du modèle. Ainsi, l'ensemble d'apprentissage et l'ensemble de test coïncident et équivalent à l'intégralité des instants de mesure. Une fois que les paramètres du modèle auront été optimisés par rapport à la qualité des estimations réalisées, le modèle sera également testé sur une configuration plus proche de l'application pour laquelle il a été conçu : le modèle sera alimenté par des données appartenant à un ensemble d'apprentissage différent de l'ensemble de test qui servira à mesurer la qualité de la stratégie d'estimation. Ainsi, dans une étape postérieure, le modèle sera testé par rapport à l'estimation de données indépendantes de celles qui ont servi à le construire.

### 6.1.1.3 Construction d'une relation basée sur la corrélation

Dans un premier temps, L'Estimation Stochastique Linéaire (LSE) a été utilisée pour générer les coefficients reliant les données de pression aux coefficients temporels de la POD. En outre, cette technique a été alimentée par plusieurs signaux prédicteurs qui, à leur tour, se sont multipliés en fonction des retards imposés ; ainsi, il s'agit plus précisément d'une MTD-LSE-POD (*Multi-Time-Delay Linear Stochastic Estimation POD*). Une fois les coefficients de la matrice  $\mathbf{b}$  calculés, une estimation des coefficients temporels a pu être faite à partir de la réinjection des données de pression. On fait remarquer qu'à ce point du modèle les ensembles d'apprentissage et de test sont toujours confondus. La Figure 6.2 illustre une vue schématique globale de la stratégie adoptée pour développer les outils de modélisation qui font objet de ce chapitre.

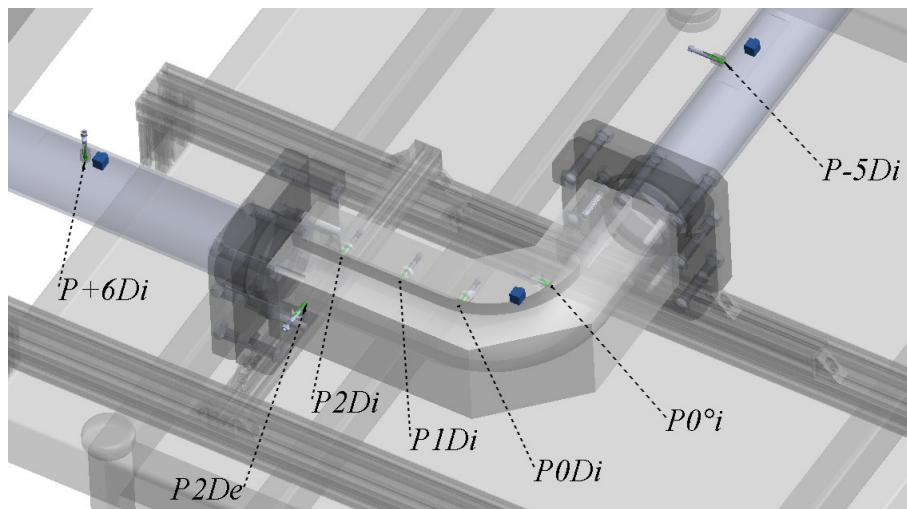


Figure 6.3 - Schéma illustrant la position et la nomenclature des capteurs de pression employés pour les mesures couplées sur configuration munie du coude PMMA.

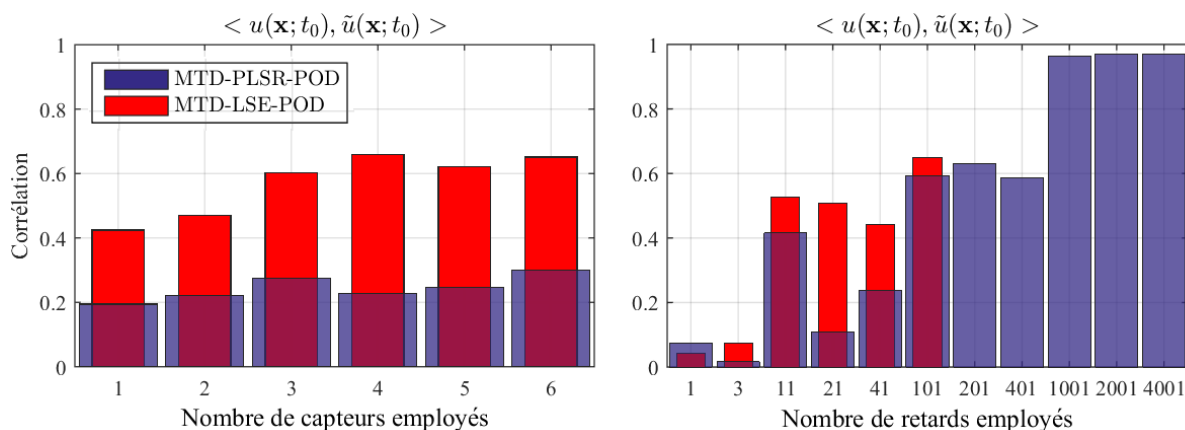


Figure 6.4 - Evolution de la qualité du modèle en fonction du nombre de capteur utilisés dans la matrice des prédicteurs décrits par le Tableau 6.1 (gauche) et du nombre de retards imposés aux prédicteurs avec 6 capteurs (droite) pour les deux types de techniques employées, la LSE et la PLSR.

Finalement, les champs des vitesses axiales ont pu être reconstitués à partir des coefficients POD estimés par la méthode,  $\tilde{a}^{(n)}(t)$ . La qualité du modèle est évaluée au moyen de la comparaison d'un instantané des vitesses sur la Section 0D avec son équivalent reconstruit. A cet effet, le coefficient de corrélation spatiale est utilisé, et le champ des vitesses mesuré à l'instant  $t_0$  est choisi pour comparaison. L'évaluation de ces résultats a mené à une adaptation du modèle et, par la suite, la *Régression Partielle aux Moindres Carrés* (PLSR) a été utilisée afin de comparer les résultats avec ceux obtenus suite à l'application de la LSE. Enfin, les résultats obtenus avec chaque approche ainsi que l'évolution du modèle sont présentés dans la section suivante.

### 6.1.2 Analyse de la sensibilité aux paramètres du modèle

La Figure 6.4 illustre les coefficients de corrélation spatiale entre le champ des vitesses axiales mesuré à l'instant  $t_0 = 1.25$  s sur la Section 0D et son estimation obtenue à partir du modèle décrit schématiquement par la Figure 6.2 ; les résultats obtenus avec la LSE et la PLSR sont comparés en fonction du nombre de capteurs de pression pris en compte (consulter la Figure 6.3 pour visualiser la position de chacun des capteurs) ainsi que du nombre de retards imposés. Sur la Figure 6.4 à gauche, tous les calculs ont été faits avec 41 retards, sachant que les retards étaient compris entre  $-2 \leq \tau^* \leq 2$  et que le nombre de capteurs considérés a varié selon le Tableau 6.1 :

Nombre de capteurs	Identification des capteurs
1	$P0Di$
2	$P0^oi, P0Di$
3	$P - 5Di, P0^oi, P0Di$
4	$P - 5Di, P0^oi, P0Di, P2Di$
5	$P - 5Di, P0^oi, P0Di, P2Di, P2De$
6	$P - 5Di, P0^oi, P0Di, P2Di, P2De, P6Dh$

Tableau 6.1 – Liste des capteurs pris en compte dans la comparaison illustrée dans la Figure 6.4, gauche.

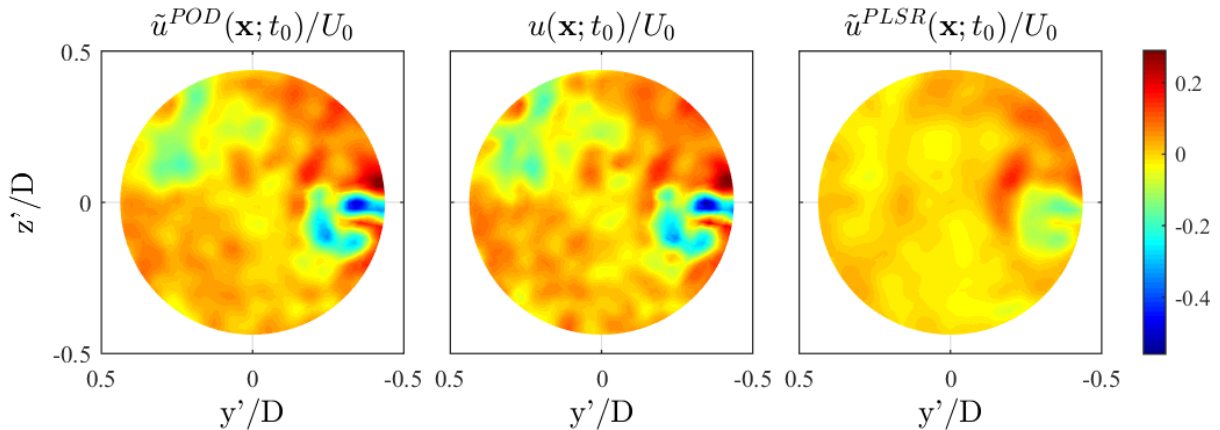


Figure 6.5 - Estimation du champ des vitesses mesuré à l'instant  $t_0 = 1.25$  s sur la Section 0D (centre). A gauche, reconstitution obtenue avec  $N^{POD} = 300$  coefficients temporels issus directement de la décomposition de l'écoulement ; à droite, reconstitution avec  $N^{POD} = 300$  coefficients temporels estimés par MTD-PLSR-POD employant 101 retards.

D'autre part, les calculs illustrés à droite de la Figure 6.4 considéraient tous les signaux de pression disponibles. A chaque fois,  $N^{POD}$  modes orthogonaux ont été utilisés pour la reconstruction des champs des vitesses. Les deux approches de modélisation comparées présentent une petite variabilité selon le nombre de capteurs considérés : la qualité des résultats varie très peu au-delà de 4 capteurs. Le nombre de retards imposés aux prédicteurs, par contre, semble jouer un rôle très important dans la qualité des résultats obtenus avec le modèle. Pour la LSE, des niveaux importants de corrélation sont obtenus à partir de 11 retards, tandis que la PLSR nécessite un nombre élevé de signaux retardés afin d'arriver à une estimation acceptable du champ des vitesses.

La LSE est limitée à des corrélations maximales d'environ 65%, puisque la matrice des prédicteurs atteint une taille très importante au-dessus de 201 retards et commence à présenter des problèmes liés à son inversion. Etant donné que l'inversion est une étape nécessaire aux approches du type LSE, les résultats sont compromis pour des nombres de retards supérieurs à la centaine. La PLSR, qui ne nécessite pas l'inversion de la matrice, produit des résultats nettement meilleurs pour des grands nombres de retards ; en effet, un saut se produit entre 101 et 201 retards et, à partir de ce point, le champ estimé par le modèle présente une corrélation d'environ 97% avec le champ des vitesses mesurés.

La Figure 6.5 illustre l'estimation fournie par le modèle employant la MTD-PLSR-POD avec tous les signaux de pression de paroi disponible et 101 retards. Ce résultat est accompagné du champ original et de la reconstitution réalisée au moyen de 300 coefficients  $a^{(n)}(t_0)$  obtenus directement à partir de la décomposition du champ des vitesses mesuré par SPIV. L'estimation par notre modèle, illustré à droite de la figure, emploie un nombre égal de 300 coefficients  $\tilde{a}^{(n)}(t_0)$ . Le champ reconstitué par la POD est corrélé à plus de 98% avec le champ original. Ce résultat était attendu, puisque un nombre important de modes a été utilisé pour la reconstruction, permettant une bonne restitution des grandes comme des petites structures.

Le résultat issu de la méthode PLSR, par contre, présente une corrélation de seulement 59% ; la région de basses vitesses associée à la séparation peut être aperçue vers le

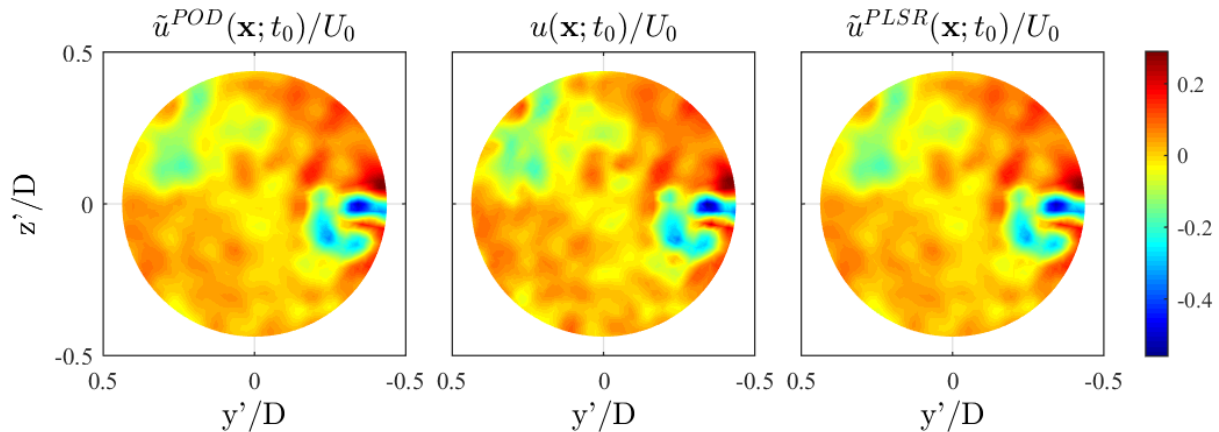


Figure 6.6 - Estimation du champ des vitesses mesuré à l'instant  $t_0 = 1.25$  s sur la Section 0D (centre). A gauche, reconstitution obtenue avec  $N^{POD} = 300$  coefficients temporels issus directement de la décomposition de l'écoulement ; à droite, reconstitution avec  $N^{POD} = 300$  coefficients temporels estimés par MTD-PLSR-POD employant 2001 retards.

côté intrados de la section et en dehors de cette région les niveaux généraux de vitesses s'accordent relativement bien avec les mesures. Néanmoins, les petites structures ne sont pas capturées. Une estimation bien plus fidèle est obtenue sous les mêmes conditions lors que 2001 signaux retardés de chacun des capteurs sont employés, comme le montre la Figure 6.6. Sur l'image illustrée à droite, le champ de vitesse reconstruit contient la région de séparation avec un contour précis ; les petites structures de l'écoulement instantané sont représentées correctement vis-à-vis de leur emplacement et niveau de vitesse. Cela permet d'attendre un coefficient de corrélation de 97% avec le champ des vitesses axiales mesuré sur la Section 0D.

### 6.1.3 Apprentissage effectif du modèle

Jusqu'à présent, le modèle proposé est alimenté avec les prédicteurs disponibles sur toute la durée mesurée ; ainsi, les variables estimées sont comprises dans le jeu de données que le modèle utilise pour construire la relation. Le but du modèle, toutefois, est de permettre d'estimer l'évolution temporelle de variables indépendantes que l'on ne connaît pas a priori, à partir d'un ensemble de prédicteurs dont le comportement peut être mesuré. Cela implique que le modèle doit être capable de construire la relation à partir d'un ensemble d'apprentissage afin de pouvoir prédire l'évolution de variables appartenant à un ensemble de tests, différent de celui utilisé pour apprentissage.

Pour parvenir à ce but, la méthode MTD-PLSR-POD est la technique la plus adaptée ; capable de sélectionner les données prédictives les plus pertinentes, cette technique a présenté les meilleurs résultats pour des jeux de données très importants ainsi que des coûts de calcul bien inférieurs à ceux obtenus avec la méthode basée sur l'estimation stochastique linéaire. Pour ces raisons, la PLSR a été choisie pour constituer le modèle qui sera testé par rapport à son apprentissage effectif, ou, en d'autres mots, sa capacité à construire une relation à partir d'un ensemble de données différent de celui que l'on souhaite prédire.



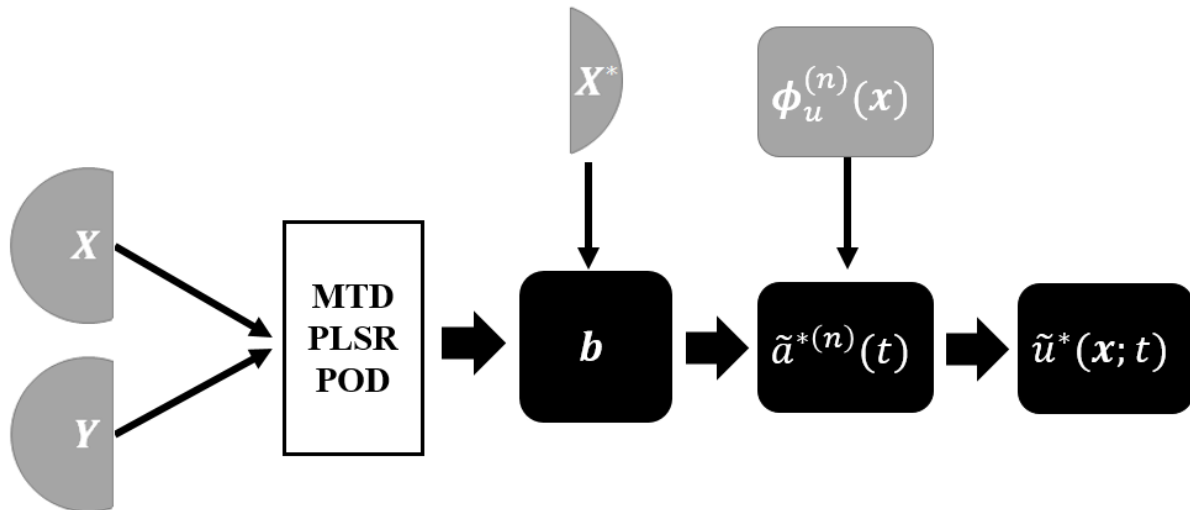


Figure 6.7 - Schéma explicatif de l'application du modèle pour estimation d'un ensemble de données différent de celui qui l'alimente.

La Figure 6.7 présente une vue schématique de la stratégie qui a été utilisée pour tester l'apprentissage effectif de notre modèle de prédiction de la dynamique de l'écoulement à partir des signaux de pression de paroi. La matrice  $\mathbf{X}$  des prédicteurs (signaux de pression) appartenant à l'ensemble d'apprentissage est désormais limitée à une fraction des données mesurées ; une matrice  $\mathbf{X}^*$  de prédicteurs est séparée et affectée à l'ensemble de test. Le critère de distinction est temporel : sur les  $T = 260$  secondes de l'acquisition couplée, les données mesurées sur les premiers  $\ell \times T$  secondes ont été attribuées à l'ensemble d'apprentissage tandis que le restant constituera l'ensemble de test. Une démarche similaire a été appliquée aux données que l'on souhaite estimer (les coefficients temporels de la POD), qui ont constitué un ensemble d'apprentissage de données dépendantes  $\mathbf{Y}$  ainsi qu'un ensemble de test  $\mathbf{Y}^*$  distinct du premier.

Les données indépendantes et dépendantes d'apprentissage ont d'abord été utilisées pour alimenter le modèle de manière à constituer une relation qui s'exprime par la matrice des coefficients  $\mathbf{b}$ . Ensuite, les données prédictives de l'ensemble de test,  $\mathbf{X}^*$ , ont été projetées sur les coefficients  $\mathbf{b}$  afin d'estimer les coefficients temporels de la POD. La projection des formes modales associées aux champs des vitesses axiales a permis ensuite de reconstituer les champs  $\tilde{\mathbf{u}}^*(\mathbf{x}; t)$  des vitesses mesurés dans les instants attribués à l'ensemble de test, soit les dernières  $(\ell - 1) \times T$  mesures SPIV. La qualité de l'estimation d'un champ des vitesses appartenant à l'ensemble de test est évaluée au moyen de l'exemple illustré par la Figure 6.8. Dans cet exemple,  $\ell/T = 90\%$  des données mesurées sont utilisées pour alimenter le système, et le champ mesuré à  $t_1 = 226.25 \text{ s} \in \{(\ell - 1) \times T\}$  est choisi pour illustrer la qualité de l'estimation. 300 modes POD obtenus de la décomposition directe de l'écoulement sont employés pour restituer le champ des vitesses illustré à gauche, tandis qu'un nombre égal de modes obtenus par le modèle,  $\tilde{\mathbf{a}}^{*(n)}(t_1)$  permettent la reconstruction présentée à droite de la Figure 6.8.

Le coefficient de corrélation spatial entre le champ estimé par le modèle et la mesure est de 40%, tandis que la reconstitution issue de la POD atteint une corrélation de 97% ; les niveaux de vitesse estimés sont cohérents avec la mesure et les grandes structures



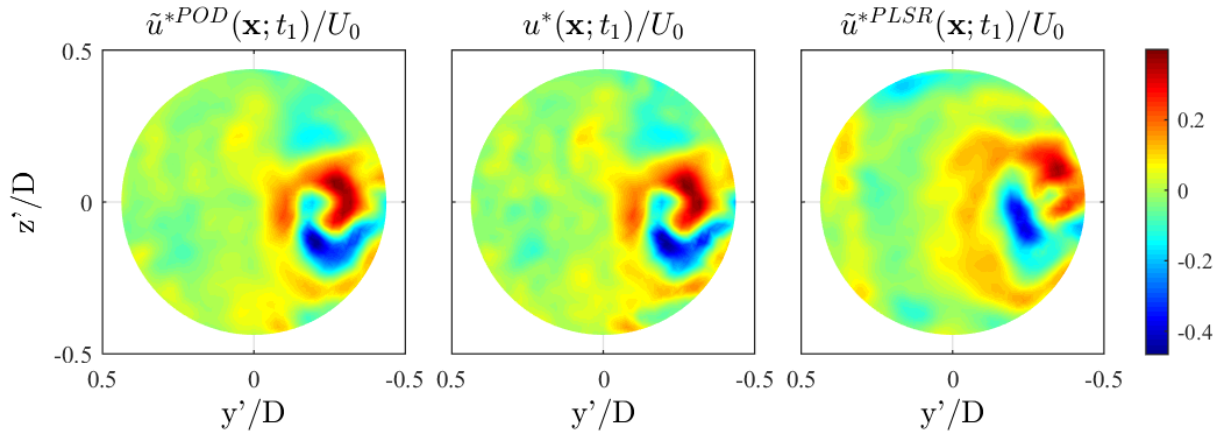


Figure 6.8 - Estimation du champ des vitesses mesuré à l'instant  $t_1 = 226.25$  s sur la Section 0D (centre). A gauche, reconstitution obtenue avec  $N^{POD} = 300$  coefficients temporels issus directement de la décomposition de l'écoulement mesuré ; à droite, reconstitution avec  $N^{POD} = 300$  coefficients temporels estimés par MTD-PLSR-POD employant 1001 retards.

de l'écoulement sont relativement bien représentées. Cependant, la corrélation spatiale est limitée par la mauvaise restitution des petites structures. Ce résultat indique que le modèle est capable de restituer la portion du champ des vitesses qui est corrélée avec l'excitation dynamique des parois. En effet, dans le chapitre précédent, les cartes de corrélation entre vitesse SPIV et pression de paroi ont montré que la corrélation se regroupe dans des grandes structures qui sont semblables aux structures de l'écoulement formées sur l'intrados du coude, à savoir la séparation et les tourbillons de Dean, par exemple.

Il est intéressant de remarquer que la méthode MTD-PLSR-POD est capable de récupérer de la corrélation turbulente répartie de manière spatio-temporelle autour du coude malgré la contamination des signaux de pression par la composante acoustique et le caractère complexe et principalement tridimensionnel de l'écoulement au passage de cette singularité. On peut ainsi envisager de modéliser les transferts entre l'écoulement fluide et l'excitation qu'il induit sur les parois au moyen de l'application des outils présentés, sous réserve de cohérence entre le champ prédicteur et le champ à estimer. Sous l'hypothèse qu'une partie importante de l'excitation en basses fréquences est produite par les grandes structures cohérentes de l'écoulement interne, cette technique présente une voie possible pour la modélisation simplifiée de la source vibratoire liée à l'écoulement turbulent.

Les sections suivantes sont consacrées à une proposition de modèle simplifié de l'excitation dynamique à partir des données expérimentales et numériques d'écoulement dans le coude, ainsi que des outils statistiques optimisés dans la présente section.

---

## 6.2 Modèle de l'excitation turbulente

L'objectif de cette étude revient à pouvoir modéliser l'évolution du champ de pressions sur la paroi du coude, de manière à pouvoir fournir l'information de l'évolution temporelle de l'excitation distribuée sur toute la surface discrétisée du coude et sur une durée suffisamment longue pour produire une réponse vibratoire ergodique et convergée. Nous ne nous intéressons pas à des méthodes de calcul CFD couplées qui pourraient générer une excitation distribuée sur tous les points du maillage, puisqu'elles auraient sûrement un coût prohibitif dans la mesure où plusieurs secondes de solution seraient nécessaires afin de permettre un calcul convergé de réponse vibratoire. Les méthodes de modélisation d'ordre réduit ont ainsi été le focus de ce manuscrit.

Afin d'atteindre le but de cette étude, quelques éléments intéressants concernant la modélisation d'ordre réduit de l'interaction fluide-structure autour de l'écoulement du coude ont été investigués. Il a été montré que l'écoulement turbulent dans le coude peut être représenté de manière satisfaisante par une combinaison linéaire d'un nombre de ses modes orthogonaux obtenus par POD. La cohérence entre le champ des vitesses et les mesures de pression a également été abordée ; en effet, on peut envisager d'estimer la dynamique des coefficients temporels de la POD des vitesses à partir de l'information cohérente contenu dans des signaux de pression de paroi mesurés sur quelques points du coude et en plusieurs instants différents (voir Section 6.1).

En outre, les données expérimentales et numériques utilisées dans ce manuscrit sont complémentaires dans l'analyse de l'excitation induite par l'écoulement dans le coude sur ses parois. D'un côté, les mesures de pression de paroi sont limitées à quelques capteurs, ne recouvrant pas l'intégralité de la surface du coude, tandis que le calcul CFD permet d'obtenir la distribution spatiale du champ de pression instationnaire sur la paroi. Cependant, la simulation ne prend pas en compte les effets de compressibilité et par conséquent la composante acoustique de l'excitation, qui dépend en outre de la géométrie du banc d'essais et de ses propriétés acoustiques. La mesure de pression, qui est à son tour une fidèle représentation de toutes les composantes intégrant l'excitation, peut modéliser l'évolution temporelle de la base orthogonale des modes spatiaux de vitesse sous réserve de cohérence entre les signaux de pression et le champ des vitesses.

La complémentarité des deux types de données peut ainsi être utilisée pour proposer un modèle qui contient, d'une part, une description complète des composantes jouant un rôle dans l'excitation et, d'autre part, la correcte distribution spatiale de cette excitation sur la surface discrétisée du coude. Pour parvenir à ce modèle hybride, on doit encore faire le lien entre la description statistique de l'écoulement dans le coude obtenue à partir des données numériques et celle issue des mesures expérimentales ; une fois que ce lien sera fait, nous proposerons une stratégie d'obtention d'une base orthogonale convergée de modes décrivant le champ de pression sur toute la surface du coude. Finalement, un modèle d'obtention de l'excitation fluide distribuée spatialement et correctement échantillonnée temporellement sera proposé en fin de cette section.

## 6.2.1 Correspondance des bases modales numériques et expérimentales

---

Conformément à ce qui a été exposé dans le paragraphe précédent, les données numériques et expérimentales de pression dans le coude sont complémentaires, chacune présentant des avantages et désavantages vis-à-vis de la modélisation d'ordre réduit de l'excitation instationnaire. Les données de vitesse, toutefois, sont obtenues sur les mêmes sections d'analyse et pour les mêmes conditions d'écoulement, par les mesures en vélocimétrie laser ainsi que par le calcul LES. En outre, il est intéressant de remarquer que les bases POD obtenues pour les différentes vitesses débitantes (et grilles) testées expérimentalement sont similaires, comme le montrent les formes modales non-pondérées illustrées dans les annexes A.4 et A.5. De cette manière, les bases POD numériques et expérimentales peuvent être utilisées pour évaluer la correspondance entre la description statistique issue de chacune de ces deux sources de données.

L'analyse comparative des formes modales associées aux modes POD obtenus à partir des champs numériques et expérimentales permet, dans un premier temps, de constater qualitativement une ressemblance entre les deux bases orthogonales. La Figure 6.9 présente une comparaison entre les 5 premiers modes POD issus des mesures PIV des vitesses axiales et le même nombre de modes obtenus par calcul LES, sur la Section 0D. Les formes modales présentées ne sont pas pondérées par le contenu énergétique du mode associé. En outre, les barres de couleur varient librement d'une image à l'autre puisqu'elles servent strictement à illustrer les niveaux relatifs existants au sein de chaque section séparément. Les mesures et le calcul pour lesquels ces modes ont été calculés ont été réalisés pour une vitesse débitante  $U_0 = 5 \text{ m/s}$ .

La  $n^{\text{ème}}$  forme modale numérique ne correspond pas toujours à la forme modale présentée par le  $n^{\text{ème}}$  mode expérimental ; ainsi, l'association entre les bases modales n'est pas directe. On peut apercevoir, par exemple, une ressemblance importante entre le 5<sup>ème</sup> mode PIV et le 2<sup>ème</sup> mode CFD, ainsi qu'une symétrie entre la 4<sup>ème</sup> forme modale expérimentale et la troisième forme numérique. En général, les deux types de modes présentent des formes associées à l'apparition de la séparation sur le côté intrados et la formation des tourbillons de Dean. Toutefois, cette analyse reste qualitative et ne suffit pas pour conclure par la correspondance entre les deux bases de l'écoulement.

Pour cette raison, nous avons par la suite effectué une analyse plus quantitative de cette correspondance. L'analyse consistait à considérer, en même temps, des données numériques et expérimentales décrivant l'évolution statistique du champ des vitesses afin d'en reconstituer une réalisation. Cet instantané du champ des vitesses était par la suite comparé au calcul (ou à la mesure) original dans le but de valider la correspondance des bases POD. La Figure 6.10 présente un exemple de cette analyse appliquée à la reconstitution du champ des vitesses axiales sur la Section 0D à l'instant  $t_0 = 1.25 \text{ s}$ . A gauche de l'image, le champ des vitesses numérique est reconstruit entièrement avec les modes POD calculés avec les données issues du calcul LES ; à droite, des coefficients temporels hybrides multiplient des formes modales expérimentales pour restituer la même réalisation du champ des vitesses. Les coefficients temporels hybrides sont calculés à partir de la projection du champ des vitesses numérique sur les formes modales expérimentales :

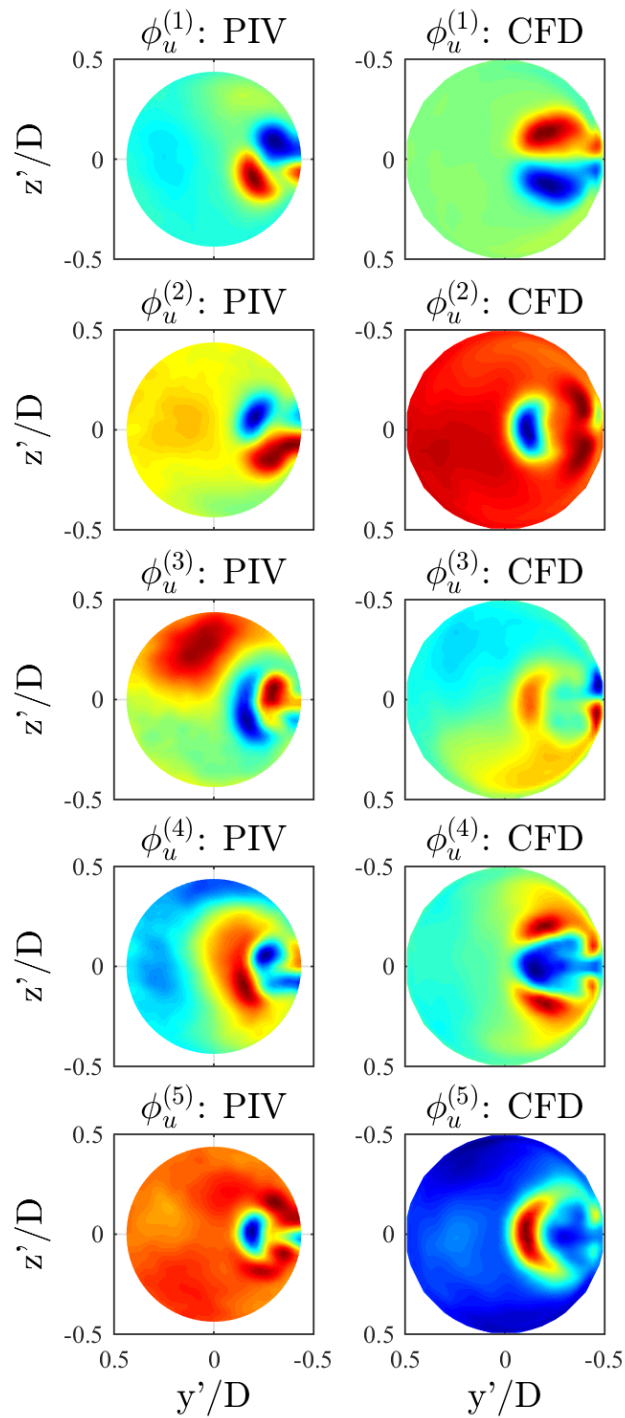


Figure 6.9 - Comparaison qualitative des formes modales associées aux 5 premiers modes POD des vitesses axiales sur Section 0D, pour une vitesse débitante  $U_0 = 5$  m/s. Gauche : mesures Stéréo-PIV avec grille 1 ; droite : calcul LES. Les couleurs sont indicatives des niveaux relatifs présents au sein de chaque image et n'ont pas les mêmes limites d'une image à l'autre.

$$a_{num-exp} = U_{num}^T \times \phi_{u-exp} \quad (6.3)$$

Le coefficient de corrélation spatial entre les deux champs illustrés par la Figure 6.10 à partir de 100 modes est de 81 %. Ce résultat indique que les bases POD numérique et expérimentale sont relativement correspondantes vis-à-vis de la description statistique de l'écoulement turbulent dans le coude. En effet, les éléments spatiaux et temporels de la décomposition modale issue des deux natures différentes peuvent s'échanger dans la reconstitution de la dynamique du système fluide. En outre, le Chapitre 5 contient une comparaison entre les champs moyens des vitesses mesurées par PIV et calculés par LES pour l'écoulement de coude à nombre de Reynolds  $Re = 5.6 \times 10^5$  ; l'analyse a conclu que le calcul instationnaire capture correctement les grandes structures cohérentes qui caractérisent l'écoulement dans le coude et l'excitation qu'il induit sur les parois du conduit.

