



**HAL**  
open science

# Analyse et amélioration des performances d'un système complexe par pilotage et par re-conception

Bacem Samet

► **To cite this version:**

Bacem Samet. Analyse et amélioration des performances d'un système complexe par pilotage et par re-conception. Infrastructures de transport. Université Paris Saclay (COMUE); École nationale d'ingénieurs de Sfax (Tunisie), 2019. Français. NNT : 2019SACLC014 . tel-02082208v2

**HAL Id: tel-02082208**

**<https://theses.hal.science/tel-02082208v2>**

Submitted on 28 Mar 2019

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# Analyse et Amélioration des Performances d'un Système Complexe par Pilotage et par Re-conception

Thèse de doctorat de l'Université Paris-Saclay et de l'Université de Sfax, préparée à CentraleSupélec

Ecole doctorale n°573 INTERFACES (Approches Interdisciplinaires : Fondements, Applications et Innovations)  
Spécialité de doctorat : Sciences et Technologies Industrielles

Thèse présentée et soutenue à Saint-Ouen, le 11/03/2019, par

**M. BACEM SAMET**

Composition du Jury :

Mme Claude Baron Professeure, Institut National des Sciences Appliquées de Toulouse	Présidente
M. Thierry Coudert MCF-HDR, Ecole Nationale d'Ingénieurs de Tarbes	Rapporteur
M. Anis Chelbi Professeur, Ecole Nationale Supérieure des Ingénieurs de Tunis	Rapporteur
M. Jamel Louati Professeur, Ecole Nationale d'Ingénieurs de Sfax	Examineur
M. Marc Zolghadri Professeur, Institut Supérieur de Mécanique de Paris	Co-directeur de thèse
M. Mohamed Haddar Professeur, Ecole Nationale d'Ingénieurs de Sfax	Co-directeur de thèse
M. Florent Couffin Maître de Conférences, Institut Supérieur de Mécanique de Paris	Co-encadrant de thèse
M. Maher Barkallah Professeur, Ecole Nationale d'Ingénieurs de Sfax	Co-encadrant de thèse

## Dédicace

A mes chers.

Ce modeste travail n'a pu exister que grâce aux soutiens de mes parents.  
Je dédie ce travail à mes parents (Mounir et Hekmet) et à mon frère et à ma soeur,  
pour leur amour et leur soutien inconditionnel.

Je dédie ce travail à tous mes amis et notamment Bilel.

## Remerciements

Ce travail est le fruit de collaboration de mes co-directeurs et co-encadrants.

Tout d'abord, je tiens à remercier mon co-directeur de thèse « Pr. Marc Zolghadri » de m'accompagner au cours de cette thèse en m'inspirant discipline et créativité.

J'adresse mes sincères remerciements à mon co-encadrant « Dr. Florent Couffin » pour l'attention qu'il m'a accordé pendant ce parcours doctoral, permettant d'accomplir ces travaux de recherche.

Je remercie mon co-directeur de thèse « Pr. Mohamed Haddar » pour le temps et l'attention qu'il m'a accordé pour assurer l'accomplissement de cette thèse.

Mes remerciements s'adressent aussi à mon co-encadrant « Pr. Maher Barkallah » pour le soutien et l'accompagnement pendant mes travaux de recherche.

Ma gratitude s'adresse à Madame et Messieurs les membres de Jury de cette thèse.

Je tiens à remercier « Pr. Claude Baron » et « Pr. Jamel Louati » pour l'honneur qu'il m'ont fait en acceptant d'être membre de mon jury de thèse.

Enfin, je tiens à remercier « Dr. Thierry Coudert » et « Pr. Anis Chalbi » qui m'ont fait l'honneur d'être rapporteurs de cette thèse.

# Table des matières

<b>1</b>	<b>Introduction générale</b>	<b>1</b>
1.1	Contexte de nos travaux : systèmes complexes à longue durée de service	2
1.2	Opérations d'amélioration de performances . . . . .	5
1.3	Etude de la performance . . . . .	6
1.3.1	Concepts généraux . . . . .	6
1.3.2	Indicateurs de performance pour un système de partage de vélos	8
1.3.3	Approches d'analyse de la performance . . . . .	9
	Analyse de performance via la mesure . . . . .	9
	Analyse de performance via la modélisation . . . . .	10
1.4	Méthodologie et défis . . . . .	10
1.5	Organisation du manuscrit . . . . .	11
<b>2</b>	<b>État de l'art sur le système de vélos en libre-service</b>	<b>13</b>
2.1	Introduction . . . . .	14
2.2	Système BSS . . . . .	14
2.3	Etat de l'art des VSS (littérature) . . . . .	16
2.3.1	Analyse des données (traitement et analyse statistique) . . . . .	18
	Effet des variables exogènes sur le système . . . . .	18
	Outil d'aide à la décision . . . . .	19
	Estimation de la demande . . . . .	19
	Synthèse brève sur les méthodes d'analyse de données . . . . .	20
2.3.2	Approche d'optimisation . . . . .	20
	Optimisation pour le pilotage . . . . .	20
	Optimisation pour la conception . . . . .	22
2.3.3	Optimisation intégrant à la fois le pilotage et la conception . . . . .	22
	Synthèse brève sur les méthodes d'optimisation . . . . .	22
2.3.4	Approche de modélisation par la Simulation . . . . .	23
	Simulation à événements discrets . . . . .	25
	Simulation multi-agents . . . . .	26
	Simulation par la Dynamique des systèmes . . . . .	27
	Synthèse brève sur les approches de simulation . . . . .	27
2.3.5	Approche de modélisation stochastique . . . . .	28
	Le formalisme des files d'attente (FA) . . . . .	28
	Travaux exploitant le réseau de files d'attente BCMP . . . . .	31
	Travaux exploitant d'autres réseaux de file d'attente . . . . .	34
	Travaux utilisant la dynamique d'une file d'attente individuelle	34
	Travaux faisant le regroupement des stations . . . . .	35
	Travaux exploitant d'autres approches stochastiques . . . . .	37
	Limitations des travaux de la littérature et nos motivations . . . . .	39
2.4	Conclusion . . . . .	41

<b>3</b>	<b>Modèle d'un système de vélo en libre-service</b>	<b>43</b>
3.1	Introduction . . . . .	44
3.2	Modèle du système BSS en réseau de files d'attente fermé avec mécanisme de blocage . . . . .	44
3.2.1	Modélisation d'une station de BSS . . . . .	44
3.2.2	Modélisation des trajets entre les stations . . . . .	45
3.2.3	Modélisation du mécanisme de mise en attente et de redirection du vélo . . . . .	45
3.2.4	Spécification des différentes files utilisées : notation de Kendall	48
3.2.5	Modélisation d'un trajet . . . . .	49
3.2.6	Système BSS à deux stations . . . . .	49
3.2.7	Matrice de routage du réseau de FA . . . . .	50
3.2.8	Indice de performances . . . . .	51
3.3	Résolution du réseau de files d'attente fermé ayant le mécanisme de blocage RS-RD par la méthode de maximum d'entropie . . . . .	52
3.3.1	Méthode de résolution . . . . .	52
3.3.2	Maximum d'entropie . . . . .	53
3.3.3	Méthode de résolution . . . . .	53
	Complexité de la méthode de résolution . . . . .	55
3.4	Cas d'application : zone de 20 stations de Vélib' . . . . .	55
3.4.1	Choix de la zone géographique des stations . . . . .	57
3.4.2	Choix de la période . . . . .	58
3.4.3	Traitement des données . . . . .	58
	Taux et carré du CV du temps de service des SS . . . . .	59
	Taux et carré du CV du temps de service des MS . . . . .	59
	Matrice de routage . . . . .	59
	Capacité des stations . . . . .	59
3.5	Expérimentation . . . . .	59
3.5.1	Changement des variables endogènes . . . . .	60
	Pilotage par changement de la taille de la flotte . . . . .	60
	Re-conception par redimensionnement de la capacité d'une station . . . . .	64
3.5.2	Changement des variables exogènes . . . . .	68
	Changement du taux de retrait de vélos de la station 4003 . . . . .	70
	Changement de probabilité de routage à la station 4003 . . . . .	71
3.6	Conclusion . . . . .	76
<b>4</b>	<b>Modèle de la station virtuelle</b>	<b>79</b>
4.1	Introduction . . . . .	80
4.2	Réduction du nombre de stations : cas spécifique . . . . .	81
4.2.1	Principe de réduction et hypothèses (de la station virtuelle) . . . . .	81
4.2.2	Cas d'application et expérimentations . . . . .	83
4.3	Réduction du nombre de stations : cas général . . . . .	89
4.4	Conclusion . . . . .	92
<b>5</b>	<b>Conclusion générale</b>	<b>95</b>
5.1	Résultats obtenus . . . . .	96
5.2	Limites de nos travaux . . . . .	97
5.3	Perspectives . . . . .	98
5.3.1	Perspectives sur le modèle actuel . . . . .	98

5.3.2	Perspectives d'autres développements couplés avec le travail actuel . . . . .	99
5.3.3	Autres modèles de BSS en utilisant le mécanisme de blocage . .	99
<b>A</b>	<b>Annexe état de l'art</b>	<b>101</b>
A.1	Analyse des données comme outil d'aide à la décision . . . . .	102
A.2	Analyse des données et optimisation pour la redistribution des vélos.	103
<b>B</b>	<b>Analyse des données</b>	<b>105</b>
B.1	Taux et carré du CV du temps de service des SS . . . . .	106
B.1.1	Taux et carré du CV du temps de service des MS . . . . .	106
B.1.2	Matrice de routage . . . . .	108
B.1.3	Probabilité de routage entre les stations . . . . .	108
B.1.4	Probabilité de routage entre la FA-MSB et les autres FA . . . . .	110
<b>C</b>	<b>Méthode de résolution</b>	<b>111</b>
C.1	Principe de résolution du réseau fermé . . . . .	112
C.2	Résolution des files d'attente individuelles . . . . .	112
C.3	Résolution du réseau fermé . . . . .	114
C.4	Résolution du réseau pseudo-ouvert . . . . .	115
C.5	Décomposition du réseau en files d'attente individuelles . . . . .	116
C.6	Procédure de résolution . . . . .	117
<b>D</b>	<b>Formalisme de file d'attente</b>	<b>121</b>
<b>E</b>	<b>État de l'art : Réseau de files d'attente avec mécanisme de blocage</b>	<b>125</b>
<b>F</b>	<b>Comparaison des résultats des modèles de BSS</b>	<b>129</b>
<b>G</b>	<b>Application Système de production</b>	<b>131</b>
<b>H</b>	<b>Résultats des changements de la taille de flotte</b>	<b>141</b>
H.1	Changement de la taille de flotte . . . . .	142
H.2	Multi-changements pour pilotage et/ou re-conception . . . . .	144
H.2.1	Changement de routage à une station et de taux d'arrivée des usagers . . . . .	145
H.2.2	Changement de taille de flotte et re-dimensionnement de la capacité . . . . .	147
	<b>Bibliographie</b>	<b>149</b>



# Table des figures

1.1	Principe d'outil d'aide à la décision. . . . .	4
1.2	Outil d'aide à la décision pour un système BSS. . . . .	11
2.1	Gain d'espace par le passage des voitures aux vélos (source : International Sustainable Institute). . . . .	15
2.2	Approches de traitement des problèmes VSS. . . . .	17
2.3	File simple. . . . .	29
3.1	Station de BSS. . . . .	44
3.2	Station représentée par une FA SS. . . . .	45
3.3	Modélisation d'un trajet entre deux stations par une file d'attente à serveur multiple MS. . . . .	45
3.4	Processus de blocage. . . . .	46
3.5	Modélisation d'une station : $\langle MSB - SS, RS - RD \rangle$ . . . . .	47
3.6	Processus de gestion des arrivées des vélos. . . . .	47
3.7	Modèle d'un trajet en FA. . . . .	49
3.8	Probabilités de routage dans un système BSS. . . . .	50
3.9	Étapes de résolution . . . . .	55
3.10	Plan géographique du centre de Paris . . . . .	57
3.11	Traitement des données. . . . .	59
3.12	Dimensionnement de la taille de la flotte-Disponibilités dans la station 4003. . . . .	60
3.13	Dimensionnement de la taille de la flotte-Disponibilités dans la station 4012. . . . .	61
3.14	Dimensionnement de la taille de la flotte-Disponibilités dans la station 4017. . . . .	61
3.15	Dimensionnement de la taille de la flotte-Disponibilités dans la station 6020. . . . .	62
3.16	Disponibilité globale moyenne dans le système de 20 stations. . . . .	63
3.17	Disponibilité globale avec importance accordée aux disponibilités agrégées des stations de l'île de la cité . . . . .	64
3.18	Dimensionnement de la capacité de la station 4003 -Disponibilités dans la station 4003. . . . .	66
3.19	Dimensionnement de la capacité de la station 4017-Disponibilités dans la station 4017. . . . .	66
3.20	Effet du dimensionnement de la capacité de la station 4003. . . . .	68
3.21	Dimensionnement de la capacité de la station 4003- Performance globale du réseau. . . . .	69
3.22	Dimensionnement de la capacité de la station 4017- Performance globale du réseau. . . . .	69
3.23	Effet de changement du taux de retrait de vélos de la station 4003 sur sa performance . . . . .	70
3.24	Effet de changement du taux de retrait de vélos de la station 4003. . . . .	72

3.25	Effet de changement du taux de retrait de vélos de la station 4003 sur la performance globale du réseau. . . . .	73
3.26	Illustration du changement des probabilités de routage. . . . .	73
3.27	Effet de changement de la probabilité de routage à la station 4003 sur sa performance. . . . .	74
3.28	Effet de changement de la probabilité de routage à la station 4003. . .	75
3.29	Effet de changement de la probabilité de routage à la station 4003 sur la performance du réseau. . . . .	76
4.1	Probabilité de routage de la station virtuelle vers une station interne. .	82
4.2	Probabilité de routage d'une station interne vers la station virtuelle. . .	83
4.3	Trajet de la station virtuelle à une station interne. . . . .	83
4.4	Trajet d'une station interne à la station virtuelle. . . . .	83
4.5	Modèle de 20 stations. . . . .	84
4.6	Réduction du nombre de stations. . . . .	85
4.7	Moyenne des disponibilités agrégées par rapport au taux d'agrégation. .	86
4.8	Déviations relatives au modèle de référence. . . . .	87
4.9	Pourcentage de réduction du temps de calcul. . . . .	88
4.10	Temps de calcul de chaque modèle. . . . .	88
4.11	Arrondissements de Paris. . . . .	89
4.12	Pourcentage du nombre de trajets en sortant de la station 4002 en fonction du pourcentage du nombre de stations destination. . . . .	91
4.13	Pourcentage du nombre de trajets au départ de la station 4002 en fonction du pourcentage du nombre de stations de départ. . . . .	91
B.1	Exemple de l'évolution du taux de remplissage d'une station par rapport au temps. . . . .	108
B.2	Re-bouclage des flux sortant du sous-réseau. . . . .	110
C.1	Étapes de résolution du réseau de FA fermé ayant un mécanisme de blocage RS-RD . . . . .	118
F.1	Comparaison des résultats des modèles de BSS. . . . .	130
H.1	Dimensionnement de la taille de la flotte. . . . .	142
H.2	Dimensionnement de la taille de la flotte. . . . .	143
H.3	Dimensionnement de la taille de la flotte. . . . .	144
H.4	Disponibilité des vélos suite aux changements de routage et de taux d'arrivée des usagers à la station 4002. . . . .	145
H.5	Disponibilité des points d'attache suite aux changements de routage et de taux d'arrivée des usagers à la station 4002. . . . .	146
H.6	Disponibilité agrégée suite aux changements de routage et de taux d'arrivée à la station 4002. . . . .	146
H.7	Disponibilité des vélos dans la station 4003 suite aux changements de la taille de la flotte et de la capacité de la station 4003. . . . .	147
H.8	Disponibilité des points d'attache dans la station 4003 suite aux changements de la taille de la flotte et de la capacité de la station 4003. . . .	148
H.9	Disponibilité agrégée de la station 4003 suite aux changements de la taille de la flotte et de la capacité de la station 4003. . . . .	148

# Liste des tableaux

1.1	Opérations d'amélioration d'un système de partage de vélo. . . . .	6
2.1	Exploration des données pour l'aide à la décision. . . . .	19
2.2	Redistribution des vélos en utilisant une approche d'optimisation. . . .	21
2.3	Travaux pour la conception des BSS par une modélisation d'optimi- sation. . . . .	23
2.4	Travaux combinant les problèmes de conception et de redistribution. . .	24
2.5	Travaux exploitant une programmation mathématique. . . . .	24
2.6	Travaux exploitant la simulation à événement discret. . . . .	26
2.7	Travaux combinant des résultats du réseau BCMP et programmation mathématique. . . . .	33
2.8	Comparaison des modèles de simulation et des modèles stochastiques.	38
2.9	Objectifs et réponse apportée par la modélisation stochastique. . . . .	39
2.10	Hypothèses simplificatrices de modélisation. . . . .	40
3.1	Indice des FA dans la matrice de routage. . . . .	50
3.2	Distances en mètres entre les stations choisies. . . . .	57
3.3	Capacités des stations. . . . .	59
3.4	Taille de flotte de référence pour les 20 stations du réseau . . . . .	63
3.5	Groupes de stations. . . . .	65
3.6	Caractéristiques des courbes de disponibilité selon le groupe de sta- tion. Redimensionnement de la capacité . . . . .	67
3.7	Caractéristiques des courbes de disponibilité selon le groupe de sta- tion. Changement du taux d'arrivée des usagers. . . . .	71
3.8	Caractéristiques des courbes de disponibilité selon le groupe de sta- tion. Changement de la probabilité de routage. . . . .	75
4.1	Nombre de trajets sortant de la station 4002 . . . . .	90
4.2	Nombre de trajets entrant à la station 4002 . . . . .	90
B.1	Taux d'interarrivée des usagers par heure. . . . .	107
B.2	Carrés des coefficients de variation d'interarrivée des usagers. . . . .	107
B.3	Taux des trajets et des carrés des CV. . . . .	109
B.4	Probabilité de routage entre 5 stations. . . . .	109
B.5	Exemple de routage d'une station à une autre après re-bouclage. . . . .	109
B.6	Exemple de probabilité de routage à partir de MSB. . . . .	110



# Liste des Abréviations

<b>AMoD</b>	<b>A</b> utonomous <b>M</b> obility on <b>D</b> emand
<b>BCMP</b>	<b>B</b> askett, <b>C</b> handy, <b>M</b> untz and <b>P</b> alacios
<b>BSS</b>	<b>B</b> ike <b>S</b> haring- <b>S</b> ystem, <b>V</b> élos en <b>L</b> ibre- <b>S</b> ervice
<b>CV</b>	<b>C</b> oefficient de <b>V</b> ariation
<b>FA</b>	<b>F</b> ile d'Attente
<b>FCFS</b>	<b>F</b> irst <b>C</b> ome, <b>F</b> irst <b>S</b> erved
<b>GPS</b>	<b>G</b> lobal <b>P</b> ositioning <b>S</b> ystem
<b>MILP</b>	<b>M</b> ixed <b>I</b> nteger <b>L</b> inear <b>P</b> rogramming
<b>MIP</b>	<b>M</b> ixed <b>I</b> nteger <b>P</b> rogramming
<b>MS</b>	<b>M</b> ultiple <b>S</b> ervers
<b>MSB</b>	<b>M</b> ultiple <b>S</b> erver for <b>B</b> locking
<b>PRT</b>	<b>P</b> ersonal <b>R</b> apid <b>T</b> ransit
<b>RFID</b>	<b>R</b> adio- <b>F</b> requency <b>I</b> Dentification
<b>SIG</b>	<b>S</b> ystème d' <b>I</b> nformation <b>G</b> éographique
<b>SS</b>	<b>S</b> ingle <b>S</b> ervers
<b>VSS</b>	<b>V</b> ehicle <b>S</b> haring- <b>S</b> ystem, <b>V</b> éhicules en <b>L</b> ibre- <b>S</b> ervice



# Liste des Symboles

Soient  $i = 1, \dots, M, j = 1, \dots, M, j \neq i$ .

$c_i$	Le nombre de serveurs dans la file d'attente $i$ .
$M$	Le nombre des files d'attente dans le réseau.
$L$	Le nombre total des vélos dans le réseau.
$L_i$	La capacité virtuelle d'une file d'attente $i$ .
$N_i$	La capacité d'une file d'attente à serveur unique $i$ .
$N_T$	Le nombre total de stations dans le système de partage de vélos.
$\pi_{ij}$	La probabilité de blocage d'un vélo sortant de la file d'attente $i$ entrant à la file d'attente $j$ .
$\pi_i$	La probabilité de blocage d'un vélo entrant à la file d'attente $i$ .
$\alpha_{ij}$	La probabilité de routage d'un vélo sortant de la file d'attente $i$ à la file d'attente $j$ .
$\tilde{\alpha}_{ij}$	La probabilité de routage effective d'un vélo sortant de la file d'attente $i$ (sans être rejeté) à la file d'attente $j$ .
$\lambda_i$	Le taux d'interarrivée des vélos à la file d'attente $i$ .
$\tilde{\lambda}_i$	Le taux d'interarrivée effectif (sans être rejetés) des vélos à la file d'attente $i$ .
$C_{ai}$	Le coefficient de variation au carré (scv) du temps d'interarrivée des vélos à la file d'attente $i$ .
$n_i$	Le nombre de vélos dans la file d'attente $i$ .
$\mathbf{n}$	L'état du réseau $\mathbf{n} = (n_1, \dots, n_M)$ .
$p_i(n_i)$	La probabilité marginale de la file d'attente $i$ de contenir $n_i$ vélos.
$p(\mathbf{n})$	La probabilité de l'état $\mathbf{n}$ du réseau.
$\langle n_i \rangle$	Le nombre moyen de vélos dans la file d'attente $i$ .
$X_i$	Le débit dans la file d'attente $i$ .
$Ab_r$	La disponibilité des vélos dans une station (de vélo) $r$ .
$Ad_r$	La disponibilité des points d'attache dans une station (de vélo) $r$ .
$A_r$	La disponibilité agrégée dans une station (de vélo) $r$ .
$A$	La disponibilité globale (toutes les stations du système).
$y_i$	Les coefficients de Lagrange correspondant aux contraintes $\phi_i, i = 1, \dots, M$ .
$\tilde{C}_{di}$	Le coefficient de variation au carré du temps d'interdépart effectif de la file d'attente $i$ .
$\tilde{\mu}_i$	Le taux effectif de temps de service dans la file d'attente $i$ .
$\tilde{C}_{si}$	Le coefficient de variation au carré du temps de service effectif de la file d'attente $i$ .



# 1 Introduction générale

## 1.1 Contexte de nos travaux : systèmes complexes à longue durée de service

Un système complexe est composé de nombreux processus, entités ou sous-systèmes imbriqués (HENDRICKSON et WRIGHT, 2006) et il est souvent difficile à l'appréhender dans toutes ses dimensions pour de multiples raisons. Il peut, par exemple, être composé de nombreux composants ayant des structures et des comportements différents. Ces composants peuvent avoir des inter-connexions nombreuses et de différentes natures (linéaires ou non linéaires). Par conséquent, le système peut avoir non seulement une structure complexe mais aussi il peut être doté de comportements évolutifs; certains pouvant l'amener vers des fonctionnements instables, dégradés ou non-sécuritaires par exemple.

Dans ce travail, nous nous intéressons à des systèmes complexes à longue durée de service. Ces systèmes sont dotés d'une longue durée d'exploitation qui est très souvent bien supérieure à la durée nécessaire pour leur conception et mise en service (ZOLGHADRI et al., 2013). Parmi ces systèmes on peut trouver des chaînes logistiques, des systèmes hospitaliers, des systèmes de transport d'énergie, ou encore des systèmes de production (GUCKENHEIMER et OTTINO, 2008; PENG WONG et YEW WONG, 2008; EBER, 2015; LIBEROPOULOS et al., 2006). Plus précisément, dans cette thèse nous nous intéressons à des systèmes de partage de vélos. Il s'agit d'un système offrant un service de transports "relativement" récent. Un tel système est composé de plusieurs classes de composants : (i) un ensemble de stations couvrant une localité, souvent des centres ou des hyper-centres dans les villes, (ii) une flotte de vélos, (iii) un système de contrôle lui-même composé des systèmes automatisés et des régulateurs humains, et enfin (iv) un système de communication avec les usagers via par exemple des applications clientes (téléchargeables et installables sur des smartphones) et des sites web. Ces systèmes sont souvent gérés soit par la municipalité directement (Green Bikes à Cambridge (UK)) ou par des entreprises privées appelées opérateurs (Vélib à Paris par exemple). Chaque station possède un nombre de points d'attache pour les vélos. Ce nombre définit la capacité de la station. Une fois enregistré, un usager peut disposer d'un vélo dans n'importe quelle station pour son trajet. L'usager peut ensuite rendre le vélo dans n'importe quelle station. La performance d'un tel système est comprise par les usagers et l'opérateur par le fait qu'un usager doit pouvoir trouver un vélo dans la station de départ et un point d'attache libre dans la station de destination. Cette performance peut être mesurée par différents indicateurs de performance.

Parmi les parties prenantes (les stakeholder en anglais) d'un tel système, on peut nommer :

- les propriétaires et l'opérateur qui doivent installer et exploiter le système, et
- les usagers.

De manière plus exhaustive, pour un système de partage de vélos, on peut ajouter d'autres parties prenantes telles que les associations vertes et les associations de cyclicité. Les objectifs alloués au système sont alors : maximiser la disponibilité de vélos au départ et de point d'attaches à l'arrivée, maximiser le nombre de vélos en bon état et par conséquent la sécurité des usagers, maximiser le profit (pour l'opérateur), accroître l'usage de vélos pour réduire au mieux les pollutions atmosphériques ou sonores et les embouteillages.

Les actions à mener par l'opérateur sont toutes soumises à ces objectifs qui peuvent être contradictoires. Par exemple, les usagers s'attendent à disposer d'un service de qualité à moindre coût, ce qui est générateur de coûts importants pour l'opérateur

(notamment en présence des dégradations des vélos) qui voit ses profits diminués. Le pilotage d'un tel système doit alors parvenir à obtenir un "bon" compromis entre ces objectifs.

Le système de partage de vélos, comme tout autre système, est également soumis à des contraintes économiques (concurrence), politiques, législatives, technologiques, sociales, écologiques (TAMBE, HITT et BRYNJOLFSSON, 2012).

Ainsi, un tel système de partage, à l'instar de tout système en phase d'exploitation, doit répondre à de nombreuses exigences et contraintes venant de son environnement et qui sont de plus en plus astreignantes et contradictoires. Or, cet environnement lui-même est en perpétuel changement. On peut prendre des exemples suivants :

- des évolutions technologiques. Dans ce cas, le système existant est dépassé par l'émergence de nouvelles technologies des concurrents (i.e. l'arrivée des vélos électriques ou la technologie GPS par des systèmes de partage de vélos sans station), ou bien
- des changements d'usage (due à l'évolution culturelle/sociale/écologique des usagers) qui impactent directement la demande. C'est par exemple le cas des changements démographiques dans un quartier.

Par ailleurs, des causes internes au système peuvent également l'éloigner de ses objectifs prédéfinis (i.e. la dégradation et l'amortissement matériel). L'exploitant du système doit alors chercher à adapter ses modes de gestion ou/et à adapter le système à ces nouvelles exigences pour atteindre les objectifs prédéterminés.

La conduite des opérations de ces systèmes n'est donc pas aisée puisque la demande (i.e. le nombre d'usagers dans le système de partage de vélos) est purement aléatoire, la qualité exigée du service est variable selon l'emplacement de la station, et les dépendances entre les paramètres caractérisant le système sont difficilement identifiables. Les dimensions du système viennent amplifier encore davantage les difficultés de la mise au point des techniques de pilotage. Notons enfin que cette taille importante confère au système une caractéristique intéressante mais difficile à appréhender. En effet, des changements locaux dans une zone géographique peuvent ne pas avoir d'impacts réels sur des zones distantes ; i.e. il existe une capacité d'absorption au sein du réseau (on peut parler d'une résilience) dont la modélisation reste difficile. Tandis que l'accumulation des changements locaux, peuvent dans certaines situations avoir des effets sur les comportements globaux du système. Il s'agit là par exemple du phénomène de "pulsations" mis en évidence par les travaux d'IFSTTAR sur le réseau Vélib de Paris (« Trajectoire »). Ces pulsations reflètent des transferts massifs des vélos de la banlieue vers le centre de Paris dans la matinée et leur retour dans la soirée.

Par conséquent, la complexité du système laisse le gestionnaire parfois incapable de retracer les causes de non-atteinte des objectifs. En plus, le gestionnaire ne peut que difficilement prédire les conséquences des différentes actions/opérations d'amélioration.

Les questions de recherche auxquelles nous nous sommes intéressés sont alors issues de ces observations et peuvent être formulées ainsi :

- Est-il possible d'offrir un modèle du système de partage de vélos qui puisse être utilisé non seulement pour le pilotage à court et moyen termes mais aussi pour la modification (i.e. une re-conception) du système ?
- Est-il possible de doter le système de pilotage ou l'opérateur/exploitant du système de partage de vélos d'un outil d'aide à la décision ?

On peut comprendre aisément qu'un tel outil puisse aider l'exploitant dans les tâches quotidiennes mais aussi les pouvoirs publics dans leurs décisions, par exemple, d'extension du réseau.

Ceci constitue la problématique générale des travaux que nous avons menés. La démarche poursuivie se base alors sur la mise au point d'un outil d'aide à la décision dont le principe est présenté dans la figure 1.1.

Cet outil doit permettre à l'opérateur de mieux comprendre le système et connaître ses limites (i.e. capacités). Il permettra d'évaluer les différentes alternatives et de voir les conséquences des changements externes (e.g. événements festifs ou des salons spécialisés organisés dans certaines zones de la ville) ou internes (e.g. ajouts de vélos dans certaines stations).

Le système étudié est déjà en exploitation. Comme montré dans la figure 1.1, la démarche commence par le traitement des données (l'historique) pour évaluer la performance du système en utilisant des outils adéquats. L'analyse fine de la performance permet de s'orienter vers des pistes d'amélioration. Les opérations d'amélioration (pilotage et re-conception) sont alors évaluées. La mise en pratique des recommandations ainsi déterminées par l'opérateur devrait permettre d'améliorer la performance du système.

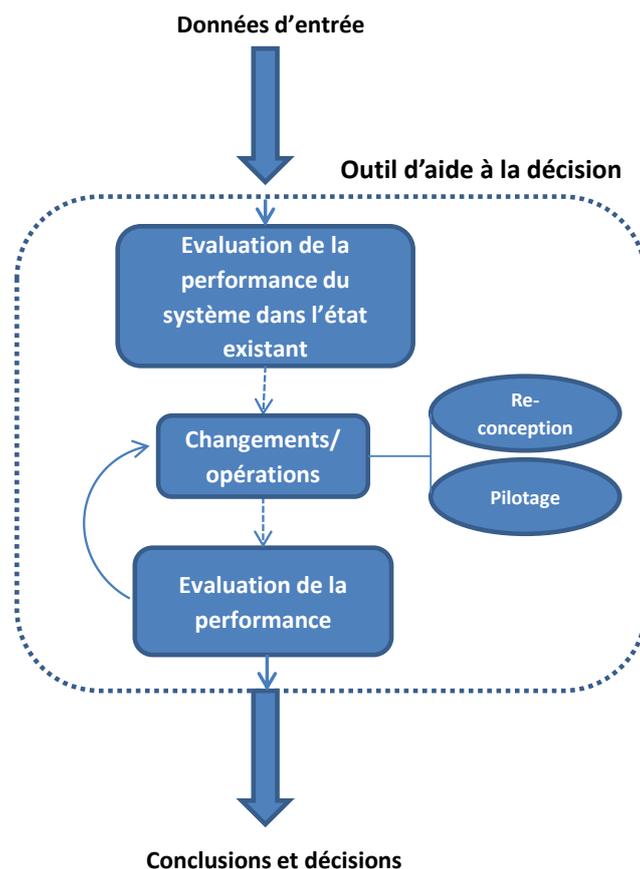


FIGURE 1.1 – Principe d'outil d'aide à la décision.

Dans ce qui suit, nous distinguons parmi les opérations d'amélioration, celles liées au pilotage du système de celles menées lors de la re-conception. Ensuite, la mesure de la performance des systèmes (ou organisation) est présentée brièvement.

Nous présentons par la suite, l'approche d'analyse et d'amélioration de la performance poursuivie dans cette thèse. Enfin, les défis et la méthodologie de résolution sont présentés avant d'annoncer le plan de la thèse.

## 1.2 Opérations d'amélioration de performances

Pour répondre aux nouvelles exigences le gestionnaire du système dispose des actions/opérations d'amélioration. On distingue deux types d'opérations (**pilotage** et **re-conception**).

La **re-conception (UtP : upgrade to performance)** est une série d'opérations qui apporte un changement profond dans la structure du système. Elle est réalisée sur des systèmes qui ont une durée de service importante allant jusqu'à plusieurs décennies. La phase d'exploitation de ces systèmes est plus longue que les autres phases de leur cycle de vie (ZOLGHADRI et COUFFIN, 2017). Ces opérations peuvent être désignées par « amélioration radicale », voir (SLACK, CHAMBERS et JOHNSTON, 2013; BITITCI, 2015). Souvent ces opérations sont accompagnées de l'introduction d'innovations. On peut citer par exemple le cas de redimensionnement de la taille d'une station dans un système de partage de vélos (cf. tableau 1.1), l'introduction d'une nouvelle machine dans une usine, le changement de la technologie d'un processus, la re-conception de la gestion de la relation client, le changement du modèle relationnel d'un système d'information, le passage à l'automatisation d'une opération, le changement du mode de transport dans une chaîne logistique, ou l'introduction de nouvelles technologies de simulation pour le service R&D.

L'impact de ces améliorations est important et implique des changements dans les pratiques. Ces changements sont souvent coûteux. Ils peuvent impliquer des changements dans le produit/service et/ou les processus primaires (conception, développement, mise en place) et supports (maintenance et maintien en conditions opérationnelles). Il s'agit souvent de solutions créatives et à haute valeur ajoutée. L'introduction partielle d'une nouvelle génération du réseau électrique (cf. PENG WONG et YEW WONG, 2008 p 269) ou le remplacement d'un opérateur par un robot (cf. PENG WONG et YEW WONG, 2008, p177) dans le milieu industriel sont d'autres exemples d'opération de re-conception.

*A contrario*, le **pilotage (CtP : control to performance)** correspond à l'ensemble des opérations de gestion quotidienne. Il s'agit d'opérations à court terme incluant la planification et l'organisation. Cette opération est désignée par « amélioration incrémentale » dans (SLACK, CHAMBERS et JOHNSTON, 2013; BITITCI, 2015). Ce type d'amélioration implique des petits changements améliorant la performance graduellement. On peut citer des exemples tels que le changement de la taille de flotte dans le système de partage de vélos et le changement de la méthode d'ordonnancement ou de planification de production dans une entreprise de production manufacturière. La philosophie de l'amélioration continue, connue aussi sous le nom Japonais Kaizen, se situe dans cette catégorie. Ces changements sont moins coûteux comparés à l'amélioration radicale.

Dans le cadre des systèmes de partage de vélos, les opérations menées par l'opérateur du système peuvent être ainsi classées soit en re-conception soit en pilotage. Le tableau 1.1 permet de voir cette correspondance.

L'évaluation de l'efficience et l'efficacité des opérations de pilotage et de (re) conception est importante pour quantifier l'impact des changements possibles suite à la mise en pratique des alternatives de pilotage ou de re-conception. Il devient donc nécessaire de procéder à une analyse de performance du système.

TABLEAU 1.1 – Opérations d’amélioration d’un système de partage de vélo.

<i>Pilotage</i>	<i>(Re)conception</i>
Rééquilibrage par incitation des usagers.	Redimensionnement de la capacité des stations.
Changement de la taille de la flotte.	Changement de l’emplacement d’une station.
Rééquilibrage par redistribution.	Ajout de nouvelles stations.
Gestion de la maintenance.	Passage aux vélos électriques.
	Construction de pistes cyclables.
	Ajout d’une technologie permettant la réservation.

## 1.3 Etude de la performance

### 1.3.1 Concepts généraux

La performance est un concept polymorphe (PENDARIES, 2011). Elle est considérée comme étant la mesure de l’efficacité<sup>1</sup> et/ou de l’efficacités<sup>2</sup> d’une action (BITITCI, 2015; ISSOR, 2017). Cette évaluation peut concerner toutes les phases du cycle de vie du système/organisation.

La mesure et l’évaluation de la performance est le processus de rassembler, analyser et communiquer les informations concernant la performance d’une action (BITITCI, 2015). On identifie divers facteurs de succès de la mesure de la performance cités dans (BITITCI et al., 2011) : maturité du système, structure organisationnelle, taille et culture, système de gestion, système d’information et communication.

On procède à l’évaluation de la performance dès lors qu’on souhaite qualifier l’écart entre les performances atteintes par le système et ses performances cibles. En analysant cet écart, on serait alors en mesure de déterminer et d’établir des actions correctives pouvant être mises en place (pilotage et re-conception). L’évaluation de performance sert également à des fins de communications internes et externes (WILCOX et BOURNE, 2003; FOLAN et BROWNE, 2005; FRANCO-SANTOS, LUCIANETTI et BOURNE, 2012). L’étude de la performance d’un système est aussi importante au cours des premières phases de conception afin de comparer les choix architecturaux alternatifs (voir par exemple LIBEROPOULOS et al., 2006). Cela est vrai en particulier lorsque le développement de nouveaux systèmes est principalement motivé par la demande de performances toujours plus élevées. A titre d’exemple, divers travaux se sont focalisés sur l’évaluation de la performance dans la phase de conception pour un système de production de biens (BECKER, MEYER et WINDT, 2014; KOREN, HU et WEBER, 1998; COCHRAN et DOBBS, 2001) ou pour un système de production de services (YOON, KIM et RHEE, 2012).

L’évaluation et la mesure de la performance sont réalisées à travers la définition et la mise en place d’indicateurs de performance.

Un indicateur est défini par LITMAN (2007) comme un/des paramètre(s) que nous mesurons afin d’évaluer les progrès accomplis vers la réalisation des objectifs. Ou encore un indicateur de performance est l’évaluation quantitative et qualitative de l’efficacité et l’efficacité d’une action (BITITCI, 2015).

1. les ressources consommées par l’action pour délivrer le résultat

2. le degré d’atteinte du résultat d’une action en réponse à des attentes/exigences/spécifications

On définit souvent les indicateurs de performance d'un système en fonction de la stratégie du système (l'alignement de l'indicateur avec la stratégie du système), voir (KAPLAN et NORTON, DAVID, 1995; KOCAOĞLU, GÜLSÜN et TANYAŞ, 2013; SLACK, BRANDON-JONES et JOHNSTON, 2010). Un indicateur doit être doté de certaines caractéristiques pour assurer une évaluation utile et pertinente de la performance :

- il doit être centré sur les processus/activités critiques,
- il doit être spécifique et clair et ne doit pas susciter d'ambiguïté,
- il doit être réaliste en tenant en considération des contraintes présentes,
- il doit être mesurable,
- etc.

Les méthodes et les outils de mesure des indicateurs de performance sont divers. OZCAN (2008) propose une liste non-exhaustive d'outils généraux d'évaluation :

- Analyse par ratio. Il s'agit de calculer l'indicateur d'efficacité/productivité comparant l'output et l'input.
- Productivité totale réelle (Total Productivity Factor, TFP). Il généralise le ratio en utilisant plusieurs inputs/outputs.
- Régression des moindres carrés. On recourt à un historique de données pour l'estimation de la performance en établissant une relation linéaire ou non-linéaire entre les inputs et outputs.
- Analyse de frontières stochastiques (Stochastic frontier analysis). C'est une technique paramétrique (analyse statistique) qui permet d'estimer la limite de l'efficacité de la performance en tenant compte du bruit aléatoire statistique (les aléas qui dégradent la performance).
- Analyse de l'enveloppement des données (Data Envelopment Analysis) est une technique non-paramétrique empirique qui permet de déterminer la meilleure performance référence d'un système en utilisant un modèle de programmation et en intégrant plusieurs inputs/outputs. La comparaison peut ainsi être faite entre les performances atteintes par le système et sa meilleure performance virtuelle (ZHU, 2009).

On distingue aussi le concept de système/structure/modèle de mesure de performance : c'est le processus qui consiste à fixer des objectifs, de développer un ensemble de mesure de performance, de collecter, d'analyser, de communiquer des informations, interpréter, examiner et agir selon l'information de performance, cf. BITITCI, 2015. Il s'agit ici des modèles de performance utilisés pour la gestion de la performance<sup>3</sup> selon plusieurs dimensions de performance. En effet, les indicateurs de performance peuvent être classés selon différentes dimensions en tenant compte des spécificités du système évalué. Par exemple, İŞORAITE (2005) définit cinq dimensions de performance pour l'analyse des systèmes de transport :

- objectifs stratégiques ; pourquoi le service existe et quelles sont les cibles,
- coûts/efficacité ; l'efficacité des investissements consentis pour l'atteinte du service attendu,
- résultat de la prestation de services ; le service est-il efficacement utilisé pour atteindre les objectifs stratégiques,
- qualité ; explicitement, elle reflète l'expérience de l'utilisateur du service,
- accès équitable ; relatif à l'égalité d'accès au service par les différents usagers.

Dans le cadre des chaînes logistiques (Supply chain), le modèle SCOR intègre les mesures de performance comme une partie intégrante. Les dimensions de performance soulignées dans ce modèle sont les suivantes :

---

3. La gestion de la performance est l'ensemble des habitudes culturelles et de travail qui définissent la façon dont nous utilisons le système de mesure de performance pour gérer la performance d'une organisation (BITITCI, 2015).

- la fiabilité de la livraison (delivery reliability)
- réactivité de la SC (SC responsiveness)
- agilité de la SC (SC agility)
- coût de la SC (SC cost)
- les biens (SC asset)

Une autre classification des indicateurs de performance clés a été proposée dans (GUNASEKARAN, PATEL et TIRTIROGLU, 2001) pour la chaîne d'approvisionnement. Elle se base sur les dimensions d'horizon (stratégique, tactique et opérationnel), les dimensions financiers ou non-financiers et aussi les fonctions de base de la chaîne d'approvisionnement (Plan, Source, Make, Deliver).

Kaplan et Norton (KAPLAN et NORTON, DAVID, 1995) présentent quatre axes de mesure dans le « tableau de bord prospectif » : bénéfices financiers, impact client, processus internes, apprentissage organisationnel et développement. Une autre structure de mesure de performance des opérations est présentée en cinq dimensions (SLACK, CHAMBERS et JOHNSTON, 2013) : qualité, rapidité, fiabilité, flexibilité et le coût.

Ces structures et ces dimensions de mesure devraient permettre de couvrir les différentes dimensions de la performance.

### 1.3.2 Indicateurs de performance pour un système de partage de vélos

Pour un système de partage de vélos, la mesure de la performance peut être définie par rapport aux composants suivants :

- vélo
  - facilité d'utilisation,
  - esthétique,
  - accessoire (sécurité, antivol, feux),
  - qualité en usage (confort),
  - qualité de la maintenance des vélos,
- chemin cyclable
  - encombrement du chemin,
  - qualité et sécurité de la route,
- station et service
  - qualité système d'attache de vélo
  - qualité de communication avec l'utilisateur
  - qualité de la maintenance
  - qualité de la redistribution
  - qualité de dimensionnement et d'emplacement de la station
- usager : l'habileté requises des usagers pour l'usage des vélos.

La définition de "bons" indicateurs de performance est une problématique en soi. En effet, nous pouvons générer à souhait des indicateurs de performance. Or, la génération d'indicateur de performance doit répondre au besoin de l'étude menée. Dans le cas d'un système de partage de vélos, on peut penser aux indicateurs tels que l'évolution du nombre d'abonnés annuel d'une année à une autre, à la durée d'un trajet, au nombre de stations, à la superficie couverte en moyenne par une station, durée de bon fonctionnement d'un vélo, durée de la maintenance d'un vélo, disponibilité de vélo et de point d'attache, etc. Plus pragmatiquement, pour les objectifs poursuivis par notre étude, nous allons utiliser principalement la disponibilité des vélos et la disponibilité des points d'attache. Ces indicateurs répondent aux besoins

et exigences des usagers, mais aussi à ceux de l'opérateur et le pouvoir public garant du bon fonctionnement du système.

### 1.3.3 Approches d'analyse de la performance

Dans le domaine de l'analyse de performance des systèmes, il existe principalement deux approches : **la mesure** et **la modélisation** selon JAIN (1990). Une troisième approche est citée dans (CHEVANCE, 2002). Il s'agit de la définition de la performance par intuition qui se fonde sur l'expérience. Cette approche reste toutefois peu efficace dans le cadre des systèmes complexes.

#### Analyse de performance via la mesure

Dans ce cas, l'évaluation de performance et ses analyses sont fondées sur la mesure directe effectuée sur le système réel dans des conditions réelles de fonctionnement. Les mesures fournissent les performances réelles du système dans la condition particulière d'observation ou d'étude. De toute évidence, les mesures ne sont pas généralisables car elles dépendent fortement des caractéristiques du système en charge. Pendant la phase d'exploitation du système, une structure de mesure est souvent implémentée pour le pilotage du système dans le but de ramener la performance actuelle au niveau de performance désirée. Plusieurs travaux de la littérature ont présenté des structures de mesure de système (GHALAYINI et NOBLE, 1996; TANGEN, 2004; ROUSE et PUTTERILL, 2003; HON, 2005; SUWIGNJO, BITITCI et CARRIE, 2000; ALMEIDA et AZEVEDO, 2013; EVANS, 2004; MALINA et SELTO, 2004; LOHMAN, FORTUIN et WOUTERS, 2004; CEDILLO-CAMPOS et SÁNCHEZ-RAMÍREZ, 2013). Une autre structure de mesure de la qualité est présentée dans (HEMMASI, STRONG et TAYLOR, 1994) pour le pilotage des systèmes de service. Il faut noter que faire des expériences (de pilotage ou de re-conception) sur le système réel en phase d'exploitation est difficile et très coûteux, mais cela reste la meilleure approche aboutissant à des mesures de performance exactes.

Lorsque les performances de deux systèmes doivent être comparées, il ne suffit pas de compter sur des mesures, car rien ne garantit que les conditions de fonctionnement dans lesquelles les mesures sont effectuées soient équivalentes. La comparaison sera donc non-significative. Afin de surmonter ce problème, des références (benchmark) doivent être développées. Ces références représentent les performances du système dans des conditions similaires de fonctionnement (PENG WONG et YEW WONG, 2008).

Toutefois, l'obtention des mesures et références exige la disponibilité du système à étudier. Or cette disponibilité ne peut pas être toujours garantie (ligne de production en service). Par conséquent, il faut utiliser un système équivalent non soumis à ces contraintes. Il peut s'agir d'un système test. Dans l'industrie automobile par exemple, avant toute industrialisation grandeur réelle, une "mini usine test" est utilisée pour détecter les contraintes réelles (ou proches de la réalité) de fonctionnement.

Le coût humain et économique de telles approches conduisent naturellement vers l'utilisation des modèles réalistes des systèmes.

## Analyse de performance via la modélisation

La modélisation est une alternative très intéressante pour l'évaluation de la performance. On l'appelle aussi la modélisation de la performance des système (CHEVANCE, 2002). Il s'agit d'une représentation qui émule les comportements du système réel en utilisant des outils mathématiques et/ou numériques. Divers modèles mathématiques pour l'évaluation de la performance des systèmes sont présentés dans (HUANG et al., 2003; LIN et LEE, 1994; AL-JAAR et DESROCHERS, 1990; CUATRECASAS-ARBOS, FORTUNY-SANTOS et VINTRO-SANCHEZ, 2011; LI, 2005). Ils peuvent être subdivisés en modèles de simulation et modèles analytiques (voir chapitre 2).

Les modèles permettent d'expérimenter le système réel sans le perturber. Il s'agit de l'analyse opérationnelle. En effet, le décideur s'appuie sur ces modèles pour prévoir la performance du système face à des opérations de pilotage ou re-conception (cf. figure 1.1). La modélisation du système est une tâche délicate. Le modèle doit intégrer tous les aspects du système complexe (fidélité et échelle). Il doit aussi permettre la variation des paramètres (leviers d'action) pour évaluer les opérations de pilotage et de re-conception.

La simulation à événements discrets ou les modèles de file d'attente sont des exemples de modèles utilisés pour l'évaluation de la performance de divers systèmes (système de transport, le réseau de télécommunication, les chips de microprocesseur...). Les effets des changements de pilotage/re-conception sont obtenus suite à la variation de paramètres (i.e. le changement de valeurs moyennes de durées de temps de service, le changement d'une valeur de probabilité, ou le changement de séquence d'un processus). Dans un cadre plus large, on peut citer des exemples comme le positionnement d'un radar sur une route pour sécuriser les usagers (VAN WOENSEL et VANDAELE, 2007), assigner des ressources (nombre de médecins) dans un service hospitalier (MASMOUDI et al., 2014), le pilotage d'un système de production (CHU et YOU, 2015; CHAI, QIN et WANG, 2014; SAMET et al., 2015; LIBERPOULOS et al., 2006) ou le pilotage de la taille de flotte dans un système de partage de véhicule (GEORGE, 2012; SAMET et al., 2016).

## 1.4 Méthodologie et défis

Notre but ultime dans cette thèse est donc de proposer un outil d'aide à la décision en utilisant la modélisation. Notre cas d'application principal est le système de partage de vélos. Le principe de la prise de décisions est présenté dans la figure 1.2. Comme montré dans cette figure, les données du systèmes sont stockées dans la base de données pour être traitées. Le modèle est implémenté à l'aide d'un programme qui permet au gestionnaire d'évaluer la performance du système à l'état actuel et d'évaluer la performance des opérations d'amélioration en testant les scénarios possibles.

Ainsi, cet outil permet de rassembler des connaissances sur le système étudié et de déduire des conclusions permettant de faciliter les choix au gestionnaire dès que les effets des changements sont observés dans le modèle.

L'élément moteur et principal dans cette démarche est le modèle que nous développons. Celui-ci doit être suffisamment fidèle pour permettre de proposer les solutions aux problèmes qu'on cherche à résoudre.

La tâche de modélisation du système BSS pose par ailleurs de réels défis :

- Le modèle doit intégrer l'incertitude et les phénomènes aléatoires.
- Il doit permettre la variation des paramètres correspondant à des opérations de pilotage et de re-conception.

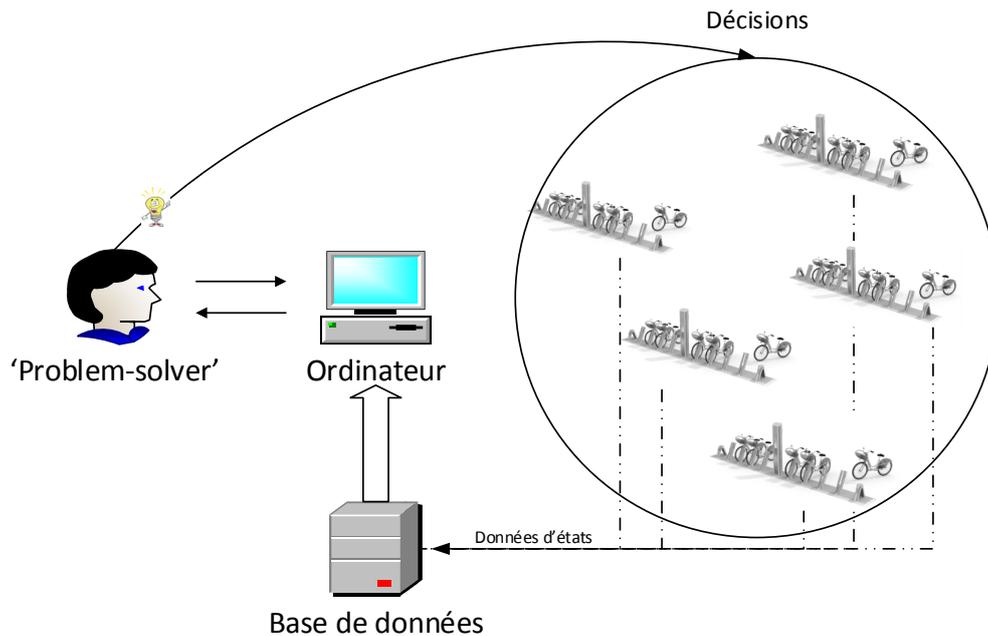


FIGURE 1.2 – Outil d'aide à la décision pour un système BSS.

- Il doit permettre d'identifier les facteurs importants pour faire évoluer le système d'un état à un autre.
- Il doit être en mesure d'inclure les phénomènes réels englobant le système.

Pour aborder ce problème, nous avons opté pour la modélisation d'une partie du système (ou un système de taille réduite). Cette modélisation fine de la dynamique détaillée du système réduit permet de mieux comprendre le système et ses comportements (voir Chapitre 2). Ce n'est que dans un deuxième temps, que nous avons cherché à proposer des modèles permettant d'étudier le système dans une perspective de passage à l'échelle. En conséquence, nous avons proposé une méthode de réduction dont le principe est l'agrégation des stations dans une station virtuelle.

Les outils développés permettent de répondre aux interrogations suivantes :

- Quel est le niveau actuel de la performance ?
- Quelles sont les opérations qui peuvent améliorer au mieux dans le système ?
- Est-ce que la re-conception est nécessaire ou peut-on continuer avec des opérations de pilotage ?
- Quel est le niveau maximum de performance qu'on peut obtenir par pilotage ?
- Quelles règles générales (pratiques de gestion) on peut déduire pour la gestion du système ?
- Quelles sont les zones prioritaires/processus qui doivent être améliorées ?
- Quelle liaison existe entre les variables de décision/levier d'action et les indicateurs de performance ?
- Quelle est la sensibilité des indicateurs de performance ?

## 1.5 Organisation du manuscrit

Le plan du rapport est organisé comme suit.

Le chapitre 2 présente un état de l'art des travaux de la littérature traitant divers problèmes des systèmes de partage de vélos. Ces travaux seront classés selon les différentes approches de modélisation. Nous présentons notamment les modèles stochastiques développés. Cette approche de modélisation est celle que nous avons choisie pour ses avantages. Les limitations (i.e. notamment, la considération d'une capacité illimitée des stations) de ce type de modèles sont également énumérées. Ces lacunes de modélisation dans la littérature scientifique sont traitées dans le chapitre suivant en proposant un nouveau modèle.

Le chapitre 3 décrit notre première contribution. Il s'agit d'un modèle du système de vélo en libre-service en réseau de files d'attente avec un mécanisme de blocage. Nous présentons également le cas d'étude support à l'illustration du modèle. Il s'agit là d'un réseau de taille réduite. Des expérimentations de pilotage et re-conception sont réalisées et les résultats sont discutés. Des conclusions sur l'efficacité de ces opérations et des lois générales pour l'amélioration de ce système sont alors obtenues.

Afin d'être en mesure de proposer un modèle permettant une prise en compte des problèmes de taille importante, nous proposons dans le chapitre 4, notre deuxième contribution. Il s'agit d'une méthode de réduction. Le principe de cette méthode repose sur le regroupement des stations qui sont hors du champ d'attention, dans une station virtuelle. Le cas d'application est un système de vélos en libre-service ayant des paramètres homogènes. Ensuite, la possibilité de généralisation pour un système de taille importante est étudiée.

Pour terminer, dans le chapitre 5, un ensemble de conclusions et de perspectives est présenté pour étendre ces travaux. Enfin, les annexes contiennent les développements plus détaillés de certains aspects de modélisation et de résolution.

## **2 État de l'art sur le système de vélos en libre-service**

## 2.1 Introduction

Dans ce chapitre, nous présentons le système des vélos en libre-service (Bike Sharing System, BSS) : notre principale étude de cas. Nous décrivons des types de problèmes BSS traités dans la littérature scientifique. Nous nous intéressons plus particulièrement aux approches stochastiques et de simulation pour l'évaluation, l'analyse et l'optimisation des performances de ces systèmes. Nous faisons une comparaison entre ces deux approches et nous exposons nos motivations pour modéliser un système BSS en utilisant une approche stochastique basée sur la théorie des files d'attente.

## 2.2 Système BSS

Dans les systèmes de partage de véhicules, un usager peut généralement retirer un véhicule d'une station, l'utiliser et le déposer dans une autre station. S'il a besoin d'en prendre plus tard, il en retire un autre (JORGE et CORREIA, 2013). La plupart de ces systèmes proposent un service basé sur ce principe de transport dit « à sens unique », en particulier le système de partage de véhicules ou le Système VSS (**Vehicle Sharing System : Véhicules en Libre-service**).

Dans la plupart des cas, les systèmes VSS se composent d'un certain nombre de stations réparties dans une ville. Chaque station a un nombre limité de points d'attache où le véhicule est accroché lorsqu'il n'est pas utilisé. Un usager vient chercher un véhicule disponible à n'importe quelle station de « départ ». Le véhicule est ainsi loué pour une période de temps avant d'être remis dans une station « destination » où au moins un point d'attache est disponible.

Le concept de VSS via le partage de voiture existe en Europe depuis 1940 où il est devenu populaire en Suisse et en Allemagne au milieu des années 80 (SHAHEEN, 2013). Pour le système de partage de vélo, Bike Sharing Systems ou BSS, sa première apparition a eu lieu à Amsterdam en 1965 qui est considéré comme la première génération de BSS. Depuis lors, les systèmes de partage de véhicules, y compris voitures et vélos, connaissent une importante expansion en tant que solution de transport public provoquée par les changements économiques, environnementaux et sociaux. En effet, la pollution dans les villes renforce les politiques encourageant les principes de durabilité et ainsi l'émergence de ces systèmes. Un autre problème majeur dans les villes est la congestion du trafic. La figure 2.1 illustre l'espace gagné en passant des voitures aux vélos.

La première génération de BSS (Amsterdam 1965) met à disposition des vélos aux usagers sans avoir l'obligation de les attacher dans des stations. Ce système a connu un échec puisque les vélos ont été jetés dans le canal et les usagers ramènent les vélos chez eux pour leur usage privé (DEMAIO, 2009).

Dans la deuxième génération, les stations ont été introduites. En outre, l'usager doit déposer une caution pour utiliser un vélo. Vu l'anonymat des usagers, le vandalisme reste encore un obstacle pour le développement de ce système.

On arrive aujourd'hui à la troisième génération de ces systèmes (MIDGLEY, 2011). Dans cette génération de BSS, on utilise des bicyclettes de conception améliorée, des stations d'accueil connectées au système d'information du BSS et des systèmes de verrouillage et de paiement automatisés. L'identification des usagers se fait par des cartes à puce. Certains systèmes ont initié l'utilisation du GPS (Global Positioning

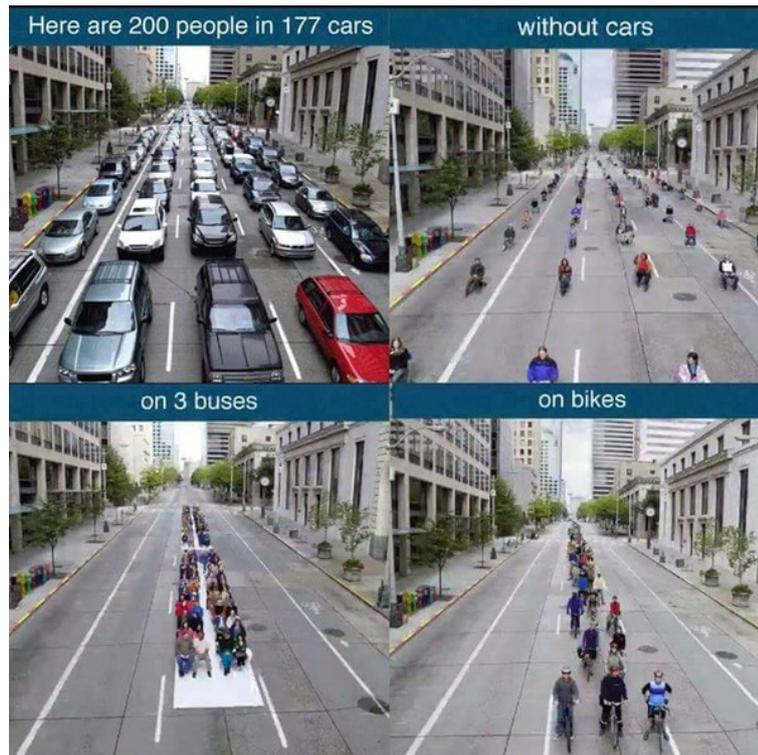


FIGURE 2.1 – Gain d’espace par le passage des voitures aux vélos (source : International Sustainable Institute).

System) pour suivre les vélos et prévenir le vol. Les exploitants utilisent des stations de vélos en libre-service en réseau qui communiquent avec un système informatique central grâce à une technologie d’identification par radiofréquence (RFID) pour identifier les vélos (DEPARTMENT FOR CITY PLANNING NEW YORK, 2009). De nombreux exploitants ont introduit l’utilisation de sites Web pour fournir aux utilisateurs des informations en temps réel sur la disponibilité des vélos dans les stations d’accueil (les deux fonctions font maintenant partie intégrante des schémas modernes de partage de vélos) (MIDGLEY, 2011; SHAHEEN, GUZMAN et ZHANG, 2010; TAN et al., 2009).

