



**HAL**  
open science

# Modélisation et simulation des splits dans les structures composites stratifiées

Hadrien Bainier

► **To cite this version:**

Hadrien Bainier. Modélisation et simulation des splits dans les structures composites stratifiées. Génie mécanique [physics.class-ph]. Université Paris Saclay (COMUE), 2018. Français. NNT : 2018SACLN052 . tel-02092438

**HAL Id: tel-02092438**

**<https://theses.hal.science/tel-02092438v1>**

Submitted on 8 Apr 2019

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# Modélisation et simulation des splits dans les structures composites stratifiées

Thèse de doctorat de l'Université Paris-Saclay  
préparée à l'École Normale Supérieure de Cachan

École doctorale n° 579 Sciences mécaniques et énergétiques,  
matériaux et géosciences  
Spécialité de doctorat: Solides, structures et matériaux

Thèse présentée et soutenue à l'École Normale Supérieure de Cachan, le  
20 Décembre 2018, par

**M. Bainier Hadrien**

Composition du Jury :

<b>M. Bruno Castanié</b>	
Professeur Institut National des Sciences Appliquées de Toulouse	(Président)
<b>M. Jean-François Caron</b>	
Professeur École des Ponts ParisTech	(Rapporteur)
<b>M. Christian Hochard</b>	
Professeur Aix-Marseille Université	(Rapporteur)
<b>M. Frédéric Laurin</b>	
Ingénieur de recherche ONERA	(Examineur)
<b>M. Philippe Barabinot</b>	
Directeur du développement SAMTECH	(Examineur)
<b>M. David Néron</b>	
Professeur École Normale Supérieure Paris-Saclay	(Directeur de thèse)
<b>M. Pierre Ladevèze</b>	
Professeur École Normale Supérieure Paris-Saclay	(Co-directeur de thèse)

**Titre : Modélisation et simulation des splits dans les structures composites stratifiées**

**Mots clés :** composites, calcul des structures, splits

**Résumé :** Le design de pièces de structures aéronautiques en matériau composite requiert un grand nombre de tests et de simulations à différentes échelles. Dans ce contexte industriel, les modèles de comportement sont amenés à prendre une importance de plus en plus prégnante. L'idée développée dans cette thèse est d'améliorer la description de la fissuration transverse à travers le mésomodèle des composites, introduit au LMT dans les années 80. L'objectif est d'être en mesure de prédire précisément par la simulation de la rupture d'un stratifié, en conservant des coûts de calculs raisonnables en vue de substituer à tout ou partie des essais mécaniques onéreux. On propose ainsi une nouvelle version de notre modèle qui combine, à la fois la prise en compte de la fissuration transverse localisée sous forme de split, et une description homogénéisée pour les fortes densités de fissures transverses. Afin de concilier ces deux approches, un critère de détection ad hoc est proposé, le cas échéant les macrofissures sont introduites dans le modèle par le biais d'éléments cohésifs. Une partie de l'originalité de ce travail est de concevoir et développer des méthodes de calculs, en vue de leur transfert vers l'industrie. Pour assurer la pérennité des développements, et pouvoir traiter des problèmes industriels (grand nombre de degrés de liberté, géométries industrielles) on utilise uniquement des logiciels de calculs commerciaux. À cette fin, l'ensemble des développements a été implémenté de manière non intrusive sous SAMCEF. Enfin, pour éprouver la nouvelle stratégie proposée, une campagne de validation en partenariat avec AIRBUS GROUP INNOVATION a été menée sur des structures en matériaux composites stratifiées formées selon des empilements complexes et présentant des accidents géométriques. Le développement de lois de comportements adoucissantes entraîne des problèmes de dépendance au maillage, la question de la localisation est alors abordée sous un angle pratique.



**Title : Modelization and computation of splits in composite material structures**

**Keywords :** composites, structural computations, splits

**Abstract :** Structural aerospace parts design in composite material requires a large number of tests and simulations at different scales. In this industrial context, constitutive laws are more and more important. The idea of this thesis is to improve the description of transverse cracking in the composite mesomodel, introduced in the LMT during the 80's. The objective is to be able to predict accurately the failure of a laminated composite structure, at cheap computational cost, in order to replace some of expensive mechanical tests. We propose a new version of our model which combine, isolated transverse cracks description such as splits, and an homogenized representation to model important transverse cracks density. To reconcile these two approcahes an ad hoc criterion is introduced, if necessary macrocracks are set in the model by using cohesive elements. A significant proportion of this works is to design and elaborate methods and computation strategy, in order to transfer from academic world to industry. To maintain computer code, and be able to compute industrial mechanical problems (large number of DOF, complex geometry) only commercial softwares must be used. For this purpose, the whole code is implemented in a non intrusive way on SAMCEF software. Finally, to challenge the new strategy, a campaign of validation, with our industrial partner AIRBUS GROUP INNOVATION was carried about structures in laminated composite material, with complex stackings with stress concentrations. Constitutive laws with softening triggers off mesh dependance issues, then the question of localization is discussed from a practical angle.







# Remerciements

Je tiens à remercier tout d'abord mes directeurs de thèse à commencer par David Néron, pour m'avoir accompagné depuis mon arrivée à l'école, pour sa rigueur et sa patience ainsi qu'à Pierre Ladevèze, pour m'avoir proposé ce sujet de thèse et permis de travailler sur son mésomodèle d'endommagement. Je les remercie aussi pour m'avoir accordé un délai et permis de mener mon projet à son terme.

Je souhaite ensuite remercier l'ensemble des membres du jury : Bruno Castanié qui m'a fait l'honneur de présider mon jury de thèse, Christian Hochard et Jean-François Caron, qui ont accepté la lourde tâche de rapporter le manuscrit, Frédéric Laurin pour les questions qu'il a soulevées, pour ses relectures et ses corrections ainsi que Philippe Barabinot pour avoir apporté son expertise logicielle en matière de calcul des structures. J'en profite par la même occasion pour remercier les équipes de Samcef pour notre excellente collaboration tout au long de ce projet, en particulier à Jean-Pierre Delsemme pour son accueil chaleureux sur le site de Liège et pour ses enseignements scientifique et logiciel. Je veux remercier vivement Minh Quan Le pour son aide précieuse et sa grande connaissance de Samcef et du mésomodèle ainsi que pour son esprit d'équipe.

Je veux aussi remercier mon collègue Thibault Gorris pour m'avoir donné ses supports de cours et de TD, sans lesquels je n'aurais pas réussi à achever la rédaction de ce manuscrit. Je remercie tous mes camarades et collègues du LMT dont j'ai fait la connaissance, notamment mes amis du centre de calcul dont j'ai mis la patience à l'épreuve, en encombrant régulièrement les espaces de stockage du Cluster et toute la fine équipe avec laquelle j'ai eu le plaisir de prendre le café et de bavarder au bar du LMT ces cinq dernières années : Boubou, Frisou, Rémi, Jean-Luc, François, Jean-Christophe ...

Je remercie mes amis ainsi que mes proches, pour leur amitié et leur soutien : Bertold, Audrey, Romain, Steven, Pierre, Federico, Jean-Baptiste, Adrien, Elena, Amaury et tous les autres.

Pour finir je remercie mes Professeurs, pour la formation que j'ai suivie et qui me permet aujourd'hui d'exercer mon métier.



# Table des matières

<b>Table des matières</b>	<b>7</b>
<b>1 Notions de matériau composite</b>	<b>17</b>
1.1 Matériau composite : définition . . . . .	17
1.1.1 Un matériau multiéchelle . . . . .	17
1.2 La dégradation des matériaux composites stratifiés . . . . .	18
1.2.1 L'endommagement à l'échelle de la fibre . . . . .	18
1.2.2 L'endommagement à l'échelle du pli . . . . .	19
1.3 Dégradation des matériaux composites . . . . .	20
1.3.1 Les micromodèles . . . . .	21
1.3.2 Les macromodèles . . . . .	22
1.3.3 Les mésomodèles . . . . .	23
<b>2 Le mésomodèle LMT</b>	<b>25</b>
2.1 Le matériau virtuel de référence . . . . .	26
2.1.1 Les principaux mécanismes d'endommagement . . . . .	26
2.1.2 Le matériau virtuel de référence en tant que modèle hybride micro-mécanique . . . . .	28
2.1.3 Vers un modèle unifié . . . . .	34
2.1.4 La traction . . . . .	35
2.2 Le pont micro-méso . . . . .	36
2.2.1 La méthode . . . . .	36
2.2.2 Les outils . . . . .	37
2.3 Le mésomodèle d'endommagement . . . . .	42
2.3.1 Le pli seul . . . . .	43
2.3.2 L'interface . . . . .	44
<b>3 Calcul robuste et régularisation</b>	<b>47</b>
3.1 Techniques de régularisation usuelles . . . . .	49
3.1.1 Méthodes locales en espace : Modèle à effet retard- Modèle à effet de vitesse . . . . .	49
3.1.2 Méthodes non locales en espace : Modèle à gradient, Modèles intégraux . . . . .	49
3.1.3 La régularisation dans SAMCEF . . . . .	51
3.1.4 L'effet retard dans les problèmes quasi-statiques : correspondance des chargements . . . . .	51

3.2	Paramètres de régularisation . . . . .	52
3.2.1	Essai de traction à 0° . . . . .	53
3.2.2	Essai de compression à 0° . . . . .	56
3.2.3	Essai de traction à 90° . . . . .	56
3.3	Influence des paramètres de régularisation . . . . .	57
3.3.1	Influence du temps caractéristique induit par l'effet retard . . . . .	58
3.3.2	Influence de la longueur caractéristique induite par l'effet gradient . . . . .	58
3.4	Coefficients matériaux et de régularisation . . . . .	59
3.5	L'interface : équations et implémentation . . . . .	61
3.5.1	Lois implémentées dans SAMCEF . . . . .	61
3.5.2	Les différentes lois cohésives pour représenter le délaminage dans SAMCEF . . . . .	62
3.5.3	Sur l'implémentation du modèle d'interface dans SAMCEF . . . . .	62
3.5.4	Sensibilité à la loi matériau et aux maillages utilisés . . . . .	64
3.5.5	Comparaison de différentes lois de comportements d'interface . . . . .	67
<b>4</b>	<b>Le calcul du splitting</b>	<b>71</b>
4.1	Différentes méthodes de traitement des splits . . . . .	73
4.2	Vers un critère de détection du split . . . . .	76
4.2.1	Détection de split et propagation . . . . .	76
4.2.2	Implémentation du critère de détection . . . . .	77
4.3	Implémentation de la méthode . . . . .	79
4.3.1	Description du problème . . . . .	80
4.3.2	Critère de détection des splits . . . . .	80
4.4	Comparaison des deux méthodes . . . . .	81
4.4.1	Comparaison des courbes effort /déplacement pour la plaque trouée . . . . .	81
4.4.2	Cinématique comparée : champs de déplacement . . . . .	82
4.4.3	Comparaison des cartes d'endommagement . . . . .	83
4.4.4	Propagation du split . . . . .	83
4.4.5	Comparaison des cartes de délaminage . . . . .	85
4.4.6	Remarque sur les maillages utilisés . . . . .	88
<b>5</b>	<b>Validation de la nouvelle stratégie</b>	<b>89</b>
5.1	Contexte et méthodologie . . . . .	89
5.1.1	Les séquences d'empilement . . . . .	89
5.2	Identification/ recalage du mésomodèle . . . . .	90
5.2.1	Comparaison méso-modèle / essais sur éprouvettes lisses . . . . .	90
5.3	Simulation des essais . . . . .	94
5.3.1	Maillage en temps et en espace : . . . . .	94
5.3.2	Détection des splits . . . . .	96
5.3.3	Comparaison des simulations avec ou sans split : . . . . .	99
5.4	Comparaison essai/simulation . . . . .	104
5.4.1	Les faits expérimentaux majeurs : . . . . .	104
5.4.2	Comparaison essai calcul . . . . .	106
5.4.3	Comparaison essai calcul pour la plaque trouée $\varnothing$ 3.175mm . . . . .	106
5.4.4	Comparaison essai calcul pour la plaque trouée $\varnothing$ 6.35mm . . . . .	108

<i>TABLE DES MATIÈRES</i>	9
5.5 Discussion sur la nouvelle stratégie . . . . .	110
<b>Bibliographie</b>	<b>117</b>
<b>6 Annexes</b>	<b>127</b>



# Introduction

Depuis cinquante ans, les secteurs de l'industrie de pointe sont le théâtre d'évolutions technologiques majeures. Dans l'ère qui s'ouvre, les matériaux sont conçus et optimisés afin d'élaborer une structure sur mesure répondant à un besoin unique. À titre d'exemple citons l'utilisation intensive des matériaux composites dans l'industrie aéronautique notamment pour des pièces structurales (caisson central de voilure de l'A380).

Avec la révolution informatique, la conception mécanique classique, au prisme du triptyque produit-procédé-matériau a été entièrement repensée. Elle intègre aujourd'hui des outils de simulations à toutes les étapes du cycle de vie du produit et constitue un outil indispensable d'aide à la décision. C'est dans ce contexte industriel innovant que prend source tout un pan de la mécanique moderne, basé sur la simulation numérique et la formulation de modèles de comportement.

Du fait de leur excellente rigidité spécifique, les matériaux composites sont de plus en plus utilisés pour les applications de haute technologie dans les domaines de l'aéronautique, de l'automobile et du spatial. Pour opérer la substitution des essais par des simulations numériques il est indispensable de disposer de modèles fiables qui reproduisent précisément le comportement du matériau associés à des méthodes de calculs robustes et efficaces.

Depuis 25 ans, des efforts considérables sont déployés en recherche sur la mécanique des matériaux composites dans l'idée de comprendre et de prédire le comportement de ces structures. Cependant dans le cas des matériaux composites stratifiés, la prédiction de l'évolution de l'endommagement jusqu'à la rupture finale reste un challenge décisif qui est au cœur de la révolution du virtual testing engagée par l'industrie aéronautique. Le virtual testing sur une structure consiste, quand cela est possible, à remplacer les campagnes d'essais expérimentales, coûteuses, par des simulations numériques plus économiques. Parmi l'ensemble des modèles proposés pour décrire le comportement des matériaux composites stratifiés, on peut distinguer plusieurs familles de modèles, suivant l'échelle d'observation à laquelle on se place, une présentation et une discussion plus exhaustive est proposée dans la suite du document.

Pour remporter le défi du virtual testing des structures composites plusieurs pistes sont explorées. L'une d'entre elle est ce qui est appelé le mésomodèle d'endommagement des composites, développé au LMT-Cachan depuis les années 1980. L'hypothèse principale de ce modèle est que le comportement de tout stratifié soumis à un chargement quelconque peut être décrit jusqu'à la rupture en utilisant uniquement 2 entités de base : le pli et l'interface. La formulation du modèle dérive des dernières avancées sur la compréhension des mécanismes d'endommagement des stratifiés et de leurs évolutions à micro, méso et macroéchelle. Le mésomodèle que l'on propose, implanté dans de nombreux codes in-

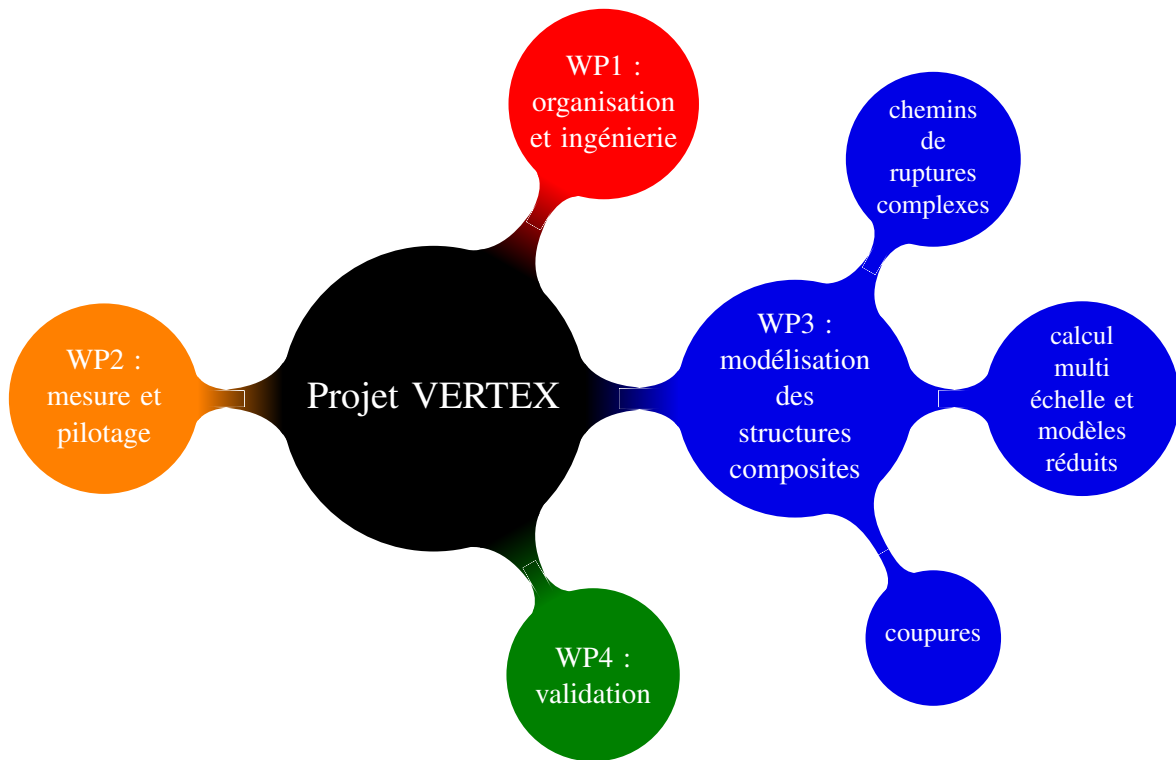


dustriels, peut être vu comme l'homogénéisé d'une description « micro ». Il inclut, depuis peu, une description du couplage entre le délaminage et la microfissuration qui dépend de paramètres matériaux intrinsèques à l'échelle micro. Aujourd'hui, plusieurs approches similaires sont développées, cependant, les prédictions de ces modèles « meso » peuvent s'avérer beaucoup trop conservatives dans certains cas e.g. dans le cas de structures composites présentant un *splitting* fort. Dans ce cas, le mésomodèle présente un défaut ; en raison de constantes numériques liées à la discrétisation, les splits calculés, c'est à dire les zones complètement endommagées du fait de la micro fissuration sont trop épaisses. En effet, ce mécanisme d'endommagement est décrit dans le mésoconstituant pli, à travers des éléments volumiques : la discrétisation spatiale impose, de fait, une épaisseur pour le split qui se trouve être très importante devant celle observée expérimentalement. Par ailleurs, le mécanisme de micro fissuration s'appuie en outre sur une hypothèse de périodicité de la fissuration transverse, cela se traduit en pratique par des valeurs d'indicateurs d'endommagement ( $\bar{d}_{22}, \bar{d}_{12}, \bar{d}_{23}$ ) seuillées à 0.8 ou 0.9, ce qui limite la relaxation des contraintes sur les lèvres de la fissure. Une description plus complète ainsi que des propositions d'amélioration dans la modélisation de ce type de fissuration font l'objet de ce travail.

Cette thèse est réalisée dans le cadre du projet VERTEX (Validation Expérimentale et Modélisation des Structures Composites sous Sollicitations complexes) en collaboration avec Airbus Group Innovations. Le projet VERTEX se décline en quatre work packages, qui comprennent des volets expérimentaux, mesures par corrélation d'images et simulation numérique, c'est dans cette dernière thématique orientée calcul numérique qu'intervient le laboratoire. L'originalité du projet réside dans l'utilisation d'une machine d'essai hors norme pour solliciter, avec des chargements combinés, des éprouvettes de grande taille, une photographie du montage est donnée ci-après en Figure 2. Il réunit autour de ces problématiques des partenaires industriels : Airbus Group Innovation, des développeurs logiciels : LMS Samtech, Holo 3 et des laboratoires de recherches : LMT Cachan, Institut Clément Ader, ONERA.

L'ambition de cette thèse est d'étendre le domaine de prédiction du mésomodèle à des éprouvettes dites technologiques notamment en améliorant les capacités prédictives du modèle en matière de fissuration. La démarche proposée ici consiste à introduire des interfaces endommageables à l'intérieur du pli, capables de décrire fidèlement le phénomène de *splitting* observé expérimentalement. Pour cela, l'idée est d'exploiter le logiciel commercial SAMCEF, qui intègre le mésomodèle amélioré. Ce choix est motivé par les exigences des partenaires industriels qui souhaitent, en vue du transfert vers l'industrie, des développements sur leurs outils numériques commerciaux. Insistons sur ce dernier point à savoir que l'objectif de ce partenariat est en grande partie de développer des synergies entre les laboratoires de recherches et les développeurs logiciels en vue de faire passer les outils introduits développés au laboratoire, dans la Toolbox du logiciel SAMCEF. À ce sujet, on souligne que la version 18 de Samcef intègre désormais les nouveaux indicateurs d'endommagements exposés dans cette thèse.

L'étude menée ici se focalise sur le matériau T700/M21 utilisé dans le secteur aéronautique pour des pièces de structures primaires et secondaires. Cependant la validité du



**FIGURE 1:** Organisation du projet VERTEX en 4 Work Packages

mésomodèle ne se limite pas à ce couple renfort/matrice mais à tout stratifié à matrice organique. Des campagnes complètes d'identifications expérimentales pour différents matériaux ont été menées ces trente dernières années. Le mésomodèle d'endommagement des composites a été challengé sur ses capacités prédictives (effets d'échelle, couplage délaminage-microfissuration) lors de plusieurs benchmarks. L'implication du laboratoire au sein du projet VERTEX vise à élargir le domaine de validité à des éprouvettes dites technologiques. Ces éprouvettes sont d'une taille plus grande qu'un coupon et peuvent présenter des détails structuraux ou des accidents géométriques (perçages, boulons...). Notons qu'on ne s'intéressera ici qu'à des concentrateurs de contraintes liées à des alésages, la question des singularités, plus complexes, faisant l'objet de travaux ultérieurs.

Le présent document se décline comme suit : dans un premier chapitre, on brosse un portrait général des composites en insistant sur leur modélisation multiéchelle, puis dans un second chapitre on énonce les équations qui régissent l'endommagement des composites stratifiés au sein du mésomodèle LMT dans sa version la plus avancée. Puis dans le troisième chapitre, on attachera de l'importance à la robustesse des simulations. En particulier, pour les problèmes d'endommagement, la question de la localisation est abordée. Les paramètres de régularisation repris dans les simulations par la suite sont explicités. Le quatrième chapitre expose le phénomène de splitting et la nouvelle stratégie proposée pour affiner la description de ce type de fissuration. En particulier le critère de détection ainsi que la modélisation d'une microfissure dans le sens transverse aux fibres. On précise qu'avec le modèle, moyennant une séparation des contributions à la microfissuration, la carte de détection des splits peut être facilement obtenue et constitue

pour une grande part l'originalité de ce travail. La stratégie globale de prise en compte des splits est explicitée, et son implémentation sur une géométrie académique est présentée. Pour répondre aux exigences des industriels, les développements sont quasi exclusivement réalisés avec le logiciel de calcul éléments finis SAMCEF qui équipe les bureaux d'études de dimensionnement des grands groupes aéronautiques. Enfin dans le cinquième chapitre on profite des dernières avancées du modèle pour discriminer 3 empilements proposés par le partenaire AIRBUS en guise de validation finale. En parallèle une campagne d'essais a été menée à l'institut Clément Ader de Toulouse, on vérifie ainsi les valeurs prédites par rapport aux résultats expérimentaux qui feront office de juge de paix. Nous profitons de l'occasion pour remercier chaleureusement les équipes de l'institut Clément Ader avec lesquelles nous avons collaboré pour réaliser ce travail.



**FIGURE 2:** Machine d'essai VERTEX

# Notations

$a$	Coefficient de couplage pour la plasticité
$b_2$	Coefficient de couplage de forces associées à l'endommagement diffus
$b_3$	Coefficient de couplage pour l'endommagement diffus
$d, d', d_{23}$	Variable pour l'endommagement diffus
$\bar{d}_{22}, \bar{d}_{12}, \bar{d}_{23}$	Variable d'endommagement pour la fissuration transverse
$d_f$	Variable d'endommagement pour la rupture fibre
$d_{13}, d_{23}, d_{33}$	Variable d'endommagement pour le délaminage
$D$	Distance entre fissures dans le plan
$E_D$	Énergie de déformation du pli
$E_I$	Énergie de déformation de l'interface
$E_i^0$	Module d'Young initial dans la direction $i$
$G_{ij}^0$	Module de cisaillement initial du pli dans le plan $i - j$
$G^I, G^{II}, G^{III}$	Taux de restitution d'énergie pour la fissuration transverse
$G_c^I, G_c^{II}, G_c^{III}$	Taux de restitution d'énergie critique pour la fissuration transverse
$G_I, G_{II}, G_{III}$	Taux de restitution d'énergie pour le délaminage
$G_{cI}, G_{cII}, G_{cIII}$	Taux de restitution d'énergie critique pour le délaminage
$\nu_{ij}^0$	coefficient de Poisson $i - j$
$h$	Épaisseur d'un pli
$\bar{h}$	Épaisseur de transition du pli
$h_I$	Épaisseur de l'interface
$k$	Coefficient de couplage pour l'endommagement des fibres en compression
$E$	Module d'Young de l'interface
$G$	Module de cisaillement de l'interface
$R_0$	Limite d'élasticité
$R(p)$	Loi d'écoulement plastique
$r_c$	Coefficient prenant en compte la non linéarité en compression sens fibre
$Y_d, Y_d'$	Composantes de la force thermodynamique pour l'endommagement diffus
$Y$	Force thermodynamique de couplage pour l'endommagement diffus
$\bar{Y}$	Valeur maximale de $Y$ à l'instant $t$
$Y_0$	Effort seuil pour l'initiation de l'endommagement diffus
$Y_c$	Effort limite pour l'endommagement diffus

$Y_{22}, Y_{12}, Y_{23}$	Composantes de la force thermodynamique pour la fissuration transverse
$Y_\rho$	Force thermodynamique globale pour la microfissuration
$\tilde{Y}_\rho$	Force thermodynamique de couplage associée à la microfissuration
$Y_{df}$	Force thermodynamique pour la rupture fibre
$Y_{dfc}^t$	Effort limite pour la rupture fibre en traction
$Y_{dfc}^c$	Effort limite pour la rupture fibre en compression
$Y_{dI}, Y_{dII}, Y_{dIII}$	Composantes de la force thermodynamique pour le délaminage de l'interface
$Y_{int}$	Force thermodynamique globale pour le délaminage de l'interface
$\bar{Y}_{int}$	Valeur maximale de $Y_{int}$ à l'instant $t$
$\rho_L, A, A_{12}, A_{22}$	Paramètres pour la fissuration transverse
$\gamma_{II,int}, \gamma_{III,int}$	Paramètre matériau pour le délaminage de l'interface
$\eta_f$	Variable d'endommagement liée aux chargements cycliques
$\varepsilon_{ij}$	Composante du tenseur de déformation
$\theta$	Angle entre deux plis adjacents
$\nu_{ij}^0$	Coefficient de Poisson initial dans les directions $i - j$ du pli
$\rho$	Densité de fissuration dans la matrice
$\bar{\rho}$	Densité de fissuration moyenne entre deux plis adjacents
$\tau^+, \tau^-$	Taux de délaminage
$\lambda$	Coefficient matériau pour la fissuration transverse
$\rho_s$	Densité de fissuration à saturation
$\sigma_{ij}$	Composantes du tenseur des contraintes
$[\bullet]^+$	Fonction d'Heaviside
$\langle \bullet \rangle$	Partie positive
$\langle \langle \bullet \rangle \rangle$	Valeur moyenne dans l'épaisseur du pli
$\langle \langle \langle \bullet \rangle \rangle \rangle$	Valeur moyenne sur un cube d'arête $h$

# Chapitre 1

## Notions de matériau composite

### 1.1 Matériau composite : définition

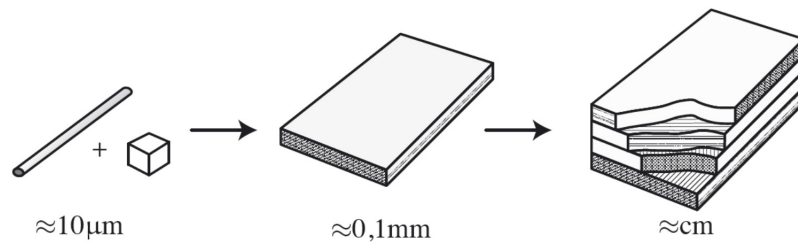
Selon le dictionnaire Larousse, une définition de matériau composite peut s'énoncer ainsi :

*Matériau formé de plusieurs composants élémentaires dont l'association confère à l'ensemble des propriétés qu'aucun des composants pris séparément ne possède.*

Une pléiade de matériaux répondent à ce critère et sont par suite catalogués dans la vaste famille des matériaux composites : parmi les plus connus on peut mentionner l'os qui est composé d'une matrice en collagène et de renforts en hydroxyapatite et le bois dont les fibres de cellulose sont noyées dans une matrice de lignine. Dans la majorité des cas le matériau est composé de deux phases : des renforts mouillés par une matrice. Les renforts assurent la tenue aux efforts mécaniques de la structure : ce sont souvent des fibres, longues ou courtes. La matrice quant à elle permet de répartir les contraintes sur les renforts, elle garantit la géométrie de la pièce et peut aussi conférer au matériau des qualités telles que la résistance au feu, des travaux numériques ont été menés sur ce sujet dont [12]. Ce travail est restreint à l'étude d'une catégorie de matériaux composites dits à fibres longues et à matrice organique (CMO). Parmi ceux-ci on peut distinguer les composites dits de grande distribution (ex : fibres de verre, matrice polyester) et les composites dits « hautes performances » (fibres de carbone, matrice epoxy). L'étude se concentre sur les composites « hautes performances » à fibre de carbone et matrice epoxy particulièrement utilisés pour les applications aéronautiques.

#### 1.1.1 Un matériau multiéchelle

Une structure en matériau composite stratifié est obtenue en drapant successivement des couches de fibres appelées plis. Chacun de ces plis est composé d'une multitude de fibres orientées dans des directions privilégiées ou non. Le matériau étudié ici est formé de plis dits unidirectionnels, c'est à dire dont les fibres de chaque pli sont orientées uniquement dans une direction par opposition aux mats ou aux tissés. Le matériau est ainsi formé en superposant des plis unidirectionnels dans des directions prédéfinies. Afin de donner des repères en termes de longueurs caractéristiques, si on considère une fibre



**FIGURE 1.1:** Un matériau multiéchelle

comme un cylindre, son diamètre est d'environ  $\approx 10\mu\text{m}$ , l'épaisseur d'un pli est de l'ordre de  $\approx 0.1\text{mm}$ , enfin la structure finale a une épaisseur qui peut atteindre quelques centimètres  $\approx 1\text{cm}$ . Ces valeurs sont à considérer comme des ordres de grandeurs, remarquons qu'entre l'échelle de la fibre et celle de la structure on a 4 ou 5 ordres de grandeurs, contre 1 entre l'échelle du pli comparée à l'échelle de la fibre.

Une structure peut être observée à plusieurs échelles :

- à l'échelle de la fibre ( $\approx 10\mu\text{m}$ ) ;
- à l'échelle du pli ( $\approx 0.1\text{mm}$ ) ;
- à l'échelle de l'empilement ( $\approx 1\text{cm}$ ).

La décision de l'échelle d'observation n'est pas sans conséquence. En effet, de ce choix découle une orientation sur la famille de modèles de représentation.

## 1.2 La dégradation des matériaux composites stratifiés

De nombreuses campagnes expérimentales ont été menées pour observer et caractériser la dégradation des stratifiés depuis l'apparition de microfissures à l'interface fibre matrice jusqu'à la rupture brutale des fibres, certaines sont rapportées notamment dans [50],[68], [44], [21] et [104].

De par sa structure multiéchelle (fibre, couche, empilement), la dégradation d'un stratifié est susceptible de se produire à plusieurs échelles. Les mécanismes majeurs de rupture identifiés expérimentalement sont classifiés ci-après. La rupture finale de la structure est ainsi la synthèse de plusieurs mécanismes d'endommagement qui interviennent successivement ou en concert à l'échelle de la fibre et à l'échelle du pli pour aboutir à la rupture de la macrostructure.

### 1.2.1 L'endommagement à l'échelle de la fibre

On distingue 3 principaux mécanismes d'endommagement à l'échelle de la fibre, longueur caractéristique  $\approx 10^{-5}\text{m}$  :

- l'endommagement diffus dans le pli : des microfissures apparaissent dans les couches et conduisent à des décohésions à l'interface entre les fibres et la matrice ;
- le micro délaminage : des microfissures apparaissent dans la zone riche en résine entre deux plis, initiées par les fissures transverses qui créent des concentrateurs de contraintes au niveau de l'interface ;

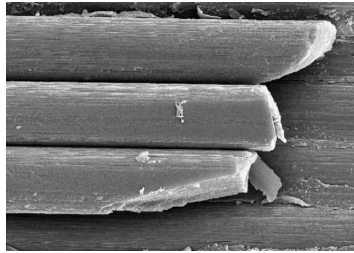


FIGURE 1.2: La rupture des fibres

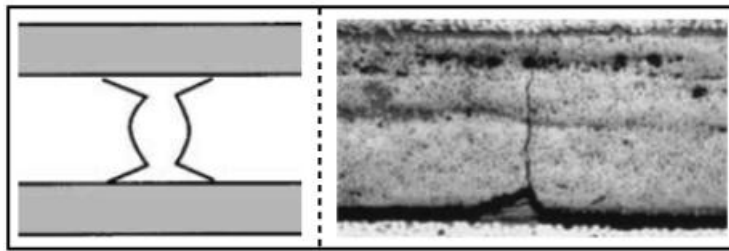


FIGURE 1.3: Delaminage

- la rupture des fibres (Figure 1.2) : ce mécanisme peut se scinder en deux phases : une première où seulement quelques fibres viennent à rompre, ce mécanisme est stable jusqu'à ce qu'une certaine quantité critique de fibres ait rompu. À ce stade la propagation devient instable et toutes les fibres rompent brutalement, le stratifié est alors considéré comme totalement ruiné.

### 1.2.2 L'endommagement à l'échelle du pli

On répertorie 2 mécanismes d'endommagement remarquables à l'échelle du pli, longueur caractéristique  $\approx 10^{-4}\text{m}$  :

- la fissuration transverse est une macrofissure qui se développe dans le pli, parallèlement aux fibres : elle apparaît par un mécanisme de percolation des microfissures sous-jacentes à l'endommagement diffus ;
- le délaminage (Figure 1.3) correspond à un décollement de deux couches entre elles : les plis se détachent, les efforts ne sont plus repris que par certains plis : à ce moment la structure est considérée comme totalement ruinée.

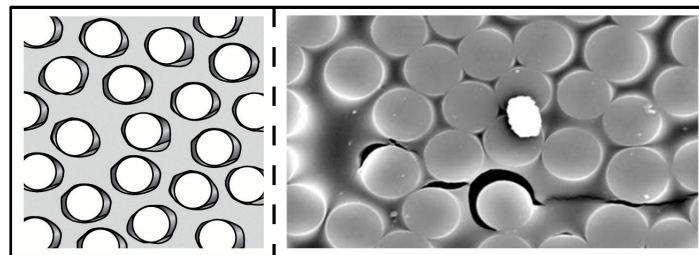


FIGURE 1.4: La décohésion des fibres et de la matrice



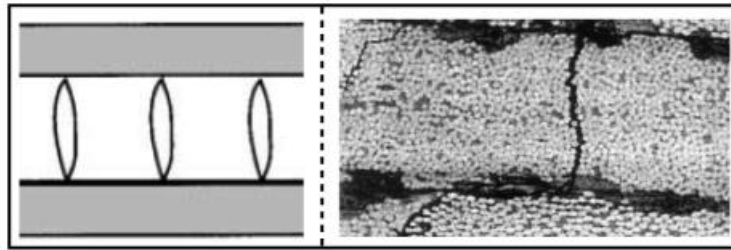


FIGURE 1.5: Fissuration transverse

### 1.3 Modélisation de la dégradation des matériaux composites

Pour prédire la tenue aux efforts d'un stratifié, l'ingénieur dispose de modèles de comportement. La construction d'un modèle repose sur le choix d'une échelle d'observation de la dégradation. En effet on peut décrire la détérioration de l'éprouvette au niveau matériau, de manière discrète, en incluant chaque discontinuité, ou au niveau de la structure en traitant l'endommagement de façon homogénéisée.

Une classification communément adoptée pour discriminer les différents modèles d'endommagement de structure composite se base sur l'échelle à laquelle la détérioration du matériau est traitée.

De ce classement se dégagent 3 grandes familles de modèles :

- les micromodèles qui décrivent l'endommagement au niveau de la microstructure ;
- les macromodèles qui traitent la rupture de l'éprouvette à l'échelle de l'empilement ;
- les mésomodèles qui se situent entre les deux, à l'échelle du pli.

Les micromodèles s'appliquent à décrire le matériau, dans son intimité, à une échelle très petite : celle de la microstructure [32], [103], [4] et [45]. En effet chaque longueur de fibre et chaque volume de matrice sont représentés. La longueur caractéristique est de l'ordre du diamètre d'une fibre soit environ  $10\mu\text{m}$ . Ces modèles, rendent compte de l'endommagement d'une structure composite de manière très précise. Pour autant, du fait de l'échelle d'observation, les maillages et les temps de calculs associés aux simulations à l'échelle micro sont considérables. De ce fait il est impossible de simuler des coupons de quelques centimètres et a fortiori des structures industrielles en utilisant une approche de ce genre.

Une seconde famille de modèles dits macromodèles considère la structure à l'échelle de l'empilement. La longueur caractéristique est de l'ordre du centimètre ( $\approx 1\text{cm}$ ). Ces modèles dérivent de la théorie des plaques stratifiées, relativement élémentaire. En conséquence, ils sont très économiques en terme de coûts de calcul. En revanche, ces modèles basés sur une hypothèse cinématique simple de plaque stratifiée ne sont pas adaptés pour décrire finement le scénario d'endommagement d'un stratifié en particulier la compétition entre les mécanismes d'endommagement, une discussion plus exhaustive sur les limitations des modèles macro est disponible dans [2].

Une famille de modèles dits mésomodèles appréhende le matériau à une échelle inter-

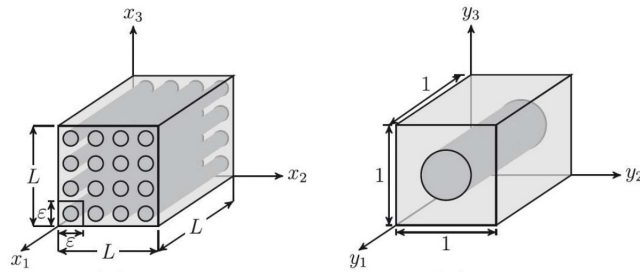


FIGURE 1.6: Choix du V.E.R pour l'homogénéisation

médiaire, la longueur caractéristique est de l'ordre de l'épaisseur du pli ( $\approx 100\mu\text{m}$ ). Cette approche permet de concilier une description précise de la physique des composites tout en conservant des coûts de calculs « raisonnables ». Le travail qui suit se concentre sur cette famille de modèles.

### 1.3.1 Les micromodèles

Les micromodèles, comme on l'a dit précédemment, étudient le stratifié à l'échelle de la fibre, la longueur caractéristique est de l'ordre de  $10^{-5}\text{m}$ . Le principe des micromodèles est de revenir aux propriétés intrinsèques des fibres et de la matrice et de remonter à une échelle supérieure afin de déduire le comportement du pli ou de la structure complète. Dans ces modèles l'endommagement est décrit d'une façon discrète. Les micromodèles sont principalement utilisés dans les méthodes d'homogénéisation, ou pour la compréhension de la dynamique des mécanismes de dégradation à l'échelle de la fibre.

Des études micro ont été menées sur la décohésion fibre/matrice, on peut citer [122], [96] [14] et sur la fissuration transverse [106], [22] [21], [26] et [116].

Cependant du fait du raffinement de maillage imposé par le modèle, il est impossible, à l'heure actuelle, de simuler une structure ou même une éprouvette modélisée par un modèle micro.

Les micromodèles sont utilisés pour homogénéiser les propriétés d'un volume élémentaire représentatif et ainsi faire remonter, à une échelle supérieure, les propriétés physiques d'un stratifié. Plusieurs choix sont possibles pour le VER :

- le VER peut être défini à l'échelle de la fibre : voir [32, 103]. Cette homogénéisation permet de décrire les mécanismes à l'échelle de la fibre mais ne peut pas prendre compte des mécanismes à l'échelle du pli qui se développent à une échelle plus grande que celle du VER ;
- le VER peut être défini à l'échelle de la fissuration transverse [78].

Dans [78] [85] et [86] les auteurs ont introduit un pont entre l'échelle micro et l'échelle méso de manière à obtenir des modèles à l'échelle méso donc peu chers en temps de calcul, qui incluent la physique en faisant remonter une information micro « physique » à une échelle supérieure.

### 1.3.2 Les macromodèles

Les macromodèles étudient le stratifié à l'échelle de l'épaisseur de la structure, la longueur caractéristique est de l'ordre de  $10^{-2}$ m. À cette échelle et compte tenu de l'épaisseur qui reste faible devant les dimensions de la structure, on peut discrétiser la géométrie en utilisant des éléments plaques ou coques, on peut citer [110].

La résolution du problème s'effectue ensuite en deux étapes :

- Un calcul global de la structure en utilisant un modèle de type plaque composite (Classical Laminated Plate Theories) ;
- Reconstruction des champs de contraintes et de déformations locaux dans chaque couche ;
- Application de critères de rupture du matériau pour chaque couche.

Les modèles macro s'appuient sur la représentation de la géométrie d'un stratifié par une nappe. Ils postulent une hypothèse sur le comportement : par exemple cinématique de type Kirchoff ou Hellinger de manière à construire un champ de déplacement simple. Cette hypothèse reste cependant trop simpliste et les macromodèles sont mis en échec lorsque la structure présente des singularités ou des accidents géométriques.

#### Critères de rupture

On distingue 3 catégories de critères macro pour prédire l'endommagement d'un stratifié.

- les critères de type contrainte ou déformation maximales admissibles dans le repère lié au pli ;
- les critères de type Tsai ;
- les critères de type Hashin.

Les critères utilisés pour décrire l'endommagement en contrainte maximale sont identifiés à partir de tests de rupture en traction compression. Ces critères ne prennent pas en compte le fait que les sollicitations peuvent être composées et surestiment la tenue de la structure lorsque le chargement n'est pas uniaxial.

Les critères de type Tsai et Hashin prennent en compte la possibilité que la structure soit soumise à des sollicitations composées, voir [128]. On peut représenter de tels critères par une enveloppe de rupture à la manière d'un critère de Von Mises pour un métal, mais tenant compte en plus du comportement orthotrope du pli.

Les critères de type Hashin [58] prennent en compte plusieurs modes de rupture : la rupture de la matrice et celle de la fibre en traction compression. Les contraintes dans le sens du pli sont comparées à des valeurs seuils de tenue en traction compression pour la fibre et la matrice.

En tout état de cause les macromodèles sont capables de prédire les zones les plus sollicitées de la structure, cependant les critères macroscopiques ne sont pas basés sur la physique de la dégradation d'un stratifié. Ces critères ne peuvent pas décrire fidèlement les processus de ruine d'un composite qui interviennent à l'échelle de la fibre et du pli et notamment la compétition entre les différents mécanismes de dégradation.

### 1.3.3 Les mésomodèles

Les mésomodèles étudient le stratifié à l'échelle d'une couche, la longueur caractéristique est de l'ordre de  $10^{-4}$ m. En général, l'épaisseur d'un pli élémentaire se situe autour de 0.125mm. L'échelle d'étude de la structure se veut suffisamment petite pour décrire finement l'endommagement du composite en respectant la physique, et suffisamment grande afin de limiter le nombre de degrés de liberté lors des simulations. Différents mésomodèles ont été introduits, on peut citer [78] [61] [23] [132] [117] [24] [52] [82]. Ces différents modèles diffèrent en particulier dans leur description de la fissuration transverse d'un stratifié.

On trouve dans certains mésomodèles une modélisation de la fissuration transverse de manière discrète [23] [131] et [61]. Les fissures sont introduites à la jonction de deux éléments de plis dans le plan des fibres.

En conséquences, les modèles à l'échelle méso présentent une alternative prometteuse aux modèles micromécaniques pour prédire la rupture d'une structure en matériaux composite de manière fiable. Par la suite, on étudiera seulement cette famille de modèles, le chapitre suivant propose une description du mésomodèle LMT basée sur des considérations micromécaniques.

### Conclusion

Dans ce chapitre, on a brossé un portrait général des matériaux composites. Une classification classiquement adoptée selon l'échelle d'observation a permis de distinguer trois grandes familles de modèles pour les matériaux composites. Les avantages et inconvénients de chacune d'entre elles ont été exposés. On propose dans le chapitre qui suit de préciser notre propos en présentant le modèle qui sera employé par la suite pour effectuer les simulations.



