



**HAL**  
open science

# Étude des endommagements sur CMC par une approche de modélisation micro-méso alimentée par des essais in situ

Vincent Mazars

► **To cite this version:**

Vincent Mazars. Étude des endommagements sur CMC par une approche de modélisation micro-méso alimentée par des essais in situ. Matériaux. Université de Bordeaux, 2018. Français. NNT : 2018BORD0251 . tel-02081160v2

**HAL Id: tel-02081160**

**<https://theses.hal.science/tel-02081160v2>**

Submitted on 28 Mar 2019

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

THÈSE PRÉSENTÉE  
POUR OBTENIR LE GRADE DE

**DOCTEUR DE  
L'UNIVERSITÉ DE BORDEAUX**

ÉCOLE DOCTORALE DES SCIENCES CHIMIQUES  
Physico-chimie de la matière condensée

**Vincent MAZARS**

Ingénieur de l'Institut National des Sciences Appliquées (INSA) de Lyon

**Étude des endommagements sur CMC par une approche de  
modélisation micro-méso alimentée par des essais *in situ***

Soutenue le 30 novembre 2018

Devant la commission d'examen formée de :

M	François HILD	Directeur de Recherche, CNRS	Rapporteur
M	Alain THIONNET	Professeur, Mines ParisTech	Rapporteur
M	Philippe BOISSE	Professeur, INSA Lyon	Président du jury
Mme	Camille CHATEAU	Chargée de Recherche, ENPC ParisTech	Examinatrice
M	Sébastien DENNEULIN	Ingénieur docteur, Safran Ceramics	Examinateur
M	Guillaume COUÉGNAT	Ingénieur de Recherche, LCTS	Encadrant
M	Olivier CATY	Maître de Conférence, INP Bordeaux	Encadrant
M	Gérard VIGNOLES	Professeur, Université de Bordeaux	Directeur de thèse



## Étude des endommagements sur CMC par une approche de modélisation micro-méso alimentée par des essais *in situ*

**Résumé :** Les composites SiC/SiC présentent d'excellentes propriétés thermomécaniques à hautes températures. Ils apparaissent donc comme des candidats crédibles pour remplacer les alliages métalliques dans les zones chaudes de moteurs aéronautiques civils afin d'en réduire l'impact environnemental. Comprendre et prévoir l'apparition des premiers endommagements constitue donc un enjeu industriel majeur. La démarche multi-échelle proposée permet d'intégrer dans des modèles numériques les spécificités du matériau. Elle s'articule autour d'une phase expérimentale de caractérisation des endommagements et d'une phase de modélisation par éléments finis aux échelles microscopique et mésoscopique. Des essais *in situ* sous microscopes et sous micro-tomographie X ( $\mu$ CT) sont effectués pour visualiser et quantifier les mécanismes d'endommagement à des échelles compatibles avec les modèles numériques. Sur la base des observations expérimentales, des calculs d'endommagement sont réalisés à l'échelle microscopique afin de simuler la fissuration transverse des torons. Des essais virtuels permettent alors d'identifier des lois d'endommagement à l'échelle supérieure et de modéliser l'apparition des premières fissures dans des textures tissées 3D à l'échelle mésoscopique. Cela permet de mettre en évidence les liens entre l'organisation du matériau aux différentes échelles et l'initiation des premiers endommagements. Des confrontations essais/calculs sont finalement proposées, en comparant notamment les sites d'amorçage des endommagements observés expérimentalement lors des essais *in situ* sous  $\mu$ CT avec ceux prédits par les simulations.

**Mots clés :** composites SiC/SiC ; tomographie ; endommagement ; modélisation par éléments finis ; approche multi-échelle ; corrélation d'images volumiques

---

### *In situ* tests and micro-meso modeling for damage analysis in CMC

**Abstract :** SiC/SiC composites display excellent thermomechanical properties at high temperatures. They appear as promising candidates to replace metallic alloys in hot parts of aircraft engines to reduce their environmental impact. Thus, to understand and to predict the onset of damage in such materials is critical. An integrated multi-scale approach is developed to construct numerical models that integrate the specificities of the material at the different relevant scales. This work is twofold : an experimental characterization of the damage, and finite element modeling at the microscopic and mesoscopic scales. *In situ* tensile tests are carried out under microscopes and X-ray micro-tomography ( $\mu$ CT). Images are analyzed to visualize and quantify the damage mechanisms at scales consistent with the numerical models. Based on these observations, damage calculations are performed at the microscopic scale to simulate the transverse yarns cracking. Virtual tests are then used to identify damage laws at the upper scale and to simulate the first cracks in 3D woven composites at the mesoscopic scale. Through these simulations, we highlight the links between the organization of the material at different scales and the initiation of the damages. Comparisons between experiments and calculations are finally performed. In particular, the predicted damage events are compared to those obtained experimentally on the same specimen during *in situ*  $\mu$ CT tensile tests.

**Keywords :** SiC/SiC composites ; tomography ; damage ; finite element modeling ; multi-scale approach ; digital volume correlation

---

**Unité de recherche**  
Laboratoire des Composites Thermo-Structuraux (LCTS)  
UMR 5801 CNRS-Université de Bordeaux-SAFRAN-CEA  
3 allée de la Boétie, 33600 Pessac



---

Pour des raisons de confidentialité,  
cette version est incomplète.

En particulier, les chapitres 2 et 5 ont été retirés.  
La version complète du manuscrit sera disponible en 2023.

---



# Remerciements

Ces trois années de thèse auront été une expérience riche d'enseignements, tant sur le plan scientifique qu'humain. C'est donc non sans une certaine émotion que j'aimerais remercier les acteurs sans qui ce manuscrit n'aurait probablement pas vu le jour, ou du moins pas sous cette forme.

Je voudrais adresser mes remerciements à l'ensemble des membres du jury pour avoir accepté d'évaluer cette thèse et de m'avoir décerné le grade de docteur. Merci à François HILD et Alain THIONNET pour le temps qu'ils ont consacré à examiner ce travail en tant que rapporteurs. Merci également à Philippe BOISSE d'avoir présidé ce jury et à Camille CHATEAU d'avoir accepté d'y participer. J'ai été particulièrement sensible à l'intérêt porté à ces travaux ainsi qu'à la richesse de leurs questions et remarques durant la soutenance. Ces échanges scientifiques ont permis de porter un regard neuf et d'offrir de nouvelles perspectives.

Je voudrais remercier Gérard VIGNOLES pour avoir accepté de diriger cette thèse. Merci pour tes conseils, ta confiance et le regard bienveillant que tu as porté sur ces travaux. Je tiens à exprimer ma reconnaissance envers Olivier CATY pour la confiance que tu m'as accordée dès le début du stage ayant précédé la thèse, pour ta bonne humeur et pour avoir toujours su valoriser mon travail. Les déplacements extérieurs, en campagne synchrotron ou en congrès, resteront d'excellents souvenirs de thèse. Ces remerciements n'auraient que peu de sens sans parler de Guillaume COUÉGNAT, a.k.a « chef ». Nos échanges quotidiens, sur des thématiques scientifiques et d'autres beaucoup moins, auront été pour moi une source intarissable de découvertes et d'apprentissages. Au-delà de tes compétences numériques, de ton recul scientifique et de la pertinence de chacune de tes remarques, tu as joué un rôle qui dépasse largement celui d'encadrant, et ce du premier jour de la thèse jusqu'à la soutenance. Ton humilité, ta curiosité, ta capacité d'écoute et ta bienveillance en toutes circonstances sont autant de qualités qui ont fait de toi un modèle. Pour tout ce que tu m'as apporté au cours de ces trois ans, du fond du cœur merci.

Je tiens à exprimer ma gratitude envers SAFRAN Ceramics pour avoir financé ces travaux de recherche et m'avoir permis de travailler sur ce sujet passionnant. J'adresse plus particulièrement mes remerciements à Sébastien DENNEULIN pour son suivi industriel. J'ai apprécié la latitude que tu m'as laissée pour conduire ces travaux, tout en t'assurant que les développements s'inscrivaient dans vos objectifs. Même s'il est parfois difficile de concilier les priorités industrielles avec la volonté de mener un travail plus académique, je pense que la collaboration a été fructueuse et que chacun a pu y trouver son compte.

J'aimerais ensuite remercier un certain nombre de personnes extérieures au laboratoire qui ont rendu ces travaux possibles. Stéphane ROUX et Amine BOUTERF pour m'avoir accueilli un mois au LMT Cachan durant la première année, pour le temps que vous m'avez accordé, vos explications sur la corrélation d'images ainsi que pour m'avoir permis d'utiliser le code de DVC C8R. Je souhaite également adresser mes remerciements à Andrew KING de la ligne PSICHE du synchrotron SOLEIL pour son investissement quant à la bonne réalisation des acquisitions, à Élodie BOLLER pour son aide précieuse lors de la première campagne à l'ESRF et à Nicolas LENOIR pour les acquisitions sous tomographe de laboratoire à Placamat, avant son départ vers des contrées plus montagneuses. J'en profite pour remercier Philippe BARBOTEAU du CRPP pour avoir accepté l'usinage (parfois en catastrophe) de pièces mécaniques. Qu'ils trouvent ici l'expression de ma profonde gratitude.

Dans un environnement plus direct, j'aimerais remercier les membres permanents du laboratoire. Les compétences de chacun, bien que centrées sur les CMC, sont extrêmement variées et complémentaires, rendant les échanges scientifiques toujours enrichissants. Je tiens à remercier particulièrement Julien DANET pour son investissement dans les essais *in situ* sous MEB, Bruno HUMEZ pour la mise en place des essais sous INSTRON 4505 sur de petites éprouvettes peu conventionnelles et Muriel ALRIVIE pour ses conseils à la préparation d'échantillons. Merci également à Arnaud DELEHOUZÉ, un grand frère pour les doctorants du LCTS, toujours prêt à apporter son aide pour bricoler un dispositif ou simplement s'assurer que tout se déroule bien. Je remercie Éric MARTIN pour les échanges autour de la fissuration, Georges CHOLLON pour ses connaissances du SiC, Francis REBILLAT pour ses explications sur l'oxydation ou encore Thierry MALARD pour la gestion de l'espace de stockage des disques durs.

Je souhaite également remercier l'ensemble des doctorants, stagiaires et CDD qui ont partagé avec moi une partie ou l'intégralité de cette période au laboratoire. Je garderai en mémoire la bonne humeur et l'esprit d'entraide, permettant de bénéficier et faire bénéficier à chacun de ses compétences pour s'enrichir mutuellement. Les sorties extra-LCTS auront également permis de créer un groupe soudé et une ambiance des plus agréables. Merci à Dadou, Buchette, Caroline, Solenne, Ines, Laurine, Amandine R, Amandine L, Manon, Floriane, Léonard, Clémence, Xavier et tous les autres ; merci à la génération précédente de modélisateurs, Adrien, Morgan et Simon pour leur aide en début de thèse ; Sim et Paulo pour leurs traquenards à l'Apollon et autres lieux culturels ; Ben et Antho, dont le bureau aura été le théâtre d'expériences scientifiques peu orthodoxes et autres paris sportifs en tout genre ; Nico, également fraîchement docteur, pour tous les bons moments et les galères de conception de manip. Merci enfin à Jeannot, mon frère et voisin de salle calc, avec qui la collaboration aura été particulièrement efficace. Nos tubes improvisés, nos lancers de bonshommes hop-hop et nos fusions me manquent déjà... Rendez-vous dans un an pour ta soutenance !

Je tiens à remercier mes amis qui, même s'ils n'ont pas participé directement à l'implémentation des lois d'endommagement dans les codes de calculs, ont contribué de manière significative à ce travail. Merci aux papys bandants et autres résistants du Sud-Ouest, aux ex-insaliens de Lyon et aux BB cœurs de Paris. Vous avoir à mes côtés est une source de joie inépuisable et même s'il m'est impossible de nommer tout le monde, je sais que chacun se reconnaîtra.

J'exprime mes remerciements à mes parents, ma soeur et mon frère qui ont toujours respecté mes choix et ont su m'encourager malgré la distance.

Pour finir, je remercie ma Lily qui partage ma vie depuis déjà plus de cinq ans. Tu auras été un soutien inébranlable du début à la fin de cette expérience, participant aussi bien au choix des palettes de couleurs qu'à la relecture du manuscrit ou à l'organisation du pot de thèse. Merci pour la patience et la générosité dont tu as fait preuve, en particulier dans les moments de baisse de régime. Pour cela et tant d'autres choses, merci.



# Table des matières

<b>Introduction</b>	<b>1</b>
Contexte de l'étude . . . . .	1
Objectifs et organisation du manuscrit . . . . .	4
<b>I Caractérisation expérimentale des endommagements</b>	<b>7</b>
<b>1 Présentation du matériau et choix des méthodes expérimentales</b>	<b>9</b>
1.1 Élaboration et microstructure du composite SiC/SiC MI étudié . . . . .	10
1.2 Mécanismes d'endommagement élémentaires des SiC/SiC . . . . .	13
1.2.1 Endommagement à l'échelle des constituants . . . . .	13
1.2.2 Couplage avec la température et l'environnement . . . . .	14
1.3 Endommagement à l'échelle de la texture . . . . .	15
1.3.1 Illustration de l'effet de l'architecture mésoscopique . . . . .	15
1.3.2 Endommagement des composites SiC/SiC MI . . . . .	17
1.3.3 Complémentarité des échelles . . . . .	19
1.4 Techniques expérimentales pour le suivi de l'endommagement . . . . .	21
1.4.1 Méthodes indirectes . . . . .	21
1.4.2 Méthodes directes . . . . .	22
1.5 Conclusion . . . . .	25
<b>2 Essais <i>in situ</i></b>	<b>27</b>
2.1 Études préliminaires . . . . .	28
2.1.1 Essais <i>in situ</i> sous tomographe de laboratoire . . . . .	28
2.1.2 Représentativité des éprouvettes <i>in situ</i> . . . . .	34
2.2 Essais <i>in situ</i> sous rayonnement synchrotron . . . . .	42
2.2.1 Dispositif expérimental et essais réalisés . . . . .	42
2.2.2 Résultats macroscopiques . . . . .	46
2.2.3 Observations qualitatives des tomographies . . . . .	51
2.2.4 Analyses quantitatives des réseaux de fissures matricielles . . . . .	55
2.2.5 Études locales des endommagements par DVC . . . . .	62
2.3 Essais <i>in situ</i> sous MEB . . . . .	67
2.3.1 Dispositif expérimental . . . . .	67

2.3.2	Résultats . . . . .	68
2.4	Synthèse des scénarii d'endommagement du matériau . . . . .	71
2.5	Conclusions . . . . .	73
<b>II Outils numériques pour la modélisation des structures tissées</b>		<b>75</b>
<b>3</b>	<b>Génération et choix des modèles éléments finis à l'échelle mésoscopique</b>	<b>77</b>
3.1	Position du problème . . . . .	78
3.1.1	Génération de textures mésoscopiques . . . . .	78
3.1.2	Maillages à l'échelle mésoscopique . . . . .	84
3.1.3	Synthèse et orientation des travaux du chapitre . . . . .	88
3.2	Méthodes numériques utilisées . . . . .	89
3.2.1	Génération des textures mésoscopiques . . . . .	89
3.2.2	Quantification de l'écart à l'idéalité . . . . .	96
3.2.3	Maillage des textures . . . . .	100
3.3	Résultats des calculs éléments finis . . . . .	106
3.3.1	Influence du type de maillage . . . . .	106
3.3.2	Influence de la description géométrique . . . . .	110
3.4	Conclusion . . . . .	114
<b>4</b>	<b>Modélisation multi-échelle de l'endommagement</b>	<b>115</b>
4.1	Éléments de bibliographie et démarche retenue . . . . .	116
4.1.1	Stratégies pour modéliser l'endommagement . . . . .	116
4.1.2	Démarche proposée . . . . .	126
4.2	Modélisation de l'endommagement à l'échelle micro . . . . .	127
4.2.1	Génération et maillage de microstructures virtuelles . . . . .	127
4.2.2	Modèles d'endommagement et propriétés des constituants . . . . .	129
4.2.3	Résultats de calculs EF . . . . .	132
4.3	Modélisation des premiers endommagements à l'échelle mésoscopique . . . . .	136
4.3.1	Construction multi-échelle des lois d'endommagement . . . . .	136
4.3.2	Validation du changement d'échelle . . . . .	142
4.3.3	Influence de la taille des cellules micro sur la réponse mécanique . . . . .	142
4.3.4	Premiers résultats sur cellules tissées 3D . . . . .	147
4.4	Conclusion . . . . .	150
<b>5</b>	<b>Application des modèles au matériau d'étude</b>	<b>151</b>
5.1	Calculs à l'échelle micro . . . . .	152
5.1.1	Segmentation des micrographies . . . . .	152
5.1.2	Études de variabilité . . . . .	156
5.2	Calculs à l'échelle mésoscopique . . . . .	163
5.2.1	Segmentation et maillage des textures mésoscopiques . . . . .	163
5.2.2	Influence des hétérogénéités intra-toron à l'échelle supérieure . . . . .	165

5.2.3	Validation sur des essais de traction classiques . . . . .	166
5.3	Confrontation aux essais <i>in situ</i> sous $\mu$ CT . . . . .	170
5.3.1	Discussion autour des conditions aux limites . . . . .	170
5.3.2	Prévision des sites d'amorçage . . . . .	173
5.4	Vers une approche de conception matériau numérique . . . . .	175
5.4.1	Relations entre la mésostructure et les premiers endommagements . . . . .	175
5.4.2	Bilan : bénéfices de l'approche de modélisation multi-échelle proposée . . . . .	179
<b>Conclusion générale</b>		<b>181</b>
	Rappel du contexte et des objectifs de la thèse . . . . .	181
	Démarche proposée et principaux résultats . . . . .	181
	Perspectives . . . . .	184
<b>A</b>	<b>Mesures de champs cinématiques par corrélation d'images</b>	<b>187</b>
<b>B</b>	<b>Rappels sur la micro-tomographie X</b>	<b>189</b>
<b>C</b>	<b>Micrographies des neuf torons analysés</b>	<b>191</b>
<b>Bibliographie</b>		<b>209</b>



# Introduction

## Contexte de l'étude

L'Association du Transport Aérien International (IATA) estime à 7.2 milliards le nombre de passagers en 2035, soit le double de voyageurs par rapport à 2016 [IAT16]. Face à cette forte croissance, des nouvelles exigences entrent en vigueur dans le domaine aéronautique civil. L'ACARE (Advisory Council for Aviation Research and Innovation in the EU) fixe ainsi des objectifs ambitieux pour 2050 avec une réduction de 75% des émissions de CO<sub>2</sub> par passager, de 90% des gaz polluants NO<sub>x</sub> et de 65% du bruit perçu par rapport aux chiffres de 2000 [ACA11].

L'un des leviers technologiques pour répondre à de telles exigences concerne le choix des matériaux, et en particulier l'introduction de matériaux composites. Afin d'alléger la masse volante et ainsi réduire la consommation de carburant, les composites à matrice organique (CMO) ont peu à peu remplacé les alliages métalliques dans l'architecture de l'avion (ailes, fuselage...). La part de CMO dans les avions est ainsi passée de 5% dans l'A300 (1972) à 53% dans l'A350 (2013).

L'augmentation des températures en service de la chambre de combustion des moteurs représente également un enjeu clé. En effet, une température de fonctionnement plus élevée permet d'accroître les rendements du moteur et donc de diminuer la consommation de carburant. Cela favorise par ailleurs une combustion plus complète, réduisant ainsi les émissions de polluants. Les superalliages essentiellement base nickel utilisés dans les zones chaudes du moteur constituent actuellement le facteur limitant à cette augmentation de la température.

Les composites à matrice céramique (CMC), et en particulier les composites SiC<sub>f</sub>/SiC<sub>m</sub>, offrent ainsi une alternative crédible à ces superalliages [Spr97; Zok16]. En effet, ils sont en moyenne trois fois plus légers (densité autour de 2.5) et surtout, ils conservent d'excellentes propriétés thermomécaniques à des températures significativement plus élevées, de l'ordre de 1300°C (figure 1a). L'introduction des CMC dans les zones chaudes de moteur (figure 1b) apparaît donc comme une option prometteuse afin de répondre aux nouvelles exigences du domaine aéronautique civil.

Après avoir été développés principalement pour des applications spatiales et militaires, les CMC apparaissent progressivement dans l'aviation civile. En 2015, le groupe SAFRAN a ainsi certifié et équipé un Airbus A320 d'un cône d'éjection en composite tissé SiC/SiC (figure 2a). Le moteur LEAP, développé conjointement par SAFRAN et General Electric (GE), possède des pièces fixes en CMC dans la partie chaude du moteur. GE a par ailleurs testé avec succès en 2015 des aubes de turbine basse pression en composite SiC/SiC (figure 2b,c) qui équiperont très certainement les futures générations de moteurs LEAP [Gar15].

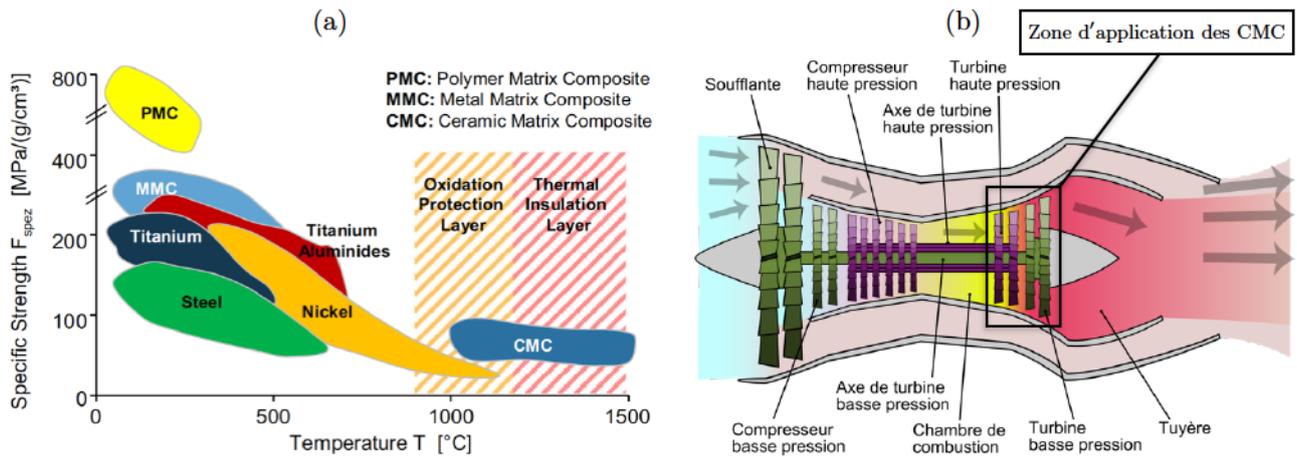


Figure 1 – (a) Résistance spécifique en fonction de la température en service de différentes classes de matériaux dans les pièces de turbomachines [Klo14], (b) vue en coupe simplifiée d'un moteur d'avion représentant la zone chaude visée pour l'introduction des CMC.

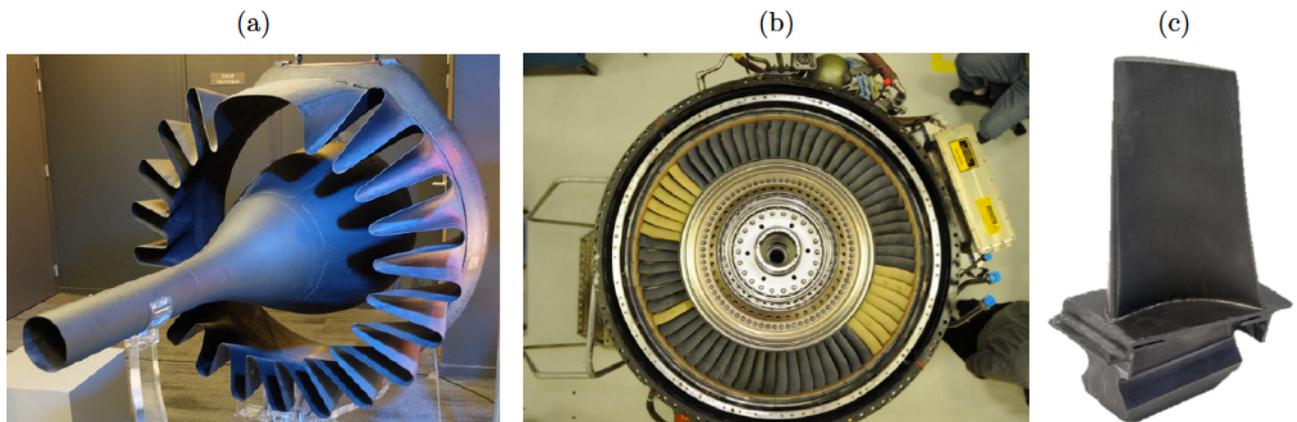


Figure 2 – (a) Cône d'éjection ARCOCE et mélangeur développés par SAFRAN en composite SiC/SiC, (b) aubes de turbine basse pression en CMC développées par GE et montées sur un démonstrateur, (c) vue rapprochée d'une aube en composite SiC/SiC de GE.

Malgré ces remarquables avancées technologiques, les CMC sont encore loin d'être un sujet de recherche clos. Leur structure hétérogène, architecturée et multi-échelle ; la complexité des mécanismes d'endommagement couplés à des phénomènes physico-chimiques ou encore le caractère stochastique inhérent aux constituants élémentaires fragiles ; sont autant de facteurs qui rendent l'étude des CMC aussi délicate que passionnante.

Afin d'assurer l'intégrité du matériau en service, les structures sont dimensionnées dans le domaine élastique. En bureau d'étude, ce dimensionnement s'effectue essentiellement à l'aide de calculs linéaires élastiques à l'échelle macroscopique (c'est-à-dire en considérant le matériau homogène) avec des critères de rupture dont les valeurs sont déterminées de manière empirique. Cela conduit à d'importants surdimensionnements des structures, ainsi qu'à d'onéreuses campagnes expérimentales de validation pour certifier les pièces. Afin d'améliorer le caractère prédictif des simulations numériques, des modèles d'endommagement macroscopiques basés sur la thermodynamique des processus irréversibles ont été

développés. On peut en particulier citer l’Onera Damage Model (ODM) [Mai97 ; Mar10a] qui a fourni, dans sa version adaptée aux CMC, d’excellents résultats sur des éprouvettes industrielles [Lau14] et technologiques [Mar10a] soumises à diverses sollicitations. Même si ces modèles semblent très adaptés pour mieux maîtriser le dimensionnement des structures, ils permettent difficilement de fournir une aide numérique à la conception du matériau. Ce type de modèles requiert en effet la connaissance d’un nombre important de paramètres, qui nécessitent d’être réidentifiés expérimentalement pour chaque nouvelle nuance de matériau. Compte-tenu du coût de fabrication, de la complexité de mise en œuvre et des multiples possibilités d’optimisation des CMC (modification des constituants élémentaires, de l’architecture du tissage, du procédé de fabrication...), cette démarche semi-empirique n’est pas optimale. Il apparaît alors nécessaire de disposer de modèles numériques complémentaires, capables de fournir plus précisément des liens entre la microstructure du matériau et ses propriétés afin d’appuyer la conception matériau.

C’est en ce sens qu’une nouvelle stratégie de modélisation émerge ces dernières années. Elle se base sur des approches multi-échelle intégrant de manière plus explicite les spécificités de ces matériaux. Les composites peuvent en effet être appréhendés à différentes échelles. On distingue en particulier les échelles microscopique, mésoscopique et macroscopique, qui se placent respectivement d’un point de vue des constituants individuels, de l’architecture tissée et de la structure (figure 3).

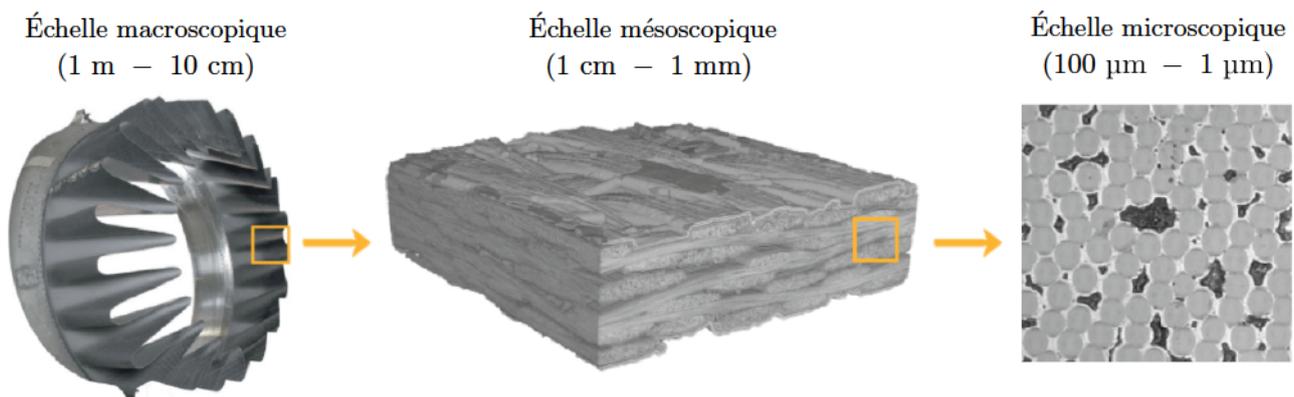


Figure 3 – Illustration de la structure multi-échelle des matériaux étudiés.

La démarche multi-échelle, plutôt basée matériau que structure, permet d’établir plus clairement des liens entre l’organisation du matériau aux différentes échelles et son comportement mécanique. Dans le cas de l’étude des premiers endommagements, l’objectif est de traduire l’état de fissuration à des échelles plus fines (typiquement méso ou micro) en se basant uniquement sur les propriétés des constituants élémentaires et leur arrangement spatial. L’approche peut donc apporter des réponses quant à l’influence de ces différents paramètres sur l’initiation des premiers endommagements, et ainsi servir de support numérique à la conception matériau.

La connaissance plus fine des liens entre le réseau de fissuration et la microstructure du matériau devient par ailleurs primordiale pour traiter des aspects de durée de vie (DDV). La DDV des pièces de moteurs aéronautiques civils doit atteindre plusieurs dizaines de milliers d’heures en service, à haute température dans des environnements oxydants et corrosifs. Dans le cas des composites à matrice céramique, la DDV est principalement pilotée par des phénomènes physico-chimiques résultant du couplage

endommagement/environnement/température. Ces phénomènes intervenant essentiellement à l'échelle de la fibre, il apparaît nécessaire de disposer de modèles numériques offrant une représentation plus fine de l'état de fissuration vis-à-vis des constituants.

La modélisation multi-échelle de l'endommagement dans les CMC (et dans les composites tissés en général) constitue toutefois un réel défi et soulève un certain nombre de questions qu'il convient de mentionner :

- Comment représenter numériquement le matériau à ces différentes échelles ?
- Quels mécanismes d'endommagement y introduire ?
- Comment caractériser expérimentalement ces mécanismes ?
- Comment les modéliser ?
- Comment faire dialoguer les échelles entre elles ?

En effet, si la modélisation multi-échelle se veut plus prédictive que les modèles macroscopiques, elle doit, pour chaque échelle, représenter le matériau de façon pertinente et introduire les bons phénomènes physiques mis en jeu. Les modèles numériques nécessitent alors de s'appuyer sur des observations fines de la structure du matériau, ainsi que sur une bonne compréhension des mécanismes d'endommagement. Ce dernier point ne peut pas se faire sans un couplage fort avec l'expérience. Les essais doivent donc être pensés en amont afin de permettre une identification plus fine des mécanismes d'endommagement et d'alimenter les modèles aux différentes échelles. Ce n'est qu'une fois les mécanismes clairement identifiés que leur modélisation peut être entreprise, en s'appuyant sur des méthodes numériques robustes. Ces travaux de thèse s'inscrivent dans cette démarche.

## Objectifs et organisation du manuscrit

L'objectif de ce travail est de proposer une approche multi-échelle expérimentale et numérique permettant l'étude des premiers endommagements des CMC, au moins dans le cas de sollicitations thermomécaniques simples. Les problématiques scientifiques soulevées pour répondre à cet objectif sont donc (i) comment caractériser les endommagements et (ii) comment les modéliser.

La première partie du manuscrit concerne l'étude expérimentale des endommagements. La structure des SiC/SiC tissés ainsi que leur comportement thermomécanique sont présentés dans le **Chapitre 1**. Ces généralités permettent de souligner la nature multi-échelle du matériau étudié, tant dans sa structure que dans les mécanismes de ruine mis en jeu. Cela soulève naturellement la question du choix des techniques expérimentales pour caractériser les endommagements au sein du matériau aux différentes échelles. Classiquement, les essais mécaniques sont réalisés sur des éprouvettes macroscopiques. Des méthodes telles que l'émission acoustiques ou la mesure de résistivité électrique permettent d'analyser de façon indirecte l'apparition et le développement de la fissuration au cours du chargement. Même si ces techniques semblent adaptées pour alimenter des modèles macroscopiques, les modèles numériques aux échelles inférieures nécessitent une identification plus fine des mécanismes d'endommagement. C'est pourquoi nous avons fait le choix de nous tourner vers des essais *in situ* complémentaires qui

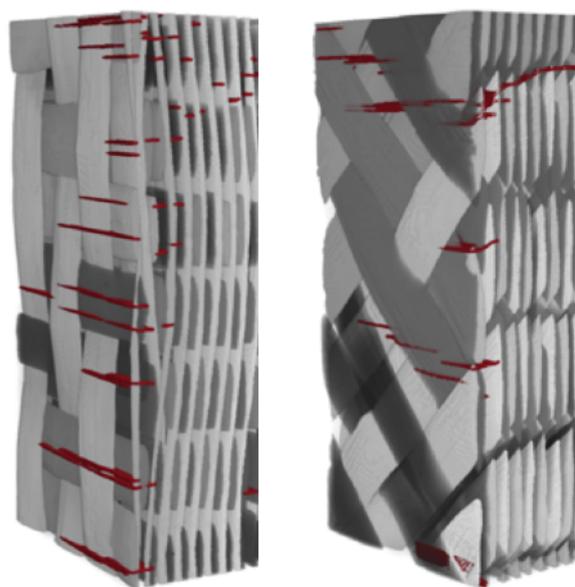
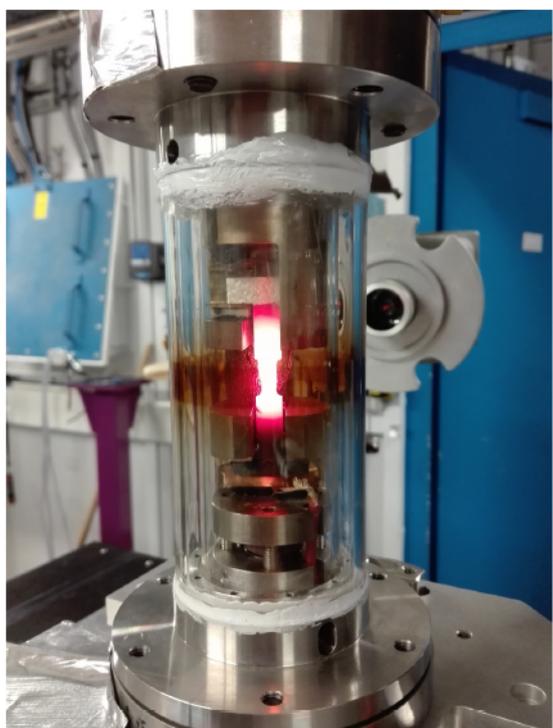
font l'objet du **Chapitre 2**. Ces essais sont réalisés sur de petits échantillons sous micro-tomographie X ( $\mu$ CT) et sous Microscope Électronique à Balayage (MEB). Ils permettent de visualiser de façon directe les premiers endommagements à des échelles compatibles avec les modèles numériques micro et méso. Les images sont analysées afin de quantifier le réseau de fissuration au cours du chargement, et le relier à l'organisation du matériau. La corrélation d'images volumiques (DVC) est également utilisée comme outil d'analyse de la fissuration, en particulier via l'étude des résidus de corrélation. La question de la représentativité de ces essais vis-à-vis de l'apparition des premiers endommagements est par ailleurs discutée. Ces résultats nous permettent finalement d'extraire les principaux mécanismes d'endommagement au sein du matériau aux différentes échelles et de définir les scénarii d'endommagement que l'on souhaite modéliser.

La seconde partie du manuscrit est consacrée à la modélisation de l'endommagement dans le cadre de la mécanique de la rupture et de celle de l'endommagement ainsi que les implémentations dans un code de calculs par éléments finis (EF). La modélisation des structures tissées s'avère délicate, en particulier à l'échelle mésoscopique. En effet, il est nécessaire de faire des choix sur (i) la description de la texture et sur (ii) la stratégie numérique à adopter pour modéliser l'endommagement. Le **Chapitre 3** présente une étude visant à répondre au premier point et orienter nos choix concernant la description géométrique du tissage ainsi que la méthode de maillage à adopter. La même texture mésoscopique est générée à plusieurs niveaux de détails morphologiques et avec différents maillages (conformes ou réguliers). Sur la base de calculs thermoélastiques, les propriétés effectives ainsi que les champs locaux sont comparés pour ces différents paramètres d'entrée. Ces résultats nous permettent alors de justifier les méthodes numériques retenues à cette échelle. La modélisation multi-échelle de l'endommagement est introduite au **Chapitre 4**. Des calculs non-linéaires à l'échelle micro sont présentés, reproduisant correctement les séquences d'endommagement observées expérimentalement. L'influence de la taille des cellules sur la réponse mécanique est par ailleurs discutée. À partir d'essais virtuels réalisés à l'échelle micro, une loi d'endommagement des fils et de la matrice est identifiée. Afin de valider le pont « micro-méso » proposé, les résultats de calculs effectués à l'échelle micro sont comparés à ceux obtenus à l'échelle supérieure avec la procédure d'homogénéisation. Notre démarche permet finalement de simuler de manière réaliste la formation de premières fissures transverses en 3D à l'échelle mésoscopique. Dans le **Chapitre 5**, la chaîne d'outils numériques développée est appliquée au matériau d'étude et les simulations sont comparées aux résultats expérimentaux. En particulier, les images acquises sous  $\mu$ CT dans la première partie servent directement de supports aux calculs EF. Les essais *in situ* sont simulés numériquement, en attribuant un soin particulier à l'application des conditions aux limites. Les sites d'amorçage des premières fissures prédits par le calcul sont comparés avec ceux observés expérimentalement. On propose enfin d'illustrer le potentiel de la démarche multi-échelle développée. La sensibilité de l'apparition des premiers endommagements vis-à-vis de l'architecture du matériau aux différentes échelles est explorée à travers des calculs stochastiques aux échelles micro et méso. Ces résultats posent les bases d'une optimisation numérique du matériau.



# Partie I

## Caractérisation expérimentale des endommagements





# Chapitre 1

## Présentation du matériau et choix des méthodes expérimentales

### Sommaire

---

1.1	Élaboration et microstructure du composite SiC/SiC MI étudié . . . . .	10
1.2	Mécanismes d'endommagement élémentaires des SiC/SiC . . . . .	13
1.2.1	Endommagement à l'échelle des constituants . . . . .	13
1.2.2	Couplage avec la température et l'environnement . . . . .	14
1.3	Endommagement à l'échelle de la texture . . . . .	15
1.3.1	Illustration de l'effet de l'architecture mésoscopique . . . . .	15
1.3.2	Endommagement des composites SiC/SiC MI . . . . .	17
1.3.3	Complémentarité des échelles . . . . .	19
1.4	Techniques expérimentales pour le suivi de l'endommagement . . . . .	21
1.4.1	Méthodes indirectes . . . . .	21
1.4.2	Méthodes directes . . . . .	22
1.5	Conclusion . . . . .	25

---

Ce premier chapitre présente la structure du matériau étudié ainsi que ses principaux mécanismes d'endommagement. Les méthodes expérimentales couramment utilisées pour analyser les endommagements sont ensuite décrites, de même que les problématiques soulevées par leur utilisation dans le cas des composites SiC/SiC. Les techniques expérimentales retenues sont finalement présentées.

## 1.1 Élaboration et microstructure du composite SiC/SiC MI étudié

**Fibres SiC :** Le composite SiC/SiC étudié dans cette thèse est développé par le groupe SAFRAN. Le renfort fibreux est constitué de fibres longues Hi-Nicalon de type S possédant un diamètre situé autour de  $12\ \mu\text{m}$ . La fibre Hi-Nicalon S fait partie de la dernière génération de fibres SiC synthétisées par pyrolyse de polymère et produites par NGS Advanced Fibers. Malgré son prix élevé, elle dispose de propriétés mécaniques de choix, en particulier un module de Young élevé de l'ordre de 420 GPa et une résistance d'environ 2.8 GPa. La fibre Hi-Nicalon S possède également une bonne stabilité jusqu'à  $1600^\circ\text{C}$  [Bun06] du fait de sa composition très proche de la stœchiométrie. En effet, la présence de carbone résiduel rendait les précédentes générations plus sensibles à l'oxydation, provoquant ainsi une baisse de la tenue en fluage [Cho95].

**Tissage de la préforme :** Les fibres sont assemblées en torons (ou fils) par paquet d'environ 500 fibres. Ces torons sont tissés dans une architecture 3D, appelée préforme ou armure. Ce tissage s'effectue sur des métiers à tisser et permet de créer des motifs élémentaires plus ou moins complexes (figure 1.1). Dans le cas de composites 2D, la préforme est réalisée simplement par un empilement successif de plis. Le matériau étudié possède une armure dite interlock 3D. Ce type de tissage est plus difficile à mettre en forme, mais permet d'améliorer significativement la résistance à l'impact [Her11] ainsi que les propriétés hors-plan du matériau en limitant le délaminage [Lom10].

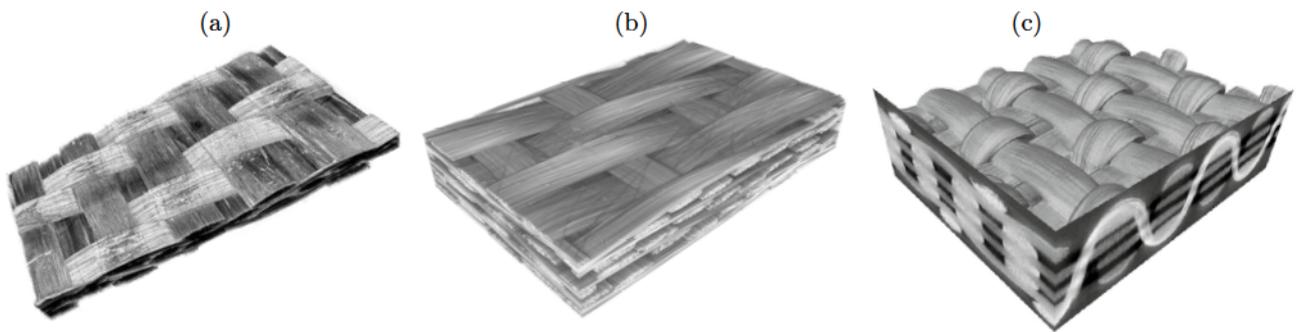


Figure 1.1 – Exemples de préformes obtenues par tissage des torons : (a) tissage 2D [Bal12], (b) tissage interlock 3D [Cou13], (c) tissage 3D orthogonal [Nao15].

**Interphase BN :** Une couche de nitrure de bore BN de quelques centaines de nanomètres est ensuite déposée sur la préforme fibreuse par Chemical Vapor Deposition (CVD). Ce dépôt constitue l'interphase, souvent qualifiée de fusible mécanique du composite. Elle assure une liaison mécanique faible entre la fibre et la matrice, permettant d'augmenter drastiquement la ténacité du composite [Nas91 ; Nas93 ; Nas98]. La liaison interfaciale doit être suffisamment forte pour assurer un bon transfert de

charge, mais également suffisamment faible pour permettre la déviation des fissures matricielles et ainsi protéger les fibres. L'interphase conditionne donc largement les propriétés thermomécaniques du composite, et l'optimisation de sa structure constitue un sujet de recherche actif [Nas04; Uda11; Zho14]. L'interphase BN joue par ailleurs un rôle de barrière environnementale, puisqu'elle protège directement les fibres des potentielles attaques chimiques durant le procédé de fabrication et en service [Cor05].

**Matrice SiC CVI :** Du SiC est par la suite déposé par Chemical Vapor Infiltration (CVI). Ce procédé permet d'obtenir un dépôt de SiC- $\beta$  d'une grande pureté. Son coefficient d'expansion thermique proche de celui des fibres limite l'apparition de contraintes résiduelles. Dans les composites dits SiC/SiC CVI, cette étape constitue la dernière phase d'élaboration. Le composite final présente alors une porosité résiduelle importante, du fait de l'obstruction des chemins d'accès de gaz vers la préforme au fur et à mesure de la densification. Même si elle contribue à améliorer les propriétés mécaniques du matériau, la matrice SiC CVI a ici davantage un rôle de protection durant le procédé de fabrication. En effet, le composite étudié subit une dernière étape de densification par voie liquide, pouvant dégrader l'interphase BN en l'absence de cette couche de SiC CVI [Cor05].

**Matrice MI :** La texture fibreuse pré-densifiée par CVI est déposée dans un moule et une suspension de poudres de SiC est injectée sous pression afin de remplir la préforme. Après évaporation du liant, les poudres de SiC s'agrègent et conduisent à la formation de fissures de retrait et de porosités résiduelles au sein du matériau. Cette étape de slurry cast est suivie par celle de melt-infiltration (MI), consistant à plonger la préforme ainsi densifiée dans un bain de silicium fondu. Par capillarité, le silicium comble la majorité des porosités intra-fil ainsi que les fissures de retrait. Le matériau est ensuite refroidi jusqu'à température ambiante. Le terme de matrice MI désigne l'ensemble constitué des poudres de SiC et du silicium infiltré par voie liquide.

La figure 1.2 présente la structure multi-échelle ainsi que les constituants du matériau développé par SAFRAN et étudié dans cette thèse. Ce composite est par la suite appelé BNMI.

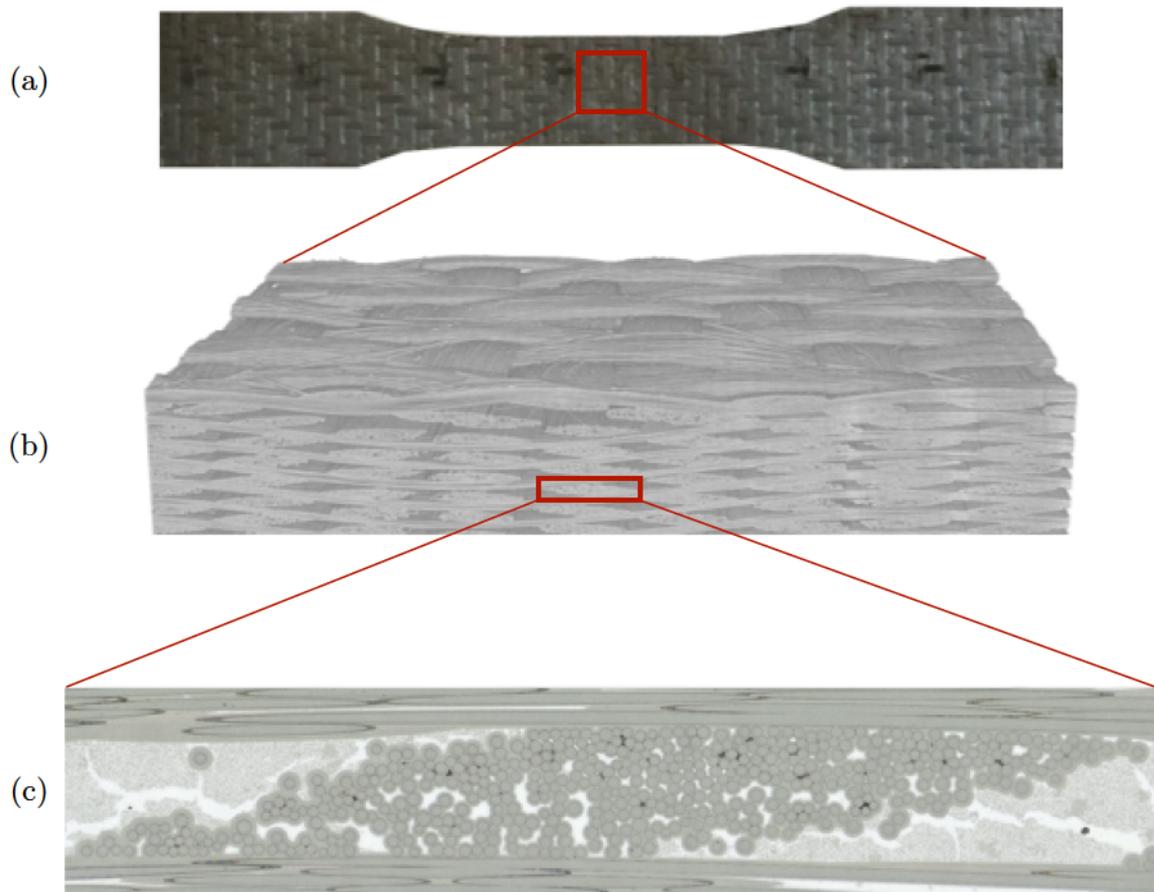


Figure 1.2 – Présentation du matériau BNMI étudié : (a) éprouvette macroscopique, (b) tomographie de la préforme fibreuse avant l'étape de slurry cast, (c) microstructure au stade final (après densification par voie liquide).

## 1.2 Mécanismes d'endommagement élémentaires des SiC/SiC

### 1.2.1 Endommagement à l'échelle des constituants

La caractéristique principale des composites SiC/SiC est que, bien que constitués de matériaux individuellement fragiles, ils présentent une bonne tolérance aux dommages et une certaine ténacité. Ceci est directement lié à la capacité du matériau à se multi-fissurer sous sollicitations thermomécaniques, conduisant à la dégradation progressive de ses propriétés effectives avant rupture. La figure 1.3a présente une courbe contrainte-déformation typique d'un composite SiC/SiC. À l'origine de ce comportement dit élastique endommageable, on distingue généralement trois principaux mécanismes à l'échelle des constituants : la fissuration matricielle, les décohésions fibres/matrice et les ruptures de fibres. Ces mécanismes sont illustrés sur la figure 1.3b.

Lorsqu'une fissure matricielle en mode I se développe dans un toron dont les fibres sont orientées parallèlement au chargement, l'interface fibre/matrice (voire l'interphase elle-même) peut dévier la fissure en mode II. Cela entraîne la formation de décohésions fibres/matrice de longueur plus ou moins importante et de frottements interfaciaux. La fissure matricielle dissipe alors de l'énergie, ce qui rend sa progression plus difficile. Les fibres non rompues tendent par ailleurs à ponter les lèvres de la fissure, diminuant ainsi les concentrations de contraintes en pointe de fissure. Cela a été largement traité dans la littérature, faisant l'objet notamment de modèles analytiques [Mar85 ; Bud86 ; Zok90]. Le réseau de fissures matricielles augmente jusqu'à atteindre un état de saturation où la charge est essentiellement supportée par les fibres. Or la résistance des fibres suit une distribution de Weibull. Les fibres les plus faibles rompent alors, provoquant la redistribution de la charge sur les fibres voisines [Eva94 ; Lam05]. Ces ruptures successives conduisent progressivement à la ruine finale du matériau.

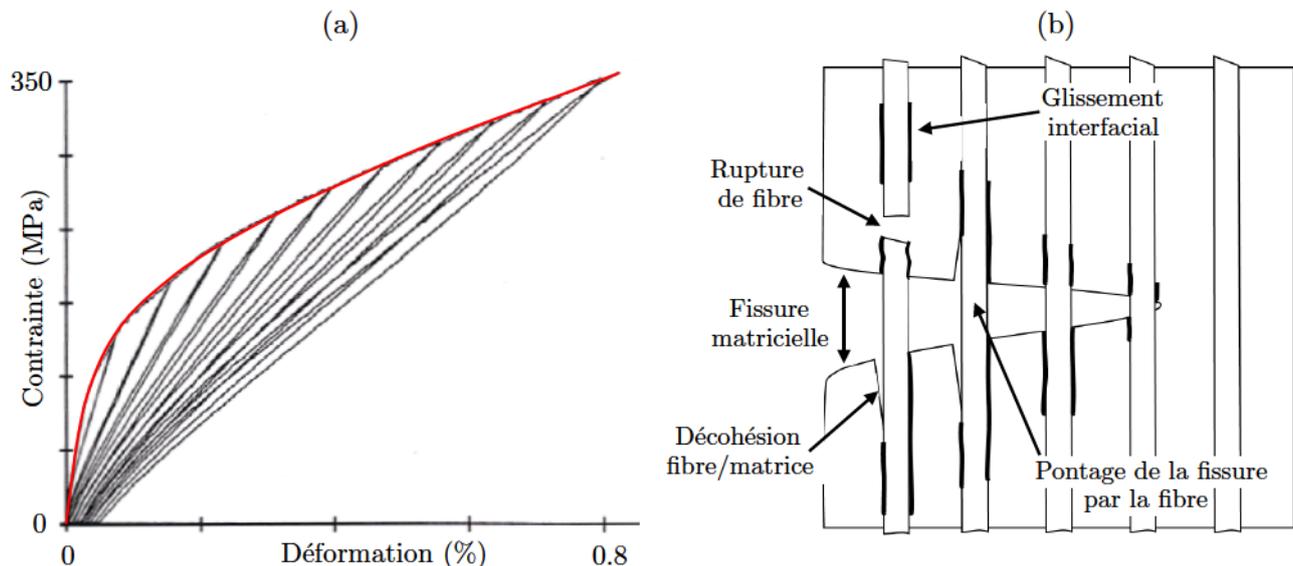


Figure 1.3 – (a) Courbe typique du comportement élastique endommageable d'un composite SiC/SiC sous traction cyclée [Rey92] et (b) principaux mécanismes d'endommagement à l'échelle des constituants (d'après [Eva94] et [Che17]).

### 1.2.2 Couplage avec la température et l'environnement

Le matériau étudié est destiné à fonctionner dans les zones chaudes du moteur (typiquement de l'ordre de 1200°C) dans des atmosphères corrosives et oxydantes. Il convient donc de souligner quelques phénomènes physico-chimiques résultant du couplage endommagement/température/environnement.

Les performances structurales des CMC sont essentiellement contrôlées par la résistance des fibres. À haute température et dans un environnement oxydant (par exemple l'air humide), le mécanisme le plus pénalisant pour la durée de vie des fibres est la fissuration sous critique [Gau09]. Les fibres SiC présentent généralement de petits défauts en surface, d'une profondeur de l'ordre de 300 nm. Les espèces gazeuses oxydantes  $O_2$  et  $H_2O$  réagissent avec le SiC de la fibre pour former une fine couche de silice  $SiO_2$ , notamment dans ces entailles. Le volume molaire de la silice étant 2.1 fois plus important que celui du SiC- $\beta$ , cela entraîne l'augmentation des contraintes en pointe de fissure (figure 1.4a, en haut). Les espèces oxydantes peuvent par ailleurs réagir avec le carbone libre des fibres situé aux joints de grains de SiC- $\beta$ , conduisant à la formation de fissures intergranulaires (figure 1.4a, en bas). Cela explique la volonté de synthétiser des fibres stœchiométriques présentant moins de carbone résiduel, et par conséquent moins de sites potentiels d'attaque par oxydation.

Afin de retarder la dégradation des fibres, il est donc indispensable que celles-ci restent protégées le plus longtemps possible. Or les fissures matricielles constituent des chemins d'accès privilégiés aux espèces gazeuses oxydantes. À partir d'environ 450°C, ces espèces interagissent avec l'interphase BN pour former un oxyde visqueux ( $B_2O_3$ ) [Jac99], conduisant à la disparition progressive de l'interphase (figure 1.4b). L'oxydation du SiC environnant est par ailleurs responsable de la formation de silice  $SiO_2$  qui a tendance à réagir avec le  $B_2O_3$  pour former un verre borosilicaté [Xu14] (figure 1.4b). Celui-ci vient souder fortement les fibres à la matrice, ce qui confère au matériau un comportement plus fragile [Mor00]. Les rôles que jouent la température et les pressions partielles sur les interactions chimiques entre les oxydes formés, leur viscosité ainsi que sur les vitesses de diffusion des gaz oxydants sortent du cadre de l'étude.

En présence de fissures matricielles, les fibres ne sont donc plus protégées des espèces oxydantes et les mécanismes physico-chimiques qui en résultent conduisent à la dégradation des propriétés du matériau à haute température. Au contraire, tant qu'aucune fissure matricielle n'est présente au sein du matériau, le composite présente une excellente stabilité thermique puisqu'après une exposition à 1200°C pendant 4000 heures dans l'air, les propriétés mécaniques à température ambiante restent quasiment identiques [Cor05].

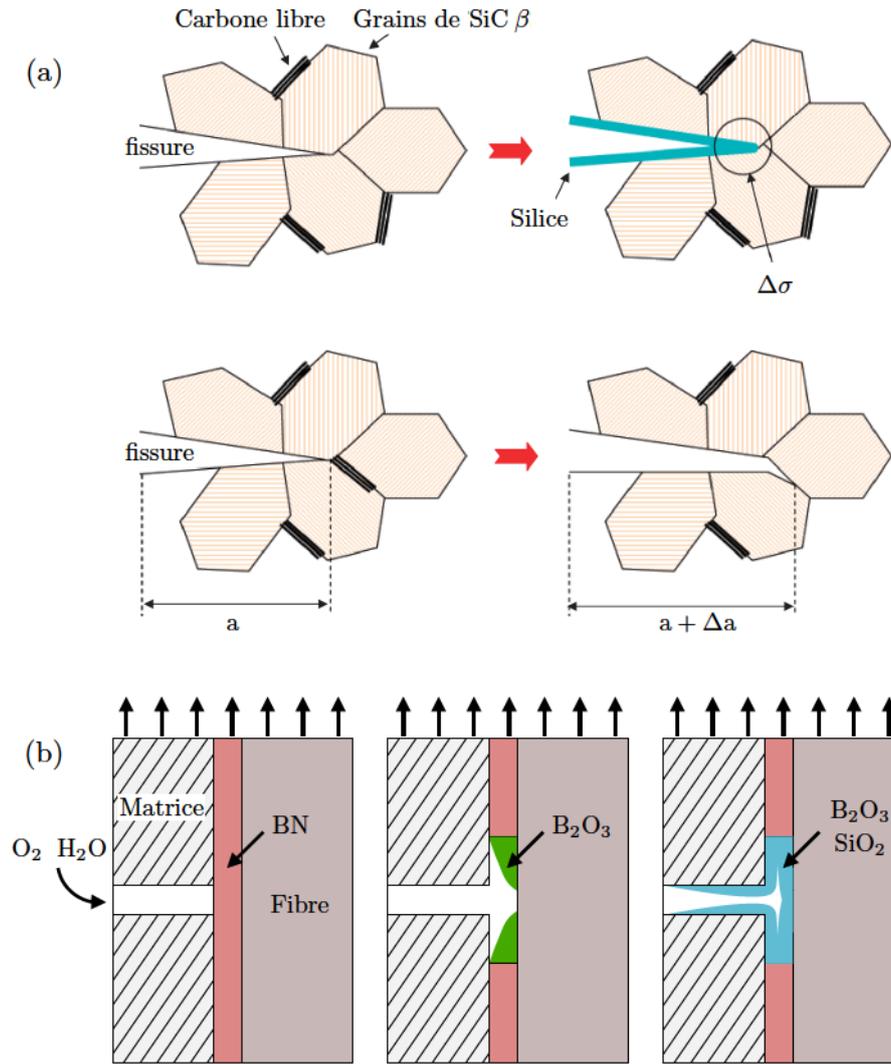


Figure 1.4 – Illustration du couplage endommagement/oxydation à haute température : (a) fissuration intergranulaire des fibres de SiC (en haut) par oxydation des grains de SiC- $\beta$  et (en bas) par oxydation du carbone libre (d'après [Gau09]) et (b) oxydes formés au cours du temps en présence d'une fissure matricielle (d'après [Xu14]).

## 1.3 Endommagement à l'échelle de la texture

### 1.3.1 Illustration de l'effet de l'architecture mésoscopique

Jusqu'ici, les CMC développés par SAFRAN étaient des nuances de SiC/SiC CVI. Le comportement de ce type de matériaux ainsi que la séquence d'endommagement au cours du chargement ont été relativement bien compris [Gui93; Gri13]. En particulier, il s'avère que les macropores agissent comme des concentrateurs de contraintes et constituent les sites privilégiés d'amorçage des premières fissures matricielles. Comme illustré sur la figure 1.5a,b, les composites tissés à matrice MI tels que ceux étudiés dans ce manuscrit sont plus denses et ne possèdent pas de porosités résiduelles importantes comme les nuances de SiC/SiC CVI.

Les réponses mécaniques en traction à température ambiante de ces deux types de matériaux ont été comparées [Mor09a] pour des constituants élémentaires identiques (le motif de tissage était

légèrement différent mais comparable). Il en ressort que même si les niveaux de contraintes à rupture sont équivalents, des différences existent (figure 1.5c). Les composites SiC/SiC MI présentent en effet une rigidité initiale plus importante, une limite d'élasticité plus élevée, mais une déformation à rupture plus faible. Les porosités résiduelles des matériaux CVI sont à l'origine de l'amorçage prématuré des premiers endommagements mais permettent paradoxalement de retarder la rupture finale en agissant comme des déviateurs de fissures.

