



**HAL**  
open science

# Modèle de description didactique de ressources d'apprentissage en mathématiques, pour l'indexation et des services EIAH

Sébastien Jolivet

► **To cite this version:**

Sébastien Jolivet. Modèle de description didactique de ressources d'apprentissage en mathématiques, pour l'indexation et des services EIAH. Recherche d'information [cs.IR]. Université Grenoble Alpes, 2018. Français. NNT : 2018GREAM074 . tel-02079412

**HAL Id: tel-02079412**

**<https://theses.hal.science/tel-02079412>**

Submitted on 26 Mar 2019

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



## THÈSE

Pour obtenir le grade de

### DOCTEUR DE LA COMMUNAUTÉ UNIVERSITÉ GRENOBLE ALPES

Spécialité : Mathématiques Appliquées - Didactique des mathématiques

Arrêté ministériel : 25 mai 2016

Présentée par

### Sébastien JOLIVET

Thèse dirigée par **Hamid CHAACHOUA**, Professeur des Universités,  
Université Grenoble Alpes, et  
Co-encadrée par **Cyrille DESMOULINS**, Maître de Conférence, Université  
Grenoble Alpes

préparée au sein du **Laboratoire d'Informatique de Grenoble**  
dans l'**École Doctorale Mathématiques, Sciences et technologies de**  
**l'Information, Informatique**

## Modèle de description didactique, de ressources d'apprentissage en mathématiques, pour l'indexation et des services EIAH

## A model for the didactic description of mathematical learning objects, for indexing and services in TEL environments

Thèse soutenue publiquement le **10 décembre 2018**, devant le jury  
composé de :

**Mme Berta BARQUERO**

Professeure associée, Université de Barcelone, Invitée

**M. Hamid CHAACHOUA**

Professeur des Universités, Université Grenoble Alpes, Directeur de thèse

**Mme Lalina COULANGE**

Professeure des Universités, Université de Bordeaux, Rapporteur

**M. Cyrille DESMOULINS**

Maître de Conférence, Université Grenoble Alpes, Examinateur

**Mme Brigitte GRUGEON-ALLYS**

Professeure des Universités émérite, Université Paris Est-Créteil, Rapporteur

**Mme Nathalie GUIN**

Maîtresse de conférence, HDR, Université Lyon 1, Examinatrice

**M. Yves MATHERON**

Professeur des Universités, IFE – ENS Lyon, Président



Contrepoint poétique  
5.20.16  
au M2DR.ETP.T4TEL

— T∞ —

à la thèse de  
Monsieur Sébastien

Imagine un oiseau ou un facteur sériels  
Monde parallèle remarquable  
Qui questionne le sens de nos modèles  
Et convoque valeurs et variables

Imagine une mouche inédite posée  
Sur les bouches béantes de nos identités,  
Un bourdonnement générateur d'impacts cognitifs  
Et d'étonnements taxonomiques pluriels

Je suis ma propre galaxie algébrique,  
l'autoprescription de mon imprescriptibilité  
Je suis un système indexé ouvert,  
l'énoncé algorithmique de mon désir de liberté

Imagine un cheminement personnel et fonctionnel  
Vers l'Homme, son cœur et sa complexité,  
Son caractère unique et non artificiel,  
Sa recherche empirique d'un bonheur optimum

Imagine pour le monde  
l'ombre portée du simple mot...  
Hypothèse.

Yves Béal<sup>1</sup>, le 10 décembre 2018, entre 10H et 12H

---

<sup>1</sup> Ami, poète et militant du GFEN ; qui m'a fait le plaisir de m'offrir ce texte écrit durant la soutenance et d'autoriser sa diffusion.



# Pour lire ce document

---

Nous apportons dans les lignes suivantes quelques précisions sur les choix de rédaction et proposons quelques indications pour permettre aux différents profils de lecteurs d'accéder directement aux chapitres les plus pertinents pour eux.

## Règles et conventions typographiques ; règles relatives aux accords

Autant que possible nous avons respecté les règles typographiques présentées dans le Lexique des règles typographiques en usage à l'Imprimerie nationale (Collectif, 2002) à l'exception de la bibliographie pour laquelle nous avons utilisé la norme APA 6<sup>e</sup> édition.

Dans les citations, sauf précision du contraire, l'utilisation de l'italique, du gras ou du souligné est celle faite par les auteurs cités dans le texte original.

Dans ce manuscrit nous faisons le choix ne pas appliquer la primauté du masculin sur le féminin dans le cadre des accords de genre, nous appliquons la règle de l'accord de proximité, telle que définie par exemple sur Wikipédia « la **règle de proximité** (ou **règle de voisinage**) consiste à accorder le genre et éventuellement le nombre de l'adjectif avec le plus proche des noms qu'il qualifie, et le verbe avec le plus proche des chefs des groupes coordonnés formant son sujet » (« Règle de proximité », 2018), conformément à l'appel paru sur le site Slate.fr (« Nous n'enseignerons plus que "le masculin l'emporte sur le féminin" », 2017).

## Annexes numériques

Différents fichiers, dont l'insertion en annexe papier n'était pas possible compte tenu de leur format ou volume, sont disponibles au téléchargement sur [https://frama.link/These\\_Jolivet](https://frama.link/These_Jolivet)

## Guide de lecture selon le profil du lecteur

Il est bien évidemment possible de lire l'ensemble de ce manuscrit. Son architecture globale est présentée à la fin du chapitre I (section I.4), et chaque chapitre débute par une rapide présentation de son contenu et une table des matières spécifique. Nous proposons cependant quelques pistes pour une lecture rapide selon les attentes du lecteur. En particulier, les chapitres XIII et XIV, peuvent ne pas être lus dans un premier temps. Ils présentent une enquête et ses résultats autour de la production de descripteurs de certaines ressources. Ces résultats sont rappelés et exploités dans d'autres chapitres quand c'est nécessaire. Les raccourcis proposés ci-dessous sont évidemment plus ou moins pertinents selon la familiarité du lecteur avec certaines références théoriques.

Le lecteur qui souhaite *accéder directement au résultat principal de ce travail*, en l'espèce un modèle de description didactique de ressources de type énoncé avec tâche prescrite (terme défini dans le chapitre V.3), pourra commencer sa lecture par les chapitres VIII, IX, XII et XV.

Le lecteur qui cherche *quelques éléments, issus de la littérature*, relatifs à :

- la notion de ressource et des questions liées à l'indexation ou la description didactique de ressources peut s'orienter vers les chapitres II à V,
- la théorie anthropologique du didactique (TAD) peut lire le chapitre VII,
- la notion d'intention didactique peut consulter le début du chapitre XVI.

Le lecteur qui s'intéresse plus spécifiquement à *l'approche praxéologique de la TAD et au cadre T4TEL* peut trouver :

- des éléments généraux dans le chapitre VII consacré au cadre théorique,
- la formalisation de la *tâche* et la définition du *type de tâches optimum*, qui sont deux apports de ce travail, dans le chapitre VIII (sections VIII.3 à VIII.5.),
- des illustrations détaillées de l'utilisation des générateurs de types de tâches et des systèmes de variables, tels que définis dans T4TEL, pour construire un modèle praxéologique de référence dans les chapitres X (autour de l'algèbre élémentaire) et XVII (section XVII.4, autour du dénombrement).

Le lecteur qui souhaite aller plus directement vers *les aspects informatiques et EIAH du travail* peut trouver :

- les résultats concernant la représentation informatique d'un modèle praxéologique de référence et de premières exploitations dans le chapitre XI,
- une exploitation et un enrichissement de cette représentation dans le chapitre XVII. Elle s'inscrit dans un travail exploratoire engagé en collaboration avec une doctorante en informatique dans le cadre d'un travail sur l'orchestration de ressources à l'aide d'un EIAH.

# Remerciements

---

Il est habituel, dans les remerciements de thèse, de commencer par le ou les directeurs. À l'heure d'apporter la dernière touche à ce travail, en écrivant ces quelques lignes, il m'apparaît qu'il ne s'agit pas seulement de convention ou de préséance ; sans directeur, point de thèse, et, sans bonne entente avec ses directeurs, point de thèse agréable à vivre. Je remercie donc infiniment Hamid et Cyril pour cette aventure de quatre ans, pour la complémentarité de leurs apports et leur disponibilité jamais démentie. Je ne suis jamais sorti d'une réunion, organisée ou improvisée, avec l'un, l'autre ou les deux, en me disant que j'avais perdu mon temps. Or, quand on a un peu fréquenté l'éducation nationale ou l'enseignement supérieur, on sait qu'une réunion dont on sort sans avoir l'impression d'y avoir plus ou moins perdu son temps ce n'est pas si fréquent que ça.

Viennent ensuite les rapporteuses, Lalina et Brigitte. La lecture de vos rapports, la qualité et la pertinence des remarques qui y sont formulées, donnent une idée du temps que vous y avez consacré. Merci pour vos retours positifs et encourageants, après quatre années de travail et des derniers mois intensifs, ils ont été très appréciables à recevoir.

Enfin, il y a les indispensables membres du jury, que je remercie vivement d'avoir trouvé le temps de lire mon manuscrit, en cette période surchargée de soutenances qu'est la dernière ligne droite avant le dépôt des dossiers de qualification. Merci Yves d'avoir bien voulu présider ce jury et pour la lecture attentive du manuscrit. Merci Nathalie d'avoir apporté un regard informatique et EIAH, je crois beaucoup aux apports mutuels que peuvent avoir nos différentes disciplines de recherche l'une pour l'autre. Merci enfin à Berta, en dépit des multiples rebondissements, d'avoir accepté de participer à ce jury comme invitée. Les questions posées par les un-e-s et les autres, ainsi que les échanges, durant ou après la soutenance, sont autant de pistes pour continuer à penser.

La qualité visuelle et orthographique de ce manuscrit doit beaucoup aux multiples yeux qui se sont penchés dessus pour en assurer une relecture fine. Mille mercis à Cécile, Maëlle, Roselyne, Estelle, Florence, Julie, Stéphanie, Lucie, Alberte, Valérie, Catherine et Marina pour le temps consacré à relire quelques, ou beaucoup, de pages de ce manuscrit. Les erreurs et coquilles restantes sont de mon fait, mais la disparation de nombre d'entre elles, c'est grâce à vous. D'autres ont contribué au travail réalisé en acceptant de participer au focus group qui est l'objet de deux chapitres, merci donc à Annie, Aude, Céline, Gilles, Guillaume, Jana, Marie-Caroline, Marina, Marion, Nathalie, Philippe et Thierry d'avoir pris de votre temps.

Avant de parvenir à un manuscrit qui puisse être relu il a fallu travailler un peu, et pour cela, un environnement riche et stimulant est indispensable. J'ai eu la chance de mener ce travail au sein de l'équipe MeTAH<sup>2</sup> du Laboratoire d'Informatique de Grenoble. Ce cadre a été l'occasion de nombreux échanges, sur des thèmes divers, avec Nicolas Balacheff et Annie Bessot, puits de savoirs en didactique et modèles de disponibilité pour échanger. Les réflexions partagées avec les doctorant-e-s de l'équipe, didacticien-ne-s ou informaticien-ne-s, ont aussi été riches et stimulantes, merci donc à Patrick, Nathalie, Rosa, Dani, Reinaldo, Véronique, Ben, Catherine. Un merci tout particulier à Hang, notre travail commun aura été précieux pour certaines avancées

---

<sup>2</sup> <https://www.liglab.fr/fr/la-recherche/axes-et-equipes-de-recherche/metah>

## Remerciements

---

de mon travail. Tous mes encouragements à celles qui ne sont pas encore arrivées au bout de l'aventure, vous verrez, ça vaut le coup.

Dans l'équipe, et au-delà, les échanges, directement en lien avec mes travaux ou non, avec des personnes de communautés diverses (didactique évidemment, mais aussi EIAH, informatique, sciences de l'éducation, etc.) m'ont aidé à penser et à diversifier les manières de le faire. Au nombre de ces personnes il y a Jana, Réjane, Eric, Karine, Gilles, Luc et Michèle durant et après mon passage en « pré-doc » à l'IFE ; Marina, Marianna, Yves, Marilena, Corine, Julia, Ignasi, Nathalie, Vanda, Brigitte, Jean-Charles, Marie, Nathalie, Pierre, Céline, Sylvia et tou-te-s les autres, rencontré-e-s en séminaire, en colloque ou en école d'été. Tous ces échanges, et leurs apports pour mon travail, m'ont conforté dans l'idée que l'on est plus intelligent à plusieurs. Merci aussi à Nadine pour la formation sur la méthodologie et l'aide apportée dans la construction du focus group. Merci à Patricia pour ; en plus de la bonne humeur, les échanges variés - scientifiques ou non, la confiance pour enseigner dans le master PIF, les séances de « trotting » ; avoir contribué à renouveler la garde-robe de mes filles. Je tiens à terminer ces remerciements « scientifiques » par Philippe Dessus, pour l'intérêt porté à mon travail et mes projets, sa disponibilité pour échanger, les idées et les références proposées, les conseils pour l'analyse du focus group ; tout cela avec une simplicité et une modestie jamais démenties. Merci aussi de m'avoir embarqué dans l'aventure CONPA<sup>3</sup>. Aventure, dont le tournant informatique a été l'occasion de travailler avec Ben-Manson Toussaint et confirmer ainsi ses qualités intellectuelles et de travail, pressenties en tant qu'ami. Enfin, cet environnement de travail, c'est aussi un bureau partagé depuis trois ans avec Catherine, précieuse voisine que je remercie pour avoir tapé le plus discrètement possible sur son clavier à chaque fois que je me suis assoupi sur ma chaise devant l'ordinateur, pour la complicité et tous les moments partagés.

Pouvoir mener à bien une thèse c'est aussi, quand on est obligé de travailler parallèlement, disposer d'un environnement professionnel favorable. Cela a été possible, d'une manière générale, grâce aux collègues de l'ESPE et à sa direction. J'adresse des remerciements particuliers aux collègues du pôle enseignement numérique (Laurence, Christophe, Patrick, Emmanuelle et tou-te-s les autres). Toute ma reconnaissance va aussi à Céline, puis Céline et Isabelle, qui consacrent autant d'énergie au bien-être de leurs collègues qu'à celui des étudiants dont nous avons la charge. Merci aussi à l'équipe de mathématiques de Chambéry ; Sophie, Céline, Marion, Aude et Valérie ; pour les échanges, la collaboration et les arrangements dans la répartition des UE.

Dans ces environnements, scientifique et professionnel, il s'agit aussi de ne pas oublier tous les personnels administratifs et techniques, de l'ESPE ou du LIG, qui font tourner la machine au quotidien. Pour le LIG j'adresse des remerciements particuliers à Michèle et Samantha, pour leur gentillesse, leur efficacité et leur disponibilité. Merci à Romain et Fabrice, de la DAPI, pour la compétence et l'accompagnement dans l'aventure Moodle. Dans l'ESPE, quelques remerciements spéciaux à la scolarité de l'antenne de Chambéry (Véronique, Mélanie, Delphine, Nicolas, Chloé...) ; à sa responsable administrative, Delphine ; et à Martine pour les salles qui brillent à chaque fois que l'on y va. Sans oublier Sandrine et Patrice à la BUPE, où on est toujours bien accueilli et où on trouve notamment les précieux RDM.

Enfin, il est aussi indispensable de bénéficier d'un environnement personnel conciliant et compréhensif. Parmi celui-ci, les amis du tatami ou de la vie de tous les jours, les premiers

---

<sup>3</sup> <http://pdessus.fr/sapea/conpa-jeu.html>

m'aidant à rester en forme physiquement, les autres à le rester moralement. Merci Guillaume, Lucie, Steph, Jérôme, Julie, Florence, Frank, Cécile, Damien, Amandine, Guillaume, Pauline, Emmanuelle, Nico, Jean-Luc, Julien, Pascal, Lionnel, Patrick, Yannick, Nico, Jennie, Pierre-André, Irina, Clémentine, Matthieu, Roseline, Patrick, Philippe, Dorella... et tous les autres. Certes j'ai bu quelques bières de moins ces derniers temps mais promis, on va se rattraper.

Faire une thèse plus vieux, c'est aussi y arriver avec une certaine expérience de vie, et je suis convaincu que les aventures pédagogiques, militantes, d'écriture (merci Yves et Fred), vécues pendant les dix ans passés au collège des Allinges m'ont aidé de diverses manières pour mener ce travail. Merci à tous les collègues avec qui j'ai partagé de petits et de grands moments, des petits riens qui, additionnés, font un tout. Il en est de même pour les camarades côtoyés durant les années où j'avais, ou prenais, du temps pour militer. La rigueur intellectuelle de certain-e-s, la mauvaise foi d'autres ; il est même possible que certain-e-s arrivent à allier les deux ; le sens de la controverse de tous, sont autant d'éléments qui nécessitent d'apprendre à construire une pensée.

Un grand merci à mes beaux-parents toujours présents pour me libérer du temps et gâter les filles, tout en s'assurant que je ne dépérisses pas durant l'été de rédaction. Valérie, ma compagne, a assumé beaucoup de choses à la maison, a su accepter l'investissement et le manque de présence qu'impliquent une thèse et a veillé, entre autre, à m'alimenter et m'hydrater durant l'été 2018, tout en préservant de bonnes vacances aux filles ; qu'elle trouve ici l'expression de ma gratitude. Enfin, ça y est les filles, Agathe et Célestine, je peux répondre par l'affirmative à cette question entendue quelques dizaines de fois « C'est bientôt fini ta thèse ? ».

Pour conclure, un grand merci renouvelé, à celles et ceux, en présence ou en pensées, qui ont contribué à faire de la soutenance une belle journée d'aboutissement de ce travail.



# Table des matières

---

<b>POUR LIRE CE DOCUMENT</b>	<b>5</b>
<b>REMERCIEMENTS</b>	<b>7</b>
<b>TABLE DES MATIERES</b>	<b>11</b>
<b>TABLE DES FIGURES</b>	<b>19</b>
<b>TABLE DES TABLEAUX</b>	<b>23</b>
<b>I. CONTEXTES, ENJEUX ET STRUCTURE DE LA THESE</b>	<b>27</b>
I.1 CONTEXTE GLOBAL	28
I.2 CONTEXTE SCIENTIFIQUE	29
I.3 PREMIERES DELIMITATIONS ET PREMIERES QUESTIONS	30
I.4 STRUCTURE DU DOCUMENT	32
<b>II. NOTION DE RESSOURCE EN DIDACTIQUE</b>	<b>37</b>
II.1 QU'EST-CE QU'UNE RESSOURCE ?	38
II.2 QU'EST-CE QU'UN OBJET ?	40
II.3 CONCLUSION	42
<b>III. INDEXATION DE RESSOURCES, GENERALITES</b>	<b>43</b>
III.1 INTRODUCTION	44
III.2 LE STANDARD LEARNING OBJECT METADATA	46
III.3 INDEXATION ET CURRICULA	47
III.4 SYSTEMES DE REFERENCEMENT DE RESSOURCES EDUCATIVES	50
III.4.1 STANDARDS DE DESCRIPTION DE RESSOURCES PEDAGOGIQUES	50
III.4.2 BASES DE DONNEES DE RESSOURCES	51
III.4.3 SYSTEMES BASES SUR DES SAVOIR-FAIRE	52
III.4.4 LIAISON ENTRE RESSOURCES D'APPRENTISSAGE ET CONCEPTIONS PEDAGOGIQUES	53
III.5 CONCLUSION	54
<b>IV. DESCRIPTION DE RESSOURCES AVEC PRISE EN COMPTE DU DIDACTIQUE</b>	<b>57</b>
IV.1 INTRODUCTION	58
IV.2 APPROCHES BASEES SUR UNE DESCRIPTION DE L'ACTIVITE COGNITIVE DE L'ELEVE	58
IV.3 APPROCHES BASEES SUR L'ANALYSE DE LA DIFFICULTE ET DE LA COMPLEXITE	62

## Table des matières

<b>IV.4</b>	<b>APPROCHES BASEES SUR L'IMPACT DE LA TACHE PRESCRITE SUR L'ACTIVITE MATHEMATIQUE DE L'ELEVE</b>	<b>63</b>
<b>IV.5</b>	<b>CONCLUSION</b>	<b>67</b>
<b>V.</b>	<b>RESSOURCES A INDEXER. PROBLEMATIQUE ET QUESTIONS DE RECHERCHE</b>	<b>69</b>
<b>V.1</b>	<b>INTRODUCTION</b>	<b>70</b>
<b>V.2</b>	<b>VERS UNE DEFINITION DES RESSOURCES A INDEXER</b>	<b>71</b>
V.2.1	VOCABULAIRE PRESENT DANS LES MANUELS SCOLAIRES	72
V.2.2	UNE DEFINITION PEDAGOGIQUE DU TERME EXERCICE	73
V.2.3	EXERCICE <i>VERSUS</i> PROBLEME, DEFINITIONS	75
V.2.4	EXERCICE <i>VERSUS</i> PROBLEME, LE CAS DE LA FORMATION DES INGENIEURS	75
V.2.5	PROBLEME BIEN STRUCTURE, PROBLEME MAL STRUCTURE	76
V.2.6	EXERCICE <i>VERSUS</i> PROBLEME DANS LA DIDACTIQUE DES MATHEMATIQUES	77
<b>V.3</b>	<b>DEFINITION DES RESSOURCES A INDEXER : LES ENONCES AVEC TACHE PRESCRITE</b>	<b>78</b>
<b>V.4</b>	<b>PROBLEMATIQUE, QUESTIONS DE RECHERCHE ET ELEMENTS DE METHODOLOGIE</b>	<b>81</b>
<b>VI.</b>	<b>CRITERES POUR UNE DESCRIPTION DIDACTIQUE DES ETP</b>	<b>87</b>
<b>VI.1</b>	<b>INTRODUCTION</b>	<b>88</b>
<b>VI.2</b>	<b>CRITERES DE DESCRIPTION DIDACTIQUE D'UN ETP, BESOINS UTILISATEURS</b>	<b>88</b>
<b>VI.3</b>	<b>CRITERES DE DESCRIPTION D'UN ETP, BESOIN UTILISATEUR <i>VERSUS</i> SCOLOMFR</b>	<b>92</b>
<b>VI.4</b>	<b>DESCRIPTION DIDACTIQUE D'UN ETP, NOS CRITERES</b>	<b>95</b>
<b>VI.5</b>	<b>CONCLUSION</b>	<b>95</b>
<b>VII.</b>	<b>CADRE THEORIQUE</b>	<b>97</b>
<b>VII.1</b>	<b>MOTIVATIONS DU CHOIX DU CADRE THEORIQUE</b>	<b>98</b>
<b>VII.2</b>	<b>LA THEORIE ANTHROPOLOGIQUE DU DIDACTIQUE</b>	<b>100</b>
VII.2.1	LA TAD, INTRODUCTION GENERALE	100
VII.2.2	LE MODELE PRAXEOLOGIQUE DANS LA TAD	102
VII.2.3	MODELE PRAXEOLOGIQUE DE REFERENCE ET TAD	103
VII.2.4	LES OBJETS OSTENSIFS ET NON OSTENSIFS DANS LA TAD	106
<b>VII.3</b>	<b>LE CADRE T4TEL</b>	<b>108</b>
VII.3.1	DEFINITIONS RELATIVES AU MODELE PRAXEOLOGIQUE DANS LE CADRE T4TEL	108
VII.3.2	NOTION DE PRAXEOLOGIES PERSONNELLES	110
VII.3.3	NOTION DE VARIABLE	111
VII.3.4	MODELE PRAXEOLOGIQUE DE REFERENCE DANS T4TEL	113
<b>VII.4</b>	<b>CONCLUSION</b>	<b>114</b>
<b>VIII.</b>	<b>MODELE DE DESCRIPTION DIDACTIQUE D'UN ETP : LE MODELE M2DR</b>	<b>115</b>
<b>VIII.1</b>	<b>INTRODUCTION</b>	<b>116</b>
<b>VIII.2</b>	<b>GENESE D'UN ETP</b>	<b>116</b>

<b>VIII.3</b>	<b>LA TACHE DANS LA TAD</b>	<b>117</b>
<b>VIII.4</b>	<b>TACHE, DEFINITION ET EXEMPLES</b>	<b>119</b>
<b>VIII.5</b>	<b>LIAISON ENTRE UN ETP ET UN MPR</b>	<b>122</b>
VIII.5.1	TYPE DE TACHES, SOUS-TYPE DE TACHES, TECHNIQUE : VOCABULAIRE ET PROPRIETES	123
VIII.5.2	LIAISON ENTRE UNE TACHE ET UN MPR	125
VIII.5.3	LIAISON ENTRE UNE TACHE ET UN MPR, DEFINITION DU TYPE DE TACHES OPTIMUM D'UNE TACHE	127
<b>VIII.6</b>	<b>L'ETP SELON SON POLE ONTOLOGIQUE : MODELE DE DESCRIPTION EN TROIS DIMENSIONS</b>	<b>130</b>
VIII.6.1	DIMENSION TACHES ET STRUCTURATION, DEFINITION	130
VIII.6.2	ILLUSTRATION DE LA DIMENSION TACHES ET STRUCTURATION SUR L'ETP DAG	131
VIII.6.3	DIMENSION OBJETS OSTENSIFS, DEFINITION	131
VIII.6.4	DIMENSION OBJETS OSTENSIFS POUR L'ETP DAG	131
VIII.6.5	DIMENSION RELATIONS ENTRE LES TACHES, DEFINITION	132
VIII.6.6	ILLUSTRATION DE LA DIMENSION RELATIONS ENTRE LES TACHES SUR L'ETP DAG	137
<b>VIII.7</b>	<b>CONCLUSION</b>	<b>149</b>
<b><u>IX.</u></b>	<b><u>PREMIERE ANALYSE ET VALIDATION DU MODELE M2DR</u></b>	<b><u>151</u></b>
<b>IX.1</b>	<b>RAPPEL DES QUESTIONS DE RECHERCHE</b>	<b>152</b>
<b>IX.2</b>	<b>INDEPENDANCE AU CODEUR ET UNIVOCITE DE LA DESCRIPTION</b>	<b>153</b>
<b>IX.3</b>	<b>LIAISON ENTRE ETP ET CURRICULUM</b>	<b>155</b>
<b>IX.4</b>	<b>DESCRIPTION DIDACTIQUE D'UN ETP DECRIT A L'AIDE DU MODELE M2DR</b>	<b>156</b>
<b>IX.5</b>	<b>SYNTHESE SUR LA PLACE DU MODELE PRAXEOLOGIQUE DE REFERENCE DANS LE MODELE M2DR</b>	<b>158</b>
<b>IX.6</b>	<b>CONCLUSION</b>	<b>158</b>
<b><u>X.</u></b>	<b><u>REPRESENTATION DANS T4TEL D'UN MODELE PRAXEOLOGIQUE DE REFERENCE AUTOUR DE L'ALGEBRE ELEMENTAIRE</u></b>	<b><u>159</u></b>
<b>X.1</b>	<b>INTRODUCTION</b>	<b>160</b>
<b>X.2</b>	<b>CHOIX RELATIFS A NOTRE MPR</b>	<b>160</b>
X.2.1	TRAVAUX PRIS EN COMPTE	160
X.2.2	CAS DU DEVELOPPEMENT, DE LA FACTORISATION ET DE LA REDUCTION	162
X.2.3	CHOIX REALISES POUR NOTRE MPR	164
<b>X.3</b>	<b>GENERATEUR DE TYPES DE TACHES DEVELOPPER, CHOIX DES VARIABLES ET DES VALEURS</b>	<b>166</b>
X.3.1	VARIABLE V1 DU GT_DEV : FORME DU PRODUIT	167
X.3.2	VARIABLE V2 DU GT_DEV : NATURE DES COEFFICIENTS	174
X.3.3	VARIABLE V3 DU GT_DEV : ORDRE DES FACTEURS DANS LE CAS D'UN PRODUIT MONOME ET NON-MONOME	175
X.3.4	VARIABLE V4 DU GT_DEV : VISIBILITE DU SIGNE MULTIPLIE ENTRE LES FACTEURS	175
X.3.5	LIENS ENTRE GT_DEV ET LES TYPES DE TACHES RELATIFS AU DEVELOPPEMENT DE PILET ET DE CROSET	176
<b>X.4</b>	<b>GENERATEURS DE TYPES DE TACHES FACTORISER, CHOIX DES VARIABLES ET DES VALEURS</b>	<b>178</b>
X.4.1	VARIABLE V1 DU GT_F2 : FORME DE LA SOMME	180
X.4.2	VARIABLES V2 ET V3 DU GT_F2 : NATURE DES COEFFICIENTS	185

## Table des matières

X.4.3	VARIABLE V4 DU GT_F2 : PRESENCE DU SIGNE MULTIPLIE ENTRE LES FACTEURS DES PRODUITS DANS L'EXPRESSION DE DEPART	185
X.4.4	LIENS ENTRE LES GENERATEURS GT_F2, GT_F3, GT_F4 ET GT_F+ ET LES TYPES DE TACHES LIES A LA FACTORISATION CHEZ PILET ET CROSET	186
<b>X.5</b>	<b>GENERATEUR DE TYPES DE TACHES REDUIRE, CHOIX DES VARIABLES ET DES VALEURS</b>	<b>188</b>
X.5.1	VARIABLE V1 DU GT_RED : FORME DE L'EXPRESSION	188
X.5.2	VARIABLE V2 DU GT_RED : NATURE DES COEFFICIENTS	189
X.5.3	TECHNIQUES LIEES AU GT_RED	189
<b>X.6</b>	<b>CONCLUSION</b>	<b>190</b>

## **XI. CONSTRUCTION ET UTILISATION D'UNE REPRESENTATION ONTOLOGIQUE D'UN MPR** **191**

<b>XI.1</b>	<b>INTRODUCTION</b>	<b>192</b>
<b>XI.2</b>	<b>REPRESENTATION ONTOLOGIQUE D'UN MPR, PRINCIPES GENERAUX</b>	<b>192</b>
<b>XI.3</b>	<b>CHOIX ET STRUCTURATION DES VALEURS DES VARIABLES DU GENERATEUR DE TYPES DE TACHES</b>	<b>193</b>
<b>XI.4</b>	<b>REPRESENTATION ONTOLOGIQUE D'UN MPR, DETAIL DU PROCESSUS DE CONSTRUCTION</b>	<b>194</b>
XI.4.1	ÉLÉMENTS UTILISES PAR LE PROCESSUS	195
XI.4.2	PROCESSUS DE CONSTRUCTION DE LA REPRESENTATION ONTOLOGIQUE REPONT_1 D'UN MPR	198
<b>XI.5</b>	<b>REQUETES SUR LA REPRESENTATION ONTOLOGIQUE REPONT_1</b>	<b>200</b>
<b>XI.6</b>	<b>CONCLUSION</b>	<b>202</b>

## **XII. DESCRIPTION D'ETP AVEC LE MODELE M2DR** **205**

<b>XII.1</b>	<b>INTRODUCTION</b>	<b>206</b>
<b>XII.2</b>	<b>REPRESENTATION ONTOLOGIQUE DU MPR DE L'ALGEBRE ELEMENTAIRE</b>	<b>206</b>
<b>XII.3</b>	<b>DESCRIPTION AVEC LE MODELE M2DR D'UNE PREMIERE SERIE D'ETP MOBILISANT LE GENRE DE TACHES REDUIRE</b>	<b>209</b>
XII.3.1	DESCRIPTION DE L'ETP « EXERCICE 17 »	210
XII.3.2	ANALYSE DE LA DESCRIPTION DE L'ETP « EXERCICE 17 »	211
XII.3.3	DESCRIPTION DE L'ETP « EXERCICE 24 »	211
XII.3.4	ANALYSE DE LA DESCRIPTION DE L'ETP « EXERCICE 24 »	212
XII.3.5	DESCRIPTION DE L'ETP « EXERCICE 26 »	213
XII.3.6	ANALYSE DE LA DESCRIPTION DE L'ETP « EXERCICE 26 »	213
XII.3.7	DESCRIPTION DE L'ETP « EXERCICE 38 »	214
XII.3.8	ANALYSE DE LA DESCRIPTION DE L'ETP « EXERCICE 38 »	214
XII.3.9	DESCRIPTION DE L'ETP « EXERCICE 40 »	215
XII.3.10	ANALYSE DE LA DESCRIPTION DE L'ETP « EXERCICE 40 »	215
XII.3.11	DESCRIPTION DE L'ETP « EXERCICE 43 »	216
XII.3.12	ANALYSE DE LA DESCRIPTION DE L'ETP « EXERCICE 43 »	217
XII.3.13	BILAN DES DESCRIPTIONS D'ETP DU GENRE DE TACHES REDUIRE	217
<b>XII.4</b>	<b>DESCRIPTION D'UNE DEUXIEME SERIE D'ETP</b>	<b>219</b>
XII.4.1	DESCRIPTION DE L'ETP « LE COUP DU -1 »	219
XII.4.2	ANALYSE DE LA DESCRIPTION DE L'ETP « LE COUP DU -1 »	221

XII.4.3	DESCRIPTION DE L'ETP « ERREUR DE SIGNE »	222
XII.4.4	ANALYSE DE LA DESCRIPTION DE L'ETP « ERREUR DE SIGNE »	224
XII.4.5	DESCRIPTION DE L'ETP « CARRES DE FRACTIONS »	225
XII.4.6	ANALYSE DE LA DESCRIPTION DE L'ETP « CARRES DE FRACTIONS »	226
XII.4.7	BILAN DES DESCRIPTIONS DE LA DEUXIEME SERIE D'ETP	226
<b>XII.5</b>	<b>CONCLUSION</b>	<b>226</b>
<b>XIII.</b>	<b>ENQUETE SUR LES BESOINS UTILISATEUR EN TERMES DE DESCRIPTION D'ETP</b>	<b>229</b>
<b>XIII.1</b>	<b>INTRODUCTION</b>	<b>230</b>
<b>XIII.2</b>	<b>DEFINITION D'UN FOCUS GROUP</b>	<b>230</b>
<b>XIII.3</b>	<b>MOTIVATIONS DU FOCUS GROUP</b>	<b>231</b>
XIII.3.1	MOTIVATION ET OBJECTIFS EXPERIMENTAUX POUR LES QUESTIONS PORTANT SUR LA DESCRIPTION D'UN ETP	232
XIII.3.2	MOTIVATION ET OBJECTIFS EXPERIMENTAUX POUR LES QUESTIONS PORTANT SUR LE MODELE M2DR	232
<b>XIII.4</b>	<b>METHODES DE PRODUCTION DES DONNEES</b>	<b>233</b>
<b>XIII.5</b>	<b>PRESENTATION DU FOCUS GROUP</b>	<b>234</b>
XIII.5.1	PARTICIPANTS	234
XIII.5.2	DEROULEMENT DU FOCUS GROUP	235
XIII.5.3	MATERIELS EXPERIMENTAUX	236
<b>XIII.6</b>	<b>DESCRIPTEURS D'ETP</b>	<b>239</b>
XIII.6.1	DONNEES BRUTES RELATIVES AUX DESCRIPTEURS	239
XIII.6.2	TRAITEMENT DES DONNEES BRUTES DESCRIPTEURS	239
XIII.6.3	DONNEES ENRICHIES RELATIVES AUX DESCRIPTEURS, DEFINITION DE CATEGORIES	242
XIII.6.4	REPARTITION DES DESCRIPTEURS PAR CATEGORIE ET DESCRIPTEURS DU CHERCHEUR	243
XIII.6.5	ANALYSE DES DESCRIPTEURS PRODUITS LORS DES DEUX SESSIONS DU FOCUS GROUP	257
<b>XIII.7</b>	<b>RETOUR SUR LES QUESTIONS RELATIVES A LA DESCRIPTION D'UN ETP</b>	<b>261</b>
XIII.7.1	RETOUR SUR LES QUESTIONS 1 ET 2	262
XIII.7.2	RETOUR SUR LA QUESTION 3	262
<b>XIII.8</b>	<b>CONCLUSION</b>	<b>262</b>
<b>XIV.</b>	<b>PRODUCTION DE DESCRIPTEURS D'UN ETP. 2<sup>EME</sup> VALIDATION EMPIRIQUE DU MODELE M2DR.</b>	<b>265</b>
<b>XIV.1</b>	<b>INTRODUCTION</b>	<b>266</b>
<b>XIV.2</b>	<b>QUALITE DU MODELE M2DR DE DESCRIPTION D'ETP</b>	<b>266</b>
XIV.2.1	DONNEES BRUTES LIAISON MODELE – DESCRIPTEURS	266
XIV.2.2	TRAITEMENT DES DONNEES BRUTES LIAISON MODELE – DESCRIPTEURS	268
XIV.2.3	ANALYSE DES DONNEES LIAISON MODELE – DESCRIPTEURS	269
XIV.2.4	RETOUR SUR LES QUESTIONS 4 A 6	273
<b>XIV.3</b>	<b>DESCRIPTEURS D'UN ETP</b>	<b>274</b>
<b>XIV.4</b>	<b>CONCLUSION</b>	<b>276</b>

<b>XV. BILAN ET DISCUSSION SUR LE MODELE M2DR</b>	<b>277</b>
<b>XV.1 INTRODUCTION</b>	<b>278</b>
<b>XV.2 DISCUSSION SUR LE MODELE M2DR</b>	<b>279</b>
XV.2.1 INDEPENDANCE AU CODEUR	279
XV.2.2 LIAISON ETP - CURRICULUM	279
XV.2.3 DESCRIPTION DIDACTIQUE D'UN ETP	280
XV.2.4 PERTINENCE D'UN MODELE EN TROIS DIMENSIONS	281
<b>XV.3 SYNTHÈSE DE LA DESCRIPTION DU POLE ONTOLOGIQUE D'UN ETP</b>	<b>281</b>
<b>XV.4 CONCLUSION</b>	<b>282</b>
<b>XVI. LES INTENTIONS DIDACTIQUES</b>	<b>285</b>
<b>XVI.1 INTRODUCTION</b>	<b>286</b>
<b>XVI.2 LA THEORIE DE L'INTENTIONNALITE DIDACTIQUE</b>	<b>286</b>
<b>XVI.3 AUTRES TRAVAUX DE DIDACTIQUE AUTOUR DES INTENTIONS DIDACTIQUES</b>	<b>289</b>
<b>XVI.4 INTENTIONS DIDACTIQUES, TAD ET ETP</b>	<b>291</b>
<b>XVI.5 DEFINITION D'UNE INTENTION DIDACTIQUE RELATIVE A UN ETP</b>	<b>297</b>
<b>XVI.6 LES INTENTIONS DIDACTIQUES ET LES ETP DECRITS DANS M2DR</b>	<b>299</b>
<b>XVI.7 CONCLUSION</b>	<b>302</b>
<b>XVII. INTENTIONS DIDACTIQUES ET RECOMMANDATION DE RESSOURCES : VERS L'ORCHESTRATION</b>	<b>305</b>
<b>XVII.1 INTRODUCTION</b>	<b>306</b>
<b>XVII.2 CONTEXTE DU TRAVAIL, POINT DE VUE INFORMATIQUE</b>	<b>306</b>
<b>XVII.3 CONTEXTE DE TRAVAIL, POINT DE VUE DIDACTIQUE</b>	<b>307</b>
<b>XVII.4 OBTENTION DE LA REPRESENTATION ONTOLOGIQUE REPONT_0 POUR LE GENERATEUR DE TYPES DE TACHES DENOMBRER UNE COLLECTION</b>	<b>308</b>
XVII.4.1 DEFINITION DU GENERATEUR	309
XVII.4.2 REGLES RELATIVES AUX VALEURS DES VARIABLES DU GENERATEUR DE TYPES DE TACHES DENOMBRER UNE COLLECTION	312
XVII.4.3 REPRESENTATION ONTOLOGIQUE REPONT_0 POUR LE MPR <i>DENOMBRER UNE COLLECTION</i>	312
<b>XVII.5 OBTENTION DE LA REPRESENTATION ONTOLOGIQUE REPONT_1 POUR LE GENERATEUR DE TYPES DE TACHES DENOMBRER UNE COLLECTION</b>	<b>314</b>
XVII.5.1 LES TECHNIQUES EN LIEN AVEC LE GENERATEUR DE TYPES DE TACHES DENOMBRER UNE COLLECTION	314
XVII.5.2 DECLARATION DE LA PORTEE DES TECHNIQUES	315
<b>XVII.6 INFORMATIONS INSTITUTIONNELLES RELATIVES AUX TYPES DE TACHES ET AUX TECHNIQUES</b>	<b>318</b>
<b>XVII.7 BILAN ET PERSPECTIVES DU TRAVAIL SUR L'ORCHESTRATION</b>	<b>319</b>
<b>XVII.8 DISCUSSION SUR LES INTENTIONS DIDACTIQUES</b>	<b>320</b>
<b>XVIII. CONCLUSION</b>	<b>325</b>

<b>RÉFÉRENCES</b>	<b>329</b>
<b>INDEX</b>	<b>339</b>
<b>ANNEXE 1</b>	<b>342</b>
<b>ANNEXE 2</b>	<b>346</b>



# Table des figures

Figure II-1 : Le paradigme systémique, extraite de Le Moigne (2006, p. 58)	40
Figure II-2 : les trois pôles permettant de définir un objet. Reproduction de Le Moigne (2006, p. 64)	41
Figure III-1 : acteurs et standards pour la description de ressources pédagogiques, d'après Loiseau (2009, p. 94). « Les entités sont représentées par leur logo et les standards sont indiqués en noir sous l'entité correspondante quand ils ne portent pas le même nom ».	45
Figure III-2 : illustration des options "curriculum pivot" et "liaisons entre curriculum", issue du site de l'ASN	49
Figure III-3 : Curricula à différents niveaux (Van Assche, 2007, p. 82)	49
Figure V-1 : différences entre résolutions de problèmes et résolution d'exercice (Mourtos & al., 2004, p. 2)	76
Figure V-2 : énoncé "le stylo qui roule"	79
Figure V-3 : énoncé « le globule blanc monocyte »	80
Figure V-4 : énoncé « la calculatrice cassée »	80
Figure VI-1 : architecture des données ScoLOMFR	92
Figure VI-2 : détail du domaine Pédagogie dans ScoLOMFR	93
Figure VI-3 : vocabulaire ScoLOMFR pour l'entrée difficulté	93
Figure VIII-1 : les trois pôles définissant un objet, d'après Le Moigne (2006, p. 64)	117
Figure VIII-2 : exemples de tâches décrites selon leurs trois dimensions	121
Figure VIII-3 : relations entre modélisation du savoir et ETP	122
Figure VIII-4 : de la tâche t à l'ensemble des types de tâches contenant t : liaison entre une tâche et un MPR	123
Figure VIII-5 : structuration des valeurs d'une variable avec la valeur "quelconque"	124
Figure VIII-6 : valeurs des variables du générateur de types de tâches basique « Développer un produit de deux polynômes »	126
Figure VIII-7 : processus détaillé de la liaison d'une tâche au MPR	129
Figure VIII-8 : ETP "Distributivité à gogo" (ETP DAG)	130
Figure VIII-9 : les éléments activité à réaliser et compléments définitoires de l'ETP DAG	132
Figure VIII-10 : non transitivité de la relation être une variation de	134
Figure VIII-11 : l'ETP "Différences de carrés"	134
Figure VIII-12 : l'ETP "Calcul de longueurs"	136
Figure VIII-13 : valeurs de la variable 1, forme du produit, pour le GT_Dev	138
Figure VIII-14 : valeurs de la variable 2, nature des coefficients, pour le GT_Dev	139
Figure VIII-15 : valeurs de la variable 3 pour le GT_Dev	139
Figure VIII-16 : valeurs de la variable 4 pour le GT_Dev	139
Figure VIII-17 : éléments associés à un ETP après sa description à l'aide du modèle M2DR	149
Figure VIII-18 : processus de description d'un ETP à l'aide du modèle M2DR	149
Figure IX-1 : processus de description d'un ETP à l'aide du modèle M2DR	153
Figure IX-2 : liaison entre un MPR et un curriculum	156
Figure IX-3 : liaison entre un ETP et un curriculum par l'intermédiaire du MPR	156
Figure X-1 : praxéologie régionale de référence sur les expressions algébriques (Pilet, 2015, p.279)	161
Figure X-2 : praxéologie régionale autour des expressions algébriques, adaptée de Pilet	162
Figure X-3 : vue globale, partielle, de la structuration des valeurs de la variable V1 du GT développer	168
Figure X-4 : premier niveau de structuration des valeurs de V1 (forme du produit) du GT_Dev	169
Figure X-5 : cas du produit de trois polynômes	169
Figure X-6 : 1 <sup>er</sup> niveau de structuration du cas "produit de deux polynômes"	170
Figure X-7 : deux premiers sous-niveaux dans le cas du produit d'un monôme et d'un polynôme	171

## Table des figures

Figure X-8 : extrait des programmes <sup>3</sup> de mathématique de la classe de 5 <sup>e</sup> en vigueur entre 2008 et 2015, p.22	171
Figure X-9 : valeurs particulières P1 quand P1 est une constante	172
Figure X-10 : niveaux 3, 4 et 5 de structuration, cas du produit de deux non-monômes	174
Figure X-11 : programme de 4e, 2008. Les identités remarquables sont exclues	174
Figure X-12 : programme de 3e, 2008. Les identités remarquables sont objets d'étude	174
Figure X-13 : programme de cycle, 2016. Les identités remarquables sont des outils potentiels.	174
Figure X-14 : valeurs de la variable V3, ordre des facteurs dans le cas d'un produit monôme et non-monôme	175
Figure X-15 : valeurs de la variable V4, visibilité du signe multiplié entre les facteurs	176
Figure X-16 : liste des types de tâches liés au genre de tâches développer pour Pilet (2012, p. 91)	176
Figure X-17 : liste des types de tâches liés au genre de tâches développer pour Croset (2009, p. 41)	176
Figure X-18 : système de variables du GT_F2	179
Figure X-19 : premier niveau de structuration de la variable V1 (forme de la somme) du GT_F2	180
Figure X-20 : deuxième niveau de structuration de la variable V1 (forme de la somme) du GT_F2, distinction selon l'existence ou non d'un facteur commun aux différents produits	181
Figure X-21 : troisième niveau de structuration de la variable V1 (forme de la somme) du GT_F2, distinction selon la visibilité ou non du facteur commun	182
Figure X-22 : quatrième, et suivants, niveaux de structuration de la variable V1 (forme de la somme) du GT_F2, distinction de différents cas quand il existe un facteur commun aux différents produits	182
Figure X-23 : premiers niveaux de structuration pour GT_F3	183
Figure X-24 : GT_F3, différentes valeurs dans le cas où le facteur commun est visible	183
Figure X-25 : GT_F4, différentes valeurs dans le cas où le facteur commun est visible	184
Figure X-26 : GT_F+, différentes valeurs dans le cas où le facteur commun est visible	184
Figure X-27 : GT_F2, différentes valeurs dans le cas où il n'y a pas de facteur commun	185
Figure X-28 : valeurs de la variable V4 pour les GT_F2, GT_F3, GT_F4 et GT_F+	186
Figure X-29 : liste des types de tâches liés au genre de tâches factoriser pour Pilet (2012, p. 91)	186
Figure X-30 : liste des types de tâches liés au genre de tâches factoriser pour Croset (2009, p.49)	187
Figure X-31 : valeurs de la variable V1 du GT_Red	189
Figure XI-1 : construction de la représentation ontologique d'un MPR. Les éléments entre [ ] sont facultatifs.	193
Figure XI-2 : processus de construction de la représentation ontologique autour d'un générateur de types de tâches. Les étapes entre [ ] sont facultatives.	195
Figure XI-3 : éléments en entrée dans le processus de construction de la représentation ontologique d'un MPR. Les éléments entre [ ] sont facultatifs.	196
Figure XI-4 : exemple d'une règle définissant une relation entre un ensemble de valeurs de V1 et les valeurs des autres variables (cas du GT développer présenté dans le chapitre X)	196
Figure XI-5 : processus global de la création d'une représentation ontologique à partir d'un générateur de types de tâches. Les entrées sont en bleu en haut, les résultats intermédiaires et la sortie en rouge en bas.	198
Figure XI-6 : exemple des valeurs d'une variable désignant la valeur d'un nombre	199
Figure XI-7 : extrait d'une liste de types de tâches structurée avec les sous-types de tâches	199
Figure XI-8 : algorithme de détermination du type de tâches optimum d'une tâche t à l'aide de la requête "liste des sous-types de tâches"	202
Figure XII-1 : rappel des étapes menant à la production de RepOnt_0	207
Figure XII-2 : valeurs de la variable 1 du générateur de types de tâches "réduire"	210
Figure XII-3 : reproduction de l'exercice 17	210
Figure XII-4 : reproduction de l'exercice 24	211
Figure XII-5 : reproduction de l'exercice 26	213
Figure XII-6 : reproduction de l'exercice 38	214

<i>Figure XII-7 : reproduction de l'exercice 40</i>	215
<i>Figure XII-8 : reproduction de l'exercice 43</i>	216
<i>Figure XII-9 : reproduction de l'ETP « le coup du -1 »</i>	219
<i>Figure XII-10 : reproduction de l'ETP "Erreur de signe"</i>	222
<i>Figure XII-11 : reproduction de l'ETP "Carrés de fractions"</i>	225
<i>Figure XIII-1 : rapport entre descripteurs issus du FG et description de l'ETP selon le modèle</i>	233
<i>Figure XIII-2 : diapositive support présentation du modèle (début de la phase 5 du focus group)</i>	237
<i>Figure XIII-3 : descripteurs du Chercheur 2</i>	239
<i>Figure XIII-4 : exemple d'étiquettes brutes après transcription des post-it</i>	240
<i>Figure XIII-5 : étiquettes avec les champs "Origine" et "Lié à"</i>	242
<i>Figure XIII-6 : exemples de post-it du praticien 6</i>	243
<i>Figure XIII-7 : effectif des descripteurs, inter sessions, par catégorie selon leur origine (produit ou emprunté)</i>	257
<i>Figure XIII-8 : effectif des descripteurs, session chercheur-e-s, par catégorie selon leur origine (produit ou emprunté)</i>	258
<i>Figure XIII-9 : effectif des descripteurs, session praticien-ne-s, par catégorie selon leur origine (produit ou emprunté)</i>	258
<i>Figure XIII-10 : rang des catégories, selon la session, en fonction de l'effectif de l'ensemble des descripteurs</i>	259
<i>Figure XIV-1: liaisons descripteurs - modèle M2DR par le Chercheur 2</i>	267
<i>Figure XIV-2 : liaison modèle M2DR - descripteurs réalisée par l'expert du modèle (extrait pour les huit premiers descripteurs)</i>	268
<i>Figure XIV-3 : rapports entre description des participants (partie de gauche) et description de l'expert (partie de droite) pour chaque descripteur (extrait)</i>	269
<i>Figure XV-2 : éléments associés à un ETP après sa description à l'aide du modèle M2DR</i>	282
<i>Figure XVI-1 : ETP "corde à nœuds".</i>	292
<i>Figure XVI-2 : échelle des niveaux de codétermination du mathématique et du didactique (Chevallard, 2002b, p.50)</i>	293
<i>Figure XVI-3 : exemple d'ETP avec étayage du type signalisation des caractéristiques déterminantes</i>	302
<i>Figure XVI-4 : exemple d'ETP avec un étayage du type présentation d'un modèle de solution</i>	302
<i>Figure XVII-1 : rappel des étapes menant à la production de RepOnt_0</i>	309
<i>Figure XVII-2 : valeurs de la variable V1 du GT dénombrer une collection</i>	310
<i>Figure XVII-3 : valeurs de la variable V2 du GT dénombrer une collection</i>	310
<i>Figure XVII-4 : valeurs de la variable V3 du GT dénombrer une collection</i>	311
<i>Figure XVII-5 : valeurs de la variable V4 du GT dénombrer une collection</i>	311
<i>Figure XVII-6 : quelques types de tâches générés par le générateur dénombrer une collection</i>	313
<i>Figure XVII-7 : exemple de liste de sous-types de tâches pour quelques types de tâches du GT dénombrer une collection</i>	313
<i>Figure XVII-8 : rappel des étapes permettant d'aller de RepOnt_0 à RepOnt_1</i>	314
<i>Figure XVII-9 : processus de définition des portées pragmatique et globale d'une technique</i>	315
<i>Figure XVII-10 : liste des types de tâches tels que <math>V1 = [0 ; 5[</math></i>	315
<i>Figure XVII-11 : types de tâches candidats pour la détermination de la portée de la technique 6</i>	316
<i>Figure XVII-12 : le type de tâche TT0324 et ses parents</i>	317
<i>Figure XVII-13 : définition des types de tâches déclarés comme portée de technique dans le Tableau XVII-4</i>	318
<i>Figure XVII-14 : exemple d'ETP visant à construire un élément technologique</i>	321



# Table des tableaux

Tableau IV-1 : tableau d'objectifs cognitifs, reproduction du tableau de Gras (1979, p. 7)	61
Tableau V-1 : vocabulaire utilisé dans quatre manuels scolaires pour différencier les ressources	73
Tableau VI-1 : liste des treize catégories de descripteur et leur définition	89
Tableau VI-2 : catégories et descripteurs associés pour décrire un ETP	90
Tableau VI-3 : répartition des catégories de descripteurs selon qu'elles relèvent ou non du didactique	91
Tableau VI-4 : extraits du vocabulaire ScoLOMFR en lien avec la description didactique d'une ressource	94
Tableau VIII-1 : générateur de types de tâches basique « Développer d'un produit de deux polynômes »	125
Tableau VIII-2 : exemples de types de tâches, contenant t1, générés par le générateur basique "Développer un produit de deux polynômes"	125
Tableau VIII-3 : dimension tâches et structuration de l'ETP DAG	131
Tableau VIII-4 : objets ostensifs de l'ETP DAG	132
Tableau VIII-5 : définition du générateur de types de tâches développer, GT_Dev	137
Tableau VIII-6 : type de tâches optimum de chacune des tâches de l'ETP DAG	141
Tableau VIII-7 : recherche de relations entre les tâches t2 et t4 de l'ETP DAG	142
Tableau VIII-8 : recherche de relations entre les tâches t1 et t2 (resp. t4) de l'ETP DAG	142
Tableau VIII-9 : recherche de relations entre les tâches t1 et t3 de l'ETP DAG	143
Tableau VIII-10 : recherche de relations entre les tâches t1 et t5 de l'ETP DAG	143
Tableau VIII-11 : recherche de relations entre les tâches t1 et t6 de l'ETP DAG	144
Tableau VIII-12 : recherche de relations entre les tâches t2 ; t4 et t3 de l'ETP DAG	144
Tableau VIII-13 : recherche de relations entre les tâches t2 ; t4 et t5 de l'ETP DAG	145
Tableau VIII-14 : recherche de relations entre les tâches t2 ; t4 et t6 de l'ETP DAG	145
Tableau VIII-15 : recherche de relations entre les tâches t3 et t5 de l'ETP DAG	146
Tableau VIII-16 : recherche de relations entre les tâches t3 et t6 de l'ETP DAG	146
Tableau VIII-17 : recherche de relations entre les tâches t5 et t6 de l'ETP DAG	147
Tableau VIII-18 : synthèse, par type de relation, des relations entre les tâches déductibles des types de tâches optimum pour l'ETP DAG,	147
Tableau VIII-19 : rappel des expressions à développer pour les tâches de l'ETP DAG	147
Tableau VIII-20 : synthèse des définitions des types de tâches pivots pour les relations être une variation de	148
Tableau VIII-21 : synthèse, par tâche, des relations entre les tâches déductibles des types de tâches optimum pour l'ETP DAG	148
Tableau VIII-22 : relation "être utile à" pour l'ETP DAG	148
Tableau X-1 : correspondances entre les praxéologies de Ferraton et Pilet pour l'OML "Algèbre des polynômes", à partir de (Jolivet, 2013, p. 56)	164
Tableau X-2 : définition du générateur de types de tâches développer, GT_Dev	166
Tableau X-3 : principaux critères de structuration des valeurs de la variable "forme du produit" pour le GT_Dev	167
Tableau X-4 : liaisons entre les types de tâches de Pilet et Croset et le générateur de types de tâches développer. La forme du produit correspondant au code pour V1 est donnée dans le Tableau X-5, p.171. Pour les autres variables la valeur est associée au code à la première apparition	177
Tableau X-5 : forme du produit pour les codes de la valeur de V1 utilisés dans le Tableau X-4, p. 171 (par ordre d'apparition de haut en bas)	177
Tableau X-6 : définition du générateur de types de tâches GT_F2	179
Tableau X-7 : principaux critères de structuration des valeurs de la variable "forme de la somme" pour le GT_F2	180

## Table des tableaux

Tableau X-8 : liaisons entre les types de tâches de Pilet et Croset et les générateurs de types de tâches factoriser.	187
Tableau X-9 : définition du générateur de types de tâches développer, GT_Red	188
Tableau X-10 : quelques techniques liées au GT_Red	189
Tableau XI-1 : requêtes exécutables sur RepOnt_1	201
Tableau XII-1 : production de RepOnt_0 pour le MPR développer	207
Tableau XII-2 : production de RepOnt_0 pour le MPR factoriser une somme de deux produits	207
Tableau XII-3 : production de RepOnt_0 pour le MPR factoriser une somme de trois produits	207
Tableau XII-4 : production de RepOnt_0 pour le MPR factoriser une somme de quatre produits	208
Tableau XII-5 : production de RepOnt_0 pour le MPR factoriser une somme de plus de quatre produits	208
Tableau XII-6 : production de RepOnt_0 pour le MPR réduire	208
Tableau XII-7 : dimension structure et tâches de l'exercice 17. Type de tâches optimum	210
Tableau XII-8 : définition des types de tâches optimum et pivot de l'exercice 17	210
Tableau XII-9 : dimension relations entre les tâches de l'exercice 17	211
Tableau XII-10 : dimension structure et tâches de l'exercice 24. Type de tâches optimum	211
Tableau XII-11 : définition des types de tâches optimum et pivot de l'exercice 24	212
Tableau XII-12 : dimension relations entre les tâches de l'exercice 24	212
Tableau XII-13 : dimension structure et tâches de l'exercice 26. Type de tâches optimum	213
Tableau XII-14 : définition des types de tâches optimum et pivot de l'exercice 26	213
Tableau XII-15 : dimension relations entre les tâches de l'exercice 26	213
Tableau XII-16 : dimension structure et tâches de l'exercice 38. Type de tâches optimum	214
Tableau XII-17 : définition des types de tâches optimum et pivot de l'exercice 38	214
Tableau XII-18 : dimension relations entre les tâches de l'exercice 38	214
Tableau XII-19 : dimension structure et tâches de l'exercice 40. Type de tâches optimum	215
Tableau XII-20 : définition des types de tâches optimum et pivot de l'exercice 40	215
Tableau XII-21 : dimension relations entre les tâches de l'exercice 40	215
Tableau XII-22 : dimension structure et tâches de l'exercice 43. Type de tâches optimum	216
Tableau XII-23 : définition des types de tâches optimum et pivot de l'exercice 43	216
Tableau XII-24 : dimension relations entre les tâches de l'exercice 43	217
Tableau XII-25 : dimension structure et tâches de l'ETP « Le coup du -1 ». Type de tâches optimum	220
Tableau XII-26 : définition des types de tâches optimum et pivot de l'ETP « Le coup du -1 »	221
Tableau XII-27 : dimension relations entre les tâches de l'ETP « Le coup du -1 »	221
Tableau XII-28 : dimension structure et tâches de l'ETP « Erreur de signe ». Type de tâches optimum	223
Tableau XII-29 : définition des types de tâches optimum et pivot de l'ETP « Erreur de signe »	224
Tableau XII-30 : dimension relations entre les tâches de l'ETP « Erreur de signe »	224
Tableau XII-31 : dimension structure et tâches de l'ETP « Carrés de fractions ». Type de tâches optimum	225
Tableau XII-32 : dimension relations entre les tâches de l'ETP « Carrés de fractions »	226
Tableau XIII-1 : présentation synthétique des phases du focus group	238
Tableau XIII-2 : effectifs des descripteurs	242
Tableau XIII-3 : catégories de classement des descripteurs	243
Tableau XIII-4 : descripteurs FG de la catégorie source	245
Tableau XIII-5 : descripteurs chercheur catégorie source	245
Tableau XIII-6 : descripteurs FG de la catégorie niveau scolaire	245
Tableau XIII-7 : descripteurs chercheur catégorie niveau scolaire	246
Tableau XIII-8 : descripteurs FG de la catégorie domaine	246
Tableau XIII-9 : descripteurs chercheur catégorie domaine	247
Tableau XIII-10 : descripteurs FG de la catégorie prérequis	247
Tableau XIII-11 : descripteurs chercheur catégorie prérequis	247
Tableau XIII-12 : descripteurs FG de la catégorie matériels	248

<i>Tableau XIII-13 : descripteurs chercheur catégorie matériels</i>	248
<i>Tableau XIII-14 : descripteurs FG de la catégorie modalités pédagogiques</i>	249
<i>Tableau XIII-15 : descripteurs chercheur catégorie modalités pédagogiques</i>	249
<i>Tableau XIII-16 : descripteurs FG de la catégorie durée</i>	249
<i>Tableau XIII-17 : descripteurs chercheur catégorie durée</i>	249
<i>Tableau XIII-18 : descripteurs FG de la catégorie nature</i>	250
<i>Tableau XIII-19 : descripteurs chercheur catégorie nature</i>	250
<i>Tableau XIII-20 : descripteurs FG de la catégorie visuel</i>	251
<i>Tableau XIII-21 : descripteurs chercheur catégorie visuel</i>	252
<i>Tableau XIII-22 : descripteurs FG de la catégorie fonction</i>	253
<i>Tableau XIII-23 : descripteurs chercheur catégorie fonction</i>	254
<i>Tableau XIII-24 : descripteurs FG de la catégorie activité</i>	254
<i>Tableau XIII-25 : descripteurs chercheur catégorie activité</i>	255
<i>Tableau XIII-26 : descripteurs FG de la catégorie difficultés</i>	255
<i>Tableau XIII-27 : descripteurs chercheur catégorie difficultés</i>	256
<i>Tableau XIII-28 : descripteurs de la catégorie non classés</i>	256
<i>Tableau XIII-29 : descripteurs chercheur catégorie non classés</i>	257
<i>Tableau XIV-1 : phase 5 du focus group.</i>	266
<i>Tableau XIV-2 : effectif de descripteur associé à chaque dimension (participants et chercheur)</i>	269
<i>Tableau XIV-3 : convergences et divergences de liaisons pour le descripteur 143</i>	270
<i>Tableau XIV-4 : répartition des descripteurs par niveau de convergence inter session</i>	270
<i>Tableau XIV-5 : répartition des descripteurs par niveau de convergence, session chercheur-e-s</i>	270
<i>Tableau XIV-6 : répartition des descripteurs par niveau de convergence, session praticien-ne-s</i>	270
<i>Tableau XIV-7 : nombre de descripteurs par participant</i>	271
<i>Tableau XIV-8 : fréquences des niveaux de convergence avec l'expert, par participant</i>	271
<i>Tableau XIV-9 : comparaison effectifs descripteurs focus group - descripteurs chercheur</i>	274
<i>Tableau XIV-10 : synthèse des descripteurs produits par le chercheur</i>	275
<i>Tableau XVI-1 : valeurs des trois caractéristiques permettant de définir une intention didactique relative à un ETP</i>	298
<i>Tableau XVII-1 : générateur de types de tâches "Dénombrer une collection"</i>	309
<i>Tableau XVII-2 : règles sur les relations entre les valeurs des variables du générateur de types de tâches dénombrer une collection</i>	312
<i>Tableau XVII-3 : production de RepOnt_0 pour le MPR « Dénombrer une collection »</i>	313
<i>Tableau XVII-4 : portée globale et portée pragmatique déclarées pour chacune des techniques</i>	317
<i>Tableau XVII-5 : informations institutionnelles relatives au niveau scolaire pour les techniques de Dénombrer une collection</i>	319



# I. Contextes, enjeux et structure de la thèse

---

## Objectifs du chapitre

À l'occasion de ce premier chapitre nous présentons tout d'abord les contextes, sociétal et scientifique, dans lesquels s'inscrit le travail réalisé. Cela permet de motiver le questionnement mené et donne un aperçu de la manière dont il a été abordé. La troisième section de ce chapitre contient une présentation de la structure du manuscrit.

## Contenu du chapitre

<b>I.1</b>	<b>CONTEXTE GLOBAL</b>	<b>28</b>
<b>I.2</b>	<b>CONTEXTE SCIENTIFIQUE</b>	<b>29</b>
<b>I.3</b>	<b>PREMIERES DELIMITATIONS ET PREMIERES QUESTIONS</b>	<b>30</b>
<b>I.4</b>	<b>STRUCTURE DU DOCUMENT</b>	<b>32</b>

## I.1 Contexte global

Sy commence sa thèse par ces quelques lignes : « La croissance exponentielle des données électroniques disponibles les rend quasiment inutilisables sans outils efficaces pour trouver la « bonne » information, i.e. l'information pertinente et exploitable dans un contexte donné. Ainsi, à l'heure actuelle, ce n'est souvent plus le manque d'information qui pose problème mais, la difficulté à retrouver, organiser et visualiser l'information pertinente dans un contexte spécifique » (Sy, 2012, p. 1). Même si on circonscrit les *données électroniques* aux *ressources pour l'enseignement*, cette phrase conserve toute sa pertinence. En effet la généralisation de l'accès à Internet, au cours des trente dernières années, a largement modifié les conditions d'accès, de partage et de diffusion des ressources éducatives. Ainsi, l'émergence de l'association Sésamath par exemple, est directement liée à l'essor d'internet. On peut en effet lire dans le livre<sup>4</sup> « Sésamath : mode d'emploi » que « Fin 1998, l'utilisation d'internet commence à se développer chez les enseignants. On voit en particulier apparaître les premières listes de discussions professionnelles (...). Ces listes sont l'occasion de partager des pratiques professionnelles, mais aussi d'échanger des documents pédagogiques et des fiches de cours créées par les enseignants eux-mêmes »<sup>5</sup>. C'est la rencontre et les échanges entre différents acteurs de ces listes qui amènent à la création de l'association Sésamath. Les auteurs du livre identifient deux grandes approches dans les premiers travaux de l'association, la *mutualisation* au travers du projet Mathadoc et le *travail coopératif* au travers de Mathenpoche. Dans les deux cas la production et le partage de ressources pour l'enseignement des mathématiques sont au cœur. D'une manière plus générale on peut dire que le temps où le mode d'accès aux ressources d'enseignement passait essentiellement par les manuels scolaires est largement révolu. Cette situation, sans nul doute porteuse de nombreuses potentialités, rend pleinement pertinente la question posée par Sy de *l'accès à la « bonne » information*. Cette question est en fait à la fois une question industrielle, pour les producteurs et les éditeurs de ressources ; une question professionnelle, pour les enseignants et les corps d'inspection par exemple, et une question politique.

La dimension politique est illustrée par exemple par le message dont Sésamath se dit avoir été destinataire de la part du ministère en 2003 « ce n'est pas aux enseignants à créer des ressources pour l'enseignement des Mathématiques : il y a des professionnels pour cela »<sup>2</sup>, mais aussi par la mise en place par le ministère d'outils de labélisation de ressources<sup>6</sup>, de portails officiels d'accès à certaines ressources<sup>7</sup> ou encore d'outils techniques d'accès aux ressources<sup>8</sup>. Les enjeux industriels sont présents aussi bien au niveau national qu'international, comme le montrent les diverses normes et standards de description de ressources éducatives qui sont présentés dans le chapitre III. Il y a aussi des problèmes techniques et économiques, ainsi Alain Laurent<sup>9</sup> signale à l'occasion d'un échange de mails d'une part qu'ils ont « dû indexer [leurs]

---

<sup>4</sup> <https://fr.flossmanuals.net/sesamath-mode-demploi/introduction/>

<sup>5</sup> <https://fr.flossmanuals.net/sesamath-mode-demploi/historique/>

<sup>6</sup> Voir par exemple [https://fr.wikipedia.org/wiki/Reconnu\\_d'intérêt\\_pédagogique](https://fr.wikipedia.org/wiki/Reconnu_d'intérêt_pédagogique)

<sup>7</sup> Voir par exemple <http://www.edutheque.fr/accueil.html>

<sup>8</sup> Voir la présentation du GAR sur <https://www4.ac-nancy-metz.fr/dane/wp/gestionnaire-acces-ressources/>

<sup>9</sup> P.D.G. de la société d'édition de ressources numérique Génération 5 (<http://www.generation5.fr/>) et président du Groupement des éditeurs et diffuseurs d'éducatifs multimédia (GEDEM, <http://www.gedem.org/>)

données en Scolom pour Correlyce, Myria, le GAR. À chaque fois les façons de faire sont différentes, la documentation (quand elle existe) est également spécifique et il n’y a pas forcément « d’éditeur » ou d’interface dédiée pour saisir les données » et d’autre part que « Des ressources numériques éducatives existent et les éditeurs en publient constamment de nouvelles. Ils sont également en mesure de les faire connaître aux établissements. Mais encore faut-il que ces derniers aient les moyens de se les procurer... ! C’est aujourd’hui un des facteurs essentiels qui empêche la diffusion du numérique éducatif dans les établissements, tout en pénalisant fortement notre secteur économique ».

Dans notre travail nous n’abordons pas ces dimensions politiques et industrielles, et nous nous concentrons sur les enjeux professionnels. Pour un enseignant, faire une recherche sur n’importe quel thème des mathématiques scolaires lui permet d’obtenir en une poignée de secondes de la lecture pour quelques centaines d’années par le biais de plusieurs milliers de réponses du moteur de recherche. À cela s’ajoute la diversité des contenus (exercices, cours...), des formats (papier numérisé ; vidéo ; ressources interactives), des origines (sites marchands, origine institutionnelle, associative, privée, forum d’aide, etc.) et enfin la multiplicité des motivations amenant à cette recherche (conception d’une séance ou d’une séquence<sup>10</sup> d’enseignement, pour la construction d’une évaluation, lors de la construction d’une banque de ressources, pour construire un dispositif de type classe inversée, etc.). Au moins dans les pays où l’accès à internet est démocratisé, la question n’est donc effectivement plus d’accéder à des ressources mais de pouvoir les sélectionner selon des critères pertinents. Pour cela il est indispensable que ces ressources soient décrites selon des caractéristiques permettant leur recherche. Notre travail de thèse s’inscrit donc dans la problématique générale de l’indexation et de la recommandation de ressources même si nous n’en explorons évidemment qu’un nombre limité d’aspects. Pour mener ce travail nous nous inscrivons dans un contexte scientifique local que nous présentons rapidement dans la section suivante.

## 1.2 Contexte scientifique

En plus de présenter des enjeux professionnel, politique et industriel, les questions liées à l’indexation de ressources présentent aussi des enjeux du côté de la recherche dans divers domaines. Parmi ces domaines il y a l’informatique et la didactique, et à l’intersection celui des EIAH. En informatique de nombreux travaux ont déjà été menés autour de l’indexation de ressources, notamment éducatives. Nous avons cité Sy qui se situe dans le champ de l’informatique et se concentre sur l’intérêt qu’il y a à utiliser des ontologies dans un contexte de recherche et de navigation dans une collection de documents. Cette question de l’utilisation des ontologies est très fréquente dans les travaux situés dans le domaine des EIAH. On peut aussi citer le travail de Hibou et al. (Hibou, Labat, & Spagnol, 2003) qui, pour développer un système permettant de proposer aux élèves des ressources adaptées à leurs besoins, ont eu besoin d’indexer ces ressources. Leur approche est d’indexer automatiquement à partir des compétences mises en jeu dans la ressource. D’autres travaux ont été menés spécifiquement dans le domaine des mathématiques comme par exemple le projet I2Geo (Libbrecht & Desmoulins, 2009) dans un cadre EIAH ou le critère de classement d’exercices de

---

<sup>10</sup> Nous utilisons les termes séance et séquence au sens usuel de la profession enseignante, la séance est l’unité temporellement d’enseignement délimitée par les contraintes institutionnelles (de 50 à 120 minutes généralement dans le système éducatif français) tandis que la séquence est l’organisation pédagogique et didactique d’un ensemble de séances.

## Premières délimitations et premières questions

---

mathématiques proposé par Bodin (2003). Dans les premiers chapitres nous reprenons en détail un certain nombre d'entre eux.

Notre travail s'inscrit aussi dans un contexte scientifique local. Il s'est en effet déroulé au sein de l'équipe Metah<sup>11</sup>. Il s'agit d'une équipe pluridisciplinaire dans laquelle travaillent ensemble des didacticiens (mathématiques et sciences expérimentales) et des informaticiens qui se rencontrent autour de la thématique des Environnements Informatiques pour l'Apprentissage Humain (EIAH). Certains de ses travaux ont porté sur la question des ressources avec récemment le projet Cartographie des Savoirs (voir par exemple (Mandin & Guin, 2014)) et nous nous inscrivons dans leur continuité. Un élément fédérateur de l'équipe est aussi le développement, à la fois théorique et fonctionnel, d'une extension de l'approche praxéologique définie dans la théorie anthropologique du didactique, nommée T4TEL.

### I.3 Premières délimitations et premières questions

Loiseau (2009) donne deux définitions complémentaires, l'une de l'indexation et l'autre de langage documentaire. Celle de l'indexation est issue de la norme AFNOR Z47-102<sup>12</sup>. Nous les reproduisons ici :

#### **Définition I.1 (Indexation)**

« Opération qui consiste à décrire et à caractériser un document à l'aide de représentations des concepts contenus dans ce document, c'est-à-dire à transcrire en langage documentaire les concepts après les avoir extraits du document par une analyse. »

#### **Définition I.2 (Langage documentaire)**

« Un langage documentaire est un langage artificiel qui fournit une représentation formalisée et univoque des documents d'un corpus et des questions qui intéressent un groupe d'utilisateurs, afin de permettre le repérage simple des documents du corpus qui répondent aux questions de ces utilisateurs » (Lefèvre, 2000), cité par (Loiseau, 2009, p. 12).

Sy (2012), quant à lui, situe l'indexation comme un des trois processus permettant de produire un système de recherche d'informations (SRI) au côté d'un *processus d'appariement* et d'un *processus de reformulation des requêtes*. Il explique que le processus d'indexation « vise à fournir un modèle de représentation et de description, le plus compact et expressif possible, d'une granule d'information souvent désigné [sic] par document, terme générique pouvant désigner tout type de documents ainsi que leurs sous parties (passages dans un texte par exemple) » (*ibid.*, p. 5). À partir de cette description d'un SRI et de la définition d'un langage documentaire nous pouvons d'ores et déjà commencer à délimiter notre travail. Concernant le groupe d'utilisateurs qui nous intéresse il s'agit des enseignants de mathématiques autour d'un corpus constitué de ressources éducatives (nous délimiterons nettement la nature du corpus par la suite). Nous n'ambitionnons pas de produire un SRI complet et donc ne visons pas à la mise en œuvre complète des trois processus cités par Sy. Par contre nous proposons un modèle

---

<sup>11</sup> Equipe du Laboratoire d'Informatique de Grenoble (LIG) : <https://metah.imag.fr/>

<sup>12</sup> Consultation payante pour accéder à la norme et la source citée par Loiseau n'est plus en ligne.

Cependant on retrouve la citation sur la page :

<http://www.wikiterritorial.cnfpt.fr/xwiki/bin/view/vitrine/Techniques+documentaires+%3A+traitement+de+l%27information>

de représentation et de description des ressources retenues. Même si nous sommes bien conscient que les préoccupations et les approches des enseignants sont très diverses, nous choisissons de prendre en charge un questionnement de nature didactique. Ces premiers éléments nous permettent de faire émerger une première série de questions que nous précisons, approfondissons ou écartons au fil de ce travail.

1. Quelles sont les ressources que l'on souhaite représenter et décrire ?
2. Quelles sont les finalités de l'indexation ? À qui doit-elle être utile ?
3. Quels sont les critères qui doivent permettre de mener une recherche relativement à ces ressources ?
4. Est-il possible de fonder les critères sur des bases didactiques ?
5. Comment assurer la dimension univoque de la description ? C'est-à-dire comment s'assurer que la description de la ressource ne dépende pas de la personne qui réalise cette description ?
6. La dimension univoque de la description induit-elle une recommandation univoque ?
7. T4TEL est-il un cadre adéquat pour répondre aux enjeux précédemment définis ?

La question 2 nous permet de préciser un élément important pour la bonne lecture de la suite de ce document. Si nous considérons que le groupe d'utilisateurs pour qui la description doit faire sens est constitué d'enseignants, ce ne sont pas eux notre « cible » en tant qu'utilisateurs directs des travaux réalisés. Nous inscrivons notre travail dans la perspective, non pas d'offrir un service immédiat à des enseignants mais plutôt d'offrir un service à d'autres services EIAH qui, eux, peuvent avoir pour utilisateurs finaux des enseignants. On pourra penser à un service de diagnostic qui, en fonction du diagnostic, recommande des ressources à l'élève, à un service d'aide à la scénarisation d'enseignement ou encore à un service de génération d'exercices. De la même manière nous n'estimons pas que c'est à l'enseignant d'assumer la description des ressources ; en ce sens notre travail s'adresse donc plutôt à des éditeurs ou des producteurs d'un grand nombre de ressources pour qui il peut être intéressant, et « rentable », d'investir dans l'appropriation du modèle construit dans cette thèse et le développement des interfaces et compétences nécessaires à sa mise en œuvre. En particulier nous n'intégrons pas à notre réflexion des questions d'interfaces, et notamment de langage, permettant une accessibilité au plus grand nombre même si nous sommes bien conscient que ces questions devront être abordées pour permettre une utilisation large des résultats. Signalons aussi que différents résultats obtenus peuvent être des outils pour le chercheur en didactique pour explorer des questions liées aux ressources et à leur organisation ; même si cet aspect n'est pas développé nous le mettons en évidence quand nous l'avons identifié.

Relativement à la question 4, Loiseau a travaillé à ce qu'il a nommé une *indexation pédagogique* d'une base de textes dans le cadre de l'étude d'une langue. Il la définit comme une « indexation effectuée selon un langage documentaire permettant à l'utilisateur de rechercher des objets pour les utiliser dans un enseignement » (Loiseau, 2009, p. 15) et signale tout de suite après que « Le terme « pédagogique », qualifiant l'indexation, est légèrement approximatif du point de vue de la littérature. [Et qu'il] est difficile de définir contrastivement didactique et pédagogie et [qu'il] ne [s']y hasarderait pas [...] » (*ibid.*, p. 15). Ce qui nous permet de proposer une première définition d'une indexation didactique.

### **Définition 1.3 (Indexation didactique)**

Une *indexation didactique* est une indexation construite à partir d'un langage documentaire permettant de rendre compte des savoirs mobilisés et de leur organisation dans la ressource.

Une reformulation possible des questions 3 et 4 est alors : peut-on construire une indexation didactique de ressources destinées à l'enseignement des mathématiques ? Pour l'aborder et mieux en cerner les enjeux nous examinons dans les chapitres suivants la notion de ressource telle qu'on peut l'entendre en didactique des mathématiques (chapitre II), puis divers systèmes d'indexation, ou au moins de description, de ressources éducatives en mathématiques. Nous présentons maintenant l'organisation globale de notre travail.

## I.4 Structure du document

Après avoir précisé la notion de ressource, la première partie de notre travail est un état de l'art qui permet d'explorer divers systèmes d'indexation. Pour cela nous débutons par des normes et standards internationaux (chapitre III). Ces travaux permettent de mettre en évidence d'une part l'importance du rapport aux curricula quand il s'agit d'indexer ou de décrire des ressources éducatives et d'autre part le rôle central qu'occupe la modélisation du savoir, quand le savoir est un critère utilisé pour l'indexation. On peut aussi constater la place peu importante qu'occupe le didactique dans les systèmes examinés. Le chapitre IV est donc consacré à l'étude d'approches qui permettent de décrire une ressource mathématique avec une analyse fondée sur des aspects didactiques. Ces ressources sont essentiellement des exercices et les analyses réalisées ne se situent pas nécessairement dans une perspective d'indexation. Nous caractérisons alors les apports et les manques de l'existant au regard de la question de l'indexation didactique et nous formulons la problématique de notre thèse. Il s'agit donc de construire un modèle qui permette de décrire des ressources sur la base de critères didactiques, de manière indépendante du codeur. Il doit aussi permettre d'assurer le lien entre ressources et curricula.

C'est la construction d'un modèle de description didactique de ressources (nommé M2DR) qui est au cœur de la deuxième partie de ce manuscrit (chapitres VI à XV). Pour ce faire nous définissons précisément les ressources étudiées et les critères de description. Nous examinons alors les cadres théoriques permettant d'atteindre les objectifs fixés et justifions le choix de la théorie anthropologique du didactique (chapitre VII). Ceci étant fait nous exposons dans le chapitre VIII le résultat principal de notre thèse qui est le modèle M2DR. Nous construisons aussi une modélisation ontologique du savoir et présentons son articulation avec le modèle M2DR. À partir d'exemples d'utilisation du modèle M2DR et des résultats d'une enquête menée auprès d'utilisateurs de ressources, nous proposons différentes modalités de validation du modèle M2DR.

La troisième partie de ce manuscrit présente l'exploitation du modèle M2DR pour répondre à des recherches sur les ressources décrites. Pour cela nous modélisons les recherches possibles sous forme d'*intentions didactiques*. Afin de mener à bien cette étape nous commençons par un état de l'art centré sur la question des intentions didactiques et sur l'articulation des éléments de cet état de l'art avec notre cadre théorique. Cette partie, et la thèse, se concluent par un cas d'étude autour d'un EIAH d'apprentissage de la numération en cycle 2 (SimBûchettes). Ce cas d'étude est réalisé dans le cadre d'une collaboration avec une doctorante en informatique de l'équipe Metah.

Comme il se doit, notre manuscrit se termine par une conclusion dans laquelle nous identifions les résultats principaux et proposons quelques perspectives dans lesquelles inscrire la suite de notre travail.



# 1<sup>ère</sup> partie : État de l'art autour de l'indexation de ressources pédagogiques.

Dans cette partie nous commençons par préciser la notion de ressource. Puis nous recensons diverses approches d'indexation des ressources pédagogiques, d'une manière générale et avec prise en compte du didactique. Un dernier chapitre contient la problématique et les premières questions de recherches.



## II. Notion de ressource en didactique

---

### Objectifs du chapitre

L'objectif de ce chapitre est de contribuer à la délimitation de notre objet d'étude quand nous ambitionnons l'indexation de ressources. Pour comprendre la nécessité de cette délimitation nous commençons par examiner la polysémie du terme ressource. Après une brève introduction situant ce terme dans la langue française nous l'examinons plus particulièrement dans le cadre de la didactique des mathématiques. Cette approche nous permet de réaliser une première délimitation des ressources que nous étudions. Ce premier niveau de délimitation nous fournit l'opportunité d'utiliser un premier cadre d'analyse et de description de ce qu'est une ressource.

### Contenu du chapitre

<b>II.1</b>	<b>QU'EST-CE QU'UNE RESSOURCE ?</b>	<b>38</b>
<b>II.2</b>	<b>QU'EST-CE QU'UN OBJET ?</b>	<b>40</b>
<b>II.3</b>	<b>CONCLUSION DU CHAPITRE</b>	<b>42</b>

## II.1 Qu'est-ce qu'une ressource ?

Le terme « ressource » est fortement polysémique et ses sens ont subi de nombreuses évolutions au fil des siècles. Ainsi on peut lire, dans le Robert historique de la langue française :

*« RESSOURCE, n. f., réfection<sup>13</sup> d'après source (déb. XV<sup>e</sup> s.) de resorce (v. 1160), est le féminin de resors, resours « relevé, rétabli » (v. 1155), encore dans les dialectes en parlant d'une pâte bien levée ou de ce qui vient en abondance, substantivé en moyen français aux sens de « renouvellement, jaillissement, relèvement ». C'est le participe passé de l'ancien verbe resurdre (v. 980), resordre (XII<sup>e</sup> s.) puis resourdre « ressusciter » (resurdre), « se remettre debout » (v. 1160), « se renouveler, recommencer » (v. 1160), « reparaître quelque part » (1247), « se rétablir » (XII<sup>e</sup> s.) et, transitivement, « secourir ». Le verbe est issu du latin resurgere « rejaillir », au figuré « se rétablir » [...]*

*■ En ancien et moyen français, le mot désignait le secours que l'on obtient d'un pays, puis aussi le relèvement, le rétablissement (XV<sup>e</sup> s.).  
■ Le passage au sens moderne s'est fait par déplacement métonymique sur les moyens : ressource désigne alors le moyen de faire face à une situation difficile [...].  
■ Les extensions précisent la nature des moyens mis en œuvre : ressource désigne la capacité physique de fournir un nouvel effort après une dépense d'énergie (1588), ainsi que les moyens matériels dont on peut disposer pour assurer son existence ou subvenir à ses besoins (fin XVI<sup>e</sup> s.) [...].  
■ Le XX<sup>e</sup> s. apporte deux spécialisations techniques en couture [...] et en informatique « partie d'un système utilisable par différents utilisateurs » (1975). [...] »*

(Ressource, 2010)

Sur le site du Centre National de Ressources Textuelles et Lexicales du CNRS<sup>14</sup> et de l'ATILF<sup>15</sup> on trouve pour l'entrée *ressource*<sup>16</sup> trois thèmes principaux qui sont eux-mêmes partagés en un total d'une vingtaine d'entrées allant de l'usage du mot ressource pour désigner un « moyen permettant de se tirer d'embaras ou d'améliorer une situation difficile » à son utilisation en aéronautique pour décrire une « manœuvre de redressement brusque d'un avion qui passe du piqué (descente) à la chandelle (montée) » en passant par son utilisation dans diverses locutions comme « Avoir de la ressource » ; « Sans ressource » ; « Faire ressource de quelque chose ».

On peut penser que se limiter au cadre de la didactique pour étudier le sens de ce terme ressource permet d'en réduire significativement la polysémie. Le travail mené dans le livre « Ressources vives » (Guedet & Trouche, 2010) par vingt-trois auteurs démontre que ce n'est que peu le cas. Il s'agit pour eux de s'intéresser à la notion de ressource pour les enseignants au

---

<sup>13</sup> Terme utilisé en linguistique pour désigner la « modification d'une forme linguistique populaire, issue de l'évolution normale, d'après l'étymologie » (Dictionnaire culturel en langue française)

<sup>14</sup> Centre National de Recherche Scientifique

<sup>15</sup> Analyse et Traitement Informatique de la Langue Française

<sup>16</sup> <http://www.cnrtl.fr/definition/ressource>

travers du travail consistant à « rassembler des ressources, les sélectionner, les transformer, les recomposer, les partager, les mettre en œuvre, les réviser... » (*ibid.*, p. 15) comme le précisent les éditeurs de l'ouvrage dans son introduction. La première partie de l'ouvrage vise à « cerner, d'un point de vue pratique, méthodologique et théorique, ce que sont les ressources du professeur de mathématiques. » (*ibid.*, p. 16).

Par exemple, dans le premier chapitre, Jillian Adler, qui propose une version légèrement révisée d'un premier travail (Adler, 2000), situe sa réflexion dans le cadre de la formation des enseignants de mathématiques et propose de ne pas se limiter au « sens que l'on attribue communément à ce mot, dans et pour l'éducation, (...) celui de ressources matérielles » (Adler, 2010, p. 25) mais de « penser les ressources comme une forme du verbe re-sourcer : nourrir à nouveau, ou différemment. » (*ibid.*, p. 25). L'auteure met en exergue trois grandes catégories de ressources : les ressources humaines, les ressources matérielles et les ressources culturelles. Au sein de la catégorie des ressources matérielles elle propose quatre sous-catégories qui sont « outils technologiques ; matériel pour les mathématiques scolaires ; objets mathématiques ; objets de tous les jours ou non-mathématiques » (*ibid.*, p. 28). La question qui peut être posée par rapport à notre travail est de savoir quelles sont celles qui sont susceptibles d'être indexées.

D'autres approches de la notion de ressource sont proposées, on peut signaler celle de l'approche documentaire du didactique qui introduit « la distinction entre ressources (ce qui est disponible) et document (construit par le professeur, porteur d'une intention didactique) » (Gueudet & Trouche, 2008, p. 10). Le document est le fruit produit par une genèse documentaire à partir d'un ensemble de ressources de diverses natures. On voit apparaître la distinction entre un artefact, la ressource, porteur de potentialités et un instrument, le document, qui est ce qui va être effectivement utilisé par l'enseignant *in-situ*. Cette distinction sera importante pour nous quand il s'agira de définir quel est précisément notre objet d'étude au regard des questions énoncées dans le chapitre I.

Face à cette diversité d'éléments pouvant être définis comme ressources nous limitons notre étude, comme nous l'avons annoncé dès l'introduction, aux ressources d'apprentissage. Nous ajoutons comme contrainte de posséder une matérialité, le support de cette matérialité peut être *a priori* de natures diverses (texte et illustrations, son, vidéo), ceci exclut en particulier les ressources humaines et culturelles mises en évidence par Adler. Cette caractéristique permet de s'assurer qu'elle peut être fixée sur un support et partagée ; il y a alors un intérêt potentiel à l'indexer. Évidemment cette simple caractérisation est trop vaste pour constituer un cadre de travail réaliste, nous l'affinons dans les chapitres suivants. Il s'agit maintenant de savoir ce qui constitue cette ressource et donc ce qu'il est pertinent d'examiner pour la décrire et l'indexer. Pour avancer sur cette question nous commençons par nous placer dans un cadre plus général, celui des objets, nos ressources étant des objets particuliers.

## II.2 Qu'est-ce qu'un objet ?

Pour approcher la notion d'objet nous nous intéressons, brièvement, à « La théorie du système général, théorie de la modélisation » rédigée par Le Moigne (2006). Notre objectif est bien plus modeste que de parvenir à modéliser un système général. Cependant, notre ambition, annoncée dans le chapitre I, d'embrasser les ressources que l'on souhaite étudier avec une diversité importante de points de vue, sans contextualiser *a priori* cette description, nous amène à examiner l'approche de Le Moigne. Dans cet ouvrage l'auteur vise à « représenter honnêtement le monde connaissable » (*ibid.*, p. 61). Pour ce faire il situe notamment son travail dans l'évolution des approches relatives à cet objectif et reformule ainsi une contribution de L. von Bertalanffy : « représenter les objets dans leur substrat, c'est les représenter ouverts sur leur environnement, même si cet environnement ne peut jamais être exhaustivement descriptible » (*ibid.*, p. 57). La complexité de la prise en compte des questions de l'environnement est mise en évidence par la Figure II-1 (p. 40).

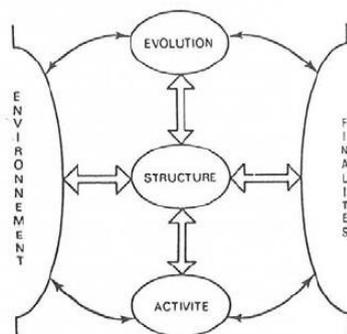


Figure II-1 : Le paradigme systémique, extraite de Le Moigne (2006, p. 58)

Après avoir rapidement évoqué une première théorie du système, la théorie générale, avec comme enjeu « une conception unitaire du monde » (*ibid.*, p. 59) l'auteur nous propose la théorie de la modélisation. Il nous explique ainsi que :

*« La théorie du Système Général est la théorie de la modélisation des objets (naturels ou artificiels, compliqués ou complexes) à l'aide de cet objet artificiel [...] appelé le Système Général [...].*

*Cet objet artificiel peut être défini ; il est possible de le doter de propriétés, il est possible de s'assurer de la cohérence de ces propriétés, il est possible enfin de l'utiliser pour représenter [...] d'autres objets, quels qu'ils soient. La théorie du Système Général est – et n'est que – l'exposé d'une théorie de la modélisation [...].* (*ibid.*, p. 60)

C'est précisément cette utilisation pour décrire des objets qui nous intéresse. L'auteur poursuit son travail en allant vers une description de l'objet, il en propose différentes expressions, nous retiendrons les deux suivantes :

*« un objet qui, dans un environnement, doté de finalités, exerce une activité et voit sa structure interne évoluer au fil du temps, sans qu'il perde pourtant son identité unique.*

*De façon plus triviale, mais peut-être plus mnémorique :*

- quelque chose (n'importe quoi, présumé identifiable)
- qui dans quelque chose (environnement)
- pour quelque chose (finalité ou projet)
- fait quelque chose (activité = fonctionnement)
- par quelque chose (structure = forme stable)
- qui se transforme dans le temps (évolution) » (ibid., pp. 61-62)

Un peu plus loin dans le texte on arrive à l'affirmation que « La trialectique de l'Être, du Faire, du Devenir, est sans doute le sésame de la représentation, sinon de la connaissance de l'objet » (ibid., p. 64). Ainsi Le Moigne distingue trois pôles qui permettent de connaître un objet : son identité unique, ce qu'il est, qu'il appelle le *pôle ontologique* - ce que l'objet fait, ce à quoi il est destiné, qui est son *pôle fonctionnel* - ce que l'objet devient, la dynamique d'évolution qui l'accompagne, qui est son *pôle génétique*. Connaître l'objet c'est donc savoir le définir par rapport à ces trois pôles comme synthétisé dans la Figure II-2 (p. 41).

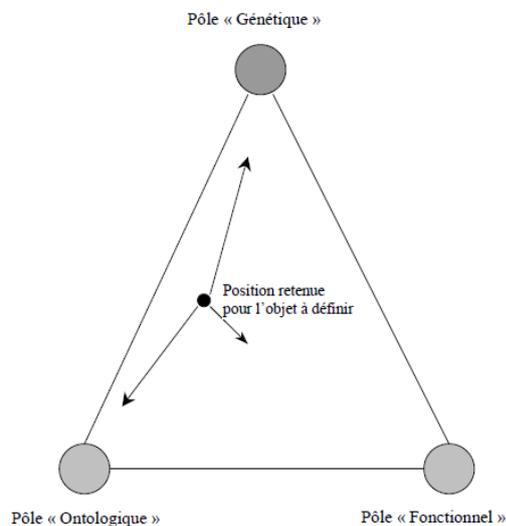


FIG. 2.6. — La définition d'un objet se fait par triangulation : elle pondère une définition fonctionnelle (ce que l'objet fait) une définition ontologique (ce que l'objet est) et une définition génétique (ce que l'objet devient)

Figure II-2 : les trois pôles permettant de définir un objet. Reproduction de Le Moigne (2006, p. 64)

Ainsi, si nous considérons une ressource comme un objet ; la définir, et donc la décrire, nécessite que l'on se positionne relativement à chacun des trois pôles. En particulier il est fondamental de ne pas confondre les pôles fonctionnel et ontologique, ou de ne considérer que l'un au détriment de l'autre. La tentation peut être forte de définir la ressource par ce à quoi elle sert, son *pôle fonctionnel*, sans s'intéresser à ce qu'elle est, son *pôle ontologique*. Or une ressource, en particulier une ressource éducative, peut avoir plusieurs usages possibles. L'entrée purement fonctionnelle dans la description de la ressource serait donc réductrice et, de plus, le résultat serait fortement lié à la sensibilité de la personne décrivant la ressource. Concernant le *pôle génétique*, qui concerne le devenir de la ressource, que l'on pourrait relier au concept de document évoqué plus haut dans le cadre de la genèse décrite par l'approche documentaire, nous ne pouvons intégrer cet aspect dans notre travail. En effet, notre objectif est de fournir une description de la ressource dans son état à un instant donné, ou plus précisément telle qu'elle a été fixée sur le support qui sert de base à la description de la ressource. Un document

## Conclusion

---

qui aurait notre ressource comme origine serait donc une nouvelle ressource qui pourrait être, à son tour, décrite et indexée. Comprendre la trajectoire d'une ressource pourrait passer par la comparaison de sa description à différents temps, mais ce n'est pas l'objet de notre travail et nous n'explorons pas cette piste.

### II.3 Conclusion

Dans ce chapitre nous avons donc commencé à délimiter notre objet d'étude et à spécifier nos objectifs pour sa description. Ainsi, nous considérons des ressources éducatives ayant une matérialité au sens où elles sont fixées sur un support. Nous faisons le choix de ne pas nous intéresser au pôle génétique d'une ressource dans la mesure où cela n'est pas en lien avec notre objectif d'indexation de la ressource. Enfin, nous choisissons d'aborder la description d'une ressource par son pôle ontologique, description qui doit ensuite nous permettre de décrire le pôle fonctionnel de cette ressource. Ceci nécessite donc de définir ce qui caractérise les pôles ontologique et fonctionnel d'une ressource. Ceci nous amène à formuler trois premières questions :

Question n°1

Quels sont les éléments qui permettent de décrire le pôle ontologique d'une ressource ?

Question n°2

Quels sont les éléments qui permettent de décrire le pôle fonctionnel d'une ressource ?

Question n°3

Les éléments qui permettent de décrire le pôle ontologique d'une ressource permettent-ils de déduire des informations sur son pôle fonctionnel ?

Afin d'aborder ces questions et de continuer à délimiter les ressources étudiées, nous étudions différents éléments relatifs à l'indexation de ressources, en général d'une part et avec une prise en compte du didactique d'autre part. C'est l'objet des deux chapitres suivants.

# III. Indexation de ressources, généralités

---

## Objectifs du chapitre

Dans ce troisième chapitre nous examinons diverses approches et exemples de mises en œuvre autour de l’indexation de ressources éducatives. Dans un premier temps nous posons une question fondamentale autour du rapport entre ressource et curriculum. Nous examinons ensuite diverses normes et standards existants. Enfin nous terminons ce chapitre par la présentation de diverses mises en œuvre effectives de dispositifs d’indexation de ressources.

## Contenu du chapitre

<b>III.1</b>	<b>INTRODUCTION</b>	<b>44</b>
<b>III.2</b>	<b>LE STANDARD <i>LEARNING OBJECT METADATA</i></b>	<b>46</b>
<b>III.3</b>	<b>INDEXATION ET CURRICULA</b>	<b>47</b>
<b>III.4</b>	<b>SYSTEMES DE REFERENCEMENT DE RESSOURCES EDUCATIVES</b>	<b>50</b>
III.4.1	STANDARDS DE DESCRIPTION DE RESSOURCES PEDAGOGIQUES	50
III.4.2	BASES DE DONNEES DE RESSOURCES	51
III.4.3	SYSTEMES BASES SUR DES SAVOIR-FAIRE	52
III.4.4	LIAISON ENTRE RESSOURCES D’APPRENTISSAGE ET CONCEPTIONS PEDAGOGIQUES	53
<b>III.5</b>	<b>CONCLUSION DU CHAPITRE</b>	<b>54</b>

## III.1 Introduction

Nous étudions maintenant divers systèmes d'indexation de ressources pédagogiques, afin d'apporter des premiers éléments de réponses à nos questions sur les moyens de décrire les pôles ontologique et fonctionnel d'une ressource. Auparavant, pour faciliter la lecture de ce chapitre nous commençons par donner quelques définitions.

### **Définition III.4 (ontologie)**

« Dans le contexte des sciences informatique et de l'information, une ontologie définit un ensemble de représentations élémentaires avec lesquelles modéliser un domaine de la connaissance ou du discours. Les représentations élémentaires sont généralement des classes (ou ensembles), des attributs (ou propriétés) et des relations (ou liens entre les instances des classes). »<sup>17</sup> (Gruber, 2009)

Une autre approche, issue de travaux de classification en sciences de la vie, est parfois utilisée, on parle de taxonomie. Pluvinage (1993, p. 6) signale que ce terme « désigne à la fois les classifications hiérarchiques et les études menées pour obtenir de telles classifications ». Une taxonomie peut être considérée comme une forme élémentaire d'ontologie<sup>18</sup>. De nombreux exemples sont fournis dans les sections et chapitres suivants, nous n'en proposons donc pas ici. Nous avons signalé depuis le début de notre travail que nous nous concentrons sur des ressources d'apprentissage ou des ressources pédagogiques (*Learning Objects*), sans réellement en délimiter la portée. Nous proposons ici une définition qui est, comme toute définition, discutable mais permet de cerner un peu mieux notre propos.

### **Définition III.5 (ressource pédagogique / learning object)**

« Les ressources pédagogiques sont définies comme toute entité, numérique ou non numérique, qui peut être utilisée, réutilisée ou référencée, lors d'une situation d'apprentissage assistée par la technologie. »<sup>19</sup> (Wiley, 2002) qui cite LOM 2000

Nous pouvons maintenant revenir à notre objectif d'étude de systèmes d'indexation de ressources pédagogiques. Dans son travail de thèse Loiseau (2009) s'intéresse à l'indexation pédagogique de textes pour l'enseignement des langues. Dans le troisième chapitre de son travail il réalise un état de l'art autour des standards de description de ressources pédagogiques. Nous reprenons de ce travail quelques éléments significatifs par rapport aux questions qui sont les nôtres. Il signale ainsi que « l'idée de décrire des ressources pédagogiques en termes didactiques n'est pas nouvelle [et que] de nombreuses organisations se sont penchées sur le problème dans une optique de normalisation » (*ibid.*, p. 87) et propose alors « un inventaire des principaux acteurs, en décrivant les liens qui existent entre eux » (*ibid.*, p. 87). Il précise tout

---

<sup>17</sup> "In the context of computer and information sciences, an ontology defines a set of representational primitives with which to model a domain of knowledge or discourse. The representational primitives are typically classes (or sets), attributes (or properties), and relationships (or relations among class members)." (Gruber, 2009)

<sup>18</sup> Une mise en parallèle des concepts d'ontologie, thesaurus et taxonomie est proposée sur cette page : <http://blog.sparna.fr/2013/12/07/ontologie-thesaurus-taxonomie-web-de-donnees/>

<sup>19</sup> "Learning Objects are defined here as any entity, digital or non-digital, which can be used, re-used or referenced during technology-supported learning." D'après (Wiley, 2002) qui cite LOM 2000, source qui n'est plus accessible. L'accès aux standards LOM est payant et nous n'avons pu y accéder.

d'abord les définitions de standard et de norme en citant Pernin, puis propose des exemples de l'un et de l'autre :

### Définition III.6 (standard)

« Un *standard* est un ensemble de recommandations développées et préconisées par un groupe représentatif d'utilisateurs réunis autour d'une instance particulière. » (Pernin, 2006, p. 204)

### Définition III.7 (norme)

« Une *norme* est un ensemble de règles de conformité qui sont édictées par un organisme de normalisation, dont la portée est internationale (comme l'International Organization for Standardization (ISO)), régionale ou nationale (telle que l'Agence Française de Normalisation (AFNOR) au niveau français). » (Pernin, 2006, p. 204)

Ainsi la définition de standards est une étape du processus qui aboutit à une ou des normes. Loiseau présente ensuite la diversité des acteurs dans le cadre de la description des ressources pédagogiques. Nous reproduisons la synthèse qu'il a réalisée sur la Figure III-1 (p. 45). Pour l'actualiser il faudrait ajouter à ce schéma au moins le Common Core State Standards étatsunien et le Achievement Standards Network développés postérieurement. Nous les présentons dans la section III.4 (p. 50). On peut noter à la fois une diversité importante des acteurs, mais aussi le rôle central tenu par le standard Learning Object Metadata (LOM), rôle central qui nous amène à revenir sur le LOM dans la section suivante.

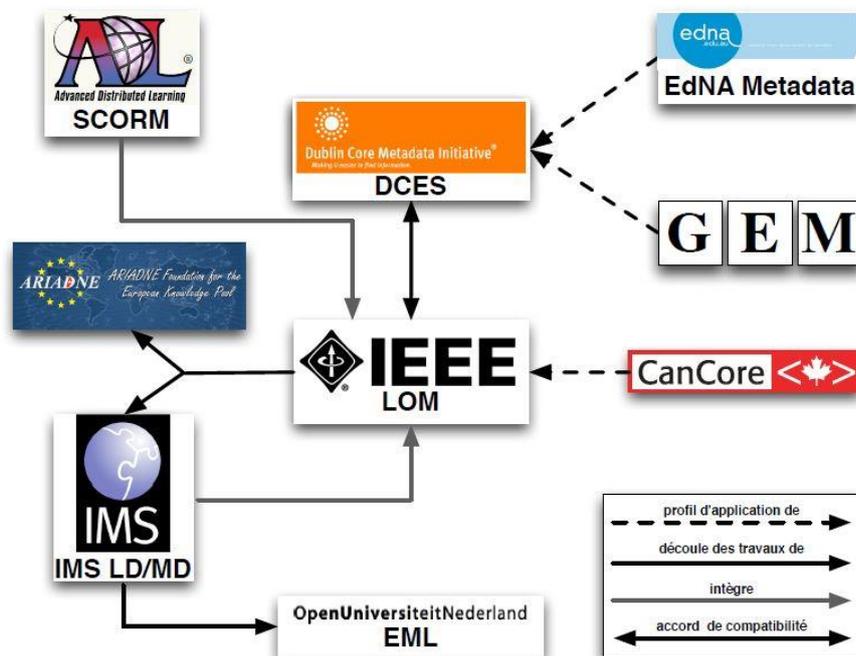


Figure III-1 : acteurs et standards pour la description de ressources pédagogiques, d'après Loiseau (2009, p. 94).  
« Les entités sont représentées par leur logo et les standards sont indiqués en noir sous l'entité correspondante quand ils ne portent pas le même nom ».

## III.2 Le standard Learning Object Metadata

Un des objectifs poursuivi par Loiseau au travers de la réalisation de ce panorama était de déterminer la pertinence « d'utiliser un standard de description de ressources pédagogiques dans le cadre de l'indexation pédagogique de textes pour l'enseignement des langues » (Loiseau, 2009, p. 133). Après une étude détaillée du standard *Learning Object Metadata* (LOM) il conclut à de nombreuses insuffisances par rapport à son projet d'indexation pédagogique. Nous pensons pouvoir tirer la même conclusion pour notre projet d'indexation didactique, cependant nous étayons cette hypothèse dans le chapitre VI. Pour cela nous confrontons le contenu de la version ScoLOMFR<sup>20</sup> avec des besoins de description définis par des utilisateurs de ressources. Loiseau a, quant à lui, mené l'analyse de LOM en s'appuyant sur un texte de référence pour effectuer son analyse. Nous revenons dans l'immédiat sur un autre travail qui illustre les limites identifiées par Loiseau.

Ullrich, dans un article intitulé *The learning-Resource-Type is Dead, Long Live the Learning-Resource-Type !*, commence par la sentence suivante : « aujourd'hui, la recherche, en particulier par une machine, de ressources d'apprentissage adéquates, n'est pas réellement possible. Chercher requiert des métadonnées, et le standard dominant concernant les métadonnées pour les ressources d'apprentissage, IEEE LOM ne permet pas de décrire des informations cruciales du point de vue pédagogique »<sup>21</sup> (Ullrich, 2005, p. 8). Plus loin il précise son propos en prenant un exemple qui est intéressant au regard de notre questionnement. Tout d'abord il signale les propriétés *difficulté* (Difficulty) et *temps d'apprentissage typique* (Typical learning time) toutes deux situées dans la catégorie *pédagogie* (Educational) sans y apporter plus de critique. Or on peut constater dans le chapitre IV, (section IV.3) que le simple terme de difficulté est nettement plus complexe que ne le fait croire l'échelle de cinq valeurs proposées par LOM pour cette caractéristique. Ullrich se concentre sur la propriété *type de ressource d'apprentissage* (Learning Resource Type) et sur les différentes valeurs associées « Exercice, Simulation, Questionnaire, Diagramme, Figure (...) » et fait alors remarquer, à juste titre, que « le problème avec ces valeurs c'est qu'elles mélangent des informations de natures pédagogique et technique. Ainsi le diagramme, la figure, le graphique, la diapositive et le tableau décrivent le format d'une ressource, alors que d'autres valeurs telles Exercice, Simulation et Expérience concernent une forme d'enseignement »<sup>22</sup> (*ibid.*, p. 8). Pour répondre à ce constat Ullrich propose dans son article la construction d'une ontologie pour décrire efficacement les ressources d'enseignement dans le but de permettre leur réutilisation. Nous revenons sur cette proposition plus loin dans le chapitre.

Une autre critique de LOM, portant sur les mêmes griefs, est formulée par Melis et al.(2009). Après avoir développé la même critique que celle développée par Ullrich sur les valeurs du type

---

<sup>20</sup> <http://eduscol.education.fr/cid57098/le-profil-application-scolomfr.html> Il s'agit, selon le site de référence, d'un « profil d'application [qui] est un outil destiné à produire des descriptions de ressources pédagogiques numériques au sein de l'enseignement scolaire du Ministère de l'Education nationale et d'en faciliter la mutualisation ».

<sup>21</sup> "But today, to search, especially by a machine, for adequate learning objects is not really possible. Search requires metadata, and the most prominent learning object metadata standard, IEEE LOM fails to represent crucial information relevant from an instructional point of view." (Ullrich, 2005, p. 8)

<sup>22</sup> "The problem with these values is that they mix instructional and technical information. Whereas Diagram, Figure, Graph, Slide and Table describe the format of a resource, other values such as Exercise, Simulation and Experiment cover the instructional type".

*Learning Resource Type*, les auteurs concluent que « En conséquence, le LOM ne représente pas les types d'enseignements d'une manière suffisamment précise qui permettrait l'utilisation automatique de ressources d'apprentissage, en particulier si un soutien efficace à l'enseignement nécessite des connaissances pédagogiques complexes. Par exemple, LOM ne propose pas de moyen efficace pour déterminer dans quelle mesure une ressource typée avec la valeur Graphique peut être utilisée comme exemple »<sup>23</sup> (*ibid.*, p. 163)

Dans l'immédiat nous retenons que LOM présente de nombreuses insuffisances dès que des enjeux pédagogiques entrent en considération ; que ce soit directement pour la description de ressources d'apprentissage comme dans l'article d'Ullrich ou pour le développement d'une plateforme d'apprentissage en mathématiques comme dans le cas du travail de Melis & al. Face à ces critiques de LOM, nous examinons maintenant des systèmes qui ont été mis en œuvre autour de l'indexation de ressources éducatives. Pour aborder cette étude nous débutons par une analyse des approches possibles quand un des objectifs de l'indexation est de lier ressource et curriculum. Ceci est en effet un préalable, pour de nombreux usages et au-delà des qualités didactiques visées, à ce que le travail de description de ressources éducatives soit utile.

### III.3 Indexation et curricula

La question de l'indexation de ressources éducatives peut être abordée de diverses manières comme présenté dans les sections suivantes, cependant la question de la liaison entre la ressource et le ou les curricula auxquels on peut être amené à se référer est incontournable. Cette question est présente et gérée de diverses manières dans les approches que nous examinons. Van Assche (2007) a proposé une synthèse des différentes approches possibles pour traiter cet aspect, nous abordons donc cette question au travers de ses travaux.

Le curriculum est une référence incontournable pour l'enseignant dans la mesure où il définit son cadre institutionnel de travail en précisant l'ensemble des finalités de l'enseignement, que ce soit en termes de contenus ou de moyens à mettre en œuvre pour atteindre les objectifs fixés. Quand il examine une ressource il est donc indispensable pour l'enseignant de pouvoir la situer relativement aux curricula auxquels il est soumis. Il doit être en mesure de répondre à des questions du type « La ressource est-elle conforme en termes de contenus ? Est-elle adaptée au public auquel je la destine ? ». Par ailleurs les curricula ne sont pas figés temporellement<sup>24</sup> et sont significativement différents spatialement<sup>25</sup>. Il y a donc un double enjeu lors de l'indexation de ressources : la liaison initiale entre une ressource et un ensemble de curricula, puis la capacité du système d'indexation à s'adapter à des modifications de curricula. Van Assche propose quatre approches, issues du projet CALIBRATE, pour aborder cette question :

<sup>23</sup> "As a result, LOM fails to represent the instructional types sufficiently precise to allow for automatic usage of learning objects, in particular, if it involves complex pedagogical knowledge necessary for effective learning support. For instance, LOM has no easy way to determine to what extent a resource annotated with Graph can be used as an example."

<sup>24</sup> En France par exemple on peut estimer qu'un nouveau curricula est défini tous les cinq ans environ.

<sup>25</sup> Si en France les curricula fixent un cadre national, dans le système scolaire Allemand les curricula dépendent des Länders, en Suisse ils dépendent des cantons, etc.

«

- *On associe des métadonnées aux ressources en lien avec tous les curricula (environ 50 curricula nationaux / régionaux juste pour l'Europe). C'est très coûteux en initialisation et en maintenance.*
- *Une mise en correspondance des différents curricula est construite de manière à ce que si une ressource est étiquetée relativement à un curriculum (e.g. le curriculum Flamand) elle peut être trouvée et proposée à partir d'un autre curriculum (e.g. le curriculum Autrichien). Une mise en correspondance des curricula signifie qu'un élément d'un curriculum est relié par une expression booléenne à un élément d'un autre curriculum. Cette mise en correspondance peut s'opérer de deux manières : associer tous les curricula, par paire, les uns aux autres ou relier tous les curricula à un pivot commun.*
- *On associe des métadonnées aux ressources relativement à un pivot ou un curriculum universel. Cette approche est réalisable mais ne répond pas réellement à l'objectif de permettre à un enseignant de se situer relativement à son propre curriculum, sauf si une mise en correspondance est faite entre le curriculum national / régional et le pivot.*
- *Tous les pays et toutes les régions adoptent le même curriculum. Ceci n'est pas politiquement envisageable à court ou à moyen terme.* »<sup>26</sup> (Van Assche, 2007, p.81)

Dans la suite de son travail c'est la deuxième approche qui est explorée par Van Assche avec la construction d'une mise en relation des différents curricula. C'est alors la liaison entre une ressource et un curriculum donné qui permet ensuite de déterminer sa position par rapport aux autres curricula. Les approches 2 et 3 sont illustrées par la Figure III-2 (p. 49) avec soit la mise en relation entre les différents curricula (flèches rouges, *Direct Mappings*) soit l'utilisation d'un

---

<sup>26</sup> "● resources are metadata tagged according to all (an estimated 50 national/regional) curricula in Europe alone. This is very expensive in initial tagging and maintenance.

● a mapping is provided between the different curricula such that if a resource is metadata tagged according to one curriculum (e.g. the Flemish curriculum), it can be discovered and shown in terms on another curriculum (e.g. the Austrian curriculum). A curriculum mapping (see [7], [8]) means that a component of one curriculum can be mapped to a boolean expression of components of another curriculum. This mapping can be done in two ways: relating all curricula pair wise to each other or relate all curricula to a common spine.

● resources are metadata tagged according to a spine or universal curriculum. This approach is workable but is not really meeting the objectives of allowing the teacher to browse according to her own curriculum unless a mapping is made between the specific national/regional curriculum and the spine.

● all countries and regions adopt the same curriculum. This is politically not feasible in the short nor middle term." (Van Assche, 2007, p.81)

pivot appelé ici *Intermediary Statement* et la liaison entre chaque curriculum et ce pivot (flèches vertes, *Inferred Mappings*).

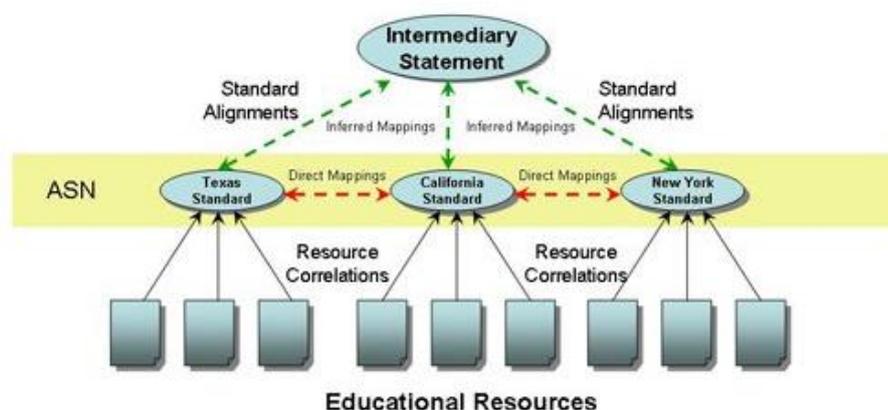


Figure III-2 : illustration des options "curriculum pivot" et "liaisons entre curricula", issue du site de l'ASN<sup>27</sup>

Toujours dans le même article (*ibid.*, pp. 81-82) il est noté que pour un enseignant plusieurs niveaux de définition de curricula peuvent cohabiter selon la diversité des institutions<sup>28</sup> auxquelles il est assujéti. Ainsi, en plus du curriculum global, défini par exemple au niveau gouvernemental, l'appartenance à un établissement, une équipe enseignante et enfin la spécificité des apprenants nécessitent de gérer différents curricula. Van Assche précise que d'habitude il n'y a pas contradiction entre un niveau inférieur et un niveau supérieur. Ces différents niveaux sont illustrés par la Figure III-3 (p. 49).

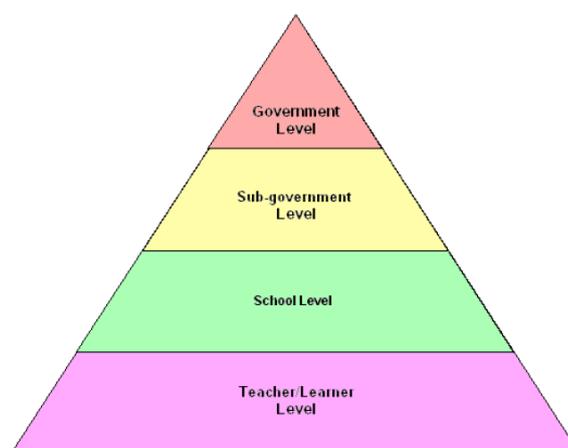


Figure III-3 : Curricula à différents niveaux (Van Assche, 2007, p. 82)

La question de la liaison entre ressources et curricula étant maintenant posée, nous présentons, dans la suite de ce chapitre, différents systèmes de référencement et de recherche de ressources utilisant un curriculum de référence. Les trois premiers sont des systèmes dédiés au référencement et définis pour être utilisés par d'autres systèmes. Les exemples suivants concernent des banques de données ou des applications qui, pour être utiles à leur public cible, ont développé des outils de référencement et de recherche des ressources qu'elles hébergent. Un premier élément discriminant entre ces approches est la modalité de définition du

<sup>27</sup> <http://www.achievementstandards.org/content/how-asn-works>

<sup>28</sup> Nous utilisons ce terme dans le sens utilisé dans la théorie anthropologique du didactique. Il est précisé dans le chapitre VII. L'auteur de l'article utilise pour sa part le terme *niveau (level)*

curriculum de référence utilisé par le système. On peut en distinguer trois : auto-construction à partir de la définition de mots-clés libres ; utilisation d'un unique curriculum qui contient des notions prédéfinies ; utilisation d'un curriculum de référence qui permet la liaison avec d'autres curricula. Un second élément discriminant est la nature des éléments de connaissances (notions, savoir-faire...) qui constituent ces curricula. Enfin, un troisième élément est la représentation informatique des éléments (ontologie ou autre). Pour chacun des systèmes présentés, après avoir précisé leur objectif, nous donnons les éléments relativement à ces trois points (quand les informations sont disponibles).

