



**HAL**  
open science

# Solutions innovantes pour des structures spatiales déployables

William Bettini

► **To cite this version:**

William Bettini. Solutions innovantes pour des structures spatiales déployables. Génie civil. Université Montpellier, 2018. Français. NNT : 2018MONT038 . tel-02094480

**HAL Id: tel-02094480**

**<https://theses.hal.science/tel-02094480>**

Submitted on 9 Apr 2019

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# THÈSE POUR OBTENIR LE GRADE DE DOCTEUR DE L'UNIVERSITÉ DE MONTPELLIER

En Mécanique, Génie Mécanique et Génie Civil

École doctorale Information Structures et Systèmes

Unité de recherche UMR 5508

## *Solutions innovantes pour des structures spatiales déployables*

Présentée par William BETTINI

Soutenue publiquement le 24 septembre 2018

Sous la direction de Jérôme QUIRANT  
et Bernard MAURIN

Devant le jury composé de

Christian LABORDERIE, Professeur des Universités, ISA BTP, Université de Pau et des Pays de l'Adour

Simon CHESNE, Maître de Conférences-HDR, INSA de Lyon

Fabrice GATUINGT, Professeur des Universités, LMT de Cachan

Jérôme QUIRANT, Maître de Conférences-HDR, Université de Montpellier

Bernard MAURIN, Professeur des Universités, Université de Montpellier

Julien AVERSENG, Maître de Conférences, Université de Montpellier

Président

Rapporteur

Rapporteur

Directeur de Thèse

Co-Directeur de Thèse

Encadrant



UNIVERSITÉ  
DE MONTPELLIER









à ceux qui me sont chers,  
à ceux qui nous ont quitté...



## ~ Remerciements ~

Je tiens dans cette courte page, remercier tous ceux qui ont contribué à l'aboutissement de cette thèse.

Cette thèse est le fruit de quatre années de travail sous la direction de Jérôme Quirant, Maître de Conférences-HDR et Bernard Maurin, Professeur des Universités.

Je souhaiterais remercier très sincèrement Mr. Christian LABORDERIE, Professeur à l'Université de Pau et des Pays de l'Adour pour avoir accepté de présider le jury de la soutenance.

Je tiens particulièrement à remercier Mr. Fabrice GATUINGT, Professeur des Universités au LMT de Cachan et Mr. Simon CHESNE, Maître de Conférences-HDR pour m'avoir fait l'honneur de rapporter mes travaux de recherche.

Je voudrais remercier Mr. Saïd El Youssofi, Professeur des Universités, chef de l'équipe SIGECO et chef de département GC de l'IUT de Nîmes pour m'avoir fait confiance pédagogiquement et m'avoir permis d'enseigner.

Une attention particulière est portée à Julien Averseng, Maître de Conférences, qui m'a encadré tout au long de cette thèse. Merci à lui pour ses conseils avisés, sa disponibilité, sa gentillesse et son aide pertinente.

J'adresse aussi mes remerciements à Bernard pour ses conseils pertinents et pour m'avoir donné la possibilité de travailler sur un sujet de recherche passionnant.

Plus particulièrement, je tiens à remercier Jérôme, mon directeur de thèse qui m'a permis de donner libre cours à mon imagination, me laissant une grande liberté sur la direction prise de mes travaux de recherche. Je tiens aussi à le remercier pour son côté humain et chaleureux ; il a su trouver les mots justes dans les périodes difficiles. Merci à lui d'avoir cru en moi.

Je remercie le CNES pour avoir financé la construction d'un prototype, démontrant la faisabilité et l'accomplissement de mes recherches.

J'aimerais remercier le Laboratoire de Mécanique et Génie Civil, les doctorants et mes collègues de l'équipe pédagogique du département Génie-Civil de l'IUT de Nîmes pour m'avoir accueilli chaleureusement et permis de m'intégrer rapidement au sein du groupe.

Je tenais à remercier mes amis proches pour m'avoir épaulé et réconforté dans les moments difficiles sur ce parcours semé d'embûches.

Enfin, je tenais à remercier ma mère Magali et mon beau-père Tony, de m'avoir soutenu et épaulé dans cette aventure, et de m'avoir donné la possibilité de suivre mon parcours. Je ne les remercierai jamais assez. Bien sûr, je n'aurai jamais assez de « mercis » pour Margot, ma compagne qui a beaucoup sacrifié et qui m'a « supporté » durant ce travail de longue haleine. Sans eux, ce travail n'aurait pu voir le jour.

Merci à vous.

*William*



# Table des matières

<b>NOTATIONS.....</b>	<b>A</b>
<b>PREAMBULE.....</b>	<b>1</b>
<b>MISSIONS ET ENVIRONNEMENT SPATIAL .....</b>	<b>4</b>
<b>INTRODUCTION AUX TRAVAUX DE RECHERCHE.....</b>	<b>7</b>
<b>I. ETAT DE L'ART .....</b>	<b>9</b>
<b>I.1. LES ANTENNES : ETAT DES LIEUX .....</b>	<b>9</b>
<b>I.2. ETUDE DES DIFFERENTES CATEGORIES .....</b>	<b>12</b>
I.2.1. LES STRUCTURES HYBRIDES .....	12
I.2.2. LES STRUCTURES GONFLABLES .....	12
I.2.3. STRUCTURES A OSSATURE RAYONNANTE .....	13
I.2.4. OSSATURES PERIPHERIQUES PLURI-MODULAIRES .....	15
I.2.5. LES STRUCTURES AVEC « ANNEAU » RIGIDE EN PERIPHERIE.....	17
I.2.6. LES OSSATURES A ARTICULATIONS SOUPLES .....	21
<b>I.3. LES SURFACES SHAPEES .....</b>	<b>23</b>
<b>I.4. CONCLUSION .....</b>	<b>24</b>
<b>II. NOUVEAU CONCEPT D'OSSATURE .....</b>	<b>27</b>
<b>II.1. ETUDE GEOMETRIQUE .....</b>	<b>28</b>
II.1.1. GEOMETRIE D'UN MODULE ELEMENTAIRE TETRAEDRIQUE .....	30
II.1.2. CONFIGURATION ANNULAIRE PLANE .....	33
II.1.3. GEOMETRIE EN CONFIGURATION GERBEE .....	35
<b>II.2. ANALYSE STATIQUE.....</b>	<b>41</b>
II.2.1. MODELE ANALYTIQUE.....	41
II.2.2. MODELE NUMERIQUE.....	45
<b>II.3. ADAPTATION DES GEOMETRIES AUX CONFIGURATIONS OPERATIONNELLES.....</b>	<b>48</b>
II.3.1. ASSEMBLAGE DE MODULES POUR GRILLES RIGIDES.....	48
II.3.2. STRUCTURE ANNULAIRE POUR SURFACE TENDUE .....	50
<b>II.4. CONCLUSION .....</b>	<b>52</b>
<b>III. MODELE MATHEMATIQUE ET NUMERIQUE DU DEPLOIEMENT.....</b>	<b>53</b>
<b>III.1. MODELE MATHEMATIQUE DU SYSTEME LIBRE.....</b>	<b>54</b>
III.1.1. ANALYSE CINEMATIQUE.....	54
III.1.2. ECRITURE DE LA CONSERVATION DE L'ENERGIE .....	55
III.1.3. INTERPRETATION DES RESULTATS .....	60
III.1.4. MODELE DE DEPLOIEMENT LIBRE AVEC AMORTISSEMENT .....	64
III.1.5. ETUDE DE LA STABILITE.....	65
<b>III.2. MODELE ELEMENTS FINIS DU DEPLOIEMENT .....</b>	<b>68</b>
III.2.1. PARAMETRAGE DU DEPLOIEMENT .....	68
III.2.2. SYSTEME LIBRE .....	69

III.2.3.	COMPARAISON DES MODELES NUMERIQUE ET ANALYTIQUE.....	72
<b>III.3.</b>	<b>SIMULATION DU DEPLOIEMENT EN INTERACTION AVEC UN ELEMENT PORTEUR.....</b>	<b>81</b>
<b>III.4.</b>	<b>CONCLUSION.....</b>	<b>85</b>
<b>IV.</b>	<b><u>SOLUTIONS POUR APPLICATIONS SPATIALES.....</u></b>	<b><u>87</u></b>
<b>IV.1.</b>	<b>ETUDE MODALE DE L’OSSATURE.....</b>	<b>88</b>
IV.1.1.	INFLUENCE DE L’OUVERTURE ET DU TYPE D’ARRIMAGE .....	89
IV.1.2.	INFLUENCE DU NOMBRE DE BARRE ET DE LEUR EPAISSEUR SUR LE PREMIER MODE .....	97
IV.1.3.	INFLUENCE DE LA MASSE ET DE LA RIGIDITE DES NŒUDS.....	100
IV.1.4.	NŒUD REEL ET VERROUILLAGE .....	103
<b>IV.2.</b>	<b>GENERATION ET INTERACTION DE LA GEOMETRIE INTERNE DE L’ANTENNE.....</b>	<b>109</b>
IV.2.1.	DIFFERENTS TYPES DE SURFACES REFLECTRICES.....	109
IV.2.2.	INFLUENCE DU RESEAU .....	111
IV.2.3.	MISE EN TENSION D’UN RESEAU PLAN AU TRAVERS DE L’OSSATURE .....	124
<b>IV.3.</b>	<b>EXPERIMENTATION ET ASPECTS TECHNOLOGIQUES.....</b>	<b>130</b>
IV.3.1.	DIMENSIONNEMENT DES LIAISONS.....	130
IV.3.2.	DISPOSITIFS TECHNOLOGIQUES DE VERROUILLAGE ET D’ASSEMBLAGE DES LIAISONS.....	131
IV.3.3.	EXPERIMENTATIONS SUR PROTOTYPE .....	132
IV.3.4.	ADJONCTION D’UNE MEMBRANE SUR LE RESEAU PYRAMIDAL .....	143
<b>IV.4.</b>	<b>CONCLUSION .....</b>	<b>147</b>
	<b><u>CONCLUSION ET PERSPECTIVES.....</u></b>	<b><u>149</u></b>
<b>X.</b>	<b><u>ANNEXES.....</u></b>	<b><u>I</u></b>
<b>V.</b>	<b><u>BIBLIOGRAPHIE .....</u></b>	<b><u>A</u></b>

---

## Table des figures

Figure I-1 : Spoutnik 1 (83,6 kg) (Nat) et son lanceur (R-7 Semiorka) (Wikipédia-1).....	1
Figure I-2 : Satellite SPOT et lanceurs Véga, Soyouz, Ariane 5ES/ATV et Ariane 5 ECA.....	2
Figure I-3 : Vue d'artiste de l'orbite terrestre (Bonnal, 2016) .....	3
Figure I-4 : Vue d'artiste d'un Cubsat et prototype .....	3
Figure I-5 : Paramètres orbitaux et trajectoires pour des vols interplanétaires.....	4
Figure I-6 : Caractéristiques des systèmes de navigation satellitaires (Wikipédia-2) .....	5
Figure I-7 : Géoïde Terrestre (Dusseau, 2017) .....	5
Figure I-8 : Représentation du gradient thermique spatial, protection MLI et télescope Hubble .....	6
Figure I-9 : Sous-ensembles de la fusée Ariane V (Wik2) et coiffe (Fut) englobant deux satellites avec plus de 8 tonnes de charge utile.....	7
Figure I-10 : Membrane de réflecteur shapé composée de creux et de bosses .....	8
Figure I-1 : Calendrier prévisionnel des lancements de réflecteurs (Mangenot, 2010).....	10
Figure I-2 : Différentes catégories de structures pour différents types de surfaces (Mangenot, 2010) .....	10
Figure I-3 : Masse des différentes catégories de réflecteurs en fonction de leur diamètre d'ouverture (Mangenot, 2010) .....	11
Figure I-4 : Précision de surface en fonction des différents diamètres d'ouverture pour différentes catégories de réflecteurs (Mangenot, 2010) .....	11
Figure I-5 : Ossature gonflable-rigide (Chang, et al., 2014) .....	12
Figure I-6 : Principe des antennes gonflables (Geuskens, et al., 2014) .....	13
Figure I-7 : Antenne GATR et modèle éléments finis (Huang, et al., 2014) .....	13
Figure I-8 : MBB Unfurlable Mesh Reflector (Mangenot, 2010) .....	14
Figure I-9 : Harris mesh reflectors (Mangenot, 2010).....	14
Figure I-10 : Antenne déployable de 1,2 m de diamètre (HPS).....	14
Figure I-11 : Vue d'artiste d'un réflecteur de la JAXA (Akira Meguro, 2009).....	15
Figure I-12 : Réflecteur LDREX (Akira Meguro, 2009).....	15
Figure I-13 : Configuration gerbée (a) et déployée (b) (Meschini, et al., 2014). .....	16
Figure I-14 : Cinématique du déploiement, articulations à moment constant et ressort à gaz (Meschini, et al., 2014) .....	16
Figure I-15 : Structure expérimentale avec un pantographe en partie supérieure (Fraux, et al., 2014) .....	17
Figure I-16 : Double pantographe (Datashvili-2, et al., 2014).....	17
Figure I-17 : Etapes de déploiement de l'Astromesh (Mortierolle-2, 2011) .....	18
Figure I-18 : Simulation d'ouverture et ossature du Starshade (Thomson-1, et al., 2014) .....	18
Figure I-19 : Structure à double membrure déployée (Medzmariashvili-2, et al., 2014).....	19
Figure I-20 : Différentes liaisons utilisées sur l'anneau périphérique (Medzmariashvili-2, et al., 2014).....	19
Figure I-21 : Système de motorisation du déploiement (Medzmariashvili-2, et al., 2014).....	19
Figure I-22 : Analyse modale d'une structure conique à double pantographe (Tserodz, et al., 2014) .....	20
Figure I-23 : Ossature conique et cinématique du déploiement (Medzmariashvili-1, et al., 2014).....	20
Figure I-24 : Joint de type charpentier (Sicre J., 2005).....	21
Figure I-25 : Joints souples à matrice carbone (Straubel, et al., 2011), (Footdale, 2010) .....	21
Figure I-26 : Prototype à 3 ciseaux (Quirant, et al., 2011) .....	22
Figure I-27 : Articulation souple à base de lame de carbone (Mortierolle-1, et al., 2015).....	22
Figure I-28 : Démonstrateur développé au LMGCC composé de lames de carbone comme liaisons souples (Mortierolle-1, et al., 2015).....	22
Figure I-29 : Délaminage de lame (Mortierolle-2, 2011).....	22
Figure I-30 : Antenne reconfigurable (Rodrigues, et al., 2014) .....	23
Figure I-31 : Surface réflectrice (Datashvili-1, et al., 2010) .....	23
Figure I-32 : Antenne HPS (cf. référence (HPS)).....	24
Figure II-1 : Châssis d'une Audi A8 et squelette de l'homme en mouvement.....	27
Figure II-2 : Structure auto-déployable composée de ciseaux.....	27
Figure II-3 : Module élémentaire – Phases de déploiement : stocké, partiellement ouvert et configuration plane .....	28
Figure II-4 : Configuration gerbée et partiellement ouverte .....	29
Figure II-5 : Représentation de l'ouverture de la structure - gerbée ( $\alpha=0$ ) et partiellement ouverte.....	29