Ces résultats illustrent le fait que le développement des endommagements est dépendant de l'architecture mésoscopique et de la santé-matière du matériau. En effet, bien que les constituants et les mécanismes élémentaires soient les mêmes entre ces deux composites, la présence ou non de macropores modifie de manière significative le comportement macroscopique. Les pièces en CMC étant conçues pour travailler dans le domaine non-endommagé du matériau, le choix d'un SiC/SiC MI se justifie de par sa limite d'élasticité plus élevée.

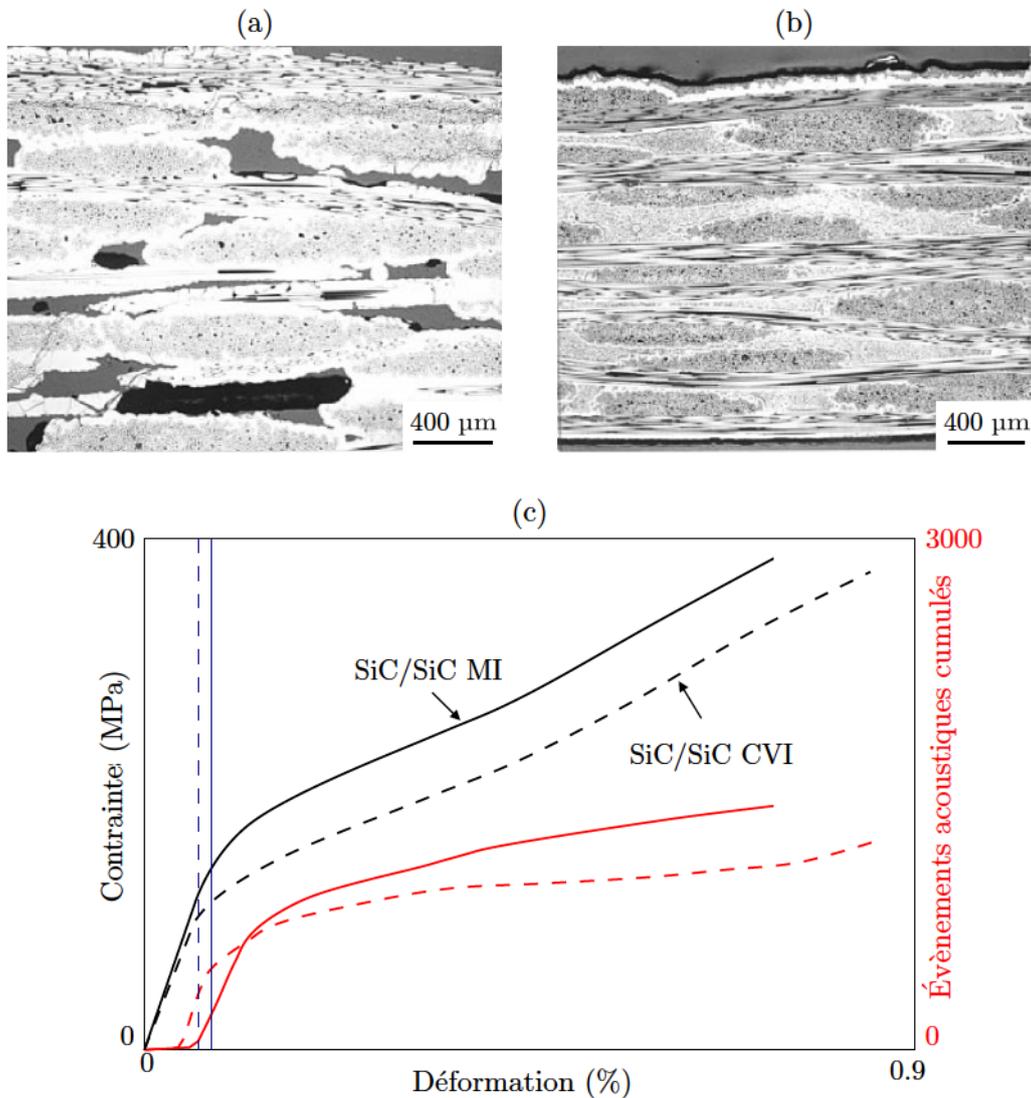


Figure 1.5 – Microstructures (a) d'un SiC/SiC CVI et (b) d'un SiC/SiC MI [Bre86]. (c) Comparaison de la réponse mécanique en traction des deux composites (d'après [Mor09a]).

### 1.3.2 Endommagement des composites SiC/SiC MI

Les études concernant l'endommagement des matériaux SiC/SiC MI sont essentiellement issues des travaux de Morscher [Mor03a ; Mor03b ; Mor04 ; Mor07 ; Mor09a ; Mor09b]. Par soucis de concision, seule une synthèse des résultats obtenus à température ambiante est présentée ici.

La courbe de comportement d'un matériau SiC/SiC BNMI sous sollicitation uniaxiale cyclée ainsi que l'énergie acoustique cumulée mesurée (en rouge) sont représentées sur la figure 1.6. Basé sur les résultats d'essais macroscopiques couplés à l'émission acoustique et à des observations post-mortem, un scénario d'endommagement (illustré sur la figure 1.7) a été proposé. Même si l'architecture tissée diffère légèrement de celle du matériau étudié dans la thèse, on suppose que les conclusions sont transposables.

Les torons transverses au chargement constituent les zones d'amorçage des premières fissures matricielles. Ces microfissures, également appelées « tunnel cracks », se développent et se propagent plus facilement dans les zones non renforcées par des fibres, appelées « minimatrix ». Ce terme regroupe à la fois la matrice inter-toron et les torons orientés perpendiculairement au chargement. Les tunnel cracks sont associées à de nombreux évènements acoustiques de faible énergie. Ils représentent typiquement 90% du nombre total de signaux mais seulement 10% de l'énergie acoustique cumulée [Mor03b].

Avec l'augmentation du chargement mécanique, ces microfissures jusqu'ici contenues dans la minimatrix parviennent à pénétrer dans les torons longitudinaux et se rejoignent. Des fissures matricielles nettement plus importantes sont ainsi créées, d'une longueur de quelques plis, voire toute l'épaisseur. On parle alors de « through-thickness matrix cracks » ou TTMC. Ces TTMC sont pontées par les fibres longitudinales. La formation des TTMC se traduit mécaniquement par la diminution du module apparent du matériau et acoustiquement par des signaux très énergétiques [Mor03b ; Mor03a ; Mor04].

Le seuil d'apparition des TTMC (en contrainte ou déformation) est déterminé en traçant la tangente de l'énergie acoustique cumulée (figure 1.7). Ce seuil est généralement quelques pourcents plus faible que la limite de proportionnalité  $\sigma_{0,005}$  [Mor09b]. Étant directement relié à un état de fissuration au sein du matériau, ce critère d'endommagement a du sens pour le dimensionnement à haute température. En effet, il traduit l'existence de chemins d'accès des espèces oxydantes jusqu'aux fibres longitudinales, entraînant ainsi la dégradation du matériau au cours du temps.

La densité de TTMC en fonction du chargement est proportionnelle à l'activité acoustique cumulée [Mor03a ; Mor04 ; Mor07]. En mesurant la densité de fissures matricielles à saturation (typiquement  $10 \text{ mm}^{-1}$  [Mor04]) par des observations post-mortem, il est alors possible d'estimer l'évolution du nombre de TTMC au cours du chargement. Ces TTMC se multiplient et se développent jusqu'à atteindre un état de saturation, conduisant ensuite à la rupture des fibres longitudinales, et donc progressivement à la ruine du matériau.

Sur la base de l'ensemble de ses travaux, un modèle analytique a été proposé par Morscher [Mor09b], permettant de retracer la courbe contrainte-déformation d'un matériau SiC/SiC MI à partir de la connaissance de 9 paramètres déterminés expérimentalement. Ce modèle analytique a montré d'excellentes correspondances aux résultats expérimentaux pour un large panel de systèmes tissés 2D SiC/SiC BNMI.

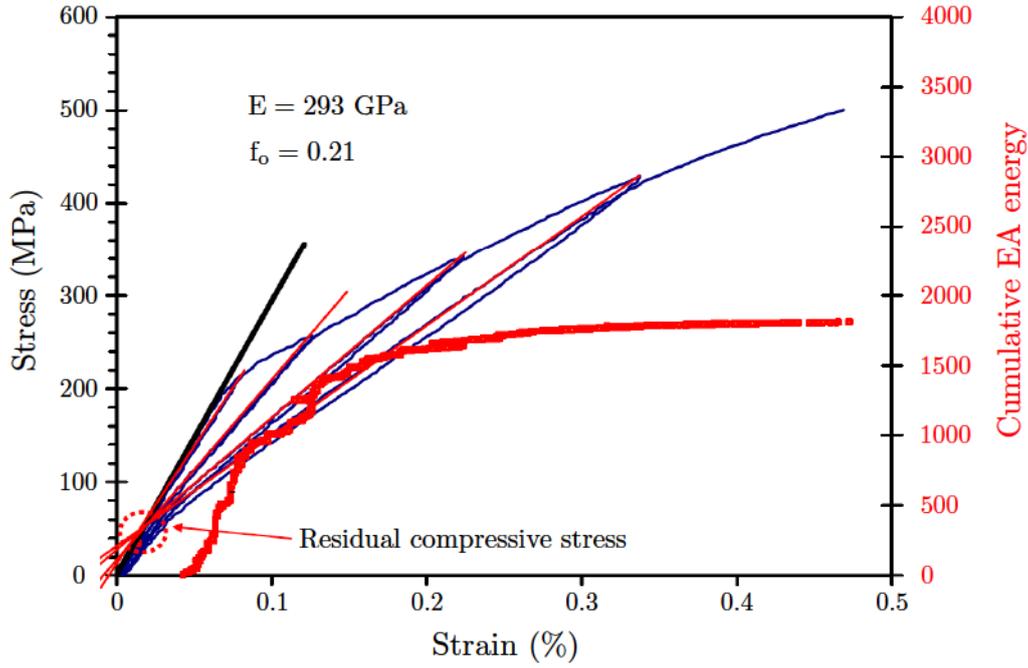


Figure 1.6 – Courbe de traction cyclée et énergie acoustique mesurée dans un composite SiC/SiC BNMI [Mor07]. Les contraintes résiduelles de compression sont définies comme le point de concours des modules sécants.

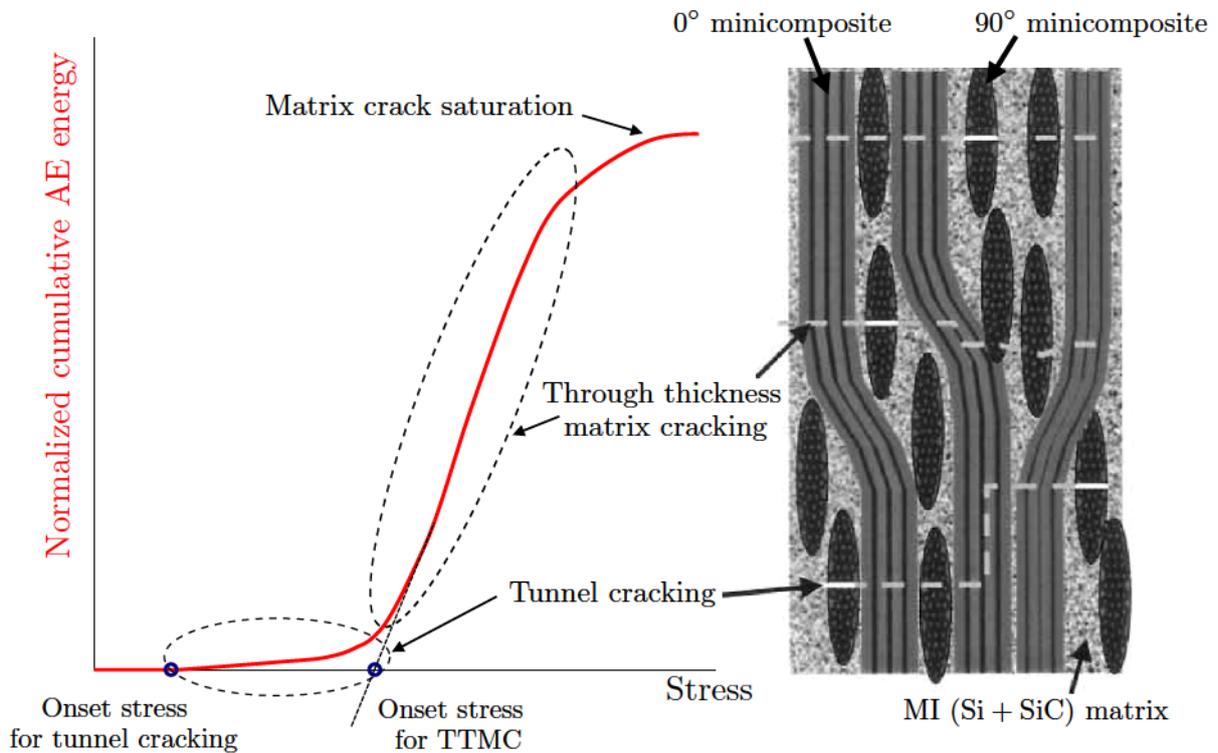


Figure 1.7 – Illustration du scénario d'endommagement proposé par Morscher. Les « tunnel cracks », associées aux premiers signaux acoustiques de faible énergie, sont représentées en traits pleins sur le schéma de la microstructure. Les TTMC, associées à des signaux acoustiques plus énergétiques, sont représentées en pointillés (d'après [Mor03a]).

### 1.3.3 Complémentarité des échelles

À partir d'essais à l'échelle macroscopique couplés à des mesures indirectes (en particulier l'émission acoustique), les études publiées par Morscher [Mor03a ; Mor03b ; Mor04 ; Mor07 ; Mor09a ; Mor09b] ont donc permis d'établir un scénario d'endommagement des composites tissés SiC/SiC BNMI. Même si les effets des différents endommagements sur les réponses mécaniques et acoustiques ont été bien identifiés, il demeure un manque de compréhension sur les causes d'apparition des premières fissures matricielles. Le lien entre la microstructure du matériau et les sites d'amorçage des fissures reste donc à déterminer. Contrairement aux SiC/SiC CVI où les macroporosités constituaient systématiquement les lieux d'amorçage, l'apparition des premiers endommagements dans les composites SiC/SiC MI est potentiellement plus dépendante de l'hétérogénéité de la microstructure. Il semble alors intéressant d'étudier les mécanismes d'endommagement à une échelle plus fine pour en identifier les causes.

Dans leurs travaux, [Tra14 ; Sev17] ont réalisé des essais de traction *in situ* sous Microscope Électronique à Balayage (MEB) sur des matériaux SiC/SiC BNMI. Les observations ont été réalisées à différentes échelles et couplées à des analyses par corrélation d'images numériques (DIC). Les principes ainsi que les équations de base de la corrélation d'images sont brièvement rappelés dans l'Annexe A.

À l'échelle des constituants, des micro-décohésions d'une ouverture de l'ordre de 10 nm ont pu être mises en évidence aux interfaces fibre/matrice dans les torons transverses (figure 1.8). Elles apparaissent à un niveau de chargement inférieur au seuil déterminé à l'échelle macroscopique. Cela illustre le fait que la notion de « premiers endommagements » est relative et doit être précisée (premières microfissures observables, premières chutes de propriétés mécaniques...). Grâce aux analyses par DIC, il apparaît que ces micro-décohésions sont marquées par l'apparition de bandes de déformations orientées perpendiculairement au chargement (figure 1.9a). Avec l'augmentation du chargement, ces bandes de déformation se multiplient et coalescent, jusqu'à créer de fissures matricielles intra-toron (figure 1.9b) qui relaxent les déformations locales dans les microfissures avoisinantes. Certaines fissures matricielles intra-toron se propagent dans l'épaisseur du toron et forment des microfissures visibles à plus faible grossissement (figure 1.9c).

Les endommagements constatés à l'échelle macroscopique de manière indirecte (tunnel cracks, TTMC) sont donc le résultat de mécanismes intervenant à l'échelle micro.

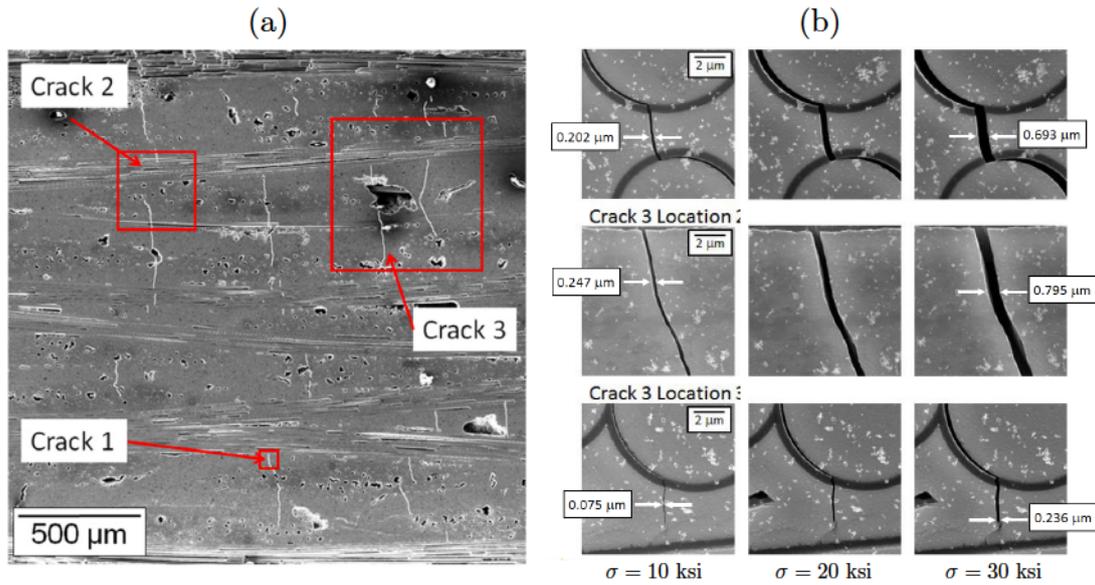


Figure 1.8 – (a) Fissures observées sous MEB dans un composite SiC/SiC BNMI et (b) zoom sur des zones de la fissure n° 3 au cours du chargement, mettant en avant la nécessité d'utiliser le MEB pour visualiser et mesurer les très faibles ouvertures des fissures, en particulier au niveau des interfaces fibre/matrice (d'après [Sev17]).

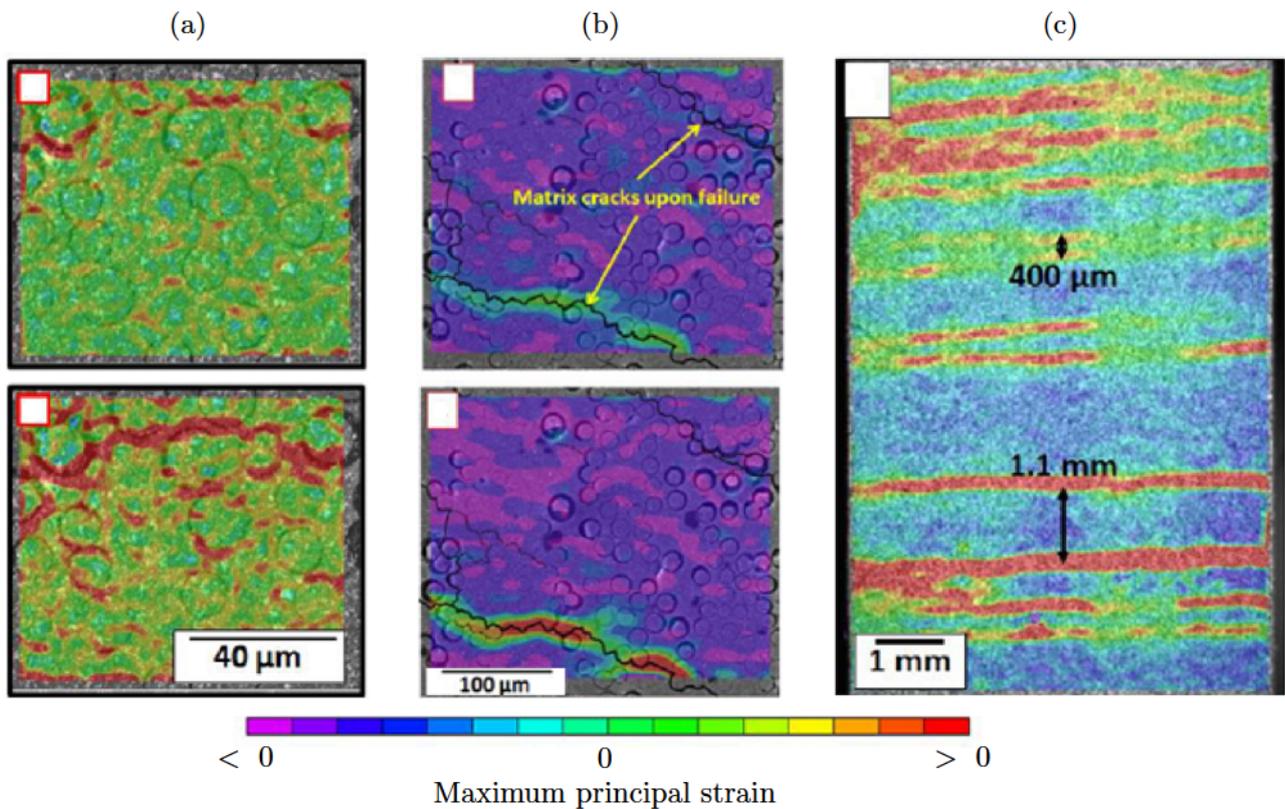


Figure 1.9 – Champs de déformations évalués par DIC sous MEB pour analyser les endommagements à l'échelle (a) des fibres, (b) du pli et (c) du tissage (d'après [Tra14]).

## 1.4 Techniques expérimentales pour le suivi de l'endommagement

Le matériau SiC/SiC BNMI est donc multi-échelle, tant dans sa structure que dans les séquences d'endommagement sous sollicitations mécaniques. Il se pose alors naturellement la question du choix des techniques expérimentales à utiliser pour observer et caractériser les endommagements aux différentes échelles. L'objectif n'est pas de dresser une liste exhaustive des méthodes utilisables, mais plutôt de souligner les avantages et limites des techniques les plus prometteuses dans le cas du matériau étudié afin de justifier les choix faits pour ce travail.

### 1.4.1 Méthodes indirectes

**Émission acoustique :** L'étude des endommagements dans les CMC se fait le plus souvent sur des éprouvettes macroscopiques et de manière indirecte, c'est-à-dire en reliant des grandeurs physiques mesurées à un état d'endommagement. Parmi les techniques classiquement utilisées, on peut en particulier citer l'émission acoustique (EA). Elle a notamment été utilisée sur des composites SiC/SiC BNMI dans les études de Morscher présentées dans la partie 1.3.2. L'émission acoustique présente l'avantage d'être une méthode volumique. Les ondes acoustiques générées au sein du matériau sont détectées par des capteurs piézoélectriques et le nombre de signaux (ou l'énergie cumulée) renseigne sur l'état d'endommagement global. Plusieurs capteurs placés à différents endroits peuvent également être utilisés afin de localiser les sources des signaux. Par ailleurs, des traitements numériques plus poussés existent pour classifier les signaux en plusieurs familles, et éventuellement les relier à différents mécanismes d'endommagement ayant une signature acoustique caractéristique [God04].

**Résistivité électrique :** La résistivité électrique constitue également une technique intéressante puisque, sur la base de modèles électro-mécaniques, elle permet de relier la résistivité globale du matériau aux endommagements. La construction du modèle électro-mécanique dépend de la phase conductrice au sein du matériau. Pour des matériaux SiC/SiC CVI avec une interphase PyC (excellent conducteur électrique), la mesure de résistivité fournit des informations sur l'état de dégradation des interfaces [Sim17b ; Sim17a]. Dans le cas du matériau BNMI en revanche, c'est le silicium qui constitue la phase majoritairement conductrice. La mesure de résistivité renseigne donc principalement sur l'état d'endommagement de la matrice MI [Sin17 ; Smi18].

**Autres méthodes :** En proportion moindre, les mesures ultrasonores [Gri13] et les mesures par thermographie infrarouge [Cam16] sont également utilisées afin de rattacher l'état d'endommagement du matériau respectivement aux diminutions des termes du tenseur de rigidité et à la baisse de diffusivité thermique.

**Bilan :** Ces techniques sont très adaptées aux CMC et (relativement) simples à mettre en œuvre. Associées à des modèles ad hoc et couplées aux courbes d'essais mécaniques, elles fournissent de précieuses informations permettant d'analyser de façon indirecte l'apparition et le développement de la fissuration. Certaines méthodes sont par ailleurs utilisées industriellement comme mesures de contrôle pour déterminer l'état d'endommagement d'une pièce à un instant donné après un certain temps en service. Du fait de leur caractère global, ces techniques servent également à alimenter les modèles couramment utilisés.

Comme mentionné en introduction, notre volonté est davantage de nous orienter vers une modélisation aux échelles micro et méso, permettant d'établir plus clairement les liens entre l'organisation des constituants et les propriétés mécaniques. Dans le cas de l'étude des premiers endommagements, on souhaite donc reproduire les mécanismes observés à ces échelles. C'est pourquoi des méthodes d'observations directes ont été privilégiées.

#### 1.4.2 Méthodes directes

**Observations post-mortem :** Les observations post-mortem par microscopie (optique ou électronique) sont utilisées depuis longtemps. Outre le fait qu'elles ne permettent pas de définir une séquence d'endommagement, elles se révèlent inadaptées au matériau d'étude. En effet, des contraintes résiduelles de compression de l'ordre de 50 MPa existent dans la matrice (figure 1.6). Cela provoque la refermeture totale des fissures (déjà très peu ouvertes sous charge) après décharge ou rupture du matériau. Des attaques chimiques sont nécessaires afin de révéler les fissures, ce qui conduit généralement à la dégradation, voire même à la disparition, du silicium contenu dans la matrice MI [Mor04]. Les observations post-mortem se révèlent donc peu adaptées.

**Observations *in situ* par microscopie :** Réaliser des observations *in situ*, c'est-à-dire en maintenant le chargement, est donc nécessaire pour le matériau étudié. Cela requiert le couplage entre un moyen d'essai mécanique et une technique d'observation.

L'analyse *in situ* sur tranche par microscopie optique constitue une méthode très répandue, en particulier pour l'étude des CMO [Lom08; Dag10a; De 11a; Doi16]. Elle fournit des informations directes sur l'état de surface du matériau, permettant d'observer l'initiation et la propagation des endommagements et les relier à l'architecture du composite. Des études quantitatives peuvent être menées en isolant les niveaux de gris correspondant aux fissures (on parle de segmentation) par des algorithmes de traitement d'images. Les micrographies acquises lors d'essais *in situ* peuvent par ailleurs servir de support à des mesures par DIC. Du fait des hétérogénéités et de la texturation naturelle des composites SiC/SiC, ce type d'analyse se révèle très adapté. La DIC a notamment été utilisée dans les travaux de [Leg17] sur des éprouvettes macroscopiques de SiC/SiC BNMI, afin de visualiser les discontinuités dans les champs de déformations liées à l'apparition des fissures transverses. Bien que les fissures principales soient observables, la résolution spatiale du microscope optique ne suffit pas pour analyser finement l'amorçage des premiers endommagements dans ce type de matériau.

Les essais *in situ* sous MEB se placent à une échelle plus fine. Même si la taille des zones analysées est en général réduite, les images peuvent servir à quantifier de très faibles ouvertures de fissures [Cha11a; Sev17] (figure 1.8) et observer les mécanismes d'endommagement intervenant à l'échelle des constituants élémentaires. Comme présenté dans la partie 1.3.3, la DIC peut aussi être utilisée pour fournir des données quantitatives sur les valeurs locales des champs mécaniques.

Les observations surfaciques fournissent donc des données précises et potentiellement multi-échelles sur les mécanismes d'endommagement. Toutefois, l'état de fissuration en surface se révèle parfois insuffisant pour comprendre les liens entre l'architecture 3D du matériau et les endommagements. C'est pourquoi les observations sur la tranche par microscopie seront complétées par des analyses volumiques par tomographie.

**Essais *in situ* sous micro-tomographie X :** Le principe de la micro-tomographie X ( $\mu$ CT) ainsi que les principales différences entre les tomographes de laboratoire à faisceau conique et les sources synchrotron sont rappelés dans l'Annexe B. Les essais mécaniques couplés à la  $\mu$ CT sont de plus en plus utilisés ces dernières années [Mai14]. Pour le matériau étudié (et les composites tissés en général), les acquisitions doivent être réalisées en maintenant le chargement mécanique. Des essais *ex situ* (le chargement mécanique de l'échantillon est appliqué en dehors du tomographe) ne permettent en effet pas de quantifier correctement l'évolution des endommagements au sein du matériau, à cause de la refermeture des fissures [Böh15]. Malgré le maintien de la charge, les endommagements sont parfois difficiles à observer. Des moyens existent pour améliorer leur détection, par exemple en augmentant le contraste de phase des images ou en ajoutant des agents contrastants qui s'infiltrent dans les fissures ouvertes [Yu16b].

Les essais *in situ* sous  $\mu$ CT ont ainsi significativement contribué à améliorer la compréhension des séquences d'endommagements dans les CMO, en fournissant de riches données volumiques sur l'évolution de la fissuration au cours du chargement [Wri10; Wri11; Sco12; Yu15; Yu16a].

Dans le cas des CMC, des essais *in situ* sous  $\mu$ CT réalisés sur des minicomposites SiC/SiC à température ambiante ont permis d'obtenir des données quantitatives sur les cinétiques de fissures matricielles, leur morphologie et la répartition des ruptures de fibres [Cha11b; Cat14]. Des études ont également été réalisées à des températures allant jusqu'à 1750°C sur des minicomposites SiC/SiC et sur de petits échantillons de composite  $C_f/SiC_m$  (figure 1.10).

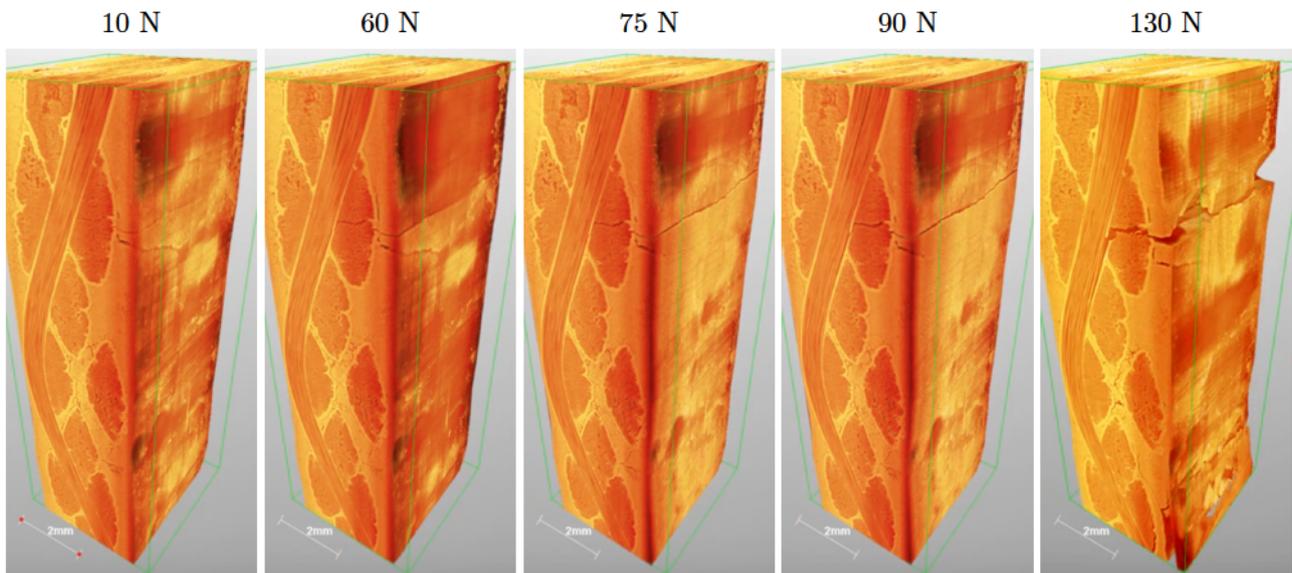


Figure 1.10 – Visualisation de l'évolution de la fissuration dans un composite  $C_f/SiC_m$  lors d'un essai *in situ* sous rayonnement synchrotron à 1750°C (d'après [Bal13]).

La corrélation d'images volumiques (DVC) peut être utilisée sur les images acquises par tomographie. Son utilisation dans le cas de tubes en composites SiC/SiC CVI a notamment permis de mesurer les déformations locales dans les zones endommagées (figure 1.11a), et même d'extraire et quantifier le réseau de fissuration au sein des images grâce à l'analyse locale des résidus de corrélation (figure 1.11b).

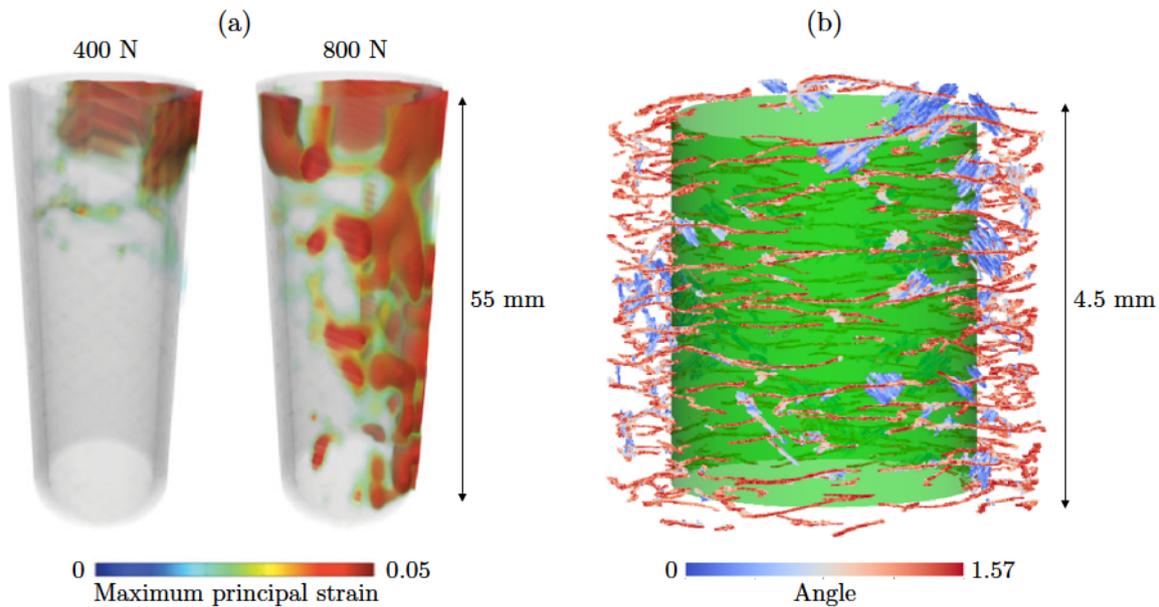


Figure 1.11 – Corrélation d'images volumiques appliquée à des tubes en SiC/SiC CVI lors d'essais de traction *in situ* : (a) champs de déformations calculés et localisation des zones s'endommageant au cours du chargement (d'après [Mor16]) et (b) analyse des résidus de corrélation d'images sous rayonnement synchrotron permettant d'extraire le réseau de fissuration et quantifier l'orientation des fissures (d'après [Che17]).

Il convient de noter quelques limites/difficultés associées aux essais *in situ* sous  $\mu$ CT dans le cas des matériaux SiC/SiC MI. En effet, le matériau est dense et compte-tenu des compositions chimiques proches de tous les constituants, le contraste des images 3D est pauvre. Par ailleurs, les niveaux de déformations locales sont très faibles et les ouvertures de fissures inférieures au micromètre [Sev17]. Cela nécessite de travailler à haute résolution, et donc de réduire la ROI (Region Of Interest). Il y a en effet toujours un compromis entre la taille de la ROI et la résolution spatiale pour acquérir des volumes de données à traiter de tailles « raisonnables ». C'est pourquoi les échantillons en CMC utilisés sont en général de faibles dimensions, ce qui pose la question de la représentativité des résultats vis-à-vis du matériau macroscopique. D'autre part, la résolution spatiale des images acquises dans un tomographe de laboratoire dépend de la distance entre la source de rayons X et l'échantillon. Du fait de l'encombrement d'une machine de traction, la résolution spatiale dans ce type d'instrument est rapidement limitée et le passage sur une source synchrotron peut s'avérer nécessaire.

Malgré ces difficultés liées aux spécificités du matériau étudié, les essais *in situ* sous  $\mu$ CT ont été retenus. Ils semblent en effet être les plus adaptés pour établir clairement des liens entre la microstructure 3D du matériau et les mécanismes d'endommagement intervenant aux différentes échelles.

## 1.5 Conclusion

Le comportement thermomécanique des matériaux SiC/SiC BNMI est relativement bien compris d'un point de vue macroscopique. Malgré cela, trop peu de liens entre la microstructure du matériau et l'apparition des premiers endommagements ont été clairement établis. Déterminer l'influence des différents facteurs structuraux (architecture du tissage mésoscopique, hétérogénéités microstructurales...) vis-à-vis de l'amorçage des premiers endommagements semble pourtant essentiel pour optimiser la microstructure du matériau et retarder l'apparition des premières fissures.

Ce manque de compréhension provient du fait que les mécanismes d'endommagement interviennent à différentes échelles, de manière diffuse et non localisée. Il est donc nécessaire de disposer de techniques expérimentales permettant un suivi volumique de l'amorçage et de la propagation des endommagements au cours du chargement. Même si les méthodes macroscopiques classiques telles que l'émission acoustique semblent adaptées pour répondre à ces exigences, les liens entre les endommagements et la microstructure du matériau sont indirects. Or ce sont précisément ces relations endommagements/microstructure qui servent de données d'entrée aux modèles numériques que l'on souhaite développer.

C'est pourquoi nous nous sommes tournés vers des techniques d'observations directes, en particulier des essais *in situ* sous micro-tomographie X. Les images tomographiques fournissent en effet, notamment grâce à des analyses par corrélation d'images volumiques, de riches informations sur l'apparition et le développement des endommagements vis-à-vis de la microstructure du matériau. Ces essais sont par ailleurs complétés par des observations surfaciques à fort grossissement réalisées sous MEB. L'objectif de ces essais est d'établir des scénarii d'endommagement au sein du matériau à des échelles compatibles avec les modèles numériques micro et méso. La mise en place, l'analyse et les résultats des essais *in situ* font l'objet du chapitre suivant.



# Chapitre 2

## Essais *in situ*

### Sommaire

---

<b>2.1</b>	<b>Études préliminaires . . . . .</b>	<b>28</b>
2.1.1	Essais <i>in situ</i> sous tomographe de laboratoire . . . . .	28
2.1.2	Représentativité des éprouvettes <i>in situ</i> . . . . .	34
<b>2.2</b>	<b>Essais <i>in situ</i> sous rayonnement synchrotron . . . . .</b>	<b>42</b>
2.2.1	Dispositif expérimental et essais réalisés . . . . .	42
2.2.2	Résultats macroscopiques . . . . .	46
2.2.3	Observations qualitatives des tomographies . . . . .	51
2.2.4	Analyses quantitatives des réseaux de fissures matricielles . . . . .	55
2.2.5	Études locales des endommagements par DVC . . . . .	62
<b>2.3</b>	<b>Essais <i>in situ</i> sous MEB . . . . .</b>	<b>67</b>
2.3.1	Dispositif expérimental . . . . .	67
2.3.2	Résultats . . . . .	68
<b>2.4</b>	<b>Synthèse des scénarii d'endommagement du matériau . . . . .</b>	<b>71</b>
<b>2.5</b>	<b>Conclusions . . . . .</b>	<b>73</b>

---

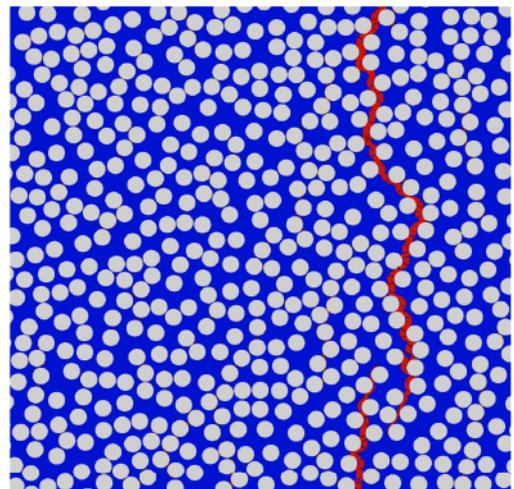
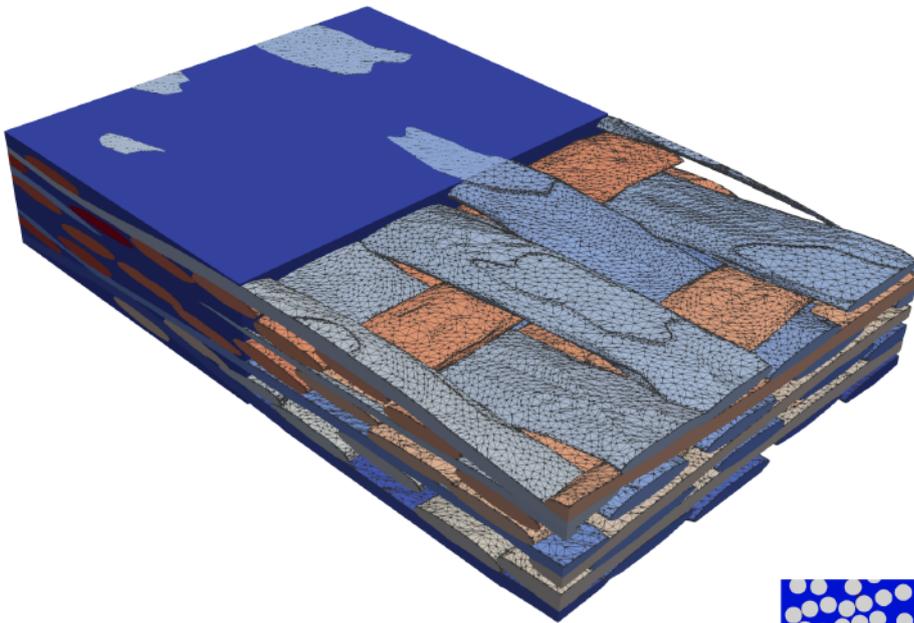
---

**CHAPITRE CONFIDENTIEL**  
*Version complète disponible en 2023*

---

## Partie II

# Outils numériques pour la modélisation des structures tissées





## Chapitre 3

# Génération et choix des modèles éléments finis à l'échelle mésoscopique

### Sommaire

---

<b>3.1</b>	<b>Position du problème</b> . . . . .	<b>78</b>
3.1.1	Génération de textures mésoscopiques . . . . .	78
3.1.2	Maillages à l'échelle mésoscopique . . . . .	84
3.1.3	Synthèse et orientation des travaux du chapitre . . . . .	88
<b>3.2</b>	<b>Méthodes numériques utilisées</b> . . . . .	<b>89</b>
3.2.1	Génération des textures mésoscopiques . . . . .	89
3.2.2	Quantification de l'écart à l'idéalité . . . . .	96
3.2.3	Maillage des textures . . . . .	100
<b>3.3</b>	<b>Résultats des calculs éléments finis</b> . . . . .	<b>106</b>
3.3.1	Influence du type de maillage . . . . .	106
3.3.2	Influence de la description géométrique . . . . .	110
<b>3.4</b>	<b>Conclusion</b> . . . . .	<b>114</b>

---

Ce chapitre présente une étude visant à orienter nos choix numériques à l'échelle mésoscopique concernant la description géométrique du tissage et la méthode de maillage à adopter. Les problématiques liées à ce type de modélisation sont dans un premier temps soulevées au-travers d'une revue bibliographique. La même texture mésoscopique est ensuite générée à plusieurs niveaux de détails morphologiques et avec différents maillages (conformes ou réguliers). Sur la base de calculs élastiques, la réponse mécanique globale ainsi que les champs locaux sont comparés pour ces différents paramètres d'entrée afin de justifier nos choix de modélisation à cette échelle.

### 3.1 Position du problème

L'échelle mésoscopique offre un bon compromis entre une description suffisamment précise de l'architecture du matériau et les temps de calculs. En revanche, cela soulève un certain nombre d'interrogations quant à la méthode à adopter, tant sur la description géométrique du tissage que sur le maillage par éléments finis (EF). C'est d'autant plus vrai que pour décrire correctement la texture du matériau à cette échelle, le problème doit être nécessairement traité en 3D.

On présente dans cette partie un état de l'art des techniques utilisées dans la littérature en soulignant les difficultés et limites associées. À noter que la quasi-totalité de ce qui est décrit dans cette section concerne les CMO, sur lesquels les études publiées sont nettement plus nombreuses.

#### 3.1.1 Génération de textures mésoscopiques

**Modèles curvilignes :** La génération de préformes textiles à l'échelle mésoscopique a fait l'objet d'une recherche active. Les premiers modèles développés se basaient sur la connaissance des plans de tissage pour faire propager une section 2D constante le long des lignes moyennes [Ada98].

TexGen (développé par [Rob99; Rob03] puis amélioré par [She07; She10]) est un logiciel open source de CAO adapté aux textiles et largement utilisé par la communauté. Il permet de générer des textures plus ou moins complexes, en renseignant les plans de tissage et la géométrie des sections de chaque toron. La figure 3.1 illustre certaines textures ainsi obtenues.

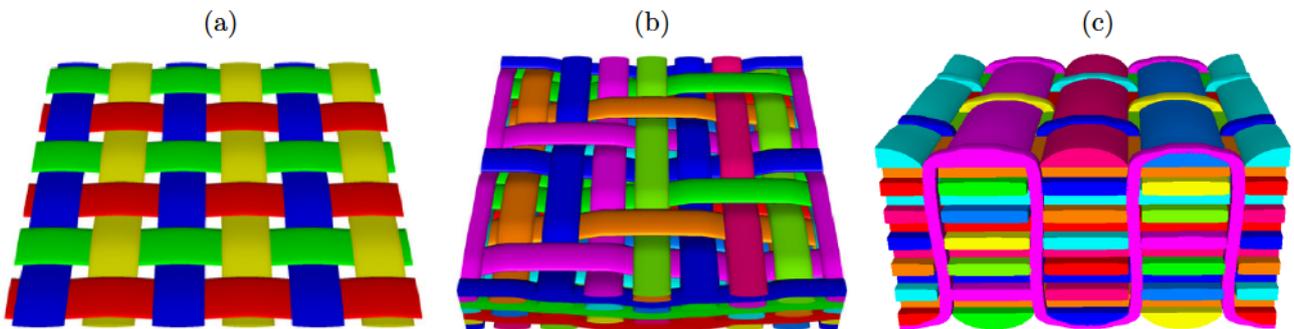


Figure 3.1 – Exemples de préformes générées par le logiciel TexGen [She10] : (a) tissage 2D, (b) tissage interlock 3D et (c) tissage 3D orthogonal.

Les travaux de [Lom03; Ver05] ont également conduit à un logiciel nommé Wisetex qui se veut plus physique puisqu'à partir des plans de tissage et des propriétés mécaniques des fils, la texture

finale est obtenue en minimisant l'énergie de déformation (dans une approche similaire à [Cou08]). Les sections des torons sont toutefois très idéalisées, typiquement de forme elliptique ou lenticulaire, et symétriques. Or ces dernières peuvent évoluer en fonction de leur position dans le tissage. Des calculs par EF ont montré que même si la géométrie des sections de fils ne semble avoir qu'une influence modérée sur l'étude de propriétés effectives, elle peut conduire à des variations significatives dans l'étude des champs locaux [Kar08; Sev16].

Des méthodes ont alors été développées pour introduire des données morphologiques plus précises. On peut en particulier citer les travaux de [Hiv05; Des05; Bed12; Sev16] qui s'appuient sur des observations de coupes polies ou de tomographies pour caractériser les variations de sections et les introduire dans les modèles.

Outre la géométrie des sections des torons, les modèles idéalisés se basent quasiment systématiquement sur la construction d'une cellule périodique avec des chemins moyens de fils parfaits déduits directement du plan de tissage. Or le procédé de fabrication introduit nécessairement des écarts à l'idéalité sur la position des torons. Là encore, même si l'utilisation de tissages idéaux n'a que peu d'influence sur le calcul des propriétés effectives moyennes, des différences importantes peuvent apparaître dans l'analyse des champs locaux [Dag10b; Fae16].

Afin de prendre en compte la variabilité dans les plans de tissage, [Bal12; Van13] ont extrait l'ensemble des torons dans une tomographie en dessinant manuellement le contour de chaque fil sur différentes coupes. L'approche n'est pas envisageable systématiquement, mais elle leur a permis de générer une base de descripteurs statistiques sur la géométrie des sections des fils ainsi que sur les lignes moyennes. Ces descripteurs ont ensuite été utilisés pour régénérer numériquement des textures plus réalistes [Rin12].

Les modèles curvilignes sont le plus souvent utilisés pour générer une texture très simplifiée du matériau à l'échelle mésoscopique, typiquement un motif périodique élémentaire [Zak03; Riv05; De12; Fag14; Xu15; Tab16]. Dans le cas de textures complexes où les défauts de tissage peuvent être relativement importants, la représentativité de tels modèles peut être contestable. Améliorer la description géométrique des textures nécessite donc l'ajout d'informations sur la forme des sections de torons et sur les lignes moyennes, obtenues notamment grâce à des observations expérimentales. Or, l'introduction de ce niveau de réalisme accru s'accompagne souvent de problèmes d'ordre topologique. En effet, l'un des principaux défauts de ces approches concerne la gestion du contact entre les fils, qui n'est pas systématiquement prise en compte et qui conduit bien souvent à des interpénétrations. C'est d'autant plus vrai lorsque les taux de renforts sont importants ou les architectures complexes (figure 3.2). Cela pose par la suite des problèmes pour le calcul EF et requiert un travail supplémentaire pour séparer les entités et mailler correctement la structure (ce point sera discuté dans la partie 3.1.2).

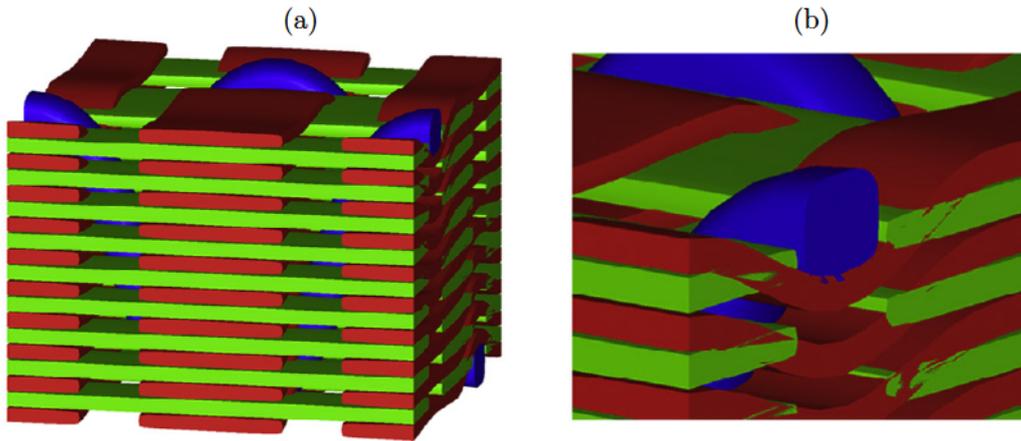


Figure 3.2 – (a) Texture idéale 3D orthogonale et (b) illustration d'un problème d'interpénétration entre torons [Dra14].

**Modèles multi-fils :** Afin de créer des architectures plus réalistes et introduire davantage de physique dans la génération de textures tissées virtuelles, [Wan01] est à l'origine des premiers modèles de Digital Element Approach (DEA). Les torons sont représentés par des chaînes de ressorts (ou macrofibres) et des éléments de contact sont introduits pour gérer les interactions entre les différentes chaînes (figure 3.3a,b).

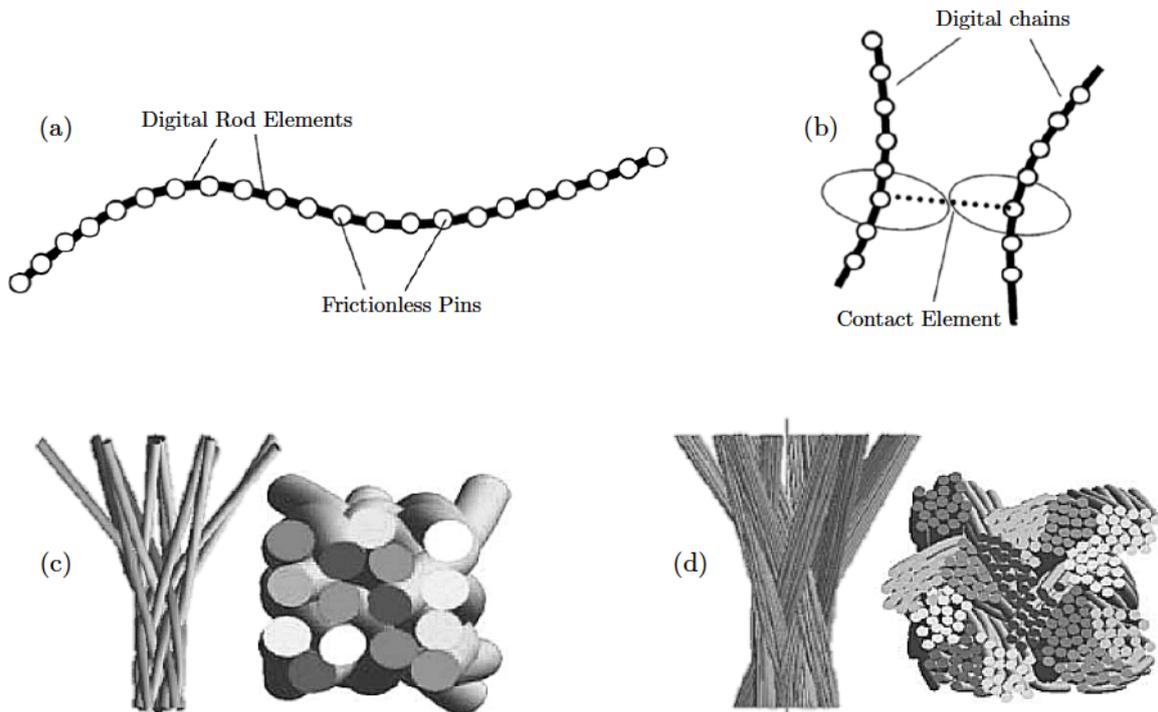


Figure 3.3 – Illustration des ingrédients numériques de la méthode DEA : (a) représentation 1D d'une macrofibre, (b) éléments de contact entre deux macrofibres. Visualisation 3D des résultats de la méthode appliquée à une texture tissée dans le cas (c) où chaque toron est représenté par une macrofibre et (d) où chaque toron est représenté par un ensemble de macrofibres [Zho04].

Initialement, chaque fil était représenté par une seule macrofibre et le procédé de tissage était entièrement simulé, en appliquant à l'extrémité de chaque macrofibre les mouvements du métier à tisser (figure 3.3c). Afin d'obtenir des textures plus réalistes et prendre en compte les éventuelles variations de sections au sein des fils, chaque toron a ensuite été remplacé par un ensemble de macrofibres [Zho04] (figure 3.3d).

Les préformes ainsi obtenues, bien que très satisfaisantes en termes de représentativité, étaient extrêmement lourdes à simuler. La simulation complète du procédé a donc été abandonnée par les auteurs au profit d'une méthode moins gourmande numériquement. À partir d'une texture idéalisée déjà mise en forme (typiquement générée par les logiciels open source précédemment cités), les torons sont discrétisés en macrofibres, puis une tension est appliquée aux bornes de la préforme afin de compacter la structure. Cette méthode, d'abord utilisée en statique [Mia08] a été étendue en dynamique [Hua13], permettant ainsi de générer plus facilement des textures réalistes [You17] (notons que la méthode reste toutefois lourde).

Les travaux de [Wan01] ont largement inspiré un certain nombre d'auteurs [Mah10; Cou13; Gre14a; Dra14]. L'équipe de [Gre14a] a en particulier implémenté cette relaxation dans le logiciel commercial LS-DYNA. À noter également les travaux de [Dur07; Dur10] qui s'appuient sur un procédé inverse : en partant d'un milieu initialement enchevêtré, les macrofibres bougent progressivement les unes par rapport aux autres jusqu'à ce que les interpénétrations disparaissent et que la texture respecte le plan de tissage (figure 3.4).

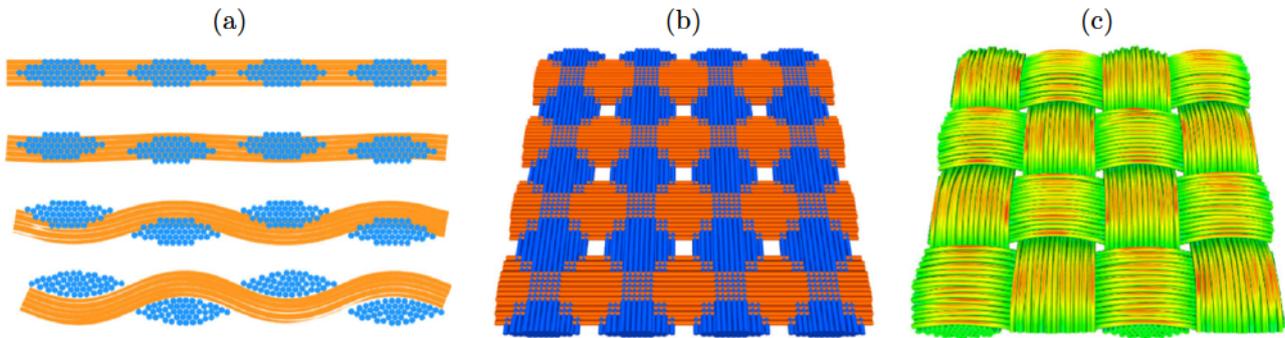


Figure 3.4 – (a) Illustration de la méthode itérative de relaxation, (b) modèle initial enchevêtré, (c) résultat final après désinterpénétrations des macrofibres [Dur10].

Les modèles multi-fils permettent donc de générer des textures mésoscopiques réalistes. Les comparaisons directes entre des préformes générées virtuellement et des tomographies sont en effet très convaincantes, au moins qualitativement [Mah10; Cou13; Gre14a; You17]. Ces approches peuvent par ailleurs servir d'outils de compréhension à la mise en forme des torons, et même à identifier les lois de comportement des préformes sèches [Dur10]. Dans l'optique de réaliser des calculs éléments finis à l'échelle mésoscopique, une phase supplémentaire est nécessaire pour transformer chaque ensemble de macrofibres en fil homogène. La reconstruction des contours peut là aussi poser des problèmes d'interpénétrations.

**Génération par calculs éléments finis :** Des auteurs ont fait le choix de traiter le problème entièrement à l'échelle mésoscopique, c'est-à-dire sans discrétisation en macrofibres, en déformant par des calculs EF une géométrie idéale. Cette dernière est typiquement générée par les approches curvilignes présentées précédemment. [Ngu13] ou [Gra13] s'appuient sur une texture idéalisée peu compacte en entrée (ne présentant donc pas de problèmes d'interpénétrations pour le maillage) avant d'effectuer la compaction par EF (figure 3.5). À noter que ces simulations requièrent la connaissance des propriétés mécaniques des torons fibreux qui ne sont pas toujours évidentes à obtenir expérimentalement.

On peut également mentionner les travaux de [Sti12], qui partent d'une texture idéalisée déjà compactée mais avec des faibles sections circulaires de torons, là encore pour éviter les problèmes d'interpénétrations. Une pression interne est ensuite appliquée à l'intérieur de chaque fil, les faisant ainsi « gonfler » jusqu'à obtenir une texture réaliste.

Enfin, les travaux de [Vil14] consistent à simuler le procédé complet de tissage par EF à l'échelle mésoscopique dans le logiciel Radioss. Même si les résultats semblent très encourageants sur des textures simples, la complexité des tissages interlock 3D conduit à des difficultés numériques importantes pour la convergence des calculs.

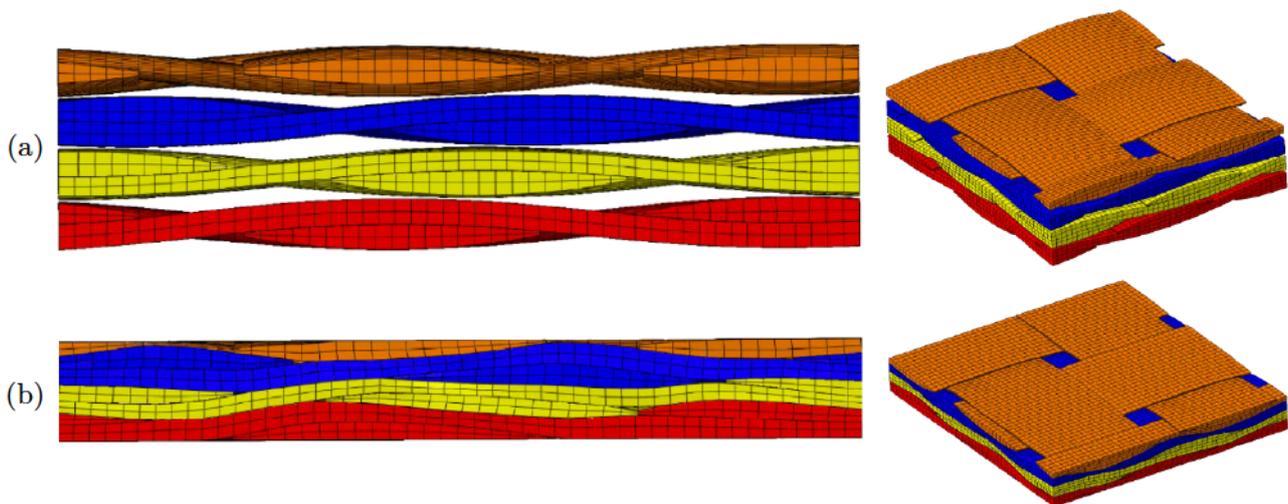


Figure 3.5 – Méthode de compaction par éléments finis montrant (a) le modèle initial idéal, (b) le résultat après compaction [Gra13].