### III.4 Systèmes de référencement de ressources éducatives

#### III.4.1 Standards de description de ressources pédagogiques

Les trois systèmes présentés rapidement ci-dessous sont postérieurs aux travaux de Loiseau, c'est pourquoi nous les signalons en complément de toutes les informations que le lecteur peut trouver dans la thèse de Loiseau. Le Common Core State Standards est intégré dans les deux suivants.

##### **Le Common Core State Standards**

Il s'agit d'une démarche mise en œuvre aux USA depuis l'année 2009 qui vise à proposer « un ensemble unique d'objectifs d'apprentissages pour l'étude de la langue anglaise et des mathématiques »<sup>29</sup>. Ce travail a été mis en place à partir du constat que « dans les années 2000 chaque état avait élaboré et adopté ses propres objectifs d'apprentissages<sup>30</sup> qui définissait ce que des élèves de la 3<sup>e</sup> à la 8<sup>e</sup> année et dans le secondaire devaient être capables de faire. Chaque état avait aussi sa propre définition de la compétence, comme niveau devant être atteint par l'élève à chacun des niveaux. C'est ce manque de standardisation qui a amené les États à développer le Common Core State Standards en 2009 »<sup>31</sup>. Le processus de construction a inclus quarante-huit états, deux territoires et le district de Columbia. Actuellement ce sont quarante-et-un États, quatre territoires, le district de Columbia et le Département of Defense Education Activity qui ont adopté le Common Core State Standards<sup>32</sup>. Concernant les mathématiques le Common Core est défini à l'aide de savoir-faire et de notions (*skills and concepts*). Il est présenté dans un document de 93 pages<sup>33</sup> dans lequel chaque *Standard*<sup>34</sup> (« ce que les élèves doivent comprendre et être capables de faire ») est inscrit dans un *Domain* (un groupe qui contient le *Standard* présenté et d'autres qui lui sont liés) et est associé à un ensemble de *Clusters* (il s'agit d'un ensemble de Standard connexes à celui présenté).

<sup>29</sup> <https://www.nga.org/cms/home/special/col2-content/common-core-state-standards-init.html>

<sup>30</sup> Le texte original en Anglais contient l'expression « learning standards » avec la difficulté que le terme « standards » peut être traduit par *normes* ou par *objectifs*. Nous choisissons le terme *objectif* pour rester plus fidèle à l'idée curriculaire.

<sup>31</sup> <http://www.corestandards.org/about-the-standards/development-process/>

<sup>32</sup> D'après <http://www.corestandards.org/standards-in-your-state/> (mai 2018)

<sup>33</sup> [http://www.corestandards.org/wp-content/uploads/Math\\_Standards1.pdf](http://www.corestandards.org/wp-content/uploads/Math_Standards1.pdf)

<sup>34</sup> Il n'y a visiblement pas d'homogénéité sur l'usage, et donc sur la traduction, du terme Standard. Dans le cas du CCSS il semble que Standards corresponde à curriculum tandis que Standard est un élément du curriculum. Plutôt qu'une traduction approximative nous utilisons dans la suite de cette section Standards et Standard (avec une majuscule) quand on utilise la définition du CCSS.

### Achievement Standard Network

La définition proposée sur la page d'accueil du site est « *Achievement Standards Network (ASN)* donne accès à des représentations lisibles par ordinateur des objectifs d'apprentissages et des normes du curriculum »<sup>35</sup>. Il s'agit donc de proposer des services d'interopérabilité entre des curricula d'origines diverses. À ce titre l'ASN intègre le Common Core State Standards présenté ci-dessus. L'intérêt de ce système est de produire un langage de description de curriculum, appelé ASN Core vocabulary. Nous ne présentons pas en détail le processus<sup>36</sup>, retenons simplement que le point de départ est le découpage de chaque curriculum en thèmes et sous-thèmes. Ceux-ci sont alors liés entre eux à partir d'une taxonomie (ASN Taxon).

### Academic Benchmarks

L'objectif annoncé sur le site<sup>37</sup> de Academic Benchmarks, qui est une solution payante, est de « Mettre en relation les enseignants et les étudiants avec le contenu dont ils ont besoin – rapidement et facilement ». Pour ce faire il propose un langage standard de représentation de curricula (Academic Benchmark standards metadata) qui va ensuite servir à mettre en relation les ressources décrites dans un curriculum avec leur système de recherche. Dans ce système chaque Standard (à lire dans le sens défini pour le CCSS) est décomposé en granules élémentaires et enrichi de métadonnées, dont un identifiant unique. C'est cet ensemble de granules qui assure ensuite l'interopérabilité entre différents curricula. Ce système aussi intègre les éléments issus du Common Core State Standards. Les éléments sont organisés dans différentes taxonomies (concepts, sujets et idées clés). C'est ensuite un travail basé sur une intelligence artificielle et un travail d'expert qui permet des classifications dans les taxonomies des Standards.

## III.4.2 Bases de données de ressources

### IXL Maths

IXL Maths est une base d'exercices en mathématiques construite à l'origine pour les USA même si des versions existent pour d'autres pays<sup>38</sup>. On peut accéder aux ressources soit par niveau scolaire (du grade 1 au grade 8 dans la version US, du CP à la 6<sup>e</sup> dans la version Française) soit par ce qui est appelé compétences (skills dans la version US), qui sont en fait un mélange de savoirs et de savoir-faire. Le découpage est effectué selon des thèmes qui semblent propres à l'environnement. IXL propose un système d'alignement de ses compétences sur les Standards en vigueur dans chaque État<sup>39</sup> sans toutefois préciser comment cette liaison est opérée. Ils intègrent le Common Core State Standards.

### La Khan Academy

L'accès aux ressources concernant les mathématiques est proposé au travers de grands thèmes (appelés parties) qui sont ensuite divisés en domaines (géométrie, analyse, algèbre...) à

<sup>35</sup> "The Achievement Standards Network (ASN) provides access to machine-readable representations of learning objectives and curriculum standards"

<sup>36</sup> Le lecteur intéressé trouvera une première approche ici :

<http://www.achievementstandards.org/content/how-asn-works>

<sup>37</sup> <https://certicasolutions.com/products/academic-benchmarks/>

<sup>38</sup> La présence de notions de probabilités dans le niveau CP de la version française amène à s'interroger sur la qualité du transfert vers d'autres pays

<sup>39</sup> <https://www.ixl.com/standards/>

l'intérieur desquels on trouve des sous-domaines. On peut ensuite accéder à des savoirs et des savoir-faire. On peut aussi accéder aux ressources au travers des niveaux scolaires (cycles et classes pour la version française). Dans ce cas, si le premier niveau d'entrée est conforme aux curricula en vigueur, en revanche à l'intérieur il s'agit à nouveau d'un regroupement par thèmes qui ne sont plus alignés sur les contenus des curricula.

### **Le Learning Resource Exchange**

Il s'agit d'une plateforme qui vise à « collecter, enrichir et diffuser des descriptions de ressources d'apprentissages ». L'enjeu principal mis en avant est le contexte multilingue et dans ce cadre les concepteurs ont décidé d'utiliser un vocabulaire contrôlé formalisé au sein d'un thesaurus multilingue. Ce vocabulaire contrôlé multilingue est articulé avec les éléments de la norme LOM. Ce système ne semble plus maintenu depuis 2011 et le vocabulaire qui a été intégré dans le thesaurus est visiblement limité.

### **Myriaé**

Il s'agit d'un projet porté par le ministère français de l'éducation nationale, Canopé et les projets investissements d'avenir. Myriaé<sup>40</sup> se définit comme « un portail public présentant de l'information sur les Ressources Numériques pour l'École » et précise être « la première brique du cheminement des enseignants allant jusqu'à l'accès aux ressources numériques pour l'École ». Du point de vue de l'indexation des ressources il est basé sur la norme ScoLOMFR et procède par moissonnage « d'entrepôts de producteurs de ressources ». La recherche s'effectue à partir de mots clés prédéfinis sous forme de filtres « niveau, cycle » puis « discipline / enseignement » et enfin nature de la recherche à l'aide d'un mot clé libre. Quelques recherches élémentaires sur le portail mettent en évidence les limites du système, pas nécessairement dans sa conception mais au moins relativement aux ressources qui y sont déposées et à la vérification des métadonnées associées aux ressources<sup>41</sup>.

## III.4.3 Systèmes basés sur des savoir-faire

Les systèmes de références basés sur des savoir-faire / capacités considèrent que les curricula décrivent les résultats d'apprentissages attendus et non pas des notions. Ces résultats sont caractérisés par les actions que les apprenants doivent savoir réaliser après un enseignement. Les éléments du domaine et les savoirs mobilisés sont considérés à travers ces savoir-faire. Les trois systèmes suivants sont caractérisés par cette approche.

### **TELOS (TelE Learning Operating System)**

Le projet TELOS est présenté dans Paquette (2007). Il s'agit d'évaluer les compétences d'un apprenant et celles qu'il doit acquérir pour atteindre un objectif pédagogique. Pour cela il définit la compétence comme une déclaration sur les capacités d'un individu à appliquer une action sur un élément d'un domaine, avec un contexte de performance donné. Exemple : diagnostiquer (action) les pannes d'une voiture (élément du domaine automobile) sur tout type de voiture

---

<sup>40</sup> <https://myriae.education.fr/>

<sup>41</sup> Par exemple « Cycle 4 + mathématiques » donne accès à 102 ressources dont 87 payantes qui sont essentiellement des manuels scolaires de différents éditeurs. On trouve même un manuel de géographie de 2<sup>nd</sup>e dans les réponses.

La recherche « Cycle 4 + mathématiques + équation » ne renvoie pour sa part aucune ressource.

(contexte de performance). Elle est donc décrite par une action (habileté, *skill*) "générique" appliquée à un élément (« connaissance ») "particulier" d'un "domaine" donné, avec un contexte donné par des valeurs d'indicateurs de performance (fréquence, portée, autonomie, complexité, familiarité). Une action est définie indépendamment d'un domaine. Le domaine n'est représenté que par les éléments sur lesquels s'appliquent ces habiletés génériques. L'ensemble qui est composé des actions génériques, des éléments du domaine, des indicateurs de performances, des « ressources » et des compétences définit une ontologie de compétences.

### **Tovek Topic Mapper**

Le système Tovek Topic Mapper a été développé dans le cadre du projet européen Calibrate (Van Assche, 2007). Chaque élément d'un curriculum donné est appelé compétence ou encore résultat d'apprentissage (*learning outcome*). Une compétence est définie comme un verbe d'action appliqué à des notions (*topics*). Par exemple la compétence *Associate integers with realistic and meaningful context* est définie par l'action *Associate with realistic and meaningful context* et la notion *integer*. Les verbes d'action sont organisés en taxinomie. La taxinomie fournie reprend, comme TELOS, les catégories de Bloom. Les notions du domaine sont aussi organisées en taxinomie tout comme dans TELOS. Les compétences de tous les curricula sont représentées dans une unique ontologie où chaque élément est multilingue. Représenter un curriculum dans cette ontologie avec Tovek Topic Mapper consiste à référencer un élément de l'ontologie ou à créer un nouvel élément à la volée s'il manque. Les compétences et les ressources sont représentées en TopicMaps. TopicMap est une norme ISO mais est dans les faits inutilisée.

### **InterGeo**

Le système InterGeo<sup>42</sup> vise à référencer des ressources en mathématiques de manière interopérable au niveau européen. Il utilise une ontologie des compétences, nommée GeoSkills (Desmoulins, 2010; Libbrecht & Desmoulins, 2009), qui sert de référence pour décrire chacun des curricula européens. Chaque élément de cette ontologie peut être décrit par plusieurs termes dans plusieurs langues. L'ontologie est elle-même décomposée en plusieurs sous-ontologies. L'ontologie *Competency* est l'ontologie principale. Toute capacité (au sens des programmes français) décrite dans un curriculum est une instance de la classe *Competency*. La classe compétence est organisée en sous-classes, chaque capacité étant définie comme instance de la classe la plus précise dans cette hiérarchie de sous-classes. L'ontologie des éléments du domaine (Topic) complète l'ontologie des compétences. Elle est organisée elle aussi en sous-classes.

## III.4.4 Liaison entre ressources d'apprentissage et conceptions pédagogiques

Nous concluons cette section en présentant rapidement deux travaux qui visent à lier une ressource, non pas à un élément de curriculum mais à un usage pédagogique possible. Ainsi Ullrich (2004) propose de décrire une ressource à partir de sa « fonction pédagogique, en d'autres mots, son « essence » si on se place dans une perspective d'enseignement et d'apprentissage » (*ibid.*, p. 17), chose qu'il estime ne pas être permise par les standards de

<sup>42</sup> <http://i2geo.net>

## Conclusion

métadonnées pour les ressources d'apprentissage. On peut noter que ce que Ullrich appelle l'essence de la ressource, relève plutôt de son pôle fonctionnel selon la terminologie de Le Moigne. Pour répondre à cet objectif il construit « une ontologie [qui] ne décrit pas le contenu enseigné par la ressource pédagogique (...). Au lieu de cela chaque classe de l'ontologie représente un rôle pédagogique que peut jouer une ressource pédagogique (par exemple un chapitre de manuel). Pour certains objets déterminer ce rôle est simple. Dans la plupart des manuels les exercices sont clairement identifiés. Pour d'autres cela peut être moins évident. »<sup>43</sup> (*ibid.*, p. 19). Par la suite l'auteur présente les différentes classes de son ontologie. La classe *Instructional Object* est la racine, elle est ensuite partagée en deux sous-classes, *Concept* et *Satellite*. Nous ne détaillons pas plus la description de l'ontologie qui est accessible dans l'article cité. Nous notons simplement qu'il définit, autour du concept d'exercice, des catégories - « connaissances ; compréhension ; application ; analyse ; synthèse ; évaluation » - et les relie à la taxonomie de Bloom (Bloom, Engelhart, Furst, Hill, & Krathwohl, 1984) ; taxonomie dont des travaux présentés dans le chapitre suivant ont montré les limites pour le domaine des mathématiques. Dans la suite de son article l'auteur propose de relier des représentations des connaissances avec son ontologie.

Pour sa part Wiley – dans un article intitulé *Connection Learning Objects to Instructional Design Theory: A Definition, a Metaphor, and a Taxonomy* (Wiley, 2002) – souhaite lier les ressources pédagogiques aux modèles pédagogiques partant, tout comme Ullrich, du constat d'un manque de travaux dans ce sens. Pour cela il précise son acceptation de ressource pédagogique (*learning object*) comme « toute ressource numérique pouvant être réutilisée pour accompagner l'apprentissage »<sup>44</sup> (*ibid.*, p. 7). Il en construit une taxonomie qui va être le moyen de mettre en relation ressources pédagogiques et modèles pédagogiques. Il propose la définition suivante de modèle pédagogique : « les modèles pédagogiques sont axés sur la conception, ils décrivent les méthodes d'enseignement et les situations dans lesquelles ces méthodes peuvent être utilisées, les méthodes peuvent être divisées en composants plus simples et les méthodes sont probabilistes »<sup>45</sup> (Reigeluth, 1999, p. 7) cité par Wiley (2002, p. 7).

## III.5 Conclusion

Deux grands enjeux ressortent de ce chapitre : *la modélisation et la caractérisation du savoir* utilisées pour indexer et la *mise en relation entre les ressources indexées et les curricula*. Concernant la mise en relation entre ressources et curricula nous considérons que les arguments de Van Assche (coût et impossibilité politique) à l'encontre de la mise en relation de chaque ressource avec chaque curricula ou avec un curriculum universel partagé par tout le monde, sont pertinents dans notre contexte de travail. Nous ne prenons donc pas en considération ces deux approches pour la suite de notre travail. De plus, au sujet de l'indexation de ressources avec différents niveaux de curriculum, nous nous fixons comme premier objectif la prise en compte

---

<sup>43</sup> "The ontology does not describe the content taught by the learning material, e.g., concepts in physics and their structure. Instead, each class of the ontology stands for a particular instructional role a learning resource, for instance a paragraph in a textbook, can play. For some objects, determining the role is straightforward. In most text-books, exercises are distinctly marked. For other objects, it may be less obvious" (Ullrich, 2004, p. 19)

<sup>44</sup> "any digital resource that can be reused to support learning" (Wiley, 2002, p. 7)

<sup>45</sup> "Instructional design theories are design oriented, they describe methods of instruction and the situations in which those methods should be used, the methods can be broken into simpler component methods, and the methods are probabilistic." (Reigeluth, 1999, p. 7) cité par (Wiley, 2002, p. 7)

de curricula liés à des institutions génériques. Certains services EIAH doivent cependant permettre de prendre en compte des institutions spécifiques, nous veillons donc à ne pas obérer cette possibilité. Nous évoquons, dans le dernier chapitre, un moyen permettant d'envisager la prise en compte de niveaux de curricula relevant d'institutions spécifiques. Notons que l'approche de mise en relation des curricula est *a priori* difficile, si ce n'est impossible, pour des curricula allant jusqu'à la classe ou même l'école. En effet, laisser la responsabilité à la personne définissant ce curriculum spécifique de le mettre en relation avec les autres ne semble pas très crédible. Cela renforce encore notre choix de l'approche basée sur un élément pivot.

Concernant la modélisation du savoir, si certains systèmes sont basés sur des notions et d'autres sur des savoir-faire (types ou genre de tâches), c'est dans tous les cas un élément clé. Il s'agit donc d'une question centrale pour notre travail.



# IV. Description de ressources avec prise en compte du didactique

---

## Objectifs du chapitre

Dans le chapitre précédent nous avons présenté divers systèmes d'indexation ou de description de ressources. Certains, en particulier ceux organisés autour des savoirs et des savoir-faire prennent déjà en compte, d'une certaine manière, des éléments liés à la didactique. Dans ce chapitre nous complétons ce premier travail par des travaux directement inscrits dans la didactique des mathématiques et qui visent à l'analyse d'exercices de mathématique selon divers critères : activité cognitive ; difficulté et complexité ; analyse de la tâche prescrite. Ces différents travaux n'ont pas été menés *a priori* dans une perspective d'indexation.

## Contenu du chapitre

<b>IV.1</b>	<b>INTRODUCTION</b>	<b>58</b>
<b>IV.2</b>	<b>APPROCHES BASEES SUR UNE DESCRIPTION DE L'ACTIVITE COGNITIVE DE L'ELEVE</b>	<b>58</b>
<b>IV.3</b>	<b>APPROCHES BASEES SUR L'ANALYSE DE LA DIFFICULTE ET DE LA COMPLEXITE</b>	<b>62</b>
<b>IV.4</b>	<b>APPROCHES BASEES SUR L'IMPACT DE LA TACHE PRESCRITE SUR L'ACTIVITE MATHEMATIQUE DE L'ELEVE</b>	<b>63</b>
<b>IV.5</b>	<b>CONCLUSION</b>	<b>67</b>

## IV.1 Introduction

Dans le chapitre précédent nous avons examiné différents systèmes globaux qui ont pour fonction de permettre la description de ressources (mathématiques et même plus large pour certains d'entre eux) et leur recherche. Nous nous intéressons maintenant à des travaux visant à décrire des exercices de mathématiques sans que cela soit nécessairement pensé avec une finalité d'indexation. Dans sa communication au colloque international du Kangourou (Bodin, 2003), Bodin interroge les moyens de classer problèmes et exercices de mathématiques. Pour cela il propose une liste de critères : « - Les contenus mathématiques en jeu – L'âge ou le niveau scolaire concerné – Les objectifs contrôlés (savoir – savoir-faire) – Le type d'énoncé<sup>46</sup> – La difficulté – Les niveaux de mathématisation – Les activités et les processus – La complexité » (Bodin, 2003, p. 4). Lorsqu'il présente cette liste l'auteur stipule qu'elle est classée selon « un ordre allant des plus évidents et des plus utilisés à des critères moins triviaux » (*ibid.*, p. 4). En effet, le travail mené dans le chapitre III, nous permet de confirmer que, si les trois premiers critères, qui permettent de faire le lien avec les curricula, sont déjà largement pris en charge par les différentes normes ou les différents systèmes étudiés, les autres le sont beaucoup moins<sup>47</sup>. Les cas étudiés dans le chapitre précédent s'organisent autour d'une modélisation de connaissances et s'en servent pour décrire les ressources. Cependant ils ne prennent en compte ni l'activité portée par les ressources, au-delà des contenus mathématiques en jeu, ni l'impact sur l'activité de la manière dont les tâches sont prescrites. Ce sont ces deux aspects que nous examinons dans ce chapitre, ils permettent de prendre en compte les critères de Bodin qu'il qualifie de moins triviaux. Dans les travaux que nous présentons nous avons identifié deux orientations : d'une part des travaux qui visent à classer des bases d'exercices existantes avec donc des problématiques de couverture du domaine et de volume important d'exercices, d'autre part des travaux qui visent à définir des moyens d'analyse d'un ou de quelques exercices pour un objectif particulier. Nous commençons par présenter les travaux qui visent à permettre une classification des exercices en fonction de l'activité cognitive de l'élève et sont fondés sur la définition de taxonomies ; dans un deuxième temps nous présentons des travaux qui sont centrés sur la définition de la difficulté d'un exercice.

## IV.2 Approches basées sur une description de l'activité cognitive de l'élève

### Description de l'activité cognitive, travaux de Régis Gras

Dans son travail de thèse Gras vise à « expliciter, pour le mathématicien, une grille d'indicateurs d'appropriation conceptuelle (...) » (Gras, 1979, p. 1). Cet objectif se concrétise par la construction d'une taxonomie des objectifs cognitifs spécifiques à l'activité mathématique. Il précise :

---

<sup>46</sup> Ce critère est précisé dans le même document avec deux aspects : d'une part permettre de répondre à la question « pourquoi proposer tel ou tel exercice ? » (*ibid.*, p. 3) et une série de valeurs possibles « Exercice d'exposition – Vrais problèmes – Exercices d'application (...) » (*ibid.*, p. 3). D'autre part la forme des questions, « Ouvertes, semi-ouvertes ou fermées » (*ibid.*, p. 3).

<sup>47</sup> Par exemple dans ScoLOMFR la difficulté est liée à une échelle à cinq niveaux allant de très facile à très difficile dont on voit mal l'utilité pour l'utilisateur et dont on perçoit bien le côté totalement subjectif pour le descripteur de ressources.

« (...) on ne [doit] attendre d'une taxonomie que quatre missions incidentes dans le cadre d'un modèle hypothétique :

- a- *Mettre en évidence des objectifs cognitifs assez souvent négligés par les enseignants, tant sur le plan de l'apprentissage que sur celui de son évaluation. C'est le cas, bien sûr, des objectifs des classes supérieures.*
- b- *Rendre conscient les maîtres et les élèves, par des exemples comme celui du chapitre II, de la complexité de certaines tâches, grâce à une explicitation plus claire de leur nature.*
- c- *Permettre dans des conditions locales bien circonscrites, une évaluation où les objectifs soient mieux isolables et hiérarchisables, où un pari sur l'ordre global de réussites soit statistiquement, et non individuellement, possible.*
- d- *Rendre compte d'une certaine dynamique de l'acquisition, la connaissance devant être prise non pas comme un état, mais comme un devenir, c'est-à-dire comme un processus de développement. » (Gras, 1979, pp. 2-3)*

Ce travail de construction prend appui sur les taxonomies de Bloom<sup>48</sup>, de Gagné<sup>49</sup> et celle fournie par le National Longitudinal Study of Mathematical Abilities qui sont repensées en les adaptant aux spécificités de l'activité mathématique. Pour cela Gras « [prend] en compte des données épistémologiques validées par des études sur le terrain » (*ibid.*, p. 3) issues de travaux de Piaget « existence de stades de développements de la pensée (...) » ; de Brünner « existence de niveaux de développement (...) » ; de Vergnaud « existence de plans différents dans la pensée symbolique (...) » ; et de Brousseau « existence d'interactions de type dialectique entre l'élève, le système éducatif et le milieu ». Ces différents apports vont être utilisés pour orienter la complexité de sa taxonomie, orientation qui sera une des différences avec la taxonomie de Bloom. Ce premier travail amène Gras à la production du Tableau IV-1 (p. 61), le détail de l'explication de chacune des catégories est disponible en annexe 1. Dans la suite de la thèse ce modèle est opérationnalisé sur un ensemble d'items construits au regard de la taxonomie construite. Nous retenons particulièrement du travail réalisé les remarques suivantes :

*« Relativement à chaque rubrique de la taxonomie, nous avons construit un ou plusieurs items illustrant cette rubrique (...). Nous n'échappons pas quelques fois, comme nous le verrons plus loin, à des difficultés de classification et à des aberrations hiérarchiques. Il est à mon avis illusoire d'espérer l'univocité entre un item donné et un objectif cognitif, en général composites l'un de l'autre. (...) D'ailleurs, la variété des conduites des élèves dans la résolution d'un problème est telle que la notion de complexité reste très relative. De plus, différentes variables objectives ou subjectives interviennent, sans être bien connues, dans l'appréhension de l'item pour l'élève. J'en reparlerai bientôt. Cette constatation doit enlever à toute taxonomie*

---

<sup>48</sup> [https://fr.wikipedia.org/wiki/Taxonomie\\_de\\_Bloom](https://fr.wikipedia.org/wiki/Taxonomie_de_Bloom)

<sup>49</sup> [https://fr.wikipedia.org/wiki/Education#Taxonomie\\_de\\_Gagne](https://fr.wikipedia.org/wiki/Education#Taxonomie_de_Gagne)

*l'aura prestigieuse d'un système d'évaluation automatique et universelle, comme l'ont recherché les Anglo-Saxons. » (ibid., p. 33)*

### **Autres travaux de description de l'activité cognitive de l'élève**

D'autres travaux ont prolongé ceux de Gras, en particulier Bodin (2004) a proposé une nouvelle taxonomie pour les énoncés de mathématiques (classement par niveaux hiérarchisés de complexité cognitive). Elle se veut une actualisation du travail de Gras qui prend « en compte les travaux d'Aline Robert et ceux du programme PISA de l'OCDE » ainsi que « la révision de la taxonomie de Bloom proposée en 2001 par L.W. Anderson et D.R. Krathwool » (*ibid.*, p. 2). Les différences majeures par rapport à la taxonomie de Gras sont la suppression des catégories *analyse* et *synthèse* (qui était associée à la créativité chez Gras) et l'ajout de la catégorie *application*.

Pour sa part Lerman (1978), dans la continuité immédiate de la définition de la taxonomie par Gras, propose un travail de comparaison entre la classification en objectifs cognitifs telle que proposée par Gras et les résultats de l'application de l'algorithme de la vraisemblance du lien à des productions d'élèves. L'application de l'algorithme à un ensemble de productions basées sur la réalisation de 96 items a permis à Lerman de reconstruire une répartition en classes et sous classes des items qui est « conforme aux différents niveaux d'une taxinomie en objectifs cognitifs proposée par Gras (...) » (*ibid.*, p. 33).

## Description de ressources avec prise en compte du didactique

*Tableau IV-1 : tableau d'objectifs cognitifs, reproduction du tableau de Gras (1979, p. 7)*

CATÉGORIES	RUBRIQUES	OBJECTIFS	ACTIVITÉS ATTENDUES
A Connaissance des outils de préhension de l'objet et du fait mathématiques	A1	Connaissance de la terminologie et du fait spécifique	associer assembler
	A2	Capacité d'action intériorisée sur l'évocation d'une forme physique du concept	simuler observer
	A3	Capacité de lire des cartes, des tableaux, des graphiques, des notices	déchiffrer décrire
	A4	Effectuation d'algorithmes simples	organiser, calculer
B Analyse de faits et transposition	B1	Substitution d'une démarche représentative à une manipulation Anticipation graphique	abstraire prolonger induire
	B2	Reconnaissance et usage d'une relation implicite simple où intervient l'objet mathématique connu	analyser comparer
	B3	Traduction d'un problème d'un mode dans un autre avec interprétation	schématiser, traduire, transposer
C Compréhension des relations et des structures	C1	Compréhension du concept, de ses relations avec les autres objets mathématiques	reconnaître construire
	C2	Compréhension d'un raisonnement mathématique : justification d'un argument	justifier
	C3	Choix et ordonnancement d'arguments	déduire
	C4	Application dans des situations familières	analyser, abstraire, appliquer, interpoler
D Synthèse et créativité	D1	Effectuation et découverte d'algorithmes composites et de nouvelles relations	organiser, calculer, optimiser
	D2	Construction de démonstration et d'exemples personnels	illustrer, démontrer, valider, créer, inventer
	D3	Découverte de généralisations	généraliser, induire, prévoir, extrapoler
	D4	Reconnaissance du modèle et application dans des situations non routinières	modéliser, identifier, différencier, classier, résumer
E Critique et évaluation	E1	Distinction du nécessaire et du suffisant	formuler des hypothèse (sic), déduire
	E2	Critique de données et de méthodes ou de modèles résolvants	contrôler, optimiser, prévoir, critiquer, questionner, vérifier
	E3	Critique d'argumentation et construction de contre-exemple	critiquer, tolérer, contredire

### IV.3 Approches basées sur l'analyse de la difficulté et de la complexité

Toujours dans sa communication au colloque international du Kangourou Bodin attire l'attention sur le fait que « la difficulté d'une question est relative aux personnes et aux groupes de personnes » (Bodin, 2003, p. 9) et qu'il faut se garder « de confondre la difficulté et la complexité » (*ibid.*, p. 9). Concernant la difficulté il propose deux méthodes pour son évaluation. La première, qu'il qualifie d'approche classique, consiste en l'utilisation de la ressource par un groupe de personnes jugé représentatif du public relativement auquel on souhaite évaluer la difficulté puis de déduire la difficulté de la ressource du taux de réussite de ce groupe de référence. L'autre approche est celle de la « théorie des réponses aux items » ; de manière simplifiée il s'agit d'un processus itératif, amorcé par la connaissance des résultats sur un item pour un groupe important d'individus, qui va permettre de définir *in fine* un indice de difficulté intrinsèque de l'item et ne dépendant plus des groupes sur lesquels l'item est testé. On peut noter que l'une et l'autre de ces méthodes nécessitent d'avoir pu tester la ressource sur une population plus ou moins importante, et pour la première approche, représentative de la population avec laquelle on souhaite utiliser la ressource.

Dans ce qui est justement, à notre sens, une confusion entre difficulté et complexité, Gras attire lui aussi l'attention, dès le début de son travail, sur les limites d'une hiérarchisation selon les niveaux de complexité en signalant que « en raison des apprentissages, des décalages inter-individuels, des processus d'acquisition différents, de l'histoire des constructions conceptuelles antérieures, de leur instabilité, etc... [cette hiérarchisation] ne peut prendre son sens au mieux, qu'au niveau statistique d'une population scolaire. » (Gras, 1979, p. 1). Concernant la complexité Bodin propose d'en distinguer deux types, « la complexité structurelle qui peut concerner la structure de l'énoncé ou la structure des traitements possibles » et « la complexité cognitive qui concerne le niveau de l'activité mentale sollicitée (de l'automatisme à la création) » (Bodin, 2003, p. 12). Les différentes approches pour classer l'activité mentale ont été présentées dans la section IV.2 (p. 58). Par rapport à la complexité structurelle Bodin signale qu'une limite de cette caractérisation est qu'elle « n'est pas mesurable », il propose cependant de, par exemple, quantifier cette complexité liée à la structure du traitement de la question en comptant le nombre de pas de raisonnement et de déduction dans le cas des enchaînements simples et, dans le cas d'« arbres de raisonnement-déduction a (sic) plusieurs branches de compter le nombre de branches et le nombre maximum de pas sur une branche » (*ibid.*, p. 13).

De leur côté Sayac et Grapin (2013) ont développé un outil d'analyse des consignes et des tâches dans le cadre d'items issus d'évaluations standardisées. Cet outil est fondé sur une double approche, avec d'une part « une hiérarchie entre les différentes compétences mathématiques en jeu » et d'autre part « la complexité de la tâche » (*ibid.*, p. 3). Concernant cette dernière elles identifient deux facteurs, « le facteur de complexité 1 (FC 1) » et le « facteur de complexité 2 (FC 2) ». *Le facteur de complexité 1* porte sur le contexte de l'énoncé, les auteures y intègrent « le niveau de langue de l'énoncé ainsi que la nature des informations à traiter (texte, graphique, schéma...) » mais aussi « la nature de l'item et le type de réponse à produire (...), question ouverte ou fermée, un QCM, un vrai/faux (...) » (*ibid.*, p. 3). Elles regroupent ainsi dans ce facteur de complexité des éléments qui nous semblent de natures sensiblement différentes même s'ils sont tous fondés sur une analyse de l'aspect visuel de l'énoncé. Par exemple Duval et Pluvinage (1975), qui mobilisent des critères assez identiques

pour analyser des manuels, intègrent dans une catégorie « Langage » des éléments qui relèvent du niveau de langue avec par exemple un critère de lisibilité et dans une autre catégorie « Exercices » ce qui relèvent de la nature de l’item. Le facteur de complexité 2 lui porte sur les connaissances mathématiques en jeu et mobilise divers travaux de la didactique des mathématiques qui ne sont pas explicités à l’exception de ceux de « Duval autour des changements de registres de représentation ». La « hiérarchie entre les différentes compétences mathématiques en jeu », qui est l’approche complémentaire à la complexité, relève de la section suivante dans laquelle nous présentons différents apports en termes d’analyse de tâche prescrite et de l’activité des élèves.

#### IV.4 Approches basées sur l’impact de la tâche prescrite sur l’activité mathématique de l’élève

Dans l’article précédemment cité de Sayac et Grapin, la première approche proposée par les auteures pour analyser les items est basée sur ce qu’elles appellent une « hiérarchie entre les différentes compétences mathématiques en jeu » (Sayac & Grapin, 2013, p. 3). La définition des trois niveaux de compétences proposée juste en dessous permet de voir qu’il s’agit en fait d’une caractérisation des tâches en jeu à la fois en terme du rapport de l’élève à ces tâches et en terme du niveau de « guidage » qui est proposé dans l’énoncé. Ceci permet la définition de *tâches usuelles* comme des « tâches qui amènent à des applications immédiates des connaissances, c’est-à-dire simples (sans adaptation) et isolées (sans mélange), où une seule connaissance précise est mise en œuvre sans aucune adaptation » ; de tâches relativement usuelles comme des « tâches qui nécessitent des adaptations de connaissances qui sont en partie au moins indiquées » et enfin de tâches inédites comme des « tâches qui nécessitent des adaptations de connaissances qui sont totalement à la charge de l’élève » (*ibid.*, p. 3). Cette question du rapport du résolveur avec le savoir en jeu et de ce qui est pris en charge ou non par l’énoncé est au cœur des travaux que nous présentons maintenant.

Dans un de ses articles Castela travaille à la compréhension « des processus qui, à l’école, convertissent des différences d’origine sociale en hiérarchie scolaire. Plus précisément, [l’article] présente une partie de l’élaboration théorique réalisée dans l’intention de contribuer à l’analyse didactique de tels processus (...) » (Castela, 2008, p. 137). Le questionnement mis en œuvre nous intéresse dans la mesure où il a amené l’auteure à explorer les réponses à la question « Comment décrire les apprentissages à réaliser ? » (*ibid.*, p. 138). Pour cela elle va d’une part « modéliser les connaissances nécessaires à l’activité de résolution de problèmes en mathématiques (...) » et d’autre part s’intéresser à « des outils permettant de différencier les tâches mathématiques prescrites aux élèves » (*ibid.*, p. 139). Ces deux questionnements sont pleinement en lien avec nos préoccupations dans le sens où, pour décrire et indexer nos ressources, nous devons définir comment décrire des apprentissages en jeu et discriminer les ressources notamment sur la base des tâches prescrites. Concernant ce deuxième objectif Castella inscrit son travail dans la lignée de celui mené par Robert. Nous reprenons ce cheminement chronologique et commençons par présenter les travaux de Robert.

##### **Autour des travaux d’Aline Robert**

Dans un premier article (Robert, 1998), Robert s’intéresse à l’analyse des contenus mathématiques à enseigner en se situant au niveau du lycée et de l’université. L’article débute

Approches basées sur l'impact de la tâche prescrite sur l'activité mathématique de l'élève  
par une analyse des « pratiques des mathématiciens professionnels, [et des] éléments sur les pratiques attendues de la part des élèves... » (*ibid.*, p. 140). C'est cette analyse qui va permettre à l'auteure de définir « quatre dimensions pour analyser (...) les contenus à enseigner ». Ces quatre dimensions sont « Outils / objets, cadres, registres » (*ibid.*, p. 160) au sens de Douady et de Duval ; « le statut des notions à enseigner quant à leur insertion dans le paysage mathématique des élèves » (*ibid.*, p. 160) ; « les niveaux de conceptualisation » (*ibid.*, p. 164) et les « niveaux de mises en fonctionnement des connaissances par les élèves » (*ibid.*, p. 165). On peut souligner que parmi ces quatre dimensions la première et la troisième sont directement en lien avec le savoir et ses représentations ou son utilisation. La seconde et la quatrième sont, elles, consacrées aux liens que l'élève entretient avec le savoir et la place de ce savoir dans les mathématiques pour l'élève. Même si, de prime abord, ce lien avec l'élève pourrait sembler rendre les idées développées peu mobilisables par rapport à notre objectif d'indexation de ressources, qui ne peut être liée à un élève, nous nous intéressons à la quatrième dimension (niveaux de mise en fonctionnement des connaissances par les élèves). Elle est en effet reprise dans un article ultérieur qui se centre sur l'analyse des énoncés des exercices et dont on peut trouver les germes dans la phrase suivante<sup>50</sup> « Les trois niveaux de mises en fonctionnement des connaissances que nous définissons ci-dessous sont plus globaux, et les changement de points de vue ou de cadres apparaîtront dans les analyses à divers niveaux selon qu'ils sont indiqués ou à la charge des élèves » (*ibid.*, p. 165).

Ce sont donc trois niveaux qui sont proposés par Robert concernant la mobilisation des connaissances par l'élève :

*« Le niveau technique*

*(...) Ce niveau correspond pour nous à des mises en fonctionnement indiquées, isolées, mettant en jeu des applications immédiates des théorèmes, propriétés, définitions, formules, etc. Il s'agit donc de contextualisations simples, locales, sans étapes, sans travail préliminaire de reconnaissance, sans adaptations. Cela concerne plutôt le fonctionnement des outils (...).*

*Le niveau des connaissances mobilisables*

*Ce niveau correspond à des mises en fonctionnements plus larges : encore indiquées, mais dépassant l'application simple d'une propriété à la fois. Ce peut être par exemple parce qu'il faut adapter ses connaissances pour appliquer le théorème adéquat, ou changer de point de vue ou de cadre (avec indications), (...).*

*Le niveau des connaissances disponibles*

*Ce niveau correspond au fait de savoir résoudre ce qui est proposé sans indications, d'aller rechercher soi-même dans ses connaissances ce qui peut intervenir. (...) » (*ibid.*, pp. 165-166)*

Nous retenons en particulier la différence qui est faite entre le niveau technique et mobilisable d'une part et le niveau disponible d'autre part par la présence ou non d'indications. Toujours dans le même article Robert propose une méthodologie pour mettre en œuvre des

---

<sup>50</sup> Le passage souligné dans la phrase est de notre fait

analyses précises, détaillées, de tâches et d'activités. Dans un deuxième article, Robert et Rogalski s'intéressent à l'« activité des élèves en fonction des énoncés et de la gestion de la classe » (Robert et Rogalski, 2002, p. 7). Si l'aspect gestion de la classe ne nous intéresse pas au regard de notre problématique d'indexation, le lien entre l'énoncé et l'activité de l'élève est pleinement en phase avec notre préoccupation et plus particulièrement pour l'aspect recommandation de ressources. Pour cela les auteurs reprennent les trois niveaux relatifs à la mobilisation des connaissances évoqués précédemment (*technique* ; *connaissance mobilisable* ; *connaissance disponible*) mais les utilisent cette fois pour analyser les énoncés comme pouvant favoriser ou nécessiter la mobilisation des connaissances selon ces trois niveaux. Ils ne sont donc plus seulement liés à un élève mais peuvent être associés à des formes d'énoncés. Ainsi le *niveau technique* est associé à des « énoncés qui conduisent à des applications simples et isolées » qui sont décrits comme « des énoncés où il ne reste à l'élève qu'à remplacer dans un théorème, par exemple, des valeurs générales par des valeurs particulières. Il y a un certain automatisme en jeu » (*ibid.*, p. 12). Pour le *niveau connaissances mobilisables* par contre les « énoncés induisent la mise en fonctionnement à bon escient d'une connaissance non indiquée dans l'énoncé (ni directement ni indirectement) » (*ibid.*, p. 12). Enfin le *niveau des connaissances disponibles* est lié à des situations où l'« on rencontre des utilisations répétées non indépendantes, des utilisations multiples, des reconnaissances partielles de ce qui doit être appliqué, de la manière de l'appliquer, des adaptations (calculatoires par exemple) » et les énoncés permettant de répondre à ces caractérisations sont, par exemple, les « énoncés sans indication (...) [dans la mesure où] il faut reconnaître en partie ce qu'il y a à faire (...) ; tout énoncé qui nécessite d'introduire des étapes ou des intermédiaires (...) [et] tout énoncé ouvert [puisqu'il] permet d'assurer un travail préliminaire pour établir ce qui est à montrer » (*ibid.*, p. 14).

Trois exemples d'analyses d'énoncés sont développés à la fin de l'article (pp. 20-25) et d'autres sont proposés par Robert dans (Robert, 2003). Dans ce dernier article l'analyse des énoncés est menée comme dans (Robert, 2002) avec cette fois l'objectif d'étudier les effets sur l'activité mathématique des élèves des interventions de l'enseignant au moment de donner les tâches mathématiques à réaliser. Le deuxième exemple proposé au début de l'article nous semble intéressant, nous le présentons donc ici avec quelques commentaires. Nous ne nous intéressons pas au contexte de classe, qui est fondamental dans l'article, mais uniquement à l'analyse de l'énoncé qui est proposée par l'auteure. L'énoncé objet de l'étude est le suivant :

*Quels sont les 4 entiers consécutifs dont la somme est 442 ? Même question pour une somme de 464 ?*

L'analyse qui est proposée dans l'énoncé est « la tâche consiste à résoudre une équation du premier degré en une inconnue (un des nombres). *A priori* on sait ce qu'on cherche mais il n'y a pas d'indications (...). » (Robert, 2003, p. 66). Puis l'auteure, conformément à la différence entre tâche et activité qu'elle a introduite, précise

*« l'activité attendue amène à modéliser le problème en choisissant une inconnue, à exprimer les nombres en fonction de cette inconnue, à traduire la condition donnée en une équation et à faire le calcul, avec la restriction que la solution doit être un entier. Il y a donc des étapes à introduire soi-même (la tâche n'est pas simple), une modélisation du cadre arithmétique au cadre algébrique, un calcul algébrique et un retour au cadre initial : la tâche n'est pas isolée » (*ibid.*, p. 66).*

Il y a selon nous confusion entre ce qui est la tâche définie par l'énoncé, *trouver quatre entiers consécutifs* vérifiant une certaine condition, et une des manières de la réaliser, *résoudre une équation du premier degré*, qui est décrite dans l'article comme la tâche elle-même. Or d'autres moyens peuvent être mis en œuvre pour réaliser la tâche (par exemple par essai-erreurs, par tâtonnements ou une méthode arithmétique plus experte). Ainsi, lors de l'analyse de l'énoncé, l'auteure a choisi un regard particulier qui nous semble être de considérer le pôle fonctionnel de l'exercice et non pas son pôle ontologique (voir section II.2, p. 40). Cet exemple nous semble révélateur de points de vigilance à intégrer par rapport à notre projet d'indexation et de recommandation de ressources. Nous y revenons dans la conclusion de ce chapitre.

### Travaux de Corine Castela

Dans la continuité des travaux de Robert, nous nous intéressons maintenant aux « outils permettant de différencier les tâches prescrites par les enseignants suivant la complexité des activités requises pour la résolution » (*ibid.*, p. 150) proposés par Castela. Pour l'auteure la « tâche prescrite renvoie à un couple associant l'énoncé et le contexte de prescription » (*ibid.*, p. 151). On peut noter tout de suite que, dans le cadre de la description d'une ressource dans un but d'indexation, la prise en compte du contexte de prescription ; par exemple l'histoire didactique d'une classe ou d'un élève, le rapport épistémique personnel d'un enseignant ; n'est pas envisageable. Nous retenons donc, parmi l'ensemble des critères proposés, ceux qui sont signifiants indépendamment du contexte de prescription. L'analyse réalisée par Castela est placée dans le cas d'une modélisation du savoir à étudier à l'aide de la théorie anthropologique du didactique<sup>51</sup>, nous simplifions légèrement son écriture en ne reprenant pas les composantes théorique et pratique (voir *ibid.*, p. 143) qu'elle introduit pour décrire la technologie. Nous restons dans le cadre du quadruplet classique [Type de tâches, Technique, Technologie, Théorie]. Considérant donc une organisation mathématique ponctuelle [ $T_0$  ;  $\tau_0$  ;  $\theta_0$  ;  $\Theta_0$ ] qui est l'objet de travail de l'énoncé, Castela propose un premier axe d'analyse :

*« L'identification du type  $T_0$  est-il à la charge de l'élève ?*

*$T_0$  étant identifié, l'élève dispose-t-il de plusieurs OM relatives à  $T_0$ , certaines d'entre elles devant être rejetées comme inefficaces ?*

*Si oui, une telle sélection est-elle encore nécessaire si l'on prend en compte les éléments de théorie  $\Theta_0$  et de technologie  $\theta_0$  présents dans l'énoncé et son contexte ? Autrement dit, l'élève a-t-il la charge de rejeter certaines OM relatives à  $T_0$  dont le bloc technologico/théorique apparaît dans l'environnement explicite de la tâche ?*

.....

*Si l'élève a en charge de reconnaître le type  $T_0$  ou si malgré les spécificités technologico/théoriques du problème et de son contexte, il doit choisir  $OM_0$  parmi plusieurs OM relatives à  $T_0$  pour mener à bien la résolution, nous dirons que l'organisation mathématique efficace  $OM_0$  intervient au niveau OM r-convoquée, avec ou sans choix*

<sup>51</sup> Dans le passage qui nous intéresse ne sont utilisés de la TAD que le quadruplet praxéologique et la notion de praxéologie ponctuelle. Le lecteur qui n'est pas familier avec ces notions trouvera des explications dans le chapitre VII dédié au cadre théorique.

*technique suivant les cas, pour signifier que le résolveur a la responsabilité de convoquer lui-même cette OM pour résoudre le problème. Dans le cas contraire (l'énoncé mentionne explicitement le type de tâches et certains éléments de la tâche font qu'une seule technique est envisageable), nous dirons que  $OM_0$  intervient au niveau t-convoquée, autrement dit mobilisée par la tâche elle-même. » (ibid., pp. 152-153)*

Évoquant l'ambiguïté des termes *disponible* et *mobilisable* utilisés par Robert, Castela propose donc de les remplacer, avec la correspondance suivante : « remplacer Disponible par r-convoquée et Mobilisable par t-convoquée » (ibid., p. 153). Le deuxième axe d'analyse qui est proposé (ibid., p. 153) est la prise en compte des objets de savoir nécessaire pour la mise en œuvre de la technique et plus précisément si ces objets ont été enseignés récemment ou même si leur enseignement est en cours. Castela le formule de la manière suivante :

*« Quelle est la sensibilité des objets présents dans le contexte mathématique du problème et manipulés lors de la mise en œuvre de la technique ? Sont-ils anciens, d'enseignement récent, nouveaux (en cours d'enseignement) ? » (ibid., p. 154)*

La combinaison de ces deux critères permet de définir neuf niveaux d'intervention d'une OM dans une tâche donnée. Ils sont obtenus par la combinaison des deux critères admettant chacun trois valeurs. L'OM est « t-convoquée, r-convoquée sans choix de la technique, r-convoquée avec choix de technique (...) » et les objets présents dans le contexte mathématique sont « anciens, d'enseignement récent, en cours d'enseignement » (ibid., p. 154).

## IV.5 Conclusion

De ce travail nous retenons les éléments principaux suivants. D'une part, deux taxonomies (Gras et Bodin) éprouvées sont disponibles pour décrire l'activité cognitive en lien avec la résolution d'un exercice de mathématique. Cependant il manque un processus de mise en œuvre systématique permettant d'associer une forme ou un type d'énoncé avec une activité cognitive précise. Les travaux de Lerman évoqués à la fin de la section IV.2 pourraient être une piste. Ils nécessitent toutefois de disposer des productions d'un nombre important d'élèves sur les exercices à analyser, ce qui nous éloigne très nettement de nos objectifs.

Nous retenons aussi l'importance de distinguer difficulté et complexité. La notion de difficulté est *a priori* dépendante de l'utilisateur de la ressource. Bodin propose deux méthodes pour l'évaluer mais l'une et l'autre nécessitent encore une fois de tester la ressource sur un large public, ce qui est hors de notre champ d'investigation. À propos de la complexité la piste évoquée par Bodin et les critères de Sayac et Grapin nous semblent pertinents mais sont peu développés et sont sans doute plus adaptés à des analyses ponctuelles de ressources qu'à un processus d'indexation. Sayac et Grapin utilisent d'ailleurs leurs critères dans des dispositifs de formation d'enseignants.

Les travaux de Robert et Castela sont particulièrement intéressants au regard de notre travail car elles interrogent toutes les deux la manière dont la tâche est communiquée au résolveur. La brève analyse de la façon dont Robert examine la tâche relative à la somme de quatre nombres met en évidence deux éléments fondamentaux pour la suite de notre travail : il est nécessaire de définir ce que l'on appelle la tâche dans un énoncé et la subjectivité du descripteur de la

## Conclusion

---

ressource a un impact fort si on choisit comme entrée de la description le pôle fonctionnel de la ressource.

# V. Ressources à indexer. Problématique et questions de recherche

---

## Objectifs du chapitre

Dans ce chapitre, les principaux éléments issus de l'état de l'art nous permettent de formuler trois premières questions de recherche. Celles-ci permettent de mettre en évidence la nécessité de définir les ressources que nous étudions. C'est l'objet de la deuxième section de ce chapitre. Nous y réalisons un bref état de l'art autour des usages et sens des termes *exercice* et *problème* et définissons les ressources à indexer. Nous explicitons notre problématique et précisons nos questions de recherches.

## Contenu du chapitre

<b>V.1</b>	<b>INTRODUCTION</b>	<b>70</b>
<b>V.2</b>	<b>VERS UNE DEFINITION DES RESSOURCES A INDEXER</b>	<b>71</b>
V.2.1	VOCABULAIRE PRESENT DANS LES MANUELS SCOLAIRES	72
V.2.2	UNE DEFINITION PEDAGOGIQUE DU TERME EXERCICE	73
V.2.3	EXERCICE <i>VERSUS</i> PROBLEME, DEFINITIONS	75
V.2.4	EXERCICE <i>VERSUS</i> PROBLEME, LE CAS DE LA FORMATION DES INGENIEURS	75
V.2.5	PROBLEME BIEN STRUCTURE, PROBLEME MAL STRUCTURE	76
V.2.6	EXERCICE <i>VERSUS</i> PROBLEME DANS LA DIDACTIQUE DES MATHEMATIQUES	77
<b>V.3</b>	<b>DEFINITION DES RESSOURCES A INDEXER : LES ENONCES AVEC TACHE PRESCRITE</b>	<b>78</b>
<b>V.4</b>	<b>PROBLEMATIQUE, QUESTIONS DE RECHERCHE ET ELEMENTS DE METHODOLOGIE</b>	<b>81</b>

## V.1 Introduction

Nous avons formulé une première série de questions dans le premier chapitre. Nous les rappelons et dressons un premier bilan à partir de l'état de l'art réalisé dans les chapitres précédents.

1. Quelles sont les ressources que l'on souhaite représenter et décrire ?
2. Quelles sont les finalités de l'indexation ? À qui doit-elle être utile ?
3. Quels sont les critères qui doivent permettre de mener une recherche relativement à ces ressources ?
4. Est-il possible de fonder les critères sur des bases didactiques ?
5. Comment assurer la dimension univoque de la description ? C'est-à-dire comment s'assurer que la description de la ressource ne dépende pas de la personne qui réalise cette description ?
6. La dimension univoque de la description induit-elle une recommandation univoque ?
7. T4TEL est-il un cadre adéquat pour répondre aux enjeux précédemment définis ?

À propos de la première question, il apparaît que même si nous nous restreignons à la notion de ressource pédagogique (*learning object*), il n'existe pas de définition largement partagée. Wiley (2002, pp. 3-7) propose par exemple une comparaison des sens associés à cette notion dans divers projets. Il y a cependant accord, pour les ressources qui ont vocation à pouvoir être indexées, sur le fait qu'elles doivent être réutilisables. Ceci rejoint la première délimitation que nous avons fixée en ne considérant que des ressources fixées sur un support. Mais, même une fois cette propriété fixée, les différents cas, étudiés dans le chapitre III, montrent la très grande diversité de ces ressources. On peut toutefois noter que les ressources qui sont le plus étudiées sur le plan didactique sont les ressources de type *exercice*. Ce terme n'est cependant pas clairement défini. Nous consacrons la section V.2 (p. 71) à préciser les différentes acceptations de ce terme et, à partir de là, nous définissons précisément le type de ressources qui sont l'enjeu de notre travail.

En ce qui concerne les questions relatives au processus d'indexation et de recommandation (questions 5 et 6), un premier élément issu de la définition du langage documentaire est que la description d'une ressource doit être univoque. Ceci implique en particulier qu'elle doit être indépendante du codeur de la ressource. Une fois cette première contrainte rappelée, deux enjeux majeurs pour l'indexation de ressources ressortent de l'état de l'art réalisé. Le premier est *le lien entre une ressource indexée et un ou des curricula*. Nous avons relevé que pour Van Assche, un enseignant peut être soumis à différents niveaux de curricula. Le deuxième élément clé est *la modélisation du savoir* qui est utilisée pour définir la référence à partir de laquelle les ressources sont indexées. Cette modélisation est directement liée aux objectifs poursuivis en matière de description des ressources. On a par exemple présenté des systèmes qui s'intéressent aux savoirs mobilisés, d'autres aux résultats d'apprentissage et d'autres encore aux usages pédagogiques de la ressource. La prise en charge de ces deux aspects est une motivation essentielle pour le choix du cadre théorique de notre travail (chapitre VII). Ce choix du cadre théorique est aussi l'occasion d'apporter une première réponse à la question sur l'utilisation possible du cadre T4TEL (question 7). La synthèse de ces différents éléments (univocité de la description – indépendance vis-à-vis du codeur ; lien avec un curriculum ; modélisation du savoir) nous permet de formuler deux questions de recherche :

**Question de recherche n°1 (modélisation du savoir)**

Quelle modélisation du savoir est adaptée à la description, univoque, d'une ressource dans le but de parvenir à une indexation didactique ?

**Question de recherche n°2 (liaison entre ressource et curriculum)**

Comment, et à quel moment du processus d'indexation, peut-on lier une ressource et un curriculum ?

Répondre à la question de recherche n°1 nécessite d'avoir défini, plus précisément que jusqu'à maintenant, quels sont les critères qui déterminent le fait que l'on obtient bien une indexation *didactique*. La diversité des points de vue pour décrire didactiquement une ressource est illustrée par les différentes approches présentées dans le chapitre IV. Nous formulons une troisième question de recherche.

**Question de recherche n°3 (critères de description didactique d'une ressource)**

Quels sont les critères qui permettent de décrire didactiquement une ressource ?

Il est difficile de répondre à cette question tant que nous n'avons pas défini plus précisément les ressources que nous considérons pour la suite de notre travail. C'est ce que nous faisons dans la section suivante. Nous définissons alors les critères de description didactique d'une ressource (chapitre VI).

## V.2 Vers une définition des ressources à indexer

Comme précisé dans le premier paragraphe, de nombreuses ressources, diverses dans leurs contenus et leurs formes, sont disponibles pour l'enseignement des mathématiques sur le web, dans des manuels scolaires ou dans divers livres et brochures. Ce chapitre vise à spécifier les ressources que nous visons à décrire. Nous commençons par nous limiter aux ressources pédagogiques de l'enseignement du 1<sup>er</sup> et 2<sup>nd</sup> degré français. Parmi elles nous commençons par examiner celles qui vivent dans les manuels scolaires. Les manuels scolaires occupent un rôle central dans la transposition didactique externe. Ce faisant ils servent « d'étalon » dans la profession pour définir ce qui est utile ou non comme type de ressource. Ceci nous amène à formuler l'hypothèse de travail suivante, qui est par ailleurs étayée par le rapport de l'IGEN<sup>52</sup> portant sur le manuel scolaire (Borne, 1998).

Hypothèse de travail : les ressources présentes dans les manuels scolaires sont représentatives de la grande majorité des ressources qu'un enseignant peut trouver et est amené à utiliser.

Nous proposons donc une première caractérisation des ressources à décrire à partir de celles présentes dans les manuels scolaires. Nous affinons ensuite ce choix au travers de précisions introduites dans la littérature scientifique. Pour cela, nous étudions rapidement le vocabulaire présent dans les manuels scolaires pour caractériser les ressources qu'ils contiennent. Ensuite, nous confrontons ce vocabulaire à celui issu de la recherche, notamment en didactique des mathématiques, pour établir convergences et divergences. L'absence d'homogénéité, tant au

<sup>52</sup> Inspection Générale de l'Éducation Nationale

sein du vocabulaire métier qu'au sein du vocabulaire recherche, nous amène alors à proposer notre propre définition des ressources étudiées dans cette thèse.

### V.2.1 Vocabulaire présent dans les manuels scolaires

L'analyse de manuels scolaires n'est pas notre principal objet de travail. Nous nous contentons donc ici d'une rapide étude exploratoire. Elle a été réalisée sur quatre manuels scolaires répartis selon les niveaux scolaires français, de la 5<sup>e</sup> à la 2<sup>nd</sup>e, et choisis chez différents éditeurs, pour favoriser une certaine diversité du vocabulaire utilisé. Le vocabulaire relevé est répertorié dans le Tableau V-1 (p. 73). On peut noter qu'en dépit de termes différents la structuration est sensiblement la même dans tous les manuels avec :

- des éléments pour amorcer le chapitre (nommés activités ou pour prendre un bon départ selon le cas),
- des éléments relatifs au cours,
- des éléments appelés exercices auxquels sont accolés divers qualificatifs (s'entraîner, se perfectionner, entraînement, approfondissement, d'application, de consolidation, d'approfondissement).

La diversité des appellations montre l'absence d'un vocabulaire métier bien défini et, si dans certains manuels la fonction de chacune des parties est explicitée, ce n'est pas toujours le cas. Afin d'organiser les contenus, selon un critère non spécifique à chaque manuel, nous reprenons un premier filtre, proposé par Bittar (2017) dans le cadre d'un travail d'analyse de manuels scolaires. L'auteure propose de scinder le contenu d'un manuel scolaire en deux parties : d'une part ce qui relève du cours et d'autre part ce qui relève des activités proposées. La première contient « des définitions, des propriétés, des résultats et des exercices résolus » ; la seconde contient les éléments dans lesquels il y a au moins une tâche prescrite à l'élève.

À partir de la caractérisation de Bittar nous décidons d'étudier uniquement les ressources de la catégorie *activités proposées*. Ce choix se fonde d'une part sur le volume qu'elles occupent dans un manuel scolaire<sup>53</sup>, d'autre part sur notre expérience personnelle en tant qu'enseignant et formateur d'enseignants. Elle nous permet de penser raisonnablement que, si les enseignants sont assez facilement producteurs de ressources relevant du cours, ils sont rarement producteurs de ressources relevant des activités proposées. Cette approche est d'ailleurs confirmée par le rapport de l'IGEN (Borne, 1998) qui pointe le fait que les enseignants utilisent essentiellement les manuels scolaires comme banque d'exercices et non comme élément structurant de leur pratique. Il est donc important que les exercices soient aisés à trouver et pertinent de travailler à leur indexation.

---

<sup>53</sup> Une estimation grossière réalisée sur quelques chapitres dans différents manuels nous permet de situer leur volume entre 70% et 80% du volume global d'un manuel scolaire.

Tableau V-1 : vocabulaire utilisé dans quatre manuels scolaires pour différencier les ressources

Manuel	Vocabulaire relevé
<b>Transmath, 5e, Nathan, 2006</b>	Prendre un bon départ
	Le cours
	Méthodes
	Exercices (d'application)
	Exercices (de consolidation)
	Exercices (d'approfondissement)
<b>Diabolo math, 4e, Hachette, 2003</b>	Activités
	Savoir appliquer, cours
	Savoir appliquer, exercices d'application directe
	Évaluation (QCM)
	Exercices, s'entraîner
	Exercices, se perfectionner
	Sur le chemin du brevet
<b>Math 3e, Magnard, 2003</b>	Pour démarrer
	Activités
	Essentiel du cours
	Démarche pas à pas
	Exercices
	Cap sur le brevet
	Ce que je dois savoir et je m'évalue
	Intermaths
<b>Math'x, 2nde, Didier, 2010</b>	Activités
	Cours
	TP
	Exercices (entraînement)
	Exercices (approfondissement)

Une fois éliminées les ressources relevant du cours nous sommes tout de même confronté à une diversité importante des ressources restantes. Ceci se matérialise par la diversité du vocabulaire utilisé pour les catégoriser – chaque catégorie étant par ailleurs peu ou mal délimitée. Dans la section suivante, nous nous intéressons donc aux définitions que l'on peut trouver en lien avec le terme *exercice* dans la littérature scientifique. Dans les manuels scolaires français nous avons constaté qu'il s'accompagne d'un qualificatif supplémentaire. Dans la littérature scientifique il n'est pas réellement défini mais souvent présent à côté du terme *problème*, généralement en opposition. Avant d'explorer trois approches issues de trois domaines scientifiques, nous commençons par examiner deux définitions du terme *exercice*.

### V.2.2 Une définition pédagogique du terme *exercice*

Dans l'édition électronique<sup>54</sup>, proposée par l'Institut Français de l'Éducation, du *Nouveau dictionnaire de pédagogie et d'instruction primaire* publié sous la direction de F. Buisson (édition de 1911) trois entrées sont associées au terme *exercice* : *exercice du culte* ; *exercices militaires* ; *exercices scolaires (oraux et écrits)*. Nous ne retenons qu'*exercices scolaires (oraux et écrits)*. De

<sup>54</sup> <http://www.inrp.fr/edition-electronique/lodel/dictionnaire-ferdinand-buisson/>

la longue définition proposée par Pécaut (1911) nous ne reprenons que quelques éléments. Au début de son article l'auteur met en relation la nature des exercices proposés avec le projet politique et sociétal attribué à l'école, en commençant par l'école « d'avant »<sup>55</sup>.

*« Les exercices, sur lesquels on insiste tant aujourd'hui, ne sont pas une institution nouvelle : il y en a toujours eus ; mais ils étaient conformes à l'esprit des méthodes régnantes. Quand toute l'éducation, dans l'ordre moral comme dans l'ordre intellectuel, visait surtout à façonner l'homme du dehors, si l'on peut ainsi parler, plutôt qu'à le « construire en dedans » et avec son propre concours de plus en plus actif, il était naturel de concevoir et d'organiser les exercices comme une pratique extérieure et presque machinale. Copier beaucoup, faire d'innombrables dictées d'orthographe, résoudre à outrance des problèmes, multiplier les analyses grammaticales et logiques, apprendre par cœur toute la grammaire, etc., c'était l'occupation à peu près exclusive de plusieurs années : et quelles années ! celles où tout l'homme se dessine définitivement dans ses principaux traits.*

*Tout ce travail n'était pourtant pas sans raison ni sans fruit ; outre qu'il contribuait à procurer les instruments indispensables de toute instruction, il cultivait certaines aptitudes de l'esprit, mais dans le sens le plus formel, le plus rapproché du simple mécanisme : ainsi du raisonnement et de la faculté d'analyse, qui se mouvaient indéfiniment dans le cercle étroit des problèmes d'arithmétique ou de grammaire. » (Pécaut, 1911)*

Dans ce nouveau contexte où « l'éducation se propose nettement une fin plus élevée et plus complète (...), où on a donné une importance considérable à la parole, vivante et libre, du maître » l'exercice change de rôle et va permettre de « définir (...) éclaircir et fixer dans l'intelligence de l'enfant » la parole du maître, et devra être « le moins mécanique possible ». L'exercice est finalement défini comme « mettant en jeu l'initiative de l'élève ; sans négliger le secours de la mémoire, ni l'appui des règles précises et bien apprises par cœur, il fera incessamment appel à la spontanéité originale de l'enfant, à sa faculté de se représenter, de combiner, de raisonner, de juger, d'aimer, d'admirer » (*ibid.*). Un peu plus loin, l'auteur met en exergue la place fondamentale des exercices en stipulant que, selon lui, « l'action du maître ne se définit, ne se confirme, ne s'achève que par ce qu'il fait faire à l'élève » ; il interroge alors la place du manuel et l'opportunité de « mettre entre les mains des élèves des manuels d'exercices ». Arguant du fait que « l'abus est tout voisin de l'usage » il insiste sur la responsabilité qu'il incombe au maître de construire des exercices correspondant « exactement à la leçon du jour et au degré de culture des élèves ».

Dans ce dictionnaire il n'y a pas d'entrée correspondant au terme problème. Dans l'article consacré aux exercices, ce terme est cependant utilisé à deux reprises en tant que classe particulière des *anciens exercices* : « résoudre à outrance des problèmes (...) » et « cercle étroit des problèmes d'arithmétique ou de grammaire ». On pourra retenir que, dans cette première approche, l'exercice est défini par sa finalité et assez largement en opposition avec la vision

---

<sup>55</sup> Avant l'école de Jules Ferry mise en place durant la fin du XIX<sup>e</sup> siècle.

mécaniste de ce qui était proposé avant. Ceci amène à une acceptation très large du terme qui ne nous permet pas réellement de le spécifier. Nous poursuivons notre étude en nous référant aux définitions d'un dictionnaire plus récent.

### V.2.3 Exercice *versus* problème, définitions

Dans le dictionnaire « Le Trésor de la Langue Française informatisé »<sup>56</sup>, on peut noter que l'*exercice* est soit une action soit un moyen. On peut en effet faire de l'exercice ou exercer une profession. Mais l'exercice est aussi un support, comme par exemple les exercices scolaires qui sont des « Devoirs écrits ou oraux donnés aux élèves en vue de les préparer aux épreuves de contrôle d'un enseignement »<sup>57</sup>. Dans ce cadre, une fonction d'entraînement est attribuée à l'exercice. Il est par ailleurs lié à un enseignement déjà réalisé puisqu'il s'agit d'évaluer le résultat de cet enseignement. Si on examine la définition de *problème* dans le même dictionnaire, on note quelques différences importantes. Tout d'abord, une signification épistémologique est attribuée : un problème est « une question à résoudre par des méthodes rationnelles ou scientifiques »<sup>58</sup> et il lui est attribué comme synonyme, dans ce contexte, le mot *question*. Plus loin, toujours pour *problème*, il est proposé comme acception dans le langage courant : « question d'ordre théorique ou pratique qui implique des difficultés à résoudre ou dont la solution reste incertaine »<sup>6</sup>. On peut noter qu'ici il ne s'agit plus nécessairement d'appliquer directement des choses connues et travaillées. L'idée de difficulté et l'absence éventuelle de solution sont introduites dans la définition, ce qui n'est pas le cas pour l'*exercice*. Cette différence est assez similaire à celle qui est faite dans le cadre de la formation des ingénieurs comme nous le voyons dans la section suivante.

### V.2.4 Exercice *versus* problème, le cas de la formation des ingénieurs

Mourtos & al. (2004) s'intéressent spécifiquement à la question de la formation des ingénieurs. Pour eux, les ingénieurs sont « par définition des solveurs de problèmes »<sup>59</sup> (ibid., p. 1). Pour définir ce qu'ils entendent par là, les auteurs opposent deux types d'activités : la résolution de problèmes (*problems solving*) et la résolution d'exercices (*exercises solving*). Ils proposent une série de critères pour les différencier (voir Figure V-1, p. 76), que nous regroupons en trois catégories :

- Unicité ou diversité : solutions unique pour l'exercice et potentiellement multiples pour le problème ; approche unique donnant la bonne réponse pour l'exercice alors que le problème permet plusieurs approches pour le traiter ; un unique sujet, voire très souvent une unique notion pour l'exercice alors que le problème en mobilise plusieurs.
- Niveau de définition des différents éléments : l'ensemble – éléments connus et question – est défini pour l'exercice. La résolution du problème peut nécessiter de le redéfinir et des choix doivent être opérés par le solveur ; l'exercice contient généralement des éléments sur la méthode et les connaissances à utiliser alors que le problème ne contient pas d'indication particulière.

<sup>56</sup> <http://www.atilf.fr/tlfi>

<sup>57</sup> <http://stella.atilf.fr/Dendien/scripts/tlfiv5/visusel.exe?11;s=1253407875;r=1;nat=;sol=0;>

<sup>58</sup> <http://stella.atilf.fr/Dendien/scripts/tlfiv5/visusel.exe?53;s=1253407875;r=2;nat=;sol=0;>

<sup>59</sup> “Engineers by definition are problem solvers” (Mourtos, Dejong Okamoto, & Rhee, 2004, p. 1)

## Vers une définition des ressources à indexer

- Notion de familiarité : dans le cas des exercices, l'étudiant a déjà rencontré des tâches similaires et il dispose de méthodes usuelles pour les résoudre. Par contre, dans le cas des problèmes le contexte n'a jamais été rencontré par l'étudiant et il n'a pas à sa disposition d'algorithme connu pour le résoudre.

En résumé ces éléments montrent que dans l'exercice il n'y a aucune place, ou presque, à l'initiative du résolveur. Par contre le problème est caractérisé par de nombreuses prises d'initiative nécessaire du résolveur pour parvenir à l'une des réponses possibles. On note que cette classification ne laisse pas de place aux situations intermédiaires où, par exemple, la solution cherchée est unique mais qu'il existe diverses manières d'obtenir ce résultat, ce qui est le cas dans la très grande majorité des activités mathématiques scolaires.

Table 1. Differences between problem solving and exercise solving.

	Problem Solving	Exercise Solving
1.	Involves a process used to obtain a best answer to an unknown, subject to some constraints.	Involves a process to obtain the one and only right answer for the data given.
2.	The situation is ill defined. There is no problem statement and there is some ambiguity in the information given. Students must define the problem themselves. Assumptions must be made regarding what is known and what needs to be found.	The situation is well defined. There is an explicit problem statement with all the necessary information (known and unknown).
3.	The context of the problem is brand new (i.e., the student has never encountered this situation before).	The student has encountered similar exercises in books, in class or in homework.
4.	There is no explicit statement in the problem that tells the student what knowledge / technique / skill to use in order to solve the problem.	Exercises often prescribe assumptions to be made, principles to be used and sometimes they even give hints.
5.	There may be more than one valid approach.	There is usually one approach that gives the right answer.
6.	The algorithm for solving the problem is unclear.	A usual method is to recall familiar solutions from previously solved exercises.
7.	Integration of knowledge from a variety of subjects may be necessary to address all aspects of the problem.	Exercises involve one subject and in many cases only one topic from this subject.
8.	Requires strong oral / written communication skills to convey the essence of the problem and present the results.	Communication skills are not essential, as most of the solution involves math and sketches.

Figure V-1 : différences entre résolutions de problèmes et résolution d'exercice (Mourtos & al., 2004, p. 2)

### V.2.5 Problème bien structuré, problème mal structuré

En psychologie cognitive, la différenciation est faite entre deux types de problèmes avec les problèmes bien structurés (*well structured problem*) et les problèmes mal structurés (*ill structured problem*). Ainsi, Jonassen (1997) qui a étudié des modèles d'apprentissage pour les problèmes bien structurés et les problèmes mal structurés, propose une classification des

problèmes et une définition de ce qu'est un problème : « dans le sens général, un problème est une inconnue qui résulte d'une situation dans laquelle une personne cherche à satisfaire un besoin ou à atteindre un but (...). Les problèmes sont traditionnellement définis par un domaine, un type, un processus de résolution et une solution »<sup>60</sup> (*ibid.*, p. 66). Il distingue ensuite trois catégories de problèmes : les casse-têtes (*puzzle problems*) ; les problèmes bien structurés (*well-structured problems*) et les problèmes mal structurés (*ill-structured problems*). Parmi les casse-têtes il situe des problèmes tels que les tours de Hanoi<sup>61</sup>, le problème des neuf points<sup>62</sup> ou celui des cannibales et des missionnaires<sup>63</sup>. Il signale qu'ils sont « indépendants du domaine et ne sont liés ni à la pratique scolaire ni à la pratique réelle »<sup>64</sup> (*ibid.*, p.67). L'auteur donne ensuite une série de critères qui permettent de différencier les problèmes bien et mal structurés. Nous ne les reprenons pas en détail ici puisque ces critères sont au final assez similaires à ceux proposés par Mourtos et al. présentés dans la section V.2.4 (p. 75). Notons simplement que les problèmes mal structurés sont assimilés aux situations de la vie réelle. L'auteur signale aussi que cette catégorisation ne définit pas une « classification bien définie mais plutôt un continuum allant des problèmes décontextualisés avec des solutions convergentes aux problèmes très contextualisés avec des solutions multiples »<sup>65</sup> (*ibid.*, p. 67).

## V.2.6 Exercice versus problème dans la didactique des mathématiques

À notre connaissance, il n'existe pas de définition arrêtée et partagée du terme *exercice* en didactique des mathématiques. Ce terme est toutefois utilisé dans de nombreux textes où il est souvent associé, en opposition, à celui de problème – terme qui lui est souvent précisé par adjonction d'un adjectif. Nous proposons quelques illustrations des usages de ce vocabulaire pour en souligner la diversité. Nous commençons par Chevallard (2002) qui, lorsqu'il présente les moments de l'étude, explique avoir placé « entre parenthèses, une traduction « structurelle » » de chacun des moments. En particulier il associe, par ce biais, au moment du travail de l'organisation mathématique, la traduction structurelle « Exercices & problèmes ». Il n'y a pas de précision supplémentaire sur le sens attribué à ces deux termes et sur la différence qui peut être opérée entre les deux. Cependant, on peut noter qu'ils sont distingués des activités d'étude et de recherche (A.E.R.), associées aux trois premiers moments, et des contrôles associés au sixième moment. La caractérisation porte donc plutôt sur la fonction de l'objet que sur sa nature. Pour leur part, Robert et Rogalski (2002) utilisent le mot *exercice* plus d'une trentaine de fois dans leur article, mais il n'est jamais défini formellement. D'après son usage, il

<sup>60</sup> "In the most general sense, a problem is an unknown that results from any situation in which a person seeks to fulfill a need or accomplish a goal (...). Problems are traditionally defined by a problem *domain*, a problem *type*, a problem-solving *process*, and a *solution*." (Jonassen, 1997, p. 66)

<sup>61</sup> [https://fr.wikipedia.org/wiki/Tours\\_de\\_Hanoi](https://fr.wikipedia.org/wiki/Tours_de_Hanoi)

<sup>62</sup> [https://fr.wikipedia.org/wiki/Thinking\\_outside\\_the\\_box](https://fr.wikipedia.org/wiki/Thinking_outside_the_box)

<sup>63</sup> [https://fr.wikipedia.org/wiki/Problèmes\\_de\\_passage\\_de\\_rivière#Le\\_missionnaire\\_et\\_les\\_Indiens](https://fr.wikipedia.org/wiki/Problèmes_de_passage_de_rivière#Le_missionnaire_et_les_Indiens) (le problème fait ici intervenir des indiens plutôt que des cannibales mais est le même)

<sup>64</sup> "They are domain-independent and not tied either to school practice or to real-world practice" (Jonassen, 1997, p. 67)

<sup>65</sup> "These problem types do not represent well-defined classifications, but rather represent a continuum from decontextualized problem with convergent solutions to very contextualized problems with multiple solutions." (Jonassen, 1997, p. 67)

### Définition des ressources à indexer : les énoncés avec tâche prescrite

semble être assimilé à « énoncé » comme élément porteur d'une activité mathématique potentielle des élèves.

Charnay (1992) classe les problèmes selon une typologie basée sur les objectifs d'apprentissages poursuivis. Il propose les catégories suivantes (*ibid.*, pp.78-79) : situations problèmes ; problèmes de réinvestissement ; problèmes de transfert ; problèmes d'intégration ou de synthèse ; problèmes d'évaluation ; problèmes ouverts. Mais d'après l'auteur, cette typologie est porteuse de deux limites : la première est qu'« il n'est pas certain que tous les problèmes y trouvent place » (*ibid.*, p. 79) ce qui pourrait nous poser un problème de couverture dans le cadre de l'indexation. Ensuite, il signale qu'« un même énoncé peut, selon le moment où il est proposé, selon les connaissances initiales des élèves, relever de l'une ou l'autre des catégories » (*ibid.*, p. 79). Cette remarque est intéressante au regard du projet d'indexation de ressources. Une caractérisation de la ressource fondée sur son contexte d'usage n'étant donc pas pertinente.

### V.3 Définition des ressources à indexer : les énoncés avec tâche prescrite

Les éléments présentés dans la section V.2, illustrent que, ni dans la profession enseignante, ni dans la recherche académique, il n'y a un vocabulaire partagé et bien défini. On peut aussi noter l'absence de consensus, ou même de tentative d'unification, autour du sens à donner aux termes *exercice* et *problème* et à leurs dérivés. La remarque faite par Jonassen, signalant que les classifications proposées usuellement ne le sont pas réellement dans la mesure où les objets à classer définissent un continuum plutôt que des catégories, explique sans doute ce constat. Par ailleurs, un certain nombre des qualificatifs attribués à l'un ou l'autre des termes, que ce soit d'un point de vue métier ou du point de vue recherche, lient fortement la ressource à un contexte d'usage comme le met par exemple en évidence Charnay.

Ces différents éléments nous amènent à la conclusion que l'utilisation du terme *exercice* ou du terme *problème* pour notre travail ne peut qu'être source de confusion pour le lecteur qui l'entendra certainement au prisme de sa position. Nous proposons donc un nouveau terme, et en donnons sa définition, pour caractériser le type de ressources auxquelles nous décidons de restreindre notre étude pour la suite du travail.

#### **Définition V.8 (énoncé avec tâche prescrite)**

On appelle énoncé avec tâche prescrite (noté ETP) un objet dans lequel il y a au moins une tâche mathématique prescrite menant à la production d'un résultat. La, ou les, tâches à réaliser sont définies de manière non équivoque à partir des éléments présents dans l'énoncé.

Nous utilisons ici le mot *tâche* au sens donné par Rogalski (2003, p.349) de « ce qui est à faire » pour le distinguer de *activité* qui désigne « ce que développe un sujet lors de la réalisation de la tâche » (*ibid.*, p. 349). Plus précisément, nous sommes ici dans le cas de la *tâche prescrite*, c'est-à-dire que l'on considère « les buts et les conditions explicités dans les textes prescriptifs » (*ibid.*, p. 350). On peut noter que cette acceptation est compatible avec celle généralement admise dans la TAD. Nous donnons par ailleurs notre propre définition de la tâche dans le chapitre 8 (section 8.4).

Pour en appréhender plus précisément les délimitations, nous examinons maintenant la définition d'ETP au travers des trois catégories que nous avons définies à partir des travaux de Mourtos & al. (section V.2.4, p. 75) :

- Unicité : il y a unicité de la réponse<sup>66</sup>, mais il n'y pas nécessairement unicité des méthodes y menant. Rien ne précise le nombre de notions abordées ou mobilisées dans l'ETP.
- Définition des éléments : tous les éléments permettant la résolution de la tâche sont présents dans l'énoncé, c'est-à-dire que le résolveur n'a pas à ajouter des données ou à formuler des hypothèses supplémentaires. Par contre, il n'y a pas a priori d'indication sur la ou les méthodes permettant la résolution de la tâche.
- Familiarité : les critères liés à la familiarité sont dépendants du résolveur et non pas de la ressource. Ils ne sont donc pas intégrés à la définition de l'ETP dans le cadre de notre travail.

Concernant la familiarité, elle peut être abordée selon deux points de vue : la familiarité avec les savoirs et savoir-faire en jeu et la familiarité avec ce « type » d'ETP<sup>67</sup>. Si la description initiale de l'ETP ne peut inclure ces points de vue, relatifs au résolveur, la question du rapport aux savoirs et savoir-faire dans les institutions auxquelles le résolveur est assujetti, revient à la question de la liaison entre un ETP et des curricula.

Nous proposons maintenant quelques exemples permettant d'illustrer cette définition et d'en délimiter la portée. Pour être un ETP, il faut donc contenir une tâche mathématique à réaliser et que cette tâche soit définie de manière non équivoque à partir des éléments présents dans l'énoncé.

### Exemple 1 : le stylo qui roule

**74** Pourquoi le stylo, va-t-il rouler et tomber ?

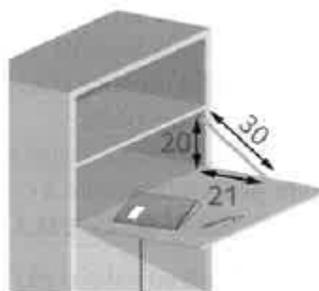


Figure V-2 : énoncé "le stylo qui roule"<sup>68</sup>

Dans l'énoncé présenté sur la Figure V-2 (p. 79), il n'y a pas réellement de tâche mathématique prescrite, la tâche prescrite relevant plutôt de la mécanique. Par ailleurs, même si on interprète la tâche dans le domaine des mathématiques, les éléments fournis dans l'énoncé ne permettent pas de la définir clairement. On ne dispose pas, par exemple, d'informations sur la forme et la position du stylo, l'angle à partir duquel il est supposé rouler, etc. Cet énoncé n'est

<sup>66</sup> Ceci nous semble intrinsèquement lié au fait que nous situons notre travail dans le cadre des mathématiques, en effet, si les chemins peuvent être divers pour y parvenir, en mathématiques le résultat est unique, tout au moins dans le cadre des mathématiques scolaires.

<sup>67</sup> La polémique autour des exercices du sujet de mathématiques du Bac S de juin 2018 en Métropole illustre bien la différence qu'il y a entre familiarité avec un savoir et familiarité avec la forme de l'ETP qui sollicite ce savoir. Voir par exemple [https://www.francetvinfo.fr/bac/epreuve-de-maths-du-bac-s-jugee-trop-difficile-deux-sujets-ont-pu-destabiliser-les-eleves-par-leur-originalite\\_2820617.html](https://www.francetvinfo.fr/bac/epreuve-de-maths-du-bac-s-jugee-trop-difficile-deux-sujets-ont-pu-destabiliser-les-eleves-par-leur-originalite_2820617.html)

<sup>68</sup> Extrait du manuel « Maths monde, cycle 4, Didier, édition 2015 », p.317

## Définition des ressources à indexer : les énoncés avec tâche prescrite

pas un ETP. La viabilité d'un tel énoncé, dans une institution d'enseignement des mathématiques, est assurée par un certain nombre d'implicites relevant parfois du contrat didactique. Dans ce cas c'est la présence de cet exercice dans le chapitre sur le théorème de Pythagore qui va permettre à l'élève de « résoudre » cet exercice.

### Exemple 2 : le globule blanc monocyte

**33** Sur un dessin agrandi 25 000 fois, un globule blanc monocyte est un disque de 50 mm de diamètre. Quel est son diamètre réel ?

Figure V-3 : énoncé « le globule blanc monocyte »

Dans l'énoncé présenté sur la Figure V-3 (p. 80), la tâche « trouver la dimension réelle d'un objet dont on connaît la dimension d'un agrandissement de coefficient connu », est bien définie. Par ailleurs, les éléments nécessaires à sa réalisation sont présents dans l'énoncé (grandeurs utiles, unité). Cet énoncé est un ETP.

### Exemple 3 : la calculatrice cassée

 **107** La calculatrice de Sayuri a deux touches cassées : la touche parenthèses ( ) et la touche 9.  
Que peut-elle taper sur sa calculatrice pour obtenir le résultat de  $437 \times 98$  ?

Figure V-4 : énoncé « la calculatrice cassée »

Dans l'énoncé présenté sur la Figure V-4 (p. 80), la tâche « produire une séquence de calcul permettant d'obtenir un résultat donné avec certaines contraintes sur la séquence » est bien définie. Cependant, la contextualisation avec la calculatrice, amène une imprécision qui n'est pas levée par l'énoncé : la calculatrice gère-t-elle ou non les règles de priorité dans les calculs ? Il n'est donc pas possible de traiter la tâche sans formuler une hypothèse complémentaire par rapport à ce qui est écrit. Cet énoncé n'est pas un ETP.

La définition des ETP que nous avons choisie implique que les exercices sont *a priori* des ETP (pour les différents sens associés à *exercice* qui ont été présentés dans les sections précédentes). Les ETP définissent toutefois un ensemble plus vaste que ce qui est strictement entendu par exercice. Mais ils n'intègrent ni les problèmes au sens de Mourtos & al., ni les situations problème de Charnay. Dans la suite de notre travail nous ne considérons que des ETP pour lesquels le support est papier ou imprimable, c'est-à-dire que nous n'intégrons pas des ressources qui contiennent de l'audio, de la vidéo ou des animations. Cette définition permet de considérer la grande majorité des ressources proposées dans les manuels scolaires du premier et du second degré et/ou dans des banques d'exercices en ligne. On estime que l'on couvre ainsi l'essentiel des ressources exploitées par les enseignants. Les ETP sont aussi inclus dans le champ beaucoup plus large des ressources pédagogiques. Maintenant que nous avons défini les ressources à indexer, nous pouvons préciser notre problématique et compléter les premières questions de recherche formulées au début de ce chapitre.

## V.4 Problématique, questions de recherche et éléments de méthodologie

Notre travail s'inscrit donc dans le champ de l'indexation et de la recommandation de ressources, ce qui nous situe dans le domaine encore plus vaste des systèmes de recherche d'information (Sy, 2012). Nous concentrons notre travail sur les ressources pédagogiques (*learning objects*) et parmi celles-ci, nous nous intéressons spécifiquement à celles que nous avons appelées *énoncé avec tâche prescrite* (ETP). Le premier enjeu est d'en proposer une description. La plus-value que nous souhaitons apporter par rapport aux systèmes ou normes de description existantes est la dimension didactique. Pour envisager que notre travail soit utilisable dans divers contextes, nous l'inscrivons dans une perspective EIAH. Enfin, on ne peut dissocier la description de la ressource des moyens qui permettent ensuite de trouver cette ressource. Nous souhaitons donc que les critères de description permettent d'en assurer la recommandation à partir d'une recherche fondée sur des critères didactiques qu'il convient de définir. Nous regroupons ces différents éléments dans notre problématique qui peut être formulée comme l'étude de la possibilité de proposer une description d'un ETP :

- basée sur des critères didactiques ;
- univoque ;
- indépendante du codeur ;
- inscrite dans une perspective EIAH, pour sa réalisation et son exploitation ;
- permettant d'en déterminer son adéquation institutionnelle ;
- permettant de déterminer son adéquation à un projet didactique.

À partir de l'état de l'art, nous avons formulé deux premières questions de recherche : l'une relative à la modélisation du savoir, l'autre à la relation entre ressource et curriculum. Nous rappelons la première, en la contextualisant aux ETP. Ensuite nous exposons la méthodologie générale mise en œuvre pour traiter la problématique.

### **Question de recherche n°1 (modélisation du savoir)**

Quelle modélisation du savoir est adaptée à la description, univoque, d'un ETP dans le but de parvenir à une indexation didactique ?

Nous abordons cette première question par une étude des différentes approches concernant la modélisation du savoir en didactique (chapitre VII). Cette étude, et la prise en compte de la perspective EIAH stipulée dans la problématique, nous permettent de choisir notre cadre théorique. Ce choix réalisé nous construisons alors un modèle de description didactique d'un ETP (chapitre VIII). Pour simplifier les références qui y sont faites par la suite, et même s'il n'a pas encore été présenté, nous nommons tout de suite ce modèle M2DR.

Une fois le modèle M2DR construit, c'est dans le cadre de son utilisation que nous abordons les autres aspects de la problématique en définissant de nouvelles questions de recherche. Tout d'abord nous ajoutons trois sous-questions à la question de recherche n°1 :

**Question de recherche n°1.1 (univocité de la description d'un ETP)**

Le modèle M2DR permet-il une description univoque d'un ETP ?

**Question de recherche n°1.2 (indépendance par rapport au codeur)**

Les processus associés au modèle M2DR assurent-ils une indépendance, par rapport au codeur, de la description d'un ETP ?

**Question de recherche n°1.3 (description didactique d'un ETP)**

Le modèle M2DR permet-il la prise en charge des critères définissant une description didactique d'un ETP ?

Ce sont les réponses à ces trois sous-questions qui nous permettent finalement de répondre à la question de recherche n°1. Il nous reste alors à aborder la question du lien entre ressource et institution, et entre ressource et projet didactique. Pour donner un aperçu global de la suite du travail, nous formulons tout de suite des questions de recherche supplémentaires qui seront contextualisées le moment venu. Nous avons déjà formulé au début de ce chapitre une question de recherche sur le lien entre ressource et curriculum. Nous l'instancions au cas des ETP et la reformulons en deux sous questions de recherche.

**Question de recherche n°2 (liaison entre ressource et curriculum)**

Comment, et à quel moment du processus d'indexation, peut-on lier un ETP et un curriculum ?

**Question de recherche n°2.1 (liaison entre ETP et curriculum par le biais de M2DR)**

Le modèle M2DR, de description d'un ETP, permet-il de lier ETP et curriculum ?

**Question de recherche n°2.2 (liaison entre ETP et curriculum par le biais de M2DR)**

Le modèle M2DR, de description d'un ETP, permet-il de gérer les évolutions de curriculum en matière de lien ETP – curriculum ?

Nous abordons ces deux questions, en précisant les éléments du modèle M2DR qui permettent d'y répondre, dans le chapitre IX. La troisième question, qui a été formulée pour pouvoir préciser le sens de la première, nécessite donc d'être traitée avant d'aborder les suivantes. Nous le faisons dans le chapitre suivant en nous appuyant sur l'état de l'art et sur des besoins utilisateurs identifiés à partir d'une enquête.

**Question de recherche n°3 (critères de description didactique d'un ETP)**

Quels sont les critères qui permettent de décrire didactiquement un ETP ?

Il reste enfin un dernier aspect de la problématique à aborder : celui des critères de recherche pertinents pour trouver nos ETP indexés. Nous abordons cet aspect par le biais du pôle fonctionnel des ETP et des moyens de le décrire. Ceci soulève une quatrième question de recherche.

**Question de recherche n°4 (pôle fonctionnel d'un ETP)**

Le modèle M2DR intègre-t-il, ou permet-il de déduire, des éléments de caractérisation du pôle fonctionnel d'un ETP ?

Nous précisons, le moment venu, cette question. Pour y répondre nous proposons une première modélisation de critères de recherche d'ETP que nous nommons *intentions didactiques*. Nous mettons alors en relation les éléments disponibles à partir de la description d'un ETP dans le modèle M2DR et ces intentions didactiques.

Comme elle détermine le sens de la plupart des autres questions de recherche, nous commençons par traiter la question de recherche n°3 relative à la définition des critères d'indexation, c'est l'objet du chapitre suivant.



## 2<sup>ème</sup> partie : modèle de description didactique d'un ETP

Cette deuxième partie est le cœur de notre thèse. Nous y présentons le modèle de description didactique d'un ETP que nous avons construit. Pour cela nous commençons par présenter les critères retenus pour la description didactique d'un ETP et le choix de notre cadre théorique. Puis, une fois le modèle présenté, nous l'analysons et l'exploitons dans différents contextes de manière à le valider.



# VI. Critères pour une description didactique des ETP

---

## Objectifs du chapitre

Dans le chapitre précédent nous avons mis en évidence la nécessité de spécifier les critères que nous estimons nécessaires pour parvenir à une description didactique d'un ETP. Pour cela, en complément des éléments issus de l'état de l'art, nous présentons une liste de critères établie à partir d'une enquête sur les besoins utilisateurs en matière de description, didactique ou non, d'un ETP. Nous confrontons ensuite ces critères à la principale norme utilisée pour les ressources éducatives en France, la norme ScoLOMFR. Nous mettons ainsi en évidence ce qui est déjà décrit par l'existant et les critères manquants. Ce sont essentiellement ceux-ci qui définissent notre ensemble de critères pour caractériser une description didactique d'un ETP.

## Contenu du chapitre

<b>VI.1</b>	<b>INTRODUCTION</b>	<b>88</b>
<b>VI.2</b>	<b>CRITERES DE DESCRIPTION DIDACTIQUE D'UN ETP, BESOINS UTILISATEURS</b>	<b>88</b>
<b>VI.3</b>	<b>CRITERES DE DESCRIPTION D'UN ETP, BESOIN UTILISATEUR VERSUS SCOLOMFR</b>	<b>92</b>
<b>VI.4</b>	<b>DESCRIPTION DIDACTIQUE D'UN ETP, NOS CRITERES</b>	<b>95</b>
<b>VI.5</b>	<b>CONCLUSION</b>	<b>95</b>

### VI.1 Introduction

Les ressources à indexer étant définies, nous nous intéressons aux critères permettant de définir une description didactique des ETP. Pour ce faire nous disposons des différents éléments issus de la littérature, mais ceux-ci présentent une double limite. Ils sont soit trop génériques pour ce qui concerne les systèmes visant à décrire « toutes » les ressources pédagogiques, soit très spécifiques car motivés par une question de recherche particulière pour ceux qui relèvent d'une étude didactique. Par ailleurs, l'utilisateur de ressources et ses besoins sont absents de ces différents travaux. Même si les besoins utilisateurs ont certainement été intégrés en amont de la mise en place des normes et standards, la diversité des utilisateurs (industriels, producteurs de ressources, organismes chargés de pilotage de l'éducation, etc.) n'a certainement pas favorisé une centration sur les utilisateurs principaux des ressources qui nous intéressent, à savoir les enseignants. Concernant les éléments issus de travaux de la recherche en didactique ces recherches n'ont pas été menées pour apporter des moyens de description d'ETP aux enseignants. Pour répondre à ce manque, nous avons réalisé une enquête pour déterminer les besoins utilisateurs en matière de description d'ETP. Le résultat de cette enquête nous permet de préciser les critères de description didactique d'ETP que nous retenons. Il définit aussi une référence externe à laquelle comparer l'existant. L'enquête réalisée est de type focus group, elle a été menée auprès de deux catégories d'utilisateurs d'ETP, des chercheurs et des enseignants. La présentation et la compréhension du dispositif dans sa globalité nécessitent des éléments produits dans la thèse qui n'ont pas encore été présentés, en particulier notre modèle de description de ressource. Pour préserver son unité nous présentons le focus group dans deux chapitres, indépendants du reste du travail (Chapitres XIII et XIV). Nous en exploitons ici un des résultats en fournissant les éléments de contexte nécessaires sans qu'il soit nécessaire d'avoir lu ces chapitres.

### VI.2 Critères de description didactique d'un ETP, besoins utilisateurs

L'enquête réalisée, de type focus group, avait pour premier objectif de faire produire, par les participants, un ensemble de descripteurs de ressources de type ETP. Une liste de 168 descripteurs a été produite, ce sont ces descripteurs que nous avons traités pour parvenir un ensemble plus restreint. Nous les avons tout d'abord organisés en treize catégories, le nom et la définition de chacune d'elle sont présentées dans le Tableau VI-1 (p. 89). Puis nous avons défini pour chacune de ces catégories une liste de descripteurs d'ETP. Pour cela nous avons utilisé les descripteurs produits par les participants du focus group et le vocabulaire et les concepts de différents cadres et outils de la didactique. La synthèse des catégories et des descripteurs associés est présentée dans le Tableau VI-2 (p. 90). Pour plus de lisibilité nous avons aussi associé quelques valeurs possibles pour chaque descripteur mais nous ne visons pas l'exhaustivité et les valeurs proposées sont à vocation illustrative. Parmi ces catégories et les descripteurs associés, certains relèvent du didactique, d'autres non. Relativement à notre objectif de description didactique nous n'étudions pas les descripteurs non didactiques.

Tableau VI-1 : liste des treize catégories de descripteur et leur définition

Catégorie	Définition (cette catégorie réunit les...)
Source	descripteurs relatifs à l'origine de l'ETP
Niveau scolaire	descripteurs liés au niveau scolaire de l'ETP
Domaine	descripteurs qui rattachent l'ETP à un domaine des mathématiques, avec une granularité plus ou moins fine
Prérequis	descripteurs liés aux prérequis associés à l'ETP
Matériels	descripteurs relatifs à la présence de matériels tangibles (instruments de géométrie, calculatrice) ou numériques (logiciels spécifiques) dans l'ETP
Modalités pédagogiques	descripteurs liés à une modalité pédagogique de réalisation de l'ETP ( <i>travail individuel, travail de groupe...</i> ) et ceux liés à un lieu de mise en œuvre (salle informatique...)
Durée	descripteurs évoquant une notion de durée liée à l'utilisation de la ressource
Nature	descripteurs qui décrivent la ressource selon de ce qu'elle est. Cette nature peut être issue d'un vocabulaire métier et donc issue des typologies en vigueur dans l'institution enseignement scolaire du 2 <sup>nd</sup> degré (activité flash ; tâche simple / tâche complexe...) ou s'inspirer de caractérisations issues de la recherche en didactique comme par exemple la notion de problème ouvert (notion qui a par ailleurs pu être reprise, avec plus ou moins de fidélité, par l'institution)
Visuel	descripteurs liés à la présence de certains éléments visuels dans l'énoncé de la ressource (...). Théories générales ; les modes de représentation au sens de Bruner (1965) ; les registres de représentation sémiotique de Duval (1993), les ostensifs de Bosch et Chevallard (1999). (...) Aspects plus spécifiquement liés au domaine de la géométrie (dessin vs figure ; papier vs géométrie dynamique...). Lisibilité de l'énoncé.
Fonction	descripteurs dont nous estimons qu'ils caractérisent l'ETP par l'association d'un objectif didactique. Si l'on se réfère aux moments aux <i>moments de l'étude</i> au sens proposé par Chevallard (2002a) ces objectifs peuvent être le travail de la technique, organiser la première rencontre, etc. On peut aussi partiellement faire le lien avec la catégorie 5.2 <i>Type pédagogique de la ressource</i> de ScoLOMFR, spécifiée par voc-010. L'objectif didactique peut être décrit à un niveau générique (« But pédagogique de l'exercice : -entraînement ; -évaluation... » ; « Déstabilisation de conceptions erronées » ) ou être instancié à une situation particulière (« Lien entre technique et technologie à l'aide de la métaphore de la balance » ; « Responsabilité d'un tracé »).
Activité	descripteurs ayant trait à l'activité portée par la ressource. Nous choisissons de considérer cette activité sous l'angle cognitif en nous référant aux taxonomies de Gras et de Bodin
Difficulté	descripteurs visant à caractériser la « difficulté » d'une ressource
Non classés	descripteurs qui ne sont dans aucune des catégories précédentes

## Critères de description didactique d'un ETP, besoins utilisateurs

Tableau VI-2 : catégories et descripteurs associés pour décrire un ETP

Catégorie	Descripteurs	Exemples de valeurs
<b>Source</b>	Source de la ressource	Référence éditoriale URL
	Auteur(s) de la ressource	Nom et qualité des auteurs
<b>Niveau scolaire</b>	Institution(s) générique(s) d'usage pertinent	Classe de 4e, France, programmes 2015
	Institution(s) s(s) d'usage pertinent	Classe de 5e C, collège Stephen Hawking, année 2017
<b>Domaine</b>	Situation de la ressource sur l'échelle de codétermination du didactique du sujet à la discipline	Discipline : Mathématiques Domaine : géométrie Thème : le théorème de Pythagore
<b>Prérequis</b>	Équipement praxéologique nécessaires à l'élève pour prendre en charge les tâches présentes dans la ressource	Liste des techniques utilisées dans la ressource Liste des technologie à connaître...
<b>Matériels</b>	Artefacts numériques (logiciels génériques ou spécifiques, calculatrice)	Convoqué – non convoqué – interdit Utile – nécessaire
	Artefacts tangibles (instruments de géométrie...)	
<b>Modalités pédagogiques</b>	Organisation du travail	Individuel Binôme Groupe Classe entière
	Lieu du travail	Voc-17 de ScoLOMFR
<b>Durée</b>	Temps affecté	Durée en minutes
	Temps d'usage	Durée en minutes
<b>Nature</b>	Caractérisation didactique du type d'énoncé	Problème ouvert Situation problème
	Caractérisation institutionnelle du type d'énoncé	Activité flash Tâche complexe Prise d'initiative
<b>Visuel</b>	Mode au sens de Bruner	Symbolique Iconique Enactif
	Registres sémiotiques au sens de Duval et activités sur les registres	Textuel, graphique... Formation, traitement, conversion
	Objets ostensifs et objets non ostensifs associés	Liste des ostensifs Fonction des ostensifs
	Rôle des dessins – figures dans le domaine de la géométrie	Voir les travaux de didactique associés
	Qualité typographique de l'exercice	Police de caractère utilisée, lisibilité des illustrations...
<b>Fonction</b>	Moment(s) de l'apprentissage opportun(s) à l'utilisation de la ressource	Organise la première rencontre Travailler une technique spécifique Construire le bloc technologico-théorique
<b>Activité</b>	Activité cognitive portée par la ressource	Voir par exemple (Bodin, 2004) ou (Gras, 1979).
<b>Difficulté</b>	Difficulté au sens de la théorie des items	X
	Difficulté au sens classique	
	Difficulté au sens des travaux de Robert et Castella	
	Difficulté liée à la structuration de la ressource	
	Difficulté en terme de charge cognitive	
<b>Non classable</b>	Acceptabilité institutionnelle	Liste de critères d'acceptabilité (préjugés socio, sexiste, raciste...)

Comme signalé, toutes les catégories de descripteurs ne relèvent pas du didactique. Nous spécifions les deux ensembles, didactique – non didactique, dans le Tableau VI-3 (p. 91). Le critère pour opérer cette distinction est le fait que la catégorie est directement liée, ou non, aux savoirs en jeu et au travail à mener dessus. Le fait d’être dans la catégorie « ne relevant pas du didactique » ne signifie évidemment pas « sans effets sur la ou les utilisations de l’ETP » mais nous ne retenons pas ces critères.

*Tableau VI-3 : répartition des catégories de descripteurs selon qu’elles relèvent ou non du didactique*

Catégorie	Observations
<b>Ne relevant pas du didactique</b>	
Source	Il s’agit d’éléments liés à une approche « bibliothécaire » de la description de la ressource.
Niveau scolaire	Il s’agit d’informations institutionnelles. Nous avons signalé à diverse reprise la nécessité de pouvoir déduire cette information de la description de la ressource sans qu’elle soit initialement présente dans la description.
Modalités pédagogiques	Ces éléments peuvent avoir un effet sur l’utilisabilité de la ressource (lieu spécifique nécessaire). Si l’organisation du travail (seul, groupe...) peut avoir un effet didactique ce type de spécification est le plus souvent une réponse à des injonctions institutionnelles (faire travailler les élèves en groupe) ou pour travailler des apprentissages « transversaux » et donc non didactiques.
Durée	Cette caractérisation dépend de facteurs externes à la ressource
Visuel (qualité typographique)	La qualité typographique d’une ressource peut être définie à partir de critères professionnels de la typographie mais ne donne pas d’information de nature didactique sur la ressource.
Nature (caractérisation institutionnelle)	Il s’agit ici d’étiquette apposée par l’institution à tel ou tel type de ressource, ou plutôt, le plus souvent, à une façon (temps limité, début de séance...) d’utiliser une ressource.
Non classable	Il s’agit là encore d’informations à caractère institutionnel.
<b>Relevant du didactique</b>	
Domaine	Il s’agit de situer la ressource dans la discipline mathématiques.
Prérequis	Nous nous limitons aux prérequis en lien avec les savoirs mobilisés dans la ressource, il s’agit donc bien d’une information relevant du didactique.
Matériel	La nature numérique ou tangible qui est mis en œuvre pour la réalisation d’une tâche peut influencer soit la nature même de la tâche soit la façon de réaliser cette tâche, c’est en ce sens que nous considérons que cette catégorie relève du didactique.
Nature (caractérisation didactique)	Il s’agit de la nature déterminée à partir de classifications issues de travaux menés en didactique, c’est pour cette raison que nous la classons dans la catégorie relevant du didactique.
Visuel	Il s’agit d’une série d’éléments qui instrumentent, orientent, définissent l’activité mathématique de la ressource.
Fonction	Il s’agit d’associer la ressource à un ou plusieurs usages définis par un objectif didactique.
Activité	Il s’agit de l’activité cognitive, examinée selon les spécificités des mathématiques, qui est portée par l’ETP. Elle relève donc du didactique.
Difficulté	Il s’agit de la difficulté qui est liée aux savoirs mobilisés et aux modalités de mobilisation de ces savoirs. Elle relève donc du didactique.

## Critères de description d'un ETP, besoin utilisateur versus ScoLOMFR

Maintenant que nous avons défini, à partir d'un travail appuyé sur des besoins d'utilisateurs d'ETP, une série de critères de caractérisation didactique d'ETP nous analysons quels sont les éléments qui sont déjà pris en charge par les systèmes existants. Plus précisément nous nous concentrons sur la norme ScoLOMFR qui est la version française du LOM. Même si les nombreuses limites du LOM, mises en exergue dans le chapitre III, s'appliquent aussi à ScoLOMFR, sa place incontournable comme référence pour la description des ressources pédagogiques en France légitime ce choix.

### VI.3 Critères de description d'un ETP, besoin utilisateur versus ScoLOMFR

Nous reproduisons sur la Figure VI-1 (p. 92) une carte<sup>69</sup> de présentation de l'architecture des données de ScoLOMFR (version décembre 2016). La lecture de cette carte est utilement complétée par la page<sup>70</sup> donnant accès à l'ensemble du vocabulaire utilisé pour chaque catégorie. Ainsi on voit par exemple que dans l'entrée pédagogie (Figure VI-1, p. 93) la valeur « 5.8 Difficulté » est associée au vocabulaire scolomfr-voc-015 (Figure VI-3, p. 93).

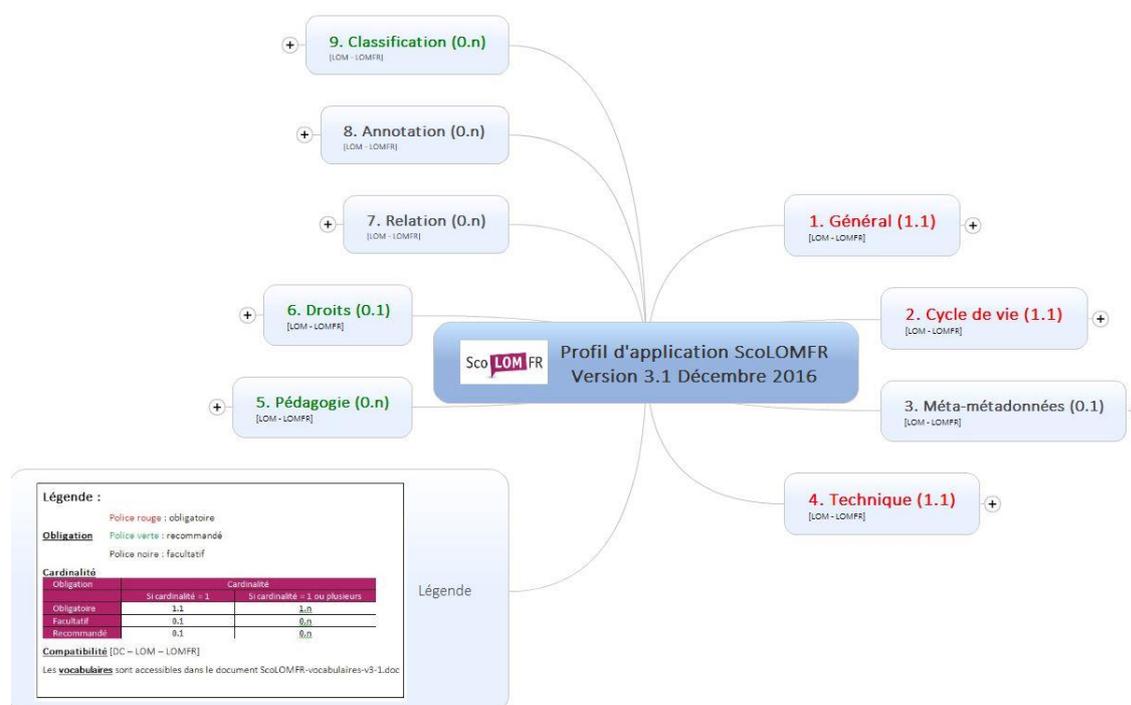


Figure VI-1 : architecture des données ScoLOMFR

<sup>69</sup> La carte dans sa version dynamique est téléchargeable dans la rubrique « Carte heuristique dynamique » sur la page : <https://www.reseau-canope.fr/scolomfr/se-documenter.html>

<sup>70</sup> <https://www.reseau-canope.fr/scolomfr/data/fr/>

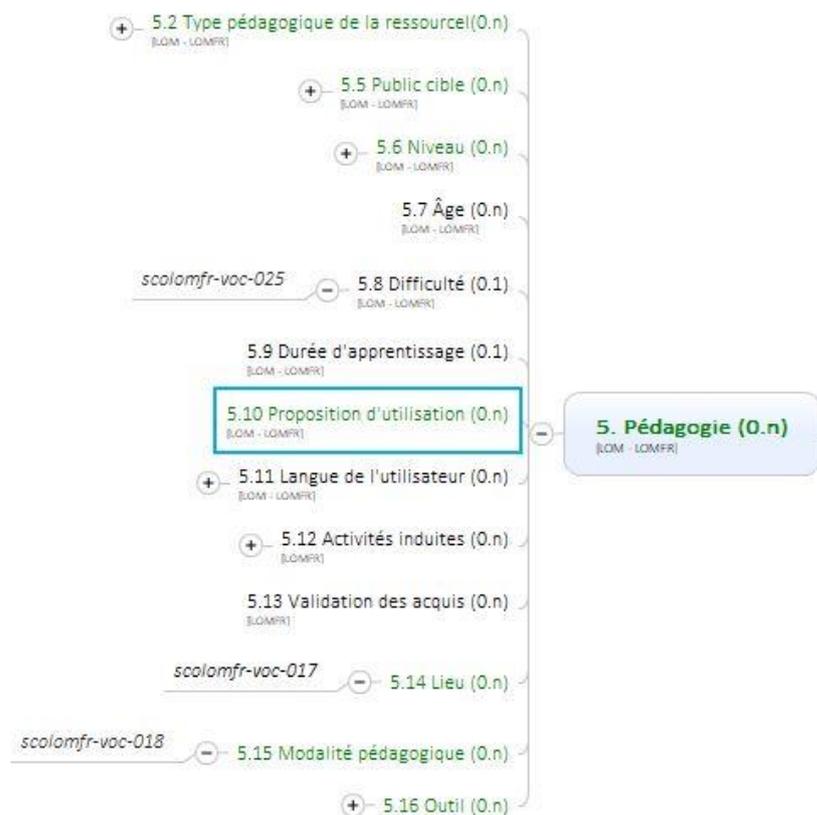


Figure VI-2 : détail du domaine Pédagogie dans ScoLOMFR

TERME PRÉFÉRENTIEL	025-Difficulté pédagogique
TYPE	skos:ConceptScheme
SOURCE	<a href="http://www.lom-fr.fr/scolomfr">http://www.lom-fr.fr/scolomfr</a>
CRÉATEUR	<a href="http://www.reseau-canope.fr">http://www.reseau-canope.fr</a>
IDENTIFIANT	25
DATE DE PUBLICATION	01/06/2018 25/06/2018
LANGUE	fr
TITRE	025-Difficulté pédagogique
A POUR TOP CONCEPT	<ul style="list-style-type: none"> <li>• difficile</li> <li>• facile</li> <li>• moyen</li> <li>• très difficile</li> <li>• très facile</li> </ul>

Figure VI-3 : vocabulaire ScoLOMFR pour l'entrée difficulté

Une étude de l'architecture des données ScoLOMFR et des vocabulaires associés, met en évidence que les catégories de descripteurs ne relevant pas du didactique sont largement prises en charge par les éléments prévus dans ScoLOMFR. Concernant les catégories relevant du didactique, on peut tout d'abord noter que dans ScoLOMFR une seule entrée, sur les neuf existantes, contient des éléments relatifs au didactique, l'entrée 5. Pédagogie (Figure VI-2, p. 93). On note aussi que cette entrée est légendée en vert ce qui signifie qu'il est simplement recommandé de décrire ces champs quand on décrit une ressource à l'aide de ScoLOMFR. Si on rentre dans le détail des vocabulaires on peut trouver certains éléments ayant un lien avec la

## Critères de description d'un ETP, besoin utilisateur versus ScoLOMFR

description didactique d'une ressource. Nous listons ces *termes préférentiels* (pour reprendre le vocabulaire ScoLOMFR) et quelques exemples de leurs valeurs dans le Tableau VI-4 (p. 94).

Tableau VI-4 : extraits du vocabulaire ScoLOMFR en lien avec la description didactique d'une ressource

Référence Terme préférentiel	Top Concept « didactique »	Description
Scolomfr-voc-10 Type pédagogique de la ressource	Activité pédagogique	Toute activité en vue d'un apprentissage
	Énoncé de problème	Énoncé à / d'une problématique.
	Exercice	Support d'une activité réalisée par l'apprenant et visant au développement d'une compétence ou l'atteinte d'un objectif.
	Préparation à l'examen	Ressource permettant de préparer un examen, une partie d'examen ou un concours
Scolomfr-voc-15 Domaine d'enseignement	Enseignement du collège -> mathématiques cycle 4 -> nombres et calcul -> utiliser le calcul littéral	Développer et factoriser des expressions algébriques
Scolomfr-voc-19 Activité pédagogique induite	Analyser	Examiner, étudier, observer des faits, établir les causes (...)
	Calculer	Pas d'explicitation
	Dénombrer	
	Lire	Identifier des suites d'éléments graphiques comme étant des mots
	S'exercer	Aborder pratiquement et de manière récurrente une notion théorique
Scolomfr-voc-20 Outils pour l'utilisation de la ressource		
Scolomfr-voc-25 Difficulté pédagogique	Difficile ... Très facile	Pas d'explicitation

De ce travail nous tirons le bilan suivant par rapport aux catégories de description didactique d'une ressource :

- La catégorie domaine n'est pas prise en charge, la référence permettant de situer une ressource dans son domaine disciplinaire est le découpage en vigueur dans les programmes, il s'agit donc d'une approche purement institutionnelle qui n'est pas fondée sur l'épistémologie de la discipline.
- La catégorie prérequis n'est pas prise en charge.
- La catégorie matériel est partiellement prise en charge par Scolomfr-voc-20 mais on peut noter que dans les valeurs proposées de nombreux éléments pertinents en mathématiques sont absents (logiciel de calcul formel, logiciel de géométrie dynamique, règle, équerre, etc.).
- La catégorie visuel n'est pas prise en charge.
- La catégorie nature, dans sa dimension didactique, n'est pas prise en charge parmi les valeurs proposées
- Les catégories fonction et activité sont partiellement prises en charge dans la très vaste liste des valeurs possibles de Scolomfr-voc-19. Cependant cette liste mêle des

éléments de nature extrêmement diverses comme l'illustre les valeurs reprises dans le Tableau VI-4 (p. 94).

- La catégorie difficulté possède un ensemble de valeurs qui ne sont pas caractérisées et sont très éloignées des critères d'évaluation de cette catégorie que nous avons étudiés dans le chapitre IV.

Au regard de ce bilan il ressort que ScoLOMFR ne permet pas une description didactique d'une ressource. La très grande variété des vocabulaires présents dans ScoLOMFR illustre notamment la difficulté qu'il y a à vouloir définir un système permettant de couvrir toutes les ressources pédagogiques. Nous formulons maintenant notre choix en matière de description didactique d'une ressource.

## VI.4 Description didactique d'un ETP, nos critères

À l'occasion du traitement des données produites lors du focus group et de leur analyse nous avons étudié l'importance relative de chaque catégorie à partir du nombre de descripteurs qu'elle contient. Il en ressort que les catégories *activité*, *fonction*, *domaine*, *visuel*, *prérequis*, *difficultés* et *matériels* occupent les sept premières places. La dernière catégorie didactique, la nature « didactique » est en dixième place. Cette catégorie n'est par ailleurs pas pertinente pour notre travail puisque nous avons défini la nature de nos ressources, ce sont des ETP. Nous ne la retenons pas. Concernant les sept autres, les catégories *domaine*, *prérequis* et *visuel* ne sont pas du tout prise en charge par ScoLOMFR. Les catégories *matériel*, *fonction*, *activité* et *difficulté* sont partiellement prises en charge et avec les limites que nous avons signalées. Il est donc *a priori* pertinent de s'intéresser à l'ensemble de ces sept catégories. Parmi ces catégories certaines relèvent du pôle ontologique de l'ETP et d'autres de son pôle fonctionnel. Nous avons expliqué souhaiter disposer initialement d'une description du pôle ontologique de la ressource, description devant permettre d'en déduire des éléments sur son pôle fonctionnel. Nous définissons, à partir de ces éléments, ce que nous appelons description didactique du pôle ontologique d'un ETP.

### Définition VI.9 (description didactique du pôle ontologique d'un ETP)

On appelle *description didactique du pôle ontologique d'un ETP* une description qui contient des éléments relatifs aux : savoirs mobilisés dans l'ETP (*domaine*) – prérequis nécessaires à la réalisation des tâches demandées dans la ressource ou à la compréhension des savoirs évoqués (*prérequis*) – éléments visibles utilisés pour définir l'ETP (*visuel*) – éléments matériels, tangibles ou numériques, à mobiliser pour réaliser l'ETP (*matériel*).

Les catégories *fonction*, *activité* et *difficulté* relève pour nous du pôle fonctionnel de la ressource car elles n'ont pas de sens en dehors d'une situation d'usage. Elles ne sont donc pas intégrés à la définition précédente. La possibilité offerte, ou non, de les déduire de la description didactique du pôle ontologique d'un ETP sera étudiée plus tard.