# Chapitre 2

## Le mésomodèle LMT

Le mésomodèle d'endommagement des composites a été introduit au laboratoire de mécanique et de technologie de Cachan dans les années 80. Depuis maintenant presque 30 ans la modélisation s'est perfectionnée, intégrant un certain nombre d'améliorations afin de coller au plus près de la physique de la dégradation d'un stratifié. Dans cette section on présente le mésomodèle, sous un angle pratique, dans sa version actuelle en insistant sur l'aspect multiéchelle.

La littérature scientifique sur les composites est immense : de nombreux ouvrages et une foule de revues internationales ont traité de leur compréhension, leur modélisation et de l'identification de modèles de comportement thermomécanique des composites, avec une attention particulière portée sur les composites stratifiés à fibres longues qui sont les plus largement utilisés dans les domaines de l'aéronautique, du spatial et aujourd'hui dans le secteur automobile. Cependant, même dans le cas de composites stratifiés, la prédiction de l'évolution de l'endommagement jusqu'à la rupture finale reste un défi majeur qui est au coeur de la révolution actuelle du virtual testing.

À l'horizon des années 2000, on comptait deux types d'approches en compétition pour décrire la dégradation d'un stratifié : la micromécanique des composites stratifiés, voir [63, 20, 108, 17] dans laquelle on représente chacune des fissures. L'analyse des structures en elles mêmes constituait une seconde approche très active, mais malheureusement limitée à l'élasticité, particulièrement pour les analyses de délaminage [41, 42, 120, 39] et d'optimisation [140].

Ces dernières années, de nombreux modèles de calcul ont été introduits, indépendamment de ces deux familles, pour simuler et interpréter les essais expérimentaux mais très peu aujourd'hui peuvent être considérés comme des approches prédictives ; parmi elles, on peut citer [29, 90] et le mésomodèle d'endommagement des composites du LMT. Cette dernière réponse au virtual testing peut être située entre la vision « critère de rupture » qui est relativement grossière et la vision « micro », qui est très satisfaisante en termes de physique, mais hors de portée des puissances de calculs disponibles pour l'instant.

Par ailleurs des travaux pour bâtir un pont micro-méso ont été menés au LMT [78, 79, 81, 85] dans le but de développer une complète synergie entre la micromécanique et la macromécanique. La première application a été le micromodèle d'endommagement dans [82, 83, 84], qui est en accord avec les savoirs préexistants à l'échelle micro et méso, et à la différence d'autres modélisations à l'échelle micro, le micromodèle d'endommagement est en capacité de simuler des structures complexes. La plus grande différence avec les

modèles existants est que chacune des fissures est modélisée « in extenso » en prenant en considération l'initiation et la propagation grâce à ce qu'on appelle « Finite Fracture Mechanics » [59, 108]. Ainsi, lorsqu'on veut reproduire l'expérience, on n'a pas besoin d'introduire un réseau de fissures qui s'appuie sur une observation expérimentale a priori.

Cependant de tels modèles conduisent à des coûts de calculs faramineux et ne peuvent donc pas être utilisés tels quels pour des calculs d'ingénierie de structure [86]. Ainsi, dans l'approche LMT, ce micromodèle constitue les fondements du mésomodèle qui peut être vu comme un matériau virtuel de référence pour toute une famille de matériaux composites et non pas seulement pour un seul matériau bien précis. En utilisant le pont micro-méso, le mésomodèle du LMT résulte d'une homogénéisation du modèle micro, assuré du point de vue physique [98].

Cette version a été implémentée ou est en phase de l'être dans des codes industriels pour le virtual testing notamment dans le logiciel SAMCEF qui est utilisé pour réaliser les simulations présentées dans ce manuscrit. Elle constitue un progrès significatif vis à vis des versions standards développées ces 30 dernières années et disponibles dans bon nombre de logiciels industriels de calculs des structures [73, 5, 74, 75]. Récemment, un pas a été franchi [87] avec la modélisation de l'interaction entre la microfissuration dans le pli et le délaminage qui est un phénomène important observé [62, 104, 48, 46, 30, 70, 95, 141, 61, 132]. On observe en effet qu'un pli fissuré est plus enclin qu'un pli non fissuré à initier du délaminage au niveau des zones riches en résine qui le contiennent.

Dans de récents papiers l'approche multiéchelle de la modélisation est revisitée. On soulignera certains aspects pratiques liés aux différents points suivants :

- un micromodèle unifié qui prend en compte la fatigue, la vitesse de chargement et l'oxydation, c'est à dire un matériau virtuel de référence ;
- un pont général entre la micro et la méso mécanique ;
- le mésomodèle d'endommagement utilisé pour le calcul de structure en tant que modèle homogénéisé.

## 2.1 Le matériau virtuel de référence

### 2.1.1 Les principaux mécanismes d'endommagement

Les mécanismes d'endommagement des composites stratifiés sont aujourd'hui bien compris grâce à de nombreuses campagnes expérimentales et aux travaux théoriques menés sur ce que l'on appelle la micromécanique des stratifiés (voir les papiers [107, 108, 17] et en particulier les ouvrages [63, 20]). La figure 2.1 montre, hormis la rupture fibre, les différents scénarios à l'échelle micro (notons que les scénarios 3 et 4 font généralement défaut dans la micromécanique car ils se développent à une échelle supérieure à celle de la fibre, celle du pli).

Dans la plupart des cas pratiques, le scénario suit la Figure 2.2. Les scénarios 3 et 4 démarrent, ce qui mène à un endommagement assez diffus dans les plis et les interfaces. La fissuration transverse apparaît par le biais d'un phénomène de percolation, et le scénario 1 est activé. La compétition entre la fissuration transverse et le délaminage local s'achève par une saturation du scénario 1 et sont relayés par le développement du scénario catastrophique numéro 2. Finalement, la rupture finale apparaît avec la rupture des fibres

et le délaminage.

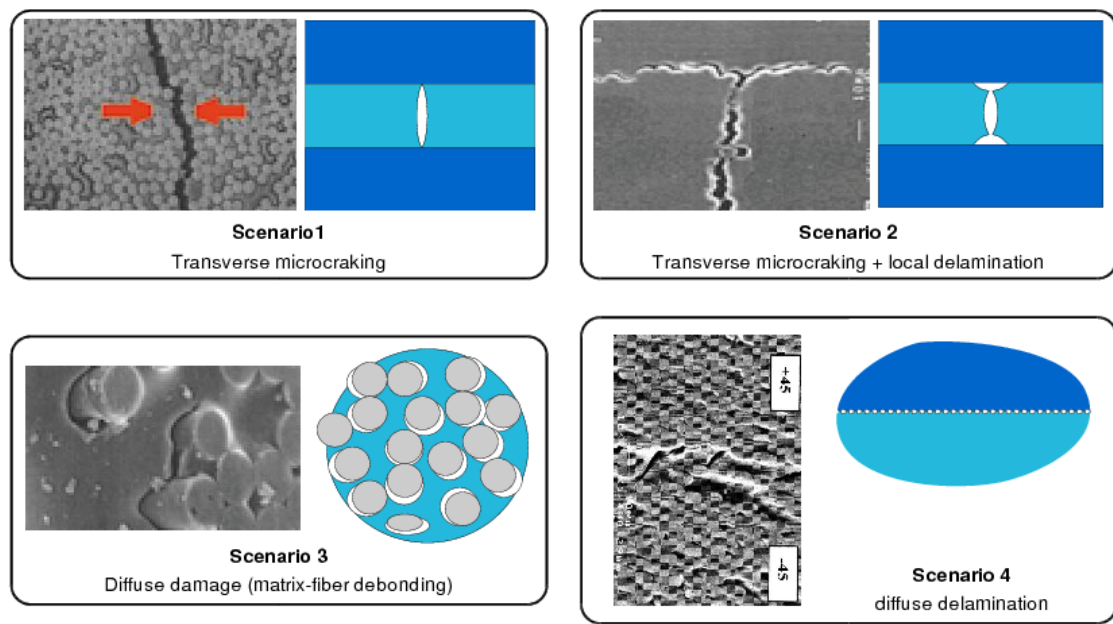


FIGURE 2.1: Les principaux mécanismes d'endommagement

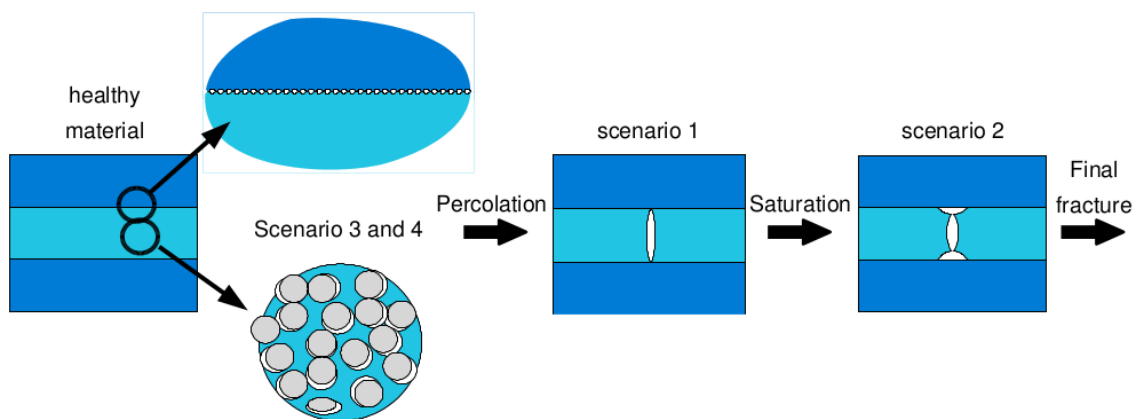


FIGURE 2.2: Les scénarios de rupture en traction



## 2.1.2 Le matériau virtuel de référence en tant que modèle hybride micromécanique

### Aspects fondamentaux

L'échelle de travail en micromécanique est comprise entre la dimension caractéristique de la structure ( $\approx 10\text{cm}$ ) et le diamètre d'une fibre ( $\approx 10\mu\text{m}$ ). L'état de la structure est décrit en pratique par un assemblage d'interfaces fissurées et de couches fissurées constituées d'un matériau « fibre-matrice » supposé homogène ou quasi-homogène. La difficulté provient du nombre important de fissures.

Partant de l'état initial, des contraintes résiduelles apparaissent dès la fabrication et peuvent être déterminées par simulation du procédé d'obtention de la pièce. Une approche plus pragmatique consiste à introduire une variation de température négative qui correspond au refroidissement du matériau à partir de la température de cuisson jusqu'à l'ambient. De cette manière, on peut estimer sans difficulté les contraintes résiduelles en utilisant la thermoélasticité.

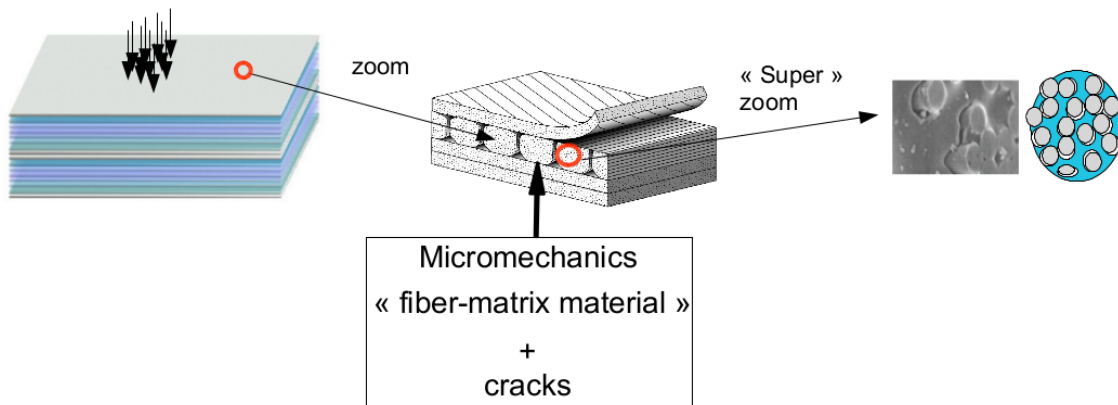


FIGURE 2.3: Le matériau virtuel de référence

Une modélisation hybride est proposée. Pour décrire le matériau fibre-matrice on emprunte le framework de la mécanique des milieux continus classique, les surfaces fissurées, quant à elles, suivent un modèle discret en introduisant « des surfaces fissurées minimales ». Cette démarche s'inscrit dans le cadre global de la « Finite fracture mechanics » (voir [59, 108]).

### Modélisation du matériau fibre-matrice

On présente au préalable le mésomodèle LMT restreint aux scénarios 3 et 4. Les scénarios 1 et 2, qui sont activés par des seuils d'endommagement ne sont pas introduits dans cette partie. Ainsi, le mécanisme d'endommagement diffus dans les plis et dans l'interface est décrit par un modèle qui inclut de l'endommagement de la (visco)plasticité.

### Élasticité et vitesse d'endommagement

Les matériaux composites qui sont investigués dans cette étude sont constitués de renforts seulement dans une direction (UD) par opposition aux composites tissés pour

lesquels les notions de trame et de chaîne interviennent. Par la suite, les indices 1,2 et 3 désignent respectivement la direction des fibres, la direction transverse dans le pli et la direction normale au pli. L'énergie du matériau endommagé définit la cinématique d'endommagement. En utilisant les notations classiques, cette énergie s'écrit :

$$\begin{aligned}
2E_D = & \frac{1}{(1-d_f)E_1^0} [\langle \sigma_{11} \rangle^2 + \Phi(\langle -\sigma_{11} \rangle) - 2\nu_{12}^0 \sigma_{11} \sigma_{22} - 2\nu_{13}^0 \sigma_{11} \sigma_{33}] \\
& + \left[ \frac{\langle -\sigma_{22} \rangle^2}{E_2^0} + \frac{\langle -\sigma_{33} \rangle^2}{E_3^0} - \left( \frac{\nu_{23}^0}{E_2^0} + \frac{\nu_{32}^0}{E_3^0} \right) \sigma_{22} \sigma_{33} \right] + \left[ \frac{\langle \sigma_{22} \rangle^2}{E_2^0(1-d')} + \frac{\langle \sigma_{33} \rangle^2}{E_3^0(1-d')} \right] \\
& + \left[ \frac{\sigma_{12}^2}{G_{12}^0(1-d)} + \frac{\sigma_{23}^2}{G_{23}^0(1-d_{23})} + \frac{\sigma_{13}^2}{G_{13}^0(1-d)} \right]
\end{aligned} \tag{2.1}$$

avec  $\Phi(\bullet) = 2/3r_c \bullet^3$  et  $r_c$  qui est une constante matériau prenant en compte la réponse élastique non linéaire en compression [6]. Toutes les variables internes d'endommagement restent constantes à travers l'épaisseur du pli de chaque couche. Les indicateurs  $d'$ ,  $d$  et  $d_{23}$  servent à décrire le mécanisme d'endommagement diffus pour lequel on suppose un comportement isotrope transverse défini par la direction des fibres ; l'aspect unilatéral des microfissures associées à l'endommagement diffus est pris en compte en partitionnant l'énergie totale en une énergie de « traction » et une énergie de « compression ».  $d_f$  est une variable d'endommagement qui décrit la rupture des fibres.  $\langle \bullet \rangle$  signifie la partie positive. Les forces thermodynamiques associées à la dissipation d'énergie mécanique sont données par :

$$\begin{aligned}
Y_d &= \left. \frac{\partial \langle \langle E_D \rangle \rangle}{\partial d} \right|_{\sigma=\text{cst}} = \frac{1}{2(1-d)^2} \left\langle \left\langle \frac{\sigma_{12}^2}{G_{12}^0} + \frac{\sigma_{13}^2}{G_{13}^0} \right\rangle \right\rangle \\
Y_{d'} &= \left. \frac{\partial \langle \langle E_D \rangle \rangle}{\partial d'} \right|_{\sigma=\text{cst}} = \frac{1}{2(1-d')^2} \left\langle \left\langle \frac{\langle \sigma_{22} \rangle^2}{E_2^0} + \frac{\langle \sigma_{33} \rangle^2}{E_3^0} + \frac{1-d_{23}}{(1-d')(1+(1-d')\nu_{23}^0)} \frac{\sigma_{23}^2}{G_{23}^0} \right\rangle \right\rangle \\
Y_{d_f} &= \left. \frac{\partial \langle \langle E_D \rangle \rangle}{\partial d_f} \right|_{\sigma=\text{cst}} = \frac{1}{2(1-d_f)^2} E_1^0 \left\langle \left\langle [\langle \sigma_{11} \rangle^2 + \Phi(\langle -\sigma_{11} \rangle) - 2\nu_{12}^0 \sigma_{11} \sigma_{22} - 2\nu_{13}^0 \sigma_{11} \sigma_{33}] \right\rangle \right\rangle
\end{aligned} \tag{2.2}$$

où  $\langle \langle \bullet \rangle \rangle$  signifie la moyenne sur l'épaisseur du pli. Les paramètres matériaux à identifier pour cette loi sont les rigidités initiales du tenseur de Hooke (5 composantes indépendantes conformément à l'hypothèse d'isotropie transverse), ainsi que la constante  $r_c$ .

### Loi d'évolution de l'endommagement diffus

À partir des résultats expérimentaux, on montre que les forces qui gouvernent l'évolution de l'endommagement sont :

$$Y = [Y_d + b_2 Y_{d'}] \tag{2.3}$$

où  $b_2$  est une constante matériau qui équilibre l'influence de l'énergie transverse devant l'énergie de cisaillement. Pour des taux d'endommagement faibles, et des chargements

quasi statiques, on a :

$$d = \frac{\sqrt{\bar{Y}} - \sqrt{Y_0}}{\sqrt{Y_c} - \sqrt{Y_0}} \quad \text{pour } d < 1 \text{ sinon } d = 1 \quad (2.4)$$

$$d' = b_3 d$$

avec  $\bar{Y} = \sup_{\tau \leq t} Y$  et où  $Y_0$ ,  $Y_c$ ,  $b_2$ ,  $b_3$  sont des constantes matériaux. L'évolution de l'endommagement est ensuite définie par une fonction linéaire de la racine de la force thermodynamique associée. Généralement,  $d$  n'excède pas une valeur proche de 0.5 associée à une instabilité et un phénomène de saturation survient : la microfissuration s'initie grâce au phénomène de percolation des microfissures diffuses. Cependant pour les matériaux thermoplastiques, ce phénomène d'instabilité peut apparaître plus tard du fait de la rotation des fibres. Le modèle reste valide pour une assez large gamme de températures [7], une fonction typique de cisaillement à température ambiante est donnée en Figure 2.4.

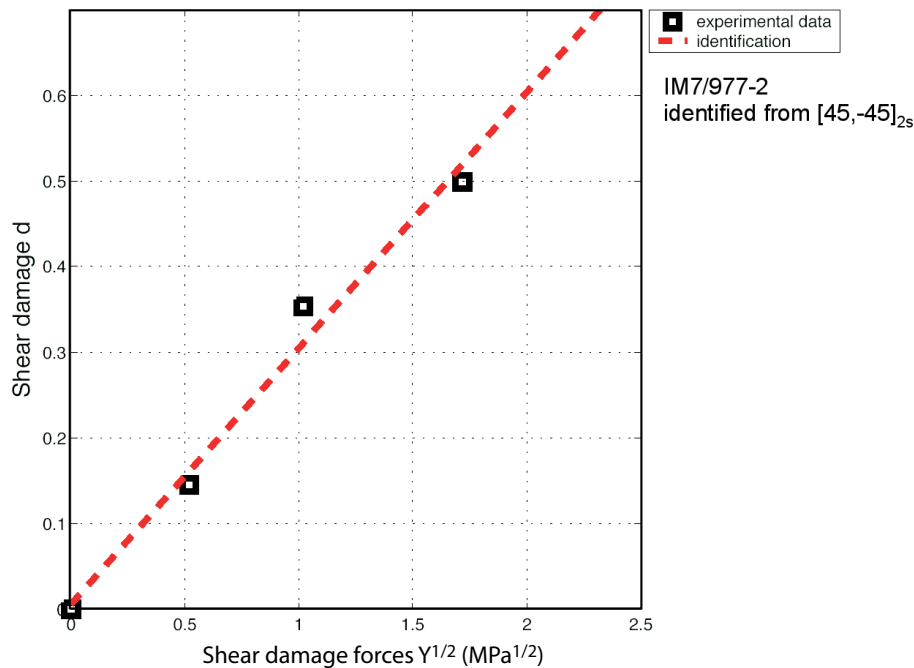
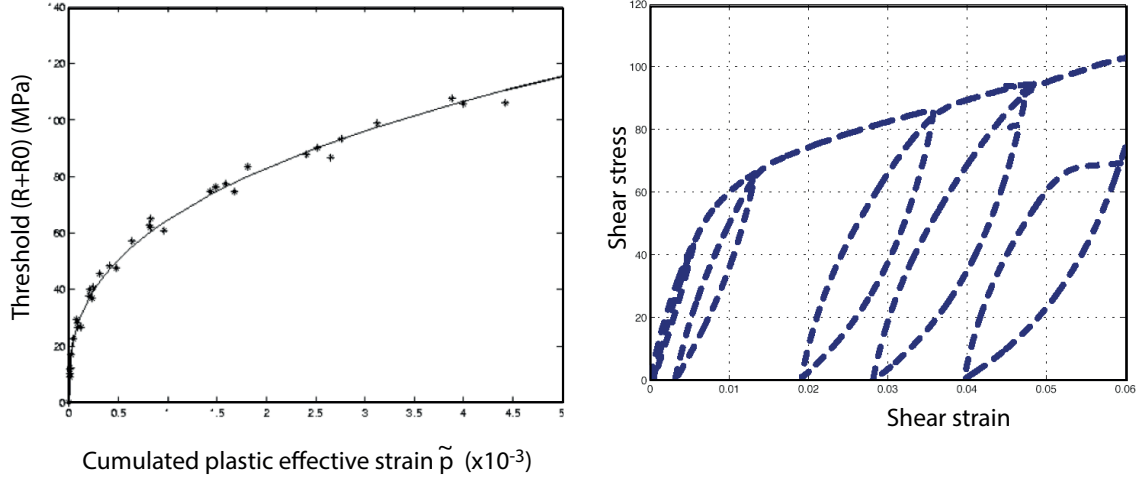


FIGURE 2.4: Fonction d'endommagement en cisaillement du matériau

### Le couplage entre l'endommagement et la (visco)plasticité

Les microfissures (i.e. l'endommagement diffus mène à des phénomènes de glissement avec frottement, et donc à des déformations anélastiques), et la matrice peuvent aussi introduire de la (visco)plasticité, voir [89]. Dans les matériaux composites la (visco)plasticité s'entend comme des déformations irréversibles et non pas comme pour les métaux qui présentent des mécanismes de glissement de plans atomiques les uns sur les autres. Les



**FIGURE 2.5:** Courbe d'écrouissage à température ambiante pour un IM6/914

contraintes effectives et les déformations anélastiques sont définies par :

$$\begin{aligned}
 \tilde{\sigma}_{11} &= \sigma_{11} & \tilde{\sigma}_{22} &= -\langle -\sigma_{22} \rangle + \frac{\langle \sigma_{22} \rangle}{(1-d')} & \tilde{\sigma}_{33} &= -\langle -\sigma_{33} \rangle + \frac{\langle \sigma_{33} \rangle}{(1-d')} \\
 \tilde{\sigma}_{12} &= \frac{\sigma_{12}}{(1-d)} & \tilde{\sigma}_{23} &= \frac{\sigma_{23}}{(1-d_{23})} & \tilde{\sigma}_{31} &= \frac{\sigma_{31}}{(1-d)} \\
 \dot{\tilde{\epsilon}}_{11p} &= \dot{\epsilon}_{11p} & \dot{\tilde{\epsilon}}_{22p} &= \langle \dot{\epsilon}_{22p} \rangle (1-d') - \langle -\dot{\epsilon}_{22p} \rangle & \dot{\tilde{\epsilon}}_{33p} &= \langle \dot{\epsilon}_{33p} \rangle (1-d') - \langle -\dot{\epsilon}_{33p} \rangle \\
 \dot{\tilde{\epsilon}}_{12p} &= \dot{\epsilon}_{12p} (1-d) & \dot{\tilde{\epsilon}}_{23p} &= \dot{\epsilon}_{23p} (1-d_{23}) & \dot{\tilde{\epsilon}}_{31p} &= \dot{\epsilon}_{31p} (1-d)
 \end{aligned} \tag{2.5}$$

où  $\epsilon_{ijp}$  pour  $i, j \in \{1, 2, 3\}$  exprime la déformation anélastique classique. Il a été montré que des modèles de matériaux très simples et fidèles à l'expérience peuvent être obtenus en utilisant de telles quantités. Un modèle de plasticité très simple qui décrit les déformations anélastiques est défini par le domaine élastique suivant :

$$f(\tilde{\sigma}, R) = \sqrt{\tilde{\sigma}_{12}^2 + \tilde{\sigma}_{23}^2 + \tilde{\sigma}_{31}^2 + a^2(\tilde{\sigma}_{22}^2 + \tilde{\sigma}_{33}^2)} - R - R_0 \tag{2.6}$$

L'écrouissage est supposé isotropique, ce qui signifie que le seuil  $R$  est une fonction des déformations cumulées  $p$ .  $p \rightarrow R(p)$  est une fonction du matériau, qui est définie par :

$$p = \int_0^t [\dot{\tilde{\epsilon}}_{12p}^2 + \dot{\tilde{\epsilon}}_{23p}^2 + \dot{\tilde{\epsilon}}_{31p}^2 + \frac{1}{a^2} (\dot{\tilde{\epsilon}}_{22p} + \dot{\tilde{\epsilon}}_{33p})^2]^{\frac{1}{2}} dt \tag{2.7}$$

où  $a$  est une constante matériau de couplage. Les conditions de seuil sont :

$$\begin{aligned}
 \dot{p}f &= 0 \quad \text{avec } \dot{p} \geq 0 \text{ et } f \leq 0 \\
 \dot{\tilde{\epsilon}}_{ijp} &= \frac{1}{2} \dot{p} \frac{\tilde{\sigma}_{ij}}{R + R_0} \quad \text{pour } i \neq j \text{ et } i, j \in \{1, 2, 3\} \\
 \dot{\tilde{\epsilon}}_{iip} &= \dot{p} \frac{a^2 \tilde{\sigma}_{ii}}{R + R_0} \quad \text{pour } i \in \{2, 3\}
 \end{aligned} \tag{2.8}$$

Un exemple d'une telle courbe d'érouissage est donné pour le matériau IM6-914 sur la Figure 2.5.

### Identification.

Le principal essai est le  $[45_n, -45_n]_{2S}$ . Afin d'obtenir les coefficients de couplage  $a$ ,  $b_2$  et  $b_3$ , on peut réaliser par exemple le test  $[67.5_n, -67.5_n]_{2S}$ .

### Modélisation du délaminage et de la microfissuration

On introduit des surfaces minimales de fissures, la longueur caractéristique étant l'épaisseur du pli élémentaire (voir Figure 2.6). Tous les taux de restitution de l'énergie sont associés à ces surfaces.

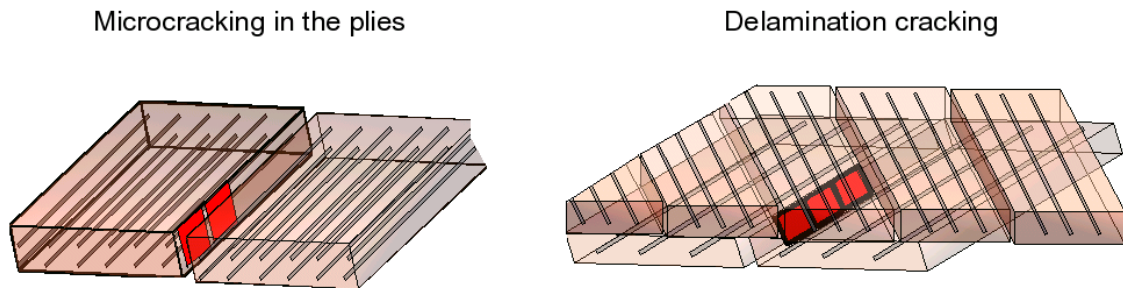


FIGURE 2.6: Surfaces minimales fissurées

### Critère d'initiation de la fissuration transverse

L'initiation est gouvernée par :

$$Y_{initiation}^I = \begin{cases} G^I & \text{si } h \leq \bar{h} \\ G^I \frac{\bar{h}}{h} & \text{si } h \geq \bar{h} \end{cases} \quad (2.9)$$

$$Y_{initiation}^{II,III} = \begin{cases} G^{II,III} & \text{si } h \leq \bar{h} \\ G^{II,III} \frac{\bar{h}}{h} & \text{si } h \geq \bar{h} \end{cases}$$

et

$$\frac{Y_{initiation}^I}{G_c^I} + \frac{Y_{initiation}^{II}}{G_c^{II}} + \frac{Y_{initiation}^{III}}{G_c^{III}} \geq 1 \quad (2.10)$$

### Critère de propagation d'une fissure transverse existante

La propagation est gouvernée par :

$$\frac{G^I}{G_c^I} + \frac{G^{II}}{G_c^{II}} + \frac{G^{III}}{G_c^{III}} = 1 \quad (2.11)$$

Les taux de restitution de l'énergie sont reliés à la microfissuration et pourraient être calculés simplement en utilisant une valeur de tunnelling. Plus généralement, le calcul des différents taux de restitution de l'énergie peut être grandement simplifié en utilisant des expressions analytiques. Lorsqu'une surface élémentaire est fissurée, des conditions de contact unilatéral avec frottement apparaissent. Les valeurs critiques sont des champs stochastiques qui sont remplacés, après discrétisation, par des variables stochastiques indépendantes pour lesquelles une loi normale modifiée est introduite. Les résultats sont quasi-indépendants de la loi de probabilité choisie [82, 83].

### Fissuration de délaminage

L'interface du matériau i.e. une fine couche de matrice entre deux plis de différentes orientations, est supposée être indépendante de l'angle de la direction des fibres. Cette hypothèse a été confirmée expérimentalement en prenant en compte les endommagements à l'intérieur du pli [9]. L'interface est faite de matrice décrite par une interface cohésive élastique avec le critère de rupture suivant qui implique des taux de restitutions de l'énergie associé à une propagation finie :

$$\frac{G_I}{G_{cI}} + \frac{G_{II}}{G_{cII}} + \frac{G_{III}}{G_{cIII}} \geq 1 \quad (2.12)$$

### Identification

Les constantes matériaux à identifier ici sont les taux de restitution d'énergie classique et l'épaisseur de « transition »  $\bar{h}$  qui est entre 2 et 5 fois l'épaisseur du pli élémentaire. Pour le délaminage, seule l'interface est concernée. Une identification rapide peut être effectuée en considérant en premier lieu que la propagation des microfissures peut s'interpréter comme du délaminage pour une interface [0, 0]. Des résultats expérimentaux [9] mènent à :

$$G_c^I \approx 0.8 G_{cI} \quad (2.13)$$

on a en outre :

$$\begin{aligned} G_c^{II} &\approx G_c^{III} \approx 3.5 G_c^I \\ G_{cI} &\approx G_{cII} \approx 3.5 G_{cI} \end{aligned} \quad (2.14)$$

### Rupture des fibres

On fait l'hypothèse d'un comportement fragile en traction. Un volume minimal de rupture est introduit comme un cube d'arête  $h$ . Alors, on introduit :

$$\begin{aligned} Y_{d_f}^t &= Y_{d_f} && \text{pour } \sigma_{11} \geq 0 \\ Y_{d_f}^c &= Y_{d_f} + kY_d && \text{pour } \sigma_{11} \leq 0 \end{aligned} \quad (2.15)$$

où  $k$  est une constante matériau. On représente la valeur moyenne d'une grandeur sur le cube d'arête  $h$  par  $\langle\langle\langle \bullet \rangle\rangle\rangle$ , les critères de rupture pour la traction et la compression s'écrivent :

$$\begin{aligned} d_f &= 1 && \text{si } \sup_{\tau \leq t} \langle\langle\langle Y_{d_f}^t \rangle\rangle\rangle \geq Y_{d_f}^t \\ d_f &= \ell(\bar{r}_C, \alpha_C, m_C) && \text{si } d_f < 1, \text{ sinon } d_f = 1 \end{aligned} \quad (2.16)$$

avec  $\bar{r}_C = \sup_{\tau \leq t} \frac{\langle\langle\langle Y_{df}^c \rangle\rangle\rangle}{Y_{df}^c}$  et où  $Y_{dfc}^t$  et  $Y_{dfc}^c$  sont deux constantes matériaux.

La fonction  $\ell$ , qui dépend des paramètres  $\alpha_C$  et  $m_C$ , est détaillée à la fin de ce chapitre. Elle décrit l'endommagement dû au kinking en compression. Les paramètres  $\alpha_C$  et  $m_C$  peuvent être identifiés grâce aux résultats expérimentaux et théoriques donnés dans [47, 11]. Approximé comme un mécanisme fragile, la seconde relation de (2.16) peut être exprimée comme suit :

$$\bar{r}_C < 1, \text{ sinon } d_f = 1 \quad (2.17)$$

On a alors à identifier au moins deux seuils  $Y_{dfc}^t$ ,  $Y_{dfc}^c$  et un coefficients de couplage  $k$ .

### Calcul hautes performances de modèle physiques complexes

Des calculs de structures ont été réalisés dans [86, 134, 127] en utilisant l'approche de calcul LATIN multiéchelle et parallèle. Les résultats sont très proches de l'expérience et la figure n° 2.7 montre une telle comparaison pour une plaque composite  $[0_2/90_2]_s$  en traction [127]. En particulier, on reproduit parfaitement les splits dans le pli à  $0^\circ$ . Malheureusement, les coûts de calcul sont aujourd'hui trop prohibitifs pour une utilisation en calcul de structure. La volonté ici est de montrer qu'à condition d'intégrer la physique dans les modèles, et en acceptant la contrepartie de payer des coûts de calcul très élevés, les simulations reproduisent fidèlement l'expérience. Par extrapolation on peut dire que les mécanismes de ruine d'un composite sont globalement bien compris, et que des efforts doivent être déployés dans les stratégies de calcul performantes afin de permettre de simuler physiquement des géométries complexes. Insistons sur le fait que le matériau et sa modélisation semblent relativement bien appréhendés, le cœur de la difficulté du Virtual Testing résidant dans l'intégration de ces modèles à l'échelle de la structure.

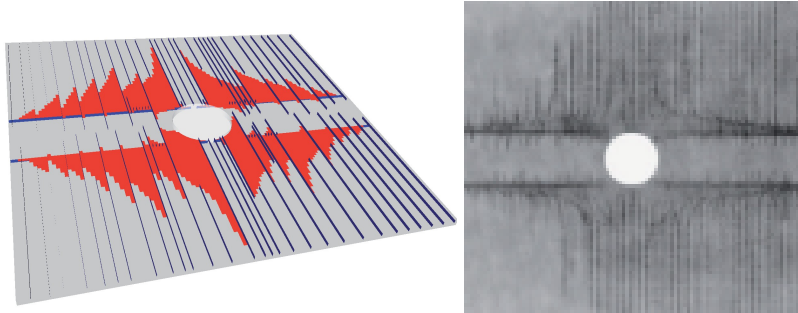


FIGURE 2.7: Comparaison essais simulation

### 2.1.3 Vers un modèle unifié

Une extension à la fatigue a été réalisée dans [97, 67] qui impacte le matériau fibre matrice. Tout comme l'endommagement diffus, le phénomène de fatigue bien qu'il existe, se révèle être faible, le choix de modélisation a été d'introduire dans [97] une nouvelle variable interne d'endommagement  $\eta_f$  telle que pour des chargements cycliques, le taux de restitution de l'énergie soit tel que :

$$\{G_c\}(1 - \eta_f) \quad (2.18)$$

où  $\eta_f$  suit des lois d'endommagement de fatigue classiques en termes de surfaces « minimales » introduites dans le dernier paragraphe. C'est le seul changement dans le modèle. Une illustration est donnée Figure 2.8.

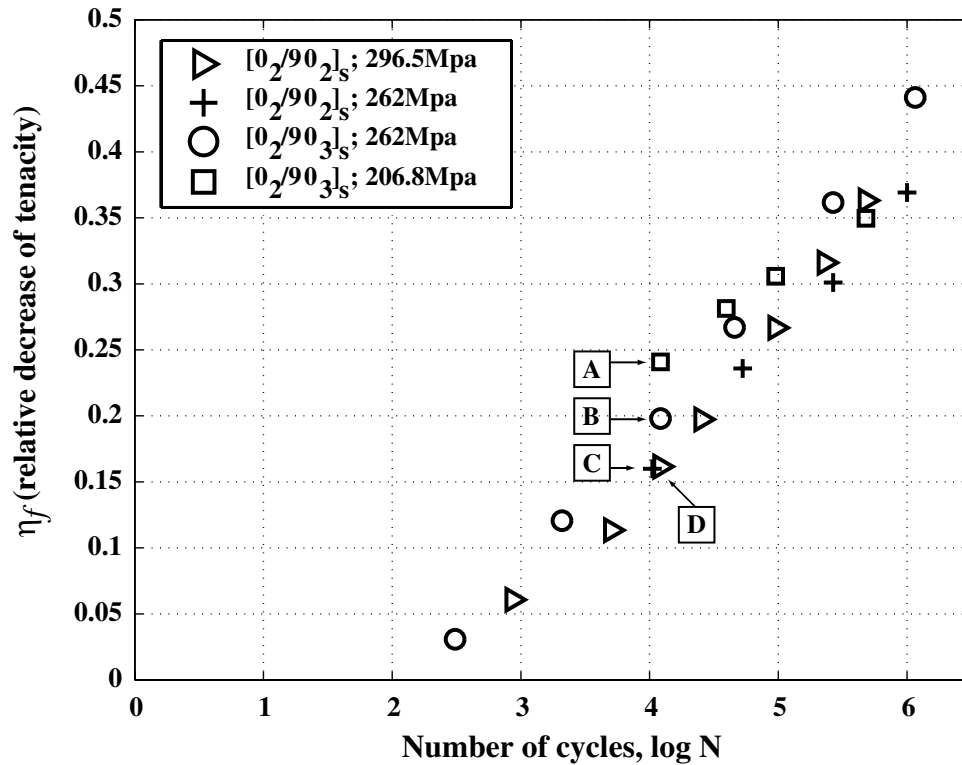


FIGURE 2.8: Évolution de  $\eta_f$  en fonction du nombre de cycles de fatigues à température ambiante

D'autres aspects ont aussi fait l'objet d'investigations. La viscoélasticité a été ajoutée en considérant des quantités effectives [127] et en relation avec les problèmes d'impact dans [71, 38]. De nombreux résultats expérimentaux peuvent être trouvés dans [19]. L'oxydation a été étudiée dans [97, 99, 36] et le comportement électrique des composites stratifiés est investigué dans [123].

#### 2.1.4 La traction

Une première tentative pour élargir le concept de Matériau Virtuel de Référence à des composites tissés a été réalisé dans [112] ainsi que dans [65]. Le matériau virtuel de référence est ensuite caractérisé par une description précise de l'architecture du pli tissé (toron de chaîne et de trame) et par l'introduction de microfissures discrètes et de délaminage local. De plus, dans les composites tissés l'échelle du toron est présente. Ce travail étend aux composites tissés l'approche par un calcul multiéchelle développé précédemment pour les stratifiés unidirectionnels.



## 2.2 Le pont micro-méso

### 2.2.1 La méthode

Un pont relativement complet a été construit entre la micromécanique et la mésomécanique dans [78, 79, 81, 85], la figure 2.13 décrit les deux échelles de travail impliquées dans la stratégie de calcul. À gauche, la structure réelle soumise à un chargement est définie à l'échelle micro. Elle est définie sur le matériau fibre-matrice comportant des fissures matricielles et de délaminage. Le problème à résoudre porte clairement sur deux échelles, par suite la solution comprend deux composantes : une partie à grande longueur d'onde pour laquelle la dimension caractéristique est la dimension de la structure et une partie à courte longueur d'onde dont la longueur caractéristique égale à l'épaisseur du pli.

Pour résoudre ce problème à deux échelles l'approche classique consiste à séparer le calcul en deux parties. Dans un premier temps, on détermine la grande longueur d'onde en résolvant le problème dit homogénéisé où la structure réelle est remplacée par une structure homogénéisée. La solution de ce problème définit les quantités méso. Dans un second temps, les quantités micro qui déterminent le terme de la solution à courte longueur d'onde sont déterminées en fonction des mésoquantités. Cette approche a été appliquée au problème de base décrit Figure 2.10 où l'on considère une couche située entre deux interfaces et deux plis. Les parties supérieures et inférieures de la structure étudiée sont homogénéisées. On impose des conditions périodiques et un comportement élastique.

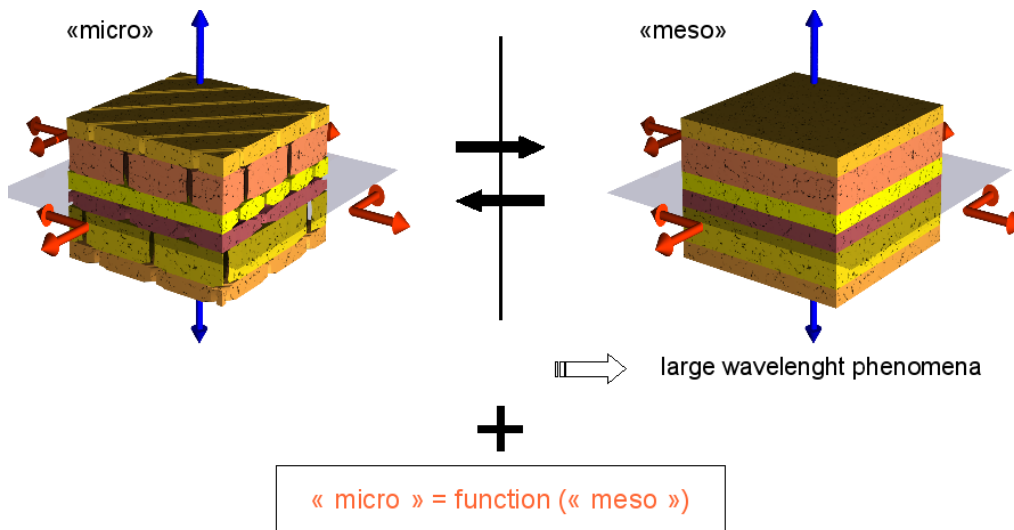
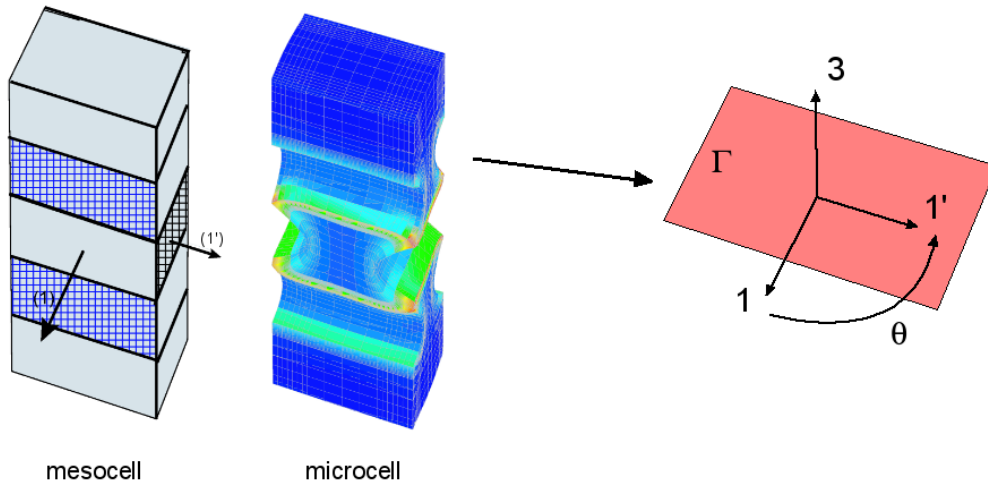


FIGURE 2.9: Le schéma de calcul à deux échelles

L'équivalence doit être vérifiée pour n'importe quelle valeur du résidu qui puisse s'écrire en termes des quantités méso. Le lien fondamental micro-méso qui définit ce qu'on appelle la structure homogénéisée est vérifié exactement pour les deux problèmes de base. Il peut s'écrire de la manière suivante :

$$\begin{aligned} \forall \Gamma \quad \pi \varepsilon_{meso} \pi &= \pi \langle \langle \varepsilon_{micro} \rangle \rangle \pi \\ \pi \sigma_{meso} \underline{N}_3 &= \pi \langle \langle \sigma_{micro} \rangle \rangle \underline{N}_3 \end{aligned} \quad (2.19)$$

$$\text{où } \langle \langle \bullet \rangle \rangle = \frac{1}{mes(\Gamma)} \int_{\Gamma} \bullet dS.$$



**FIGURE 2.10:** Lien micro-méso fondamental

$\Gamma$  est une section droite quelconque orthogonale à  $\underline{N}_3$  et compatible avec la périodicité associée au pli ou à l'interface qui contient  $\Gamma$ . En pratique, pour une grande densité de fissures,  $\Gamma$  peut être remplacée par n'importe quelle grande section droite par rapport à l'empilement.  $\pi$  est le projecteur sur le plan orthogonal à  $\underline{N}_3$ .