**Segmentation de tomographies :** Afin d'obtenir des cellules mésoscopiques représentatives du matériau tout en s'affranchissant des difficultés de simulations de procédés, une possibilité est d'utiliser directement des tomographies comme support numérique. L'objectif consiste donc à segmenter les torons au sein de l'image 3D. Cette segmentation peut être obtenue de façon relativement automatique, en utilisant les informations de niveaux de gris de l'image. Il faut dans un premier temps être en mesure de séparer les voxels appartenant aux renforts de ceux contenus dans la matrice. C'est pourquoi les tomographies vouées à être segmentées à l'échelle méso sont en général réalisées sur des préformes non densifiées, ou sur des matériaux qui présentent de forts contrastes entre les fils et la matrice (ce qui n'est pas le cas des composites SiC/SiC MI étudiés).

Outre les niveaux de gris de l'image, les gradients de niveaux de gris sont également intéressants à exploiter car ils peuvent fournir des informations texturales. L'image 3D est notée par la fonction  $I$  qui associe à chaque voxel  $\mathbf{p}$  le niveau de gris correspondant. Le tenseur de structure  $S$  est défini par les équations (3.1) et (3.2) :

$$S(\mathbf{p}) = \int_{w(\mathbf{p})} S'(\mathbf{r}) d\mathbf{r} \quad (3.1)$$

$$S'(x_1, x_2, x_3) = \nabla I \times {}^t\nabla I = \begin{bmatrix} \left(\frac{\partial I}{\partial x_1}\right)^2 & \frac{\partial I}{\partial x_1} \frac{\partial I}{\partial x_2} & \frac{\partial I}{\partial x_1} \frac{\partial I}{\partial x_3} \\ & \left(\frac{\partial I}{\partial x_2}\right)^2 & \frac{\partial I}{\partial x_2} \frac{\partial I}{\partial x_3} \\ sym & & \left(\frac{\partial I}{\partial x_3}\right)^2 \end{bmatrix} \quad (3.2)$$

où  $\mathbf{r}$  désigne un voxel de coordonnées  $(x_1, x_2, x_3)$  situé dans la fenêtre d'intégration  $w$ . Le tenseur de structure  $S$  est donc défini en chaque voxel  $\mathbf{p}$  de l'image comme une matrice  $3 \times 3$  diagonalisable où le vecteur associé à la plus petite valeur propre indique la direction de plus faible variation de niveau de gris, et donc la direction locale des fibres.

Ces informations de directions ont été largement utilisées, permettant de déterminer les orientations locales de structures composites à l'échelle du pli [Mul08 ; Cha15] ou de la texture mésoscopique [Die12 ; Nao14 ; Nao15 ; Cha15]. En seillant les valeurs des composantes des vecteurs de directions, il est possible de séparer les fils de chaînes des fils de trames (figure 3.6). Des modèles numériques extrêmement réalistes peuvent ainsi être générés. [Nao14] a obtenu, dans le cas d'un essai de compaction, un meilleur accord expérimental avec un modèle EF d'une texture segmentée directement depuis une tomographie qu'avec un modèle idéalisé équivalent généré virtuellement avec TexGen.

Ces méthodes automatiques fonctionnent bien pour des architectures simples [Nao14] ou des architectures comportant des fils suffisamment éloignés les uns des autres [Nao15]. En effet, deux fils en contact d'orientations proches sont difficiles à séparer. L'approche proposée par [Cha15] consiste à séparer ces torons *a posteriori* par des algorithmes de poursuite, en imposant par exemple des critères sur la section maximale autorisée pour chaque fil. Cette approche, bien que complètement automatique, semble assez peu robuste.

Une approche quasi-automatique, proposée récemment par [Ben19], permet d'introduire *a priori* la notion de tissage en renseignant les lignes moyennes des torons. La description géométrique de la texture est ensuite optimisée par rapport aux informations de l'image à travers une approche variationnelle (cette méthode sera davantage décrite dans la partie 3.2.1).

D'autres auteurs [Str14 ; Str15 ; Cha17] font le choix de perdre volontairement la notion de tissage. Chaque fil n'est alors plus considéré comme une entité individuelle. Les calculs EF sont réalisés directement sur une grille de voxels plus ou moins fine où les propriétés anisotropes de chaque élément sont déduites du calcul des directions. Les champs locaux peuvent néanmoins se révéler plus délicats à interpréter avec cette approche.

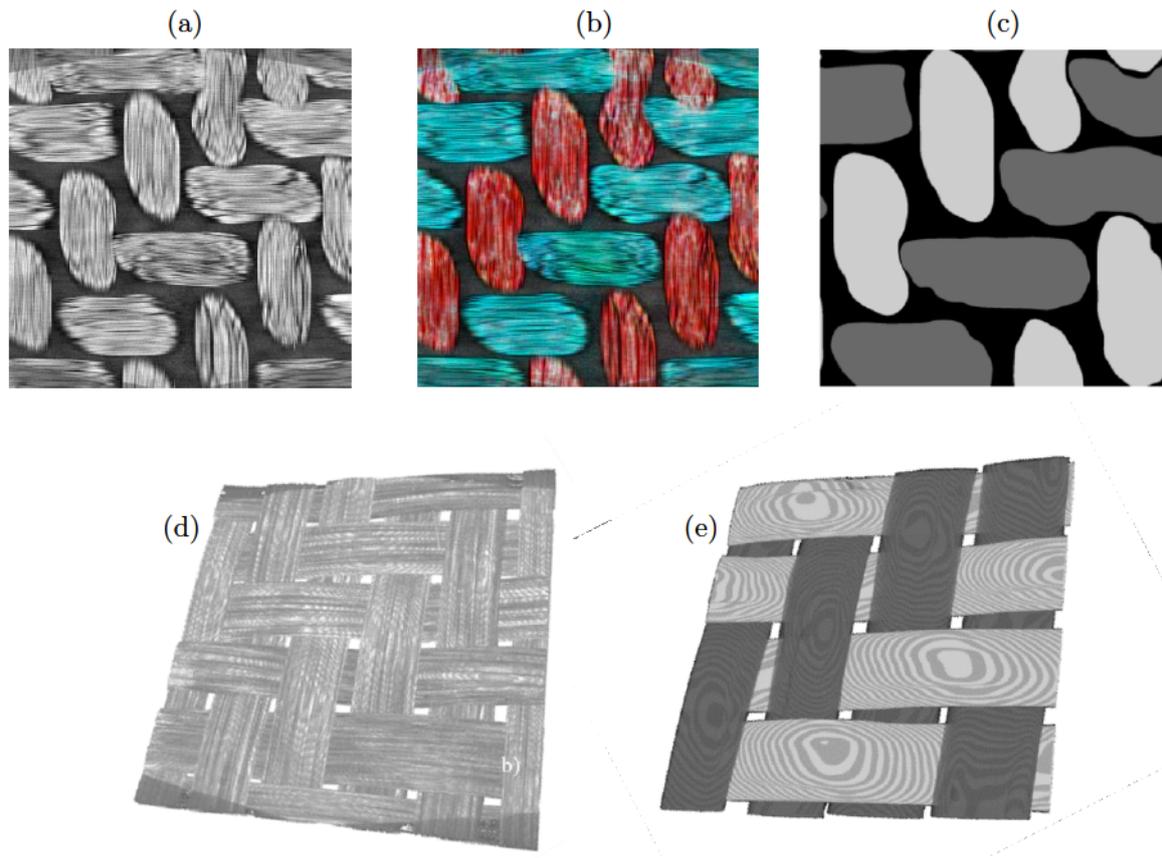


Figure 3.6 – Méthode de segmentation de tomographie présentant (a),(d) la tomographie initiale, (b) les directions d'anisotropie calculées avec le tenseur de structure de l'image, (c),(e) le résultat obtenu après segmentation des directions (d'après [Nao14]).

### 3.1.2 Maillages à l'échelle mésoscopique

**Maillages conformes à partir d'une description géométrique :** Quel que soit le modèle virtuel utilisé, le problème pour générer un maillage cohérent à l'échelle mésoscopique se pose (on regroupe ici sous le terme d'« approches virtuelles » l'ensemble des méthodes basées sur la description géométrique d'une texture, par opposition aux « approches basées images » qui utilisent directement la tomographie comme support numérique). En effet, dès lors que la texture se complexifie, peu de modèles virtuels parviennent à assurer la non-interpénétration des torons.

Pour remédier à cela, certains auteurs ajoutent une couche artificielle de matrice entre les fils pour éviter les contacts [Mel12; Sti12]. Toutefois, cette méthode peut d'une part modifier le taux global de renforts, et d'autre part faire varier localement l'état de contraintes dans les zones de croisements de torons [Whi91; Tho99]. [Rin12] corrige quant à lui la forme des sections de fils en contact, jusqu'à assurer une topologie correcte de la texture tout en préservant un taux de renforts inchangé (figure 3.7). Des méthodes plus complexes ont été proposées, en post-traitant le maillage pour assurer la conformité des surfaces via la recherche et la correction d'interpénétrations [Lom07; Cou08; Gra13]. Ces méthodes sont relativement lourdes et manquent peut-être encore de robustesse pour être appliquées systématiquement sur des architectures tissées complexes.

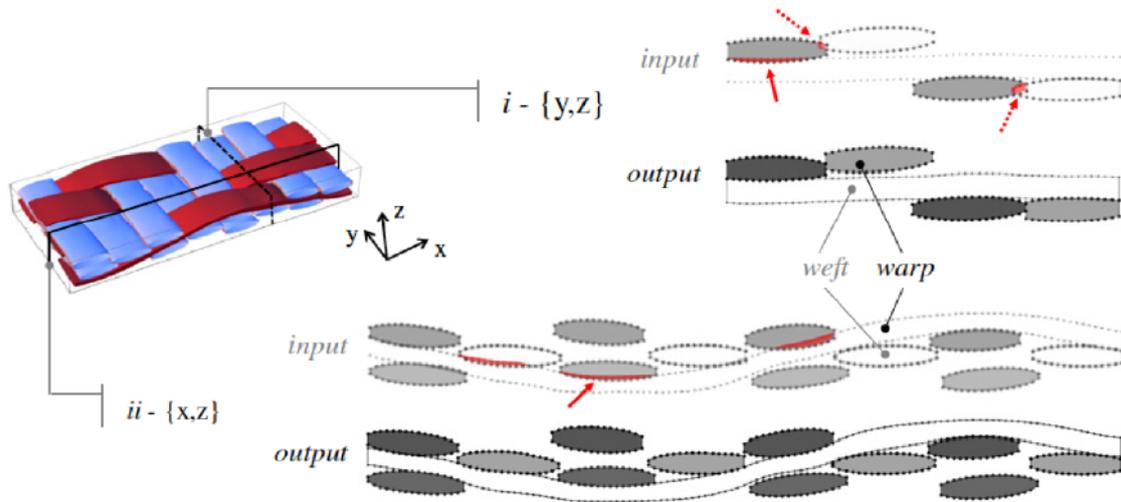


Figure 3.7 – Illustration de la méthode de correction des interpénétrations sur deux coupes d'un modèle virtuel [Rin12].

**Méthode des voxels :** L'un des moyens largement répandu pour contourner ces problèmes à l'échelle mésoscopique est l'utilisation de la méthode des voxels [Kim03]. Cela consiste à découper le tissage en une grille régulière avec des éléments cubiques. Chaque élément est alors attribué à un toron ou à de la matrice selon sa position dans la texture (figure 3.8a). La méthode des voxels est extrêmement simple à mettre en œuvre, et ce quelle que soit la complexité de la texture étudiée. Par ailleurs, la périodicité du maillage est assurée. Cette approche a donc été largement utilisée dans la littérature, en particulier pour le calcul de propriétés élastiques homogénéisées [Sch09 ; De 11b ; Abo12 ; Str14 ; Cha17], mais également pour des calculs d'endommagement [Kou14 ; Gre14b ; Liu17].

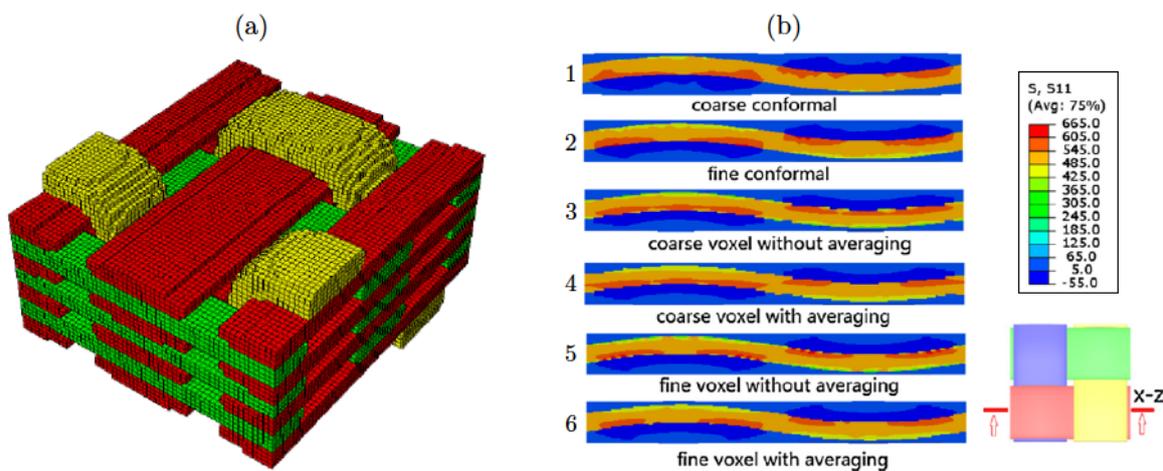


Figure 3.8 – (a) Modèle voxélisé d'une texture mésoscopique [Liu17], (b) contraintes calculées dans une texture mésoscopique avec différents maillages illustrant (i) la meilleure convergence des champs locaux avec des maillages conformes, (ii) le problème d'oscillations non-physiques aux interfaces avec les modèles voxels et (iii) l'amélioration des résultats des maillages voxels après moyennage local des contraintes [Fan16].

Le principal inconvénient des voxels pour l'analyse de textures mésoscopiques est qu'ils ne décrivent pas suffisamment bien les surfaces des torons. En effet, la discrétisation étant réalisée sur une grille régulière, cela induit des « marches d'escalier » au niveau des interfaces, à l'origine d'oscillations non-physiques dans les champs mécaniques locaux (figure 3.8b, images 3,5). Même si les voxels semblent adaptés aux calculs de propriétés effectives [Cro07; Doi15b; Sch09], l'analyse locale des contraintes doit donc être effectuée avec précaution [Doi15b; Fan16]. Ces artefacts numériques sont présents même en raffinant la taille des voxels. Cela se traduit par une moins bonne convergence des champs locaux par rapport aux maillages conformes (figure 3.8b, images 1-3,5).

Afin de réduire les artefacts numériques aux interfaces obtenus avec les voxels, des auteurs ont proposé de moyenniser les contraintes calculées en chaque point d'intégration sur un certain voisinage [Doi15b; Fan16]. Cela améliore l'allure des champs mécaniques (figure 3.8b, images 4,6). [Doi15b] a néanmoins montré que même si la méthode pouvait supprimer localement quelques surcontraintes non-physiques liées à la présence des voxels, d'autres pouvaient au contraire être amplifiées.

À noter qu'au lieu de lisser le champ mécanique post-simulation, une solution, développée initialement dans le domaine biomédical à partir d'images 3D segmentées [Boy06; Arb07; Wan09], consiste à lisser les voxels du maillage afin qu'ils épousent mieux les interfaces (figure 3.9a). Dans des cas simples, la méthode semble présenter de bons résultats et limiter les artefacts numériques (figure 3.9b). Même si l'étude de [Pot12] montre la faisabilité de cette approche sur des textures composites à l'échelle mésoscopique, aucun résultat de calculs EF n'a à notre connaissance été publié.

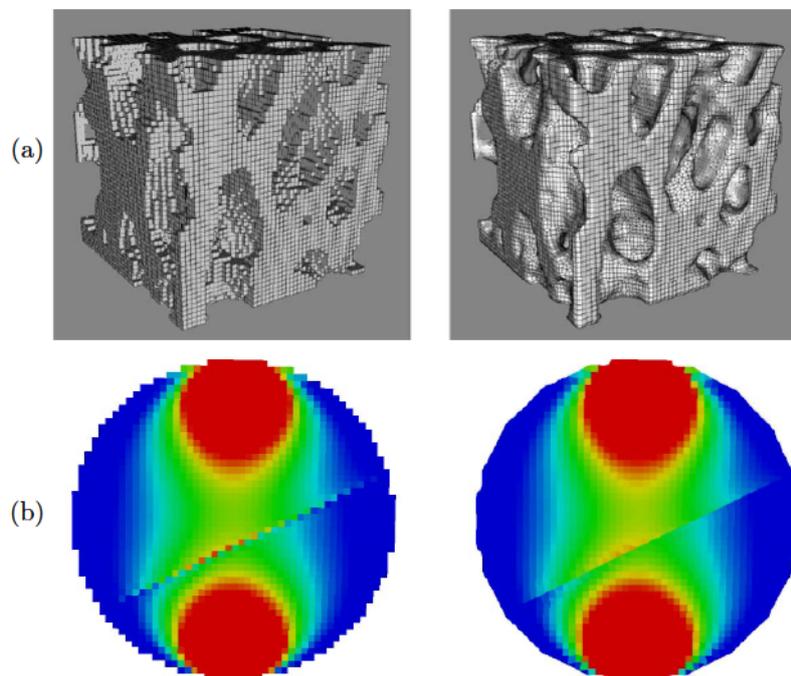


Figure 3.9 – (a) Maillage d'un os spongieux avant et après lissage des voxels [Boy06]. (b) Comparaison des contraintes calculées dans un modèle avant et après lissage des voxels : le champ de contraintes est plus satisfaisant aux interfaces (extérieures et intérieures) après lissage [Arb07].

**Maillage à partir d'une image segmentée :** Les tomographies peuvent servir directement de support à la construction de modèles mésoscopiques après segmentation de la texture. L'image obtenue est donc une matrice 3D de niveaux de gris où chaque voxel est attribué à une entité. Le maillage par des éléments cubiques plus grossiers (afin de diminuer le nombre total d'éléments de calcul) est donc instantané et les considérations sur les artefacts numériques qui en résultent sont les mêmes.

La génération de maillages tétraédriques est également possible à partir d'images 3D segmentées. Par souci de concision, seules les deux méthodes utilisées dans ce chapitre sont présentées (voir [Zha16] pour une revue complète des différentes techniques pour générer des maillages à partir d'images).

L'une des méthodes les plus répandues consiste à utiliser dans un premier temps un algorithme de Marching Cube [Lor87], permettant l'approximation d'isosurfaces. Dans le cas de textures mésoscopiques, chaque fil segmenté est donc converti en un maillage surfacique 3D, constitué de triangles de dimensions caractéristiques proches de la résolution de l'image. Afin de réduire le nombre d'éléments, ces maillages surfaciques sont simplifiés par différents algorithmes (par exemple par « edge contraction » [Gar97]). La création d'un maillage volumique s'effectue ensuite avec une étape d'avancée de front [Jin93], permettant de remplir progressivement le domaine par des éléments tétraédriques. Cette démarche a été appliquée dans le cas de textures mésoscopiques [Nao14 ; Maz17], présentant un maillage final de bonne qualité. Toutefois, la simplification du maillage surfacique s'accompagne souvent, dans le cas d'architectures complexes, de problèmes d'interpénétrations et de distorsions d'éléments qui empêchent la réussite de l'étape d'avancée de front.

Pour pallier cette difficulté, une autre voie existe, basée sur le raffinement de Delaunay. L'idée sous-jacente est d'utiliser une discrétisation initiale grossière de nœuds qui respectent les frontières du domaine (par exemple les interfaces entre deux matériaux dans le cas d'une image segmentée contenant plusieurs entités). Des nœuds sont ensuite insérés de façon itérative jusqu'à obtenir une triangulation de Delaunay ; c'est à dire que tous les cercles (sphères en 3D) circonscrits des éléments triangulaires (tétraédriques en 3D) du maillage ne contiennent aucun nœud à l'intérieur (figure 3.10a,b). La démarche est répétée jusqu'à ce que la densité de maille prescrite soit respectée. Des algorithmes d'optimisation de maillage peuvent par ailleurs être appliqués entre deux itérations ou uniquement sur le maillage final pour améliorer la qualité des éléments (figure 3.10c). Ces algorithmes ont en particulier été implémentés dans la bibliothèque libre open-source CGal [All18] par [All05], puis repris et interfacés sous Matlab [Fan09]. Cela permet d'obtenir aisément et avec un nombre de paramètres d'entrée réduit des maillages tétraédriques topologiquement corrects, même sur des géométries très complexes (figure 3.10d,e). Cette méthode n'a à notre connaissance jamais été appliquée pour réaliser le maillage de textures mésoscopiques à partir d'images segmentées.

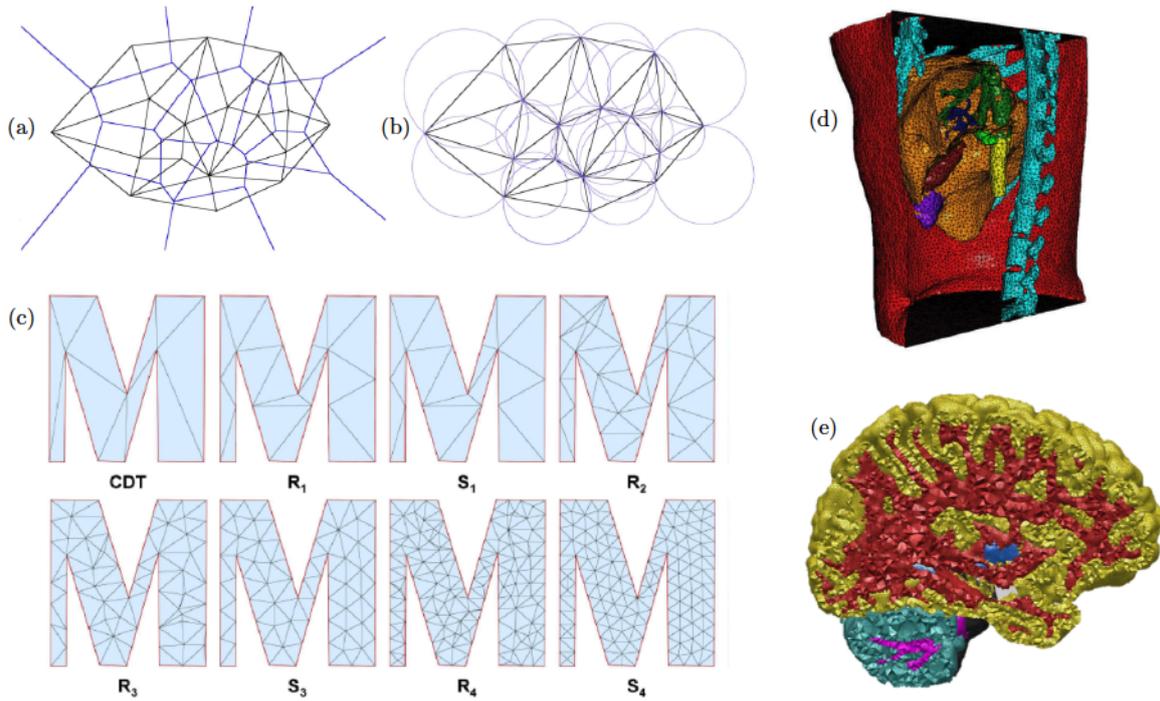


Figure 3.10 – (a) Triangulation de Delaunay (en noir) superposée à la tessellation de Voronoï associée (en bleu) satisfaisant (b) le principe des sphères vides. (c) Illustration du raffinement de Delaunay à partir de la discrétisation initiale contrainte par les points du domaine (CDT) : les étapes notées  $R_i$  sont les étapes de raffinement et  $S_i$  celles d'optimisation (d'après [Tou09]). (d),(e) Exemples de maillages tétraédriques générés par la méthode de raffinement de Delaunay à partir d'images 3D segmentées [All18].

### 3.1.3 Synthèse et orientation des travaux du chapitre

Les méthodes numériques utilisées pour réaliser des calculs par éléments finis sur des textures composites à l'échelle mésoscopique sont donc extrêmement variées. Concernant la géométrie de la texture, elle peut être générée de manière plus ou moins réaliste. Une texture virtuelle trop idéalisée peut être adaptée à l'analyse de propriétés effectives globales, mais se révèle insuffisante pour l'étude de champs mécaniques locaux, et donc pour prédire de potentiels sites d'amorçage des fissures. Il apparaît donc nécessaire de s'orienter vers la génération de textures plus réalistes, soit par des approches virtuelles avancées, soit en s'appuyant davantage sur la structure réelle du matériau par analyses d'images.

Outre la géométrie de la texture mésoscopique, le choix du maillage soulève également des questions. La génération de maillages conformes à partir d'une description géométrique de la texture s'avère particulièrement délicate, notamment pour gérer les interpénétrations entre les différentes entités. Les maillages réguliers de type voxels sont souvent utilisés pour contourner le problème. Même s'ils semblent bien adaptés à l'étude de propriétés effectives, la mauvaise description géométrique des interfaces est à l'origine d'artefacts numériques. Cela se traduit par des oscillations non-physiques dans les champs de contraintes, conduisant à une prédiction erronée des sites d'amorçage des premiers endommagements.

Fort de ces considérations et avant d'envisager l'implémentation de lois d'endommagement à l'échelle mésoscopique, il nous a donc semblé intéressant de statuer sur les deux questions suivantes :

- Quelle méthode de maillage adopter afin de générer de manière robuste des modèles par éléments finis à l'échelle mésoscopique tout en assurant la conformité des champs mécaniques locaux ?
- Quel est le niveau de description géométrique nécessaire pour traduire correctement les contraintes locales dans les zones préférentielles d'apparition des premiers endommagements ?

Pour ce faire, la même texture mésoscopique sert de support à la génération de quatre modèles possédant différents niveaux de description morphologique, depuis un modèle manuel issu directement de la tomographie jusqu'à un modèle virtuel idéalisé. Concernant le maillage, les réponses mécaniques obtenues avec des maillages réguliers (éléments cubiques et parallélépipédiques) sont comparées à celles calculées avec des maillages conformes (Marching Cube et raffinement de Delaunay). Cette étude permet donc de réaliser un benchmark visant à orienter nos choix numériques à l'échelle mésoscopique pour la suite des travaux.

## 3.2 Méthodes numériques utilisées

### 3.2.1 Génération des textures mésoscopiques

La texture choisie pour l'étude est un tissage interlock 3D légèrement différent de celui du matériau SAFRAN. La figure 3.11 représente la tomographie de la préforme sèche de la texture, c'est-à-dire avant les étapes de densification. L'échantillon mesure  $4.7 \times 7.3 \times 1.2 \text{ mm}^3$  et contient 30 fils de chaînes (axe x) et 22 fils de trames (axe y). La tomographie a été réalisée avec une taille de voxel d'environ  $8 \mu\text{m}$ .

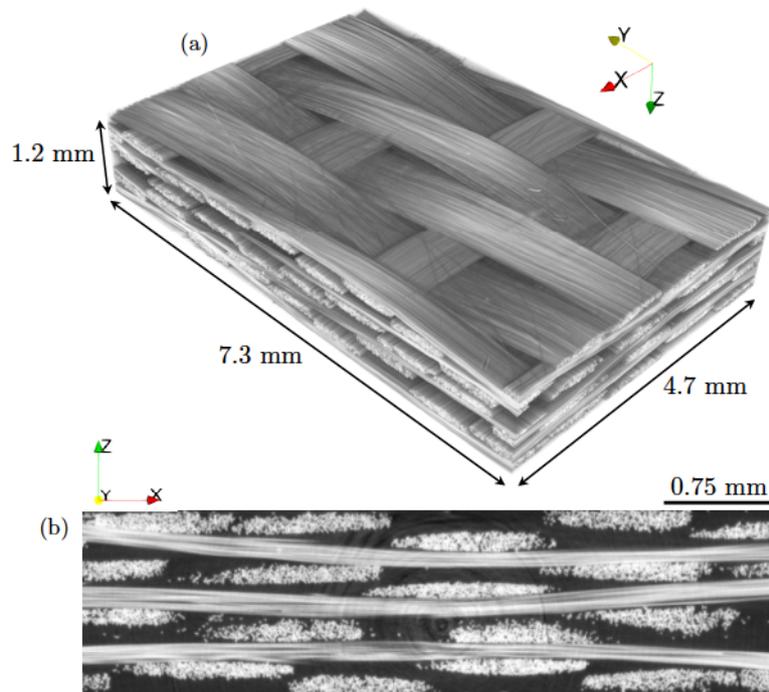


Figure 3.11 – (a) Tomographie de la texture étudiée, (b) vue en coupe dans le plan  $xz$ .

**Segmentation manuelle :** Une première segmentation manuelle est réalisée avec le logiciel Avizo v9.0 FEI. Le contour de chaque section de fil est extrait manuellement environ toutes les 100 coupes sur la tomographie. Afin d'obtenir une section au plus proche de la réalité, un pixel d'origine situé au centre du toron est sélectionné, puis l'enveloppe est propagée grâce à un critère de niveau de gris. Une interpolation 3D est ensuite réalisée afin d'obtenir les sections manquantes de chaque fil. La démarche, longue et fastidieuse, est illustrée sur la figure 3.12. Cela permet cependant d'obtenir une image segmentée extrêmement fidèle à la tomographie, où chaque toron est associé à un niveau de gris différent.

Ce modèle servira de référence afin de comparer l'écart à la réalité des autres textures mésoscopiques générées. Le taux de renforts dans la tomographie est de 57.4%. Afin de réaliser des comparaisons numériques qui ont un sens, on s'assure que ce taux est bien conservé (à moins de 1% près) pour l'ensemble des autres modèles.

**Segmentation elliptique :** À partir de l'image segmentée manuellement, la ligne moyenne de chaque toron est extraite. Une section elliptique constante est propagée le long de chacune d'elles. Les paramètres de l'ellipse sont déduits de l'analyse de la moyenne du petit axe et grand axe des sections du modèle manuel. Les valeurs obtenues sont de 0.13 mm pour le petit axe et 1.00 mm pour le grand axe. On fait également l'hypothèse que les axes des ellipses sont alignés avec ceux de la tomographie.

On dispose donc à ce stade d'une représentation géométrique dans laquelle des interpénétrations peuvent exister. Afin de contourner le problème, le modèle est voxélisé en une image 3D à la même résolution que la tomographie. Les fils sont reconstruits successivement de manière aléatoire. L'ensemble des voxels communs entre deux torons appartiennent donc uniquement au dernier reconstruit, évitant ainsi les interpénétrations. La géométrie de la section des fils peut donc légèrement varier. La figure 3.13 présente le résultat de la segmentation elliptique.

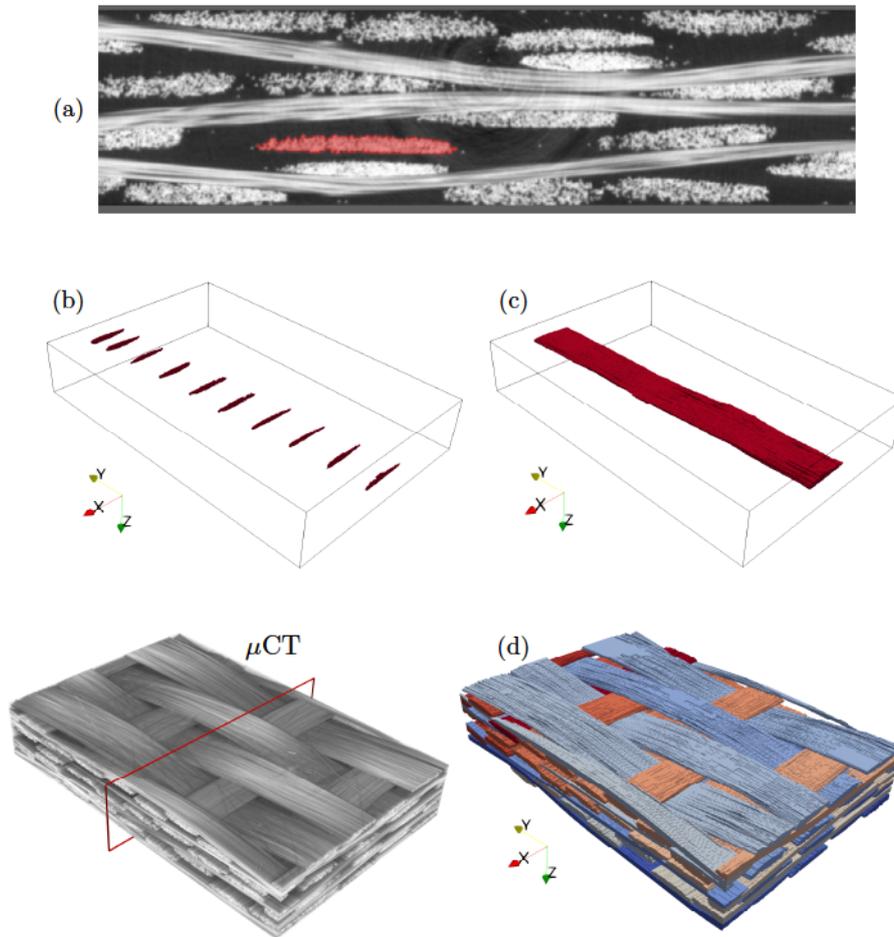


Figure 3.12 – Segmentation manuelle de la tomographie : (a) coupe issue de la tomographie sur laquelle le contour d'un toron a été extrait manuellement, (b) visualisation 3D des sections le long d'un fil, (c) toron reconstruit après interpolations successives des coupes et (d) résultat final de la segmentation manuelle où chaque fil est associé à un niveau de gris.

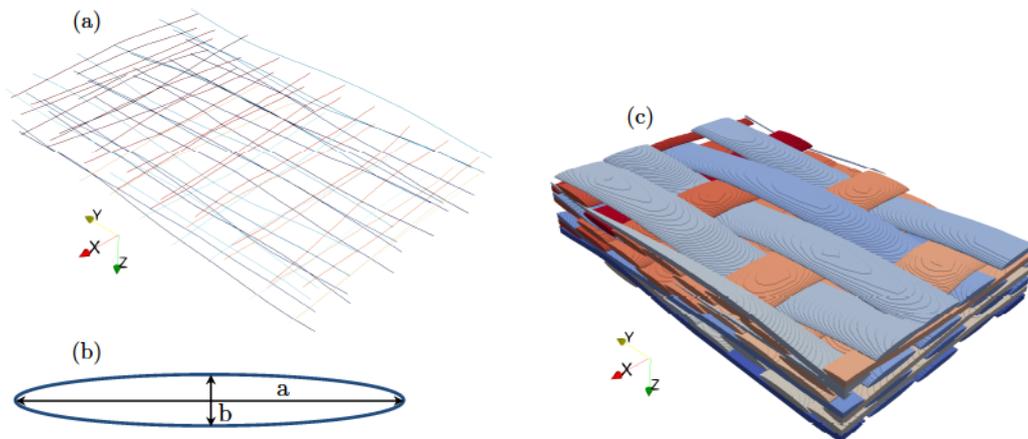


Figure 3.13 – Génération du modèle elliptique : (a) lignes moyennes extraites du modèle manuel, (b) ellipse constante représentative de la moyenne des sections extraites manuellement, (c) texture obtenue après la propagation des ellipses le long des lignes moyennes.

**Segmentation par relaxation basée images :** Une troisième segmentation a été réalisée en utilisant l'algorithme de relaxation basée images (RBI) proposé par [Ben19]. Il consiste à maximiser l'énergie de ressemblance entre la tomographie et un modèle géométrique de la texture. Le principe de la RBI est schématisé sur la figure 3.14. Dans un premier temps, les lignes moyennes des torons sont grossièrement renseignées en cliquant manuellement le centre de chaque fil sur plusieurs coupes. Dans notre étude, les lignes moyennes ont été directement déduites de celles obtenues avec le modèle manuel. Un seuil de niveaux de gris est par ailleurs appliqué afin de différencier la texture fibreuse de l'air. La troisième donnée d'entrée provient du calcul des directions, en utilisant le tenseur de structure de l'image (équations (3.1) et (3.2)). Cela permet de connaître en chaque voxel sa direction de plus faible variation de niveaux de gris, et donc l'axe des fibres. Les trois données d'entrée de l'algorithme sont illustrées sur la figure 3.15a,b,c.

Un premier modèle peu réaliste est généré (figure 3.15d), dans lequel chaque fil est associé à une petite ellipse de section constante qui suit les lignes moyennes. Ce modèle géométrique est décomposé en sous-domaines où la position spatiale des points de discrétisation des ellipses est connue. Ces points sont ensuite déplacés de manière itérative afin de maximiser l'énergie de ressemblance entre le modèle géométrique et la tomographie vis-à-vis des niveaux de gris et des directions. Pour cela, une pondération plus importante des niveaux de gris est dans un premier temps fournie, autorisant ainsi les ellipses à croître afin qu'elles remplissent le masque de la texture obtenu par seuillage. Le poids accordé à l'information des directions est ensuite augmenté, ce qui permet de séparer de façon plus satisfaisante les torons d'orientations différentes. Une étape supplémentaire de régularisation est nécessaire pour corriger les interpénétrations restantes. Une fois la convergence du modèle elliptique atteinte, une discrétisation polygonale des sections est autorisée afin de décrire de manière plus réaliste les enveloppes des fils de la tomographie.

Le modèle final de la segmentation par RBI est présenté figure 3.15f. Comme pour le modèle elliptique, la description géométrique de la texture est convertie en image 3D à la même résolution que la tomographie d'origine.

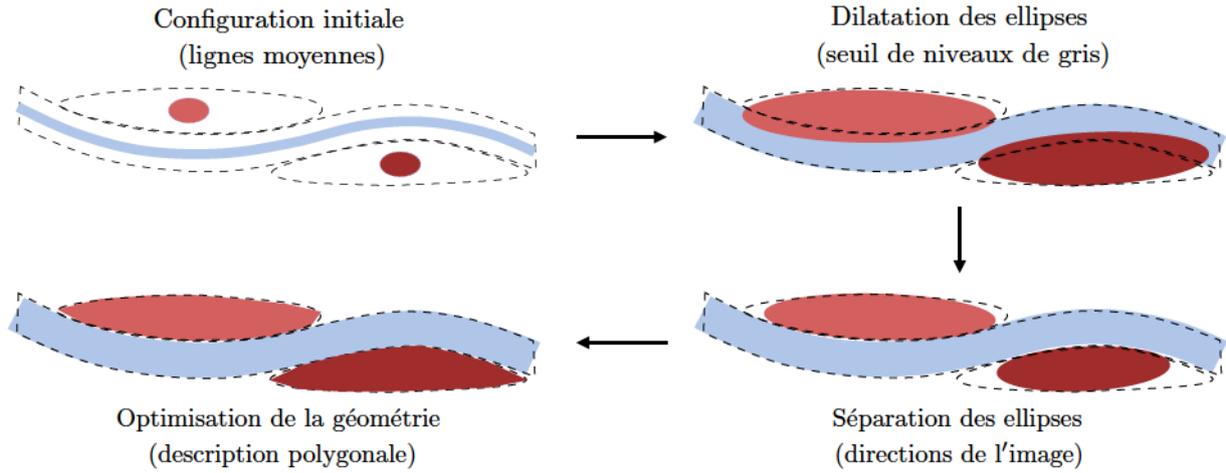


Figure 3.14 – Schéma illustrant les étapes de la relaxation basée images (RBI).

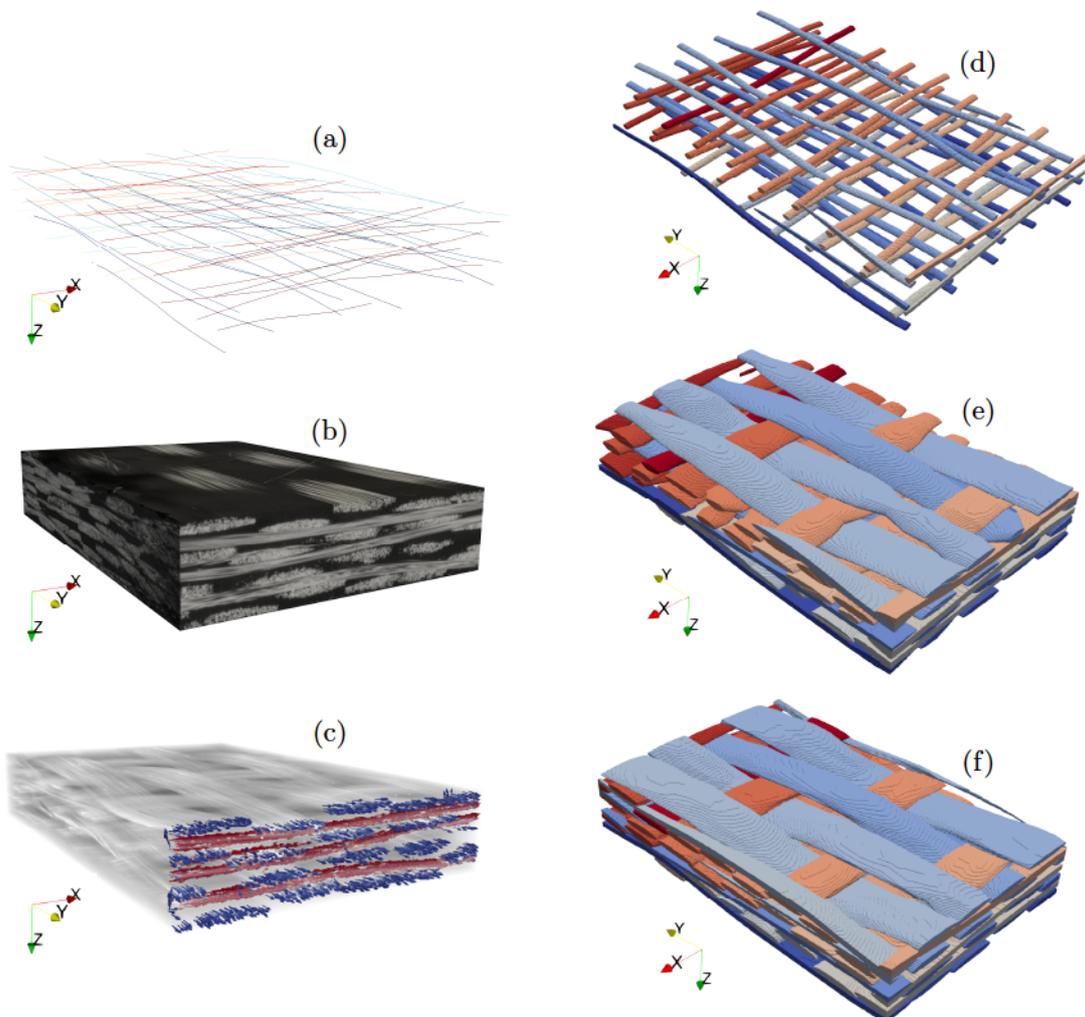


Figure 3.15 – Génération du modèle RBI : (a) lignes moyennes, (b) niveaux de gris de l'image permettant de différencier l'air (en noir) et la texture, (c) vecteurs indiquant en chaque voxel la direction de plus faible variation de niveaux de gris. (d),(e),(f) modèle reconstruit pour un nombre croissant d'itérations globales jusqu'à convergence.

**Génération virtuelle par relaxation mécanique :** Les trois modèles proposés pour le moment sont donc basés sur les lignes moyennes de la tomographie avec une description plus ou moins précise des sections des torons. Ils permettront de juger de l'influence de la géométrie des fils sur la réponse mécanique.

Afin d'évaluer également l'effet des écarts à la réalité dans la description des lignes moyennes, un modèle virtuel a été généré. Rappelons qu'une texture virtuelle trop idéalisée est insuffisante pour décrire correctement les champs locaux. C'est pourquoi nous nous sommes tournés vers l'approche multi-fils développée par [Cou13], permettant d'obtenir une texture virtuelle plus réaliste. La démarche est schématisée sur la figure 3.16.

À partir de l'analyse de la tomographie, les plans de tissage de la texture sont déterminés. Un modèle virtuel idéal comportant des sections elliptiques constantes est généré (illustré sur la figure 3.17a). Le volume total de renforts est égal à celui du modèle manuel. Afin de s'assurer que le modèle ne présente aucune interpénétration, une distance entre les fils est imposée, conduisant à une épaisseur totale plus importante que celle de la tomographie. Chaque toron est ensuite discrétisé en 32 macrofibres (figure 3.17b), assimilables à des chaînes de ressorts. Une tension est appliquée simultanément sur les macrofibres de chaînes et de trames. Cette force extérieure appliquée est exprimée dans le membre de gauche de l'équation (3.3), où  $E$  désigne le module de Young,  $\mathbf{A}$  la section orientée des macrofibres et  $\alpha$  un paramètre d'intensité de la charge. La force de réaction des macrofibres est définie dans le membre de droite, où  $L$  représente la longueur de la macrofibre et  $L_0$  sa longueur initiale. Les macrofibres se déforment donc sous l'action de la tension appliquée jusqu'à ce que la somme des forces extérieures soit égale à la somme des forces de réaction :

$$\sum(-\alpha E \mathbf{A}) = \sum\left(\frac{L - L_0}{L_0} E \mathbf{A}\right) \quad (3.3)$$

Afin de s'assurer que les macrofibres ne s'interpénètrent pas durant le processus de relaxation, des éléments de contact entre deux macrofibres (figure 3.3b) sont introduits. La résultante des forces de réaction est normale aux contacts ; les frottements entre macrofibres ne sont donc pas pris en compte. La valeur de la force de réaction  $f_c$  est définie par :

$$f_c = K(\delta)\delta \quad (3.4)$$

où  $K$  désigne la rigidité des éléments de contacts et  $\delta$  la profondeur de l'interpénétration. Numériquement, un schéma de résolution explicite est utilisé. Les macrofibres se déplacent progressivement les unes par rapport aux autres, en s'assurant à chaque itération que l'équilibre total de la structure est atteint. La géométrie de la préforme évolue donc jusqu'à atteindre l'épaisseur de la tomographie (figure 3.17c). Les fils sont ensuite reconstruits en volume, en calculant pour chaque section le convexe associé à l'ensemble des macrofibres décrivant un toron (figure 3.17d). Une fois encore, la description géométrique est voxélisée à la résolution de la tomographie. Des opérations morphologiques (érosions et dilatations) sont éventuellement réalisées sur les fils afin d'améliorer la forme des sections et ajuster le taux de renforts. Le modèle final obtenu présente, au moins qualitativement, une bonne ressemblance avec la tomographie (figure 3.17e).

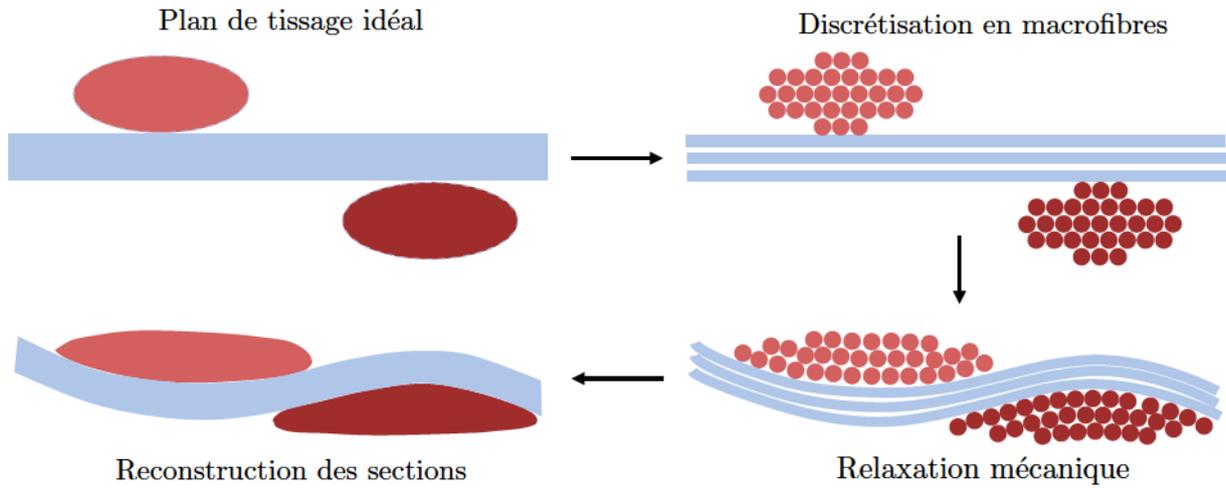


Figure 3.16 – Schéma illustrant les étapes de la génération de texture par relaxation mécanique.

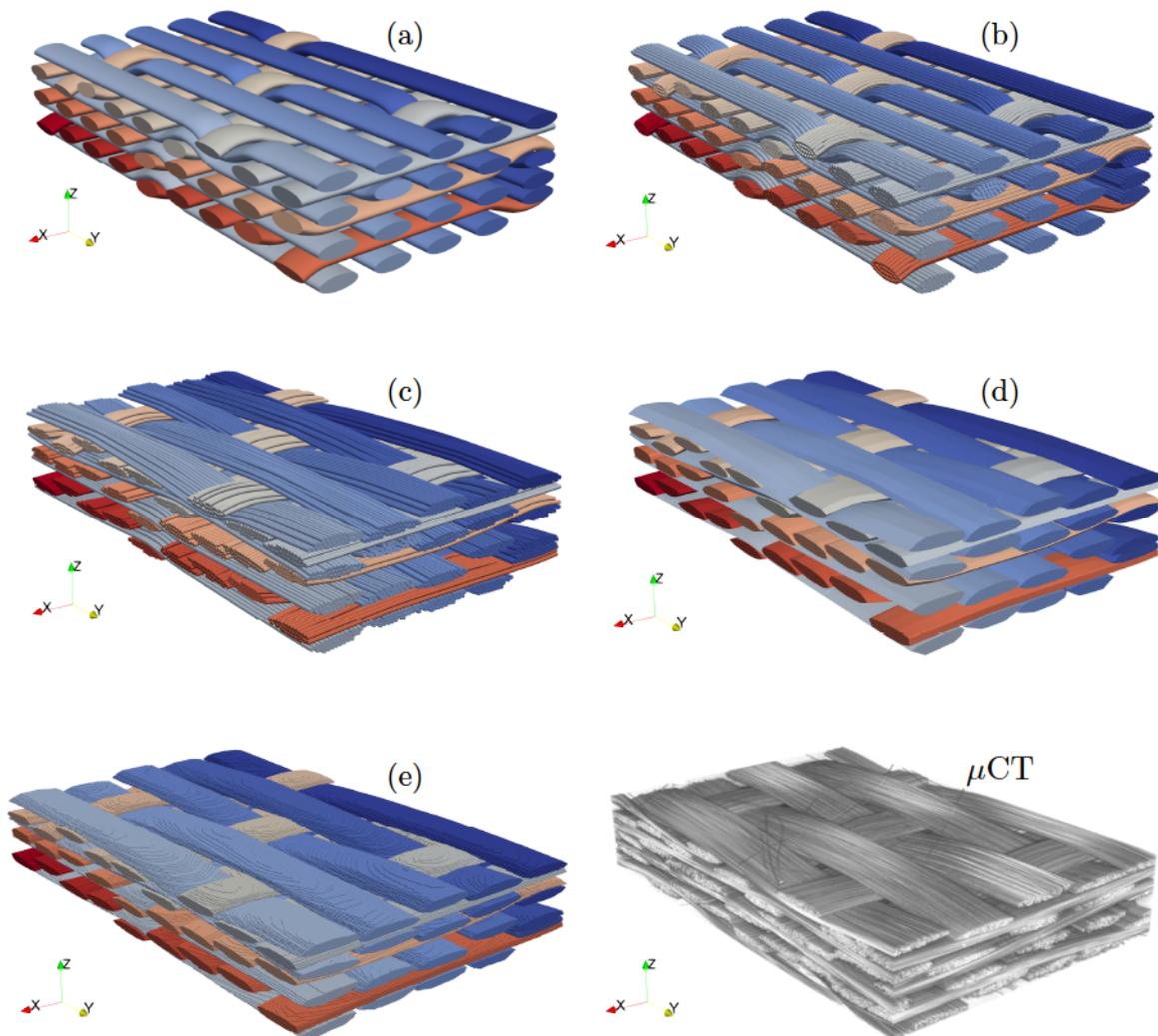


Figure 3.17 – Illustration de la méthode de relaxation mécanique : (a) modèle idéal de la texture, (b) discrétisation de chaque toron en un ensemble de macrofibres, (c) modèle discrétisé obtenu après compaction, (d) reconstruction des sections de fils, (e) résultat final après voxélisation du modèle géométrique et opérations morphologiques.

### 3.2.2 Quantification de l'écart à l'idéalité

Les quatre modèles générés décrivent donc la même texture à différents niveaux de détails, tant sur la morphologie des sections de torons que sur la description des lignes moyennes. La figure 3.18 illustre sur une coupe du plan  $xz$  les quatre architectures tissées.

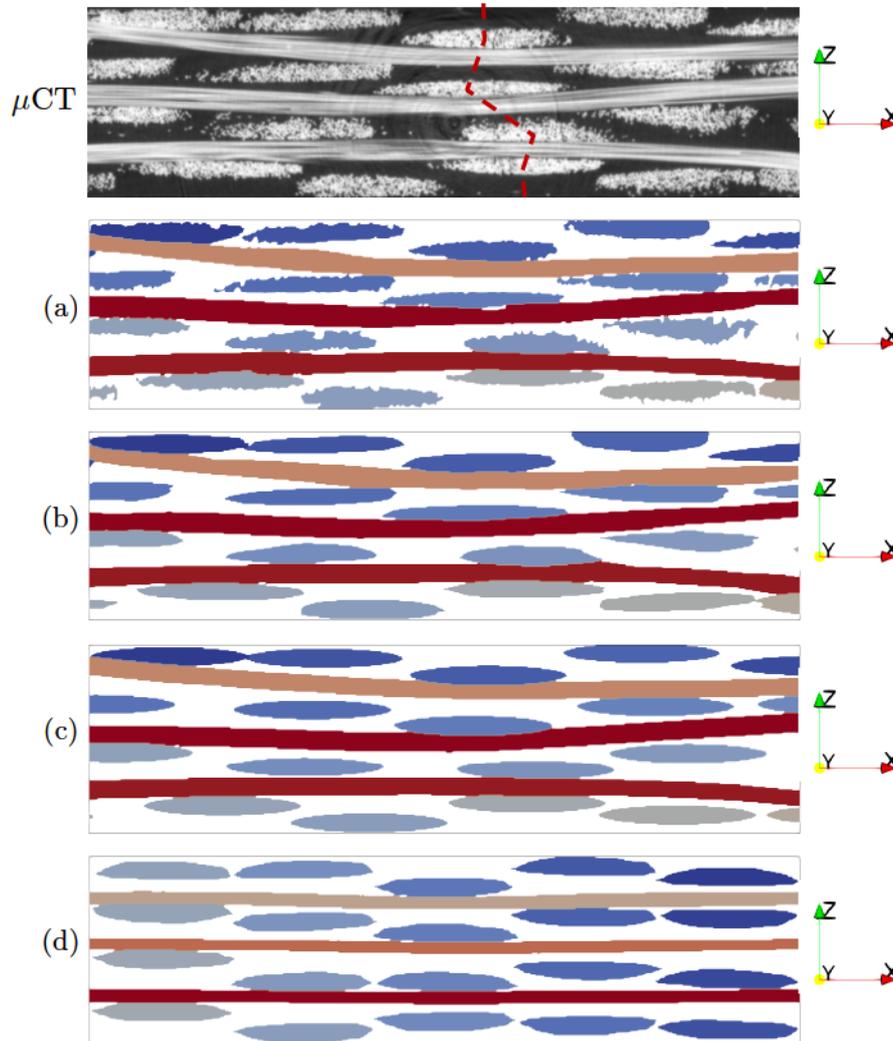


Figure 3.18 – Comparaison avec la tomographie sur une vue en coupe dans le plan  $xz$  des quatre modèles générés : (a) modèle manuel, (b) modèle RBI, (c) modèle elliptique (d) modèle virtuel relaxé. Les pointillés rouges sur la tomographie illustrent le désalignement des colonnes de trames.

Afin de quantifier ces différences géométriques, la figure 3.19 compare pour chaque modèle la densité de probabilité de trois descripteurs morphologiques des sections de fils. Les descripteurs sont calculés sur toutes les coupes tomographiques des plans  $xz$  et  $yz$  et prennent en compte l'ensemble des torons.

Le modèle manuel et le modèle RBI sont en excellent accord sur les distributions des aires et des rapports d'aspect (définis comme le ratio entre le petit axe et le grand axe d'une ellipse interpolée sur la section). La distribution du périmètre des sections est en revanche décalée vers des valeurs plus élevées pour le modèle manuel. Cela provient du fait que la rugosité de surface des torons est prise

en compte dans le modèle manuel, alors qu'une description polygonale est utilisée dans le cas de la RBI. Les distributions du modèle elliptique sont nettement moins étalées et globalement centrées sur les valeurs moyennes obtenues manuellement ou par RBI. Bien qu'une section constante elliptique ait été utilisée dans le modèle géométrique initial, les distributions du modèle elliptique ne sont pas des diracs parfaits. Cela provient de la correction des interpénétrations lors de la conversion en image 3D, conduisant à la modification de la forme de certaines ellipses. Enfin, le modèle virtuel généré par relaxation mécanique présente des distributions relativement proches en apparence de celles obtenues avec le modèle manuel ou par RBI. Les valeurs moyennes d'aire et de périmètre sont en revanche plus faibles et la valeur de rapport d'aspect plus élevée. Pourtant, tous les modèles contiennent sensiblement les mêmes taux globaux de renforts (moins de 1% d'écart). Ces différences doivent donc provenir d'une répartition différente des fils au sein de la structure. Cela est particulièrement visible sur la figure 3.18. On remarque en effet que les fils de trames (en bleu) sont nettement plus alignés selon la direction  $z$  sur le modèle virtuel que sur les modèles basés images (le désalignement dans les colonnes de trames est illustré en pointillés rouges sur la coupe de la tomographie). Malgré le processus de compaction qui permet d'obtenir un modèle virtuel relaxé de la même épaisseur que la tomographie, la géométrie idéale initialement introduite est responsable d'une répartition trop ordonnée des torons. En comparaison des modèles basés images, le modèle virtuel relaxé contient donc un nombre total plus important de fils (pour un volume équivalent de matériau) avec des sections plus réduites et moins allongées.

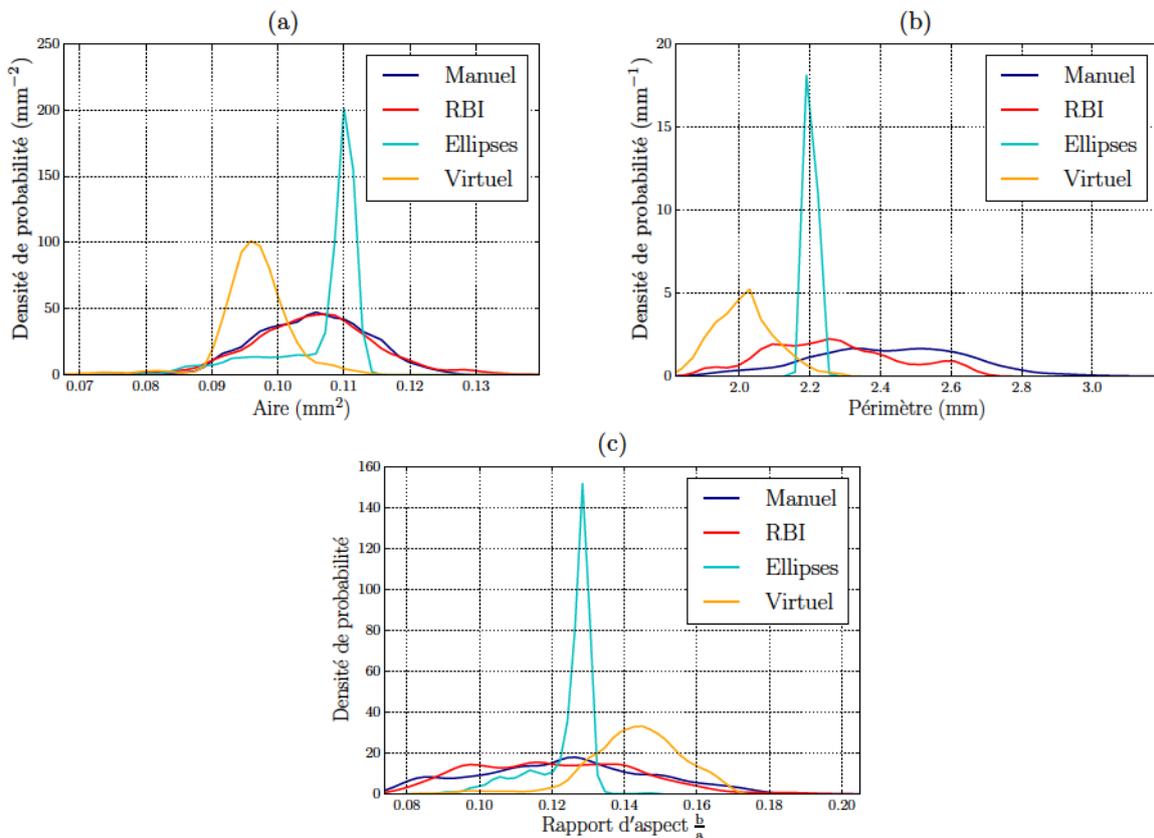


Figure 3.19 – Densité de probabilité de descripteurs morphologiques (aire, périmètre et rapport d'aspect) des sections de torons obtenues avec les différents modèles.