## VI.5 Conclusion

Nous avons maintenant fixé les critères définissant une description didactique d'une ressource de type ETP répondant ainsi à la question de recherche n°3. C'est à l'aune de ces critères, obtenus à partir d'une enquête sur les besoins utilisateurs en termes de description d'ETP et

## Conclusion

---

d'une mise en relation avec l'état de l'art, que nous pourrions apprécier la qualité du modèle de description didactique d'ETP que nous présentons dans le chapitre 8. Il nous reste auparavant à choisir le cadre théorique dans lequel se situe la suite de notre travail, c'est l'objet du chapitre suivant.

# VII. Cadre théorique

---

## Objectifs du chapitre

Dans ce septième chapitre nous motivons le choix du cadre théorique mobilisé pour aborder la suite du travail. Pour ce faire nous reprenons certaines questions de recherche, examinons quels cadres seraient pertinents pour les aborder et expliquons pourquoi la TAD fournit les meilleurs outils pour y répondre. Une fois ce choix réalisé et motivé nous donnons quelques éléments importants relatifs à la théorie anthropologique du didactique (TAD) et les différentes dimensions que nous en mobilisons. Une deuxième partie est consacrée à la présentation de l'extension du modèle praxéologique qui est proposée par T4TEL.

## Contenu du chapitre

\_Toc526150381

<b>VII.1</b>	<b>MOTIVATIONS DU CHOIX DU CADRE THEORIQUE.....</b>	<b>98</b>
<b>VII.2</b>	<b>LA THEORIE ANTHROPOLOGIQUE DU DIDACTIQUE .....</b>	<b>100</b>
VII.2.1	LA TAD, INTRODUCTION GENERALE .....	100
VII.2.2	LE MODELE PRAXEOLOGIQUE DANS LA TAD .....	102
VII.2.3	MODELE PRAXEOLOGIQUE DE REFERENCE ET TAD.....	103
VII.2.4	LES OBJETS OSTENSIFS ET NON OSTENSIFS DANS LA TAD .....	106
<b>VII.3</b>	<b>LE CADRE T4TEL .....</b>	<b>108</b>
VII.3.1	DEFINITIONS RELATIVES AU MODELE PRAXEOLOGIQUE DANS LE CADRE T4TEL .....	108
VII.3.2	NOTION DE PRAXEOLOGIES PERSONNELLES .....	110
VII.3.3	NOTION DE VARIABLE.....	111
VII.3.4	MODELE PRAXEOLOGIQUE DE REFERENCE DANS T4TEL .....	113
<b>VII.4</b>	<b>CONCLUSION .....</b>	<b>114</b>

## VII.1 Motivations du choix du cadre théorique

Rappelons tout d'abord notre question de recherche n°1 : *Quelle modélisation du savoir est adaptée à la description, univoque, d'un ETP dans le but de parvenir à une indexation didactique ?* Pour aborder cette question nous examinons donc les différentes approches relatives à la modélisation du savoir en didactique des mathématiques<sup>71</sup>. Dans leur article, Ruiz-Munzón, Bosch et Gascón (2013) comparent les approches de Chevallard et de Radford sur l'enseignement de l'algèbre scolaire. Pour mener cette comparaison les auteurs s'appuient sur un modèle épistémologique de référence (MER<sup>72</sup>). Nous revenons sur le concept de modèle épistémologique de référence dans la section VII.2.3. Son utilisation est motivée par la volonté de répondre à la question « qu'est-ce que l'algèbre élémentaire (ou la géométrie, ou les statistiques) ? » (*ibid.*, p. 2872) d'une façon qui ne soit pas uniquement liée aux « faits empiriques » observés par le chercheur. Si les auteurs se situent dans le cadre de la TAD, ils examinent tout d'abord la manière dont d'autres cadres théoriques modélisent les savoirs. Ils signalent à ce propos que :

*« Par exemple, la théorie des situations didactiques propose de décrire les connaissances mathématiques en termes de situations a-didactiques ou de situations fondamentales (Guy Brousseau, 1997) ; la théorie APOS (Dubinsky & McDonald, 2001) fonde ses propositions d'enseignement sur la « décomposition génétique » d'un concept ; l'approche onto-sémiotique (Godino, Batanero, & Font, 2007) évoque des « configurations systémiques » ; la théorie de « l'abstraction en contexte » (T. Dreyfus, Hershkowitz, & Schwarz, 2001) s'intéresse aux actions épistémiques (modèle RBC + C) ; etc. »<sup>73</sup> (*ibid.*, p. 2872).*

Dans la théorie des situations didactiques, le savoir – appelé connaissance de référence – est représenté par le problème où il intervient. Ainsi, à un savoir donné correspond un ensemble de situations déterminé par les variables didactiques. Est alors définie la notion de situation fondamentale qui va engendrer, par un jeu des variables didactiques, l'ensemble des situations correspondant à un savoir donné. Fondamentalement, pour Brousseau, les connaissances sont considérées comme appartenant à un sujet. Il n'y a donc pas, à proprement parler, de représentation des connaissances de référence.

La théorie APOS (Dubinsky & McDonald, 2001) est « centrée sur la compréhension de l'apprentissage des concepts chez un individu »<sup>74</sup> (*ibid.*, p. 275). Cette « théorie est fondée sur l'hypothèse que la connaissance en mathématiques est la manière dont un individu appréhende un problème mathématique en construisant des actions mentales, des processus et des objets,

---

<sup>71</sup> Cette analyse prolonge une communication présentée par Chaachoua et Desmoulin lors d'un séminaire interne de l'équipe Metah.

<sup>72</sup> Reference epistemological model (REM) en anglais.

<sup>73</sup> "For instance, the Theory of Didactic Situations proposes to describe mathematical bodies of knowledge in terms of a-didactic or fundamental situations (Guy Brousseau, 1997); the APOS theory (Dubinsky & McDonald, 2001) uses the "genetic decomposition" of a concept to base its teaching proposals on ; the Onto-Semiotic Approach (Godino, Batanero, & Font, 2007) talks about "systemic configurations"; the theory of "Abstraction in Context" (T. Dreyfus, Hershkowitz, & Schwarz, 2001) is concerned with epistemic actions (RBC+C model); etc." (Ruiz-Munzón, Bosch, & Gascón, 2013, p. 2872)

<sup>74</sup> "we concentrate on how a theory of learning mathematics can help us understand the learning process" (Dubinsky & McDonald, 2001, p. 275)

puis en les organisant dans des schèmes pour donner du sens aux situations et résoudre des problèmes »<sup>75</sup> (*ibid.*, p. 276). Cette théorie considère que la manière dont un savoir est appris dépend de la structure de ce savoir. Ainsi la première étape d'une recherche fondée sur ce cadre théorique, doit être une analyse du savoir en jeu, permettant d'en proposer une décomposition génétique qui met en évidence les différentes conceptions que les étudiants peuvent avoir.

Dans l'approche onto-sémiotique (Godino et al., 2007) les concepteurs introduisent la notion de « pratique mathématique » comme étant « toute action ou manifestation (linguistique ou autre) effectuée par quelqu'un pour résoudre des problèmes mathématiques, pour communiquer la solution à d'autres personnes, afin de valider et de généraliser cette solution à d'autres contextes et problèmes » (*ibid.*, p. 129). Ils s'intéressent aux « systèmes de pratiques (opérationnelles et discursives) mises en œuvre par les personnes impliquées dans certains types de situations problématiques » (*ibid.*, p. 129). Pour décrire ces pratiques mathématiques ils définissent alors six types d'objets : le langage ; des situations ; des concepts ; des propositions, propriétés ou attributs ; des procédures et des arguments. Enfin ils définissent des relations de dépendances entre ces objets au travers de leurs fonctions sémiotiques. Il s'agit des relations suivantes entre expression et contenu : représentative ; instrumentale ; structurelle (*ibid.*, p.130). On pourra aussi noter la présence de la notion d'institution dans le travail réalisé définie comme « constituée par les personnes impliquées dans la même classe de situations problématiques, dont la solution implique la mise en œuvre de certaines pratiques sociales partagées et l'utilisation commune d'instruments et d'outils particuliers » (*ibid.*, p. 129).

Pour sa part, la théorie de l'abstraction en contexte<sup>76</sup> (T. Dreyfus et al., 2001) est « centrée sur l'apprenant et son développement cognitif »<sup>77</sup> (Kidron et al., 2014, p. 154). Ce modèle utilise un « modèle théorique et méthodologique, selon lequel l'émergence d'une nouvelle construction est décrite et analysée au moyen de trois actions épistémiques observables : la reconnaissance (R), la « construction avec » (B) et la construction (C) »<sup>78</sup> (Dreyfus, 2015, 117). La reconnaissance est la mobilisation par l'apprenant d'un savoir précédemment construit. La « construction avec » est la combinaison d'éléments déjà construits. Enfin, la « construction » intègre et augmente les actions précédentes pour produire une nouvelle construction.

On peut donc constater que, parmi les théories présentées, la théorie de l'abstraction en contexte est centrée sur la construction de connaissances plus que sur la connaissance elle-même, tandis que la TSD et APOS ont comme entrée les relations entre sujets et situations didactiques pour modéliser la connaissance. Ces trois théories ne sont pas opérationnelles par rapport à notre objectif de description d'une ressource qui ne peut être liée ni à un sujet ni à un processus. Aucune d'entre elles ne semble non plus très adéquate concernant la liaison avec des curricula.

<sup>75</sup> "The theory we present begins with the hypothesis that mathematical knowledge consist in an individual's tendency to deal with percevid mathematical problem situations by constructing mental actions, processes, and objects and organizing them in schemas to make sens of the situations and solve the problem." (Dubinsky & McDonald, 2001, p. 276)

<sup>76</sup> AiC pour *Abstraction in Context* en Anglais

<sup>77</sup> "AiC focuses on the learner and his or her cognitive development"(Tommy Dreyfus, 2015) cité par (Kidron et al., 2014, p. 154)

<sup>78</sup> "is a theoretical – methodological model, according to which the emergence of a new construct is described and analysed by means of three observable epistemic actions: recognizing (R), building-with (B) and constructing (C)." (Dreyfus, 2015, 117).

Il reste donc deux approches pouvant convenir à notre projet : celle issue de la TAD avec le modèle épistémique de référence et la théorie onto-sémiotique. Il n'y a pas à notre connaissance d'approche basée sur la théorie onto-sémiotique qui s'inscrive dans une perspective EIAH et, en particulier, qui donne une dimension calculable à la représentation du savoir obtenue. D'autre part, comme nous le spécifions dans la section VII.2.1 (p. 100), la notion d'institution est centrale dans la TAD. Or la question du lien aux curricula, fondamentale dans notre travail, peut être comprise comme une question d'adéquation institutionnelle. Ces deux éléments nous amènent à choisir comme cadre théorique principal la théorie anthropologique du didactique et son développement T4TEL. Nous les présentons dans les sections suivantes.

## VII.2 La théorie anthropologique du didactique

La théorie anthropologique du didactique (TAD) est, aux côtés de la théorie des champs conceptuels (TCC) et de la théorie des situations didactiques (TSD), un des trois piliers de la didactique des mathématiques francophone. Initiée par Yves Chevallard il y a bientôt trente ans, puis construite par lui et d'autres au fil des ans, elle est extrêmement riche et présente une certaine complexité. Nous n'en mobilisons pas toutes les facettes et nous focalisons cette présentation sur les éléments utiles pour la suite de notre travail. Par ailleurs, la large diffusion et l'utilisation très fréquente de ce cadre théorique font qu'il est difficile d'espérer être original quand il s'agit de le présenter. Nous nous concentrons donc sur les aspects centraux pour notre travail et proposons des références pour le lecteur plus novice qui souhaiterait approfondir ses connaissances sur la TAD.

### VII.2.1 La TAD, introduction générale

La TAD a été construite comme une généralisation de la théorie de la transposition didactique (Chevallard, 1985), il s'agit d'une théorie vivante et en construction. Pour appréhender la TAD il y a trois notions fondamentales, incarnées par ce que Chevallard appelle des termes primitifs : « les *objets O*, les *personnes X*, les *institutions I* » (Chevallard, 1992, p. 86). Commençons par revenir brièvement sur le concept d'institution. Dans les travaux de Chevallard, il est introduit en se référant aux travaux de Mary Douglas qui en propose la définition suivante :

*« Dans la suite de ce livre, on entendra institution au sens de groupement social légitimé. L'institution en question peut être une famille, un jeu ou une cérémonie ; l'autorité légitimante peut venir d'une personne – un père, un docteur, un juge, un arbitre ou un maître d'hôtel – ou bien de façon plus diffuse, se fonder sur un consensus ou sur un principe fondateur général. »* (Douglas, 2004, pp. 80-81)

Chevallard précise son acception de la manière suivante :

*« C'est ici le lieu de dire un mot de ce personnage central que sont les institutions. Là encore, une institution peut être à peu près n'importe quoi. En pratique, à cause du sens courant du mot, certains d'entre vous pourront être surpris de voir à quels objets je pourrai être amené à accoler cette étiquette. Une école est une institution, de même qu'une classe ; mais il y a aussi l'institution « travaux dirigés », l'institution « cours », l'institution « famille ». La vie quotidienne est*

*une institution (dans un milieu social donné), et il en est encore ainsi de l'état amoureux (dans une culture donnée), etc. » (Chevallard, 1992, p. 88)*

À propos des institutions, Castela & Elguero (2013) en distinguent différents types. Elles les caractérisent en fonction de leur rôle – *institutions de recherche ; institutions productrices de mathématiques* – et de leur « amplitude » géographique – *institution professionnelle d'influence nationale ; institution professionnelle locale*. Concernant l'adéquation entre une ressource et une institution, il nous apparaît pertinent de distinguer deux types d'institutions. D'une part, ce que l'on appellera *institutions génériques* et d'autre part ce qu'on appellera *institutions spécifiques*. Ainsi l'éducation nationale française ou une classe de 4<sup>e</sup> quelconque sont des institutions génériques. Par contre la classe de 4<sup>e</sup>C, et leur professeur de mathématiques, du collège Sophie Germain pour l'année scolaire 2018-2019, est une institution spécifique. Elle est assujettie à l'institution générique classe de 4<sup>e</sup> en France, mais possède des spécificités propres. Nous reprenons en fait ici la cohabitation, pour l'enseignant, de plusieurs niveaux de définition de curricula signalée par Van Assche (section III.3). C'est aussi l'idée portée par l'analyse de Coulange sur la place du professeur :

*« Le professeur est soumis aux contraintes « externes » génériques (dispositifs didactiques généraux) et spécifiques (aspects épistémologiques de l'objet de savoir mathématique à enseigner, objectifs d'enseignement (en lien avec cet objet) fixés par les programmes...) qui pèsent sur tout système didactique. Cet ensemble de contraintes externes résulte des « différents assujettissements qui caractérisent l'enseignant » (Brousseau, 1995, p. 6). En utilisant l'approche anthropologique du didactique, nous allons ainsi dégager les contraintes institutionnelles spécifiques d'une institution d'enseignement et d'un objet mathématique à enseigner, abordées du point de vue du concept de rapport institutionnel au savoir.*

*Cependant, il reste toujours à l'enseignant un espace de liberté dans les limites de ce premier ensemble de contraintes, à l'aide de ses connaissances : mathématiques ou didactiques. Il peut faire des choix et agir de façon plus personnelle. » (Coulange, 2000, p. 13)*

Nous concluons ce passage sur la notion d'institution en signalant qu'elle est aussi mobilisée dans l'approche documentaire du didactique comme faisant partie « Des concepts et des théories pour penser le collectif » (Gueudet & Trouche, 2008, p. 18). Les auteurs se réfèrent aussi aux travaux de Douglas et signalent la convergence avec l'approche de Chevallard. Dans le paragraphe suivant, nous donnons très rapidement quelques éléments sur la notion d'*objet*.

L'objet est un concept très générique puisque Chevallard précise que « du point de vue de la « sémantique » de la théorie, n'importe quoi peut être un objet » (Chevallard, 1992, p. 86). Ce qui confère une existence à un objet c'est « qu'une personne *X* ou une institution *I* reconnaît cet objet comme un *existant* (pour elle) » (*ibid.*, p. 86). Nous ne développons pas plus avant ces éléments et renvoyons le lecteur au texte cité, par exemple, pour aborder les notions de *rapport à un objet* ou de *connaissance d'un objet*. En effet, ces notions, bien que fondamentales pour la TAD ne sont pas mobilisées dans la suite de notre travail. Par contre nous considérons qu'un

curriculum permet de définir une institution et règle l'existence, ou non, d'un certain nombre d'objets dans l'enseignement scolaire. Par exemple l'objet « identités remarquables » pourra exister ou non en tant que tel selon les curricula explorés. À ce titre, un curriculum définit la viabilité ou non de ressources dans une institution. Nous abordons maintenant un élément fondamental pour notre travail de la TAD, le modèle praxéologique.

### VII.2.2 Le modèle praxéologique dans la TAD

Dans la définition que nous avons donnée des ETP, une caractéristique est que son concepteur la veut génératrice d'une activité humaine, mathématique en l'occurrence. Or, Chevallard propose comme « postulat de base de la TAD (...) que toute activité humaine régulièrement accomplie peut être *subsumée* sous un modèle unique, que résume ici le mot *praxéologie* » (Chevallard, 1999, p. 222). Nous faisons le choix de ne présenter que brièvement cette notion de praxéologie et, en particulier, les notions de tâches et de type de tâches car nous revenons dessus de manière plus approfondie dans le chapitre VIII. Chevallard décrit une praxéologie à l'aide d'un quadruplet  $[T ; \tau ; \theta ; \Theta]$ . Nous commençons tout d'abord par la définition de ses deux premiers éléments : « À la racine de la notion de praxéologie se trouve [sic] les notions solidaires de *tâche*,  $t$ , et de *type de tâches*,  $T$  » et « une praxéologie relative à  $T$  précise (en principe) une manière d'accomplir, de réaliser les tâches  $t \in T$  : à une telle manière de faire,  $\tau$ , on donne le nom de technique (du grec *tekhnê*, savoir-faire) » (*ibid.*, p. 224). Ces deux premiers éléments forment « un « bloc » noté  $[T / \tau]$ , qu'on appelle bloc pratico-technique (...) » (*ibid.*, p. 225).

Chevallard définit aussi la notion de portée d'une technique : « une technique – une « manière de faire » – ne réussit que sur une partie  $P(\tau)$  des tâches du type  $T$  auquel elle est relative, partie qu'on nomme *portée* de la technique ». Toujours à propos des techniques, il signale que « en une institution  $I$  donnée, à propos d'un type de tâches  $T$  donné, il existe en général *une seule* technique, ou du moins *un petit nombre* de techniques *institutionnellement reconnues*, à l'exclusion des techniques alternatives possibles – qui peuvent exister effectivement, mais alors en *d'autres* institutions ». Cette remarque est importante puisque notre projet est de pouvoir rendre compte de l'adéquation, et des usages possibles, d'une ressource dans diverses institutions. Un élément permettant de prendre en compte cet effet institutionnel est apporté par la notion de modèle praxéologique de référence que nous abordons dans la section VII.2.3 (p. 103).

Les deux éléments suivants du quadruplet praxéologique forment ce qui est appelé le *bloc technologico-théorique*  $[\theta / \Theta]$ , et sont définis de la manière suivante : « On entend par technologie, et on note généralement  $\theta$ , un discours rationnel – le logos – sur la technique – la *tekhnê* –, discours ayant pour objet premier de justifier « rationnellement » la technique, en nous assurant qu'elle permet bien d'accomplir les tâches du type  $T$  (...) » (*ibid.*, p. 226). Diverses fonctions sont attribuées à la technologie. Par exemple, reprenant un travail réalisé avec Romo Vasquez, Castela propose « décrire, motiver, faciliter, valider, expliquer, évaluer » (Castela, 2011, p. 55). Enfin, Chevallard fait remarquer que « le discours technologico-théorique contient des assertions, plus ou moins explicites, dont on peut demander raison. On passe alors à un niveau supérieur de justification-explication-production, celui de la théorie,  $\Theta$ , laquelle reprend, par rapport à la technologie, le rôle que cette dernière tient par rapport à la technique » (Chevallard, 1999, p. 227). Nous ne développons pas plus ce bloc technologico-théorique.

Ainsi le modèle praxéologique permet de modéliser l'activité humaine. Pour notre travail nous considérons deux types d'activités : d'une part l'activité mathématique à réaliser au travers de l'ETP, elle est utilisée pour décrire le contenu des ETP. D'autre part l'activité didactique de l'enseignant, qui est celle utilisée lors de la définition des intentions didactiques. On distinguera donc des praxéologies mathématiques et des praxéologies didactiques selon le type de tâches qui est considéré. Dans la réalité l'activité mathématique ne concerne jamais un unique type de tâches, ce que nous considérons est donc en fait un ensemble de praxéologies. Cet ensemble de praxéologies peut être structuré selon différents regroupements qui sont nommés organisations praxéologiques mathématiques, simplifiés en organisations mathématiques, ponctuelle (OMP), locale (OML), régionale (OMR) et globale (OMG). Une organisation mathématique ponctuelle est organisée autour d'un type de tâches  $T$ . Castela (2008) propose de différencier deux cas, selon qu'une ou plusieurs techniques sont disponibles pour réaliser les tâches de  $T$ . Dans le premier cas on parle d'OMP simple (OMPS) et dans le second d'OMP complexe (OMPC). Cette distinction présente un intérêt pour la description d'un ETP et sa recommandation car, nous nous intéressons non seulement au type de tâches qu'il mobilise, mais aussi aux manières dont il peut être réalisé. Pour les niveaux supérieurs nous reprenons la présentation faite par Chevallard :

*« On ne rencontre en fait que rarement des praxéologies ponctuelles. Généralement, en une institution  $I$  donnée, une théorie  $\Theta$  répond de plusieurs technologies  $\theta_j$ , dont chacune à son tour justifie et rend intelligibles plusieurs techniques  $\tau_{ij}$  correspondant à autant de types de tâches  $T_{ij}$ . Les organisations ponctuelles vont ainsi s'agréger, d'abord en organisations locales,  $[T_i / \tau_i / \theta / \Theta]$ , centrées sur une technologie déterminée  $\theta$ , ensuite en organisations régionales,  $[T_{ij} / \tau_{ij} / \theta_j / \Theta]$ , formées autour d'une théorie  $\Theta$ . (Au-delà on nommera organisation globale le complexe praxéologique obtenu, dans une institution donnée, par l'agrégation de plusieurs organisations régionales correspondant à plusieurs théories  $\Theta_k$ .) »*  
(Chevallard, 1998, p. 95)

Cette structuration nous permet de situer les praxéologies que nous mobilisons au niveau de l'algèbre dans le chapitre X. Le lecteur intéressé trouvera des exemples de structurations de praxéologies autour de la technologie « théorème de Thalès » dans Matheron (2000) ou autour de la notion de limite dans Bosch et al. (2004). Se pose alors la question de savoir comment enseigner ces organisations mathématiques. Pour y répondre, Chevallard propose de définir les moments de l'étude (e.g Chevallard, 1999). Pour limiter les redites ou les allers-retours entre chapitres, nous les présentons à l'occasion de la définition des intentions didactiques dans le chapitre XVI.

### VII.2.3 Modèle praxéologique de référence et TAD

Dès lors que l'on souhaite analyser ou décrire des savoirs ou des processus se pose la question de la ou des références que l'on utilise. Dans (Bosch & Gascón, 2005) les auteurs, qui étudient des processus didactiques, mettent en évidence la nécessité de disposer d'un *point de vue épistémologique* pour analyser l'influence de l'OM à enseigner sur l'organisation didactique composée de l'OM à enseigner, de l'OM enseignée et de l'OM apprise. Ils introduisent pour cela

« une OM *de référence* dont la description se fait généralement à partir des OM *savantes* légitimant le processus d'enseignement. L'OM de référence est celle que considère le chercheur pour son analyse. Elle ne coïncide pas nécessairement avec les OM savantes d'où elle provient (parce qu'elle les inclut dans l'analyse), mais elle se formule en des termes très proches. L'OM de référence est celle que le chercheur met à l'épreuve de la contingence et qui subit pour cela de permanents remaniement [sic]. » (*ibid.*, p. 117). Dans un autre contexte (Ruiz-Munzón et al., 2013) prennent comme exemple les questions suivantes : « Qu'est-ce que l'algèbre élémentaire (ou la géométrie, ou les statistiques) ? Comment est-elle interprétée dans une institution d'enseignement donnée ? À quelles fins ? Comment est-elle reliée à d'autres contenus ? Etc. »<sup>79</sup> (*ibid.*, p. 2872) et précisent que « les différentes institutions qui participent au processus didactique proposent des réponses plus ou moins explicites à ces questions. Si les chercheurs acceptent ces réponses de manière acritique, ils courent le risque de ne pas traiter les faits empiriques observés de manière suffisamment impartiale »<sup>80</sup> (*ibid.*, p. 2872).

C'est cette idée de référent qui ne soit pas assujetti de manière aveugle à une institution donnée que nous retenons comme utile pour notre travail. En effet, nous avons défini comme objectif qu'une ressource ne soit pas décrite relativement à un curriculum spécifique mais que sa description permette de définir son adéquation à un ou plusieurs curricula. Il est donc nécessaire pour notre travail de disposer d'une référence permettant de décrire les savoirs en jeu dans la ressource qui ne soit pas liée uniquement à l'institution où la ressource a été produite ou à une institution dans laquelle on souhaite la faire vivre. La question qui se pose est donc de savoir comment construire un tel modèle épistémologique de référence. Pour apporter un éclairage sur cette question complexe, nous proposons une citation assez longue de Chaachoua et al., puis nous donnons quelques références de travaux dans lesquels un tel travail de construction a été réalisé.

*« Comme le précisent Marianna Bosch et Joseph Gascón (2005), une OM à enseigner constitue un modèle praxéologique du curriculum mathématique obtenu à partir d'une analyse des programmes et des manuels. L'identification de ces OM à enseigner passe donc par la caractérisation des types de tâches institutionnels et peut être vue comme une « reconstruction » du chercheur. Notons que ce dernier, pour des raisons liées à sa problématique, peut bien entendu procéder à un autre découpage que celui de l'institution voire le compléter ; il construit alors un modèle praxéologique de référence (MPR) regroupant les praxéologies à enseigner, enseignées mais également enseignables. Le modèle rend ainsi possible l'analyse de ce qui a cours dans différentes instances d'un système d'enseignement (comme les manuels ou le cours d'un enseignant), permet de rendre compte de la variété des OM à enseigner, de repérer et donc de pallier les manques éventuels. Il sert aussi de référence pour analyser les praxéologies apprises et en particulier pour les situer au regard des praxéologies*

<sup>79</sup> “what is elementary algebra (or geometry, or statistics)? How is it interpreted in a given educational institution? What is it for? How is it related to other contents? Etc. » (Ruiz-Munzón et al., 2013, p. 2872)

<sup>80</sup> “The different institutions interfering in the didactic processes propose more or less explicit answers to said questions. If researchers assume those answers uncritically, they run the risk of not dealing with the empirical facts observed in a sufficiently unbiased way.” (Ruiz-Munzón et al., 2013, p. 2872)

*enseignées. Selon M. Bosch et J. Gascón (2005), la description de cette praxéologie de référence se fait généralement à partir des OM savantes qui légitiment le processus d'enseignement. Mais, comme le précisent les auteurs, le MPR ne coïncide pas nécessairement avec les OM savantes ; cependant, il se formule dans des termes proches et nous pensons que, d'un point de vue méthodologique, l'institution d'enseignement constitue le point de départ de sa construction ne serait-ce que par réalisation d'une enquête sur les types de tâches explicitées dans les programmes. Ainsi, l'élaboration d'un MPR se compose de plusieurs étapes : identification d'une OM à enseigner à partir des programmes et des manuels, complétion du modèle en s'appuyant sur une enquête épistémologique, cognitive et didactique, description du MPR et reconstruction, enfin validation par confrontation à des données empiriques éventuellement suivie d'un retour sur le modèle. » (Chaachoua et al., 2013)*

Des travaux, dans des domaines divers des mathématiques, ont produit des modèles praxéologiques de référence<sup>81</sup>. On pourra citer, en partant des mathématiques les plus élémentaires vers celles enseignées dans le supérieur, les travaux de Sierra (2006), Tempier (2013) et Brassat (2017) sur la numération. De nombreux travaux ont porté sur l'algèbre élémentaire, on pourra citer parmi ceux-ci Grugeon-Allys et Pilet (Grugeon-Allys, 2016 ; Pilet, 2015), de Croset (2009) ou encore de Chaachoua autour du cas spécifique des équations (Chaachoua, 2010). Pour passer de l'algèbre scolaire à l'algèbre universitaire on pourra se référer aux travaux de Hausberger et de Jovignot autour de l'algèbre structuraliste (voir par exemple (Hausberger, 2018)). Enfin, si on souhaite explorer le domaine de la géométrie on pourra, en géométrie dans l'espace et dans le cadre d'une comparaison entre institutions, lire Tang (Tang, 2014) ; ou encore, en géométrie plane, consulter le travail de master de Lesnes-Cuisiniez (2018) qui se situe dans l'OM régionale des figures géométriques et s'intéresse plus particulièrement à une OM locale « construire ».

Notre travail ne porte pas sur la construction d'un MPR. Par contre, l'exploitation de MPR existants est un élément clé de notre travail comme nous le présentons dans le chapitre IX et les suivants. Nous retenons deux éléments essentiels à propos des modèles praxéologiques de référence. D'une part il s'agit d'une production du chercheur, il est donc relatif aux questions de recherche visées. D'autre part, lors de sa construction on procède à une étude épistémologique du domaine de savoir visé, on est donc assujéti à l'institution productrice du savoir, on pourra considérer l'institution « les mathématiques » pour notre travail. Mais on utilise aussi divers documents produits par des institutions scolaires qui sont autant de vecteurs de la transposition didactique externe (programmes scolaires, documents d'accompagnement, manuels scolaires, brochures et documents produits par des associations professionnelles, productions issues de la didactique...). Une condition pour notre travail est que la ou les institutions au sein desquelles on va interroger la place d'une ressource aient été considérées pour la construction du MPR utilisé. Les *permanents remaniements* évoqués par Bosch et Gascón mettent en évidence que,

<sup>81</sup> Nous choisissons le terme de modèle praxéologique de référence (MPR) plutôt que celui de modèle épistémique de référence (MER) car il nous semble qu'un certain nombre de ces modèles embarquent des éléments qui ne relèvent pas seulement de l'épistémologie mais aussi par exemple de la didactique.

si à un moment donné, le MPR utilisé ne permet pas de décrire les ressources selon les caractéristiques souhaitées, nous pouvons travailler sur sa dimension dynamique pour corriger cet aspect.

## VII.2.4 Les objets ostensifs et non ostensifs dans la TAD

Le dernier aspect relatif à la TAD que nous abordons est la notion d'objet ostensif et sa notion duale d'objet non ostensif. Il s'agit de décrire ce que sont les éléments qui donnent une matérialité aux tâches présentes dans un ETP. La réflexion initiale qui mène à la définition de ces concepts est présente dans Chevallard (1991). La question est formulée à partir de la notion d'objet présentée dans la section VII.2.1 (p. 100) : « L'univers étant ainsi peuplé d'objets, le problème qui se pose alors, et qui est au cœur des analyses qui suivront, revient à se demander *ce que sont ces objets*, en quoi ils « consistent ». (...) c'est bien vers les objets mis en jeu dans l'activité mathématique que nous porterons plus particulièrement notre attention » (*ibid.*, p. 105). Après avoir développé un certain nombre d'exemples, Chevallard propose de s'intéresser au cas de *l'objet produit de deux matrices* :

*« L'objet « produit de deux matrices » est fait d'un nom (l'expression « produit de deux matrices »), d'un grand nombre de discours et de graphismes (...) et il se compose aussi d'un geste essentiel : on ne peut guère en effet calculer le produit de deux matrices sans faire un certain geste avec les deux mains (...). Ce geste est donc constitutif de l'objet « produit de deux matrices » : le rapport personnel ou institutionnel qui définit cet objet le suppose. » (*ibid.*, p. 109)*

Cet exemple illustre un élément fondamental, dans la façon d'appréhender l'activité mathématique, qui va motiver l'introduction des objets ostensifs et non ostensifs : « Par cette simple remarque on met à distance l'idée que l'activité de pensée, l'activité « noétique », aurait pour siège un organe particulier du corps (le « cerveau »), et qu'elle pourrait se passer d'emblée de l'utilisation de ces registres sémiotiques « matériels » qui sont en réalité constitutifs de toute activité humaine, et donc de toute activité de pensée. » (*ibid.*, p. 109). C'est dans le prolongement de cette remarque que s'inscrit le texte de Bosch et Chevallard (1999) intitulé *La sensibilité de l'activité mathématique aux objets ostensifs*. Les auteurs y rappellent que « la théorie des situations (...) suppose en effet que *les connaissances mathématiques ne peuvent s'appréhender qu'à travers les activités qu'elles permettent de réaliser, et donc les problèmes qu'elles permettent de résoudre*. Les mathématiques ne sont pas simplement un système conceptuel, logiquement consistant et producteur de démonstrations : elles sont en premier lieu une activité qui se réalise en *situation* et *contre un milieu*. » (*ibid.*, p. 81) pour ensuite préciser que « ce que montre surtout la notion de transposition didactique, c'est que le *savoir mathématique* (qu'il soit « savant », « enseigné » ou « à enseigner ») est à l'origine de toute *problématicité didactique*. » (*ibid.*, p. 82). Le travail que les auteurs présentent dans leur article « se situe dans cette problématique première de modélisation des connaissances mathématiques. Il prétend, plus précisément, y situer les moyens écrits, graphiques, oraux, gestuels et matériels qui instrumentent l'activité mathématique et en conditionnent le développement » (*ibid.*, p. 82). Tous ces moyens ne sont évidemment pas présents dans les ressources que nous étudions puisque nous les avons limitées à des ressources fixées sur un support numérique imprimable ou papier, ce qui exclut les moyens oraux et gestuels en

particulier. Après avoir resitué le questionnement dans le cadre général de la TAD, les auteurs parviennent à la définition suivante :

*Le double questionnement que nous venons d'explicitier – le problème de la « nature » des objets mathématiques et celui de leur « fonction » dans l'activité mathématique – nous a conduits à établir une dichotomie fondamentale en distinguant deux types d'objets : les objets ostensifs, d'une part, les objets non ostensifs, d'autre part. Nous parlerons d'objet ostensif – du latin ostendere, « montrer, présenter avec insistance » – pour nous référer à tout objet ayant une nature sensible, une certaine matérialité, et qui, de ce fait, acquiert pour le sujet humain une réalité perceptible. Ainsi en est-il d'un objet matériel quelconque et, notamment, de ces objets matériels particuliers que sont les sons (parmi lesquels les mots de la langue), les graphismes (parmi lesquels les graphèmes permettant l'écriture des langues naturelles ou constitutifs des langues formelles), et les gestes. Les objets non ostensifs sont alors tous ces « objets » qui, comme les idées, les intuitions ou les concepts, existent institutionnellement – au sens où on leur attribue une existence – sans pourtant pouvoir être vus, dits, entendus, perçus ou montrés par eux-mêmes : ils ne peuvent qu'être évoqués ou invoqués par la manipulation adéquate de certains objets ostensifs associés (un mot, une phrase, un graphisme, une écriture, un geste ou tout un long discours). Ainsi les objets « fonction » et « primitive d'une fonction » sont-ils des objets non ostensifs que nous avons appris à identifier et à activer par le moyen de certaines expressions, écritures et graphismes particuliers mis en jeu dans des pratiques et situations tout autant particulières.*

*La distinction ostensif/non-ostensif ne reprend nullement la dichotomie corps/esprit ou action/pensée chère à la culture occidentale : les objets non ostensifs ne doivent pas être entendus comme des entités « mentales », personnelles et individuelles, qui existeraient uniquement « dans nos têtes » ou dans notre esprit. Ostensifs et non-ostensifs sont toujours des objets institutionnels dont l'existence ne dépend que très rarement de l'activité d'une seule personne. Comme on le verra maintenant, les objets ostensifs et les objets non ostensifs sont unis par une dialectique qui considère les seconds comme des émergents de la manipulation des premiers et, en même temps, comme des moyens de guidage et de contrôle de cette manipulation. » (ibid., p. 90)*

Dans le cadre de notre travail de description de ressources, ce qui est visible pour un codeur, ce sont des objets ostensifs. L'idée fondamentale portée par les notions d'objets ostensifs et non ostensifs est que ce que l'on voit, ce que l'on peut manipuler, n'est pas une simple illustration. Il s'agit d'un moyen fondamental de l'activité mathématique qui ne se résume pas à une activité « cérébrale ». Ainsi, dans une réaction à l'article de Bosch et Chevallard, précédemment cité, Matheron met en avant la dialectique qui existe entre ces deux catégories

d'objets : « Si les non-ostensifs émergent de la manipulation des ostensifs, en retour et de manière dialectique sans qu'on puisse parfois décider de l'antériorité d'un type d'objets sur l'autre, ils guident et contrôlent cette manipulation. Ainsi on ne peut réaliser une activité mathématique sans évoquer ou invoquer, à l'aide d'ostensifs, des non ostensifs ; il y a co-activation » (Matheron, 2011, p. 27). On retient donc que décrire les objets ostensifs présents dans un ETP c'est aussi décrire l'activité mathématique potentiellement portée par cet ETP et les moyens qui sont mis à disposition pour réaliser cette activité. Nous ne le détaillons pas plus avant car nous n'exploitons pas ces concepts mais Bosch et Chevallard (1999, p. 107 & p. 109) identifient deux valences pour un objet ostensif ; sa *valence sémiotique* (ce que l'objet ostensif permet d'évoquer comme autres objets ostensifs et non ostensifs de par sa présence) et sa *valence instrumentale* (les manipulations plus ou moins aisées qui sont permises par tel ou tel objet ostensif associé à un objet non ostensif<sup>82</sup>).

### VII.3 Le cadre T4TEL

Nous avons signalé, dès le début de ce manuscrit, que notre travail s'inscrit dans une perspective EIAH, à la fois dans sa conception et aussi pour une partie de ses finalités. En effet, les enjeux, notamment industriels, autour de l'indexation de ressources font qu'un système qui n'est pas informatisable n'est pas envisageable. Par ailleurs, un usage possible du travail réalisé est d'être un service permettant d'augmenter des services EIAH déjà existants. Si la TAD, et plus particulièrement les éléments présentés ci-dessus, sont une réponse aux objectifs de modélisation du savoir, la TAD n'est pas construite dans une perspective de représentation informatique. Cet aspect des choses a été pris en charge par le développement, dans le cadre de la TAD, de T4TEL. Chaachoua précise bien que « T4TEL s'inscrit complètement dans la TAD et plus spécifiquement dans l'approche praxéologique » (Chaachoua, 2018, à paraître). L'une des premières motivations de T4TEL est de proposer une formalisation du modèle praxéologique. Pour cela, Chaachoua commence par repréciser les définitions de type de tâches et sous-type de tâches. Il apporte aussi des précisions sur la notion de portée d'une technique et propose un moyen de décrire les techniques. Nous reprenons ces différentes définitions dans la section VII.3.1 (p. 108) sans les commenter particulièrement, chose que nous faisons aux moments où nous les mobilisons pour notre travail. Nous présentons, dans les deux sections suivantes, les deux autres apports du cadre T4TEL, les praxéologies personnelles et la notion de variable. Enfin, nous présentons ce que ces différents éléments permettent en termes de représentation d'un MPR dans T4TEL.

#### VII.3.1 Définitions relatives au modèle praxéologique dans le cadre T4TEL

Toutes les définitions données ici sont issues de (Chaachoua, 2018, à paraître) à l'exception de la définition de la portée globale d'une technique. Dans son article, Chaachoua propose divers exemples et considérants qui illustrent et motivent l'introduction de ces définitions, nous ne les reprenons pas ici.

---

<sup>82</sup> Un exemple parlant pour illustrer cette plus ou moins grande valence instrumentale est l'existence des deux objets ostensifs  $\sqrt{x}$  et  $x^{\frac{1}{2}}$  pour le non ostensif « racine carré d'un nombre réel positif ou nul ». La connaissance des règles de manipulation des puissances confère au second objet ostensif une valence instrumentale plus forte qu'au premier (Bosch et Chevallard parlent de « rendement »).

**Définition VII.10 (Type de tâches – T4TEL)**

Un *type de tâches*  $T$  est un ensemble de tâches tel que :

- Toute tâche est décrite par un verbe d'action donné et des compléments fixés, pris dans les objets d'une discipline ;
- Il existe au moins une technique  $\tau$  qui accomplit au moins une tâche de  $T$  telle que, soit la portée de la technique  $P(\tau)$  est un sous-ensemble de  $T$ , soit  $T$  est un sous-ensemble de  $P(\tau)$ .

**Définition VII.11 (Sous-type de tâches – T4TEL)**

On dit que  $T'$  est un sous-type de tâches du type de tâches  $T$  si

- $T'$  est un sous-ensemble de  $T$  ;
- $T'$  est un type de tâches.

Chaachoua introduit alors la notion de *portée pragmatique* d'une technique en signalant qu'elle correspond à la définition de la portée d'une technique au sens de Chevallard.

**Définition VII.12 (portée pragmatique d'une technique – T4TEL)**

La *portée pragmatique d'une technique* est l'ensemble des tâches où la technique est fiable dans le sens où elle permet d'accomplir ces tâches avec peu de risque d'échec et un coût raisonnable. La technique réussit sur cette portée et tend à échouer en dehors. Pour une technique  $\tau$  on note  $P_{prag}(\tau)$  sa portée pragmatique.

Si la portée pragmatique d'une technique est constituée des tâches où la technique est fiable, il peut aussi exister des tâches que cette technique permet d'accomplir, au moins théoriquement. C'est par exemple le cas de la technique « compter de un en un » pour le type de tâches « dénombrer une collection d'objets ». Si on peut estimer qu'au-delà d'un certain cardinal de la collection, la technique risque d'échouer ou est coûteuse, elle permet théoriquement de résoudre toute tâche de ce type de tâches, peu importe le cardinal de la collection. Ceci nous amène à la définition suivante.

**Définition VII.13 (portée globale d'une technique – T4TEL)**

La portée globale d'une technique est l'ensemble des tâches pouvant être accomplies à l'aide de cette technique. Pour une technique  $\tau$  on note  $P_{globale}(\tau)$  sa portée globale.

*Remarque* : la portée pragmatique d'une technique est incluse (ou égale) dans sa portée globale.

Enfin T4TEL propose une description des techniques basée sur des types de tâches.

**Définition VII.14 (description d'une technique – T4TEL)**

Une technique est décrite par un ensemble de types de tâches appelés *ingrédients de la technique*.

### Définition VII.15 (types de tâches intrinsèques et extrinsèques – T4TEL)

Nous distinguons deux sortes de types de tâches :

- les types de tâches qui n'existent qu'à travers la mise en œuvre des techniques de certains autres types de tâches, appelés types de tâches *intrinsèques* ;
- les types de tâches qui existent en dehors des techniques et peuvent être prescrits institutionnellement aux élèves, qualifiés de types de tâches *extrinsèques*.

Les définitions principales étant données, nous présentons dans les deux sections suivantes les deux autres apports du cadre T4TEL à la TAD, les praxéologies personnelles et la notion de variable.

## VII.3.2 Notion de praxéologies personnelles

La notion de praxéologie personnelle, initialement appelée praxéologie-en-acte, a été introduite dans les travaux de Croset (2009) et précisée dans l'article de Croset et Chaachoua (2016). Le point de départ du travail était la volonté de modéliser des connaissances des élèves au sein d'un logiciel éducatif d'algèbre. À l'occasion de ce travail, Croset a mis en évidence un décalage entre certaines activités des élèves et l'activité institutionnellement attendue. Cette dernière étant décrite à l'aide de quadruplets praxéologiques au sein de la TAD, la question a été posée de pouvoir caractériser l'activité de l'élève dans le même cadre théorique. La poursuite de ce travail a amené à la définition suivante :

« Nous appelons *praxéologie personnelle* le quadruplet d'organisation praxéologique de l'activité d'un sujet institutionnel constitué de quatre composantes.

Un type de tâches personnel est l'ensemble des tâches que le sujet perçoit comme similaires, provoquant chez lui l'application d'une technique. Si deux types de tâches personnels sont distincts, alors nécessairement leurs techniques personnelles respectives sont distinctes. Le découpage en types de tâches personnel ne correspond donc pas nécessairement à celui de l'institution.

Une technique personnelle utilisée par l'élève permet de résoudre un seul type de tâches personnel. Elle peut être erronée, correcte, légitimée par l'institution de référence ou non. Elle doit présenter une certaine stabilité dans son utilisation pour être considérée comme technique de résolution : elle n'acquiert sa légitimité pour un élève donné que si elle est régulièrement utilisée par cet élève. Nous évitons ainsi de considérer comme une technique personnelle, des erreurs d'étourderie ou de dérapage ponctuel.

Une technologie personnelle, explicite ou non, gouverne et légitime l'utilisation de praxis personnelles. Souvent un simple déficit technologique institutionnel peut être à même d'expliquer des techniques personnelles erronées. Mais il est parfois des situations où une technologie qui avait sa légitimité pour répondre à certains types

de tâches se trouve être généralisée et la technique qu'elle légitimait utilisée en dehors de sa portée.

(...)

Une théorie personnelle qui, à son tour, à l'instar du modèle institutionnel, justifie la technologie personnelle. » (Croset & Chaachoua, 2016, pp. 180-181)

Un travail de détermination et de formalisation de praxéologies personnelles, dans un autre domaine que les mathématiques, a été réalisé par Bonnat dans le cadre de sa thèse (Bonnat, 2017) et est présenté dans (Bonnat, 2018). La démarche mise en œuvre est « l'élaboration de praxéologies personnelles *a priori*, [qui] nécessite un croisement entre l'analyse épistémologique qui identifie les difficultés *a priori* des élèves, et la modélisation praxéologique de la situation (praxéologie de référence) » (*ibid.*, p. 472). Cette étape est suivie d'une phase d'analyse de productions d'élèves pour « valider les praxéologies personnelles modélisées *a priori* et enrichir ce modèle avec l'identification notamment de nouvelles praxéologies personnelles basées sur des erreurs non proposées *a priori* » (*ibid.*, p. 474). Un des intérêts de ce travail est qu'il s'inscrit dans le cadre d'un EIAH et utilise les développements récents de T4TEL.

Cette notion de praxéologie personnelle est pertinente dans le cadre de notre travail dans la mesure où un ETP est, *a priori*, construit pour permettre la mobilisation de praxéologies institutionnellement prescrites. Suite à une intention de l'auteur ou de manière non anticipée il peut cependant mobiliser, ou plutôt favoriser la mobilisation, de praxéologies personnelles. Il est donc intéressant de caractériser complémentamment un ETP par les *praxéologies personnelles* que l'on peut y lier.

### VII.3.3 Notion de variable

La notion de variable a été introduite par Chaachoua & Bessot (2016) dans le cadre de la TAD, et, plus précisément, comme élément du modèle T4TEL. Les auteurs expliquent que :

*« Le développement de T4TEL s'est fait en s'assujettissant à la Théorie Anthropologique du Didactique (Chevallard, 1992, 1999) et plus particulièrement à l'approche praxéologique (Bosch & Chevallard, 1999) : ce modèle calculable du point de vue informatique (et non du point de vue de la théorie des automates), représente une formalisation du modèle praxéologique répondant à la double exigence, celle de calculabilité d'une part et celle de production de différents services EIAH d'autre part.*

*Ce travail de modélisation nous a conduits à introduire la notion de variable pour formaliser et structurer des types de tâches, objet premier de T4TEL comme nous le montrerons plus loin.*

*Cependant, cette introduction trouve son plein intérêt pour l'étude du didactique en dehors de toute problématique EIAH et donc pour la*

*TAD : en cela on retrouve des proximités avec l'introduction de la notion de variable dans la TSD. » (ibid., p. 4, section 2<sup>83</sup>)*

Cette approche nous intéresse à un double titre. D'une part elle assure la calculabilité informatique du *savoir modélisé* dans ce cadre. D'autre part les auteurs assignent aux variables trois fonctions : *générer des sous-types de tâches ; caractériser les portées des techniques et rendre compte des praxéologies personnelles* (ibid., pp. 9-10, section 5). Ces fonctions sont permises par le jeu sur les valeurs des variables qui sont alors examinées selon un triple point de vue, *épistémologique, institutionnel et didactique*. Ce que les auteurs précisent de la manière suivante :

«

- Point de vue épistémologique

*Dans T4TEL, nous définissons des variables d'un type de tâches au niveau même du modèle praxéologique de référence (MPR) : le découpage des valeurs d'une variable est tel que le changement d'une valeur modifie l'éventail des techniques possibles (donc le rapport à un objet de savoir) d'un type de tâches. Nous parlerons de variable épistémologique.*

- Point de vue institutionnel

*En se plaçant dans une institution, les contraintes et les conditions définies par celle-ci vont restreindre non seulement le type de tâches, mais aussi des valeurs possibles d'une variable d'un type de tâches institutionnel. (...)*

*Une variable et ses valeurs institutionnelles modélisent des conditions et des contraintes explicites ou implicites (relevant des niveaux de l'échelle de codétermination) sous lesquelles une praxéologie existe ou peut exister institutionnellement. Le découpage institutionnel en valeurs d'une variable peut ne pas avoir de pertinence épistémologique.*

- Point de vue didactique

*Une variable didactique est une variable au sein d'une institution, potentiellement à la disposition du professeur. Une variable didactique dans une institution peut ne plus l'être dans une autre. » (ibid., pp. 9-10, section 5)*

C'est au moyen de valeurs de variables didactiques que peuvent notamment être prises en compte les praxéologies personnelles. L'ensemble de ces fonctions sont pertinentes par rapport à notre travail. En effet nous avons besoin d'une modélisation du savoir construite sur une approche épistémologique pour permettre son non assujettissement à une institution unique trop restreinte qui ne permettrait pas son exploitation dans diverses institutions. Nous avons aussi intérêt à ce que cette modélisation soit calculable comme nous l'illustrons dans les

---

<sup>83</sup> La version définitive des actes n'étant pas encore disponible il s'agit de la quatrième page de l'article, section 2.

chapitres 9 et suivants. Par ailleurs nous souhaitons pouvoir rendre compte de l'adéquation entre un ETP et une institution globale donnée ; en ce sens la présence de valeurs de variables de nature institutionnelles est pleinement justifiée. Enfin, dans la perspective de services EIAH du type *recommandation de ressources sur la base d'intentions didactiques* ou pour un travail didactique d'analyse de manuels scolaires, il est pertinent de pouvoir intégrer à nos critères de description les praxéologies personnelles potentielles portées par tel ou tel ETP.

Au vocabulaire déjà introduit dans le texte de Chaachoua et Bessot (2016), nous ajoutons la définition suivante pour particulariser certaines variables.

**Définition VII.16 (variables dépendantes)**

Soient  $V1$  et  $V2$ , deux variables d'un générateur de types de tâches. On dit que  $V2$  est dépendante de  $V1$  si  $V2$  n'a de sens que pour certaines valeurs de  $V1$ .

Pour conclure cette section sur la notion de variable dans T4TEL, nous donnons une définition, proposée par Chaachoua (2018), que nous préciserons dans le chapitre suivant.

**Définition VII.17 (type de tâches le plus générique)**

Un générateur de types de tâches n'est pas un type de tâches mais il permet d'engendrer des types de tâches selon une structuration hiérarchique. Le *niveau le plus générique* est défini sans aucune instanciation du système de variables, donc il s'agit du type de tâches défini par le verbe d'action et le complément fixe.

### VII.3.4 Modèle praxéologique de référence dans T4TEL

L'exploitation des générateurs de types de tâches permet d'organiser les MPR dans T4TEL. Ils présentent évidemment toutes les caractéristiques décrites dans la section VII.2.3 (p. 103) mais sont ainsi modélisés qu'il est possible d'effectuer divers calculs dessus. Pour des exemples de MPR exploitant la notion de générateur de types de tâches et de variables on peut consulter, parmi les travaux cités dans la section VII.2.3(103), le travail de thèse de Brassat (2017) autour du type de tâches « Dénombrer une collection », le travail de master de Lesnes-Cuisiniez (2018) et le travail de thèse de Tang (2014). Hors du domaine des mathématiques, on peut aussi consulter le travail de thèse de Bonnat (2017) qui s'inscrit dans l'étude du processus de fermentation alcoolique en Sciences de la Vie.

Pour notre travail, nous décrivons en détail dans le chapitre X le processus d'adaptation dans T4TEL de MPR existants relatifs à l'algèbre élémentaire. Dans le chapitre XVII nous adaptons un MPR relatif au dénombrement d'une collection. L'un et l'autre sont ensuite représentés informatiquement selon un processus qui est décrit dans le chapitre XI.

## VII.4 Conclusion

Dans ce chapitre nous avons donc motivé l'utilisation de la théorie anthropologique du didactique comme cadre théorique. La nécessité de placer notre travail dans une perspective EIAH nous conduit aussi à utiliser le cadre T4TEL. À l'issue de ce chapitre de présentation du cadre théorique nous reprenons notre première question de recherche.

**Question de recherche n°1 (modélisation du savoir)**

Quelle modélisation du savoir est adaptée à la description, univoque, d'un ETP dans le but de parvenir à une indexation didactique ?

À partir des différents éléments formulés dans ce chapitre nous transformons cette question de recherche en une hypothèse de recherche :

**Hypothèse de recherche n°1 (utilisation d'un MPR)**

Un modèle praxéologique de référence (MPR), représenté dans T4TEL, est une modélisation du savoir adaptée à la description, univoque, d'un ETP dans le but de parvenir à une indexation didactique.

Pour vérifier cette hypothèse de recherche nous construisons dans le chapitre suivant un modèle de description didactique d'ETP basé sur un MPR du domaine des ETP à décrire.

# VIII. Modèle de description didactique d'un ETP : le modèle M2DR

---

## Objectifs du chapitre

Dans ce chapitre nous définissons notre modèle de description didactique des ressources de type ETP. Pour ce faire, nous commençons par modéliser ce qu'est une tâche. Une fois cette définition posée, nous décrivons notre ETP à partir d'éléments d'une modélisation du savoir de type modèle praxéologique de référence. Ces différents éléments nous permettent de construire un modèle de description didactique d'ETP selon trois dimensions. Nous illustrons ces différentes dimensions à l'aide de l'étude d'un exemple.

## Contenu du chapitre [Toc526113240](#)

<b>VIII.1</b>	<b>INTRODUCTION</b> .....	<b>116</b>
<b>VIII.2</b>	<b>GENESE D'UN ETP</b> .....	<b>116</b>
<b>VIII.3</b>	<b>LA TACHE DANS LA TAD</b> .....	<b>117</b>
<b>VIII.4</b>	<b>TACHE, DEFINITION ET EXEMPLES</b> .....	<b>119</b>
<b>VIII.5</b>	<b>LIAISON ENTRE UN ETP ET UN MPR</b> .....	<b>122</b>
VIII.5.1	TYPE DE TACHES, SOUS-TYPE DE TACHES, TECHNIQUE : VOCABULAIRE ET PROPRIETES .....	123
VIII.5.2	LIAISON ENTRE UNE TACHE ET UN MPR .....	125
VIII.5.3	LIAISON ENTRE UNE TACHE ET UN MPR, DEFINITION DU TYPE DE TACHES OPTIMUM D'UNE TACHE	127
<b>VIII.6</b>	<b>L'ETP SELON SON POLE ONTOLOGIQUE : MODELE DE DESCRIPTION EN TROIS DIMENSIONS</b> .....	<b>130</b>
VIII.6.1	DIMENSION TACHES ET STRUCTURATION, DEFINITION .....	130
VIII.6.2	ILLUSTRATION DE LA DIMENSION TACHES ET STRUCTURATION SUR L'ETP DAG .....	131
VIII.6.3	DIMENSION OBJETS OSTENSIFS, DEFINITION .....	131
VIII.6.4	DIMENSION OBJETS OSTENSIFS POUR L'ETP DAG .....	131
VIII.6.5	DIMENSION RELATIONS ENTRE LES TACHES, DEFINITION .....	132
VIII.6.6	ILLUSTRATION DE LA DIMENSION RELATIONS ENTRE LES TACHES SUR L'ETP DAG .....	137
<b>VIII.7</b>	<b>CONCLUSION</b> .....	<b>149</b>

## VIII.1 Introduction

Dans les chapitres précédents, nous avons montré qu'il y a deux questions fondamentales soulevées par notre projet d'indexation didactique d'ETP : la possibilité de lier ETP et curricula, et la modélisation des savoirs en jeu. L'objectif principal de ce chapitre est de vérifier notre hypothèse de recherche n°1 :

### **Hypothèse de recherche n°1 (utilisation d'un MPR)**

Un modèle praxéologique de référence (MPR), représenté dans T4TEL, est une modélisation du savoir adaptée à la description, univoque, d'un ETP dans le but de parvenir à une indexation didactique.

Comme nous l'avons motivé et présenté dans le chapitre VII, nous nous plaçons dans le cadre de la théorie anthropologique du didactique, et plus spécifiquement dans T4TEL. Nous débutons ce chapitre par la présentation ou le rappel des différents éléments qui nous permettent de construire notre modèle de description didactique d'ETP. C'est ce modèle qui permet de vérifier notre hypothèse de recherche.

## VIII.2 Genèse d'un ETP

Pour Houdement (1999, p. 60), ce qui différencie un *problème mathématique dans l'enseignement* et un *problème de mathématicien* est que le premier « est donné avec une intention didactique », alors que pour le second « la seule intention est qu'il soit correctement résolu » (*ibid.*, p. 60). En première lecture le terme *intention didactique* peut être compris dans un sens large de « projet d'apprentissage à mettre en œuvre ». Nous en proposons une approche plus détaillée dans le chapitre XVI. Un ETP n'est pas produit « par hasard », il est construit dans le but de faire travailler une ou plusieurs organisations mathématiques (OM). L'auteur est aussi guidé par la manière dont il souhaite faire travailler ces organisations mathématiques. Pour ce faire il va didactiser les OM visées pour produire un ETP, généralement il s'agit d'OM locales. Dans un deuxième temps il pourra les intégrer et les articuler au sein de praxéologies didactiques mais nous n'examinons pas ce processus. Par ailleurs, l'ETP est *de facto* assujéti à diverses institutions : lors de sa conception il est destiné à un usage et est donc lié aux curricula des institutions cibles. Mais il est aussi lié à d'autres institutions qui impactent, par exemple, le système documentaire de l'auteur de la ressource. Ainsi, lors de sa genèse, un ETP est lié à une intention didactique et diverses institutions. Cependant, ces liens ne sont pas accessibles quand il s'agit d'indexer la ressource. Par ailleurs un ETP peut être conforme à d'autres institutions et être adapté à d'autres praxéologies didactiques que celles qui ont présidé à sa conception. En conséquence nous décidons que la description d'un ETP n'est pas basée sur un curriculum spécifique ou sur une, ou plusieurs, de ses fonctions possibles. Rappelons par contre que le lien à un curriculum ou à une fonction doit être déductibles de la description. Nous commençons donc par définir le pôle ontologique de l'ETP au sens de l'approche de Le Moigne présentée dans le chapitre II et dont nous redonnons le schéma de synthèse dans la Figure VIII-1, p. 117.

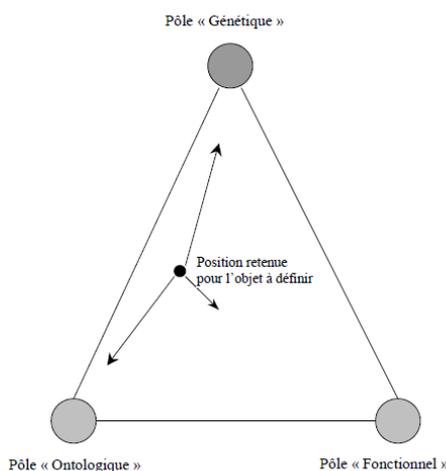


FIG. 2.6. — La définition d'un objet se fait par triangulation : elle pondère une définition fonctionnelle (ce que l'objet fait) une définition ontologique (ce que l'objet est) et une définition génétique (ce que l'objet devient)

Figure VIII-1 : les trois pôles définissant un objet, d'après Le Moigne (2006, p. 64)

Cet objectif de commencer par décrire un ETP selon ce qu'il est, nous amène à définir quels sont ses constituants élémentaires. D'une manière intuitive il s'agit de *chacune des choses à faire* dans l'ETP, idée formalisée à l'aide de la notion de *tâche*. Or, même en nous limitant au champ de la TAD, ce terme est polysémique, comme nous le montrons dans la section suivante.

### VIII.3 La tâche dans la TAD

La tâche occupe un rôle central dans la TAD puisqu'elle est définitoire de l'activité humaine : « la théorie anthropologique du didactique considère que, *en dernière instance*, toute activité humaine consiste à *accomplir* une *tâche* *t* d'un certain *type* *T*, au moyen d'une certaine *technique*  $\tau$ , justifiée par une *technologie*  $\theta$  qui permet en même temps de la *penser*, voire de la *produire*, et qui à son tour est *justifiable* par une *théorie*  $\Theta$  » (Chevallard, 2002, p. 3). Dans un autre texte, pour le même auteur (Chevallard, 1998b), la tâche est définie de manière conjointe au type de tâche comme premiers éléments du quadruplet praxéologique : « à la racine de la notion de praxéologie se trouve [*sic*] les notions solidaires de *tâche*, *t*, et de *types de tâches*, *T* » (*ibid.*, p. 92). Chevallard précise alors que « dans la plupart des cas, une tâche (et le type de tâches parent) s'exprime par un verbe : « *balayer* la pièce, *développer* l'expression littérale donnée, *diviser* un entier par un autre (...) » puis précise notamment que « la notion de tâche, ou plutôt de type de tâches, suppose un objet relativement précis. Monter un escalier est un type de tâches, mais monter, tout court, n'en est pas un » (*ibid.*, p. 92) et stipule que si l'on ne considère que le verbe de manière isolée, on définit alors un *genre* de tâches. Il apporte alors la précision fondamentale suivante : « tâches, types de tâches, genres de tâches ne sont pas des données de la nature : ce sont des « artefacts », des « œuvres », des construits institutionnels (...) » (*ibid.*, p. 92).

La question de la matérialité donnée à la tâche est prise en charge par l'introduction des objets ostensifs : « les organisations praxéologiques se matérialisent en des systèmes d'objets ostensifs relevant généralement de plusieurs registres ostensifs. Le point essentiel sur lequel la théorisation proposée ici se démarque d'autres approches tient en ceci qu'un objet ostensif y est considéré d'abord comme un instrument possible de l'activité humaine, c'est-à-dire comme une entité qui permet, en association avec d'autres, de conformer des techniques permettant

d'accomplir certaines tâches, de mener à bien un certain travail » (Marianna Bosch & Chevallard, 1999b).

D'autres auteurs se situant dans le cadre de la TAD ont abordé les notions de tâches et de type de tâches. Ainsi, dans le prolongement de l'approche praxéologique rappelée ci-dessus, Chaachoua propose dans T4TEL une formalisation du type de tâches (voir chapitre VII) : « un type de tâches T est un ensemble de tâches tel que toute tâche est décrite par un verbe d'action donné et des compléments fixés, pris dans les objets d'une discipline (...) » (Chaachoua, 2018, à paraître). De son côté Castela propose très brièvement « qu'une tâche prescrite est identifiable à son énoncé » (Castela, 2008, p. 151) pour aussitôt préciser que, pour elle, il est plus juste de dire que la « tâche prescrite renvoie donc à un couple associant l'énoncé et le contexte de prescription (...) » (*ibid.*, p. 151). Repartant de ce point de vue, Chaachoua propose d'associer « à une tâche prescrite dans [une institution] I une tâche mathématique. Elle correspond au problème mathématique sans aucune indication sur la technique possible ou attendue et avec une formulation qui reste la plus neutre possible vis-à-vis de la technique. L'énoncé est une mise en texte de la tâche mathématique en ajoutant éventuellement des indications ou des questions qui prennent en charge partiellement ou complètement les étapes de la technique attendue » (Chaachoua, 2010, p. 14).

Ces différentes approches et précisions sur la notion de *tâche* ne nous satisfont pas entièrement. Tout d'abord, dans les textes de Chevallard la tâche est associée au type de tâches et, si on sait que ce sont des objets ostensifs qui lui donnent une matérialité, on ne sait pas vraiment comment elle est délimitée, quels ingrédients, dont des objets ostensifs, sont nécessaires ou accessoires pour la définir. Dans l'extension du modèle praxéologique T4TEL, la tâche conserve évidemment son rôle d'ingrédient de base et elle est formalisée plus précisément (verbe d'action et compléments fixés). Par ailleurs, les travaux de Castela et de Chaachoua visent plus précisément à discuter de la manière dont un énoncé définit une tâche. On peut noter que Castela lie énoncé et contexte de prescription pour définir la tâche prescrite. Or, comme nous l'avons déjà stipulé à diverses reprises, la prise en compte d'un contexte n'est pas possible pour nous. De son côté Chaachoua, qui souhaite justement s'éloigner du contexte de prescription, se place dans l'institution mathématique plutôt que dans l'institution classe, en commençant par lier un énoncé avec la tâche mathématique qu'il vise à faire travailler, cette tâche étant éventuellement augmentée par des éléments guidant vers une technique ou la prenant partiellement en charge.

Cette dernière approche amène à lier, au sens « visant à faire travailler la même tâche mathématique », des ETP sensiblement différents comme l'illustrent les deux exemples suivants :

ETP 1 :

Développer  $(5x + 3)(2x - 1)(2x + 1)$ .

ETP 2 :

Montrer, en utilisant une identité remarquable que  $(2x - 1)(2x + 1) = (4x^2 - 1)$ .

Développer, en utilisant la double distributivité,  $(5x + 3)(4x^2 - 1)$ .

En déduire un développement de  $(5x + 3)(2x - 1)(2x + 1)$ .

Pour ces deux ETP Chaachoua intègre le fait qu'ils diffèrent par la forme. Mais on peut estimer que, dans les deux cas, l'objectif est de faire travailler la tâche « Développer  $(5x +$

3) $(2x - 1)(2x + 1)$  ». Cela repose sur la lecture et l'interprétation d'une intention liée à l'un et l'autre des deux ETP (en particulier le deuxième, le premier étant non ambigu). Cette approche consiste donc à décrire un ETP par son activité induite, c'est-à-dire par son pôle fonctionnel. Comme nous l'avons expliqué dans la section VIII.2 (p. 116) nous souhaitons pour notre travail décrire l'ETP par son pôle ontologique. Nous ne retenons donc pas cette approche. Ces différents éléments nous amènent à proposer notre définition de la *tâche* dans la section suivante. Nous précisons ensuite le rapport entre tâche et ETP.

## VIII.4 Tâche, définition et exemples

Nous choisissons l'approche suivante : conformément au cadre T4TEL, une tâche est définie par une action et des compléments fixés. Pour lui donner une matérialité, des objets ostensifs sont mobilisés pour définir l'action et le complément fixe ; cette partie est ce qui permet de définir la tâche mathématique au sens proposé par Chaachoua. Cependant, dans de nombreux énoncés, il y a des objets ostensifs complémentaires que nous considérons comme constitutifs de la définition de la tâche. Nous formulons donc la définition suivante dont nous précisons chacun des termes immédiatement après.

### **Définition VIII.18**, *tâche*

Une tâche est définie par un triplet :

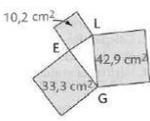
{Action à réaliser ; compléments définitoires ; compléments facultatifs}

**Action à réaliser** : elle est le plus souvent définie par un verbe d'action mais peut aussi être matérialisée par d'autres objets ostensifs, soit pour des raisons de langue (par exemple « donner un développement de » relève du même objet non ostensif que « développer ») soit parce que des effets de contrat didactique amènent à l'interprétation d'un objet ostensif (symbole du type « ? » par exemple) comme associé à une action à réaliser.

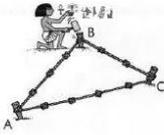
**Compléments définitoires** : il s'agit du ou des objets sur lesquels l'action porte. En leur absence la tâche n'existe plus. Ils sont matérialisés par des objets ostensifs.

**Compléments facultatifs** : il s'agit d'objets ostensifs complémentaires dont la présence n'est pas nécessaire à l'existence de la tâche. En leur absence, une tâche est toujours définie. Ils ont diverses fonctions possibles (orienter vers le choix d'une technique ; ingrédient d'une technique ; répondre à une attente institutionnelle...).

Nous illustrons maintenant cette définition au travers de quelques exemples présentés dans la Figure VIII-2 (pp. 112-121).

Tâche	Action à réaliser et objets ostensifs définissant l'action	Complément définitoire	Complément facultatif
Développer $(5x + 3)(2x - 1)(2x + 1)$	L'action à réaliser « Développer » est définie par le verbe « Développer » donné dans le registre de la langue naturelle	$(5x + 3)(2x - 1)(2x + 1)$	Aucun
Développer, en utilisant la double distributivité, $(5x + 3)(4x^2 - 1)$	L'action à réaliser « Développer » est définie par le verbe « Développer » donné dans le registre de la langue naturelle	$(5x + 3)(4x^2 - 1)$	« En utilisant la double distributivité » qui a pour fonction d'imposer le choix de la technique
En déduire un développement de $(5x + 3)(2x - 1)(2x + 1)$	L'action à réaliser « Développer » est définie par l'expression « Développement de » donné dans le registre de la langue naturelle	$(5x + 3)(2x - 1)(2x + 1)$	« En déduire » qui a pour fonction d'orienter le choix de la technique
<p><b>72</b> Le triangle EGL est-il rectangle ?</p> 	L'action à réaliser « Démontrez » est définie par la question « est-il ? » donnée dans le registre de la langue naturelle	La nature du triangle EGL	Aucun

Remarque : le fait de considérer que l'action à réaliser est « démontrer » et non pas par exemple « vérifier », ce qui pourrait se faire à l'aide d'une équerre, est liée à une interprétation par nous du contrat didactique. En l'absence de cette interprétation l'exercice considéré n'est pas un ETP

Tâche	Action à réaliser et objets ostensifs définissant l'action	Complément définitoire	Complément facultatif
<p><b>76</b> La corde à treize nœuds</p> <p>Cette corde est constituée de 13 nœuds régulièrement espacés. Positionnée en forme de triangle, elle permet aux maçons, par exemple, de vérifier qu'un mur est vertical au sol. Vérifier que, sur le schéma, le triangle est rectangle.</p> 	L'action à réaliser « Démontrez » est définie par l'injonction « Vérifier que »	« le triangle est rectangle » et « Cette corde est constituée de 13 nœuds régulièrement espacés. »	« Positionnée en forme de triangle elle permet aux maçons (...) sol » a pour fonction de relier la tâche à une situation de la « vie réelle ». La figure :  Elle a pour fonction de lier la tâche à une période historique. L'un et l'autre de ces objets ostensifs répondent à des préconisations institutionnelles.

Remarque : la même remarque que pour la tâche précédente s'applique.

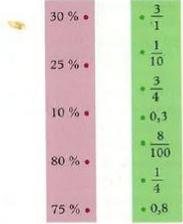
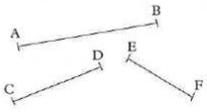
Tâche	Action à réaliser et objets ostensifs définissant l'action Complément définitoire	Complément définitoire	Complément facultatif
<p>26 a) Relie entre elles les écritures qui représentent le même nombre :</p> 	L'action à réaliser « Traduire » est définie par l'injonction « Relie »	« entre elles les écritures qui représentent le même nombre » Les deux listes de nombres	Les bandes couleurs dont on peut penser qu'il s'agit d'un élément typographique pour améliorer la lisibilité
<p>21 Construis un triangle <math>IJK</math> tel que <math>IJ = 5\text{ cm}</math>, <math>JK = 4\text{ cm}</math> et <math>IK = 3\text{ cm}</math>.</p>	L'action à réaliser « Construire » est définie par l'injonction « Construis »	Un triangle $IJK$ tel que $IJ = 5\text{ cm}$ , $JK = 4\text{ cm}$ et $IK = 3\text{ cm}$ .	Aucun
<p>22 Trace, sans mesurer les longueurs, un triangle <math>TRI</math> de manière à ce que : <math>TR = AB</math>, <math>TI = CD</math> et <math>RI = EF</math>.</p> 	L'action à réaliser « Construire » est définie par l'injonction « Trace »	Un triangle $TRI$ tel que $TR = AB$ , $TI = CD$ et $RI = EF$ .	« Sans mesurer les longueurs ». Cet ostensif vise à interdire une technique.

Figure VIII-2 : exemples de tâches décrites selon leurs trois dimensions

Cette définition de la tâche donnée, il s'agit maintenant de préciser les liens entre la modélisation du savoir, sous forme d'un MPR, et les ETP. Précisons tout d'abord le lien entre tâche et ETP. Nous avons motivé le besoin de définir la *tâche* par notre objectif de décrire un ETP selon son pôle ontologique et donc de définir ce que sont ses composants élémentaires. Nous avons défini un ETP comme *un objet constitué d'au moins une tâche mathématique prescrite menant à la production d'un résultat. La ou les tâches à réaliser sont définies de manière non équivoque à partir des éléments présents dans l'énoncé*. Cette définition reste valide en utilisant notre définition de tâche. Une tâche isolée est par ailleurs un cas particulier d'ETP ; elle forme ce qu'on appellera un *ETP élémentaire*. D'une manière générale, un ETP est constitué d'un ensemble de tâches.

Nous disposons donc maintenant d'une part d'une modélisation du savoir, qui contient notamment des générateurs de types de tâches et des types de tâches (les seconds étant générés par les premiers) et, d'autre part, d'ETP constitués de tâches. La question posée est la nature des liens entre ces deux objets. Deux processus permettent de caractériser ces liens : le premier est la génération d'ETP à partir de la modélisation du savoir ; le second est l'association des tâches de l'ETP à différents types de tâches de la modélisation du savoir (voir Figure VIII-3, p. 122). Le processus de génération d'ETP ne s'inscrit pas dans le cadre de notre travail, nous travaillons en effet sur des ETP déjà existants que nous décrivons. Nous n'étudions donc pas ce processus mais nous revenons brièvement dessus dans la conclusion de la thèse. Nous nous concentrons sur l'association entre tâche et modélisation du savoir. Nous remettons ainsi en évidence le lien fondamental dans la TAD entre tâches et types de tâches.

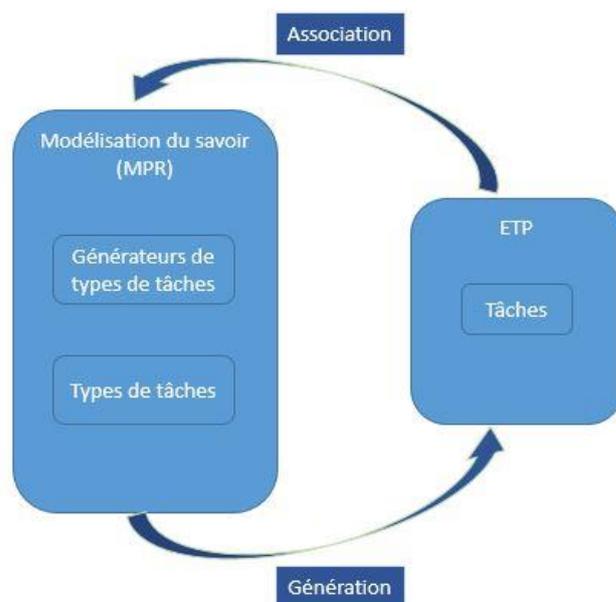


Figure VIII-3 : relations entre modélisation du savoir et ETP

Ce questionnement remet au cœur de notre travail une des caractéristiques du langage documentaire dont nous avons donné la définition dans le chapitre I, à savoir « un langage artificiel qui fournit une représentation formalisée et **univoque** des documents d'un corpus ». Nous montrons l'aspect non trivial de cette question dès le début de la section VIII.5 (p. 122) et en faisons une nouvelle question de recherche compte tenu de son importance. Elle est dérivée de la question de recherche n°1. Nous l'identifions donc comme la question de recherche n°1.4.

**Question de recherche n°1.4 (lien entre tâche et MPR)**

Étant donnée une tâche, à quels types de tâches d'un MPR peut-on la relier ? Comment assurer l'univocité de ce rattachement ? Quel procédé peut permettre l'indépendance par rapport à l'acteur de ce rattachement en termes de résultat ?

### VIII.5 Liaison entre un ETP et un MPR

Pour aborder la liaison entre ETP et MPR, nous considérons les composants de l'ETP que sont les tâches. Il s'agit alors d'associer à une tâche un ou plusieurs types de tâches auxquels elle appartient. Pour ce faire, nous faisons le choix de commencer par lier la tâche à un générateur de types de tâches, ceux-ci sont en effet en nombre nettement plus restreint dans un MPR que l'ensemble de tous les types de tâches. C'est donc dans un deuxième temps que nous associons la tâche à un ou des types de tâches. Nous traitons l'aspect de l'univocité en liant, *in fine*, une tâche  $t$  à l'ensemble<sup>84</sup> des types de tâches auxquels elle appartient. Cette approche soulève deux questions. L'une, pratique, est de savoir comment déterminer tous les types de tâches auxquels  $t$  appartient. L'autre, en lien avec notre projet d'indexation d'ETP, est de savoir si tous les types de tâches contenant  $t$  présentent le même intérêt en matière de description de l'ETP. Par rapport à ce second aspect nous considérons qu'il est pertinent de pouvoir donner une description la plus précise possible de la tâche. Nous introduisons pour cela la notion de *type de tâches optimum d'une tâche*. Ce type de tâches particulier va aussi nous permettre de résoudre

<sup>84</sup> L'ensemble des types de tâches issus d'un générateur étant fini, cet ensemble aussi.

la question pratique de la détermination de l'ensemble des types de tâches auxquels  $t$  appartient. Le processus de liaison entre une tâche et un MPR est synthétisé sur la Figure VIII-4 (p. 123). Avant de le détailler dans la section VIII.5.2 (p. 125), nous rappelons dans la section suivante, pour faciliter la lecture, quelques définitions liées à T4TEL déjà données dans le chapitre VII.



Figure VIII-4 : de la tâche  $t$  à l'ensemble des types de tâches contenant  $t$  : liaison entre une tâche et un MPR

### VIII.5.1 Type de tâches, sous-type de tâches, technique : vocabulaire et propriétés

Les types de tâches sont définis à partir de générateurs de types de tâches et nous disposons de la relation « être un sous-type de tâches de ». Nous rappelons les définitions essentielles présentées dans le chapitre VII. Nous établissons ensuite quelques propriétés liées à ces définitions. Dans cette section, la notion de *tâche* est à entendre au sens générique de la TAD.

#### Définition VIII.19 (type de tâches –T4TEL)

Un type de tâches  $T$  est un ensemble de tâches tel que :

- toute tâche est décrite par un verbe d'action donné et des compléments fixés, pris dans les objets d'une discipline ;
- il existe au moins une technique  $\tau$  qui accomplit au moins une tâche de  $T$  telle que, soit la portée de la technique  $P(\tau)$  est un sous-ensemble de  $T$ , soit  $T$  est un sous-ensemble de  $P(\tau)$ .

#### Définition VIII.20 (sous type de tâches – T4TEL)

Soit  $T$  un type de tâches.  $T'$  est un sous-type de tâches de  $T$  (noté  $T' \subset_{ST} T$ ) si :

- $T'$  est un sous-ensemble de  $T$
- $T'$  est un type de tâches

#### Propriété VIII.1

S'il existe une technique  $\tau$  dont la portée est égale à un type de tâche  $T$ , alors tout sous-ensemble de  $T$  est un sous-type de tâches.

#### Preuve

Soit  $T'$  un sous-ensemble de  $T$ . Comme  $P(\tau) = T$  alors toute tâche de  $T'$  est accomplie par  $\tau$ . On a donc  $T'$  qui est un type de tâches.

Ainsi, on a bien  $T'$  sous-ensemble de  $T$  et  $T'$  est un type de tâche. Alors  $T'$  est bien un sous-type de tâche de  $T$ . ■

Nous introduisons maintenant une valeur spécifique des variables. L'introduction de cette valeur facilite la rédaction et la lisibilité de la suite de ce chapitre. La justification de l'introduction de cette valeur n'est pas nécessaire dans l'immédiat, elle est donnée dans le chapitre XI.

**Définition VIII.21 (valeur de variable « nom\_de\_la\_variable + quelconque »)**

Soit un générateur de types de tâches  $GT$ . Pour chaque variable de son système de variables, on introduit une valeur nommée « nom\_de\_la\_variable + quelconque ». En termes d'inclusion d'ensembles cette valeur représente l'union des autres valeurs, qui sont elles-mêmes des ensembles.

*Exemple* : soit une variable nommée « Signe multiplié entre les facteurs visible » qui est utilisée dans le cadre d'un produit de polynômes. Elle peut prendre trois valeurs : Tous les signes multipliés entre les facteurs sont visibles / Les signes multipliés entre les facteurs sont absents / Les signes multipliés entre les facteurs sont partiellement présents. Alors la valeur « Visibilité du signe multiplié entre les facteurs quelconque » signifie que l'on considère l'ensemble constitué par l'union des trois valeurs citées. La structuration des valeurs de cette variable est présentée sur la Figure VIII-5 (p. 124).

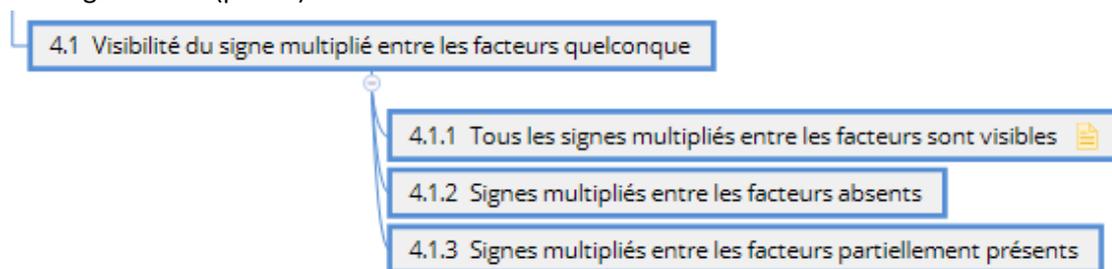


Figure VIII-5 : structuration des valeurs d'une variable avec la valeur "quelconque"

Cette définition nous permet de préciser la définition proposée par Chaachoua du type de tâches le plus générique.

**Définition VIII.22 (le type de tâches  $T_{Gen}$ )**

Nous nommons  $T_{Gen}$  le type de tâches obtenu par instantiation de toutes les variables du générateur de types de tâches à la valeur « nom\_de\_la\_variable + quelconque ».

**Corollaire VIII.1**

Soit un générateur de types de tâches  $GT$ . S'il existe une technique  $\tau$  ayant pour portée  $T_{Gen}$  alors tout sous-ensemble de  $T_{Gen}$  en est un sous-type de tâches.

Ces éléments étant précisés nous abordons la question de la liaison entre une tâche et un modèle praxéologique de référence. Cette question se traite en deux temps : tout d'abord, lier la tâche avec un générateur de types de tâches présent dans le MPR, puis lier la tâche à un type de tâches produit par ce générateur. Nous traitons ces deux temps dans les sections suivantes.

## VIII.5.2 Liaison entre une tâche et un MPR

Lier une tâche donnée à un ou des types de tâches présents dans le MPR est une question non triviale comme nous l'illustrons par un exemple volontairement simplifié. Une fois cet exemple exposé, nous présentons tout d'abord l'association entre une tâche et un des générateurs de types de tâches présent dans le MPR. Ensuite nous lions tâche et types de tâches.

### Lier une tâche et un MPR, une question non triviale, illustration sur un exemple

Considérons une version très basique<sup>85</sup> d'un générateur de types de tâches pour le développement d'un produit de deux polynômes. Il est défini dans le Tableau VIII-1 (p. 125) et les valeurs de ses variables sont données sur la Figure VIII-6, p. 126. La tâche  $t_1$  définie par l'énoncé « Développer  $3x(4 - 7x)$  » appartient, notamment, aux trois types de tâches définis dans le Tableau VIII-2 (p. 125).

Tableau VIII-1 : générateur de types de tâches basique « Développer d'un produit de deux polynômes »

Verbe d'action	Complément fixé	Système de variables
Développer	un produit de deux polynômes	V1 ; V2
V1	Nature des coefficients	
V2	Forme du produit	

Tableau VIII-2 : exemples de types de tâches, contenant  $t_1$ , générés par le générateur basique "Développer un produit de deux polynômes"

Développer un produit de deux polynômes	Valeur de V1 (nature des coefficients)	Valeur de V2 (forme du produit)
Type de tâches 1	R	Monôme x polynôme
Type de tâches 2	Z	Forme du produit indéterminée
Type de tâches 3	Q	Monôme x polynôme

On peut constater que, même dans le cas d'un générateur de types de tâches très simple, une tâche peut être associée à plusieurs types de tâches. La première question qui est donc posée est de s'assurer d'identifier l'ensemble de ces types de tâches de manière à répondre au caractère d'univocité visé pour l'association entre tâche et MPR. Nous y répondons dans la section VIII.5.3 (p. 127), mais auparavant nous traitons la question du lien entre la tâche et un générateur de types de tâches. Les générateurs de types de tâches sont une première étape vers la liste des types de tâches.

<sup>85</sup> Un travail complet sur le genre de tâches *développer* et la construction d'un générateur de types de tâches est proposé dans le chapitre X, il s'agit ici simplement d'un exemple illustratif simplifié.

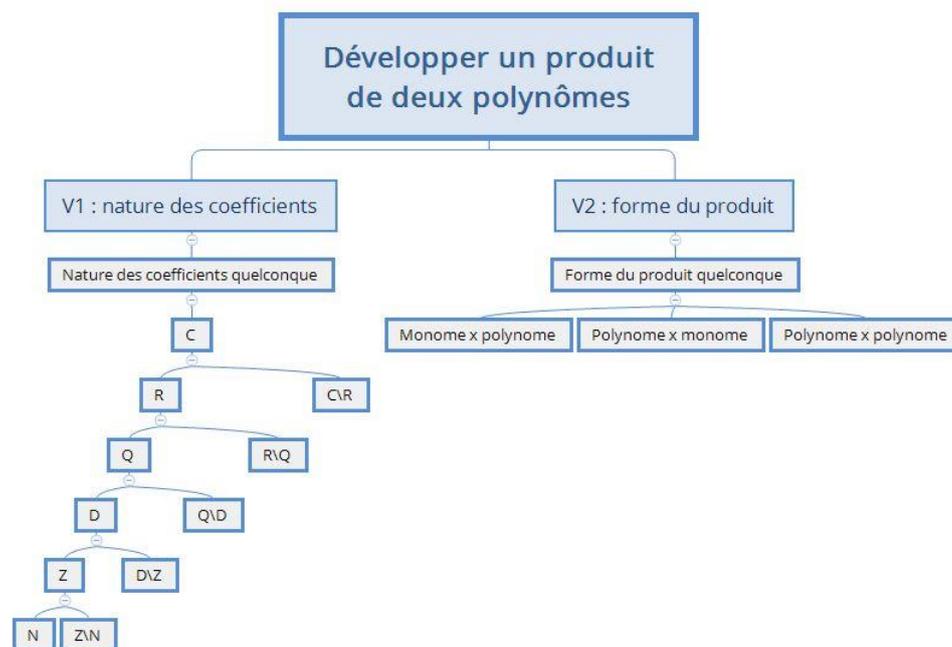


Figure VIII-6 : valeurs des variables du générateur de types de tâches basique « Développer un produit de deux polynômes »

Cet exemple est aussi l'occasion de rappeler que le type de tâches auquel on peut rattacher une tâche est dépendant du MPR disponible. Ainsi, si on considère le générateur présenté sur la Figure VIII-6 (p. 126), les deux tâches « Développer  $3x(4 - 7x)$  » et « Développer le produit du triple de  $x$  et de la différence entre 4 et le produit de 7 par  $x$  » peuvent être liées exactement aux mêmes types de tâches et ne peuvent donc être différenciées. Pour pouvoir les différencier, il faudrait définir, par exemple, une troisième variable « registre de représentation de l'expression algébrique ».

### Lien entre tâche et générateur de types de tâches

Pour opérer la liaison entre une tâche et un générateur de types de tâches du MPR, nous considérons les deux premiers éléments constitutifs de la tâche à savoir le couple {action à réaliser ; complément définitoire}. La tâche est alors liée au générateur de types de tâches pour lequel :

- le verbe du générateur et l'action à réaliser de la tâche sont assimilables,
- le complément fixe et le système de variables du générateur permettent une description, au moins partielle, du complément définitoire de la tâche.

Concernant la définition de la liste des termes assimilables aux verbes d'actions utilisés par les différents générateurs, deux approches, que nous ne développons pas dans notre travail, sont possibles pour aborder cette difficulté. La première est de laisser au descripteur de la ressource le soin de trouver parmi les verbes présents dans les différents générateurs de types de tâches, celui qui correspond à celui utilisé dans l'énoncé. Les limites de cette approche sont de laisser une part importante à l'interprétation du codeur et surtout de restreindre les perspectives d'automatisation du processus de codage d'un ETP dans M2DR. La seconde est d'intégrer, par exemple dans une représentation ontologique des générateurs, une catégorie de termes définis comme équivalents aux différents verbes utilisés dans les générateurs de types de tâches. Mais cette approche ne prend pas en charge le traitement d'une définition de l'action

à réaliser qui n'aurait pas été anticipée. Dans une perspective de mise en œuvre effective, il faudrait sans doute envisager une solution hybride permettant une première suggestion de rattachement faite par un système automatique, puis une intervention humaine sous forme de validation – rectification de la proposition système ou de prise en charge complète pour les cas non traités.

Cette première étape pose la question de l'unicité de la liaison entre une tâche et un générateur de types de tâches du MPR. Pour la suite de notre travail nous formulons l'hypothèse suivante :

**Hypothèse de travail :** il est possible de construire un MPR pour les différents domaines de l'école et du collège de manière à ce qu'une tâche soit liée de manière non équivoque à un unique générateur de types de tâches.

Il est possible que cette hypothèse soit mise en défaut, ou constitue une contrainte trop forte, pour des mathématiques enseignées en filière scientifique du lycée ou dans le supérieur. Nous l'avons par contre prise en compte dans le cadre des cas d'études sur lesquels nous avons travaillé.

### VIII.5.3 Liaison entre une tâche et un MPR, définition du type de tâches optimum d'une tâche

Nous supposons maintenant la tâche  $t$  associée à un unique générateur de types de tâches  $GT_1$ . Ce générateur produit un certain nombre de types de tâches et nous rappelons que nous souhaitons lier la tâche  $t$  à tous les types de tâches la contenant. Mais nous visons aussi à être capable de proposer une description « fine » des ressources étudiées. Pour cela nous allons nous intéresser à un, ou des, types de tâches particuliers parmi ceux qui contiennent  $t$ . Nous allons appeler *types de tâches optimum d'une tâche  $t$*  les types de tâches les plus précisément définis auxquels  $t$  appartient. En voici la définition formelle :

#### Définition VIII.23 (type de tâches optimum)

Soit  $t$  une tâche liée à un générateur de types de tâches  $GT_1$ . Soit  $\{T_j\}$  l'ensemble des types de tâches générés par  $GT_1$ .

On appelle type de tâches optimum de  $t$ , et on note  $T_{opt}(t)$ , tout élément de  $\{T_j\}$  tel que :

- $t \in T_{opt}(t)$
- pour tout  $T \in \{T_j\}$  tel que  $t \in T$  alors  $T_{opt}(t) \subset_{ST} T$

Dans l'exemple proposé ci-dessus le type de tâches optimum associé à la tâche « Développer  $3x(4 - 7x)$  » est « Développer un produit de deux polynômes, à coefficients dans  $Z$ , sous la forme monôme  $\times$  polynôme ».

#### Propriété VIII.2 (unicité du type de tâches optimum)

Soient  $GT$  un générateur de types de tâches et  $T_{Gen}$  le type de tâche obtenu par instantiation de toutes les variables au niveau le plus générique. S'il existe une technique de portée contenant  $T_{Gen}$  alors le type de tâches optimum d'une tâche donnée existe et est unique.

*Preuve*

Soit  $\{T_j\}_{j \in J}$  l'ensemble des types de tâches issus de  $GT$  qui contiennent  $t$ .

Notons  $T_{inter} = \bigcap_{j \in J} T_j$ . Les conditions d'application de la

Propriété VIII.1 (p. 123) sont vérifiées donc  $T_{inter}$  est bien un type de tâches comme sous-ensemble de n'importe lequel des  $T_j$ . De plus,  $T_{inter}$  contient  $t$ , il est donc non vide. Enfin si  $t \in T$  alors  $T_{inter} \subset_{ST} T$  par définition de  $T_{inter}$ .

$T_{inter}$  est ainsi l'unique type de tâches optimum de  $t$ . ■

*Par la suite nous considérons que les conditions sont vérifiées pour qu'une tâche possède un unique type de tâches optimum.*

### **Propriété VIII.3**

Soit  $t$  une tâche et soit  $T_{opt}(t)$  son unique type de tâches optimum. Pour tout type de tâches  $T$  on a :  $t \in T$  si et seulement si  $T_{opt}(t) \subset_{ST} T$ .

*Preuve*

L'implication est une conséquence directe de la définition du type de tâches optimum et de l'hypothèse d'unicité. La réciproque est une conséquence directe de la définition de sous-type de tâches. ■

### **Retour sur la question de recherche**

Rappelons la question qui a initié la mise en place des définitions précédentes : « Étant donnée une tâche, à quels types de tâches d'un MPR peut-on la relier ? Comment assurer l'univocité de ce rattachement ? Quel procédé peut permettre l'indépendance par rapport à l'acteur de ce rattachement en termes de résultat ? ». Pour assurer l'univocité nous avons choisi de relier la tâche à l'ensemble des types de tâches auxquels elle appartient. Il se pose alors la question du moyen de déterminer cet ensemble et en particulier de s'assurer qu'il ne dépende pas de l'acteur. Nous disposons maintenant de la notion de type de tâches optimum d'une tâche et nous avons signalé nous placer dans des cas où ce type de tâches optimum est unique. La propriété VIII.3 permet de dire que pour déterminer l'ensemble des types de tâches contenant  $t$ , il s'agit de tous les types de tâches dont  $T_{opt}(t)$  est un sous-type de tâches. L'ensemble de ce processus est synthétisé dans la Figure VIII-7 (p. 129). La question restant en suspens est de définir un procédé permettant de déterminer le type de tâches optimum d'une tâche. Nous illustrons un tel procédé par divers exemples dans la section VIII.6.6.1 (p. 140) de ce chapitre puis nous en présentons une définition algorithmique, basée sur une représentation informatique des types de tâches, dans le chapitre XI.

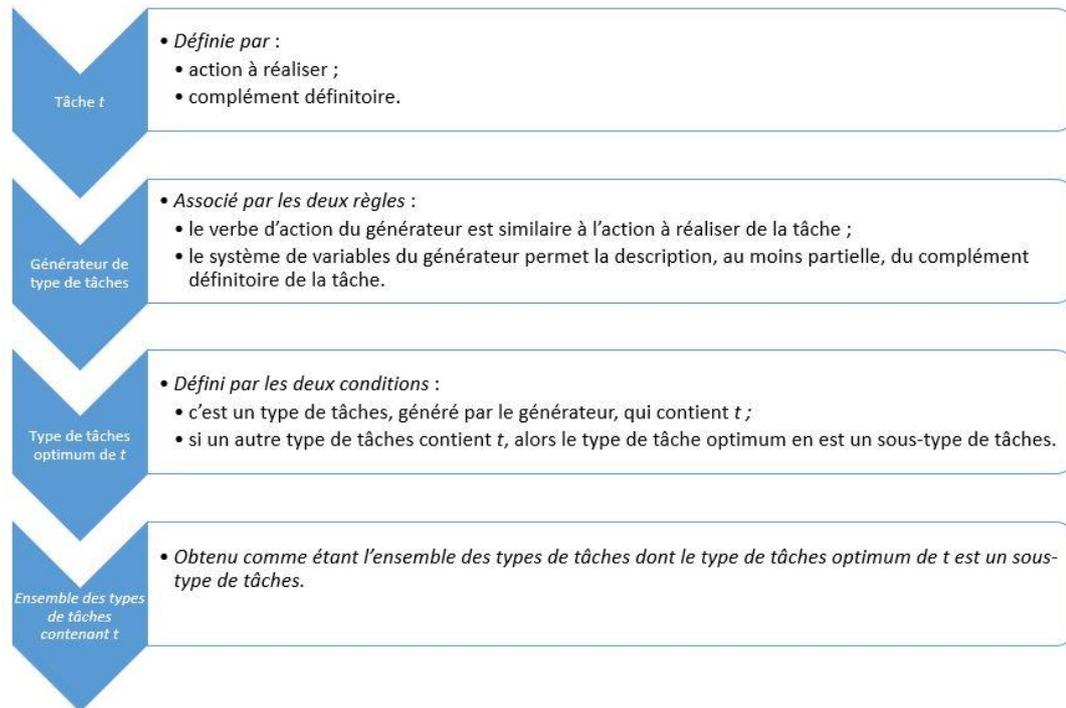


Figure VIII-7 : processus détaillé de la liaison d'une tâche au MPR

Formulons maintenant quelques remarques relatives à ce processus. Tout d'abord, le type de tâches optimum ne permet qu'une description partielle de la tâche. En effet, nous ne prenons en compte que ses deux premiers composants ; l'action à réaliser et les compléments définitoires. Relativement à ces deux premiers composants, la précision de la description des objets ostensifs mobilisés pour les matérialiser dépend directement du choix réalisé pour définir les variables et les valeurs des variables du générateur de types de tâches. Le bref exemple donné un peu plus haut avec les deux tâches « Développer  $3x(4 - 7x)$  » et « Développer le produit du triple de  $x$  et de la différence entre 4 et le produit de 7 par  $x$  » l'illustre. Cet exemple met en évidence la nécessité de disposer d'un MPR présentant une finesse satisfaisante au regard des besoins pour la description attendue des ETP. Les besoins peuvent être définis par exemple par l'institution ou par des considérants didactiques. Pour des exercices de cycle 2, 3 ou 4, il peut être pertinent de pouvoir distinguer des calculs dans  $\mathbb{N}$ , dans  $\mathbb{Z}$ , dans  $\mathbb{D}$ , dans  $\mathbb{Q}$  et dans  $\mathbb{R}$  ; alors qu'en terminale scientifique, peut-être que la seule distinction pertinente sera entre  $\mathbb{R}$  et  $\mathbb{C}$ .

Par ailleurs, même si le MPR construit, et en particulier le choix des variables et de leurs valeurs, permet une différenciation satisfaisante de deux tâches en matière de type de tâches optimum, il ne permet pas de distinguer deux tâches qui ne diffèrent que par leurs compléments facultatifs. Par exemple, les tâches « Développer  $3x(4 - 7x)$  » et « Développer, à l'aide de la formule de distributivité simple,  $3x(4 - 7x)$  » auront, quel que soit le MPR, le même type de tâches optimum. Il est cependant pertinent, pour notre projet de description didactique des ETP, de les distinguer l'une de l'autre. Ce sont ces différentes considérations qui nous amènent à la conception du modèle de description que nous présentons dans la section suivante.

## VIII.6 L'ETP selon son pôle ontologique : modèle de description en trois dimensions

Nous définissons donc l'ETP selon « ce qu'il est ». Pour ce faire, nous considérons comme première dimension de notre modèle les constituants élémentaires de notre ETP, à savoir la ou les *tâches* qui le composent. Dans une deuxième dimension, nous prenons en compte spécifiquement la troisième composante des tâches, à savoir les compléments facultatifs. Enfin, la troisième dimension est composée des relations entre les tâches constituant l'ETP. Sauf cas absurde, que nous n'examinons pas, un ETP n'est pas une juxtaposition aléatoire de tâches mais il existe des liens entre elles (de similarité, de dépendance...). Comme nous l'avons expliqué lors de la description de la genèse d'un ETP (section VIII.2, p. 116), le choix des tâches et de leur organisation est l'héritage du processus de didactisation. Ce dernier est guidé, notamment par les intentions didactiques du concepteur de l'ETP. Un de nos objectifs est de caractériser un ETP par les intentions didactiques pour lesquelles il pourrait être adapté. Au fur et à mesure de la définition des trois dimensions, nous les illustrons sur l'ETP<sup>86</sup> « Distributivité à gogo », noté ETP DAG, qui est reproduit sur la Figure VIII-8.

### **40** Distributivité à gogo

**a.** On veut développer l'expression  $A = 2(5x + 2)(3x + 1)$ . Pour cela, développe d'abord l'expression  $2(5x + 2)$  puis termine le développement de A.

**b.** Développe le produit  $(x + 2)(3x + 2)$  et déduis-en le développement de :

$$B = (x + 2)(3x + 2)(x + 4).$$

**c.** En t'inspirant des questions précédentes, développe les expressions suivantes :

- $C = 4(5x - 1)(3x + 3)$  ;

- $D = (1 - x)(1 + x)(2x + 1)$ .

Figure VIII-8 : ETP "Distributivité à gogo" (ETP DAG)

### VIII.6.1 Dimension tâches et structuration, définition

La première dimension de notre modèle de description d'un ETP est la liste des tâches qui le composent et la structuration de ces tâches. Cette structuration peut être matérialisée par des numéros, des lettres, des puces, des mots, des retours à la ligne, etc.

#### **Définition VIII.24 (dimension tâches et structuration d'un ETP)**

Soit un ETP donné, sa dimension tâches et structuration est définie par :

- les différents niveaux de structuration de l'ETP,
- les tâches associées à chaque niveau de structuration.

<sup>86</sup> Source : Manuel SésaMATH, cycle 4, chapitre A7. Magnard, édition 2016

## VIII.6.2 Illustration de la dimension tâches et structuration sur l'ETP DAG

La *dimension tâches et structuration* de l'ETP « Distributivité à gogo » est présentée dans le Tableau VIII-3, p. 131. Dans ce tableau, nous donnons l'action à réaliser et les compléments définitoires des différentes tâches mais pas les éventuels compléments facultatifs.

Tableau VIII-3 : dimension tâches et structuration de l'ETP DAG

Structuration		Marqueur de structuration	Tâche {action à réaliser ; compléments définitoires}	Codage
Niveau 1	Niveau 2			
1		Numérotation « a. »		
	1.1	Mot « d'abord »	Développer ; $2(5x + 2)$	$t_1$
	1.2	Mot « puis »	Développer ; $2(5x + 2)(3x + 1)$	$t_2$
2		Numérotation « b. »		
	2.1	Mot « déduis-en »	Développer ; $(x + 2)(3x + 2)$	$t_3$
	2.2	Mot « déduis-en »	Développer ; $(x + 2)(3x + 2)(x + 4)$	$t_4$
3		Numérotation « c. »		
	3.1	Puce •	Développer ; $4(5x - 1)(3x + 3)$	$t_5$
	3.2	Puce •	Développer ; $(1 - x)(1 + x)(2x + 1)$	$t_6$

*Remarque* : dans cet exemple, il y a deux niveaux de profondeur pour la structuration, ce nombre peut, en fonction des ETP, être égal à un mais aussi être plus élevé.

## VIII.6.3 Dimension objets ostensifs, définition

Nous avons défini une *tâche* comme étant un triplet {action à réaliser ; compléments définitoires ; compléments facultatifs}. Cette tâche acquiert une matérialité par la mobilisation d'objets ostensifs. Ceux qui servent à caractériser l'action à réaliser et les compléments définitoires sont pris en compte dans la dimension tâche et structuration. Cette deuxième dimension permet de prendre en compte dans la description de l'ETP l'ensemble des autres objets ostensifs présents dans l'énoncé, en particulier ceux qui visent à :

- fournir des éléments de la technique permettant de réaliser la tâche,
- orienter ou imposer le choix d'une technique.

Comme nous l'avons vu dans les exemples étudiés dans le paragraphe VIII.4, p. 119 d'autres objets ostensifs peuvent être mobilisés, par exemple pour se conformer à des attentes institutionnelles ou intégrer des considérations ergonomiques.

### Définition VIII.25 (dimension objets ostensifs d'un ETP)

Soit un ETP donné, sa dimension objets ostensifs est la liste des objets ostensifs présents dans l'ETP et correspondant à la partie « compléments facultatifs » des différentes tâches. Cette liste peut être augmentée d'autres objets ostensifs non liés à une tâche particulière.

## VIII.6.4 Dimension objets ostensifs pour l'ETP DAG

Nous rappelons que nous n'intégrons pas dans cette dimension les objets ostensifs qui ont déjà été pris en compte dans la *dimension tâches et structuration*. C'est-à-dire ceux qui interviennent dans la description des composantes *activités à réaliser* et *compléments définitoires* des différentes tâches. Nous reproduisons donc l'ETP DAG sur lequel nous identifions tous les objets

## Modèle de description didactique d'un ETP : le modèle M2DR

ostensifs qui ont déjà été utilisés pour décrire les tâches (voir Figure VIII-9). Ils sont soit dans le registre de la langue naturelle soit dans le registre de l'écriture symbolique algébrique.

**40 Distributivité à gogo**

a. On veut développer l'expression  $A = 2(5x + 2)(3x + 1)$ . Pour cela, développe d'abord l'expression  $2(5x + 2)$  puis termine le développement de A.

b. Développe le produit  $(x + 2)(3x + 2)$  et déduis-en le développement de :  
 $B = (x + 2)(3x + 2)(x + 4)$ .

c. En t'inspirant des questions précédentes, développe les expressions suivantes :

- $C = 4(5x - 1)(3x + 3)$  ;
- $D = (1 - x)(1 + x)(2x + 1)$ .

Figure VIII-9 : les éléments activité à réaliser et compléments définitoires de l'ETP DAG

Une fois ce travail réalisé nous pouvons maintenant identifier les éléments de la dimension objets ostensifs de l'ETP DAG. Ils sont présentés dans le Tableau VIII-4, p. 132.

Tableau VIII-4 : objets ostensifs de l'ETP DAG

Objets ostensifs	Fonction	Tâches en relation
« Distributivité à gogo »	Indiquer le thème travaillé dans l'ETP	
« D'abord ; puis termine »	Impose <sup>87</sup> la technique et indique le premier ingrédient	$t_1$ et $t_2$
« Déduis-en »	Impose la technique et désigne le premier ingrédient	$t_3$ et $t_4$
« En t'inspirant »	Guide le choix de la technique	$t_5$ et $t_6$

### VIII.6.5 Dimension relations entre les tâches, définition

Comme déjà précisé, la présence, dans un ETP, de différentes tâches organisées selon une structure donnée, n'est pas le fruit du hasard et il existe des liens entre elles. L'analyse de ces liens est basée sur une modélisation du savoir permettant de ne pas subordonner cette analyse à la subjectivité du codeur de la ressource. Cet objectif d'indépendance par rapport au codeur, qui est notre question de recherche 1.2, est présent tout au long de la mise en place du processus décrit ci-dessous. Pour déterminer ces liens il faut tout d'abord relier les tâches au MPR qui est constitué de types de tâches, de techniques, de technologies et de théories. Nous commençons par lier chaque tâche à son type de tâches optimum (section VIII.5.3, p. 127). Nous définissons deux familles de relations entre les tâches : d'une part celles qui peuvent être calculées à partir du MPR et, d'autre part, celles qui nécessitent une intervention du codeur pour la déterminer. Pour celles qui peuvent être calculées, seul le type de tâches optimum est utilisé. Pour faciliter la compréhension nous proposons tout d'abord une définition « intuitive » de ces différentes relations et précisons à quelle manière d'aborder le travail d'une organisation mathématique ou à quel type d'ETP elle correspond.

<sup>87</sup> On ne peut évidemment pas préjuger de ce que sera l'activité effective du résolveur, nous nous situons bien dans la description de ce qu'est la tâche prescrite.

## VIII.6.5.1 Relations entre des tâches pouvant être calculées à partir du MPR

Les trois premières relations sont illustrées dans l'étude de l'ETP DAG que nous menons dans la section VIII.6.6 (p. 137). Nous ne les illustrons donc pas ici. La *relation être un ingrédient de* est par contre illustrée par un exemple immédiatement après sa définition.

### **Relation être de même type de tâches optimum**

Par cette relation, on caractérise des tâches qui ne peuvent pas être différenciées au regard du MPR disponible. Deux tâches de même type de tâche optimum peuvent différer uniquement par leurs compléments facultatifs respectifs ou par leurs compléments définitoires mais sans que ces derniers soient différenciables à l'aide des valeurs des variables du MPR.

### **Définition VIII.26 (relation être de même type de tâches optimum)**

Soient  $t_1$  et  $t_2$  deux tâches liées au même générateur de types de tâches. On dit  $t_1$  est de même type de tâche optimum que  $t_2$  si  $T_{opt}(t_1) = T_{opt}(t_2)$ .

Cette relation est notée  $t_1 \sim_{T_{opt}} t_2$ .

*Remarques :*

La relation *être de même type de tâche optimum* est réflexive, symétrique et transitive.

### **Relations être une spécialisation de et être une généralisation de**

On met ici en relation des tâches dont l'une est un sous-type de l'autre. À partir d'une tâche on détermine si une autre tâche est plus générale ou plus spécifique<sup>88</sup>. Ceci permet éventuellement d'organiser le travail<sup>89</sup>.

### **Définition VIII.27 (relation être une spécialisation de et relation être une généralisation de)**

Soient  $t_1$  et  $t_2$  deux tâches liées au même générateur de types de tâches.

On dit  $t_1$  est une spécialisation de  $t_2$  si et seulement si  $T_{opt}(t_1) \subset_{ST} T_{opt}(t_2)$ .

Cette relation est notée  $t_1 <_{spe} t_2$ .

On dit  $t_2$  est une généralisation de  $t_1$  si et seulement si  $t_1$  est une spécialisation de  $t_2$ .

Cette relation est notée  $t_2 >_{gen} t_1$ .

*Remarques :*

Les relations *être une spécialisation de* et *être une généralisation de* sont réflexives et transitives. Elles ne sont pas symétriques.

### **Relation être une variation de**

Dans ce cas, on met en évidence que deux tâches, qui ne sont pas liées par la relation être une spécialisation, ont cependant un point commun car elles appartiennent toutes les deux à des sous-types de tâches d'un même type de tâches. Cette relation est par exemple intéressante

---

<sup>88</sup> On retrouve une idée évoquée par Chaachoua et Bessot (2016, p. 6). Dans le contexte de l'article elle est utilisée pour affiner la définition de la portée d'une technique, approche que nous reprenons dans le chapitre XVII lors de la construction d'une représentation ontologique d'un MPR.

<sup>89</sup> Cette possibilité n'embarque pas une préconisation d'organisation du travail, qu'elle soit du spécifique vers le générique ou le contraire. Il s'agit simplement d'offrir un outil permettant de penser, à certains moments, une organisation du travail par ce prisme.

pour organiser l'étude d'un type de tâches donné. Pour une tâche visée  $t_{obj}$  on peut proposer des tâches dont  $t_{obj}$  est pivot de variation, en s'assurant de balayer les différents cas.

**Définition VIII.28 (relation être une variation de)**

Soient  $t_1$  et  $t_2$  deux tâches liées au même générateur de types de tâches.

On dit que  $t_1$  est une variation de  $t_2$  de pivot le type de tâches  $T_{pivot}$  si :

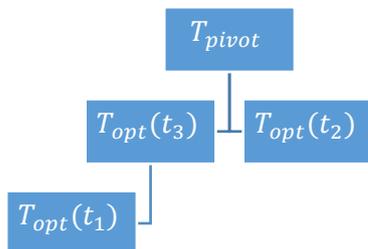
- $t_1$  n'est ni une spécialisation ni une généralisation de  $t_2$
- $T_{opt}(t_1) \subset_{ST} T_{pivot}$  et  $T_{opt}(t_2) \subset_{ST} T_{pivot}$
- $T_{pivot}$  est minimum pour la relation  $\subset_{ST}$

Cette relation est notée  $Var_{T_{pivot}}(t_1 ; t_2)$

Remarque :

La relation être une variation de est symétrique. Elle n'est pas réflexive et n'est pas transitive.

Preuve de la non transitivité de la relation être une variation de :



Sur la Figure VIII-10 on a :

$$Var_{T_{pivot}}(t_1 ; t_2)$$

$$Var_{T_{pivot}}(t_2 ; t_3)$$

Mais on n'a pas  $Var_{T_{pivot}}(t_1 ; t_3)$  car  $t_1 <_{spe} t_3$ .

Ainsi la relation être une variation de n'est pas transitive.

Figure VIII-10 : non transitivité de la relation être une variation de

**Relation être un ingrédient de**

Cette relation traduit la situation où une première tâche permet de mettre en évidence un type de tâches qui est un ingrédient de la technique d'une tâche ultérieure.

**Définition VIII.29 (relation être un ingrédient de)**

Soient  $t_1$  et  $t_2$  deux tâches, liées ou non au même générateur de types de tâches, telles que  $t_1$  précède  $t_2$  dans l'ETP.

On dit que  $t_1$  est un ingrédient de  $t_2$  s'il existe une technique  $\tau$  permettant de résoudre  $t_2$  telle que  $T_{opt}(t_1)$  est un ingrédient de  $\tau$ .

Cette relation est notée  $t_1 \rightarrow \tau(t_2)$

Remarque :

La relation être ingrédient de n'est ni symétrique, ni réflexive, ni transitive.

**Exemple**

Soit l'ETP « Différence de carrés » (Figure VIII-11, p. 134).

**44** Pour chacune des expressions, dire si elle est de la forme  $a^2 - b^2$ . Si oui, la factoriser.

E = $x^2 - 16$	F = $x^2 + 36$
G = $-9 + y^2$	H = $1 - 81t^2$

Figure VIII-11 : l'ETP "Différences de carrés"<sup>90</sup>

<sup>90</sup> Source : Manuel Math 3<sup>e</sup>, collection Transmath, Nathan, édition 2003. Exercice 44 p. 23

Nous ne procédons pas à une description aussi poussée que pour l'ETP DAG, en particulier nous ne présentons pas les MPR associés<sup>91</sup>. Pour l'ETP différence des carrés nous nous plaçons dans le MPR sur les expressions algébriques présenté dans le chapitre X. Il contient en particulier deux générateurs de types de tâches, l'un défini par le verbe d'action *factoriser* et par le complément fixe *une somme de polynômes* et l'autre défini par le verbe d'action *identifier* et par le complément fixe *la structure d'une expression algébrique*. Un système de variable permettra ensuite de générer différents types de tâches et en particulier, si on reprend les types de tâches identifiés par Pilet, on obtiendra  $T_{Structure-carré}$  qui est décrit par l'identification d'un carré (Pilet, 2012, p. 86) et  $T_{FIR-diff}$  (*ibid.*, p. 91) qui est décrit par factoriser une différence de deux carrés. Le premier est situé dans l'organisation mathématique locale *équivalence des expressions algébriques* et le second dans l'organisation mathématique locale *Algèbre des polynômes*. Dans la description d'une technique de  $T_{FIR-diff}$  que propose Pilet (*ibid.*, p. 90) le premier ingrédient est  $T_{Structure-carré}$ .

Ainsi dans l'ETP DICA nous avons huit tâches. On peut décrire les deux premières par les triplets<sup>92</sup> :

$t_{E_1} = \{\text{déterminer ; si l'expression } E = x^2 - 16 \text{ est une différence de deux carrés ; } \emptyset\}$

$t_{E_2} = \{\text{factoriser ; l'expression } E = x^2 - 16 \text{ ; si elle est la différence de deux carrés}\}$

Le complément facultatif « si elle est la différence de deux carrés » pour la deuxième tâche vise à indiquer le choix de la technique. Par ailleurs la tâche  $t_{E_1}$  est un ingrédient de la tâche  $t_{E_2}$ . En effet, elle est ingrédient d'au moins une technique permettant de réaliser  $t_{E_2}$ .

### VIII.6.5.2 Relations ne pouvant pas être calculées directement à partir du MPR

Nous introduisons maintenant deux relations supplémentaires qui ont comme spécificité de ne pas pouvoir être calculées à partir des types de tâches optimum et du MPR. La première, *relation être utile à*, est illustrée dans l'ETP DAG que nous étudions en détail dans la section VIII.6.6 (p. 137). Cependant, pour faciliter la lecture, nous l'illustrons tout de suite après sa définition. La seconde, *relation nécessite*, n'est pas présente dans l'ETP DAG. Nous proposons donc un exemple basé sur un autre ETP juste après sa définition.

#### **Relation être utile à**

Cette relation vise à rendre compte de la situation où une tâche est exactement utilisée dans une tâche suivante. C'est-à-dire que cette question n'est pas simplement une indication pour traiter une question suivante, mais que le résultat obtenu (résultat d'un calcul numérique ou algébrique, propriété géométrique sur un objet, etc.) est directement utilisable dans la question suivante. Il s'agit d'un cas particulier de la relation *être un ingrédient de*.

#### **Définition VIII.30 (relation être utile à)**

Soient  $t_1$  et  $t_2$  deux tâches liées ou non au même générateur de types de tâches, telles que  $t_1$  précède  $t_2$  dans l'ETP.

On dit que  $t_1$  est utile à  $t_2$  s'il existe  $\tau_2^i$ , technique instanciée de  $T_{opt}(t_2)$ , telle que  $t_1 \in \tau_2^i$ .

Cette relation est notée  $t_1 \rightarrow t_2$ .

<sup>91</sup> Un tel MPR est présenté dans le chapitre X

<sup>92</sup> Les six autres s'obtiennent en remplaçant E par F, G et H dans les deux triplets

*Remarque :*

La relation *être utile à* n'est ni symétrique, ni transitive, ni réflexive.

*Exemple relatif à la relation être utile à*

Dans l'ETP DAG nous avons la tâche  $t_1$  « développer  $2(5x + 2)$  » et la tâche  $t_2$  « développer  $2(5x + 2)(3x + 1)$  ». La tâche  $t_1$  précède la tâche  $t_2$  et la tâche  $t_1$  intervient de manière exacte dans une technique possible de réalisation de la tâche  $t_2$ . Ainsi on a la relation  $t_1 \rightarrow t_2$

### Relation *nécessite*

Cette relation est définie pour mettre en évidence une catégorie d'ETP appelés « exercice ou problème à tiroirs » dans lesquels la résolution d'une question<sup>93</sup> détermine la possibilité ou non de traiter les suivantes dans la mesure où son résultat participe à l'existence de la question suivante.