Un très grand nombre de calculs a été réalisé en considérant des intervalles de valeurs pratiques pour chaque paramètre, en particulier pour l'endommagement à l'échelle micro. Il est établi que cette cellule peut représenter tous les cas rencontrés en ingénierie et qu'elle peut être approximée par deux problèmes de base : le problème de base du pli, et le problème de base de l'interface. Les opérateurs homogénéisés sont quasi intrinsèques. Ils ne dépendent pas ou peu en pratique des paramètres des parties supérieures et inférieures.

## 2.2.2 Les outils

### Modélisation du pli élémentaire

Le mésomodèle du matériau fibre matrice doit prendre en compte la fissuration transverse de la matrice, pour ce faire on ajoute 3 variables supplémentaires de mésoendommagement  $\bar{d}_{22}$ ,  $\bar{d}_{12}$  et  $\bar{d}_{23}$ . Il s'en suit que les termes diagonaux de l'énergie écrit comme (2.1) sont impactés, en considérant les nouveaux modules :

$$\begin{aligned} E_2^0(1 - d')(1 - \bar{d}_{22}) \\ G_{12}^0(1 - d)(1 - \bar{d}_{12}) \\ G_{23}^0(1 - d_{23})(1 - \bar{d}_{23}) \end{aligned} \quad (2.20)$$

Pour calculer les variables supplémentaires de mésoendommagement en termes des variables micro :  $\rho$ ,  $\tau^+$  et  $\tau^-$ , on considère la cellule à l'échelle micro définie Figure 2.11. Le pli central est à  $90^\circ$  et les parties supérieures et inférieures sont des plis orientés à  $0^\circ$ . Les paramètres d'endommagement micro sont sans dimension :

$$\tau^+ = \frac{R^+}{h}, \quad \tau^- = \frac{R^-}{h} \quad \text{and} \quad \rho = \frac{h}{D} \quad (2.21)$$

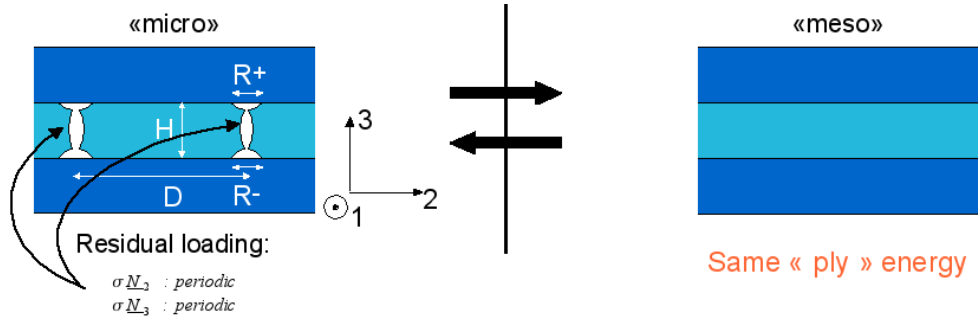


FIGURE 2.11: Le problème de base du pli

Des illustrations de cette approche sont données dans [78, 79]. En pratique, on peut négliger l'influence de  $\tau^+$  et  $\tau^-$ . On obtient alors les fonctions intrinsèques au matériau :

$$\begin{aligned}\bar{d}_{12} &= f_{12}(\rho) \\ \bar{d}_{22} &= f_{22}(\rho) \\ \bar{d}_{23} &= f_{23}(\rho)\end{aligned}\quad (2.22)$$

Elles sont tracées Figure 2.12 pour un composite carbone-epoxy T700 M21. Dans le calcul ces fonctions apparaissent ainsi que leurs dérivées. On propose de simplifier leur utilisation en considérant des approximations pour un intervalle pratique de travail  $[0,0.8]$  :

$$\begin{aligned}\bar{d}_{22} &= A\rho_L(1 - \exp(-\rho/\rho_L)) \\ \bar{d}_{12} &= A_{12}\bar{d}_{22} \\ \bar{d}_{23} &= A_{23}\bar{d}_{22}\end{aligned}\quad (2.23)$$

où  $A$ ,  $A_{12}$ ,  $A_{22}$  et  $\rho_L$  sont des coefficients calculés à partir des fonctions d'origine issues du processus d'homogénéisation.

Allons plus loin avec la loi d'évolution à l'échelle méso. Premièrement, pour un  $\rho$  donné, on associe les forces d'endommagement suivantes :

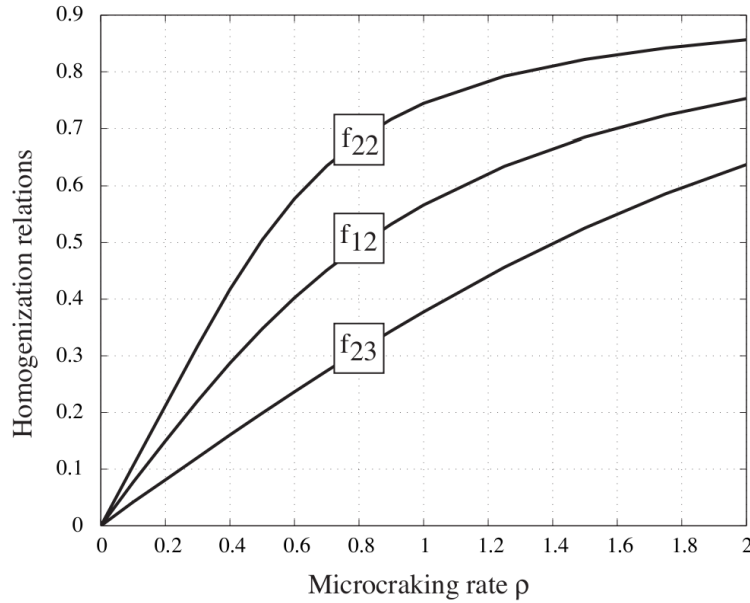
$$Y_\rho = \left[ \left[ \frac{Y_{22}}{G_c^I} + \frac{Y_{12}}{G_c^{II}}A_{12} + \frac{Y_{23}}{G_c^{III}}A_{23} \right] A \exp\left(-\frac{\rho}{\rho_L}\right) \min(h, \bar{h}) \right] = \tilde{Y}_\rho \exp\left(-\frac{\rho}{\rho_L}\right)\quad (2.24)$$

avec

$$\begin{aligned}Y_{22} &= \frac{1}{2E_2^0(1-d')(1-\bar{d}_{22})^2} \langle\langle \sigma_{22}^2 \rangle\rangle \\ Y_{12} &= \frac{1}{2G_{12}^0(1-d)(1-\bar{d}_{12})^2} \langle\langle \sigma_{12}^2 \rangle\rangle \\ Y_{23} &= \frac{1}{2G_{23}^0(1-d_{23})(1-\bar{d}_{23})^2} \langle\langle \sigma_{23}^2 \rangle\rangle\end{aligned}\quad (2.25)$$

Comme  $Y_\rho \leq 1$ , la loi d'évolution de  $\rho$  est :

$$\frac{\rho}{\lambda\rho_L} = \ln[\sup_{\tau \leq t} \tilde{Y}_\rho]\quad (2.26)$$



**FIGURE 2.12:** Fonctions de microfissuration pour le matériau carbone-epoxy T700 M21

avec

$$\tilde{Y}_\rho = \left[ \frac{Y_{22}}{G_c^I} + \frac{Y_{12}}{G_c^{II}} A_{12} + \frac{Y_{23}}{G_c^{III}} A_{23} \right] A \min(h, \bar{h}) \quad (2.27)$$

et avec un coefficient additionnel  $\lambda$ . Le rôle de ce coefficient est de prendre en compte le caractère périodique « approché » du réseau de fissures transverses. C'est un coefficient de recalage comparable à celui utilisé dans [78, 81] et très proche de celui introduit par Nairn dans [107]. Son identification pourrait être réalisée en considérant la comparaison entre des comportements aléatoires et périodiques comme il est fait dans [82, 83, 84]. Une seconde technique, proposée dans [100], est basée sur un essai de fissuration multiple sur un stratifié cross ply. La valeur identifiée pour des stratifiés est :

$$\lambda \approx 1.4 \quad (2.28)$$

### Remarques.

Les plis externes, et aussi les parties des plis adjacents à des interfaces totalement délaminées se comportent au niveau de la microfissuration, comme un pli d'épaisseur moitié [107, 81].

### Le problème d'interface de base

À l'échelle méso, le concept d'interface est modifié : la microfissuration doit être prise en compte. Cependant, le modèle matériau reste surfacique et il a été démontré dans [85, 87] qu'elle peut être déterminée à partir de la cellule micro définie Figure 2.13. L'interface centrale est entre deux couches fissurées : un pli à  $\theta/2$  et un pli à  $-\theta/2$ . Les parties supérieure et inférieure sont des couches à  $0^\circ$ . L'interface est décrite à l'échelle

micro comme une zone cohésive d'interface. Les paramètres d'endommagements micro adimensionnés sont :

- les taux de fissuration transverse :  $\rho = h/D, \rho' = h'/D'$  ;
- les taux de délaminage :  $\tau^+ = R^+/h, \tau^- = R^-/h, \tau'^+ = R'^+/h', \tau'^- = R'^-/h'$ .

Le problème à résoudre implique des conditions périodiques. C'est un problème 3D qui peut être résolu grâce à deux problèmes 2D [85]. Nous avons prouvé dans [87] que son énergie était égale à :

$$2e_D = h_I \left[ \frac{\langle -\sigma_{33} \rangle^2}{E} + \frac{\langle \sigma_{33} \rangle^2}{E(1-d_{33})} + \frac{\sigma_{13}^2}{G(1-d_{13})} + \frac{\sigma_{23}^2}{G(1-d_{23})} + \frac{\omega}{G} \sigma_{13} \sigma_{23} \right] \quad (2.29)$$

où  $h_I$  est l'épaisseur de l'interface,  $E$  et  $G$  les module d'Young et de cisaillement de la matrice.

1 and 1' direction of fibers

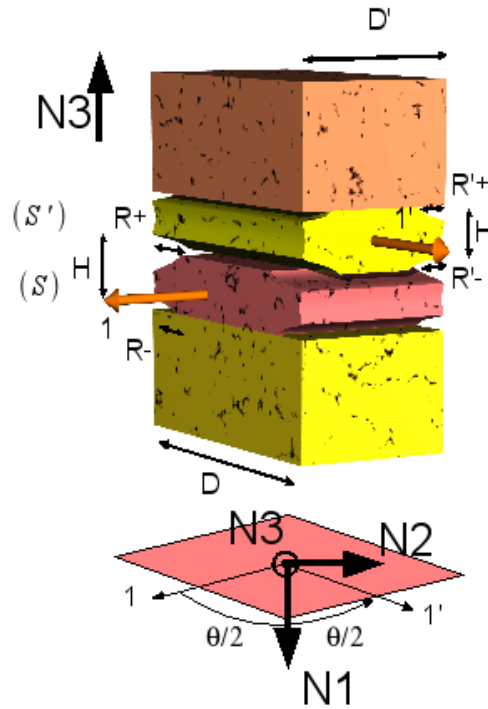


FIGURE 2.13: Le problème de base de l'interface

On a aussi :

$$d_{13} = \frac{d_{33} + (1 - d_{33}) (\Gamma + \Gamma') \sin^2 \frac{\theta}{2}}{1 + (1 - d_{33}) (\Gamma + \Gamma') \sin^2 \frac{\theta}{2}} \quad (2.30)$$

$$d_{23} = \frac{d_{33} + (1 - d_{33}) (\Gamma + \Gamma') \cos^2 \frac{\theta}{2}}{1 + (1 - d_{33}) (\Gamma + \Gamma') \cos^2 \frac{\theta}{2}}$$

où  $\Gamma(\rho)$  est une fonction du matériau calculée avec une interface avec  $\theta = 90^\circ$ . On peut l'approximer par :

$$\Gamma(\rho) \approx \gamma_I \rho \quad (2.31)$$

où  $\gamma_I$  est un coefficient. Pour des composites classiques carbone-epoxy  $\gamma_I$  est proche de 0.5. Notons que même si  $d_{33}$  est égal à zéro, la rigidité de cisaillement de l'interface peut diminuer de façon importante.

### Critère de délaminage pour les chargements hors-plan

Le modèle d'interface standard est étendu comme suit. Les forces élémentaires d'endommagement sont  $Y_{33}$ ,  $Y_{13}$  et  $Y_{23}$  et définies comme :

$$\begin{aligned} Y_{33} &= \frac{h_I \langle \sigma_{33} \rangle^2}{2E(1-d_{33})} \\ Y_{13} &= \frac{h_I \sigma_{13}^2}{2G(1-d_{13})} \\ Y_{23} &= \frac{h_I \sigma_{23}^2}{2G(1-d_{23})} \end{aligned} \quad (2.32)$$

La force d'endommagement effective, qui est responsable de l'augmentation de l'endommagement d'interface, est :

$$\bar{Y}_I = \sup_{\tau \leq t} \left[ \frac{Y_{33}}{G_{cI}} + \frac{Y_{13}}{G_{cII}} \left( \frac{1-d_{13}}{1-d_{33}} \right)^2 + \frac{Y_{23}}{G_{cIII}} \left( \frac{1-d_{23}}{1-d_{33}} \right)^2 \right] \quad (2.33)$$

avec  $\bar{Y}_I \leq 1$ . La loi d'endommagement du mésoendommagement de délaminage de l'interface est :

$$d_{33} = \ell(\sqrt{\bar{Y}_I}, m_D, \alpha_D) \quad (2.34)$$

où  $m_D$  et  $\alpha_D$  sont reliés à l'initiation du délaminage. Ils caractérisent la dimension des zones cohésives qui sont plus grandes que l'épaisseur du pli.

### Critère de délaminage pour chargement dans le plan

L'initiation du microdélaminage correspond à la saturation de la microfissuration. Il est prouvé dans [87] que le microdélaminage (scenario 2) est instable pour les composites classiques carbone-epoxy. Ainsi, dans [87], un critère fragile à l'échelle méso calculé depuis le pont micro-méso a été introduit. Par ailleurs, les densités de microfissuration sans dimension à saturation peuvent être interprétées comme des constantes matériau. De nombreuses études ont montré que cette valeur est approximativement intrinsèque, indépendamment de la séquence cross-ply choisie [104, 79]. En pratique, ce paramètre permet d'exprimer la limitation du mécanisme de fissuration du fait de l'initiation du microdélaminage qui apparaît au niveau des extrémités des fissures matricielles qui jouent alors le rôle de concentrateurs des contraintes. Par conséquent, on propose le critère suivant :

$$\sup(\rho, \rho') < \rho_S, \quad \text{sinon} \quad d_{33} = d_{13} = d_{23} = 1 \quad (2.35)$$

où  $\rho$  et  $\rho'$  sont des densités de microfissuration sans dimension des plis adjacents via l'interface.  $\rho_S$  est la valeur du seuil de saturation qui se situe autour de 0.8 pour un carbone-epoxy classique.

### 2.3 Le mésomodèle d'endommagement

Une approche qui répond au défi du Virtual Testing en conservant une description complète et prédictive de la physique de la dégradation des composites est le mésomodèle d'endommagement développé au LMT Cachan depuis les années 1980 [73, 5, 72, 74]. De récentes études permettent de passer du modèle standard d'endommagement à une description complète des mécanismes de dégradation à chaque échelle, basé sur des considérations micromécaniques. Ainsi maintenant, le modèle d'endommagement proposé pour le Virtual Testing est le modèle d'endommagement homogénéisé du matériau virtuel de référence qui est décrit en détail dans la Section 2.1. À l'échelle méso, caractérisée par l'épaisseur du pli, la structure du stratifié est décrite comme une séquence d'empilement de couches homogènes dans l'épaisseur et d'interfaces interlaminaires (voir Figure 2.14). Les principaux mécanismes d'endommagement tels que la rupture fibre, la microfissuration de la matrice et la décohésion entre les couches adjacentes sont décrits en employant le formalisme de la mécanique des milieux continus 3D. Le modèle du pli inclut à la fois les caractères endommageable et anélastique. L'interface interlaminaire est définie par un modèle mécanique à deux dimensions qui assure le transfert des efforts et la continuité des déplacements d'un pli au suivant. A priori, les interfaces  $0^\circ/0^\circ$  ne sont pas introduites. Les mécanismes d'endommagement sont pris en compte en moyennant les variables d'énergie interne relative à l'endommagement. Le mésomodèle est ensuite défini en ajoutant une autre propriété : un état d'endommagement uniforme est prescrit à travers l'épaisseur du pli élémentaire. Ce point joue un rôle clé lorsqu'on essaie de simuler une macrofissure avec un modèle d'endommagement. Comme complément, les modèles d'endommagement avec effet retard sont introduits.

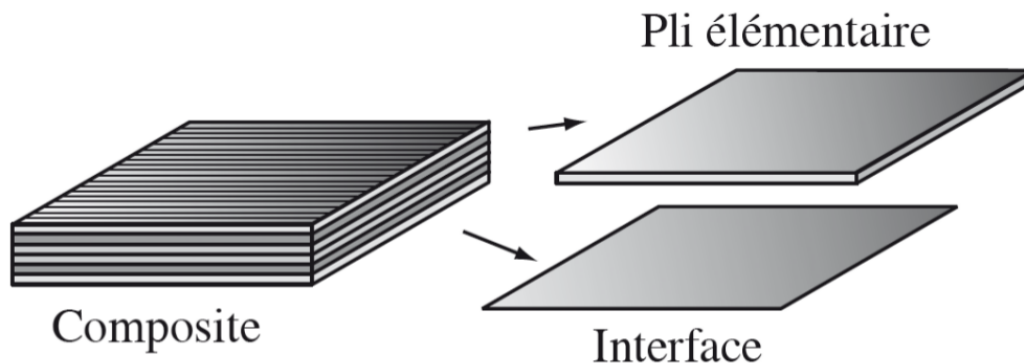


FIGURE 2.14: Les mésoconstituants

### 2.3.1 Le pli seul

#### Endommagement diffus, microfissuration et anélasticité

L'endommagement diffus est décrit par deux variables  $d$  et  $d'$ . La microfissuration est définie par une seule variable d'endommagement continue : la densité de microfissure sans dimension  $\rho$ .  $d_f$  caractérise la rupture des fibres. L'énergie est :

$$\begin{aligned}
2E_D = & \frac{1}{(1-d_f)E_1^0} \left[ \langle \sigma_{11} \rangle^2 + \Phi(\langle -\sigma_{11} \rangle) - 2\nu_{12}^0 \sigma_{11} \sigma_{22} - 2\nu_{13}^0 \sigma_{11} \sigma_{33} \right] \\
& + \left[ \frac{\langle -\sigma_{22} \rangle^2}{E_2^0} + \frac{\langle -\sigma_{33} \rangle^2}{E_3^0} - \left( \frac{\nu_{23}^0}{E_2^0} + \frac{\nu_{32}^0}{E_3^0} \right) \sigma_{22} \sigma_{33} \right] \\
& + \left[ \frac{\langle \sigma_{22} \rangle^2}{E_2^0 (1-d') (1-\bar{d}_{22})} + \frac{\langle \sigma_{33} \rangle^2}{E_3^0 (1-d')} \right] \\
& + \left[ \frac{\sigma_{12}^2}{G_{12}^0 (1-d) (1-\bar{d}_{12})} + \frac{\sigma_{23}^2}{G_{23}^0 (1-d_{23}) (1-\bar{d}_{23})} + \frac{\sigma_{13}^2}{G_{13}^0 (1-d)} \right]
\end{aligned} \tag{2.36}$$

avec  $\Phi(\bullet) = 2/3r_c \bullet^3$  et  $(1-d_{23}) = \frac{1-d'}{\left(1 - \frac{\nu_{23}^0}{1+\nu_{23}^0} d'\right)}$ .

#### Endommagement diffus et inélasticité

Les forces d'endommagement sont :

$$\begin{aligned}
Y_d &= \frac{\partial}{\partial d} \langle \langle E_D \rangle \rangle = \frac{1}{2(1-d)^2} \left\langle \left\langle \frac{\sigma_{12}^2}{G_{12}^0 (1-\bar{d}_{12})} + \frac{\sigma_{13}^2}{G_{13}^0} \right\rangle \right\rangle \\
Y_{d'} &= \frac{\partial}{\partial d'} \langle \langle E_D \rangle \rangle = \frac{1}{2(1-d')^2} \left\langle \left\langle \frac{\langle \sigma_{22} \rangle^2}{E_2^0 (1-\bar{d}_{22})} + \frac{\langle \sigma_{33} \rangle^2}{E_3^0} \right\rangle \right\rangle \\
& \quad + \frac{1-d_{23}}{(1-d') (1+(1-d') \nu_{23}^0) (1-\bar{d}_{23})} \left\langle \left\langle \frac{\sigma_{23}^2}{G_{23}^0} \right\rangle \right\rangle
\end{aligned} \tag{2.37}$$

avec  $\langle \langle \bullet \rangle \rangle = \frac{1}{h} \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \bullet dz$ . La loi d'évolution pour l'endommagement et la modélisation des phénomènes anélastiques sont donnés en Section 2.1.2 à travers la formule (2.2)-(2.8).

#### La microfissuration

La loi d'évolution de l'endommagement que suit  $\rho$  est définie par la sous-section 2.2.2 à travers la formule (2.20)-(2.27).



### La rupture des fibres

Considérons les forces d'endommagement en traction et en compression introduites dans la sous-section 2.1.2 mais maintenant les contraintes sont les contraintes méso :

$$\begin{aligned}
 Y_{d_f} &= \frac{1}{2(1-d_f)^2 E_1^0} \langle\langle \sigma_{11} \rangle\rangle^2 + \Phi(\langle\langle -\sigma_{11} \rangle\rangle) - 2\nu_{12}^0 \sigma_{11} \sigma_{22} - 2\nu_{13}^0 \sigma_{11} \sigma_{33} \rangle\rangle \\
 Y_{d_f}^t &= Y_{d_f} \\
 Y_{d_f}^c &= Y_{d_f} + k Y_d
 \end{aligned} \tag{2.38}$$

avec  $\langle\langle \bullet \rangle\rangle = \frac{1}{h} \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \bullet dz$ . La loi d'évolution de l'endommagement est définie grâce à un modèle d'endommagement avec taux limité. On a :

$$\dot{d}_f = \frac{1}{\tau_c} (1 - \exp(-a_c \langle q \rangle)) \quad \text{si } d_f < 1, \quad \text{autrement } d_f = 1 \tag{2.39}$$

où :  $q = \sup(r_T - d_f, \ell(r_C, \alpha_C, m_C) - d_f)$

$$\begin{aligned}
 r_t &= \left[ \frac{Y_{d_f}^t}{Y_{d_{fc}}^t} \right]^{\frac{1}{2}} = \frac{1}{2(1-d)^2} \langle\langle \frac{\sigma_{12}^2}{G_{12}(1-d_{12})} + \frac{\sigma_{13}^2}{G_{13}^0} \rangle\rangle \\
 Y_{d'} &= \frac{\partial}{\partial d'} \langle\langle E_D \rangle\rangle = \frac{1}{2(1-d')^2} \langle\langle \frac{\sigma_{22}^2}{E_2^0(1-d_{22})} + \frac{\langle\sigma_{33}\rangle^2}{E_3^0} + \frac{1 - \bar{d}_{23}}{(1-d')(1+(1-d')\nu_{23}^0)(1-d_{23})} \frac{\sigma_{23}^2}{G_{23}^0} \rangle\rangle
 \end{aligned} \tag{2.40}$$

et avec :

$$r_T = \left[ \frac{Y_{d_f}^t}{Y_{d_{fc}}^t} \right]^{\frac{1}{2}} \quad \text{et} \quad r_C = \left[ \frac{Y_{d_f}^c}{Y_{d_{fc}}^c} \right]^{\frac{1}{2}} \tag{2.41}$$

Les paramètres  $\alpha_C, m_C, Y_{d_{fc}}^t$  et  $Y_{d_{fc}}^c$  ont déjà été présentés 2.1.2. Notons que le comportement en compression peut être approximé par un mécanisme fragile. Les paramètres de localisation  $a_c$  et  $\tau_c$  seront discutés au prochain chapitre.

### 2.3.2 L'interface

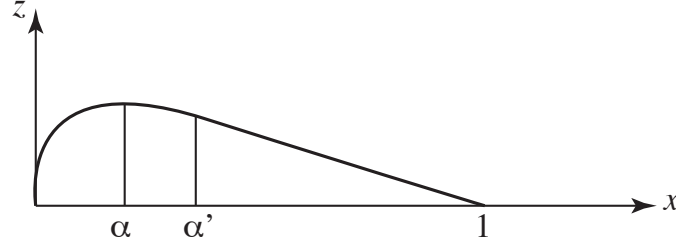
Le modèle d'interface qui est une interface cohésive non standard est complètement défini à la sous-section 2.2.2 de même que son interaction avec la densité de microfissuration des plis adjacents. C'est une modélisation orthotrope, l'axe étant la bissectrice de l'angle relié aux directions des fibres des plis adjacents.

#### Loi d'endommagement

Introduisons  $z = (1-d)x$  avec  $d = \ell(x)$ . La fonction  $z$  est représentée Figure 2.15 et est définie comme suit :

$$\text{— pour } x \in [0, \alpha'], z = (1-d)x \text{ avec } d = \ell(x) = \frac{1}{1+m} \left( \frac{x}{\alpha} \right)^m \quad (m \geq 1)$$

— pour  $x \in [\alpha', 1]$ ,  $z$  est linéaire et  $d = \ell(x) = 1 - \frac{1}{x} \frac{1-x}{1-\alpha'} z(\alpha')$



**FIGURE 2.15:** La fonction d'endommagement  $\ell$

Ainsi, la fonction  $z$  sur  $[0, 1]$  est maximale pour  $x = \alpha$ . La dérivée première de  $z$  est continue sur l'intervalle complet  $[0, 1]$ .  $z$  peut être interprété comme une contrainte et  $x$  comme une déformation. Notons que la pente de la sécante est :  $1 - d$ . Une autre propriété remarquable est reliée au maximum de  $z$  sur  $[0, 1]$ . Ce point peut aussi être interprété comme un point d'instabilité ou un point d'initiation. Considérons que la déformation  $x$  est la racine carrée de la force d'endommagement ; le calcul est présenté :

$$(1 - d) \dot{x} - d_{,x} \dot{x} x = 0 \quad (2.42)$$

et ensuite, en utilisant  $d = \frac{1}{1+m} \left(\frac{x}{\alpha}\right)^m$ , on a :

$$(1 - d) = d_{,x} x = md \quad \text{et} \quad d_I = \frac{1}{1+m} \quad (2.43)$$

Les paramètres sont  $\alpha$  et  $m$  avec  $(1+m)\alpha^m < 1$ , ainsi on a :

$$\alpha' \approx \alpha \left(1 + \frac{\alpha}{m+1}\right) \quad (2.44)$$

et

$$\frac{G_c}{Y_c} = \int_0^1 x^2 \delta d \approx \left( \alpha \frac{m}{m+1} + \alpha^2 \frac{m}{(m+1)(m+2)} \right) \quad (2.45)$$

pour définir  $Y_c$ .

### Conclusion

Dans cette partie, les mécanismes élémentaires de ruine d'un composite ont été exposés, des justifications quant à leur prise en compte au sein du modèle ont été apportées. Les équations du mésomodèle LMT, dans sa version actuelle, ayant été énoncées on se propose dans le chapitre qui suit d'appréhender un certain nombre de paramètres relatifs à la discrétisation et aux lois de comportement avec endommagement évoquées ci-avant en vue de maîtriser le calcul et de faire émerger une stratégie de simulation robuste.



# Chapitre 3

## Calcul robuste et régularisation

### Introduction

Les équations qui régissent le mésomodèle ayant été rappelées dans les parties précédentes, on attache dans ce chapitre, une importance particulière à la maîtrise du calcul. On propose ici une démarche pragmatique qui permet de former une stratégie de calcul robuste pour la suite. C'est une évidence, pour développer une approche prédictive il est nécessaire de comprendre les différentes constantes matériaux et mathématiques qui interviennent dans le modèle de manière à adopter des paramètres de calcul cohérents et de s'assurer que la solution apportée par la simulation sera correcte. Dans ce chapitre on fait une digression afin d'aborder deux aspects fondamentaux des problèmes d'endommagement traités par calcul éléments finis.

Les équations et les paramètres qui pilotent le mésomodèle ont effectivement été décrits au chapitre précédent. Cependant parmi ces constantes on peut différencier celles que l'on peut facilement associer à des grandeurs physiques, intrinsèques au matériau : des modules d'Young ou des modules de Coulomb, et d'autres plus abstraites qui relèvent essentiellement de la mise sous forme mathématique du problème : discrétisations spatiale et temporelle, utilisation de lois de comportement complexes. On verra par la suite que l'issue de la simulation dépend grandement de la valeur assignée à chacun de ces paramètres. Le chapitre qui suit présente les difficultés auxquelles on doit faire face pour traiter correctement le problème quasistatique d'endommagement. Naturellement la question de la localisation est très complexe et pourrait faire l'objet d'une thèse en soi. On ne proposera donc pas ici de solution idéale mais plutôt la démarche que nous avons conduite pour dominer les calculs.

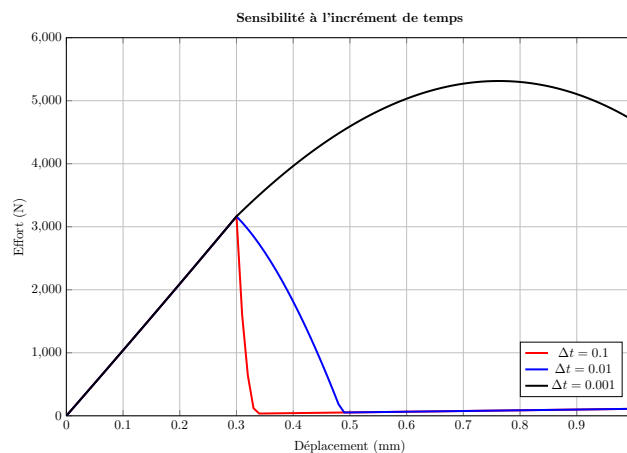
L'introduction de lois de comportement non linéaires avec adoucissement dans les modèles fait apparaître un phénomène « pathologique » dit de localisation. Dans les simulations sur des structures ce phénomène se traduit par le fait que l'endommagement *se localise* sur un seul élément ou sur une seule bande d'éléments et ce même pour des maillages de plus en plus fins. Du point de vue mathématique, le résultat du calcul dépend très fortement de la discrétisation spatiale utilisée. Cette question a donné lieu depuis les années 1980 à de très nombreux travaux se concrétisant par des limiteurs de localisation afin que le calcul converge vers une solution qui est indépendante du maillage en temps et en espace. Dit sous une autre forme, le résultat d'un calcul dépend, dans le cas général du

maillage, l'important est que pour des maillages de plus en plus fins ce calcul converge vers une solution qui, elle, soit indépendante des paramètres de maillage.

Par ailleurs la localisation de l'endommagement entraîne que la rupture d'une structure peut s'établir dans des éléments de plus en plus petits. D'un point de vue physique cela signifie que la structure peut se rompre en dissipant une énergie nulle (ou aussi faible qu'on le souhaite), ce qui est contraire aux observations. Il appartient donc de parer à cet effet de localisation en imposant, par exemple, une longueur caractéristique à la zone endommagée. Une fois que le phénomène de localisation a été pris en compte, il reste à vérifier que la quantité d'énergie dissipée est cohérente.

Enfin, notons que l'énergie dissipée à travers le taux de restitution de l'énergie s'appuie sur une hypothèse de « cinématique de trajet de fissure » : pour dissiper « la bonne énergie » il est nécessaire en plus de la maîtrise du calcul de disposer du taux de restitution de l'énergie  $G_c$  correspondant à la « bonne cinématique ». Dans les cas qui nous intéressent, la cinématique de fissuration est connue, au moins dans ses grandes lignes. En effet de par leur structure très orientée, l'endommagement des matériaux composites, contrairement à l'endommagement des matériaux métalliques, est dirigé principalement par leur structure, et moins par l'intensité des sollicitations mécaniques extérieures. De ce fait on peut postuler avec une bonne approximation, dans certains cas, une cinématique de fissuration.

Les paramètres de localisation ayant été présentés, on insiste sur la nécessité d'avoir une politique de réglage de ces paramètres. Pour être plus clair, on verra dans les paragraphes qui suivent qu'il y a nécessité d'attribuer une valeur à des paramètres dits mathématiques ou tout du moins difficilement identifiables. Un second aspect tout aussi important est de comprendre comment jouent ces paramètres de localisation. Considérons par exemple le problème très simple d'un pli à  $0^\circ$  sollicité en traction. On soumet la structure à trois chargements qui diffèrent uniquement par leur discrétisation temporelle. La Figure 3.1 présente la réponse de la structure. On remarque que les courbes effort-déplacement obtenues diffèrent grandement par leur forme et par leur maximum.



**FIGURE 3.1:** Influence de la modification d'un paramètre ici le pas de temps

Cet avatar numérique met en lumière la nécessité de comprendre comment interagissent

les paramètres de simulation. Ici la modification de l'incrément de temps ou de l'incrément de déplacement d'un paramètre du calcul doit être considérée non pas de manière isolée, mais globale en considérant l'impact sur des quantités adimensionnées, à savoir l'incrément de déformation et le rapport  $r = \frac{\tau_c}{\Delta t}$  sur lesquelles on reviendra par la suite, sans quoi on obtient des résultats et des patterns de rupture totalement différents : du comportement quasi-fragile (en rouge) à un comportement très ductile (en noir) et un effort à rupture largement surestimé.

### 3.1 Techniques de régularisation usuelles pour traiter le problème de localisation

Les propriétés des modèles d'endommagement avec adoucissement, dont la localisation ont fait l'objet de nombreux travaux. C'est le secteur du génie civil qui a le premier été confronté à ces anomalies dans les modèles d'endommagement décrivant le comportement des bétons voir [15], [119] et [113] et a étudié les facteurs de ce phénomène. Des études sur les matériaux métalliques ont suivi avec la synthèse [18]. On propose, ci-après, un passage en revue, non exhaustif, des limiteurs de localisation.

#### 3.1.1 Méthodes locales en espace : Modèle à effet retard- Modèle à effet de vitesse

Les modèles à effet de vitesse ont été étudiés notamment par Needleman dans [109]. Pour les composites, les modèles d'endommagement avec effet retard combinés avec un calcul en dynamique ont été introduits dans [72] et développés dans [76] [54] [10]. Partant de la physique de l'endommagement des matériaux et en particulier de l'observation de la rupture d'un matériau qui n'est de fait pas instantanée, des lois d'endommagement dites à effet retard ont été proposées. Dans ces modèles, on introduit un coefficient homogène à l'inverse d'un temps qui borne le taux variation d'endommagement en fonction du temps. De ce fait l'endommagement ne peut pas varier instantanément. Une correspondance entre dimensions temporelles et spatiale peut être facilement introduite dans une approche dynamique via la célérité des ondes dans le milieu, le cas du délaminage a d'ailleurs fait l'objet de tels travaux voir [54]. Cependant dans un cadre quasi statique, cette analogie perd son sens, ce paramètre est alors envisagé comme une constante mathématique de régularisation et non comme un paramètre matériau. On le verra par la suite, il est essentiel de le choisir convenablement sous peine d'introduire « artificiellement » (c'est à dire dans le passage du problème physique au problème numérique) un comportement ductile à un matériau réputé fragile.

#### 3.1.2 Méthodes non locales en espace : Modèle à gradient, Modèles intégraux

Comme on l'a vu précédemment, pour surmonter les problèmes de localisation il y a nécessité de faire intervenir une longueur interne qui va maîtriser l'étalement de la zone endommagée. Pour ce faire, on décrit ici deux familles de modèles, dont un s'appuie sur

une pénalisation des gradients pour contrôler la variation d'endommagement entre deux éléments voisins, la seconde famille de méthode propose de travailler avec des grandeurs intégrales i.e : moyennées sur une certaine zone d'influence.

### Approche à gradient voir [118]

Une des manifestations du phénomène de localisation est qu'un seul élément, ou une seule bande d'éléments s'endommage et dont l'épaisseur peut être rendue aussi petite qu'on le souhaite. Le gradient, ou la variation spatiale de l'indicateur d'endommagement est donc importante voire maximale. Dans les modèles à gradient on incorpore une longueur caractéristique. La nature de ce paramètre est discutable et il n'est pas bien établi s'il s'agit d'une propriété de la structure ou du matériau ou des deux. Un certain nombre de modèles ont proposé d'introduire une dépendance à la variation spatiale d'endommagement. De ce fait les champs d'endommagement ne peuvent présenter que des variations spatiales progressives. En définitive, à condition de se donner un maillage suffisamment fin, le champ d'endommagement ne peut se concentrer sur un seul élément. L'étalement de la zone de rupture est introduit via la longueur de régularisation et non plus par la discrétisation spatiale du problème, et on retrouve donc une convergence au sens évoqué auparavant à savoir que la solution vers laquelle tendent les solutions obtenues pour des maillages de plus en plus fins ne dépend plus des paramètres de discrétisation.

Une variante de cette stratégie est de pénaliser non plus les gradients d'endommagement, mais les gradients d'efforts thermodynamiques, c'est le choix qui a notamment été fait dans l'implémentation du mésomodèle dans SAMCEF. Une discussion plus exhaustive sur les modèles non locaux est disponible dans [40].

### Approche intégrale [119]

Certains auteurs, pour régulariser le problème considèrent des quantités moyennées sur un certain domaine. On représente ci-dessous un exemple pour une quantité  $\bar{a}$  qui est obtenue via une intégration de la quantité  $a$  sur un voisinage autour de  $\underline{x}$  via une fonction de pondération  $\omega$ . La longueur interne ici est introduite dans la fonction de pondération.

$$\bar{a}(\underline{x}) = \frac{\int_{\Omega} \omega(\underline{x}, \underline{y}) a(\underline{y}) d\underline{y}}{\int_{\Omega} \omega(\underline{x}, \underline{y}) d\underline{y}}$$

avec  $\omega$  une fonction de pondération :

$$\omega(\underline{x}, \underline{y}) = \exp\left(-\frac{\|\underline{x} - \underline{y}\|}{2l^2}\right)$$

Cette approche permet de régler le problème de localisation, cependant elle apporte de nouvelles difficultés dans le calcul des intégrales. En effet pour un point situé sur la frontière ou proche de la frontière l'intégrale sur le domaine peut être plus difficile à implémenter, une seconde difficulté dans le calcul se pose lorsque deux points proches n'influent pas l'un sur l'autre, par exemple deux points situés sur deux lèvres d'une même fissure ne sont pas censés interagir. La prise en compte de ces aspects parasites peut alourdir considérablement le calcul.

### 3.1.3 La régularisation dans SAMCEF

Les solutions des problèmes de mécanique de l'endommagement ont la particularité d'être très sensibles au maillage. Pour éliminer cette sensibilité au maillage, on a recours à des méthodes dites de régularisation. Dans l'implémentation du mésomodèle dans le logiciel commercial SAMCEF deux techniques sont à notre disposition :

- l'effet retard ;
- la régularisation par pénalisation des gradients d'efforts thermodynamiques.

La compréhension de ces paramètres est indispensable à la maîtrise du modèle. En effet, la modification d'un paramètre peut changer drastiquement l'allure et les seuils maximum de la solution du problème d'endommagement.

### 3.1.4 L'effet retard dans les problèmes quasi-statiques : correspondance des chargements

Dans le modèle tel qu'il est implémenté et disponible dans SAMCEF l'incrément d'endommagement dépend de l'incrément de temps entre deux pas de chargement. Or dans la physique de problèmes quasi statiques d'endommagement la solution ne dépend pas de l'incrément de temps. En d'autres termes deux chargements tels que représentés ci-dessus sur la Figure 3.2 sont censés mener au même résultat physique, or dans le calcul ce n'est pas le cas, car la variation de l'endommagement fait intervenir l'incrément de temps.

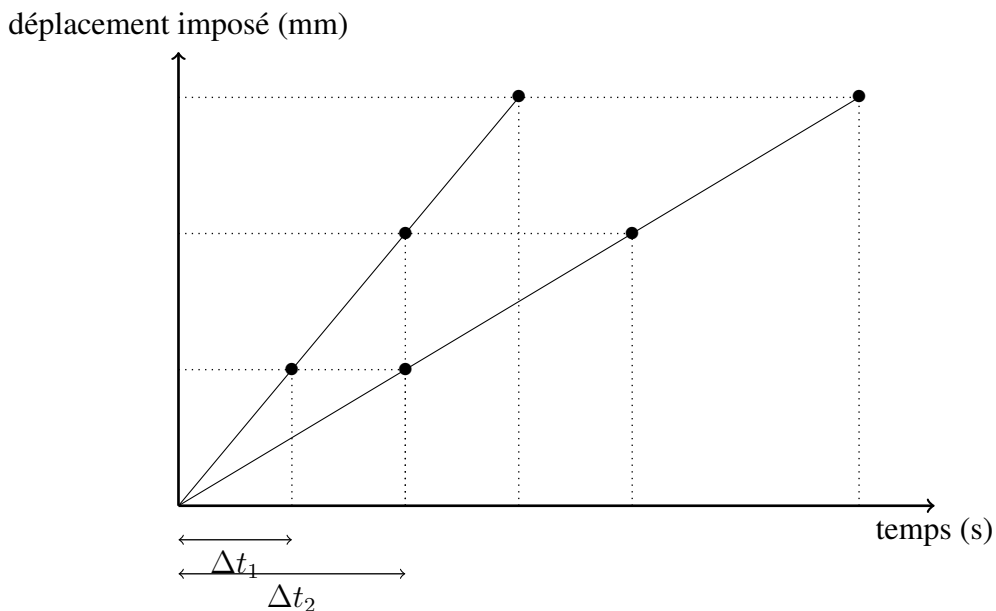


FIGURE 3.2: 2 trajets de chargements équivalents en quasistatique

Pour surmonter cette difficulté, on propose ici une démarche très pragmatique que l'on expose maintenant. On considère deux structures identiques soumises à 2 chargements quasi statiques comme représentés ci-dessus. Si les piquets de chargements sont



les mêmes alors la réponse de la structure doit être la même. Pour bien comprendre considérons deux chargements « équivalents » du point de vue quasi statique :

T	(s)	1	0.1
$\Delta t$	(s)	1	0.1
$U_{max}$	mm	1	1
$\tau_c$	(s)	à déterminer	à déterminer

Pour un même incrément de déformation, c'est à dire pour un même incrément de déplacement, on souhaite que l'état d'endommagement soit le même. On a donc :

$$\Delta d_1 = \frac{\Delta t_1}{\tau_{c1}} \times (1 - \exp\langle f(Y) - d \rangle_+) \quad \Delta d_2 = \frac{\Delta t_2}{\tau_{c2}} \times (1 - \exp\langle f(Y) - d \rangle_+)$$

Pour avoir  $\Delta d_1 = \Delta d_2$ , l'état de contrainte-déformation étant supposé le même, il faut que  $\frac{\Delta t_1}{\tau_{c1}} = \frac{\Delta t_2}{\tau_{c2}}$ . Avec cette condition on obtient un champ d'endommagement qui ne dépend pas de la discrétisation temporelle ce qui est souhaitable pour une simulation basée sur une hypothèse d'évolution quasistatique.

On pose donc  $r = \frac{\tau_{c1}}{\Delta t_1}$  constant, on déduit le temps caractéristique  $\tau_{c2} = r \Delta t_2$ .

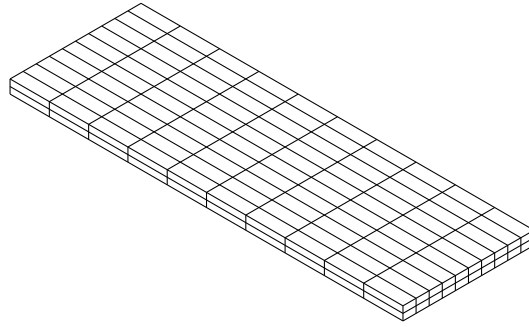
### Raffinement « temporel »

Si on a à augmenter le nombre de piquets de temps, en vue d'augmenter la précision du calcul, on a à réduire  $\Delta \varepsilon$  en conservant  $\dot{\varepsilon}$  constant. Ce qui revient à garder constant la pente de la courbe  $U_d(t) = f(t)$ .

En définitive, la vitesse d'endommagement  $\dot{d}$  est déterminée par l'état de sollicitation et son histoire ainsi il est donc nécessaire de définir une correspondance entre le temps et l'incrément de déplacement pour pouvoir utiliser l'effet retard dans le cadre des problèmes quasi-statiques. On peut exprimer cette condition sous la forme : pour que le problème quasi statique soit complètement défini, il est souhaitable de se donner une vitesse de déformation  $\dot{\varepsilon}$  et de la maintenir constante au fil des simulations sous peine de modifier le champ d'endommagement sous l'effet de l'augmentation ou de la diminution de l'incrément de temps. Dans l'outil logiciel, on ne renseigne pas la vitesse de déformation mais une courbe de la forme  $u_d = f(t)$ , la condition exprimée revient à utiliser toujours la même courbe de chargement pour une géométrie donnée, de plus le temps caractéristique est déduit de l'incrément de temps : comme on ne peut pas changer le temps caractéristique dans le calcul, il faut conserver un incrément de temps constant.