La «quatrième génération» est en cours d’élaboration avec des innovations, notamment des stations d’accueil mobiles, des stations d’accueil alimentées par énergie solaire, des systèmes sans stations (les vélos sont géolocalisés), des vélos électriques et des applications de téléphonie mobile pour consulter la disponibilité en temps réel (INSTITUTE FOR TRANSPORTATION & DEVELOPMENT POLICY, 2013; BÜTTNER, MLASOWSKY et BIRKHOLZ, 2011).

Lors de la conception de ce type de système, plusieurs paramètres d’environnement doivent être pris en compte comme le climat (EL-ASSI, SALAH MAHMOUD et NURUL HABIB, 2015; CORCORAN et al., 2014), l’usage et la culture du vélo (FERNÁNDEZ-HEREDIA, JARA-DÍAZ et MONZÓN, 2016), les données démographiques, la dimension de la ville et les réglementations écologiques (FENG et LI, 2016; YANG et LONG, 2016; TE PAI et YING PAI, 2015). La plupart des systèmes est gérée par des partenariats public-privé. Le modèle économique le plus fréquent est celui où les entreprises fournissent et exploitent les systèmes en échange d’emplacements publicitaires gratuits (panneaux d’affichage). C’est le cas de Vélib’ à Paris. Dans d’autres cas, l’opérateur peut être public (Cambridge (UK) : Green Bikes), quasi-public (Montreal :

Bixi), universitaire (Université de Virginie : Yellowbike) ou à but lucratif (Berlin : nextbike)(DEMAIO, 2009).

Du point de vue de l'utilisateur, ces systèmes offrent un mode de transport flexible (usage du véhicule à sens unique et pas forcément un aller-retour). Et aussi, ils semblent très bénéfiques puisqu'ils améliorent les connexions de « premier mile / dernier mile », qui est la distance considérée comme trop longue pour la parcourir à pieds entre le domicile et les transports publics et/ou les transports publics et le lieu de travail (MIDGLEY, 2011).

Ce système possède des caractéristiques stochastiques qui se manifestent dans des facteurs exogènes tels que le comportement non déterministe des usagers (inter-arrivées à la station, durées de déplacement et choix de la destination) et les conditions climatiques. Enfin, ces systèmes sont géographiquement très étendus comportant des centaines de stations. Le BSS est donc un système complexe et difficile à modéliser (RICCI, 2015; LAPORTE, MEUNIER et WOLFLER CALVO, 2015).

Dans ce qui suit, nous présentons des travaux traitant les problématiques liées au système VSS. Lorsque les considérations sont liées à un système de partage de vélos, nous utiliserons le sigle BSS, si par contre, les phénomènes recouvrent les systèmes de partage de véhicules, nous utiliserons le sigle VSS.

### 2.3 Etat de l'art des VSS (littérature)

Certaines préoccupations importantes apparaissent dans le système de partage de véhicules à sens unique. La détermination des facteurs influant sur l'usage du service de transports ainsi que l'amélioration du service rendu aux usagers sont parmi les principaux objectifs de la littérature scientifique. Le problème majeur est le déséquilibre spatio-temporel des demandes de vélos, ainsi l'objectif principal est de déterminer le nombre de véhicules et de points d'attache à mettre dans les stations pour garantir la satisfaction des usagers et un revenu de l'opérateur du système.

Comme les usagers peuvent retirer un véhicule et le retourner à n'importe quelle station, un déséquilibre peut apparaître. En effet, certaines stations du système sont parfois totalement vides ou pleines. Par exemple, les zones résidentielles regroupent des stations de départ vers les stations des zones de travail pendant la période du matin. En conséquence, durant cette période, les stations dans les zones résidentielles ont tendance à se vider et les stations dans les zones de travail ont tendance à se remplir. Cette pénurie de véhicules et de points d'attache, même pour de courtes périodes, dégrade la qualité de service de ces systèmes. Pour surmonter ce problème de déséquilibre, la conception préliminaire et le pilotage du système peuvent être faits (LAPORTE, MEUNIER et WOLFLER CALVO, 2015; NAIR et al., 2013) pour répondre à la demande des usagers en véhicules et en points d'attache, (Voir Chapitre 1).

Quelques préoccupations du système VSS sont traitées dans les disciplines d'analyse des données (GAVALAS, KONSTANTOPOULOS et PANTZIOU, 2015; FISHMAN, WASHINGTON et HAWORTH, 2013) et de la recherche opérationnelle (MEUNIER, 2014; KABRA, BELAVINA et GIROTRA, 2015). Nous avons identifié trois grandes approches de la discipline de recherche opérationnelle (MURTHY, 2007) : la programmation mathématique, les méthodes stochastiques et des techniques basées sur l'échantillonnage ou la simulation. Par ailleurs, plusieurs travaux combinent deux ou plusieurs approches différentes. On trouve principalement des techniques d'analyse des données avec une programmation mathématique ou une modélisation stochastique avec une programmation mathématique.

Dans cet état de l'art, nous exposons, dans un premier temps, les travaux d'analyse des données des VSS et leurs objectifs. On entend par analyse des données, le processus d'inspection, de nettoyage, de transformation et de modélisation des données dans le but d'identifier des informations utiles, de suggérer des conclusions et de soutenir la prise de décision (BIHANI et PATIL, 2014). Dans un deuxième temps, nous présentons les travaux d'optimisation (SARKER et NEWTON, 2008) permettant de mener des opérations sur le système VSS. Parmi ces travaux, nous trouvons particulièrement la programmation mathématique. Un programme mathématique se définit comme un problème d'optimisation dans lequel l'objectif et les contraintes sont donnés comme des fonctions mathématiques et des relations fonctionnelles (BRONSON, 1982).

Dans un troisième temps, nous exposons des travaux exploitant l'approche de simulation. Puis, nous présentons des modèles analytiques traitants divers problèmes de VSS. Ces derniers se définissent comme des méthodes qui se basent sur des techniques mathématiques telles que le calcul différentiel, la théorie des probabilités, pour trouver la solution d'un modèle de recherche opérationnelle (MURTHY, 2007). Dans la figure 2.2, nous présentons une cartographie de ces différentes approches. Finalement, nous faisons une comparaison entre ces deux dernières approches de modélisation.

Remarque : les deux premières approches sont brièvement présentées puisqu'elles ne répondent pas explicitement à notre problématique. Nous nous intéressons plus particulièrement aux deux dernières approches de modélisation (simulation et de modélisation stochastique). En effet, ces deux approches permettent, au mieux, de faire l'analyse de la performance (par pilotage et re-conception) et de trouver les compromis entre les différents types d'opérations à entreprendre.

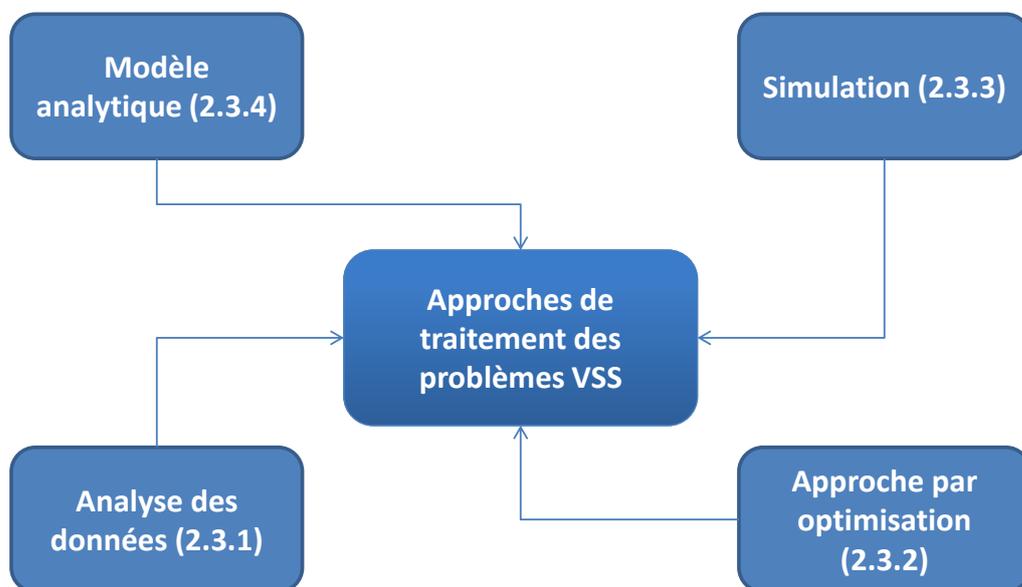


FIGURE 2.2 – Approches de traitement des problèmes VSS.

### 2.3.1 Analyse des données (traitement et analyse statistique)

L'exploitation des données massives (Big Data) devient de plus en plus répandue grâce au développement des capacités de stockage et des traitements informatiques (AHMED, 2017; RATNER, 2011). Les modèles de fouille, d'analyse et d'apprentissage des données permettent de fournir des informations ayant des caractéristiques quantitatives et qualitatives aidant à la prise de décision pour le pilotage et la (re)conception. Dans les VSS, on exploite les technologies de l'information pour le support du fonctionnement du système. Ainsi, le suivi des usagers et des déplacements est possible grâce à ce système d'information. L'utilisateur est identifié lors du retrait et de la dépose du véhicule. Ce qui permet, par exemple, de calculer la durée des trajets, les flux de trajets par tranche horaire, le taux de remplissage des stations par tranche horaire.

Un grand nombre de travaux exploitant l'analyse des données et l'analyse statistique des données de ces systèmes sont apparus récemment. On utilise des modèles prédictifs (HOLMGREN, ASPEGREN et DAHLSTRÖMA, 2017) (régression et analyse des séries temporelle) ou des modèles descriptifs (FENG, AFFONSO et ZOLGHADRI, 2017) (analyse de la concentration : « clustering analysis »).

Diverses informations qualitatives et quantitatives sont déduites des traitements de données selon les objectifs d'étude poursuivis. Nous divisons ces objectifs en trois. Premièrement, on évalue l'effet des variables exogènes sur le système, deuxièmement, on extrait des informations utiles pour l'aide à la décision et enfin on estime les demandes des usagers.

#### Effet des variables exogènes sur le système

Tout facteur externe au système tel que les conditions météorologiques, la présence de pistes cyclables, etc. qui impacte son fonctionnement est une variable exogène. De nombreux efforts mettent en évidence la relation entre des facteurs exogènes et l'utilisation du système (CAULFIELD et al., 2017; MÉDARD DE CHARDON, CARUSO et THOMAS, 2017; JING et ZHAO, 2015; EL-ASSI, SALAH MAHMOUD et NURUL HABIB, 2015; FAGHIH-IMANI et al., 2017; FAGHIH-IMANI, 2015; REISS et BOGENBERGER, 2015) et aussi leur effet sur la redistribution des vélos réalisée par l'opérateur (FAGHIH-IMANI et al., 2017). Chaque fois que les conditions météorologiques sont favorables, l'utilisation des vélos (CAULFIELD et al., 2017; MÉDARD DE CHARDON, CARUSO et THOMAS, 2017) et la durée du trajet augmentent (CAULFIELD et al., 2017). Les auteurs dans (JING et ZHAO, 2015) démontrent que les températures entre 30° et 35° C sont plus favorables à la location de vélos et l'automne est la saison qui a le plus d'utilisation de partage de vélo à Washington DC. L'effet de l'infrastructure comme la présence des pistes spécifiques pour vélo (EL-ASSI, SALAH MAHMOUD et NURUL HABIB, 2015; FAGHIH-IMANI et al., 2017; MÉDARD DE CHARDON, CARUSO et THOMAS, 2017; FAGHIH-IMANI, 2015) a également un impact positif sur l'utilisation des BSS. Tous ces travaux utilisent des modèles de régression. L'effet des centres de transport public sur l'utilisation du vélo est étudié dans (FAGHIH-IMANI, 2015; ETIENNE et LATIFA, 2014) qui démontre qu'il existe de grandes demandes de service dans de telles zones. En outre, l'intégration du BSS dans les transports publics est étudiée dans (FRIEDRICH et NOEKEL, 2015) en modélisant les réseaux intermodaux. Il est démontré que 20% des déplacements sont multimodaux (c'est-à-dire qu'on utilise le BSS associé à d'autres modes de transport public).

TABLEAU 2.1 – Exploration des données pour l'aide à la décision.

	<i>Pilotage</i>	<i>(Re)conception</i>
<i>Modèle de régression</i>	(KABRA, BELAVINA et GIROTRA, 2015; VOGEL, GREISER et CHRISTIAN, 2011; LI et al., 2015)	(MÉDARD DE CHARDON, CARUSO et THOMAS, 2017; KADRI, KACEM et LABADI, 2016; VOGEL, GREISER et CHRISTIAN, 2011)
<i>Analyse de la concentration (Clustering)</i>	(ETIENNE et LATIFA, 2014; FENG, AFFONSO et ZOLGHADRI, 2017; BORDAGARAY et al., 2016; JIMÉNEZ et al., 2016; VOGEL, GREISER et CHRISTIAN, 2011; RANDRIAMANAMIHAGA et al., 2014; LI et al., 2015)	(ETIENNE et LATIFA, 2014; VOGEL, NEUMANN SAAVEDRA et MATTFELD, 2014; JIMÉNEZ et al., 2016; VOGEL, GREISER et CHRISTIAN, 2011; MÉDARD DE CHARDON, CARUSO et THOMAS, 2017; KABRA, BELAVINA et GIROTRA, 2015; VOGEL, GREISER et CHRISTIAN, 2011)

Ces travaux montrent que l'utilisation du système BSS dépend de plusieurs facteurs extérieurs à caractère incertain. Ces facteurs doivent être pris en compte dès le départ lors de la conception du système, mais aussi pour le pilotage et la (re)conception. Ces facteurs incertains compliquent la tâche pour mener les opérations adéquates de changement sur le système pour garder un niveau de satisfaction des usagers, leur imprévisibilité doit donc être intégrée aux analyses.

### Outil d'aide à la décision

La majorité des travaux d'analyse des données cherche à traiter les données pour offrir des informations utiles pour l'aide à la décision de l'opérateur du système. L'analyse raffinée des données couvre les deux horizons de prise de décision : le pilotage et la conception. Dans le tableau 2.1, nous présentons ces travaux que nous explicitons dans l'annexe A. Ces travaux procurent une information utile pour l'opérateur pour concevoir ou réaliser les changements nécessaires sur le système. Par exemple, le classement des voyages (BORDAGARAY et al., 2016) ou le regroupement des stations (LI et al., 2015) permet de définir des opérations de redistribution adéquates de vélos. Ils contribuent donc à l'amélioration des performances du système.

### Estimation de la demande

L'exploration et l'analyse des données sont aussi utilisées pour prédire la disponibilité des vélos dans les stations (KALTENBRUNNER et al., 2010). Cette approche est adoptée pour estimer la demande en vélos (ZHANG et PAVONE, 2016; FAGHIH-IMANI et ELURU, 2016; VOGEL, GREISER et CHRISTIAN, 2011) en utilisant des modèles de régression. En particulier, cette approche s'utilise souvent (REISS et BOGENBERGER, 2015; VOGEL, 2016; ALVAREZ-VALDES et al., 2016; REGUE et RECKER, 2014a) pour la prévision de la demande en vélos et en points d'attache dans les stations afin de planifier les opérations de redistribution (pilotage). Le travail de traitement des données peut être considéré comme une première étape pour construire une stratégie de redistribution de vélos efficace.

La variabilité de la demande, conséquence de la volatilité des variables exogènes, montre l'imprévisibilité de ce système doit être prise en compte par le gestionnaire pour mener les opérations de pilotage et de re-conception.

### Synthèse brève sur les méthodes d'analyse de données

D'une part, les données rassemblées contiennent des informations de l'historique du système. Le traitement et l'analyse de ces données brutes permettent de déterminer l'influence que les facteurs exogènes ont sur le système. Ce type d'analyse est important pour la (re)/conception préliminaire du système.

D'autre part, les modèles d'analyse de données permettent d'extraire des informations sur l'état existant ou de faire des prévisions. Ainsi, ces modèles procurent un outil d'aide à la décision pour mener des opérations de pilotage et de conception (voir tableau 2.1). En revanche, ces analyses se focalisent sur les évolutions des facteurs exogènes et de la dynamique de la demande des usagers. Mais, les effets des changements endogènes (par exemple, un changement de la taille de flotte ou de la capacité des stations) ne peuvent pas être évalués par ce type de modèle.

### 2.3.2 Approche d'optimisation

Dans cette partie, nous présentons quelques travaux exploitant une approche d'optimisation, en particulier la programmation mathématique, pour le pilotage et la re-conception. Les solutions des techniques de programmation mathématique ne sont généralement pas obtenues par expression à forme fermée (expression explicite). Elles sont plutôt déterminées par des algorithmes qui fixent des lois de calcul appliqués répétitivement. A chaque itération la solution s'approche un peu de l'optimum. Lorsqu'on ne peut pas résoudre le problème par un algorithme d'optimisation exacte, on cherche des solutions satisfaisantes en utilisant des heuristiques ou des règles empiriques « rules of thumb » (A. TAHA, 1997).

#### Optimisation pour le pilotage

La modélisation par la programmation mathématique est généralement choisie comme approche pour planifier les opérations de redistribution (pilotage du système). Un travail intéressant exploitant une optimisation stochastique est présenté dans (NAIR et MILLER-HOOKS, 2011). Un MIP<sup>1</sup> stochastique pour la redistribution statique de la flotte de véhicules est présenté. Les auteurs tiennent compte de l'aspect stochastique de la demande des véhicules et des points d'attache. En revanche, le cas d'application reste limité sur un système de 14 stations et de 94 véhicules et il est appliqué sur quatre périodes de redistribution. Les arrivées des véhicules à une station et leurs sorties d'une station sont modélisées par des processus de Poisson.

Dans le tableau 2.2, nous présentons des travaux représentatifs en indiquant pour chaque cas : le type de la redistribution, la prise en considération ou non de l'aspect aléatoire de la demande, le type de modèle de programmation mathématique et l'approche de résolution.

---

1. Programmation linéaire mixte : une méthode d'optimisation constituée d'une fonction objective linéaire et de contraintes linéaires. Les variables dans ce modèle d'optimisation peuvent être des entiers ou des variables continue.

TABLEAU 2.2 – Redistribution des vélos en utilisant une approche d'optimisation.

<i>Références</i>	<i>Type of redistribution</i>	<i>Demande stochastique</i>	<i>Modélisation et approche de résolution</i>
(VOGEL, 2016)	Dynamique	Non	MILP-meta-heuristique hybride
(ALVAREZ-VALDES et al., 2016)	Statique	Oui	Programmation linéaire en nombres entiers-heuristique
(REGUE et RECKER, 2014a)	Dynamique	Oui	Programmation linéaire en nombres entiers
(PAL et ZHANG, 2017)	Statique	Non	MILP-heuristique
(HO et SZETO, 2014)	Statique	Non	MILP-heuristique de recherche tabou itérée
(CRUZ et al., 2017)	Statique	Non	Graphe-heuristique
(GASPERO, RENDL et URLI, 2016)	Statique	Non	Programmation par contrainte
(DELL'AMICO et al., 2016)	Statique	Non	MILP-meta-heuristique
(RAVIV, TZUR et FORMA, 2013)	Statique	Oui	MILP
(MYERS et SHAKER, 2015)	Statique	Non	Graphe- Hyper- heuristique
(DELL'AMICO et al., 2014)	Statique	Non	MILP-heuristique
(CHEMLA et al., 2013a)	Statique	Non	MILP-meta-heuristique
(LU, 2016)	Dynamique	Oui	MILP
(BRINKMANN, ULMER et MATTFELD, 2015)	Dynamique	Non	Programmation en nombre entier-meta-heuristique
(NAIR et MILLER-HOOKS, 2011)	Dynamique	Oui	Programmation stochastique mixte en nombres entiers
(VOGEL, NEUMANN SAAVEDRA et MATTFELD, 2014)	Dynamique	Non	MILP- meta-heuristique hybride
(CASAZZA, 2016)	Dynamique	Non	Programmation dynamique
(GHOSH, ADULYASAK et JAILLET, 2017)	Dynamique	Oui	MILP-heuristique
(SHU et al., 2013)	Dynamique	Oui	Réseau de flot-Programmation linéaire
(SEO, KIM et KHO, 2015)	Dynamique	Oui	Programmation entière mixte non-linéaire
(ANGELOUDIS, HU et BELL, 2014)	Dynamique	Non	MILP

(CONTARDO, ROUSSEAU et MORENCY, 2012)	Dynamique	Non	Programmation linéaire et programmation linéaire en nombres entiers
(GHOSH et al., 2015)	Dynamique	Oui	MILP-heuristique
(CHEMLA et al., 2013b)	Dynamique	Oui	Simulation à Événements Discrets-heuristique
(CHEMLA, 2013)	Dynamique et statique	Oui	Graphe-heuristiques

La littérature a largement traité le problème de la redistribution en exploitant la programmation mathématique comme approche d'optimisation. La majorité des modèles est déterministe, ce qui ne reflète pas l'incertitude de l'environnement du système et de son usage. Cependant, une partie de ces travaux, intègre l'aspect stochastique de la demande, ce qui est un avantage significatif illustrant l'incertitude de ces paramètres. Mais l'incertitude concerne aussi d'autres paramètres non déterministes comme, les temps de déplacement, la destination choisie par les usagers, etc.

### Optimisation pour la conception

D'autres modèles d'optimisation concernent uniquement la conception des BSS. Divers de ces travaux sont présentés dans le tableau 2.3.

#### 2.3.3 Optimisation intégrant à la fois le pilotage et la conception

Avoir un modèle d'optimisation cherchant plusieurs paramètres optimaux du système BSS, est un challenge ardu pour le concepteur. Dans (SHU et al., 2013), une approche basée sur une modélisation en théorie des graphes stochastiques estime le nombre de déplacements réalisés dans un système de BSS. On exploite la programmation linéaire déterministe pour optimiser les flux de vélos. Le modèle permet d'évaluer approximativement l'efficacité d'une politique de redistribution dynamique, de trouver la meilleure taille de flotte et d'évaluer le changement de capacité des stations. Pour évaluer les effets des opérations (de pilotage et de (re)conception) un nombre important d'optimisations est appliqué. Ce qui est possible pour un système de petite échelle (système de 3 stations dans ce travail).

On trouve quelques travaux (ASKARI, BASHIRI et TAVAKKOLI-MOGHADDAM, 2016; SAYARSHAD, TAVASSOLI et ZHAO, 2012; BOYACI, ZOGRAFOS et GEROLIMINIS, 2015; FRADE et RIBEIRO, 2015; GARCIA-GUTIERREZ, ROMERO-TORRES et GAYTAN-INIESTRA, 2014) (voir tableau 2.4) traitant à la fois de la conception et du pilotage. En revanche, tous ces travaux exploitent une modélisation déterministe sauf (GARCIA-GUTIERREZ, ROMERO-TORRES et GAYTAN-INIESTRA, 2014) et (MARTINEZ et al., 2012).

### Synthèse brève sur les méthodes d'optimisation

Le tableau 2.5 présente ces travaux classés selon le type de l'opération. Selon (GEORGE et XIA, 2011), la taille du système étant importante, il est difficile d'appliquer l'approche d'optimisation sur un système BSS avec un nombre important de vélos et de stations. Toutefois, intégrée à d'autres approches (la simulation ou la

TABLEAU 2.3 – Travaux pour la conception des BSS par une modélisation d'optimisation.

<i>Article</i>	<i>Demande stochastique</i>	<i>Objectifs</i>	<i>Modélisation et approche de résolution</i>
(ALI ASKARI et BASHIRI, 2015 )	Non	Nombre des stations, leur emplacement et les chemins à mettre en œuvre.	Programmation linéaire-heuristique
(LIN et YANG TA-HUI, 2011)	Oui	Nombre des stations, leur emplacement et les chemins à mettre en œuvre.	Programmation entière non linéaire résolue par un algorithme séparation et évaluation "branch and bound »
(GARCÍA-PALOMARES, GUTIÉRREZ et LATORRE, 2012)	Non	Emplacement des stations et capacité des stations.	Modèle "Location-allocation" utilisant SIG. (minimiser-modèle d'impédance et maximiser-modèle de couverture)
(NAIR et MILLER-HOOKS, 2014)	Non	Emplacement des stations et capacité des stations.	MIP
(CHOW et SAYARSHAD, 2014)	Non	Emplacement des stations	Optimisation multi-objectif et modélisation en théorie des jeux

modélisation stochastique (GEORGE et XIA, 2011 ; JI et al., 2014 ; CEPOLINA et FARINA, 2012), elle s'avère très intéressante puisqu'on procure plus de souplesse et de complémentarité pour la modélisation.

Malgré les réponses intéressantes que l'optimisation peut apporter en trouvant le scénario optimal du problème à résoudre, son inconvénient réside dans le fait qu'elle ne permet pas de comprendre le comportement du système et qu'elle ne permet pas de voir l'effet du changement d'un paramètre (i.e. taille de flotte) sur la performance du système.

### 2.3.4 Approche de modélisation par la Simulation

La simulation est la reproduction du comportement dynamique du système par un modèle numérique (FISHMAN, 2001). La construction d'un modèle de simulation se poursuit par la vérification et la validation du modèle. Il s'agit là d'analyser l'exactitude des comportements reproduits par le modèle et de le corriger si nécessaire. Cette tâche est itérative jusqu'à la satisfaction d'un critère de similarité entre le modèle numérique et le réel.

La simulation est un moyen de plus en plus utilisé grâce à l'évolution de la puissance des machines de calcul et de logiciels de simulation performants (FISHMAN, 2001). On trouve principalement trois approches de simulation : la simulation à événements discrets, la simulation multi-agents et l'approche de simulation basée sur la dynamique des systèmes. Chaque approche reproduit la dynamique du système avec un point de vue différent. Dans la simulation à événements discrets, on représente le système par un ensemble d'états, dans le système dynamique on se focalise

TABLEAU 2.4 – Travaux combinant les problèmes de conception et de redistribution.

<i>Article</i>	<i>Objectif</i>	<i>Modélisation et approche de résolution</i>
(GARCIA-GUTIERREZ, ROMERO-TORRES et GAYTAN-INIESTRA, 2014)	Emplacement des stations, capacité des stations et taille de flotte.	Optimisation d'une fonction d'utilité et simulation
(ASKARI, BASHIRI et TAVAKKOLI-MOGHADDAM, 2016)	Emplacement des stations, leur nombre, les chemins entre les stations et la redistribution	Programmation non linéaire en nombres entiers résolue en utilisant une méta-heuristique.
(SAYARSHAD, TAVASSOLI et ZHAO, 2012)	Taille de flotte et la redistribution	Programmation linéaire et résolution par un algorithme de type séparation et évaluation (Branch and Bound).
(BOYACI, ZOGRAFOS et GEROLIMINIS, 2015)	Emplacement des stations, nombre et capacité des stations la taille de flotte et la redistribution	Modèle MILP à multi objectif.
(FRADE et RIBEIRO, 2015)	Nombre et capacité des stations, et la taille de la flotte. redistribution	Programmation linéaire MILP.
(MARTINEZ et al., 2012)	Emplacement des stations et la taille de la flotte, redistribution	Programmation non linéaire en nombre entiers

TABLEAU 2.5 – Travaux exploitant une programmation mathématique.

<i>Pilotage</i>	<i>(Re)Conception</i>
(ASKARI, BASHIRI et TAVAKKOLI-MOGHADDAM, 2016; SAYARSHAD, TAVASSOLI et ZHAO, 2012; BOYACI, ZOGRAFOS et GEROLIMINIS, 2015; FRADE et RIBEIRO, 2015; MARTINEZ et al., 2012; SHU et al., 2013)	(GARCIA-GUTIERREZ, ROMERO-TORRES et GAYTAN-INIESTRA, 2014; ALI ASKARI et BASHIRI, 2015; LIN et YANG TA-HUI, 2011; GARCÍA-PALOMARES, GUTIÉRREZ et LATORRE, 2012; ASKARI, BASHIRI et TAVAKKOLI-MOGHADDAM, 2016; BOYACI, ZOGRAFOS et GEROLIMINIS, 2015; FRADE et RIBEIRO, 2015; MARTINEZ et al., 2012; SHU et al., 2013; CHOW et SAYARSHAD, 2014; NAIR et MILLER-HOOKS, 2014)

sur les entités, leurs flux et leur interdépendance, et dans la simulation multi-agents on se concentre sur les agents et leurs relations (TAYLOR, 2014).

### **Simulation à événements discrets**

Dans cette approche, on définit des états du système et les principes de transition entre ces états. Le système change d'états à des instants discrets. L'approche se repose sur la génération de séquences d'événements appelées « voies » 'path' caractérisant le comportement du système. La simulation analytique, une extension de ce type de simulations, combine la théorie des probabilités et la programmation informatique pour calculer des probabilités et des valeurs moyennes des mesures de performance (MEERSCHAERT, 2013). Il s'agit de l'approche la plus répandue parmi les approches de simulation pour principalement deux raisons : elle peut s'appliquer à n'importe quel système (BOLCH et al., 2006), et, elle est supportée par des logiciels de simulation performants (ROSSETTI, 2016; IVANOV, 2016).

Dans ce qui suit, nous présentons les travaux exploitant la simulation. Dans (CLEMENTE et al., 2013a), le problème de la redistribution est abordé pour augmenter la rentabilité et le niveau de service des véhicules en libre service, qui est défini comme le rapport du nombre moyen d'utilisateurs desservis au nombre total de demandeurs du service. Deux modèles du processus de location de voitures sont définis à l'aide du langage UML (Unified Modeling Language). Ces deux processus sont exécutés dans un simulateur à événements discrets (ARENA). Dans une approche similaire (CLEMENTE et al., 2013b) utilisent les mêmes indicateurs de performance. Ils cherchent à comparer trois stratégies opératoires différentes d'un VSS avec différentes politiques de rééquilibrage par incitations. Ce travail utilise UML pour la conceptualisation de ces politiques de rééquilibrage et ensuite un réseau de Petri temporisé pour la simulation.

La modélisation et la simulation par le réseau de Petri temporisé sont exploitées par (FANTI et al., 2016) pour trouver la taille de la flotte optimale et le nombre de quais de chargement dans une station de VSS électriques pour améliorer le profit de l'opérateur et diminuer le nombre d'abandons du service par les usagers. Un réseau de Petri Temporisé est également exploité dans (LABADI et al., 2015) pour étudier la redistribution des vélos effectuée par l'opérateur en mesurant comme performance le pourcentage de temps pendant lequel les stations sont totalement vides ou totalement pleines.

Un autre travail (FEBBRARO, SACCO et SAEEDNIA, 2012) modélise le système de Voiture en Libre-Service par un système à événements discrets (automate à état) et propose une méthode de redistribution en la formulant sous la forme d'un problème de programmation linéaire. L'objectif est la réduction du pourcentage de rejet de réservations.

Comme la simulation permet d'intégrer différents algorithmes, quelques auteurs utilisent la stratégie « diviser pour régner » en faisant des résolutions par étapes. Par exemple, (CAGGIANI et OTTOMANELLI, 2013) traite le problème de redistribution statique de vélos en mettant en œuvre deux algorithmes de simulation en temps discret. Le premier algorithme est basé sur les réseaux de neurones artificiels et calcule dynamiquement la demande des utilisateurs en vélos et en points d'attache pour chaque période et chaque station. Le deuxième algorithme est un algorithme d'optimisation non linéaire en nombres entiers qui calcule la matrice de redistribution optimale et le chemin optimal de déplacement des camions de redistribution.

Un travail similaire (CAGGIANI et OTTOMANELLI, 2012) présente une redistribution dynamique des vélos en intégrant un algorithme de réseau neuronal pour la

TABLEAU 2.6 – Travaux exploitant la simulation à événement discret.

<i>Pilotage</i>	<i>(Re)Conception</i>
(FANTI et al., 2016; CLEMENTE et al., 2013a; CLEMENTE et al., 2013b; LABADI et al., 2015; FEBBRARO, SACCO et SAEEDNIA, 2012; CAGGIANI et OTTOMANELLI, 2013; CAGGIANI et OTTOMANELLI, 2012; SINGLA et al., 2015; BARTH et TODD, 1999)	(KASPI, RAVIV et TZUR, 2014; FANTI et al., 2016)

prévision de la demande, un système d'inférences floues pour simuler le comportement du décideur et un algorithme d'optimisation pour la redistribution. Les deux derniers travaux utilisent le nombre d'utilisateurs perdus et le coût de redistribution comme indicateurs performances.

Une autre approche de simulation (SINGLA et al., 2015) est adoptée pour construire un modèle dynamique pour un système de BSS réel (Mayence, Allemagne). Le simulateur regroupe les deux solutions de rééquilibrage : rééquilibrage basé sur l'incitation tarifaire des utilisateurs et le rééquilibrage réalisé par l'opérateur à l'aide de camions (redistribution statique et dynamique). La qualité du service, i.e. le pourcentage de voyages effectués en trouvant à la fois un vélo au départ et un point d'attache libre à l'arrivée, est la performance cible. L'analyse préliminaire des données d'enquête et des données historiques d'un système BSS à Boston est effectuée pour prédéfinir les paramètres du simulateur. Pour conclure, le simulateur permet de prévoir la qualité du service en fonction de la variation de plusieurs paramètres : le budget pour la redistribution, le compromis budgétaire (incitations contre redistribution par des camions) et la participation de l'utilisateur au rééquilibrage.

Dans (KASPI, RAVIV et TZUR, 2014), une simulation à événements discrets est menée sur Matlab pour un système réel. Les auteurs comparent un système avec réservation de stationnement complète et un système sans réservation. Dans la politique de réservation, les utilisateurs désignent leur destination depuis le début du voyage et le système réserve un point d'attache jusqu'à leur arrivée. Un modèle de chaîne de Markov du BSS est présenté et ensuite deux modèles de comportement de l'utilisateur pour les deux politiques différentes sont présentées. De meilleures performances sont trouvées pour la politique de réservation complète. Cette conclusion est déduite par le calcul du temps excédentaire que l'utilisateur dépense pour trouver un vélo ou/et un point d'attache libre pour son trajet. Ce dernier travail se positionne dans les travaux en re-conception ; i.e. l'évolution d'un système sans réservation vers un système avec réservation.

Un autre simulateur pour le système de partage des véhicules électriques est étudié dans (BARTH et TODD, 1999). Il s'agit d'un modèle à événements discrets basé sur les files d'attente contenant trois étapes principales de traitement : la génération stochastique des voyages de véhicules, la simulation du trafic sur le réseau et l'évaluation des résultats avec des outils d'analyse/visualisation. Dans ce travail, trois algorithmes de redistribution différents sont implémentés dans la simulation pour comparer trois stratégies de redistribution.

Le tableau 2.6 classe ces travaux selon la nature des opérations envisagées.

### Simulation multi-agents

Un modèle multi-agents est constitué d'agents autonomes ayant des relations entre eux et avec l'environnement (TAYLOR, 2014). Dans de telles simulations, les

agents, leurs interactions et l'environnement sont modélisés pour obtenir le comportement global du système simulé. Ensuite, les actions simples des agents sont évaluées dans l'ensemble du système.

Ces approches sont étudiées dans (SHIMIZU, AKAI et NISHINO, 2014; RUCH, WARRINGTON et MORARI, 2014) et (RAIMBAULT, 2015). Ces travaux abordent le problème de VSS pour étudier le comportement des utilisateurs afin d'évaluer les performances du système pour différents scénarios. Les utilisateurs de VSS sont considérés comme les agents (SHIMIZU, AKAI et NISHINO, 2014; RUCH, WARRINGTON et MORARI, 2014) et leur comportement est étudié en fonction des incitations tarifaires (pilotage). Dans (Shimizu2014), un système BSS est modélisé à l'aide de la dynamique des agents et l'équilibre de Nash est calculé (théorie des jeux). Dans (RUCH, WARRINGTON et MORARI, 2014) et (RAIMBAULT, 2015), des données historiques de systèmes réels ont été intégrées pour paramétrer le modèle.

### **Simulation par la Dynamique des systèmes**

La simulation basée sur la théorie des systèmes dynamiques, initiée par Forrester (FORRESTER, 1961), considère le système comme étant un ensemble de sous-systèmes interdépendants cycliques ou en interaction en boucles causales. Les deux primitives de modélisation sont les stocks et les flux. Un stock est une entité qui peut augmenter ou diminuer en fonction des flux entrant et sortant (TAYLOR, 2014).

(PAPANIKOLAOU, 2011) met l'accent sur l'impact du changement de la distribution de la demande sur les performances. Un autre travail (VOGEL et MATTFELD, 2010) modélise le BSS en diagramme causal (interdépendance en stock et flux). L'effet de la redistribution est alors évalué en utilisant seulement la satisfaction des usagers en disponibilité de vélo.

### **Synthèse brève sur les approches de simulation**

La simulation est un outil efficace de résolution de problèmes en ingénierie. La puissance ainsi que la flexibilité des simulateurs permet de modéliser le système réel fidèlement. Elle constitue un moyen souple et flexible pour étudier plusieurs aspects du BSS (FISHMAN, 2001).

Cependant, la simulation possède quelques limites. La plupart des travaux mentionnés précédemment met en œuvre des modèles de simulation construits sur de petites échelles. Or, les systèmes BSS sont de taille très importante (très nombreuses stations et véhicules, par exemple 19000 vélos dans le cas de Vélib' le BSS Parisien (APUR, 2015)). La modélisation en devient difficile et chronophage ainsi que la résolution (A. TAHA, 1997).

Par ailleurs, les résultats de la simulation ne sont que des approximations avec des erreurs statistiques, de sorte que des résultats optimaux ne peuvent être produits (MURTHY, 2007). Cette approche ne fournit pas de résultats exacts (FAULIN et al., 2010). Elle ne peut en effet fournir de résultats exacts que si le temps de simulation est infini! Les résultats devront toujours s'accompagner d'intervalles de confiance, permettant d'estimer le degré d'approximation des résultats et de savoir si la simulation a tourné suffisamment longtemps (BAYNAT, 2000).

En outre, lorsqu'il s'agit du domaine de l'analyse de sensibilité par simulation, le seul moyen de tester la sensibilité à un paramètre particulier est de répéter l'ensemble de la simulation pour plusieurs valeurs, puis de faire une interpolation avec une formule analytique dans le modèle mathématique (MEERSCHAERT, 2013).

### 2.3.5 Approche de modélisation stochastique

Les BSS ont de nombreux paramètres incertains, du fait du comportement des usagers et de son environnement. Leur modélisation par des méthodes stochastiques est largement répandue.

Cet état de l'art intègre d'autres types de système très proches du système du BSS. Il s'agit en particulier des systèmes de mobilité autonome à la demande (Automated Mobility on Demand, AMoD) et le système personnel de transit rapide (Personal Rapid Transit, PRT). Pour l'AMoD, il se compose d'un ensemble de voitures électriques légères garées dans de nombreuses stations différentes à travers une ville (MITCHELL, BORRONI-BIRD et BURNS, 2010) e.g. Car2Go (STULIB, 2017). Et pour le PRT, c'est un système guidé par commande centrale e.g. METRINO PRT (PRT, 2017). Il utilise de petits véhicules pour transporter des petits groupes d'individus entre des paires de stations sur un réseau dédié de guidage. Les véhicules fonctionnent à la demande et fournissent un service direct de la station d'origine à la station de destination (LEES-MILLER, 2016).

Les systèmes AMoD peuvent se différencier des BSS par l'autonomie des véhicules. Les AMoD sont des véhicules autonomes qui se redistribuent automatiquement sur les stations pour l'équilibrage du réseau et les PRT sont régulés par une commande à distance par l'opérateur. Mais, tous ces systèmes possèdent des caractéristiques similaires pouvant les unifier : ils sont constitués de stations ayant une capacité limitée où l'utilisateur peut utiliser un véhicule pour un temps donné et l'amener dans une station destination (voyages à sens unique, "one way rental").

La théorie de file d'attente permet de modéliser des systèmes comportant des aspects aléatoires comme les systèmes BSS. Une fois un système modélisé grâce à ce formalisme, des mesures de performance (débit, temps de réponse, nombre de clients et taux d'utilisation) en régime permanent (stationnaire, en équilibre) ou en régime transitoire peuvent être calculées. Grâce à son applicabilité pour la modélisation des réseaux de télécommunication et des puces des processeurs, cette théorie s'est développée rapidement. De plus en plus de systèmes et de mécanismes complexes probabilistes deviennent accessibles pour l'évaluation et l'analyse de leurs performances par ce formalisme. Parmi des exemples d'application de cette théorie on trouve les infrastructures de transport (VAN WOENSEL et VANDAELE, 2007), les systèmes de production (DI MASCOLO, FREIN et DALLERY, 1993; SAMET et al., 2018), des systèmes de télécommunication (DAIGLE, 2005) et les systèmes informatiques (HARCHOL-BALTER, 2013).

Plusieurs travaux récents exploitent des résultats de la théorie des files d'attente, et particulièrement les réseaux fermés pour la modélisation des BSS, Voiture en LS, Amod et PRT. Dans les travaux présentés, si nous ne précisons pas qu'il s'agit d'étude en régime transitoire, c'est qu'il s'agit d'étude en régime permanent. Pour des questions de lisibilité, nous proposons dans la partie encadrée et dans l'annexe D une description détaillée de la théorie des réseaux de files d'attente. Le lecteur initié à cette théorie peut ignorer la partie encadrée et l'annexe D.

#### **Le formalisme des files d'attente (FA)**

Ce formalisme permet de modéliser les phénomènes d'attente. Un exemple simple de système d'attente dans notre quotidien concerne le cas d'un client dans un magasin attendant devant une caisse qu'elle se libère. Le client attend d'être servi par le caissier. Ce client n'est pas le seul en attente et il peut y avoir d'autres clients devant lui.

La durée moyenne d'interarrivée des clients à la caisse est supposée connue. De même, on peut approximer la durée moyenne de temps pour le traitement de la demande d'un client (passage à la caisse par exemple). Dans un tel système, on peut chercher à évaluer le temps moyen d'attente ou le nombre moyen de clients dans l'espace d'attente ou encore trouver le taux d'occupation du caissier.

#### Une file d'attente simple

Une file simple, comme illustrée dans la figure 2.3, est composée d'un espace de service et d'un espace d'attente (buffer). Les clients arrivent dans la file les uns après les autres. Ils attendent dans l'espace d'attente pour entrer par la suite dans l'espace de service où ils seront servis. Ainsi le client peut être dans l'espace d'attente ou l'espace de service.

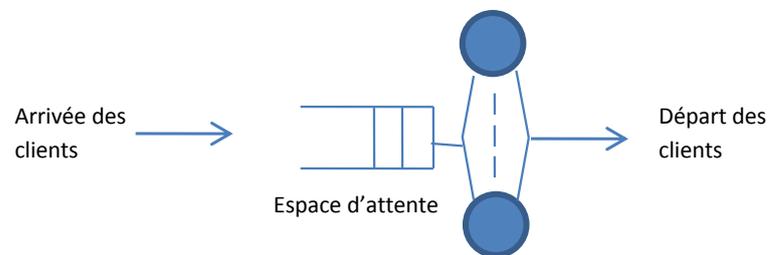


FIGURE 2.3 – File simple.

Le système de FA se définit par les cinq caractéristiques suivantes :

- le processus stochastique qui décrit le flux d'entrée. Il s'agit des durées d'interarrivées des clients, supposées indépendantes entre elles. La distribution de ces durées est régie par une loi de probabilité déterminée. Le temps moyen d'interarrivée est noté  $T$  et son inverse le taux d'arrivée moyen est noté  $\lambda$ ;  $\lambda = \frac{1}{T}$ ,
- le processus stochastique qui décrit le service. Les durées sont des variables aléatoires indépendantes. Elles sont régies par une loi de probabilité, le temps moyen de service est  $\frac{1}{\mu}$  avec  $\mu$  le taux de service,
- le nombre  $c$  de serveurs en parallèle dans l'espace de service,
- la capacité  $N$  de la file est le nombre maximal de clients pouvant être présents dans le système (le nombre de clients dans l'espace de service est compté),
- la discipline d'attente. Il s'agit de l'organisation de l'attente du client jusqu'à la mise en service. La règle la plus utilisée est « FCFS », « premier arrivé, premier servi ».

Une file d'attente peut être symbolisée par la notation dite de Kendall. Elle se présente comme la série de symboles suivante :  $A \setminus S \setminus c \setminus N \setminus m \setminus Z$ .

- $A$  : la loi du processus d'entrée
- $S$  : la loi de service. Si on affecte la lettre  $M$  en  $A$  ou en  $S$ , on indique que le flux des entrées suit une loi de Poisson ou que les temps de service

suivent une loi exponentielle (La lettre M est choisie par Kendall pour exprimer le caractère markovien).

- $c$  : le nombre de serveurs
- $N$  : la capacité du système qui s'exprime par un entier strictement positif.
- $m$  : population des clients. La plupart du temps la population des clients est supposée infinie.
- $Z$  : discipline de service.

Lorsque les trois derniers éléments de la notation de Kendall ne sont pas précisés, il est sous-entendu que  $N = +\infty$ ,  $m = +\infty$  et  $Z = FCFS$ . Lorsque la file d'attente comporte une infinité de serveurs, elle se note  $A \setminus S \setminus +\infty$ .

Trois lois fréquemment utilisées parmi d'autres pour la définition de A et S sont : M loi exponentielle (markovienne), G : loi générale, D : loi constante.

#### Régimes permanent et transitoire

Le modèle de file d'attente représente un système dynamique donc les valeurs des mesures de performance varient avec le temps. L'analyse en régime transitoire (dépend du temps) cherche à traiter le système dans une durée de temps déterminé. Cependant le système peut être en état stable (état d'équilibre) où les comportements transitoires sont atténués i.e. le système se stabilise et les valeurs des mesures de performance deviennent indépendant du temps. Dans ce cas, on dit que le système est en régime permanent. L'analyse en régime transitoire a une pertinence lorsque le comportement à court terme présente une importance par rapport aux comportements à long terme.

Les différents types de files d'attente sont mathématiquement analysés pour déterminer les mesures de performance. Parmi les indicateurs de performance calculés dans un système de files d'attente on note :

- $P(n = k)$  : la probabilité d'avoir k clients dans le système.
- $\rho$  : le taux d'utilisation. Quand il s'agit d'une file à serveur unique, le taux d'utilisation est la fraction de temps pendant lequel le serveur est occupé. Dans le cas où il n'y a pas de limite du nombre de clients dans la file à serveur unique, le taux d'utilisation du serveur est :

$$\rho = \frac{\text{temps moyen de service}}{\text{temps moyen d'interarrivée}} = \frac{\text{taux d'arrivée}}{\text{taux de service}} = \frac{\lambda}{\mu}$$

Le taux d'utilisation d'une file à multiple serveurs ayant  $c$  serveurs est la fraction moyenne des serveurs actifs,  $c\mu$  étant le taux de service

$$\text{global : } \rho = \frac{\lambda}{c \cdot \mu}.$$

- $\langle n \rangle$  : la taille moyenne de la file d'attente (attente + service) est le nombre moyen de clients dans la file d'attente.
- $X$  : le débit d'une file d'attente est défini comme le nombre de clients servis par unité de temps, i.e. le taux de départ. Dans une situation équilibrée, le taux de départ est égal au taux d'arrivée  $\lambda$  ( $X = \lambda$ ). On note que dans le cas d'une file d'attente à capacité finie, le débit est différent du taux d'arrivée.

#### Analyse en régime permanent et calcul des paramètres de performance

Pour illustrer l'analyse en régime permanent et le calcul des indicateurs de performance en utilisant le formalisme des files d'attente, nous présentons le

cas d'un exemple simple d'une file d'attente élémentaire  $M \setminus M \setminus 1$ . Pour ce cas, le processus d'arrivée est de Poisson, le temps de service est exponentiellement distribué et il y a un serveur unique. Lorsque  $\lambda < \mu$  ce système est dit « stable » i.e. tous les comportements transitoires sont finis, le système se stabilise, et les valeurs des mesures de performance sont indépendantes du temps (BOLCH et al., 2006). Dans ce cas on a :

- la probabilité à l'équilibre d'avoir la file vide est  $P(n = 0) = 1 - \rho$ ,
- la probabilité à l'équilibre d'avoir  $k$  clients dans le système est  $P(n = k) = (1 - \rho)\rho^k$  avec  $k \geq 0$ ,
- la taille moyenne de la file d'attente est  $\langle n \rangle = \sum_{k=1}^{\infty} kP(k)$

#### Un réseau de file d'attente

Le réseau de files d'attente est un ensemble de files d'attente interconnectées. On appelle nœud une file d'attente mise en réseau. Dans ce réseau, les clients ont des temps de service dans les nœuds, et circulent d'un nœud à un autre en suivant des règles de routage définies entre les nœuds. Soit  $M$  le nombre de files d'attente.

Le routage des clients : lorsque le client est servi dans un nœud et libéré, il est redirigé vers un autre nœud ou vers l'extérieur du réseau. Ce routage entre les nœuds est souvent caractérisé de façon probabiliste. On note  $\alpha_{ij}$  la probabilité pour qu'un client quittant la file  $i$  se rende à la file  $j$ . Ces probabilités vérifient :

$$\sum_{j=1}^M \alpha_{ij} = 1$$

Un réseau est dit ouvert lorsque les clients arrivent de l'extérieur (il y a admission de plusieurs clients sur n'importe quel nœud du réseau depuis l'extérieur), circulent à travers le réseau, puis le quittent. Pour caractériser ce réseau, on spécifie les caractéristiques de chaque file, le processus d'arrivée des clients et le routage entre les nœuds. Le réseau de files d'attente fermé est un réseau dans lequel on ne peut avoir ni de client entrant ni de client sortant du réseau ; le nombre de clients est donc constant. Dans ce qui suit, on note ce nombre  $L$ .

### **Travaux exploitant le réseau de files d'attente BCMP**

Ce sont les résultats sur les réseaux de FA fermés qui sont souvent exploités. Une classe de réseau particulière noté BCMP (BASKETT et al., 1975) est fréquemment utilisée car elle admet une méthode de résolution très intéressante. Ces réseaux admettent une solution à « forme produit », c'est-à-dire que la probabilité d'état stationnaire du réseau s'écrit comme le produit de fonctions dépendantes des états des files, prises individuellement. Cette classe de réseau est une extension du réseau de Jackson. Ce dernier a établi la forme produit pour un réseau ouvert de files d'attente ayant un temps de service de distribution exponentielle.

Le premier modèle pour les système de VSS utilisant un réseau de BCMP est présenté dans (GEORGE et XIA, 2011). Les véhicules sont les clients qui circulent entre les files d'attente. Une station est une file d'attente à serveur unique qui retient dans son espace d'attente les véhicules en attente d'être utilisés par les usagers. Le temps de service du serveur du nœud est le temps d'interarrivée des usagers venant chercher un véhicule. Le temps de déplacement entre deux stations modélise le temps de service d'un nœud à infinité de serveurs. Ce réseau est fermé.

La solution à forme produit de la BCMP est également exploitée dans (ZHANG et PAVONE, 2016; BALLANTYNE et al., 2014; ZHANG et PAVONE, 2014; FANTI et al.,

2014; BANERJEE, FREUND et LYKOURIS, 2016; GEORGE, 2012). Sauf dans (BANERJEE, FREUND et LYKOURIS, 2016; FANTI et al., 2014), tous ces travaux utilisent deux types de nœuds dans le réseau ; des nœuds à serveur unique pour les stations de véhicules et des nœuds à infinité de serveurs représentant les déplacements. Un autre type de files d'attente, à serveurs multiple en parallèle est ajouté dans (FANTI et al., 2014) pour représenter le nombre limité de quais de chargement pour les véhicules électriques en Libre-Service. Dans ces travaux une seule classe de client est utilisée dans le réseau pour la modélisation ; les véhicules en circulation sont homogènes et traités similairement dans les différents nœuds (Voir annexe D).

Ces travaux ont une limitation. Il s'agit d'une hypothèse permettant l'utilisation de la classe BCMP et la résolution simple (forme produit) du réseau. Cette classe de réseau n'inclut que les réseaux ayant des files d'attente de capacité illimitée. Cette limitation nécessite de considérer que les stations ont une capacité illimitée de points d'attache/espace d'attente (i.e. le nœud à serveur unique possède une capacité illimitée). Ne pas tenir compte de la capacité limitée des stations fausse les résultats de l'étude. En effet, dans un système BSS un usager qui ne trouve pas de point d'attache dans la station de destination, va en chercher dans une autre. Ce qui impacte la disponibilité des vélos dans la station finale. En outre, ces modèles ne permettent pas d'évaluer la disponibilité des points d'attache, important pour la satisfaction des usagers du système. Les modèles basés sur les réseaux BCMP comportent par conséquent des limitations pour représenter le système réel.

(LI, FAN et MA, 2016) et (IGLESIAS et al., 2016) proposent un réseau fermé appartenant au réseau BCMP avec plusieurs classes de clients (Voir annexe D). Dans (IGLESIAS et al., 2016), le réseau multi-classes est décrit pour représenter le choix des destinations. Chaque classe est un tuple composé par une station d'origine, une station de destination et le taux d'arrivée des usagers prenant ce chemin particulier «origine-destination». Ce modèle prend en compte également une capacité illimitée des stations.

(LI, FAN et MA, 2016) intègre la capacité limitée des stations. Deux classes de vélos sont définies illustrant les chemins : les vélos dont les utilisateurs trouvent un point d'attache (de stationnement) vide dans leur première station de destination et les vélos remis à d'autres stations. Même si l'existence d'une solution à forme produit pour ce réseau multi-classes est prouvée, la résolution complète n'a pas pu être établie. En effet, les probabilités de routage ne peuvent pas être facilement obtenues. Le taux d'arrivée relatif et les probabilités jointes des nœuds de l'ensemble du réseau n'ont pas été obtenues non plus.

Une grande partie des travaux traitent de problèmes d'optimisation intégrant les résultats analytiques des réseaux de files d'attente. Par exemple, (GEORGE et XIA, 2011) propose un problème d'optimisation non linéaire en définissant le profit de l'opérateur en fonction de la taille de la flotte. Il a été démontré que les stations doivent avoir les mêmes disponibilités de véhicules pour aboutir à la satisfaction maximale des utilisateurs. Dans (GEORGE, 2012), la relation entre un modèle du réseau de files d'attente fermé et un modèle fluide déterministe qui lui correspond est discutée pour une redistribution dynamique des véhicules et une politique d'admission des demandes de service où les usagers peuvent être rejetés. Ensuite, un modèle de réseau de files d'attente de demandes stochastique (qui fonctionne selon la politique d'admission des usagers et de redistribution) est réalisé. Il s'agit de l'enrichissement du modèle développé dans (GEORGE et XIA, 2011). La maximisation du profit de l'opérateur est l'objectif de ce travail.

(ZHANG et PAVONE, 2016) cherchent à améliorer la disponibilité des véhicules

TABLEAU 2.7 – Travaux combinant des résultats du réseau BCMP et programmation mathématique.

<i>Opérations</i>	Pilotage : rééquilibrage par redistri- bution	Pilotage : re- cherche de la taille de flotte optimale	Pilotage : rééquilibrage par incitation des usagers	Conception Re- conception : détermi- nation de l'emplace- ment des stations
<i>Travaux</i>	(ZHANG et PA- VONE, 2016; GEORGE, 2012; ZHANG et PAVONE, 2014; BAL- LANTYNE et al., 2014; ZHANG et al., 2015; IGLE- SIAS et al., 2016)	(GEORGE et XIA, 2011; FANTI et al., 2014; ZHANG et PAVONE, 2014; BAL- LANTYNE et al., 2014)	(BANERJEE, FREUND et LYKOURIS, 2016)	(MIZUNO et al., 2016)

d'un système AMoD et à réduire le temps d'attente des usagers. Les auteurs définissent des formulations de programmation linéaire en utilisant les réseaux BCMP (pour une politique de redistribution dynamique). Une autre combinaison de la programmation linéaire et les FA est présentée dans (IGLESIAS et al., 2016) pour le routage de véhicules automatisés et leur rééquilibrage afin d'augmenter leur disponibilité dans les systèmes AMoD.

L'effet de congestion est pris en compte dans deux travaux. Dans (ZHANG et PAVONE, 2016), la congestion est étudiée par l'extension de la configuration du réseau FA en remplaçant des nœuds à infinité de serveurs représentant les routes par des nœuds ayant un nombre fini  $c$  de serveurs. Ces nœuds acceptent un nombre maximum de véhicules  $c$  passant par un trajet et le surplus de véhicules va donc rester en attente de disponibilité du serveur. (IGLESIAS et al., 2016) illustre la congestion en définissant la distribution de Cox pour les taux de service des nœuds à infinité de serveurs.

Dans (MIZUNO et al., 2016), on utilise un réseau de FA fermé de nœuds  $M/M/1$  avec un algorithme génétique pour trouver l'emplacement adéquat des stations lors de la phase de conception du système. Ce modèle reste incomplet puisque lors de la résolution on fixe arbitrairement des paramètres importants du système comme le nombre de stations à implanter, la taille de la flotte à déployer, et les capacités des stations. En outre, les trajets n'ont pas été pris en compte par ce modèle. Le tableau 2.7 récapitule les travaux utilisant le réseau BCMP suivant les types d'opération.

### Travaux exploitant d'autres réseaux de file d'attente

D'autres modèles stochastiques proposant un réseau fermé de FA sont présentés dans (PAVONE et al., 2012; FRICKER et TIBI, 2015; WASERHOLE et JOST, 2014; MIZUNO et al., 2016).

(PAVONE et al., 2012) considère un réseau de FA dont chaque file représente une station caractérisée par un taux d'arrivée des usagers et un taux d'arrivée des véhicules d'un système AMoD. Une approche fluide est exploitée pour approximer le modèle de FA correspondant. Le problème à résoudre est celui de redistribution qui vise à atteindre un équilibre où il n'y a pas d'usager en attente en cherchant à minimiser le nombre de véhicules redistribués. Ce problème est formulé par un programme linéaire. La principale limitation de ce travail reste la capacité illimitée des stations.

Pour étudier l'équilibrage via l'application d'une politique d'incitation par le prix, dans (WASERHOLE et JOST, 2014), le VSS est modélisé en premier lieu par un réseau de FA fermé où les temps de déplacement sont négligés. En deuxième lieu, une heuristique est proposée pour approximer la politique qui maximise le flux de véhicules entre les stations. Ce problème est résolu par un algorithme glouton.

(FRICKER et TIBI, 2015) prend en compte une capacité limitée pour les stations dans deux modèles différents avec des mécanismes de blocage pour les BSS. Le premier considère la même structure de réseau proposé dans (GEORGE et XIA, 2011) mais avec des stations à capacité limitée, ce qui est plus conforme à un BSS réel. Les auteurs considèrent un mécanisme de rejet lorsque les véhicules sont bloqués à une station pleine; le véhicule franchit la station sans subir un temps de service et ensuite est routé selon les coefficients de routage en aval de cette station. Dans ce cas, les véhicules bloqués prennent un nouveau chemin vers une autre station selon le **même routage** que les véhicules partant de cette station lorsqu'elle n'est pas complètement pleine. Dans ce cas, ce modèle est peu réaliste ou approximatif puisque les utilisateurs bloqués à cette station et les véhicules sortants habituellement de cette station n'ont pas les mêmes préférences de destination.

Le deuxième modèle proposé assigne le même temps de trajet entre toutes les stations en faisant une agrégation de tous les chemins dans un seul nœud à infinité de serveurs. Le mécanisme de rejet précédent est retenu pour ce modèle. La probabilité de transition de n'importe quel nœud illustrant une station vers le nœud **unique** de voyage est égale à 1, tandis que la transition de ce nœud de voyage vers n'importe quel nœud de station est donnée par une certaine probabilité appelée «popularité de la station». Les solutions à forme produits pour ces deux modèles de FA fermées sont dérivées pour un routage réversible. Un réseau ou un routage est réversible si le flux de clients venant du nœud  $i$  au nœud  $j$  est égal au flux de client venant du nœud  $j$  au nœud  $i$ . Ces modèles sont asymptotiquement (nombre important de vélos et stations) étudiés et des approximations des performances relatives à l'état plein ou vide des stations sont obtenues. De plus, la taille de la flotte et les capacités des stations peuvent être déterminées approximativement pour répondre à la demande exigée par les usagers.

### Travaux utilisant la dynamique d'une file d'attente individuelle

Un autre type de modèle considérant le comportement dynamique d'une file d'attente individuelle est exploité pour le BSS. Chaque station est isolée et étudiée

séparément. L'étude en régime transitoire du système d'une file unique est réalisée dans (GAST et al., 2015) pour prévoir la quantité de vélos dans une station et ainsi planifier la redistribution.

Par une approche similaire dans (RAVIV et KOLKA, 2013) et (SCHUIJBROEK, HAMPSHIRE et HOEVE, 2013), un modèle d'inventaire exploitant la formulation en régime transitoire du système de FA est obtenue pour la station isolée du BSS. Les demandes de vélos et de point d'attache étant connues, les auteurs recherchent le nombre optimal de vélos qui doivent être conservés durant une période de temps.

