



HAL
open science

Études pour un résonateur optique à profil d'intensité plat et son application à l'interférométrie atomique

Nicolas Mielec

► **To cite this version:**

Nicolas Mielec. Études pour un résonateur optique à profil d'intensité plat et son application à l'interférométrie atomique. Astrophysique [astro-ph]. Université Paris sciences et lettres, 2018. Français. NNT : 2018PSLEO003 . tel-02089395

HAL Id: tel-02089395

<https://theses.hal.science/tel-02089395>

Submitted on 3 Apr 2019

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



THÈSE DE DOCTORAT
DE L'UNIVERSITÉ PSL

Préparée au SYRTE à l'Observatoire de Paris

Études pour un résonateur optique à profil d'intensité plat et son application à l'interférométrie atomique

Soutenue par

Nicolas MIELEC

Le 21 septembre 2018

Ecole doctorale n° 564

Physique en Ile-de-France

Spécialité

Physique

Composition du jury :

Philip, TUCKEY Astronome, SYRTE-OBSPM	Président
Mathilde, FOUCHÉ Chargée de Recherche, INLN	Rapporteur
Yvan, SORTAIS Maître de Conférences, IOGS	Rapporteur
Nir, DAVIDSON Professeur, Institut Weizmann	Examineur
Andreas, FREISE Professeur, Univ. De Birmingham	Examineur
Arnaud, LANDRAGIN Directeur de Recherche, SYRTE-OBSPM	Directeur de Thèse
Remi, GEIGER Maître de Conférences, SYRTE-OBSPM	Encadrant de Thèse

Remerciements

J'aimerais profiter de cette page pour remercier un certain nombre de personnes qui ont contribué à cette thèse, directement ou indirectement.

Je remercie Arnaud Landragin d'avoir accepté d'être mon directeur de thèse et de m'avoir permis de réaliser ce travail au SYRTE à l'Observatoire de Paris. Son aide ponctuelle tout au long de la thèse a été précieuse, et malgré ses responsabilités de directeur du laboratoire qui le tiennent souvent éloigné des salles d'expériences, il a su être présent pour nous dès qu'il le fallait. Son intuition a toute épreuve a été vérifiée à maintes reprises durant le projet, et son bagage en optique indispensable pour cette thèse dans un laboratoire de physique atomique. J'espère, Arnaud, que tu as été satisfait toi aussi, et que j'ai pu t'apprendre quelques choses durant mon passage à l'Observatoire.

Je remercie tout autant Remi Geiger qui a encadré ce travail au jour le jour. Des longs moments en salle de manip où aucun résultat n'est compréhensible, aux cours particuliers sur des sujets divers d'interférométrie atomique, en passant par des discussions à tous propos avec les autres membres de l'équipe, travailler avec toi a toujours été un plaisir. Merci pour ta patience, ta gentillesse, et évidemment toute ton aide sur tous les problèmes scientifiques que nous avons pu aborder.

En aparté anglais, I'd like to thank Ranjita Sapat, the postdoc who worked on the cavity with me for three years. Thank you for the tremendous work you have done on this project. The countless hours you spent aligning and realigning the cavity again and again have not been in vain! We now understand what goes wrong! Thank you very much for all your help!

Je remercie les membres du jury, Philip Tuckey, Mathilde Fouché, Yvan Sortais, Nir Davidson, et Andreas Freise, de m'avoir accordé le grade de Docteur suite à ma soutenance. Et je remercie en particulier mes deux rapporteurs pour avoir accepté de lire mon manuscrit en détails et pour les corrections qu'ils lui ont apporté.

Je remercie évidemment l'équipe du gyromètre : les anciens Indranil Dutta, Denis Savoie et Bess Fang, ainsi que les nouveaux, Matteo Altorio, Romain Gautier, et Leonid Sidorenkov. Travailler et passer du temps avec vous chaque jour a été un plaisir. Nombre de résultats présentés dans ce manuscrit n'auraient pas pu être réalisés sans votre travail pour faire tourner le gyromètre.

Merci également à Benjamin Canuel, Isabelle Riou, et au LP2N pour le travail que nous avons pu réaliser ensemble.

Je remercie toute l'équipe IACI de m'avoir accueilli en son sein, des permanents aux doctorants, j'ai pu apprendre beaucoup de choses grâce à vous. Merci de m'avoir écouté durant de nombreuses sessions diaporama "Faisceaux lasers déformés" tous ces jeudis matin.

Je remercie aussi tout le laboratoire pour son accueil. Aussi bien aux différentes équipes qu'aux services électronique, informatique, mécanique, et administratifs qui constituent ce laboratoire, tous indispensables à son bon fonctionnement. Merci à David Holleville, et au service MUTA (les chauves Bertrand Venon et Benoit Carré), pour leur aide en conception optique et mécanique tout au long du projet, et pour leur accueil pour quelques mois après la thèse. Merci à David Horville, et au GEPI pour leur aide précieuse en optique et pour la réalisation du premier modèle de beam-shaper.

A côté de ces remerciements à tout le laboratoire, j'aimerais aussi remercier toutes les personnes qui m'ont soutenu dans ma vie personnelle.

Un remerciement tout particulier à Papa et Maman, pour m'avoir éduqué, soutenu, et poussé à en arriver jusque là. Toujours là pour m'aider! J'espère que j'ai pu vous rendre fiers!

Un grand merci à toute la famille, cette grande famille composée polonaise, elle aussi toujours là, prête à se réunir dans un paradis alimentaire. Un grand merci à tous les amis, les beaufs de Saint-Maur, les amis de Supoptique, les RD, et évidemment **Leprof.tif**.

Et finalement un grand merci à Aurore Bubu, merci pour tout ton soutien durant la thèse et au fil de ces années. J'espère n'avoir pas été trop insupportable durant cette rédaction, et si jamais, tu me le rendras l'année prochaine! Buźki! Buźki!

Introduction

Les interféromètres atomiques constituent une solution de choix pour des capteurs inertiels exacts et très sensibles. Ces dispositifs permettent de réaliser des expériences de physique fondamentale de plus en plus précises, comme des mesures de la constante gravitationnelle [Fix+07; Ros+14], de la constante de structure fine [WYC94; Bou+11], ou encore des tests du principe d'équivalence [Sch+14; Tar+14]. Ils sont couramment utilisés pour réaliser des mesures inertielles telles que des mesures de l'accélération de la gravité par des accéléromètres [Gou+08; PCC99; Hu+13], des gradients d'accélération avec des gradiomètres [Sor+14; Lan+17], ou encore des vitesses de rotation avec des gyromètres [Dut+16; STK11]. Leur utilisation a été proposée pour la réalisation de détecteurs d'ondes gravitationnelles à des fréquences de 0.1 Hz à quelques Hertz [Hog+11], afin d'étendre en fréquence la gamme des détecteurs existants fondés sur l'interférométrie laser [JA+15]. C'est par exemple le cas du projet d'antenne gravitationnelle MIGA conduit par plusieurs laboratoires français, auquel le SYRTE participe activement [Can+18].

Différentes techniques sont mises en place pour augmenter davantage la sensibilité de ces expériences. Les temps d'interrogation sont allongés jusqu'aux limites définies par la taille des enceintes à vide [Kov+15a]. Cependant, ces temps d'interrogation longs couplés à l'expansion des ensembles d'atomes refroidis à des températures de l'ordre du micro-Kelvin mènent à des contrastes détériorés par les inhomogénéités de l'interrogation réalisée par des faisceaux gaussiens [Maz+15; Dut+16], ainsi qu'à des biais de phase provoqués par les défauts de front d'onde de ces faisceaux [Fil+05]. Pour réduire les effets associés à l'expansion des atomes, une solution consiste à utiliser des faisceaux gaussiens plus larges dont seule la partie centrale est sondée. Néanmoins, cela engendre une mauvaise utilisation de la puissance des lasers, qui est un facteur expérimental limitant. Pour réduire ces effets, il est aussi possible de refroidir les atomes de manière plus poussée, jusqu'à des températures de l'ordre du nano-Kelvin ou inférieures [Kov+15b; Bec+18]. Pour cela, des étapes de refroidissement supplémentaires sont nécessaires qui augmentent le temps de cycle des expériences à plusieurs secondes ou posent un compromis sur le nombre d'atomes.

Pour obtenir une grande sensibilité dans des dispositifs compacts (typiquement 50 cm) avec des fréquences de cycle rapides (plusieurs Hertz), une solution est de recourir à des séparatrices à grand transfert d'impulsion plutôt qu'à des longs temps d'interrogation. Ces grands transferts d'impulsion peuvent être réalisés par des transitions à deux photons successives [Lév+09] ou encore par des séparatrices Bragg multiphotoniques [Mül+08; Deb+11; Maz+15]. Elles reposent sur un couplage entre l'atome et plusieurs photons et nécessitent donc une grande puissance des lasers d'interrogation, ainsi qu'une excellente homogénéité d'intensité pour être efficaces et ne pas introduire de biais de phases. Ces solutions commencent à être implémentées dans les expériences d'interférométrie atomique, mais les difficultés qui leur sont associées limitent les séparations à quelques paires de photons. Les dispositifs à l'état de l'art reposent encore sur des transitions à deux photons.

Ce travail de thèse vise à explorer la possibilité d'utiliser une cavité optique compacte de gain optique élevé et pouvant faire résonner de grands faisceaux à profil d'intensité plat. Ce résonateur optique pourrait ainsi ouvrir la voie à l'utilisation de séparatrices à grand transfert d'impulsion sur des atomes refroidis par lasers au micro-Kelvin, permettant d'atteindre une grande sensibilité avec des temps de cycle courts. Dans ce manuscrit, nous décrirons les différents éléments nécessaires à la poursuite de cet objectif.

Plan du manuscrit

- Chapitre 1** Le premier chapitre de ce rapport décrit succinctement les principes fondamentaux des interféromètres atomiques. Nous verrons de quelle manière les ondes de matière sont manipulées par des lasers en résumant les propriétés des séparatrices à deux photons (Bragg et Raman). Puis nous nous pencherons sur les limites actuelles à leur sensibilité et comment ces limites peuvent être repoussées par l'utilisation de séparatrices à grand transfert d'impulsion.
- Chapitre 2** Dans le deuxième chapitre, nous verrons comment nous avons caractérisé plusieurs moyens de mettre en forme des faisceaux plats en intensité et en phase. Ce type de faisceaux permettra d'une part d'utiliser plus efficacement la puissance des lasers d'interrogation et d'autre part d'éviter des biais induits par des inhomogénéités d'intensité. Trois méthodes de mise en forme ont été caractérisées et les résultats de l'implémentation de la dernière, produisant un faisceau plat collimaté de 3 cm de diamètre, sur le gyromètre du SYRTE seront présentés.
- Chapitre 3** Le troisième chapitre présente les bénéfices de la mise en forme temporelle des faisceaux d'interrogation des interféromètres atomiques. Cette mise en forme est nécessaire à la réalisation de séparatrices multiphotoniques efficaces, et bénéfique aux transitions à deux photons. Nous verrons à travers une étude théorique et expérimentale comment elle permet d'améliorer l'homogénéité d'interrogation des atomes par des séparatrices à deux photons, et de quelle manière elle réduit la contribution du bruit de phase des lasers d'interrogation sur le signal interférométrique.
- Chapitre 4** Le quatrième chapitre est dédié à la présentation du comportement théorique de la cavité dégénérée que nous avons choisi d'étudier. Cette cavité permettra théoriquement de faire résonner un large faisceau plat, et apportera le gain optique nécessaire à la réalisation de séparatrices à grand transfert d'impulsion. Dans un premier temps, nous ferons un bref rappel du fonctionnement général des cavités optiques, ainsi que des contraintes liées à la réalisation d'un interféromètre atomique à l'intérieur d'une cavité. Puis nous présenterons le comportement théorique de la cavité, notamment vis-à-vis des désalignements des optiques, ainsi qu'un aperçu des effets des aberrations.
- Chapitre 5** Dans le dernier chapitre, nous montrerons les résultats de la réalisation expérimentale de cette cavité prévue pour réaliser des séparatrices atomiques. Nous verrons dans quelle mesure elle reproduit les prédictions calculées lorsqu'un faisceau gaussien de 2.8 mm de diamètre est injecté. Puis de quelle manière elle semble limitée par les aberrations pour des faisceaux de tailles plus grandes.

Table des matières

Table des matières	v
1 Rudiments d'interférométrie atomique	1
1.1 Transitions à deux photons	1
1.1.1 Transitions Bragg et Raman	1
1.1.2 Évolution de l'état de l'atome	2
1.1.3 Équations de Bloch optiques	3
1.2 Amélioration de la sensibilité des interféromètres atomiques	5
1.2.1 Accéléromètres et gyromètres	5
1.2.2 Augmenter la sensibilité des interféromètres atomiques	7
1.3 Séparatrices à grand transfert d'impulsion	7
1.3.1 Formalisme mathématique	7
1.3.2 Régime de Raman-Nath	8
1.3.3 Régime de Bragg	9
1.3.4 Régime intermédiaire quasi-Bragg	10
1.3.5 Conditions nécessaires à la réalisation efficace de séparatrices à grand transfert d'impulsion	11
2 Mise en forme spatiale du profil d'intensité	15
2.1 Fondamentaux de mise en forme de faisceaux plats	15
2.1.1 Comportement d'un faisceau plat en intensité	16
2.1.2 Un télescope à optiques asphériques	16
2.2 Remplacement des optiques asphériques par des lames de phase	18
2.3 Remplacement des optiques asphériques par un SLM	22
2.3.1 Fonctionnement du SLM	22
2.3.2 Montage optique pour le beamshaping avec un SLM	22
2.3.3 Résultats expérimentaux	23
2.4 Solution commerciale Asphericon	27
2.4.1 Collimation initiale	27
2.4.2 Faisceau en sortie du <i>beamshaper</i>	27
2.4.3 Agrandissement du faisceau	29
2.5 Caractérisation de la phase	31
2.5.1 L'interféromètre de Michelson	31
2.5.2 Calcul de la phase à partir de la figure d'interférence	31
2.5.3 Profil de phase mesuré	33
2.6 Implémentation sur le Gyromètre et résultats	35
2.6.1 Installation sur le Gyromètre du SYRTE	35
2.6.2 Mesure du profil du faisceau avec le nuage d'atomes	35
2.6.3 Amélioration des oscillations de Rabi	37
2.6.4 Comparaison du contraste dans une configuration accéléromètre	38
2.7 Conclusion	40

3	Mise en forme temporelle du profil d'intensité	41
3.1	Forme d'impulsions étudiées	41
3.2	Implémentation expérimentale de la mise en forme temporelle	42
3.3	Mesure de la sélectivité en vitesse	44
3.4	Fonction de sensibilité pour des formes d'impulsions arbitraires	46
3.4.1	Formalisme de la fonction de sensibilité	46
3.4.2	Calcul de la fonction de sensibilité avec des impulsions de formes arbitraires	47
3.4.3	Mesure de la fonction de sensibilité	50
3.5	Fonction de transfert de l'interféromètre	50
3.5.1	Calcul de la fonction de transfert	50
3.5.2	Mesure de la fonction de transfert	51
3.5.3	Influence de la douceur des impulsions sur la fonction de transfert	52
3.5.4	Mesure de la réduction de bruit de phase	54
3.6	Facteur d'échelle d'un interféromètre	55
3.7	Conclusion	56
4	Conception et modélisation d'une cavité optique pour l'interférométrie atomique	59
4.1	Principes et modélisation d'une cavité optique	59
4.1.1	Fonctionnement d'une cavité	59
4.1.2	Modélisation numérique des cavités optiques	62
4.2	Interférométrie atomique assistée par une cavité optique	67
4.2.1	Contraintes de l'interférométrie atomique	67
4.2.2	Obtention d'un grand mode dans une cavité optique	70
4.2.3	Cavités stables	70
4.2.4	La cavité confocale symétrique	73
4.3	Cavité f-f en limite de stabilité	74
4.3.1	Comportement de la cavité alignée	74
4.3.2	Désalignements longitudinaux	76
4.3.3	Propagation d'un faisceau plat dans la cavité	82
4.3.4	Désalignements transverses	82
4.3.5	Influence des aberrations	84
4.4	Conclusion	89
5	Étude expérimentale de la cavité	91
5.1	La cavité expérimentale	91
5.1.1	Montage expérimental	91
5.1.2	Procédure d'alignement	92
5.1.3	Mesure des aberrations des optiques utilisées	93
5.2	Faisceaux résonants dans la cavité	95
5.2.1	Problèmes préliminaires	95
5.2.2	Modes transverses de la cavité fortement désalignée	98
5.2.3	Résonance d'un faisceau de 2.8 mm de diamètre	98
5.2.4	Champs résonants avec des faisceaux de 5.2 mm et 11.2 mm de diamètre	100
5.2.5	Nécessité d'une étude plus systématique de l'effet des aberrations	106
5.3	Contrôle de la cavité	106
5.3.1	Lasers Raman à 852 nm	107
5.3.2	Laser de contrôle à 771 nm	107
5.4	Conclusion	109

A	Modes de propagation Gaussiens	I
A.1	Le faisceau gaussien	I
A.1.1	Définitions générales	I
A.1.2	Propagation du rayon complexe par le formalisme ABCD	II
A.2	Modes Hermite-Gaussiens	II
A.3	Modes Laguerre-Gaussiens	III
A.4	Décomposition des champs sur les modes de propagation	III
B	Polynômes de Zernike	V

Chapitre 1

Rudiments d'interférométrie atomique

Les interféromètres atomiques reposent sur la manipulation cohérente de paquets d'ondes atomiques. Cette manipulation est réalisée grâce à des impulsions lasers spécifiques, couplant des états externes des atomes interrogés. Nous allons nous intéresser dans ce chapitre à ces transitions, la manière dont elles sont utilisées dans des séquences interférométriques et les limites qui en découlent. Nous verrons ensuite par quels moyens il est possible d'améliorer la sensibilité des interféromètres atomiques, notamment par l'utilisation de séparatrices multiphotoniques à grand transfert d'impulsion. Les contraintes posées par ces séparatrices à grand transfert d'impulsion, forment une des motivations principales du reste de cette étude.

1.1 Transitions à deux photons

Les transitions à deux photons constituent les briques de base des interféromètres atomiques [Tan92]. Elles permettent de réaliser les séparatrices et miroirs à atomes utilisés dans les séquences interférométriques. Ces transitions permettent de coupler deux états externes d'un atome par un échange de deux photons.

1.1.1 Transitions Bragg et Raman

La figure 1.1 montre un premier schéma de l'interaction entre un laser et un atome à deux niveaux fondamentaux g et f et un état excité e . Ce type de structure se trouve par exemple dans les atomes de Rubidium et Cesium communément utilisés dans les expériences d'interférométrie. Les deux états fondamentaux sont séparés par une fréquence ω_{HFS} ($\omega_{\text{HFS}} = 2\pi \times 9.193$ GHz pour le Cesium 133 et $\omega_{\text{HFS}} = 2\pi \times 6.835$ GHz pour le Rubidium 87 [Ste10; Ste15]). L'état excité est situé bien plus loin, à une différence de fréquence de quelques centaines de THz par rapport aux états fondamentaux. Cette différence correspond à une longueur d'onde de 852 nm pour la raie D_2 du Cesium 133 et 780 nm pour la raie D_2 du Rubidium 87.

Sur cette figure, on peut voir les deux lasers effectuant la transition avec deux fréquences ω_1 et ω_2 ainsi que deux vecteurs d'onde \mathbf{k}_1 et \mathbf{k}_2 . Le processus d'interaction peut être vu de la manière suivante : un atome absorbe un photon à la fréquence ω_1 et acquiert une impulsion $\hbar\mathbf{k}_1$ dans la direction du premier laser, puis émet de manière stimulée un photon de fréquence ω_2 dans le deuxième laser et acquiert ainsi une impulsion $-\hbar\mathbf{k}_2$ dans la direction opposée au deuxième laser. L'impulsion totale acquise est alors $\hbar(\mathbf{k}_1 - \mathbf{k}_2) = 2\hbar\mathbf{k} = \hbar\mathbf{k}_{\text{eff}}$. Si les deux lasers sont contre-propageants (\mathbf{k}_1 et \mathbf{k}_2 ont des sens opposés), cette impulsion est alors $\hbar(k_1 + k_2) \simeq 2\hbar k$. Pour le Cesium 133 elle correspond à un changement de vitesse de l'atome de 7 mm/s. Cette transition à deux photons couple deux états d'impulsion différentes. Dans le cas d'une transition Bragg (à gauche sur la figure), l'état interne initial et final est le même. Dans le cas d'une transition Raman (à droite), l'état final est différent.

Les transitions Raman associent l'état interne et l'état externe de l'atome. C'est un avantage lors des étapes de détection à la fin de la séquence interférométrique. Cependant, elles néces-

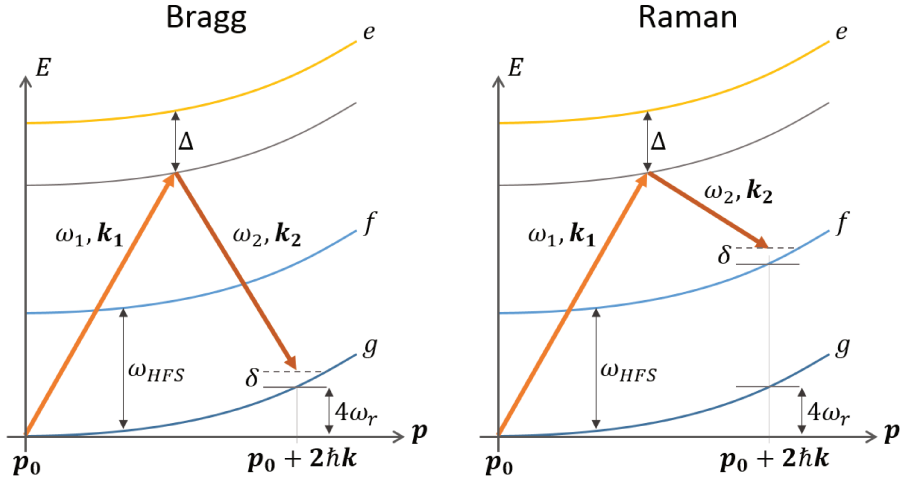


FIGURE 1.1 – États couplés par une interaction à deux photons dans le cas Bragg (à gauche) et Raman (à droite).

sitent l'utilisation de deux lasers dont les fréquences sont séparées de ω_{HFS} de l'ordre de quelques GHz, et par conséquent de techniques expérimentales plus développées pour leur contrôle. Les transitions Bragg quant à elles n'induisent pas de changement d'état interne. C'est un avantage puisque des déphasages dépendant de l'état interne seront évités. A la fin d'une séquence interférométrique, la lecture de l'état se fait alors en laissant les atomes se propager jusqu'à ce qu'ils soient assez séparés pour les imager. De plus, elles permettent d'accéder plus simplement à un transfert de plusieurs paires de photons, comme nous allons le voir plus loin dans cette partie.

1.1.2 Évolution de l'état de l'atome

Des calculs détaillés de l'évolution de l'état de l'atome dans les conditions décrites ci-dessus peuvent être trouvés dans de nombreuses références d'interférométrie atomique comme la thèse de Patrick Cheinet [Che06], les cours de Claude Cohen Tannoudji [Tan92], ou encore cet article [Mol+92]. Nous ne rappellerons ici que quelques éléments utilisés lors de ma thèse.

Les équations d'évolution d'état diffèrent peu entre des transitions Bragg et Raman, où seuls l'état interne initial et final diffère, changeant la condition de résonance. Dans le cas d'une transition Bragg elle est donnée par :

$$\delta_{\text{Bragg}} = (\omega_1 - \omega_2) - (4\omega_r + 2\mathbf{k} \cdot \mathbf{v}), \quad (1.1)$$

et dans le cas Raman :

$$\delta_{\text{Raman}} = (\omega_1 - \omega_2) - (\omega_{HFS} + 4\omega_r + 2\mathbf{k} \cdot \mathbf{v}), \quad (1.2)$$

où $\omega_r = \frac{\hbar k^2}{2M}$ est la pulsation de recul à un photon, avec M la masse de l'atome, et $2\mathbf{k} \cdot \mathbf{v}$ le désaccord Doppler, avec \mathbf{v} la vitesse de l'atome.

Lorsque le désaccord Δ à l'état excité est grand devant la largeur de cet état excité, les pulsations de Rabi à un photon des deux lasers, et le désaccord δ , l'évolution de l'état de l'atome est équivalente à celle d'un système à deux niveaux. Dans le cas des transitions Raman, ces deux niveaux sont $|g, \mathbf{p}_0\rangle = |g\rangle$ et $|f, \mathbf{p}_0 + 2\hbar\mathbf{k}\rangle = |f\rangle$. En se plaçant dans la base tournante à $\omega_f - \omega_g$ et en considérant les déplacements lumineux comme négligeables ou compensés, l'Hamiltonien régissant l'interaction est :

$$H = -\frac{\hbar}{2} \begin{pmatrix} -\delta & \Omega_{eff} e^{-i\phi_L} \\ \Omega_{eff}^* e^{i\phi_L} & \delta \end{pmatrix}, \quad (1.3)$$

où Ω_{eff} est la pulsation de Rabi effective à deux photons qui peut dépendre du temps

$$\Omega_{eff} = \frac{\Omega_1 \Omega_2^*}{2\Delta}, \quad (1.4)$$

avec Ω_1 et Ω_2 les pulsations à un photon de chaque laser, et ϕ_L la différence de phase entre les deux lasers réalisant la transition. Les équations différentielles régissant l'évolution des états g et f sont alors données par l'équation de Schrödinger :

$$\dot{c}_g = \frac{i}{2} \left(\Omega_{eff}(t) e^{-i\phi_L} c_f - \delta c_g \right) \quad (1.5)$$

$$\dot{c}_f = \frac{i}{2} \left(\Omega_{eff}^*(t) e^{+i\phi_L} c_g + \delta c_f \right) \quad (1.6)$$

Oscillations de Rabi

Dans le cas où la pulsation de Rabi effective est constante, ces équations ont pour solution :

$$c_g(t) = \cos\left(\frac{\Omega_R t}{2}\right) - i \frac{\delta}{\Omega_R} \sin\left(\frac{\Omega_R t}{2}\right) \quad (1.7)$$

$$c_f(t) = -i e^{i\phi_L} \frac{\Omega_{eff}}{\Omega_R} \sin\left(\frac{\Omega_R t}{2}\right), \quad (1.8)$$

avec les conditions initiales $c_f(0) = 0$ et $c_g(0) = 1$, et où l'on définit

$$\Omega_R = \sqrt{\Omega_{eff}^2 + \delta^2}. \quad (1.9)$$

La probabilité de trouver un atome dans l'état g est $|c_g(t)|^2$ et dans l'état f , $|c_f(t)|^2$. Les deux états décrivent des oscillations de Rabi, passant successivement d'un état à l'autre. La fréquence de ces oscillations est donnée par Ω_R qui dépend de la pulsation de Rabi effective à deux photons ainsi que du désaccord. Des atomes avec des vitesses différentes dans la direction des lasers auront des oscillations de Rabi de fréquences différentes. De plus, l'amplitude de ces oscillations sera diminuée lorsque la condition de résonance n'est plus satisfaite, notamment à cause de l'effet Doppler.

Séparatrices et miroirs à atomes

Sur cette oscillation de Rabi, deux points de fonctionnement nous intéressent particulièrement. Ils sont montrés sur la figure 1.2, où on trace l'évolution des deux états lorsqu'une transition avec une pulsation de Rabi constante est réalisée, parfaitement à résonance. Le premier est atteint lorsque l'aire de l'impulsion $\Omega_R t$ vaut $\pi/2$, à un temps $\tau/2$. Dans les chapitres suivants, on appellera $\int_{-\infty}^{\infty} \Omega_R(t) dt$ l'aire de l'impulsion. Cette impulsion, que l'on appelle " $\pi/2$ ", permet de réaliser une superposition des deux états. Elle agit comme une séparatrice atomique.

Le deuxième point de fonctionnement est atteint lorsque la durée de l'impulsion est τ et son aire $\Omega \tau$ est π . Cette impulsion " π " permet de réaliser un transfert complet d'un état vers l'autre. C'est un miroir à atomes.

Il est important de noter que lors d'une transition à deux photons, la phase relative des lasers est imprimée sur l'état atomique diffracté. Cette phase peut-être vue dans les solutions des équations d'évolution d'état (1.8) où la phase relative des lasers ϕ_L apparaît sur l'état f diffracté. Cette phase est $+\phi_L$ lorsque l'atome passe de l'état initial g à l'état diffracté f , et $-\phi_L$ lorsqu'il passe de f à g . Encore une fois, dans un nuage d'atomes en expansion, cette phase laser dépend de la position de l'atome durant la transition et diffère d'atome à atome. C'est pourquoi une phase relative homogène est importante. Les aberrations du front d'onde constituent une des limites les plus importantes à l'exactitude des interféromètres atomiques.

1.1.3 Équations de Bloch optiques

Pour visualiser l'évolution d'un système à deux niveaux, tel que notre atome interrogé par une paire de lasers, il est possible d'utiliser le formalisme de la sphère de Bloch. Celui-ci nous permet

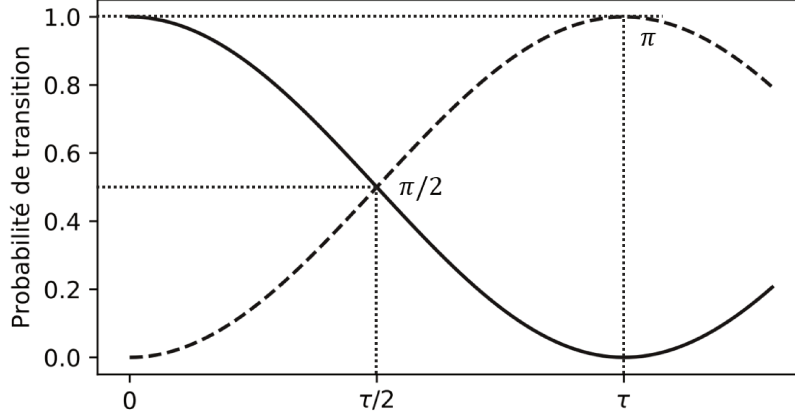


FIGURE 1.2 – Oscillation de Rabi des deux états interrogés (en trait plein et pointillé). On montre les positions des transitions $\pi/2$ et π .

de représenter les transitions à deux photons par des rotations sur une sphère de rayon unité du spin fictif associé à notre système. Ce formalisme nous sera utile lorsque nous calculerons les fonctions de sensibilité des interféromètres utilisant des impulsions de forme temporelle arbitraire.

On utilise pour cela la matrice densité de notre système :

$$\rho = \begin{pmatrix} |c_g|^2 & c_g c_f^* \\ c_f c_g^* & |c_f|^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \rho_{gg} & \rho_{gf} \\ \rho_{fg} & \rho_{ff} \end{pmatrix}. \quad (1.10)$$

Les termes ρ_{gg} et ρ_{ff} correspondent à la population des états g et f et $\rho_{gg} + \rho_{ff} = 1$. L'évolution de la matrice densité sous l'effet du Hamiltonien H est donnée par :

$$i\hbar \frac{d\rho}{dt} = [H, \rho]. \quad (1.11)$$

Cette évolution peut alors s'écrire sous la forme de quatre équations différentielles :

$$i \frac{d\rho_{gg}}{dt} = \frac{\Omega_{eff}}{2} e^{-i\phi_L} \rho_{fg} - \frac{\Omega_{eff}^*}{2} e^{i\phi_L} \rho_{gf} \quad (1.12)$$

$$i \frac{d\rho_{gf}}{dt} = -\delta \rho_{gf} - \frac{\Omega_{eff}}{2} e^{-i\phi_L} (\rho_{gg} - \rho_{ff}) \quad (1.13)$$

$$i \frac{d\rho_{fg}}{dt} = \delta \rho_{fg} + \frac{\Omega_{eff}^*}{2} e^{i\phi_L} (\rho_{gg} - \rho_{ff}) \quad (1.14)$$

$$i \frac{d\rho_{ff}}{dt} = \frac{\Omega_{eff}^*}{2} e^{i\phi_L} \rho_{gf} - \frac{\Omega_{eff}}{2} e^{-i\phi_L} \rho_{fg} \quad (1.15)$$

On peut obtenir la direction et l'amplitude du spin fictif en calculant $\vec{u} = \text{Tr}(\rho\sigma)$ [Fan57] dont les composantes sont les valeurs moyennes des observables des opérateurs représentés par les matrices de Pauli σ_x , σ_y , et σ_z :

$$u = \text{Tr}(\sigma_x \rho) = \rho_{gf} + \rho_{fg} \quad (1.16)$$

$$v = \text{Tr}(\sigma_y \rho) = -i(\rho_{fg} - \rho_{gf}) \quad (1.17)$$

$$w = \text{Tr}(\sigma_z \rho) = \rho_{gg} - \rho_{ff} \quad (1.18)$$

Les équations d'évolutions des coordonnées u, v, w de l'état sont alors données dans le cas où la pulsation de Rabi Ω_{eff} est réelle par :

$$\frac{du}{dt} = -\delta v - \Omega_{eff} \sin(\phi_L) w \quad (1.19)$$

$$\frac{dv}{dt} = \delta u - \Omega_{eff} \cos(\phi_L) w \quad (1.20)$$

$$\frac{dw}{dt} = -\Omega_{eff} \cos(\phi_L) v + \Omega_{eff} \sin(\phi_L) u \quad (1.21)$$

On définit alors le vecteur de Bloch $\vec{u} = (u, v, w)$, représentant notre état. Les équations différentielles d'évolution de u , v et w peuvent se mettre sous une forme vectorielle :

$$\frac{d\vec{u}}{dt} = \vec{u} \times \vec{\Omega}, \quad (1.22)$$

où on reconnaît :

$$\vec{\Omega} = (\Omega_{eff} \cos \phi_L, \Omega_{eff} \sin \phi_L, -\delta). \quad (1.23)$$

Cette équation nous montre que le vecteur d'état \vec{u} effectue une rotation autour du vecteur $\vec{\Omega}$ lors d'une interaction avec les lasers. La vitesse de rotation instantanée est donnée par l'amplitude de ce vecteur $\vec{\Omega}$:

$$|\vec{\Omega}| = \sqrt{\Omega_{eff}^2 + \delta^2} = \Omega_R. \quad (1.24)$$

On retrouve bien la pulsation de Rabi Ω_R .

La figure 1.3 illustre ces rotations sur la sphère de Bloch. De gauche à droite on peut voir une transition d'aire $\pi/2$, π et 2π . On trace en rouge le vecteur $\vec{\Omega}$ autour duquel le vecteur d'état \vec{u} effectue une rotation. En bleu, la transition est à résonance. A droite, un désaccord est introduit avec $\delta = 0.5\Omega_{eff}$ en orange et $\delta = \Omega_{eff}$ en vert. On retrouve qu'en présence de ce désaccord le couplage entre les deux états n'est pas parfait.

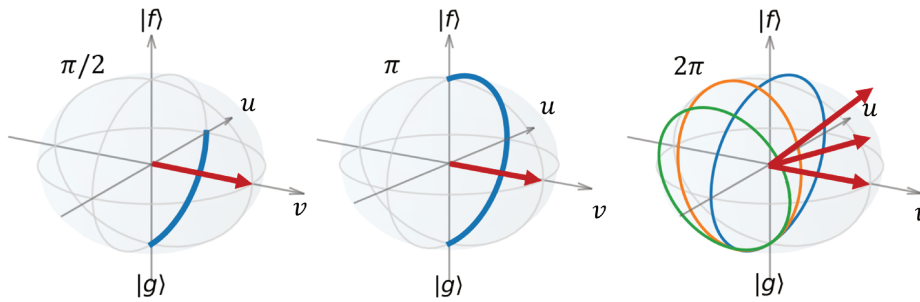


FIGURE 1.3 – Rotation du vecteur d'état \vec{u} autour du vecteur $\vec{\Omega}$ (flèche rouge) pour des impulsions d'aire $\pi/2$ (à gauche), π (au milieu) et 2π (à droite). On ajoute à droite deux rotations hors résonance avec $\delta = 0.5\Omega_{eff}$ (orange) et $\delta = \Omega_{eff}$ (bleu).

1.2 Amélioration de la sensibilité des interféromètres atomiques

Avec les optiques atomiques décrites ci-dessus, il est possible de construire un interféromètre atomique. Différentes séquences d'impulsions permettent d'obtenir des déphasages liés à différents effets inertiels.

1.2.1 Accéléromètres et gyromètres

Les accéléromètres atomiques ont une forme très semblables à celle d'un interféromètre Mach-Zehnder optique. Ils sont composés de trois impulsions $\pi/2 - \pi - \pi/2$ séparées par une durée T . La figure 1.4 montre un schéma de cet interféromètre. Un atome incident est d'abord placé dans une superposition quantique équiprobable par une impulsion $\pi/2$. Après un temps de propagation T où les deux états se séparent spatialement, une impulsion miroir π les réfléchit. Après une nouvelle propagation pendant une durée T une dernière impulsion $\pi/2$ est appliquée pour refermer l'interféromètre. La détection de l'état en sortie de l'interféromètre permet alors de remonter au déphasage entre les deux chemins.

La différence de phase accumulée entre le chemin du haut et le chemin du bas à la sortie dans l'état g est :

$$\Delta\Phi = (\phi_1 - \phi'_2) - (\phi_2 - \phi_3) = \vec{k}_{eff} \cdot \vec{a}T^2. \quad (1.25)$$

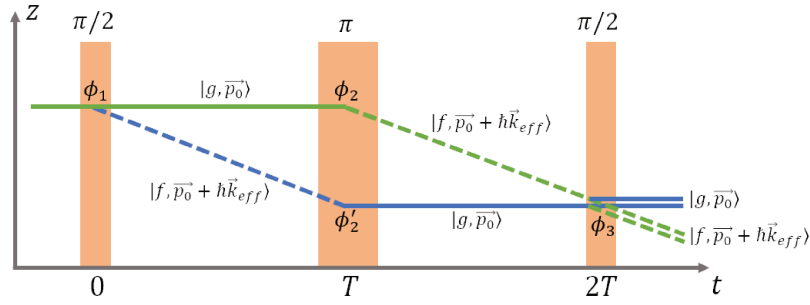


FIGURE 1.4 – Schéma spatio-temporel d'un accéléromètre à atomes froids mesurant une accélération dans la direction z .

Cette phase est proportionnelle à la projection de l'accélération des atomes \vec{a} sur le vecteur d'onde effectif de la transition \vec{k}_{eff} ainsi qu'au carré de la durée d'interrogation. Cette accélération peut être due à un terme de Coriolis, où l'accélération \vec{a} vaudra $\vec{v} \times \Omega$.

Dans des interféromètres à quatre impulsions $\pi/2 - \pi - \pi - \pi/2$ séparées par des durées $T/2 - T - T/2$ il est possible d'enlever la sensibilité au terme d'accélération constant et d'obtenir un déphasage en sortie d'interféromètre :

$$\Delta\Phi = \frac{1}{2} \vec{k}_{eff} \cdot (\vec{v} \times \vec{\Omega}) T^2, \quad (1.26)$$

où on note $\vec{\Omega}$ la vitesse de rotation mesurée par le dispositif, et on rappelle $\vec{k}_{eff} = \vec{k}_1 - \vec{k}_2$. Cette configuration permet de mesurer plus efficacement les vitesses de rotation. Un schéma de l'enceinte à vide du gyromètre du SYRTE est montrée sur la figure 1.5. On peut y voir le trajet des atomes préparés en bas de l'enceinte puis lancés verticalement. Ces atomes sont ensuite interrogés par des lasers horizontaux puis détectés lorsqu'ils retombent en bas de l'enceinte. Quatre fenêtres sont accessibles dans l'enceinte à vide, les deux couramment utilisées sont les extrêmes en bas et en haut pour obtenir le plus long temps d'interrogation possible.

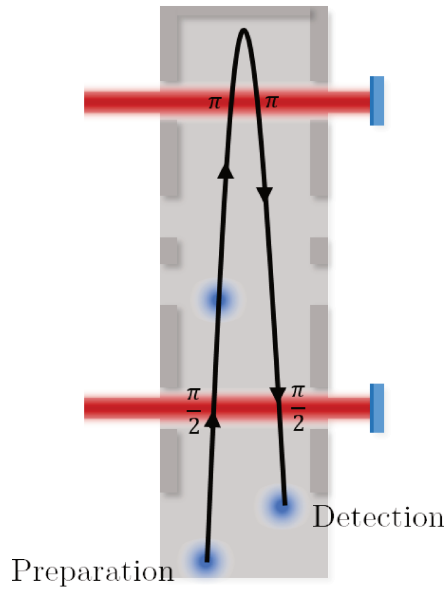


FIGURE 1.5 – Schéma de l'enceinte à vide du gyromètre du SYRTE avec quatre fenêtres disponibles, dont deux utilisées actuellement pour obtenir le plus long temps de vol possible. Le nuage d'atomes est préparé en bas de l'enceinte, puis lancé, interrogé par les lasers, et finalement détecté lorsqu'il redescend.

1.2.2 Augmenter la sensibilité des interféromètres atomiques

Pour augmenter la sensibilité de ces interféromètres, deux solutions principales sont mises en œuvre. La première consiste à augmenter le temps d'interrogation des atomes durant la séquence interférométrique. Elle est la plus directe et permet un gain substantiel compte tenu de la dépendance au carré de la phase en sortie de l'interféromètre. Cependant, le temps d'interrogation est limité par la propagation des atomes dans l'espace. D'une part, les enceintes à vide dans lesquelles les interféromètres atomiques sont réalisés doivent être assez grandes. D'autre part, l'expansion des nuages d'atomes refroidis à des températures de l'ordre du micro-Kelvin provoque des inhomogénéités de couplage. Ces inhomogénéités proviennent de la taille finie des faisceaux lasers d'interrogation ainsi que de la sélectivité en vitesse des transitions à deux photons. Pour y remédier, il est possible de refroidir d'avantage les ensembles d'atomes au prix d'un temps de cycle plus long. Il est aussi possible de réduire les inhomogénéités de l'interrogation en introduisant une sélection en vitesse des atomes, qui réduit cependant le nombre de participants à l'interféromètre. Au chapitre suivant nous nous intéresserons à la mise en forme de faisceaux plats en intensité qui peuvent réduire ces inhomogénéités.

La deuxième solution consiste à augmenter la séparation entre les états diffractés. On peut alors obtenir un déphasage en sortie d'interféromètre $\Delta\phi = n\vec{k} \cdot \vec{dT}^2$, où n est un entier, pour un accéléromètre par exemple. L'implémentation de cette solution peut se faire de plusieurs manières. On dénote par exemple la double diffraction Raman, où deux paires de faisceaux contre-propageants induisent un transfert d'impulsion dans les deux directions. Ou encore les transitions à deux photons successives, où l'interféromètre est ouvert puis écarté progressivement. Et finalement les séparatrices Bragg multiphotoniques que nous allons décrire ci-après. Ces solutions ont l'avantage d'augmenter la phase en sortie d'interféromètre de manière linéaire avec le nombre de photons échangés, tout en conservant des dispositifs compacts, et des temps de cycle courts.

1.3 Séparatrices à grand transfert d'impulsion

Les séparatrices multiphotoniques Bragg sont une des solutions possibles pour augmenter la séparation spatiale des états, et ainsi augmenter la sensibilité des interféromètres atomiques. Ils étendent les transitions à 2 photons à une interaction à $2n$ photons.

1.3.1 Formalisme mathématique

Pour décrire ces séparatrices multiphotoniques, on rappelle des éléments du traitement analytique développé dans [MCC08]. On se place dans le référentiel du laboratoire avec deux faisceaux lasers superposés formant une onde stationnaire de vecteur d'onde k interagissant avec un atome de masse M . L'Hamiltonien régissant l'interaction dipolaire électrique est alors donné par :

$$H = \frac{p^2}{2M} + \vec{d} \cdot \vec{E} = \frac{p^2}{2M} - \hbar\Delta|e\rangle\langle e| + \hbar\Omega_0(t) \cos(kz)(|e\rangle\langle g| + c.c.), \quad (1.27)$$

où Δ est le désaccord au niveau excité $|e\rangle$, et $\Omega_0(t)$ la pulsation de Rabi à un photon liée à l'amplitude des lasers utilisés. On écrit le vecteur d'état de l'atome $|\psi(t)\rangle = e(z, t)|e\rangle + g(z, t)|g\rangle$. En l'introduisant dans l'équation de Schrödinger, on obtient le système d'équations différentielles couplées :

$$\begin{aligned} i\hbar\dot{e}(z, t) &= \frac{p^2}{2M}e(z, t) + \hbar\Omega_0(t) \cos(kz)g(z, t) - \hbar\Delta e(z, t), \\ i\hbar\dot{g}(z, t) &= \frac{p^2}{2M}g(z, t) + \hbar\Omega_0(t) \cos(kz)e(z, t). \end{aligned} \quad (1.28)$$

En considérant que le désaccord Δ est grand en comparaison de la largeur de l'état excité, ainsi que devant la pulsation de Rabi et la pulsation de recul de l'atome, il est possible de réaliser une élimination adiabatique de l'état excité :

$$i\dot{g}(z, t) = -\frac{\hbar}{2M} \frac{\partial^2 g(z, t)}{\partial z^2} + \frac{\Omega_0^2(t)}{\Delta} \cos^2(kz)g(z, t). \quad (1.29)$$

Cette équation est invariante par une translation spatiale d'un multiple de π/k , et on peut alors utiliser le théorème de Bloch pour chercher des solutions de la forme :

$$g(z, t) = \sum_{m=-\infty}^{+\infty} g_m(t) e^{imkz}. \quad (1.30)$$

Ces solutions décrivent des états atomiques ayant une impulsion $m\hbar k$ où m est un nombre entier relatif. En utilisant la relation $\cos^2(kz) = \frac{1}{2} + \frac{1}{4}(e^{2ikz} + e^{-2ikz})$ et en remplaçant g dans l'équation différentielle on obtient :

$$i \sum_{m=-\infty}^{+\infty} \dot{g}_m(t) e^{imkz} = \sum_{m=-\infty}^{+\infty} [(\omega_r m^2 + \Omega(t))g_m + (\Omega(t)/2)(g_{m+2} + g_{m-2})] e^{imkz}, \quad (1.31)$$

où a été introduite la pulsation de Rabi à deux photons

$$\Omega = \frac{\Omega_0^2(t)}{2\Delta}, \quad (1.32)$$

et $\omega_r = \frac{\hbar k^2}{2M}$ la pulsation de recul à un photon.

On a alors pour tout m :

$$i \dot{g}_m = (\omega_r m^2 + \Omega(t))g_m + (\Omega(t)/2)(g_{m+2} + g_{m-2}). \quad (1.33)$$

Cette équation couple uniquement des états de même parité. On montre sur la figure 1.6 une représentation des états pairs couplés par les deux lasers. Des solutions analytiques peuvent être trouvées sous la forme de solutions aux équations de Mathieu pour des pulsations de Rabi constantes. Cependant, la résolution de ces équations différentielles est nécessaire pour obtenir l'évolution de l'état de l'atome lorsque la pulsation de Rabi prend une forme temporelle arbitraire. Nous allons voir que des formes temporelles douces sont nécessaires pour obtenir un transfert d'impulsion efficace et rapide.

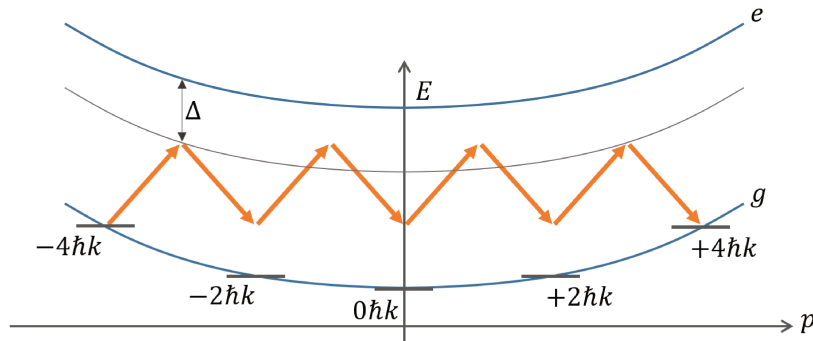


FIGURE 1.6 – États pairs couplés dans un réseau formé par deux lasers de nombre d'onde k dans le cas d'une interaction Bragg multiphotonique.

Pour le reste de cette partie, nous avons choisi de faire une étude numérique, basée sur la résolution des équations différentielles couplées (1.33), pour nous rendre compte des propriétés de ces séparatrices à grand transfert d'impulsion. On vérifie leur cohérence au fur et à mesure avec les résultats présentés dans [MCC08].

1.3.2 Régime de Raman-Nath

Deux régimes principaux peuvent être trouvés analytiquement dans le cas où la pulsation de Rabi est constante durant l'impulsion d'interrogation. Lorsque cette pulsation est grande devant la pulsation de recul et que le temps d'interaction est court devant l'inverse de la pulsation de Rabi, on se trouve dans le régime de Raman-Nath. Dans ce régime, un atome sans vitesse initiale dans l'état g_0 uniquement va se coupler à un grand nombre d'états g_{2m} (Ici, seuls les états pairs

sont couplés). En décalant alors l'échelle d'énergie d'un terme constant $\hbar\Omega$, l'équation (1.33) se simplifie en :

$$i\dot{g}_m = (\Omega/2)(g_{m+2} + g_{m-2}). \quad (1.34)$$

Cette équation est satisfaite par les fonctions de Bessel pour des temps d'interaction courts. Les solutions sont alors :

$$g_{2m} = (-i)^m J_m(\Omega t), \quad (1.35)$$

et les probabilités de transitions vers les états g_{2m} sont données par $P_{2m} = J_m(\Omega t)^2$.

La figure 1.7 montre les probabilités de transition des états g_{2m} lors d'une interaction dans le régime de Raman-Nath, avec $\Omega = 100\omega_r$. Les courbes pleines sont le résultat de l'intégration numérique de l'équation d'évolution d'état (1.33). Les courbes pointillées montrent les fonctions de Bessel, qui sont les solutions analytiques de cette évolution. On peut voir que les solutions de Bessel ne sont qu'une approximation valable pour des temps d'interaction courts $t \ll 1/\sqrt{2\Omega\omega_r}$.

Le régime de Raman-Nath n'est pas très intéressant pour nous. En effet, il couple beaucoup d'états de manière peu efficace. Le meilleur couplage est ainsi obtenu pour l'état g_2 avec seulement un peu plus de 30% de probabilité de transition.

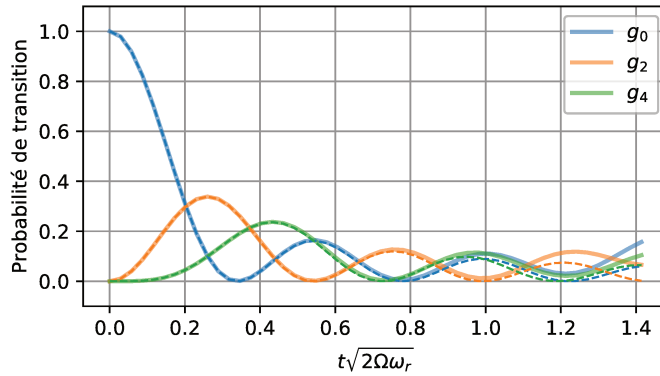


FIGURE 1.7 – Probabilités de transitions dans le régime de Raman-Nath. Le calcul est réalisé avec une pulsation de Rabi $\Omega = 100\omega_r$. Les courbes pointillées sont les fonctions de Bessel au carré, solutions analytiques de l'évolution des états dans le régime de Raman-Nath. Les courbes en trait plein proviennent de la résolution numérique des équations différentielles (1.33).

1.3.3 Régime de Bragg

Le deuxième régime important dans la compréhension des transitions de Bragg multiphotoniques est le régime de Bragg. Dans ce régime on peut obtenir un couplage précis entre deux états d'impulsion $-n$ et $+n$. Ce régime est obtenu lorsque l'atome a une impulsion initiale $-\hbar k$, et que la pulsation de Rabi à deux photons vérifie la relation :

$$|4k^2 - 4nk|\omega_r \gg \Omega, \quad (1.36)$$

pour tout $0 < k < n$. Lorsque cette condition est remplie, les états intermédiaires différents de $-n$ et $+n$ restent à l'équilibre et ne sont pas peuplés. On a en fait une élimination adiabatique des états intermédiaires. Dans ces conditions, le couplage entre les états $-n$ et $+n$ est total et les équations d'évolution sont données par

$$\begin{aligned} i\dot{g}_{-n} &= \frac{\Omega_{eff}}{2} g_n \\ i\dot{g}_n &= \frac{\Omega_{eff}}{2} g_{-n}, \end{aligned} \quad (1.37)$$

où a été introduite la pulsation de Rabi effective

$$\Omega_{eff} = \frac{\Omega^n}{(8\omega_r)^{n-1} [(n-1)!]^2}, \quad (1.38)$$

dont l'expression est trouvée en éliminant successivement les états intermédiaires. On retrouve les équations d'évolution d'un atome à deux états dont les solutions sont :

$$g_{-n}(t) = \cos \frac{\Omega_{eff} t}{2}, \quad g_n(t) = -i \sin \frac{\Omega_{eff} t}{2}, \quad (1.39)$$

permettant d'obtenir une séparatrice $\pi/2$ lorsque $\Omega_{eff} t = \pi/2$ et un miroir π quand $\Omega_{eff} t = \pi$.

Le régime de Bragg est intéressant pour l'interférométrie atomique. Il permet d'obtenir un grand transfert d'impulsion, sans couplage vers des états intermédiaires. Cependant, il n'est pas idéal : il nécessite des temps d'interaction très longs lorsque des grands transferts d'impulsion sont nécessaires. La condition (1.36) s'écrit pour la pulsation de Rabi effective Ω_{eff} :

$$\Omega_{eff} \ll \frac{8(n-1)^n \omega_r}{2^n [(n-1)!]^2}. \quad (1.40)$$

Pour obtenir un transfert d'impulsion de $2 \times 5\hbar k$, la pulsation de Rabi effective doit être bien inférieure à $0.44 \omega_r$. Pour un atome de Cesium133, cela donne une impulsion $\pi/2$ de longueur $\tau \gg \frac{\pi}{2\Omega_{eff}} = 275 \mu\text{s}$ dont la sélectivité en vitesse sera très importante. En effet la largeur en fréquence de la transition est inversement proportionnelle à la longueur de l'impulsion. Sur le gyromètre du SYRTE par exemple, des impulsions d'une durée de $20 \mu\text{s}$ sont réalisées, donc avec une largeur en fréquence 10 fois plus grande. La perte d'atomes serait donc importante. Si on veut obtenir un transfert d'impulsion de $2 \times 10\hbar k$, la longueur de l'impulsion $\pi/2$ monte à plus de $\tau=600 \text{ ms}$, ce qui est incompatible avec les objectifs d'un interféromètre à temps de cycle court, et encore une fois trop sélectif en vitesse.

1.3.4 Régime intermédiaire quasi-Bragg

Pour obtenir un grand transfert d'impulsion avec une durée d'impulsion raisonnable, il est nécessaire de se placer entre les régimes de Raman-Nath et Bragg. Dans ce régime intermédiaire, appelé *quasi-Bragg*, il n'est plus possible de réaliser une élimination adiabatique des états intermédiaires. Lors de l'interaction, des états intermédiaires sont alors couplés, de manière plus ou moins efficace et constituent une perte en efficacité des séparatrices multiphotoniques. La figure 1.8 présente les probabilités de transition d'un atome initialement dans l'état $|-5\rangle$ lorsqu'il est interrogé par une impulsion de pulsation de Rabi constante $\Omega=38 \omega_r$ de durée τ . On trace en couleurs les probabilités de transition des états -5 et +5, et en noir les probabilités de transitions sommées des autres états. Le couplage entre les états -5 et +5 est peu efficace et de nombreux états intermédiaires sont couplés.

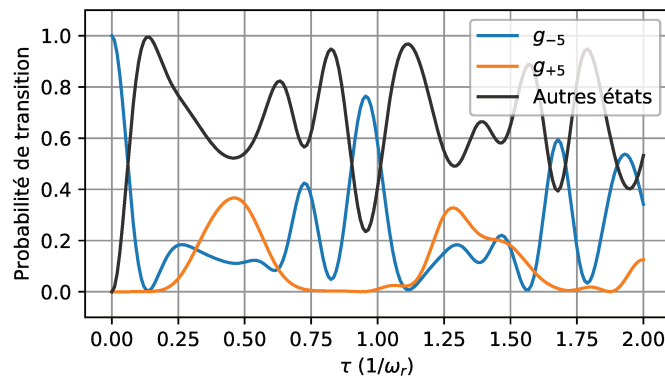


FIGURE 1.8 – Probabilités de transition d'un atome initialement dans l'état $|-5\rangle$ avec une impulsion de pulsation de Rabi constante $\Omega=38 \omega_r$ de durée τ . On trace en noir le peuplement des états différents de -5 et +5. Le peuplement de l'état +5 reste faible et des pertes notables vers les états intermédiaires sont visibles.

Pour obtenir un couplage plus efficace, il est nécessaire de moduler temporellement l'intensité des lasers d'interrogation. La figure 1.9 montre la probabilité de transition d'un atome initialement dans l'état $|-5\rangle$ lorsqu'il est soumis à une pulsation de Rabi avec une forme temporelle Gaussienne. On montre la probabilité de transition finale en fonction de la durée σ de la Gaussienne :

$$\Omega(t) = \bar{\Omega} e^{-t^2/(2\sigma^2)}, \quad (1.41)$$

où la pulsation de Rabi maximale est $\bar{\Omega}=38 \omega_r$. Le couplage des états -5 et +5 est bien plus efficace qu'avec une pulsation de Rabi constante. On retrouve bien les résultats présentés figure 7 dans l'article [MCC08], réalisée avec les mêmes paramètres. Au début de l'interaction, de nombreux états intermédiaires sont couplés, mais la transition se fait ensuite de manière semblable au régime de Bragg. On obtient un couplage de plus de 90% vers l'état +5 avec une impulsion de durée $\sigma=0.6 \omega_r^{-1}=46 \mu\text{s}$ pour le Césium.

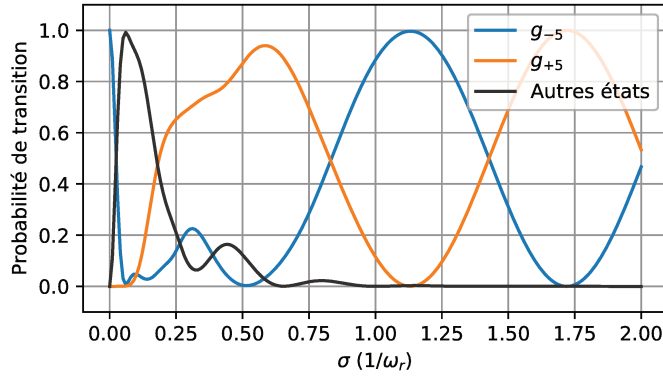


FIGURE 1.9 – Probabilités de transition d'un atome initialement dans l'état $|-5\rangle$ avec une impulsion de forme Gaussienne et pulsation de Rabi maximale $\bar{\Omega}=38 \omega_r$. On trace en noir le peuplement des états différents de -5 et +5. Le couplage des états -5 et +5 est bien plus efficace, et passe progressivement dans un régime ressemblant au régime de Bragg.

Cette durée est similaire à la durée théorique d'une impulsion Rectangulaire couplant les états -5 et +5 dans le régime de Bragg vue un peu plus haut. Cependant, avec des impulsions de forme Gaussienne, il est possible d'induire un couplage rapide à des ordres plus élevés en utilisant des puissances plus grandes, contrairement au cas où la pulsation de Rabi est constante et où le couplage se détériore. La figure 1.10 montre le couplage des états -10 à +10 lorsque la puissance maximale de l'impulsion Gaussienne est de $\bar{\Omega}=130 \omega_r$. Un régime oscillant entre les états -10 et +10 est atteint avec une durée de l'impulsion Gaussienne de $\sigma=0.5/\omega_r \simeq 40 \mu\text{s}$, contrairement aux 1.2 s nécessaires dans le régime de Bragg pour obtenir une impulsion π .

1.3.5 Conditions nécessaires à la réalisation efficace de séparatrices à grand transfert d'impulsion

Puissance nécessaire

Les transitions multiphotoniques nécessitent une grande pulsation de Rabi pour pouvoir réaliser des transferts d'impulsion efficaces. La pulsation de Rabi à un photon est donnée par :

$$\Omega_0 = \sqrt{\frac{I}{I_{sat}} \frac{\Gamma^2}{2}}. \quad (1.42)$$

La pulsation de Rabi à deux photons est alors

$$\Omega = \frac{\Omega_0^2}{2\Delta} = \frac{I}{I_{sat}} \frac{\Gamma^2}{4\Delta}. \quad (1.43)$$

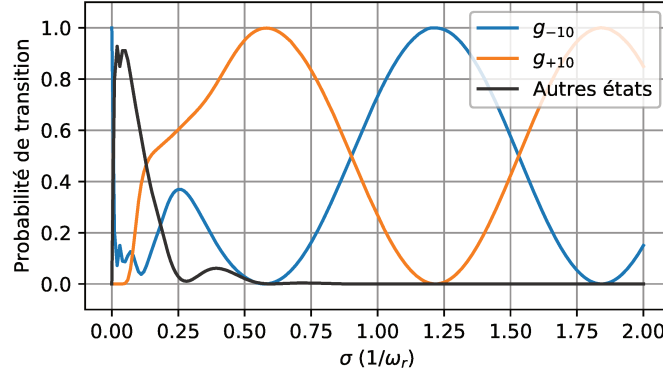


FIGURE 1.10 – Probabilités de transition d'un atome initialement dans l'état $|-10\rangle$ avec une impulsion de forme Gaussienne et pulsation de Rabi maximale $\bar{\Omega}=130 \omega_r$. Un couplage efficace est induit entre les états -10 et $+10$ avec une durée de l'impulsion Gaussienne de $\sigma=0.5/\omega_r \simeq 40 \mu\text{s}$.