## 3.2 Recherche de paramètres de régularisation optimaux

Dans la section précédente, on a mis en évidence le rôle des paramètres de régularisation ainsi que les rapports adimensionnés des grandeurs qui gouvernent le calcul. Afin d'obtenir des jeux de paramètres acceptables pour une structure composite, on se propose d'étudier pour plusieurs mécanismes de base l'influence des constantes de régularisation de manière à constituer un jeu de paramètres standard pour la simulation. Comme on l'a fait remarquer précédemment, dans la version du mésomodèle telle qu'elle est implantée dans SAMCEF les paramètres de régularisation sont les mêmes pour tous les indicateurs



**FIGURE 3.3:** maillage utilisé dans les simulations

d'endommagement. Pour établir une stratégie de réglage de ces deux paramètres ( $r$ ,  $\Delta\varepsilon$ ) notre choix s'est penché principalement sur le mécanisme de rupture des fibres dont on souhaite, malgré la régularisation, qu'il reste un mécanisme simulé fragile sous peine de surestimer largement la tenue de la structure. On a ainsi étudié une géométrie très simple pour différents jeux de paramètres ( $r$ ,  $\Delta\varepsilon$ ) de manière à obtenir une plage de valeur acceptable pour ces paramètres. Dans la suite on présente les résultats des simulations.

### 3.2.1 Essai de traction à $0^\circ$

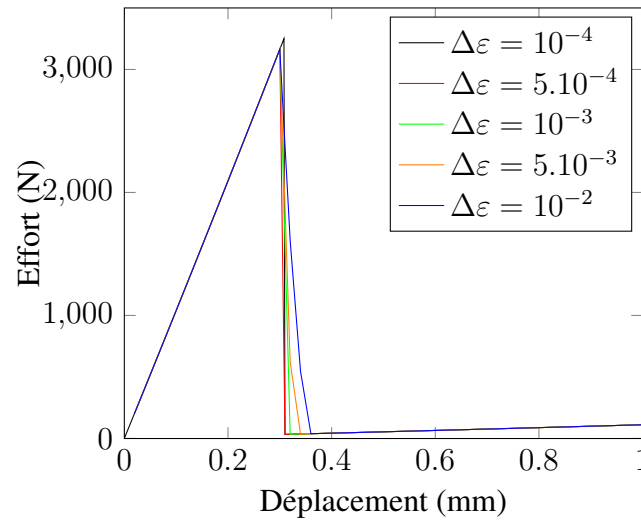
Le mésomodèle comporte un nombre important d'indicateurs d'endommagement et de lois de comportements complexes qui interviennent de concert. Afin de considérer le mécanisme de rupture fibre en lui même, et de s'affranchir des autres mécanismes de ruine, on a choisi de simuler une géométrie extrêmement simple. On considère donc un pli seul, un chargement de traction, les conditions aux limites sont imposées de telle façon que la plaque est sollicitée en traction pure, en particulier les conditions limites permettent au coupon de se déplacer librement suivant la direction transverse pour éviter les effets Poisson. Comme on l'a expliqué précédemment on s'intéresse au mécanisme de rupture des fibres, décrit dans le méso constituant du pli. Dans cet essai on simule un pli seul en traction dont les fibres sont orientées à  $0^\circ$ . On tient compte des symétries (matériau, structure, conditions aux limites) dans le choix du problème traité numériquement.

#### Étude de sensibilité de l'incrément de déformation

En considérant les grandeurs adimensionnées du problème, on fait varier indépendamment chacune de ces grandeurs pour connaître leur influence sur les simulations. On constate que sous cet angle, on retrouve la notion de « convergence », en tout état de cause on a à confronter des réponses comparables, ce n'était pas le cas sur la Figure 3.1.

$\Delta\varepsilon$	$10^{-4}$	$5.10^{-4}$	$10^{-3}$	$5.10^{-3}$	$10^{-2}$
$\Delta t$	$10^{-3}$	$5.10^{-3}$	$10^{-2}$	$5.10^{-2}$	$10^{-1}$
$r = \frac{\tau_c}{\Delta t}$	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1
$\tau_c$	$10^{-4}$	$5.10^{-4}$	$10^{-3}$	$5.10^{-3}$	$10^{-2}$

**TABLE 3.1:** paramètres de l'étude de sensibilité à l'incrément de déformation : traction à  $0^\circ$



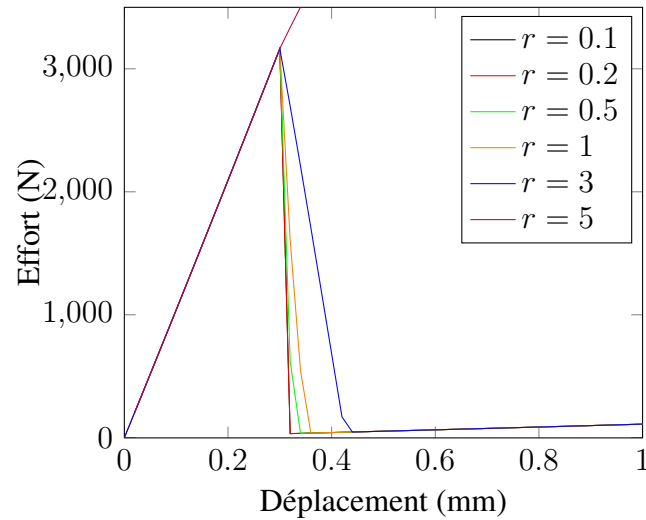
**FIGURE 3.4:** graphe de sensibilité de l'incrément de déformation en traction à  $0^\circ$

### Étude de sensibilité du coefficient $r$

Pour rappel  $r = \frac{\tau_c}{\Delta t}$ , on se place à un  $\Delta\varepsilon = 10^{-3}$  qui correspond à une valeur moyenne au sens logarithmique de l'incrément de déformation.

$\Delta\varepsilon$	$10^{-3}$	$10^{-3}$	$10^{-3}$	$10^{-3}$	$10^{-3}$
$\Delta t$	$10^{-2}$	$10^{-2}$	$10^{-2}$	$10^{-2}$	$10^{-2}$
$r = \frac{\tau_c}{\Delta t}$	0.1	0.2	0.5	1	5
$\tau_c$	$10^{-3}$	$2.10^{-3}$	$5.10^{-3}$	$10^{-2}$	$5.10^{-2}$

**TABLE 3.2:** paramètres de l'étude de sensibilité du rapport des temps caractéristiques en traction à  $0^\circ$

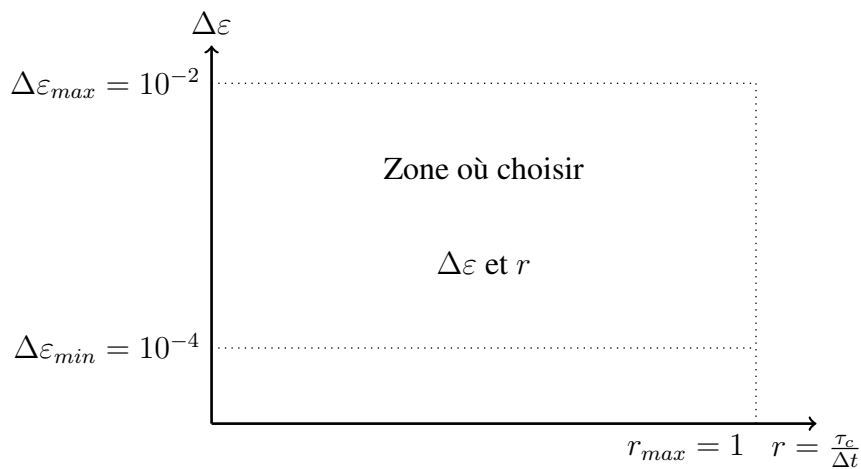


**FIGURE 3.5:** graphe de sensibilité du rapport des temps caractéristiques en traction à  $0^\circ$

Sur ce graphe on constate que plus le coefficient  $r$  est petit ( $r=0.1$  en noir) et plus la réponse de la structure présente un caractère associé à un matériau fragile. Au contraire plus le coefficient  $r$  est important et plus la réponse ressemble à celle obtenue pour un matériau ductile ( $r=5$  couleur Bordeaux). Il est clair que pour une valeur trop importante du coefficient  $r$  la tenue de la structure est largement surestimée.

### Résultats

La déformation à rupture simulée est de 1.5%. De ces premiers résultats, on dégage un ensemble dans lequel on viendra puiser pour l'ensemble des simulations réalisées dans les chapitres qui suivent. On représente ci-dessous, de manière pratique on choisira par la suite un  $\Delta\varepsilon = 10^{-3}$  et un ratio  $r = 0.3$ .



**FIGURE 3.6:** Espace admissible pour les paramètres de régularisation

### 3.2.2 Essai de compression à $0^\circ$

On étudie ici la sensibilité de la courbe effort déplacement pour des variations d'incrément de déformation, et de rapport des temps caractéristiques. Pour rappel  $r = \frac{\tau_c}{\Delta t}$ , on se place à un  $\Delta\varepsilon = 10^{-3}$  qui correspond à une valeur moyenne au sens logarithmique de l'incrément de déformation.

$\Delta\varepsilon$	$10^{-4}$	$5.10^{-4}$	$10^{-3}$	$5.10^{-3}$	$10^{-2}$	$\Delta\varepsilon$	$10^{-3}$	$10^{-3}$	$10^{-3}$	$10^{-3}$	$10^{-3}$
$\Delta t$	$10^{-3}$	$5.10^{-3}$	$10^{-2}$	$5.10^{-2}$	$10^{-1}$	$\Delta t$	$10^{-2}$	$10^{-2}$	$10^{-2}$	$10^{-2}$	$10^{-2}$
$r = \frac{\tau_c}{\Delta t}$	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	$r = \frac{\tau_c}{\Delta t}$	0.1	0.2	0.5	1	5
$\tau_c$	$10^{-4}$	$5.10^{-4}$	$10^{-3}$	$5.10^{-3}$	$10^{-2}$	$\tau_c$	$10^{-3}$	$2.10^{-3}$	$5.10^{-3}$	$10^{-2}$	$5.10^{-2}$

TABLE 3.3: Paramètres utilisé pour les études de sensibilités en compression à  $0^\circ$

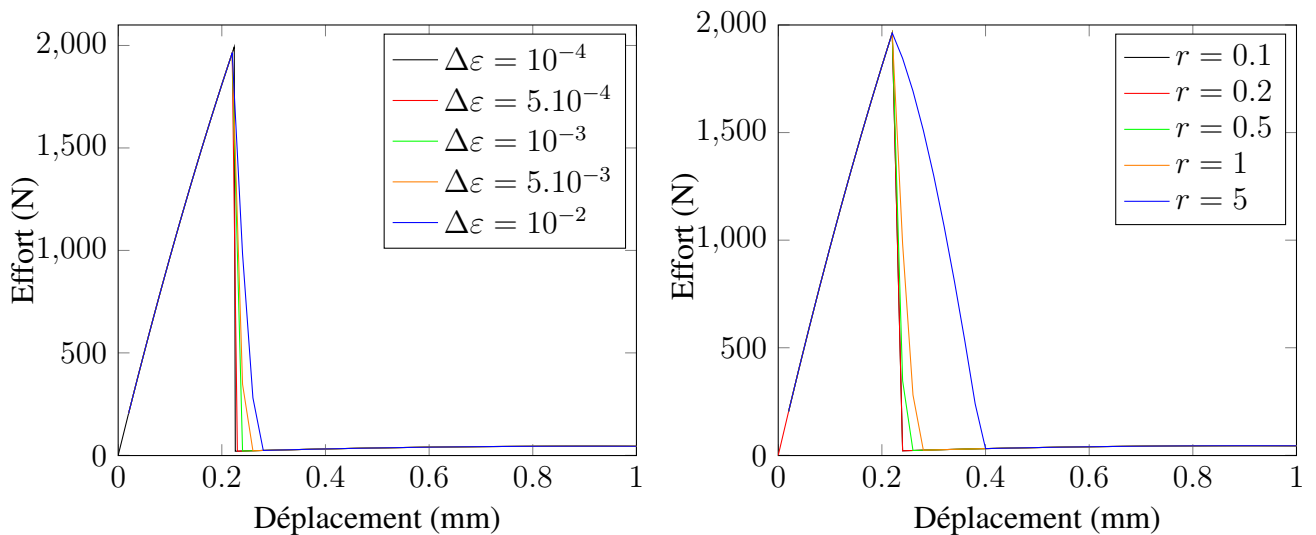


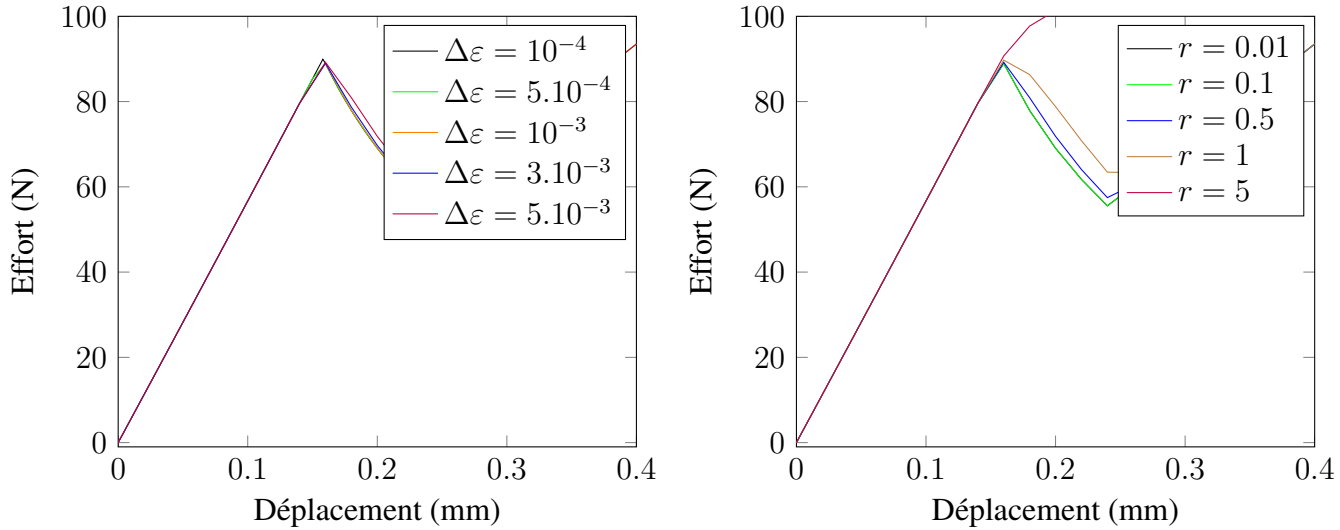
FIGURE 3.7: Sensibilité à l'incrément de déformation (à gauche) et au rapport  $r$  (à droite) en compression à  $0^\circ$

### 3.2.3 Essai de traction à $90^\circ$

Dans cet essai, on simule un pli seul en traction dont les fibres sont orientées à  $90^\circ$ . On tient compte de la symétrie dans les conditions limites. On étudie la sensibilité de l'incrément de déformation ainsi qu'au rapport des temps caractéristiques  $r$ .

$\Delta\varepsilon$	$10^{-4}$	$5.10^{-4}$	$10^{-3}$	$3.10^{-3}$	$5.10^{-3}$	$\Delta\varepsilon$	$10^{-3}$	$10^{-3}$	$10^{-3}$	$10^{-3}$	$10^{-3}$
$\Delta t$	$10^{-3}$	$5.10^{-3}$	$10^{-2}$	$3.10^{-2}$	$5.10^{-2}$	$\Delta t$	$10^{-2}$	$10^{-2}$	$10^{-2}$	$10^{-2}$	$10^{-2}$
$r$	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	$r$	0.01	0.1	0.5	1	5
$\tau_c$	$10^{-4}$	$5.10^{-4}$	$10^{-3}$	$3.10^{-3}$	$5.10^{-3}$	$\tau_c$	$5.10^{-4}$	$10^{-3}$	$5.10^{-3}$	$10^{-2}$	$5.10^{-2}$

**TABLE 3.4:** Paramètres utilisé pour les études de sensibilités en traction à  $90^\circ$



**FIGURE 3.8:** Sensibilité à l'incrément de déformation et au rapport  $r$  en traction à  $90^\circ$

Pour rappel  $r = \frac{\tau_c}{\Delta t}$ , on se place à un  $\Delta\varepsilon = 10^{-3}$  qui correspond à une valeur moyenne logarithmique de l'incrément de déformation. On remarque encore que pour des valeurs importantes du rapport  $r$  la tenue de la structure en traction à  $90^\circ$  peut être considérablement surestimée. D'autre part pour la plage de valeur qui a été exposée ci-avant le comportement du coupon simulé est conforme aux attendus.

### 3.3 Influence des paramètres de régularisation sur l'effort à rupture

Dans les sections précédentes, on a rappelé la nécessité d'introduire des limiteurs de localisation pour traiter les problèmes d'endommagement avec lois de comportement adoucissantes. En introduisant de telles lois mathématiques, on ajoute des coefficients mathématiques ou matériaux selon le point de vue, qui sont susceptibles de modifier en eux mêmes les valeurs à rupture simulées. On s'intéresse dans cette partie à l'influence de ces paramètres afin de dégager une stratégie de choix cohérente pour l'ensemble des simulations qui vont suivre. Pour faire varier ces grandeurs qui gouvernent les lois mathématiques de régularisation.

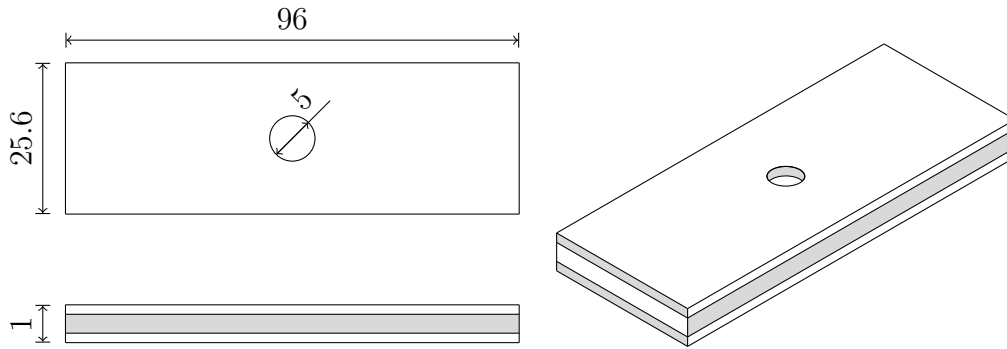


FIGURE 3.9: Géométrie de la plaque trouée  $[0_2, 90_2]_S$

### 3.3.1 Influence du temps caractéristique induit par l'effet retard

Ci-après on considère le problème suivant : une plaque trouée dont l'empilement est  $[0_2, 90_2]_S$ , le maillage ainsi que l'ensemble des valeurs seront donné au chapitre suivant. On souhaite ici faire une étude de sensibilité sur les paramètres de régularisation, pour ce faire on fait varier le temps caractéristique  $\tau_c$  et on observe la courbe effort déplacement et en particulier la variation d'efforts à rupture en fonction du temps caractéristique.

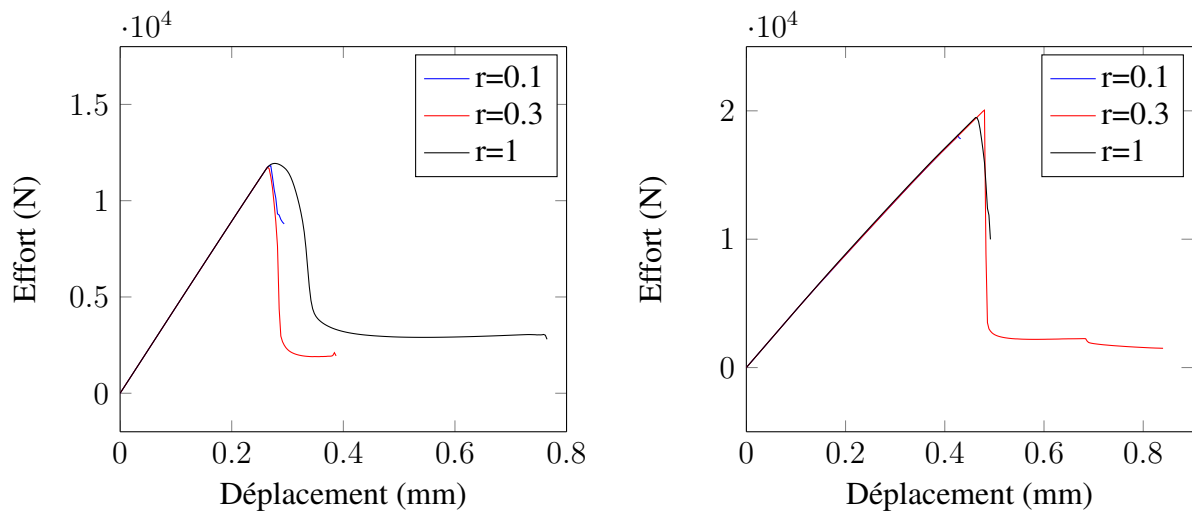
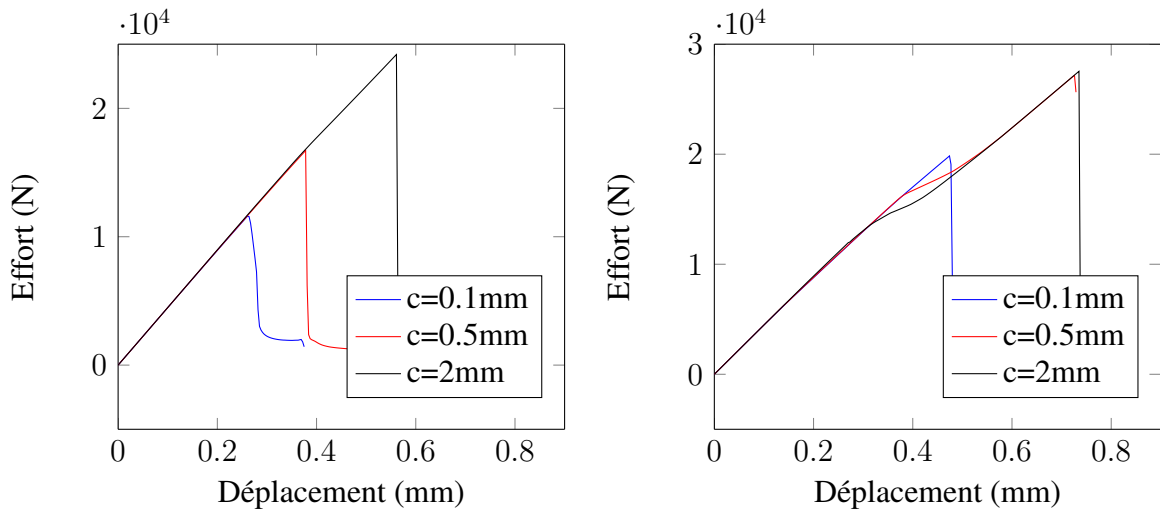


FIGURE 3.10: Étude de sensibilité au paramètre temporel de l'effet retard

On note que pour un rapport  $r$  suffisamment faible, les valeurs à rupture sont sensiblement les mêmes. La valeur du ratio  $r$  sera fixée à 0.3 pour l'ensemble des simulations qui suivront.

### 3.3.2 Influence de la longueur caractéristique induite par l'effet gradient

Dans cette seconde étude, on maintient toutes les grandeurs constantes, et on choisit de faire varier la longueur caractéristique qui intervient dans l'effet gradient. On constate que



**FIGURE 3.11:** Étude de sensibilité au paramètre de longueur de l'effet gradient

la longueur caractéristique, qui est un paramètre de régularisation mathématique, influe de manière très importante sur la valeur des efforts à rupture. Cette valeur doit donc être choisie avec soin. Sauf erreur de notre part, il n'est fait pas mention dans la littérature de la manière dont la valeur de ce paramètre mathématique doit être déterminée. Pour les études qui suivent, le parti pris a été de s'appuyer sur la réponse des plaques lisses (i.e : sans perçage) à partir desquelles on a recalé la valeur de la longueur caractéristique de l'effet gradient.

### 3.4 Coefficients matériaux et de régularisation utilisés dans les simulations

Les coefficients "matériaux" que nous utilisons sont issus de la thèse d'Emmanuelle Abisset ; ils constituent des valeurs pertinentes pour l'ensemble des mécanismes du mésomodèle. On présente ici les valeurs utilisées dans l'ensemble des simulations qui vont suivre. Par souci de simplicité les notations essaient de reprendre au maximum le formalisme du mésomodèle LMT, et son implémentation sous SAMCEF.

Mésoconstituant pli :



Formalisme LMT				Commandes SAMCEF
Élasticité du pli				
$E_1$ (MPa)	130000	$E_2 = E_3$ (MPa)	8400	YT 130000 8400 8400
$G_{23}$ (MPa)	2250	$G_{12} = G_{13}$ (MPa)	4400	G 4400 2250 4400
$\nu_{23}$	0.4	$\nu_{12} = \nu_{13}$	0.31	NT 0.31 0.4 0.31
Endommagement des fibres				
$Y_{df}^t$ (MPa)	20	$Y_{df}^c$ (MPa)	7.	YS11 20. 7.
Non-linéarité sens fibre				
$\alpha^+$	0	$\alpha^-$	11	YNLE 0. 11.
Endommagement diffus				
$Y_0$	0.03	$Y_c$	12	Y012 0.03
				YC12. 12.
Fissuration transverse				
$G_c^I$	0.35	$G_c^{II} = G_c^{III}$	0.9	GC 0.35 0.9 0.9
Plasticité				
$R_0$	11	$K$	1400	LITK 11
$\gamma$	0.54			BIGK 1400 EXPN 0.54
Seuil de dommage maximal				
$d_f$	0.99	$d_{max}$	0.55	DDEN 0.99 0.550
$\rho_s$	0.7			RO1 0.7
Couplages				
$b_2$	2.5	$b_3$	0.5	DCOU 2.5 0.5 0.67 0. 0.6
$a$	0.67	$k$	0	
$\alpha$	0.6			

Mésoconstituant interface :

Formalisme LMT				Commandes SAMCEF
Élasticité du pli				
$K_0^3$ (MPa/mm)	652800	$K_0^1 = K_0^2$ (MPa/mm)	236800	K03S 652800
				K02S 236800 236800
$G_c^I$ (KJ/m <sup>2</sup> )	0.4	$G_c^{II} = G_c^{III}$	1.4	GP 0.4 1.4 1.4
$\sigma_{max}$	50 MPa			

Dans cette première partie, on a mis en évidence une démarche pratique de manière à dégager des plages de valeurs acceptables pour choisir les paramètres de régularisation de l'effet retard qui seront utilisés par la suite dans l'ensemble des simulations. Le paramètre de longueur de l'effet gradient dont on a vu qu'il était très important dans le calcul des efforts à rupture sera lui identifié sur des essais de plaques lisses (i.e : non trouées). Un second aspect concernant la discrétisation spatiale important est discuté par la suite.

## 3.5 L'interface : équations et implémentation

Dans cette seconde partie, on revient sur la modélisation de l'interface à travers des éléments cohésifs ainsi que son implémentation dans le logiciel commercial SAMCEF. D'autres voies sont proposées dans la littérature pour modéliser le délaminage, on peut citer [27]. Une attention particulière est portée sur les valeurs numériques affectées aux paramètres matériaux et sur les grandeurs à maîtriser pour conduire la simulation. Les aspects numériques liés à l'utilisation d'éléments d'interface ont fait l'objet de nombreux travaux dont [51].

### 3.5.1 Lois implémentées dans SAMCEF

L'interface est le mésoconstituant qui intègre entre autres le mécanisme de ruine par délaminage. La perte de rigidité due au délaminage est introduite via trois indicateurs d'endommagement  $d_{13}$ ,  $d_{23}$ ,  $d_{33}$ . La version de SAMCEF actuellement déployée, ne permet pas encore d'utiliser les dernières avancées en matière de loi de comportement d'interface comme celle présentée à la section 2.3.2. On présente ici, les différentes lois de comportement implémentées et disponibles dans SAMCEF. L'énergie de déformation de l'interface est donnée par la formule :

$$E_d = \frac{1}{2} \left( \frac{\langle \sigma_{33} \rangle_+^2}{(1 - d_{33})k_0^3} + \frac{\langle \sigma_{33} \rangle_-^2}{k_0^3} + \frac{\sigma_{31}^2}{(1 - d_{13})k_0^1} + \frac{\sigma_{32}^2}{(1 - d_{23})k_0^2} \right)$$

Par dérivation de l'énergie de déformation vis à vis de chacune des variables du modèle on obtient les relations de comportement entre les composantes du tenseur des contraintes  $\sigma$  projeté sur la normale, et le saut de déplacement à l'interface noté  $[[\delta]]$  :

$$\begin{aligned} \sigma_{33}^- &= k_0^3 [[\delta]]_3^- \\ \sigma_{33}^+ &= k_0^3 (1 - d_{33}) [[\delta]]_3^+ \\ \sigma_{13} &= k_0^1 (1 - d_{13}) [[\delta]]_1 \\ \sigma_{23} &= k_0^2 (1 - d_{23}) [[\delta]]_2 \end{aligned}$$

La contrainte comporte 3 composantes (la contrainte normale  $\sigma_{33}$  et deux contraintes tangentielles  $\sigma_{13}$ ,  $\sigma_{23}$ ) et les sauts de déplacements à l'interface suivant les 3 composantes. Les forces thermodynamiques associées sont :

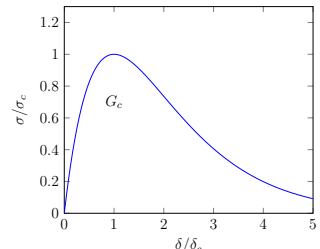
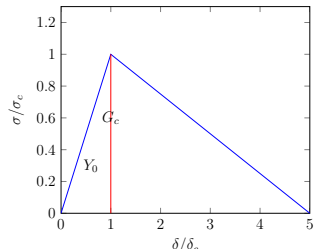
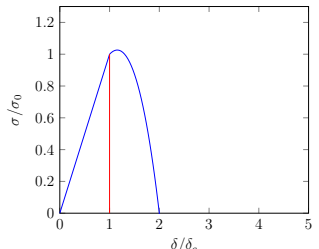
$$Y_{d_{33}} = \frac{\langle \sigma_{33} \rangle_+^2}{(1 - d_{33})^2 k_0^3} \quad Y_{d_{13}} = \frac{\sigma_{31}^2}{(1 - d_{13})^2 k_0^1} \quad Y_{d_{23}} = \frac{\sigma_{32}^2}{(1 - d_{23})^2 k_0^2}$$

Par souci de simplicité et afin de limiter le nombre de coefficients du modèle une force thermodynamique équivalente au chargement des 3 forces thermodynamiques dans les 3 directions est définie comme suit :

$$Y = (Y_{d_{33}}^\alpha + (\gamma_1 Y_{d_{13}})^\alpha + (\gamma_2 Y_{d_{23}})^\alpha)^{\frac{1}{\alpha}}$$

### 3.5.2 Les différentes lois cohésives pour représenter le délaminage dans SAMCEF

Le logiciel SAMCEF offre la possibilité de choisir l'allure de la courbe  $\sigma = f(\delta)$  parmi 3 possibilités. Elles sont décrites ci après :

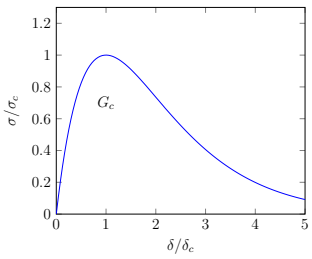
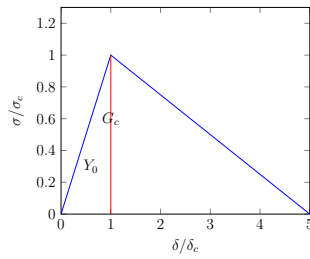
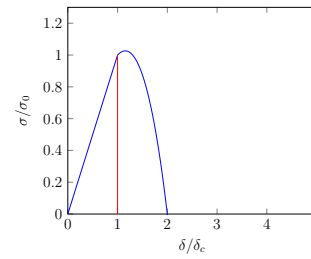
	Loi exponentielle	Loi bi-triangulaire	Loi polynomiale
Graphes $\sigma = f(\delta)$			
Contrainte maxi $\sigma_c$	$\sigma(\delta) = e\sigma_{max} \frac{\delta}{\delta_c} \exp(-\frac{\delta}{\delta_c})$ $\sigma_c = \sigma_{max}$	$Y_0 = \frac{1}{2}k_0^3\delta_c^2$ $\sigma_c = \sqrt{2Y_0k_0^3}$	$Y_0 = \frac{1}{2}k_0^3\delta_c^2$ $\sigma_c = k_0^3 \left( \frac{2Y_c - \frac{2}{3}Y_0}{3(Y_c - Y_0)} \right) \sqrt{\frac{2}{3k_0^3} \left( \left( \frac{n+1}{n} \right) (Y_c - Y_0) + Y_0 \right)}$
Considérations énergétiques	$\int_{\delta=0}^{\infty} \sigma(\delta) d\delta = G_c$ $e\sigma_{max}\delta_c = G_c$	$G_c = \frac{1}{2}\sigma_c \times \delta_{max}$ $\delta_{max} = \frac{G_c}{\sqrt{2Y_0k_0^3}}$	

#### Remarque sur les coefficients utilisés avec la loi polynomiale

La loi polynomiale est la loi utilisée dans les travaux précédents de l'équipe dans laquelle a été réalisée cette thèse. Des campagnes d'identification des paramètres ont mis en évidence la difficulté d'identifier en nombre et en précision tous les coefficients du modèle. En pratique le taux critique de restitution de l'énergie peut être identifié par la méthode DCB. La rigidité n'est pas identifiée elle est déduite du développement asymptotique du comportement de l'interface, cependant suivant les auteurs, l'épaisseur choisie pour l'interface peut varier. Enfin le seuil d'initiation de l'endommagement  $Y_0$  est choisi nul en pratique par les auteurs [2] [9].

### 3.5.3 Sur l'implémentation du modèle d'interface dans SAMCEF

On s'intéresse ici aux différentes lois pour les éléments d'interface disponibles dans SAMCEF. Naturellement selon le nombre de paramètres qui pilotent chaque loi de comportement, on peut vérifier un certain nombre de caractéristiques à savoir par exemple : le taux de restitution de l'énergie, la rigidité initiale, le déplacement à rupture.

	Loi exponentielle	Loi bi-triangulaire	Loi polynomiale
Graphe $\sigma = f(\delta)$			
degré de liberté	2	3	4
paramètres SAMCEF	$(G_c, \sigma_c)$	$(G_c, Y_0, k_0^3)$	$(G_c, Y_0, k_0^3, n)$

### Remarque sur l'implémentation des rigidité et taux critiques de restitution de l'énergie dans SAMCEF

La rigidité de l'interface s'exprime comme le rapport d'un module sur l'épaisseur de l'interface.

$$k_0^3 = \frac{E_3}{e}, \quad k_0^1 = \frac{G_{31}}{2e}, \quad k_0^2 = \frac{G_{32}}{2e}$$

L'implémentation SAMCEF offre la possibilité de renseigner la rigidité de l'interface sous 2 formes différentes : soit directement le rapport du module divisé par l'épaisseur après les commandes K03S et K02S pour les rigidités respectivement normale et transverses, soit les coefficients  $E_3, G_{13}$  et  $G_{23}$  après les commandes YT et G qui sont ensuite divisés par l'épaisseur donnée à l'élément surfacique d'interface. De même les taux de restitution de l'énergie s'expriment classiquement en énergie nécessaire pour créer une unité de surface de fissure. Là encore SAMCEF offre la possibilité de renseigner le taux critique de restitution de l'énergie, ou bien le taux critique de restitution de l'énergie divisé par l'épaisseur de l'élément. De même les taux de restitution d'énergie introduits via la commande GP sont homogènes à une énergie par unité de surface, contrairement à la commande GC qui définit des énergies par unité de volume. On regroupe dans le tableau les paramètres SAMCEF, munis de leur unité respective :

Mot clé	Grandeur associée	Unité
KO3S	$\frac{E_3}{e}$	N.m <sup>-3</sup>
KO2S	$\frac{G_{13}}{e}, \frac{G_{23}}{e}$	N.m <sup>-3</sup>
YT	$E_3$	N.m <sup>-2</sup>
G	$G_{13}, G_{23}$	N.m <sup>-2</sup>
GP	$G_{Ic}, G_{IIc}, G_{IIIc}$	N.m <sup>-2</sup>
GC	$\frac{G_{Ie}}{e}, \frac{G_{IIe}}{e}, \frac{G_{IIIe}}{e}$	N.m <sup>-3</sup>

FIGURE 3.12: coefficients de l'interface et commandes SAMCEF

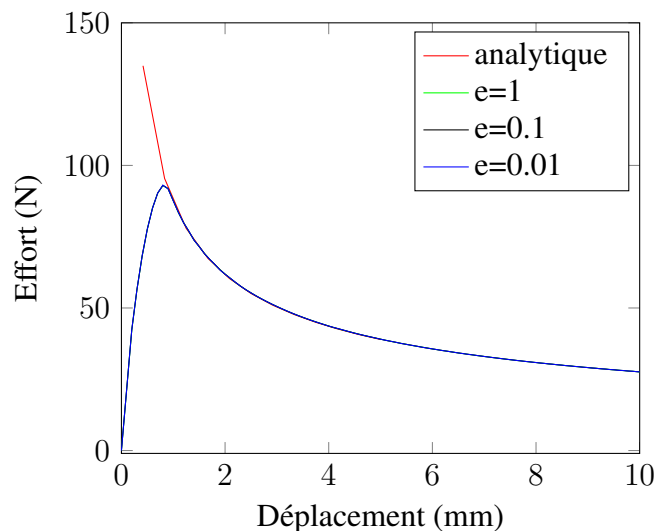
Afin de valider notre démarche on propose ci-après une rapide validation de notre propos en vérifiant par une étude de sensibilité que l'épaisseur de l'interface ne joue pas sur la valeur du résultat de la simulation.

### Variation de l'épaisseur de l'interface

Dans un premier temps on fait varier l'épaisseur de l'interface. Tous les paramètres sont maintenus constant, et on fait varier uniquement l'épaisseur renseignée pour l'interface. Les résultats sont cohérents avec les attendus : Comme on peut le voir sur les

$YT$ (MPa)	9000	9000	9000
$G_c$ (J/mm <sup>2</sup> )	0.20	0.20	0.20
$e$ (mm)	1	0.1	0.01
$\sigma_0$ (MPa)	2	2	2
$L_e$ (mm)	1.5	1.5	1.5

**FIGURE 3.13:** Tableau des valeurs utilisées pour l'étude de la sensibilité à l'épaisseur



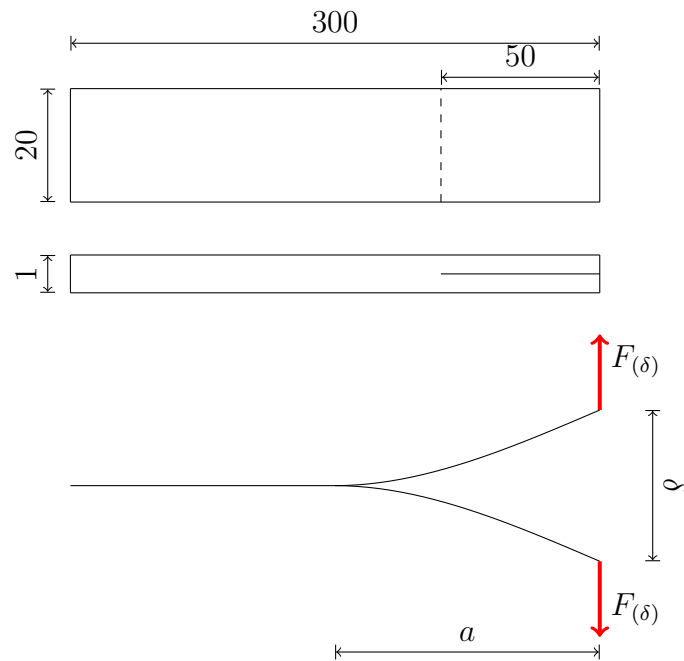
**FIGURE 3.14:** Sensibilité de variation de l'épaisseur

résultats, où les courbes se superposent parfaitement, l'épaisseur introduite dans le renseignement du matériau, ne joue pas dans le calcul de structure. En somme les éléments cohésifs sont représentés géométriquement avec une épaisseur nulle, mais pour le calcul on doit renseigner une épaisseur « numérique » afin de former les coefficients qui ont été discutés et synthétisés dans le tableau 3.12.

### 3.5.4 Sensibilité à la loi matériau et aux maillages utilisés

On s'intéresse ici à la simulation d'un essai Double Cantilever Beam. L'essai DCB est un essai très classique, utilisé pour identifier expérimentalement les paramètres matériau de l'interface en mode I. L'objet de cette sous partie n'est pas de faire une étude exhaustive de l'essai DCB mais de présenter de façon très simplifiée le rôle de chacun des paramètres matériau introduit dans les lois cohésives de manière à éviter les principaux

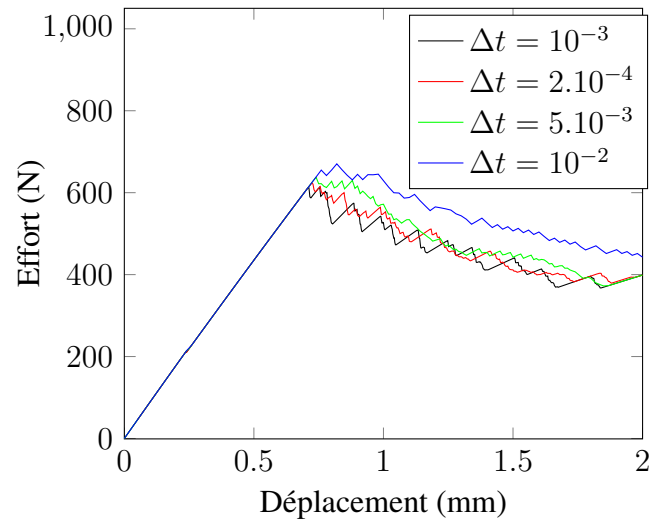
écueils liés notamment au maillage. On représente ci-dessous de manière très schématique le problème à résoudre :



**FIGURE 3.15:** Géométrie et modèle poutre associé à l'essai DCB

### Variation de l'incrément de temps

On choisit ci-après d'étudier l'influence sur la courbe effort déplacement, des variations de la discrétisation temporelle. Les résultats sont exposés sur le graphe ci-dessous :

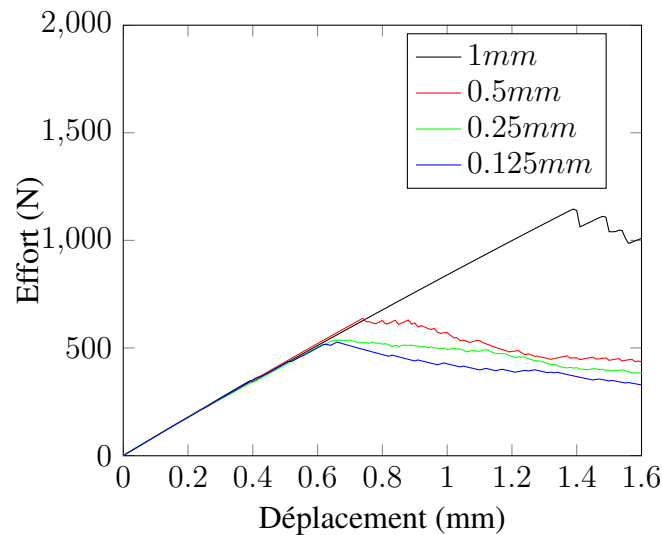


**FIGURE 3.16:** Sensibilité de la discrétisation temporelle

Les résultats font apparaître que, pour le cas traité, la discrétisation temporelle influe assez peu sur la courbe finale obtenue.

#### Variation de la discrétisation en pointe de fissure

On se propose d'étudier l'influence sur la courbe effort déplacement des variations de la discrétisation spatiale. Les résultats sont exposés sur le graphe ci-dessous :



**FIGURE 3.17:** Sensibilité de la discrétisation en pointe de fissure

Les résultats font apparaître que la discrétisation spatiale influe de manière très significative sur l'allure de la courbe finale obtenue. Pour rendre compte de cette observation, on propose un modèle simplifié à la fin de ce chapitre les calculs sont laissés en annexe.

Coefficients	Unités	Loi bi-triangulaire	Loi polynomiale
$k_0^3$	$N/mm^3$	652800	652800
$G_c$	$N/mm$	0.2	0.2
$Y_0$	$N/mm$	$0.5 \times \frac{\sigma_{max}^2}{k_0^3} = 3.17 \times 10^{-3}$	0.
$n$	sans unité	pas dans le modèle	0.5

### 3.5.5 Comparaison de différentes lois de comportements d'interface

Les différentes lois d'interface disponibles ont été rappelées ci-avant. On présente ici un commentaire sur l'utilisation de la loi polynomiale. Le propos est étayé par une comparaison avec un modèle très simple : le modèle dit bi-triangulaire. Par souci de simplicité on considère le cas d'ouverture en mode 1 pur.

#### Confrontation de la loi bi-triangulaire et de la loi polynomiale

Pour rappel les lois bi-triangulaire et polynomiale déterminent la fonction  $\sigma = f(\delta)$  dans le plan  $(\sigma, \delta)$ . La loi bi-triangulaire est déterminée par 3 constantes, dans SAMCEF il faut renseigner :

- L'énergie de déformation de la partie élastique  $Y_0$  ;
- La rigidité de l'interface  $k_0^3$  ;
- Le taux de restitution de l'énergie  $G_c$ .