Figure II-6 : Longueur du câble $L_w$ en fonction de $\alpha$ .....	30
Figure II-7 : Un module partiellement ouvert.....	30
Figure II-8 : Assemblage de modules formant une grille.....	31
Figure II-9 : Configurations approchées du volume du tétraèdre.....	31
Figure II-10 : Représentation des 3 approximations du volume du tétraèdre.....	33
Figure II-11 : Erreur $e(N)$ en fonction du nombre de barres .....	35
Figure II-12 : Nombre de barres nécessaires en fonction de leur longueur et de la superficie minimale désirée .	35
Figure II-13 : Les deux configurations “1- cercle” (a) et “2-cercles” (b).....	36
Figure II-14 : Plan de coupe transversal de la structure « 1-cercle » en configuration gerbée .....	36
Figure II-15 : Vue de coupe d’une portion de la structure en configuration gerbée.....	37
Figure II-16 : Nouvelle configuration stockée pour 12-16-20 barres.....	38
Figure II-17 : Géométrie d’une portion de structure « 2-cercles ».....	38
Figure II-18 : Rayons pour les configurations « 1-cercle » et « 2-cercles » en fonction de $N$ . .....	39
Figure II-19 : Comparaison entre les rayons maximaux des barres pour les 2 configurations avec $R_{\text{circum}2} = 1 \text{ m}$ .....	40
Figure II-20 : Déploiement en deux étapes de la configuration « 2-cercles » .....	41
Figure II-21 : Schéma du tétraèdre pour déterminer l’équilibre statique.....	42
Figure II-22 : Plan de symétrie du tétraèdre.....	43
Figure II-23 : Tension dans les câbles et moment de flexion dans les joints pour une configuration donnée .....	45
Figure II-24 : Etapes de déploiement d’un assemblage de 4 modules sous Ansys® .....	48
Figure II-25 : Application de l’assemblage de 4 modules à des voiles ou des panneaux solaires.....	48
Figure II-26 : Forme parabolique d’une grille à joints souples sous <i>ToyGL</i> ®.....	49
Figure II-27 : Forme parabolique d’une grille à joints souples sous <i>ToyGL</i> ®.....	49
Figure II-28 : Déploiement en deux étapes d’une grille régulière à joints souples sous <i>ToyGL</i> ® .....	49
Figure II-29 : Prototype de voile à ouverture partielle .....	50
Figure II-30 : Liaison souple en câble avec manchons.....	50
Figure II-31 : Photos du démonstrateur d’une voile, en fagot et déployé .....	50
Figure II-32 : Photo du TALC et voile d’ombrage (Durand, 2016).....	51
Figure II-33 : Solution pour mise en tension de 5 voiles d’ombrage pour application TALC.....	51
Figure III-1 : Mouvements de rotation des planètes suivant deux axes .....	53
Figure III-2 : Cinématique du déploiement d’un module hexagonal (vue de dessus et en perspective).....	54
Figure III-3 : Rotation de la barre autour de l’axe $e_3$ .....	55
Figure III-4 : Translation et rotation autour de l’axe $e_3$ au cours du déploiement .....	55
Figure III-5 : Paramétrage de la géométrie.....	57
Figure III-6 : Oscillation de la structure sans amortissement autour de la position d’équilibre centrale .....	60
Figure III-7 : Position et vitesse angulaire en fonction du temps.....	60
Figure III-8 : Vitesse angulaire en fonction $\theta$ .....	61
Figure III-9 : Accélération angulaire en fonction du temps .....	61
Figure III-10 : Accélération (a) et vitesse angulaires (b) en fonction respectivement de $\theta$ et $\dot{\theta}$ .....	62
Figure III-11 : Représentation graphique de la rotation, de la vitesse et de l’accélération angulaires d’une barre pour différentes structures en fonction du temps.....	63
Figure III-12 : Représentation graphique de la position angulaire et de la vitesse angulaire pour différentes ouvertures en fonction du temps .....	64
Figure III-13 : Représentation de la solution dans le plan des phases pour différents angles d’ouverture initiaux .....	64
Figure III-14 : Position et vitesse angulaires en fonction du temps avec amortissement.....	65
Figure III-15 : Vitesse angulaire en fonction du temps et de la position, avec amortissement .....	65
Figure III-16 : Représentation de la répartition énergétique en fonction de $\theta$ pour deux pas d’intégration $\Delta t =$ $10^{-3} \text{ s}$ et $\Delta t = 10^{-4} \text{ s}$ .....	66
Figure III-17 : Différentes options de fixation de la structure en configuration gerbée .....	68
Figure III-18: Solutions de mise en précontrainte et effets sur les contraintes internes (relevées par la déformée) en configuration gerbée.....	69
Figure III-19 : Cinématique du déploiement vue sous Ansys® pour $n = 4$ .....	69
Figure III-20 : Représentation des rotations et des déplacements du nœud situé au milieu des barres pour deux systèmes d’attache du fagot .....	70
Figure III-21 : Rotations et déplacements suivant les différents axes du repère local pour $n = 4$ .....	71
Figure III-22 : Rotations et déplacements suivant les différents axes du repère local pour $n=6$ .....	72

Figure III-23 : Représentation des deux rayons $R_s$ , le premier géométrique et le second calculé à partir de $\theta$ numérique .....	73
Figure III-24 : Position angulaire et vitesse de rotation analytique et sous Ansys® pour une structure composée de 6 barres .....	73
Figure III-25 : Comparaison des simulations sous Ansys® entre une barre rigide et une barre en carbone .....	74
Figure III-26 : Résultats de la simulation E-F pour différents angles d'ouverture initiale.....	77
Figure III-27 : Résultats du modèle mathématique pour différents angles d'ouverture initiale .....	78
Figure III-28 : Position et vitesse angulaire en fonction du temps.....	78
Figure III-29 : Représentation de la solution dans l'espace des phases.....	79
Figure III-30 : Déplacement et rotation des nœuds.....	80
Figure III-31 : Amortissement modélisé sous Ansys® et approximation pour un système libre .....	80
Figure III-32 : Rotation de la barre opposée à la barre arrimée.....	81
Figure III-33 : Hexagone en position d'équilibre stable .....	82
Figure III-34 : Déplacements des nœuds centraux des barres pour un système à 6 barres arrimé. ....	82
Figure III-35 : Représentation du mouvement effectué par le centre des barres (rotation libre).....	83
Figure III-36 : Phénomène de non convexité de l'ossature en cours de déploiement.....	84
Figure IV-1 : Ossature de type Astromesh - 1 <sup>er</sup> mode de vibration.....	88
Figure IV-2 : Double pantographe (Datashvili-2, et al., 2014).....	89
Figure IV-3 : Apparition des modes propres du double pantographe en fonction de l'angle d'ouverture .....	89
Figure IV-4 : Représentation du cercle inscrit de rayon <b>R<sub>int</sub></b> .....	90
Figure IV-5 : Différentes configurations de fixation de l'ossature. ....	90
Figure IV-6 : Modèles vibratoires d'un anneau polygonal à 6 côtés .....	91
Figure IV-7 : Premier mode de l'ossature en configuration (d) pour différents angles d'ouverture 10°, 30°, 50°, 70°.....	92
Figure IV-8 : Evolution de la fréquence en fonction de l'angle de l'ouverture.....	94
Figure IV-9 : Premier mode de l'ossature à 6 barres en fonction des différents matériaux .....	95
Figure IV-10 : Représentation graphique du premier mode de la configuration (e) en fonction du premier mode de la configuration (d).....	96
Figure IV-11 : Représentation graphique du premier mode de la configuration (d) en fonction du premier mode de la configuration (c).....	96
Figure IV-12 : Représentation graphique du premier mode de la configuration (e) en fonction du premier mode de la configuration (c).....	96
Figure IV-13 : Représentation graphique du premier mode de la configuration (b) en fonction du premier mode de la configuration (a).....	97
Figure IV-14 : Représentation graphique du premier mode en fonction du rayon de l'ossature pour $\theta_0 = 90^\circ$ pour les configurations (c), (d) et (e).....	98
Figure IV-15 : Fréquence du premier mode pour des épaisseurs différentes et 3 configurations (c), (d) et (e) en fonction du nombre de barres en configuration plane.....	99
Figure IV-16 : Représentation du premier mode pour une épaisseur de 1 mm en fonction du premier mode pour une épaisseur de 2 mm pour des rayons d'ossature de 1,5 m et 2,5 m .....	99
Figure IV-17 : Fréquence du premier mode en fonction de la masse additionnelle par nœud.....	101
Figure IV-18 : Disposition des nœuds .....	101
Figure IV-19 : Fréquence propre en fonction de la fréquence propre d'origine pour $R_{int} = 1,5$ m.....	102
Figure IV-20 : Rotation de l'axe portant le moment induit par la liaison circulaire.....	103
Figure IV-21 : Représentation des torseurs cinématiques de la liaison pivot-palier.....	104
Figure IV-22 : Torseur cinématique de la lame par rapport aux manchons .....	104
Figure IV-23 : Représentation des torseurs cinématiques de la liaison (lame bi-articulée) (Configuration 0) ....	105
Figure IV-24 : Analyse fréquentielle en fonction de la longueur de la liaison et de l'épaisseur de la lame .....	106
Figure IV-25 : Différentes configurations de verrouillage de l'ossature. ....	107
Figure IV-26 : Antenne off-set et prime focus .....	109
Figure IV-27 : Tricot réflecteur et principe de mise en tension (Sanikidze, et al., 2014).....	109
Figure IV-28 : Assemblage de l'antenne Astromesh .....	110
Figure IV-29 : Membrane CFRS (Langer, et al., 2014) .....	110
Figure IV-30 : Un mode de pliage de la membrane (Datashvili-3, 2014) .....	111
Figure IV-31 : Représentation d'une surface réflectrice shapée et de l'écart de la surface réflectrice par rapport à la parabole de référence (régulière).....	111
Figure IV-32 : Anneau avec et sans réseau de câble radial .....	112

Figure IV-33 : Troisième mode avec et sans réseau de câble pour la configuration (d) .....	113
Figure IV-34 : Réseau tridimensionnel.....	113
Figure IV-35 : Réseau tridimensionnel composé d'une seule couronne .....	114
Figure IV-36 : Mode de torsion du dôme-câble .....	114
Figure IV-37 : Représentation d'un réseau basique.....	114
Figure IV-38 : Mode de flexion .....	115
Figure IV-39 : Premier mode en fonction de la hauteur des barres.....	115
Figure IV-40 : Structure du dôme-câble du Georgia dôme (Atlanta USA) .....	116
Figure IV-41 : Anneau octogonal et réseau de type Geiger.....	116
Figure IV-42 : Réseau de câble à double courbure inversée (a) et dôme-câble (b) .....	117
Figure IV-43 : Différents types de dômes-câbles .....	117
Figure IV-44 : Dôme-câble de type Geiger.....	117
Figure IV-45 : Réseau radial de type Geiger .....	118
Figure IV-46 : Réseau radial Geiger contreventé.....	119
Figure IV-47 : Réseau diamatique de type Fuller.....	119
Figure IV-48 : Réseau diamatique de type Fuller contreventé.....	120
Figure IV-49 : Réseau pyramidal composé de 7 et 19 barres .....	121
Figure IV-50 : Représentation de différents dômes-câble pour 19 barres ( $P = 3$ pour Fuller et Geiger et $P = 2$ pour le réseau pyramidal) .....	122
Figure IV-51 : Paramètres pour l'analyse modale du réseau .....	122
Figure IV-52 : Représentation des différentes analyses modales en fonction du coefficient $q$ .....	123
Figure IV-53 : Réseau isostatique composé de 7 et 19 barres.....	123
Figure IV-54 : Rigidification du réseau arrière.....	124
Figure IV-55 : Tension générée dans un réseau radial $F_r$ et hexagonal $F_h$ .....	125
Figure IV-56 : Représentation graphique de la tension du câble en fonction de la longueur de la barre .....	125
Figure IV-57 : Représentation graphique de la tension du câble en fonction de l'épaisseur de la lame .....	126
Figure IV-58 : Représentation graphique de la tension du câble en fonction de la largeur de la lame.....	126
Figure IV-59 : Représentation graphique de la tension du câble en fonction de la longueur de la lame .....	127
Figure IV-60 : Représentation graphique de la tension du câble en fonction de la longueur de la lame pour des épaisseurs $e$ de 1 mm et 1,5 mm.....	127
Figure IV-61 : Anneau sans tendeur avec des câbles trop courts (gauche) et avec tendeur (droite) .....	128
Figure IV-62 : Découplage du système d'accroche du réseau sur l'anneau .....	128
Figure IV-63 : Configuration permettant le calcul de raideur de la liaison.....	130
Figure IV-64 : Rigidité de l'anneau en fonction du diamètre des éléments de jonction .....	130
Figure IV-65 : Structure partiellement ouverte composée de câbles faisant office de joints souples .....	131
Figure IV-66 : Cinématique du déploiement du prototype .....	131
Figure IV-67 : Dispositif de verrouillage par compas et système électromagnétique .....	132
Figure IV-68 : Montage de l'anneau verrouillé.....	132
Figure IV-69 : Liaison rigide .....	133
Figure IV-70 : Mise en place de l'anneau .....	133
Figure IV-71 : Schéma du dispositif expérimental .....	133
Figure IV-72 : Dispositif expérimental d'excitation et de mesure.....	134
Figure IV-73 : Digrammes de Nyquist, des fréquences et de Bode pour le cas encastré et libre pour excitation hors plan suivant $z$ pour 2 ressorts en série par suspente .....	135
Figure IV-74 : Diagrammes de Nyquist, des fréquences et de Bode pour le cas encastré et libre pour une excitation hors plan suivant $z$ pour 3 ressorts en série par suspente .....	136
Figure IV-75 : Dispositif d'excitation dans le plan .....	137
Figure IV-76 : Digrammes de Nyquist, des fréquences et de Bode pour le cas encastré d'excitations dans le plan pour 2 et 3 ressorts en série .....	138
Figure IV-77 : Modèle numérique avec suspentes.....	139
Figure IV-78 : Représentation des 4 premiers modes de l'anneau sous Ansys® .....	139
Figure IV-79 : Mode de flexion et de torsion pour un dispositif expérimental de trois ressorts .....	141
Figure IV-80 : Mode de cisaillement pour un dispositif expérimental de 3 ressorts.....	142
Figure IV-81 : Vue de l'assemblage nœud-barres.....	143
Figure IV-82 : Dispositifs possibles d'attache de la membrane .....	143
Figure IV-83 : Géométrie du réseau pour $P = 2, 3$ et $5$ .....	144
Figure IV-84 : Les trois premiers modes pour une antenne complète encastrée au milieu d'une barre ( $P=5$ ) ....	146

---

Figure IV-85 : Trois premiers modes pour une antenne complète encastrée au milieu d'une barre ( $P=4$ ) .....	146
Figure IV-86 : Liaison flexible autobloquante en position ouverte et alignée (Oxford) .....	151
Figure IV-87 : Différentes configurations de positionnement de la membrane dans l'anneau .....	151
Figure IV-88 : Thermo-déformation de la surface CFRS (Datashvili-3, 2014) .....	152
Figure IV-89 : Différentes configurations de pliage d'origami (Langer, et al., 2014) .....	152
Figure IV-90 : Un mode de pliage de la membrane .....	152
Figure IV-91 : Modélisation sous Ansys® d'une structure partiellement ouverte avec $P = 2$ .....	153
Figure IV-92 : Prototype de voile à ouverture partielle et modèle éléments finis sous Ansys® .....	153
Figure X-1 : Evolution du volume d'un tétraèdre libre en fonction du temps .....	i
Figure X-2 : Repère global et repère local lié à la barre .....	iv
Figure X-3 : Définition de l'angle $\omega$ .....	v
Figure X-4 : Définition des angles entre les différents repères .....	vii
Figure X-5 : Schéma donnant la relation entre $\lambda$ et $y$ .....	viii
Figure X-6 : Système modélisé .....	xiii
Figure X-7 : Angle d'ouverture et vitesse angulaire en fonction du temps .....	xvi
Figure X-8 : Espace des phases et accélération angulaire d'ouverture en fonction du temps .....	xvi
Figure X-9 : Angle numérique et analytique .....	xvii
Figure X-10 : Evolution de $\vartheta$ en fonction du temps pour un système harmonique et amorti .....	xix