### Définition VIII.31 (relation *nécessite*)

Soient  $t_1$  et  $t_2$  deux tâches liées ou non au même générateur de types de tâches, telles que  $t_1$  précède  $t_2$  dans l'ETP.

On dit que  $t_2$  nécessite  $t_1$  si le résultat de l'exécution de la tâche  $t_1$  participe au complément définitoire de  $t_2$ .

Cette relation est notée  $\nrightarrow(t_1 ; t_2)$ .

*Remarque :*

La relation *nécessite* n'est ni symétrique, ni transitive, ni réflexive.

*Exemple relatif à la relation nécessite*

Considérons l'ETP « Calcul de longueurs » qui est présenté sur la Figure VIII-12 (p. 136). La tâche, notée  $t_2$ , de la question c., est définie par l'action à réaliser « calculer » et le complément définitoire « pour  $x = 2$ , la valeur de cette expression ». Ici, si on n'a pas réalisé la tâche de la question b., notée  $t_1$ , « écrire en fonction de  $x$  la longueur de AB » alors la tâche  $t_2$  n'est pas définie. On a donc  $\nrightarrow(t_1 ; t_2)$ .

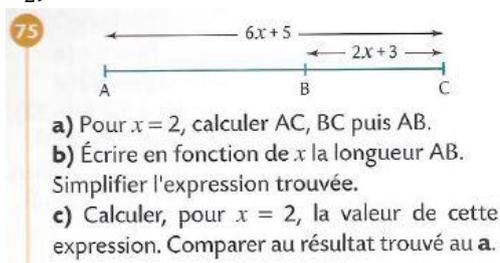


Figure VIII-12 : l'ETP "Calcul de longueurs"<sup>94</sup>

<sup>93</sup> Nous ne considérons pas que la résolution doit être correcte

<sup>94</sup> Source : Manuel Triangle 4<sup>e</sup>, Hatier, édition 2011. Exercice 75 p. 40

## VIII.6.6 Illustration de la dimension relations entre les tâches sur l'ETP DAG

Avant de proposer une illustration de la dimension relations entre les tâches pour l'ETP DAG, il est nécessaire de disposer d'un modèle praxéologique de référence sur le domaine. Nous nous appuyons sur le MPR comprenant le genre de tâche *développer* et plus particulièrement sur le générateur de types de tâches GT\_Dev auquel toutes les tâches de l'ETP DAG sont reliées. Nous en donnons les éléments essentiels ici pour faciliter la lecture. Tous les éléments relatifs au choix des variables, de leurs valeurs et de leur structuration sont présentés dans le chapitre X.

Tableau VIII-5 : définition du générateur de types de tâches développer, GT\_Dev

Verbe d'action	Complément fixé	Système de variables
Développer	Une expression littérale donnée dans le registre symbolique algébrique sous forme d'un produit de polynômes	V1 ; V2 ; V3 ; V4
<b>Nom des variables</b>		
V1	Forme du produit	
V2	Nature des coefficients	
V3	Ordre des facteurs dans le cas où le produit est composé d'un monôme et d'un polynôme	
V4	Présence ou non du signe multiplié quand les conventions d'écriture permettent de ne pas l'écrire	

Les valeurs de V1 sont présentées dans la Figure VIII-13 p. 138

Les valeurs de V2 sont présentées dans la Figure VIII-14 p. 139

Les valeurs de V3 sont présentées dans la Figure VIII-15 p. 139

Les valeurs de V4 sont présentées dans la Figure VIII-16 p. 139

Les codes associés aux différentes valeurs sont ceux que nous utilisons pour décrire le type de tâches optimum de chacune des tâches de l'ETP DAG.

## Modèle de description didactique d'un ETP : le modèle M2DR

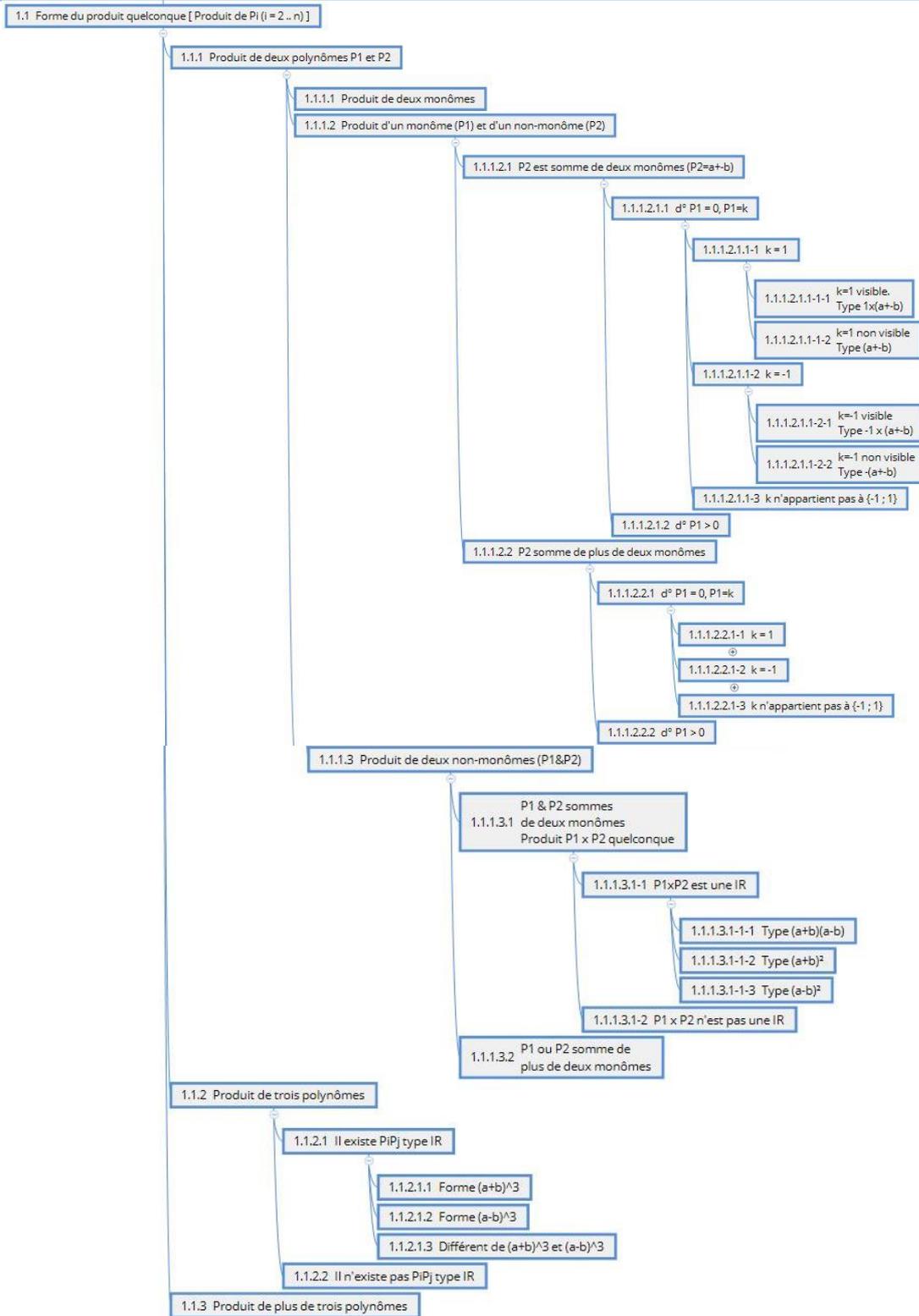


Figure VIII-13 : valeurs de la variable 1, forme du produit, pour le GT\_Dev

## L'ETP selon son pôle ontologique : modèle de description en trois dimensions

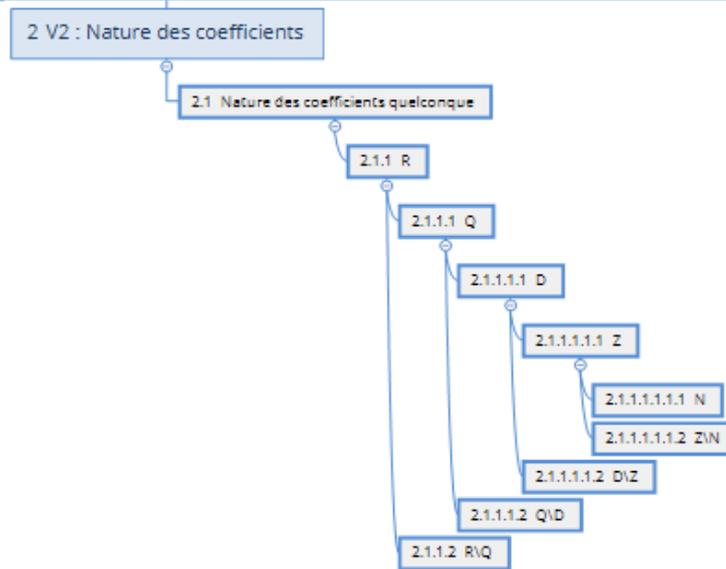


Figure VIII-14 : valeurs de la variable 2, nature des coefficients, pour le GT\_Dev

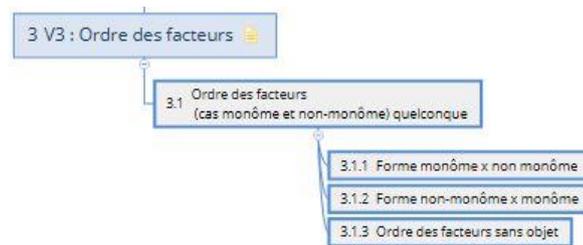


Figure VIII-15 : valeurs de la variable 3 pour le GT\_Dev

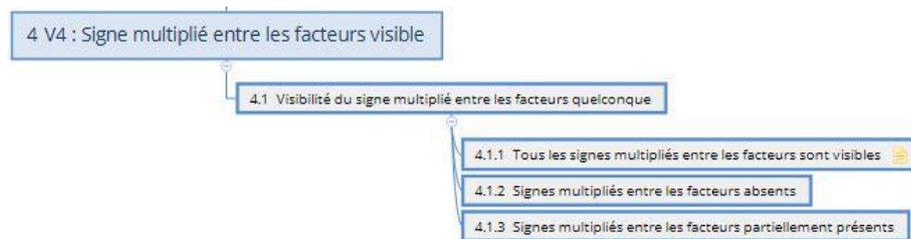


Figure VIII-16 : valeurs de la variable 4 pour le GT\_Dev

### VIII.6.6.1 Détermination du type de tâches optimum pour chacune des tâches de l'ETP DAG

Le générateur de types de tâches auquel sont liées les tâches de l'ETP DAG défini, il reste à déterminer le type de tâches optimum de chacune des tâches de l'ETP. Cela revient à attribuer une valeur à chaque variable de GT\_Dev, en étant le plus précis possible, pour générer ce type de tâches optimum. On indique dans le Tableau VIII-6 (p. 141), le cheminement parmi les valeurs des variables permettant de parvenir à la plus précise. La dernière valeur de chaque ligne (en lisant de haut en bas) permet de définir le type de tâche optimum de la tâche. Nous fournissons ainsi un moyen effectif de déterminer le type de tâche optimum d'une tâche. Notons que, si nous avons à chaque fois commencé par le plus haut niveau dans l'arbre des valeurs de chaque variable, rien n'empêche d'entrer par un niveau quelconque dans l'arbre à partir du moment où il décrit le complément définitoire de la tâche.

Tableau VIII-6 : type de tâches optimum de chacune des tâches de l'ETP DAG

	Tâche	V1	V2	V3	V4
$t_1$	Développer $2(5x + 2)$	1.1 1.1.1 1.1.1.2 1.1.1.2.1 1.1.1.2.1.3	2.1 2.1.1 2.1.1.1 2.1.1.1.1 2.1.1.1.1.1 2.1.1.1.1.1.1	3.1 3.1.1	4.1 4.1.2
$t_1$ a pour type de tâches optimum « développer un produit de polynômes sous la forme produit d'un monôme de degré 0, différent de 1, et d'un non monôme ; à coefficients dans N ; le monôme est à gauche du non monôme ; le signe multiplié n'est pas apparent »					
$t_2$	Développer $2(5x + 2)(3x + 1)$	1.1 1.1.2 1.1.2.2	2.1 2.1.1 2.1.1.1 2.1.1.1.1 2.1.1.1.1.1 2.1.1.1.1.1.1	3.1 3.1.3	4.1 4.1.2
$t_2$ a pour type de tâches optimum « développer un produit de trois polynômes dont aucune paire n'est associée à une identité remarquable ; à coefficients dans N ; l'ordre des facteurs est sans objet ; le signe multiplié n'est pas apparent »					
$t_3$	Développer $(x + 2)(3x + 2)$	1.1 1.1.1 1.1.1.3 1.1.1.3.1 1.1.1.3.1.2	2.1 2.1.1 2.1.1.1 2.1.1.1.1 2.1.1.1.1.1 2.1.1.1.1.1.1	3.1 3.1.3	4.1 4.1.2
$t_3$ a pour type de tâches optimum « développer un produit de deux polynômes non monômes ; à coefficients dans Z ; l'ordre des facteurs est sans objet ; le signe multiplié n'est pas apparent »					
$t_4$	Développer $(x + 2)(3x + 2)(x + 4)$	1.1 1.1.2 1.1.2.2	2.1 2.1.1 2.1.1.1 2.1.1.1.1 2.1.1.1.1.1 2.1.1.1.1.1.1	3.1 3.1.3	4.1 4.1.2
$t_4$ a le même type de tâche optimum que $t_2$					
$t_5$	Développer $4(5x - 1)(3x + 3)$	1.1 1.1.2 1.1.2.2	2.1 2.1.1 2.1.1.1 2.1.1.1.1 2.1.1.1.1.1	3.1 3.1.3	4.1 4.1.2
$t_5$ a pour type de tâches optimum « développer un produit de trois polynômes dont aucune paire n'est associée à une identité remarquable ; à coefficients dans Z ; l'ordre des facteurs est sans objet ; le signe multiplié n'est pas apparent »					
$t_6$	Développer $(1 - x)(1 + x)(2x + 1)$	1.1 1.1.2 1.1.2.1 1.1.2.1.3	2.1 2.1.1 2.1.1.1 2.1.1.1.1 2.1.1.1.1.1	3.1 3.1.3	4.1 4.1.2
$t_6$ a pour type de tâches optimum « développer un produit de trois polynômes dont une paire est associée à une identité remarquable qui n'est pas le binôme de Newton d'ordre 3 ; à coefficients dans Z ; l'ordre des facteurs est sans objet ; le signe multiplié n'est pas apparent »					

## VIII.6.6.2 Détermination des relations entre les tâches de l'ETP DAG

À partir de ces types de tâches optimum nous allons maintenant établir les relations entre les tâches de l'ETP DAG. Elles sont étudiées dans les tableaux allant du Tableau VIII-7 (p. 142) au Tableau VIII-17 (p. 147) et synthétisées dans le Tableau VIII-18 (p. 147) et dans le Tableau VIII-21 (p. 148).

Remarques :

- ce travail peut être mené de manière systématique en examinant toutes les paires de deux tâches qui peuvent être réalisées. Cependant, pour alléger un peu la suite du document, nous commençons par remarquer que  $t_2$  et  $t_4$  ont le même type de tâches optimum. On pourra donc déduire, des relations entre  $t_2$  et les autres tâches, les relations entre  $t_4$  et les autres tâches ;
- la relation *être une variation de* étant symétrique lorsqu'elle est mise en évidence entre  $t_i$  et  $t_j$  nous n'étudions pas ensuite  $t_j$  et  $t_i$  ;
- quand on établit une relation du type «  $t_i$  est une spécialisation de  $t_j$  » alors on déduit la relation «  $t_j$  est une généralisation de  $t_i$  » (par définition de ces relations).

Tableau VIII-7 : recherche de relations entre les tâches  $t_2$  et  $t_4$  de l'ETP DAG

	Tâche	V1	V2	V3	V4
$t_2$	Développer $2(5x + 2)(3x + 1)$	1.1 1.1.2 1.1.2.2	2.1 2.1.1 2.1.1.1 2.1.1.1.1 2.1.1.1.1.1 2.1.1.1.1.1.1	3.1 3.1.3	4.1 4.1.2
$t_4$	Développer $(x + 2)(3x + 2)(x + 4)$	1.1 1.1.2 1.1.2.2	2.1 2.1.1 2.1.1.1 2.1.1.1.1 2.1.1.1.1.1	3.1 3.1.3	4.1 4.1.2

On peut constater que, pour chaque variable,  $T_{opt}(t_2)$  a la même valeur que  $T_{opt}(t_4)$ . On en déduit que  $t_2 \sim_{T_{opt}} t_4$ . Nous réalisons maintenant une étude de toutes les autres relations de manière systématique.

### Relations entre la tâche $t_1$ et les autres tâches de l'ETP DAG

Tableau VIII-8 : recherche de relations entre les tâches  $t_1$  et  $t_2$  (resp.  $t_4$ ) de l'ETP DAG

	Tâche	V1	V2	V3	V4
$t_1$	Développer $2(5x + 2)$	1.1 1.1.1 1.1.1.2 1.1.1.2.1 1.1.1.2.1.3	2.1 2.1.1 2.1.1.1 2.1.1.1.1 2.1.1.1.1.1 2.1.1.1.1.1.1	3.1 3.1.1	4.1 4.1.2
$t_2$	Développer $2(5x + 2)(3x + 1)$	1.1 1.1.2 1.1.2.2	2.1 2.1.1 2.1.1.1 2.1.1.1.1 2.1.1.1.1.1	3.1 3.1.3	4.1 4.1.2
$t_4$	Développer $(x + 2)(3x + 2)(x + 4)$	1.1 1.1.2 1.1.2.2	2.1 2.1.1 2.1.1.1 2.1.1.1.1 2.1.1.1.1.1	3.1 3.1.3	4.1 4.1.2

L'ETP selon son pôle ontologique : modèle de description en trois dimensions

- pour les variables V2 et V4 les valeurs sont identiques ;
- pour les variables V1 et V3 il y a une racine commune puis des chemins divergents.

On en déduit que  $Var_{Tp_1}(t_1 ; t_2)$  et  $Var_{Tp_1}(t_1 ; t_4)$  où

$Tp_1 = GT\_Dev \{1.1 ; 2.1.1.1.1.1.1 ; 3.1 ; 4.1.2\}$ .

Le pivot de variation est le type de tâches  $Tp_1$  : « Développer un produit quelconque de polynômes à coefficients dans N, l'ordre des polynômes est quelconque, le signe multiplié est non apparent ».

Tableau VIII-9 : recherche de relations entre les tâches  $t_1$  et  $t_3$  de l'ETP DAG

	Tâche	V1	V2	V3	V4
$t_1$	Développer $2(5x + 2)$	1.1 1.1.1 1.1.1.2 1.1.1.2.1 1.1.1.2.1.3	2.1 2.1.1 2.1.1.1 2.1.1.1.1 2.1.1.1.1.1 2.1.1.1.1.1.1	3.1 3.1.1	4.1 4.1.2
$t_3$	Développer $(x + 2)(3x + 2)$	1.1 1.1.1 1.1.1.3 1.1.1.3.1 1.1.1.3.1.2	2.1 2.1.1 2.1.1.1 2.1.1.1.1 2.1.1.1.1.1 2.1.1.1.1.1.1	3.1 3.1.3	4.1 4.1.2

- pour les variables V2 et V4 les valeurs sont identiques ;
- pour les variables V1 et V3 il y a une racine commune puis des chemins divergents.

On en déduit que  $Var_{Tp_2}(t_1 ; t_3)$  où  $Tp_2 = GT\_Dev \{1.1.1 ; 2.1.1.1.1.1.1 ; 3.1 ; 4.1.2\}$ .

Le pivot de variation est le type de tâches  $Tp_2$  : « Développer un produit de deux polynômes à coefficients dans N, l'ordre des polynômes est quelconque, le signe multiplié est non apparent »

Tableau VIII-10 : recherche de relations entre les tâches  $t_1$  et  $t_5$  de l'ETP DAG

	Tâche	V1	V2	V3	V4
$t_1$	Développer $2(5x + 2)$	1.1 1.1.1 1.1.1.2 1.1.1.2.1 1.1.1.2.1.3	2.1 2.1.1 2.1.1.1 2.1.1.1.1 2.1.1.1.1.1 2.1.1.1.1.1.1	3.1 3.1.1	4.1 4.1.2
$t_5$	Développer $4(5x - 1)(3x + 3)$	1.1 1.1.2 1.1.2.2	2.1 2.1.1 2.1.1.1 2.1.1.1.1 2.1.1.1.1.1	3.1 3.1.3	4.1 4.1.2

- pour la variable V4 les valeurs sont identiques ;
- pour les variables V1, V2 et V3 il y a une racine commune puis des chemins divergents.

On en déduit que  $Var_{Tp_3}(t_1 ; t_5)$  où  $Tp_3 = GT\_Dev \{1.1 ; 2.1.1.1.1.1.1 ; 3.1 ; 4.1.2\}$ .

Le pivot de variation est le type de tâches  $Tp_3$  : « Développer un produit quelconque de polynômes à coefficients dans Z, l'ordre des polynômes est quelconque, le signe multiplié est non apparent ».

## Modèle de description didactique d'un ETP : le modèle M2DR

Tableau VIII-11 : recherche de relations entre les tâches  $t_1$  et  $t_6$  de l'ETP DAG

	Tâche	V1	V2	V3	V4
$t_1$	Développer $2(5x + 2)$	1.1 1.1.1 1.1.1.2 1.1.1.2.1 1.1.1.2.1.3	2.1 2.1.1 2.1.1.1 2.1.1.1.1 2.1.1.1.1.1 2.1.1.1.1.1.1	3.1 3.1.1	4.1 4.1.2
$t_6$	Développer $(1 - x)(1 + x)(2x + 1)$	1.1 1.1.2 1.1.2.1 1.1.2.1.3	2.1 2.1.1 2.1.1.1 2.1.1.1.1 2.1.1.1.1.1	3.1 3.1.3	4.1 4.1.2

- pour la variable V4 les valeurs sont identiques ;
- pour les variables V1, V2 et V3 il y a une racine commune puis des chemins divergents.

On en déduit que  $Var_{Tp_4}(t_1 ; t_6)$  où  $Tp_4 = GT\_Dev \{1.1 ; 2.1.1.1.1.1 ; 3.1 ; 4.1.2\}$ . On peut noter que  $Tp_3$  et  $Tp_4$  sont les mêmes types de tâches.

Le pivot de variation est le type de tâches  $Tp_4$  : « Développer un produit quelconque de polynômes à coefficients dans  $Z$ , l'ordre des polynômes est quelconque, le signe multiplié est non apparent ».

### Relations entre les tâche $t_2$ et $t_4$ et les autres tâches de l'ETP DAG

En raison de la symétrie de la relation être une variation de nous ne traitons pas la relation avec la tâche  $t_1$ .

Tableau VIII-12 : recherche de relations entre les tâches  $t_2$  ;  $t_4$  et  $t_3$  de l'ETP DAG

	Tâche	V1	V2	V3	V4
$t_2$	Développer $2(5x + 2)(3x + 1)$	1.1 1.1.2	2.1 2.1.1 2.1.1.1 2.1.1.1.1 2.1.1.1.1.1	3.1 3.1.3	4.1 4.1.2
$t_4$	Développer $(x + 2)(3x + 2)(x + 4)$	1.1.2.2	2.1.1.1.1.1 2.1.1.1.1.1.1		
$t_3$	Développer $(x + 2)(3x + 2)$	1.1 1.1.1 1.1.1.3 1.1.1.3.1 1.1.1.3.1.2	2.1 2.1.1 2.1.1.1 2.1.1.1.1 2.1.1.1.1.1	3.1 3.1.3	4.1 4.1.2

- pour les variables V2, V3 et V4 les valeurs sont identiques ;
- pour la variable V1 il y a une racine commune puis des chemins divergents.

On en déduit que  $Var_{Tp_5}(t_2 ; t_3)$  et  $Var_{Tp_5}(t_4 ; t_3)$

où  $Tp_5 = GT\_Dev \{1.1 ; 2.1.1.1.1.1 ; 3.1.3 ; 4.1.2\}$ .

Le pivot de variation est le type de tâches  $Tp_5$  : « Développer un produit quelconque de polynômes à coefficients dans  $N$ , l'ordre des polynômes est sans objet, le signe multiplié est non apparent ».

## L'ETP selon son pôle ontologique : modèle de description en trois dimensions

Tableau VIII-13 : recherche de relations entre les tâches  $t_2$  ;  $t_4$  et  $t_5$  de l'ETP DAG

	Tâche	V1	V2	V3	V4
$t_2$	Développer $2(5x + 2)(3x + 1)$	1.1 1.1.2	2.1 2.1.1 2.1.1.1	3.1 3.1.3	4.1 4.1.2
$t_4$	Développer $(x + 2)(3x + 2)(x + 4)$	1.1.2.2	2.1.1.1.1 2.1.1.1.1.1		
$t_5$	Développer $4(5x - 1)(3x + 3)$	1.1 1.1.2 1.1.2.2	2.1 2.1.1 2.1.1.1 2.1.1.1.1	3.1 3.1.3	4.1 4.1.2

- pour les variables V1, V3 et V4 les valeurs sont identiques ;
- pour la variable V2, il y a une racine commune puis un prolongement pour  $t_2$  ;  $t_4$ .

On en déduit que  $t_2 <_{spe} t_5$  et  $t_4 <_{spe} t_5$  ainsi que  $t_5 >_{gen} t_2$  et  $t_5 >_{gen} t_4$ .

Tableau VIII-14 : recherche de relations entre les tâches  $t_2$  ;  $t_4$  et  $t_6$  de l'ETP DAG

	Tâche	V1	V2	V3	V4
$t_2$	Développer $2(5x + 2)(3x + 1)$	1.1 1.1.2	2.1 2.1.1 2.1.1.1	3.1 3.1.3	4.1 4.1.2
$t_4$	Développer $(x + 2)(3x + 2)(x + 4)$	1.1.2.2	2.1.1.1.1 2.1.1.1.1.1		
$t_6$	Développer $(1 - x)(1 + x)(2x + 1)$	1.1 1.1.2 1.1.2.1 1.1.2.1.3	2.1 2.1.1 2.1.1.1 2.1.1.1.1	3.1 3.1.3	4.1 4.1.2

- pour les variables V3 et V4 les valeurs sont identiques ;
- pour la variable V2 la valeur de  $t_2$  est un prolongement de celle de  $t_6$  ;
- pour la variable V1 il y a une racine commune puis des chemins divergents.

On en déduit que  $Var_{Tp_6}(t_2 ; t_6)$  et  $Var_{Tp_6}(t_4 ; t_6)$

où  $Tp_6 = GT\_Dev \{1.1.2 ; 2.1.1.1.1.1 ; 3.1.3 ; 4.1.2\}$ .

Le pivot de variation est le type de tâches  $Tp_6$  : « Développer un produit de trois polynômes à coefficients dans  $Z$ , l'ordre des polynômes est sans objet, le signe multiplié est non apparent ».

### Relations entre la tâche $t_3$ et les autres tâches de l'ETP DAG

En raison de la symétrie de la relation être une variation de nous ne traitons pas les relations avec les tâches  $t_1$  ;  $t_2$  et  $t_4$ .

Tableau VIII-15 : recherche de relations entre les tâches  $t_3$  et  $t_5$  de l'ETP DAG

	Tâche	V1	V2	V3	V4
$t_3$	Développer $(x + 2)(3x + 2)$	1.1 1.1.1 1.1.1.3 1.1.1.3.1 1.1.1.3.1.2	2.1 2.1.1 2.1.1.1 2.1.1.1.1 2.1.1.1.1.1 2.1.1.1.1.1.1	3.1 3.1.3	4.1 4.1.2
$t_5$	Développer $4(5x - 1)(3x + 3)$	1.1 1.1.2 1.1.2.2	2.1 2.1.1 2.1.1.1 2.1.1.1.1 2.1.1.1.1.1	3.1 3.1.3	4.1 4.1.2

- pour les variables V3 et V4 les valeurs sont identiques ;
- pour la variable V2, la valeur de  $t_3$  est un prolongement de celle de  $t_5$  ;
- pour la variable V1, il y a une racine commune puis des chemins divergents.

On en déduit que  $Var_{Tp_7}(t_3 ; t_5)$  où  $Tp_7 = GT\_Dev \{1.1 ; 2.1.1.1.1.1 ; 3.1.3 ; 4.1.2\}$ .

Le pivot de variation est le type de tâches  $Tp_7$  : « Développer un produit quelconque de polynômes à coefficients dans  $Z$ , l'ordre des polynômes est sans objet, le signe multiplié est non apparent ».

Tableau VIII-16 : recherche de relations entre les tâches  $t_3$  et  $t_6$  de l'ETP DAG

	Tâche	V1	V2	V3	V4
$t_3$	Développer $(x + 2)(3x + 2)$	1.1 1.1.1 1.1.1.3 1.1.1.3.1 1.1.1.3.1.2	2.1 2.1.1 2.1.1.1 2.1.1.1.1 2.1.1.1.1.1 2.1.1.1.1.1.1	3.1 3.1.3	4.1 4.1.2
$t_6$	Développer $(1 - x)(1 + x)(2x + 1)$	1.1 1.1.2 1.1.2.1 1.1.2.1.3	2.1 2.1.1 2.1.1.1 2.1.1.1.1 2.1.1.1.1.1	3.1 3.1.3	4.1 4.1.2

- pour les variables V3 et V4 les valeurs sont identiques ;
- pour la variable V2 la valeur de  $t_3$  est un prolongement de celle de  $t_6$  ;
- pour la variable V1 il y a une racine commune puis des chemins divergents.

On en déduit que  $Var_{Tp_8}(t_3 ; t_6)$  où  $Tp_8 = GT\_Dev \{1.1 ; 2.1.1.1.1.1 ; 3.1.3 ; 4.1.2\}$ . On peut noter que  $Tp_7$  et  $Tp_8$  sont les mêmes types de tâches.

Le pivot de variation est le type de tâches  $Tp_8$  : « Développer un produit quelconque de polynômes à coefficients dans  $Z$ , l'ordre des polynômes est sans objet, le signe multiplié est non apparent ».

#### Relations entre la tâche $t_4$ et les autres tâches de l'ETP DAG

Les tâches  $t_4$  et  $t_2$  ayant le même type de tâches optimum, le cas  $t_4$  a déjà été traité.

#### Relations entre la tâche $t_5$ et les autres tâches de l'ETP DAG

En raison de la symétrie de la relation être une variation de nous ne traitons pas les relations avec les tâches  $t_1 ; t_2 ; t_3$  et  $t_4$ .

L'ETP selon son pôle ontologique : modèle de description en trois dimensions

Tableau VIII-17 : recherche de relations entre les tâches  $t_5$  et  $t_6$  de l'ETP DAG

	Tâche	V1	V2	V3	V4
$t_5$	Développer $4(5x - 1)(3x + 3)$	1.1 1.1.2 1.1.2.2	2.1 2.1.1 2.1.1.1 2.1.1.1.1 2.1.1.1.1.1	3.1 3.1.3	4.1 4.1.2
$t_6$	Développer $(1 - x)(1 + x)(2x + 1)$	1.1 1.1.2 1.1.2.1 1.1.2.1.3	2.1 2.1.1 2.1.1.1 2.1.1.1.1 2.1.1.1.1.1	3.1 3.1.3	4.1 4.1.2

- pour les variables V2, V3 et V4 les valeurs sont identiques ;
- pour la variable V1 il y a une racine commune puis des chemins divergents.

On en déduit que  $Var_{Tp_9}(t_5 ; t_6)$  où  $Tp_9 = GT\_Dev \{1.1.2 ; 2.1.1.1.1.1 ; 3.1.3 ; 4.1.2\}$ . On peut noter que  $Tp_6$  et  $Tp_9$  sont les mêmes types de tâches.

Le pivot de variation est le type de tâches  $Tp_9$  : « Développer un produit de trois polynômes à coefficients dans Z, l'ordre des polynômes est sans objet, le signe multiplié est non apparent ».

### VIII.6.6.3 Synthèse des relations entre les tâches de l'ETP DAG

Nous synthétisons les différentes relations obtenues par types de relation dans le Tableau VIII-18 (p. 147) et par tâche dans le le Tableau VIII-21 (p. 148). Pour plus de lisibilité, les types de tâches pivots, liés aux relations être une variation de, sont synthétisés dans le Tableau VIII-20 (p. 148) et les tâches sont rappelées dans le Tableau VIII-19 (p. 147).

Tableau VIII-18 : synthèse, par type de relation, des relations entre les tâches déductibles des types de tâches optimum pour l'ETP DAG,

Relation	Tâches concernées
« être de même type de tâche optimum »	$t_2 \sim_{Topt} t_4$
« être une spécialisation de »	$t_2 <_{spe} t_5 ; t_4 <_{spe} t_5$
« être une généralisation de »	$t_5 >_{gen} t_2 ; t_5 >_{gen} t_4$
« être une variation de »	$Var_{Tp_1}(t_1 ; t_2) ; Var_{Tp_1}(t_1 ; t_4)$ $Var_{Tp_2}(t_1 ; t_3)$ $Var_{Tp_3}(t_1 ; t_5) ; Var_{Tp_3}(t_1 ; t_6)$ $Var_{Tp_5}(t_2 ; t_3) ; Var_{Tp_5}(t_3 ; t_4)$ $Var_{Tp_6}(t_2 ; t_6) ; Var_{Tp_6}(t_4 ; t_6) ; Var_{Tp_6}(t_5 ; t_6)$ $Var_{Tp_7}(t_3 ; t_5) ; Var_{Tp_7}(t_3 ; t_6)$

Tableau VIII-19 : rappel des expressions à développer pour les tâches de l'ETP DAG

$t_1$	$2(5x + 2)$	$t_3$	$(x + 2)(3x + 2)$	$t_5$	$4(5x - 1)(3x + 3)$
$t_2$	$2(5x + 2)(3x + 1)$	$t_4$	$(x + 2)(3x + 2)(x + 4)$	$t_6$	$(1 - x)(1 + x)(2x + 1)$

## Modèle de description didactique d'un ETP : le modèle M2DR

Tableau VIII-20 : synthèse des définitions des types de tâches pivots pour les relations être une variation de

	V1	V2	V3	V4
<b><math>Tp_1</math></b>	1.1	2.1.1.1.1.1.1	3.1	4.1.2
Développer un produit quelconque de polynômes à coefficients dans N, l'ordre des polynômes est quelconque, le signe multiplié est non apparent				
<b><math>Tp_2</math></b>	1.1.1	2.1.1.1.1.1.1	3.1	4.1.2
Développer un produit de deux polynômes à coefficients dans N, l'ordre des polynômes est quelconque, le signe multiplié est non apparent				
<b><math>Tp_3</math></b>	1.1	2.1.1.1.1.1	3.1	4.1.2
Développer un produit quelconque de polynômes à coefficients dans Z, l'ordre des polynômes est quelconque, le signe multiplié est non apparent				
<b><math>Tp_5</math></b>	1.1	2.1.1.1.1.1.1	3.1.3	4.1.2
Développer un produit quelconque de polynômes à coefficients dans N, l'ordre des polynômes est sans objet, le signe multiplié est non apparent				
<b><math>Tp_6</math></b>	1.1.2	2.1.1.1.1.1	3.1.3	4.1.2
Développer un produit de trois polynômes à coefficients dans Z, l'ordre des polynômes est sans objet, le signe multiplié est non apparent				
<b><math>Tp_7</math></b>	1.1	2.1.1.1.1.1	3.1.3	4.1.2
Développer un produit quelconque de polynômes à coefficients dans Z, l'ordre des polynômes est sans objet, le signe multiplié est non apparent				

Tableau VIII-21 : synthèse, par tâche, des relations entre les tâches déductibles des types de tâches optimum pour l'ETP DAG

	$t_1$	$t_2$	$t_3$	$t_4$	$t_5$	$t_6$
$t_1$		$Var_{Tp_1}$	$Var_{Tp_2}$	$Var_{Tp_1}$	$Var_{Tp_3}$	$Var_{Tp_3}$
$t_2$	$Var_{Tp_1}$		$Var_{Tp_5}$	$\sim_{Topt}$	$<_{spe}$	$Var_{Tp_6}$
$t_3$	$Var_{Tp_2}$	$Var_{Tp_5}$		$Var_{Tp_5}$	$Var_{Tp_7}$	$Var_{Tp_7}$
$t_4$	$Var_{Tp_1}$	$\sim_{Topt}$	$Var_{Tp_5}$		$<_{spe}$	$Var_{Tp_6}$
$t_5$	$Var_{Tp_3}$	$>_{gen}$	$Var_{Tp_7}$	$>_{gen}$		$Var_{Tp_6}$
$t_6$	$Var_{Tp_3}$	$Var_{Tp_6}$	$Var_{Tp_7}$	$Var_{Tp_6}$	$Var_{Tp_6}$	

Il faut compléter cette synthèse par la relation « être utile à » car sa mise en évidence ne peut être réalisée à partir des types de tâches optimum. Il est nécessaire de prendre en compte les objets ostensifs présents dans l'ETP avec plus de finesse que ne le permet le type de tâches optimum. En premier lieu on doit considérer les expressions algébriques des compléments définitoires des tâches 1, 2, 3 et 4, dans le registre symbolique algébrique. En second lieu il convient de considérer les éléments de la dimension *objets ostensifs* de l'ETP. On obtient ainsi le Tableau VIII-22 (p. 148).

Tableau VIII-22 : relation "être utile à" pour l'ETP DAG

Relation	Tâches concernées
être utile à	$t_1 \rightarrow t_2 ; t_3 \rightarrow t_4$

L'analyse et l'exploitation des différentes relations entre les tâches au sein d'un ETP sont illustrées dans les chapitres XII et XVI notamment. Nous en restons donc pour le moment au stade de la description du pôle ontologique de l'ETP.

## VIII.7 Conclusion

Nous disposons maintenant d'un modèle de description didactique de ressources de type ETP. Nous l'avons présenté puis illustré par un exemple détaillé. D'une manière générale les éléments associés à un ETP décrit à l'aide du modèle M2DR sont synthétisés dans la Figure VIII-17 (p. 149).

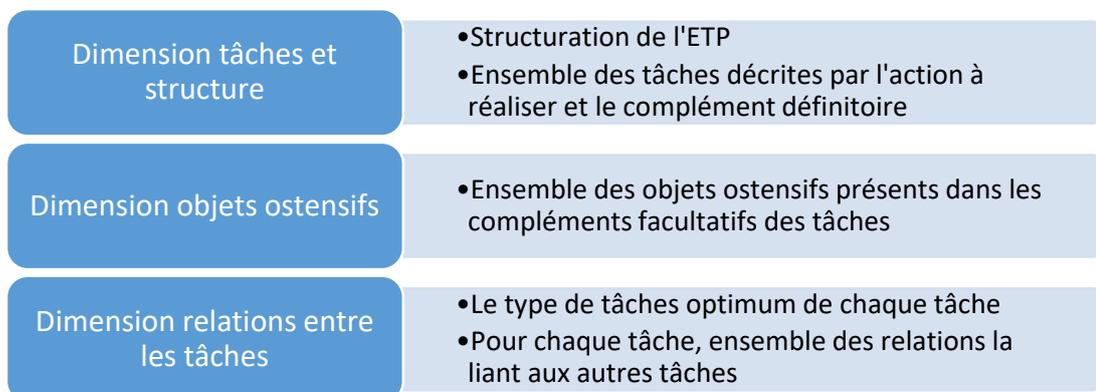


Figure VIII-17 : éléments associés à un ETP après sa description à l'aide du modèle M2DR

Pour obtenir la description d'un ETP à l'aide du modèle M2DR il faut donc suivre le processus qui est présenté sur la Figure VIII-18 (p. 149).

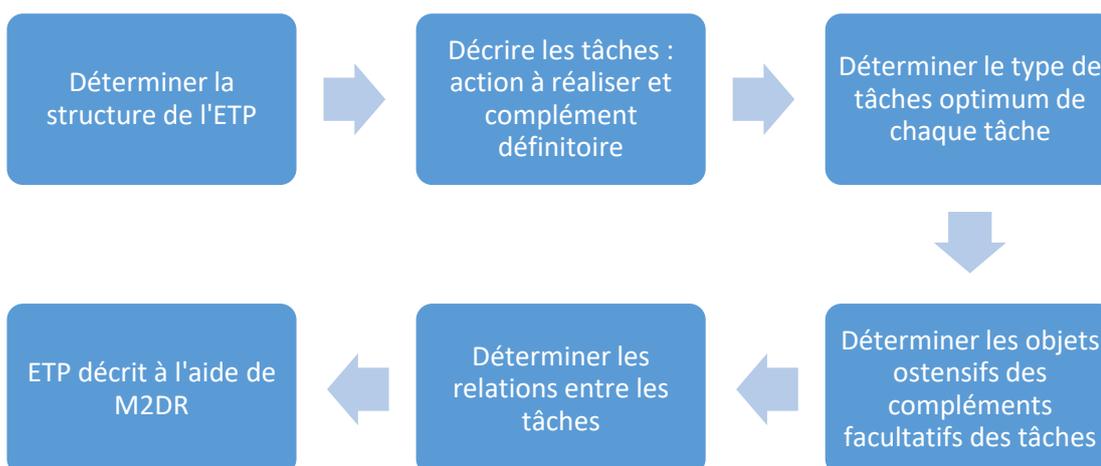


Figure VIII-18 : processus de description d'un ETP à l'aide du modèle M2DR

Il s'agit maintenant de soumettre ce modèle à validation. Cette validation est liée à la capacité du modèle à apporter des réponses aux différentes questions de recherche, ce qui inclut la possibilité de l'utiliser de manière effective. Nous la menons selon deux modalités et en quatre temps. Nous procédons d'une part à une analyse, hors contexte d'utilisation, avec notre expertise du modèle. D'autre part nous procédons à des analyses du modèle, fondées sur des situations d'utilisation. En empruntant ce vocabulaire à Tricot et al. (2003) nous qualifions les premières d'évaluation par inspection et les secondes d'évaluation empirique. Les quatre temps d'évaluation sont :

- Évaluation par inspection du modèle en termes de réponses aux questions de recherche liées à la modélisation du savoir et au lien entre ETP et curriculum.
- Évaluation par inspection du modèle en termes de réponses aux questions de recherche liées à la description didactique d'un ETP (chapitre IX).

### Modèle de description didactique d'un ETP : le modèle M2DR

---

- Évaluation empirique du modèle en termes de prise en charge des besoins utilisateurs de description d'un ETP par l'exploitation d'un résultat du focus group (chapitre XIV).
- Évaluation empirique du modèle en termes de description d'ETP à partir de la description d'un ensemble d'ETP (chapitre XII).

Nous ajoutons à ces quatre temps un élément de validation complémentaire qui est l'exploitation du modèle M2DR dans le cadre d'un travail basé sur les intentions didactiques qui est présenté dans le chapitre XVII.

# IX. Première analyse et validation du modèle M2DR

---

## Objectifs du chapitre

Dans ce chapitre nous revenons sur plusieurs questions de recherche et nous montrons la capacité du modèle M2DR à les prendre en charge. Ceci est un premier critère de validation du modèle.

## Contenu du chapitre

<b>IX.1</b>	<b>RAPPEL DES QUESTIONS DE RECHERCHE .....</b>	<b>152</b>
<b>IX.2</b>	<b>INDEPENDANCE AU CODEUR ET UNIVOCITE DE LA DESCRIPTION.....</b>	<b>153</b>
<b>IX.3</b>	<b>LIAISON ENTRE ETP ET CURRICULUM .....</b>	<b>155</b>
<b>IX.4</b>	<b>DESCRIPTION DIDACTIQUE D'UN ETP DECRIT A L'AIDE DU MODELE M2DR.....</b>	<b>156</b>
<b>IX.5</b>	<b>SYNTHESE SUR LA PLACE DU MODELE PRAXEOLOGIQUE DE REFERENCE DANS LE MODELE M2DR .....</b>	<b>158</b>
<b>IX.6</b>	<b>CONCLUSION .....</b>	<b>158</b>

## IX.1 Rappel des questions de recherche

Deux grands enjeux ont été identifiés pour l'indexation didactique d'ETP. Le premier est l'identification d'une modélisation du savoir permettant *la production d'une description didactique* d'un ETP. Le second est *la liaison entre ETP et curriculum*. Le premier est synthétisé dans l'hypothèse de recherche formulée à la fin du chapitre VII.

### **Hypothèse de recherche n°1 (utilisation d'un MPR)**

Un modèle praxéologique de référence (MPR), représenté dans T4TEL, est une modélisation du savoir adaptée à la description, univoque, d'un ETP dans le but de parvenir à une indexation didactique.

Cette hypothèse est explorée par le moyen de plusieurs questions de recherche puisque le savoir modélisé par un MPR est central dans M2DR. Nous reprenons les questions qui avaient été présentées à la fin du chapitre V.

### **Question de recherche n°1.1 (univocité de la description d'un ETP)**

Le modèle M2DR permet-il une description univoque d'un ETP ?

### **Question de recherche n°1.2 (indépendance par rapport au codeur)**

Les processus associés au modèle M2DR assurent-ils une indépendance, par rapport au codeur, de la description d'un ETP ?

### **Question de recherche n°1.3 (univocité de la description d'un ETP)**

Le modèle M2DR permet-il la prise en charge des critères définissant une description didactique d'un ETP ?

Cette première série de questions concerne la description de la ressource et les objectifs associés. Nous rappelons aussi ces objectifs, qui ont été définis dans le chapitre VI :

### **Définition IX.32 (description didactique du pôle ontologique d'un ETP)**

On appelle *description didactique du pôle ontologique d'un ETP* une description qui contient des éléments relatifs aux : savoirs mobilisés dans l'ETP (domaine) – prérequis nécessaires à la réalisation des tâches demandées dans la ressource ou à la compréhension des savoirs évoqués (prérequis) – éléments visibles utilisés pour définir l'ETP (visuel) – éléments matériels, tangibles ou numériques, à mobiliser pour réaliser l'ETP (matériel).

Le deuxième grand enjeu de l'indexation de ressources est la liaison entre ressources et curricula. Il est pris en compte au travers des questions de recherche suivantes qui ont aussi été présentées dans le chapitre V :

**Question de recherche n°2.1 (liaison entre ETP et curriculum par le biais de M2DR)**

Le modèle M2DR, de description d'un ETP, permet-il de lier ETP et curriculum ?

**Question de recherche n°2.2 (liaison entre ETP et curriculum par le biais de M2DR)**

Le modèle M2DR, de description d'un ETP, permet-il de gérer les évolutions de curriculum en matière de lien ETP – curriculum ?

Dans ce chapitre nous examinons successivement ces différentes questions de recherche en procédant à une analyse par inspection du modèle M2DR et des processus associés.

## IX.2 Indépendance au codeur et univocité de la description

Nous examinons l'indépendance au codeur et l'univocité de la description d'un ETP (QR 1.1) à chaque étape du processus de description d'un ETP avec M2DR. Ce processus est rappelé sur la Figure VIII-18 (p. 149). Nous nous plaçons dans le cas où le codeur possède une expertise raisonnable du domaine mathématique des ETP à coder et de l'utilisation d'un MPR structuré dans T4TEL.

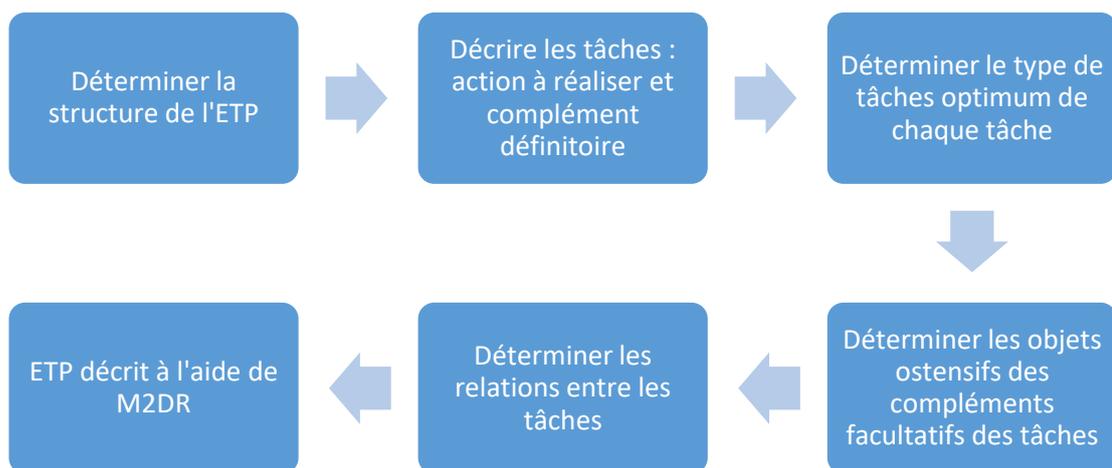


Figure IX-1 : processus de description d'un ETP à l'aide du modèle M2DR

### Étape 1 : déterminer la structure de l'ETP

La structure de l'ETP est déterminée par différents marqueurs :

- des items (lettres, numéros, puces)
- des éléments typographiques (retour à la ligne, alinéa...)
- des mots (en déduire, pour chaque...)

Quand la structure est déterminée par des items il n'y a pas d'ambiguïté et il n'y a pas de marge d'interprétation pour le codeur. Quand la structure est déterminée par les éléments typographiques le résultat dépend de la clarté de la sémantique de ces éléments. Il n'y a pas *a priori* de moyen pour éviter une interprétation du codeur et donc une subjectivité du résultat. Quand la structure est déterminée par des mots il est utile de fournir un « dictionnaire » de référence de ces mots et de leur interprétation. Par exemple le « et en déduire » d'un énoncé du type « Calculer A et en déduire la valeur de B » est interprété comme définissant une suite

de deux tâches de même niveau. Nous n'avons cependant pas mené ce travail et il est possible qu'une dépendance au codeur du résultat produit existe.

### **Étape 2 : décrire les tâches, l'action à réaliser et le complément définitoire**

La deuxième étape est la description des tâches présentes aux différents niveaux de la structuration. À ce stade, seuls l'action à réaliser et le complément définitoire sont attendus. Par définition des ETP l'action à réaliser est bien définie et non ambiguë. Le complément définitoire est bien défini aussi pour un codeur puisqu'il s'agit exactement des objets ostensifs (textes, graphiques...) qui sont nécessaires à l'existence de la tâche en complément de l'action à réaliser, c'est-à-dire ceux que l'on ne peut pas enlever sous peine que la tâche n'existe plus. Nous faisons l'hypothèse qu'un codeur qui possède une expertise du domaine est à même de déterminer cet ensemble de manière non ambiguë. Dans cette étape, aucune interprétation ou reformulation de l'action à réaliser n'est demandée. L'expertise du codeur par rapport au domaine mathématique de l'ETP assure donc l'indépendance du résultat par rapport au codeur.

### **Étape 3 : déterminer le type de tâches optimum de chaque tâche**

Rappelons que c'est cette étape qui permet d'établir un lien entre les tâches de l'ETP et la modélisation du savoir, donnée sous forme d'un MPR. L'action à réaliser et le complément définitoire de la tâche  $t$  ont été déterminés lors de l'étape 2. Le codeur doit tout d'abord déterminer à quel générateur de types de tâches il associe la tâche. Pour assurer l'univocité du résultat et l'indépendance au codeur nous avons formulé comme hypothèse de travail qu'une tâche doit pouvoir être associée de manière non équivoque à un unique générateur. Cependant le vocabulaire utilisé pour définir l'action à réaliser des tâches n'est pas nécessairement le même que les verbes d'actions qui définissent les générateurs. Dans le chapitre VIII (section VIII.5.2) nous avons proposé une modalité de gestion de cette difficulté permettant d'assurer l'indépendance au codeur, au moins dans une grande majorité des cas. Cette modalité est la réalisation, en amont du travail de description des ETP, d'un dictionnaire de mise en relation des vocabulaires utilisés pour définir les actions à réaliser et les verbes d'actions des générateurs des MPR.

Une fois la tâche  $t$  associée à un générateur il reste à déterminer son type de tâches optimum. Pour y parvenir nous avons établi un algorithme, mis en œuvre « à la main » dans le chapitre 8 sur plusieurs exemples. Nous en proposons une mise en œuvre outillée par une représentation informatique du MPR dans le chapitre 11. Cette démarche algorithmique, qui prend en entrée n'importe quel type de tâches du générateur qui contient  $t$ , fournit en sortie le type de tâches optimum de  $t$ . Elle assure l'univocité et la non dépendance au codeur du résultat produit.

Les contraintes imposées lors de la construction du MPR, la mise en place d'une table de correspondance des vocabulaires et la démarche algorithmique de détermination du type de tâches optimum d'une tâche sont autant de garanties de non dépendance au codeur.

### **Étape 4 : déterminer les objets ostensifs des compléments facultatifs des tâches**

La dimension objets ostensifs de l'ETP est définie comme la liste des objets ostensifs présents dans les compléments facultatifs des différentes tâches. Il peut, à ce niveau, y avoir une certaine marge d'interprétation du codeur concernant les objets ostensifs à intégrer ou non dans cette dimension. Cependant, nous fournissons au codeur un guide en stipulant que, les objets

ostensifs à intégrer sont ceux qui fournissent des éléments de la technique ou oriente ou impose le choix d'une technique ou d'une technologie. S'il est possible que d'autres objets soient intégrés par le codeur, ceci ne remet pas en cause la qualité minimale de la description produite.

### Étape 5 : déterminer les relations entre les tâches

Cette étape est fondée sur le type de tâches optimum de chaque tâche, obtenu lors de l'étape 3. Il faut alors déterminer les relations entre ces types de tâches optimum. Or nous avons défini les différentes relations de manière non ambiguë, pour deux types de tâches optimum chaque relation est, ou n'est pas, vérifiée. L'indépendance au codeur du résultat est donc ici aussi garantie. Nous avons illustré sur plusieurs exemples, dans le chapitre 8, comment établir ces relations « à la main ». Nous proposons dans le chapitre XI, un moyen de calculer ces relations à partir d'une représentation informatique du MPR.

L'indépendance de la description par rapport au codeur est donc assurée par l'utilisation d'un MPR organisé selon certaines contraintes et la définition d'un processus global de description dans lequel plusieurs étapes sont algorithmiques. Concernant l'univocité de la description nous avons pointé que cet aspect n'est pas totalement garanti concernant la dimension objets ostensifs de l'ETP.

## IX.3 Liaison entre ETP et curriculum

Le deuxième grand enjeu, formalisé au travers des questions de recherche 2.1 et 2.2, est de déterminer l'adéquation d'un ETP à un curriculum. Dans le chapitre III nous avons consacré la section III.3 à l'étude des différentes approches proposées par Van Assche (2007). Dans la conclusion de ce même chapitre nous retenons deux approches : la mise en correspondance des différents curricula ou l'utilisation d'un élément pivot entre les différents curricula. L'utilisation d'un MPR pour décrire les ETP nous amène à choisir cette deuxième option en conférant au MPR le rôle d'élément pivot entre les différents curricula. Nous avons détaillé dans le chapitre VII (section VII.2.3) les modalités de construction d'un MPR et proposé plusieurs exemples de construction de MPR dans différents domaines des mathématiques. Nous avons rappelé à cette occasion que lors de sa construction le modèle praxéologique de référence n'est pas assujéti *a priori* à une institution particulière mais à un ensemble d'institutions fixées par son concepteur. Cette remarque nous permet de fixer comme contrainte que le MPR utilisé pour la description des ETP, en plus de couvrir le domaine présent dans les ETP, doit prendre en compte *a minima* les éléments présents dans les curricula des institutions où cette description doit être utilisée.

Pour permettre le lien entre ETP et curriculum il faut donc construire des liens entre MPR et curriculum. Il y a donc une phase de mise en relation du curriculum et des différents éléments du MPR. Pour les types de tâches c'est aux valeurs des variables des générateurs de types que l'on associe des informations relatives au curriculum. Pour les techniques et les technologies l'information est associée de manière directe. Dans le cas où on dispose d'une représentation ontologique du MPR (chapitre 11) alors les différents niveaux scolaires, par exemple, forment une classe dans l'ontologie. Les différents éléments (valeur de variable, technique, technologie) sont alors liés aux niveaux scolaire par une relation du type « est conforme ». Grâce à la structuration du MPR permise par T4TEL, on peut définir, pour les valeurs des variables, des règles d'héritages des propriétés institutionnelles. Dans tous les cas il s'agit d'un travail qui doit

## Première analyse et validation du modèle M2DR

être réalisé par un spécialiste du MPR utilisé. On dispose alors d'un MPR avec des informations curriculaires (Figure IX-2).

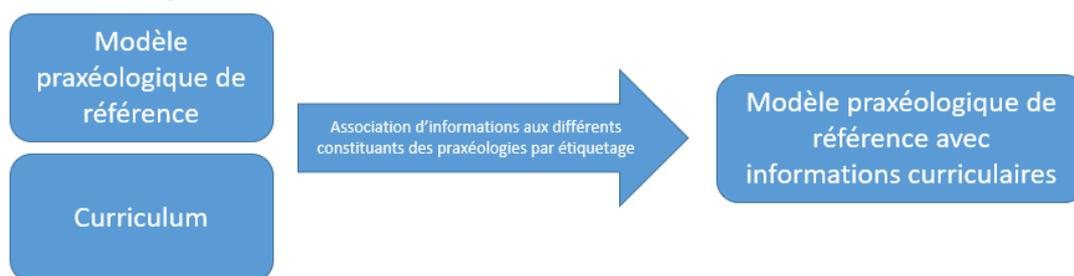


Figure IX-2 : liaison entre un MPR et un curriculum

C'est ce MPR avec informations curriculaires qui va permettre de définir l'adéquation entre un ETP et un curriculum. En effet, les informations sur les éléments praxéologiques présents dans un ETP sont contenues dans la dimension *tâches et structure* de sa description avec M2DR. Plus précisément il s'agit de la liste des types de tâches optimum. Chacun de ces types de tâches optimum est le premier élément d'un quadruplet praxéologique. Pour chaque élément du quadruplet on dispose, grâce au MPR avec informations curriculaires, d'une information sur l'adéquation au curriculum. C'est la « somme » de ces informations, pour chacun des types de tâches optimum de l'ETP, qui va permettre de définir l'adéquation curriculaire d'un ETP (Figure IX-3).



Figure IX-3 : liaison entre un ETP et un curriculum par l'intermédiaire du MPR

Cette approche de liaison entre MPR et curricula permet de ne pas lier chaque ETP directement à un ou plusieurs curricula. Ainsi, en cas d'évolution d'un curriculum (ajout ou suppression d'une technique à un niveau donné, modification de la taille des nombres étudiés à un niveau donné, etc.) ce sont uniquement quelques informations institutionnelles pour les éléments concernés du MPR qui sont à ajuster. L'adéquation institutionnelle des différents ETP est ensuite automatiquement recalculée, ce qui est beaucoup moins coûteux que de devoir reprendre la métadonnée « niveau scolaire » de chaque ETP.

## IX.4 Description didactique d'un ETP décrit à l'aide du modèle M2DR

Dans cette section nous revenons sur la question de recherche n°1.3 : le modèle M2DR permet-il la prise en charge des critères définissant une description didactique d'un ETP ? D'après la définition que nous avons donnée nous visons tout d'abord une *description didactique du pôle ontologique d'un ETP*. C'est-à-dire une description qui contient des éléments relatifs aux : savoirs mobilisés dans l'ETP (*domaine*) – prérequis nécessaires à la réalisation des tâches demandées dans la ressource ou à la compréhension des savoirs évoqués (*prérequis*) – éléments visibles utilisés pour définir l'ETP (*visuel*) – éléments matériels, tangibles ou numériques, à mobiliser pour réaliser l'ETP (*matériel*).

### **Catégorie *domaine***

La description de l'ETP contient la liste des tâches et des types de tâches optimum associés. Or les types de tâches sont organisés au sein d'un MPR. Il est donc possible, à partir de la dimension *tâches et structure* de l'ETP de déterminer l'ensemble des types de tâches, techniques, technologies et théories auxquelles on peut associer l'ETP. Les savoirs mobilisés, ou plus précisément mobilisables, dans un ETP sont donc accessibles à partir de sa description avec M2DR.

### **Catégorie *prérequis***

Concernant la catégorie *prérequis*, la définition et la délimitation exacte de ce que sont des prérequis demande un travail que nous n'avons pas mené et qui n'est pas à notre connaissance directement disponible. Un enjeu est de réussir à définir une liste minimale, mais suffisante, de prérequis. En effet la liste de prérequis peut grandir de manière exponentielle si l'on considère l'ensemble des éléments mobilisés dans les ingrédients d'une technique, puis les techniques de ces ingrédients, etc. Nous n'approfondissons pas cette question mais la description des techniques à l'aide de types de tâches proposée dans T4TEL permet d'associer une liste de types de tâches nécessaire à la mise en œuvre de la technique. De même, la connaissance des techniques permet, grâce au MPR, de connaître les technologies qui sont mobilisées par l'ETP. Or les techniques utilisables dans un ETP sont déductibles de la liste des types de tâches optimum présents dans l'ETP. C'est premiers éléments permettent d'affirmer qu'il y a des raisons de penser que cette catégorie d'information peut être obtenue à partir d'un travail sur les éléments de description de l'ETP. Un travail préalable important, mais externe au modèle M2DR, est de déterminer ce qui doit ou non être considéré comme prérequis pour un ETP.

### **Catégorie *visuel***

Les éléments réunis dans la catégorie *visuel* sont en fait l'ensemble des objets ostensifs présents soit dans le complément définitoire des tâches, soit dans le complément facultatif des tâches. Ils sont donc disponibles une fois l'ETP décrit à l'aide de M2DR, pour les premiers à l'issue de l'étape 2 du processus, pour les seconds à l'issue de l'étape 4.

### **Catégorie *matériel***

Les éléments matériels (numérique ou tangible) peuvent être extraits de différents éléments de l'ETP décrit. Ils peuvent être présents dans le complément définitoire d'une tâche. Par exemple pour la tâche « Donne la formule utilisée dans la case B8 du tableur ». Le matériel tableur apparaît dans le complément définitoire de la tâche, en effet si on supprime « du tableur » la tâche n'a plus de sens. Il peut aussi apparaître dans le complément facultatif de la tâche. Par exemple pour la tâche « construis, à la règle, un segment [AB] de longueur 5 cm. », le matériel « règle » est dans le complément facultatif. En effet la tâche reste définie même sans ce complément.

## IX.5 Synthèse sur la place du modèle praxéologique de référence dans le modèle M2DR

Nous revenons dans cette section sur le choix fait d'une modélisation du savoir sous forme d'un MPR modélisé dans T4TEL. Les sections précédentes permettent d'affirmer que le modèle praxéologique de référence joue un rôle central dans la réponse que le modèle M2DR apporte à plusieurs questions de recherche. Tout d'abord c'est un outil fondamental pour assurer l'indépendance au codeur, à la fois car il fournit une référence externe au codeur en matière de description du savoir par les types de tâches, mais aussi parce que sa structuration, à l'aide de la relation *être un sous-type de tâches*, permet de fournir des algorithmes pour identifier par exemple le type de tâches optimum d'une tâche.

Deuxièmement nous avons positionné le MPR comme élément pivot entre les curricula et les ETP. Il joue donc un rôle central sur la liaison ressources – curricula, qui est un des deux objectifs majeurs de l'indexation. Cette position pivot et sa dimension dynamique assurent aussi la capacité à prendre en compte, pour un coût raisonnable, l'évolution des curricula sans avoir à reprendre l'ensemble des ETP décrits.

La contrepartie du rôle central du MPR est que la qualité du résultat obtenu dépend nécessairement de la qualité du MPR. Nous proposons dans le chapitre suivant la construction dans T4TEL d'un modèle praxéologique de l'algèbre élémentaire de manière à pouvoir exploiter M2DR sur divers ETP.

## IX.6 Conclusion

Ce chapitre montre que le modèle apporte une réponse, au moins partielle, aux questions de recherche sur une description univoque et indépendante du codeur d'une ETP (questions 1.1 et 1.2). Le modèle permet aussi la description d'au moins trois des quatre premiers critères de description didactique d'un ETP. Sur ce sujet nous complétons cette première validation par une deuxième à l'aide d'éléments issus d'une mobilisation effective du modèle dans le chapitre XII. Le positionnement du MPR comme pivot entre ETP et curricula permet aussi de prendre en charge la question de l'adéquation institutionnelle des ETP (questions 2.1 et 2.2).

# X. Représentation dans T4TEL d'un modèle praxéologique de référence autour de l'algèbre élémentaire

---

## Objectifs du chapitre

Dans ce chapitre nous présentons le modèle praxéologique de référence de l'algèbre élémentaire que nous utilisons par la suite avec le modèle M2DR pour analyser divers ETP. Pour cela nous prenons comme point de départ divers travaux que nous commençons par présenter. Nous définissons alors, six générateurs de types de tâches, un pour le développement, un pour la réduction et quatre pour la factorisation.

## Contenu du chapitre

<b>X.1 INTRODUCTION</b>	<b>160</b>
<b>X.2 CHOIX RELATIFS A NOTRE MPR</b>	<b>160</b>
X.2.1 TRAVAUX PRIS EN COMPTE	160
X.2.2 CAS DU DEVELOPPEMENT, DE LA FACTORISATION ET DE LA REDUCTION	162
X.2.3 CHOIX REALISES POUR NOTRE MPR	164
<b>X.3 GENERATEUR DE TYPES DE TACHES <i>DEVELOPPER</i>, CHOIX DES VARIABLES ET DES VALEURS</b>	<b>166</b>
X.3.1 VARIABLE V1 DU GT_DEV : FORME DU PRODUIT	167
X.3.2 VARIABLE V2 DU GT_DEV : NATURE DES COEFFICIENTS	174
X.3.3 VARIABLE V3 DU GT_DEV : ORDRE DES FACTEURS DANS LE CAS D'UN PRODUIT MONOME ET NON-MONOME	175
X.3.4 VARIABLE V4 DU GT_DEV : VISIBILITE DU SIGNE MULTIPLIE ENTRE LES FACTEURS	175
X.3.5 LIENS ENTRE GT_DEV ET LES TYPES DE TACHES RELATIFS AU DEVELOPPEMENT DE PILET ET DE CROSET	176
<b>X.4 GENERATEURS DE TYPES DE TACHES <i>FACTORISER</i>, CHOIX DES VARIABLES ET DES VALEURS</b>	<b>178</b>
X.4.1 VARIABLE V1 DU GT_F2 : FORME DE LA SOMME	180
X.4.2 VARIABLES V2 ET V3 DU GT_F2 : NATURE DES COEFFICIENTS	185
X.4.3 VARIABLE V4 DU GT_F2 : PRESENCE DU SIGNE MULTIPLIE ENTRE LES FACTEURS DES PRODUITS DANS L'EXPRESSION DE DEPART	185
X.4.4 LIENS ENTRE LES GENERATEURS GT_F2, GT_F3, GT_F4 ET GT_F+ ET LES TYPES DE TACHES LIES A LA FACTORISATION CHEZ PILET ET CROSET	186
<b>X.5 GENERATEUR DE TYPES DE TACHES <i>REDUIRE</i>, CHOIX DES VARIABLES ET DES VALEURS</b>	<b>188</b>
X.5.1 VARIABLE V1 DU GT_RED : FORME DE L'EXPRESSION	188
X.5.2 VARIABLE V2 DU GT_RED : NATURE DES COEFFICIENTS	189
X.5.3 TECHNIQUES LIEES AU GT_RED	189
<b>X.6 CONCLUSION</b>	<b>190</b>

## X.1 Introduction

De très nombreux travaux de la didactique concernent l'algèbre élémentaire. Il ne s'agit pas ici de faire un état de l'art des travaux relatifs à l'algèbre mais simplement de signaler quelques incontournables dont nous utilisons des résultats dans la suite de ce chapitre ou qui ont été utilisés par les auteurs sur lesquels nous nous appuyons principalement. Pour appréhender la richesse des travaux existant, il est par exemple possible d'explorer le hors-série que la Revue Recherches en didactique des mathématiques a consacré à l'enseignement de l'algèbre élémentaire (Coulange, Drouhard, Dorier, & Robert, 2012). Pour notre part nous retenons les travaux de Sfard (1991) et en particulier l'identification de la double dimension, procédurale et structurale, d'une expression algébrique. La prise en compte de la dimension structurale va guider l'organisation d'une partie des valeurs de variables dans nos générateurs de types de tâches. Plusieurs auteurs se sont intéressés à une approche sémiotique des expressions algébriques, dans l'ordre chronologique on pourra citer les travaux fondateurs de Tonnelle (1979), les travaux de Drouhard, initiés dans sa thèse (1992) et qui connaîtront de nombreux développements ou encore la contribution de Lemoyne et al. (1993). En lien direct avec notre objectif de disposer d'un MPR de l'algèbre élémentaire nous pouvons citer les travaux de Croset (2009), de Ruiz-Munzón (2010), de Pilet (2012, 2015) et de Grugeon-Allys (2016).

Dans ce chapitre nous présentons le modèle praxéologique de référence que nous utilisons pour décrire une série d'ETP selon le modèle M2DR (chapitre XII). Il ne s'agit pas d'une production originale dans la mesure où il prend appui sur divers travaux qui ont été cités ci-dessus. Notre apport est de modéliser ce MPR dans le cadre de T4TEL. Modélisation qui permet d'en proposer une représentation informatique (chapitres XI et XII). Nous détaillons la construction de trois générateurs de types de tâches (développer – factoriser – réduire).

## X.2 Choix relatifs à notre MPR

Nous présentons tout d'abord les travaux pris en compte pour la construction de la représentation dans T4TEL de notre MPR de l'algèbre. Nous revenons ensuite sur les trois genres de tâches (développer, factoriser et réduire) que nous retenons comme objet d'étude. Nous concluons cette section par les choix que nous réalisons pour construire notre MPR dans T4TEL.

### X.2.1 Travaux pris en compte

Dans l'article déjà évoqué, Grugeon-Allys (2016) propose de distinguer trois familles de praxéologies relatives à l'algèbre élémentaire :

«

- les praxéologies de modélisation ou de preuve : types de tâches pour résoudre les problèmes du domaine algébrique (*généraliser, modéliser, mettre en équation, prouver*),
- les praxéologies de calcul : types de tâches de *calcul* relatives aux expressions algébriques, aux formules (*calculer, substituer, reconnaître, développer, factoriser*) ou aux équations (*tester, résoudre une équation*)
- les praxéologies de traduction ou d'interprétation : types de tâches *traduire* une relation entre données et indéterminées d'un registre de représentation sémiotique

à un autre, *associer* plusieurs représentations entre registres sémiotiques différents d'un même objet algébrique. » (*ibid.*, p. 69)

De son côté Pilet (2015) se concentre sur une « praxéologie de référence relative aux expressions algébriques » (*ibid.*, p. 279) et propose d'y distinguer trois praxéologies locales qui sont présentées sur la Figure X-1, p. 161.

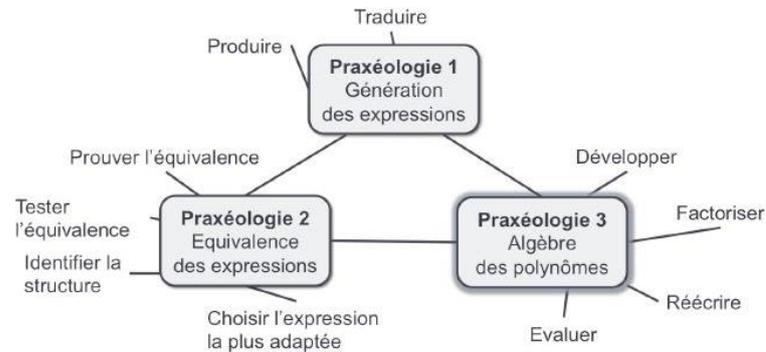


Figure X-1 : praxéologie régionale de référence sur les expressions algébriques (Pilet, 2015, p.279)

Nous enrichissons la praxéologie 3 de Pilet du genre de tâches *réduire* et structurons dans T4TEL les praxéologies de l'algèbre des polynômes *développer*, *factoriser* et *réduire*. Nous supposons aussi disponibles l'ensemble des autres types de tâches décrits par Pilet dans sa thèse (Pilet, 2012) mais que nous ne formalisons pas dans T4TEL. Par ailleurs les éléments relatifs aux techniques, technologies et théories des genres de tâche *développer* et *factoriser* sont déjà largement documentés dans (Croset, 2009), (Ferraton, 2011) et (Pilet, 2012) notamment. Nous ne les reprenons pas ici car nous n'apportons rien de nouveau à ce qui a déjà été produit. Nous proposons par contre une description succincte des techniques liées au genre de tâches *réduire*. On peut noter que la modélisation des techniques comme un ensemble de types de tâches dans T4TEL (chapitre VII, section VII.3.1) permet aussi d'identifier des types de tâches comme ingrédients de techniques d'autres types de tâches du MPR. Pour notre travail nous nous plaçons dans la praxéologie régionale sur les expressions algébriques qui est présentée sur la Figure X-2, p. 162.

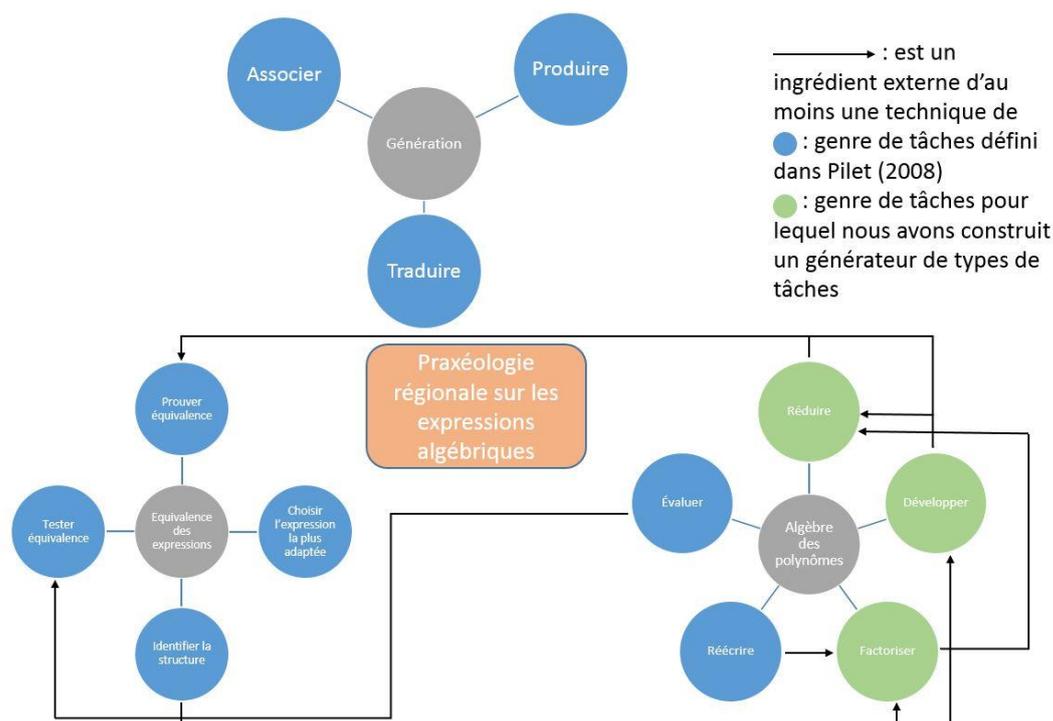


Figure X-2 : praxéologie régionale autour des expressions algébriques, adaptée de Pilet

## X.2.2 Cas du développement, de la factorisation et de la réduction

Nous présentons quatre travaux relatifs à la mise en place d'un MPR intégrant les genres de tâches *développer* et *factoriser*. Puis nous enrichissons ces approches, basées sur des études épistémologiques ainsi que des analyses de manuels scolaires et de curricula, par les travaux de Croset relatifs aux praxéologies personnelles. C'est à partir de l'ensemble de ces travaux que nous explicitons les choix réalisés pour structurer nos deux générateurs de types de tâches.

Nous commençons par les travaux de Croset (2009), Ferraton (2011), Pilet (2012), Jolivet (2013) et Chaachoua et al. (2013) qui ont tous réalisé un MPR, plus ou moins vaste, autour de l'algèbre élémentaire et intégrant les genres de tâches *développer* et *factoriser*. Dans notre mémoire de master (Jolivet, 2013) nous avons comparé les différences d'approches entre Ferraton et Pilet qui ont mené parallèlement un travail de structuration d'un MPR autour de l'OM locale « Algèbre des polynômes » (voir Tableau X-1, p. 164). De cette comparaison nous retenons que pour les deux types de tâches relatifs à la factorisation proposés par Ferraton et qui n'apparaissent pas chez Pilet il s'agit de types de tâches dont Ferraton précise qu'ils relèvent d'un enseignement proposé en classe de 1<sup>ère</sup> scientifique (factorisation d'un trinôme du second degré à l'aide du discriminant et cas particulier des expressions bicarrées), ce qui est hors du champ d'intérêt de Pilet dans son travail. Par ailleurs Ferraton introduit systématiquement un type de tâches qui est une combinaison des types de tâches précédents de la même OM. De son côté Pilet prend en compte deux éléments pour les types de tâches de factorisation : le fait que le facteur commun peut être apparent ou non et le fait que les expressions à factoriser peuvent être composées exclusivement de monômes ou contenir des polynômes non-monômes.

Une différence notable entre Ferraton d'une part et Pilet d'autre part réside dans le choix fait de considérer, ou non, l'activité de réduction comme un type de tâches à part entière ou

comme un cas particulier de la factorisation ou du développement selon la réduction à réaliser. Cette différence a été signalée dans le travail de Chaachoua et al. :

*« Selon J. Pilet (2012), cette OML regroupe quatre genres de tâches qui, selon ses formulations, sont : développer une expression algébrique de type donné, factoriser une expression algébrique de type donné, réécrire un monôme de type donné et calculer une expression algébrique. Ce dernier type de tâches signifie calculer la valeur de l'expression lorsqu'on substitue une (ou des) valeur(s) numérique(s) à la (ou aux) lettre(s) qui y figure(ent). Toutefois, nous appuyant également sur le travail mené dans (Ferraton, 2011), nous nous restreignons aux transformations des expressions algébriques et donc aux types de tâches que sont réduire, développer et factoriser une expression algébrique. Notons qu'en ce qui concerne la réduction, nous avons fait un choix différent de celui de J. Pilet pour qui :*

*« La réduction d'une expression algébrique correspond au type de tâches  $T_{FDA-mon+mon}$  Factoriser une somme de monômes pour en donner la forme développée et réduite. Il s'agit d'un cas particulier de  $T_{FDA}$  Factoriser une somme algébrique dans laquelle le facteur commun est apparent dans tous les termes » (2012, pp.89-90). » (Chaachoua et al., 2013, p. 310)*

Les types de tâches de réduction présentés par Ferraton relèvent, chez Pilet, soit de types de tâches du développement (pour la suppression d'une parenthèse précédée d'un signe + ou d'un signe -) soit de types de tâches de la factorisation (pour la réduction d'une somme de monômes) soit de types de tâches de la réécriture (pour un produit de monômes sans parenthèses). Croset a aussi fait le choix d'identifier un type de tâches spécifique relatif à la réduction et en présente une étude, notamment l'évolution de son statut dans les programmes scolaires au fil du temps (Croset, 2009, pp. 33-38).

Le travail réalisé par Croset qui a, elle aussi, réalisé un MPR contenant les genres de tâches *développer* et *factoriser* est assez semblable à ceux de Pilet et Ferraton. Une fois nos générateurs de types tâches relatifs au développement et à la factorisation construits nous positionnons notre résultat (section X.3.5, p. 176 et section X.4.4, p. 186) par rapport aux travaux de Pilet et Croset. L'apport original du travail de Croset est la mise en évidence que « les élèves n'agissent pas de la même manière face à certaines tâches considérées, pourtant, par l'institution comme relevant d'un même type de tâches puisque résolubles avec la même technique officielle » (Croset, 2009, p. 198). Cette remarque nous amène donc à intégrer la prise en compte des praxéologies personnelles dans notre MPR. Parmi les éléments permettant de caractériser ces tâches, il y a des éléments tels que la présence ou non du signe  $\times$  dans l'expression à manipuler, le fait qu'un co-facteur, dans une expression à factoriser avec facteur commun, soit égal en valeur absolue à 1 et qu'il soit visible ou non.

Tableau X-1 : correspondances entre les praxéologies de Ferraton et Pilet pour l'OML "Algèbre des polynômes", à partir de (Jolivet, 2013, p. 56)

Travail de Ferraton			Travail de Pilet	
			OML « Algèbre des polynômes »	
OM complexe	Sous types de tâches		Types de tâches	Genre de tâche
OM ( $T_{Red}$ ) Réduire	$T_{Red}^{\Pi}$	●	$T_{DDS-mon \times som}$	$T_D$ Développer
	$T_{Red}^{\Sigma \text{ même}}$	●	$T_{DDS-entier \times som}$	
	$T_{Red}^{\Sigma \text{ différents}}$	●	$T_{DDD-som \times som}$	
	$T_{Red}^{\Pi, \Sigma}$	●	$T_{DIR-som \times diff}$	
	$T_{Red}^+(\dots)$	●	$T_{DIR-car}$	
	$T_{Red}^-(\dots)$	●	$T_{FA / mon}$	$T_F$ Factoriser
	$T_{Red}^{Mixte}$	●	$T_{FA / som}$	
$T_{Dvt}^{simple}$	●	$T_{FA-mon+mon}$		
OM ( $T_{Dvt}$ ) Développer	$T_{Dvt}^{double}$	●	$T_{FA^* / mon}$	$T_C$ Calculer
	$T_{Dvt}^{Id1}$	●	$T_{FA^* / som}$	
	$T_{Dvt}^{Id2}$		$T_{FNA / mon}$	
	$T_{Dvt}^{Id3}$	●	$T_{FNA / som}$	
	$T_{Dvt}^{Comb}$	●	$T_{FIR-diff}$	
	$T_{Dvt}^{Som.alg}$	●	$T_{FIR-som}$	
	$T_{Fact}^{simple}$	●	$T_{R-carré}$	
$T_{Fact}^{Id1}$		$T_{R-canonique}$		
$T_{Fact}^{Id2}$		$T_{C-num}$	$T_C$ Calculer	
$T_{Fact}^{Id3}$		$T_{CDS-num}$		
$T_{Fact}^{\Delta}$		$T_{CIR-num}$		
$T_{Fact}^{Bicarré}$				
$T_{Fact}^{Comb}$				

### X.2.3 Choix réalisés pour notre MPR

Nous présentons maintenant les choix réalisés à partir des travaux présentés dans la section précédente. Rappelons que la principale raison qui nous amène à la nécessité d'un MPR est de disposer d'une modélisation du savoir. Elle doit permettre de décrire des ressources sans que la subjectivité du codeur, une fois formé à la méthode, n'influence la description produite. Nous construisons aussi ce MPR pour qu'une tâche ne puisse pas être rattachée à deux générateurs différents. Enfin il doit nous servir de pivot pour intégrer à la description d'un ETP des éléments institutionnels et didactiques. Avant d'aborder la construction de nos générateurs de types de tâches nous donnons les éléments globaux motivant nos choix. Les trois premiers sont spécifiques aux trois générateurs de types de tâches, développer, factoriser et réduire, que nous construisons. Les deux suivantes sont des considérants généraux sur le choix et la structuration des valeurs des variables. Nous les présentons une première fois ici pour permettre la lecture de la suite de ce chapitre. Ils sont repris à l'occasion de la présentation des principes à respecter

pour permettre une représentation informatique des MPR basés sur des générateurs de types de tâches (chapitre XI).

### Qualité de la modélisation du savoir

L'ensemble des travaux sur lesquels nous nous appuyons ont été réalisés à partir d'une étude combinant une approche épistémologique, une analyse des programmes et documents ressources et une analyse de manuels scolaires. Nous estimons donc qu'ils permettent une modélisation valide et stable du savoir au regard de nos objectifs.

### Place du type de tâches réduire

Nous retenons le type de tâches *réduire* en raison de l'importance institutionnelle qu'il occupe, avec plus ou moins de prégnance selon les moments (voir les travaux de Croset précédemment cités). L'action réduire est donc utilisée pour définir des tâches présentes dans des ETP, il nous semble important de la faire exister dans notre MPR. Par ailleurs, dans notre objectif d'indépendance de la description des ETP vis-à-vis du codeur, l'absence de ce type de tâches pourrait créer des problèmes. Ainsi les tâches « réduire  $3x \times 4x$  » et « réduire  $3x - 7 + 5x$  » seraient pour l'une liée au type de tâches *réécrire* et pour l'autre au type de tâches *factoriser* mais nécessairement sur la base d'une interprétation du codeur.

### Prise en compte d'éléments liés aux objets ostensifs

Dans les travaux de Pilet et de Croset il apparaît que les objets ostensifs qui sont mobilisés pour matérialiser les expressions à manipuler ont leur importance même s'ils sont tous dans le registre symbolique algébrique. Dans le cas de Pilet en particulier parce que les différents ostensifs permettent de caractériser différentes techniques. Dans le cas de Croset la présence de certains ostensifs est analysée comme favorisant la mise en œuvre de praxéologie personnelles. Ainsi suite aux travaux de Pilet nous retenons par exemple l'intérêt de distinguer les *monômes* (ceux de degré 0 permettent de prendre en compte les *nombres*, que nous ne limitons pas aux entiers contrairement à Pilet) et les polynômes non-monômes (appelés *somme* dans la terminologie de Pilet) dans le cadre du développement ou de la factorisation. Nous conservons aussi les critères liés à la visibilité ou non dans les objets ostensifs de certains éléments (facteur commun chez Pilet, cofacteur égal à 1 visible ou non chez Croset, signe multiplier quand il n'est pas obligatoire au regard des conventions d'écriture).

### Les valeurs « nom\_de\_la\_variable + quelconque » pour les différentes variables

Comme précisé dans le chapitre VIII, pour chaque variable de nos différents générateurs, nous définissons une première valeur, qui contient toutes les autres. Cette valeur permet la génération du type de tâches  $T_{gen}$ . Il a au moins deux raisons d'être, tout d'abord permettre de lier une tâche au générateur si elle en relève manifestement mais ne peut être décrite à partir des autres valeurs de variables. Par ailleurs, comme établi dans le chapitre VIII, s'il existe une technique pour  $T_{gen}$  alors les autres types de tâches générés sont un sous-type de tâches de  $T_{gen}$ .

### Les valeurs « nom\_de\_la\_variable + sans objet » pour certaines variables

Il peut arriver que certaines variables soient dépendantes, dans le sens où la valeur de l'une d'elle limite les valeurs possibles d'une autre. Par exemple dans le GT *développer*, qui est présenté ci-dessous, la variable V1 définit la forme de l'expression et la variable V3 précise l'ordre des facteurs quand l'expression est sous la forme *monôme*  $\times$  *polynôme*. Dans le cas où

Représentation dans T4TEL d'un modèle praxéologique de référence autour de l'algèbre élémentaire

V1 est par exemple égale à *polynôme*  $\times$  *polynôme* alors la valeur de V3 est nécessairement *ordre des facteurs sans objet*.

### X.3 Générateur de types de tâches *développer*, choix des variables et des valeurs

Rappelons qu'un générateur de types de tâches est constitué d'un verbe d'action, d'un complément fixé et d'un système de variables. À chacune de ces variables est associé un ensemble de valeurs. Nous présentons tout de suite le générateur défini et motivons les choix relatifs aux différents éléments tout de suite après. Nous nommons ce générateur de types de tâches GT\_Dev. L'ensemble des valeurs des différentes variables du GT\_Dev, et leur structuration, sont disponibles sous différents formats de fichiers<sup>95</sup>. Pour préserver la lisibilité du document nous en présentons des extraits au fur et à mesure de leur présentation.

Tableau X-2 : définition du générateur de types de tâches *développer*, GT\_Dev

Verbe d'action	Complément fixé	Système de variables
Développer	Une expression littérale donnée dans le registre symbolique algébrique sous forme d'un produit de polynômes	V1 ; V2 ; V3 ; V4
<b>Nom des variables</b>		
V1	Forme du produit	
V2	Nature des coefficients	
V3	Ordre des facteurs dans le cas où le produit est composé d'un monôme et d'un polynôme	
V4	Présence ou non du signe multiplié quand les conventions d'écriture permettent de ne pas l'écrire	

Dans (Chaachoua & Bessot, 2016) les auteurs assignent trois fonctions aux variables : générer des sous-types de tâches ; caractériser les portées des techniques ; rendre compte des praxéologies personnelles des élèves. Le choix des valeurs permet de « distinguer un triple point de vue sur les variables : épistémologique, institutionnel et didactique » (*ibid.*, p.9<sup>96</sup>). Signalons qu'en plus de générer les types de tâches les valeurs des variables permettent aussi, si elles sont organisées correctement, de structurer les différents types de tâches générés. Par ailleurs, dans le cadre de notre travail, certaines variables permettent de distinguer deux types de tâches qui pourraient sembler identiques mais, en fait, diffèrent par leurs techniques. Par exemple les deux tâches « Développer  $(3 - x)(7 + x)$  » et « Développer  $(4,3x - 2)(2x - 8,5)$  » relèvent toutes les deux d'un type de tâches « Développer un produit de la forme  $(a + b)(c + d)$  », cependant leurs techniques utilisent des calculs numériques dans l'ensemble des coefficients de  $a$ ,  $b$ ,  $c$  et  $d$ . Or les techniques calculatoires, et les savoirs à mobiliser par les élèves, ne sont pas les mêmes selon que l'on calcule dans N, Z, D, Q ou R. C'est ce qui motive par exemple la variable V2.

<sup>95</sup> Une version x-mind et une version PDF sont disponibles à ce lien : [https://frama.link/These\\_Jolivet](https://frama.link/These_Jolivet)

<sup>96</sup> La version définitive des actes n'étant pas encore disponible il s'agit de la neuvième page de l'article, section 5.

### X.3.1 Variable V1 du GT\_Dev : forme du produit

La fonction première de la variable V1 est de générer différents types de tâches, dépendant de différentes techniques. Elle permet aussi de prendre en compte l'influence de l'objet ostensif définissant l'expression à développer sur la mise en œuvre d'éventuelles praxéologies personnelles. Enfin elle doit aussi permettre de déterminer une adéquation institutionnelle locale prenant en compte la chrono-genèse praxéologique dans une classe par exemple.

#### **Variable V1 (forme du produit) : motivation du choix des valeurs de la variable et de leur structuration**

Pour définir et structurer les valeurs de la variable V1 du GT\_Dev nous avons choisi plusieurs niveaux successifs de structuration. Ils sont synthétisés dans le Tableau X-3, p. 167, et visibles sur la Figure X-3, p. 168. Nous motivons et précisons les valeurs de V1 retenues pour chaque niveau dans les paragraphes suivants.

*Tableau X-3 : principaux critères de structuration des valeurs de la variable "forme du produit" pour le GT\_Dev*

Niveau de structuration	Critère
1	Le nombre de facteurs dans le produit
2.1	Dans le cas où il y a deux facteurs, la nature des facteurs : monôme ou non-monôme
2.2	Dans le cas où il y a trois facteurs, présence ou non d'un produit de type identité remarquable
2.1.1	Dans le cas de la présence d'un facteur qui n'est pas un monôme, présence ou non d'un polynôme qui est une somme de plus de deux monômes
2.1.1.1 et suivants	Dans le cas de la présence d'un monôme comme facteur, étude de la nature de ce monôme (degré nul ou non, puis valeurs spécifiques dans le cas du degré nul).
2.1.1.2 et suivants	Dans le cas où aucun des facteurs n'est un monôme, présence ou non d'une identité remarquable puis caractérisation de l'identité remarquable le cas échéant

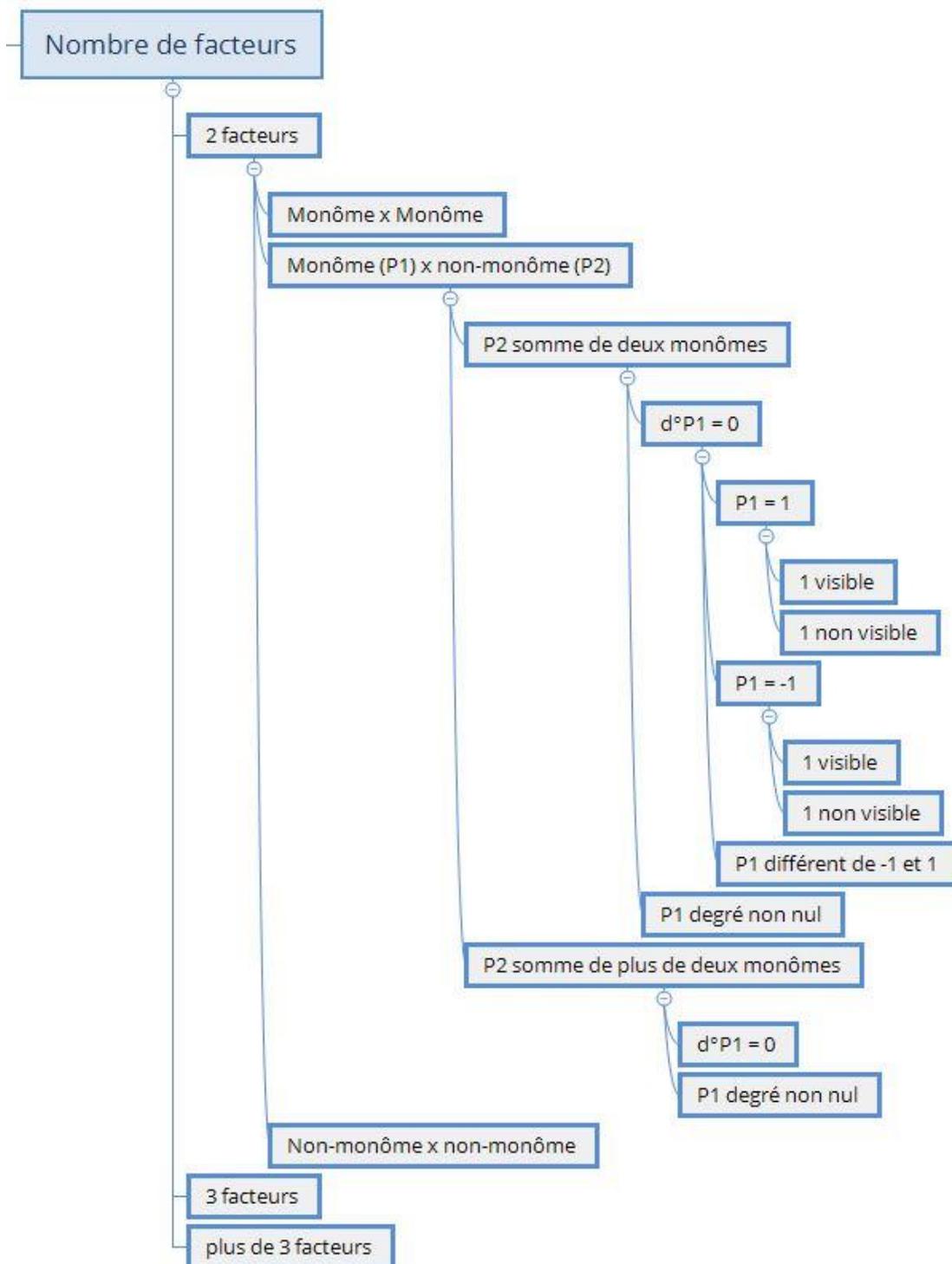


Figure X-3 : vue globale, partielle, de la structuration des valeurs de la variable V1 du GT développer

### 1<sup>er</sup> niveau de structuration : nombre de facteurs

Le premier élément structurant pour les valeurs de la variable V1 est une caractérisation de l'expression à développer par sa dimension structurale. Il s'agit tout d'abord de distinguer le nombre de facteurs présents dans l'expression. Nous distinguons les cas deux facteurs ; trois facteurs et, plus de trois facteurs (Figure X-4, p. 169).

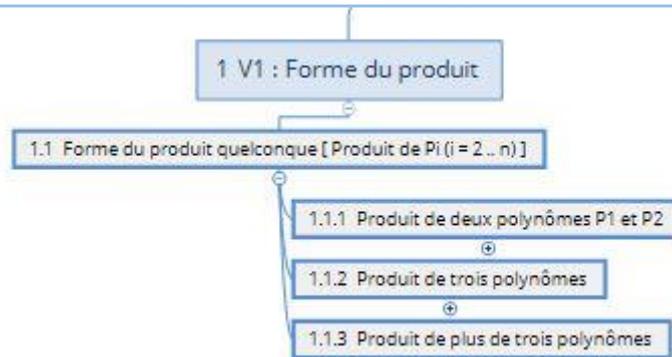


Figure X-4 : premier niveau de structuration des valeurs de V1 (forme du produit) du GT\_Dev

Le cas deux facteurs est motivé par l'existence des deux technologies de la simple et de la double distributivité et donc des techniques associées. Nous détaillons ce cas par la suite. À partir d'un produit de trois facteurs il n'y a pas de technique spécifique qui est enseignée dans les institutions analysées par les auteurs des différents travaux cités. Nous particularisons le cas où il y a trois facteurs (voir Figure X-5, p. 169) car ce type de tâches est assez fréquent dans les manuels scolaires. Il s'agit donc de pouvoir rendre compte d'une spécificité institutionnelle globale. Nous distinguons deux cas permettant de fournir un type de tâches supplémentaire particulier dans la mesure où il fait le lien avec un type de tâche qui est lui, le plus souvent, étudié (voir 4ème et 5ème niveaux de structuration : cas des identités remarquables, p.173). Il peut aussi permettre de répondre à des critères institutionnels locaux (un enseignant qui souhaite par exemple travailler sur le cas  $n = 3$  du binôme de Newton,  $(x \pm y)^3$ ). Par ailleurs il est source d'une utilisation forte de praxéologies personnelles erronées comme montré par Croset (2009, p. 228).

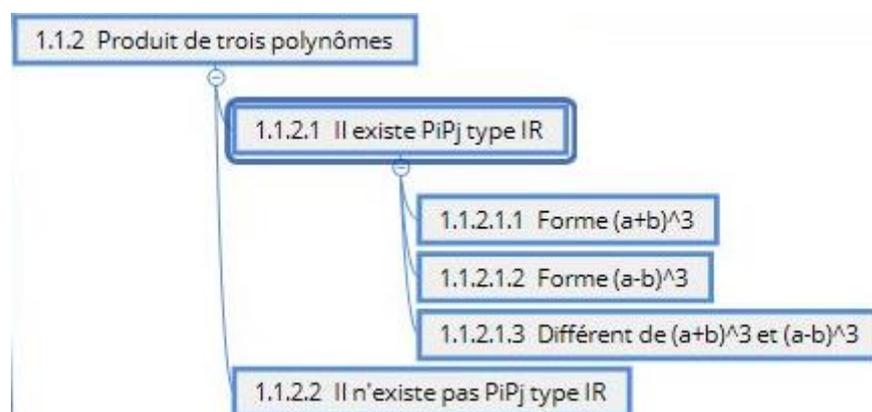


Figure X-5 : cas du produit de trois polynômes

Le cas où il y a plus de trois facteurs n'a pas donné lieu à des valeurs de variable supplémentaire dans la mesure où, dans les institutions étudiées, il n'y a pas de technique spécifique enseignée<sup>97</sup>. Cependant la structure choisie pour les valeurs de la variable permet sans peine d'ajouter, par exemple, une valeur 1.1.3.1 du type « Expression sous la forme  $(x + y)^n, n > 3$  » et une valeur 1.1.3.2 « Autre cas » si on souhaite intégrer ces cas au générateur. Notons que le choix d'une première détermination à partir de la dimension

<sup>97</sup> Nous n'intégrons pas de technique liée à la technologie fournie par la formule générale du binôme de Newton pour la même raison que nous n'avons pas retenu la factorisation par le discriminant ou le cas du bicarré, ces techniques ne sont pas présentes

Représentation dans T4TEL d'un modèle praxéologique de référence autour de l'algèbre élémentaire

structurale de l'expression à développer participe à l'indépendance du rattachement d'une tâche au GT par les descripteurs d'un ETP, en effet le nombre de facteurs d'un produit est non ambigu (précision éventuellement faite qu'un monôme est considéré comme un unique facteur même s'il est composé du produit d'un nombre et d'une puissance de l'indéterminée).

Les cas de trois facteurs ou plus ayant été traités dans ce paragraphe nous détaillons maintenant le cas où il y a deux facteurs.

### 2<sup>ème</sup> niveau de structuration : cas du produit de deux polynômes

Pour cela, comme proposé par Pilet, nous commençons par prendre en compte la nature des facteurs, monôme ou polynôme (Figure X-6, p. 170). Le cas du produit de deux monômes ne relève pas réellement du développement, nous l'intégrons cependant pour couvrir l'ensemble des types de tâches qui relèvent de ce qui est parfois appelé *la réduction*. Il y a donc ensuite les deux cas *monôme*  $\times$  *polynôme* et *polynôme*  $\times$  *polynôme* (nous considérons *polynôme* comme étant un polynôme non-monôme). Pour plus de lisibilité nous explorons maintenant les différents sous-niveaux successifs pour le cas du produit d'un monôme par un non-monôme ; nous revenons ensuite, en page 173, sur le cas du produit de deux non-monôme pour lequel nous explorons alors les différents sous-niveaux.

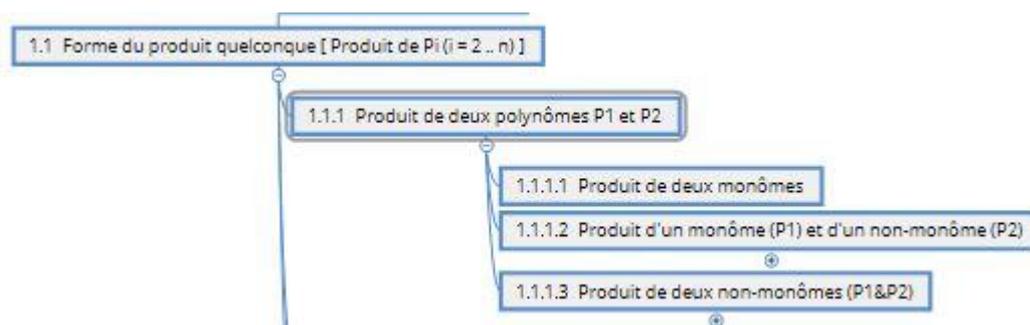


Figure X-6 : 1<sup>er</sup> niveau de structuration du cas "produit de deux polynômes"

### Cas du produit d'un monôme et d'un non-monôme

#### 3<sup>ème</sup> niveau de structuration : cas *monôme (P1) $\times$ non – monôme(P2)*

Dans le cas *monôme*  $\times$  *non – monôme* nous différencions tout d'abord le cas où le non-monôme est une somme d'exactly deux monômes du cas où il est somme de plus de deux monômes (Figure X-7, p. 171).

*Générer des types de tâches pour caractériser la portée d'une technique.*

Le fait de considérer le cas où P2 est une somme d'exactly deux monômes permet de caractériser la portée de techniques usuellement enseignées (basées sur la formule du type  $k(a \pm b) = ka \pm kb$ ).

*Générer des types de tâches pour rendre compte de spécificités institutionnelles*

Même s'il n'y a, le plus souvent, pas de technique associée qui est enseignée, on rencontre régulièrement des ETP contenant des tâches comme « développer  $x(7 - 4x + 2x^2)$  ». Dans la perspective de pouvoir lier un ETP à des savoirs enseignés ou non, par exemple, il est donc

Générateur de types de tâches développer, choix des variables et des valeurs intéressant de pouvoir identifier spécifiquement le type de tâches « développer un produit d'un monôme par un polynôme, le polynôme étant une somme d'au moins trois termes ».

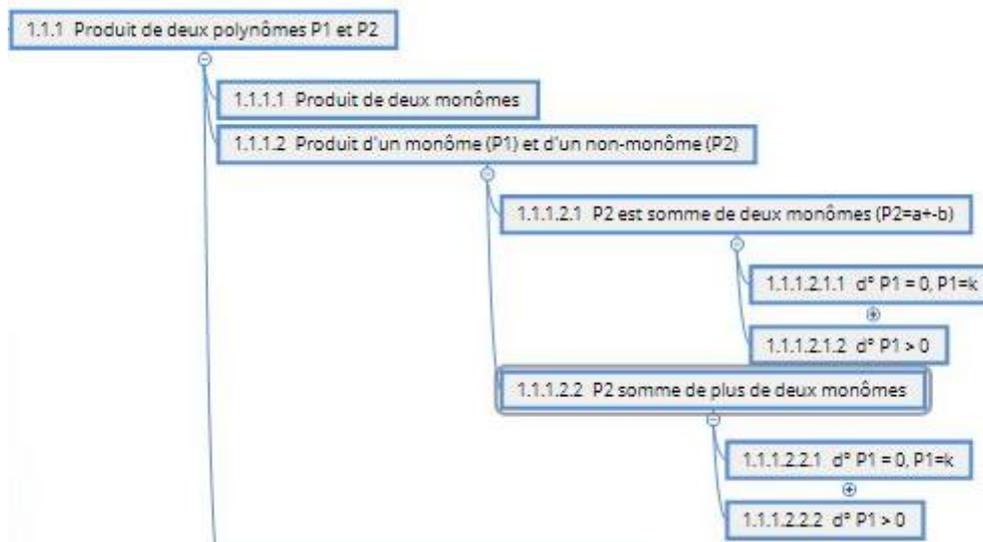


Figure X-7 : deux premiers sous-niveaux dans le cas du produit d'un monôme et d'un polynôme

#### 4<sup>ème</sup> niveau de structuration : degré du monôme P1

Pour préciser le cas où nous sommes dans la situation *monôme* × *non – monôme* nous différencions maintenant les situations selon que le monôme est de degré nul ou non (Figure X-7, p. 171). La motivation essentielle est ici de rendre compte de spécificités institutionnelles comme le montre l'étude d'un extrait de programme ci-dessous.

Certains types de tâches possèdent un statut particulier dans l'institution, examinons par exemple un extrait du programme de mathématiques en vigueur en classe de 5<sup>e</sup> du collège en France de 2008 à 2015<sup>98</sup> (Figure X-8, p. 171).

<p>Distributivité de la multiplication par rapport à l'addition.</p>	<p>- Sur des exemples numériques, utiliser les égalités  <math>k(a + b) = ka + kb</math> et  <math>k(a - b) = ka - kb</math> dans les deux sens.</p> <p>- * Sur des exemples littéraux, utiliser les égalités  <math>k(a + b) = ka + kb</math> et  <math>k(a - b) = ka - kb</math> dans les deux sens.</p>	<p>- Dans le cadre du socle commun il convient de privilégier l'exploitation de cette propriété sur des exemples numériques.</p> <p><i>L'intégration des lettres dans ce type d'égalités est une difficulté qu'il faut prendre en compte. Elle s'appuie sur des situations empruntées aux cadres numérique ou géométrique.</i></p>
--	--	--

Figure X-8 : extrait des programmes<sup>3</sup> de mathématique de la classe de 5<sup>e</sup> en vigueur entre 2008 et 2015, p.22

On peut noter d'une part que l'institution distingue le développement, qui est réduit à l'application d'une formule<sup>99</sup>, dans le cadre numérique et dans le cadre algébrique. Nous n'avons pas fait le choix d'isoler les cas relevant du cadre numérique, il s'agit pour nous d'un cas particulier où P2 est de degré nul et écrit comme une somme de deux termes que l'on n'additionne pas<sup>100</sup>. Par ailleurs dans ces mêmes programmes scolaires le travail sur les

<sup>98</sup> [http://media.education.gouv.fr/file/special\\_6/52/5/Programme\\_math\\_33525.pdf](http://media.education.gouv.fr/file/special_6/52/5/Programme_math_33525.pdf)

<sup>99</sup> On trouve dans la thèse de Croset (2009) une intéressante analyse de la notion de développement, « qui ne vit que dans l'enseignement » (*ibid.*, p. 52) et de l'évolution de son statut dans les programmes depuis les années 70 (*ibid.*, pp. 52-54).

<sup>100</sup> Une fois de plus, cette situation illustre l'assujettissement du MPR construit d'une part aux institutions mais aussi aux objectifs de recherche poursuivis. Il aurait pu être légitime d'introduire une valeur de variable supplémentaire, distinguant le cas où P2 est de degré nul des autres cas.

Représentation dans T4TEL d'un modèle praxéologique de référence autour de l'algèbre élémentaire

puissances n'arrive qu'en classe de 4<sup>e</sup>, une tâche comme « Développer  $x(2x - 3)$  » ne peut donc pas être traitée en 5<sup>e</sup>, d'où la pertinence de distinguer le cas où P1 est de degré nul, indépendamment du degré de P2. Dans le cas où P1 est de degré nul on retrouve le type de tâche  $T_{\text{DDS-entiersom}}$  de Pilet qui est décrit<sup>101</sup> comme « Développer une expression en appliquant la distributivité simple de la multiplication sur l'addition  $k(a + b) = ka + kb$  où  $k \in R$  » (Pilet, 2012, p. 91).

**5<sup>ème</sup> niveau de structuration : différentes valeurs de P1 dans le cas où P1 est de degré nul**

Dans le cas où le degré de P1 est nul nous mettons en exergue deux valeurs spécifiques qui peuvent être prises par P1 :  $P1 = 1$  et  $P1 = -1$  (Figure X-9, p. 172).

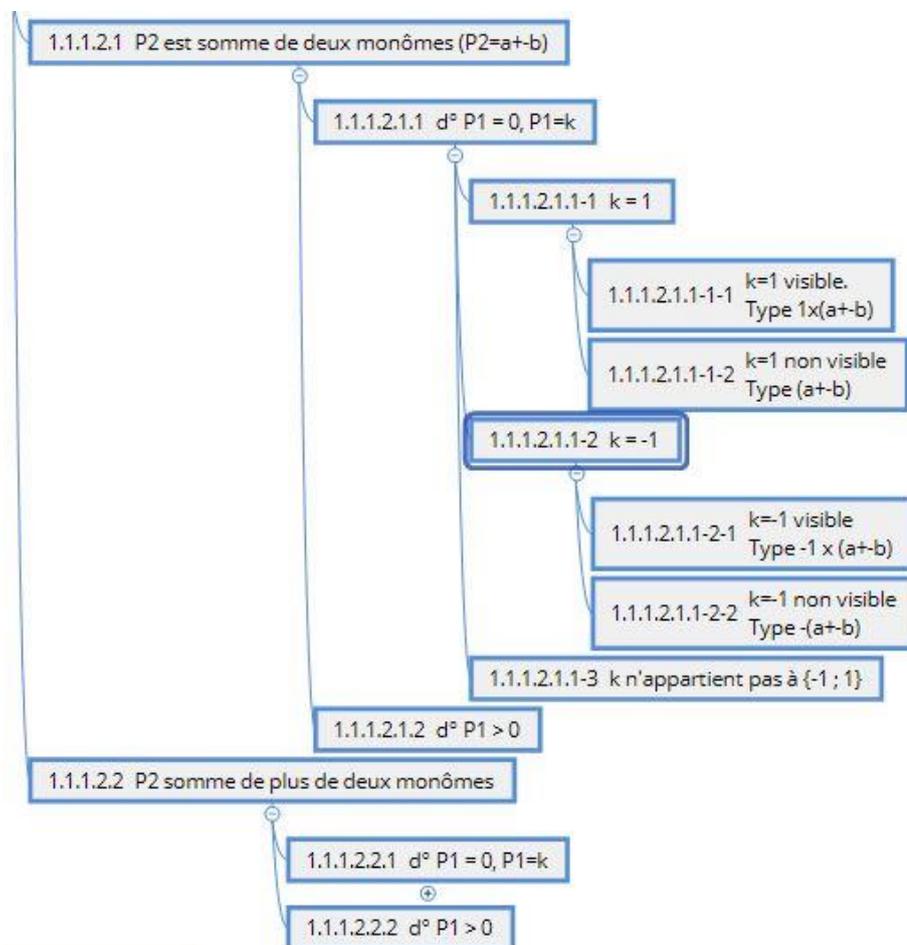


Figure X-9 : valeurs particulières P1 quand P1 est une constante

Deux raisons justifient ce choix, la première est d'intégrer dans notre MPR, dans le GT\_Dev et non pas dans un autre GT avec risque de redondance, des types de tâches que l'on peut rencontrer fréquemment dans des manuels scolaires, que ce soit dans des énoncés d'ETP et parfois aussi dans la partie cours. Il s'agit des types de tâches *réduire* et *supprimer les parenthèses précédées d'un signe plus ou moins*. Ainsi quand on est dans le cas 1.1.1.2.1.1-1-2

<sup>101</sup> Cette description qui intègre la technique ne nous semble pas être totalement adéquate pour un type de tâche.

Générateur de types de tâches développer, choix des variables et des valeurs  
(resp. 1.1.1.2.1.1-2-2) on va générer des types de tâches que l'on pourra par ailleurs déclarer comme identiques au type de tâches « supprimer des parenthèses précédées d'un signe + (resp. -) ». On va d'ailleurs associer à ce type de tâche, parmi d'autres, une technique « supprimer les parenthèses sans modifier le contenu » (resp. « supprimer le signe – et les parenthèses et changer les signes des termes à l'intérieur de la parenthèse »). Ce type de tâche peut être un ingrédient d'une technique du type de tâches *réduire*.

La seconde motivation est de pouvoir générer des types de tâches qui peuvent être associés à des praxéologies personnelles erronées. Ainsi le fait de considérer le cas  $-(a \pm b)$  de manière spécifique peut permettre d'identifier des ETP dans lesquels il est possible que le résolveur mobilise la praxéologie personnelle erronée  $-(a + b) = -a + b$  (identifiée par Croset (2009, p. 228)).

Nous revenons maintenant au 3<sup>ème</sup> niveau de structuration en examinant le cas du produit de deux non monômes.

---

### Cas du produit de deux non-monômes

#### **3<sup>ème</sup> niveau de structuration : cas du produit de deux non-monômes**

Dans le cas du produit de deux non-monômes nous commençons par différencier deux cas (Figure X-10, p. 174). Le premier est celui où les deux polynômes sont une somme de deux monômes, qui est le cas pour lequel une technique au moins est généralement enseignée, basée sur la technologie donnée par la formule de la double distributivité  $(a + b)(c + d) = ac + ad + bc + bd$ . Le second est celui où l'un au moins des deux polynômes est une somme de plus de deux monômes. Nous ne proposons pas de sous-niveaux pour ce deuxième cas.

#### **4<sup>ème</sup> et 5<sup>ème</sup> niveaux de structuration : cas des identités remarquables**

Nous distinguons dans le cadre du produit de deux polynômes le cas où ce produit forme une identité remarquable des autres cas. Dans le cas des identités remarquables nous distinguons les trois identités (Figure X-10, p. 174). La motivation de ce choix est essentiellement d'offrir la possibilité de rendre compte de la présence ou non du type de tâche « développer avec une identité remarquable » qui possède une importance diverse dans le temps dans l'institution scolaire française mais est tout de même toujours présent, que ce soit pour en faire un objet d'étude ou pour l'exclure du champ de l'étude, comme le montre par exemple les extraits de programmes qui sont présentés de la Figure X-11 à la Figure X-13, p. 174.

Notons aussi que nous avons défini comme valeur de variable (1.1.1.3.1.2) le complémentaire de *être une identité remarquable* ce qui permet d'exclure du champ les ETP mobilisant les identités remarquables si on le souhaite.

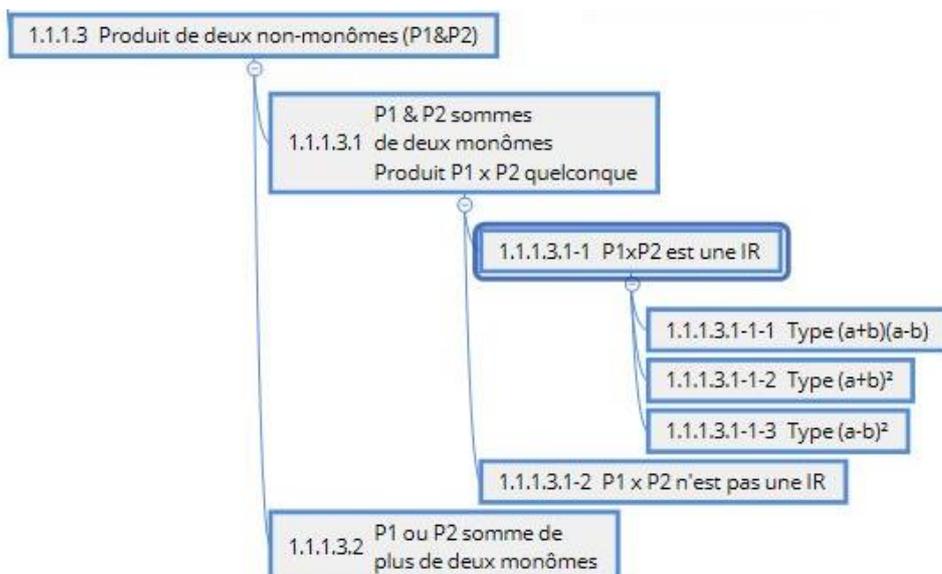


Figure X-10 : niveaux 3, 4 et 5 de structuration, cas du produit de deux non-monomômes

- Développer une expression de la forme  $(a + b)(c + d)$ .

L'objectif reste de développer pas à pas puis de réduire l'expression obtenue. Les identités remarquables ne sont pas au programme. Les activités de factorisation se limitent aux cas où le facteur commun est du type  $a$ ,  $ax$  ou  $x^2$ .

Figure X-11 : programme de 4e, 2008. Les identités remarquables sont exclues

Identités remarquables.

- Connaître les identités:  
 $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$   
 $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$   
 $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$   
 - Les utiliser dans les deux sens sur des exemples numériques ou littéraux simples.

Dans le cadre du socle commun, les élèves connaissent l'existence des identités remarquables et doivent savoir les utiliser pour calculer une expression numérique mais aucune mémorisation des formules n'est exigée.

Figure X-12 : programme de 3e, 2008. Les identités remarquables sont objets d'étude

Mettre un problème en équation en vue de sa résolution.  
 Développer et factoriser des expressions algébriques dans des cas très simples.  
 Résoudre des équations ou des inéquations du premier degré.  
 » Notions de variable, d'inconnue.  
 Utiliser le calcul littéral pour prouver un résultat général, pour valider ou réfuter une conjecture.

Comprendre l'intérêt d'une écriture littérale en produisant et employant des formules liées aux grandeurs mesurables (en mathématiques ou dans d'autres disciplines).  
 Tester sur des valeurs numériques une égalité littérale pour appréhender la notion d'équation.  
 Étudier des problèmes qui se ramènent au premier degré (par exemple, en factorisant des équations produits simples à l'aide d'identités remarquables).  
 Montrer des résultats généraux, par exemple que la somme de trois nombres consécutifs est divisible par 3.