Dans (SCHUIJBROEK, HAMPSHIRE et HOEVE, 2013), l'étude de la redistribution des véhicules est ajoutée pour rééquilibrer l'inventaire en minimisant le temps total de redistribution, d'abord en procédant à un clustering des itinéraires, puis en résolvant un modèle de programmation sous contraintes. Dans ces travaux, une station du système est étudiée isolément du reste du réseau. Ceci ne permet pas d'étudier l'effet de voisinage entre les stations. En effet, le rejet par une station pleine a des répercussions sur les stations géographiquement voisines dans le système réel.

BIONDI, BOLDRINI et BRUNO (2016) exploitent le développement analytique de la FA élémentaire  $M/M/1/N$  qui modélise la station. En définissant la probabilité à l'équilibre pour cette FA, on déduit les seuils souhaités de la disponibilité de véhicules et des points d'attache. Un programme linéaire à valeur entière est utilisé pour obtenir le meilleur nombre de stations à implanter et leurs capacités optimales en minimisant le coût total du déploiement du système. Cette étude est utile pour la conception préliminaire et la mise en œuvre de nouveaux systèmes.

### Travaux faisant le regroupement des stations

D'autres modèles stochastiques établis dans (FRICKER et GAST, 2014; H. TER BEEK et al., 2015; FRICKER et BOURDAIS, 2015) rassemblent toutes les stations du BSS dans un groupe (un seule Cluster) et ainsi le système est appelé un «système homogène». Toutes les stations ont les mêmes paramètres de capacité, de taux d'arrivée des usagers et de routage des usagers entre les stations. Selon les auteurs, cette hypothèse permet d'étudier les systèmes de taille importante (nombre de vélos et de stations importants) en utilisant l'analyse par la méthode du champ moyen (Mean Field).

Cette technique établit la limite de la longueur de la file en régime permanent lorsque le système devient grand (nombre de stations et taille de la flotte). Cette approche est une méthode analytique alternative qui permet de faire l'analyse à l'équilibre même si une expression en forme produit pour l'état stationnaire ne peut pas être établie.

La méthode du champ moyen est utilisée dans la physique des particules. Elle permet de « passer d'une description microscopique d'un phénomène physique, à une description macroscopique, dans un régime où chaque particule ressent l'influence de toutes les autres, aussi éloignées soient-elles » (VILLANI, 2002). Le principe de la méthode du champ moyen est de réduire toutes les interactions sur l'élément modélisé par une interaction moyenne (CHAIKIN et LUBENSKY, 1995).

De tels modèles stochastiques sont étendus pour étudier des «systèmes hétérogènes» où plusieurs groupes de stations sont considérés (FRICKER, GAST et MOHAMED, 2012; H. TER BEEK et al., 2015; FRICKER et SERVEL, 2016; LI, FAN et MA, 2016).

Différents résultats concluent ces travaux. Par exemple, dans (FRICKER, GAST et MOHAMED, 2012), un processus markovien<sup>2</sup> irréductible<sup>3</sup> est utilisé pour modéliser un BSS ordinaire. De plus, un autre modèle est établi pour un BSS où les usagers sont informés de l'état des stations pouvant être vides ou pleines. Ces deux modèles sont comparés. Les auteurs concluent qu'en évitant des stations vides ou pleines, les performances globales ne s'améliorent pas significativement.

Dans (FRICKER et GAST, 2014), en utilisant la technique du champ moyen pour un modèle Markovien<sup>4</sup>, les auteurs étudient l'influence de la capacité des stations et de la taille de la flotte sur la performance des BSS homogènes. Ils mesurent également l'effet des incitations et de la redistribution sur le nombre de stations totalement vides et totalement pleines «stations problématiques». Il est constaté que l'incitation de l'utilisateur à retourner le vélo à une station «moins vide» entre deux, peut améliorer considérablement les performances du système. En outre, il est montré que la modification des taille de flotte n'est pas aussi efficace que la politique d'incitation et les solutions de régulation.

Dans (FRICKER et SERVEL, 2016), les incitations des usagers pour aller à la station la moins chargée entre deux stations choisies dans un cluster sont étudiées pour un système hétérogène. Le système BSS est modélisé comme un réseau de files d'attente fermé. Celui-ci est constitué d'une part, d'une file d'attente à infinité de serveurs représentant toutes les routes possibles, d'autre part, plusieurs files d'attente à serveur unique ayant une capacité limitée représentant les stations. Ensuite, un processus de Markov irréductible est dérivé et la technique des champs moyens y est appliquée. Dans ce travail, la probabilité d'avoir une station vide ou pleine est établie lorsque la politique d'incitation est appliquée par tous les usagers.

Dans (FRICKER et BOURDAIS, 2015) un processus de Markov irréductible d'espace d'états fini modélisant le protocole de réservation des points d'attaches est utilisé dans un modèle stochastique. Ce modèle permet de trouver la taille de la flotte optimale pour des voitures en libre-service et permet de calculer des indicateurs de performance tels que le nombre de stations problématiques et le nombre des voyages réussis.

Ces travaux sont des études asymptotiques adéquates pour les systèmes ayant une grande taille telle que le BSS. Mais en considérant des systèmes homogènes ou hétérogènes, ces modèles ne traitent pas les caractéristiques locales des stations; toutes les stations d'un groupe ont le même taux de demande de vélos, la même capacité, les itinéraires sont uniformisés et les temps de trajet entre les stations sont identiques. En outre, dans ces modèles, lorsqu'une demande de point d'attache est rejetée dans une station pleine, l'utilisateur est renvoyé de façon aléatoire vers une autre station destination mais pas nécessairement dans une station au voisinage, ce qui

2. On dit qu'un processus est Markovien « si à chaque instant la probabilité d'un état quelconque du système dans le future dépend seulement de l'état du système à l'instant actuelle sans dépendre de la manière dont le système a été amené dans cet état » (VENTSEL et SOKOVA, 1973).

3. L'irréductibilité est la propriété que, quel que soit l'état de départ, nous pouvons atteindre n'importe quel autre état de l'espace d'état en un temps fini. (*Markov Chains properties : irreducibility and aperiodicity* 2017)

4. Un modèle stochastique qui se base sur l'hypothèse de Markov : les états futurs dépendent uniquement de l'état actuel, pas des événements qui se sont produits avant. (LAURENT, 2018)

n'est pas réaliste.

### Travaux exploitant d'autres approches stochastiques

Un autre modèle stochastique pour le VSS est basé sur le « Metric Task System » (BRIEST et RAUPACH, 2011) qui est un formalisme apparu dans la littérature des algorithmes en ligne « online algorithm ». Ce travail aborde le problème de la redistribution en maximisant le nombre moyen de véhicules utilisés par les usagers et en réduisant le nombre moyen de véhicules redistribués. Le modèle inhérent définit un ensemble d'états du VSS, des politiques de redistribution de véhicules et une fonction de récompense. Ensuite, deux algorithmes approximatifs pour le problème en temps continu sont développés en exploitant les résultats de la théorie des réseaux de FA fermés. La principale limitation de ce modèle est encore la non-prise en compte de la capacité limitée des stations et ainsi l'effet de l'indisponibilité des points d'attache dans les stations pleines n'est pas pris en considération.

Un axe intéressant de recherche modélise le problème de VSS par le processus de décision de Markov<sup>5</sup> (MDP, Markov Decision Process). Le MDP qui est un processus de contrôle stochastique à temps discret donne un résultat partiellement à caractère aléatoire. Dans un état donné du système, ce formalisme permet au décideur de choisir entre des états possibles pour déclencher une transition et le modèle définit une récompense pour chaque choix. La recherche d'une politique optimale est l'objectif de ce modèle; cette politique est celle qui maximise la somme des récompenses que le décideur reçoit au fil du temps. Cette méthode est utilisée pour le rééquilibrage des véhicules grâce à des incitations par une politique de tarification (WASERHOLE, JOST et BRAUNER, 2013) pour augmenter le nombre de trajets accomplis par le système. Ce formalisme est aussi utilisé pour le routage et la redistribution des véhicules dans le système PRT (LEES-MILLER, 2016) pour diminuer le temps d'attente des usagers.

Une bonne politique peut être obtenue en utilisant la programmation dynamique (LEES-MILLER, 2016) pour un petit MDP ou en utilisant une technique basée sur la programmation linéaire (WASERHOLE, JOST et BRAUNER, 2013) pour surmonter le problème de la taille importante des instances. Le MDP est connu pour avoir une complexité algorithmique importante, de sorte que les études restent limitées aux systèmes de petite taille.

**Comparaison entre la simulation et l'approche stochastique** Les approches de simulation et de modélisation stochastique sont adaptées pour l'analyse et l'évaluation de la performance du système modélisé. Nous présentons une comparaison entre ces deux approches dans le tableau(2.8).

L'utilisation de modèles stochastiques a l'avantage d'avoir une visibilité sur les interactions entre les paramètres. En revanche, avec des simulations, il est possible de chercher l'espace des valeurs des paramètres pour la combinaison optimale, mais souvent, on ignore quel est le compromis entre différents paramètres (JAIN, 1990). En plus, l'un des avantages dérivés d'une approche analytique par rapport à la simulation est que l'analyse peut fournir des réponses relativement rapides aux questions

5. MDP : C'est un modèle stochastique qui résout les problèmes de décision séquentielle dans un environnement stochastique. (réf Processus décisionnels de Markov en intelligence artificielle)

TABLEAU 2.8 – Comparaison des modèles de simulation et des modèles stochastiques.

<i>Approche</i>	<i>La simulation</i>	<i>Le modèle stochastique</i>
<i>Avantages</i>	<ul style="list-style-type: none"> <li>— est flexible (on peut facilement intégrer un délai de temps ou des éléments stochastiques).</li> <li>— a un degré de précision raisonnable.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>— est plus rapide par rapport à la simulation.</li> <li>— donne un aperçu des relations régissant le système étudié.</li> </ul>
<i>Inconvénients</i>	<ul style="list-style-type: none"> <li>— requiert des aptitudes de programmation en langage de simulation.</li> <li>— requiert un temps de calcul important pour avoir des résultats fiables et des taux d'erreur réduits.</li> <li>— doit être refaite pour chaque changement (L'analyse de sensibilité est fastidieuse).</li> <li>— nécessite une phase d'analyse statistique des résultats.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>— requiert des aptitudes en modélisation (Complexité de modélisation)</li> <li>— ne peut pas résoudre tous les problèmes sans faire des hypothèses simplificatrices pour permettre la résolution.</li> <li>— ne donne que des solutions approximatives pour des problèmes complexes.</li> </ul>

type «What-if» et peut fournir plus de compréhension du système étudié (BOLCH et al., 2006).

Lors de l'application des méthodes stochastiques, les indicateurs de performances sont calculés de façon mathématique en résolvant les équations sous-jacentes. Ceci peut permettre de trouver les variables internes critiques du modèle pour améliorer le système. Il s'agit d'un modèle accessible et « transparent » contrairement à un modèle de simulation.

C'est pour ces raisons que nous avons choisi la modélisation stochastique comme approche pour l'étude des performances des BSS. Cette approche possède cependant deux défauts. Elle est purement mathématique. Donc des hypothèses sont parfois nécessaires pour que la résolution soit possible. Ces hypothèses peuvent s'avérer restrictives (manque de fidélité de représenter des détails du système). Ceci est constaté dans tous les travaux ayant utilisé une résolution analytique :

- capacités infinies dans les travaux autour des réseaux BCMP,
- système homogène (FRICKER et GAST, 2014),
- temps de trajet suivant une distribution de loi exponentielle (ZHANG et PAVONE, 2016).

Toutefois, ces « écarts » par rapport à la réalité est un compromis compte tenu de la

compréhension profonde que peuvent permettre d'acquérir ces techniques stochastiques.

Le deuxième inconvénient de ces techniques réside dans le fait que l'obtention de la solution exacte est souvent impossible dans un temps raisonnable. De ce fait, des méthodes de résolution approchées (FRICKER et TIBI, 2015) sont définies pour répondre à cet inconvénient. Ces solutions approchées dégradent peu la qualité de la solution tout en simplifiant la résolution. Le tableau 2.9 met en exergue ces particularités.

TABLEAU 2.9 – Objectifs et réponse apportée par la modélisation stochastique.

<i>Les besoins liés à nos interrogations</i>	<i>Les caractéristiques en adéquation</i>
Étude du comportement dynamique du système.	Connaissances approfondies des interactions entre les paramètres et variables du système.
Étude des comportements dynamiques face à des changements.	Changement facile de paramètres et calculs des résultats.
Évaluation de performances du système.	Calcul des indices de performance sur le modèle.
Règles empiriques de gestion.	Vision globale sur le système à travers le modèle.

Parmi les théories stochastiques, la théorie des files d'attente présente l'avantage d'être facilement applicable dès lors que :

- les concepts fondamentaux permettant de passer de la réalité en modèle d'attente sont identifiés. Dans le cas de nos travaux, nous avons élargi le modèle développé par (GEORGE et XIA, 2011),
- les données requises pour renseigner les paramètres d'une file d'attente sont disponibles (ex. temps de service). Nous avons utilisé les données collectées par un autre doctorant de l'équipe. Ces données brutes sont ensuite traitées par nos soins,
- les méthodes de résolution existent ou sont à identifier. Nous avons utilisé la méthode de résolution de (KOUVATSOS et XENIOS, 1989).

### **Limitations des travaux de la littérature et nos motivations**

Le problème de redistribution des VSS est largement étudié dans la littérature (LAPORTE, MEUNIER et WOLFLER CALVO, 2015; JORGE et CORREIA, 2013). Toutefois, notre étude bibliographique et les articles (survey) (LAPORTE, MEUNIER et WOLFLER CALVO, 2015) et (NAIR et MILLER-HOOKS, 2014) relatifs aux problèmes de BSS, démontrent qu'il y a peu de travaux traitant le dimensionnement des capacités des stations. Ceci est dû, en particulier à l'absence d'une solution simple 'forme produit' pour des réseaux de files d'attentes intégrant la capacité limitée des stations BSS.

De plus, certaines hypothèses simplificatrices doivent être supprimées malgré la complexité de résolution (mathématiques mais aussi en programmation) qui en résulte. En conclusion, nous présentons les hypothèses simplificatrices des principaux travaux en modélisation stochastique en la théorie des files d'attente dans le tableau 2.10.

TABLEAU 2.10 – Hypothèses simplificatrices de modélisation.

<i>Hypothèses simplificatrices de modélisation</i>	<i>Travaux</i>
Le temps de trajet est exponentiellement distribué.	(GEORGE et XIA, 2011; KASPI, RAVIV et TZUR, 2014; GEORGE, 2012; ZHANG et PAVONE, 2014; FRICKER et GAST, 2014; FRICKER, GAST et MOHAMED, 2012; LI, FAN et MA, 2016; BIONDI, BOLDRINI et BRUNO, 2016; FRICKER et BOURDAIS, 2015; FRICKER et SERVEL, 2016; BALLANTYNE et al., 2014; ZHANG et al., 2015; FRICKER et TIBI, 2015)
Le temps de trajet est nul.	(BRIEST et RAUPACH, 2011; BANERJEE, FREUND et LYKOURIS, 2016; WASERHOLE et JOST, 2014; WASERHOLE, JOST et BRAUNER, 2013)
Le temps de trajet est le même entre les stations.	(LEES-MILLER, 2016; FRICKER et TIBI, 2015; ZHANG et PAVONE, 2016; FRICKER et BOURDAIS, 2015; FRICKER et GAST, 2014; FRICKER, GAST et MOHAMED, 2012; H. TER BEEK et al., 2015)
Les arrivées des usagers suivent une loi de Poisson.	(FRICKER et TIBI, 2015; LI, FAN et MA, 2016; BALLANTYNE et al., 2014; ZHANG et al., 2015; BIONDI, BOLDRINI et BRUNO, 2016; FRICKER et BOURDAIS, 2015; FRICKER et SERVEL, 2016; IGLESIAS et al., 2016; PAVONE et al., 2012; BANERJEE, FREUND et LYKOURIS, 2016; KASPI, RAVIV et TZUR, 2014; ZHANG et PAVONE, 2016; GEORGE et XIA, 2011; GEORGE, 2012; FRICKER et GAST, 2014; FRICKER, GAST et MOHAMED, 2012; ZHANG et PAVONE, 2014; RAVIV et KOLKA, 2013; GAST et al., 2015; SCHUIJBROEK, HAMPSHIRE et HOEVE, 2013; LEES-MILLER, 2016)
La capacité des stations est illimitée.	(ZHANG et PAVONE, 2016; GEORGE et XIA, 2011; GEORGE, 2012; BALLANTYNE et al., 2014; FANTI et al., 2014; ZHANG et PAVONE, 2014; WASERHOLE et JOST, 2014; FRICKER et TIBI, 2015; WASERHOLE, JOST et BRAUNER, 2013; BALLANTYNE et al., 2014; BANERJEE, FREUND et LYKOURIS, 2016; ZHANG et al., 2015; LEES-MILLER, 2016; PAVONE et al., 2012; IGLESIAS et al., 2016; BRIEST et RAUPACH, 2011; PAVONE et al., 2012)
Toutes les stations ont la même capacité.	(LI, FAN et MA, 2016; FRICKER et GAST, 2014; FRICKER et BOURDAIS, 2015; FRICKER et SERVEL, 2016)
Prise en compte d'une capacité limitée de la station sans tenir compte des usagers bloqués lorsque la station est pleine.	(GAST et al., 2015; SCHUIJBROEK, HAMPSHIRE et HOEVE, 2013)

Les usagers choisissent une station aléatoirement lorsqu'ils ne trouvent pas de point d'attache libre dans leur station destination et pas forcément une station voisine.	(LI, FAN et MA, 2016; FRICKER et TIBI, 2015; RAVIV et KOLKA, 2013; FRICKER et GAST, 2014; FRICKER, GAST et MOHAMED, 2012; H. TER BEEK et al., 2015; FRICKER et TIBI, 2015)
Considérer un système homogène où toutes les stations possèdent les mêmes caractéristiques (capacité, taux d'arrivée des usagers, probabilité de routage homogène).	(FRICKER et GAST, 2014; FRICKER et BOURDAIS, 2015; H. TER BEEK et al., 2015)

Les objectifs de modélisation que nous nous sommes fixés sont alors :

- trouver le modèle en réseau de files d'attente ayant une représentation la plus fidèle au système réel : en particulier,
- représenter les capacités réelles des stations dans ce modèle et intégrer des lois de probabilité (arrivée et service) réalistes (en utilisant une distribution de loi générale),
- appliquer « l'effet de voisinage » pour les stations. Ceci signifie qu'un usager bloqué arrivant à une station pleine se rendra naturellement à une station voisine ou attendra quelques instant jusqu'à ce qu'un point d'attache se libère,
- disposer d'une méthode de résolution adaptée au type de réseau de files d'attente à développer,
- adapter le modèle à un système de taille importante en utilisant des méthodes de réduction de la taille de problème.

## 2.4 Conclusion

Dans ce chapitre, le système BSS et des travaux de la littérature traitant des problèmes liés à ce système sont présentés. En effet, quatre approches sont recensées : analyse des données, optimisation, simulation et modélisation stochastique.

Il s'avère que la modélisation stochastique par la théorie des files d'attente présente de nombreux avantages pour modéliser et évaluer les performances des BSS. Par conséquent, nous optons pour la modélisation par cet outil dans le chapitre suivant. Toutefois cette approche présente des défis importantes pour réduire les hypothèses considérées dans la littérature (voir tableau 2.10).

Le modèle, que nous présentons dans le chapitre 3 et les enrichissements de ce modèle présentés dans le chapitre 4, doivent cependant nous permettre d'atteindre les objectifs annoncés dans la problématique (chapitre 1) et dans le paragraphe précédent. Ainsi, nous exploiteront un modèle de FA particulier permettant de surmonter les limites (voir tableau 2.10) des travaux de la littérature.



## **3 Modèle d'un système de vélo en libre-service**

### 3.1 Introduction

Nous avons vu dans le chapitre précédent que la méthode stochastique basée sur la théorie des FA est l'une des plus adéquates pour l'analyse, l'évaluation et l'amélioration des performances des systèmes BSS. Cette approche peut être utilisée pour évaluer les effets des changements des variables exogènes et endogènes (i.e. pilotage et re-conception) du système. Il s'avère cependant que les travaux de la littérature présentent certaines limites. Ces travaux ne prennent pas en compte la capacité limitée des stations ou il la considère de manière peu réaliste. Dans notre approche, nous proposons un modèle qui cherche à écarter certaines hypothèses de ces travaux et améliore le réalisme des phénomènes modélisés.

### 3.2 Modèle du système BSS en réseau de files d'attente fermé avec mécanisme de blocage

Notre objectif est de trouver le type de réseau permettant de prendre en compte en particulier la capacité limitée des stations BSS. Nous représentons un système BSS avec un réseau de files d'attente fermé. Dans ce réseau, les vélos (avec ou sans usager) s'identifient aux clients au sens des FA (voir annexe D pour plus de détail). Dans ce qui suit, nous commençons par donner la modélisation d'une station BSS. Dans un second temps, nous présentons la modélisation des trajets. Ensuite, nous présentons le mécanisme de mise en attente et de redirection permettant la gestion du vélo lorsqu'il entre dans une station pleine afin de prendre en compte la capacité limitée des stations.

#### 3.2.1 Modélisation d'une station de BSS

La figure 3.1 représente une station d'un système BSS. La station possède une capacité limitée de stationnement en points d'attache. C'est le nombre maximum de vélos qu'on peut y déposer.

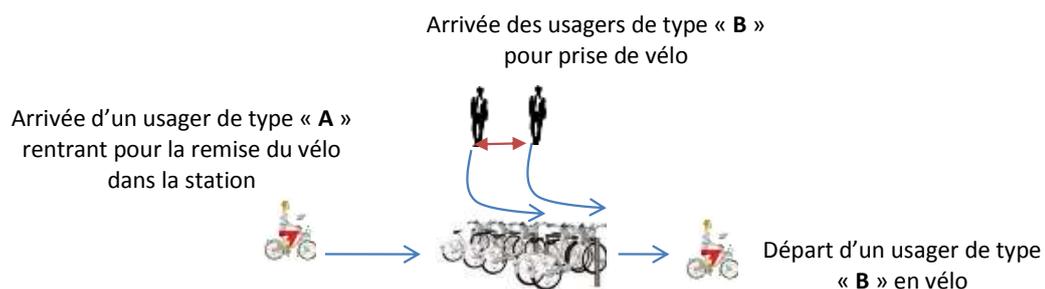


FIGURE 3.1 – Station de BSS.

#### — Arrivée des vélos à la station

Comme illustré dans la figure 3.1, un usager de type « A » arrive à la station pour y déposer son vélo. La station de vélos est modélisée par une file d'attente à serveur unique à capacité limitée<sup>1</sup>, voir figure 3.2. Cette file est notée SS (Single Server). Dans un premier temps, on suppose que l'usager trouve un point d'attache libre. La capacité de cette file d'attente représente

1. « Single Server », ayant un seul serveur dans son espace de service

le nombre de points d'attache de la station BSS. La gestion précise de la capacité limitée est présentée dans la section 3.2.3. Le vélo ainsi rapporté par l'utilisateur va intégrer la queue en amont du serveur unique de SS.

— **Sortie des vélos de la station**

Supposons qu'au moins un vélo se trouve à la station (dans la file d'attente). Dès l'arrivée d'un usager de type « B » voulant emprunter un vélo, le vélo dans le serveur lui est alloué. Le serveur devient ainsi vacant; ceci entraîne l'entrée immédiate d'un vélo dans le serveur. Le vélo va être maintenu dans le serveur pendant un temps égal à la « durée de service » du serveur. Dès l'arrivée d'un deuxième usager de type « B » demandant un vélo libre, le vélo disponible lui est alloué. Le temps (durée) des interarrivées des usagers (de type « B ») à une station du système BSS correspond donc au temps de service du serveur de la file SS.

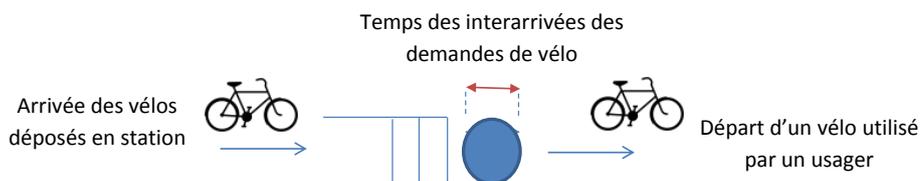


FIGURE 3.2 – Station représentée par une FA SS.

### 3.2.2 Modélisation des trajets entre les stations

Nous modélisons les trajets entre les stations par des FA à multiple serveurs MS. Cette FA possède des serveurs identiques en parallèle, comme le montre la figure 3.3. Un vélo entrant dans ce serveur y séjourne pendant un temps égal au temps de son trajet. Ce temps n'est autre chose que le temps de service du serveur. L'utilisateur B et son vélo ne sont pas contraints par la présence d'autres usagers et leurs vélos (serveurs multiples) car il est tout à fait réaliste qu'une route quelconque soit empruntée par plusieurs cyclistes en même temps (hypothèse sans engorgement).

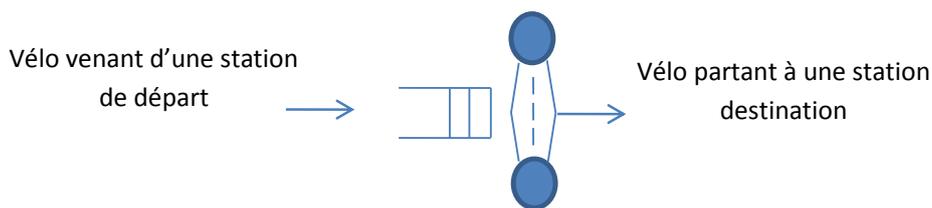


FIGURE 3.3 – Modélisation d'un trajet entre deux stations par une file d'attente à serveur multiple MS.

### 3.2.3 Modélisation du mécanisme de mise en attente et de redirection du vélo

A la fin de son trajet à vélo, un usager du type A peut ne pas trouver nécessairement un point d'attache libre. Ceci correspond à une file d'attente SS pleine. Dans la théorie des files d'attente, lorsque ce cas se présente, on définit un mécanisme de rejet (blocage) qui consiste, par exemple, à rejeter le client à l'extérieur du

système (BAYNAT, 2000). Plusieurs mécanismes de blocage sont définis dans la littérature (BOSE, 2013). Dans notre approche, nous utilisons un mécanisme de blocage particulier appelé « Repetitive Service-Random Destination » (RS-RD) que l'on peut traduire par Service Répétitif-Destination Aléatoire bien adapté au cas étudié. Ce type de blocage a été introduit par (CASEAU et PUJOLLE, 1979) dans des réseaux en tandem ouverts et par (PITTEL, 1979) dans des réseaux réversibles à files d'attente fermées. Il a été initialement utilisé pour modéliser des réseaux de communication et des systèmes de fabrication flexibles (YAO et BUZACOTT, 1985). Dans ce type de

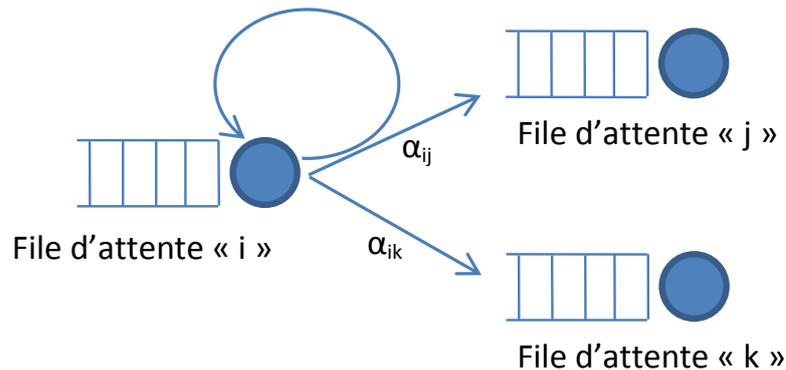


FIGURE 3.4 – Processus de blocage.

blocage, lorsqu'un client tente d'accéder depuis une file d'attente source « i » (voir la figure 3.4) à la FA pleine « j », il est redirigé tout d'abord vers la FA source « i » où il subit un nouveau temps de service. A l'issue de ce temps de service dans la FA « i », une FA destination est choisie parmi l'ensemble des files d'attente possibles. Ce choix est indépendant du choix précédent et dépend des probabilités de routage ( $\alpha_{ij}, \alpha_{ik}$ ). Dans l'exemple de la figure 3.4, les files pouvant être choisies sont « k » et « j ». Si la file choisie est de nouveau la file "j" et qu'elle est toujours pleine, le client est renvoyé de nouveau vers la file source. Si la file choisie est une autre file ("k" par exemple) et qu'elle n'est pas pleine, il la rejoint.

Nous exploitons ce principe de blocage *RS – RD* pour la gestion d'arrivée des vélos à toutes les stations de vélo SS. Aussi, une file d'attente MSB « Multiple Servers for Blocking » est associée (en amont) à toute file d'attente SS (voir figure 3.5). L'association MSB-SS régie par le mécanisme de blocage *RS – RD* permet alors de gérer l'arrivée des vélos à une station de vélo. Ainsi, dans notre approche, **désormais** une station réelle de vélos à capacité finie est modélisée par le couple noté  $\langle MSB - SS, RS - RD \rangle$ . Parmi les stations en aval de MSB, nous distinguons la file d'attente SS, appelée **destination principale**<sup>2</sup>, des files d'attentes MS représentant les trajets vers les **destinations secondaires**<sup>3</sup>, voir figure 3.5.

Analysons de manière plus fine le fonctionnement d'une station réelle  $\langle MSB - SS, RS - RD \rangle$ . La figure 3.6 représente les différents cas de routage.

Un vélo entrant dans une station BSS passe tout d'abord par la file MSB. En fonction de la probabilité de routage en aval de MSB, les cas suivants se présentent (voir figure 3.6) :

1. **1er cas.** Le vélo est dirigé vers une destination secondaire,

2. La destination principale est la station initialement choisie par l'utilisateur.

3. La destination secondaire est une des destinations attribuée en cas d'indisponibilité des points d'attache à la destination principale (les stations voisines).

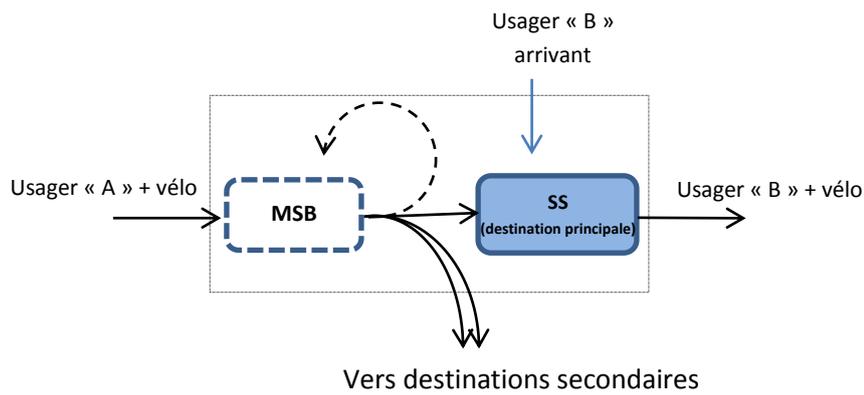


FIGURE 3.5 – Modélisation d'une station :  
 < MSB – SS, RS – RD >

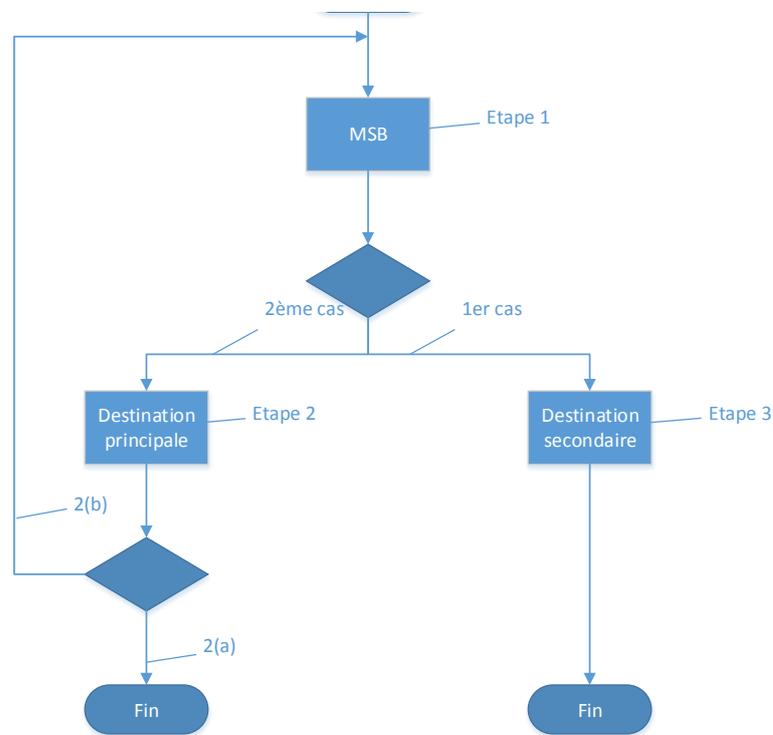


FIGURE 3.6 – Processus de gestion des arrivées des vélos.

2. **2ème cas.** Le vélo est dirigé vers sa destination principale. Deux sous-cas se présentent :
- (a) la station contient au moins un point d'attache libre. Le vélo y est déposé,
  - (b) la station est pleine. Le mécanisme RS-RD de blocage/rejet est alors appliqué. Le vélo va être redirigé vers MSB, le cas 1.

Ce processus, appelé "processus de gestion des arrivées des vélos aux stations BSS" permet de choisir soit la destination principale soit une destination secondaire. Les étapes 2 et 3 définissent ce choix ; l'étape 1 est caractérisée par le temps de service de la file MSB.

Une remarque importante s'impose à ce niveau. Le temps de service dans MSB est choisi avec une valeur très inférieure à celui de SS et de MS, pour deux raisons :

- Si un vélo entre dans une station ayant des points d'attache libres, le temps de service de MSB doit rester négligeable par rapport au temps du trajet pour que celui-ci ne soit presque pas modifié.
- Si au contraire, le vélo est bloqué à l'entrée de SS et redirigé plusieurs fois vers SS avant d'y trouver une place vacante, le cumul des temps (de service) passés successivement à MSB représentera alors le temps d'attente de l'usager devant une station avant qu'un point d'attache se libère.

Le choix de la durée du temps de service de la file MSB doit respecter un compromis entre le fait d'être négligeable par rapport au temps de trajet tout en permettant l'arrivée de nouveaux usagers du type B pour libérer des points d'attache. Le fait de choisir un temps de service "trop court" combiné à la probabilité de routage fera sortir rapidement les usagers du type A et leur vélo vers des destinations secondaires. Si au contraire ce temps est "trop long", il s'additionne au temps de trajet et rallonge artificiellement le comportement temporel du réseau.

### 3.2.4 Spécification des différentes files utilisées : notation de Kendall

Afin de caractériser précisément le type de réseau de files d'attente étudié, il est nécessaire de décrire complètement les files utilisées. Nous utilisons la notation de Kendall (Voir §.2.3.5). Nous rappelons que la file d'attente SS est à capacité limitée et à serveur unique. La discipline d'attente des vélos dans cette file est «premier arrivé premier servi, FCFS» (un usager qui arrive prend le premier vélo disponible). Cette file se note  $G/G/1/N_r$ , avec  $N_r$  le nombre de points d'attache de la station  $r$ .

SS :  $G/G/1/N_r$

La file d'attente MS, illustrant un trajet, est à  $L$  serveurs identiques en parallèle. De cette manière, même si tous les vélos ( $L$  vélos du système) prennent le même trajet, ils peuvent être servis par cette file (i.e. être contenus). A l'instar de (GEORGE et XIA, 2011) nous supposons que les trajets n'ont pas de limitation de capacité. La discipline d'attente est FCFS. Ainsi, la notation de Kendall de cette file est  $G/G/L$ , avec  $L$  est la taille de la flotte.

MS :  $G/G/L$

La file d'attente MSB possède  $L$  serveurs identiques en parallèle (comme le cas de MS). Ainsi, lorsque un grand nombre de vélos ( $L$  vélos, dans ce cas extrême, tous les vélos arrivent à une même station) passent par ce serveur, celui-ci peut les contenir tous. Dans ce cas aussi, la discipline d'attente est FCFS. Cette file se note  $G/G/L$ .

MSB :  $G/G/L$

Pour chacun de ces types de file d'attente, les durées de service et d'interarrivée des vélos suivent une distribution de loi générale (une distribution quelconque). Il

n'est donc pas nécessaire de faire des hypothèses sur la loi de la distribution de ces processus. A titre de rappel, Georges et Xia dans ((GEORGE et XIA, 2011)) supposent que le processus d'arrivée des véhicules suit une distribution de Poisson et que le temps de service est exponentiellement distribué. Ces distributions générales sont décrites par une valeur moyenne et un écart type (coefficient de variation).

### 3.2.5 Modélisation d'un trajet

Nous avons présenté les différents types de files (SS et MS) modélisant une station et un trajet, ainsi que le mécanisme de mise en attente et de redirection des vélos via la file MSB. Maintenant, nous intégrons toutes ces FA pour expliciter l'acheminement d'un vélo partant d'une station de départ jusqu'à son arrivée à une station destination (parmi Q destinations). Cet acheminement nécessite un ensemble de files d'attente inter reliées. Ce cheminement est représenté dans la figure 3.7.

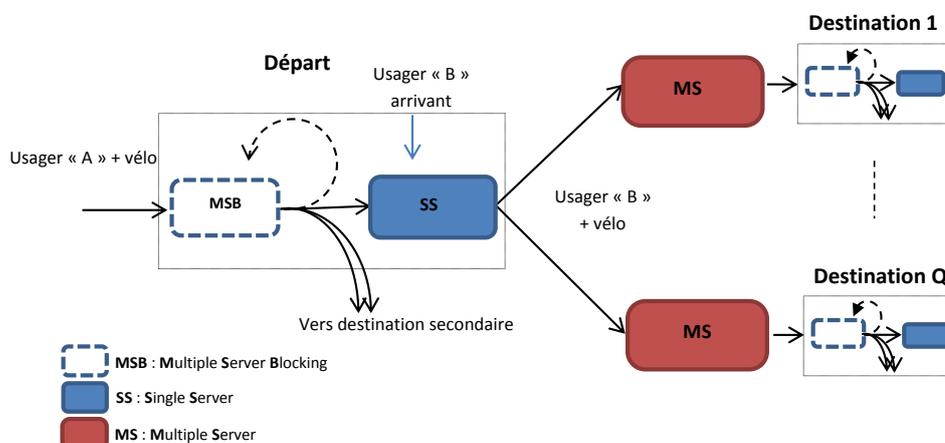


FIGURE 3.7 – Modèle d'un trajet en FA.

### 3.2.6 Système BSS à deux stations

Le réseau de FA modélisant le système BSS est fermé. Pour illustrer simplement le modèle complet de ce système, nous décrivons un système BSS constitué de deux stations, voir figure 3.8.

Les stations sont représentées par les files d'attente de type SS (SS1 et SS2) et leurs MSB associées (MSB1 et MSB2). Un trajet entre deux stations est modélisé par une file d'attente de type MS (MS11, MS12, MS21, MS22). Les arcs représentent :

- arcs en trait continu rouge. Ils représentent le trajet qui est effectué et le cycliste désirant déposer son vélo,
- arcs en trait continu bleu. Ce sont les cyclistes sortant d'une station et qui empruntent un trajet,
- arcs en trait continu noir. Ils représentent le passage à la destination principale,
- arcs en trait pointillé noir. Ce sont les redirections des cyclistes vers la destination secondaire, empruntant un trajet.

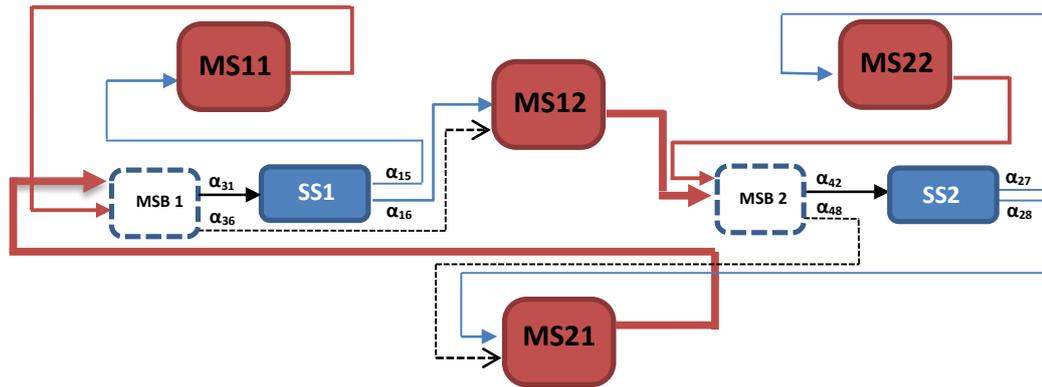


FIGURE 3.8 – Probabilités de routage dans un système BSS.

TABLEAU 3.1 – Indice des FA dans la matrice de routage.

Numéro de la file	1	2	3	4	5	6	7	8
File	SS1	SS2	MSB1	MSB2	MS11	MS12	MS22	MS21

### 3.2.7 Matrice de routage du réseau de FA

Dans un réseau de FA, nous définissons une probabilité de routage entre deux files d'attente inter-reliées. Cette valeur est portée par les arcs. Il s'agit de la proportion de clients qui se dirige d'une FA de départ vers une FA d'arrivée. Dans notre modèle BSS la probabilité de routage correspond à la probabilité qu'un vélo passe d'une file à une autre.

Pour l'exemple de la figure 3.8, nous associons à chaque FA (nœud) un nombre de 1 à 8 (voir tableau 3.1). Les probabilités de routage entre les files d'attente sont indiquées dans la matrice (3.1). Chaque composante de la matrice  $\alpha_{ij}$ ,  $1 < i, j < 8$  correspond à la probabilité d'aller de la file  $i$  à la file  $j$ . Nous rappelons que la somme des probabilités des routages de vélo sortant d'une file d'attente quelconque est toujours égale à 1 (la somme des composantes d'une ligne vaut 1).

Un vélo qui sort de la première station (de SS1) et qui prend la deuxième station comme destination, passe par la FA du trajet (MS12) qui mène à cette destination. La probabilité d'aller de la première station BSS à la deuxième correspond à la probabilité de routage  $\alpha_{16}$ , de (SS1, ligne d'indice 1) à (MS12, colonne d'indice 6). Par ailleurs, un vélo sortant de la première station pour faire un voyage aller-retour (round trip) se dirige vers (MS11) avec une probabilité  $\alpha_{15}$ .

$\alpha_{31}$  correspond à la probabilité de routage entre la file d'attente MSB1 (ligne d'indice 3) et la file d'attente correspondante SS1 (colonne d'indice 1). La probabilité portée par l'arc alternatif  $\alpha_{36}$ , passe de MSB1 (ligne d'indice 3) à la file d'attente MS12 (colonne d'indice 6), MS12 modélise le trajet de la première station BSS à la deuxième station BSS. De cette manière, si un vélo ne trouve pas d'emplacement libre dans SS1, il est redirigé en fonction de la probabilité  $\alpha_{36}$  vers MS12.

La matrice de routage est :

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & \alpha_{15} & \alpha_{16} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \alpha_{27} & \alpha_{28} \\ \alpha_{31} & 0 & 0 & 0 & 0 & \alpha_{36} & 0 & 0 \\ 0 & \alpha_{42} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \alpha_{48} \\ 0 & 0 & \alpha_{53} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \alpha_{64} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \alpha_{74} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \alpha_{83} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (3.1)$$

**Remarque.** Lorsqu'il n'y a pas un flux entre deux files (pas d'arc entre les nœuds du réseau) la probabilité est nulle. Lorsqu'il y a un seul arc en aval de la FA, la probabilité de routage vaut 1 (la probabilité de routage depuis une file de type MS est égale à 1 (voir figure 3.8), c'est-à-dire  $\alpha_{53} = \alpha_{64} = \alpha_{74} = \alpha_{83} = 1$ ).

### 3.2.8 Indice de performances

Le modèle de FA proposé va permettre d'évaluer certaines performances du système. En effet, grâce à ce modèle (réseau de FA), plusieurs indices de mesure (ou paramètres de performance opérationnels (BAYNAT, 2000) peuvent être calculés en régime permanent (état stable). Ces indices sont calculés à partir des probabilités des états du réseau.

Pour une taille de flotte égale à L et pour M le nombre des FA, l'ensemble des états de ce réseau de FA est défini par :

$$S = \left\{ (n_1, \dots, n_M) : \sum_{i=1}^M n_i = L, 0 \leq n_i \leq L_i, i = 1, \dots, M \right\}. \quad (3.2)$$

$L_i$  est le nombre de vélos maximum qui peut s'installer dans une FA d'indice i (i.e. Pour les FA de type MSB et MS,  $L_i$  est égale à la taille de la flotte L). Pour les FA de type SS,  $L_i$  est le minimum parmi la capacité de la station modélisée par SS et la taille de la flotte L. Le vecteur d'état  $(n_1, \dots, n_M)$  sera noté à partir de maintenant  $\mathbf{n}$ , et la probabilité à l'équilibre du réseau dans l'état  $\mathbf{n}$  est noté  $p(\mathbf{n})$ . Soit  $p_i(n_i)$  la probabilité d'état marginale d'une file d'attente i de contenir  $n_i$  vélos. La résolution de ce réseau consiste à calculer la probabilité de chaque état  $\mathbf{n}$ ,  $p(\mathbf{n})$ .

Dans notre étude, nous nous intéressons aux disponibilités des vélos et des points d'attaches. En effet, il a été démontré que la dégradation de la disponibilité des vélos et des points d'attache cause une perte significative de la demande d'usage de service pour les systèmes BSS, voir par exemple (FRICKER et GAST, 2014) ou (GHOSH, ADULYASAK et JAILLET, 2017). Ainsi nous définissons des indices de mesures locales pour chaque station et globale pour le système BSS. Nous adoptons l'indexage par r pour identifier les stations du système BSS et i pour les FA du réseau :

— **disponibilité des vélos dans une station BSS**

Il s'agit de la probabilité que l'utilisateur trouve au moins un vélo dans la file d'attente SS d'indice i modélisant une station d'indice r.

$$Ab_r = 1 - p_i(n_i = 0), \quad (3.3)$$

— **disponibilité des points d'attache dans une station BSS.** Il s'agit de la probabilité que l'utilisateur trouve au moins un point d'attache dans la file d'attente

SS d'indice  $i$  modélisant une station d'indice  $r$ .

$$Ad_r = 1 - p_i(n_i = N_i), \quad (3.4)$$

avec  $N_i$  = capacité de la station  $i$ .

- **disponibilité agrégée d'une station.** Cet indicateur combine les deux disponibilités précédentes en utilisant des coefficients  $a_r$  et  $b_r$  (3.5) qui correspondent aux pondérations des disponibilités précédentes avec  $a_r + b_r = 1$ . Si par exemple  $b_r > a_r$ , cela signifie que la disponibilité des points d'attache est considérée comme plus importante que la disponibilité en vélos.

$$A_r = a_r Ab_r + b_r Ad_r, \quad (3.5)$$

- **performance globale du système.** Nous mesurons la performance globale du système/réseau en calculant la moyenne de la disponibilité agrégée de toutes les stations.

$$A = \frac{1}{N_T} \sum_{r=1}^{N_T} a_r Ab_r + b_r Ad_r, \quad (3.6)$$

avec  $r$  l'indice d'une station  $r$ ,  $N_T$  est le nombre total de station et  $a_r + b_r = 1$ .

### 3.3 Résolution du réseau de files d'attente fermé ayant le mécanisme de blocage RS-RD par la méthode de maximum d'entropie

#### 3.3.1 Méthode de résolution

Afin de déterminer les mesures des performances de notre système, le calcul des probabilités des états du système est nécessaire (3.3,3.4). Le réseau de FA modélisant le système BSS possède des caractéristiques particulières :

- le modèle est un réseau de FA fermé,
- la topologie du réseau est arbitraire,
- les files peuvent être à serveur unique et à multiple serveurs,
- la discipline de service est FCFS (First Come First Served) et les lois de distribution du temps de service sont générales,
- les files peuvent être à capacité limitée,
- le mécanisme de blocage est RS-RD.

La méthode de résolution qui respecte ces hypothèses est développée dans les travaux de Kouvatsos (KOUVATSOS et XENIOS, 1989) et (KOUVATSOS, 1994) (Voir annexe E pour plus de détail des réseaux de FA ayant un mécanisme de blocage). C'est donc la méthode que nous avons adoptée. Cette méthode de résolution est une approche itérative exploitant le principe de maximum d'entropie. Nous exploitons la méthode proposée dans (KOUVATSOS et XENIOS, 1989) qui définit une méthode de résolution (aboutissant aux mesures des probabilités des états en régime permanent) d'un réseau de FA fermé ayant des files de type  $G/G/c/N$ . Ensuite, nous utilisons (KOUVATSOS, 1994) qui présente une extension du travail précédent en intégrant des files de type  $G/G/c$  dans le réseau de FA fermé. Nous rappelons que la résolution du réseau de FA fermé consiste à calculer des probabilités des états de ce réseau. Le principe et les étapes de résolution sont résumés ici. Dans l'annexe C, nous détaillons cette méthode. Dans les parties suivantes, nous explicitons tout d'abord le principe

de maximum d'entropie. Puis, nous expliquons les grandes phases de la méthode de résolution.

### 3.3.2 Maximum d'entropie

L'entropie de Shannon (utilisée dans la théorie de l'information) est la mesure quantifiant l'incertitude dans une distribution de probabilité (JAYNES, 1957). Nous associons à l'état d'un système une variable aléatoire  $X$ . Cet état prend un nombre limité de valeurs possibles (réalisations)  $x_1, x_2, \dots, x_n$ . A chacune des valeurs de cet état, est associée une probabilité d'occurrence  $p_1, p_2, \dots, p_n$ . L'entropie du système est alors définie par :

$$H(X) = - \sum_{i=1}^n p_i \log p_i. \quad (3.7)$$

L'entropie somme le produit des probabilités des différents états du système par les logarithmes de ces probabilités prises avec le signe opposé (VENTSEL et SOKOVA, 1973). L'entropie modélise la connaissance relative à l'occurrence des différents états  $x_1, x_2, \dots, x_n$ . L'entropie est maximale lorsque tous les états ont la même probabilité. Ce qui signifie que moins nous avons de connaissances sur l'occurrence possible d'un état particulier, plus grande sera l'entropie. Dire qu'on cherche à maximiser l'entropie, c'est dire que nous cherchons la distribution qui couvre au mieux, et de préférence équitablement, toutes les possibilités. Autrement dit, le principe d'entropie se repose sur le fait qu'en absence de toute connaissance préalable, les états possibles sont tous équiprobables.

« Le principe de maximum d'entropie inverse la présentation classique de la modélisation statistique » (INRIA-PROJET IS2, 1996). Ordinairement, on extrait des informations (e.g. la moyenne, l'écart-type, etc.) à partir d'une distribution de probabilités connue (DJAFARI et DEMOMENT, 1988). En travaillant sur la maximisation de l'entropie, on cherche, a contrario, à identifier une distribution pour laquelle on ne connaît que certaines informations (par exemple la moyenne et l'écart-type). Un nombre important de distributions de probabilité peut répondre à ces exigences. On cherchera alors à déterminer la distribution dont l'entropie est maximale (i.e. celle qui ne présuppose pas de connaissances autres sur la distribution que celles définies par ces mesures), voir par exemple (UHLENBECK et al., 1962).

Dans la méthode de résolution de Kouvatsos, on exploite ce principe pour aboutir à une solution du réseau fermé.

### 3.3.3 Méthode de résolution

Remarque préalable. Dans cette section nous allons décrire les principes de résolution adoptés. Toutefois, compte tenu de leur complexité, nous avons choisi de ne présenter les détails de la résolution que dans l'annexe C. Dans cette section, nous avons également pris la précaution de définir le principe de chaque technique de résolution dans des encadrés afin de faciliter la compréhension de résolution globale.

La méthode de résolution que nous utilisons du réseau fermé ayant un mécanisme de blocage RS-RD repose sur le principe de maximum d'entropie que nous venons de décrire. Selon (KOUVATSOS et XENIOS, 1989), la solution du réseau fermé est approximée à partir du réseau pseudo-ouvert (voir figure 3.9) tout en respectant la conservation des flux et la conservation de la population dans le réseau (ici les vélos).

**Réseau pseudo-ouvert.** Il se définit comme un réseau fermé qui est représenté comme un réseau ouvert n'ayant pas de flux d'arrivée de l'extérieur et sans départ vers l'extérieur (BOSE, 2013). Le réseau pseudo-ouvert doit avoir les mêmes caractéristiques que le réseau fermé d'origine (mêmes nombre de files d'attente et de serveurs, caractéristiques de temps de service et probabilités de routage).

L'intérêt de cet artifice réside dans le fait que le réseau de FA pseudo-ouvert admet une solution de forme produit : la probabilité d'un état  $p(\mathbf{n})$  de ce réseau s'écrit comme le produit des probabilités marginales, prises individuellement, des files  $p_i(n_i)$  qui le constituent.

$$p(\mathbf{n}) = \prod_{i=1}^M p_i(n_i) \quad (3.8)$$

**Forme produit.** Cette technique de résolution simplifie grandement la résolution du réseau fermé dans la mesure où l'interdépendance des files, qui rend particulièrement délicate la détermination de leurs états, est éliminée. Connaissant les probabilités des états des files prises individuellement, nous sommes en mesure d'approcher l'état global du réseau.

Le passage par le réseau pseudo-ouvert nous conduit vers la résolution individuelle de chaque file. Cette résolution est effectuée par la maximisation d'entropie. Comme indiqué précédemment, la maximisation d'entropie est obtenue au regard de certaines contraintes (comme l'écart-type ou la moyenne dans l'exemple précédent). Donc on cherche à déterminer la distribution des états, pour chaque FA, qui correspond à ce maximum d'entropie. Cette distribution est la solution de la FA individuelle.

Ces contraintes décrivent :

- contrainte C.2. Elle est relative à la normalisation des valeurs de probabilité des états,
- contrainte C.3. Elle donne la probabilité du nombre minimum de serveurs occupés,
- contrainte C.4. Elle définit la taille moyenne d'une FA,
- contrainte C.5. Elle décrit la probabilité de trouver une station SS pleine.

La méthode de résolution utilisée des files d'attente pour la maximisation de l'entropie (soumises aux contraintes C.2, C.3, C.4, C.5) est la méthode de Lagrange à multiplicateur indéterminé, voir (PARISTECH, 2018).

**La méthode de Lagrange à multiplicateur indéterminé.** Cette méthode de Lagrange est une méthode d'optimisation d'une fonction multivariable dérivable sous contraintes ; à chaque contrainte est associée un multiplicateur dit de Lagrange.

Suite à la détermination de ces coefficients de Lagrange, on a résolu chaque file individuellement. En prenant en compte la propriété forme produit, nous avons la résolution du réseau pseudo-ouvert. Il s'agit de la première phase de la méthode de résolution.

Toutefois, cette solution n'est pas la solution du réseau fermé. La solution de celui-ci est une approximation de la solution du réseau pseudo-ouvert. Pour parvenir à déterminer la solution du réseau fermé (la deuxième phase de la méthode de résolution), les coefficients de Lagrange ainsi déterminés sont injectés dans un algorithme de résolution particulier, appelée Convolution. Via certaines boucles de correction internes à cette étape, la solution définitive du réseau fermé est obtenue (figure 3.9).

**Algorithme convolution.** L'algorithme de convolution est une méthode itérative qui calcule la valeur de la constante de normalisation et les valeurs des probabilités marginales du réseau fermé.

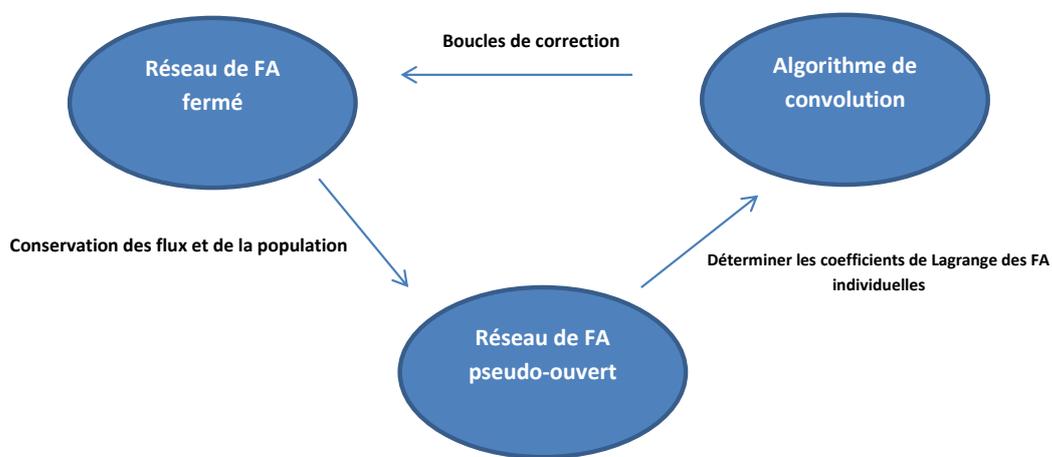


FIGURE 3.9 – Étapes de résolution

### Complexité de la méthode de résolution

La méthode de résolution du modèle de BSS possède une complexité importante. En effet, pour la première phase, le calcul requis est de complexité  $O(k_1(\Omega + 1)^3)$  avec  $\Omega$  est la cardinalité de  $\{\pi_{ij} : i, j = 1, \dots, M; i \neq j\}$  (i.e.  $\Omega = N_T, N_T$  le nombre de stations de vélo) et  $k_1$  est le nombre d'itérations dans cette phase, et il est de complexité  $O(k_2 M^2 L^2)$  pour la deuxième phase avec  $M$  le nombre de FA,  $L$  le nombre de vélos et  $k_2$  est le nombre d'itérations dans cette deuxième phase. La convergence de l'algorithme présenté est toujours sûre d'après (KOUVATSOS et XENIOS, 1989) et (KOUVATSOS, 1994).

## 3.4 Cas d'application : zone de 20 stations de Vélib'

Dans le système Vélib' (BSS de Paris), le déséquilibre de l'usage de vélo dégrade les disponibilités en vélo et en point d'attache. Notre objectif est d'utiliser le modèle développé pour analyser le système Vélib' et améliorer ses performances. Donc, nous modélisons le système réel avec un réseau de FA fermé ayant un mécanisme de blocage (§ 3.2). Cette modélisation exige une phase d'analyse de données pour identifier les paramètres du modèle (temps d'interarrivée des usagers, probabilité

de routage entre les stations et temps des trajets).

Une fois, la méthode de résolution (§ 3.3.3) programmée, nous effectuons différentes expérimentations sur le modèle de ce réseau pour chercher à améliorer les performances. Le principe est de faire varier les paramètres du modèle (nos leviers d'actions). Ces paramètres à changer se transforment alors en deux types de variables : des variables endogènes et des variables exogènes (VEMURI, 1978).

Les variables endogènes caractérisent/commandent les types d'opérations suivantes :

- le pilotage de la taille de la flotte, on fait varier  $L$  qui représente la taille de la flotte dans le réseau de FA,
- la re-conception de la capacité d'une station, on fait varier  $N_r$  la capacité de la file d'attente de type SS correspondant à la station d'indice  $r$ .

Par contre, les variables exogènes caractérisent :

- l'attractivité des stations pour les usagers du type B : augmentation ou diminution des prises de vélos d'une station (on fait varier le taux d'arrivées des usagers,  $\mu_r$ ),
- l'attractivité des stations pour les (usagers du type A et leurs) vélos : augmentation ou diminution de remise de vélos à une station (on fait varier la probabilité de routage  $[\alpha]$  à une station et par conséquent on fait varier aussi les probabilités de routages depuis les stations en amont de cette station).

Nos résultats sont analysés pour mesurer l'efficacité de chaque type de changement. Les indicateurs utilisés sont les disponibilités d'une station (3.3, 3.4 et 3.5) et celles du réseau (3.6). La finalité est de déduire des règles d'aide à la décision pour améliorer la performance du système (le niveau des disponibilités des vélos et des points d'attache).

Comme le système BSS réel Vélib' est de taille importante (1300 stations et 23000 vélos) et que la méthode de résolution est de complexité importante, nous réalisons nos expérimentations sur un nombre réduit de stations de ce système réel BSS (Vélib').

La méthode de résolution est programmée sous Matlab. Nous réalisons nos expérimentations sur des ordinateurs de bureau Intel Xeon (3.00 GHz) sous Windows 7 64 bits. Nous nous limitons à un réseau de 20 stations ; le temps de calcul est de l'ordre de 45 h pour une expérimentation (tous les paramètres du réseau de FA étant fixés).

Afin d'avoir un réseau fermé, les 20 stations doivent être isolées du reste du réseau. Le principe d'isolation est de reboucler les flux sortants à l'extérieur des 20 stations vers ces mêmes stations. Ces flux sont redistribués avec les mêmes proportions déterminées par les probabilités de routage entre les stations (voir annexe B).