En utilisant un faisceau gaussien de *waist* w , avec une puissance P , son intensité au sommet est :

$$I = 2P/(\pi w^2). \quad (1.44)$$

Dans ce cas :

$$\Omega = \frac{P\Gamma^2}{2\pi w^2 \Delta I_{sat}} \propto \frac{P}{\Delta}. \quad (1.45)$$

On note par ailleurs que le taux d'émission spontanée lié au couplage à l'état excité est donné dans le cas de grands désaccords Δ par [Che06] :

$$R_{sc} = \frac{\Gamma^3 I}{8\Delta^2 I_{sat}} \propto \frac{P}{\Delta^2} \propto \frac{\Omega}{\Delta}. \quad (1.46)$$

Compte tenu de cette relation entre le taux d'émission spontanée et la pulsation de Rabi à deux photons, pour augmenter la pulsation de Rabi d'un facteur α , il est nécessaire d'augmenter le désaccord d'un facteur α et la puissance des lasers d'un facteur α^2 . Ainsi, pour augmenter la pulsation de Rabi d'un facteur ~ 3 pour passer d'un couplage de $10\hbar k$ à $20\hbar k$ à temps d'impulsion égale (comme nous l'avons vu plus haut), il est nécessaire de multiplier par ~ 9 la puissance laser utilisée. Pour une transition de $20\hbar k$, avec un désaccord de 10 GHz (pour conserver un taux d'émission spontanée négligeable), un faisceau de 30 mm de diamètre et des atomes de Cesium133, l'ordre de grandeur de la puissance requise est de 2 W, avec $\Gamma = 2\pi \times 5.2 \text{ MHz}$ et $I_{sat} = 1.65 \text{ mW/cm}^2$. Pour obtenir ces puissances laser, nous avons choisi d'étudier la possibilité d'exploiter le gain optique d'un résonateur optique.

Homogénéité de l'interrogation

Outre la nécessité d'une puissance élevée pour réaliser des transitions de Bragg à grand transfert d'impulsion, les faisceaux d'interrogation doivent avoir une grande homogénéité.

D'une part, l'efficacité de couplage des séparatrices dépend de l'intensité des lasers à la position de l'atome interrogé. Cette dépendance est d'autant plus grande lorsque des grands transferts d'impulsions sont réalisés, puisque la pulsation de Rabi effective augmente en puissance de n . Sur la plupart des expériences, les faisceaux d'interrogation sont Gaussiens. L'expansion des ensembles d'atomes interrogés cause alors une inhomogénéité du couplage causant des pertes de contraste. Ces pertes de contraste sont un facteur limitant de toutes les expériences actuelles utilisant des séparatrices multiphotoniques. L'utilisation de faisceaux plats permettrait d'améliorer l'homogénéité de ce couplage.

D'autre part, les séparatrices multiphotoniques induisent des phases de diffraction provoquées par le couplage transitoire d'états intermédiaires. Le calcul de ces biais de phase a été réalisé

dans l'étude [Büc+03] dans le régime de Raman-Nath et de Bragg d'ordre 2. Il a été montré que ces phases sont un facteur important du bruit observé sur certaines expériences d'interférométrie atomique. On note notamment que dans le régime de Bragg d'ordre 2, une variation de l'intensité de 1% modifie la phase de diffraction de 84 mrad. Encore une fois, des faisceaux plats en intensité pourront permettre de réduire ces biais. Nous avons réalisé quelques calculs numériques préliminaires pour estimer le biais de phase induit par une variation d'intensité lors de la transition π d'un accéléromètre. Ces calculs ont confirmé les ordres de grandeurs estimés par [Büc+03].

Chapitre 2

Mise en forme spatiale du profil d'intensité

Les inhomogénéités d'intensité et de phase sont un défi pour les interféromètres atomiques à temps d'interrogation long. Les nuages d'atomes lancés peuvent y atteindre des tailles centimétriques. Dans ces cas, des faisceaux d'interrogation à profil d'intensité Gaussien engendrent des distributions de probabilités de transition larges dans la population d'atomes. La conséquence immédiate de cette réduction en efficacité des optiques atomiques est une baisse de contraste de l'interféromètre réduisant le rapport signal à bruit de l'appareil. Cette baisse de contraste peut être vue comme l'effet de moyennage des franges d'interférences de chaque atome : des sinusoïdes de différentes amplitudes.

Les inhomogénéités de phase sont tout aussi problématiques. Chaque atome du nuage étant déphasé différemment de ses voisins, suivant sa position dans le faisceau d'interrogation, le signal moyen en fin d'interféromètre sera brouillé. On peut le voir ici comme un moyennage d'un ensemble de sinusoïdes déphasées.

Ces deux effets seront encore plus marqués par l'utilisation de séparatrices à grand transfert d'impulsion. Ces transitions sont plus sensibles aux variations d'intensité et les phases lasers sont imprimées de nombreuses fois à chaque interaction.

Les interféromètres atomiques à temps d'interrogation long pourraient donc bénéficier de l'utilisation de faisceaux d'interrogation à profil d'intensité et de phase plats. L'objectif étant de pouvoir réaliser des faisceaux Raman ou Bragg, le défi principal est d'obtenir un profil d'intensité et de phase qui conserve ses propriétés sur une distance de propagation d'une cinquantaine de centimètres pour des faisceaux retro réfléchis. La mise en place d'un dispositif de mise en forme de faisceau plat avec des pertes limitées permettra notamment d'optimiser la puissance des lasers qui est un facteur limitant sur les capteurs inertiels à atomes froids.

L'objet de ce chapitre est donc de produire un faisceau plat collimaté, d'un diamètre de 30 mm, qui sera utilisé pour améliorer le contraste du Gyromètre du SYRTE.

2.1 Fondamentaux de mise en forme de faisceaux plats

La mise en forme de faisceaux lasers est un problème largement étudié. Trois principales techniques se dégagent de la littérature. Les méthodes par transmission sont les plus basiques, un filtre apodisant réduit localement l'intensité d'un faisceau incident de manière à atteindre la distribution voulue [QF81; Cha+98; Lia+09; Li+16]. Ce filtrage est peu efficace puisqu'il engendre intrinsèquement une grande perte d'intensité. Les méthodes réfractives se basent sur l'utilisation d'optiques asphériques pour redistribuer l'intensité du faisceau lors de sa propagation dans un système optique. Elles nécessitent la réalisation d'optiques asphériques, la plupart du temps sur demande, coûteuses et difficiles à réutiliser [Fri65; RS80; RD96; KB97; HJ00; SK08]. Finalement les méthodes diffractives se basent sur l'utilisation d'éléments diffractifs pour modifier des propriétés de l'onde incidente dans un plan pour obtenir une répartition d'intensité voulue après

une certaine propagation [Tan+95; Ma+10b; Ma+10a; Pal+18]. Ces dernières sont efficaces pour produire des distributions d'intensité complexes dans un plan donné, mais ne sont pas optimales pour obtenir de grandes distances de propagation pour des faisceaux plats. En effet, le faisceau est plat dans un plan, mais n'est pas collimaté et sa propagation en est détériorée. Dans le reste de ce chapitre, nous nous référerons aux dispositifs de mise en forme spatiale de faisceaux électromagnétiques en tant que *beamshaper*.

2.1.1 Comportement d'un faisceau plat en intensité

La propagation des faisceaux plats a déjà été étudiée auparavant [PB94; Gor94; Bag+96; Bor01; SH06] et cette sous partie donne brièvement une idée de ses ordres de grandeur. La propagation de la lumière est un filtre passe bas des fréquences spatiales due à la diffraction des ondes électromagnétiques. Ainsi un faisceau doux, tel qu'un faisceau gaussien avec peu de hautes fréquences spatiales, aura tendance à garder sa forme au cours de sa propagation. Au contraire un faisceau plat en intensité avec des bords nets risque de voir son profil se détériorer plus rapidement à diamètre égal.

Pour décrire les faisceaux à profil d'intensité plat, nous utilisons la fonction Fermi Dirac, visible sur la figure 2.1 :

$$g(r) = \frac{A}{1 + e^{\beta(\frac{r}{R}-1)}} \quad (2.1)$$

R est ici le rayon à mi-hauteur du faisceau et β détermine la douceur avec laquelle l'intensité diminue sur les bords du faisceau. Différentes valeurs de β sont montrées figure 2.1. Pour la suite de cette étude, un coefficient β de 16 est choisi comme référence, pour reproduire les résultats de [HJ00]. La propagation calculée de faisceaux plats est montrée figure 2.2. On peut voir qu'au cours de leur propagation, des anneaux apparaissent sur le bord du faisceau, ces anneaux se resserrent, et finalement le faisceau reprend une forme similaire à une Gaussienne. L'ordre de grandeur de la distance au cours de laquelle un faisceau plat Fermi-Dirac avec un coefficient β de 16 se propage en conservant un profil relativement plat, avant l'apparition d'anneaux, est $d_m = 0.1R^2/\lambda$, où R est le rayon du faisceau. Cette distance s'apparente à la distance de rayleigh $z_R = \pi w_0^2/\lambda$ des faisceaux gaussiens. Elle vaut, avec une longueur d'onde de 852 nm, 3 cm pour un faisceau de 0.5 mm de rayon et de 1 m pour un faisceau de 3 mm de rayon. Pour un faisceau de 30 mm de diamètre, comme celui que l'on vise, la propagation se fait sans changement sur une distance de 26 m.

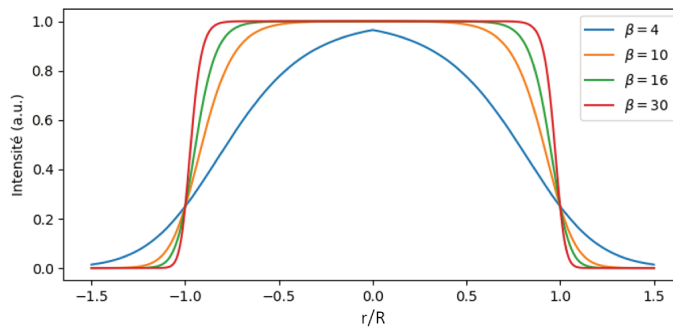


FIGURE 2.1 – Fonction Fermi-Dirac pour différents paramètres β .

2.1.2 Un télescope à optiques asphériques

La principale piste suivie dans cette étude est celle présentée par John Hoffnagle qui a réalisé un *beamshaper* réfractif avec deux optiques asphériques [HJ00]. Un schéma de ce dispositif est montré figure 2.3a. Le *beamshaper* se comporte comme un télescope avec un grandissement proche de l'unité qui change la distribution des rayons formant le faisceau. La première optique

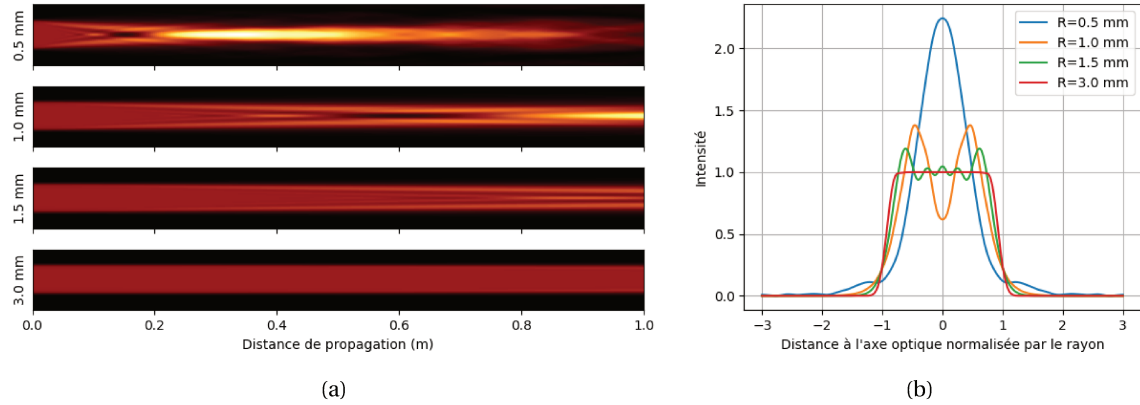


FIGURE 2.2 – Propagation de faisceaux Fermi-Dirac de différents diamètres avec $\beta = 16$ sur une distance de 1 m. Les faisceaux se propagent de gauche à droite. La diffraction empêche le faisceau plat de conserver sa forme pendant sa propagation : il retrouve progressivement une forme proche d'une Gaussienne. La distance caractéristique de propagation sans changement est $0.1R^2/\lambda$. (a) A gauche de chaque image est donnée le rayon du faisceau correspondant. (b) Profil des faisceaux après 50 cm de propagation. La largeur est normalisée au rayon de chaque faisceau pour plus de clarté.

change la répartition d'intensité en déviant les rayons du faisceau incident. La deuxième optique collimate le faisceau en redressant tous les rayons.

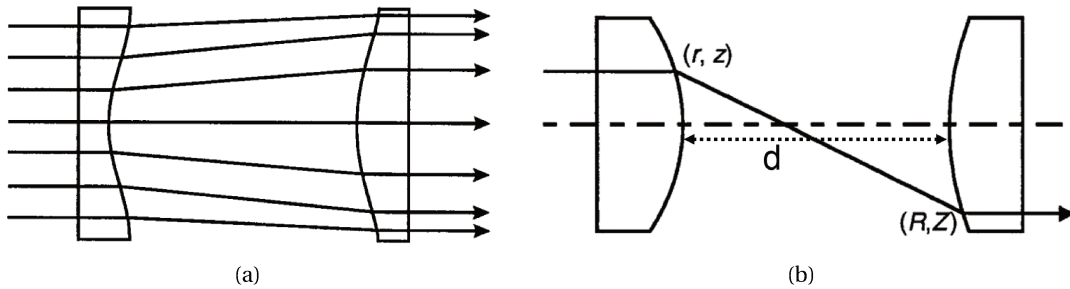


FIGURE 2.3 – Schéma d'un *beamshaper* réfractif (a) Galiléen et (b) Keplerien.

Pour déterminer la forme des optiques, on suit le formalisme de Kreuzer [KJ65]. On définit r et R les distances à l'axe optique d'un rayon incident sur la première optique et du même rayon sortant de la deuxième optique, et d la distance entre les deux optiques, comme montré sur la figure 2.3b. On note $R = h(r)$ la fonction de tracé de rayon qui les lie. Cette fonction donne la position d'un rayon en sortie du collimateur en fonction de sa position en entrée. On note h^{-1} la fonction inverse de h , qui donne la position d'un rayon en entrée, en fonction de sa position en sortie. Dans une configuration Keplerienne les rayons croisent l'axe optique entre les lentilles $h(r) < 0$ quand $r > 0$. Dans une configuration Galiléenne ce n'est pas le cas et $h(r) > 0$ quand $r > 0$. Pour calculer la fonction h , pour des faisceaux à symétrie cylindrique, on égalise la puissance englobée dans un cercle de rayon r à l'entrée à celle englobée dans un cercle de rayon R à la sortie :

$$\int_0^r I_{entree}(x) x dx = \int_0^R I_{sortie}(x) x dx, \quad (2.2)$$

où I_{entree} et I_{sortie} sont les distributions d'intensité de consigne en entrée et en sortie. Ce calcul se fait la plupart du temps numériquement. Les équations permettant alors d'obtenir la forme des

deux optiques sont :

$$z(r) = \int_0^r \left\{ (n^2 - 1) + \left[\frac{(n-1)d}{h(x) - x} \right]^2 \right\}^{-1/2} dx$$

$$Z(R) = \int_0^R \left\{ (n^2 - 1) + \left[\frac{(n-1)d}{h^{-1}(x) - x} \right]^2 \right\}^{-1/2} dx, \quad (2.3)$$

où $z(r)$ est l'épaisseur de la première optique, $Z(R)$ celle de la deuxième, d la distance entre les optiques, et n l'indice de réfraction du verre utilisé. Ces formules simples dérivées par Kreuzer [KJ65] découlent de la fonction de tracé de rayon h , des lois de Snell-Descartes aux interfaces des optiques, et de la collimation des rayons en entrée et sortie du système optique.

La figure 2.4 montre les profils d'optiques calculés avec les mêmes paramètres que Hoffnagle [HJ00] pour une configuration Keplerienne et Galiléenne. On trace la flèche, notée sag, qui désigne la déviation en épaisseur de l'optique. L'espace au dessus des courbes est composé du substrat, en dessous se trouve le milieu extérieur. Ces optiques sont faites pour mettre en forme un faisceau gaussien de 2.366 mm de waist en un faisceau Fermi-Dirac de 3.25 mm de rayon avec un coefficient β de 16 et une séparation entre optiques de 15 cm. Les lignes pleines montrent la forme réelle de l'optique et les lignes pointillées sont les surfaces sphériques les plus proches. L'ordre de grandeur de la déviation à la sphère la plus proche est de l'ordre de la dizaine de micromètres. La configuration Galiléenne produit des optiques plus minces, à distance entre optiques égale, mais plus complexes à réaliser car elles ne sont pas uniquement convexes.

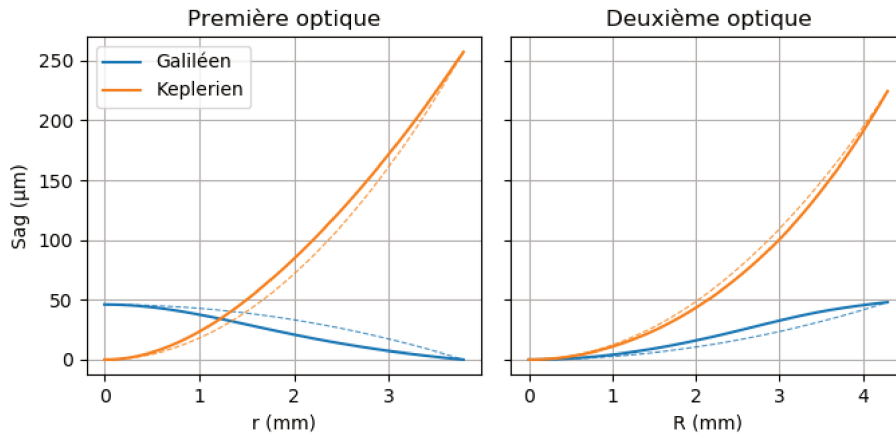


FIGURE 2.4 – Formes des optiques asphériques permettant de transformer un faisceau gaussien de 2.03 mm de waist en un faisceau Fermi-Dirac de 3.25 mm de rayon avec un coefficient β de 16 et une séparation entre optiques de 15 cm, correspondant aux paramètres du beamshaper présenté dans [HJ00]. Les courbes en pointillés représentent les surfaces sphériques les plus proches de l'optique, le verre de l'optique se trouve au dessus des courbes. On remarque que la première optique de la configuration Galiléenne est concave.

Hoffnagle a pu bénéficier d'une collaboration avec *QED Technologies* apportant la capacité de produire de telles optiques asphériques. Nous avons contacté cette entreprise qui ne s'occupe plus de la conception d'optiques asphériques, mais seulement de leur production. Le coût de production d'une seule optique est estimé à 6000€, ce qui est trop cher pour notre expérience. La décision a été prise de contourner l'utilisation directe d'optiques asphériques.

2.2 Remplacement des optiques asphériques par des lames de phase

Avec l'aide de David Horville, du pôle instrumental *Galaxies Étoiles Planètes et Instrumentation* (GEPI) de l'Observatoire de Paris, un système optique a été conçu où chacune des optiques asphériques a été remplacée par un doublet d'optiques sphériques commerciales et une lame de phase. La lame de phase est un substrat de verre gravé qui ajoute une asphéricité à l'optique sphérique à laquelle il s'associe. La position et l'asphéricité des lames de phase a été calculée sur le

logiciel de conception optique ZEMAX™ en utilisant ses fonctions d'optimisation. Un schéma du montage final est présenté figure 2.5a. Le profil calculé des lames de phase est montré figure 2.5b.

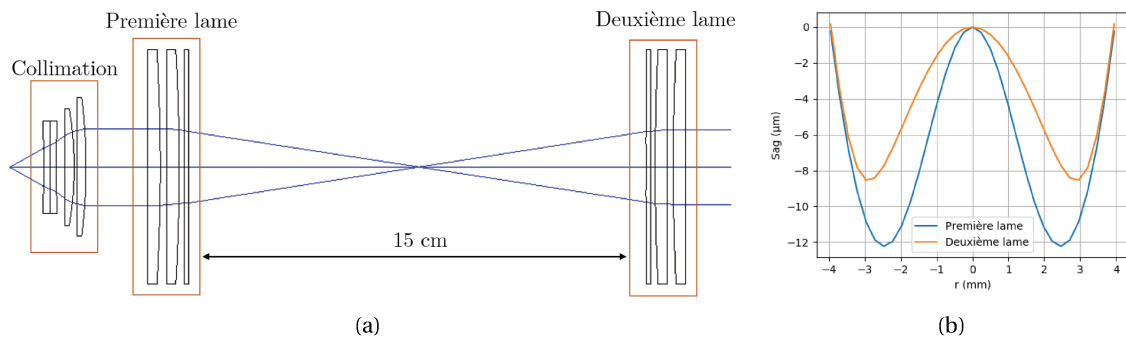


FIGURE 2.5 – (a) Schéma ZEMAX™ du montage avec lames de phase. De gauche à droite le système de collimation de la fibre, deux lentilles sphériques commerciales suivies de la première lame de phase, puis la deuxième lame de phase et de nouveau de deux lentilles sphériques commerciales. (b) Profil calculé des lames de phase.

La collaboration du SYRTE avec l'unité de recherche GEPI à l'Observatoire de Paris nous donne accès au matériel nécessaire à la réalisation de ce type d'optiques. La réalisation des lames de phase a ainsi été faite par Josiane Firminy à l'Observatoire de Paris. Pour chaque étape de la gravure du substrat, une résine est déposée puis un masque spécifique est aligné sur le substrat. Une partie de la résine est enlevée par de la lumière selon le masque utilisé. Le masque est ensuite retiré et des ions sont projetés retirant ainsi de la matière là où la résine a été enlevée. La durée d'exposition aux ions détermine la profondeur de gravure. Par compromis entre le temps de réalisation et la précision des lames, 8 gravures sont effectuées avec des profondeurs allant en puissances de 2 pour obtenir 255 niveaux. Ainsi, 8 masques sont utilisés correspondants à cette discrétisation binaire sur 8 bits du profil des lames. La taille transverse d'un pixel de gravure est de 15 micromètres et le pas élémentaire fait quelques dizaines de nanomètres de hauteur.

La figure 2.6 montre la caractérisation des lames, réalisée au GEPI avec un profilomètre à contact. (a) et (b) montrent des coupes du profil de la première et de la deuxième lame de phase. (c) montre un agrandissement sur le bord de la deuxième lame permettant d'apprécier la rugosité des surfaces produites par cette méthode. La discrétisation du profil y est bien visible. Les marches produites par les différents masques ont une hauteur de 48 nm pour la première lame et 34 nm pour la deuxième. Le bruit sur le plateau des marches est de l'ordre de quelques nanomètres. (d) présente une vue entière de la première lame de phase. Les sillons visibles sur les images (a), (b) et (c) sont des artefacts liés au raccord des différentes itérations nécessaires pour mesurer le profil des lames avec le profilomètre. La figure 2.7a montre une photo de la première lame de phase dans sa monture. Un agrandissement est présent figure 2.7b.

Une photo du montage est montrée figure 2.7c. La simulation du système sur ZEMAX™ a montré que le bon fonctionnement du système optique dépend grandement du positionnement précis des optiques et lames de phase les uns par rapport aux autres. Ainsi des réglages en translation transverse sur les deux lentilles, et des réglages en translations et rotation sur les lames de phase ont été prévus. Toutes les montures sont installées sur une unique barre et un système de collimation de fibre est intégré à l'entrée. Le *beamshaper* fonctionne sur le même principe que celui de John Hoffnagle. Le système optique collimate la lumière d'une fibre en entrée en un faisceau gaussien de 4.7 mm de diamètre. Les lentilles et lames de phase le transforment théoriquement en un faisceau de 4.7 mm de diamètre en redirigeant l'intensité entre la première et la deuxième lame, puis en aplanissant sa phase. Un télescope est ensuite utilisé pour agrandir le faisceau et améliorer sa propagation et faciliter sa caractérisation. Celui ci n'est pas montré sur la photo du montage. Le faisceau est finalement projeté sur un écran en papier et imagé avec une caméra.

La figure 2.8 montre le meilleur résultat obtenu avec ce système. À 40 cm de propagation, le

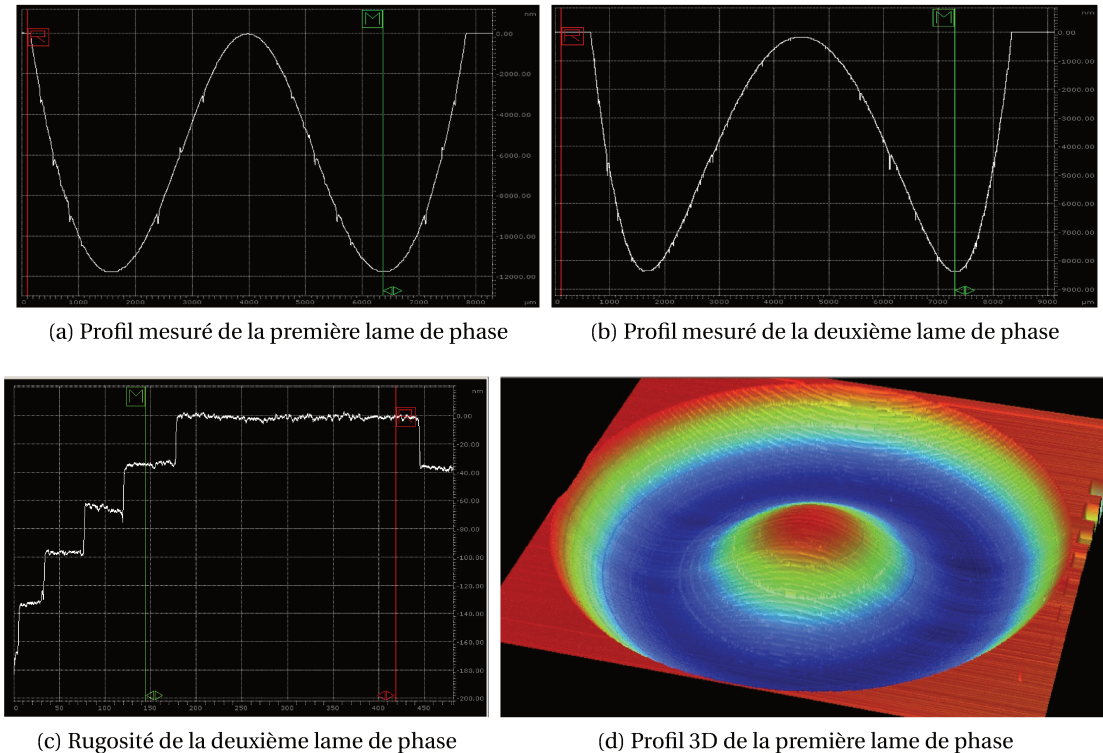


FIGURE 2.6 – Profils des lames mesurés par le GEPI. (a) (b) Coupe des profils des deux lames. (c) Agrandissement du bord de la deuxième lame, permettant de voir le profil en escalier résultant de la méthode de gravure ainsi que la rugosité du profil. (d) Profil 3D de la première lame de phase.

profil du faisceau est qualitativement plat. Néanmoins on peut voir un point chaud au centre du faisceau avec une intensité 4 à 5 fois plus grande que celle du plateau. On distingue aussi des structures circulaires assez marquées sur le reste du plateau. Sur une propagation plus longue de 200 cm le faisceau retrouve une forme globalement gaussienne, ce qui montre qu'il n'est pas correctement collimaté à la sortie du *beamshaper*.

La caractérisation de ce système s'est avérée difficile. Il est possible d'utiliser uniquement la première lame de phase et regarder l'évolution du faisceau autour de la position de la seconde lame, mais cela ne livre que peu d'information. Le système est très contraint et la caractérisation des éléments un par un n'est pas triviale. Bien que le profil général des lames soit en accord avec le profil théorique requis, on peut voir à l'œil, sur les figures 2.7a et 2.7b, des structures circulaires produites par la gravure, et un dépoli. Les structures visibles dans le faisceau en sortie pourraient être dues à des défauts dans l'opacité des lames de phases liées au processus de gravure. D'autre part, le point chaud pourrait être créé par un effet de diffraction sur les structures en escalier produites par la gravure des lames.

Bien que la réalisation des lames de phase soit faite à l'Observatoire de Paris, elles nécessitent tout de même un mois de travail au personnel du GEPI. Pour nous permettre de comprendre plus simplement le comportement de ce type de *beamshaper*, nous avons entrepris d'acquérir un SLM (décrit dans la partie suivante) pour remplacer les lames de phase. Malgré son coût élevé, il apporte une flexibilité dans son utilisation qui nous permettra de mieux comprendre les limitations de ce dispositif.



FIGURE 2.7 – *beamshaper* réalisé avec des masques de phase.

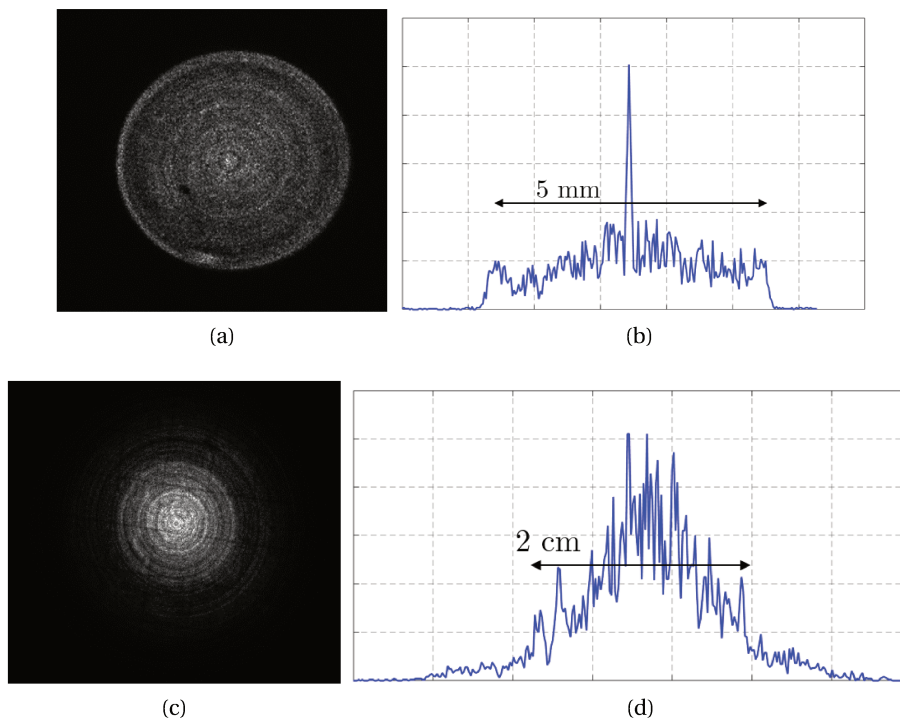


FIGURE 2.8 – Résultats du *beamshaper* réalisé avec des masques de phase. (a) (b) A 40 cm le profil du faisceau est plus proche d'un plateau que d'une gaussienne, des structures circulaires et un point chaud important sont visibles. (c) (d) A 200 cm le faisceau reprend un profil gaussien avec une trace des structures vues plus tôt dans la propagation.

2.3 Remplacement des optiques asphériques par un SLM

2.3.1 Fonctionnement du SLM

Un SLM est un modulateur spatial de lumière. Il permet de modifier localement des propriétés d'une onde électromagnétique incidente, notamment son amplitude ou sa phase. On s'intéresse dans cette partie principalement aux *Liquid Cristal On Silicon Spatial Light Modulators (LCOS SLM) Optical Phase* : des modulateurs spatiaux de lumière à cristaux liquides sur silicium n'affectant que la phase. Dans cette partie on utilisera le terme SLM pour désigner ce type de modulateurs.

Les lentilles asphériques du montage de John Hoffnagle peuvent être vues comme de simples déphaseurs du champ électromagnétique incident. Il est donc possible de les remplacer par deux SLM avec les déphasages correspondants aux deux optiques. Celui que nous allons utiliser est fait par Hamamatsu et sa disposition est montrée Fig 2.9. Il est composé d'une couche de cristaux liquides alignés, d'un miroir diélectrique et d'une matrice d'électrodes. La lumière incidente sur le SLM traverse une première fois la couche de cristaux liquides, se réfléchit sur le miroir, traverse de nouveau les cristaux liquides avant de ressortir du SLM. Si une tension est appliquée à certains pixels de la matrice d'électrodes, les cristaux liquides situés au-dessus changent de direction. Ce changement de direction crée une modification locale de l'indice optique du milieu et le champ électromagnétique subit un déphasage local lié à ce changement d'indice.

Le SLM est utilisé en réflexion et son efficacité est limitée par l'angle d'incidence du faisceau incident. En incidence normale, il peut introduire des déphasages de 2π , avec une dépendance selon la longueur d'onde. Pour obtenir de plus grands déphasages, il est nécessaire de réaliser un enroulement de la phase, avec des sauts de 2π à 0. Finalement, puisqu'il repose sur l'utilisation de cristaux liquides, la polarisation du faisceau incident doit être linéaire et alignée correctement.

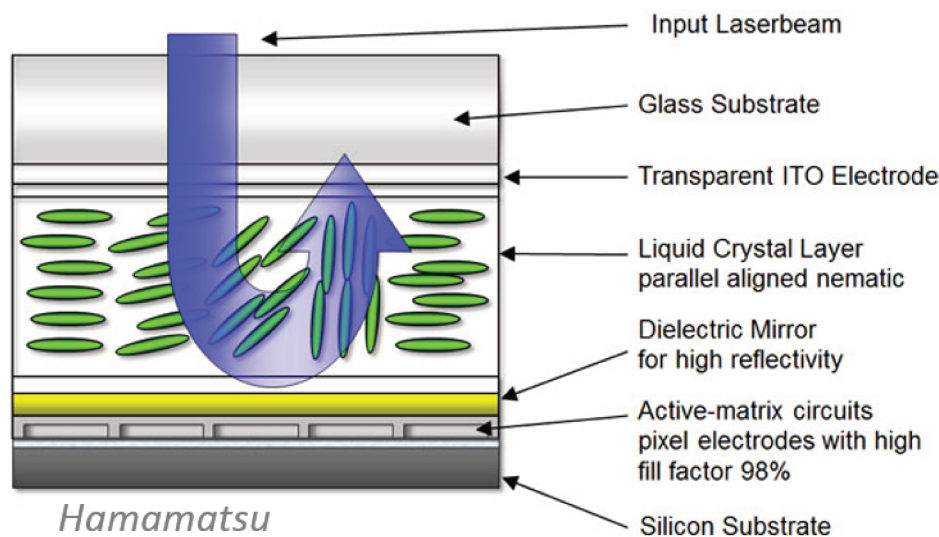


FIGURE 2.9 – Coupe d'un SLM Hamamatsu [Ham18]

Le SLM de Hamamatsu est constitué d'une tête où se situe le SLM lui-même et d'un contrôleur qui se charge de l'interface avec un ordinateur. Le contrôleur se branche par un port DVI à l'ordinateur pour être reconnu comme un moniteur. Il suffit alors simplement de mettre une image en niveau de gris sur ce moniteur et le contrôleur transformera les niveaux de gris en tensions sur la matrice d'électrodes et par conséquent en déphasage local.

2.3.2 Montage optique pour le beamshaping avec un SLM

En 2010, un montage a été réalisé [Ma+10a; Ma+11] reproduisant les expériences de John Hoffnagle [HJ00] en remplaçant les optiques asphériques par des SLM. Il présente la transformation

d'un faisceau Gaussien de 2.8 mm de diamètre en un faisceau plat de 3.2 mm de diamètre. Nous avons réalisé un montage similaire en utilisant un seul SLM pour réduire le coût du dispositif. Nous avons choisi un SLM avec une grande surface (16 x 12 mm) pour permettre à un faisceau de se réfléchir deux fois à deux endroits différents. Un schéma du montage réalisé est présenté figure 2.10a. Sur celui-ci on peut voir une fibre qui amène un faisceau laser à 852nm. Sa lumière est collimatée par un collimateur Schäfter Kirchhoff en un faisceau gaussien de 2.12 mm de diamètre. Deux lames demi-onde et un cube séparateur de polarisation nettoient la polarisation du faisceau incident et l'alignent sur celle du SLM, tout en conservant un maximum de puissance. Un couple de miroirs (M_1 , M_2) permet ensuite de régler finement la position du faisceau sur le SLM. Un troisième miroir (M_3) redirige le faisceau pour un deuxième passage sur le SLM. Finalement, le faisceau est envoyé à l'aide de deux miroirs (M_4 , M_5) soit vers une caméra CCD, soit vers un montage d'agrandissement puis un écran en papier où il est imagé. L'angle d'incidence du faisceau sur le SLM est proche de 8° , ce qui n'est pas optimal mais conserve une efficacité suffisante pour caractériser le fonctionnement du dispositif. La figure 2.10b montre les deux faisceaux sur la tête du SLM, à droite le faisceau incident est gaussien, à gauche il est plat. Ces deux passages imposent une limite haute sur la taille des faisceaux que l'on sera capable de produire. En prenant deux fois le diamètre d'une gaussienne comme marge, la séparation en deux parties des 16 mm de longueur du SLM nous limite à un diamètre de 4 mm.

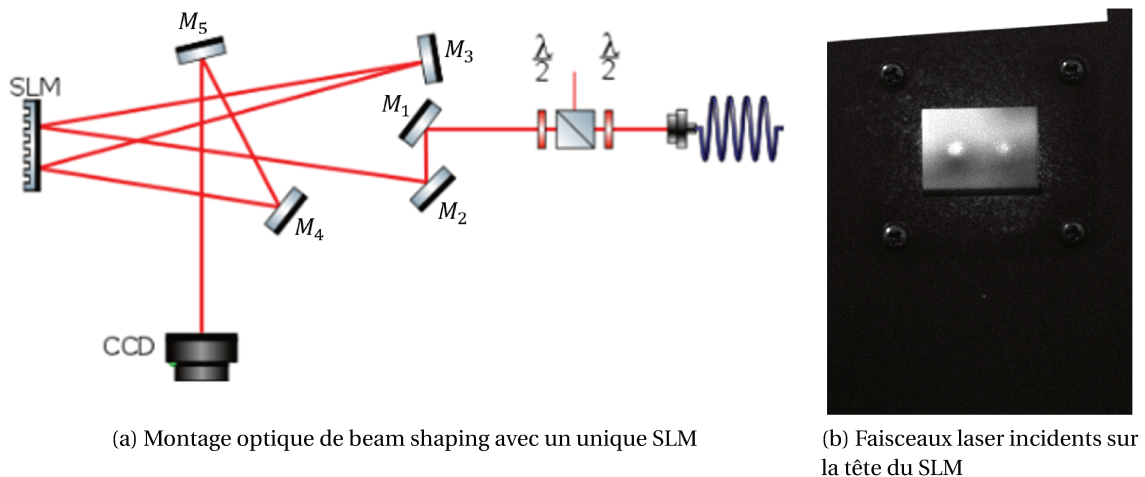


FIGURE 2.10

2.3.3 Résultats expérimentaux

Motifs de mise en forme et interface de contrôle

Pour trouver les déphasages à appliquer au faisceau pour le mettre en forme, on utilise le même formalisme que Hoffnagle. On fait l'hypothèse que les lentilles asphériques sont minces et se contentent de déphaser le champ incident. Il suffit alors de convertir l'épaisseur des optiques en déphasage en prenant soin de faire attention aux optiques concaves et convexes. Pour réduire le déphasage à appliquer par le SLM, on choisit une configuration galiléenne. Les difficultés techniques de réalisation des optiques liées à cette configuration ne nous importent pas lors de l'utilisation d'un SLM. Les phases à appliquer pour transformer un faisceau gaussien de 2.12 mm de diamètre en faisceaux plats de 2.2 mm, 2.8 mm, et 3.2 mm de diamètre avec un séparation d de 54 cm sont montrées figure 2.11.

Une interface en Python a été conçue pour générer des motifs de mise en forme de faisceau et les transférer au SLM. Cette interface est visible Fig 2.12a. La figure 2.12b montre le motif de mise en forme uniquement. Le premier passage se fait sur la droite et le deuxième passage sur la gauche. La figure 2.12c montre le motif de phase quadratique qui compense les défauts de positionnement

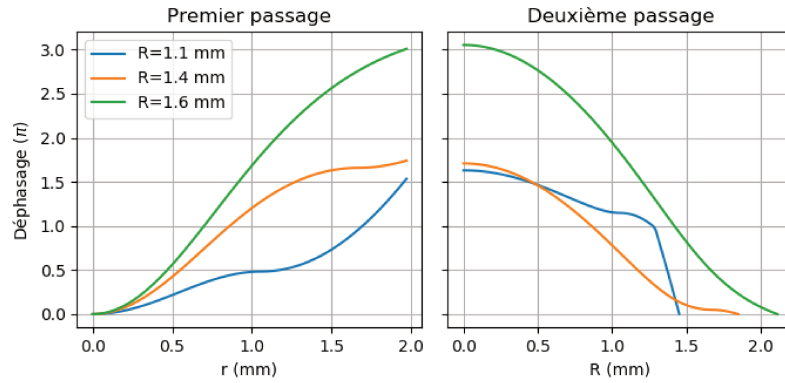


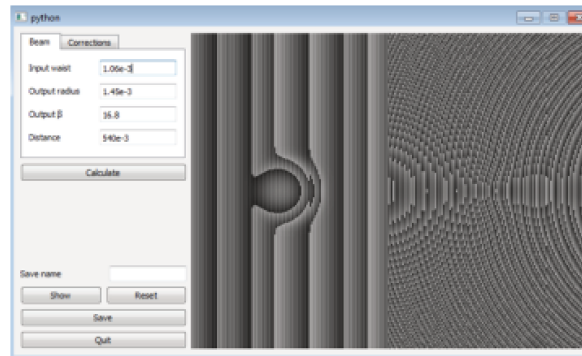
FIGURE 2.11 – Phases à appliquer par le SLM sur un faisceau gaussien incident de 2.12 mm de diamètre pour le transformer en un faisceau plat. Les différentes courbes correspondent à différents diamètres du faisceau plat, le rayon est indiqué en légende.

du waist du faisceau incident. En effet, les motifs sont calculés pour un faisceau incident collimaté au niveau de la première optique, mais un faisceau gaussien produit intrinsèquement une phase quadratique en se propageant. L'aspect en dent de scie est expliqué par la limitation du SLM à des modifications de phases de 0 à 2π . Un effet modulo 2π est alors présent sur tous les motifs et produit des variations brusques de la phase à appliquer. Cependant, le SLM ne peut pas reproduire ces changements brusques à cause de la taille finie de ses électrodes : 12 μm . Son efficacité est réduite lorsque ces changements de phase rapides sont requis. Pour éviter d'être gênés par un fond de lumière dû à des parties du faisceau non affectées par le SLM, à cause d'une polarisation imparfaite ou de la lumière diffractée par un motif en dents de scie, une rampe de phase est ajoutée pour créer le motif final visible figure 2.12d. Ce motif ajoute une inclinaison au faisceau affecté par le SLM ce qui le séparera du reste de la lumière non affectée. Ainsi une rampe horizontale est ajoutée sur le premier passage (à droite, difficilement reconnaissable), et verticale sur le deuxième (à gauche). Ces deux rampes sont très pentues et peu efficaces, à terme il faudrait les enlever et améliorer l'efficacité du SLM en amont en filtrant mieux la polarisation par exemple.

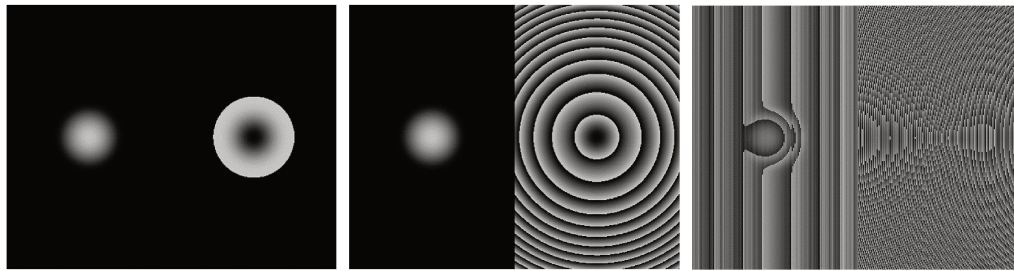
Premier passage sur le SLM

Dans un premier temps un seul passage sur le SLM a été mis en place pour tester le premier motif. La figure 2.13a montre un faisceau plat de 2.6 mm de diamètre produit à 48 cm de propagation, conformément à la commande. La figure 2.13b présente des faisceaux plats de diamètres 2.2 mm, 2.8 mm et 3.2 mm, produits à une même distance de propagation. Les lignes fines sont des ajustements avec des fonctions de Fermi-Dirac. Ces faisceaux sont mesurés sur un capteur CCD. Le meilleur bruit obtenu sur le plateau est de l'ordre de 5% RMS pour un diamètre en sortie de 2.8 mm. Produire des faisceaux plus étroits que 2.6 mm de diamètre s'est avéré difficile. Comme expliqué dans la référence [Ma+11], la configuration Galiléenne du *beamshaper* limite le diamètre de sortie du faisceau plat à 1.3 fois le diamètre d'entrée de la Gaussienne.

Après un seul passage le faisceau n'est pas collimaté, les rayons qui le composent ne sont pas parallèles, sa phase n'est pas plane. Il se déforme alors rapidement au cours de sa propagation. Sans une deuxième optique de collimation, le mouvement principal de l'intensité du centre du faisceau vers les bords ne s'arrête pas. Après avoir dépassé le plan où le faisceau est plat, un anneau se forme et l'intensité au centre du faisceau continue de diminuer. Pour illustrer cet effet, on produit un faisceau plat de 2.6 mm de diamètre à une distance de 35 cm. La figure 2.13c montre des profils de ce faisceau au cours de sa propagation. On peut voir que des pics apparaissent sur les côtés lorsqu'il est propagé plus loin que 35 cm. Le calcul numérique de sa propagation, superposé en pointillés, reproduit qualitativement ce comportement.



(a)



(b)

(c)

(d)

FIGURE 2.12 – Contrôle du SLM par un logiciel en Python et motifs appliqués pour le beamshaping. (a) Interface de contrôle. (b) Phase de beamshaping. (c) Compensation de phase quadratique. (d) Rampe de phase. Sur chaque image, le motif de droite correspond au premier passage sur le SLM, et le motif de gauche au deuxième passage.

Deuxième passage sur le SLM

Après ce premier passage sur le SLM, le faisceau est plat dans un plan à une distance donnée. On utilise un miroir pour réfléchir le faisceau de manière à ce que ce plan se retrouve sur le SLM. Il reste alors à appliquer une deuxième modulation de phase pour collimater le faisceau. Cette deuxième modulation doit compenser la phase du faisceau et l'aplanir. Elle redirige en fait les rayons du faisceaux et les rend parallèles.

On produit un faisceau plat de 3.0 mm de diamètre. La figure 2.13d montre ce faisceau propagé de 68 cm après son deuxième passage sur le SLM. On peut voir qu'il ne se propage pas correctement : un anneau se forme. La collimation semble ne pas être faite correctement. La propagation de ce faisceau est en fait intrinsèquement limitée par diffraction (voir figure 2.2).

Agrandissement du faisceau

Une dernière étape d'agrandissement par un télescope d'un facteur 5 nous permet d'atténuer les effets de la diffraction sur la propagation. Le télescope est monté le plus proche possible de la sortie du SLM de manière à limiter le plus possible la propagation du petit faisceau. Une image du faisceau agrandi propagé de 60 cm et une coupe horizontale sont montrées figure 2.14. Le faisceau a un profil satisfaisant de 17.8 mm de diamètre, 3.56 mm avant agrandissement, avec des fluctuations de l'ordre de 5 à 10% au sommet. Une collimation imparfaite ou un mauvais réglage du télescope le rendent divergent, ce qui explique sa taille un peu plus grande après propagation.

Deux défauts sont visibles figure 2.14a, des anneaux et des franges horizontales. Pour agrandir au maximum ce faisceau, des optiques disponibles, mais de qualité insuffisante, ont été utilisées. La présence de poussières incrustées et de rayures a probablement produit ces anneaux. D'autre part, des franges horizontales sont visibles sur le bas du faisceau. Celles ci sont dues à la rampe en phase appliquée par le SLM. Cette rampe étant en dents de scie, plusieurs ordres se retrouvent diffractés. La séparation insuffisante entre ces ordres cause l'apparition des franges sur le bord du

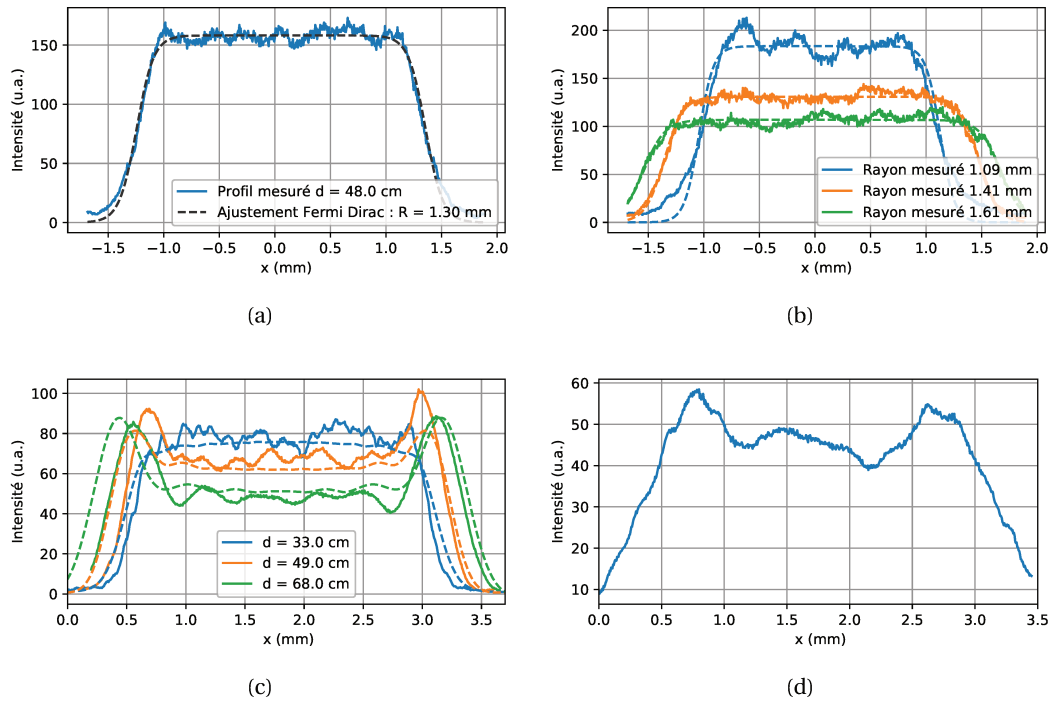


FIGURE 2.13 – (a) Faisceau produit après un seul passage sur le SLM. (b) Différents rayons produits grâce aux différents motifs de déphasage, avec comme commandes des rayons de 1.1 mm, 1.4 mm et 1.6 mm. (c) Déformation du plateau au cours de sa propagation derrière le plan de consigne pour un faisceau plat à 35 cm. (d) Faisceau propagé de 68 cm après un deuxième passage sur le SLM. Le faisceau a un diamètre de 3.0 mm ce qui le limite à une propagation de 26 cm avant qu’il ne se déforme.

faisceau. Finalement, il reste à noter que le bruit visible sur ce faisceau est limité par la méthode d’imagerie. Le speckle induit par l’imagerie du faisceau cohérent sur du papier rugueux introduit une part de bruit dû aux tavelures difficile à séparer de la non-uniformité du faisceau. L’image visible figure 2.14a a été réalisée sur un disque de papier en rotation rapide pour moyenniser les tavelures.

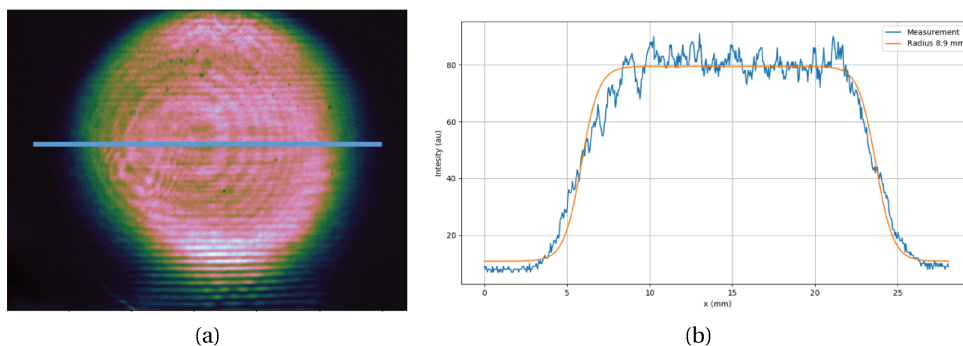


FIGURE 2.14 – Faisceau collimaté produit par le SLM, agrandi d’un facteur 5 par un télescope et imagé sur un disque de papier en rotation pour moyenniser le bruit dû aux tavelures. (a) Image du faisceau. (b) Profil horizontal du faisceau.

Une caractérisation plus poussée de ce faisceau n’a pas été réalisée. En effet, une solution commerciale plus simple a été trouvée au même moment et sera décrite dans la prochaine partie. On note que la transmission finale du collimateur de faisceau plat dans ces conditions expérimentales était proche de 50%. Cependant, il reste beaucoup de place pour l’optimisation. Le SLM utilisé a une efficacité annoncée autour de 90% pour une modulation sans sauts de phase. Nettoyer la po-

larisation, réduire l'angle d'incidence sur le SLM et enlever les rampes de phase auraient été les étapes suivantes pour atteindre cette efficacité. Avec deux passages sur le SLM, on aurait pu s'attendre à la conservation de 80% de la puissance incidente.

2.4 Solution commerciale Asphericon

En juin 2017, au moment où nous commençons l'optimisation du SLM, la société Asphericon a présenté une solution commerciale de mise en forme de faisceaux permettant de transformer un faisceau gaussien de 10 mm de diamètre en un faisceau plat de 15 mm de diamètre. Le système optique est monté dans un tube de 10 cm de long et 3 cm de diamètre ce qui en fait une solution très compacte. La technique est basée sur un assemblage d'optiques asphériques produites par Asphericon. La planéité du profil de phase annoncée est de $\lambda/3$ PV. La simplicité de ce dispositif nous a poussé à nous tourner vers lui au dépens de la solution SLM. Les parties suivantes présentent le travail réalisé pour préparer son implémentation sur le gyromètre du SYRTE.

2.4.1 Collimation initiale

Le *beamshaper* d'Asphericon requiert un faisceau gaussien incident de 10 mm de diamètre pour lequel Asphericon produit un collimateur compatible. Néanmoins, il ne prend en entrée que des fibres FC-PC. Or, l'utilisation de fibres FC-APC est importante sur l'expérience pour éviter des réflexions parasites dans la fibre. De plus, les collimateurs Raman intègrent un polariseur à leur entrée pour filtrer la polarisation des faisceaux d'interrogation. La décision a été prise de réaliser le collimateur gaussien au SYRTE, permettant ainsi d'utiliser une fibre FC-APC et d'ajouter un polariseur en sortie de fibre.

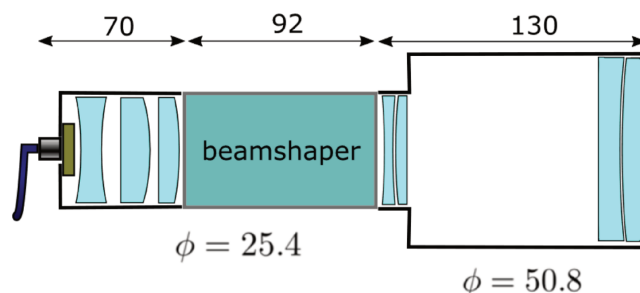


FIGURE 2.15 – Schéma de l'assemblage du *beamshaper*. De gauche à droite on peut voir la fibre en entrée, le polariseur en vert, les trois lentilles de collimation initiale, le *beamshaper* Asphericon, puis les deux doubles biseaux d'agrandissement. La longueur totale du dispositif est de 292 mm.

Pour obtenir précisément un faisceau de 10 mm de diamètre, plusieurs itérations sur la focale du dispositif ont été requises. Le résultat de la dernière de ces itérations, utilisée sur le Gyromètre, est présentée Fig 2.16. Ce dispositif utilise une lentille biconvexe de -25 mm de focale puis deux lentilles plan convexe de 50 mm et 60 mm de focale montrés sur la figure 2.15. Le diamètre des optiques utilisées est de 1" pour éviter de tronquer la gaussienne incidente. Le faisceau produit par ce collimateur a un diamètre de $9.9 \text{ mm} \pm 0.05 \text{ mm}$ et se propage correctement sur au moins 70 cm. La simulation de ce collimateur sur ZEMAX™ montre qu'il a théoriquement très peu d'aberrations. Néanmoins, il est monté dans un tube où l'ajustement transverse est imparfait. Il est donc possible que le faisceau en sortie présente des aberrations pouvant être néfaste à la formation du faisceau plat. On verra à posteriori qu'il a été possible d'aligner la fibre en entrée de manière à ce que le faisceau en sortie du *beamshaper* soit plat.

2.4.2 Faisceau en sortie du *beamshaper*

Un faisceau plat de 15 mm de diamètre est produit en sortie du *beamshaper*. Des images du faisceau et des coupes sont montrées sur la figure 2.17. Les images ont été prises en utilisant un

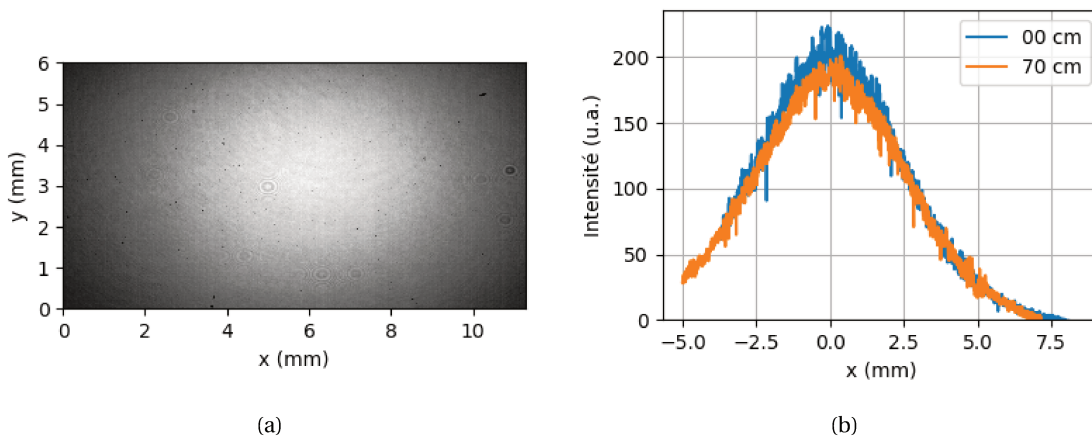


FIGURE 2.16 – Faisceau gaussien. (a) Image de la gaussienne collimatée après 45 cm de propagation. (b) Profil du faisceau gaussien en sortie du collimateur et après 70 cm de propagation. Le faisceau est légèrement convergent avec un diamètre de $9.9 \text{ mm} \pm 0.05 \text{ mm}$ à la sortie du collimateur.

analyseur de faisceau *Beamage 3.0* de $11 \times 6 \text{ mm}$. L'analyseur de faisceau est déplacé devant le laser et les images récupérées sont raccordées les unes aux autres après acquisition.

Sur les figures 2.17(a,c,e), on peut voir des lignes verticales qui correspondent aux limites entre les images séparées. Ces lignes sont dues à un gradient de sensibilité du capteur le long de son petit axe qui n'a pas été corrigé ici. Le faisceau est plat en sortie du *beamshaper* d'Asphericon. Des structures circulaires concentriques au faisceau sont visibles et sont probablement dues au *beamshaper*. En bas à droite et à gauche, deux larges structures de franges circulaires sont présentes. Elles sont dues chacune à des poussières sur le polariseur placé juste après la fibre qui n'ont pas pu être retirées. La position et l'amplitude des franges qu'elles créent ne seront pas gênantes pour la suite de cette étude.

Au cours de la propagation, au centre du faisceau, on peut voir l'intensité du plateau diminuer puis un point chaud apparaître. Il est dû à une collimation imparfaite de la gaussienne en entrée du dispositif. De plus, une pente en intensité est visible. Elle est due à un mauvais alignement transverse de la fibre en entrée. Le *beamshaper* est sensible à l'alignement de la gaussienne en entrée. Comme il est vissé au collimateur Gaussien, sans ajustements transverses, l'alignement du dispositif se fait avec la fibre en entrée. La distance de la fibre au collimateur règle la collimation de la gaussienne. Une mauvaise collimation mènera à la formation d'anneaux si le faisceau est convergent où à un faisceau aux bords plus doux si il est divergent. C'est le cas sur la figure 2.17f. Un désalignement transverse ou angulaire fait quant à lui apparaître des franges circulaires très contrastées d'un côté du faisceau, et une pente douce de l'autre. Cet effet est visible sur le bord du faisceau sur la figure 2.18 lorsque la fibre est progressivement déplacée transversalement de quelques dixièmes de millimètre.

Pour aligner au mieux le faisceau, on procède itérativement. L'analyseur de faisceau dont nous disposons étant trop petit pour imager le faisceau en entier, l'alignement est fait la plupart du temps en imageant le faisceau sur un écran en papier. Les tavelures produites par cette technique limitent la précision avec laquelle le réglage peut être fait. On règle d'abord la planéité du faisceau à la sortie du *beamshaper* avec les réglages en position angulaire de la fibre d'entrée. Puis on aplatit le faisceau après une grande distance de propagation en utilisant les réglages en translation de la fibre d'entrée. Observer le faisceau à une plus grande distance durant l'alignement permet alors d'amplifier les effets des désalignements et gagner en précision. Après un certain nombre d'allers-retours, l'alignement converge vers une position où le faisceau est collimaté et plat au cours de sa propagation.