Figure X-13 : programme de cycle, 2016. Les identités remarquables sont des outils potentiels.

### X.3.2 Variable V2 du GT\_Dev : nature des coefficients

Dans toutes les techniques liées au développement il est à un moment nécessaire d'effectuer des calculs dans l'ensemble de nombres auquel appartiennent les coefficients de l'expression. Or, d'une part le calcul dans certains ensembles peut être ou ne pas être prescrit dans le curriculum de tel ou tel niveau scolaire ; il s'agit donc d'une variable pouvant apporter des informations institutionnelles. Par ailleurs de nombreux travaux de la didactique ont montré que

le calcul, par exemple dans  $\mathbb{N}$  ou dans  $\mathbb{Z}$ , ne présente pas les mêmes difficultés pour les élèves ; il s'agit donc aussi d'une variable de nature didactique. Les valeurs choisies pour cette variable résultent d'un découpage par inclusion classique des ensembles de nombres. Nous définissons aussi les complémentaires de chaque sous-ensemble de manière à pouvoir identifier explicitement des tâches qui mobilisent par exemple des calculs dans  $\mathbb{Q}$  en étant certain qu'il ne s'agit pas, en fait, de calculs dans  $\mathbb{D}$ .

### X.3.3 Variable V3 du GT\_Dev : ordre des facteurs dans le cas d'un produit monôme et non-monôme

Cette variable existe en raison de l'habitude d'enseignement de la formule sous la forme  $k(a \pm b) = ka \pm kb$  et jamais sous la forme  $(a \pm b) \times k = ak \pm bk$ . Nous faisons donc l'hypothèse que la perturbation de la forme de l'expression donnée dans l'énoncé par rapport à la forme enseignée peut être source d'erreur et qu'il est donc pertinent de distinguer deux tâches comme « développer  $5(x + 7)$  » et « développer  $(x + 7) \times 5$  ». À notre connaissance cette hypothèse n'a pas été testée en tant que telle<sup>102</sup> mais nous l'estimons raisonnable au regard de notre expérience d'enseignant d'une part et au regard des divers travaux qui signalent la place forte que prend la forme ostensive dans le traitement des questions, voir par exemple Grugeon (1997, p. 195) citée par Croset (2009, p. 45) qui donne un exemple dans le cas de la recherche d'une quatrième proportionnelle. Elle prend trois valeurs en plus de la valeur générique *ordre des facteurs quelconque* (voir Figure X-14, p.175)

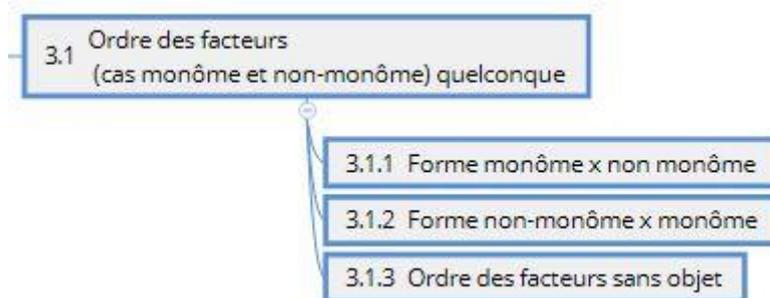


Figure X-14 : valeurs de la variable V3, ordre des facteurs dans le cas d'un produit monôme et non-monôme

On peut noter que cette variable n'est pas indépendante de la variable V1, en particulier dans les cas où la variable V1 vaut « produit de trois polynômes » ou « produit de plus de trois polynômes » alors la valeur de V3 est *ordre des facteurs sans objet*.

### X.3.4 Variable V4 du GT\_Dev : visibilité du signe multiplié entre les facteurs

L'existence de cette variable est liée à la prise en compte des travaux de Croset et à la mise en évidence d'un nombre d'erreurs significativement plus important dans des tâches de développement où le signe  $\times$  n'est pas visible par rapport à des tâches relevant du même type de tâches à la différence près que le signe  $\times$  n'est pas visible (Croset, 2009, p. 97). Il s'agit donc de prendre en compte de possibles praxéologies personnelles erronées, on peut à ce titre considérer qu'il s'agit d'une variable didactique pour l'enseignant. Il y a trois valeurs pour cette variable (Figure X-15, p. 176). On note que dans le cas du produit de deux polynômes seules les

<sup>102</sup> Elle ne fait par exemple par partie des variations prises en compte dans les travaux de Croset

Représentation dans T4TEL d'un modèle praxéologique de référence autour de l'algèbre élémentaire

deux premières valeurs sont possibles, la troisième est pour une tâche comme « Développer  $x \times (2 + x)(x^2 - 7)$  ». Même si on peut s'interroger sur l'intérêt qu'aurait une tâche ainsi définie il s'agit de ne pas bloquer le processus de description d'un ETP par l'omission d'une valeur de variable.

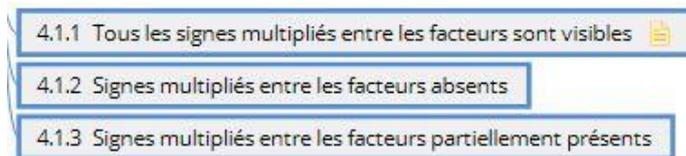


Figure X-15 : valeurs de la variable V4, visibilité du signe multiplié entre les facteurs

### X.3.5 Liens entre GT\_Dev et les types de tâches relatifs au développement de Pilet et de Croset

Notre travail étant en particulier construit à partir de ceux de Pilet et de Croset<sup>103</sup>, nous examinons maintenant les liens entre les types de tâches relatifs au développement identifiés par Pilet (Figure X-16, p. 176) et Croset (Figure X-17, p. 176) et les types de tâches générés par notre générateur. Pour cela nous mettons en regard les types de tâches de Pilet d'une part et de Croset d'autre part, et les valeurs de chaque variable de notre générateur permettant de générer ce type de tâches. Le résultat est présenté dans le Tableau X-4, p. 177.

$T_D$ Développer	$T_{DDS-mon \times som}$ Développer un produit de deux facteurs avec la distributivité simple de la multiplication sur l'addition Exemple : $x(x + 3)$
	$T_{DDS-entier \times som}$ Développer une expression en appliquant la distributivité simple de la multiplication sur l'addition $k(a + b) = ka + kb$ où $k \in \mathbb{R}$ Exemples : $-2(x + 3)$ , appelé « Supprimer les parenthèses »
	$T_{DDD-som \times som}$ Développer un produit de deux facteurs avec la double distributivité de la multiplication sur l'addition Exemple : $(3x + 2)(x - 3)$
	$T_{DIR-som \times diff}$ Développer un produit de deux facteurs du type $(a + b)(a - b)$ Exemple : $(x - 3)(x + 3)$
	$T_{DIR-car}$ Développer un carré Exemple : $(x - 3)^2$

Figure X-16 : liste des types de tâches liés au genre de tâches développer pour Pilet (2012, p. 91)

Le type de tâches,  $T_{Ddt}^{simple+}$  : Développer  $k(a + b)$ .  
 Le type de tâches,  $T_{Ddt}^{simple-}$  : Développer  $k(a - b)$ .  
 Le type de tâches,  $T_{Ddt}^{double}$  : Développer  $(a + b)(c + d)$ .  
 Le type de tâches,  $T_{Ddt}^{+}$  : Développer  $+(\sum)$ .  
 Le type de tâches,  $T_{Ddt}^{-}$  : Développer  $-(\sum)$ .  
 Le type de tâches,  $T_{Ddt}^{d1}$  : Développer  $(a + b)^2$ .  
 Le type de tâches,  $T_{Ddt}^{d2}$  : Développer  $(a - b)^2$ .  
 Le type de tâches,  $T_{Ddt}^{d3}$  : Développer  $(a + b)(a - b)$ .

Figure X-17 : liste des types de tâches liés au genre de tâches développer pour Croset (2009, p. 41)

<sup>103</sup> Nous ne retenons que ces deux travaux qui sont des travaux de thèse contrairement à celui de Ferraton qui est un travail de mémoire de master.

## Générateur de types de tâches développer, choix des variables et des valeurs

Tableau X-4 : liaisons entre les types de tâches de Pilet et Croset et le générateur de types de tâches développer. La forme du produit correspondant au code pour V1 est donnée dans le Tableau X-5, p.177. Pour les autres variables la valeur est associée au code à la première apparition

<b>Type de tâche dans le générateur de types de tâches développer</b>				
<b>Type de tâche de référence</b>	Valeur de V1 (forme du produit)	Valeur de V2	Valeur de V3	Valeur de V4
<b>Types de tâches de Pilet</b>				
$T_{DDS-mon \times som}$	1.1.1.2.1	2.1 Nature des coefficients quelconque	3.1.1 Monôme x non-monôme 3.1.2 Non-monôme x monôme	4.1.1 Tous les signes $\times$ visibles 4.1.2 Signes $\times$ absent
$T_{DDS-entier \times som}$	1.1.1.2.1.1	2.1	3.1.1 3.1.2	4.1.1 4.1.2
$T_{DDD-som \times som}$	1.1.1.3	2.1	3.1.3 Ordre facteurs sans objet	4.1.1 4.1.2
$T_{DIR-som \times diff}$	1.1.1.3.1.1.1	2.1	3.1.3	4.1.1 4.1.2
$T_{DIR-car}$	1.1.1.3.1.1.2 1.1.1.3.1.1.3	2.1	3.1.3	4.1.1 4.1.2
<b>Types de tâches de Croset</b>				
$T_{Dvt}^{simple+}$	1.1.1.2.1	2.1	3.1.1 3.1.2	4.1.1 4.1.2
$T_{Dvt}^{simple-}$	1.1.1.2.1	2.1	3.1.1 3.1.2	4.1.1 4.1.2
$T_{Dvt}^{double}$	1.1.1.3	2.1	3.1.3	4.1.1 4.1.2
$T_{Dvt}^+$	1.1.1.2.1.1.1 1.1.1.2.2.1.1	2.1	3.1.1	4.1.2
$T_{Dvt}^-$	1.1.1.2.1.1.2 1.1.1.2.2.1.2	2.1	3.1.1	4.1.2
$T_{Dvt}^{Id1}$	1.1.1.3.1.1.2	2.1	3.1.3	4.1.1 4.1.2
$T_{Dvt}^{Id2}$	1.1.1.3.1.1.3	2.1	3.1.3	4.1.1 4.1.2
$T_{Dvt}^{Id3}$	1.1.1.3.1.1.1	2.1	3.1.3	4.1.1 4.1.2

Tableau X-5 : forme du produit pour les codes de la valeur de V1 utilisés dans le Tableau X-4, p. 177 (par ordre d'apparition de haut en bas)

<b>Code</b>	<b>Forme du produit correspondante</b>
1.1.1.2.1	Monôme $\times$ (somme de deux monômes)
1.1.1.2.1.1	Monôme $d^0 \times$ (somme de deux monômes)
1.1.1.3	Non-monôme $\times$ Non-monôme
1.1.1.3.1.1.1	Produit de deux non-monômes du type $(a + b)(a - b)$
1.1.1.3.1.1.2	Produit de deux non-monômes du type $(a + b)^2$
1.1.1.3.1.1.3	Produit de deux non-monômes du type $(a - b)^2$
1.1.1.2.1.1.1	Produit d'un monôme égal à 1 et d'une somme de deux monômes
1.1.1.2.2.1.1	Produit d'un monôme égal à 1 et d'une somme de plus de deux monômes
1.1.1.2.1.1.2	Produit d'un monôme égal à -1 et d'une somme de deux monômes
1.1.1.2.2.1.2	Produit d'un monôme égal à -1 et d'une somme de plus de deux monômes

Nous proposons maintenant quelques observations relatives au Tableau X-4, p. 177 dans le but d'évaluer l'apport de l'approche par générateur de types de tâches. À une exception près,

sur laquelle nous revenons ci-dessous, nous associons à chacun des types de tâches de Pilet et Croset, *a minima*, un type de tâches différent, généré par le GT\_Dev. On peut immédiatement noter que ni Pilet, ni Croset ne différencient la nature des coefficients intervenant dans les polynômes et nous avons donc systématiquement affecté la valeur « Nature des coefficients quelconque » à la variable V2. Cette variable V2 nous permet donc d'associer de nombreux sous-types de tâches à chacun des types de tâches identifiés par Pilet et Croset et qui sont ignorés (dans le sens non-discriminé) par elles<sup>104</sup>. L'observation que l'on vient de faire pour la variable V2 est également vraie pour les variables V3 et V4. Concernant la variable V1 on peut constater que, mis à part pour le cas des identités remarquables, aucune des valeurs prises pour décrire les types de tâches de Pilet et Croset ne correspond à une feuille de notre arbre des valeurs des variables, ceci signifie donc que nous sommes, pour la variable V1 aussi, en mesure de générer de nombreux sous-types de tâches par rapport à ceux identifiés par Pilet et Croset. *A contrario*, dans le cas des identités remarquables, les trois types de tâches sont dissociés et sans lien dans les travaux de Croset et Pilet, dans le cadre du générateur ces trois types de tâches (en attribuant les valeurs 2.1 à V2 ; 3.1.3 à V3 et 4.1 à V4) vont être définis comme des sous-types de tâches d'un type de tâches plus générique qui est « développer un produit de deux polynômes qui est sous forme d'une identité remarquable, à coefficients quelconques le signe multiplié pouvant être apparent ou non ». Le générateur de types de tâches opère donc un double rôle avec d'une part une finesse importante dans la description des types de tâches par sa fonction de génération de sous-types de tâches mais aussi de mise en relation de différents types de tâches, ainsi les trois identités remarquables vont par exemple apparaître comme des variations (au sens défini dans le chapitre VIII, section VIII.6.5) d'un même type de tâche qui est « développer à l'aide d'une identité remarquable ».

Les deux types de tâches, que les choix réalisés pour construire le générateur ne permettent pas de différencier, sont  $T_{Dvt}^{simple+}$  et de  $T_{Dvt}^{simple-}$  que Croset distinguent, ce qui n'est le choix fait par Pilet.

Dans plusieurs cas nous n'avons pas de type de tâches unifiant (par exemple  $T_{Dvt}^+$  de Croset, et nous devons associer à un type de tâches plusieurs types de tâches issus du générateur. Ceci est dû en particulier à notre volonté de différencier le cas où P2 est une somme de deux monômes ou de plus de deux monômes.

## X.4 Générateurs de types de tâches *factoriser*, choix des variables et des valeurs

Comme pour le générateur de types de tâches *développer* nous retenons une première entrée liée à l'aspect structural de l'expression à factoriser. La première variable sert à décrire la forme de l'expression, une étude des techniques et des technologies servant à les justifier a permis de mettre en évidence qu'un premier élément discriminant est le nombre de produits qui constituent la somme. Ceci nous a amené à distinguer quatre situations : la somme de deux produits, la somme de trois produits, la somme de quatre produits et la somme de plus de quatre

---

<sup>104</sup> Signalons qu'il s'agit d'une potentialité offerte par le système du générateur de types de tâches, cette potentialité ne porte aucune préconisation en termes de pratiques d'enseignement et en particulier n'est pas la promotion d'une approche behavioriste.

Générateurs de types de tâches factoriser, choix des variables et des valeurs produits. La première est liée à la technologie qui comprend les formules  $ka \pm kb = k(a \pm b)$  et à celle qui comprend la formule  $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$ , la seconde à la technologie qui comprend les formules  $a^2 \pm 2ab + b^2 = (a \pm b)^2$ , la troisième à la technologie qui contient la formule  $ac + ad + bc + bd = (a + b)(c + d)$  et la quatrième qui contient les autres cas. Comme ces différentes parties ne présentent pas de points communs particuliers, plutôt que de considérer un unique générateur nous avons décidé de considérer quatre générateurs de types de tâches distincts que nous notons GT\_F2 pour la factorisation de la somme de deux produits, GT\_F3 pour la factorisation de la somme de trois produits, GT\_F4 pour la factorisation de la somme de quatre produits, GT\_F+ pour la factorisation de la somme de plus de quatre produits. Une version complète de ces différents GT est disponible sous différents formats de fichiers<sup>105</sup>. Nous en présentons des extraits au fur et à mesure dans les sections suivantes pour préserver la lisibilité du document.

Les choix réalisés pour choisir et structurer les valeurs des variables de ces quatre générateurs suivant la même logique nous les présentons de manière détaillée pour GT\_F2 et précisons, quand c'est nécessaire, les variantes pour les trois autres GT. En particulier les différentes variables sont les mêmes pour les quatre générateurs, elles sont présentées dans le Tableau X-6, p. 179. Pour définir les générateurs GT\_F3, GT\_F4 et GT\_F+ il suffit de remplacer dans le complément fixé « deux » par « trois » (resp. « quatre » et « plus de quatre »).

Tableau X-6 : définition du générateur de types de tâches GT\_F2

Verbe d'action	Complément fixé	Système de variables
Factoriser	Une expression littérale donnée dans le registre symbolique algébrique sous forme d'une somme de deux produits de polynômes	V1 ; V2 ; V3 ; V4
<b>Nom des variables</b>		
V1	Forme de la somme	
V2	Nature des coefficients de la somme	
V3	Nature des coefficients de la forme factorisée	
V4	Présence du signe multiplié entre les facteurs des produits dans l'expression de départ	

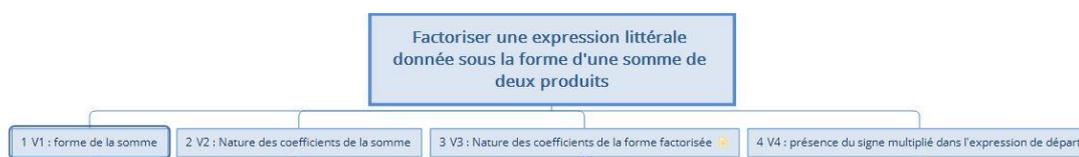


Figure X-18 : système de variables du GT\_F2

<sup>105</sup> Une version x-mind et une version PDF sont disponibles à ce lien : [https://frama.link/These\\_Jolivet](https://frama.link/These_Jolivet)

### X.4.1 Variable V1 du GT\_F2 : forme de la somme

Pour définir et structurer les valeurs de la variable V1 du GT\_F2 nous avons choisi plusieurs niveaux successifs de structuration. Ils sont synthétisés dans le Tableau X-7, p. 180, nous les motivons dans les paragraphes suivants.

Tableau X-7 : principaux critères de structuration des valeurs de la variable "forme de la somme" pour le GT\_F2

Niveau de structuration	Critère
1	Les facteurs des différents produits sont tous, ou non, des monômes
1.1	Dans le cas où tous les facteurs sont des monômes : tous les monômes sont de degré 0 ou non
2	Existence ou non d'un facteur commun à tous les produits
3.1	Visibilité dans le cas de l'existence d'un facteur commun
3.2	Identification de types spécifiques d'expressions (identité remarquable par exemple ou facteur commun pour un sous-ensemble de produits) dans le cas où il n'existe pas de facteur commun

#### 1<sup>er</sup> niveau de structuration : les facteurs sont tous, ou non, des monômes

Cette distinction est reprise des travaux de Pilet, elle permet de distinguer le cas où tous les facteurs sont des monômes des autres cas. Dans le premier cas nous distinguons ensuite la situation où tous les monômes sont de degré nul. Ceci nous place alors dans le cadre numérique où la factorisation est parfois mobilisée pour réaliser du calcul mental ou « astucieux ». Si tous les monômes ne sont pas de degré nul, cela nous permet d'identifier le type de tâches *factoriser des monômes de même degré* qui est utile à une technique relative au type de tâches *réduire*.

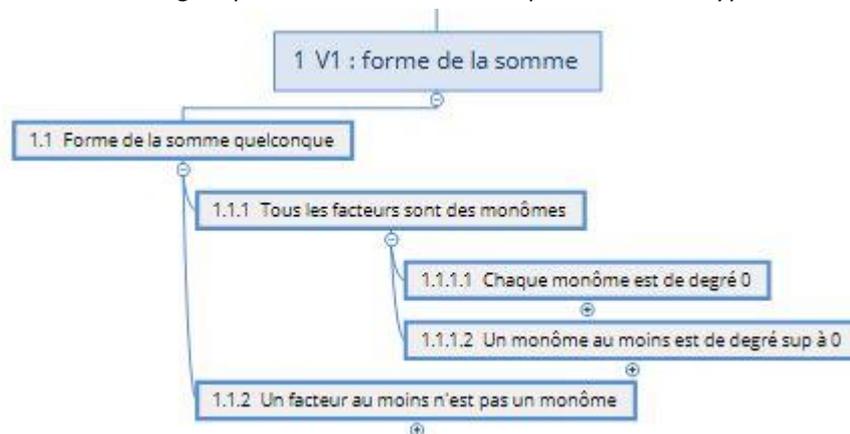


Figure X-19 : premier niveau de structuration de la variable V1 (forme de la somme) du GT\_F2

#### 2<sup>e</sup> niveau de structuration dans le cas où tous les facteurs sont des monômes

Comme indiqué précédemment et visible sur la Figure X-19, p.180 nous distinguons le cas où tous les monômes sont de degré nul ( $97 \times 21 + 3 \times 21$  par exemple) et le cas où il existe au moins un monôme de degré non nul ( $21x + 7$  par exemple).

Une fois cette distinction opérée nous dissocions les cas où il existe un facteur commun de ceux où ce n'est pas le cas comme visible sur la Figure X-20, p. 181.

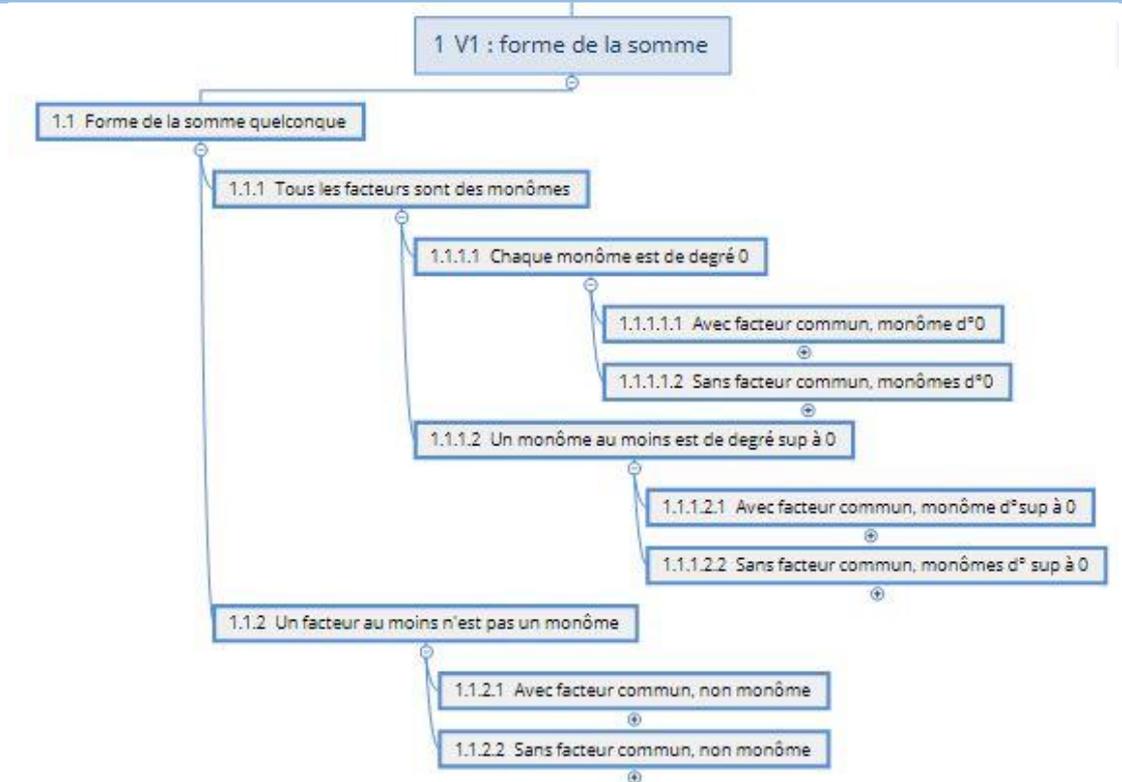


Figure X-20 : deuxième niveau de structuration de la variable V1 (forme de la somme) du GT\_F2, distinction selon l'existence ou non d'un facteur commun aux différents produits

### 3<sup>e</sup> niveau de structuration, cas où il existe un facteur commun aux deux produits

Nous établissons deux cas selon que l'on est dans la situation  $ka + kb$  ou dans la situation  $ka - kb$  puis nous différencions deux situations en fonction de la visibilité ou non du facteur commun. La visibilité du facteur commun est une distinction qui a été introduite par Pilet, elle distingue trois cas selon que ce facteur est visible dans les deux produits, dans un seul ou dans aucun. Nous réalisons un choix similaire à la nuance près que nous réunissons tout d'abord les cas *visible dans les deux produits* et *visible dans un seul produit* dans un cas commun qui est *facteur commun visible*, la distinction entre les deux cas est le niveau suivant de structuration. La Figure X-21, p.182 l'illustre dans le cas où il existe un monôme de degré non nul mais la structuration est la même pour le cas où tous les monômes sont de degré nul et le cas où il existe au moins un non-monôme. Dans la situation où le facteur commun n'est pas visible nous n'allons pas plus avant dans la description des situations.



Figure X-21 : troisième niveau de structuration de la variable V1 (forme de la somme) du GT\_F2, distinction selon la visibilité ou non du facteur commun

#### 4<sup>e</sup> niveau de structuration, situation où le facteur commun existe et est visible

Quand il existe un facteur commun et qu'il est visible nous commençons par distinguer le cas où il est visible dans les deux produits de celui où il n'est visible que dans un seul produit. La motivation de ce choix est que dans le premier cas une technique possible se résume à l'enchaînement des types de tâches : - identifier la forme de l'expression ; - reconnaître le facteur commun ; - appliquer la formule de simple distributivité. Il n'y a donc pas de mobilisation de types de tâches relevant de la réécriture, alors que dans le cas où le facteur commun n'est visible que dans un seul produit la technique de factorisation va nécessairement contenir un type de tâches relevant de la réécriture. Enfin dans le cas où le facteur commun est visible nous mettons en évidence le cas où un cofacteur est égal à 1 (qui peut être lui aussi visible ou non). Les différents cas sont visibles sur la Figure X-22, p.182.

Ces choix relatifs à la prise en compte de la visibilité ou non du facteur commun, puis à la présence d'un cofacteur égal à 1, visible ou non, est une conséquence directe des travaux de Croset et Chaachoua (2016, pp. 183-188) et matérialise la volonté de générer des sous-types de tâches particuliers associés à la mise en œuvre de praxéologies personnelles erronées.

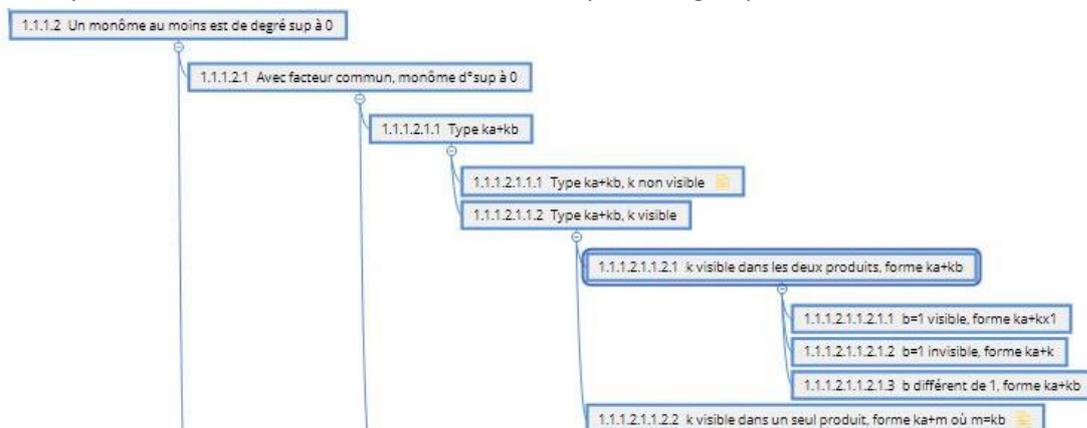


Figure X-22 : quatrième, et suivants, niveaux de structuration de la variable V1 (forme de la somme) du GT\_F2, distinction de différents cas quand il existe un facteur commun aux différents produits

**À propos des générateurs de types de tâches GT\_F3, GT\_F4 et GT\_F+**

Pour les générateurs de types de tâches GT\_F3, GT\_F4 et GT\_F+ l'approche globale est identique comme on peut le vérifier sur la Figure X-23, p.183 pour le cas GT\_F3.

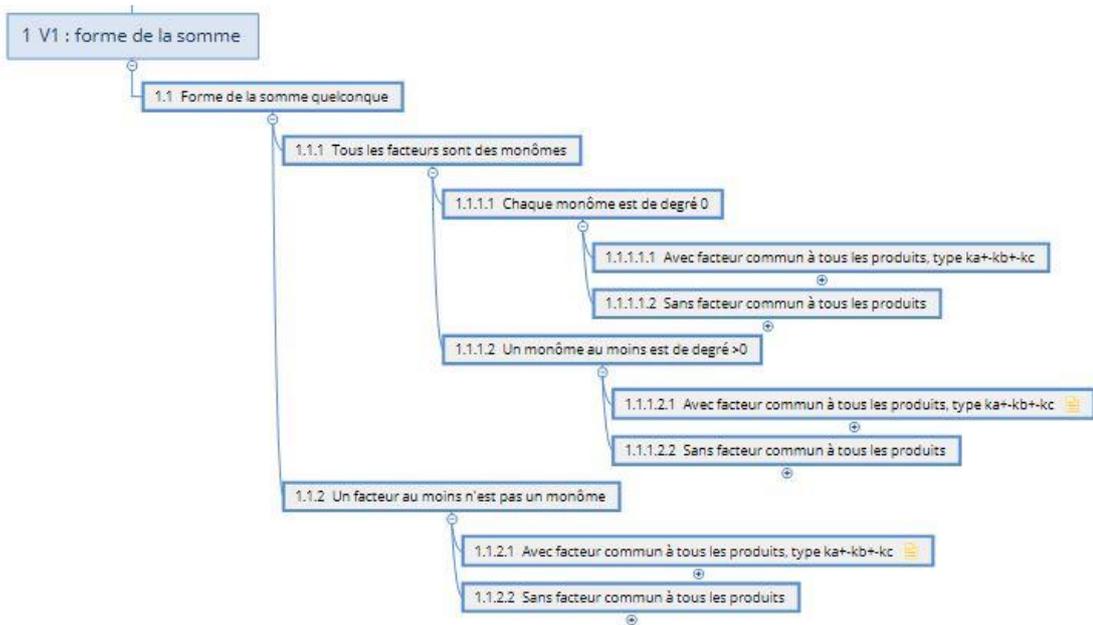


Figure X-23 : premiers niveaux de structuration pour GT\_F3

Nous avons simplement adapté les valeurs dans les cas où il existe un facteur commun en définissant des valeurs selon le nombre de produits dans lesquels ce facteur commun est visible comme on peut le constater sur les Figure X-24, p.183 ; Figure X-25, p. 184 et Figure X-26, p. 184.

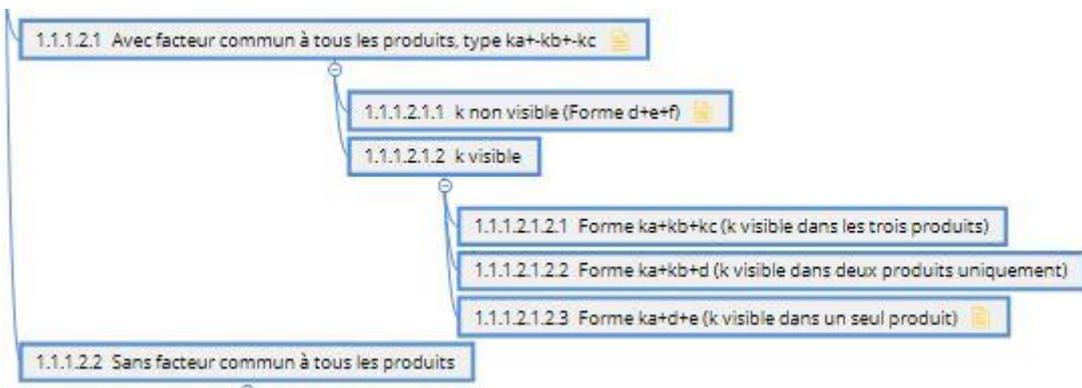


Figure X-24 : GT\_F3, différentes valeurs dans le cas où le facteur commun est visible

## Représentation dans T4TEL d'un modèle praxéologique de référence autour de l'algèbre élémentaire

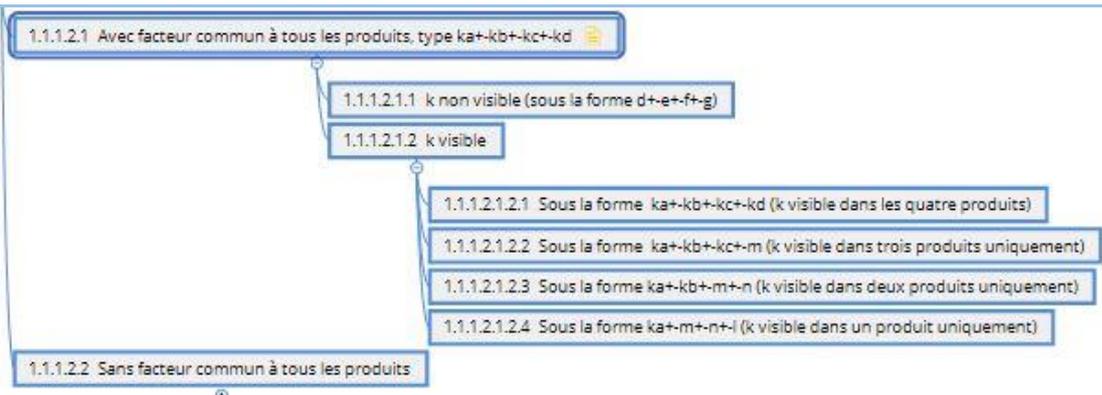


Figure X-25 : GT\_F4, différentes valeurs dans le cas où le facteur commun est visible

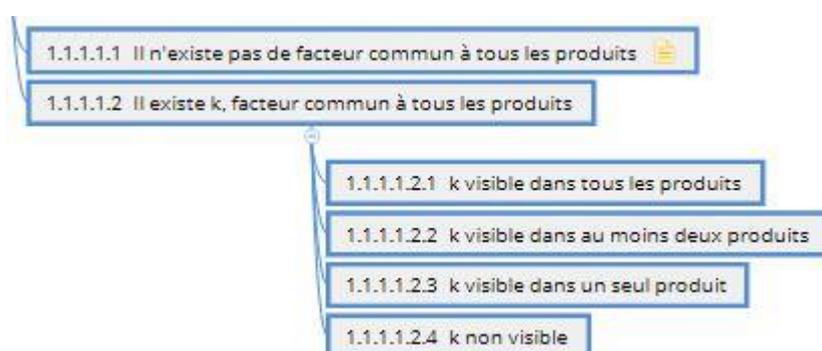


Figure X-26 : GT\_F+, différentes valeurs dans le cas où le facteur commun est visible

Nous revenons maintenant au 3<sup>e</sup> niveau de structuration dans le cas où il n'y a pas de facteur commun à tous les produits.

### 3<sup>e</sup> niveau de structuration, cas où il n'y a pas de facteur commun à tous les produits

Encore une fois nous traitons de manière identique les trois cas : uniquement des monômes de degré nul ; uniquement des monômes dont au moins un de degré non nul ; un facteur au moins n'est pas un monôme. Dans le cas de l'absence de facteur commun nous différencions deux situations ; la première est l'utilisation de l'identité remarquable  $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$  ; la seconde est l'ensemble des autres cas. Pour le cas de GT\_F3 nous considérons les deux identités remarquables  $a^2 \pm 2ab + b^2 = (a \pm b)^2$  et les autres cas et enfin pour GT\_F4 nous considérons les expressions du type  $ac + ad + bc + bd$  et les autres cas. Dans toutes ces situations nous distinguons alors l'écart entre la forme de l'expression et le type auquel elle est liée. Par exemple dans le cas du GT\_F2 nous distinguons trois cas selon si les carrés sont visibles ou pas dans l'expression à factoriser (par exemple  $x^2 - y^2$  ;  $x^2 - 16$  et enfin  $2x^2 - 4y^2$  sont tous du type  $X^2 - Y^2$  mais de trois formes différentes<sup>106</sup>) comme on peut le voir sur la Figure X-27, p.185.

<sup>106</sup> On pourra parler de congruence sémiotique

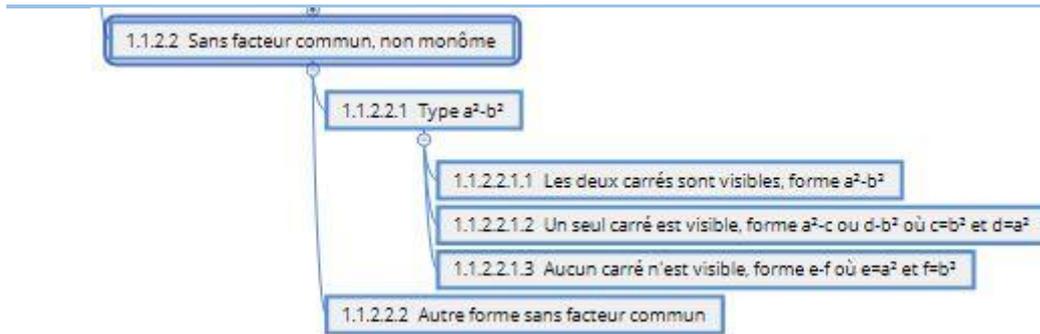


Figure X-27 : GT\_F2, différentes valeurs dans le cas où il n'y a pas de facteur commun

Pour conclure cet examen des valeurs de la variable V1 des GT\_F2, GT\_F3, GT\_F4 et GT\_F+ nous revenons sur le cas où au moins un des facteurs n'est pas un monôme.

### 2<sup>e</sup> niveau de structuration dans le cas où au moins un facteur n'est pas un monôme

Nous nous plaçons maintenant dans le cas où au moins un des facteurs n'est pas un monôme (expression  $7x(3x - 6) - 4 \times (3x - 6)$  par exemple). Une fois cette distinction faite la construction de la structure est exactement la même que dans le cas où tous les facteurs sont des monômes. On distingue l'existence ou non d'un facteur commun (Figure X-20, p. 181). Nous ne la reprenons donc pas plus en détail.

### X.4.2 Variables V2 et V3 du GT\_F2 : nature des coefficients

Ces deux variables, tout comme dans le cas du GT\_Dev, visent à différencier des types de tâches selon les ensembles de nombres sur lesquels il va falloir réaliser des calculs lors de la mise en œuvre des techniques. Nous introduisons une variable V3 pour différencier la nature des coefficients de l'expression sous sa forme initiale et sous sa forme factorisée. En effet dans le cadre de l'expression  $3x^2 - 2$  les coefficients de l'expression à factoriser sont dans  $\mathbb{Z}$  alors que les coefficients de l'expression factorisée  $(\sqrt{3}x + \sqrt{2})(\sqrt{3}x - \sqrt{2})$  sont dans  $\mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}$ . Calculer dans  $\mathbb{Z}$  ou calculer dans  $\mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}$  sont des types de tâches significativement différents, tant du point de vue épistémique que, souvent, du point de vue institutionnel.

### X.4.3 Variable V4 du GT\_F2 : présence du signe multiplié entre les facteurs des produits dans l'expression de départ

Le choix de cette variable a été réalisé dans un souci de cohérence avec le choix de variable V4 du GT\_Dev dans l'optique de pouvoir caractériser des types de tâches en fonction de praxéologies personnelles possibles. Dans le cas de la factorisation, Croset n'a pas testé l'impact de la présence ou non du signe multiplié entre les facteurs des produits. Nous avons défini trois valeurs pour cette variable selon que seuls les signes multipliés obligatoires sont présents entre les facteurs des produits, tous les signes multipliés entre les facteurs sont présents ou que l'on est dans une situation hybride. Les valeurs de la variable V4 sont les mêmes pour tous les générateurs de types de tâches liés à la factorisation.

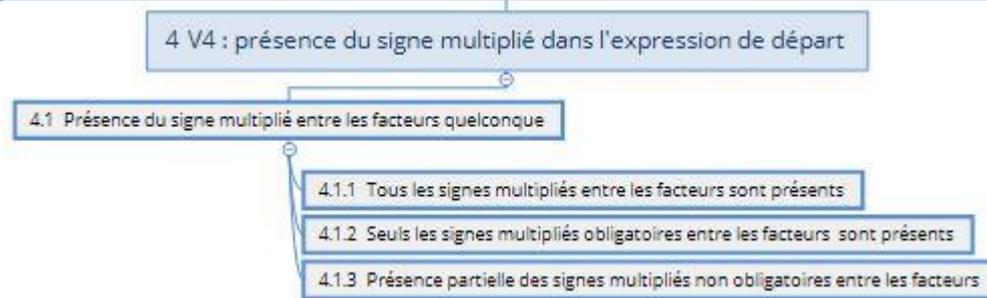


Figure X-28 : valeurs de la variable V4 pour les GT\_F2, GT\_F3, GT\_F4 et GT\_F+

#### X.4.4 Liens entre les générateurs GT\_F2, GT\_F3, GT\_F4 et GT\_F+ et les types de tâches liés à la factorisation chez Pilet et Croset

Tout comme pour le GT\_Dev, section X.3.5, nous examinons maintenant les liens entre les types de tâches relatifs à la factorisation identifiés par Pilet (Figure X-29, p. 186) et Croset (Figure X-30, p. 187) et les types de tâches générés par nos générateurs. Pour cela nous mettons en regard les types de tâches de Pilet puis Croset, et les valeurs de chaque variable d'un des générateurs GT\_Fi. Le résultat est présenté dans le Tableau X-8, p. 187.

Ni Pilet, ni Croset n'introduisent de distinctions dans leurs types de tâches sur la nature des coefficients, pas plus que sur la présence ou non des signes multipliés dans l'expression à factoriser. Pour simplifier la lisibilité nous ne faisons donc pas apparaître ces variables dans le tableau, pour tous les types de tâches elles ont pour valeur V2 = 2.1 ; V3 = 3.1 et V4 = 4.1.

$T_F$ Factoriser	$T_{FA}$ Factoriser une somme algébrique dans laquelle le facteur commun est apparent dans tous les termes - $T_{FA/mon} = T_{FA}$ sur des monômes : $(2x)^2 + 2x$ ou $7x + 7 \times 3$ - $T_{FA/som} = T_{FA}$ sur des sommes : $x(2x + 1) + (2x + 1)(x + 5)$
	$T_{FA-mon+mon}$ Factoriser une somme de monômes pour en donner la forme développée réduite Exemple : $5x + 3 + 2x$ , appelé « Réduire »
	$T_{FA^*}$ Factoriser une somme algébrique dans laquelle le facteur commun est apparent dans un des termes - $T_{FA^*/mon} : 4x^2 + 2x$ ou $7x + 21$ - $T_{FA^*/som} : x(2x + 1) + (4x + 2)(x + 5)$
	$T_{FNA}$ Factoriser une somme algébrique dans laquelle le facteur commun n'est pas apparent - $T_{FNA/mon} : 16x + 12x^2$ - $T_{FNA/som} : (4x)^2 + 6x(2x + 1)$
	$T_{FIR-diff}$ Factoriser une différence de deux carrés Exemple : $64x^2 - 49$
	$T_{FIR-som}$ Factoriser une somme algébrique de trois termes du type $a^2 \pm 2ab + b^2$ Exemple : $x^2 + 2x + 1$

Figure X-29 : liste des types de tâches liés au genre de tâches factoriser pour Pilet (2012, p. 91)

## Générateurs de types de tâches factoriser, choix des variables et des valeurs

Le type de tâches,  $T_{Fact}$  : Factoriser une somme de termes ayant un facteur commun  
 Le type de tâches,  $T_{Fact}^{Id1}$  : Factoriser  $a^2 + 2ab + b^2$   
 Le type de tâches,  $T_{Fact}^{Id2}$  : Factoriser  $a^2 - 2ab + b^2$   
 Le type de tâches,  $T_{Fact}^{Id3}$  : Factoriser  $a^2 - b^2$

Figure X-30 : liste des types de tâches liés au genre de tâches factoriser pour Croset (2009, p.49)

Tableau X-8 : liaisons entre les types de tâches de Pilet et Croset et les générateurs de types de tâches factoriser.

Type de tâche de référence	Type de tâche dans le générateur de types de tâches développer		
	GT	Valeur de V1	Forme du produit correspondante
<b>Types de tâches de Pilet</b>			
$T_{FA/mon}$	GT_F2	1.1.1.2.1.1.2.1	Tous les facteurs sont des monômes, un facteur commun est visible dans les deux produits
$T_{FA-som}$	GT_F2	1.1.2.1.1.2.1	Un facteur au moins n'est pas un monôme, un facteur commun est visible dans les deux produits
$T_{FA-mon+mon}$	Voir remarque dans l'analyse de ce tableau plus bas		
$T_{FA^*/mon}$	GT_F2	1.1.1.2.1.1.2.2	Tous les facteurs sont des monômes, un facteur commun est visible dans un seul des deux produits, type $ka + kb$
		1.1.1.2.1.2.2.2	Tous les facteurs sont des monômes, un facteur commun est visible dans un seul des deux produits, type $ka - kb$
$T_{FA^*/som}$	GT_F2	1.1.2.1.1.2.2	Un facteur au moins n'est pas un monôme, un facteur commun est visible dans un seul des deux produits, type $ka + m$ où $m = kb$
		1.1.2.1.2.2.2	Un facteur au moins n'est pas un monôme, un facteur commun est visible dans un seul des deux produits, type $ka - m$ où $m = kb$
$T_{FNA/mon}$	GT_F2	1.1.1.2.1.1.1	Tous les facteurs sont des monômes, type $ka + kb$ ; $k$ non visible
		1.1.1.2.1.2.1	Tous les facteurs sont des monômes, type $ka - kb$ ; $k$ non visible
$T_{FNA-som}$	GT_F2	1.1.2.1.1.1	Un facteur au moins n'est pas un monôme, type $ka + kb$ ; $k$ non visible
		1.1.2.1.2.1	Un facteur au moins n'est pas un monôme, type $ka - kb$ ; $k$ non visible
$T_{FIR-diff}$	GT_F2	1.1.1.2.2.1	Tous les facteurs sont des monômes, type $a^2 - b^2$
		1.1.2.2.1	Un facteur au moins n'est pas un monôme, type $a^2 - b^2$
$T_{FIR-som}$	GT_F3	1.1.1.2.2.1	Tous les facteurs sont des monômes, type $a^2 + 2ab + b^2$
		1.1.1.2.2.2	Tous les facteurs sont des monômes, type $a^2 - 2ab + b^2$
		1.1.2.2.1	Un facteur au moins n'est pas un monôme, type $a^2 + 2ab + b^2$
		1.1.2.2.2	Un facteur au moins n'est pas un monôme, type $a^2 - 2ab + b^2$
<b>Types de tâches de Croset</b>			
$T_{Fact}$	GT_F2	1.1.1.2.1 1.1.2.1	Tous les facteurs sont des monômes, il existe un facteur commun Au moins un facteur n'est pas un monôme, il existe un facteur commun
$T_{Fact}^{Id1}$	GT_F3	1.1.1.2.2.1 1.1.2.2.1	Tous les facteurs sont des monômes, type $a^2 + 2ab + b^2$ Un facteur au moins n'est pas un monôme, type $a^2 + 2ab + b^2$
$T_{Fact}^{Id2}$	GT_F3	1.1.1.2.2.2 1.1.2.2.2	Tous les facteurs sont des monômes, type $a^2 - 2ab + b^2$ Un facteur au moins n'est pas un monôme, type $a^2 - 2ab + b^2$
$T_{Fact}^{Id3}$	GT_F2	1.1.1.2.2.1 1.1.2.2.1	Tous les facteurs sont des monômes, type $a^2 - b^2$ Un facteur au moins n'est pas un monôme, type $a^2 - b^2$

Remarques sur le Tableau X-8 (p. 187) :

À propos du type de tâches  $T_{FA-mon+mon}$  de Pilet : ce type de tâches existe chez Pilet de par son choix de ne pas définir le type de tâches *réduire*. Comme nous n'avons pas fait ce choix nous ne lui faisons pas correspondre de type de tâches issu d'un de nos générateurs de types de tâches liés à la factorisation. Il est pris en charge dans notre générateur de types de tâches GT\_Red.

Pour tous les cas où nous nous sommes situés dans GT\_F2 pour des raisons de lisibilité, à l'exception de la factorisation par l'identité remarquable  $a^2 - b^2$ , il existe des types de tâches dans GT\_F3, GT\_F4 et GT\_F+.

Le fait d'associer dans deux types de tâches pour les 3<sup>e</sup>, 4<sup>e</sup>, 5<sup>e</sup> et 6<sup>e</sup> types de tâches de Pilet vient de notre choix de distinguer les situations  $ka + kb$  et  $ka - kb$  dans le GT\_F2. On peut noter que ce choix n'est pas réalisé dans les GT\_F3 et suivants en raison du trop grand nombre de possibilités qu'il faudrait considérer. Ces types de tâches sont unifiés dans le type de tâche « il existe un facteur commun » mais on perd alors la distinction sur la visibilité ou non de ce facteur commun.

D'une manière générale on peut observer, tout comme pour le GT\_Dev que nous générons avec nos générateurs tous les types de tâches de Pilet et Croset. Nous en générons de nombreux autres, que ce soit au travers de la variable V1 pour la prise en compte de praxéologies personnelles, par exemple, ou au travers des variables V2 ; V3 et V4 qui sont ignorées par Pilet et Croset.

## X.5 Générateur de types de tâches *réduire*, choix des variables et des valeurs

Pour ce générateur nous choisissons de distinguer uniquement deux variables, la forme de l'expression à réduire d'une part et la nature des coefficients présents dans l'expression. Les valeurs de V1, en nombre plus restreint que pour les autres GT, sont présentées ci-dessous, les valeurs de V2 qui sont les mêmes que pour la variable 2 du GT\_Dev ne sont pas reprises.

Tableau X-9 : définition du générateur de types de tâches développer, GT\_Red

Verbe d'action	Complément fixé	Système de variables
Réduire	Une expression littérale donnée dans le registre symbolique algébrique sous forme de sommes et de produits de polynômes	V1 ; V2 ; V3 ; V4
<b>Nom des variables</b>		
V1	Forme de l'expression	
V2	Nature des coefficients	

### X.5.1 Variable V1 du GT\_Red : forme de l'expression

Le premier niveau retenu pour décrire l'expression est cette fois une analyse syntaxique basée sur la présence ou non d'un non-monôme entre parenthèses. Le choix réalisé de cette structuration est basé sur les techniques qui vont être mises en œuvre et en particulier la nécessité, ou non, de mobiliser des types de tâches de GT\_Dev dans les techniques. L'aspect structural de l'expression utilisé dans les autres GT ne permet pas, ici, de satisfaire cet objectif.

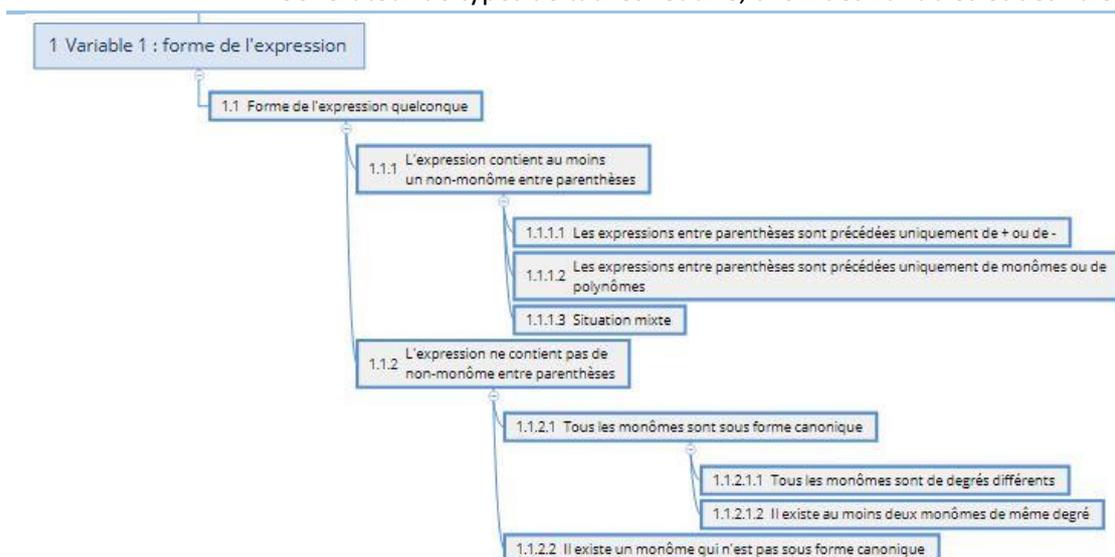


Figure X-31 : valeurs de la variable V1 du GT\_Red

## X.5.2 Variable V2 du GT\_Red : nature des coefficients

L'existence et le choix des valeurs de cette variable sont portés par les mêmes considérants que pour les variables V1 du GT\_Dev et V2 et V3 du GT\_F2, nous ne revenons donc pas dessus.

## X.5.3 Techniques liées au GT\_Red

Nous décrivons brièvement quelques techniques relatives au GT\_Red dans le Tableau X-10 (p. 189). Il s'agit en particulier de mettre en évidence les motivations de la structuration de la variable V1 de ce GT.

Tableau X-10 : quelques techniques liées au GT\_Red

Type de tâche	Valeur de V1	Technique
TT 1	1.1.2.1.1	Ordonner les monômes par degré décroissant
TT 2	1.1.2.1.2	Appliquer GT_F_i sur toutes les sommes de monômes de même degré Appliquer TT1
TT 3	1.1.2.2	Appliquer $T_{r-canonique}$ Appliquer TT 2
TT 4	1.1.1.1	Appliquer GT_Dev sur les parenthèses de non-monomôme Appliquer TT 3
TT 5	1.1.1.2	Appliquer GT_Dev sur les produits contenant un non-monomôme Appliquer TT 4
TT 6	1.1.1.3	Appliquer $T_{structure}$ Appliquer TT 4 et TT 5 sur les différentes structures identifiées
TT 7	1.1	Appliquer $T_{structure}$ Appliquer les TT adaptés parmi TT 1 - 6

## X.6 Conclusion

Dans ce chapitre nous avons présenté un processus permettant, à partir de travaux existants, de modéliser dans T4TEL un MPR. Cette démarche a été développée autour du cas particulier des genres de tâches *développer*, *factoriser* et *réduire*. La production de six générateurs de types de tâches, dont nous avons explicité le processus de construction, a permis d'illustrer les fonctions des variables et les choix sur les valeurs. Au-delà du cas particulier de ces trois genres de tâches nous avons défini une méthodologie pour mener un tel travail.

Il est évidemment essentiel de se rappeler en permanence que la construction d'un MPR est assujettie à diverses institutions et liée aux questions de recherche qu'il doit aider à résoudre. Dans notre cas nous sommes assujetti à l'institution scolaire française, notamment par la prise en compte pour construire le MPR des vecteurs de la transposition didactique externe qu'elle produit au travers des programmes et des manuels scolaires. Nous sommes aussi assujettis à l'institution matérialisée par les travaux de la didactique des mathématiques que nous avons décidé de prendre, ou non, en compte dans notre travail de modélisation. Certes il existe des travaux complémentaires, plus fins pour certains, signalant certains aspects que nous n'avons pas retenus, par exemple sur l'étude qui peut être faite de la forme d'une expression algébrique. Mais, les choix réalisés sont conformes à notre objectif de recherche qui est de produire une modélisation du savoir permettant une description didactique d'un ETP dans le but de produire ou d'alimenter des services EIAH.

Enfin nous tenons à préciser que le découpage réalisé pour spécifier la forme des expressions algébriques à manipuler n'est en aucun cas lié à une vision particulière de l'enseignement de l'algèbre élémentaire et du calcul littéral en particulier. La place importante donnée à l'analyse de la forme des expressions algébriques est liée à notre caractérisation de la tâche et à notre projet de différencier finement les ETP. Ceci afin, par exemple, d'être à même de les proposer au regard d'intentions didactiques. Ce sont bien les praxéologies didactiques construites, et pas la manière de décrire les ressources, qui caractérisent la vision de l'enseignement à mettre en œuvre.

# XI. Construction et utilisation d'une représentation ontologique d'un MPR

---

## Objectifs du chapitre

Dans ce chapitre nous présentons la construction d'une représentation ontologique d'un MPR représenté dans T4TEL et des premières utilisations possibles de cette représentation. Pour cela nous spécifions quelques éléments préalables, définissons le processus de construction de la représentation ontologique puis proposons quelques requêtes applicables à cette représentation. Le travail présenté est le fruit d'une collaboration avec Hang Vu, doctorante en informatique dans l'équipe MeTAH, encadrée par Pierre Tchounikine. Le cadre de cette collaboration est présenté dans le chapitre XVII.

## Contenu du chapitre [Toc526149505](#)

<b>XI.1</b>	<b>INTRODUCTION</b>	<b>192</b>
<b>XI.2</b>	<b>REPRESENTATION ONTOLOGIQUE D'UN MPR, PRINCIPES GENERAUX</b>	<b>192</b>
<b>XI.3</b>	<b>CHOIX ET STRUCTURATION DES VALEURS DES VARIABLES DU GENERATEUR DE TYPES DE TACHES</b>	<b>193</b>
<b>XI.4</b>	<b>REPRESENTATION ONTOLOGIQUE D'UN MPR, DETAIL DU PROCESSUS DE CONSTRUCTION</b>	<b>194</b>
XI.4.1	ÉLÉMENTS UTILISÉS PAR LE PROCESSUS	195
XI.4.2	PROCESSUS DE CONSTRUCTION DE LA REPRESENTATION ONTOLOGIQUE REPONT_1 D'UN MPR	198
<b>XI.5</b>	<b>REQUETES SUR LA REPRESENTATION ONTOLOGIQUE REPONT_1</b>	<b>200</b>
<b>XI.6</b>	<b>CONCLUSION</b>	<b>202</b>

## XI.1 Introduction

Dans ce chapitre nous présentons un processus de construction d'une ontologie d'un MPR à partir d'un générateur de type de tâches, puis l'utilisation de cette ontologie. En effet, pour définir notre modèle de description didactique d'une ressource (M2DR) nous utilisons un modèle praxéologique de référence (MPR) représenté dans T4TEL. Ce modèle praxéologique de référence contient les éléments permettant de définir des praxéologies, à savoir des types de tâches, des techniques, des technologies et des théories. Dans T4TEL, les types de tâches sont générés à partir de générateurs de types de tâches, ce qui permet aussi de les structurer par la relation *être un sous-type de tâches*. Dans ce chapitre nous décrivons le processus de construction d'une représentation ontologique de ce MPR à partir d'un générateur de types de tâches. Le processus débute par une approche combinatoire en générant tout d'abord l'ensemble des combinaisons possibles de valeurs de variables. Cette première étape permet d'obtenir un ensemble d'objets, chacun de ces objets étant décrit par un verbe d'action, un complément et un  $n$ -uplet de valeurs ( $n$  étant le nombre de variables). Parmi ces objets certains sont des types de tâches et d'autres non, mais l'approche combinatoire permet d'affirmer que tous les types de tâches associés au générateur sont bien présents. L'étape suivante du processus est d'appliquer une procédure d'élimination parmi ces objets. L'ensemble obtenu est ensuite structuré par la relation « être un sous type de tâches » et les techniques sont ajoutées. Nous construisons une représentation ontologique autour d'un générateur de types de tâches, or un MPR est généralement constitué de plusieurs générateurs. Par abus de langage, et pour simplifier, nous parlerons tout de même de représentation ontologique d'un MPR. L'organisation des représentations de chaque générateur au sein d'une unique ontologie est un élément que nous ne traitons pas.

L'intérêt de construire une telle représentation est qu'elle permet, une fois réalisée, de formuler diverses requêtes permettant d'obtenir des informations sur les différents composants de l'ontologie (types de tâches, techniques) et les relations entre eux. Nous présentons dans la section XI.5 (p. 200) des requêtes et leur utilisation possible, en particulier la définition d'un algorithme de détermination du type de tâches optimum d'une tâche.

Nous commençons par présenter les principes généraux du processus puis nous spécifions des règles, relatives au choix des valeurs des variables et à leur structuration lors de la construction du générateur de types de tâches, à respecter pour permettre la mise en œuvre de ce processus. Ensuite nous revenons en détail sur les étapes du processus.

## XI.2 Représentation ontologique d'un MPR, principes généraux

Pour construire la représentation ontologique d'un MPR notre approche est d'exploiter la fonction de *génération de sous-types de tâches* associée aux générateurs de types de tâches (Chaachoua & Bessot, 2016, p. 9). Le processus commence par une phase d'initialisation. Elle génère toutes les combinaisons possibles des différentes valeurs des variables. Puis les combinaisons qui ne sont pas des types de tâches sont éliminées. La deuxième phase du processus structure les types de tâches entre eux. La troisième phase ajoute les techniques et les met en relation avec les types de tâches par la relation « être la portée de ». À la fin des phases un et trois, il est possible, de manière facultative, d'ajouter des propriétés institutionnelles aux types de tâches et aux techniques. Ces différentes phases sont récapitulées sur la Figure XI-1 (p. 193).

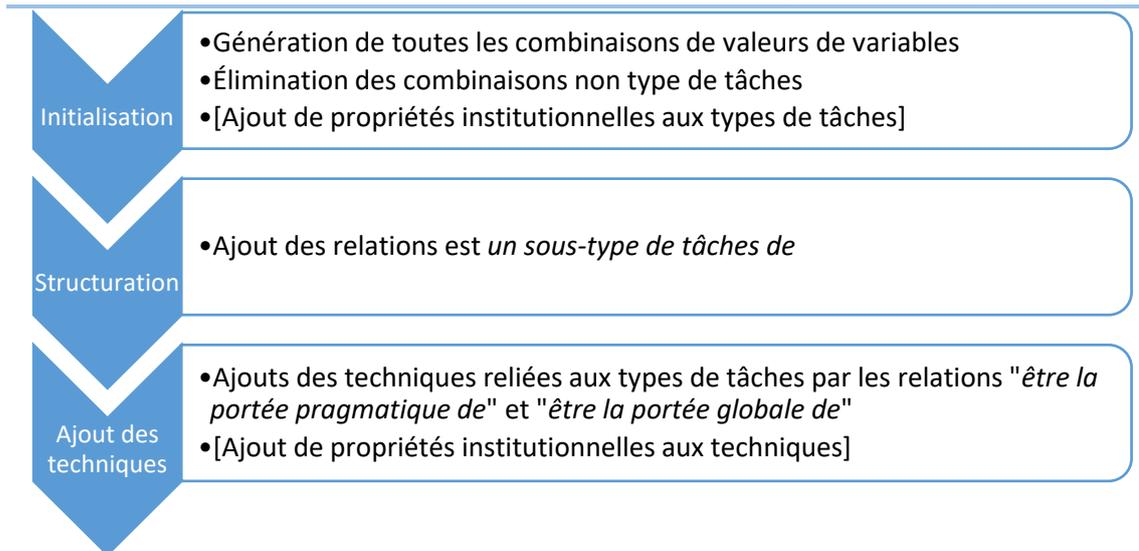


Figure XI-1 : construction de la représentation ontologique d'un MPR. Les éléments entre [ ] sont facultatifs.

### XI.3 Choix et structuration des valeurs des variables du générateur de types de tâches

Comme nous l'avons illustré dans le chapitre X, au travers de l'étude des générateurs de types de tâches de factorisation et de développement, le choix des variables et de leurs valeurs est guidé par les points de vue que l'on peut avoir sur les variables – épistémique, didactique et institutionnel – et les trois fonctions identifiées pour les variables – générer des sous-types de tâches ; caractériser les portées des techniques ; rendre compte des praxéologies personnelles – (Chaachoua & Bessot, 2016). Nous définissons dans cette section trois règles à respecter pour construire un générateur de types de tâches afin de pouvoir, ensuite, construire la représentation ontologique d'un MPR dans T4TEL. Tout comme pour la construction d'un MPR, la construction des générateurs de types de tâches est assujettie à nos objectifs de recherche, ces règles ne se veulent donc pas d'une portée universelle.

#### La valeur « **Nom\_de\_la\_variable + quelconque** »

Cette valeur signifie que la variable peut prendre n'importe quelle valeur parmi toutes les autres. Il s'agit d'une valeur particulière qui est la première, en termes d'inclusion d'ensembles, de toutes les valeurs pour chaque variable. Cette valeur est donc l'union de toutes les autres. L'instanciation de toutes les variables à ces valeurs génère le type de tâches le plus générique possible obtenu à partir du générateur.

#### La valeur « **Sans objet** »

Cette valeur permet d'instancier une variable dans le cas où elle n'a pas de sens au regard de la valeur d'une (ou plusieurs) autres variables. Elle est nécessaire, pour permettre la phase d'initialisation, dans le cas où une variable d'un générateur dépend d'une autre<sup>107</sup>. La variable,

<sup>107</sup> Nous rappelons ici la définition de « variables dépendantes » introduite dans le chapitre 7 : Soient V1 et V2 deux variables d'un générateur de types de tâches. On dit que V2 est dépendante de V1 si V2 n'a de sens que pour certaines valeurs de V1.

V\_dep par exemple, n'a de sens que pour certaines valeurs de la variable V\_cont. Dans les autres cas, c'est « sans objet » qui est utilisée. C'est le cas, par exemple, dans le GT\_Dev où la variable V3 (ordre des facteurs) n'a de sens que pour les valeurs de la variable V1 de la catégorie *monôme*  $\times$  *polynôme*. Pour tous les autres cas, la variable « ordre des facteurs » prend la valeur « sans objet ».

### Répartition des valeurs d'une variable

Pour un niveau d'inclusion donné, l'ensemble des valeurs d'une variable doit former une partition. Cette règle a deux objectifs. D'une part générer tous les types de tâches relevant du générateur. Considérons par exemple le générateur de type de tâches « dénombrer une collection d'objet » avec une variable « cardinal de la collection ». Les ensembles de valeurs {[0 ; 10], [10 ; 20], [100 ; 1000]} ne permettent pas de générer un type de tâches contenant la tâche « dénombrer une collection de 35 objets ». D'autre part obliger une tâche à appartenir à un unique type de tâches pour un niveau d'inclusion donné. C'est-à-dire que si une tâche appartient à deux types de tâches différents alors l'un est une spécialisation de l'autre. On préserve ainsi l'unicité du type de tâches optimum d'une tâche.

## XI.4 Représentation ontologique d'un MPR, détail du processus de construction

À l'issue du processus nous obtenons deux représentations ontologiques que nous définissons ici. Dans la suite de cette section nous présentons les éléments nécessaires à la mise en œuvre du processus. Puis nous revenons en détail sur les différentes étapes.

### Définition XI.33 (RepOnt\_0)

On appelle RepOnt\_0 la représentation ontologique réalisée à partir d'un générateur de types de tâches, GT, qui contient l'ensemble des types de tâches générés par GT, les propriétés institutionnelles associées à ces types de tâches et qui est structuré par la relation *est un sous-type de tâches*.

*Remarque* : l'ensemble des propriétés institutionnelles liées aux types de tâches peut être un ensemble vide.

### Définition XI.34 (RepOnt\_1)

On appelle RepOnt\_1 la représentation ontologique réalisée à partir d'un générateur de types de tâches, GT, qui contient l'ensemble des types de tâches générés par GT, les propriétés institutionnelles associées à ces types de tâches, les techniques et les propriétés institutionnelles liées aux techniques. Elle est structurée par les relations *est un sous type de tâches*, *est la portée globale de* et *est la portée pragmatique de*.

*Remarques* :

- L'ensemble des propriétés institutionnelles liées aux types de tâches ou aux techniques peut être un ensemble vide.
- La relation *est un sous type de tâches* met en relation les types de tâches entre eux
- Les relations *est la portée globale de* et *est la portée pragmatique de* mettent en relation les types de tâches et les techniques

- Une relation supplémentaire, *est accomplie par*, peut être déduite des précédentes. On dit qu'un type de tâches  $TT$  est accompli par  $\tau$  si  $TT$  est la portée de  $\tau$  ou si  $TT$  est un sous-type de tâche de la portée de  $\tau$ .

D'un point de vue pratique nous définissons un processus de construction de RepOnt\_1 qui est décomposé en neuf étapes. Elles sont synthétisées sur la Figure XI-2, p. 195 et détaillées dans la section XI.4.2 (p. 198). Auparavant, nous donnons la liste des éléments nécessaires à l'initialisation du processus dans la section suivante.

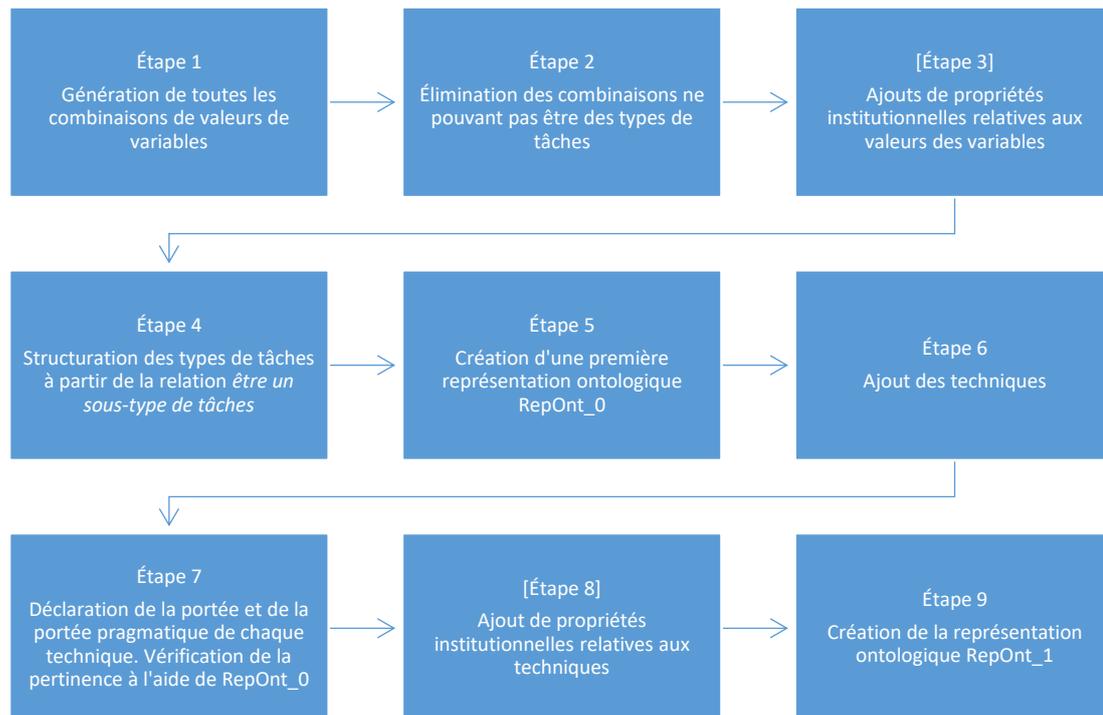


Figure XI-2 : processus de construction de la représentation ontologique autour d'un générateur de types de tâches. Les étapes entre [ ] sont facultatives.

## XI.4.1 Éléments utilisés par le processus

Le processus utilise en entrée des éléments définissant les types de tâches, les valeurs des variables, les techniques (voir Figure XI-3, p. 196). Nous les détaillons, par ordre d'utilisation dans le processus, en précisant à quelle étape ils interviennent.

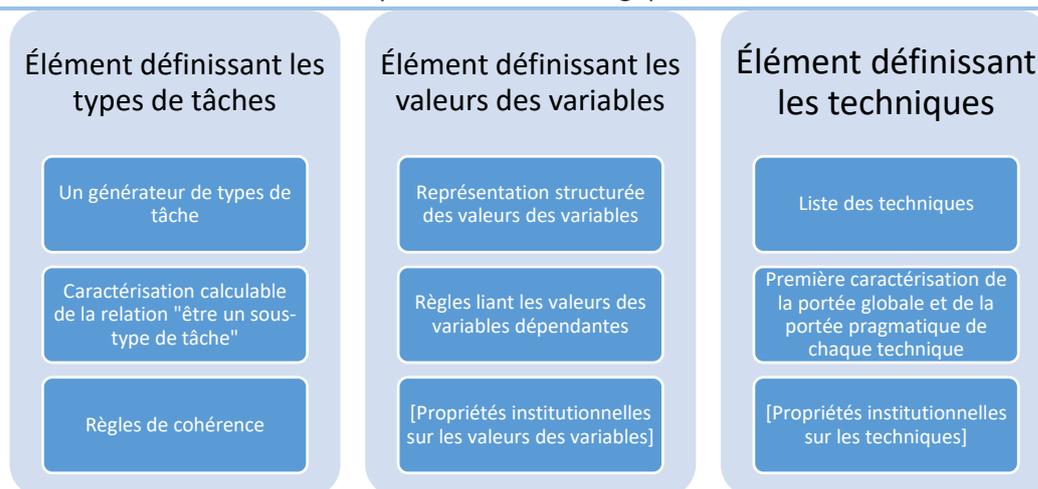


Figure XI-3 : éléments en entrée dans le processus de construction de la représentation ontologique d'un MPR. Les éléments entre [ ] sont facultatifs.

### Générateur de types de tâches et liste des valeurs des variables (étape 1, phase d'initialisation)

C'est l'élément utilisé pour générer l'ensemble des combinaisons.

### Règles liant les valeurs des variables dépendantes (étape 2, phase d'initialisation)

Dans le cas des variables dépendantes, il est nécessaire de définir quelles combinaisons de valeurs sont impossibles, nous formulons pour cela des règles. Elles sont définies sous la forme : une condition sur la valeur d'une variable implique des conditions sur les valeurs des autres variables (voir Figure XI-4, p. 196). Les valeurs des variables sont structurées sous forme d'un arbre, une condition sur les valeurs d'une variable peut prendre trois formes :

- Être égale à une ou un ensemble de valeurs fixées (V1 et V3 dans l'exemple de la Figure XI-4, p. 196).
- Appartenir à un sous-arbre à partir d'un certain nœud (V2 dans l'exemple de la Figure XI-4, p. 196).
- Appartenir à un sous-arbre à partir d'un certain nœud à l'exclusion d'une ou plusieurs valeurs (V4 dans l'exemple de la Figure XI-4, p. 196).

Règle 3

Si V1 = « Produit de deux monômes » (1.1.1.1) alors

V2 ∈ « Nature des coefficients quelconque » (2.1)

V3 = « Ordre des facteurs sans objet » (3.1.3)

V4 ∈ « Signe multiplié apparent quelconque » (4.1) \ « Signes multipliés entre les facteurs partiellement présents » (4.1.3)

Figure XI-4 : exemple d'une règle définissant une relation entre un ensemble de valeurs de V1 et les valeurs des autres variables (cas du GT développer présenté dans le chapitre X)

### Règles de cohérence (étape 2, phase d'initialisation)

Les interactions entre les règles de l'étape précédente peuvent supprimer trop de types de tâches. Ainsi nous avons défini au moins deux règles de cohérence : « au moins un type de

Représentation ontologique d'un MPR, détail du processus de construction  
tâches avec chacune des valeurs des variables » et « le type de tâches le plus générique »<sup>108</sup> sont bien présents dans les combinaisons filtrées.

### **Propriétés de nature institutionnelle relatives aux valeurs des variables (étape 3, phase de structuration) ou aux techniques (étape 8, phase d'ajout des techniques)**

Il s'agit ici d'associer certaines propriétés de nature institutionnelle à certaines valeurs (ou combinaisons de valeurs) spécifiques des variables. Ces propriétés peuvent être liées à des institutions génériques ou spécifiques. Par exemple dans le cas du GT « factoriser une somme de deux produits »<sup>109</sup> à la valeur « type  $a^2 - b^2$  » de  $V_1$  (forme de la somme). On peut associer des propriétés du type « programme 2016, révisé 2018 » ou encore « programme 2008 » qui correspondent aux institutions génériques « éducation nationale française en 2008 » et « éducation nationale française en 2018 ». De même, dans le cas du GT développer, à la valeur «  $k = -1$  non visible, type  $-(a \pm b)$  » de la variable  $V_1$  on peut associer une propriété « type de tâche supprimer une parenthèse précédée d'un signe  $-$  » pour signifier la dénomination particulière qu'a parfois ce type de tâche, que nous considérons dans notre MPR comme relevant du développement, dans l'institution générique « manuels scolaires du système scolaire français ». De la même manière un enseignant qui considère l'institution spécifique définie par sa classe de 4<sup>e</sup> de l'année 2018 – 2019 peut associer une information institutionnelle, qui pourra varier au fil de l'année, à différents types de tâches afin de définir le statut de ces types de tâches dans sa classe (par exemple acquis ; en cours d'acquisition ; non acquis pour se conformer à un type de vocabulaire en vogue dans l'institution actuellement). La fonction de ces propriétés est de permettre, une fois la représentation ontologique construite, de formuler des requêtes ; par exemple vérifier qu'un type de tâches possède bien la propriété « programme de cycle 4, 2016 révisé 2018 » ou encore donner l'ensemble des types de tâches qui possèdent la propriété « non acquis ». Quelques exemples de l'exploitation de ces propriétés institutionnelles sont proposés dans le chapitre XVII. Une démarche identique peut être menée concernant les différentes techniques.

### **Caractérisation calculable de la relation être un sous-type de tâches (étape 4, phase d'initialisation)**

Une valeur  $v_j^i$  d'une variable  $V_j$  définit un ensemble  $SA(v_j^i)$  qui est constitué de toutes les valeurs du sous-arbre de racine  $v_j^i$ . Nous considérons que  $TT_1$  défini par  $\{V_j = v_j^1\}_j$  est un sous-type de tâches de  $TT_2$  défini par  $\{V_j = v_j^2\}_j$  si pour tout  $j$ ,  $SA(v_j^1)$  est un sous-ensemble de  $SA(v_j^2)$ . C'est-à-dire que pour chaque variable la valeur définissant  $TT_1$  est un sous ensemble de la valeur définissant  $TT_2$ .

<sup>108</sup> Il s'agit du type de tâche obtenu en instanciant toutes les variables à la valeur « Nom\_de\_la\_variable + quelconque ».

<sup>109</sup> Il a été présenté dans le chapitre X, section X.4

**Liste des techniques (étape 6, phase d'ajout des techniques) et première caractérisation des portées (portée globale et portée pragmatique) de chaque technique (étape 7, phase d'ajout des techniques)**

Lors de la construction du MPR une série de techniques ont été identifiées. Par ailleurs pour chaque technique une première définition, sous forme d'un type de tâches, de sa portée globale et de sa portée pragmatique ont été définies. Maintenant que nous avons listé et présenté les différentes entrées externes qui vont être mobilisées au fil du processus nous présentons le processus lui-même.

### XI.4.2 Processus de construction de la représentation ontologique RepOnt\_1 d'un MPR

Le processus de construction de la représentation ontologique, avec les entrées, les résultats intermédiaires et la sortie, est représenté sur la Figure XI-5 (p. 198).

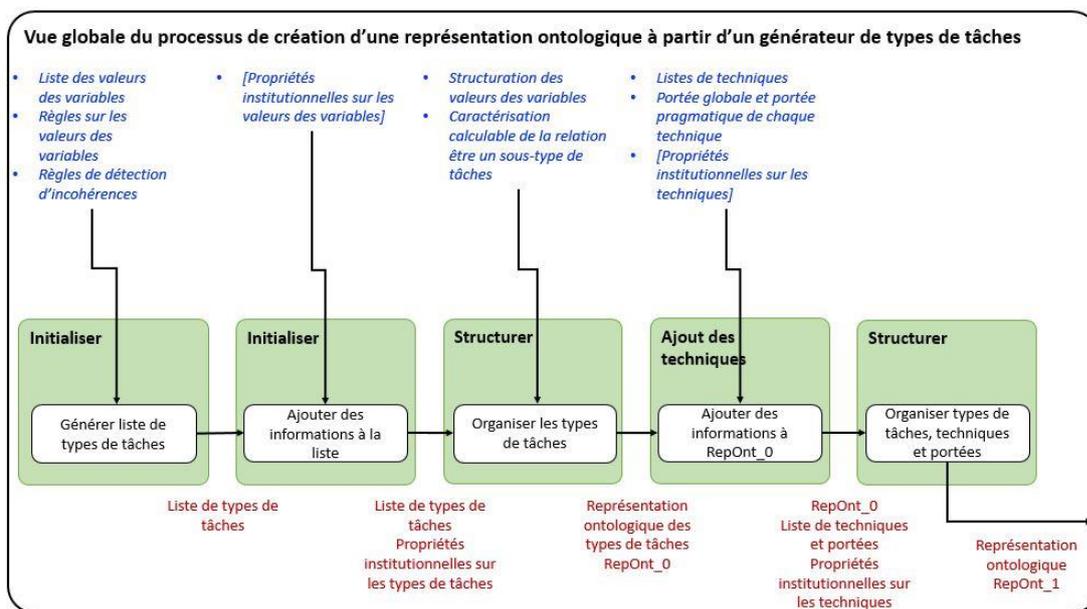


Figure XI-5 : processus global de la création d'une représentation ontologique à partir d'un générateur de types de tâches. Les entrées sont en bleu en haut, les résultats intermédiaires et la sortie en rouge en bas.

#### Phase initialisation

À partir de l'ensemble des valeurs des variables la phase génère l'ensemble des combinaisons des valeurs des variables. On obtient ainsi une *liste de combinaisons* (LC). Dans le cas où certaines variables sont liées il est alors possible que certaines combinaisons soient dénuées de sens, la liste LC est alors filtrée en appliquant les *règles sur les valeurs des variables* ce qui permet d'obtenir une liste de types de tâches. Comme évoqué il est possible d'avoir à reprendre le processus après application des *règles de cohérence* dans le cas où les *règles sur les valeurs des variables* ont été mal définies. À l'issue de cette phase d'initialisation on dispose donc d'une *liste de types de tâches* (LTT).

#### Phase de structuration : obtention de RepOnt\_0

Cette phase construit RepOnt\_0 en deux temps. En premier, facultativement, des propriétés institutionnelles sont associées à certaines valeurs, ou combinaison de valeurs, de variables. Les types de tâches étant définis à partir des valeurs des variables ils héritent de ces propriétés

Représentation ontologique d'un MPR, détail du processus de construction institutionnelles. L'intérêt d'associer ces propriétés aux valeurs des variables plutôt que directement aux types de tâches permet d'associer directement la propriété à tous les types de tâches qui contiennent ladite valeur dans leur définition. On peut aussi décider de faire hériter, ou non, la propriété aux enfants de cette valeur. Ainsi, par exemple, si une variable désigne la valeur d'un nombre comme sur la Figure XI-6, p. 199, alors si on stipule que la valeur de la variable [0 ; 100[ a pour propriété institutionnelle « programme de CP, 2015 » cette même propriété sera héritée pour les valeurs [0 ; 10[ ; [10 ; 100[ ; [0 ; 5[ et [5 ; 10[ de la variable.

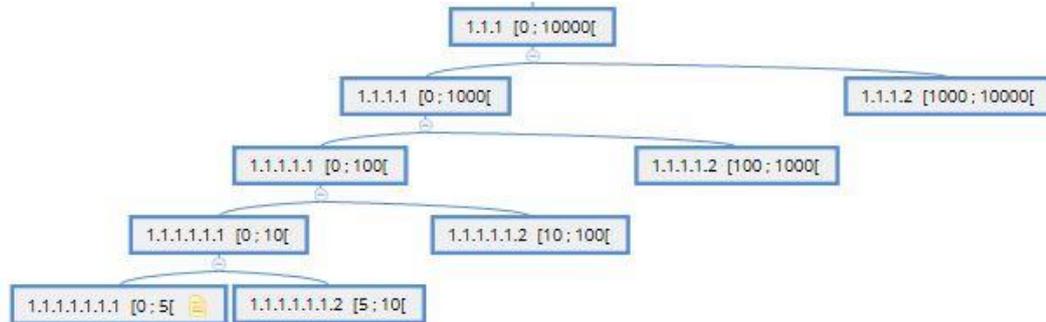


Figure XI-6 : exemple des valeurs d'une variable désignant la valeur d'un nombre

Le deuxième temps est l'application de la relation être un sous-type de tâches à l'ensemble des types de tâches de LTT afin d'obtenir une *représentation structurée* de la liste de types de tâches (LSTT). La *représentation structurée des valeurs des variables* et la *définition calculable de la relation être un sous-type de tâches* sont nécessaires pour cette étape. On obtient par exemple un tableau comme sur la Figure XI-7, p. 199 ; dans ce tableau la première colonne est un code pour le type de tâches, les colonnes 2 à 5 indique les valeurs des variables qui définissent le type de tâches et les colonnes suivantes contiennent les sous-types de tâches. L'intérêt de disposer d'une représentation ontologique<sup>110</sup> et pas seulement dans un tableur comme présenté pour illustration dans la Figure XI-7, p. 199 est que l'on peut alors effectuer des requêtes pour déterminer non seulement les sous-types de tâches « immédiats » mais aussi les sous-types de tâches séparés par plusieurs intermédiaires, les parents d'un type de tâches, les types de tâches partageant telle ou telle propriété institutionnelle, etc.

À l'issue de cette phase nous disposons donc de RepOnt\_O, représentation ontologique de l'ensemble des types de tâches, des propriétés institutionnelles associées à partir des valeurs de variables et de la relation *être un sous type de tâches*.

TT0016	Taille de la collection indéterminée	Multiple de 10 indéterminé	Partiellement groupé	Configuration indéterminée	TT0017	TT0033	TT0050	TT0071
TT0017	Taille de la collection indéterminée	Multiple de 10 indéterminé	Partiellement groupé	Non homogène	TT0034	TT0051	TT0072	
TT0018	Taille de la collection indéterminée	Non multiple	Organisation indéterminée	Configuration indéterminée	TT0019	TT0073		
TT0019	Taille de la collection indéterminée	Non multiple	Non vrac	Configuration indéterminée	TT0020	TT0021	TT0078	
TT0020	Taille de la collection indéterminée	Non multiple	Non vrac	Non homogène	TT0022	TT0079		
TT0021	Taille de la collection indéterminée	Non multiple	Groupement indéterminé	Configuration indéterminée	TT0022	TT0023	TT0033	TT0080

Figure XI-7 : extrait d'une liste de types de tâches structurée avec les sous-types de tâches

### Phase d'intégration des techniques : obtention de RepOnt\_1

Nous augmentons maintenant RepOnt\_O par l'adjonction des techniques, la définition de leurs portées et de propriétés institutionnelles. Pour mettre en œuvre cette phase on dispose de la liste des techniques qui a été produite lors de la conception du MPR, indépendamment de toute perspective de représentation ontologique. À chacune de ces techniques ont été associées, *a priori*, une portée globale et une portée pragmatique (qui peuvent être les mêmes)

<sup>110</sup> Représentation construite par Vu avec le logiciel Protégé (<https://protege.stanford.edu/>) dans notre cas.

définie par un type de tâches issu du générateur de types de tâches. On peut aussi, de manière facultative, associer des propriétés institutionnelles aux différentes techniques. La première étape dans cette phase est d'affiner le choix de la portée des techniques. Pour cela la phase exploite RepOnt\_0. On<sup>111</sup> commence par sélectionner le type de tâches défini, *a priori*, comme portée. À l'aide RepOnt\_0 on examine les sous-types de tâches et parents de ce type de tâches et on questionne la pertinence de remplacer celui défini *a priori* comme portée par l'un d'eux. Cet affinage de la portée globale ou pragmatique est nécessaire car lors de la conception du MPR puis de la structuration en différents GT il n'est pas possible d'anticiper les centaines ou milliers de types de tâches générés par le système de variables construit. Un exemple d'une telle démarche est présenté dans le chapitre XVII (section XVII.5.2). À l'issue de cette étape, qui peut être itérative, on dispose donc d'une liste de techniques avec pour chacune d'elle une portée globale, une portée pragmatique et, éventuellement, une ou plusieurs propriétés institutionnelles. On obtient alors RepOnt\_1 en incluant ces éléments à RepOnt\_0 et en particulier les liens entre types de tâches et techniques définis par les relations *être la portée pragmatique de* et *être la portée globale de*.

### XI.5 Requêtes sur la représentation ontologique RepOnt\_1

Dans cette section nous présentons une série de requêtes pouvant être exécutées sur la représentation ontologique RepOnt\_1 (Tableau XI-1, p. 201). Un exemple complet de l'utilisation de telles requêtes, en lien avec les intentions didactiques, est présenté dans le chapitre XVII. Nous en proposons une autre exploitation sous la forme d'un algorithme permettant de déterminer le type de tâches optimum d'une tâche *t*. Nous avons réalisé ce processus à la main sur un certain nombre de tâches dans le cadre de l'ETP DAG (chapitre VIII) et avons pu mesurer son côté fastidieux. L'idée directrice de l'algorithme est, à partir d'un type de tâche *T* contenant *t*, d'examiner ses sous-types pour déterminer si l'un d'eux contient aussi *t*, afin de remplacer *T* par un type de tâche plus restreint. L'itération du processus permet, *in fine*, d'obtenir le type de tâche optimum de *t*, c'est-à-dire le plus restreint possible. RepOnt\_0 est exploitée pour déterminer cette liste de sous-types de tâches afin d'obtenir le type de tâche optimum de *t* (voir illustration sur Figure XI-8, p. 202). De même quand on cherche à déterminer la dimension « relation entre les tâches d'un ETP » l'utilisation des requêtes *spécialisation*, *généralisation* et *variation* sur tous les couples de types de tâches optimum de l'ETP permet d'obtenir le résultat beaucoup plus efficacement que lorsque le travail est réalisé « à la main ».

---

<sup>111</sup> Il peut s'agir du concepteur du MPR, d'un didacticien utilisant le MPR ou de toute autre personne qualifiée pour le faire.

Tableau XI-1 : requêtes exécutables sur RepOnt\_1

Nom de la requête	Entrée	Sorties possibles
Liste des sous-types	Un type de tâche TT1	<ul style="list-style-type: none"> <li>Liste des sous-types de tâches de TT1</li> <li>Ensemble vide</li> </ul>
Spécialisation	Deux types de tâches : TT1 et TT2	<ul style="list-style-type: none"> <li>TT1 est une spécialisation de TT2</li> <li>TT2 est une spécialisation de TT1</li> <li>Il n'y a pas de relation de spécialisation entre TT1 et TT2</li> </ul>
Généralisation	Deux types de tâches : TT1 et TT2	<ul style="list-style-type: none"> <li>TT1 est une généralisation de TT2</li> <li>TT2 est une généralisation de TT1</li> <li>Il n'y a pas de relation de spécialisation entre TT1 et TT2</li> </ul>
Variation	Deux types de tâches : TT1 et TT2	<ul style="list-style-type: none"> <li>TT1 et TT2 sont des variations de pivot TT_P</li> <li>TT1 et TT2 ne sont pas des variations</li> </ul>
Techniques possibles (globale)	Un type de tâche TT1	<ul style="list-style-type: none"> <li>Liste des techniques telles que TT1 soit inclus ou égal à la portée globale de ces techniques</li> <li>Ensemble vide</li> </ul>
Techniques possibles (pragmatique)	Un type de tâche TT1	<ul style="list-style-type: none"> <li>Liste des techniques telles que TT1 soit inclus ou égal à la portée pragmatique de ces techniques</li> <li>Ensemble vide</li> </ul>
Propriété institutionnelle P(i)	Une propriété institutionnelle parmi celles existantes dans RepOnt_1	<ul style="list-style-type: none"> <li>Liste, structurée, des types de tâches possédant la propriété P(i). Identification du type de tâche de plus haut niveau possédant P(i)</li> <li>Liste des techniques possédant la propriété P(i)</li> </ul>

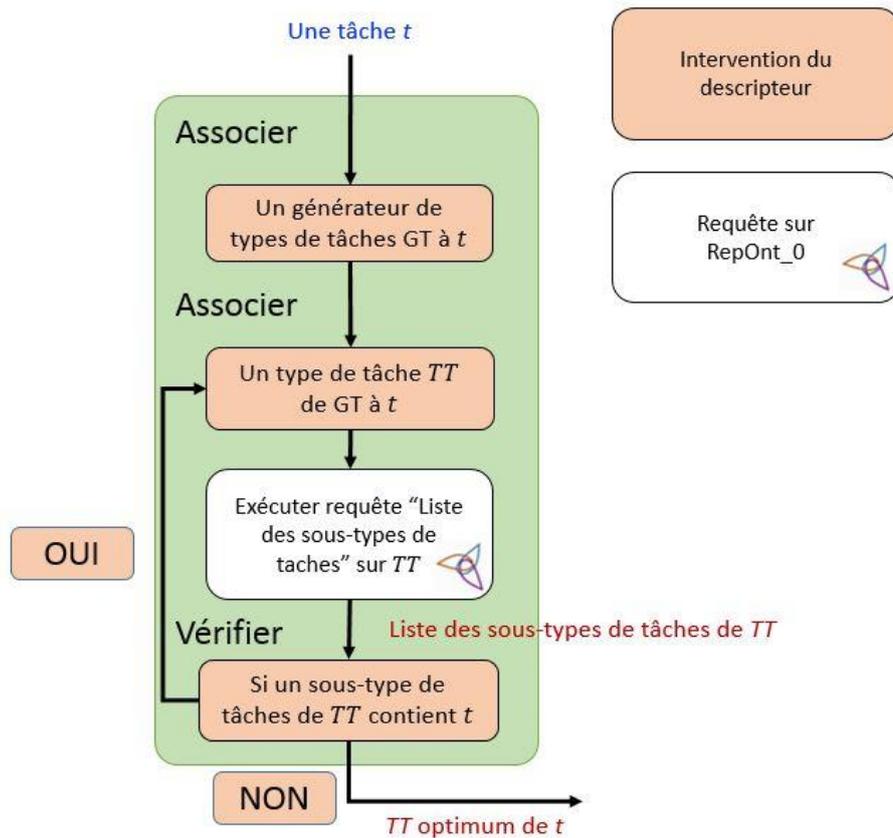


Figure XI-8 : algorithme de détermination du type de tâches optimum d'une tâche t à l'aide de la requête "liste des sous-types de tâches"

## XI.6 Conclusion

Nous avons présenté dans ce chapitre un processus de construction d'une représentation ontologique d'un MPR. Nous avons aussi produit un algorithme de détermination du type de tâches optimum, qui exploite cette représentation ontologique. Le travail réalisé est donc déjà exploité, il présente cependant différentes limites, qui sont autant de perspectives d'évolution. Nous en listons quatre en essayant de préciser ce qui a fait obstacle à leur réalisation.

Premièrement l'intégralité du MPR n'est pas intégrée dans la représentation ontologique ; elle ne contient pas les technologies et théories du quadruplet praxéologique. Le principal obstacle à cette intégration est l'absence d'une modélisation finalisée des technologies et théories dans T4TEL en particulier ou dans la TAD en général. Du point de vue de la construction de l'ontologie il s'agit donc de définir au moins deux nouvelles classes et les relations permettant de les articuler aux autres éléments.

Deuxièmement nous avons aussi précisé dans le chapitre sur le cadre théorique que, dans le cadre de T4TEL, les techniques sont modélisées à l'aide de types de tâches. Or, dans le travail présenté, la seule relation qui est définie entre types de tâches et techniques repose sur la notion de portée et pas sur cette modélisation. Dans ce cas c'est essentiellement l'absence de nécessité qui a freiné ce travail.

Troisièmement, un MPR est généralement constitué de plusieurs générateurs de types de tâches. Or la représentation construite l'est pour un unique générateur de types de tâches. Il est

donc pertinent de penser l'articulation, au sein d'une unique ontologie, des ontologies définies pour chaque générateur. Les questions théoriques, du point de vue des ontologies, et pratiques, dans l'utilisation du logiciel Protégé notamment, sont hors du champ d'investigation de notre travail... et hors de notre domaine de compétences.

Quatrièmement, l'ensemble obtenu après génération des combinaisons et application des règles de filtrage peut toutefois encore contenir des objets qui ne sont pas des types de tâches. Cependant le coût de définition et d'implémentation de règles permettant parfois d'éliminer seulement quelques combinaisons parmi les milliers de combinaisons obtenues est prohibitif au regard des utilisations que nous en avons. Pour notre travail nous considérons que ce n'est pas un problème et c'est cet ensemble que nous représentons dans une ontologie. Il s'agit d'un point de vigilance pour des usages, non explorés dans notre travail, de ce processus.

Enfin il est important de préciser que ce travail est en partie le fruit d'une collaboration avec Vu, doctorante en informatique dans l'équipe Metah, encadrée par Tchounikine. Nous présentons dans le chapitre suivant le résultat de la mise en œuvre de ce processus sur les générateurs de types de tâches liés aux genres de tâches *développer* et *factoriser*, ceci nous permet d'apprécier, au-delà des limites précédemment évoquées, l'intérêt de cette représentation ontologique. Par ailleurs ce processus est à la base d'un processus plus complet qui nous permet d'obtenir une représentation ontologique enrichie de RepOnt\_1. Elle est à la base d'une partie du travail de Vu, autour de l'orchestration<sup>112</sup> de ressources, en lien avec des intentions didactiques (chapitre XVII).

---

<sup>112</sup> Le terme *orchestration* est ici à prendre dans son acceptation informatique telle que présentée dans le chapitre XVII.



# XII. Description d'ETP avec le modèle M2DR

---

## Objectif du chapitre

Dans ce chapitre nous présentons la description d'un ensemble d'ETP, à l'aide du modèle M2DR. Nous proposons ensuite une analyse de ces descriptions. Ces ETP s'inscrivent dans le domaine de l'algèbre élémentaire. Pour réaliser les descriptions, nous utilisons un MPR de l'algèbre élémentaire, représenté dans une ontologie. Il est construit à partir du MPR présenté dans le chapitre 10 et selon le processus défini dans le chapitre 11.

## Contenu du chapitre

\_Toc526185089

<b>XII.1 INTRODUCTION</b>	<b>206</b>
<b>XII.2 REPRESENTATION ONTOLOGIQUE DU MPR DE L'ALGEBRE ELEMENTAIRE</b>	<b>206</b>
<b>XII.3 DESCRIPTION AVEC LE MODELE M2DR D'UNE PREMIERE SERIE D'ETP MOBILISANT LE GENRE DE TACHES REDUIRE</b>	<b>209</b>
XII.3.1 DESCRIPTION DE L'ETP « EXERCICE 17 »	210
XII.3.2 ANALYSE DE LA DESCRIPTION DE L'ETP « EXERCICE 17 »	211
XII.3.3 DESCRIPTION DE L'ETP « EXERCICE 24 »	211
XII.3.4 ANALYSE DE LA DESCRIPTION DE L'ETP « EXERCICE 24 »	212
XII.3.5 DESCRIPTION DE L'ETP « EXERCICE 26 »	213
XII.3.6 ANALYSE DE LA DESCRIPTION DE L'ETP « EXERCICE 26 »	213
XII.3.7 DESCRIPTION DE L'ETP « EXERCICE 38 »	214
XII.3.8 ANALYSE DE LA DESCRIPTION DE L'ETP « EXERCICE 38 »	214
XII.3.9 DESCRIPTION DE L'ETP « EXERCICE 40 »	215
XII.3.10 ANALYSE DE LA DESCRIPTION DE L'ETP « EXERCICE 40 »	215
XII.3.11 DESCRIPTION DE L'ETP « EXERCICE 43 »	216
XII.3.12 ANALYSE DE LA DESCRIPTION DE L'ETP « EXERCICE 43 »	217
XII.3.13 BILAN DES DESCRIPTIONS D'ETP DU GENRE DE TACHES REDUIRE	217
<b>XII.4 DESCRIPTION D'UNE DEUXIEME SERIE D'ETP</b>	<b>219</b>
XII.4.1 DESCRIPTION DE L'ETP « LE COUP DU -1 »	219
XII.4.2 ANALYSE DE LA DESCRIPTION DE L'ETP « LE COUP DU -1 »	221
XII.4.3 DESCRIPTION DE L'ETP « ERREUR DE SIGNE »	222
XII.4.4 ANALYSE DE LA DESCRIPTION DE L'ETP « ERREUR DE SIGNE »	224
XII.4.5 DESCRIPTION DE L'ETP « CARRES DE FRACTIONS »	225
XII.4.6 ANALYSE DE LA DESCRIPTION DE L'ETP « CARRES DE FRACTIONS »	226
XII.4.7 BILAN DES DESCRIPTIONS DE LA DEUXIEME SERIE D'ETP	226
<b>XII.5 CONCLUSION</b>	<b>226</b>

## XII.1 Introduction

Dans ce chapitre nous procédons à la description de plusieurs ETP à l'aide du modèle M2DR, tous dans le domaine de l'algèbre élémentaire. Pour cela nous utilisons comme modélisation du savoir le MPR construit de manière combinatoire à partir du MPR présenté dans le chapitre 10. Pour le construire nous appliquons le processus décrit dans le chapitre 11. Nous commençons ce chapitre par la présentation de quelques éléments cette construction. Nous décrivons ensuite une première série d'ETP (section XII.3). Pour des raisons que nous expliquons à ce moment, ils concernent tous le genre de tâches *réduire*. Ces différentes descriptions sont analysées individuellement, puis une synthèse est réalisée. Nous décrivons ensuite une deuxième série d'ETP (section XII.4), sélectionnés pour illustrer des situations non rencontrées dans la première série de descriptions. Ces deux séries de descriptions d'ETP à l'aide du modèle M2DR donnent lieu à une synthèse globale.

## XII.2 Représentation ontologique du MPR de l'algèbre élémentaire

Dans le chapitre 10, nous avons présenté un modèle praxéologique de référence de l'algèbre élémentaire. Il est structuré dans T4TEL au travers de six générateurs de types de tâches (un pour le genre de tâches *développer*, un pour le genre de tâches *réduire* et quatre pour le genre de tâches *factoriser*). En appliquant le processus décrit dans le chapitre 11, nous avons produit, par traitement combinatoire, un MPR et sa représentation ontologique. Plus précisément, nous avons construit un MPR et une représentation ontologique pour chacun des six générateurs de types de tâches. Nous nous sommes arrêté à la représentation ontologique RepOnt\_0 qui contient les types de tâches générés par le générateur et leur structuration par la relation être un sous-type de tâches. Ce travail a été mené en collaboration avec Vu.

Nous présentons maintenant des éléments, quantitatifs, de bilan sur la représentation RepOnt\_0 de chacun des six générateurs de type de tâches<sup>113</sup> (Tableau XII-1 à Tableau XII-6). Les étapes permettant de construire RepOnt\_0 sont rappelées dans la Figure XII-1 (p. 207). L'étape 3 n'a pas été mise en œuvre pour ce travail. L'étape 2 n'a concerné que le générateur de types de tâches *développer*. En effet, pour les autres générateurs, il n'y a pas de variables dépendantes, et donc pas de règles permettant l'élimination de combinaisons.

---

<sup>113</sup> Les fichiers informatiques produits, de plusieurs milliers de lignes pour la partie fichier tableur, ne peuvent pas être intégrés à ce manuscrit. Ils sont disponibles auprès de l'auteur de ce manuscrit.

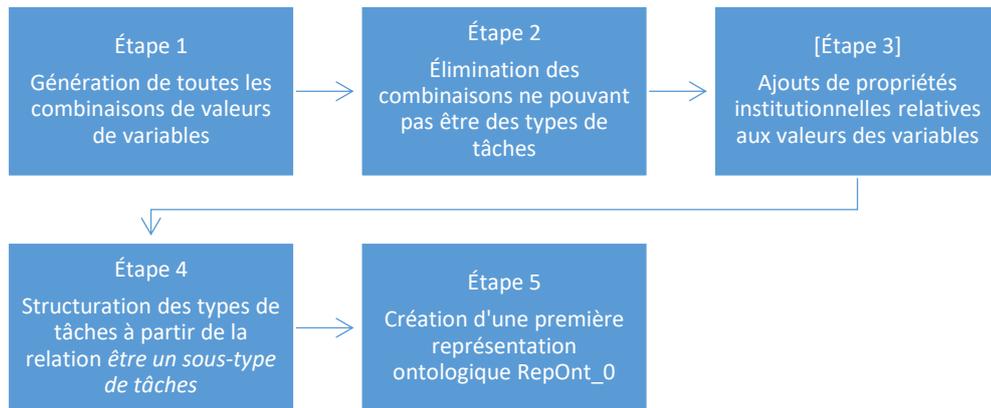


Figure XII-1 : rappel des étapes menant à la production de RepOnt\_0

Tableau XII-1 : production de RepOnt\_0 pour le MPR développer

Étape	Résultat
1	6240 combinaisons
2	2388 combinaisons restantes après application des règles.
3	Non réalisé
4	Obtention pour chaque type de tâches de la liste de ses sous-types de tâches immédiats et de ses parents. Données représentées dans un tableau.
5	Transfert dans Protégé des éléments

Tableau XII-2 : production de RepOnt\_0 pour le MPR factoriser une somme de deux produits

Étape	Résultat
1	29600 combinaisons
2	29600 combinaisons restantes (pas de règle).
3	Non réalisé
4	Obtention pour chaque type de tâches de la liste de ses sous-types de tâches immédiats et de ses parents. Données représentées dans un tableau.
5	Transfert dans Protégé des éléments

Tableau XII-3 : production de RepOnt\_0 pour le MPR factoriser une somme de trois produits

Étape	Résultat
1	24800 combinaisons
2	24800 combinaisons restantes (pas de règle).
3	Non réalisé
4	Obtention pour chaque type de tâches de la liste de ses sous-types de tâches immédiats et de ses parents. Données représentées dans un tableau.
5	Transfert dans Protégé des éléments

## Description d'ETP avec le modèle M2DR

Tableau XII-4 : production de RepOnt\_0 pour le MPR factoriser une somme de quatre produits

Étape	Résultat
1	18800 combinaisons
2	18800 combinaisons restantes (pas de règle).
3	Non réalisé
4	Obtention pour chaque type de tâches de la liste de ses sous-types de tâches immédiats et de ses parents. Données représentées dans un tableur.
5	Transfert dans Protégé des éléments

Tableau XII-5 : production de RepOnt\_0 pour le MPR factoriser une somme de plus de quatre produits

Étape	Résultat
1	9200 combinaisons
2	9200 combinaisons restantes (pas de règle).
3	Non réalisé
4	Obtention pour chaque type de tâches de la liste de ses sous-types de tâches immédiats et de ses parents. Données représentées dans un tableur.
5	Transfert dans Protégé des éléments

Tableau XII-6 : production de RepOnt\_0 pour le MPR réduire

Étape	Résultat
1	100 combinaisons
2	100 combinaisons restantes (pas de règle).
3	Non réalisé
4	Obtention pour chaque type de tâches de la liste de ses sous-types de tâches immédiats et de ses parents. Données représentées dans un tableur.
5	Transfert dans Protégé des éléments

Ces indications quantitatives appellent quelques commentaires, tout d'abord sur le nombre important de types de tâches, en particulier pour la factorisation. Cela s'explique d'une part par l'absence de règles d'élimination compte tenu du fait que les variables définies ne sont pas dépendantes. Le deuxième facteur est le nombre important de valeurs de certaines variables. Par exemples, pour la factorisation, les variables V2 et V3 ont chacune 11 valeurs pour spécifier la nature des coefficients de l'expression initiale et de l'expression factorisée. Mais c'est surtout le nombre de valeurs de la variable V1, construite pour permettre une description fine de la forme des expressions, qui est à l'origine de « l'explosion » du nombre de combinaisons.

Une conséquence de ce nombre élevé de combinaisons est que l'exécution de requêtes sur la représentation ontologique RepOnt\_0 nécessite une certaine puissance de calcul informatique. Les capacités de l'ordinateur de Vu, nous ont permis de déterminer<sup>114</sup> des relations (spécialisation, généralisation, variation) entre les tâches pour le cas du MPR *réduire*. Cela n'a pas été possible pour les MPR *développer* et *factoriser* pour lesquels nous disposons donc uniquement d'une représentation structurée des types de tâches dans un fichier tableur. Ceci a contraint le choix des ETP décrits. Nous avons donc décrit, selon les trois dimensions sur modèle M2DR, une série d'ETP relatifs au genre de tâches réduire. Nous avons aussi décrit de manière complète trois autres ETP contenant des tâches relatives au développement et à la

<sup>114</sup> Ces relations ont été obtenues par l'exécution de requêtes, dans Protégée, sur RepOnt\_0.

Description avec le modèle M2DR d'une première série d'ETP mobilisant le genre de tâches réduire

factorisation, en déterminant « à la main » les relations entre les tâches. Ce sont ces deux séries de descriptions que nous présentons dans les sections suivantes. L'utilisation des fichiers tableur, avec l'aide de filtres, a permis de déterminer les types de tâches optimum pour des séries d'ETP en lien avec le développement et la factorisation. Nous ne présentons cependant pas ces résultats qui ne présentent pas d'intérêt supplémentaire par rapport à ceux présentés sur la réduction.

### XII.3 Description avec le modèle M2DR d'une première série d'ETP mobilisant le genre de tâches *réduire*

Dans cette section nous présentons la description, avec le modèle M2DR, d'une première série de ressources. Ces ressources répondent toutes au critère : être un ETP mettant en jeu des tâches relevant du générateur de types de tâches *réduire*. Ils sont extraits du manuel Triangle 4<sup>e</sup>, édition Hatier, 2011 (pp. 35-37). Pour chaque ETP, nous commençons par donner une reproduction de l'énoncé tel que proposé dans le manuel. Puis, nous donnons sa description selon les trois dimensions du modèle M2DR. Enfin nous proposons une brève analyse de cette description. Nous proposons une synthèse de ces analyses dans la section XII.3.13 (p. 217). Pour faciliter la lecture de ce qui suit nous rappelons la structuration des valeurs de la variable 1 du générateur de types de tâches réduire (Figure XII-2, p. 207).

Les relations entre les tâches, déterminées à partir des types de tâches optimum, ont été calculées à l'aide de différentes requêtes exécutées sur la représentation ontologique RepOnt\_0 du MPR. Pour deux types de tâches  $TT_1$  et  $TT_2$  c'est l'algorithme suivant qui est exécuté :

- Vérifier si  $TT_1$  est une spécialisation de  $TT_2$ 
  - Si oui : arrêt
  - Si non : vérifier si  $TT_2$  est une spécialisation de  $TT_1$ 
    - Si oui : arrêt
    - Si non : chercher le plus proche parent commun de  $TT_1$  et  $TT_2$

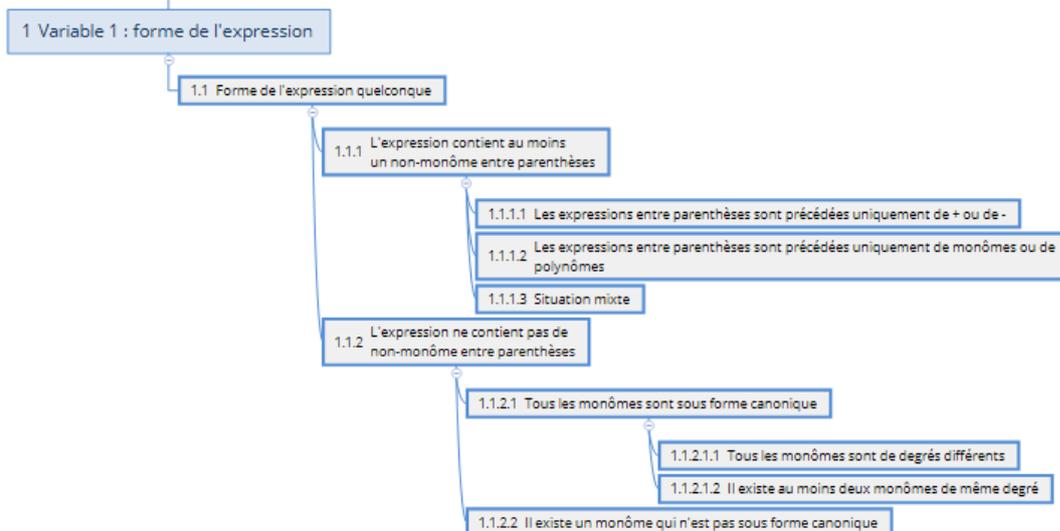


Figure XII-2 : valeurs de la variable 1 du générateur de types de tâches "réduire"

### XII.3.1 Description de l'ETP « exercice 17 »

Réduire, si possible, les expressions ci-dessous.

$A = 6x + 4x$	$B = 9 + 8x$
$C = 4x + x$	$D = 3x + 7$
$E = x + 6x$	$F = 6x + 8x$

Figure XII-3 : reproduction de l'exercice 17

#### Dimension structure et tâches

Tableau XII-7 : dimension structure et tâches de l'exercice 17. Type de tâches optimum

Indicateur de 1 <sup>er</sup> niveau	Action à réaliser	Complément définitoire	Complément facultatif	Générateur de types de tâches	Type de tâches optimum de la tâche
Lettre A	Réduire	$6x + 4x$	si possible	réduire	TT0086
Lettre B	Réduire	$9 + 8x$	si possible	réduire	TT0076
Lettre C	Réduire	$4x + x$	si possible	réduire	TT0086
Lettre D	Réduire	$3x + 7$	si possible	réduire	TT0076
Lettre E	Réduire	$x + 6x$	si possible	réduire	TT0086
Lettre F	Réduire	$6x + 8x$	si possible	réduire	TT0086

Tableau XII-8 : définition des types de tâches optimum et pivot de l'exercice 17

Type de tâches	Valeur de V1	Valeur de V2
TT0066	Tous les monômes sont sous forme canonique	N
TT0076	Tous les monômes sont de degrés différents	N
TT0086	Il existe au moins deux monômes de même degré	N

#### Dimension objets ostensifs

La dimension *objets ostensifs* de l'ETP étudié est réduite à l'ostensif « si possible ».

#### Dimension relation entre les tâches

Quatre tâches (A ; C ; E ; F) sont de même type de tâches optimum TT0086. Deux tâches (B ; D) sont de même type de tâches optimum TT0076. Les deux types de tâches TT0076 et TT0086

Description avec le modèle M2DR d'une première série d'ETP mobilisant le genre de tâches réduire

sont liés par la relation « être une variation de pivot TT0066 ». La dimension relation entre les tâches est synthétisée dans le Tableau XII-9.

Tableau XII-9 : dimension relations entre les tâches de l'exercice 17

	A	B	C	D	E	F
A		$Var_{TT0066}$	$\sim_{T_{opt}}$	$Var_{TT0066}$	$\sim_{T_{opt}}$	$\sim_{T_{opt}}$
B	$Var_{TT0066}$		$Var_{TT0066}$	$\sim_{T_{opt}}$	$Var_{TT0066}$	$Var_{TT0066}$
C	$\sim_{T_{opt}}$	$Var_{TT0066}$		$Var_{TT0066}$	$\sim_{T_{opt}}$	$\sim_{T_{opt}}$
D	$Var_{TT0066}$	$\sim_{T_{opt}}$	$Var_{TT0066}$		$Var_{TT0066}$	$Var_{TT0066}$
E	$\sim_{T_{opt}}$	$Var_{TT0066}$	$\sim_{T_{opt}}$	$Var_{TT0066}$		$\sim_{T_{opt}}$
F	$\sim_{T_{opt}}$	$Var_{TT0066}$	$\sim_{T_{opt}}$	$Var_{TT0066}$	$\sim_{T_{opt}}$	

### XII.3.2 Analyse de la description de l'ETP « exercice 17 »

Dans l'ETP « exercice 17 » deux types de tâches sont présents. On peut noter que ces deux types de tâches sont des variations autour du pivot TT0066. Ce dernier nous indique d'une part que tous les calculs ont lieu dans N et d'autre part, en reprenant l'arborescence de la variable V1, que nous sommes systématiquement dans le cas où l'expression à réduire ne contient pas de non-monômes entre parenthèses et que, de plus, tous les monômes sont sous forme canonique.

L'application du modèle M2DR, et plus particulièrement la dimension *tâches et structure*, permet de décrire cet ETP comme permettant de mettre en œuvre deux fois le type de tâches TT0076 et quatre fois le type de tâches TT0086. TT0076 correspond en fait au cas où il n'y a pas de réduction possible, mais des praxéologies personnelles erronées sont envisageables pour ce type de tâches. À partir de l'analyse de la dimension *relation entre les tâches*, on peut aussi le décrire comme mettant en œuvre six fois le type de tâches TT0066 avec un balayage de ses deux sous-types de tâches (TT0076 et TT0086).

### XII.3.3 Description de l'ETP « exercice 24 »

24 Réduire, si possible, les expressions suivantes.  
 $A = 8x - 3x$     $B = -8x - 3x$     $C = -8x + 3x$   
 $D = 8x + 3x$     $E = -8 + 3x$     $F = -x + 8x$

Figure XII-4 : reproduction de l'exercice 24

#### Dimension structure et tâches

Tableau XII-10 : dimension structure et tâches de l'exercice 24. Type de tâches optimum

Indicateur de 1 <sup>er</sup> niveau	Action à réaliser	Complément définitoire	Complément facultatif	Générateur de types de tâches	Type de tâches optimum de la tâche
Lettre A	Réduire	$8x - 3x$	si possible	réduire	TT0085
Lettre B	Réduire	$-8x - 3x$	si possible	réduire	TT0085
Lettre C	Réduire	$-8x + 3x$	si possible	réduire	TT0085
Lettre D	Réduire	$8x + 3x$	si possible	réduire	TT0085
Lettre E	Réduire	$-8 + 3x$	si possible	réduire	TT0075
Lettre F	Réduire	$-x + 8x$	si possible	réduire	TT0085

## Description d'ETP avec le modèle M2DR

Tableau XII-11 : définition des types de tâches optimum et pivot de l'exercice 24

Type de tâches	Valeur de V1	Valeur de V2
TT0065	Tous les monômes sont sous forme canonique	Z
TT0075	Tous les monômes sont de degré différents	Z
TT0085	Il existe au moins deux monômes de même degré	Z

### Dimension objets ostensifs

La dimension *objets ostensifs* de l'ETP étudié est réduite à l'ostensif « si possible ».