Ci-après, nous expliquons tout d'abord la raison du choix de la zone géographique des stations et des stations qui la compose, puis de la période choisie. Ensuite, nous présentons les traitements effectués sur les données brutes pour obtenir les paramètres du réseau de FA fermé. Des détails de ce traitement sont présentés dans l'annexe B. Ensuite, les expérimentations de pilotage par changement de la taille de la flotte et de re-conception par le changement de la capacité d'une station

TABLEAU 3.2 – Distances en mètres entre les stations choisies.

Station	1001	1009	1002	4020	4021	3007	4014	4103	4017	4016	4015	4012	4010	4005	4003	4002	6020	4011	7007
1009	900																		
1002	650	400																	
4020	1200	650	850																
4021	1400	1100	800	350															
3007	2000	1700	1400	1200	850														
4014	1700	1200	900	550	400	800													
4103	1200	950	650	600	700	700	600												
4017	1000	650	400	550	1200	950	600	250											
4016	1200	950	700	800	1500	850	450	170	400										
4015	1400	1100	800	1000	1600	1000	500	280	450	350									
4012	1500	1200	900	1100	1700	1100	700	400	550	450	400								
4010	1600	1400	1100	1300	1900	1300	850	550	750	650	600	250							
4005	2000	1800	1400	1700	2400	1700	1300	1000	1100	850	800	800	550						
4003	1000	1300	900	1200	1800	1400	1000	750	600	550	500	600	800	900					
4002	600	850	450	750	1400	2100	1300	1100	850	950	1200	1300	1500	1500	650				
6020	650	1300	1100	1400	2100	2800	1900	1700	1400	1500	1600	1700	2400	1800	1100	850			
4011	1700	1600	1100	1400	2100	1500	1100	800	850	600	550	550	400	450	650	1300	1800		
7007	1600	1800	1800	2200	2900	3200	2700	2500	2200	2300	2600	2700	2900	3000	2700	2200	1900	2600	
7023	4400	4600	4700	5400	6100	6000	6000	5300	5000	5100	5700	5500	6400	5900	5200	4900	4400	5600	2700

sont présentées. Enfin, les changements des variables exogènes, comme les probabilités de routage en amont d'une station et le taux d'arrivée des usagers à une station, sont évalués afin de prévoir des évolutions potentielles du système.

### 3.4.1 Choix de la zone géographique des stations

Notre étude de cas se limite aux stations d'une zone géographique de Paris. Il s'agit de 20 stations localisées dans le centre de Paris. Ce choix est motivé par l'importance du centre de la ville de Paris où se trouvent plusieurs monuments touristiques (la cathédrale Notre-Dame de Paris, la Conciergerie, le Centre Pompidou, la Tour Saint-Jacques, ...). D'autre part, dans ces stations le nombre de prises et de déposes de vélos journalier est important par rapport à celui des zones périphériques (Apur, 2015). Les 3 stations de l'« île de la Cité » se trouvent au 'point 0' de Paris. Les 17 autres stations sont les plus visitées depuis l'« île de la Cité » en considérant le nombre de trajets de l'année 2016 en dehors des week-ends et des jours fériés. Dans la figure 3.10, nous présentons le plan géographique du centre de Paris. Dans cette zone, les 20 stations étudiées sont localisées.



FIGURE 3.10 – Plan géographique du centre de Paris

Les distances cyclables entre ces 20 stations (tableau 3.2) sont relativement courtes. La distance cyclable minimale entre deux stations est 170m et la distance cyclable maximale est 6400m.

### 3.4.2 Choix de la période

Des études ont été menées pour l'analyse des trajets du système Vélib'. Elles montrent une grande fluctuation de l'utilisation du service et notamment une périodicité à différents horizons. Mensuellement, hebdomadairement et quotidiennement :

Mensuellement : la saisonnalité du nombre de trajets est étudiée dans (STEFFAN, 2012) pour l'année 2011. Cette variation mensuelle est importante, en effet le nombre de trajets marque un minimum de 1.5 millions dans le mois de février et un maximum de 3.5 millions de trajets en mois de septembre,

Hebdomadairement : on constate une différence dans les tendances d'usage des vélos du VLS dans les jours du weekend par rapport aux jours de travail au cours de la semaine (Nair, Miller-Hooks, Hampshire, Bušić trajets, 2013),

Quotidiennement : l'irrégularité du nombre de trajets réalisés dans les différentes tranches horaires de la journée a été montré dans (NAIR et al., 2013). On remarque que deux pics d'utilisation se présentent le matin (de 6h à 9h) et le soir de (de 15h à 19h). Dans notre étude, afin d'avoir un comportement des usagers homogènes, nous avons choisi la période du 5 Septembre 2016 au 15 Octobre 2016 en dehors des week-ends. Il s'agit de la saison d'automne où l'usage du système est au maximum (APUR, 2015).

Nous avons traité la période du matin de 6h à 10h qui correspond à un pic d'activité (déplacements domicile-travail). Grâce aux données mises à disposition (« open data ») par l'opérateur, nous disposons des informations suivantes :

- capacité des stations,
- états des stations : le nombre de vélos à chaque instant dans une station et le nombre de points d'attache libres dans une station,
- trajets des usagers : l'horaire de prise et de dépose d'un vélo (ce qui permet d'obtenir le temps de trajet).

Ces données sont traitées pour déterminer les paramètres de notre modèle de files d'attente du système étudié. Dans la figure 3.11, nous récapitulons les traitements permettant de calculer ces paramètres à partir des données dont nous disposons.

### 3.4.3 Traitement des données

Pour paramétrer le modèle de BSS, il est nécessaire de déterminer :

- le taux et le carré du coefficient de variation, CV, du temps d'interarrivée des usagers pour la prise de vélo dans une station (temps de service dans les FA-SS),
- le taux et le carré du coefficient de variation, CV, des temps de trajet d'une station à une autre ou d'une station à elle-même (temps de service dans les FA-MS),
- les probabilités de routage des vélos d'une station à une autre,
- les probabilités de rediriger les vélos vers les stations secondaires lorsque la station principale est pleine,
- les capacités des stations.

Nous présentons brièvement les principes de traitement des données pour aboutir aux paramètres du modèle. Les détails de traitement des données sont fournis dans l'annexe B. Tout d'abord, nous présentons les taux et les carrés des coefficients de variation du temps de service dans les FA-SS et les FA-MS. Ensuite, nous présentons la matrice de routage. Enfin, nous donnons les capacités des stations.

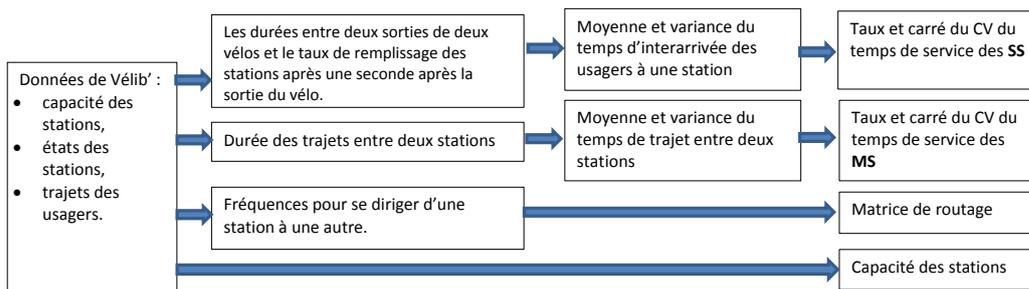


FIGURE 3.11 – Traitement des données.

### Taux et carré du CV du temps de service des SS

Le temps de service dans SS correspond au temps d'interarrivée des usagers (voir § 3.2.1). Nous réalisons un traitement des données pour calculer les taux et les carrés des CV du temps d'interarrivée des usagers à chaque station. Le détail du filtrage et du traitement des données est présenté dans l'annexe B.

### Taux et carré du CV du temps de service des MS

Le temps de service dans MS correspond au temps des trajets entre les différentes stations. Donc ces temps sont extraits, leurs taux et leurs carrés des CV des temps des trajets sont calculés. Plus de détails sur ces données sont présentés dans l'annexe B.

### Matrice de routage

Deux types de probabilités doivent être déterminées :

- les probabilités de routage entre les stations. Ces probabilités sont calculées en utilisant les fréquences de prise des trajets. Pour avoir un réseau de FA fermé, une isolation des 20 stations est réalisée (voir annexe B),

### Capacité des stations

Le tableau 3.3, présente les capacités des stations.

TABLEAU 3.3 – Capacités des stations.

<b>Station</b>	4002	4003	6020	4005	4103	1001	4010	4011	4012	4014
<b>Capacité</b>	24	20	35	13	25	16	26	36	28	30
<b>Station</b>	7023	4016	4017	7007	4020	4021	1009	4015	1002	3007
<b>Capacité</b>	59	59	14	65	28	26	23	45	21	28

## 3.5 Expérimentation

Nous commençons, tout d'abord, par présenter la première série d'expériences qui consiste à faire le pilotage du système à travers le changement de la taille de flotte. Puis, la re-conception de ce système est présentée à partir du redimensionnement de la capacité d'une station. Enfin, nous présentons des expérimentations des

changements de variables exogènes correspondant au changement du taux de prise de vélos d'une station et le changement du taux de remise des vélos à une station.

### 3.5.1 Changement des variables endogènes

Le changement des variables endogènes (pilotage et re-conception) est réalisé par la modification de la taille de flotte  $L$  et de la capacité des stations  $N_r$ , où  $r$  désigne l'indice d'une station BSS.

#### Pilotage par changement de la taille de la flotte

Nous réalisons, d'abord, l'évaluation de la performance de chaque station. Ensuite, nous présentons l'évolution de la performance globale du réseau.

**Évaluation de la performance dans une station** Le nombre total de points d'attache dans de réseau (de 20 stations) est 621. Il s'agit de la capacité totale de stationnement de vélos dans ce système. Nous faisons varier la taille de la flotte de 1 à 800 vélos. Nous illustrons les résultats de changement de la taille de flotte pour quatre stations dans les figures 3.12, 3.13, 3.14 et 3.15. Le reste des résultats est présenté dans l'annexe H. Nous rappelons que les indicateurs de performance utilisés sont : la disponibilité des vélos dans une station (équation 3.3), la disponibilité des points d'attache (équation 3.4) et la disponibilité agrégée de la station (équation 3.5).

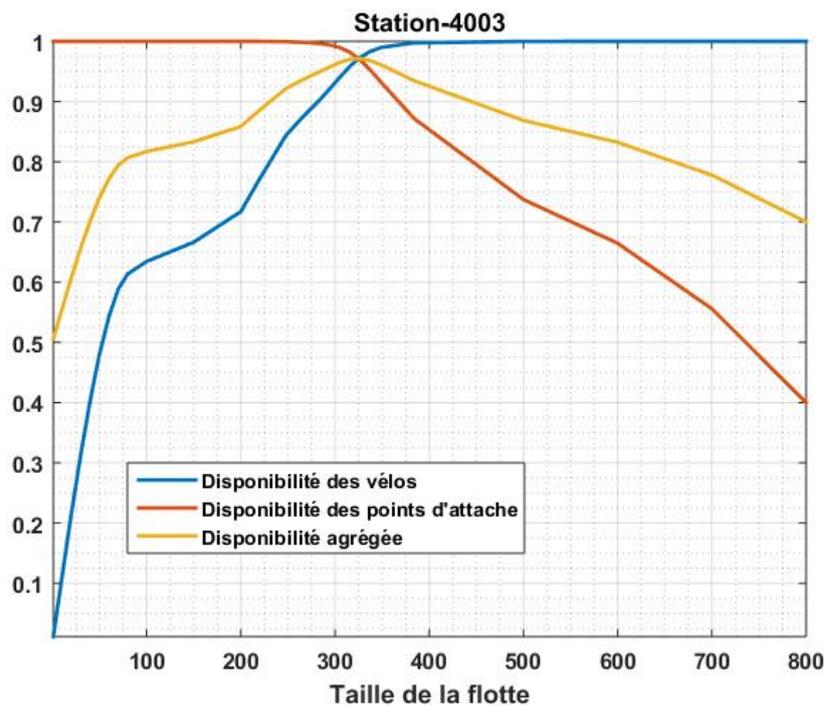


FIGURE 3.12 – Dimensionnement de la taille de la flotte-Disponibilités dans la station 4003.

Les tendances d'évolution des performances sont les mêmes pour toutes les stations. La disponibilité des vélos dans les stations évolue de 0 à 1. Le système, au départ (lorsque la taille de flotte est nulle) est en pénurie de vélo. Les stations sont vides et la disponibilité en vélos est nulle. Lorsque la taille de la flotte augmente, les

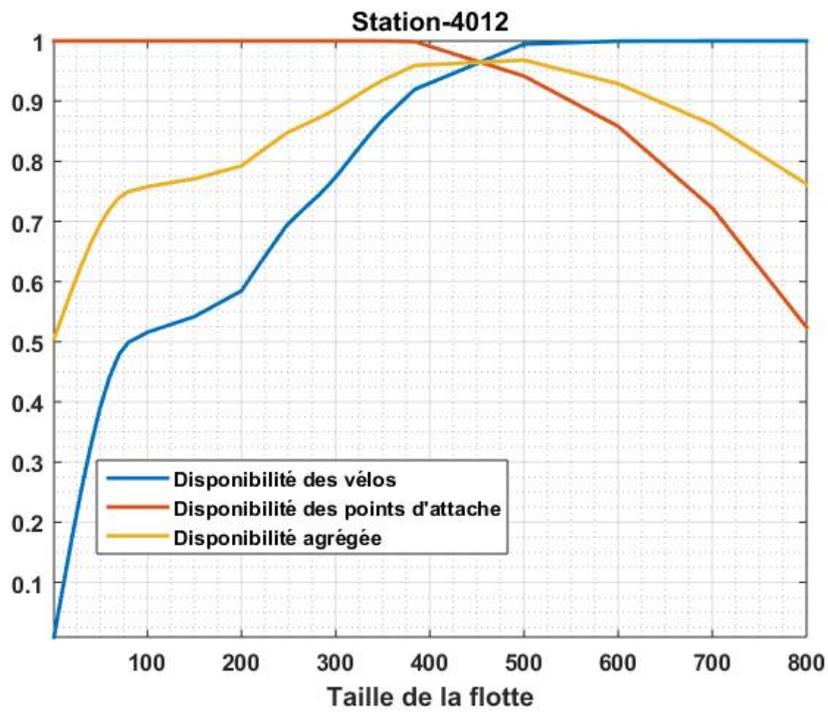


FIGURE 3.13 – Dimensionnement de la taille de la flotte-Disponibilités dans la station 4012.

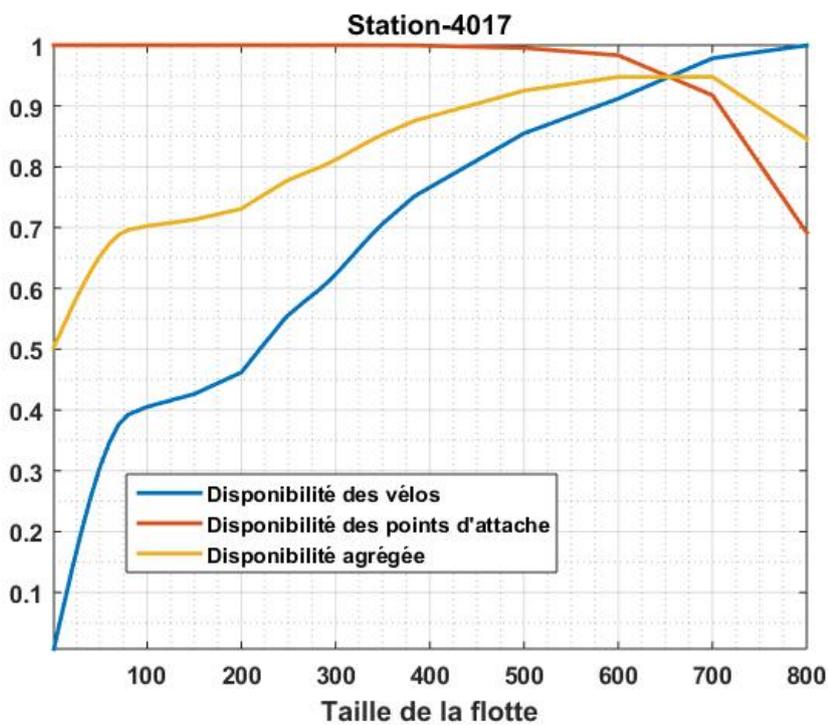


FIGURE 3.14 – Dimensionnement de la taille de la flotte-Disponibilités dans la station 4017.

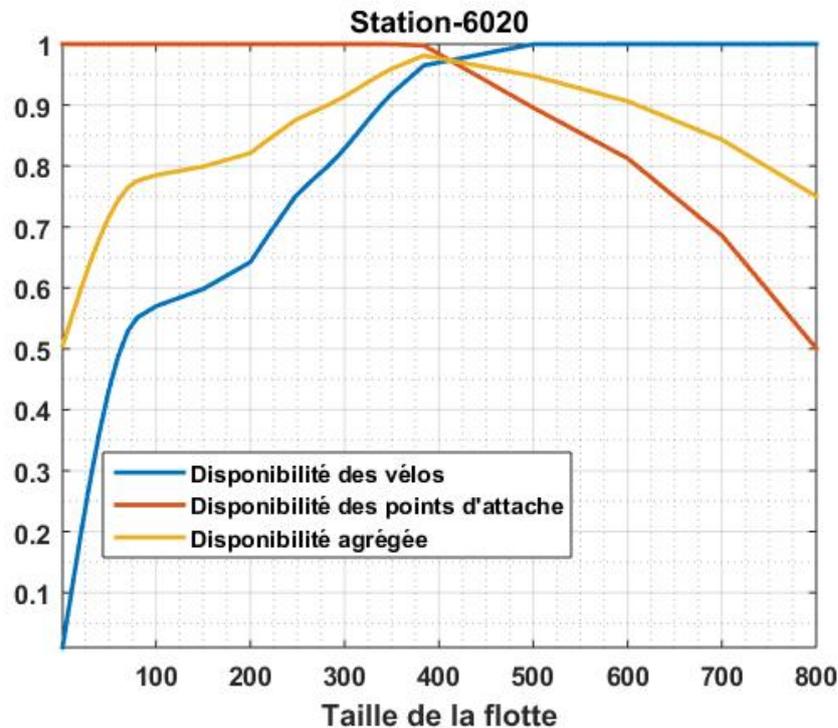


FIGURE 3.15 – Dimensionnement de la taille de la flotte-Disponibilités dans la station 6020.

stations sont de plus en plus alimentées en vélos. De ce fait, la disponibilité en vélos augmente progressivement jusqu'à atteindre la valeur maximale de 1. Lors de ces variations de la taille de flotte, la disponibilité des points d'attache décroît de 1 jusqu'à 0. En effet, le système, au départ, contient peu de vélos. Donc, il y a plus de chance de trouver un point d'attache libre dans les stations.

Les deux disponibilités évoluent dans le sens opposé lorsqu'on change la taille de la flotte. Lorsque la disponibilité de vélos dans une station augmente, la disponibilité des points d'attache diminue (et réciproquement). Les deux courbes des disponibilités se croisent dans un point unique pour tous les cas étudiés. Ce point correspond à l'égalité des deux indicateurs.

L'indicateur de disponibilité agrégée d'une station donne la même importance pour les deux disponibilités. Il s'agit alors de la moyenne des deux indicateurs précédents. La courbe de la disponibilité agrégée se croise avec les deux autres courbes de disponibilité en un même point. Dans ce qui suit, nous appelons ce point, **le point de référence d'une station**. Le point de référence correspond à la disponibilité agrégée maximale pour une taille de flotte appelée de **référence**. Ce point correspond donc à la meilleure performance de la station lorsqu'on fait le changement de la taille de la flotte.

La taille de la flotte de référence est différente d'une station à une autre (voir tableau 3.4). Elle peut être faible pour certaines stations (150 vélos pour la station 7023 et 100 vélos pour la station 4016) ou élevée pour d'autres (630 pour la station

4021 et 670 pour la station 4005). L'optimisation de la disponibilité agrégée des stations conduit à des tailles de flotte (de référence) différentes. On peut alors améliorer la performance d'une station tout en dégradant la performance d'une autre. Il faut donc évaluer la performance globale du réseau pour trouver le meilleur compromis.

TABLEAU 3.4 – Taille de flotte de référence pour les 20 stations du réseau

Station	4002	4003	6020	4005	4103	1001	4010	4011	4012	4014
Taille de flotte de référence	150	325	410	765	270	215	510	265	450	660
Station	7023	4016	4017	7007	4020	4021	1009	4015	1002	3007
Taille de flotte de référence	150	100	650	570	370	625	480	480	560	720

**Évaluation de la performance globale du réseau.** Afin d'analyser le changement de la taille de flotte, nous étudions l'indicateur de performance global du système (équation 3.6). Cet indicateur tient compte de toutes les stations en moyennant leurs disponibilités en vélos et en points d'attache. Dans la figure 3.16, la performance globale du système est représentée par la courbe jaune. **Cette courbe présente une zone maximale très aplatie autour d'une taille de flotte (440 vélos) légèrement supérieure à la moitié de la capacité totale du système (621 points d'attache).** La variation de la performance globale reste presque constante pour une taille de flotte entre 360 et 520. Cet aplatissement peut s'expliquer par la naïveté de l'opérateur "moyenne" utilisé pour son calcul. On comprend alors que selon l'importance relative de certaines stations, on pondère leur poids dans le calcul de la performance globale par une distribution différenciée de poids associés aux stations.

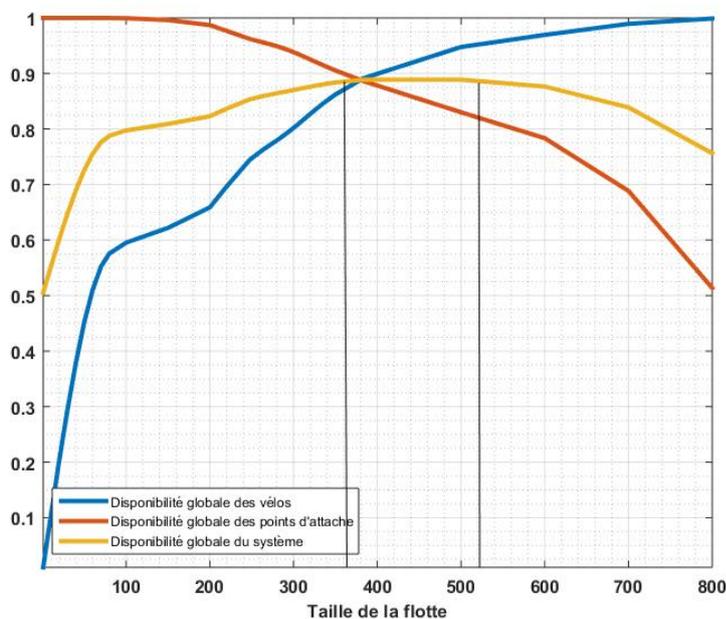


FIGURE 3.16 – Disponibilité globale moyenne dans le système de 20 stations.

Nous menons une autre expérience où nous donnons une importance aux stations (1001,4002 et 4003) qui se trouvent dans l'île de la cité (le centre de Paris). Nous attribuons des poids importants à ces trois stations 60% et le reste est attribué aux 17 stations restantes. Les résultats sont présentés dans la figure 3.17. La meilleure disponibilité globale dans ce cas est obtenue pour une taille de flotte inférieure à celle obtenue lorsque la même importance est accordée aux différentes stations. En effet, les trois stations de l'île de la cité ont tendance à se remplir rapidement (taille de flotte de référence dans ces stations est inférieure à la taille de flotte moyenne 440 vélos).

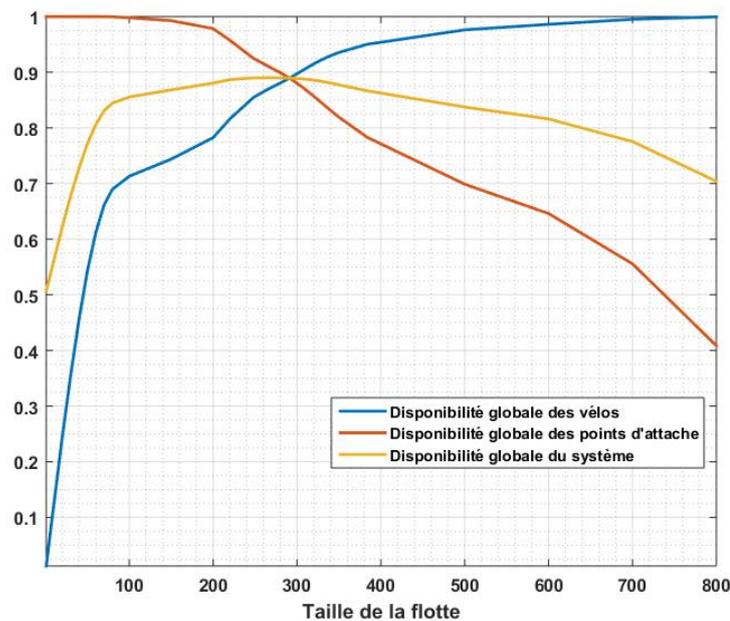


FIGURE 3.17 – Disponibilité globale avec importance accordée aux disponibilités agrégées des stations de l'île de la cité .

Dans le cas de l'opérateur "moyenne", le gestionnaire du système devrait considérer que la valeur de taille de flotte optimale doit être choisie dans cet intervalle. Ceci lui offre une flexibilité considérable dans son choix.

Nous considérons pour les expériences qui suivent une valeur de taille de flotte égale à 440 vélos (le milieu de cet intervalle). De ce fait, nous pouvons classer les stations suivant la position de leur taille de flotte de référence par rapport à la taille de flotte choisie (440 vélos). Nous distinguons quatre groupes de station dont des éléments représentatifs et leur caractéristique sont présentés dans le tableau 3.5.

### Re-conception par redimensionnement de la capacité d'une station

La re-conception du système est réalisée par le redimensionnement de la capacité d'une station. Nous avons choisi de redimensionner deux stations de caractéristiques opposées (du groupe 1 et du groupe 2 du tableau 3.5) :

- la station 4003 fortement encombrée (figure 3.18),
- la station 4017 fortement désertée (figure 3.19).

TABLEAU 3.5 – Groupes de stations.

	Groupe 1 Stations fortement encombrées	Groupe 2 Stations fortement désertées	Groupe 3 Stations faiblement encombrées	Groupe 4 Stations faiblement désertées
<b>Station</b>	1001/4002/4011/4016/4103/7023/4003	1002/1009/3007/4005/4010/4014/4015/4017/4021/7007	6020/4020	4012
<b>Position de la taille de flotte de référence de la station</b>	La taille de la flotte de référence est inférieure à 440 vélos.	La taille de la flotte de référence est supérieure à 440 vélos.	La taille de la flotte de référence est légèrement inférieure à 440 vélos. (370 vélos pour la station 6020/410 pour la station 4020)	La taille de la flotte de référence est légèrement supérieure à 440 vélos. (450 pour cette station).
<b>Caractéristiques des disponibilités</b>	La station a tendance d'être pleine.	La station a tendance d'être vide.	La station est presque vide.	La station est presque pleine.

Dans un premier temps, nous allons évaluer l'effet du changement de la capacité d'une station sur la performance locale de la station. Ensuite, nous étudierons l'impact de ce redimensionnement sur les stations voisines et sur la performance globale du réseau.

**L'évaluation de la performance de la station changée.** Nous modifions le nombre de points d'attache de la station 4003 en ajoutant ou en soustrayant un pourcentage de sa capacité réelle (20 points d'attache) comme le montre la figure 3.18. Nous effectuons la même opération pour la station 4017 (14 points d'attache), voir figure 3.19.

Pour la station pleine 4003, l'augmentation de la capacité de la station induit une amélioration du niveau de disponibilité des points d'attache. Ceci est conforme à nos attentes du fait qu'en rajoutant des points d'attache à cette station, la chance d'avoir un point d'attache libre augmente. En contrepartie, l'augmentation de la capacité n'a aucun effet sur la disponibilité des vélos. En effet, la disponibilité des vélos est maximale (elle est à 100 %).

Pour la station vide 4017, l'augmentation de la capacité n'a pas d'impact sur la performance de la station. En effet, une station qui a une tendance d'être vide possède une bonne disponibilité en point d'attache (dans ce cas 100 %) . Par ailleurs, le nombre moyen de vélos reçus dans cette station est largement inférieur à la capacité initiale de la station. Par conséquent, l'ajout de points d'attache n'aura pas d'impact sur le nombre de vélos moyen dans cette station ; la disponibilité des vélos reste constante.

Que ce soit pour une station vide ou une station pleine, le fait de diminuer la capacité de la station implique une diminution des deux disponibilités (des vélos et des points d'attache). En effet, lorsqu'on réduit les points d'attache dans la station, on a moins de chance de trouver des points d'attache libres. En outre, éliminer un nombre de points d'attache réduit aussi le nombre de points d'attache occupés par

des vélos; d'où, la dégradation de la disponibilité des vélos dans la station.

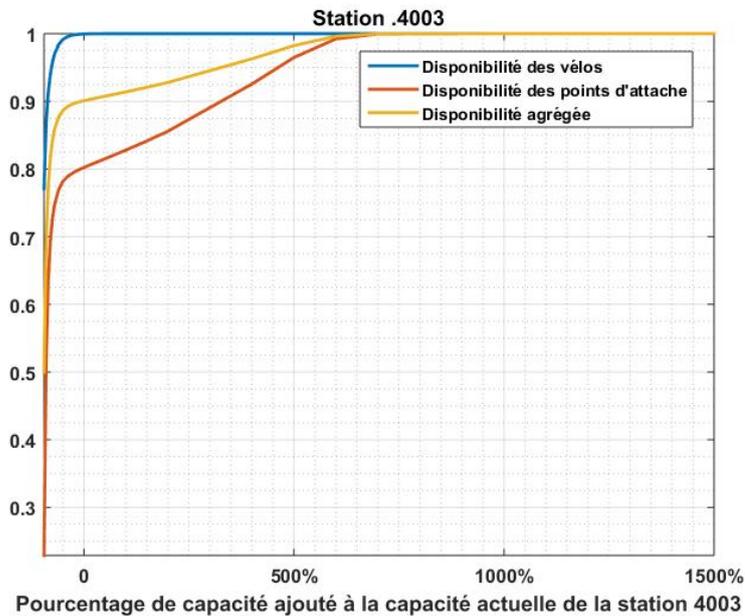


FIGURE 3.18 – Dimensionnement de la capacité de la station 4003 - Disponibilités dans la station 4003.

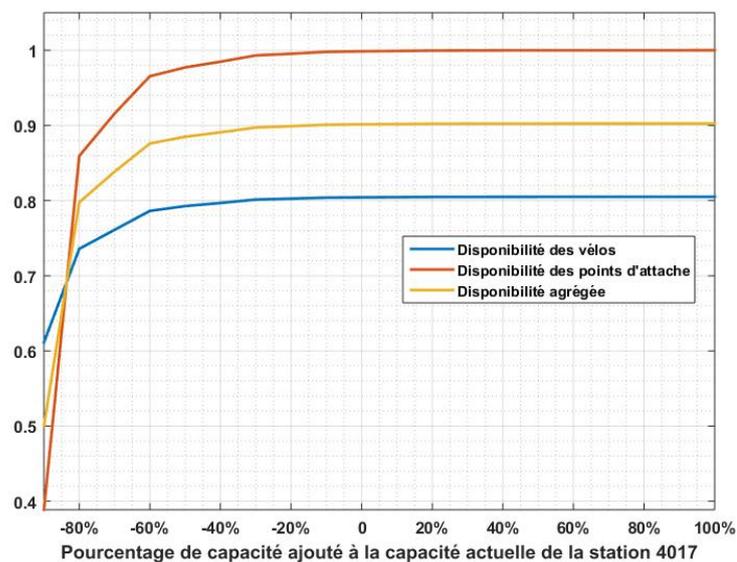


FIGURE 3.19 – Dimensionnement de la capacité de la station 4017- Disponibilités dans la station 4017.

Finalement, la meilleure disponibilité agrégée pour la station 4003 est obtenue pour une capacité augmentée de 600%. La meilleure disponibilité agrégée pour la station 4017 est obtenue pour une capacité diminuée de 20%. Dans les deux cas en

TABLEAU 3.6 – Caractéristiques des courbes de disponibilité selon le groupe de station. Redimensionnement de la capacité

	Effet sur les disponibilités	Exemple
Groupe 1 : station fortement encombrée	En augmentant la capacité de la station 4003 : — la disponibilité des points d’attache s’améliore, — la disponibilité des vélos reste constante.	figure3.20(a)
Groupe 2 : station fortement désertée	En augmentant la capacité de la station 4003 : — dégradation de la disponibilité des vélos, — la disponibilité des points d’attache reste constante.	figure3.20(b)
Groupe 3 : station faiblement encombrée	La meilleure disponibilité agrégée de la station (le croisement des deux disponibilités) apparaît en augmentant la capacité de la station 4003.	figure3.20(c)
Groupe 4 : station faiblement désertée	La meilleure disponibilité agrégée (le croisement des deux disponibilités) apparaît en réduisant la capacité de la station 4003.	figure3.20(d)

ajoutant des points d’attache à la station, la disponibilité des points d’attache augmente jusqu’à atteindre les 100 %.

**Évaluation de la performance des stations voisines à la station dont la capacité est modifiée.** Nous étudions l’effet du redimensionnement de la capacité des stations 4003 et 4017 sur les autres stations du réseau. Aucun changement n’est constaté sur les autres stations du réseau lors de la modification de la capacité de la station 4017. En revanche, des impacts sont observés sur les stations du réseau lorsque la capacité de la station 4003 est modifiée. En effet, l’augmentation de la capacité de la station 4003 fait baisser la disponibilité des vélos dans les stations voisines tout en augmentant la disponibilité des points d’attache. Ce résultat est cohérent puisque l’augmentation de la capacité de cette station va permettre d’absorber les vélos des autres stations.

En étudiant les différentes stations, on constate que les stations du même groupe (les groupes que nous avons présentés dans le tableau 3.5) ont des courbes de disponibilités similaires. Dans le tableau 3.6, nous décrivons les caractéristiques des courbes des disponibilités de ces quatre groupes de station. Ainsi, nous remarquons que l’appartenance d’une station à l’un de ces groupes peut être déduite à partir de la position de la taille de flotte de référence de cette station (3.5) par rapport à la taille de flotte de référence du système (440 vélos). Nous présentons un exemple de chaque groupe de stations dans les figures 3.20(a), 3.20(b), 3.20(c) et 3.20(d).

**Évaluation de la performance globale du système.** La figure 3.21 représente l’évolution de la performance globale du réseau en fonction des changements de la capacité de la station 4003. L’augmentation de la capacité de la station 4003 dégrade la disponibilité globale du système. Même si la détérioration de cette performance est faible ( $\approx 1\%$ ), elle ne peut pas être négligée puisqu’il s’agit de la performance globale du réseau. Dans ce cas, il vaut mieux conserver la capacité actuelle de cette station.

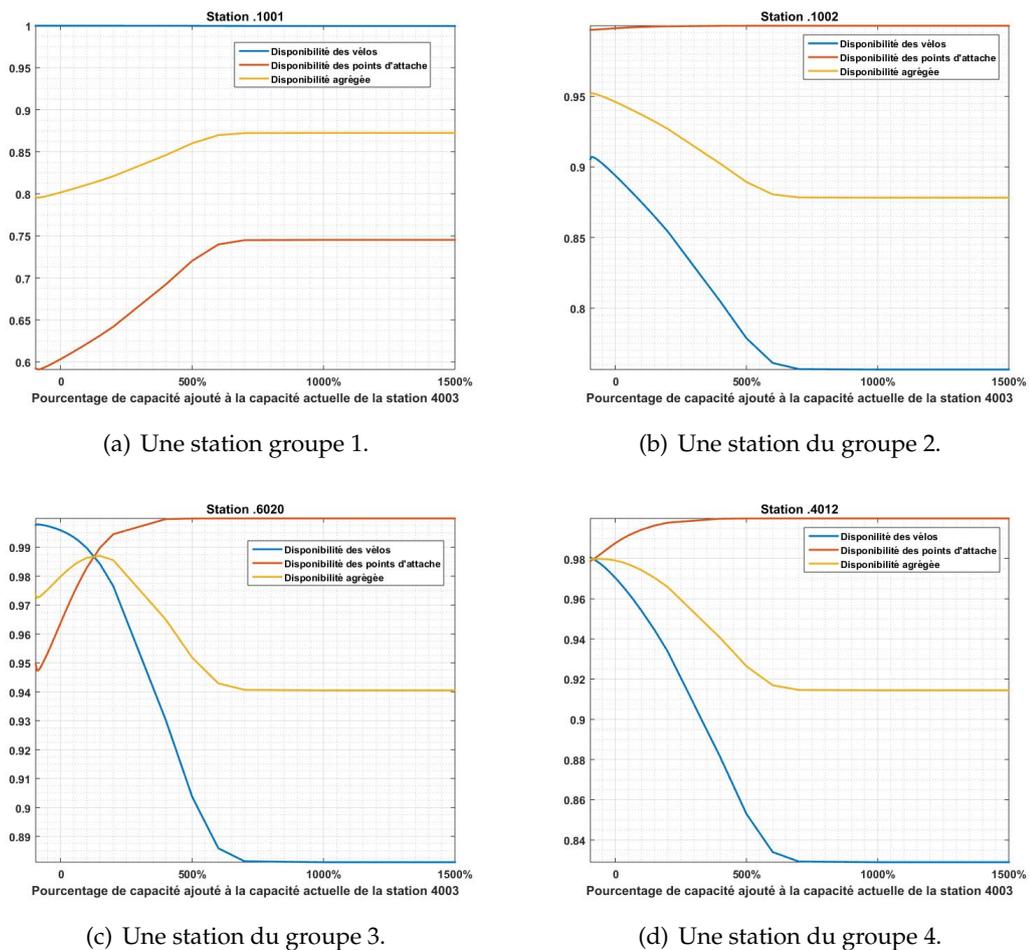


FIGURE 3.20 – Effet du dimensionnement de la capacité de la station 4003.

La figure 3.22 représente l'évolution de la performance globale du réseau en fonction des changements sur la capacité de la station 4017. La performance globale moyenne se dégrade lorsque la capacité de la station 4017 est réduite de plus que 40%. Comme les stations voisines à 4017 ne sont pas impactées par le changement de la capacité de la station 4017, nous déduisons que les évolutions de la performance globale du système sont dues aux changements de la disponibilité agrégée de la station 4017. Par conséquent, l'opérateur a intérêt à réduire la capacité de cette station de 40%.

### 3.5.2 Changement des variables exogènes

Nous allons étudier les effets des changements exogènes (sur lesquels le gestionnaire n'agit pas du tout ou dans certains cas qu'indirectement via les incitations économiques par exemple) induits par des changements de comportement des usagers. De tels changements peuvent se produire suite à un changement de l'environnement du système. Par exemple, le taux de la demande de vélos peut changer dans une station suite à la construction de nouvelles habitations, à l'ouverture d'un centre commercial ou d'un nouvel espace public au voisinage de cette station. Cette zone devient alors plus attractive et plus sollicitée par les usagers. Ces évolutions dans

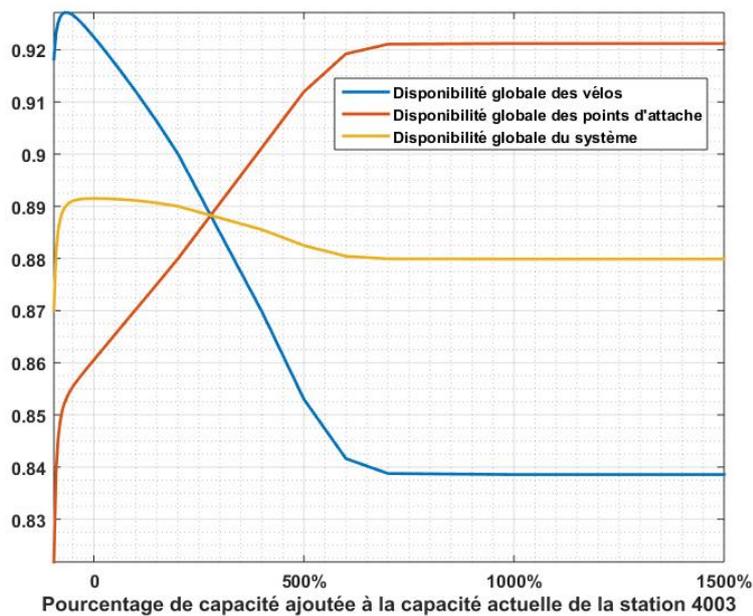


FIGURE 3.21 – Dimensionnement de la capacité de la station 4003-  
Performance globale du réseau.

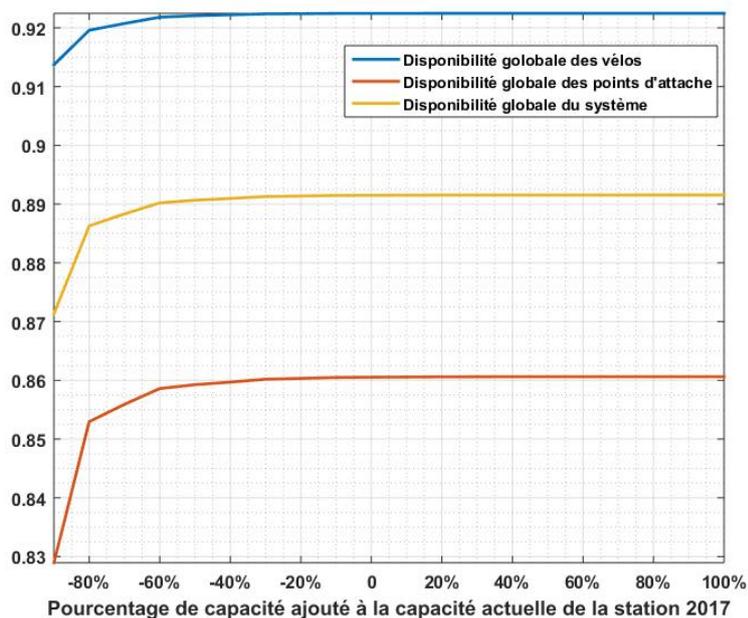


FIGURE 3.22 – Dimensionnement de la capacité de la station 4017-  
Performance globale du réseau.

l'environnement (intensité de demande de service) peuvent être modélisées par le changement du taux de prise de vélos à une station ( $\mu_r$ , où  $r$  désigne l'indice d'une station) ou par le changement du flux d'entrée des vélos à une station en agissant sur des probabilités de routage à cette station ( $[\alpha]$ , la matrice de routage).

Nous évaluons dans la suite les performances lorsque le taux d'arrivée des usagers à une station et la probabilité de routage vers une station varient. Nous étudions, d'abord, les performances de la station concernée par ce changement. Ensuite, nous observons l'effet de ces changements sur les performances des autres stations. Enfin, la performance globale du réseau étudié est évaluée par rapport à ces changements.

### Changement du taux de retrait de vélos de la station 4003

**Evaluation de la performance de la station concernée.** Nous étudions l'effet du changement du taux d'arrivée des usagers à une station pour prendre les vélos. Notre étude concerne la station 4003. Le taux d'arrivée des usagers (retrait de vélo) à cette station est augmenté ou diminué en fonction du pourcentage du taux d'arrivée d'origine. L'effet de ce changement est présenté dans la figure 3.23 où le taux d'arrivée d'origine varie de -50 % à +50 %.

L'augmentation du taux d'arrivée des usagers à cette station, améliore sa performance. En effet, pour le taux d'arrivée des usagers avant modification, la disponibilité des points d'attache est à 80 % alors que la disponibilité des vélos est excellente (proche de 100 %). La valeur de « la disponibilité agrégée de la station » la plus élevée est obtenue pour une augmentation de 27 % du taux d'arrivée. Dans cette situation, les deux disponibilités sont très bonnes (environ 97 %). Ce résultat est co-

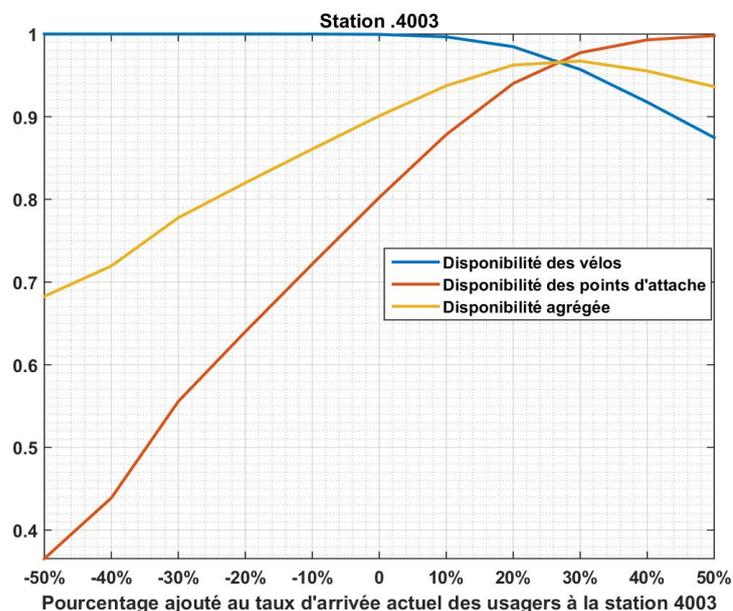


FIGURE 3.23 – Effet de changement du taux de retrait de vélos de la station 4003 sur sa performance

hérent puisque la station 4003 a tendance à être pleine, et que l'augmentation du taux d'arrivée des usagers (plus de retrait de vélos) permet de réduire le nombre de vélos dans cette station, et ainsi augmenter la disponibilité des points d'attache tout en réduisant légèrement la disponibilité des vélos.

**Evaluation de la performance des autres stations** Il y a une faible influence sur les stations voisines en changeant le taux d'arrivée des usagers (taux de retrait de vélos) de la station 4003 pour le retrait des vélos (inférieur à 2 %). Qualitativement, l'évolution des disponibilités (en vélos et de points d'attache) diffère d'une station à une autre. Nous classons les différentes stations (autre que la station 4003) selon les allures des courbes des disponibilités (voir tableau 3.7). Nous identifions quatre classes de station et il s'agit des mêmes classes de station présentées dans (§ paragraphe changement capacité station voisine). Nous rappelons que ces groupes de station caractérisés par un autre aspect qui est la position de la taille de flotte de référence d'une station par rapport à celle de flotte du système (440 vélos) (voir tableau 3.5). Dans les figures de 3.24(a) à 3.24(d), nous montrons un exemple d'évolution de la performance d'une station de chacun des groupes (voir deuxième ligne du tableau 3.7).

TABLEAU 3.7 – Caractéristiques des courbes de disponibilité selon le groupe de station. Changement du taux d'arrivée des usagers.

	Effet de l'augmentation du taux d'arrivée des usagers à la station 4003 sur les disponibilités	Exemple
Groupe 1 : station fortement encombrée	<ul style="list-style-type: none"> <li>— la disponibilité des vélos reste constante à la valeur maximale,</li> <li>— la disponibilité des points d'attache diminue.</li> </ul>	Figure 3.24(a)
Groupe 2 : station fortement désertée	<ul style="list-style-type: none"> <li>— la disponibilité des vélos augmente,</li> <li>— la disponibilité des points d'attache reste constante à la valeur maximale.</li> </ul>	Figure 3.24(b)
Groupe 3 : station faiblement encombrée	<ul style="list-style-type: none"> <li>— la disponibilité des vélos augmente,</li> <li>— la disponibilité des points d'attache diminue,</li> <li>— la différence entre les deux disponibilités s'écarte.</li> </ul>	Figure 3.24(c)
Groupe 4 : station faiblement désertée	<ul style="list-style-type: none"> <li>— la disponibilité des vélos augmente,</li> <li>— la disponibilité des points d'attache diminue,</li> <li>— la différence entre les deux disponibilités se réduit.</li> </ul>	Figure 3.24(d)

**Evaluation de la performance globale du système.** La figure 3.25 représente l'évolution de la performance globale du réseau. La disponibilité globale du réseau (courbe jaune) s'améliore lorsque le taux de retrait de vélos de la station 4003 est augmenté de 30%. Ceci s'explique par l'amélioration considérable des disponibilités dans la station 4003 pour un faible changement des disponibilités dans les autres stations lorsque ce changement est réalisé.

#### Changement de probabilité de routage à la station 4003

**Méthode adoptée pour changer le routage.** Nous modifions les probabilités de routage de chacune des stations vers la station 4003. Nous augmentons ou nous diminuons chacune de ces valeurs de probabilité par proportion de leur valeur actuelle

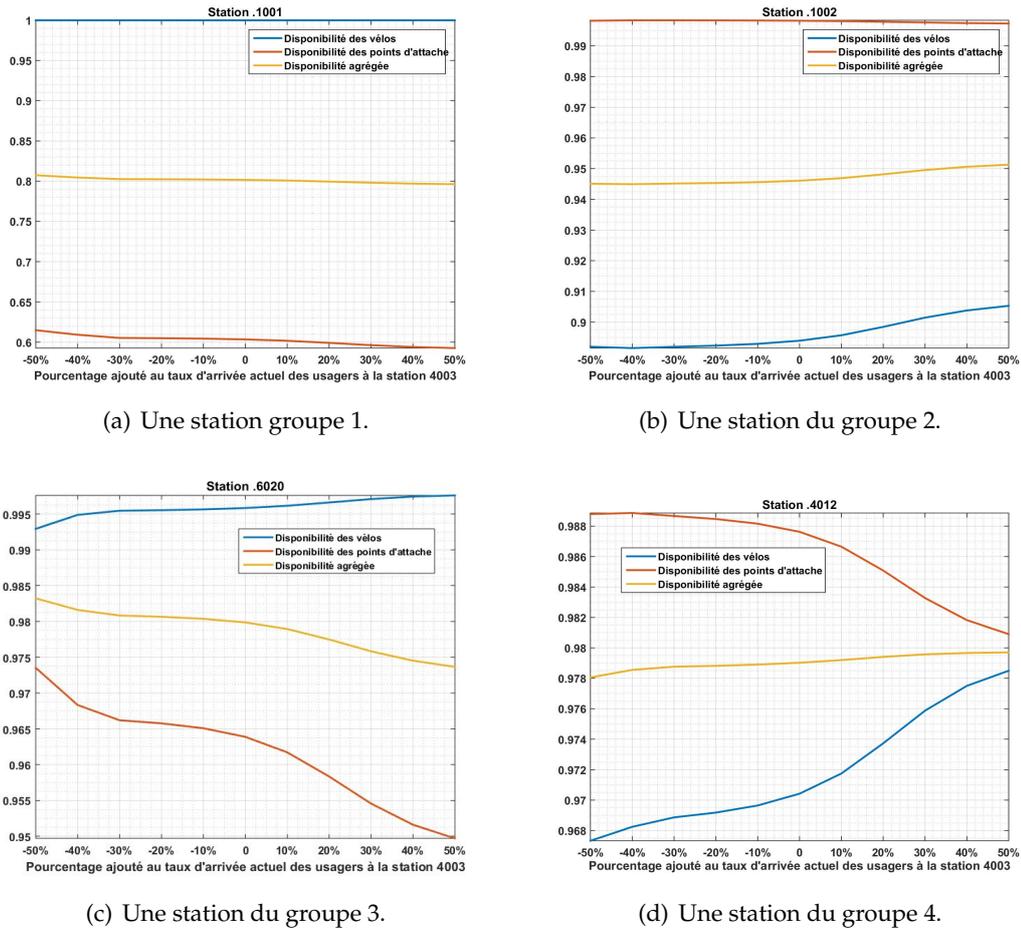


FIGURE 3.24 – Effet de changement du taux de retrait de vélos de la station 4003.

(valeur déduite des données réelles). En outre, si on augmente (respectivement diminue) la probabilité de routage d'une station  $i$  vers la station 4003, la probabilité de routage de  $i$  vers les autres stations va diminuer (respectivement augmenter). La diminution de ces probabilités de routage (respectivement l'augmentation) est distribuée avec les mêmes proportions que les probabilités de routage du système actuel (voir figure 3.26).

Les équations suivantes (3.9 et 3.10) sont utilisées pour réaliser la transformation de la probabilité de routage.

Changement de la probabilité de routage vers la station 4003 :

$$\alpha_{r0} \leftarrow \alpha_{r0} + \alpha_{r0} \times ta, \quad (3.9)$$

pour tout  $r \in \{1, \dots, 20\}$  indice des stations et avec 0 est l'indice de la station 4003.

Changement de la probabilité de routage vers les autres stations (autre que 4003) :

$$\alpha_{rq} \leftarrow \alpha_{rq} - \frac{\alpha_{rq}}{1 - \alpha_{r0}} ta \times \alpha_{r0}, \quad (3.10)$$

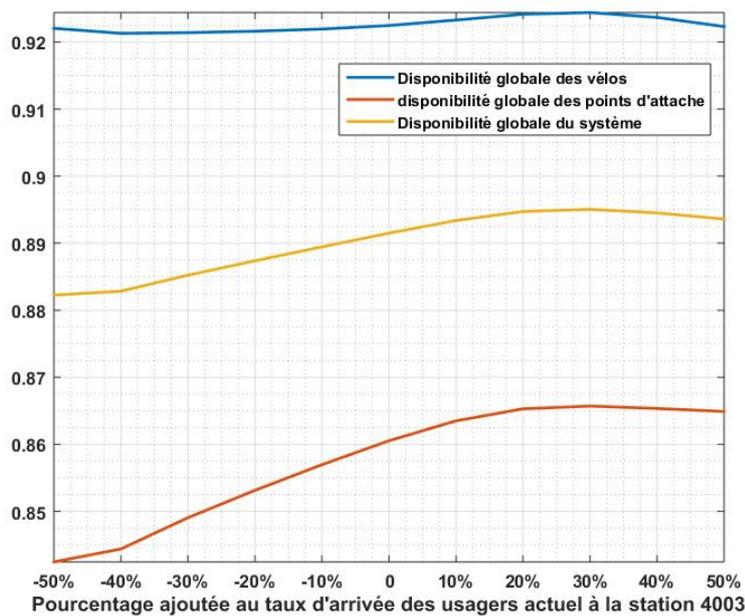


FIGURE 3.25 – Effet de changement du taux de retrait de vélos de la station 4003 sur la performance globale du réseau.

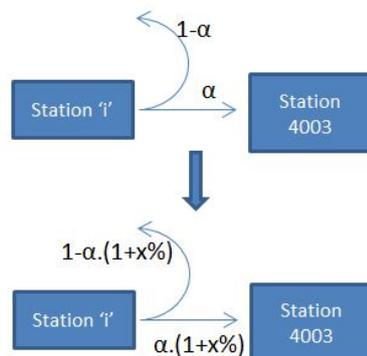


FIGURE 3.26 – Illustration du changement des probabilités de routage.

pour tout  $r$  indice des stations  $r \in \{1, \dots, 20\}$ , pour tout  $q$  indice des autres stations (autre que la station 4003)  $q \in \{1, \dots, 19\}$  et avec «  $ta$  » qui est le taux ajouté à la probabilité de routage,  $-0.5 \leq ta \leq 0.5$ .

**Évaluation de la performance de la station concernée.** Pour la probabilité de routage initiale (celle du système réel), la disponibilité des vélos est de 100 %; mais les chances de trouver un point d'attache sont plus faibles (i.e. 80 %). En analysant la disponibilité agrégée de la station (même importance des disponibilités de vélos et de points d'attache) sur la figure 3.27, on peut remarquer que la disponibilité agrégée maximale correspond à une réduction de la probabilité de routage de 20 %.

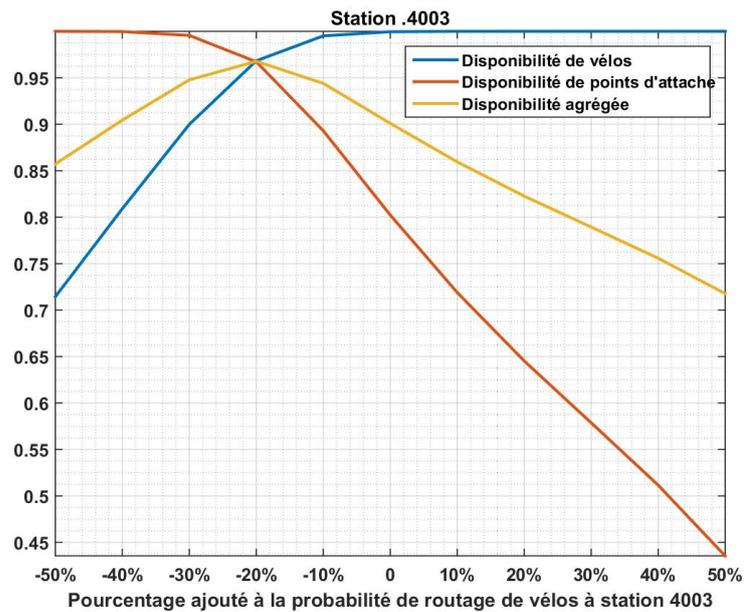


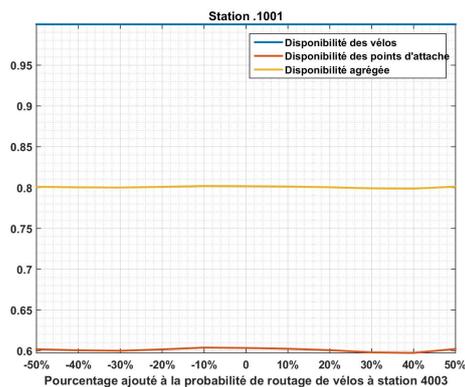
FIGURE 3.27 – Effet de changement de la probabilité de routage à la station 4003 sur sa performance.

Cela permet d'avoir de très bonnes disponibilités en vélos et en points d'attache (environ 96 %). Ce résultat est cohérent. Comme cette station a tendance à être pleine, il est raisonnable de réduire son flux de vélos entrants (ici de 20 %) pour la rendre "moins" pleine tout en gardant une bonne disponibilité en vélos.

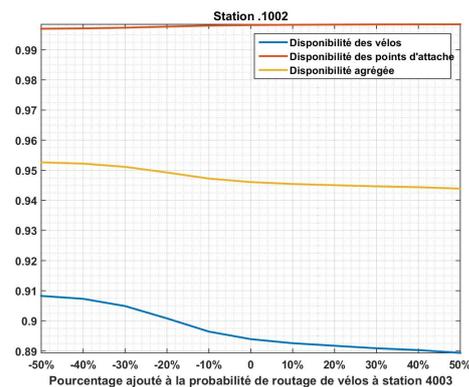
**Evaluation de la performance des stations voisines.** Nous étudions la performance des stations voisines à la station 4003 en faisant le changement de la probabilité de routage entrant dans cette station 4003. Nous remarquons quatre groupes différents de forme des courbes des disponibilités (voir tableau 3.8). Ces quatre groupes sont présentés dans le tableau 3.5. Une figure représente une station de chaque groupe (figure 3.28(a) à 3.28(d)).

TABLEAU 3.8 – Caractéristiques des courbes de disponibilité selon le groupe de station. Changement de la probabilité de routage.

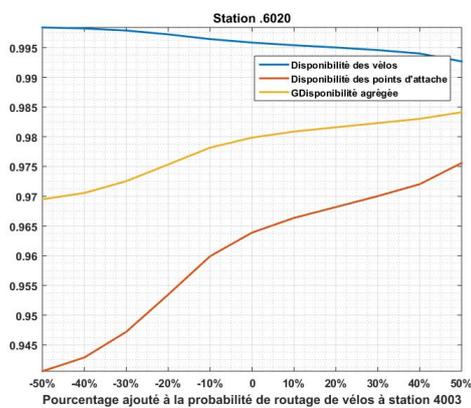
	Effet de l'augmentation de la probabilité de routage à la station 4003 sur les disponibilités
Groupe 1 : stations fortement encombrées	<ul style="list-style-type: none"> <li>— la disponibilité des vélos reste constante,</li> <li>— la disponibilité des points d'attache se modifie (augmentation ou diminution).</li> </ul>
Groupe 2 : stations fortement désertées	<ul style="list-style-type: none"> <li>— la disponibilité des vélos se modifie (augmentation ou diminution),</li> <li>— la disponibilité des points d'attache reste constante.</li> </ul>
Groupe 3 : stations faiblement désertées	<ul style="list-style-type: none"> <li>— la disponibilité des vélos diminue,</li> <li>— la disponibilité des points d'attache augmente.</li> </ul>
Groupe 4 : stations faiblement encombrées	<ul style="list-style-type: none"> <li>— la disponibilité des vélos augmente,</li> <li>— la disponibilité des points d'attache diminue.</li> </ul>



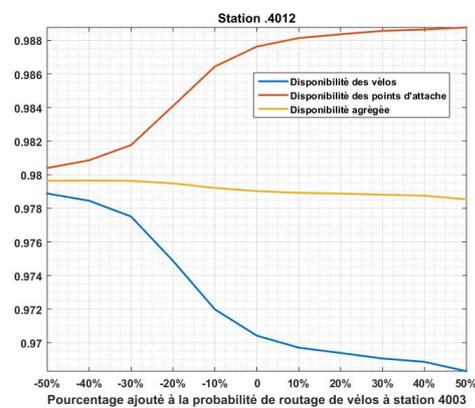
(a) Une station groupe 1.