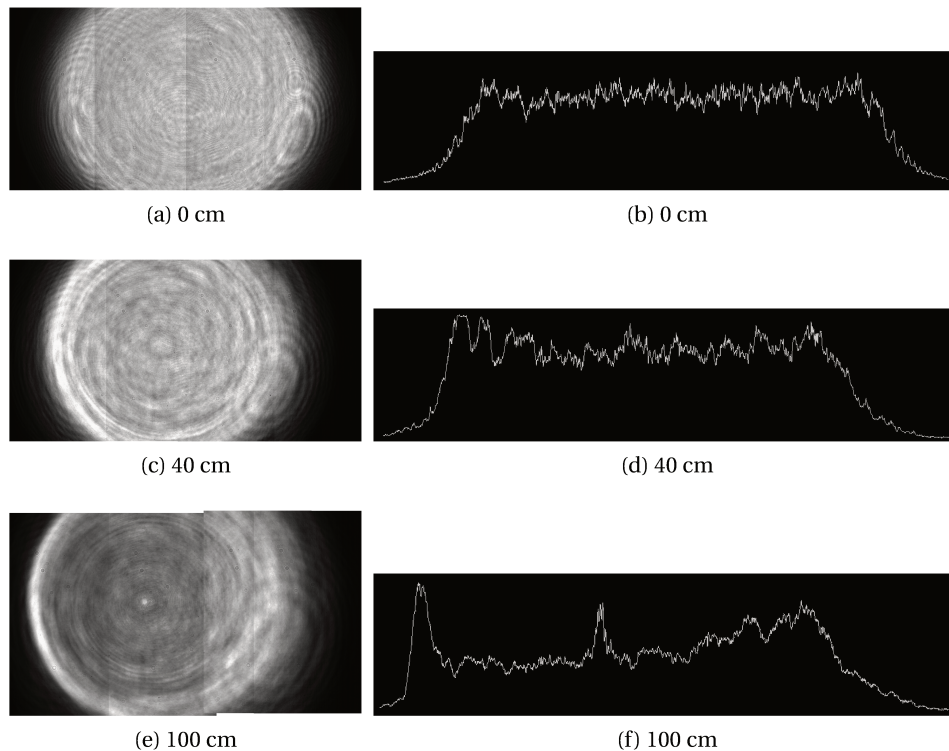


FIGURE 2.17 – (a) (c) (e) Images du faisceau produit avec le *beamshaper* d'Asphericon au cours de sa propagation et (b) (d) (f) profils horizontaux correspondants. A la sortie du *beamshaper* (a), le profil du faisceau est plat, avec des variations de 10.5% sur le plateau. Un défaut de collimation de la gaussienne incidente mène à la formation d'anneaux et d'un point chaud après propagation du faisceau (e). De la même manière, un défaut de l'alignement transverse de la fibre en entrée produit un gradient d'intensité, visible notamment après 1 m de propagation (e).

2.4.3 Agrandissement du faisceau

Le faisceau en sortie du *beamshaper* est agrandi d'un facteur deux par un télescope Galiléen composé de deux doublets achromatiques Thorlabs de -100 et 200 mm de focales. Comme celui-ci est vissé dans le *beamshaper*, le réglage du système total repose encore sur l'alignement de la fibre en entrée. De plus le poids du télescope incline légèrement le *beamshaper* ce qui change l'alignement de la fibre en entrée. Le réglage final est donc fait avec le télescope monté.

La figure 2.19 montre le résultat obtenu. On peut voir que le profil plat du faisceau agrandi reste stable le long de la propagation. Le diamètre mesuré du faisceau est de 28.5 ± 0.5 mm. Un pic d'intensité est visible sur le côté droit du faisceau sur les profils et est le résultat des franges circulaires produites par la poussière du polariseur. Des franges circulaires, qui grandissent avec la propagation, sont visibles sur la gauche du faisceau. Elles sont dues à une poussière sur la dernière optique de l'agrandisseur. Cette poussière a été retirée avant que le faisceau ne soit installé sur un interféromètre. La déviation standard calculée du bruit du plateau est de $10.5\% \pm 0.4\%$. Ce bruit se retrouvera directement lors de l'interrogation des atomes, et son effet sera étudié plus loin dans ce chapitre.

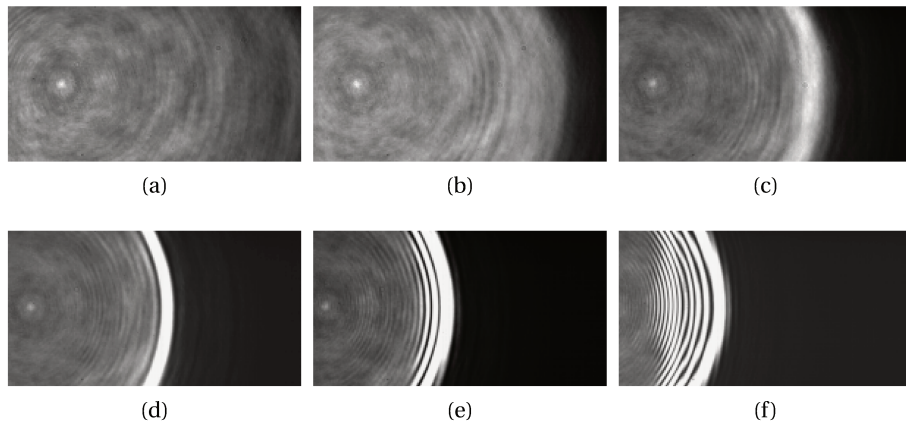


FIGURE 2.18 – La figure présente les images successives du faisceau plat après propagation lorsque la fibre en entrée est déplacée transversalement de quelques dixièmes de millimètres. Des franges circulaires se forment d'un côté du faisceau, et un gradient d'intensité apparaît. Un désalignement angulaire de la fibre produit le même type de défauts sur le faisceau plat.

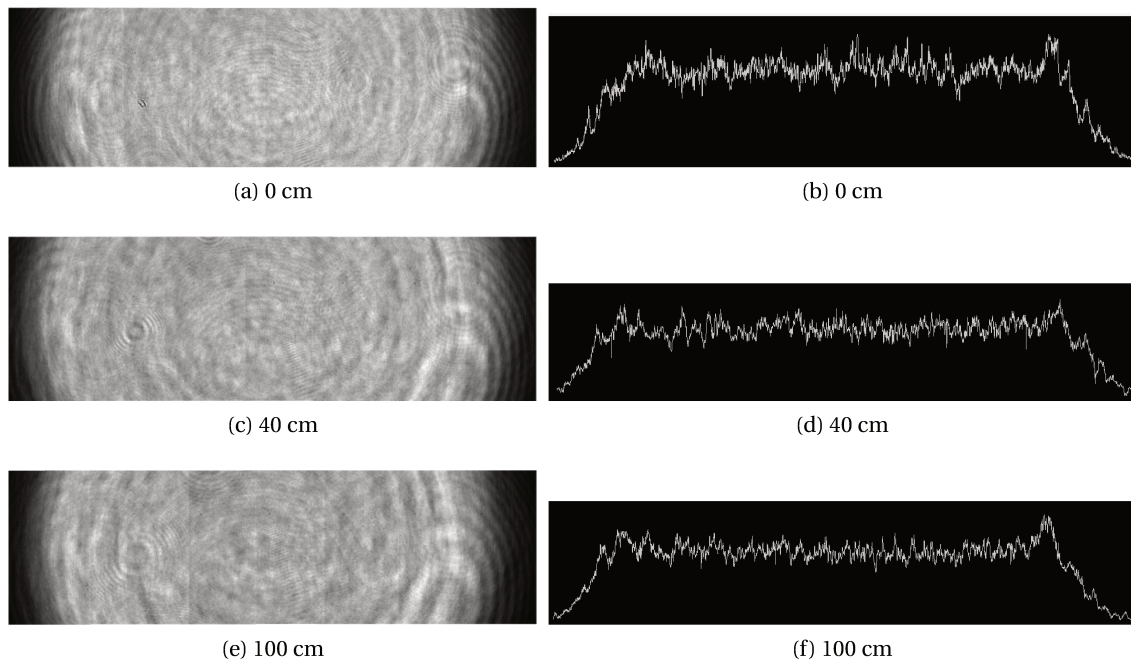


FIGURE 2.19 – Faisceau final en sortie du dispositif imagé sur un analyseur de faisceau. Le diamètre du faisceau est 28.5 ± 0.5 mm. La déviation standard du bruit du plateau est de $10.5\% \pm 0.4\%$. (a) (c) (e) Images du faisceau au cours de sa propagation pour un faisceau aligné. Une poussière sur la dernière optique de l'agrandisseur cause des anneaux d'interférence qui s'élargissent rapidement durant la propagation. Elle a été retirée ultérieurement. L'effet d'une des poussières restantes sur le polariseur en entrée est toujours visible sur le bas du faisceau à gauche. (b) (d) (f) Profil vertical du faisceau plat.

2.5 Caractérisation de la phase

Le profil d'intensité du faisceau rétro-réfléchi réalisant une transition à deux photons (Raman ou Bragg) ne doit pas être modifié entre l'aller et le retour, sous peine d'introduire des inhomogénéités dans la pulsation de Rabi effective. De manière encore plus importante, la phase relative des faisceaux contra-propageants doit être la plus faible possible. En effet, lors d'une interaction à deux photons, cette phase relative est imprimée sur l'onde de matière, et se retrouve directement sur le signal interférométrique. Cette phase est une limite importante à l'exactitude des interféromètres [Fre+16; Tri+17]. Cette partie détaille comment nous avons utilisé un interféromètre optique de Michelson pour obtenir une estimation de la phase relative dans le cadre de l'utilisation du faisceau plat.

2.5.1 L'interféromètre de Michelson

La figure 2.20 montre le schéma d'un interféromètre de Michelson à bras asymétriques. En sortie de l'interféromètre, les faisceaux séparés dans chaque bras puis recombinaés forment une figure d'interférences. Dans le cas où les deux bras ont la même longueur, la figure d'interférences correspond aux imperfections des optiques : la séparatrice et les deux miroirs. La différence de chemin optique due à la propagation dans l'air introduit aussi un déphasage, mais elle est négligeable ici. En allongeant un des deux bras, il est possible d'observer la différence de phase entre deux distances de propagation du faisceau qui correspond à la phase imprimée sur les atomes. On notera que sur l'expérience finale, cette phase est aussi limitée par la traversée du hublot de l'enceinte à vide et souvent d'une lame quart d'onde ainsi que d'un miroir de rétro réflexion [Tri+17; Fil+05].

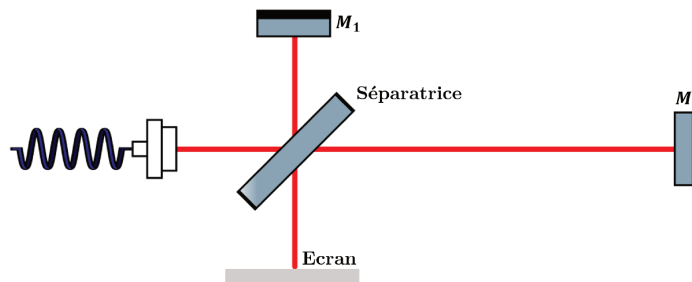


FIGURE 2.20 – Schéma d'un interféromètre de Michelson

2.5.2 Calcul de la phase à partir de la figure d'interférence

En sortie de l'interféromètre, le profil d'interférence est lié à la phase et à l'amplitude des deux faisceaux provenant des deux bras :

$$E_{\text{int}}(x, y) = E_1(x, y)e^{i\phi_1(x, y)} + E_2(x, y)e^{i\phi_2(x, y)} \quad (2.4)$$

$$I(x, y) = E_1^2 + E_2^2 + 2E_1E_2 \cos(\phi_1 - \phi_2) \quad (2.5)$$

où E_1 et ϕ_1 sont l'amplitude et la phase de l'onde provenant du premier bras et E_2 et ϕ_2 celle du deuxième. Si les amplitudes des deux bras sont uniformes, les franges d'interférence sont directement liées à la différence de phase entre ces deux bras. Néanmoins, lorsque l'amplitude du faisceau varie dans l'espace, l'information de phase visible en teinte plate est modulée. Il est alors difficile de récupérer uniquement la phase relative des deux faisceaux.

Pour enlever la modulation due au profil d'intensité imparfait des faisceaux, on choisit d'introduire un angle entre les deux bras de l'interféromètre. Cet angle fait apparaître des franges parallèles dues à la rampe de phase entre les deux faisceaux inclinés l'un par rapport à l'autre. En réutilisant les mêmes notations que [TIK82], cette figure d'interférence à franges peut être décrite

par l'équation :

$$g(x, y) = a(x, y) + b(x, y) \cos[2\pi f_0 x + \varphi(x, y)] \quad (2.6)$$

où φ est la phase que l'on essaye de mesurer, f_0 la fréquence spatiale des franges et a et b sont des termes de modulation dus aux profils d'intensité des deux bras qui interfèrent. Comme expliqué dans [TIK82], les variations spatiales des termes a et b sont plus lentes que celles des franges ce qui permet de les séparer facilement dans l'espace de Fourier. En pratique, on regardera la transformée de Fourier du signal avec franges et on introduira des franges avec une fréquence spatiale assez grande pour éloigner suffisamment le signal utile des variations de basses fréquences spatiales. On peut réécrire l'équation 2.6 sous forme complexe :

$$g(x, y) = a(x, y) + c(x, y) \exp(2\pi i f_0 x) + c^*(x, y) \exp(-2\pi i f_0 x), \quad (2.7)$$

avec

$$c(x, y) = \frac{1}{2} b(x, y) \exp[i\varphi(x, y)]. \quad (2.8)$$

En prenant la transformée de Fourier du signal on obtient :

$$G(f_x, f_y) = A(f_x, f_y) + C(f_x - f_0, f_y) + C^*(f_x + f_0, f_y), \quad (2.9)$$

où G , A , C représentent la transformée de Fourier des signaux g , a et c , et $*$ représente la conjugaison complexe. La séparation fréquentielle des signaux A et C due aux franges de fréquence f_0 permet de ne garder qu'un seul des termes C , par exemple $C(f_x - f_0, f_y)$, et de le translater de f_0 pour finalement obtenir $C(f_x, f_y)$. Une transformée de Fourier inverse permet de trouver le signal $c(x, y)$ isolé. En prenant son logarithme complexe on obtient :

$$\log[c(x, y)] = \log\left[\frac{1}{2} b(x, y)\right] + i\varphi(x, y). \quad (2.10)$$

En prenant la partie imaginaire de ce signal on obtient la phase φ brute. Ces différentes étapes sont présentées en images figure 2.21 où la phase d'un interférogramme bruité est retrouvé avec une incertitude résiduelle de l'ordre du pourcent.

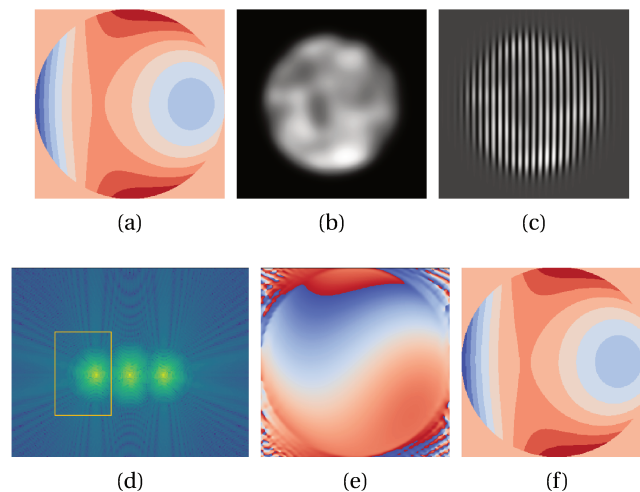


FIGURE 2.21 – Principe de récupération de la phase à partir des franges d'interférence. (a) Profil de phase généré numériquement contenant de l'astigmatisme et de la coma. (b) Interférences produites avec du bruit d'intensité. (c) Franges d'interférences produites en coin d'air. (d) Transformée de Fourier des franges et zone d'intérêt encadrée. (e) Phase calculée depuis la transformée de Fourier inverse de la zone d'intérêt. (f) Phase retrouvée après avoir enlevé la pente de phase venant d'un mauvais pointage du pic de la transformée de Fourier. L'erreur totale est de l'ordre du pour-cent et n'est pas visible sur l'image.

2.5.3 Profil de phase mesuré

On reproduit la même procédure d'extraction de phase sur un signal mesuré par le Michelson. La séparatrice est située à 5 cm de la sortie du *beamshaper* et son agrandisseur. Le premier miroir est fixé à 5 cm de la séparatrice. L'écran où la figure d'interférence est observée est à 10 cm de la séparatrice. Le deuxième miroir est mobile et sa distance à la séparatrice peut être variée jusqu'à 60 cm.

La figure 2.22 présente les résultats. La figure 2.22a montre les figures d'interférence mesurées. On peut y voir les franges d'interférences qui recouvrent le profil d'intensité du faisceau plat. On reconnaît quelques anneaux modulant l'intensité formés par des poussières. Les figures 2.22(b, c, d) montrent les cartes de phases mesurées pour différentes longueurs de bras du Michelson, sur des portions différentes du faisceau. De gauche à droite, les images correspondent à des bras égaux, puis à une différence de propagation de 20 cm, 40 cm, et 60 cm. Lorsque les deux bras ont la même longueur, le profil mesuré correspond théoriquement aux défauts des optiques. Lorsqu'on déplace un des bras, on mesure en plus des défauts des optiques la phase relative entre deux distances de propagation différentes.

Les mesures à 60 cm semblent différer notablement des mesures précédentes, contrairement à nos attentes. Une interprétation pour cette différence n'a pas été trouvée, mais une analyse plus poussée avec un analyseur de front d'onde pourrait confirmer ce changement de forme.

Sur une pupille de 30 mm de diamètre, le faisceau entier, la différence de phase relative mesurée est de l'ordre de $\lambda/3$ PV et $\lambda/20$ RMS à 40 cm de propagation, typique pour un interféromètre atomique. La haute valeur PV de cette phase relative vient majoritairement de la contribution des bords du faisceau. Le profil mesuré sur une pupille de 15 mm de diamètre présente une valeur PV de $\lambda/10$ et RMS de $\lambda/60$. Ces mesures restent encore limitées par la méconnaissance des défauts des optiques du Michelson, mais sont un indicateur supplémentaire de la qualité du faisceau. En soustrayant les valeurs mesurées à longueur de bras égales, on devrait retirer les défauts des optiques. Cependant, ce calcul n'a pas donné les résultats escomptés pour des raisons techniques numériques qui n'ont pas pu être réglées durant ma thèse. Les valeurs mesurées sont comparables aux défauts typiques des optiques présentes à la rétro réflexion, avant la mise sous vide, données par un analyseur de front d'onde Shack-Hartman [Lou+11]. Ces mesures donnent sur une surface de 11×11 mm², un défaut de planéité de l'ordre de $\lambda/15$ PV et $\lambda/100$ RMS pour le miroir et la lame quart d'onde traversées à la réflexion. Nous sommes donc confiants quant à la viabilité de ce faisceau pour réaliser des transitions à deux photons.

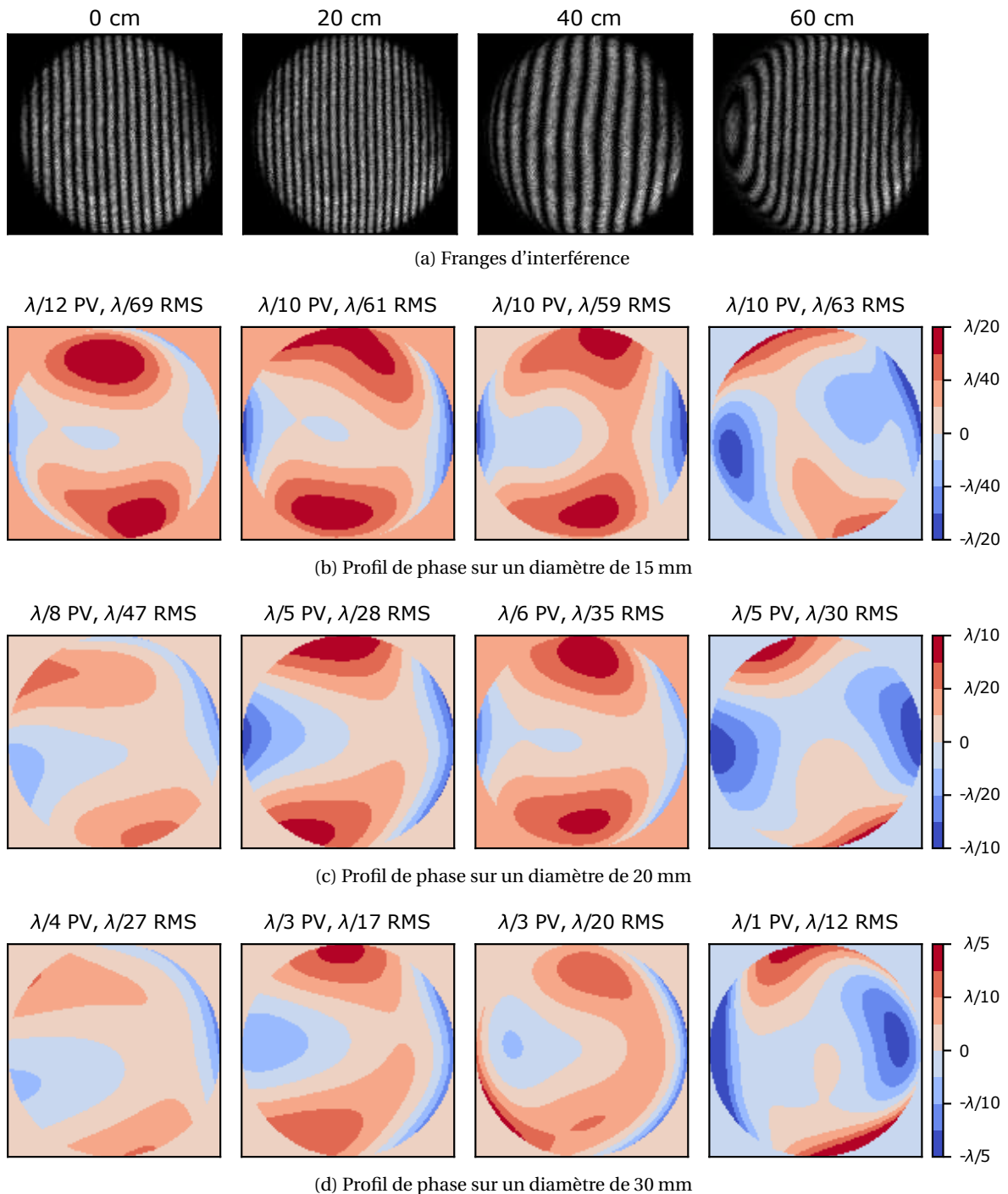


FIGURE 2.22 – Cartes de phase relative du faisceau plat agrandi pour différentes distances de propagation. A gauche, les bras de l'interféromètre ont la même longueur. Puis de gauche à droite, la distance de propagation d'un des bras est allongée de 20 cm, 40 cm, et 60 cm. (a) Franges mesurées. Phases relatives mesurées sur une pupille de diamètre (b) 15 mm, (c) 20 mm, et (d) 30 mm. Au dessus des cartes de phase relative sont indiqués les valeurs PV et RMS du profil de phase.

2.6 Implémentation sur le Gyromètre et résultats

2.6.1 Installation sur le Gyromètre du SYRTE

On rappelle sur la figure 2.23 le schéma de l'enceinte à vide du gyromètre du SYRTE. Celle-ci dispose de quatre fenêtres pour les lasers d'interrogation. Les deux fenêtres les plus éloignées sont utilisées par des faisceaux Gaussiens de 40 mm de diamètre. On ne veut pas les démonter avant de s'assurer du bon fonctionnement du faisceau plat en interférométrie. Le faisceau plat est donc installé sur la deuxième fenêtre en partant du bas, ce qui permet d'obtenir le plus long temps de propagation des atomes possible avant de retomber dans le faisceau.

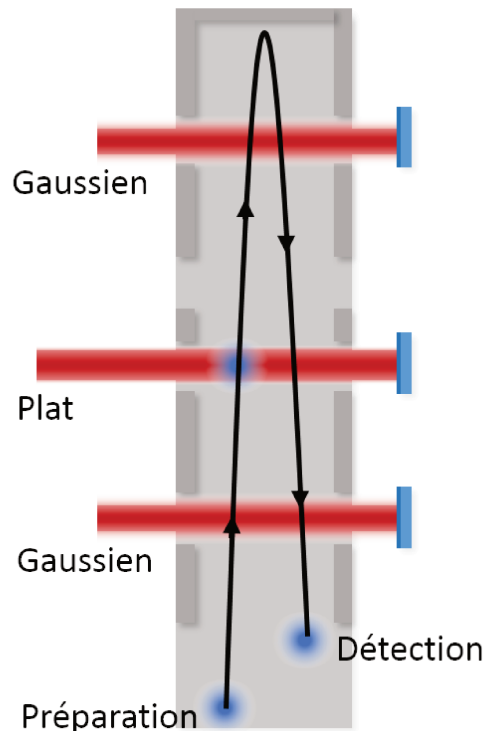


FIGURE 2.23 – Schéma du faisceau plat installé sur le Gyromètre du SYRTE. En l'installant sur la deuxième fenêtre en partant du bas, on ne touche pas les faisceaux Gaussiens, et on permet un long temps de propagation jusqu'au faisceau plat.

2.6.2 Mesure du profil du faisceau avec le nuage d'atomes

Dans un premier temps, le profil du faisceau est mesuré avec les atomes. A la montée, après avoir été lancé, le nuage d'atomes traverse les faisceaux Raman après 150 ms. A ce moment, il est encore relativement petit : de l'ordre du millimètre de diamètre. Il est alors possible de faire varier l'instant de l'interrogation par un faisceau Raman afin de caractériser la répartition spatiale d'intensité à différentes hauteurs. Cette mesure garde certaines limites, le signal mesuré correspond à la moyenne des probabilités de transition des atomes, dépendant de leur vitesse dans la direction des faisceaux. Le nuage d'atomes est encore petit et on peut considérer que tous les atomes voient la même intensité. Si on ne prend pas en compte la sélectivité en vitesse des transitions Raman, on peut extraire une mesure qualitative de l'intensité des faisceaux à partir de la probabilité de transition avec l'équation : $\Omega = \sin^{-1} [\sqrt{P}]$ (Voir chapitre 1).

La figure 2.24 montre les profils mesurés expérimentalement. Les figures 2.24a montrent les profils mesurés du faisceau plat et du faisceau gaussien à la montée avec des impulsions proches de $\pi/2$. La figure 2.24b montre les profils mesurés à la descente des atomes après 852 ms de propagation. Le nuage d'atomes est alors beaucoup plus gros : de l'ordre du centimètre, et il n'est

plus possible de retrouver le profil du faisceau. La convolution entre la taille du nuage d'atomes et le profil d'intensité du laser d'interrogation masquent les détails du profil. Le faisceau plat est qualitativement plus homogène que l'ancien faisceau gaussien.

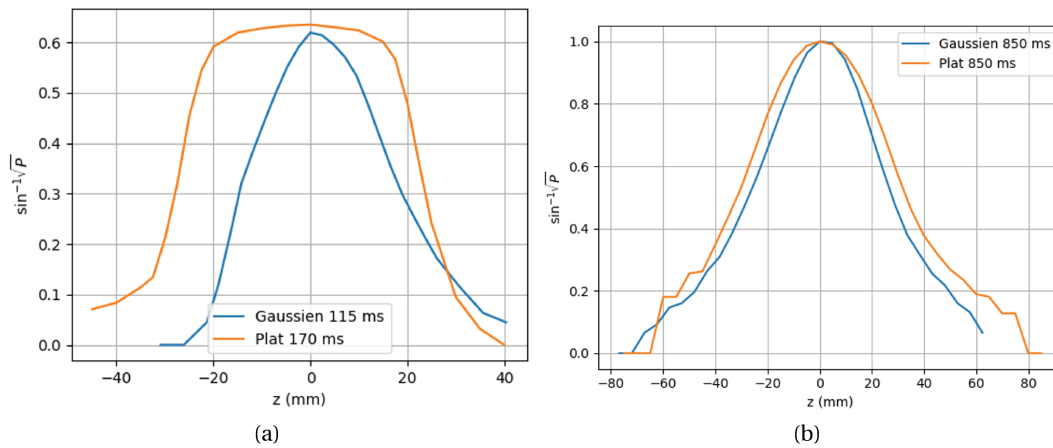


FIGURE 2.24 – Profils des faisceau d'interrogation mesurés avec les atomes par un balayage de l'instant de l'impulsion, (a) à la montée après 115 ms et 170 ms pour les faisceaux gaussien et plat, (b) à la descente après 850 ms. Les différences de durées de propagation viennent de la position des faisceaux, ainsi que de la vitesse de lancement des atomes qui a été ajustée pour obtenir 850 ms de temps de propagation avant d'atteindre chaque faisceau à la descente.

Les différentes courbes de la figure 2.25 correspondent à plusieurs rotations d'un premier assemblage du collimateur de faisceau plat. On peut voir que pour certaines rotations, son profil était incliné. Cet effet était dû à un mauvais réglage de l'alignement du collimateur créant un gradient d'intensité. A 45° le gradient est perpendiculaire à la direction des atomes et le profil redevient plat. La caractérisation du profil en fonction de la rotation est un outil pratique pour vérifier des défauts du profil d'intensité du faisceau. Dans les résultats présentés dans la publication associée, le profil du faisceau à été vérifié pour nous assurer de sa planéité.

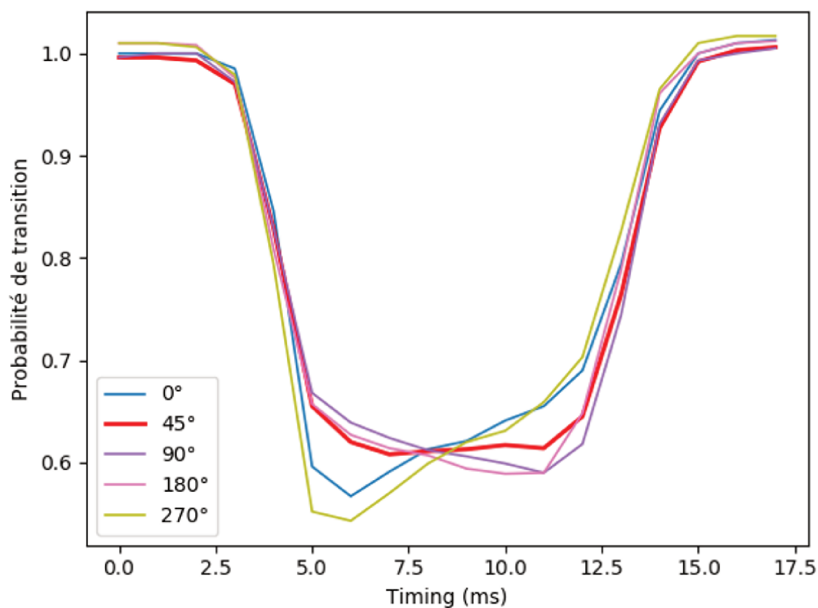


FIGURE 2.25 – Profils réalisés à la montée des atomes avec une première itération du *beamshaper* désaligné produisant un faisceau avec un gradient d'intensité. L'effet d'un gradient résiduel est visible à 90° et 270° . A 45° les atomes se déplacent perpendiculairement au gradient et il n'est alors plus visible.

2.6.3 Amélioration des oscillations de Rabi

L'efficacité des séparatrices et miroirs atomiques réalisés par le *beamshaper* a ensuite été testée en comparant les oscillations de Rabi produites avec celles des faisceaux Gaussiens du Gyromètre. L'amortissement des oscillations Rabi avec la durée d'interrogation est un signe fort de la présence d'inhomogénéités lors de l'interrogation. Le signal produit est la moyenne des probabilités de transition des atomes, où la probabilité de transition de chaque atome est une sinusoïde au carré dont la fréquence dépend de l'intensité de l'interrogation et de l'effet Doppler (voir équation (1.8)). Cette fréquence étant différente pour chaque atome, la probabilité de transition retrouvée est alors la somme de sinusoïdes de fréquences différentes : une oscillation amortie. La figure 2.26 montre les oscillations de Rabi expérimentales, en trait plein, ainsi que des calculs numériques en comparaison, en pointillés.

Le calcul numérique est une simulation Monte-Carlo. Un ensemble d'atomes est généré avec des vitesses suivant une distribution double Gaussienne, similaire aux distributions mesurées expérimentalement, proches d'une distribution de Maxwell-Boltzmann de température 1.2 μK . Les atomes sont ensuite propagés puis leurs probabilités de transition individuelles sont calculées à partir de l'équation 1.8. Une perte de 6% des atomes par 100 μs d'interaction Raman due à l'émission spontanée est prise en compte dans le calcul. Cette valeur a été mesurée expérimentalement à partir de la perte d'atomes durant une interaction Raman très désaccordée. Les atomes sont ensuite propagés jusqu'à l'instant de leur détection après 960 ms de vol. La zone de détection est limitée dans les deux directions horizontales à une largeur de 30 mm par la taille de la nappe de détection et le champ des optiques de collection. Les atomes qui sortent de la zone de détection ne sont plus pris en compte dans la suite du calcul. Les probabilités de transition des atomes restants sont finalement moyennées. Le calcul est répété pour différentes durées de l'impulsion Raman pour reconstruire l'oscillation de Rabi. La pulsation de Rabi effective est ajustée manuellement de manière à ce que les positions des extrema coïncident entre l'expérience et le calcul. Les distributions de vitesse des atomes (double distribution gaussienne) et le bruit du faisceau plat sont ajustés pour être en accord avec l'amortissement des oscillations. La distribution finale est proche d'une distribution de Maxwell Boltzmann d'une température de 1.2 μK . Le bruit RMS sur le plateau du faisceau plat est alors estimé à 8.5%.

La figure 2.26a présente la comparaison des oscillations de Rabi du faisceau plat et du faisceau gaussien après différentes durées de propagation. A la montée, après avoir été lancés verticalement, les atomes traversent le faisceau Gaussien après 120 ms de propagation et le faisceau plat après 170 ms. Malgré la différence de temps de propagation de 50 ms entre les deux faisceaux, l'amplitude des premières oscillations est la même puisque le nuage d'atomes reste petit. Cependant, l'amortissement des oscillations du faisceau Gaussien est plus rapide. A la descente, après 850 ms de propagation, le faisceau plat présente une nette amélioration. L'amplitude maximale est de 55%, comparée à 43% pour le faisceau Gaussien. De plus l'amortissement de l'oscillation de Rabi du faisceau Gaussien est quasiment totale après la première oscillation, alors qu'elle est maintenue pour trois à quatre oscillations dans le faisceau plat. La vitesse de lancement a été ajustée ici pour que le temps de vol soit le même à l'arrivée dans les deux faisceaux.

La figure 2.26b montre les oscillations de Rabi calculées du faisceau plat après 850 ms de propagation pour différentes amplitudes du bruit du plateau. La courbe verte est l'oscillation de Rabi expérimentale de référence. Trois niveaux de bruits sont présentés. 8.3% correspondants au meilleur ajustement expérimental. 15% où l'amortissement total des oscillations est présent après la deuxième oscillation. Et aucun bruit pour présenter le gain potentiel d'un faisceau plat parfaitement homogène. L'amplitude de la première oscillation est peu affectée par le bruit du plateau, environ 5% de baisse de probabilité de transition de 0 à 15% de bruit. Néanmoins, l'amortissement plus lent du calcul sans bruit est un témoin d'une interrogation plus homogène. Ce calcul nous permet d'ajouter une estimation du bruit du faisceau plat, complémentaire à la caractérisation optique. Finalement, on peut voir que la faible amplitude des oscillations est également limitée par la sélectivité en vitesse par effet Doppler, puisque même sans bruit, l'oscillation est amortie et n'atteint jamais une transition de 100%. L'implémentation d'une sélection en vitesse,

ou l'optimisation de la puissance disponible pour réaliser les transitions permettrait d'améliorer davantage les optiques atomiques.

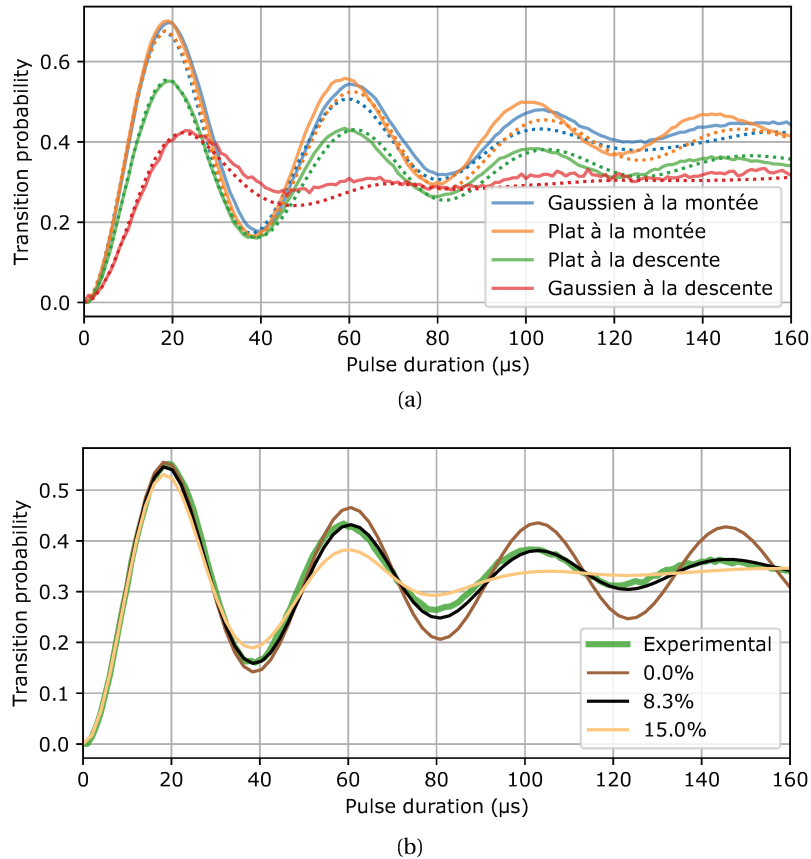


FIGURE 2.26 – (a) Comparaison des oscillations de Rabi pour un faisceau plat et un faisceau gaussien. A la montée le faisceau gaussien est traversé après 120 ms de propagation, le faisceau plat après 170 ms. A la descente la vitesse de lancement est ajustée pour une traversée des faisceaux après 850 ms de propagation. Les courbes en pointillés sont calculées numériquement avec des paramètres ajustés. (b) Comparaison des oscillations de Rabi du faisceau plat calculées pour différentes valeurs du bruit sur le plateau du faisceau.

2.6.4 Comparaison du contraste dans une configuration accéléromètre

Temps d'interrogation court dans un même faisceau

Le faisceau plat a ensuite été intégré à une séquence interférométrique. Deux interféromètres courts, simples à réaliser, ont d'abord été comparés. Des séquences de trois impulsions, $\pi/2 - \pi - \pi/2$, séparées de 1 ms ont été réalisées dans le faisceau Gaussien et le faisceau plat après 850 ms de propagation pour simuler l'effet d'expansion du nuage d'atomes. La figure 2.27a) montre un schéma du passage des atomes dans un faisceau et les trois impulsions réalisées.

Les franges d'interférence extraites du dispositif sont présentées figure 2.28. On constate une amélioration de l'amplitude des franges de 15% à 25%. L'homogénéité d'interrogation apportée par le faisceau plat, visible sur les oscillations de Rabi, se retrouve dans le contraste de l'interféromètre.

Bien que ce type de séquence, avec trois impulsions dans un seul faisceau, ne soit pas habituellement utilisé, la meilleure homogénéité du faisceau plat pourrait ouvrir la voie à des interféromètres atomiques compacts n'utilisant qu'un seul faisceau avec des temps d'interrogation plus longs par rapport à des faisceaux gaussiens.

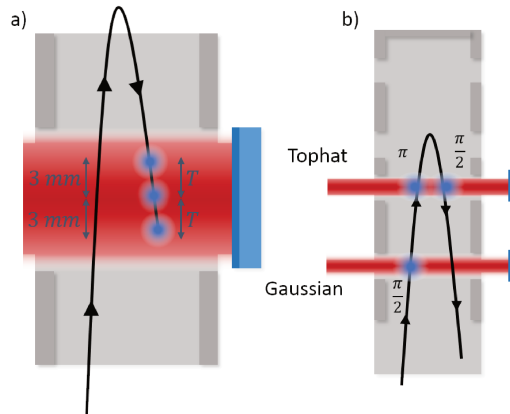


FIGURE 2.27 – a) Interféromètre à temps court réalisé dans un seul faisceau. b) Interféromètre à temps long réalisé dans le faisceau plat. A la montée, le faisceau gaussien est utilisé pour réaliser l'impulsion $\pi/2$, néanmoins le nuage d'atomes est encore petit et la différence d'homogénéité n'est pas visible.

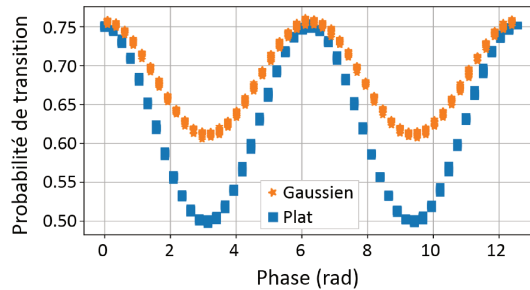


FIGURE 2.28 – Franges d'interférence d'un interféromètre à trois impulsions séparées de 1 ms avec un faisceau Gaussien (orange) et plat (bleu). On peut voir une amélioration du contraste de 15% à 25%.

Temps d'interrogation long dans deux faisceaux

Un accéléromètre à long temps d'interrogation de $2T=294$ ms avec le faisceau plat est réalisé en utilisant le premier faisceau Gaussien pour faire la première transition. Dans ce premier faisceau, le nuage d'atomes n'a pas encore eu le temps de grandir et l'inhomogénéité d'intensité n'est pas problématique. Une comparaison des deux faisceaux pour un long temps d'interrogation n'a pas pu être réalisée à cause des contraintes géométriques de l'expérience. En effet, la distance entre les collimateurs Gaussiens ne permet pas d'obtenir une configuration comparable. La figure 2.27b) montre un schéma de cet interféromètre dans l'enceinte à vide.

Des franges et un histogramme des probabilités de transition sont présentés figure 2.29. A gauche les franges sont reconstruites à partir d'une corrélation avec un accéléromètre. Ces franges ne sont pas idéales pour mesurer le contraste puisqu'elles ajoutent au bruit de phase inhérent à la mesure, un bruit dû à l'échantillonnage des accélérations mesurées par l'accéléromètre, réalisant un échantillonnage grossier de la phase. A droite, on montre directement un histogramme des probabilités de transitions depuis lequel peut être extrait une mesure du contraste plus réaliste. Le contraste de l'interféromètre ainsi mesuré est de 35%. Il correspond à l'estimation qui peut en être faite en regardant l'amplitude de l'oscillation de Rabi de la fenêtre correspondante entre des impulsions π et 2π . La même estimation du contraste pour le faisceau gaussien donne une amplitude de 15%.

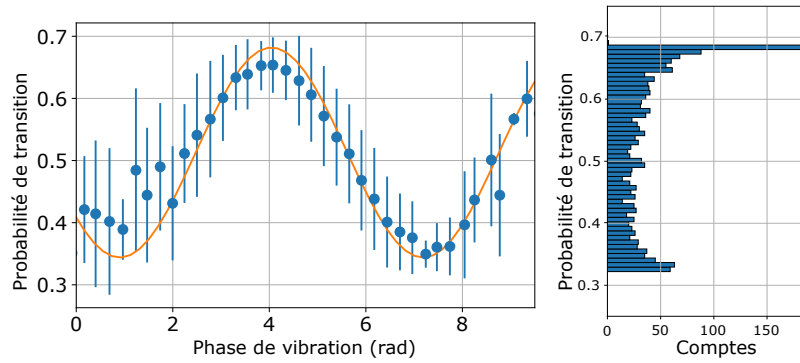


FIGURE 2.29 – Franges d’interférences et Histogramme des probabilités de transition d’un interféromètre à trois impulsions séparées de 147 ms. Le contraste retrouvé à partir de l’histogramme est de 35%.

2.7 Conclusion

Le faisceau plat produit par le *beamshaper* d’Asphericon apporte une amélioration visible aux optiques atomiques du gyromètre. L’amortissement plus lent des oscillations de Rabi et le meilleur contraste obtenu dans des interféromètres à temps courts sont des témoins importants de la meilleure homogénéité de l’interrogation. Bien que les solutions préliminaires de mise en forme de faisceaux aient été délaissées au profit de la solution commerciale adoptée, l’idée d’utiliser un SLM pour produire les faisceaux d’interrogation reste intéressante. La flexibilité qu’il apporte pourrait permettre d’optimiser la forme du faisceau aux distributions d’atomes par exemple [TFL15]. Un deuxième *beamshaper* a été commandé et sera installé prochainement sur le gyromètre afin de remplacer les deux collimateurs Gaussiens. Une amélioration du contraste de 20% atteints en ce moment avec des faisceaux Gaussiens à 35% avec des faisceaux plats est attendue. Une sélection en vitesse, ou des techniques de refroidissement [TCC01] seront les prochaines étapes nécessaires pour améliorer encore plus le contraste.

Chapitre 3

Mise en forme temporelle du profil d'intensité

Outre la mise en forme spatiale des lasers d'interrogation, il est possible de moduler le profil temporel des impulsions d'interrogation pour améliorer l'efficacité des optiques atomiques. Cette mise en forme temporelle a déjà été étudiée dans le domaine de la Résonance Magnétique Nucléaire [Lev86; VC05]. L'utilisation d'impulsions composites, des séquences d'impulsions de durées et phases différentes, a montré une amélioration des performances des impulsions Raman [Dun+14]. Une baisse de la sensibilité aux inhomogénéités d'intensité et de désaccords Doppler a été démontrée. De manière similaire, il est possible d'améliorer la réponse de l'interrogation en modulant uniquement le profil temporel d'intensité des impulsions, sans leur phase. Cette technique a été étudiée théoriquement [Luo+16] pour calculer le contraste d'un interféromètre atomique avec des impulsions mises en forme.

Dans cette partie, on montre expérimentalement les bénéfices apportés par l'utilisation de formes d'impulsions non Rectangulaires du point de vue de la sélectivité en vitesse et de la réduction du bruit de phase, qui n'ont pas été étudiées jusque là. On verra dans un premier temps comment nous avons mis en place expérimentalement ce type d'impulsions. On montrera ensuite l'effet de la modulation sur la sélectivité en vitesse des impulsions. Puis on regardera la réduction du bruit de phase laser apportée par la modulation, en utilisant le formalisme de la fonction de sensibilité de l'interféromètre. On s'intéressera finalement à la production de l'impulsion optimale pour une expérience d'interférométrie atomique.

3.1 Forme d'impulsions étudiées

Cinq formes d'impulsions ont été étudiées. Nous justifierons le choix de ces formes au long de cette partie. Les cinq formes sont présentées figure 3.1 :

- L'impulsion **Rectangle** :

$$f(t) = \begin{cases} 1 & -\tau/2 < t < \tau/2 \\ 0 & \text{ailleurs} \end{cases} \quad (3.1)$$

- L'impulsion **Gaussienne** :

$$f_r(t) = \begin{cases} \exp(-\frac{1}{2} \frac{t^2}{\tau^2}) & -r\tau < t < r\tau \\ 0 & \text{ailleurs} \end{cases} \quad (3.2)$$

où r contrôle la longueur de l'impulsion avant qu'elle ne soit tronquée. Dans le reste de ce chapitre, on choisit $r=6$.

- L'impulsion **GSinc** qui est un sinus cardinal atténué par une gaussienne :

$$f_{n,\alpha}(t) = \begin{cases} \text{sinc}(\pi t/\tau) \times \exp(-\frac{1}{2} \frac{t^2}{\alpha^2 \tau^2}) & -n\tau < t < n\tau \\ 0 & \text{ailleurs} \end{cases} \quad (3.3)$$

où τ est l'instant du premier zéro du sinus cardinal, n est le nombre de zéros du sinus cardinal après lequel l'impulsion est tronquée, et α la rapidité de l'atténuation gaussienne proportionnelle à la longueur de l'impulsion. On remarque que cette impulsion prend des valeurs négatives. On verra par la suite que ces valeurs négatives peuvent être produites en réalisant un saut de phase de π , équivalent à un changement de signe de la pulsation de Rabi dans les équations différentielles d'évolution des états atomiques. Dans le reste de ce chapitre, on choisit $n=6$ et $\alpha=2.4$, sauf mention contraire notamment lorsque l'on s'intéressera à la variation de ces paramètres.

- L'impulsion **GFlat** qui est une impulsion rectangle avec deux demi-gaussiennes sur ses bords, elle est paire et définie pour $t > 0$:

$$f_{r,\alpha}(t) = \begin{cases} 1 & t < \tau \\ \exp(-\frac{1}{2}\frac{t^2}{\alpha^2\tau^2}) & \tau < t < (1+r\alpha)\tau \\ 0 & (1+r\alpha)\tau < t, \end{cases} \quad (3.4)$$

où α contrôle la déviation standard de la gaussienne en unité de τ , et r contrôle la durée de l'impulsion avant qu'elle ne soit tronquée. Dans le reste du chapitre, on choisit $\alpha=1$ et $r=6$.

- L'impulsion **Cavité** qui reproduit les temps de montée et de descente du champ dans une cavité, similaire au comportement d'un filtre passe bas :

$$f_n(t) = \begin{cases} 1 - \exp(-t/t_0) & 0 < t < \tau \\ \exp(-(t-\tau)/t_0) & \tau < t < \tau + \alpha t_0 \\ 0 & \end{cases} \quad (3.5)$$

où t_0 représente le temps de montée de la cavité, et α un facteur déterminant l'instant de coupure finale. On s'intéresse dans ce chapitre à des temps de montée t_0 de l'ordre de la durée d'une impulsion Rectangulaire de même puissance maximale. Si le temps t_0 est trop court, l'impulsion redevient une impulsion Rectangulaire. Si il est long devant la durée de l'impulsion, la puissance n'a pas le temps d'atteindre son maximum et les comparaisons sont alors biaisées.

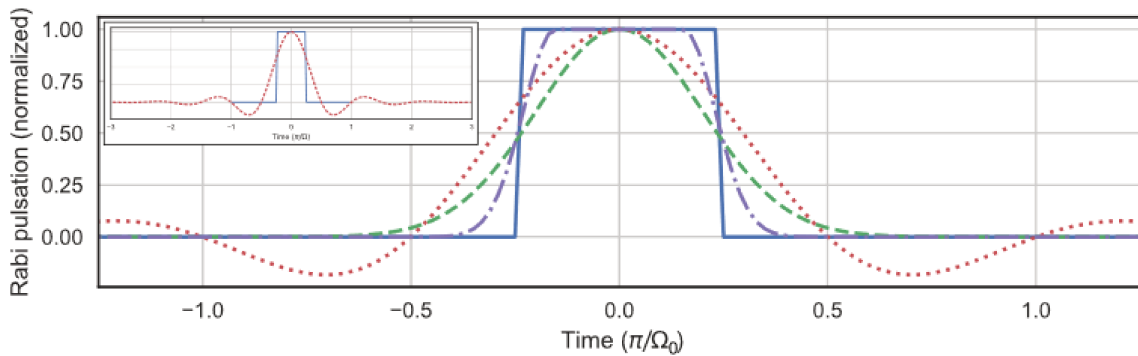


FIGURE 3.1 – Les principales formes d'impulsions étudiées à aires $\int_{-\infty}^{+\infty} \Omega(t) dt$ égales. (bleu plein) Rectangle, (violet trait-pointillé) GFlat, (vert tirets) Gaussien, et (rouge pointillés) GSinc. L'encart montre l'impulsion GSinc en entier.

3.2 Implémentation expérimentale de la mise en forme temporelle

Expérimentalement, la mise en forme temporelle est réalisée en atténuant le signal radio-fréquence de contrôle du modulateur acousto-optique (AOM) qui pilote l'intensité des lasers Raman interagissant avec les atomes. Un synthétiseur digital (*Rigol 4620*) est utilisé pour générer la forme temporelle des impulsions en prenant en compte la réponse du système de contrôle, de

l'amplificateur RF, et de la réponse de l'AOM. La forme de l'impulsion est finalement vérifiée avec une photodiode sur le chemin des faisceaux Raman.

Pour l'impulsion GSinc, dont l'intensité peut être négative, un traitement supplémentaire est nécessaire. Dans les équations d'évolution d'un système à deux niveaux, une pulsation de Rabi négative est strictement équivalente à une pulsation de Rabi opposée, positive, associée à un changement de phase de π . Ainsi, expérimentalement, un déphasage de π est appliqué entre les deux lasers Raman lorsque l'intensité doit être négative. Celui-ci est appliqué en utilisant la boucle d'asservissement de phase des lasers Raman. Un schéma du dispositif est présenté figure 3.2. La figure 3.3 montre l'intensité du faisceau Raman mesurée par une photodiode. En bleu la commande relative à l'intensité et en vert la commande de phase. Sur l'encart de cette figure, on peut voir que l'intensité semble ne pas descendre à zéro au niveau du premier zéro avant le centre de l'impulsion. Cela peut être un défaut expérimental, cependant il est possible que cela ne soit qu'un artefact dû à la réponse de la photodiode.

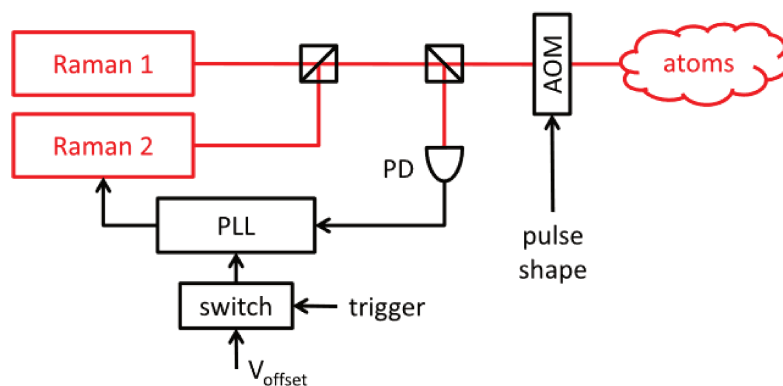


FIGURE 3.2 – Dispositif expérimental de mise en forme des impulsions Raman. Les deux lasers sont asservis en phase au moyen d'une boucle à verrouillage de phase. Un offset peut être appliqué à l'asservissement afin de contrôler la phase relative des lasers. Un AOM contrôle la puissance envoyée sur les atomes.

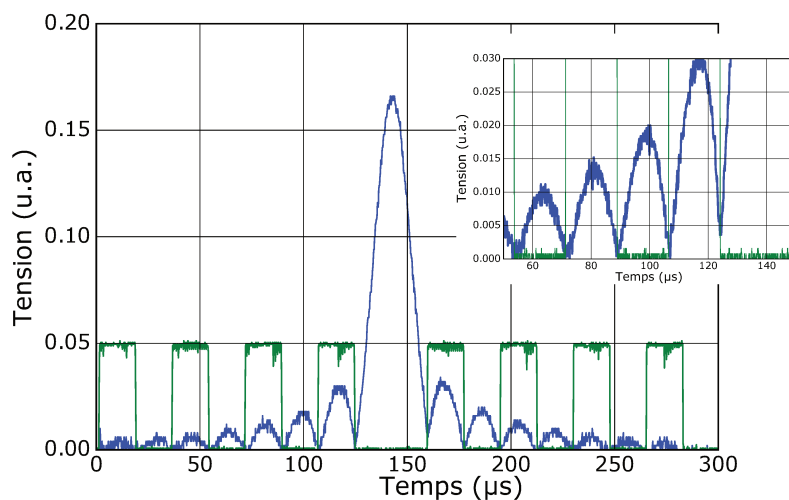


FIGURE 3.3 – En bleu, le signal d'une photodiode mesurant l'intensité des faisceaux Raman. En vert, les sauts de phase appliqués afin d'obtenir une intensité effective négative lors de l'interaction Raman. L'encart montre un agrandissement autour de 100 μs où l'on peut voir que l'impulsion ne descend pas à zéro au premier zéro avant le centre de l'impulsion.

3.3 Mesure de la sélectivité en vitesse

La modulation temporelle de l'intensité des impulsions d'interrogation a un effet sur la sélectivité en vitesse des transitions Raman. La sélectivité en vitesse peut être néfaste pour des interféromètres atomiques. Les inhomogénéités de pulsation de Rabi effective $\sqrt{\Omega_{eff}^2 + (k_{eff}v)^2}$ qu'elle induit contribuent à la baisse du contraste du dispositif.

Un traitement sur la base de la théorie des perturbations montre que la sélectivité en vitesse d'une impulsion de faible intensité est proportionnelle au carré de la norme de sa transformée de Fourier (Voir équation 2.25 de [Tan92]). Cet effet est montré sur la figure 3.4a pour des impulsions d'aire $\pi/10$. Lorsque l'impulsion sort du cadre de la théorie des perturbations, sa sélectivité en vitesse dévie de cette valeur théorique, on peut voir cet effet sur la figure 3.4b. L'aire des impulsions y est fixée à $\pi/2$ avec la même pulsation de Rabi maximale que celle de la figure 3.4a. Le calcul théorique de la sélectivité en vitesse est fait en résolvant numériquement les équations d'évolution d'état en fonction du désaccord. On peut cependant voir que l'allure générale de la sélectivité en vitesse est reproduite correctement en regardant la transformée de Fourier de l'impulsion.

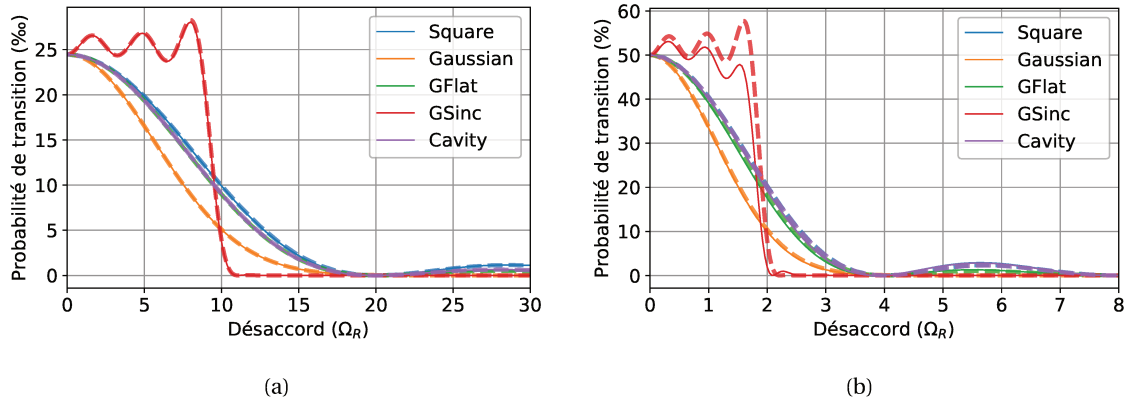


FIGURE 3.4 – Sélectivité en vitesse d'impulsions d'aire (a) $\pi/10$ et (b) $\pi/2$ en fonction de la vitesse représentée en unité de Ω_R ($\delta = kv$). Les courbes en pointillés sont les transformées de Fourier des impulsions au carré. Lorsque l'aire de la perturbation est petite devant 1, comme pour une impulsion $\pi/10$, la sélectivité en vitesse est proportionnelle au carré de la transformée de Fourier de l'impulsion.

La figure 3.5 présente des mesures expérimentales de la sélectivité en vitesse de différentes formes d'impulsions. Une impulsion d'aire donnée est effectuée, puis le désaccord à la résonance est varié expérimentalement. La modification de probabilité est alors observée nous donnant la sélectivité en vitesse de l'impulsion. Les calculs théoriques correspondants sont montrés figure 3.6. Les figures 3.5(a, b) correspondent respectivement à des impulsions d'aires $\pi/2$ et π . Pour cette mesure, la pulsation de Rabi maximale des impulsions est fixée et seule leur durée est variée. On peut voir les lobes secondaires de l'impulsion Rectangle, dont la transformée de Fourier est un sinus cardinal. Les autres formes d'impulsions les atténuent efficacement. L'impulsion GSinc présente une réponse avec un plateau pour une impulsion d'aire $\pi/2$, proche de sa transformée de Fourier. Cependant, lors d'une impulsion d'aire π , sa réponse plane au sommet n'est pas conservée. D'autres formes d'impulsions peuvent optimiser les impulsions π et sont présentées par exemple dans [Luo+16]. L'impulsion Gaussienne est la plus sélective en vitesse, cela est notamment dû à sa longue durée dans le domaine temporel. Finalement, l'impulsion GFlat a une sélectivité en vitesse proche de l'impulsion Rectangulaire, mais atténue partiellement les lobes secondaires en théorie.

Les figures 3.5(c, d) présentent l'influence du nombre d'oscillations prises en compte lors des impulsions sinus cardinal ainsi que les bénéfiques d'une modulation Gaussienne. Les impulsions de la figure 3.5(c) ont une durée totale, où l'intensité n'est pas nulle, fixée à $300 \mu\text{s}$, leur pulsation de Rabi maximale est variée de manière à obtenir une transition $\pi/2$. Cette procédure confirme

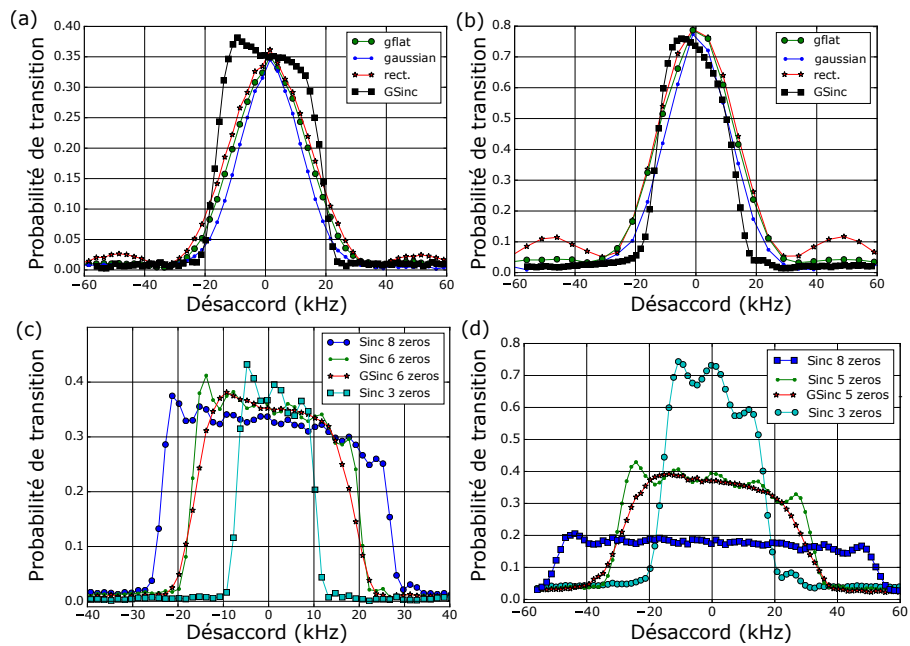


FIGURE 3.5 – Spectroscopie des différentes impulsions. (a) Même puissance au maximum des impulsions, aire de $\pi/2$. (b) Même puissance au maximum des impulsions, aire de π . (c) Même durée d'impulsion, aire de $\pi/2$. (d) Durée d'impulsion et puissance au sommet fixées.