La loi polynomiale, quant à elle, est déterminée par 4 constantes, dans SAMCEF il faut indiquer :

- L'énergie de déformation de la partie élastique  $Y_0$  ;
- La rigidité de l'interface  $k_0^3$  ;
- Le taux de restitution de l'énergie  $G_c$  ;
- Un exposant  $n$ .

En pratique on s'aperçoit que pour deux jeux de valeurs matériaux a priori similaires les lois de comportement  $\sigma = f(\delta)$  sont très différentes. On illustre ci-après notre propos. On représente ici pour chacune des deux lois la courbe  $\sigma = f(\delta)$  dans le plan  $(\sigma, \delta)$ . Afin d'avoir des résultats comparables, on associe les mêmes taux de restitution d'énergie et les mêmes rigidités d'interface.

#### Commentaire

On note que les contraintes maximales sont très différentes pour les deux lois. La raison est que la loi bi-triangulaire laisse 3 paramètres disponibles avec lesquels on peut fixer 3 grandeurs indépendantes (par exemple  $G_c, k_0^3, \sigma_{max}$ ) alors que la loi polynomiale qui comporte 4 coefficients dont 2 sont fixés par la littérature ne laisse que 2 paramètres  $G_c$  et  $k_0^3$  de disponibles pour « adapter » le comportement. On vérifie le taux de restitution et la rigidité initiale, mais pas la contrainte maximale.



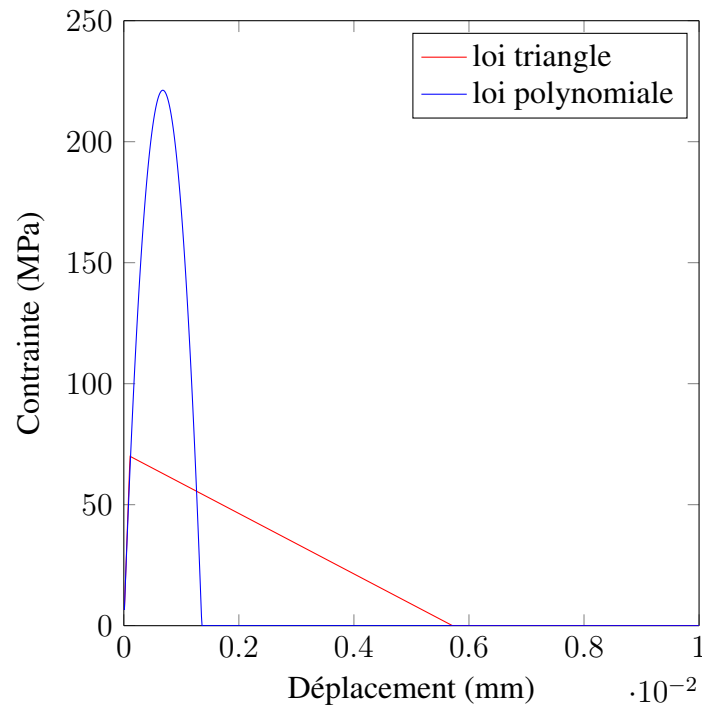


FIGURE 3.18: Comparaison des deux lois de comportement

### Variation de la contrainte d'initiation

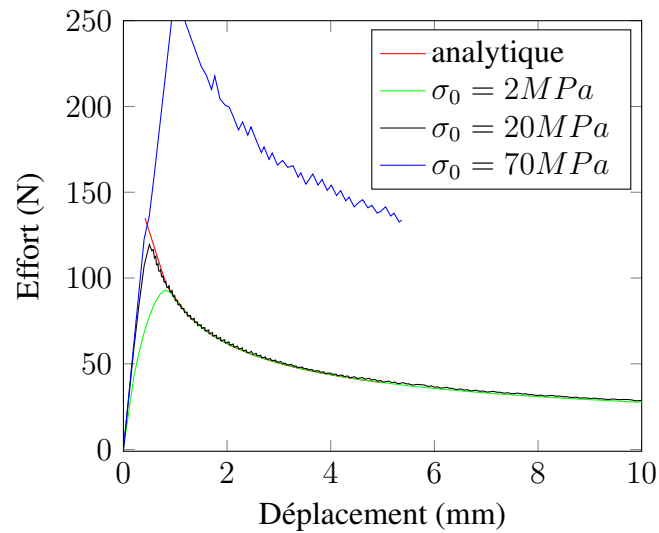
Dans un second temps on joue sur la contrainte d'initiation :

$YT$ (MPa)	9000	9000	9000
$G_c$ (J/mm <sup>2</sup> )	0.20	0.20	0.20
$e$ (mm)	0.01	0.01	0.01
$\sigma_0$ (MPa)	2	20	70
$L_e$ (mm)	1.5	1.5	1.5

Comme on peut le voir sur les résultats la contrainte d'initiation joue de manière importante dans le calcul de structure : plus la contrainte est importante et plus on a de mal à suivre la courbe analytique. Pour pallier ce problème il faut raffiner le maillage dans la direction de propagation. Notons qu'en termes de coûts de calculs, l'utilisation de lois de comportements très raides, impose un maillage très fin et donc augmente considérablement les temps de calcul.

### Modèle simplifié pour estimer la taille de la process zone

Afin d'estimer la taille de la process zone, des auteurs ont proposé une modélisation poutre en flexion supportée sur des appuis élastiques, cette approche a déjà été utilisée dans un cas à symétrie cylindrique dans [13] et dans le cas d'une géométrie cartésienne dans [130]. Les calculs sont détaillés en annexe, de cette manière on peut traiter le problème de manière analytique et ainsi faire apparaître une longueur caractéristique comme



**FIGURE 3.19:** graphe de sensibilité de la contrainte d'initiation

étant :

$$\sqrt[4]{\frac{4EI}{k_0^3 b}}$$

On peut donc supposer que la process zone soit proportionnelle ou du même ordre de grandeur que cette longueur caractéristique introduite. Par suite, si on revient sur la comparaison entre les lois polynomiales et bi-triangulaire on peut conclure que la process zone induite par la loi bi triangulaire est inférieure à la dimension de la process zone induite par la loi polynomiale pour les deux jeux de paramètres proposés dans 3.5.5.

### Conclusion

Dans ce chapitre on a passé en revue un certain nombre de paramètres numériques qui régissent largement la réponse de la structure. On a proposé un critère heuristique pour choisir la valeur à donner à ces paramètres. Concernant les éléments cohésifs pour décrire le délaminage entre autres : on a remontré qu'il appartenait de discrétiser suffisamment finement la process zone sous peine de surestimer très largement la tenue de l'interface.

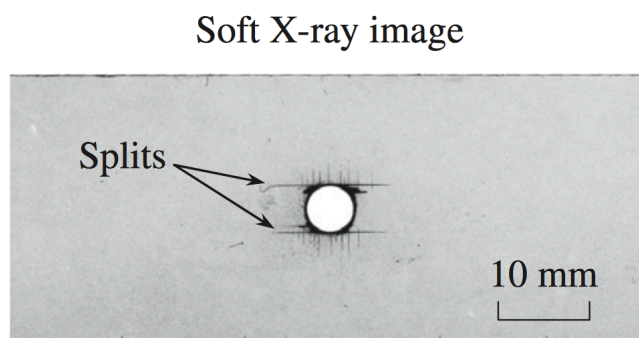


## Chapitre 4

# La modélisation « méso » et le calcul du splitting

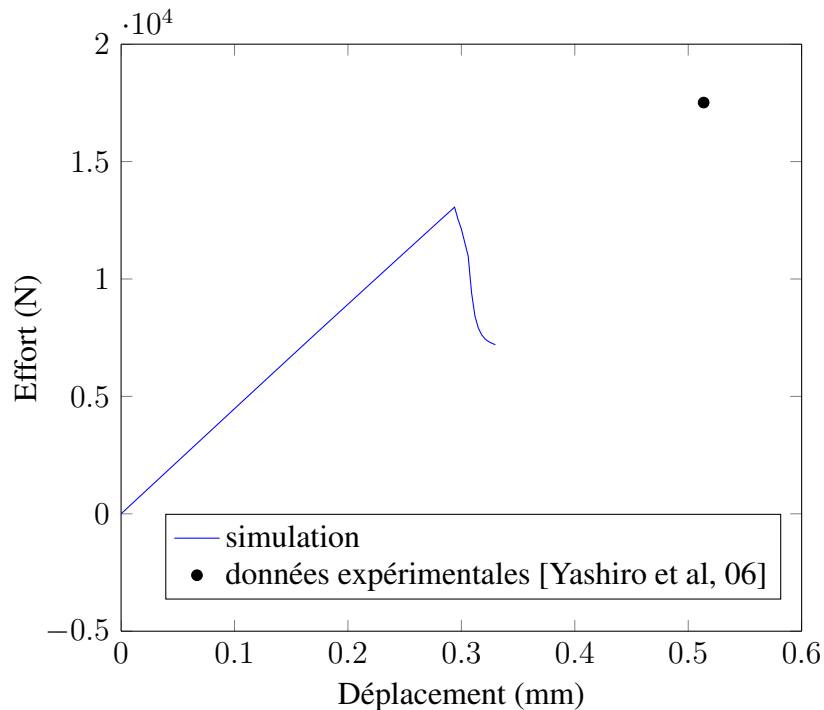
### Contexte

Les équations du mésomodèle LMT ayant été rappelées dans les chapitres précédents, certains aspects concernant les lois de comportement des éléments cohésifs, ainsi que les paramètres de régularisation ont été explicités de manière à proposer une stratégie de calcul robuste des structures en matériau composite. Malgré cela, dans certaines situations particulières les prédictions de la tenue à rupture de la structure peuvent s'avérer trop conservatives vis à vis de l'expérience. On présente ci-après la simulation d'une plaque  $[0_2/90_2]_S$ . L'utilisation du modèle tel qu'il a été présenté jusqu'à présent revient à prendre des marges de sécurité assez importantes.



**FIGURE 4.1:** Observation de fissuration de type splitting par rayon X [139]

Pour de nombreux essais il a été observé expérimentalement que la distribution des coupures transverses prend la forme d'un réseau de fissures parallèles aux fibres et régulièrement espacées. Cependant pour certaines séquences d'empilement et plusieurs géométries, les essais font apparaître un phénomène de localisation de la fissuration transverse sous la forme d'une macrofissure appelée split. En particulier les géométries qui présentent des singularités ou des concentrations de contraintes sont sujettes, pour certains



**FIGURE 4.2:** Comparaison essai simulation pour une plaque trouée  $[0_2/90_2]_S$

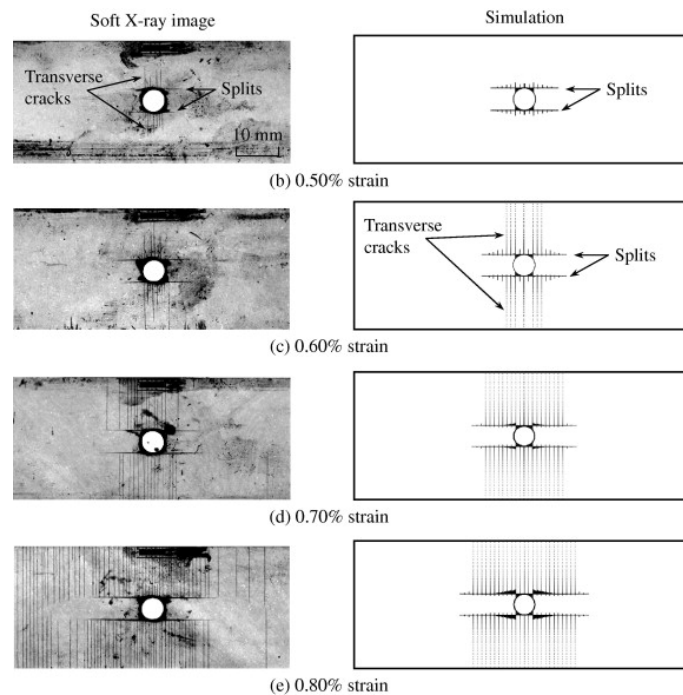
empilements, à présenter un pattern de fissuration de type splitting.

L'apparition d'un split ou plus généralement d'une fissure dans une structure a pour conséquence, notamment, de relaxer totalement les contraintes en bord de fissure et de ce fait redistribue la charge sur le domaine. Conséquemment la prise en compte du comportement de fissuration est primordial si l'on souhaite capturer correctement le scénario d'endommagement et prédire les efforts à rupture du stratifié précisément. La plaque trouée empilement  $[0/90]_S$  est un cas typique où des splits apparaissent en bord de trou dans le pli orienté à  $0^\circ$ . Ce cas test a fait l'objet de nombreuses études expérimentales dont [138] dont on reproduira ci-dessous les observations.

Dans ce travail on propose une amélioration de notre mésomodèle, de manière à prédire pour tout empilement et pour une géométrie quelconque l'apparition d'un split et à introduire cette discontinuité dans le modèle à l'endroit opportun, dans les situations qui comportent ce type de macrofissure. Avant de présenter cette nouvelle approche on dresse un état de l'art des approches traditionnelles pour traiter le splitting.

## Problématique

Dans la suite de ce travail, nous allons proposer une nouvelle démarche afin de prendre en compte précisément le comportement des structures en matériau composite qui présentent des fissures de type splitting. Cette nouvelle méthode s'appuie principalement sur les indicateurs d'endommagement du mésomodèle. Enfin dans le but de valider cette stratégie on proposera une implémentation de la méthode dans un cas simple. Afin de satisfaire aux exigences des partenaires industriels et en vue de l'industrialisation de la



**FIGURE 4.3:** Plaque trouée, empilement  $[0/90]_s$  avec fissures de type split d'après [138]

méthode, les travaux d'implémentation sont réalisés avec le logiciel SAMCEF.

## 4.1 Différentes méthodes de traitement des splits

Dans cette section, on se propose de passer en revue différentes approches utilisées dans la littérature pour rendre compte du phénomène de splitting. Cette liste est bien sûr non exhaustive mais expose un certain nombre de méthodes qui ont pour but d'intégrer dans les modèles une ou plusieurs macrofissures transverses isolées. Les avantages et inconvénients de chaque stratégie sont présentés, une attention particulière est portée afin de distinguer les méthodes susceptibles de s'intégrer dans le cadre du virtual testing. Pour rappel le Virtual Testing requiert de disposer de modèles de comportements fidèles à la physique de la dégradation du matériau et qui présentent des temps de calculs raisonnables afin de pouvoir être intégrés sur des structures industrielles.

### Représentation d'un split dans le mésomodèle

Dans le mésomodèle les mécanismes d'endommagement sont modélisés en utilisant la mécanique continue de l'endommagement. La fissuration transverse, et donc les splits sont pris en compte via des variables d'endommagement continues dans les éléments volumiques constituant le pli. Le pont micro-méso, établi en particulier pour la fissuration transverse, s'appuie sur une hypothèse communément admise de périodicité de la fissuration transverse et donc du VER. Néanmoins, dans le cas d'un split, c'est à dire d'une fissure transverse isolée, l'hypothèse de périodicité de la distribution des fissures n'est pas justifiée. Les limitations pour décrire le splitting avec la version standard du mésomodèle

sont les suivantes : du fait de l'hypothèse de périodicité du VER, la valeur maximale de l'endommagement est fixée par la densité de microfissuration  $\rho$  composée par les fonctions d'homogénéisation  $f_{12}, f_{22}, f_{23}$ . Ces fonctions sont obtenues numériquement et par calcul on constate qu'elles n'atteignent pas la valeur 1. En conséquence la contrainte autour du split n'est pas nulle et la relaxation de la structure qui doit s'opérer avec l'ouverture de fissure n'est pas totale. D'autre part du fait que le mécanisme de fissuration transverse est introduit dans des éléments finis volumiques, représenter une fissure très étroite comme un split requiert un maillage extrêmement fin et donc augmente fortement les temps de calculs. Cette disposition n'est pas souhaitable en vue de l'industrialisation de la méthode.

### **Insertion a posteriori d'éléments cohésifs**

Certains auteurs dont Hallet voir [61] proposent de disposer les éléments cohésifs a priori dans le modèle à simuler. En effet, par expérience, on connaît le lieu d'apparition des splits lorsque la géométrie reste simple et pour des empilements académiques. La technique consiste alors à positionner des éléments cohésifs à l'endroit où doivent apparaître les splits. Notons que cette démarche permet de rendre compte précisément du phénomène de splitting. L'inconvénient est qu'il est nécessaire de connaître *a priori* le lieu d'apparition des splits pour pouvoir les positionner avant de simuler la structure, par ailleurs la microfissuration « diffuse » n'est pas introduite. Cette initiative s'inscrit donc dans une démarche de compréhension de l'expérience mais ne peut pas être retenue dans une approche prédictive de l'endommagement pour une géométrie et un empilement arbitraire comme il en est question dans le Virtual Testing.

### **Couplage de modèles micro-méso**

La prédiction du comportement d'un stratifié jusqu'à rupture est un problème complexe notamment du fait de la présence de plusieurs échelles de longueurs. Pour surmonter cette difficulté et rendre compte du phénomène de splitting en détail, une stratégie de couplage micro-méso a été mise en place dans [34]. Dans cet article les auteurs tirent parti des avantages de chacun des modèles utilisés : le global, homogénéisé pour ses faibles coûts de calcul et un modèle local discret qui permet de détailler la physique de la dégradation du stratifié. Le modèle fin est introduit uniquement à l'endroit où il est nécessaire. Pour réaliser ce couplage une stratégie de calcul global-local a été employée. Des efforts importants sont déployés à l'heure actuelle sur les stratégies globales locales, mais à notre connaissance l'intégration de ces stratégies dans les codes industriels et leur généralisation à des modèles complexes tels que les modèles d'endommagement pour les composites n'est pas encore achevée et demeure un sujet de recherche actif.

### **Modélisation discrète de la fissuration transverse**

Dans le modèle DPM (discrete ply modeling) [3] la fissuration transverse est représentée de manière discrète. Chaque fissure est décrite par le biais d'éléments d'interface. Cette modélisation permet de représenter correctement les macrofissures de type splitting. En pratique on observe seulement quelques splits, cependant si la fissuration transverse

n'est pas localisée, alors le modèle peine à représenter les grandes densités de fissures. En pratique rendre compte d'une forte densité de microfissuration il faut raffiner le maillage de manière à avoir une taille de maille inférieure ou égale à l'espacement minimal entre deux microfissures transverse. De ce fait, les coûts de calculs deviennent très importants et le modèle DPM devient alors aussi cher qu'un modèle micro. Mentionnons que ces modèles représentent correctement les macrofissures de type split.

### **La méthode des noeuds fantômes**

Pour représenter la fissure de splitting certains auteurs utilisent la méthode dite des noeuds fantômes voir [132]. Cette stratégie a été introduite par [57] et appliquée à la fissuration par [101]. Elle consiste à rajouter des noeuds dédoublés sur les arrêtes des éléments obéissant à un critère d'ouverture ad hoc. Si le critère d'ouverture n'est pas atteint alors une contrainte de coïncidence existe entre les noeuds dédoublés, cette contrainte est relâchée lorsque le critère est atteint permettant ainsi à la fissure de s'ouvrir. Le modèle permet donc à une fissure de s'ouvrir en relâchant la contrainte de coïncidence sur les noeuds doubles du maillage. Cette méthode est avantageuse car elle ne demande pas de remailler la structure.

### **Méthode des éléments finis étendus (XFEM)**

Cette stratégie, consiste à ajouter à la base de fonctions éléments finis (continues) classiques, des fonctions de type échelon de Heaviside (discontinues) par exemple. C'est dans cette base « enrichie » que l'on cherche la solution du problème. On introduit donc des fonctions qui permettent de représenter aisément une discontinuité du champ de déplacement, une description exhaustive est exposée dans [102]. La méthode XFEM a été utilisée avec succès pour prédire l'endommagement des structures composites comme dans [64, 69] pour autant son industrialisation dans des codes de calculs industriels n'est pas encore achevée. De plus les études réalisées, simulent la ruine de structures de taille micro et non des structures industrielles. Tout comme la méthode des noeuds fantômes la méthode XFEM ne demande pas de remailler la structure ; toutefois, elle ne permet pas d'atteindre la saturation de la microfissuration.

### **Commentaire**

De manière générale, la fissuration transverse peut apparaître comme un phénomène local (ex : splitting) ou périodique. Si le nombre total de fissures est faible, c'est le cas du splitting, une modélisation discrète par éléments cohésifs, localement, est souhaitable. Dans le cas contraire si le réseau de fissures transverses est très dense alors une modélisation « homogénéisée », utilisant un ou plusieurs indicateurs d'endommagement est préférable. Dans le travail qui suit on essaie de concilier ces deux approches en conservant une description de la fissuration transverse via des variables d'endommagement continues, et on surveille via un critère de détection ad hoc l'apparition d'un split. Si un split est décelé, on injecte une bande d'éléments d'interface, en lieu et place où il a été détecté, parallèlement à la direction des fibres et dont la hauteur est celle du pli. Avec cette procédure, on souhaite pouvoir traiter les structures qui peuvent présenter à la fois une densité



microfissuration importante ainsi que des macrofissures localisées de type split.

## 4.2 Vers un critère de détection du split

### 4.2.1 Détection de split et propagation

Le mésomodèle d'endommagement peut être beaucoup trop conservatif dans certaines circonstances comme celles de structures composites qui présentent un splitting fort. Dans ce cas, le mésomodèle présente un défaut : du fait de constantes numériques, les splits calculés, i.e. les zones complètement endommagées du fait de la microfissuration de la matrice, sont trop épaisses vis à vis des splits observés expérimentalement.

Une première approche est le modèle micromécanique haute-fidélité décrit dans la Section 2.1 où chaque discontinuité dans les plis et dans les interfaces est décrite et donc, on a à résoudre numériquement un problème de très grande taille qui implique des milliers de fissures. Même en utilisant des outils numériques très performants, un tel modèle micro mène à des efforts de calculs prohibitif et, donc, est loin de répondre aux exigences du Virtual Structural Testing. Cependant, fondamentalement, un split apparaît comme une microfissure relativement isolée et principalement due au cisaillement [134]. Des interfaces cohésives classiques sont introduites a priori pour la fissuration transverse combinées avec les interfaces de délaminage. Deux manières peuvent être distinguées. La première utilise une information expérimentale a priori sur le motif du réseau de fissures (e.g. la position des splits) et donc ne constitue pas une approche prédictive [136]. La seconde considère un réseau d'interfaces cohésives régulièrement espacées dans les différents plis. Pour éviter des coûts de calculs trop importants, la distance entre deux interfaces cohésives ne peut pas être trop petite et donc n'est pas nécessairement compatible avec la micromécanique [23, 132]. Quoi qu'il en soit ces approches ne donnent pas la partie « continue » de la densité de microfissuration.

L'approche suivie dans ce travail assez différente. La difficulté d'avoir des splits « fins » avec le mésomodèle est uniquement due à des problèmes associés à des phénomènes de localisation impliquant des temps et longueur de discrétisation très petits. Le mésomodèle, où la microfissuration est décrite par une densité de microfissuration, est correct et le split apparaît comme un phénomène de localisation. La nouvelle approche présentée dans [92] est capable de simuler les densités de microfissuration dans les plis et les splits. L'idée principale est de remarquer que jusqu'à l'initiation du split, des modèles d'endommagement continus et leur implémentation numérique n'impliquent aucune difficulté ; les limiteurs de localisation ne sont pas activés. Ainsi, on détecte d'abord l'initiation du split puis on le remplace par une interface cohésive, orthogonale au pli et parallèle à la direction des fibres. Sa hauteur est l'épaisseur du pli.

### Critère de détection d'un split

On calcule la densité de microfissuration sans dimension due au cisaillement ; le critère est :

$$M = \arg \max_{M \in \Omega_{0.2}} \left( \frac{\rho_{shear}(M)}{\rho(M)}, 0.75 \right) \quad (4.1)$$

où  $\Omega_{0,2} = \{M \in \Omega | \rho(M) \geq 0.2\}$  et  $\rho_{shear}$  est définie comme suit :

$$\rho_{shear} = \sup_{\tau \leq t} [\mathcal{G} ((\gamma_{II} \bar{Y}_{12})^\alpha + (\gamma_{III} \bar{Y}_{23})^\alpha)^{\frac{1}{\alpha}}]$$

$$\mathcal{G} : x \mapsto \left( \frac{\partial f_{22}}{\partial \rho} \right)^{-1} \left( \frac{1}{x} \right)$$

$$\gamma_{II} = \frac{\frac{\partial f_{12}}{\partial \rho}}{\frac{\partial f_{22}}{\partial \rho} G_{II}^c} \quad \gamma_{III} = \frac{\frac{\partial f_{23}}{\partial \rho}}{\frac{\partial f_{22}}{\partial \rho} G_{III}^c}$$

En commentaire, on souhaite ajouter que les seuils proposés de 0.2 pour la microfissuration de cisaillement, ainsi que le ratio de 75% concernant la microfissuration due au cisaillement vis à vis de la microfissuration totale sont des valeurs qui définissent un ordre de grandeur. On insiste ici sur la forme du critère qui est au centre de notre propos. Les valeurs chiffrées ne sont données qu'à titre indicatif.

### Propagation d'un split

On introduit une interface cohésive où le split a été détecté. Il est orthogonal au pli et parallèle aux fibres. Sa hauteur est l'épaisseur du pli. Ses taux de restitution d'énergie critiques sont pris égaux à ceux du phénomène de microfissuration. On illustre encore pour le test de traction  $[0_2/90_2]_S$  notre propos avec la Figure 4.11 qui met en lumière la grande importance des splits et par conséquent leur nécessité. Une autre comparaison entre simulation avec et sans split a été effectuée récemment pour des impacts à faible vitesse dans [126] et la conclusion est la même.

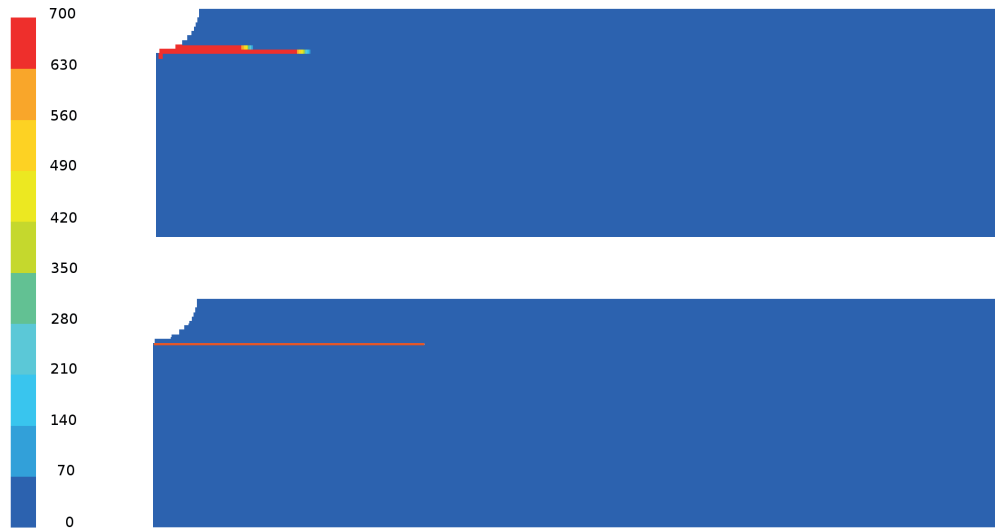


FIGURE 4.4: Cartes d'endommagement proche de la fracture finale pour un coupon  $[0_2/90_2]_S$  (avec et sans éléments cohésifs)

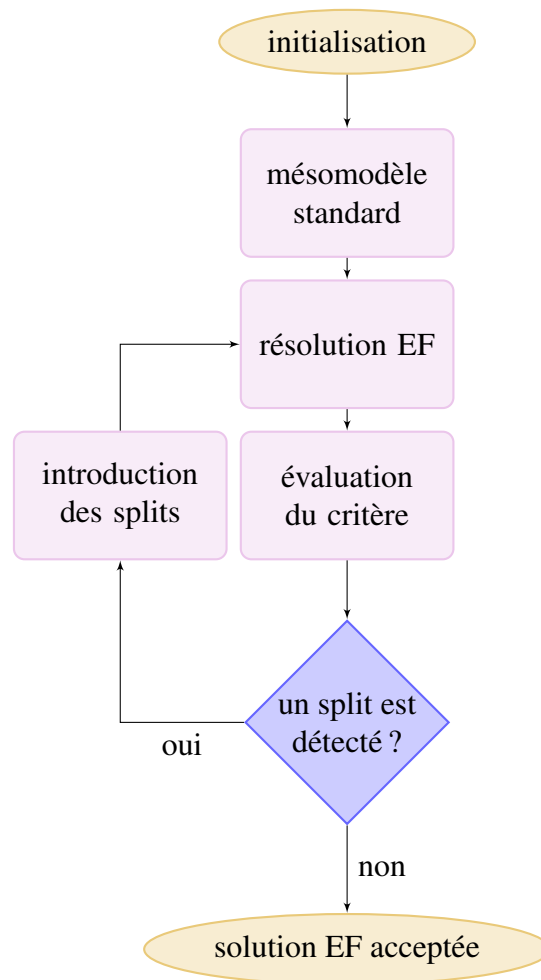
### 4.2.2 Implémentation du critère de détection

Comme il a été précisé ci-avant l'ensemble des développements en matière de prédiction de la fissuration transverse sous forme discrète tel qu'il est question ici a été réalisé

dans le logiciel SAMCEF. Cette exigence formulée par les partenaires industriels traduit l'ambition de designer des outils de calculs professionnels sur des plates-formes de calculs utilisées par les ingénieurs de l'aéronautique et du spatial. De ce fait, nous avons été contraints d'utiliser uniquement des commandes SAMCEF afin de traiter le problème de détection des splits. La détection ne s'effectue donc qu'en post-processing une fois le calcul réalisé. La simulation sous SAMCEF se décompose en trois étapes : le pré processing qui est l'étape pendant laquelle on écrit le problème que l'on souhaite traiter, l'étape de calcul qui est la phase pendant laquelle sont résolues informatiquement l'ensemble des équations du problème, et l'étape de post-processing où l'on vient exploiter les résultats des calculs. C'est à ce stade de post processing que l'implémentation a été rattachée. La collaboration avec l'éditeur logiciel SAMCEF n'a cessé de croître pendant la thèse, cependant au moment où nous avons eu besoin de former le calcul de la densité de fissuration transverse due au cisaillement nous avons dû nous restreindre à l'utilisation des commandes utilisateurs. La visualisation de l'ensemble des champs d'endommagement spécifiques au pattern de splitting ont été obtenus en « recodant » en externe à partir des données matériaux et des champs de contraintes notamment en utilisant les commandes BACON MEMO et OPERA qui permettent de former et de faire des opérations facilement des champs nodaux scalaires. On insiste ici sur la simplicité de la démarche, à la suite d'un calcul méso standard il suffit de lancer un fichier banque BACON standard qui renvoie alors les cartes de microfissuration de cisaillement.

### Commentaire sur la représentation et la détection des splits

Le split comme nous l'avons précisé se développe parallèlement aux fibres : de ce fait il est important que la discrétisation spatiale lors de la constitution du modèle numérique possède ces interfaces entre mailles orientées parallèlement aux fibres. Pour fixer les idées on peut dire que le maillage d'une plaque  $[0/90]_S$  ne doit surtout pas être réalisé en maillant avec la procédure `transfini` mais au contraire en maillant par exemple avec des parallélépipèdes qui auront autant que faire se peut des faces orientées à  $0^\circ$  et  $90^\circ$ . Par la suite l'ensemble des simulations ont été réalisées en utilisant des maillages qui respectaient l'orientation des fibres, par ailleurs pour représenter correctement la concentration de contrainte induite par le contour circulaire une partie de la procédure de maillage a été externalisée sous MATLAB. Afin de proposer un maillage qui satisfasse à ces deux exigences à savoir représenter précisément un contour circulaire, et utiliser des éléments dont les faces sont parallèles à la direction des fibres, les intersections ont été calculées à l'aide du logiciel de calcul MATLAB de manière à reproduire correctement le phénomène de surcontrainte. Cette procédure produit 3 fichiers de maillages 2D lisibles par SAMCEF, le maillage 2D est ensuite extrudé, et le reste de la procédure se déroule intégralement dans SAMCEF. Un tel travail avait déjà été mené dans [33] dans lequel une partie de la procédure de calcul avait été externalisée sous MATLAB. On précise que le choix de se tourner vers l'utilisation d'un logiciel comme MATLAB s'est imposé à nous pour des questions de simplicité, le remaillage n'étant qu'un léger détail au regard du travail qui est mené sur la description de la fissuration. Bien évidemment ce travail pourrait être conduit via le logiciel SAMCEF, moyennant une traduction en langage BACON des lignes de commande MATLAB.



### 4.3 Implémentation de la méthode sur une plaque trouée

Dans cette partie, une première implémentation de la méthode est réalisée : on se propose de constituer un démonstrateur industriel pour mettre en avant la faisabilité de la méthode. On considère un cas d'étude académique, la structure est une plaque trouée  $[0_2, 90_2]_S$ . Cette structure a fait l'objet de travaux parmi lesquels [91], [137] et [111]. Le choix s'est porté sur cette structure du fait de sa simplicité et qu'elle présente une forte prédisposition à créer des fissures de type split. Dans une plaque trouée à l'inverse des plaques lisses, la géométrie de fait induit des cisaillements. En effet, loin du trou le matériau est quasiment sollicité en traction. Cependant de par la géométrie du perçage qui empêche de faire transiter les tractions, il y a nécessairement un transfert de charge qui ne peut s'effectuer que par cisaillement. L'augmentation des cisaillements dans un matériau pour lequel la tenue à rupture dans le sens transverse est faible conduit à la formation de splits. Une implémentation du critère de détection de splitting est réalisée sous SAMCEF afin de démontrer la faisabilité de la méthode.

### 4.3.1 Description du problème

Dans cette partie, on énonce le problème de mécanique qui sera traité pour apprécier la faisabilité de la nouvelle stratégie exposée dans les sections précédentes. Pour ce faire on considère une plaque trouée dont l'empilement est symétrique et équilibré défini par  $[0_2, 90_2]_S$ . Les dimensions sont données ci-dessous. Considérant la symétrie de la géométrie, matériau et du comportement, on va tirer parti de l'orthotropie en ne simulant qu'un huitième de la structure, de ce fait il est assez commode d'adopter des maillages suffisamment fins pour prendre en compte précisément le délaminage et le splitting : en maillant correctement les process zones respectives.

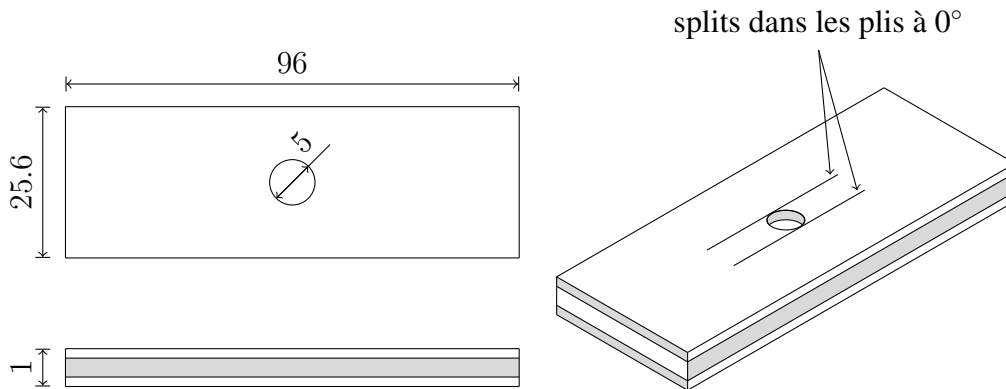


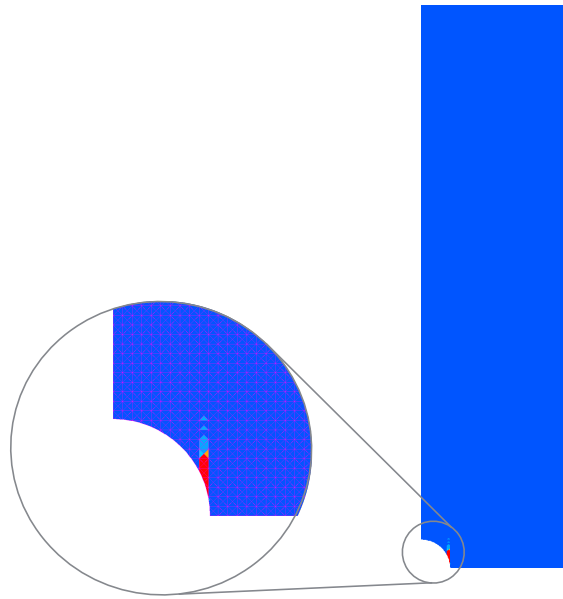
FIGURE 4.5: Géométrie de la plaque trouée  $[0_2, 90_2]_S$

### 4.3.2 Critère de détection des splits

Dans ce problème, on connaît à l'avance la position du split. On vérifie cependant que le critère proposé situe correctement le split. Les cartes ci après présentent le calcul du critère proposé dans [88]. Le critère a été implémenté sous SAMCEF, en post processing, on présente ci-après *pour le pli orienté à  $0^\circ$*  l'évaluation du critère. Les résultats montrent que le splitting est correctement décelé. On peut cependant faire un commentaire sur le seuil proposé qui peut être sujet de discussion. Des modifications des caractéristiques du seuil relativement importantes conduisent à la même prédiction.

#### Cartes de détection des splits

On représente ci-dessous pour une plaque trouée  $[0_2/90_2]_S$  la carte de détection dans le pli à  $0^\circ$  :



**FIGURE 4.6:** Carte de microfissuration due au cisaillement (plaque  $[0_2/90_2]_S$ )

Sur cette carte on voit clairement la formation d'un split dans le pli orienté à  $0^\circ$  et sa propagation suivant la direction des fibres.

## 4.4 Analyse comparée des deux méthodes de description des splits

Dans cette section, on met en regard les deux simulations avec et sans prise en compte du splitting de manière discrète. Le maillage comme on l'a précisé auparavant doit, autant que faire se peut, présenter des faces parallèles à la direction des fibres. On ajoute qu'il est souhaitable que ces interfaces sans fibre soient aussi proches que possible du lieu où s'initie le splitting. En effet, si les éléments cohésifs sont positionnés à distance de ce lieu alors la relaxation de la structure s'opère dans une moindre mesure, par suite la charge à rupture prédite est inférieure à la charge prédite lorsque le split est positionné avec précision. Une réflexion sur le maillage doit donc être menée de manière non seulement à pouvoir introduire facilement une fissure parallèlement aux fibres, mais aussi suffisamment fin ou du moins assez proche des lieux où sont détectés les splits. Pour remarquer les bénéfices de cette nouvelle approche, on compare deux simulations sur plaque trouée.

### 4.4.1 Comparaison des courbes effort /déplacement pour la plaque trouée

La courbe effort-déplacement fait apparaître de façon très nette que la plaque trouée qui intègre le comportement de splitting tient plus longtemps les efforts dans des proportions non négligeables, aux alentours de 30%. D'autre part, on peut observer le fait que les

rigidités de la structure avec ou sans éléments cohésifs sont initialement rigoureusement les mêmes, au cours du chargement on distingue que le modèle qui intègre les éléments cohésifs a une rigidité qui diminue légèrement bien avant la rupture finale.

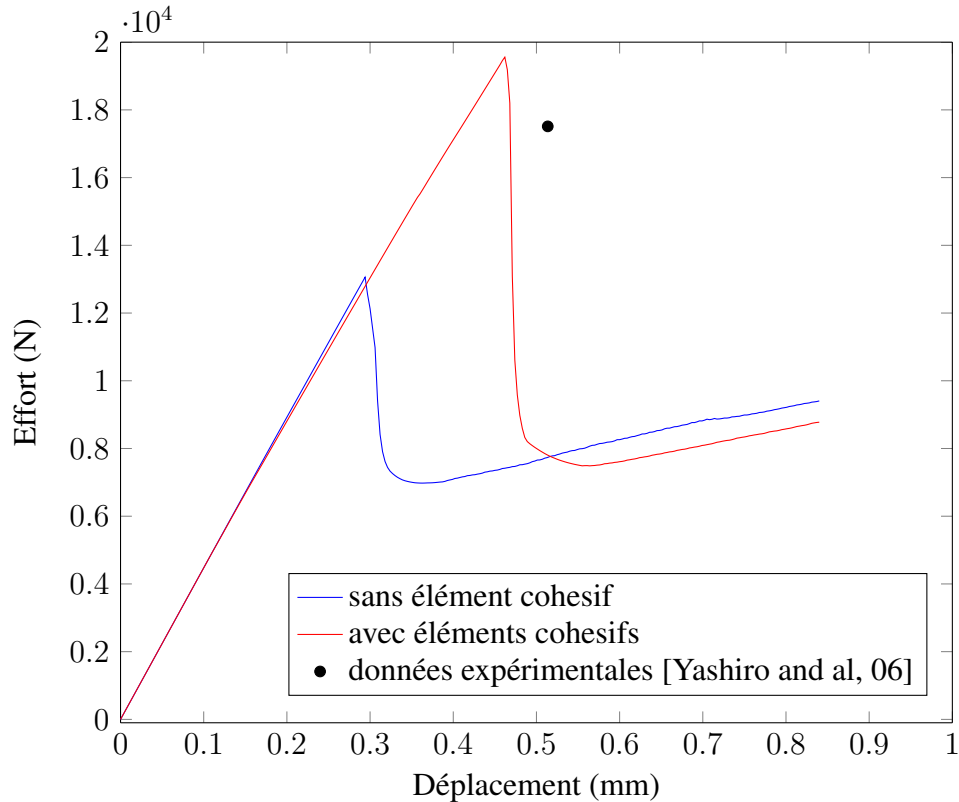


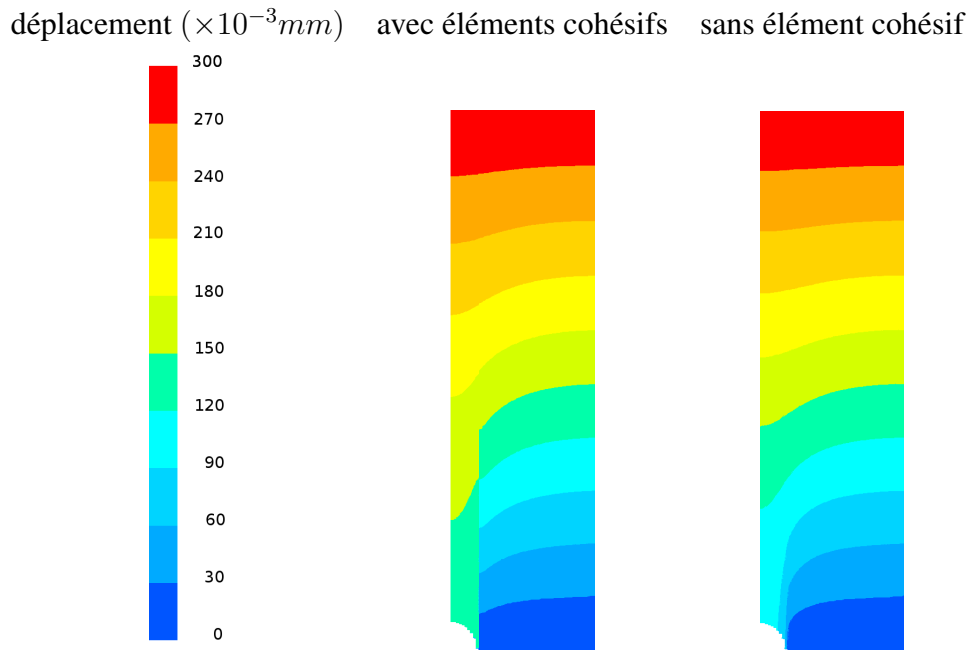
FIGURE 4.7: Comparaison des deux approches pour la plaque trouée  $[0_2/90_2]_S$

### Interprétation

Le fait que le split s'ouvre avant la rupture des fibres permet de décharger la zone de concentration de contraintes. En clair on passe d'un problème avec une concentration des contraintes à un problème de deux plaques soumises à un chargement de traction.

#### 4.4.2 Cinématique comparée : champs de déplacement

Pour bien comprendre les deux différentes cinématiques : celle associée au modèle sans introduction d'élément cohésif, et celle qui intègre des éléments cohésifs pour décrire le split on choisit de représenter le déplacement longitudinal dans le pli à  $0^\circ$ . Pour avoir deux résultats comparables on se place à un déplacement de 0.3mm qui correspond à un déplacement un peu avant la rupture des fibres du modèle sans éléments cohésifs (dont les fibres rompent en premier).



**FIGURE 4.8:** Comparaison des champs de déplacements

### Interprétation

Les résultats de simulations montrent une cinématique complètement différente. Sur le modèle avec éléments cohésifs, on voit une discontinuité très nette due à l'ouverture de la fissure, cette discontinuité est absente sur le modèle qui ne comporte pas d'éléments cohésifs. Par ailleurs, le modèle standard présente des cartes de déplacement avec un fort gradient au niveau du trou, on peut rapprocher un fort gradient de déplacement avec des déformations importantes et par suite des contraintes importantes. Au contraire, sur la simulation qui préconise l'utilisation des éléments cohésifs pour la fissuration transverse localisée on distingue deux zones. Sur chacune d'elle le gradient de déplacement est faible et donc par suite les contraintes sont moindres.