### Dimension relation entre les tâches

Cinq tâches (A ; B ; C ; D ; F) sont de même type de tâches optimum TT0085. La tâche E a pour type de tâches optimum TT0075. Les deux types de tâches TT0075 et TT0085 sont liés par la relation « être une variation de pivot TT0065 ». La dimension relation entre les tâches est synthétisée dans le Tableau XII-12.

Tableau XII-12 : dimension relations entre les tâches de l'exercice 24

	A	B	C	D	E	F
A		$\sim_{Topt}$	$\sim_{Topt}$	$\sim_{Topt}$	$Var_{TT0065}$	$\sim_{Topt}$
B	$\sim_{Topt}$		$\sim_{Topt}$	$\sim_{Topt}$	$Var_{TT0065}$	$\sim_{Topt}$
C	$\sim_{Topt}$	$\sim_{Topt}$		$\sim_{Topt}$	$Var_{TT0065}$	$\sim_{Topt}$
D	$\sim_{Topt}$	$\sim_{Topt}$	$Var_{TT0066}$		$Var_{TT0065}$	$\sim_{Topt}$
E	$Var_{TT0065}$	$Var_{TT0065}$	$Var_{TT0065}$	$Var_{TT0065}$		$Var_{TT0065}$
F	$\sim_{Topt}$	$\sim_{Topt}$	$\sim_{Topt}$	$\sim_{Topt}$	$Var_{TT0065}$	

### XII.3.4 Analyse de la description de l'ETP « exercice 24 »

Dans l'ETP « exercice 24 », toutes les tâches, sauf une, possèdent le même type de tâches optimum. On peut noter que ces deux types de tâches sont des variations autour du pivot TT0065. Ce dernier nous indique d'une part que tous les calculs ont lieu dans Z et d'autre part, en reprenant l'arborescence de la variable V1, que nous sommes systématiquement dans le cas où l'expression à réduire ne contient pas de non-monômes entre parenthèses et que, de plus, tous les monômes sont sous forme canonique.

L'application du modèle M2DR, et plus particulièrement la dimension *tâches et structure*, permet de décrire cet ETP comme permettant de mettre en œuvre une fois le type de tâches TT0075 et quatre fois le type de tâches TT0085. TT0075 correspond en fait au cas où il n'y a pas de réduction possible, mais des praxéologies personnelles erronées sont envisageables pour ce type de tâches. À partir de l'analyse de la dimension *relation entre les tâches*, on peut aussi le décrire comme mettant en œuvre six fois le type de tâches TT0065 avec un balayage de ses deux sous-types de tâches immédiats<sup>115</sup> (TT0075 et TT0085).

<sup>115</sup> Au sens du premier niveau d'inclusion inférieur

### XII.3.5 Description de l'ETP « exercice 26 »

26 Compléter avec l'expression qui convient.

a)  $-4x + \dots = 10x$   
 b)  $-2x - \dots = -8x$   
 c)  $6x - \dots = 5x$   
 d)  $8x - \dots = -12x$

Figure XII-5 : reproduction de l'exercice 26

#### Dimension structure et tâches

Tableau XII-13 : dimension structure et tâches de l'exercice 26. Type de tâches optimum

Indicateur de 1 <sup>er</sup> niveau	Action à réaliser	Complément définitoire	Complément facultatif	Générateur de types de tâches	Type de tâches optimum de la tâche
Item a)	Compléter	$-4x + \dots = 10x$	$\emptyset$	réduire	TT0085
Item b)	Compléter	$-2x - \dots = -8x$	$\emptyset$	réduire	TT0085
Item c)	Compléter	$6x - \dots = 5x$	$\emptyset$	réduire	TT0085
Item d)	Compléter	$8x - \dots = -12x$	$\emptyset$	réduire	TT0085

Tableau XII-14 : définition des types de tâches optimum et pivot de l'exercice 26

Type de tâches	Valeur de V1	Valeur de V2
TT0085	Il existe au moins deux monômes de même degré	Z

#### Dimension objets ostensifs

La dimension *objets ostensifs* de l'ETP étudié est vide.

#### Dimension relation entre les tâches

Cinq tâches (A ; B ; C ; D ; F) sont de même type de tâches optimum TT0085. La tâche E a pour type de tâches optimum TT0075. Les deux types de tâches TT0075 et TT0085 sont liés par la relation « être une variation de pivot TT0065 »<sup>116</sup>. La dimension relation entre les tâches est synthétisée dans le Tableau XII-12.

Tableau XII-15 : dimension relations entre les tâches de l'exercice 26

	a)	b)	c)	d)
a)		$\sim T_{opt}$	$\sim T_{opt}$	$\sim T_{opt}$
b)	$\sim T_{opt}$		$\sim T_{opt}$	$\sim T_{opt}$
c)	$\sim T_{opt}$	$\sim T_{opt}$		$\sim T_{opt}$
d)	$\sim T_{opt}$	$\sim T_{opt}$	$\sim T_{opt}$	

### XII.3.6 Analyse de la description de l'ETP « exercice 26 »

Remarquons tout d'abord que nous avons choisi comme générateur de types de tâches le GT *réduire*. En effet l'action à réaliser « compléter » ne correspond à aucun verbe d'action des générateurs de types de tâches disponibles. Par ailleurs l'association entre cette action à réaliser et un générateur de types de tâches ne peut se faire qu'en examinant le complément définitoire

<sup>116</sup> Cette relation a été déterminée à l'aide de requêtes exécutées sur la représentation ontologique RepOnt\_0 de ce MPR (même si dans ce cas particulier la simplicité du MPR réduire aurait permis de le faire à la main).

## Description d'ETP avec le modèle M2DR

de la tâche. Dans cet ETP toutes les tâches ont le même type de tâches optimum. Il s'agit donc du travail, répété quatre fois, d'un même type de tâches. Le MPR utilisé ne permet pas de distinguer les différentes tâches.

### XII.3.7 Description de l'ETP « exercice 38 »

**38** Réduire, si possible, les expressions suivantes.  
 $A = 5x \times 4x$      $B = 7 \times 3x$      $C = 4 \times 2x^2$   
 $D = 4x \times 3$      $E = 5x^2 \times 2$      $F = 6x \times 3x$

Figure XII-6 : reproduction de l'exercice 38

#### Dimension structure et tâches

Tableau XII-16 : dimension structure et tâches de l'exercice 38. Type de tâches optimum

Indicateur de 1 <sup>er</sup> niveau	Action à réaliser	Complément définitoire	Complément facultatif	Générateur de types de tâches	Type de tâches optimum de la tâche
Lettre A	Réduire	$5x \times 4x$	si possible	réduire	TT0096
Lettre B	Réduire	$7 \times 3x$	si possible	réduire	TT0096
Lettre C	Réduire	$4 \times 2x^2$	si possible	réduire	TT0096
Lettre D	Réduire	$4x \times 3$	si possible	réduire	TT0096
Lettre E	Réduire	$5x^2 \times 2$	si possible	réduire	TT0096
Lettre F	Réduire	$6x \times 3x$	si possible	réduire	TT0096

Tableau XII-17 : définition des types de tâches optimum et pivot de l'exercice 38

Type de tâches	Valeur de V1	Valeur de V2
TT0096	Il existe au moins un monôme qui n'est pas sous forme canonique	N

#### Dimension objets ostensifs

La dimension *objets ostensifs* de l'ETP étudié est réduite à l'ostensif « si possible ».

#### Dimension relation entre les tâches

Les six tâches sont de même type de tâches optimum TT0096. La dimension relation entre les tâches est synthétisée dans le Tableau XII-18.

Tableau XII-18 : dimension relations entre les tâches de l'exercice 38

	A	B	C	D	E	F
A		$\sim T_{opt}$				
B	$\sim T_{opt}$		$\sim T_{opt}$	$\sim T_{opt}$	$\sim T_{opt}$	$\sim T_{opt}$
C	$\sim T_{opt}$	$\sim T_{opt}$		$\sim T_{opt}$	$\sim T_{opt}$	$\sim T_{opt}$
D	$\sim T_{opt}$	$\sim T_{opt}$	$\sim T_{opt}$		$\sim T_{opt}$	$\sim T_{opt}$
E	$\sim T_{opt}$	$\sim T_{opt}$	$\sim T_{opt}$	$\sim T_{opt}$		$\sim T_{opt}$
F	$\sim T_{opt}$					

### XII.3.8 Analyse de la description de l'ETP « exercice 38 »

Dans cet ETP toutes les tâches ont le même type de tâches optimum. Il s'agit donc du travail répété six fois du même type de tâches. Le MPR utilisé ne permet pas de distinguer les différentes tâches, par exemple selon la présence ou non de monôme de degré supérieur à un.

### XII.3.9 Description de l'ETP « exercice 40 »

40 Réduire, si possible, les expressions suivantes.

$A = -3 \times 5x^2$	$B = 4x \times (-3x)$
$C = 5 \times (-4x^2)$	$D = -5 \times (-2x^2)$
$E = -6x \times (-4x)$	$F = 4x^2 \times (-8)$

Figure XII-7 : reproduction de l'exercice 40

#### Dimension structure et tâches

Tableau XII-19 : dimension structure et tâches de l'exercice 40. Type de tâches optimum

Indicateur de 1 <sup>er</sup> niveau	Action à réaliser	Complément définitoire	Complément facultatif	Générateur de types de tâches	Type de tâches optimum de la tâche
Lettre A	Réduire	$-3 \times 5x^2$	si possible	réduire	TT0095
Lettre B	Réduire	$4x \times (-3x)$	si possible	réduire	TT0095
Lettre C	Réduire	$5 \times (-4x^2)$	si possible	réduire	TT0095
Lettre D	Réduire	$-5 \times (-2x^2)$	si possible	réduire	TT0095
Lettre E	Réduire	$-6x \times (-4x)$	si possible	réduire	TT0095
Lettre F	Réduire	$4x^2 \times (-8)$	si possible	réduire	TT0095

Tableau XII-20 : définition des types de tâches optimum et pivot de l'exercice 40

Type de tâches	Valeur de V1	Valeur de V2
TT0095	Il existe au moins un monôme qui n'est pas sous forme canonique	Z

#### Dimension objets ostensifs

La dimension *objets ostensifs* de l'ETP étudié est réduite à l'ostensif « si possible ».

#### Dimension relation entre les tâches

Les six tâches sont de même type de tâches optimum TT0096. La dimension *relation entre les tâches* est synthétisée dans le Tableau XII-21.

Tableau XII-21 : dimension relations entre les tâches de l'exercice 40

	A	B	C	D	E	F
A		$\sim T_{opt}$				
B	$\sim T_{opt}$		$\sim T_{opt}$	$\sim T_{opt}$	$\sim T_{opt}$	$\sim T_{opt}$
C	$\sim T_{opt}$	$\sim T_{opt}$		$\sim T_{opt}$	$\sim T_{opt}$	$\sim T_{opt}$
D	$\sim T_{opt}$	$\sim T_{opt}$	$\sim T_{opt}$		$\sim T_{opt}$	$\sim T_{opt}$
E	$\sim T_{opt}$	$\sim T_{opt}$	$\sim T_{opt}$	$\sim T_{opt}$		$\sim T_{opt}$
F	$\sim T_{opt}$					

### XII.3.10 Analyse de la description de l'ETP « exercice 40 »

Dans cet ETP toutes les tâches ont le même type de tâches optimum. Il s'agit donc du travail répété six fois du même type de tâches. Le MPR utilisé ne permet pas de distinguer les différentes tâches, par exemple selon la présence ou non de monôme de degré supérieur à un.

## XII.3.11 Description de l'ETP « exercice 43 »

43 Réduire, si possible, les expressions suivantes.  
 $A = 6x \times 3x$      $B = 6x + 3x$      $C = 6 + 3x$   
 $D = 6 \times 3x$      $E = -6x \times 8x$      $F = -6x + 8x$

Figure XII-8 : reproduction de l'exercice 43

## Dimension structure et tâches

Tableau XII-22 : dimension structure et tâches de l'exercice 43. Type de tâches optimum

Indicateur de 1 <sup>er</sup> niveau	Action à réaliser	Complément définitoire	Complément facultatif	Générateur de types de tâches	Type de tâches optimum de la tâche
Lettre A	Réduire	$6x \times 3x$	si possible	réduire	TT0096
Lettre B	Réduire	$6x + 3x$	si possible	réduire	TT0085
Lettre C	Réduire	$6 + 3x$	si possible	réduire	TT0076
Lettre D	Réduire	$6 \times 3x$	si possible	réduire	TT0096
Lettre E	Réduire	$-6x \times 8x$	si possible	réduire	TT0095
Lettre F	Réduire	$-6x + 8x$	si possible	réduire	TT0085

Tableau XII-23 : définition des types de tâches optimum et pivot de l'exercice 43

Type de tâches	Valeur de V1	Valeur de V2
TT0055	L'expression ne contient pas de non monômes entre parenthèses	Z
TT0056	L'expression ne contient pas de non-monômes entre parenthèses	N
TT0065	Tous les monômes sont sous forme canonique	Z
TT0076	Tous les monômes sont de degrés différents	N
TT0085	Il existe au moins deux monômes de même degré	Z
TT0095	Il existe au moins un monôme qui n'est pas sous forme canonique	Z
TT0096	Il existe au moins un monôme qui n'est pas sous forme canonique	N

## Dimension objets ostensifs

La dimension *objets ostensifs* de l'ETP étudié est réduite à l'ostensif « si possible ».

## Dimension relation entre les tâches

Cinq tâches (A ; B ; C ; D ; F) sont de même type de tâches optimum TT0085. La tâche E a pour type de tâches optimum TT0075. Les deux types de tâches TT0075 et TT0085 sont liés par la relation « être une variation de pivot TT0065 »<sup>117</sup>. La dimension *relation entre les tâches* est synthétisée dans le Tableau XII-24 (p. 217).

<sup>117</sup> Cette relation a été déterminée à l'aide de requêtes exécutés sur la représentation ontologique RepOnt\_0 de ce MPR (même si dans ce cas particulier la simplicité du MPR réduire aurait permis de le faire à la main).

Tableau XII-24 : dimension relations entre les tâches de l'exercice 43

	A	B	C	D	E	F
A		$Var_{TT0055}$	$Var_{TT0056}$	$\sim_{Topt}$	$<_{spe}$	$Var_{TT0055}$
B	$Var_{TT0055}$		$Var_{TT0065}$	$Var_{TT0055}$	$Var_{TT0055}$	$\sim_{Topt}$
C	$Var_{TT0056}$	$Var_{TT0065}$		$Var_{TT0056}$	$Var_{TT0055}$	$Var_{TT0065}$
D	$\sim_{Topt}$	$Var_{TT0055}$	$Var_{TT0056}$		$<_{spe}$	$Var_{TT0055}$
E	$>_{gen}$	$Var_{TT0055}$	$Var_{TT0055}$	$>_{gen}$		$Var_{TT0055}$
F	$Var_{TT0055}$	$\sim_{Topt}$	$Var_{TT0065}$	$Var_{TT0055}$	$Var_{TT0055}$	

### XII.3.12 Analyse de la description de l'ETP « exercice 43 »

Dans cet ETP on rencontre quatre types de tâches optimum différents. Certains sont une spécialisation d'autres (calcul dans N au lieu de dans Z). Il y a aussi trois types de tâches pivot qui sont identifiés. Par rapport à ceux-ci on peut observer les relations suivantes :

- TT0056 est une spécialisation de TT0055
- TT0065 est une spécialisation de TT0055
- TT0056 est une variation de TT0065 de pivot TT0055

La dimension *tâches et structure* permet donc d'identifier quatre types de tâches présents dans cet ETP. Une analyse complémentaire de la dimension relation entre les tâches et des types de tâches pivots identifiés permet aussi de constater que cet ETP permet le travail du type de tâches TT0055 de quatre manières différentes.

### XII.3.13 Bilan des descriptions d'ETP du genre de tâches réduire

Dans ce bilan on peut distinguer différents facteurs. Il y a d'une part des éléments qui relèvent du MPR utilisé, et d'autre part des éléments qui relèvent du modèle M2DR lui-même. Ainsi c'est au MPR qu'est imputable la possibilité de distinguer ou non certains types de tâches. Par exemple nous avons signalé pour l'ETP « exercice 38 » que l'on n'est pas en mesure de distinguer les tâches « réduire  $7 \times 3x$  » et « réduire  $4 \times 2x^2$  ». Or on pourrait envisager comme pertinent de distinguer la présence de monômes de degré supérieur à un puisque cela peut nécessiter, dans la mise en œuvre des techniques, des éléments technologiques relatifs aux puissances. Comme nous l'avons indiqué plusieurs fois, le MPR, et plus particulièrement dans notre cas le système de variables et des valeurs des variables des générateurs de types de tâches, doivent être construits pour répondre aux enjeux de la recherche. Ainsi, si cette distinction apparaît comme un enjeu il faut réviser le générateur de types de tâches. La précision de la description des tâches est donc indépendante de notre modèle M2DR.

Par contre, les exemples étudiés montrent que le modèle M2DR permet d'exploiter, et la finesse de description offerte par le MPR, et la diversité des types de tâches obtenus par la construction combinatoire. Ceci se voit aussi bien au sein d'un ETP (par exemple l'ETP « exercice 43 ») que pour comparer deux ETP. Par exemple, pour les ETP « exercice 17 » et « exercice 24 », on peut mettre en évidence le fait que pour le premier les calculs sont dans N, alors qu'ils sont dans Z pour le second. On peut cependant que le fait de remonter au niveau type de tâches peut amener à « perdre » la distinction possible entre ETP. C'est le cas par exemple pour les ETP 24 et 26. En effet ce sont les mêmes types de tâches optimum qui sont associés aux deux ETP. Or dans l'ETP 24 la tâche est définie par l'action à réaliser « réduire » tandis que dans l'ETP 26 elle

## Description d'ETP avec le modèle M2DR

---

est définie par l'action à réaliser « complète ». La première dimension du modèle M2DR, avec la description des tâches, est donc pertinente pour l'objectif de différenciation d'ETP.

La dimension *relation entre les tâches* est un apport important pour la description de ces ETP. D'une part les relations définies permettent de caractériser, dans un ETP, le type de tâches le plus précis qui « englobe » l'ensemble des types de tâches présents<sup>118</sup>. Ceci est rendu possible par le type de tâches pivot dans la relation « être une variation ». C'est ce type de raisonnement qui permet de proposer une vision globale de l'ETP « exercice 43 » à l'aide du type de tâches TT0055. Dans un deuxième temps, les relations entre les tâches peuvent aussi permettre de situer des ETP les uns par rapport aux autres. Ainsi l'analyse des types de tâches présents dans l'ETP « exercice 17 » et dans l'ETP « exercice 24 », permet de montrer que l'on peut définir l'ETP « exercice 24 » comme une généralisation de l'ETP « exercice 17 ».

On peut enfin noter la dimension *objets ostensifs* n'a pas joué de rôle particulier dans cette première série d'exemples. Elle est soit vide soit très réduite. L'ostensif « si possible » qui est utilisé dans certains ETP peut avoir comme fonction de limiter un effet classique du contrat didactique qui est « si une tâche est donnée alors il faut faire quelque chose ».

Pour les ETP analysés on peut tout d'abord noter que toutes les tâches sont liées au même générateur de types de tâches<sup>119</sup>. On voit apparaître deux catégories d'ETP. La première regroupe des ETP qui contiennent un unique type de tâches (ETP « exercice 26 » ; « exercice 38 » et « exercice 40 »). La seconde regroupe des ETP qui contiennent différents types de tâches. On a alors noté que ces types de tâches peuvent être reliés à un type de tâches pivot qui permet de « globaliser » l'ETP avec le gain de la simplicité (un ETP = un type de tâches) mais la perte de la finesse de la description. Par rapport à ce type de tâches globalisant on est aussi en mesure de préciser, grâce à la structuration des types de tâches, si l'ETP mobilise tous ses sous-types de tâches (au premier niveau d'inclusion) ou seulement certains.

---

<sup>118</sup> Pour un ensemble de types de tâches issus d'un même générateur, ils sont toujours, *a minima*, des variations les uns des autres de pivot le type de tâches le plus générique produit par le générateur. Mais cette information est peu précise.

<sup>119</sup> C'est un choix de notre part dans la sélection des ETP présentés, il est lié aux contraintes informatiques signalées plus haut.

## XII.4 Description d'une deuxième série d'ETP

Nous proposons maintenant la description de quelques ETP présentant des caractéristiques complémentaires à celles des ETP décrits dans la section précédente. Ils ont plusieurs niveaux de structuration et mobilisent des tâches en lien avec les générateurs développer et factoriser.

### XII.4.1 Description de l'ETP « Le coup du -1 »

**103** « Le coup du -1 »

1. On donne  $M = (2x - 3)(3x + 7) - 2x + 3$ .

a. Écrire sans parenthèses :  $-1 \times (2x - 3)$ .

b. Utiliser a. pour factoriser M.

2. Factoriser chaque expression.

a.  $N = (5x - 4)^2 - 5x + 4$

b.  $P = (2x + 7)^2 - 2x - 7 + (3x - 1)(2x + 7)$

c.  $Q = \frac{3}{2} - x + \left(x - \frac{3}{2}\right)^2 - (5x - 2)\left(x - \frac{3}{2}\right)$

Figure XII-9 : reproduction de l'ETP<sup>120</sup> « le coup du -1 »

<sup>120</sup> Exercice n° 103, p. 64. Manuel Transmath 3<sup>e</sup>, Nathan. Ed. 2008

Tableau XII-25 : dimension structure et tâches de l'ETP « Le coup du -1 ». Type de tâches optimum

Structuration		Tâche			Liaison au MPR	
Niveau 1	Niveau 2	Action à réaliser	Complément définitoire	Complément facultatif	Générateur de types de tâches	Type de tâches optimum
Item 1.						
	a.	Ecrire sans parenthèse	$-1 \times (2x - 3)$	∅	Développer	TT0731
	b.	Factoriser	$(2x - 3)(3x + 7) - 2x + 3$	Utiliser a.	Factoriser S2	TT26179
Item 2.						
	a.	Factoriser	$(5x - 4)^2 - 5x + 4$	∅	Factoriser S2	TT26179
	b.	Factoriser	$(2x + 7)^2 - 2x - 7 + (3x - 1)(2x + 7)$	∅	Factoriser S3	TT19379
	c.	Factoriser	$\frac{3}{2} - x + \left(x - \frac{3}{2}\right)^2 - (5x - 2) \left(x - \frac{3}{2}\right)$	∅	Factoriser S3	TT19379

Tableau XII-26 : définition des types de tâches optimum et pivot de l'ETP « Le coup du -1 »

Type de tâches	Valeur de V1	Valeur de V2	Valeur de V3	Valeur de V4
Pour le générateur de types de tâches : « Développer un produit de polynômes »				
TT0731	Prod_k_(a+b) où $k = -1$ visible. Type $-1 \times (a \pm b)$	Z	Forme monôme x non-monôme	Tous les signes multipliés entre les facteurs sont visibles
Pour le générateur de types de tâches : « Factoriser une somme de deux produits »				
TT26179	Produit avec au moins un non- monôme Forme $ka - kb$ où $b = 1$ invisible	Z	Z	Seuls les signes multipliés obligatoires sont présents
Pour le générateur de types de tâches : « Factoriser une somme de trois produits »				
TT19379	Factorisation avec facteur commun visible dans un seul produit	Z	Z	Seuls les signes multipliés obligatoires sont présents

### Dimension objets ostensifs

La dimension *objets ostensifs* de l'ETP étudié est réduite à l'ostensif « en utilisant a. ».

### Dimension relation entre les tâches

Cinq tâches (A ; B ; C ; D ; F) sont de même type de tâches optimum TT0085. La tâche E a pour type de tâches optimum TT0075. Les deux types de tâches TT0075 et TT0085 sont liés par la relation « être une variation de pivot TT0065 ». La dimension *relation entre les tâches* est synthétisée dans le Tableau XII-27.

Tableau XII-27 : dimension relations entre les tâches de l'ETP « Le coup du -1 »

	1.a	1.b	2.a	2.b	2.c
1.a		$t_{1.a} \rightarrow t_{1.b}$	$t_{1.a} \rightarrow \tau(t_{2.a})$	$t_{1.a} \rightarrow \tau(t_{2.b})$	$t_{1.a} \rightarrow \tau(t_{2.c})$
1.b			$\sim_{Topt}$	$t_{1.b} \rightarrow \tau(t_{2.b})$	$t_{1.b} \rightarrow \tau(t_{2.c})$
2.a		$\sim_{Topt}$		$t_{2.a} \rightarrow \tau(t_{2.b})$	$t_{2.a} \rightarrow \tau(t_{2.c})$
2.b					$\sim_{Topt}$
2.c				$\sim_{Topt}$	

Rappel des notations :

$t_{1.a} \rightarrow t_{1.b}$  signifie que la tâche  $t_{1.a}$  est utile à la tâche  $t_{1.b}$ . C'est-à-dire qu'il existe une technique instanciée de  $t_{1.b}$  qui a comme ingrédient exactement  $t_{1.a}$ .

$t_{1.a} \rightarrow \tau(t_{2.a})$  signifie que la tâche  $t_{1.a}$  est un ingrédient de  $t_{2.a}$ . C'est-à-dire que le type de tâches optimum de peut être utilisé dans une technique permettant de réaliser  $t_{2.a}$ .

## XII.4.2 Analyse de la description de l'ETP « Le coup du -1 »

Dans l'ETP « Le coup du -1 », une tâche relève du développement et quatre autres de la factorisation (d'une somme de deux produits pour 1.b et 1.c, et d'une somme de trois produits pour 2.b et 2.c). Il y a donc trois générateurs de types de tâches qui sont mobilisés.

La structuration de l'ETP met en évidence deux blocs. Dans le premier bloc (item 1.), la tâche relevant du développement est en fait une tâche qui est utile à la tâche 1.b. Dans le deuxième

## Description d'ETP avec le modèle M2DR

bloc (item 2.), on rencontre tout d'abord une tâche qui est de même type de tâches optimum que la tâche 1.b. Puis deux autres tâches, associées à un autre générateur, qui ont le même type de tâches optimum. Par ailleurs la tâche 1.a, occupe un rôle central dans l'ETP. Son type de tâches optimum est un ingrédient d'au moins une technique des autres tâches de l'ETP (pour les tâches 2.b et 2.c on considère comme technique possible la factorisation en deux temps, factorisation de deux termes, puis nouvelle factorisation du résultat obtenu).

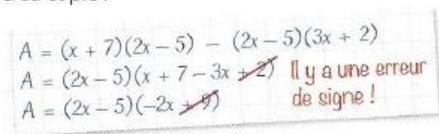
On peut ainsi estimer que le premier bloc de l'ETP vise la construction d'une technique (relation « est utile à »). L'ostensif « en utilisant » qui est présent dans la dimension *objets ostensifs* renforce cette analyse. Dans le deuxième bloc il y a réitération, par trois fois, de cette technique (relation « est un ingrédient de »).

### XII.4.3 Description de l'ETP « Erreur de signe »

**37** Dylan doit factoriser l'expression littérale :

$$A = (x + 7)(2x - 5) - (2x - 5)(3x + 2).$$

Voici sa copie :



1. Effectuer la factorisation correcte.

2. De la même façon, en faisant attention aux signes, factoriser les expressions suivantes.

$$B = (4x - 3)(2x + 1) - 5x(4x - 3)$$
$$C = (2x - 5)(x + 2) - (2x - 5)(3x - 7)$$

Figure XII-10 : reproduction de l'ETP<sup>121</sup> "Erreur de signe"

<sup>121</sup> Exercice n°37, p. 77. Maths Cycle 4, 3<sup>e</sup>. Mission indigo. Hachette éducation, ed. 2016.

## Dimension structure et tâches

Tableau XII-28 : dimension structure et tâches de l'ETP « Erreur de signe ». Type de tâches optimum

Structuration		Tâche			Liaison au MPR	
Niveau 1	Niveau 2	Action à réaliser	Complément définitoire	Complément facultatif	Générateur de types de tâches	Type de tâches optimum
Item 1.		Factoriser	$A = (x + 7)(2x - 5) - (2x - 5)(3x + 2)$	 <p> <math>A = (x + 7)(2x - 5) - (2x - 5)(3x + 2)</math>  <math>A = (2x - 5)(x + 7 - 3x)</math>  <math>A = (2x - 5)(-2x + 7)</math> </p>	Factoriser S2	TT26579
Item 2.						
	B	Factoriser	$B = (4x - 3)(2x + 1) - 5x(4x - 3)$	De la même façon, en faisant attention aux signes	Factoriser S2	TT26579
	C	Factoriser	$C = (2x - 5)(x + 2) - (2x - 5)(3x - 7)$	De la même façon, en faisant attention aux signes	Factoriser S2	TT26579

## Description d'ETP avec le modèle M2DR

Tableau XII-29 : définition des types de tâches optimum et pivot de l'ETP « Erreur de signe »

Type de tâches	Valeur de V1	Valeur de V2	Valeur de V3	Valeur de V4
Pour le générateur de types de tâches : « Factoriser une somme de deux produits »				
TT26579	Un facteur au moins n'est pas un monôme. Facteur commun visible. Forme $ka - kb$ , $b \neq 1$	Z	Z	Seuls les signes multipliés obligatoires sont présents

### Dimension objets ostensifs

La dimension *objets ostensifs* est constituée d'un ostensif graphique (reproduction d'une production d'élève) et d'un ostensif en langue naturelle « De la même façon, en faisant attention aux signes ».

### Dimension relation entre les tâches

Les trois tâches possèdent toutes le même type de tâches optimum. La dimension *relation entre les tâches* est synthétisée dans le Tableau XII-30.

Tableau XII-30 : dimension relations entre les tâches de l'ETP « Erreur de signe »

	A	B	C
A		$\sim T_{opt}$	$\sim T_{opt}$
B	$\sim T_{opt}$		$\sim T_{opt}$
C	$\sim T_{opt}$	$\sim T_{opt}$	

## XII.4.4 Analyse de la description de l'ETP « Erreur de signe »

Dans cet ETP, toutes les tâches ont le même type de tâches optimum. La dimension *objets ostensifs* occupe une place importante avec des fonctions différentes. Ainsi, pour la tâche « A », le complément facultatif prend en charge partiellement la tâche avec l'ostensif reproduisant une production d'élève. Pour les tâches B et C, le complément facultatif « de la même façon » met en exergue la relation entre les tâches. Le complément facultatif « en faisant attention aux signes » met l'accent sur une partie spécifique de la technique.

Par ailleurs, la structuration de l'exercice confère un rôle particulier à la tâche A. Elle est isolée des tâches B et C ; alors qu'elles possèdent toutes le même type de tâche optimum. La tâche A peut prendre le statut de modèle de solution.

## XII.4.5 Description de l'ETP « Carrés de fractions »

**13 Avec des fractions**

1. a. Écrire sous forme fractionnaire :  $\left(\frac{3}{2}\right)^2$ .  
 b. Calculer :  $2 \times \frac{3}{2} \times 5$ .  
 c. Développer  $\left(\frac{3}{2}x + 5\right)^2$ .

2. Développer : a.  $\left(\frac{1}{4} + a\right)^2$ .      b.  $\left(\frac{1}{3}x + \frac{2}{5}\right)^2$ .

Figure XII-11 : reproduction de l'ETP<sup>122</sup> "Carrés de fractions"

## Dimension structure et tâches

Tableau XII-31 : dimension structure et tâches de l'ETP « Carrés de fractions ». Type de tâches optimum

Structuration		Tâche			Liaison au MPR	
Niveau 1	Niveau 2	Action à réaliser	Complément définitoire	Complément facultatif	Générateur de types de tâches	Type de tâches optimum
Item 1.						
	a.	Écrire	Sous forme fractionnaire $\left(\frac{3}{2}\right)^2$	∅	Hors MPR disponible	
	b.	Calculer	$2 \times \frac{3}{2} \times 5$	∅		
	c.	Développer	$\left(\frac{3}{2}x + 5\right)^2$	∅	Développer	TT1998
Item 2.						
	a.	Développer	$\left(\frac{1}{4} + a\right)^2$	∅	Développer	TT1998
	b.	Développer	$\left(\frac{1}{3}x + \frac{2}{5}\right)^2$	∅	Développer	TT1998

## Dimension objets ostensifs

La dimension *objets ostensifs* de l'ETP étudié est vide.

## Dimension relation entre les tâches

Les deux premières tâches ne s'inscrivent pas dans notre MPR. Nous les intégrons cependant dans notre tableau de description des relations entre les tâches. Elles sont en effet des ingrédients de la troisième tâche. Les trois tâches suivantes possèdent toutes le même type de tâches optimum. La dimension relation entre les tâches est synthétisée dans le Tableau XII-32.

<sup>122</sup> Exercice n°37, p. 77. Maths Cycle 4, 3<sup>e</sup>. Mission indigo. Hachette éducation, ed. 2016.

Tableau XII-32 : dimension relations entre les tâches de l'ETP « Carrés de fractions »

	1.a	1.b	1.c	2.a	2.b
1.a		X	$t_{1.a} \rightarrow t_{1.c}$	$t_{1.a} \rightarrow \tau(t_{2.a})$	$t_{1.a} \rightarrow \tau(t_{2.b})$
1.b	X		$t_{1.b} \rightarrow t_{1.c}$	$t_{1.b} \rightarrow \tau(t_{2.a})$	$t_{1.b} \rightarrow \tau(t_{2.b})$
1.c	X	X		$\sim T_{opt}$	$\sim T_{opt}$
2.a	X	X	$\sim T_{opt}$		$\sim T_{opt}$
2.b	X	X	$\sim T_{opt}$	$\sim T_{opt}$	

## XII.4.6 Analyse de la description de l'ETP « Carrés de fractions »

Dans cet ETP, la structuration met en évidence deux blocs. Dans le premier bloc, les deux premières tâches sont utiles à la troisième bien que ne relevant pas du même MPR. Dans le deuxième bloc, il y a répétition, par deux fois, du même type de tâches optimum que celui de la dernière tâche du premier bloc. La tâche 1.c peut avoir le rôle de modèle de solution.

On peut noter que dans cet ETP la dimension *objets ostensifs* est vide, il n'y a donc aucune mise en évidence des relations existantes entre les tâches.

## XII.4.7 Bilan des descriptions de la deuxième série d'ETP

La description des trois ETP de cette deuxième série permet de mettre en évidence un certain nombre d'éléments. Tout d'abord la prise en compte, dans la description de l'ETP, de sa structuration est un élément important dès lors qu'il y a plusieurs niveaux de structuration. En effet, la mise en évidence de différents blocs permet de leur attribuer des fonctions différentes. Dans les cas étudiés un premier bloc permet de construire un modèle de solution. Pour cela, à l'intérieur du premier bloc des éléments d'une technique sont partiellement pris en charge ou mis en évidence avec les premières tâches. Le bloc se conclut par la réalisation d'une tâche dont le type de tâches est retravaillé dans le bloc suivant.

La dimension *objets ostensifs* permet de distinguer des ETP qui sont « identiques » au regard des deux autres dimensions. C'est le cas des ETP « Erreur de signe » et « Carrés de fractions » qui possèdent une structuration identique et de relations entre les tâches similaires. Par contre la dimension *objets ostensifs* de l'ETP « Erreur de signe » contient plusieurs éléments qui visent à mettre en évidence les relations entre les tâches alors que dans l'ETP « Carrés de fractions » la dimension *objets ostensifs* est vide. Dans ce deuxième ETP la « découverte » des relations entre les tâches est à la charge du résolveur.

## XII.5 Conclusion

Dans ce chapitre nous avons montré, sur une série d'exemples, la capacité du modèle M2DR à décrire différents ETP. Les descriptions réalisées mettent en évidence l'utilité du modèle pour discriminer précisément, aussi bien les tâches au sein d'un même ETP, que les ETP entre eux. Nous avons aussi montré l'apport respectif de chacune des trois dimensions du modèle. La première, *dimension tâches et structure*, est celle qui permet le plus de précision dans la description des ingrédients de l'ETP grâce à la modélisation des tâches. C'est aussi les différentes informations issues de cette première dimension qui permet de construire les deux suivantes : les compléments facultatifs des tâches constituent la dimension *objets ostensifs*, tandis que les

---

types de tâches optimum permettent de définir les relations entre les tâches. Les types de tâches optimum sont obtenus à partir de l'*action à réaliser* et du *complément définitoire* de chaque tâche.

La dimension *objets ostensifs* est limitée dans la plupart des ETP étudiés. Quand elle n'est pas vide elle permet essentiellement de signaler les relations entre les tâches au résolveur. Dans le cadre de la comparaison entre ETP il arrive que cette dimension objets ostensifs joue un rôle primordial, en permettant de différencier des ETP qui sont similaires au regard des autres dimensions (voir par exemple les ETP « Erreur de signe » et « Carrés de fractions »).

Par rapport aux deux critères de description didactique d'une ressource *domaine* et *visuel*, le *domaine* associé à chaque ETP est décrit par la liste des types de tâches optimum de l'ETP. Nous avons proposé un moyen de « globaliser » le domaine d'un ETP comme par exemple pour l'ETP « exercice 43 » (section XII.3.12).



# XIII. Enquête sur les besoins utilisateur en termes de description d'ETP

---

## Objectifs du chapitre

Ce chapitre décrit une enquête menée avec un double objectif : connaître les besoins utilisateur en matière de description de ressources de type ETP et évaluer le modèle M2DR. C'est ce premier objectif qui est présenté dans ce chapitre. Auparavant nous présentons le dispositif global d'enquête. Le dispositif d'enquête utilisé est un focus group (entretien de groupe focalisé en français). Nous commençons donc ce chapitre par la définition d'un tel moyen d'enquête, puis la présentation de notre dispositif. Ensuite nous présentons les données recueillies et leur traitement. Enfin nous analysons les résultats. Rappelons que nous avons déjà utilisé des résultats de ce chapitre et du suivant dans les chapitres VI. Comme signalé dans le chapitre VI, nous avons fait le choix de ne présenter le dispositif que maintenant afin de pouvoir en donner une vision globale. Or il nécessite la connaissance, au moins partielle, du modèle M2DR qui a été introduit au chapitre VIII.

## Contenu du chapitre

<b>XIII.1</b>	<b>INTRODUCTION</b>	<b>230</b>
<b>XIII.2</b>	<b>DEFINITION D'UN FOCUS GROUP</b>	<b>230</b>
<b>XIII.3</b>	<b>MOTIVATIONS DU FOCUS GROUP</b>	<b>231</b>
XIII.3.1	MOTIVATION ET OBJECTIFS EXPERIMENTAUX POUR LES QUESTIONS PORTANT SUR LA DESCRIPTION D'UN ETP	232
XIII.3.2	MOTIVATION ET OBJECTIFS EXPERIMENTAUX POUR LES QUESTIONS PORTANT SUR LE MODELE M2DR	232
<b>XIII.4</b>	<b>METHODES DE PRODUCTION DES DONNEES</b>	<b>233</b>
<b>XIII.5</b>	<b>PRESENTATION DU FOCUS GROUP</b>	<b>234</b>
XIII.5.1	PARTICIPANTS	234
XIII.5.2	DEROULEMENT DU FOCUS GROUP	235
XIII.5.3	MATERIELS EXPERIMENTAUX	236
<b>XIII.6</b>	<b>DESCRIPTEURS D'ETP</b>	<b>239</b>
XIII.6.1	DONNEES BRUTES RELATIVES AUX DESCRIPTEURS	239
XIII.6.2	TRAITEMENT DES DONNEES BRUTES DESCRIPTEURS	239
XIII.6.3	DONNEES ENRICHIES RELATIVES AUX DESCRIPTEURS, DEFINITION DE CATEGORIES	242
XIII.6.4	REPARTITION DES DESCRIPTEURS PAR CATEGORIE ET DESCRIPTEURS DU CHERCHEUR	243
XIII.6.5	ANALYSE DES DESCRIPTEURS PRODUITS LORS DES DEUX SESSIONS DU FOCUS GROUP	257
<b>XIII.7</b>	<b>RETOUR SUR LES QUESTIONS RELATIVES A LA DESCRIPTION D'UN ETP</b>	<b>261</b>
XIII.7.1	RETOUR SUR LES QUESTIONS 1 ET 2	262
XIII.7.2	RETOUR SUR LA QUESTION 3	262
<b>XIII.8</b>	<b>CONCLUSION</b>	<b>262</b>

## XIII.1 Introduction

Ce chapitre présente la construction, la mise en œuvre et les résultats d'une enquête. Ses objectifs étaient de déterminer des besoins utilisateurs en matière de description d'ETP et d'évaluer le modèle M2DR. Le dispositif d'enquête que nous avons retenu est de type focus group (entretien de groupe focalisé en français). Nous commençons par définir cette méthode d'enquête et motiver son choix dans le cadre de notre travail.

*Remarques :*

- Pour être cohérent avec le travail réalisé dans les chapitres précédents nous utilisons le terme d'ETP, cependant avec les participants aux sessions du focus group nous avons utilisé le terme ressource.
- Le modèle de description d'ETP présenté aux participants a évolué depuis la réalisation de celui-ci, nous estimons cependant que les résultats obtenus lors du focus group restent pertinents pour le modèle tel que présenté dans le chapitre VIII.

## XIII.2 Définition d'un focus group

Nous donnons dans ce paragraphe une rapide définition de ce qu'est un focus group comme méthode pour mener une recherche. Cette méthode est souvent exploitée en médecine et en sociologie. Nous signalons ensuite les aménagements que nous avons mis en œuvre au regard de nos objectifs de recherche. Sur le site du Spiral<sup>123</sup>, on peut trouver la définition suivante : « la méthode du focus group est une méthode qualitative de recherche sociale qui favorise l'émergence de toutes les opinions. Cette méthode, qui est à la fois orale et groupale, ne poursuit donc pas la recherche du consensus. (...) Elle répond aux « pourquoi ? » et aux « comment ? » » (« Le Focus Group | Spiral », s. d.). En ce qui nous concerne c'est l'aspect *comment* que nous explorons puisque notre intention est de savoir comment les participants décriraient des ressources et non pas pourquoi ils le feraient de cette manière. Un aspect fondamental dans la méthode du focus group est l'intérêt des interactions comme le signale Kitzinger : « Les focus groups sont une forme d'interview de groupe qui capitalisent sur les échanges entre les participants pour produire des données. Alors que les entretiens de groupe sont souvent utilisés comme un moyen rapide et pratique pour recueillir des données auprès de plusieurs personnes simultanément, les focus groups utilisent explicitement les interactions comme moyen de la méthode »<sup>124</sup> (Kitzinger, 1995, p. 299). Trois éléments clés sont identifiés relativement à la mise en œuvre d'un focus group : la sélection des participants, l'animation de la session et la production des données.

Concernant les participants, Le Spiral propose des groupes dont l'effectif est compris entre 6 et 12 participants quand Kitzinger (*ibid.*, p. 301) évoque une fourchette de 4 à 8. Sur le profil des participants Kitzinger discute des intérêts et inconvénients qu'il y a à construire des groupes avec des profils de participants homogènes ou hétérogènes. Le Spiral propose quant à lui un échantillonnage de la population cible (probabiliste ou selon la méthode des quotas en fonction

---

<sup>123</sup> Centre de recherche multidisciplinaire du département de Sciences politiques de l'Université de Liège : <http://www.spiral.ulg.ac.be/>

<sup>124</sup> "Focus groups are a form of group interview that capitalises on communication between research participants in order to generate data. Although group interviews are often used simply as a quick and convenient way to collect data from several people simultaneously, focus groups explicitly use group interactions as part of the method." (Kitzinger, 1995, p. 299)

de la situation). On peut noter que la sélection des participants est directement liée au domaine dans lequel la recherche est menée. Nous présentons nos choix sur ce point dans la section XIII.5.1. Sur l'animation de la session les éléments centraux sont la bienveillance et le pilotage (respect du temps par exemple) de l'animateur. Un contexte détendu est aussi évoqué. Kitzienger propose par exemple « un cadre confortable, des rafraîchissements et un placement en cercle autour d'une table » (*ibid.*, p. 311) ; l'idée générale étant de favoriser la parole de tous et les interactions.

D'une manière générale les données produites lors d'un FG sont des échanges oraux qu'il convient donc de capturer et de transcrire pour permettre leur analyse. C'est relativement à ce point que nous avons pris le plus de liberté dans la mesure où l'essentiel des données produites sont des documents écrits. Cependant la production de ces données a largement été alimentée par les échanges oraux entre chaque temps de production. C'est l'apport escompté de ces échanges qui a motivé le choix de la méthode du focus group.

### XIII.3 Motivations du focus group

La motivation du focus group est double : disposer d'un ensemble de descripteurs d'ETP produit par des utilisateurs et procéder à une première validation externe du modèle M2DR. Lors de la conception du focus group notre questionnaire portait donc sur :

- Les éléments permettant une description de nature didactique d'un ETP
- L'importance relative de ces éléments les uns par rapport aux autres
- L'adéquation du modèle M2DR avec les descripteurs produits
- Les évolutions utiles du modèle M2DR en fonction des résultats de l'étude

Ce questionnaire relève donc de deux catégories : la description des ETP d'une part, la qualité du modèle M2DR d'autre part. Il donne lieu à six questions de recherche. Nous les formulons ici puis nous précisons leur motivation dans les sections suivantes.

#### *Description d'un ETP*

Question 1 : quels sont les descripteurs d'un ETP souhaités par les participants ?

Question 2 : peut-on catégoriser les descripteurs produits par les participants ?

Question 3 : quel est l'impact du profil des participants sur le type de descripteur produit ?

#### *Qualité du modèle M2DR de description d'ETP*

Question 4 : la description d'un ETP dans notre modèle fournit-elle directement, ou permet-elle de déduire, les descripteurs produits par les participants ?

Question 5 : le modèle de description d'un ETP construit est-il utilisable pour des non-experts de ce modèle ?

Question 6 : la dimension objets ostensifs du modèle est-elle nécessaire ?

La production de descripteurs, les échanges et confrontations autour des descripteurs produits, la tentative de mise en relation entre les descripteurs produits et le modèle construit nécessitent une approche qualitative favorisant les interactions entre participants. La méthode du focus group est donc retenue pour parvenir à la production des données attendues.

### XIII.3.1 Motivation et objectifs expérimentaux pour les questions portant sur la description d'un ETP

**Question 1** : quels sont les descripteurs d'un ETP souhaités par les participants ?

*Motivation* : l'état de l'art (voir chapitres 3 et 4) montre que diverses approches existent pour la description de ressources pour l'enseignement des mathématiques. Nombre d'entre elles ne permettent pas soit une description didactique de qualité soit l'indexation. L'objectif est de recueillir les descripteurs de nature didactique attendus des utilisateurs de ressources.

*Objectifs expérimentaux* : pour répondre à la question 1, nous faisons émerger les éléments de description des ETP utiles pour les participants, puis les comparons à ceux de l'état de l'art.

**Question 2** : peut-on catégoriser les descripteurs produits par les participants ?

*Motivation* : cette question a une double visée pragmatique. D'une part organiser les descripteurs pour exploiter ensuite les catégories plutôt que de multiples descripteurs, et d'autre part exploiter l'existant en matière de description de ressources.

*Objectifs expérimentaux* : pour répondre à la question 2 nous produisons une série de catégories qui doivent être en nombre raisonnable, et permettre de regrouper, sans ambiguïté, les descripteurs produits.

**Question 3** : quel est l'impact du profil des participants sur le type de descripteur produit ?

*Motivation* : cette question vise à nous fournir des critères de choix de prise en charge de certaines catégories de descripteurs selon le public d'usage.

*Objectifs expérimentaux* : pour répondre à la question 3, nous comparons les productions en fonction des profils des participants.

### XIII.3.2 Motivation et objectifs expérimentaux pour les questions portant sur le modèle M2DR

Nous interrogeons maintenant le modèle M2DR. La première interrogation porte sur sa capacité à décrire un ETP qui corresponde aux descripteurs produits par le focus group. La seconde sur l'utilisabilité du modèle en comparant un travail du chercheur et un travail des participants au focus group. Cette question est donc extérieure au focus group.

**Question 4** : la description d'un ETP dans M2DR fournit-elle directement, ou permet-elle de déduire, les descripteurs produits par les participants ?

*Motivation* : pour un ETP décrit à l'aide de M2DR, il s'agit de déterminer si les descripteurs du focus group sont : inclus dans les informations de la description ; peuvent être déduits des informations de la description ou ne peuvent pas être obtenus à partir des informations de la description (voir Figure XIII-1, p. 233).

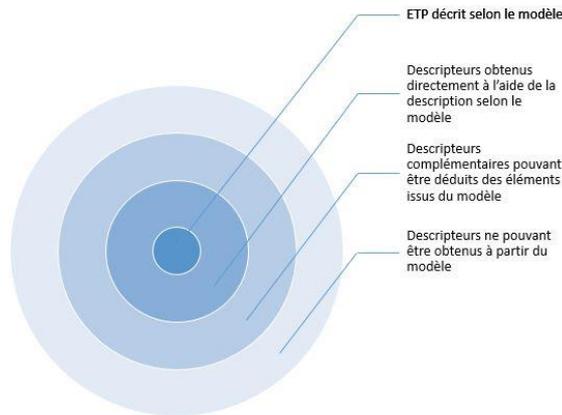


Figure XIII-1 : rapport entre descripteurs issus du FG et description de l'ETP selon le modèle

**Objectifs expérimentaux :** pour répondre à la question 4 nous évaluons la capacité des participants à relier leurs descripteurs avec le modèle M2DR.

**Question 5 :** le modèle de description d'un ETP construit est-il utilisable pour des non experts de ce modèle ?

*Motivation :* déterminer dans quelle mesure le modèle peut être exploitable.

*Objectifs expérimentaux :* pour répondre à la question 5, on évalue la réalisation et la qualité du travail des non experts (question 4), au regard du même travail effectué par l'expert du modèle M2DR. Pour cela il est nécessaire de mettre à disposition une version du modèle.

**Question 6 :** la dimension *objets ostensifs* du modèle est-elle nécessaire ?

*Motivation :* le coût potentiellement important de la description des objets ostensifs d'un ETP amène à mesurer sa nécessité. Ce coût est lié à la fois à sa définition et sa mise en œuvre. La dimension *objets ostensifs* pèse aussi sur la possibilité ou non d'automatiser une partie du processus de description des ETP.

*Objectifs expérimentaux :* pour répondre à la question 6 on évalue la proportion de descripteurs pour lesquels la dimension *objets ostensifs* est mobilisée, aussi bien par les participants que par l'expert du modèle.

### XIII.4 Méthodes de production des données

Rappelons que trois éléments clés sont identifiés autour de la mise en œuvre d'un FG (voir section XIII.2) : la sélection des participants, l'animation de la session et la production des données. Concernant les éléments relatifs à l'animation de la session, et plus particulièrement à l'ambiance et l'atmosphère du FG, nous avons veillé à ce que les participants disposent d'un espace suffisant au regard des documents qu'ils ont été amenés à manipuler et à produire. Par ailleurs, le temps introductif consacré au portrait chinois (voir phase 2 dans le Tableau XIII-1, p. 238) était pensé pour créer une atmosphère de confiance et d'écoute<sup>125</sup>. Enfin, une durée pour la séance a été annoncée lors de l'invitation au FG, précisée en début de séance et respectée.

La *sélection des participants* a été opérée au regard des questions de recherches. Pour répondre à la question 1, nous avons limité le profil des participants à des personnes ayant des

<sup>125</sup> Nous ne revenons pas sur ce temps dans la suite de ce chapitre car il n'est pas directement intéressant par rapport aux objectifs du focus group. On pourra signaler que si l'exercice a été largement apprécié une participante s'est retrouvée totalement bloquée face à cette activité qui lui était inconnue est qu'elle n'a pas su appréhender.

rappports avec des ressources de type ETP. Pour répondre à la question sur l'impact du profil des participants sur les descripteurs produits, nous avons défini deux catégories. La première correspond à un profil « Chercheur-e » afin de faire émerger des descripteurs appuyés sur des concepts et des vocabulaires issus de la recherche, en didactique et en sciences de l'éducation. Concernant l'évaluation de notre modèle, l'habitude des chercheur-e-s de manipuler des modèles, et une certaine connaissance du cadre théorique fondant le nôtre, permettent aussi d'avoir des garanties sur son appropriation rapide et donc une évaluation dans de bonnes conditions de son utilité. Le second profil est de type « Praticien-ne » afin de faire émerger des descripteurs appuyés sur des préoccupations et un vocabulaire issu du métier. Si obtenir des éléments pertinents pour la question 4 (utilité) était peut-être plus incertain qu'avec l'autre groupe, ce groupe est nécessaire pour la question 5 (utilisabilité). Les groupes de participants effectivement construits sont présentés plus loin dans la section XIII.5.1.

Concernant la *production des données*, relativement aux questions 1, 2 et 3, l'attendu est la production par chaque participant d'une liste de descripteurs et des échanges et confrontations autour de ces descripteurs. Une classification, par chaque participant, des descripteurs produits par degré d'importance est aussi organisée. Pour faciliter le processus, nous faisons le choix de mettre à disposition, comme support à la créativité et la réflexion, divers ETP. Les données produites sont des listes de descripteurs, ceux-ci sont classés en quatre catégories d'importances. Autour des questions 4 à 6, l'attendu est la confrontation des descripteurs produits par les participants au modèle de description construit. Pour cela, il est nécessaire de mettre à disposition une version du modèle. Pour éviter les obstacles liés à une méconnaissance éventuelle du cadre théorique de la TAD, le modèle a été présenté aux participant-e-s en donnant une définition heuristique de chacune des trois dimensions et en l'illustrant par un exemple.

## XIII.5 Présentation du focus group

### XIII.5.1 Participants

Conformément aux objectifs explicités dans la section XIII.3, nous avons constitué deux groupes de participants. Le choix a été fait de réaliser une session du focus group pour chaque profil de participants. L'objectif étant d'éviter que des cultures, des connaissances théoriques, un vocabulaire, etc. trop différents ; ne nécessitent trop de régulations durant le déroulé du focus group. Nous indiquons dans les deux paragraphes suivants le profil professionnel et scientifique des participants ainsi que, quand c'est pertinent, quelques informations complémentaires.

#### **Groupe 1, profil chercheur-e**

Le groupe de profil chercheur-e est constitué par :

- Chercheure 1, PRAG en ESPE, docteure en didactique des mathématiques. Elle est aussi formatrice d'enseignants du 1er degré. Dans cette activité, elle exploite des ressources pour construire ses enseignements et elle en recommande à ses formé.e.s.
- Chercheure 2, maîtresse de conférences en didactique des mathématiques. Elle a, de par ses activités de recherche, une expertise importante de la notion de ressource.
- Chercheure 3, doctorante en didactique des mathématiques. Elle est aussi formatrice dans un CFA.

- Chercheuse 4, didacticienne des mathématiques. C'est une chercheuse expérimentée en didactique des mathématiques.
- Chercheur 5, professeur des universités en sciences de l'éducation. Il est étranger à la didactique des mathématiques. Le choix de sa participation a été fait pour limiter les implicites d'un entre soi de didacticiens lors des échanges, et d'autre part pour élargir les références théoriques et approches.
- Chercheuse 6, post-doctorante en didactique des mathématiques.

On peut remarquer que les chercheur-e-s 1, 2, 3 et 5 sont aussi des praticiens dans la mesure où ils enseignent. La chercheuse 4 a aussi enseigné, même si elle ne le fait plus depuis plusieurs années. La chercheuse 6 a une expérience plus limitée de l'enseignement. C'est relativement à cette remarque qu'il leur a été demandé au début de la séance de FG de se positionner en tant que chercheur-e et non pas comme enseignant.

### Groupe 2, profil praticien-ne

Le groupe de profil praticien-ne est constitué par :

- Praticienne 1, PRAG, formatrice en mathématiques en ESPE. Elle a une formation et une pratique professionnelle qui l'amènent à être familière d'un certain nombre de notions de didactique.
- Praticien 2, professeur de mathématiques en lycée. Il a contribué activement, pendant plusieurs années, à produire des ressources pour des manuels scolaires, au sein d'une association.
- Praticienne 3, professeure de mathématiques en collège. Elle travaille, depuis plusieurs années, avec des enseignants stagiaires.
- Praticienne 4, professeure de mathématiques en lycée et formatrice en ESPE. Elle intervient depuis peu de temps en formation initiale des enseignants (professeurs de mathématiques et professeurs des écoles). Elle n'a pas de familiarité forte avec la didactique mais est expérimentée en tant qu'enseignante en lycée.
- Praticien 5, professeur de mathématiques en lycée. Il travaille régulièrement, depuis plusieurs années, avec des enseignants stagiaires.
- Praticien 6, professeur de mathématiques en lycée. Il travaille régulièrement, depuis plusieurs années, avec des enseignants stagiaires.

Dans ce groupe, nous avons favorisé la diversité des niveaux d'exercice professionnel (collège, lycée, formation des enseignants) et des rapports aux ressources dans l'activité professionnelle (utilisation, analyse, production, recommandation...). Dans tous les cas, il s'agit d'enseignant-e-s expérimenté-e-s qui sont familiers de l'analyse, à différents niveaux, de ressources dans le cadre de leurs pratiques professionnelles. En particulier, ils sont tous amenés à *exploiter* et à *faire réfléchir sur* des ressources.

### XIII.5.2 Déroulement du focus group

Le guide de passation du focus group qui contient les interventions de l'animateur, les actions détaillées des différents acteurs, le minutage des différentes phases, etc. est disponible en annexe 2. Nous donnons dans le Tableau XIII-1 (p. 238) une présentation synthétique des grandes phases du déroulement du focus group.

Les phases 1 et 2 sont relatives à la mise en route. Les phases 3 et 4 sont celles qui permettent la production des descripteurs par les participants. Durant ces phases nous distinguons les *descripteurs produits* et les *descripteurs empruntés*<sup>126</sup>. Les *descripteurs produits* sont ceux issus du travail individuel des participants. Les *descripteurs empruntés* sont des descripteurs produits par d'autres participants qu'un participant ajoute à sa propre liste. La phase 5 est celle de mise en relation par les participants de leurs descripteurs avec le modèle de description des ETP.

### XIII.5.3 Matériels expérimentaux

Dans cette partie nous précisons les matériels nécessaires au déroulement du focus group. Il y a d'une part les matériels pour les participants et d'autre part les matériels pour l'animateur des séances.

#### Matériels pour les participants

Nous distinguons les matériels supports à la production et les matériels de production.

*Matériels supports de production :*

- Une série de cinquante ETP décontextualisés. Décontextualisé signifie que l'on a retiré toute référence à l'origine de l'ETP (nom du manuel scolaire, éditeur...) et tout élément (titre de l'ETP par exemple) qui aurait permis de le relier *a priori* à un chapitre, une notion, etc. Ce choix est motivé par la volonté de ne pas orienter la lecture et l'analyse de l'ETP par les participants.
- Une version papier de la diapositive utilisée au début de la phase 5 pour la présentation du modèle de description (voir Figure XIII-2, p. 237).
- Un ETP décrit selon le modèle pour illustrer le modèle.

*Matériels de production :*

- Post-it de deux couleurs
- Crayons
- Tableau de classement des descripteurs par importance en quatre colonnes sur feuille A3 paysage
- Tableau de rattachement des descripteurs aux différentes dimensions du modèle sur feuille A3 paysage

---

<sup>126</sup> Ces descripteurs sont matérialisés par des post-it de couleur jaune pour les produits et de couleur rose pour les empruntés durant le focus group.

## Présentation d'un modèle en trois dimensions

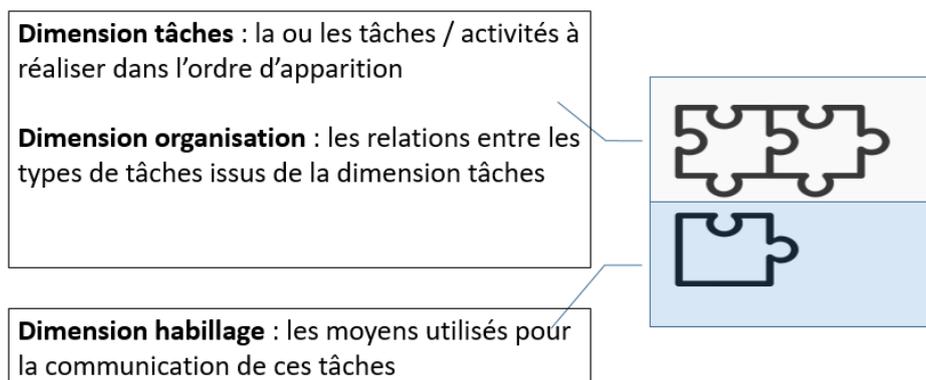


Figure XIII-2 : diapositive support présentation du modèle (début de la phase 5 du focus group)

### Matériels pour l'animateur

- Deux dictaphones pour la capture audio des échanges
- Appareil photo pour la capture et la sauvegarde des productions écrites : tableau des indicateurs classés par importance
- Fiche de prise de notes
- Guide d'entretien

L'ensemble des éléments de préparation et d'organisation du focus group ont été précisés. Nous présentons maintenant les données recueillies en matière de descripteurs d'ETP.

## Enquête sur les besoins utilisateur en termes de description d'ETP

Tableau XIII-1 : présentation synthétique des phases du focus group

Phase	Objectif	Modalité	Déroulé	Produit
1	Présenter le contexte et les enjeux aux participants	Temps collectif	Mot d'accueil de l'organisateur	Participants en confiance
2	Immerger, faire s'interroger et élargir les points de vue des participants sur ce qu'est une ressource	Portrait chinois	Lecture consigne Temps de réflexion Partage sans rebond	Participants prêts à travailler Trace écrite des contributions
3	Construction d'une liste de descripteurs d'ETP.	Collectif	Passage des consignes	Pour chaque participant une liste de descripteurs produits (phase 3.1) et de descripteurs empruntés (phase 3.2)
3.1		Individuel	Construction d'une liste personnelle de descripteurs	
3.2		Collectif	Confrontation avec les autres listes et augmentation des listes personnelles	
4	Attribution d'un niveau d'importance à chaque descripteur	Travail individuel	Chaque participant associe un niveau d'importance à ses descripteurs (4 niveaux possibles : très important / important / peu important / très peu important)	Tableau de classement des descripteurs pour chaque participant
5	Évaluation du modèle M2DR	Travail individuel Échanges collectifs	Présentation – explicitation du modèle Chaque participant rattache ses descripteurs à une ou plusieurs dimensions du modèle Échanges libres sur les intérêts et les limites du modèle en s'appuyant sur quelques exemples décrits dans le cadre du modèle. Questionnement sur le « que peut-on obtenir à partir de cette description »	Tableau de mise en relation des dimensions du modèle et des descripteurs
6	Conclusion	Collectif	Remerciements	

## XIII.6 Descripteurs d'ETP

Dans cette section nous présentons successivement, pour les descripteurs, les données brutes recueillies, les données enrichies produites, puis l'analyse des données produites.

### XIII.6.1 Données brutes relatives aux descripteurs

Dans la suite du document nous notons FGC la session du focus group réalisée avec les participants au profil chercheurs, et FGP la session réalisée avec les participants au profil praticiens. Chaque participant est identifié par un code du type Chercheur\_i ( $1 \leq i \leq 6$ ) et Praticien\_i ( $1 \leq i \leq 6$ ) dans les documents suivants. Les données brutes recueillies et exploitées dans ce travail sont de deux types. Pour chaque participant on dispose :

- d'une liste de descripteurs, jaunes pour les *descripteurs produits* par le participant et rose pour les *descripteurs empruntés* à un autre participant. Un exemple est proposé sur la Figure XIII-3 (p. 239),
- d'une capture audio des échanges durant chacune des sessions.

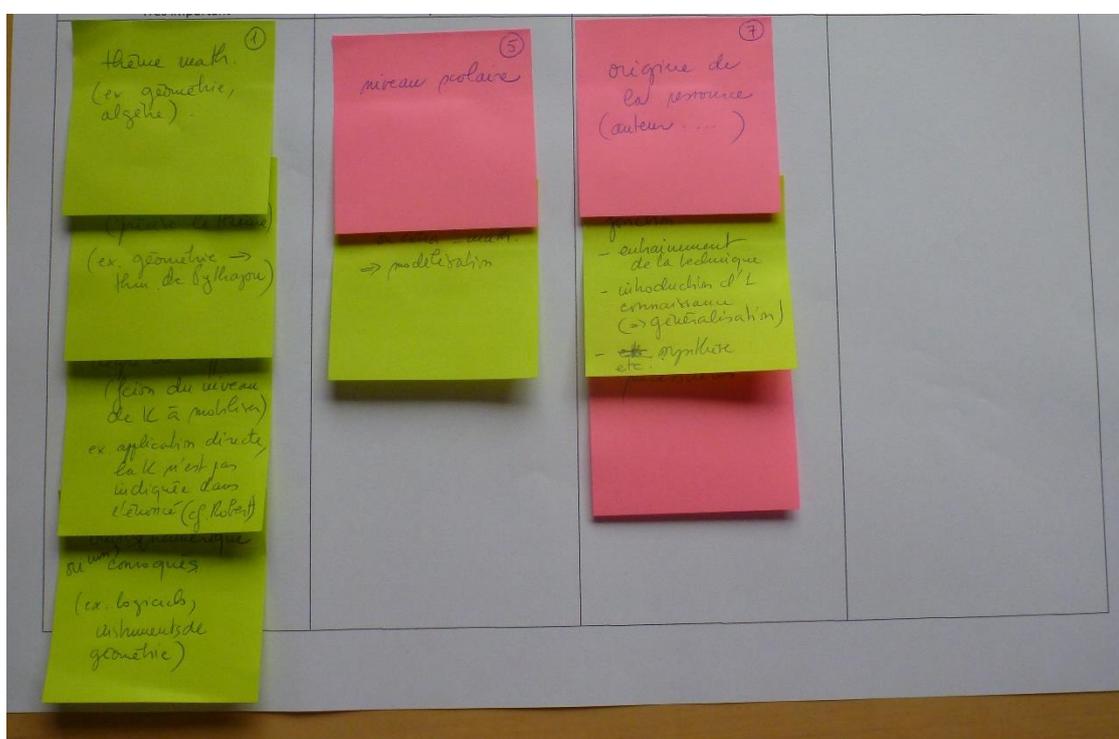


Figure XIII-3 : descripteurs du Chercheur 2

### XIII.6.2 Traitement des données brutes descripteurs

Le traitement des données brutes a été réalisé en deux phases : une numérisation des descripteurs, puis une mise en relation entre les descripteurs produits et les descripteurs empruntés. À l'issue de la présentation de ces deux phases nous donnons des premiers éléments quantitatifs sur ce traitement.

### XIII.6.2.1 Numérisation des données produites

Nous avons commencé par réaliser une version numérique des données produites par les participants. Le premier travail a consisté en la réalisation d'étiquettes contenant les champs suivants :

- N° global : permet un référencement de l'ensemble des descripteurs
- Une couleur jaune ou rose : permet de différencier les descripteurs produits et empruntés
- Participant : chercheur i ou praticien i
- Post-it n° : reprend le numéro attribué au post-it attribué par l'auteur
- Contenu : transcription du contenu du post-it

Nous obtenons une série de 165 étiquettes à l'image de celles présentées sur la Figure XIII-4 (p. 240).

<p><b>N° global : 14   Jaune  </b> Participant : Chercheur 1   Post-it n°14</p> <hr/> <p>Genre de tâches</p>	<p><b>N° global : 15   Rose  </b> Participant : Chercheur 1   Post-it n°15</p> <hr/> <p>approximation</p>
<p><b>N° global : 16   Rose  </b> Participant : Chercheur 1   Post-it n°16</p> <hr/> <p>Prérequis</p>	<p><b>N° global : 17   Jaune  </b> Participant : Chercheur 2   Post-it n°1</p> <hr/> <p>Thème math (ex. géométrie, algèbre)</p>
<p><b>N° global : 18   Jaune  </b> Participant : Chercheur 2   Post-it n°2</p> <hr/> <p>Sujet math (précise le thème) (ex. Géométrie -&gt; thm de Pythagore)</p>	<p><b>N° global : 19   Jaune  </b> Participant : Chercheur 2   Post-it n°3</p> <hr/> <p>degré de difficulté (fonction du niveau de connaissance à mobiliser) ex. application directe, la connaissance n'est pas indiquée dans l'énoncé (cf. Robert)</p>
<p><b>N° global : 20   Jaune  </b> Participant : Chercheur 2   Post-it n°4</p> <hr/> <p>Outils (numériques ou non) convoqués (ex. logiciels, instruments de géométrie)</p>	<p><b>N° global : 21   Rose  </b> Participant : Chercheur 2   Post-it n°5</p> <hr/> <p>Niveau scolaire</p>

Figure XIII-4 : exemple d'étiquettes brutes après transcription des post-it

Le seul traitement réalisé pour la production de ces étiquettes est la division, pour la chercheuse 6, des post-it numérotés 1 et 2 par celle-ci, en respectivement trois (n° global 83 à

85) et deux étiquettes différentes (numéro global 86 et 87). Cette action est conforme à ce qui a été fait par la chercheuse elle-même pour traiter ces post-it dans les phases ultérieures du focus group. Les autres participants n'ont pas scindé leurs post-it lors de leur traitement.

### XIII.6.2.2 Mise en relation descripteurs produits – descripteurs empruntés

Dans un deuxième temps, nous avons établi les relations entre les descripteurs empruntés et leur source. Pour mémoire, les participants ont commencé par produire une liste personnelle de descripteurs (sur des post-it jaunes). Dans un deuxième temps, les participants ont présenté les descripteurs produits aux autres et pris connaissance des descripteurs des autres participants. Durant cette phase chaque participant a pu ajouter à sa liste personnelle des descripteurs proposés par d'autres qui leur semblaient pertinents (sur des post-it roses). Ce travail s'est basé sur les indications parfois portées sur les post-it roses par les participants, sur la correspondance exacte entre *textes jaunes* et *textes roses* et si nécessaire sur l'exploitation des enregistrements des échanges entre participants. Un même descripteur pouvait avoir été produit par différents participants dans la phase individuelle. C'est la raison pour laquelle certains descripteurs roses ont plusieurs origines. Évidemment ce travail est mené en *intra* à chaque focus group étant donné qu'il n'y a pas eu d'échanges *inter sessions*. La question de la similitude entre des descripteurs *inter sessions* est traitée ultérieurement. Nous obtenons alors une deuxième série d'étiquettes qui comportent, en plus des informations précédentes, les champs suivants :

- Origine : indique le numéro global du ou des post-it ayant été empruntés
- Lié à : indique le numéro global du ou des post-it dont ce post-it est la source

Ces deux champs peuvent être vides. Les différentes situations sont illustrées par la Figure XIII-5.

## Enquête sur les besoins utilisateur en termes de description d'ETP

<p><b>N° global : 149</b>   Jaune   Origine :   Lié à : Participant : Praticien 5   Post-it n°4</p> <hr/> <p>Type : 1) tâche simple 2) tâche complexe I 3) tâche complexe II 4) P.O.</p>	<p><b>N° global : 150</b>   Rose   Origine : 109   Lié à : Participant : Praticien 5   Post-it n°5</p> <hr/> <p>Différentes méthodes ou pas</p>
<p><b>N° global : 151</b>   Jaune   Origine :   Lié à : 118 ; 122 ; 165 Participant : Praticien 5   Post-it n°6</p> <hr/> <p>Difficultés pour les élèves</p>	<p><b>N° global : 152</b>   Rose   Origine : 104   Lié à : Participant : Praticien 5   Post-it n°7</p> <hr/> <p>Durée à prévoir</p>

Figure XIII-5 : étiquettes avec les champs "Origine" et "Lié à"

### XIII.6.2.3 Premiers éléments quantitatifs

Le Tableau XIII-2 (p. 242) synthétise l'effectif de descripteurs obtenus pour chaque session du focus group. On distingue la catégorie des *descripteurs produits* (étape 3.1 du Tableau XIII-1, p. 238), et celle des *descripteurs empruntés* (étape 3.2 du Tableau XIII-1, p. 238).

Tableau XIII-2: effectifs des descripteurs

	Descripteurs produits	Descripteurs empruntés	Total
FGC	74	23	97
FGP	42	26	68
Total	116	49	165

On peut noter que 59% des descripteurs émanent du focus group chercheur-e-s (rappelons que le nombre de participants est le même dans les deux sessions). Par ailleurs dans le focus group praticiens la part de descripteurs empruntés est de presque 40% (contre moins de 25% dans le FGC), alors même que la praticienne 1 n'en a emprunté aucun. Hormis la praticienne 1, les emprunts sont répartis de façon quasi équivalente entre participants.

Les données brutes sont maintenant exploitables. Nous allons, à partir de ces données, aborder la question relative à la catégorisation des descripteurs produits par les participants au FG.

### XIII.6.3 Données enrichies relatives aux descripteurs, définition de catégories

À partir de ce premier travail réalisé sur les données brutes, nous avons regroupé les descripteurs produits en différentes catégories. Le choix de ces différentes catégories n'a pas été fait *a priori* mais a été construit lors de la lecture des descripteurs produits et s'est appuyé sur les catégorisations issues de l'état de l'art avec, d'une part, les éléments issus des approches généralistes du type ScoLOMFR et, d'autre part, les approches plus spécifiques issues de travaux de la didactique. Nous donnons tout de suite la liste de ces catégories dans le Tableau XIII-3 (p. 243). Elles sont définies l'une après l'autre dans la section suivante.

Tableau XIII-3 : catégories de classement des descripteurs

N°	Nom	N°	Nom
1	Source	8	Nature
2	Niveau scolaire	9	Visuel
3	Domaine	10	Fonction
4	Prérequis	11	Activité
5	Matériels	12	Difficulté
6	Modalités pédagogiques	13	Non classé
7	Durée	14	Mixte

*Remarque préalable* : lors de la répartition des descripteurs dans les différentes catégories, nous avons été amené à considérer quelques post-it comme contenant plusieurs descripteurs. Les descripteurs originaux sont classés dans la catégorie mixte et ont conservé leur numéro global issu des étapes précédentes. Les descripteurs dérivés sont notés X.1 ; X.2 ; etc. où X est le numéro du descripteur original. Ce sont ainsi 183 descripteurs qui ont été répartis dans les différentes catégories et non plus les 165 signalés à la fin de la section XIII.6.2.3.

*Note à propos des descripteurs 156 à 161* : lors de la première phase du focus group le praticien 6 n'a pas réellement respecté la consigne de n'indiquer qu'un seul descripteur par post-it. Il a repéré quelques énoncés, parmi les cinquante mis à disposition, et a noté sur un seul post-it tous les descripteurs pour chaque énoncé (voir Figure XIII-6, p. 243). Le même descripteur apparaît donc parfois sur plusieurs post-it. Nous les avons cependant traités de manière différenciée, certaines nuances pouvant apparaître d'un post-it à l'autre.

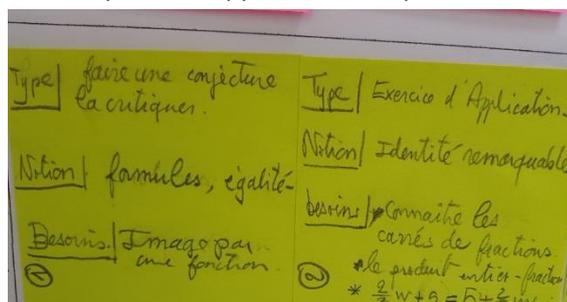


Figure XIII-6 : exemples de post-it du praticien 6

### XIII.6.4 Répartition des descripteurs par catégorie et descripteurs du chercheur

Pour chaque catégorie nous présentons les quatre éléments suivants :

- définition de la catégorie et liens existants, le cas échéant, avec certains éléments identifiés dans l'état de l'art,
- descripteurs associés à la catégorie,
- éléments d'analyse spécifiques à cette catégorie relativement à l'influence du profil des participants sur les descripteurs produits (question 3),
- descripteurs que nous produisons pour synthétiser la catégorie.

*Note* : pour la première étape nous faisons régulièrement référence aux catégories de ScoLOMFR. Nous avons présenté dans le chapitre VI (section VI.3) un carte, partiellement

dépliée<sup>127</sup>, de ces catégories. Par contre nous n'intégrons évidemment pas le document de 554 pages qui contient le vocabulaire<sup>128</sup> associé aux catégories<sup>129</sup>. Pour tous les documents cités précédemment et dans les notes de bas de page nous avons utilisé la version 3.2. de la documentation ScoLOMFR.

Pour la deuxième étape, liaisons descripteurs – catégories, on peut lire dans la deuxième colonne du tableau la liste des numéros des descripteurs produits et dans la troisième colonne les descripteurs empruntés liés. Les données ont été présentées en différenciant les focus groups pour permettre le travail de réponse à la question 3 (impact du profil des participants). À l'issue de cette étape, nous avons généré une troisième série d'étiquettes qui comportent pour chaque descripteur, en plus des informations décrites dans le paragraphe XIII.6.2.2, les champs suivants :

- numéro de la catégorie : indique le numéro du groupe conformément au Tableau XIII-3, p. 243
- nom de la catégorie : indique le nom du groupe conformément au Tableau XIII-3, p. 243

*Note* : pour faciliter la lecture de ce chapitre cette série d'étiquettes est proposée sous forme d'un livret associé à ce manuscrit. Une version numérique est aussi disponible<sup>130</sup>.

La quatrième étape, qui est la production de nos descripteurs, n'est pas liée au traitement des données produites. Nous la faisons cependant apparaître ici pour plus de lisibilité. Lors de cette étape, nous nous détachons du vocabulaire utilisé par les participants et nous introduisons du vocabulaire lié aux cadres théoriques et outils de la didactique. Une synthèse des descripteurs produits par le chercheur et leur analyse est faite dans le chapitre XIV.

### **Catégorie source**

#### *Définition de la catégorie et lien avec d'autres travaux*

Nous regroupons, dans cette catégorie, tous les descripteurs relatifs à l'origine de la ressource. Il s'agit de certaines des informations qui sont regroupées dans l'entrée « 1. Général » de ScoLOMFR et qui dans le cas de ScoLOMFR sont alimentées par exemple à partir de voc-001 pour décrire la langue de la ressource, voc-003 pour décrire le rôle du contributeur ou voc-004 pour décrire le type documentaire.

---

<sup>127</sup> La carte complète peut être téléchargée à l'adresse <https://www.reseau-canope.fr/scolomfr/se-documenter.html> rubrique « Carte heuristique dynamique et ses vocabulaires »

<sup>128</sup> Le lecteur souhaitant accéder au vocabulaire pourra facilement naviguer à partir de cette page <https://www.reseau-canope.fr/scolomfr/data/scolomfr-3-2/fr/page/scolomfr-voc-031-num-007> en utilisant les références fournies dans le texte.

<sup>129</sup> Le manuel de référence qui présente les différentes catégories est disponible à l'adresse <https://www.reseau-canope.fr/scolomfr/se-documenter.html> rubrique « Manuel de référence complet ».

<sup>130</sup> Fichier PDF disponible ici : [https://frama.link/These\\_Jolivet](https://frama.link/These_Jolivet)

### Liaison descripteurs - catégorie

Effectif de la catégorie : 5 descripteurs (2 produits / 3 empruntés)

Tableau XIII-4 : descripteurs FG de la catégorie source

Catégorie source	Descripteurs produits	Descripteurs empruntés
Focus group chercheurs	1 2	23 ; 43 ; 71
Focus group praticiens		

### Analyse

On peut noter que cette catégorie est absente dans le FGP. Dans le FGC les deux descripteurs ont été produits par un unique chercheur mais emprunté par trois autres. La chercheuse qui a produit les descripteurs 1 et 2 l'a motivé par un discours relatif à l'existence, pour elle, de sources de référence et que la connaissance de l'auteur par exemple pouvait être un premier filtre de choix. C'est donc plus une motivation provenant de son utilisation professionnelle des ressources.

### Descripteurs du chercheur

Nous retenons les deux descripteurs produits.

Tableau XIII-5 : descripteurs chercheur catégorie source

Descripteurs regroupés	Descripteur du chercheur	Exemples d'attributs
1 (23 ; 43 ; 71)	Source de la ressource	Référence éditoriale URL
2	Auteur(s) de la ressource	Nom et qualité des auteurs

### Catégorie niveau scolaire

#### Définition de la catégorie et lien avec d'autres travaux

Nous regroupons, dans cette catégorie, tous les descripteurs liés à la notion de niveau scolaire. Cette catégorie peut être reliée à la catégorie 5.6 Niveau de ScoLOMFR qui est spécifiée par le vocabulaire voc-012-Niveau éducatif (enseignement primaire – enseignement secondaire – enseignement scolaire) et peut être détaillée par voc-022-Niveau éducatif détaillé

### Liaison descripteurs - catégorie

Effectif de la catégorie : 9 descripteurs (4 produits / 5 empruntés)

Tableau XIII-6 : descripteurs FG de la catégorie niveau scolaire

Catégorie niveau scolaire	Descripteurs produits	Descripteurs empruntés
Focus group chercheurs	3 29 61	21
Focus group praticiens	100	117 ; 120 ; 136 ; 147

### Analyse

Pour certains descripteurs, le niveau est exclusivement lié à une définition institutionnelle (classe de 6<sup>e</sup>, de 5<sup>e</sup>...). Pour d'autres le niveau est corrélé à un niveau de la classe d'utilisation.

Dans le groupe des chercheuses trois descripteurs sont produits et une chercheuse supplémentaire le reprend. C'est le chercheur de sciences de l'éducation qui focalise sur le niveau d'une classe spécifique et non pas d'une classe générique définie par son rattachement institutionnel. Dans le groupe des praticiens, si une seule a produit le descripteur, quatre autres l'ont repris. La praticienne 4, dans la même logique que le chercheur en sciences de l'éducation, introduit l'idée de classe spécifique avec l'adjectif global qui apparaît dans son descripteur (« Niveau global de classe ») et qui est souligné sur le post-it.

*Descripteurs du chercheur*

On peut distinguer deux grands types : d'une part des descripteurs qui font référence à un niveau scolaire institutionnel et d'autre part ceux qui prennent en compte la classe d'utilisation de la ressource.

*Tableau XIII-7 : descripteurs chercheur catégorie niveau scolaire*

Descripteurs regroupés	Descripteurs du chercheur	Exemples d'attributs
3 (21) ; 29 ; 100 (117 ; 120 ; 147)	Institution(s) générique(s) d'usage pertinent	Classe de 4 <sup>e</sup> , France, programmes 2015
61 ; 136	Institution(s) spécifique(s) d'usage pertinent	Classe de 5 <sup>e</sup> C, collège Stephen Hawking, année 2017

**Catégorie domaine**

*Définition de la catégorie et lien avec d'autres travaux*

Nous regroupons, dans cette catégorie, tous les descripteurs qui rattachent la ressource à un domaine des mathématiques avec une granularité plus ou moins fine. Une façon d'aborder cette démarche est, comme proposé dans le descripteur 55, d'utiliser l'échelle de codétermination du didactique proposée par Chevillard (2002b). On peut aussi s'appuyer sur la liste voc-015 de ScoLOMFR avec une approche totalement en lien avec les programmes scolaires.

*Liaison descripteurs - catégorie*

Effectif de la catégorie : 26 descripteurs (23 produits / 3 empruntés)

*Tableau XIII-8 : descripteurs FG de la catégorie domaine*

Catégorie domaine	Descripteurs produits	Descripteurs empruntés
Focus group chercheurs	4	
	14	
	17	55
	18	55
	27	
	31	
	34	
	35	
	54	
	63	
	65	
	83	
	Focus group praticiens	98
113.2		
121		
143.1		
146		
156.3		
157.3		
158.3		
159.2		
160.2		
161.2		

**Analyse**

D'une manière globale, cette catégorie est importante numériquement. C'est la troisième, en nombre de descripteurs produits et en nombre total de descripteurs. On peut noter que les descripteurs sont répartis de manière équilibrée entre les deux focus groups. Seul le chercheur 5 prend du recul par rapport aux ressources fournies et propose comme descripteur la *discipline*

de la ressource remontant ainsi un niveau plus haut que les autres participants dans l'échelle de codétermination. Les autres participants considèrent tous que la discipline est les mathématiques.

#### *Descripteurs du chercheur*

D'une manière ou d'une autre, l'ensemble des descripteurs produits revient à situer, à un niveau ou un autre, la ressource sur l'échelle de codétermination du didactique (Chevallard, 2002b). Cette référence est d'ailleurs explicitement proposée dans le descripteur 55.

*Tableau XIII-9 : descripteurs chercheur catégorie domaine*

Descripteurs regroupés	Descripteurs du chercheur	Exemples d'attributs
Tous	Situation de la ressource sur l'échelle de codétermination du didactique du sujet à la discipline	Discipline : Mathématiques Domaine : géométrie Thème : le théorème de Pythagore

### **Catégorie prérequis**

#### *Définition de la catégorie et lien avec d'autres travaux*

Dans cette catégorie nous regroupons tous les descripteurs liés à la notion de prérequis, cette idée étant définie dans le descripteur 66 comme « Les notions / concepts principaux nécessaires de connaître pour résoudre les problèmes dans la ressource (prérequis) » qui a servi de source principale aux autres descripteurs du FGC.

#### *Liaison descripteurs - catégorie*

Effectif de la catégorie : 13 descripteurs (8 produits / 5 empruntés)

*Tableau XIII-10 : descripteurs FG de la catégorie prérequis*

Catégorie prérequis	Descripteurs produits	Descripteurs empruntés
Focus group chercheurs	5	33
	66	16 ; 25 ; 26
Focus group praticiens	148.1	129
	156.2	
	157.2	
	158.2	
	159.3	
	161.3	

#### *Analyse*

La répétition des post-it 156 à 161 augmente artificiellement le poids de cette catégorie. En fait, quatre chercheurs et trois praticiens évoquent d'une manière ou d'une autre cette notion de prérequis.

#### *Descripteurs du chercheur*

Les descripteurs de cette catégorie font référence à l'équipement praxéologique nécessaire à l'élève pour prendre en charge les tâches présentes dans la ressource.

*Tableau XIII-11 : descripteurs chercheur catégorie prérequis*

Descripteurs regroupés	Descripteurs du chercheur	Exemples d'attributs <sup>131</sup>
Tous	équipement praxéologique nécessaire à l'élève pour prendre en charge les tâches présentes dans la ressource	Liste des techniques utilisées dans la ressource Liste des technologies à connaître...

<sup>131</sup> La question de définir précisément ce que sont les prérequis au regard d'une tâche ou d'un ensemble de tâches est une question complexe que nous n'explorons pas dans ce travail. Ces exemples d'attributs sont donc donnés à titre illustratif.

### Catégorie matériels

#### Définition de la catégorie et lien avec d'autres travaux

Nous regroupons, dans cette catégorie, tous les descripteurs relatifs à la présence de matériels tangibles (instruments de géométrie, calculatrice) ou numériques (logiciels spécifiques). La catégorie 5.16 *Outil* de ScoLOMFR, spécifiée par voc-020 contient les aspects logiciels et matériels TICE (on n'y trouve cependant pas le vocabulaire « logiciel de calcul formel » ni une autre formulation qui pourrait s'y substituer alors que le logiciel X-Cas par exemple est cité sur le descripteur 9) mais pas les aspects matériels tangibles. Nous intégrons le descripteur 72 « niveau de calculabilité des exercices (de tête, avec calculatrice, ordinateur) » à cette catégorie dans la mesure où la précision de cet élément induit la nécessité d'un artefact.

#### Liaison descripteurs - catégorie

Effectif de la catégorie : 9 descripteurs (8 produits / 1 emprunté)

Tableau XIII-12 : descripteurs FG de la catégorie matériels

Catégorie matériels	Descripteurs produits	Descripteurs empruntés
Focus group chercheurs	9	
	20	
	51	
	72	
	76	
Focus group praticiens	101	
	126	
	148.2	164

#### Analyse

Cette catégorie est représentée chez quatre chercheurs distincts et chez trois praticiens. Seul les chercheurs 2 et 5 envisagent la question des artefacts tangibles et pas seulement numériques.

#### Descripteurs du chercheur

Nous reprenons la distinction entre artefacts numériques et artefacts tangibles. Pour chacune de ces deux catégories nous intégrons dans les attributs possibles la question de la nécessité ou non des artefacts évoquées dans les descripteurs 72, 101, 148.2. Nous reprenons aussi l'indication « convoqué ou non » pour l'artefact à partir du descripteur 20.

Tableau XIII-13 : descripteurs chercheur catégorie matériels

Descripteurs regroupés	Descripteurs du chercheur	Exemples d'attributs
Tous	Artefacts numériques (logiciels génériques ou spécifiques, calculatrice)	Convoqué – non convoqué – interdit
	Artefacts tangibles (instruments de géométrie...)	Utile – nécessaire

### Catégorie modalités pédagogiques

#### Définition de la catégorie et lien avec d'autres travaux

Nous regroupons, dans cette catégorie, à la fois les descripteurs liés à une modalité pédagogique de mise en œuvre du type *travail individuel* ou *travail de groupe* et ceux liés à un lieu de mise en œuvre (salle informatique...). Cette dernière dimension est liée à la catégorie 5.14 *Lieu* de ScoLOMFR, spécifiée par voc-017, même si la diversité des lieux proposés est très supérieure à ceux qui sont pertinents pour nous.

#### Liaison descripteurs - catégorie

Effectif de la catégorie : 8 descripteurs (2 produits / 6 empruntés)

Tableau XIII-14: descripteurs FG de la catégorie modalités pédagogiques

Catégorie modalités pédagogiques	Descripteurs produits	Descripteurs empruntés
Focus group chercheurs	36	70
Focus group praticiens	105	107 ; 125 ; 145 ; 154 ; 162

#### Analyse

On remarque que dans chaque focus group un seul participant (chercheur 3 et praticien 1) a produit un descripteur relatif à cette catégorie. Cependant il est notable qu'un seul chercheur (le 5) a repris ce descripteur et que par contre la totalité des praticiens l'ont emprunté au praticien 1.

#### Descripteurs du chercheur

Tableau XIII-15 : descripteurs chercheur catégorie modalités pédagogiques

Descripteurs regroupés	Descripteurs du chercheur	Exemples d'attributs
36 ; 70 ; 105 ; 107 ; 125 ; 145 ; 154 ligne 1 ; 162	Organisation du travail	Individuel Binôme Groupe Classe entière
154 ligne 2	Lieu du travail	Voc-17 de ScoLOMFR

### Catégorie durée

#### Définition de la catégorie et lien avec d'autres travaux

Nous regroupons, dans cette catégorie, tous les descripteurs évoquant une notion de durée liée à l'utilisation de la ressource.

#### Liaison descripteurs - catégorie

Effectif de la catégorie : 5 descripteurs (2 produits / 3 empruntés)

Tableau XIII-16 : descripteurs FG de la catégorie durée

Catégorie durée	Descripteurs produits	Descripteurs empruntés
Focus group chercheurs	75	
Focus group praticiens	104	127 ; 152 ; 163

#### Analyse

Cette catégorie n'est pas du tout représentée chez les chercheur-e-s didacticien-ne-s, et seul le chercheur 5 produit un descripteur lié. Par contre, même s'il n'est produit que par une praticienne ce descripteur est repris par trois autres membres du groupe praticiens.

On distingue deux types de durées dans les descripteurs produits : une durée *a priori* (durée envisagée / durée à prévoir...) et une durée effective appuyée sur des usages de la ressource (temps moyens pour un élève moyen).

#### Descripteurs du chercheur

Tableau XIII-17 : descripteurs chercheur catégorie durée

Descripteurs regroupés	Descripteurs du chercheur	Exemples d'attributs
104 ; 127 ; 152 ; 163	Temps affecté	Durée en minute
75	Temps d'usage	Durée en minute

### Catégorie nature

#### Définition de la catégorie et lien avec d'autres travaux

Nous regroupons, dans cette catégorie, tous les descripteurs qui décrivent la ressource selon ce qu'elle est. Cette nature peut être issue d'un vocabulaire métier et donc issue des typologies en vigueur dans l'institution enseignement scolaire du 2<sup>nd</sup> degré (activité flash ; tâche simple / tâche complexe...) ou s'inspirer de caractérisations issues de la recherche en didactique comme par

## Enquête sur les besoins utilisateur en termes de description d'ETP

exemple la notion de problème ouvert (notion qui a par ailleurs pu être reprise, avec plus ou moins de fidélité, par l'institution). Cette catégorie est partiellement liée à la catégorie 5.2 *Type pédagogique de la ressource* de ScoLOMFR, spécifiée par voc-010.

### Liaison descripteurs - catégorie

Effectif de la catégorie : 7 descripteurs (6 produits / 1 empruntés)

Tableau XIII-18 : descripteurs FG de la catégorie nature

Catégorie nature	Descripteurs produits	Descripteurs empruntés
Focus group chercheurs	13.1 67	
Focus group praticiens	109.2 119 149 159.1	150

### Analyse

Nous pouvons noter que les caractérisations reprenant du vocabulaire institutionnel sont absentes du focus group. Par ailleurs, dans la session chercheur-e-s, nous avons choisi de lier le descripteur 13.1 (« ouverts (possibilité de plusieurs techniques) ») en l'interprétant comme lié à la notion de problème ouvert. Le deuxième descripteur du focus group chercheur est à nouveau proposé par le participant non didacticien.

Dans le focus group praticien on note la coexistence de termes issus spécifiquement du vocabulaire institutionnel avec l'idée de problème ouvert qui pourrait témoigner d'une certaine irrigation de travaux de la didactique dans le métier.

### Descripteurs du chercheur

Nous proposons deux descripteurs relatifs à cette catégorie : d'une part une définition didactique du type d'énoncé de la ressource et, d'autre part, une caractérisation institutionnelle du type d'énoncé de la ressource.

Tableau XIII-19 : descripteurs chercheur catégorie nature

Descripteurs regroupés	Descripteurs du chercheur	Exemples d'attributs
13.1 ; 67 ; 109.2 ; 150	Caractérisation didactique du type d'énoncé	Problème ouvert Situation problème
119 ; 149 ; 159.1	Caractérisation institutionnelle du type d'énoncé	Activité flash Tâche complexe Prise d'initiative

### Catégorie visuel

#### Définition de la catégorie et lien avec d'autres travaux

Dans cette catégorie nous regroupons tous les descripteurs liés à la présence de certains éléments visuels dans l'énoncé de la ressource. Certains descripteurs font référence à différentes théories générales : les modes de représentation au sens de Bruner (1965) ; les registres de représentation sémiotique de Duval (1993), les ostensifs de Bosch et Chevallard (1999). D'autres sont focalisés sur des aspects plus spécifiquement liés au domaine de la géométrie (dessin vs figure ; papier vs géométrie dynamique...). Le descripteur 69 interroge la lisibilité de l'énoncé de la ressource en termes de qualité typographique.

*Liaison descripteurs - catégorie*

Effectif de la catégorie : 23 descripteurs (18 produits / 5 empruntés)

Tableau XIII-20 : descripteurs FG de la catégorie visuel

Catégorie visuel	Descripteurs produits	Descripteurs empruntés
Focus group chercheurs	12	96
	13.2	
	38	10 ; 87
	39	95
	47	90
	50	
	58	
	69	
	78	
	79	
	80	
	85	
	89	
	93	
Focus group praticiens	99	
	115	
	130	
	131	

*Analyse*

Cette catégorie est la quatrième plus importante en matière de nombres de descripteurs. Ce résultat cache une disparité importante selon le profil puisqu'elle est première numériquement dans le FGC (2<sup>nd</sup>e si on ne considère que les descripteurs produits) et n'est que huitième dans le FGP. Par ailleurs dans le FGC chaque participant a produit entre 2 et 4 descripteurs dans cette catégorie. La chercheuse 6, qui en avait déjà produit 4, en a en plus emprunté quatre autres. Ceci montre d'une part l'importance forte de cet aspect pour les chercheurs. De plus, le nombre de descripteur produit par chercheur, montre la diversité des éléments qu'ils associent à ces facteurs visuels.

Dans le FGP la praticienne 1 fait référence aux registres de représentations sémiotiques au sens de Duval, sans doute en raison de sa proximité signalée avec des concepts de la didactique.

*Descripteurs du chercheur*

Comme indiqué dans le début de ce paragraphe, plusieurs descripteurs produits sont formulés à l'aide de références théoriques. Nous faisons le choix de reprendre ces références pour la définition de nos propres descripteurs.

## Enquête sur les besoins utilisateur en termes de description d'ETP

Tableau XIII-21 : descripteurs chercheur catégorie visuel

Descripteurs regroupés	Descripteurs du chercheur	Exemples d'attributs
12 ; 96	Mode au sens de Bruner	Symbolique Iconique Énactif
10 ; 38 ; 85 ; 87 ; 99 ; 130	Registres sémiotiques au sens de Duval et activités sur les registres	Textuel, graphique... Formation, traitement, conversion
13 ; 39 ; 78 ; 79 ; 80 ; 93 ; 95 ; 115	Objets ostensifs et objets non ostensifs associés	Liste des ostensifs Fonction des ostensifs
47 ; 50 ; 58 ; 89 ; 90 ; 131	Rôle des dessins – figures dans le domaine de la géométrie	Voir les travaux de didactique associés
69	Qualité typographique de l'exercice	Police de caractère utilisée, lisibilité des illustrations...

### Catégorie fonction

#### Définition de la catégorie et lien avec d'autres travaux

Nous regroupons, dans cette catégorie, tous les descripteurs dont nous estimons qu'ils caractérisent l'ETP par l'association d'un objectif didactique. Si l'on se réfère aux *moments de l'étude* au sens proposé par Chevallard (2002a), ces objectifs peuvent être *le travail de la technique, organiser la première rencontre*, etc. On peut aussi partiellement faire le lien avec la catégorie 5.2 *Type pédagogique de la ressource* de ScoLOMFR, spécifiée par voc-010. L'objectif didactique peut être décrit à un niveau générique (« But pédagogique de l'exercice : - entraînement ; -évaluation... », descripteur 64.1 ; « Déstabilisation de conceptions erronées », descripteur 45) ou être instancié à une situation particulière (« Lien entre technique et technologie à l'aide de la métaphore de la balance », descripteur 94 ; « Responsabilité d'un tracé », descripteur 45).

#### Liaison descripteurs - catégorie

Effectif de la catégorie : 29 descripteurs (26 produits / 3 empruntés)

Tableau XIII-22 : descripteurs FG de la catégorie fonction

Catégorie fonction	Descripteurs produits	Descripteurs empruntés
Focus group chercheurs	8 24 28 40 44 45 48 52 56 57 59 64.1 84 88 94 97	
Focus group praticiens	102 110 123 132 139 142 144.1 157.1 158.1 161.1	144 ; 155      133

*Analyse*

Les effectifs sont équilibrés entre les deux focus group et il s'agit presque uniquement de descripteurs produits. Il s'agit de la catégorie la plus importante selon les effectifs globaux. Elle est aussi la première pour le nombre de descripteurs produits dans le FGC (seconde dans le FGC pour ce critère).

Les descripteurs du focus group praticien, à l'exception du triplet 102 ; 144 ; 155, font largement référence à du vocabulaire métier actuellement préconisé dans les instructions officielles.

On peut noter qu'encore une fois la praticienne 1 fait référence à des notions de la didactique puisque c'est elle dans le descripteur 102 (emprunté dans les descripteurs 144 et 155) qui évoque explicitement les moments de l'apprentissage.

*Descripteurs du chercheur*

Nous définissons un unique descripteur qui propose de relier la ressource à un ou plusieurs moments de l'étude. Ce descripteur n'a d'utilité que s'il est associé à plusieurs autres définis auparavant comme le domaine, ce qui est d'ailleurs fait par exemple dans le descripteur 52 (« travail d'une technique algébrique / travail de la distributivité »).

## Enquête sur les besoins utilisateur en termes de description d'ETP

Tableau XIII-23 : descripteurs chercheur catégorie fonction

Descripteurs regroupés	Descripteurs du chercheur	Exemples d'attributs
Tous	Moment(s) de l'apprentissage opportun(s) à l'utilisation de la ressource	Organise la première rencontre Travailler une technique spécifique Construire le bloc technologico-théorique

### Catégorie *activité*

#### Définition de la catégorie et lien avec d'autres travaux

Dans cette catégorie nous réunissons tous les descripteurs ayant trait à l'activité portée par la ressource. Nous choisissons de considérer cette activité sous l'angle cognitif en nous référant aux taxonomies de Gras et de Bodin.

#### Liaison descripteurs - catégorie

Effectif de la catégorie : 29 descripteurs (24 produits / 5 empruntés)

Tableau XIII-24 : descripteurs FG de la catégorie *activité*

Catégorie activité cognitive	Descripteurs produits	Descripteurs empruntés
Focus group chercheurs	6 11 22 41 42 46 60 64.2 81 92	32 ; 53     86
Focus group praticiens	103 109.1 111 112 113.1 114 116 137 138 140 141.2 143.2 156.1 160.1	124 ; 135

#### Analyse

Il s'agit de la catégorie la plus importante en effectif pour le FGP (4<sup>e</sup> pour le FGC) aussi bien en nombre global de descripteurs que si l'on ne retient que les descripteurs produits. Le chercheur 5 fait explicitement référence, dans le descripteur 60, au fait d'utiliser une taxonomie de l'activité cognitive sollicitée par la ressource pour la décrire (même s'il évoque la taxonomie de Bloom et que nous préférons les taxonomies adaptées aux mathématiques produites ultérieurement).

De nombreux descripteurs font référence à une activité de type « modélisation », activité de niveau D dans les deux taxonomies utilisées en référence. Nous avons choisi de lier à la catégorie *activité* tous les descripteurs que l'on pouvait relier plus ou moins directement à cette activité

de modélisation (par exemple les descripteurs 81 et 143.2 ont été placés dans cette catégorie pour cette raison).

Le niveau le plus élevé des deux taxonomies de référence est peu présent, voir absent selon la lecture que l'on a des descripteurs produits.

#### *Descripteurs du chercheur*

Nous considérons qu'en dépit des formulations diverses, l'ensemble des descripteurs de cette catégorie sont en lien avec l'activité cognitive portée par la ressource. Nous en déduisons donc un unique descripteur susceptible de prendre un nombre important de valeurs.

Tableau XIII-25 : descripteurs chercheur catégorie activité

Descripteurs regroupés	Descripteurs du chercheur	Exemples d'attributs
Tous	Activité cognitive portée par la ressource	Voir par exemple (Bodin, 2004) ou (Gras, 1979).

### **Catégorie difficulté**

#### *Définition de la catégorie et lien avec d'autres travaux*

Dans cette catégorie nous regroupons tous les descripteurs visant à caractériser la « difficulté » d'une ressource. Certains descripteurs (19 repris par 7 ; 30 et 91) font directement référence aux travaux de Robert et Rogalski (2002). Le descripteur 62 renvoie quant à lui à la notion de charge cognitive.

La catégorie 5.8 *Difficulté* de ScoLOMFR, spécifiée par voc-025 propose un découpage très basique selon une échelle à cinq niveaux allant de *très facile* à *très difficile*, sans par ailleurs indiquer de modalités d'appréciation de cette difficulté.

#### *Liaison descripteurs - catégorie*

Effectif de la catégorie : 12 descripteurs (5 produits / 7 empruntés)

Tableau XIII-26 : descripteurs FG de la catégorie difficultés

Catégorie difficultés	Descripteurs produits	Descripteurs empruntés
Focus group chercheurs	19 62 73 82	7 ; 30 ; 91  49
Focus group praticiens	151	118 ; 122 ; 165

#### *Analyse*

On peut noter que dans le FGP, cette catégorie n'est apparue que pour un descripteur produit qui a été repris trois fois. Par ailleurs dans cette session le terme difficulté est utilisé de manière générique sans plus de spécification.

*A contrario*, dans le FGC le terme difficulté n'est pas utilisé de manière isolée. Il est systématiquement lié à un ou plusieurs critères permettant de caractériser cette difficulté. Deux approches sont à noter : d'une part la difficulté liée à la manière dont les connaissances sont sollicitées (approche en lien avec les travaux de Robert ou de Castela), d'autre part la difficulté comme liée à la structuration de la ressource et en particulier à la présence ou non de « questions avec effet tiroirs » (i.e. résoudre une question est nécessaire pour pouvoir traiter la suivante). Enfin le chercheur 5 apporte l'éclairage complémentaire de la théorie de la charge cognitive comme facteur d'appréciation de la difficulté.

*Descripteurs du chercheur*

Nous retenons les approches signalées dans l'analyse pour construire nos descripteurs auxquelles nous ajoutons les approches signalées dans le travail de Bodin (2009), nommées *difficulté au sens de la théorie des items* et *difficulté au sens classique*.

Notre travail ne consistant pas en la proposition d'une théorie de la difficulté, nous ne proposons pas de valeurs d'attributs pour ces descripteurs.

Tableau XIII-27 : descripteurs chercheur catégorie difficultés

Descripteurs regroupés	Descripteurs du chercheur
9 (7; 30 ; 91) ; 151 (118 ; 122 ;165)	Difficulté au sens de la théorie des items
	Difficulté au sens classique
	Difficulté au sens des travaux de Robert et Castella
73 (49)	Difficulté liée à la structuration de la ressource
62	Difficulté en termes de charge cognitive

**Catégorie non classés**

*Définition de la catégorie et lien avec d'autres travaux*

Dans cette catégorie nous regroupons tous les descripteurs qui ne pouvaient pas être rattachés à une des catégories précédentes et qui ne nous ont pas semblé motiver la création de nouvelles catégories.

*Liaison descripteurs - catégorie*

Effectif de la catégorie : 8 descripteurs (6 produits / 2 empruntés)

Tableau XIII-28 : descripteurs de la catégorie non classés

Catégorie non classés	Descripteurs produits	Descripteurs empruntés
Focus group chercheurs	37	15
	68	
	74	
	77	
Focus group praticiens	128	108
	153	

*Analyse*

Le descripteur 15, produit par le chercheur 1, est rose mais nous n'avons pas réussi à déterminer son origine. Par ailleurs, son énoncé très bref « Approximation » ne nous permet pas de le rattacher raisonnablement à l'une ou l'autre des catégories précédentes, nous avons donc fait le choix de le placer dans la catégorie des *non classés*.

Le descripteur 108 a été rattaché au descripteur 103 qui a été placé dans la catégorie *activité*. Cependant, en raison de l'écart de formulation entre 108 et 103 et la perte de précision lors de l'emprunt, nous avons placé le 108 dans la catégorie non classée. Le classement du 153 dans cette catégorie est motivé par le même flou dans la formulation du descripteur qui laisse la place à trop d'interprétations.

*Descripteurs du chercheur*

Parmi les descripteurs non classés nous retenons le descripteur 68 que nous reformulons en acceptabilité institutionnelle de la ressource (les institutions concernées étant aussi bien le système scolaire que la société).

Les descripteurs 74 et 77 étendent la notion de ressources à un ensemble d'exercices ce que nous ne traitons pas. Les trois autres sont trop imprécis pour que nous les prenions en compte.

Tableau XIII-29 : descripteurs chercheur catégorie non classés

Descripteurs regroupés	Descripteurs du chercheur
68	Acceptabilité institutionnelle

## XIII.6.5 Analyse des descripteurs produits lors des deux sessions du focus group

Dans cette section nous proposons une analyse quantitative, puis une analyse qualitative des descripteurs produits. La première repose sur le poids respectif des différentes catégories en fonction du nombre de descripteurs qu'elles contiennent et de leur origine.

### XIII.6.5.1 Analyse quantitative

Nous classons les catégories en fonction du nombre de descripteurs qui y ont été rattachés. Ceci pour l'ensemble des deux sessions du focus group (Figure XIII-7, p. 257), pour la session chercheur-e-s (Figure XIII-8, p. 258) et pour la session praticien-ne-s (Figure XIII-9, p. 258).

On peut constater sur ces classements que les catégories *fonction*, *domaine* et *activité* sont parmi les quatre premières, que l'on considère l'ensemble des descripteurs ou uniquement les descripteurs produits, ceci quelle que soit la session retenue pour l'analyse.

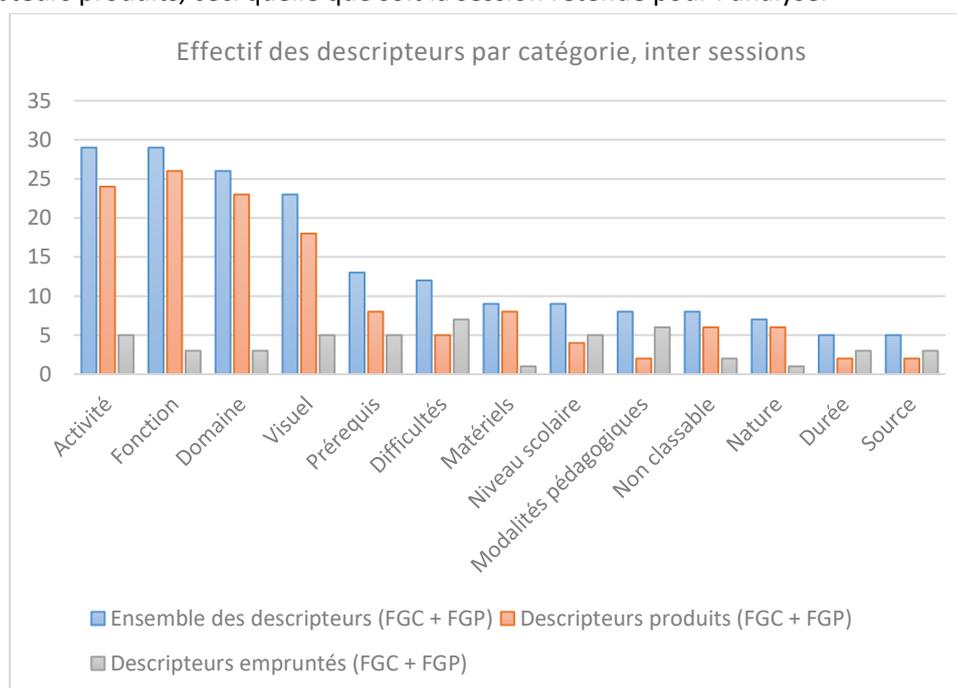


Figure XIII-7 : effectif des descripteurs, inter sessions, par catégorie selon leur origine (produit ou emprunté)

## Enquête sur les besoins utilisateur en termes de description d'ETP

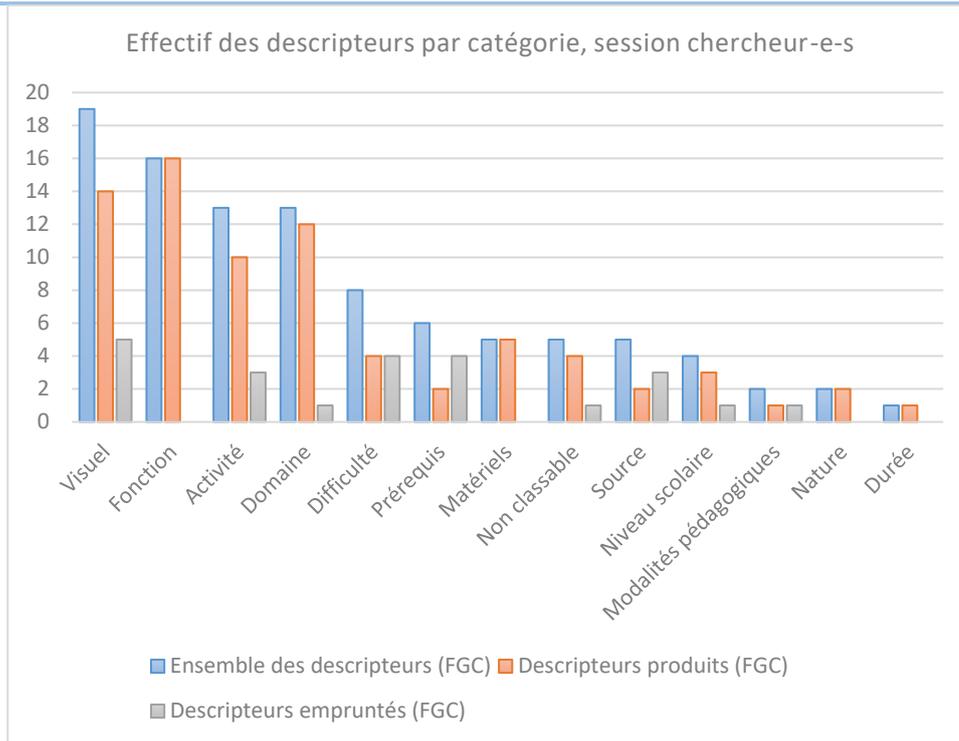


Figure XIII-8 : effectif des descripteurs, session chercheur-e-s, par catégorie selon leur origine (produit ou emprunté)

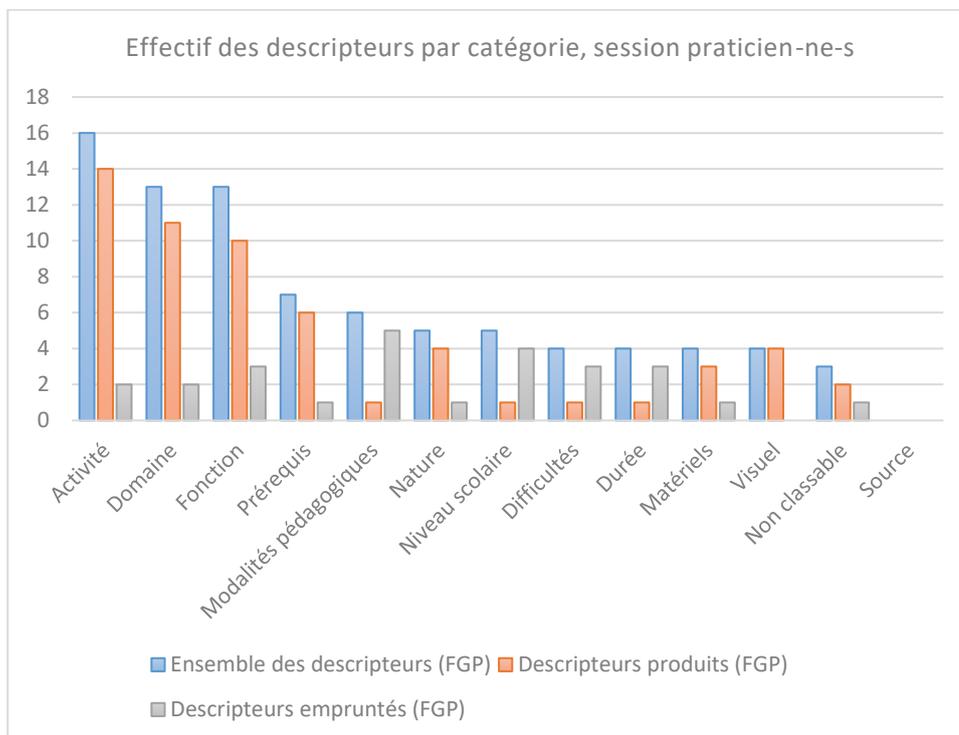


Figure XIII-9 : effectif des descripteurs, session praticien-ne-s, par catégorie selon leur origine (produit ou emprunté)

La Figure XIII-10 (p. 259), permet de constater que les catégories qui ont un écart de classement important (en nombre de descripteurs associés) selon la session du focus group sont en particulier les catégories *visuel*, *difficulté*, *modalités pédagogiques* et *nature*. Elles présentent toutes une différence de classement supérieure ou égale à 5 rangs. Les deux premières sont

nettement plus importantes pour les chercheur-e-s que pour les praticien-ne-s. Pour les deux autres, c'est le phénomène contraire. Nous revenons sur ces observations dans le cadre de l'analyse qualitative qui est menée dans la section suivante.

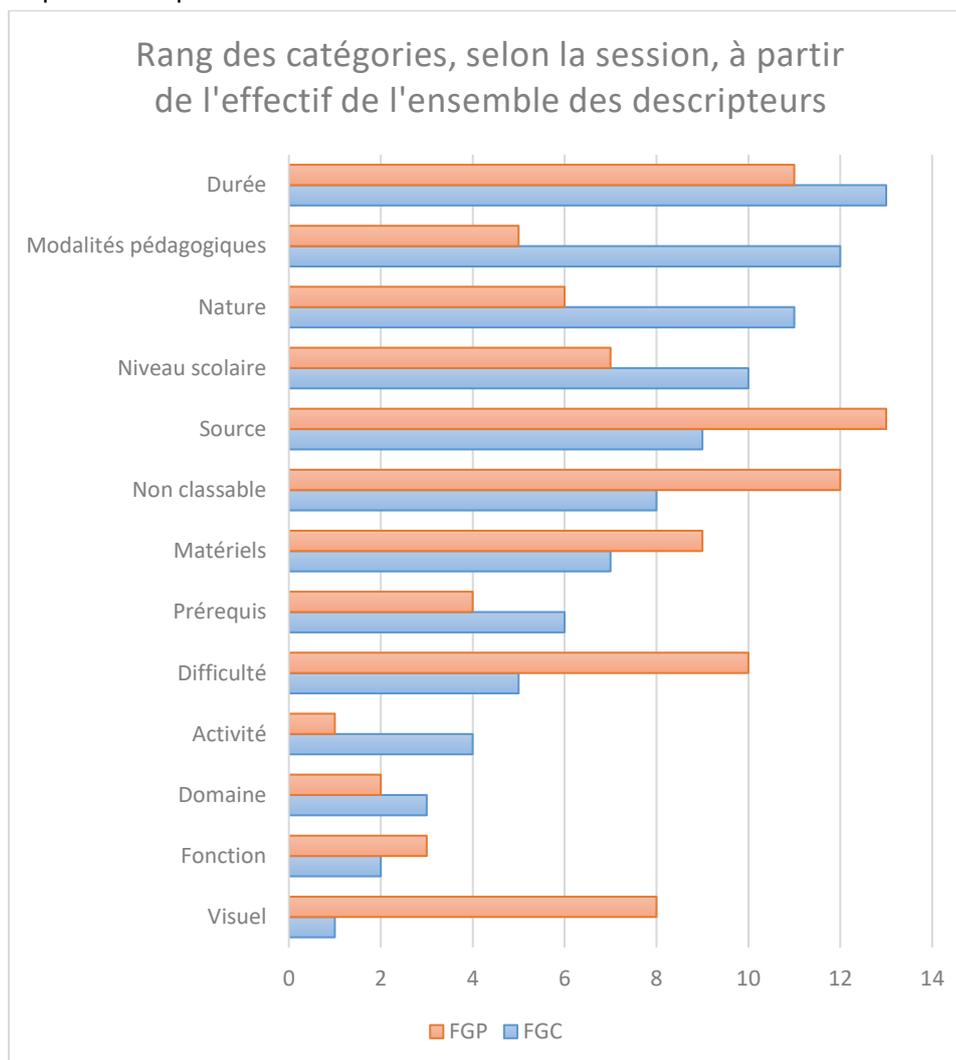


Figure XIII-10 : rang des catégories, selon la session, en fonction de l'effectif de l'ensemble des descripteurs

### XIII.6.5.2 Analyse qualitative

Une première analyse qualitative globale a été réalisée pour la définition des catégories et le rattachement des descripteurs à celles-ci. Nous revenons dans les paragraphes suivants sur quelques éléments particuliers qui permettent d'affiner les réponses aux questions 1 à 3.