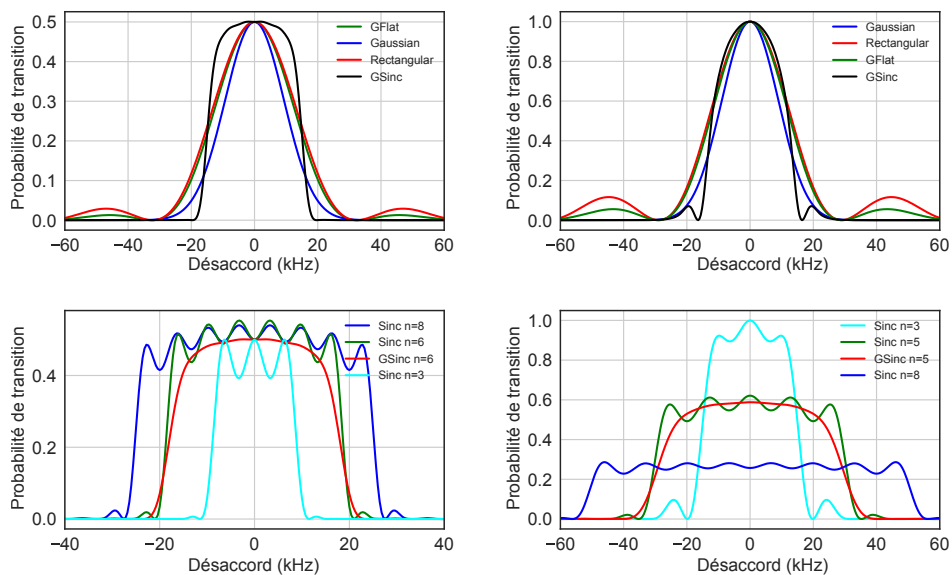


FIGURE 3.6 – Calcul numérique de la sélectivité en vitesse par résolution des équations différentielles d'évolution d'état. Les paramètres correspondent à la figure 3.5.

les prédictions présentées dans [Luo+16]. Sur la figure 3.5(d), les impulsions ont une pulsation de Rabi maximale égale et une durée totale fixée à 150 μs , l'aire de chacune d'entre elles est donc différente. Dans les deux cas, on peut voir que la prise en compte d'un plus grand nombre de zéros améliore l'uniformité du plateau de l'interrogation face à un désaccord Doppler. De plus, l'ajout d'une modulation Gaussienne adoucit les vaguelettes du plateau, rendant l'interrogation encore plus homogène.

On remarque en comparant ces courbes au calcul numérique que la probabilité de transition maximale est plus faible pour les résultats expérimentaux. Cette différence s'explique par des imperfections expérimentales telles qu'une intensité non homogène sur le nuage d'atomes où encore une mauvaise normalisation des probabilités de transition mesurées. On peut aussi voir une légère pente sur chaque spectroscopie expérimentale dont la cause n'a pas été élucidée. Elle pourrait être due à des imperfections du système de détection, qui pourrait favoriser certaines classes de vitesse.

L'amélioration de l'homogénéité de la réponse des impulsions à l'effet doppler est la meilleure pour des impulsions $\pi/2$ avec la forme GSinc. Cependant, celle ci est difficile à réaliser en pratique à cause des sauts de phase. Les autres impulsions différentes de l'impulsion rectangle gardent une décroissance rapide de la probabilité de transition avec le désaccord. Cependant, elles peuvent réduire les lobes secondaires qui peuvent introduire des effets systématiques dans certains interféromètres où elles peuvent coupler des classes de vitesses non attendues.

3.4 Fonction de sensibilité pour des formes d'impulsions arbitraires

Les expériences d'interférométrie atomique reposent sur une mesure de la phase pour extraire un signal d'intérêt. Cette phase peut par exemple provenir des effets inertiels subis par l'ensemble d'atomes durant la séquence interférométrique et que nous cherchons à mesurer. Néanmoins, d'autres éléments du dispositif peuvent produire des bruits de phase néfastes à l'expérience. Les lasers d'interrogation par exemple impriment leur phase relative sur le paquet d'onde diffracté. Des bruits de phase de ces lasers, venant par exemple d'un asservissement de phase limité, vont avoir un impact sur le signal utile de l'expérience. Dans cette partie nous allons montrer de quelle manière la mise en forme temporelle des impulsions d'interrogation peut réduire l'effet de ce bruit de phase sur l'interféromètre. Pour cela nous allons utiliser le formalisme de la fonction de sensibilité et de la fonction de transfert associée.

3.4.1 Formalisme de la fonction de sensibilité

La fonction de sensibilité d'un interféromètre atomique est sa réponse à un saut de phase infinitésimal à un instant t . [Che+08; Biz01] On peut la définir par l'équation :

$$g_s(t) = 2 \lim_{\delta\varphi_t \rightarrow 0} \frac{\delta P_\infty}{\delta\varphi_t}, \quad (3.6)$$

où δP_∞ est le changement de probabilité de transition en fin de séquence interférométrique, provoqué par un saut de phase $\delta\varphi_t$ à un instant t de la séquence. Si on se place à mi-frange lorsque la phase interférométrique vaut $\pi/2$, la probabilité de transition est $P_\infty = 1/2 + \cos(\pi/2 + \varphi_\infty)/2 \simeq 1/2 - \varphi_\infty/2$. Le changement de phase en sortie d'interféromètre est alors $\delta\Phi_\infty = 2\delta P_\infty$. La fonction de sensibilité s'écrit :

$$g_s(t) = \lim_{\delta\varphi_t \rightarrow 0} \frac{\delta\Phi_\infty}{\delta\varphi_t}, \quad (3.7)$$

où $\delta\Phi_\infty$ est la variation de phase interférométrique en fin de séquence.

Le comportement général de la fonction de sensibilité est simple à expliquer. Avant et après la séquence interférométrique, un saut de phase n'a pas d'effet sur le signal, la fonction de sensibilité y est donc nulle. Si un saut de phase se produit entre les impulsions, il est directement retrouvé en fin d'interféromètre. En effet, pour un interféromètre à trois impulsions $\pi/2 - \pi - \pi/2$ par exemple,

la phase interférométrique liée aux optiques atomiques est $\Phi = \phi_1 - 2\phi_2 + \phi_3$, où ϕ_i est la phase laser relative imprimée sur l'onde atomique par l'impulsion i . Si un saut de phase $\delta\varphi$ apparaît entre la première et la deuxième impulsion, le changement de phase interférométrique sera $\delta\Phi = 0 - 2\delta\varphi + \delta\varphi = -\delta\varphi$ et la fonction de sensibilité vaudra $g_s = -1$. Si le saut de phase apparaît entre la deuxième et la troisième impulsion, la fonction de sensibilité vaudra $g_s = 1$.

Le comportement de la fonction de sensibilité pendant les impulsions ne peut pas être trouvé de manière aussi directe. Pour des impulsions Rectangulaires, il est possible de réaliser un traitement analytique [Che+08] utilisant les matrices d'évolution d'état déterminées à partir de l'équation de Schrödinger selon la pulsation de Rabi effective et le déphasage :

$$\begin{pmatrix} C_g(t) \\ C_f(t) \end{pmatrix} = M(t_0, t, \Omega_R, \Phi) \begin{pmatrix} C_g(t_0) \\ C_f(t_0) \end{pmatrix} \quad (3.8)$$

où C_g et C_f décrivent l'état atomique. L'évolution de l'état pendant la séquence interférométrique se décompose en un produit de ces matrices d'évolution. Si un saut de phase se produit pendant une impulsion, sa matrice d'évolution est séparée en deux parties avec les déphasages correspondants. Un petit déphasage est alors introduit à un instant t et le changement de probabilité de transition est calculé, donnant accès à la fonction de sensibilité. Pour un interféromètre à trois impulsions Rectangulaires de durées $\tau - 2\tau - \tau$, dont les centres sont séparées d'une durée T avec l'origine des temps située au milieu de la deuxième impulsion, la fonction de sensibilité est une fonction impaire donnée pour un temps $t > 0$ par :

$$g_s(t) = \begin{cases} \sin(\Omega_R t), & 0 < t < \tau \\ 1, & \tau < t < T - \tau/2 \\ \sin\left(\Omega_R\left(t - T + \frac{3\tau}{2}\right)\right), & T - \tau/2 < t < T + \tau/2. \end{cases} \quad (3.9)$$

On rappelle que la fonction de sensibilité est ici donnée pour un temps T défini entre les centres des impulsions. Cette fonction de sensibilité est tracée figure 3.7.

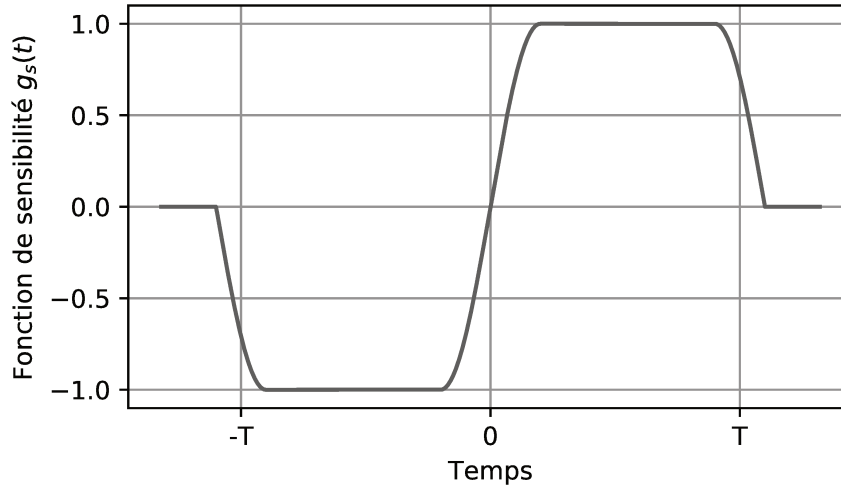


FIGURE 3.7 – Fonction de sensibilité d'un interféromètre à trois impulsions Rectangulaires.

3.4.2 Calcul de la fonction de sensibilité avec des impulsions de formes arbitraires

Lorsque les impulsions ne sont plus Rectangulaires, le calcul des matrices d'évolution n'est plus faisable analytiquement. Pour calculer les fonctions de sensibilité, on peut résoudre numériquement les équations d'évolution d'état pour l'interféromètre entier. Il suffit alors encore une fois d'introduire un déphasage à un instant t et mesurer le changement de probabilité de transition en

fin de séquence. Cependant, un traitement à partir de l'évolution du spin fictif sur la sphère de Bloch (Voir chapitre 1) permet d'écrire la fonction de sensibilité de manière plus simple.

Pour ce traitement, on suppose que l'interféromètre se referme correctement, que les optiques atomiques sont parfaites, et qu'il n'y a pas de désaccord Doppler. On rappelle qu'un état $|\psi\rangle = c_g(t)|g\rangle + c_f(t)|f\rangle$ peut être décrit par un vecteur $\vec{u} = (u, v, w)$ sur la sphère de Bloch avec $u = 2\Re(c_g c_f^*)$, $v = 2\Im(c_g c_f^*)$ et $w = |c_g(t)|^2 - |c_f(t)|^2$. w est la différence de probabilité de présence dans les états $|g\rangle$ et $|f\rangle$, et est relié à la probabilité de transition P par la relation $w = 2P - 1 = 2(P - 1/2)$. L'interaction Raman avec cet état peut être représentée par une rotation de \vec{u} autour de l'axe défini par le vecteur $\vec{\Omega} = (\Omega_R(t) \cos \phi, \Omega_R(t) \sin \phi, \delta)$ de vitesse de rotation instantanée $\sqrt{\Omega_R(t)^2 + \delta^2}$.

Pour ce calcul de la fonction de sensibilité, nous ne prendrons pas en compte de désaccord, δ . Le vecteur $\vec{\Omega}$ sera alors situé dans le plan horizontal (O, u, v) . Une interaction entre les instants t_1 et t_2 est une rotation autour de $\vec{\Omega}$ d'angle $\int_{t_1}^{t_2} \Omega_R(t) dt$. La matrice de rotation d'un angle θ autour de l'axe défini par le vecteur $\vec{r} = (x, y, 0) = (\cos \phi, \sin \phi, 0)$, avec $x^2 + y^2 = 1$, est :

$$R(x, y, \theta) = R(\phi, \theta) = \begin{pmatrix} x^2(1 - \cos \theta) + \cos(\theta) & xy(1 - \cos \theta) & y \sin \theta \\ xy(1 - \cos \theta) & y^2(1 - \cos \theta) + \cos(\theta) & -x \sin \theta \\ -y \sin \theta & x \sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix}. \quad (3.10)$$

Les différentes impulsions d'un interféromètre sont remplacées par des matrices de rotations. On remarque que deux interactions successives avec des lasers, sans saut de phase, sont équivalentes à une seule rotation autour du même vecteur $\vec{\Omega}$ avec un angle égal à la somme des aires des deux impulsions : $R(\phi, \theta_1) + R(\phi, \theta_2) = R(\phi, \theta_1 + \theta_2)$. Un interféromètre peut alors se décomposer en trois parties :

- Une première évolution jusqu'au saut de phase $\delta\varphi$ à un instant t ,
- Une deuxième évolution jusqu'à un saut de phase de $\pi/2$ à un instant t_1 avant la dernière impulsion pour se placer à mi-frange,
- Une évolution finale jusqu'à la fin de la séquence interférométrique.

Cette décomposition est montrée dans le cas d'interféromètres à trois et quatre impulsions sur la figure 3.8. Les deux premières parties peuvent être inversées dans le cas où $t > t_1$. Le calcul qui suit est fait dans le cas où $t < t_1$, et vérifié dans le cas contraire.

L'état initial est décrit par le vecteur $\vec{u}_0 = (0, 0, -1) = |f\rangle$. Les angles de rotation et les phases des vecteurs $\vec{\Omega}$ de ces trois parties sont :

$$\begin{cases} \phi_1 = 0, & \theta_1 = \int_{-\infty}^t \Omega_R(t') dt' \\ \phi_2 = \delta\varphi, & \theta_2 = \int_t^{t_1} \Omega_R(t') dt' \\ \phi_3 = \delta\varphi + \pi/2, & \theta_3 = \int_{t_1}^{\infty} \Omega_R(t') dt'. \end{cases} \quad (3.11)$$

L'état final \vec{u}_∞ est alors donné par le produit successif des trois matrices de rotation et de \vec{u}_0 :

$$\vec{u}_\infty = R(\phi_3, \theta_3) R(\phi_2, \theta_2) R(\phi_1, \theta_1) \vec{u}_0. \quad (3.12)$$

Pour calculer la fonction de sensibilité $g_s(t)$, seule la dernière composante du vecteur \vec{u}_∞ nous intéresse. On obtient après le calcul du produit matriciel :

$$w^{(\infty)} = -\sin(\delta\varphi) \sin \left[\int_{-\infty}^t \Omega_R(t') dt' \right] \quad (3.13)$$

$$= 2(P_\infty - 1/2) = 2\delta P_\infty. \quad (3.14)$$

d'où :

$$g_s(t) = \lim_{\delta\varphi \rightarrow 0} \frac{2\delta P_\infty}{\delta\varphi} = -\sin \left[\int_{-\infty}^t \Omega_R(t') dt' \right] \lim_{\delta\varphi \rightarrow 0} \frac{\sin(\delta\varphi)}{\delta\varphi}, \quad (3.15)$$

Et finalement :

$$g_s(t) = -\sin \left[\int_{-\infty}^t \Omega_R(t') dt' \right]. \quad (3.16)$$

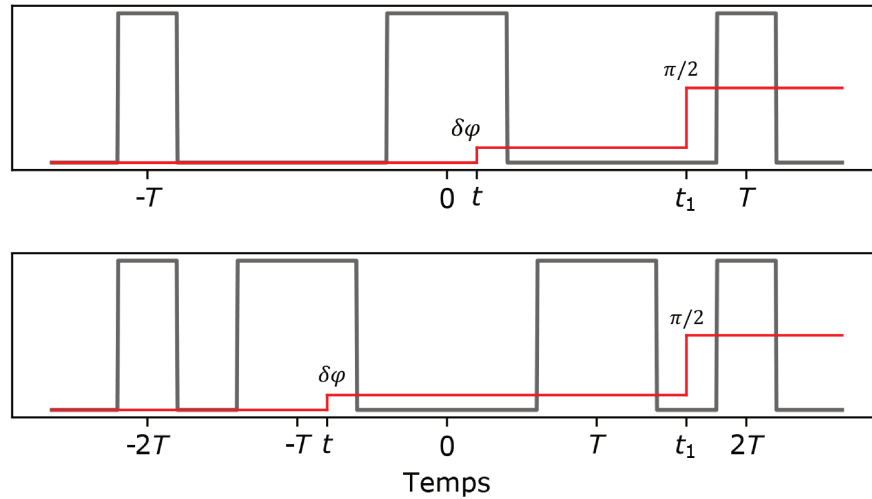


FIGURE 3.8 – Division d'un interféromètre atomique en trois parties pour le calcul de l'évolution du spin fictif en présence d'impulsions de pulsation dépendante du temps dans le cas d'un interféromètre à trois impulsions (en haut) et quatre impulsions (en bas). Les lignes noires correspondent à la pulsation de Rabi vue par les atomes au cours de la séquence interférométrique. Les impulsions ont ici des formes Rectangulaires, mais elles pourraient avoir une forme arbitraire. Les lignes rouges sont les déphasages appliqués durant la séquence. Au temps t_1 un saut de phase de $\pi/2$ est appliqué pour se placer à mi-frange.

Ce calcul donne le même résultat si le saut de phase $\delta\varphi$ est fait après le saut de phase pour se placer à mi-frange. On rappelle que cette formule n'est valide que pour des interféromètres à séparatrices et miroirs parfaits qui se referment physiquement, et quand il n'y a pas de désaccord δ . Il reste valide pour n'importe quel nombre d'impulsions. On retrouve un résultat de la thèse de Sébastien Bize donné pour des impulsions Rectangulaires [Biz01].

Les fonctions de sensibilité des différentes impulsions étudiées, calculées avec cette formule pour un interféromètre à deux impulsions, sont montrées figure 3.9. Seul un agrandissement autour de la première impulsion est montré, où la différence entre les différentes formes est visible. Les impulsions ont toutes la même pulsation de Rabi effective au sommet, et le temps d'interrogation T est défini entre les centres des impulsions.

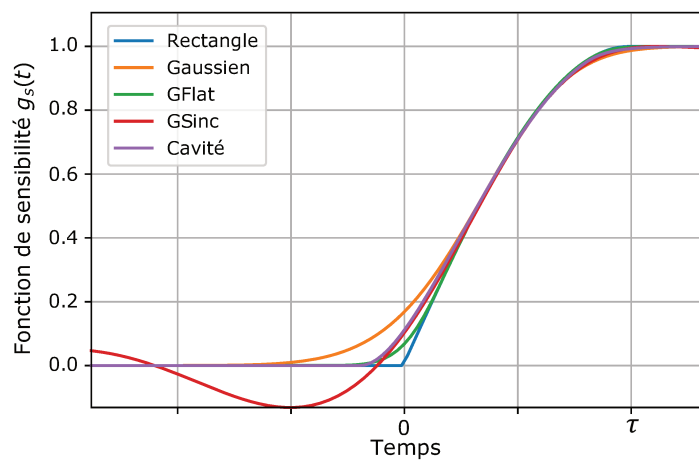


FIGURE 3.9 – Fonctions de sensibilité calculées à partir de l'équation (3.16). Seule une portion de la fonction de sensibilité autour de la première impulsion est montrée pour souligner les différences entre les formes d'impulsions. Ainsi la fonction de sensibilité de l'impulsion GSinc est tronquée. Elle retombe cependant à 0 un peu plus loin.

La forme de la fonction de sensibilité temporelle ne donne pas d'informations directement

quant à son effet sur l'interféromètre. Des conclusions seront tirées un peu plus bas lorsque nous allons nous intéresser à son contenu fréquentiel, qui nous donnera des informations sur la réponse en fréquence de l'interféromètre en fonction de la forme des impulsions.

3.4.3 Mesure de la fonction de sensibilité

La figure 3.10 présente la mesure de la fonction de sensibilité d'un interféromètre Ramsey à deux impulsions $\pi/2 - \pi/2$ séparées par un temps T , défini comme la distance entre les centres des deux impulsions, avec des impulsions Rectangle et Gaussiennes. L'interféromètre a été réalisé avec des faisceaux Raman co-propageants pour éviter d'ajouter du bruit de vibration. Cette mesure a été faite en introduisant un saut de phase de 340 mrad dans la boucle d'asservissement de phase des lasers Raman et en mesurant la différence de phase à la sortie de l'interféromètre. Sur la figure 3.10(a) est présentée une vue globale de la fonction de sensibilité. Sur la figure 3.10(b), on peut voir une vue agrandie autour de la première impulsion. Les courbes pointillées présentent la fonction de sensibilité théorique calculée. Les points sont les données expérimentales dont la barre d'erreur est plus petite que la taille du point correspondant. Les ronds correspondent à des impulsions Rectangulaires, les carrés à des impulsions Gaussiennes. On retrouve un bon accord avec les valeurs théoriques. La fonction de sensibilité est adoucie par la montée progressive de l'impulsion Gaussienne.

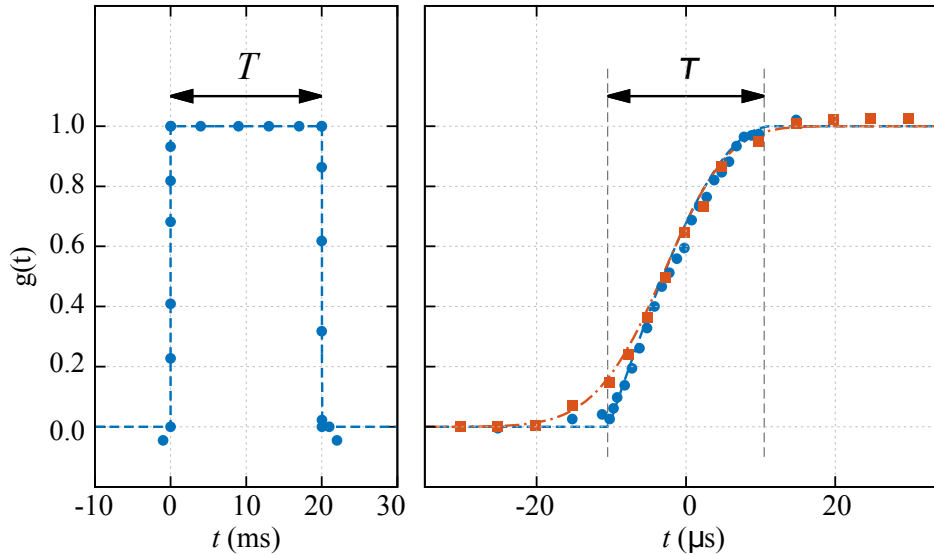


FIGURE 3.10 – Mesure de la fonction de sensibilité. A gauche, la fonction de sensibilité entière est présentée. A droite est présenté un agrandissement sur la première impulsion. Les lignes pointillées correspondent au calcul théorique de la fonction de sensibilité. (ronds) Impulsions Rectangulaires. (carrés) Impulsions Gaussiennes.

3.5 Fonction de transfert de l'interféromètre

3.5.1 Calcul de la fonction de transfert

La fonction de sensibilité permet de calculer la réponse de l'interféromètre à toute perturbation de phase $\phi(t)$. La phase en fin de séquence est donnée par l'équation :

$$\Phi = \int_0^{\infty} g_s(t) d\phi(t) = \int_{-\infty}^{\infty} g_s(t) \frac{d\phi(t)}{dt} dt. \quad (3.17)$$

L'écart type des fluctuations de phase interférométrique en présence d'une densité spectrale de bruit de phase $S_{\phi}(\omega)$ peut alors s'estimer [Che+08] :

$$\sigma_{\Phi}^2 = \int_{-\infty}^{\infty} |\omega G(\omega)|^2 S_{\phi}(\omega) \frac{d\omega}{2\pi}, \quad (3.18)$$

où $G(\omega)$ est la transformée de Fourier de la fonction de sensibilité $g_s(t)$. La fonction de transfert de l'interféromètre est définie comme :

$$H(\omega) = |\omega G(\omega)| = \left| \omega \int_{-\infty}^{\infty} -\sin \left[\int_{-\infty}^t \Omega_R(t') dt' \right] e^{-i\omega t} dt \right|, \quad (3.19)$$

et représente la réponse de l'interféromètre à une modulation de phase de pulsation ω . Dans le cas d'un interféromètre à trois impulsions Rectangulaires, elle est donnée par [Che+08] :

$$H(\omega) = \frac{4\omega\Omega_R}{\omega^2 - \Omega_R^2} \sin \left(\frac{\omega(T + \tau/2)}{2} \right) \left(\cos \left(\frac{\omega(T + \tau/2)}{2} \right) + \frac{\Omega_R}{\omega} \sin \left(\frac{\omega(T - 3\tau/2)}{2} \right) \right), \quad (3.20)$$

où Ω_R est la pulsation de Rabi des impulsions Rectangulaires, T est la séparation entre les centres des impulsions (contrairement à l'article [Che+08] où T est défini entre la fin et le début des impulsions) et τ est la durée d'une impulsion $\pi/2$. La figure 3.11 montre le carré des fonctions de transfert des différentes formes d'impulsions étudiées dans un accéléromètre avec un temps d'interrogation T de 20 ms et τ de 21 μ s. Les différentes fonctions de transfert présentent toutes le même comportement à basse fréquence : la montée de la sinusoïde à très basse fréquence, puis une série de zéros aux fréquences multiples de $1/(T + \tau/2)$. Ces zéros correspondent à des fréquences d'oscillations de la phase multiples de la fréquence d'interrogation des impulsions, l'interféromètre n'y est pas sensible. On moyenne la fonction de transfert sur quelques oscillations à partir de la pulsation de Rabi maximale pour alléger la figure. A hautes fréquences, la fonction de transfert a un comportement passe-bas. La pente dépend de la forme des impulsions. L'impulsion Rectangulaire a l'atténuation la plus lente : en $1/f^2$, suivie par Cavité en $1/f^4$, GFlat en $1/f^6$, GSinc en $1/f^4$ après une chute rapide et finalement l'impulsion Gaussienne.

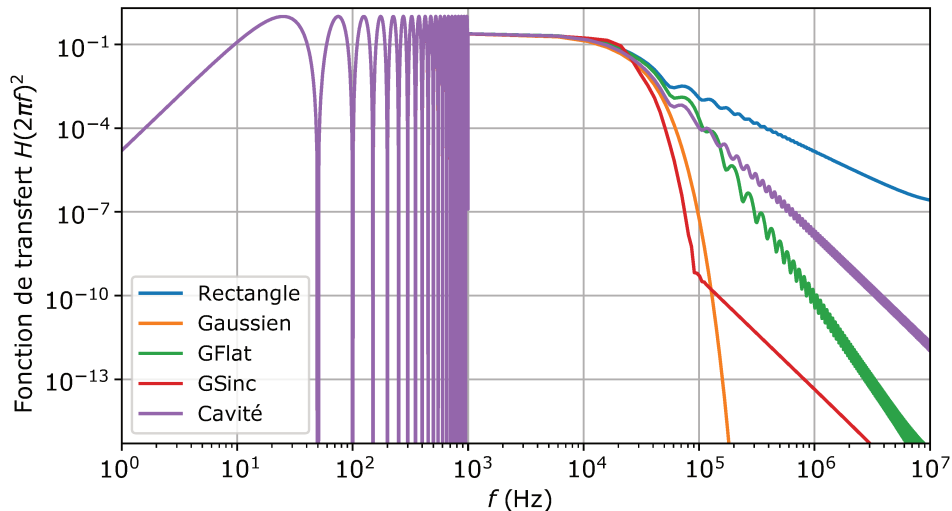


FIGURE 3.11 – Fonctions de transferts d'un accéléromètre atomique avec un temps d'interrogation T de 20 ms pour différentes formes d'impulsions et une longueur d'impulsion $\pi/2$ de $\tau=21 \mu$ s. Impulsions (bleu) Rectangulaires, (orange) Gaussiennes, (vert) GFlat, (rouge) GSinc, et (violet) Cavité.

Obtenir un comportement passe bas à hautes fréquences de l'interféromètre est intéressant. Cela permet de réduire le bruit de phase laser présent après l'asservissement pour améliorer les performances de l'interféromètre ou de réduire les contraintes sur l'asservissement de phase des lasers.

3.5.2 Mesure de la fonction de transfert

La figure 3.12 montre la mesure de deux régions de la fonction de transfert. Pour réaliser cette mesure, une variation sinusoïdale est introduite dans la boucle d'asservissement en phase des lasers puis son effet est observé sur la phase mesurée en fin de séquence interférométrique. La phase en sortie est mesurée pour deux quadratures de la variation sinusoïdale. La phase finale est

alors donnée par $\phi = \sqrt{\phi_0^2 + \phi_{\pi/2}^2}$ pour éviter des erreurs dues à un mauvais échantillonnage de la variation sinusoïdale à cause de la méconnaissance de la phase au départ. Les courbes en trait plein sont les fonctions de transfert théoriques calculées. Pour ce calcul, la pulsation de Rabi a été ajustée à partir de la mesure des oscillations de Rabi des transitions Raman. La durée T de l'interféromètre a été ajustée pour faire correspondre les positions des zéros des fonctions de transfert. Finalement, la fonction de transfert est normalisée à sa valeur à basse fréquence, de manière à ce que le plateau soit égal à 1.

La figure 3.12(a) présente une mesure de l'atténuation à haute fréquence des différentes impulsions. Le bruit du signal de phase mesuré est proche de 1%. Ce niveau est indiqué par une ligne horizontale sur la figure et on peut voir que les derniers points mesurés sont limités par ce bruit. La mesure permet de distinguer le comportement asymptotique des impulsions Rectangle, Gaussienne et GFlat implémentées. On constate un bon accord avec la théorie.

La figure 3.12(b) montre la mesure fine de quelques points entre deux zéros de la fonction de transfert. La fréquence à cet endroit est proche de la fréquence de Rabi. Les zéros des fonctions de transfert correspondant aux différentes impulsions coïncident. Une différence est visible, peut-être due à une réalisation expérimentale imparfaite de la durée T entre les impulsions pour l'impulsion Gaussienne. En effet, avec un temps T de 20 ms, une erreur de 2 μ s de l'instant d'une impulsion correspondra à un décalage en fréquence de l'ordre de 5 Hz pour un zéro proche de 10 kHz. Cependant, cette erreur semble grande par rapport aux possibilités du contrôle expérimental. Le temps T de la courbe théorique Gaussienne a tout de même été ajusté de 2 μ s, ce qui est visible sur la figure sous la forme d'un décalage de la courbe rouge. Encore une fois, un bon accord avec les courbes théoriques est présent.

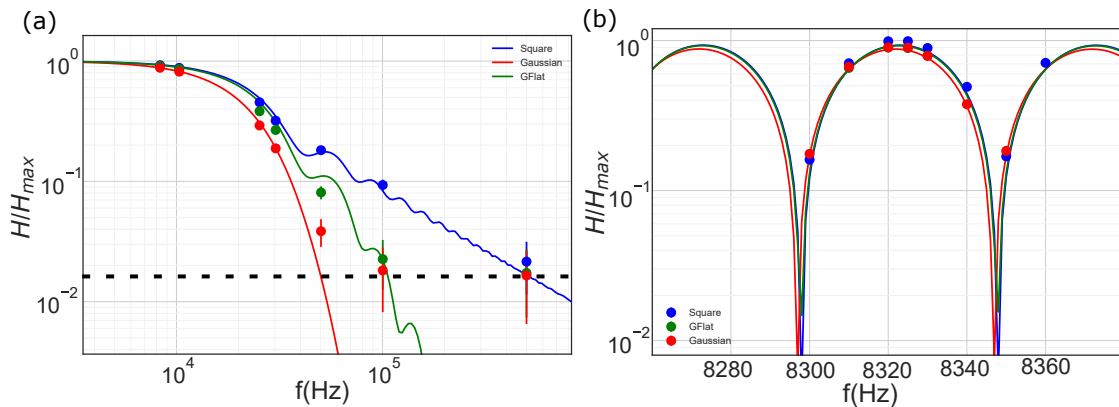


FIGURE 3.12 – Mesure de la fonction de transfert d'un interféromètre avec des impulsions (bleu) Rectangle, (vert) GFlat, et (rouge) Gaussien. Les marqueurs correspondent aux mesures expérimentales, les courbes en trait plein sont calculées numériquement. (a) Le comportement à hautes fréquences est en accord avec les calculs théoriques. La ligne en tirets noirs correspond au niveau de bruit de la mesure, proche de 1%. (b) Agrandissement sur deux zéros de la fonction de transfert à une fréquence de l'ordre de la pulsation de Rabi.

3.5.3 Influence de la douceur des impulsions sur la fonction de transfert

Le comportement passe-bas de la fonction de transfert de l'interféromètre dépend de la douceur des impulsions d'interrogation. Cependant, cet effet est différent selon les instants où les impulsions sont adoucies. La figure 3.13 illustre ces effets sur un accéléromètre.

La fonction de transfert d'un accéléromètre à impulsions Rectangulaires est présentée sur la figure de gauche (bleu). On montre qu'en remplaçant la première et la dernière impulsion par des demi-gaussiennes, douce à la montée et abrupte à la descente pour la première, abrupte à la montée et douce à la descente pour la deuxième (vert), une atténuation de $1/f^4$ est atteinte par rapport à l'atténuation en $1/f^2$ d'origine. Si, au contraire, les intérieurs de ces deux impulsions sont adoucis (rouge), l'atténuation est la même qu'à l'origine : $1/f^2$. Cet effet est compréhensible

en regardant la fonction de sensibilité de l'interféromètre à impulsions Rectangulaires (figure 3.7). Les hautes fréquences de la fonction de transfert viennent d'abord du début de la première impulsion et de la fin de la dernière impulsion où la fonction de sensibilité présente une rupture de pente, sa dérivée est discontinue.

A droite, d'autres formes d'atténuation sont présentées. En remplaçant la première et la dernière impulsion par des impulsions Gaussiennes (bleu), la fonction de transfert garde un comportement en $1/f^4$, limité par l'impulsion π Rectangulaire. De la même manière, si l'on remplace l'impulsion π Rectangulaire, ainsi que la montée de la première impulsion et la descente de la troisième impulsion par des Gaussiennes (vert), l'atténuation se trouve encore limitée à $1/f^4$. Pour obtenir une atténuation plus rapide, il faut alors adoucir les extrémités de toutes les impulsions. Le résultat est visible en remplaçant toutes les impulsions par des impulsions GFlat (rouge) ou Gaussiennes (violet).

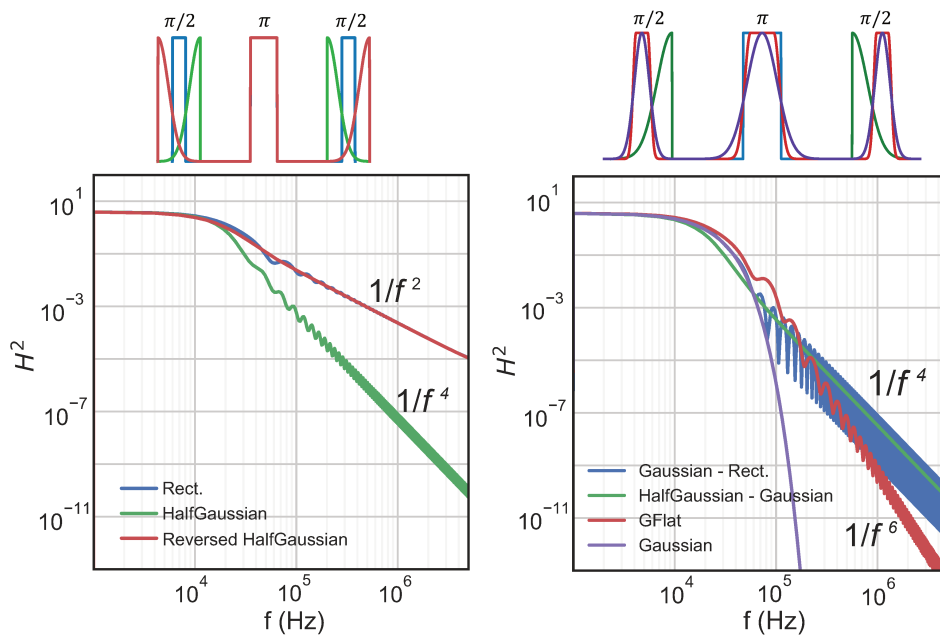


FIGURE 3.13 – Influence des différentes impulsions composant l'interféromètre sur sa fonction de transfert.

Analytiquement, on peut voir que la fonction de transfert est liée à la transformée de Fourier de la fonction de sensibilité :

$$H(\omega) = |\omega G(\omega)|. \quad (3.21)$$

La fonction de sensibilité est quant à elle le sinus de l'intégrale de la pulsation de Rabi, intégrale que l'on note $I(t) = \int_{-\infty}^t \Omega(t) dt$. Au début de la première impulsion et à la fin de la dernière, $I(t)$ est proche de zéro modulo 2π et le comportement de la fonction de sensibilité peut être approximé par un développement de Taylor $g(t) = \sin[I(t)] \simeq I(t) + O(I(t)^3)$. Une impulsion Rectangulaire mène à une forme triangulaire de $I(t)$, une pente. La dépendance en fréquence de la transformée de Fourier d'un triangle peut être trouvée en voyant le triangle comme une convolution de deux rectangles. La transformée de Fourier d'un rectangle étant un sinus cardinal, avec une amplitude allant en $1/f$, celle d'un triangle sera un sinus cardinal au carré, avec une dépendance en $1/f^2$. La transformée de Fourier de la fonction de sensibilité g , $G(2\pi f)$ a alors une dépendance en fréquence en $1/f^2$. La fonction de transfert $H = |\omega F(\omega)|$ diminue en $1/f$, et par conséquent H^2 en $1/f^2$.

De la même manière à la fin de la première impulsion, au début de la dernière impulsion et au début et à la fin de l'impulsion centrale l'intégrale $I(t)$ est proche de $\pi/2$ modulo π . La fonction de sensibilité peut y être approximée par $g(t) = \sin[I(t)] \simeq 1 - \frac{1}{2}I(t)^2 + O(I(t)^4)$. Le terme dominant dépendant de g en I y est quadratique ce qui explique son influence plus faible par rapport au paragraphe précédent. Pour avoir une idée de sa dépendance en fréquence, on imagine la fonction pente comme la dérivée de la fonction parabole. La fonction pente, que l'on peut voir comme une

portion de triangle, aura une transformée de Fourier avec une atténuation en fréquence proche de celle d'un sinus cardinal carré, comme vu plus haut : en $1/f^2$. La fonction parabole aura alors une dépendance en $1/f^3$ puisqu'elle en est l'intégrale. Et par conséquent, la fonction de transfert H est atténuée en $1/f^2$, et H^2 en $1/f^4$.

Pour comprendre plus intuitivement l'effet de la douceur d'une impulsion sur l'atténuation de la phase laser, on trace sur la figure 3.14 l'évolution de la phase atomique pour différentes formes d'impulsions d'aire $\pi/2$ avec une variation de phase sinusoïdale. Les courbes en pointillés montrent la probabilité de transition durant l'interrogation. On peut voir que la phase finale de l'état n'est pas la même selon la forme de l'impulsion : avec l'impulsion Gaussienne le résidu de phase est atténué à -0.45 mrad alors qu'il est de -70 mrad pour l'impulsion Rectangle et -18 mrad pour l'impulsion GFlat. La montée plus lente de la probabilité de transition avec des impulsions douces laisse le temps à l'oscillation de phase transmise à l'état de l'atome de se moyenner autour de zéro avant d'avoir un effet significatif sur le spin effectif.

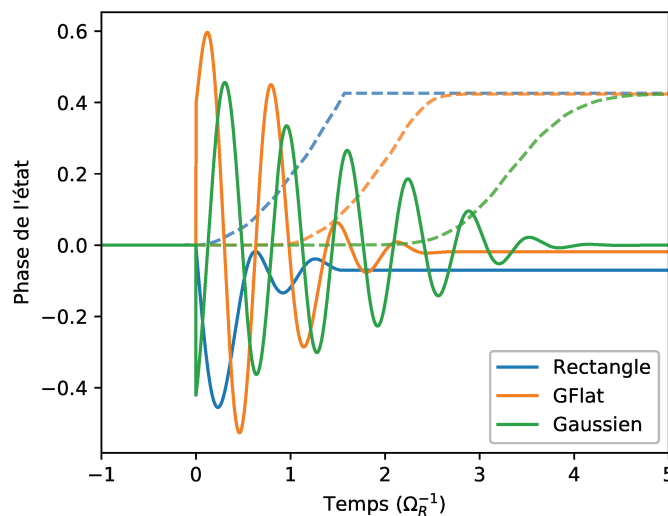


FIGURE 3.14 – Evolution de la phase d'un état durant une impulsion d'aire $\pi/2$ avec une variation de phase de pulsation $10 \Omega_R$ et amplitude de 600 mrad, pour trois formes d'impulsions différentes. Les courbes pleines correspondent à la phase et les lignes pointillées à la probabilité de transition. La phase finale de l'état est -70 mrad, -18 mrad et -0.45 mrad pour les impulsions Rectangle, GFlat et Gaussienne. La probabilité de transition finale n'est pas à 0.5 à cause de l'évolution de la phase durant l'impulsion, sans elle, la probabilité serait de 0.5 .

3.5.4 Mesure de la réduction de bruit de phase

Pour démontrer la réduction de bruit de phase en conditions expérimentales, on réalise un interféromètre Ramsey à deux impulsions $\pi/2 - \pi/2$ en introduisant un bruit de phase dans la boucle d'asservissement de phase des lasers Raman. Pour cela, un bruit blanc est généré avec un synthétiseur commercial et filtré dans la bande de fréquence $40-300$ kHz. Ce bruit est amplifié par amplificateur commercial à bas bruit. En variant le gain de l'amplificateur on contrôle le bruit ajouté aux lasers Raman. La densité spectrale de puissance de bruit de phase obtenue est présentée figure 3.15(a).

Pour chaque niveau de bruit obtenu, on mesure la stabilité de phase à court terme de l'interféromètre avec des impulsions Rectangulaires (cercles) et Gaussiennes (carrés), présenté sur la figure 3.15(b). Un calcul numérique du bruit de phase est superposé en lignes pointillées. Pour déterminer ce bruit de phase on intègre l'équation 3.18 sur la bande de fréquence 10 kHz- 2.5 MHz. La contribution des fréquences hors de cette bande est négligeable. Le bruit total est $\sigma = \sqrt{\sigma_{det}^2 + \sigma_{\Phi}^2}$, où $\sigma_{det} = 22$ mrad $\text{Hz}^{-1/2}$ est le bruit de détection mesuré. Pour prendre en compte l'incertitude sur

le bruit de phase absolu appliqué à l'interféromètre, on multiplie la densité spectrale de puissance de bruit de phase par un facteur global. Ce facteur est déterminé en ajustant le point à plus haut gain mesuré avec des impulsions Rectangulaires au calcul théorique. Ce point est principalement limité par le bruit de phase, et non pas par le bruit de détection. Le reste des paramètres du calcul est fixé. Le calcul suit correctement les données expérimentales et montre la réjection du bruit de phase à hautes fréquences par les impulsions Gaussiennes. Cette réjection du bruit de phase est intéressante puisqu'elle peut permettre de réduire les contraintes sur l'asservissement de phase des lasers d'interrogation, dont la bande passante est typiquement de l'ordre du MHz.

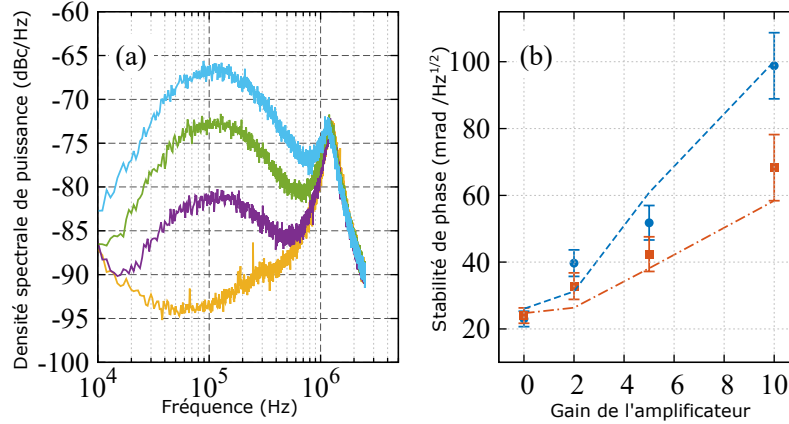


FIGURE 3.15 – (a) Densité spectrale de puissance de bruit de phase des lasers Raman. Les différentes couleurs correspondent à différents gains de l'amplificateur ajoutant du bruit (jaune) 0, (violet) 2, (vert) 5, (bleu) 10. (b) Stabilité court terme d'un interféromètre de Ramsey à impulsions Rectangulaires (ronds) et Gaussiennes (carrés). Les courbes en pointillés montrent un calcul numérique en comparaison. Les impulsions Gaussiennes rejettent systématiquement le bruit de phase haute fréquence des lasers.

3.6 Facteur d'échelle d'un interféromètre

Le facteur d'échelle d'un interféromètre est sa réponse à un effet inertiel. La phase interférométrique est donnée par l'équation

$$\Phi = \int_{-\infty}^{+\infty} g_s(t) \frac{d\phi(t)}{dt} dt \quad (3.22)$$

Pour un gravimètre, la phase ϕ vue par les atomes est donnée par $\phi(t) = \frac{k_{eff} g t^2}{2}$, où k_{eff} est le vecteur d'onde effectif et T la séparation temporelle entre les impulsions. Dans le cas de séparatrices infiniment fines, on peut voir que la phase interférométrique est liée à l'accélération de pesanteur g par la relation :

$$\Phi = k_{eff} g T^2. \quad (3.23)$$

Cependant, si l'on prend en compte la durée finie des impulsions, ce facteur d'échelle devient $\Phi = k_{eff} g (T + \tau/2) (T + (\frac{4}{\pi} - \frac{3}{2})\tau)$ dans le cas d'impulsions Rectangulaires, avec τ la durée des impulsions $\pi/2$ [Che+08]. Pour des impulsions de formes différentes, le facteur d'échelle nécessitera une correction. Pour des interféromètres où les effets inertiels sont déduits d'une mesure de la phase (comme sur le gyromètre, dans les expériences de tests du principe d'équivalence, ou des mesures de G), la correction du facteur d'échelle est une information importante à prendre en compte pour le bilan d'exactitude. Pour la plupart des interféromètres où le temps d'interrogation T est grand devant la durée des impulsions τ , le facteur d'échelle est principalement donné par T . La correction du facteur d'échelle à apporter en utilisant des formes d'impulsion décroît en τ/T . Il revient à calculer le rapport des aires des fonctions de sensibilités multipliées par t . Pour un interféromètre à trois impulsions, cette correction est de $9.4 \times 10^{-6} (\frac{\tau}{10 \mu s}) (\frac{100 \text{ ms}}{T})$ pour des impulsions Gaussiennes, $6.8 \times 10^{-6} (\frac{\tau}{10 \mu s}) (\frac{100 \text{ ms}}{T})$ et $4.2 \times 10^{-7} (\frac{\tau}{10 \mu s}) (\frac{100 \text{ ms}}{T})$ pour des impulsions GFlat.

3.7 Conclusion

Le choix d'une forme d'impulsion à utiliser sur une expérience d'interférométrie atomique est en fait un compromis. Chaque forme a des avantages qui dépendent de l'expérience sur laquelle elle sera utilisée. Nous mettons en avant quatre critères qui nous semblent importants :

- La sélectivité en vitesse des impulsions :

L'impulsion Rectangle est la plus courte temporellement, lui permettant d'avoir la sélectivité en vitesse la plus large, présentant néanmoins des lobes secondaires. Les impulsions Sinc et GSinc permettent d'obtenir une réponse au désaccord plus uniforme, au prix d'une implémentation plus complexe. L'homogénéité de leur réponse au désaccord peut permettre d'améliorer le contraste dans des expériences où l'effet Doppler n'est pas négligeable.

- La réduction de la contribution du bruit de phase :

On a montré que les différentes impulsions produisent un comportement passe-bas de la fonction de transfert de l'interféromètre. La réjection du bruit de phase dépend de la douceur des impulsions et est la plus efficace pour des impulsions Gaussiennes. Cependant, celles-ci sont les plus longues et donc plus sélectives en vitesse.

- La capacité à effectuer des transitions à grand transfert d'impulsion

Comme présenté dans le chapitre 1, les interféromètres à grand transfert d'impulsion nécessitent l'utilisation de formes d'impulsion non Rectangulaires. La figure 3.16 montre la probabilité de transition d'une séparatrice à grand transfert d'impulsion pour différentes formes d'impulsions. On peut voir que les formes d'impulsions douces permettent des transitions à grand transfert d'impulsion.

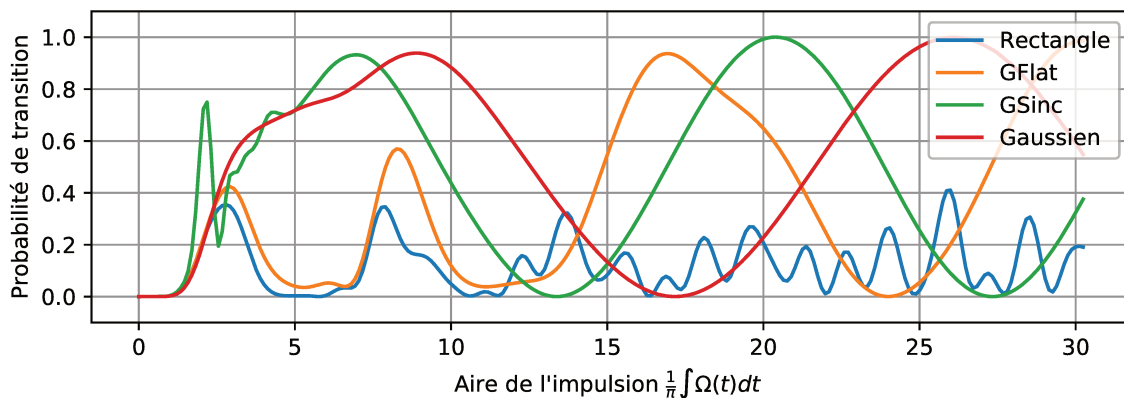


FIGURE 3.16 – Séparatrices Bragg à grand transfert d'impulsion calculées avec des impulsions de formes différentes et des atomes de Cesium 133. Les courbes correspondent aux probabilités de transition vers un état d'impulsion $+5\hbar k$ depuis un état initial $-5\hbar k$. La pulsation de Rabi à deux photons maximale est fixée à $\Omega = 38\omega_r$ pour toutes les formes d'impulsion. On peut voir que les différentes formes d'impulsions permettent un transfert de $10\hbar k$, sauf l'impulsion Rectangulaire.

- La simplicité de mise en place :

La mise en forme d'impulsions temporelles peut être compliquée à mettre en place. Bien que les capacités de mise en forme de signaux arbitraires se soient développées depuis quelques années, leur implémentation sur une expérience reste technique. Cette difficulté est la plus présente sur l'impulsion GSinc qui nécessite des changements de phase au cours de l'impulsion. On note qu'il est possible d'utiliser une solution passive, telle qu'un filtre électronique afin d'adoucir la forme des impulsions pour reproduire une impulsion Cavité.

Les résultats de ce chapitre ont fait l'objet d'une publication [Fan+18]. Sur le Gyromètre du SYRTE, l'impulsion GFlat semble être un bon compromis. Bien que sa réjection du bruit de phase soit en $1/f^6$, la majeure contribution du bruit de phase du gyromètre se fait à des fréquences proches de la pulsation de Rabi où la mise en forme temporelle des impulsions n'a pas encore

beaucoup d'effet. Sa sélectivité en vitesse atténue les lobes secondaires des impulsions Rectangulaires, tout en conservant la largeur du lobe principal. Cela pourrait réduire certains effets systématiques liés aux interféromètres parasites présents sur le gyromètre. Finalement, sa mise en place expérimentale ne nécessite pas de changements de phase, seule la génération du signal de commande devra être faite.

Chapitre 4

Conception et modélisation d'une cavité optique pour l'interférométrie atomique

Comme nous l'avons vu dans le premier chapitre de cette thèse, le développement des séparatrices à grand transfert d'impulsion a montré qu'une grande puissance des lasers est nécessaire à leur bon fonctionnement. Cette puissance est généralement apportée par une chaîne d'amplification des lasers d'interrogation. Néanmoins, il est envisageable d'utiliser le gain intrinsèque d'une cavité optique pour réaliser ces transitions. La démonstration du fonctionnement d'un interféromètre atomique dans une cavité optique a déjà été faite avec des transitions Raman à deux photons [Ham+15]. Cependant, l'utilisation d'une cavité stable avec un mode de petite taille limite les temps d'interrogation que l'on peut y obtenir.

L'objectif de ce chapitre est de présenter le choix d'une cavité optique dégénérée adaptée à un interféromètre atomique à grand temps d'interrogation avec des nuages d'atomes refroidis à des températures de l'ordre du μK . La cavité devra ainsi être capable de faire résonner des faisceaux de tailles centimétriques. De plus, les séparatrices à grand transfert d'impulsions sont sensibles aux inhomogénéités d'intensité, qui dégradent leur efficacité et introduisent des phases de diffraction. Ainsi, suite au développement de notre faisceau à profil d'intensité plat présenté au chapitre précédent, nous sommes poussés à chercher une cavité capable de faire résonner un tel faisceau.

Dans ce chapitre, je rappellerai d'abord le fonctionnement général des cavités et les méthodes de simulation utilisées. Je présenterai ensuite les contraintes de l'interférométrie atomique sur les cavités, ainsi que différentes configurations de cavités qui ont été envisagées. Finalement, nous étudierons le comportement théorique de la cavité de notre choix, comportant une lentille intracavité et fonctionnant en limite de stabilité.

4.1 Principes et modélisation d'une cavité optique

4.1.1 Fonctionnement d'une cavité

Cette partie présente succinctement les principes de fonctionnement des cavités optiques, que l'on peut retrouver dans de nombreux ouvrages, par exemple [KL66].

Une des cavités optiques les plus simples que l'on puisse considérer est composée de deux miroirs plans face à face, présentée sur la figure 4.1. Si on y injecte une onde plane, celle-ci fera des allers-retours entre les miroirs avec une perte d'amplitude correspondant à la transmission de ces miroirs ainsi que les pertes dans les optiques. Le champ circulant à l'intérieur de la cavité est alors l'interférence de tous ces allers retours. Dans le cas général, cette interférence n'est pas constructive à cause des déphasages liés à la propagation de la lumière. Cependant, lorsque la longueur L de la cavité est un multiple de la moitié de la longueur d'onde λ du champ incident, une onde stationnaire est formée dans la cavité. Les allers retours sont alors en phase et l'interférence est constructive. Un gain de puissance est obtenu. Si l'on note E_c le champ circulant à l'intérieur de la cavité, juste derrière le premier miroir, et E_i le champ incident sur la cavité (voir figure 4.1),

en régime permanent (C'est à dire après un temps grand devant le temps de vie d'un photon dans la cavité $F \times \frac{2L}{c}$, où F est la finesse de la cavité définie plus bas), on peut écrire :

$$E_c = t_1 E_i + r_1 r_2 (1 - \rho) E_c e^{2ikL} \quad (4.1)$$

$$E_c = \frac{t_1 E_i}{1 - r_1 r_2 (1 - \rho)^2 e^{i\Delta\phi}} \quad (4.2)$$

où l'on note r_1, r_2 les réflectivités en amplitude du premier et du deuxième miroir, ρ les pertes de la cavité (par absorption dans les optiques par exemple, mais pas par transmission par les miroirs), $k = 2\pi/\lambda$ le nombre d'onde de la lumière incidente, et $\Delta\phi = 2kL$ la phase acquise par l'onde plane sur un aller retour dans la cavité. Lorsque la phase de propagation sur un aller retour est égale à $\Delta\phi \propto 2kL \equiv 0[2\pi]$, le gain optique est maximal :

$$G = \left| \frac{E_c}{E_i} \right|^2 = \frac{t_1^2}{(1 - r_1 r_2 (1 - \rho)^2)^2} \quad (4.3)$$

Ce gain optique est la quantité utile à l'interférométrie atomique.

On peut voir que la résonance peut être obtenue pour différentes longueurs de la cavité, ou de manière équivalente ici de longueurs d'onde, ou fréquences, du champ incident. Ces différentes résonances sont appelées les modes longitudinaux de la cavité. Ces modes sont séparés en fréquence de $\nu_{\text{FSR}} = c/2L$ l'intervalle spectral libre de la cavité, où c est la vitesse de la lumière. Les fréquences correspondant à ces modes longitudinaux sont $\nu_q = q \frac{c}{2L}$ où q est un nombre entier. La cavité effectue donc un filtrage spectral en ne faisant résonner que ces fréquences. Sa finesse F est définie comme le rapport de la largeur à mi-hauteur des résonances et de l'intervalle spectral libre. Elle est calculée à partir de l'équation (4.2) et est donnée par :

$$F = \pi \frac{\sqrt{r_1 r_2 (1 - \rho)^2}}{1 - r_1 r_2 (1 - \rho)^2}. \quad (4.4)$$

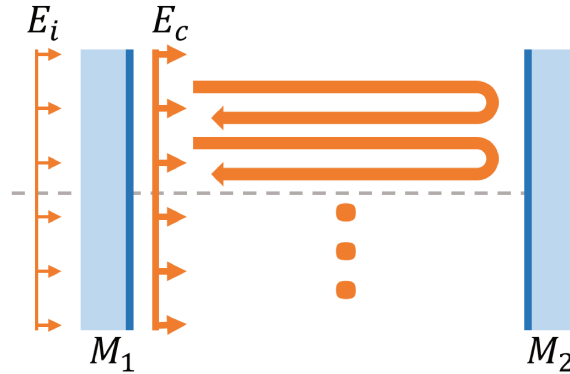


FIGURE 4.1 – Onde plane faisant des allers-retours dans une cavité plan-plan.

Modes propres transverses des cavités

Les ondes planes ne sont qu'une description théorique idéale d'un champ d'intensité constante avec une étendue infinie. En pratique, on utilise des faisceaux dont l'intensité varie spatialement et qui ont une étendue finie, par exemple des faisceaux Gaussiens. Dans une cavité à deux miroirs plans, ces faisceaux ne retrouvent pas la même forme après un aller retour et leur interférence ne pourra plus être constructive. Ils ne sont pas modes propres de la cavité.

On peut montrer que dans le cas d'une cavité composée de miroirs sphériques, les modes propres sont des modes de propagation Gaussiens (par exemple Laguerre-Gaussiens ou Hermite-Gaussiens) de la lumière. La géométrie des miroirs détermine en fait la structure transverse des

modes résonants. On peut déterminer la taille du mode propre fondamental d'une cavité, le faisceau Gaussien, en utilisant le formalisme ABCD de propagation des champs dans l'approximation paraxiale [KL66; Bél91]. Un aller retour dans une cavité optique peut être représenté, dans les limites de l'approximation paraxiale, par une matrice ABCD :

$$M = \begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix}, \quad (4.5)$$

avec $AD - BC = 1$, car le faisceau ne change pas de milieu après un aller-retour.

Un faisceau Gaussien incident avec un paramètre $q_i = z_0 + iz_R$ (voir annexe A), dont les définitions sont données en Annexe, est transformé après un aller retour dans la cavité en :

$$q = \frac{Aq_i + B}{Cq_i + D}. \quad (4.6)$$

Pour que ce faisceau soit résonant dans la cavité, il faut qu'il soit stable sur un aller retour, c'est à dire que $q_i = q$. Pour cela il faut qu'il vérifie l'équation quadratique $Cq^2 - (A - D)q - B = 0$. les solutions de cette équation sont données par

$$q_{\pm} = \frac{A - D}{2C} \pm \frac{\sqrt{(A + D)^2 - 4}}{2C}. \quad (4.7)$$

Pour que q_{\pm} soit en effet le paramètre d'un faisceau Gaussien, il faut qu'il ait une partie imaginaire positive. Une condition sur la cavité s'en dégage alors à partir du terme dans la racine carrée :

$$-1 < \frac{A + D}{2} = g < 1, \quad (4.8)$$

où g est appelé le facteur de stabilité de la cavité. Si g vérifie l'inégalité (4.8), la cavité est dite stable et un faisceau Gaussien pourra y résonner, sinon la cavité est dite instable.

Si la cavité est stable, le paramètre q du mode fondamental Gaussien est donné par l'équation (4.7). Le diamètre à $1/e^2$ de ce faisceau est alors donné par

$$2w = 2 \sqrt{\frac{\lambda}{\pi} \frac{|B|}{\sqrt{1 - \left(\frac{A+D}{2}\right)^2}}}, \quad (4.9)$$

et son rayon de courbure :

$$R = \frac{2B}{D - A}, \quad (4.10)$$

à l'endroit où la matrice ABCD de la cavité est calculée.

Le paramètre q permet de décrire de la même manière les autres modes de propagation Gaussiens. Ainsi, dans une cavité stable où un faisceau gaussien avec un paramètre q est le mode fondamental, les modes de propagation d'ordre supérieur seront des modes de la cavité. Ils forment ce que l'on appelle les modes transverses de la cavité. La phase acquise par ces différents modes est composée de la phase de propagation $2kL$, dans une cavité de longueur L , ainsi que de la phase de Gouy. La phase de Gouy est proportionnelle au numéro du mode, un mode Hermite Gaussien m, n acquiert ainsi une phase $\Delta\Phi = 2kL - (m + n + 1)\phi_G$ sur un aller retour, où on note ϕ_G la phase de Gouy accumulée du mode fondamental Gaussien sur un aller retour. Pour que ce mode résonne il faut que cette phase soit égale à $\Delta\Phi = 0[2\pi] = 2q\pi$, où q est un entier naturel. On peut l'écrire

$$2kL - (m + n + 1)\phi_G = 2q\pi, \quad (4.11)$$

et avec $k = 2\pi \frac{v_{m,n}^q}{c}$

$$v_{m,n}^q = \frac{c}{2L} \left(q + \frac{m + n + 1}{2\pi} \phi_G \right). \quad (4.12)$$

Ainsi ces différents modes résonneront à des fréquences $v_{m,n}^q$ différentes. La figure 4.2 présente la structure des modes d'une cavité stable. Les deux couleurs correspondent aux modes transverses de deux modes longitudinaux différents. On montre avec des lignes de hauteurs différentes des modes transverses d'ordre différent.