---

## Tables

Table I-1 : Bandes de fréquences pour différentes missions .....	9
Table I-2 : Tableau comparatif des différentes ossatures spatiales .....	25
Table II-1 : Eléments de modélisation .....	46
Table II-2 : Tableau comparatif entre le modèle analytique et le modèle numérique (FEM) .....	47
Table III-1 : Géométries et propriétés mécaniques des éléments.....	60
Table III-2 : Propriétés mécaniques de la modélisation de l'ossature à 4 barres .....	65
Table III-3 : Coefficients de corrélation linéaire entre modèles analytique et numérique.....	73
Table III-4 : Considérations mécaniques et géométriques.....	74
Table III-5 : Eléments de modélisation .....	75
Table III-6 : Représentation de l'écart entre le nœud situé au milieu d'une barre et le nœud situé à l'extrémité d'une barre.....	75
Table III-7 : Représentation de la corrélation entre le nœud situé au milieu d'une barre et le nœud situé à l'extrémité d'une barre.....	76
Table III-8 : Représentation de l'écart entre le modèle numérique et le modèle analytique à l'aide de la méthode de corrélation linéaire pour une structure composée de 6 et 8 barres. ....	77
Table III-9 : Coefficients de corrélations pour différentes longueurs de liaisons .....	79
Table III-10 : Caractéristiques géométriques et mécaniques de la simulation .....	79
Table IV-1 : Exemple de simulations effectuées pour une géométrie de barres donnée.....	93
Table IV-2 : Caractéristiques géométriques des éléments .....	94
Table IV-3 : Coefficient de corrélation linéaire entre deux configurations .....	95
Table IV-4 : Rigidité d'un anneau en fonction de l'épaisseur du tube et du diamètre pour $R_{int} = 1,5 m$ .....	100
Table IV-5 : Tableau récapitulatif des modes en fonction du positionnement d'une liaison rotule dans l'ossature. ....	102
Table IV-6 : Simulations modales pour une lame bi-articulée.....	105
Table IV-7 : Simulations effectuées pour une largeur de lame 3,5 cm, d'épaisseur 2 mm, avec $AL = 30 cm$ .....	107
Table IV-8 : Fréquences des modes propres avec et sans réseau radial.....	112
Table IV-9 : Représentation de l'augmentation de la fréquence du second mode en fonction du rayon de l'ossature.....	112
Table IV-10 : Modes propres pour différentes configurations et différents types réseaux .....	120
Table IV-11 : Modes propres pour différentes configurations et différents réseaux.....	121
Table IV-12 : Nombre de point d'accroche pour un même rayon .....	122
Table IV-13 : Résultats de l'analyse modale de dômes-câbles pyramidaux composés de 7 barres .....	123
Table IV-14 : Relevé des fréquences expérimentales aux nœuds 3, 4, 5 et 6 pour une excitation au nœud 4 de l'ossature encastree .....	141
Table IV-15 : Premières fréquences en fonction de la raideur des ressorts.....	142
Table IV-16 : Résultats des simulations pour différentes configurations de réseaux .....	145
Table X-1 : Tableau comparatif des variables nécessaires à la modélisation.....	xi
Table X-2 : Géométries et propriétés mécaniques des éléments.....	xv
Table X-3 : Caractéristiques mécaniques du système modélisé .....	xix



# Notations





## Notations

---

$\mathbb{R}$  désigne le corps des réels.

$\mathbb{N}$  désigne l'ensemble des entiers naturels.

$\mathbb{C}$  désigne l'ensemble des nombres complexes.

$\mathbb{R}^n$  désigne un espace vectoriel de dimension  $n$ .

$\mathcal{E}$  désigne un espace Euclidien.

$\mathcal{O}(3, \mathbb{R})$  désigne le groupe orthogonal dans  $\mathbb{R}^3$ .

+ ↻ une flèche avec le signe « + » devant désigne une rotation dans le sens direct.

- ↻ une flèche avec le signe « - » devant désigne une rotation dans le sens indirect.

$(\vec{a}, \vec{b})$  désigne l'angle orienté formé par les vecteurs  $\vec{a}$  et  $\vec{b}$ .

$| \cdot |$  définit la valeur absolue d'un réel ou le module d'un complexe.

$\| \cdot \|$  définit la norme  $L^2$  d'un vecteur.

$(\mathbb{R}, \| \cdot \|)$  définit un espace métrique sur  $\mathbb{R}$ .

$\langle \vec{a}, \vec{b} \rangle$  définit le produit scalaire de  $\vec{a}$  et de  $\vec{b}$  dans  $\mathbb{R}^3$ .

$\odot$  dans une base est l'orientation du troisième vecteur de la base dirigé vers le lecteur.

$E$  désignera le module élastique d'un matériau (module de Young).

$I$  désigne un moment d'inertie quadratique lié à la géométrie d'une section.

$A \times B$  définit le produit cartésien de  $A$  et  $B$ . C'est l'ensemble des couples  $(a, b)$  avec  $a \in A$  et  $b \in B$  tel que  $A \times B = \{(a, b), a \in A \text{ et } b \in B\}$ .

$\forall$  signifie « pour tout ».

$\exists$  signifie « il existe ».

$\frac{\partial f}{\partial x_i}$  désigne la dérivée partielle de  $f$  par rapport à la variable notée  $x_i$ .

$\lceil x \rceil$  désigne la partie entière de  $x$  par excès.

Les fonctions de  $\mathbb{R}$  dans  $[-1, 1]$ , qui à  $x$  associe  $\sin x$ ,  $\cos x$  et  $\tan x$ , désignent les fonctions trigonométriques usuelles.

L'application de  $[-1, 1]$  dans  $[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}]$  qui à  $x$  associe  $\sin x$ , (respectivement de  $[0; \pi]$  qui à  $x$  associe  $\cos x$ ) désigne l'application réciproque de la fonction sinus (respectivement cosinus).

# Préambule



## Préambule

---

Avec les débuts de la conquête spatiale, l'Homme n'a jamais cessé de surprendre de par ses innovations. Depuis la mise en orbite de Spoutnik 1 le 4 octobre 1957 (fin de mission le 26 octobre 1957, désorbitation le 4 janvier 1958), les idées en matière de développement de nouvelles technologies n'ont jamais manqué afin de conquérir l'espace.

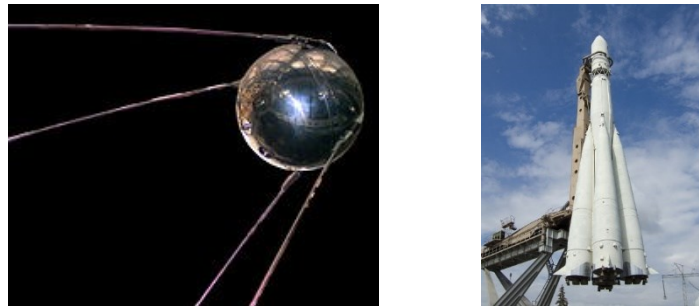


Figure I-1 : Spoutnik 1 (83,6 kg) et son lanceur (R-7 Semiorka) (Nat)

Lancé par le R-7 Semiorka (dérivé d'un missile balistique intercontinental) depuis le cosmodrome de Baïkonour, le lancement de Spoutnik 1 marque le début de l'ère spatiale. Seulement 4 semaines après ce lancement, le 3 novembre 1957, c'est au tour de Spoutnik 2 et de la chienne Laïka (âgée de 3 ans, pesant 6 kg) d'être mis en orbite. En 4 semaines, l'équipe Russe dirigée par Sergueï Korolev, poussé par Nikita Khrouchtchev, a été capable de concevoir un autre lanceur et de modifier l'environnement de la capsule afin d'accueillir Laïka. Cependant, Laïka décéda au bout de 5 h pendant le vol orbital<sup>1</sup>. La question des radiations n'avait pas été traitée, la capsule n'était pas équipée de protections prévues à cet effet. Spoutnik 2 se désagrégea dans l'atmosphère terrestre le 4 avril 1958.

Le 12 avril 1961, Youri Gagarine effectue un vol spatial de 108 minutes à une altitude moyenne de 250 km. Le lanceur Vostok 1 (version améliorée du R-7 Semiorka) subit plusieurs g, jusqu'à atteindre 10 g en phase descendante. Pendant son vol en orbite, le cosmonaute arrive à la conclusion que l'apesanteur ne gêne en rien le travail humain. Il revint sur Terre, non sans peine, étant donné que la séparation de deux étages du lanceur ne s'était pas effectuée correctement. Lors de la rentrée atmosphérique, l'engin tournait sur lui-même à une vitesse de 30°/s, déviant les boucliers thermiques de leurs domaines d'action et exposant ainsi les parties de la capsule les plus vulnérables à des gradients thermiques élevés<sup>2</sup>. Malgré cet incident, Youri Gagarine fut éjecté du lanceur comme prévu et atterrit sans dommage à l'aide de parachutes.

Suite à la grande avancée des Russes dans les domaines spatiaux, John Fitzgerald Kennedy<sup>3</sup> annonça publiquement le 12 septembre 1962 son projet d'aller sur la lune, ce qui donna une nouvelle direction à la politique spatiale américaine. Il chargea Wernher von Braun<sup>4</sup>, pionnier des moteurs à ergols liquides, directeur de la NASA (ancien ingénieur Allemand et fondateur du missile V2<sup>5</sup>) de concevoir les toutes premières fusées Saturn V, mesurant 110,6 m de haut, avec un diamètre de 10,1 m pour une masse de 3 038 tonnes au décollage, comportant 5 moteurs F1<sup>6</sup>. La fusée Saturn V reste la plus grande fusée jamais construite dans l'histoire de la fuséologie. Cette fusée permettait de lancer jusqu'à 45 tonnes de charge utile sur la lune ; il s'en suivit alors le programme de vol habité lunaire Apollo (les astronautes sont alors équipés pour cette expédition de combinaisons spatiales adaptées, car une exposition, même

---

<sup>1</sup> Laïka était déjà condamnée, à partir du moment où elle fut entrée dans la capsule, sa nourriture étant initialement empoisonnée <https://www.espace-sciences.org/planetarium/article/l-extraordinaire-histoire-de-laika>

<sup>2</sup> Grandeur indiquant la variation d'une fonction par rapport à la variation de ses différents paramètres

<sup>3</sup> John Fitzgerald Kennedy (1917-1963), 35<sup>ème</sup> président (1961-1963) des Etats Unis d'Amérique.

<sup>4</sup> Wernher von Braun (1912-1977) est un pionnier de l'astronautique.

<sup>5</sup> Missile à ergol liquide, mis au point en Allemagne nazi.

<sup>6</sup> Moteur développé par Rocketdyne, d'une poussée unitaire de 690 tonnes au décollage, grâce à la combustion d'oxygène liquide et de kérosène.

de très courte durée aux radiations de la ceinture de Van Allen est fatale sans protection ; à ce jour, seul l'équipage d'Apollo a été équipé de protections). Le 21 juillet 1969, la mission lunaire fut un succès, et Neil Armstrong<sup>7</sup> et Buzz Aldrin<sup>8</sup> firent les premiers pas sur la lune. Les Américains ont montré qu'ils étaient une grande puissance spatiale.

Les années 70 marquèrent le début des nouvelles applications spatiales telles que la télécommunication, la télédétection, la télévision et la météorologie, puis avec les années 80 commencent la commercialisation et la privatisation des activités spatiales.

Sous la direction du président Charles de Gaulles, le CNES<sup>9</sup> fut créé en 1961 afin de coordonner et développer les activités spatiales de la France, avec pour but de concurrencer l'URSS et les Etats Unis. Ce fut le cas en 1961 avec le succès du lanceur Diamant. Ainsi, de 1961 à 1981, le CNES est le leader majeur du spatial en Europe. Le 24 décembre 1979, le lancement d'Ariane I (depuis la base de Kourou<sup>10</sup>) fut un succès. L'ESA<sup>11</sup> vit le jour en 1975 avec la contribution de la France notamment avec l'apport de la fusée Ariane IV. De 1980 (début des vols habités en collaboration avec l'URSS pour Jean Loup Chrétien<sup>12</sup> (1982) et Patrick Baudry<sup>13</sup> (1985) avec les Etat Unis) à nos jours, le CNES n'a cessé de développer de nouvelles technologies avec la collaboration de l'ESA et d'autres groupes. Il intervient notamment dans les domaines du développement durable, militaire (Hélios) et de la communication. On peut citer le programme SPOT (Satellite Pour Observation de la Terre) conçu par le CNES et pour lequel 5 satellites se sont succédé de 1986 à 2015 pour cartographier, numériser la Terre et suivre l'évolution de l'environnement.

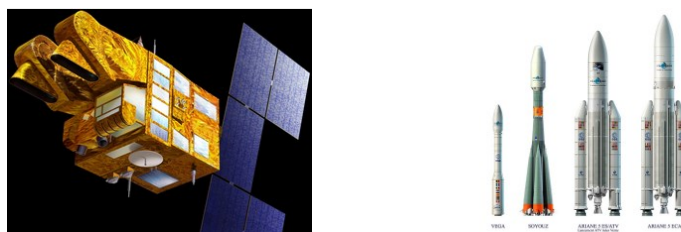


Figure I-2 : Satellite SPOT et lanceurs Véga, Soyouz, Ariane 5ES/ATV et Ariane 5 ECA

Au fur et à mesure des lancements, les objets en orbite s'accumulent autour de la Terre. La loi LOS (n° 2008-518) ou Loi relative aux Opérations Spatiales, s'applique à tout objet immatriculé en France ou lancé depuis le territoire français. L'Etat endosse la responsabilité en cas de dommage et demande des garanties en échange sur les risques d'accidents en cas de retour au sol de débris et sur les risques de collision en vol. Pour cela, le CNES (dont le rôle est de légiférer le spatial Français) et les autres agences fournissent les outils nécessaires afin d'effectuer des simulations contraignant les missions et la mécanique des objets lancés (lanceur et charge utile). Les satellites en fin de vie ne doivent pas gêner ceux qui sont en mission. Pour cela, ils doivent soit aller sur une orbite « parking » ou cimetière, soit venir se désagréger dans l'atmosphère terrestre, ce qui est le cas des satellites en orbite basse.

<sup>7</sup> Neil Alden Armstrong (1930-2012) Astronaute américain, Premier homme à avoir posé le pied sur la Lune.

<sup>8</sup> Edwin Eugene Aldrin (1930-2012), Astronaute américain, Pilote du module lunaire d'Apollo11.

<sup>9</sup> Centre National d'Etudes Spatiales, budget de 2,438 milliards d'Euros en 2018 (augmenté de 5% par rapport à 2017).

<sup>10</sup> Ville française située dans un Département d'Outre-Mer (DOM) où se situe un site de lancement des programmes Ariane et Véga.

<sup>11</sup> European Space Agency, 3<sup>ème</sup> puissance spatiale mondiale, 5, 75 milliards d'euros en 2017.

<sup>12</sup> Né en 1938, Ancien général, premier spationaute Français à avoir effectué une sortie extravéhiculaire.

<sup>13</sup> Né en 1946, deuxième spationaute Français.

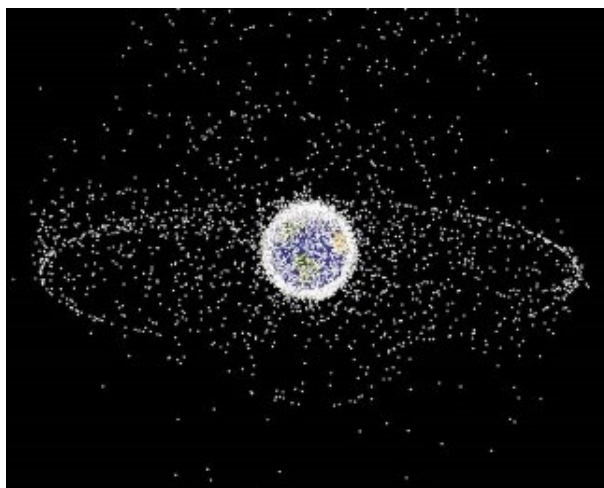


Figure I-3 : Vue d'artiste de l'orbite terrestre (Bonnal, 2016)

Avec l'émergence des nouvelles technologies, les satellites sont de plus en plus performants. La miniaturisation des composants électroniques permet de réduire le coup au lancement (30 k€ le kg), et permet aux Universités le développement et la mise en orbite de leurs propres satellites ; c'est l'objet du programme Cubsat<sup>14</sup>. Ces « nano satellites » sont la plupart du temps lancés en « grappe », simultanément avec les satellites de plus grande ampleur.