(b) Une station du groupe 2.



(c) Une station du groupe 3.



(d) Une station du groupe 4.

FIGURE 3.28 – Effet de changement de la probabilité de routage à la station 4003.

**Evaluation de la performance globale du système.** La figure 3.29 représente la performance globale du réseau en fonction du routage à la station 4003. La meilleure performance globale est observée pour une diminution de 20% de la probabilité de routage vers la station 4003. Cette performance moyenne est influencée principalement par la performance de la station 4003. En effet, les performances des stations voisines de la station 4003 ont faiblement changé.

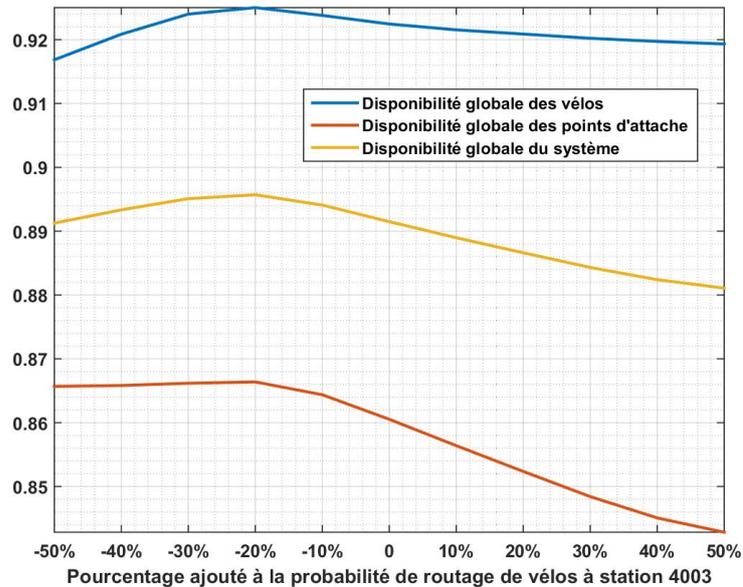


FIGURE 3.29 – Effet de changement de la probabilité de routage à la station 4003 sur la performance du réseau.

### 3.6 Conclusion

Nous avons évalué la performance d'un sous-réseau de BSS en utilisant le modèle de files d'attente ayant un mécanisme de blocage de type RS-RD. Les variations des paramètres du système sont évaluées une par une. Ces paramètres modifiés deviennent alors des variables exogènes (en dehors du champ d'action du gestionnaire) ou endogènes (sur lesquelles le gestionnaire peut agir). Suite à la variation d'un paramètre nous déduisons un optimum local de la performance. Pour obtenir une meilleure performance globale du système, la variation de tous ces paramètres doit être faite en même temps.

Les changements de variables endogènes correspondent à des opérations faites par le gestionnaire du système pour améliorer la performance. Ces changements sont moins coûteux lorsqu'il s'agit de pilotage. Dans notre cas, le pilotage est étudié à travers le dimensionnement de la taille de la flotte du système. D'autres changements sont plus coûteux lorsqu'il s'agit de la re-conception du système. Ce qui est étudié à travers le redimensionnement de la capacité d'une station.

Les conclusions suivantes sont déduites pour les différents changements expérimentés. Pour le pilotage par redimensionnement de la taille de flotte, nous déduisons que :

- les disponibilités des vélos et de points d’attache d’une station sont monotones et ont une évolution opposée en fonction de la taille de la flotte dans le réseau,
- la disponibilité des vélos dans une station augmente lorsque la taille de la flotte augmente et cette disponibilité atteint la saturation pour toutes les stations, même pour les stations qui ont tendance à être vides. Ce résultat contredit les résultats de GEORGE et XIA (2011) qui affirment que cette disponibilité n’atteint pas la saturation pour des stations particulièrement vides,
- la meilleure disponibilité agrégée d’une station (lorsque les disponibilités des points d’attache et des vélos sont d’importance égale) est atteinte au point d’intersection des deux disponibilités. Des résultats semblables ont été déduites en étude de simulation dynamique (dépend du temps) dans (PFROMMER et al., 2014). La performance est mesurée en utilisant une fonction d’utilité. Les auteurs démontrent que la meilleure performance d’une station est constante et maximale sur un intervalle de taux de remplissage et cet intervalle est strictement majoré par la capacité de la station,
- la taille de flotte de référence (optimale) d’une station (correspondant à la meilleure disponibilité agrégée d’une station) diffère d’une station à une autre,
- la performance globale du réseau varie peu au voisinage de la taille de flotte optimale du réseau, lorsque l’opérateur d’agrégation est une moyenne.

Pour la re-conception par redimensionnement de la capacité d’une station, nous déduisons que :

- l’augmentation de la capacité d’une station pleine améliore peu la performance de cette station. L’ajout d’un grand nombre de points d’attache dans une station n’est pas toujours possible. En effet, ce surplus de points d’attache nécessite un espace important. Par conséquent, le gestionnaire ne peut pas opter pour cette solution pour améliorer les disponibilités dans cette station,
- l’augmentation de la capacité d’une station pleine dégrade la performance globale du réseau. Cette dégradation est causée par une perte des performances dans le reste des stations du réseau. Donc, l’augmentation de la capacité d’une station pleine est une mauvaise solution,
- au départ, le retrait des premiers points d’attache d’une station qui a tendance d’être vide n’a pas d’impact sur les disponibilités agrégées des stations (que ce soit la station redimensionnée ou les autres stations) et sur la disponibilité globale du réseau. Ensuite, la disponibilité globale se dégrade, ceci est dû à la dégradation de la disponibilité agrégée de la station redimensionnée. On peut gagner de l’espace en supprimant ces premiers points d’attache.

En faisant les changements des variables exogènes, nous déduisons que le changement du taux d’arrivée des usagers à une station (taux de retrait de vélos d’une station) ou le changement de la probabilité de routage à une station impacte principalement cette station ; l’impact sur les autres stations peut être négligé. La performance globale du réseau s’améliore grâce à l’amélioration de la performance de la station impactée. Nous concluons que le changement du taux d’arrivée des usagers ou le changement de la probabilité de routage à une station a un effet local sur la station.

Dans une politique d’incitation, les usagers sont encouragés à ramener des vélos à des stations vides ou ils sont encouragés pour prendre des vélos des stations pleines. Les variables exogènes précitées (i.e. taux de retrait de vélos d’une station et/ou matrice de routage) deviennent alors des variables endogènes. Nous avons

étudié le changement combiné de ces deux variables pour avoir des courbes "en surface" des disponibilités agrégées des station (Voir annexe H). Nous avons remarqué que le changement combiné de ces deux variables sur une station affecte très faiblement les autres stations. Une fois la relation entre la politique d'incitation dans le réseau et ces deux variables combinées est établie, le gestionnaire peut exploiter la politique d'incitation pour améliorer localement les disponibilités agrégées des stations.

Vu que la complexité de la méthode de résolution du modèle BSS présenté est importante (§ 3.3.3), nous proposons dans le chapitre 4 une méthodologie pour réduire la taille du problème.

## **4 Modèle de la station virtuelle**

## 4.1 Introduction

La complexité algorithmique de la méthode de résolution (§3.3.1) est la principale contrainte pour l'étude d'un système BSS de taille importante. En effet, la complexité algorithmique :

- de la première phase de la méthode de résolution (§3.3.1) a une complexité cubique par rapport au nombre de stations de vélos dans le système BSS (noté  $N_T$ ),
- de la deuxième phase est d'une complexité quadratique en nombre de vélos (noté  $L$ ) qui circulent dans le réseau et en nombre de files d'attente du modèle (noté  $M$  avec  $M = (N_T)^2 + 2 \times N_T$ ).

La méthode de résolution proposée dans le chapitre précédent ne permet donc pas de traiter des systèmes BSS de taille réelle. Dans ce chapitre, nous cherchons à réduire de la taille du problème d'un modèle BSS. Nous proposons de développer une approche permettant de réduire la taille du modèle d'un système réel en le transformant en un modèle simplifié dont le comportement doit rester représentatif du système initial. Il s'agit pour un système BSS étudié de réduire sa dimension de "plusieurs ordres de grandeur" afin de pouvoir appliquer la méthode de résolution tout en obtenant une précision de résolution raisonnable. Comme le nombre de FAs constitue le facteur le plus important du calcul de complexité de notre méthode de résolution, nous cherchons à le réduire (en réduisant le nombre de stations  $N_T$ ).

La méthode que nous proposons consiste à isoler au sein du système BSS les stations dont on désire analyser les performances. Nous appelons ces stations **internes** (ou d'intérêt). Elles peuvent être localisées dans des zones d'affluence et de demande importante du service. Par exemple, les stations à proximité des sites touristiques (Tour Eiffel, Saint-Michel) ont souvent des problèmes de disponibilité (Apur, 2015) et que l'opérateur juge très important à analyser.

Les autres stations du réseau sont dites **externes**. Le principe de la réduction consiste à agréger ces stations externes dans une « station virtuelle » qui émule/imitate le comportement des stations qu'elle regroupe. Elle génère un flux de vélos allant aux stations internes ayant des caractéristiques semblables aux flux générés par les stations externes. Dans le cas d'illustration utilisée ici, nous cherchons à agréger toutes les stations externes en une station virtuelle. La généralisation de cette approche pour un réseau de taille réelle nécessite le déploiement de certains principes que nous avons également étudié.

L'idée principale est de déterminer les principes d'une modélisation agrégée des stations externes en une station virtuelle de telle sorte qu'ils permettent de résoudre le problème dans un temps raisonnable sans pour autant commettre une erreur d'appréciation importante des résultats. La méthodologie poursuivie est décrite ci-dessous :

- **Cas spécifique.** Il s'agit de modélisation agrégée appliquée à un système homogène (théorique). Comme l'agrégation risque de dégrader les résultats obtenus, nous avons cherché à quantifier la qualité de l'agrégation en observant les erreurs commises lors de l'agrégation par rapport à un modèle non agrégé appelé modèle de **référence**. Nous avons utilisé le modèle initial (un réseau composé des 20 stations homogènes) comme référence pour qui toutes les performances ont été calculées par notre méthode de résolution. Parmi ces stations, 5 ont été considérées comme internes et les autres externes. Nous

avons ensuite créé 15 modèles de réseau où progressivement les stations externes sont intégrées une à une dans la station virtuelle. Nous sommes alors en présence du modèle initial (modèle de référence) et 15 autres modèles composés des stations internes, les stations externes non agrégées dans la station virtuelle et la station virtuelle elle-même. Tous ces modèles sont ensuite résolus et les performances des stations sont calculées et comparées à celles du modèle de référence. Nous avons pu ainsi déterminer l'impact de l'agrégation d'une part sur la qualité des performances obtenues et d'autre part sur la rapidité de calcul. Ainsi, nous sommes en mesure de définir un seuil d'agrégation qui aboutit à des résultats dont l'erreur reste admissible à l'égard du gain en temps de calcul. Nous avons étudié le système sous conditions d'homogénéité (taille de flotte, capacité des stations, probabilités de routage, taux d'arrivée des usagers).

- **Principes de généralisation.** Il s'agit ensuite de déterminer les principes généraux de modélisation agrégée d'un système de taille réelle. En effet, dans un cas réel, la modélisation de la totalité des stations externes est difficile voire impossible. Toutefois, nous allons démontrer effectivement que la prise en compte de la totalité des stations externes (des milliers) reste inutile si on cherche à étudier finement le comportement de certaines stations. Les stations "lointaines" n'ont pas d'influences sur les stations internes; la variation de leurs dynamiques ayant été absorbée et presque annulée par les autres stations du réseau. Nous allons donc nous intéresser à un sous-ensemble de stations externes les plus prépondérantes pour la modélisation agrégée.

Ce chapitre est organisé en deux grandes parties. Dans un premier temps, nous décrivons le principe de réduction par agrégation des stations externes dans une station virtuelle ainsi que les hypothèses retenues au travers de l'étude d'un exemple. La deuxième partie discute la généralisation des principes évoqués dans le cas de l'exemple traité dans la première partie.

## 4.2 Réduction du nombre de stations : cas spécifique

### 4.2.1 Principe de réduction et hypothèses (de la station virtuelle)

Le modèle en FAs pour le système BSS que nous avons évoqué dans le §3.2 est utilisé pour cette étude. L'idée est d'agréger (regrouper) des stations et des trajets pour réduire le nombre de FAs du modèle. Le changement concerne donc le nombre de FAs représentant les stations et les trajets et non la méthode de résolution.

Cette agrégation est faite étape par étape. Nous commençons par intégrer deux stations externes dans la station virtuelle, puis à chaque étape une autre station externe y est ajoutée jusqu'à inclure toutes les stations externes. Ainsi, à chaque fois, un modèle est obtenu et la moyenne des **disponibilités agrégées** (Eq. 3.5) des stations internes est calculée. Chaque modèle est évalué en comparant la moyenne des disponibilités agrégées des stations internes et celle du modèle de référence. Le temps de calcul est aussi évalué pour chaque modèle pour mesurer l'effet de la réduction de complexité.

Un modèle agrégé peut générer des erreurs par rapport au modèle d'origine. Comme, notre intérêt se concentre sur l'efficacité de cette méthode d'agrégation, nous cherchons le nombre de stations externes à regrouper dans la station virtuelle ayant une erreur admissible (raisonnable). Nous définissons le taux d'agrégation

comme étant le quotient du nombre de stations agrégées par rapport au nombre de stations extérieurs.

Pour ne pas perturber notre étude, nous étudions un système particulier où tous ces paramètres sont homogènes (tels que la taille de flotte, la capacité des stations, les probabilités de routage, les taux d'arrivée des usagers). Ce système est dit **BSS homogène**<sup>1</sup>.

Nous supposons que le processus d'arrivée des usagers du type A est de Poisson. Ainsi, le temps de service dans une FA du type SS (FA-SS) modélisant une station BSS (temps d'interarrivée des usagers) est exponentiellement distribué. Cette hypothèse est retenue dans les travaux de (GEORGE et XIA, 2011; GEORGE, 2012; ZHANG et PAVONE, 2014; FANTI et al., 2014) pour la modélisation des VSS. Cette hypothèse permet l'agrégation de deux stations. En effet, la somme de deux variables aléatoires indépendantes de loi de Poisson suit une loi de Poisson. Donc deux stations ayant les processus d'arrivée des usagers du type A de Poisson peuvent être agrégées en une station virtuelle qui possédera à son tour un processus d'arrivée de Poisson. Le taux moyen d'arrivée des usagers virtuels pour la prise de vélos dans cette station virtuelle est égal à la somme des taux moyens d'arrivée des usagers dans les stations agrégées. Par conséquent, les stations externes peuvent être agrégées en une station virtuelle ayant un processus d'arrivée dont le taux est égal à la somme des taux d'arrivée des stations qui la composent.

Ce principe est utilisé dans (ZHANG et PAVONE, 2014) pour coupler deux systèmes de partage de véhicules. Il est également utilisé dans (FANTI et al., 2014) pour modéliser le taux de demande de deux types de véhicules électriques (des véhicules chargés pour des trajets longs et des véhicules peu chargés pour des trajets courts).

Pour agréger des stations externes  $SE_j$  en une station virtuelle  $SV$ , nous supposons aussi que :

- la probabilité de routage de la station virtuelle vers une station interne  $S_i$  est égale à la moyenne des probabilités des routages provenant des stations externes  $SE_j$  vers  $S_i$  (voir figure4.1),

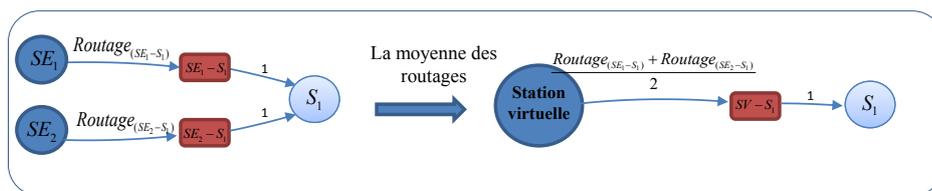


FIGURE 4.1 – Probabilité de routage de la station virtuelle vers une station interne.

- la probabilité de routage d'une station interne  $S_i$  vers la station virtuelle est la somme des probabilités de routage de  $S_i$  vers les stations externes  $SE_j$  agrégées dans  $SV$  (voir figure4.2),
- la durée du trajet de la station virtuelle  $SV$  à la station interne  $S_i$  est égale à la moyenne des durées des trajets depuis les stations externes  $SE_j$  agrégées dans  $SV$  vers  $S_i$  (voir figure 4.3),

1. Nous définissons un système homogène comme un système où toutes les stations ont la même capacité d'accueil, le même taux d'arrivée des usagers et des probabilités de routages homogènes.

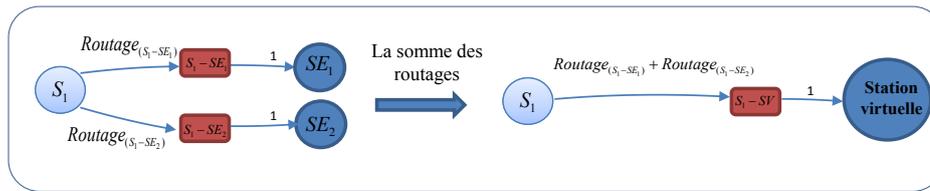


FIGURE 4.2 – Probabilité de routage d'une station interne vers la station virtuelle.

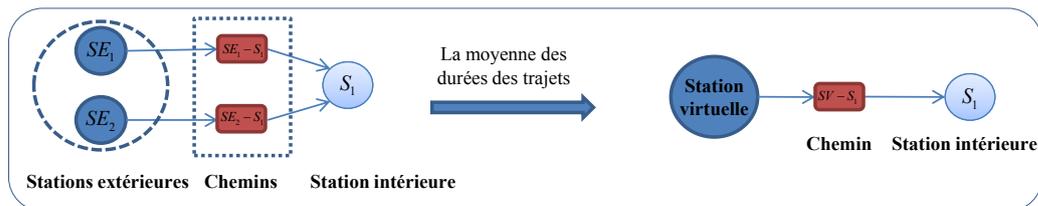


FIGURE 4.3 – Trajet de la station virtuelle à une station interne.

- la durée du trajet de la station interne  $S_i$  à la station virtuelle  $SV$  est la moyenne des durées des trajets depuis  $S_i$  vers les stations externes  $SE_j$  agrégées dans  $SV$  (voir figure 4.4),

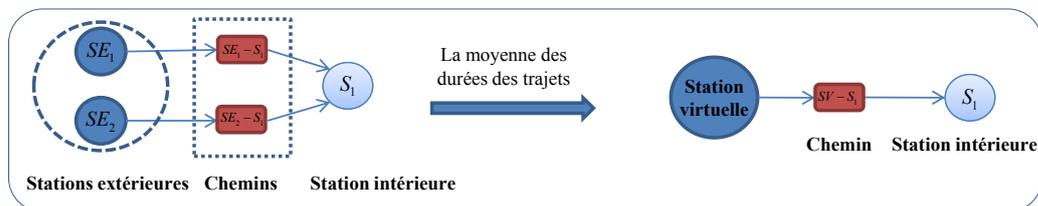


FIGURE 4.4 – Trajet d'une station interne à la station virtuelle.

- la capacité de la station virtuelle  $SV$  est la somme des capacités des stations externes  $SE_j$  qui la composent.

Puisque le système est homogène, les stations externes ont des flux homogènes<sup>2</sup> de vélos entrants provenant des stations internes et des flux homogènes de vélos sortants vers ces stations internes. Nécessairement, il y a un taux de remplissage identique dans les stations externes. En regroupant ces stations, la station virtuelle aurait également la même valeur du taux de remplissage. Par conséquent, l'hypothèse d'un système homogène rend le regroupement possible (acceptable).

#### 4.2.2 Cas d'application et expérimentations

Un système BSS théorique ('Toy city/system') est utilisé pour le cas présenté ci-dessous. Pour paramétrer ce système, nous synthétisons des données d'un cas réel par "homogénéisation", c'est-à-dire nous utilisons des valeurs moyennes des données des stations du cas d'étude exposé dans le chapitre 3. Il s'agit des stations

2. Flux homogènes : le même nombre de vélos par heure

proches du centre de Paris, c'est-à-dire la cathédrale Saint-Michel. La tranche horaire considérée est celle de 6h à 10h de la période du 5 Septembre au 15 Octobre 2016 en excluant les week-ends. Ce système, de 20 stations, est homogène. Les stations **internes** sont les 5 stations au centre (figure 4.5). Ces stations sont centrées et équidistantes entre elles (elles se trouvent sur la couronne de petit rayon). Nous nous intéressons à l'évaluation des performances de ces 5 stations internes. Les 15 autres stations sont plus distantes des stations internes et occupent la couronne de grand rayon.

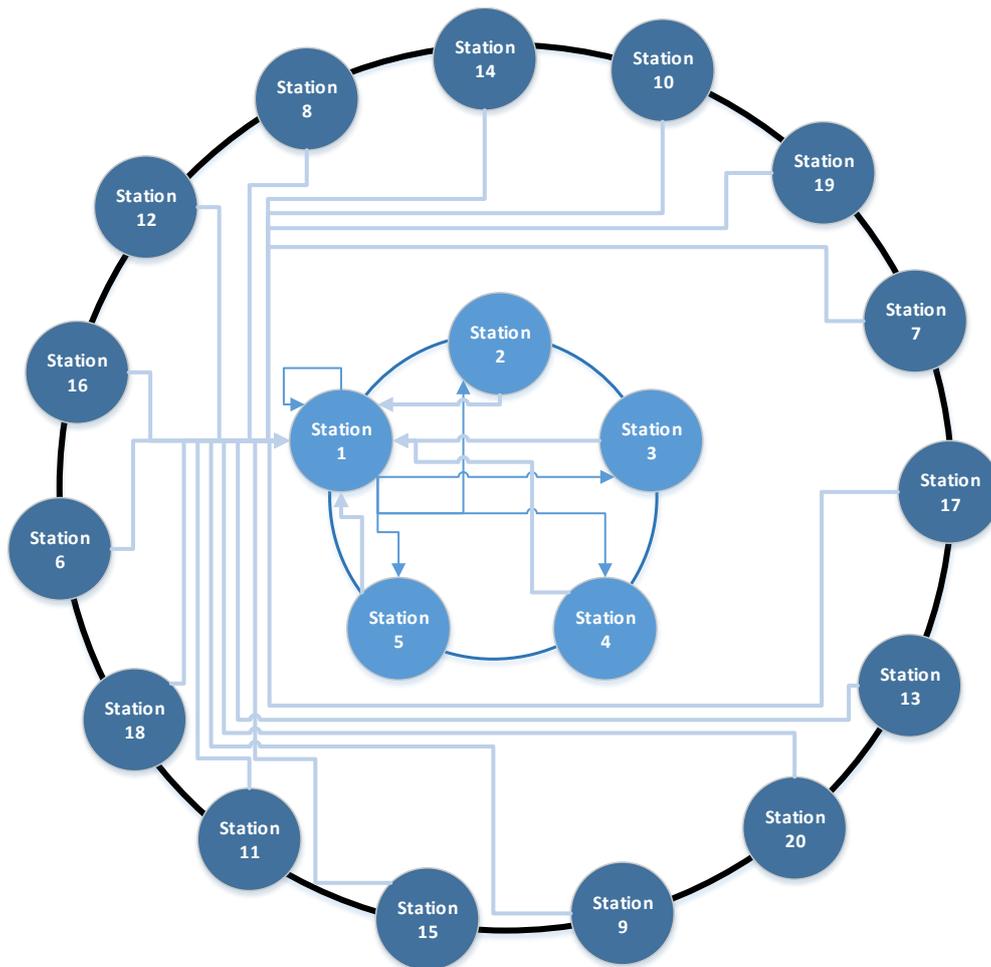


FIGURE 4.5 – Modèle de 20 stations.

Pour des raisons de clarté, les figures 4.5 et 4.6 ne présentent que les chemins depuis et vers la station 1. Nous regroupons progressivement les stations externes, l'une après l'autre, jusqu'à obtenir une station virtuelle unique qui intègre toutes les stations externes (voir figure 4.6). C'est-à-dire qu'à chaque fois, nous incluons une station externe de plus dans la station virtuelle.

Les modèles développés sont les suivants :

- M0 : 5 stations internes + 15 stations externes (le **modèle de référence**).
- M1 : 5 stations internes + 13 stations externes + la station virtuelle regroupant 2 stations externes.
- ...

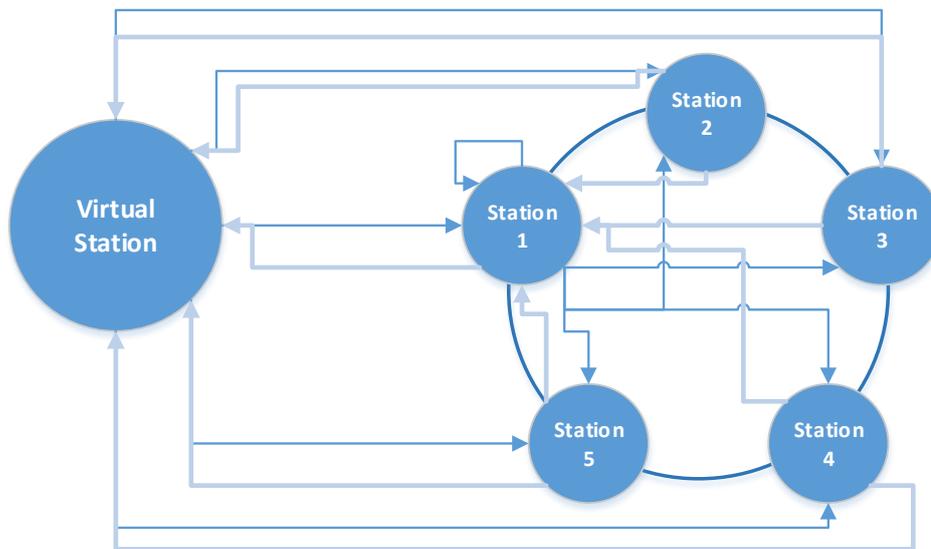


FIGURE 4.6 – Réduction du nombre de stations.

- M13 : 5 stations internes + 1 station externe + la station virtuelle regroupant 14 stations externes.
- M14 : 5 stations internes + la station virtuelle regroupant 15 stations externes.

Ainsi, le nombre de stations à étudier est alors réduit progressivement en allant de M0 à M14. Nous comparons les mesures de performance des différents modèles réduits (M1 à M14) par rapport à celles du modèle de référence (M0). Nous avons choisi comme indicateur de performance la moyenne des disponibilités agrégées (indicateur de performance évaluant la disponibilité des vélos et des points d'attache en accordant la même importance aux deux indicateurs, c.a.d eq. 3.5) des 5 stations internes.

Nous considérons des routages homogènes entre les stations :

- de toute station à elle-même, la probabilité de routage est de 0,2. (i.e. les trajets aller-retour à une même station sont fréquentes d'après l'analyse des données faites dans § B),
- d'une station de la couronne interne à une autre de la même couronne, la probabilité de routage est de 0,05. (i.e. on donne de l'importance aux stations voisines dans la couronne interne),
- d'une station interne (de la couronne intérieure) à une station de la couronne extérieure, la probabilité de routage est de 0,04. Il s'agit de la valeur restante des deux points précédents répartie sur les 15 stations extérieurs,
- de toute station de la couronne extérieure à une autre (sauf elle-même), la probabilité de routage intègre les autres possibilités autre que de prendre le chemin d'aller retour (round trip) divisé par les autres 19 stations du réseau  $0,0421 = (1 - 0,2)/19$ .

La durée des trajets est proportionnelle à la distance géographique et calculée de telle sorte que le diamètre de la couronne intérieure corresponde à environ 8 min du trajet à vélo et le diamètre de la couronne extérieure corresponde à environ 24 min du trajet à vélo. Ces durées de trajet sont supposées exponentiellement distribuées.

La capacité de chaque station est de 30 points d'attache. Le taux d'arrivée des usagers pour prendre des vélos d'une station est de 13 usagers par heure. La taille de flotte est la moitié de la capacité totale de stationnement (300 vélos).

La méthode de résolution de même que le matériel et le logiciel sont ceux utilisés dans le chapitre 3.

Pour chaque modèle, nous calculons la disponibilité des vélos, la disponibilité des points d'attache dans les stations internes et le temps de calcul requis. Nous considérons que la disponibilité des vélos et la disponibilité des points d'attache dans une station ont la même importance (même hypothèse que dans le chapitre 3). Nous notons  $A_i$  la disponibilité agrégée d'une station interne  $i$ . La moyenne des disponibilités agrégées des stations internes, noté  $\bar{A}$ , est donnée par :

$$\bar{A} = \frac{1}{5} \times \sum_{i=1}^5 A_i \quad (4.1)$$

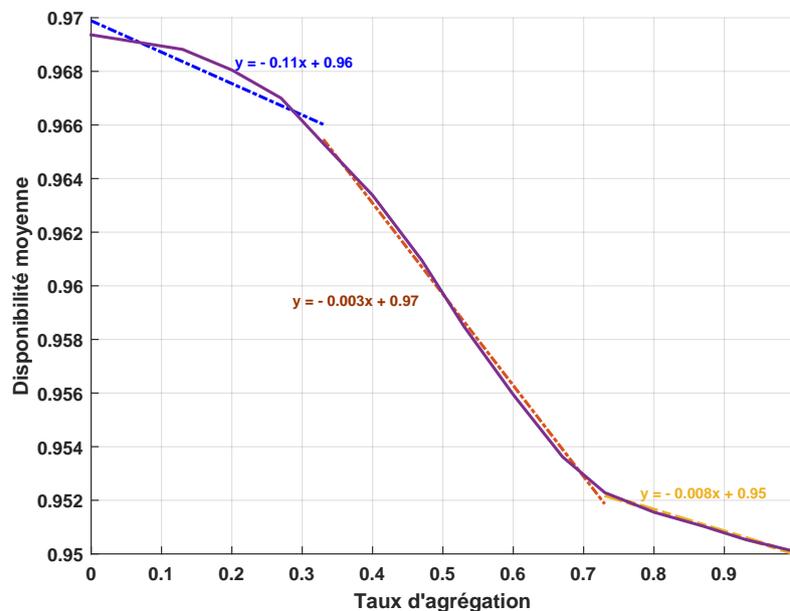


FIGURE 4.7 – Moyenne des disponibilités agrégées par rapport au taux d'agrégation.

Dans la suite, nous notons par  $\bar{A}_{n,st+v}$  la moyenne des disponibilités agrégées dans le modèle ayant  $n$  stations non regroupées dans la station virtuelle et  $v$  est le nombre de stations regroupées dans cette station.

La figure 4.7 représente les disponibilités moyennes (équation 4.1) en fonction du taux d'agrégation. Nous remarquons que la moyenne des disponibilités agrégées (calculée depuis les modèles ayant une station virtuelle) s'écarte de plus en plus de celle du modèle de référence lorsque la station virtuelle agrège de plus en plus de stations externes (le taux d'agrégation s'approche de 1).

La courbe de la figure 4.8 représente le pourcentage de l'écart relatif des disponibilités moyennes des stations internes par rapport au modèle original de 20 stations (M0) en fonction des taux d'agrégation. Cet indicateur est noté  $R_{n,st+v}$  et est défini

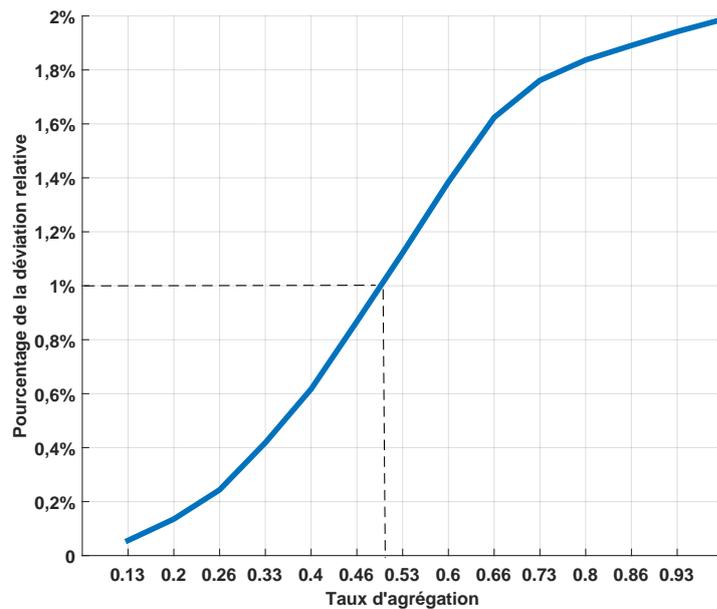


FIGURE 4.8 – Déviation relative au modèle de référence.

par :

$$R_{n.st+v} = \frac{\bar{A}_{20.st+0} - \bar{A}_{n.st+v}}{\bar{A}_{20.st+0}} \times 100. \quad (4.2)$$

où  $\bar{A}_{20.st+0}$  est l'indicateur de la moyenne des disponibilités agrégées du modèle de référence. Nous cherchons à évaluer l'erreur entre les modèles agrégés et le modèle de référence. En se référant à la figure 4.8, le pourcentage d'écart relatif  $R_{n.st+v}$  des stations du modèle réduit ou regroupé {5 + station virtuelle regroupant 15 stations} par rapport au modèle original varie seulement de 2%. Il faut noter que cet écart faible reste valable seulement pour un système homogène.

Il est possible de présenter la courbe de la moyenne des disponibilités agrégées en trois parties linéarisables :

- la première partie concerne les cinq modèles 20.st + 0, 18.st + 2, ..., 15.st + 5 où l'écart relatif est le plus faible (inférieur à 0.5%) et les variations restent assez raisonnables ; presque négligeables,
- la deuxième partie concerne les six modèles 14.st + 6, ..., 9.st + 11. Dans cette partie de la courbe, la moyenne des disponibilités agrégées se dégrade rapidement. Dans cette intervalle l'écart relatif atteint 1.2%,
- pour le reste 8.st + 12, ..., 5.st + 15, l'écart relatif diminue plus lentement.

Pour la représentation l'efficacité de cette méthode en terme de temps de calcul gagné, nous définissons le pourcentage du taux de réduction du temps d'un modèle. Il s'agit du pourcentage du temps d'exécution réduit dans ce modèle (la différence entre le temps d'exécution dans le modèle de référence et le temps d'exécution du modèle évalué).

Dans la figure 4.9, nous présentons le pourcentage du taux de réduction du temps de résolution selon le taux d'agrégation.

Ces observations montrent que le processus d'agrégation, sous les hypothèses employées, peut être utilisé comme une technique de « première approche » pour l'analyse du système BSS. La technique d'agrégation peut être utilisée par l'opérateur du système pour l'analyse du système. Il faut trouver un compromis entre le

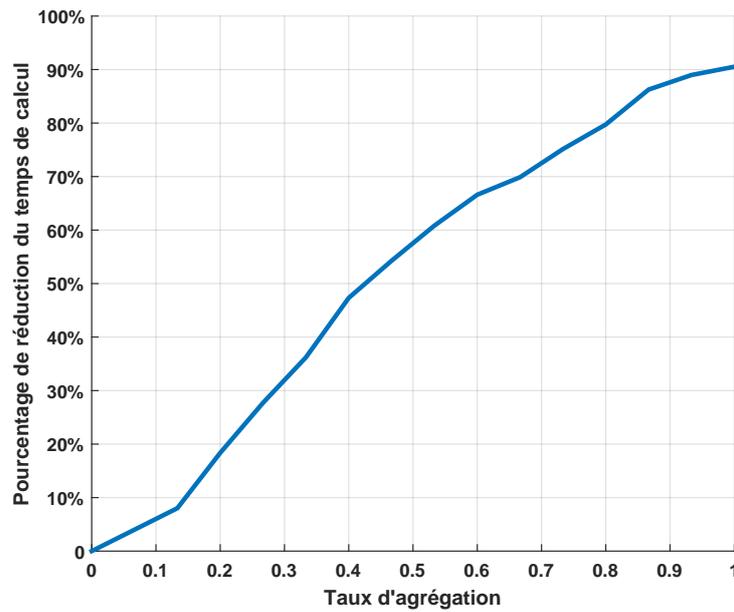


FIGURE 4.9 – Pourcentage de réduction du temps de calcul.

temps de calcul et la précision des résultats. Par exemple, un décideur qui souhaite un écart relatif de la performance inférieur à 1% (une erreur admise comme raisonnable) devrait, au mieux, avoir un taux d'agrégation égal à 0,5. Dans ce cas, le temps de calcul (15h) est réduit d'environ 20h (voir la figure 4.10).

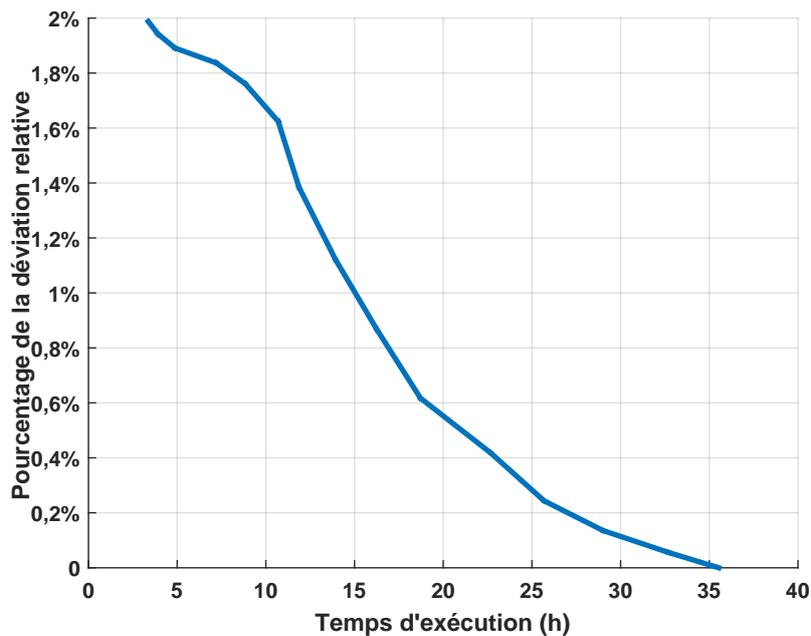


FIGURE 4.10 – Temps de calcul de chaque modèle.

### 4.3 Réduction du nombre de stations : cas général

Le système BSS de Paris est de grande échelle (1300 stations et 20 000 vélos). L'analyse d'un système de taille importante se heurte à ce qu'on appelle la "Curse of dimensionality". Le modèle de files d'attente présenté ne permet pas la mesure de la performance et la qualification des opérations d'amélioration de la disponibilité pour un système de taille importante. Notre objectif, dans cette partie, est de déterminer les principes de réduction de la taille du problème en cherchant des approximations.

Il s'agit de définir et d'étudier un critère (condition d'agrégation) qui permettrait de déterminer les stations à agréger à la station virtuelle pour étudier les performances d'un ensemble de stations internes (stations d'intérêt) suivant la méthode décrite dans la partie précédente. On peut partir du constat que les stations très éloignées des stations internes n'ont que des échanges négligeables avec celles-ci et peuvent, dans une certaine mesure ne pas être agrégées à la station virtuelle.

Il a été montré dans (NAIR et al., 2013) que les trajets réalisés par les usagers sont courts (92% des trajets moins de 30 min) même si les stations sont disposées sur un espace étendu. Nous menons une analyse des trajets pour voir l'impact de la localisation géographique des stations sur l'intensité des flux. Nous considérons pour cette analyse le cas particulier de la station localisée au centre de Paris (île de la cité, point '0' de Paris) au 4e arrondissement (Voir figure 4.11). Nous étudions les flux (trajets) sortant et entrant à cette station pendant l'année 2016 (les weekends non incluses).



FIGURE 4.11 – Arrondissements de Paris.

Nous commençons par l'analyse des flux de vélos sortant de la station 4002, d'une part, et des flux de vélos à destination la station 4002, en d'autre part. Ces flux sont analysés selon l'appartenance des stations de départ ou d'arrivée aux arrondissements.

TABLEAU 4.1 – Nombre de trajets sortant de la station 4002

<b>Nombre de stations destination</b>	31	55	86	125	190	278	428	958
<b>Pourcentage du nombre des trajets sortant de la station 4002</b>	30%	40%	50%	60%	70%	80%	90%	100%

TABLEAU 4.2 – Nombre de trajets entrant à la station 4002

<b>Nombre de stations de départ</b>	35	64	104	160	231	335	506	1243
<b>Pourcentage du nombre des trajets entrant à la station 4002</b>	30%	40%	50%	60%	70%	80%	90%	100%

Le 4ème arrondissement possède le plus grand nombre de trajets entrant et sortant de la station étudiée; (23,37%) des trajets au départ de la station 4002 et (19,78%) des trajets sont à destination la station 4002. Par conséquent, les stations qui se trouvent dans le même arrondissement que la station 4002 sont les stations de départ et d'arrivée les plus fréquentes. La distance moyenne d'un trajet de la station 4002 jusqu'au centre de cet arrondissement est de 2,06 km. 45,19 % (respectivement 42,8 %) de ces trajets au départ de (respectivement à destination) la station 4002 sont contenus dans quatre arrondissements (la distance moyenne des trajets entre ces arrondissements et la station 4002 est de 2,14 km) et 78,36% (respectivement 72 %) des trajets au départ de (respectivement à destination) cette station sont contenus dans dix arrondissements. La distance moyenne d'un trajet entre ces arrondissements et la station 4002 est de 2,94km. La distance moyenne des trajets entre les autres 10 arrondissements et la station 4002 est de 5.03 km. Donc, les premiers arrondissements qui ont le plus de flux de vélos venant et allant à la station 4002 sont les moins distantes de celle-ci. Ainsi, les stations relativement proches à la station 4002 ont le plus de flux échangé avec celle-ci.

Nous remarquons que les quatre arrondissements les plus présents comme destination (respectivement départ) de ces trajets sont les arrondissements immédiatement voisins de l'arrondissement de la station étudiée. Ainsi les stations voisines ont un échange de flux de vélos plus important qu'avec les autres stations lointaines.

Pour affirmer notre analyse, nous effectuons une analyse quantitative. Nous exploitons l'analyse par le principe Pareto. Il s'agit d'une méthode générale qui peut s'appliquer sur des phénomènes universels. Dans un phénomène, un ensemble de "causes" produisent un (des) "effet"(s). La méthode Pareto permet de séparer les causes en deux parties : des causes principales et des causes secondaires. Cette loi empirique affirme que 80% des "effets" sont produits par 20% des "causes". Les "causes" dans notre cas sont le nombre de stations ayant des trajets d'origine la station 4002 (le nombre de stations ayant des trajets à destination la station 4002), et l'effet est le nombre de trajets correspondants.

La relation entre le nombre de ces trajets et le nombre des stations (de départ ou de destinations de ces trajets) est représentée dans le tableau 4.1 et le tableau 4.2.

Sachant que ce réseau compte 1300 stations, 50% de nombre de trajets sortant de 4002 vont seulement à 6,6% des stations du réseau et 50 % de nombre de trajets entrant à la station 4002 vient de 8% des stations du réseau.

Nous représentons le diagramme Pareto qui montre le rapport entre le pourcentage du nombre de stations de départ ou de destination et le pourcentage des trajets de départ ou de destination à ces stations dans les figures 4.12 et 4.13.

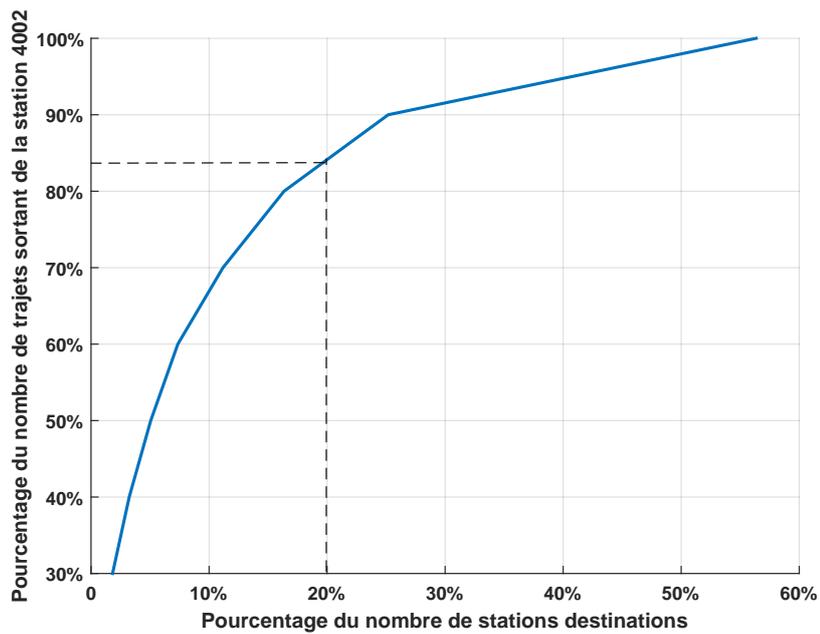


FIGURE 4.12 – Pourcentage du nombre de trajets en sortant de la station 4002 en fonction du pourcentage du nombre de stations destination.

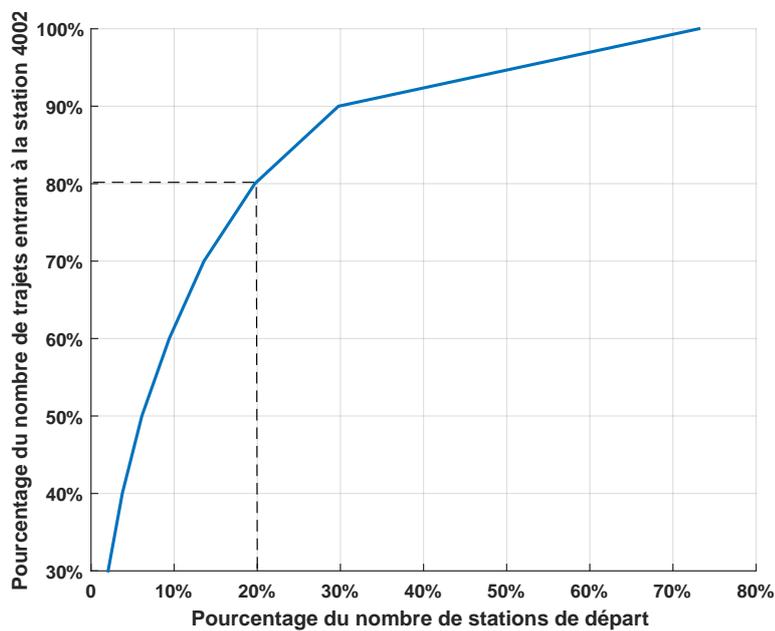


FIGURE 4.13 – Pourcentage du nombre de trajets au départ de la station 4002 en fonction du pourcentage du nombre de stations de départ.

Cette analyse montre que 20% des stations du réseau sont l'origine ou la destination de plus que 80% des trajets à destination ou de départ de la station 4002. Ceci affirme que ce phénomène suit la loi de Pareto et mène à la conclusion suivante : il

Il y a un flux important de vélos qui se dirige à un petit nombre de stations en sortant de la station 4002 et il y a un flux important de vélos venant d'un petit nombre de stations et à destination la station 4002.

Nous pouvons conclure donc que les stations voisines d'une station d'intérêt peuvent être étudiées presque indépendamment du reste des stations du réseau. En d'autres termes, si on s'intéresse à l'analyse de la performance d'une station particulière, on peut "négliger" l'interaction entre cette station et les stations lointaines à celle-ci. En procédant ainsi, nous pouvons être certains qu'au moins 80% des phénomènes seront pris en compte. On pourrait considérer un ensemble de cercles virtuels ayant comme centre la station étudiée. Les stations se trouvant dans un rayon de 8 minutes de trajet avec cette station constituent les stations internes dont la prise en compte est nécessaire pour la compréhension des comportements mais aussi des performances de celle-ci. Les stations plus lointaines n'ont que peu d'influences sur celle-ci.

## 4.4 Conclusion

L'algorithme de résolution du modèle de FA de BSS développé est d'une complexité importante. Il est possible de réduire la taille du problème en considérant, en premier lieu, qu'un nombre réduit de stations au voisinage des stations d'intérêt et en faisant le regroupement de ces stations voisines dans une station virtuelle, en deuxième lieu. Ce qui s'avère une méthode efficace *a priori*, pour un système homogène respectant des hypothèses d'homogénéité des paramètres (2% d'erreur d'évaluation du modèle le plus agrégé relativement au modèle de référence pour un temps d'exécution réduit de 90%).

Pour cette raison, l'effet des autres paramètres du système comme les durées des trajets, le routage entre les stations et les taux d'arrivée des usagers peuvent être étudiés pour observer leur impact sur l'efficacité du regroupement. Une analyse de sensibilité de ces paramètres permet alors de voir leur influence sur la qualité de mesure. Ensuite, cette méthode de réduction pourrait être étendue pour l'étude des systèmes non homogènes. Par exemple, un autre processus pour le regroupement des probabilités de routage basé sur les poids des valeurs de probabilité (au lieu de considérer la moyenne) doit être établi lorsqu'il s'agit de probabilité de routage non-homogène entre les différentes stations.

Lorsqu'il s'agit d'un système de taille importante, une approche de réduction globale est étudiée. En effet, en analysant les flux entrant et sortant d'une station au centre de Paris, nous remarquons qu'un flux d'échange intense est réalisé avec un nombre très limité de stations. Ces stations se trouvent au voisinage de la station étudiée. Par conséquent, si nous intéressons à une zone géographique bien déterminée, nous pouvons analyser la performance des stations de cette zone avec une erreur relativement acceptable en négligeant les stations lointaines.

Notre étude considère des données de trajet de toutes les tranches horaires. Mais, l'analyse des données présentée dans le § 3.5 montre que l'usage du service diffère selon la période de la journée. Ainsi, l'étude des trajets peut être faite selon la période. Comme il y a des tendances dans l'usage des vélos (départ de vélos depuis les stations des zones d'habitations à des stations des zones de travail (FENG, AFFONSO et ZOLGHADRI, 2017)), l'analyse Pareto des trajets de départ d'une station particulière (ou d'arrivée à une station particulière) selon la période peut révéler que 80% des trajets sont de départ depuis (ou d'arrivée à) moins de 20% des stations du réseau.

Nous notons que la réduction de la taille du problème dans l'approche présentée se focalise sur la réduction du nombre de stations dans le réseau mais non pas sur le nombre de vélos en circulation qui contribue lui aussi à la complexité de la résolution.



## **5 Conclusion générale**

## 5.1 Résultats obtenus

Dans cette thèse, nous nous sommes intéressés à l'étude des systèmes complexes à longue durée de service. En particulier, le système de vélos en libre-service est étudié. Ces systèmes complexes sont constitués de plusieurs éléments/agents. En outre, l'interaction entre ces différents éléments contient une nature aléatoire, parfois imprévisible. Notre intérêt se manifeste pour l'évaluation de la performance de ces systèmes permettant de comparer l'état actuel (performance mesurée) du système par rapport à un état désiré (la performance cible).

L'approche suivie, dans cette thèse, pour l'évaluation de la performance est la modélisation en utilisant le modèle en réseau de files d'attente. La taille étendue et la nature aléatoire du système fait de la modélisation une tâche compliquée. Des travaux de la littérature ont proposé des modèles de BSS, mais ils supposent souvent des hypothèses de simplification : principalement la capacité est supposée illimitée. Notre modélisation tient compte de la capacité limitée en utilisant des files d'attente à capacité limitée et en utilisant un mécanisme de blocage (RS-RD). Aussi, il y a d'autres hypothèses qui sont réduites par rapport aux travaux de la littérature (i.e. le routage des usagers vers les stations voisines lorsqu'ils ne trouvent pas de points d'attache libres dans la station destination ("principale") et les temps de service qui peuvent avoir une distribution générale même s'il ne s'agit pas de processus de Poisson).

L'approche analytique stochastique suivie nous permet de calculer les indices de performances, en régime permanent, des caractéristiques des files. Pour le système de partage de vélos, deux indicateurs de performance axés sur la satisfaction des usagers ont été utilisés : la disponibilité des points d'attache et la disponibilité des vélos. Ces indicateurs sont agrégés pour évaluer la performance dans une station en attribuant des poids à chaque disponibilité. Un indicateur global du réseau moyennant la disponibilité agrégée des stations est utilisé pour une évaluation globale du réseau.

Pour améliorer ces systèmes, dans leur phase d'exploitation, les intervenants (principalement les gestionnaires) disposent en particulier de deux types d'opérations : le pilotage et la re-conception. La modélisation doit tenir compte de ces opérations, c'est-à-dire, elle doit permettre la variation des paramètres dirigeant les opérations. Le pilotage de la taille de la flotte dans le système BSS est fait sur le modèle via la variation du nombre de clients (client dans une file d'attente) en circulation dans le réseau de files d'attente. En ce qui concerne la re-conception de la capacité des stations BSS, nous avons opté pour la variation de la taille d'une file de types SS.

L'évaluation de la performance des différentes opérations permet de comparer l'efficacité de chaque opération pour parvenir à l'objectif de performance cible. Pour un système BSS, notre étude a montré que le redimensionnement (re-conception) de la capacité des stations BSS n'est pas aussi efficace (vis-à-vis de la performance globale du réseau) qu'une opération de pilotage par changement de taille de flotte.

Nous avons appliqué la modélisation proposée sur un sous-réseau du système de partage de vélos de Paris. Les données réelles de ce système ont été traitées et analysées pour permettre d'extraire les paramètres du modèle (le taux d'arrivée des usagers, les probabilités des routages et la durée des trajets). La plage horaire analysée concerne une période matinale de 8h à 10h où un pic d'utilisation du service est remarqué.

Grâce à l'évaluation des performances de ces différentes opérations, des règles de gestion du système ont été déduites. Par exemple, lorsque la valeur de la taille de la flotte est environ égale à la moitié de la capacité totale (la somme des capacités des

stations), la performance globale du réseau est la meilleure performance atteignable par le système. Nous avons par ailleurs démontré que ce niveau de performance reste relativement stable pour un bon taux de variation de la taille de flotte. La caractéristique que nous pouvons qualifier de robustesse. Le gestionnaire du système dispose alors d'une large marge de manœuvre concernant la taille de flotte à injecter dans le réseau. Le changement des flux de vélos entrant ou sortant d'une station (changement de taux d'arrivée des usagers ou des probabilités de routage des vélos entrant à la station) a un impact positif sur la station directement impactée mais ne détériore pas la performance des autres stations du réseau. Par conséquent, ce changement s'avère très intéressant puisqu'il permet d'agir localement sur les stations.

On peut considérer ce pilotage des flux de vélos entrants et sortants comme un pilotage par une politique d'incitation. Cette incitation financière encourage les usagers à déposer les vélos dans des stations vides et à prendre des vélos depuis des stations pleines. Pour chaque cas d'incitation, une fonction empirique reliant le flux de vélos apporté (ou emporté) avec le coût d'incitation engendré peut être établie. Dans ce cas, l'étude faite sur le changement des flux est exploitée pour rééquilibrer le réseau par incitation. Des travaux de la littérature (PFROMMER et al., 2014; FRICKER et GAST, 2014) affirment l'efficacité de l'incitation par rapport à d'autres opérations de pilotage (taille de flotte et redistribution).

La validation de la modélisation proposée dans nos travaux est réalisée en faisant une comparaison entre le modèle de FA de GEORGE et XIA (2011). Cette comparaison est présentée dans l'annexe F. Notre modèle est composé de stations à capacités limitées et un mécanisme de blocage paramétré pour permettre la comparaison avec le modèle du réseau à stations à capacité illimitée. Les résultats obtenus montrent une correspondance parfaite entre les deux modèles. Ceci montre que notre modèle étend le modèle de GEORGE et XIA (2011).

## 5.2 Limites de nos travaux

Une limitation réside dans la détermination de quelques paramètres du modèle. En effet, les probabilités de routage en aval de MSB (la probabilité qu'un usager en vélo passe à SS ou qu'il prend une autre destination voisine) doivent être bien calibrées. Pour cela, une étude préliminaire doit être réalisée. Il s'agit de collecter des données sur l'attitude des usagers lorsqu'ils se retrouvent face à une station pleine. Toutefois, l'obtention de ces données est difficile car elles ne sont pas repérées automatiquement par le système d'information.

Pour notre cas d'étude, nous avons considéré seulement la plage horaire du matin. L'analyse des autres plages horaires permettra d'avoir une vision plus globale sur le système au cours de la journée et permettra de prendre ainsi des décisions plus générales (taille de flotte et capacité des stations).

L'isolation de stations du sous-réseau présenté dans § 3.5 suppose qu'il n'y a que 20 stations et les flux de vélos sortants vers les autres stations extérieurs sont réinjectés dans ce sous-réseau. Cette hypothèse risque d'altérer les valeurs des flux de vélos entrant aux stations et ainsi fausser les résultats obtenus. Pour surmonter cet obstacle, dans une première étape, nous avons recouru à des approximations. En effet, les stations lointaines (plus de 30min de durée de trajet) peuvent être négligées. Ceci permet de considérer un nombre réduit de stations (par exemple 20 stations). Dans une deuxième étape, lorsqu'on s'intéresse à un nombre réduit de stations étudiées (5 stations), nous avons proposé une méthode d'agrégation. En effet, les autres stations (les 15 stations) sont regroupées dans une station virtuelle. Ainsi,

cette station virtuelle émule les échanges de vélos faites avec les stations d'intérêt. L'étude présentée sur un réseau théorique de stations montre un bon compromis entre complexité et précision. Comme perspectives, l'étude de cette méthode pour un sous-réseau réel peut permettre de raffiner les transformations nécessaires sur les paramètres en passant du modèle réel à un modèle réduit.

## 5.3 Perspectives

Plusieurs perspectives peuvent être perçues pour des travaux de recherche futurs :

### 5.3.1 Perspectives sur le modèle actuel

- Il serait intéressant de mener des études paramétriques plus poussées. Il s'agit de changements de plusieurs paramètres qui peuvent montrer les opérations (changements endogènes, pilotage/re-conception) les plus efficaces face à des changements exogènes. Par exemple, il sera possible de visualiser l'effet de changement de la taille de la flotte (endogène) pour améliorer la performance du système lorsqu'il y a un changement du taux d'arrivée des usagers à une station (exogène). On peut également combiner deux opérations, l'une est de pilotage (taille de la flotte) et l'autre est de re-conception (capacité d'une station). En faisant l'évaluation de ces deux opérations, la décision peut être optimale avec moins de changements déployés dans le système (voir annexe H).
- Un modèle d'optimisation (se basant sur une heuristique) peut être conçu pour trouver la meilleure combinaison d'opérations permettant d'atteindre la meilleure performance. Ce modèle englobe le modèle de FA développé. Le principe est de faire un changement à chaque fois et d'évaluer son impact en utilisant le modèle de FA. L'algorithme est guidé pour trouver la meilleure solution.
- Le modèle que nous présentons dans cette thèse permet d'évaluer d'autres opérations de re-conception comme l'ajout de nouvelles stations (ou d'éliminer des anciennes stations). Une étude préliminaire doit être réalisée pour estimer les données : le temps d'arrivée d'utilisateur dans la zone considérée, la probabilité de routage des vélos entrant à la nouvelle station ou sortant de cette station et la durée des trajets potentiels. La construction d'une nouvelle zone d'activité ou l'évolution d'une zone d'habitation sont des raisons d'extension du système. Le dimensionnement de la capacité de la nouvelle station et le dimensionnement de la taille de la flotte peuvent être faits dans un deuxième temps.
- D'autres indicateurs de performance peuvent être calculés par le modèle présenté, par exemple : le taux d'utilisation des vélos ou le temps passé dans les files d'attente MS et les files MSB. Le nombre moyen de vélos dans une station permet de donner le taux de remplissage d'une station. Ce qui peut fournir une information sur la nature de la station (tendance d'être vide ou remplie). On peut mesurer l'encombrement des trajets en calculant le nombre de serveurs occupés de MS correspondant à ce trajet. D'autres indicateurs peuvent être utilisés ; par exemple le débit de vélos entrant ou sortant d'une station, le temps moyen passé par un vélo dans une station, la probabilité qu'un vélo sortant de MSB soit rejeté par SS, et enfin, le taux de rejet d'utilisateurs venant

chercher des vélos (disponibilité de vélos dans une station multipliée par le taux d'arrivée des usagers à cette station).

### 5.3.2 Perspectives d'autres développements couplés avec le travail actuel

- L'incitation de l'utilisateur peut être faite par la proposition d'un prix réduit du service ou de lui accorder un temps d'usage gratuit du service. Ainsi, l'attractivité des stations aux vélos peut être redéfinie. Une étude doit être menée élaborant l'impact des actions d'incitation sur la probabilité de routage des vélos entre les stations et le taux d'arrivée des usagers aux stations. Par exemple, on peut proposer une durée de trajet gratuite de "X" min pour les usagers prenant des vélos d'une station et d'étudier son impact sur le taux d'arrivée à la station ; une relation quantitative entre cette incitation et le taux d'arrivée des usagers sera alors à établir.

Nos études ont démontré que la variation de ces deux paramètres impacte la performance locale d'une station sans pour autant dégrader la performance des autres stations. Les incitations peuvent alors être ciblées pour des stations problématiques. Ce qui signifie que l'incitation doit être dynamique et dépendante de l'état actuel des stations.