L'hypothèse d'*interchangeabilité* des bases POD des vitesses numérique et expérimentale a été faite afin de permettre la proposition d'une approche hybride pour le calcul simplifié de l'excitation induite par l'écoulement turbulent dans le coude sur ses parois. Néanmoins, le lien entre la description simplifiée des champs de vitesse et celle des champs de pression de paroi reste encore à faire et sera présenté par la partie suivante.

## 6.2.2 Modes orthogonaux de pression de paroi

La simulation LES de l'écoulement dans le coude a fourni le champ de pression calculée sur la surface discrétisée de sa paroi en même temps que le champ des vitesses a été exporté sur quelques sections planes à l'intérieur du domaine fluide. Tout comme la *Snapshot-POD* a pu être appliquée sur les données de vitesse, un traitement analogue a permis d'obtenir une base de modes orthogonaux de pression de paroi. L'*Analyse en Composantes Principales* (ACP) a été réalisée sur les 1000 instantanés de pression exportés du

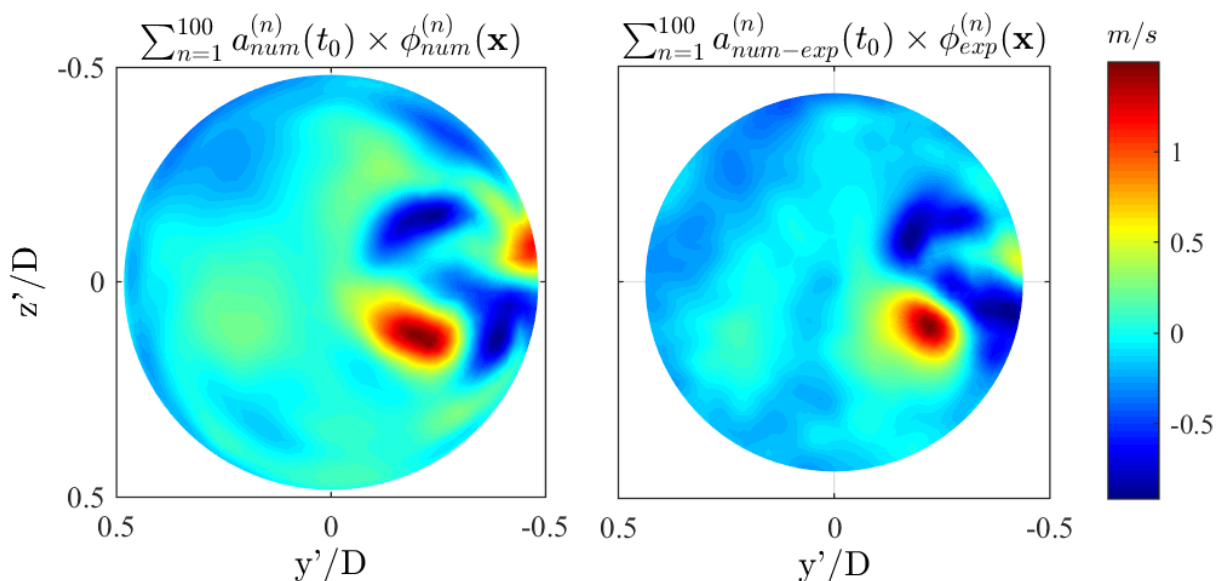


Figure 6.10 - Reconstruction du champ des vitesses axiales calculé par LES à l'instant  $t_0 = 1.25$  s sur la Section 0D avec 100 modes. Gauche : POD purement numérique ; droite : POD hybride.

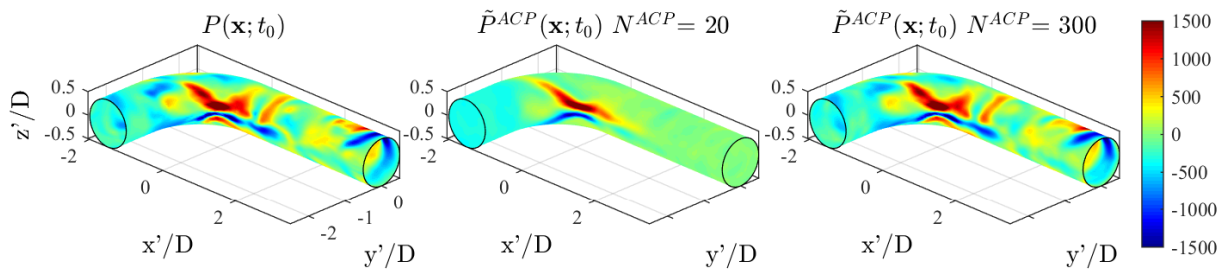


Figure 6.11 - Champ de pression calculé par LES sur la paroi à l'instant  $t_0 = 1.25$  s. Gauche : champ instantané ; centre : reconstruction utilisant 20 modes issus de l'Analyse en Composantes Principales (ACP) des champs de pression numérique ( $U_0 = 5$  m/s) ; droite : reconstruction avec 300 modes.

calcul LES. L'application numérique de l'ACP est identique à celle de la *Snapshot-POD*, mais son objet est la pression de paroi au lieu des champs des vitesses. Les modes de pression résultants,  $\phi_p^{(n)}(\mathbf{x})$ , peuvent être utilisés pour restituer le champ de pression de paroi instationnaire à partir de leur combinaison linéaire pondérée par les coefficients temporels  $a_p^{(n)}(t)$  correspondants.

La Figure 6.11 illustre le champ de pression calculé sur l'instant  $t = 1.25$  s et deux reconstitutions différentes, une employant 20 modes et l'autre, 300. La reconstruction à partir de 20 modes présente une vue incomplète du champ instantané de pression. On peut y voir une représentation limitée des grandes structures formées sur l'intrados et associées

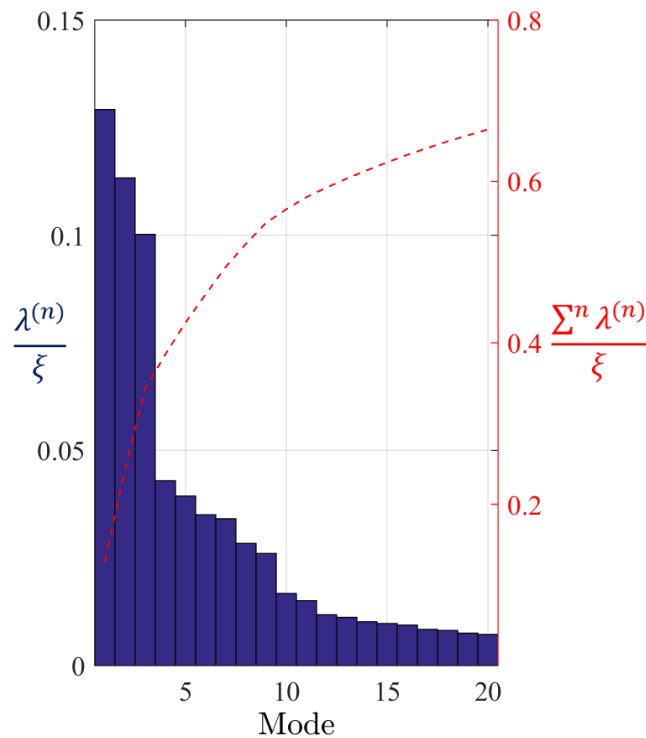


Figure 6.12 - Répartition énergétique des modes ACP de pression de paroi calculés par LES ( $U_0 = 5$  m/s).

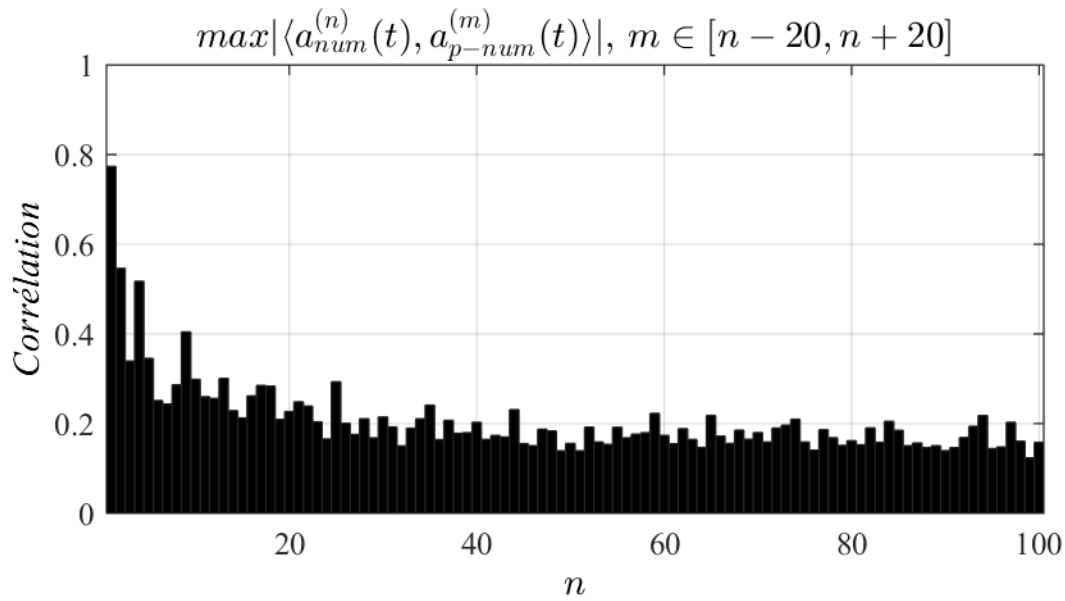


Figure 6.13 - Corrélations entre les signaux temporels issus de la POD des champs de vitesse LES ( $U_0 = 5$  m/s) et ceux obtenus par l'ACP des champs de pression calculés sur la paroi du coude.

à la séparation, avec une région positive sur la partie supérieure qui est pratiquement symétrique à la région négative juste en-dessous. L'influence des tourbillons de Dean en aval de la courbe peut être aperçue avec de faibles niveaux. La reconstruction employant 300 modes de pression capture plus correctement les contours des grandes structures de l'intrados et de l'aval du coude, ainsi que les plus petites structures. Le coefficient de corrélation entre la reconstruction à 300 modes et le champ original est de 99.14 %.

Ainsi, les modes spatiaux de pression obtenus à partir de l'ACP des données de pression numérique peuvent être utilisés pour une représentation d'ordre réduit de la pression de paroi. Si l'ACP ne correspond pas exactement à la POD, l'analyse des vecteurs propres associés à chaque mode  $\phi_p^{(n)}(\mathbf{x})$ , permet d'évaluer la contribution de chaque mode à la dynamique total du champ de pression. La Figure 6.12 illustre l'application de cette analyse à la décomposition en composantes principales du champ de pression de paroi calculé par LES. Les 3 premiers modes de pression concentrent un poids de 34 % dans la représentativité statistique du champ de pression de paroi, tandis que l'importance des modes supérieurs décroît rapidement. Les 20 premiers modes de pression atteignent environ 66 % de représentativité, ce qui constitue un résultat équivalent à la répartition énergétique des modes POD calculés sur les champs de vitesse dans le coude.

Nous faisons l'hypothèse de *transposabilité* entre les coefficients temporels de la POD des champs des vitesses et ceux obtenus par l'ACP des champs de pression de paroi. En effet, la Figure 6.13 montre qu'il existe des niveaux importants de corrélation entre les coefficients temporels de la POD et leurs analogues issus de l'ACP. Encore une fois, la correspondance n'est pas directement retrouvée entre modes de même valeur  $n$  : un mode  $\phi_{num}^{(n)}$  peut retrouver un maximum de corrélation avec un mode  $\phi_{p-num}^{(m)}$  où  $m \neq n$ . Pour cette raison, la Figure 6.13 illustre la valeur maximale de corrélation obtenue lorsque  $m$  assume des valeurs contenues dans un intervalle autour de la valeur  $n$ . Les modes  $\phi_{num}^{(n)}$  désignent une POD réalisée sur les champs de vitesse numériques calculés sur toutes les

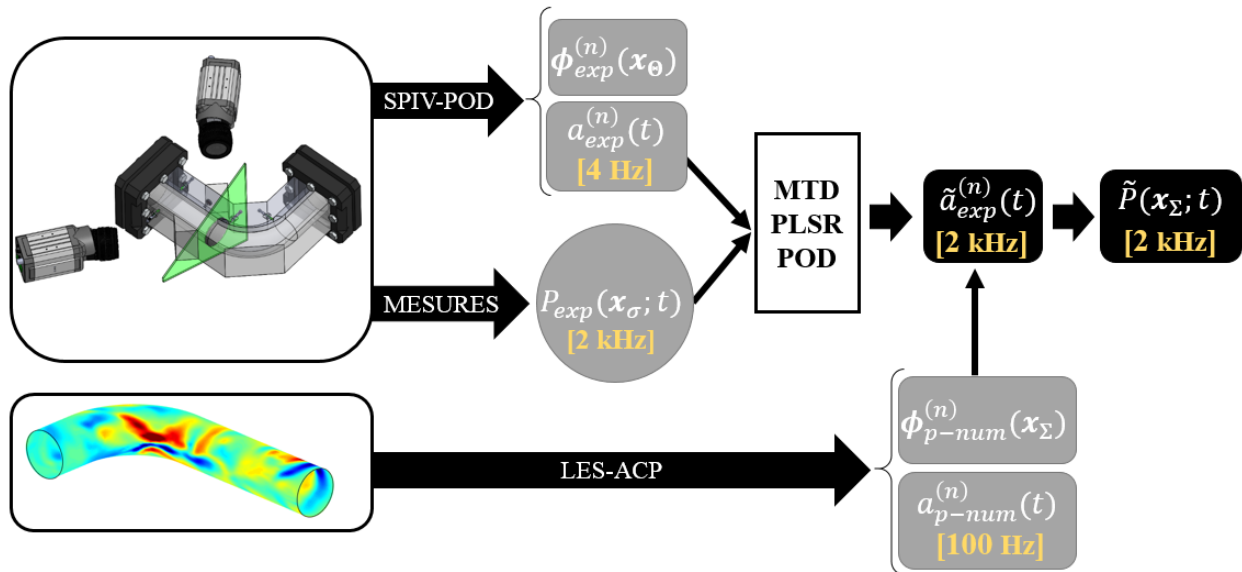


Figure 6.14 - Vue schématique de la stratégie simplifiée combinant mesures et calcul CFD pour la modélisation de l'excitation dynamique.

sections d'extraction de données dans le coude, tandis que les  $\phi_{p-num}^{(m)}$  sont associés à l'ACP des données de pression numérique sur les parois.

Les résultats indiquent que les bases orthogonales de vitesse et de pression de paroi peuvent être fortement corrélées, surtout pour les premiers modes ; cela corrobore l'hypothèse de transposabilité des coefficients temporels qui est faite pour la suite de ce mémoire. Munis de cette dernière hypothèse, nous pouvons enfin proposer une méthode de calcul simplifiée de la sollicitation dynamique liée à l'écoulement turbulent dans une singularité.

### 6.2.3 Description de la stratégie de modélisation

La Figure 6.14 illustre une vue schématique du modèle simplifié qui utilise les données issues du calcul LES ainsi que des mesures dans le coude PMMA pour estimation de la sollicitation dynamique induite par l'écoulement.

Les mesures SPIV réalisées à une fréquence d'échantillonnage  $f_{spiv} = 4 \text{ Hz}$  sur la Section 0D sont utilisées pour générer une base POD des champs des vitesses. La base orthonormée est constituée des coefficients temporels  $a_{exp}^{(n)}(t)$  et des formes modales associées,  $\phi_{exp}^{(n)}(\mathbf{x}_\theta)$ , où  $\mathbf{x}_\theta$  désigne les coordonnées des points situées sur la Section 0D. Simultanément aux mesures en vélocimétrie laser, des mesures de pression  $P_{exp}(\mathbf{x}_\sigma; t)$  ont été réalisées à une fréquence  $f_s = 2 \text{ kHz}$  par des capteurs dont l'emplacement est désigné par  $\mathbf{x}_\sigma$ . Le banc d'essais muni du coude PMMA a été utilisé pour la configuration de référence pour calculer l'excitation ; le cas de référence est celui avec vitesse débitante  $U_0 = 5 \text{ m/s}$  et Grille 1 de contrôle de turbulence.



En parallèle, un calcul LES a été réalisé et les champs de vitesses ainsi que de pression de paroi ont été extraits à une fréquence de 100 instantanés par seconde. Un total de 2000 réalisations a été employé afin de permettre la décomposition en composantes principales (ACP) du champ de pression qui a produit les coefficients  $a_{p-num}^{(n)}(t)$  et les formes modales  $\phi_{p-num}^{(n)}(\mathbf{x}_\Sigma)$ . Ici,  $\mathbf{x}_\Sigma$  représente la paroi du domaine fluide utilisé pour le calcul de l'écoulement dans le coude.

Les données expérimentales sont employées, dans un premier temps, pour alimenter une régression du type MTD-PLSR-POD dont l'objectif est de générer des coefficients temporels de la POD des champs des vitesses à haute fréquence. Pour alimenter cette estimation PLSR, une durée de 60 secondes des mesures de pression est employée ; les signaux de 5 capteurs de pression placés dans le coude autour de la Section 0D sont pris à retard nul ainsi qu'à 40 retards positifs et 40 négatifs, ce qui résulte en un total de 81 signaux retardés par capteur. La méthode type MTD-PLSR-POD extrait de l'information corrélée de l'ensemble de signaux de pression prédicteurs afin de produire la matrice des coefficients  $\mathbf{b}$  qui sont par la suite projetés sur l'ensemble des coefficients temporels mesurés. Ce modèle permet ainsi d'estimer les coefficients temporels POD décrivant les champs de vitesse à une fréquence de 2kHz pour une durée de 60 secondes.

La dernière étape du modèle prend en compte les hypothèses d'*interchangeabilité* entre les bases modales numérique et expérimentale ainsi que de *transposabilité* des coefficients temporels de la base POD sur la base ACP des modes de pression. En effet, les modes spatiaux obtenus par le calcul numérique de la pression de paroi sont projetés sur les coefficients expérimentaux de la POD, estimés à haute fréquence dans l'étape précédente. Le résultat est constitué d'un champ de pression transitoire distribué sur tous les points discrétisés de la paroi du domaine de calcul fluide ; les champs estimés  $\tilde{P}(\mathbf{x}_\Sigma; t)$  sont échantillonnés à la fréquence de 2 kHz et s'étendent sur une durée de 60 secondes.

Finalement, deux approches peuvent être adoptées vis-à-vis de l'utilisation de l'excitation estimée dans le calcul de réponse vibratoire. L'approche dite *directe* consiste à appliquer la sollicitation  $\tilde{P}(\mathbf{x}_\Sigma; t)$ , définie dans le domaine temporel, sur les nœuds du modèle éléments finis de la structure qui sera utilisée pour calculer la réponse dynamique. Cette approche présente le désavantage d'être limité au calcul de l'excitation pour une seule configuration d'écoulement à chaque fois, puisque tout le modèle devrait être employé à nouveau pour générer l'excitation associée à un écoulement dont la vitesse débitante  $U_0$  est différente, par exemple. Une alternative (l'approche *indirecte*) consiste à travailler dans le domaine fréquentielle : les données temporelles de pression  $\tilde{P}(\mathbf{x}_\Sigma; t)$  peuvent être utilisées pour produire une cartographie de fonctions de transfert  $\tilde{\Gamma}(\mathbf{x}_0, \mathbf{x}_i; f)$  reliant un point de référence  $\mathbf{x}_0$  à tous les autres points  $\mathbf{x}_i$  situés sur la paroi du coude, calculée comme suit :

$$\tilde{\Gamma}(\mathbf{x}_0, \mathbf{x}_i; f) = \frac{\Phi(\mathbf{x}_0, \mathbf{x}_i; f)}{\Phi(\mathbf{x}_0; f)\Phi(\mathbf{x}_i; f)} \quad (6.4)$$

où  $\Phi(\mathbf{x}_0, \mathbf{x}_i; f)$  est le spectre croisé entre les points  $\mathbf{x}_0$  et  $\mathbf{x}_i$  et  $\Phi(\mathbf{x}_i; f)$ , l'autospectre de pression sur le point  $\mathbf{x}_i$ , obtenu à partir des données de pression estimées  $\tilde{P}(\mathbf{x}_i; t)$ .

La cartographie statistique des fonctions de transfert permet de recalculer l'excitation induite par un écoulement différent de manière simplifiée, à partir d'un signal de référence mesuré sur le point de référence dans les nouvelles conditions d'écoulement. En effet, si la géométrie du coude n'a pas été modifiée et le nouvel écoulement se situe dans la gamme de Reynolds pour laquelle les bases POD de l'écoulement restent inchangées, l'autospectre de la nouvelle excitation  $\hat{\Phi}(\mathbf{x}_i; f)$  peut être calculé à partir du produit entre l'autospectre de référence et la fonction de transfert correspondante :

$$\hat{\Phi}(\mathbf{x}_i; f) = \hat{\Phi}(\mathbf{x}_0; f) \tilde{\Gamma}(\mathbf{x}_0, \mathbf{x}_i; f) \quad (6.5)$$

L'approche indirecte s'inspire des modèles du type Corcos pour l'excitation de couche limite turbulente. Son désavantage consiste dans le fait que l'excitation résultante est obtenue dans le domaine des fréquences et, par conséquent, l'information de phase entre le point de référence et le point d'application de l'excitation doit être renseignée soigneusement au modèle de calcul de la réponse vibratoire. Cette information est présente dans les valeurs imaginaires des spectres croisés  $\Phi(\mathbf{x}_0, \mathbf{x}_i; f)$ , utilisés dans le calcul des fonctions de transfert.

Les figures 6.15 et 6.16 illustrent les résultats des stratégies de modélisation directe et indirecte comparés aux spectres de pression de paroi mesurés par les capteurs  $P2Di$  et  $P0Di$ , respectivement. Les deux approches donnent des résultats similaires : les spectres modélisés surestiment l'excitation en basses fréquences mais s'accordent bien à la mesure à 40 et 70 Hz, où deux pics sont observés. A partir de ces fréquences, les modèles approximent bien la pente descendante du spectre turbulent. Il faut remarquer que l'approche indirecte se sert du signal du capteur  $P0Di$  comme référence. Pour cette raison, dans

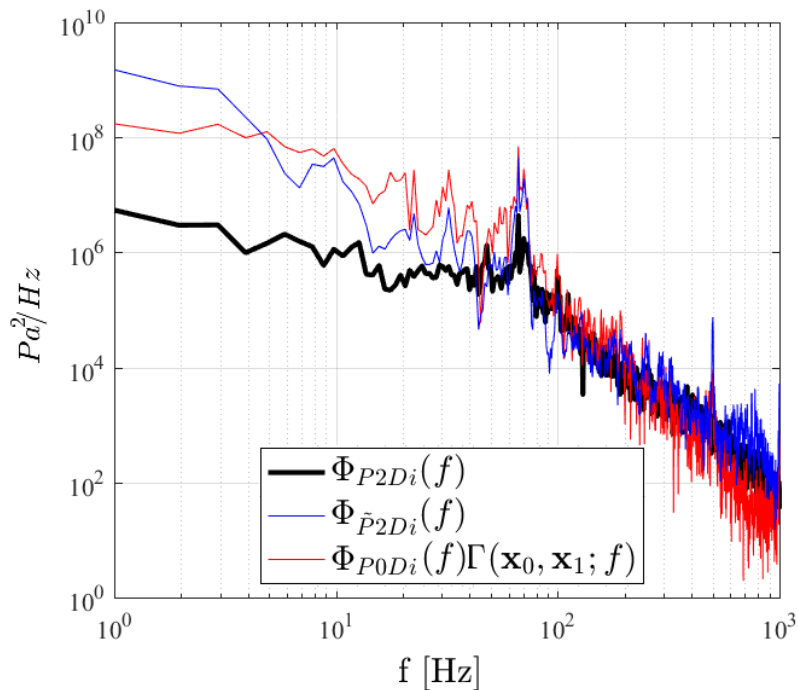


Figure 6.15 - DSP de pression sur le point  $P2Di$  pour une configuration avec coude PVC et  $U_0 = 5$  m/s, grille 1. Comparaison entre la mesure (courbe noire), l'approche de modélisation directe (courbe bleue) et indirecte (rouge).

la Figure 6.16, les mesures s'accordent parfaitement aux données obtenues avec le modèle indirect : le spectre introduit dans la méthode indirect est en même temps le spectre à modéliser. La méthode temporelle (directe), à son tour, présente une réponse sous-estimée dans les basses fréquences et une bosse en hautes fréquences. Néanmoins, les pics observés entre 40 et 70 Hz sont toujours observables et un bon accord est produit entre 100 et 500 Hz.

Seule la modélisation par l'approche directe du modèle sera prise en compte pour le calcul de réponse vibratoire présenté par la suite. Ce choix a été fait pour éviter les difficultés liées à l'introduction de l'information d'angles de phase entre le spectre de référence et le spectre à modéliser dans le logiciel utilisé dans cette étude pour calcul des vibrations de structure. Néanmoins, l'approche indirecte reste une alternative intéressante pour implémentation dans des routines simplifiées d'estimation de l'excitation turbulente et pourrait être approfondie.

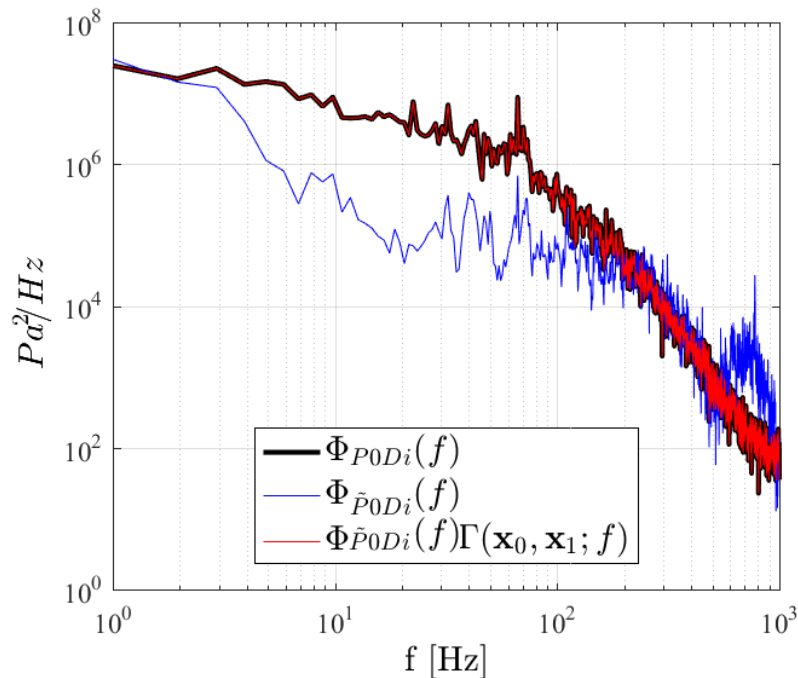


Figure 6.16 - DSP de pression sur le point P0Di pour une configuration avec coude PVC et  $U_0 = 5$  m/s, grille 1. Comparaison entre la mesure (courbe noire), l'approche de modélisation directe (courbe bleue) et indirecte (rouge).

## 6.3 Réponse vibratoire à l'excitation modélisée

Suivant la stratégie décrite dans la Section 6.2, l'excitation dynamique induite par le fluide a été générée sur tous les points du maillage de paroi du coude contenu dans le domaine compris par le calcul fluide ; une durée de 60 secondes avec un échantillonnage de 2 kHz d'excitation a été produite pour un écoulement à  $Re = 5.6 \times 10^5$ . Cette excitation a été utilisée pour solliciter un modèle éléments finis correspondant à la structure du banc d'essais employé pour les mesures de pression et vibration. La réponse vibratoire du modèle de la boucle de circulation d'eau au chargement fluide a ensuite été calculée et comparée aux mesures d'accélération réalisées dans les conditions correspondantes sur le banc d'essais. Par la suite, nous détaillons la démarche suivie pour application des efforts modélisés et les résultats du calcul en dynamique sont présentés afin de valider la stratégie de modélisation de la source fluide turbulente.

### 6.3.1 Exemple d'application : calcul de la réponse vibratoire coude PVC

Le banc d'essais dans sa configuration munie du coude PVC a été choisi pour le calcul de réponse vibratoire. Ce choix a été fait parce que les données expérimentales utilisées pour le développement de notre modèle simplifiée de l'excitation proviennent de l'autre configuration, celle avec le coude PMMA ; ainsi, la validation du modèle ne se sert pas des données qui l'on alimenté. Conformément à ce qui a été décrit dans le Chapitre 4, un modèle éléments finis du banc d'essais muni du coude PVC a été créé sur le logiciel Siemens NX ; ce modèle a ensuite été recalé dans le but de l'approcher au mieux les propriétés vibratoires du banc d'essais physique, qui ont été mesurées à l'aide d'une Analyse Modale Expérimentale.

L'excitation turbulente modélisée est très riche d'un point de vue spatio-temporel. En effet, le maillage de la paroi du coude correspond au maillage utilisé pour le calcul LES, ce qui a imposé un raffinement très important, engendrant un total de plus de 21 000 nœuds. En outre, l'excitation a été générée pour plusieurs secondes avec un échantillonnage de 2 kHz, correspondant à la fréquence d'acquisition des mesures couplées de pression et vibration sur le coude PMMA. L'acquisition a durée 260 secondes, ce qui détermine la durée limite de l'excitation modélisée ; néanmoins, une durée très inférieure est suffisante pour assurer l'ergodicité de la sollicitation dynamique et de la réponse vibratoire de la structure.

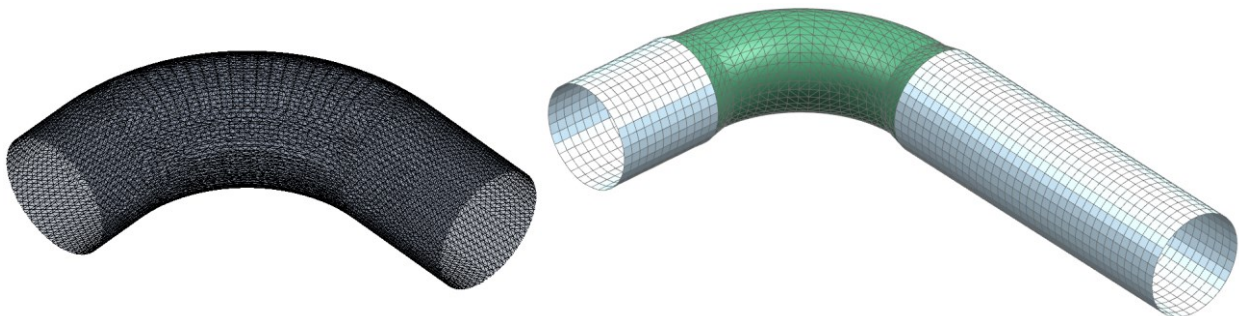


Figure 6.17 - Echantillon du maillage fluide (gauche) utilisé pour la modélisation de l'excitation et maillage solide (droite) sur lequel les données sont projetées pour le calcul de réponse vibratoire.

En outre, ce sont surtout les basses fréquences qui portent un intérêt dans l'analyse des vibrations induites par l'écoulement dans les tuyauteries industrielles.

Afin de permettre de réduire la quantité de données qui alimentent le calcul en dynamique des structures, les données d'excitation ont été allégées spatialement et temporellement. Seulement un pas de temps sur dix a été pris en compte, réduisant l'échantillonnage de l'excitation à 200 Hz ; en outre, les données ont été limitées à une durée de 10 secondes, ce qui représente un total de 2000 pas de temps de calcul. Ensuite, les données de pression ont été pré-interpolées sur un maillage moins fin, correspondant à la discrétisation structurelle définissant les nœuds sur lequel la sollicitation sera appliquée dans le modèle éléments finis. Cette technique, connue sous le nom de *mapping* des données, a suivi une approche du type *voisin le plus proche* pour réaliser la projection des données de pression entre le maillage fluide et le maillage solide. Cette approche choisit, pour la projection de la donnée provenant du maillage plus fin, l'élément dont le centre s'approche le plus du

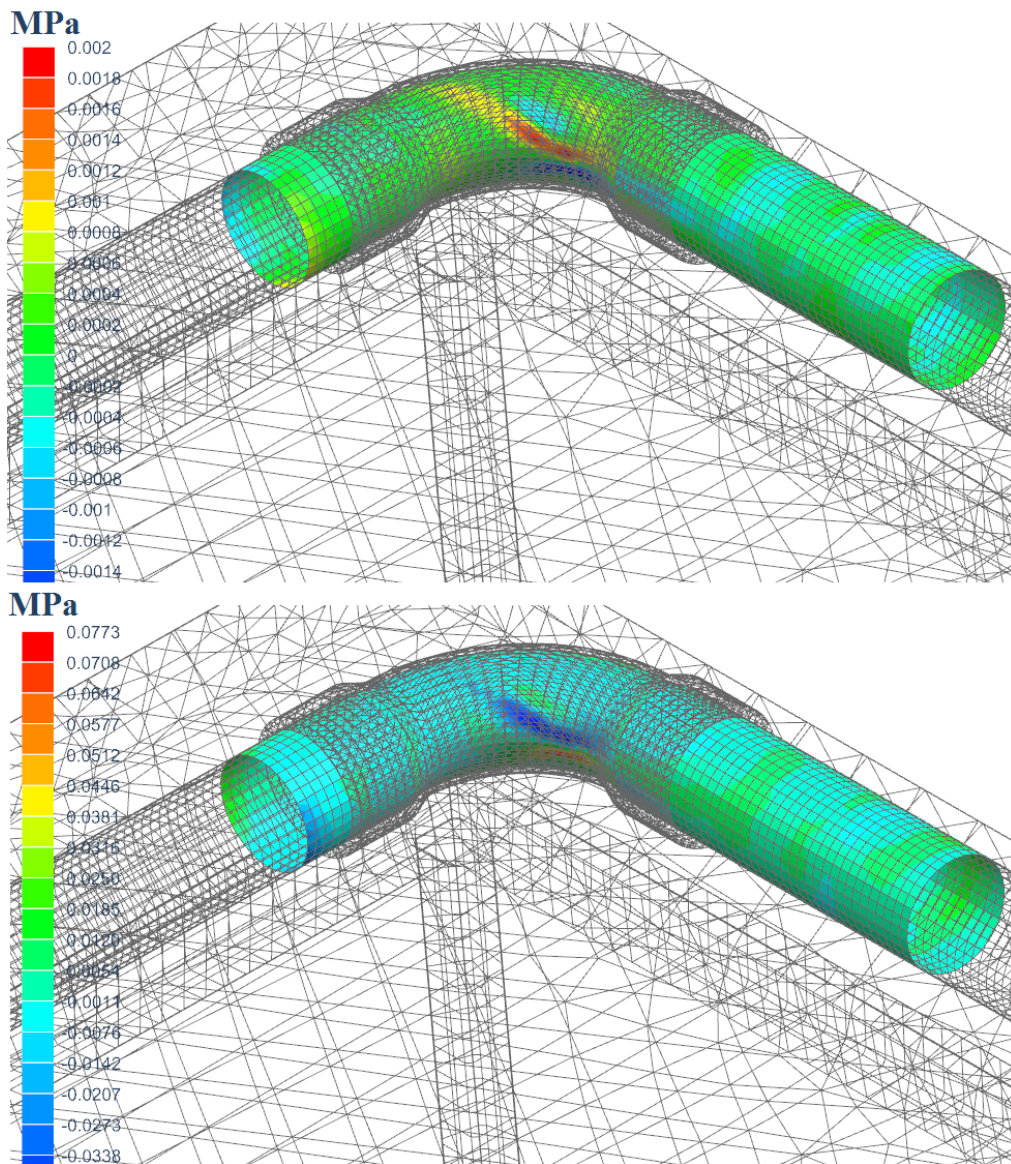


Figure 6.18 - Exemples de projection de la sollicitation dynamique à deux instants différents sur le modèle éléments finis du banc d'essais muni du coude PVC. Grille 1 et  $U_0 = 5$  m/s.



centre la cellule d'origine. La Figure 6.17 illustre une partie du maillage fin, correspondant à la discrétisation du domaine fluide (calcul LES) et le maillage structural sur lequel les données d'excitation sont finalement appliquées.