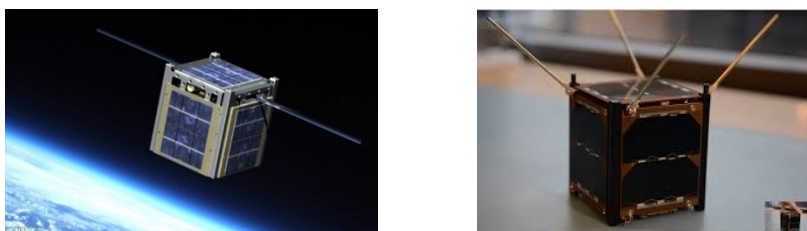


Figure I-4 : Vue d'artiste d'un Cubsat et prototype

<sup>14</sup> Résultat de la collaboration de l'Université Polytechnique de Californie et l'Université de Stanford.



## Missions et environnement spatial

La ligne de Karman se situe à 100 km d'altitude. Elle délimite la frontière de l'aéronautique et de l'astronautique. Pendant l'ascension du lanceur jusqu'à atteindre cette limite, le lanceur est fortement soumis aux forces aérodynamiques.

Placer un satellite en orbite, c'est lui donner une altitude et une vitesse suffisante dans le but de l'amener à son point d'insertion en orbite. En effet, pour placer un objet en orbite, il faut aller aussi vite que la vitesse de satellisation (loi de Kepler), c'est-à-dire une vitesse telle que la force centrifuge compense l'attraction Terrestre. Afin de visualiser cette mise en orbite, on peut se référer à l'expérience du canon de Newton, qui consiste à placer au sommet d'une montagne de très haute altitude un canon tirant des boulets. Si la vitesse initiale impulsée au boulet est insuffisante, celui-ci suit une trajectoire parabolique ( $e = 1$ ) et tombe sur Terre. Il existe plusieurs seuils de vitesse ; le premier est le seuil de la vitesse de satellisation qui permet de mettre l'objet lancé en orbite circulaire. Le second seuil de vitesse est celui de la libération<sup>15</sup>, permet à l'objet satellisé de suivre une trajectoire parabolique. Cependant, afin d'atteindre ces orbites, des quantités colossales d'énergie sont consommées<sup>16</sup>. A l'heure actuelle, deux types d'orbites sont utilisées couramment : les orbites circulaires (excentricité  $e = 0$ ) et les orbites elliptiques (excentricité  $0 < e < 1$ ). Outre la forme géométrique de ces orbites sur lesquelles se déplacent différents objets spatiaux tels que les satellites de télécommunication, les satellites météorologiques ou bien la station spatiale internationale (ISS), les orbites hyperboliques<sup>17</sup> ( $e > 1$ ) sont utilisées pour les voyages interplanétaires.

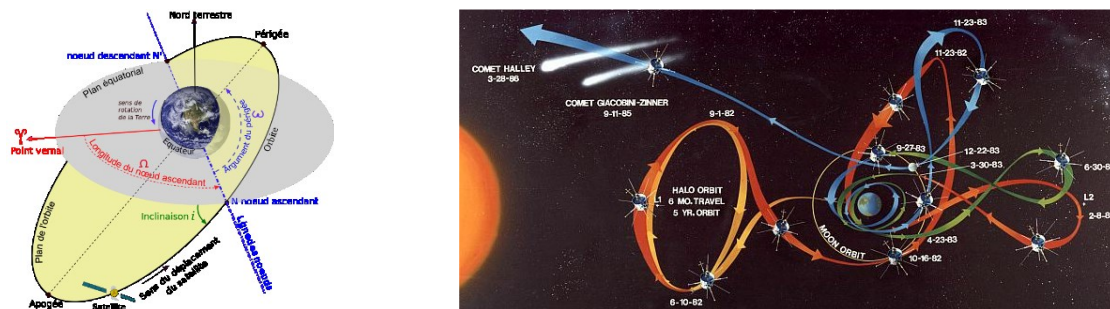


Figure I-5 : Paramètres orbitaux et trajectoires pour des vols interplanétaires

On répertorie en 3 principales catégories les orbites terrestres : l'orbite LEO<sup>18</sup> se situant de 400 à 2000 km d'altitude, l'orbite MEO<sup>19</sup> allant de 2000 à 36500 km et l'orbite GEO<sup>20</sup> se situant à 36 500 km. A chaque mission son orbite ; la faible distance avec le sol pour les orbites LEO permet un faible délai de transmission (0,05 s) et une bonne résolution au niveau de l'imagerie. Les applications des constellations de satellites basés sur les orbites LEO sont axées la plupart du temps vers la météorologie, l'océanographie et l'étude du champ gravitationnel terrestre. Les constellations de satellites situées en orbite MEO ont des applications plus orientées vers la navigation satellitaire (GLONASS, NAVSTAR) [Figure I-6] et les systèmes de communication, cependant la présence de la ceinture de proton (Van Allen) demande des équipements spéciaux. Les orbites Géostationnaires ont l'avantage de balayer constamment le même point du globe terrestre. Elles sont situées à 35 784 km et leurs applications sont plus orientées vers la météorologie locale et les communications.

<sup>15</sup> Vitesse minimale que doit atteindre un objet afin d'échapper à l'attraction gravitationnelle d'un astre.

<sup>16</sup> Pour Ariane V pesant 730 tonnes au lancement (propulsion à poudre et liquide), il ne reste plus que 22 tonnes en orbite basse.

<sup>17</sup> Les objets lancés utilisent la plupart du temps l'effet de fronde qui consiste à prendre l'énergie orbitale d'un corps et à la transmettre à un autre. Très utilisé pour des missions d'exploration (Voyager, Galileo,...).

<sup>18</sup> Low Earth Orbit.

<sup>19</sup> Medium Earth Orbit.

<sup>20</sup> Geostationary Earth Orbit.

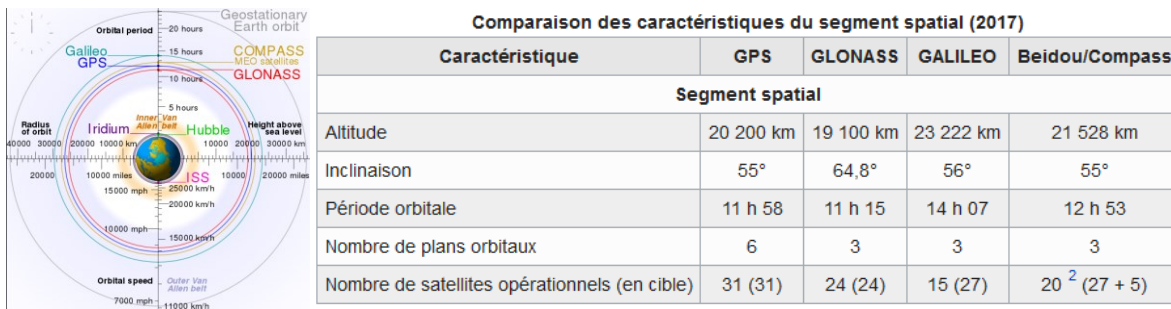


Figure I-6 : Caractéristiques des systèmes de navigation satellitaires (Cmglee-Wikipédia)

Comme expliqué par Bovet (Bovet, 2017), quel que soit l'objet mis en orbite, les différentes accélérations perturbatrices sur un satellite à une altitude comprise entre 150 et 1000 km sont la pression de radiation solaire, l'attraction du soleil, l'attraction de la Lune, les irrégularités du potentiel terrestre, la traînée atmosphérique (pour des satellites à basse altitude), l'aplatissement de la Terre aux pôles et le potentiel newtonien. Pour les autres orbites, les perturbations dues à la variation du potentiel terrestre, au rayonnement solaire, à la ceinture de proton (MEO), ou bien à l'influence gravitationnelle d'autres astres tels que le Soleil, Saturne, la Lune sont mises en avant.

La perception visuelle de la Terre par l'homme est une sphère, aplatie aux pôles. Le rayon terrestre est de 6 356,78 km aux pôles et de 6 378,14 km à l'équateur. La terre est représentée par un ellipsoïde centré sur le centre des masses de la Terre. Cependant, le potentiel terrestre présente de fortes irrégularités. D'un point de vue gravitationnel, la Terre est un géoïde [Figure I-7]. Le champ de pesanteur n'est pas uniforme, ce phénomène étant dû à la répartition non homogène des différents éléments qui composent la Terre (mers, océans, montagnes,...).

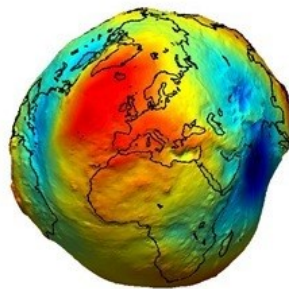


Figure I-7 : Géoïde Terrestre (Dusseau, 2017)

Les radiations solaires émises en permanence viennent heurter les astres et les objets qui se trouvent en orbite. Ce phénomène est responsable de forces venant perturber les mouvements orbitaux. En fonction des différentes orbites que peuvent suivre les satellites, la température peut soudainement passer de -180°C à +165°C. Ce gradient thermique est dû au passage du satellite dans les différentes zones présentées en Figure I-8. Afin de les protéger du rayonnement, les objets placés en orbite sont équipés de matériaux isolants<sup>21</sup> souples (pouvant se dilater et se contracter à volonté) et brillants, permettant de réfléchir la lumière et réduisant ainsi les échanges de chaleur par rayonnement.

<sup>21</sup> Tissus isolants multicouches (MLI) combinant des approches conductives et radiatives



Figure I-8 : Représentation du gradient thermique spatial, protection MLI et télescope Hubble

Dans l'espace, les échanges de chaleur ne se font pas de la même façon que sur Terre. L'atmosphère terrestre, en effet, permet des échanges convectifs, ce qui régule naturellement la température. L'absence d'atmosphère dans l'espace ne permet que des transferts thermiques de type radiatifs entre les objets et leurs environnements. C'est la loi de Stefan qui est appliquée pour ces transferts de chaleur.

L'ensemble de ces perturbations amène les satellites à effectuer des manœuvres dans le but de les remettre sur leurs trajectoires orbitales. Lors de ces manœuvres effectuées par le SCAO<sup>22</sup> les moteurs du satellite s'allument ou les roues à réaction<sup>23</sup> s'activent, générant des vibrations. Les antennes étant reliées au satellite, ces vibrations se propagent. Si les vibrations sont trop importantes par rapport à ce que peut supporter la structure du satellite, celles-ci peuvent causer la destruction du système.

Cette brève introduction a permis de donner au lecteur quelques éléments nécessaires à la compréhension de l'environnement spatial et aux problématiques liées au sujet d'étude développé dans la suite.

<sup>22</sup> Le Système de Contrôle d'Attitude et d'Orbite assure le pilotage afin d'ajuster la position de l'engin aux exigences de la mission.

<sup>23</sup> Les roues à réactions sont un type de volant d'inertie permettant de modifier le moment angulaire du satellite afin de maintenir une position prédéfinie.

## Introduction aux travaux de recherche

Dans le but de réduire les coûts et d'accroître les potentialités de mise en orbite, les nouvelles structures spatiales se doivent d'être légères et compactes en configuration gerbée dans la coiffe du lanceur [Figure I-9]. Dans ce mémoire, nous proposons des solutions innovantes d'ossatures auto-déployable applicables à des antennes spatiales ou des voiles de désorbitation. Nous y décrivons la géométrie et la mécanique rattachée à ces solutions. Une étude détaillée permettant de dimensionner et de qualifier les principaux critères pouvant répondre au cahier des charges de ces structures y est présentée.

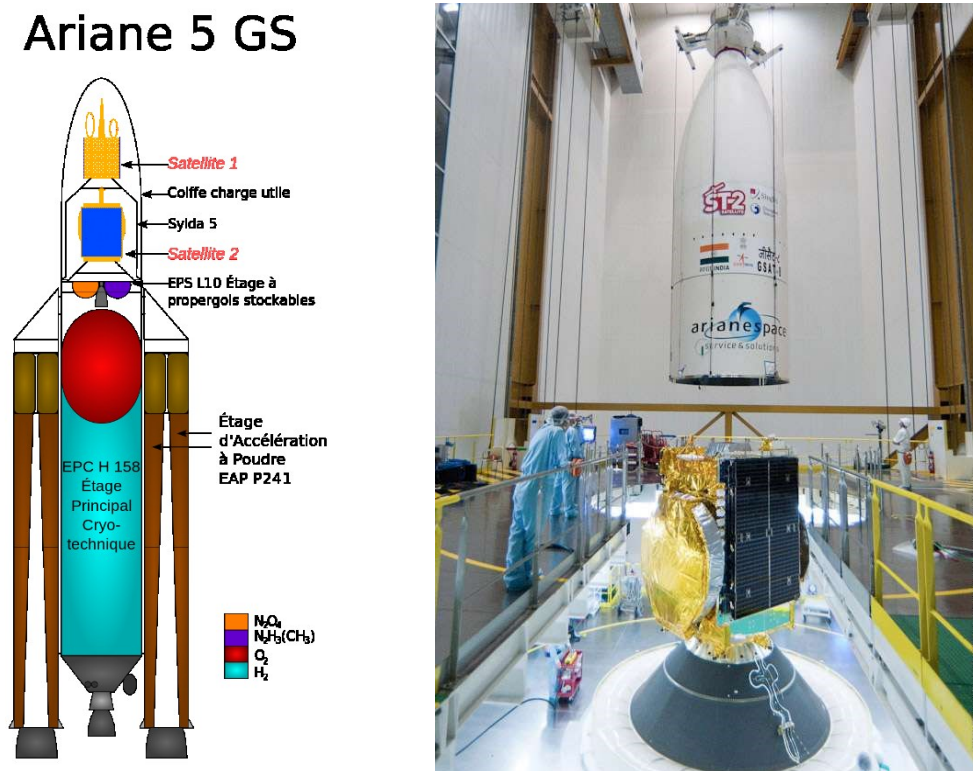


Figure I-9 : Sous-ensembles de la fusée Ariane V (Mot) et coiffe (Fut) englobant deux satellites avec plus de 8 tonnes de charge utile

La structure développée pour des antennes satellites doit être capable de se déployer par une motorisation externe ou par elle-même, et pour cela les forces motrices permettant le déploiement doivent être supérieures aux forces résistives. Une étude de la cinématique du déploiement permet d'évaluer les points à maîtriser lors de l'ouverture. Dans le dessein d'éviter une collision potentielle entre la structure déployée, la connaissance du volume dynamique maximum dans lequel évoluera la structure pendant le déploiement est primordiale. Il est nécessaire que l'ossature en position déployée ait une position stable, évitant ainsi les différents vecteurs pouvant perturber la mission du satellite. Pour cela, il est nécessaire d'effectuer des simulations numériques et des essais au sol, évaluant les environnements vibratoires et thermiques de ces systèmes.

Nous nous sommes attelés dans cette étude à l'approfondissement de plusieurs aspects permettant de montrer que la structure développée permet de répondre aux critères de conception des antennes spatiales qui sont :

- la masse du réflecteur,
- la géométrie,
- l'optimisation en configuration gerbée,
- les différentes formes de la surface réfléchissante (régulières ou « *shapées*<sup>24</sup> ») [Figure I-10],
- la tension pouvant être générée dans une membrane,
- le contrôle du déploiement de l'ossature,
- l'environnement vibratoire.

Nous présenterons aussi d'autres applications potentielles pour ce type d'ossature.

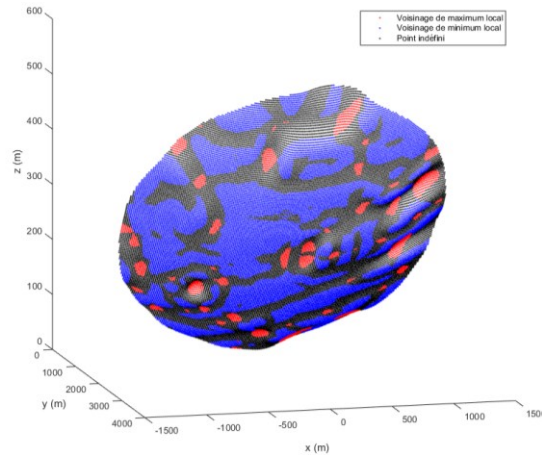


Figure I-10 : Membrane de réflecteur shapé composée de creux et de bosses

### Ce mémoire est composé de quatre parties :

La première partie récapitule les différents dispositifs existants. Cet état de l'art s'attachera au recensement des solutions développées pour différents critères de conception afin d'étudier leur capacité à répondre aux exigences d'un cahier des charges.