#### Les descripteurs ambigus

Lors de la définition des catégories, puis du rattachement des descripteurs à ces catégories, nous avons été confrontés pour certains d'entre eux à l'obligation de faire un choix en raison d'ambiguïté dans la façon de les interpréter. Par exemple le descripteur 158.2 « Besoins : maîtriser un logiciel de géométrie dynamique » aurait pu être classé dans la catégorie *matériels* en raison l'évocation du logiciel de géométrie dynamique. Nous avons cependant choisi de l'affecter à la catégorie *prérequis* en mettant l'accent sur l'aspect *besoin* et *maîtrise*. Comme autre exemple, on peut citer le descripteur 139 « La preuve mathématique contre l'intuition » que nous avons lié à la catégorie *fonction* en estimant qu'il définit une intention didactique pour

la ressource, plus qu'un type d'activité cognitive (prouver) qui nous aurait amené à lier ce descripteur à la catégorie *activité*.

Ces ambiguïtés ont essentiellement concerné des arbitrages entre les catégories *fonctions*, *activité* et *domaine*. Leur nombre étant inférieur à 10% du nombre de descripteurs traités, nous estimons que nos catégories sont suffisamment bien définies et délimitées.

### Les descripteurs non classables

Sur les 183 descripteurs qui ont été catégorisés, il n'y en a que 8 (moins de 5%) qui n'ont pas pu être rattachés à une des catégories définies. Nous déduisons de ce faible effectif de descripteurs non classables qu'il n'aurait pas été pertinent de définir une catégorie supplémentaire pour en réunir certains.

### La prise en compte du contexte d'utilisation de l'ETP

Il est notable que pour trois catégories (niveau, durée, difficultés), il est proposé d'aborder ces aspects selon deux niveaux institutionnels : d'une part en considérant des institutions génériques définies par le biais d'un curriculum ou au travers d'un élève générique, d'autre part en considérant des institutions spécifiques qui sont définies soit par une classe donnée, soit par une population test. La prise en compte des institutions spécifiques a le plus souvent été le fait du chercheur 5 dont le domaine est les sciences de l'éducation.

### Les différences entre chercheurs et praticiens

On note tout d'abord que le temps d'échange à l'issue de la production individuelle des descripteurs (phase 1 du focus group) a effectivement fonctionné avec de nombreux emprunts dans l'une et l'autre des sessions (plus de 25% des descripteurs traités sont des descripteurs empruntés). On peut donc penser que quand une catégorie est faiblement représentée dans l'une ou l'autre des sessions, il est légitime de l'interpréter comme un moindre intérêt des participants de cette session pour cette catégorie. Nous revenons maintenant sur les différences signalées lors de l'analyse quantitative.

La catégorie *visuel* est très importante pour la session chercheur-e-s puisque 1<sup>ère</sup> si on considère l'ensemble des descripteurs (2<sup>ème</sup> si on ne considère que les descripteurs produits) alors qu'elle n'est que 8<sup>ème</sup> (5<sup>ème</sup> si on ne considère que les descripteurs produits) pour la session praticien-ne-s. L'existence de nombreuses notions de didactique, qui ont été classées dans la catégorie *visuel*, explique sans doute cet écart. Ces notions étant non nécessairement connues ou mobilisées par les praticien-ne-s. Chaque chercheur (à l'exception du chercheur 2) a produit plusieurs descripteurs dans cette catégorie. Seuls trois praticiens ont produit au moins un descripteur dans cette catégorie.

Concernant la catégorie *difficulté*, elle est au 5<sup>ème</sup> rang pour les chercheur-e-s et au 10<sup>ème</sup> pour les praticien-ne-s. Elle bénéficie chez les chercheur-e-s d'une dynamique d'emprunt (autant de descripteurs empruntés que de descripteurs produits) et de quelques concepts de didactique permettant de diversifier les approches de cette notion. Ce n'est pas le cas dans la session praticien-ne-s où un seul descripteur a été produit et a été emprunté par trois autres participants.

La catégorie *modalités pédagogiques* est au 5<sup>ème</sup> rang pour les praticien-ne-s et au 12<sup>ème</sup> pour les chercheur-e-s. Il n'est pas surprenant que les modalités pédagogiques, qui renvoient essentiellement à des considérants matériels liés à la mise en œuvre comme un lieu spécifique,

soient plus importantes pour les praticien-ne-s qui doivent s'y adapter au quotidien. Il est tout de même notable que chez les praticien-ne-s, un seul descripteur a été produit (par la praticienne 1) mais il a été emprunté par les cinq autres participants.

La catégorie *nature* arrive en 6<sup>ème</sup> position pour les praticien-ne-s et en 11<sup>ème</sup> position pour les chercheur-e-s. Les chercheur-e-s n'ont pas utilisé le vocabulaire institutionnel (activité flash, tâche complexe, etc.) qui a généré plusieurs descripteurs chez les praticien-ne-s.

En matière de *vocabulaire*, des différences significatives sont notables. Par exemple le mot *compétence* est utilisé par tous les praticiens à l'exception du praticien 6. Il n'est utilisé par aucun chercheur. De même le vocabulaire institutionnel est absent chez les chercheurs mais présent chez quatre praticiens (les deux qui ne l'utilisent pas sont les formatrices ESPE).

### Les apports du chercheur 5

Rappelons que le chercheur 5 travaille dans le domaine des sciences de l'éducation à la différence des cinq autres participantes de sa session qui sont toutes didacticiennes des mathématiques. Nous examinons quelques différences qui sont significatives. D'un point de vue quantitatif, le chercheur 5 a été prolifique puisqu'il a produit à lui seul 24 descripteurs (soit près de 25% de ceux de son focus group) et en a emprunté 2. Ses descripteurs produits ont été empruntés quatre fois.

Concernant la catégorie *difficulté*, il est le seul chercheur à avoir produit plusieurs descripteurs dans cette catégorie, proposant trois approches différentes relatives à cette notion. Une sera reprise par la chercheuse 4, les autres chercheuses se cantonnant à la référence classique en didactique des travaux d'Aline Robert.

Il attire le regard sur des éléments non pris en compte par d'autres participants : « lisibilité textuelle » ; « le rôle de la couleur dans les énoncés » (il se réfère ici sans doute à Galilée et al. (2015)) et « les préjugés sociaux véhiculés par les ressources [...] ». Il est aussi le seul à élargir l'idée de ressource induite par la nature des énoncés mis à disposition en évoquant (descripteur 63) la discipline, non nécessairement mathématique, de la ressource et l'articulation possible entre plusieurs ressources (descripteur 74).

Enfin il propose des références théoriques telles que la théorie de la charge cognitive pour évaluer la difficulté d'un ETP et la taxonomie de Bloom pour classer l'activité demandée dans un ETP, références qui n'ont pas été proposées par les didacticiennes.

## XIII.7 Retour sur les questions relatives à la description d'un ETP

Dans le prolongement des analyses qualitatives et quantitatives qui ont été menées, nous revenons sur les trois questions relatives à la description d'un ETP.

Commençons par rappeler ces trois questions, qui sont toutes relatives à la description d'un ETP :

- Question 1 : quels sont les descripteurs d'un ETP souhaités par les participants ?
- Question 2 : peut-on catégoriser les descripteurs produits par les participants ?
- Question 3 : quel est l'impact du profil des participants sur le type de descripteur produit ?

### XIII.7.1 Retour sur les questions 1 et 2

Si l'on synthétise les différentes analyses menées dans les paragraphes précédents, nous avons pu mettre en évidence 183 descripteurs regroupés en 13 catégories. Si les quatre catégories les plus importantes en termes d'effectif regroupent à elles seules 58% des descripteurs, il n'y en a cependant aucune qui regroupe moins de 5 descripteurs. Ces disparités s'expliquent notamment par les choix réalisés lors de la construction des catégories et du niveau de finesse fixé pour les définir. Par exemple, la catégorie *visuel* aurait pu être divisée en plusieurs sous-catégories selon les références théoriques invoquées (registre, ostensifs, aspects spécifiques liés au domaine de la géométrie...). Mais si l'on se réfère à notre objectif de caractériser la ressource, il nous semble que ce sont différentes approches pour examiner un même aspect, ce qui explique le choix de réaliser une unique catégorie.

En conclusion sur ces deux questions, nous avons tout d'abord obtenu de nombreux descripteurs d'ETP. Même si l'on aurait sans doute pu en obtenir d'autres, par exemple en élargissant les profils des participants (des enseignants débutants auraient pu faire émerger des descripteurs non cités par les enseignants expérimentés car devenus transparents pour eux ; des chercheurs d'autres domaines auraient pu, à l'image du chercheur 5, élargir encore les références et les regards), les descripteurs récoltés, de par leur diversité et leur quantité, sont significatifs. Il a aussi été possible de classer les descripteurs dans différentes catégories. Celles-ci sont en nombre raisonnable et suffisamment discriminantes.

### XIII.7.2 Retour sur la question 3

Sur la question 3, nous avons pu observer des écarts significatifs entre les deux sessions mais aussi au sein même de chaque session, entre participants. En particulier les résultats obtenus semblent indiquer que certains critères d'analyse liés à des contingences matérielles de mise en œuvre des ressources sont plus présents chez les praticiens que chez les chercheurs. D'un autre côté, le bagage de références des chercheurs leur permet souvent, sur un thème donné, de disposer de critères de description des ressources à la fois mieux définis et plus délimités.

Les vocabulaires présents ou absents selon les sessions ont aussi été pointés. À l'intérieur de la session chercheur-e-s, on a pu mettre en avant les particularités des apports du chercheur en science de l'éducation, en comparaison des apports des didacticiens. À l'intérieur de la session praticien-ne-s le lieu d'exercice (ESPE ou établissement scolaire) semble aussi avoir un impact, mais cela serait à confirmer par des études complémentaires.

Au final, même si nous ne sommes pas en mesure d'associer de manière précise un profil de participant avec un rapport au descripteur, nous disposons de nombreux éléments qui permettent d'affirmer qu'effectivement le profil de participant (qu'il soit inter session, mais aussi intra session) a bien un impact sur les descripteurs produits.

## XIII.8 Conclusion

Nous avons présenté dans ce chapitre la production de descripteurs d'ETP par des utilisateurs. Ces descripteurs ont été catégorisés et nous avons analysé, de manière qualitative et quantitative, l'influence du profil des participants sur l'importance des différentes catégories. Nous avons aussi intégré, pour des raisons de lisibilité, la production de nos propres descripteurs pour chaque catégorie dans la section XIII.6.4. Nous consacrons maintenant le chapitre suivant

---

à la synthèse et l'analyse des descripteurs produits par nous, ainsi qu'à la deuxième phase du focus group permettant d'évaluer le modèle M2DR.



# XIV. Production de descripteurs d'un ETP. 2<sup>ème</sup> validation empirique du modèle M2DR.

---

## Objectifs du chapitre

Dans ce chapitre nous regroupons deux éléments relatifs au focus group présenté dans le chapitre précédent. Le premier, produit direct du focus group, permet une validation empirique du modèle M2DR par le biais de l'étude de son utilité et de sa fiabilité.

Le second n'est pas un produit direct du focus group mais résulte de l'exploitation des descripteurs produits par les participants. Il s'agit de la production d'une liste de référence de descripteurs d'un ETP.

## Contenu du chapitre

\_Toc526185340

<b>XIV.1</b>	<b>INTRODUCTION</b>	<b>266</b>
<b>XIV.2</b>	<b>QUALITE DU MODELE M2DR DE DESCRIPTION D'ETP</b>	<b>266</b>
XIV.2.1	DONNEES BRUTES LIAISON MODELE – DESCRIPTEURS	266
XIV.2.2	TRAITEMENT DES DONNEES BRUTES LIAISON MODELE – DESCRIPTEURS	268
XIV.2.3	ANALYSE DES DONNEES LIAISON MODELE – DESCRIPTEURS	269
XIV.2.4	RETOUR SUR LES QUESTIONS 4 A 6	273
<b>XIV.3</b>	<b>DESCRIPTEURS D'UN ETP</b>	<b>274</b>
<b>XIV.4</b>	<b>CONCLUSION</b>	<b>276</b>

## XIV.1 Introduction

Ce chapitre est composé de deux parties distinctes. La première se situe dans la continuité du chapitre précédent et présente les résultats issus de la deuxième partie du focus group (FG). Elle permet de revenir sur les questions relatives au modèle M2DR abordées lors du FG. Il s'agit de la deuxième validation empirique du modèle M2DR. Nous les rappelons ici.

### *Qualité du modèle M2DR de description d'ETP*

Question 4 : la description d'un ETP dans notre modèle fournit-elle directement, ou permet-elle de déduire, les descripteurs produits par les participants ?

Question 5 : le modèle de description d'un ETP construit est-il utilisable pour des non-experts de ce modèle ?

Question 6 : la dimension objets ostensifs du modèle est-elle nécessaire ?

La deuxième partie de ce chapitre nous permet de revenir sur les descripteurs d'ETP que nous avons produit à partir des besoins utilisateurs déterminés dans la première phase du focus group (chapitre 13). Ce résultat a déjà été exploité dans le chapitre VI.

## XIV.2 Qualité du modèle M2DR de description d'ETP

Dans cette section nous allons présenter et traiter les données produites lors de la phase 5 du focus group (voir Tableau XIV-1 (p. 266) qui est extrait du tableau de présentation synthétique des phases du focus group présenté dans le chapitre 13). Cette phase avait pour objectif de nous permettre de répondre aux question 4 à 6 rappelées ci-dessus.

*Tableau XIV-1 : phase 5 du focus group.*

5	Évaluation du modèle M2DR	Travail individuel Échanges collectifs	Présentation – explicitation du modèle Chaque participant rattache ses descripteurs à une ou plusieurs dimensions du modèle Échanges libres sur intérêts et limites du modèle en s'appuyant sur quelques exemples décrits dans le cadre du modèle. Questionnement sur le « que peut-on obtenir à partir de cette description ? ».	Tableau de mise en relation des dimensions du modèle et des descripteurs.
---	---------------------------	---	--	---

### XIV.2.1 Données brutes liaison modèle – descripteurs

Pour chaque participant nous disposons :

- d'un tableau de mise en relation entre les descripteurs et les trois dimensions du modèle présenté aux participants. Un exemple est proposé en Figure XIV-1 (p. 267),
- d'une capture audio du déroulé de chacune des sessions.

Rappelons enfin que lors de cette phase du focus group, après une présentation succincte du modèle, il a été donné la consigne suivante aux participants : « en supposant que les ressources

sont décrites selon les trois dimensions du modèle, à partir des informations contenues dans laquelle ou lesquelles de ces dimensions pensez-vous pouvoir retrouver l'information de votre descripteur ? ». Ce travail a été réalisé individuellement par chaque participant à partir de sa liste personnelle de descripteurs (produits et empruntés).

Pour chaque descripteur le reporter dans la ou les colonnes du modèle de description qui permettrait selon vous d'obtenir cette information.

Dimension tâche	Dimension relation entre les tâches	Dimension « modalités de communication des tâches »	Non classable
<p>① thème</p> <p>② sujet</p> <p>③ degré de difficulté peut (a priori) être attribué à partir de la tâche et de l'habillage (i.e. dans l'habillage on figure si la connaissance à utiliser est explicite dans l'énoncé par exemple)</p> <p>④ outils ou objets si les outils ou objets sont spécifiés dans la technique</p> <p>⑤ niveau scolaire</p> <p>⑥ prérequis</p> <p>⑧ fonction (enchaînement, introduction...) ex. si bcp de tâches du même type <math>\Rightarrow</math> enchaînement si bcp de tâches de type différent <math>\Rightarrow</math> synthèse (E.P.)</p>	<p>③ prérequis</p>	<p>③</p> <p>⑤ contexte (math ou extra-math)</p>	<p>⑦ origine de la ressource.</p>

Figure XIV-1: liaisons descripteurs - modèle M2DR par le Chercheur 2

Par ailleurs, en tant qu'expert du modèle, nous avons mis en relation les descripteurs produits par les participants et les trois dimensions du modèle M2DR. Ce travail a été réalisé en amont de la prise de connaissance des liaisons opérées par les participants. Une illustration de ce travail est proposée sur la Figure XIV-2 (p. 268). Il a été réalisé avec les 165 descripteurs issus de la phase 1 des sessions du focus group (chapitre XIII, section XIII.6.1) puisque ce sont ceux-là qui ont été utilisés par les participants.

## Production de descripteurs d'un ETP. 2ème validation empirique du modèle M2DR.

Numéro global	N° post-it	Couleur Post-it	Contenu Post-it	Dimension tâche	Dimension relation entre les tâches	Dimension "modalités de communication des tâches"	N° class
1	1	Jaune	D'où vient la ressource ? (Manuel - éditions, internet...)				
2	2	Jaune	Auteur				
3	3	Jaune	Niveau scolaire	3		3	
4	4	Jaune	Thématique : algèbre géométrie...	4			
5	5	Jaune	Outils mathématiques utilisés (thm, ptés, def...)	5			
6	6	Jaune	Type de raisonnement utilisé. Exp : conjecture / démo / contre exemple n°50		6		
7	7	Rose	Degré de difficulté Aline Robert	7	7	7	
8	8	Jaune	types de tâches Objectifs	8		8	

Figure XIV-2 : liaison modèle M2DR - descripteurs réalisée par l'expert du modèle (extrait pour les huit premiers descripteurs)

### XIV.2.2 Traitement des données brutes liaison modèle – descripteurs

#### Numérisation des données

Le premier travail réalisé sur les données brutes a été de numériser les 12 tableaux de mise en relation modèle – descripteurs. Nous avons pour cela produit un tableau indiquant en face de chaque descripteur les dimensions mobilisées par le participant. Le tableau produit est du même type que celui présenté sur la Figure XIV-2.

#### Mise en relation des productions des participants et de l'expert du modèle

Le second travail a consisté en la mise en relation des productions des participants et de celle de l'expert du modèle. Nous avons ainsi défini pour chaque descripteur une convergence entre la description du participant et celle de l'expert. Cette convergence a été réalisée pour chacune des dimensions.

Ce travail a été matérialisé dans un tableau dont on peut voir un extrait dans la Figure XIV-3 (p. 269). La première colonne donne le contenu du descripteur, les deux suivantes permettent son identification. Les colonnes 4 à 6 décrivent l'association entre le descripteur et une ou plusieurs dimensions du modèle M2DR, faite par le participant. La colonne 7 permet au participant de signifier que pour ce descripteur il est impossible de l'obtenir à partir de la description issue de M2DR. Les colonnes 9 à 12 codent le même travail réalisé par nous en tant qu'expert du modèle. Rappelons que ce tableau est une compilation des deux travaux, du participant et de nous. Les associations des participants n'étaient pas visibles quand nous avons opéré nos associations.

Enfin les colonnes suivantes indiquent, pour chacune des dimensions, s'il y a ou non correspondance entre le choix du participant et le choix de l'expert. C'est ce travail qui sert de base à l'analyse présentée dans les sections suivantes.

Rappelons que le modèle présenté aux participants était une version d'étape du modèle M2DR et que les trois dimensions étaient présentées, dans cet ordre, avec les noms suivants : dimension *tâches* – dimension *relations entre les tâches* – dimension *modalité de communication de la tâche*. La troisième correspond à la dimension *objets ostensifs* de M2DR, cette formulation a été utilisée dans le focus group pour la rendre plus parlante. Ces trois dimensions sont codées DT (tâches), DOT (organisation) et DOS (objets ostensifs) dans notre tableau (Figure XIV-3, p. 269) de mise en relation des choix participants et expert.

## Qualité du modèle M2DR de description d'ETP

Contenu Post-it	Participant	Numéro global	Liaisons au modèle participants				Liaisons au modèle chercheur				Légende : 0 non mobilisée par chercheur et participant 1 mobilisée par chercheur et participant c : seul le chercheur mobilise cette dimension p : seul le participant mobilise cette dimension					Not conv			
			DT	DOT	DOS	NC	DT	DOT	DOS	NC	Correspondance globale	Correspondance DT	Correspondance DOT	Correspondance DOS	Correspondance NC				
D'où vient la ressource ? (Manuel - éditions, internet...)	Chercheur 1	1				1													
Auteur	Chercheur 1	2				2													
Niveau scolaire	Chercheur 1	3	3							3	3								
Thématique : algèbre géométrie...	Chercheur 1	4	4		4					4									
Outils mathématiques utilisés (thm, ptés, def...)	Chercheur 1	5	5							5									
Degré de difficulté Aline Robert	Chercheur 1	7	7	7						7	7	7							
types de tâches Objectifs	Chercheur 1	8	8							8	8								
Utilisation ou non d'outils informatiques (logiciel de GD, calculatrice, tableur, xcas...)	Chercheur 1	9	9		9					9	9								
Registres de représentation (Duval)	Chercheur 1	10			10					10	10								
Pb de modélisation ? (exp 37)	Chercheur 1	11	11		11					11	11								

Figure XIV-3 : rapports entre description des participants (partie de gauche) et description de l'expert (partie de droite) pour chaque descripteur (extrait)

### XIV.2.3 Analyse des données liaison modèle – descripteurs

#### Analyse quantitative

Dans le Tableau XIV-2 nous présentons le nombre de descripteurs qui ont été liés à chacune des dimensions, d'une part par les participants et d'autre part par le chercheur. Dans ce tableau et le suivant DT, DR et DO désignent respectivement les dimensions *tâches*, *relations entre les tâches* et *objets ostensifs* (nous utilisons ici les termes du modèle tels que définis dans le chapitre VIII et non pas tels qu'ils ont été utilisés avec les participants du focus group).

Tableau XIV-2 : effectif de descripteur associé à chaque dimension (participants et chercheur)

Dimension	Liaisons participants				Liaisons chercheurs			
	DT	DR	DO	NC	DT	DR	DO	NC
Effectif	115	59	49	10	115	45	79	14
Fréquence (sur 165 descripteurs)	0,70	0,36	0,30	0,06	0,70	0,27	0,48	0,08

Du point de vue de l'utilisabilité du modèle, on peut noter que le nombre de descripteurs non liables avec le modèle est de seulement 10 (soit 6% du total). L'étude qualitative sur ces descripteurs, menée plus loin, permet par ailleurs d'expliquer ces non-liaisons. Ce premier tableau nous donne une idée de l'importance relative de chaque dimension pour les participants et pour l'expert. Il ne nous indique cependant pas si la mobilisation de telle ou telle dimension est commune entre chercheur et participant selon le descripteur étudié. Il ne nous informe donc pas sur la fiabilité du modèle, en prenant le travail de l'expert comme référence. Nous donnons des éléments relatifs à cet aspect dans la suite de cette section.

Pour une dimension donnée, il y a *convergence de liaison pour la dimension* entre le participant et l'expert si tous les deux mobilisent cette dimension ou si tous les deux ne mobilisent pas cette dimension. Dans le cas contraire, nous disons qu'il y a *divergence de liaison pour la dimension*. Par exemple, dans le Tableau XIV-3 (p. 270), on peut observer les liaisons opérées par le participant et par l'expert pour le descripteur 143. Pour ce descripteur, on dira qu'il y a convergence pour la dimension DT (mobilisée par le chercheur et le participant) et pour

Production de descripteurs d'un ETP. 2ème validation empirique du modèle M2DR.

les dimensions DR et NC (non mobilisées par le chercheur et le participant). Il y a divergence pour la dimension DO (mobilisée par le chercheur mais pas par le participant).

Tableau XIV-3 : convergences et divergences de liaisons pour le descripteur 143

Dimension	Praticien 4				Chercheur			
	DT	DR	DO	NC	DT	DR	DO	NC
Descripteur 143	Oui	Non	Non	Non	Oui	Non	Oui	Non

Pour un descripteur donné, nous définissons le *niveau de convergence* comme le nombre de dimensions pour lesquelles il y a convergence de liaison pour la dimension. Ainsi pour le descripteur 143 le niveau de convergence est égal à 3. D'une manière générale, le niveau de convergence est un entier appartenant à {0 ; 1 ; 2 ; 3 ; 4}. Quand le niveau de convergence est égal à 4 c'est que le participant et le chercheur ont réalisé exactement les mêmes choix de liaison descripteur – dimensions.

Nous présentons dans le tableau l'effectif des descripteurs pour chaque niveau de convergence.

Tableau XIV-4 : répartition des descripteurs par niveau de convergence inter session

Niveau de convergence	4	3	2	1	0
Effectif	46	74	39	4	2
Fréquence	0,28	0,45	0,24	0,02	0,01

Dans le chapitre XIII nous signalions, en parlant des profils chercheur-e puis praticien-ne : « La première correspond à un profil « Chercheur-e » afin de faire émerger des descripteurs appuyés sur des concepts et des vocabulaires issus de la recherche, en didactique et en sciences de l'éducation. Concernant l'évaluation de notre modèle, l'habitude des chercheur-e-s de manipuler des modèles, et une certaine connaissance du cadre théorique fondant le nôtre, permettent aussi d'avoir des garanties sur son appropriation rapide et donc une évaluation dans de bonnes conditions de son utilité. Le second profil est de type « Praticien-ne » afin de faire émerger des descripteurs appuyés sur des préoccupations et un vocabulaire issu du métier. Si obtenir des éléments pertinents pour la question 4 (utilité) était peut-être plus incertain qu'avec l'autre groupe, ce groupe est nécessaire pour la question 5 (utilisabilité). ». Nous proposons donc d'examiner les niveaux de convergence en différenciant les deux sessions du focus group.

Tableau XIV-5 : répartition des descripteurs par niveau de convergence, session chercheur-e-s

Niveau de convergence	4	3	2	1	0
Effectif	31	47	16	3	0
Fréquence	0,32	0,48	0,16	0,03	0,00

Tableau XIV-6 : répartition des descripteurs par niveau de convergence, session praticien-ne-s

Niveau de convergence	4	3	2	1	0
Effectif	15	27	23	1	2
Fréquence	0,22	0,40	0,34	0,01	0,03

Du point de vue de la fiabilité du modèle, si on ne considère que les convergences de niveau 4 on obtient 28% en inter sessions (32% avec les chercheurs et 22% avec les praticiens) ; si on ajoute les convergences de niveau 3 on obtient 73% en inter sessions (80% avec les chercheurs et 62% avec les praticiens). Compte tenu du faible temps consacré à la présentation du modèle lors des sessions, ces résultats établissent le fait que le modèle permet effectivement de décrire des ressources selon les besoins exprimés par les participants au travers des descripteurs qu'ils ont produits. La différence significative entre les deux sessions du focus group peut s'expliquer

par différents facteurs : la difficulté des praticien-ne-s à s'approprier le modèle ; proximité de pensée plus grande entre les participants de la session chercheur-e-s et l'expert du modèle ; moindre adaptation du modèle aux descripteurs produits par les praticiens... ou par une combinaison de ces facteurs.

Afin de compléter ces éléments et de continuer à examiner la question de l'influence du profil des participants, nous présentons maintenant le niveau de convergence entre participants et expert pour chaque participant. Le nombre de descripteurs étant significativement différent entre participants (Tableau XIV-7, p. 271), nous ne présentons que la fréquence de chaque niveau de convergence (nombre de descripteurs du niveau de convergence / nombre de descripteurs du participant) et non pas l'effectif.

Tableau XIV-7 : nombre de descripteurs par participant

Chercheur	1	2	3	4	5	6
Nombre de descripteurs	16	9	20	13	24	15
Praticien	1	2	3	4	5	6
Nombre de descripteurs	8	13	15	12	10	10

Tableau XIV-8 : fréquences des niveaux de convergence avec l'expert, par participant

Chercheur	1	2	3	4	5	6
Convergence 4	0,38	0,22	0,30	0,31	0,33	0,33
Convergence 3	0,50	0,56	0,30	0,69	0,42	0,60
Convergence 2	0,13	0,22	0,35	0,00	0,17	0,07
Convergence 1	0,00	0,00	0,05	0,00	0,08	0,00
Convergence 0	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
Convergence 4 + convergence 3	0,88	0,78	0,60	1,00	0,75	0,93
Praticien	1	2	3	4	5	6
Convergence 4	0,13	0,15	0,33	0,08	0,30	0,30
Convergence 3	0,38	0,46	0,20	0,67	0,30	0,40
Convergence 2	0,50	0,38	0,47	0,25	0,30	0,10
Convergence 1	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,10
Convergence 0	0,00	0,00	0,00	0,00	0,10	0,10
Convergence 4 + convergence 3	0,51	0,61	0,53	0,75	0,60	0,70

On peut noter que l'écart de convergence participant – expert, identifié entre les deux profils des sessions, n'est pas le fait d'un ou deux participants isolés dans l'une ou l'autre des sessions. En effet, si on considère les convergences de niveaux 4 et 3, nous sommes à plus de 75% pour cinq chercheurs sur six (60% pour le chercheur 3) alors que nous sommes à moins de 70% pour cinq praticiens sur six (75% pour le praticien 4).

### Analyse qualitative

#### Analyse des descripteurs non liables au modèle

Le nombre de descripteurs pour lesquels il n'a pas paru possible d'obtenir le contenu à partir des informations disponibles dans le modèle est faible (6% pour les participants et 8% pour le chercheur). Six descripteurs sont analysés comme non liables à la fois par le chercheur et par les participants, il s'agit des numéros 1 ; 2 ; 23 ; 43 ; 71 ; 104. Les cinq premiers sont ceux de la catégorie *source*, le dernier fait partie de la catégorie *durée*. À ces six descripteurs le chercheur

## Production de descripteurs d'un ETP. 2ème validation empirique du modèle M2DR.

a ajouté les numéros 59 ; 74 ; 75 ; 77 ; 82 ; 127 ; 152 ; 163 et les praticiens les numéros 101 ; 103 ; 155 ; 165.

Du côté du chercheur les descripteurs 75 ; 127 ; 152 ; 163 sont ceux qui, tout comme le 104, sont liés à la notion de durée. Bien que réalisé avant la mise en catégorie, le traitement de tous ces descripteurs a été homogène par l'expert, alors que les participants étaient moins homogènes dans leurs choix. Les autres descripteurs (74 ; 75 ; 77 ; 82) sont tous produits par le chercheur 5 et ont été classés comme non classables par le chercheur car ils correspondent à une vision élargie de la ressource qui n'est pas, *a priori*, prise en charge par le modèle.

Du côté des praticiens le descripteur 101 est en fait attaché à la dimension tâche et comme non classable par la praticienne 1, ce qui peut paraître contradictoire. Le descripteur concerne le « recours au TICE pertinent, les compétences TICE nécessaires et la calculatrice nécessaire ». La praticienne explique sur sa feuille que cette information peut être « présente dans la tâche » (d'où l'attachement à DT) mais que ce n'est « pas forcément dans l'énoncé de la tâche si non indispensable » (d'où le classement dans NC dans ce cas-là). L'expert a pour sa part lié ce descripteur aux dimensions DT et DO estimant que, soit c'est explicitement évoqué dans l'énoncé, et donc apparaît dans DO, soit c'est présent dans une ou plusieurs techniques liées à la tâche et donc lié à DT.

Le descripteur 103 « Compétences transversales (rédiger, raisonner, conjecturer) » a été placé dans la colonne non classable par la praticienne 1 avec comme commentaire « me semble difficile à obtenir dans ces 3 dimensions ». L'expert a estimé qu'il s'agissait de tâches et donc que ce descripteur peut être lié à DT.

Le descripteur 155 est « Quel moment ? -> approche -> entraînement -> réinvestissement -> devoir ». À son sujet, le praticien 5 a indiqué dans son tableau que « les 3 dimensions sont importantes mais ne suffisent pas » et a donc placé le descripteur dans la colonne NC. L'expert a choisi de placer le descripteur 155 dans la colonne relation entre les tâches.

Le descripteur 165 « Difficultés pour les élèves » est placé dans la colonne NC par le praticien 6 alors que l'expert l'a mis en relation avec les trois dimensions. On peut sans doute expliquer le choix du chercheur 6 par un commentaire qu'il a associé à ce descripteur sur un de ses documents expliquant que pour lui « la difficulté est variable selon les élèves / suivant le moment où l'exercice arrive / suivant les modalités (...) » ; on peut donc penser que le lien qu'il fait entre la difficulté et de nombreux paramètres externes à la ressource l'empêche d'envisager une définition de la difficulté intrinsèque à la ressource et donc de lier ce descripteur à une ou plusieurs dimensions du modèle.

### **Convergences et divergences entre les deux associations**

Nous recensons 6 descripteurs pour lesquels le niveau de convergence est de 0 ou de 1. Ce sont les descripteurs 38 ; 59 ; 75 ; 152 ; 163 et 165.

Pour quatre d'entre eux (59 ; 75 ; 152 et 163), il s'agit de descripteurs que le chercheur a estimés non liables alors que le participant les a liés à au moins une dimension. C'est la situation contraire pour le descripteur 165. Ces cas ont déjà été analysés dans la partie précédente portant sur les descripteurs non liés au modèle.

Le descripteur 38 « Registres sémiotiques de représentation utilisés (langage naturel, tableur...) n'a été lié qu'à la dimension « relation entre les tâches » par le chercheur 3 alors qu'il a été lié aux dimensions « tâches » et « ostensifs » par l'expert. Nous n'avons pas d'explication à la liaison effectuée par le chercheur 3.

On peut noter que le nombre de liaisons simultanées expert – participant entre un descripteur et une dimension, est très équilibré pour les trois dimensions (119 pour la dimension *tâche* ; 106 pour la dimension *relation entre les tâches* et 110 fois pour la dimension *objets ostensifs*). Par contre, concernant l'origine des divergences la dimension *tâche* est mobilisée pour 22 descripteurs par l'expert sans l'être par le participant et la situation contraire se produit 24 fois ; pour la dimension *relation entre les tâches* le rapport est 22 contre 37. Un déséquilibre notable apparaît au niveau de la dimension *objets ostensifs* pour laquelle le rapport est de 43 liaisons pour l'expert seul contre seulement 12 pour un participant seul.

#### XIV.2.4 Retour sur les questions 4 à 6

Commençons par rappeler ces trois questions sur la qualité du modèle M2DR :

Question 4 : la description d'un ETP dans notre modèle fournit-elle directement, ou permet-elle de déduire, les descripteurs produits par les participants ?

Question 5 : le modèle de description d'un ETP construit est-il utilisable pour des non experts de ce modèle ?

Question 6 : la dimension *objets ostensifs* du modèle est-elle nécessaire ?

Nous pouvons répondre positivement aux questions 4 et 5.

D'une part le modèle est utile et fiable car il permet d'obtenir les informations de la quasi-totalité des descripteurs produits par les participants dans les deux focus groups. Ce n'était pourtant pas ce qui était anticipé par certains participants du focus group mais qu'ils ont constaté *in fine*. Par exemple la chercheuse 1 indique à la fin du focus group qu'après la présentation du modèle elle ne pensait pas pouvoir lier aux dimensions du modèle beaucoup de ses descripteurs et qu'elle a été étonnée d'y parvenir aussi bien *in fine*. Elle en a lié 14 sur 16 dont 6 avec un niveau de convergence avec l'expert égal à 4 et 8 avec un niveau de convergence égal à 3.

D'autre part le modèle est utilisable. En effet, les participants se le sont tous appropriés. Si cette appropriation semble moins facile pour les praticiens, cela ne remet pas en cause son utilisabilité. En effet, nous envisageons des utilisateurs avec une expertise du modèle et non des utilisateurs occasionnels. De plus cette appropriation est conforme aux attentes puisque les associations dimensions du modèle - descripteurs sont très proches entre le travail effectué par l'expert du modèle et celui des participants.

Concernant la question 6, la liaison avec la dimension *objets ostensifs* de 30% des descripteurs pour les participants et de 48% des descripteurs pour l'expert du modèle établit l'importance de cette dimension pour pouvoir prendre en compte les besoins de description des ressources qui ont émané des deux focus groups. Cette dimension étant associée à un tiers ou la moitié des descripteurs, elle est à notre sens nécessaire au modèle.

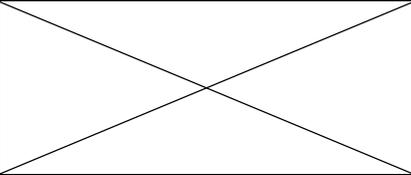
### XIV.3 Descripteurs d'un ETP

Pour plus de lisibilité nous avons présenté au fur et à mesure de la définition des catégories les descripteurs que nous avons produits à partir de ceux des sessions du focus group (chapitre XIII). Dans le Tableau XIV-10 (p. 275) nous synthétisons les différents descripteurs d'ETP que nous avons produits. Ils sont associés aux différentes catégories définies dans le chapitre XIII. Nous proposons, dans le Tableau XIV-9 (p. 274), une comparaison, par catégorie, entre le nombre de descripteurs issus des deux sessions du focus group et le nombre de descripteurs que nous avons produits. La réduction très sensible du nombre de descripteurs entre ceux issus du focus group et ceux que nous avons produits s'explique par deux facteurs. Tout d'abord, comme on a pu le constater, les participants au focus group, que ce soit de manière interne à chaque session, mais aussi inter session, ont produit des descripteurs similaires. D'autre part lorsque nous avons produit nos descripteurs nous avons envisagé des attributs, dont certains peuvent avoir de nombreuses valeurs, ce qui a concentré en un seul descripteur de nombreux descripteurs des participants ; c'est ensuite la variation des valeurs des attributs qui permet de retrouver cette diversité initiale.

*Tableau XIV-9 : comparaison effectifs descripteurs focus group - descripteurs chercheur*

	Catégorie	Nombre de descripteurs issus des sessions du focus group (produits / empruntés)	Nombre de descripteurs produits par le chercheur
1	Source	5 (2 / 3)	2
2	Niveau scolaire	9 (4 / 5)	2
3	Domaine	26 (23 / 3)	1
4	Prérequis	13 (8 / 5)	1
5	Matériels	9 (8 / 1)	2
6	Modalités pédagogiques	8 (2 / 6)	2
7	Durée	5 (2 / 3)	2
8	Nature	7 (6 / 1)	2
9	Visuel	23 (18 / 5)	5
10	Fonction	29 (26 / 3)	1
11	Activité	29 (24 / 5)	1
12	Difficulté	12 (5 / 7)	5
13	Non classable	8 (6 / 2)	1
	Total	183 (134 / 49)	27

Tableau XIV-10 : synthèse des descripteurs produits par le chercheur

Catégorie	Descripteurs chercheur	Exemples d'attributs
Source	Source de la ressource	Référence éditoriale / URL
	Auteur(s) de la ressource	Nom et qualité des auteurs
Niveau scolaire	Institution(s) global(e) d'usage pertinent	Classe de 4 <sup>e</sup> , France, programmes 2015
	Institution(s) instanciée(s) d'usage pertinent	Classe de 5 <sup>e</sup> C, collège Stephen Hawking, année 2017
Domaine	Situation de la ressource sur l'échelle de codétermination du didactique du sujet à la discipline	Discipline : Mathématiques Domaine : géométrie Thème : le théorème de Pythagore
Prérequis	Équipements praxéologiques nécessaires à l'élève pour prendre en charge les tâches présentes dans la ressource	Liste des techniques utilisées dans la ressource Liste des technologies à connaître...
Matériels	Artefacts numériques (logiciels génériques ou spécifiques, calculatrice)	Convoqué – non convoqué – interdit Utile – nécessaire
	Artefacts tangibles (instruments de géométrie...)	
Modalités pédagogiques	Organisation du travail	Individuel Binôme Groupe Classe entière
	Lieu du travail	Voc-17 de ScoLOMFR
Durée	Temps affecté	Durée en minutes
	Temps d'usage	Durée en minutes
Nature	Caractérisation didactique du type d'énoncé	Problème ouvert Situation problème
	Caractérisation institutionnelle du type d'énoncé	Activité flash Tâche complexe Prise d'initiative
Visuel	Mode au sens de Bruner	Symbolique Iconique Énactif
	Registres sémiotiques au sens de Duval et activités sur les registres	Textuel, graphique... Formation, traitement, conversion
	Objets ostensifs et objets non ostensifs associés	Liste des ostensifs Fonction des ostensifs
	Rôle des dessins – figures dans le domaine de la géométrie	Voir les travaux de didactique associés
	Qualité typographique de l'exercice	Police de caractère utilisée, lisibilité des illustrations...
Fonction	Moment(s) de l'apprentissage opportun(s) à l'utilisation de la ressource	Organiser la première rencontre Travailler une technique spécifique Construire le bloc technologico-théorique
Activité	Activité cognitive portée par la ressource	Voir par exemple (Bodin, 2004) ou (Gras, 1979).
Difficulté	Difficulté au sens de la théorie des items	
	Difficulté au sens classique	
	Difficulté au sens des travaux de Robert et Castela	
	Difficulté liée à la structuration de la ressource	
	Difficulté en terme de charge cognitive	
Non classable	Acceptabilité institutionnelle	Liste de critères d'acceptabilité (préjugés sociaux, sexiste, raciste...)

## XIV.4 Conclusion

Dans la première partie de ce chapitre nous avons procédé à une validation empirique du modèle M2DR en vérifiant, à l'aide d'un dispositif d'enquête, son utilité et sa fiabilité. L'utilité a été prouvée par sa capacité à permettre de déduire de la description d'un ETP dans M2DR de nombreuses propriétés définies par les descripteurs issus d'un focus group. Sa fiabilité a été prouvée par la proximité importante entre l'analyse que nous avons réalisée comme expert du modèle et l'analyse réalisée par les participants au focus group. Comme cela a été signalé, le modèle présenté aux participants était une version d'étape du modèle M2DR et c'est par ailleurs une présentation heuristique qui en a été réalisée. Il nous semble cependant que les évolutions de ce modèle intermédiaire vers le modèle M2DR actuel, ne remettent pas en cause les résultats signalés. En effet, le grand principe d'une description en trois dimensions a été conservé, de même que la délimitation générale de chacune des dimensions. Des précisions ont été apportées sur le contenu de chaque dimension et les moyens de les décrire, ce gain de précision nous incite plutôt à envisager une amélioration des résultats si nous réalisons à nouveau une telle enquête. En effet, la part d'interprétation et de liberté des participants par rapport au modèle serait moindre.

Dans la deuxième partie de ce chapitre, nous avons proposé une série des descripteurs possibles pour un ETP, construite à partir des besoins utilisateurs. En complément de la brève analyse qui a été réalisée dans ce chapitre, une analyse de la prise en charge de ces différents descripteurs par la norme ScoLOMFR a été réalisée dans le chapitre VI. Nous ne la reproduisons pas ici mais elle permet de mettre en évidence la non prise en charge, partielle ou totale, de nombreuses catégories de descripteurs. Il y a donc un réel manque dans la description des ETP, et sans doute plus largement des ressources pédagogiques, telle qu'organisée par le biais de la norme de référence en France. Nous avons aussi signalé dans le chapitre VI que ces descripteurs ne relèvent pas tous du didactique.

# XV. Bilan et discussion sur le modèle M2DR

---

## Objectifs du chapitre

Avant d'aborder la troisième et dernière partie de ce manuscrit, nous réalisons dans ce chapitre un bilan des différents éléments mis en place jusqu'à maintenant sur le modèle M2DR. Il s'agit à la fois d'une synthèse des apports du modèle M2DR, afin d'en donner une vue globale, et d'une discussion sur ses limites. Cette dernière est présentée sous forme de perspectives à court terme.

## Contenu du chapitre

<b>XV.1</b>	<b>INTRODUCTION</b>	<b>278</b>
<b>XV.2</b>	<b>DISCUSSION SUR LE MODELE M2DR</b>	<b>279</b>
XV.2.1	INDEPENDANCE AU CODEUR	279
XV.2.2	LIAISON ETP - CURRICULUM	279
XV.2.3	DESCRIPTION DIDACTIQUE D'UN ETP	280
XV.2.4	PERTINENCE D'UN MODELE EN TROIS DIMENSIONS	281
<b>XV.3</b>	<b>BILAN SUR LA DESCRIPTION DU POLE ONTOLOGIQUE D'UN ETP</b>	<b>281</b>
<b>XV.4</b>	<b>CONCLUSION</b>	<b>282</b>

## XV.1 Introduction

Dans ce chapitre nous présentons un bilan global autour de notre modèle de description didactique d'ETP. Pour cela nous discutons ses apports et ses limites. Ce modèle a été présenté puis exploité et analysé tout au long de cette deuxième partie. Les deux choix essentiels que nous avons réalisés pour le mettre en place ont été de limiter notre étude à des ressources particulières et d'utiliser une modélisation du savoir à l'aide d'un modèle praxéologique de référence (MPR). Les ressources étudiées sont des énoncés avec tâche prescrite, ils ont été définis dans le chapitre VI. C'est la modélisation du savoir, nécessaire pour la description didactique des ETP, qui a motivé le choix de la TAD, et en particulier de T4TEL, comme cadre théorique pour notre travail. Pour toute la suite de ce chapitre nous nous plaçons dans le cas où le MPR est modélisé dans T4TEL, en particulier à l'aide de générateurs de types de tâches.

Le modèle M2DR, sa validation et ses premières utilisations ont été présentées tout au long des derniers chapitres. Nous repartons de nos questions de recherche et synthétisons les apports et limites du modèle M2DR en termes de réponses à ces questions. L'enjeu premier de notre thèse est de proposer une indexation didactique de ressources pédagogiques. Nous nous concentrons sur la description des ressources et leur rattachement à un curriculum, parmi les différents éléments qui définissent un processus complet d'indexation. Les enjeux essentiels, identifiés à partir de l'état de l'art, sont synthétisés par les questions de recherche n°1 et n°2 :

**Question de recherche n°1 (modélisation du savoir)**

Quelle modélisation du savoir est adaptée à la description, univoque, d'un ETP dans le but de parvenir à une indexation didactique ?

**Question de recherche n°2 (liaison entre ressource et curriculum)**

Comment, et à quel moment du processus d'indexation, peut-on lier un ETP et un curriculum ?

Pour préciser la QR 1, nous avons défini ce qu'est une description didactique d'un ETP de la manière suivante (Chapitre 6, section 6.4) : « On appelle *description didactique du pôle ontologique d'un ETP* une description qui contient des éléments relatifs aux : savoirs mobilisés dans l'ETP (*domaine*) – prérequis nécessaires à la réalisation des tâches demandées dans la ressource ou à la compréhension des savoirs évoqués (*prérequis*) – éléments visibles utilisés pour définir l'ETP (*visuel*) – éléments matériels, tangibles ou numériques, à mobiliser pour réaliser l'ETP (*matériel*). ».

Ces éléments fixés, nous avons formulé une hypothèse de recherche :

**Hypothèse de recherche n°1 (utilisation d'un MPR)**

Un modèle praxéologique de référence (MPR), représenté dans T4TEL, est une modélisation du savoir adaptée à la description, univoque, d'un ETP dans le but de parvenir à une indexation didactique.

Nous revenons maintenant sur les principaux points soulevés par ces questions. Nous rappelons brièvement sur les apports et nous revenons sur les limites au travers de perspectives à court terme visant à pallier ces limites.

## XV.2 Discussion sur le modèle M2DR

Pour organiser cette discussion nous revenons sur les enjeux principaux identifiés, à savoir l'indépendance au codeur ; la liaison ressource – curriculum ; la description didactique d'un ETP. Dans un deuxième temps nous revenons sur l'intérêt de chacune des trois dimensions du modèle.

### XV.2.1 Indépendance au codeur

Sur la question de l'indépendance au codeur de la description d'un ETP (question de recherche 1.2), nous avons montré que, pour l'essentiel, cette indépendance est garantie. D'une part grâce à la définition précise d'un processus d'utilisation du modèle MD2R, dont certaines étapes sont des algorithmes, et d'autre part grâce à utilisation du MPR qui est un référent externe au codeur. Les deux étapes pour lesquelles des difficultés possibles ont été identifiées sont la détermination de la structure de l'ETP et la détermination de la dimension objets ostensifs de l'ETP. Avant d'envisager des pistes de remédiation nous revenons sur la méthode d'évaluation de cette indépendance au codeur. Cette évaluation a été réalisée à l'aide d'une analyse par inspection du modèle et des processus associés. Elle gagnerait à être complétée par une analyse empirique. Pour cela il faudrait pouvoir mettre en place le codage d'un corpus d'ETP par un panel représentatif de codeurs<sup>132</sup>. Une telle méthode est d'un coût<sup>133</sup> prohibitif par rapport à notre travail de thèse. Une étude de certaines étapes spécifiques de la description permettrait de réduire ses coûts. Par exemple analyser uniquement la détermination de la structure de l'ETP et/ou la liaison entre une tâche et un générateur de type de tâches du MPR et/ou la description de la dimension objets ostensifs de l'ETP. Cette approche économique a comme inconvénient de masquer l'effet d'éventuelles interactions entre les différentes étapes du processus de description d'un ETP. Afin de mieux orienter les efforts, il serait pertinent de réaliser une telle évaluation en amont de la recherche et de la mise en œuvre de solutions pour améliorer l'indépendance au codeur. Parmi les pistes, a priori, pour garantir encore mieux l'indépendance au codeur, il y a la construction d'outils et d'interfaces informatiques. Elles permettraient d'accompagner le processus de description d'un ETP avec des étapes automatisées, et d'autres où le codeur aurait à choisir parmi divers choix. Ceci demande évidemment des moyens, en matière d'ingénierie informatique et d'accompagnement par une expertise didactique et du modèle M2DR.

### XV.2.2 Liaison ETP - curriculum

Concernant la *liaison au curriculum* ETP - curriculum le mode opératoire est décrit dans le chapitre IX, section IX.3. Une première mise en œuvre, sur un exemple limité, est initiée dans le chapitre XVII. Il reste cependant à réaliser une mise en œuvre complète à partir d'un MPR et d'au moins un curriculum. Une évaluation précise des effets d'une modification de curriculum, est aussi à prévoir, au moins par la réalisation d'un test sur la base de deux versions de curriculum d'un même niveau de classe par exemple. La structuration du MPR, et plus encore

<sup>132</sup> Pour que l'évaluation ait du sens il est nécessaire que les codeurs soient formés aussi bien au modèle M2DR qu'à l'utilisation d'un modèle praxéologique de référence.

<sup>133</sup> Ce coût se définit au moins en termes de temps à y consacrer par l'expérimentateur et les codeurs. Temps de formation, de réalisation des codages, puis d'exploitation des données produites. Sans parler d'un éventuel coût financier pour rétribuer les testeurs.

sa représentation ontologique, permettent de donner une dimension raisonnable au travail à réaliser. L'utilisation proposée des valeurs des variables, pour déterminer les propriétés des types de tâches, se veut, *a priori*, économique. Un travail approfondi doit toutefois être réalisé, en particulier sur les règles d'héritage. Enfin, pour les techniques, leur description à l'aide d'ingrédients qui sont des types de tâches, permet d'interroger la faisabilité de calculs automatiques sur l'ontologie pour déterminer leur adéquation institutionnelle. Dans tous les cas, le nombre assez restreint de techniques, technologies et théories, rend le travail « à la main » raisonnable.

### XV.2.3 Description didactique d'un ETP

Nous avons défini quatre catégories de descripteurs pour caractériser la description didactique d'un ETP selon son pôle ontologique : le domaine, les prérequis, le visuel et le matériel. Nous ne revenons pas sur les prérequis pour les raisons expliquées dans le chapitre IX.

#### Description du domaine d'un ETP

La description du *domaine* d'un ETP, comme savoirs qui y sont mobilisés, est assurée par la connaissance des praxéologies qui y sont associées. Plus précisément, la dimension *tâches structure* de la description d'un ETP contient l'ensemble des tâches présentes et le type de tâches optimum de chacune d'elles. À chacun de ces types de tâches est associé, dans le MPR, une OMP simple ou complexe. L'ensemble de ces OMP constitue le domaine associé à un ETP. Cette approche soulève la question de la quantité d'informations associée à un ETP. En effet, à une tâche de l'ETP on associe son type de tâches optimum. Celui-ci peut être accompli par plusieurs techniques, elles même justifiées par plusieurs technologies, par ailleurs la tâche appartient aussi à tous les sur-type de tâches de son type de tâches optimum. Ceci est le cas pour toutes les tâches d'un ETP, et la quantité d'informations pour un ETP, uniquement pour la catégorie domaine, peut être rapidement très importante.

Ce constat implique trois pistes de réflexion. Tout d'abord, dans une institution donnée, Chevallard signale qu'il est rare que plus d'une technique subsiste. La liaison entre ETP et curricula évoquée plus tôt doit permettre de filtrer les informations associées à l'ETP en fonction de la position institutionnelle de la personne à qui ces informations sont données. Ceci est d'autant plus facilité que le MPR est représenté dans une ontologie à laquelle les informations institutionnelles ont été intégrées. La deuxième piste est d'interroger la pertinence d'associer à l'ETP l'ensemble des types de tâches auxquels une tâche appartient. Est-il par exemple suffisant de choisir les ascendants de 1<sup>er</sup> et 2<sup>e</sup> niveau du type de tâches optimum ? Enfin, la troisième piste est de réduire le nombre de types de tâches associés à un ETP. Nous avons montré dans le chapitre XII, sur plusieurs exemples, comment envisager une telle réduction. Cela peut se faire, par exemple, en cherchant le type de tâches pivot de tous les types de tâches optimum d'un même générateur.

Il est difficile de préjuger de la pertinence des deuxième et troisième pistes. Celle-ci ne pourra être évaluée que relativement à des situations d'exploitation du modèle M2DR, par exemple dans le cas de recherche de ressources. Nous retenons que le modèle M2DR offre une description large et précise des éléments du domaine, associés à un ETP. Nous avons aussi évoqué quelques perspectives pour adapter la richesse de cette description en fonction des objectifs poursuivis, mais cela nous place dans le champ de l'utilisation du modèle M2DR et non plus de son analyse.

### Description du visuel d'un ETP

Les éléments de la catégorie visuel sont accessibles à partir de la description des tâches de l'ETP. Certains sont présents dans le complément définitoire, les autres dans le complément facultatif. L'interprétation de ces éléments, par exemple en se fondant sur les différents descripteurs issus des travaux du focus group, demande de mettre en place un travail spécifique qui n'est pas réalisé pour le moment.

### Description du matériel d'un ETP

Rappelons que voulons caractériser les éléments matériels, tangibles ou numériques, à mobiliser pour réaliser l'ETP. Ces éléments sont disponibles dans la description des tâches. Nous n'avons pas, à ce stade de notre travail, de moyen spécifique pour les identifier. La définition d'une liste de matériels présents dans les ETP dans laquelle effectuer une recherche pour particulariser certains éléments de la description des tâches est une première source d'information.

Un deuxième moyen d'identifier certains matériels dépend de la construction du système de variable du MPR. Par exemple, pour un générateur de types de tâches défini par le verbe d'action et le complément fixe « tracer un triangle équilatéral », il est possible de définir une variable « Matériels » avec comme exemples de valeurs : règle graduée ; règle non graduée et compas ; logiciel de géométrie dynamique ; etc. L'information sur le matériel associé à l'ETP sera alors présente dans le type de tâches optimum de la tâche.

## XV.2.4 Pertinence d'un modèle en trois dimensions

À partir de l'étude de différents exemples et grâce au travail de liaison entre descripteurs et dimensions du modèle dans le focus group, nous pouvons affirmer que les trois dimensions du modèle M2DR sont à la fois utiles et nécessaires. La dimension *tâches et structure* est la première brique de la description et est en particulier le premier moyen d'associer l'ETP à différents éléments de savoir du domaine. Son rôle a été mis en évidence dans les sections précédentes.

La dimension *objets ostensifs* permet d'enrichir la description de l'ETP avec des éléments des tâches qui ne sont plus présents quand on définit le type de tâches optimum de la tâche. Nous avons pu constater dans les différents exemples du chapitre XII que ces objets ostensifs ont des fonctions diverses. Dans les ETP étudiés ils servent en particulier à expliciter des relations entre les tâches. L'étude d'autres ETP, y compris dans d'autres domaines que l'algèbre élémentaire, permettrait de produire une classification des fonctions possibles des éléments de la dimension *objets ostensifs*. Une autre piste de réflexion par rapport à cette dimension est d'étudier l'intégration, plus importante, des objets ostensifs dans les MPR et dans T4TEL en général. Il s'agit d'un des aspects de la thèse en cours de Kaspary.

La dimension *relations entre les tâches*, parfois en lien avec la structure de l'ETP, permet de faire émerger une possible classification d'ETP. Par exemple autour de la présence, ou non, des relations « est utile à » ou « est un ingrédient de » dans l'ETP. Nous avons aussi constaté qu'elle permet de proposer une vision synthétique d'un ETP autour d'un petit nombre de types de tâches à partir de la relation « être une variation de pivot xx ».

## XV.3 Synthèse de la description du pôle ontologique d'un ETP

Nous reprenons maintenant la figure récapitulant les éléments de description obtenus à partir du modèle M2DR présentée dans la conclusion du chapitre XIII et nous l'enrichissons

## Bilan et discussion sur le modèle M2DR

d'éléments complémentaires. Nous spécifions l'informations disponible sur un ETP décrit à l'aide de M2DR et les moyens de l'obtenir.

Dimension tâches et structure	<ul style="list-style-type: none"><li>• Structuration de l'ETP</li><li>• Ensemble des tâches décrites par l'action à réaliser et le complément définitoire</li></ul>
Dimension objets ostensifs	<ul style="list-style-type: none"><li>• Ensemble des objets ostensifs présents dans les compléments facultatifs des tâches</li></ul>
Dimension relations entre les tâches	<ul style="list-style-type: none"><li>• Le type de tâches optimum de chaque tâche</li><li>• Pour chaque tâche, ensemble des relations la liant aux autres tâches</li></ul>
Ensemble des types de tâches contenant une tâche $t$	<ul style="list-style-type: none"><li>• Il s'agit de l'ensemble des types de tâches dont <math>T_{opt}(t)</math> est un sous-type de tâches.</li><li>• Cet ensemble s'obtient à partir de <math>T_{opt}(t)</math> grâce à la structuration des variables.</li><li>• Quand elle est disponible la représentation ontologique du MPR contenant <math>T_{opt}(t)</math> permet d'obtenir facilement cet ensemble.</li></ul>
Adéquation institutionnelle de la tâche $t$	<ul style="list-style-type: none"><li>• Elle est définie par l'adéquation institutionnelle de <math>T_{opt}(t)</math>.</li><li>• Elle s'obtient à partir des informations institutionnelles ajoutées aux valeurs des variables dans RepOnt_1.</li></ul>
Informations sur les praxéologies personnelles pouvant être incitées par la tâche	<ul style="list-style-type: none"><li>• Il s'agit d'une ou plusieurs praxéologies personnelles dont la tâche peut inciter la mise en oeuvre.</li><li>• Cette information est obtenue à partir d'informations associées aux valeurs des variables dans le MPR.</li></ul>

Figure XV-1 : éléments associés à un ETP après sa description à l'aide du modèle M2DR

## XV.4 Conclusion

La description d'un ETP à l'aide du modèle M2DR permet donc bien de disposer d'informations sur les domaines en jeu dans l'ETP, les éléments visuels et les éléments matériels de l'ETP. Selon les objectifs poursuivis, divers traitements des informations issues des trois dimensions du modèle M2DR, sont envisageable pour obtenir des informations plus spécifiques. Ce constant, ainsi que le rôle central du MPR, analysé dans le chapitre IX (section IX.5), permettent de valider notre hypothèse de recherche n°1.

Nous disposons donc maintenant des éléments essentiels, en termes de description didactique d'un ETP. Cette description fournit une base solide à l'indexation didactique de ces ressources. Pour y parvenir il faut encore un travail sur l'articulation avec des éléments de description non didactiques (source, auteur, etc.) et répondre à des questions techniques spécifiques à l'indexation (format des métadonnées, modes de représentations et de stockage, etc.). Nous n'aborderons pas ces aspects dans notre travail.

L'intérêt de disposer de ressources indexées est que l'utilisateur de ces ressources puisse trouver les bonnes au bon moment. Il est donc nécessaire d'envisager selon quels critères ces ressources peuvent être recherchées. C'est cet aspect que nous abordons dans les deux chapitres suivants.

## 3<sup>ème</sup> partie : intentions didactiques et pôle fonctionnel d'un ETP

La recherche et de la recommandation de ressources est un vaste domaine. Nous le limitons en nous intéressant à la recherche et à la recommandation d'une ressource pédagogique à partir d'un projet d'utilisation. Ceci nous amène à caractériser le pôle fonctionnel d'une ressource ; c'est-à-dire définir à quoi une ressource peut servir. Nous avons, en ce sens, formulé une dernière question de recherche qui n'a pas été abordée jusqu'à maintenant.

### **Question de recherche n°4 (pôle fonctionnel d'un ETP)**

Le modèle M2DR intègre-t-il, ou permet-il de déduire, des éléments de caractérisation du pôle fonctionnel d'un ETP ?

C'est cette question que nous abordons par le moyen des intentions didactiques, dans cette troisième et dernière partie de ce manuscrit. Nous fournissons de premières pistes pour l'association entre intentions didactiques et ETP.



# XVI. Les intentions didactiques

---

## Objectifs du chapitre

Dans ce chapitre nous mettons en place un premier moyen de décrire un ETP selon son pôle fonctionnel. Pour cela nous modélisons les intentions didactiques en lien avec un ETP, après avoir réalisé un état de l'art sur le concept. Ceci permet en particulier de faire émerger la notion d'étayage dans un ETP, cette notion est ensuite illustrée par l'analyse de quelques ETP.

## Contenu du chapitre

<b>XVI.1</b>	<b>INTRODUCTION</b>	<b>286</b>
<b>XVI.2</b>	<b>LA THEORIE DE L'INTENTIONNALITE DIDACTIQUE</b>	<b>286</b>
<b>XVI.3</b>	<b>AUTRES TRAVAUX DE DIDACTIQUE AUTOUR DES INTENTIONS DIDACTIQUES</b>	<b>289</b>
<b>XVI.4</b>	<b>INTENTIONS DIDACTIQUES, TAD ET ETP</b>	<b>291</b>
<b>XVI.5</b>	<b>DEFINITION D'UNE INTENTION DIDACTIQUE RELATIVE A UN ETP</b>	<b>297</b>
<b>XVI.6</b>	<b>LES INTENTIONS DIDACTIQUES ET LES ETP DECRITS DANS M2DR</b>	<b>299</b>
<b>XVI.7</b>	<b>CONCLUSION</b>	<b>302</b>

## XVI.1 Introduction

La notion d'Intentionnalité est un élément clé en phénoménologie<sup>134</sup> et dans la philosophie de la connaissance<sup>135</sup> du XX<sup>e</sup> siècle. Notre propos n'est pas ici de revenir sur les différents courants et sur les évolutions ou nuances entre philosophes ; le lecteur intéressé trouvera une entrée en matière sur ce thème dans les pages Wikipédia qui leur sont consacrées. Si nous débutons ce chapitre par ce renvoi, c'est que c'est toujours du côté de la philosophie qu'a été tenté un rapprochement entre « l'intentionnalité [et] le concept linguistique d'intensionnalité (avec un S) »<sup>1</sup>. La même page Wikipédia signale alors que « ce rapprochement a été critiqué, notamment par John Searle<sup>136</sup>. En effet, l'intensionnalité est un critère linguistique qui concerne un certain type de propositions dont le sens n'est pas d'ordre « extensif » ; tandis que l'intentionnalité désigne en phénoménologie le mouvement de la conscience qui fonde la possibilité des phénomènes<sup>137</sup> ». Or, il se trouve que c'est sur les travaux de John Searle (Searle, 1985) que Jean Portugais (Portugais, 1998) s'est appuyé pour esquisser son modèle des intentions didactiques, ou plus précisément « [il a] emprunté plusieurs mots à John Searle, mais pas toujours la théorie qu'il a construite avec ces mots et autour de ces mots » (*ibid.*, p. 57). Un peu plus loin, il signale « [qu'il a] plutôt cherché des moyens de faire parler la réalité didactique en important quelques concepts (non d'ailleurs sans les dénaturer au passage) ; on jugera à l'usage si ces ajouts sont utiles ». Pour notre part, nous laissons à Jean Portugais la responsabilité de ses choix et interprétations ; nous ne les contestons pas et nous nous appuyons dessus pour la suite de notre travail.

Dans ce chapitre, nous commençons par présenter succinctement les travaux de Portugais puis nous examinons et situons par rapport à ces travaux les quelques définitions et usages du terme *intention didactique* trouvés dans la littérature didactique française. Enfin, nous situons ces différents apports relativement à la TAD et examinons les concepts de la TAD pour lesquels il nous semble possible de tisser un lien avec la notion d'intentions didactiques. Dans un deuxième temps, nous donnons un exemple de l'utilisation de ce concept dans le domaine des EIAH, en particulier au travers de deux modèles qui en sont issus. Nous concluons sur une définition d'intentions didactiques que nous utilisons dans la suite de notre travail.

## XVI.2 La théorie de l'Intentionnalité<sup>138</sup> didactique

La question des intentions didactiques, situées au sein d'une théorie de l'Intentionnalité didactique, a été explorée de façon approfondie par Jean Portugais, il conclut même sa contribution au livre *Le cognitif en didactique des mathématiques* (Conne & Lemoyne, 1999) en affirmant que « La théorie de l'Intentionnalité didactique propose de faire un nouveau saut dans la complexité : il s'agira de passer d'un modèle *sujet × situation* à un modèle *sujet × situation × Intentionnalité* » (Portugais, 1999). Il estime en effet que « le modèle de

---

<sup>134</sup> [https://fr.wikipedia.org/wiki/Phénoménologie\\_\(philosophie\)](https://fr.wikipedia.org/wiki/Phénoménologie_(philosophie))

<sup>135</sup> <https://fr.wikipedia.org/wiki/Intentionnalité>

<sup>136</sup> Là encore, le lecteur curieux d'en apprendre plus sur ce philosophe trouvera une entrée en matière sur la page [https://fr.wikipedia.org/wiki/John\\_Searle](https://fr.wikipedia.org/wiki/John_Searle)

<sup>137</sup> Voir par exemple : Husserl, 1985, *Idées directrices pour une phénoménologie*, Paris, Gallimard, collection « Tel ».

<sup>138</sup> Nous nous conformons à l'usage de Jean Portugais en matière d'utilisation des majuscules sur certains mots. Il explique dans une note de bas de page que cet usage « n'est pas pour les ennoblir, mais pour bien marquer l'usage technique [qu'il fait] de ces termes. » (Portugais, 1999, p.73)

l'intentionnalité du didactique cherche à ouvrir sur un espace de possibles qui, [lui] semble-t-il, ne fait pas partie des domaines de réalité explorés par les trois principales théories actuelles, à savoir : la théorie des situations didactiques, la théorie de la transposition didactique et la théorie des champs conceptuels. Ce domaine est celui des intentions didactiques, c'est-à-dire l'espace des décisions et des projets individuels ou sociaux reliés au projet d'enseignement des mathématiques » (Portugais, 1999, p. 73). Nous revenons maintenant rapidement sur cette théorisation. Sa construction est présentée en deux temps, tout d'abord dans (Portugais, 1998) puis dans (Portugais, 1999) après enrichissements suite à la première présentation. Nous ne reprenons pas l'intégralité des éléments présentés mais essayons d'en extraire l'essentiel relativement à nos objectifs.

Dans son *Esquisse d'un modèle des intentions didactiques* (Portugais, 1998), l'auteur commence par préciser la place de l'intention didactique dans les trois grands cadres théoriques de la didactique française. Il estime que, pour la théorie des situations didactiques, l'intention est un objet qui caractérise une frontière. Il cite Brousseau « à la fin de l'enseignement, le système enseigné sera supposé pouvoir faire face, à l'aide du savoir appris, à des systèmes dénués d'intentions didactiques » (Brousseau, 1986, p. 89 cité par Portugais (1998, p. 59)) et explique que « la *théorie des situations didactiques* caractérise la situation adidactique par la disparition des intentions » (Portugais, 1998, p. 59). Ainsi, dans la TSD la « notion d'intention didactique est utilisée pour désigner les intentions que le professeur a en tant qu'organisateur du milieu adidactique » (*ibid.*, p. 60). Concernant la TAD, qui est nommée *théorie institutionnelle* dans le texte de Portugais, il est question des *intentions de l'institution didactique*. Pour appuyer son propos, il cite Chevallard : « Une intention formatrice apparaît lorsque x s'impose, ou se voit imposer, de s'assujettir à une institution déterminée, I, afin d'entrer par là en contact avec une certaine œuvre O, dont I est l'un des habitats » (Chevallard, 1995, p.18 cité par Portugais, 1998, p. 60). Enfin, dans « la *théorie des champs conceptuels* (...), on retrouve la notion d'intention en tant que composante du schème » (*ibid.*, p. 61). Ce premier travail d'analyse de la place de l'intention didactique dans la didactique amène Portugais à signaler que l'on peut « distinguer les intentions didactiques ayant un caractère social ou institutionnel (...), des intentions didactiques ayant un caractère plus restreint, lié au fonctionnement de l'enseignement effectif » (*ibid.*, p. 60) et d'ajouter, un peu plus loin, les « intentions du sujet cognitif, ce qui est bien différent des intentions du sujet élève ou du sujet professeur, car les intentions qui font partie d'un schème ont un caractère très privé, décisionnel et opératoire (...) » (*ibid.*, p.61).

Ainsi Portugais propose une première classification, qu'il qualifie de très frustre, « des différentes couches d'intentions que la didactique va rencontrer » dont nous reproduisons les grandes lignes :

«

1° au niveau cognitif (infradidactique), par exemple lorsqu'il s'agit de prendre en compte le fonctionnement cognitif de l'enfant résolvant un problème de mathématique (...)

2° au niveau microdidactique, par exemple à l'échelle d'une situation, la modélisation du système didactique rencontre sans cesse la question des intentions des maîtres et des élèves (...)

3° au niveau macrodidactique, par exemple à l'échelle d'une séquence organisée des situations didactiques, une ingénierie, des questions relatives à l'intention didactique refont sans cesse surface conjointement aux questions du sens (...)

4° au niveau de la noosphère et du système d'enseignement, on rencontre fatalement la question de l'intention en terme de projet social d'enseignement. Les études de la transposition didactique nous ont appris plusieurs des effets sur le savoir que cette intention sociale d'enseigner produit. » (*ibid.*, pp. 61-62).

C'est à partir de cette première structuration que Portugais va produire « trois ordres de choses relatives à la question de l'intention en didactique : l'*Intentio*, l'*Intentionnalité* et les *intentions didactiques* » (Portugais, 1999, p. 73). Nous les présentons pour conclure cette rapide présentation du travail de Portugais en signalant que l'auteur insiste « sur le fait que ces trois ordres de choses sont à la fois solidaires et mutuellement dépendants » (*ibid.*, p. 74) et qu'il a ensuite réalisé « un développement théorique (...) sur la base de ces trois ordres » (*ibid.*, p. 74). Comme nous ne le reprenons pas dans notre travail, nous ne le présentons pas plus avant, le lecteur intéressé trouvera plus de précisions dans Portugais (1998). Les trois ordres de choses sont donc définis ainsi<sup>139</sup> :

« L'*Intentio* (notée  $I_0$ ) désigne l'intention didactique du système d'enseignement à l'endroit des objets de savoir et du sens de ces objets de savoir. L'*Intentio* se caractérise de quatre manières : par le travail institutionnel sur le savoir mathématique, par la volonté d'orienter le rapport institutionnel au savoir mathématique, par l'existence d'injonctions sociales qui décrivent le genre de relation que l'élève et le maître vont devoir avoir avec les savoirs et enfin par toute condition appréhendée de fonctionnement de certains savoirs. Lorsque l'on rencontre ces caractéristiques, il s'agit donc d'*Intentio*.

L'*Intentionnalité* (notée  $I$ ) est le mécanisme fondamental qui met en rapport le sujet avec le monde ; c'est une machine productrice d'états et d'actions intentionnels. Il s'agit donc de quelque chose de beaucoup plus large que les intentions (qui n'en sont qu'un cas particulier). Deux caractéristiques fondamentales de l'*Intentionnalité* doivent être rappelées : elle est commune aux états mentaux et aux actions et elle n'est ni spécifique de la conscience ni spécifique de la volonté. Enfin, il faut souligner le fait que l'*Intentionnalité* possède la propriété particulière d'engendrer des événements (causalité intentionnelle).

Les *intentions didactiques* (notées  $i$ ) sont la part actualisée de l'*Intentionnalité* qui va chercher à déterminer le bon fonctionnement des problèmes à résoudre, des situations, de la dévolution et de

---

<sup>139</sup> La citation est longue mais elle se veut déjà une synthèse réalisée par Portugais, il nous paraît difficile de la réduire sans risquer de dénaturer le propos.

*l'institutionnalisation. Il s'agit des intentions qui sont en jeu dans une situation didactique donnée. » (Portugais, 1999, pp. 73-74)*

Plus précisément, il parvient à cette définition de ce qu'est une intention didactique :

*« Le maître est comptable devant l'institution de la gestion du sens des concepts mathématiques qu'il doit enseigner. L'Intention est relative à la part sociale de cette responsabilité. Mais dans leurs rapports à toute chose et à tout événement, le maître et l'élève sont chargés d'intentionnalité : ils ont des volontés, des désirs, des croyances et des intentions. Parmi cet échec intentionnel, le maître a l'obligation sociale de réaliser un certain nombre d'intentions didactiques qui porteront sur le savoir : ie sur les gestes que les élèves devront poser, sur les écritures qu'ils devront utiliser, etc. » (Portugais, 1998, p. 69)*

Cette théorie de l'intentionnalité de Portugais étant brièvement présentée, nous nous intéressons maintenant à d'autres travaux de la didactique qui, sans viser à une théorisation telle que celle entreprise par Portugais, utilisent, et parfois définissent un peu, le terme d'intention didactique.

### XVI.3 Autres travaux de didactique autour des intentions didactiques

Nous n'avons pas connaissance de travaux, dans le champ de la didactique des mathématiques, qui reprennent et prolongent explicitement les travaux de Portugais. Cependant, divers auteurs utilisent le terme d'intention didactique. Le travail le plus conséquent que nous avons identifié à ce propos est celui de Sensevy, prolongé par d'autres auteurs, qui se situe dans le cadre de la théorie de l'action conjointe en didactique<sup>140</sup> (TACD). Dans son texte, Sensevy (2010) s'appuie sur les travaux de Baxandall, historien de l'art qui a interrogé la question de l'intention dans l'art. De même que nous avons laissé à Portugais la responsabilité de sa lecture de Searle, nous laissons à Sensevy celle de la lecture de Baxandall et reprenons ses citations sans les critiquer. Le point de vue proposé par Sensevy est que « [la compréhension] de l'action de quelqu'un, cela signifie en particulier comprendre son intention. Comprendre cette intention, ou ce système d'intentions, ce n'est pas certes comprendre forcément toute son action (en particulier ses conséquences), mais c'est en comprendre une partie essentielle ». (*ibid*, p. 147) Un peu plus loin, il précise que dans son texte « les intentions sont considérées comme toujours plus ou moins partagées et toujours plus ou moins externes à l'individu » (*ibid*, p. 147). Pour Sensevy, le temps de l'intention didactique est en amont de la situation, qui elle est le temps de l'action didactique, ainsi il cite Baxandall :

*« « Lorsque je parle d'intentions, je ne parle ni d'un état psychologique assignable à un individu, ni même d'un ensemble d'évènements qui auraient pu se produire, à un moment donné, dans le cerveau de Baker ou de Picasso et à partir desquels – s'il m'était possible de les connaître*

<sup>140</sup> Nous ne le développons pas ici mais il y a un intéressant article de Venturini qui interroge la place de l'intentionnalité dans la TACD et l'opportunité qu'il y aurait à examiner les liens entre la TACD et la théorie de l'activité. Le lecteur intéressé se référera à (Venturini, 2012).

– je pourrais interpréter le pont sur la Forth ou le Portrait de Kahnweiler... **L'intention, c'est l'aspect "projectif" des choses**<sup>141</sup>. Il ne s'agit donc pas de reconstituer l'état d'esprit dans lequel a pu se trouver, à un moment donné, tel ou tel individu, mais de comprendre les conditions d'apparition d'un objet » (Baxandall, 1991, p.80). Notons dès à présent l'importance de « trois termes qui doivent me permettre de reconstituer une situation » (*the triangle of re-enactment*) : il y a une situation donnée (premier terme), un problème né de cette situation (second terme), et l'objet-solution (troisième terme). Donc, pour expliquer l'histoire d'un objet (le pont sur la Forth ou un tableau), « on peut tenter de voir en lui la solution d'un problème lié à une situation donnée, en tâchant de retrouver les liens logiques existant entre ces trois termes » (Baxandall, 1991, p.69). » (Sensevy, 2010, p.148-149)

Chevallard et Cirade définissent l'intention didactique dans ce passage : « Ce que la didactique a étudié d'abord, ce sont les conditions et contraintes créées parce qu'on nomme le didactique, ensemble des « faits et gestes » personnels ou institutionnels inspirés par une intention didactique, soit une intention de faire qu'une personne ou une institution rencontre un certain contenu praxéologique » (Chevallard & Cirade, 2010, p. 42), l'intention est ici synonyme de but et est associée à l'étude d'une praxéologie. Elle n'est pas définie de manière plus précise dans le texte. C'est une idée similaire qui est exprimée par Margolinas et Wozniak quand elles signalent qu'« un des problèmes praxéologiques du professeur est donc de « préparer son cours » avant de « faire le cours », c'est-à-dire d'en organiser l'étude. Il s'agit alors pour le professeur de répondre à la question : Comment organiser l'étude d'un objet de savoir (mathématique) pour, et dans, la classe ? » (Margolinas & Wozniak, 2010, p. 234). Tout comme Sensevy, elles situent la question de l'intention didactique dans la temporalité amont de l'action « avant de « faire le cours » », par ailleurs, elles lient l'intention à l'action de « préparer son cours ».

Enfin, Houdement (1999) utilise dans son article les termes *intention mathématique* et *intention didactique*. Dans son texte, l'intention mathématique n'est pas explicitement définie mais elle semble être ce qui permet de caractériser un *problème mathématique*, à savoir le contenu mathématique qui est visé. On retrouve en ce sens l'idée du contenu praxéologique à travailler cité par les auteurs précédents. Un peu plus loin dans le texte, elle propose une brève idée de ce que peut être une intention didactique comme « celle de vouloir activer certaines notions ou de préparer la construction de nouvelles notions » (*ibid.*, p. 60). Ainsi, Houdement semble distinguer une intention mathématique, qui répondrait à la question du « quoi travailler ? » et une intention didactique qui répondrait à la question de « pourquoi travailler ? ».

Dans les travaux précédemment cités, on peut noter que les auteurs situent l'intention dans une temporalité du avant par rapport à l'action, ceci est une restriction par rapport à Portugais qui propose « l'étude du maître en situation » avec un questionnement sur « le rôle et le fonctionnement intentionnel du maître : que veut-il lorsqu'il dit ceci ou cela ? (...) En proposant telle tâche aux élèves, avait-il l'intention d'orienter le travail de telle ou telle manière ? (...) Ainsi,

---

<sup>141</sup> Le gras est introduit par nous.

on ne s'intéresse plus seulement aux intentions au sens courant (avoir une intention c'est avoir prémédité une action en fonction de ses effets sur les choses ou les êtres), mais d'un sens beaucoup plus large de l'intention (...). » (Portugais, 1998, p. 58). En ce sens Portugais est en accord avec Searle, dont Pacherie signale qu'il « propose une distinction entre deux types d'intentions qu'il nomme *intentions dans l'action* et *intentions antérieures*. Dans sa terminologie, une « *intention antérieure* » correspond à la représentation initiale de l'objectif de l'action avant le commencement de l'action, alors qu'une *intention en action* est la cause immédiate de la chaîne physiologique conduisant à un comportement observable »<sup>142</sup> (Pacherie, 2007, p. 160)<sup>143</sup>.

Nous avons présenté ce qui est, à notre connaissance, la seule théorisation de la notion d'intention didactique, et quelques cas où cette notion est utilisée, sans toutefois être au cœur du travail. Nous retenons la complexité du concept d'intention en général (son inscription dans des temporalités différentes, ses dimensions individuelles et collectives, sa part « consciente » et « subie » ; et surtout l'intrication entre ces différents niveaux) et du concept d'intention didactique en particulier. Nous n'ambitionnons nullement de construire une théorie supplémentaire ou d'unifier les différentes approches. Nous nous contentons de définir ce que peut être cette notion d'intention didactique, dans l'objectif de caractériser le pôle fonctionnel d'un ETP. Ceci est l'objet de la section suivante.

#### XVI.4 Intentions didactiques, TAD et ETP

Dans cette section, nous nous recentrons sur notre objet d'étude que sont les ETP. C'est donc relativement à des ETP, que nous élaborons notre propre définition d'une intention didactique. Nous commençons par présenter les trois caractéristiques principales pour définir une intention didactique. Elles résultent de notre analyse des travaux présentés dans les sections précédentes. Cette première étape, nous amène à déterminer quatre éléments permettant de modéliser une intention didactique en lien avec un ETP. Nous précisons la définition de ces éléments avec des notions issues de la TAD, complétées par la notion d'étayage. Nous retenons donc trois éléments essentiels des travaux précédemment étudiés : une intention est *définie relativement à, ou dans, une ou des institutions* (c'est l'Intention de Portugais) ; une intention doit être *située temporellement* ; une intention didactique porte sur *un objet de savoir et les modalités de son étude*.

Par rapport aux *institutions*, dès la description de la genèse d'un ETP (chapitre VIII, section VIII.2), nous avons signalé que l'auteur de l'ETP est assujéti à diverses institutions lors de la construction de l'ETP ; l'Intention est donc bien présent dans un ETP. Cette détermination du rapport au savoir, et même à la discipline mathématique, voulue par l'institution peut avoir un effet sur la présence de certains ostensifs dans la définition des tâches. Elle apparaît dans les compléments facultatifs des tâches de l'ETP. Reprenons, à titre d'exemple, l'ETP « corde à nœuds » que nous reproduisons sur la Figure XVI-1 (p. 292). Nous analysons la présence de

<sup>142</sup> Searle (1983) proposes a distinction between two types of intentions, what he calls intentions-in-action and prior intentions. In his terminology, a "prior intention" corresponds to the initial representation of the goal of the action prior to the initiation of the action, whereas an intention in action is the proximal cause of the physiological chain leading to overt behavior.

<sup>143</sup> Pacherie travaille de son côté sur la distinction entre intention individuelle (*I-intention*) et intention collective (*we-intention*). Nous n'approfondissons pas la présentation de ses travaux mais ils participent à montrer la complexité et la diversité des points de vue qui concernent cette notion d'intention.

l'ostensif graphique « Egyptien » et de l'ostensif textuel « elle permet aux maçons, par exemple, (...) » comme un effet de l'Intentio. Il s'agit d'une conformation au rapport à la discipline *mathématique*, souhaitée par l'institution scolaire française (mathématiques utiles au monde et mathématiques ancrées dans l'interdisciplinarité). La dimension institutionnelle, séminale dans la TAD, assure un premier lien entre TAD et théorie de l'intentionnalité. Cet aspect pose donc la question de l'adéquation d'un ETP à une ou des institutions. Pour la part de l'institution qui est caractérisée par un ou des curricula, nous avons déjà expliqué précédemment le lien entre ETP et curriculum. Concernant l'adéquation à des aspects de l'institution caractérisés par d'autres éléments que le curriculum, la dimension objets ostensifs du modèle M2DR peut permettre d'y répondre au moins partiellement, mais nous ne sommes pas en mesure de proposer une approche systématique de cette question.

**76** La corde à treize nœuds

Cette corde est constituée de 13 nœuds régulièrement espacés. Positionnée en forme de triangle, elle permet aux maçons, par exemple, de vérifier qu'un mur est vertical au sol. Vérifier que, sur le schéma, le triangle est rectangle.

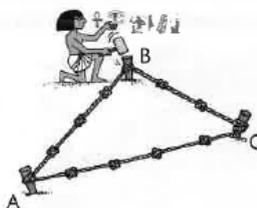


Figure XVI-1 : ETP "corde à nœuds".

La *deuxième dimension* que nous avons fait ressortir des différents travaux autour de l'intention est la question de la *temporalité* dans laquelle situer l'intention. Notre travail de description d'un ETP doit permettre, *in fine*, sa recommandation. Nous situons cette phase de recommandation basée sur une intention, *a priori* dans le temps amont de l'action d'enseignement. Ceci questionne donc la manière dont cette ou ces intentions sont formulées et le lien à opérer entre intention et description d'un ETP dans M2DR. C'est l'objet de la section XVI.5 de ce chapitre.

Enfin la *troisième dimension* mise en évidence est le fait qu'une *intention didactique porte nécessairement sur un objet de savoir mathématique*. Or, dans le cadre du modèle M2DR, nous utilisons une modélisation du savoir sous forme d'un MPR, dont nous avons mis en exergue le rôle central dans le chapitre IX. La description de l'ETP étant construite autour de ce MPR, le lien avec la définition du savoir à travailler dans l'intention est assuré. Pour cela, il est nécessaire de formuler le savoir visé sous forme d'éléments d'une ou plusieurs praxéologies lors de la définition de l'intention. À cette troisième dimension qui porte sur l'objet de savoir à travailler, nous ajoutons deux aspects qui viennent préciser le travail à réaliser : la nature de ce travail et les moyens pour réaliser ce travail. La nature, décrite d'une manière naïve pour le moment, est par exemple découvrir, approfondir, s'entraîner, etc. Les moyens précisent si ce travail est guidé, aidé, avec indices, etc.

Ceci nous amène à caractériser une intention didactique, en lien avec un ETP, à partir de quatre éléments : le savoir à travailler ; la nature du travail à réaliser sur ce savoir ; les moyens mis en œuvre pour réaliser ce travail ; le cadre institutionnel qui fixe l'habitat de ce savoir. Pour spécifier ces quatre éléments, nous examinons maintenant les outils théoriques de la TAD disponibles.

### Caractérisation du savoir à travailler dans une intention didactique portant sur un ETP

Pour caractériser le savoir à travailler, nous disposons déjà de la modélisation du savoir dans un MPR. Elle a été présentée et exploitée dans les chapitres précédents. Nous y ajoutons l'échelle de codétermination qui va nous permettre, en amont du MPR, de situer « l'ampleur » du savoir à étudier. L'échelle de codétermination du didactique, mise en évidence par Chevallard (Figure XVI-2, p. 293), permet de situer les différents niveaux qui déterminent un savoir à travailler / à enseigner. Ainsi, un type de tâches particulier est un sujet d'étude, mais si on réunit un ensemble de types de tâches qui vont être résolus par un ensemble de techniques, qui sont justifiées par une même technologie, on obtient alors un thème d'étude. Puis l'amalgamation de plusieurs thèmes d'études, réunis par une théorie commune, va définir un secteur d'étude. La poursuite de ce processus va permettre de définir des domaines (l'algèbre, la géométrie, l'analyse, par exemple) qui vont eux-mêmes caractériser une discipline (les mathématiques). Au-delà de la discipline, divers considérants, issus de la noosphère, vont influencer sur les savoirs à enseigner et la manière de le faire. Un ETP ne mobilise que des éléments situés au niveau du sujet, nous ne nous intéressons donc qu'à des intentions relatives au sujet. Répondre à des intentions qui visent des praxéologies situées au niveau du thème peut, au moins en partie, se matérialiser par la construction de parcours d'apprentissage / scénario d'enseignement. Si nous n'explorons pas cette piste, notons toutefois que cela nécessite généralement d'organiser entre elles des ressources, notamment de type ETP.

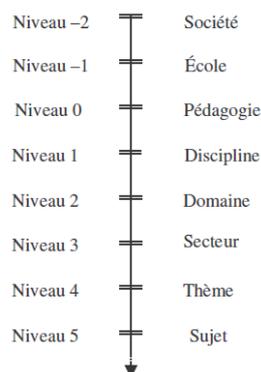


Figure XVI-2 : échelle des niveaux de codétermination du mathématique et du didactique (Chevallard, 2002b, p.50)

### Caractérisation de la nature du travail à réaliser dans une intention didactique portant sur un ETP

Nous avons décrit (chapitre 5) la façon dont, dans les manuels scolaires, un adjectif est souvent accolé au terme exercice (de découverte, d'entraînement, d'approfondissement, etc.). Ceci vise à caractériser la nature du travail sur le savoir qui est porté par les exercices en questions. Ce vocabulaire est cependant mal défini. Dans le cadre de la TAD, il est proposé une catégorisation des manières de travailler (dont doit être travaillée) une organisation mathématique. Il s'agit de ce que Chevallard (1998, 2002a) a appelé les *moments de l'étude*. C'est cette approche que nous retenons pour caractériser la nature du travail à mener dans une intention didactique. Nous en donnons les grandes caractéristiques dans les lignes suivantes. Six moments relatifs au travail d'une OM sont définis. Le début de la citation qui les présente contient une précision, qui nous semble fondamentale, sur l'aspect non chronologique de ces moments :

« On suppose, pour répondre, que l'organisation mathématique à mettre en place a la structure la plus simple possible : qu'elle est, à l'instar des organisations praxéologiques évoquées jusqu'ici, une organisation mathématique ponctuelle,  $O = [T / \tau / \theta / \Theta]$ , formée autour d'un unique type de tâches,  $T$ . Le tableau ci-après présente alors un modèle qui distingue six moments de l'étude, réunis en quatre groupes, dans un ordre dont on a dit qu'il n'implique aucune consécution temporelle nécessaire. Pour chacun des groupes on a placé en outre, entre parenthèses, une traduction « structurelle », qui n'épuise en rien les dispositifs en lesquels les moments de l'étude correspondants peuvent se concrétiser, puisqu'il n'existe pas de relation univoque entre structures et fonctions.

Groupe I (Activités d'étude et de recherche [AER])

1. Moment de la (première) rencontre avec  $T$  ;
2. Moment de l'exploration de  $T$  et de l'émergence de la technique  $\tau$  ;
3. Moment de la construction du bloc technologico-théorique  $[\theta / \Theta]$ .

Groupe II (Synthèses)

4. Moment de l'institutionnalisation.

Groupe III (Exercices & problèmes)

5. Moment du travail de l'organisation mathématique (et en particulier de la technique).

Groupe IV (Contrôles)

6. Moment de l'évaluation.

» (Chevallard, 2002a, p.14)

Une présentation plus détaillée, que nous ne reprenons pas ici, de ces différents moments est proposée dans (Chevallard, 1998, pp. 109-113). Par contre, nous revenons sur la conclusion de cette présentation :

« le modèle des moments de l'étude a, pour le professeur, deux grands types d'emplois. Tout d'abord, il constitue une grille pour l'analyse des processus didactiques. Ensuite, il permet de poser clairement le problème de la réalisation des différents moments de l'étude. Comment par exemple réaliser concrètement la première rencontre avec telle organisation mathématique ? Avec tel type de tâches ? Comment construire l'étude exploratoire d'un type de tâches donné ? Comment mener à bien l'institutionnalisation ? Comment réaliser le moment de l'évaluation ? Autant de questions qui se posent au professeur et auxquelles on répondra provisoirement par une formule générique : en créant des situations didactiques adéquates » (Chevallard, 1998, p. 113).

Nous pensons que la création de situations didactiques adéquates passe notamment par la sélection de ressources, et en particulier d'ETP. La question de l'adéquation d'un ETP à un ou plusieurs des moments de l'étude est donc légitime et l'utilisation des différents moments de l'étude pour caractériser une intention didactique est opportune.

### Caractérisation des moyens mis en œuvre pour réaliser le travail dans une intention didactique relative à un ETP

Les moments de l'étude nous fournissent donc un moyen de décrire le but poursuivi par l'étude de telle ou telle OM sur laquelle porte l'intention didactique. Cependant, ils ne nous disent rien sur les moyens adéquats pour mener ce travail. Pour cela, il faut construire ce que Chevallard nomme des praxéologies didactiques :

*« la raison d'être du professeur de mathématiques [est de] mettre en place, dans une classe de collège ou de lycée, une certaine organisation de savoir « mathématique ». Notant  $T_\pi$  ce type de tâches, on dira alors que le problème praxéologique du professeur de mathématiques est de construire une praxéologie  $[T_\pi ; \tau_\pi ; \theta_\pi ; \Theta_\pi]$ , c'est-à-dire d'apporter une réponse  $R_\pi = [T_\pi ; \tau_\pi ; \theta_\pi ; \Theta_\pi]$  à la question  $Q_\pi$  : comment accomplir une tâche  $t_\pi$  du type  $T_\pi$  ? De même que l'on a parlé d'organisation mathématique, on nomme ici organisation didactique une praxéologie de la forme  $[T_\pi ; \tau_\pi ; \theta_\pi ; \Theta_\pi]$ . » (Chevallard, 2002a, p.5)*

Dans le paragraphe suivant, nous reprenons, en l'adaptant à notre situation, le travail présenté par Cirade (2012). On peut modéliser la situation qui nous intéresse par un système didactique  $S(X ; Y ; Q)$  dans lequel  $X$  est constitué des apprenants pour lesquels l'enseignant  $Y$  cherche une réponse à la question  $Q$  qui est « quelle organisation didactique construire pour faire se rencontrer les apprenants  $X$  et l'organisation mathématique visée ? ». Il existe une série de réponses, au moins partielles,  $R^{\circ 144}$  à cette question qui sont disponibles dans la littérature institutionnelle ou professionnelle et, sur lesquelles  $Y$  va pouvoir s'appuyer pour produire sa propre réponse  $R^\heartsuit$  à la question. En complément de ces réponses  $R_i^\circ$ , il dispose aussi d'un certain nombre d'œuvres, notées  $O_j$  parmi lesquelles des ETP. Cet ensemble, constitué des réponses  $R_i^\circ$  et des œuvres  $O_j$ , vont définir le milieu didactique  $M = \{R_i^\circ ; O_j\}_{i,j}$  au sein duquel l'enseignant va construire sa réponse qui sera une réification de ses intentions. Ce processus est modélisable par un schéma herbatiens :  $S(X ; Y ; Q) \Rightarrow M \Rightarrow R^\heartsuit$ .

Nous notons que si les praxéologies didactiques et les schémas herbatiens fournissent un cadre conceptuel pour comprendre la construction des moyens à mettre en œuvre pour étudier une organisation mathématique ; ils ne sont pas opérationnels relativement à notre objectif de différencier des ETP comme plus ou moins adaptés au travail de tel ou tel moment de l'étude. Pour avancer sur cette question, ne connaissant pas d'éléments de la TAD qui la prendraient en charge de façon utile à notre travail, nous empruntons au champ de la psychologie du développement la notion d'étayage<sup>145</sup> développée par Bruner.

<sup>144</sup> Lire *R poinçon* si on se réfère à la dénomination originale ou *R diamant* si on se réfère à certains usages

<sup>145</sup> Lors d'un séminaire interne de l'équipe Metah, Balacheff a porté le débat de l'opportunité d'utiliser le terme d'étayage au sens défini par Bruner pour des situations où la ressource est figée (dans la discussion, il s'agissait d'un EIAH mais la situation est la même pour nos ETP). En effet, dans le cas d'un ETP il n'y a pas adaptation de la ressource aux actions du sujet alors que Bruner situe son travail dans le cadre de situations d'apprentissages où l'apprenant est en contact de l'adulte. Ce dernier peut donc (ré)agir en fonction des actions de l'apprenant et ce sont ses (ré)actions que Bruner présente comme des étayages. Si nous trouvons pertinente l'objection formulée par Balacheff, nous faisons tout de même le choix d'utiliser le terme d'étayage et de le lier aux travaux de Bruner dans la mesure où de nombreux travaux

### La notion d'étayage

Nous ne développons pas les éléments relatifs à cette notion d'étayage, le lecteur intéressé peut se référer par exemple à l'HDR de Marzin – Janvier (2013) qui consacre un chapitre à la question de l'étayage dans un EIAH, chapitre qui débute par une présentation générale de cette notion. Il est aussi possible, dans le champ de la didactique des mathématiques de se référer à la thèse de Soury-Lavergne (1998). L'ensemble des travaux liés à la notion d'étayage (*scaffolding* dans la littérature anglophone) se positionnent relativement à ceux initiés par Bruner : « *ce système de support fourni par l'adulte à travers le discours, ou la communication plus généralement, est un peu comme un « étayage » à travers lequel l'adulte restreint la complexité de la tâche permettant à l'enfant de résoudre des problèmes qu'il ne peut accomplir tout seul* » (Bruner, 1983, p. 288). Bruner lui-même a pris appui sur les travaux de Vygotski (1978) et en particulier le concept de zone proximale de développement (ZPD). Ce que nous retenons par rapport à notre travail, ce sont les six fonctions de l'étayage qu'il identifie et qui ont servi de point de départ à de nombreux travaux.

Ainsi, on trouve (Bruner, 1983, pp. 277-279) :

- « *L' enrôlement* » : il s'agit d'amener l'enfant à adhérer à la tâche.
- « *La réduction des degrés de liberté* » : l'objectif est de diminuer la complexité de la tâche par exemple en réduisant le nombre d'actes pour atteindre la solution.
- « *Le maintien de l'orientation* » : moyens qu'on met en œuvre pour éviter que l'enfant ne change de tâche et poursuive la démarche de résolution de la tâche à résoudre.
- « *La signalisation des caractéristiques déterminantes* » : il s'agit ici de fournir à l'enfant une validation de sous-tâches correctement effectuées.
- « *Le contrôle de la frustration* » : l'objectif est de maintenir l'engagement de l'élève dans la tâche.
- « *La présentation de modèles de solutions* » : peut servir à engager une démarche basée sur l'imitation, elle passe par la mise à disposition de solutions totales ou partielles de problèmes analogues à la tâche dans laquelle l'enfant est engagé.

Toutes ces fonctions ne sont pas pertinentes relativement à notre objectif de définir une intention didactique en lien avec un ETP. Soit qu'elles ne puissent pas, à notre avis, être portées par l'ETP en tant que tel, comme c'est le cas pour les fonctions de *maintien de l'orientation* et de *contrôle de la frustration*. Soit que le degré d'incertitude sur le fait qu'un élément de l'ETP puisse effectivement remplir cette fonction soit trop grand ; c'est le cas pour la fonction d' *enrôlement*. On pourrait en effet penser que certaines illustrations, le choix des prénoms des personnages d'un ETP et autres éléments du même type aient une fonction d' *enrôlement*<sup>146</sup>, au moins dans l'esprit de l'auteur de l'ETP. Cependant, ceci ne nous semble pas être un critère

---

ont fait ce choix (voir les références bibliographiques citées dans le texte). Un autre choix possible aurait été de se référer plutôt au terme de *guidage* (*guidance* en Anglais) qui est notamment utilisé dans le domaine des interactions hommes machine comme premier critère d'évaluation ergonomique d'un site WEB, voir par exemple (Bastien & Scapin, 1992) ou (Scapin & Bastien, 1997). Suite à une poursuite de l'échange avec Balacheff, une référence intéressante pour approfondir cette question est Quintana et al. (2004), qui propose effectivement de distinguer deux acceptations autour du même terme d'étayage.

<sup>146</sup> C'est par exemple ce qui est proposé par Duval et Pluvinage (1975) quand, dans l'analyse de deux manuels, ils attribuent à certaines figures le rôle d'*accrocher l'attention* et déduisent de l'absence d'illustration dans un des deux manuels qu' « il ne fait aucun effort pour intéresser les élèves » (*ibid.*, p. 28) ce qui rejoint bien la fonction d' *enrôlement* des étayages.

pertinent pour définir une intention didactique. Ce sont donc les trois autres fonctions ; *réduction des degrés de liberté, signalisation des caractéristiques déterminantes* et *présentation de modèles de solutions* ; que nous retenons comme éléments pouvant contribuer à la définition d'une intention didactique relative à un ETP.

### **Caractérisation des institutions dans une intention relative à un ETP**

Une intention est formulée ou mise en œuvre par le sujet d'une institution. Il faut donc vérifier si un ETP répondant aux trois caractérisations précédentes est aussi en conformité avec l'institution dans laquelle l'intention est formulée. Cette vérification porte sur le savoir en jeu et sur les modalités de travail de ce savoir.

## **XVI.5 Définition d'une intention didactique relative à un ETP**

Nous disposons maintenant des différents éléments qui nous permettent de définir une intention didactique relative à un ETP.

### **Définition XVI.35 (intention didactique relative à un ETP)**

Nous appelons intention didactique relative à un ETP le projet de faire travailler :

- Un élément d'une organisation mathématique ponctuelle,
- auquel est associé un *moment de l'étude*,
- avec, de manière facultative, un moyen de faire travailler ce moment formulé en terme d'*étayage* (présence ou absence – nature de l'étayage si présence).

Remarque : nous considérons que la relativité de l'intention aux institutions est déterminée par la position institutionnelle de celui ou celle qui formule l'intention. Ce sont donc les informations sur la personne formulant intention qui serviront de référence pour interroger l'adéquation institutionnelle de l'ETP. Nous avons déjà présenté, dans le chapitre 9, comment déterminer l'adéquation d'un ETP à une institution.

Maintenant que nous avons donné une définition générale d'une intention didactique relative à un ETP, nous commençons par préciser les différentes valeurs possibles pour chacun des trois éléments la définissant. Elles sont synthétisées dans le Tableau XVI-1 (p. 298). Nous proposons dans la section suivante une liste d'exemples d'intentions signifiantes à partir des combinaisons de ces différentes valeurs.

### **Valeurs possibles pour l'élément *savoir***

Nous avons stipulé dans la définition d'une intention didactique relative à un ETP que cette intention porte sur un élément d'une organisation mathématique du niveau *sujet*, en référence à l'échelle de codétermination (voir section XVI.4). Il s'agit donc de travailler un type de tâches auquel est associé une ou plusieurs techniques, une technologie et une théorie. Nous nous limitons au cas où l'intention porte sur un type de tâches ou sur une technique. Lors de la présentation du cadre théorique (chapitre 7) nous avons signalé la différence, introduite par Castela (2008) et reprise par Chaachoua (2010), entre une organisation mathématique ponctuelle simple (OMPS) et une organisation mathématique ponctuelle complexe (OMPC). La différence porte sur le fait que le type de tâches qui définit l'OMP, peut être réalisé par une ou plusieurs techniques. Dans le cas où l'intention didactique porte sur un type de tâches il est donc pertinent de pouvoir préciser si ce type de tâches définit une OMPS ou une OMPC.

### Valeurs possibles pour l'élément *moment de l'étude*

Pour la deuxième caractéristique d'une intention, parmi les six moments de l'étude, nous retenons comme valeurs possibles :

- Le moment de la *première rencontre* avec  $T$
- Le moment de l'*exploration* de  $T$  et de l'*émergence de la technique*  $\tau$
- le moment de la *construction du bloc technologico-théorique*  $[\theta ; \Theta]$
- Le moment du *travail de l'organisation mathématique* et en particulier de la technique  $\tau$

Nous ne retenons pas le moment de l'*institutionnalisation* car, à notre sens, autant il peut s'appuyer sur la correction par exemple d'un ETP, autant un ETP en lui-même ne saurait être un outil complet de l'institutionnalisation. Nous ne retenons pas non plus le moment de l'*évaluation*. En effet, nous pensons que si des ETP peuvent participer à la construction de ce moment, un ETP en tant que tel n'est pas destiné à une fin d'évaluation.

### Valeurs possibles pour l'élément *étayage*

Comme motivé à la fin de la section XVI.4, nous retenons quatre valeurs :

- Étayage absent
- Étayage présent avec comme fonction la *réduction des degrés de liberté*
- Étayage présent avec comme fonction la *signalisation des caractéristiques déterminantes*
- Étayage présent avec comme fonction la *présentation de modèles de solutions*

### Synthèse des valeurs pour les trois caractéristiques d'une intention didactique

Tableau XVI-1 : valeurs des trois caractéristiques permettant de définir une intention didactique relative à un ETP

Partie de l'OMP définissant l'intention	Moment de l'étude	Étayage
Type de tâches $T$	Première rencontre avec $T$	Étayage absent
Technique $\tau$	Exploration de $T$ et émergence de $\tau$	Étayage sous forme de réduction des degrés de liberté
	Construction du bloc $[\theta ; \Theta]$	Étayage sous forme de signalisation de caractéristiques déterminantes
	Travail de l'OM et en particulier de $\tau$	Étayage sous forme de présentation de modèle de solution

### Combinaisons significantes de valeurs

Toutes les combinaisons de valeurs n'ont pas, *a priori*, de sens. Quand la partie de l'OMP définissant l'intention est un type de tâches nous ne retenons pas la construction du bloc technologico-théorique comme moment de l'étude cohérent. En effet la technologie a pour fonction de justifier une technique et la construction du bloc technologico-théorique est donc à associer avec le travail d'une technique.

Quand la partie de l'OMP définissant l'intention est une technique nous ne retenons pas comme moment de l'étude pertinent la première rencontre avec  $T$ .

### Quelques exemples d'intention didactique

#### Intention didactique 1

Partie de l'OMP définissant l'intention	Moment de l'étude	Étayage
La technique $\tau$	Exploration de $T$ et émergence de $\tau$	Étayage sous forme de présentation d'un modèle de solution

#### Intention didactique 2

Partie de l'OMP définissant l'intention	Moment de l'étude	Étayage
La technique $\tau$	Travail de l'OM et en particulier de $\tau$	Étayage absent ou Étayage de réduction des degrés de liberté

#### Intention didactique 3

Partie de l'OMP définissant l'intention	Moment de l'étude	Étayage
Le type de tâches $T$	Première rencontre avec $T$	Étayage absent ou Étayage de réduction des degrés de liberté

#### Intention didactique 4

Partie de l'OMP définissant l'intention	Moment de l'étude	Étayage
Le type de tâches $T$	Exploration de $T$ et émergence de $\tau$	Étayage sous forme de présentation d'un modèle de solution

## XVI.6 Les intentions didactiques et les ETP décrits dans M2DR

Rappelons que notre objectif est de pouvoir mettre en relation un ETP et une ou plusieurs intentions didactiques. Pour cela, nous partons d'un ETP décrit à l'aide du modèle M2DR. Pour aborder cette association entre ETP et intentions didactiques, nous devons répondre aux questions suivantes:

- Comment déterminer le savoir travaillé dans un ETP ?
- Comment peut se définir un ETP adapté un tel ou tel moment de l'étude ?
- Comment peut se caractériser un étayage dans un ETP ?

Des premières pistes de réponses à la première question ont été apportées dans le chapitre XV, section XV.2.3 à l'occasion du retour sur la description du domaine d'un ETP. On peut en particulier distinguer trois cas selon le nombre de générateurs de types de tâches intervenant dans un ETP. Nous mettons en évidence ces trois cas mais n'apportons pas d'éléments supplémentaires par rapport à ceux proposés dans le chapitre XV.

Cas 1 : ETP contenant des types de tâches optimum relevant tous d'un même générateur de types de tâches :

- ETP contenant un unique type de tâches optimum (pouvant apparaître une ou plusieurs fois)
- ETP contenant plusieurs types de tâches optimum différents mais tous liés par une relation du type généralisation ou spécialisation
- ETP contenant plusieurs types de tâches optimum différents mais qui sont tous des variations les uns des autres par rapport à un même type de tâches pivot
- ETP contenant plusieurs types de tâches optimum différents. Ces types de tâches sont des variations les uns des autres avec plusieurs types de tâches pivots.

*Remarque* : comme deux types de tâches sont nécessairement liés par au moins une des trois relations – généralisation, spécialisation ou variation de pivot  $T_{Gen}$  – il n'y a pas d'autres cas possible.

Dans ce cas, le savoir en jeu travaillé dans l'ETP peut être caractérisé par la liste de tous les types de tâches optimum, mais aussi par les types de tâches pivot ou encore par le type de tâches pivot pour tous les autres.

Cas 2 : ETP contenant des types de tâches optimum relevant de plusieurs générateurs de types de tâches, tous issus du même MPR :

- Il n'y a pas de liens particuliers identifiés entre les types de tâches optimum
- Il y a des relations du type « être un ingrédient de »

En l'absence de liens particuliers entre types de tâches issus de générateurs différents on va traiter chaque générateur indépendamment comme dans le cas 1. Dans le cas où il y a des relations du type « être un ingrédient de » on peut faire le choix de ne considérer que les types de tâches qui utilisent les autres comme ingrédient de leur technique.

Cas 3 : Pour les ETP contenant des types de tâches optimum issus de plusieurs MPR

Nous n'examinons pas plus ce cas. Il s'agit cependant d'un domaine important à explorer car c'est par exemple le cas de nombreux ETP qui utilisent les changements de cadre pour mettre en œuvre la dialectique outil-objet telle que définie par Douady (1986). En effet, on va par exemple rencontrer, des ETP dans lesquels sont présent à la fois des types de tâches relevant d'un MPR de la géométrie plane et des types de tâches relevant d'un MPR de l'algèbre.

Nous examinons maintenant la question de la caractérisation des étayages au travers du retour sur quelques ETP déjà analysés. Les étayages peuvent prendre trois formes, non contradictoires, dans un ETP. Tout d'abord l'existence de relations spécifiques entre les tâches (être un ingrédient de ; être utile à), ces relations peuvent être mises en évidence, ou c'est à la

charge du résolveur de les repérer. Une deuxième forme est l'utilisation d'objets ostensifs qui orientent des choix (ostensifs en langue naturelle « en utilisant + une technique / une technologie » ; figure prototypique liées à une technologie, etc.), ou qui mettent en évidence certaines relations (« en déduire », « en utilisant la question précédente, etc. ). La troisième forme est la structuration de l'ETP qui permet de mettre en évidence différents blocs, la relation entre ces blocs pouvant être implicite ou explicitée par la présence des objets ostensifs que nous avons évoqué précédemment. Nous proposons quelques exemples de formes prises par les étayages, selon leur fonction. Nous nous intéressons plus particulièrement à ceux qui peuvent être mis en évidence à partir des éléments présents dans les différentes dimensions de la description d'un ETP dans M2DR.

- Étayage avec comme fonction la *réduction des degrés de liberté*

Dans un ETP la tâche est bien déterminée, la réduction des degrés de liberté ne porte donc pas sur la définition de la tâche à réaliser. Par contre, nous avons signalé que, dans le cas des OMPC plusieurs techniques peuvent être disponibles pour réaliser une tâche. La réduction des degrés de liberté porte donc sur cette question du choix et de la mise en œuvre de la technique. Concernant le choix de la technique, dans la *dimension objets ostensifs* de l'ETP, on peut chercher : un ostensif dans le registre de la langue naturelle qui indique explicitement la technique à utiliser (« en utilisant une identité remarquable, développer »), un ostensif dans le registre graphique invoquant la technique ou la technologie (figure prototypique associée à la théorie théorème de Thalès en géométrie par exemple). Concernant la réduction des degrés de liberté sur la mise en œuvre de la technique, dans la *dimension relation entre les tâches* on va chercher les relations « être utile à » ou « être un ingrédient de ». L'une et l'autre indiquent la prise en charge partielle d'une partie d'une technique.

- Étayage présent avec comme fonction la *signalisation des caractéristiques déterminantes*

Un tel type d'étayage vise à fournir des éléments de validation d'une tâche correctement effectuée. Dans un ETP, cela peut se matérialiser par le choix de formulation de certaines tâches : par exemple en préférant la formulation « Vérifier que  $(x + 3)(2x - 5) = 2x^2 + x - 15$  » à la formulation « Développer  $(x + 3)(2x - 5)$  ». Nous classons aussi dans cette catégorie d'étayage les éléments comme « en utilisant » ou les questions du type « vérifier que » avec le résultat à trouver qui est annoncé.

**37** Dylan doit factoriser l'expression littérale :  
 $A = (x + 7)(2x - 5) - (2x - 5)(3x + 2)$ .  
 Voici sa copie :

1. Effectuer la factorisation correcte.  
 2. De la même façon, en faisant attention aux signes, factoriser les expressions suivantes.  
 $B = (4x - 3)(2x + 1) - 5x(4x - 3)$   
 $C = (2x - 5)(x + 2) - (2x - 5)(3x - 7)$

Figure XVI-3 : exemple d'ETP<sup>147</sup> avec étayage du type signalisation des caractéristiques déterminantes

- Étayage présent avec comme fonction la *présentation d'un modèle de solution*

Ce type d'étayage est à détecter au niveau global de l'ETP, notamment avec sa structure. Cela peut passer par la construction d'une première solution guidée pour ensuite l'appliquer sur d'autres cas. C'est le cas dans l'ETP « Le coup du -1 » où le premier bloc (1.a et 1.b) est un modèle de solution pour les trois tâches suivantes. On peut noter que la question 1.a est elle-même un étayage pour la question 1.b sous forme de la signalisation d'une caractéristique déterminante.

**103** « Le coup du -1 »

1. On donne  $M = (2x - 3)(3x + 7) - 2x + 3$ .
  - a. Écrire sans parenthèses :  $-1 \times (2x - 3)$ .
  - b. Utiliser a. pour factoriser M.
2. Factoriser chaque expression.
  - a.  $N = (5x - 4)^2 - 5x + 4$
  - b.  $P = (2x + 7)^2 - 2x - 7 + (3x - 1)(2x + 7)$
  - c.  $Q = \frac{3}{2} - x + \left(x - \frac{3}{2}\right)^2 - (5x - 2)\left(x - \frac{3}{2}\right)$

Figure XVI-4 : exemple d'ETP<sup>148</sup> avec un étayage du type présentation d'un modèle de solution

## XVI.7 Conclusion

Nous avons commencé ce chapitre en pointant le « nouveau saut dans la complexité » que Portugais voyait dans la « théorie de l'Intentionnalité ». Il parlait alors d'« (...) une tentative pour appréhender un ensemble de questions qui [lui] semblent avoir été relativement peu travaillées dans les textes de théorie didactique ces dernières années. » (Portugais, 1998, p.58). Le faible nombre de travaux que nous avons identifiés relatifs à la notion d'intention didactique, ou à la théorie de l'Intentionnalité dans son ensemble, nous fait penser que la situation a peu évolué depuis trente ans.

Nous sommes repartis de ses travaux et avons remis en perspective les différentes définitions et usages du terme intention didactique au regard de la TAD. Ces premières approches ont mis en évidence la complexité de cette notion, que ce soit quand on avance qu'un concepteur de

<sup>147</sup> Extrait de : Maths, Cycle 4, 3<sup>e</sup>. Collection Mission Indigo. Hachette éducation (2016).

<sup>148</sup> Extrait de : Math 3<sup>e</sup>. Collection Transmath. Nathan (2008)

---

ressources didactiques est guidé notamment par des intentions didactiques ou quand il s'agit de proposer un modèle de description d'une intention didactique. Nous avons décidé de réduire cette complexité en proposant une modélisation des intentions didactiques relatives à des ETP, à la portée restreinte mais plus fonctionnelle. Dans le cadre de notre travail, nous n'allons pas au-delà des pistes amorcées dans ce chapitre concernant une mise en relation globale des ETP et des intentions didactiques. Cependant, dans le chapitre suivant, nous présentons un travail en cours. Il permet l'exploitation des intentions didactiques, dans une situation liée à l'apprentissage de la numération dans un EIAH.



# XVII. Intentions didactiques et recommandation de ressources : vers l'orchestration

---

## Objectifs du chapitre

Dans le chapitre précédent nous avons défini la notion d'intention didactique et donné de premiers éléments pour une mise en relation entre ETP et intention didactique. Nous présentons dans ce chapitre un travail en cours qui amène à une mise en œuvre de ces différents éléments. Ce travail est mené dans le cadre d'une collaboration avec une doctorante en informatique de l'équipe MeTAH. Il n'est pas pleinement achevé et est appelé à se poursuivre, la thèse en informatique doit encore durer deux ans. Les premiers résultats que nous présentons dans ce chapitre permettent la mise en œuvre sur un cas d'étude de divers éléments mis en place au fil de ce manuscrit. C'est pour cette raison que nous pensons qu'ils ont leur place comme dernier chapitre de cette thèse.

## Contenu du chapitre

<b>XVII.1</b>	<b>INTRODUCTION</b>	<b>306</b>
<b>XVII.2</b>	<b>CONTEXTE DU TRAVAIL, POINT DE VUE INFORMATIQUE</b>	<b>306</b>
<b>XVII.3</b>	<b>CONTEXTE DE TRAVAIL, POINT DE VUE DIDACTIQUE</b>	<b>307</b>
<b>XVII.4</b>	<b>OBTENTION DE LA REPRESENTATION ONTOLOGIQUE REP<sub>ONT_0</sub> POUR LE GENERATEUR DE TYPES DE TACHES DENOMBRER UNE COLLECTION</b>	<b>308</b>
XVII.4.1	DEFINITION DU GENERATEUR	309
XVII.4.2	REGLES RELATIVES AUX VALEURS DES VARIABLES DU GENERATEUR DE TYPES DE TACHES DENOMBRER UNE COLLECTION	312
XVII.4.3	REPRESENTATION ONTOLOGIQUE REP <sub>ONT_0</sub> POUR LE MPR <i>DENOMBRER UNE COLLECTION</i>	312
<b>XVII.5</b>	<b>OBTENTION DE LA REPRESENTATION ONTOLOGIQUE REP<sub>ONT_1</sub> POUR LE GENERATEUR DE TYPES DE TACHES DENOMBRER UNE COLLECTION</b>	<b>314</b>
XVII.5.1	LES TECHNIQUES EN LIEN AVEC LE GENERATEUR DE TYPES DE TACHES DENOMBRER UNE COLLECTION	314
XVII.5.2	DECLARATION DE LA PORTEE DES TECHNIQUES	315
<b>XVII.6</b>	<b>INFORMATIONS INSTITUTIONNELLES RELATIVES AUX TYPES DE TACHES ET AUX TECHNIQUES</b>	<b>318</b>
<b>XVII.7</b>	<b>BILAN ET PERSPECTIVES DU TRAVAIL SUR L'ORCHESTRATION</b>	<b>319</b>
<b>XVII.8</b>	<b>DISCUSSION SUR LES INTENTIONS DIDACTIQUES</b>	<b>320</b>

## XVII.1 Introduction

Ce chapitre est le fruit d'un travail mené en collaboration avec Vu, doctorante en informatique au sein du Laboratoire d'Informatique de Grenoble et encadrée par Tchounikine. Il s'agit donc d'un travail où se rencontrent didactique et informatique, rencontre organisée autour d'un EIAH, réalisant ici un objectif annoncé dès le début de notre travail. Nous débutons ce chapitre par préciser le contexte dans chacun de ces deux domaines. Concernant le domaine de l'informatique le lecteur intéressé trouvera des informations complémentaires dans les travaux cités et, d'ici quelques mois dans la thèse à venir de Vu. Nous regroupons dans la dernière section de ce chapitre quelques éléments sur les moyens technologiques mis en œuvre pour réaliser les différents traitements informatiques. Les motivations théoriques ou pragmatiques relatives aux choix de ces moyens seront présentés dans la thèse de Vu.