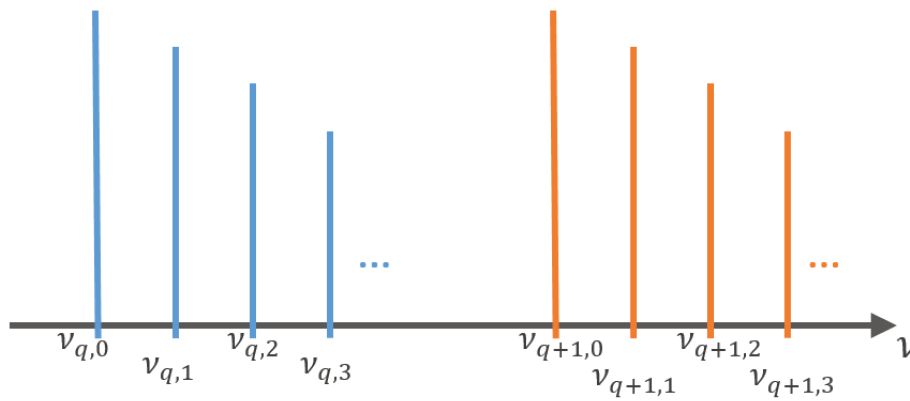


FIGURE 4.2 – Structure des modes transverse et longitudinaux d'une cavité stable.

Injection dans la cavité

Si un faisceau est injecté dans une cavité à une fréquence ν , il sera décomposé sur les modes propres transverse de la cavité. Les coefficients de cette décomposition viennent simplement des intégrales de recouvrement du champ et des modes transverse. Le champ circulant dans la cavité sera alors la recombinaison des modes propres proportionnellement à leur gain à la fréquence ν . Une cavité stable dont les modes sont séparés fréquemment effectue un filtrage spatial du champ incident. C'est une propriété intéressante fréquemment utilisée pour nettoyer le mode d'un laser incident, par exemple sur le détecteur d'ondes gravitationnelles VIRGO [Bon+17].

La figure 4.3 illustre la décomposition d'un champ incident sur une cavité stable. Les profils des résonances d'une cavité stable sont montrés en rouge lorsque la finesse est haute (en haut) et basse (en bas). Deux faisceaux gaussiens sont injectés dans la cavité avec des diamètres différents. En bleu, le faisceau a un diamètre proche du mode propre de la cavité, il se décomposera principalement sur le mode fondamental de la cavité. En vert, le diamètre est plus grand que celui du mode de la cavité et il se décomposera sur un plus grand nombre de modes transverse. En haut, la séparation des modes est telle qu'aux fréquences correspondant aux modes transverse de la cavité, seule cette composante du champ incident résonnera. En bas, la séparation n'est pas assez grande et les résonances se chevauchent, introduisant une asymétrie de la résonance apparente produite par le grand faisceau incident. La cavité n'effectue plus de filtrage spatial des modes transverse.

La description des cavités faite plus haut convient aux cavités stables. Néanmoins, lorsque la géométrie d'une cavité la rend instable, un mode propre n'est plus défini et une forme analytique des champs résonants dans la cavité devient difficile à trouver dans le cas général. Pour l'étude théorique de notre cavité, nous nous rapporterons à l'utilisation de simulations numériques pour analyser son comportement.

4.1.2 Modélisation numérique des cavités optiques

Nous allons maintenant nous intéresser à différentes méthodes de simulation numérique des cavités optiques. De nombreux programmes informatiques ont déjà été développés pour simuler les cavités.

Méthode de simulation par décomposition modale

Une première méthode de simulations des cavités consiste à déterminer leurs modes propres puis décomposer un champ incident sur la base orthonormale qu'ils forment. Les programmes Finesse [Fin18] et MIST [Vaj13] se basent en partie sur ce type de calcul. Dans le cas des cavités sphériques stables, il suffit de déterminer la taille et la position du mode fondamental Gaussien, puis de décomposer le champ incident sur la base des modes de propagation Gaussiens choisie. Pour que ce type de programme soit utilisable, il faut que la décomposition du champ incident

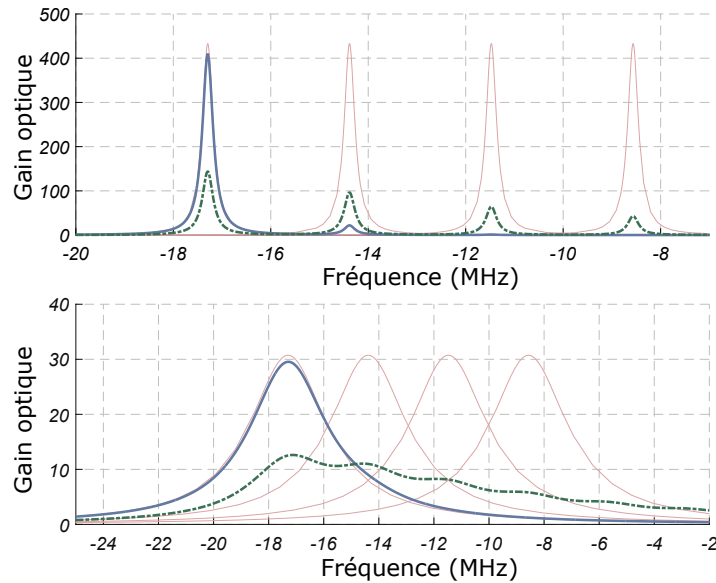


FIGURE 4.3 – Illustration de la décomposition d'un champ incident sur les modes d'une cavité. Deux faisceaux sont injectés dans une cavité dont la finesse est élevée en haut, et faible en bas. En rouge on montre le profil des résonances des modes transverses de la cavité. En bleu, le faisceau injecté a une forme proche du mode fondamental de la cavité. En vert, il a une taille plus grande que ce mode fondamental. Le chevauchement des modes transverses dans la cavité de basse finesse empêche le filtrage spatial des modes transverses.

se fasse sur un nombre de modes raisonnable, possible à calculer effectivement. Dans le cas de la cavité que nous avons choisie, ce n'est pas toujours le cas car la différence de taille entre ses modes propres et les champs incidents excite un très grand nombre de modes transverses, comme nous le verrons plus loin.

Simulation par propagation directe

Pour simuler notre cavité, nous avons employé une méthode de propagation directe. Dans ces méthodes, employées par exemple par le programme Matlab OSCAR [Deg10], le champ est propagé dans la cavité sur un certain nombre d'allers retours. Les champs de tous les allers retours sont alors sommés et la puissance totale calculée. Pour retrouver le comportement spectral de la cavité, un déphasage est appliqué aux allers retours correspondant à un déplacement longitudinal d'un miroir ou à un changement de fréquence. Pour voir ces effets sur un intervalle spectral libre, il suffit d'introduire un déphasage à chaque aller retour entre 0 et 2π . Ce déphasage correspond soit à un déplacement d'un miroir d'une distance de $\lambda/2$, soit à un décalage en fréquence de $c/2L$. On fait ici l'approximation qu'un tel changement ne modifie pas la propagation de manière significative et que les champs déjà calculés peuvent être réutilisés. Le nombre d'allers retours calculés est ajusté de manière à ce que le calcul converge. On trouve qu'un nombre d'allers retours de quelques fois la finesse de la cavité est suffisant.

Propagation ABCD

Pour calculer les champs au cours des allers retours successifs dans la cavité, plusieurs méthodes s'offrent à nous. La méthode ABCD par exemple permet de calculer la propagation de faisceaux Gaussiens. Le paramètre q_m de chaque aller retour m est calculé à partir du paramètre q_i du champ incident à la cavité. Le champ de chaque aller retour peut alors en être déduit. La phase acquise à chaque aller retour est composée d'une partie fixe $2kL$ et de la phase de Gouy qui doit être calculée séparément. Ce calcul est limité à des faisceaux se propageant sur l'axe optique dans des conditions paraxiales. De plus il ne permet pas de prendre en compte des aberrations qui déformeront le faisceau au cours de sa propagation et empêcheraient donc sa description par ma-

trices ABCD. Ce type de calcul à été utilisé dans notre publication[Rio+17] sur la cavité que nous avons choisie, décrite plus loin dans cette partie. Une description de la propagation des faisceaux Gaussiens hors axe peut être faite avec les matrices ABCD généralisées [TC95]. Néanmoins elle n'a pas été réalisée lors de cette étude.

Propagation par la méthode du spectre angulaire

Une méthode exacte de propagation des champs électromagnétiques peut être dérivée à partir de l'équation de Helmholtz. Elle se base sur la décomposition du champ dans un plan sur la base des ondes planes. On écrit la décomposition d'un champ E en ondes planes comme sa transformée de Fourier :

$$\tilde{E}(k_x, k_y, z) = \frac{1}{2\pi} \int \int E(x, y, z) e^{-i[k_x x + k_y y]} dx dy \quad (4.13)$$

$$E(x, y, z) = \frac{1}{2\pi} \int \int \tilde{E}(k_x, k_y; z) e^{i[k_x x + k_y y]} dk_x dk_y. \quad (4.14)$$

Dans un milieu, homogène, isotrope, linéaire et sans source, ce champ vérifie l'équation de Helmholtz

$$(\nabla^2 + k^2)\tilde{E} = 0. \quad (4.15)$$

En introduisant la représentation de Fourier de E définie plus haut dans cette équation et en définissant

$$k_z \equiv \sqrt{k^2 - k_x^2 - k_y^2}, \quad (4.16)$$

on trouve que le champ propagé à une distance z , dans la direction des z positifs, est donné par

$$\tilde{E}(k_x, k_y; z) = \tilde{E}(k_x, k_y; 0) e^{-i k_z z}. \quad (4.17)$$

Ainsi, pour propager un champ d'une distance z , il suffit de prendre sa transformée de Fourier, de la multiplier par un terme

$$\exp \left[-i z \sqrt{k^2 - k_x^2 - k_y^2} \right], \quad (4.18)$$

puis de prendre sa transformée de Fourier inverse. Cette opération peut être faite de manière efficace en utilisant les algorithmes numériques de FFT. On remarque que pour des valeurs des fréquences transverses $k_x^2 + k_y^2 > k^2$, le terme à l'intérieur de la racine carrée peut devenir négatif. Il produit alors simplement des ondes évanescentes que l'on peut prendre en compte dans le calcul. La figure 4.4 présente un exemple de cette méthode utilisée pour propager un faisceau gaussien de 2 mm de diamètre à $1/e^2$, comparée à la théorie, ainsi qu'un faisceau plat de 2 mm de diamètre.

Pour simuler la traversée d'une optique en utilisant cette méthode, on fait l'approximation qu'elle est mince et ne produit qu'un déphasage du champ. Une lentille sphérique de focale f produit par exemple un déphasage :

$$\epsilon(x, y) = kf \sqrt{1 + \frac{x^2}{f^2} + \frac{y^2}{f^2}}. \quad (4.19)$$

De manière similaire, pour prendre en compte des aberrations du front d'onde introduites par des défauts de planéité, on calcule le déphasage ϵ correspondant au défaut et on multiplie le champ par un terme exponentiel complexe $e^{i\epsilon(x,y)}$.

Contraintes numériques

Cependant, cette méthode est souvent limitée par des problèmes de repliement de spectre. Les ondes planes se propageant avec des angles trop grands produisent des oscillations de la phase très rapides dans le terme exponentiel de l'équation (4.18). L'échantillonnage du champ que l'on

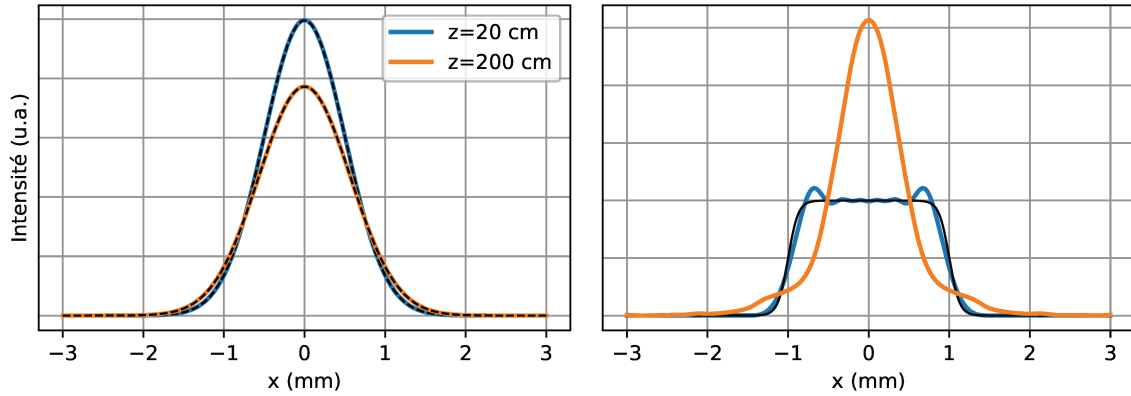


FIGURE 4.4 – Propagation d'un faisceau gaussien de 2 mm de diamètre à $1/e^2$ (à gauche) et d'un faisceau plat de diamètre 2 mm (à droite) par la méthode du spectre angulaire sur une distance de 20 cm (en bleu) et 2 m (en orange). On montre à droite en noir le faisceau plat avant propagation. Les courbes pointillées à gauche montrent le résultat de la propagation théorique des faisceaux Gaussiens.

veut propager peut alors devenir problématique. En effet, on peut montrer [Koz08] que pour propager un champ échantillonné par pas Δ_x , avec une longueur d'onde λ , sur une distance z , le nombre de points nécessaire dans une direction est :

$$N_x > \frac{2\lambda z}{\Delta_x \sqrt{4\Delta_x^2 - \lambda^2}}. \quad (4.20)$$

Ainsi pour propager un faisceau d'une distance de 20 cm sur une grille échantillonnée par $\Delta_x=5\mu\text{m}$ à 852nm, il faut utiliser plus de 7000^2 points sur une grille à deux dimensions. Pour stocker les valeurs du champ électrique sur une telle grille avec des nombres complexes définis sur 128 bits, il faut utiliser près de 1Go de mémoire. Ce nombre reste ensuite à multiplier par le nombre d'allers retours faits dans une cavité.

Des problèmes numériques peuvent aussi apparaître à partir du déphasage produit par une optique. En effet, ce déphasage est échantillonné sur une grille de pas Δ_x avec N_x points. Pour que le calcul reproduise correctement le déphasage appliqué, le saut de phase entre deux pas de la grille doit être plus petit que 2π . L'écart de phase entre deux pas de la grille sur le bord d'une lentille est donné par l'approximation (voir figure 4.5) :

$$\Delta\phi = \frac{ka\Delta_x}{2f}, \quad (4.21)$$

où $a = N_x\Delta_x$. La condition sur le nombre de points N_x à utiliser pour que ce déphasage soit plus petit que 2π est

$$N_x > \frac{2a^2}{2\lambda f}. \quad (4.22)$$

Pour une focale $f=200$ mm, une taille de la grille $a=10$ mm et une longueur d'onde $\lambda=852$ nm, il faut utiliser un peu plus de 300 points dans chaque direction. Les valeurs qui sont utilisées ici sont typiques pour la cavité que nous avons choisie. Ainsi, des concessions doivent être faites lors de leur simulation pour ne pas dépasser les limites des ordinateurs utilisés (disposant d'une quantité de mémoire typique de 16 Go).

Simulations en une dimension

Pour réduire les contraintes en mémoire utilisée pour calculer le comportement des cavités, j'ai utilisé principalement deux méthodes. La première a été de simuler le comportement de cavités à une dimension, en considérant qu'il n'y a pas de variations dans la deuxième dimension.

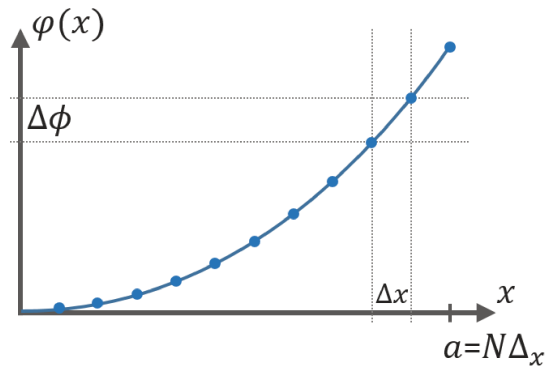


FIGURE 4.5 – Déphasage produit par une lentille mince et déphasage induit entre deux pas de la grille d'échantillonnage.

Dans ce cas, la quantité de mémoire nécessaire à la simulation est réduite à sa racine carrée. Bien que le comportement des champs soit fondamentalement différent dans une cavité à une dimension en comparaison à deux dimensions, ce type de calcul nous a permis de mieux comprendre le comportement général des cavités. La propagation d'un mode $LG_{1,0}$ calculée à une et deux dimensions est présentée sur la figure 4.6 pour une distance de propagation de 1 m et un diamètre $2w$ de 1 mm. On peut voir que dans le calcul à deux dimensions, la forme du mode Laguerre-Gaussien est conservée au cours de sa propagation, et on retrouve un élargissement propre à la divergence de ces faisceaux. En revanche, à une dimension, le mode Laguerre-Gaussien n'est plus un mode propre de la propagation et il se déforme. On retrouvera ce résultat sur la décomposition des champs dans le calcul d'une cavité à une ou deux dimensions fait ci-dessous.

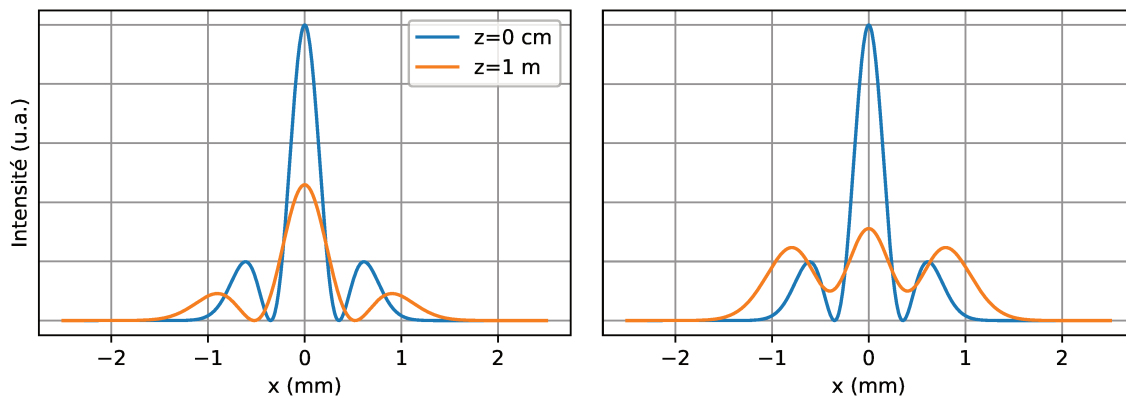


FIGURE 4.6 – Différences de propagation d'un mode Laguerre-Gaussien $LG_{1,0}$ pour un calcul à deux dimensions (à gauche), et à une seule dimension (à droite).

La figure 4.7 présente les différences entre le calcul à une dimension et à deux dimensions de la résonance d'un champ dans une cavité stable. La cavité considérée est plan-convexe de longueur 5 cm et de rayon de courbure 5 m, produisant un mode fondamental Gaussien de $734 \mu\text{m}$ de diamètre. Elle a un gain de 20. A gauche on peut voir la résonance de la cavité lorsqu'une combinaison de modes propres Hermite-Gaussiens $HG_{0,0}$ et $HG_{3,0}$ y sont propagés. Dans le cas à une dimension, seule la partie HG_0 et HG_3 est conservée. On peut voir que la décomposition se fait correctement et que les deux modes résonnent de manière optimale. A droite, un faisceau de 2 mm de diamètre est injecté dans la cavité. La décomposition sur les modes ne se fait pas de la même manière, constituant la principale différence entre les deux types de calcul. Les calculs à une dimension nous permettent d'obtenir des résultats qualitatifs, utiles pour identifier les sources de problèmes.

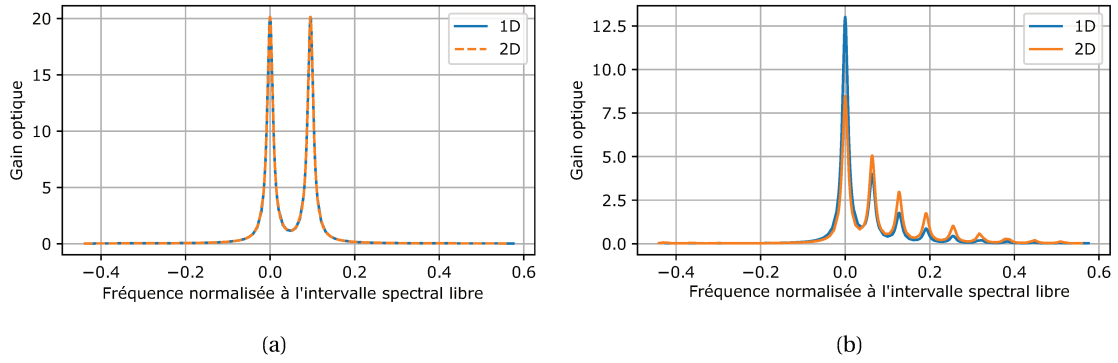


FIGURE 4.7 – Différences lors de la simulation d'une cavité en une dimension (en bleu) et à deux dimensions (en orange). La cavité simulée est plan concave de 5 cm de long, 5 m de rayon de courbure, et un gain de 20, avec un mode fondamental de 734 μm de diamètre. A gauche, une combinaison de modes $\text{HG}_{0,0}$ et $\text{HG}_{3,0}$ est propagée dans la cavité, avec une taille correspondant au mode propre. A droite, un faisceau Gaussien de 2 mm de diamètre est injecté dans la cavité.

Transformée de Hankel et symétrie cylindrique

En se plaçant en coordonnées cylindriques, il est possible de remplacer la transformée de Fourier par la transformée de Hankel. De plus, en se restreignant à des configurations du champ incident et de la cavité où l'on a une symétrie cylindrique, on peut ne calculer les champs que sur une seule dimension. Cela nous permet de réduire à sa racine carrée le nombre de points à évaluer. Dans l'hypothèse où les champs ont une symétrie cylindrique, la transformée de Hankel est donnée par :

$$F(k) = \int_0^{+\infty} f(r)J_0(kr)rdr \quad (4.23)$$

$$f(r) = \int_0^{+\infty} F(k)J_0(kr)kdk, \quad (4.24)$$

où k est la fréquence spatiale radiale, et J_0 la fonction de Bessel du 1er type d'ordre 0. Le calcul de la propagation avec la transformée de Hankel nous permet de simuler le comportement des cavités avec des grands faisceaux et un coût moindre en mémoire, moyennant de conserver une symétrie cylindrique. Des algorithmes permettent de réaliser le calcul de cette intégrale de manière rapide [MCS92; Pri01; Zha+02], et ainsi permettre de ne garder que N points par aller retour au lieu de N^2 . Néanmoins, il est nécessaire de calculer et conserver une matrice à N^2 points pour réaliser la transformée de Hankel ce qui peut limiter encore les calculs.

L'amélioration de l'efficacité des algorithmes de propagation de la lumière par la méthode du spectre angulaire est un domaine de recherche actif. D'autres méthodes numériques permettent de réduire les contraintes sur l'échantillonnage sans augmenter le nombre de points utilisés [Koz08; Oda+11; Rit14], mais n'ont pas pu être implémentées au cours de ma thèse.

4.2 Interférométrie atomique assistée par une cavité optique

4.2.1 Contraintes de l'interférométrie atomique

Contraintes principales faisant l'objet de cette étude

Les interféromètres atomiques peuvent bénéficier de l'utilisation de cavités optiques. Le gain de ces résonateurs peut améliorer l'efficacité des optiques atomiques et ouvrir la voie à l'utilisation de séparatrices multiphotoniques nécessitant une grande puissance des lasers. Leur filtrage spatial peut en plus apporter une bonne connaissance des champs interagissant avec les atomes.

On envisage ici deux types d'interféromètres assistés par une cavité optique. La figure 4.8 les présente. A gauche, un nuage d'atomes est préparé au sommet d'une cavité verticale d'où il est lâché. Il est ensuite interrogé pendant sa chute libre pour par exemple mesurer son accélération. Dans ce cas, l'atome peut explorer une grande partie de la cavité. C'est le cas utilisé dans la démonstration faite en 2015 d'un interféromètre dans une cavité atomique [Ham+15]. A droite, les atomes se dirigent perpendiculairement à la cavité d'interrogation, et dans une configuration à trois impulsions mesurent une accélération dans la direction horizontale. Elle peut être réalisée avec une seule cavité où les impulsions se font lorsque les atomes entrent par le bas dans la cavité, puis atteignent le haut du faisceau, et une dernière fois avant de ressortir de la cavité. Elle peut aussi être réalisée avec plusieurs cavités superposées, chacune réalisant une impulsion. Le temps d'interaction possible est alors limité par la taille du mode de la cavité. Ce type d'interféromètre est proposé dans le cadre d'une potentielle utilisation sur le Gyromètre du SYRTE avec deux cavités remplaçant les faisceaux d'interrogation.

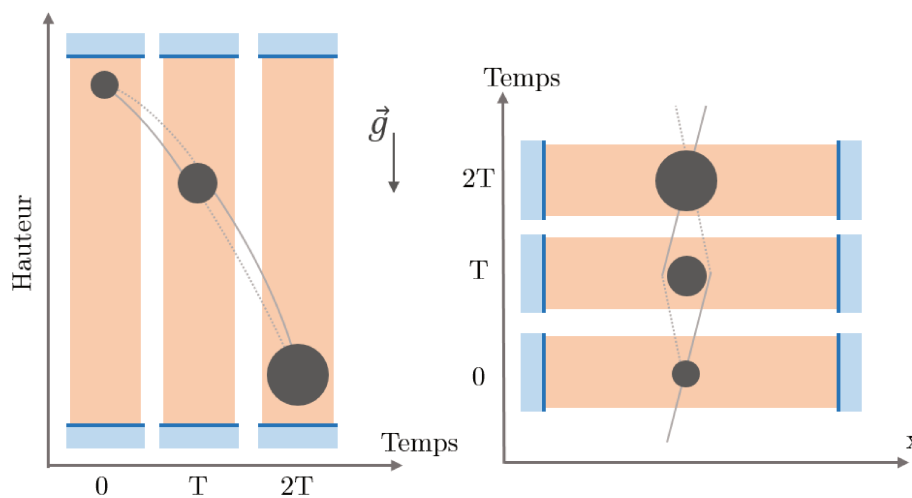


FIGURE 4.8 – Deux configurations d'interféromètres assistés par une cavité optique. A gauche, un nuage d'atome grandit en chute libre dans une cavité verticale, il peut explorer l'ensemble de la cavité. A droite, les atomes sont lancés perpendiculairement à la cavité et le temps d'interrogation est alors limité par la taille du faisceau. Dans les deux cas, l'ensemble d'atomes doit garder une taille comparable à celle du mode optique du résonateur.

Une des limites fondamentales de ce type d'interféromètre vient alors de la taille du nuage d'atomes interrogé par la cavité. Le nuage doit rester d'une taille comparable au mode optique résonnant dans la cavité. Le résonateur présenté dans l'étude [Ham+15; Has+17; Jaf+17] a un mode fondamental de 1.2 mm de diamètre, dans une cavité de 40 cm de longueur, limitant l'interrogation d'un ensemble d'atomes de température 300 nK à des durées de l'ordre de la centaine de microsecondes. Pour allonger ce temps, il est alors nécessaire de refroidir encore plus les atomes, au prix d'un temps de préparation plus long et d'une complexité accrue.

Dans cette étude, nous nous focaliserons sur le développement de cavités capables de supporter un grand mode optique. Leur réalisation permettrait la création de capteurs à atomes froids compacts, utilisant des nuages d'atomes refroidis rapidement à des températures de l'ordre de μK basés sur l'utilisation de séparatrices multiphotoniques. Un nuage d'atomes de Cesium133 refroidi à une température de 1 μK grandit à une vitesse de $\sqrt{\frac{k_B T}{M}} = 7.9 \text{ mm/s}$. Après un temps d'interrogation d'une seconde, comparable aux 800 ms du Gyromètre du SYRTE, le nuage aura un diamètre de l'ordre de 15 mm. Ainsi, nous allons concevoir une cavité capable de faire résonner un faisceau plat d'une taille centimétrique, typiquement 10 mm de diamètre. Cette taille a été choisie à cause de la haute sensibilité de la cavité choisie aux désalignements pour des grandes tailles de faisceaux, mais aussi parcequ'elle est déjà suffisante, si atteinte, pour réaliser un interféromètre dans les conditions citées ci-dessus et dans de nombreuses autres configurations.

Finalement, pour réaliser des séparatrices à deux photons avec un transfert d'impulsion, des faisceaux contra-propageants avec des fréquences différentes sont utilisés. La cavité à concevoir doit alors pouvoir faire résonner ces deux faisceaux de la même manière. Les deux champs contra-propageants devront avoir la même distribution d'intensité et une phase relative plane pour ne pas introduire de biais de phase ou d'inhomogénéités lors de l'interrogation.

Nous verrons que dans la configuration que nous avons choisie il est possible de faire résonner une troisième longueur d'onde, éloignée de la transition atomique, qui peut servir à asservir la cavité. En effet, il n'est pas envisageable d'asservir la cavité en continu sur les lasers d'interrogation puisqu'ils interagiraient avec le nuage d'atomes, produisant des pertes par émission spontanée.

Autres contraintes à considérer

Fonctionnement sous vide

Le fonctionnement des expériences d'interférométrie atomique nécessite l'utilisation d'un vide poussé de l'ordre de 10^{-9} mBar. Une première solution pour éviter les problèmes liés à ce vide serait d'installer la cavité à l'extérieur de l'enceinte à vide. Il est alors nécessaire de prendre en compte la traversée de deux hublots fermant l'enceinte à vide lors de la conception de la cavité. A chaque aller retour dans la cavité, les pertes seraient de 2% à 4% pour des hublots avec des traitements anti-réfléchissants de 0.25% à 0.5%. Dans une cavité avec des miroirs de réflectivités en intensité de 99% et un gain théorique de 100, ces pertes réduisent sensiblement ce gain à 25 et 11. De plus, ces hublots peuvent introduire des aberrations qui peuvent être néfastes au fonctionnement de la cavité, comme nous le verrons plus loin dans ce chapitre. Pour éviter une telle perte de gain, il est possible d'installer la cavité à l'intérieur de l'enceinte à vide. Il faut alors par exemple utiliser des montures piézoélectriques afin de contrôler l'alignement de la cavité. Cette difficulté relève plus d'un aspect technique et ne sera pas abordée dans ce manuscrit.

Temps de montée des champs dans la cavité

Les champs résonants dans une cavité présentent un temps de montée caractéristique à la cavité. Celui-ci est donné par FL/c , où F est la finesse de la cavité, L sa longueur et c la vitesse de la lumière. Dans des cavités de haute finesse ce temps caractéristique peut venir déformer le profil d'intensité temporel des impulsions. Pour une cavité de 50 cm et de finesse 1000, ce temps de montée est de 1.6 μ s. Il commence à ne plus être négligeable devant la durée des transitions Raman typiques sur le gyromètre du SYRTE d'une dizaine de micro secondes. Les limites théoriques des interféromètres atomiques assistés par une cavité optique, liées notamment à ce temps de montée, ont été étudiées récemment [Dov+17]. Dans notre cas, nous nous limiterons à l'étude de cavités de petites finesesses (de l'ordre de quelques centaines) et longueurs courtes (quelques dizaines de centimètres au plus), qui permettent d'obtenir un gain de quelques dizaines déjà suffisant pour améliorer l'efficacité des optiques atomiques. Avec une petite finesse et une longueur courte, les contraintes d'alignement et de contrôle de fréquence sont réduites. Le temps de montée du champ dans la cavité en est aussi réduit, ce qui permet de ne pas introduire de déformation temporelles du profil des impulsions. Pour une finesse de 200 et une cavité de 40 cm de long, le temps de montée est de 266 ns, effectivement négligeable devant la longueur des impulsions $\pi/2$ de 10 μ s du gyromètre du SYRTE.

Polarisations nécessaires

Pour réaliser des transitions Raman, nous avons vu au premier chapitre que deux lasers (que l'on appelle ici L_1 et L_2) avec deux fréquences différentes sont nécessaires. En pratique, ces deux lasers sont souvent amenés par une seule fibre à l'enceinte à vide. On réduit ainsi les bruits et effets systématiques dûs à une propagation en espace libre différente pour chaque laser. Pour réaliser des transitions contra-propageantes, avec un transfert d'impulsion maximale, ces deux lasers sont réfléchis sur un miroir à l'arrière de l'enceinte à vide. Quatre faisceaux lasers se propagent alors dans l'enceinte, deux fréquences différentes (L_1 , L_2), dans deux sens avant et après réflexion (droite ou gauche).

Avec ces quatre lasers, quatre transitions peuvent être effectuées :

- (1) L_1 gauche, L_2 droite : contra-propageant,
- (2) L_1 droite, L_2 gauche : contra-propageant,
- (3) L_1 gauche, L_2 gauche : co-propageant,
- (4) L_1 droite, L_2 droite : co-propageant.

Pour n'en réaliser qu'une seule, la première transition contra-propageante (1) par exemple, plusieurs mesures sont mises en place.

Premièrement, les lasers ne sont pas lancés dans la cavité parfaitement à l'horizontale. Un angle de quelques degrés est inséré. Ainsi, un effet Doppler différent est présent pour les transitions (1), (3) et les transitions (2), (4). Si cet angle est assez grand, la sélectivité en vitesse des transitions Raman permettra de n'adresser que deux des transitions (1) et (3) ou (2) et (4).

Deuxièmement, la polarisation des lasers est choisie de manière particulière. En effet, pour éviter une sensibilité aux champs magnétiques, les atomes sont préparés en début de séquence dans le sous-état Zeeman $m_f = 0$. Pour réaliser des transitions atomiques en évitant les transitions dipolaires électriques interdites, il faut utiliser les bonnes combinaisons de polarisation. Il s'avère qu'en utilisant des polarisations linéaires perpendiculaires pour les faisceaux contra-propageants, on élimine la possibilité de réaliser des transitions co-propageantes. Pour cela, les lasers sont amenés par une fibre avec la même polarisation linéaire, et une lame quart d'onde est placée avant le miroir de rétro-réflexion. Ainsi, après un premier passage sur les atomes, les lasers passent deux fois par la lame quart d'onde, et leur polarisation est tournée de 90 degrés. On se retrouve ainsi avec deux paires de faisceaux avec une polarisation linéaire à l'aller, et linéaire perpendiculaire au retour.

Avec ces deux mesures, il est possible de n'obtenir qu'une seule transition : (1) par exemple.

Dans une cavité, la configuration typique des faisceaux réfléchis par un miroir précédé d'une lame quart d'onde pour obtenir deux polarisations croisées contra-propageantes n'est pas réalisable. La figure 4.9 montre la polarisation d'un faisceau propagé dans une cavité sur plusieurs allers retours. Les différents allers-retours sont montrés les uns en dessous des autres. A gauche, une seule lame quart d'onde est insérée dans la cavité pour reproduire le montage précédent. Après un aller retour, la polarisation du faisceau incident sera tournée de 90°. Le faisceau se dirigeant vers la droite aura successivement deux polarisations perpendiculaires. Le faisceau se dirigeant vers la gauche aussi.

Une première solution simpliste pour permettre de les obtenir dans une cavité est d'introduire deux lames quart d'onde entre lesquelles seront interrogés les atomes. En faisant entrer les deux faisceaux avec des polarisations circulaires opposées, on obtient sur les atomes les polarisations nécessaires. Cette configuration est montrée à droite sur la figure 4.9. Néanmoins, l'introduction d'éléments polarisants dans la cavité peut provoquer une perte de gain et des déformations des champs résonants à cause de leur transmission et leurs défauts de planéité. De plus, la biréfringence naturelle de certains éléments optiques de la cavité pourra causer des inhomogénéités de polarisation des faisceaux d'interrogation. Une étude plus détaillée de ces effets devra être faite.

4.2.2 Obtention d'un grand mode dans une cavité optique

Dans la conception de notre cavité, nous allons principalement nous intéresser à la possibilité de faire résonner un mode de taille centimétrique, potentiellement plat en intensité, à l'aller comme au retour avec une phase relative plane, dans une géométrie compacte (quelques dizaines de centimètres de long). Cette partie décrit succinctement plusieurs types de cavités envisagées et leurs défauts quant à ces critères.

4.2.3 Cavités stables

Les cavités à miroirs sphériques stables peuvent difficilement faire résonner un faisceau de grande taille. En effet une cavité plan concave sphérique de longueur L avec un miroir plan et

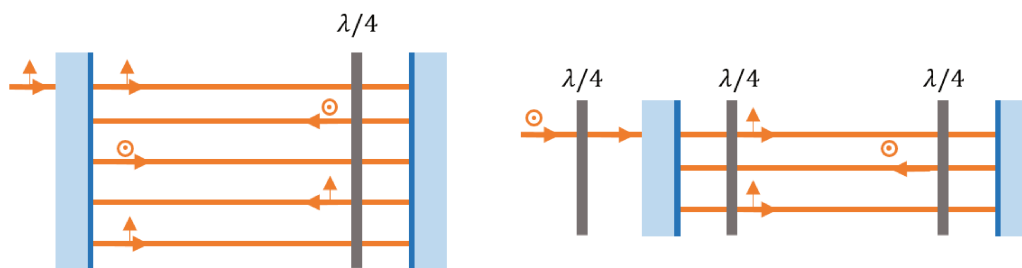


FIGURE 4.9 – Polarisations au fil des allers retours dans une cavité. On montre les différents allers retours d'un faisceau dans la cavité successivement les uns en dessous des autres. A gauche, les deux lasers d'interrogation sont amenés avec la même polarisation linéaire. Avec une seule lame quart d'onde, deux polarisations linéaires perpendiculaires seront présentes dans chaque direction dans la cavité. A droite, on utilise deux lames quart d'onde et on injecte les faisceaux avec des polarisations circulaires dans la cavité. On obtient dans cette configuration une seule polarisation par direction de propagation.

un miroir sphérique de rayon de courbure R a pour mode fondamental un faisceau Gaussien de diamètre :

$$2w = 2\sqrt{\frac{L\lambda}{\pi}} \sqrt{\frac{R}{L} - 1}, \quad (4.25)$$

dont le col est sur le miroir plan. La figure 4.10 montre le rayon de courbure nécessaire pour que le mode fondamental ait une taille de 1 mm (en bleu) et 1 cm (en orange). On peut voir que pour obtenir un faisceau avec un diamètre de 1 cm dans une cavité plan concave de longueur 40 cm, le rayon de courbure du miroir devrait être $R=20$ km. Sur un miroir de 2 pouces, cela correspond à une déformation de 15 nm sur le bord du miroir. Un défaut de planéité de $\lambda/50$ aurait la même amplitude. L'acquisition d'un miroir avec une telle qualité est hors de notre portée. Avec des miroirs de rayons de courbure plus petits, il faut augmenter la longueur de la cavité à des distances de 10 à 100 m. De plus, même si un mode fondamental Gaussien de grande taille peut être obtenu dans la cavité, un faisceau plat ne pourra pas y résonner à cause de sa décomposition sur les modes transverses. Dans le cadre du projet MIGA [Can+18] une cavité symétrique de 200 m avec des miroirs de rayon de courbure de 555 m permettra d'obtenir un mode propre de 15 mm de diamètre avec une stabilité $g=0.64$.

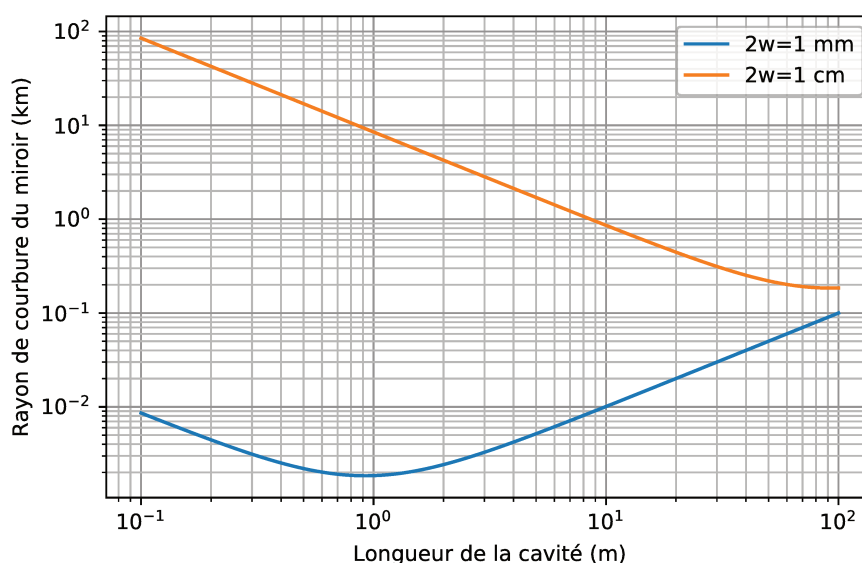


FIGURE 4.10 – Rayon de courbure du miroir concave d'une cavité plan concave en fonction du diamètre du mode fondamental Gaussien.

En s'approchant de la zone d'instabilité des cavités, des configurations comme celle présentée [FHC18] permettent la formation de faisceaux plus grands. Dans cet article, une cavité à trois miroirs, de stabilité $g \approx 0.038$, permet la formation d'un faisceau de 3.6 mm de diamètre à $1/e^2$. La cavité utilise un de ses bras comme un télescope où le faisceau grandit puis se propage dans le deuxième bras. Bien que les faisceaux produits par cette cavité soient grands, la séparation entre modes transverses existante dans cette cavité stable l'empêche de faire résonner un faisceau plat.

Cavités instables

Les cavités instables ont un comportement plus complexe à étudier dans un cas général [Sie74; Kah66]. Dans ces cavités, les faisceaux ont tendance à grandir rapidement et sortir de la cavité, produisant des effets de diffraction potentiellement couplés au résonateur. Comme les champs se propageant à l'intérieur de ces cavités grandissent au cours de leur propagation, elles peuvent être utilisées pour produire de grands faisceaux. L'utilisation de miroirs à transmission Gaussienne [ML85] par exemple permet d'en extraire de grands faisceaux Gaussiens. Cependant, nous n'avons pas choisi cette solution puisque les champs circulants à résonance dans ces cavités sont difficiles à caractériser. Leurs distributions de vecteurs d'ondes pourraient y être grandes et potentiellement néfastes à l'efficacité des séparatrices atomiques. De plus elles nécessitent souvent l'utilisation d'un milieu à gain pour compenser les pertes dues à la sortie des faisceaux de la cavité après propagation.

Ces quelques défauts et le manque de théories générales dans le régime que nous avons cherché à atteindre de ce type de cavité nous ont poussé à ne pas suivre cette piste.

Cavités à miroirs non sphériques

Les modes transverses d'une cavité stable sont définis par la géométrie des miroirs utilisés. Il est ainsi possible d'ajuster la forme de ces miroirs pour obtenir des modes transverses non Gaussiens. Ces techniques font l'objet de recherches encore actuellement, par exemple dans le cadre du projet de détecteur à ondes gravitationnelles LIGO [BT06; BKC08]. Des miroirs à profil de *chapeau mexicain* sont utilisés pour produire des faisceaux résonants plats en intensité afin de réduire les effets thermiques des miroirs.

La cavité plan-plan

A la limite de stabilité, la cavité plan-plan semble être un compromis intéressant entre qualité de faisceau résonant et simplicité de mise en place. Un faisceau Gaussien ne peut théoriquement pas s'y propager. En effet, au fil des allers retours, son diamètre grandit et une phase quadratique est acquise. L'interférence des allers retours ne peut donc jamais être complètement constructive. Cependant, si la longueur de la cavité multipliée par la finesse, qui correspond à la distance parcourue par un faisceau dans la cavité avant d'être complètement atténué, est petite ou comparable à la longueur de Rayleigh du faisceau gaussien, il pourra se propager dans la cavité avec peu de déformation. Ainsi, une résonance correcte peut être atteinte.

La figure 4.11 présente des faisceaux Gaussiens et plats résonants dans une cavité plan-plan. La cavité a une longueur de 10 cm, et un gain théorique de 20. La distance parcourue dans cette cavité par un faisceau avant d'être totalement atténué est de l'ordre de quelques mètres. A gauche, un faisceau gaussien de 4 mm de diamètre, $z_R \approx 15$ m, (en bleu) et 7.5 mm de diamètre, $z_R \approx 50$ m, (en orange) sont propagés dans la cavité. Leur profil à résonance est tracé en normalisant l'axe des abscisses à la taille de leur col. Le gain qu'ils arrivent à obtenir est 19.2 et 19.6. Il n'est pas optimal car les faisceaux grandissent lors de leur propagation dans la cavité, il est cependant meilleur pour un diamètre plus grand puisque sa distance de Rayleigh est plus grande. A droite la même analyse est faite avec un faisceau plat de 3 mm de diamètre (en bleu) et 15 mm de diamètre (en orange). Le faisceau plat de 3 mm de diamètre se déforme trop rapidement (voir chapitre 2) au cours de la propagation dans la cavité, et il résonne avec un gain réduit de 17.5. De plus, il prend

une forme plus proche d'une Gaussienne. A 15 mm de diamètre, le gain est de 19 et le faisceau se propage avec une déformation plus faible. La cavité plan plan pourrait être un bon compro-

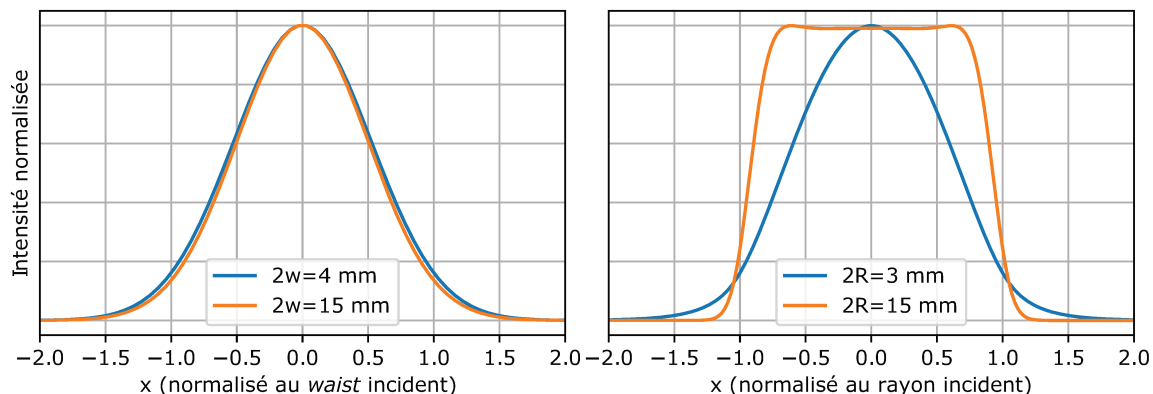


FIGURE 4.11 – Résonances d'un faisceau Gaussien et d'un faisceau plat dans une cavité plan plan de 10 cm de long et gain théorique de 20. Deux diamètres de faisceaux sont propagés dans chaque cas.

mis permettant d'obtenir un grand faisceau au prix d'un gain non parfait. Néanmoins, nos essais expérimentaux nous ont montré qu'elle avait une trop grande sensibilité aux désalignements et défauts de planéité des miroirs.

La figure 4.12 montre le résultat expérimental de la propagation d'un faisceau gaussien de 12 mm de diamètre dans une cavité plan-plan de 10 cm de long avec une finesse de l'ordre de 200. On peut voir que le mode résonant est très déformé. Des franges parallèles sont visibles et viennent de la très grande sensibilité de la cavité à des désalignements transverses. De plus, d'autres structures viennent s'ajouter qui ont été attribuées à des défauts de planéité des miroirs. Une simulation faite avec le logiciel Oscar nous a montré qu'un désalignement de $1 \mu\text{rad}$ était déjà suffisant pour introduire des franges dans le profil du faisceau résonant, et qu'un défaut de planéité des surfaces de $\lambda/20$ PV engendre une déformation importante du profil.

Ces deux valeurs sont compatibles avec la précision de nos montures et la planéité de nos miroirs. Dans cette cavité, les déformations du front d'onde à chaque aller retour causent de grandes variations d'intensité au cours de la propagation, empêchant une résonance propre du champ incident. Il ne nous a donc pas été possible d'aligner avec assez de précision une cavité plan-plan pour faire résonner un tel faisceau.

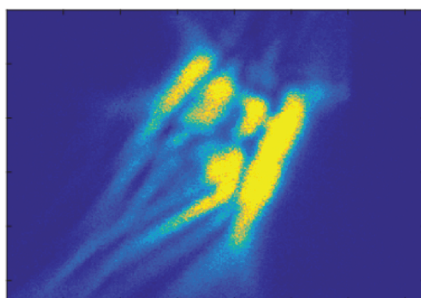


FIGURE 4.12 – Faisceau de 12 mm de diamètre résonant dans une cavité plan plan de 10 cm. Le mode obtenu est très déformé. Des franges sont visibles à cause d'une précision limitée des alignements avec les montures disponibles. D'autres structures sont visibles et sont attribuées à des défauts de surface des deux miroirs plans.

4.2.4 La cavité confocale symétrique

Une dernière configuration envisagée est la cavité confocale. Celle-ci se trouve aussi en limite de stabilité. Elle est composée de deux miroirs concaves identiques dont les foyers sont situés au

même endroit. Un schéma de la cavité est montré figure 4.13. La longueur de la cavité est $L = R$,

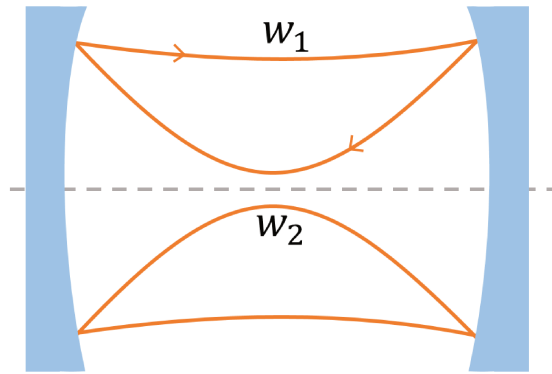


FIGURE 4.13 – Faisceau Gaussien de grand diamètre se propageant dans une cavité confocale.

où R est le rayon de courbure des miroirs. On montre facilement que cette cavité est dégénérée pour les modes transverses. La matrice ABCD de propagation sur un aller retour est l'opposé de la matrice identité. Tout faisceau incident y est stable après deux allers retours.

Si un faisceau Gaussien de diamètre $2w_1$ y est injecté de manière à ce que son col soit situé au centre de la cavité, après un aller il sera transformé en un faisceau Gaussien de diamètre

$$2w_2 = \frac{\lambda L}{\pi w_1}. \quad (4.26)$$

Avec une cavité de longueur $L=10$ cm et un grand faisceau incident de 1 cm de diamètre, le faisceau au retour aura un diamètre de $5.4 \mu\text{m}$. Une telle disparité entre les tailles des faisceaux à l'aller et au retour ne permet pas de réaliser des séparatrices à deux photons sur nos expériences. Pour qu'un faisceau ait la même taille à l'aller et au retour, son diamètre doit être :

$$2w_0 = \sqrt{\frac{2\lambda L}{\pi}}. \quad (4.27)$$

Pour une cavité de longueur $L=10$ cm, ce diamètre est $233 \mu\text{m}$, ce qui est trop petit pour notre application. Pour obtenir un diamètre de 1 cm, la cavité doit être allongée à $L=184$ m, ce qui n'est pas tolérable pour un résonateur compact.

Néanmoins, cette cavité peut être modifiée de manière à produire les faisceaux de tailles différentes à deux positions séparées dans la cavité. Cette idée est la base de la cavité de notre choix, que nous allons maintenant présenter en détail.

4.3 Cavité f-f en limite de stabilité

4.3.1 Comportement de la cavité alignée

La cavité que l'on choisit d'utiliser est composée de deux miroirs plans placés à la distance focale d'une lentille convergente de part et d'autre de la lentille. La figure 4.14 montre cette cavité avec un faisceau Gaussien se propageant à l'intérieur sur un aller. Dans le reste de cette partie on notera f la longueur focale de la lentille, $d_1 = f + \delta_1$ et $d_2 = f + \delta_2$ les distances entre le premier miroir et la lentille et entre la lentille et le deuxième miroir, et $L = d_1 + d_2$ la longueur de la cavité. Lorsque la cavité est alignée, quand $d_1 = d_2 = f$, un aller retour est équivalent à la propagation d'un faisceau dans un télescope d'agrandissement 1 avec deux lentilles convergentes. Le faisceau est retourné par rapport à l'axe optique à chaque aller retour. Ce résultat se retrouve en calculant

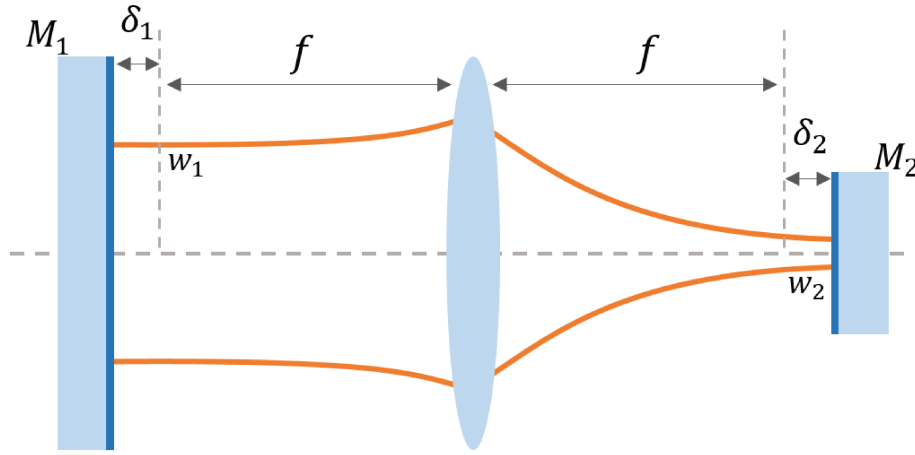


FIGURE 4.14 – Schéma de la cavité avec un faisceau Gaussien se propageant à l'intérieur.

la matrice ABCD de propagation sur un aller retour dans la cavité à partir du premier miroir :

$$T = \begin{pmatrix} 1 & d_1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{1}{f} & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & d_2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & d_2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{1}{f} & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & d_1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (4.28)$$

$$T = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} = -I, \quad \text{quand } d_1 = d_2 = f \quad (4.29)$$

Dans cette cavité un rayon se reproduit sur lui même après deux allers retours.

Cette cavité est équivalente à une cavité confocale. Il est possible d'y faire résonner un grand faisceau Gaussien. Il est d'ailleurs possible théoriquement d'y faire résonner toute forme de faisceau, moyennant qu'il ne sorte pas de la cavité sur un aller retour. Ainsi, un faisceau plat en intensité peut théoriquement s'y propager.

En injectant un faisceau Gaussien de diamètre $2w_1$ d'un côté de la cavité, il sera imagé par la lentille sur le deuxième miroir en un faisceau de diamètre

$$2w_2 = 2 \frac{\lambda f}{\pi w_1}. \quad (4.30)$$

Un exemple de la propagation d'un tel faisceau est présenté figure 4.14. Cette formule est similaire à celle trouvée pour la cavité confocale, avec une correspondance entre la focale de la lentille et les rayons de courbure des miroirs $f = R/2$. Cependant, on peut voir que les faisceaux de tailles différentes se trouvent dans deux parties différentes de la cavité. Il est alors possible d'envisager de réaliser des séparatrices à deux photons dans la partie de gauche de la cavité avec les champs se dirigeant vers la gauche et vers la droite. De plus, si le faisceau de gauche a un diamètre suffisamment grand, de manière à ce que sa distance de Rayleigh soit grande par rapport à la longueur de la cavité, il ne sera que peu déformé par sa propagation avant la lentille et accordera potentiellement une grande distance de travail avec les atomes.

Le comportement spectral de cette cavité est lié à la phase accumulée par un faisceau sur un aller retour. Dans le cas où la cavité est stable, la phase accumulée sur un aller par le mode fondamental Gaussien est :

$$\Delta\phi = kL + \phi_G. \quad (4.31)$$

Pour calculer la phase de Gouy accumulée ϕ_G , on écrit pour un mode propre fondamental Gaussien de la cavité dont les cols sont placés sur chaque miroir :

$$\phi_G = \tan^{-1}\left(\frac{d_1}{z_{R1}}\right) + \tan^{-1}\left(\frac{d_2}{z_{R2}}\right), \quad (4.32)$$

avec

$$z_{R1} = \frac{\pi w_1^2}{\lambda} \quad \text{et} \quad z_{R2} = \frac{\pi w_2^2}{\lambda} = \frac{f^2 z_{R1}}{(f - d_1)^2 + z_{R1}^2}, \quad (4.33)$$

obtenu en utilisant les relations de conjugaison des faisceaux gaussiens par une lentille. Lorsque la distance de Rayleigh du faisceau incident est grande devant les dimensions de la cavité, la majorité de la contribution de la phase de Gouy vient du côté de la cavité où le faisceau est focalisé et vaut $\pi/2$ sur un aller. Dans le cas où la cavité est correctement alignée, quand $d_1 = d_2 = f$, on a $z_{R_2} = \frac{f^2}{z_{R_1}}$. La phase de Gouy alors obtenue sur un aller vaut

$$\phi_G = \tan^{-1}\left(\frac{f}{z_{R_1}}\right) + \tan^{-1}\left(\frac{z_{R_1}}{f}\right) = \frac{\pi}{2}, \quad (4.34)$$

en utilisant la relation trigonométrique $\tan^{-1} x + \tan^{-1} 1/x = \pi/2$. Sur un aller retour dans la cavité, la phase de Gouy accumulée vaut alors π . On peut maintenant calculer le déphasage sur un aller retour de modes transverses Gaussiens. Leur phase de propagation sera la même, mais leur phase de Gouy sera multipliée par leur ordre, donné par $m + n + 1$ pour les modes Hermite Gaussiens et $2p + |l| + 1$ pour les modes Laguerre Gaussiens (voir annexe A). La condition de résonance des champs dans la cavité est donnée lorsque le déphasage sur un aller retour $2\Delta\phi$ est égal à $0[2\pi]$. On écrit alors

$$2\Delta\phi = 2kL + 2(m + n + 1)\phi_G = 2q\pi. \quad (4.35)$$

Les fréquences des modes sont données par :

$$\nu_{m,n}^q = \frac{c}{2L} \left[q - (m + n + 1) \frac{\phi_G}{\pi} \right], \quad (4.36)$$

et lorsque la cavité est parfaitement alignée :

$$\nu_{m,n}^q = \frac{c}{2L} \left[q - \frac{m + n + 1}{2} \right], \quad (4.37)$$

où m, n représente l'ordre du mode transverse et q l'ordre du mode longitudinal. On remarque que les modes d'ordre $m + n + 1$ pair résonnent tous à la même fréquence et les modes d'ordre $m + n + 1$ impair aussi mais à une fréquence décalée d'un demi intervalle spectral libre $\frac{c}{4L}$. Cela rejoint le critère de dégénérescence de la cavité. Le spectre de la cavité alignée sera donc composé de deux séries de résonances correspondant aux modes pairs et impairs séparés d'un demi intervalle spectral libre. Comme les modes Laguerre-Gaussiens à symétrie cylindrique sont tous pairs et forment une base orthonormale des champs à symétrie cylindrique, il sera donc possible de propager n'importe quelle structure de champ à symétrie cylindrique dans cette cavité.

4.3.2 Désalignements longitudinaux

Le comportement de cette cavité est modifié lorsque l'alignement n'est plus parfait. Les premiers défauts d'alignement que nous avons étudiés sont les désalignements longitudinaux, correspondant à une erreur de positionnement des miroirs ou de la lentille sur l'axe optique. Les résultats de ce travail ont été publiés dans [Rio+17].

Dans cette partie on s'intéressera aux désalignements des deux miroirs. On note que si l'on garde le col du faisceau en entrée sur le miroir M_1 , un déplacement de la lentille revient à déplacer uniquement les deux miroirs. La matrice ABCD de la cavité désalignée est donnée par :

$$T = \begin{pmatrix} \frac{2\delta_1\delta_2}{f^2} - 1 & 2\delta_1 \left[\frac{2\delta_1\delta_2}{f^2} - 1 \right] \\ \frac{2\delta_2}{f^2} & \frac{2\delta_1\delta_2}{f^2} - 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix} \quad (4.38)$$

au niveau du premier miroir, où l'on note $\delta_1 = d_1 - f$ et $\delta_2 = d_2 - f$. On retrouve dans le cas parfaitement aligné $\delta_1 = \delta_2 = 0$ la matrice $-I$. Le critère de stabilité de cette cavité est donné par $|A + D| < 2$, ou de manière équivalente $|1 - \frac{2\delta_1\delta_2}{f^2}| < 1$. On voit que la cavité redevient stable pour des désalignements δ_1, δ_2 de même signe et petits devant f . Ces désalignements correspondent à deux cas. Le premier cas où l'on rapproche les deux miroirs de la lentille, la cavité est compressée. Et le deuxième cas où on les éloigne de la lentille, la cavité est étirée. Lorsque ces désalignements se font dans le même sens, $\delta_1 \times \delta_2 < 0$, la cavité devient instable.