Dans la seconde partie, nous présenterons le nouveau concept développé, avec une analyse géométrique et statique des différentes ossatures.

La troisième partie permettra d'exposer le modèle mathématique et numérique de la cinématique et de la dynamique du déploiement pour deux types de configurations de gerbage.

Enfin, la dernière partie mettra en avant les résultats sur l'évaluation de la rigidité de l'ossature, d'un réflecteur et des différents types de maillages pouvant être utilisés afin de tendre une membrane réfléchissante, dernier critère pour qualification d'une solution opérationnelle.

<sup>24</sup> Une surface *shapée* est une surface non régulière (présentant des singularités) par rapport à la parabole théorique de référence. Les singularités sont voulues (bosses, creux) pour mieux adapter le signal à sa zone de réception voir (I.3.).

Partie I :

Etat de l'art



## I. Etat de l'art

Le travail proposé s'inscrit dans une démarche de prospective technologique, ayant pour but d'explorer de nouveaux concepts de structure déployable permettant de développer des réflecteurs d'antenne satellite de grande taille. En effet, les besoins actuels en satellites de télécommunication sont croissants, certains pouvant parfois embarquer plusieurs antennes. Fortement contraint par le volume disponible sous la coiffe du lanceur, le cahier des charges de ces structures impose un fort ratio d'encombrement entre les configurations gerbée et déployée.

En 2009 un travail de thèse a été initié et appuyé par une étude métier CNES (Mortierolle-2, 2011). Une maquette d'un anneau circulaire déployable a été réalisée. A l'issue de ces différents travaux, l'architecture proposée, associée à des mécanismes de liaison relativement simple, s'est révélée séduisante par sa simplicité, ouvrant de nouvelles pistes de recherche.

Nous répertorions dans cette partie la majorité des mécanismes déployables ayant connu des applications spatiales. Nous proposons une catégorisation des antennes satellites et une comparaison des différents types de système de déploiement.

### I.1. Les antennes : état des lieux

A l'heure actuelle, la conquête terrestre passe par celle de l'espace. La conjoncture politique fait que l'espace est de plus en plus prisé par les grands groupes industriels, notamment avec l'émergence de Space X. Avec le développement des nouvelles technologies, les satellites de télécommunications sont plus sollicités que jamais.

Les antennes satellites fonctionnent comme un relais : elles reçoivent et/ou transmettent les informations sur différentes bandes de fréquences en fonction de leur mission [Table I-1]. Elles diffusent un signal (la plupart du temps provenant de la Terre) vers des zones plus élargies du globe terrestre. La retransmission de signaux comportant un nombre important de données se fera sur des bandes de larges plages de fréquences. Ces satellites sont en majorité positionnés sur une orbite géostationnaire (GEO en anglais) située à une altitude de 35 784 km. La couverture des satellites de télécommunication sur cette orbite atteint 40% de la planète.

Bande	Fréquence	Application
L	400 MHz à 1,5 GHz	Systemes de positionnement par satellite, radioastronomie Téléphonie mobile et transmission de donnée
S	1,5 GHz à 3,9 GHz	Radars météorologies Téléphonie mobile et transmission de donnée
C	3,9 GHz à 6,2 GHz	Services fixes de téléphonie et services de radiodiffusion, réseaux d'entreprises
X	6,2 GHz à 10,9 GHz	Communications gouvernementales et militaires protégées et cryptées
Ku	10,9 GHz à 14,75 GHz	Transmission de données haut débit, télévision, vidéoconférence et réseau d'entreprise
K	14,75 GHz à 20 GHz	Radar, télécommunications et observations astronomiques
Ka	20 GHz à 30 GHz	Transmission de données haut débit, télévision, vidéoconférence et réseau d'entreprise

Table I-1 : Bandes de fréquences pour différentes missions



Avec la conquête de l'espace, l'explosion des nouvelles technologies et le développement des nouveaux réseaux de télécommunication, le nombre de réflecteurs lancés d'ici 2030 en devient imprévisible [Figure I-1].

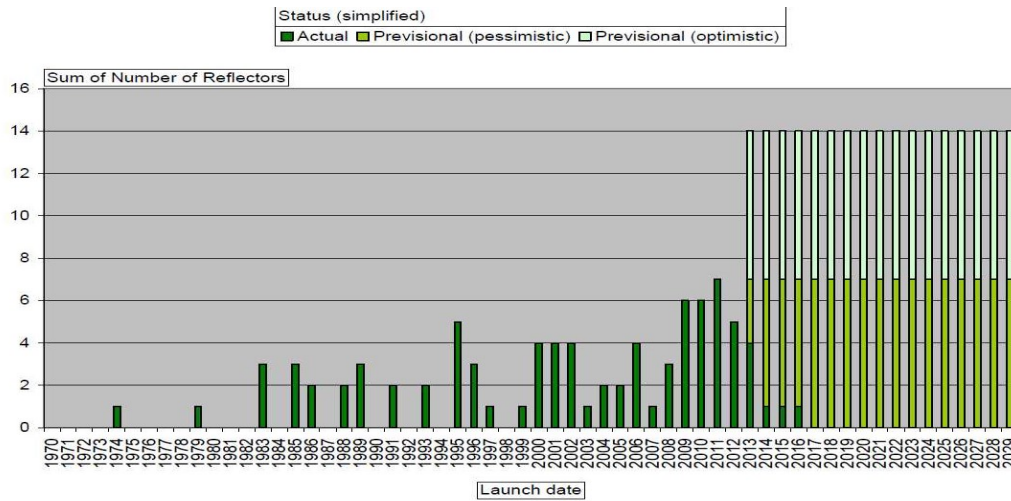


Figure I-1 : Calendrier prévisionnel des lancements de réflecteurs (Mangenot, 2010)

En fonction des différents types de missions, et de la précision de surface voulue, plusieurs types de réflecteurs sont disponibles. Une brève description est présentée pour les réflecteurs de grands diamètres (Mangenot, 2010). En termes de rigidité, la tendance montre qu'une structure de surface solide, de type coque, ou de type hybride, est préférable à une structure de surface maillée ou membranaire [Figure I-2]. La Figure I-3 présente les différentes catégories de réflecteurs spatiaux qui couvrent des plages d'utilisation différentes en fonction de leur masse par unité de surface et de leur diamètre d'ouverture.

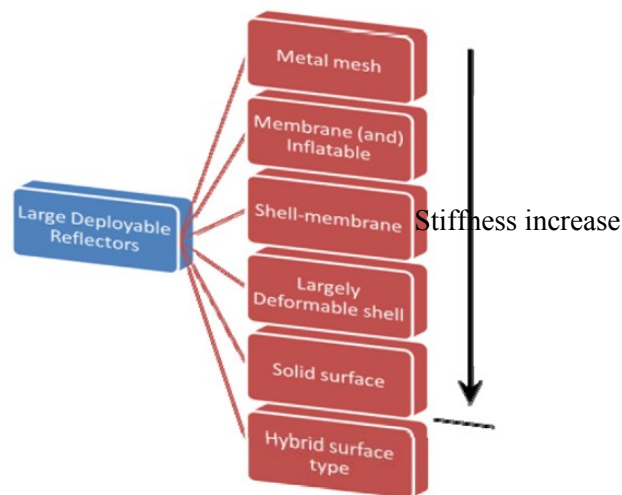


Figure I-2 : Différentes catégories de structures pour différents types de surfaces (Mangenot, 2010)

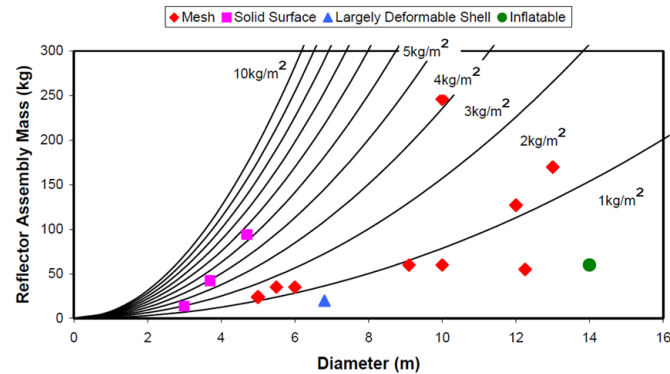


Figure I-3 : Masse des différentes catégories de réflecteurs en fonction de leur diamètre d'ouverture (Mangenot, 2010)

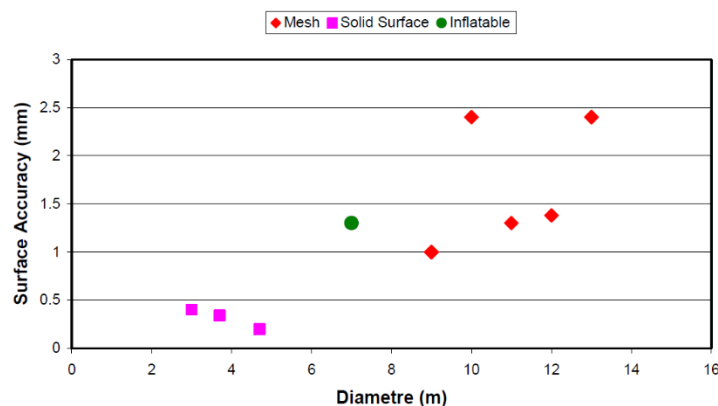


Figure I-4 : Précision de surface en fonction des différents diamètres d'ouverture pour différentes catégories de réflecteurs (Mangenot, 2010)

La surface parabolique parfaite n'est que purement théorique. L'erreur RMS : « Root Mean Square » se calcule en effectuant la différence entre la parabole théorique (géométrie parfaite) et la surface parabolique déployée (approchée). Trois types d'erreurs RMS sont répertoriées :

- L'erreur RMS due au gradient thermique,
- L'erreur RMS de facettisation due à l'ossature,
- L'erreur RMS de fabrication.

Parmi les différents types de structures répertoriées, pour de faibles diamètres d'ouverture (0 à 5 m), la plupart des surfaces réfléchissantes sont de type solide. L'avantage de ces systèmes rigides réside dans le fait qu'ils permettent d'avoir de faibles erreurs de précision de surface à l'état déployé [Figure I-4]. L'inconvénient majeur de ces systèmes réside toutefois dans leur encombrement (non pliable) et leur masse.

Ceci nous amène à proposer une étude bibliographique dans la suite qui s'intéresse d'abord à la structure porteuse de la surface réfléchissante, puis aux différents types de membranes qui pourront y être associés. Enfin, le cas très particulier des surfaces *shapées* sera abordé au travers d'une solution à points de contrôles « actifs ».

### Éléments constitutifs d'une antenne

La structure des réflecteurs spatiaux est généralement composée de 3 grandes parties :

- l'ossature du réflecteur,
- un réseau de câbles,
- une surface réfléchissante.

La surface réfléchissante permet de diriger les ondes radios dans une direction précise par réflexion depuis une source à bord du satellite. Elle est généralement formée d'un « tricot » métallique léger ou d'une membrane souple. L'ossature et le réseau de câbles sont chargés de maintenir la forme de la surface réfléchissante tout en la gardant tendue afin d'éviter la formation de plissages (notamment au niveau des zones de pliage en configuration gerbée).

En fonction de la plage de fréquence visée [Table I-1], la forme du réflecteur varie, que ce soit par sa distance focale, son diamètre, ou bien le matériau de sa surface réfléchissante.

## I.2. Etude des différentes catégories

Nous avons choisi de regrouper les différentes solutions en 6 grandes catégories :

- Structure hybride,
- Structure gonflable,
- Structure à ossature rayonnante,
- Structure pluri-modulaire,
- Structure à anneau périphérique,
- Structures à joints souples.

### I.2.1. Les structures hybrides

Chang (Chang, et al., 2014) propose un concept hybride d'antenne déployable pour un réflecteur de type cylindrique, utilisant un système de verrouillage en position déployée. Cette structure d'environ 1,3 m de long est composée de tubes cylindriques gonflables en feuilles d'aluminium, de deux mandrins, d'une membrane réfléchissante et de charnières [Figure I-5]. L'erreur RMS pour cette structure est de 3,6 mm.



Figure I-5 : Ossature gonflable-rigide (Chang, et al., 2014)

Les avantages de ce type de structure sont essentiellement sa simplicité et son système de verrouillage à clips. Au niveau des inconvénients, l'ossature est peu rigide, sa surface réfléchissante est peu précise et sa forme n'est pas applicable aux paraboloïdes de révolution.

### I.2.2. Les structures gonflables

Geuskens (Geuskens, et al., 2014) fait un état de l'art sur les structures gonflables, le principe des réflecteurs gonflables est rappelé. Le réflecteur parabolique fait partie intégrante de la structure

gonflable. Afin de stabiliser et de tendre la surface réfléchissante, la partie centrale est mise en tension par des tores gonflables placés en périphérie de celle-ci [Figure I-6].

Ces structures sont très pratiques de par leur faible encombrement, mais manquent de précision au niveau de la surface réfléchissante. Les dernières missions ont démontré le manque de fiabilité de cette solution (échec du déploiement du réflecteur). Quelques pistes afin d'améliorer la structure sont données dans Geuskens.

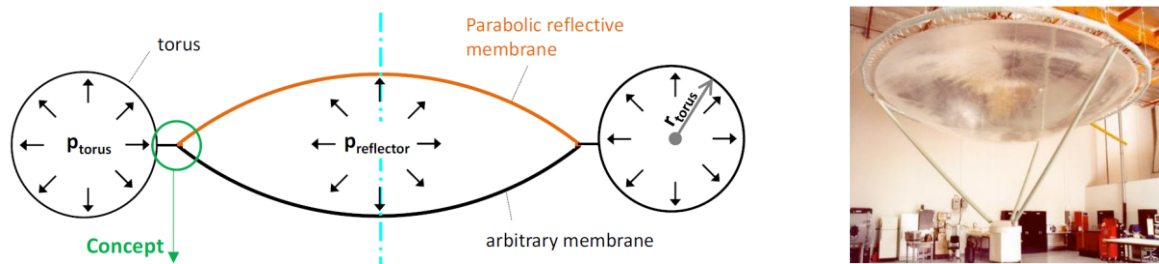


Figure I-6 : Principe des antennes gonflables (Geuskens, et al., 2014)

La difficulté principale de ces structures réside dans leur maintien (stabilité) en configuration déployée. Huang (Huang, et al., 2014), propose un nouveau modèle par éléments finis de l'antenne GATR (applications terrestres) développée en 2008 [Figure I-7]. Dans cette approche il met en avant l'importance des différents points d'ancrage et de la pression interne au sein de la sphère, afin d'obtenir une précision de surface optimale.

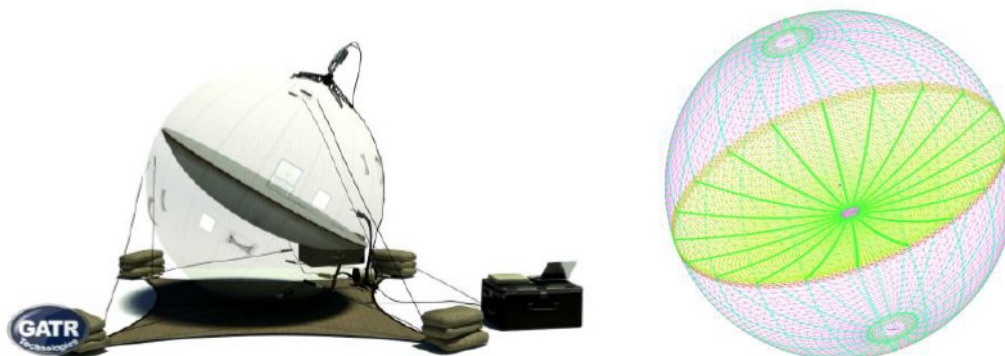


Figure I-7 : Antenne GATR et modèle éléments finis (Huang, et al., 2014)

Les avantages d'une telle structure résident dans sa facilité de déploiement, son faible encombrement en configuration gerbée et sa capacité à atteindre de grandes surfaces. Néanmoins, l'ossature est peu rigide et la surface réfléchissante est peu précise. Une étude thermique des structures gonflables lors de l'entrée atmosphérique est traitée dans Adami (Adami, et al., 2014).