### 4.4.3 Comparaison des cartes d'endommagement

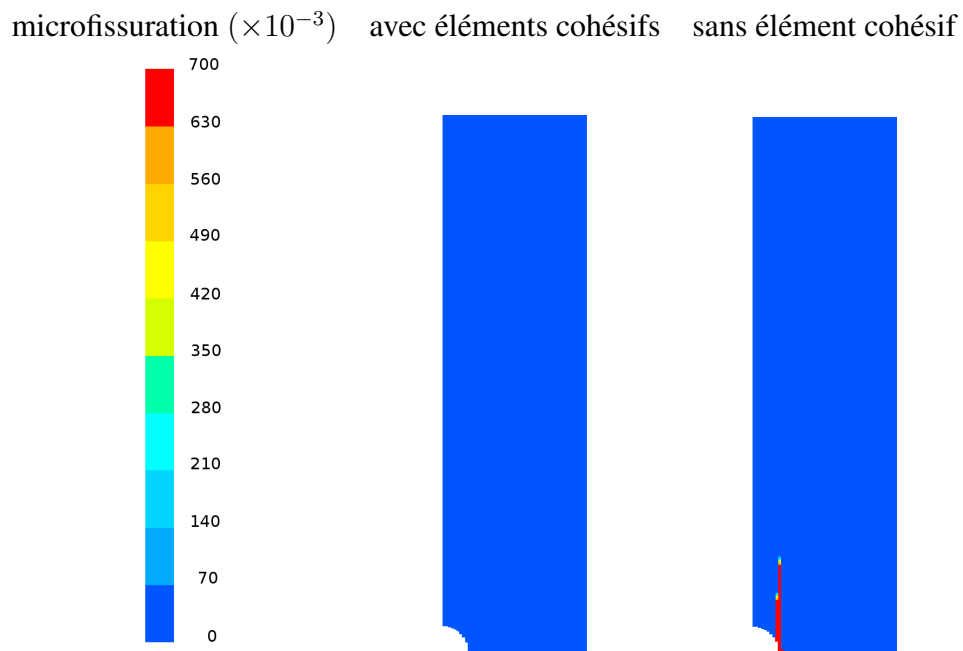
L'expérience fait apparaître un fait évident que le pli orienté à  $0^\circ$  a une microfissuration très faible, la microfissuration transverse est localisée au niveau du split.

En comparant les deux approches de description du split on remarque que la nouvelle approche permet une description des splits beaucoup plus fidèle à l'expérience au sens qu'elle permet de localiser la fissuration au niveau du split. Il va sans dire que l'endommagement au niveau du split n'est pas visible sur la carte puisqu'il est localisé intégralement au niveau des éléments cohésifs.

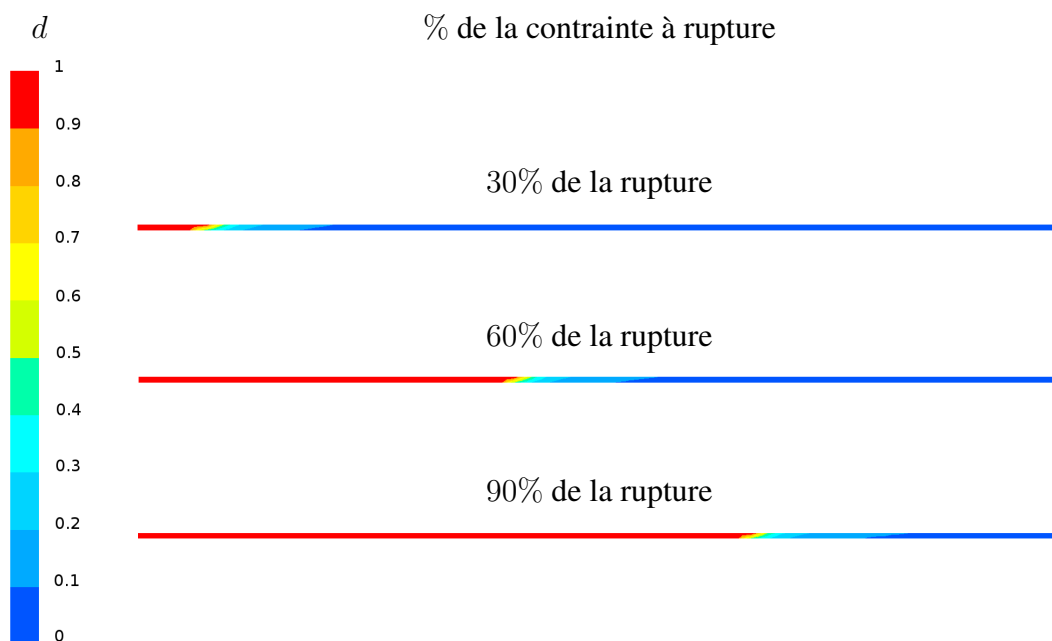
### 4.4.4 Propagation du split

On s'intéresse ici à la propagation du split décrit par les éléments cohésifs. Pour ce faire on représente à 3 instants donnés les cartes d'endommagement du split.





**FIGURE 4.9:** Comparaison des cartes de microfissuration dans le pli à  $0^\circ$



**FIGURE 4.10:** propagation du split

Le schéma montre clairement l'avancée du front de fissure au cours de la simulation. Au moment de la rupture des fibres le split qui a beaucoup progressé décharge la structure en annulant le phénomène de concentration de contrainte bien connu sur une plaque trouée.

#### 4.4.5 Comparaison des cartes de délaminage

La création des splits fait apparaître des concentrations de contraintes, pareil à la fissuration transverse classique. Ces concentrations de contraintes entraînent du délaminage. Pour discriminer les deux approches, on compare les cartes d'endommagement. On peut émettre quelques réserves pour le modèle sans éléments cohésifs pour les piquets de temps  $t = 0.12s$  et  $t = 0.15s$  qui succèdent à la rupture fibre, ces cartes donc sont à considérer dans un second temps.

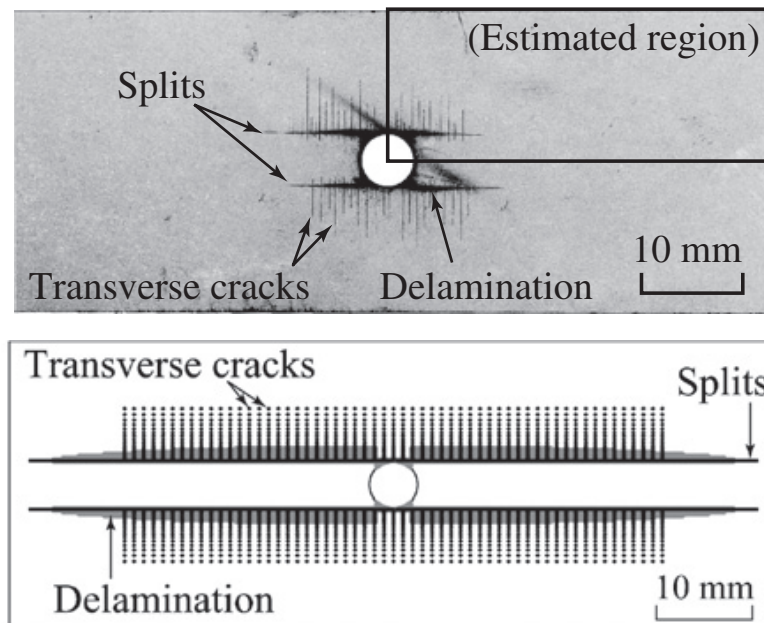
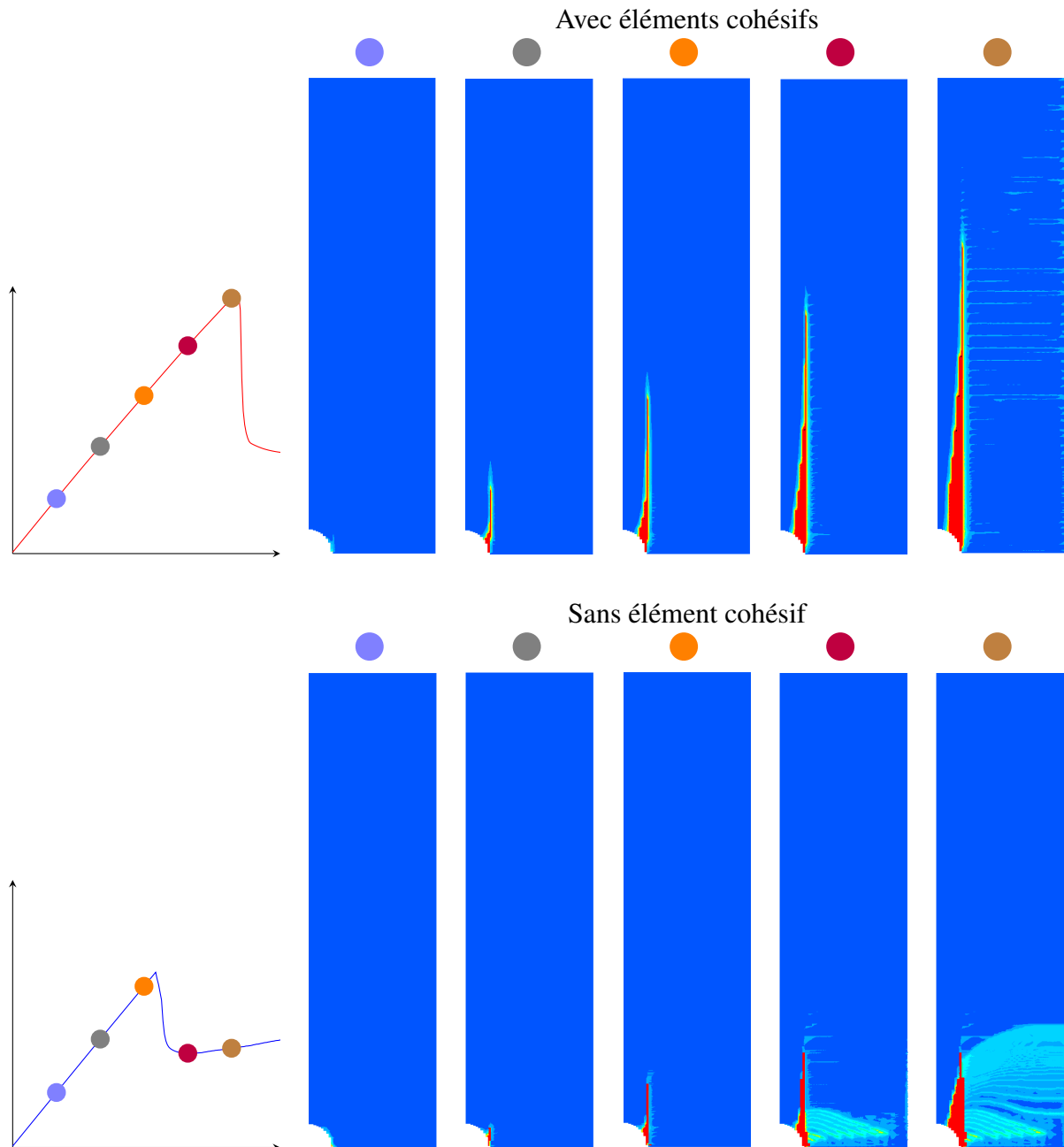


FIGURE 4.11: Observation du délaminage d'une plaque trouée [137]

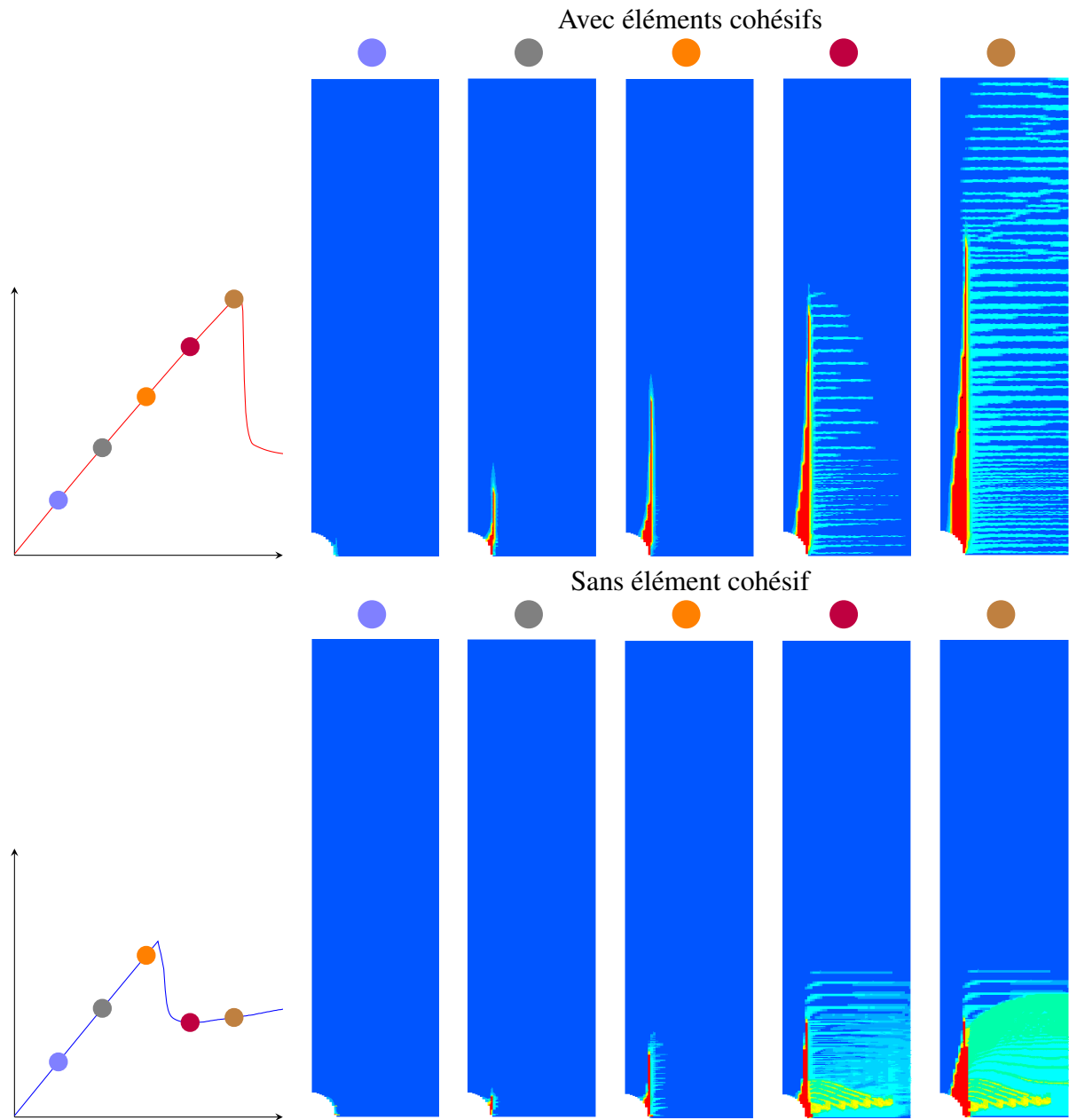
#### Délaminage : cartes d'endommagement de $d_{13}$ , $d_{23}$ et $d_{33}$

Les mécanismes de rupture élémentaires des matériaux composites, interviennent en concert. Parmi ces mécanismes, le délaminage joue un rôle fondamental. S'il est vrai que l'initiation ou la propagation du délaminage est un phénomène très redouté pour la tenue à rupture des structures, dans certaines situations le délaminage peut avoir un « rôle bénéfique » : ici c'est le cas puisque par certains côtés, le délaminage permet d'éloigner l'endommagement du perçage qui joue le rôle d'un « concentrateur des contraintes ». De ce fait, la tenue à rupture de la structure se trouve augmentée par la propagation du délaminage autour du perçage. On représente ci-après les champs d'endommagement de délaminage. Pour rappel l'endommagement est pris en compte à travers 3 variables scalaires.

Pour chacune de ces variables, on confronte ici les cartes de délaminage obtenues par simulation en utilisant chaque approche. Pour 5 instants différents repérés sur la courbe effort/déplacement, on représente la variable d'endommagement  $d_{13}$  dans l'interface. Du fait des symétries à  $\mp 45^\circ$  on a pour cet empilement particulier ( $d_{13} = d_{23}$ ) :



On représente ci-dessous la variable d'endommagement  $d_{33}$  relative à la composante de traction hors plan du tenseur des contraintes.



### Exploitation des résultats

Lorsque l'on compare les cartes produites par l'une et l'autre stratégie on peut tirer un bilan sur le délaminage calculé. Dans un premier temps, on relève que la taille de la zone délaminée par la nouvelle approche est nettement plus importante que la zone délaminée obtenue par la méthode standard. On insiste encore sur la nécessité de mailler finement dans le plan pour calculer précisément la contrainte au niveau de la process zone et donc par suite ne pas sous-estimer la taille de la zone délaminée. Un second aspect est la forme de la zone délaminée, on voit sur les simulations que le délaminage se propage loin de la zone du perçage responsable de la concentration de contraintes. Le délaminage par certains aspects permet donc de décharger la zone centrale en délocalisant l'endommagement loin de ce secteur. Concernant l'explication de ces disparités de délaminage, on

constate que le split introduit perpendiculairement au pli, lorsqu'il s'endommage réalise une singularité entre le pli et l'interface et donc comme dans l'expérience on constate que la présence du split va de pair avec un délaminage à l'interface concernée par le split.

#### 4.4.6 Remarque sur les maillages utilisés

Dans ce travail, on essaie de représenter le calcul de split. On sait de manière expérimentale que ces fissures apparaissent parallèlement aux fibres dans le pli. Pour tenter de représenter correctement ces fissures il est vivement conseillé d'utiliser des maillages tels que les éléments suivent la direction des fibres qui puissent représenter facilement ce type de pattern. En d'autres termes, pour mailler une plaque trouée en stratifié composite, un maillage transfini n'est donc pas adapté à ce type de calcul.

## Bilan

Le démonstrateur développé dans les sections précédentes met en lumière l'importance de traiter proprement le phénomène de splitting au risque de mésestimer considérablement la tenue de la structure. La démarche présentée ici permet d'avoir une approche non seulement prédictive mais surtout qui s'intègre, de par sa simplicité, à l'ensemble des outils développés dans le mésomodèle. Sur l'explication des différences importantes entre la méthode standard et la nouvelle méthode développée dans ce travail, on peut noter que lorsque la fissuration transverse se localise dans un split alors l'hypothèse de périodicité formulée dans la version standard du mésomodèle qui voit la fissuration transverse à travers un réseau périodique de fissures n'est pas légitime. Une seconde imprécision est liée à l'épaisseur de la zone endommagée, en pratique un split a une épaisseur de l'ordre de quelques microns, or dans la modélisation classique le split ne peut avoir qu'au minimum une épaisseur d'un élément, soit de l'ordre de grandeur du pli. Cette nouvelle stratégie permet donc dans un premier temps d'améliorer considérablement la géométrie du split en tenant compte de son épaisseur. Par ailleurs, cette nouvelle approche permet de relaxer davantage les contraintes en bord de fissure par le biais d'indicateurs d'endommagement très proches de 1. Comme il a été expliqué dans les sections précédentes, la microfissuration dans la version standard du mésomodèle est obtenue par un processus d'homogénéisation bâtie en partie sur une hypothèse de périodicité de la fissuration transverse. Cependant on constate après calcul des variables d'endommagement liées à la fissuration transverse que leur valeur maximale se situe entre 0.5 et 0.8 ce qui de fait ne permet pas de relaxer totalement les contraintes.

Dans ce chapitre le phénomène de splitting a été décrit, un critère de détection de cette macrofissure a été énoncé et une stratégie globale de prise en compte intégrée au sein d'un logiciel a été soumise. Fort de cette réalisation, on se propose d'appliquer cette méthode pour discriminer des empilements proposés par le partenaire industriel Airbus Group Innovation dans le projet VERTEX.

# Chapitre 5

## Validation de la nouvelle stratégie pour la simulation de séquences complexes

### 5.1 Contexte et méthodologie

Dans cette partie, on souhaite éprouver la nouvelle stratégie de détection-simulation des splits intégrée au mésomodèle des composites de manière à prédire le comportement à rupture de cas tests invoquant des drapages plus sophistiqués. Les géométries auxquelles on s'intéresse sont des plaques trouées. Cette géométrie présente, en effet, beaucoup d'intérêt, d'une part car les structures en matériau composite, pour des questions d'assemblage, comportent un certain nombre de perçages, et d'autre part du fait de la richesse des mécanismes de dégradation que l'essai sur plaque trouée met en jeu. On simule par la suite des séquences d'empilements industrielles qui constituent une partie des cas tests du projet. Ces séquences ont été proposées par le partenaire industriel Airbus Group Innovations dans le cadre du projet VERTEX, la description du matériau ainsi que l'orientation des couches élémentaires suit.

#### 5.1.1 Les séquences d'empilement

Le matériau composite étudié est le T700/M21, les fibres T700 sont des fibres de carbone, la matrice M21 est une résine epoxy thermodurcissable. Ce matériau est utilisé dans les applications hautes performances notamment pour constituer les pièces de structures du fuselage d'un avion. Les essais ont été accomplis à l'institut Clément Ader de Toulouse quant à la fabrication des plaques dans lesquelles sont découpées les éprouvettes, elles ont été réalisées par Airbus Group Innovations. Une présentation plus complète du protocole expérimental ainsi que la description de l'instrumentation des machines d'essais sont disponibles dans [124]. Les sollicitations sont introduites de la manière suivante, l'éprouvette est pilotée en imposant le déplacement à ses extrémités, par ailleurs la vitesse de sollicitation est suffisamment faible pour pouvoir négliger les effets d'inertie devant les efforts de traction mis en jeu. On se place donc dans le cadre quasi-statique pour opérer les simulations, le schéma numérique employé est implicite. Plusieurs points de vue sont possibles pour décrire le comportement ou la nature d'une structure, des études sur les procédés d'obtention de la structure finale, notamment sur la chimie de la matrice ont fait

par exemple l'objet de plusieurs travaux [115]. On étudie ici, dans une approche mécanique structurelle les caractéristiques de tenue à rupture des coupons en particulier les variations de charge à rupture entre les différents empilements. Dans le cadre de ce projet on s'intéresse à la discrimination de 3 drapages : les 3 séquences proposées dans cette étude comportent chacune 13 plis, chaque drapage est équilibré (i.e : contient autant de pli à  $+\theta$  et à  $-\theta$ ) et symétrique par rapport au pli central. Le cas test proposé par le partenaire industriel AGI est remarquable au sens qu'il propose de discriminer des drapages en apparence très voisins. Les séquences présentent en effet le point commun d'avoir chacune le même nombre de pli à  $0^\circ$ ,  $45^\circ$ ,  $90^\circ$ ,  $-45^\circ$ . De plus le pli central est toujours un pli orienté à  $0^\circ$ . Pour rappel ces séquences sont rappelées ci-après :

$$\begin{aligned} C3 - 1 &: [45/ - 45/X/X/X/90/0/90/X/X/X/ - 45/45] \\ C3 - 2 &: [X/X/X/X/0/90/0/90/0/X/X/X/X] \\ C3 - 3 &: [45/X/X/X/X/0/0/0/X/X/X/X/45] \end{aligned}$$

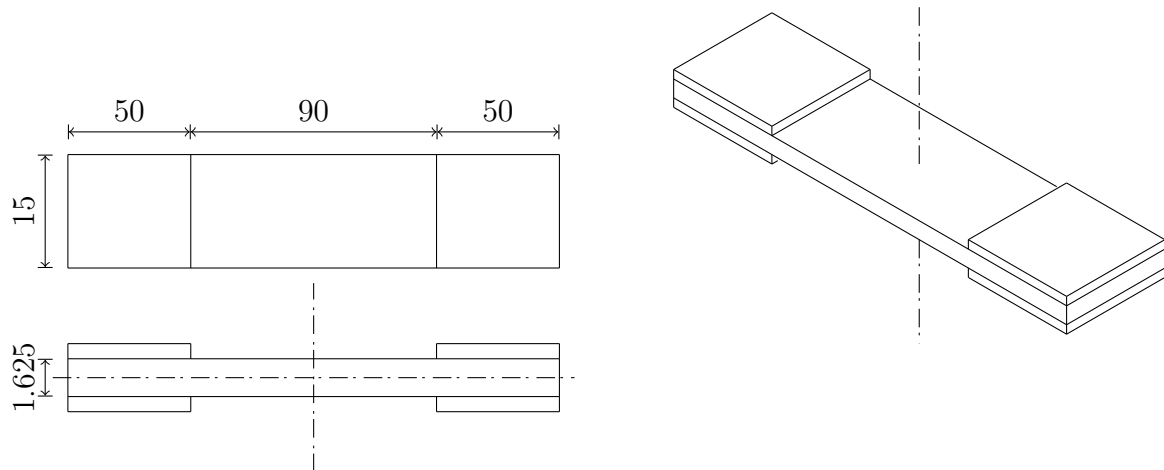
Par souci de confidentialité vis à vis des jeux de données fournis par les partenaires du projet, une partie des empilements a été volontairement masquée. On essaiera tout de même de dégager les grandes lignes de la dégradation des différentes éprouvettes. Dans cette étude où malgré les apparences, les faits expérimentaux révèlent des différences notables, la simulation numérique apparaît ici comme un outil absolument indispensable de compréhension et de prédiction de la tenue de la structure.

## 5.2 Identification/ recalage du mésomodèle

Le matériau T700/M21 n'a pas été vraiment identifié par nous, nous avons utilisé des résultats d'AGI et de l'ONERA. Toutefois, nous avons effectué un certain recalage à partir des essais sur éprouvettes lisses. Les résultats sont présentés par la suite. Pour l'ensemble des simulations, les valeurs des paramètres du modèle sont récapitulées dans le tableau 5.1.

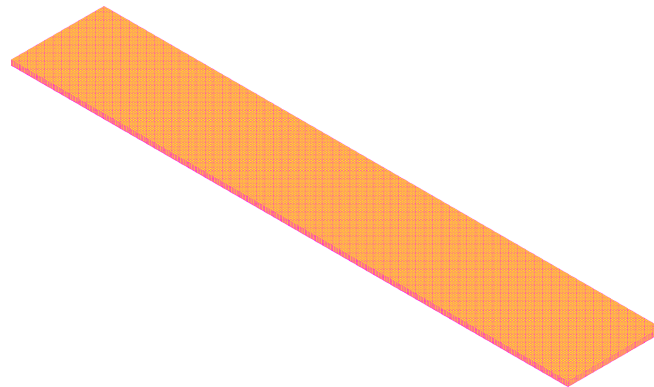
### 5.2.1 Comparaison méso-modèle / essais sur éprouvettes lisses

La découpe et les essais sur éprouvettes lisses ont été menés à Toulouse à partir de plaques fabriquées par Airbus Group Innovations, le protocole expérimental est décrit dans [124]. Les simulations sur éprouvettes lisses ont permis de recalibrer le paramètre de longueur introduit à travers l'utilisation de lois de régularisation à gradient. Ces simulations sont décrites dans la suite. Le maillage utilisé est un maillage 3D obtenu par extrusion d'un maillage 2D formé de mailles carrées de côté 0.125 mm soit l'épaisseur du pli ce qui est cohérent avec les paramètres de discrétisation recommandés au chapitre 3. Les éléments utilisés sont des éléments linéaires, le maillage comporte un seul élément dans l'épaisseur du pli. Pour le calcul, on tire partie des symétries du problème (géométrie-comportement-charge) compte tenu de la symétrie de l'empilement et de la symétrie axiale, on ne simule que le quart l'éprouvette : la géométrie ainsi que les symétries sont présentées sur la figure 5.1.



**FIGURE 5.1:** Géométrie et symétrie des plaques lisses

Dans Samcef, les conditions de symétrie centrale sont introduites après la commande `.ZYG`, les nœuds sur l'axe de symétrie sont bloqués dans les directions du plan et laissés libres dans la direction hors-plan : le maillage est donné sur la figure 5.2.



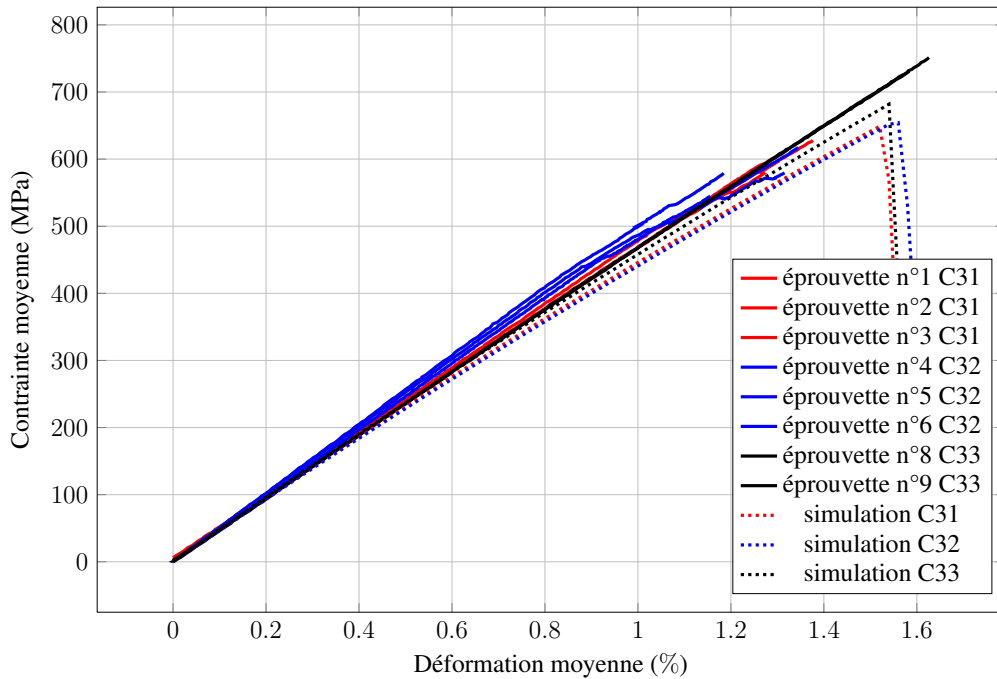
**FIGURE 5.2:** Maillage de la plaque lisse

Le délaminage apparaît pour des cas de chargement dans le plan, de manière expérimentale et numérique, au niveau des bords. Dans les simulations, les talons de l'éprouvette ne sont pas introduits. Dès lors, il appartient de prévenir le délaminage sur les bords qui correspondent à la jonction avec les talons, qui ne sont pas des "bords" dans la réalité. Pour ce faire, les interfaces ne sont pas introduites sur une longueur de 5mm au niveau des jonctions avec les talons.

Les résultats en termes d'essais et de simulation sont présentés ci-dessous :

Le paramètre de régularisation associé à la régularisation en gradient ayant été défini à 0.3mm pour recalibrer à partir des résultats sur les éprouvettes lisses le modèle sur les





**FIGURE 5.3:** Recalage du paramètre de longueur à partir des essais sur éprouvettes lisses

essais, on présente par la suite une synthèse des coefficients du mésomodèle LMT des composites.

#### Tableau des coefficients "matériau" du composite T700/M21

Au chapitre précédent, une présentation de la stratégie de réglage des paramètres de régularisation de l'effet retard a été proposée. Concernant la régularisation par gradient le réglage de la longueur caractéristique est réalisé à partir des simulations sur des plaques lisses. L'ensemble des paramètres est défini une fois pour toute et les valeurs adoptées pour la suite des simulations sont données ci-dessous :

Mésococonstituant pli :

Formalisme LMT				Commandes SAMCEF
Élasticité du pli				
$E_1$ (MPa)	130000	$E_2 = E_3$ (MPa)	8400	YT 130000 8400 8400
$G_{23}$ (MPa)	2250	$G_{12} = G_{13}$ (MPa)	4400	G 4400 2250 4400
$\nu_{23}$	0.4	$\nu_{12} = \nu_{13}$	0.31	NT 0.31 0.4 0.31
Endommagement des fibres				
$Y_{df}^t$ (MPa)	20	$Y_{df}^c$ (MPa)	7.	YS11 20. 7.
Non-linéarité sens fibre				
$\alpha^+$	0	$\alpha^-$	11	YNLE 0. 11.
Endommagement diffus				
$Y_0$	0.03	$Y_c$	12	Y012 0.03
				YC12. 12.
Fissuration transverse				
$G_c^I$	0.35	$G_c^{II} = G_c^{III}$	0.9	GC 0.35 0.9 0.9
Plasticité				
$R_0$	11	$K$	1400	LITK 11
$\gamma$	0.54			BIGK 1400 EXPN 0.54
Seuil de dommage maximal				
$d_f$	0.99	$d_{max}$	0.55	DDEN 0.99 0.550
$\rho_s$	0.7			RO1 0.7
Couplages				
$b_2$	2.5	$b_3$	0.5	DCOU 2.5 0.5 0.67 0. 0.6
$a$	0.67	$k$	0	
$\alpha$	0.6			

Mésococonstituant interface :

Formalisme LMT				Commandes SAMCEF
Élasticité de l'interface				
$K_0^3$ (MPa/mm)	652800	$K_0^1 = K_0^2$ (MPa/mm)	236800	K03S 652800 K02S 236800 236800
Endommagement de l'interface				
$G_c^I$	0.4	$G_c^{II} = G_c^{III}$	1.4	GP 0.4 1.4 1.4
$\sigma_{max}$	50 MPa			

Paramètres de régularisation :

Formalisme LMT			Commandes SAMCEF
Régularisation par effet retard			
$\frac{\tau_c}{\Delta t}$ (sans unité)	0.3		TAU
Régularisation par gradient			
$l_c$ (mm)	0.3		QYT 0.3

La valeur des coefficients du modèle ayant été rappelés, on se propose par la suite de présenter plus en détail, le cas d'étude VERTEX.

## 5.3 Simulation des essais

### 5.3.1 Maillage en temps et en espace :

Les géométries testées sont des plaques trouées de 3 différentes tailles. Les diamètres des perçages sont respectivement de 1mm, 3.175mm et 6.35mm. Ce type d'éprouvette a été choisi pour la complexité des mécanismes qu'il met en jeu. Afin d'obtenir des résultats comparables, le choix s'est porté sur 3 plaques trouées homothétiques dans le plan, présentant donc en particulier un rapport W/D (Width /Diameter) constant pour les 3 géométries d'éprouvettes, les épaisseurs de plis sont les mêmes pour les trois géométries, environ 0.125mm. La figure 5.4 ci-dessous explicite les cotes de chaque coupon. L'étude des plaques trouées en matériaux composites a fait l'objet de nombreux travaux : une discussion sur les scénarios de rupture des plaques trouées en fonction notamment du rapport entre la largeur de l'éprouvette, du diamètre du perçage ainsi que de l'épaisseur des plis constitutifs est notamment disponible dans [2].

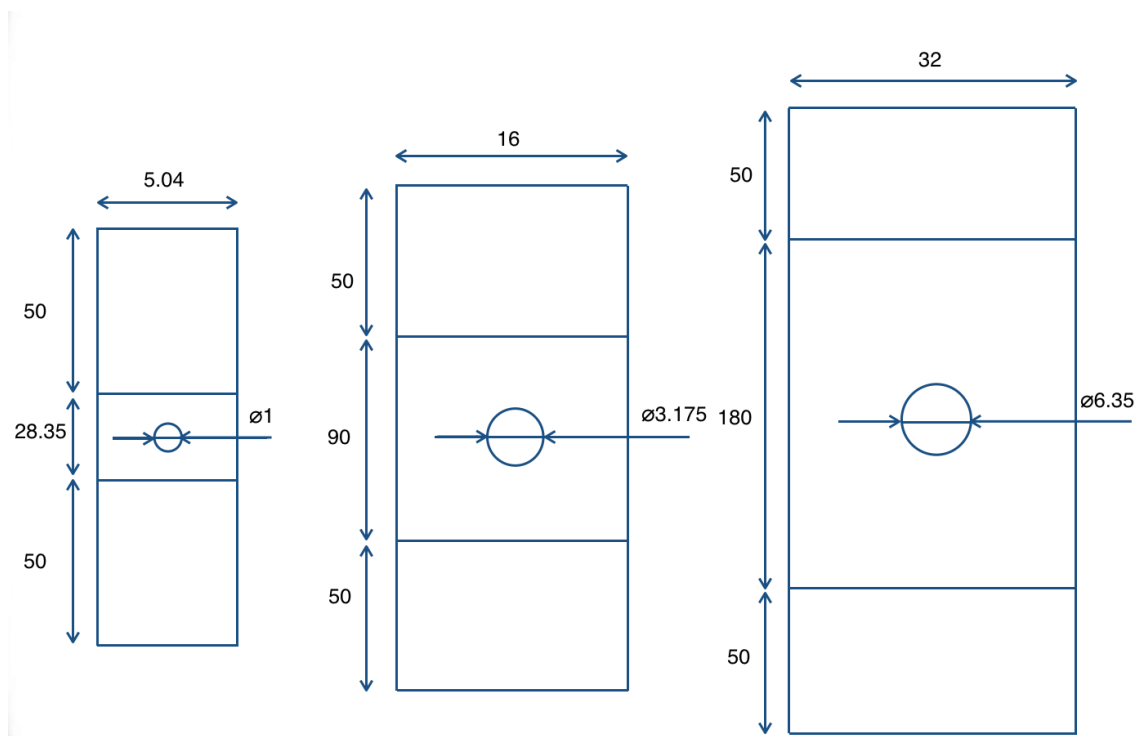


FIGURE 5.4: Géométrie des éprouvettes

La cinématique de l'endommagement d'une plaque trouée en matériau composite est complexe puisque l'effort à rupture n'est pas une fonction monotone de la taille du trou. En effet, parce que les matériaux composites mettent en concours plusieurs mécanismes de dégradation la contrainte à rupture dépend, entre autres, de l'épaisseur des plis dont est

composé le stratifié. Pour des stratifiés composés de plis épais, la contrainte à rupture augmente avec le diamètre du trou, pour un stratifié composé de plis fins c'est le contraire : la contrainte à rupture décroît en fonction du diamètre du trou. Dans cette campagne d'essai le fait de choisir un rapport  $W/D$  constant permet de s'affranchir de ce phénomène de bifurcation entre scénarios de rupture. On souligne que les plis qui composent le stratifiés sont des plis fins dont l'épaisseur est d'environ 0.125mm. Pour l'empilement C3-3 le pli central a une épaisseur de 0.375mm, ce qui reste encore inférieur à l'épaisseur de transition  $\bar{h}$  dont l'épaisseur proposée dans la littérature se situe autour d'environ 0.5mm voir [116].

### Maillage en temps et en espace

Dans les simulations des plaques trouées de diamètres 1mm, 3.175mm et 6.35mm les tailles de mailles sont respectivement de 0.07mm, 0.19mm et 0.39mm. Les éléments utilisés sont des éléments linéaires, le maillage comporte un seul élément dans l'épaisseur du pli.

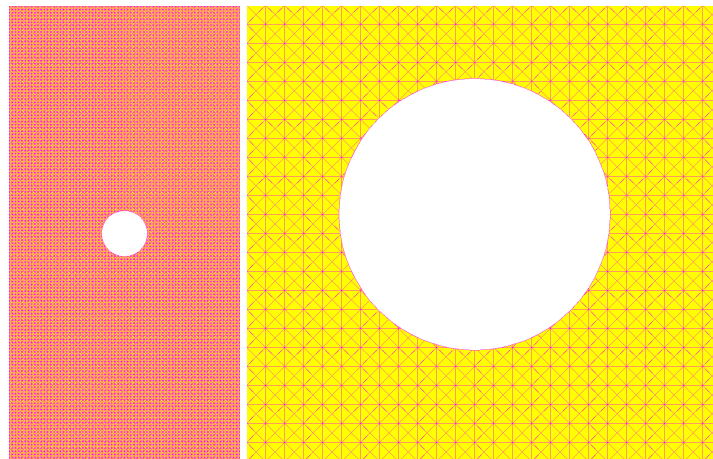


FIGURE 5.5: Maillage de la plaque trouée

Pour les plaques trouées de petit diamètre, les paramètres de discrétisation sont compatibles avec les paramètres recommandés au chapitre 1 en particulier avec la taille des process zones associées aux éléments cohésifs. Le maillage en temps est de 200 pas de temps pour un déplacement de 0.2mm pour la plaque de diamètre 1mm, pour le chargement des autres plaques, on garde cette proportion entre la taille de l'éprouvette et l'incrément de déplacement imposé : il en résulte une variation de la déformation  $\Delta\varepsilon$  de l'ordre de  $10^{-4}$ .

On présente le maillage de l'éprouvette VERTEX avec trou de 1mm de diamètre. Les maillages utilisés dans les simulations avec et sans split sont rigoureusement les mêmes à la seule différence que pour le modèle avec la description discrète des splits on injecte des éléments cohésifs à l'endroit où ont été détectés les splits via le critère explicité auparavant.

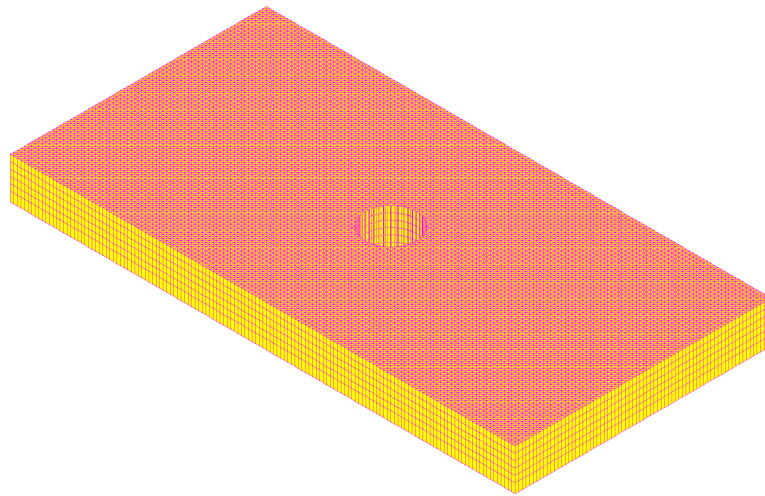
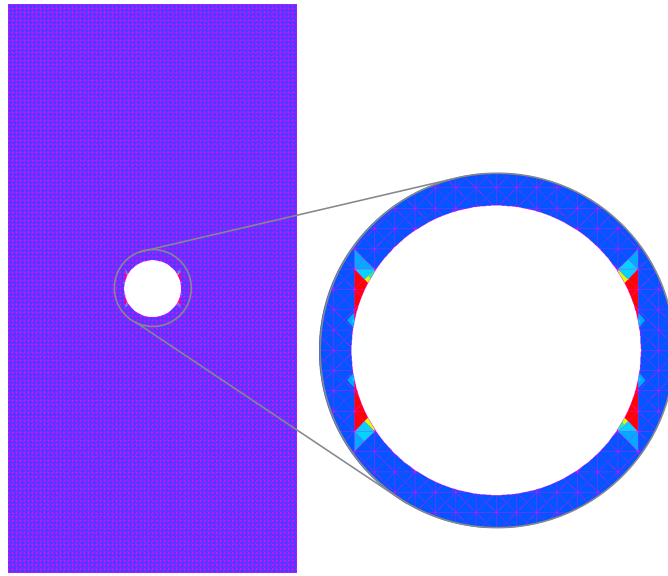


FIGURE 5.6: Maillage de la plaque trouée en perspective

### 5.3.2 Détection des splits

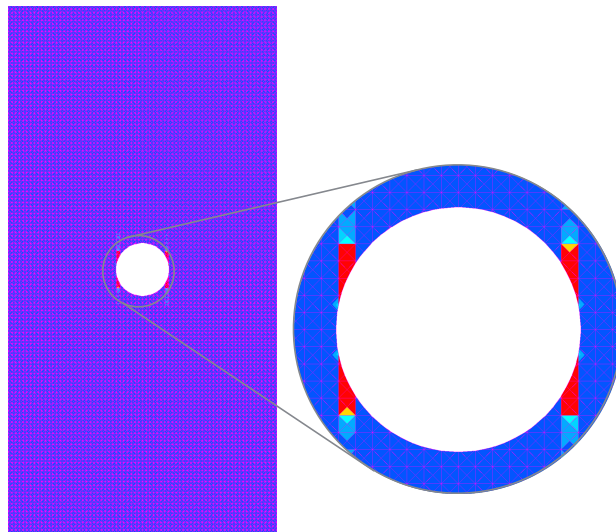
#### Cartes de détection

On représente ci-après les cartes de microfissuration due aux cisaillements dans les plis à  $0^\circ$ . On note qu'en dehors des plis à  $0^\circ$  et dans le pli extérieur à  $45^\circ$  on ne trouve pas de microfissuration dans les plis hormis dans le pli à  $90^\circ$ . Cependant la microfissuration dans le pli à  $90^\circ$  est due à la traction dans le sens transverse : le critère n'est donc pas atteint et la carte de détection, qui présente la microfissuration de cisaillement est vierge. On liste ci-dessous les trois cartes obtenues dans le pli central à  $0^\circ$ , on remarque d'ores et déjà une affirmation plus ou moins marquée des composantes des cisaillements suivant l'ordre d'empilement de la séquence. Pour le pli central à  $0^\circ$ , pour une plaque de diamètre 1mm empilement VERTEX n° 1 on obtient :



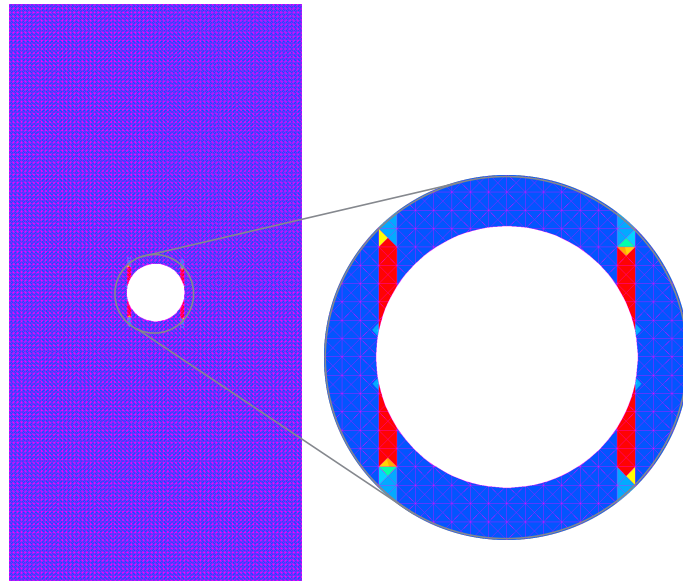
**FIGURE 5.7:** Carte de détection associée au critère « Split » (pli central à  $0^\circ$ , séquence 1)

Ci-dessous on affiche la carte de détection pour l'empilement VERTEX n° 2 :



**FIGURE 5.8:** Carte de détection associée au critère « Split » (pli central à  $0^\circ$ , séquence 2)

enfin on présente la carte de détection pour l'empilement VERTEX n° 3 :



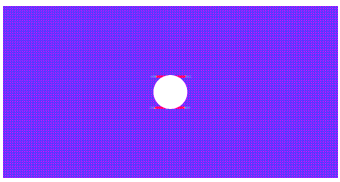
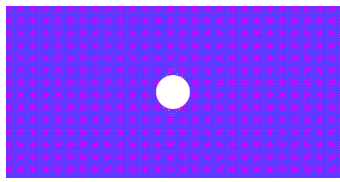
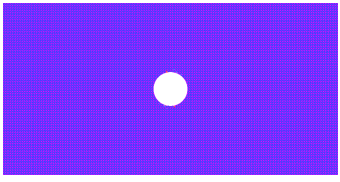
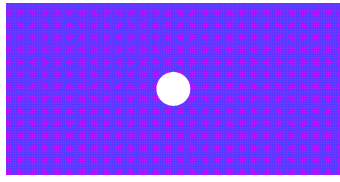
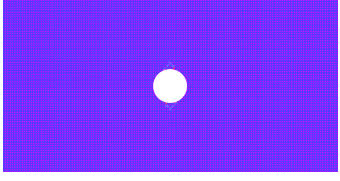
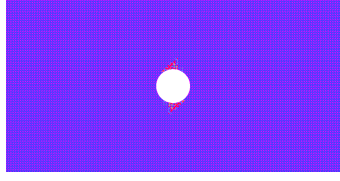
**FIGURE 5.9:** Carte de détection associée au critère « Split » (pli central à  $0^\circ$ , séquence 3)

À partir des cartes de détection, on peut constater de manière très claire que l'empilement C3-3 a davantage tendance à produire des fissures de splitting suivi de l'empilement C3-2 puis C3-1. On a par souci de clarté présenté les cartes de détection sur les modèles de plaques de 1mm de diamètre. Cette tendance se retrouve sur les 3 géométries, cependant le maillage est plus fin relativement sur les plaques de petites tailles, et de ce fait le phénomène est plus facilement observable pour cette géométrie.