Pour calculer les écarts à la réalité des lignes moyennes dans les directions  $x$  et  $y$ , les torons sont découpés en tronçons (figure 3.20).

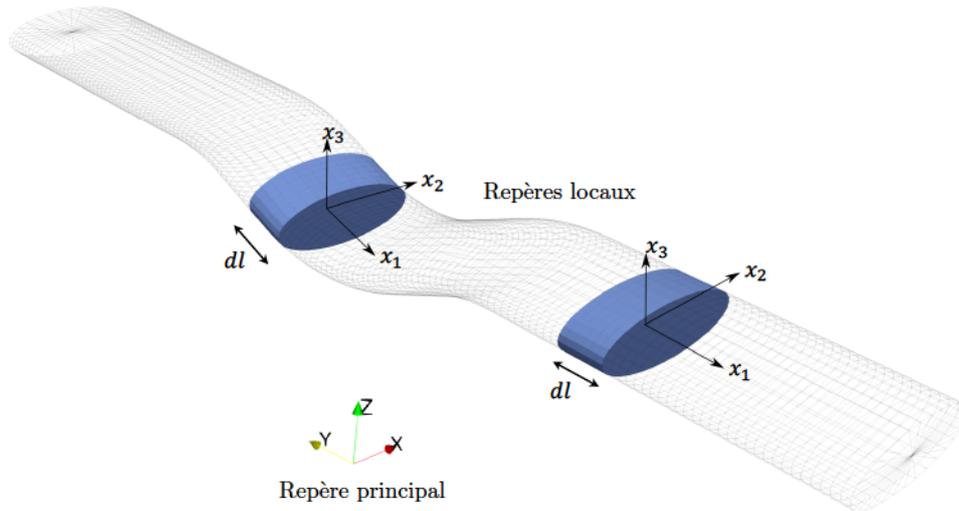


Figure 3.20 – Illustration des tronçons d'un toron : un repère local est associé à chaque tronçon où  $x_1$  désigne la direction des fibres.

Un repère local est attribué à chaque tronçon où la direction  $x_1$  est alignée avec l'axe des fibres. Les tronçons ont été choisis d'une longueur de 0.2 mm, permettant de bien traduire localement les variations de l'abscisse curviligne des fils. Pour chaque tronçon, on définit l'angle de décadrage comme l'angle absolu formé entre le vecteur  $x_1$  projeté sur le plan  $xy$  et l'axe  $x$  ou  $y$  (respectivement pour les torons de chaînes et de trames).

Ce décadrage est mis en évidence le long d'un fil de trame sur la vue du dessus de la tomographie (figure 3.21a). En effet, la ligne moyenne du toron n'est pas alignée avec la direction  $y$ . La figure 3.21c compare la distribution des angles de décadrage des tronçons de torons entre les modèles basés images et le modèle virtuel relaxé. Les valeurs des angles de décadrage des modèles basés images sont plus élevées et la distribution plus étalée, traduisant l'organisation trop régulière des fils dans le modèle virtuel.

Le dernier descripteur géométrique retenu concerne l'embuvage, qui caractérise l'ondulation des torons. Il est généralement défini comme la différence (en %) entre la longueur des fils dans le tissage et la longueur des fils rectilignes. Localement, on définit pour chaque tronçon l'angle d'embuvage comme l'angle formé entre le vecteur  $x_1$  projeté sur le plan  $yz$  et l'axe  $y$  (dans le cas des torons de trames) et l'angle formé entre le vecteur  $x_1$  projeté sur le plan  $xz$  et l'axe  $x$  pour les fils de chaînes.

La longueur des tronçons est là aussi de 0.2 mm. La figure 3.22d compare les distributions des angles d'embuvage du modèle réel, du modèle virtuel relaxé et du modèle virtuel initial. Ce dernier présente une distribution quasi-bimodale, centrée sur une valeur nulle et sur une valeur de l'ordre de  $20^\circ$ . Cela s'explique par le fait que les fils sont initialement soit tout droits, soit très embuvés lors du croisement avec un autre plan de tissage (figure 3.22c). Le modèle virtuel relaxé présente une distribution intermédiaire entre le modèle idéal et les modèles basés images, illustrant l'intérêt du procédé de relaxation mécanique pour obtenir des textures plus réalistes du point de vue de l'embuvage.

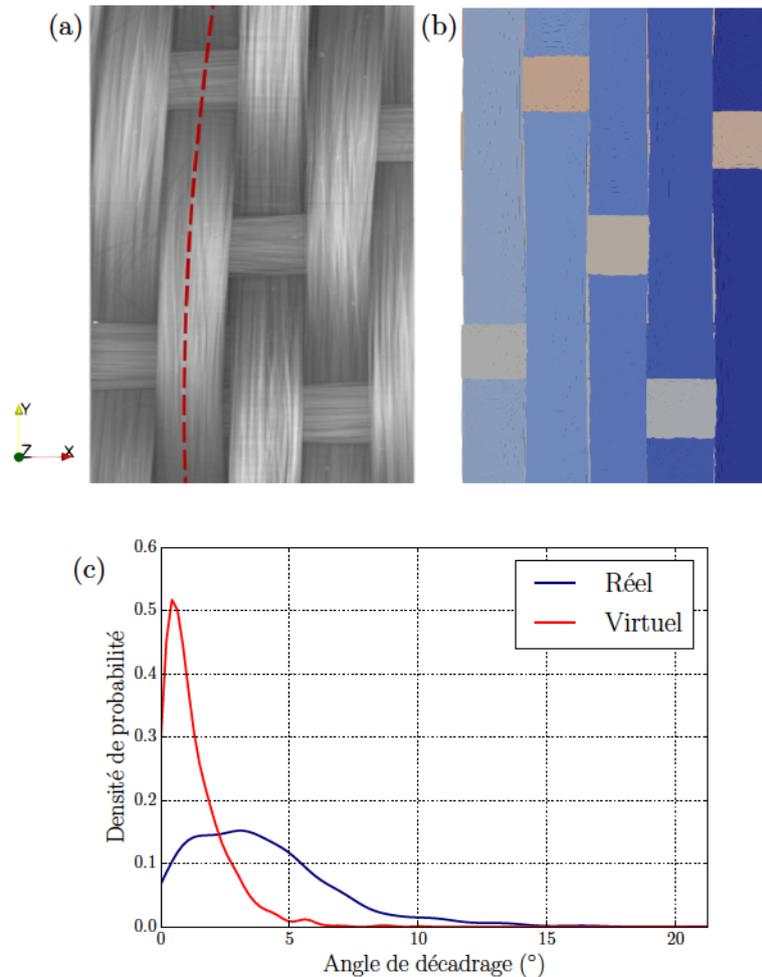


Figure 3.21 – Vues du dessus (a) de la tomographie où le décadrage le long d’un fil de trame est mis en évidence par les pointillés rouges, (b) du modèle virtuel relaxé et (c) densité de probabilité des angles de décadrage des tronçons de torons obtenus avec les modèles basés images et le modèle virtuel relaxé.

On dispose donc de quatre modèles représentant la même texture à différents niveaux de détails :

- Le modèle obtenu manuellement est parfaitement fidèle à l’image, tant sur la morphologie des sections de torons que sur la description des lignes moyennes.
- Le modèle obtenu par relaxation basée image (RBI) est très proche du modèle manuel, à ceci près que la rugosité de surface des fils n’est pas prise en compte.
- Le modèle elliptique présente une bonne description des lignes moyennes de la tomographie mais des sections de torons identiques.
- Le modèle virtuel obtenu par relaxation mécanique possède une distribution de sections de torons assez représentative de la réalité mais une organisation des renforts trop régulière.

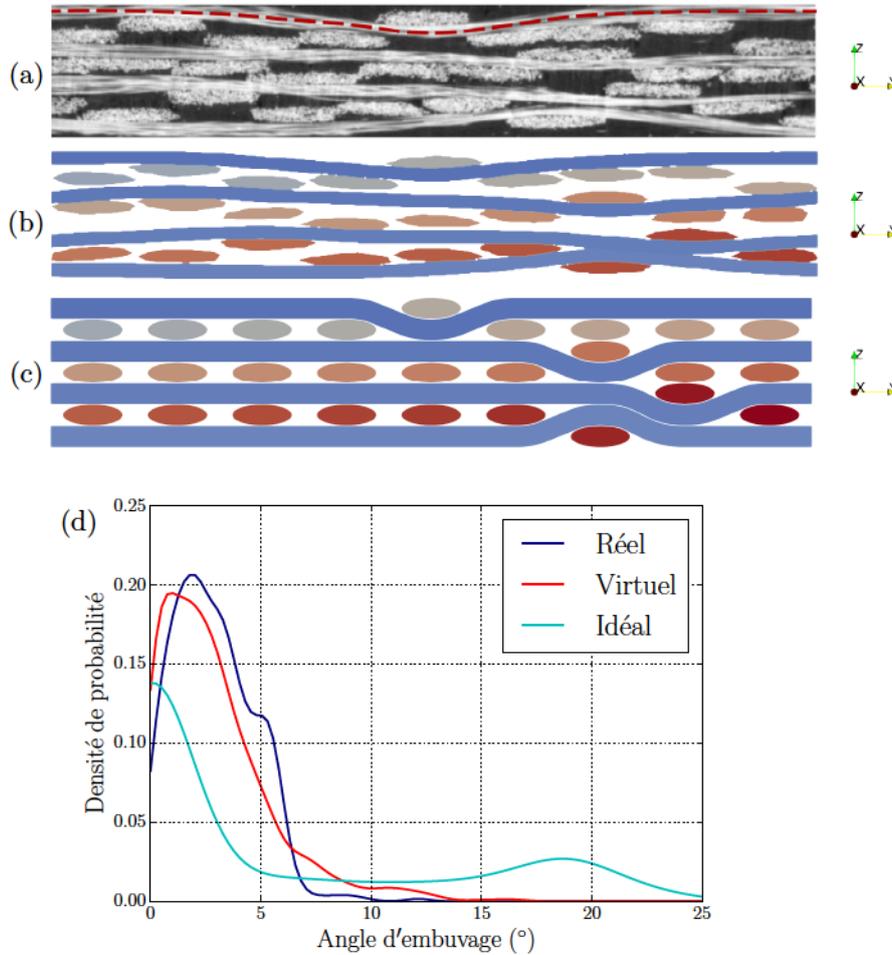


Figure 3.22 – Vues en coupe (a) de la tomographie où l’embuage le long d’un fil est mis en évidence par les pointillés rouges, (b) du modèle virtuel relaxé, (c) du modèle virtuel idéal initial et (d) densité de probabilité des angles de décadrage des tronçons de torons obtenus avec les trois modèles issus de la tomographie, le modèle virtuel relaxé et le modèle virtuel idéal.

### 3.2.3 Maillage des textures

**Maillages réguliers et étude préliminaire de convergence :** Les quatre textures sont au format d’image 3D, où chaque voxel est associé à un toron ou à de la matrice. La génération de maillages réguliers est donc immédiate. L’image est divisée en une grille régulière plus grossière afin d’obtenir des maillages d’une taille raisonnable (l’image initiale contient environ 75 millions de voxels). Chaque élément de maillage est associé à l’entité possédant le plus grand nombre de voxels contenu à l’intérieur. La grille régulière peut être isotrope (éléments de maillage cubiques) ou anisotrope (éléments de maillage parallélépipédiques). Les maillages construits sur une grille régulière isotrope seront appelés par la suite « maillages voxels » et les maillages utilisant des parallélépipèdes « maillages hexa ». On ne considère pour les maillages hexa que le cas où les rapports de longueurs entre les côtés des éléments sont les mêmes que ceux de la tomographie.

Une étude préliminaire est présentée afin de s’assurer que les maillages réguliers soient assez fins vis-à-vis de la convergence des champs locaux. Cette étude est réalisée sur le modèle RBI (présenté au paragraphe 3.2.1). Les éléments parallélépipédiques ont été privilégiés car ils offrent la possibilité

de générer davantage de maillages de tailles différentes (tout en assurant la faisabilité des calculs EF) en comparaison des voxels.

Les calculs élastiques sont réalisés avec le logiciel commercial Abaqus 6.12 en utilisant des éléments C3D8. Les fils sont considérés isotropes transverses et la matrice isotrope. Les propriétés mécaniques sont celles fournies par [Mit09] sur un matériau SiC/SiC MI (tableau 3.1). Comme présenté sur la figure 3.20, chaque toron est découpé en plusieurs tronçons d'une longueur de 0.2 mm. L'anisotropie des fils est prise en compte à l'aide d'une table d'orientation, permettant d'associer à chaque tronçon ses propriétés mécaniques exprimées dans son repère local.

Certains auteurs introduisent des propriétés mécaniques différentes au sein des torons en fonction de l'aire de la section. En effet, un fil plus large localement contient un taux de fibres moins important et donc des propriétés mécaniques différentes. Des études ont montré que cela pouvait avoir un effet non négligeable sur le calcul des champs locaux [Rui07]. Dans le cas du matériau étudié, la matrice SiC intra-toron a une rigidité du même ordre de grandeur que les fibres (contrairement aux CMO), introduisant donc peu de variations de propriétés élastiques pour des taux de fibres différents. Ce niveau de complexité supplémentaire n'a donc pas été retenu pour le moment. À noter toutefois que l'influence des variations microstructurales sur la réponse mécanique à l'échelle mésoscopique sera traitée dans le **Chapitre 5** pour des calculs d'endommagement.

	$E_{11}$	$E_{22}$	$E_{33}$	$G_{12}$	$G_{13}$	$G_{23}$	$\nu_{12}$	$\nu_{13}$	$\nu_{23}$
Fils	320	149	149	59.6	59.6	64.8	0.176	0.176	0.15
Matrice	310			132.5			0.17		

Tableau 3.1 – Propriétés mécaniques des fils et de la matrice à l'échelle mésoscopique. Les valeurs des modules sont exprimées en GPa et sont issues des travaux de [Mit09].

Une première étude de convergence vis-à-vis de la taille de maille est réalisée d'un point de vue globale, en analysant d'une part le taux de renforts après maillage et d'autre part les propriétés effectives calculées par homogénéisation. Il est pour cela nécessaire de calculer le tenseur de rigidité apparent  $\underline{\underline{C}}_{app}$  reliant les tenseurs moyens de contraintes  $\underline{\underline{\sigma}}$  et déformations  $\underline{\underline{\epsilon}}$  sur le volume  $\Omega$  :

$$\langle \underline{\underline{\epsilon}} \rangle = \frac{1}{V_{\Omega}} \int_{\Omega} \underline{\underline{\epsilon}} dV, \quad \langle \underline{\underline{\sigma}} \rangle = \frac{1}{V_{\Omega}} \int_{\Omega} \underline{\underline{\sigma}} dV \quad (3.5)$$

$$\langle \underline{\underline{\sigma}} \rangle = \underline{\underline{C}}_{app} : \langle \underline{\underline{\epsilon}} \rangle \quad (3.6)$$

Les conditions aux limites mixtes en déformation moyenne imposée (PMUBC) proposées par [Pah08a; Pah08b] ont été utilisées. Ces conditions aux limites sont flexibles et fournissent, dans le cas d'une microstructure orthotrope, les mêmes propriétés élastiques moyennes que des conditions aux limites périodiques. Avec la définition mécanique du tenseur de rigidité de l'équation (3.6), 6 cas de chargements indépendants appliqués dans toutes les directions (les 3 directions normales et les 3 directions de cisaillement) suffisent pour identifier les termes de  $\underline{\underline{C}}_{app}$ . Cette définition n'assure néanmoins pas nécessairement la symétrie du tenseur. Il faudrait pour cela considérer la définition énergétique du tenseur de rigidité, reliant le tenseur moyen des déformations à la moyenne volumique de densité d'énergie et nécessitant 36 chargements pour identifier les termes du tenseur. Le tenseur de rigidité apparent final est donc symétrisé en calculant  $\frac{1}{2}(\underline{\underline{C}}_{app} + {}^t\underline{\underline{C}}_{app})$ . La structure étant supposée orthotrope,

les modules élastiques dans toutes les directions peuvent ainsi être identifiés.

La figure 3.23 présente les résultats obtenus pour des maillages allant de 61000 éléments jusqu'à plus de 2.5 millions. Concernant les taux de renforts, les valeurs sont très proches (moins de 0.2% d'écart au maximum). Les propriétés élastiques convergent également bien puisqu'à partir d'environ 75000 éléments, l'ensemble des modules présente un écart mesuré de moins de 0.2% par rapport au maillage le plus raffiné. À noter que les modules faisant intervenir la direction hors-plan convergent moins vite que ceux dans les directions des renforts. Cela peut être attribué à un nombre insuffisant d'éléments dans l'épaisseur des torons.

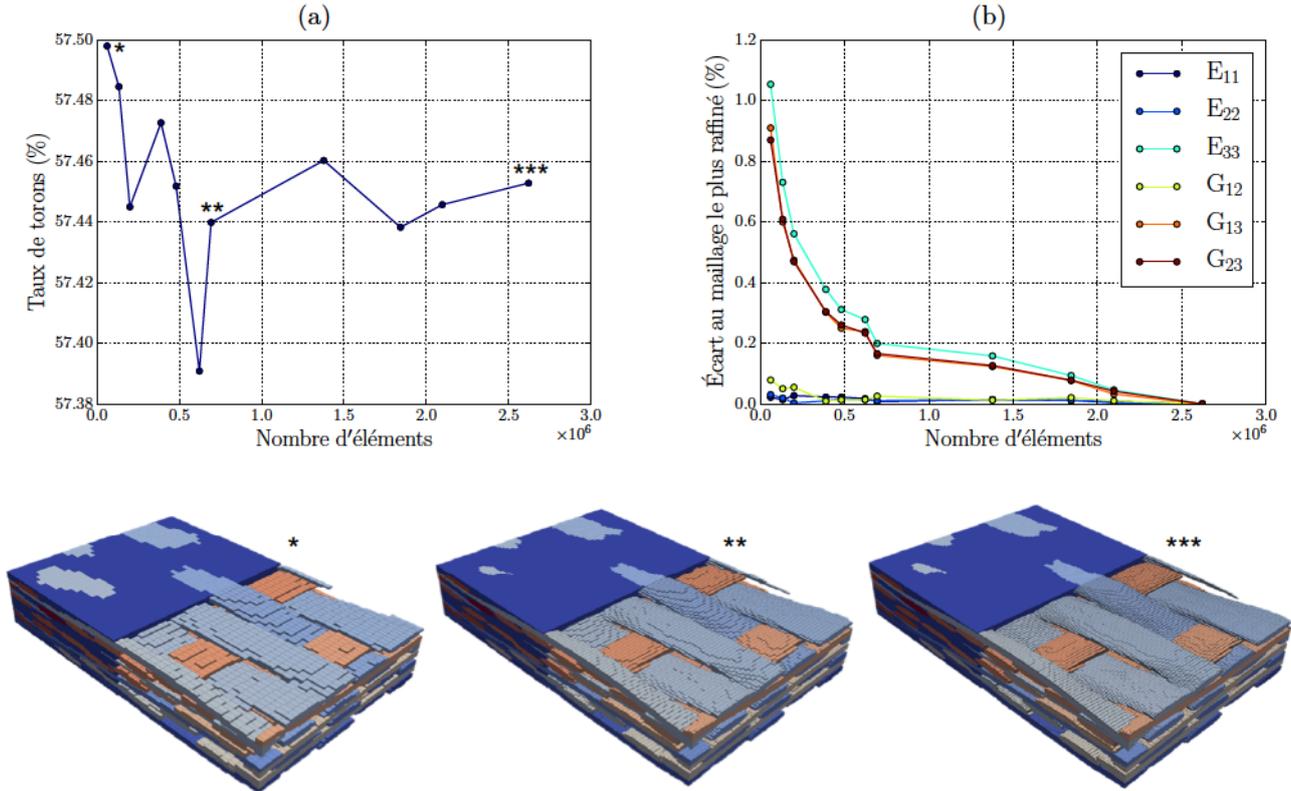


Figure 3.23 – Étude de convergence des maillages hexa d'un point de vue macroscopique : (a) taux de renforts obtenus après maillage pour différents raffinements (trois d'entre eux sont représentés en bas), (b) convergence des modules calculés par homogénéisation dans les 6 directions pour un nombre croissant d'éléments de maillage.

D'après la littérature et les études expérimentales présentées au **Chapitre 2**, les fils transverses au chargement sont sujets aux premiers endommagements. Pour étudier la convergence des calculs d'un point de vue plus local, une déformation de 0.05% est appliquée aux modèles dans la direction x. Les contraintes sont analysées dans un toron transverse au chargement situé au centre de la préforme (figure 3.24a).

La figure 3.24b représente la contrainte moyenne  $\overline{\sigma_{11}}$  par tronçon le long du fil (après projection dans le repère global) pour les différents maillages. La figure 3.24c présente la convergence de  $\overline{\sigma_{11}}$  sur l'ensemble du toron par rapport au maillage le plus fin. Là encore, pour un nombre d'éléments supérieur à environ 1.5 millions, les différences avec le maillage le plus raffiné sont faibles (de l'ordre de 0.1%).

Cette étude préliminaire permet donc de s'assurer de la convergence des maillages les plus raffinés vis-à-vis des champs locaux. Un maillage de 2.5 millions d'éléments correspond en outre à la capacité maximum des machines de calcul du LCTS. Les maillages voxels et hexa ainsi générés, qui seront comparés par la suite aux maillages tétraédriques, sont présentés sur la figure 3.25c,d.

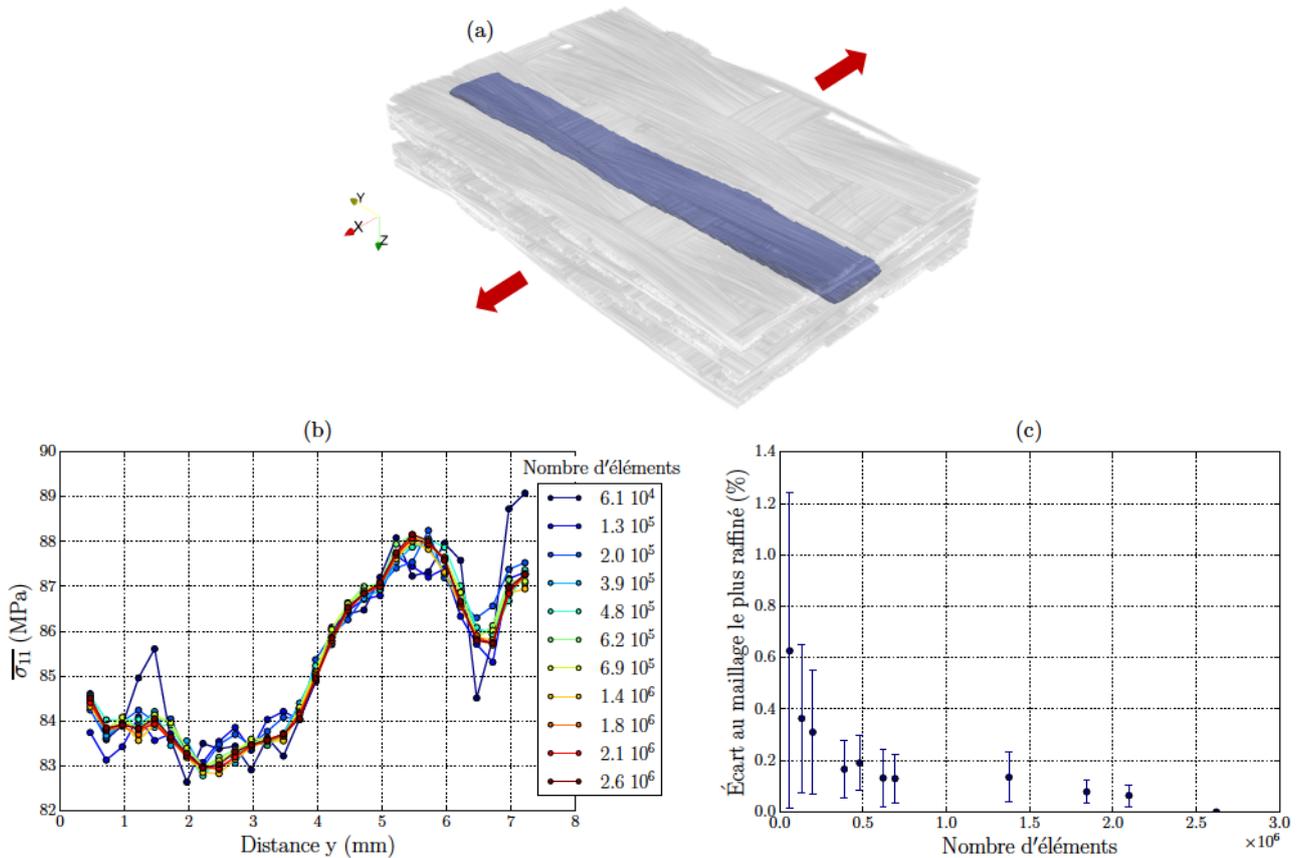


Figure 3.24 – (a) Toron transverse situé au centre de la préforme sur lequel l'étude de convergence est réalisée : (b) contrainte moyenne  $\bar{\sigma}_{11}$  calculée par tronçon le long du fil pour différents raffinements de maillages et (c) convergence de  $\bar{\sigma}_{11}$  sur l'ensemble du toron pour un nombre croissant d'éléments de maillage.

**Maillages tétraédriques :** Comme mentionné dans la partie 3.1.2, les maillages tétraédriques offrent une meilleure représentation de la texture mésoscopique. Ils assurent en effet une description plus réaliste de l'état de contraintes, en particulier aux interfaces entre torons, ainsi qu'une meilleure convergence des champs mécaniques locaux vis-à-vis de la taille de maille. Toutefois, la génération de maillages conformes à partir d'une description géométrique est loin d'être aisée et cette option a donc été écartée. Le choix de traiter systématiquement les textures sous forme d'images segmentées 3D permet de contourner habilement le problème.

Un premier maillage tétraédrique a été obtenu sur la texture générée par RBI en utilisant le Marching Cube disponible dans le logiciel commercial Avizo v9.0. Un maillage surfacique extrêmement fin décrivant parfaitement les interfaces entre les torons (ou entre les torons et la matrice) a ainsi été généré. La simplification du maillage surfacique a également été réalisée avec le logiciel Avizo,

nécessitant des corrections parfois manuelles pour assurer la non-interpénétration des maillages surfaciques des différentes entités. L'étape d'avancée de front, permettant de générer le maillage volumique tétraédrique, a été effectuée avec le logiciel GHS3D de l'INRIA [Geo04]. Le maillage ainsi obtenu est de bonne qualité et est présenté sur la figure 3.25a. Ce dernier nous sert de référence pour statuer sur le type de maillage à adopter pour l'étude des champs locaux à l'échelle mésoscopique.

Toutefois, ce processus est assez laborieux avant d'obtenir le maillage final et ne semble pas pouvoir être appliqué de manière systématique et robuste. On a donc souhaité tester une seconde méthode de maillage tétraédrique, là aussi basée images, utilisant le raffinement de Delaunay. La librairie open source CGal [All18] développée par l'INRIA a été utilisée afin de générer de manière rapide et totalement automatique le maillage. Le résultat est présenté sur la figure 3.25b. Le principal inconvénient de la méthode de raffinement de Delaunay est l'apparition d'une rugosité artificielle aux interfaces, en particulier lorsque le nombre d'éléments diminue. Certaines améliorations ont été proposées [Bol09] pour limiter ce phénomène mais n'ont pas été implémentées dans CGal, peut-être par manque de robustesse. Il nous a toutefois semblé intéressant d'évaluer les performances de ce type de maillage. Les éléments C3D4 d'Abaqus sont utilisés pour les deux maillages tétraédriques ainsi générés. Les propriétés anisotropes des fils sont attribuées de la même manière que dans le cas des maillages réguliers.

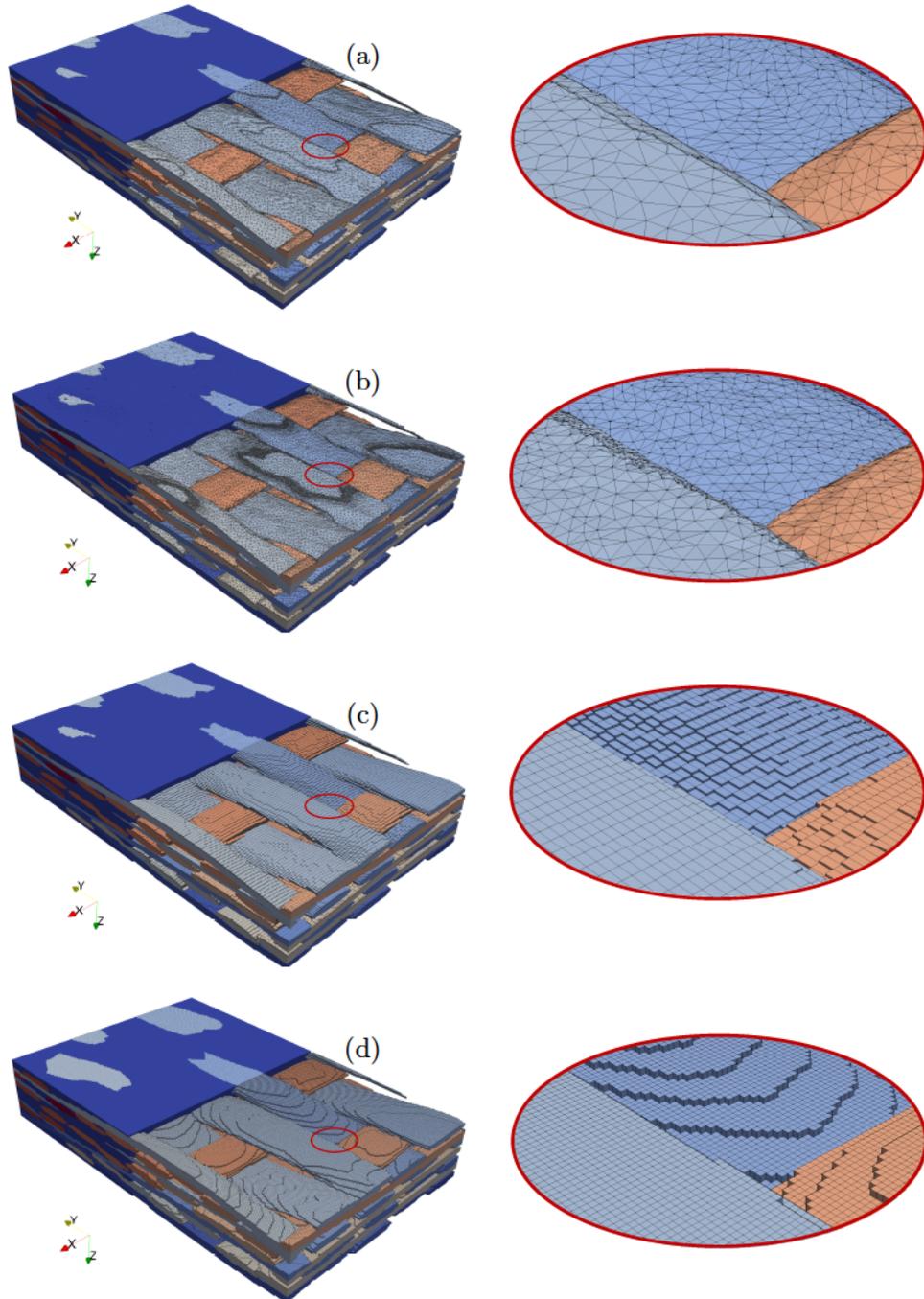


Figure 3.25 – Maillages obtenus sur la texture générée par RBI : (a) Marching Cube, (b) raffinement de Delaunay, (c) hexa, (d) voxels.

### 3.3 Résultats des calculs éléments finis

#### 3.3.1 Influence du type de maillage

On cherche ici à comparer la réponse mécanique des quatre maillages de la figure 3.25. Une déformation imposée de 0.05% est appliquée aux modèles dans la direction  $x$ . Le tableau 3.2 résume les caractéristiques des modèles. Le nombre d'éléments est sensiblement le même et a été fixé par l'étude de convergence préliminaire réalisée sur les maillages hexa. Un premier constat est que les maillages tétraédriques possèdent, à nombre d'éléments équivalent, un nombre de nœuds (et donc de degrés de liberté) environ 5 fois plus faible. Les maillages réguliers sont donc plus lourds numériquement, puisque le nombre de ddls conditionne directement la taille des matrices à inverser pour le calcul. Les taux de renforts après maillage ainsi que le module de Young macroscopique des quatre modèles sont quasiment égaux (moins de 1% d'écart), illustrant la faible dépendance des propriétés élastiques moyennes vis-à-vis du type de maillage.

	Marching cube	Delaunay	Hexa	Voxels
Nombre de ddls ( $10^6$ )	1.47	1.46	8.04	8.50
Nombre d'éléments ( $10^6$ )	2.86	2.80	2.62	2.76
Taux de renforts (%)	57.7	57.6	57.5	57.5
Module de Young (GPa)	273.1	273.7	275.1	274.7

Tableau 3.2 – Taille des maillages, taux de renforts après maillage et modules de Young calculés pour les différents types de maillages.

La figure 3.26 présente les cartographies des contraintes  $\sigma_{11}$  projetées dans le repère global sur une coupe du plan  $xz$  (la matrice a été retirée pour davantage de clarté). Les valeurs de  $\sigma_{11}$  sont calculées au barycentre des éléments. Les champs de contraintes sont très similaires pour tous les maillages dans les zones où les fils sont suffisamment éloignés les uns des autres. En revanche, quelques différences apparaissent dans les zones de contact entre les torons de chaînes et de trames. Quantifier ces variations doit permettre de juger de l'influence du type de maillage sur les champs locaux, et par extension à la prédiction des sites d'amorçage des premiers endommagements.

La figure 3.27 représente, pour chaque maillage, la contrainte moyenne par tronçon  $\overline{\sigma_{11}}$  pondérée par le volume des éléments le long d'un toron transverse situé au centre de la préforme. L'évolution de  $\overline{\sigma_{11}}$  est très similaire, même si les valeurs calculées avec les voxels sont légèrement supérieures à celles obtenues avec les autres maillages. Sur la simple analyse de ces courbes, il est encore difficile de discriminer l'un des quatre maillages.

La figure 3.28a présente la distribution des contraintes  $\sigma_{11}$  mesurées dans l'ensemble des fils transverses au chargement. Afin de s'affranchir des effets de bords, seuls les éléments contenus dans un sous-volume de  $4 \times 6 \times 1 \text{ mm}^3$  sont conservés. La valeur moyenne calculée se situe pour les quatre maillages autour de 83 MPa. Concernant la forme des distributions, celle obtenue avec le maillage voxels est plus étalée que les autres, en particulier vers les valeurs de contraintes élevées. Dans l'optique de comparer la réponse des différents maillages à l'application d'un critère de rupture, ces plus fortes valeurs de contraintes nous intéressent particulièrement. La figure 3.28b présente, en échelle logarithmique, la distribution cumulée des contraintes  $\sigma_{11}$ . Ce graphique met en évidence des variations significatives entre les maillages.

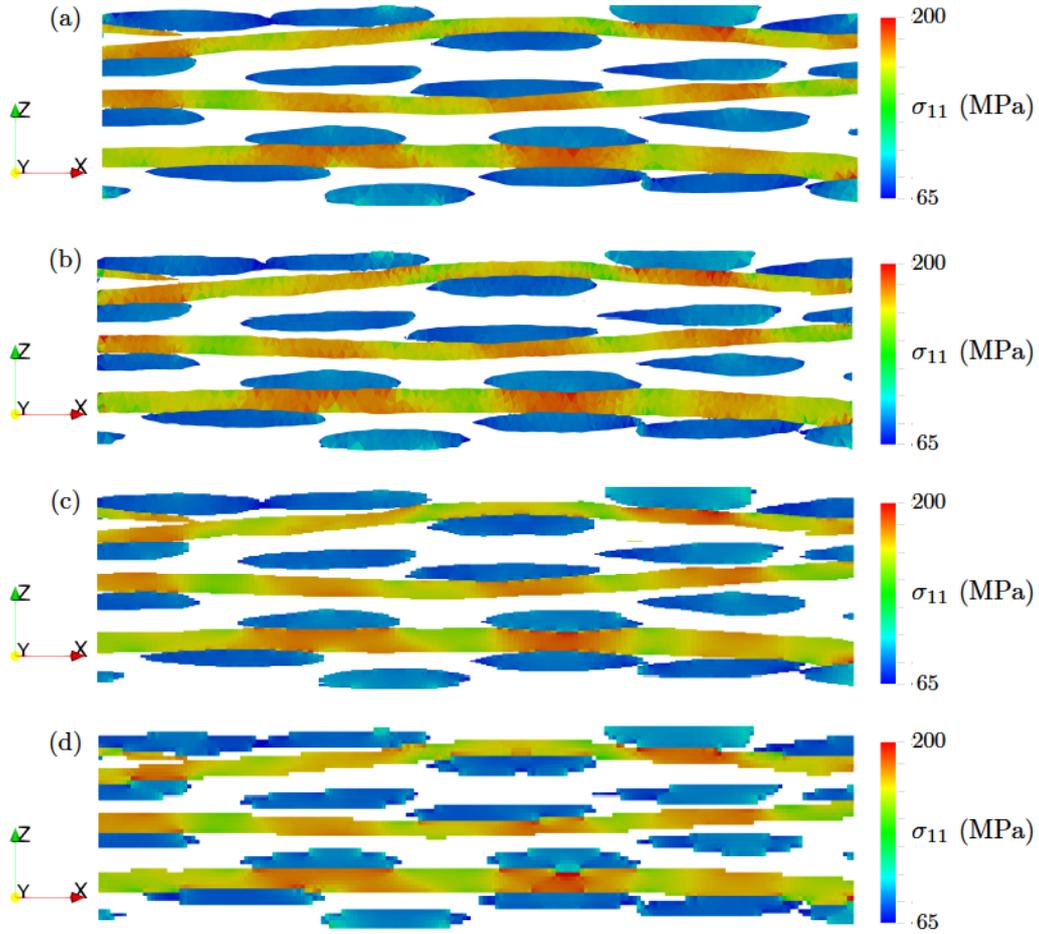


Figure 3.26 – Contraintes  $\sigma_{11}$  calculées dans les fils sur une coupe dans le plan  $xz$  pour (a) le maillage par Marching Cube, (b) le raffinement de Delaunay, (c) le maillage hexa et (d) le maillage voxels.

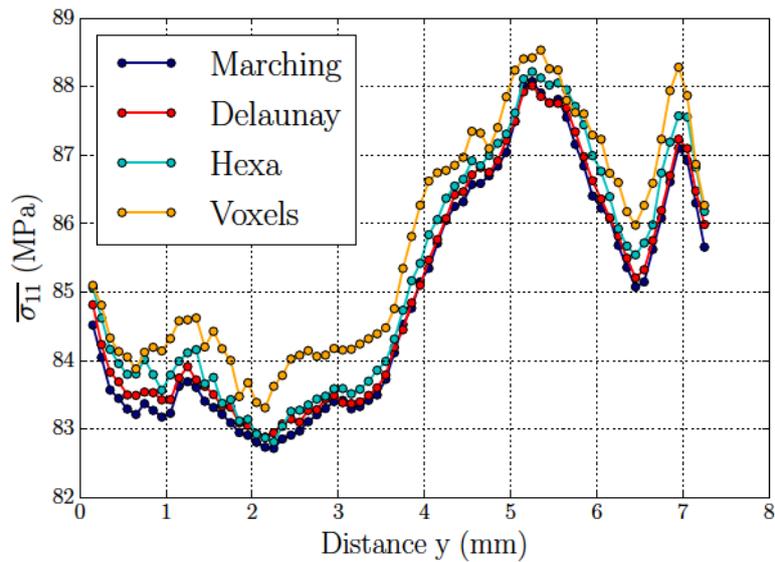


Figure 3.27 – Contrainte moyenne  $\overline{\sigma_{11}}$  calculée par tronçon le long d'un toron transverse situé au centre de la préforme pour les différents maillages.

Les valeurs maximales de contraintes sont plus élevées avec les maillages tétraédriques, jusqu'à 140 MPa dans le cas du raffinement de Delaunay. La mauvaise qualité de certains éléments tétraédriques est certainement à l'origine de ces valeurs particulièrement élevées. Le nombre d'éléments concernés reste néanmoins extrêmement faible. Il apparaît en revanche que 1% des éléments appartenant au maillage voxels présentent des contraintes supérieures à 97.5 MPa, contre 91.5 MPa dans le cas du raffinement de Delaunay. Le type de maillage peut donc influencer de manière non négligeable les valeurs de contraintes locales.

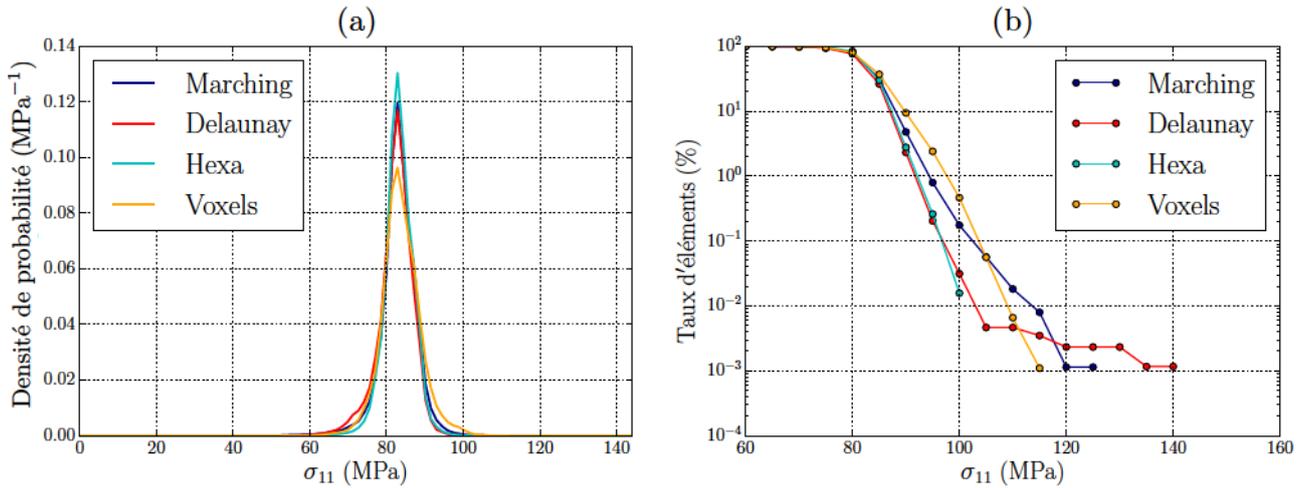


Figure 3.28 – (a) Distributions et (b) distributions cumulées des contraintes  $\sigma_{11}$  calculées dans les torons transverses pour les différents types de maillages.

Afin d'illustrer cette remarque, la figure 3.29 présente, pour les quatre maillages, le même fil transverse extrait de la préforme. Qualitativement, le champ de contraintes  $\sigma_{11}$  calculé avec le raffinement de Delaunay est très proche de celui obtenu avec le maillage de référence généré par Marching Cube. En revanche, dans le cas des maillages réguliers, les « marches d'escalier » sont responsables d'oscillations aux interfaces et de l'apparition de surcontraintes locales. Le phénomène est d'autant plus marqué pour le maillage voxels. Afin de visualiser et comparer les sites d'amorçage des endommagements prédits par le calcul pour les différents maillages, un seuil de  $\sigma_{max}$  est fixé à 91 MPa. Les éléments dépassant ce critère de rupture sont représentés en rouge et les autres en bleu. Les artefacts numériques dans les maillages réguliers se traduisent par un nombre plus important de sites d'amorçage sans réel sens physique. Malgré les quelques éléments de mauvaise qualité aux interfaces dans le maillage généré par raffinement de Delaunay, la prédiction des sites d'endommagement est là encore en excellent accord avec le maillage de référence.

Pour résumer, les maillages réguliers sont suffisants pour décrire des propriétés moyennes macroscopiques, et même des propriétés locales tant que l'on ne se rapproche pas trop des interfaces ou que l'effet de ces dernières est moyenné. En revanche, ils ne semblent pas adaptés pour prédire des sites d'amorçage des endommagements à cause des « marches d'escalier » aux interfaces. Ces artefacts numériques sont moins présents avec des maillages hexa adaptés au modèle, mais deviendraient plus importants encore sur des textures plus complexes. En effet, la géométrie des éléments parallélépipédiques ne serait alors plus adaptée à la forme des fils dans toutes les directions.

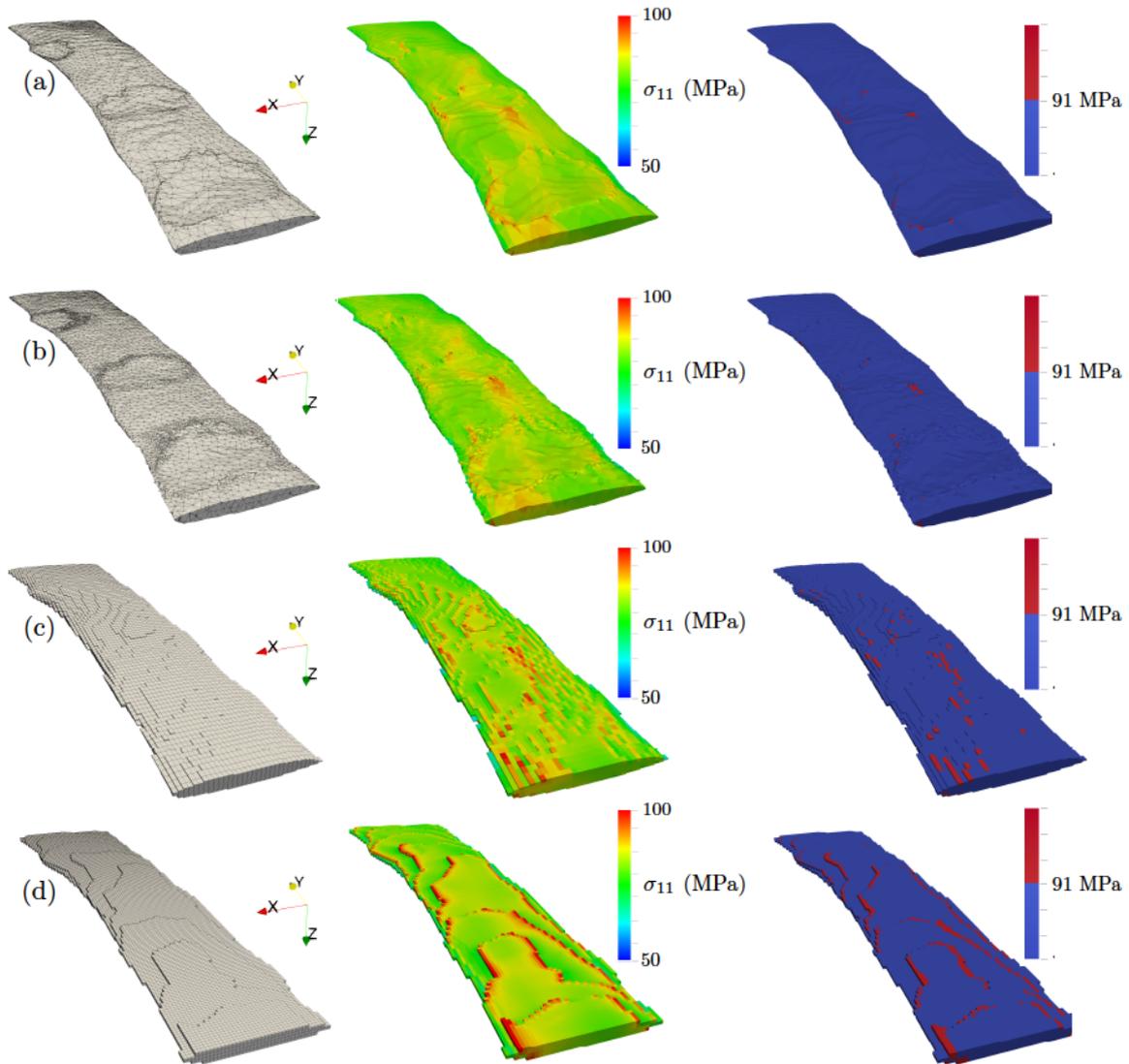


Figure 3.29 – Illustration du maillage d’un toron transverse (à gauche), du champ de contraintes  $\sigma_{11}$  (au milieu) et de la prédiction des lieux d’amorçage de l’endommagement via l’application d’un critère de rupture (à droite) pour les différents maillages : (a) Marching Cube, (b) raffinement de Delaunay, (c) maillage hexa et (d) maillage voxels.

L’utilisation de maillages tétraédriques s’avère donc nécessaire pour traduire correctement les champs locaux de contraintes et prédire les sites d’amorçage des endommagements. Même si leur mise en œuvre présente en général davantage de difficultés, notre étude a montré que les résultats des maillages générés par raffinement de Delaunay étaient satisfaisants par rapport à ceux obtenus avec le maillage de référence. Cette méthode offre donc un compromis intéressant entre robustesse (flexible, automatique et rapide) et description correcte des champs locaux de contraintes. La génération de maillages par raffinement de Delaunay est donc la technique retenue pour la suite.

### 3.3.2 Influence de la description géométrique

On cherche à présent à étudier l'influence de la description géométrique de la texture sur la réponse mécanique. Les mêmes analyses que celles présentées dans le paragraphe 3.3.1 sont réalisées, en faisant cette fois varier le niveau de détails de la description de la texture et non plus le maillage. Les quatre modèles géométriques retenus sont ceux de la partie 3.2.1. Les maillages des textures sont obtenus en utilisant le raffinement de Delaunay et présentent un nombre comparable d'éléments, de l'ordre de 2.8 millions.

Les résultats macroscopiques sont présentés dans le tableau 3.3. Les écarts dans les modules de Young calculés restent faibles (moins de 3%). Cela met en avant le fait que tant que les taux de renforts sont respectés, la description de la texture à l'échelle mésoscopique n'a qu'une influence modérée sur les propriétés macroscopiques.

	Manuel	RBI	Ellipses	Virtuel
Taux de renforts (%)	58.3	57.6	58.2	57.2
Module de Young (GPa)	273.7	273.7	274.8	269.1

Tableau 3.3 – Taux de renforts après maillage et modules de Young calculés pour les différents modèles.

La figure 3.30 présente une vue en coupe des contraintes  $\sigma_{11}$  calculées au sein des torons. Les champs de contraintes sont très proches pour les trois modèles basés images. Le modèle virtuel relaxé présente en revanche des dissimilitudes importantes et des valeurs de contraintes globalement plus faibles.

Ces différences entre le modèle virtuel et les modèles basés images sont mises en évidence sur la figure 3.31, qui représente la contrainte moyenne par tronçon  $\overline{\sigma_{11}}$  le long d'un fil transverse situé au centre de la préforme. L'organisation légèrement différente des torons au sein de la texture peut donc se traduire par des variations locales non négligeables dans les champs mécaniques.

Les distributions de contraintes  $\sigma_{11}$  dans l'ensemble des torons transverses sont présentées sur la figure 3.32a. La distribution obtenue avec le modèle RBI est intermédiaire entre celle du modèle elliptique et celle du modèle manuel. Il semblerait donc que plus le modèle géométrique est idéalisé, et moins la distribution est étalée. Les modèles virtuel et elliptique présentent des distributions comparables, bien que celle du modèle virtuel soit centrée sur une valeur légèrement inférieure. On attribue cela à l'arrangement trop régulier des fils au sein de la texture générée virtuellement. En effet, comme décrit dans la partie 3.2.2, la texture du modèle virtuel est moins compacte et mieux ordonnée que celle des modèles basés images, conduisant ainsi à des valeurs de contraintes locales plus faibles. La figure 3.32b met en évidence le fait que certains éléments appartenant au modèle manuel sont soumis à des valeurs de contraintes significativement plus élevées que dans les autres modèles. Par exemple, 1% des éléments les plus chargés du modèle manuel présentent des contraintes supérieures à 100 MPa, contre environ 91.5 MPa pour le modèle RBI et 89 MPa pour le modèle elliptique.

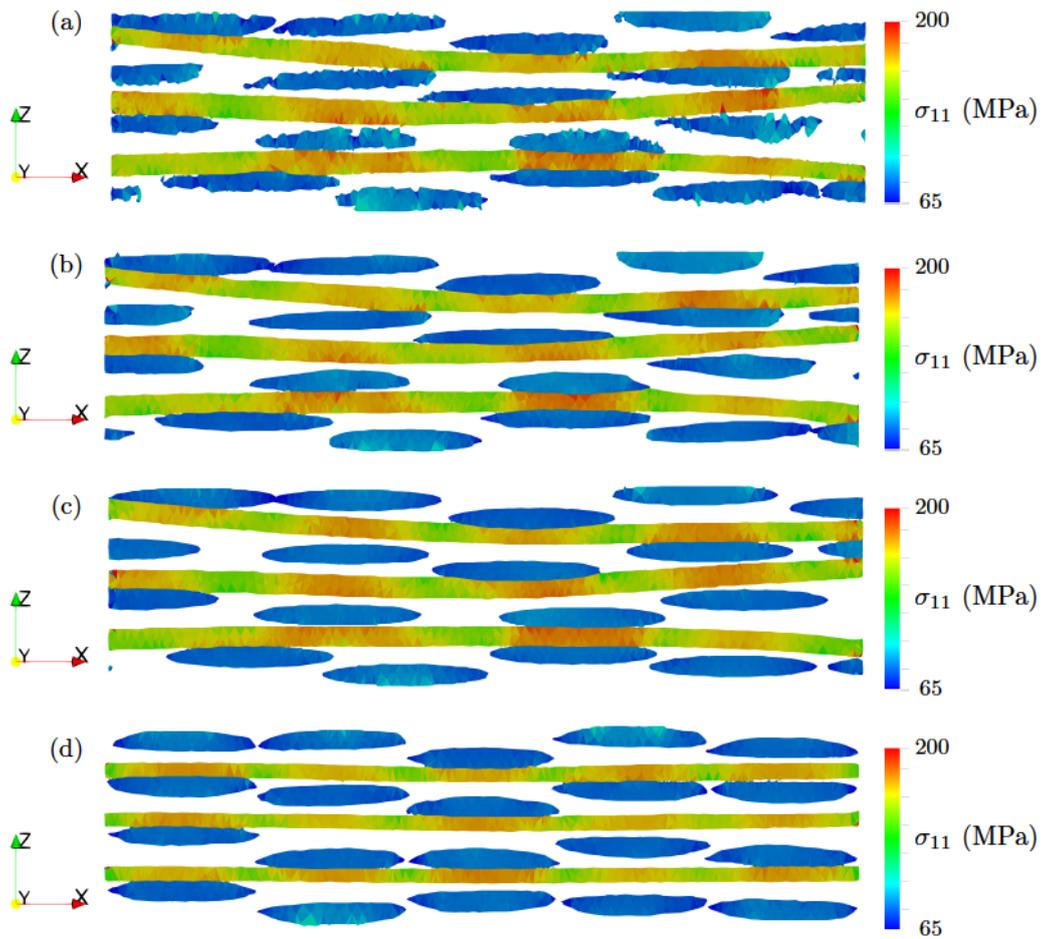


Figure 3.30 – Contraintes  $\sigma_{11}$  calculées sur une coupe dans le plan  $xz$  pour (a) le modèle manuel, (b) le modèle RBI, (c) le modèle elliptique et (d) le modèle virtuel relaxé.

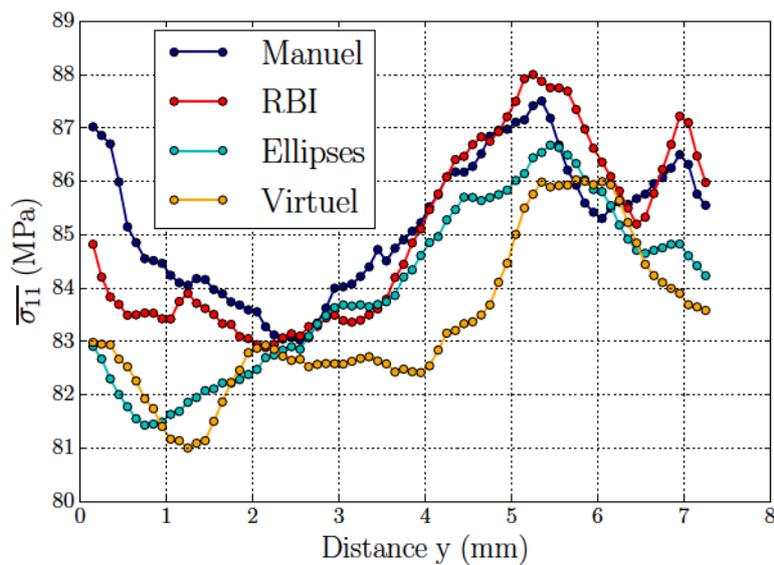


Figure 3.31 – Contrainte moyenne  $\overline{\sigma_{11}}$  calculée par tronçon le long d'un toron transverse situé au centre de la texture pour les différents modèles.

La figure 3.33 compare les contraintes calculées dans un toron extrait de la texture pour les modèles manuel, RBI et elliptique. Malgré l'utilisation d'une méthode multi-fils relativement avancée, la texture générée virtuellement est en effet trop éloignée de la tomographie pour être comparée directement aux autres modèles. Comme dans l'étude sur l'effet du type de maillage, un seuil de contrainte  $\sigma_{max}$  est fixé à 91 MPa afin de comparer la prédiction des sites d'amorçage des endommagements. Les résultats de la figure 3.33 illustrent le fait que plus le modèle est idéalisé, et moins les contraintes locales sont importantes. Le modèle manuel présente des contraintes dans les éléments d'interfaces particulièrement élevées. On attribue cela au fait que le contour des fils étant très complexe (la description est quasiment à la fibre près), les éléments de maillage ne sont pas en mesure de décrire de manière suffisamment précise les enveloppes des torons. Cela conduit à la surestimation des contraintes locales dans ces zones. Pour limiter cet effet, il faudrait utiliser un maillage extrêmement raffiné, ce qui est incompatible avec des calculs EF sur des textures mésoscopiques de ces dimensions. La description elliptique des sections de fils tend au contraire à lisser les champs mécaniques, réduisant ainsi les valeurs de contraintes locales calculées. La description polygonale du modèle RBI semble offrir un compromis intéressant entre les descriptions elliptique et manuelle.

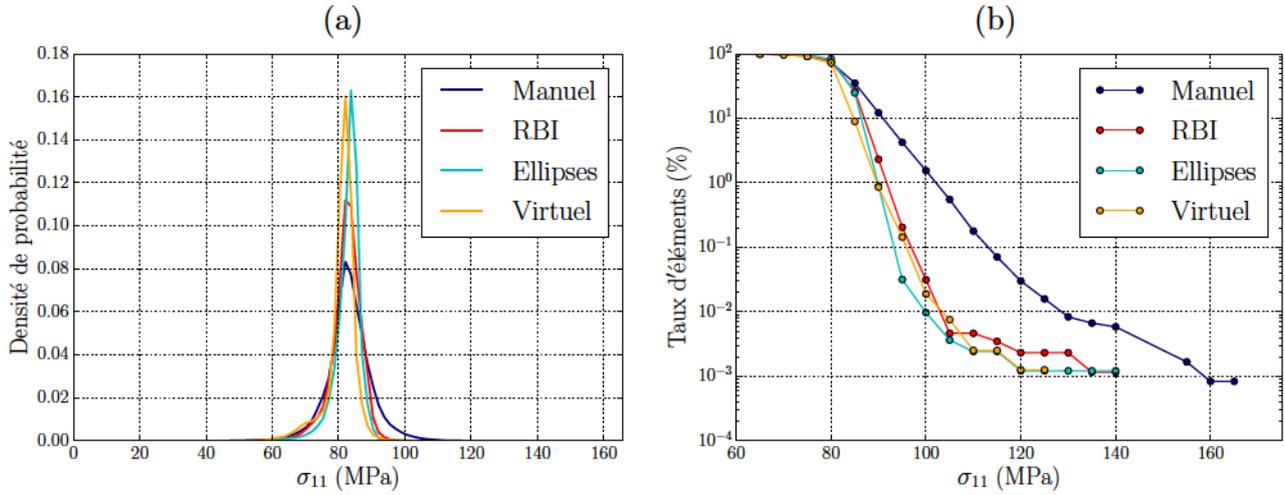


Figure 3.32 – (a) Densité de probabilité et (b) probabilité cumulée des contraintes  $\sigma_{11}$  calculées dans les torons transverses pour les différents modèles.