Les données pré-interpolées sont ensuite projetées sur le modèle éléments finis complet du banc d'essais. Pour chaque pas de temps, une information de pression a été renseignée sur chaque nœud du maillage compris entre  $l/D = -2$  à  $l/D = 4$ . La Figure 6.18 présente une visualisation de l'excitation projetée sur le modèle structural du banc d'essais à deux instants différents. On peut y voir que l'excitation est projetée sur la paroi interne du coude ; le maillage à cet endroit est suffisamment fin pour bien représenter les grandes comme les petites structures de pression de paroi, qui évoluent en niveau et distribution spatiale en fonction du temps. Les conditions aux limites du modèle éléments finis ont été renseignées conformément à ce qui a été exposé dans le Chapitre 4, de manière à ce que le modèle présente un comportement vibratoire aussi équivalent au banc réel que possible.

Un calcul modal de réponse vibratoire transitoire a pu ainsi être réalisé par la suite et a tourné sur le solveur de Siemens NX. La réponse modale projette les modes structuraux sur les matrices de masse et raideur du modèle éléments finis pour le calcul de la réponse dynamique de la structure à une excitation transitoire. La projection modale constitue une méthode optimisée vis-à-vis de la réponse directe, qui est plus couteuse et augmente de manière sensible le temps de calcul lors que un nombre important de pas de temps est considéré dans la définition de la sollicitation dynamique transitoire. La réponse est calculée pour chaque pas de temps et s'exprime sous forme d'un déplacement des points de maillage compris entre la boîte à grille et l'entrée de la grande cuve située en aval du coude. L'amortissement a été défini à 4% pour tous les modes et le poids de la masse d'eau contenue dans le conduit a été pris en compte dans le calcul, de manière à coupler le fluide et la structure

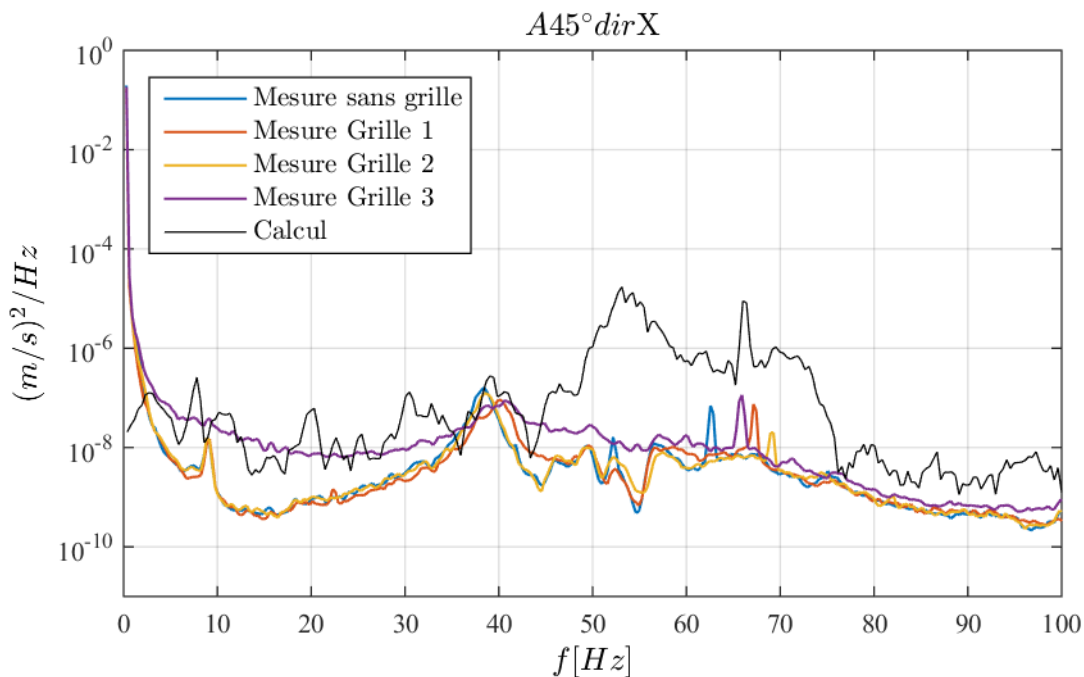


Figure 6.19 - Vitesse vibratoire dans la direction  $X$  calculée et mesurée en haut du coude, à  $\theta = 45^\circ$ , pour la configuration munie du coude PVC et  $U_0 = 5$  m/s, toutes les grilles.

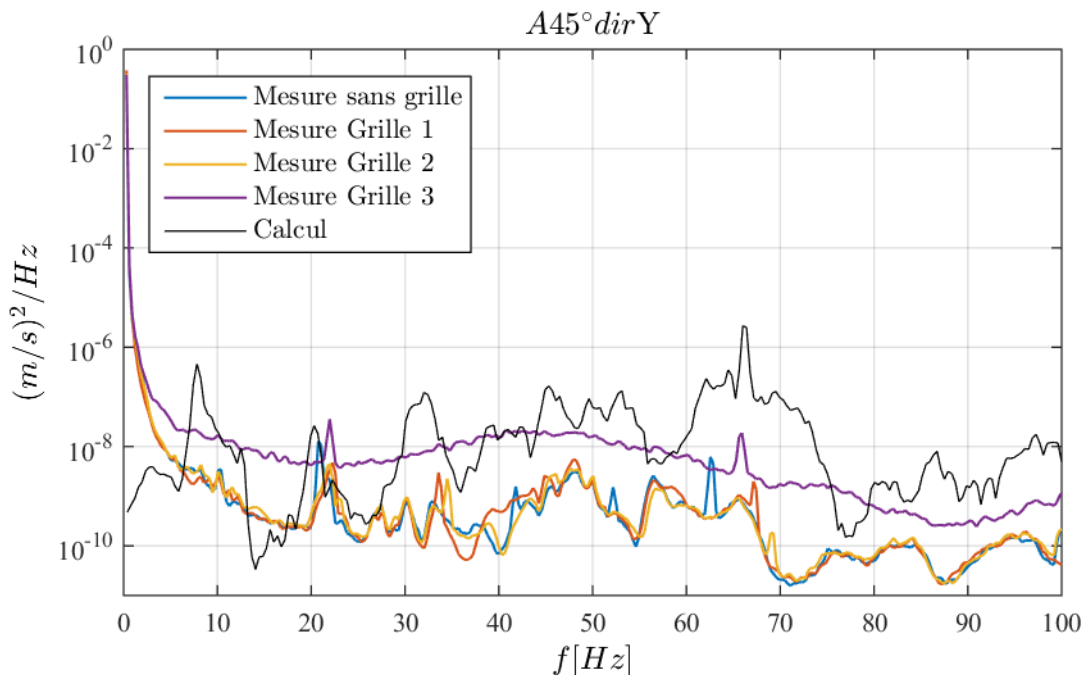


Figure 6.20 - Vitesse vibratoire dans la direction Y calculée et mesurée en haut du coude, à  $\theta = 45^\circ$ , pour la configuration munie du coude PVC et  $U_0 = 5$  m/s, toutes les grilles.

du point de vue purement inertiel ; ceci a été le seul couplage entre fluide et solide pris en compte dans le calcul de la réponse.

### 6.3.2 Résultats

Les figures 6.19, 6.20 et 6.21 présentent les résultats du calcul de vitesse vibratoire, en basses fréquences ( $f \leq 100$  Hz), dans les directions X, Y et Z, respectivement. Les vibrations sont calculées sur le coude dans la position correspondante à l'emplacement du capteur  $A45^\circ h$  ; les mesures réalisées par ce capteur sont également tracées afin de permettre une comparaison avec les spectres calculés.

La sollicitation dynamique générée par le modèle est capable d'exciter toute la bande de fréquences analysée, permettant une réponse sensible de tous les modes présents. Cette répartition fréquentielle de la réponse vibratoire est une conséquence positive de la nature de l'excitation modélisée, qui est bien définie sur une large bande de fréquences ainsi que répartie spatialement sur l'étendue du maillage du coude. Entre 20 et 80 Hz, la plupart des pics de réponse en vitesse calculée sont bien corrélés avec ceux qui sont présents dans la courbe des mesures ; néanmoins, les niveaux sont surestimés, notamment pour les directions Y et Z. En outre, les spectres obtenus par calcul présentent des pics très clairement identifiés à des fréquences inférieures à 10 Hz, dans chacune des directions, qui ne sont pas observés dans la réponse vibratoire mesurée.

Si d'une part, les erreurs associées aux niveaux globaux des courbes doivent être issues de l'excitation modélisée, l'emplacement incorrect de certains pics (et la surestimation de leur nombre) est sûrement affecté par les propriétés mécaniques du modèle éléments finis du banc d'essais. En effet, le recalage du modèle de la structure n'a pas permis de lui

imposer le comportement vibratoire correct dans toute la gamme de fréquences d'intérêt. Ce problème est souvent retrouvé dans la modélisation des structures à géométrie et contraintes complexes, ainsi que dans le cas de systèmes constitués d'un matériau qui répond de manière non-linéaire, comme le PVC. Finalement, une analyse plus minutieuse de l'amortissement de chaque mode pourrait également améliorer les résultats ; un amortissement constant a été affecté à toutes les fréquences dans le calcul de la réponse alors que l'analyse modale expérimentale du banc d'essais a révélé que la structure est plus fortement amortie dans les très basses fréquences. En outre, il peut exister une sensibilité importante vis-à-vis de la position exacte du point de calcul sur lequel la réponse vibratoire est évaluée ; une analyse de sensibilité pourrait permettre de retrouver le point pour lequel la réponse s'approche le mieux des mesures vibratoires.

Puisque le spectre de calcul présente une bonne correspondance, en termes fréquentiels, avec les spectres mesurés, le modèle de l'excitation pourrait être utilisé dans le cadre d'une étude industrielle à condition d'implémenter un facteur correctif des niveaux de réponse dynamique. Cela pourrait être fait seulement dans le cas où l'erreur est avérée systématique et se reproduit dans d'autres configurations de mesure. Le chapitre suivant présentera des remarques sur la pertinence de la stratégie simplifiée de modélisation de l'excitation présentée, en vue des résultats de réponse vibratoire produits par cette méthode, ainsi que des perspectives des travaux futurs dans le sujet pouvant améliorer la qualité de l'estimation.

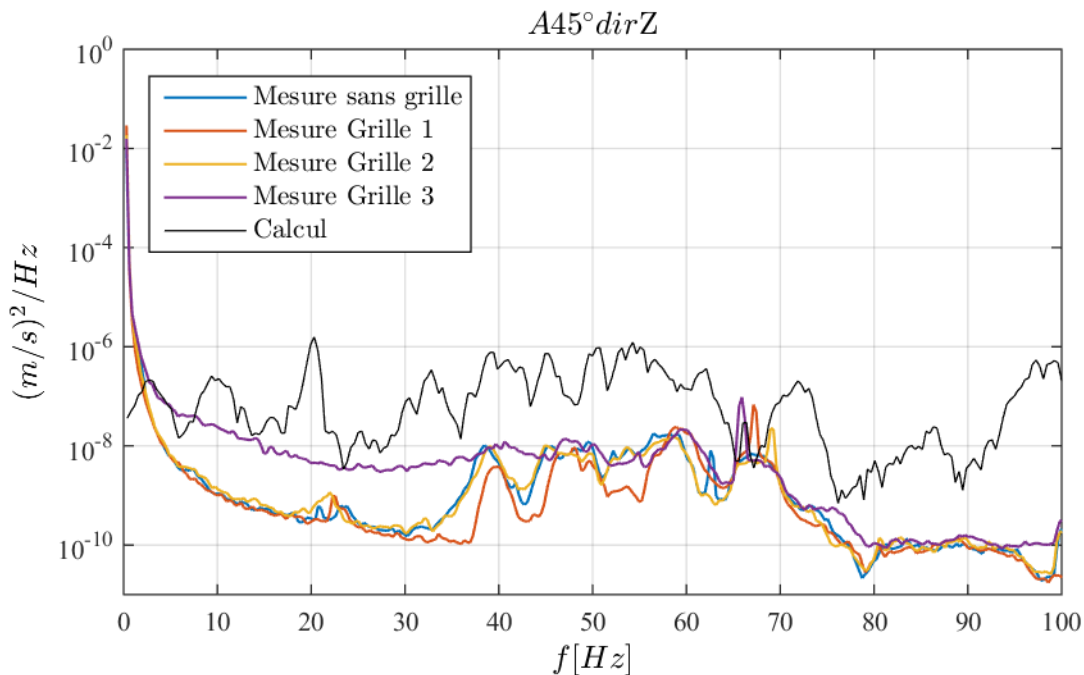


Figure 6.21 - Vitesse vibratoire dans la direction Z calculée et mesurée en haut du coude, à  $\theta = 45^\circ$ , pour la configuration munie du coude PVC et  $U_0 = 5 \text{ m/s}$ , toutes les grilles.





## 7 Conclusion et perspectives

Les travaux présentés dans ce manuscrit de thèse ont concerné l'étude des sollicitations dynamiques induites par l'écoulement au passage d'un coude ainsi que la proposition d'un modèle simplifié de l'excitation turbulente. L'objectif de cette étude était de proposer une approche permettant d'estimer les niveaux vibratoires atteints dans des systèmes de tuyauteries présentant des singularités et soumis à l'écoulement de liquides à fort nombre de Reynolds, sans modélisation de tous les degrés de liberté fluides. En effet, l'approche à développer devrait pouvoir fournir des résultats dans une échelle de temps de l'ordre de quelques jours afin de pouvoir intégrer les routines de calcul vibratoire déjà existantes dans le cadre des services proposés par Vibratec à ses clients.

Dans un premier temps, l'écoulement turbulent au passage du coude a été étudié au moyen de mesures en vélocimétrie laser ainsi que du calcul LES (*Large-Eddy Simulation*). Il est intéressant de remarquer que la turbulence aléatoire présente dans l'écoulement pleinement développé dans le conduit droit s'organise dans de grandes structures cohérentes oscillatoires formées sur l'intrados du coude et convectées en aval. La décomposition de type POD (*Proper Orthogonal Decomposition*) constitue un outil intéressant d'analyse de ces mouvements cohérents ainsi qu'une solution pertinente pour la modélisation d'ordre réduit de l'écoulement et de son interaction avec la structure. Effectivement, des mesures de pression fluctuante de paroi réalisées simultanément aux mesures PIV de l'écoulement ont présenté des niveaux importants de corrélation, qui s'organise spatialement dans des formes semblables aux structures cohérentes. La corrélation semble être distribuée spatial et temporellement, recouvrant tout le domaine fluide étudié et oscillant en fonction du retard imposé entre l'instant des acquisitions des champs de vitesse et des données fluctuantes de pression.

Un ensemble de techniques issues du domaine du traitement statistique de variables aléatoires s'est avéré de grande utilité dans l'analyse du problème ainsi que dans le développement d'une approche simplifiée reliant l'écoulement turbulent et l'excitation induite sur les parois. Parmi ces techniques, la PLSR (*Partial Least Squares Regression*) alliée à la POD a été adaptée et mise en œuvre dans le but de rassembler la corrélation existante entre les signaux de pression et les champs de vitesse. Bien que répartie entre les plusieurs capteurs et instants de mesure, la corrélation a pu être utilisée pour prédire l'évolution temporelle des modes POD qui décrivent la distribution spatiale des vitesses dans le coude. Le lien entre les champs de vitesse et de la pression de paroi a ensuite été fait au moyen d'une description statistique de la topologie de pression calculée à la paroi avec la simulation LES.

La fonction finale a pu calculer l'évolution temporelle des champs de pression sur toute la paroi avec une bonne résolution spatio-temporelle (l'échantillonnage étant limité seulement à la fréquence d'acquisition des mesures de pression). Cette approche permet ainsi de calculer l'excitation turbulente à partir d'une description de la topologie des pressions de paroi, obtenue préalablement au moyen d'un calcul LES, et de quelques signaux

de pression mesurés sur la géométrie étudiée. Puisque le régime d'écoulement reste pratiquement inchangé dans la gamme de Reynolds étudiée, une seule base convergée des modes décrivant spatialement la pression de paroi peut être utilisée pour toutes singularités géométriquement équivalentes soumises à des écoulements dont la vitesse est comprise dans l'intervalle considéré par cette thèse. En effet, ce sont les signaux de pression qui gouverneront la dynamique des modes de pression et leurs niveaux.

Le calcul de quelques dizaines de secondes de l'excitation au moyen d'une routine développée sur MatLab demande environ 2 heures tandis que le calcul LES de l'écoulement dans le coude tourne plusieurs jours sur un logiciel dédié. L'avantage de la stratégie de modélisation présentée réside dans la nécessité d'une seule base convergée de modes de pression de paroi (issue du calcul LES), leur dynamique étant contrôlée par des mesures de pression qui sont plus facilement réalisées directement sur les tuyauteries étudiées.

L'excitation estimée a été utilisée pour le calcul de la réponse vibratoire d'un modèle éléments finis qui a été recalé afin de se comporter comme la structure du banc d'essais, d'un point de vue dynamique. Bien que le recalage ne soit pas parfait, la sollicitation introduite dans le modèle est capable de provoquer la réponse des principaux modes structuraux existants en basses fréquences (jusqu'à environ 100 Hz). Ce résultat constitue une avancée importante par rapport à la méthode de calcul actuellement employée industriellement, qui considère seulement une excitation fréquentielle appliquée dans un seul point, situé dans le centre de la section transversale du coude à  $\theta = 45^\circ$ .

Cependant, l'approche présentée dans ce manuscrit peut certainement être encore améliorée dans divers aspects. Par exemple, le lien proposé entre les bases POD expérimentale et numérique constitue seulement une des solutions possibles, et d'autres peuvent être investiguées afin d'optimiser la correspondance des deux bases. En outre, les niveaux de réponse vibratoire calculés dans l'exemple considéré sont surestimés par rapport aux mesures, notamment dans la direction Z ; la modélisation de l'excitation peut ainsi être adaptée pour corriger ce défaut tout en gardant son principe de conception. Finalement, il manquerait encore la proposition d'une méthode qui permette de paramétrer les modes de pression calculés sur la paroi du coude modélisé afin de pouvoir générer une sollicitation applicable à des coudes à différents diamètres dont le rapport entre diamètre et rayon de courbure sont identiques et le nombre de Reynolds sont compris dans la gamme étudiée.

D'autre part, la stratégie basée sur la combinaison de données expérimentales et numériques afin de modéliser séparément la description statistique de la dynamique et de la topologie des champs de pression de paroi autour de la singularité offre des perspectives variées, parmi lesquelles quelques-unes sont commentées par la suite :

- La démarche suivie pour la caractérisation de l'excitation fluide au passage du coude peut être appliquée à d'autres singularités, à condition que la turbulence aléatoire y soit organisée dans des structures cohérentes. Cela est probablement applicable à des diaphragmes, des réductions ou expansions de la section transversale ainsi que des vannes partiellement fermées insérées dans l'écoulement ;
- L'utilisation de mesures de pression non-intrusives, telles que celles employant les capteurs à filme de polyfluorure de vinylidène (*PolyVinylidene Fluoride*, PVDF)

peut être investiguée afin de permettre d'obtenir de l'information corrélée avec la dynamique de l'écoulement et ainsi alimenter le modèle proposée dans cette thèse. En effet, la mesure avec des capteurs PVDF est un domaine de recherche actuellement actif puisqu'ils constituent une alternative aux capteurs intrusifs qui demandent le perçage de la structure des conduits pour permettre un emplacement affleurant l'écoulement interne ;

- Finalement, la stratégie de modélisation de la sollicitation dynamique est actuellement adaptée au diagnostic vibratoire des installations déjà existantes, puisque des mesures de pression doivent être collectées sur ce site pour alimenter le modèle qui produira des résultats exclusivement applicables à la géométrie en question. Néanmoins, afin de permettre d'estimer l'excitation en phase de projet de nouvelles installations, il est envisageable d'employer une base de données contenant des spectres de pression typiques, mesurés sur plusieurs installations existantes et qui approximent l'installation en phase de conception pour laquelle la réponse vibratoire doit être estimée.



# Annexes

---

## A.1 Exemples de champs expérimentaux des vitesses amont

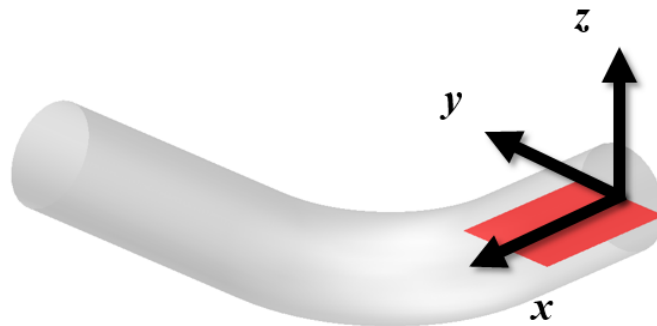


Figure A.1 – Schéma illustrant la Section 1 des mesures PIV 2D-2C.

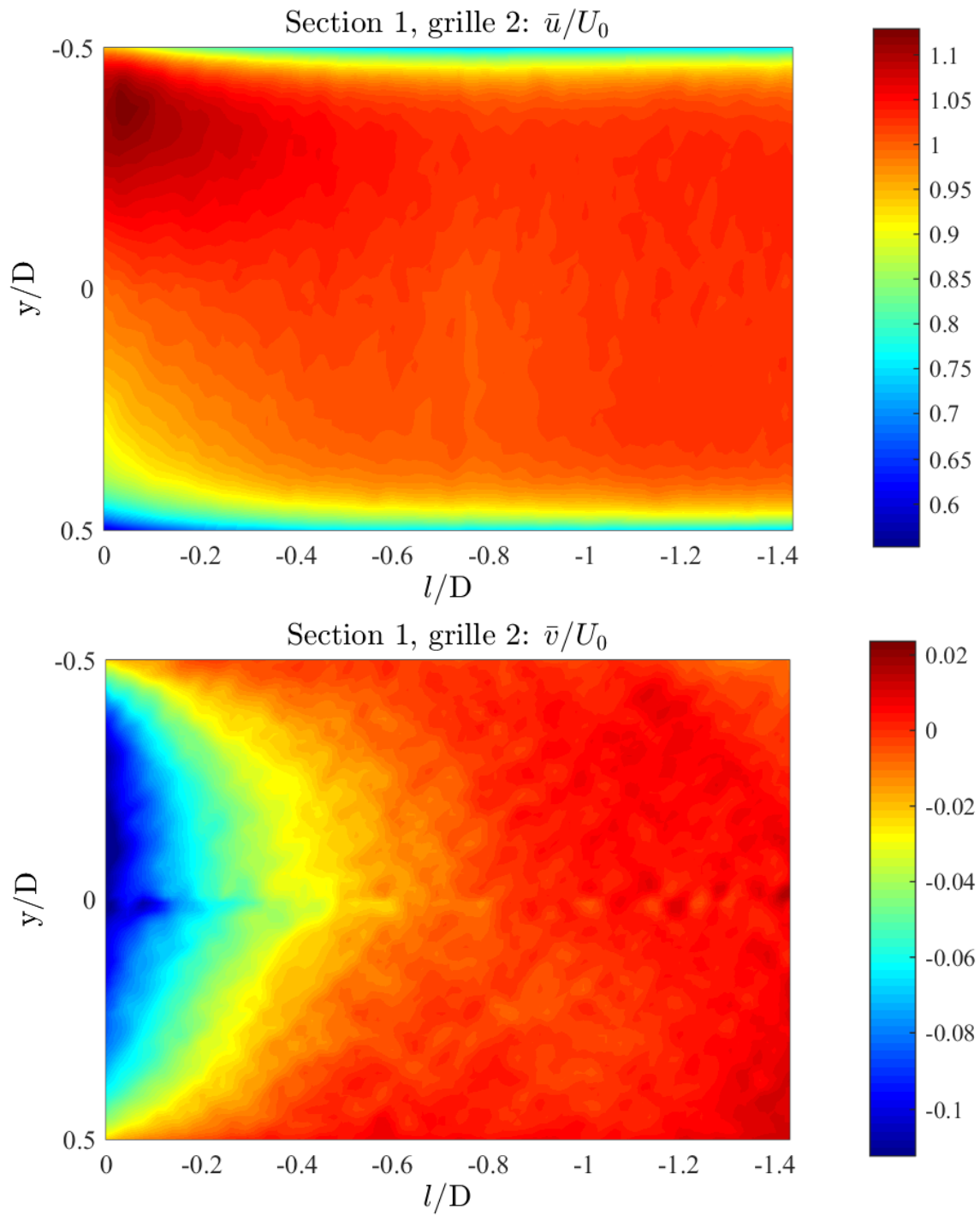


Figure A.2 - Champs moyens des vitesses axiales (haut) et transversales (bas) mesurés par PIV sur la Section 1, pour une vitesse débitante  $U_0 = 5 \text{ m/s}$  et Grille 2.

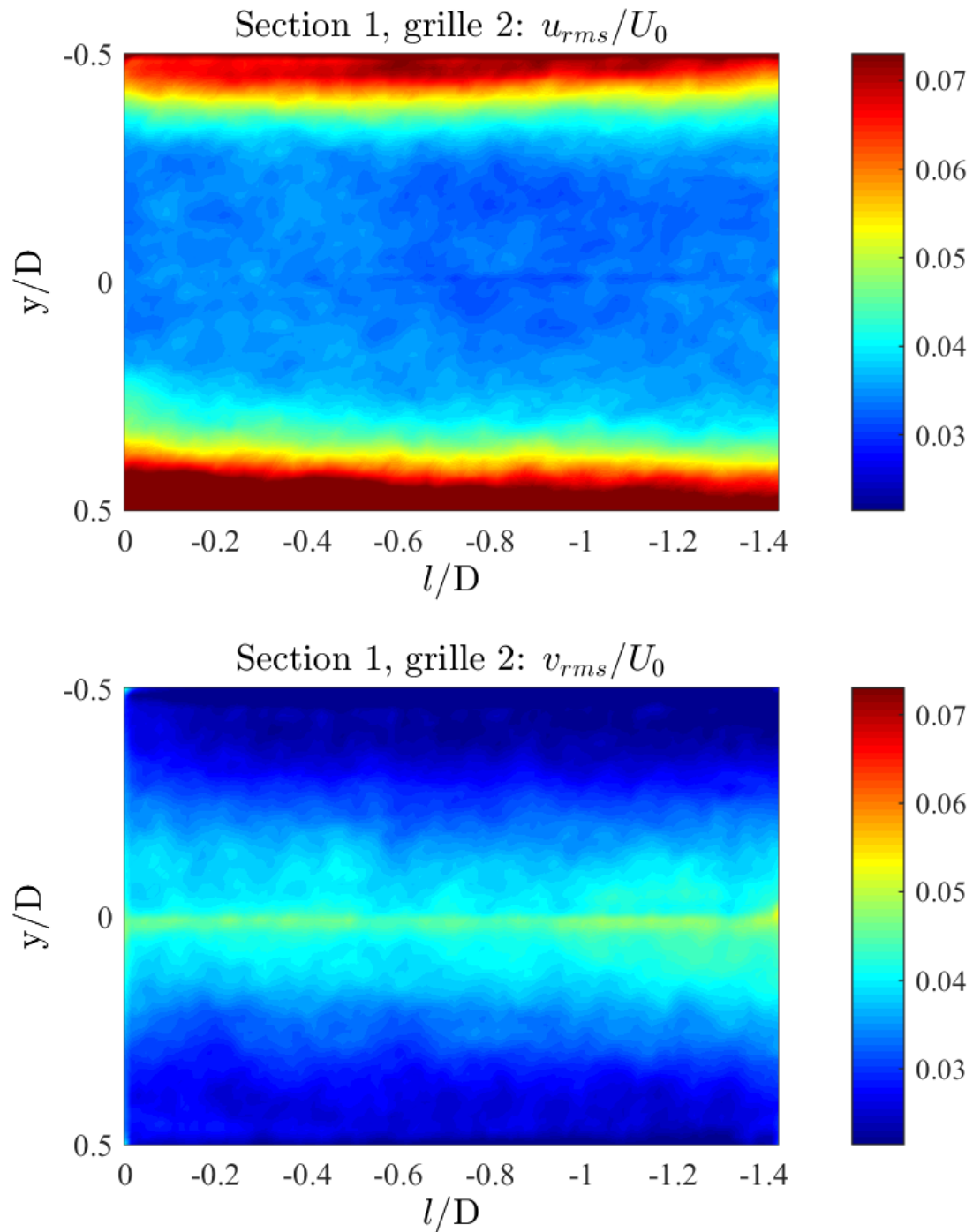


Figure A.3 - Champs RMS de vitesse axiale (haut) et transversale (bas) mesurés par PIV sur la Section 1, pour une vitesse débitante  $U_0 = 5$  m/s et Grille 2.



---

## A.2 Evolution des champs de vitesse en fonction de la grille

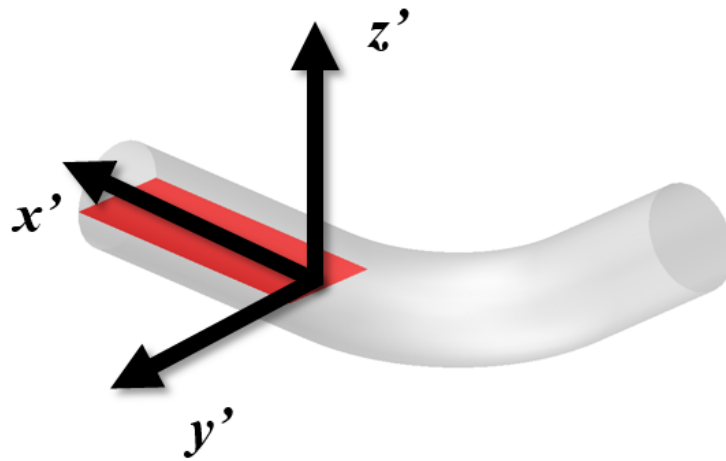


Figure A.4 - Schéma illustrant la Section 4 des mesures PIV 2D-2C.

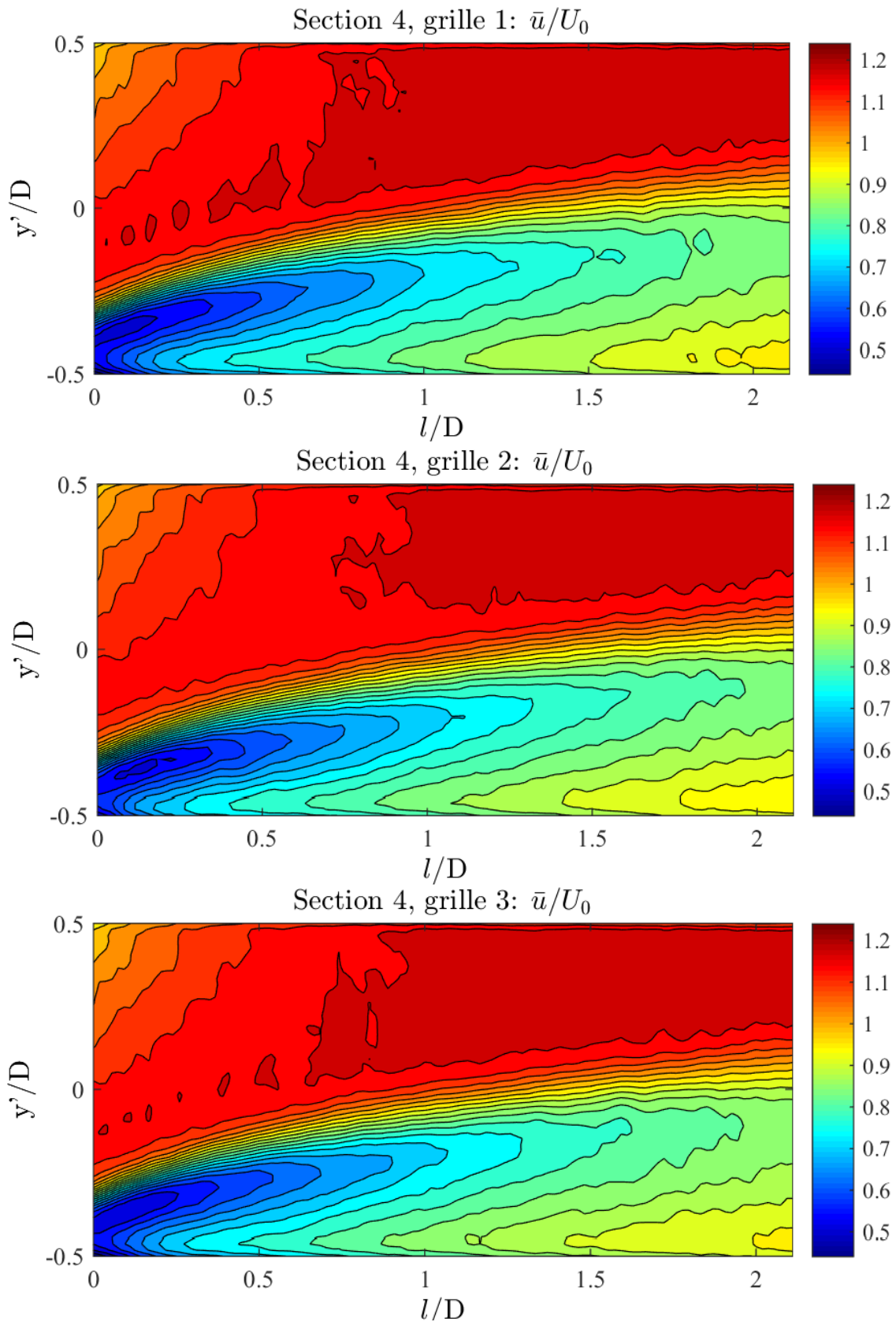


Figure A.5 - Contours de vitesse mesurés sur la Section 4 pour une vitesse débitante  $U_0=5$  m/s avec la Grille 1 (haut), Grille 2 (centre) et Grille 3 (bas).