- L'intégration de la redistribution des vélos au modèle développé de BSS permet d'évaluer la performance du système par pilotage (les opérations de redistribution). Pour réaliser ceci, on peut supposer que des usagers virtuels viennent prendre les vélos, pas pour utiliser le service, mais pour déplacer les vélos d'une station à une autre. Ces usagers virtuels ont un taux d'arrivée (processus de Poisson). Une matrice de routage pourrait alors être définie pour le routage des vélos redistribués.

Le processus d'arrivée des usagers virtuels est un processus de Poisson. Puisque le processus d'arrivée des usagers est également un processus de Poisson, nous pouvons considérer le processus d'arrivée total des deux types d'usagers comme la somme de deux processus de Poisson. Nous considérons que les deux processus aléatoires sont indépendants. Dans le modèle BSS, le taux d'arrivée d'utilisateur virtuel sera additionné au taux d'arrivée des usagers classiques. En outre, le processus de Bernoulli est considéré permettant d'arbitrer le routage des vélos selon la proportion d'arrivée de chaque type d'usagers. Ainsi, une nouvelle matrice de routage est définie pour ces deux types de probabilités de routage (utilisés par les deux types d'usagers). Par conséquent, à travers le changement de taux d'arrivée des usagers virtuels et des probabilités de routage des vélos redistribués, le modèle permettra d'évaluer la performance des opérations de redistribution.

### 5.3.3 Autres modèles de BSS en utilisant le mécanisme de blocage

- Vu que la taille de BSS est très importante, une autre méthode de modélisation permet de reproduire une partie du réseau. En effet, un sous-réseau de BSS peut être modélisé en utilisant un réseau de FA ouvert ayant un mécanisme de blocage RS-RD. La topologie de ce réseau est très semblable à celle du réseau fermé (même types de files pour les trajets et les stations). Pour modéliser ce réseau ouvert, les paramètres extraits pour le réseau fermé sont les mêmes exploités sauf la taille de la flotte (puisque'il s'agit d'un réseau ouvert). Mais il est aussi nécessaire de déterminer :

- les taux et les carrés des coefficients de variation des vélos entrant de l'extérieur (les autres stations non modélisées dans le réseau ouvert) à chaque station de ce réseau ouvert. Dans le modèle, l'entrée à une station se représente par un flux de vélos entrant à la file d'attente MSB en amont de la file SS de cette station.,
- les taux et les carrés des coefficients de variation des vélos sortant de chacune des stations du réseau ouvert à l'extérieur. Dans le modèle, ceci se manifeste par une probabilité de routage d'une file d'attente SS vers l'extérieur.

La résolution de ce réseau est présentée dans (KOUVATSOS, 1994). La complexité de la méthode de résolution est celle de la première phase de l'approche de résolution du réseau fermé (une complexité cubique par rapport au nombre de stations). Vu la complexité réduite de la méthode de résolution, cette approche de modélisation semble intéressante. Néanmoins, ce modèle ne permet pas de visualiser l'effet du changement de la taille de flotte.

- Un BSS hybride. Dans ce cas, on peut considérer deux types de vélos : vélos électriques et mécanique (traditionnel). Le système vélib' a intégré en janvier 2018, une flotte de vélos électrique en plus des vélos mécaniques. L'évaluation de la performance de ce système (re-conçu) exige la construction d'un nouveau modèle tenant compte cette nouvelle caractéristique. Les durées de trajets sont différentes selon le type de vélo emprunté. Le taux de prise de vélos doit être défini par type de vélos. Les destinations choisies par les usagers peuvent différer lorsqu'ils empruntent des vélos électriques ; i.e. des destinations plus lointaines seront alors accessibles pour un type de vélo. Un modèle en réseau FA d'attente fermé ayant deux classes de clients peut être exploité pour représenter ce BSS. Dans ce type de modèle, on peut définir un taux d'arrivée d'usagers et des probabilités de routage pour chacun des deux types de vélos. Le même mécanisme de blocage (service répétitive-destination aléatoire) doit être défini pour tenir compte de la capacité limitée des stations. La détermination de la méthode de résolution adéquate reste un challenge pour ce réseau comportant des FA à serveur unique et à capacité limitée (KOUVATSOS et DENAZIS, 1993) et des FA à multiples serveurs (KOUVATSOS, 1994).
- Un autre modèle en réseau de files d'attente ouvert ayant deux classes de clients peut être exploité pour un système hybride (vélo électrique et vélo classique). Une station de vélos est modélisée par une file à serveur unique et à capacité limitée et un trajet est modélisé par une file dont la discipline de gestion est (PS) (Processor-Share). La résolution de ce modèle est présentée dans (KOUVATSOS, 2003).

## **A Annexe état de l'art**

## A.1 Analyse des données comme outil d'aide à la décision

L'exploration des données d'utilisation de vélos dans (BORDAGARAY et al., 2016) a révélé un modèle de mobilité des usages classé en quatre types de voyage. Parmi ces voyages, nous mentionnons l'aller-retour qui est le plus fréquent. Les données montrent un type spécial appelé la « substitution de vélo » qui apparaît lorsque le vélo est défectueux. Dans ce cas, l'utilisateur prend un vélo et, lorsqu'il constate que celui-ci n'est pas utilisable, il le retourne immédiatement. Cette analyse permet d'identifier les vélos défectueux qui doivent être réparés.

Une autre analyse de clustering (VOGEL et al., 2014) a permis de classer les utilisateurs en fonction de l'intensité et des classes d'usage temporels, annuels et hebdomadaires. L'analyse répartit les utilisateurs en 9 groupes. La classe « modérée et régulière » des utilisateurs possède le plus grand nombre de voyages.

Un ensemble de travaux utilisant des méthodes de partitionnement (clustering) pour le regroupement des stations, est utilisé ; le regroupement se fait en considérant un indicateur spécifique, par exemple dans (LI et al., 2015) les stations sont regroupées en fonction de l'emplacement géographique et du taux de transition entre les clusters (les stations dans un cluster doivent avoir la même probabilité de se diriger aux stations dans un autre cluster), dans (VOGEL et C. MATTFELD, 2011) en fonction des locations temporelles, dans (ETIENNE et LATIFA, 2014) en fonction du nombre d'arrivée et de départs en semaine et les weekends, dans (FENG, AFFONSO et ZOLGHADRI, 2017) en fonction des taux de remplissage des stations, dans (RANDRIAMANAMIHAGA et al., 2014) en fonction des données de flux d'origine/destination et dans (JIMÉNEZ et al., 2016) trois groupes de stations sont définies d'abord sur la base du taux de remplissage, ensuite le rapport de trajet cumulatif qui est la différence entre le nombre cumulé d'arrivée et le nombre cumulé de départs divisés par la capacité de la station et enfin le « ratio de la station de roulement » qui correspond au nombre total d'arrivée par jour divisé par la capacité de la station. Ce ratio évalue combien de fois la capacité de la station est utilisée en une journée complète. Ce travail semble plus précis en utilisant des ratios plus détaillés.

Grâce à ces travaux, l'opérateur peut avoir une vision macroscopique du système qui l'aide pour des décisions stratégiques en proposant des prix pour un profil de client spécifique (BORDAGARAY et al., 2016). Il peut aussi mettre en place une stratégie de redistribution basée sur la détermination des stations vides ou pleines (LI et al., 2015).

En utilisant le nombre de voyages par jour par vélos dans le système en tant que métrique dans (MÉDARD DE CHARDON, CARUSO et THOMAS, 2017), les auteurs ont déduit, en comparant les données de 75 VLS différents, que l'expansion du système en ajoutant une nouvelle station, par exemple, n'a pas nécessairement un effet positif sur la performance du système. Dans le même travail, il est prouvé que les opérateurs à but non-lucratif du système ont des performances inférieures.

Les auteurs de (KABRA, BELAVINA et GIROTRA, 2015) ont étudié l'effet de l'accessibilité à la station (jusqu'à quel point les utilisateurs doivent marcher pour atteindre la station) et la disponibilité de vélo (probabilité de trouver un vélo dans une station). Les données de vélib sont analysées et on a déduit que la réduction de 10% de la distance parcourue pour accéder à une station (environ 13 mètres) peut augmenter l'utilisation du système de 6,7% et une augmentation de 10% de la disponibilité de vélo peut augmenter l'utilisation du système de près de 12%.

## A.2 Analyse des données et optimisation pour la redistribution des vélos.

Nous examinons dans cette partie les travaux proposant des politiques de redistribution de vélos pour rééquilibrer le réseau des stations en vélos et en points d'attache. On distingue deux types d'étude de régulation par redistribution des vélos faite par l'opérateur du système : étude de redistribution statique et étude de redistribution dynamique. Dans le premier cas, les opérations de redistribution sont menées dans la nuit ; elle se base sur l'état du système et de la prévision des demandes dans le jour suivant. Dans le deuxième cas, l'étude de redistribution des vélos se réalise en considérant l'aspect dynamique du système (il s'agit d'une redistribution dans la journée basée sur l'état actuel des stations et des études d'agrégation statistique des tendances d'usage.)

Des travaux couplant l'analyse des données et les opérations de redistribution sont présentés dans (REISS et BOGENBERGER, 2015 ; VOGEL, 2016 ; ALVAREZ-VALDES et al., 2016 ; REGUE et RECKER, 2014b). Dans (VOGEL, 2016), un regroupement des stations est proposé en fonction de la distribution temporelle des vélos empruntés et des vélos retournés. En outre, une programmation mathématique de type (Mixed Integer Programming, MIP) est proposée pour la redistribution dynamique des vélos qui est résolue à l'aide d'une Meta-heuristique hybride.

Dans (ALVAREZ-VALDES et al., 2016), un modèle statistique est proposé pour prévoir le manque de points d'attache et de vélos dans les stations. Ensuite, la demande stochastique est prise en compte et mise en œuvre dans une programmation linéaire entière pour l'opération de redistribution qui est résolue par une heuristique.

Dans (REGUE et RECKER, 2014b), quatre modèles sont proposés pour résoudre le problème de distribution dynamique des vélos. En effet, en premier lieu, un modèle de prévision de la demande en utilisant un modèle de régression est présenté. Deuxièmement, un modèle d'inventaire de la station en utilisant un système de files d'attente simple à capacité limitée est proposé. Troisièmement un modèle des besoins de redistribution formulé avec une programmation linéaire en nombres entiers stochastique est introduit. Enfin, un modèle de routage des vélos en utilisant une formulation en arc et séquence indexée "arc time indexed formulation" est construit.

Coupler une étude d'analyse de données avec un modèle d'optimisation pour résoudre le problème de la redistribution des vélos s'avère très efficace puisque le traitement des données est dédié à la politique de redistribution.



## **B Analyse des données**

Nous présentons dans cet annexe des détails de l'analyse de données réalisée pour paramétrer le modèle de base des expérimentations (§3.5). Tout d'abord nous expliquons la manière dont les données de temps d'interdépart des vélos sont filtrées pour avoir les taux et les carrés du coefficient de variation du temps de service des files d'attente SS (Single Servers). Puis, nous présentons les taux et les carrés du coefficient de variation du temps de service dans les files d'attente MS (Multiple Servers); ils sont calculés à partir des temps de trajets. Enfin, nous présentons les probabilités définissant la matrice de routage.

## B.1 Taux et carré du CV du temps de service des SS

A partir de l'horaire de départ des vélos d'une station et de son taux de remplissage, nous extrayons les temps des interarrivées des usagers à une station. Le principe est le suivant : le processus d'arrivée des usagers (pour prendre un vélo) à une station s'identifie au processus de départ de vélo de la station lorsque celle-ci est non-vide. En effet, un usager qui arrive à une station pour chercher un vélo peut être confronté à deux situations :

- 1er cas : il trouve au moins un vélo, il le prend. Le processus d'arrivée des usagers à une station s'identifie parfaitement au processus de départ des vélos de cette station.
- 2ème cas : il ne trouve pas de vélo. Le processus d'arrivée des usagers à une station n'est plus identique au processus de départ des vélos.

Les données sont filtrées pour éliminer ce second cas. Les données saisies sont les couples (durées des interdéparts de deux vélos, taux de remplissage de la station). La durée d'interdépart est le temps entre deux départs successifs de vélos d'une station; le taux de remplissage de la station correspond à l'état de remplissage de cette station immédiatement après le nouveau départ. Lorsque la station est vide (taux de remplissage = 0), la durée entre les deux départs, qui vient juste après, n'est pas prise en compte. En effet, cette durée peut comporter une arrivée d'usager qui ne trouve pas de vélos. Dans la figure B.1, nous présentons un exemple illustratif de l'évolution du taux de remplissage (ligne horizontale noir) d'une station par rapport au temps. Chaque départ de vélo de la station est représenté par une ligne verticale en bleu. Les principes suivants sont considérés :

- Après chaque départ de vélo, le taux de remplissage de la station diminue.
- Entre deux départs successifs de vélos, on peut avoir des arrivées de vélos.
- Lorsque le taux de remplissage de la station est nul (la station vide) dans une période, la durée d'interdépart de deux vélos dans cette période n'est pas considérée.

Suite à ce filtrage des données, nous calculons les taux d'interarrivée des usagers par heure, présentés dans le tableau B.1, et les carrés de leurs coefficients de variation (voir tableau B.2), pour chaque heure de 6h à 10h. Pour notre étude de cas, nous considérons la plage horaire entre 8h et 10h puisque les valeurs des taux et des carrés des CV varient peu. Les valeurs des taux et des carrés des CV des temps d'interarrivée des usagers sont les moyennes des valeurs pendant les deux heures choisies.

### B.1.1 Taux et carré du CV du temps de service des MS

Les temps des trajets sont traités pour calculer les taux et les carrés du CV du temps de service des FA-MS. Nous présentons l'exemple des trajets partant de la

TABLEAU B.1 – Taux d'interarrivée des usagers par heure.

Station	de 6h á 7h	de 7h à 8h	de 8h à 9h	de 9h à 10h
4002	0,2	1,53	3,47	7,83
4003	0,733	5,42	11,3	10,7
6020	2,04	4,13	14,1	14,7
4005	0,8	10,03	26,7	17,3
4103	1,31	3,77	10,0	12,8
1001	0,281	2,22	5,58	5,42
4010	2,11	7,2	24,8	28,8
4011	2,7	8,39	13,5	12,6
4012	0,666	5,52	11,5	12,8
4014	3,403	8,97	19,3	20,2
7023	0,833	2,73	6,7	5,1
4016	1,12	2,14	7,47	7,86
4017	0,789	6,25	16,2	15,1
7007	0,433	3,26	9,76	7,86
4020	1,09	6,27	11,9	9,15
4021	1,62	4,41	15,8	23,5
1009	0,397	3,34	7,05	11,1
4015	1,86	5,16	13,6	15,6
1002	1,039	1,39	10,2	13,8
3007	1,4	12,4	29,5	26,9

TABLEAU B.2 – Carrés des coefficients de variation d'interarrivée des usagers.

Station	de 6h á 7h	de 7h à 8h	de 8h à 9h	de 9h à 10h
4002	9,310	1,676	0,354	0,153
4003	1,274	0,163	0,373	0,116
6020	3,089	0,382	0,092	0,063
4005	1,121	0,083	0,028	0,068
4103	1,795	0,455	0,118	0,108
1001	9,434	1,559	0,169	0,159
4010	0,469	0,240	0,046	0,090
4011	16,160	6,369	0,079	0,146
4012	1,603	0,223	0,131	0,155
4014	1,658	1,347	0,120	0,090
7023	1,399	0,332	0,157	0,136
4016	10,829	0,310	0,142	0,243
4017	2,212	0,545	0,100	0,096
7007	4,291	0,129	0,098	0,138
4020	1,938	0,678	0,414	0,196
4021	3,140	0,404	0,158	0,107
1009	2,205	0,386	0,310	0,151
4015	0,371	0,264	0,080	0,070

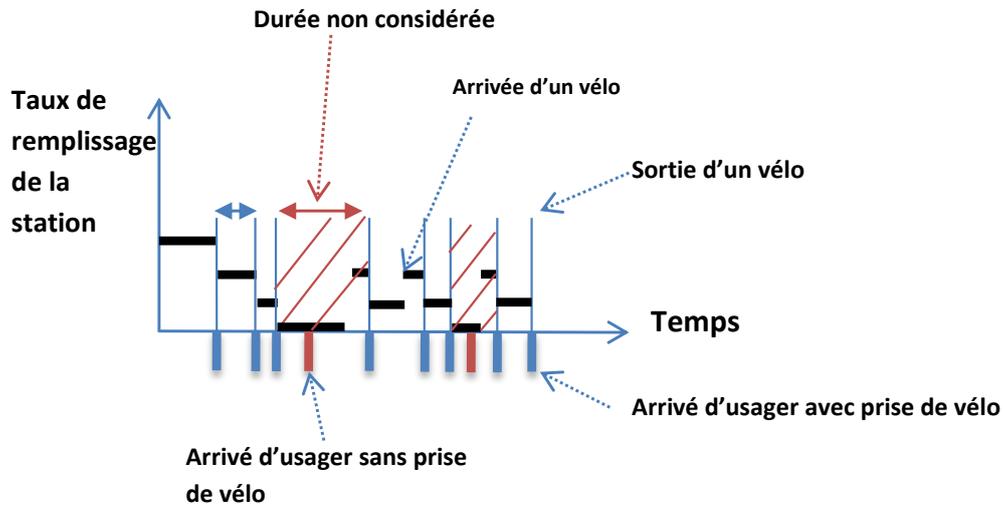


FIGURE B.1 – Exemple de l'évolution du taux de remplissage d'une station par rapport au temps.

station 4002 vers les autres stations. Les valeurs des taux et des carrés des CV des temps des trajets sont présentés dans le tableau B.3.

### B.1.2 Matrice de routage

La matrice de routage définit les probabilités de routage entre les FA du réseau. Pour définir cette matrice de routage, dans notre cas, deux types de probabilité sont déterminés ; les probabilités de routages entre les stations et les probabilités de routage en aval des FA de type MSB. Les autres probabilités (ayant les valeurs 0 ou 1) sont déterminées comme indiquées dans le § 3.1.

### B.1.3 Probabilité de routage entre les stations

Nous définissons le routage entre deux stations comme étant la probabilité qu'un vélo sortant d'une station aille à une autre station. Dans les données de Vélib', le nombre de trajets effectués d'une station à une autre peut être calculé. Par conséquent, nous considérons que la probabilité d'aller d'une station 'i' à une station 'j' est égale au nombre de vélos prenant le trajet de 'i' à 'j' divisé par le nombre de trajets total sortant de la station 'i'. Nous présentons les proportions entre cinq stations dans le tableau B.4. Hypothèse pour isoler la zone de 20 stations Pour avoir un réseau de FA fermé, le mini-réseau de 20 stations doit être isolé du reste des stations du réseau Vélib'. Les flux de vélos venant des stations extérieures aux stations du sous-réseau ne sont pas comptabilisés. En outre, les flux de vélos sortant vers les stations extérieures (voir figure B.2) sont réinjectés dans les stations du sous-réseau suivant les probabilités de routage entre ces derniers. Le résultat de ce traitement est donné pour les probabilités entre cinq stations dans le tableau B.5.

TABLEAU B.3 – Taux des trajets et des carrés des CV.

Station destination	4002	4003	6020	4005	4103	1001	4010	4011	4012	4014
Taux du trajet à partir de 4002(h-1)	7,39	8,06	2,86	5,80	7,02	1,79	3,47	5,07	2,68	4,95
Carré de CV des temps de trajet à partir de 4002	12,36	12,36	12,36	12,36	12,36	12,36	12,36	12,36	12,36	12,36
Station destination	7023	4016	4017	7007	4020	4021	1009	4015	1002	3007
Taux du trajet à partir de 4002(h-1)	1,63	7,05	6,16	2,51	7,81	5,96	4,46	3,58	3,96	5,07
Carré de CV des temps de trajet à partir de 4002	12,36	12,36	12,36	12,36	12,36	12,36	12,36	12,36	12,36	12,36

TABLEAU B.4 – Probabilité de routage entre 5 stations.

Stations	1	2	3	4	5
De .....à	4002	4003	6020	4005	4103
4002	0,0557	0,0209	0,0039	0,0098	0,0097
4003	0,0168	0,0603	0,0084	0,0057	0,0047
6020	0,0017	0,0028	0,0421	0,0047	0,0028
4005	0,0034	0,0047	0,0057	0,0390	0,0070
4103	0,0024	0,0018	0,0052	0,0049	0,0312

TABLEAU B.5 – Exemple de routage d'une station à une autre après re-bouclage.

Station	1	2	3	4	5
De .....à	4002	4003	6020	4005	4103
4002	0,251	0,094	0,017	0,044	0,044
4003	0,074	0,267	0,037	0,025	0,021
6020	0,014	0,023	0,351	0,039	0,023
4005	0,023	0,031	0,038	0,258	0,046
4103	0,015	0,011	0,032	0,031	0,194

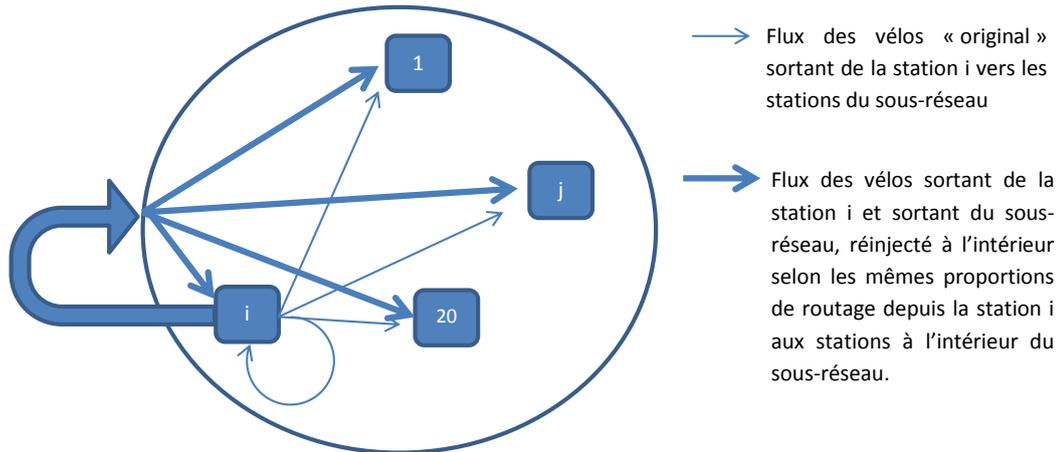


FIGURE B.2 – Re-bouclage des flux sortant du sous-réseau.

TABLEAU B.6 – Exemple de probabilité de routage à partir de MSB.

De MSB à la station SS	De MSB au chemin MS
De MSB1 à la station SS 1 : 0,9	MS (1-2) : 0,05 MS (1-6) : 0.05
De MSB2 à la station SS 2 : 0,9	MS (2-1) : 0,05 MS (2-8) : 0.05
De MSB3 à la station SS 3 : 0,9	MS (3-1) : 0,05 MS (3-6) : 0.05
De MSB4 à la station SS 4 : 0,9	MS (4-7) : 0,05 MS (4-8) : 0.05
De MSB5 à la station SS 5 : 0,85	MS (5-12) : 0,05 MS (5-13) : 0.05 MS (5-18) : 0.05

#### B.1.4 Probabilité de routage entre la FA-MSB et les autres FA

La probabilité de routage entre des FA-MSB et les autres FA est déterminée selon la localisation géographique des stations. En effet, la probabilité de routage d'une FA-MSB à la FA-SS destination principale est très importante (arbitrairement fixée). Et la probabilité de routage de la FA-MSB aux stations secondaires (à travers les FA-MS aux stations voisines) est faible (voir §. 3.2.3). Le tableau B.6 présente les probabilités de routage choisies à partir des FA-MSB vers les destinations principales (FA-SS) et les destinations secondaires (FA-MS).

## **C Méthode de résolution**

## C.1 Principe de résolution du réseau fermé

Les formulations analytiques et les détails de résolution de cette méthode sont développés par Kouvatso, voir (KOUVATSO, 1994) et (KOUVATSO et XENIOS, 1989). La résolution du réseau fermé ayant le mécanisme de blocage RS-RD (§3.2.6) est approximée par la solution du réseau pseudo-ouvert. Le réseau pseudo-ouvert admet une solution à forme produit approximative (§3.3.3). Cette forme de résolution simplifie la résolution. Elle aboutit à un calcul direct de la probabilité d'un état du réseau à partir des probabilités marginales de ses files individuelles. Donc, ce réseau doit être décomposé et ses files sont résolues individuellement pour calculer ces probabilités marginales.

Dans ce qui suit, nous présentons préalablement la résolution par le principe de maximum d'entropie des files individuelles de deux types : la file d'attente G/G/1/N et la file d'attente G/G/L qui constituent les éléments de base du modèle du système. Ensuite, nous définissons la solution du réseau de FA fermé. Puis la solution à forme produit par maximum d'entropie du réseau pseudo-ouvert (une approximation du réseau fermé), est explicitée. Nous présentons, par la suite, la décomposition analytique du réseau en files d'attente individuelles. Enfin, en utilisant ces phases, nous présentons les différentes étapes de la procédure de résolution.

## C.2 Résolution des files d'attente individuelles

Deux types de files, la file G/G/1/N avec N la capacité de la file et la file G/G/L doivent être résolues. La distribution exponentielle généralisée, GE, est utilisée comme une approximation de la distribution générale pour résoudre ces files d'attente. Ceci veut dire que la résolution concerne la file d'attente GE/GE/1/N et la file d'attente GE/GE/L. Les probabilités des états  $\{p(l), l = 0, \dots, L_i\}$ , avec  $L_i$  le nombre de vélos maximum qui peut s'installer dans une FA d'indice  $i$ , sont déterminées par la maximisation de la fonction de l'entropie (C.1) pour chaque FA  $i$ .

$$H(p) = - \sum_{l=0}^{L_i} p(l) \log p(l) \quad (C.1)$$

La fonction d'Entropie (C.1) est résolue sous la normalisation (C.2) et les contraintes marginales (C.3)–(C.5).

1- **La normalisation.** Sa fonction est d'avoir une mesure normalisée des probabilités de la longueur d'une FA.

$$\sum_{l=0}^{L_i} p(l) = 1 \quad (C.2)$$

Dans ce qui suit, les valeurs dans les contraintes marginales, présentées ci-dessous, sont supposées être connues à l'avance. Il s'agit des mesures de probabilités et des tailles de FA à l'équilibre.

2- **Elle donne la probabilité du nombre minimum de serveurs occupés.** Les probabilités  $u_{(i,k)} : i = 1, \dots, M$ . ( $M$  le nombre de file dans le réseau)  $k = 1, \dots, c_i$  ( $c_i$  est le nombre de serveur dans la file  $i$ ).

$$\left( \sum_{l \geq k} p_i(l) \right) = u_{(i,k)} \quad (C.3)$$

avec  $0 \leq u_{(i,k)} \leq 1$ .

**3- Elle définit la taille moyenne d'une FA.** La taille moyenne de la FA en excluant  $c_i$  vélos,  $\langle n - c_i \rangle$ ,  $i \in \{1, \dots, M\}$

$$\sum_{l=0}^{L_i} h_i(l) p_i(l) = \langle l - c_i \rangle \quad (\text{C.4})$$

$\langle l - c_i \rangle \in [0; L_i]$  et  $h_i(l) = \max(0; l - c_i)$ .

**4- Elle décrit la probabilité de trouver une station SS pleine.** Les probabilités qu'une FA soit pleine  $\phi_i$ , avec  $i$  est l'indice d'une FA SS.

$$\sum_{l=0}^{N_i} f_i(l) p_i(l) = \phi_i \quad (\text{C.5})$$

$0 \leq \phi_i \leq 1$  et  $f_i(l) = \max(0; l - N_i + 1)$

La résolution est présentée dans (KOUVATSOS et XENIOS, 1989) en appliquant la méthode de Lagrange. Nous déterminons les expressions des probabilités et des longueurs des files en fonction des coefficients de Lagrange  $\{g_{(i,k)}, k = 1, \dots, c_i\}$ ,  $x_i$  et  $y_i$  correspondant respectivement aux contraintes  $\{u_{(i,k)}, k = 1, \dots, c_i\}$ ,  $\langle n_i - c_i \rangle$  et  $\phi_i$ ,  $i \in \{1, \dots, M\}$ . Les solutions finales sont données par (C.14) et (C.20).

Nous considérons :

$$\tilde{\sigma}_i = \frac{2}{\tilde{C}_{si} + 1}, \quad i \in \{1, \dots, M\} \quad (\text{C.6})$$

$$\rho_i = \frac{\lambda_i}{\tilde{\mu}_i}, \quad (\text{C.7})$$

$$\tau_i = \frac{2}{C_{ai} + 1}. \quad (\text{C.8})$$

#### résolution de la file GE/GE/1/N

Les coefficients de Lagrange sont obtenus comme suit :

$$x_i = \frac{\tau_i \rho_i + \sigma_i (1 - \tau_i)}{\tau_i \rho_i (1 - \sigma_i) + \sigma_i}, \quad (\text{C.9})$$

$$y_i = \frac{1}{1 - (1 - \sigma_i) x_i}, \quad (\text{C.10})$$

$$g_{(i,1)} = \frac{\tau_i \sigma_i \rho_i}{\tau_i \rho_i (1 - \sigma_i) + \sigma_i}, \quad (\text{C.11})$$

$$f_i(l) = \max(0, l - N_i + 1), \quad (\text{C.12})$$

$$p_i(0) = \begin{cases} (1 + g_{(i,1)}(N_i - 1 + y_i))^{-1} & \text{if } \rho_i = 1 \\ (1 + g_{(i,1)} \frac{1 - x_i^{N_i - 1}}{1 - x_i} + y_i x_i^{N_i - 1})^{-1} & \text{if } \rho_i \neq 1 \end{cases}. \quad (\text{C.13})$$

$$p_i(l) = p_i(0) g_{i,1} x_i^{l-1} y_i^{f_i(l)}. \quad (\text{C.14})$$

**résolution de la file GE/GE/L**

Les coefficients de Lagrange sont obtenus comme suit :

$$x_i = \frac{\lambda_i \tau_i + L \tilde{\sigma}_i \tilde{\mu}_i (1 - \tau_i)}{\lambda_i \tau_i (1 - \tilde{\sigma}_i) + L \tilde{\sigma}_i \tilde{\mu}_i}, \quad (\text{C.15})$$

$$g_{(i,k)} = \frac{(\lambda_i \tau_i + (k-1) \tilde{\sigma}_i \tilde{\mu}_i (1 - \tau_i) \tilde{\sigma}_i)}{k \tilde{\sigma}_i \tilde{\mu}_i (1 - (1 - \tilde{\sigma}_i)(1 - \tau_i))} \quad k \in \{1, \dots, L-1\}, \quad (\text{C.16})$$

$$g_{i,L} = \frac{(\lambda_i \tau_i + (L-1) \tilde{\sigma}_i \tilde{\mu}_i (1 - \tau_i) \tilde{\sigma}_i)}{\lambda_i \tau_i (1 - \tilde{\sigma}_i) + L \tilde{\sigma}_i \tilde{\mu}_i}, \quad (\text{C.17})$$

$$G_l^{(i)} = \prod_{k=1}^l g_{(i,k)}, \quad (\text{C.18})$$

$$p_i(0) = \left( 1 + \sum_{l=1}^{L-1} G_l^{(i)} + \frac{G_L^{(i)}}{1 - x_i} \right)^{-1}, \quad (\text{C.19})$$

$$p_i(l) = \left( \prod_{k=1}^L g_{(i,k)}^{h_k(l)} \right) x_i^{Lq(l)} \quad l \in \{1, \dots, L\}, \quad (\text{C.20})$$

avec

$$\begin{aligned} h_k(l) &= 1 & \text{si } l \geq k & \text{ ou } 0 \text{ sinon.} \\ L_q(l) &= l - L & \text{si } l \geq L & \text{ ou } 0 \text{ sinon.} \end{aligned} \quad (\text{C.21})$$

**C.3 Résolution du réseau fermé**

Nous considérons le réseau de FA modélisant le système BSS. Les notations présentées dans (chapitre 3) sont utilisées. La solution de maximum d'entropie  $p(\mathbf{n})$  du réseau de FA fermé est déterminée par la maximisation de la fonction d'entropie définie par :

$$H(p) = - \sum_{\mathbf{n}} p(\mathbf{n}) \log p(\mathbf{n}). \quad (\text{C.22})$$

Pour cette résolution, on suppose qu'on a des informations préalables sur les probabilités des états  $p(\mathbf{n})$ , et ceci à partir de la normalisation (C.23) et les contraintes marginales  $\{u_{(i,k)} : k = 1, \dots, c_i\}$  (C.3),  $\langle n_i - c_i \rangle$  (C.4) et  $\phi_i$  (C.5),  $i \in \{1, \dots, M\}$ .

$$\sum_{\mathbf{n}} p(\mathbf{n}) = 1. \quad (\text{C.23})$$

La forme de la probabilité dont l'entropie est maximale,  $p(\mathbf{n})$ , soumise à la normalisation et aux contraintes marginales précitées est donnée par :

$$p(\mathbf{n}) = \frac{1}{Z(L, M)} \prod_{i=1}^M w_i(n_i), \quad (\text{C.24})$$

avec  $Z(L, M)$  est la constante de normalisation et avec :

pour  $i$  l'indice d'une file à serveur unique (SS)

$$w_i(n_i) = \left\{ \begin{array}{ll} 1 & \text{si } n_i = 0 \\ g_{(i,1)} x_i^{n_i-1} y_i^{f_i(n_i)} & \text{si } 0 < n_i \leq N_i \\ 0 & \text{sinon,} \end{array} \right\}, \quad (\text{C.25})$$

et pour  $i$  l'indice d'une file à multiple serveur (de type MSB ou MS) :

$$w_i(n_i) = \left\{ \begin{array}{ll} 1 & \text{si } n_i = 0, \\ \left( \prod_{k=1}^L g_{(i,k)}^{h_k(n_i)} \right) x_i^{Lq(n_i)} & \text{si } n_i \in \{1, \dots, L\} \end{array} \right\}. \quad (\text{C.26})$$

Remarques :

- $g_{(i,k)}$  est le coefficient de Lagrange correspondant à la contrainte  $u_{(i,k)}$ , pour  $k = 1, \dots, L_i$ ,
- $x_i$  est le coefficient de Lagrange correspondant à la contrainte  $\langle n_i - 1 \rangle$  pour les files SS et  $\langle n_i - L \rangle$  pour les files MS et MSB,
- $y_i$  est le coefficient de Lagrange correspondant à la contrainte  $\phi_i$  avec  $i = 1, \dots, M$ ,

En outre :

- $f_i(n_i) = \max(0; n_i - N_i + 1)$  et  $h_k(n_i) = 1$  si  $n_i \geq k$ , ou 0 sinon,
- $L_q(n_i) = n_i - L$  si  $n_i \geq L$ , ou 0 sinon.

Les mesures des coefficients de Lagrange ne possèdent pas une expression (de forme fermée) en terme des données brutes du système. Par conséquent, elles sont approximées par celles du réseau pseudo-ouvert. L'utilisation de cette approximation est justifiée par le fait que "la probabilité d'état d'un réseau de files d'attente fermé ayant une population  $L$  peut être considérée comme celle conditionnelle à un réseau ouvert échantillonné à des intervalles pendant lesquels les  $L$  entités sont mises en files d'attente" (REISER et KOBAYASHI, 1975).

## C.4 Résolution du réseau pseudo-ouvert

Dans cette partie nous présentons un réseau pseudo-ouvert et sa solution approximative à forme produit en utilisant le maximum d'entropie. Les notations susmentionnées et la topologie similaire au modèle du réseau de FA fermé sont utilisées. La forme de la probabilité d'état de l'entropie maximale,  $p(\mathbf{n})$  avec  $\mathbf{n} \in S$ , est déterminée par :

$$p(\mathbf{n}) = \frac{1}{Z(L, M)} \prod_{i=1}^M w_i(n_i), \quad (\text{C.27})$$

avec  $Z(L, M)$  est la constante de normalisation et

$$w_i(n_i) = \left\{ \begin{array}{ll} g_{(i,1)} x_i^{n_i-1} y_i^{f_i(n_i)} & \text{pour SS} \\ \left( \prod_{k=1}^L g_{(i,k)}^{h_k(n_i)} \right) x_i^{Lq(n_i)} & \text{pour MSB ou MS} \end{array} \right\}. \quad (\text{C.28})$$

Depuis la résolution des files individuelles (C.14) et (C.20), et puisqu'il est vérifié (KOUVATSOS et XENIOS, 1989) que  $Z(L, M)$  peut être exprimée comme le produit de  $p_i(0)$  on peut déduire que  $p(\mathbf{n})$  peut avoir cette forme :

$$p(\mathbf{n}) = \prod_{i=1}^M p_i(n_i), \quad (\text{C.29})$$

avec  $p_i(n_i)$  est la solution marginale approximative de maximisation de l'entropie (i) d'une file d'attente G/G/L si  $i$  est l'indice d'une file MS ou MSB, ou (ii) d'une file d'attente G/G/1/N si  $i$  est l'indice d'une file SS.

Il est clair que la probabilité d'état de maximum d'entropie,  $p(\mathbf{n})$ , suggère la décomposition du réseau pseudo-ouvert à des files individuelles. Ensuite, les solutions par le maximum d'entropie des files d'attente individuelles qui sont déjà présentées dans (§. C.2) permettent de définir la solution du réseau pseudo-ouvert.

## C.5 Décomposition du réseau en files d'attente individuelles

Nous présentons d'abord la décomposition du réseau de FA en files d'attente individuelles et nous déduisons le taux et les carrés des CV du temps d'interarrivée réel (actuel) et du temps de service effectif (après avoir considéré le blocage). Nous notons par  $\pi_{ci}$  la probabilité qu'un vélo sortant de la FA  $i$  soit bloqué et par  $\alpha_{ij}$  la probabilité de routage d'un vélo sortant de la file  $i$  et qui tente de rejoindre la file  $j$ . Le temps de service effectif est le temps de service passé dans un serveur après la prise en compte de la capacité limitée des files d'attente et du mécanisme de blocage (i.e. compter le temps passé dans une file même si le vélo passe plusieurs fois à cause du blocage). Le taux et le carré de CV de la distribution du temps de service effectif sont déterminés par :

$$\tilde{\mu}_i = \mu_i(1 - \pi_{ci}), \quad (\text{C.30})$$

$$\tilde{C}_{si} = \pi_{ci} + C_{si}(1 - \pi_{ci}), \quad (\text{C.31})$$

avec

$$\pi_{ci} = \sum_{j=1}^M \alpha_{ij}\pi_{ij}. \quad (\text{C.32})$$

La probabilité de routage effective, qui est la probabilité de routage du réseau après la prise en compte de la limitation de capacité des files d'attente et du mécanisme de blocage, est déterminée par :

$$\tilde{\alpha}_{ji} = \frac{\alpha_{ji}(1 - \pi_{ji})}{(1 - \pi_{cj})}. \quad (\text{C.33})$$

Le taux de la distribution du temps d'interarrivée effective d'une FA  $i$ , noté par  $\tilde{\lambda}_i$ , est obtenu par la résolution des équations d'équilibre des flux (C.47) et en satisfaisant la contrainte du nombre fixe de vélos (C.48).

Le sous-flux sortant d'une FA  $j$  vers une FA  $i$ ,  $\lambda_{ji}$  est donné par :

$$\lambda_{ji} = \frac{\tilde{\lambda}_j \tilde{\alpha}_{ji}}{(1 - \pi_{ji})}. \quad (\text{C.34})$$

Le carré du CV du flux d'arrivée effectif à la file  $i$  généré à partir de la file  $j$  est donné par :

$$\tilde{C}_{dji} = 1 - \tilde{\alpha}_{ji} + \tilde{\alpha}_{ji}\tilde{C}_{dj} \quad (\text{C.35})$$

et la probabilité de blocage d'un vélo entrant à la file  $i$  :

$$\pi_i = \frac{\sum_{j \in A_i} \lambda_{ji} \pi_{ji}}{\sum_{j \in A_i} \lambda_{ji}}. \quad (\text{C.36})$$

$\tilde{C}_{ai}$  le carré du CV du temps d'interarrivée effectif à la file  $i$  est défini comme dans (KOUVATSOS, 1994) et (KOUVATSOS et XENIOS, 1989).

$$\tilde{C}_{ai} = -1 + \left[ \sum_{j=1}^M \frac{\tilde{\lambda}_j \alpha_{ji}}{\tilde{\lambda}_i} (\tilde{C}_{dji} + 1)^{-1} \right]^{-1}. \quad (C.37)$$

Le taux et le carré du CV du temps d'interarrivée à une file  $i$ ;  $\lambda_i$  et  $C_{ai}$  sont donnés par :

$$\lambda_i = \frac{\tilde{\lambda}_i}{(1 - \pi_i)}, \quad (C.38)$$

$$C_{ai} = \frac{\tilde{C}_{ai} - \pi_i}{(1 - \pi_i)}. \quad (C.39)$$

$\pi_{ij}$  la probabilité qu'un vélo sortant de la file  $i$  soit bloqué par la file  $j$  ( $\neq i$ ) a la forme suivante (KOUVATSOS et XENIOS, 1989) :

$$\begin{aligned} \pi_{ij} &= (1 - \tau_{ij})^{N_j} \frac{\tilde{\sigma}_j}{\tilde{\sigma}_j(1 - \tau_{ij}) + \tau_{ij}} p_j(0) \\ &+ \sum_{n_j=1}^{N_j} (1 - \tau_{ij})^{(N_j - n_j)} p_j(n_j). \end{aligned} \quad (C.40)$$

avec

$$\tau_{ij} = \frac{2}{C_{dij} + 1}, \quad i \in \{1, \dots, M\}, j \in \{1, \dots, M\}, \quad (C.41)$$

et

$$\tilde{\sigma}_j = \frac{2}{\tilde{C}_{sj} + 1}, \quad j \in \{1, \dots, M\}. \quad (C.42)$$

Le carré du CV du flux d'arrivé globale à la file  $j$  venant de la file  $i$  :

$$C_{dij} = \frac{(\tilde{C}_{dij} - \pi_{ij})}{(1 - \pi_{ij})}. \quad (C.43)$$

La valeur du carré du CV du temps d'interdépart effectif  $\tilde{C}_{di}$  de la FA  $i$  est analytiquement approximée en "heavy traffic" comme indiqué dans (KOUVATSOS et XENIOS, 1989) par la relation :

$$\tilde{C}_{di} = \tilde{\rho}_i(1 - \tilde{\rho}_i) + (1 - \tilde{\rho}_i)\tilde{C}_{ai} + \tilde{\rho}_i^2\tilde{C}_{si}, \quad (C.44)$$

avec

$$\tilde{\rho}_i = \frac{\tilde{\lambda}_i}{L\tilde{\mu}_i}, \quad i \in MS \cup MSB. \quad (C.45)$$

$$\tilde{\rho}_i = \frac{\tilde{\lambda}_i}{\tilde{\mu}_i}, \quad i \in SS. \quad (C.46)$$

## C.6 Procédure de résolution

Nous rappelons que la résolution du réseau fermé se réalise à travers la résolution du réseau pseudo-ouvert. Et comme ce dernier possède une solution à forme produit, sa résolution se réalise par sa décomposition et puis par la résolution des

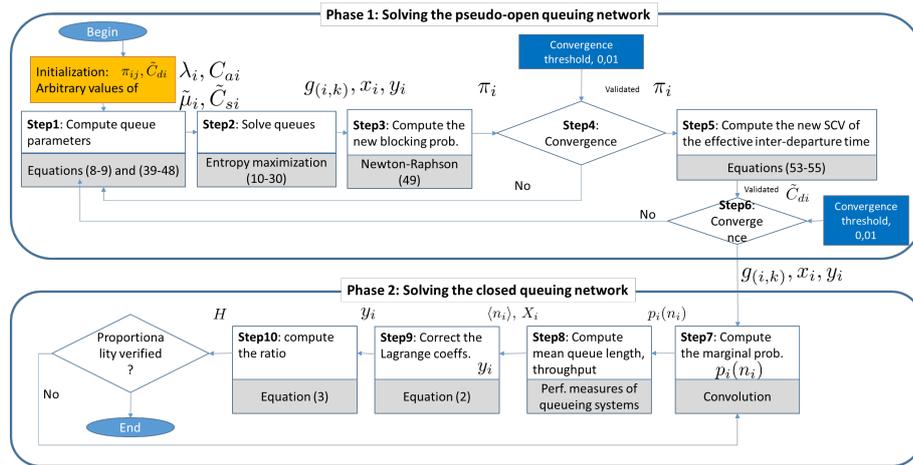


FIGURE C.1 – Étapes de résolution du réseau de FA fermé ayant un mécanisme de blocage RS-RD

files individuelles. Ainsi, pour expliciter cette démarche nous avons présenté la résolution du réseau ouvert, la résolution du réseau fermé, la décomposition du réseau et la résolution des files individuelles. Dans (KOUVATSOS et XENIOS, 1989), depuis cette approche un algorithme de résolution est déduit. Celui-ci se présente en deux phases : (phase 1) la résolution du réseau pseudo-ouvert (qui correspond au réseau fermé original), (phase 2) le calcul de la probabilité des états  $p(\mathbf{n})$  du réseau original.

Dans la première phase nous considérons la condition d'équilibre des flux des vélos (C.47), avec  $\tilde{\alpha}_{ji}$  est la probabilité de routage effective (sans rejet) de la file  $j$  vers la file  $i$ , et la condition de conservation du nombre de vélos en circulation représentée par (C.48).

$$\tilde{\lambda}_i = \sum_{j=1}^M \tilde{\alpha}_{ji} \tilde{\lambda}_j, \quad i \in \{1, \dots, M\}, \quad (\text{C.47})$$

$$L = \sum_{i=1}^M \langle n_i \rangle. \quad (\text{C.48})$$

Ensuite, nous décomposons le réseau de files d'attente en files individuelles. Puis, nous résolvons les files du réseau individuellement en utilisant la méthode de l'entropie maximale.

Dans la deuxième phase, un algorithme de méthode de convolution permet de déduire une solution du réseau de FA fermé. Ensuite, des corrections sont réalisées pour respecter l'équilibre des flux et aboutir enfin à la solution finale.

Nous présentons les étapes de résolution du réseau fermé ci-dessous. Dans la figure C.1 l'évolution de calcul des paramètres est représenté de manière synthétique.

### Phase 1-Résoudre le réseau pseudo-ouvert de files d'attente

Dans cette partie de la résolution, d'une manière itérative, toutes les probabilités de blocage,  $\pi_{ij}$ , et les carrés de CV (carrés des coefficients de variation) du temps d'interdépart effectif,  $\tilde{C}_{di}$ , sont calculées par une initialisation des itérations par des valeurs arbitraires.

**Initialisation-** L'algorithme est initialisé par mettre des valeurs initiales arbitraires pour  $\pi_{ij}$  et  $\tilde{C}_{di}$ , i.e. définir une valeur de probabilité arbitraire pour le blocage

(rejet) de vélo et le CV au carré du temps d'interdépart effectif depuis les files.

**Étape 1-** Pour chaque FA :

- les taux d'interarrivée et les CV au carré des temps d'interarrivée  $\{\lambda_i, C_{ai}\}$  sont calculés,
- les taux de service effectif et les CV au carré des temps de service  $\{\tilde{\mu}_i, \tilde{C}_{si}\}$  sont aussi calculés.

**Étape 2-** Les files du réseau,  $i, i=0, \dots, M$ , sont individuellement résolues en appliquant la méthode du multiplicateur de Lagrange pour maximiser la fonction d'entropie (C.1) sous la normalisation (C.2) et les contraintes marginales (C.3)–(C.5). Ainsi, pour chaque FA, les coefficients de Lagrange (i.e.  $g_{(i,k)}, x_i$  et  $y_i$  pour  $i = 1, \dots, M$  et  $k = 1, \dots, c_i$ ) relatifs aux contraintes correspondantes sont calculés.

- Les files SS sont résolus comme des files<sup>1</sup>,  $(GE(\lambda_i, C_{ai}) / GE(\tilde{\mu}_i, \tilde{C}_{si}) / 1 / N_i)$ .
- Les files MSB et MS sont résolus comme des files<sup>2</sup>  $(GE(\lambda_i, C_{ai}) / GE(\tilde{\mu}_i, \tilde{C}_{si}) / L)$ .

**Étape 3-** Des nouvelles valeurs des probabilités de blocage  $\pi_{ij}$  sont calculées avec les récentes valeurs de  $p_i(n_i)$ , et  $\tilde{C}_{si}$  en utilisant une méthode itérative pour trouver les solutions de (C.40).

**Étape 4-** Revenir à l'étape 1 jusqu'à la convergence de  $\{\pi_{ij}\}$  pour tous les  $i, j, i=0, \dots, M, j=0, \dots, M$ . La valeur de convergence est fixée comme un paramètre de résolution du problème pour trouver une solution faisant un compromis entre complexité et précision. On peut prendre par exemple 0.01.

**Étape 5-** Calculer des nouvelles valeurs de  $\{\tilde{C}_{di}\}, i=0, \dots, M$ , (C.44), une fois que le dernier ensemble de  $\pi_{ij}$  est obtenu de l'étape 4.

**Étape 6-** Revenir à l'étape 1 jusqu'à la convergence de  $\{\tilde{C}_{di}\}, i=0, \dots, M$ . D'une manière similaire, le critère de convergence est choisi comme dans l'étape 4. Selon (Kouvatsos1994a) et (KOUVATSOS et XENIOS, 1989), la convergence est toujours obtenue.

### Phase 2-Résoudre le réseau fermé de files d'attente

La résolution du réseau de FA pseudo-ouvert aboutit au calcul des coefficients de Lagrange. Ces paramètres sont utilisés pour le calcul de la probabilité d'état d'entropie maximale  $p(\mathbf{n})$  (C.24) du réseau fermé. Ceci est accompli dans le reste de l'approche.

**Étape 7-** Exploiter un algorithme de méthode de convolution pour calculer les probabilités marginales,  $p_i(n_i), i \in 0, \dots, M$ , pour le réseau fermé original (fermé).

**Étape 8-** Trouver deux paramètres des files : la longueur de la FA moyenne  $\langle n_i \rangle$ , et le débit des files  $X_i$  pour  $i = 0, \dots, M$ .

**Étape 9-** Correction des coefficients de Lagrange  $y_i$  correspondant aux contraintes des probabilités d'états des files pleines (C.5). En fait, les coefficients de Lagrange obtenus de la résolution du réseau pseudo-ouvert (noté par  $\tilde{y}_i$ ), obtenu à l'étape 2, doivent être corrigés pour que les débits des files respectent l'équilibre des flux (C.47) en utilisant :

$$y_i = \tilde{y}_i \tilde{\lambda}_i L \left[ X_i \sum_{j=1}^M \frac{\lambda_j \langle n_j \rangle}{X_j} \right]^{-1}. \quad (C.49)$$

**Étape 10-** Revenir à l'étape 7 jusqu'à obtenir le même ratio du taux d'interarrivée

1. i.e. ces files où les arrivées de vélo sont renvoyées lorsque la FA est pleine.
2. i.e. ces files n'ayant pas de limitation de capacité

effective par rapport au débit, (C.50) pour toutes les files.

$$H = \frac{\tilde{\lambda}_i}{X_i}, \quad i = 1, \dots, M. \quad (\text{C.50})$$

## **D Formalisme de file d'attente**

Le document scientifique pionnier sur la théorie des files d'attente est proposé par Johannsen en 1907 et avec des concepts et des techniques plus pertinents par A.K. Erlang en 1909. Dans son premier article, il met les bases de la distribution de Poisson (et donc exponentielle) dans la théorie des files d'attente. Les travaux d'Erlang sur le processus stochastique pour les applications du trafic téléphonique ont eu une influence profonde pour l'établissement de cette théorie (NARAYAN, BHAT, 2015; TELENOR, 1995); pour plus de détails de l'histoire de développement de cette théorie voir (NARAYAN, BHAT, 2015). La théorie des files d'attente commence par la simple présentation graphique intuitive d'une file d'attente et d'un serveur. Elle incarne une représentation des phénomènes d'arrivée et de départ des clients du serveur en définissant les caractéristiques stochastiques de ces processus pour reproduire les dépendances et la dynamique dans la file d'attente. En fait, la modélisation stochastique est utilisée, à travers le concept de variable aléatoire pour les temps de service dans le serveur et les temps d'interarrivées des clients à l'espace d'attente. La résolution aboutit à établir des mesures de performance du système. Cette théorie est très répandue pour l'étude de plusieurs types de système. Elle est exploitée pour la conception :

- des systèmes informatiques par la conception précise des chips dans le microprocesseur.
- des systèmes de télécommunication par le biais du trafic de données vocales ou de données qui sont en attente pour les lignes de transmission.
- des systèmes de fabrication; pièces ou lots de pièces attendant d'être traitées dans une machine.
- des systèmes de service, dans une banque, par exemple, le client attend qu'un guichet se libère dans une queue.
- des systèmes et infrastructures de transport; de la modélisation des congestions dans les routes (VAN WOENSEL et VANDAELE, 2007).
- et autres. '

#### **Les réseaux de files d'attente**

L'exemple le plus connu des réseaux de FA ouverts : Le réseau de Jackson. Il se caractérise d'avoir une seule classe de clients (réseau mono classe : un seul type d'entités statistiquement in-différentiable (BAYNAT, 2000), tous les temps de service sont exponentiellement distribués, les processus d'arrivée de l'extérieur à n'importe quelles files sont des processus de Poisson, la discipline d'attente dans tous les nœuds est FCFS, les files d'attente peuvent avoir de multiple serveurs et la taille d'espace d'attente est illimitée (BOLCH et al., 2006). Ce type de réseau admet une relation intéressante aboutissant à sa solution d'une manière simple. Il s'agit de la forme produit qui a été établie la première fois pour ce type de réseau par Jackson. Cette forme permet de trouver une solution sans passer par l'espace d'état. Étant la forme de produit établie, les nœuds du réseau peuvent être traités en isolation du reste du réseau. Gordon et Newell ont étendu ces résultats pour un réseau fermé ayant les mêmes caractéristiques du réseau de Jackson. Les résultats de Jackson et Gordon-Newell sont étendus par Baskett, Chandy, Muntz et Palacios pour les réseaux de files d'attente ayant plusieurs-classes de clients (réseau multi classes : les différentes classes se distinguent par un schéma de routage spécifique et par des comportements différents au niveau de chaque station, tant au niveau du service que de l'ordonnancement dans l'espace d'attente (sachant que le changement de classes est interdit), pouvant avoir différentes disciplines de service (FCFS, infinité de serveurs, dernier arrivé-premier servi-avec préemption du service (LCFS-PR), temps partagé (PS). Le temps de service avec la discipline de service FCFS est exponentiellement distribué et indépendant de la classe de client en service (le même taux de service

pour toutes les classes) pendant que les autres disciplines de service peuvent avoir une distribution de temps de service quelconque (générale) ayant une transformation de Laplace rationnelle (BOLCH et al., 2006). Ces réseaux sont appelés réseaux BCMP sans changement de classe (BAYNAT, 2000).



# **E État de l'art : Réseau de files d'attente avec mécanisme de blocage**

Nous présentons un bref état de l'art des réseaux dits finis ayant des files d'attente à capacité limitée. Ce groupe de réseau permet de modéliser des systèmes complexes de service, manufacturiers, des systèmes de calcul informatiques et de télécommunication. Un corps de la littérature a été développé pour deux topologies de réseau de FA très utiles : la topologie série, « fork » et « join » et la topologie arbitraire.

La première topologie est utilisée plus dans des systèmes de production pour illustrer la dissociation d'une unité en deux unités et l'attente de deux unités de deux stations de service différentes pour l'assemblage. Cette topologie est associée souvent à un mécanisme de blocage dit blocage de production (ou blocage de type 1 ou blocage après service). Dans ce type de blocage le nœud en amont est bloqué si l'unité termine le service et ne peut pas passer en aval à cause de l'état plein dernier nœud. Ce cas est étudié pour des réseaux fermés en utilisant une approche de décomposition dans (SMITH, 2015; LAGERSHAUSEN, MANITZ et TEMPELMEIER, 2013), une méthode d'expansion pour un réseau dont les nœuds sont à serveur unique (GONZALES, 1997) et une méthode d'expansion pour un réseau dont les nœuds à multiple serveurs (YUZUKIRMIZI, 2005; YÜZÜKIRMIZI, 2007; CRUZ et VAN WOENSEL, 2014). Le réseau ouvert est traité par la méthodologie des deux moments (the two-moment methodology) (SMITH, 2014) mais avec rejet vers l'extérieur.

La topologie arbitraire présente l'avantage de pouvoir modéliser plusieurs types de systèmes. La résolution d'un réseau ayant cette topologie et ayant un blocage de production est présentée dans (AKYILDIZ, 1988b) par une approche qui se base sur l'espace d'état et dans (AKYILDIZ, 1988a) en se basant sur une méthode de valeur moyenne approximative. Ces deux travaux traitent les réseaux ayant des nœuds à serveur unique. Dans (OSORIO et BIERLAIRE, 2009), on traite le cas d'un réseau à multiple serveur ayant la même topologie et le même mécanisme de blocage.

Nous présentons maintenant quelques travaux développant des approches de résolution pour des réseaux de topologie arbitraires et ayant le blocage de type service répétitive (blocage type3) ou encore RS-RD service répétitive-destination aléatoire. Ce type de blocage a été introduit par (CASEAU et PUJOLLE, 1979) dans des réseaux ouverts dont les nœuds se présentent en série et par (PITTEL, 1979) dans des réseaux réversibles à files d'attente fermées. Il a été initialement utilisé pour modéliser des réseaux de communication et dans la modélisation des systèmes de fabrication flexibles (YAO et BUZACOTT, 1985).

Les auteurs dans (HORDIJK et DIJK, 1981) étudient un réseau de topologie arbitraire ayant le mécanisme de blocage RS RD. Dans le cas étudié, les nœuds sont à serveur unique. On présente une condition restrictive pour laquelle la résolution est faite. Cette condition postule qu'aucune file dans ce réseau ne tombe en pénurie en unité.

Des solutions exactes à forme produit de la probabilité des états du réseau à l'équilibre ont été développées pour des cas particuliers pour le réseau de file d'attente fermé ayant un rejet de service répétitif. Il s'agit des réseaux réversibles avec mécanisme de rejet (HORDIJK et DIJK, 1981). (c.à.d. le réseau à file d'attente à capacité illimité qui correspond à ce réseau à file d'attente de capacité limitée est réversible (KELLY, 2011) : un réseau ou un routage réversible signifie que le flux d'unité venant d'un nœud  $i$  à un nœud  $j$  est égal au flux d'unité venant du nœud  $j$  au nœud  $i$ .) Dans ces deux cas particuliers, chaque nœud du réseau est à serveur unique et de temps de service exponentiellement distribué. Des travaux (SERENO, 1999; BALSAMO et CLÒ, 1998) étendent l'étude de ces types de réseau ayant des contraintes similaires (routage réversible et contrainte pour la population pour ne pas avoir une pénurie en unité dans un nœud) et admettant une forme produit pour établir une résolution

par l'analyse de la valeur moyenne (SERENO, 1999) ou pour établir un algorithme de convolution (BALSAMO et CLÒ, 1998).

Dans (STRELEN et al., 1998), le réseau de topologie arbitraire admettant le blocage de type service répétitive destination aléatoire et des nœuds à serveurs uniques à temps de service de distribution exponentielle est étudié et résolu en utilisant une méthode d'agrégation.

Des solutions exactes (AKYILDIZ et BRAND, 1989) pour des réseaux fermés, ouverts ou mixte sont étudiées pour plusieurs classes de clients (les clients peuvent changer de classes : multi-chaîne). Dans ces réseaux la topologie est arbitraire et le blocage est de type service répétitive destination aléatoire mais le routage 'de départ' est supposé réversible. Une autre restriction se présente; les nœuds peuvent avoir des temps de service seulement de distribution exponentielle ou de discipline de service symétrique.

Pour voir plus de ces travaux, nous référons le lecteur aux travaux de l'état d'art suivants : (BALSAMO et RAINERO, 2000; BALSAMO et DE NITTO PERSONE, 1994)



## **F Comparaison des résultats des modèles de BSS**

Pour valider le modèle suggéré, nous avons exploité le modèle présenté dans (GEORGE et XIA, 2011). Il s'agit d'un réseau de stations avec capacité illimitée. L'exemple étudié est un réseau de deux stations. Les probabilités de routage entre ces stations sont regroupées en  $R$ .

$$R = \begin{bmatrix} 0.9 & 0.1 \\ 0.5 & 0.5 \end{bmatrix}.$$

Le taux d'arrivée des usagers vers les stations est de 15 usagers/heure et la durée moyenne du trajet est de 2 heures. Nous avons construits et paramétrés notre modèle (développé dans le cadre de cette thèse) avec des stations de capacité limitée ayant le mécanisme de blocage pour reproduire les conditions du modèle de GEORGE et XIA (2011) (c.-à-d. capacité illimitée et aucun rejet); l'objectif était de voir si ces modèles produisaient des résultats similaires dans les mêmes situations. Une fois ces résultats validés, nous pouvons conclure que le modèle suggéré contenant un comportement plus réaliste est approprié. Les paramètres du modèle utilisé sont les suivants : (i) la capacité de chaque station est égale à la taille de la flotte, c.-à-d. que les stations peuvent contenir la flotte de vélos, (ii) la durée de service des files d'attente MSB est de 1/120 heures; (iii) la probabilité de routage d'une file d'attente MSB à la file d'attente SS (la station) est de 0,999; la probabilité restante est acheminée vers l'autre station.