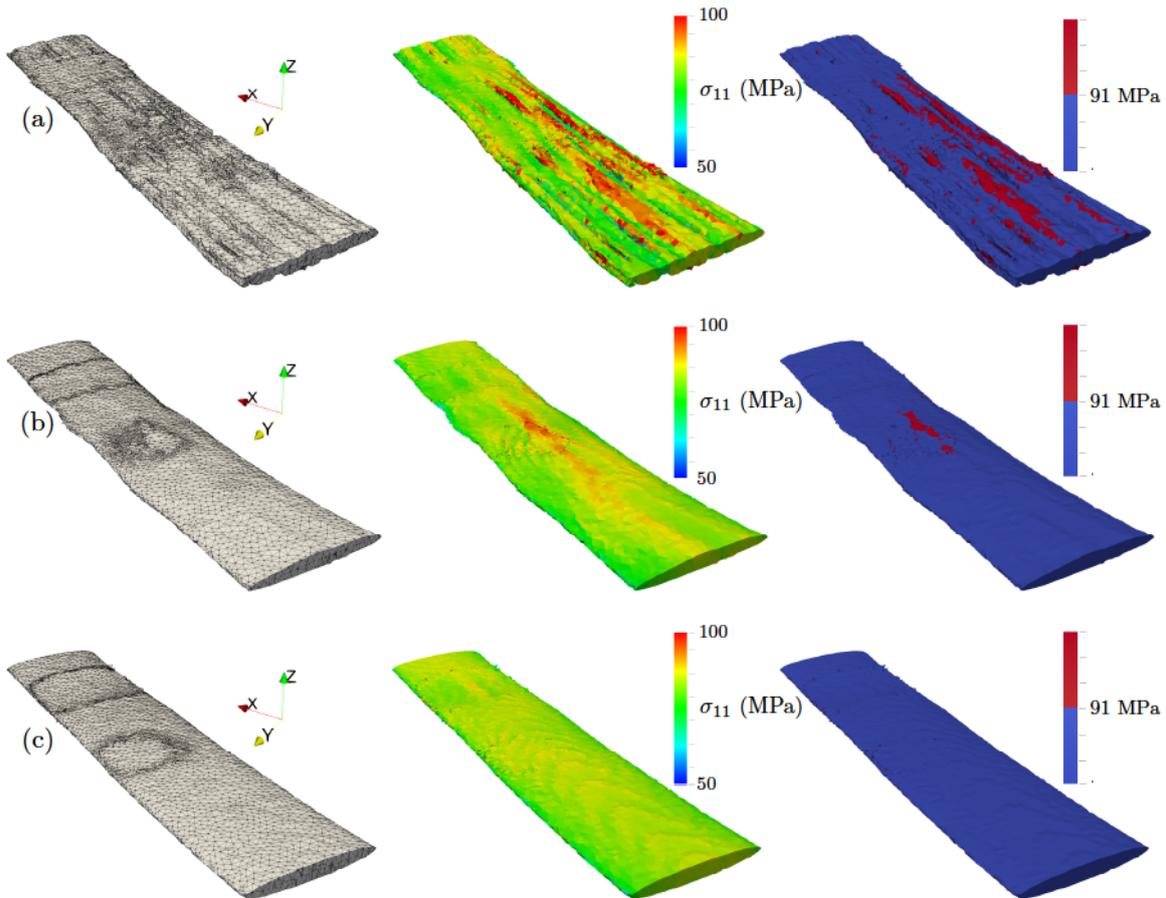


Figure 3.33 – Illustration du maillage d'un toron transverse (à gauche), du champ de contraintes  $\sigma_{11}$  (au milieu) et de la prédiction des lieux d'amorçage de l'endommagement via l'application d'un critère de rupture (à droite) dans le cas (a) du modèle réel, (b) du modèle RBI, (c) du modèle elliptique.

### 3.4 Conclusion

Ce chapitre a permis d'orienter nos choix numériques à l'échelle mésoscopique concernant (i) le niveau de détail à introduire dans la description de la texture ainsi que (ii) la méthode de maillage à adopter.

Dans un premier temps, différents maillages (conformes ou réguliers) ont été générés à partir d'une tomographie segmentée. Bien que les maillages réguliers semblent suffisants pour analyser des propriétés effectives, l'utilisation de maillages tétraédriques s'avère nécessaire pour traduire correctement les champs locaux de contraintes et espérer introduire des critères de rupture. En effet, les « marches d'escalier » aux interfaces dans les modèles réguliers sont à l'origine d'artefacts numériques, conduisant à des surcontraintes non-physiques. On a par ailleurs montré que les maillages tétraédriques obtenus par raffinement de Delaunay permettaient de générer de manière robuste et automatique des modèles éléments finis à l'échelle mésoscopiques, tout en assurant une description correcte des champs locaux de contraintes.

Une étude a par la suite été réalisée afin d'évaluer l'effet de la géométrie des sections de torons et de la description des lignes moyennes sur la réponse mécanique. Pour cela, la même texture a été générée à différents niveaux de détails de description géométrique et les champs de contraintes ont été comparés. Il apparaît que les choix numériques pour décrire la texture ont une influence non négligeable sur la prédiction des lieux d'amorçage des endommagements. Malgré l'utilisation d'une méthode multi-fils permettant de générer une texture réaliste, les modèles virtuels ne décrivent pas suffisamment bien les défauts de tissage au sein de la texture. Il semble donc nécessaire de s'appuyer sur des modèles basés images. Concernant la forme des sections de torons, une description elliptique idéalisée tend à minimiser les contraintes au sein de la structure. Au contraire, une description manuelle à la fibre près se traduit par l'apparition de surcontraintes importantes, probablement liées au nombre insuffisant d'éléments de maillage pour rendre compte de la rugosité des surfaces des fils à cette échelle. La description polygonale des sections de torons fournie par la relaxation basée image semble offrir un compromis intéressant.

Les choix numériques que l'on retient pour les calculs EF à l'échelle mésoscopique sont donc (i) la génération de textures par la méthode de relaxation basée images ainsi que (ii) l'utilisation de maillages tétraédriques obtenus par raffinement de Delaunay. L'introduction de l'endommagement dans les modèles fait l'objet du chapitre suivant.

## Chapitre 4

# Modélisation multi-échelle de l'endommagement

### Sommaire

---

4.1	Éléments de bibliographie et démarche retenue . . . . .	116
4.1.1	Stratégies pour modéliser l'endommagement . . . . .	116
4.1.2	Démarche proposée . . . . .	126
4.2	Modélisation de l'endommagement à l'échelle micro . . . . .	127
4.2.1	Génération et maillage de microstructures virtuelles . . . . .	127
4.2.2	Modèles d'endommagement et propriétés des constituants . . . . .	129
4.2.3	Résultats de calculs EF . . . . .	132
4.3	Modélisation des premiers endommagements à l'échelle mésoscopique . . . . .	136
4.3.1	Construction multi-échelle des lois d'endommagement . . . . .	136
4.3.2	Validation du changement d'échelle . . . . .	142
4.3.3	Influence de la taille des cellules micro sur la réponse mécanique . . . . .	142
4.3.4	Premiers résultats sur cellules tissées 3D . . . . .	147
4.4	Conclusion . . . . .	150

---

*Ce chapitre traite de la modélisation multi-échelle de l'endommagement. Sur la base des observations réalisées au Chapitre 2, les mécanismes que l'on souhaite reproduire sont (i) les décohésions fibres/matrice dans le sens transverse et (ii) la formation des premières fissures matricielles. Certaines méthodes utilisées dans la littérature pour simuler la fissuration par éléments finis sont dans un premier temps mentionnées, permettant de justifier la démarche retenue. Les outils numériques développés pour traiter l'endommagement à l'échelle microscopique, les essais virtuels servant à identifier les lois d'endommagement à l'échelle supérieure ainsi que la validation du pont « micro-méso » sont ensuite décrits. Enfin, les résultats de premiers calculs d'endommagement à l'échelle mésoscopique sont présentés.*

## 4.1 Éléments de bibliographie et démarche retenue

La modélisation de l'endommagement dans les calculs EF a fait l'objet d'une recherche très active, ce qui rend d'autant plus difficile le choix de la méthode à adopter. L'objectif n'est pas ici de dresser une liste exhaustive des méthodes numériques utilisées pour simuler la fissuration, mais plutôt de présenter quelques méthodes qui ont été retenues par rapport à la très vaste littérature traitant du sujet. On discute pour chacune d'elles les limites et les difficultés associées, en insistant sur leur application dans le cas de matériaux composites afin de justifier nos choix numériques. Ces méthodes sont présentées depuis la vision la plus discrète vers la vision la plus continue.

### 4.1.1 Stratégies pour modéliser l'endommagement

**Introduction discrète de la fissuration :** Une première manière d'introduire l'endommagement consiste à représenter explicitement la fissure dans le maillage en utilisant le cadre de la mécanique de la rupture. En pratique, les nœuds sont dédoublés un par un afin de faire propager une fissure. Dans le cas de matériaux composites, cette méthode a notamment été utilisée à l'échelle microscopique [Pin11]. Toutefois, afin de décrire correctement les champs de contraintes en pointe de fissure, le maillage doit être raffiné. Des méthodes ont donc été développées pour remailler la structure en pointe de fissure au fur et à mesure que les fissures se propagent. Ce remaillage adaptatif peut être utilisé en situation 2D [Bou03 ; Aza11] mais également en 3D [Chi13]. Cette démarche peut cependant s'avérer lourde numériquement, en particulier dans le cas de cellules de composites tissés 3D à l'échelle mésoscopique.

Afin de relier la présence des endommagements aux propriétés mécaniques du matériau, des auteurs font le choix d'insérer directement des fissures d'une certaine longueur dans le maillage. Cela a été utilisé pour l'étude de composites tissés à l'échelle mésoscopique en 2D [Le 04 ; Obe14] et en 3D [Cou08 ; Gra13 ; Doi15a]. La localisation ainsi que les paramètres du réseau de fissures à insérer découlent d'observations expérimentales. Dans les travaux de [Cou08], des calculs d'homogénéisation réalisés sur des cellules mésoscopiques endommagées ont permis d'alimenter des lois d'endommagement à l'échelle macroscopique. Les travaux de [Doi15a] ont pu prédire l'évolution du module de Young en fonction de la densité de fissures dans les fils transverses (figure 4.1), et ainsi définir une longueur de décohésion à introduire de part et d'autre de la fissure pour se rapprocher des résultats expérimentaux. Ces approches permettent donc d'évaluer l'effet des paramètres du réseau de fissuration sur la réponse mécanique de la cellule. En revanche, elles ne permettent pas de déterminer les causes d'apparition

des premières fissures puisque celles-ci sont insérées *a priori* dans le maillage.

Il est néanmoins possible d'effectuer des calculs prédictifs d'endommagement sur des composites tissés tout en restant dans le cadre de la mécanique de la rupture. Les travaux de [Leg02] ont démontré la nécessité de définir un critère énergétique en plus d'un critère en contrainte pour l'introduction de fissures, donnant naissance au critère couplé. Dans le cas des composite, ce critère a été utilisé notamment pour étudier la déflexion d'une fissure proche d'une interface [Mar08], l'amorçage du délaminage [Mar10b], l'initiation des endommagements dans un stratifié unidirectionnel en situation 3D [Gar16] ou encore l'apparition des fissures dans les torons transverses au chargement dans des structures CMO tissés 3D à l'échelle mésoscopique [Doi17]. En pratique, à partir d'un premier calcul élastique, une fissure discrète est introduite sur une certaine distance dans le maillage où le critère de rupture en contrainte est respecté. Un second calcul est réalisé afin de s'assurer que l'énergie dissipée par la structure est égale à l'énergie nécessaire pour créer la fissure. La taille de la fissure est réadaptée si besoin. La même opération est effectuée à chaque incrément de calcul pour introduire (ou faire propager) les discontinuités.

Pour être tout à fait prédictive, la méthode doit tester toutes les configurations possibles d'évolution du réseau de fissuration, afin de trouver celle qui minimise l'énergie de la structure. Si ces calculs sont réalisables en 2D sur des composites tissés [Li18], ils deviennent peu réalistes pour des structures 3D. Des hypothèses doivent être ajoutées, par exemple imposer que les fissures soient perpendiculaires au chargement [Doi17]. Au vu des observations réalisées sous  $\mu$ CT, ces hypothèses peuvent être justifiées dans le cas d'une traction uniaxiale, mais plus difficilement pour des chargements complexes ou pour des architectures tissées plus tortueuses. Compte-tenu de ces remarques et de la difficulté associée à l'introduction et au remaillage de fissures dans une cellule mésoscopique 3D, cette approche n'a pas été retenue.

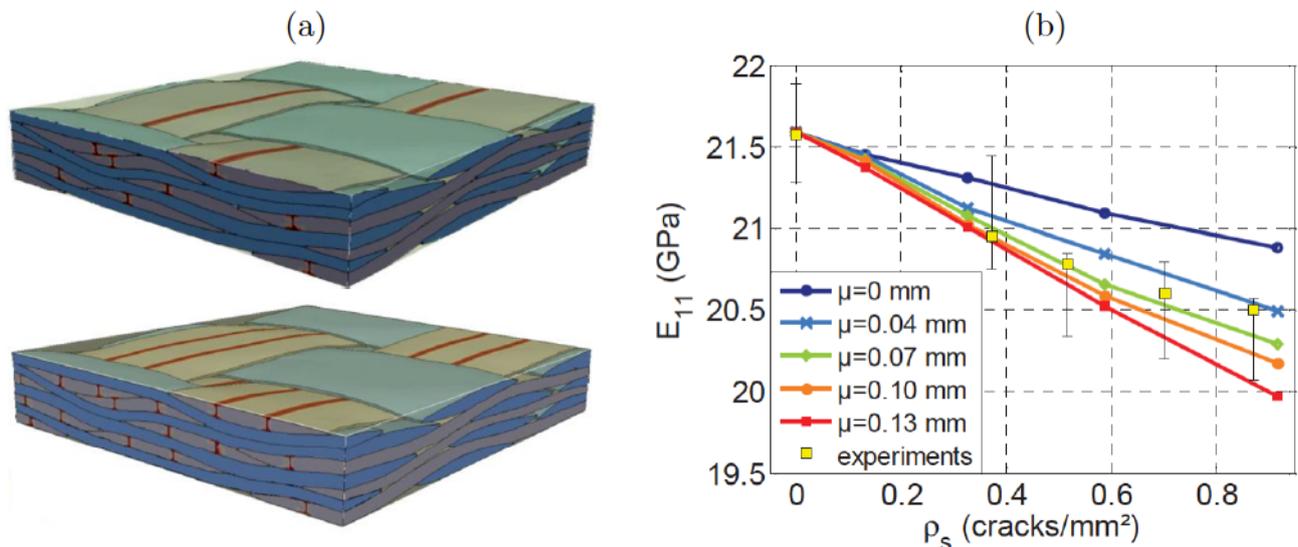


Figure 4.1 – Insertion de fissures discrètes dans les maillages EF : (a) fissures orientées perpendiculairement au chargement dans les fils transverses, (b) comparaison aux résultats expérimentaux de l'évolution du module de Young en fonction de la densité de fissuration pour différentes longueurs de décohésion de part et d'autre des fissures [Doi15a].

**Utilisation de zones cohésives :** Les modèles de zones cohésives (CZM) sont un autre moyen de simuler la fissuration. Le concept a été introduit par [Dug60] et [Bar62], permettant de traduire la présence d'efforts cohésifs en pointe de fissure s'opposant à sa propagation (figure 4.2a). L'utilisation des CZM a ensuite été étendue au calcul par EF [Hil76]. En pratique, cela s'effectue en insérant des éléments d'épaisseur nulle entre des éléments finis classiques, comme présenté sur la figure 4.2c. Une loi de vecteur contrainte-séparation est attribuée aux éléments d'interface (figure 4.2b). De nombreuses lois de comportement plus ou moins complexes existent, permettant par exemple de découpler les efforts normaux et tangentiels ou encore d'introduire des frottements (voir la revue de [Cha02] pour une description des principales lois de vecteur contrainte-séparation existantes).

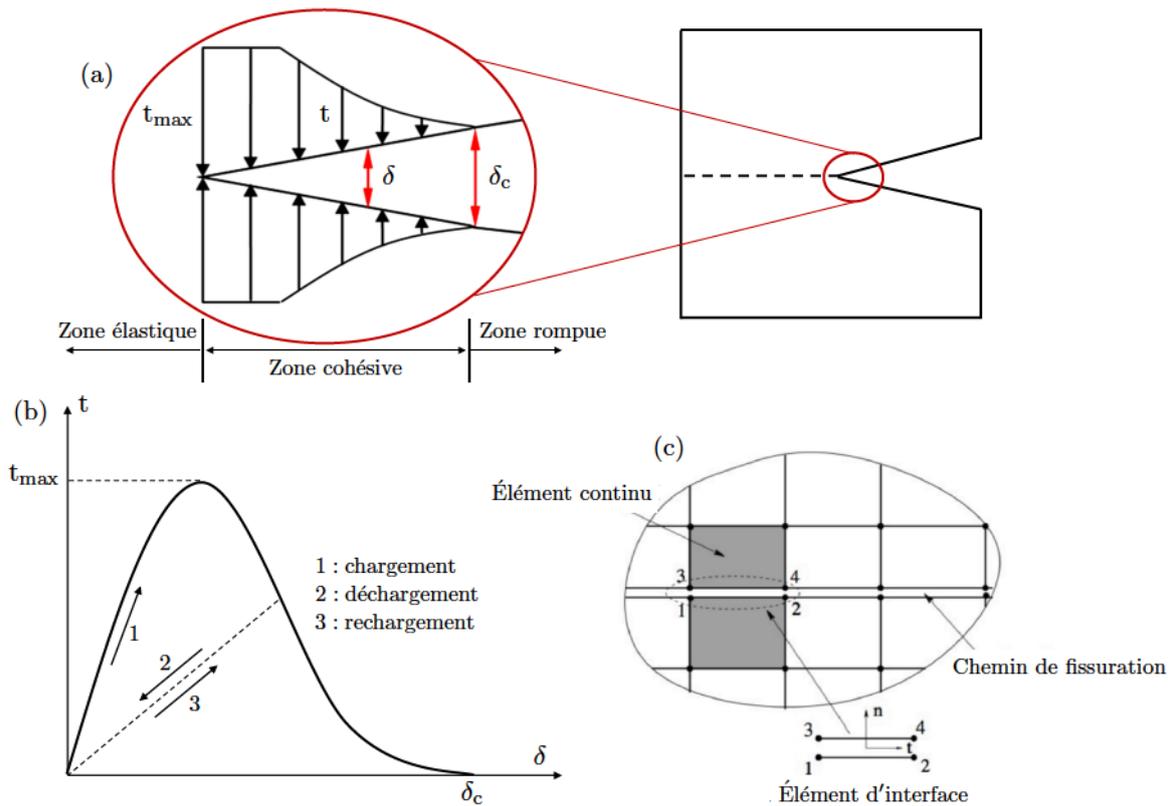


Figure 4.2 – Illustration du principe des zones cohésives : (a) représentation des efforts cohésifs en pointe de fissure, (b) exemple de loi de vecteur contrainte-séparation associée et (c) insertion d'éléments cohésifs dans un maillage EF.

Les CZM s'avèrent particulièrement adaptés pour modéliser des endommagements localisés à des endroits connus. Cela explique la popularité de la méthode pour représenter des décohésions fibres/matrice à l'échelle microscopique [Bal15 ; Her15 ; Her16 ; Nay17 ; Pul17] (figure 4.3a). Les CZM ne permettent en revanche pas de faire propager des fissures sans direction fixée *a priori*. À noter qu'il est toutefois possible d'introduire des zones cohésives dans l'ensemble du modèle [Ren15 ; Wan15] (figure 4.3b). Outre la dépendance au maillage (la fissure ne peut se propager qu'entre les différentes faces des éléments), cette option augmente considérablement le nombre de degrés de liberté du modèle et assouplit la structure. En effet, même avec une rigidité initiale très élevée, l'introduction massive de zones cohésives dans le maillage conduit à une augmentation de la souplesse du modèle et potentielle-

ment à un mauvais conditionnement numérique. L'introduction progressive de zones cohésives, au fur et à mesure que les endommagements se propagent, peut limiter ces effets mais ne corrige en rien la dépendance des trajets de fissuration vis-à-vis du maillage.

À l'échelle mésoscopique, les CZM ont été utilisés pour simuler les décohésions aux méso-interfaces (torons/torons ou torons/matrice) d'un SiC/SiC CVI [Cor14]. Ces mécanismes n'ont cependant pas été observés expérimentalement dans le matériau étudié. La méthode des zones cohésives n'est donc retenue qu'aux endroits où l'on connaît le chemin de fissuration, dans notre cas aux interfaces fibres/matrice à l'échelle micro.

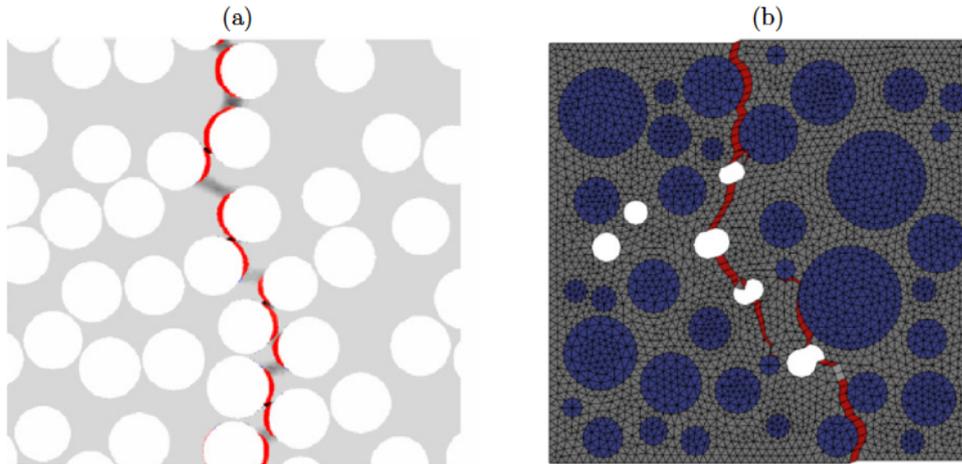


Figure 4.3 – Exemples de calculs EF réalisés à l'échelle micro où (a) des zones cohésives sont insérées uniquement aux interfaces fibres/matrice [Her16] et (b) des zones cohésives sont insérées entre tous les éléments du maillage sauf à l'intérieur des fibres [Wan15].

**Éléments finis enrichis :** Des méthodes relativement récentes basées sur l'enrichissement de l'espace d'approximation permettent de représenter les fissures sans les mailler explicitement. Elles sont en grande partie issues des travaux de [Mel96]. L'une des techniques les plus populaires est la méthode des éléments finis étendus (XFEM). En pratique, des degrés de liberté supplémentaires sont ajoutés aux nœuds, permettant d'interpoler la partie discontinue du champ de déplacement en présence d'une singularité (une fissure par exemple). La méthode des XFEM provoque une augmentation du nombre de degrés de liberté au fur et à mesure que les fissures se créent et se propagent. Notons toutefois que dans ses travaux, [Vig15] est parvenu à simuler, moyennant une puissance de calcul conséquente, un nombre très important de fissures en 2D dans un composite, en bon accord avec des résultats expérimentaux.

Dans les méthodes d'éléments finis augmentés (AFEM ou EFEM), l'enrichissement s'effectue non pas au niveau des nœuds mais des éléments. Un élément enrichi est décomposé en deux domaines connectés par une loi cohésive qui décrit la discontinuité. Les calculs de rigidités et d'efforts sont effectués sur chacun des deux domaines. Le nombre de degrés de liberté reste inchangé avec le développement du réseau de fissuration. Ces méthodes ont connu, pour leur application aux composites tissés, un réel essor avec le projet financé par l'Air Force Office of Scientific Research entre 2009 et 2014 [Mar14]. Les AFEM ont ainsi été implémentés en 3D et améliorés afin de prendre en compte

plusieurs fissures dans un seul élément [Yan15], et même d'intégrer des phénomènes physico-chimiques [Jun16]. La figure 4.4 illustre des résultats très encourageants de simulations en 3D avec des AFEM dans le cas de CMC tissés.

L'implémentation d'éléments finis enrichis dans un code de calcul est cependant loin d'être triviale, en particulier en 3D. Les travaux de [Ess17] ont par ailleurs montré que certaines pathologies classiquement rencontrées dans les modèles basés sur la mécanique de l'endommagement continu, telles que la dépendance au maillage vis-à-vis de la propagation de l'endommagement, sont encore présentes. Même si des éléments finis enrichis sont déjà implémentés dans des logiciels commerciaux de calculs éléments finis (Abaqus notamment), leur utilisation sur des architectures textiles 3D à l'échelle mésoscopique n'est pas immédiate et s'accompagne de problèmes de convergence. La plupart des auteurs qui appliquent ce type de méthodes sur des modèles d'une complexité comparable utilisent des codes « faits maison », permettant une gestion plus souple de la convergence des calculs que dans un logiciel commercial.

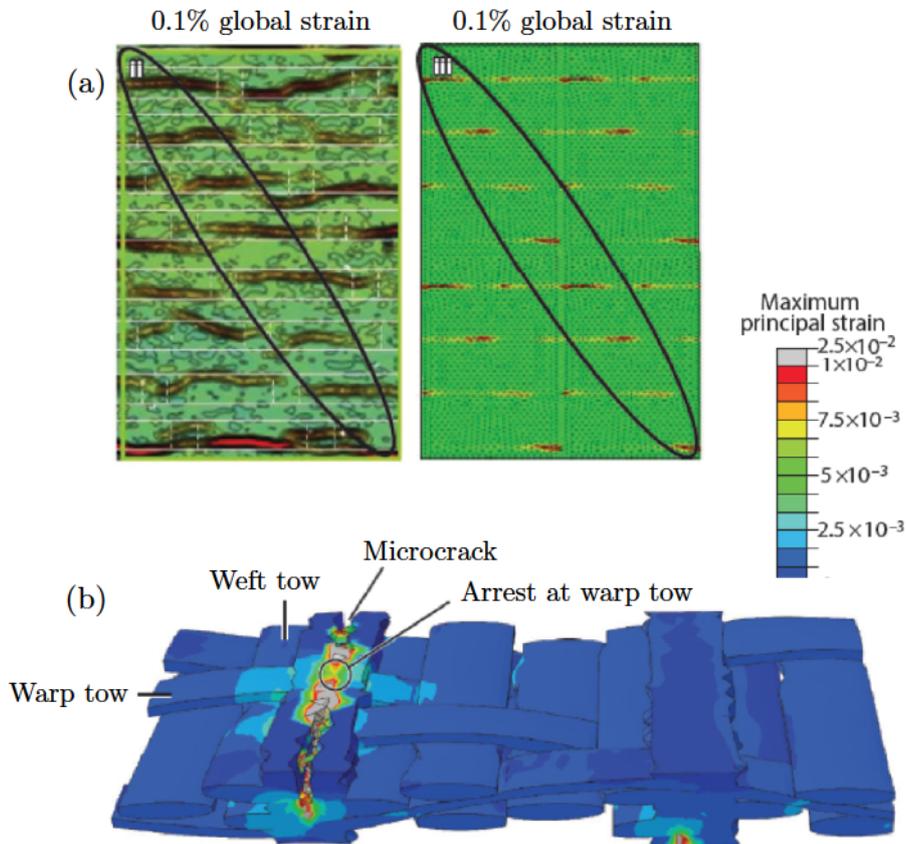


Figure 4.4 – Résultats de simulations utilisant les AFEM : (a) comparaison entre les champs de déformations obtenus expérimentalement (à gauche) et par le calcul (à droite) et (b) calcul d'endommagement sur un composite tissé 3D [Cox14].

**Méthode de champ de phase :** La méthode de champ de phase (phase-field) est une extension de la théorie de la mécanique de la rupture. Issue des travaux de [Fra98a], la technique semble très prometteuse pour simuler l'endommagement dans des matériaux complexes. Un champ scalaire  $d(\mathbf{x})$  est introduit, permettant de calculer l'énergie de surface associée à une fissure comme une simple

intégrale sans connaître la forme exacte de la discontinuité. Dans la formulation de ce champ scalaire, une taille caractéristique de la largeur de diffusion  $l_c$  d'une fissure est introduite (figure 4.5a). La prise en compte de l'énergie de surface associée à ce champ de phase dans le calcul de l'énergie interne du système conduit à la modification de l'écriture variationnelle du problème classique des éléments finis. Après discrétisation, cela se traduit par l'ajout d'un degré de liberté supplémentaire en chaque nœud du maillage, assimilable au niveau d'endommagement du matériau. L'initiation et la propagation des endommagements se font par une minimisation de l'énergie potentielle de la structure.

Des résultats très encourageants ont été obtenus en 3D sur des matériaux complexes et fortement hétérogènes [Ngu15; Ngu17] (figure 4.5b). La méthode présente de nombreux avantages : peu de paramètres sont nécessaires pour décrire l'endommagement, la dépendance au maillage est faible et les chemins de fissuration n'ont pas besoin d'être connus à l'avance.

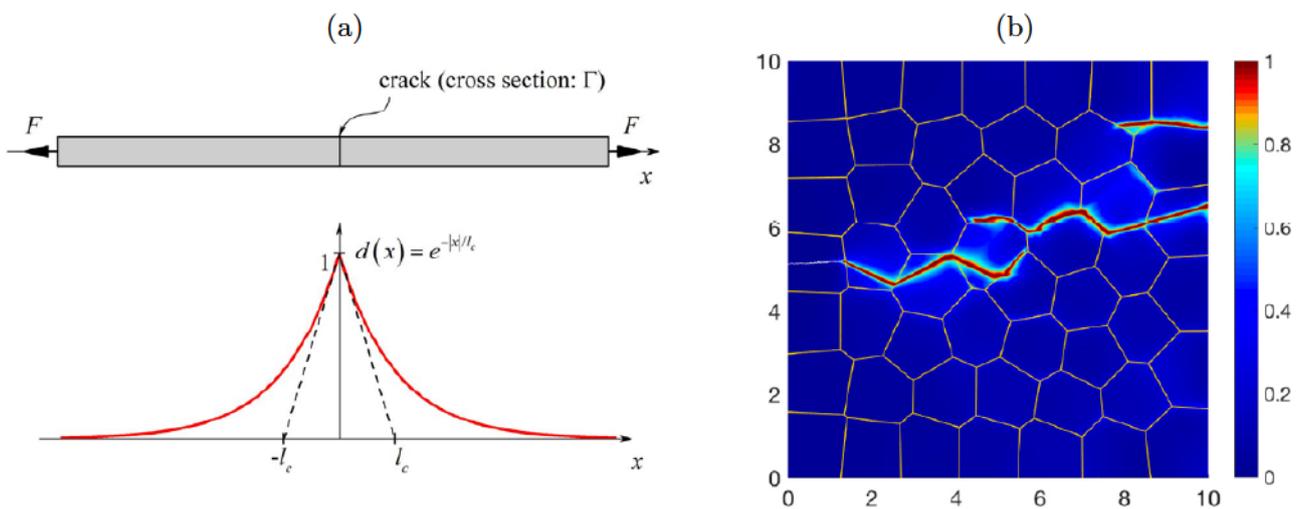


Figure 4.5 – Illustration de la méthode de champ de phase : (a) barre 1D fissurée et représentation de la fissure par le champ scalaire  $d(\mathbf{x})$  faisant intervenir la longueur caractéristique  $l_c$  [Mol17] et (b) chemins de fissuration obtenus dans un milieu polycristallin anisotrope [Ngu17].

Basés sur les travaux de [Mie10], des éléments Abaqus ont été implémentés sous forme de User Element (UEL) et sont disponibles en ligne [Mse15; Mol17]. La prise en compte du caractère anisotrope de l'endommagement (nécessaire pour les textures à l'échelle mésoscopique) n'est cependant pas triviale. Par ailleurs, les éléments de maillage doivent être petits devant la longueur caractéristique  $l_c$  pour assurer des résultats satisfaisants. Sur les cellules à l'échelle mésoscopiques telles que celles présentées au Chapitre 3, cela conduirait à des maillages de taille peu raisonnable. Par ailleurs, le manque d'expertise au laboratoire sur la méthode de champ de phase nous a poussé à la mettre de côté.

**Modélisation continue de l'endommagement :** La modélisation dans le cadre de la mécanique de l'endommagement continu a été introduite par [Kac58], et largement popularisée par les travaux de [Lem78]. Un des principes est de dégrader le tenseur de rigidité du matériau sain en introduisant des variables d'endommagement. Cela se traduit, dans un code de calculs, par la dégradation de la matrice de rigidité des éléments au fur et à mesure que le matériau s'endommage. Les modèles

continus d'endommagement requièrent en pratique (i) des critères d'amorçage d'endommagement traduisant les mécanismes que l'on souhaite modéliser, (ii) la description de l'évolution du tenseur de rigidité via l'introduction de variables d'endommagement et (iii) les lois d'évolution de ces variables d'endommagement.

Les modèles basés sur la mécanique de l'endommagement continu présentent l'avantage d'être simples à implémenter dans un code de calcul EF classique. Ils doivent cependant être utilisés avec précaution. Le principal défaut, dont découle un certain nombre de pathologies, réside dans le fait que les fonctions d'interpolation utilisées pour évaluer les champs cinématiques sont de nature continue. Cela se traduit par la difficulté à représenter de manière satisfaisante les discontinuités provoquées par l'apparition des fissures. Les modèles continus d'endommagement semblent ainsi plus adaptés au cas où l'endommagement est distribué de façon homogène dans le volume plutôt que dans le cas d'une fissure localisée [Gor07].

Il est également nécessaire de régulariser les modèles continus d'endommagement afin d'éviter que l'énergie dissipée ne diminue au fur et à mesure que le maillage se raffine. Cette régularisation passe par l'introduction d'une longueur interne caractéristique de la taille de la bande de localisation. Parmi les méthodes de régularisation, on peut citer le « crack band model » issu des travaux de [Baž83]. La loi de comportement en contraintes-déformation de l'élément est transformée en loi de comportement en contraintes-ouverture (à la manière d'un élément cohésif) via l'ajout d'une longueur caractéristique (par exemple la taille de l'élément). L'énergie par unité de surface est alors introduite comme un paramètre matériau supplémentaire. Des approches de régularisation plus avancées telles que les modèles non-locaux existent [Pij87 ; Xen16]. Les champs mécaniques en chaque point de Gauss sont calculés non plus uniquement sur l'élément, mais en prenant en compte le voisinage sur une certaine distance. L'une des difficultés réside alors dans le choix de cette distance, qui ne découle d'aucune considération physique.

Les modèles continus d'endommagement souffrent par ailleurs d'une dépendance au maillage vis-à-vis de la propagation de l'endommagement. Les fissures ont en effet tendance à suivre l'orientation des éléments du maillage. Même si certaines techniques de régularisation suffisent parfois à réduire ce phénomène, des algorithmes de *crack-tracking* peuvent être nécessaires [Cer10]. En pratique, cela consiste à analyser les champs locaux à proximité d'une fissure après chaque incrément de calcul afin d'identifier les éléments susceptibles de s'endommager à l'incrément suivant. La méthode peut cependant se révéler lourde à mettre en œuvre, en particulier sur des maillages 3D complexes.

Les modèles basés sur la mécanique de l'endommagement continu ont très certainement été les plus utilisés pour simuler l'endommagement dans des structures composites. On se limite ici à présenter quelques exemples dans le cas de textures tissées à l'échelle mésoscopique. Dans ses travaux, [Zak03] définit un jeu de critères d'endommagement dans les fils (figure 4.6) issu du critère macroscopique de Hoffman [Hof67]. Ces critères permettent de traduire les différents mécanismes d'endommagement au sein des torons. Pour décrire l'effet de l'endommagement sur le tenseur de rigidité des éléments, [Zak03] utilise le formalisme de Murakami [Mur88]. Ce dernier définit trois variables d'endommagement ( $D_L, D_T, D_Z$ ), ainsi que leur effet sur les termes du tenseur de rigidité. Lorsqu'un des critères d'endommagement est atteint, la variable d'endommagement associée initialement nulle prend la valeur 1. Concernant la matrice, un modèle d'endommagement isotrope est retenu et les trois variables

d'endommagement s'expriment simultanément. Des calculs réalisés sur une cellule mésoscopique 3D sont présentés sur la figure 4.7, montrant l'initiation et la propagation des endommagements.

Damage mode	Mode L	Mode T & LT	Mode Z & ZL	Mode TZ
Maximum stress to strength ratio	$\frac{\sigma_L^2}{F_L^t F_L^c}$	$\frac{\sigma_T^2}{F_T^t F_T^c}$ or $\left(\frac{\tau_{LT}}{F_{LT}^s}\right)^2$	$\frac{\sigma_Z^2}{F_Z^t F_Z^c}$ or $\left(\frac{\tau_{ZL}}{F_{ZL}^s}\right)^2$	$\left(\frac{\tau_{TZ}}{F_{TZ}^s}\right)^2$
Damage tensor	$\begin{bmatrix} D_L & 0 & 0 \\ 0 & D_T & 0 \\ 0 & 0 & D_Z \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

Figure 4.6 – Critères d'endommagement des fils à l'échelle mésoscopique proposés par [Zak03] et inspirés du critère macroscopique de Hoffman [Hof67].

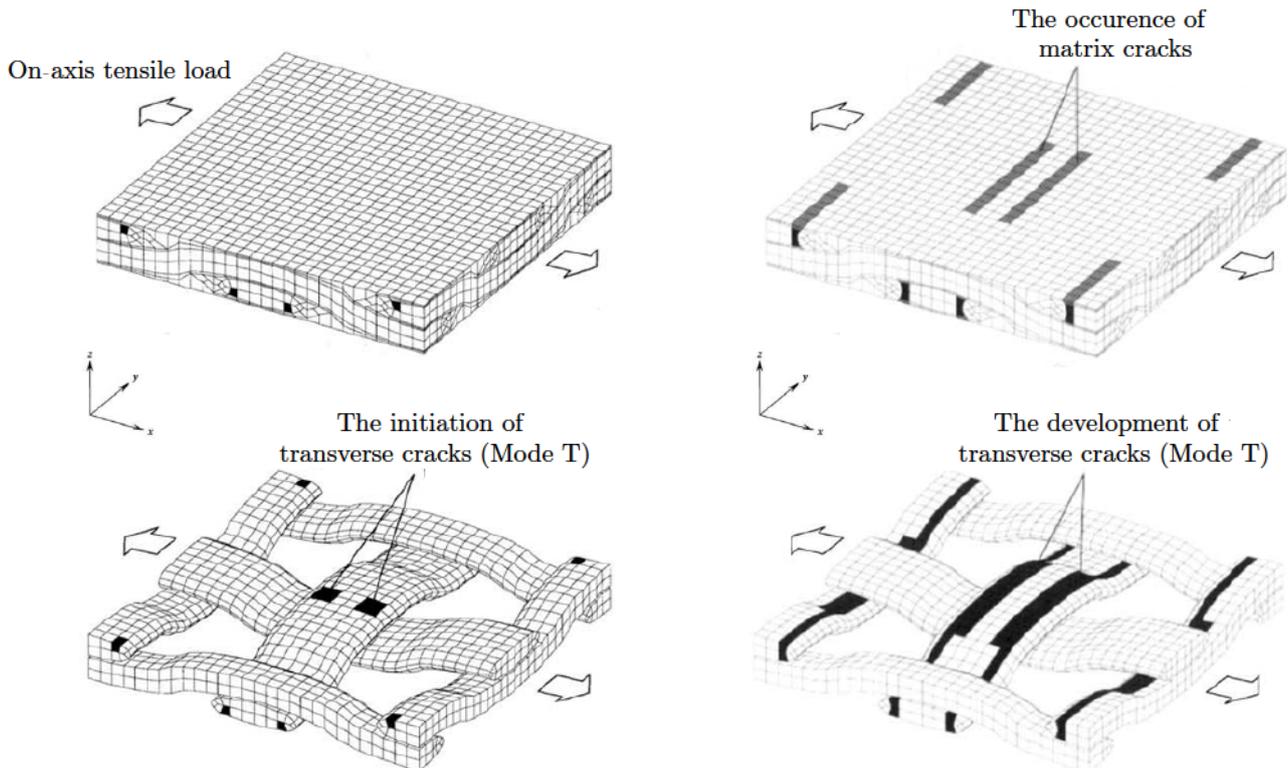


Figure 4.7 – Amorçage et propagation des endommagements à l'échelle mésoscopique au cours d'un chargement de traction uniaxiale dans la matrice et les torons (en haut) et dans les torons uniquement (en bas) [Zak03].

[Riv05] et [Lom07] ont réutilisé ce même formalisme, permettant de prédire de manière satisfaisante les sites d'amorçages des premières fissures. Toutefois, [Lom07] souligne l'apparition d'endommagements non-physiques lors de la propagation des fissures. Cela se traduit par la formation d'une zone endommagée diffuse au lieu de la fissure localisée attendue. Notons cependant que les modèles utilisés n'étaient pas régularisés. Des études plus récentes, basées sur des critères d'endommagement assez similaires, utilisent le « crack band model » pour régulariser mécaniquement les lois d'endommagement. Les variables d'endommagement suivent ainsi une loi d'évolution continue, permettant de simuler de manière plus satisfaisante l'apparition et la propagation des premiers endommagements avec un schéma de résolution implicite [Mel12; Zha14; Zha15] ou explicite [Zho15]. Ces travaux ne précisent en revanche pas la dépendance des trajets de fissuration vis-à-vis du maillage. Dans le cadre de l'étude des premiers endommagements et compte-tenu des avantages pratiques de la méthode, les modèles continus d'endommagement ont été retenus pour simuler la fissuration matricielle aux échelles micro et méso.

**Approches multi-échelle :** La modélisation multi-échelle permet d'effectuer des simulations à une échelle donnée en intégrant les résultats de calculs réalisés à une échelle inférieure. Ces approches sont riches d'un point de vue de la compréhension du matériau puisqu'elles permettent d'établir des liens directs entre la microstructure du matériau et la réponse mécanique à l'échelle supérieure. Il existe diverses stratégies de modélisation multi-échelle, faisant intervenir un dialogue plus ou moins marqué entre les deux échelles considérées (voir [Bel10] pour une classification détaillée des approches multi-échelle).

Un concept important pour les méthodes d'homogénéisation est la notion de Volumes Élémentaires Représentatifs (VER). Le VER doit être (i) suffisamment grand pour que les propriétés homogénéisées ne dépendent plus de la réalisation statistique et (ii) largement inférieur aux dimensions caractéristiques de l'échelle supérieure pour respecter le principe de séparabilité des échelles. Dans le cas des SiC/SiC CVI, ce principe n'est en toute rigueur pas respecté entre les échelles micro et méso [Cha11a]. En effet, la dimension des cellules micro requise pour que les propriétés effectives ne dépendent plus du tirage est de l'ordre de grandeur de la taille d'un fil entier.

En pratique, de nombreux auteurs font le choix d'utiliser à l'échelle micro un VER constitué d'une unique cellule très idéalisée (figure 4.8a) respectant les bons taux de constituants (ces derniers sont déterminés expérimentalement à partir d'analyse de micrographies). D'autres études génèrent un nombre limité de volumes élémentaires, en optimisant pour chaque cellule l'organisation des fibres par rapport à des descripteurs statistiques obtenus expérimentalement [Zem01; Cou08; Vau10] (figure 4.8b). Pour un nombre relativement faible de volumes élémentaires, les propriétés effectives convergent vers les propriétés du VER. Une dernière approche consiste à générer un nombre important de cellules micro qui respectent en moyenne les descripteurs statistiques obtenus par analyse de micrographies [Kan03; Cha11a] (figure 4.8c). Même si la convergence est plus lente, cela permet d'étudier les variations de propriétés entre les différents volumes élémentaires et de les relier à l'organisation des constituants.

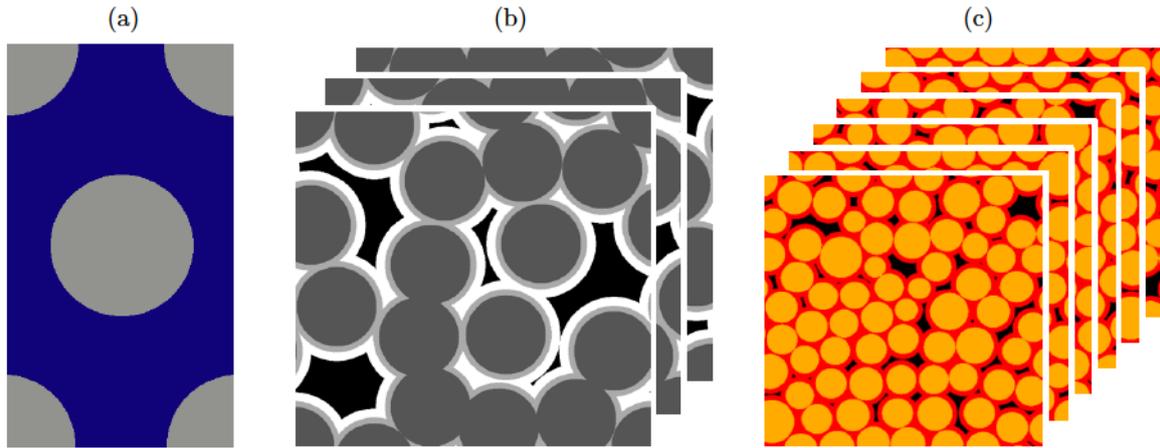


Figure 4.8 – Exemple de cellules virtuelles générées à l'échelle microscopique pour déterminer les propriétés effectives d'un VER : (a) unique cellule idéale [Cha17], (b) nombre réduit de cellules périodiques générées par optimisation de la covariance (d'après [Cou08]), (c) nombre important de cellules non périodiques générées virtuellement (d'après [Cha11a]).

La méthode  $FE^2$  constitue l'une des approches multi-échelle les plus populaires [Fey00; Fey03]. En chaque point de Gauss de la discrétisation à l'échelle supérieure, un calcul est réalisé à l'échelle inférieure où le VER est sollicité par les champs de déformations macroscopiques. Les contraintes calculées sont ensuite réinjectées à l'échelle supérieure, puis la démarche est répétée à chaque itération. Cependant, dans le cas où les discontinuités sont importantes (typiquement lors de la création d'une fissure localisée), les méthodes continues d'homogénéisation ne sont plus applicables [Gee10]. Pour contourner cette limite, des approches plus avancées telles que celles proposées par [Ngu11; Ngu12; Bos14] doivent être utilisées. Dans ces approches dites « continuous-discontinuous homogenization », une procédure d'homogénéisation classique est utilisée dans le domaine élastique, puis la loi de vecteur contrainte-séparation de l'élément à l'échelle supérieure est calculée lorsque la cellule micro s'endommage (figure 4.9). Cette méthode reste cependant extrêmement lourde et est impensable pour les modèles mésoscopiques étudiés et les moyens de calculs disponibles au laboratoire.

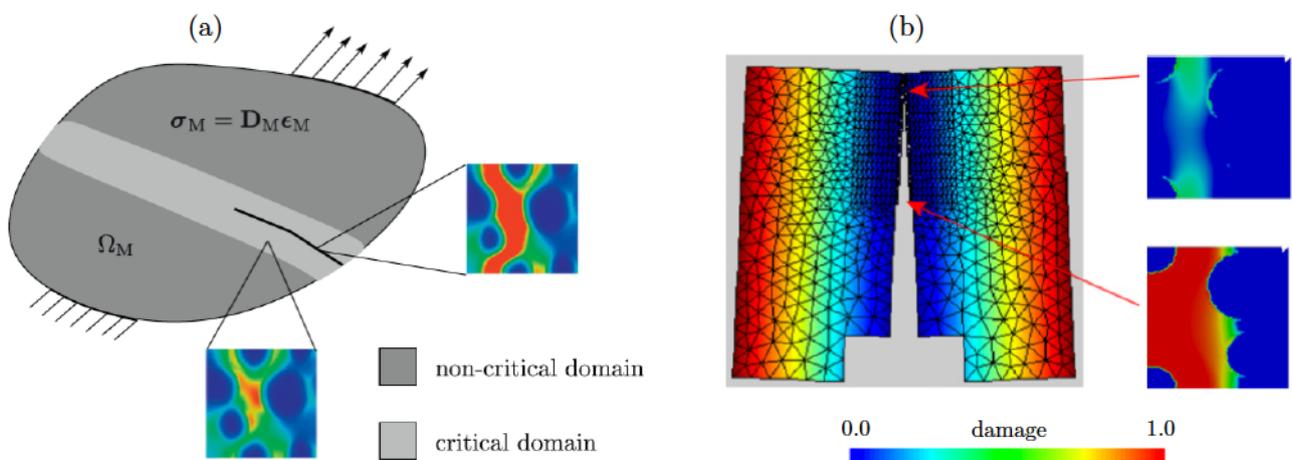


Figure 4.9 – (a) Approche multi-échelle « continuous-discontinuous homogenization » proposée par [Ngu12] permettant de traiter la fissuration et (b) application à un calcul de structure.

Nous nous sommes donc tournés vers une approche de modélisation multi-échelle plus simple, ne nécessitant pas de dialogue entre les deux échelles durant le calcul. Les résultats de simulation à l'échelle micro sont utilisés comme données d'entrée des modèles à l'échelle supérieure. Des cellules micro, dont la taille est comparable aux éléments de maillage à l'échelle mésoscopique, sont dans un premier temps générées. Les propriétés effectives de chaque cellule sont ensuite calculées par homogénéisation, puis des essais virtuels sont réalisés afin d'identifier les paramètres des lois de comportement à l'échelle mésoscopique.

#### 4.1.2 Démarche proposée

L'objectif est de modéliser les premiers endommagements à l'échelle mésoscopique. Compte-tenu des données de la littérature et des observations expérimentales du **Chapitre 2**, les mécanismes physiques que l'on souhaite simuler sont (i) la fissuration matricielle et (ii) la fissuration transverse des torons. L'endommagement dans la direction des fibres, qui apparaît plus tardivement, n'est pas traité dans la thèse.

Au vu des difficultés engendrées par l'utilisation de méthodes numériques avancées dans le cas de textures tissées 3D, nous nous sommes tournés vers des modèles continus d'endommagement. Ces approches présentent toutefois un certain nombre de limites. Elles parviennent en effet difficilement à représenter de manière localisée des éléments endommagés, en particulier si aucune régularisation mécanique n'est utilisée. Par ailleurs, les trajets de fissuration souffrent d'une dépendance au maillage. Les maillages tétraédriques à l'échelle mésoscopique présentés au **Chapitre 3** ne possèdent cependant pas de direction privilégiée, ce qui peut réduire au moins partiellement cette pathologie. Enfin, les modèles continus requièrent la connaissance d'un certain nombre de paramètres (valeurs des critères d'amorçage, effet de l'endommagement sur le tenseur de rigidité et évolution des variables d'endommagement), souvent difficiles à obtenir expérimentalement.

L'originalité de notre démarche réside dans l'identification de ces paramètres au-travers d'essais virtuels réalisés à l'échelle microscopique. Une telle approche permet d'évaluer directement l'influence de différents paramètres microstructuraux (organisation du réseau de fibres, présence de microporosités ou propriétés mécaniques des constituants élémentaires) sur l'apparition des premiers endommagements à l'échelle mésoscopique. La démarche proposée est donc multi-échelle.

Afin d'intégrer l'aspect stochastique du matériau à l'échelle mésoscopique, des cellules micro représentatives de la microstructure sont générées. Pour simuler la fissuration transverse des torons à l'échelle micro, des modèles continus d'endommagement ainsi que des zones cohésives aux interfaces fibres/matrice sont utilisés. Les essais virtuels réalisés sur les cellules micro permettent d'identifier les distributions de propriétés effectives et les paramètres des lois d'endommagement à l'échelle supérieure. Ces grandeurs sont finalement réinjectées à l'échelle mésoscopique afin de simuler l'apparition des premiers endommagements.

## 4.2 Modélisation de l'endommagement à l'échelle micro

### 4.2.1 Génération et maillage de microstructures virtuelles

**Génération des cellules micro :** À partir de l'exploitation de micrographies de torons, les variations de microstructure ainsi que leur influence sur le comportement mécanique du matériau seront analysées au **Chapitre 5**. Le présent chapitre visant à mettre en place les outils numériques pour la modélisation multi-échelle de l'endommagement, on génère une microstructure virtuelle légèrement idéalisée où les microporosités ne sont pas représentées et où l'intégralité de l'espace vide est comblé par du silicium. Les caractéristiques morphologiques ainsi que les taux de constituants ne sont pas renseignés pour des raisons de confidentialité.

Différents moyens existent pour générer des microstructures virtuelles. Le modèle d'Adsorption Séquentielle Aléatoire (RSA) [Wid66] a été retenu. L'algorithme consiste à ajouter des fibres de manière itérative jusqu'à respecter la fraction surfacique prescrite en tirant de manière aléatoire leur position. Une nouvelle fibre est introduite seulement si elle n'intersecte pas les fibres déjà présentes. Si ce n'est pas le cas, une nouvelle position est tirée aléatoirement. Cet algorithme est extrêmement simple à écrire et permet de générer rapidement des microstructures réalistes. À noter que pour des fractions surfaciques de fibres (d'un diamètre constant) supérieures à 55%, le modèle RSA ne fonctionne plus [Fed80] et il aurait fallu passer par des méthodes de réarrangements collectifs [Cha11a]. L'interphase BN et le SiC CVI sont ajoutés comme des dépôts concentriques autour des fibres et peuvent s'intersecter. La microstructure ainsi générée est présentée sur la figure 4.10.

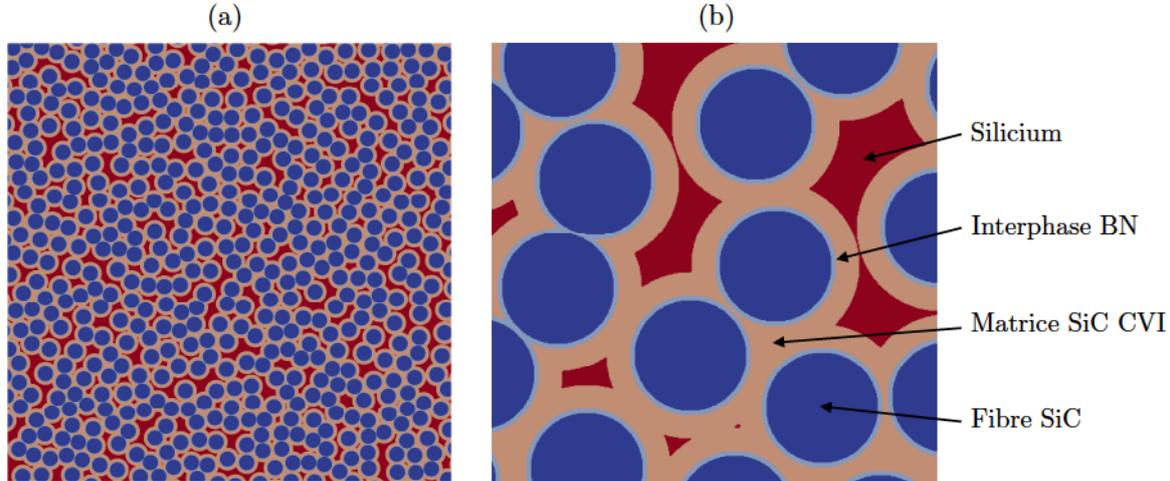


Figure 4.10 – (a) Microstructure virtuelle générée de la taille d'un toron et (b) détail des constituants.

Les dimensions des cellules micro sont déduites de la taille des éléments de maillage à l'échelle supérieure. À partir des maillages à l'échelle mésoscopiques présentés dans le chapitre précédent, on extrait la longueur caractéristique moyenne  $\overline{h_{meso}}$ , définie comme la racine cubique du volume moyen des tétraèdres. Cette longueur, de l'ordre de 50  $\mu\text{m}$ , constitue la taille choisie comme dimension caractéristique des cellules à l'échelle micro (figure 4.11). Afin de simplifier les conventions, les coordonnées à l'échelle micro sont exprimées dans le même repère local que celui associé aux tronçons à l'échelle mésoscopique (figure 4.11). Les simulations 2D à l'échelle micro sont donc réalisées dans le plan  $(x_2, x_3)$ .

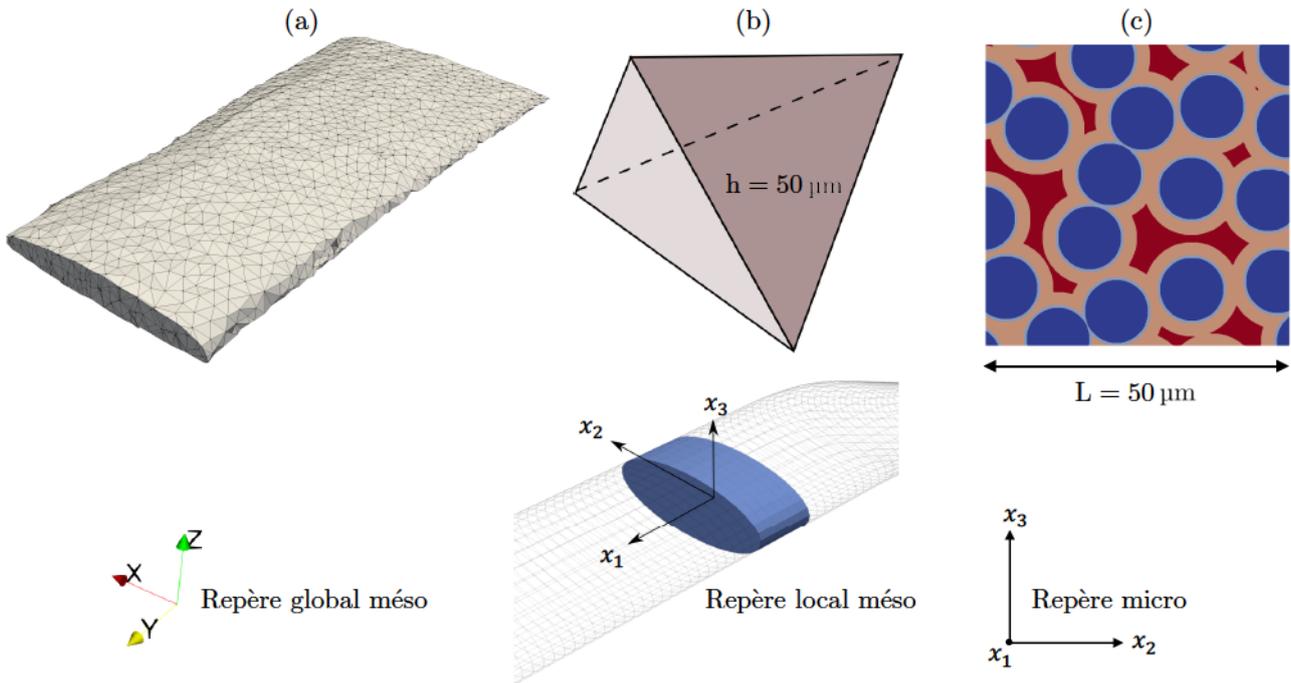


Figure 4.11 – (a) Portion de fil maillé à l'échelle mésoscopique, (b) élément de maillage méso et (c) cellule à l'échelle micro d'une taille caractéristique équivalente. Les systèmes de coordonnées sont indiqués en bas ; le repère local des tronçons à l'échelle mésoscopique correspond au repère utilisé pour les calculs micro ( $x_1$  désigne la direction des fibres).

Un calcul analytique préliminaire permet de valider cette taille de cellules micro (et donc la taille des éléments de maillage à l'échelle mésoscopique) pour des calculs d'endommagement. Il faut en effet s'assurer que la dimension  $h_{meso}$  des éléments mésoscopiques est inférieure à la longueur caractéristique matériau vis-à-vis de l'endommagement. Dans le cas des torons transverses, cette longueur est définie par :

$$L_c = \frac{1}{\sigma_0^2} E G_c \quad (4.1)$$

où  $E$  désigne le module transverse des fils,  $G_c$  l'énergie de rupture (en  $\text{J.m}^{-2}$ ) et  $\sigma_0$  la contrainte à rupture dans le sens transverse. Avec les valeurs de [Li18], cette longueur caractéristique est de  $386 \mu\text{m}$ . Une taille de  $50 \mu\text{m}$  semble donc satisfaisante en première approximation.

**Maillage des cellules micro :** Les cellules micro sont générées sous forme d'images, où chaque constituant correspond à un niveau de gris. La procédure pour les mailler est similaire à celle utilisée par [Cou08]. Les frontières entre les différents niveaux de gris sont dans un premier temps identifiées afin de fournir des points de discrétisation (figure 4.12a). Le remaillieur 2D, développé par [Bor95], est ensuite utilisé afin de générer un maillage élément finis 2D (figure 4.12b) par raffinement de Delaunay. L'interphase BN étant relativement fine par rapport au reste des constituants, une métrique plus serrée est prescrite dans ces zones. Pour obtenir le tenseur de rigidité complet des cellules micro, le maillage 2D est éventuellement extrudé sur une faible distance et maillé avec des éléments tétraédriques (figure 4.12c).