Comportement spectral dans le cas stable

Dans le cas stable, le comportement de la cavité est simple à retrouver analytiquement. La taille du mode propre fondamental sur le premier miroir est donnée par l'équation (4.9) :

$$2w = 2 \sqrt{\frac{\lambda}{\pi} \frac{|2\delta_1 \left(1 - \frac{2\delta_1\delta_2}{f^2}\right)|}{\sqrt{1 - \left(1 - \frac{2\delta_1\delta_2}{f^2}\right)^2}}} \approx 2 \sqrt{\frac{\lambda f}{\pi} \sqrt{\frac{\delta_1}{\delta_2}}}, \quad (4.39)$$

pour des petits désalignements $\frac{\delta_1\delta_2}{f^2} \ll 1$. La figure 4.15 montre la taille du mode en fonction du désalignement de la cavité avec une focale de 20 cm. La cavité peut théoriquement être stable avec un grand mode. Par exemple, avec le couple de désalignements $\delta_1=1$ mm et $\delta_2=184$ nm on obtient un mode propre de 4 mm de diamètre. Cependant, on peut voir que la taille de ce mode propre varie rapidement avec des désalignements de l'ordre du dixième de micromètre, précision difficile à obtenir en pratique. De plus, on verra plus loin que la faible séparation des modes transverses dans ce cas, ne permettrait pas de filtrer spatialement un grand mode fondamental. Dans le cas de désalignements similaires de l'ordre de quelques micromètres, attendus expérimentalement, le mode fondamental a une taille de quelques centaines de micromètres.

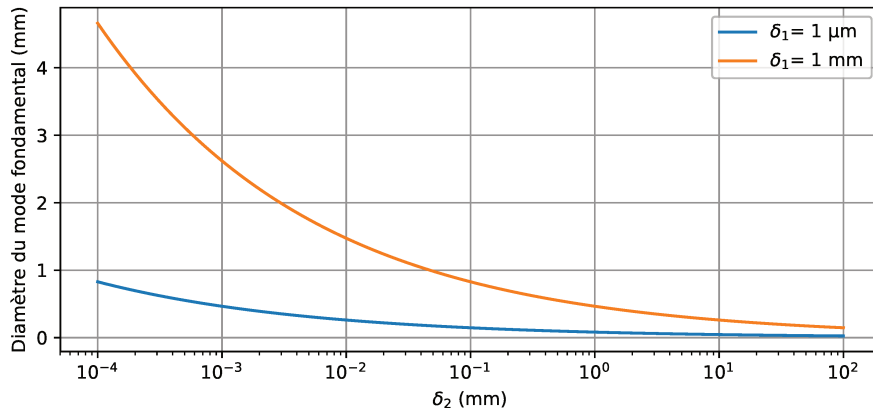


FIGURE 4.15 – Taille du mode propre de la cavité désalignée vers un cas stable, au niveau du premier miroir. La focale de la lentille est $f=20$ cm.

Le comportement fréquentiel de la cavité désalignée vers un cas stable se retrouve à partir des calculs présentés ci-dessus. En réinjectant la taille du mode propre de la cavité désalignée calculé plus haut, on obtient l'expression de la phase de Gouy, dans le cas de petits désalignements :

$$\phi_G = \tan^{-1} \left[\sqrt{\frac{\delta_2}{\delta_1}} \left(1 + \frac{\delta_1}{f} \right) \right] + \tan^{-1} \left[\sqrt{\frac{\delta_1}{\delta_2}} \left(1 + \frac{\delta_2}{f} \right) \right] \approx \pi/2 \quad (4.40)$$

Cette expression de la phase de Gouy est alors utilisée pour calculer les fréquences des modes de la cavité en utilisant l'équation (4.36). La séparation entre deux modes transverses d'un mode longitudinal q de cette cavité, tels que $\Delta(m+n) = 1$, est alors donnée par $\Delta\nu = \frac{c}{\pi L} \frac{\phi_G}{2}$. Comme la phase de Gouy ϕ_G accumulée sur un aller est proche de $\pi/2$ pour des désalignements petits devant f , cette séparation est proche d'un demi intervalle spectral libre de la cavité $\frac{c}{4L}$. Le deuxième mode transverse d'un mode longitudinal résonne ainsi à une fréquence proche de celle du mode fondamental longitudinal suivant. On trouve que les modes qui vérifient $\Delta q = 1$ et $\Delta(m+n) = 2$ résonnent proches les uns des autres. Leur séparation en fréquence est

$$\delta\nu = \frac{c}{2L} \left(\frac{2}{\pi} \phi_G - 1 \right), \quad (4.41)$$

et devient nulle lorsque la cavité est alignée et $\phi_G = \pi/2$.

La figure 4.16 montre la séparation en fréquence entre les modes transverses (en haut) pour une cavité avec une lentille de focale 20 cm en fonction du désalignement du miroir M_2 . En bas, on rappelle la taille du mode propre de la cavité sur le miroir M_1 . En bleu, on désaligne le premier miroir de 1 μm , et en orange de 1 mm. On peut voir ici deux cas :

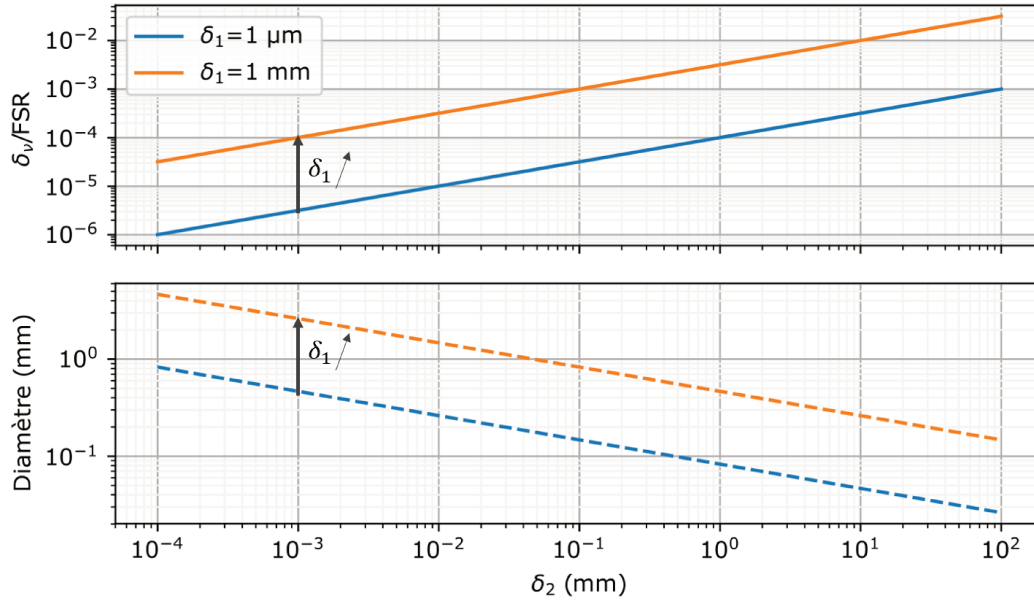


FIGURE 4.16 – (En haut) Séparation en fréquence des modes transverses de la cavité désalignée, rapportée à l'intervalle spectral libre, en fonction du désalignement de M_2 . (En bas) Rappel de la taille du mode propre fondamental sur le miroir M_1 . Une focale de 20 cm et une longueur d'onde de 852 nm sont utilisées. Le premier miroir est désaligné de 1 μm (en bleu) et 1 mm (en orange). Les désalignements du premier et du deuxième miroir ne sont pas équivalents en ce qui concerne la taille du mode sur le premier miroir. Le désalignement du deuxième miroir aura un plus grand effet lorsqu'un grand faisceau est injecté dans la cavité par le premier miroir.

- Si on injecte un grand faisceau par le miroir M_1 , l'effet d'un désalignement de ce miroir M_1 sera plus petit que pour un même désalignement du miroir M_2 . En effet, on peut voir qu'à désalignement égal de M_2 , une translation de M_1 augmente la taille du mode propre et augmente la séparation fréquentielle entre modes transverses. Ce déplacement est représenté par deux flèches noires. La décomposition d'un grand faisceau incident sur les modes propres est alors plus étalée fréquentiellement, mais moins de modes propres sont peuplés, les effets se compensent partiellement.
- En revanche, lorsque le désalignement de M_1 est fixé, un désalignement grandissant de M_2 réduit la taille du mode propre et augmente la séparation fréquentielle. Dans ce cas, la décomposition du grand faisceau incident se fait sur plus de modes plus séparés, produisant une résonance plus asymétrique.

Les champs qui résonnent dans la cavité désalignée seront montrés plus loin dans cette partie.

Selon le désalignement de la cavité, compressée ou étirée, l'écart de fréquence entre modes proches sera positif ou négatif. En effet la phase de Gouy est dans un cas inférieure à $\pi/2$, et dans l'autre supérieure à $\pi/2$. Les modes transverses seront alors situés dans le premier cas à gauche du mode fondamental le plus proche, et dans l'autre cas à sa droite. Ainsi, l'asymétrie de la résonance sera dirigée dans un cas vers les hautes fréquences et dans l'autre vers les basses fréquences. Si la cavité est fortement désalignée, la séparation entre modes peut devenir plus grande que la largeur des raies et on retrouve le comportement classique des cavités stables. Dans le cas où les modes transverses apparaissent à plus basses fréquences, ce comportement peut paraître étrange et différent des cavités stables usuelles. Lorsque la cavité est parfaitement alignée, les modes transverses résonnent à la même fréquence (seuls les modes pairs et impairs sont séparés). Ainsi, cette cavité

ne bénéficie pas des qualités de filtrage spatial propre aux cavités stables. Le couplage d'autres sources de lumière comme la lumière diffusée, ou celle venant de la diffraction sur des optiques peut y être problématique.

La figure 4.17 résume le positionnement fréquentiel des modes transverse de cette cavité désalignée dans un cas stable, avec une phase de Gouy supérieure à $\pi/2$.

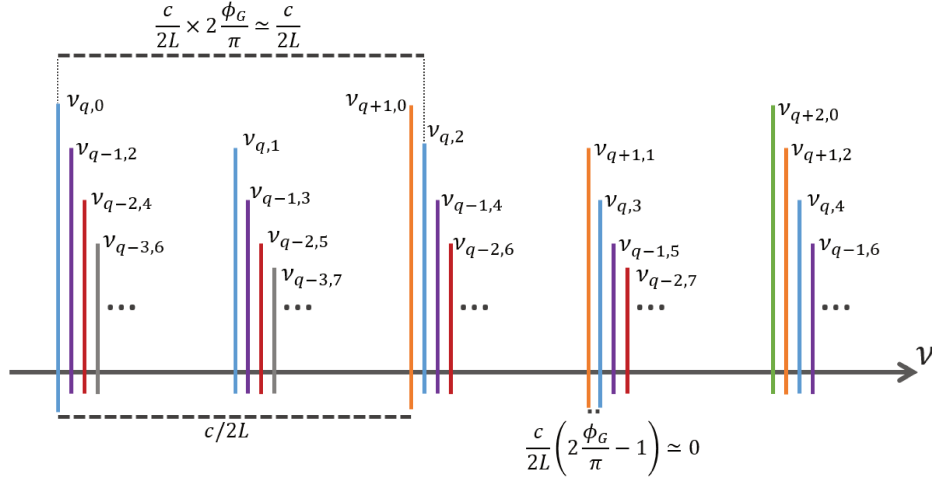


FIGURE 4.17 – Spectre de la cavité désalignée vers un cas stable. Les différentes couleurs correspondent à différents modes longitudinaux. Les modes transverse d'ordre $m + n$ croissants sont montrés avec des tailles décroissantes. Les modes d'ordre $m + n$ pair résonnent proches du mode fondamental. Les modes d'ordre $m + n$ impair résonnent ensemble avec un décalage d'un demi intervalle spectral libre par rapport aux modes pairs.

Extension au cas instable par des calculs numériques

Dans le cas où la cavité est désalignée de manière à se trouver dans un cas instable, la notion de mode propre de la cavité disparaît. Les différentes méthodes de simulation numérique nous permettent alors d'étudier ces cas.

La figure 4.18 montre les résonances calculées d'une cavité désalignée dans des cas stables et instables. La cavité a une lentille de longueur focale 20 cm. Un faisceau de 10 mm de diamètre à $1/e^2$ est injecté par le miroir M_1 . Le miroir M_1 est rapproché de 50 μm de la lentille ($\delta_1 = -50 \mu\text{m}$). Les différentes courbes correspondent à des déplacements δ_2 du miroir M_2 de -50 μm à +50 μm . Ce déplacement permet de voir le comportement spectral de la cavité lorsqu'on passe d'un cas stable à un cas instable. Des résonances asymétriques sont visibles, correspondant à la décomposition du champ incident sur les modes transverse séparés fréquentiellement. On peut voir que les couples de résonances correspondant à un déplacement opposé de M_2 sont symétriques. La cavité semble avoir un comportement similaire pour des désalignements opposés menant à des cas stables ou instables.

Forme des faisceaux à l'aller et au retour

Lorsque la cavité est désalignée longitudinalement, le faisceau incident se décompose sur la base des modes transverse atténués différemment et se déforme. La figure 4.19 montre cette déformation lorsqu'un faisceau gaussien de 10 mm de diamètre est propagé dans la cavité avec une lentille de focale $f=20$ cm pour différents désalignements lorsque l'on se place au sommet de la résonance. La figure 4.19 (en haut) montre l'intensité du champ entre le miroir et la lentille. Le champ est calculé entre le miroir M_1 et la lentille, à la position où un nuage d'atomes serait interrogé. On peut voir qu'en désalignant la cavité avec le miroir M_2 , le champ résonnant s'aplanit, puis pour de plus grands désalignements des anneaux se forment. La déformation apparaît dès qu'un désalignement de 10 μm est présent. Pour la réalisation expérimentale de la cavité, il faudra donc

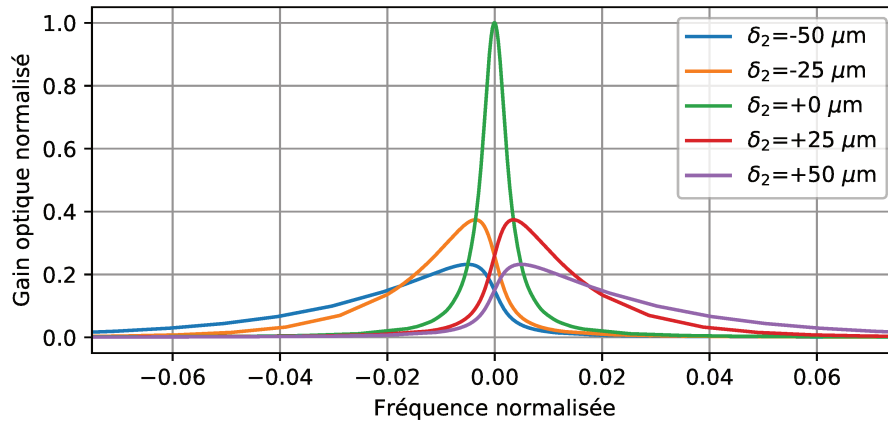


FIGURE 4.18 – Asymétrie des résonances pour différents désalignements d'une cavité avec une lentille de focale 20 cm injectée avec un faisceau de 10 mm de diamètre à $1/e^2$ par le miroir M_1 . Le miroir M_1 est rapproché de 50 μm . Les différentes courbes correspondent à des désalignements de M_2 de -50 μm à +50 μm allant d'un cas stable à un cas instable. La fréquence est normalisée à l'intervalle spectral libre.

veiller à pouvoir déplacer nos miroirs de quantités micrométriques. Sur la figure 4.19 (en bas), on montre la phase relative des faisceaux allant vers la gauche et vers la droite au niveau des atomes. On rappelle que c'est cette phase relative transverse qui sera imprimée sur les atomes interrogés par la cavité. Lorsque la cavité est parfaitement alignée, la phase est quadratique et correspond à la phase du faisceau Gaussien résonant propagé. Lorsqu'on désaligne la cavité, la phase relative se déforme aussi. Pour un désalignement attendu typique de 10 μm , elle atteint 15 mrad sur les bords du faisceau où l'intensité diminue fortement. Cependant, on peut voir que de grands désalignements pourront la faire monter jusqu'à une centaine de milliradians. La forme du faisceau résonant, que l'on peut mesurer en transmission de la cavité, sera donc un bon indicateur de la qualité de phase relative obtenue.

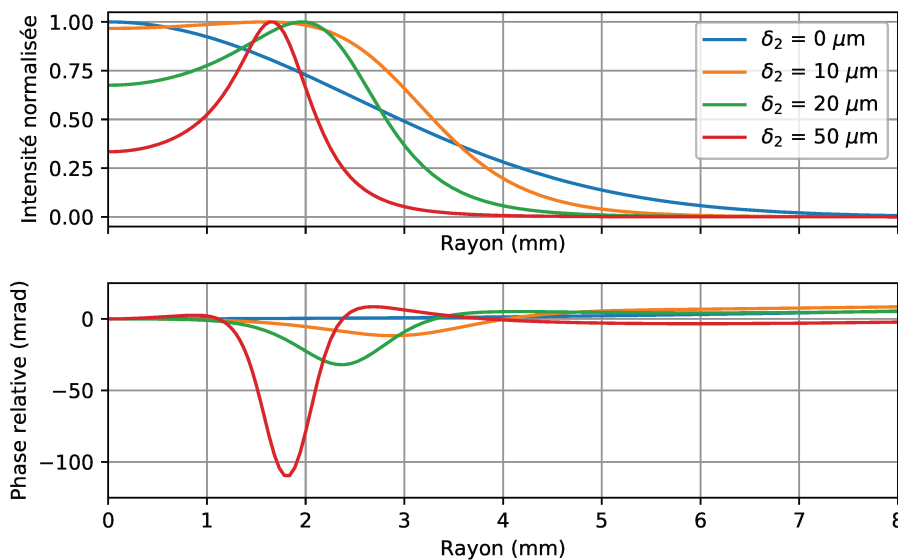


FIGURE 4.19 – Forme des champs dans la cavité désalignée calculés par la méthode de propagation ABCD. En haut, le profil d'intensité du champ entre la lentille et le miroir d'entrée M_1 . En bas, la phase relative du champ entre l'aller et le retour entre M_1 et la lentille. Le miroir M_1 n'est pas désaligné.

On note que le gain observé en désalignant la cavité est réduit. On trace sur la figure 4.20 le gain obtenu dans la cavité pour différents désalignements du miroir M_2 . La cavité a un gain théorique

de 42 et une finesse de 184. On peut voir que le gain diminue plus rapidement pour des faisceaux plus grands. Cela est encore dû à leur décomposition sur un plus grand nombre de modes transverses de la cavité.

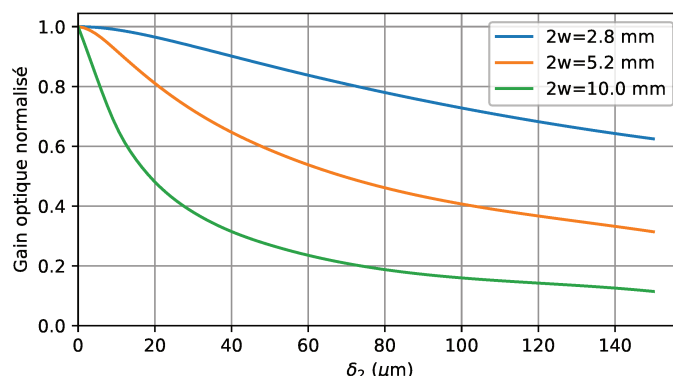


FIGURE 4.20 – Gains obtenus dans la cavité avec une lentille de focale 20 cm, de gain nominal 42, et de finesse 184 pour différents désalignements du miroir M_2 . Les différentes couleurs correspondent à différents diamètres du faisceau incident.

La déformation du champ résonant peut s'expliquer d'une première manière par la décomposition du champ incident sur la base de modes transverses de la cavité. Néanmoins, il est intéressant de voir le désalignement du deuxième miroir, où le faisceau est petit, comme une erreur de focalisation. La figure 4.21 montre la phase du champ se propageant dans la cavité au cours de quelques allers retours pour deux désalignements du miroir M_2 . A gauche M_2 est rapproché de la lentille, et à droite il est éloigné. On soustrait les phases de propagation et de Gouy des phases présentées ici pour ne pas alourdir la figure. Elles ne dépendent pas de la dimension transverse de la cavité. L'intensité du champ au niveau du miroir M_1 est peu déformée au cours des allers retours dans la cavité lorsque le faisceau injecté est grand. Au cours des allers retours une phase quadratique grandissante apparaît, opposée selon le désalignement à gauche ou à droite. Le déphasage alors créé entre les différents allers retours produit des interférences destructives menant à la déformation du faisceau à résonance. Dans le cas où la cavité ne présente pas de désalignements longitudinaux, la phase de chaque aller retour est plane et tout le faisceau peut résonner.

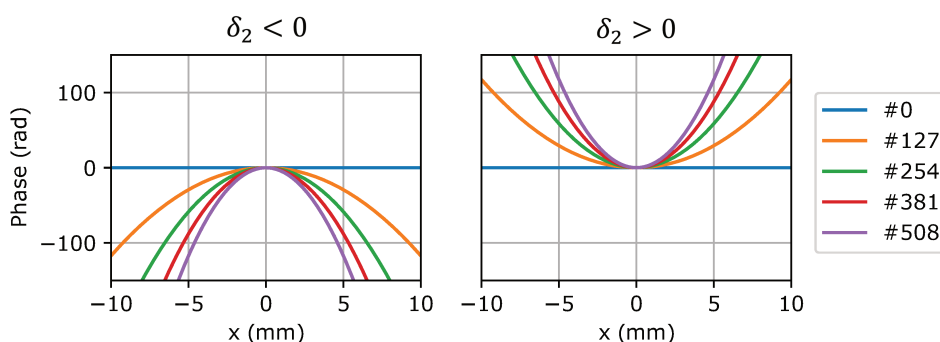


FIGURE 4.21 – Phase des champs se propageant au cours des allers retours au niveau du miroir M_1 . Les différentes couleurs correspondent à différents allers retours, dont le nombre est indiqué par la légende. A gauche dans le cas où le miroir M_2 est rapproché. A droite dans le cas où M_2 est éloigné. Le champ acquiert une phase quadratique provenant de la mauvaise focalisation sur le miroir M_2 .

Le champ résonant dans la cavité est la somme des champs de chaque aller retour avec les phases de propagation accumulées au fil des allers-retours. Pour différentes fréquences du champ, la phase de propagation sera altérée, et différentes parties des champs des allers retours seront en phase. Dans le cas de la figure 4.21 à gauche et à droite où les champs sont en phase au centre du faisceau, c'est le centre qui interférera constructivement. Néanmoins, cela ne garantit pas le

meilleur gain. Pour obtenir le meilleur gain, le déphasage entre les allers retours doit être tel que l'interférence est la plus constructive et le faisceau a le plus de puissance. Ce n'est souvent pas le cas lorsque le centre du faisceau est en phase. Lorsque la fréquence est variée autour de la fréquence de meilleure résonance, on peut voir résonner différentes parties du faisceau.

Les désalignements longitudinaux ont été le premier élément de notre étude. Les déformations du profil qu'ils causent grandissent avec la finesse de la cavité. En effet, une finesse plus grande induit une meilleure résolution des modes transverses. La décomposition des champs incidents sur la cavité y sera plus prononcée, puisque seule une petite partie de la décomposition pourra y résonner à une fréquence donnée. De la même manière, l'utilisation d'une focale plus petite réduit la taille du mode propre de la cavité désalignée (Voir équation (4.39)) et augmente la séparation en fréquence des modes transverses (Voir équation (4.41)). Encore une fois, avec comme effet une atténuation plus forte des différents modes à une fréquence donnée.

J'ai calculé la viabilité de la cavité pour supporter des séparatrices à grand transfert d'impulsion d'ordre 5 et ces résultats ont été présentée dans notre publication [Rio+17]. Pour un nuage d'atomes de température $T=1 \mu\text{K}$ interrogé après 100 ms de propagation, ces séparatrices restent encore efficaces jusqu'à des désalignements de $20 \mu\text{m}$ du deuxième miroir. Au delà, l'efficacité est réduite de manière conséquente par les inhomogénéités d'intensité des faisceaux résonants.

4.3.3 Propagation d'un faisceau plat dans la cavité

Dans la cavité parfaitement alignée, un faisceau plat peut théoriquement résonner avec un gain optimal. Néanmoins, les effets des désalignements seront plus importants que sur un faisceau Gaussien de même diamètre. En effet, la décomposition du faisceau plat sur les modes transverses nécessitera un plus grand nombre de modes, que pour un faisceau gaussien de dimensions comparable. La figure 4.22 montre les résonances et les champs résonants associés à la propagation d'un faisceau plat de 7.2 mm de diamètre dans une cavité sans perte avec une lentille de focale $f=20 \text{ cm}$, un gain de 42 et une finesse de 185. On varie le désalignement du deuxième miroir et on s'intéresse au profil du faisceau résonant ainsi qu'à la forme de la résonance. On peut voir que le faisceau plat se déforme effectivement plus rapidement que le faisceau Gaussien. Un contrôle plus strict de ces désalignements est nécessaire pour garantir sa bonne propagation.

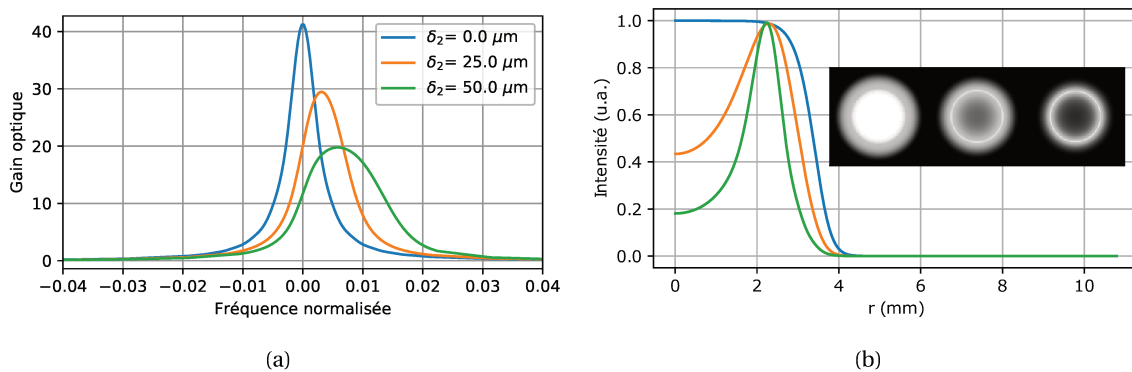


FIGURE 4.22 – Propagation d'un faisceau plat de 7.2 mm de diamètre dans la cavité désalignée avec une focale de 20 cm , un gain de 42, et une finesse de 185. On peut voir que le champ résonant se déforme plus rapidement qu'un faisceau Gaussien de taille comparable vu sur la figure 4.19.

4.3.4 Désalignements transverses

Le deuxième type de désalignement que nous avons étudié sont les désalignements transverses. Ces désalignements transverses correspondent soit à des rotations des optiques ou du faisceau incident autour des axes transverses de la cavité, soit à des translations le long de ces axes.

On montre géométriquement que les désalignements transverses d'un composant, dans une cavité parfaitement alignée au préalable, peuvent être compensés par le désalignement d'un autre élément. Ainsi, au lieu de corriger parfaitement le défaut, il est possible d'en introduire un autre. La figure 4.23 présente ces désalignements et la manière dont ils peuvent être compensés. On trace en rouge le centre du faisceau au cours de sa propagation sur un aller retour. Les angles et distances utilisées sont exagérées pour clarifier les schémas. A gauche, un élément de la cavité est désaligné et à droite un autre élément compense ce désalignement. Les cavités présentées à gauche peuvent résonner, elle résulteront simplement dans le couplage de modes transverses d'ordre impair. Plusieurs cas sont montrés et certains présentent les même symptômes. Dans les deux premiers cas où (a) on penche le miroir M_1 et (b) on penche le faisceau incident, deux faisceaux parallèles sortent de la cavité et des franges d'interférences peuvent être vues sur le premier miroir si elles sont résolues. Dans les deux autres cas où (c) on translate la lentille et (d) on penche le miroir de sortie, deux faisceaux avec un angle sortent de la cavité et deux faisceaux sont visibles sur le premier miroir. Le fait que des symptômes similaires soient présents pour différents désalignements peut rendre difficile l'alignement de la cavité. De plus, en pratique la méconnaissance des positions absolues des éléments de la cavité cause la plupart du temps une brisure de l'axe autour de la lentille qui peut introduire des aberrations.

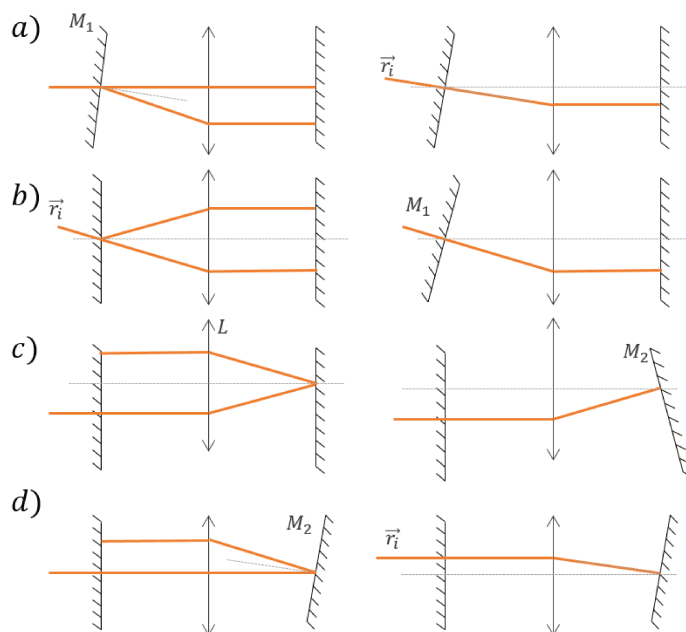


FIGURE 4.23 – Tracé géométrique du centre du faisceau à travers la cavité pour différents désalignements transverses d'un élément de la cavité. A gauche, un élément (noté) est désaligné, produisant une cavité qui reste résonante. A droite, un autre élément (noté) est désaligné de manière à compenser le premier défaut, en introduisant une cassure de l'axe au niveau de la lentille. Quatre cas sont montrés lorsque (a) le miroir d'entrée est incliné, (b) le faisceau incident est penché, (c) la lentille est traduite, (d) le miroir de sortie est penché.

La figure 4.24 montre le spectre de la cavité, calculé à une dimension, lorsque le deuxième miroir est penché d'un angle allant de 0.1° à 0.8° . La cavité a un gain de 10 et un faisceau Gaussien de 10 mm de diamètre est propagé. Le calcul est fait dans une cavité à une dimension. On peut voir qu'une résonance secondaire apparaît lorsque l'on désaligne le miroir, correspondant à l'excitation de modes transverses impairs. La courbe rouge montre la résonance de la cavité lorsque le faisceau est traduit de $\Delta x = f \times 0.8 \cdot \frac{\pi}{180} = 2.8$ mm pour compenser le désalignement du miroir. L'axe de la cavité est maintenant brisé au niveau de la lentille. Dans une cavité où on ne prend pas en compte les aberrations, l'effet de ces désalignements diminue lorsque la taille du faisceau augmente ou que la finesse diminue. En effet, plus le faisceau est grand, plus son recouvrement sur deux allers retours dans le cas d'un désalignement transverse sera grand et ce désalignement

aura un effet négligeable.

On note cependant que ce calcul n'est pas complet. Le fait de briser l'axe optique au niveau de la lentille introduit des aberrations qui n'ont pas été prises en compte dans les simulations présentées ci-dessus. Elles font l'objet de la partie suivante.

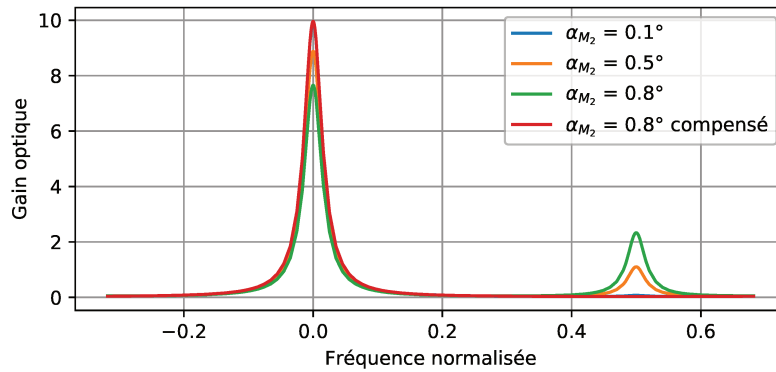


FIGURE 4.24 – Apparition de la résonance secondaire correspondant à des modes d'ordre impair lorsque le deuxième miroir est penché d'un angle α_{M_2} de 0.1° à 0.8° . La résonance en rouge montre qu'en compensant le désalignement par une translation du faisceau en entrée, on retrouve la résonance avec un axe de propagation brisé au niveau de la lentille.

4.3.5 Influence des aberrations

Les aberrations jouent un rôle important dans cette cavité comme nous le verrons dans les parties expérimentales. Une analyse analytique des effets de ces aberrations dans la cavité n'est pas faisable simplement. Dans cette partie on s'intéressera principalement aux aberrations et défauts de planéité du miroir d'entrée et de la lentille, là où le faisceau est grand. En effet, sur le deuxième miroir le faisceau est focalisé sur une petite surface de quelques micromètres de diamètre, et on fait l'hypothèse que seuls des défauts de planéité de basse fréquence sont présents. L'effet de défauts de planéité de haute fréquence, la rugosité des optiques, n'a pas été faite lors de cette étude. Les aberrations seront décrites par leurs coefficients de la décomposition de Zernike en unités de λ . Quelques détails sur les polynômes de Zernike sont donnés en annexe B.

Aberration sphérique du 3ème ordre

L'aberration sphérique du 3ème ordre est une aberration à symétrie cylindrique. Sa forme est donnée par la formule $\sqrt{5}(6r^4 - 6r^2 + 1)$ où r est le rayon normalisé à la pupille choisie. Pour étudier l'influence de cette aberration sur notre cavité, nous suivons d'abord un raisonnement intuitif dans le cas d'optiques idéales et d'une cavité alignée en configuration $f - f$.

Lorsque la cavité est parfaitement alignée, et en faisant l'hypothèse que la lentille et le miroir M_2 sont parfaits, le champ incident sur le miroir M_1 est reproduit exactement après un aller retour après ses deux passages à travers la lentille. Si M_1 présente un défaut de planéité, le défaut de phase qu'il applique au champ qui s'y réfléchit va s'accumuler à chaque aller retour. L'interférence des champs ne sera plus complètement constructive et différentes parties du champ résonneront le long de la résonance.

Si l'on déplace le miroir M_2 longitudinalement, une phase quadratique va s'ajouter à chaque aller retour à la phase accumulée de l'aberration de M_1 , comme vu dans la partie précédente. Il existe alors une position pour laquelle la phase quadratique va venir compenser, au mieux, le déphasage produit par l'aberration sphérique. Cette position dépend de la taille du faisceau incident et de la quantité d'aberration sphérique du 3ème ordre. A cette position le gain de la résonance est optimal, mais toujours réduit par rapport au gain théorique de la cavité.

La figure 4.25 montre l'intensité et la phase des champs au cours des allers retours dans la cavité pour différents désalignements du miroir M_2 pour un faisceau propagé de 10 mm de diamètre. Le calcul a été fait à une dimension, mais les principes qu'il présente restent valables à deux dimensions. A gauche, on peut voir que l'intensité des champs n'est que très peu altérée au cours des allers retours. Leur atténuation n'est pas prise en compte ici de manière à pouvoir les comparer plus facilement. En revanche, à droite, la phase des champs au cours des allers retours est modifiée. Au milieu, le miroir M_2 est déplacé de manière à ce que l'aberration sphérique soit compensée au centre du faisceau. La phase y est alors plane, puis remonte sur les bords du faisceau. Dans cette configuration, une grande partie du faisceau peut résonner à la même fréquence. En haut et en bas, le deuxième miroir est éloigné ou rapproché de la lentille. La compensation de la phase n'est alors plus aussi bonne. Seules des parties réduites du faisceau pourront résonner en même temps et le gain en sera diminué.

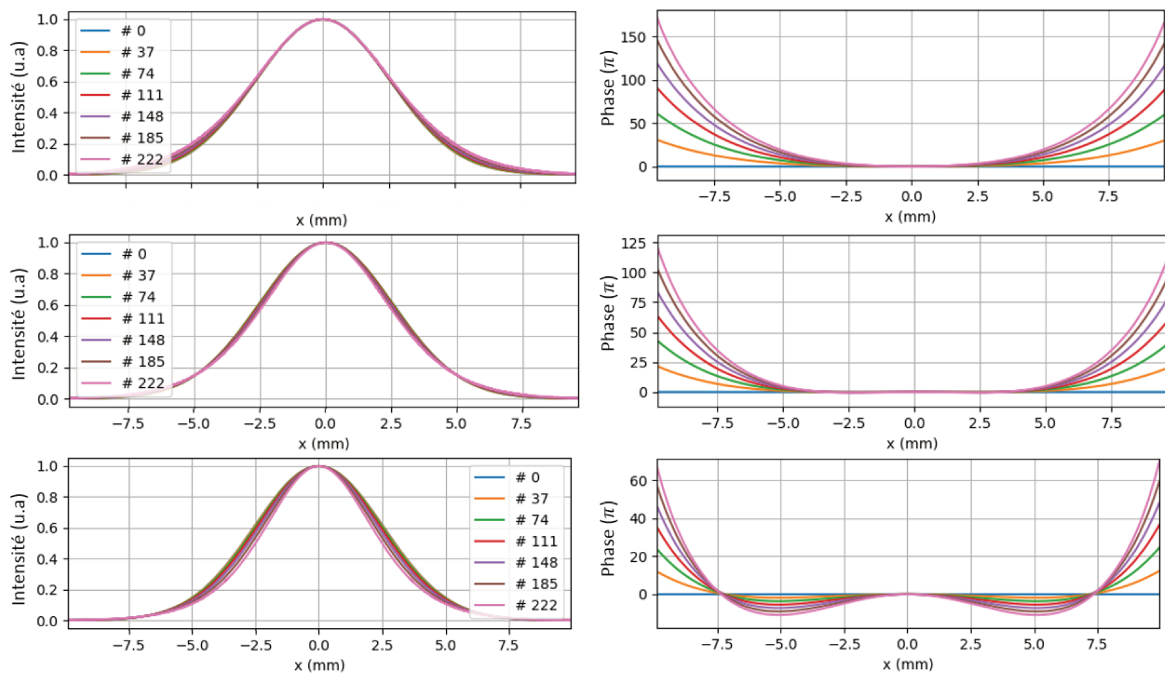


FIGURE 4.25 – Champs au fil des allers retours dans la cavité. Une aberration sphérique de 1.3λ sur 50 mm de diamètre est ajoutée à la lentille. Au centre, le deuxième miroir est positionné de manière optimale et la phase est aplanie. En haut et en bas le miroir est déplacé dans un sens et dans l'autre réduisant la compensation de phase. En haut le déplacement semble plus critique qu'en bas.

La figure 4.26 montre les résonances de la cavité dont la lentille présente de l'aberration sphérique du 3ème ordre. On propage un faisceau de 10 mm de diamètre dans une cavité avec une focale de 20 cm, un gain de 42 et une finesse de 180. L'aberration sphérique est de 0.65λ (en haut) et 1.3λ (en bas), sur la lentille sur une pupille de 50 mm de diamètre. Ces aberrations correspondent à celles mesurées sur le dispositif expérimental présenté au chapitre suivant. A gauche, on montre les résonances. On peut voir qu'à la position optimale du miroir M_2 $\delta_{2,opt}$ (correspondant aux courbes vertes), la résonance est presque symétrique. Lorsque le miroir est déplacé depuis cette position optimale $\delta'_2 = \delta_2 - \delta_{2,opt}$, la résonance devient asymétrique. Cependant, un déplacement du miroir dans un sens n'est plus équivalent à un déplacement dans l'autre sens. On peut voir qu'en approchant le miroir M_2 de la lentille, les résonances ressemblent à celles obtenues dans le cas sans aberrations. La phase des champs propagés au cours des allers retours ressemble à celle d'une cavité désalignée et sans aberrations : il y a principalement une phase quadratique (en haut sur la figure 4.25). Au contraire, lorsque l'on éloigne M_2 de la lentille, un pic secondaire apparaît dans la résonance qui peut devenir plus grand que le pic principal. La phase de ces champs prend la forme de l'aberration sphérique du 3ème ordre (en bas sur la figure 4.25). La résonance n'est alors plus aussi douce et un pic secondaire peut apparaître selon l'amplitude de l'aberration

(visible pour des désalignements de 50 et 100 μm en bas à gauche sur la figure 4.26).

Les intensités des champs à résonance (au gain maximal indiqué par une flèche noire sur chaque résonance) sont montrées à droite sur la figure 4.26. On peut voir que pour la position optimale du miroir, le faisceau n'est pas Gaussien. Cet effet est d'autant plus fort quand l'aberration sphérique du 3ème ordre grandit. Le diamètre apparent du faisceau résonant est alors réduit. Il peut arriver que l'aberration sphérique du 3ème ordre soit assez grande pour que le pic secondaire ait le meilleur gain en désalignant la cavité. Dans ces cas là, un large anneau résonne dans la cavité. Cet effet est visible sur la courbe rouge (en haut), et les courbes rouge et violette (en bas).

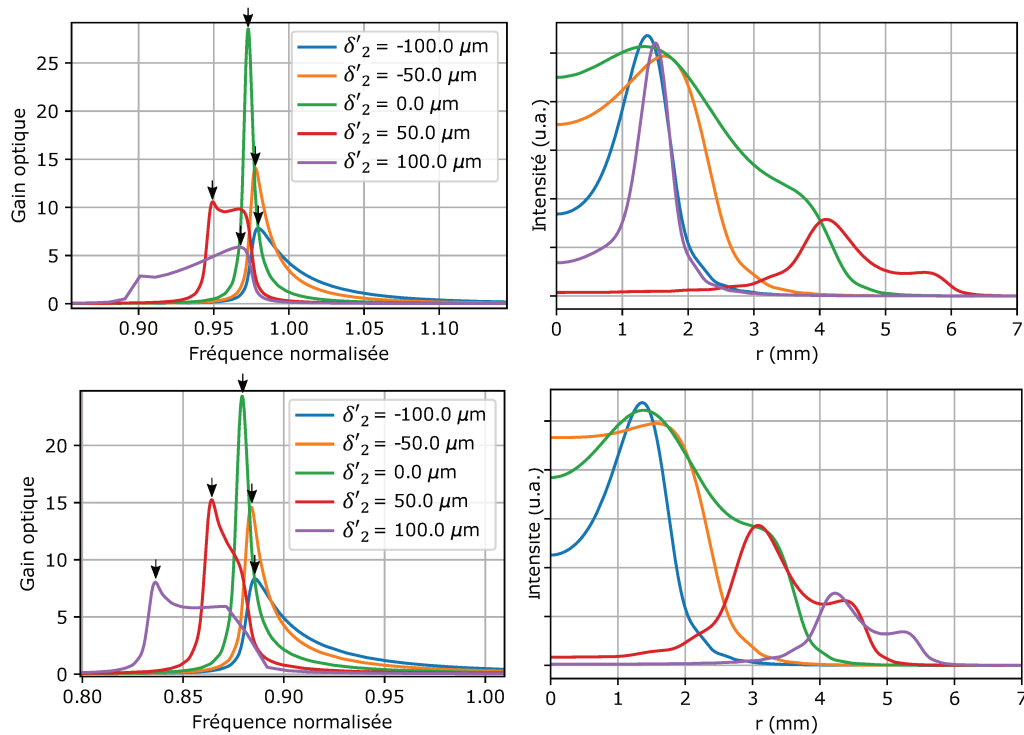


FIGURE 4.26 – Résonances (à gauche) et champs résonants (à droite) dans la cavité avec de l'aberration sphérique du 3ème ordre. L'aberration sphérique du 3ème ordre est à 0.65λ (en haut) et 1.3λ (en bas), sur une pupille de 50 mm de diamètre sur la lentille. Les différentes courbes correspondent à des désalignements δ'_2 du deuxième miroir depuis la position optimale. La position de référence (courbe verte $\delta'_2 = 0$) compense au mieux l'aberration sphérique du 3ème ordre et produit le meilleur gain. Les champs calculés au meilleur gain de la résonance, indiqué par une flèche noire pour chaque résonance. Des déplacements autour de cette position ne sont plus symétriques comme dans le cas sans aberrations.

Il est intéressant de noter que pour certains déplacements, le profil d'intensité du faisceau résonant arbore un profil relativement plat. C'est le cas en bas pour un déplacement δ'_2 de $-40 \mu\text{m}$. Le gain y est moins important, mais son homogénéité pourrait être intéressante. La phase relative des faisceaux contra-propageants peut néanmoins y être détériorée par rapport au point de meilleur gain. Pour utiliser la cavité dans ce régime, il faudrait tout de même trouver un moyen de l'asservir à ce point. Dans notre cas, nous essayerons toujours de nous placer au point de plus haut gain.

La figure 4.27 montre la résonance (à gauche) et le profil d'intensité (à droite) de faisceaux Gaussiens de différentes tailles dans la cavité présentant de l'aberration sphérique du 3ème ordre. La position du deuxième miroir est ajustée pour chaque diamètre de faisceau pour obtenir un gain optimal. A droite les intensités sont normalisées de manière à pouvoir comparer les profils plus facilement. Le faisceau de 2.8 mm de diamètre est peu affecté par l'aberration sphérique, son gain est optimal à 42. Sa taille est trop petite pour que cette aberration ait un effet sur lui. Lorsque la taille du faisceau augmente à 7.2 mm et 10 mm de diamètre, leur forme est modifiée et leur gain réduit à 34 et 26.

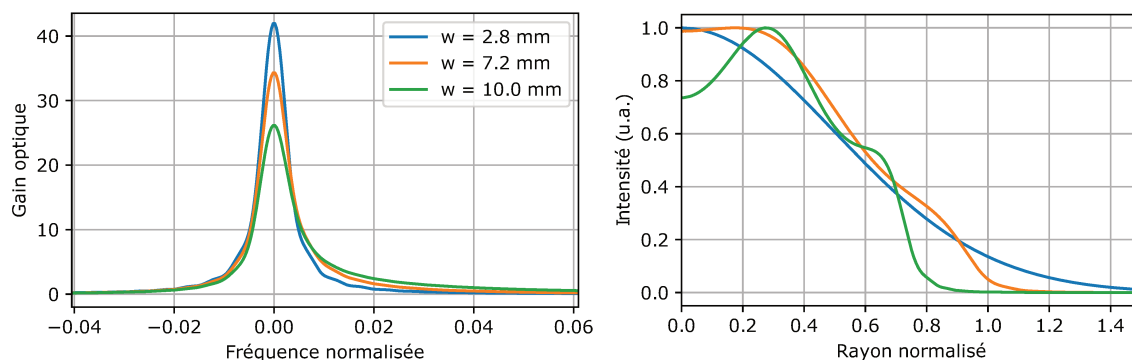


FIGURE 4.27 – Modes résonants dans une cavité avec une aberration sphérique du 3ème ordre de 1.3λ sur une pupille de 50 mm sur la lentille. (à gauche) Résonances optimales obtenues en désalignant le deuxième miroir. (à droite) Profils d'intensité normalisés des modes résonants. Le rayon est normalisé au *waist* du faisceau incident.

Ces résultats peuvent être reproduits en déplaçant l'aberration de la lentille au premier miroir, avec un facteur 0.5 sur le coefficient de l'aberration dû aux deux passages dans la lentille à chaque aller retour. Pour des faisceaux des tailles typiques que l'on compte utiliser, ce déplacement ne produit pas de différence. Les faisceaux restent en fait assez grands pour n'être que très peu modifiés par leur propagation entre le premier miroir et la lentille.

Astigmatisme des optiques

L'aberration d'astigmatisme produit une phase quadratique sur un axe et son opposé sur l'autre axe, ressemblant à une selle de cheval. Contrairement à l'aberration sphérique du 3ème ordre l'astigmatisme ne peut pas être compensé par un déplacement du deuxième miroir. En effet, la phase quadratique qui s'ajoute alors à chaque aller-retour ne compense l'astigmatisme que sur un axe, et amplifie son effet sur l'autre axe.

Puisque cette aberration n'a pas une symétrie cylindrique, il est nécessaire de réaliser des calculs en deux dimensions pour l'étudier. Dans une cavité de focale $f=20$ cm et finesse 200, nous sommes alors limités à l'étude de faisceaux de diamètres proches de 5 mm. Au delà, des artefacts numériques apparaissent à cause du repliement de spectre dû à la propagation des champs par la méthode du spectre angulaire, ou à l'échantillonnage du déphasage produit par la lentille. Néanmoins, on verra dans cette partie que cette aberration peut déjà avoir un effet à ces tailles là.

La figure 4.28 montre l'effet de l'astigmatisme sur des faisceaux de différentes tailles. La cavité à une lentille de focale 20 cm, les miroirs sont parfaitement alignés. La finesse de la cavité est de 180 et son gain théorique 42. Un défaut d'astigmatisme de 0.2λ est ajouté à la lentille sur une pupille de 50 mm. Il correspond à une valeur calculée par le logiciel Zemax en désalignant une lentille plan convexe de 1° . Ce désalignement est grand, mais il nous permet d'observer l'effet de l'astigmatisme sur des faisceaux plus petits que nous pouvons simuler.

En haut, un faisceau de 2.8 mm de diamètre est injecté, en bas 5.2 mm. Au centre, le faisceau est montré au sommet de la résonance. Lorsque le faisceau est petit et à résonance, il résonne avec une forme correcte et un gain de 32.0, plus faible que le gain théorique. L'effet de l'aberration n'est pas visible sur la forme du faisceau, néanmoins ses bords ne sont pas autant en phase que le centre du faisceau à cause de la phase quadratique accumulée. Cet effet s'amplifie lorsque le diamètre du faisceau grandit puisque l'aberration prend plus d'ampleur lorsque l'on s'éloigne de son centre. L'aberration produit alors des formes en croix caractéristiques. Le gain obtenu pour le faisceau de 5.2 mm de diamètre est de 24.6.

A gauche et à droite sont montrés les faisceaux sur les côtés de la résonance, à un centième de l'intervalle spectral libre. De part et d'autre de la résonance, le faisceau est étiré sur un axe et compressé sur l'autre. Selon le côté de la résonance l'étirement et la compression changent

d'axe. Encore une fois, selon le déphasage accumulé à chaque aller retour lorsque l'on parcourt la résonance, différentes parties du faisceau vont résonner.

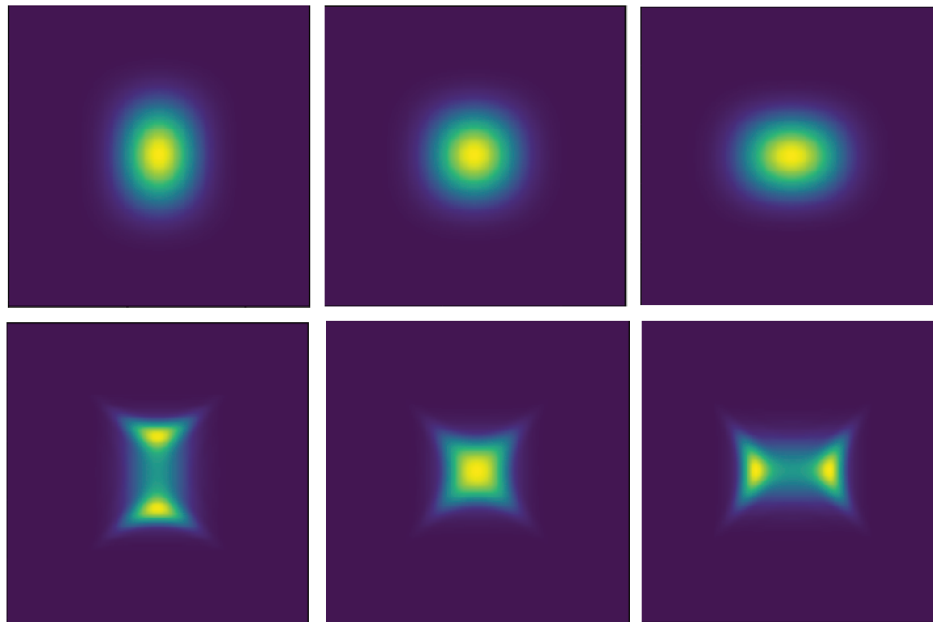


FIGURE 4.28 – Faisceaux résonants à différentes fréquences le long de la résonance avec un défaut d'astigmatisme sur le premier miroir. Au centre le faisceau est obtenu au sommet de la résonance. En haut, le faisceau incident a un diamètre de 2.8 mm, en bas 5.2 mm.

Combinaison des aberrations

La figure 4.29 présente l'effet combiné de l'astigmatisme et de l'aberration sphérique du 3^{ème} ordre sur un faisceau incident de 5.2 mm de diamètre. Le deuxième miroir doit maintenant être ajusté pour obtenir un gain optimal. Le gain obtenu au centre du faisceau est 24.5, peu différent du résultat précédent. Cependant, la forme du faisceau résonant est légèrement différente. L'aberration sphérique compense partiellement l'astigmatisme sur un axe. On peut toujours voir à gauche deux points chauds se déplaçant vers le haut et vers le bas, et à droite ces points chauds allant à gauche et à droite. Néanmoins, dans ce cas, la déformation est plus prononcée sur l'axe horizontal.

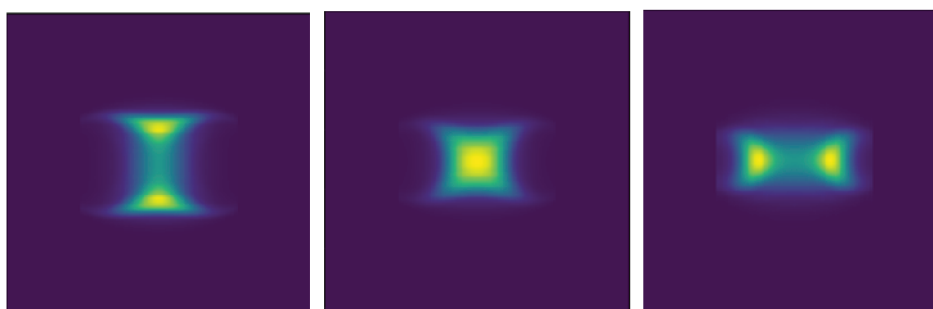


FIGURE 4.29 – Faisceau de 5.2 mm de diamètre résonant dans une cavité avec de l'astigmatisme et de l'aberration sphérique du 3^{ème} ordre. Les amplitudes des aberrations sont les mêmes que celles étudiées précédemment.

L'utilisation d'optiques sphériques, comme la lentille simple à l'intérieur de cette cavité, implique nécessairement la présence d'aberrations lors de l'utilisation de grands faisceaux. Ces aberrations seront difficiles à éliminer. En effet, la réalisation d'optiques asphériques est un procédé coûteux et remplacer la lentille simple par un système optique plus robuste se ferait au prix d'une

transmission réduite et par conséquent d'un gain diminué. De plus, nous avons vu qu'il est difficile de s'assurer que les faisceaux se propagent exactement sur l'axe optique défini par la lentille. Les aberrations introduites de cette manière auront le même effet sur la propagation des champs et leur résonance dans la cavité.

4.4 Conclusion

La conception d'une cavité capable de faire résonner un grand mode optique, utilisable dans une expérience d'interférométrie compacte, a révélé un ensemble de difficultés techniques à surmonter. L'obtention d'un grand mode dans une cavité compacte nous pousse à nous rapprocher de la zone d'instabilité. Et c'est précisément la dégénérescence de la cavité qui nous permet d'y propager des faisceaux de tailles arbitraires, ainsi que des faisceaux plats.

Le contrôle des désalignements longitudinaux du miroir où le faisceau est focalisé doit être fait avec une précision de l'ordre de quelques micromètres. Comme nous l'avons vu, des désalignements peuvent rendre la cavité stable, provoquant un couplage aux modes transverses et une réduction du gain. Des déformations des faisceaux injectés sont alors visibles dès que les désalignements atteignent une dizaine de micromètres. La faible sensibilité aux désalignements du miroir du côté où le faisceau est grand reste un avantage, notamment pour le contrôle de la cavité et la résonance de plusieurs fréquences nécessaires à l'interférométrie atomique.

De la même manière, les désalignements transverses induisent le couplage de modes impairs, déformant les champs résonants. L'alignement transverse peut s'avérer difficile, à cause de désalignements complémentaires de certains éléments de la cavité. Nous verrons dans la partie suivante la procédure d'alignement utilisée expérimentalement. Ces désalignements transverses peuvent causer une brisure de l'axe de la cavité au niveau de la lentille, qui peut potentiellement introduire des aberrations.

Ces aberrations, ainsi que celles présentes dans les optiques alignées provoquent une réduction du gain de la cavité ainsi qu'une déformation du profil d'intensité des champs résonants. L'aberration sphérique du 3ème ordre peut être compensée dans une certaine mesure par un désalignement longitudinal du côté où le faisceau est focalisé. Néanmoins, cette compensation dépend de la taille du faisceau injecté et de la quantité d'aberration sphérique présente. Finalement, l'étude succincte de l'aberration d'astigmatisme faite à la fin de ces travaux, montre que d'autres aberrations ne peuvent pas être compensées par des désalignements et mèneront à des baisses de gain et déformations des champs résonants.

Chapitre 5

Étude expérimentale de la cavité

Dans ce chapitre nous allons étudier expérimentalement la cavité dégénérée présentée dans le chapitre précédent. Nous présenterons d'abord le montage expérimental ainsi que la procédure d'alignement. Nous verrons ensuite les conclusions expérimentales que nous avons pu en tirer en ce qui concerne la résonance d'un grand faisceau à l'intérieur. Pour cela nous présenterons les différents problèmes rencontrés avec cette cavité, puis son comportement lorsque des faisceaux de différents diamètres y sont propagés. Finalement, nous présenterons la chaîne de fréquence des trois lasers utilisés pour contrôler la cavité et potentiellement y réaliser des transitions à deux photons.

5.1 La cavité expérimentale

5.1.1 Montage expérimental

Le montage de la cavité présenté ici est celui qui est utilisé présentement (juillet 2018). Plusieurs adaptations ont été faites au cours de ma thèse, dont certaines seront présentées plus tard dans ce chapitre.

La cavité est composée de deux miroirs de diamètres différents. Le premier miroir M_1 a un diamètre de 50.8 mm et nous l'appellerons dans le reste de ce chapitre le grand miroir puisque les grands faisceaux seront incidents dessus. Le deuxième miroir M_2 a un diamètre de 12.7 mm et il sera appelé le petit miroir puisque les champs y seront focalisés. Ces deux miroirs sont produits commercialement par Laseroptik, en silice fondue et sont dotés d'un traitement B-14353 réalisé par méthode IBS (Ion Beam Sputtering) pour réduire la diffusion. Leurs pertes par diffusion sont données après traitement à moins de 260ppm. Leur réflectivité à 852 nm a été mesurée à $R=0.988(2)$ en intensité. Leur face non réfléchissante est polie en biais, avec un angle de 0.5° pour éviter les cavités parasites dont on verra l'effet plus loin. La lentille choisie a un diamètre de 50.8 mm et une longueur focale de 22.8 cm à 852 nm (PLCX-50.8-103) et est produite par la compagnie CVI. Elle est traitée anti-reflet entre 700 et 900nm, et nous avons mesuré sa transmission à $T_L=0.995(2)$. Ces valeurs de réflectivité et transmission nous donnent une valeur nominale de la finesse de 185 et un gain de 42 (Voir équations (4.3) et (4.4)).

La figure 5.1 présente un schéma de la cavité, de son injection par le faisceau à 852 nm ainsi que de la caractérisation en sortie. Une photo vue du dessus de la cavité est montrée figure 5.2. Les éléments sont installés sur une épaisse plaque en aluminium permettant de réduire les dilatations. Les miroirs et la lentille sont montés dans des montures Thorlabs KS2D permettant un réglage précis de leurs rotations à $400 \mu\text{rad}$ par révolution. La lentille est placée dans une monture supplémentaire pour lui accorder des translations transverses à la cavité sur une gamme de ± 1 mm dans chaque direction avec une précision de $250 \mu\text{m}$ par tour. Les miroirs sont placés sur des platines de translation permettant un ajustement de $25 \mu\text{m}$ par révolution (ajusteur différentiel Thorlabs DM10) sur l'axe de la cavité.

Un faisceau de taille variable à 852 nm est injecté dans la cavité par le grand miroir. La lu-

mière est d'abord amenée par une fibre optique puis collimatée. Le faisceau est ensuite agrandi par un télescope à des diamètres à $1/e^2$ de 2.8 mm à 11.2 mm en changeant la lentille de sortie du télescope. Deux miroirs servent ensuite à diriger le faisceau à l'intérieur de la cavité.

En sortie de la cavité, du côté du petit miroir, le faisceau est divergent. Il est d'abord réfléchi par un miroir dichroïque (Thorlabs DMSP805). Ce miroir sert à séparer la lumière à 852 nm de la lumière de contrôle à 771 nm qui sera présentée à la fin de ce chapitre et qui servira à asservir la cavité. Le faisceau à 852 nm est ensuite séparé en deux parties par un cube non séparateur de polarisation. La première partie est dirigée et focalisée sur une photodiode, la deuxième partie est dirigée sur un écran afin d'imager le mode résonant. L'écran est placé à la même distance du petit miroir que la lentille intra-cavité de manière à observer le champ tel qu'il serait au niveau de cette lentille à l'intérieur de la cavité.

Le petit miroir de la cavité est monté sur une cale piézoélectrique. Celle-ci permet d'ajuster la longueur de la cavité afin d'observer son comportement spectral sur la photodiode en sortie de cavité. C'est aussi elle qui permettra d'asservir la longueur de la cavité comme nous le verrons à la fin de ce chapitre.

Les faisceaux sont imagés sur un écran en papier par une caméra ImagingSource (DMK 21BU618 et DMK 41BU02) dotée d'un objectif. Les tavelures produites par cette technique d'imagerie et le moyennage dû à la diffusion dans le papier limitent la précision des images obtenues. Nous avons cependant été plus intéressés par la forme globale des champs résonants, et donc peu gênés par ce bruit.