Une fois résolue, la disponibilité de vélos du modèle suggéré est calculée et comparée aux résultats du modèle de George et Xia, comme indiqué sur la figure F.1. À partir de la concordance entre les résultats, on peut conclure que le modèle supportant les stations à capacité limitée avec mécanisme de blocage étend le modèle de station de capacité illimitée défini dans (GEORGE et XIA, 2011).

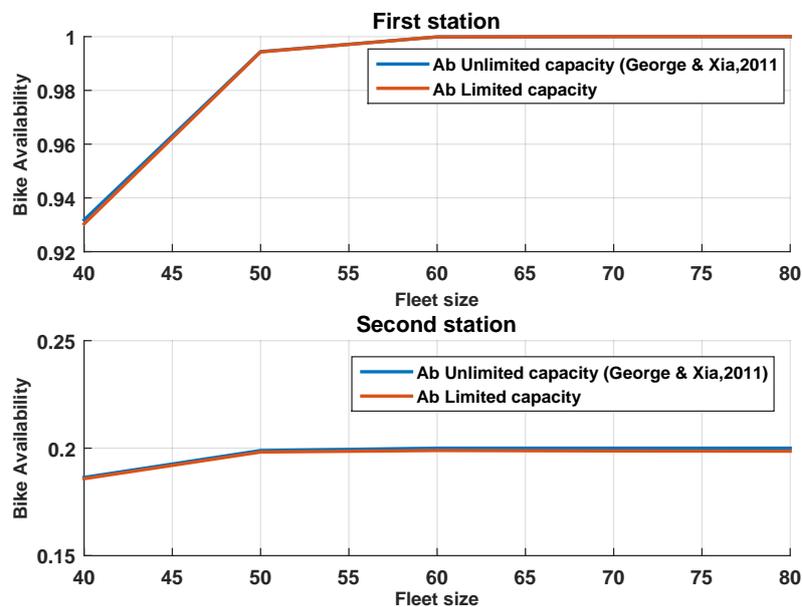


FIGURE F.1 – Comparaison des résultats des modèles de BSS.

# **G Application Système de production**

# Optimal Work-in-Process Control for a Closed Multistage Production System with Machine Preference

Bacem Samet, Florent Couffin, Marc Zolghadri, Maher Barkalla and Mohamed Haddar

**Abstract** In this work, we expose a closed-loop production system which has great similarity with the Kanban system as the Work-in-Process (WIP) is constant (CONWIP). This system is a multistage single product and it supports more than one machine at every stage. These machines can have different characteristics and they have limited capacity of buffering. We consider also that there is a preference for a machine usage in each stage. We use a Closed Queueing Network (CQN) with a repetitive blocking mechanism to model this system. The used resolution approach is the Maximum Entropy Method (MEM). In the first place, we look for the optimal WIP to keep in this system with respect to a production rate. In the second place, the routings to machines in the same stage are evaluated regarding the buffering capacity and the machine characteristic. We present some numerical results on a simple two-stage production system which holds the same number of batches looping. Interesting perspectives for the development of the presented model are looked over.

**Keywords** Closed queueing network · Work in process · Conwip Entropy maximization · Multistage production system

---

B. Samet (✉) · F. Couffin · M. Zolghadri  
Laboratoire QUARTZ, Institut Supérieur de Mécanique de Paris, Paris, France  
e-mail: sametbacem@gmail.com

F. Couffin  
e-mail: florent.couffin@supmeca.fr

M. Zolghadri  
e-mail: marc.zolghadri@supmeca.fr

B. Samet · M. Barkalla · M. Haddar  
Laboratoire de Recherche de Mécanique, Modélisation et Productique (LA2MP),  
Ecole Nationale d'ingénieur de Sfax, Sfax, Tunisia  
e-mail: bark\_maher@yahoo.fr

M. Haddar  
e-mail: mohamed.haddar@enis.rnu.tn

## 1 Introduction

Manufacturing industry tends to be highly competitive. Firms are faced with the strict requirements of the customers. There are preferences for some performance criteria such as quality of the product, respect of the delivery time, and the competitive price of the goods. Since the manufacturing system is expected to respond to all these demands, it's an obligation to respect the required quality and to supply the quantity demanded and to reduce the cost of production.

Complexity of the production system rises from two main factors. On one hand there is a stochastic nature of the attributes of the system which can be internal variables as the service time of the machine or the breakdown periods of the machine, and external variables as the quantity demanded by the customers and raw materials prices. On the other hand, the operations in this system are interconnected; for example, when the inventory is increased the production rate is impacted and the cost of the production too. So, there are compromises to set up to respect the customer demand with minimum cost.

Many studies have made a scope on the production system as a field of improvement and optimization. A particular type of production system; the multistage production system which presents a wide range of manufacturing system was analyzed in Muckstadt and Roundy (1993). In such systems, many actions can be carried out such as allocation of service load (or service rate) which is looking for optimal service rate in different machines in the production line system. For instance, in Hillier and Boling (1979), the optimal allocation of work is searched with respect to the number of work stations in the line, the limit on the amount of work-in-progress, and the variance of station operation times. The arrangement of stages which is ordering the stages so that the throughput is maximized is studied in Yamazaki et al. (1992). It is noted that in every stage there are a number of identical servers. Another problem addressing the assignment of servers was studied in Ding and Greenberg (1991), in which the single servers are optimally arranged for a tandem queueing system. The allocation of buffers problem which deals with searching the optimal buffering space in a production line to achieve a specific objective is surveyed in Yamazaki et al. (1992).

Reducing the quantity of WIP contributes to cost reduction by virtue of suppressing the costs of keeping useless inventories. The production control system is a very important leverage that should be well chosen to meet these performances. The CONWIP, a pull production control system, is defined as a system maintaining constant the maximum amount of WIP (Framinan et al. 2003). It was first time defined in Spearman et al. (1990) to minimize the WIP in a single product flow shop subject to a given throughput level. This same purpose was also conducted in Bonvik and Gershwin (1996) and Bonvik et al. (1997). These aforementioned works are simulation-based models. The queueing theory was exploited for analysis and performance evaluation. The application of the queueing theory was surveyed in Govil and Fu (1999). This analytical approach of modeling was considered in Gstettner and Kuhn (1996), particularly a closed queueing network with unlimited

queueing buffers was established for a CONWIP flow shop single product system and the optimal WIP with respect to a certain throughput level is sought.

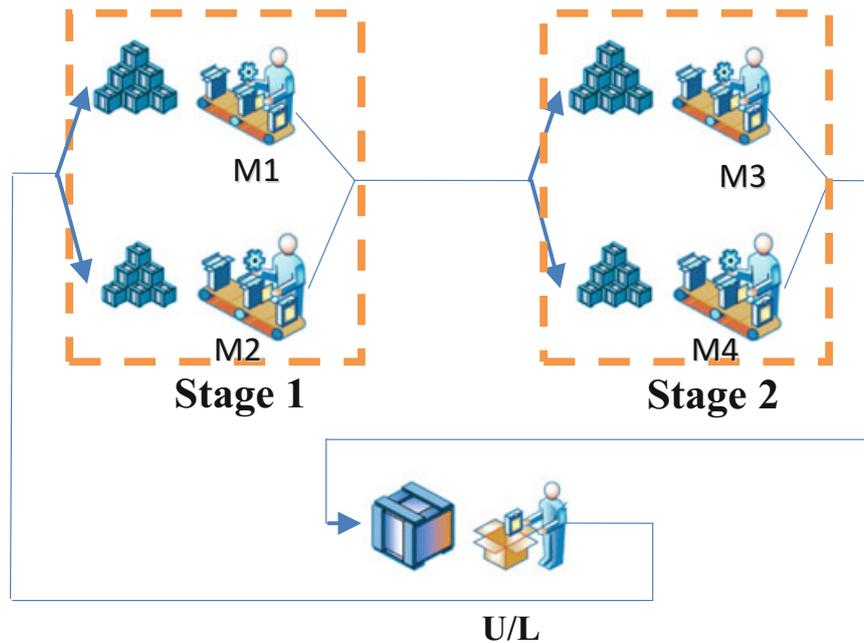
We have noticed a limitation in the literature, lying in the study of a particular case which is the machine preference in every stage. This constraint was integrated into a scheduling architecture made in Fox and Smith (1984). It was also studied in Baskar and Anthony Xavier (2014) with the purpose to improve the percentage utilization of a priority machine. When there are differences in the machines in a stage, there would be a preference to totally occupy a machine than another. This preference can be due to the accuracy of the machine by making less defected products. Ordering machines for priority of usage can be made for greater service rate or broadly for the effectiveness of the particular machine.

The direction of this work is to determine the optimal quantity of WIP in the closed-loop multistage production system with taking in consideration a production level rate as a target and taking into account the limited capacity buffers. Furthermore, the machine preference in every stage is considered. We propose a CQN model with limited buffering and blocking for a flow shop multistage production where the number of batches in the system remains constant. This closed-loop production system can be ruled by a CONWIP control system since the quantity of WIP is the same. The remainder of this paper is organized as follows: in Sect. 2, we describe the under scope type of production system. In Sect. 3, we develop the CQN model for this system. In Sect. 4, we present the approximate resolution approach based on Entropy Maximisation. In Sect. 5, numerical results are exposed for a simple case. Finally, some interesting future developments for this model are revealed.

## 2 The Multistage Production System

The production system under study is a multistage flow supporting multiple machines in every stage. We consider the case when there is an order of preference for the machines in the same stage. This system is a closed loop and so the number of batches (WIP) circulating in the system remains the same. For instance, in Fig. 1, we expose a two-stage production system. In every stage, two parallel machines doing the same process and we presume a priority machine constraint for processing the job (i.e., priority of using M1 rather than M2 in stage 1 and priority of using M3 rather than M4 in stage 2). If the priority machine will be fully occupied and when its buffer is overloaded, the jobs are redirected to the other machine. We suppose having an Unloading/Loading (U/L) process closing the cycle of production. This process receives the full batches, empties them, and returns them empty to the flow line.

We seek to occupy maximally the priority machines (M1 and M3). In counterpart, there are constraints on the buffering capacity of such machines. As it is targeted to rout the maximum amount of jobs to M1 than to M2, for instance, the percentage of the quantity routed that fits in its buffering capacity should be found.



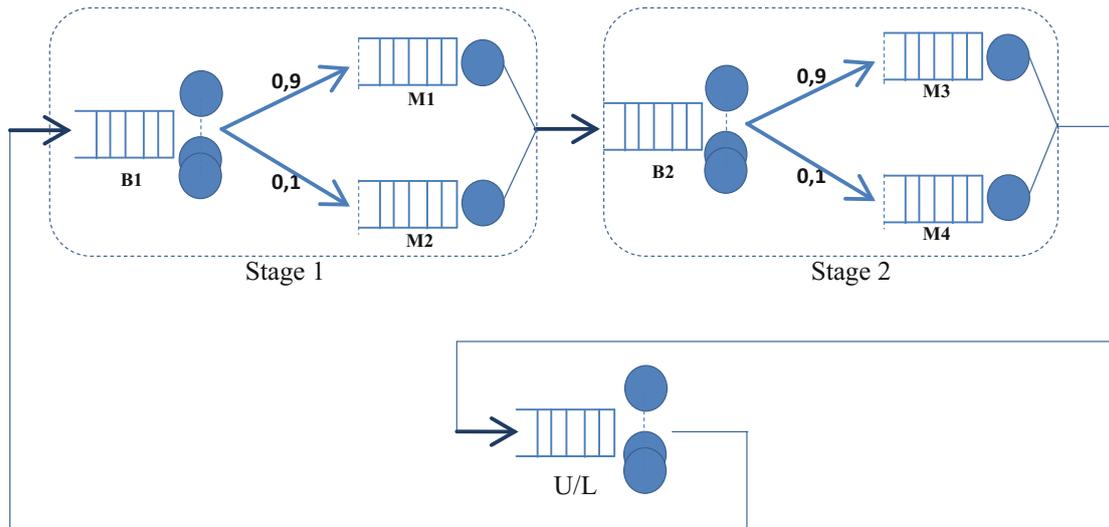
**Fig. 1** Two-stage production system

The probability that a job is rejected by a full buffer of M1 indicates the convenience of the routing percentage. Keeping a production level with the minimum quantity of WIP is monitored by the throughput of the production system as a function of the WIP. So further in this work, the probability of being rejected in M1 and the throughput of the system are calculated thanks to the CQN. We present in the next section, this model with a blocking mechanism for this production architecture.

### 3 Closed Queueing Network Model with RS-RD Blocking

We consider  $L$  as the quantity of WIP. We model this system by a CQN with  $L$  jobs/customers presented in Fig. 2. Since every machine has a limited capacity buffer space, the queueing system supports a blocking mechanism defined as Repetitive Service-Random Destination (RS-RD). This blocking defines the mechanism of a job finished being served in a queue  $i$  and intending to enter a full buffer of a downstream queue  $j$ . In the RS-RD the job loopback to queue  $i$  to undergo a new service time and these dynamics are repeated until the job finds a free buffer space in a downstream queue to which it is routed (Bose 2002).

Every machine is modeled by a single server node ( $M_i$ ) (for example, M1 and M2 in stage 1 in Fig. 1) with limited capacity buffering. We introduce in the upstream of every station a multi-server node ( $B_i$ ) (for example, B1 in stage 1 and B2 in stage 2) which will play the role of the router of the job when the buffer of the downstream machine is overloaded. The number of the servers in ( $B_i$ ) is  $L$ . In this



**Fig. 2** Closed Queueing Network model for two-stage production system

manner, if all the jobs are directed to this type of node, they can be held there. In this type of node, the service time is taken very small compared to the service time of the machines. The service times of all the nodes have a general distribution which can be defined by a mean time ( $\mu_i$ ) and a squared coefficient of variation ( $sqv_i$ ) in node  $i$ . The routing matrix is a key element which defines the probabilities between the nodes of the network (e.g., see Fig. 2 for the routing between B1 and M1). This CQN has the underlying state space:

$$S = \{(n_1, \dots, n_M) : \sum_{i=1}^M n_i = L, 0 \leq n_i \leq L_i, i = 1, \dots, M\} \tag{1}$$

With  $n_i$  is the number of jobs in the node  $i$  and  $L_i$  is the capacity of the node  $i$ . The resolution of a queueing network is the establishment of the steady state probability of occurrence of this state. In the underlying section, we describe the resolution approach.

We exploit the MEM for solving such a CQN. This method seeks to attribute the same chances of occurrence for every state, with respect to normalization and some marginal constraints (Kouvatsos and Xenios 1989). The Entropy function (Eq. 2) is maximized subject to the related constraints. We refer to (Kouvatsos and Xenios 1989) for the details of this resolution.

$$H_p(n) = - \sum_n p(n) \log p(n) \tag{2}$$

The Lagrange multipliers resolution method gives a product form solution of the CQN. This product form establishment allows facilitation to the network resolution. In the case of an open network with Repetitive-Service Blocking (Kouvatsos and Xenios 1989), the product form is established and afterward the probability of a

state of the network is calculated through the marginal probability of the queues in isolation.

The resolution of the CQN goes through two main steps. The first step is about the resolution of the pseudo-open network corresponding to the CQN. It is an open network of queues with no arrival nor departure of jobs and it has the same parameters (service time characteristics and routings) of the CQN. The network is decomposed to deduce the mean rates and the squared coefficient of variations of the general distribution of both the service times and the inter-arrival times in the nodes. The MEM is applied then individually to these queues. The second step of resolution consists of injecting the Lagrange coefficients of the ME solution for individual queues deduced from the first step to the CQN. An iterative convolution algorithm is used to find marginal probabilities of the CQN. And finally, a correction of several parameters (Lagrange coefficients of the pseudo-open network) is done to insure that the throughputs respect the flow balance equations (Eq. 3).

$$X_i = \sum_{j=1}^M \alpha_{ji} X_j \quad (3)$$

With  $X_i$  is the expected throughput of node  $i$  and  $\alpha_{ij}$  the routing probability from node  $i$  to node  $j$ .

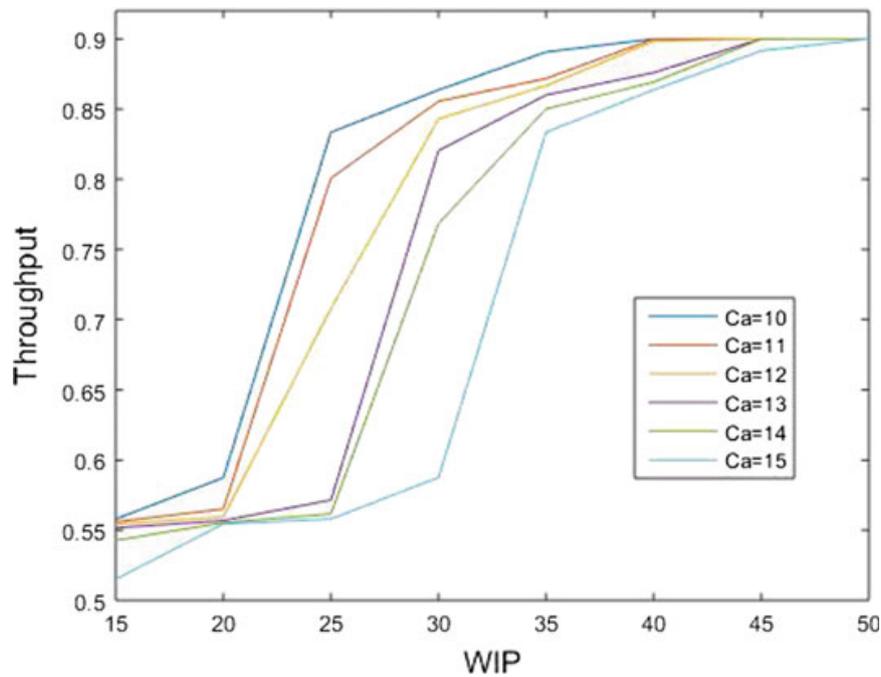
The outputs of this resolution are probabilities of the states (of the set  $S$ ). In our case, we seek two performance indicators as outputs of this algorithm: the production rate of the production system which is the throughput of the Unloading/Loading machine and second, the blocking probability entering to a particular machine.

## 4 Numerical Results

In this section, the system presented in the queueing model in Fig. 1 is evaluated. The service times are generally distributed with rates and squared coefficient of variation indicated in Table 1. The production rates of the priority machines (M1, M3) are higher than the other machines to imply the quality of rapidity in these machines. The squared coefficient of variation ( $sqv = 1$ ) characterize an exponential distribution for the service time.

**Table 1** Service time characteristics

Nodes	General distribution	
	Rate of the service time	sqv
M1, M3	0.5	1
M2, M4	0.4	1
B1, B2	60	1
Unload/load	60	1



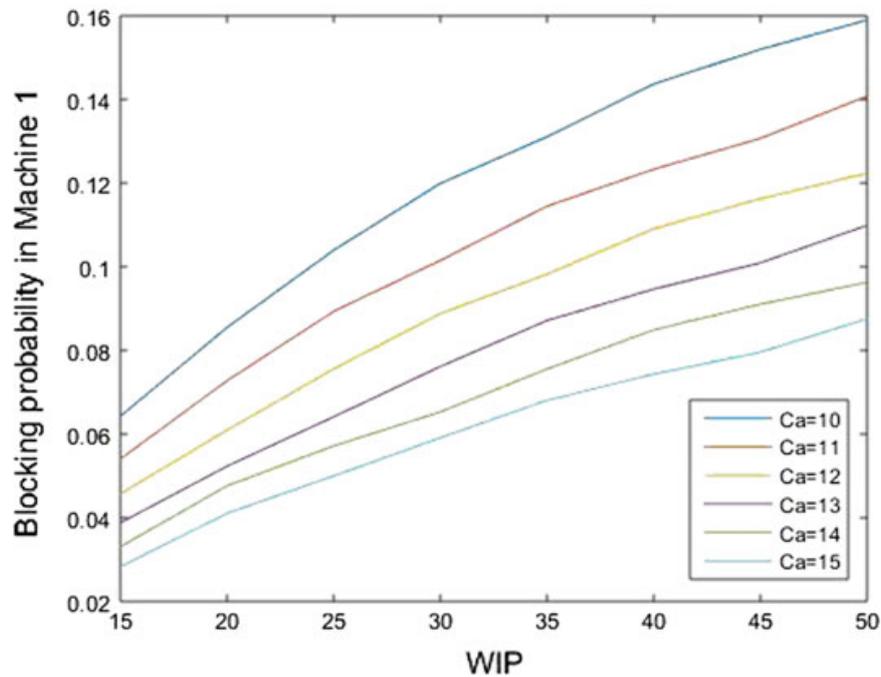
**Fig. 3** Throughput as a function of the WIP

Buffer capacity of  $M_2$  and  $M_4$  is taken sufficiently larger (capacity  $M_2 = 14$ ) than those of the priority machines. From the resolution, we first sketch the production rate of the system which is the throughput of the (Unload/Load) process (Fig. 3). And second, we exploit the steady state blocking probability entering to  $M_1$  (Fig. 4) which is an indicator of the choice of the routing of jobs in the machines of stage 1.

In Fig. 3, we present the evolution of the throughput of the system as the circulating WIP increases. This evolution is sketched for different capacities of  $M_1$  and  $M_3$  (with capacity  $M_1 = \text{capacity } M_3 = ca$ ). So every curve corresponds to a certain capacity. To have a particular throughput level (e.g., 0.8 (job/h)), the quantity of WIP that should be kept in the system is deduced (e.g., it's sufficient to keep 23 jobs in the network for  $ca = 10$ ).

From Fig. 4, the amount of jobs that can be blocked trying to enter  $M_1$  is deduced, for e.g., we know that almost 10% of jobs entering to  $M_1$  (when the  $WIP = 23$  and for  $ca = 10$ ) are blocked so with such buffer size of  $M_1$  it is advised to rout only 90% of jobs to  $M_1$  and the rest to  $M_2$ . The same reasoning can be conducted to machines of stage 2.

These presented curves show a coherence of the results of this model. Then the presented model and the used analyses indicators tend to be a useful decision tool for the under-study production system.



**Fig. 4** Blocking probability in M1 as a function of the WIP

## 5 Conclusion

A simple multistage CONWIP flow shop production system for a single product is modeled by a closed queueing network supposing RS-RD blocking mechanism. This model gives an insight into the system dynamics and performance analysis regarding control and design changes are possible. The underlying queueing framework was exploited to look for the routings to machines when a preference for a machine use is present in a stage. The optimal number of WIP is sketched regarding a target throughput or the maximum reachable throughput.

Other performance indicators can also be calculated, thanks to this model, as the mean response time being enqueued in a machine or the mean number of jobs in a station.

The generalization to a multiproduct closed system is interesting as a further development for more general cases. Introducing the batch processing, breakdown delays for the service and set up delays between different products workloads can also be valuable. Another perspective is to add the fork/join nodes in the network for more generalization to study assembly lines.

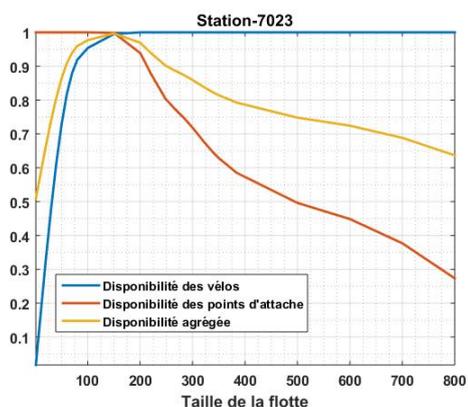
## References

- Baskar A, Anthony Xavier M (2014) Optimization of makespan in job and machine priority environment. *Procedia Eng* 97:22–28. doi:[10.1016/j.proeng.2014.12.220](https://doi.org/10.1016/j.proeng.2014.12.220)
- Bonvik AM, Gershwin SB (1996) Beyond Kanban: Creating and analyzing lean shop floor control policies. In: Manufacturing and service operations management conference proceeding. <http://w3.mit.edu/manuf-sys/www/amb.msom040496.pdf>
- Bonvik AM, Couch CE, Gershwin SB (1997) A comparison of production-line control mechanisms. *Int J Prod Res* 35(3):789–804. doi:[10.1080/002075497195713](https://doi.org/10.1080/002075497195713)
- Bose SK (2002) An introduction to queueing systems, 1st edn, Kluwer Academic/ Plenum Publishers, New York. doi:[10.1007/978-1-4615-0001-8](https://doi.org/10.1007/978-1-4615-0001-8) ISBN
- Ding J, Greenberg BS (1991) Bowl shapes are better with buffers-sometimes. *Probab Eng Inf Sci* 5(2):159. doi:[10.1017/S0269964800001996](https://doi.org/10.1017/S0269964800001996)
- Fox MS, Smith SF (1984) ISIS—A knowledge-based system for factory scheduling. *Expert Syst* 1(1):25–49. doi:[10.1111/j.1468-0394.1984.tb00424.x](https://doi.org/10.1111/j.1468-0394.1984.tb00424.x)
- Framinan JM, González PL, Ruiz-Usano R (2003) The CONWIP production control system: review and research issues. *Prod Plan Control* 14(3):255–265. doi:[10.1080/0953728031000102595](https://doi.org/10.1080/0953728031000102595)
- Govil MK, Fu MC (1999) Queueing theory in manufacturing: A survey. *J Manuf Syst* 18(3): 214–240. doi:[10.1016/S0278-6125\(99\)80033-8](https://doi.org/10.1016/S0278-6125(99)80033-8)
- Gstettner S, Kuhn H (1996) Analysis of production control systems kanban and CONWIP. *Int J Prod Res* 34(11):3253. doi:[10.1080/00207549608905087](https://doi.org/10.1080/00207549608905087)
- Hillier FS, Boling RW (1979) On the optimal allocation of work in symmetrically unbalanced production line systems with variable operation times. *Manag Sci* 25(8):721–728
- Kouvatsos DD, Xenios NP (1989) MEM for Arbitrary Queueing Networks with Multiple General Servers and Repetitive-service Blocking \*, *10*, 169–195
- Muckstadt JA, Roundy RO (1993) Handbooks in operations research and management science. logistics of production and inventory. In: Graves SC, Rinnooy Kan AHG, Zipkin PH (eds) *Logistics of production and inventory*, vol 4, North Holland. doi:[10.1016/S0927-0507\(05\)80182-3](https://doi.org/10.1016/S0927-0507(05)80182-3)
- Spearman ML, Woodruff DL, Hopp WJ (1990) CONWIP, a pull alternative to kanban. *Int J Prod Res*. doi:[10.1080/00207549008942761](https://doi.org/10.1080/00207549008942761)
- Yamazaki G, Sakasegawa H, George JS (1992) On optimal arrangement of stations in a tandem queueing system with blocking. *Manag Sci* 38(1):137–153. <http://www.jstor.org>

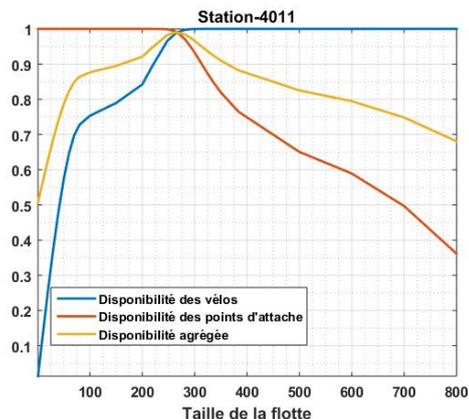
## **H Résultats des changements de la taille de flotte**

## H.1 Changement de la taille de flotte

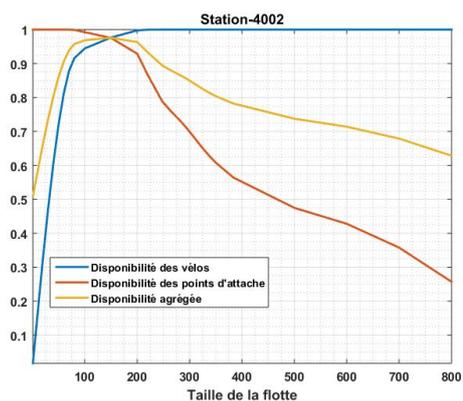
Nous présentons le reste des résultats du changement de la taille de flotte sur les disponibilités dans les stations (voir les figures H.1, H.2, H.3).



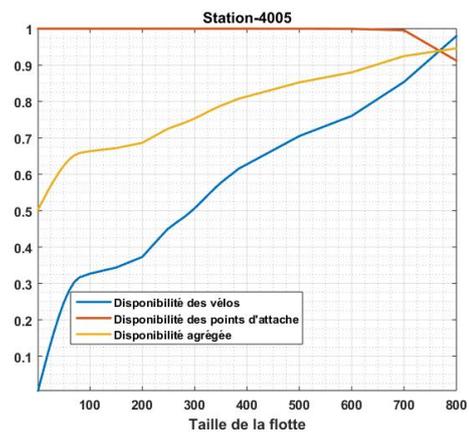
(a) Disponibilités dans la station 7023.



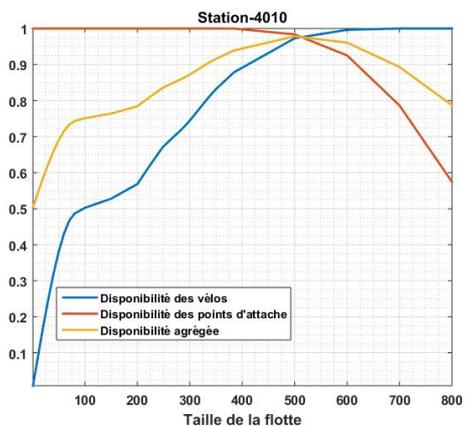
(b) Disponibilités dans la station 4011.



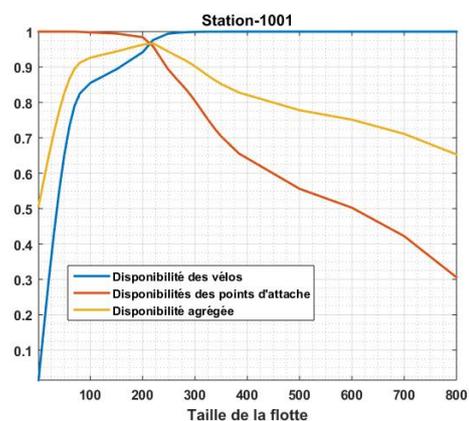
(c) Disponibilités dans la station 4002.



(d) Disponibilités dans la station 4005.

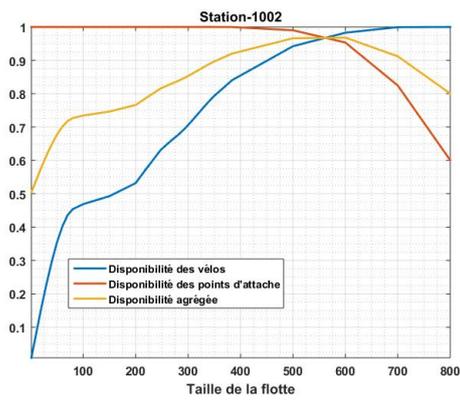


(e) Disponibilités dans la station 4010.

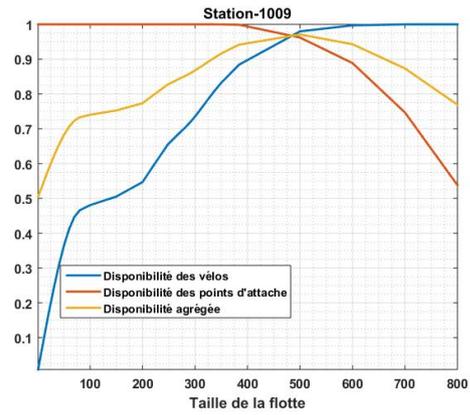


(f) Disponibilités dans la station 1001.

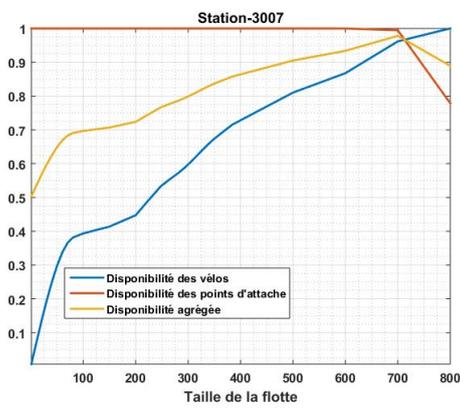
FIGURE H.1 – Dimensionnement de la taille de la flotte.



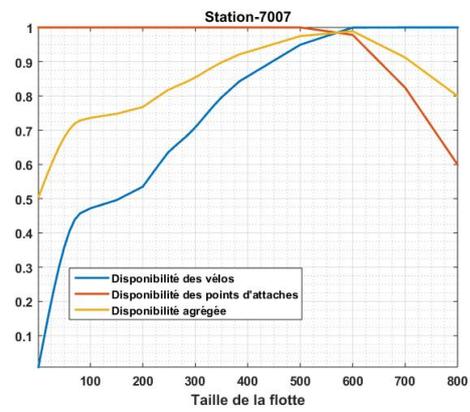
(a) Disponibilités dans la station 1002.



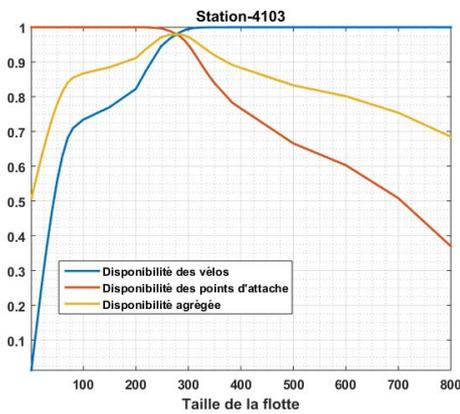
(b) Disponibilités dans la station 1009.



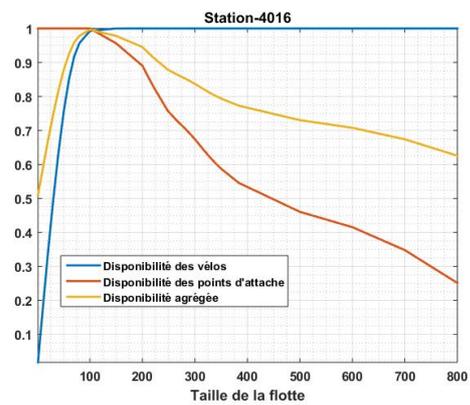
(c) Disponibilités dans la station 3007.



(d) Disponibilités dans la station 7007.

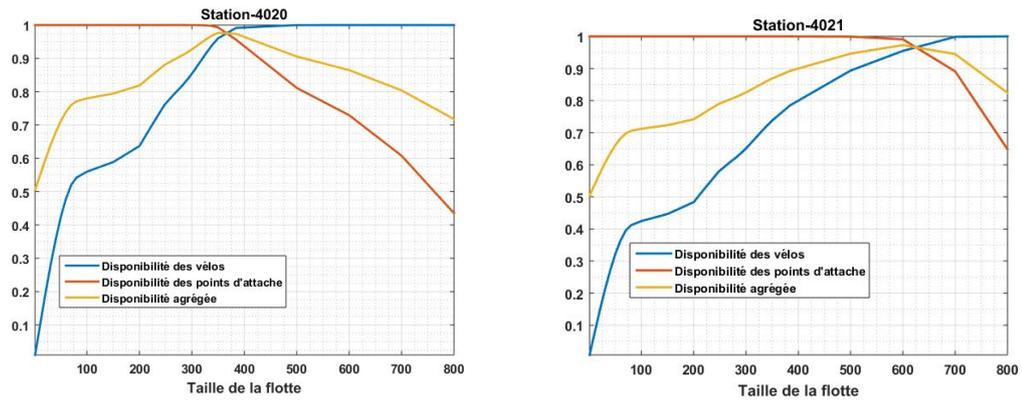


(e) Disponibilités dans la station 4103.



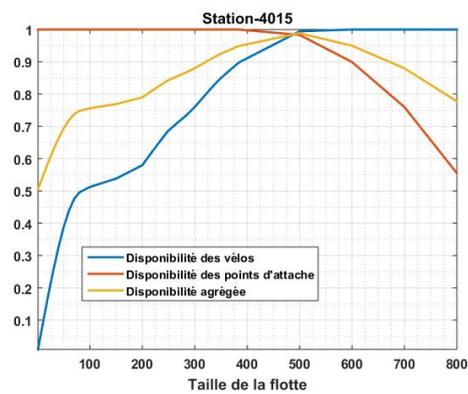
(f) Disponibilités dans la station 4016.

FIGURE H.2 – Dimensionnement de la taille de la flotte.

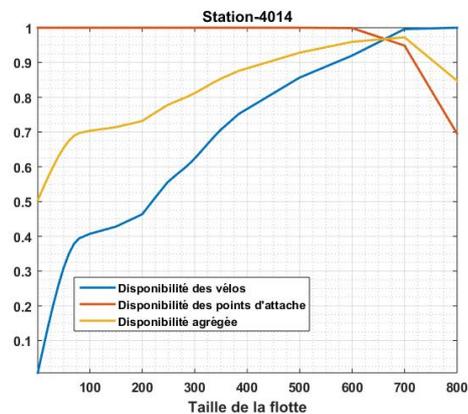


(a) Disponibilités dans la station 4020.

(b) Disponibilités dans la station 4021.



(c) Disponibilités dans la station 4015.



(d) Disponibilités dans la station 4014.

FIGURE H.3 – Dimensionnement de la taille de la flotte.

## H.2 Multi-changements pour pilotage et/ou re-conception

D'autres expériences sont faites pour visualiser les disponibilités suite à deux changements simultanés de pilotage et/ou de re-conception.

### H.2.1 Changement de routage à une station et de taux d'arrivée des usagers

Dans cette expérimentation, le taux d'arrivée des usagers et la probabilité de routage sont changés simultanément pour la station 4002 (voir H.4, H.5, H.6).

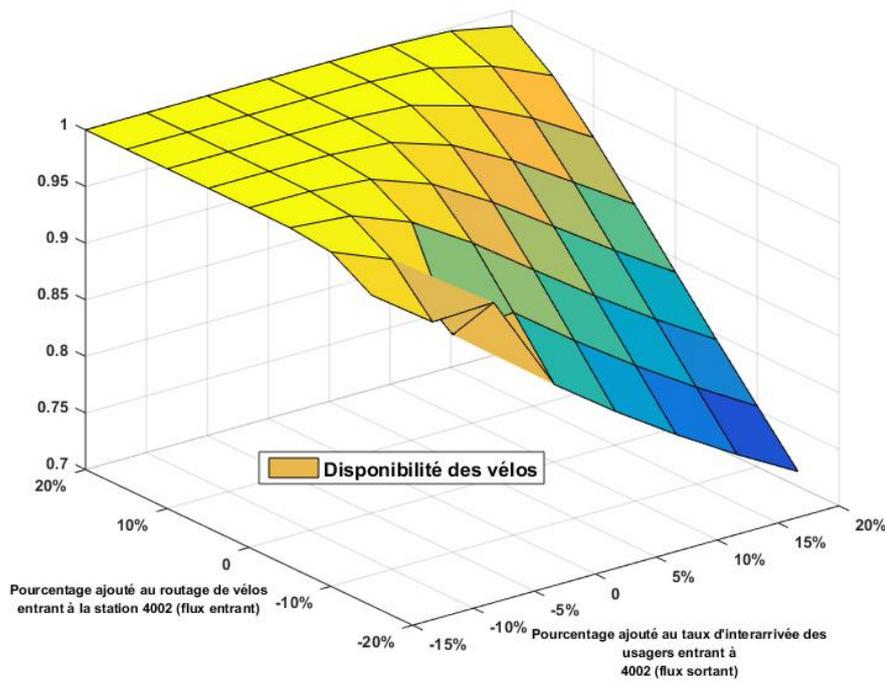


FIGURE H.4 – Disponibilité des vélos suite aux changements de routage et de taux d'arrivée des usagers à la station 4002.

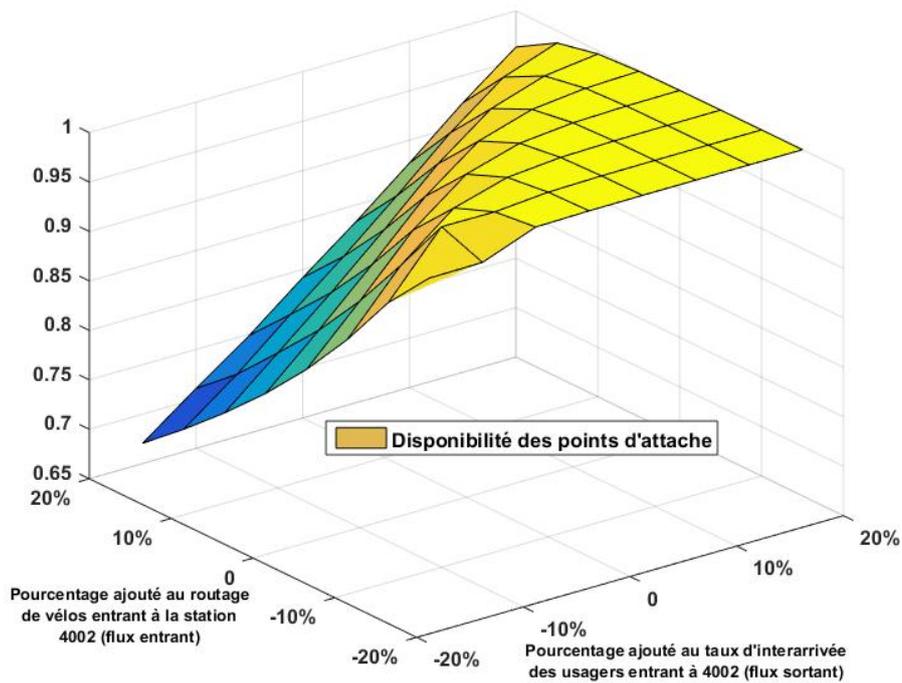


FIGURE H.5 – Disponibilité des points d'attache suite aux changements de routage et de taux d'arrivée des usagers à la station 4002.

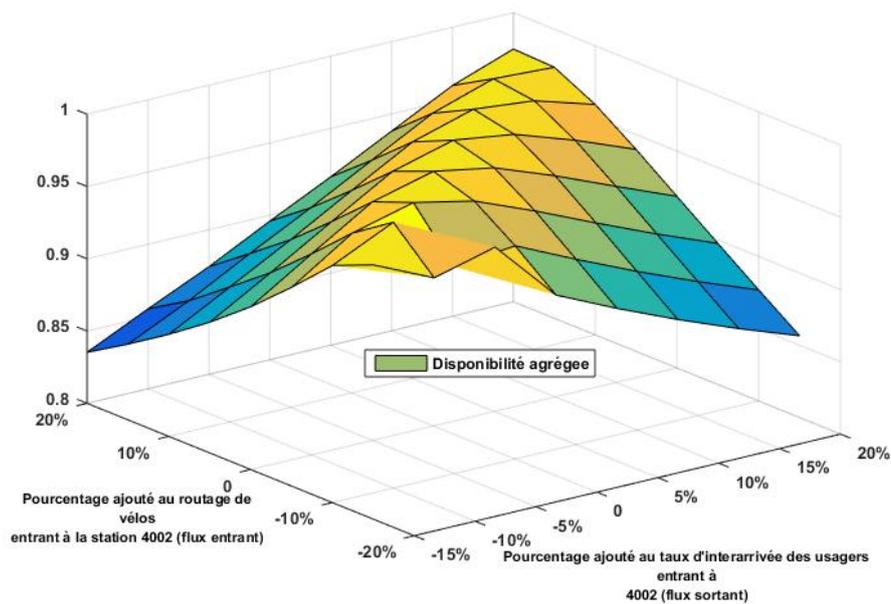


FIGURE H.6 – Disponibilité agrégée suite aux changements de routage et de taux d'arrivée à la station 4002.

### H.2.2 Changement de taille de flotte et re-dimensionnement de la capacité

Cette expérience consiste à réaliser des changements simultanés de la capacité de la station 4003 et de la taille de flotte (voir les figures H.7, H.8, H.9).

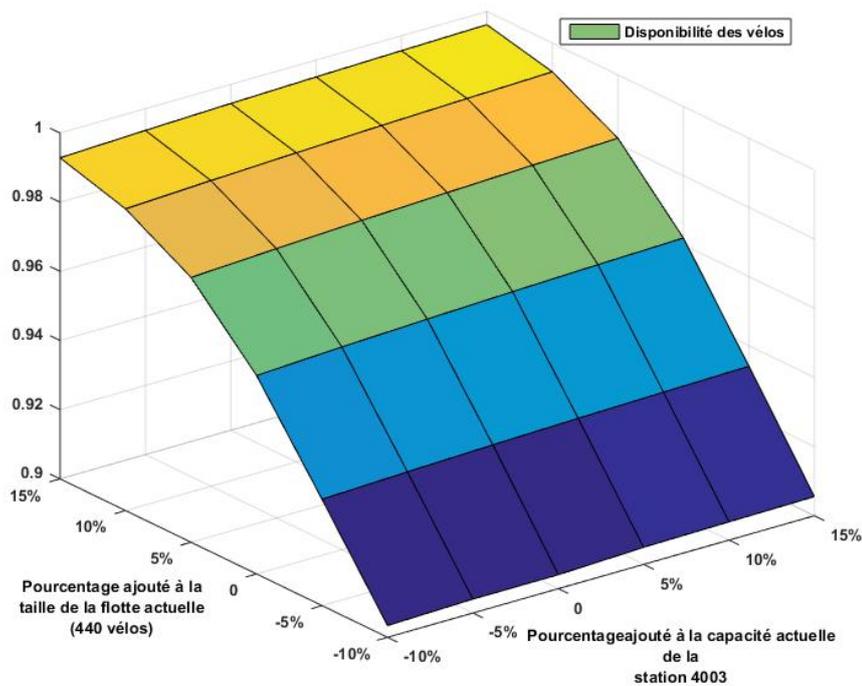


FIGURE H.7 – Disponibilité des vélos dans la station 4003 suite aux changements de la taille de la flotte et de la capacité de la station 4003.

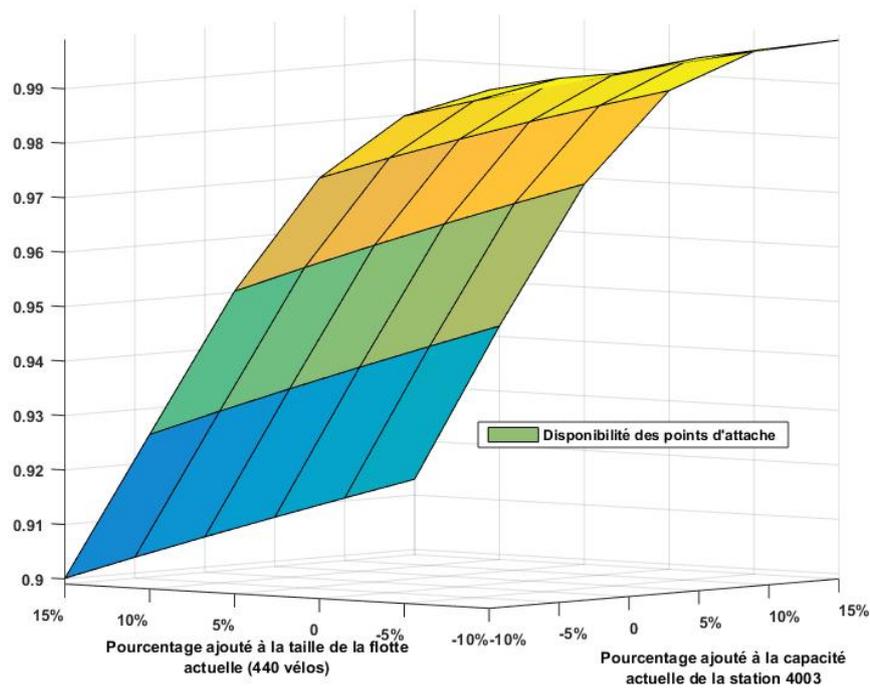


FIGURE H.8 – Disponibilité des points d'attache dans la station 4003 suite aux changements de la taille de la flotte et de la capacité de la station 4003.

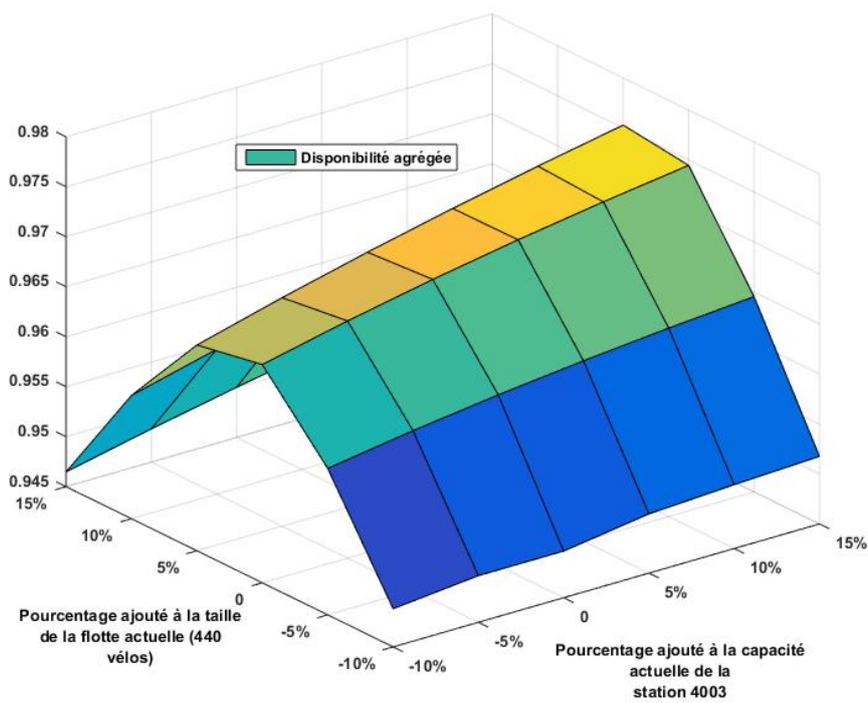


FIGURE H.9 – Disponibilité agrégée de la station 4003 suite aux changements de la taille de la flotte et de la capacité de la station 4003.

# Bibliographie

- A. TAHA, HAMDY (1997). *Operations research An Introduction*. Sous la dir. de New JERSEY. 8th, p. 367–367. DOI : 10.1007/BF01587099.
- AHMED, S. Ejaz (2017). *Big and Complex Data Analysis Methodologies and Applications*. Sous la dir. de S. Ejaz AHMED. Springer. ISBN : 978-3-319-41572-7. DOI : 10.1007/978-3-319-41573-4. URL : <http://link.springer.com/10.1007/978-3-319-41573-4>.
- AKYILDIZ, I.F. et H. von BRAND (1989). « Exact solutions for open, closed and mixed queueing networks with rejection blocking ». In : *Theoretical computer science* 64.2, p. 203–219.
- AKYILDIZ, Ian F. (1988a). « Mean value analysis for blocking queueing networks ». In : *IEEE Transactions on Software Engineering* 14.4, p. 418–428. ISSN : 0098-5589. DOI : 10.1109/32.4663. URL : <http://ieeexplore.ieee.org/lpdocs/epic03/wrapper.htm?arnumber=4663>.
- (1988b). « On the exact and approximate throughput analysis of closed queueing networks with blocking ». In : *IEEE Transactions on Software Engineering* 14.1, p. 62–70.
- AL-JAAR, R Y et A A DESROCHERS (1990). « Performance evaluation of automated manufacturing systems using generalized stochastic petri nets ». In : *IEEE Transactions on Robotics and Automation* 6.6, p. 621–639. ISSN : 1042-296X. DOI : 10.1109/70.63259.
- ALI ASKARI, Ehsan et Mahdi BASHIRI (2015). « Design of a public bicycle-sharing system with safety ». In : *Computational and Applied Mathematics* April. ISSN : 0101-8205. DOI : 10.1007/s40314-015-0278-4. URL : <http://link.springer.com/10.1007/s40314-015-0278-4>.
- ALMEIDA, António et Américo AZEVEDO (2013). « Advances in Sustainable and Competitive Manufacturing Systems ». In : p. 825–837. ISSN : 21954364. DOI : 10.1007/978-3-319-00557-7. URL : <http://link.springer.com/10.1007/978-3-319-00557-7>.
- ALVAREZ-VALDES, Ramon et al. (2016). « Optimizing the level of service quality of a bike-sharing system ». In : *Omega (United Kingdom)* 62, p. 163–175. ISSN : 03050483. DOI : 10.1016/j.omega.2015.09.007. URL : <http://dx.doi.org/10.1016/j.omega.2015.09.007>.
- ANGELOUDIS, Panagiotis, Jun HU et Michael G. H. BELL (2014). « A strategic repositioning algorithm for bicycle-sharing schemes ». In : *Transportmetrica A : Transport Science* 10.8, p. 759–774. ISSN : 2324-9935. DOI : 10.1080/23249935.2014.884184.
- APUR (2015). *Étude d'opportunité d'un Vélib' métropolitain*. Rapp. tech. Atelier Parisien d'urbanisme.
- ASKARI, Ehsan Ali, Mahdi BASHIRI et Reza TAVAKKOLI-MOGHADDAM (2016). « Vehicle sharing system with fleet sizing and multi- transportation modes under allowable shortages : a hybrid metaheuristic approach ». In : 1060. February. DOI : 10.1080/03081060.2016.1142225.

- BALLANTYNE, Kyle et al. (2014). « Toward a Systematic Approach to the Design and Evaluation of Automated Mobility-on-Demand Systems : A Case Study in Singapore The MIT Faculty has made this article openly available . Please share Citation Accessed Citable Link Detailed Terms Toward a Syst ». In : p. 0–16.
- BALSAMO, S et C CLÒ (1998). « A convolution algorithm for product-form queueing networks with blocking ». In : 79, p. 97–117. ISSN : 02545330.
- BALSAMO, Simonetta et Vittoria DE NITTO PERSONE (1994). « A survey of product-form queueing networks with blocking and their equivalences ». In : *Annals of Operations research* 48.1, p. 1–33.
- BALSAMO, Simonetta et A. RAINERO (2000). « Closed queueing networks with finite capacity queues : Approximate analysis ». In : *ESM*, p. 593–600.
- BANERJEE, Siddhartha, Daniel FREUND et Thodoris LYKOURIS (2016). « Multi-objective pricing for shared vehicle systems ». URL : <http://arxiv.org/abs/1608.06819>.
- BARTH, Matthew et M. TODD (1999). « Simulation model performance analysis of a multiple station shared vehicle system ». In : *Transportation Research Part C* 7.4, p. 237–259. ISSN : 0968090X. DOI : 10.1016/S0968-090X(99)00021-2.
- BASKETT, F. et al. (1975). « Open, closed, and mixed networks of queues with different classes of customers. » In : *Journal of the Association for Computing Machinery* 22, p. 248–260. DOI : 10.1145/321879.321887.
- BAYNAT, Bruno (2000). *Théorie des files d'attentes des chaînes de Markov aux réseaux à forme produit*. Paris : HERMES Science Europe. ISBN : 2-7462-0120-8.
- BECKER, Till, Mirja MEYER et Katja WINDT (2014). « A manufacturing systems network model for the evaluation of complex manufacturing systems ». In : *International Journal of Productivity and Performance Management* 63.3, p. 324–340. DOI : 10.1108/IJPPM-03-2013-0047.
- BIHANI, Prateek et S. PATIL (2014). « A Comparative Study of Data Analysis Techniques ». In : *International Journal of Emerging Trends & Technology in Computer Science (IJETTCS)* 3.2, p. 95–101. DOI : 10.13140/2.1.4255.0722.
- BIONDI, Elisabetta, Chiara BOLDRINI et Raffaele BRUNO (2016). « Optimal Deployment of Stations for a Car Sharing System with Stochastic Demands : a Queueing Theoretical Perspective ». In : *Intelligent Transportation Systems (ITSC), 2016 IEEE 19th*. IEEE, p. 1089–1095.
- BITITCI, Umit et al. (2011). « Performance Measurement : Challenges for Tomorrow ». In : *International Journal of Management Reviews* 14.3, p. 305–327. ISSN : 14608545. DOI : 10.1111/j.1468-2370.2011.00318.x. arXiv : 0812.0143v2.
- BITITCI, Umit S. (2015). *Managing Business Performance : The Science and the Art*, p. 287. ISBN : 9781119166542. DOI : 10.1002/9781119166542. arXiv : arXiv:1011.1669v3.
- BOLCH, Gunter et al. (2006). *Queueing Networks and Markov Chains*. second edi. New York : John Wiley & Sons, p. 878. ISBN : 978-0-471-56525-3.
- BORDAGARAY, Maria et al. (2016). « Capturing the conditions that introduce systematic variation in bike-sharing travel behavior using data mining techniques ». In : *Transportation Research Part C : Emerging Technologies* 71, p. 231–248. ISSN : 0968090X. DOI : 10.1016/j.trc.2016.07.009. URL : <http://dx.doi.org/10.1016/j.trc.2016.07.009>.
- BOSE, Sanjay K. (2013). *An introduction to queueing systems*. 1st editio. New York : Springer US, p. 287. ISBN : 9781461500018.
- BOYACI, Burak, Konstantinos G. ZOGRAFOS et Nikolas GEROLIMINIS (2015). « An optimization framework for the development of efficient one-way car-sharing systems ». In : *European Journal of Operational Research* 240.3, p. 718–733. ISSN : 03772217. DOI : 10.1016/j.ejor.2014.07.020. arXiv : 1509.0398.