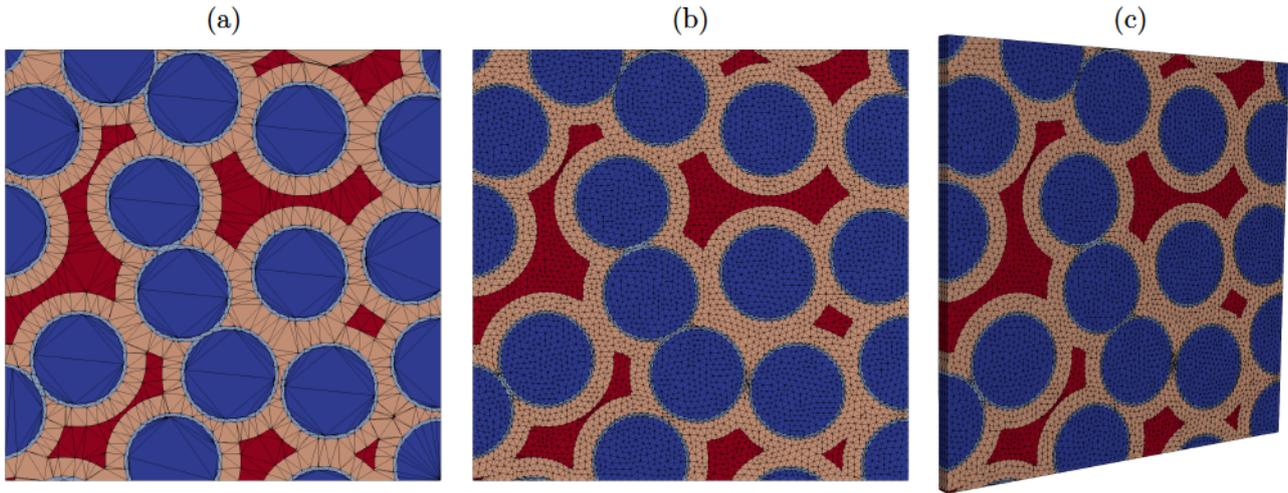


Figure 4.12 – Étapes de maillages des cellules micro : (a) discrétisation aux interfaces entre constituants, (b) remaillage éléments finis et (c) extrusion du maillage de la cellule micro.

#### 4.2.2 Modèles d'endommagement et propriétés des constituants

D'après la littérature et les essais expérimentaux réalisés sous MEB au **Chapitre 2**, les mécanismes d'endommagement que l'on souhaite simuler à l'échelle micro sont (i) les décohésions fibres/matrice dans le sens transverse et (ii) la fissuration matricielle provoquée la percolation des décohésions. Les lois d'endommagement décrites ci-dessous ont été implémentées dans des routines UMAT dans le code Abaqus/Standard en 2D et en 3D. Les simulations ont été réalisées en statique avec le solveur implicite de Abaqus.

**Endommagement des interfaces :** Du fait de leur caractère régularisé par nature et de la connaissance *a priori* du chemin de fissuration, les zones cohésives ont été utilisées afin de simuler les décohésions fibres/matrice. Des éléments d'interface d'épaisseur nulle sont introduits soit entre le BN et le SiC CVI, soit entre les fibres et le BN. La loi de vecteur contrainte-séparation retenue est une loi bilinéaire découplée présentée sur la figure 4.13.  $\sigma_i$  représente les efforts cohésifs et  $\delta_i$  les déplacements des lèvres de la fissure avec  $i = (n, t, s)$  correspondant à la direction normale et aux deux directions tangentielles. Trois paramètres dans chaque direction suffisent à décrire la loi :  $K_i$ ,  $G_c^i$  et  $\sigma_0^i$  qui représentent respectivement la rigidité de l'élément d'interface, l'énergie dissipée calculée comme l'aire sous la courbe de vecteur contrainte-séparation et la contrainte maximale avant endommagement. Ces paramètres permettent de calculer l'ouverture de la fissure lorsque les efforts cohésifs sont maximaux :

$$\delta_0^i = \frac{\sigma_0^i}{K_i} \quad (4.2)$$

ainsi que le saut de déplacement lors de la séparation complète :

$$\delta_c^i = \frac{2G_c^i}{\sigma_0^i} \quad (4.3)$$

À chaque incrément de calcul, les valeurs de  $\delta_i$  sont comparées aux valeurs de  $\delta_0^i$  et  $\delta_c^i$ . Lorsque le

déplacement  $\delta_i$  atteint la valeur  $\delta_0^i$ , la rigidité de l'élément  $K_i$  est pénalisée en augmentant la valeur de la variable d'endommagement associée  $D_i$  (initialement à zéro). La valeur de  $D_i$  est calculée par :

$$D_i = \frac{\delta_c^i(\delta_i - \delta_0^i)}{\delta_i(\delta_c^i - \delta_0^i)} \quad (4.4)$$

Le caractère irréversible de l'endommagement est pris en compte en n'autorisant les variables d'endommagement qu'à augmenter. Les contraintes sont finalement calculées à chaque incrément dans le repère local de l'élément cohésif :

$$\begin{bmatrix} \sigma_n \\ \sigma_t \\ \sigma_s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (1 - D_n)K_n & 0 & 0 \\ & (1 - D_t)K_t & 0 \\ & sym & (1 - D_s)K_s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta_n \\ \delta_t \\ \delta_s \end{bmatrix} \quad (4.5)$$

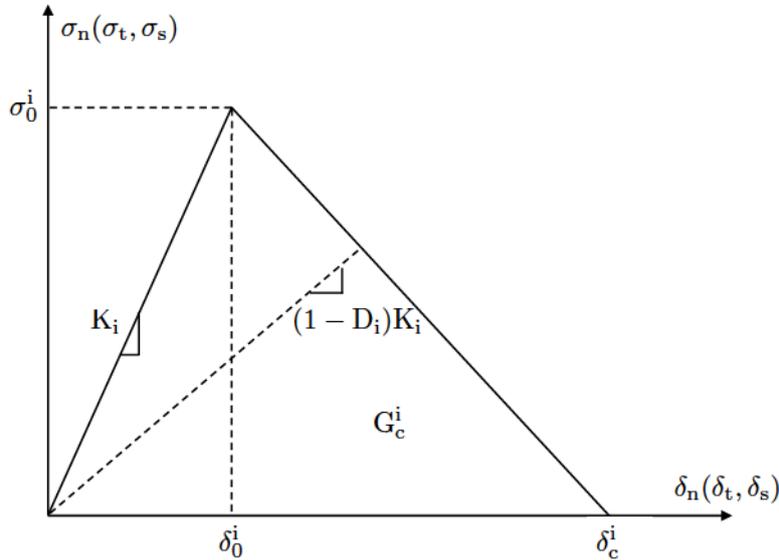


Figure 4.13 – Loi de vecteur contrainte-séparation bilinéaire utilisée pour les zones cohésives.

**Endommagement des éléments volumiques :** En dehors des fibres que l'on suppose purement élastiques, les autres constituants peuvent s'endommager. Une loi continue d'endommagement a été retenue. Les constituants étant de nature fragile, le critère de rupture est donné par :

$$\frac{\sigma_{max}}{\sigma_0} = 1 \quad (4.6)$$

où  $\sigma_{max}$  désigne la contrainte de traction maximale (la rupture en compression n'est pas considérée).

Comme mentionné précédemment, une longueur interne décrivant la largeur de la bande de localisation doit être introduite pour régulariser le problème [Baž83], afin d'éviter que l'énergie dissipée ne diminue au fur et à mesure que le maillage se raffine. Cette longueur a été choisie comme la longueur caractéristique des éléments du maillage  $h$ . La figure 4.14a représente la distribution de  $h$  de la cellule micro présentée sur la figure 4.12b. Les valeurs de  $h$  sont du même ordre de grandeur que les ouvertures de fissures mesurées expérimentalement (figure 4.14b), soit de quelques centaines de nm.

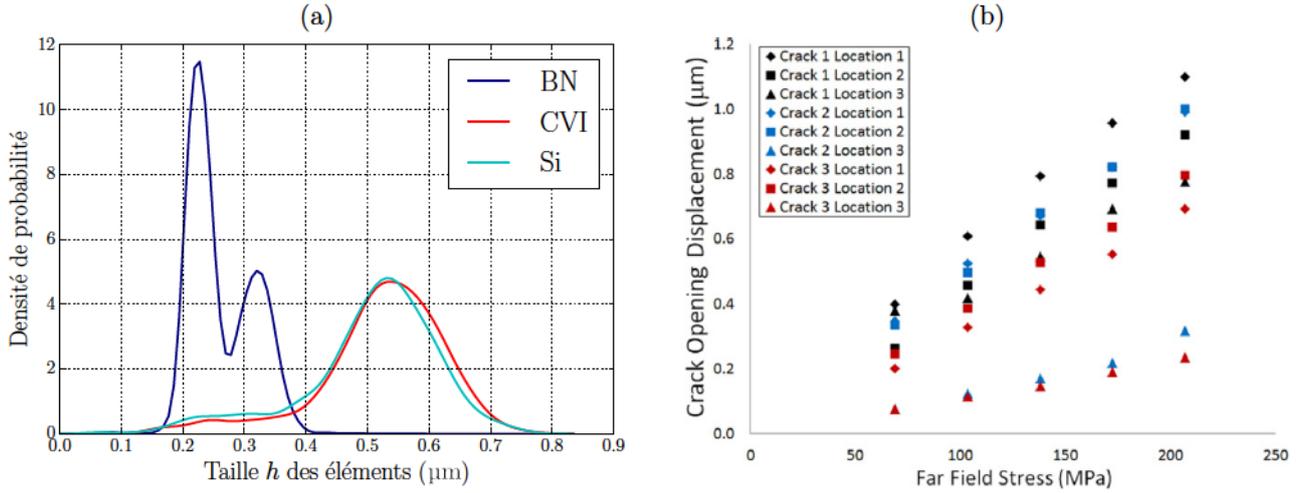


Figure 4.14 – (a) Distributions de la taille des éléments du maillage à l'échelle micro et (b) ouverture des fissures en fonction de la contrainte extérieure appliquée (données issues des analyses d'essais *in situ* sous MEB réalisées par [Sev17]).

Cette longueur interne permet de se ramener à une loi de type vecteur contrainte-séparation identique à celle définie pour les zones cohésives. En effet, le déplacement équivalent peut être calculé en chaque élément :

$$\delta_{eq} = h\varepsilon_{eq} \quad (4.7)$$

où  $\varepsilon_{eq}$  correspond à la déformation dans la direction associée à la contrainte maximale de traction.  $\delta_0$  et  $\delta_c$  peuvent alors être calculés par les équations (4.2) et (4.3) avec  $K = \frac{E}{h}$ , où  $E$  désigne le module de Young et en introduisant l'énergie de rupture  $G_c$  comme paramètre supplémentaire. Seule la direction de contrainte maximale de traction est considérée, ce qui ne nécessite donc qu'une seule variable d'endommagement  $D$ . L'évolution de  $D$  est décrite par l'équation (4.4).

Compte-tenu des ouvertures de fissures du même ordre de grandeur que la longueur caractéristique des éléments de maillage, une dégradation isotrope du tenseur de rigidité a été choisie. Le tenseur dégradé s'écrit donc :  $\underline{\underline{C}}_d = (1 - D)\underline{\underline{C}}_0$ , où  $\underline{\underline{C}}_0$  désigne le tenseur de rigidité initial. Les constituants élémentaires étant isotropes, les contraintes sont calculées à chaque incrément par :

$$\begin{bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{33} \\ \sigma_{12} \\ \sigma_{13} \\ \sigma_{23} \end{bmatrix} = \frac{(1 - D)E}{(1 + \nu)(1 - 2\nu)} \begin{bmatrix} 1 - \nu & \nu & \nu & 0 & 0 & 0 \\ & 1 - \nu & \nu & 0 & 0 & 0 \\ & & 1 - \nu & 0 & 0 & 0 \\ & & & 1 - 2\nu & 0 & 0 \\ & sym & & & 1 - 2\nu & 0 \\ & & & & & 1 - 2\nu \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \epsilon_{11} \\ \epsilon_{22} \\ \epsilon_{33} \\ \epsilon_{12} \\ \epsilon_{13} \\ \epsilon_{23} \end{bmatrix} \quad (4.8)$$

**Propriétés utilisées :** Les propriétés élastiques des constituants sont relativement bien connues et disponibles dans la littérature. Les valeurs des contraintes à rupture et des taux de restitution d'énergie varient en revanche largement selon les études. L'identification expérimentale précise de ces valeurs à cette échelle n'est pas triviale. Les travaux de [Car01] ont par ailleurs souligné la difficulté d'identifier expérimentalement ces grandeurs et de les relier directement aux paramètres des modèles d'endommagement. Les valeurs ont donc été choisies de façon pragmatique, permettant de reproduire la séquence d'endommagement micro souhaitée. Le jeu de paramètres retenu est renseigné dans le tableau 4.1.

	Fibres	BN	CZM	SiC CVI	Si
$E$ (GPa)	420	21	-	439	165
$\nu$	0.17	0.22	-	0.17	0.22
$\sigma_0$ (MPa)	-	185	155	600	425
$G_c$ (J.m <sup>-2</sup> )	-	5	5	6	5.5
$K$ (MPa.mm <sup>-1</sup> )	-	-	7.5.10 <sup>8</sup>	-	-

Tableau 4.1 – Propriétés mécaniques des constituants à l'échelle micro.

L'utilisation d'une loi d'endommagement pour l'interphase BN (malgré la présence de zones cohésives aux interfaces fibres/BN ou BN/SiC CVI) peut sembler surprenante. Toutefois, dans certaines configurations de fibres, il apparaît nécessaire que le BN puisse s'endommager. Un tel cas est illustré sur la figure 4.15 pour une sollicitation uniaxiale de traction dans la direction  $x_2$ , où la fissure matricielle est représentée en rouge et les décohésions en blanc. Les fibres ne pouvant pas s'endommager, la fissure matricielle doit nécessairement passer par l'interphase BN (en bleu clair) afin de se propager de manière physique.

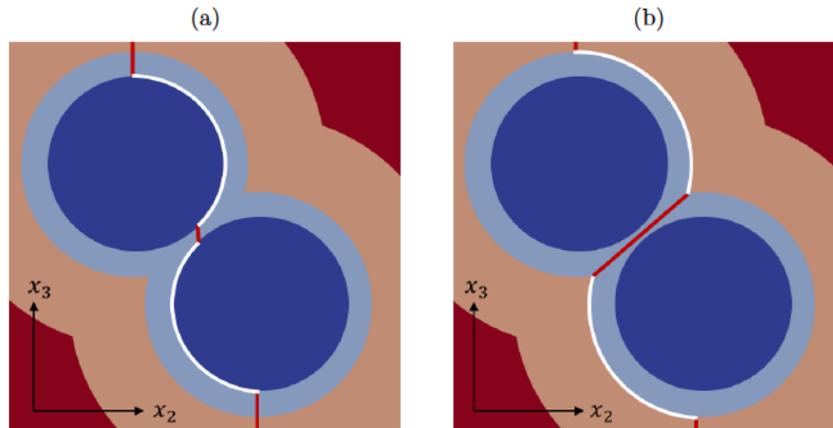


Figure 4.15 – Configuration de fibres illustrant la nécessité de définir une loi d'endommagement pour l'interphase BN même en présence de zones cohésives situées (a) à l'interface fibres/BN ou (b) à l'interface BN/SiC CVI.

### 4.2.3 Résultats de calculs EF

**Calculs préliminaires élastiques :** Afin de s'assurer que la prise en compte de l'interphase BN dans les modèles soit réellement nécessaire, deux calculs d'homogénéisation sont réalisés sur la cellule

de la figure 4.12c, le premier avec du BN et le second où les propriétés du BN sont remplacées par celles de la matrice SiC CVI. Les calculs d'homogénéisation ainsi que l'identification des modules élastiques s'effectuent de la même manière qu'au chapitre précédent sur la cellule mésoscopique, en utilisant des conditions aux limites mixtes en déformation moyenne imposée.

Les résultats obtenus sont présentés dans le tableau 4.2. Avec les épaisseurs considérées (déduites de l'analyse des micrographies du **Chapitre 5**), le taux moyen de BN est de l'ordre de 8%. Compte-tenu des propriétés élastiques de l'interphase très inférieures à celles de la matrice, ce taux est suffisant pour faire chuter de manière non négligeable les propriétés élastiques des cellules micro (jusqu'à 40% dans certaines directions). Cela illustre donc la nécessité de représenter l'interphase BN, et non uniquement l'interface.

	$E_{11}$ (GPa)	$E_{22}$ (GPa)	$E_{33}$ (GPa)	$G_{12}$ (GPa)	$G_{13}$ (GPa)	$G_{23}$ (GPa)
Avec BN	366	221	220	96	96	90
Sans BN	400	383	383	162	162	161
Écart (%)	8.5	42.3	42.5	40.7	40.7	44.1

Tableau 4.2 – Effet de la prise en compte de l'interphase BN sur les propriétés élastiques apparentes.

Un second calcul préliminaire d'homogénéisation est effectué (sur la même cellule micro), afin de s'assurer que les zones cohésives introduites aux interfaces fibres/matrice n'assouplissent pas la structure. Le tableau 4.3 présente les résultats obtenus avec et sans zones cohésives. Les variations de propriétés sont négligeables, ce qui valide l'utilisation des CZM.

	$E_{11}$ (GPa)	$E_{22}$ (GPa)	$E_{33}$ (GPa)	$G_{12}$ (GPa)	$G_{13}$ (GPa)	$G_{23}$ (GPa)
Sans CZM	366	221	220	96	96	90
Avec CZM	366	218	217	95	95	88
Écart (%)	0.0	1.4	1.4	1.0	1.0	2.2

Tableau 4.3 – Effet de l'introduction des zones cohésives aux interfaces fibres/matrice sur les propriétés élastiques apparentes.

**Calculs d'endommagement :** La figure 4.16 présente la réponse de calculs d'endommagement réalisés sur la cellule micro 2D de la figure 4.12b, dans le cas d'une sollicitation uniaxiale de traction transverse (figure 4.16a) et de cisaillement plan (figure 4.16b). Les courbes obtenues sont caractéristiques d'un comportement quasi-fragile, avec un premier domaine linéaire, puis une dégradation progressive des propriétés mécaniques jusqu'à une perte de rigidité brutale. Les cartographies permettent de visualiser l'évolution des variables d'endommagement ( $D$  pour les éléments volumiques et  $D_n$  pour les interfaces cohésives) au maximum de la contrainte moyenne et après rupture.

La séquence d'endommagement attendue est mise en évidence, avec l'initiation des premiers endommagements aux interfaces fibres/matrice, suivie de la coalescence de ces décohésions jusqu'à la formation d'une fissure traversante normale au chargement. La contrainte à rupture est de l'ordre de 200 MPa et l'énergie dissipée, calculée comme l'aire sous la courbe, se situe autour de 10 J.m<sup>-2</sup>. Ces valeurs sont raisonnables par rapport à celles couramment utilisées sur ces matériaux dans des calculs à l'échelle mésoscopique [Li18].

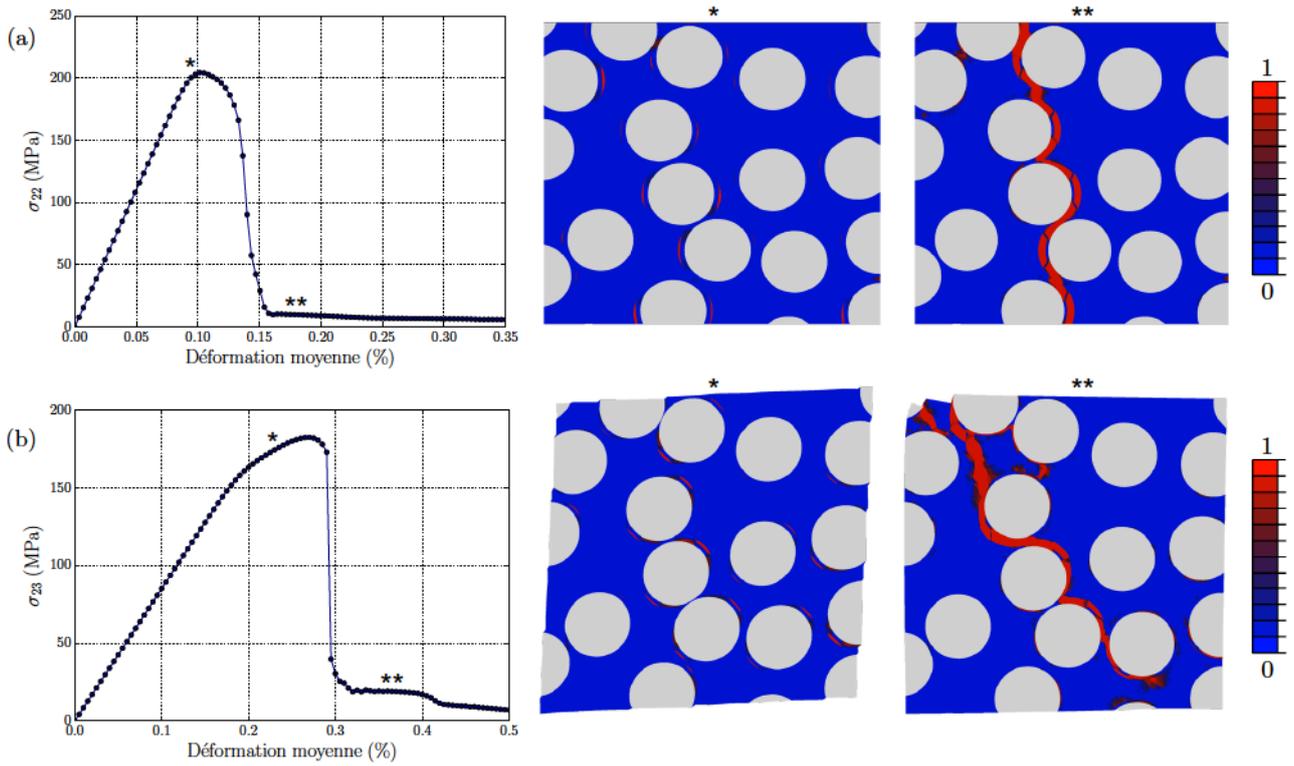


Figure 4.16 – Exemples de calculs d'endommagement à l'échelle micro pour une sollicitation (a) en traction uniaxiale et (b) en cisaillement plan. Les cartographies montrent l'évolution des variables d'endommagement (\*) au pic de contrainte moyenne et (\*\*) après rupture de la cellule.

Ces calculs ont été effectués avec des zones cohésives placées entre le BN et le SiC CVI. Or, comme mentionné dans le **Chapitre 2**, les décohésions peuvent également apparaître aux interfaces fibres/BN. Un calcul similaire est donc réalisé où les interfaces sont cette fois placées entre les fibres et le BN. Les résultats sont présentés sur la figure 4.17, montrant que les réponses mécaniques en traction et en cisaillement ainsi que les trajets de fissuration (illustrés en traction uniaxiale) sont très proches. D'un point de vue purement numérique, les calculs où les zones cohésives sont placées entre le BN et le SiC CVI convergent plus facilement et sont donc retenus par la suite. Même si la position des décohésions semble n'avoir que peu d'influence sur l'endommagement de la cellule dans la direction transverse, elle doit jouer un rôle important pour l'endommagement dans la direction des fibres, en particulier à haute température. En effet, une décohésion BN/SiC CVI est moins néfaste puisque les fibres restent protégées des espèces oxydantes.

Afin d'évaluer la dépendance au maillage vis-à-vis de la propagation des endommagements, trois calculs identiques sont réalisés (en 2D) avec des tailles de mailles différentes (figure 4.18). Le nombre total d'éléments est d'environ 7500 pour le maillage le plus grossier et de 48000 pour le maillage le plus fin. Les courbes obtenues en traction et en cisaillement ainsi que le trajet de fissuration principal (illustré en traction uniaxiale) sont là encore très proches. Cette étude montre donc une dépendance au maillage acceptable vis-à-vis de l'endommagement. La taille de maille retenue est celle de la figure 4.18b. À noter que les trois maillages considérés ne présentent pas de directions privilégiées et la dépendance au maillage serait probablement plus importante dans le cas de maillages anisotropes.

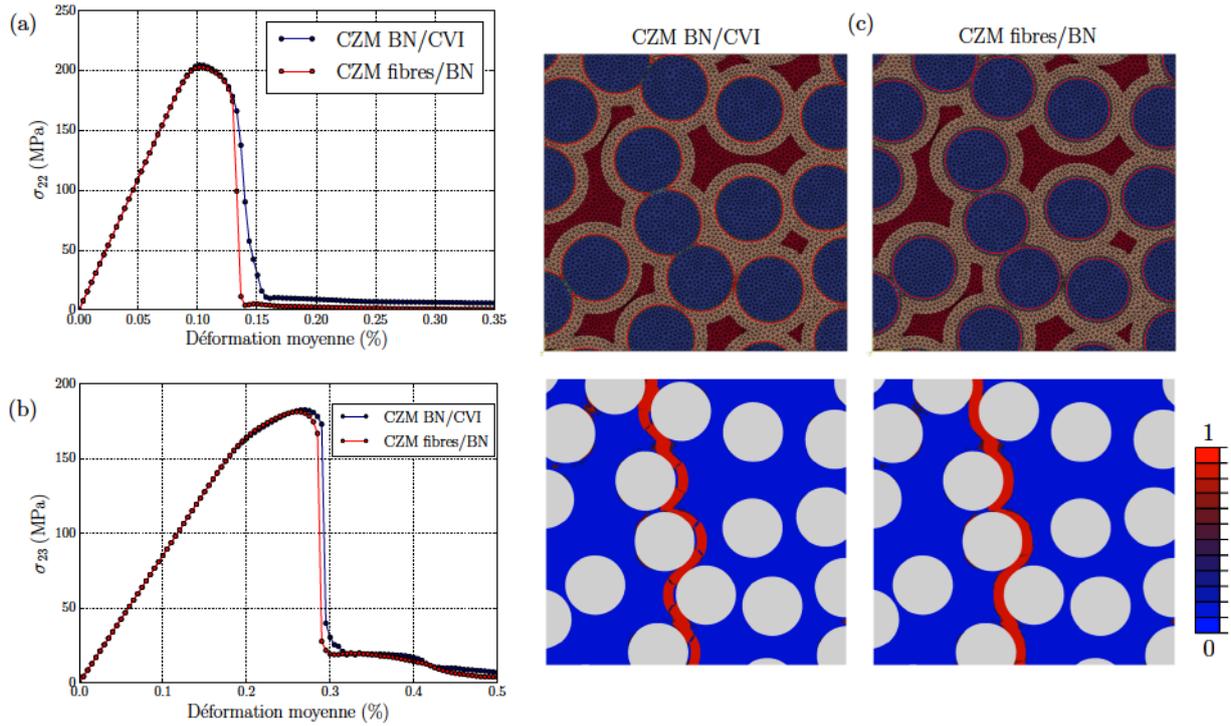


Figure 4.17 – Réponses mécaniques (a) en traction uniaxiale et (b) en cisaillement plan pour des interfaces cohésives placées entre l'interphase BN et le SiC CVI ou entre les fibres et le BN. (c) Similarité du chemin principal de la fissure (en traction uniaxiale) dans les deux cas considérés.

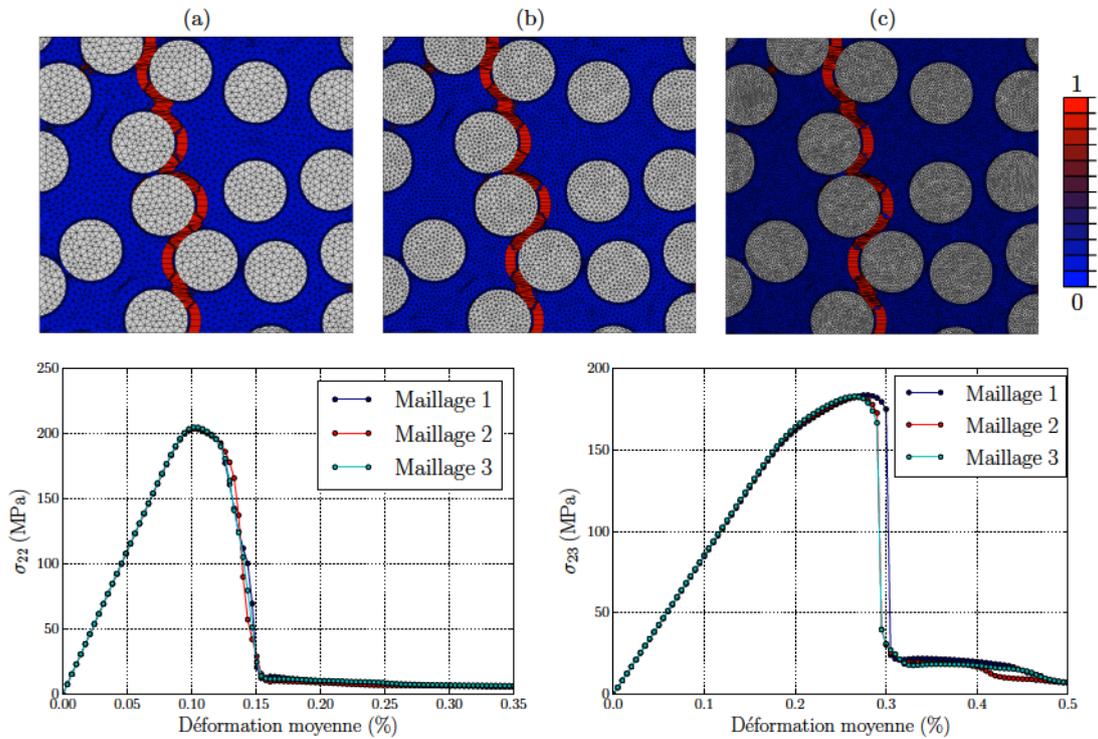


Figure 4.18 – Dépendance au maillage des calculs d'endommagement en traction uniaxiale et en cisaillement plan pour trois tailles de mailles différentes. Les cartographies montrent la similarité de la fissure principale obtenue dans le cas d'une sollicitation de traction.

## 4.3 Modélisation des premiers endommagements à l'échelle mésoscopique

### 4.3.1 Construction multi-échelle des lois d'endommagement

L'intérêt des calculs d'endommagement à l'échelle micro est double. D'une part, ils permettent d'évaluer l'influence de l'organisation des constituants vis-à-vis de l'endommagement à cette échelle (cela sera présenté dans le **Chapitre 5**) et d'autre part, ils permettent de construire la loi d'endommagement des fils à l'échelle mésoscopique. Nous limitons notre étude à la fissuration transverse des torons, signifiant que l'axe des fibres, correspondant à la direction  $\mathbf{x}_1$  du repère local des tronçons, est nécessairement normale au plan de la fissure. L'écriture de la loi continue d'endommagement des fils passe par l'identification (i) du critère d'amorçage, (ii) de l'effet de l'endommagement sur le tenseur de rigidité et (iii) de l'évolution des variables d'endommagement.

**Critère d'amorçage :** La démarche pour identifier le critère d'endommagement des torons à l'échelle mésoscopique est inspirée des travaux de [Cam15] et [Nay17]. À partir de calculs réalisés sur des cellules micro, les enveloppes de contraintes à rupture dans le plan normal aux fibres sont tracées pour identifier un critère de rupture à l'échelle supérieure.

Les calculs sont réalisés sur une dizaine de cellules micro d'une longueur de 50  $\mu\text{m}$  pour des chargements proportionnels de traction/cisaillement et des chargements biaxiaux. Les conditions aux limites PMUBC utilisées jusqu'ici ne permettent pas d'appliquer des états de déformations non-unitaires. Les simulations sont donc réalisées avec des conditions aux limites en déformation homogène KUBC :

$$\mathbf{u}(\mathbf{x}) = \langle \boldsymbol{\epsilon} \rangle \cdot \mathbf{x}, \quad \forall \mathbf{x} \in \partial\Omega \quad (4.9)$$

où  $\mathbf{u}$  désigne le vecteur déplacement et  $\Omega$  le domaine. Or les conditions aux limites KUBC ont tendance à rigidifier la structure [Pah08b]. Pour des calculs d'endommagement, cela se traduit par la difficulté à créer des fissures traversantes nettes comme celles obtenues avec les conditions PMUBC [Gol18]. La figure 4.19 (à gauche) schématise, dans le cas d'une sollicitation de traction uniaxiale, la différence entre un calcul PMUBC et KUBC. Les conditions KUBC imposent des déplacements  $u_x(x)$  sur les nœuds des arrêtes extérieures  $y_{min}$  et  $y_{max}$ , alors que ces déplacements sont libres dans un calcul PMUBC. Cela empêche la fissure de se propager jusqu'aux extrémités de la cellule. Les cartographies des variables d'endommagement (à droite) montrent que même si le chemin de fissuration est assez similaire au centre de la cellule, les éléments situés proches des arrêtes extérieures normales à la fissure s'endommagent de manière diffuse avec un chargement type KUBC. Ce phénomène est d'autant plus marqué pour une sollicitation en cisaillement et traduit le fait que la taille des cellules micro considérée est insuffisante pour être indépendante du jeu de conditions aux limites. On fait l'hypothèse que l'évolution de la contrainte maximale, déduite des calculs effectués avec les conditions KUBC, peut être extrapolée aux conditions PMUBC.

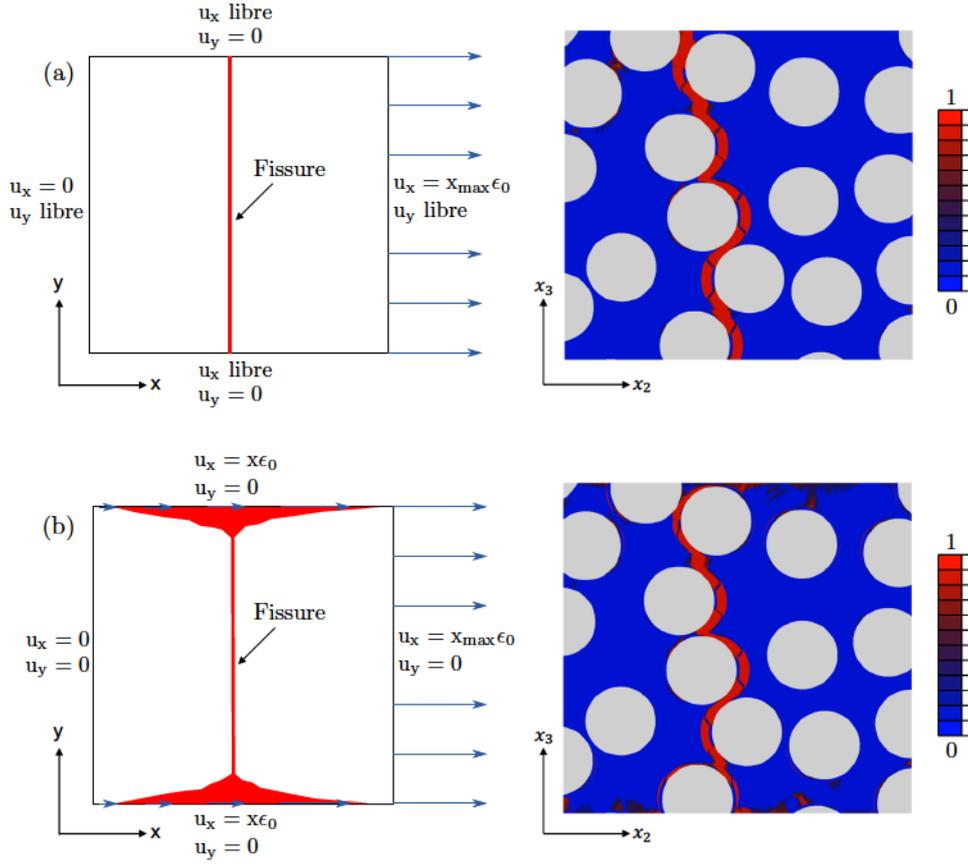


Figure 4.19 – Schéma des conditions aux limites appliquées sur une cellule micro et cartographies des variables d'endommagement après rupture dans le cas (a) de conditions PMUBC et (b) de conditions KUBC illustrant la diffusion de la fissure proche des arrêtes extérieures pour un chargement KUBC.

La figure 4.20a présente les réponses mécaniques obtenues avec les conditions aux limites KUBC dans le plan  $\sigma_{22}/\sigma_{23}$  pour des essais de traction/cisaillement avec différents ratios  $\frac{\epsilon_{23}}{\epsilon_{22}}$ . Chaque couleur correspond à une cellule micro. La même démarche est effectuée pour des essais biaxiaux (figure 4.20b) dans le plan  $\sigma_{22}/\sigma_{33}$  avec différents ratios  $\frac{\epsilon_{33}}{\epsilon_{22}}$ , mettant en évidence la nature isotrope transverse des fils vis-à-vis de l'endommagement.

Les contraintes maximales semblent pouvoir être décrites par des ellipses. On propose donc un critère d'amorçage quadratique en contrainte :

$$\sqrt{\alpha\sigma_{22}^2 + \beta\sigma_{33}^2 + \gamma\sigma_{23}^2} = 1 \quad (4.10)$$

représenté sur la figure 4.21c. Les paramètres de l'ellipsoïde sont déduits des résultats obtenus avec des chargements découplés en conditions PMUBC (figure 4.21a,b). On peut noter des différences significatives avec les valeurs calculées en conditions KUBC, en particulier en cisaillement.

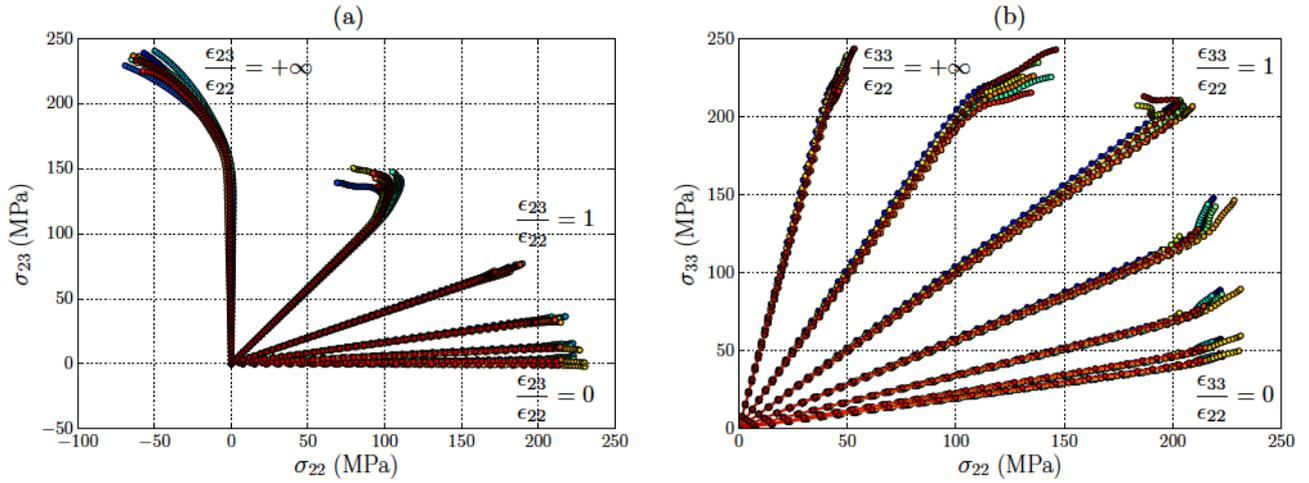


Figure 4.20 – Courbes de réponse de cellules micro pour différentes combinaisons de sollicitations (a) transverse/cisaillement plan et (b) transverse/transverse avec des conditions aux limites KUBC où chaque couleur correspond à une cellule micro.

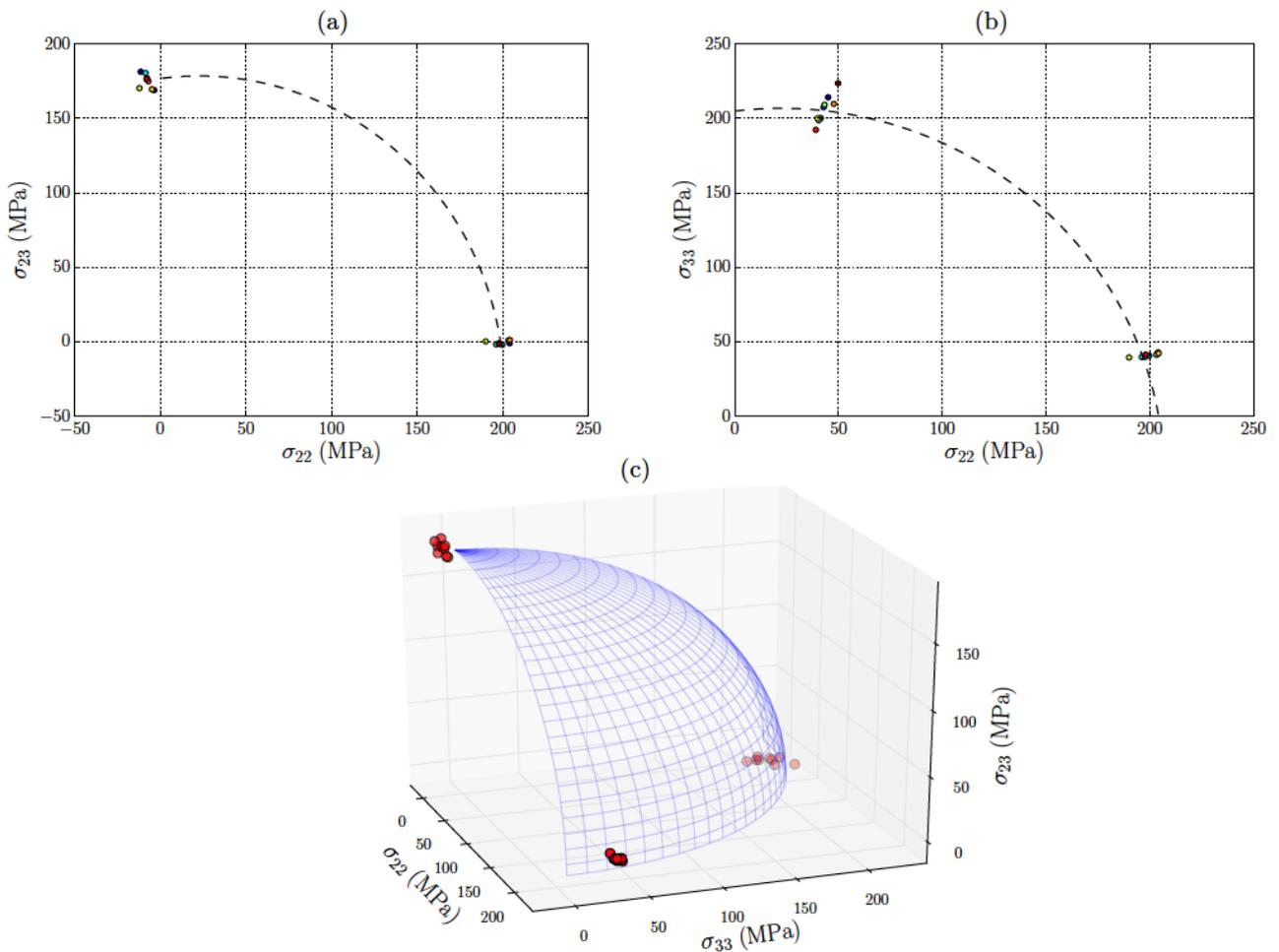


Figure 4.21 – (a),(b) Contraintes maximales obtenues avec des conditions aux limites PMUBC pour des chargements unitaires de cisaillement ou traction (chaque couleur correspond à une cellule micro). (c) Ellipsoïde décrivant l'enveloppe du critère d'initiation quadratique en contrainte.

**Effet sur le tenseur de rigidité :** Les calculs réalisés sur les cellules à l'échelle micro mettent en évidence la formation d'une fissure principale (figure 4.22a) à l'origine de la chute brutale de la rigidité de la cellule. Cette fissure est orientée par le chargement et se développe dans une direction normale à l'axe de sollicitation. Cela permet de définir à l'échelle mésoscopique un repère associé à la fissure  $R'$  ( $x_I, x_{II}, x_{III}$ ), obtenu à partir du calcul des vecteurs des déformations principales dans le plan ( $x_2, x_3$ ). Comme seule la fissuration transverse des torons est modélisée, la direction  $x_I$  est supposée identique à celle de  $x_1$  (figure 4.22b).

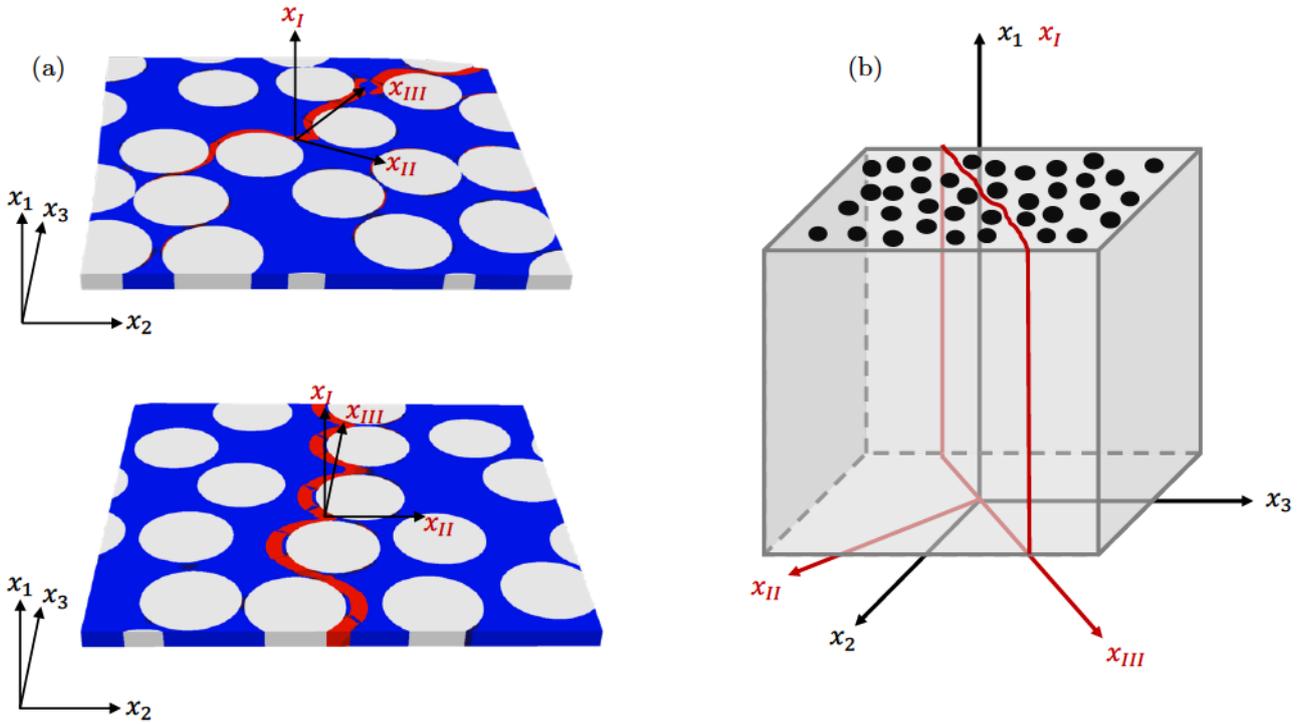


Figure 4.22 – (a) Visualisation de la fissure principale créée dans le cas (en haut) d'une sollicitation de cisaillement et (en bas) d'une traction uniaxiale. (b) Schéma d'un élément à l'échelle mésoscopique où le repère local de l'élément est superposé au repère des déformations principales associé à la fissure.

Afin d'évaluer l'effet de l'endommagement sur le tenseur de rigidité des cellules micro, des calculs d'homogénéisation sont réalisés à différents états de déformation pour une sollicitation de traction uniaxiale dans la direction  $x_2$ . Le repère principal de la fissure  $R'$  ( $x_I, x_{II}, x_{III}$ ) est supposé proche du repère de la cellule  $R$  ( $x_1, x_2, x_3$ ). Les résultats sont présentés sur la figure 4.23 et mettent en évidence le fait que les termes du tenseur de rigidité faisant intervenir la direction de sollicitation ( $C_{22}, C_{12}, C_{23}, C_{44}, C_{66}$ ) diminuent fortement avec l'apparition de la fissure (perte de plus de 70%). Les autres termes évoluent en revanche assez peu (moins de 25% de perte par rapport à la valeur initiale).

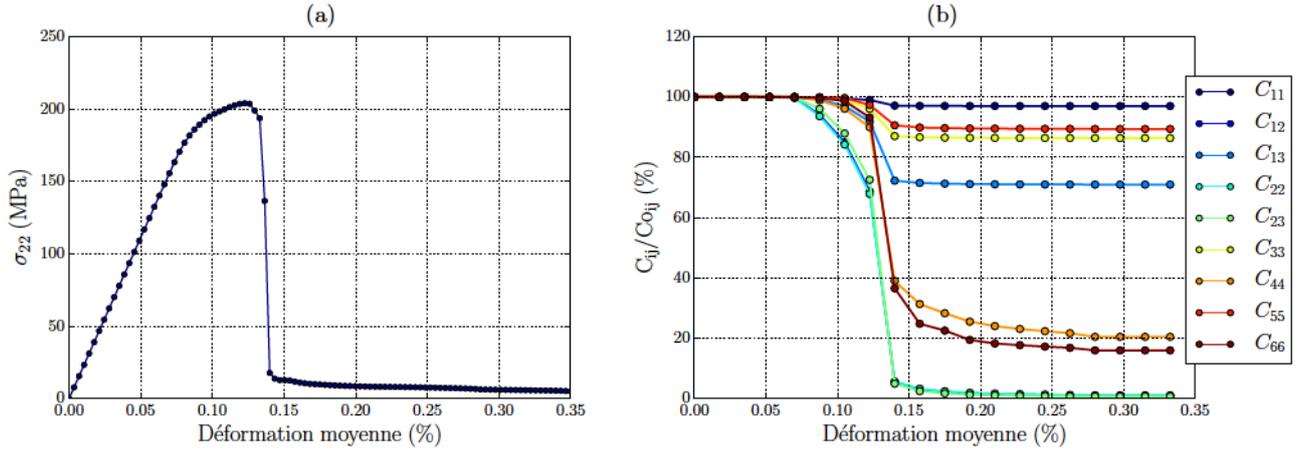


Figure 4.23 – (a) Courbe obtenue en traction sur une cellule micro extrudée et (b) évolution au cours du chargement des termes du tenseur de rigidité calculés par homogénéisation.

**Propagation :** Par souci de simplification, on considère que l'ensemble des termes ne faisant pas intervenir la direction de sollicitation restent constants. Les termes impactés sont alors similaires à ceux issus de l'analyse micromécanique proposée par [Mur88] (et repris dans les travaux de [Zak03; Riv05; Lom07]) dans le cas d'une fissure plane. Le même formalisme est donc utilisé. On fait par ailleurs l'hypothèse que le taux de restitution d'énergie  $G_c$  est constant quelle que soit la direction de chargement. En notant  $d = (1 - D)$ , l'évolution du tenseur de rigidité des éléments à l'échelle mésoscopique peut alors être décrite dans le repère principal des déformations  $R'$  ( $x_I, x_{II}, x_{III}$ ) par :

$$\begin{bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{33} \\ \sigma_{12} \\ \sigma_{13} \\ \sigma_{23} \end{bmatrix}_{R'} = \begin{bmatrix} C_{11} & dC_{12} & C_{13} & 0 & 0 & 0 \\ & dC_{22} & dC_{23} & 0 & 0 & 0 \\ & & C_{33} & 0 & 0 & 0 \\ & & & \sqrt{d}C_{44} & 0 & 0 \\ & sym & & & C_{55} & 0 \\ & & & & & \sqrt{d}C_{66} \end{bmatrix}_{R'} \begin{bmatrix} \epsilon_{11} \\ \epsilon_{22} \\ \epsilon_{33} \\ \epsilon_{12} \\ \epsilon_{13} \\ \epsilon_{23} \end{bmatrix}_{R'} \quad (4.11)$$

La loi d'endommagement est régularisée par la longueur  $h_{meso}$  des éléments mésoscopiques, permettant de définir le déplacement équivalent  $\delta_{eq}$  comme le produit de  $h_{meso}$  et de la déformation  $\epsilon_{II}$ . Cela permet, comme à l'échelle micro, de se ramener à une loi de contraintes-ouverture similaire aux CZM. La variable d'endommagement  $D$  évolue de la même manière que dans l'équation (4.4). La principale différence avec la loi d'endommagement proposée à l'échelle micro est que la dégradation du tenseur de rigidité dépend de la direction principale des déformations au moment où le critère d'amorçage est atteint. L'élément ne peut par la suite continuer à s'endommager que dans la direction normale à la fissure créée, contrairement à l'échelle micro où le tenseur était intégralement dégradé (du fait des dimensions des éléments du maillage comparables aux ouvertures de fissures).

L'algorithme de la loi d'endommagement proposée pour simuler la fissuration transverse des fils à l'échelle mésoscopique est présenté sur la figure 4.24.  $R$  désigne le repère global et  $R'$  le repère principal des déformations une fois que le critère en contrainte est dépassé. Le changement de repère de tenseur d'ordre 4 proposé par [Koa09] est utilisé pour effectuer le passage du tenseur de rigidité

dégradé dans le repère principal  $\underline{\underline{C}}_d^{R'}$  vers le repère de l'élément  $\underline{\underline{C}}_d^R$ . Cette loi d'endommagement à l'échelle mésoscopique a été implémentée en 3D dans une routine UMAT du code Abaqus.

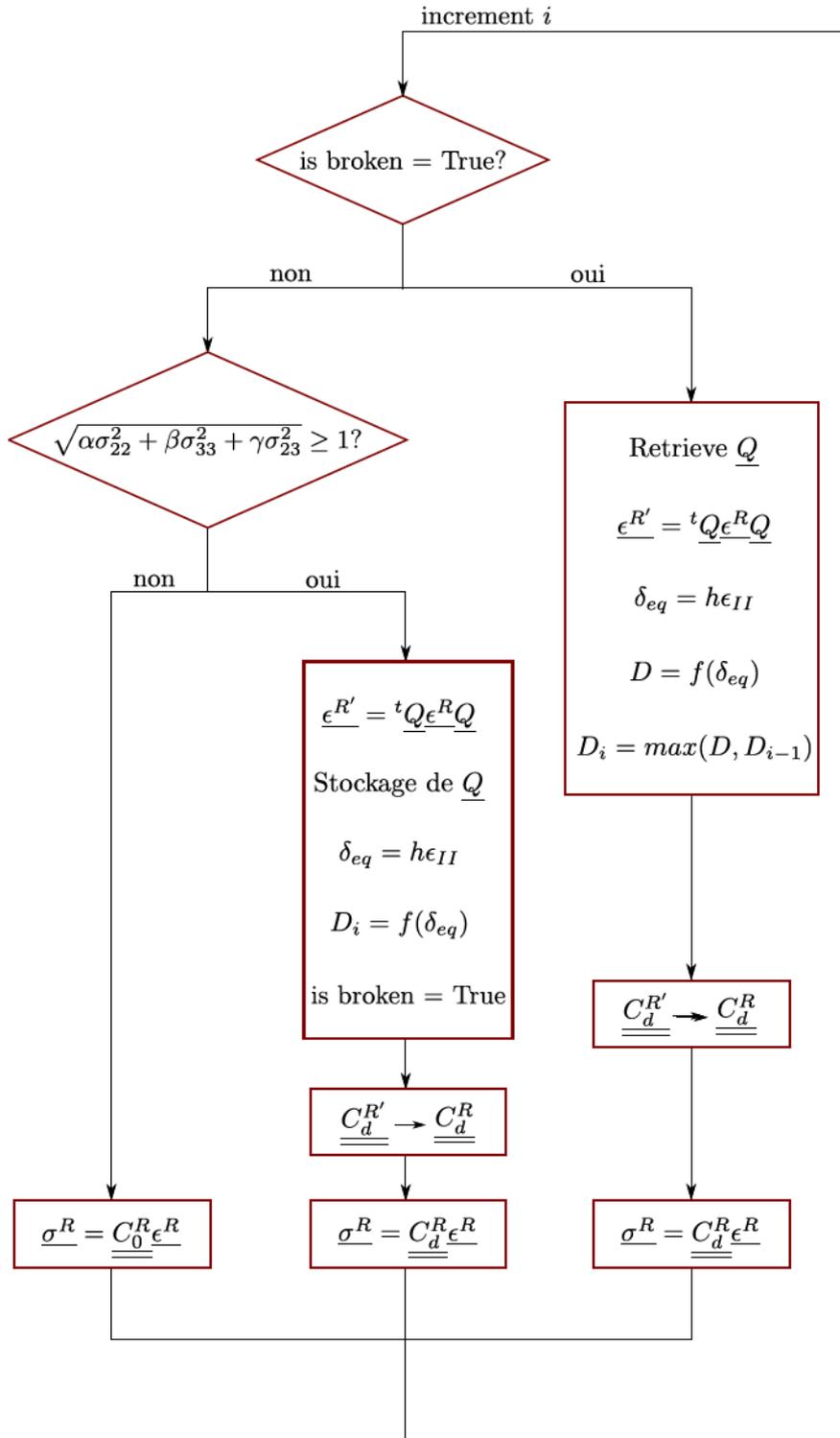


Figure 4.24 – Algorithme de la loi continue d'endommagement des fils à l'échelle méso.

### 4.3.2 Validation du changement d'échelle

On propose ici un cas de validation du pont « micro-méso » pour la loi d'endommagement des fils. La démarche est illustrée sur la figure 4.25. Une cellule de la taille moyenne d'un toron entier est découpée en 36 cellules de 57  $\mu\text{m}$  de côté. Des calculs d'endommagement en traction uniaxiale et en cisaillement plan ainsi que des calculs élastiques d'homogénéisation sont réalisés sur chacune des 36 cellules. Cela permet d'identifier les valeurs des contraintes à rupture, des taux de restitution d'énergie et des termes du tenseur de rigidité initial. Ces grandeurs sont réinjectées comme paramètres d'entrée de la loi d'endommagement de chaque élément mésoscopique correspondant. À noter que la cellule mésoscopique est extrudée sur une faible distance car la loi d'endommagement des fils a été implémentée uniquement en 3D.

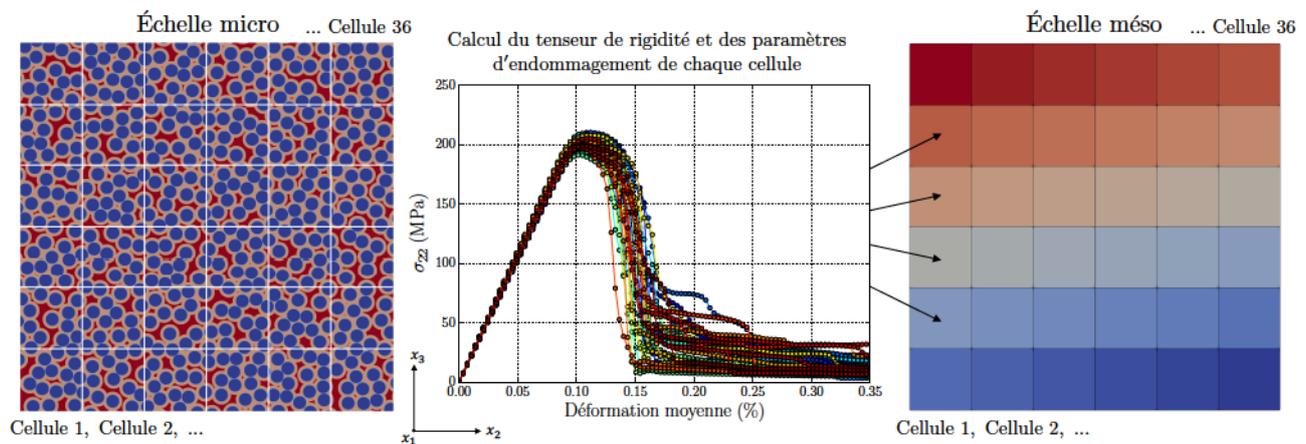


Figure 4.25 – Illustration de la démarche multi-échelle proposée où un toron virtuel est découpé en 36 cellules sur lesquelles des calculs d'homogénéisation et d'endommagement sont réalisés. Les propriétés obtenues sont réattribuées aux éléments mésoscopiques correspondants.

La figure 4.26 compare les résultats de trois calculs réalisés directement à l'échelle micro sur des grandes cellules avec ceux obtenus sur les cellules méso correspondantes. Les cartographies des variables d'endommagement mettent en évidence la formation d'une fissure principale aux deux échelles. Les contraintes à rupture obtenues sont très similaires ( $\sigma_R = 200 \text{ MPa}$  pour environ  $\epsilon = 0.1\%$ ). On note en revanche de légères différences dans la partie adoucissante de la courbe. Cela tient autant de la différence de discrétisation (environ 500000 éléments à l'échelle micro contre 36 à l'échelle méso) que de la procédure d'homogénéisation utilisée. On peut cependant conclure que le pont micro-méso proposé est satisfaisant et permet de suffisamment bien traduire les mécanismes d'endommagement intra-toron à l'échelle supérieure.

### 4.3.3 Influence de la taille des cellules micro sur la réponse mécanique

Les calculs à l'échelle micro ont pour le moment été réalisés sur des cellules d'environ 50  $\mu\text{m}$  de côté, correspondant aux dimensions des éléments de maillage à l'échelle mésoscopique. On peut toutefois s'intéresser à l'influence de la taille des cellules micro sur les réponses élastiques et non-linéaires.