---

### A.3 Exemples de champs expérimentaux des vitesses amont

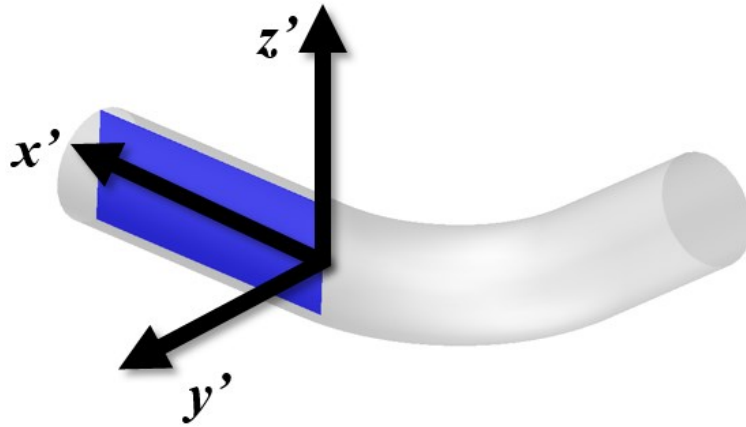


Figure A.6 - Schéma illustrant la Section 5 des mesures PIV 2D-2C.

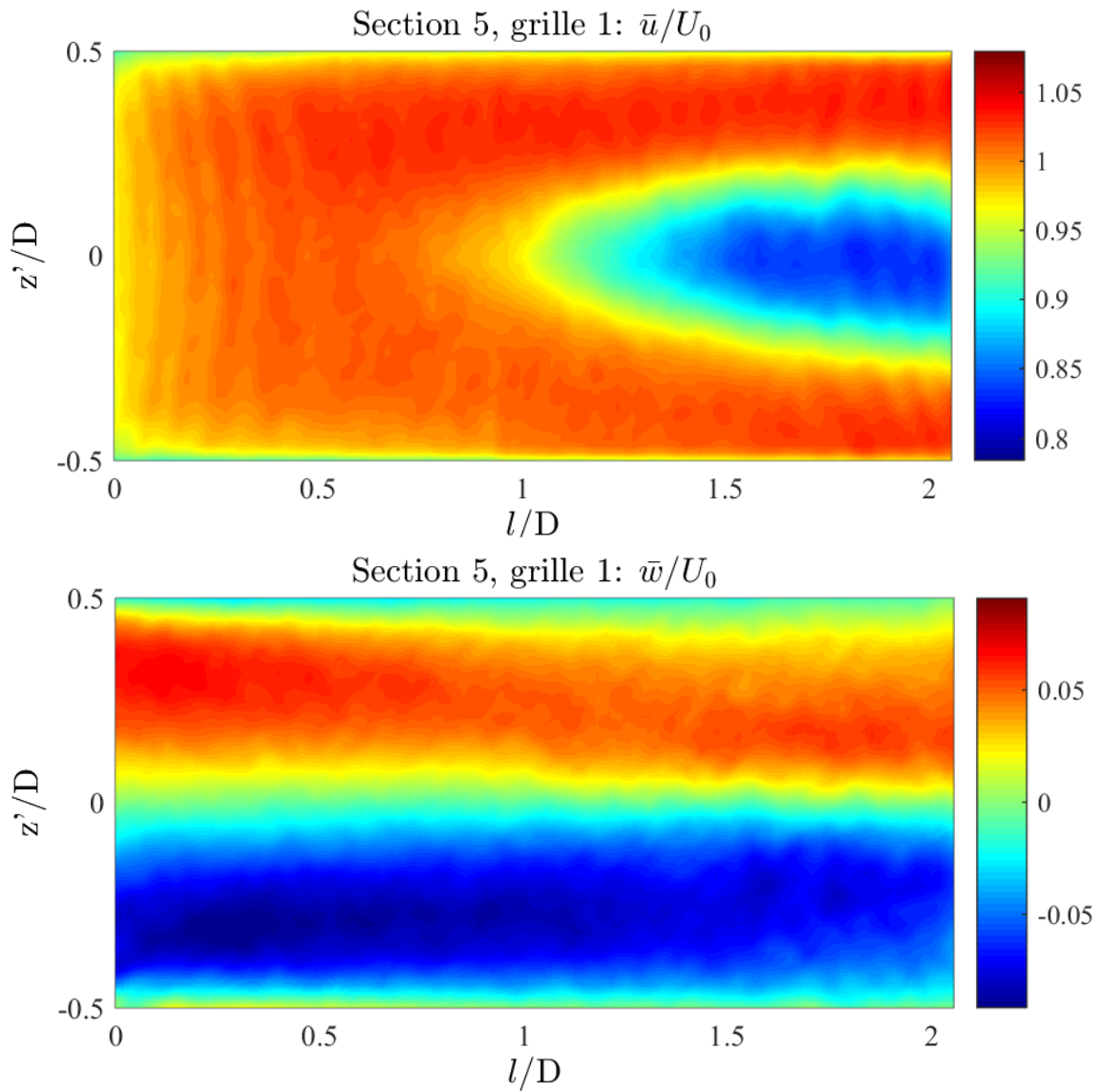


Figure A.7 - Champs moyens des vitesses axiales (haut) et transversales (bas) mesurés par PIV sur la Section 5, pour une vitesse débitante  $U_0 = 5$  m/s et Grille 1.

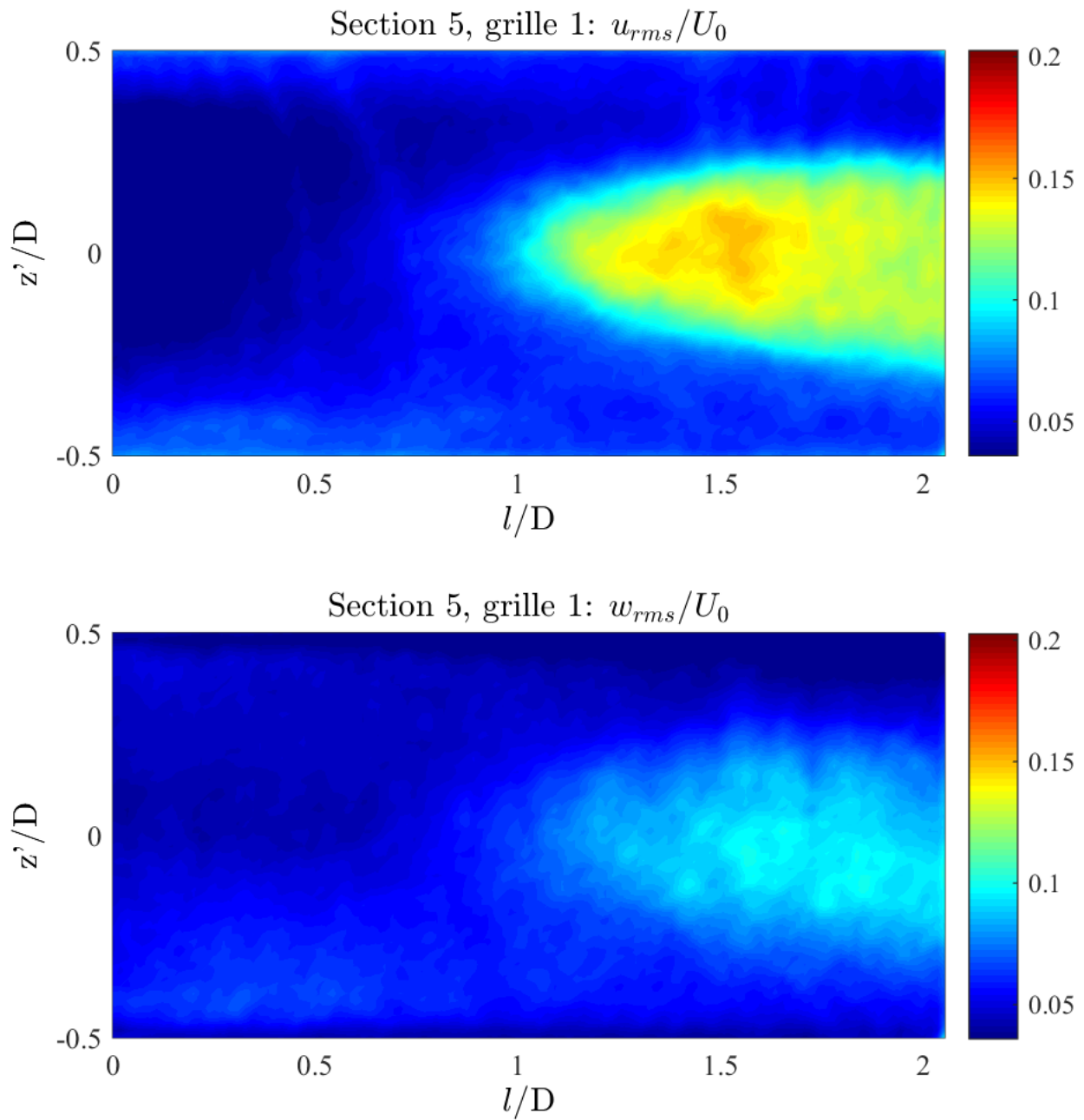


Figure A.8 - Champs RMS de vitesse axiale (haut) et transversale (bas) mesurés par PIV sur la Section 5, pour une vitesse débitante  $U_0 = 5$  m/s et Grille 1.

---

#### A.4 Evolution de la POD en fonction de la vitesse débitante (Section 4)

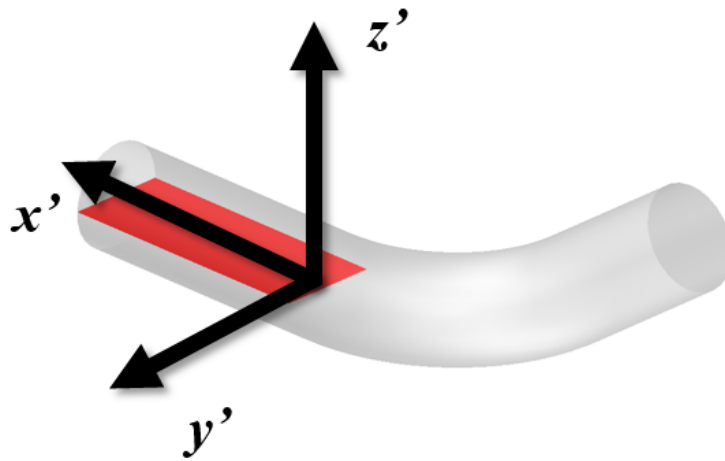


Figure A.9 - Schéma illustrant la Section 4 des mesures PIV 2D-2C.

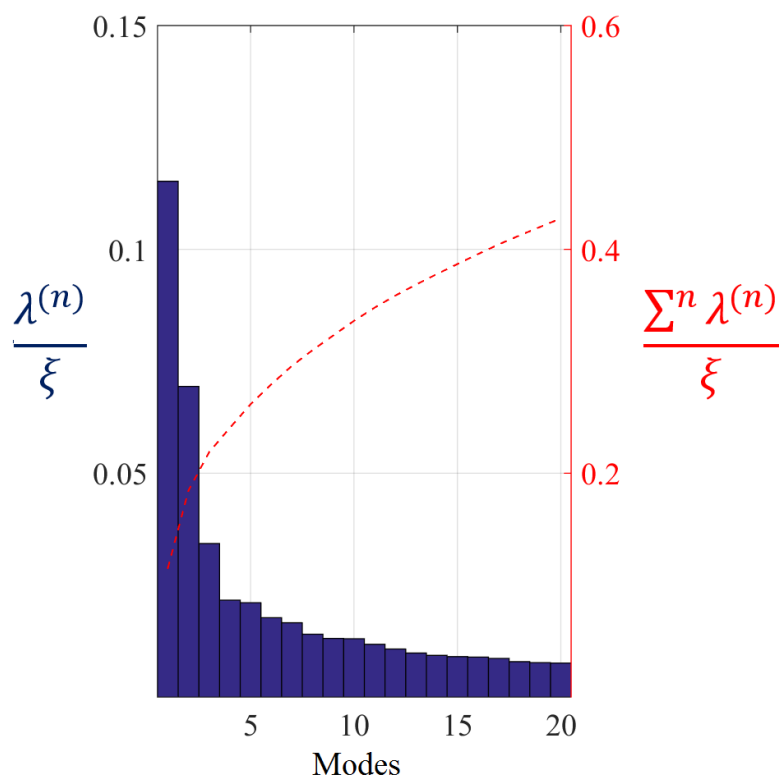
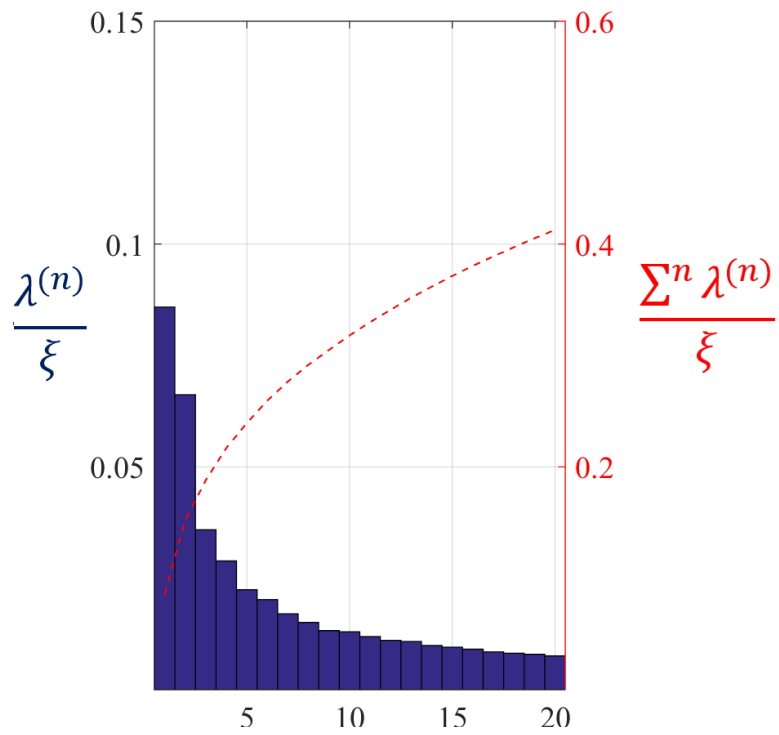


Figure A.10 - Contenu énergétique de chaque mode POD (barres) et somme cumulée des énergies (ligne rouge) pour la Section 4, Grille 1. Haut :  $U_0 = 2 \text{ m/s}$  ; bas :  $U_0 = 5 \text{ m/s}$ .

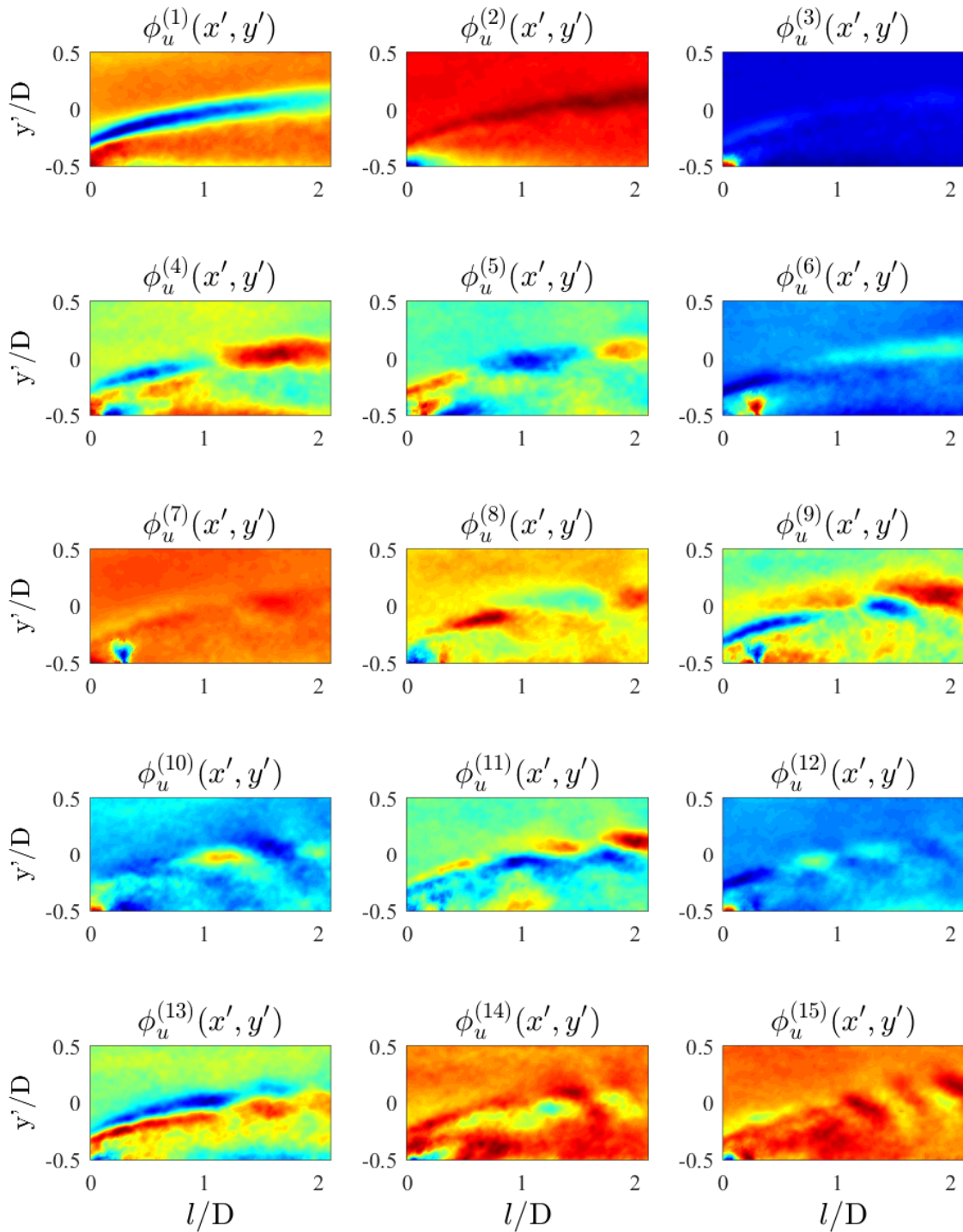


Figure A.11 – Formes modales non pondérées par leur contenu énergétique associées aux 15 premiers modes des vitesses axiales. Section 4, Grille 1,  $U_0 = 2$  m/s. Les barres de couleur varient librement d'une image à l'autre.



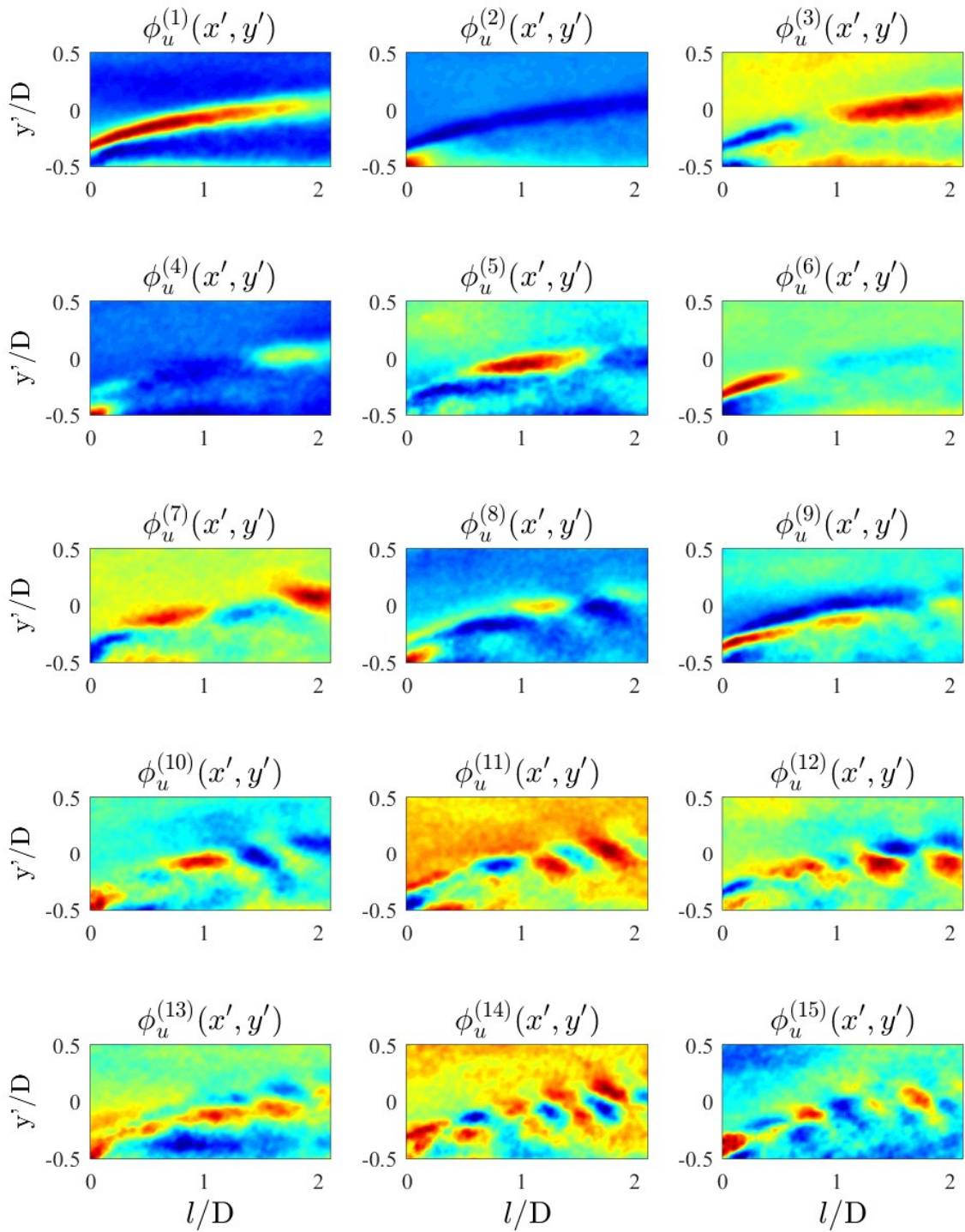


Figure A.12 - Formes modales non pondérées par leur contenu énergétique associées aux 15 premiers modes des vitesses axiales. Section 4, Grille 1,  $U_0 = 5$  m/s. Les barres de couleur varient librement d'une image à l'autre.

## A.5 Evolution de la POD en fonction de la grille (Section 5)

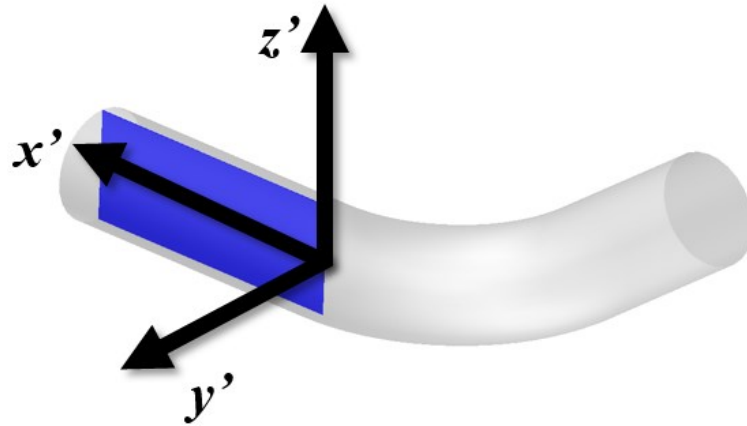


Figure A.13 - Schéma illustrant la Section 5 des mesures PIV 2D-2C.

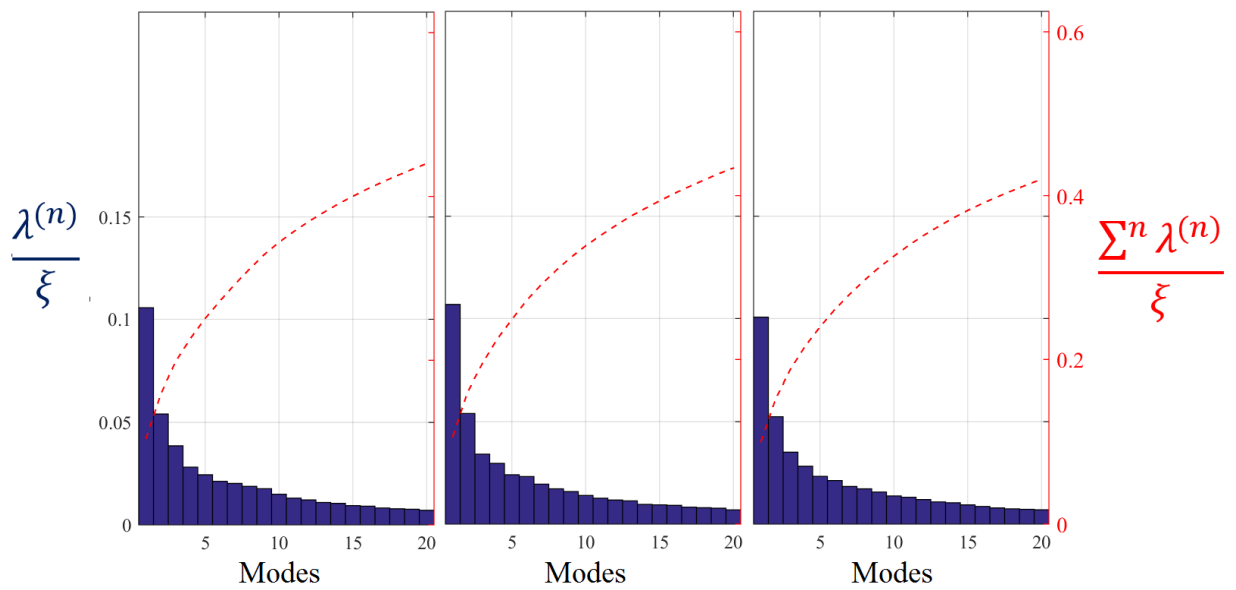


Figure A.14 - Contenu énergétique de chaque mode POD (barres) et somme cumulée des énergies (ligne rouge) pour la Section 5,  $U_0 = 5$  m/s. Gauche : Grille 1 ; centre : Grille 2 ; droite : Grille 3

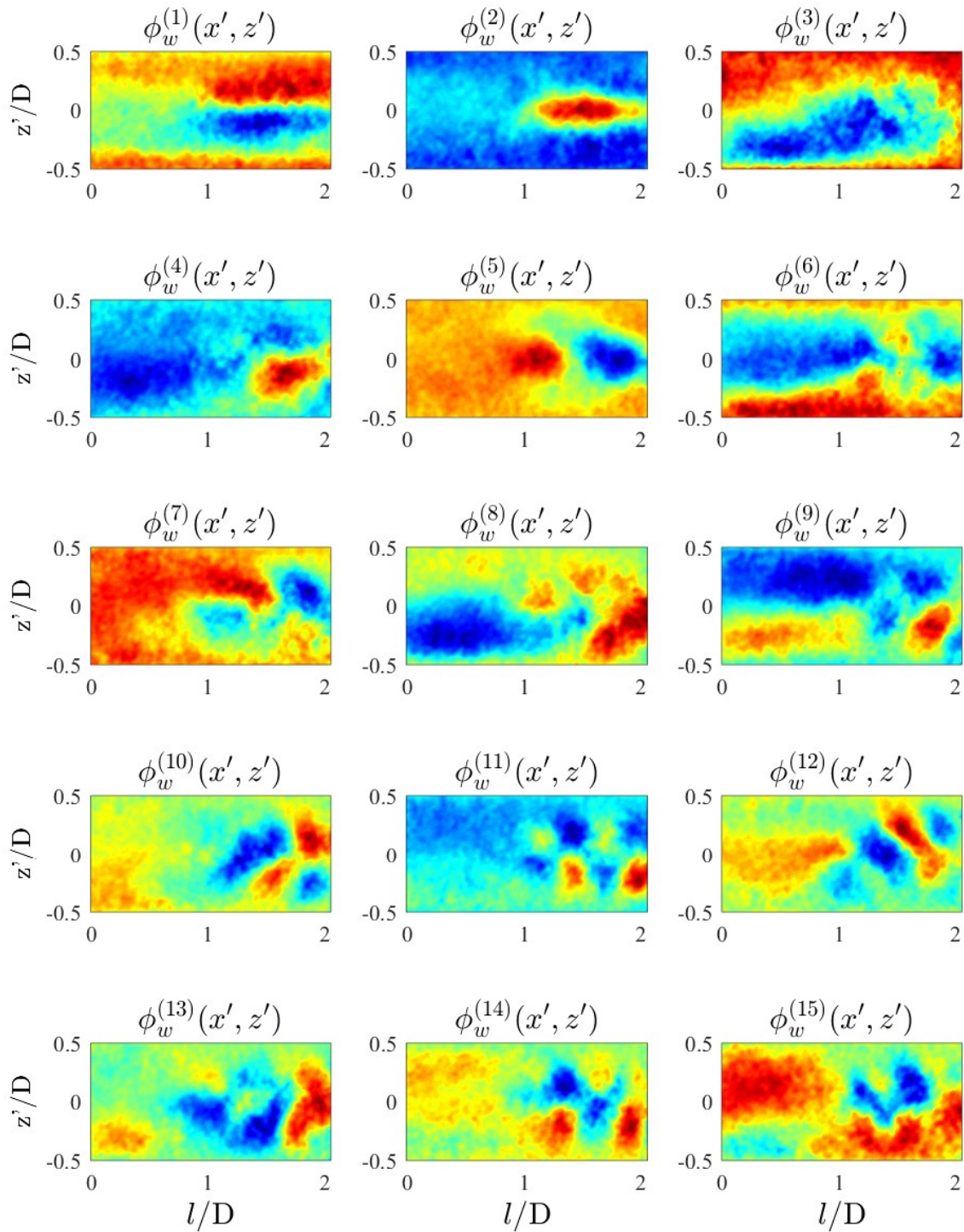


Figure A.15 - Formes modales non pondérées par leur contenu énergétique associées aux 15 premiers modes des vitesses radiales. Section 5,  $U_0 = 5$  m/s, Grille 1. Les barres de couleur varient librement d'une image à l'autre.

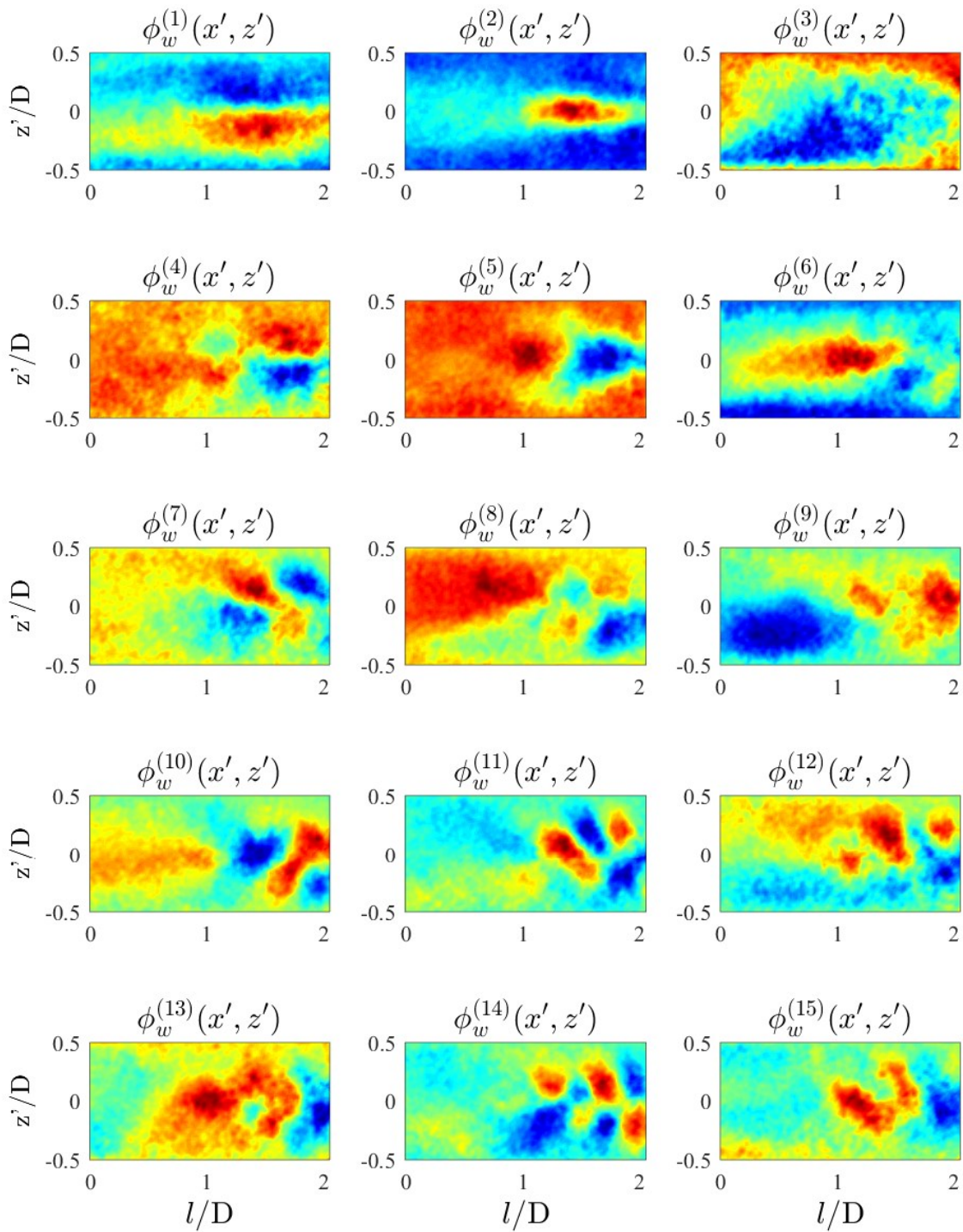


Figure A.16 - Formes modales non pondérées par leur contenu énergétique associées aux 15 premiers modes des vitesses radiales. Section 5,  $U_0 = 5$  m/s, Grille 2. Les barres de couleur varient librement d'une image à l'autre.