- BRIEST, Patrick et Christoph RAUPACH (2011). « The car sharing problem ». In : *Proceedings of the 23rd ACM symposium on Parallelism in algorithms and architectures - SPAA '11*, p. 167. DOI : 10.1145/1989493.1989518. URL : <http://portal.acm.org/citation.cfm?doid=1989493.1989518>.
- BRINKMANN, Jan, Marlin W ULMER et Dirk C MATTFELD (2015). « Inventory Routing for Bike Sharing Systems ». In : p. 1–22. ISSN : 23521465. DOI : 10.1016/j.trpro.2015.09.086.
- BRONSON, Richard (1982). *Theory & Problems of Operations Research*. SCHAOF'S OUTLINE SERIES. McGRAW-HILL BOOK Company.
- BÜTTNER, J, H MLASOWSKY et T BIRKHOLZ (2011). « Optimising Bike Sharing in European Cities ». In : p. 90. URL : [https://ec.europa.eu/energy/intelligent/projects/sites/iee-projects/files/projects/documents/obis{\\\_}handbook{\\\_}en.pdf](https://ec.europa.eu/energy/intelligent/projects/sites/iee-projects/files/projects/documents/obis{\_}handbook{\_}en.pdf).
- CAGGIANI, Leonardo et Michele OTTOMANELLI (2012). « A Modular Soft Computing based Method for Vehicles Repositioning in Bike-sharing Systems ». In : *Procedia - Social and Behavioral Sciences* 54, p. 675–684. ISSN : 18770428. DOI : 10.1016/j.sbspro.2012.09.785. URL : <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1877042812042474>.
- (2013). « A Dynamic Simulation based Model for Optimal Fleet Repositioning in Bike-sharing Systems ». In : *Procedia - Social and Behavioral Sciences* 87, p. 203–210. ISSN : 18770428. DOI : 10.1016/j.sbspro.2013.10.604. URL : <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1877042813040494>.
- CASAZZA, Marco (2016). « Exactly solving the split pickup and split delivery vehicle routing problem on a bike-sharing system ». In : *Working Paper*. URL : <http://hal.upmc.fr/hal-01304433>.
- CASEAU, P. et G. PUJOLLE (1979). « Throughput capacity of a sequence of transfer lines with blocking due to finite waiting room. » In : *IEEE Transactions on Software Engineering* SE-5.6, p. 631–642.
- CAULFIELD, Brian et al. (2017). « Examining usage patterns of a bike-sharing scheme in a medium sized city ». In : *Transportation Research Part A : Policy and Practice* 100, p. 152–161. ISSN : 09658564. DOI : 10.1016/j.tra.2017.04.023. URL : <http://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0965856416304141>.
- CEDILLO-CAMPOS, M.a et C.b SÁNCHEZ-RAMÍREZ (2013). « Dynamic self-assessment of supply chains performance : An emerging market approach ». In : *Journal of Applied Research and Technology* 11.3, p. 338–347. URL : <http://www.scopus.com/inward/record.url?eid=2-s2.0-84881185719{\&}partnerID=40{\&}md5=91c20635b1101fc42066be780e814292>.
- CEPOLINA, Elvezia M. et Alessandro FARINA (2012). « A new shared vehicle system for urban areas ». In : *Transportation Research Part C : Emerging Technologies* 21.1, p. 230–243. ISSN : 0968090X. DOI : 10.1016/j.trc.2011.10.005. URL : <http://dx.doi.org/10.1016/j.trc.2011.10.005>.
- CHAI, Tianyou, S Joe QIN et Hong WANG (2014). « Annual Reviews in Control Optimal operational control for complex industrial processes q ». In : *Annual Reviews in Control* 38.1, p. 81–92. ISSN : 1367-5788. DOI : 10.1016/j.arcontrol.2014.03.005. URL : <http://dx.doi.org/10.1016/j.arcontrol.2014.03.005>.
- CHAIKIN, P.M. et T.C. LUBENSKY (1995). *Principles of condensed matter physics*.
- CHEMLA, Daniel (2013). « Algorithms for optimizing shared mobility systems Docteur de l'Université Paris-Est par ». Thèse de doct. Université Paris-Est.
- CHEMLA, Daniel et al. (2013a). « Bike sharing system : solving the static rebalancing problem To cite this version : HAL Id : hal-00726617 ». In :

- CHEMLA, Daniel et al. (2013b). « Self-service bike sharing systems : simulation , re-positioning , pricing To cite this version : » in :
- CHEVANCE, René J. (2002). *Méthodologie en matière de performance des systèmes*.
- CHOW, Joseph Y.J. et Hamid R. SAYARSHAD (2014). « Symbiotic network design strategies in the presence of coexisting transportation networks ». In : *Transportation Research Part B : Methodological* 62, p. 13–34. ISSN : 01912615. DOI : 10.1016/j.trb.2014.01.008. URL : <http://dx.doi.org/10.1016/j.trb.2014.01.008>.
- CHU, Yunfei et Fengqi YOU (2015). « Model-based integration of control and operations : Overview , challenges , advances , and opportunities ». In : *Computers and Chemical Engineering* 83, p. 2–20. ISSN : 0098-1354. DOI : 10.1016/j.compchemeng.2015.04.011. URL : <http://dx.doi.org/10.1016/j.compchemeng.2015.04.011>.
- CLEMENTE, M. et al. (2013a). « A discrete-event simulation approach for the management of a car sharing service ». In : *Proceedings - 2013 IEEE International Conference on Systems, Man, and Cybernetics, SMC 2013*, p. 403–408. DOI : 10.1109/SMC.2013.75.
- CLEMENTE, Monica et al. (2013b). « The Vehicle Relocation Problem in Car Sharing Systems : Modeling and Simulation in a Petri Net Framework ». In : *International Conference on Applications and Theory of Petri Nets and Concurrency*. Springer, Berlin, Heidelberg, p. 250–269.
- COCHRAN, David S et Daniel C DOBBS (2001). « Evaluating manufacturing system design and performance using the manufacturing system design decomposition approach. » In : *Journal of Manufacturing Systems* 20.6, p. 390–404.
- CONTARDO, Claudio, Louis-Martin ROUSSEAU et Catherine MORENCY (2012). « Balancing a dynamic public bike-sharing system ». In : *The first conference of EURO working group on Vehicle Routing and Logistics Optimization VeRoLog* 55.1, p. 57–58. ISSN : 00917435. URL : <http://www.verolog.eu/>.
- CORCORAN, Jonathan et al. (2014). « Spatio-temporal patterns of a Public Bicycle Sharing Program : The effect of weather and calendar events ». In : *Journal of Transport Geography* 41, p. 292–305. ISSN : 09666923. DOI : 10.1016/j.jtrangeo.2014.09.003. URL : <http://dx.doi.org/10.1016/j.jtrangeo.2014.09.003>.
- CRUZ, F. R B et T. VAN WOENSEL (2014). « Finite queueing modeling and optimization : A selected review ». In : *Journal of Applied Mathematics* 2014. ISSN : 16870042. DOI : 10.1155/2014/374962.
- CRUZ, Fábio et al. (2017). « A heuristic algorithm for a single vehicle static bike sharing rebalancing problem ». In : *Computers and Operations Research* 79.2009, p. 19–33. ISSN : 03050548. DOI : 10.1016/j.cor.2016.09.025. arXiv : 1605.00702.
- CUATRECASAS-ARBOS, Lluís, Jordi FORTUNY-SANTOS et Carla VINTRO-SANCHEZ (2011). « The Operations-Time Chart : A graphical tool to evaluate the performance of production systems - From batch-and-queue to lean manufacturing ». In : *Computers and Industrial Engineering* 61.3, p. 663–675. ISSN : 03608352. DOI : 10.1016/j.cie.2011.04.022. URL : <http://dx.doi.org/10.1016/j.cie.2011.04.022>.
- DAIGLE, John N (2005). *Queueing theory with applications to packet telecommunication*. Springer Science & Business Media. ISBN : 0387228594.
- DELL'AMICO, Mauro et al. (2014). « The bike sharing rebalancing problem : Mathematical formulations and benchmark instances ». In : *Omega (United Kingdom)* 45, p. 7–19. ISSN : 03050483. DOI : 10.1016/j.omega.2013.12.001. URL : <http://dx.doi.org/10.1016/j.omega.2013.12.001>.
- DELL'AMICO, Mauro et al. (2016). « A destroy and repair algorithm for the Bike sharing Rebalancing Problem ». In : *Computers and Operations Research* 71, p. 149–162.

- ISSN : 03050548. DOI : 10.1016/j.cor.2016.01.011. URL : <http://dx.doi.org/10.1016/j.cor.2016.01.011>.
- DEMAIO, Paul (2009). « Bike-sharing : History, Impacts, Models of Provision, and Future ». In : *Journal of Public Transportation* 12.4, p. 41–56. URL : <http://scholarcommons.usf.edu/jpt/vol12/iss4/3>.
- DEPARTMENT FOR CITY PLANNING NEW YORK (2009). « Bike-Share. Opportunities in New York City ». In : *New York*, p. 142. URL : [http://www.nyc.gov/html/dcp/pdf/transportation/bike{\\\_}share{\\\_}complete.pdf](http://www.nyc.gov/html/dcp/pdf/transportation/bike{\_}share{\_}complete.pdf).
- DI MASCOLO, M., Y FREIN et Y DALLERY (1993). « Queueing Network Modeling And Analysis Of Kanban Systems ». In : *Proceedings of the Third International Conference on Computer Integrated Manufacturing*, p. 202–211. DOI : 10.1109/CIM.1992.639073. URL : <http://ieeexplore.ieee.org/lpdocs/epic03/wrapper.htm?arnumber=639073>.
- DJAFARI, M.ALI et Guy DEMOMENT (1988). « Utilisation de l'entropie dans les problèmes de restauration et de reconstruction d'images ». In : *Traitement du Signal* 5.4, p. 235–248. URL : <http://documents.irevues.inist.fr/handle/2042/1668>.
- EBER, Kevin (2015). « Continuum clean energy innovation at Nrel Nrel analysis : reimagining what's possible for clean energy ». In : *Continuum*, p. 36.
- EL-ASSI, Wafic, Mohamed SALAH MAHMOUD et Khandker NURUL HABIB (2015). « Effects of built environment and weather on bike sharing demand : a station level analysis of commercial bike sharing in Toronto ». In : *Transportation*, p. 1–25. ISSN : 15729435. DOI : 10.1007/s11116-015-9669-z. arXiv : arXiv:1011.1669v3.
- ETIENNE, Côme et Oukhellou LATIFA (2014). « Model-Based Count Series Clustering for Bike Sharing System Usage Mining : A Case Study with the Vélib' System of Paris ». In : *ACM Transactions on Intelligent Systems and Technology* 5.3, p. 1–21. ISSN : 21576904. DOI : 10.1145/2560188. arXiv : 1005.3014. URL : <http://dl.acm.org/citation.cfm?doid=2648782.2560188>.
- EVANS, James R. (2004). « An exploratory study of performance measurement systems and relationships with performance results ». In : *Journal of Operations Management* 22.3, p. 219–232. ISSN : 02726963. DOI : 10.1016/j.jom.2004.01.002.
- FAGHIH-IMANI, Ahmadreza (2015). « Analyzing Bicycle Sharing System User Destination Choice Preferences : An Investigation of Chicago's Divvy System ». In : *94th Annual Meeting of the Transportation Research Board*. Washington DC.
- FAGHIH-IMANI, Ahmadreza et Naveen ELURU (2016). « Incorporating the impact of spatio-temporal interactions on bicycle sharing system demand : A case study of New York CitiBike system ». In : *Journal of Transport Geography* 54, p. 218–227.
- FAGHIH-IMANI, Ahmadreza et al. (2017). « An empirical analysis of bike sharing usage and rebalancing : Evidence from Barcelona and Seville ». In : *Transportation Research Part A : Policy and Practice* 97, p. 177–191. ISSN : 09658564. DOI : 10.1016/j.tra.2016.12.007. URL : <http://dx.doi.org/10.1016/j.tra.2016.12.007>.
- FANTI, M P et al. (2014). « Fleet sizing for electric car sharing system via closed queueing networks ». In : *Systems, Man and Cybernetics (SMC), 2014 IEEE International Conference on*, p. 1324–1329. ISSN : 1062922X. DOI : 10.1109/SMC.2014.6974098.
- FANTI, Maria et al. (2016). « A Petri Net model for fleet sizing of Electric Car Sharing Systems ». In : *2016 13th International Workshop on Discrete Event Systems (WODES)*, p. 51–56. ISBN : 978-1-5090-4190-9. DOI : 10.1109/WODES.2016.7497825.
- FAULIN, Javier et al. (2010). *Simulation Methods for Reliability and Availability of Complex Systems*, p. 333. ISBN : 9781848822122.

- FEBBRARO, Angela, Nicola SACCO et Mahnam SAEEDNIA (2012). « One-Way Car-sharing Solving the Relocation Problem ». In : *Transportation Research Record : Journal of the Transportation Research Board* 2319.-1, p. 113–120. ISSN : 0361-1981. DOI : 10.3141/2319-13.
- FENG, P Y et W Q LI (2016). « Willingness to Use a Public Bicycle System : An Example in Nanjing City ». In : *Journal of Public Transportation* 19.1, p. 84–96. ISSN : 1077-291X. DOI : 10.5038/2375-0901.19.1.6.
- FENG, Yunlong, Roberta Costa AFFONSO et Marc ZOLGHADRI (2017). « Analysis of bike sharing system by clustering : the Vélib' case ». URL : <https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-01494490>.
- FERNÁNDEZ-HEREDIA, Álvaro, Sergio JARA-DÍAZ et Andrés MONZÓN (2016). « Modelling bicycle use intention : the role of perceptions ». In : *Transportation* 43.1, p. 1–23. ISSN : 15729435. DOI : 10.1007/s11116-014-9559-9.
- FISHMAN, Elliot, Simon WASHINGTON et Narelle HAWORTH (2013). « Bike Share : A Synthesis of the Literature ». In : *Transport Reviews* 33.2, p. 148–165. ISSN : 01441647. DOI : 10.1080/01441647.2013.775612.
- FISHMAN, George S (2001). *Discrete-Event Simulation Modeling, Programming, and Analysis*. Sous la dir. de Peter GLYNN et Stephen M.ROBINSON. 1st editio. New York : Springer science+Business Media, LLC. ISBN : 9781441928924.
- FOLAN, Paul et Jim BROWNE (2005). « A review of performance measurement : Towards performance management ». In : *Computers in Industry* 56.7, p. 663–680. ISSN : 01663615. DOI : 10.1016/j.compind.2005.03.001.
- FORRESTER, Jay W (1961). *Principle of Systems*, p. 197. ISBN : 1883823412.
- FRADE, Ines et Anabela RIBEIRO (2015). « Bike-sharing stations : A maximal covering location approach ». In : *Transportation Research Part A : Policy and Practice* 82. December 2014, p. 216–227. ISSN : 09658564. DOI : 10.1016/j.tra.2015.09.014. URL : <http://dx.doi.org/10.1016/j.tra.2015.09.014>.
- FRANCO-SANTOS, Monica, Lorenzo LUCIANETTI et Mike BOURNE (2012). « Contemporary performance measurement systems : A review of their consequences and a framework for research ». In : *Management Accounting Research* 23.2, p. 79–119. ISSN : 10445005. DOI : 10.1016/j.mar.2012.04.001. URL : <http://dx.doi.org/10.1016/j.mar.2012.04.001>.
- FRICKER, Christine et Cédric BOURDAIS (2015). « A Stochastic Model for Car-Sharing Systems ». In : APRIL 2015. arXiv : 1504.03844. URL : <http://arxiv.org/abs/1504.03844>.
- FRICKER, Christine et Nicolas GAST (2014). « Incentives and redistribution in homogeneous bike-sharing systems with stations of finite capacity ». In : *EURO Journal on Transportation and Logistics* 5.3, p. 261–291. ISSN : 21924384. DOI : 10.1007/s13676-014-0053-5. arXiv : 1201.1178.
- FRICKER, Christine, Nicolas GAST et Hanene MOHAMED (2012). « Mean field analysis for inhomogeneous bike sharing systems ». In : *DMTCS Proceedings*, p. 365–376. URL : [oai:HAL:hal-01086055v1](http://oai:HAL:hal-01086055v1).
- FRICKER, Christine et Nicolas SERVEL (2016). « Two-choice regulation in heterogeneous closed networks ». In : *Queueing Systems* 82.1-2, p. 173–197. ISSN : 15729443. DOI : 10.1007/s11134-015-9465-7. arXiv : 1405.5997.
- FRICKER, Christine et Danielle TIBI (2015). « Equivalence of ensembles for large vehicle-sharing models ». In : JULY 2015, p. 28. arXiv : 1507.07792. URL : <http://arxiv.org/abs/1507.07792>.
- FRIEDRICH, Markus et Klaus NOEKEL (2015). « Modeling intermodal Networks with Public Transport and Vehicle Sharing Systems Modeling intermodal Networks with Public Transport and Vehicle Sharing Systems ». In : *94th Annual Meeting*

- of the Transportation Research Board January 2015, p. 1–17. ISSN : 2192-4376. DOI : 10.1007/s13676-015-0091-7.
- GARCIA-GUTIERREZ, Javier, Javier ROMERO-TORRES et Juan GAYTAN-INIESTRA (2014). « Dimensioning of a Bike Sharing System (BSS) : A Study Case in Nezahualcoyotl, Mexico ». In : *Procedia - Social and Behavioral Sciences*. T. 162. Panam. Elsevier B.V., p. 253–262. ISBN : 1877-0428. DOI : 10.1016/j.sbspro.2014.12.206.
- GARCÍA-PALOMARES, Juan Carlos, Javier GUTIÉRREZ et Marta LATORRE (2012). « Optimizing the location of stations in bike-sharing programs : A GIS approach ». In : *Applied Geography* 35.1-2, p. 235–246. ISSN : 01436228. DOI : 10.1016/j.apgeog.2012.07.002. arXiv : arXiv:1201.1178v1. URL : <http://dx.doi.org/10.1016/j.apgeog.2012.07.002>.
- GASPERO, Luca Di, Andrea RENDL et Tommaso URLI (2016). « Balancing bike sharing systems with constraint programming ». In : *Constraints* 21.2, p. 318–348. ISSN : 15729354. DOI : 10.1007/s10601-015-9182-1.
- GAST, Nicolas et al. (2015). « Probabilistic Forecasts of Bike-Sharing Systems for Journey Planning ». In : *CIKM 2015 : Proceedings of the 24th ACM International on Conference on Information and Knowledge Management*, p. 703–712. ISBN : 9781450337946. DOI : 10.1145/2806416.2806569.
- GAVALAS, Damianos, Charalampos KONSTANTOPOULOS et Grammati PANTZIOU (2015). « Design and Management of Vehicle Sharing Systems : A Survey of Algorithmic Approaches ». In : p. 1–38. arXiv : 1510.01158. URL : <http://arxiv.org/abs/1510.01158>.
- GEORGE, David K. et Cathy H. XIA (2011). « Fleet-sizing and service availability for a vehicle rental system via closed queueing networks ». In : *European Journal of Operational Research* 211.1, p. 198–207. ISSN : 03772217. DOI : 10.1016/j.ejor.2010.12.015.
- GEORGE, Dk (2012). « Stochastic Modeling and Decentralized Control Policies for Large-Scale Vehicle Sharing Systems via Closed Queueing Networks ». Thèse de doct. The Ohio State University.
- GHALAYINI, Alaa M. et James S. NOBLE (1996). « The changing basis of performance measurement ». In : *International Journal of Operations & Production Management* 16.8, p. 63–80. ISSN : 0144-3577. DOI : 10.1108/01443579610125787. URL : <http://www.emeraldinsight.com/doi/10.1108/01443579610125787>.
- GHOSH, Supriyo, Yossiri ADULYASAK et Patrick JAILLET (2017). « Dynamic Repositioning to Reduce Lost Demand in Bike Sharing Systems ». In : *Journal of artificial Intelligence Research* 58, p. 387–430.
- GHOSH, Supriyo et al. (2015). « Dynamic Redeployment to Counter Congestion or Starvation in Vehicle Sharing Systems ». In : *8th International Symposium on Combinatorial Search*, p. 230–231. ISBN : 9781577357155.
- GONZALES, Edgar Antonio (1997). « Optimal resource allocation in closed finite queueing networks with blocking after service ». Thèse de doct. URL : <http://scholarworks.umass.edu/dissertations/AAI9809339>.
- GUCKENHEIMER, John et Julio M OTTINO (2008). « Foundations for Complex Systems Research in the Physical Sciences and Engineering ». In : September.
- GUNASEKARAN, A, C PATEL et E TIRTIROGLU (2001). « Performance measures and metrics in a supply chain environment Performance measures and metrics in a supply chain environment ». In : *International Journal of Operations & Production Management* 21.12, p. 71–87. URL : <http://dx.doi.org/10.1108/01443570110358468>{\% }5Cnhttp://dx.doi.org/10.1108/09574090110806190{\% }5Cnhttp://
- H. TER BEEK, Maurice et al. (2015). « Towards Automatic Decision Support for Bike-Sharing System Design ». In : *International Conference on Software Engineering and*

- Formal Methods*. Sous la dir. de Domenico BIANCULLI, Radu CALINESCU et Bernhard RUMPE. T. 9509. 600708. Berlin Heidelberg : Springer, p. 266–280. ISBN : 9783662492239. DOI : 10.1007/978-3-662-49224-6.
- HARCHOL-BALTER, M. (2013). *Performance Modeling and Design of Computer Systems : Queueing Theory in Action*. ISBN : 9781107027503. DOI : 10.1017/CB09781139226424.033.
- HEMMASI, M., K. C. STRONG et S. A. TAYLOR (1994). *Measuring Service Quality for Strategic Planning and Analysis in Service Firms*.
- HENDRICKSON, Ba et Mh WRIGHT (2006). « Mathematical Research Challenges in Optimization of Complex Systems ». In : *Report on a Department of ...* URL : [http://science.energy.gov/ascr/news-and-resources/program-documents/{~/media/ascr/pdf/research/am/docs/Complex{\\\_}systems{\\\_}workshop{\\\_}report.pdf](http://science.energy.gov/ascr/news-and-resources/program-documents/{~/media/ascr/pdf/research/am/docs/Complex{\_}systems{\_}workshop{\_}report.pdf).
- HO, Sin C. et W. Y. SZETO (2014). « Solving a static repositioning problem in bike-sharing systems using iterated tabu search ». In : *Transportation Research Part E : Logistics and Transportation Review* 69, p. 180–198. ISSN : 13665545. DOI : 10.1016/j.tre.2014.05.017. URL : <http://dx.doi.org/10.1016/j.tre.2014.05.017>.
- HOLMGREN, Johan, Sebastian ASPEGREN et Jonas DAHLSTRÖMA (2017). « Prediction of bicycle counter data using regression ». In : *Procedia Computer Science* 113, p. 502–507. ISSN : 18770509. DOI : 10.1016/j.procs.2017.08.312.
- HON, K.K.B. (2005). « Performance and Evaluation of Manufacturing Systems ». In : *CIRP Annals - Manufacturing Technology* 54.2, p. 139–154. ISSN : 00078506. DOI : 10.1016/S0007-8506(07)60023-7. URL : <http://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0007850607600237>.
- HORDIJK, A. et N. van DIJK (1981). *Networks of queues with blocking*. Kylstra, K. North Holland, p. 51–65.
- HUANG, Samuel H. et al. (2003). « Manufacturing productivity improvement using effectiveness metrics and simulation analysis ». In : *International Journal of Production Research* 41.3, p. 513–527. ISSN : 00207543. DOI : 10.1080/0020754021000042391.
- IFSTTAR. « Trajectoire ». In : *ifsttar*. URL : <http://www.ifsttar.fr/>.
- IGLESIAS, Ramon et al. (2016). « A BCMP Network Approach to Modeling and Controlling Autonomous Mobility-on-Demand Systems ». In : arXiv : 1607.04357. URL : <http://arxiv.org/abs/1607.04357>.
- INRIA-PROJET IS2 (1996). *Le principe de maximum d'entropie en modélisation statistique*. URL : <https://raweb.inria.fr/rapportsactivite/RA96/is2/node4.html>.
- INSTITUTE FOR TRANSPORTATION & DEVELOPMENT POLICY (2013). *The Bike-Sharing Planning Guide*. URL : [www.itpd.org](http://www.itpd.org).
- IŞORAITE, Margarita (2005). « Analysis of transport performance indicators ». In : *Transport* 20.3, p. 111–116. ISSN : 16484142. DOI : 10.1080/16484142.2005.9638006. URL : <http://www.scopus.com/inward/record.url?eid=2-s2.0-26444432240{\&}partnerID=40{\&}md5=13c52507a9e742cc77967098b8b38ba4>.
- ISSOR, Zineb (2017). « « La Performance de l'entreprise : Un concept complexe aux multiples dimensions » ». In : *Projectique/projectics/proyética* 2.17, p. 93–103. DOI : 10.3917/proj.017.0093.
- IVANOV, Dmitry (2016). « Operations and Supply Chain Simulation with AnyLogic 7.2 ». In : p. 97.
- JAIN, Raj (1990). *The art of computer systems performance analysis : techniques for experimental design, measurement, simulation, and modeling*. T. 491. John Wiley & Sons, p. I-XXVII, 1–685. ISBN : 978-0-471-50336-1. DOI : 10.1007/978-3-642-01247-1\_5. arXiv : 05218657199780521865715.

- JAYNES, E T (1957). *Information Theory and Statistical Mechanics*. DOI : 10 . 1103 / PhysRev . 106 . 620.
- Jl, Shuguang et al. (2014). « Electric bike sharing : Simulation of user demand and system availability ». In : *Journal of Cleaner Production* 85, p. 250–257. ISSN : 09596526. DOI : 10 . 1016 / j . jclepro . 2013 . 09 . 024. URL : <http://dx.doi.org/10.1016/j.jclepro.2013.09.024>.
- JIMÉNEZ, Pilar et al. (2016). « Perceptually important points of mobility patterns to characterise bike sharing systems : The Dublin case ». In : *Journal of Transport Geography* 54, p. 228–239. ISSN : 09666923. DOI : 10 . 1016 / j . jtrangeo . 2016 . 06 . 010.
- JING, Chen et Zuoyuan ZHAO (2015). « Research on Antecedents and Consequences of Factors Affecting the Bike Sharing System ». In : *International Conference on Logistics Engineering, Management and Computer Science Lemcs*, p. 444–449.
- JORGE, Diana et Gon?alo CORREIA (2013). « Carsharing systems demand estimation and defined operations : A literature review ». In : *European Journal of Transport and Infrastructure Research* 13.3, p. 201–220. ISSN : 15677141.
- KABRA, Ashish, Elena BELAVINA et Karan GIROTRA (2015). « Bike-Share Systems : Accessibility and Availability. » In : *INSEAD Working Papers Collection* 8, p. 1–35. ISSN : 3319300946. DOI : 10 . 1007 / 978 - 3 - 319 - 30094 - 8. URL : <http://search.ebscohost.com/login.aspx?direct=true{\&}db=bth{\&}AN=101536004{\&}lang=es{\&}site=ehost-live>.
- KADRI, Ahmed Abdelmoumene, Imed KACEM et Karim LABADI (2016). « A branch-and-bound algorithm for solving the static rebalancing problem in bicycle-sharing systems ». In : *Computers and Industrial Engineering* 95, p. 41–52. ISSN : 03608352. DOI : 10 . 1016 / j . cie . 2016 . 02 . 002.
- KALTENBRUNNER, Andreas et al. (2010). « Urban cycles and mobility patterns : Exploring and predicting trends in a bicycle-based public transport system ». In : *Pervasive and Mobile Computing* 6.4, p. 455–466. ISSN : 15741192. DOI : 10 . 1016 / j . pmcj . 2010 . 07 . 002. arXiv : z0037. URL : <http://dx.doi.org/10.1016/j.pmcj.2010.07.002>.
- KAPLAN, Robert S. et P. NORTON, DAVID (1995). *Putting the balanced scorecard to work.* Performance measurement, management, and appraisal sourcebook, p. 68.
- KASPI, Mor, Tal RAVIV et Michal TZUR (2014). « Parking reservation policies in one-way vehicle sharing systems ». In : *Transportation Research Part B : Methodological* 62, p. 35–50. ISSN : 01912615. DOI : 10 . 1016 / j . trb . 2014 . 01 . 006.
- KELLY, Frank P. (2011). *Reversibility and stochastic networks*. ISBN : 1107401151. DOI : 10 . 1080 / 02664763 . 2012 . 682448. URL : <http://www.tandfonline.com/doi/abs/10.1080/02664763.2012.682448>.
- KOÇAOĞLU, Batuhan, Bahadır GÜLSÜN et Mehmet TANYAŞ (2013). « A SCOR based approach for measuring a benchmarkable supply chain performance ». In : *Journal of Intelligent Manufacturing* 24.1, p. 113–132. ISSN : 0956-5515. DOI : 10 . 1007 / s10845 - 011 - 0547 - z. URL : <http://link.springer.com/10.1007/s10845-011-0547-z>.
- KOREN, Yoram, S.Jack HU et Thomas W WEBER (1998). « Impact of manufacturing system configuration on performance ». In : *Annals of the CIRP* 47.1, p. 369–372.
- KOUVATSOS, Demetres (2003). « A Universal Maximum Entropy Solution for Complex Queueing Systems and Networks. » In : *Entropy Measures, Maximum Entropy Principle and Emerging Applications*. Berlin, Heidelberg : Springer, p. 137–162.
- KOUVATSOS, Demetres D. (1994). « Entropy maximisation and queueing network models ». In : *Annals of Operations Research* 48.1, p. 63–126. ISSN : 02545330. DOI : 10 . 1007 / BF02023095.

- KOUVATSOS, Demetres D. et Spiros G. DENAZIS (1993). « Entropy maximised queueing networks with blocking and multiple job classes ». In : *Performance Evaluation* 17.3, p. 189–205. ISSN : 01665316. DOI : 10.1016/0166-5316(93)90041-R.
- KOUVATSOS, Demetres D et Nikos P XENIOS (1989). « MEM for Arbitrary Queueing Networks with Multiple General Servers and Repetitive-service Blocking \* ». In : 10, p. 169–195.
- LABADI, K et al. (2015). « Stochastic Petri Net Modeling, Simulation and Analysis of Public Bicycle Sharing Systems ». In : *IEEE Transactions on Automation Science and Engineering* 12.4, p. 1380–1395. DOI : 10.1109/TASE.2014.2336874.
- LAGERSHAUSEN, Svenja, Michael MANITZ et Horst TEMPELMEIER (2013). « Performance analysis of closed-loop assembly lines with general processing times and finite buffer spaces ». In : *IIE Transactions (Institute of Industrial Engineers)* 45.5, p. 505–515. ISSN : 0740817X. DOI : 10.1080/0740817X.2012.705450.
- LAPORTE, Gilbert, Frédéric MEUNIER et Roberto WOLFLER CALVO (2015). « Shared mobility systems ». In : *4or* 13.4, p. 341–360. ISSN : 16142411. DOI : 10.1007/s10288-015-0301-z.
- LAURENT, JEANPIERRE (2018). *Les modèles de Markov*.
- LEES-MILLER, John D. (2016). « Minimising average passenger waiting time in personal rapid transit systems ». In : *Annals of Operations Research* 236.2, p. 405–424. ISSN : 15729338. DOI : 10.1007/s10479-013-1492-3.
- LI, Jingshan (2005). « Overlapping decomposition : A system-theoretic method for modeling and analysis of complex manufacturing systems ». In : *IEEE Transactions on Automation Science and Engineering* 2.1, p. 40–53. ISSN : 15455955. DOI : 10.1109/TASE.2004.835576.
- LI, Quan-Lin, Rui-Na FAN et Jing-Yu MA (2016). « A Unified Framework for Analyzing Closed Queueing Networks in Bike Sharing Systems ». In : *International Conference on Information Technologies and Mathematical Modelling*. Sous la dir. de Springer International PUBLISHING, p. 177–191. URL : <http://www.scopus.com/inward/record.url?eid=2-s2.0-84952673557-&partnerID=tZ0tx3y1>.
- LI, Yexin et al. (2015). « Traffic prediction in a bike-sharing system ». In : *Proceedings of the 23rd SIGSPATIAL International Conference on Advances in Geographic Information Systems - GIS '15*, p. 1–10. ISBN : 9781450339674. DOI : 10.1145/2820783.2820837. URL : <http://dl.acm.org/citation.cfm?doid=2820783.2820837>.
- LIBEROPOULOS, George et al., éd. (2006). *Stochastic modeling of manufacturing systems : advances in design, performance evaluation, and control issues*. 1<sup>re</sup> éd. Springer-Verlag Berlin Heidelberg. ISBN : 3540265791 (hd.bd.) DOI : 10.1007/3-540-29057-5. URL : <http://dx.doi.org/10.1007/3-540-29057-5>.
- LIN, James T et Chia-Chu LEE (1994). « Modular Modelling for Performance Evaluation of Robot-Centered Manufacturing Cells Using Timed Petri-Nets ». In : *International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, p. 271–280.
- LIN, Jenn Rong et T. H. YANG TA-HUI (2011). « Strategic design of public bicycle sharing systems with service level constraints ». In : *Transportation Research Part E : Logistics and Transportation Review* 47.2, p. 284–294. ISSN : 13665545. DOI : 10.1016/j.tre.2010.09.004. URL : <http://dx.doi.org/10.1016/j.tre.2010.09.004>.
- LITMAN, Todd (2007). « Developing Indicators for Comprehensive and Sustainable Transport Planning ». In : *Transportation Research Record 2017* 2005, p. 10–15. ISSN : 0361-1981. DOI : 10.3141/2017-02.

- LOHMAN, Clemens, Leonard FORTUIN et Marc WOUTERS (2004). « Designing a performance measurement system : A case study ». In : *European Journal of Operational Research* 156.2, p. 267–286. ISSN : 03772217. DOI : 10.1016/S0377-2217(02)00918-9.
- LU, Chung Cheng (2016). « Robust Multi-period Fleet Allocation Models for Bike-Sharing Systems ». In : *Networks and Spatial Economics* 16.1, p. 61–82. ISSN : 15729427. DOI : 10.1007/s11067-013-9203-9.
- MALINA, Mary A. et Frank H. SELTO (2004). « Choice and change of measures in performance measurement models ». In : *Management Accounting Research* 15.4, p. 441–469. ISSN : 10445005. DOI : 10.1016/j.mar.2004.08.002.
- Markov Chains properties : irreducibility and aperiodicity* (2017). URL : [http://www.math.chalmers.se/Stat/Grundutb/Chalmers/TMS081/oldpage/Lecture{\\\_}notes/lecture3.pdf](http://www.math.chalmers.se/Stat/Grundutb/Chalmers/TMS081/oldpage/Lecture{\_}notes/lecture3.pdf).
- MARTINEZ, Luis M et al. (2012). « An optimisation algorithm to establish the location of stations of a mixed fleet biking system : an application to the city of Lisbon ». In : 54.1965, p. 513–524. ISSN : 1877-0428. DOI : 10.1016/j.sbspro.2012.09.769. URL : <http://dx.doi.org/10.1016/j.sbspro.2012.09.769>.
- MASMOUDI, Mahmoud et al. (2014). « Modelling and simulation of the doctors' availability in emergency department with SIMIO software. Case of study : Bichat-Claude bernard hospital ». In : *Lecture Notes in Mechanical Engineering* 18, p. 119–129. ISSN : 21954364. DOI : 10.1007/978-3-319-07170-1\_12.
- MÉDARD DE CHARDON, Cyrille, Geoffrey CARUSO et Isabelle THOMAS (2017). « Bicycle sharing system 'success' determinants ». In : *Transportation Research Part A : Policy and Practice* 100, p. 202–214. ISSN : 09658564. DOI : 10.1016/j.tra.2017.04.020. URL : <http://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0965856416307674>.
- MEERSCHAERT, Mark M. (2013). *Mathematical Modeling*. Fourth Edi. Elsevier. ISBN : 9780123869128.
- MEUNIER, Frédéric (2014). *Véhicules partagés : des défis pour la RO*. Paris. URL : <http://cermics.enpc.fr/{~}meunief/VehiculesPartages.pdf>.
- MIDGLEY, Peter (2011). « Bicycle-Sharing Schemes : Enhancing Sustainable Mobility in Urban Areas ». In : *Commission on Sustainable Development Nine teent.8*, p. 24. URL : [http://www.un.org/esa/dsd/resources/res{\\\_}pdfs/csd-19/Background-Paper8-P.Midgley-Bicycle.pdf](http://www.un.org/esa/dsd/resources/res{\_}pdfs/csd-19/Background-Paper8-P.Midgley-Bicycle.pdf).
- MITCHELL, William John, Chris BORRONI-BIRD et Lawrence D BURNS (2010). « Reinventing the Automobile : Personal Urban Mobility for the 21st Century ». In : *Amazon*, p. 240. ISSN : 0009-4978. DOI : Doi10.1038/464163a. URL : <http://books.google.com/books?id=32Nbb26J9iEC>.
- MIZUNO, Shinya et al. (2016). « Proposal for optimal placement platform of bikes using queueing networks ». In : *SpringerPlus* 5.1, p. 2071. ISSN : 2193-1801. DOI : 10.1186/s40064-016-3703-2.
- MURTHY, P.Rama (2007). *Operation Research*. Second Edi. New Delhi : New Age International (P) Ltd., Publishers. ISBN : 9788122429442.
- MYERS, Emily et Ghofran SHAKER (2015). « Exploring the use of hyper-heuristics to solve a dynamic bike-sharing problem ». In : *Summer Undergraduate Applied Mathematics Institute of Carnegie Mellon University*, p. 1–10. URL : [http://www.math.cmu.edu/CNA/summer{\\\_}institute/2015/summer{\\\_}institute{\\\_}2015.html](http://www.math.cmu.edu/CNA/summer{\_}institute/2015/summer{\_}institute{\_}2015.html).
- NAIR, Rahul et Elise MILLER-HOOKS (2011). « Fleet Management for Vehicle Sharing Operations ». In : *Transportation Science* 45.4, p. 524–540. ISSN : 0041-1655. DOI :

- 10.1287/trsc.1100.0347. URL : <http://pubsonline.informs.org/doi/abs/10.1287/trsc.1100.0347>.
- NAIR, Rahul et Elise MILLER-HOOKS (2014). « Equilibrium network design of shared-vehicle systems ». In : *European Journal of Operational Research* 235.1, p. 47–61. ISSN : 03772217. DOI : 10.1016/j.ejor.2013.09.019.
- NAIR, Rahul et al. (2013). « Large-Scale Vehicle Sharing Systems : Analysis of Vélib' ». In : *International Journal of Sustainable Transportation* 7.1, p. 85–106. ISSN : 15568318. DOI : 10.1080/15568318.2012.660115.
- NARAYAN, BHAT, U. (2015). *An introduction to queueing theory : modeling and analysis in applications*.
- OSORIO, Carolina et Michel BIERLAIRE (2009). « An analytic finite capacity queueing network model capturing the propagation of congestion and blocking ». In : *European Journal of Operational Research* 196.3, p. 996–1007. ISSN : 03772217. DOI : 10.1016/j.ejor.2008.04.035. URL : <http://dx.doi.org/10.1016/j.ejor.2008.04.035>.
- OZCAN, Yasar A (2008). *Health Care Benchmarking and performance evaluation. An Assessment using Data Envelopment Analysis (DEA)*. Sous la dir. de Frederick S HILLIER. Standford : Springer. ISBN : 9780387754475.
- PAL, Aritra et Yu ZHANG (2017). « Free-floating bike sharing : solving real-life large-scale static rebalancing problems ». In : *Transportation Research Part C* 80, p. 92–116. ISSN : 0968090X. DOI : 10.13140/RG.2.1.1727.1766.
- PAPANIKOLAOU, Dimitris (2011). « A new system dynamics framework for modeling behavior of vehicle sharing systems ». In : *Proceedings of the 2011 Symposium on Simulation for Architecture and Urban Design, Society for Computer Simulation International, Boston, Massachusetts*, p. 126–133. URL : <http://dl.acm.org/citation.cfm?id=2048552>.
- PARISTECH, Telecom (2018). *Méthode des Multiplicateurs de Lagrange*. URL : [http://perso.telecom-paristech.fr/~angelini/master{\\\_}spsiv/optimization/iup1.opti.chp3.pdf](http://perso.telecom-paristech.fr/~angelini/master{\_}spsiv/optimization/iup1.opti.chp3.pdf).
- PAVONE, M. et al. (2012). « Robotic load balancing for mobility-on-demand systems ». In : *The International Journal of Robotics Research* 31.7, p. 839–854. ISSN : 0278-3649. DOI : 10.1177/0278364912444766.
- PENDARIES, Michel (2011). « Le pilotage par la valeur de la performance des organisations : cas des entreprises industrielles gérées par affaire ». Thèse de doct., p. 378.
- PENG WONG, Wai et Kuan YEW WONG (2008). « A review on benchmarking of supply chain performance measures ». In : *Benchmarking : An International Journal* 15.1, p. 25–51. ISSN : 1463-5771. DOI : 10.1108/14635770810854335. URL : <http://www.emeraldinsight.com/doi/10.1108/14635770810854335>.
- PFROMMER, Julius et al. (2014). « Dynamic Vehicle Redistribution and Online Price Incentives in Shared Mobility Systems ». In : *IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems* 14.4, p. 1567.
- PITTEL, B. (1979). « Closed Exponential Networks of Queues with Saturation : The Jackson-Type Stationary Distribution and Its Asymptotic Analysis ». In : *Mathematics of Operations Research* 4.4, p. 357–378. ISSN : 0364-765X. DOI : 10.1287/moor.4.4.357. URL : <http://mor.journal.informs.org/cgi/doi/10.1287/moor.4.4.357>.
- PRT, Metrino (2017). *Metrino PRT*. URL : <http://metrino-prt.com/>.
- RAIMBAULT, Juste (2015). « User-Based Solutions for Increasing Level of Service in Bike-Sharing Transportation Systems ». In : *Proceedings of the Fifth International Conference on Complex Systems Design & Management CSD&M 2014*. Sous la dir.

- de Frédéric BOULANGER et al. Springer International Publishing, p. 31–44. ISBN : 978-3-642-15653-3. DOI : 10.1007/978-3-319-12544-2.
- RANDRIAMANAMIHAGA, Andry Njato et al. (2014). « Clustering the Vélib' dynamic Origin/Destination flows using a family of Poisson mixture models ». In : *Neurocomputing* 141, p. 124–138. ISSN : 18728286. DOI : 10.1016/j.neucom.2014.01.050. URL : <http://dx.doi.org/10.1016/j.neucom.2014.01.050>.
- RATNER, Bruce (2011). *Statistical and Machine-learning Data Mining Techniques for Better Predictive Modeling and Analysis of Big Data*. second edi. CRS Press Taylor & Francis Group. ISBN : 978-1-4398-6091-5. DOI : 10.1201/b11508.
- RAVIV, Tal et Ofer KOLKA (2013). « Optimal inventory management of a bike-sharing station ». In : *IIE Transactions* 45.August 2015, p. 1077–1093. ISSN : 0740-817X. DOI : 10.1080/0740817X.2013.770186. URL : <http://www.tandfonline.com/doi/abs/10.1080/0740817X.2013.770186>.
- RAVIV, Tal, Michal TZUR et Iris A. FORMA (2013). « Static repositioning in a bike-sharing system : models and solution approaches ». In : *EURO Journal on Transportation and Logistics* 2.3, p. 187–229. ISSN : 2192-4376. DOI : 10.1007/s13676-012-0017-6. arXiv : 1201.1178. URL : <http://link.springer.com/10.1007/s13676-012-0017-6>.
- REGUE, Robert et Will RECKER (2014a). « Proactive vehicle routing with inferred demand to solve the bikesharing rebalancing problem ». In : *Transportation Research Part E : Logistics and Transportation Review* 72, p. 192–209. ISSN : 13665545. DOI : 10.1016/j.tre.2014.10.005. URL : <http://dx.doi.org/10.1016/j.tre.2014.10.005>.
- (2014b). « Proactive vehicle routing with inferred demand to solve the bikesharing rebalancing problem ». In : *Transportation Research Part E : Logistics and Transportation Review* 72, p. 192–209. ISSN : 13665545. DOI : 10.1016/j.tre.2014.10.005. URL : <http://dx.doi.org/10.1016/j.tre.2014.10.005>.
- REISER, M. et H. KOBAYASHI (1975). « Queuing Networks with Multiple Closed Chains : Theory and Computational Algorithms ». In : *Queuing Networks* 19.3, p. 283–294. ISSN : 0018-8646. DOI : 10.1147/rd.193.0283.
- REISS, Svenja et Klaus BOGENBERGER (2015). « GPS-Data Analysis of Munich's Free-Floating Bike Sharing System and Application of an Operator-based Relocation Strategy ». In : *IEEE Conference on Intelligent Transportation Systems, Proceedings, ITSC 2015-Octob.4*, p. 584–589. DOI : 10.1109/ITSC.2015.102.
- RICCI, Miriam (2015). « Bike Sharing : a review of evidence on impacts and processes of implementation and operation ». In : *Research in Transportation Business & Management* 15, p. 28–38.
- ROSSETTI, Manuel D. (2016). *Simulation Modeling and Arena*. wiley, p. 746. ISBN : 978-1-118-60791-6. URL : <https://books.google.com.tr/books?id=j2xuCAAQBAJ>.
- ROUSE, Paul et Martin PUTTERILL (2003). « An integral framework for performance measurement ». In : *Management Decision* 41.8, p. 791–805. ISSN : 0025-1747. DOI : 10.1108/00251740310496305. arXiv : /dx.doi.org/10.1108/BIJ-10-2012-0068 [http:]. URL : <http://www.emeraldinsight.com/doi/10.1108/00251740310496305>.
- RUCH, Claudio, Joseph WARRINGTON et Manfred MORARI (2014). « Rule-based price control for bike sharing systems ». In : *2014 European Control Conference, ECC 2014*, p. 708–713. DOI : 10.1109/ECC.2014.6862386.
- SAMET, Bacem et al. (2015). *Performance evaluation of several configurations in operation flexibility The Operation Flexibility of a Serial*. Rapp. tech. March 2015. Hammet : The 6th International Congress Design et modelling of mechanical Systems CMSM2015, p. 23–25.

- SAMET, Bacem et al. (2016). *Performance evaluation using closed queueing network in Bike Sharing Systems*. Rapp. tech. Hammemet : International Conference on Acoustics et Vibration, ICAV, p. 21–23.
- SAMET, Bacem et al. (2018). « Optimal Work-in-Process Control for a Closed Multistage Production System with Machine Preference ». In : *Design and Modeling of Mechanical Systems—III. CMSM 2017. Lecture Notes in Mechanical Engineering*. Sous la dir. de M. HADDAR et al. Springer, Cham, p. 1051–1059.
- SARKER, Ruhul A. et Charles S. NEWTON (2008). *Optimization Modelling Approach A Practical Approach*. CRC Press Taylor & Francis Group. ISBN : 9781420043105.
- SAYARSHAD, Hamidreza, Sepideh TAVASSOLI et Fang ZHAO (2012). « A multi-periodic optimization formulation for bike planning and bike utilization ». In : *Applied Mathematical Modelling* 36.10, p. 4944–4951. ISSN : 0307-904X. DOI : 10.1016/j.apm.2011.12.032. URL : <http://dx.doi.org/10.1016/j.apm.2011.12.032>.
- SCHUIJBROEK, Jasper, Robert HAMPSHIRE et Willem-Jan van HOEVE (2013). « Inventory Rebalancing and Vehicle Routing in Bike Sharing Systems ». In : *Tepper School of Business*, p. 1–27.
- SEO, Younghyun, Dong-Kyu KIM et Seung-Young KHO (2015). « A Static Positioning Strategy for Public Bicycle Systems Considering Penalty Cost : Comparison of Different Demand Patterns ». In : *Journal of the Eastern Asia Society for Transportation Studies* 11, pp 1378–1385.
- SERENO, Matteo (1999). « Mean value analysis of product form solution queueing networks with repetitive service blocking ». In : 37, p. 19–33.
- SHAHEEN, Susan, Stacey GUZMAN et Hua ZHANG (2010). « Bikesharing in europe, the americas, and asia : Past, present and future ». In : *Transportation Research Record : Journal of the Transportation Research Board* 2143, p. 159–167.
- SHAHEEN, Susan A. (2013). « Introduction Shared-Use Vehicle Services for Sustainable Transportation : Carsharing, Bikesharing, and Personal Vehicle Sharing across the Globe ». In : *International Journal of Sustainable Transportation* 7.1, p. 1–4. ISSN : 15568318. DOI : 10.1080/15568318.2012.660095.
- SHIMIZU, Shota, Kenju AKAI et Nariaki NISHINO (2014). « Modeling and Multi-agent Simulation of Bicycle Sharing ». In : *1st International Conference of Serviceology*. Sous la dir. de Giuditta PEZZOTTA et al. Japan : Springer Japan, p. 263–272. ISBN : 978-4-431-54815-7. DOI : 10.1007/978-4-431-54816-4. URL : <http://link.springer.com/10.1007/978-4-431-54816-4>.
- SHU, Jia et al. (2013). « Models for Effective Deployment and Redistribution of Bicycles Within Public Bicycle-Sharing Systems ». In : *Operations Research* 61.6, p. 1346–1359. ISSN : 0030-364X. DOI : 10.1287/opre.2013.1215. URL : <http://pubsonline.informs.org/pugwash.lib.warwick.ac.uk/doi/abs/10.1287/opre.2013.1215>.
- SINGLA, Adish et al. (2015). « Incentivizing Users for Balancing Bike Sharing Systems ». In : *Proceedings of the Twenty-Ninth AAAI Conference on Artificial Intelligence Pattern* June 2014, p. 723–729.
- SLACK, Nigel, Alistair BRANDON-JONES et Robert JOHNSTON (2010). *Operations Management*, p. 764. ISBN : ISBN 9780273776284. DOI : 10.1177/135050768301400104. arXiv : arXiv : 1011.1669v3. URL : <https://www-dawsonera-com.proxy.lib.chalmers.se/abstract/9780273776284>.
- SLACK, Nigel, Stuart CHAMBERS et Robert JOHNSTON (2013). *Operations Management*, p. 760. ISBN : 9780273708476. DOI : 9780132342711. arXiv : arXiv : 1011.1669v3.

- SMITH, J. Macgregor (2014). « System capacity and performance modelling of finite buffer queueing networks ». In : *International Journal of Production Research* 52.11, p. 3125–3163. ISSN : 1366588X. DOI : 10.1080/00207543.2013.854935.
- (2015). « Queue decomposition & finite closed queueing network models ». In : *Computers and Operations Research* 53, p. 176–193. ISSN : 03050548. DOI : 10.1016/j.cor.2014.08.011. URL : <http://dx.doi.org/10.1016/j.cor.2014.08.011>.
- STEFFAN, Damien (2012). *Vélib' La ville est plus belle à vélo!* Paris.
- STRELEN, Johann Christoph et al. (1998). « Analysis of queueing networks with blocking using a new aggregation technique ». In : *Annals of Operations Research* 79, p. 121–142.
- STULIB (2017). *Beyond MoD : autonomous mobility-on-demand (AMoD)*. URL : [https://studlib.de/7185/maschinenbau/beyond{\\\_}autonomous{\\\_}mobility-on-demand{\\\_}amod](https://studlib.de/7185/maschinenbau/beyond{\_}autonomous{\_}mobility-on-demand{\_}amod).
- SUWIGNJO, P, U.S BITITCI et a.S CARRIE (2000). « Quantitative models for performance measurement system ». In : *International Journal of Production Economics* 64.1-3, p. 231–241. ISSN : 09255273. DOI : 10.1016/S0925-5273(99)00061-4. arXiv : 9906032 [cond-mat].
- TAMBE, Prasanna, Lorin M. HITT et Erik BRYNJOLFSSON (2012). « The Extroverted Firm : How External Information Practices Affect Innovation and Productivity ». In : *Management Science* 58.5, p. 843–859. ISSN : 0025-1909. DOI : 10.1287/mnsc.1110.1446. URL : <http://pubsonline.informs.org/doi/abs/10.1287/mnsc.1110.1446>.
- TAN, Alison et al. (2009). « Sharing Urban Transport Solutions ». In : *Journeys* 2. URL : [www.LTAacademy.gov.sg](http://www.LTAacademy.gov.sg).
- TANGEN, Stefan (2004). « Performance measurement : from philosophy to practice ». In : *International Journal of Productivity and Performance Management* 53.8, p. 726–737. ISSN : 1741-0401. DOI : 10.1108/17410400410569134. URL : <http://www.emeraldinsight.com/doi/10.1108/17410400410569134>.
- TAYLOR, Simon Je, éd. (2014). *Agent-Based Modeling And Simulation*. The OR Ess. UK : Springer. ISBN : 978-1-137-45360-0.
- TE PAI, Jen et Shih YING PAI (2015). « User Behaviour Analysis of the Public Bike System in Taipei ». In : *International Review for Spatial Planning and Sustainable Development* 3.2, p. 39–52. ISSN : 2187-3666. DOI : 10.14246/irspsd.3.2\_39. URL : [https://www.jstage.jst.go.jp/article/irspsd/3/2/3/{\\\_}39/{\\\_}article](https://www.jstage.jst.go.jp/article/irspsd/3/2/3/{\_}39/{\_}article).
- TELENOR (1995). *Telekronikk 2/3.95 Teletraffic*. Rapp. tech., p. 235. URL : [http://www.telenor.com/wp-content/uploads/2012/05/T95{\\\_}2-3.pdf](http://www.telenor.com/wp-content/uploads/2012/05/T95{\_}2-3.pdf).
- UHLENBECK, G.E. et al. (1962). *Statistical physics Brandeis Lectures in Theoretical Physics, Volume 3*. Sous la dir. de K.W. FORD. W.A. Benja. New York, Amsterdam, p. 43. URL : <http://bayes.wustl.edu/etj/articles/brandeis.pdf>.
- VAN WOENSEL, Tom et Nico VANDAELE (2007). « Modeling Traffic Flows With Queueing Models : a Review ». In : *Asia-Pacific Journal of Operational Research* 24.04, p. 435–461. DOI : doi:10.1142/S0217595907001383. URL : <http://www.worldscientific.com/doi/abs/10.1142/S0217595907001383>.
- VEMURI, V. Rao. (1978). *Modeling of complex systems. An introduction*. Sous la dir. de J. William SCHMIDT. CBM, Inc. New York : Academic press, INC. ISBN : 9780121461508. DOI : 10.1016/B978-0-12-146150-8.50001-3.
- VENTSEL, Hélène et Anne SOKOVA (1973). *Théorie des probabilités*.
- VILLANI, Cedric (2002). *Limite de champ moyen cours de DEA*.
- VOGEL, Marie et al. (2014). « From bicycle sharing system movements to users : A typology of Vélo'v cyclists in Lyon based on large-scale behavioural dataset ». In : *Journal of Transport Geography* 41, p. 280–291. ISSN : 09666923. DOI : 10.1016/

- j. jtrangeo.2014.07.005. URL : <http://dx.doi.org/10.1016/j.jtrangeo.2014.07.005>.
- VOGEL, Patrick (2016). *Lecture Notes in Mobility Service Network Design of Bike Sharing Systems Analysis and Optimization*. Sous la dir. de Gereon MEYER. Berlin. ISBN : 9783319277349.
- VOGEL, Patrick et Dirk C. MATTFELD (2011). « Strategic and Operational Planning of Bike-Sharing Systems by Data Mining A Case Study ». In : *Second International Conference, ICCL 2011 Hamburg, Germany, September 2011 Proceedings*. Sous la dir. de Jüren W.BÖSE et al. T. 6971. Springer-Verlag Berlin Heidelberg, p. 145–157. ISBN : 978-3-642-24264-9. DOI : 10.1007/978-3-642-24264-9.
- VOGEL, Patrick, Torsten GREISER et Dirk CHRISTIAN (2011). « Understanding Bike-Sharing Systems using Data Mining : Exploring Activity Patterns ». In : *Procedia - Social and Behavioral Sciences* 20, p. 514–523. ISSN : 1877-0428. DOI : 10.1016/j.sbspro.2011.08.058. URL : <http://dx.doi.org/10.1016/j.sbspro.2011.08.058>.
- VOGEL, Patrick et Dirk Christian MATTFELD (2010). « Modeling of repositioning activities in bike-sharing systems ». In : *12th WCTR, July 11-15, 2010 - Lisbon, Portugal*, p. 1–13. URL : <http://www.wctrs.leeds.ac.uk/wp/wp-content/uploads/abstracts/lisbon/general/02702.pdf>.
- VOGEL, Patrick, Bruno A. NEUMANN SAAVEDRA et Dirk C. MATTFELD (2014). « A hybrid metaheuristic to solve the resource allocation problem in bike sharing systems ». In : *Lecture Notes in Computer Science (including subseries Lecture Notes in Artificial Intelligence and Lecture Notes in Bioinformatics)* 8457 LNCS, p. 16–29. ISSN : 16113349. DOI : 10.1007/978-3-319-07644-7\_2.
- WASERHOLE, Ariel et Vincent JOST (2014). « Pricing in vehicle sharing systems : optimization in queuing networks with product forms ». In : *EURO Journal on Transportation and Logistics*, p. 1–24. ISSN : 2192-4376. DOI : 10.1007/s13676-014-0054-4. URL : [http://hal.archives-ouvertes.fr/docs/00/86/78/71/PDF/VSS{\\\_}CompactForm{\\\_}oct2013.pdf{\%}5Cnhttp://link.springer.com/10.1007/s13676-014-0054-4](http://hal.archives-ouvertes.fr/docs/00/86/78/71/PDF/VSS{\_}CompactForm{\_}oct2013.pdf{\%}5Cnhttp://link.springer.com/10.1007/s13676-014-0054-4).
- WASERHOLE, Ariel, Vincent JOST et Nadia BRAUNER (2013). « Pricing techniques for self regulation in Vehicle Sharing Systems ». In : *International Network Optimization Conference*, p. 290–297.
- WILCOX, Mark et Mike BOURNE (2003). « Predicting performance ». In : *Management Decision* 41.8, p. 806–816. ISSN : 0025-1747. DOI : 10.1108/00251740310496314. URL : <http://www.emeraldinsight.com/doi/10.1108/00251740310496314>.
- YANG, Ranran et Ruyin LONG (2016). « Analysis of the influencing factors of the public willingness to participate in public bicycle projects and intervention strategies—A case study of Jiangsu province, China ». In : *Sustainability (Switzerland)* 8.4. ISSN : 20711050. DOI : 10.3390/su8040349.
- YAO, David D. et J. A. BUZACOTT (1985). « Modeling a class of state-dependent routing in flexible manufacturing systems ». In : *Annals of Operations Research* 3.3, p. 153–167. ISSN : 02545330. DOI : 10.1007/BF02024744. arXiv : arXiv : 1210.1136v1.
- YOON, Byungun, Sojung KIM et Jongtae RHEE (2012). « Expert Systems with Applications An evaluation method for designing a new product-service system ». In : *Expert Systems With Applications* 39.3, p. 3100–3108. ISSN : 0957-4174. DOI : 10.1016/j.eswa.2011.08.173. URL : <http://dx.doi.org/10.1016/j.eswa.2011.08.173>.

- YUZUKIRMIZI, Mustafa (2005). « Finite closed queueing networks with multiple servers and multiple chains ». Thèse de doct. URL : <http://scholarworks.umass.edu/dissertations/AAI3163721>.
- YÜZÜKIRMIZI, Mustafa (2007). « Performance Evaluation of Closed Queueing Networks with Limited Capacities ». In : *Turkish Journal of Engineering and Environmental Sciences* 30.5 30, p. 269–283.
- ZHANG, R. et M. PAVONE (2016). « Control of robotic mobility-on-demand systems : A queueing-theoretical perspective ». In : *The International Journal of Robotics Research* 35.1-3, p. 186–203. ISSN : 0278-3649. DOI : 10.1177/0278364915581863. URL : <http://ijr.sagepub.com/cgi/doi/10.1177/0278364915581863>.
- ZHANG, Rick et Marco PAVONE (2014). « A Queueing Network Approach to the Analysis and Control of Mobility-On-Demand Systems ». In : p. 4702–4709. arXiv : 1409.6775. URL : <http://arxiv.org/abs/1409.6775>.
- ZHANG, Rick et al. (2015). « Models, algorithms, and evaluation for autonomous mobility-on-demand systems ». In : *Proceedings of the American Control Conference* 2015-July, p. 2573–2587. ISSN : 07431619. DOI : 10.1109/ACC.2015.7171122.
- ZHU, Joe (2009). *Quantitative Models for Performance Evaluation and Benchmarking*. T. 126. ISBN : 978-0-387-85981-1. DOI : 10.1007/978-0-387-85982-8. arXiv : arXiv:1011.1669v3. URL : <http://link.springer.com/10.1007/978-0-387-85982-8>.
- ZOLGHADRI, Marc et Florent COUFFIN (2017). « One-off or batch upgrading of complex products and systems : concepts, data model and analysis framework ». In : *Research in Engineering Design*, p. 1–22. ISSN : 14356066. DOI : 10.1007/s00163-017-0268-1.
- ZOLGHADRI, Marc et al. (2013). « Structuring systems and related research challenges ». In : *IFAC Proceedings Volumes (IFAC-PapersOnline)*. T. 6. PART 1. IFAC, p. 190–197. ISBN : 9783902823502. DOI : 10.3182/20130911-3-BR-3021.00017. URL : <http://dx.doi.org/10.3182/20130911-3-BR-3021.00017>.

**Titre :** Analyse et amélioration des performances d'un système complexe par pilotage et par re-conception.

**Mots clés :** modèle stochastique ; système de partage de vélos ; pilotage ; re-conception ; outil d'aide à la décision ; amélioration de la performance

**Résumé :** Les systèmes complexes à longue durée de service sont des systèmes de grande taille qui ont généralement un comportement stochastique. Dans cette thèse, nous étudions, particulièrement, un type de ces systèmes : le système de vélos en libre-service. Le principe de fonctionnement de ce service de transports est de disposer des vélos dans diverses stations de la ville. Les usagers viennent prendre des vélos pour effectuer un trajet et puis les déposent dans des stations quelconques. Comme la durée d'exploitation de ces systèmes est longue, de nouveaux besoins (par exemple l'attractivité de station) et une dégradation de performance peuvent survenir. Un outil d'aide à la décision est ainsi nécessaire pour analyser et améliorer la performance par des opérations de pilotage (p.ex. changement de la taille de flotte) ou de re-conception (p.ex. changement de la capacité d'une station). L'approche suivie, pour cette finalité, est la modélisation stochastique en uti-

lisant un réseau de files d'attente possédant des files à capacités limitées et un mécanisme de blocage. La méthode de résolution du modèle proposé est définie dans les travaux de Kouvatsos (1994). Notre cas d'étude est un sous-réseau de 20 stations du système Vélib' de Paris. L'analyse de la performance suite aux changements exogènes et aux opérations d'amélioration (pilotage et re-conception), nous a permis de déduire un ensemble de préconisations qui peuvent améliorer les performances du système. Comme la méthode de résolution de ce modèle possède une complexité importante, nous proposons une méthode d'agrégation des stations pour réduire la taille du problème en ayant des erreurs maîtrisables. Cette méthode est implémentée et évaluée pour un système particulier où tous les paramètres sont homogènes. Enfin, l'étude de cette méthode pour un système non-homogène et d'autres perspectives sont proposées pour étendre ces travaux de recherche.

**Title :** Performance analysis and improvement of a complex system through control and re-design.

**Keywords :** stochastic model ; bike sharing system ; control operation ; re-design operation ; decision making tool ; performance improvement

**Abstract :** Complex systems having a long period of service are large scale systems that typically have stochastic behavior. In this thesis, we study, in particular, one type of these systems : the Bike Sharing System. The operating principle of this transport service consists of a fleet of bikes disposed in various stations. The users come to take bicycles to use them for their trip and then bring them back in any station. As these systems are supposed to operate for long periods, new requirements can overcome (eg. station attractiveness) and performance degradation may occur. A decision support tool is thus required to analyze and improve the performance by applying control operations (eg. fleet size change) or re-design (eg. changing the capacity of a station). The system is modeled using a network of queues bearing limited capacity queues and a blocking mechanism. The resolu-

tion method of the proposed model is defined in the research work of Kouvatsos (1994). The case study is a sub-network of 20 stations of Vélib system in Paris. The performance analysis according to the exogenous changes and according to the improvement operations (control and re-design) allowed us to deduce recommendations that can improve the performance of the system. As the method of solving this model has a great complexity, we propose a method of aggregation of the stations to reduce the size of the problem by having controllable errors. This method is implemented and evaluated for a particular system where all the parameters are homogeneous. Finally, the study of this method for a non-homogeneous system and other perspectives are proposed to extend this research work.