La microstructure présentée en bas de la figure 4.26 est découpée successivement en  $i^2$  cellules avec  $i = (2, \dots, 19)$ . Cela permet de balayer des longueurs  $L$  allant de 175  $\mu\text{m}$  à 18  $\mu\text{m}$  (figure 4.27).

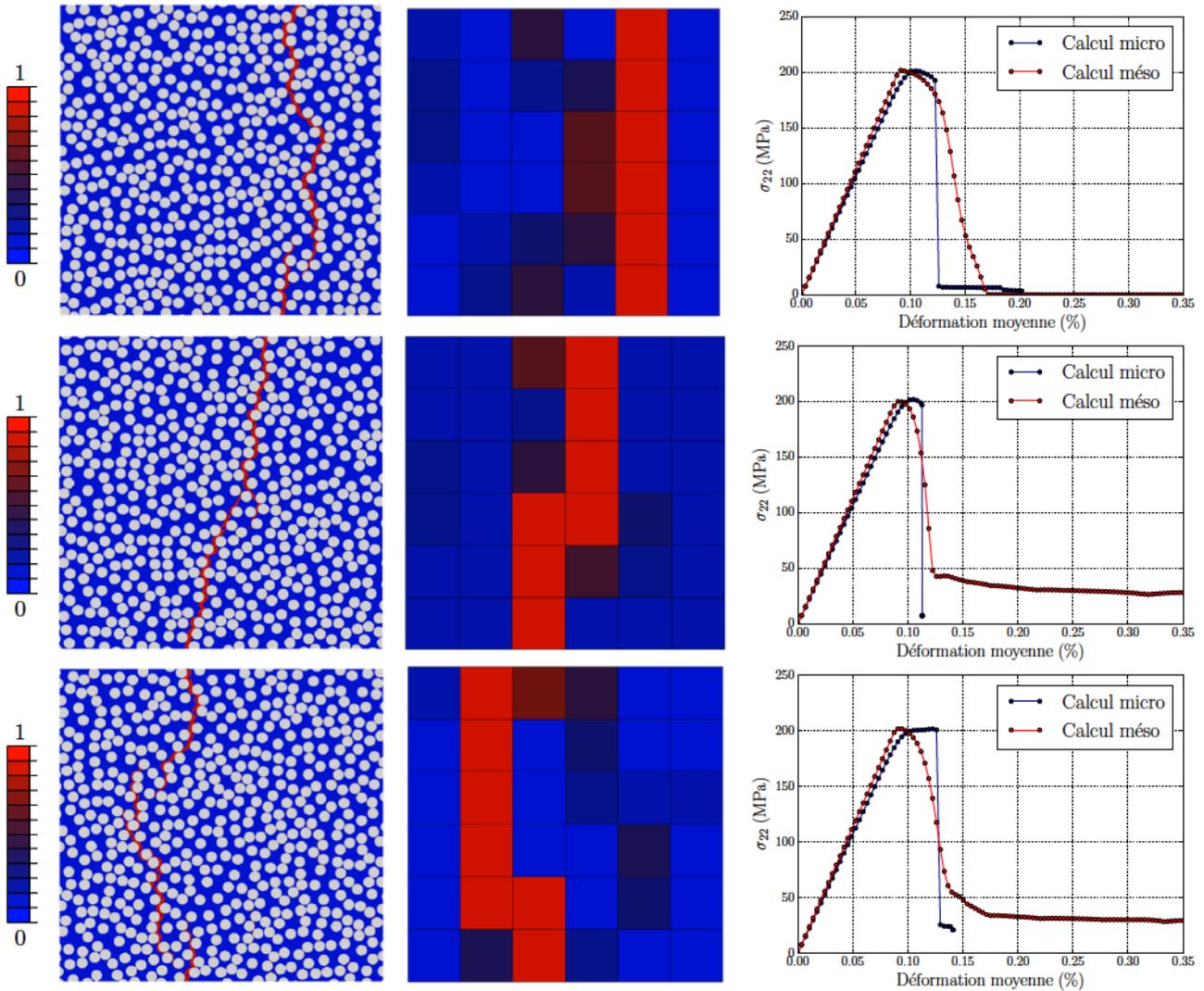


Figure 4.26 – Validation du pont micro-méso pour trois fils virtuels dans le cas d’une sollicitation de traction uniaxiale : calculs réalisés (a) directement à l’échelle micro, (b) à l’échelle méso et (c) comparaison des courbes de réponse.

Un calcul élastique d’homogénéisation est réalisé sur chaque cellule ainsi générée en utilisant les conditions aux limites mixtes en déformation moyenne imposée. La figure 4.27a présente l’évolution du module dans la direction des fibres en fonction de l’inverse de la taille des cellules micro. La valeur moyenne reste stable quelle que soit la valeur de  $L$ , autour de 367 GPa. En revanche, les écarts-types calculés augmentent lorsque la taille des cellules diminue. L’évolution du rapport entre les modules  $E_{22}$  et  $E_{33}$  en fonction de la taille des cellules est tracée sur la figure 4.27b. Les résultats montrent là encore une dispersion plus importante avec des cellules de petite taille mais une valeur moyenne centrée sur 1, traduisant un comportement moyen isotrope transverse quelle que soit la taille des cellules. Ces résultats prouvent qu’en élasticité, même si la longueur  $L$  des cellules micro nécessaire pour ne plus dépendre de la réalisation statistique est de l’ordre de grandeur d’un fil entier, un nombre suffisant de tirages réalisés sur de plus petites cellules suffit à obtenir en moyenne les bonnes propriétés homogénéisées. Cela rejoint les conclusions de [Challa].

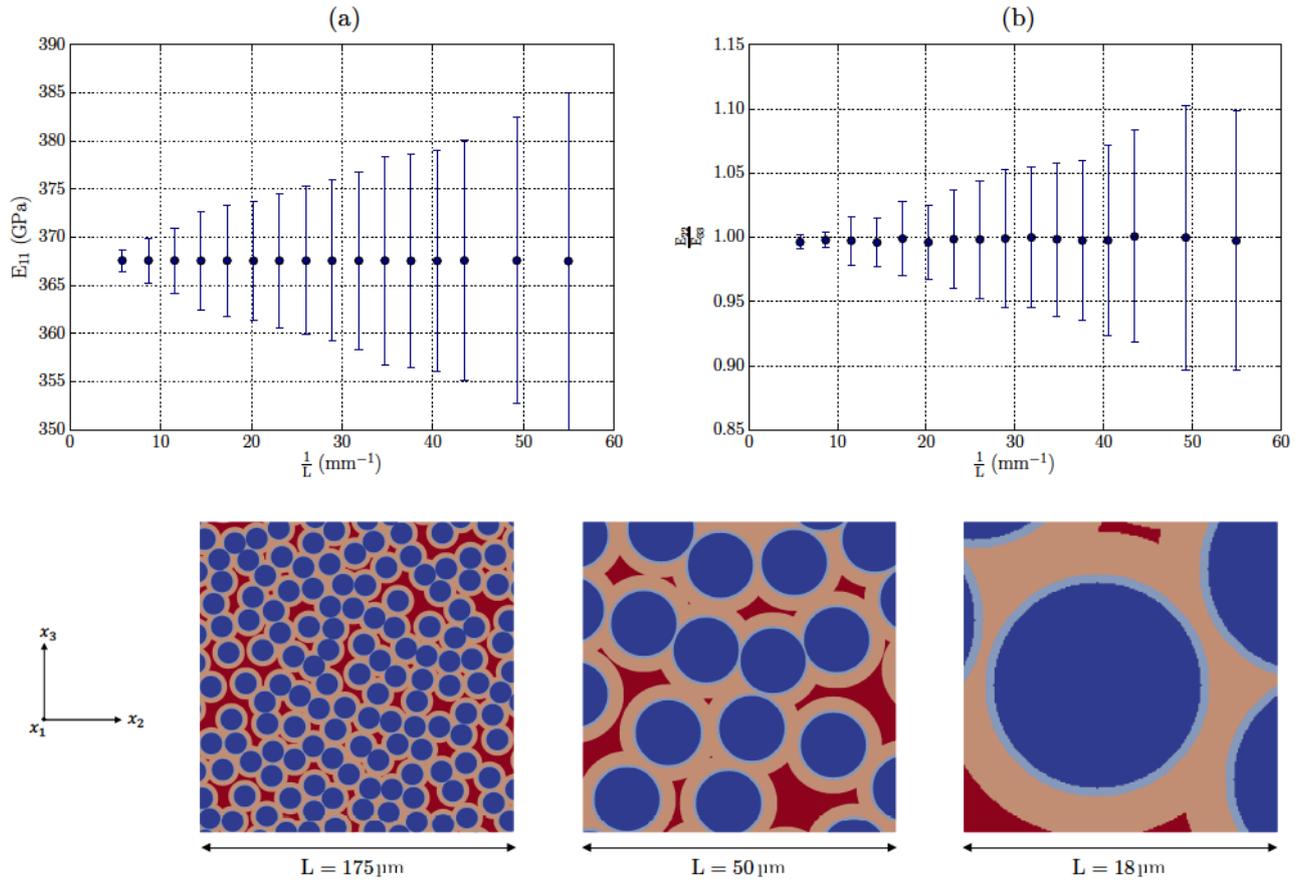


Figure 4.27 – Convergence des propriétés élastiques homogénéisées en fonction de la taille des cellules micro : (a) évolution de  $E_{11}$  et (b) évolution du rapport  $\frac{E_{22}}{E_{33}}$ .

Un calcul d'endommagement en sollicitation transverse est réalisé sur chaque cellule afin de déterminer si les conclusions en élasticité sont transposables en non-linéaire. Les courbes obtenues sont présentées sur la figure 4.28a,b,c. On peut noter des différences significatives, en particulier sur la partie endommageable. En effet, plus la cellule est grande et plus la rupture s'effectue de manière brutale, se traduisant par une perte de rigidité plus marquée. Au contraire, les cellules dont les dimensions se rapprochent de la taille des fibres rompent beaucoup plus progressivement. Cela s'explique par le fait que plus le volume considéré est important, plus il existe de potentiels sites d'amorçage des premiers endommagements, dans notre cas des décohésions fibres/matrice. La fissure traversante est créée par coalescence de ces décohésions. Il semble donc logique qu'une cellule de plus grande dimension conduise plus rapidement à la formation de la fissure principale. Par ailleurs, lorsque les cellules sont trop petites, l'organisation des constituants ne permet pas systématiquement aux décohésions de percoler pour former une fissure traversante.

La figure 4.28d présente l'évolution de la contrainte maximale en fonction de la taille des cellules. La dispersion des résultats diminue lorsque la taille des cellules augmente, ce qui traduit le fait que plus la taille des cellules est importante et plus la rupture devient déterministe. Ce graphique met par ailleurs en évidence l'augmentation de la valeur moyenne des contraintes à rupture avec la diminution de la taille des cellules (environ 200 MPa pour les cellules de 175  $\mu\text{m}$  contre 240 MPa pour les cellules de 18  $\mu\text{m}$ ). Ainsi, contrairement aux modules élastiques, la valeur moyenne de  $\sigma_R$  dépend de la taille des cellules.

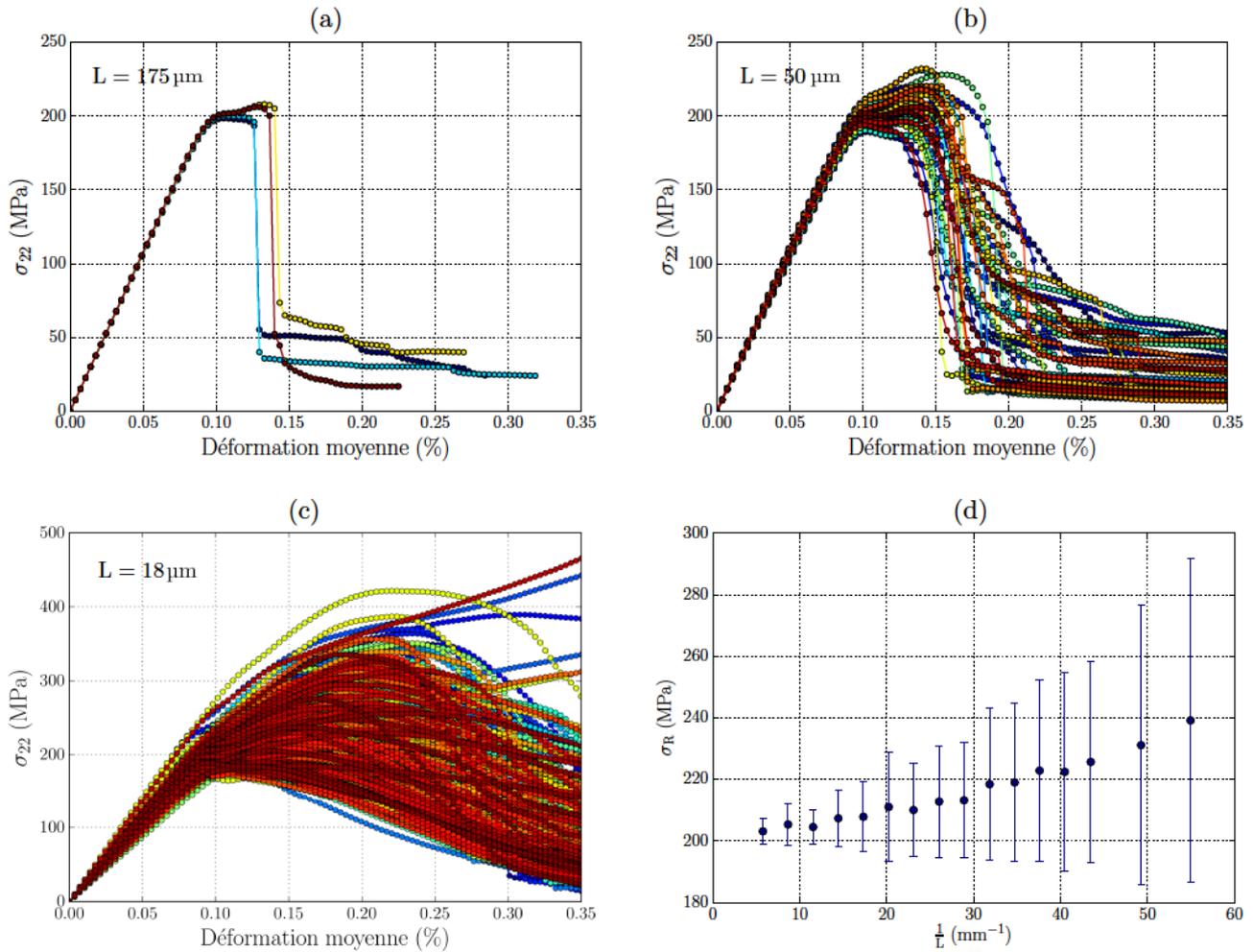


Figure 4.28 – (a),(b),(c) Résultats de calculs d'endommagement sur des cellules de dimensions différentes illustrant la dépendance de la réponse mécanique endommageable vis-à-vis de la taille des cellules. (d) Évolution de la contrainte maximale en fonction de la longueur caractéristique des cellules micro.

Afin de mettre en évidence l'effet d'échelle, la figure 4.29a,b présente les distributions (et les distributions cumulées) des contraintes maximales pour les différentes tailles de cellules considérées. Les contraintes à rupture passent progressivement d'une distribution gaussienne pour les plus grandes cellules à une distribution de type Weibull étalée vers les plus fortes valeurs pour les petites. En effet, le point d'intersection de l'ensemble des distributions cumulées de  $\sigma_R$  se situe autour de 0.3. Cette transition est mise en évidence sur la figure 4.29c, qui montre l'évolution de  $r = \frac{\text{moy}(\sigma_R) - \text{min}(\sigma_R)}{\text{max}(\sigma_R) - \text{moy}(\sigma_R)}$  en

fonction de la longueur  $L$ . Le ratio  $r$  diminue avec la taille des cellules, passant d'une valeur de 1 caractéristique d'une distribution symétrique à une valeur autour de 0.25 pour les plus petites cellules. Ces résultats sont à mettre en relation avec les travaux de [Baz07], qui ont étudié de manière théorique la probabilité de rupture de fibres reliées en série ou en parallèle par des éléments fragiles. Les auteurs ont ainsi pu déterminer que pour un nombre supérieur à 25 fibres placées en parallèle, la probabilité de rupture s'éloignait d'une distribution de Weibull pour converger vers une distribution gaussienne.

Cette étude montre qu'il existe une compétition entre les mécanismes d'endommagement à l'échelle micro, et la redistribution des contraintes qui en résulte à l'échelle supérieure. Avec des cellules trop petites, on s'attend à être extrêmement dépendant de la manière dont se produisent les reports de charge à l'échelle mésoscopique. La taille des cellules doit en effet être suffisamment grande pour être compatible avec la longueur caractéristique liée au développement de l'endommagement, tout en respectant la taille des éléments de maillage à l'échelle supérieure. Comme la distribution des contraintes à rupture des cellules de 50  $\mu\text{m}$  tend vers celle des grandes cellules et que le pont « micro-méso » (présenté au paragraphe 4.3.2) semble satisfaisant, on conserve cette taille de cellules.

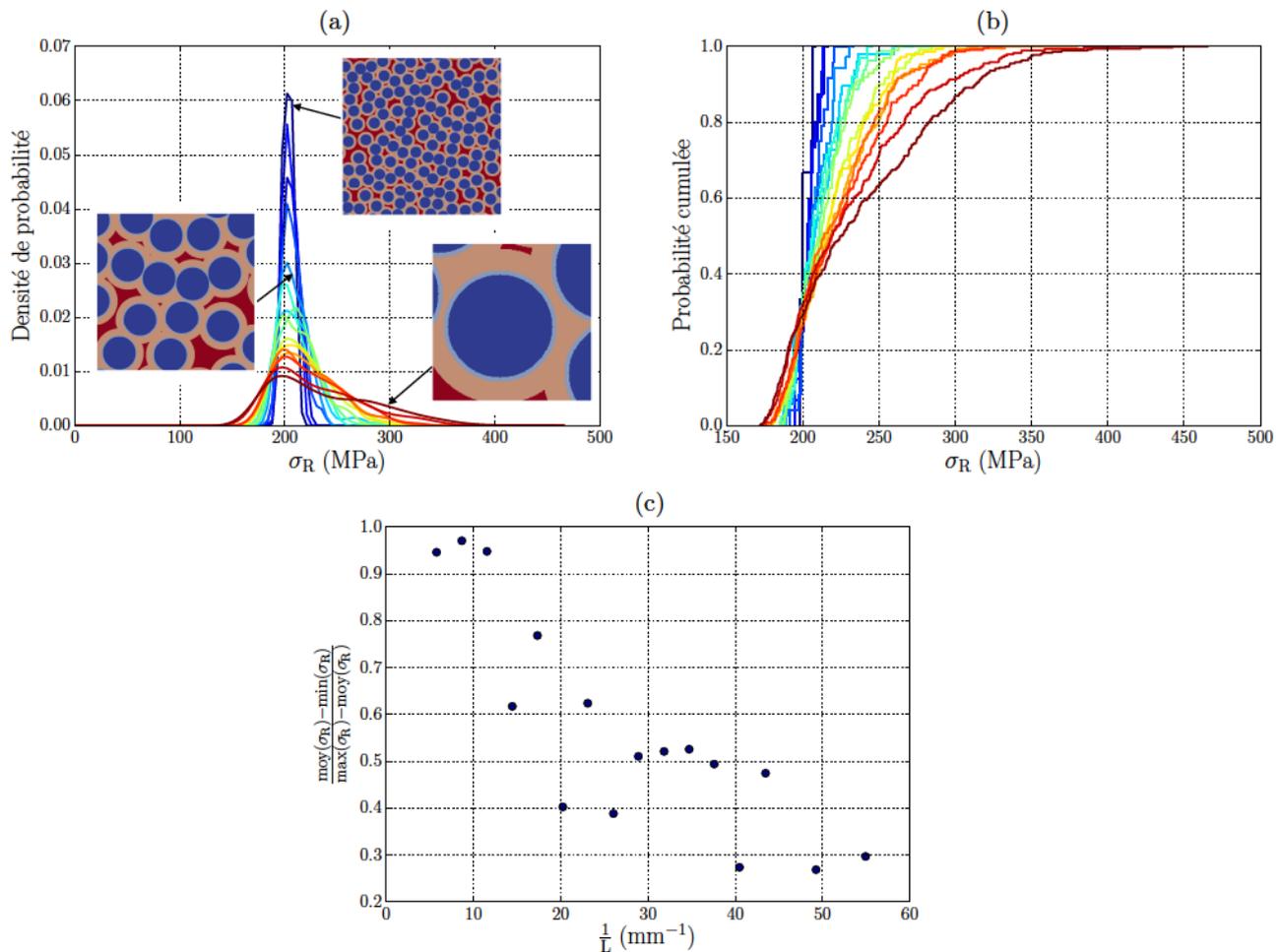


Figure 4.29 – Distributions des contraintes à rupture obtenues pour différentes tailles de cellules micro : (a) densité de probabilité, (b) probabilité cumulée, (c) mesure de l'écart à une gaussienne en fonction de la taille des cellules micro.

## 4.3.4 Premiers résultats sur cellules tissées 3D

On propose maintenant d'appliquer le pont micro-méso sur une cellule tissée 3D. La cellule mésoscopique (générée par RBI et par raffinement de Delaunay) présentée au **Chapitre 3** est utilisée. Les propriétés des éléments de maillage appartenant aux fils sont distribuées aléatoirement à partir de la base de données de cellules de 57  $\mu\text{m}$  constituée précédemment (36 cellules par cas de validation, soit 108 au total).

Une loi d'endommagement assez similaire à celle développée pour les torons est attribuée à la matrice MI. Une contrainte maximale de traction de 300 MPa est fixée comme critère de rupture, ainsi qu'un taux de restitution d'énergie de 10  $\text{J.m}^{-2}$ . La matrice étant isotrope, aucune direction du repère de la fissure  $R'$  ( $x_I, x_{II}, x_{III}$ ) n'est imposée (figure 4.30).

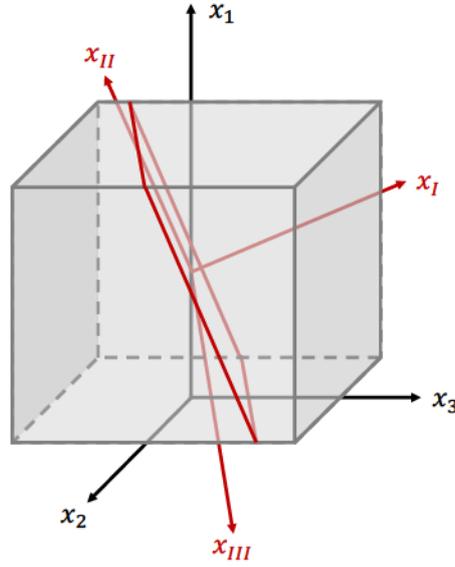


Figure 4.30 – Schéma d'un élément de matrice à l'échelle mésoscopique où le repère local de l'élément est superposé au repère des déformations principales.

Une fois le critère d'amorçage atteint, les termes du tenseur de rigidité sont dégradés dans le repère principal des déformations, où l'axe  $x_I$  est normal à la fissure. La dégradation du tenseur s'écrit donc, dans le repère  $R'$  :

$$\begin{bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{33} \\ \sigma_{12} \\ \sigma_{13} \\ \sigma_{23} \end{bmatrix}_{R'} = \begin{bmatrix} dC_{11} & dC_{12} & dC_{13} & 0 & 0 & 0 \\ & C_{22} & dC_{23} & 0 & 0 & 0 \\ & & C_{33} & 0 & 0 & 0 \\ & & & \sqrt{d}C_{44} & 0 & 0 \\ & sym & & & \sqrt{d}C_{55} & 0 \\ & & & & & C_{66} \end{bmatrix}_{R'} \begin{bmatrix} \epsilon_{11} \\ \epsilon_{22} \\ \epsilon_{33} \\ \epsilon_{12} \\ \epsilon_{13} \\ \epsilon_{23} \end{bmatrix}_{R'} \quad (4.12)$$

Une déformation de 0.1% est appliquée dans la direction  $y$ . La figure 4.31a,b présente les cartographies de la variable d'endommagement  $D$  au sein de la matrice et des torons à 0.083% de déformation moyenne. Ces résultats mettent en évidence le développement de premières fissures localisées orientées principalement perpendiculairement au chargement et situées dans la matrice et les fils transverses. La figure 4.31c,d présente les champs locaux  $\epsilon_{22}$  et  $\sigma_{22}$  au même niveau de chargement sur l'ensemble de la cellule. Les discontinuités sont particulièrement visibles, ainsi que la zone d'influence des fissures.

D'un point de vue plus global, la figure 4.32a présente la courbe de contraintes-déformation associée. La perte de linéarité liée à l'apparition des premières fissures est difficile à apprécier. Elle est davantage mise en évidence sur la figure 4.32b, montrant l'évolution du module élastique dans la direction de sollicitation au cours du chargement.

Les lois d'endommagement développées permettent donc de rendre compte de la création de premières fissures à l'échelle mésoscopique. À noter que pour des déformations imposées plus importantes, des instabilités numériques apparaissent et ne permettent pas la convergence des calculs. Néanmoins, ces résultats semblent satisfaisants vis-à-vis de l'objectif fixé, consistant à modéliser l'apparition des premiers endommagements à l'échelle mésoscopique. Un passage en résolution explicite pourrait permettre d'aller plus loin dans le calcul. Les routines UMAT devraient alors être réécrites en routines VUMAT, adaptées au schéma de résolution explicite. Les simulations ne seraient en revanche pas nécessairement plus rapides, le gain sur la convergence des itérations étant contrebalancé par la réduction du pas de temps pour garantir des résultats corrects.

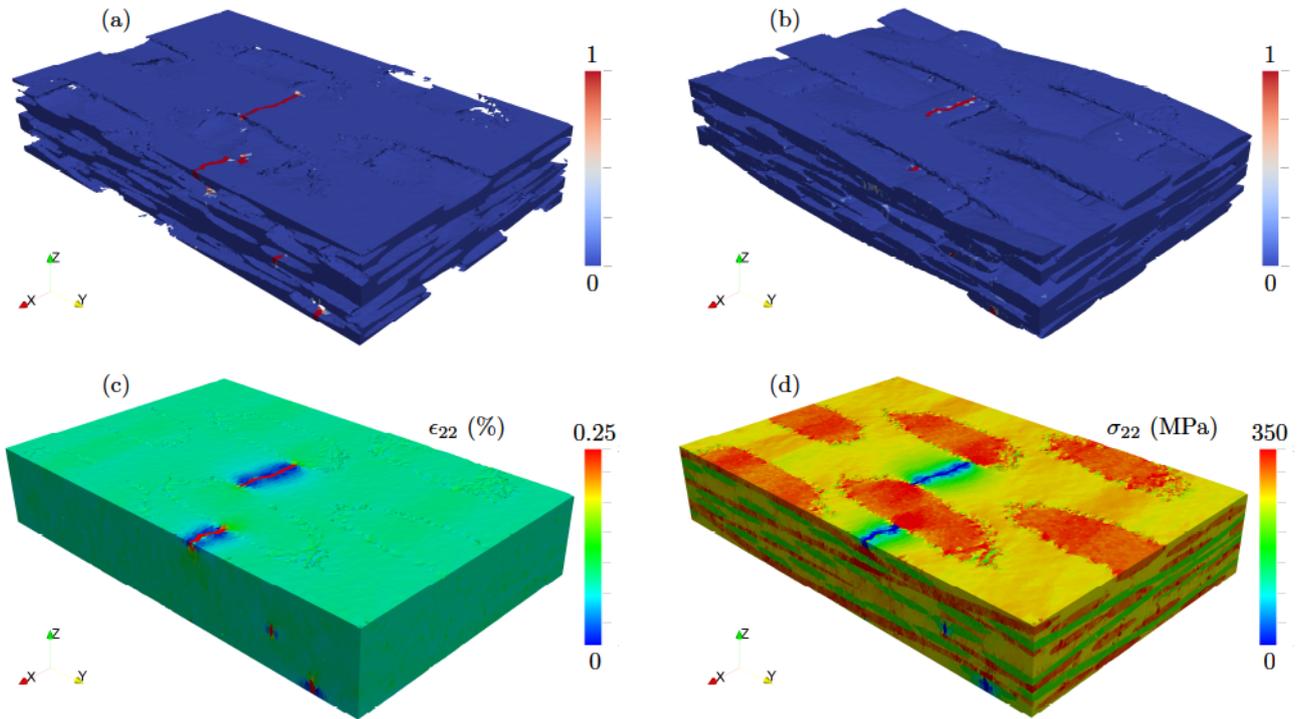


Figure 4.31 – Calcul d'endommagement réalisé sur une cellule à l'échelle mésoscopique dans le cas d'une sollicitation dans la direction  $y$  : (en haut) cartographies des variables d'endommagement à 0.083% de déformation dans (a) la matrice et (b) les torons ; (en bas) cartographies au même niveau de chargement sur l'ensemble de la cellule (c) des déformations  $\epsilon_{22}$  et (d) des contraintes  $\sigma_{22}$ .

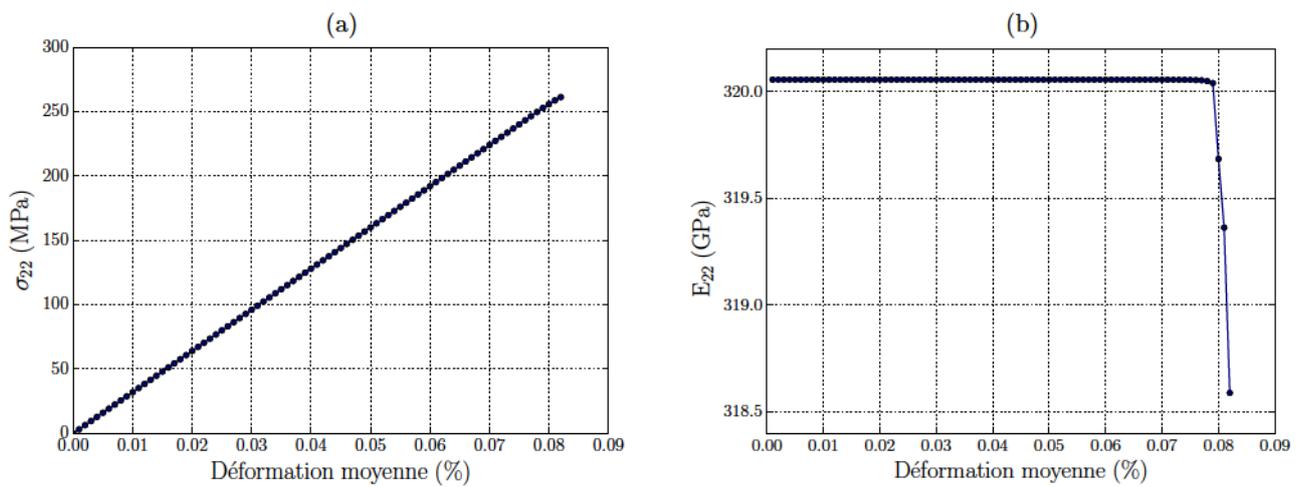


Figure 4.32 – (a) Courbe de contraintes-déformation et (b) évolution du module élastique au cours du chargement.

## 4.4 Conclusion

Ce chapitre a permis de mettre en place une démarche multi-échelle micro-méso pour modéliser les endommagements dans des structures CMC tissées.

Des calculs d'endommagement à l'échelle micro ont dans un premier temps été réalisés, en utilisant des zones cohésives aux interfaces fibres/matrice ainsi que des lois continues d'endommagement régularisées par la taille des éléments de maillage pour les éléments volumiques. Ces lois simples permettent de reproduire le comportement quasi-fragile attendu des cellules micro. Les séquences d'endommagement simulées sont réalistes, avec l'initiation de décohésions fibres/matrice, suivie de la coalescence de ces dernières jusqu'à la création d'une fissure principale orientée par le chargement.

Sur la base d'essais virtuels à l'échelle micro, une loi d'endommagement des fils a été proposée en identifiant (i) un critère d'amorçage quadratique en contraintes dans le plan normal aux fibres, (ii) la dégradation du tenseur de rigidité ainsi que (iii) l'évolution des variables d'endommagement. Des calculs ont été réalisés à l'échelle micro sur des torons virtuels entiers. Les résultats ont été comparés avec ceux obtenus sur des cellules méso équivalentes en utilisant la procédure d'homogénéisation. Le bon accord entre les réponses aux deux échelles a permis de valider le pont micro-méso.

On a par ailleurs montré qu'il existait une dépendance importante des propriétés à rupture vis-à-vis de la dimension des cellules micro. Des cellules trop petites ne présentent plus le comportement quasi-fragile attendu car le domaine est trop réduit pour que les reports de charge s'effectuent correctement. La taille des éléments de maillage à l'échelle mésoscopique, d'environ 50  $\mu\text{m}$ , semble être un bon compromis entre la discrétisation spatiale de l'architecture et la propagation de l'endommagement. Des premiers calculs non-linéaires à l'échelle mésoscopique sur des cellules tissées 3D ont ainsi pu être réalisés, simulant de manière satisfaisante la création de premières fissures localisées.

Les **Chapitre 3** et **Chapitre 4** ont donc été consacrés à la mise en place d'une chaîne d'outils numériques permettant de simuler les premiers endommagements aux échelles micro et méso. Ces outils sont dans la suite du manuscrit appliqués au matériau SAFRAN afin de comparer les simulations aux résultats expérimentaux.

## Chapitre 5

# Application des modèles au matériau d'étude

### Sommaire

---

<b>5.1</b>	<b>Calculs à l'échelle micro</b>	<b>152</b>
5.1.1	Segmentation des micrographies	152
5.1.2	Études de variabilité	156
<b>5.2</b>	<b>Calculs à l'échelle mésoscopique</b>	<b>163</b>
5.2.1	Segmentation et maillage des textures mésoscopiques	163
5.2.2	Influence des hétérogénéités intra-toron à l'échelle supérieure	165
5.2.3	Validation sur des essais de traction classiques	166
<b>5.3</b>	<b>Confrontation aux essais <i>in situ</i> sous <math>\mu</math>CT</b>	<b>170</b>
5.3.1	Discussion autour des conditions aux limites	170
5.3.2	Prévision des sites d'amorçage	173
<b>5.4</b>	<b>Vers une approche de conception matériau numérique</b>	<b>175</b>
5.4.1	Relations entre la mésostructure et les premiers endommagements	175
5.4.2	Bilan : bénéfices de l'approche de modélisation multi-échelle proposée	179

---

---

**CHAPITRE CONFIDENTIEL**  
*Version complète disponible en 2023*

---

# Conclusion générale

## Rappel du contexte et des objectifs de la thèse

Grâce à leurs excellentes propriétés thermostructurales, les composites SiC/SiC à matrice MI sont activement développés pour remplacer les superalliages métalliques dans les zones chaudes de moteurs aéronautiques civils. En effet, leur utilisation permet d'augmenter significativement les températures de fonctionnement de la chambre de combustion, réduisant ainsi la consommation de carburant. Comprendre et prédire l'apparition des premiers endommagements en service constitue donc un enjeu industriel majeur pour la certification des pièces aéronautiques.

Sur de tels matériaux haute performance, une démarche purement empirique conduit à d'importants surcoûts expérimentaux de validation et de développement. C'est pourquoi des modèles numériques prédictifs doivent être développés en parallèle afin de (i) mieux maîtriser le dimensionnement des structures et (ii) apporter un support à la conception matériau. Même si certains modèles d'endommagement macroscopiques phénoménologiques semblent bien adaptés pour répondre au premier point, l'optimisation de l'architecture du composite doit passer par des approches complémentaires permettant d'établir plus clairement des liens entre la microstructure du matériau aux différentes échelles et ses propriétés.

C'est pourquoi ces travaux de thèse ont porté sur le développement d'une démarche micro-mésos expérimentale et numérique, destinée à l'étude des premiers endommagements.

## Démarche proposée et principaux résultats

**Caractérisation expérimentale des endommagements** La première partie du travail a été consacrée à la caractérisation expérimentale des endommagements. Il apparaît en effet nécessaire, avant d'entreprendre la modélisation des endommagements, d'identifier précisément les mécanismes que l'on souhaite simuler numériquement.

Étant donné la nature diffuse, non-localisée et multi-échelle des endommagements dans ce type de matériaux, des essais *in-situ* sous  $\mu$ CT et sous MEB ont été privilégiés. Ces méthodes d'observation directes permettent d'obtenir des informations à des échelles compatibles avec les modèles numériques vers lesquels nous nous sommes orientés. Ce type d'essais requiert cependant l'utilisation d'éprouvettes de faibles dimensions, typiquement de l'ordre d'un demi VER géométrique textile. C'est pourquoi la question de la représentativité de tels échantillons vis-à-vis des premiers endommagements a dans un premier temps été soulevée.

Pour y répondre, des essais ont été réalisés dans une machine de traction conventionnelle INSTRON 4505 et instrumentés à l'aide de moyens de mesures complémentaires (émission acoustique et corrélation d'images numériques). Les réponses mécaniques de ces petits échantillons ont été comparées avec celles obtenues sur des éprouvettes macroscopiques classiques testées dans le même dispositif de traction. Bien que les déformations à rupture des éprouvettes *in-situ* soient plus faibles, les premières pertes de rigidité ainsi que les premiers signaux acoustiques énergétiques apparaissaient à des niveaux de déformation moyenne comparables. Cela a donc permis de valider l'utilisation d'éprouvettes de tailles réduites pour l'étude des premiers endommagements.

Des essais préliminaires de traction *in-situ* sous  $\mu$ CT ont été réalisés sous le tomographe de laboratoire v|tom|x. Compte-tenu de l'encombrement de la mini-machine de traction, la meilleure résolution spatiale que l'on puisse obtenir est de 7  $\mu$ m. Des fissures ont pu être détectées au cours du chargement, témoignant de la faisabilité de ce type d'essais sur le matériau étudié. Néanmoins, en raison du faible contraste entre les différents constituants du matériau, cette résolution s'est révélée insuffisante pour relier le réseau de fissures à l'architecture tissée du matériau.

C'est pourquoi une campagne d'essais *in-situ* a été menée sous rayonnement synchrotron sur la ligne PSICHE du synchrotron SOLEIL, avec une résolution de 2.6  $\mu$ m. Deux essais de traction réalisés à température ambiante ont été étudiés plus en détail, l'un dans le sens des renforts et l'autre sous sollicitation hors-axes à 45°. L'initiation et la propagation des endommagements au cours du chargement ont pu être observées, puis des analyses quantitatives des réseaux de fissures matricielles ont été présentées. On a ainsi mis en évidence des différences entre les deux échantillons testés, en particulier concernant les caractéristiques morphologiques des fissures matricielles. Ces dernières sont en effet moins nombreuses dans le cas de l'éprouvette à 45°, mais se propagent sur de plus longues distances et présentent généralement une géométrie plus complexe. Il a par ailleurs été montré que les premières fissures matricielles apparaissent préférentiellement dans les torons transverses au chargement et dans la matrice MI pour une sollicitation dans les axes des renforts, et dans la matrice MI pour une sollicitation hors-axes à 45°. Les résidus de corrélation d'images volumiques ont également été analysés, fournissant localement des informations sur le couplage entre les fissures matricielles et les ruptures de fibres, intervenant pour des chargements plus avancés.

Afin d'étudier plus finement l'initiation des premières fissures à l'échelle des constituants, des essais complémentaires de traction *in-situ* sous MEB ont été réalisés. Ils ont mis en évidence le fait que les premières fissures matricielles dans les torons transverses au chargement observées sous  $\mu$ CT provenaient en fait de la coalescence de décohésions fibres/matrice intra-toron.

Ces essais *in-situ* ont finalement permis d'identifier des scénarii d'endommagement et de définir les mécanismes à introduire dans les simulations numériques. Dans le cadre de l'étude des premiers endommagements, nous nous sommes limités aux décohésions fibres/matrice conduisant à la fissuration transverse des torons, ainsi qu'à la fissuration de la matrice MI. Ces phénomènes intervenant à des échelles de description structurale différentes, une approche de modélisation micro-méso de l'endommagement a été proposée.

**Développement des outils de modélisation micro-méso** La seconde partie du manuscrit a été dédiée à la mise en place de la chaîne d'outils numériques pour simuler l'apparition des premiers endommagements.

Avant d'implémenter des critères et des lois d'endommagement à l'échelle mésoscopique, il a été nécessaire de définir les choix numériques concernant la description géométrique du tissage ainsi que la méthode de maillage à adopter. Pour cela, des modèles EF de la même texture mésoscopique ont été générés avec différents niveaux de détails morphologiques (lignes moyennes des renforts et formes des sections de torons) et avec différents maillages (conformes et réguliers). Des calculs élastiques ont permis d'évaluer l'influence de ces paramètres sur les propriétés effectives et sur les valeurs de contraintes locales calculées dans les torons transverses au chargement.

Tant que les taux respectifs de torons et de matrice sont conservés, les propriétés effectives calculées sont quasiment identiques, quelle que soit la description géométrique retenue ou le type de maillage choisi. En revanche, des différences significatives peuvent apparaître dans les champs locaux de contraintes, premier pas vers la modélisation des endommagements.

L'utilisation de maillages réguliers conduit à une mauvaise description géométrique des interfaces, se traduisant par des oscillations non-physiques dans les champs de contraintes. C'est pourquoi des maillages conformes tétraédriques ont été privilégiés. Une technique de maillage basée sur le raffinement de Delaunay a été retenue de par sa robustesse et son caractère automatique.

Concernant la description géométrique du tissage, la génération de modèles à l'échelle mésoscopique à partir de tomographies nous a semblé nécessaire. Il est en effet apparu qu'une texture générée virtuellement ne permettait pas de décrire de manière suffisamment précise les défauts de tissage dans la préforme, conduisant à des écarts significatifs dans les contraintes locales calculées.

La modélisation multi-échelle des endommagements a ensuite été entreprise. Des cellules micro de  $50\ \mu\text{m}$  (soit une quinzaine de fibres) ont été générées, ce qui correspond à la longueur caractéristique moyenne des éléments de maillage à l'échelle mésoscopique. La fissuration transverse des torons a été simulée, en particulier via l'utilisation de zones cohésives pour représenter les décohésions fibres/matrice. On a ainsi pu reproduire les séquences d'endommagement observées à cette échelle, ainsi que le comportement quasi-fragile des cellules.

L'originalité de la démarche proposée a résidé dans l'identification des critères et lois continues d'endommagement des torons à partir d'essais virtuels conduits sur les cellules micro. On a montré que pour la taille de cellules considérée, la procédure d'homogénéisation permettait de suffisamment bien traduire la fissuration transverse des torons à l'échelle supérieure, validant ainsi le pont micro-méso.

Une loi d'endommagement de la matrice MI a également été implémentée, reposant sur un formalisme proche de celui utilisé pour les torons. Cela a permis de modéliser de manière réaliste l'apparition de premières fissures localisées en 3D à l'échelle mésoscopique.

**Application des modèles numériques et études de sensibilité** L'approche de modélisation multi-échelle développée a ensuite été appliquée au matériau d'étude et validée par des confrontations expériences/simulations.

D'un point de vue macroscopique, les modèles numériques ont permis de calculer des propriétés effectives cohérentes et de traduire correctement les premières non-linéarités dans le comportement mécanique lors d'essais de traction uniaxiale. Pour aller plus loin, les essais *in-situ* réalisés sous rayonnement synchrotron ont été simulés, en construisant les modèles EF des éprouvettes directement à partir des tomographies. Les conditions aux limites ont été évaluées par DVC, révélant le fait que les échantillons étaient en réalité soumis à un gradient de chargement. Malgré cela, les premières fissures prédites par le calcul ont été en bon accord avec celles observées expérimentalement.

Des études de sensibilité ont finalement été réalisées, visant à ouvrir le débat et orienter la réflexion quant à l'architecture idéale que devrait présenter le matériau aux différentes échelles pour retarder l'apparition des premiers endommagements. Une base de données de cellules micro a été constituée à partir de micrographies du matériau, permettant d'évaluer l'influence de la microstructure sur la réponse mécanique. Il est apparu que les hétérogénéités de microstructure (et en particulier les microporosités intra-toron) jouaient à l'échelle micro un rôle prépondérant vis-à-vis de la fissuration transverse des cellules. En revanche, les hétérogénéités microstructurales n'ont à l'échelle mésoscopique qu'une influence modérée sur la formation des premières fissures localisées. Ces dernières, qui s'accompagnent des premières pertes de rigidité dans le comportement mécanique du matériau, semblent en effet nettement plus dépendantes de la mésostructure elle-même.

Des études proposées en guise d'ouverture ont montré la possibilité d'intégrer et de juger de l'effet relatif de différents défauts de santé matière à l'échelle mésoscopique sur l'initiation des premières fissures localisées.

## Perspectives

**Validation des modèles d'endommagement** Pour aller plus loin dans la validation des modèles développés, les champs cinématiques ainsi que les résidus mesurés par corrélation d'images (sur les essais *in situ* sous MEB ou sous  $\mu$ CT) pourraient être comparés à ceux calculés par éléments finis. Cela fournirait des indicateurs quantitatifs traduisant l'écart entre les expériences et les simulations. Dans un second temps, la corrélation d'images numériques intégrée pourrait être envisagée afin d'identifier les paramètres des lois de comportement utilisés aux différentes échelles.

**Améliorations des outils numériques pour simuler les endommagements** Les modèles d'endommagement développés ont un domaine de validité limité. Ils n'ont en effet été implémentés qu'à température ambiante et permettent de traduire uniquement les premiers mécanismes d'endommagement. À l'échelle mésoscopique, une loi continue d'endommagement plus complète permettant de prendre en compte la fissuration des torons dans des plans non orthogonaux aux fibres pourrait être envisagée. Cela offrirait une plus grande flexibilité quant aux chargements possibles à appliquer. En conservant la même approche multi-échelle, cela nécessiterait à l'échelle micro l'utilisation de CZM plus élaborés, prenant en compte les frottements et les glissements interfaciaux. L'ajout de complexité

sur les mécanismes d'endommagement pourrait cependant s'accompagner de difficultés numériques supplémentaires pour la convergence des simulations.

Les composites SiC/SiC MI étant destinés à fonctionner dans les zones chaudes de moteur, l'effet de la température pourrait également être pris en compte. Dans un premier temps, la dilatation thermique et le comportement en fluage des constituants individuels devraient être caractérisés expérimentalement pour être ensuite intégrés dans les lois de comportement aux échelles micro et méso. Des études de sensibilité similaires à celles présentées dans le cas des premiers endommagement permettraient alors de mieux comprendre les liens entre l'organisation des constituants et l'apparition de contraintes thermiques au sein du matériau.

Le choix d'outils numériques simples pour simuler les endommagements a été en partie guidé par la volonté de mener la démarche de modélisation multi-échelle jusqu'au bout. Rien n'empêche cependant de décliner cette approche en intégrant des méthodes numériques plus avancées, tant dans les modèles de fissuration que dans le changement d'échelle proposé. Les lois continues d'endommagement pourraient ainsi être remplacées, soit en se plaçant dans le cadre de la mécanique de la rupture en introduisant les fissures de manière discrète dans le maillage, soit par exemple en utilisant des éléments finis enrichis. Cela réduirait d'une part la dépendance au maillage et permettrait surtout une meilleure description de la fissure. Cet aspect est essentiel pour espérer traiter des problèmes de durée de vie du matériau, prenant en compte les couplages complexes entre les endommagements et les phénomènes d'oxydation et nécessitant des données telles que l'ouverture des fissures. Concernant le changement d'échelle micro-méso, la base cinématique des éléments finis à l'échelle mésoscopique pourrait être enrichie à partir de calculs réalisés à l'échelle micro.

**Passage à l'échelle supérieure** La démarche expérimentale et numérique développée dans ces travaux de thèse a été restreinte à l'étude des endommagements sur des échantillons prélevés sur des plaques dites « nominales ». Les calculs d'endommagement à l'échelle mésoscopique n'ont été réalisés que sur des volumes réduits en comparaison de pièces aéronautiques réelles. Le passage à l'échelle supérieure n'est pas immédiat et s'accompagne d'un certain nombre de difficultés qu'il convient de mentionner.

D'une part, les moyens de calculs ne permettent actuellement pas de réaliser ce type de simulations sur des volumes significativement plus importants. Il faudrait donc mettre en place un nouveau pont méso-macro afin de réduire le nombre de degrés de libertés du système, tout en préservant les spécificités de la texture mésoscopique. Parmi les voies envisagées pour réaliser ce nouveau changement d'échelles, le zoom structural ainsi que l'enrichissement des propriétés des éléments macroscopiques apparaissent comme des options crédibles.

D'autre part, les procédés de fabrication de pièces aéronautiques sont nécessairement plus complexes et conduisent à des gradients de microstructure sur des distances plus importantes. De nouveaux défauts de santé matière tels que des macroporosités inter-torons, des crus de poudres SiC ou d'importants défauts de tissage peuvent par ailleurs apparaître. L'étude proposée dans la partie 5.4.1 a montré qu'il était possible de traiter ce type de défauts dans les maillages à l'échelle mésoscopique. Cependant, la manière de les intégrer dans les modèles numériques à l'échelle supérieure reste une question ouverte qui nécessite la mise en place d'essais expérimentaux. Sur des pièces de géométrie complexe, ces

défauts de santé matière pourraient en effet être à l'origine de nouveaux mécanismes d'endommagement prépondérants qu'il convient de caractériser. Or il semble peu raisonnable d'effectuer les mêmes essais *in-situ* sous  $\mu$ CT que ceux réalisés dans le cadre de cette thèse sur des pièces de dimensions supérieures. Un réel effort est donc à fournir pour développer de nouveaux moyens expérimentaux et des méthodes d'analyses permettant d'obtenir des données d'entrées pour les simulations numériques.

# Annexe A

## Mesures de champs cinématiques par corrélation d'images

La corrélation d'images numériques (DIC) consiste à déterminer la transformation entre une image de référence et une image déformée. Elle peut aussi bien être appliquée en surface qu'en volume, la corrélation d'images volumiques (DVC) n'étant qu'une extension en 3D de la DIC. Cette annexe reprend certains des développements publiés par le LMT [Hil08 ; Rou08 ; Tai14] avec le même formalisme.

**Approches locales** La ROI (Region Of Interest) est décomposée en plusieurs sous-volumes (ou imagerie) indépendants. En minimisant le coefficient de corrélation entre un sous-volume de l'image de référence et l'image déformée, la transformation mécanique moyenne (translation, rotation et éventuellement distorsion) peut être identifiée. L'opération est répétée de façon indépendante sur chaque imagerie afin d'apparier l'ensemble de la ROI. Même si ces approches locales sont assez simples numériquement à mettre en œuvre, elles n'assurent pas la continuité du champ de déplacement entre les sous-volumes. Le champ de déplacement peut éventuellement être discrétisé sur une grille formée par les centres des imagerie, puis interpolé sur l'ensemble de la ROI. Cela ne suffit toutefois pas à dépasser cette limite inhérente aux approches locales.

**Approches globales** Dans les approches globales au contraire, le champ cinématique  $\mathbf{u}(\mathbf{x})$  est directement recherché sur l'ensemble de la ROI  $\Omega$ . La conservation du flot optique impose :

$$f(\mathbf{x}) = g(\mathbf{x} + \mathbf{u}(\mathbf{x})) \quad (\text{A.1})$$

où  $f(\mathbf{x})$  désigne la fonction de niveaux de gris de l'image de référence et  $g(\mathbf{x} + \mathbf{u}(\mathbf{x}))$  l'image déformée corrigée par le champ de déplacement. Le résidu de corrélation est noté  $\phi_c(\mathbf{x})$  et s'exprime :

$$\phi_c(\mathbf{x}) = |g(\mathbf{x} + \mathbf{u}(\mathbf{x})) - f(\mathbf{x})| \quad (\text{A.2})$$

Trouver  $\mathbf{u}$  en tout point  $\mathbf{x}$  revient donc à minimiser la différence quadratique  $\Phi_c^2$  intégrée sur l'ensemble de la ROI :

$$\Phi_c^2 = \frac{1}{2} \int_{ROI} (g(\mathbf{x} + \mathbf{u}(\mathbf{x})) - f(\mathbf{x}))^2 dx \quad (\text{A.3})$$

Or le champ de déplacement contient deux composantes en chaque pixel (ou trois en chaque voxel). Il est donc impossible de déterminer  $\mathbf{u}$  en chaque point de façon indépendante. La solution consiste à

décomposer le champ de déplacement en une combinaison linéaire de fonctions vectorielles  $\Psi_n(x)$  :

$$\mathbf{u}(x) = \sum_n u_n \Psi_n(x) \quad (\text{A.4})$$

La méthode est extrêmement générale puisque les composantes de la base cinématique  $\Psi_n(x)$  peuvent en principe être quelconques. En pratique, on projette  $\mathbf{u}(x)$  sur une base continue de type EF. En utilisant une méthode itérative de Newton modifiée, la minimisation  $\Phi_c^2$  par-rapport aux degrés de libertés inconnus  $u_n$  (contenus dans le vecteur  $\{u\}$ ) revient à résoudre le système linéaire suivant :

$$[M] \{\delta u\} = \{b\} \quad (\text{A.5})$$

où la matrice  $[M]$  ne dépend que des gradients de niveaux de gris de l'image de référence et des fonctions de forme choisies. Pour faire l'analogie avec les éléments finis classiques,  $[M]$  est assimilable à la matrice globale de raideur et  $\{b\}$  au vecteur chargement.

**Approches régularisées** Jusqu'ici, la détermination du champ de déplacement se base uniquement sur la conservation du flot optique, mais n'assure en rien que  $\mathbf{u}(x)$  soit mécaniquement admissible. C'est à partir de ce constat qu'ont émergé les approches dites régularisées. Dans ces dernières, des connaissances sont ajoutées sur le comportement mécanique du matériau. Pour un matériau élastique par exemple, on exige que le champ de déplacement soit solution d'un problème d'élasticité, et donc qu'il satisfasse :

$$[K] \{u\} = \{f\} \quad (\text{A.6})$$

où  $[K]$  désigne la matrice de rigidité en chaque nœud et  $\{f\}$  les forces extérieures associées. On considère ici que les bords extérieurs sont libres d'effort et donc que toutes les valeurs du vecteur  $\{f\}$  sont nulles. L'équilibre mécanique permet alors de définir une nouvelle fonctionnelle  $\Phi_{reg}^2$  :

$$\Phi_{reg}^2 = \{u\}^t [K]^t [K] \{u\} \quad (\text{A.7})$$

La procédure régularisée de corrélation d'images passe donc à présent par la minimisation simultanée de la fonctionnelle classique de corrélation d'images  $\Phi_c^2$  et de la fonctionnelle liée à la régularisation mécanique  $\Phi_{reg}^2$ . Le nouveau système d'équations à résoudre de manière itérative s'écrit alors :

$$([M] + [N]) \{\delta u\} = \{b\} - [N] \{u\} \quad (\text{A.8})$$

avec :

$$[N] = (2\pi |\mathbf{k}| l_r)^4 \frac{\{v\}^t [M] \{v\}}{\{v\}^t [K]^t [K] \{v\}} [K]^t [K] \quad (\text{A.9})$$

où  $\mathbf{v}(x)$  désigne un champ de déplacement test défini comme une onde plane de vecteur d'onde  $\mathbf{k}$  et  $l_R$  la longueur de régularisation. La régularisation mécanique agit en fait comme un filtre mécanique passe-bas sur les faibles longueurs d'onde, et permet en général de réduire significativement les incertitudes de mesure. À plus forte échelle, la fonctionnelle de corrélation classique  $\Phi_c^2$  domine.

## Annexe B

# Rappels sur la micro-tomographie X

La micro-tomographie X ( $\mu$ CT) est une méthode non destructive permettant d'obtenir une représentation 3D d'un échantillon par acquisition de projections 2D. Une source émet des rayons X qui, en traversant le matériau, sont atténués selon la loi d'absorption de Beer-Lambert. Dans le cas général, l'intensité transmise, notée  $I$ , est donnée par :

$$I = \int I_0(E) \cdot \exp \left[ \sum_i (-\mu_i x_i) \right] dE \quad (\text{B.1})$$

où  $I_0$  correspond à l'intensité du rayon incident, couvrant un spectre de fréquences dans le cas d'un rayonnement polychromatique.  $\mu_i$  et  $x_i$  désignent respectivement le coefficient d'absorption et la longueur traversée de chaque matériau  $i$ .

Afin d'obtenir une irradiation sous différents angles, l'objet est mis en rotation autour d'un axe normal au faisceau incident. Au cours de la rotation, les projections 2D sont enregistrées par des détecteurs CDD (ou CMOS) qui collectent en chaque pixel le flux de photons incidents.

Des algorithmes, notamment la rétroprojection filtrée [Fel84], permettent ensuite de reconstruire les coupes du matériau dans le plan axial. Il est alors possible d'obtenir une reconstruction 3D de l'échantillon où le niveau de gris de chaque voxel correspond à l'atténuation du matériau traversé.

Le faisceau incident peut être de nature conique ou parallèle. Contrairement au rayonnement conique qui provient d'un tube à rayons X, le rayonnement synchrotron est produit en accélérant des électrons à des vitesses relativistes dans un anneau de stockage. En présence de champs magnétiques intenses, ces électrons de très haute énergie émettent des photons tangentiellement à leur trajectoire. Le flux de photons ainsi obtenu est nettement plus important qu'avec une source conique. Ce faisceau, parallèle et monochromatique, permet notamment (i) des acquisitions plus rapides, (ii) une meilleure résolution spatiale et (iii) une réduction du ratio signal sur bruit. Contrairement aux sources coniques dont de plus en plus de laboratoires s'équipent, les sources synchrotrons sont chères, peu accessibles et demandent de très lourdes infrastructures (ESRF à Grenoble, Soleil à Saclay...). La figure B.1 illustre le principe de fonctionnement de la tomographie sous rayonnement conique et sous rayonnement synchrotron.

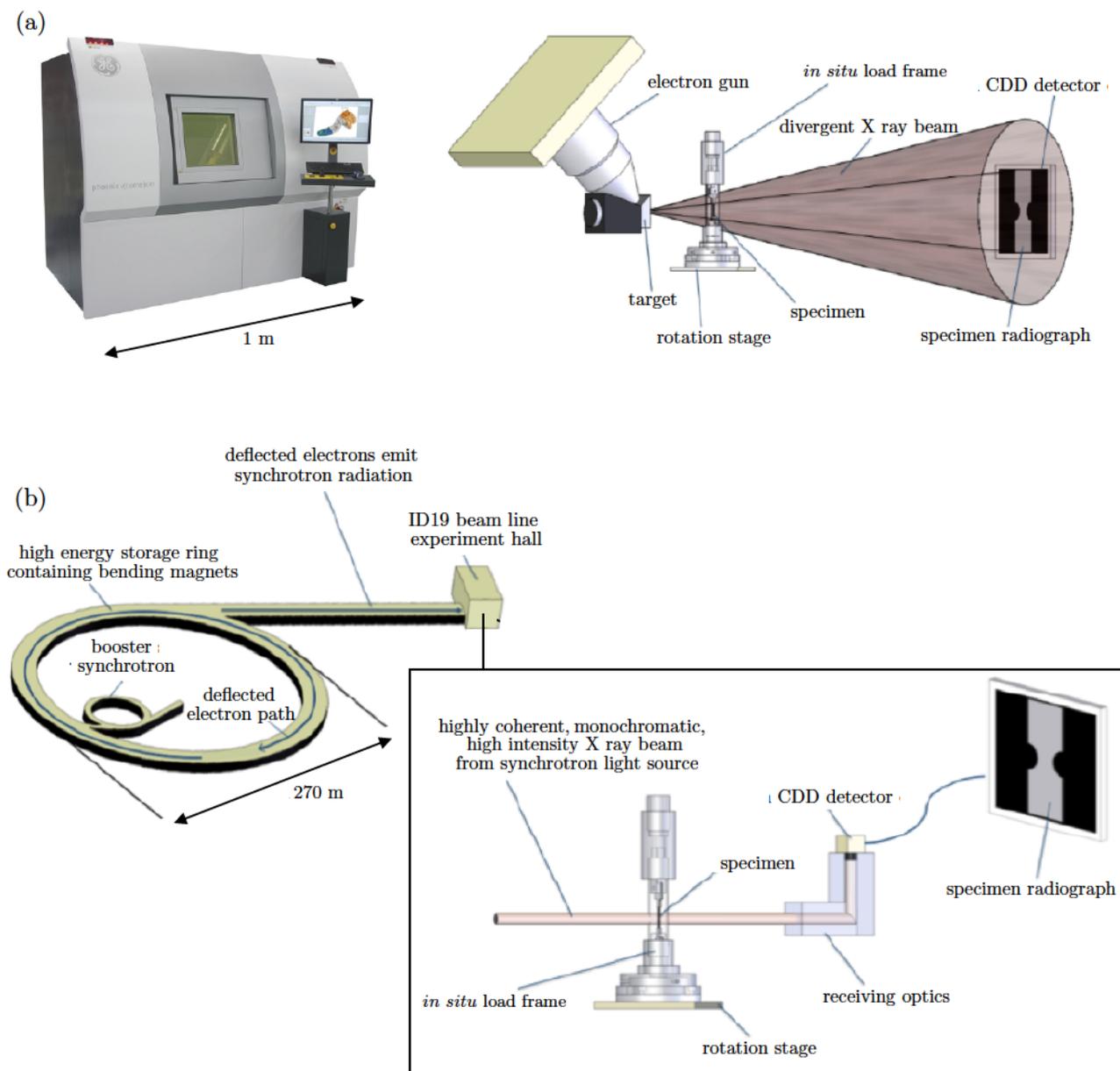


Figure B.1 – Illustration du principe de fonctionnement de la micro-tomographie X : (a) tomographe de laboratoire à faisceau conique, (b) synchrotron ESRF à faisceau parallèle (d'après [Wri11]).