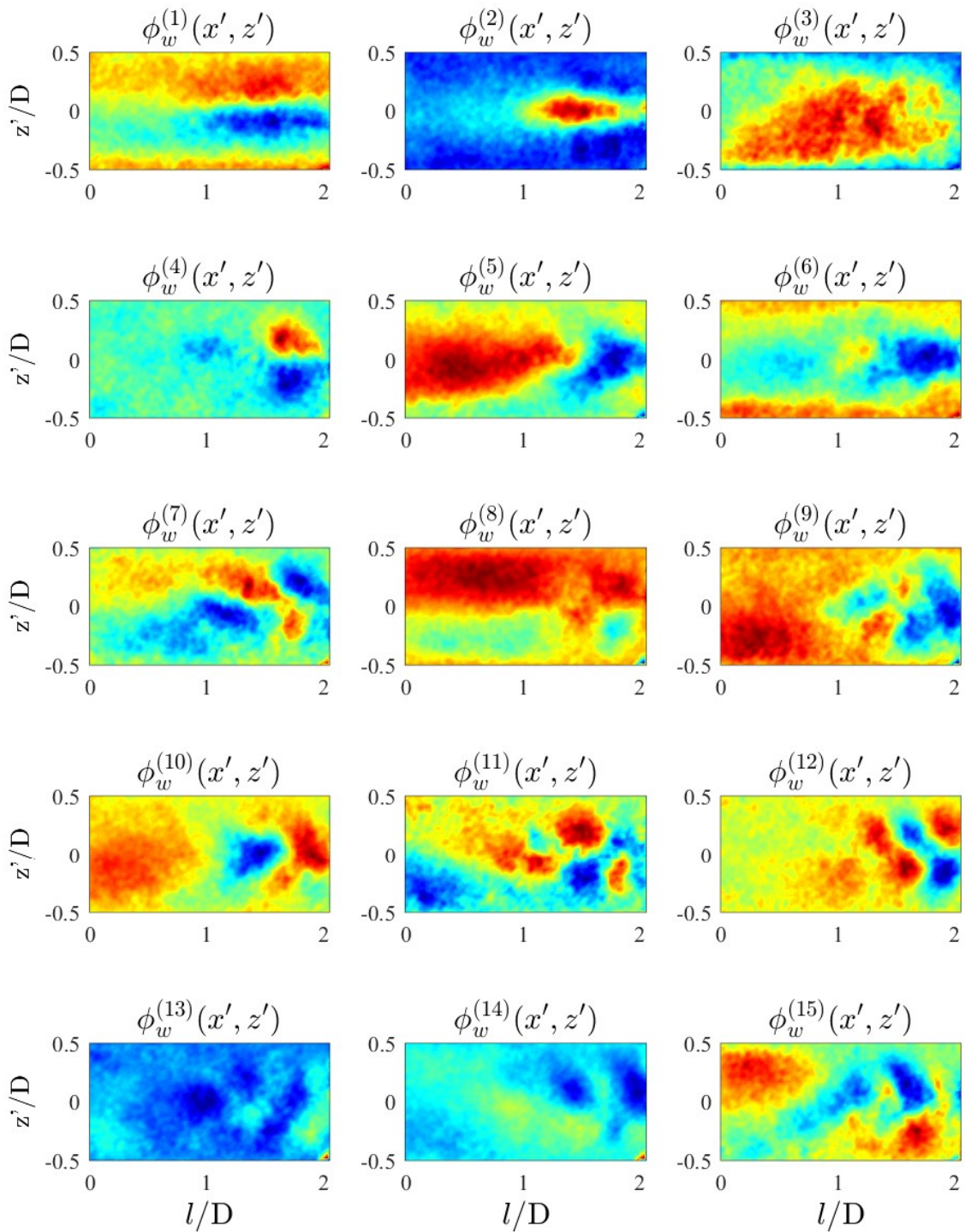


Figure A.17 - Formes modales non pondérés par leur contenu énergétique associées aux 15 premiers modes des vitesses radiales. Section 5,  $U_0 = 5$  m/s, Grille 3. Les barres de couleur varient librement d'une image à l'autre.

## A.6 Evolution de la POD en fonction de la vitesse débitante (Section 0D)

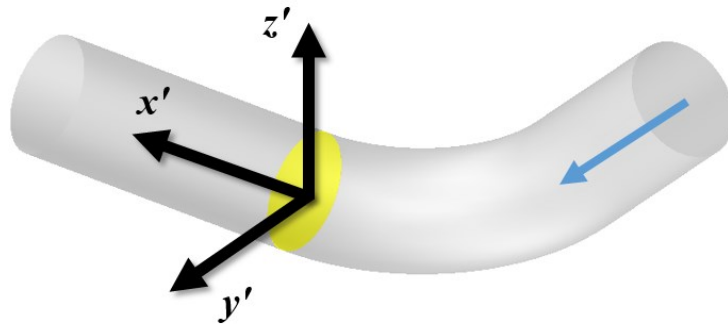


Figure A.18 - Schéma illustrant la Section 0D des mesures SPIV.

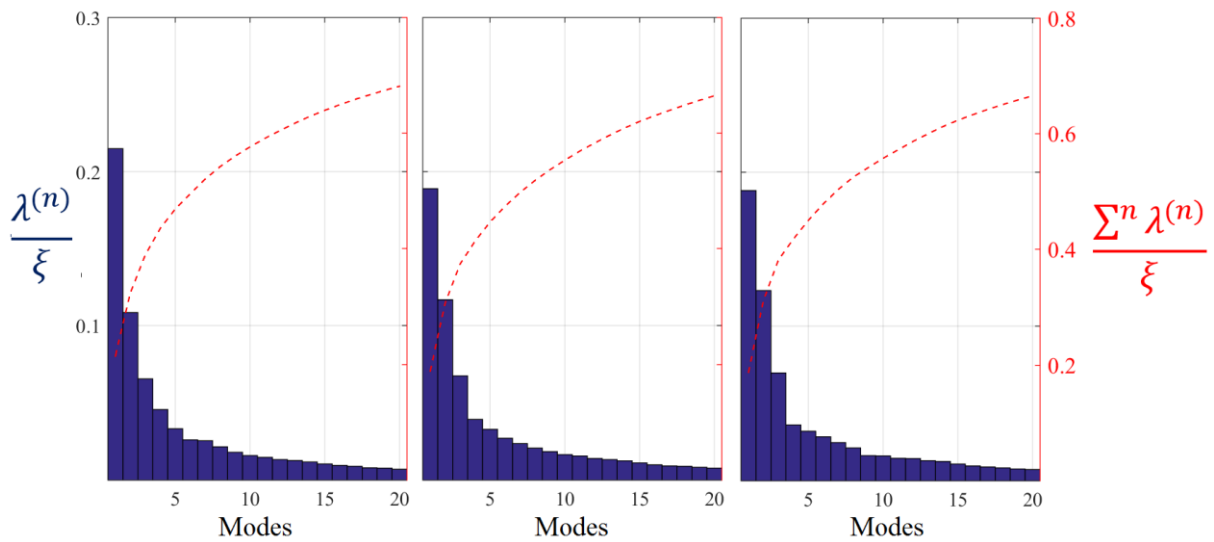


Figure A.19 - Contenu énergétique de chaque mode POD (barres) et somme cumulée des énergies (ligne rouge) pour la Section 0D, Grille 1. Gauche :  $U_0 = 2$  m/s ; centre :  $U_0 = 5$  m/s ; droite :  $U_0 = 10$  m/s.

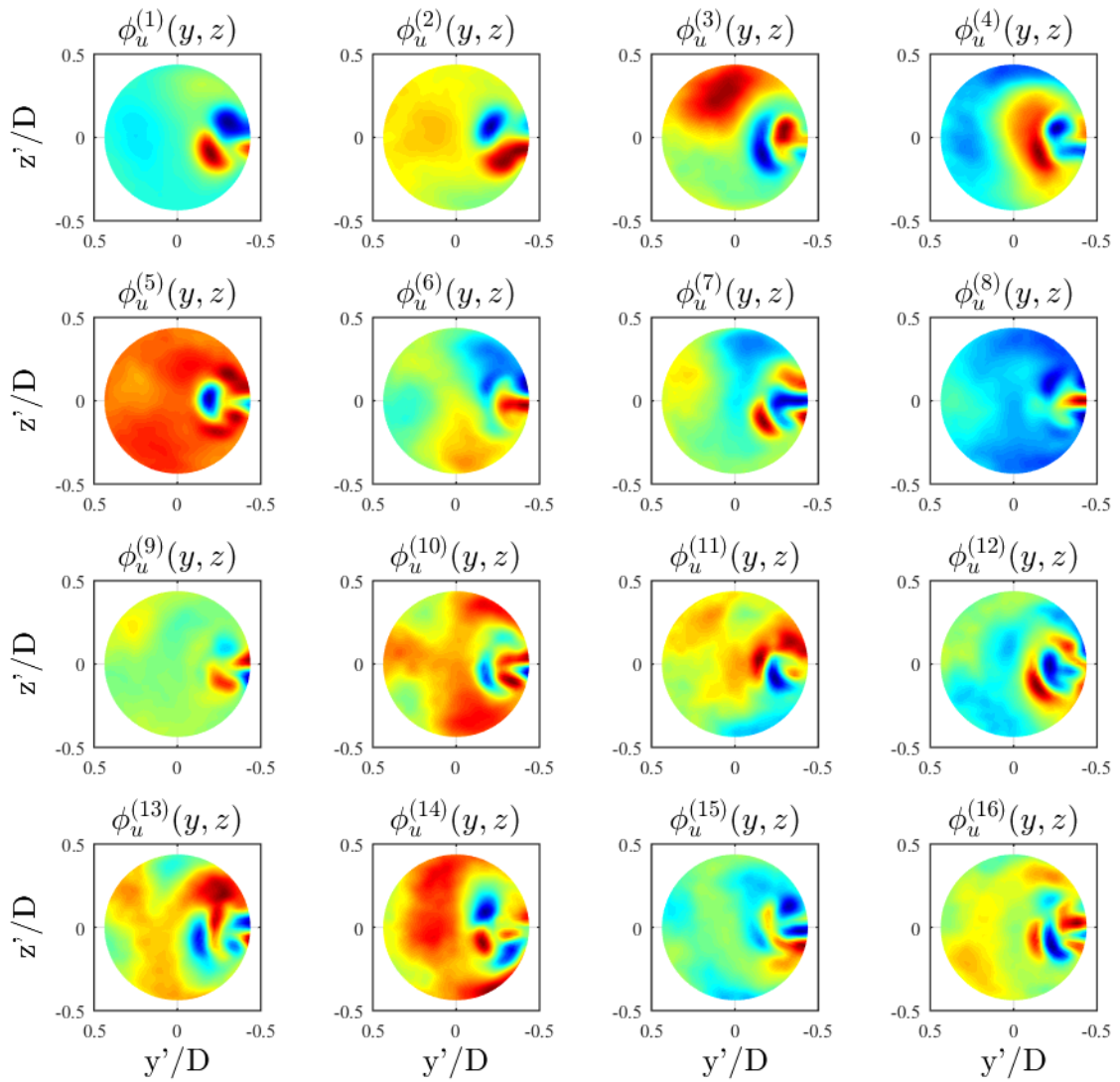


Figure A.20 - Formes modales non pondérées par leur contenu énergétique associées aux 16 premiers modes des vitesses axiales Section 0D,  $U_0 = 2$  m/s, Grille 1. Les barres de couleur varient librement d'une image à l'autre.

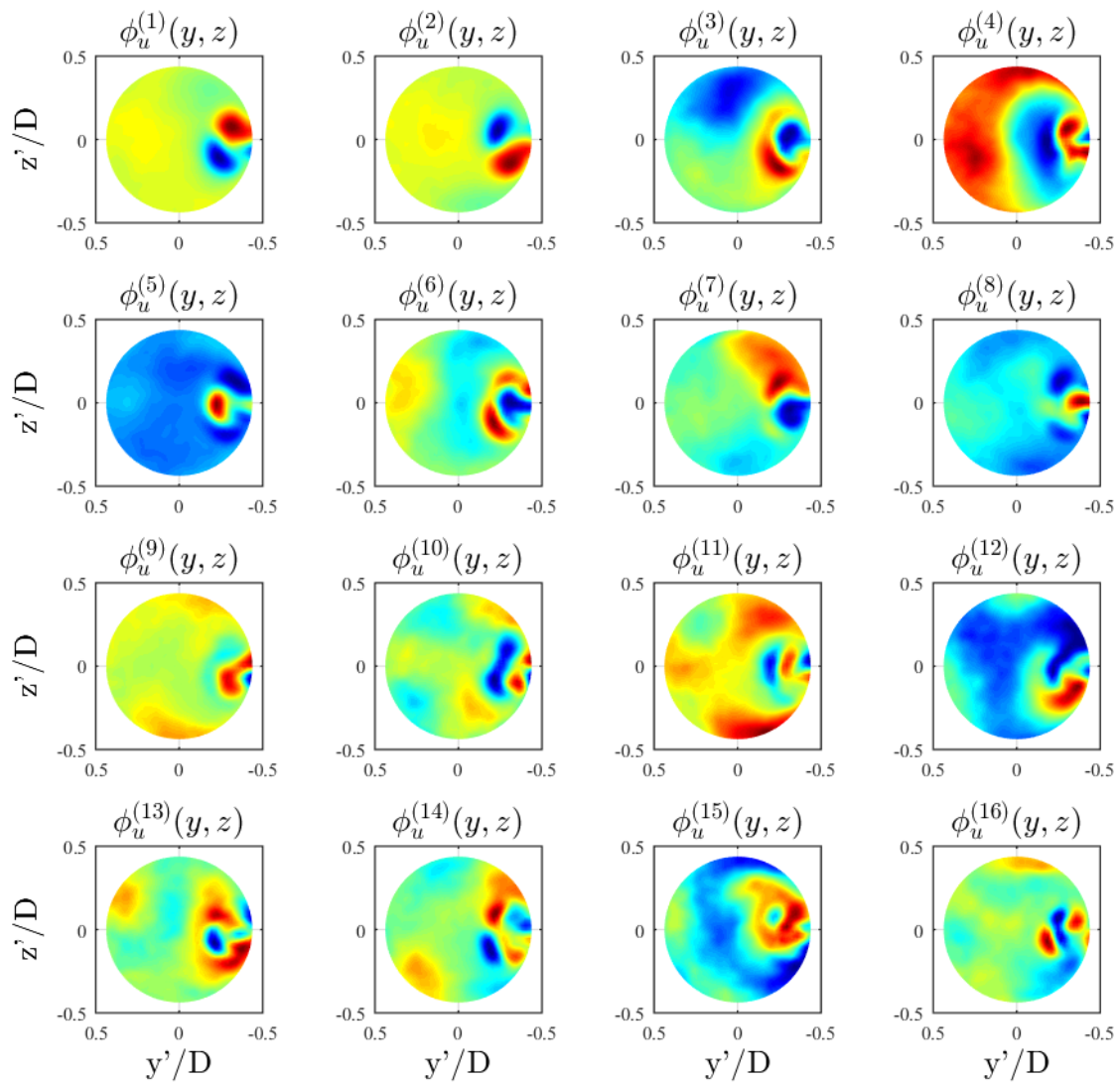


Figure A.21 - Formes modales non pondérées par leur contenu énergétique associées aux 16 premiers modes des vitesses axiales Section  $0D$ ,  $U_0 = 5$  m/s, Grille 1. Les barres de couleur varient librement d'une image à l'autre.



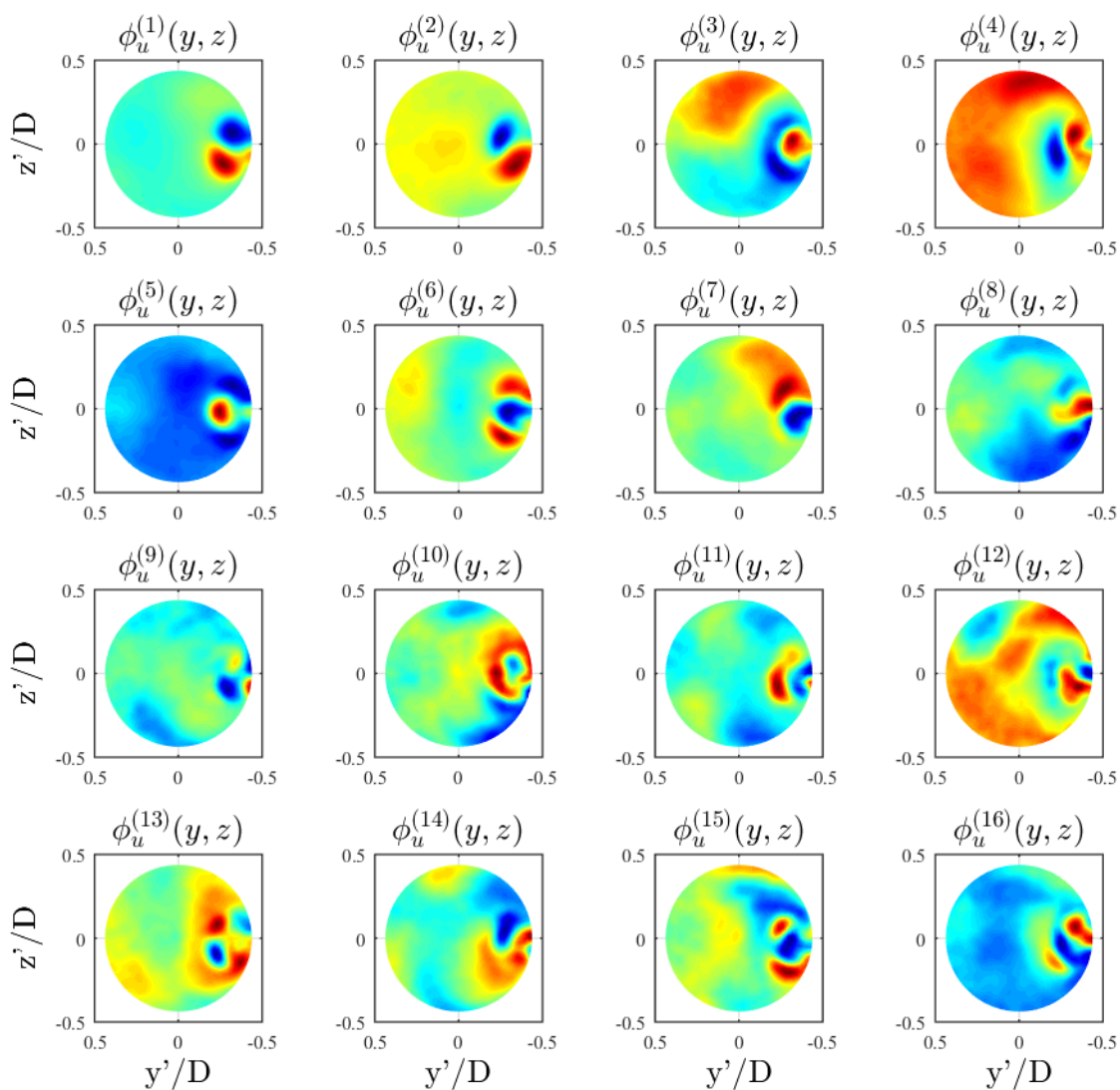


Figure A.22 - Formes modales non pondérées par leur contenu énergétique associées aux 16 premiers modes des vitesses axiales Section 0D,  $U_0 = 10$  m/s, Grille 1. Les barres de couleur varient librement d'une image à l'autre.

## A.7 Evolution de la POD en fonction de la grille (Section 1D)

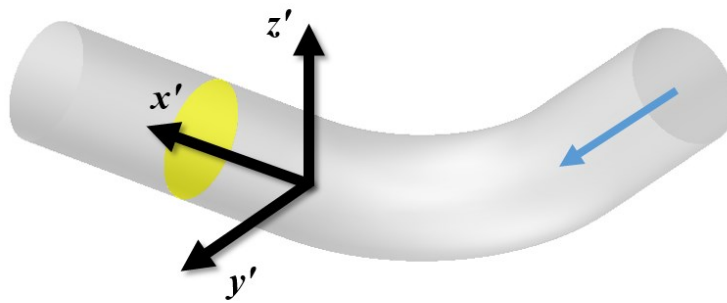


Figure A.23 - Schéma illustrant la Section 1D des mesures SPIV.

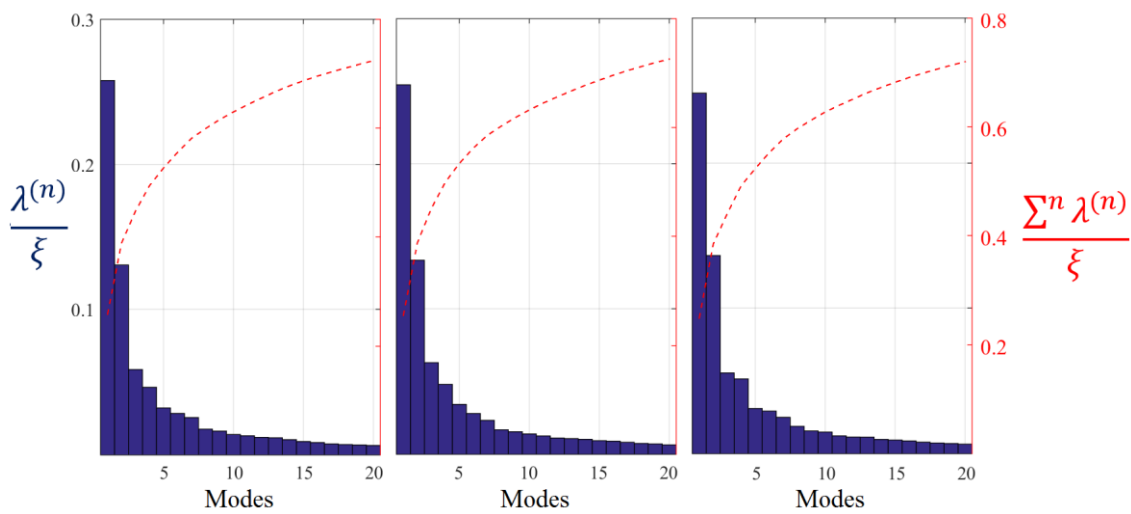


Figure A.24 - Contenu énergétique de chaque mode POD (barres) et somme cumulée des énergies (ligne rouge) pour la Section 1D,  $U_0 = 5$  m/s. Gauche : Grille 1 ; centre : Grille 2 ; droite : Grille 5.

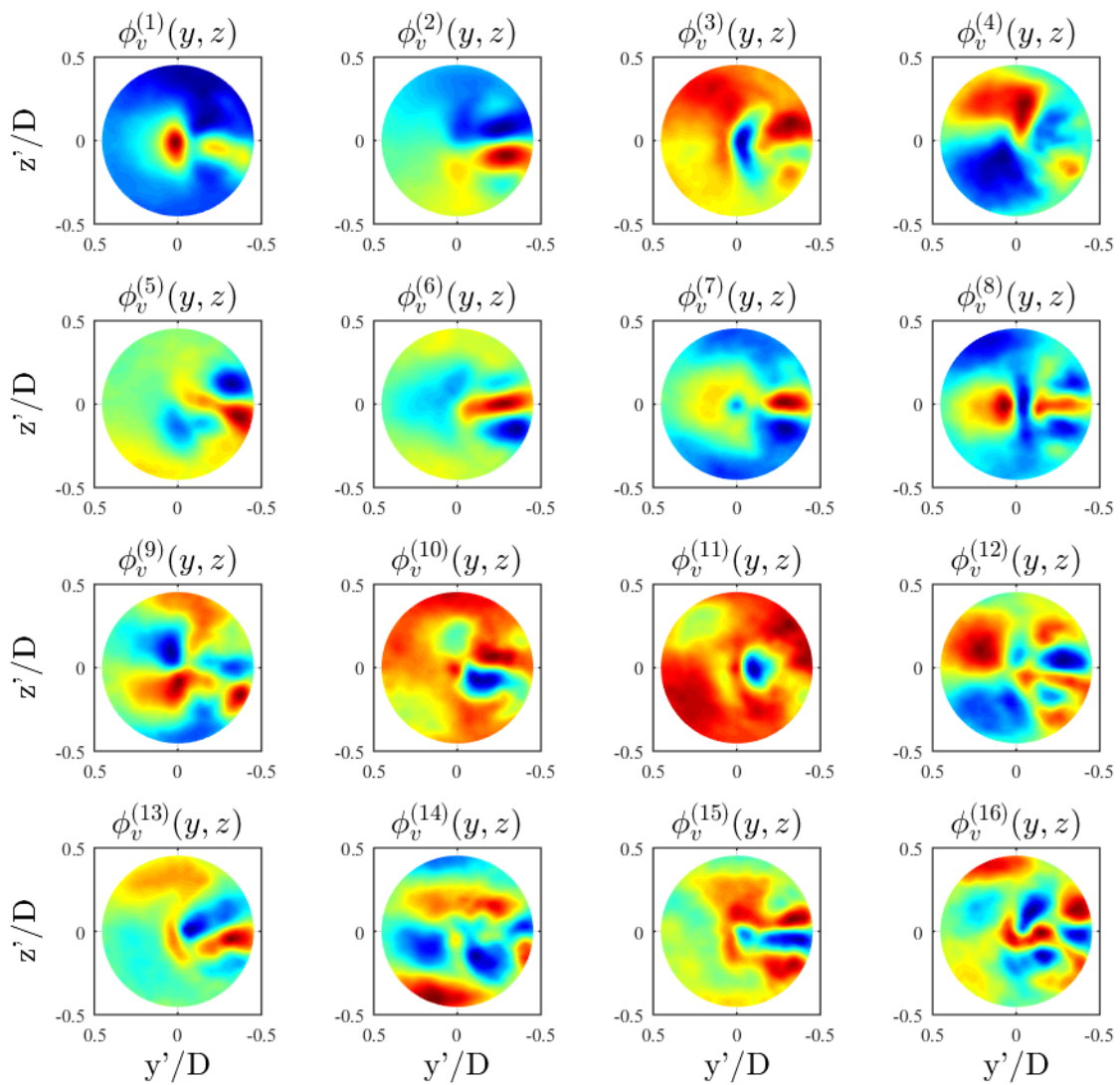


Figure A.25 - Formes modales non pondérées par leur contenu énergétique associées aux 16 premiers modes des vitesses transversales. Section 1D,  $U_0 = 5$  m/s, Grille 1. Les barres de couleur varient librement d'une image à l'autre.

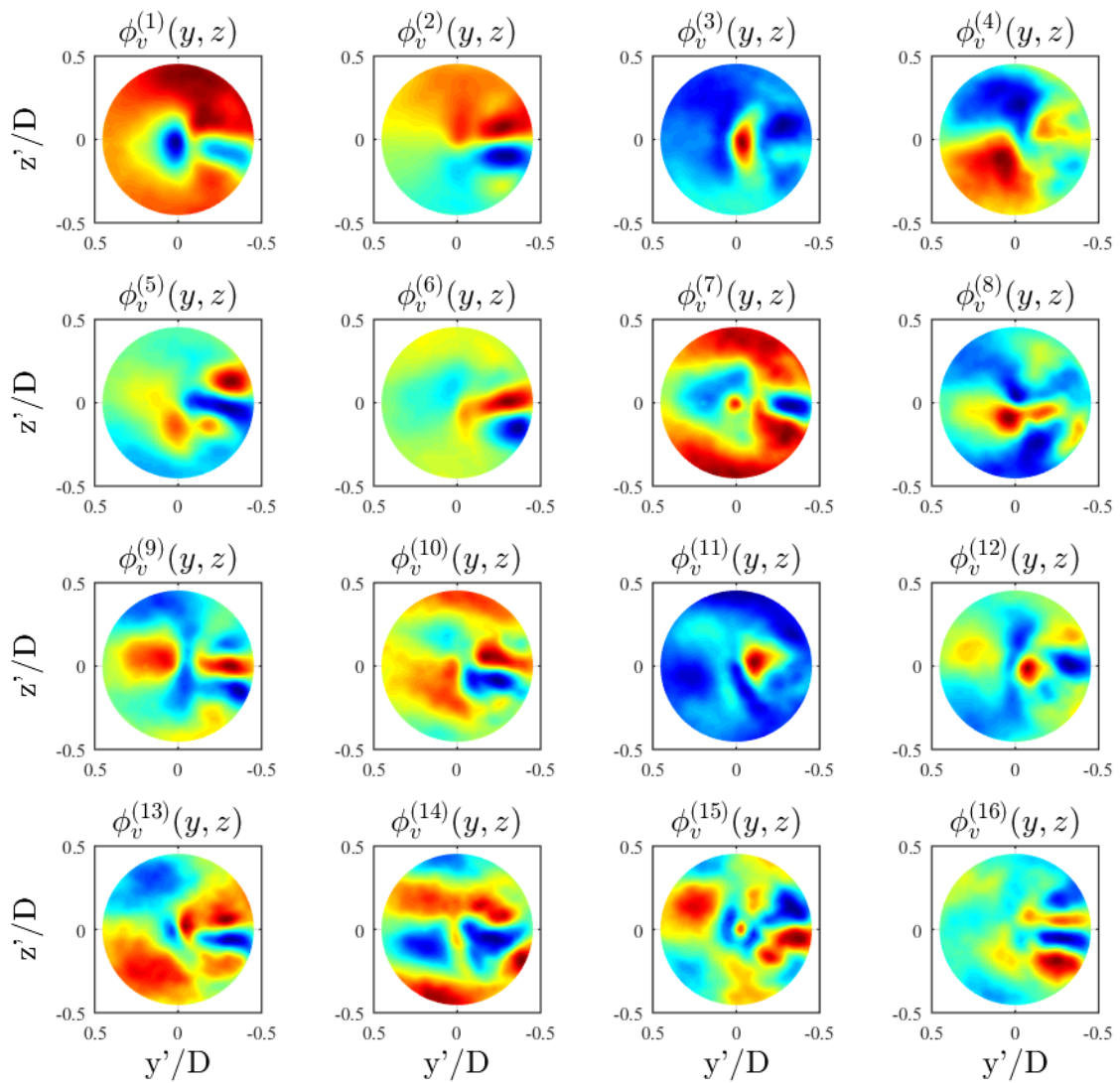


Figure A.26 - Formes modales non pondérées par leur contenu énergétique associées aux 16 premiers modes des vitesses transversales. Section 1D,  $U_0 = 5$  m/s, Grille 2. Les barres de couleur varient librement d'une image à l'autre.

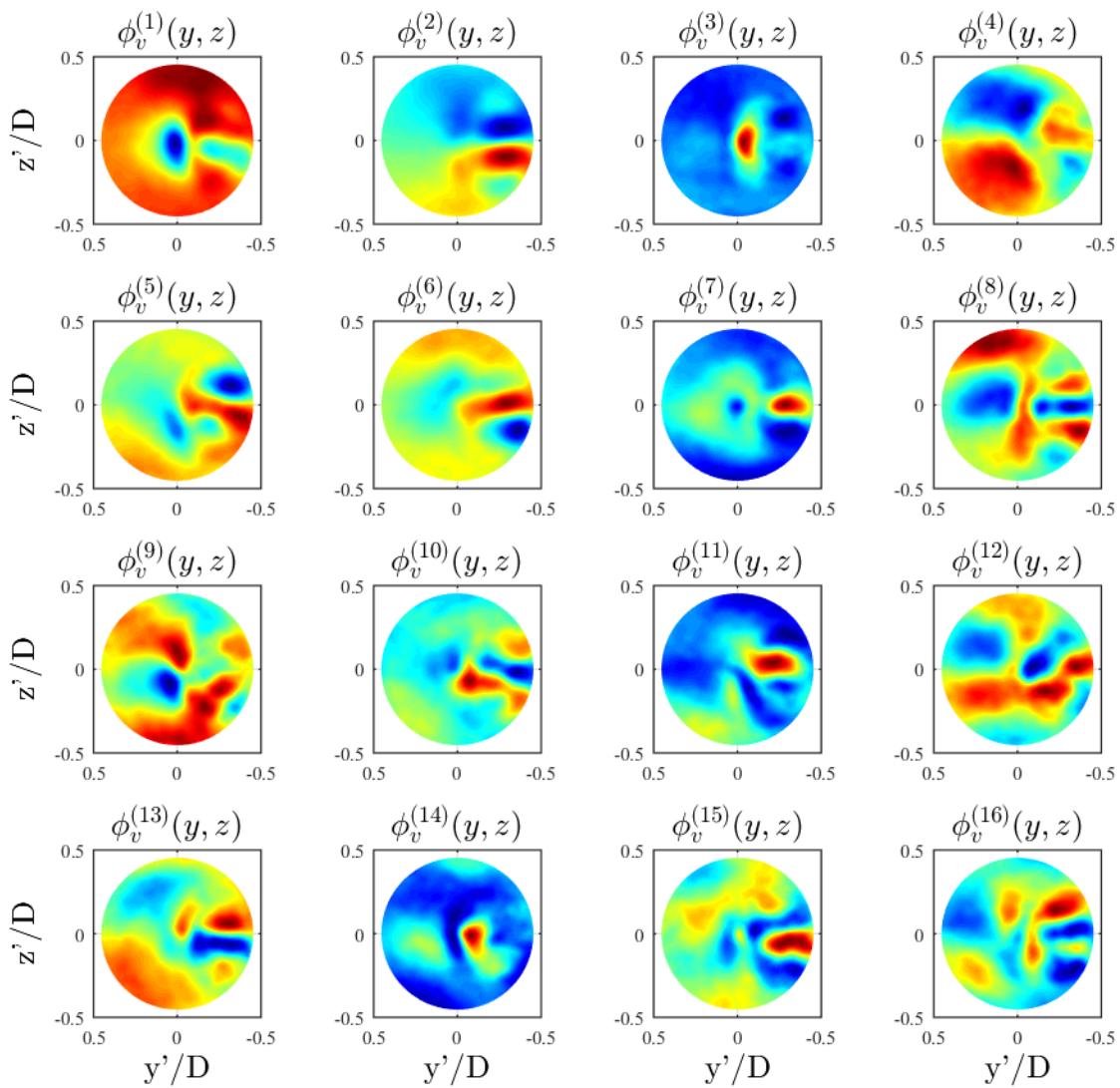


Figure A.27 - Formes modales non pondérées par leur contenu énergétique associées aux 16 premiers modes des vitesses transversales. Section 1D,  $U_0 = 5$  m/s, Grille 3. Les barres de couleur varient librement d'une image à l'autre.