## XVII.2 Contexte du travail, point de vue informatique

Du point de vue informatique le travail réalisé se situe dans le domaine du CSCL (*Computer Supported Collaborative Learning*) et s'inscrit dans la continuité d'autres travaux de thèses menés par De Lima Sobreira (Sobreira & Tchounikine, 2012, 2015) puis par Wang (Wang et al., 2018). Le travail de Vu, et celui de Wang auparavant, s'inscrivent plus particulièrement dans le domaine de l'*orchestration*, terme qui possède plusieurs définitions successives qui se sont affinées au fil du temps en s'élargissant, ainsi que le signale Wang :

*« Le terme orchestration a été utilisé dans un premier temps pour illustrer le rôle d'un enseignant dans sa classe, tel un chef d'orchestre coordonnant le jeu de ses musiciens. Par exemple, Dillenbourg et collègues proposent la définition suivante :*

*« [Orchestration is] the process of productively coordinating supportive interventions across multiple learning activities occurring at multiple social levels. » (Dillenbourg, Järvelä, & Fischer, 2009, p. 12)*

*Par la suite, Dillenbourg affine cette définition en précisant que l'orchestration d'une situation d'apprentissage en classe nécessite que l'enseignant soit réactif au déroulement de cette situation. Les actions entreprises par l'enseignant le sont donc en temps réel :*

*« Orchestration refers to how a teacher manages in real-time multi-layered activities in a multi-constraints context. » (Dillenbourg, 2013, p. 485)*

*Cependant, le rôle d'un enseignant ne se limite pas à la gestion de la situation en classe et comporte aussi la préparation des activités. En tenant compte de cette nouvelle dimension, Kollar et Fischer formulent la définition suivante :*

*« Orchestrating TEL means the process of creating, adapting and enacting a technology-enhanced learning scenario under complex classroom conditions. » (Kollar & Fischer, 2013, p. 508)» (ibid., pp. 5-6)*

La réflexion et le travail que nous avons menés avec Vu sont appuyés sur l'EIAH de travail de la numération en école élémentaire *SimBûchettes*. Comme cas d'étude, nous nous sommes concentrés sur le type de tâches « Dénombrer une collection ». *SimBûchettes* est une simulation du matériel tangible de numération *Bûchettes* ; l'application est brièvement présentée par Wang (2016, pp. 23-24), nous revenons sur les fondements didactiques dans la section suivante. Si on se réfère à Tchounikine (2013) l'environnement *SimBûchette* est une *technologie orchestrable* autour de laquelle est construite une *technologie d'orchestration* (travaux de Wang et Vu). Du point de vue orchestration, toujours en référence aux travaux de Tchounikine, le travail engagé pour le moment concerne la phase de *primo-scripting* (« i.e. définir le script initial et les décisions technologiques associées »<sup>149</sup> (Tchounikine, 2013, p. 503). C'est-à-dire le temps en amont de la mise en œuvre en classe par opposition au temps de *runtime-scripting* qui concerne la mise en œuvre en classe et les décisions et actions de l'enseignant dans l'action. Si ces deux temps intéressent Vu pour son travail, notre collaboration porte sur le fait d'être capable de proposer des ressources aux enseignants lors de la phase de préparation de séances de classe. Ceci est conforme au positionnement temporel dans lequel nous avons inscrit les intentions didactiques. C'est dans ce cadre que s'est opéré le lien entre nos deux travaux avec de notre côté une description des ressources pouvant être liée à des intentions didactiques. De son côté Vu a apporté la capacité à modéliser informatiquement et à produire des services permettant une mise en œuvre effective des modèles construits. Le premier résultat est la représentation sous forme ontologique d'un MPR décrit dans T4TEL qui a été présenté dans le chapitre XI. Il s'agit de la représentation ontologique RepOnt\_1 et d'un certain nombre de requêtes relatives à cette représentation. Nous rappelons la définition donnée de RepOnt\_1 donnée dans le chapitre XI :

*On appelle RepOnt\_1 la représentation ontologique réalisée à partir d'un générateur de types de tâches, GT, qui contient l'ensemble des types de tâches générés par GT, les propriétés institutionnelles associées à ces types de tâches, les techniques et les propriétés institutionnelles liées aux techniques. Elle est structurée par les relations est un sous type de tâches, est la portée globale de et est la portée pragmatique de.*

Nous précisons maintenant le contexte de travail du point de vue didactique.

### XVII.3 Contexte de travail, point de vue didactique

Comme évoqué le travail se situe dans le champ de l'apprentissage de la numération en école élémentaire et plus précisément au cycle 2. Une présentation détaillée du contexte général lié au travail de la numération est présenté dans la thèse de Brassat (2017) qui elle-même inscrit ses travaux dans la continuité de ceux menés par Tempier (2013) et des éléments spécifiques à *SimBûchettes* sont disponibles dans la thèse de Brassat déjà citée, dans un article de la même auteure (Brassat, 2017b) et dans un autre article (De Simone & Chaachoua, 2017). Nous ne revenons pas sur ces travaux qui donnent le fondement épistémique de ce qui suit. Ces travaux autour de *SimBûchettes* ont amené à la construction d'un modèle praxéologique de référence,

<sup>149</sup> "i.e. defining the initial script and the associated technological decisions" (Tchounikine, 2013, p. 503)

formalisé dans T4TEL, autour du type de tâches « Dénombrer une collection ». Nous avons repris ce travail et l'avons représenté de manière à ce qu'il puisse donner lieu une représentation ontologique conformément aux recommandations formulées dans le chapitre XI. Nous avons ainsi défini le générateur de types de tâches, défini les règles définissant les relations entre les valeurs des variables, déclaré une portée pragmatique et une portée globale pour chacune des techniques, associé des informations institutionnelles à différentes valeurs de variables et aux techniques. Pour ce faire nous avons exploité les différents travaux cités précédemment pour ce qui concerne le générateur de types de tâches, la liste des techniques et les portées de chacune des techniques. Concernant l'attribution d'informations institutionnelles à différentes valeurs de variables et aux techniques nous l'avons réalisé dans la perspective d'une preuve de concept et la possibilité pour Vu de réaliser différents tests, les choix réalisés sont donc plus motivés par une couverture des cas possibles que par une réalité épistémologique et institutionnelle. Nous présentons maintenant dans les sections suivantes ces différents éléments.

#### XVII.4 Obtention de la représentation ontologique RepOnt\_0 pour le générateur de types de tâches dénombrer une collection

Nous reprenons dans la Figure XII-1 (p. 207) les premières étapes du processus de construction d'une représentation ontologique à partir d'un MPR (il a été présenté dans sa globalité dans le chapitre XI) permettant de parvenir à RepOnt\_0. Nous commençons par donner les éléments relatifs au générateur de types de tâches *dénombrer une collection* (section XVII.4.1, p. 309) qui permettent la mise en œuvre de l'étape 1. Dans la section XVII.4.2 (p. 312) nous définissons les règles qui permettent la réalisation de l'étape 2. Nous ne traitons pas l'étape 3 dans l'immédiat, elle est présentée, avec l'étape 8 relative aux informations institutionnelles liées aux techniques (voir Figure XVII-8, p. 314) dans la section XVII.6 (p. 318). Enfin nous présentons les résultats de ces cinq étapes dans la section XVII.4.3 (p. 312).

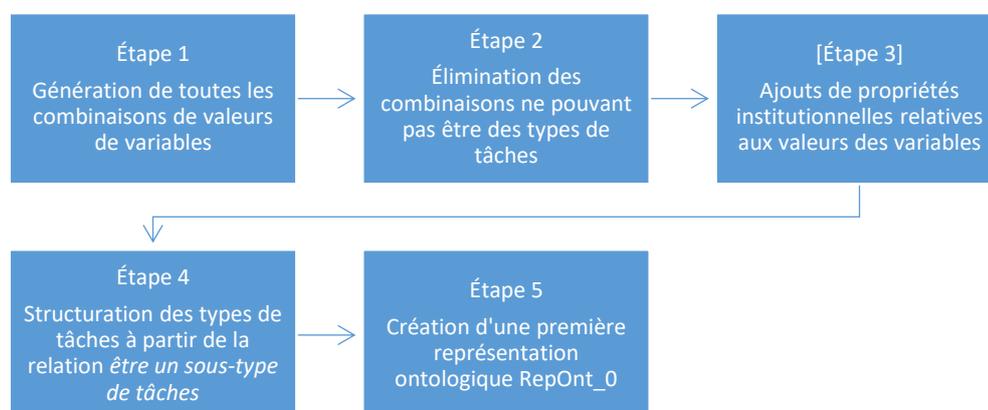


Figure XVII-1 : rappel des étapes menant à la production de RepOnt\_0

#### XVII.4.1 Définition du générateur

Le générateur de types de tâches *Dénombrer une collection* est présenté dans le Tableau XVII-1 (p. 309). Nous donnons ensuite quelques éléments relatifs aux différentes variables. Notre propos n'est pas ici de justifier systématiquement les différents choix de valeurs. Ils sont motivés par les différentes fonctions des variables (générer des types de tâches, caractériser la portée des techniques, rendre compte de réalités institutionnelles, rendre compte de réalités didactiques), tout comme pour les GT liés à l'algèbre élémentaire présentés dans les chapitres précédents. Nous donnons simplement quelques explications rapides pour comprendre le sens de ces différentes valeurs. Elles sont structurées conformément aux recommandations formulées dans le chapitre 11, à savoir l'existence d'une valeur « nom\_de\_la\_variable + quelconque »<sup>150</sup> comme première valeur pour toutes les variables, un choix des valeurs qui permet une partition, et la présence de valeurs « nom\_de\_la\_variable + sans objet » pour prendre en compte la dépendance de certaines variables.

Tableau XVII-1 : générateur de types de tâches "Dénombrer une collection"

Verbe d'action	Complément fixé	Système de variables
Dénombrer	Une collection d'objets	V1 ; V2 ; V3 ; V4
<b>Nom des variables</b>		
V1	Taille de la collection	
V2	Multiple de 10	
V3	Organisation des objets	
V4	Configuration des ordres des unités	

<sup>150</sup> Au moment de la réalisation de ce travail nous utilisons la terminologie « indéterminée » à la place de « quelconque », ceci explique l'utilisation de ce terme dans les différentes figures.

### À propos de la variable V1, taille de la collection

Les valeurs de la variable V1 sont présentées dans la Figure XVII-2 (p. 310). Il faut bien entendu les interpréter comme « nombre entier appartenant à l'intervalle donné ». On pourra noter la présence de l'intervalle  $[0; 5[$  qui est motivée par une technique spécifique qui est la technique du subitizing qui ne peut s'appliquer que pour des quantités au plus égales à quatre. Pour les autres valeurs elles sont présentes à la fois pour rendre compte de considérant institutionnels (taille des nombres étudiés selon le niveau de classe) et pour rendre compte de la portée, notamment pragmatique, de certaines techniques.

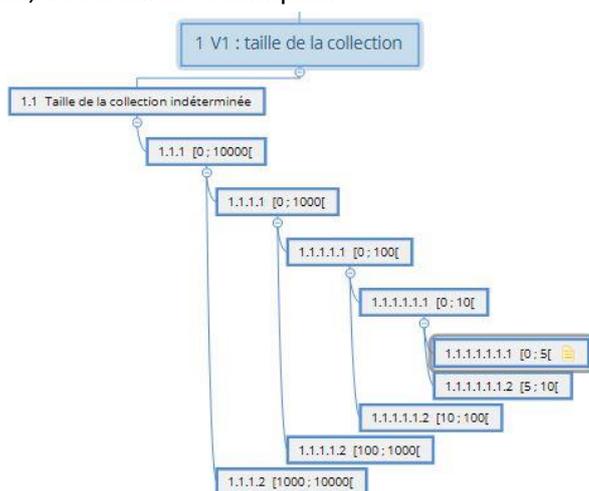


Figure XVII-2 : valeurs de la variable V1 du GT dénombrer une collection

### À propos de la variable V2, multiple de 10

Les valeurs de la variable V2 sont présentées dans la Figure XVII-3 (p. 310). Il s'agit de préciser si le cardinal de la collection est ou non un multiple de 10. La valeur « Sans objet » est introduite pour les cas où la taille de la collection est strictement inférieure à 10, en effet dans ce cas le fait de ne pas être un multiple n'est pas un choix ou une interdiction, c'est une impossibilité. L'existence de la valeur *non* n'est pas liée, contrairement à la valeur *oui*, à l'existence de techniques spécifiques au cas où le cardinal de la collection n'est pas un multiple de 10. Mais il nous semble important de pouvoir décrire des types de tâches dans lesquels on est certain que le cardinal de la collection n'est pas un multiple de 10, par exemple pour caractériser des ressources dans lesquelles certaines techniques ne peuvent pas fonctionner.

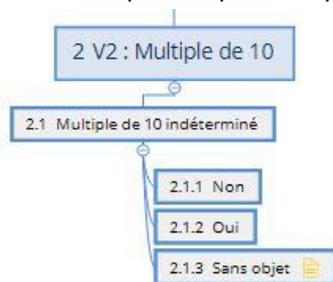


Figure XVII-3 : valeurs de la variable V2 du GT dénombrer une collection

### À propos de la variable V3, organisation du matériel

La variable V3 vise à préciser l'organisation du matériel. Celui-ci peut être *en vrac*, c'est-à-dire n'être constitué que d'unités simples sans qu'aucun groupement ne soit réalisé, dans ce cas il peut être *superposé* ou non *superposé*. Dans le cas où il y a des groupements déjà formés dans le matériel on dit qu'il est en organisation *non vrac*, on dira qu'il est *groupé* quand aucune unité de numération n'est présente plus de neuf fois, il est *partiellement groupé* dans le cas contraire (i.e. une unité de numération au moins est présente plus de neuf fois). Dans le cas où le matériel est groupé on distinguera le cas où le matériel est présenté de gauche à droite selon l'ordre décroissant des unités de numération, on dit alors qu'il est *ordonné*, il est *non ordonné* dans le cas contraire. La valeur *ordre sans objet* est présente pour les cas où il n'y a qu'une seule unité de numération non simple qui est présente (par exemple sept centaines).

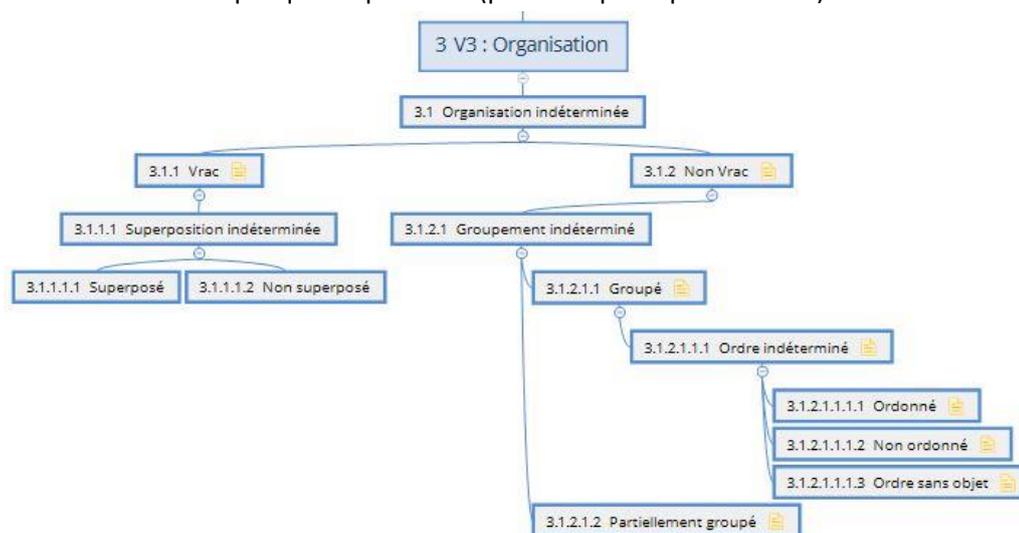


Figure XVII-4 : valeurs de la variable V3 du GT dénombrer une collection

### À propos de la variable V4, configuration des ordres des unités

Les valeurs de la variable V4 sont présentées dans la Figure XVII-5 (p. 311). Il s'agit de préciser si tous les groupements présents représentent la même unité de numération, on alors que la configuration est *homogène*, elle est *non homogène* dans le cas contraire. Enfin la valeur configuration sans objet est nécessairement prise quand la variable V3 vaut *vrac*, en effet dans ce cas il n'y a pas de groupement. Cette dernière valeur illustre l'existence de lien entre les valeurs de certaines variables, nous précisons l'ensemble de ces règles dans la section suivante.

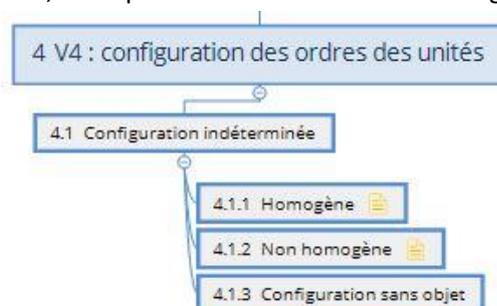


Figure XVII-5 : valeurs de la variable V4 du GT dénombrer une collection

## XVII.4.2 Règles relatives aux valeurs des variables du générateur de types de tâches dénombrer une collection

Nous avons défini un ensemble de sept règles que nous présentons dans le Tableau XVII-2 (p. 312). Chaque règle est définie à partir d'une condition sur une variable qui implique des valeurs pour les autres variables. Rappelons que la définition de ces règles est liée au fait que pour traiter informatiquement le générateur de types de tâches nous commençons par générer toutes les combinaisons de valeurs de variables. Or dans le cas de variables dépendantes, ce qui est le cas ici comme nous l'avons mis en évidence dans l'explication des valeurs des variables, cette approche combinatoire génère des combinaisons qui n'ont pas de sens. Le but de ces règles est d'éliminer de telles combinaisons.

Tableau XVII-2 : règles sur les relations entre les valeurs des variables du générateur de types de tâches dénombrer une collection

Règle n°	Condition	Conséquences (il s'agit d'un « et » entre chaque colonne)		
1	V1 ∈ branche [0 ; 10[	V2 = sans objet	V3 ∈ branche Vrac	V4 = « configuration sans objet »
2	V1 ∈ [10 ; 100[ U [100 ; 1000[ U [1000 ; 10000[	V2 ≠ « multiple de 10 sans objet »	V3 ∈ branche « Organisation indéterminée »	V4 ≠ « configuration sans objet »
3	V2 = sans objet	V1 ∈ Branche [0 ; 10[	V3 ∈ branche Vrac	V4 = configuration sans objet
4	V3 ∈ Branche Vrac	V1 ∈ branche [0 ; 10000[	V2 ∈ branche « multiple de 10 indéterminé »	V4 = configuration sans objet
5	V4 ≠ « configuration sans objet »	V1 n'appartient pas à la branche [0 ; 10[	V2 ≠ « multiple de 10 sans objet »	V3 ∈ branche « Non vrac »
6	V4 = Homogène	V1 n'appartient pas à la branche [0 ; 10[	V2 ≠ « multiple de 10 sans objet »	V3 ∈ branche « Non vrac » & {ordre sans objet U partiellement groupé}
7	V4 = Configuration sans objet	V1 pas de restriction	V2 pas de restriction	V3 ∈ branche « Vrac »

## XVII.4.3 Représentation ontologique RepOnt\_0 pour le MPR dénombrer une collection

Nous présentons dans cette section le résultat de la mise en œuvre des étapes 1 (combinaison), 2 (application des règles), 4 (structuration par la relation sous-type de tâches) et 5 (représentation ontologique dans Protégé). Les résultats sont synthétisés dans le Tableau XVII-3 (p. 313) et illustrés à l'aide des deux figures qui suivent le tableau.

Obtention de la représentation ontologique RepOnt\_0 pour le générateur de types de tâches  
dénombrer une collection

Tableau XVII-3 : production de RepOnt\_0 pour le MPR « Dénombrer une collection »

Étape	Résultat
1	2080 combinaisons
2	483 combinaisons restantes après application des règles. Chaque combinaison est identifiée avec un code unique TTxxxx et est définie par une liste de valeurs (une pour chaque variable), un extrait est proposé dans la Figure XVII-6 (p. 313).
3	Non présentée pour le moment (voir section XVII.6)
4	Obtention pour chaque type de tâches de la liste de ses sous-types de tâches immédiats et de ses parents. Données représentées dans un tableur <sup>151</sup> , une illustration est proposée sur la Figure XVII-7 (p. 313)
5	Transfert dans Protégé <sup>152</sup> des éléments

TT0037	Taille de la collection indéterminée	Non multiple	Partiellement groupé	Homogène
TT0038	Taille de la collection indéterminée	Non multiple	Partiellement groupé	Non homogène
TT0039	Taille de la collection indéterminée	Oui multiple	Organisation indéterminée	Configuration indéterminée
TT0040	Taille de la collection indéterminée	Oui multiple	Non vrac	Configuration indéterminée
TT0041	Taille de la collection indéterminée	Oui multiple	Non vrac	Non homogène
TT0042	Taille de la collection indéterminée	Oui multiple	Groupement indéterminé	Configuration indéterminée
TT0043	Taille de la collection indéterminée	Oui multiple	Groupement indéterminé	Non homogène

Figure XVII-6 : quelques types de tâches générés par le générateur dénombrer une collection

Type de tâches	Sous types de tâches							
TT0006	TT0007	TT0008	TT0025	TT0044	TT0067			
TT0007	TT0009	TT0026	TT0045	TT0068				
TT0008	TT0009	TT0010	TT0012	TT0014	TT0027	TT0046	TT0069	
TT0009	TT0011	TT0013	TT0016	TT0028	TT0047	TT0070		

Figure XVII-7 : exemple de liste de sous-types de tâches pour quelques types de tâches du GT dénombrer une collection

<sup>151</sup> L'objet du travail de thèse du Vu n'est pas de produire des interfaces utilisateurs et nos compétences en matière d'utilisation de Protégé étant quasiment nulles, nous avons exploité les données à partir du tableur pour une partie du travail.

<sup>152</sup> Le résultat des requêtes effectuées sur Protégé est produit par Vu. Un important travail supplémentaire d'ingénierie permettrait certainement de rendre l'ensemble du processus utilisable par un non expert dans un environnement dédié.

## XVII.5 Obtention de la représentation ontologique RepOnt\_1 pour le générateur de types de tâches dénombrer une collection

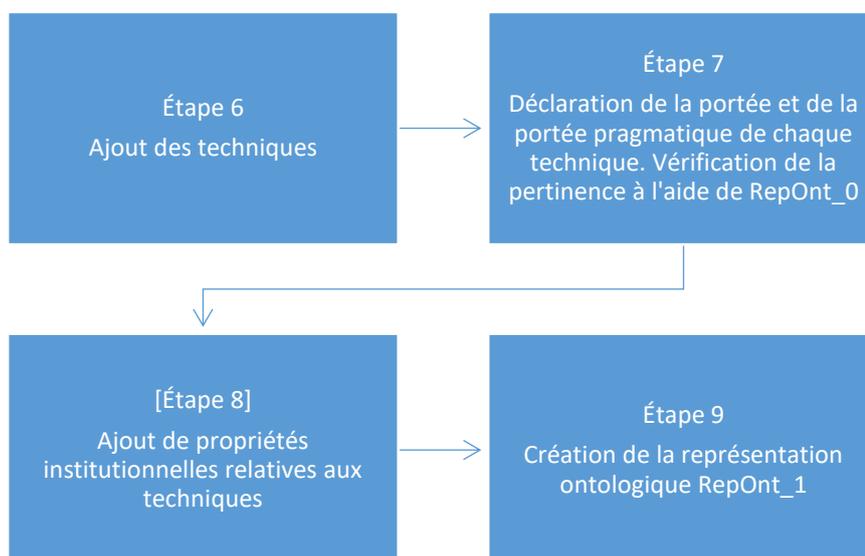


Figure XVII-8 : rappel des étapes permettant d'aller de RepOnt\_0 à RepOnt\_1

RepOnt\_0 étant produite nous rappelons sur la Figure XVII-8 (p. 314) les étapes permettant de poursuivre le processus pour construire RepOnt\_1. Ces étapes concernent la prise en compte des techniques liées au générateur de types de tâches, pour cela nous présentons brièvement la liste des techniques (section XVII.5.1, p. 314) qui permet de réaliser l'étape 6, ensuite nous présentons la déclaration des portées des techniques conformément à l'étape 7, l'étape 8 quant à elle est traitée avec l'étape 3 de RepOnt\_0 dans la section XVII.6 (p. 318).

### XVII.5.1 Les techniques en lien avec le générateur de types de tâches dénombrer une collection

Relativement à ce générateur dix-neuf techniques ont été identifiées lors des travaux menés par Chaachoua. Nous en donnons ici une rapide description et surtout présentons le travail réalisé dessus. Les sept premières techniques concernent le cas où le matériel est en vrac, c'est-à-dire composé uniquement d'unités simples de numération. La première technique est « compter de un en un » ; les techniques 2, 3, 4, et 7 sont des techniques où des groupements du matériel sont réalisés pour permettre de dénombrer, les différences portent sur la nature des groupements (paquets de 10 ou non par exemple), leur organisation et la façon de compter (par exemple compter le nombre de paquets de 10 puis le considérer comme le nombre de dizaines ou alors compter de 10 en 10 et en déduire le cardinal). La technique 5 est celle appuyée sur le subitizing (reconnaissance visuelle immédiate du cardinal de la collection). Les techniques 8 à 19 concernent le cas où le matériel n'est pas en vrac (i.e. il y a au moins un groupement qui est présent dans le matériel fourni). La technique 8 décrit le retour à une situation vrac en défaisant les groupements, pour les autres techniques il s'agit de prendre en compte différentes techniques (compter de 10 en 10, de 100 en 100...), procéder par surcomptage, compter le nombre de chaque unité de numération, etc.

## XVII.5.2 Déclaration de la portée des techniques

Dans les cas d'étude des chapitres précédents nous n'avons pas intégré les techniques. Dans le cadre du travail réalisé avec Vu nous l'avons fait. Pour cela nous déclarons<sup>153</sup> les portées (globale et pragmatique) des techniques. C'est-à-dire que nous définissons un type de tâches produit par le générateur comme portée globale et un type de tâches produit par le générateur comme portée pragmatique pour chacune des techniques. Pour cela nous utilisons à la fois le travail épistémique mené par Chaachoua au moment de la construction du MPR et la structuration des types de tâches disponible dans RepOnt\_0. Le travail est mené selon le processus décrit dans la Figure XVII-9 (p. 315).

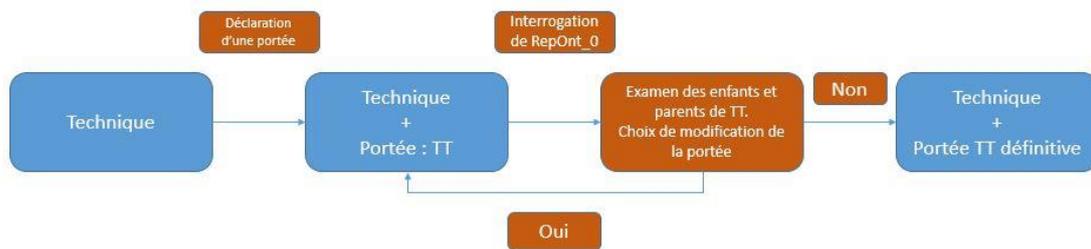


Figure XVII-9 : processus de définition des portées pragmatique et globale d'une technique

Nous illustrons la mise en œuvre de ce processus pour la portée pragmatique de deux techniques. Nous définissons une première portée pragmatique. Nous examinons alors les sous-types de tâches et les parents de cette portée pragmatique et nous motivons le fait de modifier ou nous la portée pragmatique. L'ensemble des portées sont présentées dans le Tableau XVII-4 (p. 317) avec la portée pragmatique (colonne 2) et la portée globale (colonne 5) déclarées pour chacune des techniques.

### Définition des portées pour la technique 5 (subitizing)

Par définition du subitizing cette technique n'a de sens que pour une collection de cardinal au plus quatre. Nous commençons donc par sélectionner les types de tâches pour lesquels la variable V1 a pour valeur  $[0 ; 5[$ . Ceci nous donne une liste de quatre types de tâches avec les sous-types de tâches associés (Figure XVII-10, p. 315). Nous attribuons alors le type de tâches TT0272 comme portée pragmatique (et globale) de la technique 5. En effet les autres types de tâches proposés n'excluent pas le cas de la superposition (valeur de V3) des éléments de la collection, ce qui n'est pas compatible avec la technique du subitizing. Nous sommes donc dans un cas simple, étudions maintenant un exemple présentant plus de complexité.

	V1	V2	V3	V4		
TT0269	0-5	Sans objet	Vrac	Configuration sans objet	TT0270	
TT0270	0-5	Sans objet	Superposition indéterminée	Configuration sans objet	TT0271	TT0272
TT0271	0-5	Sans objet	Superposé	Configuration sans objet		
TT0272	0-5	Sans objet	Non superposé	Configuration sans objet		

Figure XVII-10 : liste des types de tâches tels que  $V1 = [0 ; 5[$

<sup>153</sup> En l'état d'avancement du travail et des avancées conceptuelles dans T4TEL nous déclarons les portées des techniques. Une perspective, non explorée pour le moment, est de calculer ces portées à partir de RepOnt\_0 et d'une description des techniques avec comme ingrédients des types de tâches.

### Définition des portées pour la technique 6

La technique 6 consiste, à partir d'une collection présentée en vrac et dont le cardinal est un multiple de 10, à réaliser des paquets de 10 puis à compter de 10 en 10. Si on réalise un filtrage des types de tâches en se limitant à ceux pour lesquels V2 vaut « Oui Multiple » et V3 prend une des valeurs de la branche « Vrac » (Vrac ; Superposition indéterminée ; Non superposé ; Superposé) on obtient une liste de vingt-quatre types de tâches (voir Figure XVII-11, p. 316).

	V1	V2	V3	V4
TT0105	0-10000	Oui multiple	Vrac	Configuration sans objet
TT0106	0-10000	Oui multiple	Superposition indéterminée	Configuration sans objet
TT0107	0-10000	Oui multiple	Superposé	Configuration sans objet
TT0108	0-10000	Oui multiple	Non superposé	Configuration sans objet
TT0174	0-1000	Oui multiple	Vrac	Configuration sans objet
TT0175	0-1000	Oui multiple	Superposition indéterminée	Configuration sans objet
TT0176	0-1000	Oui multiple	Superposé	Configuration sans objet
TT0177	0-1000	Oui multiple	Non superposé	Configuration sans objet
TT0243	0-100	Oui multiple	Vrac	Configuration sans objet
TT0244	0-100	Oui multiple	Superposition indéterminée	Configuration sans objet
TT0245	0-100	Oui multiple	Superposé	Configuration sans objet
TT0246	0-100	Oui multiple	Non superposé	Configuration sans objet
TT0324	10-100	Oui multiple	Vrac	Configuration sans objet
TT0325	10-100	Oui multiple	Superposition indéterminée	Configuration sans objet
TT0326	10-100	Oui multiple	Superposé	Configuration sans objet
TT0327	10-100	Oui multiple	Non superposé	Configuration sans objet
TT0393	100-1000	Oui multiple	Vrac	Configuration sans objet
TT0394	100-1000	Oui multiple	Superposition indéterminée	Configuration sans objet
TT0395	100-1000	Oui multiple	Superposé	Configuration sans objet
TT0396	100-1000	Oui multiple	Non superposé	Configuration sans objet
TT0462	1000-1000	Oui multiple	Vrac	Configuration sans objet
TT0463	1000-1000	Oui multiple	Superposition indéterminée	Configuration sans objet
TT0464	1000-1000	Oui multiple	Superposé	Configuration sans objet
TT0465	1000-1000	Oui multiple	Non superposé	Configuration sans objet

Figure XVII-11 : types de tâches candidats pour la détermination de la portée de la technique 6

À partir de cette liste on peut faire les remarques suivantes :

- La variable V4 n'est pas un critère de choix, ce qui est normal puisque dans la situation « Vrac » la seule valeur possible pour V4 est « configuration sans objet » (conséquence de la définition des valeurs de variables du point de vue didactique et conséquence de l'application de la règle 4 du point de vue des types de tâches présents dans RepOnt\_0).
- Concernant la variable V3 il n'y a pas de motivation particulière à privilégier une valeur plutôt qu'une autre, nous retenons dans la plus élevée qui est Vrac.
- Concernant la variable V1, autoriser un cardinal de collection entre 0 et 9 n'a pas de sens puisque nous nous plaçons dans le cas où ce cardinal est un multiple de 10.

Nous estimons par ailleurs (choix du didacticien, lié aux choix qui ont été faits par rapport aux valeurs de la variable V1) que dans le cas où l'organisation du matériel est vrac la portée pragmatique des techniques ne va pas au-delà d'un cardinal égal à 100. L'ensemble de ces considérants nous amène à déclarer, en première intention, comme portée pragmatique de la technique 6 le type de tâche TT0324. Nous examinons alors les parents de ce type de tâches pour tester une éventuelle « meilleure » portée pragmatique. Il s'agit des types de tâches TT0243 ; TT0278 et TT0323 qui sont présentés sur la Figure XVII-12 (p. 317). L'étude de ces trois types de tâches permet de constater que :

Obtention de la représentation ontologique RepOnt\_1 pour le générateur de types de tâches dénombrer une collection

- pour TT0243, les entiers de 0 à 9 (valeur de V1) sont intégrés, ce que nous avons expliqué ne pas souhaiter ;
- pour TT0278 la valeur de V2 est « multiple de 10 indéterminé » ce qui n'est pas conforme à la portée de la technique puisqu'elle ne s'applique que quand le cardinal est un multiple de 10 ;
- pour TT0323 la valeur de V3 est « organisation indéterminée » ce qui n'est pas conforme à la portée de la technique puisqu'elle ne s'applique que quand le matériel est en vrac.

Aucun de ces types de tâches n'est donc une meilleure portée pour la technique 6. Le type de tâche TT0324 est donc la portée pragmatique de la technique 6.

	V1	V2	V3	V4
TT0324	10-100	Oui multiple	Vrac	Configuration sans objet
TT0243	0-100	Oui multiple	Vrac	Configuration sans objet
TT0278	10-100	Multiple de 10 indéterminé	Vrac	Configuration sans objet
TT0323	10-100	Oui multiple	Organisation indéterminée	Configuration indéterminée

Figure XVII-12 : le type de tâche TT0324 et ses parents

Concernant la portée globale le choix réalisé en matière de valeurs de la variable V1 ne permet pas d'exclure les nombres inférieurs à 10 dans le cas où l'on souhaite intégrer toutes les valeurs jusqu'à 10000 (l'intervalle [10 ; 10000[ n'est pas défini comme valeur de la variable V1). Nous choisissons donc le type de tâche TT0105 comme portée globale de la technique 6.

#### Synthèse des portées des techniques du générateur de types de tâches dénombrer une collection

À l'issue d'un processus identique à celui présenté pour les techniques 5 et 6 nous avons déterminé une portée pour chacune de dix-neuf techniques. Le résultat est synthétisé dans le Tableau XVII-4 (p. 317) et la définition des types de tâches présents dans ce tableau est donnée dans la Figure XVII-13, p.318.

Tableau XVII-4 : portée globale et portée pragmatique déclarées pour chacune des techniques

Technique	Portée pragmatique	Portée globale	Technique	Portée pragmatique	Portée globale
<b>Tech 1</b>	TT0197	TT0059	<b>Tech 11</b>	TT0011	TT0011
<b>Tech 2</b>	TT0197	TT0059	<b>Tech 12</b>	TT0011	TT0011
<b>Tech 3</b>	TT0197	TT0059	<b>Tech 13</b>	TT0011	TT0011
<b>Tech 4</b>	TT0197	TT0059	<b>Tech 14</b>	TT0013	TT0013
<b>Tech 5</b>	TT0272	TT0272	<b>Tech 15</b>	TT0017	TT0017
<b>Tech 6</b>	TT0324	TT0105	<b>Tech 16</b>	TT0017	TT0017
<b>Tech 7</b>	TT0324	TT0105	<b>Tech 17</b>	TT0018	TT0018
<b>Tech 8</b>	TT0201	TT0132	<b>Tech 18</b>	TT0019	TT0019
<b>Tech 9</b>	TT0053	TT0122	<b>Tech 19</b>	TT0019	TT0019
<b>Tech 10</b>	TT0053	TT0122			

## Intentions didactiques et recommandation de ressources : vers l'orchestration

	V1	V2	V3	V4
TT0011	Taille de la collection indéterminée	Multiple de 10 indéterminé	Ordonné	Non homogène
TT0013	Taille de la collection indéterminée	Multiple de 10 indéterminé	Non ordonné	Non homogène
TT0017	Taille de la collection indéterminée	Multiple de 10 indéterminé	Partiellement groupé	Configuration indéterminée
TT0018	Taille de la collection indéterminée	Multiple de 10 indéterminé	Partiellement groupé	Homogène
TT0019	Taille de la collection indéterminée	Multiple de 10 indéterminé	Partiellement groupé	Non homogène
TT0053	Taille de la collection indéterminée	Oui multiple	Ordre sans objet	Homogène
TT0059	0-10000	Multiple de 10 indéterminé	Vrac	Configuration sans objet
TT0105	0-10000	Oui multiple	Vrac	Configuration sans objet
TT0122	0-10000	Oui multiple	Ordre sans objet	Homogène
TT0132	0-1000	Multiple de 10 indéterminé	Non vrac	Configuration indéterminée
TT0197	0-100	Multiple de 10 indéterminé	Vrac	Configuration sans objet
TT0272	0-5	Sans objet	Non superposé	Configuration sans objet
TT0324	10-100	Oui multiple	Vrac	Configuration sans objet

Figure XVII-13 : définition des types de tâches déclarés comme portée de technique dans le Tableau XVII-4

## XVII.6 Informations institutionnelles relatives aux types de tâches et aux techniques

Nous traitons dans une section séparée la question des informations institutionnelles associées aux types de tâches et aux techniques. En effet, les informations qui ont été déclarées ne l'ont pas été sur la base d'un travail didactique précis d'analyse des institutions. Les valeurs attribuées l'ont été pour permettre à Vu de réaliser une « preuve de concept » et d'avancer dans son travail. Il s'agit donc de définir une variété de situations. Il nous semble cependant intéressant de présenter cette partie du travail aussi dans la mesure où elle permet de présenter une mise en œuvre, fut-elle fictive, des éléments mis en place dans les chapitres précédents et illustre bien les perspectives apportées. Nous avons défini deux catégories d'informations institutionnelles, d'une part des informations relatives à des institutions génériques et d'autre part des informations relatives à des institutions spécifiques. Le principe est que la première catégorie de variable n'est pas à la disposition de l'enseignant et est remplie en amont de la mise à disposition de l'EIAH à l'enseignant, la deuxième catégorie peut être remplie « par défaut » mais reste modifiable par l'enseignant.

Concernant la catégorie *institution générique* nous avons choisi comme catégorie le niveau scolaire, celui-ci pouvant prendre les valeurs CP, CE1 et CE2. En l'état du travail nous nous sommes concentrés sur les techniques et nous avons attribué les niveaux scolaires tels que lisibles tant de le Tableau XVII-5 (p. 319). Nous avons aussi défini que, si une technique est définie comme conforme à un niveau scolaire alors elle est conforme aux niveaux supérieurs<sup>154</sup>.

<sup>154</sup> Il est donc nécessaire que les niveaux scolaires soient définis comme éléments d'un ensemble ordonné.

Tableau XVII-5 : informations institutionnelles relatives au niveau scolaire pour les techniques de *Dénombrer une collection*<sup>155</sup>

Technique	Niveau scolaire	Technique	Niveau scolaire	Technique	Niveau scolaire
<b>Tech 1</b>	CP	<b>Tech 8</b>	CE1	<b>Tech 15</b>	CE2
<b>Tech 2</b>	CP	<b>Tech 9</b>	CE1	<b>Tech 16</b>	CE1
<b>Tech 3</b>	CE1	<b>Tech 10</b>	CE2	<b>Tech 17</b>	CE1
<b>Tech 4</b>	CE2	<b>Tech 11</b>	CE1	<b>Tech 18</b>	CP
<b>Tech 5</b>	CP	<b>Tech 12</b>	CE2	<b>Tech 19</b>	CE1
<b>Tech 6</b>	CP	<b>Tech 13</b>	CP		
<b>Tech 7</b>	CE2	<b>Tech 14</b>	CE1		

Concernant les *institutions spécifiques*, c'est-à-dire pour nous la classe réelle d'un enseignant donné pour une année donnée, nous avons choisi d'associer un statut relatif à l'histoire de l'élément, ainsi il peut être d'enseignement ancien, d'enseignement récent, d'enseignement en cours et d'enseignement futur. Nous avons aussi proposé quelques règles pour le remplissage par défaut d'initialisation, ainsi pour un enseignant qui enseigne dans une classe de niveau  $n$  :

- Les techniques de niveau strictement inférieur à  $n$  sont renseignées à *enseignement ancien*
- Les techniques de niveau scolaire supérieur ou égal à  $n$  sont renseignées à *enseignement futur*

## XVII.7 Bilan et perspectives du travail sur l'orchestration

Nous arrêtons à ce stade la présentation du travail en cours. Nous disposons maintenant d'une représentation ontologique du MPR *dénombrer une collection* qui intègre les techniques et des informations institutionnelles sur les techniques et les types de tâches. Ce cas d'étude est donc la version la plus aboutie de la représentation ontologique RepOnt\_1 d'un MPR, produite à partir d'un générateur de types de tâches à l'aide d'une approche combinatoire. Nous proposons dans les lignes qui suivent un aperçu de la poursuite de ce travail qui va nous amener à la liaison effective entre des ETP et des intentions didactiques.

Dans *SimBûchettes*, en l'état du développement de l'application, les ressources sont des ETP élémentaires dans le sens où ils ne sont constitués que d'une unique tâche. Un ETP est donc lié à un unique type de tâches optimum. Les différentes relations établies pour la dimension *relation entre les tâches* du modèle M2DR permettent donc de définir des relations non plus de manière interne à un ETP mais entre ETP. Par ailleurs la représentation ontologique RepOnt\_1 du modèle praxéologique de référence, construit à partir du générateur de types de tâches *Dénombrer une collection*, permet d'apporter diverses informations, complémentaires à celles issues du modèle M2DR, sur chaque ETP. La poursuite du travail engagé est maintenant, à partir de ces différents éléments, de mettre en relation des ETP et des intentions didactiques pour accompagner l'enseignant dans la phase de *primo-scripting*. La première étape du travail à venir est de décrire les différents ETP de *SimBûchettes* à l'aide du modèle M2DR. Une fois ce travail réalisé, compte tenu de la disponibilité du MPR, il sera possible, pour une intention didactique

<sup>155</sup> Nous rappelons que ces valeurs sont données à titre illustratif pour favoriser les situations de coexistence et ne sont pas le reflet d'une réalité institutionnelle

formulée sur l'élément type de tâches ou technique d'une organisation mathématique ponctuelle, de fournir :

- Une liste d'ETP dans lesquels le type de tâches est présent ou la technique peut être mobilisée
- Des relations entre ces différents ETP selon les relations définies entre les tâches dans le modèle M2DR (spécialisation ; généralisation ; variation)
- Des informations sur la portée des techniques

Les perspectives ouvertes par la poursuite de ce travail sont présentées dans la section suivante qui dresse un bilan global autour des intentions didactiques.

## XVII.8 Discussion sur les intentions didactiques

Nous avons procédé à une discussion sur le modèle M2DR à la fin de la deuxième partie de ce manuscrit. Nous procédons maintenant à une rapide discussion sur les intentions didactiques. Celles-ci sont formulées selon trois caractéristiques : une organisation mathématique ponctuelle dont on va travailler le type de tâches ou une technique ; un moment de l'étude associé ; la présence ou non d'étayage. Le choix de définir la première caractéristique à l'aide d'une OMP, et de privilégier dans cette OM le type de tâches ou la technique, nous amène à une discussion que nous développons maintenant selon deux directions.

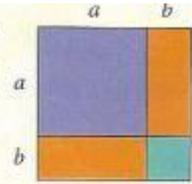
La définition d'une intention sur la base d'une OMP restreint, *a priori*, le travail à un type de tâches particulier. Or il peut être pertinent de travailler non pas un type de tâches spécifique mais un ensemble de types de tâches. Par exemple, ne pas seulement travailler le type de tâches « développer un produit de deux polynômes sous la forme  $(a + b)^2$  », mais plutôt le type de tâches « développer un produit de deux polynômes étant sous la forme d'une identité remarquable », voir même « développer un produit de deux polynômes ». Dans ce cas, si tous les types de tâches visés relèvent du même générateur de types de tâches, la structuration des types de tâches générés par le générateur permet d'associer à un type de tâches, tous les sous-types de tâches lui correspondant. On peut ainsi trouver l'ensemble des ETP mobilisant soit directement le type de tâches déterminé, soit l'un ou l'autre de ces sous-types de tâches. Mais il peut aussi se produire que les types de tâches visés ne relèvent pas tous du même générateur ou ne soient pas liés par la relation « être un sous-type de tâches ». C'est par exemple le cas si on considère un type de tâches défini par « factoriser une expression qui est sous forme d'une identité remarquable ». Les choix réalisés dans la construction de notre MPR de l'algèbre entraînent que ce type de tâches n'existe pas dans notre MPR. Nous avons en effet d'une part le type de tâches « Factoriser une expression sous la forme  $a^2 - b^2$  » dans le GT\_Fact\_S2 et d'autre part « Factoriser une expression sous la forme  $a^2 \pm 2ab + b^2$  » dans le GT\_Fact\_S3. Dans certaines institutions, il peut être pertinent d'autoriser la formulation d'une intention avec un type de tâches tel que « factoriser une expression qui est sous forme d'une identité remarquable ». Pour permettre la prise en compte de telles intentions, il est possible d'associer, comme information institutionnelle, aux types de tâches concernés de GT\_Fact\_S2 et GT\_Fact\_S3 une étiquette « factorisation avec une identité remarquable ». Ceci permet de trouver, à partir d'une seule intention, des ETP associés aux deux GT.

Toujours relativement à la mise en relation entre ETP et intentions didactiques, nous avons présenté une première typologie des ETP. Elle est partielle et n'est pas basée sur une étude systématique. Il est donc probable que certains ETP ne soient pas classables dans cette typologie. Un travail d'analyse systématique d'un corpus important d'ETP, d'origines diverses,

permettrait d'améliorer cette typologie et le cas échéant de la compléter. De la même manière la mise en relation de cette typologie avec les différents types d'étayages, est nécessaire pour améliorer le processus d'association entre ETP et intentions didactiques.

D'autre part, nous n'avons pas considéré d'intentions formulées à partir de la technologie ou de la théorie. Ce choix est lié à l'hypothèse que la construction de technologies ou de théories relève plutôt de l'organisation d'un « parcours ». Il se trouve cependant, que pour certaines technologies, limitées par exemple à une formule, des ETP sont directement destinés à les construire. Un tel cas est illustré sur la Figure XVII-14 (p. 321). Un travail de caractérisation et d'identification de tels ETP n'a pas été mené mais est un prolongement possible au travail engagé.

**3.** Tracer à main levée quatre dessins analogues à celui ci-contre. Les numérotés de (1) à (4).



a/ Hachurer :

- \* sur le dessin (1) une aire égale à  $a^2 + b^2$ .
- \* sur le dessin (2) une aire égale à  $(a + b)^2$ .
- \* sur le dessin (3) une aire égale à  $2ab$ .
- \* sur le dessin (4) une aire égale à  $a^2 + 2ab + b^2$ .

b/ Sur quels dessins a-t-on hachuré la même aire ?  
Écrire l'identité remarquable correspondante.

Figure XVII-14 : exemple d'ETP<sup>156</sup> visant à construire un élément technologique

Enfin il a pu transparaître de l'analyse de certains ETP que la distinction entre le cas des OMP simples et des OMP complexes peut être un facteur d'analyse intéressant et un élément d'information pertinent pour la recommandation de ressources en réponse à une intention didactique. Des travaux actuellement engagés dans l'équipe par Chaachoua, Bessot et Kaspari autour des dynamiques praxéologiques ouvriront certainement des pistes dans ce sens, en particulier en termes d'analyse des rapports entre les techniques dans une OMP complexe.

<sup>156</sup> Manuel de 3<sup>e</sup>, collection Triangle, Hatier, 2003.



# Conclusion générale de la thèse



## XVIII. Conclusion

---

Notre questionnement principal dans cette thèse portait sur la possibilité de réaliser une indexation didactique de ressources pédagogiques. Nous l'avons abordé par la construction d'un modèle de description didactique de ressources de type énoncé avec tâches prescrites (ETP). Ce travail a donné lieu à la production de quatre résultats principaux.

Le premier résultat est *un modèle de description didactique (M2DR) du pôle ontologique d'un ETP*. L'utilisation de ce modèle permet de décrire un ETP selon trois dimensions : sa structure et les tâches qui le composent ; les objets ostensifs qu'il contient ; les relations entre les différentes tâches. Cette description est univoque et permet bien ainsi, comme attendu, son utilisation dans un processus d'indexation. Sa principale qualité est d'offrir une description didactique de l'ETP, en premier lieu par une description précise des savoirs qui y sont mobilisés. Ces savoirs sont modélisés dans un modèle praxéologique de référence (MPR). Le processus de description de l'ETP, appuyé sur le MPR, permet de garantir l'indépendance au codeur de la description de l'ETP. C'est aussi l'élément pivot qui permet de définir l'adéquation institutionnelle d'un ETP.

Le deuxième résultat est *la définition et la modélisation d'une intention didactique* liée à un ETP. Nous avons pour cela identifié trois dimensions permettant de définir une intention didactique : l'organisation mathématique ponctuelle à travailler par l'apprenant ; le moment de l'étude associé ; la présence d'étayages et, le cas échéant, de leurs fonctions. Ces dimensions permettent d'associer à la description ontologique d'une ressource une description fonctionnelle. Nous avons exploité des éléments issus de la description ontologique d'un ETP pour caractériser la présence d'étayages et préciser leurs fonctions. Ce travail peut servir comme outil dans les travaux de la didactique qui visent à comprendre, produire, analyser des praxéologies didactiques. En effet, les praxéologies didactiques peuvent intégrer la mise en œuvre d'ETP.

Le troisième résultat est *une modélisation de la tâche* et la définition du *type de tâches optimum d'une tâche*. Cette modélisation s'inscrit dans le cadre de la TAD. Elle permet de décrire les constituants élémentaires d'un ETP. Ainsi une *tâche* est composée d'une action à réaliser, d'un complément définitoire et d'un complément facultatif. Le complément définitoire et le complément facultatif sont matérialisés par des objets ostensifs. La tâche, dans la TAD, est intrinsèquement liée au type de tâches. Nous avons défini le type de tâches optimum d'une tâche. Il s'agit du type de tâches qui permet la description la plus précise possible de la tâche. Indépendamment du contexte de production de la modélisation de la tâche et de la définition du type de tâches optimum d'une tâche, nous avons construit un lien entre un outil de travail du savoir, la tâche, et la modélisation praxéologique de ce savoir qu'est un MPR. La tâche était jusqu'à maintenant « masquée » derrière le type de tâches. Ces deux définitions représentent un enrichissement de la TAD et plus particulièrement de T4TEL.

Le quatrième résultat est *un processus de construction d'un MPR à partir de générateurs de types de tâches, basé sur une approche combinatoire*. Pour cela nous utilisons un MPR organisé autour de générateurs de types de tâches, tel que proposé dans le cadre T4TEL. Ce processus a été mis en œuvre sur un total de sept générateurs de types de tâches dans deux domaines différents (algèbre élémentaire et dénombrement d'une collection). Certains MPR exploités pour produire les générateurs étaient nativement formalisés dans le cadre T4TEL, d'autres non.

## Conclusion

---

Le processus produit peut être exploité à partir de tout MPR existant et nous avons spécifié les moyens à mettre en œuvre dans le cas d'un MPR non déjà formalisé dans T4TEL. Enfin nous avons articulé ce processus à la construction d'une représentation informatique, à l'aide d'une ontologie, du MPR produit. Cette représentation facilite l'exploitation de ce MPR comme nous l'avons illustré avec la détermination du type de tâches optimum d'une tâche.

Ces résultats ouvrent la porte à cinq perspectives que nous avons retenues évidemment sur la base de leur intérêt scientifique, mais aussi sur leur plus grande proximité avec notre domaine de compétence. Les deux premières s'inscrivent dans le champ de la didactique, les trois suivantes dans celui des EIAH.

La première perspective est *d'analyser l'objet produit, à partir d'un ensemble de générateurs de types de tâches, avec le processus que nous avons défini*. Une première question est de déterminer le statut exact de cet objet : un modèle praxéologique de référence, un ensemble de praxéologies utile dans une perspective d'indexation ? Parallèlement on peut se livrer à un examen « interne » de cet objet. Quelles sont les différences entre les différentes combinaisons générées : sont-elles toutes des types de tâches ? Parmi les types de tâches, quelles sont les fonctions des uns et des autres dans l'ensemble structuré : types de tâches de praxéologies personnelles ? Types de tâches pouvant être un type de tâches optimum ? Types de tâches ne pouvant pas être un type de tâches optimum, mais servant à définir des regroupements de types de tâches ? Un autre questionnement possible est l'impact de contraintes institutionnelles sur l'ensemble des combinaisons. Quelle réduction du nombre de combinaisons selon les contraintes intégrées ? Évidemment ces diverses questions pourront être abordées de manière pertinente uniquement si elles sont inscrites dans des questions de recherche ou des questions d'exploitation. Concernant l'exploitation on peut poser la question de l'utilisabilité d'un tel objet. Cela renvoie essentiellement à des questions d'ingénierie informatique en termes de navigation dans un ensemble contenant plusieurs dizaines de milliers de combinaisons, de puissance de calcul nécessaire pour exploiter cet ensemble, etc.

La deuxième perspective est *d'examiner la place que peuvent prendre les types de tâches optimum dans T4TEL*. L'introduction du type de tâches optimum a amené à particulariser certains types de tâches parmi ceux qui peuvent être produits par un générateur de type de tâches. Ce qui confère à un type de tâches ce statut de type de tâches optimum est l'existence d'une tâche dont il est la description la plus précise. Mais, indépendamment de l'analyse de tâches est-il possible de déterminer tous les types de tâches pouvant avoir ce statut ? Par ailleurs, dans le cadre T4TEL, les techniques sont modélisées par un ensemble de types de tâches. Est-il possible de procéder à cette modélisation uniquement à partir de types de tâches pouvant être optimum ? Sous quelles conditions ?

La troisième perspective est *d'exploiter le modèle M2DR et les intentions didactiques dans le cadre de la génération d'ETP*. Ici on change de paradigme, de « décrire des ressources existantes » à « générer des ressources » comme c'est l'objet de nombreux travaux en EIAH. Certains sont liés à un domaine, c'est par exemple le cas de Aplusix (Bouhineau et al., 2008) autour de l'algèbre ou d'une partie du projet Ambre autour des problèmes additifs (Duclosson, 2004). D'autres travaux visent à produire des outils plus génériques de génération d'exercices comme celui présenté par Cablé et al. (2013). Il serait intéressant d'exploiter le modèle M2DR comme outil permettant la génération d'ETP avec une dimension didactique. Plus précisément, l'exploitation de notre modélisation de la tâche pour définir les « ingrédients de l'ETP », associée

à notre modélisation des intentions didactiques pour structurer les ETP produits, doit permettre de définir un processus de construction d'ETP.

La quatrième perspective concerne *la génération ou la recommandation d'ETP comme aide à la conception de parcours d'apprentissage*. Elle s'inscrit dans le prolongement de la perspective précédente. Cette perspective contient en fait un premier volet purement didactique. Hors cadre des EIAH, Castela (2018) propose par exemple d'organiser le parcours d'un élève pour le travail d'un type de tâches ou d'une technique, en caractérisant différentes formes d'énoncés selon l'objectif. La mise en relation des descriptions d'ETP obtenues à l'aide du modèle M2DR et les différentes phases identifiées par Castela est une piste à étudier. D'une manière plus globale, un des axes de développement important de la TAD est la construction de parcours d'étude et de recherche (PER). Dans ce cadre aussi, la modélisation de la tâche et la description des ETP devraient trouver une place.

La conception, ou l'aide à la conception, de parcours scénarisés d'apprentissage est aussi un champ de recherche important dans le domaine des EIAH. Par exemple, dans le modèle PERSUA2 (Lefevre, Jean-Daubias, & Guin, 2011), sont définies et utilisées les notions de *stratégie pédagogique* et de *contexte d'utilisation*. Questionner le rapport entre ces deux notions et celles d'*intention didactique* et d'*informations institutionnelles* (en particulier pour les institutions spécifiques) associées à des ETP permettrait d'explorer les apports possibles du modèle M2DR à l'étape du modèle PERSUA2 qui concerne la génération d'exercices répondant aux stratégies pédagogiques et au contexte d'utilisation.

La cinquième perspective est *l'exploitation d'ETP, décrits ou générés à l'aide du modèle M2DR, comme service complémentaire dans un EIAH permettant le diagnostic ou l'évaluation des connaissances d'un apprenant*. Elle s'inscrit dans le prolongement des troisième et quatrième perspectives. La réalisation du diagnostic des connaissances d'un apprenant est un thème de recherche important dans la communauté EIAH. Parmi tous ces travaux on pourra citer les projets Pépite et Lingot (Grugeon-Allys, et al., 2012) qui ont donné lieu à de nombreux développements et mises en œuvre dans le domaine de l'algèbre élémentaire. Ces questions du diagnostic et de l'évaluation posent deux questions dans lesquelles nos travaux peuvent pleinement s'inscrire : une fois le diagnostic réalisé, quelles ressources proposer pour poursuivre l'apprentissage ? Mais aussi quelles sont les ressources adaptées pour pratiquer une évaluation ? La première rejoint donc la quatrième perspective avec la mise en place de parcours différenciés (Pilet, 2015). La seconde s'inscrit dans la thématique de l'évaluation qui est par exemple abordée dans le cadre de la TAD par Grugeon-Allys et Pilet (2018). L'articulation entre la génération d'ETP et le diagnostic est une question qui a aussi concerné le projet Aplusix. Il y existe deux modules, l'un de génération d'exercices et l'autre de diagnostic (Chaachoua, et al., 2007 ; Nicaud et al., 2004), mais l'articulation entre les deux n'a pas encore été réalisée. L'ensemble des travaux cités précédemment ont été réalisés dans le cadre de la TAD, ceci devrait favoriser des interactions avec nos propres travaux.

Nous n'avancions pas plus dans l'exploration de ces perspectives. Chacune d'elles peut donner matière à de nombreuses problématiques, et à chaque thèse suffit sa peine...



# Références

---

- Adler, J. (2000). Conceptualising resources as a theme for teacher education. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 3(3), 205-224.
- Adler, J. (2010). La conceptualisation des ressources. Apports pour la formation des professeurs de mathématiques. In G. Gueudet & L. Trouche (Éd.), *Ressources vives. Le travail documentaire des professeurs en mathématiques* (Juin 2010, p. 23-39). Presses Universitaires de Rennes et INRP.
- Bastien, J. M. C., & Scapin, D. L. (1992). A validation of ergonomic criteria for the evaluation of human-computer interfaces. *International Journal of Human-Computer Interaction*, 4(2), 183-196. <https://doi.org/10.1080/10447319209526035>
- Baxandall, M. (1991). *Formes de l'intention, trad. fr. de Catherine Fraixe*. Nîmes, France: Jacqueline Chambon.
- Bittar, M. (2017). A Teoria Antropológica do Didático como ferramenta metodológica para análise de livros didáticos. *Zetetiké*, 25(3).
- Bloom, B. S., Engelhart, M. D., Furst, E. J., Hill, W. H., & Krathwohl, D. R. (1984). *Taxonomy of educational objectives: Handbook 1: Cognitive domain*. Longman Publishing Group.
- Bodin, A. (2003). Comment classer les questions de mathématiques ? In *Communication au colloque international du Kangourou, Paris*. Consulté à l'adresse [www.irem.univ-mrs.fr/IMG/doc/Classification\\_des\\_énonces\\_mathematiques.doc](http://www.irem.univ-mrs.fr/IMG/doc/Classification_des_énonces_mathematiques.doc)
- Bodin, A. (2004). Proposition de nouvelle taxonomie pour les énoncés de mathématiques Classement par niveaux hiérarchisés de complexité cognitive. Consulté à l'adresse [https://www.apmep.fr/IMG/pdf/Taxonomie\\_A\\_Bodin.pdf](https://www.apmep.fr/IMG/pdf/Taxonomie_A_Bodin.pdf)
- Bonnat, C. (2017). *Etayage de l'activité de conception expérimentale par un EIAH pour apprendre la notion de métabolisme cellulaire en terminale scientifique* (Thèse de doctorat). Université Grenoble Alpes, Grenoble.
- Bonnat, C. (2018). Modélisation de praxéologies personnelles a priori dans une situation de conception expérimentale en biologie. In *Pré Actes du 6e Congrès International sur la Théorie Anthropologique du Didactique* (p. 467-481). Autrans, France.
- Borne, D. (1998). *Le manuel scolaire* (Rapport de l'inspection générale de l'éducation nationale). Ministère de l'éducation nationale, de la recherche et de la technologie.
- Bosch, M., & Gascón, J. (2005). La praxéologie comme unité d'analyse des processus didactiques. In A. Mercier & C. Margolinas (Éd.), *Balises pour la didactique des mathématiques : cours de la 12e école d'été de didactique des mathématiques* (p. 107-122). Corps (Isère): La Pensée Sauvage, Grenoble.
- Bosch, Marianna, & Chevallard, Y. (1999a). La sensibilité de l'activité mathématique aux ostensifs. *Recherche en didactique des mathématiques*, 19(1), 77-124.
- Bosch, Marianna, & Chevallard, Y. (1999b). La sensibilité de l'activité mathématique aux ostensifs. *Recherche en didactique des mathématiques*, 19(1), 77-124.
- Bosch, Marianna, Fonseca, C., & Gascon, J. (2004). Incompletitud de las organizaciones matematicas locales en las instituciones escolares. *Recherche en didactique des mathématiques*, 24(2), 205-250.

## Références

---

- Bouhineau, D., Chaachoua, H., & Nicaud, J.-F. (2008). Helping teachers generate exercises with random coefficients. *International Journal of Continuing Engineering Education and Life Long Learning*, 18(5-6), 520-533.
- Brasset, N. (2017a). *Les décisions didactiques d'un enseignant dans un EIAH. Etude de facteurs de type histoire didactique*. (Thèse de doctorat). Université Grenoble Alpes, Grenoble. Consulté à l'adresse <https://tel.archives-ouvertes.fr/tel-01857580>
- Brasset, N. (2017b). Simulation du matériel de numération « bâchettes ». In *Actes du 43e Colloque de la Copirelem* (p. 248-264). Le Puy.
- Brousseau, G. (1995). L'enseignant dans la théorie des situations didactiques. In R. Noïrfalise & M. J. Perrin-Glorian (Éd.), *Actes de la huitième école d'été de didactique des mathématiques* (Vol. 11, p. 3-46). Clermont-Ferrand: IREM de Clermont-Ferrand.
- Brousseau, Guy. (1986). Fondements et méthodes de la didactique des mathématiques. *Recherches en didactique des mathématiques*, 7(2), 33-115.
- Brousseau, Guy. (1997). *Theory of didactical situations in mathematics. Didactique des mathématiques, 1970–1990*. (N. Balacheff, R. Sutherland, & V. Warfield, Éd.). Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.
- Bruner, J. S. (1965). The growth of mind. *American Psychologist*, 20(12), 1007-1017. <https://doi.org/10.1037/h0023276>
- Bruner, J. S. (1983). *Le développement de l'enfant : savoir-faire, savoir dire*. Paris: PUF.
- Cablé, B., Guin, N., & Lefevre, M. (2013). An Authoring Tool for Semi-automatic Generation of Self-assessment Exercises. In H. C. Lane, K. Yacef, J. Mostow, & P. Pavlik (Éd.), *Artificial Intelligence in Education* (Vol. 7926, p. 679-682). Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg. [https://doi.org/10.1007/978-3-642-39112-5\\_87](https://doi.org/10.1007/978-3-642-39112-5_87)
- Castela, C. (2008). Travailler avec, travailler sur la notion de praxéologie mathématique pour décrire les besoins d'apprentissage ignorés par les institutions d'enseignement. *Recherche en didactique des mathématiques*, 28(2), 135-182.
- Castela, C. (2011). *Des mathématiques à leurs utilisations, contribution à l'étude de la productivité praxéologique des institutions et de leurs sujets / Le travail personnel au coeur du développement praxéologique des élèves en tant qu'utilisateurs de mathématiques* (HDR). Université Paris Diderot (Paris 7), Paris.
- Castela, C. (2018). Outiller les enseignants pour la sélection de tâches mathématiques dans les manuels. In *Actes du colloque EMF 2018*. Gennevilliers. Consulté à l'adresse <https://emf2018.sciencesconf.org/resource/page/id/21>
- Castela, C., & Elguero, C. (2013). Praxéologie et institution, concepts clés pour l'anthropologie épistémologique et la socioépistémologie. *Recherches en didactique des mathématiques*, 33(2), 123-162.
- Chaachoua, H. (2010). *La praxéologie comme modèle didactique pour la problématique des EIAH. Etudes de cas : la modélisation des connaissances des élèves*. (Note de synthèse HDR). Grenoble. Université Joseph Fourier.
- Chaachoua, H. (2018a). T4TEL, un cadre de référence didactique pour la conception des EIAH. In J. Pilet & C. Vendeira (Éd.), *Actes du séminaire national de l'ARDM*. Paris.
- Chaachoua, H. (2018b). T4TEL : Un cadre de référence pour la formalisation et l'extension du modèle praxéologique. In *Actes du 6e congrès pour la Théorie Anthropologique du Didactique*. Autrans.

- Chaachoua, H., & Bessot, A. (2016). Introduction de la notion de variable dans le modèle praxéologique. In *Actes du 5e congrès pour la Théorie Anthropologique du Didactique*. Castro-Urgiales.
- Chaachoua, H., Croset, M.-C., Bouhineau, D., Bittar, M., & Nicaud, J.-F. (2007). Description et exploitations des traces du logiciel d'algèbre Aplusix. *Sciences et Technologies de l'Information et de la Communication pour l'Éducation et la Formation*, 14(numéro spécial « Analyses des traces d'utilisation dans les EIAH »), 26.
- Chaachoua, H., Ferraton, G., & Desmoulin, C. (2013). Utilisation du modèle praxéologique de référence dans un EIAH. In Gisèle Cirade, M. Artaud, M. Bosch, J.-P. Bourgade, Y. Chevallard, C. Ladage, & T. A. Sierra (Éd.), *Evolutions contemporaines du rapport aux mathématiques et aux autres savoirs à l'école et dans la société* (p. 301-324). Toulouse, France. Consulté à l'adresse <https://citad4.sciencesconf.org/>
- Charnay, R. (1992). Problème ouvert. Problème pour chercher. *Grand N*, (51), 77-83.
- Chevallard, Y. (1985). *La transposition didactique* (Vol. 95). Grenoble: La pensée sauvage.
- Chevallard, Y. (1991). Dimension instrumentale, dimension sémiotique de l'activité mathématique. In *Actes du séminaire de didactique des mathématiques et de l'informatique de Grenoble* (p. 103-117). Grenoble : Université Joseph Fourier.
- Chevallard, Y. (1992). Concepts fondamentaux de la didactique : perspectives apportées par une approche anthropologique. *Recherche en didactique des mathématiques*, 12(1), 83-121.
- Chevallard, Y. (1995). La fonction professorale : esquisse d'un modèle didactique. In R. Noirfalise (Éd.), *Actes de la VIIIème Ecole d'Été de didactique des mathématiques, août 1995*. Clermont-Ferrand: IREM de Clermont-Ferrand.
- Chevallard, Y. (1998a). Analyse des pratiques enseignantes et didactiques des mathématiques : l'approche anthropologique. In R. Noirfalise (Éd.), *Actes de l'école d'été de la Rochelle* (p. 91-120). Université de la Rochelle: IREM de Clermont-Ferrand.
- Chevallard, Y. (1998b). Analyse des pratiques enseignantes et didactiques des mathématiques : l'approche anthropologique. In R. Noirfalise (Éd.), *Actes de l'école d'été de la Rochelle* (p. 91-120). Université de la Rochelle.: IREM de Clermont-Ferrand.
- Chevallard, Y. (1999). L'analyse des pratiques enseignantes en théorie anthropologique du didactique. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 19(2), 221-265.
- Chevallard, Y. (2002a). Organiser l'étude. 1. Structures & Fonctions. In J.-L. Dorier, M. Artaud, M. Artigue, R. Berthelot, & R. Floris (Éd.), *Actes de la XIe école d'été de didactique des mathématiques* (p. 3-22). La Pensée Sauvage, Grenoble.
- Chevallard, Y. (2002b). Organiser l'étude. 3. Ecologie & régulation. In J.-L. Dorier, M. Artaud, M. Artigue, R. Berthelot, & R. Floris (Éd.), *Actes de la XIe école d'été de didactique des mathématiques* (p. 41-56). La Pensée Sauvage, Grenoble. Consulté à l'adresse [http://yves.chevallard.free.fr/spip/spip/IMG/pdf/Organiser\\_l\\_etude\\_3.pdf](http://yves.chevallard.free.fr/spip/spip/IMG/pdf/Organiser_l_etude_3.pdf)
- Chevallard, Y., & Cirade, G. (2010). Les ressources manquantes comme problème professionnel. In G. Gueudet & L. Trouche (Éd.), *Ressources vives. Le travail documentaire des professeurs en mathématiques* (Juin 2010, p. 41-55). Presses Universitaires de Rennes et INRP.
- Cirade, Gisele. (2012). La formation des professeurs: entre analyse de praxéologies professionnelles et étude de problèmes de la profession. In *Enseignement des mathématiques et contrat social: enjeux et défis pour le 21ème siècle, Actes du colloque EMF, Genève du* (Vol. 3).

## Références

---

- Collectif. (2002). *Lexique des règles typographiques en usage à l'imprimerie nationale* (Nouv. éd. à jour). Paris: Imprimerie nationale.
- Conne, F., & Lemoyne, G. (1999). *Le cognitif en didactique des mathématiques* (Vol. 1). PUM.
- Coulange, L. (2000). *Etudes des pratiques du professeur du double point de vue écologique et économique. Cas de l'enseignement des systèmes d'équations et de la mise en équations en classe de troisième*. Université Joseph-Fourier - Grenoble I, Grenoble. Consulté à l'adresse <https://halshs.archives-ouvertes.fr/tel-00624286/document>
- Coulange, L., Drouhard, J.-P., Dorier, J.-L., & Robert, A. (Éd.). (2012). *Enseignement de l'algèbre élémentaire. Bilan et perspectives*. La Pensée Sauvage.
- Croset, M.-C. (2009). *Modélisation des connaissances des élèves au sein d'un logiciel éducatif d'algèbre. Etude des erreurs stables inter-élèves et intra- élève en termes de praxis-en-acte*. Université Joseph Fourier - Grenoble 1, Grenoble. Consulté à l'adresse <http://tel.archives-ouvertes.fr/docs/00/44/45/57/PDF/these.pdf>
- Croset, M.-C., & Chaachoua, H. (2016). Une réponse à la prise en compte de l'apprenant dans la TAD : la praxéologie personnelle. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 36(2), 161-194.
- De Simone, M., & Chaachoua, H. (2017). The transposition of counting situations in a virtual environment. In G. Aldon & J. Trgalova (Éd.), *Proceedings of the 13th International Conference on Technology in Mathematics Teaching* (p. 314-322). Lyon, France.
- Desmoulins, C. (2010). Construction avec des enseignants d'une ontologie des compétences en géométrie, Geoskills. Présenté à 23es Journées francophones d'Ingénierie des Connaissances, Nîmes, France. Consulté à l'adresse <https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-01008929/>
- Dillenbourg, P. (2013). Design for classroom orchestration. *Computers & Education*, 69, 485-492. <https://doi.org/10.1016/j.compedu.2013.04.013>
- Dillenbourg, P., Järvelä, S., & Fischer, F. (2009). The Evolution of Research on Computer-Supported Collaborative Learning. In N. Balacheff, S. Ludvigsen, T. de Jong, A. Lazonder, & S. Barnes (Éd.), *Technology-Enhanced Learning* (p. 3-19). Dordrecht: Springer Netherlands. [https://doi.org/10.1007/978-1-4020-9827-7\\_1](https://doi.org/10.1007/978-1-4020-9827-7_1)
- Douady, R. (1986). Jeux de cadres et dialectique outil-objet. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 7(2).
- Douglas, M. (2004). *Comment pensent les institutions*. Paris: La Découverte.
- Dreyfus, T., Hershkowitz, R., & Schwarz, B. (2001). The construction of abstract knowledge in interaction. In M. Van den Heuvel-Panhuizen (Éd.), *Proceedings of the 25th Annual Conference for the PME CONFERENCE* (Vol. 2, p. 377-384). Utrecht.
- Dreyfus, Tommy. (2015). Constructing abstract mathematical knowledge in context. In *Selected Regular Lectures from the 12th International Congress on Mathematical Education* (p. 115-133). Springer.
- Drouhard, J.-P. (1992). *Les écritures symboliques de l'algèbre élémentaire*. Université Paris-Diderot-Paris VII.
- Dubinsky, E., & McDonald, M. A. (2001). APOS: A constructivist theory of learning in undergraduate mathematics education research. In *The teaching and learning of mathematics at university level* (p. 275-282). Springer.
- Duclosson, N. (2004). Représentation des connaissances dans l'EIAH AMBRE-add. In *Technologies de l'Information et de la Connaissance dans l'Enseignement Supérieur et*

- l'Industrie* (p. 164-171). Université de Technologie de Compiègne. Consulté à l'adresse <https://edutice.archives-ouvertes.fr/edutice-00000704/file/Duclosson.pdf>
- Duval, R. (1993). Registres de représentation sémiotique et fonctionnement cognitif de la pensée. *Annales de didactique et de sciences cognitives*, 5, 37-65.
- Duval, Raymond, & Pluvinage, F. (1975). Num. 6. p. 22-34. Une analyse, deux manuels: Monge et Revuz de 4ème. *L'Ouvert*, (6), 22-34.
- Ferraton, G. (2011). *Rapport institutionnel à l'objet calcul littéral au collège : construction et utilisation d'un modèle praxéologique de référence pour les trois types de tâche réduire, développer et factoriser une expression littérale*. (Mémoire de Master 2 IC2A). Université Joseph Fourier - Grenoble 1.
- Galilée, M., Dépret, C., & De Vries, E. (2015). A Math Textbook Time Machine for teacher training. *Revista Romana de Interactiune Om-Calculator*, 8(4), 261-279.
- Godino, J. D., Batanero, C., & Font, V. (2007). The onto-semiotic approach to research in mathematics education. *ZDM*, 39(1-2), 127-135.
- Gras, R. (1979). *Contribution à l'étude expérimentale et à l'analyse de certaines acquisitions cognitives et de certains objectifs didactiques en mathématiques* (Thèse de doctorat). Université de Rennes I.
- Gruber, T. (2009). Ontology. In L. Liu & M. T. Özsu (Éd.), *Encyclopedia of database systems*. New-York: Springer. Consulté à l'adresse <http://tomgruber.org/writing/ontology-definition-2007.htm>
- Grugeon, B. (1997). Conception et exploitation d'une structure d'analyse multidimensionnelle en algèbre élémentaire. *Recherche en didactique des Mathématiques*, 17(2), 167-209.
- Grugeon-Allys, B. (2016). Modéliser le profil diagnostique des élèves dans un domaine mathématique et l'exploiter pour gérer l'hétérogénéité des apprentissages en classe: une approche didactique multidimensionnelle. *e-JIREF*, 2(2), 63-88.
- Grugeon-Allys, B., & Pilet, J. (2018). La problématique de l'évaluation et de la régulation : apports de la TAD. In *Pré-actes du 6e congrès international sur la Théorie Anthropologique du Didactique* (p. 172-185). Autrans, France. Consulté à l'adresse [https://citad6.sciencesconf.org/data/pages/Pre\\_proceedings\\_citad\\_7.pdf](https://citad6.sciencesconf.org/data/pages/Pre_proceedings_citad_7.pdf)
- Grugeon-Allys, B., Pilet, J., Chenevotot-Quentin, F., & Delozanne, E. (2012). Diagnostic et parcours différenciés d'enseignement en algèbre élémentaire. *Recherches en Didactique des Mathématiques, Numéro spécial hors-série, Enseignement de l'algèbre élémentaire: bilan et perspectives*, 137-162.
- Gueudet, G., & Trouche, L. (2008). Du travail documentaire des enseignants : genèses, collectifs, communautés. Le cas des mathématiques. *Education & didactique*, 2(3), 7-33.
- Gueudet, G., & Trouche, L. (2010). *Ressources vives. Le travail documentaire des professeurs en mathématiques* (Juin 2010). Presses Universitaires de Rennes et INRP.
- Hausberger, T. (2018). Structuralist Praxeologies as a Research Program on the Teaching and Learning of Abstract Algebra. *International Journal of Research in Undergraduate Mathematics Education*, 4(1), 74-93.
- Hibou, M., Labat, J.-M., & Spagnol, J.-P. (2003). Génération de feuilles d'exercices de géométrie à l'aide d'énoncés indexés automatiquement. In C. Desmoulins, P. Marquet, & D. Bouhineau (Éd.), *Actes de la conférence EIAH 2003* (p. 247-258). Strasbourg.
- Houdement, C. (1999). Le choix des problèmes pour la « résolution de problèmes ». *Grand N*, 63, 59-76.

## Références

---

- Jolivet, S. (2013). *Indexation de ressources : construction d'un modèle à partir d'une approche praxéologique* (Mémoire de Master 2 IC2A) (p. 92). Université Joseph Fourier - Grenoble 1. Consulté à l'adresse [http://chamilo1.grenet.fr/ujf/courses/MASTERIC2ADIDACTIQUE/document/UE6/Memoires\\_Didactique\\_des\\_mathematiques/M2DS-Jolivet\\_S.2013.pdf](http://chamilo1.grenet.fr/ujf/courses/MASTERIC2ADIDACTIQUE/document/UE6/Memoires_Didactique_des_mathematiques/M2DS-Jolivet_S.2013.pdf)
- Jonassen, D. H. (1997). Instructional design models for well-structured and ill-structured problem-solving learning outcomes. *Educational Technology Research and Development*, 45(1), 65-94. <https://doi.org/10.1007/BF02299613>
- Kidron, I., Artigue, M., Bosch, M., Dreyfus, T., & Haspekian, M. (2014). Context, Milieu, and Media-Milieus Dialectic: A case study on networking of AiC, TDS, and ATD. In A. Bikner-Ahsbans & S. Prediger (Éd.), *Networking of Theories as a Research Practice in Mathematics Education* (p. 153-177). Springer.
- Kitzinger, J. (1995). Qualitative research. Introducing focus groups. *BMJ: British medical journal*, 311(7000), 299-302.
- Kollar, I., & Fischer, F. (2013). Orchestration is nothing without conducting – But arranging ties the two together! *Computers & Education*, 69, 507-509. <https://doi.org/10.1016/j.compedu.2013.04.008>
- Le Focus Group | Spiral. (s. d.). Consulté 15 juin 2018, à l'adresse <http://www.spiral.ulg.ac.be/fr/outils/focus-group/>
- Le Moigne, J.-L. (2006). *La théorie du système général. Théorie de la modélisation*. (5e édition). Paris: Presses Universitaires de France. Consulté à l'adresse <http://www.mcxapc.org/inserts/ouvrages/0609tsgtm.pdf>
- Lefevre, M., Jean-Daubias, S., & Guin, N. (2011). PERSUA2, un modèle pour unifier le processus de personnalisation des activités d'apprentissage. In *Environnements Informatiques pour l'Apprentissage Humain, Conférence EIAH'2011* (p. 369-380). Editions de l'UMONS, Mons 2011. Consulté à l'adresse <https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-00605767/file/Lefevre-Marie-EIAH2011.pdf>
- Lefèvre, P. (2000). *La Recherche d'informations : du texte intégral au thésaurus*. Paris: Hermès Science.
- Lemoyne, G., Conne, F., & Brun, J. (1993). Du traitement des formes à celui des contenus d'écritures littérales : une perspective d'enseignement introductif à l'algèbre. *Recherches en didactique des mathématiques*, 13(3), 333-384.
- Lerman, I. C. (1978). Formes d'aptitude et taxinomie d'objectifs cognitifs en mathématiques. *Revue française de pédagogie*, 44(1), 5-33. <https://doi.org/10.3406/rfp.1978.1664>
- Lesnes-Cuisiniez, E. (2018). *Un diagnostic pour la régulation des apprentissages en géométrie au cycle 4* (Mémoire de Master 2) (p. 80). Université Paris 7.
- Libbrecht, P., & Desmoulins, C. (2009). A Cross-curriculum Representation for Handling and Searching Dynamic Geometry Competencies. In D. Dicheva, R. Mizoguchi, & J. Greer (Éd.), *Semantic Web Technologies for e-Learning* (p. 136-155). IOS Presse.
- Loiseau, M. (2009). *Élaboration d'un modèle pour une base de textes indexée pédagogiquement pour l'enseignement des langues* (Thèse de doctorat). Université Stendhal - Grenoble III, Grenoble. Consulté à l'adresse <https://tel.archives-ouvertes.fr/tel-00440460>
- Mandin, S., & Guin, N. (2014). Basing Learner Modelling on an Ontology of Knowledge and Skills. In *2014 IEEE 14th International Conference on Advanced Learning Technologies* (p. 321-323). Athènes.

- Margolinas, C., & Wozniak, F. (2010). Rôle de la documentation scolaire dans la situation du professeur : le cas de l'enseignement des mathématiques à l'école élémentaire. In G. Gueudet & L. Trouche (Éd.), *Ressources vives. Le travail documentaire des professeurs en mathématiques* (p. 233-249). PUR et INRP. Consulté à l'adresse <https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-00496598>
- Marzin-Janvier, P. (2013). *Comment donner du sens aux activités expérimentales ?* (HDR). Université Joseph-Fourier, Grenoble. Consulté à l'adresse <https://tel.archives-ouvertes.fr/tel-00966001/document>
- Matheron, Y. (2000). Analyser les praxéologies. Quelques exemples d'organisations mathématiques. *Petit x*, 54, 51–78.
- Matheron, Y. (2011). A propos de l'article de Marianna Bosch, Yves Chevillard : « La sensibilité de l'activité mathématique aux ostensifs. Objet d'étude et problématique » (RDM 19/1). In M. Abboud-Blanchard & A. Fluckiger (Éd.), *Actes du séminaire national de didactique des mathématiques* (p. 23-30). Paris: ARDM ; IREM de Paris 7. Consulté à l'adresse <http://numerisation.irem.univ-mrs.fr/PS/IPS12005/IPS12005.pdf>
- Melis, E., Gogvadze, G., Libbrecht, P., & Ullrich, C. (2009). ACTIVEMATH - a Learning Platform With Semantic Web Features. In D. Dicheva, R. Mizoguchi, & J. Greer (Éd.), *Semantic Web Technologies for e-Learning* (Vol. 4, p. 159–177). Amsterdam: IOS Press. Consulté à l'adresse [https://s3.amazonaws.com/academia.edu.documents/30773733/Semantic\\_20Web\\_20Technologies\\_20for\\_20e-Learning\\_2c\\_20The\\_20Future\\_20of\\_20Learning.pdf?AWSAccessKeyId=AKIAIWOWYYGZ2Y53UL3A&Expires=1534863860&Signature=Obf1ZrMWte%2BuFBd1D5Xplj36sU8%3D&response-content-disposition=inline%3B%20filename%3De-Learning\\_and\\_the\\_Social\\_Semantic\\_Web.pdf#page=168](https://s3.amazonaws.com/academia.edu.documents/30773733/Semantic_20Web_20Technologies_20for_20e-Learning_2c_20The_20Future_20of_20Learning.pdf?AWSAccessKeyId=AKIAIWOWYYGZ2Y53UL3A&Expires=1534863860&Signature=Obf1ZrMWte%2BuFBd1D5Xplj36sU8%3D&response-content-disposition=inline%3B%20filename%3De-Learning_and_the_Social_Semantic_Web.pdf#page=168)
- Mourtos, N. J., Dejong Okamoto, N., & Rhee, J. (2004). Defining, teaching, and assessing problem solving skills. Présenté à 7th UIECE Annual Conference on Engineering Education, Mumbai, India. Consulté à l'adresse <http://www.sjsu.edu/people/nikos.mourtos/docs/UICEE%2004%20Mumbai.pdf>
- Nicaud, J.-F., Bouhineau, D., & Chaachoua, H. (2004). Mixing microworld and CAS features in building computer systems that help students learn algebra. *International Journal of Computers for Mathematical Learning*, 9(2), 169-211.
- «Nous n'enseignerons plus que « le masculin l'emporte sur le féminin »». (2017, novembre 7). Consulté 5 mars 2018, à l'adresse <http://www.slate.fr/story/153492/manifeste-professeurs-professeures-enseignerons-plus-masculin-emporte-sur-le-feminin>
- Pacherie, E. (2007). Is collective intentionality really primitive? In M. Beany, C. Penco, & M. Vignolo (Éd.), *Mental processes: representing and inferring* (p. 153-175). Cambridge Scholars Press. Consulté à l'adresse [https://jeannicod.ccsd.cnrs.fr/ijn\\_00353603](https://jeannicod.ccsd.cnrs.fr/ijn_00353603)
- Paquette, G. (2007). An Ontology and a Software Framework for Competency Modeling and Management. *Educational Technology & Society*, 10(3), 1-21.
- Pecaut, F. (1911). Exercices scolaires (oraux et écrits). In *Nouveau dictionnaire de pédagogie et d'instruction primaire, édition de 1911* (L'édition électronique). Institut Français de l'Éducation. Consulté à l'adresse <http://www.inrp.fr/edition-electronique/lodel/dictionnaire-ferdinand-buisson/>

## Références

---

- Pernin, J.-P. (2006). Normes et standards pour la conception, la production et l'exploitation des EIAH. In M. Grandbastien & J.-M. Labat (Éd.), *Environnements Informatiques pour l'Apprentissage Humain* (p. 201-222). Paris: Hermès et Lavoisier.
- Pilet, J. (2012). *Parcours d'enseignement différencié appuyés sur un diagnostic en algèbre élémentaire à la fin de la scolarité obligatoire : modélisation, implémentation dans une plateforme en ligne et évaluation* (Thèse de doctorat). Université Paris Diderot (Paris 7), Paris. Consulté à l'adresse <http://tel.archives-ouvertes.fr/tel-00784039>
- Pilet, J. (2015). Réguler l'enseignement en algèbre élémentaire par des parcours d'enseignement différencié. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 35(3), 271-312.
- Pluinage, F. (1993). Grilles et taxinomies. In *Annales de Didactique et de Sciences Cognitives* (Vol. 5, p. 5-17).
- Portugais, J. (1998). Esquisse d'un modèle des intentions didactiques. In J. Brun, F. Conne, R. Floris, & M. L. Schubauer-Leoni (Éd.), *Actes des secondes journées didactiques de la Fouly* (p. 57-88). La Fouly.
- Portugais, J. (1999). L'intentionnalité et le cognitif. In G. Lemoyne & F. Conne (Éd.), *Le cognitif en didactique des mathématiques* (p. 71-102). Québec, Canada: Les presses de l'Université de Montréal.
- Quintana, C., Reiser, B. J., Davis, E. A., Krajcik, J., Fretz, E., Duncan, R. G., ... Soloway, E. (2004). A Scaffolding Design Framework for Software to Support Science Inquiry. *Journal of the Learning Sciences*, 13(3), 337-386. [https://doi.org/10.1207/s15327809jls1303\\_4](https://doi.org/10.1207/s15327809jls1303_4)
- Règle de proximité. (2018). In *Wikipédia*. Consulté à l'adresse [https://fr.wikipedia.org/w/index.php?title=R%C3%A8gle\\_de\\_proximit%C3%A9&oldid=145335273](https://fr.wikipedia.org/w/index.php?title=R%C3%A8gle_de_proximit%C3%A9&oldid=145335273)
- Reigeluth, C. M. (1999). The elaboration theory: Guidance for scope and sequence decisions. *Instructional design theories and models: A new paradigm of instructional theory*, 2, 425-453.
- Ressource. (2010). *Dictionnaire Historique de la langue française* (Le Robert). Paris.
- Robert, A. (1998). Outils d'analyse des contenus mathématiques à enseigner. *Recherches en didactique des mathématiques*, 18(2), 139-190.
- Robert, A. (2003). Tâches mathématiques et activités des élèves : une discussion sur le jeu des adaptations introduites au démarrage des exercices cherchés en classe de collège. *Petit x*, (62), 11.
- Robert, A., & Rogalski, M. (2002). Comment peuvent varier les activités mathématiques des élèves sur les exercices ? Le double travail de l'enseignant sur les énoncés et sur la gestion de classe. *Petit x*, (60), 6-25.
- Rogalski, J. (2003). Y a-t-il un pilote dans la classe ? Une analyse de l'activité de l'enseignant comme gestion d'un environnement dynamique ouvert. *Recherches en didactique des mathématiques*, 23(3), 343-388.
- Ruiz Munzón, N. (2010). *La introducción del álgebra elemental y su desarrollo hacia la modelización funcional* (Thèse de doctorat). Universitat Autònoma de Barcelona.
- Ruiz-Munzón, N., Bosch, M., & Gascón, J. (2013). Comparing approaches through a reference epistemological model: the case of school algebra. In *Proceedings of the 8th Congress of the European Society for Research in Mathematics Education* (p. 2870-2879). Consulté à l'adresse [http://cerme8.metu.edu.tr/wgpapers/WG16/WG16\\_Bosch.pdf](http://cerme8.metu.edu.tr/wgpapers/WG16/WG16_Bosch.pdf)

- Sayac, N., & Grapin, N. (2013). Facteurs de compétence et de complexité en mathématique : un outil au service de la formation des enseignants. In *Actes du 25ème colloque de l'ADMEE* (p. 8). Fribourg. Consulté à l'adresse [http://www.admee2013.ch/ADMEE-2013/7\\_files/Sayac-ADMEE-2013.pdf](http://www.admee2013.ch/ADMEE-2013/7_files/Sayac-ADMEE-2013.pdf)
- Scapin, D. L., & Bastien, J. C. (1997). Ergonomic criteria for evaluating the ergonomic quality of interactive systems. *Behaviour & information technology*, 16(4-5), 220-231.
- Searle, J. R. (1983). *Intentionality: An essay in the philosophy of mind*. Cambridge university press.
- Searle, J. R. (1985). *L'intentionnalité. Essai de philosophie des états mentaux*. Paris: Les éditions de Minuit.
- Sensevy, G. (2010). Formes de l'intention didactique, collectifs, et travail documentaire. In G. Gueudet & L. Trouche (Éd.), *Ressources vives. Le travail documentaire des professeurs en mathématiques* (Juin 2010, p. 147-161). Presses Universitaires de Rennes et INRP.
- Sfard, A. (1991). On the dual nature of mathematical conceptions: Reflections on processes and objects as different sides of the same coin. *Educational studies in mathematics*, 22(1), 1-36.
- Sierra, T. A. (2006). Lo matemático en el diseño y análisis de organizaciones didácticas. Los sistemas de numeración y la medida de magnitudes. *Universidad Complutense de Madrid. Facultad de Educación. ISBN, 978-984*.
- Sobreira, P., & Tchounikine, P. (2012). A model for flexibly editing CSCL scripts. *International Journal of Computer-Supported Collaborative Learning*, 7(4), 567-592.
- Sobreira, P., & Tchounikine, P. (2015). Table-based representations can be used to offer easy-to-use, flexible, and adaptable learning scenario editors. *Computers & Education*, 80, 15-27.
- Soury-Lavergne, S. (1998). *Etayage et explication dans le préceptorat distant, le cas de TéléCabri* (Thèse de doctorat). Université Joseph-Fourier - Grenoble I, Grenoble. Consulté à l'adresse <https://tel.archives-ouvertes.fr/tel-00004906>
- Sy, M. F. (2012). *Utilisation d'ontologies comme support à la recherche et à la navigation dans une collection de documents*. Montpellier II, Montpellier. Consulté à l'adresse [http://hal.archives-ouvertes.fr/docs/00/82/25/16/PDF/TheseMohamethFrancoisSY\\_UMII.pdf](http://hal.archives-ouvertes.fr/docs/00/82/25/16/PDF/TheseMohamethFrancoisSY_UMII.pdf)
- Tang, M. D. (2014). *Une étude didactique des praxéologie de la représentation en perspective dans la géométrie dans l'espace, en France et au Viêt Nam* (Thèse de doctorat). Université Joseph Fourier - Grenoble 1, Grenoble.
- Tchounikine, P. (2013). Clarifying design for orchestration: Orchestration and orchestrable technology, scripting and conducting. *Computers & Education*, 69, 500-503. <https://doi.org/10.1016/j.compedu.2013.04.006>
- Tempier, F. (2013). *La numération décimale à l'école primaire. Une ingénierie didactique pour le développement d'une ressource*. (Thèse de doctorat). Université Paris-Diderot - Paris VII. Consulté à l'adresse <https://tel.archives-ouvertes.fr/tel-00921691>
- Tonnelle, J. (1979). *Le monde clos de la factorisation au 1er Cycle* (Mémoire de D.E.A.) (p. 80). Université de Bordeaux 1.
- Tricot, A., Plegat-Soutjis, F., Camps, J.-F., Amiel, A., Lutz, G., & Morcillo, A. (2003). Utilité, utilisabilité, acceptabilité : interpréter les relations entre trois dimensions de l'évaluation des EIAH. In *Actes de la conférence EIAH* (p. 391-402). Strasbourg.

## Références

---

- Ullrich, C. (2004). Description of an instructional ontology and its application in web services for education. In *Proceedings of Workshop on Applications of Semantic Web Technologies for E-learning, SW-EL* (Vol. 4, p. 17-23).
- Ullrich, C. (2005). The learning-resource-type is dead, long live the learning-resource-type. *Learning Objects and Learning Designs*, 1(1), 7-15.
- Van Assche, F. (2007). Linking Learning Resources to Curricula by using Competencies. In *Proceedings of the First International Workshop on Learning Object Discovery & Exchange* (p. 80-91). Crête: CEUR-WS.org. Consulté à l'adresse <http://ceur-ws.org/Vol-311/paper11.pdf>
- Venturini, P. (2012). Action, activité, « agir » conjoints en didactique : discussion théorique. *Éducation et didactique*, 6(1), 127-136. <https://doi.org/10.4000/educationdidactique.1348>
- Vygotsky, L. (1978). *Mind in Society. The Development of Higher Psychological Processes*. Harvard: University Press.
- Wang, P. (2016). *Chao : un framework pour le développement de systèmes d'orchestration d'EIAH sur tablettes en classe* (Thèse de doctorat). Université Grenoble Alpes, Grenoble. Consulté à l'adresse <https://tel.archives-ouvertes.fr/tel-01679313>
- Wang, P., Tchounikine, P., & Quignard, M. (2018). Chao: a framework for the development of orchestration technologies for technology-enhanced learning activities using tablets in classrooms. *International Journal of Technology Enhanced Learning*, 10(1-2), 1-21.
- Wiley, D. A. (2002). Connecting learning objects to instructional design theory: A definition, a metaphor, and a taxonomy. In D. A. Wiley (Éd.), *The instructional use of learning objects* (p. 3-24). Agency for Instructional Technology and Association for Educational Communications & Technology. Consulté à l'adresse <http://members.aect.org/publications/InstructionalUseofLearningObjects.pdf#page=7>

<b>C</b>	
<i>convergence de liaison pour la dimension</i> ....	269
<b>D</b>	
<i>descripteurs empruntés</i> .....	236
<i>descripteurs produits</i> .....	236
description d'une technique – T4TEL.....	109
description didactique du pôle ontologique d'un ETP.....	95, 152
dimension objets ostensifs d'un ETP .....	131
dimension tâches et structuration d'un ETP.	130
<i>divergence de liaison pour la dimension</i> .....	269
<b>E</b>	
échelle de codétermination du didactique...293	
énoncé avec tâche prescrite .....	78
étayage .....	296
ETP .....	78
ETP « Distributivité à gogo » .....	130
<b>G</b>	
GT_Dev.....	166
GT_F+ .....	179
GT_F2.....	179
GT_F3.....	179
GT_F4.....	179
<b>I</b>	
Indexation.....	30
indexation didactique .....	32
ingrédients de la technique .....	109
intention didactique relative à un ETP.....	297
<b>L</b>	
Langage documentaire .....	30
le type de tâches TGen .....	124
learning object .....	44
Learning Object Metadata .....	45
LOM .....	45
<b>M</b>	
moments de l'étude.....	293
<b>N</b>	
<i>niveau de convergence</i> .....	270
norme.....	45
<b>O</b>	
OMG .....	103
OML.....	103
OMP.....	103
OMPC .....	103
OMPS.....	103
OMR .....	103
<b>P</b>	
P_globale ( $\tau$ ).....	109
P_prag ( $\tau$ ) .....	109
pôle fonctionnel .....	41
pôle génétique .....	41
pôle ontologique .....	41
portée globale d'une technique .....	109
portée pragmatique d'une technique .....	109
<b>Q</b>	
Question de recherche n°1 (modélisation du savoir) .....	71, 81, 82, 114, 116, 152, 278
Question de recherche n°2 (liaison entre ressource et curriculum) 71, 82, 83, 153, 278, 283	
Question n°1.....	42
Question n°2.....	42
Question n°3.....	42
<b>R</b>	
relation être de même type de tâche optimum .....	133
relation être un ingrédient de .....	134
relation être une généralisation de.....	133
relation être une spécialisation de.....	133
relation être une variation de .....	134
relation être utile à.....	135
relation nécessite .....	136
RepOnt_0 .....	194
RepOnt_1 .....	194
ressource pédagogique .....	44
<b>S</b>	
ScoLOMFR .....	46
Sous-type de tâches – T4TEL .....	109
standard .....	45

## Index

---

### T

$T^{\wedge} \subset_{ST} T$ .....	123
$t_1 \sim_{Topt} t_2$ .....	133
$t_1 <_{spe} t_2$ .....	133
$t_1 \rightarrow \tau(t_2)$ .....	134, 221, 226
$t_2 >_{gen} t_1$ .....	133
tâche .....	119
Type de tâches – T4TEL .....	109
type de tâches le plus générique .....	113
type de tâches optimum.....	127
types de tâches intrinsèques et extrinsèques – T4TEL .....	110

### V

valeur de variable « nom_de_la_variable + quelconque ».....	124
Var_Tpivot ( $t_1 ; t_2$ ).....	134
variables dépendantes .....	113

# Annexes

Reproduction des pages 7 à 11 de la thèse R. Gras. Tableau d'objectifs cognitifs et explicitations.

TABLEAU D'OBJECTIFS COGNITIFS

CATEGORIES	RUBRIQUES	OBJECTIFS	ACTIVITES ATTENDUES
A Connaissance des outils de préhension de l'objet et du fait mathématiques	A1	Connaissance de la terminologie et du fait spécifique	associer assembler
	A2	Capacité d'action intériorisée sur l'évocation d'une forme physique du concept	simuler observer
	A3	Capacité de lire des cartes, des tableaux, des graphiques, des notices	déchiffrer décrire
	A4	Effectuation d'algorithmes simples	organiser, calculer
B Analyse de faits et transposition	B1	Substitution d'une démarche représentative à une manipulation Anticipation graphique	abstraire prolonger induire
	B2	Reconnaissance et usage d'une relation implicite simple où intervient l'objet mathématique connu	analyser comparer
	B3	Traduction d'un problème d'un mode dans un autre avec interprétation	schématiser, traduire, transposer
C Compréhension des relations et des structures	C1	Compréhension du concept, de ses relations avec les autres objets mathématiques	reconnaître construire
	C2	Compréhension d'un raisonnement mathématique : justification d'un argument	justifier
	C3	Choix et ordonnancement d'arguments	déduire
	C4	Application dans des situations familières	analyser, abstraire, appliquer, interpoler
D Synthèse et créativité	D1	Effectuation et découverte d'algorithmes composites et de nouvelles relations	organiser, calculer, optimiser
	D2	Construction de démonstration et d'exemples personnels	illustrer, démontrer, valider, créer, inventer
	D3	Découverte de généralisations	généraliser, induire, prévoir, extrapoler
	D4	Reconnaissance du modèle et application dans des situations non routinières	modéliser, identifier, différencier, classier, résumer
E Critique et évaluation	E1	Distinction du nécessaire et du suffisant	formuler des hypothèse (sic), déduire
	E2	Critique de données et de méthodes ou de modèles résolvants	contrôler, optimiser, prévoir, critiquer, questionner, vérifier
	E3	Critique d'argumentation et construction de contre-exemple	critiquer, tolérer, contredire

Tableau 6 : tableau d'objectifs cognitifs, reproduction du tableau de (Gras, 1979, p.7)

Classe A : Connaissance des outils de préhension de l'objet du fait mathématique

Les capacités décrites ici portent sur des schémas, fruits d'une imitation qui préfigure la représentation<sup>157</sup>, schémas construits autour de l'objet et du fait mathématiques. On y retrouve la capacité d'associer définition et représentation mais également action et image mentale. Les règles d'action sont plus subordonnées au signifiant qu'au signifié, bien qu'elles visent la connaissance de celui-ci. Cependant, de façon inconsciente, le signifiant reçoit un statut conceptuel qui n'est pas celui du signifié. Le calcul relationnel coordonnateur des schémas offre un aspect opératoire autant psychomoteur que cognitif (action intériorisée même au niveau de l'effectuation de simples algorithmes de calculs ou de tracés). Il a pour effet de structurer de façon appropriée l'ensemble des actions des outils sur les objets et de « réduire l'objet (extérieur) aux schémas d'activité du sujet » (Piaget dans [42]). Cette structuration s'accompagne de l'élaboration de théorèmes en actes, véritables règles inférentielles constitutives d'un modèle implicite qui peut être parfaitement licite.

Classe B : Analyse de faits et transposition

Les objectifs de cette classe visent à séparer tout en les coordonnant deux langages, deux syntaxes et deux logiques, élaborés à la suite d'échanges d'information avec le milieu. Il peut s'agir de langages associés à deux signifiants du même signifié. Pour assurer la distinction de leurs plans, on doit se montrer capable de maîtriser le dictionnaire de transposition et d'anticiper l'action sur ou l'autre de ces plans. L'homomorphisme de transposition, qui permet la substitution d'une action par une autre, doit être réversible pour être significatif de l'accès à la représentation en tant que telle. « Ce n'est pas par l'apprentissage des structures linguistiques » que l'enfant y parvient dit G. Mottet dans [37] mais par « activité de différenciation de signifiants ».

Classe C : Compréhension des relations et des structures

L'identification du concept s'élève de la prise de conscience de l'invariant opératoire à travers les différents signifiants. Elle permet peu à peu une restructuration des connaissances englobant le ou les nouveaux concepts, en rompant leur isolement. Les nouvelles règles d'action et le calcul relationnel associé permettent d'élaborer un nouvel homomorphisme entre plans des signifiants et plan du signifié et, de plus :

- . d'une part, de valider des assertions au sujet du concept et de ses relations avec les autres. Après avoir été explicités, les théorèmes en actes peuvent être remis en question ou leur champ peut être limité, au cours de cette phase de validation
- . d'autre part, de réinvestir le modèle élargi dans des situations suffisamment familières pour que l'équilibre ne soit pas compromis.

Notons la différence, à ce dernier sujet, entre les situations de la classe A où le concept se trouvait illustré par le milieu, et les situations de la classe C où le concept devient opératoire sur le milieu à travers les applications.

---

<sup>157</sup> « Il semble de que le facteur principal qui rende possible cette fonction sémantique soit l'intériorisation de l'imitation » (Piaget dans [42].)

Classe D : Synthèse et créativité

On atteint maintenant les formes mentales supérieures. La pensée intègre en une nouvelle structure le ou les concepts élaborés jusqu'alors juxtaposés ou simplement unis par des schémas d'action aux autres. Cette même pensée se libère en se montrant capable de maîtriser une combinatoire complexe et capable de divergence au niveau de la production. Autrement dit, se met en place progressivement une démarche plus systémique qu'analytique<sup>158</sup>, elle permet donc d'ériger des systèmes en globalité, plutôt qu'une simple analyse de leurs constituants. C'est dans cette classe que l'on situera ainsi les capacités à créer des exemples personnels, à générer des algorithmes<sup>159</sup>, à découvrir des généralisations et à transférer de façon opératoire les concepts dans de nouvelles situations extra-mathématiques.

Classe E : Critique et évaluation

J'ai placé cette classe en dernier car elle semble nécessiter de savoir prendre la distance maximum par rapport à la réalité et à la théorie mathématique, symptôme le plus significatif de l'intériorisation. C'est cette distance qui permet de hiérarchiser, hors affectivité, les causalités entre propositions, de prélever les données minimales pour résoudre un problème, d'imaginer une hypothèse absente, de choisir efficacement la méthode ou le modèle résolvants, d'opposer contradictoirement à une assertion le contre-exemple décisif. Dans ces niveaux supérieurs, les systèmes de signifiants se trouvent munis d'une grande mobilité. Plus la distance objet-sujet augmente, plus la superposition signifiant-signifié non seulement ne présente aucun risque mais en plus permet par la stabilité de l'équilibre cognitif une grande efficacité et une libération de la pensée décripée.

Remarque : Insistons sur la relativité de la classification d'une tâche déterminée à l'égard de différentes variables :

- . le passé de l'élève (y compris son apprentissage)
- . son âge
- . le concept en question
- . la subjectivité du classificateur

Mais ce problème va prendre une acuité toute particulière lors de l'opérationnalisation par un test cognitif. Cette difficulté et certaines aberrations sont signalées par Y. Tourneur dans [51] et par V. et G. de Landsheere dans [17] lors de l'usage de la taxonomie de Bloom. De notre côté, une opérationnalisation à l'aide de la « N.L.S.M.A. » n'a pas porté les fruits attendus. Un des objets du chapitre II consistera à décrire l'opérationnalisation, sur le concept de symétrie centrale, de la taxonomie que j'ai construite. Il sera accompagné entre autre des critiques formulables à l'égard de la taxonomie et à l'égard de cette opérationnalisation. A ma connaissance, il en a été fait d'autres usages, plutôt positifs :

- . à Bordeaux, par P. Teullé et G. Vinrich (cf [49]) pour établir, dans des situations didactiques, quels objectifs étaient visés par les enseignants.
- . à Toulouse, par Marie-Claire Dauvisis (thèse d'état en cours) pour obtenir dans une épreuve docimologique un consensus entre évaluateurs sur les objectifs de questions d'examen.
- . en outil d'analyse de manuels scolaires (grille d'analyse de l'APMEP).

---

<sup>158</sup> Certains psychologues contestent la hiérarchie analyse → synthèse et délient cette dépendance.

<sup>159</sup> Par exemple trouver une astuce de calcul mental permettant un raccourci algorithmique

---

Références bibliographiques citées dans cette reproduction (selon les normes de citation utilisées dans le document d'origine).

[17] DE LANDSHEERE V. et G. – « Définir les objectifs de l'éducation ». (P.U.F., 1976)

[37] MOTTET G. – « Les rapports du langage et du développement cognitif dans l'œuvre de Piaget ». (Bulletin de Psychologie n°320, 1975-76)

[42] PIAGET J. – « Psychologie et épistémologie ». (Denoël, 1970)

[49] TEULLE P. et VINRICH G. – « Observations, analyses, dépendances sur les comportements d'enfants dans une approche de la division euclidienne ». (I.R.E.M. de Bordeaux, mars 1974).

[51] TOURNEUR Y. – « Classification des questions d'évaluation en mathématique » et « Taxonomie des objectifs cognitifs en mathématiques : étude du modèle N.L.S.M.A. ». (Mathematica et Pedagogia n<sup>os</sup> 56 et 57, 1972).

Dans cette annexe nous reproduisons le guide d'entretien utilisé lors des deux sessions du focus group.

### Introduction – présentation

Durée	Action de l'animateur	Organisation des participants	Actions des participants
10 min.	Lire le texte ci-dessous	Seul	Ecouter Demander précision si nécessaire

Je vous remercie toutes et tous d'avoir accepté de prendre de votre temps pour participer à ce focus-group.

Dans le cadre de mon travail de thèse je m'intéresse à la description de ressources de type exercice ou problème de mathématiques. Au travers de ce focus group je poursuis un double objectif :

- connaître les éléments qui vous semblent nécessaires pour décrire une ressource et l'importance relative que vous accordez à chacun de ces éléments
- vérifier la fonctionnalité et la pertinence d'un modèle de description de ces ressources que j'ai pu élaborer.

Des temps individuels alterneront avec des temps collectifs. L'objectif n'est pas l'émergence d'un consensus mais bien de favoriser l'expression d'un maximum d'idées et de besoins.

Pour être exploitable ce temps doit être mené d'une manière relativement codifiée, donc d'une manière générale, en dehors du passage des consignes et d'éventuelles précisions à apporter à ces consignes, je n'interagirai pas avec vous durant le déroulé de la séance sur le contenu, de manière à ne pas biaiser vos réflexions.

Pour cela le travail va être organisé de la manière suivante :

- Un premier temps, court, autour d'un portrait chinois.
- Les deux temps suivants vont être consacrés à l'émergence de vos représentations relativement à la description d'une ressource de type ETP et à leur classification.
- Un quatrième temps va être consacré à l'évaluation du modèle de description que j'ai construit.
- Un cinquième et dernier temps sera consacré au remplissage d'un questionnaire.

Afin de pouvoir exploiter ce travail je vais relever les traces suivantes :

- Captation audio de la séance
- Récupération et captation (photos) de traces papier de vos activités (énoncés annotés, photos de vos notes...)

Toutes les ressources qui vous seront proposés sont issus de manuels scolaires mais ils sont volontairement décontextualisés par le biais de la suppression toute référence à leur contexte d'origine.

La durée totale de ce focus group ne devrait pas excéder 1H30.

Nous allons donc pouvoir passer au premier temps d'activité me permettant d'avoir une idée générale de votre représentation du concept de ressources et, éventuellement, en écoutant les retours des autres d'élargir vos premières représentations.

### Portrait chinois

Durée	Action de l'animateur	Organisation des participants	Actions des participants	Remarques
2 min.	Lire et projeter la consigne	Collectif	Ecouter Réagir si besoin	
5 min.	Attendre	Seul	Produire leur réponse	
8 min.	Faire tourner la parole	Collectif	Présenter leur réponse et écouter celles des autres	Pas d'interactions entre participants prévues.
Temps cumulé pour cette phase : 15 minutes				
Temps cumulé depuis le début : 25 minutes				

Le jeu est simple, vous devez simplement compléter les deux phrases suivantes :

Première phrase : pour moi, si une ressource pédagogique était un animal elle serait ... parce que ...

Deuxième phrase : pour moi, si une ressource pédagogique était un bâtiment elle serait ... parce que ...

[Déroulé de l'activité]

### Terminologie autour de la description des ressources et classification

Durée	Action de l'animateur	Organisation des participants	Actions des participants
5 min.	Lire et projeter la consigne	Collectif	Ecouter Réagir si besoin
10 min. Phase 1	S'assurer du respect des consignes	Individuel	Produire les post-it
10 min. Phase 2	Faire circuler la parole. Veiller au respect des consignes	Collectif	Lecture et annotation des post-it.
10 min. Phase 3			
Temps cumulé pour cette phase : 35 minutes			
Temps cumulé depuis le début : 55 minutes			

Consigne : je mets à la disposition de chacun de vous une sélection de quelques ressources (vous disposez tou-te-s du même jeu de ressources).

Phase 1 :

Pour chacune d'elle définir ce que sont les éléments qui vous semblent la caractériser en vous positionnant relativement à votre « métier » : enseignant de mathématique – didacticien – informaticien – SDE.

## Annexe 2

Noter chaque élément (sous forme d'un mot ou d'une expression courte) sur un post-it jaune différent. Sur le post-it vous pouvez indiquer le nombre de ressources (un bâton par ressource) pour lequel cet élément vous semble pertinent.

Ce travail est individuel.

Vous disposez pour ce travail de 10 minutes.

### Phase 2 :

Chacun lit un post-it qu'il a produit.

Si un post-it vous paraît pertinent et que vous ne l'avez pas dans votre liste vous pouvez l'ajouter à l'aide d'un **post-it rose** à votre collection.

Si un post-it vous semble être un synonyme d'un des vôtres vous recopiez sur le vôtre le mot associé (en le mettant entre parenthèse).

Si un post-it est identique à l'un des vôtres vous mettez le vôtre de côté pour ne pas le lire à nouveau lorsque votre tour arrive.

Itération jusqu'à épuisement des post-it.

### Phase 3 :

Vous disposez maintenant d'un lot de post-it (jaunes et éventuellement roses).

A l'aide du tableau à quatre colonnes fournit, classer vos descripteurs en quatre catégories selon l'importance que vous leur accordez.

Vous pouvez :

Ajouter un bref (et lisible) commentaire à côté d'un ou plusieurs post-it si vous souhaitez expliciter un élément

### **Avant de passer à la phase suivante numérotez vos descripteurs.**

Quel niveau d'importance associez-vous à chacun de vos critères de description de ressource (i.e. : quels sont les critères que vous souhaiteriez trouver comme élément de description d'une ressource)

Très important	Important	Peu important	Très peu important

## Liens entre ressources et modèle d'ETP

Durée	Action de l'animateur	Organisation des participants	Actions des participants
5 minutes	Présentation de ce dernier temps	Collectif	Ecouter Réagir si besoin
5 minutes Phase 1	Présenter le modèle, illustrer par un exemple	Collectif	Ecouter Réagir si besoin
	Discussion autour du modèle pour assurer appropriation / et récolter éléments amélioration		
10 minutes Phase 2	Donner la consigne. Veiller au respect de la consigne.	Individuel	Rattachement des descripteurs par le remplissage du tableau
15 minutes Phase 3	Organise l'échange sur le bilan	Collectif	Echanges et commentaires autour du rattachement des descripteurs aux dimensions
Temps cumulé pour cette phase : 35 minutes			
Temps cumulé depuis le début : 90 minutes			

Phase 1 :

Présentation du modèle, une diapo support qui est par ailleurs remise aux participants sur format papier.

Présentation d'un exemple d'ETP décrit selon les différentes dimensions.

Phase 2 :

En utilisant les numéros donnés à chacun de vos descripteurs à l'issue de la phase précédente essayer de déterminer quelle dimension ou combinaison de dimensions du modèle permettrait d'obtenir cette information.

Vous disposez pour cela du tableau suivant.

## Annexe 2

Pour chaque descripteur le reporter dans la ou les colonnes du modèle de description qui permettrait selon vous d'obtenir cette information.

Dimension tâche	Dimension relation entre les tâches	Dimension « modalités de communication des tâches »	Non classable

## Conclusion

Remerciement des participants.



Dans un contexte où les outils numériques et le WEB permettent la diffusion et le partage massif de ressources, le défi actuel est de trouver la bonne ressource au bon moment. Pour les ressources d'enseignement, les standards de description actuels (LOM ou ScoLOMFr par exemple) ne permettent pas une description des dimensions didactiques d'une ressource. Notre thèse est une contribution pour combler ce manque, en nous situant dans le domaine de environnements informatiques pour l'apprentissage humain (EIAH). Nous nous sommes particulièrement intéressé à la description de ressources de type « énoncé avec tâche prescrite » (ETP). Nous nous sommes placé dans le cadre de la théorie anthropologique du didactique (TAD) et avons en particulier exploité la formalisation de l'approche praxéologique proposée par le cadre T4TEL. Nous proposons quatre résultats principaux. Le premier est un modèle de description didactique de ressources (M2DR) de type ETP. Il permet la description d'un ETP sur la base de critères didactiques et de déterminer son adéquation avec un curriculum. Ce modèle est construit à partir de l'exploitation d'un modèle praxéologique de référence (MPR). Le deuxième résultat est la modélisation d'intentions didactiques, utilisées pour pouvoir chercher des ETP décrits à l'aide du modèle M2DR. Le troisième résultat est un enrichissement du cadre T4TEL, en définissant une modélisation de la tâche et en introduisant la notion de type de tâches optimum. Le quatrième résultat est la définition d'un processus de construction d'une représentation ontologique d'un MPR décrit dans T4TEL à l'aide de générateurs de types de tâches. Ce processus permet une utilisation du modèle dans un cadre informatisé. Il a été appliqué à différents MPR, dans les domaines de l'algèbre élémentaire et de la numération. Ceci a permis l'utilisation du modèle M2DR pour décrire différents ETP.

**Mots clé :** didactique des mathématiques ; TAD ; T4TEL ; modèle praxéologique de référence ; ressources d'apprentissage ; indexation ; EIAH

In a context where digital tools and the WEB allow for the diffusion and massive sharing of resources, the current challenge is to find the right resource at the right time. Current description standards (e.g. LOM or ScoLOMFr) do not allow the description of the didactic dimensions of a learning object. Our thesis is a contribution to fill this gap from the Technology-Enhanced Learning (TEL) field point of view. We were particularly interested in the description of mathematics exercises. We conducted our work within the Anthropological Theory of Didactics (ATD) framework. More specifically, we have exploited the formalization of the praxeological approach proposed by the T4TEL framework. Our findings and propositions are four-fold. First, we proposed a didactic resource description model (M2DR) that allows the description of a mathematics exercises based on didactic criteria and determines its suitability for a curriculum. This model is based on the use of a reference epistemological model (REM). The second result is the modeling of didactic intentions, used for searching for mathematics exercises described with the M2DR model. The third result is an enhancement of the T4TEL framework defining a task model and introducing the notion of optimal types of tasks. The fourth result is the definition of a process for implementing an ontological representation of a REM described in T4TEL using types of tasks generators. This process allows the model to be used in a computerized environment. It has been applied to different REMs in the fields of elementary algebra and numeracy. That fostered the use of the M2DR model to describe different mathematics exercises.

**Keywords:** mathematics education; ATD; T4TEL; reference educational model; learning object; indexing; TEL