### **Cartes de détection dans chaque pli**

On montre sur la figure 5.10 ci-dessous, les cartes obtenues avec le critère portant sur la microfissuration de cisaillement pour la plaque de diamètre 1mm et pour la séquence d'empilement C3-3. Aux vues des cartes, on détecte des splits dans le pli central et dans les plis extérieur à  $45^\circ$ .



pli	orientation	critère	pli	orientation	critère
1	0°		2	X	
3	X		4	X	
5	X		6	X	

**FIGURE 5.10:** Visualisation du critère de détection dans chaque pli pour la plaque  $\varnothing$  1mm, empilement C3-3

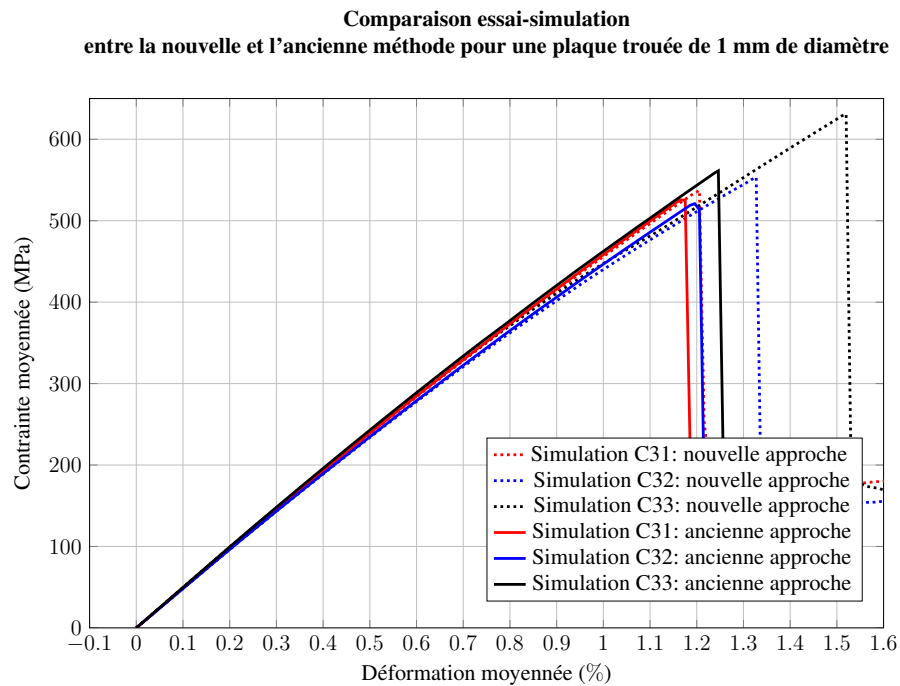
L'apparition des splits est relativement semblable pour les 3 tailles de plaques et pour les 3 empilements, la différence se produit en termes d'intensité du phénomène de splitting qui est plus ou moins marqué suivant la séquence. Les splits ayant été détectés on souhaite confronter les deux approches de manière à comparer les prédictions de chacune d'entre elle.

### 5.3.3 Comparaison des simulations avec ou sans split :

Par la suite, on présente les résultats des simulations en prenant ou non en compte le phénomène de splitting. Les courbes ( $\varepsilon_{moyen}$  ;  $\sigma_{moyen}$ ) de la figure 5.11 montrent une différence notable entre les deux approches, en particulier pour l'empilement 3 pour lequel une différence relative de 20% sur la déformation moyenne à rupture est relevée. Concernant les splits dans le pli extérieur à 45° ils sont détectés puis introduits dans les simulations, expérimentalement ils sont observés, cependant du point de vue de la tenue de la structure leur influence est négligeable en termes d'impact sur la courbe effort déplacement.

Les empilements C3-1, C3-2 et C3-3 présentent des tendances au splitting plus ou moins fortes. En effet, il a été constaté expérimentalement que l'empilement C3-3 présentait un splitting fort, les empilements C3-1 et C3-2 ayant une propension moindre à former des fissures de type splitting : ces observations sont rapportées dans [124]. De ce fait, les différences dans les simulations pour les empilements C3-1 et C3-2 entre l'ancienne et la nouvelle méthode ne sont pas très marquées, quoiqu'elles présentent des écarts en termes de cinématique et de cartes d'endommagement. Pour la simulation de la séquence C3-3,



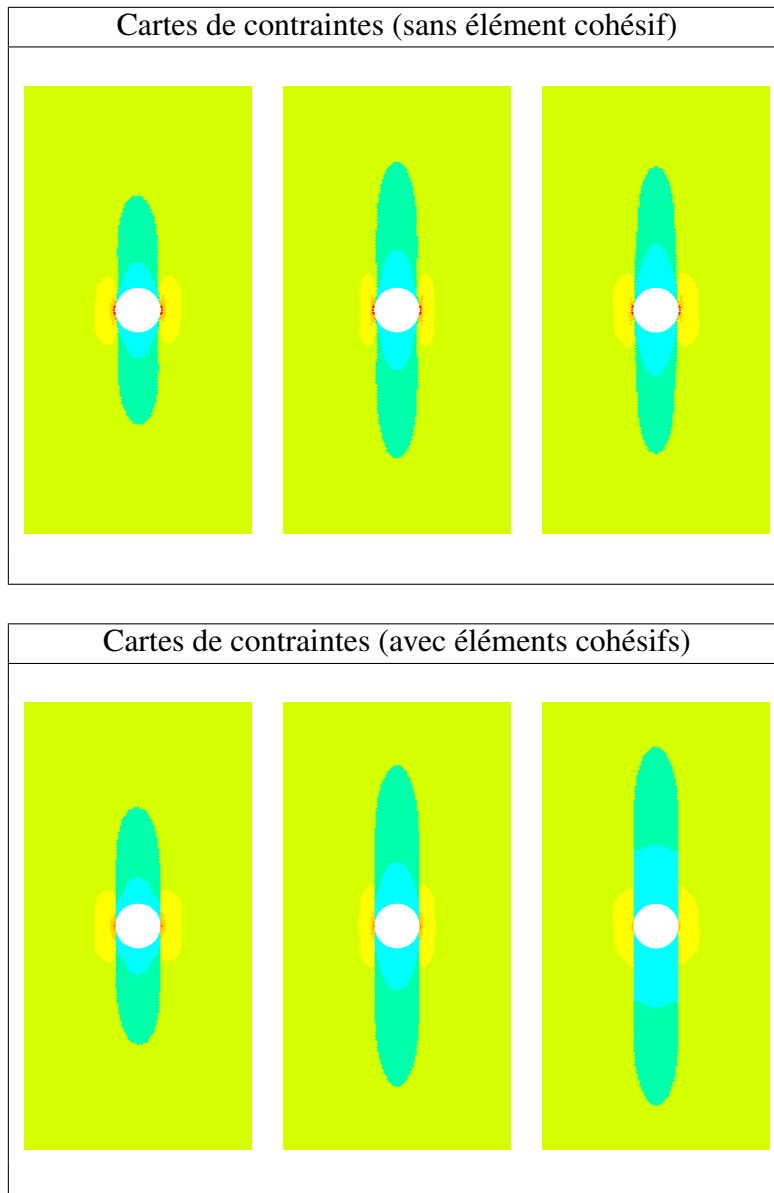


**FIGURE 5.11:** Comparaison des réponses des plaques trouées de diamètre 1mm pour les deux méthodes de prise en compte du splitting

les choses sont très différentes. On remarque que les efforts à rupture prédits sont assez éloignés, de l'ordre de 15 à 20%.

### Visualisation des cartes de contraintes et de délaminage

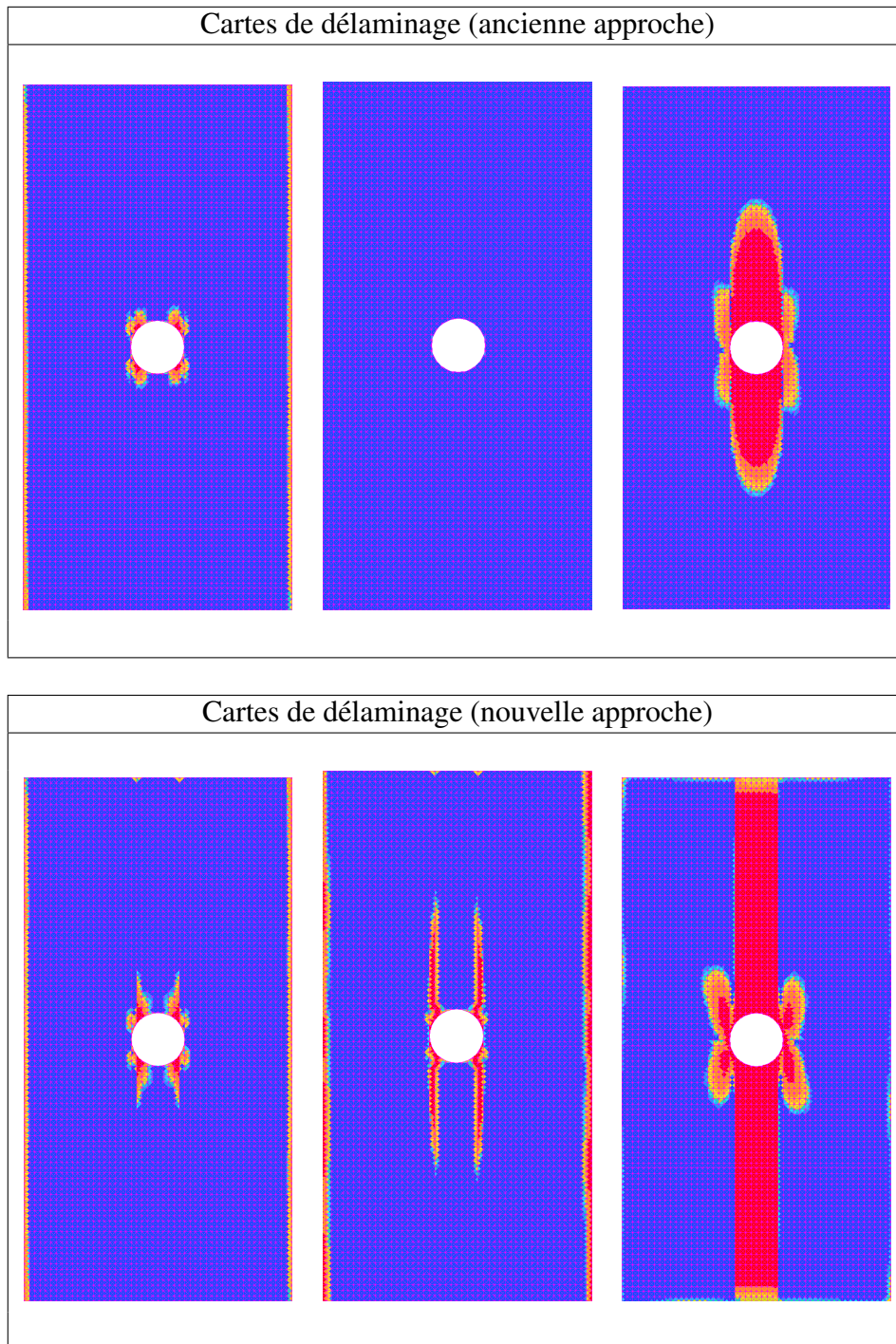
On représente ci-après le champ des contraintes sens fibre dans les plis centraux orientés à  $0^\circ$  pour les 3 empilements, en présentant les deux stratégies. La prise en compte du splitting de manière discrète fait apparaître d'une part une diminution des contraintes en bord de trou puisqu'on relève que les contraintes maxi calculées en bord de trou sont inférieures aux contraintes maximales prédites par l'approche standard et d'autre part a pour effet d'éloigner la zone de raccord entre les deux « bras » du centre de l'éprouvette.



**FIGURE 5.12:** Cartes des champs de contraintes sens fibre dans le pli central à  $0^\circ$  pour les deux approches (empilement C3-1 C3-2 C3-3 de gauche à droite)

Le phénomène de splitting a tendance à lisser le champ de contraintes au niveau de la concentration de contraintes ce qui explique en partie le fait que les spécimens qui splittent davantage ont une charge à rupture plus importante.

On s'intéresse maintenant aux cartes de délaminage à l'interface avec le pli central, on expose sur la figure 5.13 ci-dessous, les cartes d'endommagement calculées à partir du mésomodèle LMT avec et sans prise en compte du splitting.



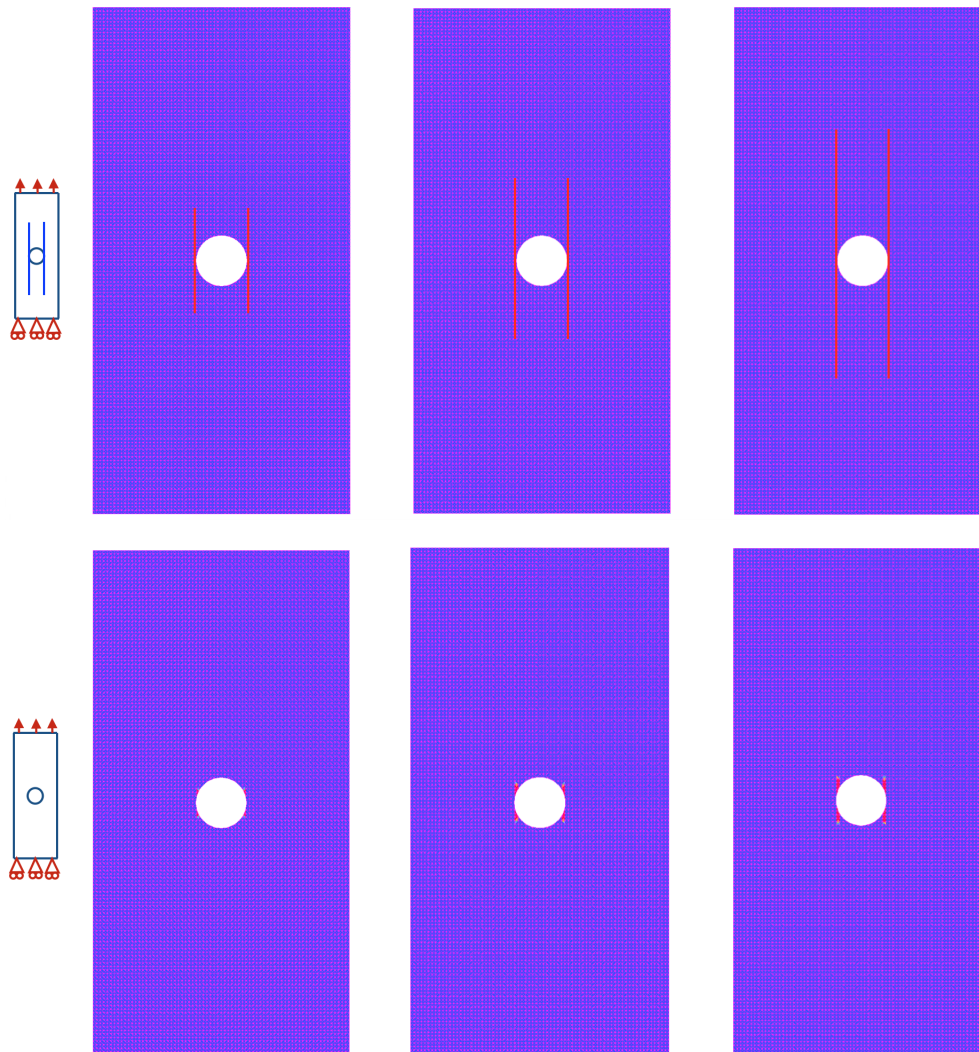
**FIGURE 5.13:** Cartes d'indicateur de délaminage  $d_{33}$  à l'interface du pli central à  $0^\circ$  (empilement C3-1 C3-2 C3-3 de gauche à droite)

Les cartes de délaminage révèlent que les zones délaminées calculées sont plus importantes lorsque l'on prend en compte le splitting avec la nouvelle approche. En effet, les éléments cohésifs en s'endommageant induisent des singularités à la jonction entre le split et les plis adjacents qui favorisent le délaminage.



### Représentation du splitting : comparaison entre les modèles

Le phénomène de splitting on l'a vu est responsable pour une grande partie de la réponse des plaques trouées du fait de la relaxation des concentration des contraintes qu'il opère en bord de trou. On représente sur la figure ci-après 5.14 les prédictions de chacune des approches pour traiter le phénomène de splitting :



**FIGURE 5.14:** Comparaison des deux approches pour la prédiction du splitting

Les cartes présentées sur la figure 5.14 montrent que la prise en compte du splitting à travers la nouvelle méthode, introduite au chapitre précédent, conduit à des fissures de type splits de longueur très supérieures à celles calculées à partir de la microfissuration seule. En définitive, on constate que la prise en compte du splitting entraîne des différences majeures en termes de charge à rupture, de cinématique et de cartes d'endommagement notamment sur la microfissuration et le délaminage. Dans la suite on évalue les performances de la nouvelle stratégie en comparant les prédictions du mésomodèle LMT aux mesures expérimentales qui font office de référence.

## 5.4 Comparaison essai/simulation

Dans cette section, on met en parallèle les résultats des essais et des simulations de manière à confronter les prédictions du mésomodèle LMT aux relevés expérimentaux. Du point de vue du comportement des éprouvettes, le fait que les 3 empilements soient constitués des mêmes plis, mais composés dans un ordre différent produit du point de vue de la structure *-en restant dans le domaine élastique-* des rigidités *-en traction-* qui sont les mêmes (en négligeant les rigidités des interfaces éventuellement différentes suivant l'ordre d'empilement). Les différences de façons théoriques apparaissent avec les non linéarités (majoritairement l'endommagement) : les angles n'étant pas les mêmes entre deux plis adjacents la propension à délaminer ne sera pas la même suivant les empilements. On ajoute que dans les cas de chargement plan le délaminage « démarre » au bord. Sur ce type d'éprouvette, on trouve deux types de bords : ceux associés à la forme rectangulaire de la plaque et celui de forme circulaire lié au perçage. Concernant le comportement intralaminare, ce sont les non linéarités qui sont responsables des disparités dans la réponse de chacune des 3 structures. En particulier, la fissuration matricielle sous la forme de *splitting* atténué ou non le phénomène de concentration de contraintes bien connus des problèmes de plaques trouées. En conséquence, les contraintes sont relaxées en bord de trou. En analysant brièvement les résultats expérimentaux, on relève que l'empilement noté C3-3 a une tenue aux sollicitations nettement supérieure pour environ 20% en comparaison avec les empilements C3-1 et C3-2. Il appartient de comprendre et de prédire ce comportement par le calcul.

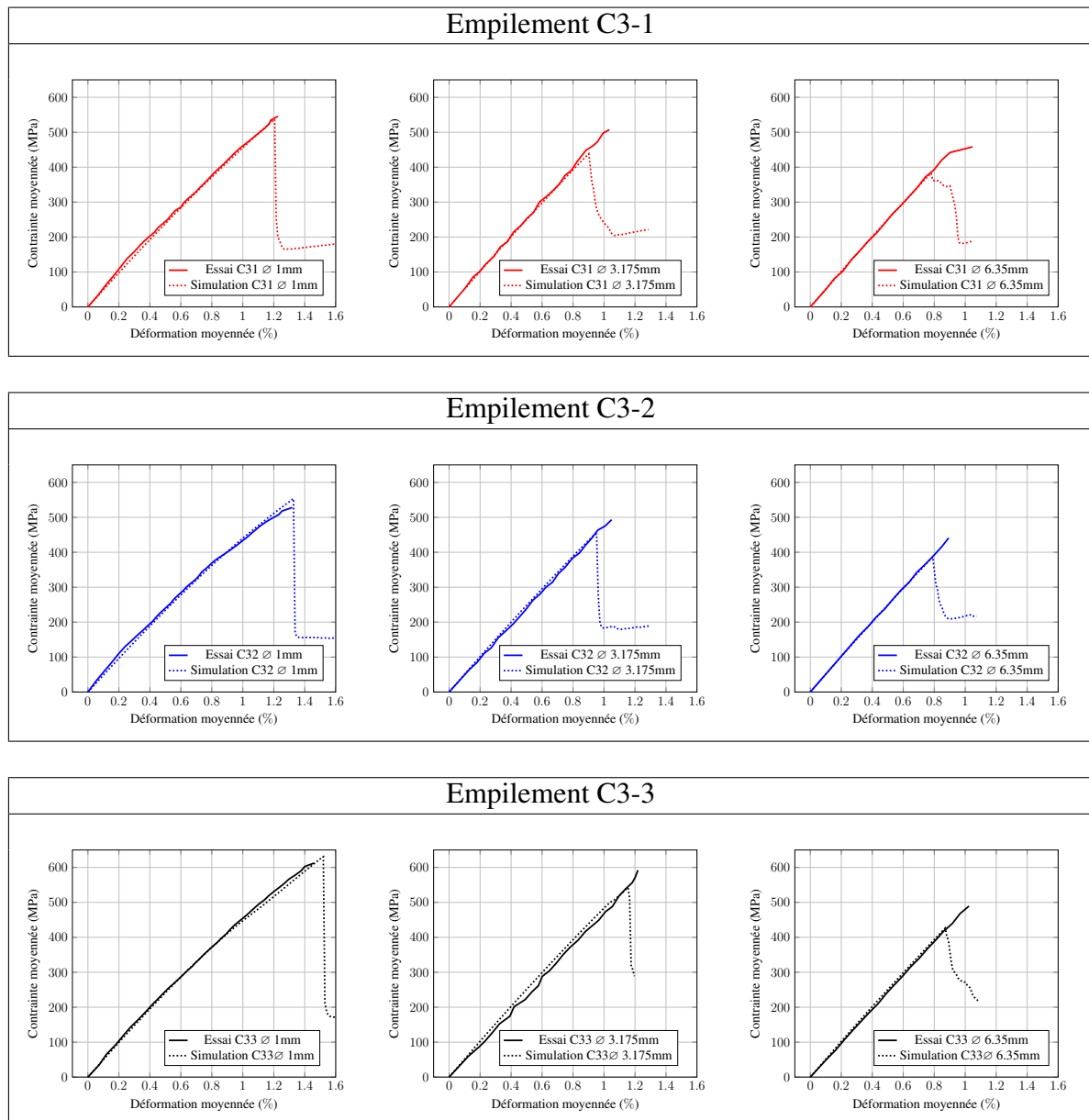
### 5.4.1 Les faits expérimentaux majeurs :

Le projet VERTEX prévoit dans son Work Package n° 3 une phase expérimentale voir 1. En parallèle, une campagne d'essais a donc été menée dans les laboratoires de l'institut Clément Ader de Toulouse afin de constituer une banque de données riche et détaillée. La première campagne d'essai dans le cadre du projet VERTEX se propose de tester pour 3 empilements, sur des géométries de plaques trouées. Les faits expérimentaux font état que :

- l'effort à rupture est plus important pour l'empilement C3-3 suivi de l'empilement C3-1 et de l'empilement C3-2 dont l'effort à rupture est le plus faible.
- concernant le *splitting* : l'éprouvette C3-3 splitte davantage que l'éprouvette C3-1 elle même que C3-2.

Les expériences rapportées dans [124] font état que la rupture finale de l'éprouvette est de type pull out ce qui dénote selon Hallet dans [60] l'apparition de mécanismes de rupture tels que la fissuration matricielle ou le délaminage avant la rupture finale de l'éprouvette. De manière expérimentale, il a été mesuré que la présence du trou fait chuter la contrainte moyenne à rupture d'environ 20% si l'on compare les plaques lisses et aux plaques trouées de diamètre 3.175mm pour lesquelles les largeurs de plaques sont voisines, respectivement 15mm et 16mm. Par ailleurs il a été rapporté par l'équipe expérimentatrice dans [125] que la contrainte à rupture diminue avec l'augmentation de la taille du coupon en maintenant le rapport W/D constant et pour un empilement de plis fins. Nous retrouvons par le calcul cette observation déjà rapportée dans des travaux antérieurs [135] et [1]. On présente ci-dessous dans la figure 5.15 un récapitulatif des résultats obtenus en termes de

courbes ( $\varepsilon_{moyen}$  ;  $\sigma_{moyen}$ ) pour chacun des empilements en constatant que la contrainte à rupture moyenne décroît avec la taille de la plaque trouée.

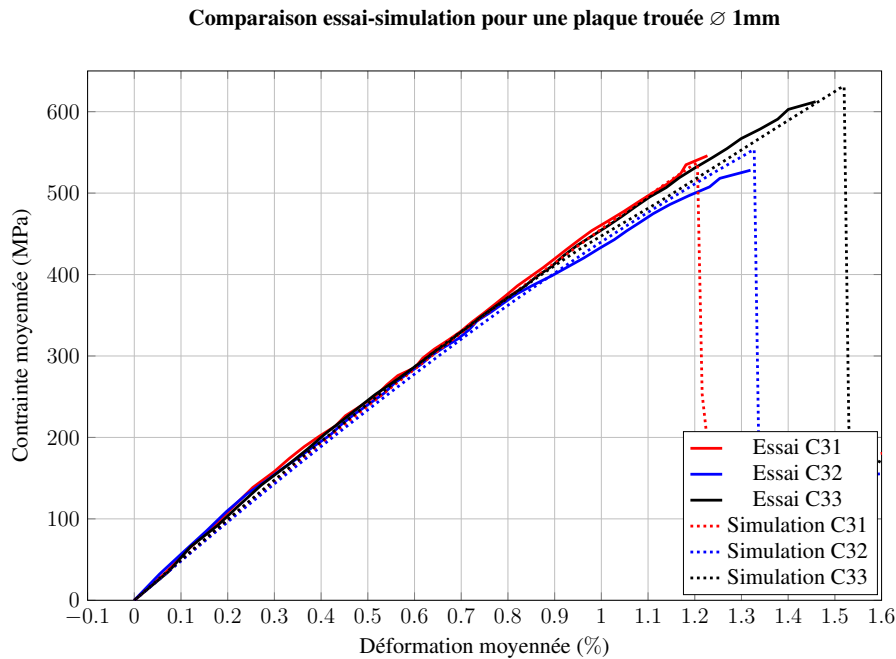


**FIGURE 5.15:** Mise en évidence de la décroissance de la contrainte moyenne à rupture en fonction de la taille de l'éprouvette

Une seconde campagne a été menée sur des éprouvettes dites technologiques (i.e. de grande taille, présentant des détails structuraux), cette campagne d'essais a été plus tardive et la simulation de ces éprouvettes fait l'objet à l'heure actuelle de travaux au laboratoire. Elle ne sera pas abordée dans le présent manuscrit.

### 5.4.2 Comparaison essai calcul pour la plaque trouée $\varnothing$ 1mm

Dans cette sous-section on met en regard simulations et essais pour les plaques de petit diamètre. De même que pour la plaque trouée  $[0, 90]_S$ , on remarque que la prise en compte du splitting avec la nouvelle stratégie permet de prédire les efforts à rupture mesurés expérimentalement de manière beaucoup plus précise.



**FIGURE 5.16:** Comparaison essai/calcul pour les plaques trouées de diamètre 1mm

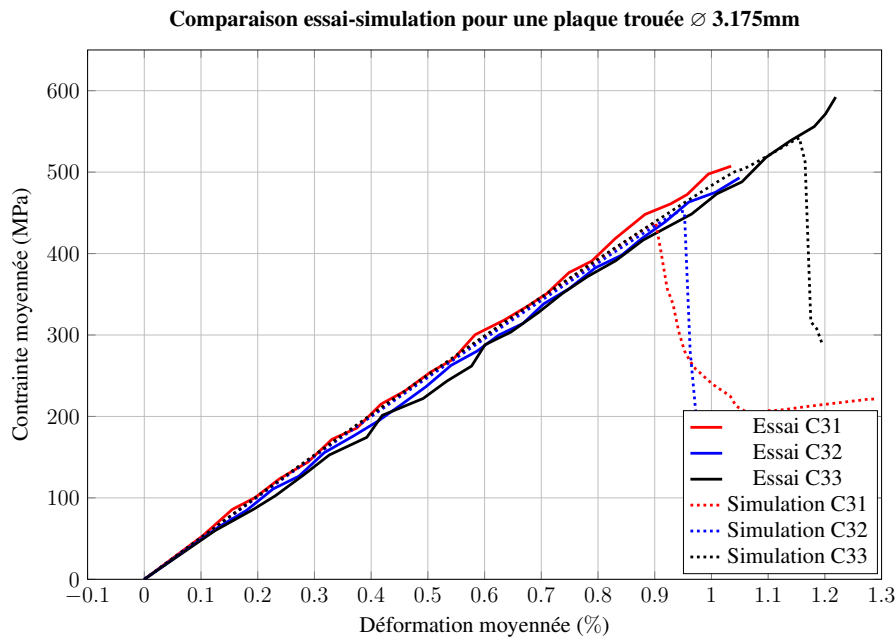
La figure 5.16 montre une très bonne corrélation entre les prédictions du mésomodèle LMT avec prise en compte du splitting et les résultats provenant des essais.

Dans l'application du critère de détection nous avons relevé une tendance au splitting pour les 3 empilements, on a peu d'informations expérimentales sur la propension au splitting de chaque empilement. Dans le cas des empilements C3-1 et C3-2 où le splitting est moins affirmé l'utilisation de la nouvelle méthode n'est pas nécessairement indispensable pour prédire les efforts à rupture.

### 5.4.3 Comparaison essai calcul pour la plaque trouée $\varnothing$ 3.175mm

Dans les simulations, les tailles de mailles sont au maximum de 0.19mm, cette valeur est cependant supérieure à la valeur égale à un pli que nous avons mis en évidence pour décrire finement le champ de contrainte au niveau des éléments cohésifs, les résultats sont présentés sur la figure ci-dessous 5.17 :

Concernant les plaques de diamètre moyens nous retrouvons le constat de l'équipe expérimentatrice qui fait état que les spécimens de diamètres moyens ont une réponse quasi linéaire jusqu'à rupture contrairement aux plaques de petites tailles. Cette chute de raideur est liée à la proportion des endommagements non catastrophiques qui est relativement



**FIGURE 5.17:** Comparaison essai/calcul pour les plaques trouées de diamètre 3.175mm

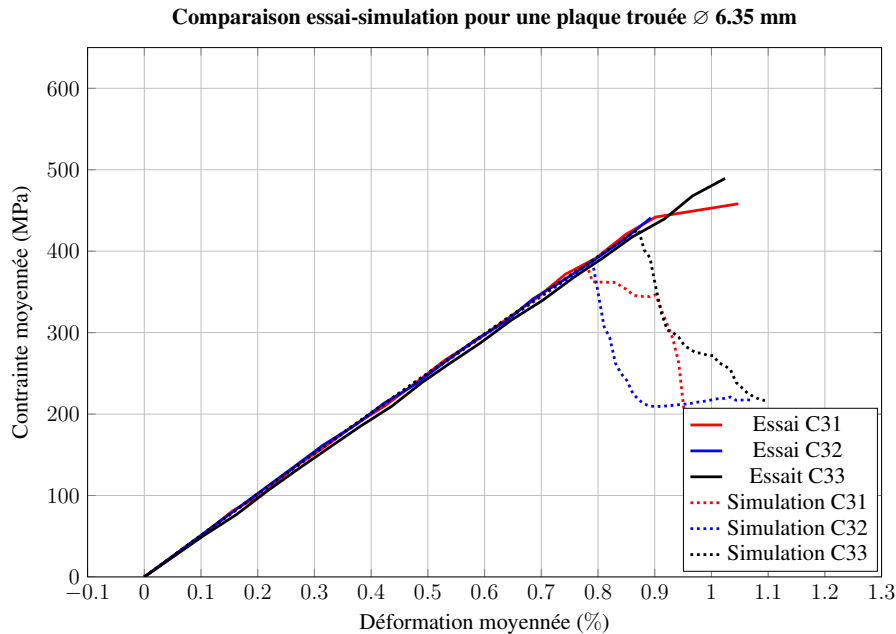
plus importante pour les plaques de petit diamètre ce qui explique corrélativement une réponse plus souple pour les plaques de petits diamètres.

La confrontation des résultats aux données expérimentales fait apparaître d'une part, l'aptitude remarquable du mésomodèle LMT à prévoir la prédisposition de chaque empilement à former des splits et par voie de conséquence de sa tenue à rupture qui est nettement supérieure pour l'empilement C3-3. Un deuxième aspect qui mérite d'être souligné est le léger décalage entre les résultats expérimentaux et les simulations numériques, en effet sur les simulations la tenue à rupture prédite par simulation est inférieure à la tenue effective du coupon. Il est difficile de donner une explication car l'identification repose ici sur peu d'essais spécifiques au matériau étudié. En vérité, il aurait été intéressant d'effectuer une identification complète. Enfin, un autre problème auquel il faut faire face est celui du raffinement du maillage. Compte tenu de la taille des problèmes et de la complexité des modèles, il est très difficile voire impossible de mener une étude de convergence au maillage. Pour la simulation des éprouvettes trouées de diamètre 3.175mm on a adopté un maillage d'environ 0.2mm dans la direction de propagation des splits, et aussi dans le plan pour la propagation du délaminage. Cette discrétisation demeure encore assez grossière, pour décrire finement le champ de contraintes responsable de l'initiation du splitting ou du délaminage. Les efforts ainsi calculés pour initier l'endommagement sont supérieurs à ceux obtenus pour un maillage fin, du fait d'une non parfaite représentation de la contrainte sur la process zone. Le maillage relativement grossier pour cette plaque est un facteur supplémentaire qui pourrait expliquer le léger décalage entre les résultats expérimentaux et les simulations. En somme, compte tenu des éléments qui ont été rappelés, la prédiction de l'ordonnancement des efforts à rupture, et des scénarios de rupture impliquant du splitting est correcte.



#### 5.4.4 Comparaison essai calcul pour la plaque trouée $\varnothing$ 6.35mm

Dans les simulations, les tailles de mailles sont au maximum de 0.39mm. Ce maillage spatial est relativement plus grossier que celui que nous préconisons au chapitre 3 pour décrire finement le champ de contrainte au niveau des splits. Le maillage en temps est de 1000 pas de temps pour un déplacement de 6.35mm, il en résulte une variation de déformation  $\Delta\varepsilon$  de l'ordre de  $10^{-4}$ .

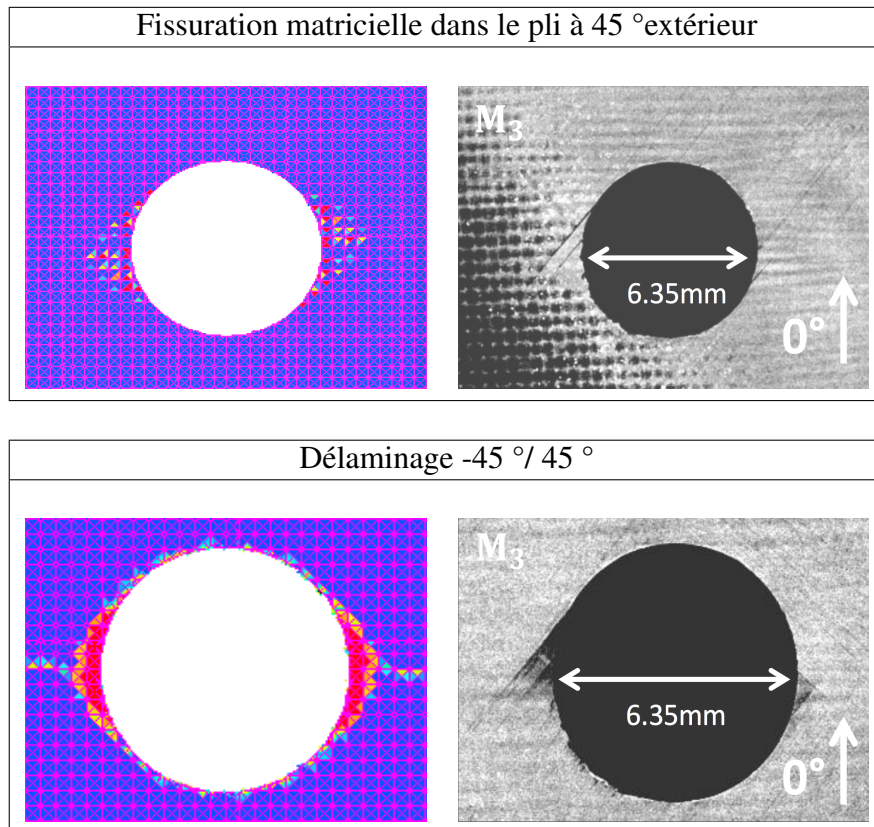


**FIGURE 5.18:** Comparaison essai/calcul pour les plaques trouées de diamètre 6.35mm

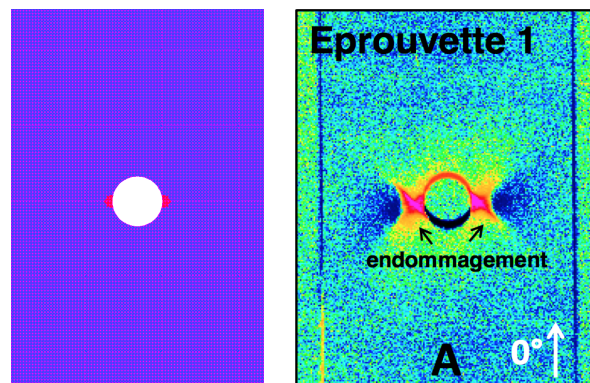
On présente ci-dessous une comparaison entre les données expérimentales obtenues par microtomographie et les calculs issus de la simulation avec le mésomodèle LMT en prenant en compte le splitting comme il a été expliqué au chapitre précédent. Les cartes obtenues numériquement et présentées sur les figures 5.19 montrent une très bonne corrélation avec les données rapportées de la campagne d'essais dans [125].

Enfin, on effectue une comparaison entre la carte associée à la valeur de l'indicateur du mésomodèle de la rupture des fibres  $d_f$  et la rupture fibre relevée expérimentalement par caméra infrarouge du fait du dégagement de chaleur très énergétique lorsque les fibres viennent à rompre.

À la lumière des éléments qui ont été évoqués précédemment, on peut analyser les courbes effort-déplacement pour la plaque de grande taille, de diamètre de perçage 6.35mm. La comparaison essai/calcul laisse apparaître, là encore, une légère différence entre les résultats expérimentaux et les simulations. Pour expliquer cet écart, on peut raisonnablement émettre l'hypothèse que le maillage de la plaque est trop grossier. En effet compte tenu des dimensions de la plaque, le maillage est plus grossier dans le plan et donc dans le sens de propagation des splits. De ce fait les éléments cohésifs ne permettent pas du fait de la discrétisation encore trop grossière de reproduire fidèlement ni le split ni le délaminage. Rappelons que pour ces empilements *-en apparence très voisins-* ce sont les non-linéarités qui vont discriminer les différents empilements en traction. Une seconde remarque sur le



**FIGURE 5.19:** Comparaison essai calcul, à gauche les cartes d'endommagements calculées avec le mésomodèle à droite les microtomographies issues des essais credits [125]



**FIGURE 5.20:** Comparaison essai calcul pour l'empilement C3-1  $\varnothing$  6.35mm, à gauche la carte de rupture fibre calculée dans le pli central à 0° à droite le suivi par infrarouge des essais credits [125]

choix délibéré de la discrétisation spatiale qui est homogène sur toute la plaque. Cette décision a été prise de manière à ne pas orienter le calcul. On a discuté le fait que pour atteindre la contrainte d'initiation, il est important de mailler finement la process zone sous réserve d'inhiber le délaminage ou l'ouverture des splits. La rupture des fibres est due à l'instabilité de l'initiation de la rupture des fibres qui est modélisée par le modèle d'en-

dommagement à gradient implémenté dans SAMCEF dont la longueur caractéristique a été prise à 0.3mm. C'est très certainement une vision qui pourrait être améliorée et apporter ainsi une meilleure concordance. Le fait marquant, est que la « tendance » soit bien représentée entre les différents empilements en effet les simulations exhibent le fait que la structure dont la séquence empilement 3 splite nettement plus que les empilements 1 et 2 et cela pour les 3 dimensions de plaque ce qui explique que les contraintes sont davantage relâchées au niveau du trou et donc que l'empilement C3-3 a une meilleure résistance aux sollicitations que le C3-1 et C3-2. De plus les différents empilements viennent à rompre brutalement ce qui est également observé.

## Bilan sur le cas test VERTEX

En définitive, nous retrouvons les observations formulées par l'équipe expérimentatrice. On relève en particulier que l'empilement 3 splite nettement plus que les empilements 1 et 2 et cela pour les 3 dimensions de plaque. Ceci explique que les contraintes soient davantage relâchées au niveau du trou et donc que l'empilement C3-3 tienne mieux les efforts que le C3-1 et le C3-2. En ce qui concerne le délaminage nous partageons les observations réalisées par l'institut Clément Ader c'est à dire que le délaminage sur « les bords rectangulaires » de la plaque est moindre au niveau de l'interface [0,-45] pour le C3-3 que pour les interfaces [0,90] pour le C3-2 et l'interface [0,90] pour le C3-1. Toutefois, et c'est le plus important, il faut noter que concernant le délaminage en bord de trou c'est l'inverse : il y a davantage de délaminage en bord de trou pour l'empilement C3-3, qu'en bord de trou pour les interfaces [0,90] pour les empilements C3-1 et C3-2. De ce fait, les contraintes sont davantage concentrées sur les empilements C3-1 et C3-2 contrairement à l'empilement C3-3 pour lequel une plus grande relaxation des contraintes intervient. Ce point est essentiel. Lorsqu'on compare les approches qui intègrent ou non la fissuration matricielle discrète, on constate que la prise en compte du splitting augmente les zones délaminées calculées. En effet, par ce biais on injecte dans le modèle, comme il est observé expérimentalement, des singularités à la jonction pli-interface. De façon générale on retrouve les observations relatives aux effets d'échelles sur une plaque trouée constituée d'une superposition de plis fins. Si on observe pour un empilement donné la courbe  $(\sigma_{moyen} - \varepsilon_{moyen})$  pour les trois tailles de plaques, on retrouve l'allure générale à savoir que la contrainte moyenne décroît avec le diamètre du trou. Un point majeur pour tous les essais, on reproduit la rupture brutale des éprouvettes due à la rupture instable des fibres.