## A.8 Modes POD issus du calcul LES

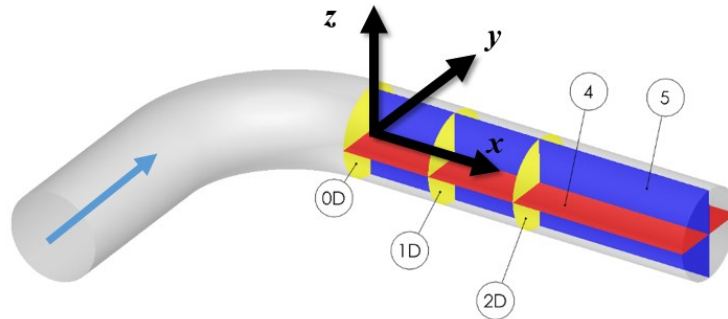


Figure A.28 – Schéma illustrant les sections sur lesquelles les données LES ont été extraites dans le coude.

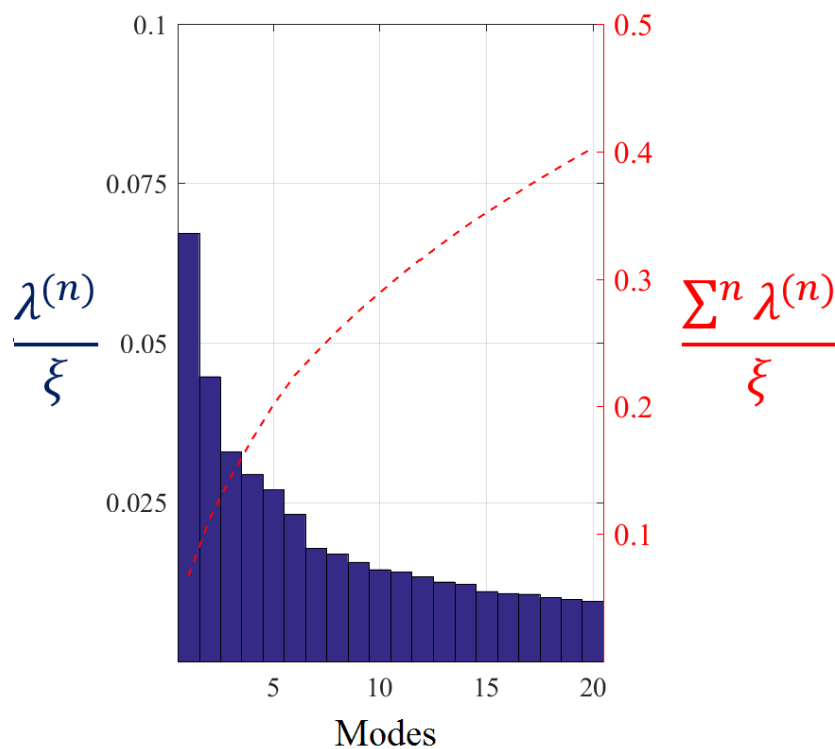


Figure A.29 - Contenu énergétique de chaque mode POD (barres) et somme cumulée des énergies (ligne rouge) pour le calcul LES. Toutes les sections planes ont été considérées dans une seule décomposition POD.

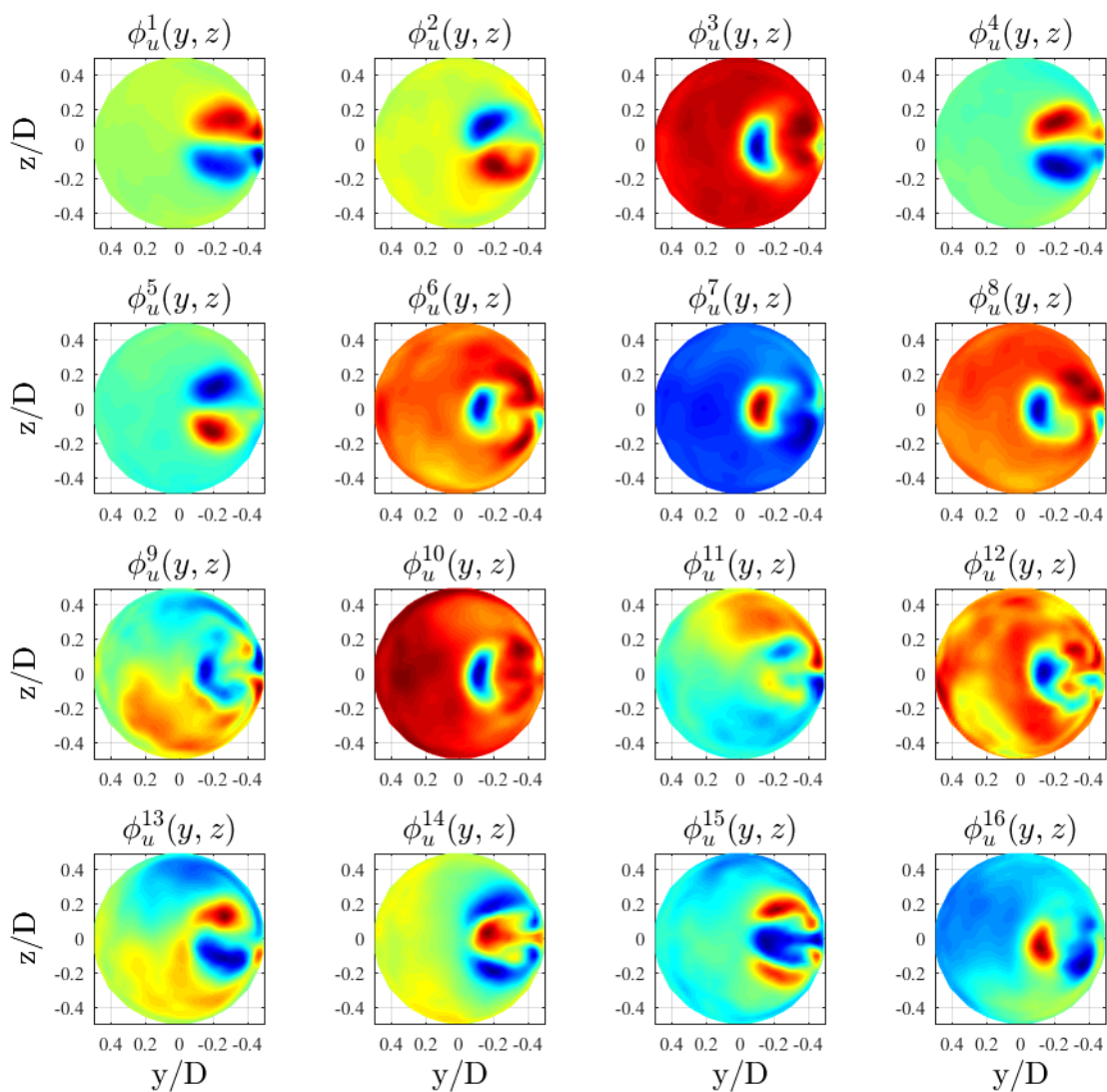


Figure A.30 - Formes modales non pondérées par leur contenu énergétique associées aux 15 premiers modes des vitesses axiales calculées par LES. Section  $0D$ ,  $U_0 = 5$  m/s. Les barres de couleur varient librement d'une image à l'autre.



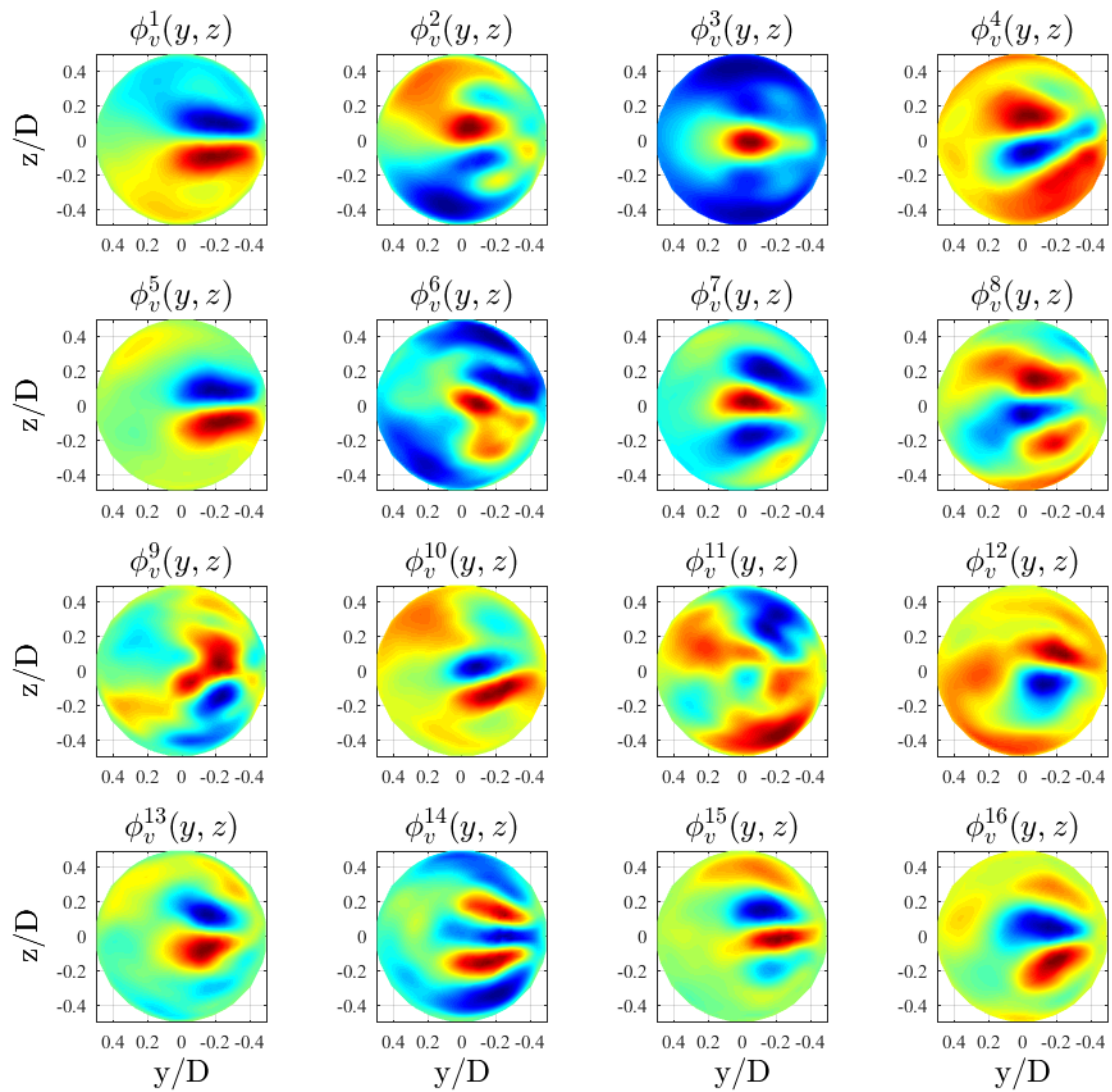


Figure A.31 - Formes modales non pondérées par leur contenu énergétique associées aux 15 premiers modes des vitesses transversales calculées par LES. Section  $1D$ ,  $U_0 = 5$  m/s. Les barres de couleur varient librement d'une image à l'autre.



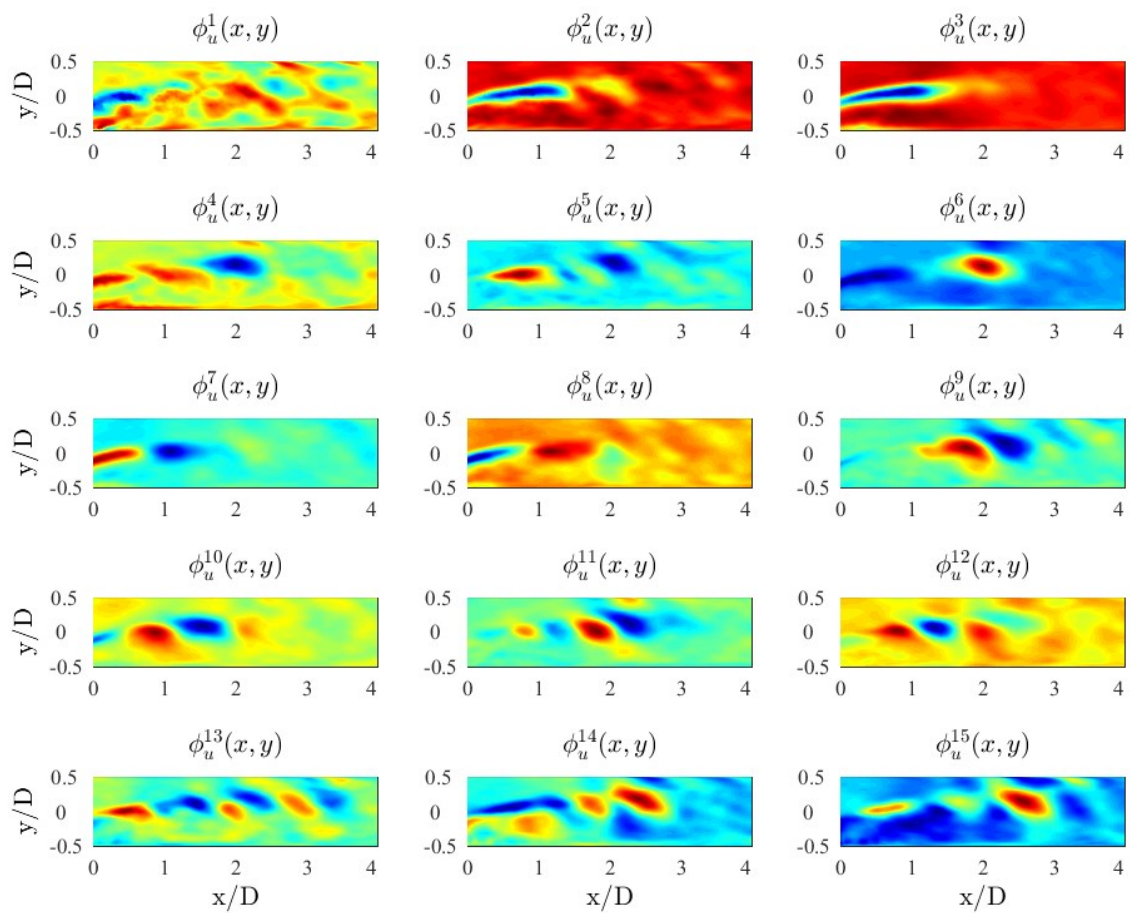


Figure A.32 - Formes modales non pondérées par leur contenu énergétique associées aux 15 premiers modes des vitesses axiales calculées par LES. Section 4,  $U_0 = 5$  m/s. Les barres de couleur varient librement d'une image à l'autre.

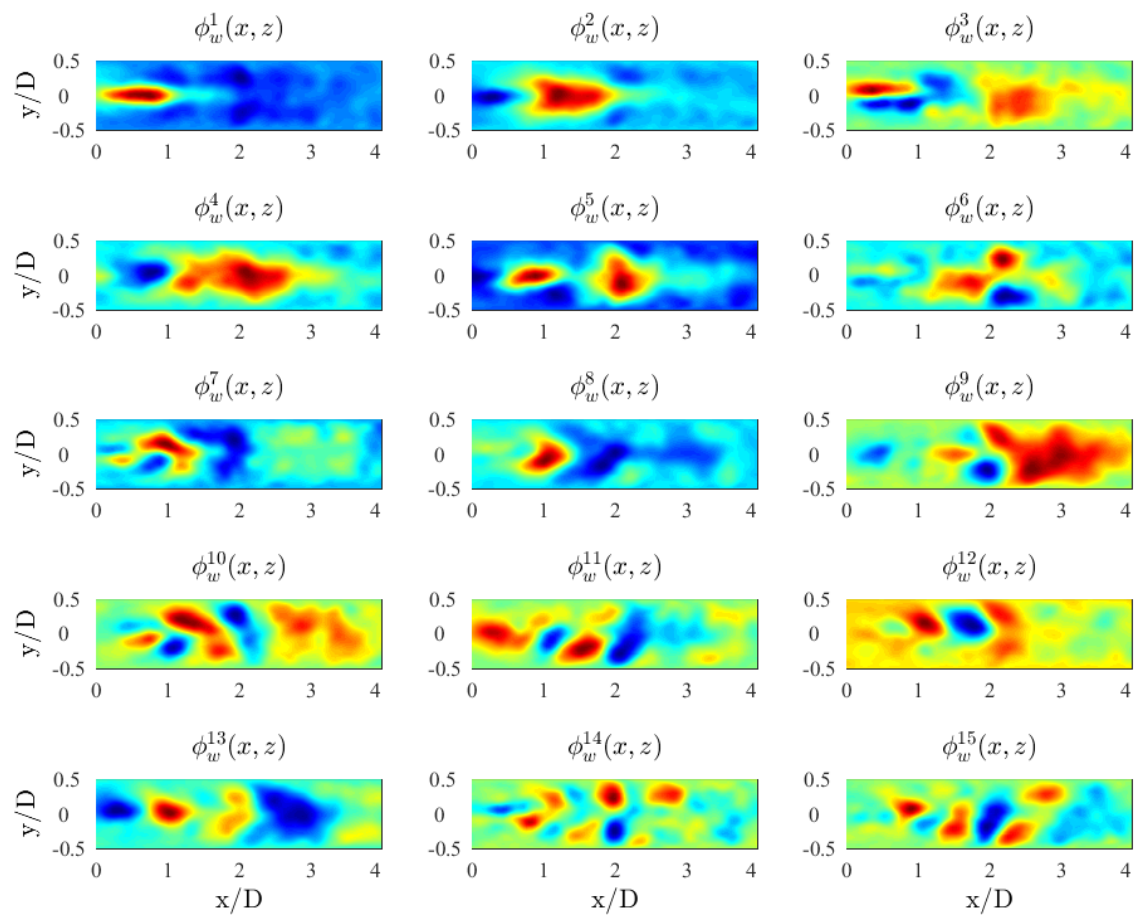


Figure A.33 - Formes modales non pondérées par leur contenu énergétique associées aux 15 premiers modes des vitesses radiales calculées par LES. Section 5,  $U_0 = 5$  m/s. Les barres de couleur varient librement d'une image à l'autre.

## A.9 Mesures de pression : banc d'essais muni du coude PVC

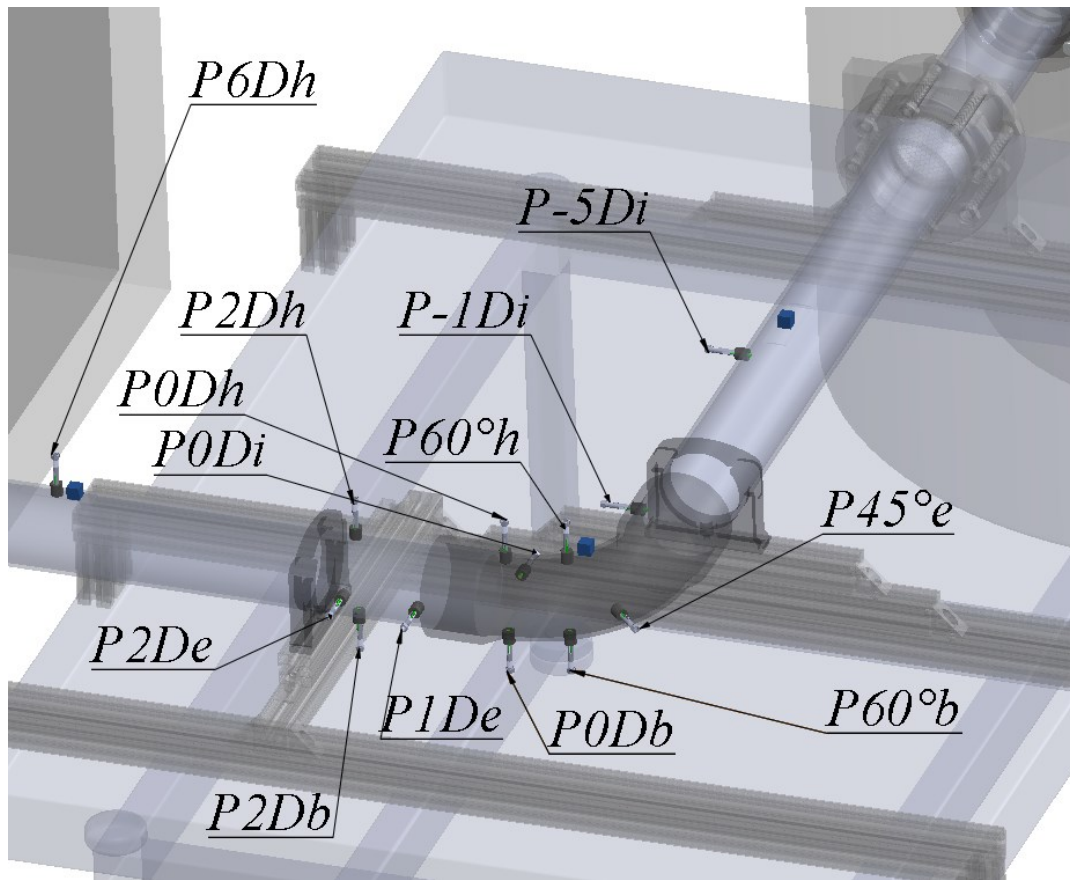


Figure A.34 – Position et nomenclature des capteurs de pression employées pour les mesures sur configuration munie du coude PVC.

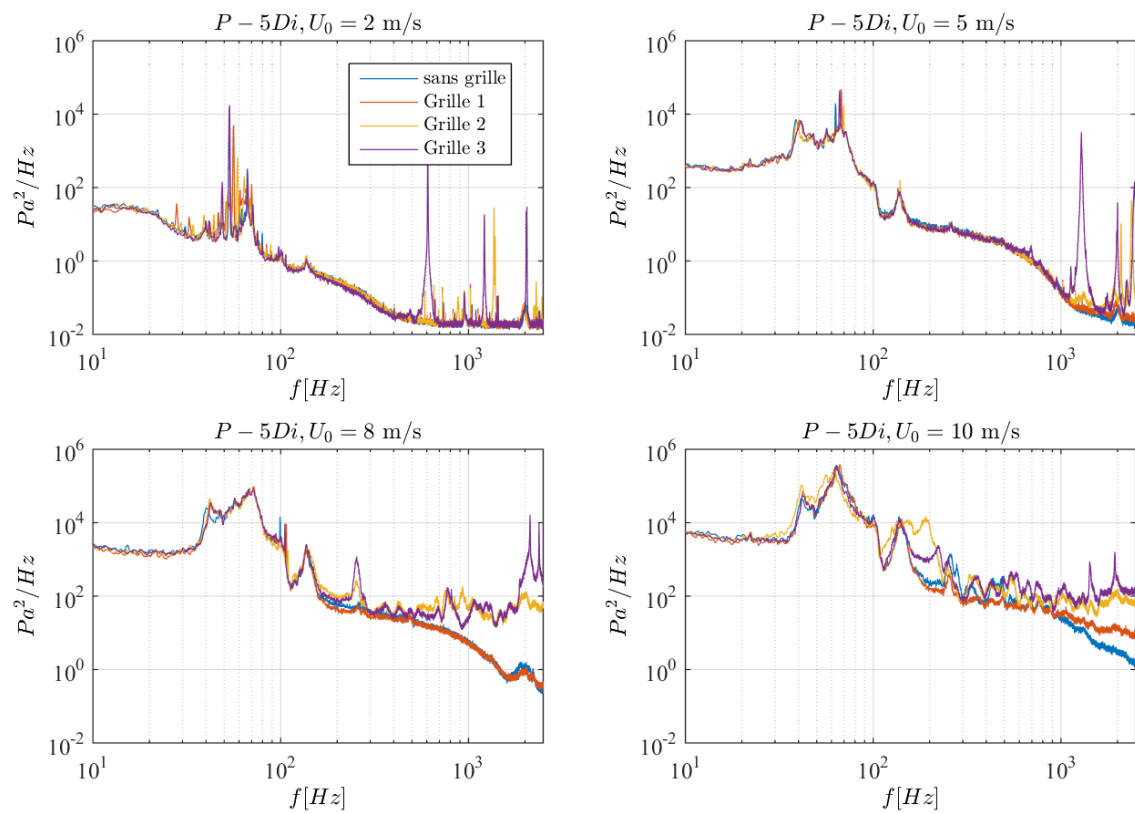


Figure A.35 - Spectres de pression de paroi mesurés à  $l/D=-5$ , pour la configuration sans grille ainsi que pour Grille 1, 2 et 3. Haut, gauche :  $U_0 = 2$  m/s ; haut, droite :  $U_0 = 5$  m/s ; Bas, gauche :  $U_0 = 8$  m/s et bas, droite :  $U_0 = 10$  m/s.

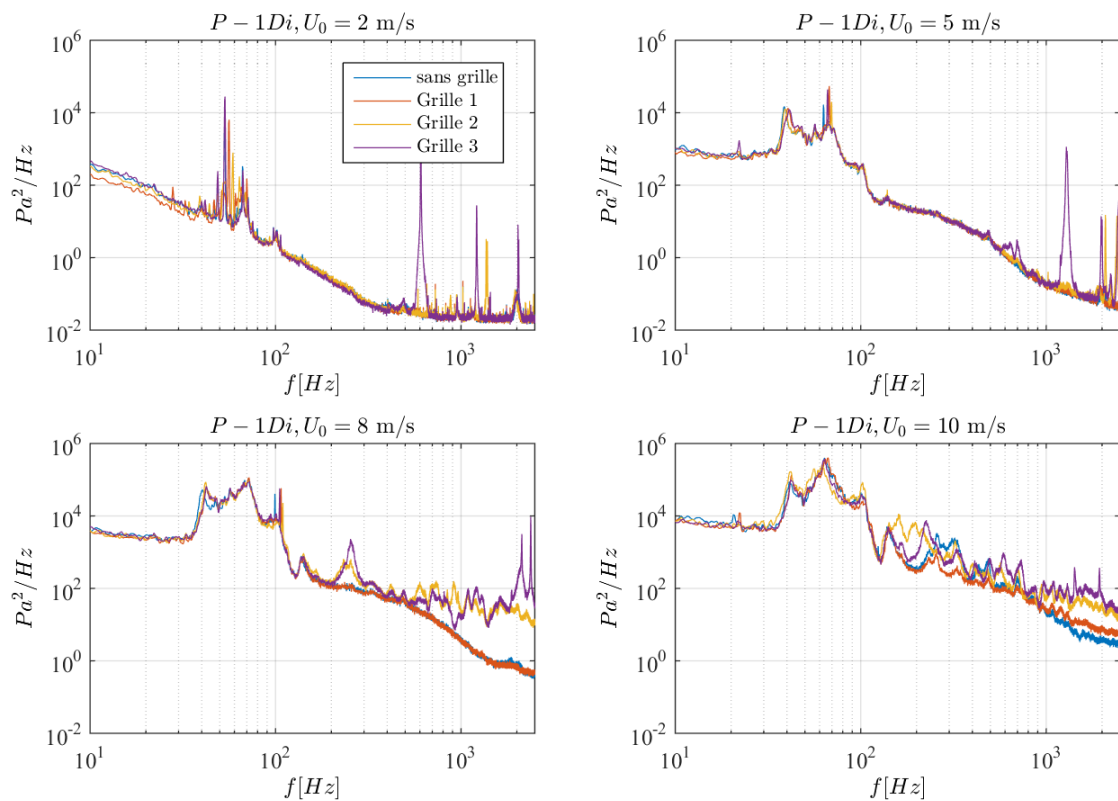


Figure A.36 - Spectres de pression de paroi mesurés à  $l/D=-1$ , pour la configuration sans grille ainsi que pour Grille 1, 2 et 3. Haut, gauche :  $U_0 = 2 \text{ m/s}$  ; haut, droite :  $U_0 = 5 \text{ m/s}$  ; Bas, gauche :  $U_0 = 8 \text{ m/s}$  et bas, droite :  $U_0 = 10 \text{ m/s}$ .

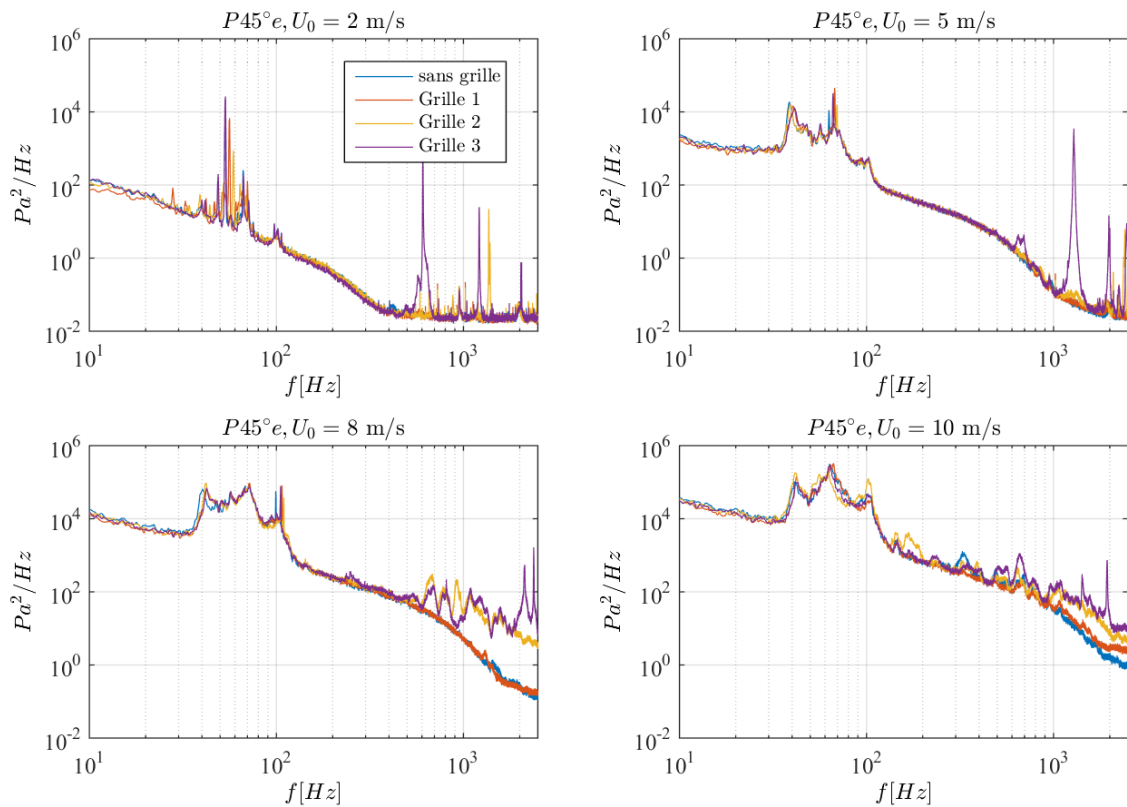


Figure A.37 - Spectres de pression de paroi mesurés à  $\theta=45^\circ$ , pour la configuration sans grille ainsi que pour Grille 1, 2 et 3. Haut, gauche :  $U_0 = 2 \text{ m/s}$  ; haut, droite :  $U_0 = 5 \text{ m/s}$  ; Bas, gauche :  $U_0 = 8 \text{ m/s}$  et bas, droite :  $U_0 = 10 \text{ m/s}$ .