### I.2.3. Structures à ossature rayonnante

Mangenot (Mangenot, 2010) fait un état de l'art sur les structures à ossatures rayonnante (type parapluie). Ces structures sont composées de bras articulés permettant un déploiement radial. On peut citer le « mesh » de MBB [Figure I-8] et celui de Harris présenté Figure I-9.

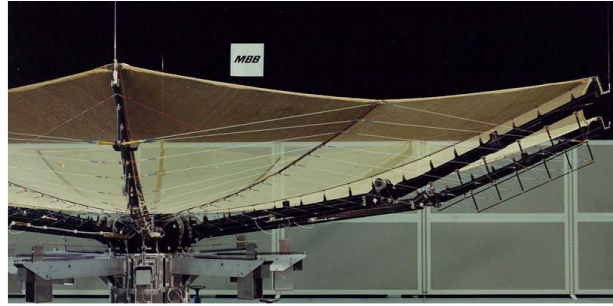


Figure I-8 : MBB Unfurlable Mesh Reflector (Mangenot, 2010)



Figure I-9 : Harris mesh reflectors (Mangenot, 2010)

L'antenne déployable de HPS est présentée Figure I-10. Sa masse est de 7 kg pour un diamètre de 1,2 m. Très compacte en configuration gerbée, elle peut être insérée dans un sac à dos et est utilisée pour les bandes Tx (13,75-14,5 GHz) et Rx (10,76-12,75 GHz).

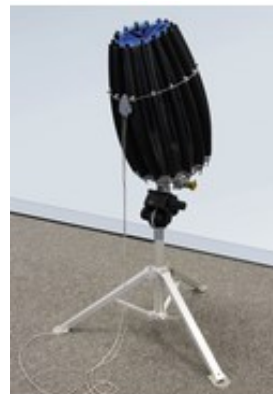


Figure I-10 : Antenne déployable de 1,2 m de diamètre (HPS)

Les ossatures présentées sont facilement déployables, peuvent atteindre de grandes surfaces et sont peu encombrantes en configuration gerbée. Cependant le grand nombre de mécanismes engendrés par de telles structures ne favorise pas la simplicité de fonctionnement.

Ozawa (Ozawa, 2014) présente la conception du réflecteur LDREX-2. On peut visualiser son état déployé [Figure I-11] et sa structure [Figure I-12].



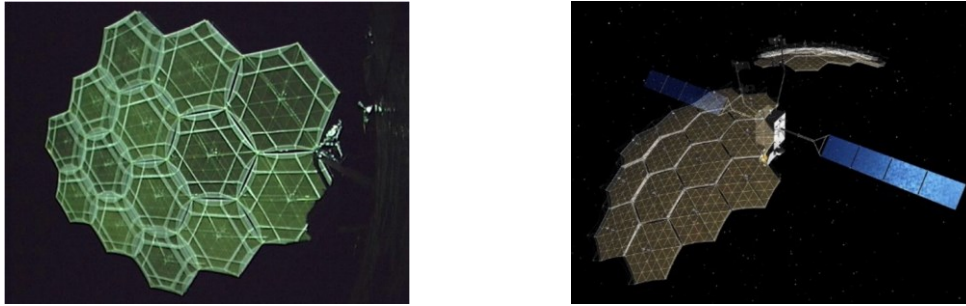


Figure I-11 : Vue d'artiste d'un réflecteur de la JAXA (Akira Meguro, 2009)

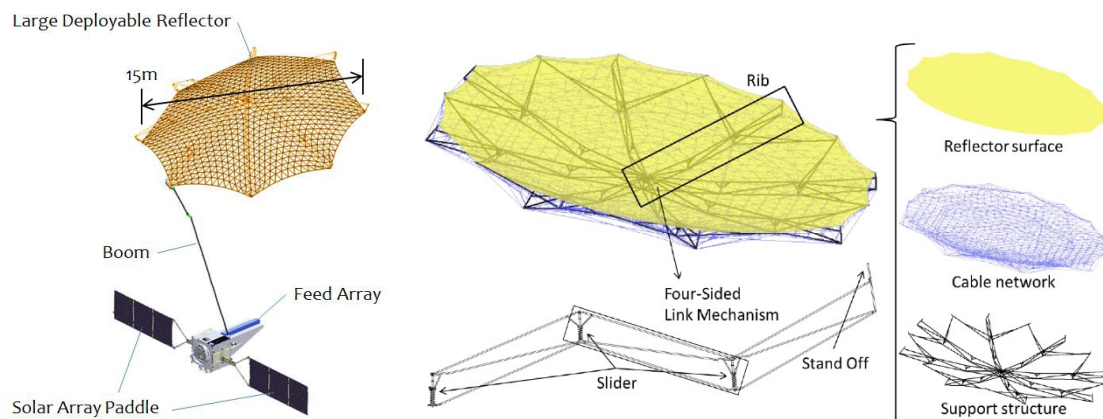


Figure I-12 : Réflecteur LDREX (Akira Meguro, 2009)

Caractéristiques de l'antenne :

- L'assemblage de 7 modules permet le déploiement d'une antenne de 30 m de diamètre.
- Erreur RMS 2,4 mm → transmission en bande S.
- Système de motorisation permettant le déploiement qui est aidé par des ressorts situés au centre de chaque module.

#### I.2.4. Ossatures périphériques pluri-modulaires

Les structures pluri-modulaires [Figure I-13] sont composées de plusieurs éléments permettant d'avoir un système rigide annulaire.

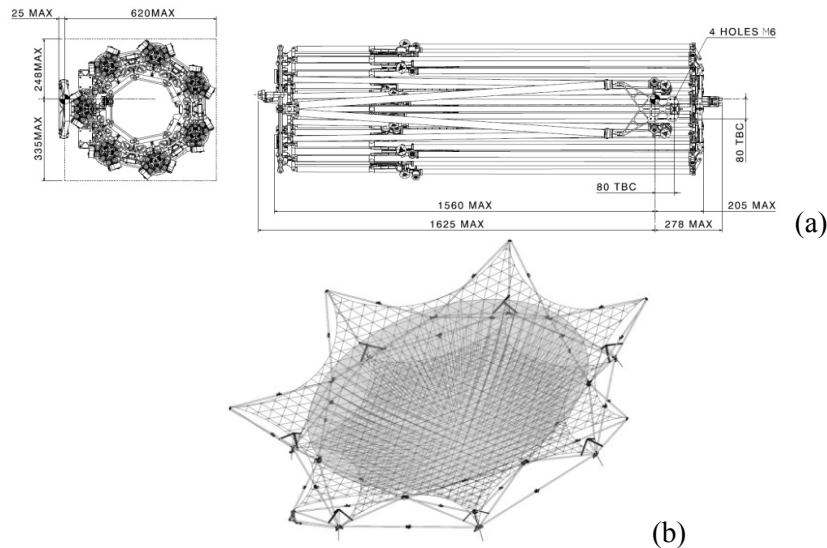


Figure I-13 : Configuration gerbée (a) et déployée (b) (Meschini, et al., 2014).

Les modules formant le tétraèdre développé par Meschini (Meschini, et al., 2014) sont énumérés ci-dessous et montrés Figure I-14. Chacun est composé de 3 barres pliables, 3 compas, d'une charnière centrale, d'un amortisseur linéaire central, de 3 leviers et pivots.

Les liaisons permettant le déploiement sont des articulations à moment constant couplées à des amortisseurs linéaires.

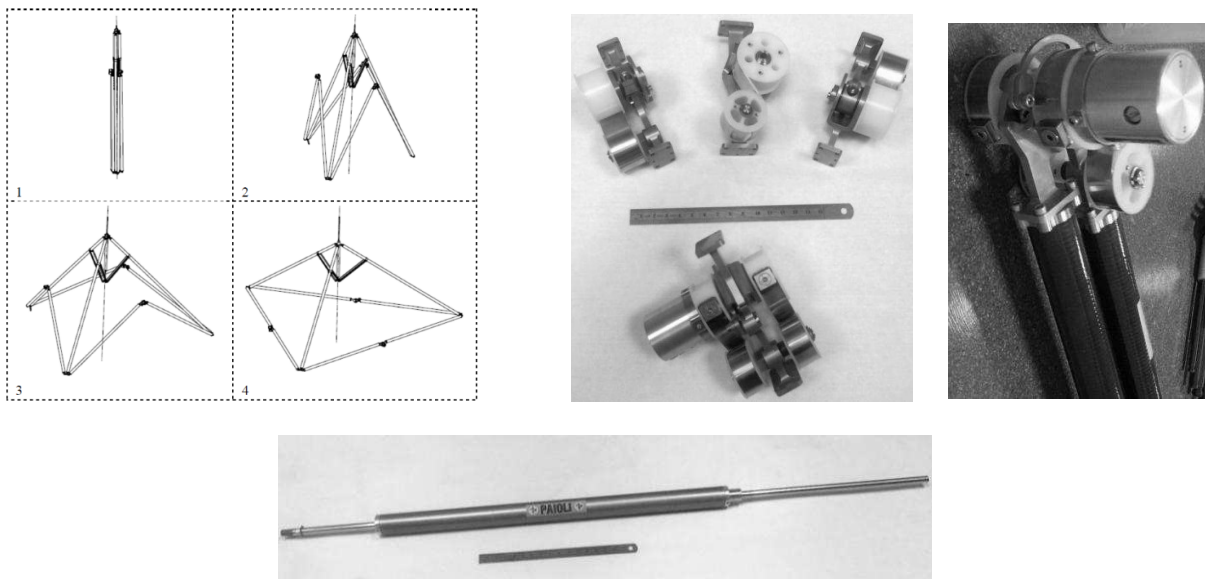


Figure I-14 : Cinématique du déploiement, articulations à moment constant et ressort à gaz (Meschini, et al., 2014)

Ce type de structure peut être envisagé pour de grands diamètres d'ouverture. Son faible encombrement est un point positif, mais ses nombreux mécanismes et sa masse ne sont pas à son avantage.

### I.2.5. Les structures avec « anneau » rigide en périphérie

Une grande diversité de structures à anneau périphérique rigide est développée à travers le monde. La majorité est basée sur un système de pantographes ou de parallélogrammes déformables permettant de tendre un réseau de câbles interne.

Fraux (Fraux, et al., 2014) présente des simulations et modèles physiques sur une structure avec un pantographe composant la membrane supérieure [Figure I-15].

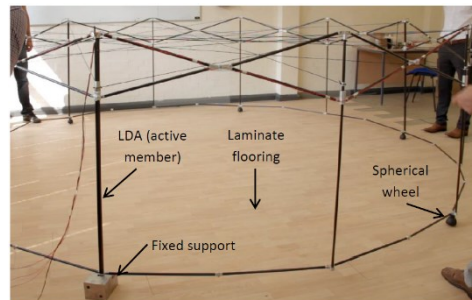


Figure I-15 : Structure expérimentale avec un pantographe en partie supérieure (Fraux, et al., 2014)

Datashvili (Datashvili-2, et al., 2014) présente une modélisation par éléments finis pour des réflecteurs de 20 et 30 m de diamètre. Les structures circonférentielles étudiées sont de forme conique et cylindrique (double pantographe).



Figure I-16 : Double pantographe (Datashvili-2, et al., 2014)

Ces ossatures sont faciles à déployer et peuvent atteindre rapidement de grandes surfaces. Peu encombrantes en configuration gerbée, la fréquence du premier mode est supérieure à 1 Hz pour un diamètre de 6 m. Cependant, elles présentent une masse et un nombre de mécanismes élevés, pouvant provoquer des blocages au niveau de la structure.

La structure la plus utilisée à ce jour pour des antennes de grands diamètres reste celle de type Astromesh développée par Northrop Grumman Corporation. Elle est basée sur des parallélogrammes déformables [Figure I-17].



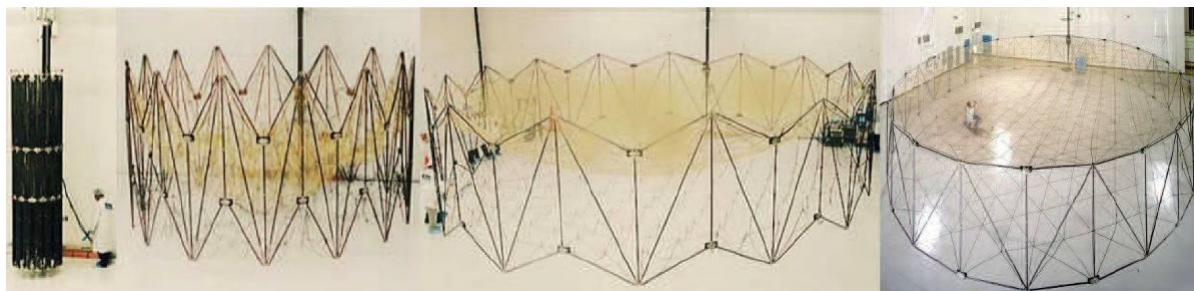


Figure I-17 : Etapes de déploiement de l'Astromesh (Mortierolle-2, 2011)

Les caractéristiques de la version 12 m de l'Astromesh sont les suivantes. L'ossature permet une utilisation de la Bande S à la bande Ka. Son premier mode est de 0,8 Hz en configuration déployée. Sa masse est de 57 kg, avec des tubes composites en carbone-époxy. Les câbles permettant de créer le réseau qui va supporter la surface réfléchissante sont en composite. L'ossature se déploie à l'aide d'un moteur qui va permettre de reconfigurer les parallélogrammes en périphérie, afin d'obtenir un rectangle.

Cette ossature est aussi utilisée comme support du Starshade [Figure I-18]. Thomson (Thomson-1, et al., 2014) montre une visualisation du déploiement d'une ossature composée d'un anneau rigide central, (type Astromesh) et de « pétales » déployables en périphérie de l'anneau.

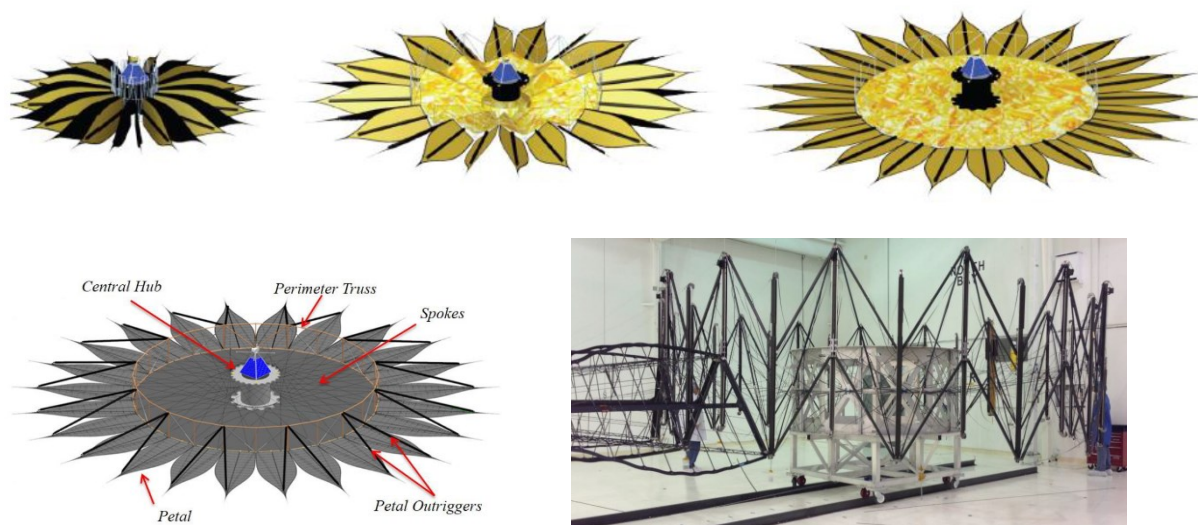


Figure I-18 : Simulation d'ouverture et ossature du Starshade (Thomson-1, et al., 2014)

Cette ossature est applicable pour de grands diamètres et son premier mode se situe à 0,8 Hz. Elle comporte de nombreuses articulations.