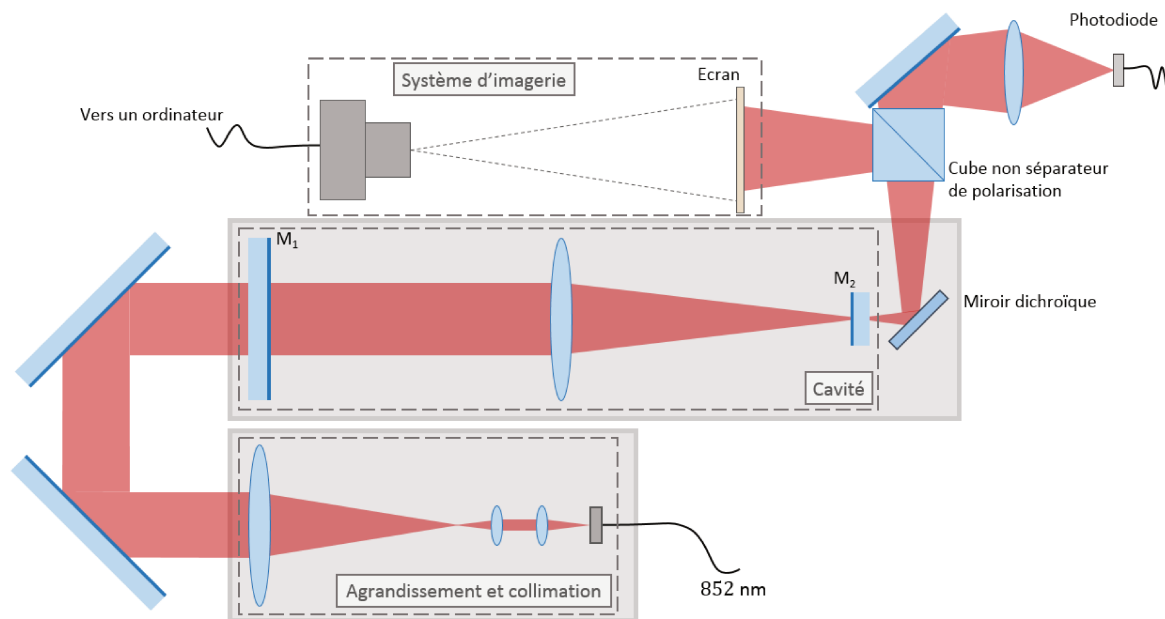


FIGURE 5.1 – Schéma expérimental de la cavité, de l'injection du grand faisceau, et de sa caractérisation en sortie.

5.1.2 Procédure d'alignement

Pour aligner au mieux la cavité, nous suivons la procédure suivante.

- Le petit miroir est autocollimaté sur le faisceau incident. Si le faisceau incident est grand, un iris est utilisé lors de la procédure d'alignement. Cet alignement nous permet d'être précis à quelques dizaines de micro-radians sur l'orthogonalité du miroir en superposant les faisceaux à 100 μm près.
- Le grand miroir est placé de manière à être approximativement à deux fois la focale de la lentille du petit miroir. Les deux miroirs sont alignés de manière à superposer les différents allers retours réalisés par les faisceaux à l'intérieur de cette cavité plan-plan. Les différents

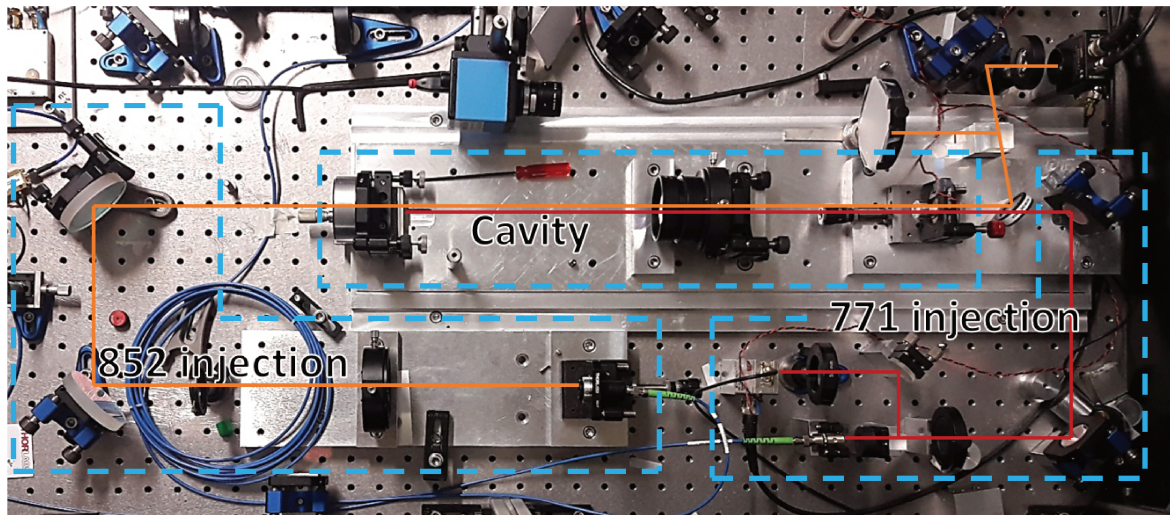


FIGURE 5.2 – Vue du dessus de la cavité expérimentale et de son injection par les faisceaux à 852 nm et 771 nm.

allers retours sont observés en utilisant une caméra pointée directement sur les miroirs pour voir la lumière diffusée à chaque aller retour. Ce réglage nous permet d’aligner les deux miroirs avec une précision de l’ordre de quelques dizaines de micro radians.

- On place ensuite la lentille à l’intérieur de la cavité. Le centrage de la lentille n’est pas garanti par la mécanique. Deux faisceaux sortent alors de la cavité, dus à son désalignement transverse. La lentille est réglée de manière à pouvoir observer un seul faisceau en transmission de la cavité, et de sorte que la résonance secondaire soit fortement atténuée. Ce réglage nous permet théoriquement d’atteindre une précision de quelques dizaines de micro radians de désalignement angulaire de la lentille, et moins d’une centaine de micromètres de désalignement transverse. On peut à ce moment retirer l’iris si un grand faisceau est injecté. Ce réglage peut aussi être fait en observant la seconde résonance correspondant aux modes impairs de la cavité et en la faisant disparaître.
- Lorsque le spectre de la cavité est visible, une résonance asymétrique apparaît la plupart du temps. Cela est dû au réglage initial approximatif de la distance entre les miroirs. On déplace alors les deux miroirs longitudinalement de manière à trouver une résonance la plus symétrique possible. Ce réglage nous permet selon la taille du faisceau de régler les distances miroirs-lentille à quelques micromètres près.
- On optimise finalement le réglage des différentes optiques de manière à obtenir le plus grand gain et la meilleure finesse, tout en réduisant au mieux le couplage des modes impairs.

5.1.3 Mesure des aberrations des optiques utilisées

Pour déterminer les aberrations introduites dans la cavité par nos optiques, nous les avons mesurées à l’aide d’un interféromètre ZYGO à l’Institut d’Optique Graduate School. Seules trois aberrations sont présentées ici : l’aberration sphérique du 3^{ème} ordre (SA3), l’astigmatisme (AST) donné sur deux axes, et la coma (COM) donnée sur deux axes. Les autres aberrations sont présentes à des niveaux plus faibles. Les coefficients des aberrations sont donnés en unités de λ sur la base des polynômes de Zernike.

Grand miroir

Serrage	AST		COM		SA3
Fort	-0.459	-0.209	-0.018	-0.092	-0.022
Faible	-0.015	0.029	-0.012	-0.002	0.010

La mesure a été faite sur une pupille de 45 mm, correspondant à 90% du diamètre du miroir. Le miroir est maintenu par une bague dans un tube. On peut voir qu'en serrant trop fortement l'optique dans sa monture, le miroir devient astigmatique. La première mesure avec un niveau d'astigmatisme élevé de -0.459λ et -0.209λ correspond à un serrage fort utilisé pendant quelques temps sur la cavité. Nous avons pris soin de desserrer ce miroir de manière à minimiser les aberrations qu'il introduit. Lorsqu'il est desserré, les coefficients des aberrations individuelles sont inférieures à $\lambda/30$.

Petit miroir

AST		COM		SA3
0.003	-0.011	0.012	0.003	-0.043

Le petit miroir présente très peu d'aberrations sur une pupille de 11.5 mm correspondant à 90% de son diamètre. De plus, le faisceau se propageant dans la cavité est focalisé sur une très petite surface sur ce miroir, de l'ordre de quelques micromètres à quelques dizaines de micromètres. Des défauts de plus hautes fréquences spatiales pourraient avoir des conséquences sur les modes résonants, mais n'ont pas été étudiés ici.

Lentille simple

Alignement	Pupille	AST		COM		SA3
Bon	45 mm	0.049	0.020	-0.155	0.138	1.262
Bon	25 mm	0.011	0.005	-0.016	0.012	0.116
Penché	45 mm	0.633	-0.149	-0.131	0.138	1.172

La lentille plan convexe utilisée introduit notamment de l'aberration sphérique du 3ème ordre. On peut voir que sur une pupille de 45 mm de diamètre, l'aberration sphérique du 3ème ordre est à 1.26λ . Sur cette pupille, de la coma est aussi visible à -0.155λ et 0.138λ . Les effets de la coma n'ont pas été étudiés durant ma thèse. Cependant, sur une pupille plus petite de 25 mm, on peut voir qu'elle n'est plus aussi présente ($< \lambda/50$). Lorsque la lentille est correctement alignée, l'astigmatisme reste faible à 0.05λ et 0.02λ sur 90% de son diamètre. Lorsque l'on penche la lentille de quelques degrés (dernière ligne du tableau), on peut voir que de l'astigmatisme est induit rapidement. Encore une fois, l'alignement transverse de la lentille a une grande importance puisque les aberrations induites par un désalignement transverse peuvent fortement modifier le profil d'intensité résonant dans la cavité, comme vu théoriquement au chapitre précédent.

5.2 Faisceaux résonants dans la cavité

5.2.1 Problèmes préliminaires

La description de la cavité faite ci-dessus correspond à l'arrangement final du dispositif. Cependant, d'autres dispositions ont été essayées au fur et à mesure de l'étude. Cette partie décrit quelques problèmes rencontrés avec ces premières dispositions.

Injection par le petit miroir

Dans sa conception originale, la cavité devait être injectée du côté de son petit miroir avec un faisceau focalisé. Cependant, la focalisation très forte du faisceau incident sur le petit miroir a mené à la formation de franges d'interférences circulaires. En effet, une réflexion parasite interne crée un deuxième faisceau gaussien divergent qui se superpose au premier en sortie du miroir. La figure 5.3 (a) montre un schéma de ce phénomène. On montre en bleu le miroir de la cavité avec à gauche une face dotée d'un traitement anti-réfléchissant et à droite sa face réfléchissante à 99%. Le traitement anti-réfléchissant à 0.5% n'est alors pas suffisant pour réduire suffisamment le contraste des franges créées entre les deux faisceaux divergents. Cela est dû à leur forte focalisation (mesurée à $8 \mu\text{m}$ dans notre cas) produisant une forte différence de phase entre leurs rayons de courbure. Dans le cas d'une focalisation moins forte, les franges sont plus espacées et le contraste diminue. La figure 5.3 (b) montre à gauche le faisceau imagé après le miroir sur un écran et à droite le résultat d'une simulation de ces interférences avec les valeurs nominales de notre miroir. Le contraste de l'image de droite est augmenté de manière à mieux voir les anneaux d'interférence.

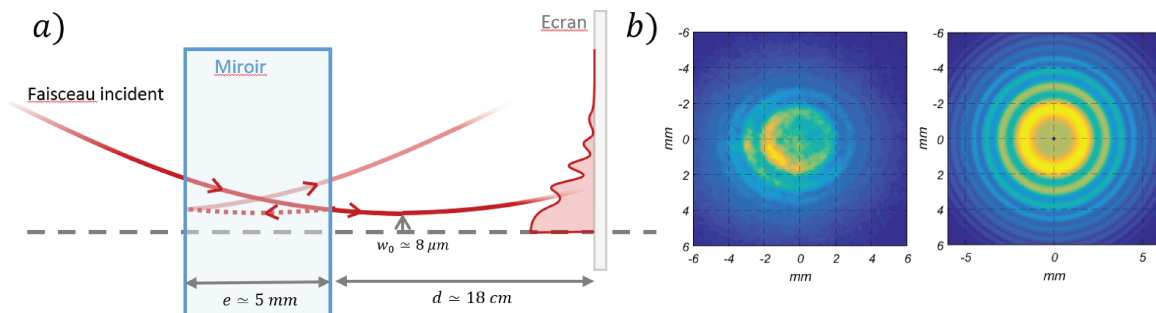


FIGURE 5.3 – Apparition d’anneaux lors de la focalisation du faisceau incident sur le miroir d’entrée. (a) Trajet du faisceau et de sa réflexion à l’intérieur du miroir jusqu’à un écran. (b) Faisceau mesuré expérimentalement et simulation numérique avec un contraste exagéré.

Cavités parasites

Les faisceaux résonants obtenus dans la cavité injectée par le petit miroir avaient une forme d’anneau. En effet, la cavité était injectée avec un faisceau composé d’anneaux. La figure 5.4 montre les faisceaux résonants et leurs résonances correspondantes dans le spectre de la cavité (au centre). En haut, les faisceaux montrés à gauche et à droite ont la même forme et correspondent aux deux hautes résonances et délimitent un intervalle spectral libre. Entre ces deux faisceaux on montre le champ résonant à la moitié de l’intervalle spectral libre. En bas, les faisceaux correspondent à des résonances supplémentaires apparues à des fréquences non attendues. L’apparition de résonances secondaires a été attribuée à la formation de cavités parasites dues aux faces non réfléchissantes et non traitées des miroirs de la cavité.

Les problèmes liés aux cavités parasites ont été résolus en remplaçant les miroirs originaux par des miroirs à faces non parallèles dotées de traitements anti-réfléchissants. Cependant, la forte focalisation du faisceau incident produisait encore des anneaux, simplement décalés par rapport au centre du faisceau. Ils résultaient encore une fois de l’interférence de deux gaussiennes fortement

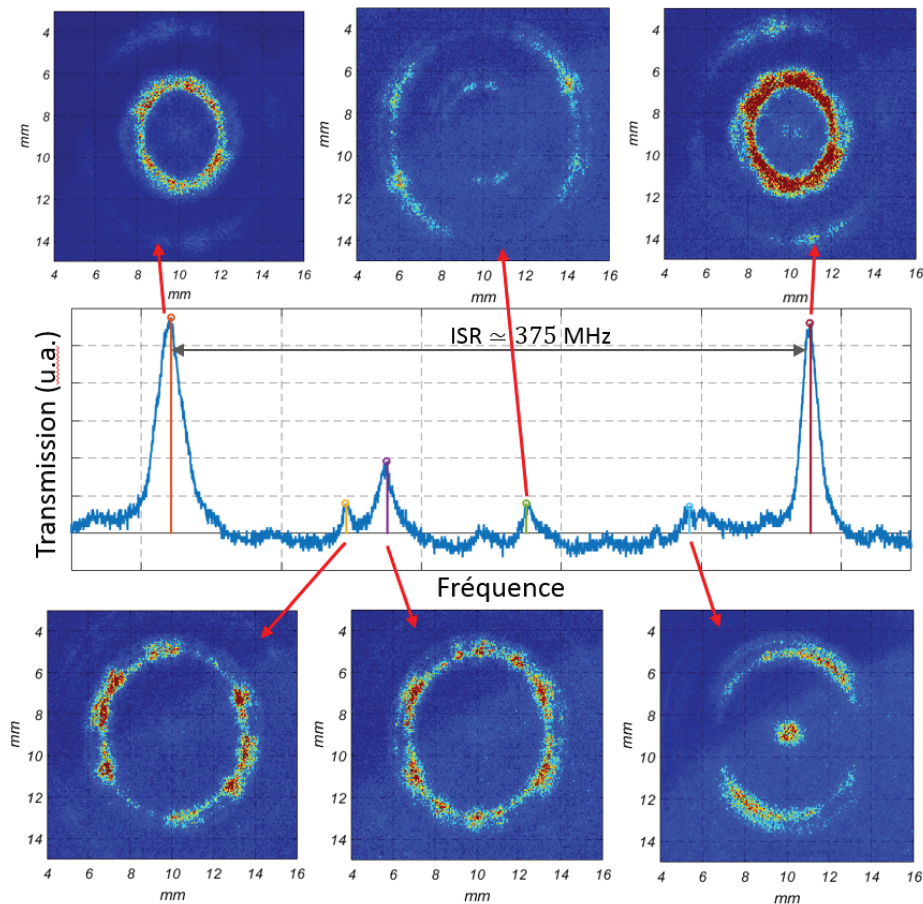


FIGURE 5.4 – Faisceaux en anneau résonants dans la cavité avec des miroirs sans angle entre les deux faces. La cavité est injectée par le petit miroir avec un faisceau focalisé produisant des anneaux. Des résonances supplémentaires sont visibles, attribuées à des cavités parasites. Les flèches rouges indiquent les résonances correspondant aux images.

divergentes se propagent avec un angle entre elles. Pour palier à ce problème, la décision a été prise d'injecter un grand faisceau dans la cavité par le grand miroir, comme dans le montage final.

Qualité des optiques

La lentille utilisée initialement dans la cavité était un doublet achromatique Thorlabs de 2" de diamètre (AC508-200-B). Ce doublet a été choisi initialement pour réduire l'aberration sphérique du 3^{ème} ordre. La figure 5.5 présente un faisceau résonant dans la cavité utilisant le doublet achromatique Thorlabs. De nombreux défauts d'intensité de haute fréquence sont présents. Ces défauts ont été attribués au couplage dans la cavité de la lumière diffusée sur cette optique de basse qualité (40-20 Scratch-Dig). Nous avons essayé de quantifier la diffusion des optiques utilisées, notamment en utilisant une sphère intégrante. Cependant, toutes les mesures que nous avons faites nous ont donné des estimations de la diffusion à plusieurs milliers de ppm, bien plus grande que celle attendue. Ce type de défauts a disparu après l'achat de la lentille simple plan-convexe CVI de meilleure qualité (10-5 Scratch-Dig).

Dédoublage des résonances et possible photo-élasticité de la lentille

Dans le montage final, les optiques de la cavité sont maintenues dans leurs montures par des bagues serrant l'optique de manière homogène sur son pourtour. Initialement, les optiques étaient maintenues par des vis appuyant sur leur tranche. La figure 5.6 montre une des conséquences sur le fonctionnement de la cavité. La résonance tracée en vert correspond à un serrage

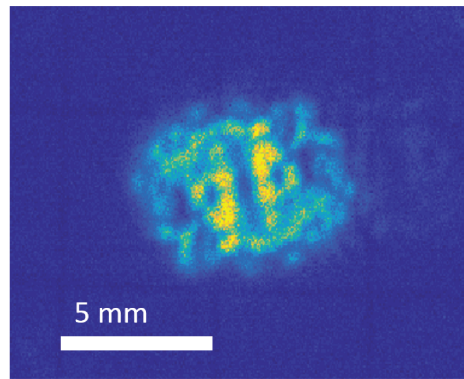


FIGURE 5.5 – Faisceau résonant dans la cavité initiale utilisant un doublet achromatique Thorlabs. Les profils obtenus avec cette optique ont un profil bruité avec des défauts de haute fréquences spatiales attribués à la diffusion sur l’optique.

fort de la lentille, à l’aide d’une vis appuyant sur sa tranche, et produit un dédoublement de la résonance. En comparaison, la lentille est déserrée pour produire immédiatement la résonance tracée en bleu. Il est possible que de la biréfringence soit induite par le serrage, et que celle ci crée une différence de marche entre les deux polarisations, alors visible dans le spectre de la cavité. La différence de marche induite dans la lentille est donnée par $OPD = C\sigma t$ où C est le coefficient de stress optique (Typiquement $C=3$ (nm/mm)/MPa pour de la silice fondue), σ la pression appliquée à l’optique et t l’épaisseur du substrat. Dans notre cas, pour introduire une différence de marche de $\lambda/20$ correspondant aux 20 MHz de séparation entre les pics rapportés à l’intervalle spectral libre 330 MHz de la cavité de 45 cm, une pression σ de 4 MPa doit être appliquée. Cette pression est équivalente à un poids de 15 kg appliqué sur une surface de 4 mm^2 , ce qui semble raisonnable pour notre vis.

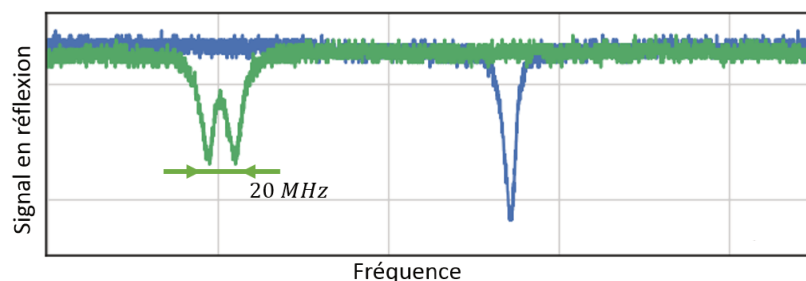


FIGURE 5.6 – Spectre de la cavité en réflexion avec la lentille maintenue dans sa monture par une vis. En bleu la vis n’est pas serrée. En vert la vis est serrée et la résonance se dédouble à cause de la biréfringence induite.

5.2.2 Modes transverses de la cavité fortement désalignée

Lorsque la cavité est fortement désalignée longitudinalement et sa finesse assez grande, les modes transverses deviennent visibles. La figure 5.7 présente à gauche le spectre de la cavité fortement désalignée. On peut voir les pics successifs de la décomposition du champ incident sur les modes transverses de la cavité. A droite, on trace les profils des champs résonnants au sommet des résonances. Les intensités sont normalisées à 1 pour plus de clarté. Les courbes en pointillés sont les modes Laguerre Gaussiens théoriques correspondants. On peut voir que les modes d'ordre supérieur ne suivent pas parfaitement les courbes théoriques. Les lobes secondaires notamment n'ont pas exactement l'amplitude attendue. Ces différences peuvent s'expliquer par la séparation imparfaite des modes transverses provoquant des superpositions de modes au sommet des résonances. De plus, pour obtenir ces profils, une vidéo est prise avec une caméra et la longueur de la cavité est variée. La faible cadence d'images de la caméra nous empêche d'être certains de capturer les modes au sommet des résonances. On retrouve cependant le comportement attendu de la cavité, et un bon accord des profils observés avec les profils théoriques.

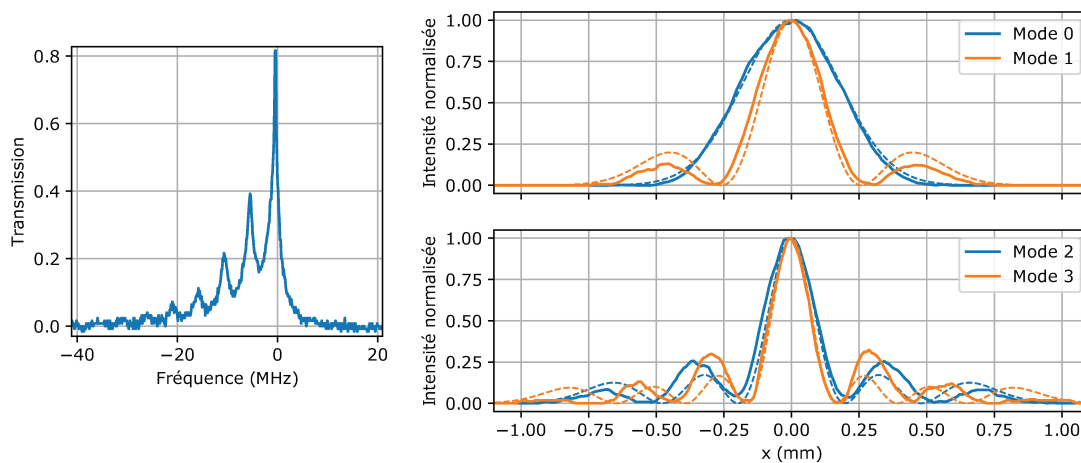


FIGURE 5.7 – Apparition des modes transverses lorsque la cavité est fortement désalignée. A gauche on trace le spectre de la cavité. A droite, les profils normalisés des modes correspondants aux pics successifs sont tracés. Les pointillés sont les modes Laguerre Gaussiens théoriques.

5.2.3 Résonance d'un faisceau de 2.8 mm de diamètre

Lorsque la cavité est alignée et que les miroirs se trouvent au plus proche de la distance focale de la lentille, les modes transverses résonnent à la même fréquence et une résonance unique est observée. En revanche, nous avons vu au chapitre précédent qu'un désalignement longitudinal du petit miroir engendre une asymétrie des résonances observées.

La figure 5.8 présente le résultat d'un mouvement longitudinal du petit miroir de la cavité sur la forme des résonances observées. La cavité est injectée avec un faisceau gaussien de 2.8 mm de diamètre à $1/e^2$. En haut sur la figure on peut voir les différents spectres obtenus expérimentalement pour des variations de δ_2 négatives (à gauche) et positives (à droite) allant de 0 à 150 μm . En bas, un calcul numérique sans aberrations est montré en comparaison. Les spectres sont normalisés au meilleur gain obtenu sans désalignement. On peut voir que les résonances présentent un profil de plus en plus asymétrique, déplacé dans une direction ou l'autre selon le déplacement du petit miroir, conformément à la théorie. Cependant, l'asymétrie obtenue expérimentalement est plus marquée. Pour obtenir une asymétrie équivalente à celle obtenue sur l'expérience pour $\delta_2=150 \mu\text{m}$, il faut aller jusqu'à $\delta_2=200 \mu\text{m}$ dans les calculs numériques. Une erreur sur le déplacement longitudinal des miroirs semble donc peu probable avec les montures que nous utilisons. De plus, au meilleur alignement, le gain obtenu avec ce faisceau est seulement de 26, nettement

plus faible que les 42 attendus. La finesse est aussi plus faible à 155 au lieu de 185.

L'ajout de l'aberration sphérique du 3ème ordre sur une pupille de 50 mm dans le calcul numérique ne modifie pas ce résultat. Le faisceau est trop petit pour être affecté par cette aberration à cette échelle. Il est possible que la présence d'astigmatisme, dont l'effet est clairement visible sur des faisceaux de diamètres plus grands (comme nous le verrons plus loin), affecte la largeur de la résonance lorsque des désalignements sont introduits.

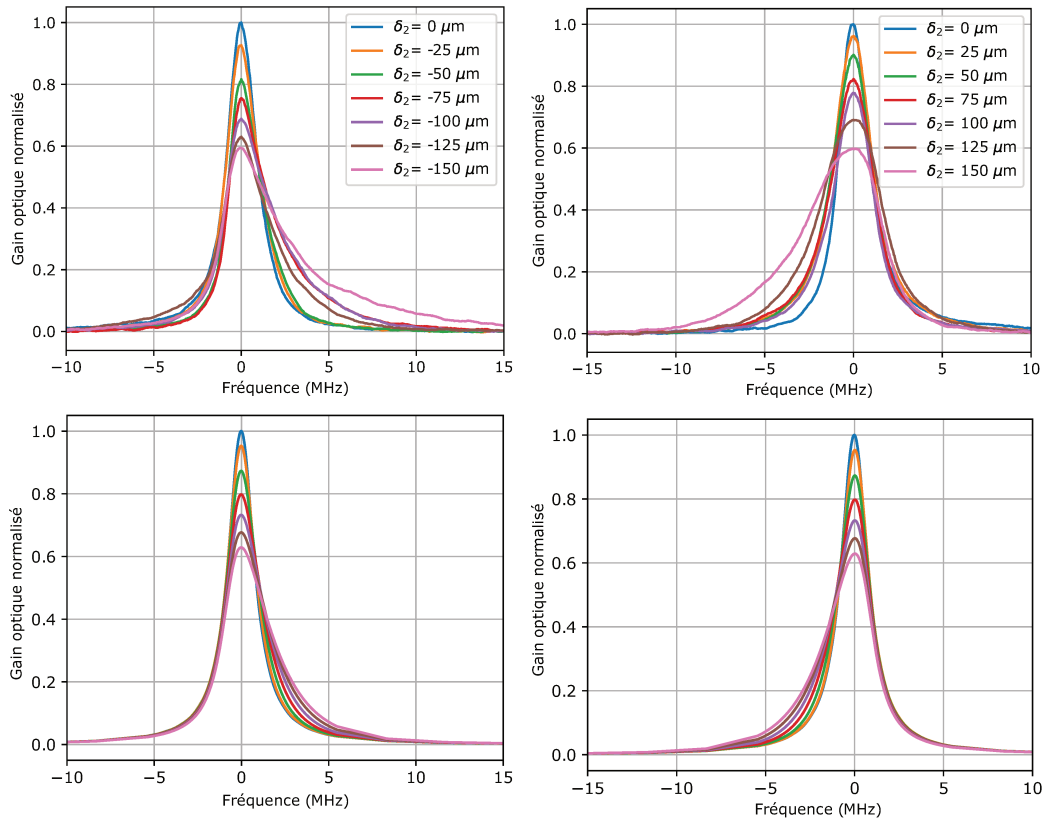


FIGURE 5.8 – Asymétrie des résonances de la cavité proche de son alignement $f - f$ injectée avec un faisceau de 2.8 mm de diamètre à $1/e^2$. En haut on montre les résonances mesurées expérimentalement. En bas un calcul numérique est présenté en comparaison. L'asymétrie des résonances apparaît bien d'un côté ou de l'autre selon le sens du déplacement du petit miroir.

La figure 5.9 montre les faisceaux résonants avec le meilleur alignement de la cavité injectée avec le faisceau de 2.8 mm de diamètre. En haut, les trois images correspondent au champ résonant à différentes fréquences, autour de la fréquence de meilleure résonance. L'image du centre correspond au sommet de la résonance. Les deux autres correspondent à un côté et l'autre de la résonance. En bas, on trace les profils selon l'axe horizontal et l'axe vertical passant par le centre des faisceaux, en trait pleins. Les courbes de couleur bleue, orange, et verte correspondent aux images de gauche, du milieu, et de droite. Les courbes pointillées sont les ajustements gaussiens des profils d'intensité. Les diamètres retrouvés par cet ajustement ont une incertitude de 0.1 mm. En pointillés noirs on trace le profil d'intensité gaussien d'un faisceau de 2.8 mm de diamètre.

On peut voir que le faisceau résonant grandit le long de la résonance, passant de 2.8 mm de diamètre à 3.8 mm de diamètre dans la direction verticale. Cet effet peut être dû à un petit désalignement de la cavité, l'éloignant de la configuration $f - f$, favorisant la résonance de modes transverses d'ordres supérieurs d'un côté de la résonance, et celle du mode fondamental de l'autre.

Au sommet de la résonance, le faisceau a un profil asymétrique. Son diamètre est de 3.7 mm dans une direction et 3.2 mm dans l'autre. Nous n'avons pas trouvé une explication exacte de cette déformation. L'hypothèse principale est celle de la présence d'astigmatisme dont nous verrons l'effet plus visible sur des faisceaux plus grands, un peu plus loin.

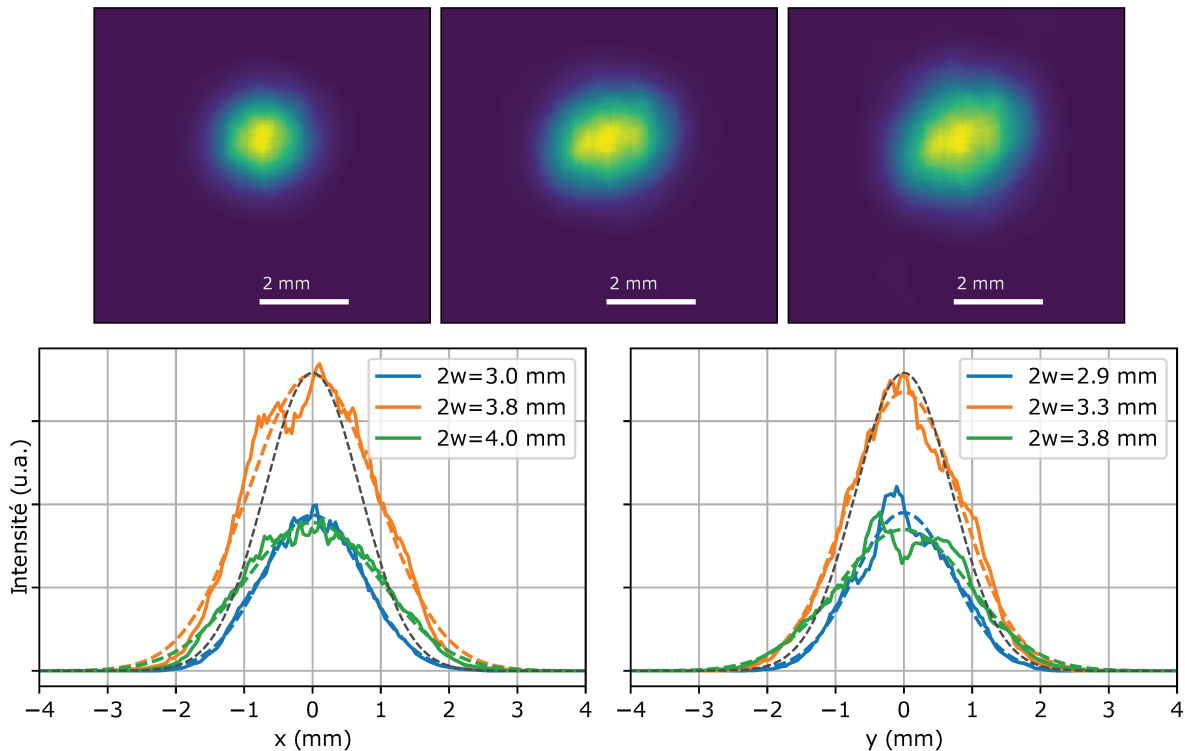


FIGURE 5.9 – Faisceaux résonants dans la cavité observé en transmission le long de la résonance. On montre en haut les images des faisceaux obtenus, et en bas les profils horizontaux et verticaux. Les images correspondent de gauche à droite aux courbes bleue, orange et verte. Les courbes en pointillés sont des ajustements gaussiens. On trace en pointillés noirs les profils d'intensité d'un faisceau gaussien de 2.8 mm de diamètre. On peut voir que le faisceau grandit légèrement et est asymétrique à la résonance.

5.2.4 Champs résonants avec des faisceaux de 5.2 mm et 11.2 mm de diamètre

Lorsque de plus grands faisceaux sont injectés dans la cavité, leurs résonances présentent des structures différentes. Malgré nos nombreux essais pour réaligner la cavité, après avoir optimisé le gain et la finesse, les mêmes formes de champs résonants reviennent.

Champs résonants

Les figures 5.10 et 5.11 montrent ces faisceaux résonants lorsque la cavité est injectée avec un faisceau de 5.2 mm et 11.2 mm de diamètre. Sur les deux figures, on montre en haut trois images du faisceau résonant d'un côté à l'autre de la meilleure résonance obtenue, l'image au centre correspondant au sommet de la résonance. En bas, on trace les profils d'intensité des faisceaux (bleu, orange, et vert correspondant aux images de gauche, centre, et droite). On normalise cette fois-ci l'intensité des différents profils car la différence de gain des images choisie est plus grande. Les profils sont pris le long des lignes pointillées montrés sur les images correspondantes.

A la résonance, le faisceau de 5.2 mm de diamètre présente encore une forme relativement similaire à une gaussienne. Le diamètre du champ résonant est ainsi proche des 5.2 mm attendus. Cependant, une asymétrie entre l'axe vertical et l'axe horizontal est visible. Cette asymétrie est encore plus visible lorsqu'on s'éloigne de la résonance. A gauche, deux lobes principaux s'écartent du centre, à l'horizontale. A droite, deux lobes similaires s'écartent à la verticale. Ce comportement ressemble fortement aux simulations préliminaires que nous avons pu réaliser dans une cavité présentant des aberrations. La séparation de lobes secondaires selon deux axes est caractéristique de la présence d'astigmatisme dans le système. La présence d'un grand anneau est quant à elle un signe d'une aberration sphérique.

Cet effet est encore plus présent lorsqu'un faisceau de 11.2 mm est injecté. A la résonance, ce faisceau n'est plus du tout gaussien. On reconnaît de nouveau la forme caractéristique de l'astig-

matisme couplé à de l'aberration sphérique du 3^{ème} ordre. Le faisceau a une forme de croix, avec des branches recourbées vers l'intérieur. De part et d'autre de la résonance, deux lobes se séparent du centre et s'éloignent à l'horizontale et à la verticale.

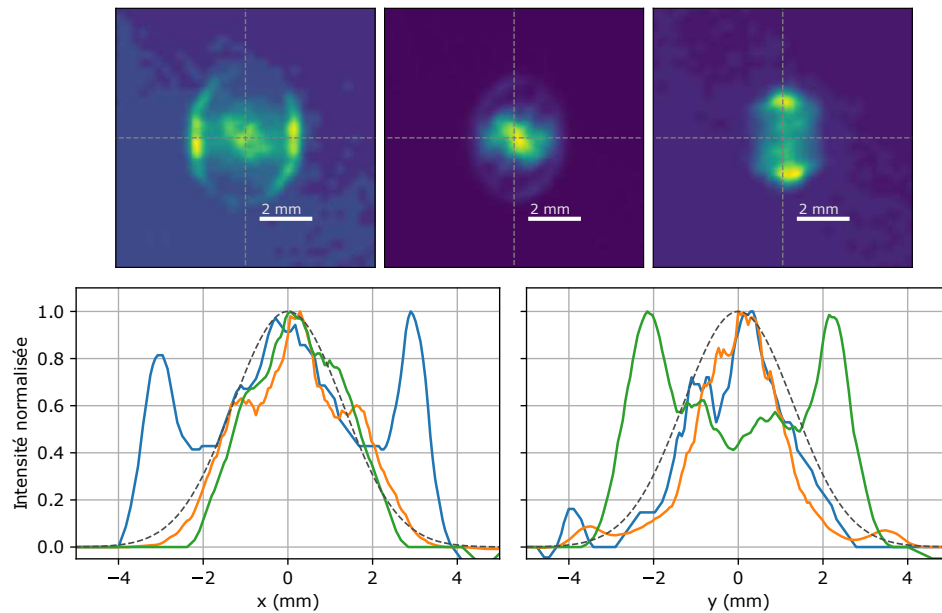


FIGURE 5.10 – Faisceaux résonants et profils d'intensité dans la cavité injectée avec un faisceau de 5.2 mm de diamètre. Les profils d'intensité sont normalisés pour une comparaison plus aisée. Les images correspondent de gauche à droite aux couleurs bleue, orange et verte. On trace en pointillés noirs le profil d'intensité d'un faisceau gaussien de 5.2 mm de diamètre.

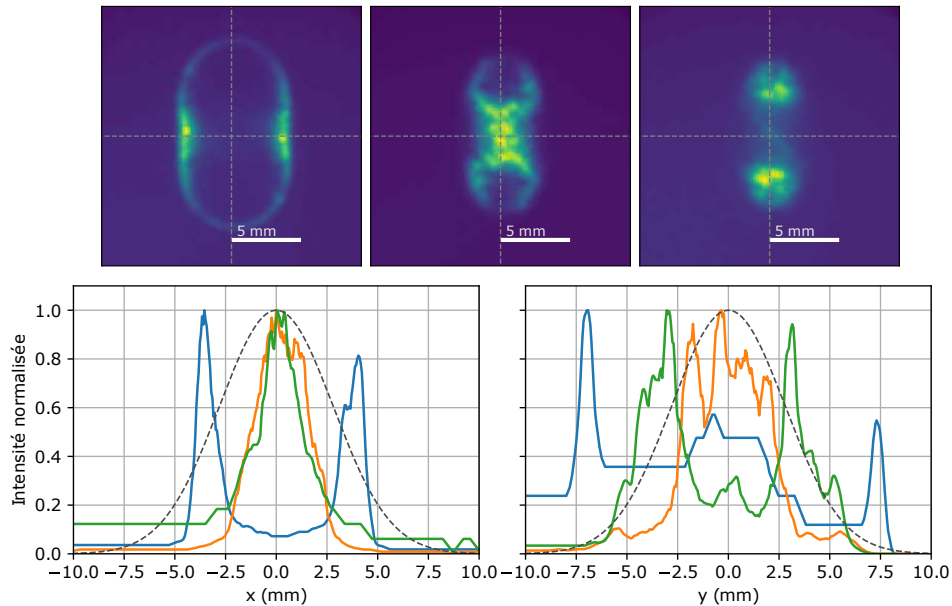


FIGURE 5.11 – Faisceaux résonants et profils d'intensité dans la cavité injectée avec un faisceau de 11.2 mm de diamètre. Les profils d'intensité sont normalisés pour une comparaison plus aisée. Les images correspondent de gauche à droite aux couleurs bleue, orange et verte. On trace en pointillés noirs le profil d'intensité d'un faisceau gaussien de 11.2 mm de diamètre.

Spectre de la cavité résonante avec des faisceaux de 5.2 mm et 11.2 mm de diamètre

Les figures 5.12 et 5.13 montrent les spectres expérimentaux obtenus avec les faisceaux de 5.2 mm et 11.2 mm de diamètre, ainsi que des calculs numériques en comparaison. Sur chacune de ces figures, la première ligne correspond à la mesure expérimentale des résonances de la cavité en fonction du désalignement du petit miroir. La deuxième ligne présente le résultat d'un calcul numérique sans prendre en compte d'aberrations. La troisième ligne répète ces calculs en ajoutant 1.3λ d'aberration sphérique du 3ème ordre sur la lentille sur une pupille de 50 mm de diamètre. Les résonances sont encore une fois normalisées au meilleur gain. Une comparaison des gains optiques absolus sera faite un peu plus loin dans cette partie.

Pour les deux tailles de faisceaux, les résonances reproduisent qualitativement le résultat des calculs numériques. Une asymétrie apparaît d'un côté ou de l'autre lorsque le petit miroir de la cavité est rapproché ou éloigné de la lentille. L'asymétrie est plus prononcée lorsque la taille du faisceau grandit. Les grands faisceaux excitent en effet un plus grand nombre de modes transverses de la cavité désalignée, produisant une résonance plus allongée. On retrouve bien la plus grande sensibilité aux désalignements des grands faisceaux.

Dans le cas où aucune aberration n'est prise en compte (correspondant à la deuxième ligne de chaque figure), le comportement de la cavité face à un déplacement du petit miroir de même distance dans des directions opposés est le même. Les résonances se déplacent dans des directions opposées, mais ont la même forme et le même gain maximal. Cependant, on peut voir que ce n'est pas le cas expérimentalement. Le faisceau de 5.2 mm de diamètre a un gain relatif plus faible dans le cas de déplacements δ_2 négatifs, et ses résonances sont plus larges. De la même manière, on peut voir que les résonances obtenues avec le faisceau de 11.2 mm de diamètre se déforment fortement avec le déplacement du petit miroir. Elles présentent des plateaux pour des désalignements δ_2 positifs de $100 \mu\text{m}$ ou plus, ainsi que pour un désalignement de $-50 \mu\text{m}$.

On montre aussi sur ces deux figures le résultat d'un calcul numérique où l'on prend en compte la présence d'aberration sphérique du 3ème ordre sur la lentille. On peut voir que l'aberration sphérique seule ne permet pas de reproduire convenablement les résonances expérimentales. C'est le cas notamment pour les résonances produites avec le faisceau de 11.2 mm de diamètre. En effet, la déformation des résonances prévue par le calcul est bien plus grande que celle observée expérimentalement. Les résonances du calcul numérique correspondant à des déplacements δ_2 négatifs présentent systématiquement un pic secondaire, encore visible pour $\delta_2 = -150 \mu\text{m}$.

De plus, les déformations du profil d'intensité obtenues en présence d'aberration sphérique seule devraient conserver une symétrie cylindrique. Ce n'est pourtant pas le cas expérimentalement où, comme vu un peu plus tôt, les faisceaux ont des formes non symétriques selon les deux axes horizontal et vertical. Il faudra donc simuler l'effet d'un plus grand nombre d'aberrations, notamment l'astigmatisme, pour avoir une compréhension complète du comportement de la cavité injectée avec des grands faisceaux.

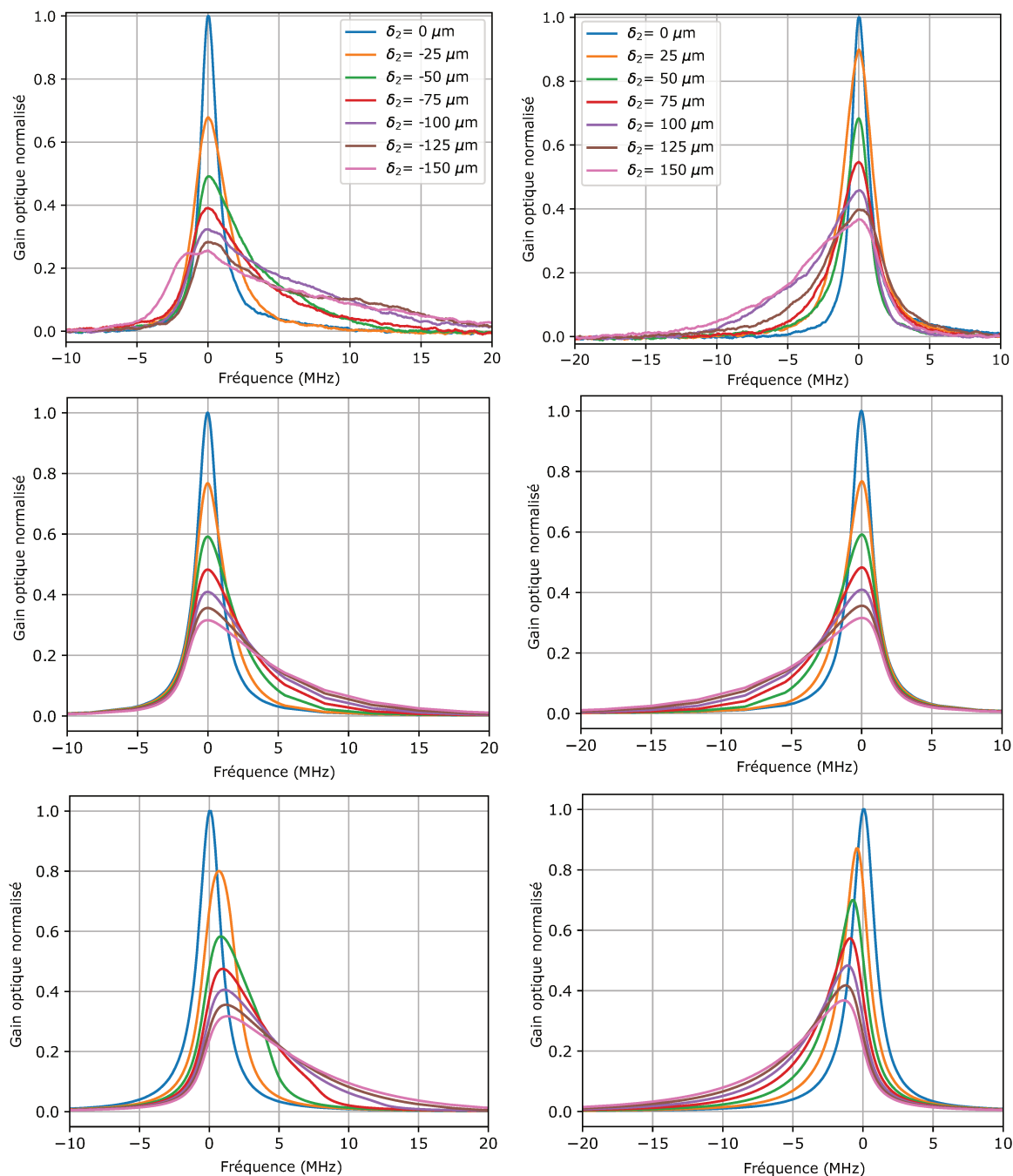


FIGURE 5.12 – Résonances de la cavité désalignée avec un faisceau injecté de 5.2 mm de diamètre. On montre de haut en bas : les résonances obtenues expérimentalement, les résonances calculées dans une cavité sans aberrations, les résonances calculées dans une cavité avec 1.3λ d'aberration sphérique du 3ème ordre sur la lentille sur une pupille de 50 mm de diamètre.

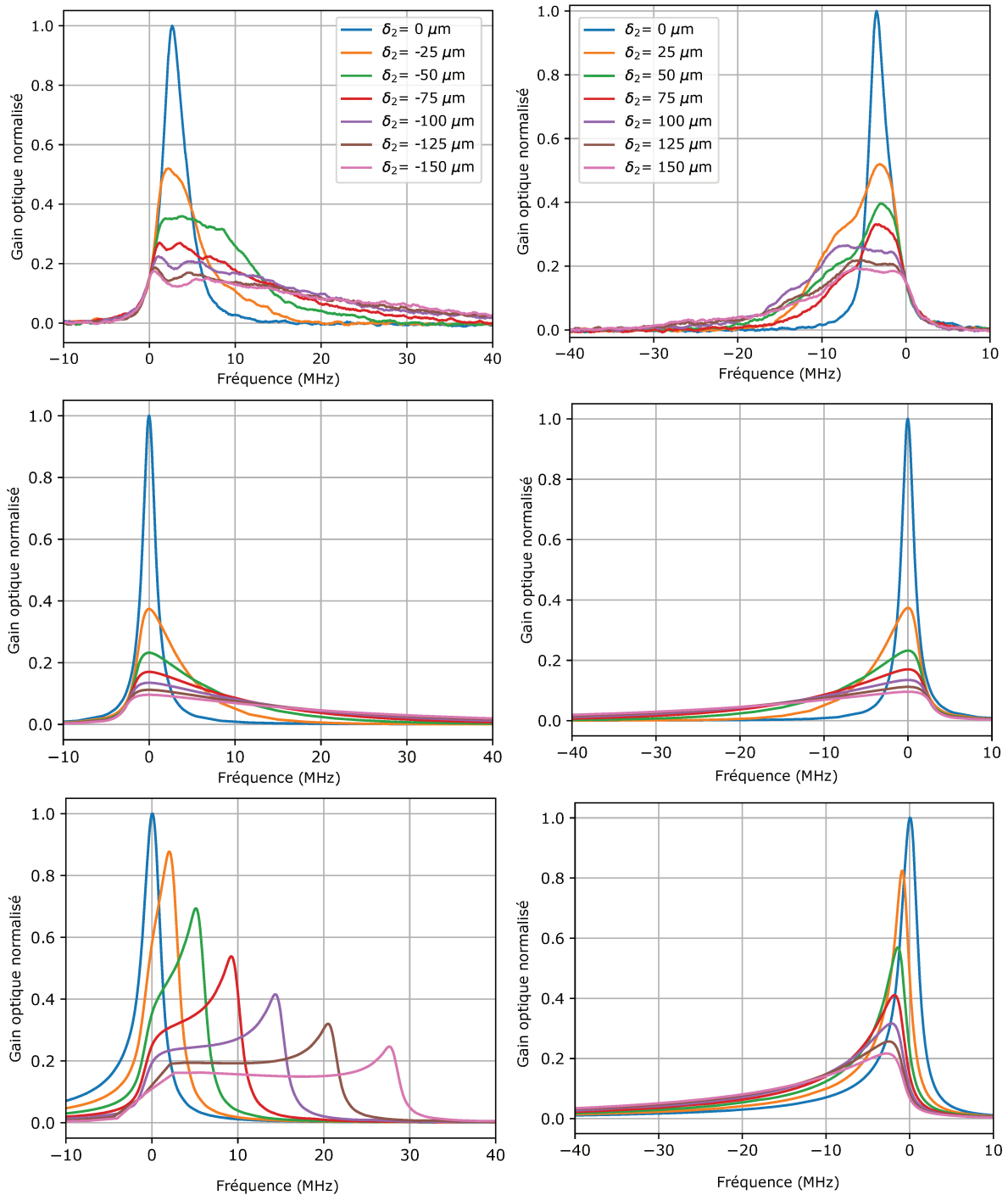


FIGURE 5.13 – Résonances de la cavité désalignée avec un faisceau injecté de 11.2 mm de diamètre. On montre de haut en bas : les résonances obtenues expérimentalement, les résonances calculées dans une cavité sans aberrations, les résonances calculées dans une cavité avec 1.3λ d'aberration sphérique du 3ème ordre sur la lentille sur une pupille de 50 mm de diamètre.

Gain et Finesse de la cavité

La figure 5.14 montre le gain relatif obtenu en désalignant le petit miroir de la cavité pour les trois différentes tailles de faisceaux. Les points correspondent aux mesures expérimentales du gain. Ces gains sont normalisés par la valeur du gain obtenue à la meilleure résonance. Les lignes pleines sont les résultats des calculs numériques sans aberrations. On peut voir que le gain relatif obtenu dans la cavité suit la même tendance que le calcul sans aberrations.

Les courbes oranges en pointillés correspondent à un calcul numérique prenant en compte de l'aberration sphérique du 3^{ème} ordre pour le faisceau de 5.2 mm de diamètre. On ne montre pas le résultat du calcul avec aberrations pour le faisceau de 2.8 mm car il n'est pas différent du résultat sans aberrations. On n'ajoute pas non plus le résultat du calcul pour le faisceau de 11.2 mm de diamètre puisque nous avons jugé qu'il est trop éloigné du comportement réel de la cavité. Les pics secondaires visibles dans ses résonances faussent notamment la comparaison des gains optiques.

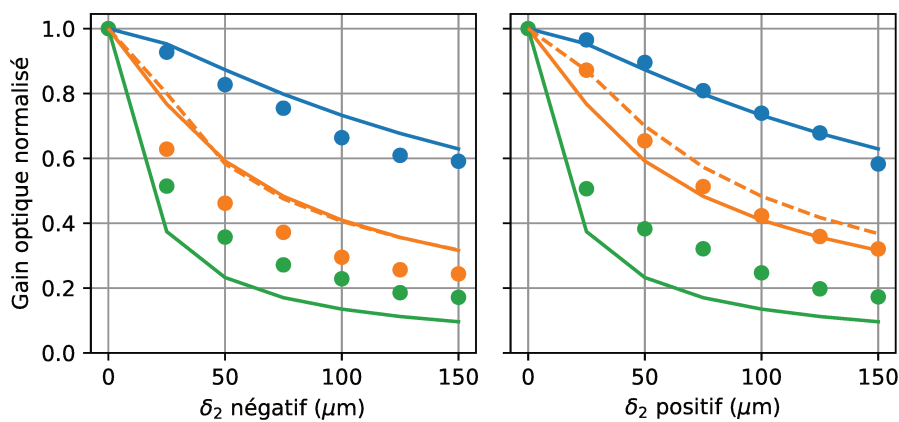


FIGURE 5.14 – Gain optique relatif en fonction du désalignement du petit miroir. Les différentes couleurs correspondent aux trois diamètres de faisceaux propagés (bleu 2.8 mm, orange 5.2 mm et vert 11.2 mm). Les marqueurs correspondent aux mesures expérimentales, et les courbes pleines aux calculs numériques sans aberrations. Les gains relatifs obtenus expérimentalement à la meilleure résonance suivent qualitativement le gain théorique de la cavité dépourvue d'aberrations. On trace en pointillés le gain relatif calculé avec de l'aberration sphérique du 3^{ème} ordre.

La figure 5.15 présente à gauche le meilleur gain, et à droite la meilleure finesse, obtenus dans la cavité, selon la taille du faisceau utilisé. Toutes ces mesures sont les dernières et meilleures que nous avons pu réaliser. Une attention particulière a été prêtée au serrage des optiques, ainsi qu'à l'alignement de la cavité de manière à obtenir le meilleur gain, et ainsi éviter l'introduction d'aberrations. En bleu on peut voir le résultat expérimental. En rouge le calcul numérique prenant en compte 1.3λ d'aberration sphérique du 3^{ème} ordre sur la lentille. Et en noir la valeur théorique du gain et de la finesse, correspondant au résultat du calcul sans aberrations.

Les gains obtenus dans la cavité sont systématiquement inférieurs au gain théorique et au gain calculé en prenant en compte l'aberration sphérique. La tendance calculée numériquement avec de l'aberration sphérique est tout de même suivie expérimentalement. On remarque que même en utilisant le plus petit faisceau, qui ne devrait pas être autant affecté par les aberrations, le gain obtenu est presque réduit de moitié par rapport au gain théorique. La même tendance est observée pour la finesse. Celle-ci diminue avec la taille du faisceau, et reste systématiquement plus faible que la finesse attendue théoriquement. Cette baisse du gain et de la finesse peut être due à des pertes supplémentaires non prises en compte dans notre étude.

On note tout de même que la cavité est capable d'obtenir un gain de 26 avec un faisceau de 2.8 mm de diamètre, 16 pour 5.6 mm de diamètre, et 9 pour un faisceau de 11.2 mm de diamètre. Ces gains sont déjà assez élevés pour être utiles à une expérience d'interférométrie atomique.

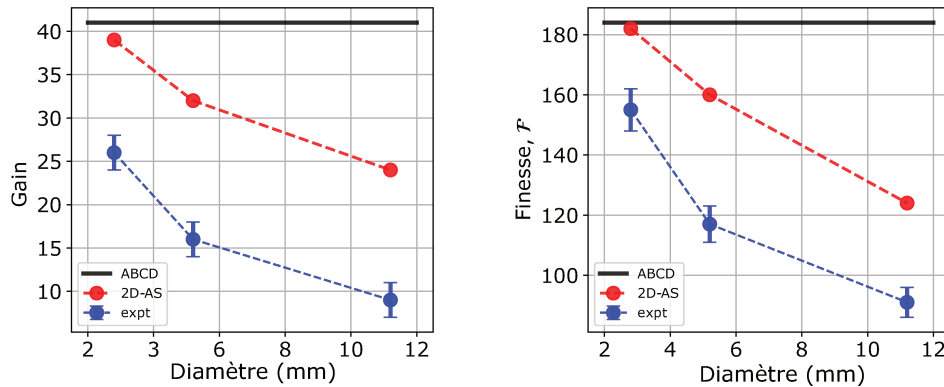


FIGURE 5.15 – Gain optique et finesse obtenus pour les différents faisceaux à la meilleure résonance. Les points bleus correspondent à la mesure expérimentale. La ligne noire correspond au gain et à la finesse théorique de la cavité. Les points rouges correspondent au calcul prenant en compte de l’aberration sphérique du 3ème ordre. On peut voir que le gain et la finesse obtenus dans la cavité sont systématiquement en dessous des valeurs théoriques attendues, mais suivent tout de même la tendance calculée pour la cavité avec de l’aberration sphérique du 3ème ordre.

5.2.5 Nécessité d’une étude plus systématique de l’effet des aberrations

Malgré nos nombreuses tentatives pour réaligner la cavité, nous avons toujours observé les mêmes champs résonants. L’idée que les défauts du profil d’intensité puissent effectivement venir des aberrations des optiques ne nous a paru la plus probable que vers la fin de cette étude. En effet, je n’ai pu maîtriser les outils de simulation capables d’étudier ces aberrations que dans les derniers mois de ma thèse. De plus, ces outils ne m’ont permis d’étudier systématiquement que les aberrations à symétrie cylindrique, comme l’aberration sphérique du 3ème ordre. L’étude d’aberrations sans cette symétrie est beaucoup plus laborieuse dans l’état actuel. Elles semblent pourtant être la cause principale de déformations dans notre cas. Seules des cavités de basse finesse (90% de réflectivité des miroirs), avec des faisceaux petits (1 à 2 mm de diamètre) peuvent être simulées rapidement, permettant alors de comprendre précisément l’effet de ces aberrations. Cependant, pour voir l’effet de ces aberrations dans ces cas là, il faut augmenter leurs coefficients à des niveaux irréalistes (40 λ d’aberration sphérique du 3ème ordre sur 50 mm de pupille par exemple) pour retrouver des faisceaux similaires à ceux observés dans notre cavité. Il reste alors à réussir à trouver des lois d’échelles permettant de déterminer les contraintes qui s’appliquent à notre cavité et sa finesse plus élevée.

Je n’ai pas eu le temps de réaliser ce travail à la fin de ma thèse, mais il constitue d’après moi la dernière étape permettant de comprendre les limites de cette cavité. Il permettrait notamment d’obtenir des critères précis sur la qualité des surfaces et la précision des alignements transverses nécessaires à la résonance d’un grand faisceau gaussien, étape essentielle avant d’arriver à faire résonner un faisceau plat.

5.3 Contrôle de la cavité

Outre la nécessité de pouvoir propager un grand mode dans la cavité, celle-ci doit pouvoir être résonante pour les deux lasers Raman. Comme il n’est pas possible de garder ces deux lasers allumés en permanence dans la cavité, sous peine d’interagir avec les atomes de manière non désirée, un troisième laser de contrôle est gardé allumé en permanence pour asservir la cavité. Notre post-doctorante Ranjita Sapam s’est occupée de réaliser le contrôle en fréquence des lasers, ainsi que de l’asservissement de la cavité. Cette partie présente donc une vue générale des techniques mises en place pour effectuer ce contrôle. Ces techniques sont classiques dans le milieu des interféromètres atomiques et des cavités optiques et de nombreuses publications détaillent leur fonctionnement exact. On peut par exemple se référer à la thèse de Patrick Cheinet [Che06].

Nous verrons d’abord comment les deux lasers Raman sont produits et asservis en fréquence.

Puis nous nous intéresserons à la génération du laser de contrôle et à son utilisation pour asservir la cavité. La figure 5.16 présente une vue globale de la chaîne de fréquence réalisée, ses éléments seront détaillés dans cette partie.

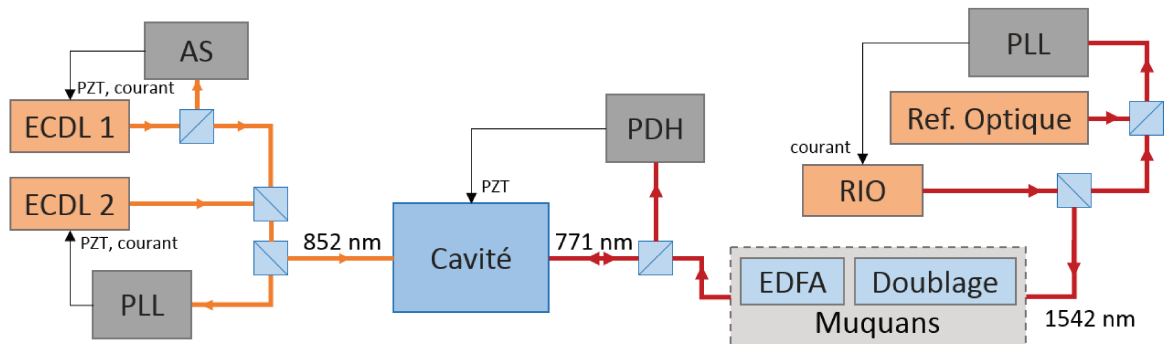


FIGURE 5.16 – Schéma de la chaîne de fréquence et des asservissements. AS : Absorption Saturée, PLL : boucle à verrouillage de phase, PDH : asservissement Pound-Drever-Hall, EDFA : Amplificateur à Fibre Dopée à l’Erbium, ECDL : Diode Laser en Cavité Étendue, PZT : piézoélectrique.