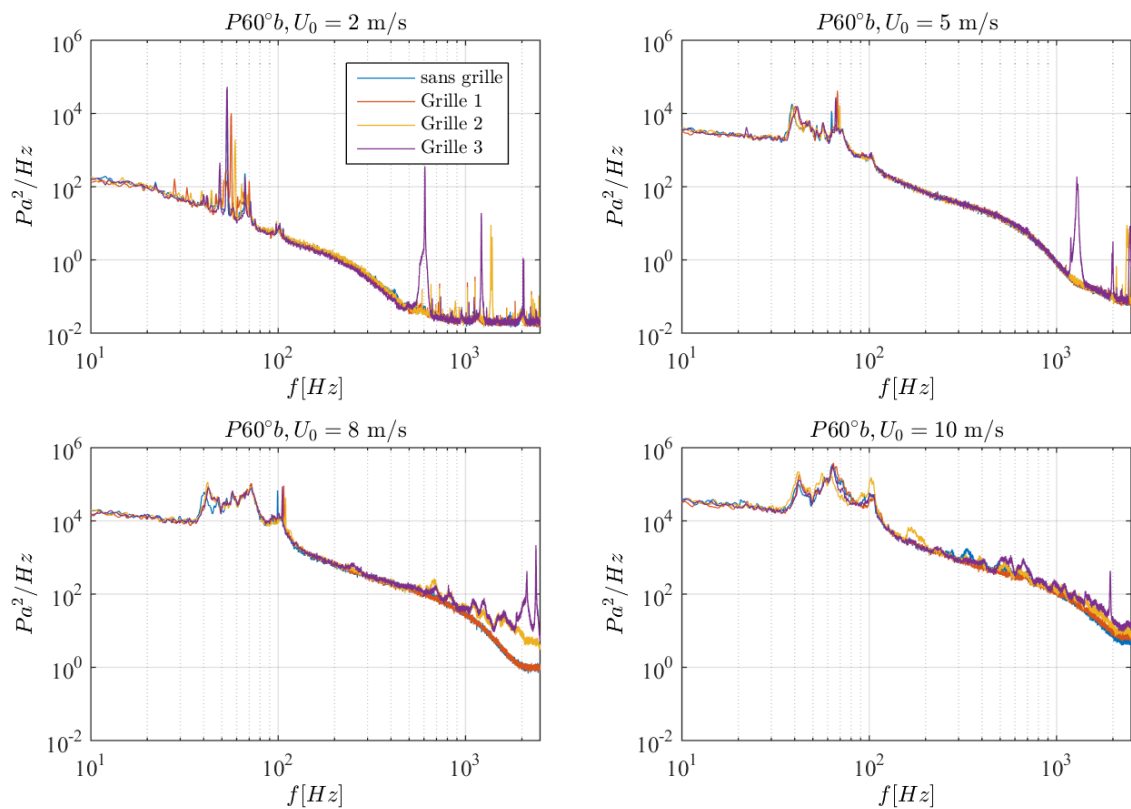


Figure A.38 - Spectres de pression de paroi mesurés à  $\theta=60^\circ$ , pour la configuration sans grille ainsi que pour Grille 1, 2 et 3. Haut, gauche :  $U_0 = 2 \text{ m/s}$  ; haut, droite :  $U_0 = 5 \text{ m/s}$  ; Bas, gauche :  $U_0 = 8 \text{ m/s}$  et bas, droite :  $U_0 = 10 \text{ m/s}$ .

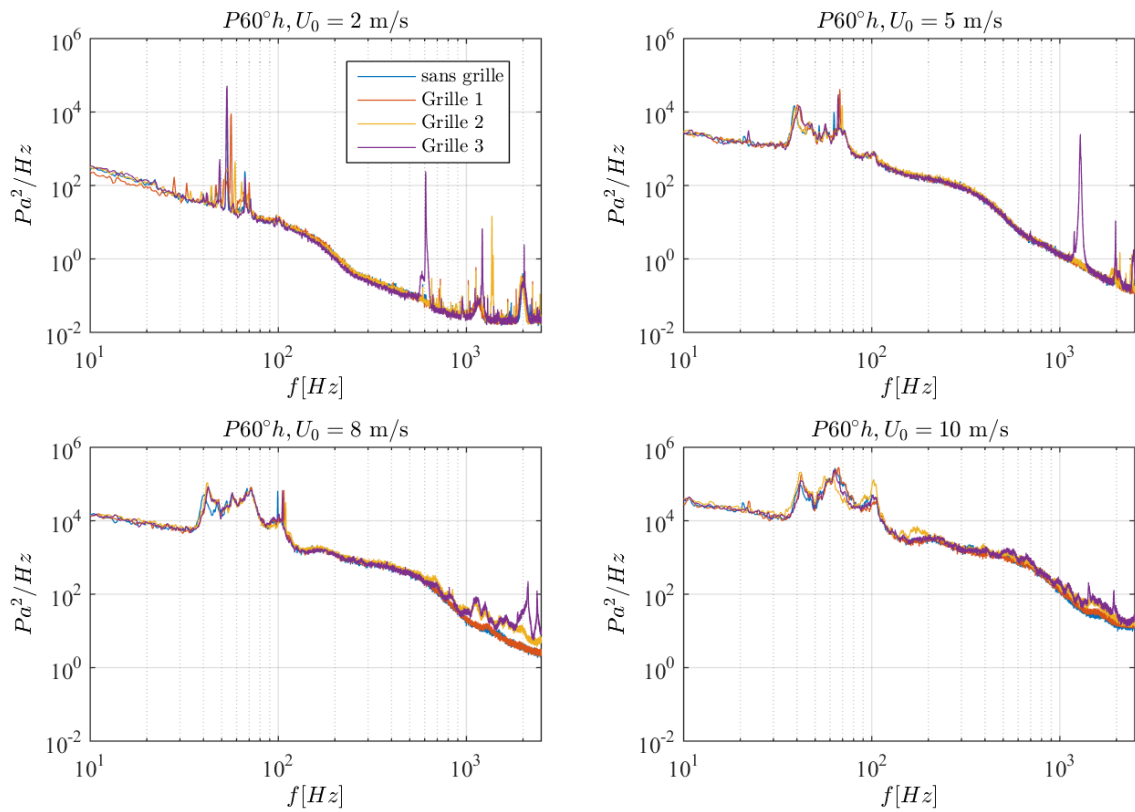


Figure A.39 - Spectres de pression de paroi mesurés à  $\theta=60^\circ$ , pour la configuration sans grille ainsi que pour Grille 1, 2 et 3. Haut, gauche :  $U_0 = 2$  m/s ; haut, droite :  $U_0 = 5$  m/s ; Bas, gauche :  $U_0 = 8$  m/s et bas, droite :  $U_0 = 10$  m/s.



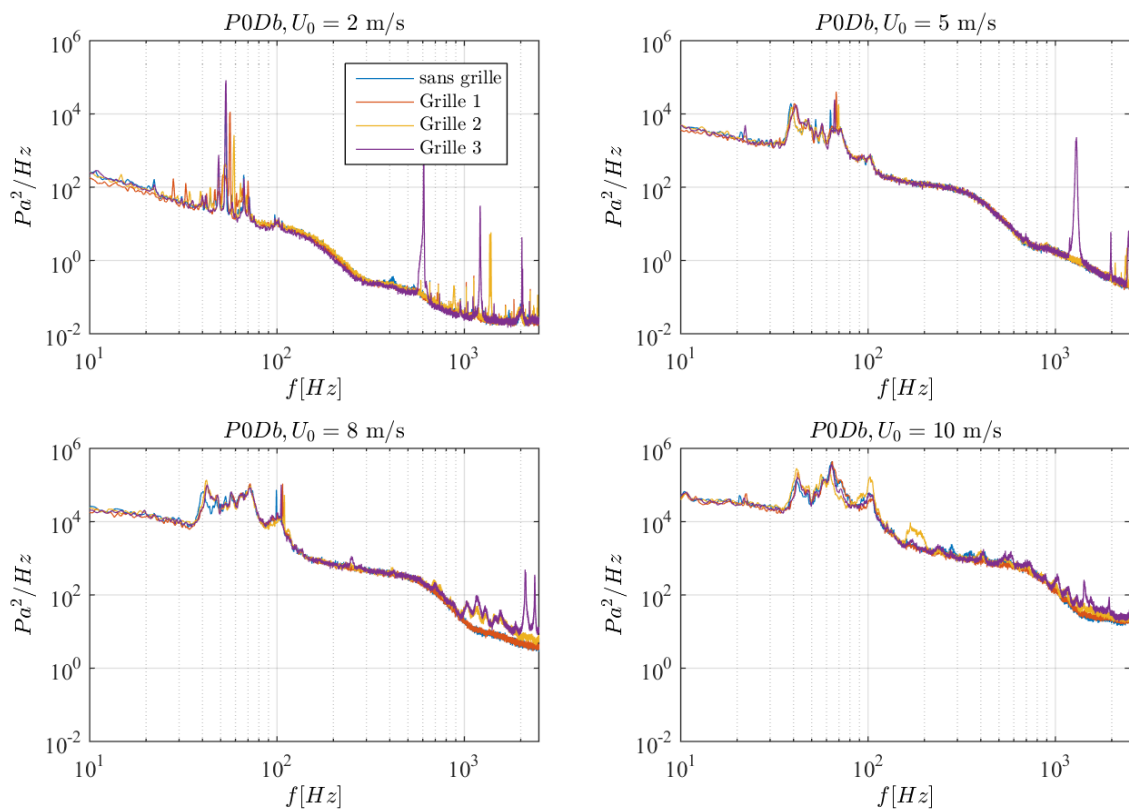


Figure A.40 - Spectres de pression de paroi mesurés à  $l/D=0$ , pour la configuration sans grille ainsi que pour Grille 1, 2 et 3. Haut, gauche :  $U_0 = 2 \text{ m/s}$  ; haut, droite :  $U_0 = 5 \text{ m/s}$  ; Bas, gauche :  $U_0 = 8 \text{ m/s}$  et bas, droite :  $U_0 = 10 \text{ m/s}$ .

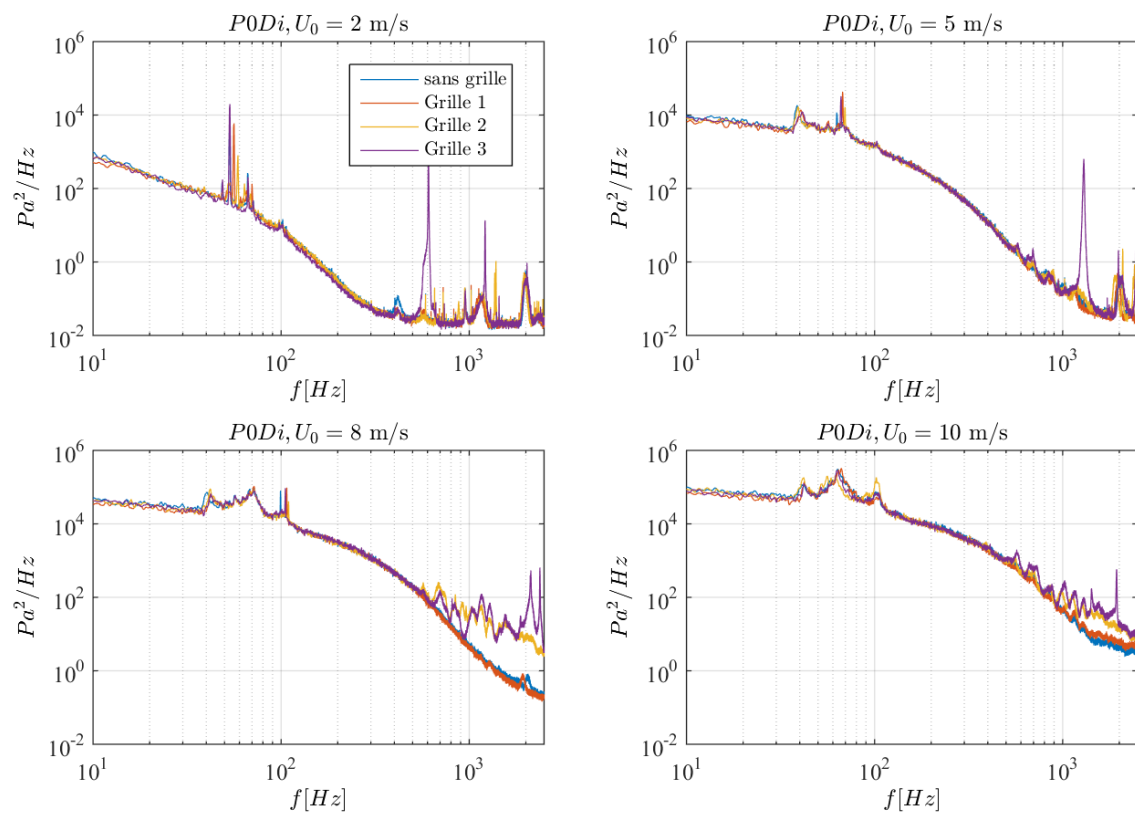


Figure A.41 - Spectres de pression de paroi mesurés à  $l/D=0$ , pour la configuration sans grille ainsi que pour Grille 1, 2 et 3. Haut, gauche :  $U_0 = 2 \text{ m/s}$  ; haut, droite :  $U_0 = 5 \text{ m/s}$  ; Bas, gauche :  $U_0 = 8 \text{ m/s}$  et bas, droite :  $U_0 = 10 \text{ m/s}$ .

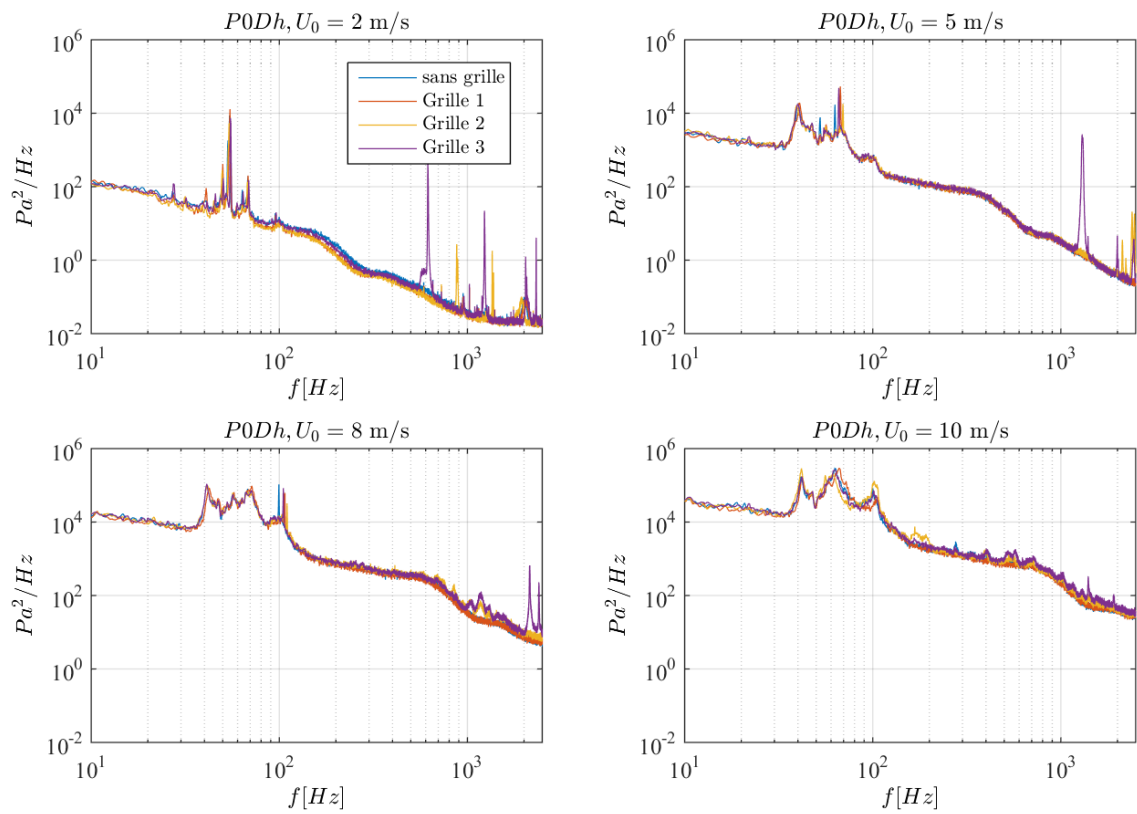


Figure A.42 - Spectres de pression de paroi mesurés à  $l/D=0$ , pour la configuration sans grille ainsi que pour Grille 1, 2 et 3. Haut, gauche :  $U_0 = 2 \text{ m/s}$  ; haut, droite :  $U_0 = 5 \text{ m/s}$  ; Bas, gauche :  $U_0 = 8 \text{ m/s}$  et bas, droite :  $U_0 = 10 \text{ m/s}$ .

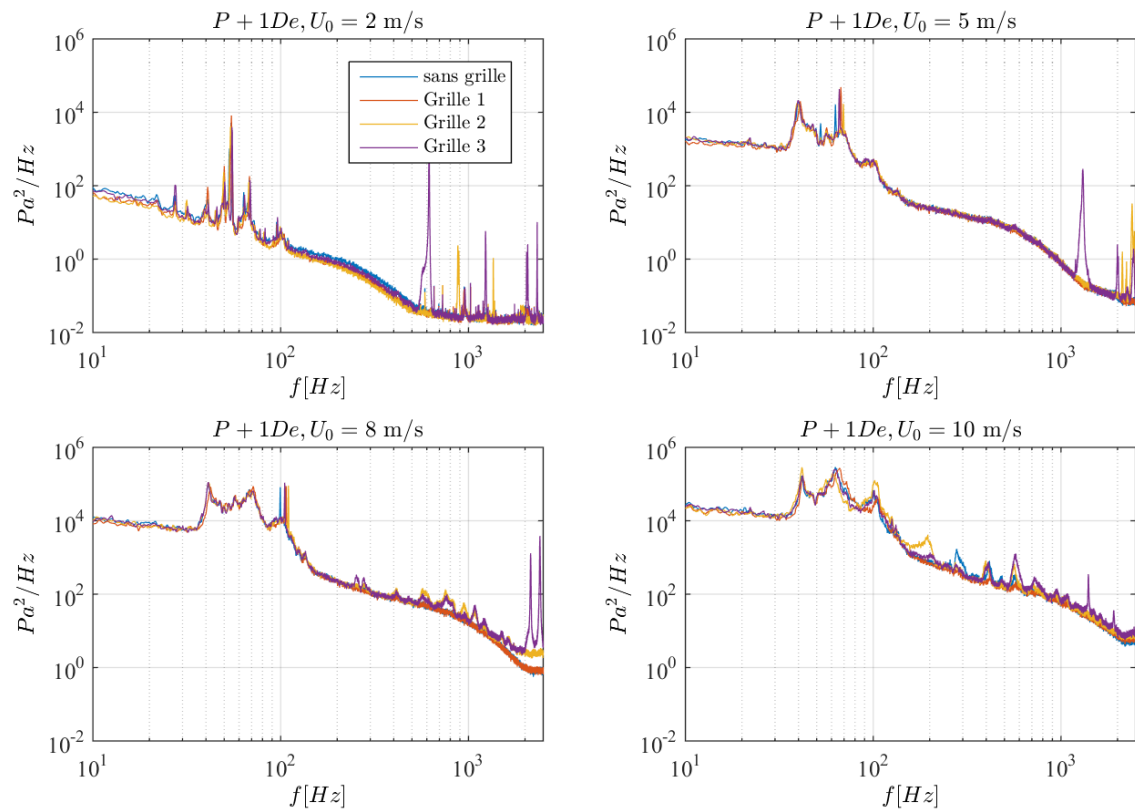


Figure A.43 - Spectres de pression de paroi mesurés à  $l/D=1$ , pour la configuration sans grille ainsi que pour Grille 1, 2 et 3. Haut, gauche :  $U_0 = 2$  m/s ; haut, droite :  $U_0 = 5$  m/s ; Bas, gauche :  $U_0 = 8$  m/s et bas, droite :  $U_0 = 10$  m/s.

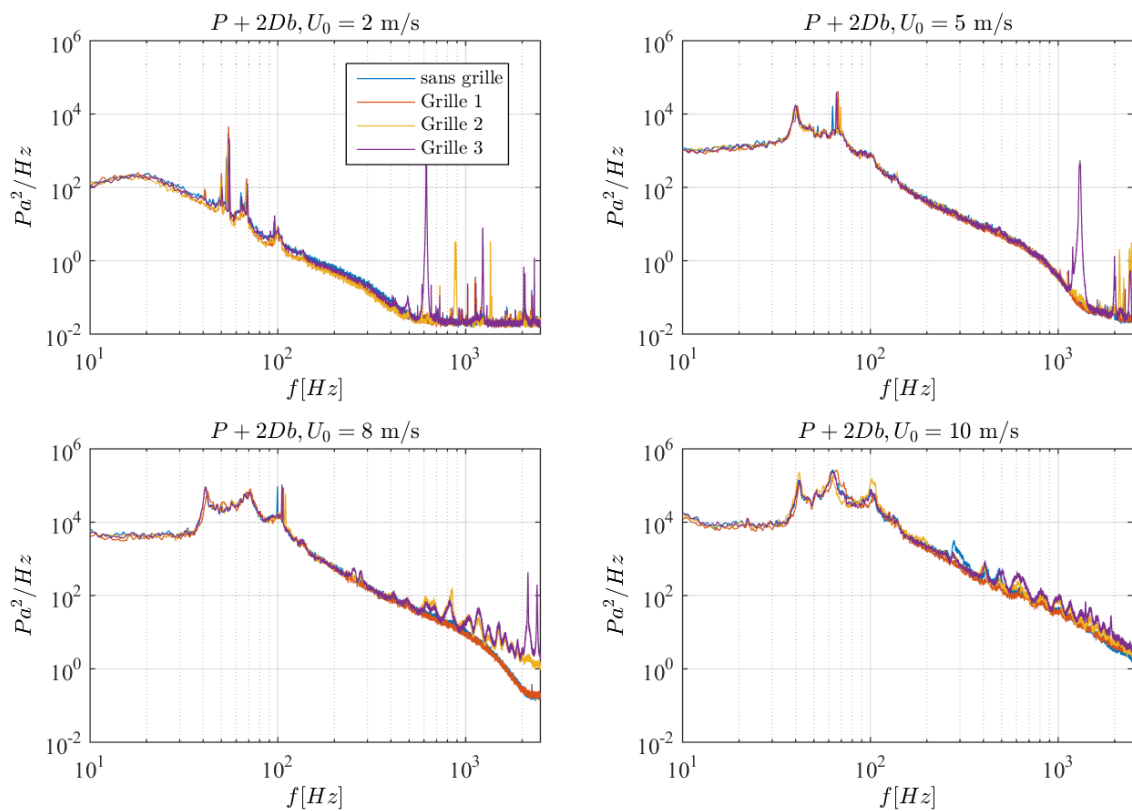


Figure A.44 - Spectres de pression de paroi mesurés à  $l/D=2$ , pour la configuration sans grille ainsi que pour Grille 1, 2 et 3. Haut, gauche :  $U_0 = 2 \text{ m/s}$  ; haut, droite :  $U_0 = 5 \text{ m/s}$  ; Bas, gauche :  $U_0 = 8 \text{ m/s}$  et bas, droite :  $U_0 = 10 \text{ m/s}$ .

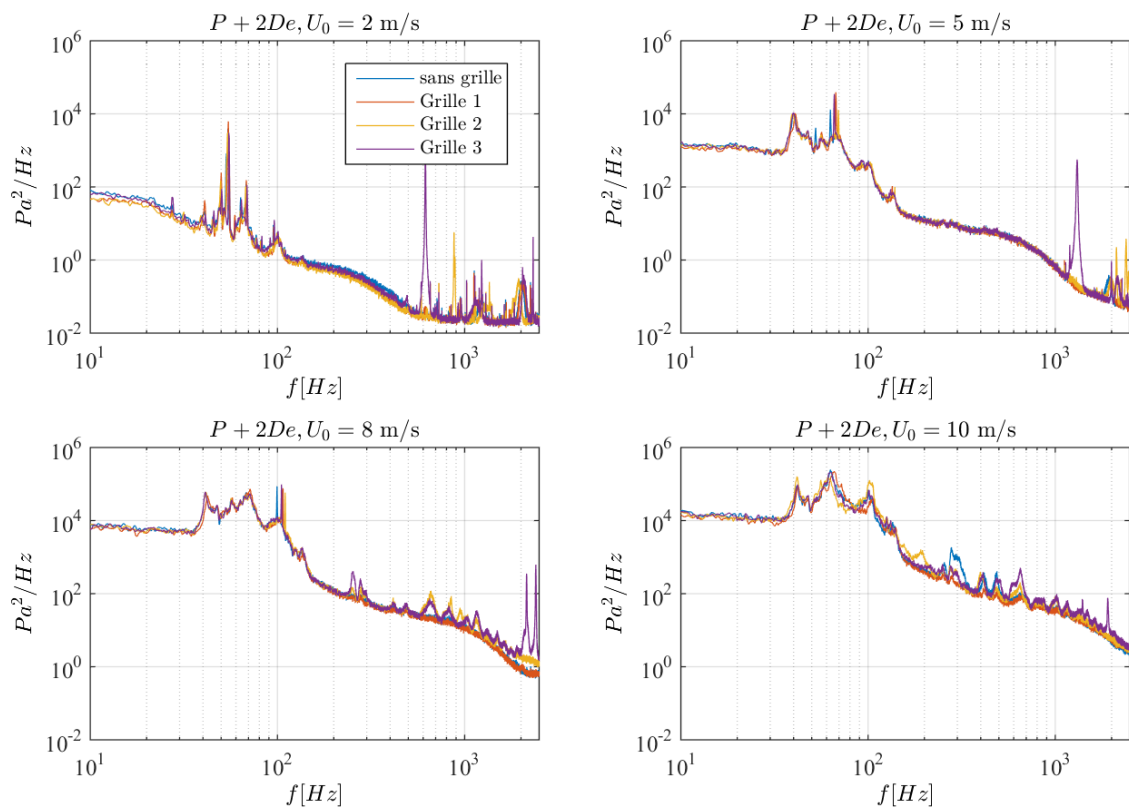


Figure A.45 - Spectres de pression de paroi mesurés à  $l/D=2$ , pour la configuration sans grille ainsi que pour Grille 1, 2 et 3. Haut, gauche :  $U_0 = 2 \text{ m/s}$  ; haut, droite :  $U_0 = 5 \text{ m/s}$  ; Bas, gauche :  $U_0 = 8 \text{ m/s}$  et bas, droite :  $U_0 = 10 \text{ m/s}$ .

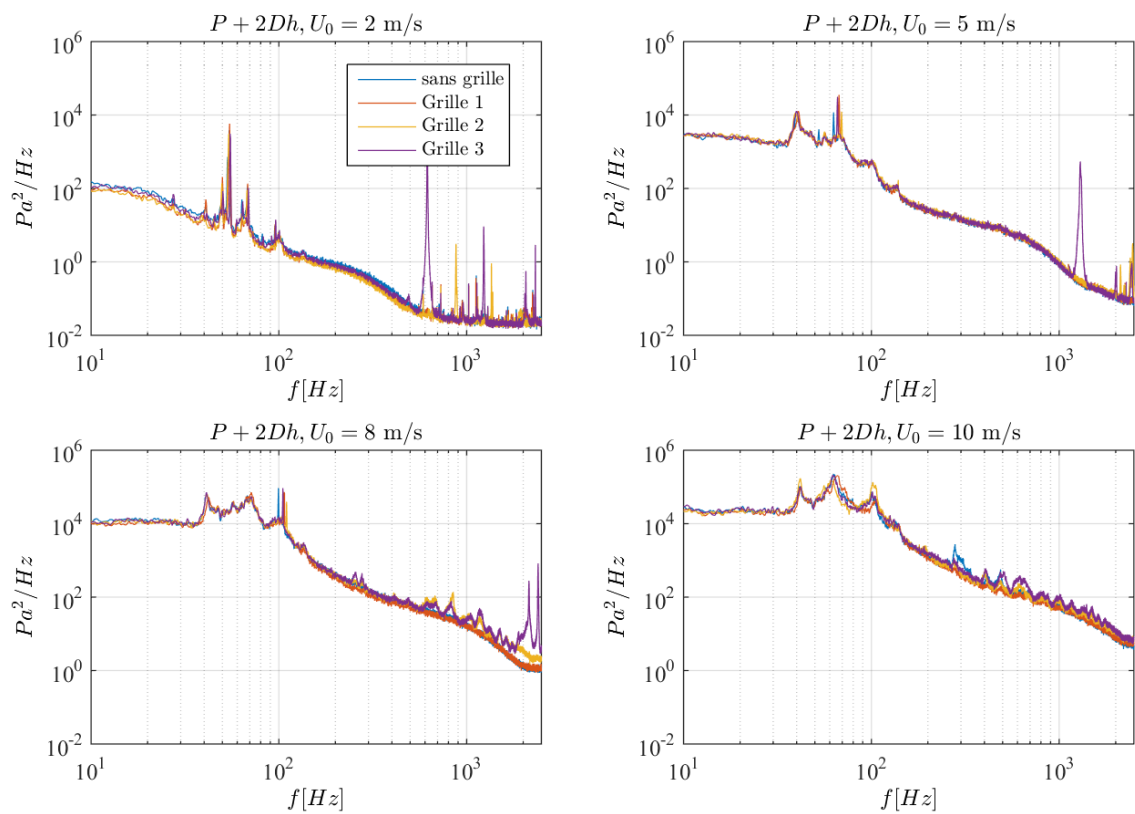


Figure A.46 - Spectres de pression de paroi mesurés à  $l/D=2$ , pour la configuration sans grille ainsi que pour Grille 1, 2 et 3. Haut, gauche :  $U_0 = 2 \text{ m/s}$  ; haut, droite :  $U_0 = 5 \text{ m/s}$  ; Bas, gauche :  $U_0 = 8 \text{ m/s}$  et bas, droite :  $U_0 = 10 \text{ m/s}$ .

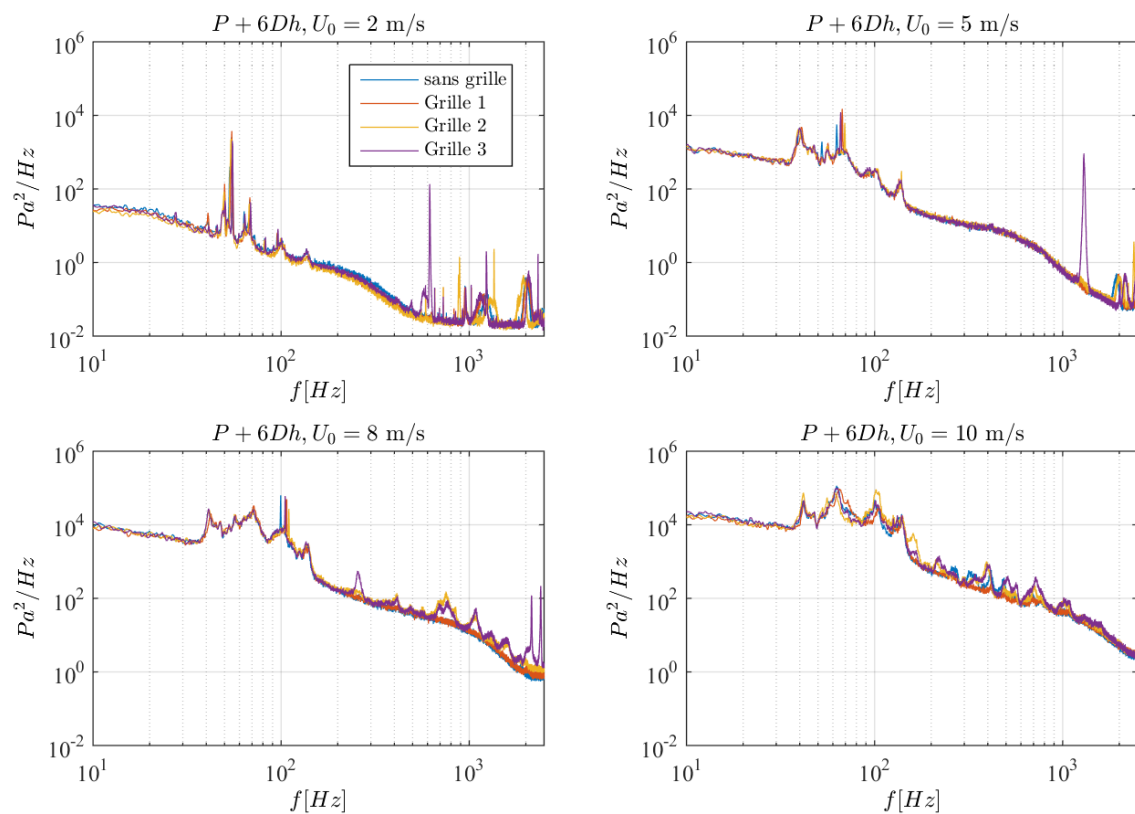


Figure A.47 - Spectres de pression de paroi mesurés à  $l/D=6$ , pour la configuration sans grille ainsi que pour Grille 1, 2 et 3. Haut, gauche :  $U_0 = 2 \text{ m/s}$  ; haut, droite :  $U_0 = 5 \text{ m/s}$  ; Bas, gauche :  $U_0 = 8 \text{ m/s}$  et bas, droite :  $U_0 = 10 \text{ m/s}$ .





# Références

1. Health , Executive S. Offshore hydrocarbon releases 2001-2008. Tech. rep. Research Report 672 by Health Safety Executive, UK; 2008.
2. Murakami Y, Inoue M, Sueoka A, Odahara S, Kobayashi M, Fujiwara N. Fatigue failure by flow-induced vibration. In ECF13, San Sebastian 2000; 2000.
3. Institute E. Guidelines for the Avoidance of Vibration Induced Fatigue Failure in Process Pipework. London.; 2008.
4. Kim J, Moin P, Moser R. Turbulence statistics in fully developed channel flow at low Reynolds number. *Journal of fluid mechanics*. 1987; 177: p. 133-166.
5. Eggels J, Unger F, Weiss M, Westerweel J, Adrian R, Friedrich R, et al. Fully developed turbulent pipe flow: a comparison between direct numerical simulation and experiment. *Journal of Fluid Mechanics*. 1994; 268: p. 175-210.
6. Thomson J. On the Origin of Windings of Rivers in Alluvial Plains, with Remarks on the Flow of Water round Bends in Pipes. *Proceedings of the Royal Society of London*. 1876.
7. Boussinesq J. Mémoire sur l'influence des frottements dans les mouvements réguliers des fluides. *Journal de Mathématiques Pures et Appliquées*. 1868.
8. Eustice J. Experiments on stream-line motion in curved pipes. *Proceedings of the Royal Society of London. Series A, Containing Papers of a Mathematical and Physical Character*. 1911.
9. Dean W. Note on the motion of fluid in a curved pipe. *The London, Edinburgh, and Dublin Philosophical Magazine and Journal of Science*. 1927.
10. Squire HB, Winter KG. The secondary flow in a cascade of airfoils in a nonuniform stream. *Journal of the Aeronautical Sciences (Institute of the Aeronautical Sciences)*. 1949.
11. Hawthorne WR. Secondary circulation in fluid flow. *Proceedings of the Royal Society of London. Series A. Mathematical and Physical Sciences*. 1951.
12. Tunstall M, Harvey J. On the effect of a sharp bend in a fully developed turbulent pipe-flow. *Journal of Fluid Mechanics*. 1968; 34: p. 595-608.
13. Rütten F, Schröder W, Meinke M. Large-eddy simulation of low frequency oscillations of the Dean vortices in turbulent pipe bend flows. *Physics of Fluids*. 2005; 17(3): p. 035107.