Medzmariashvil (Medzmariashvili-2, et al., 2014) présente une structure à double membrure, avec un nombre important de liaisons pivots, actionnées par des câbles eux-mêmes motorisés par un moteur permettant d'ouvrir l'ossature [Figure I-19, Figure I-20]. La structure a un diamètre de 6 m pour une masse de 12 kg. Le système de motorisation est présenté dans la Figure I-21.

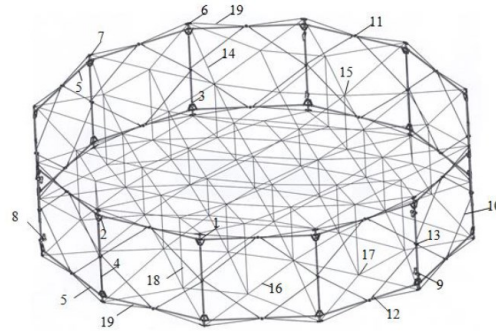


Figure I-19 : Structure à double membrure déployée (Medzmariashvili-2, et al., 2014)



Fig 2 Adjacent levers of upper chord unifying in central articulation



Fig 3. Photo of adjacent levers of chord in unfolding moment

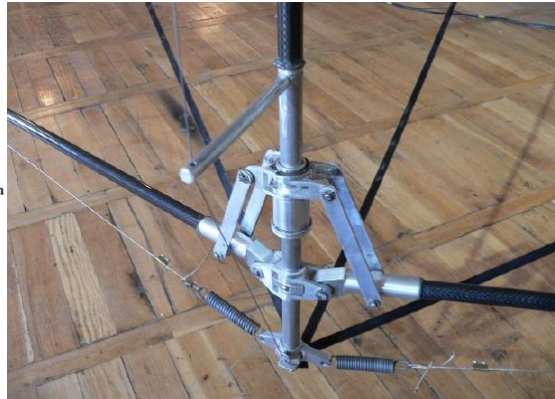


Figure I-20 : Différentes liaisons utilisées sur l'anneau périphérique (Medzmariashvili-2, et al., 2014)



Figure I-21 : Système de motorisation du déploiement (Medzmariashvili-2, et al., 2014)

Cette structure est rigide et son erreur RMS est très faible, cependant les liaisons sont assez lourdes et mettent en jeu de nombreux mécanismes.

Tserodz (Tserodz, et al., 2014) présente une nouvelle architecture d'anneau circonferentiel de forme conique [Figure I-22] avec des simulations numériques d'analyses modales pour une surface utile d'un diamètre de 4 m. Les deux premiers modes obtenus sont à 0,472 Hz et 0,971 Hz, ce qui est assez bas. L'ossature est assemblée à l'aide d'articulations métalliques.





### I.2.6. Les ossatures à articulations souples

La plupart des ossatures spatiales autodéployables utilisent de nos jours les joints de type « charpentier » ou charnière MAEVA [Figure I-24], qui sont souvent sollicités afin de déployer et maintenir en phase opérationnelle des panneaux de satellite. Les lames sont réalisées en fines bandes à matrice composite ou en acier, puis courbées sans dépasser la limite élastique. Les principaux défauts de ces lames résident dans l'impossibilité de contrôler l'énergie lors du déploiement et dans les chocs qui interviennent lors du verrouillage.

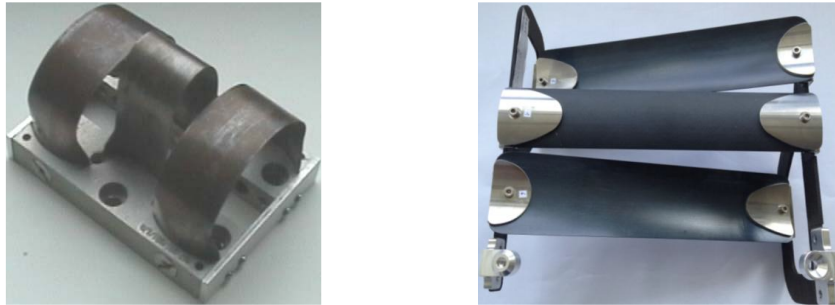


Figure I-24 : Joint de type « charpentier » (Sicre J., 2005)

Afin de déployer des ossatures spatiales telles que des panneaux solaires, les entreprises ont développé des joints souples composites à matrice carbone [Figure I-25].

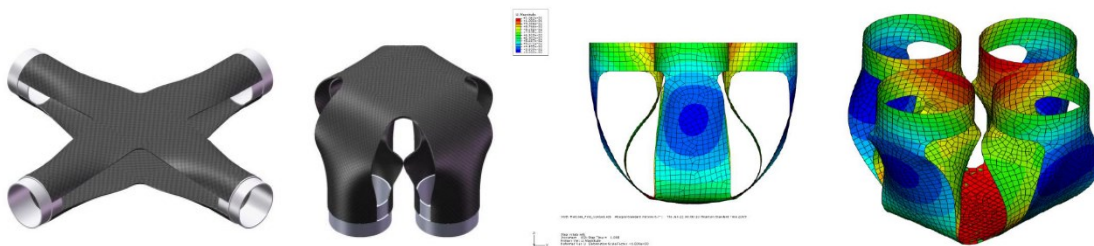
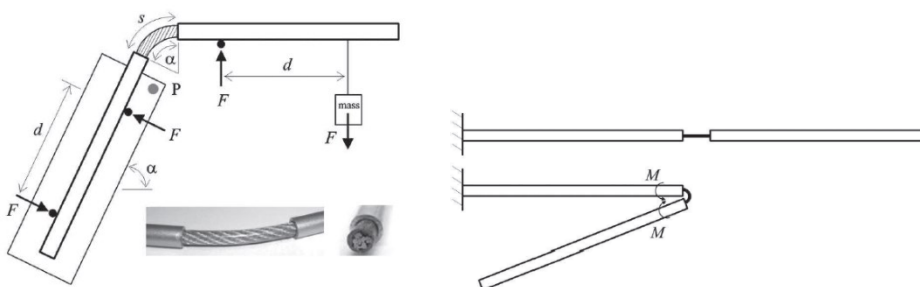


Figure I-25 : Joints souples à matrice carbone (Straubel, et al., 2011), (Footdale, 2010)

Le LMGC s'est intéressé à partir de 2008 au développement d'une nouvelle solution d'anneau rigide faisant intervenir des liaisons souples permettant un déploiement autonome de la structure. Vincent Gallix, architecte et inventeur, a proposé différentes formes et géométries utilisant ce principe des liaisons « Flexobon » (Gallix, 2003), qui ont été autant de sources d'inspirations pour ces travaux. Ces liaisons, qui permettent d'éviter l'utilisation de nombreuses liaisons (pivots), sont un moyen de motorisation par libération d'énergie de flexion (Quirant, et al., 2011). Un premier prototype a été conçu [Figure I-26] sur la base de ciseaux générant l'anneau périphérique d'une antenne parabolique, présenté par Morterolle (Morterolle-2, 2011).



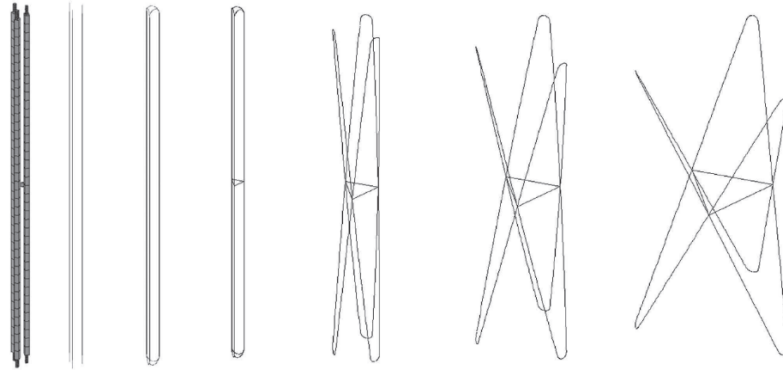


Figure I-26 : Prototype à 3 ciseaux (Quirant, et al., 2011)

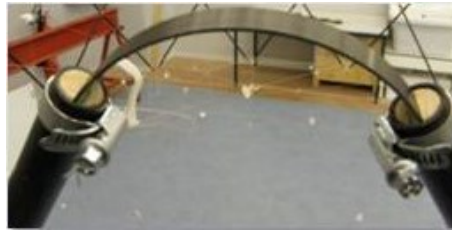


Figure I-27 : Articulation souple à base de lame de carbone (Mortierolle-1, et al., 2015)

Un démonstrateur composé de 30 ciseaux et de masse 6,6 kg a été réalisé, le premier mode était aux alentours de 0,5 Hz. Les liaisons sont des lames de carbone composite à fibre unidirectionnelle [Figure I-27].



Figure I-28 : Démonstrateur développé au LMGC composé de lames de carbone comme liaisons souples (Mortierolle-1, et al., 2015)

Ces structures déployables par énergie de flexion ayant peu de liaisons, occasionnent peu de jeux et de mécanismes [Figure I-28]. Cependant, la présence de torsion dans les liaisons [Figure I-29] et la basse fréquence du premier mode propre ( $<1\text{Hz}$ ) sont des aspects négatifs pour ce type d'ossature.



Figure I-29 : Délaminage de lame (Mortierolle-2, 2011)

### I.3. Les surfaces *shapées*

La grande majorité des réflecteurs spatiaux ont une surface réflectrice figée et non modifiable. Cette surface placée en orbite renvoie les signaux sur une zone prédéfinie au sol. Le besoin des satellites à surface réflectrice modulable se fait ressentir dans le secteur militaire. En effet, ces derniers permettent d'émettre sur certaines positions du globe en restreignant l'émission dans des zones non désirée.

Le réflecteur présenté par Rodrigues (Rodrigues, et al., 2014) est mécaniquement déformable et reconfigurable. Sa surface réflectrice est déformable grâce à des actuateurs venant exercer une pression sur la membrane en un point ciblé. Ce type de réflecteur permet un grand nombre de reconfigurations. Les courbes sur la surface sont souvent approximées par des splines (fonction polynomiale par morceau).

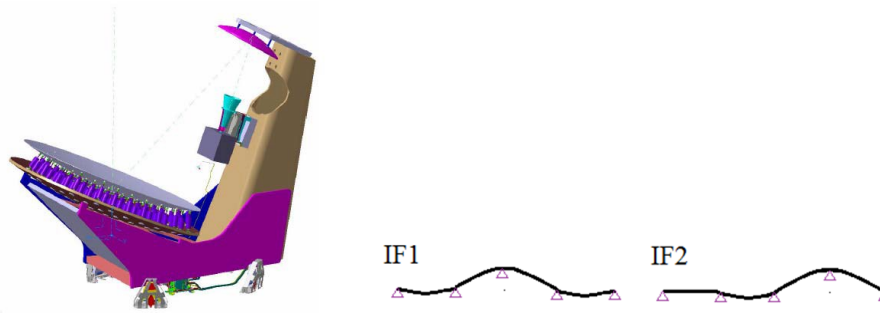


Figure I-30 : Antenne reconfigurable (Rodrigues, et al., 2014)

(Datashvili-1, et al., 2010), présentent une surface *shapée* pour réflecteurs paraboliques mais non reconfigurable [Figure I-30]. L'approche par éléments finis révèle cependant un manque de précision de la forme sur la membrane en périphérie.

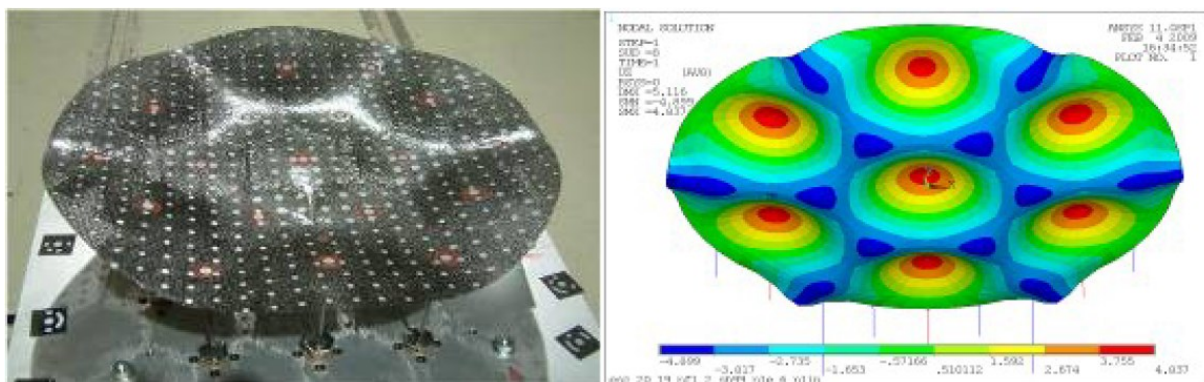
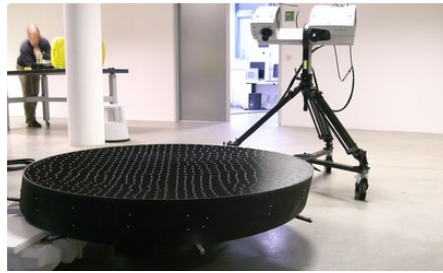


Figure I-31 : Surface réflectrice (Datashvili-1, et al., 2010)

Un exemple de structure rigide reconfigurable avec des actuateurs, de diamètre 1,2 m est présentée en Figure I-32. L'avantage de ces structures réside dans le fait qu'elles sont modulables à « volonté » et qu'elles ont une très bonne précision vers le centre, cependant l'ossature venant supporter la surface reconfigurable est lourde et encombrante.

**Features:**

- Ku-/Ka-Band
- Linear polarisation
- CFRP-rod based patented concept
- Diameter: 1,2 m
- Mass: 4,3 kg
- 1<sup>st</sup> Eigenfrequency: >100 Hz
- Shaped and unshaped configurations

Figure I-32 : Antenne HPS (cf. référence (HPS))

## I.4. Conclusion

L'étude bibliographique menée dans cette première partie a permis de recenser la majorité des solutions existantes en termes de réflecteurs spatiaux. Les ossatures des réflecteurs ont été répertoriés en 6 grandes familles (hybride, gonflable, à ossature rayonnante, pluri-modulaire, à anneau périphérique, à joints souples), permettant d'avoir une meilleure visibilité sur les critères déterminants et de répondre au mieux aux exigences du cahier des charges.

Le tableau synthétique [Table I-2] donne une vue d'ensemble sur les point forts et les faiblesses de chacune des structures traitées. Le cahier des charges d'une antenne fait habituellement apparaître 3 points sensibles qui doivent être particulièrement respectés dans le développement de la solution :

- La structure porteuse de l'antenne doit être déployable, légère et rigide.
- Le contrôle de la forme de la parabole suppose des points de référence parfaitement positionnés.
- La membrane réflectrice peut présenter des formes non régulières par rapport au paraboloïde de référence.

Les structures hybrides et à ossature rayonnante ont été écartées de notre champ d'investigation étant donné qu'elles ne peuvent pas élaborer des formes de surfaces complexes avec de telles ossatures. Les structures gonflables présentées sont peu précises et peu fiables, ce qui fait qu'elles ne sont pas retenues. La solution à anneau pluri-modulaire présente un nombre assez élevé de liaisons et s'avère conséquemment lourde. Seuls deux types d'ossatures sortent du lot, alliant d'une part fiabilité, précision et rigidité pour l'Astromesh, et d'autre part légèreté, faible encombrement, et simplicité des liaisons pour la structure à articulations souples.

Dans toutes les solutions présentées, il est ressorti une complexité à la fois des liaisons et des systèmes de motorisation du déploiement. Seules les articulations souples semblent permettre un bon compromis bien qu'aucune étude n'a pu être établie en ce qui concerne la précision et la répétabilité. L'insertion d'un dôme-câble dans une structure à anneau périphérique, devrait permettre d'atteindre la précision voulue en ce qui concerne les points de contrôle, y compris pour des surfaces *shapées*.