5.3.1 Lasers Raman à 852 nm

Les deux lasers Raman sont générés séparément avec deux diodes lasers en cavité étendue (ECDL 1 et 2 sur le schéma). Les ECDL sont régulièrement utilisés sur les expériences d’interférométrie atomique et permettent d’atteindre des largeurs fréquentielles des lasers de l’ordre de la dizaine de kHz. On ne présentera pas plus de détails sur leur fonctionnement dans ce manuscrit, ceux-ci peuvent être vus dans des publications telles que [Bai+06].

La fréquence du premier laser est asservie sur une transition de l’atome de Cesium133 par modulation de fréquence sur une raie d’absorption saturée [Bjo+83], (AS) sur le schéma. La fréquence du deuxième laser est asservie par une boucle à verrouillage de phase sur le premier laser Raman. Le battement des deux lasers à une fréquence proche de 9.192 GHz est observé sur une photodiode rapide. Cette fréquence correspond à l’écart hyperfin entre les deux niveaux d’énergie fondamentaux du Cesium133 utilisés pour réaliser un interféromètre atomique. Ce battement est ramené à 200 MHz par un nouveau battement avec une référence micro-onde à 9.4 GHz (PLDRO Nexyn Corporation NXPL0S-0940-03655 vendu par Sematron), de manière à ce qu’il soit dans une gamme de fréquences où il peut être asservi par la boucle d’asservissement de phase.

Les deux lasers combinés sont ensuite amenés ensemble vers la cavité. Afin de les faire résonner ensemble dans la cavité, il est nécessaire que leur séparation en fréquence soit un multiple de l’intervalle spectral libre. L’écart de 9.192 GHz des deux lasers correspond à une longueur de la cavité multiple de $\frac{c}{2\Delta\nu} = 1.63$ cm. Il n’est pas garanti que la longueur de notre cavité corresponde à ce critère dans le cas où elle est alignée dans une configuration $f - f$. Pour que ce soit le cas, il est possible de déplacer le grand miroir de la cavité pour l’allonger jusqu’à la distance nécessaire. Cela est possible grâce à la faible sensibilité de la cavité à un déplacement du grand miroir. Cependant, dans le cas extrême où le miroir doit être déplacé de 8 mm, des déformations pourront tout de même être visibles. Pour une application finale, la focale de la lentille utilisée peut être ajustée de manière à minimiser le déplacement nécessaire de ce miroir.

5.3.2 Laser de contrôle à 771 nm

Pour asservir la cavité, on choisit d’utiliser un laser à 771 nm, assez éloigné de la résonance atomique pour ne pas interagir avec les atomes durant une séquence interférométrique. Ce laser est produit à partir d’une diode laser RIO (RIO 0195-3-44-1 vendue par iXblue) fonctionnant à 1542 nm. Pour obtenir une grande stabilité de la fréquence d’asservissement de la cavité, et par

conséquent de la longueur de la cavité, on utilise une référence optique disponible au SYRTE produite par les équipes des fréquences optiques. Cette référence est un laser à 1542 nm, asservi sur une cavité, elle-même asservie sur le Maser à Hydrogène du SYRTE. Sa stabilité est de 10^{-14} à 1 s, avec une dérive de 2 Hz/s. La diode RIO est asservie sur la référence par une boucle d'asservissement de phase et contrôlée par un driver stabilisé pour diode RIO PLANEX de la société Muquans. Le laser à 1542 nm de la diode RIO asservie est ensuite doublé en fréquence pour produire un laser à 771 nm puis amplifié par un amplificateur à fibre dopée à l'Erbium (EDFA). Ces deux étapes sont réalisées par un module de la société Muquans (LS771-CST).

Le laser à 771 nm est ensuite amené par une fibre sur le banc optique où il est collimaté par un collimateur Schäfter Kirchhoff en un faisceau de 1.5 mm de diamètre. Il n'est pas nécessaire d'obtenir un grand mode avec ce faisceau, et nous le gardons donc petit de manière à ce qu'il résonne plus facilement à l'intérieur de la cavité. Ce faisceau est injecté par l'arrière de la cavité, par le petit miroir. Un montage Pound-Drever-Hall (PDH) nous permet d'asservir la longueur de la cavité à la fréquence du laser de contrôle [Dre+83]. On utilise pour cela un modulateur électro-optique (EOM) sur le chemin du laser, créant deux bandes latérales à 5 MHz dans le spectre de ce laser. Le signal en réflexion de la cavité est séparé du signal en transmission à 852 nm par un miroir dichroïque et observé sur une photodiode rapide. Un signal d'erreur est alors extrait du battement des bandes latérales et de la porteuse réfléchies par la cavité et nous permet d'asservir la cavité à l'aide du piézoélectrique fixé sur le petit miroir de la cavité.

La boucle d'asservissement de phase du laser à 771 nm nous permet de varier sa fréquence sur une gamme d'une centaine de MHz. Lorsque sa fréquence est variée, la longueur de la cavité asservie suit son mouvement. Il est alors possible d'ajuster cette fréquence de manière à faire résonner un des faisceaux à 852 nm. La figure 5.17 présente le signal en transmission à 852 nm lorsque la fréquence du laser à 771 nm est variée. On arrive à reconstruire la résonance du laser à 852 nm avec l'asservissement de la cavité et du laser à 771 nm. Cette technique s'avère très utile pour caractériser simplement la forme des champs résonants avec le grand faisceau à 852 nm. Elle permet de se placer à n'importe quel point de la résonance du faisceau à 852 nm. Cependant, la puissance du laser à 771 nm nécessaire pour obtenir un asservissement fiable nous a posé un problème pour la caractérisation du faisceau à 852 nm. En effet, le miroir dichroïque étant imparfait, une partie non négligeable de la lumière à 771 nm restait visible sur les images prises par la caméra et saturait l'image. L'amélioration de la qualité de l'asservissement, où l'utilisation de plusieurs miroirs dichroïques cumulés pourrait résoudre ce problème.

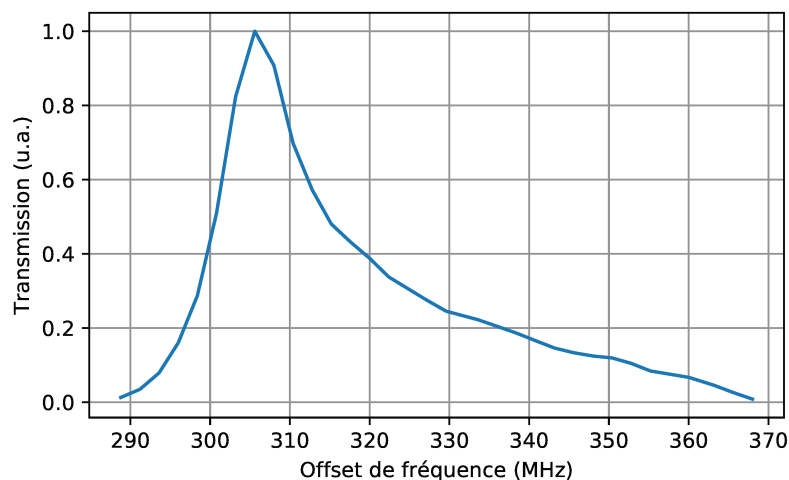


FIGURE 5.17 – Transmission du faisceau à 852 nm reproduite en variant la fréquence du laser à 771 nm. La cavité asservie sur le faisceau à 771 nm suit les variations de fréquence de ce laser en adaptant sa longueur à l'aide du piézoélectrique fixé au miroir.

5.4 Conclusion

Dans ce chapitre nous avons présenté les résultats expérimentaux obtenus avec la cavité dégénérée. Le comportement spectral qualitatif de la cavité étudiée théoriquement est retrouvé sur notre prototype expérimental. Lorsque la cavité est correctement alignée, une seule résonance est visible, même en injectant des faisceaux de dimensions différentes, signe de sa dégénérescence. Cette dégénérescence peut être levée en désalignant longitudinalement la cavité. Dans un premier temps une asymétrie de la résonance apparaît, dans une direction différente selon le désalignement. Un désalignement trop grand amène la cavité dans un cas plus stable où la structure des modes peut apparaître clairement. Cette asymétrie est un outil précieux pour aligner la cavité.

Nous avons pu faire résonner un faisceau gaussien de 2.8 mm de diamètre dans la cavité avec un gain de 26 et une forme gaussienne à résonance. Une asymétrie du mode résonant a été observée qui pourrait s'expliquer par la présence d'astigmatisme dans la cavité. L'effet important des aberrations est encore plus visible lorsque des faisceaux de 5.6 et 11.2 mm de diamètre à $1/e^2$ sont injectés. Leurs champs résonants sont totalement déformés. Le meilleur gain alors obtenu avec un faisceau de 5.2 mm de diamètre est de 16, et 9 pour 11.2 mm de diamètre. Bien que ce gain soit utilisable pour améliorer l'efficacité de séparatrices atomiques, les champs résonants sont particulièrement déformés et présentent les signes caractéristiques de la présence d'astigmatisme et d'aberration sphérique. Une étude plus détaillée des effets des aberrations sur la cavité sera nécessaire pour en comprendre l'origine : intrinsèque aux optiques pourtant caractérisées et ne présentant que peu d'astigmatisme, ou induite par des désalignements de la cavité. Une fois l'origine de ces aberrations élucidée, des tolérances quantitatives pourront être obtenues par rapport à la qualité des optiques et des alignements. La résonance correcte d'un grand faisceau gaussien sera alors un indicateur de la possibilité d'y faire résonner un faisceau plat.

Nous avons ensuite reproduit une chaîne de fréquence Raman, avec deux lasers asservis à une différence de fréquence de 9.192 GHz. Ces deux lasers peuvent résonner en même temps dans la cavité en ajustant sa longueur pour que l'écart de fréquence des lasers corresponde à un multiple de l'intervalle spectral libre. Finalement, l'utilisation d'un laser à 771 nm, éloigné des transitions atomiques du Cesium133 permet d'asservir la cavité en continu. De plus, son asservissement sur une source à 1542 nm très stable produite par le groupe des fréquences optiques du SYRTE nous garantit une grande stabilité en longueur, ainsi que la possibilité d'ajuster la fréquence du laser à 771 nm. Il est alors possible de superposer les fréquences des deux lasers Raman et du laser de contrôle afin d'obtenir une résonance simultanée des trois lasers. Ce contrôle précis de la longueur de la cavité est nécessaire pour éviter des fluctuations d'intensité des lasers Raman pendant l'interrogation des atomes, mais aussi des fluctuations d'intensité relatives des lasers empêchant une bonne correction des déplacements lumineux. La cavité ainsi asservie pourra être utilisée pour réaliser une transition à deux photons avec les deux lasers Raman.

Conclusion et perspectives

Ma thèse a porté sur l'étude d'un résonateur optique à mode plat et les problématiques liées à son application à l'interférométrie atomique à grand transfert d'impulsion. Durant ce travail, nous avons étudié plusieurs dispositifs et techniques dont nous avons démontré l'intérêt pour des expériences d'interférométrie atomique.

Nous nous sommes intéressés à la génération de faisceaux collimatés à profil plat en intensité pour la réalisation des séparatrices atomiques. L'homogénéité en intensité permet d'utiliser de manière optimale la puissance des lasers qui est un facteur limitant des expériences mettant en œuvre des faisceaux gaussiens. Nous avons caractérisé trois méthodes permettant de réaliser ce type de faisceaux. L'une d'entre elle a été implémentée sur l'expérience de gyromètre-accéléromètre à atomes froids du SYRTE. Nous avons observé une augmentation d'un facteur deux du contraste d'un interféromètre à trois impulsions de temps d'interrogation $2T=294$ ms grâce au faisceau plat, en comparaison de l'utilisation de faisceaux gaussiens. Les modélisations numériques sont en accord avec les mesures et montrent une inhomogénéité résiduelle d'intensité du faisceau plat de 10% RMS. Cette solution va être amenée à être généralisée dans l'équipe du SYRTE. Un deuxième dispositif sera installé en septembre 2018 sur le gyromètre permettant d'accéder à un contraste de 35%, limité essentiellement par la puissance laser disponible et non l'inhomogénéité d'intensité des faisceaux gaussiens. Au delà de l'amélioration du contraste, l'utilisation de faisceaux plats peut être bénéfique à différentes expériences d'interférométrie atomique. L'homogénéité d'intensité devrait permettre de réduire certains effets systématiques comme le déplacement lumineux à deux photons [Gau+08; Sav17]. Dans les expériences utilisant des séparatrices multiphotoniques Bragg, les inhomogénéités d'intensité conduisent à des phases de diffraction [Büc+03]. Ces phases de diffraction représentent le principal frein à l'application des séparatrices multiphotoniques dans les expériences de métrologie. Nous avons effectué une étude numérique préliminaire des phases de diffraction et retrouvé les résultats de la littérature. Cette étude montre d'ores et déjà l'intérêt du faisceau plat en intensité comparé au faisceau gaussien. Une étude plus détaillée dans une configuration expérimentale donnée permettra de quantifier l'impact du bruit d'intensité résiduel du faisceau plat.

De manière complémentaire à la mise en forme spatiale du profil d'intensité des séparatrices atomiques, nous avons étudié les effets de la mise en forme temporelle de ces impulsions. Cette mise en forme est nécessaire lors de la réalisation de séparatrices multiphotoniques à grand transfert d'impulsion. Outre l'amélioration de la sélectivité en vitesse, nous avons montré que la mise en forme temporelle des impulsions apporte des avantages qui n'avaient pas été étudiés auparavant. Des impulsions mises en formes avec des variations temporelles lentes permettent de réduire la sensibilité des interféromètres au bruit de phase des lasers d'interrogation. Nous avons montré que ces formes améliorent le comportement passe bas de la fonction de transfert de l'interféromètre atomique au delà de la pulsation de Rabi. Alors que l'impulsion rectangulaire atténuée en $1/f^2$ la fonction de transfert, des atténuations en $1/f^6$ ou plus rapides peuvent être obtenues. Cette atténuation peut permettre de réduire les contraintes expérimentales, notamment sur les boucles d'asservissement de phase des lasers d'interrogation. Nous avons montré que cette mise en forme est un outil générique dont les compromis peuvent être adaptés aux différentes expériences d'interférométrie atomique. Sur le gyromètre-accéléromètre du SYRTE, il est envisagé d'implémenter une forme GFlat qui apparaît comme une bonne solution.

La dernière contrainte posée par les séparatrices multiphotoniques à grand transfert d'impul-

sion vient de la puissance nécessaire à leur réalisation. Pour obtenir cette puissance, nous avons choisi d'étudier le gain en intensité apporté par une cavité dégénérée, théoriquement capable de faire résonner un grand faisceau à profil d'intensité plat. À l'inverse des cavités usuelles conçues pour réaliser un filtrage spatial et spectral efficaces, ce type de cavité peu étudiée est choisi pour sa capacité à faire résonner des formes de champs arbitraires. Nous avons étudié les effets de différents défauts expérimentaux sur les champs résonants dans la cavité. Les désalignements longitudinaux amenant la cavité dans un régime stable ont été étudiés analytiquement et étendus aux cas instables par des calculs numériques. Plusieurs méthodes de calcul par propagation directe des champs ont été utilisées, avec un formalisme ABCD pour la propagation de faisceaux gaussiens, puis dans un cadre plus général par la méthode du spectre angulaire. Pour une cavité de 40 cm de longueur et des champs résonants de taille centimétrique, nous avons montré qu'un contrôle de la position des miroirs de l'ordre de quelques micromètres est nécessaire. Au delà, des déformations du profil d'intensité des champs résonants sont visibles, menant à la formation de faisceaux en anneaux. Les défauts d'alignement peuvent être observés sur la forme des résonances qui deviennent asymétriques, témoignant de la décomposition du champ incident sur les modes transverses de la cavité devenue stable. Les désalignements transverses quant à eux mènent au couplage de modes d'ordre impair résonant à un demi-intervalle spectral libre des modes pairs. Nous avons montré que ces désalignements peuvent être compensés de manière partielle résultant en une brisure de l'axe de la cavité au niveau de la lentille. Cette brisure peut introduire des aberrations supplémentaires aux aberrations déjà présentes sur chaque optique de la cavité. Ces aberrations rendent plus difficiles la résonance correcte de grands faisceaux dans la cavité, et provoquent leur déformation même à résonance dans le cas où la cavité est en configuration $f - f$.

Nous avons réalisé un prototype de cette cavité dégénérée et observé son comportement lorsqu'elle est injectée avec des faisceaux gaussiens de différentes tailles. Nous avons réussi à faire résonner un faisceau de 2.8 mm de diamètre avec un gain optique de 26 et une forme gaussienne légèrement astigmatique à la résonance. Ainsi, l'asymétrie des résonances a été retrouvée qualitativement pour des désalignements longitudinaux des miroirs de la cavité. Cependant, lorsque des faisceaux de 5.6 mm et 11.2 mm de diamètre sont propagés dans la cavité, les champs résonants ne sont plus gaussiens et arborent des formes caractéristiques de la présence d'astigmatisme et d'aberration sphérique du 3^{ème} ordre. De plus leur gain est fortement réduit jusqu'à 9 pour le faisceau de 11.2 mm de diamètre. Nous n'avons pas réussi à déterminer lors de ce travail les causes exactes de la présence de ces aberrations. Pour utiliser tout le potentiel de cette cavité, il sera donc nécessaire de réaliser une étude théorique systématique de l'effet des aberrations sur la cavité utilisée en conditions réelles. Cette étude permettra de connaître plus précisément les tolérances nécessaires lors de son alignement ainsi que pour le choix des optiques utilisées. Avec ces connaissances supplémentaires, il sera possible de réaliser un second prototype de la cavité, avec des optiques optimales et y faire résonner un faisceau plat en intensité.

L'association des différentes études que nous avons réalisées durant cette thèse permettra le développement de capteurs inertiels compacts de grande sensibilité. Les différents techniques que nous avons présentées apportent des bénéfices à une grande gamme d'interféromètres atomiques. Les techniques numériques développées permettront la modélisation et la compréhension des phénomènes associés à l'utilisation de séparatrices à grand transfert d'impulsion. L'homogénéité apportée par les faisceaux à profil d'intensité plats est un avantage pour la réalisation de séparatrices atomiques efficaces, mais aussi pour d'autres applications telles que le piégeage et le refroidissement des atomes. De la même manière, la mise en forme temporelle des impulsions d'interrogation est un outil puissant pour améliorer l'efficacité des séparatrices et adaptable aux conditions expérimentales de différents types d'interféromètres atomique. Le projet d'utiliser le gain optique d'un résonateur peut permettre de réduire les contraintes des bancs optiques des expériences d'interférométrie atomiques. Finalement, cette cavité couplée au faisceau plat en intensité peut trouver des applications dans de nombreux domaines de la physique où une grande puissance et une homogénéité d'intensité sont nécessaires.

Annexe A

Modes de propagation Gaussiens

Les modes de propagations de la lumière sont des structures du champ électrique, stables au cours de la propagation de la lumière. Un des modes de propagation les plus connus est le mode gaussien. Celui-ci est une solution de l'équation d'onde paraxiale. La dérivation du champ électrique du faisceau gaussien à partir de cette équation est faite dans la plupart des livres de cours dédiés aux lasers [Fre12]. On se contentera dans cette annexe de résumer ses caractéristiques principales et sa propagation par le formalisme ABCD. On décrira ensuite les modes d'ordre supérieur Hermite Gaussiens et Laguerre Gaussiens.

A.1 Le faisceau gaussien

A.1.1 Définitions générales

Le faisceau gaussien est une forme de champ électrique dont le profil est une gaussienne de rayon $w(z)$ à $1/e$ en amplitude. Ce rayon est minimal dans un seul plan, que nous définirons ici par $z = 0$, et on le note w_0 . On l'appelle le col ou le *waist*. Dans ce plan, le profil de phase du faisceau gaussien est plan. En se propageant, le rayon $w(z)$ du faisceau grandit selon :

$$w(z) = w_0 \sqrt{1 + \frac{z^2}{z_R^2}}, \quad (\text{A.1})$$

où on définit la distance de Rayleigh $z_r = \frac{\pi w_0^2}{\lambda}$, comme la distance à laquelle le rayon du faisceau grandit d'un facteur $\sqrt{2}$. Plus le *waist* du faisceau est petit, plus il divergera en se propageant. En se propageant, la phase transverse du faisceau gaussien se courbe avec un rayon de courbure $R(z)$ donné par :

$$R(z) = z \left(1 + \frac{z_R^2}{z^2} \right). \quad (\text{A.2})$$

Ce rayon de courbure est infini au niveau du *waist* puis diminue au cours de la propagation. Finalement, en se propageant le faisceau gaussien acquiert une phase supplémentaire à la phase de propagation kz , que l'on appelle la phase de Gouy, définie par :

$$\phi_G = \tan^{-1} \frac{z}{z_R}, \quad (\text{A.3})$$

où z est la distance de propagation à partir du *waist* du faisceau. Cette phase de Gouy est nulle au niveau du *waist*, mais elle passe de $-\pi/2$ à $\pi/2$ en allant de $z = -\infty$ à $z = +\infty$. Le champ électrique du faisceau gaussien est alors donné par :

$$E(x, y, z) = E_0 \frac{w_0}{w(z)} \exp \left[-\frac{r^2}{w^2(z)} \right] \exp \left[-ik \frac{r^2}{2R(z)} \right] \exp [-i(kz - \phi_G(z))], \quad (\text{A.4})$$

où r est la distance à l'axe optique $r = \sqrt{x^2 + y^2}$.

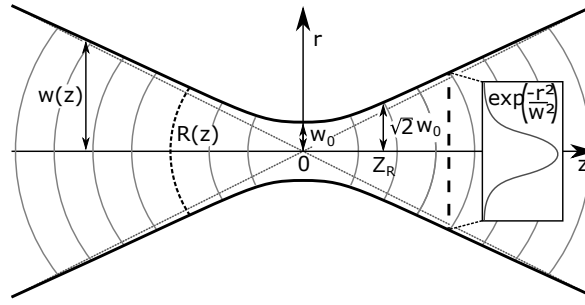


FIGURE A.1 – Profil d'intensité d'un faisceau gaussien au cours de sa propagation. (Image de ✎ (Aleph), <http://commons.wikimedia.org>)

Le profil d'intensité du faisceau gaussien au cours de sa propagation est montré sur la figure A.1.

Tous ces paramètres peuvent être regroupés en utilisant le rayon de courbure complexe q du faisceau gaussien. Il est défini par $q(z) = z - iz_R$. On remarque que $\frac{1}{q(z)} = \frac{1}{R(z)} - \frac{i\lambda}{\pi w^2(z)}$, ce qui permet d'écrire plus succinctement :

$$E(x, y, z) = E_0 \frac{w_0}{w(z)} \exp \left[\frac{ikr^2}{2q(z)} \right] \exp [i\phi_G(z)] \exp^{-ikz}. \quad (\text{A.5})$$

A.1.2 Propagation du rayon complexe par le formalisme ABCD

On peut montrer que le rayon de courbure complexe q peut être propagé à travers un système optique en utilisant le formalisme ABCD de propagation des rayons lumineux. En effet, si on décrit un système optique par sa matrice ABCD :

$$M = \begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix}, \quad (\text{A.6})$$

le rayon de courbure complexe q' après propagation dans ce système est donné par :

$$q' = \frac{Aq + B}{Cq + D}. \quad (\text{A.7})$$

Cette propriété est utilisée dans le chapitre 4 pour propager un faisceau gaussien sur de nombreux allers retours dans une cavité. Pour écrire le champ électrique du faisceau gaussien propagé, il reste néanmoins à calculer le terme de normalisation $\frac{w_0}{w(z)}$ qui peut se déterminer à partir du paramètre q , et la phase de Gouy accumulée à travers le système. Cette phase de Gouy est simple à calculer lorsque le faisceau n'est pas transformé par une optique. Cependant, dans la plupart des systèmes optiques étudiés, il sera refocalisé par un miroir sphérique ou une lentille. Dans ce cas, on peut utiliser le formalisme utilisé par M.F. Erden [EO97]. Il montre que la phase de Gouy accumulée dans un système optique décrit par une matrice M est donné par :

$$\tan \phi_G = \frac{B}{\left(A + \frac{B}{R}\right) \frac{\pi w^2}{\lambda}}, \quad (\text{A.8})$$

où R et w sont les rayons de courbure et rayon du faisceau avant propagation par la matrice M. Cette équation diffère de celle définie dans l'article à cause d'une expression des matrices ABCD légèrement différente utilisée par M.F. Erden. On a en fait $B = B_{\text{Erden}}/\lambda$ et $C = C_{\text{Erden}}/\lambda$.

A.2 Modes Hermite-Gaussiens

Il est possible de trouver d'autres solutions à l'équation de Helmholtz dans des conditions paraxiales. La base des modes Hermites Gaussiens en est une, dont le faisceau gaussien est le

mode fondamental. Cette base est trouvée en coordonnées cartésiennes et ses différents modes peuvent s'écrire :

$$E_{m,n}(x, y, z) = \sqrt{\frac{1}{\pi w^2(z) 2^{m+n-1} m! n!}} H_m\left(\frac{\sqrt{2}x}{w(z)}\right) H_n\left(\frac{\sqrt{2}y}{w(z)}\right) \exp\left[ik \frac{x^2 + y^2}{2q(z)}\right] \exp[-i(kz - (m+n+1)\phi_G)], \quad (\text{A.9})$$

où le rayon complexe q et la phase de Gouy ϕ_G sont les mêmes que pour le mode fondamental gaussien. m et n décrivent l'ordre du mode Hermite Gaussien, et H_p est le polynôme de Hermite d'ordre p . On note $N = m + n + 1$ l'ordre total du mode.

Les modes Hermite Gaussiens peuvent être propagés en utilisant le rayon de courbure complexe q et le formalisme ABCD, de la même manière que leur mode fondamental gaussien. On remarque que leur phase accumulée est $1 + m + n$ fois plus grande que celle du mode fondamental.

A.3 Modes Laguerre-Gaussiens

En coordonnées cylindriques, d'une manière similaire on peut obtenir la base des modes Laguerre Gaussiens, dont le mode fondamental est encore le faisceau Gaussien. Leur expression est donnée par :

$$E_{p,l}(r, \theta, z) = \sqrt{\frac{2p!}{\pi(p+|l|)!}} \frac{1}{w(z)} \left(\frac{r\sqrt{2}}{w(z)}\right)^{|l|} L_p^{|l|}\left(\frac{2r^2}{w^2(z)}\right) \exp[-il\theta] \exp\left[ik \frac{r^2}{2q(z)}\right] \exp[-i(kz - (2p+|l|+1)\phi_G)], \quad (\text{A.10})$$

où encore une fois le rayon de courbure complexe q et la phase de Gouy ϕ_G sont les mêmes que celles du mode fondamental gaussien. L'ordre de ces modes est donné par p et l , et leur ordre total $N = 2p + |l| + 1$. $L_p^{|l|}$ est le polynôme de Laguerre généralisé d'ordre p , l .

A.4 Décomposition des champs sur les modes de propagation

En prenant soin de normaliser ces modes transverses, ils forment des bases orthonormales. Ainsi, il est possible de décomposer tout champ incident sur ces modes de propagation. En prenant l'exemple d'un champ E incident, décomposé sur une base de modes Hermite Gaussiens de waist w_0 , ces coefficients sur cette base seront :

$$C_{n,m} = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} E(x, y, z) E_{n,m}^*(x, y) dx dy, \quad (\text{A.11})$$

avec :

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} E_{n',m'}(x, y, z) E_{n,m}^*(x, y, z) dx dy = \delta_{n,n'} \delta_{m,m'}. \quad (\text{A.12})$$

C'est cette décomposition qui s'opère notamment dans les cavités optiques, comme décrit dans le chapitre 4.

Annexe B

Polynômes de Zernike

Les polynômes de Zernike forment une base orthonormale permettant de décrire simplement les aberrations d'un front d'onde. Ils sont définis en coordonnées polaire (ρ, θ) avec $\rho < 1$ par :

$$Z_n^m(\rho, \theta) = \begin{cases} R_n^m(\rho) \cos(m\theta) & m > 0 \\ R_n^m(\rho) \sin(m\theta) & m < 0 \end{cases}, \quad (\text{B.1})$$

avec n et m deux entiers et :

$$R_n^m(\rho) = \sum_{k=0}^{\frac{n-m}{2}} \frac{(-1)^k (n-k)!}{k! \left(\frac{n+m}{2} - k\right)! \left(\frac{n-m}{2} - k\right)!}, \quad (\text{B.2})$$

lorsque $n - m$ est pair, et $R_n^m = 0$ sinon.

La décomposition d'un front d'onde réel dépend de la taille de la pupille que l'on prend en compte. On prendra soin de donner cette taille en même temps que les coefficients de la décomposition dans ce manuscrit. Une description exacte de tous les coefficients de Zernike peut être trouvée dans la plupart des manuels d'optique. Dans cette étude, nous nous sommes surtout intéressés à l'aberration sphérique du 3ème ordre et à l'astigmatisme, dont l'effet est visible dans notre cavité. L'aberration sphérique du 3ème ordre est donnée par le coefficient du polynôme de Zernike $Z_4^0 = \sqrt{5}(6\rho^4 - 6\rho^2 + 1)$. L'astigmatisme est donné selon deux axes séparés de 45° par les polynômes $Z_2^2 = \sqrt{6}\rho^2 \cos(2\theta)$ et $Z_2^{-2} = \sqrt{6}\rho^2 \sin(2\theta)$.

La figure B.1 montre des cartes représentant l'aberration sphérique du 3ème ordre ainsi que l'astigmatisme sur un axe. L'aberration sphérique du 3ème ordre a une symétrie cylindrique ce qui nous permet de la simuler plus simplement. Au centre elle a une forme quadratique, mais son amplitude redescend sur ses bords. L'astigmatisme est un défaut de courbure selon deux axes perpendiculaires. Sur ces deux axes, une courbure quadratique opposée est visible. Si on la visualise à trois dimensions, elle prend la forme caractéristique d'une selle de cheval.

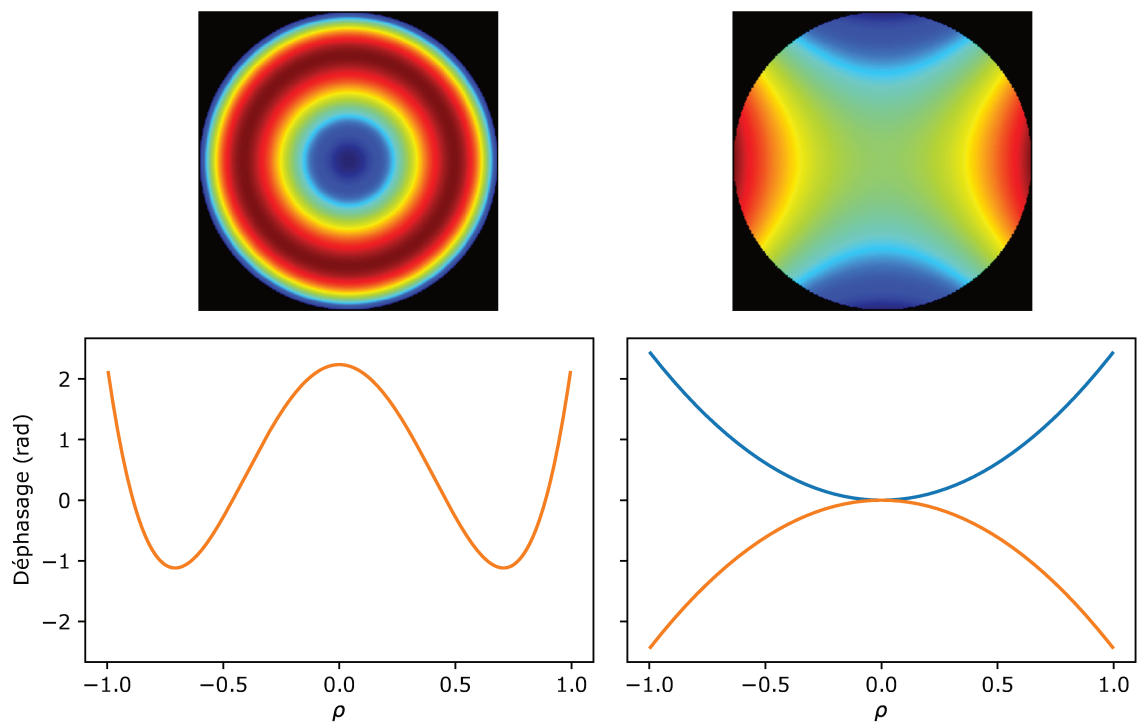


FIGURE B.1 – (A gauche) Aberration sphérique du 3ème ordre. (A droite) Aberration d'astigmatisme. (En bas) Profils dans les directions horizontale et verticale des deux aberrations.

Publications

Atom interferometry with Top-Hat laser beams

N. Mielec, M. Altorio, R. Sapam, D. Horville, D. Holleville, L. Sidorenkov, A. Landragin and R. Geiger
Appl. Phys. Lett. 113, 161108 (2018)

The uniformity of the intensity and phase of laser beams is critical to high-performance atom interferometers. Inhomogeneities in the laser intensity profile cause contrast reductions and systematic effects in interferometers operated with atom sources at micro-Kelvin temperatures, and large diffraction phase shifts in interferometers using large momentum transfer beam splitters. We report on the implementation of a top-hat laser beam in a long-interrogation-time cold-atom interferometer to overcome the issue of the inhomogeneous laser intensity encountered when using Gaussian laser beams. We characterize the intensity and relative phase quality of the top-hat beam and demonstrate its benefit on the atom interferometer contrast, in agreement with calculations. We discuss the application of top-hat beams as a way to improve the performance of different architectures of atom interferometers.

Study of a compact large mode optical resonator

R. Sapam, N. Mielec, B. Canuel, A. Landragin, R. Geiger
En préparation

Improving the phase response of an atom interferometer by means of temporal pulse shaping

B. Fang, N. Mielec, D. Savoie, M. Altorio, A. Landragin and R. Geiger.
New J. Phys. 20 023020 (2018)

We study theoretically and experimentally the influence of temporally shaping the light pulses in an atom interferometer, with a focus on the phase response of the interferometer. We show that smooth light pulse shapes allow rejecting high frequency phase fluctuations (above the Rabi frequency) and thus relax the requirements on the phase noise or frequency noise of the interrogation lasers driving the interferometer. The light pulse shape is also shown to modify the scale factor of the interferometer, which has to be taken into account in the evaluation of its accuracy budget. We discuss the trade-offs to operate when choosing a particular pulse shape, by taking into account phase noise rejection, velocity selectivity, and applicability to large momentum transfer atom interferometry.

Exploring gravity with the MIGA large scale atom interferometer

B. Canuel, A. Bertoldi, L. Amand, E. Pozzo Di Borgo, T. Chantrait, C. Danquigny, M. Dovale Alvarez, B. Fang, A. Freise, E. Geiger, J. Gillot, S. Henry, J. Hinderer, D. Holleville, J. Junca, G. Lefèvre, M. Merzougui, N. Mielec, T. Monfret, S. Pelisson, M. Prevedelli, S. Reynaud, I. Riou, Y. Rogister, S. Rosat, E. Cormier, A. Landragin, W. Chaibi, S. Gaffet, and P. Bouyer
Scientific Reports 8, 14064 (2018)

We propose an underground long baseline atom interferometer to study gravity at very large scale. This hybrid atom-laser antenna will use several atom interferometers simultaneously interrogated by the resonant mode of an optical cavity. The instrument will be a demonstrator for gravitational wave detection in a frequency band (100 mHz – 1 Hz) typically forbidden to terrestrial and space-based optical detectors, and of big interest for potential astrophysical sources. In

the initial instrument configuration, standard atom interferometry techniques will be adopted, which will bring to a peak strain sensitivity of $2 \cdot 10^{-13} / \sqrt{\text{Hz}}$ at 2 Hz. The experiment will be realized in the underground facility of the Laboratoire Souterrain à Bas Bruit (LSBB), Rustrel–France; an exceptional site located away from major anthropogenic disturbances and showing very low background noise. In the following, we present the measurement principle of an in-cavity atom interferometer, derive signal extraction for Gravitational Wave measurement from the antenna and determine its strain sensitivity. We then detail the functioning of the main parts of the detector and describe the properties of its installation site.

A marginally stable optical resonator for enhanced atom interferometry

I. Riou, **N. Mielec**, G. Lefèvre, M. Prevedelli, A. Landragin, P. Bouyer, A. Bertoldi, R. Geiger and B. Canuel.

J. Phys. B : At. Mol. Opt. Phys. 50 155002 (2017)

We propose a marginally stable optical resonator suitable for atom interferometry. The resonator geometry is based on two flat mirrors at the focal planes of a lens that produces the large beam waist required to coherently manipulate cold atomic ensembles. Optical gains of about 100 are achievable using optics with part-per-thousand losses. The resulting power build-up will allow for enhanced coherent manipulation of the atomic wavepackets such as large separation beamsplitters. We study the effect of longitudinal misalignments and assess the robustness of the resonator in terms of intensity and phase profiles of the intra-cavity field. We also study how to implement atom interferometry based on large momentum transfer Bragg diffraction in such a cavity.

Studies of general relativity with quantum sensors

G. Lefevre, G. Condon, I. Riou, L. Chichet, M. Essayeh, M. Rabault, L. Antoni-Micollier, **N. Mielec**, D. Holleville, L. Amand, R. Geiger, A. Landragin, M. Prevedelli, B. Barrett, B. Battelier, A. Bertoldi, B. Canuel et P. Bouyer

arXiv : 1705.10475, 2017.

We present two projects aiming to probe key aspects of the theory of General Relativity with high-precision quantum sensors. These projects use cold-atom interferometry with the aim of measuring gravitational waves and testing the equivalence principle. To detect gravitational waves, a large multi-sensor demonstrator is currently under construction that will exploit correlations between three atom interferometers spread along a 200 m optical cavity. Similarly, a test of the weak equivalence principle is currently underway using a compact and mobile dual-species interferometer, which will serve as a prototype for future high-precision tests onboard an orbiting satellite. We present recent results and improvements related to both projects.

Système et procédé d'interféromètre atomique à cavité optique résonnante

B. Canuel, A. Bertoldi, I. Riou, P. Bouyer, R. Geiger and **N. Mielec**

France, N° de brevet : FR3054773. 2016

L'invention concerne un système d'interféromètre atomique comprenant une source d'atomes générant une bouffée d'atomes froids (60), une source laser générant une séquence d'impulsions lumineuses (14) et un système de détection configuré pour mesurer un déphasage interférométrique de ladite bouffée d'atomes froids (60). Selon l'invention, le système comporte une cavité optique résonnante (100) comprenant un système optique intra-cavité (20, 21, 22), la cavité optique résonnante (100) recevant une impulsion lumineuse de ladite séquence et générant un mode transverse de résonance ayant une première taille (w_1) dans une première partie (81) de la cavité (100, 101), et, le système optique intra-cavité (20, 21, 22) étant configuré pour agrandir ledit mode transverse de résonance à une deuxième taille (w_2) dans une deuxième partie (82) de la cavité optique résonnante (100) et ladite bouffée d'atomes froids (60) étant superposée spatialement et temporellement avec ledit mode transverse de résonance dans la deuxième partie (82) de la cavité optique résonnante (100).

MIGA : Combining laser and matter wave interferometry for mass distribution monitoring and advanced geodesy

B. Canuel, S. Pelisson, L. Amand, A. Bertoldi, E. Cormier, B. Fang, S. Gaffet, R. Geiger, J. Harms, D. Holleville, A. Landragin, G. Lefèvre, J. Lhermite, **N. Mielec**, M. Prevedelli, I. Riou et P. Bouyer
arXiv : 1604.02072, 2016.

The Matter-Wave laser Interferometer Gravitation Antenna, MIGA, will be a hybrid instrument composed of a network of atom interferometers horizontally aligned and interrogated by the resonant field of an optical cavity. This detector will provide measurements of sub Hertz variations of the gravitational strain tensor. MIGA will bring new methods for geophysics for the characterization of spatial and temporal variations of the local gravity field and will also be a demonstrator for future low frequency Gravitational Wave (GW) detections. MIGA will enable a better understanding of the coupling at low frequency between these different signals. The detector will be installed underground in Rustrel (FR), at the "Laboratoire Souterrain Bas Bruit" (LSBB), a facility with exceptionally low environmental noise and located far away from major sources of anthropogenic disturbances. We give in this paper an overview of the operating mode and status of the instrument before detailing simulations of the gravitational background noise at the MIGA installation site.

Bibliographie

- [Bag+96] V. BAGINI et al. [Propagation of axially symmetric flattened Gaussian beams](#). *Journal of the Optical Society of America A* 13.7 (juil. 1996), p. 1385.
- [Bai+06] X. BAILLARD et al. [Interference-filter-stabilized external-cavity diode lasers](#). *Optics Communications* 266.2 (oct. 2006), p. 609-613.
- [Bec+18] Dennis BECKER et al. [Space-borne Bose–Einstein condensation for precision interferometry](#). *Nature* 562.7727 (oct. 2018), p. 391-395.
- [Bél91] P.A. BÉLANGER. [Beam propagation and the ABCD ray matrices](#). *Optics Letters* 16.4 (fév. 1991), p. 196.
- [Biz01] Sébastien BIZE. [Tests fondamentaux à l’aide d’horloges à atomes froids de rubidium et de césium](#). Theses. Université Pierre et Marie Curie - Paris VI, oct. 2001.
- [Bjo+83] G. C. BJORKLUND et al. [Frequency modulation \(FM\) spectroscopy](#). *Applied Physics B Photophysics and Laser Chemistry* 32.3 (nov. 1983), p. 145-152.
- [BKC08] Mihai BONDARESCU, Oleg KOGAN et Yanbei CHEN. [Optimal light beams and mirror shapes for future LIGO interferometers](#). *Physical Review D* 78.8 (oct. 2008), p. 082002.
- [Bon+17] R BONNAND et al. [Upper-limit on the Advanced Virgo output mode cleaner cavity length noise](#). *Classical and Quantum Gravity* 34.17 (juil. 2017), p. 175002.
- [Bor01] Riccardo BORGI. [Elegant Laguerre–Gauss beams as a new tool for describing axi-symmetric flattened Gaussian beams](#). *Journal of the Optical Society of America A* 18.7 (juil. 2001), p. 1627.
- [Bou+11] Rym BOUCHENDIRA et al. [New Determination of the Fine Structure Constant and Test of the Quantum Electrodynamics](#). *Physical Review Letters* 106.8 (fév. 2011), p. 080801.
- [BT06] Mihai BONDARESCU et Kip S. THORNE. [New family of light beams and mirror shapes for future LIGO interferometers](#). *Physical Review D* 74.8 (oct. 2006), p. 082003.
- [Büc+03] M. BÜCHNER et al. [Diffraction phases in atom interferometers](#). *Physical Review A* 68.1 (juil. 2003), p. 013607.
- [Can+18] B. CANUEL et al. [Exploring gravity with the MIGA large scale atom interferometer](#). *Scientific Reports* 8.1 (sept. 2018), p. 14064.
- [Cha+98] Sie Poon CHANG et al. [Transformation of Gaussian to coherent uniform beams by inverse-Gaussian transmissive filters](#). *Appl. Opt.* 37.4 (fév. 1998), p. 747-752.
- [Che+08] P. CHEINET et al. [Measurement of the Sensitivity Function in a Time-Domain Atomic Interferometer](#). *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement* 57.6 (juin 2008), p. 1141-1148.
- [Che06] P. CHEINET. [Conception and realisation of a cold atom gravimeter](#). Theses. Université Pierre et Marie Curie - Paris VI, mar. 2006.
- [Deb+11] J. E. DEBS et al. [Cold-atom gravimetry with a Bose-Einstein condensate](#). *Physical Review A* 84.3 (sept. 2011), p. 033610.
- [Deg10] Jérôme DEGALLAIX. [OSCAR a Matlab based optical FFT code](#). *Journal of Physics: Conference Series* 228 (mai 2010), p. 012021.

- [Dov+17] M. DOVALE-ÁLVAREZ et al. [Fundamental limitations of cavity-assisted atom interferometry](#). *Physical Review A* 96.5 (nov. 2017), p. 053820.
- [Dre+83] R. W. P. DREVER et al. [Laser phase and frequency stabilization using an optical resonator](#). *Applied Physics B Photophysics and Laser Chemistry* 31.2 (juin 1983), p. 97-105.
- [Dun+14] Alexander DUNNING et al. [Composite pulses for interferometry in a thermal cold atom cloud](#). *Physical Review A* 90.3 (sept. 2014), p. 033608.
- [Dut+16] I. DUTTA et al. [Continuous Cold-Atom Inertial Sensor with 1 nrad/sec Rotation Stability](#). *Physical Review Letters* 116.18 (mai 2016), p. 183003.
- [EO97] M. Fatih ERDEN et Haldun M. OZAKTAS. [Accumulated Gouy phase shift in Gaussian beam propagation through first-order optical systems](#). *Journal of the Optical Society of America A* 14.9 (sept. 1997), p. 2190.
- [Fan+18] Bess FANG et al. [Improving the phase response of an atom interferometer by means of temporal pulse shaping](#). *New Journal of Physics* 20.2 (fév. 2018), p. 023020.
- [Fan57] U. FANO. [Description of States in Quantum Mechanics by Density Matrix and Operator Techniques](#). *Reviews of Modern Physics* 29.1 (jan. 1957), p. 74-93.
- [FHC18] Donatella FIORUCCI, Ali HREIBI et Walid CHAIBI. [Telescope-based cavity for negative ion beam neutralization in future fusion reactors](#). *Applied Optics* 57.7 (fév. 2018), B122.
- [Fil+05] J. FILS et al. [Influence of optical aberrations in an atomic gyroscope](#). *The European Physical Journal D* 36.3 (sept. 2005), p. 257-260.
- [Fin18] FINESSE. *Finesse software*. 2018. URL : <http://www.gwoptics.org/finesse/>.
- [Fix+07] J. B. FIXLER et al. [Atom Interferometer Measurement of the Newtonian Constant of Gravity](#). *Science* 315.5808 (jan. 2007), p. 74-77.
- [Fre+16] C FREIER et al. [Mobile quantum gravity sensor with unprecedented stability](#). *Journal of Physics: Conference Series* 723 (juin 2016), p. 012050.
- [Fre12] Nicolas FRESSENGEAS. [Gaussian Beams](#). DEA. Lecture. Université de Lorraine, 2012.
- [Fri65] B. Roy FRIEDEN. [Lossless Conversion of a Plane Laser Wave to a Plane Wave of Uniform Irradiance](#). *Appl. Opt.* 4.11 (nov. 1965), p. 1400-1403.
- [Gau+08] A. GAUGUET et al. [Off-resonant Raman transition impact in an atom interferometer](#). *Physical Review A* 78.4 (oct. 2008), p. 043615.
- [Gor94] F. GORI. [Flattened gaussian beams](#). *Optics Communications* 107.5-6 (mai 1994), p. 335-341.
- [Gou+08] J. Le GOUËT et al. [Limits to the sensitivity of a low noise compact atomic gravimeter](#). *Applied Physics B* 92.2 (juin 2008), p. 133-144.
- [Ham+15] Paul HAMILTON et al. [Atom Interferometry in an Optical Cavity](#). *Physical Review Letters* 114.10 (mar. 2015), p. 100405.
- [Ham18] HAMAMATSU. [LCOS-SLM configuration](#). 2018. URL : <https://www.hamamatsu.com/us/en/community/lcos/technology/index.html>.
- [Has+17] Philipp HASLINGER et al. [Attractive force on atoms due to blackbody radiation](#). *Nature Physics* 14.3 (déc. 2017), p. 257-260.
- [HJ00] John A. HOFFNAGLE et C. Michael JEFFERSON. [Design and performance of a refractive optical system that converts a Gaussian to a flattop beam](#). *Appl. Opt.* 39.30 (oct. 2000), p. 5488-5499.
- [Hog+11] Jason M. HOGAN et al. [An atomic gravitational wave interferometric sensor in low earth orbit \(AGIS-LEO\)](#). *General Relativity and Gravitation* 43.7 (mai 2011), p. 1953-2009.

- [Hu+13] Zhong-Kun HU et al. [Demonstration of an ultrahigh-sensitivity atom-interferometry absolute gravimeter](#). *Physical Review A* 88.4 (oct. 2013), p. 043610.
- [J A+15] and J AASI et al. [Advanced LIGO](#). *Classical and Quantum Gravity* 32.7 (mar. 2015), p. 074001.
- [Jaf+17] Matt JAFFE et al. [Testing sub-gravitational forces on atoms from a miniature in-vacuum source mass](#). *Nature Physics* 13.10 (juil. 2017), p. 938-942.
- [Kah66] Walter K. KAHN. [Unstable Optical Resonators](#). *Applied Optics* 5.3 (mar. 1966), p. 407.
- [KB97] Jeffrey J. KASINSKI et Ralph L. BURNHAM. [Near-diffraction-limited laser beam shaping with diamond-turned aspheric optics](#). *Opt. Lett.* 22.14 (juil. 1997), p. 1062-1064.
- [KJ65] KREUZER et JUSTIN. [Coherent light optical system yielding an output beam of desired intensity distribution at a desired equiphase surface](#). Justin L KREUZER. 11 mai 1965.
- [KL66] H. KOGELNIK et T. LI. [Laser Beams and Resonators](#). *Applied Optics* 5.10 (oct. 1966), p. 1550.
- [Kov+15a] T. KOVACHY et al. [Quantum superposition at the half-metre scale](#). *Nature* 528.7583 (déc. 2015), p. 530-533.
- [Kov+15b] Tim KOVACHY et al. [Matter Wave Lensing to Picokelvin Temperatures](#). *Physical Review Letters* 114.14 (avr. 2015), p. 143004.
- [Koz08] Tomasz KOZACKI. [Numerical errors of diffraction computing using plane wave spectrum decomposition](#). *Optics Communications* 281.17 (sept. 2008), p. 4219-4223.
- [Lan+17] M. LANGLOIS et al. [Differential phase extraction in dual interferometers exploiting the correlation between classical and quantum sensors](#). *Physical Review A* 96.5 (nov. 2017), p. 053624.
- [Lév+09] T. LÉVÈQUE et al. [Enhancing the Area of a Raman Atom Interferometer Using a Versatile Double-Diffraction Technique](#). *Physical Review Letters* 103.8 (août 2009), p. 080405.
- [Lev86] Malcolm H. LEVITT. [Composite pulses](#). *Progress in Nuclear Magnetic Resonance Spectroscopy* 18.2 (jan. 1986), p. 61-122.
- [Li+16] Jiangning LI et al. [Imaging-based amplitude laser beam shaping for material processing by 2D reflectivity tuning of a spatial light modulator](#). *Applied Optics* 55.5 (fév. 2016), p. 1095.
- [Lia+09] Jinyang LIANG et al. [15% root-mean-square flat-intensity laser beam formed using a binary-amplitude spatial light modulator](#). *Applied Optics* 48.10 (mar. 2009), p. 1955.
- [Lou+11] Anne LOUCHET-CHAUVET et al. [The influence of transverse motion within an atomic gravimeter](#). *New Journal of Physics* 13.6 (juin 2011), p. 065025.
- [Luo+16] Yukun LUO et al. [Contrast enhancement via shaped Raman pulses for thermal cold atom cloud interferometry](#). *The European Physical Journal D* 70.12 (déc. 2016), p. 262.
- [Ma+10a] Haotong MA et al. [Generation of flat-top beam with phase-only liquid crystal spatial light modulators](#). *Journal of Optics* 12.4 (mar. 2010), p. 045704.
- [Ma+10b] Haotong MA et al. [Near-diffraction-limited annular flattop beam shaping with dual phase only liquid crystal spatial light modulators](#). *Optics Express* 18.8 (avr. 2010), p. 8251.
- [Ma+11] Haotong MA et al. [Improvement of Galilean refractive beam shaping system for accurately generating near-diffraction-limited flattop beam with arbitrary beam size](#). *Optics Express* 19.14 (juin 2011), p. 13105.
- [Maz+15] T. MAZZONI et al. [Large-momentum-transfer Bragg interferometer with strontium atoms](#). *Physical Review A* 92.5 (nov. 2015), p. 053619.
- [MCC08] Holger MÜLLER, Sheng-wei CHIOU et Steven CHU. [Atom-wave diffraction between the Raman-Nath and the Bragg regime: Effective Rabi frequency, losses, and phase shifts](#). *Physical Review A* 77.2 (fév. 2008), p. 023609.

- [MCS92] Vittorio MAGNI, Giulio CERULLO et Sandro De SILVESTRI. [High-accuracy fast Hankel transform for optical beam propagation](#). *Journal of the Optical Society of America A* 9.11 (nov. 1992), p. 2031.
- [ML85] Nathalie MCCARTHY et Pierre LAVIGNE. [Large-size Gaussian mode in unstable resonators using Gaussian mirrors](#). *Optics Letters* 10.11 (nov. 1985), p. 553.
- [Mol+92] Kathryn MOLER et al. [Theoretical analysis of velocity-selective Raman transitions](#). *Physical Review A* 45.1 (jan. 1992), p. 342-348.
- [Mül+08] Holger MÜLLER et al. [Atom Interferometry with up to 24-Photon-Momentum-Transfer Beam Splitters](#). *Physical Review Letters* 100.18 (mai 2008), p. 180405.
- [Oda+11] Satoru ODATE et al. [Angular spectrum calculations for arbitrary focal length with a scaled convolution](#). *Optics Express* 19.15 (juil. 2011), p. 14268.
- [Pal+18] Vishwa PAL et al. [Generating flat-top beams with extended depth of focus](#). *Appl. Opt.* 57.16 (juin 2018), p. 4583-4589.
- [PB94] C. PALMA et V. BAGINI. [Propagation of super-Gaussian beams](#). *Optics Communications* 111.1-2 (sept. 1994), p. 6-10.
- [PCC99] Achim PETERS, Keng Yeow CHUNG et Steven CHU. [Measurement of gravitational acceleration by dropping atoms](#). *Nature* 400.6747 (août 1999), p. 849-852.
- [Pri01] T. PRITCHETT. *Fast Hankel Transform Algorithms for Optical Beam Propagation*. AD-a397 940. army research lab adelphi md, 2001.
- [QF81] M. QUINTANILLA et A. M. de FRUTOS. [Holographic filter that transforms a Gaussian into a uniform beam](#). *Appl. Opt.* 20.5 (mar. 1981), p. 879-880.
- [RD96] L. A. ROMERO et F. M. DICKEY. [Lossless laser beam shaping](#). *J. Opt. Soc. Am. A* 13.4 (avr. 1996), p. 751-760.
- [Rio+17] I RIOU et al. [A marginally stable optical resonator for enhanced atom interferometry](#). *Journal of Physics B: Atomic, Molecular and Optical Physics* 50.15 (juil. 2017), p. 155002.
- [Rit14] André RITTER. [Modified shifted angular spectrum method for numerical propagation at reduced spatial sampling rates](#). *Optics Express* 22.21 (oct. 2014), p. 26265.
- [Ros+14] G. ROSI et al. [Precision measurement of the Newtonian gravitational constant using cold atoms](#). *Nature* 510.7506 (juin 2014), p. 518-521.
- [RS80] Patrick W. RHODES et David L. SHEALY. [Refractive optical systems for irradiance redistribution of collimated radiation: their design and analysis](#). *Appl. Opt.* 19.20 (oct. 1980), p. 3545-3553.
- [Sav17] Denis SAVOIE. [Fonctionnement continu et entrelacé d'un gyromètre à atomes froids et amélioration de sa stabilité](#). Thèse de doct. Université Pierre et Marie Curie, 2017.
- [Sch+14] D. SCHLIPPERT et al. [Quantum Test of the Universality of Free Fall](#). *Physical Review Letters* 112.20 (mai 2014), p. 203002.
- [SH06] David L. SHEALY et John A. HOFFNAGLE. [Laser beam shaping profiles and propagation](#). *Applied Optics* 45.21 (juil. 2006), p. 5118.
- [Sie74] A. E. SIEGMAN. [Unstable Optical Resonators](#). *Applied Optics* 13.2 (fév. 1974), p. 353.
- [SK08] Mert SERKAN et Hulya KIRKICI. [Optical beam-shaping design based on aspherical lenses for circularization, collimation, and expansion of elliptical laser beams](#). *Appl. Opt.* 47.2 (jan. 2008), p. 230-241.
- [Sor+14] F. SORRENTINO et al. [Sensitivity limits of a Raman atom interferometer as a gravity gradiometer](#). *Physical Review A* 89.2 (fév. 2014), p. 023607.
- [Ste10] Danel A. STECK. [Cesium D Line Data](#). (2010).
- [Ste15] Danel A. STECK. [Rubidium D Line Data](#). (2015).

- [STK11] J. K. STOCKTON, K. TAKASE et M. A. KASEVICH. [Absolute Geodetic Rotation Measurement Using Atom Interferometry](#). *Physical Review Letters* 107.13 (sept. 2011), p. 133001.
- [Tan+95] Xin TAN et al. [Diffractive phase elements for beam shaping: a new design method](#). *Applied Optics* 34.8 (mar. 1995), p. 1314.
- [Tan92] Claude Cohen TANNOUDJI. *Cours d'Interférométrie Atomique*. 1992.
- [Tar+14] M. G. TARALLO et al. [Test of Einstein Equivalence Principle for 0-Spin and Half-Integer-Spin Atoms: Search for Spin-Gravity Coupling Effects](#). *Physical Review Letters* 113.2 (juil. 2014), p. 023005.
- [TC95] Anthony A. TOVAR et Lee W. CASPERSON. [Generalized beam matrices: Gaussian beam propagation in misaligned complex optical systems](#). *Journal of the Optical Society of America A* 12.7 (juil. 1995), p. 1522.
- [TCC01] Philipp TREUTLEIN, Keng Yeow CHUNG et Steven CHU. [High-brightness atom source for atomic fountains](#). *Physical Review A* 63.5 (avr. 2001), p. 051401.
- [TFL15] Cheng-Mu TSAI, Yi-Chin FANG et Chia-Te LIN. [Application of genetic algorithm on optimization of laser beam shaping](#). *Optics Express* 23.12 (juin 2015), p. 15877.
- [TIK82] Mitsuo TAKEDA, Hideki INA et Seiji KOBAYASHI. [Fourier-transform method of fringe-pattern analysis for computer-based topography and interferometry](#). *Journal of the Optical Society of America* 72.1 (jan. 1982), p. 156.
- [Tri+17] A. TRIMECHE et al. [Active Control of Laser Wavefronts in Atom Interferometers](#). *Physical Review Applied* 7.3 (mar. 2017), p. 034016.
- [Vaj13] Gabriele VAJENTE. [Fast modal simulation of paraxial optical systems: the MIST open source toolbox](#). *Classical and Quantum Gravity* 30.7 (mar. 2013), p. 075014.
- [VC05] L. M. K. VANDERSYPEN et I. L. CHUANG. [NMR techniques for quantum control and computation](#). *Reviews of Modern Physics* 76.4 (jan. 2005), p. 1037-1069.
- [WYC94] D. S. WEISS, B. C. YOUNG et S. CHU. [Precision measurement of \$h/m\$ Cs based on photon recoil using laser-cooled atoms and atomic interferometry](#). *Applied Physics B Lasers and Optics* 59.3 (sept. 1994), p. 217-256.
- [Zha+02] D. ZHANG et al. [Fast Hankel transform and its application for studying the propagation of cylindrical electromagnetic fields](#). *Optics Express* 10.12 (juin 2002), p. 521.

RÉSUMÉ

Les capteurs inertiels basés sur l'interférométrie atomique reposent sur l'utilisation d'atomes froids refroidis à des températures proches du micro-Kelvin et des temps d'interrogation de plusieurs centaines de millisecondes. Ces conditions conduisent à une extension du nuage d'atomes de l'ordre du cm, qui rend difficile leur interrogation efficace par des lasers à profil d'intensité gaussien. Cette thèse vise à développer plusieurs moyens de palier aux contraintes posés par le profil gaussien des lasers et leur intensité limitée. Deux axes principaux sont explorés. D'une part, l'inhomogénéité d'intensité des faisceaux d'interrogation a été adressée par l'étude, la réalisation et la caractérisation de solutions de mise en forme de faisceaux. Une de ces solutions a été adaptée à une expérience d'interférométrie atomique, et son impact a été caractérisé. D'autre part, l'utilisation actuelle de lasers gaussiens de diamètres centimétriques pour adresser un maximum d'atomes apporte des contraintes sur les puissances utilisées. L'idée de profiter du gain en puissance de cavités optiques émerge dans le domaine et constitue le cœur de ce travail. Plusieurs concepts de résonateurs optiques ont été étudiés pour permettre l'amplification d'un mode de grande taille dans une géométrie compacte. Nous avons réalisé un résonateur dégénéré, intégrant une lentille intra-cavité, et avons étudié l'influence de ses désalignements et des défauts des optiques sur la résonance de grands faisceaux injectés. Ces deux dispositifs et leur couplage ouvrent la voie vers des générations avancées d'interféromètres atomiques, pour des expériences de précision en physique fondamentale ou pour la mise au point de capteurs inertiels à atomes froids compacts.

MOTS CLÉS

Interférométrie atomique, Cavités optiques, Physique atomique, Optique

ABSTRACT

Inertial sensors based on atom interferometry use cold atom clouds cooled to micro-Kelvin temperatures and interrogation times of a few hundreds of milliseconds. These conditions lead to an expansion of the atom clouds reaching centimetric sizes, which leads to difficulties when trying to address them efficiently with gaussian laser beams. This work aims at developing different means to counteract the constraints brought by these gaussian beams and their limited intensity. Two main axes are explored. On the one hand, the intensity inhomogeneity of the interrogation beams has been addressed by the study, realisation and characterization of beamshaping solutions. One of these solutions has been adapted to an atom interferometry experiment, and its impact characterized. On the other hand, the current use of gaussian beams with centimetric sizes to interrogate as many atoms as possible brings constraints on the laser power. The idea of taking advantage of the optical gain of optical resonators rises in the field and constitutes the heart of this work. Different optical resonators concepts have been considered to allow the resonance of a large optical mode in a compact geometry. We built such a degenerated optical resonator, with an intra-cavity lens, and studied the influence of misalignments and optical defects on the resonance of large injected gaussian beams. These two devices and their combination open the way towards a generation of advanced atom interferometers, for precise experiments of fundamental physics or the development of compact cold atom inertial sensors.

KEYWORDS

Atom Interferometry, Optical resonators, Atomic Physics, Optics