## 5.5 Discussion sur la nouvelle stratégie

La méthode présentée a démontré d'excellentes aptitudes à discriminer les 3 empilements proposés dont on rappelle qu'ils sont « sur le papier » très similaires. La stratégie de détection a été -dans le cadre de cette thèse- entièrement implémentée de manière non intrusive (i.e. en utilisant uniquement des outils BACON ). De récents développements proposent une version entièrement encapsulée dans le logiciel, ces travaux d'implémentations ont été achevés par Minh Quan LE, un membre de l'équipe de recherche. Une

procédure pour automatiser la méthode de détection-simulation a aussi été examinée. La complexité relève de l'outil informatique plus que d'une difficulté conceptuelle. Elle réside essentiellement dans la technicité liée au logiciel : principalement pour contrôler et lancer/interrompre le solveur au moment voulu. Nous n'avons pas poursuivi dans cette direction. D'autre part, nos réflexions se sont portées sur une possible détection/injection des splits à la volée, ce qui permettrait de réaliser le calcul en une seule itération, c'est à dire sans interrompre puis relancer les calculs à chaque nouvelle détection de splits. Dans ce cas, outre les réserves du point de vue informatique, la question de la description de l'endommagement se pose puisqu'au moment où le split est décelé l'état d'endommagement est non nul. Le fait d'injecter des éléments cohésifs participerait alors à décrire une seconde fois le même phénomène de splitting. Des investigations portent actuellement sur une manière de d'injecter/simuler des éléments cohésifs à la volée. Concernant la technicité informatique pour mener à bien les calculs on peut remarquer que l'indépendance vis à vis de la discrétisation temporelle impose un pas de temps constant pour conserver un ratio  $\frac{\Delta t}{\tau_c}$  constant. Cette contrainte pèse sur les calculs en ce sens que la constante de l'effet retard -supposée être- une constante matériau est définie avant de lancer le calcul, or il est commode d'utiliser pour la résolution une discrétisation temporelle grossière sur la partie élastique et très raffinée sur les phases endommageantes. Cette difficulté d'ordre logiciel est en passe d'être résolue, il suffit en pratique de modifier le matériau utilisateur dans lequel est défini le comportement du matériau mésomodèle et de faire dépendre  $\tau_c$  de l'incrément de temps. A propos de la propagation de la rupture des fibres, la méthode employée ici est celle disponible alors dans SAMCEF qui souffre d'un certain nombre de défauts dûs à la régularisation en gradient qui a tendance à étaler l'endommagement tandis que la rupture des fibres semble de manière expérimentale un phénomène très localisé. De larges améliorations sont en cours de développement dans la modélisation de la rupture fibre en relation avec le code de calcul SAMCEF.



## Conclusions et perspectives :

Ce travail reprend pour une grande part les axes de notre collaboration au sein du projet VERTEX dans lequel une synergie forte est créée entre des partenaires industriels (Airbus Group Innovation), des développeurs logiciels (SAMTECH, Holo 3) et des laboratoires de recherche (LMT Cachan, Institut Clément Ader, ONERA). Des formations ainsi que des rencontres multiples et régulières en particulier avec les équipes de SAMTECH sur les sites de Liège et de Massy ont permis de former un partenariat privilégié entre le laboratoire et l'entreprise qui développe le logiciel de calcul. Cette thèse synthétise à la fois une proposition de perfectionnement de notre modèle mais surtout et c'est le plus important leur transfert vers l'industrie logicielle en vue de pérenniser les travaux accomplis et leur déploiement sur le long terme. On note, dans ce sens, que la dernière version du logiciel SAMCEF intègre désormais un certain nombre des résultats et indicateurs développés dans cette thèse.

Ce document constitue un premier pas pour traiter dans un modèle unifié et distribué par un éditeur logiciel commercial la fissuration transverse qu'elle soit localisée sous forme de split ou répartie densément dans un réseau de fissures quasi périodique sur des problèmes de grandes tailles tels que les cas industriels. Pour prendre en compte de manière précise l'apparition des splits, un traitement basé sur un critère de détection ad hoc qui repose sur la contribution du cisaillement à la microfissuration est proposé. L'introduction des splits dans le modèle est réalisée de manière non intrusive via une procédure entièrement implémentée sous SAMCEF utilisant uniquement des commandes BACON. La description et l'évolution des splits sont décrites par la théorie de l'endommagement et en pratique à travers des éléments cohésifs standards. Les précautions en termes de maillage spatial relativement à l'utilisation des éléments cohésifs ont été rappelées.

L'étude théorique est illustrée par la réalisation d'un démonstrateur industriel sur un cas test académique. On relève que la stratégie proposée s'intègre parfaitement à la boîte à outils disponible dans SAMCEF. Par ailleurs, cette étude montre que la prise en compte correcte de la fissuration sous forme de split est capitale pour décrire précisément le scénario d'endommagement de la structure. Une validation plus approfondie a été menée, elle consiste à discriminer 3 drapages, plus complexes, proposés par le partenaire industriel dans le cadre du projet VERTEX. La stratégie de calcul introduite est testée, montrant d'excellentes capacités prédictives pour discriminer des empilements en apparence très similaires. Par la simulation, on retrouve, à condition d'introduire cette nouvelle description du splitting dans le modèle, la majorité des résultats expérimentaux de manière qualitative et quantitative.

En définitive, il apparaît que les améliorations proposées dans la description de la fissuration transverse sont à même de prédire avec précision la propension de chaque em-

pilement au splitting, et par là même la tendance sur les efforts à rupture à savoir qu'un des empilements a une tenue à rupture bien supérieure aux deux autres. Sur la question des seuils de rupture qui sont tributaires, dans une large mesure, du choix des coefficients de régularisation adoptés, des efforts doivent encore être poursuivis, notamment pour améliorer la description de la rupture des fibres. De tels travaux sont actuellement conduits au laboratoire montrant des résultats concluants même sur des cas plus complexes tels que ceux présentant des singularités.

L'étude développée dans ce manuscrit a mis en évidence une manière efficace de traiter, par une méthode a priori, différentes manifestations du phénomène de fissuration transverse à travers un modèle unique. Les équations additionnelles introduites font apparaître plusieurs paramètres additionnels : le seuil de microfissuration fixé ici à une valeur de 0.3 et la contribution du cisaillement de 75 % à la microfissuration totale. Ces valeurs ont été proposées de manière heuristique. Naturellement des campagnes expérimentales devront être consacrées au phénomène d'initiation du splitting en vue de définir précisément ces quantités d'intérêts par des essais et de disposer d'abaques clairs définissant pour quels empilements, quelles géométries on observe ou non le phénomène de splitting. Pour les cas d'études examinés dans cette thèse, il apparaît que la contribution de la microfissuration de cisaillement semble constituer une part encore plus importante que celle proposée ici de soixante quinze pour cent.

Une des limitations soulevées par cette étude est le traitement de problèmes de très grandes tailles. L'utilisation de lois de comportement extrêmement non linéaires appliquées à des géométries complexes introduit des longueurs et des temps caractéristiques très courts qui imposent des discrétisations spatiales et temporelles très fines. De ce fait la puissance de calcul devient rapidement un facteur limitant lorsqu'il est question de simuler une structure de grande taille et ou formée par un empilement de plus d'une dizaine de plis. Dans ce contexte les méthodes de calculs sont amenées à prendre une place de plus en plus prégnante en mécanique pour résoudre des problèmes de plusieurs millions de degrés de liberté. Des travaux sur les stratégies de calculs haute performance sont menés dans cette direction, plusieurs pistes sont investiguées parmi les plus prometteuses figurent le calcul parallèle ainsi que les techniques de réduction de modèles.

Un autre obstacle abordé dans ce travail est relatif à la régularisation. L'approche adoptée est clairement expliquée, une vision très pratique de réglage des coefficients a été exposée de manière à conduire une démarche prédictive. Cependant la question de la régularisation pour traiter les problèmes de localisation inhérents à l'utilisation de lois de comportement adoucissantes dans les simulations de structures matériaux composites doit faire l'objet de travaux dédiés. En particulier la dimension anisotrope des matériaux composites doit être envisagée du point de vue de la régularisation.

Les conclusions apportées sur le cas de validation VERTEX portant sur des plaques trouées homothétiques dans le plan mettent en avant l'importance des effets d'échelles. Cette problématique a déjà donné lieu à de nombreux travaux, cependant le réglage des paramètres de localisation doit conduire à de nouvelles investigations afin de déterminer la nature de ces paramètres, en outre s'ils sont dépendants de la structure et du matériau ou uniquement du matériau. La valeur accordée à ces paramètres de régularisation est d'une importance capitale, puisqu'ils pilotent en partie les seuils de rupture. Dans une démarche de prédiction des charges à rupture la compréhension profonde de ces aspects

est une question d'importance cruciale.

Les travaux d'implémentations ont été réalisés exclusivement sous le logiciel SAM-CEF ce qui constitue pour nous une contrainte majeure. Cependant l'avantage d'utiliser un tel logiciel est de disposer de fonctions spécifiques déjà implémentées et de profiter des performances en termes de rapidité offertes par le logiciel. Parmi les modifications qui doivent être apportées au logiciel pour concilier l'emploi du logiciel et les développements exposés dans cette thèse, la possibilité de modifier le temps caractéristique en fonction de l'incrément de temps serait souhaitable. En effet, elle permettrait de profiter à la fois d'un rapport des temps caractéristique constant et d'un raffinement temporel lorsque les non-linéarités apparaissent et qu'un pas de temps fin est à prescrire.





# Bibliographie

- [1] E. Abisset, F. Daghia, P. Ladevèze. On the validation of a damage mesomodel for laminated composites by means of open-hole tensile tests on quasi-isotropic laminates. *Composite Part A : Applied Science and Manufacturing*, 42(10) :1515–1524, 2011.
- [2] E. Abisset. Un mésomodèle d'endommagement des composites stratifiés pour le virtual testing : identification et validation. Thèse de doctorat. École normale supérieure de Cachan-ENS Cachan, 2012.
- [3] V. Achard, C. Bouvet, B. Castanié, C. Chirol. Discrete ply modelling of open hole tensile tests. *Composite Structures*, 113 :369–381, 2014.
- [4] D.H. Allen, R.H. Jones, J.G. Boyd. Micromechanical analysis of a continuous fiber metal matrix composite including the effects of matrix viscoplasticity and evolving damage. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 42(3) :505–529, 1994.
- [5] O. Allix, P. Ladevèze. Interlaminar interface modelling for the prediction of delamination. *Composite Structures*, 22(4) :235-242, 1992.
- [6] O. Allix, P. Ladevèze, E. Vittecoq. Modelling and identification of the mechanical behaviour of composite laminates in compression. *Composites Science and Technology*, 51(1) :35-42, 1994.
- [7] O. Allix, N. Bahlouli, Ch. Cluzel, L. Perret. Modeling and identification of temperature-dependent mechanical behavior of the elementary ply in carbon/epoxy laminates. *Composite Science and Technology*, 56(7) :883–888, 1996.
- [8] O. Allix, J.F. Deu. Delayed-damage modelling for fracture prediction of laminated composites under dynamic loading. *Engineering transactions*, 45(1) :29–46, 1997.
- [9] O. Allix, D. Leveque, L. Perret. Identification and forecast of delamination in composite laminates by an interlaminar interface model. *Composite Science and Technology*, 58(5) :671–678, 1998.
- [10] O. Allix. The bounded rate concept : A framework to deal with objective failure predictions in dynamic within a local constitutive model. *International Journal of Damage Mechanics*, 22(6) :808–828, 2013.
- [11] O. Allix, N. Feld, E. Baranger, J.M. Guimard, C. Ha-minh. The compressive behavior of composites including fiber kinking : modelling across the scales. *Meccanica*, 49(11) :2571–2586, 2014.
- [12] G. Auguin, D. Marquis, P. Barabinot, V. Drean, P. Latrubesse. Résistance au feu des matériaux composites : application à un panneau sandwich. *21ème Congrès Français de Mécanique*, Bordeaux, 2013.

- [13] E. Baranger. Stratégie de calcul et utilisation de séries de Fourier pour les tubes composites dégradés. Thèse de doctorat. École normale supérieure de Cachan-ENS Cachan, 2005.
- [14] J.E. Bailey, A. Parvizi. On fibre debonding effects and the mechanism of transverse-ply failure in cross-ply laminates of glass fibre/thermoset composites. *Journal of Materials Science*, 16(3) :649–659, 1981.
- [15] Z.P. Bažant, T.B. Belytschko. Wave propagation in a strain-softening bar : exact solution. *Journal of Engineering Mechanics*, 111(3) :381–389, 1985.
- [16] Z.P. Bažant, I.M. Daniel, Z. Li. Size effect and fracture characteristics of composite laminates. *Journal of engineering materials and technology (Transactions of the ASME, USA)*, 118(3) :317–324, 1996.
- [17] P.W. Beaumont, H. SEKINE. Solving problems of composite fracture by multiscale modeling. *Journal of Multiscale Modeling*, 1(1) :79–106, 2009.
- [18] A. Benallal, R. Billardon, G. Geymonat. Bifurcation and localization in rate-independent materials. Some general considerations. In *Bifurcation and stability of dissipative systems-Springer, Vienna*, 1–44, 1993.
- [19] J. Berthe, M. Brieu, E. Deletombe. Improved viscoelastic model for laminate composites under static and dynamic loadings. *Journal of Composite Materials*, 47(14) :1717–1727, 2013.
- [20] J.M. Berthelot. Dynamics of composite materials and structures. *Institute for Advanced Materials and Mechanics-Springer, New York*, 1999.
- [21] J.M. Berthelot. Transverse cracking and delamination in cross-ply glass-fiber and carbon-fiber reinforced plastic laminates : static and fatigue loading. *Applied Mechanics Reviews*, 56(1) :111–147, 2003.
- [22] L. Boniface, P.A. Smith, M.G. Bader, A.H. Rezaifard. Transverse ply cracking in cross-ply CFRP laminates—initiation or propagation controlled ? *Journal of Composite Materials*, 31(11) :1080–1112, 1997.
- [23] C. Bouvet, B. Castanié, M. Bizeul, J.J. Barrau. Low velocity impact modelling in laminate composite panels with discrete interface elements. *International Journal of Solids and Structures*, 46(14-15) :2809–2821, 2009.
- [24] P.P. Camanho, P. Maimí, C.G. Dávila. Prediction of size effects in notched laminates using continuum damage mechanics. *Composites science and technology*, 67(13) :2715–2727, 2007.
- [25] P.P. Camanho, G. Ercin, G. Catalanotti, S. Mahdi, P. Linde. A finite fracture mechanics model for the prediction of the open-hole strength of composite laminates. *Composite Part A : Applied Science and Manufacturing*, 43(8) :1219–1225, 2012.
- [26] J.F. Caron, A. Ehrlacher. Modelling the kinetics of transverse cracking in composite laminates. *Composites Science and Technology*, 57(9-10) :1261–1270, 1997.
- [27] J.F. Caron, R.P. Carreira, A.D. Diaz. Critère d’initiation de délaminage dans les stratifiés. *Comptes Rendus de l’Académie des Sciences-Series IIB-Mechanics-Physics-Astronomy*, 327(13) :1291–1296, 1999.

- [28] N. Carrère, Y. Rollet, V. Retel, L. Boubakar, J.F. Maire. Composites structural modelling with uncertain data. *Composites Science and Technology*, 69(1) :60–66, 2009.
- [29] G. Catalanotti, A. Arteiro, M. Hayati, P.P. Camanho. Determination of the mode I crack resistance curve of polymer composites using the size-effect law. *Engineering Fracture Mechanics*, 118 :49–65, 2014.
- [30] W.H. Chen, S.H. Yang. Multilayer hybrid-stress finite element analysis of composite laminates with delamination cracks originating from transverse cracking. *Engineering Fracture Mechanics*, 54(5) :713–729, 1996.
- [31] F. Chinesta, P. Ladevèze. Separated Representations and PGD-Based Model Reduction. Fundamentals and Applications, International Centre for Mechanical Sciences, Courses and Lectures-Springer, 554, 2015.
- [32] F. Costanzo, J.G. Boyd, D. H. Allen. Micromechanics and homogenization of inelastic composite materials with growing cracks. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 44(3) :333–370, 1996.
- [33] A. Courard. PGD-Abaques virtuels pour l’optimisation géométrique des structures. Thèse de doctorat. École normale supérieure de Cachan-ENS Cachan. 2016.
- [34] F. Daghia, P. Ladevèze. A micro-meso computational strategy for the prediction of the damage and failure of laminates. *Composite structures*, 94(12) :3644–3653, 2012.
- [35] F. Daghia, P. Ladevèze. Identification and validation of an enhanced mesomodel for laminated composites within the WWFE-III. *Journal of Composite Materials*, 47(20-21) :2675–2693, 2013.
- [36] F. Daghia, F. Zhang, C. Cluzel, P. Ladevèze. Thermo-mechano-oxidative behavior at the ply’s scale : The effect of oxidation on transverse cracking in carbon-epoxy composites. *Composite Structures*, 134 :602–612, 2015.
- [37] L. Daudeville, P. Ladevèze. A damage mechanics tool for laminate delamination. *Composite Structures*, 25(1-4) :547–555, 1993.
- [38] M. David, A.F. Johnson. Effect of strain rate on the failure mechanisms and energy absorption in polymer composites. *Composite Structures*, 122 :430–439, 2015.
- [39] C.G. Davila, P.P. Camanho, A. Turon. Effective simulation of delamination in aeronautical structures using shells and cohesive elements. *Journal of Aircraft*, 45(2) :663–672, 2008.
- [40] R. De Borst, L.J. Sluys, H.B. Muhlhaus, J. Pamin. Fundamental issues in finite element analyses of localization of deformation *Engineering computations*, 10(2) :99–121, 1993.
- [41] R. de Borst, J.H.A. Schipperen. Computational methods for delamination and fracture in composites. *Continuum damage mechanics of materials and structures*. Amsterdam, Elsevier, 295–325, 2002.
- [42] R. de Borst, J.J. Remmers. Computational modelling of delamination. *Composites Science and Technology*, 66(6) :713–722, 2006.
- [43] D.S. Dugdale. Yielding of steel sheets containing slits. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 8(2) :100–104, 1960.

- [44] G. J. Dvorak, N. Laws. Analysis of progressive matrix cracking in composite laminates II. First ply failure *Journal of Composite Materials*, 21(4) :309–329, 1987.
- [45] R.R. Effendi, J.J. Barrau, D. Guedra-Degeorges. Failure mechanism analysis under compression loading of unidirectional carbon/epoxy composites using micromechanical modelling. *Composite structures*, 31(2) :87–98, 1995.
- [46] H. Eggers, H.C. Goetting, H. Bäuml. Synergism between layer cracking and delaminations in multidirectional laminates of carbon-fibre-reinforced epoxy. *Composite science and technology*, 50(3) :343–354, 1994.
- [47] N. Feld, O. Allix, E. Baranger, J.M. Guimard. A micromechanics-based mesomodel for unidirectional laminates in compression up to failure. *Journal of Composite Materials*, 46(23) :2893–2909, 2012.
- [48] S.R. Finn, Y.F. He, G.S. Springer. Delaminations in composite plates under transverse impact loads - experimental results. *Composite Structures*, 23(3) :191–204, 1993.
- [49] N.D. Flesher, C.T. Herakovich. Predicting delamination in composite structures. *Composites science and technology*, 66(6) :745–754, 2006.
- [50] K.W. Garrett, J.E. Bailey. Multiple transverse fracture in 90 cross-ply laminates of a glass fibre-reinforced polyester. *Journal of materials science*, 12(1) :157–168, 1977.
- [51] J. Germain, J. Rannou, F. Laurin. Modélisation du délaminage : éléments d’interface et difficultés numériques. *Journées Nationales sur les Composites 2017*, 2017.
- [52] E.V. González, P. Maimí, P.P. Camanho, C.S. Lopes, N. Blanco. Effects of ply clustering in laminated composite plates under low-velocity impact loading. *Composites Science and Technology*, 71(6) :805–817, 2011.
- [53] L. Greve, A.K. Pickett. Delamination testing and modelling for composite crash simulation. *Composite science and technology*, 66(6) :816–826, 2006.
- [54] J.M. Guimard, O. Allix, N. Pechnik, P. Thévenet. Characterization and modeling of rate effects in the dynamic propagation of mode-II delamination in composite laminates. *International journal of fracture*, 160(1) :55, 2009.
- [55] S. Guinard, O. Allix, D. Guédra-Degeorges, A. Vinet. A 3D damage analysis of low-velocity impacts on laminated composites. *Composites Science and Technology*, 62(4) :585–589, 2002.
- [56] S.R. Hallett, W.G. Jiang, Wen-Guang, B. Khan, M.R. Wisnom. Modelling the interaction between matrix cracks and delamination damage in scaled quasi-isotropic specimens. *Composites Science and Technology*, 68(1) :80–89, 2008.
- [57] A. Hansbo, P. Hansbo. A finite element method for the simulation of strong and weak discontinuities in solid mechanics. *Computer methods in applied mechanics and engineering*, 193(33-35) :3523–3540, 2004.
- [58] Z. Hashin. Fatigue failure criteria for unidirectional fiber composites. *Journal of Applied Mechanics*, 48(4) :846–852, 1981.
- [59] Z. Hashin. Finite thermoelastic fracture criterion with application to laminate cracking analysis. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 44(7) :1129–1145, 1996.

- [60] S. Hallett, M.R. Wisnom. Experimental investigation of progressive damage and the effect of layup in notched tensile tests. *Journal of Composite Materials*, 40(2) :119–141, 2006.
- [61] S.R. Hallett, W.G. Jiang, B. Khan, M.R. Wisnom. Modelling the interaction between matrix cracks and delamination damage in scaled quasi-isotropic specimens. *Composite Science and Technology*, 68(1) :80–89, 2008.
- [62] C.E. Harris, D.H. Morris. Chapter : Role of delamination and damage development on the strength of thick notched laminates. In *Delamination and Debonding of Materials*. ASTM International. 424–447, 1985.
- [63] C.T. Herakovich. *Mechanics of fibrous composites*. New York, Wiley, 1998.
- [64] T. Hettich, A. Hund, E. Ramm. Modeling of failure in composites by X-FEM and level sets within a multiscale framework. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 197(5) :414–424, 2008.
- [65] Ch. Hochard, N. Lahellec, C. Bordreuil. A ply scale non-local fibre rupture criterion for CFRP woven ply laminated structures. *International Journal of Fatigue*, 80(3) :321–326, 2007.
- [66] Ch. Hochard, S. Miot, N. Lahellec, F. Mazerolles, M. Herman, J. Charles. Behaviour up to rupture of woven ply laminate structures under static loading conditions. *Composites Part A : Applied Science and Manufacturing*, 40(8) :1017–1023, 2009.
- [67] Ch. Hochard, S. Miot, Y. Thollon. Fatigue of laminated composite structures with stress concentrations. *Composite Part B : Engineering*, 65 :11–16, 2014.
- [68] C. Huchette. Sur la complémentarité des approches expérimentales et numériques pour la modélisation des mécanismes d'endommagement des composites stratifiés. Thèse de doctorat. Paris 6, 2005.
- [69] D.B.P. Huynh, T. Belytschko. The extended finite element method for fracture in composite materials *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 77(2) :214–239, 2009.
- [70] P. Johnson, F.K. Chang. Characterisation of matrix crack-induced laminate failure - part II : analysis and verifications. *Journal of composite materials*, 35(22) :2037–2074, 2001.
- [71] A.F. Johnson, M. Holzapfel. Modelling soft body impact on composite structures. *Composite Structures*, 61(1-2) :103–113, 2003.
- [72] P. Ladevèze. About a damage mechanics approach. In : D. Baptiste, Editor. *Mechanics and mechanisms of damage in composite and multimaterials*. 119–142, 1989.
- [73] P. Ladevèze, E. Le Dantec. Damage modelling of the elementary ply for laminated composites. *Composites Science and Technology*, 43(3) :257–267, 1992.
- [74] P. Ladevèze. A damage computational method for composite structures *Computers and Structures*, 44(1-2) :79–87, 1992.
- [75] P. Ladevèze. A damage computational approach for composites : Basic aspects and micromechanical relations. *Computational Mechanics*, 17(1-2) :142–150, 1995.

- [76] P. Ladevèze, O. Allix, L. Gornet, D. Lévêque, L. Perret. A computational damage mechanics approach for laminates : identification and comparison with experimental results. *Studies in Applied Mechanics*, 46 :481–500, 1998.
- [77] P. Ladevèze, O. Allix, J.F. Deü, D. Lévêque. A mesomodel for localisation and damage computation in laminates. *Computer methods in applied mechanics and engineering*, 183(1-2) :105–122, 2000.
- [78] P. Ladevèze, G. Lubineau. On a damage mesomodel for laminates : micro-meso relationships, possibilities and limits. *Composite Science and Technology*, 61(15) :2149–2158, 2001.
- [79] P. Ladevèze, G. Lubineau. An enhanced mesomodel for laminates based on micro-mechanics. *Composite Science and Technology*, 62(4) :533–541, 2002.
- [80] P. Ladevèze, G. Lubineau. Relationships between 'micro' and 'meso' mechanics of laminated composites. *Comptes Rendus Mécanique-Acad. Sciences*, 331(8) :537–544, 2003.
- [81] P. Ladevèze, G. Lubineau. On a damage mesomodel for laminates : micromechanics basis and improvement. *Mechanics of Materials*, 35(8) :763-775, 2003.
- [82] P. Ladevèze. Multiscale computational damage modelling of laminated composites. In : *Multiscale modelling of damage and fracture processes in composite materials*. New York : Springer, Wien, 171–212, 2005.
- [83] P. Ladevèze. Multiscale computational damage modelling of laminated composites. *CISM Courses and Lectures*, New York, Springer, Wien, 474, 2005.
- [84] P. Ladevèze. Chapter : A bridge between the micro-and mesomechanics of laminates : fantasy or reality ?, In *Mechanics of the 21st Century*. Springer, Dordrecht, 187–201, 2005.
- [85] P. Ladevèze, G. Lubineau, D. Marsal. Towards a bridge between the micro- and mesomechanics of delamination for laminated composites. *Composite Science and Technology*, 66(6) :698–712, 2006.
- [86] P. Ladevèze, G. Lubineau, D. Violeau, A computational damage micromodel of laminated composites. *International Journal of Fracture*, 137(1) :139–150, 2006.
- [87] P. Ladevèze, F. Daghia, E. Abisset, C. Le Mauff. A micromechanics-based interface mesomodel for virtual testing of laminated composites. *Advanced Modeling and Simulation in Engineering Sciences-Springer*,1(1) :1–16, 2014.
- [88] P. Ladevèze, D. Néron, H. Bainier. A Virtual Testing Approach for Laminated Composites Based on Micromechanics. In : *The Structural Integrity of Carbon Fiber Composites*, 667–698, Springer, Cham, 2017.
- [89] F. Laurin, N. Carrere, J.F. Maire. A multiscale progressive failure approach for composite laminates based on thermodynamical viscoelastic and damage models *Composites Part A : Applied Science and Manufacturing*, 38(1) :198–209, 2007.
- [90] F. Laurin, N. Carrere, C. Huchette, J.F. Maire. A multiscale hybrid approach for damage and final failure predictions of composite structures. *Journal of Composite Materials*, 47(20-21) :2713–2747, 2013.

- [91] F. Laurin, N. Carrere, J.F. Maire, S. Mahdi. Enhanced strength analysis method for composite open-hole plates ensuring design office requirements. *Composites Part B : Engineering*, 62 :5–11, 2014.
- [92] M.Q. Le, H. Bainier, D. Néron, P. Ladevèze. On matrix cracking and split modeling in laminated composites. *Composites Part A : Applied Science and Manufacturing*, accepted, 2018.
- [93] D. Leguillon, C. Lacroix, E. Martin. Interface debonding ahead of a primary crack. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 48(10) :2137–2161, 2000.
- [94] D. Leguillon Strength or toughness ? A criterion for crack onset at a notch. *European Journal of Mechanics-A/Solids*, 21(1) :61–72, 2002.
- [95] S. Li, S.R. Reid, Z. Zou. Modelling damage of multiple delaminations and transverse matrix cracking in laminated composites due to low velocity lateral impact. *Composite Science and Technology*, 66(6) :827–836, 2006.
- [96] S. Li, S. Gosh. Modeling interfacial debonding and matrix cracking in fiber reinforced composites by the extended Voronoi cell FEM. *Finite elements in analysis and design*, 43(5) :397–410, 2007.
- [97] G. Lubineau, P. Ladevèze, D. Violeau. Durability of CFRP laminates under thermo-mechanical loading : A micro-meso damage model. *Composite Science and Technology*, 66(7-8) :983–992, 2006.
- [98] G. Lubineau, P. Ladevèze. Construction of a micromechanics-based intralaminar mesomodel and illustrations in ABAQUS/Standard. *Computational Materials Science*, 43(1) :137–145, 2008.
- [99] G. Lubineau, D. Violeau, P. Ladevèze. Illustrations of a microdamage model for laminates under oxidizing thermal cycling. *Composite Science and Technology*, 69(1) :3–9, 2009.
- [100] G. Lubineau. A pyramidal modeling scheme for laminates-identification of transverse cracking. *International Journal of damage mechanics*, 19(4) :499–518, 2010.
- [101] J. Mergheim, E. Kuhl, P. Steinmann. A finite element method for the computational modelling of cohesive cracks. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 63(2) :276–289, 2005.
- [102] N. Moës, T. Belytschko. Extended finite element method for cohesive crack growth. *Engineering fracture mechanics*, 69(7) :813–833, 2002.
- [103] V. Murari, C.S. Upadhyay. Micromechanics based ply level material degradation model for unidirectional composites. *Composite Structures*, 94(2) :671–680, 2012.
- [104] J.A. Nairn, S. Hu. The initiation and growth of delaminations induced by matrix microcracks in laminated composites. *International Journal of Fracture*, 57(1) :1–24, 1992.
- [105] J.A. Nairn, S. Hu. The formation and effect of outer-ply microcracks in cross-ply laminates : a variational approach. *Engineering Fracture Mechanics*, 41(2) :203–221, 1992.
- [106] J.A. Nairn, S. Hu, J.S. Bark. A critical evaluation of theories for predicting micro-cracking in composite laminates. *Journal of Materials Science*, 28(18) :5099–5111, 1993.



- [107] J.A. Nairn, S. Hu. Matrix Microcracking. *Composite materials series*, 187–243, 1994.
- [108] J.A. Nairn. Matrix Microcracking in Composites. In *Polymer Matrix Composites*, 2 :403–432, Pergamon Press, 2000.
- [109] A. Needleman. Material rate dependence and mesh sensitivity in localization problems. *Computer methods in applied mechanics and engineering*, 67(1) :69–85, 1988.
- [110] V.T. Nguyen, J.F. Caron. A new finite element for free edge effect analysis in laminated composites. *Computers & structures*, 84(22-23) :1538–1546, 2006.
- [111] V.T. Nguyen, J.F. Caron. Finite element analysis of free-edge stresses in composite laminates under mechanical and thermal loading. *Composites Science and Technology*, 69(1) :40–49, 2009.
- [112] E. Obert, F. Daghia, P. Ladevèze, L. Ballere. Micro and meso modeling of woven composites : Transverse cracking kinetics and homogenization. *Composite Structures*, 117 :212–221, 2014.
- [113] M. Ortiz. An analytical study of the localized failure modes of concrete *Mechanics of Materials*, 6(2) :159–174, 1987.
- [114] N.J. Pagano, G.A. Schoeppner. Delamination of polymer matrix composites : problems and assessment. *Comprehensive composite materials*, 2 :433–528, 2000.
- [115] C. Paris, G. Bernhart, P.A. Olivier, O. De Almeida. Influence de cycles de cuisson rapides sur le préimprégné aéronautique M21/T700 : suivi de polymérisation et propriétés mécaniques. *Matériaux et Techniques*, 100(6-7) :611–622, 2012.
- [116] A. Parvizi, K.W. Garret, J.E. Bailey. Constrained cracking in glass fibre-reinforced epoxy cross-ply laminates. *Journal of Materials Science*, 13(1) :195–201, 1978.
- [117] J. Payan, Ch. Hochard. Damage modelling of laminated carbon/epoxy composites under static and fatigue loadings. *International Journal of Fatigue*, 24(2-4) :299–306, 2002.
- [118] R. Peerlings, R. De Borst, W.D. Brekelmans, J. De Vree. Gradient enhanced damage for quasi-brittle materials. *International Journal for numerical methods in engineering*, 39(19) :3391–3403, 1996.
- [119] G. Pijaudier-Cabot, Z. P. Bažant. Nonlocal damage theory. *Journal of engineering mechanics*, 113(10) :1512–1533, 1987.
- [120] J.J. Remmers, G.N. Wells, R. De Borst. A solid-like shell element allowing for arbitrary delaminations. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 58(13) :2013–2040, 2003.
- [121] E. Rizzi, I. Carol, K. Willam. Localization analysis of elastic degradation with application to scalar damage. *Journal of Engineering Mechanics*, 121(4) :541–554, 1995.
- [122] J. Segurado, J. LLorca. A computational micromechanics study of the effect of interface decohesion on the mechanical behavior of composites. *Acta materialia*, 53(18) :4931–4942, 2005.

- [123] L. Selvakumaran, G. Lubineau. Electrical behavior of laminated composites with intralaminar degradation : a comprehensive micro-meso homogenization procedure. *Composite Structures*, 109 :178–188, 2014.
- [124] J. Serra, C. Bouvet, B. Castanié, C. Petiot. Scaling effect in notched composites : The Discrete Ply Model approach. *Composite Structures*, 148 :127–143, 2016.
- [125] J. Serra. Etude expérimentale et numérique de la propagation de coupure sur des stratifiés composites soumis à des chargements complexes. Thèse de doctorat. Université de Toulouse. 2016.
- [126] Y. Shi, C. Pinna, C. Soutis. Modelling impact damage in composite laminates : a simulation of intra- and inter-laminar cracking. *Composite Structures*, 114 :10–19, 2014.
- [127] M. Trovalet. A micro model for the computation of laminated composites. Thèse de doctorat. École normale supérieure de Cachan-ENS Cachan. 2010.
- [128] S.W. Tsai, M.E. Wu. A general theory of strength for anisotropic materials. *Journal of composite materials*, 5(1) :58–80, 1971.
- [129] A. Turon, C.G. Davila, P.P. Camanho, J. Costa. An engineering solution for mesh size effects in the simulation of delamination using cohesive zone models. *Engineering fracture mechanics*, 74(10) :1665–1682, 2007.
- [130] T. Vandellos. Développement d'une stratégie de modélisation du délaminage dans les structures composites stratifiées. Thèse de doctorat, Université Bordeaux 1, 2011.
- [131] F.P. Van der Meer, L.J. Sluys. Continuum models for the analysis of progressive failure in composite laminates *Engineering Fracture Mechanics*, 43(20) :2131–2156, 2009.
- [132] F.P. Van der Meer, L.J. Sluys. Mesh-independent modeling of both distributed and discrete matrix cracking in interaction with delamination in composites. *Engineering Fracture Mechanics*, 77(4) :719–735, 2010.
- [133] F. Van der Meer, C. Olivier, L. Sluys. Computational analysis of progressive failure in a notched laminate including shear nonlinearity and fiber failure. *Composites Science and Technology* 70(4) :692-700, 2010.
- [134] D. Violeau, P. Ladevèze, G. Lubineau. Micromodel-based simulations for laminated composites. *Composite Science and Technology*, 69(9) :1364–1371, 2009.
- [135] M.R. Wisnom, S.R. Hallett. The role of delamination in strength, failure mechanism and hole size effect in open hole tensile tests on quasi-isotropic laminates. *Composites Part A : Applied Science and Manufacturing*, 40(4) :335–342, 2009.
- [136] M.R. Wisnom. Modelling discrete failures in composites with interface elements. *Composites Part A : Applied Science and Manufacturing*, 41(7) :795–805, 2010.
- [137] S. Yashiro, T. Okabe, N. Takeda. Damage identification in a holed CFRP laminate using a chirped fiber Bragg grating sensor. *Composites Science and Technology*, 67(2) :286–295, 2007.
- [138] S. Yashiro, T. Okabe, N. Toyama, N. Takeda. Monitoring damage in holed CFRP laminates using embedded chirped FBG sensors. *International Journal of Solids and Structures*, 44(2) :603–613, 2007.

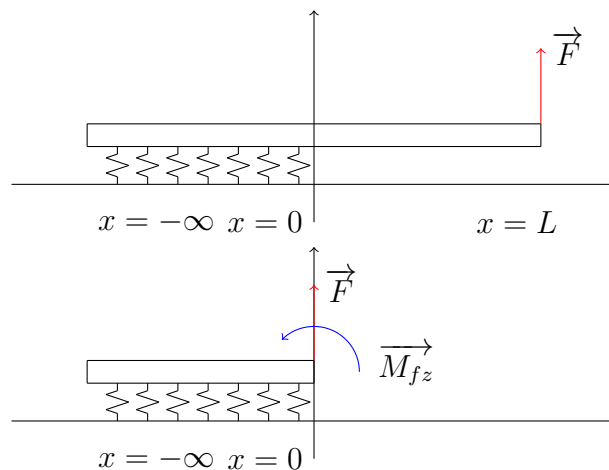
- [139] S. Yashiro, T. Okabe. Estimation of fatigue damage in holed composite laminates using an embedded FBG sensor. *Composites Part A : Applied Science and Manufacturing*, 42(12) :1962–1969, 2011.
- [140] S. Zein, M. Bruyneel. A bilevel integer programming method for blended composite structures. *Advances in Engineering Software*, 79 :1–12, 2015.
- [141] H. Zhang, L. Minnetyan. Variational analysis of transverse cracking and local delamination in  $[\theta_m/90_n]_s$  laminates. *International journal of solid and structures*, 43(22-23) :7061–7081, 2006.

# Chapitre 6

## Annexes

### Estimation de la taille de la process zone

La géométrie est une poutre semi infinie sur appuis élastiques de raideur notée  $k_0^3$ .



Équations d'équilibre local :

$$\begin{aligned} \frac{dT(x)}{dx} + p_y(x) &= 0 \\ \frac{dM(x)}{dx} + T(x) + c_z(x) &= 0 \end{aligned}$$

On résout ces équations l'intervalle  $] -\infty; 0 ]$  avec une densité de moment nulle :  $c_z(x) = 0$

$$\begin{cases} \frac{dT(x)}{dx} + p_y(x) = 0 \\ \frac{dM(x)}{dx} + T(x) + c_z(x) = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{dT(x)}{dx} + p_y(x) = 0 \\ \frac{d^2M(x)}{dx^2} + \frac{dT(x)}{dx} = 0 \end{cases}$$

avec  $p_y(x) = -k_0^3 b y(x)$  et  $M(x) = EI \frac{d^2 y}{dx^2}$  en substituant on obtient :

$$EI \frac{d^4 y(x)}{dx^4} + k_0^3 b y(x) = 0$$

en posant  $\lambda = \sqrt[4]{\frac{k_0^3 b}{4EI}}$ , l'équation caractéristique à résoudre est :

$$X^4 + 4\lambda^4 X = 0 \text{ dont les racines sont } X = \sqrt{2} e^{\frac{i(2k+1)\pi}{4}} \lambda \text{ avec } k \in \llbracket 0; 3 \rrbracket$$

On récrit les solutions complexes sous la forme algébrique, le déplacement  $y(x)$  s'écrit donc :

$$y(x) = e^{\lambda x} (A \cos \lambda x + B \sin \lambda x) + e^{-\lambda x} (C \cos \lambda x + D \sin \lambda x)$$

Les conditions limites sont les suivantes :

$$\left\{ \begin{array}{l} \lim_{x \rightarrow -\infty} y(x) = 0 \\ \lim_{x \rightarrow -\infty} y'(x) = 0 \\ y(0) \text{ tel que } k_0^3 b y_0 = F \\ y''(0) \text{ tel que } EI y''(0) = Fd \end{array} \right.$$

Les deux premières conditions imposent  $C = 0, D = 0$ .

$$y(0) = A = \frac{F}{k_0^3 b}$$

$$y'(x) = \lambda (A \cos \lambda x + B \sin \lambda x - A \sin \lambda x + B \cos \lambda x) e^{\lambda x} = \lambda ((A + B) \cos \lambda x + (B - A) \sin \lambda x) e^{\lambda x}$$

$$y''(x) = \lambda^2 ((A + B) \cos \lambda x + (B - A) \sin \lambda x - (A + B) \sin \lambda x + (B - A) \cos \lambda x) e^{\lambda x}$$

$$y''(x) = \lambda^2 (2B \cos \lambda x - 2A \sin \lambda x) e^{\lambda x}$$

$$y''(0) = 2B\lambda^2 = \frac{M}{EI}$$

### Conclusion sur la taille de la process zone

Avec le calcul précédent on a fait apparaître une longueur caractéristique :

$$\frac{1}{\lambda} = \frac{1}{\sqrt[4]{\frac{k_0^3 b}{4EI}}}$$

On se propose ici d'évaluer simplement pour quelques empilements cette longueur caractéristique qui nous renseigne sur la finesse du maillage à employer pour les simulations numériques :

on remarque que la largeur de l'éprouvette n'intervient pas dans l'expression :

$$\frac{4EI}{k_0^3 b} = \frac{4Ebh^3}{12k_0^3 b} = \frac{Eh^3}{3k_0^3}$$

Grandeurs	$E$	$n_{pli}$	$h_{pli}$	$k_0^3$	$\frac{1}{\lambda}$
Unités	$(N/mm^2)$	(par bras)	$(mm)$	$N/mm$	$mm$
cas 1	165000	4	0.125	652800	0.3
cas 2	165000	8	0.125	652800	0.5
cas 3	165000	16	0.125	652800	0.9

## **Titre :** Modélisation et simulation des splits dans les structures composites stratifiées

**Mots clefs :** composites, calcul des structures, splits

**Résumé :** Le design de pièces de structures aéronautiques en matériau composite requiert un grand nombre de tests et de simulations à différentes échelles. Dans ce contexte industriel, les modèles de comportement sont amenés à prendre une importance de plus en plus prégnante. L'idée développée dans cette thèse est d'améliorer la description de la fissuration transverse à travers le mésomodèle des composites, introduit au LMT dans les années 80. L'objectif est d'être en mesure de prédire précisément par la simulation de la rupture d'un stratifié, en conservant des coûts de calculs raisonnables en vue de substituer à tout ou partie des essais mécaniques onéreux. On propose ainsi une nouvelle version de notre modèle qui combine, à la fois la prise en compte de la fissuration transverse localisée sous forme de split, et une description homogénéisée pour les fortes densités de fissures transverses. Afin de concilier ces deux approches, un critère de détection ad hoc est proposé, le cas échéant les macrofissures sont introduites dans le modèle

par le biais d'éléments cohésifs. Une partie de l'originalité de ce travail est de concevoir et développer des méthodes de calculs, en vue de leur transfert vers l'industrie. Pour assurer la pérennité des développements, et pouvoir traiter des problèmes industriels (grand nombre de degrés de liberté, géométries industrielles) on utilise uniquement des logiciels de calculs commerciaux. À cette fin, l'ensemble des développements a été implémenté de manière non intrusive sous SAMCEF. Enfin, pour éprouver la nouvelle stratégie proposée, une campagne de validation en partenariat avec AIRBUS GROUP INNOVATION a été menée sur des structures en matériaux composites stratifiées formées selon des empilements complexes et présentant des accidents géométriques. Le développement de lois de comportements adoucissantes entraîne des problèmes de dépendance au maillage, la question de la localisation est alors abordée sous un angle pratique.

## **Title :** Modelization and computation of splits in composite material structures

**Keywords :** composites, structural computations, splits

**Abstract :** Structural aerospace parts design in composite material requires a large number of tests and simulations at different scales. In this industrial context, constitutive laws are more and more important. The idea of this thesis is to improve the description of transverse cracking in the composite mesomodel, introduced in the LMT during the 80's. The objective is to be able to predict accurately the failure of a laminated composite structure, at cheap computational cost, in order to replace some of expensive mechanical tests. We propose a new version of our model which combine, isolated transverse cracks description such as splits, and an homogenized representation to model important transverse cracks density. To reconcile these two approaches an ad hoc criterion is introduced, if necessary macrocracks are set in the model

by using cohesive elements. A significant proportion of this works is to design and elaborate methods and computation strategy, in order to transfer from academic world to industry. To maintain computer code, and be able to compute industrial mechanical problems (large number of DOF, complex geometry) only commercial softwares must be used. For this purpose, the whole code is implemented in a non intrusive way on SAMCEF software. Finally, to challenge the new strategy, a campaign of validation, with our industrial partner AIRBUS GROUP INNOVATION was carried about structures in laminated composite material, with complex stackings with stress concentrations. Constitutive laws with softening triggers off mesh dependance issues, then the question of localization is discussed from a practical angle.