---

**ANNEXE CONFIDENTIELLE**

**Version complète disponible en 2023**

---

---

**ANNEXE CONFIDENTIELLE**

**Version complète disponible en 2023**

---

# Bibliographie

- [Abo12] Z. ABOURA, G. HELLO, H. KEBIR, M.A. TIAR et M.L. BENZEGGAGH. « Finite element modeling of mechanical behavior of 3D composite materials ». In : *Proceedings of ECCM-15 conference. Venice*. 2012.
- [ACA11] ACARE. *ACARE Flightpath 2050 - Europe's Vision for Aviation*. 2011. URL : <https://www.acare4europe.org/documents/latest-acare-documents/acare-flightpath-2050> (visité le 10/02/2018).
- [Ada98] S. ADANUR et T. LIAO. « 3D modeling of textile composite preforms ». In : *Composites Part B : Engineering* 29.6 (1998), p. 787–793.
- [Agu05] F. AGUET, M. JACOB et M. UNSER. « Three-dimensional feature detection using optimal steerable filters ». In : *Image Processing, 2005. ICIIP 2005. IEEE International Conference on*. T. 2. IEEE. 2005, p. II–1158.
- [All05] P. ALLIEZ, D. COHEN-STEINER, M. YVINEC et M. DESBRUN. « Variational tetrahedral meshing ». In : *ACM SIGGRAPH 2005 Courses*. ACM. 2005, p. 10.
- [All18] C. ALLIEZ P.and Jamin, L. RINEAU, S. TAYEB, J. TOURNOIS et M. YVINEC. « 3D Mesh Generation ». In : *CGAL User and Reference Manual*. 4.11.1. CGAL Editorial Board, 2018. URL : [http://doc.cgal.org/4.11.1/Manual/packages.html#PkgMesh\\_3Summary](http://doc.cgal.org/4.11.1/Manual/packages.html#PkgMesh_3Summary).
- [Arb07] P. ARBENZ et C. FLAIG. « On smoothing surfaces in voxel based finite element analysis of trabecular bone ». In : *International Conference on Large-Scale Scientific Computing*. Springer. 2007, p. 69–77.
- [Arg06] I. ARGANDA-CARRERAS, C.O.S. SORZANO, R. MARABINI, J.M CARAZO, C. ORTIZ-DE-SOLORZANO et J. KYBIC. « Consistent and elastic registration of histological sections using vector-spline regularization ». In : *International Workshop on Computer Vision Approaches to Medical Image Analysis*. Springer. 2006, p. 85–95.
- [Aug13] F. AUGUIN. *Étude de conception d'une mini-machine de traction à chaud*. Rapp. tech. Laboratoire des Composites Thermo-Structuraux (LCTS) - UMR5801 CNRS-UB-CEA-SAFRAN, 33600 Pessac, France, 2013.
- [Aza11] H. AZADI et A.R. KHOEI. « Numerical simulation of multiple crack growth in brittle materials with adaptive remeshing ». In : *International journal for numerical methods in engineering* 85.8 (2011), p. 1017–1048.
- [Bal12] H. BALE, M. BLACKLOCK, M.R. BEGLEY, D.B. MARSHALL, B.N. COX et R.O. RITCHIE. « Characterizing Three-Dimensional Textile Ceramic Composites Using Synchrotron X-Ray Micro-Computed-Tomography ». In : *Journal of the American Ceramic Society* 95.1 (2012), p. 392–402.
- [Bal13] H.A. BALE, A. HABOUB, A.A. MACDOWELL, J.R. NASIATKA, D.Y. PARKINSON, B.N. COX, D.B. MARSHALL et R.O. RITCHIE. « Real-time quantitative imaging of failure events in materials under load at temperatures above 1,600 C ». In : *Nature materials* 12.1 (2013), p. 40.

- [Bal15] M.K. BALLARD et J.D. WHITCOMB. « Prediction of progressive damage at the fiber/matrix scale using cohesive zone elements ». In : *56th AIAA/ASCE/AHS/ASC Structures, Structural Dynamics, and Materials Conference*. 2015, p. 0391.
- [Bar62] G.I. BARENBLATT. « The mathematical theory of equilibrium cracks in brittle fracture ». In : *Advances in applied mechanics*. T. 7. Elsevier, 1962, p. 55–129.
- [Baž07] Z.P. BAŽANT et S-D. PANG. « Activation energy based extreme value statistics and size effect in brittle and quasibrittle fracture ». In : *Journal of the Mechanics and Physics of Solids* 55.1 (2007), p. 91–131.
- [Baž83] Z.P. BAŽANT et B.H. OH. « Crack band theory for fracture of concrete ». In : *Matériaux et construction* 16.3 (1983), p. 155–177.
- [Bed12] E. BEDOGNI, D. IVANOV, S.V. LOMOV, A. PIRONDI, M. VETTORI et I. VERPOEST. « Creating finite element models of 3D woven fabrics and composites : Semi-automated solution of interpenetration problem ». In : *15th European Conference on Composite Materials (ECCM-15). Venice, Italy2012*. 2012.
- [Bel10] T. BELYTSCHKO et J-H. SONG. « Coarse-graining of multiscale crack propagation ». In : *International journal for numerical methods in engineering* 81.5 (2010), p. 537–563.
- [Ben19] J. BENEZECH. « Modélisation à l'échelle mésoscopique du comportement thermomécanique de zones singulières de pièces aéronautiques en CMC ». Thèse de doct. Université de Bordeaux, 2019.
- [Böh15] R. BÖHM, J. STILLER, T. BEHNISCH, M. ZSCHEYGE, R. PROTZ, S. RADLOFF, M. GUDE et W. HUFENBACH. « A quantitative comparison of the capabilities of in situ computed tomography and conventional computed tomography for damage analysis of composites ». In : *Composites Science and Technology* 110 (2015), p. 62–68.
- [Bol09] D. BOLTCHIEVA, M. YVINEC et J-D. BOISSONNAT. « Mesh generation from 3d multi-material images ». In : *International Conference on Medical Image Computing and Computer-Assisted Intervention*. Springer. 2009, p. 283–290.
- [Bor95] H. BOROUCAKI et P. LAUG. « Le mailleur adaptatif bidimensionnel BL2D : manuel d'utilisation et documentation ». Thèse de doct. INRIA, 1995.
- [Bos14] E. BOSCO, V.G. KOUZNETSOVA, E.W.C. COENEN, M.G.D. GEERS et A. SALVADORI. « A multiscale framework for localizing microstructures towards the onset of macroscopic discontinuity ». In : *Computational Mechanics* 54.2 (2014), p. 299–319.
- [Bou03] P-O. BOUCHARD, F. BAY et Y. CHASTEL. « Numerical modelling of crack propagation : automatic remeshing and comparison of different criteria ». In : *Computer methods in applied mechanics and engineering* 192.35-36 (2003), p. 3887–3908.
- [Bou14] A. BOUTERF. « Comportement mécanique de la plaque de plâtre étudié par tomographie et essais mécaniques in-situ ». Thèse de doct. École normale supérieure de Cachan-ENS Cachan, 2014.
- [Boy06] S.K. BOYD et R. MÜLLER. « Smooth surface meshing for automated finite element model generation from 3D image data ». In : *Journal of Biomechanics* 39.7 (2006), p. 1287–1295.
- [Bra16] M. BRAGINSKY et C.P. PRZYBYLA. « Simulation of crack propagation/deflection in ceramic matrix continuous fiber reinforced composites with weak interphase via the extended finite element method ». In : *Composite Structures* 136 (2016), p. 538–545.

- [Bre86] J.J. BRENNAN. « Interfacial characterization of glass and glass-ceramic matrix/Nicalon SiC fiber composites ». In : *Tailoring multiphase and composite ceramics*. Springer, 1986, p. 549–560.
- [Bud86] B. BUDIANSKY, J.W. HUTCHINSON et A.G. EVANS. « Matrix fracture in fiber-reinforced ceramics ». In : *Journal of the Mechanics and Physics of Solids* 34.2 (1986), p. 167–189.
- [Bul16] A. BULJAC, T. TAILLANDIER-THOMAS, T.F. MORGENEYER, L. HELFEN, S. ROUX et F. HILD. « Slant strained band development during flat to slant crack transition in AA 2198 T8 sheet : in situ 3D measurements ». In : *International Journal of Fracture* 200.1-2 (2016), p. 49–62.
- [Bul17] A. BULJAC, M. SHAKOOR, J. NEGGERS, M. BERNACKI, P-O. BOUCHARD, L. HELFEN, T.F. MORGENEYER et F. HILD. « Numerical validation framework for micromechanical simulations based on synchrotron 3D imaging ». In : *Computational Mechanics* 59.3 (2017), p. 419–441.
- [Bun06] A.R. BUNSELL et A. PIANT. « A review of the development of three generations of small diameter silicon carbide fibres ». In : *Journal of Materials Science* 41.3 (2006), p. 823–839.
- [Cam15] P.P. CAMANHO, A. ARTEIRO, A.R. MELRO, G. CATALANOTTI et M. VOGLER. « Three-dimensional invariant-based failure criteria for fibre-reinforced composites ». In : *International Journal of Solids and Structures* 55 (2015), p. 92–107.
- [Cam16] G. CAMUS, C. LORRERRE, R. PAILLER, F. REBILLAT, B. REIGNER et F. TEYSSANDIER. « Matériaux composites à matrice céramique et à renfort par fibres longues ». In : *Techniques de l'ingénieur* (2016).
- [Car01] N. CARRÈRE. « Sur l'analyse multiechelle des matériaux composites à matrice métallique : application au calcul de structure ». Thèse de doct. Palaiseau, Ecole polytechnique, 2001.
- [Cat14] O. CATY, P. IBARROULE, M. HERBRETEAU, F. REBILLAT, E. MAIRE et G.L. VIGNOLES. « Application of X-ray computed micro-tomography to the study of damage and oxidation kinetics of thermostructural composites ». In : *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section B : Beam Interactions with Materials and Atoms* 324 (2014), p. 113–117.
- [Cer10] M. CERVERA, L. PELÀ, R. CLEMENTE et P. ROCA. « A crack-tracking technique for localized damage in quasi-brittle materials ». In : *Engineering Fracture Mechanics* 77.13 (2010), p. 2431–2450.
- [Cha02] N. CHANDRA, H. LI, C. SHET et H. GHONEM. « Some issues in the application of cohesive zone models for metal–ceramic interfaces ». In : *International Journal of Solids and Structures* 39.10 (2002), p. 2827–2855.
- [Cha11a] C. CHATEAU. « Analyse expérimentale et modélisation micromécaniques du comportement élastique et de l'endommagement de composites SiC/SiC unidirectionnels ». Thèse de doct. Ecole Polytechnique X, 2011.
- [Cha11b] C. CHATEAU, L. GÉLÉBART, M. BORNERT, J. CRÉPIN, E. BOLLER, C. SAUDER et W. LUDWIG. « In situ X-ray microtomography characterization of damage in SiCf/SiC mini-composites ». In : *Composites Science and Technology* 71.6 (2011), p. 916–924.
- [Cha15] C. CHAPOULLIÉ, J-P. DA COSTA, M. CATALDI, G. VIGNOLES et C. GERMAIN. « Orientation-guided two-scale approach for the segmentation and quantitative description of woven bundles of fibers from three-dimensional tomographic images ». In : *Journal of Electronic Imaging* 24.6 (2015), p. 061113.

- [Cha17] M. CHARRON. « Modélisation basée images du comportement thermomécanique de composite C/C ». Thèse de doct. Université de Bordeaux, 2017.
- [Che17] Y. CHEN. « Damage mechanisms of SiC/SiC composite tubes : three-dimensional analysis coupling tomography imaging and numerical simulation ». Thèse de doct. Université Paris-Est, 2017.
- [Chi13] V. CHIARUTTINI, V. RIOLO et F. FEYEL. « Advanced remeshing techniques for complex 3D crack propagation ». In : *ICF13*. 2013.
- [Cho95] G. CHOLLON. « Fibres céramiques à base de carbure de silicium et à faible taux d'oxygène/par Georges Chollon ». Thèse de doct. Université de Bordeaux 1, 1995.
- [Cor05] G.S. CORMAN et K.L. LUTHRA. « Silicon melt infiltrated ceramic composites (HiPerComp<sup>TM</sup>) ». In : *Handbook of ceramic composites*. Springer, 2005, p. 99–115.
- [Cor14] A. CORADI. « Modélisation du comportement mécanique des composites à matrice céramique : développement du réseau de fissures ». Thèse de doct. Université de Bordeaux, 2014.
- [Cou08] G. COUÉGNAT. « Approche multiéchelle du comportement mécanique de matériaux composites à renfort tissé ». Thèse de doct. Université Sciences et Technologies-Bordeaux I, 2008.
- [Cou13] G. COUÉGNAT, H. AYADI, C. SAURAT et E. ROHMER. « Towards realistic geometric modeling of woven fabrics ». In : *19th International Conference on Composite Materials (ICCM19), Montréal, Canada*. 2013.
- [Cox14] B.N. COX, H.A. BALE, M. BEGLEY, M. BLACKLOCK, B-C. DO, T. FAST, M. NADERI, M. NOVAK, V.P. RAJAN, R.G. RINALDI et al. « Stochastic virtual tests for high-temperature ceramic matrix composites ». In : *Annual Review of Materials Research* 44 (2014), p. 479–529.
- [Cro07] J.J. CROOKSTON, W. RUIJTER, A.C. LONG, N.A. WARRIOR et I.A. JONES. « A comparison of mechanical property prediction techniques using conformal tetrahedra and voxel-based finite element meshes for textile composite unit cells ». In : *Finite element modelling of textiles and textile composites* (2007).
- [Dag10a] S. DAGGUMATI, I. DE BAERE, W. VAN PAEPEGEM, J. DEGRIECK, J. XU, S.V. LOMOV et I. VERPOEST. « Local damage in a 5-harness satin weave composite under static tension : Part I—Experimental analysis ». In : *Composites Science and Technology* 70.13 (2010), p. 1926–1933.
- [Dag10b] S. DAGGUMATI, W. VAN PAEPEGEM, J. DEGRIECK, J. XU, S.V. LOMOV et I. VERPOEST. « Local damage in a 5-harness satin weave composite under static tension : Part II—Meso-FE modelling ». In : *Composites Science and Technology* 70.13 (2010), p. 1934–1941.
- [De 11a] N.V. DE CARVALHO, S.T. PINHO et P. ROBINSON. « An experimental study of failure initiation and propagation in 2D woven composites under compression ». In : *Composites Science and Technology* 71.10 (2011), p. 1316–1325.
- [De 11b] N.V. DE CARVALHO, S.T. PINHO et P. ROBINSON. « Reducing the domain in the mechanical analysis of periodic structures, with application to woven composites ». In : *Composites Science and Technology* 71.7 (2011), p. 969–979.

- [De 12] N.V. DE CARVALHO, S.T. PINHO et P. ROBINSON. « Numerical modelling of woven composites : Biaxial loading ». In : *Composites Part A : Applied Science and Manufacturing* 43.8 (2012), p. 1326–1337.
- [Des05] F. DESPLENTERE, S.V. LOMOV, D.L. WOERDEMAN, I. VERPOEST, M. WEVERS et A. BOGDANOVICH. « Micro-CT characterization of variability in 3D textile architecture ». In : *Composites Science and Technology* 65.13 (2005), p. 1920–1930.
- [Die12] S. DIETRICH, J-M. GEBERT, G. STASIUK, A. WANNER, K.A. WEIDENMANN, O. DEUTSCHMANN, I. TSUKROV et R. PIAT. « Microstructure characterization of CVI-densified carbon/carbon composites with various fiber distributions ». In : *Composites Science and Technology* 72.15 (2012), p. 1892–1900.
- [Doi15a] A. DOITRAND, C. FAGIANO, V. CHIARUTTINI, F.H. LEROY, A. MAVEL et M. HIRSEKORN. « Experimental characterization and numerical modeling of damage at the mesoscopic scale of woven polymer matrix composites under quasi-static tensile loading ». In : *Composites Science and Technology* 119 (2015), p. 1–11.
- [Doi15b] A. DOITRAND, C. FAGIANO, F-X. IRISARRI et M. HIRSEKORN. « Comparison between voxel and consistent meso-scale models of woven composites ». In : *Composites Part A : Applied Science and Manufacturing* 73 (2015), p. 143–154.
- [Doi16] A. DOITRAND. « Endommagement à l'échelle mésoscopique et son influence sur la tenue mécanique des matériaux composites tissés ». Thèse de doct. Université de Bretagne occidentale-Brest, 2016.
- [Doi17] A. DOITRAND, C. FAGIANO, N. CARRERE, V. CHIARUTTINI et M. HIRSEKORN. « Damage onset modeling in woven composites based on a coupled stress and energy criterion ». In : *Engineering Fracture Mechanics* 169 (2017), p. 189–200.
- [Dra14] A. DRACH, B. DRACH et I. TSUKROV. « Processing of fiber architecture data for finite element modeling of 3D woven composites ». In : *Advances in Engineering Software* 72 (2014), p. 18–27.
- [Dug60] D.S. DUGDALE. « Yielding of steel sheets containing slits ». In : *Journal of the Mechanics and Physics of Solids* 8.2 (1960), p. 100–104.
- [Dur07] D. DURVILLE. « Finite element simulation of textile materials at mesoscopic scale ». In : *Finite element modelling of textiles and textile composites*. 2007, CDROM.
- [Dur10] D. DURVILLE. « Simulation of the mechanical behaviour of woven fabrics at the scale of fibers ». In : *International journal of material forming* 3.2 (2010), p. 1241–1251.
- [Ess17] S. ESSONGUE-BOUSSOUGOU. « Méthode des éléments finis augmentés pour la rupture quasi-fragile : application aux composites tissés à matrice céramique ». Thèse de doct. Université de Bordeaux, 2017.
- [Eva94] A.G. EVANS et F.W. ZOK. « The physics and mechanics of fibre-reinforced brittle matrix composites ». In : *Journal of Materials science* 29.15 (1994), p. 3857–3896.
- [Fae16] J.C. FAES, A. REZAEI, W. VAN PAEPEGEM et J. DEGRIECK. « Accuracy of 2D FE models for prediction of crack initiation in nested textile composites with inhomogeneous intra-yarn fiber volume fractions ». In : *Composite Structures* 140 (2016), p. 11–20.
- [Fag14] C. FAGIANO, M. GENET, E. BARANGER et P. LADEVÈZE. « Computational geometrical and mechanical modeling of woven ceramic composites at the mesoscale ». In : *Composite Structures* 112 (2014), p. 146–156.

- [Fan09] Q. FANG et D.A. BOAS. « Tetrahedral mesh generation from volumetric binary and grayscale images ». In : *Biomedical Imaging : From Nano to Macro, 2009. ISBI'09. IEEE International Symposium on*. Ieee. 2009, p. 1142–1145.
- [Fan16] G. FANG, B. EL SAID, D. IVANOV et S.R. HALLETT. « Smoothing artificial stress concentrations in voxel-based models of textile composites ». In : *Composites Part A : Applied Science and Manufacturing* 80 (2016), p. 270–284.
- [Fed80] J. FEDER. « Random sequential adsorption ». In : *Journal of Theoretical Biology* 87.2 (1980), p. 237–254.
- [Fel84] L.A. FELDKAMP, L.C. DAVIS et J.W. KRESS. « Practical cone-beam algorithm ». In : *Josa a* 1.6 (1984), p. 612–619.
- [Fey00] F. FEYEL et J-L. CHABOCHE. « FE2 multiscale approach for modelling the elastoviscoplastic behaviour of long fibre SiC/Ti composite materials ». In : *Computer methods in applied mechanics and engineering* 183.3-4 (2000), p. 309–330.
- [Fey03] F. FEYEL. « A multilevel finite element method (FE2) to describe the response of highly non-linear structures using generalized continua ». In : *Computer Methods in applied Mechanics and engineering* 192.28-30 (2003), p. 3233–3244.
- [Fra98a] G.A. FRANCFORT et J-J. MARIGO. « Revisiting brittle fracture as an energy minimization problem ». In : *Journal of the Mechanics and Physics of Solids* 46.8 (1998), p. 1319–1342.
- [Fra98b] A.F. FRANGI, W.J. NIESSEN, K.L. VINCKEN et M.A. VIERGEVER. « Multiscale vessel enhancement filtering ». In : *International Conference on Medical Image Computing and Computer-Assisted Intervention*. Springer. 1998, p. 130–137.
- [Gar15] G. GARDINER. « Aeroengine composites, Part 1 : the CMC invasion ». In : *Composites World* 31 (2015).
- [Gar16] I.G. GARCÍA, B.J. CARTER, A.R. INGRAFFEA et V. MANTIČ. « A numerical study of transverse cracking in cross-ply laminates by 3D finite fracture mechanics ». In : *Composites Part B : Engineering* 95 (2016), p. 475–487.
- [Gar97] M. GARLAND et P.S. HECKBERT. « Surface simplification using quadric error metrics ». In : *Proceedings of the 24th annual conference on Computer graphics and interactive techniques*. ACM Press/Addison-Wesley Publishing Co. 1997, p. 209–216.
- [Gau09] W. GAUTHIER, F. PAILLER, J. LAMON et R. PAILLER. « Oxidation of silicon carbide fibers during static fatigue in air at intermediate temperatures ». In : *Journal of the American Ceramic Society* 92.9 (2009), p. 2067–2073.
- [Gee10] M.G.D. GEERS, V.G. KOUZNETSOVA et W.A.M. BREKELMANS. « Multi-scale computational homogenization : Trends and challenges ». In : *Journal of computational and applied mathematics* 234.7 (2010), p. 2175–2182.
- [Geo04] P.L. GEORGE. « Tetmesh-GHS3D, Tetrahedral mesh generator ». In : *INRIA User's Manual, INRIA (Institut National de Recherche en Informatique et Automatique), France* 83 (2004).
- [God04] N. GODIN, S. HUGUET, R. GAERTNER et L. SALMON. « Clustering of acoustic emission signals collected during tensile tests on unidirectional glass/polyester composite using supervised and unsupervised classifiers ». In : *Ndt & E International* 37.4 (2004), p. 253–264.

- [Gol18] J. GOLDMANN, J. BRUMMUND et V. ULBRICHT. « On boundary conditions for homogenization of volume elements undergoing localization ». In : *International Journal for Numerical Methods in Engineering* (2018).
- [Gor07] L. GORBATIKH, D. IVANOV, S. LOMOV et I. VERPOEST. « On modelling of damage evolution in textile composites on meso-level via property degradation approach ». In : *Composites Part A : applied science and manufacturing* 38.12 (2007), p. 2433–2442.
- [Gos14] M. GOSSET. *Développement de mini-machines de traction à chaud in-situ pour l'étude de composites thermostructuraux pour la sortie de tuyère de réacteur*. Rapp. tech. Laboratoire des Composites Thermo-Structuraux (LCTS) - UMR5801 CNRS-UB-CEA-SAFRAN, 33600 Pessac, France, 2014.
- [Gow07] Y. GOWAYED, G. OJARD, R. MILLER, U. SANTHOSH, J. AHMAD et R. JOHN. *Mechanical Properties of MI SiC/SiC Composites and Their Constituents (Preprint)*. Rapp. tech. AUBURN UNIV AL, 2007.
- [Gow10] Y. GOWAYED, G. OJARD, R. MILLER, U. SANTHOSH, J. AHMAD et R. JOHN. « Correlation of elastic properties of melt infiltrated SiC/SiC composites to in situ properties of constituent phases ». In : *Composites Science and Technology* 70.3 (2010), p. 435–441.
- [Gra13] G. GRAIL. « Approche multimodèle pour la conception de structures composites à renfort tissé ». Thèse de doct. Université d'Orléans, 2013.
- [Gre14a] S.D. GREEN, A.C. LONG, B.S.F. EL SAID et S.R. HALLETT. « Numerical modelling of 3D woven preform deformations ». In : *Composite Structures* 108 (2014), p. 747–756.
- [Gre14b] S.D. GREEN, M.Y. MATVEEV, A.C. LONG, D. IVANOV et S.R. HALLETT. « Mechanical modelling of 3D woven composites considering realistic unit cell geometry ». In : *Composite Structures* 118 (2014), p. 284–293.
- [Gri13] E. GRIPPON. « Endommagement et microfissuration d'un composite à matrice céramique tissé 3D : approchemulti-échelle et évaluation ultrasonore ». Thèse de doct. Université Sciences et Technologies-Bordeaux I, 2013.
- [Gue18] N. GUEL. « Comportement mécanique de composites oxydes : relations procédé-microstructure-propriétés ». Thèse de doct. INSA de Lyon, 2018.
- [Gui93] L. GUILLAUMAT et J. LAMON. « Multi-fissuration de composites SiC/SiC ». In : *Revue des composites et des matériaux avances* 3 (1993), p. 159–171.
- [Her11] V. HERB, É. MARTIN et G. COUÉGNAT. « Mécanismes d'endommagement de différents composites à matrice céramique lors d'un impact à basse vitesse ». In : *17èmes Journées Nationales sur les Composites (JNC17)*. 2011, p. 43.
- [Her15] M. HERRÁEZ, D. MORA, F. NAYA, C.S. LOPES, C. GONZÁLEZ et J. LLORCA. « Transverse cracking of cross-ply laminates : A computational micromechanics perspective ». In : *Composites Science and Technology* 110 (2015), p. 196–204.
- [Her16] M. HERRÁEZ, C. GONZÁLEZ, C.S. LOPES, R.G. de VILLORIA, J. LLORCA, T. VARELA et J. SÁNCHEZ. « Computational micromechanics evaluation of the effect of fibre shape on the transverse strength of unidirectional composites : an approach to virtual materials design ». In : *Composites Part A : Applied Science and Manufacturing* 91 (2016), p. 484–492.
- [Hil08] F. HILD et S. ROUX. « CorreliQ4 : A software for finite element displacement field measurements by digital image correlation ». In : *Rapport interne LMT Cachan* 269 (2008).

- [Hil76] A. HILLERBORG, M. MODÉER et P-E. PETERSSON. « Analysis of crack formation and crack growth in concrete by means of fracture mechanics and finite elements ». In : *Cement and concrete research* 6.6 (1976), p. 773–781.
- [Hiv05] G. HIVET et P. BOISSE. « Consistent 3D geometrical model of fabric elementary cell. Application to a meshing preprocessor for 3D finite element analysis ». In : *Finite Elements in Analysis and Design* 42.1 (2005), p. 25–49.
- [Hof67] O. HOFFMAN. « The brittle strength of orthotropic materials ». In : *Journal of Composite Materials* 1.2 (1967), p. 200–206.
- [Hua13] L. HUANG, Y. WANG, Y. MIAO, D. SWENSON, Y. MA et C-F. YEN. « Dynamic relaxation approach with periodic boundary conditions in determining the 3-D woven textile micro-geometry ». In : *Composite Structures* 106 (2013), p. 417–425.
- [IAT16] IATA. *IATA Forecasts Passenger Demand to Double Over 20 Years*. 2016. URL : <http://www.iata.org/pressroom/pr/Pages/2016-10-18-02.aspx> (visité le 10/02/2018).
- [Jac99] N. JACOBSON, S. FARMER, A. MOORE et H. SAYIR. « High-Temperature Oxidation of Boron Nitride : I, Monolithic Boron Nitride ». In : *Journal of the American Ceramic Society* 82.2 (1999), p. 393–398.
- [Jin93] H. JIN et R.I. TANNER. « Generation of unstructured tetrahedral meshes by advancing front technique ». In : *International Journal for Numerical Methods in Engineering* 36.11 (1993), p. 1805–1823.
- [Jun16] J. JUNG, B-C. DO et Q.D. YANG. « Augmented finite-element method for arbitrary cracking and crack interaction in solids under thermo-mechanical loadings ». In : *Phil. Trans. R. Soc. A* 374.2071 (2016), p. 20150282.
- [Kac58] L.M. KACHANOV. « Time of the rupture process under creep conditions, Izy Akad ». In : *Nank SSR Otd Tech Nauk* 8 (1958), p. 26–31.
- [Kan03] T. KANIT, S. FOREST, I. GALLIET, V. MOUNOURY et D. JEULIN. « Determination of the size of the representative volume element for random composites : statistical and numerical approach ». In : *International Journal of solids and structures* 40.13-14 (2003), p. 3647–3679.
- [Kar08] S. KARI, M. KUMAR, I.A. JONES, N.A. WARRIOR et A.C. LONG. « Effect of yarn cross-sectional shapes and crimp on the mechanical properties of 3D woven composites ». In : *Proceedings of the 17th IFAC World Congress*. 2008, p. 1–10.
- [Kim03] H.J. KIM et C.C. SWAN. « Voxel-based meshing and unit-cell analysis of textile composites ». In : *International Journal for Numerical Methods in Engineering* 56.7 (2003), p. 977–1006.
- [Kin16] A. KING, N. GUIGNOT, P. ZERBINO, E. BOULARD, K. DESJARDINS, M. BORDESSOULE, N. LECLERQ, S. LE, G. RENAUD, M. CERATO et al. « Tomography and imaging at the PSICHE beam line of the SOLEIL synchrotron ». In : *Review of Scientific Instruments* 87.9 (2016), p. 093704.
- [Klo14] F. KLOCKE, A. KLINK, D. VESELOVAC, D.K. ASPINWALL, S.L. SOO, M. SCHMIDT, J. SCHILP, G. LEVY et J.-P. KRUTH. « Turbomachinery component manufacture by application of electrochemical, electro-physical and photonic processes ». In : *CIRP Annals* 63.2 (2014), p. 703–726.

- [Koa09] C.G. KOAY. « On the six-dimensional orthogonal tensor representation of the rotation in three dimensions : A simplified approach ». In : *Mechanics of Materials* 41.8 (2009), p. 951–953.
- [Kou14] A.S. KOUMPIAS, K.I. TSERPEIS et S. PANTELAKIS. « Progressive damage modelling of 3D fully interlaced woven composite materials ». In : *Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures* 37.7 (2014), p. 696–706.
- [Lam05] J. LAMON. « Chemical vapor infiltrated SiC/SiC composites (CVI SIC/SIC) ». In : *Handbook of ceramic composites*. Springer, 2005, p. 55–76.
- [Lau14] F. LAURIN, N. TABLEAU, M. KAMINSKI, Z. ABOURA et F. BOUILLON. « Validation of the onera damage model through comparisons with multi-instrumented structural tests on interlock woven ceramic matrix composites ». In : *16th European Conference on Composite Materials*. 2014.
- [Le 04] B.H. LE PAGE, F.J. GUILD, S.L. OGIN et P.A. SMITH. « Finite element simulation of woven fabric composites ». In : *Composites Part A : Applied Science and Manufacturing* 35.7-8 (2004), p. 861–872.
- [Leg02] D. LEGUILLON. « Strength or toughness? A criterion for crack onset at a notch ». In : *European Journal of Mechanics-A/Solids* 21.1 (2002), p. 61–72.
- [Leg17] B. LEGIN. « Caractérisation de l’endommagement des matériaux Composites à Matrice Céramique tissés 3D sous diverses sollicitations mécaniques ». In : *Journées Nationales sur les Composites 2017*. 2017.
- [Lem78] J. LEMAITRE et J-L. CHABOCHE. « Aspect phénoménologique de la rupture par endommagement ». In : *J Méc Appl* 2.3 (1978).
- [Let10] Z.A.D. LETHBRIDGE, R.I. WALTON, A.S.H. MARMIER, C.W. SMITH et K.E. EVANS. « Elastic anisotropy and extreme Poisson’s ratios in single crystals ». In : *Acta Materialia* 58.19 (2010), p. 6444–6451.
- [Li18] J. LI, E. MARTIN, D. LEGUILLON et C. DUPIN. « A finite fracture model for the analysis of multi-cracking in woven ceramic matrix composites ». In : *Composites Part B : Engineering* 139 (2018), p. 75–83.
- [Liu17] Y. LIU, I. STRAUMIT, D. VASIUKOV, S.V. LOMOV et S. PANIER. « Prediction of linear and non-linear behavior of 3D woven composite using mesoscopic voxel models reconstructed from X-ray micro-tomography ». In : *Composite Structures* 179 (2017), p. 568–579.
- [Lom03] S.V. LOMOV et I. VERPOEST. « WiseTex-virtual textile reinforcement software ». In : *Proc. 48th SAMPE-USA Symposium*. 2003, p. 1320–1334.
- [Lom07] S.V. LOMOV, D.S. IVANOV, I. VERPOEST, M. ZAKO, T. KURASHIKI, H. NAKAI et S. HIROSAWA. « Meso-FE modelling of textile composites : Road map, data flow and algorithms ». In : *Composites Science and Technology* 67.9 (2007), p. 1870–1891.
- [Lom08] S.V. LOMOV, D.S. IVANOV, T.C. TRUONG, I. VERPOEST, F. BAUDRY, K.V. BOSCHE et H. XIE. « Experimental methodology of study of damage initiation and development in textile composites in uniaxial tensile test ». In : *Composites Science and Technology* 68.12 (2008), p. 2340–2349.
- [Lom10] S.V. LOMOV et I. VERPOEST. « Textile composite materials : polymer matrix composites ». In : *Encyclopedia of Aerospace Engineering* (2010).

- [Lor87] W.E. LORENSEN et H.E. CLINE. « Marching cubes : A high resolution 3D surface construction algorithm ». In : *ACM siggraph computer graphics*. T. 21. 4. ACM. 1987, p. 163–169.
- [Mah10] Y. MAHADIK et S.R. HALLETT. « Finite element modelling of tow geometry in 3D woven fabrics ». In : *Composites Part A : Applied Science and Manufacturing* 41.9 (2010), p. 1192–1200.
- [Mai14] E. MAIRE et P.J. WITHERS. « Quantitative X-ray tomography ». In : *International materials reviews* 59.1 (2014), p. 1–43.
- [Mai97] J.F. MAIRE et J.L. CHABOCHE. « A new formulation of continuum damage mechanics (CDM) for composite materials ». In : *Aerospace Science and Technology* 1.4 (1997), p. 247–257.
- [Mar03] X. MARTIN. « Oxydation/corrosion de matériaux composites (SiCf/SiBCm) à matrice auto-cicatrisante ». Thèse de doct. Université de Bordeaux, 2003.
- [Mar08] E. MARTIN, B. POITOU, D. LEGUILLON et J-M. GATT. « Competition between deflection and penetration at an interface in the vicinity of a main crack ». In : *International Journal of Fracture* 151.2 (2008), p. 247–268.
- [Mar10a] L. MARCIN. « Modélisation du comportement, de l’endommagement et de la rupture de matériaux composites à renforts tissés pour le dimensionnement robuste de structures ». Thèse de doct. Université Bordeaux 1, 2010.
- [Mar10b] E. MARTIN, D. LEGUILLON et N. CARRÈRE. « A twofold strength and toughness criterion for the onset of free-edge shear delamination in angle-ply laminates ». In : *International journal of Solids and Structures* 47.9 (2010), p. 1297–1305.
- [Mar14] D. MARSHALL, B. COX, P. KROLL, G. HILMAS, W. FAHRENHOLTZ, R. RAJ, R. RITCHIE, Q. YANG et F. ZOK. *National Hypersonic Science Center for Materials and Structures*. Rapp. tech. TELEDYNE SCIENTIFIC COMPANY THOUSAND OAKS CA, 2014.
- [Mar85] D.B. MARSHALL, B.N. COX et A.G. EVANS. « The mechanics of matrix cracking in brittle-matrix fiber composites ». In : *Acta metallurgica* 33.11 (1985), p. 2013–2021.
- [Maz17] V. MAZARS, O. CATY, G. COUÉGNAT, A. BOUTERF, S. ROUX, S. DENNEULIN, J. PAILHES et G.L. VIGNOLES. « Damage investigation and modeling of 3D woven ceramic matrix composites from X-ray tomography in-situ tensile tests ». In : *Acta Materialia* 140 (2017), p. 130–139.
- [Mel12] A.R. MELRO, P.P. CAMANHO, F.M. ANDRADE PIRES et S.T. PINHO. « Numerical simulation of the non-linear deformation of 5-harness satin weaves ». In : *Computational Materials Science* 61 (2012), p. 116–126.
- [Mel96] J.M. MELENK et I. BABUŠKA. « The partition of unity finite element method : basic theory and applications ». In : *Computer methods in applied mechanics and engineering* 139.1-4 (1996), p. 289–314.
- [Mia08] Y. MIAO, E. ZHOU, Y. WANG et B.A. CHEESEMAN. « Mechanics of textile composites : Micro-geometry ». In : *Composites Science and Technology* 68.7-8 (2008), p. 1671–1678.
- [Mie10] C. MIEHE, F. WELSCHINGER et M. HOFACKER. « Thermodynamically consistent phase-field models of fracture : Variational principles and multi-field FE implementations ». In : *International Journal for Numerical Methods in Engineering* 83.10 (2010), p. 1273–1311.

- [Mit09] S.K. MITAL, B.A. BEDNARCYK, S.M. ARNOLD et J. LANG. « Modeling of melt-infiltrated SiC/SiC composite properties ». In : (2009).
- [Mol17] G. MOLNÁR et A. GRAVOUIL. « 2D and 3D Abaqus implementation of a robust staggered phase-field solution for modeling brittle fracture ». In : *Finite Elements in Analysis and Design* 130 (2017), p. 27–38.
- [Mor00] G.N. MORSCHER, J. HURST et D. BREWER. « Intermediate-Temperature Stress Rupture of a Woven Hi-Nicalon, BN-Interphase, SiC-Matrix Composite in Air ». In : *Journal of the American Ceramic Society* 83.6 (2000), p. 1441–1449.
- [Mor03a] G.N. MORSCHER. « Comparison of Matrix Cracking in Melt-Infiltrated SiC/SiC Composites with 3D and 2D-Woven Orthogonal Architectures ». In : (2003).
- [Mor03b] G.N. MORSCHER. « Matrix cracking in four different 2D SiC/SiC composite systems ». In : (2003).
- [Mor04] G.N. MORSCHER. « Stress-dependent matrix cracking in 2D woven SiC-fiber reinforced melt-infiltrated SiC matrix composites ». In : *Composites Science and Technology* 64.9 (2004), p. 1311–1319.
- [Mor07] G.N. MORSCHER, M. SINGH, J.D. KISER, M. FREEDMAN et R. BHATT. « Modeling stress-dependent matrix cracking and stress-strain behavior in 2D woven SiC fiber reinforced CVI SiC composites ». In : *Composites Science and Technology* 67.6 (2007), p. 1009–1017.
- [Mor09a] G.N. MORSCHER et J.Z. GYEKENYESI. « Room temperature tensile behavior and damage accumulation of hi-nicalon reinforced sic matrix composites ». In : *22nd Annual Conference on Composites, Advanced Ceramics, Materials, and Structures-A*. T. 218. John Wiley & Sons. 2009, p. 241.
- [Mor09b] G.N. MORSCHER et V.V. PUJAR. « Design Guidelines for In-Plane Mechanical Properties of SiC Fiber-Reinforced Melt-Infiltrated SiC Composites ». In : *International Journal of Applied Ceramic Technology* 6.2 (2009), p. 151–163.
- [Mor10] G.N. MORSCHER. « Tensile creep and rupture of 2D-woven SiC/SiC composites for high temperature applications ». In : *Journal of the European Ceramic Society* 30.11 (2010), p. 2209–2221.
- [Mor16] L.S. MORA et T.J. MARROW. « Multiscale Damage Modeling in a Ceramic Matrix Composite using a Finite Element Microstructure MESHfree methodology1 ». In : *Philosophical Transactions of the Royal Society A—Mathematical, Physical and Engineering Sciences* 374 (2016), p. 20150276.
- [Mse15] M.A. MSEKH, J.M. SARGADO, M. JAMSHIDIAN, P.M. AREIAS et T. RABCZUK. « Abaqus implementation of phase-field model for brittle fracture ». In : *Computational Materials Science* 96 (2015), p. 472–484.
- [Mul08] C. MULAT, M. DONIAS, P. BAYLOU, G. VIGNOLES et C. GERMAIN. « Axis detection of cylindrical objects in 3-D images ». In : *Journal of Electronic Imaging* 17.3 (2008), p. 0311081–0311089.
- [Mur88] S. MURAKAMI. « Mechanical modeling of material damage ». In : *ASME, Transactions, Journal of Applied Mechanics* 55 (1988), p. 280–286.
- [Nao14] N. NAOUAR, E. VIDAL-SALLÉ, J. SCHNEIDER, E. MAIRE et P. BOISSE. « Meso-scale FE analyses of textile composite reinforcement deformation based on X-ray computed tomography ». In : *Composite structures* 116 (2014), p. 165–176.

- [Nao15] N. NAOUAR, E. VIDAL-SALLE, J. SCHNEIDER, E. MAIRE et P. BOISSE. « 3D composite reinforcement meso FE analyses based on X-ray computed tomography ». In : *Composite Structures* 132 (2015), p. 1094–1104.
- [Nas04] R. NASLAIN, A. GUETTE, F. REBILLAT, R. PAILLER, F. LANGLAIS et X. BOURRAT. « Boron-bearing species in ceramic matrix composites for long-term aerospace applications ». In : *Journal of Solid State Chemistry* 177.2 (2004), p. 449–456.
- [Nas91] R. NASLAIN, O. DUGNE, A. GUETTE, J. SEVELY, C.R. BROSSE, J.-P. ROCHER et J. COTTERET. « Boron Nitride Interphase in Ceramic-Matrix Composites ». In : *Journal of the American Ceramic Society* 74.10 (1991), p. 2482–2488.
- [Nas93] R. NASLAIN. « Fibre-matrix interphases and interfaces in ceramic matrix composites processed by CVI ». In : *Composite Interfaces* 1.3 (1993), p. 253–286.
- [Nas98] R.R. NASLAIN. « The design of the fibre-matrix interfacial zone in ceramic matrix composites ». In : *Composites Part A : Applied Science and Manufacturing* 29.9-10 (1998), p. 1145–1155.
- [Nay17] F. NAYA, C. GONZÁLEZ, C.S. LOPES, S. VAN DER VEEN et F. PONS. « Computational micromechanics of the transverse and shear behavior of unidirectional fiber reinforced polymers including environmental effects ». In : *Composites Part A : Applied Science and Manufacturing* 92 (2017), p. 146–157.
- [Ngu11] V.P. NGUYEN, O. LLOBERAS-VALLS, M. STROEVEN et L.J. SLUYS. « Homogenization-based multiscale crack modelling : from micro-diffusive damage to macro-cracks ». In : *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering* 200.9-12 (2011), p. 1220–1236.
- [Ngu12] V.P. NGUYEN, M. STROEVEN et L.J. SLUYS. « An enhanced continuous–discontinuous multiscale method for modeling mode-I cohesive failure in random heterogeneous quasi-brittle materials ». In : *Engineering Fracture Mechanics* 79 (2012), p. 78–102.
- [Ngu13] Q.T. NGUYEN, E. VIDAL-SALLÉ, P. BOISSE, C.H. PARK, A. SAOUAB, J. BRÉARD et G. HIVET. « Mesoscopic scale analyses of textile composite reinforcement compaction ». In : *Composites Part B : Engineering* 44.1 (2013), p. 231–241.
- [Ngu15] T.T. NGUYEN. « Modeling of complex microcracking in cement based materials by combining numerical simulations based on a phase-field method and experimental 3D imaging ». Thèse de doct. Université Paris-Est, 2015.
- [Ngu17] T.T. NGUYEN, J. RETHORE, J. YVONNET et M-C. BAIETTO. « Multi-phase-field modeling of anisotropic crack propagation for polycrystalline materials ». In : *Computational Mechanics* 60.2 (2017), p. 289–314.
- [Nua13] F. NUALAS. « Fonctionnement en oxydation de matériaux composites céramiques (CMC) dans des environnements aéronautiques ». Thèse de doct. Université Sciences et Technologies Bordeaux I, 2013.
- [Obe14] E. OBERT, F. DAGHIA, P. LADEVÈZE et L. BALLERE. « Micro and meso modeling of woven composites : Transverse cracking kinetics and homogenization ». In : *Composite Structures* 117 (2014), p. 212–221.
- [Pah08a] D.H. PAHR et H.J. BÖHM. « Assessment of mixed uniform boundary conditions for predicting the mechanical behavior of elastic and inelastic discontinuously reinforced composites ». In : *Comput. Model. Engng. Sci* 34 (2008), p. 117–136.

- [Pah08b] D.H. PAHR et P.K. ZYSSET. « Influence of boundary conditions on computed apparent elastic properties of cancellous bone ». In : *Biomechanics and modeling in mechanobiology* 7.6 (2008), p. 463–476.
- [Pij87] G. PIJAUDIER-CABOT et Z.P. BAŽANT. « Nonlocal damage theory ». In : *Journal of engineering mechanics* 113.10 (1987), p. 1512–1533.
- [Pin11] P. PINEAU, G. COUÉGNAT et J. LAMON. « Virtual testing applied to transverse multiple cracking of tows in woven ceramic composites ». In : *Mechanics Research Communications* 38.8 (2011), p. 579–585.
- [Pot12] E. POTTER, S.T. PINHO, P. ROBINSON, L. IANNUCCI et A.J. McMILLAN. « Mesh generation and geometrical modelling of 3D woven composites with variable tow cross-sections ». In : *Computational Materials Science* 51.1 (2012), p. 103–111.
- [Pul17] D. PULUNGAN, G. LUBINEAU, A. YUDHANTO, R. YALDIZ et W. SCHIJVE. « Identifying design parameters controlling damage behaviors of continuous fiber-reinforced thermoplastic composites using micromechanics as a virtual testing tool ». In : *International Journal of Solids and Structures* 117 (2017), p. 177–190.
- [Ren15] W. REN, Z. YANG, R. SHARMA, C.H. ZHANG et P.J. WITHERS. « Two-dimensional X-ray CT image based meso-scale fracture modelling of concrete ». In : *Engineering Fracture Mechanics* 133 (2015), p. 24–39.
- [Rey92] P. REYNAUD. « Etude du comportement en fatigue des matériaux composites a matrice céramique suivi par émission acoustique ». Thèse de doct. Villeurbanne, INSA, 1992.
- [Rin12] R.G. RINALDI, M. BLACKLOCK, H. BALE, M.R. BEGLEY et B.N. COX. « Generating virtual textile composite specimens using statistical data from micro-computed tomography : 3D tow representations ». In : *Journal of the Mechanics and Physics of Solids* 60.8 (2012), p. 1561–1581.
- [Riv05] E. RIVA et G. NICOLETTO. « Modeling and prediction of the mechanical properties of woven laminates by the finite element method ». In : *WIT Transactions on State-of-the-art in Science and Engineering* 21 (2005).
- [Rob03] F. ROBITAILLE, A.C. LONG, I.A. JONES et C.D. RUDD. « Automatically generated geometric descriptions of textile and composite unit cells ». In : *Composites Part A : Applied Science and Manufacturing* 34.4 (2003), p. 303–312.
- [Rob99] F. ROBITAILLE, B.R. CLAYTON, A.C. LONG, B.J. SOUTER et C.D. RUDD. « Geometric modelling of industrial preforms : woven and braided textiles ». In : *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part L : Journal of Materials : Design and Applications* 213.2 (1999), p. 69–83.
- [Rou06] S. ROUX et F. HILD. « Stress intensity factor measurements from digital image correlation : post-processing and integrated approaches ». In : *International journal of fracture* 140.1-4 (2006), p. 141–157.
- [Rou08] S. ROUX, F. HILD, P. VIOT et D. BERNARD. « Three-dimensional image correlation from X-ray computed tomography of solid foam ». In : *Composites Part A : Applied science and manufacturing* 39.8 (2008), p. 1253–1265.
- [Rou09] S. ROUX, J. RÉTHORÉ et F. HILD. « Digital image correlation and fracture : an advanced technique for estimating stress intensity factors of 2D and 3D cracks ». In : *Journal of Physics D : Applied Physics* 42.21 (2009), p. 214004.

- [Rui07] W. RUIJTER, J. CROOKSTON et A. LONG. « Effects of variable fibre density on mechanical properties of a plain weave glass reinforced polyester ». In : *Proc. 16th Int. Conference on Composite Materials (ICCM-16)*. 2007.
- [Sch09] J. SCHNEIDER, G. HELLO, Z. ABOURA, M. BENZEGGAGH et D. MARSAL. « A meso-fe voxel model of an interlock woven composite ». In : *Proceeding of the international conference in composite materials 17th (ICCM17), Edinburgh, Scotland*. 2009.
- [Sco12] A.E. SCOTT, I. SINCLAIR, S.M. SPEARING, A. THIONNET et A.R. BUNSELL. « Damage accumulation in a carbon/epoxy composite : comparison between a multiscale model and computed tomography experimental results ». In : *Composites Part A : Applied Science and Manufacturing* 43.9 (2012), p. 1514–1522.
- [Sev16] R.D.B. SEVENOIS, D. GAROZ, F.A. GILABERT, S.W.F. SPRONK, S. FONTEYN, L. HEYNDRIKX M.and Pyl, D. VAN HEMELRIJCK, J. DEGRIECK et W. VAN PAEPEGEM. « Avoiding interpenetrations and the importance of nesting in analytic geometry construction for Representative Unit Cells of woven composite laminates ». In : *Composites Science and Technology* 136 (2016), p. 119–132.
- [Sev17] K.M. SEVENER, J.M. TRACY, Z. CHEN, J.D. KISER et S. DALY. « Crack opening behavior in ceramic matrix composites ». In : *Journal of the American Ceramic Society* (2017).
- [She07] M. SHERBURN. « Geometric and mechanical modelling of textiles ». Thèse de doct. University of Nottingham, 2007.
- [She10] M. SHERBURN et A.C. LONG. « TexGen open source project ». In : *online at <http://texgen.sourceforge.net>* (2010).
- [Sim17a] C. SIMON, F. REBILLAT et G. CAMUS. « Electrical resistivity monitoring of a SiC/[Si-BC] composite under oxidizing environments ». In : *Acta Materialia* 132 (2017), p. 586–597.
- [Sim17b] C. SIMON, F. REBILLAT, V. HERB et G. CAMUS. « Monitoring damage evolution of SiCf/[SiBC] m composites using electrical resistivity : Crack density-based electromechanical modeling ». In : *Acta Materialia* 124 (2017), p. 579–587.
- [Sin17] Y.P. SINGH, R. MANSOUR et G.N. MORSCHER. « Combined acoustic emission and multiple lead potential drop measurements in detailed examination of crack initiation and growth during interlaminar testing of ceramic matrix composites ». In : *Composites Part A : Applied Science and Manufacturing* 97 (2017), p. 93–99.
- [Smi18] C. SMITH et G.N. MORSCHER. « Electrical resistance changes of melt infiltrated SiC/SiC loaded in tension at room temperature ». In : *Ceramics International* 44.1 (2018), p. 183–192.
- [Spr97] P. SPRIET et G. HABAROU. « Applications of CMCs to turbojet engines : overview of the SEP experience ». In : *Key Engineering Materials*. T. 127. Trans Tech Publ. 1997, p. 1267–1276.
- [Sti12] F. STIG et S. HALLSTRÖM. « A modelling framework for composites containing 3D reinforcement ». In : *Composite Structures* 94.9 (2012), p. 2895–2901.
- [Str14] I. STRAUMIT, S. LOMOV, F. BENSADOUN et M. WEVERS. « Automatic transformation of 3D micro-CT images into finite element models with anisotropic local properties ». In : *ECCM 16 : European conference on composite materials*. 2014, p. 22–26.
- [Str15] I. STRAUMIT, S.V. LOMOV et M. WEVERS. « Quantification of the internal structure and automatic generation of voxel models of textile composites from X-ray computed tomo-

- graphy data ». In : *Composites Part A : Applied Science and Manufacturing* 69 (2015), p. 150–158.
- [Stu99] C. STUDHOLME, D.L.G. HILL et D.J. HAWKES. « An overlap invariant entropy measure of 3D medical image alignment ». In : *Pattern recognition* 32.1 (1999), p. 71–86.
- [Tab16] S.A. TABATABAEI, E. BEDOGNI, A.R. MELRO, D.S. IVANOV et S.V. LOMOV. « Meso-FE simulation of progressive damage in textile composites using mesh superposition method ». In : *ECCM17–17th European Conference on Composite Materials*. 2016.
- [Tai14] T. TAILLANDIER-THOMAS, S. ROUX, T.F. MORGENEYER et F. HILD. « Localized strain field measurement on laminography data with mechanical regularization ». In : *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section B : Beam Interactions with Materials and Atoms* 324 (2014), p. 70–79.
- [Tho99] H. THOM. « Finite element modeling of plain weave composites ». In : *Journal of composite materials* 33.16 (1999), p. 1491–1510.
- [Tou09] J. TOURNOIS. « Optimisation de maillages ». Thèse de doct. Université Nice Sophia Antipolis, 2009.
- [Tra14] J.M. TRACY. « Multi-scale Investigation of Damage Mechanisms in SiC/SiC Ceramic Matrix Composites. » In : (2014).
- [Uda11] A. UDAYAKUMAR, A.S. GANESH, S. RAJA et M. BALASUBRAMANIAN. « Effect of intermediate heat treatment on mechanical properties of SiCf/SiC composites with BN interphase prepared by ICVI ». In : *Journal of the European Ceramic Society* 31.6 (2011), p. 1145–1153.
- [Van13] A VANAERSCHOT, B.N. COX, S.V. LOMOV et D. VANDEPITTE. « Stochastic framework for quantifying the geometrical variability of laminated textile composites using micro-computed tomography ». In : *Composites Part A : Applied Science and Manufacturing* 44 (2013), p. 122–131.
- [Vau10] T.J. VAUGHAN et C.T. MCCARTHY. « A combined experimental–numerical approach for generating statistically equivalent fibre distributions for high strength laminated composite materials ». In : *Composites Science and Technology* 70.2 (2010), p. 291–297.
- [Vec14] B. VECINA. *Étude et développement d’un dispositif d’analyse du comportement mécanique de composites à matrice céramique sous sollicitation de traction à chaud par tomographie*. Rapp. tech. Laboratoire des Composites Thermo-Structuraux (LCTS) - UMR5801 CNRS-UB-CEA-SAFRAN, 33600 Pessac, France, 2014.
- [Ver05] I. VERPOEST et S.V. LOMOV. « Virtual textile composites software WiseTex : Integration with micro-mechanical, permeability and structural analysis ». In : *Composites Science and Technology* 65.15-16 (2005), p. 2563–2574.
- [Vig15] G. VIGUERAS, F. SKET, C. SAMANIEGO, L. WU, L. NOELS, D. TJAHJANTO, E. CASONI, G. HOUZEAUX, A. MAKRAZI, J.M. MOLINA-ALDAREGUIA et al. « An XFEM/CZM implementation for massively parallel simulations of composites fracture ». In : *Composite Structures* 125 (2015), p. 542–557.
- [Vil14] J. VILFAYEAU. « Modélisation numérique du procédé de tissage des renforts fibreux pour matériaux composites ». Thèse de doct. INSA de Lyon, 2014.

- [Voo13] M. VOORN, U. EXNER et A. RATH. « Multiscale Hessian fracture filtering for the enhancement and segmentation of narrow fractures in 3D image data ». In : *Computers & geosciences* 57 (2013), p. 44–53.
- [Wan01] Y. WANG et X. SUN. « Digital-element simulation of textile processes ». In : *Composites science and technology* 61.2 (2001), p. 311–319.
- [Wan09] J. WANG et Z. YU. « A novel method for surface mesh smoothing : applications in biomedical modeling ». In : *Proceedings of the 18th international meshing roundtable*. Springer, 2009, p. 195–210.
- [Wan15] X.F. WANG, Z.J. YANG, J.R. YATES, A.P. JIVKOV et C. ZHANG. « Monte Carlo simulations of mesoscale fracture modelling of concrete with random aggregates and pores ». In : *Construction and Building Materials* 75 (2015), p. 35–45.
- [Whi91] J.D. WHITCOMB. « Three-dimensional stress analysis of plain weave composites ». In : *Composite Materials : Fatigue and Fracture (Third Volume)*. ASTM International, 1991.
- [Wid66] B. WIDOM. « Random sequential addition of hard spheres to a volume ». In : *The Journal of Chemical Physics* 44.10 (1966), p. 3888–3894.
- [Wri10] P. WRIGHT, A. MOFFAT, I. SINCLAIR et S.M. SPEARING. « High resolution tomographic imaging and modelling of notch tip damage in a laminated composite ». In : *Composites science and technology* 70.10 (2010), p. 1444–1452.
- [Wri11] P.M. WRIGHT. « Investigation of damage in laminated carbon fibre composites using high resolution computed tomography ». Thèse de doct. University of Southampton, 2011.
- [Xen16] D. XENOS et P. GRASSL. « Modelling the failure of reinforced concrete with nonlocal and crack band approaches using the damage-plasticity model CDPM2 ». In : *Finite Elements in Analysis and Design* 117 (2016), p. 11–20.
- [Xu14] W. XU, F.W. ZOK et R.M. McMEEKING. « Model of Oxidation-Induced Fiber Fracture in SiC/SiC Composites ». In : *Journal of the American Ceramic Society* 97.11 (2014), p. 3676–3683.
- [Xu15] J. XU, S.V. LOMOV, I. VERPOEST, S. DAGGUMATI, W. VAN PAEPEGEM et J. DEGRIECK. « A progressive damage model of textile composites on meso-scale using finite element method : Fatigue damage analysis ». In : *Computers & Structures* 152 (2015), p. 96–112.
- [Yan15] Q. YANG et M. NADERI. « A new augmented finite element method (A-FEM) for progressive failure analysis of advanced composite materials ». In : *Numerical Modelling of Failure in Advanced Composite Materials*. Elsevier, 2015, p. 265–308.
- [You17] Z. YOUSAF, P. POTLURI, P.J. WITHERS, D. MOLLENHAUER, E. ZHOU et S. DUNING. « Digital element simulation of aligned tows during compaction validated by computed tomography (CT) ». In : *International Journal of Solids and Structures* (2017).
- [Yu14] M. YU, H LIU, J. GONG, R. JIN, P. HAN et E. SONG. « Automatic segmentation of pulmonary fissures in computed tomography images using 3D surface features ». In : *Journal of digital imaging* 27.1 (2014), p. 58–67.
- [Yu15] B. YU, R.S. BRADLEY, C. SOUTIS, P.J. HOGG et P.J. WITHERS. « 2D and 3D imaging of fatigue failure mechanisms of 3D woven composites ». In : *Composites Part A : Applied Science and Manufacturing* 77 (2015), p. 37–49.

- [Yu16a] B. YU, R. BLANC, C. SOUTIS et P.J. WITHERS. « Evolution of damage during the fatigue of 3D woven glass-fibre reinforced composites subjected to tension–tension loading observed by time-lapse X-ray tomography ». In : *Composites Part A : Applied Science and Manufacturing* 82 (2016), p. 279–290.
- [Yu16b] B. YU, R.S. BRADLEY, C. SOUTIS et P.J. WITHERS. « A comparison of different approaches for imaging cracks in composites by X-ray microtomography ». In : *Phil. Trans. R. Soc. A* 374.2071 (2016), p. 20160037.
- [Zak03] M. ZAKO, Y. UETSUJI et T. KURASHIKI. « Finite element analysis of damaged woven fabric composite materials ». In : *Composites Science and Technology* 63.3-4 (2003), p. 507–516.
- [Zem01] J. ZEMAN et M. ŠEJNOHA. « Numerical evaluation of effective elastic properties of graphite fiber tow impregnated by polymer matrix ». In : *Journal of the Mechanics and Physics of Solids* 49.1 (2001), p. 69–90.
- [Zha14] C. ZHANG et W.K. BINIENDA. « A meso-scale finite element model for simulating free-edge effect in carbon/epoxy textile composite ». In : *Mechanics of Materials* 76 (2014), p. 1–19.
- [Zha15] C. ZHANG, N. LI, W. WANG, W.K. BINIENDA et H. FANG. « Progressive damage simulation of triaxially braided composite using a 3D meso-scale finite element model ». In : *Composite Structures* 125 (2015), p. 104–116.
- [Zha16] Y.J. ZHANG. *Geometric modeling and mesh generation from scanned images*. Chapman et Hall/CRC, 2016.
- [Zho04] G. ZHOU, X. SUN et Y. WANG. « Multi-chain digital element analysis in textile mechanics ». In : *Composites science and Technology* 64.2 (2004), p. 239–244.
- [Zho14] Y. ZHOU, W-C. ZHOU, F. LUO et D-M. ZHU. « Effects of dip-coated BN interphase on mechanical properties of SiCf/SiC composites prepared by CVI process ». In : *Transactions of Nonferrous Metals Society of China* 24.5 (2014), p. 1400–1406.
- [Zho15] S. ZHONG, L. GUO, H. LU et T. ZENG. « A continuum damage model for three-dimensional woven composites and finite element implementation ». In : *Composite Structures* 128 (2015), p. 1–9.
- [Zok16] F.W. ZOK. « Ceramic-matrix composites enable revolutionary gains in turbine engine efficiency ». In : *Am Ceram Soc Bull* 95 (2016), p. 22–28.
- [Zok90] F. ZOK et C.L. HOM. « Large scale bridging in brittle matrix composites ». In : *Acta Metallurgica et Materialia* 38.10 (1990), p. 1895–1904.