14. Lai Y, So R, Zhang H. Turbulence-driven secondary flows in a curved pipe. *Theoretical and Computational Fluid Dynamics*. 1991; 3(3): p. 163-180.
15. Hirota K, Ishitani Y, Nakamura T, Shiraishi T, Sago H, Yamano H, et al. Flow-Induced Vibration of a Large-Diameter Elbow Piping in High Reynolds Number Range; Random Force Measurement and Vibration Analysis. *Proceedings of the Ninth International Conference on Flow-Induced Vibrations (FIV2008)*, Paper. .
16. Iwamoto Y, Kondo M, Minamiura H, Tanaka M, Yamano H. Unsteady Flow Characteristics in a 90 Degree Elbow Affected by Developed, Undeveloped and Swirling Inflow Conditions. *Journal of Fluid Science and Technology*. 2012.
17. Takamura H, Ebara S, Hashizume H, Aizawa K, Yamano H. Flow visualization and frequency characteristics of velocity fluctuations of complex turbulent flow in a short elbow piping under high Reynolds number condition. *Journal of Fluids Engineering*. 2012; 134(10): p. 101201.
18. Barbara O. Etude de l'écoulement dans un coude: influence des caractéristiques de l'écoulement amont. Ph.D. dissertation. , Toulouse, ENSAE; 1998.
19. Ono A, Kimura N, Tobita A. Influence of elbow curvature on flow structure at elbow outlet under high. *Nuclear Engineering and Design*. 2011;; p. 4409-4419.
20. Yamano H, Tanaka M, Kimura N, Ohshima H, Kamide H, Watanabe O. Development of flow-induced vibration evaluation methodology for large-diameter piping with elbow in Japan sodium-cooled fast reactor; 2011.
21. Eguchi Y, Murakami T, Tanaka M, Yamano H. A finite element LES for high-Re flow in a short-elbow pipe with undisturbed inlet velocity. *Nuclear Engineering and Design*. 2011; 241.
22. Dutta P, Nandi N. Effect of Reynolds Number and Curvature Ratio on Single Phase Turbulent Flow in Pipe Bends. *Mechanics and Mechanical Engineering*. 2015.
23. Vester AK, Örlü R, Alfredsson PH. POD analysis of the turbulent flow downstream a mild and sharp bend. *Experiments in Fluids*. 2015.
24. Sakakibara J, Machida N. Measurement of turbulent flow upstream and downstream of a circular pipe bend. *Physics of Fluids*. 2012.
25. Guala M, Hommema S, Adrian R. Large-scale and very-large-scale motions in turbulent pipe flow. *Journal of Fluid Mechanics*. 2006; 554: p. 521--542.
26. Liu Z, Adrian R, Hanratty T. Large-scale modes of turbulent channel flow: transport and structure. *Journal of Fluid Mechanics*. 2001; 448: p. 53--80.
27. Hellström LH, Sinha A, Smits AJ. Visualizing the very-large-scale motions in turbulent pipe flow. *Physics of Fluids (1994-present)*. 2011.

28. Hellström LH, Zlatinov MB, Cao G, Smits AJ. Turbulent pipe flow downstream of a bend. *Journal of Fluid Mechanics*. 2013.
29. Yao LS, Berger S. Entry flow in a curved pipe. *Journal of Fluid Mechanics*. 1975; 67(01): p. 177-196.
30. Bendat JS, Piersol AG. *Engineering applications of correlation and spectral analysis*; 1980.
31. Preumont A. *Random Vibration and Spectral Analysis/Vibrations al*
32. Willmarth W. Pressure fluctuations beneath turbulent boundary layers. *Annual review of fluid mechanics*. 1975; 7(1): p. 13-36.
33. Hodgson TH. *Pressure fluctuations in shear flow turbulence*. Ph.D. dissertation. , University of London; 1962.
34. Skudrzyk E, Haddle G. Noise production in a turbulent boundary layer by smooth and rough surfaces. *The Journal of the Acoustical Society of America*. 1960; 32(1): p. 19-34.
35. Willmarth W, Yang C. Wall-pressure fluctuations beneath turbulent boundary layers on a flat plate and a cylinder. *Journal of Fluid Mechanics*. 1970; 41(01): p. 47-80.
36. Corcos G. Resolution of pressure in turbulence. *The Journal of the Acoustical Society of America*. 1963; 35(2): p. 192-199.
37. Corcos G. The structure of the turbulent pressure field in boundary-layer flows. *Journal of Fluid Mechanics*. 1964; 18(03): p. 353-378.
38. Bull M. Wall-pressure fluctuations beneath turbulent boundary layers: some reflections on forty years of research. *Journal of Sound and Vibration*. 1996; 190(3): p. 299-315.
39. Finnveden S, Birgersson F, Ross U, Kremer T. A model of wall pressure correlation for prediction of turbulence-induced vibration. *Journal of Fluids and Structures*. 2005; 20(8): p. 1127-1143.
40. Efimtsov B. Characteristics of the field of turbulent wall pressure fluctuations at large reynolds numbers. *Soviet Physics Acoustics-USSR*. 1982; 28(4): p. 289-292.
41. Palumbo D. Determining correlation and coherence lengths in turbulent boundary layer flight data. *Journal of Sound and Vibration*. 2012; 331(16): p. 3721-3737.
42. Chase DM. Modeling the wavevector-frequency spectrum of turbulent boundary layer wall pressure. *Journal of sound and Vibration*. 1980; 70(1): p. 29-67.

43. Chase DM. The character of the turbulent wall pressure spectrum at subconvective wavenumbers and a suggested comprehensive model. *Journal of Sound and Vibration*. 1987; 112(1): p. 125-147.
44. Williams JF. Boundary-layer pressures and the Corcos model: a development to incorporate low-wavenumber constraints. *Journal of Fluid Mechanics*. 1982; 125: p. 9-25.
45. Birgersson F, Finnveden S, Robert G. Modelling turbulence-induced vibration of pipes with a spectral finite element method. *Journal of sound and vibration*. 2004; 278(4): p. 749-772.
46. Au-Yang M, Jordan K. Dynamic pressure inside a PWR—a study based on laboratory and field test data. *Nuclear Engineering and Design*. 1980; 58(1): p. 113-125.
47. Nakamura T, Shiraishi T, Ishitani Y, Watakabe H, Sago H, Fujii T, et al. Flow-Induced Vibration of a Large-Diameter Elbow Piping Based on Random Force Measurement Caused by Conveying Fluid: Visualization Test Results. In *ASME 2005 Pressure Vessels and Piping Conference*; 2005. p. 457-463.
48. Kolmogorov AN. The local structure of turbulence in incompressible viscous fluid for very large Reynolds numbers. In *Dokl. Akad. Nauk SSSR*; 1941. p. 299-303.
49. Kolmogorov AN. Dissipation of energy in locally isotropic turbulence. In *Dokl. Akad. Nauk SSSR*; 1941. p. 16-18.
50. Kolmogorov AN. Equations of turbulent motion in an incompressible fluid. In *Dokl. Akad. Nauk SSSR*; 1941. p. 299-303.
51. Durant C. Etude expérimentale de l'excitation et de la réponse vibroacoustique d'une conduite sollicitée par un écoulement interne. Lyon; 1999.
52. Gibert R. *Vibration des Structures* Paris: Editions Eyrolles; 1988.
53. Gibert R. *Vibrations des circuits parcourus par un fluide dense*. La Houille Blanche. 1983.
54. Ebara S, Aoya Y, Sato T, Hashizume H, Kazuhisa Y, Aizawa K, et al. Pressure Fluctuation Characteristics of Complex Turbulent Flow in a Single Elbow With Small Curvature Radius for a Sodium-Cooled Fast Reactor. *Journal of Fluids Engineering*. 2010; 132(11): p. 111102.
55. Peltier L, Hambric S. Estimating turbulent-boundary-layer wall-pressure spectra from CFD RANS solutions. *Journal of Fluids and Structures*. 2007.
56. Williams JEF. Surface-pressure fluctuations induced by boundary-layer flow at finite Mach number. *Journal of Fluid Mechanics*. 1965; 22(03): p. 507-519.

57. Lighthill MJ. On sound generated aerodynamically. I. General theory. Proceedings of the Royal Society of London A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences. 1952.
58. Lighthill MJ. On Sound Generated Aerodynamically. II. Turbulence as a Source of Sound. Proceedings of the Royal Society of London. Series A, Mathematical and Physical Sciences. 1954;: p. 1-32.
59. Hambric S, Boger D, Fahnline J, Campbell R. Structure-and fluid-borne acoustic power sources induced by turbulent flow in 90 degrees piping elbows. Journal of Fluids and Structures. 2010.
60. Melville RB, Morton SA, Rizzetta DP, others. Implementation of a fully-implicit, aeroelastic Navier-Stokes solver. AIAA paper. 1997; 2039: p. 80.
61. Wong A, Tsai H. Calculation of wing flutter by a coupled CFD-CSD method. In 38th Aerospace Sciences Meeting and Exhibit, Aerospace Sciences Meetings; 2000.
62. Chen X, Zha GC, Hu Z. Numerical simulation of flow induced vibration based on fully coupled fluid-structural interactions. In submitted to 34th AIAA Fluid Dynamics Conference; 2004.
63. Rossiter J. Wind tunnel experiments on the flow over rectangular cavities at subsonic and transonic speeds. Tech. rep. Ministry of Aviation; Royal Aircraft Establishment; RAE Farnborough; 1964.
64. Chatellier L, Laumonier J, Gervais Y. Theoretical and experimental investigations of low Mach number turbulent cavity flows. Experiments in fluids. 2004; 36(5): p. 728-740.
65. Axisa F. Modélisation des Systèmes Mécaniques Tomes 3 et 4 Paris: Hermes Science Publications; 2001.
66. Bull M. Properties of the fluctuating wall-pressure field of a turbulent boundary layer. Tech. rep. ADVISORY GROUP FOR AERONAUTICAL RESEARCH AND DEVELOPMENT PARIS (FRANCE); 1963.
67. Serafini JS. Wall-pressure fluctuations and pressure-velocity correlations in turbulent boundary layers. Tech. rep. ADVISORY GROUP FOR AERONAUTICAL RESEARCH AND DEVELOPMENT PARIS (FRANCE); 1963.
68. Willmarth WW, Wooldridge C. Measurements of the correlation between the fluctuating velocities and the fluctuating wall pressure in a thick turbulent boundary layer. Tech. rep. ADVISORY GROUP FOR AERONAUTICAL RESEARCH AND DEVELOPMENT PARIS (FRANCE); 1963.

69. Aubry N, Holmes P, Lumley JL, Stone E. The dynamics of coherent structures in the wall region of a turbulent boundary layer. *Journal of Fluid Mechanics*. 1988; 192: p. 115-173.
70. Ukeiley L, Cordier L, Manceau R, Delville J, Glauser M, Bonnet J. Examination of large-scale structures in a turbulent plane mixing layer. Part 2. Dynamical systems model. *Journal of Fluid Mechanics*. 2001; 441: p. 67-108.
71. Noack BR, Eckelmann H. A low-dimensional Galerkin method for the three-dimensional flow around a circular cylinder. *Physics of Fluids*. 1994; 6(1): p. 124-143.
72. Leroux R. Inférence bayésienne pour la reconstruction d'écoulements complexes- Application au profil NACA0012: Université de Poitiers; 2012.
73. Liberge E. Modèles réduits obtenus par la méthode de POD-Galerkin pour les problèmes d'interaction fluide structure: Université de La Rochelle; 2008.
74. Liberge E, Pomarede M, Hamdouni A. Reduced-order modelling by POD-multiphase approach for fluid-structure interaction. *European Journal of Computational Mechanics/Revue Européenne de Mécanique Num*
75. Cordier L. Etude des systèmes dynamiques basés sur la décomposition orthogonale aux valeurs propres (POD)-application à la couche de mélange turbulente et à l'écoulement entre deux disques contra-rotatifs; 1996.
76. Reynolds O. An experimental investigation of the circumstances which determine whether the motion of water shall be direct or sinuous, and of the law of resistance in parallel channels. *Proceedings of the royal society of London*. 1883; 35(224-226): p. 84-99.
77. Cantwell BJ. Organized motion in turbulent flow. *Annual review of fluid mechanics*. 1981.
78. Hussain AF. *Coherent structures and turbulence*: Cambridge Univ Press; 1986.
79. Lumley JL. *The structure of inhomogeneous turbulent flows*; 1967.
80. Sirovich L. Turbulence and the dynamics of coherent structures. Part I: Coherent structures. *Quarterly of applied mathematics*. 1987.
81. George Jr WK, Beuther PD, Lumley JL. Processing of random signals. In *Proceedings of the Dynamic Flow Conference 1978 on Dynamic Measurements in Unsteady Flows*; 1978.
82. Golub GH, Reinsch C. Singular value decomposition and least squares solutions. *Numerische mathematik*. 1970.

83. Bonnet J, Cole D, Delville J, Glauser M, Ukeiley L. Stochastic estimation and proper orthogonal decomposition: complementary techniques for identifying structure. *Experiments in fluids*. 1994.
84. Tinney CE, Jordan P, Hall A, Delville J, Glauser MN. A time-resolved estimate of the turbulence and sound source mechanisms in a subsonic jet flow. *Journal of Turbulence*. 2007.
85. Hudy L, Naguib A, Humphreys W. Stochastic estimation of a separated-flow field using wall-pressure-array measurements. *Physics of Fluids*. 2007.
86. Adrian RJ. On the role of conditional averages in turbulence theory. *Turbulence in Liquids*. 1977.
87. Adrian RJ. Conditional eddies in isotropic turbulence. *The Physics of Fluids*. 1979.
88. Adrian RJ. Stochastic estimation of conditional structure: a review. *Applied scientific research*. 1994.
89. Cole DR, Glauser MN, Guezennec YG. An application of the stochastic estimation to the jet mixing layer. *Physics of Fluids A: Fluid Dynamics*. 1992.
90. Durgesh V, Naughton J. Multi-time-delay LSE-POD complementary approach applied to unsteady high-Reynolds-number near wake flow. *Experiments in fluids*. 2010.
91. Lasagna D, Orazi M, Iuso G. Multi-time delay, multi-point linear stochastic estimation of a cavity shear layer velocity from wall-pressure measurements. *Physics of Fluids*. 2013.
92. Guezennec Y. Stochastic estimation of coherent structures in turbulent boundary layers. *Physics of Fluids A: Fluid Dynamics*. 1989.
93. Tung T, Adrian R. Higher-order estimates of conditional eddies in isotropic turbulence. *The Physics of Fluids*. 1980.
94. Murray NE, Ukeiley LS. Estimation of the flowfield from surface pressure measurements in an open cavity. *AIAA Journal*. 2003.
95. Ukeiley L, Murray N, Song Q, Cattafesta L. Dynamic surface pressure based estimation for flow control. *IUTAM Symposium on Flow Control and MEMS*. 2008.
96. Taylor J, Glauser M. Towards practical flow sensing and control via POD and LSE based low-dimensional tools. *Journal of fluids engineering*. 2004.
97. Garcia-Sagrado A, Hynes T. Stochastic estimation of flow near the trailing edge of a NACA0012 airfoil. *Experiments in fluids*. 2011.



98. Holmes P, Lumley JL, Berkooz G. Turbulence, coherent structures, dynamical systems and symmetry: Cambridge university press; 1998.
99. Ukeiley L, Glauser M, Wick D. Downstream evolution of proper orthogonal decomposition eigenfunctions in a lobed mixer. *AIAA Journal*. 1993.
100. Cole DR, Glauser MN. Applications of stochastic estimation in the axisymmetric sudden expansion. *Physics of Fluids*. 1998; 10(11): p. 2941-2949.
101. Stokes S, Glauser M. Multi-point measurement techniques used in the study of separated flows. In 30th Fluid Dynamics Conference; 1999. p. 3518.
102. Ewing D, Citriniti JH. Examination of a LSE/POD complementary technique using single and multi-time information in the axisymmetric shear layer. In IUTAM Symposium on simulation and identification of organized structures in flows; 1999. p. 375-384.
103. Ewing D, Woodward S. On accurate experimental measurements of the dynamics of large scale structures in turbulent flows. In IUTAM Symposium on Turbulent Mixing and Combustion; 2002. p. 73-83.
104. Geladi P, Kowalski BR. Partial least-squares regression: a tutorial. *Analytica chimica acta*. 1986; 185: p. 1-17.
105. Belsley DA, Kuh E, Welsch RE. Regression diagnostics: Identifying influential data and sources of collinearity: John Wiley & Sons; 2005.
106. Pearson K. On lines and planes of closest fit to systems of point in space. *Philosophical Magazine*. 1901; 2(11): p. 559-572.
107. Wold HOA. Nonlinear estimation by iterative least square procedures; 1968.
108. Hotelling H. Analysis of a complex of statistical variables into principal components. *Journal of educational psychology*. 1933; 24(6): p. 417.
109. Wold S, Esbensen K, Geladi P. Principal component analysis. *Chemometrics and intelligent laboratory systems*. 1987; 2(1-3): p. 37-52.
110. Dunn W, Scott D, Glen W. Principal components analysis and partial least squares regression. *Tetrahedron Computer Methodology*. 1989; 2(6): p. 349-376.
111. Höskuldsson A. PLS regression methods. *Journal of chemometrics*. 1988; 2(3): p. 211-228.
112. Wold H. Partial least squares. *Encyclopedia of statistical sciences*. 2004.
113. Wold H. Estimation of principal components and related models by iterative least squares. 1966..

114. Wold H. The nonlinear iterative partial Least squares approach. *Perspective in Probability and Statistics, Paper in Honour of MS Bartlett*. 1975; 520: p. 540.
115. De Jong S. SIMPLS: an alternative approach to partial least squares regression. *Chemometrics and intelligent laboratory systems*. 1993; 18(3): p. 251-263.
116. De Jong S, Ter Braak CJ. Comments on the PLS kernel algorithm. *Journal of chemometrics*. 1994; 8(2): p. 169-174.
117. Glen WG, Sarker M, Dunn W, Scott D. UNIPALS: Software for principal components analysis and partial least squares regression. *Tetrahedron Computer Methodology*. 1989; 2(6): p. 377-396.
118. Manceau R. *Industrial codes for cfd. A training course for Eng., Univ. of Poitiers*. 2010.
119. George WK. *Lectures in Turbulence for the 21st Century*. Chalmers University of Technology. 2013.
120. Harlow FH, Nakayama PI. Transport of turbulence energy decay rate. Tech. rep. Los Alamos Scientific Lab., N. Mex.; 1968.
121. Jones W, Launder B. The calculation of low-Reynolds-number phenomena with a two-equation model of turbulence. *International Journal of Heat and Mass Transfer*. 1973; 16(6): p. 1119-1130.
122. Launder BE, Spalding DB. The numerical computation of turbulent flows. *Computer methods in applied mechanics and engineering*. 1974; 3(2): p. 269-289.
123. Spalding D. *The prediction of two-dimensional, steady, turbulent, elliptic flows: Imperial College of Science and Technology, Department of Mechanical Engineering*; 1969.
124. Spalding D. Concentration fluctuations in a round turbulent free jet. *Chemical Engineering Science*. 1971; 26(1): p. 95-107.
125. Saffman P. A model for inhomogeneous turbulent flow. In *Proceedings of the Royal Society of London A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences*; 1970. p. 417-433.
126. Rodi W, Spalding DB. A two-parameter model of turbulence, and its application to free jets. *Heat and Mass Transfer*. 1970; 3(2): p. 85-95.
127. Ng K, Spalding D. Predictions of two-dimensional boundary layers on smooth walls with a two-equation model of turbulence. *International Journal of Heat and Mass Transfer*. 1976; 19(10): p. 1161-1172.
128. Pope SB. *Turbulent Flows*; 2001.

129. Bailly C, Comte-Bellot G. *Turbulence* Paris: CNRS Editions; 2003.
130. Rotta J. Statistische theorie nichthomogener turbulenz. *Zeitschrift f*
131. Donaldson C. A computer study of an analytical model of boundary-layer transition. *AIAA Journal*. 1969; 7(2): p. 271-278.
132. Donaldson Cd. A progress report on an attempt to construct an invariant model of turbulent shear flows. In *Proc. AGARD Conf. on Turbulent Shear Flows*; 1971.
133. Hanjalic K, Launder B. A Reynolds stress model of turbulence and its application to thin shear flows. *J. Fluid Mech*. 1972; 52(4): p. 609-638.
134. Naot D, Shavit A, Wolfshtein M. Interactions between components of the turbulent velocity correlation tensor due to pressure fluctuations. *Israel Journal of Technology*. 1970; 8(3): p. 259-269.
135. Naot D, Shavit A, Wolfshtein M. Two-point correlation model and the redistribution of Reynolds stresses. *The Physics of Fluids*. 1973; 16(6): p. 738-743.
136. Launder B, Reece GJ, Rodi W. Progress in the development of a Reynolds-stress turbulence closure. *Journal of fluid mechanics*. 1975; 68(3): p. 537-566.
137. Pope S. Lagrangian PDF methods for turbulent flows. *Annual review of fluid mechanics*. 1994; 26(1): p. 23-63.
138. Durbin P. On the k-3 stagnation point anomaly. *International journal of heat and fluid flow*. 1996; 17(1): p. 89-90.
139. Shih TH, Liou WW, Shabbir A, Yang Z, Zhu J. A new k-epsilon eddy viscosity model for high reynolds number turbulent flows. *Computers \& Fluids*. 1995; 24(3): p. 227-238.
140. Manceau R, Hanjalic K. Elliptic blending model: A new near-wall Reynolds-stress turbulence closure. *Physics of Fluids*. 2002; 14(2): p. 744-754.
141. von Kármán T. *Mechanische Ahnlichkeit und Turbulenz*, *Nachr. Ges. Wiss Gottingen, Math. Phys. Klasse*; 1930, 5. English translation, NACA TM. 1931; 611: p. 58-76.
142. Millikan CB. A critical discussion of turbulent flow in channels and circular tubes. In *Proc. 5th Int. Congress on Applied Mechanics (Cambridge, MA, 1938)*; 1938. p. 386-392.
143. Launder BE, Spalding DB. *Mathematical models of turbulence*: Academic press; 1972.
144. Wilcox DC, others. *Turbulence modeling for CFD*: DCW industries La Canada, CA; 1998.

145. Jones WP. Turbulence modelling and numerical solution methods for variable density and combusting flows. *Turbulent reacting flows*. 1994;: p. 309-347.
146. Patel VC, Rodi W, Scheuerer G. Turbulence models for near-wall and low Reynolds number flows- A review. *AIAA journal*. 1985; 23(9): p. 1308-1319.
147. Hassid S, Poreh M. A turbulent energy dissipation model for flows with drag reduction. *Journal of Fluids Engineering*. 1978; 100(1): p. 107-112.
148. Dutoya D, Michard P. A program for calculating boundary layers along compressor and turbine blades. *Numerical Methods in Heat Transfer*. 1981; 38.
149. Chien KY. Predictions of channel and boundary-layer flows with a low-Reynolds-number turbulence model. *AIAA journal*. 1982; 20(1): p. 33-38.
150. Lam C, Bremhorst K. A modified form of the k-epsilon model for predicting wall turbulence. *ASME Transactions Journal of Fluids Engineering*. 1981; 103: p. 456-460.
151. Launder B, Sharma B. Application of the energy-dissipation model of turbulence to the calculation of flow near a spinning disc. *Letters in heat and mass transfer*. 1974; 1(2): p. 131-137.
152. Rodi W, Scheuerer G. Scrutinizing the k-epsilon-model under adverse pressure gradient conditions. In *4th Symposium on Turbulent Shear Flows*; 1984. p. 2-8.
153. Durbin P. A Reynolds stress model for near-wall turbulence. *Journal of Fluid Mechanics*. 1993; 249: p. 465-498.
154. Durbin PA. Near-wall turbulence closure modeling without “damping functions”. *Theoretical and Computational Fluid Dynamics*. 1991; 3(1): p. 1-13.
155. Manceau R. Accounting for wall-induced Reynolds stress anisotropy in explicit algebraic stress models. In *TSFP Digital Library Online*; 2003.
156. Bosch G, Rodi W. Simulation of vortex shedding past a square cylinder near a wall. *International Journal of Heat and Fluid Flow*. 1996; 17(3): p. 267-275.
157. Iaccarino G, Durbin P. Unsteady 3D RANS simulations using the v2-f model. *Annual Research Briefs 2000*. 2000;: p. 263-269.
158. Durbin P. Separated Flow Computations with the k-epsilon-v2 Model. *AIAA journal*. 1995; 33(4).
159. Smagorinsky J. General circulation experiments with the primitive equations: I. The basic experiment. *Monthly weather review*. 1963; 91(3): p. 99-164.

160. Deardorff JW. Three-dimensional numerical study of the height and mean structure of a heated planetary boundary layer. *Boundary-Layer Meteorology*. 1974; 7(1): p. 81-106.
161. Deardorff JW. A numerical study of three-dimensional turbulent channel flow at large Reynolds numbers. *Journal of Fluid Mechanics*. 1970; 41(2): p. 453-480.
162. Moin P, Kim J. Numerical investigation of turbulent channel flow. *Journal of fluid mechanics*. 1982; 118: p. 341-377.
163. Rütten F, Schröder W, Meinke M. Large-eddy simulation of low frequency oscillations of the Dean vortices in turbulent pipe bend flows. *Physics of Fluids (1994-present)*. 2005; 17(3): p. 035107.
164. Yamano H, Tanaka Ma, Kimura N, Ohshima H, Kamide H, Watanabe O. Development of flow-induced vibration evaluation methodology for large-diameter piping with elbow in Japan sodium-cooled fast reactor. *Nuclear Engineering and Design*. 2011; 241(11): p. 4464-4475.
165. Lilly DK. The representation of small-scale turbulence in numerical simulation experiments. In *Proc. IBM Sci. Compt. Symp. Environ. Sci.*, White Plains, IBM, 1967; 1967.
166. Bardina J, Ferziger JH, Reynolds WC. Improved subgrid-scale models for large-eddy simulation. In *American Institute of Aeronautics and Astronautics, Fluid and Plasma Dynamics Conference, 13th, Snowmass, Colo., July 14-16, 1980*, 10 p.; 1980.
167. Clark RA, Ferziger JH, Reynolds WC. Evaluation of subgrid-scale models using an accurately simulated turbulent flow. *Journal of Fluid Mechanics*. 1979; 91(1): p. 1-16.
168. Germano M. Turbulence: the filtering approach. *Journal of Fluid Mechanics*. 1992; 238: p. 325-336.
169. Van Driest ER. On turbulent flow near a wall. *J. Aeronaut. Sci.* 1956; 23(11): p. 1007-1011.
170. Piomelli U. High Reynolds number calculations using the dynamic subgrid-scale stress model. *Physics of Fluids A: Fluid Dynamics*. 1993; 5(6): p. 1484-1490.
171. Balaras E, Benocci C, Piomelli U. Finite-difference computations of high Reynolds number flows using the dynamic subgrid-scale model. *Theoretical and Computational Fluid Dynamics*. 1995; 7(3): p. 207-216.
172. Hedges L, Travin A, Spalart P. Detached-eddy simulations over a simplified landing gear. *Journal of fluids engineering*. 2002; 124(2): p. 413-423.

173. Forsythe JR, Squires KD, Wurtzler KE, Spalart PR. Detached-eddy simulation of the F-15E at high alpha. *Journal of Aircraft*. 2004; 41(2): p. 193-200.
174. Shur M, Spalart P, Strelets M, Travin A. Detached-eddy simulation of an airfoil at high angle of attack. *Engineering turbulence modelling and experiments*. 1999; 4: p. 669-678.
175. Spalart PR. Strategies for turbulence modelling and simulations. *International Journal of Heat and Fluid Flow*. 2000; 21(3): p. 252-263.
176. Spalart P, Jou W, Strelets M, Allmaras S, others. Comments on the feasibility of LES for wings, and on a hybrid RANS/LES approach. *Advances in DNS/LES*. 1997; 1: p. 4-8.
177. Strelets M. Detached eddy simulation of massively separated flows. In 39th Aerospace sciences meeting and exhibit; 2001. p. 879.
178. Menter F, Egorov Y. SAS Turbulence Modelling of Technical Flows. *Direct and Large-Eddy Simulation VI*. 2006;: p. 687-694.
179. Girimaji SS, Srinivasan R, Jeong E. PANS turbulence model for seamless transition between RANS and LES: fixed-point analysis and preliminary results. In ASME/JSME 2003 4th Joint Fluids Summer Engineering Conference; 2003. p. 1901-1909.
180. Chaouat B, Schiestel R. A new partially integrated transport model for subgrid-scale stresses and dissipation rate for turbulent developing flows. *Physics of Fluids*. 2005; 17(6): p. 065106.
181. Speziale CG. Turbulence modeling for time-dependent RANS and VLES: a review. *AIAA journal*. 1998; 36(2): p. 173-184.
182. Jarrin N, Benhamadouche S, Laurence D, Prosser R. A synthetic-eddy-method for generating inflow conditions for large-eddy simulations. *International Journal of Heat and Fluid Flow*. 2006; 27(4): p. 585-593.
183. Baramili A, Chatellier L, David L, Ancian L. Experimental and computational data assessment for vibration analysis in elbowed ducts conveying dense fluids. In *Proceedings of the 11th International Conference on Flow-Induced Vibration*; 2016.
184. Tunstall M, Harvey J. On the effect of a sharp bend in a fully developed turbulent pipe-flow. *Journal of Fluid Mechanics*. 1968; 34(03): p. 595-608.
185. Eguchi Y, Murakami T, Tanaka M, Yamano H. A finite element LES for high-Re flow in a short-elbow pipe with undisturbed inlet velocity. *Nuclear Engineering and Design*. 2011; 241(11): p. 4368-4378.

186. Sakakibara J, Machida N. Measurement of turbulent flow upstream and downstream of a circular pipe bend. *Physics of Fluids* (1994-present). 2012; 24(4): p. 041702.
187. O'neill P, Nicolaides D, Honnery D, Soria J, others. Autocorrelation functions and the determination of integral length with reference to experimental and numerical data. In 15th Australasian Fluid Mechanics Conference; 2004. p. 1-4.
188. Haller G. An objective definition of a vortex. *Journal of fluid mechanics*. 2005.
189. George Jr WK, Beuther PD, Lumley JL. Processing of random signals. In *Proceedings of the Dynamic Flow Conference 1978 on Dynamic Measurements in Unsteady Flows*; 1978. p. 757-800.
190. Ebara S, Aoya Y, Sato T, Hashizume H, Kazuhisa Y, Aizawa K, et al. Pressure Fluctuation Characteristics of Complex Turbulent Flow in a Single Elbow With Small Curvature Radius for a Sodium-Cooled Fast Reactor. *Journal of Fluids Engineering*. 2010; 132(11): p. 111102.
191. Larsson P. Fluid power attenuators analysis, measurements and performance optimization. In *Proceedings of the JFPS International Symposium on Fluid Power*; 1989. p. 55-62.
192. Durst F, Melling A, Whitelaw J. *Principles and practice of laser Doppler anemometry*, 1981: Academic Press, London.
193. Enayet M, Gibson M, Taylor A, Yianneskis M. Laser-Doppler measurements of laminar and turbulent flow in a pipe bend. *International Journal of Heat and Fluid Flow*. 1982; 3(4): p. 213-219.
194. Riethmuller M, David L, Lecordier B. *Vélocimétrie laser pour la mécanique des fluides*: Hermes Science; Lavoisier; 2012.
195. Raffel M, Willert CE, Wereley S, Kompenhans J. *Particle image velocimetry: a practical guide*: Springer Verlag; 1998.
196. Calluad D, David L. Stereoscopic particle image velocimetry measurements of the flow around a surface-mounted block. *Experiments in Fluids*. 2004; 36(1): p. 53-61.
197. David L, Calluad D, Chatellier L, Jarny S, Thomas L, Tremblais B. Techniques de mesures tridimensionnelles pour les écoulements fluides. In *13ème Congrès de Fluvisu*; 2009.
198. Horaud R, Monga O. *Vision par ordinateur: outils fondamentaux*: Editions Hermès; 1995.
199. Westerweel J. Efficient detection of spurious vectors in particle image velocimetry data. *Experiments in Fluids*. 1994; 16(3): p. 236-247.

200. Westerweel J, Scarano F. Universal outlier detection for PIV data. *Experiments in fluids*. 2005; 39(6): p. 1096-1100.
201. Tressler JF, Alkoy S, Newnham RE. Piezoelectric sensors and sensor materials. *Journal of electroceramics*. 1998; 2(4): p. 257-272.
202. Peeters B, Van der Auweraer H, Guillaume P, Leuridan J. The PolyMAX frequency-domain method: a new standard for modal parameter estimation? *Shock and Vibration*. 2004; 11(3-4): p. 395-409.
203. Peeters B, Van der Auweraer H, others. PolyMAX: a revolution in operational modal analysis. In 1st International Operational Modal Analysis Conference, Copenhagen, Denmark, Apr; 2005. p. 26-27.
204. Laufer J. The structure of turbulence in fully developed pipe flow. 1954.
205. Mattingly GE, Yeh T. Elbow effects on pipe flow and selected flow meters. In *Proceedings of the 6th International Conference on Flow Measurement, FLOMEKO*; 1993. p. 61-79.
206. Moore W, Kirouac G. Measurements of turbulent flow induced by 90-degree cylindrical elbow. Tech. rep. Knolls Atomic Power Lab., Schenectady, NY (USA); 1981.
207. Horne M, Handler R. Note on the cancellation of contaminating noise in the measurement of turbulent wall pressure fluctuations. *Experiments in fluids*. 1991; 12(1): p. 136-139.
208. Lauchle GC, Daniels MA. Wall-pressure fluctuations in turbulent pipe flow. *The Physics of fluids*. 1987; 30(10): p. 3019-3024.
209. Lee Rodgers J, Nicewander WA. Thirteen ways to look at the correlation coefficient. *The American Statistician*. 1988; 42(1): p. 59-66.
210. Borée J. Extended proper orthogonal decomposition: a tool to analyse correlated events in turbulent flows. *Experiments in Fluids*. 2003; 35(2): p. 188-192.