Le tableau comparatif des différents systèmes existants [Table I-2], met en avant les aspects positifs et négatifs de ces types de systèmes.

	Masse	Encombrement	Précision	Rigidité	Complexité Liaisons	Verrouillage
<i>Structure Hybride</i>						
<b>HYBRIDE</b>	++	+	--	-	--	++
<i>Gonflable</i>						
<b>GONFLABLE</b>	++	+	--	-	+	-
<b>GONFLABLE (HUANG)</b>	+	-	--	-	+	-
<i>Ossature rayonnante</i>						
<b>RAYONNANT MMB-HARRIS</b>	-	+	-	-	+	+
<b>RAYONNANT JAXA</b>	+	-	-	+	-	+
<i>Pluri-modulaire</i>						
<b>ANNEAU PLURI</b>	--	++	?	?	--	++
<i>Anneau périphérique</i>						
<b>ANNEAU 1 PANTOGRAPHES</b>	+	++	-	0	-	-
<b>ANNEAU 2 PANTOGRAPHES</b>	+	++	0	+	-	-
<b>ANNEAU PANTO MEDZ</b>	-	0	+	+	--	+
<b>ANNEAU 2 PANTO CONIQUE</b>	-	+	?	--	-	-
<b>ANNEAU PANTO CONIQUE</b>	-	+	?	-	-	++
<b>ASTROMESH</b>	+	+	+	++	-	+
<i>Articulations souples</i>						
<b>ARTICULATIONS SOUPLES</b>	++	+	?	0	++	-

++ Très satisfaisant    + Satisfaisant    0 Mitigée    - Peu satisfaisant    -- Très peu satisfaisant    ? Pas de conclusion

Table I-2 : Tableau comparatif des différentes ossatures spatiales





Partie II :

Nouveau concept d'ossature



## II. Nouveau concept d'ossature

Toute structure est composée d'une « base » solide ou rigide, permettant de résister à des charges ou d'autres sollicitations. C'est le cas du châssis d'une voiture ou d'un camion sur lesquelles viennent se greffer les portières ou le squelette pour l'homme, qui lui permet de se déplacer et de protéger les organes vitaux [Figure II-1].

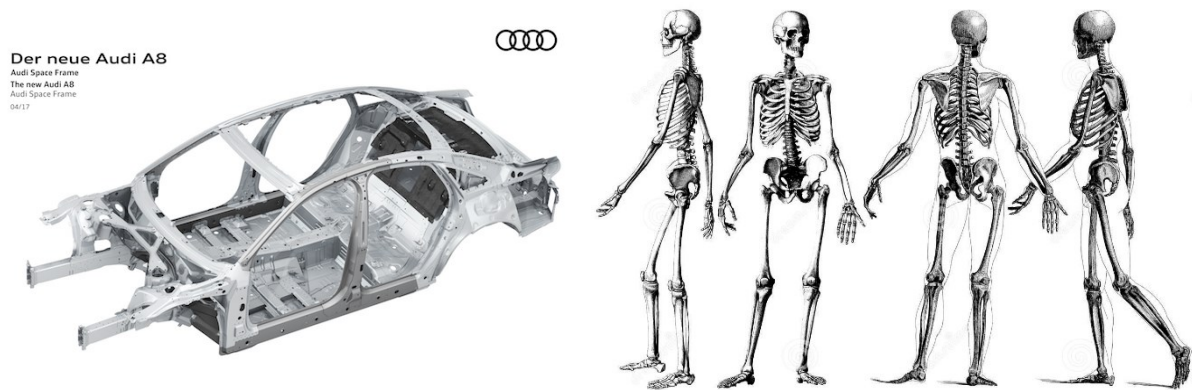


Figure II-1 : Châssis d'une Audi A8 et squelette de l'homme en mouvement

Ces éléments dits « rigides », dont la rigidité dépend des sollicitations mécaniques auxquels ils peuvent « résister », sont dimensionnés en fonction de leurs applications. Avant la naissance, l'homme est plié sur lui-même en position fœtale, contraint par l'espace disponible dans le ventre de sa mère. L'idée est identique pour les structures spatiales, confrontées au faible espace disponible dans la coiffe du lanceur, elles doivent être compactes en configuration gerbée et rigides en configuration déployée, leur permettant ainsi d'accomplir leur tâche tout en résistant à leur environnement.

Dans le nouveau concept d'ossature que nous voulons développer, suite aux travaux de thèse de Morterolle (Morterolle-2, 2011) sur les structures auto-déployables composées de ciseaux [Figure II-2], notre choix s'est porté sur un autre type de structures minimisant l'usage de mécanismes (pivot ou rotule).

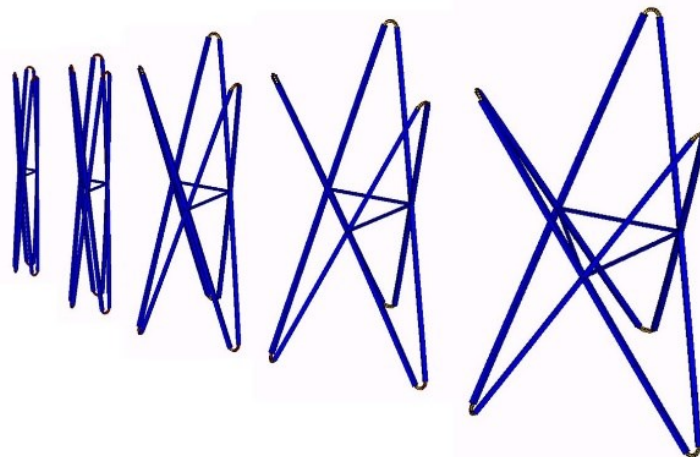


Figure II-2: Structure auto-déployable composée de ciseaux

Un des intérêts de ce nouveau type de structure est que le déploiement peut être plan ou limité (partiellement ouvert) en fonction de la longueur des câbles contrôlant l'ouverture. Un modèle physique est représenté en Figure II-3 composé de barres d'aluminium, de joints en câble d'acier et de liens de maintien.

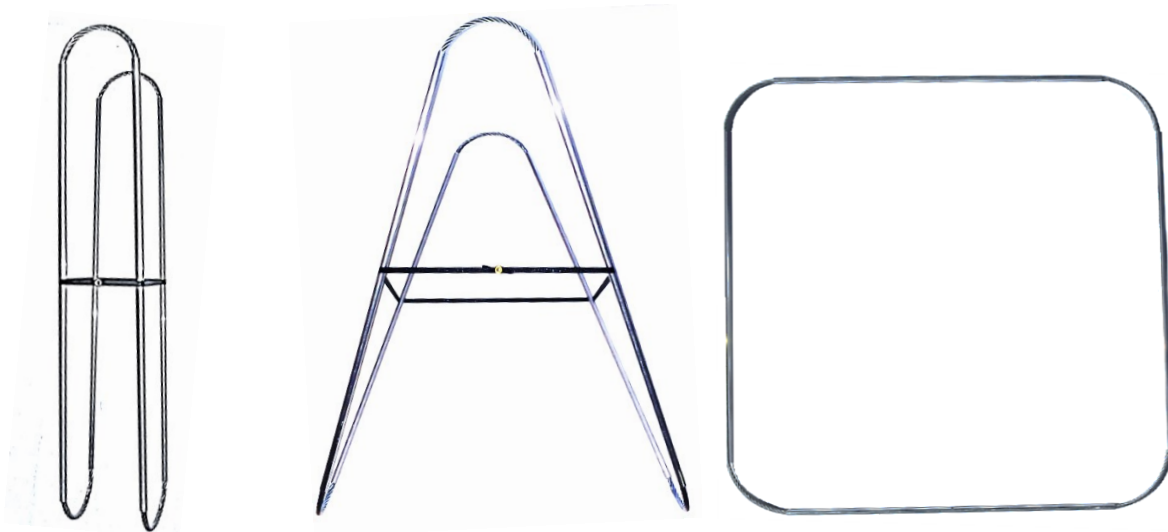


Figure II-3 : Module élémentaire – Phases de déploiement : stocké, partiellement ouvert et configuration plane

Ces structures présentent l'avantage de pouvoir se déployer en configuration volumique et en configuration plane, pouvant répondre à des types d'applications différents.

Les liaisons entre les barres constituent le cœur du système. Elles doivent en effet répondre à deux fonctions essentielles :

- le stockage d'énergie mécanique élastique nécessaire à l'auto-déploiement,
- le maintien en position après déploiement pour assurer les spécifications opérationnelles, notamment en termes de rigidité de la structure.

Dans ce chapitre, nous allons voir comment la structure à joints souples proposée permet de générer différentes géométries d'ossatures capables de s'adapter aux divers besoins opérationnels.

Une première partie est consacrée à la description géométrique des différentes configurations, qu'elles soient volumiques ou planes. Une optimisation de la compacité en phase de lancement est proposée.

Dans une seconde partie, une analyse statique présente les bases permettant d'assurer l'équilibre du système pour les différentes configurations et un premier dimensionnement des éléments.

Enfin, nous présentons différents types d'applications possibles de cette structure, au travers de modélisations 3D ou de prototypes.

## II.1. Etude géométrique

Les articulations servant à assembler des éléments, tels que des barres dans notre cas, font apparaître des jeux (rotule, pivot, palier) qui sont préjudiciables à la rigidité ou susceptibles de bloquer la structure en phase de déploiement. Afin de réduire le nombre de ces articulations, notamment dans les ossatures ciseaux, mais aussi de simplifier la structure et réduire la masse, nous avons développé une nouvelle solution. Elle est basée sur le même principe de déploiement, utilisant le stockage d'énergie de flexion des joints souples. Le module de base est constitué de 4 barres rigides, 4 joints flexibles et 4 câbles permettant de contrôler le déploiement afin de former un volume tétraédrique [Figure II-4].

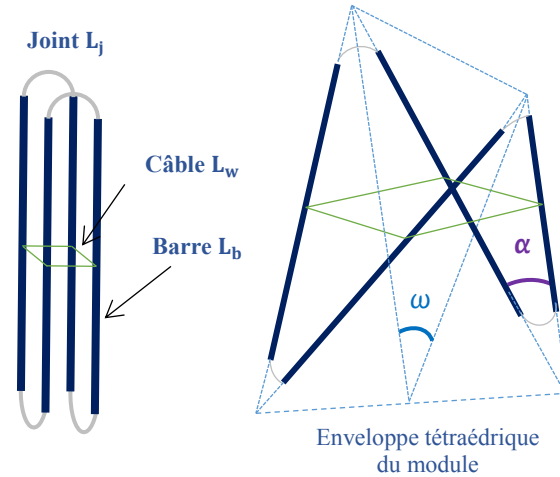


Figure II-4 : Configuration gerbée et partiellement ouverte

On présentera par la suite le cas d'un déploiement volumique, la juxtaposition de plusieurs modules pouvant générer des structures rigides. Pour une configuration plane, l'ajout d'éléments et de joints permet de générer d'importantes surfaces polygonales avec de faibles encombrements initiaux.

Les paramètres qui déterminent la géométrie du déploiement sont  $\alpha$  et  $\omega$ , où  $\alpha$  est l'angle formé par deux barres consécutives et  $\omega$  est l'angle formé par l'intersection de 2 plans opposés comprenant deux barres et une liaison [Figure II-4]. La relation entre  $\alpha$  et  $\omega$  est donnée par **(II-1)** :

$$\omega = 2 \arcsin \left( \tan \left( \frac{\alpha}{2} \right) \right), \quad \forall \alpha \in \left[ 0, \frac{\pi}{2} \right] \quad \text{(II-1)}$$

Les autres paramètres définissant la géométrie sont :

- $L_b$  la longueur de la barre,
- $L_{\text{joint}}$  la longueur du joint,
- $R_{\text{init}} = L_{\text{joint}}/\pi$  le rayon défini par le joint à l'état stocké.

Dans le but de contrôler le déploiement, nous avons besoin de déterminer l'angle  $\omega$  d'ouverture du tétraèdre en fonction de la longueur du câble  $L_w$  qui maintient le module partiellement ouvert [Figure II-5]. L'expression est donnée pour tout angle d'ouverture.

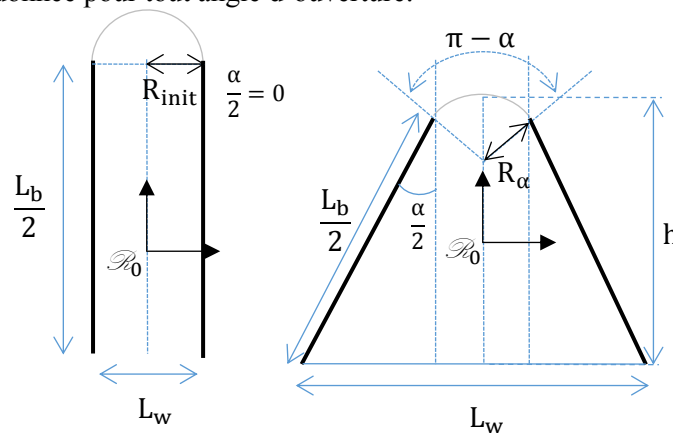


Figure II-5 : Représentation de l'ouverture de la structure - gerbée ( $\frac{\alpha}{2}=0$ ) et partiellement ouverte

On définit  $R_\alpha = \frac{\pi R_{init}}{\pi - \alpha}$  le rayon de l'arc de cercle en configuration déployée. La longueur du câble maintenant le module est donnée par (II-2) :

$$L_w = L_b \sin\left(\frac{\alpha}{2}\right) + 2R_\alpha \cos\left(\frac{\alpha}{2}\right) \quad (\text{II-2})$$

Pour un rayon  $R_\alpha$  et une longueur de barre  $L_b$  donnés, on représente la valeur de  $L_w$  en fonction de  $\alpha$  [Figure II-6]. La configuration  $\alpha = 180^\circ$  correspond au cas où la structure est composée d'un nombre infini de barres qui sera étudié par la suite.

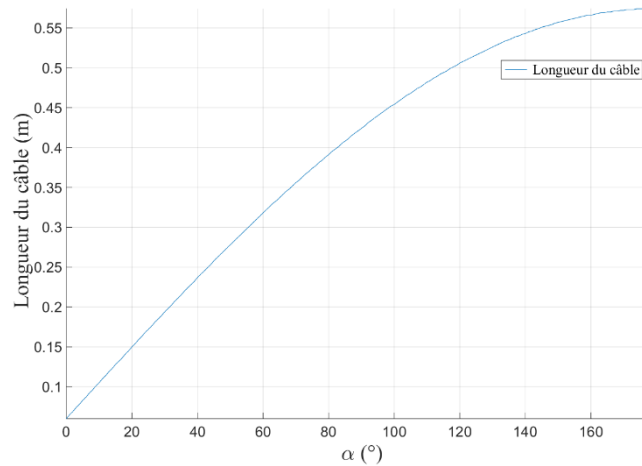


Figure II-6 : Longueur du câble  $L_w$  en fonction de  $\alpha$

### II.1.1. Géométrie d'un module élémentaire tétraédrique

Dans le but d'avoir un contrôle total et d'éviter d'éventuelles collisions entre les différentes structures lors du déploiement, il est capital de connaître tous les paramètres englobants de la structure, que ce soit son volume pendant les phases de déploiement, sa réaction lors des sollicitations dynamiques dues aux vibrations générées par le satellite, ou ses interactions avec la structure porteuse.

Dans cette partie on s'intéresse à la géométrie d'un module élémentaire partiellement ouvert prenant une forme tétraédrique. A l'aide du module présenté Figure II-7, on peut assembler plusieurs éléments afin d'obtenir une grille [Figure II-8].

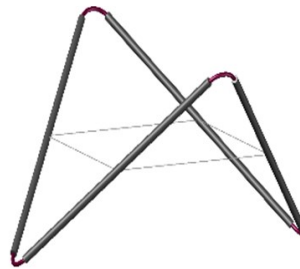


Figure II-7 : Un module partiellement ouvert

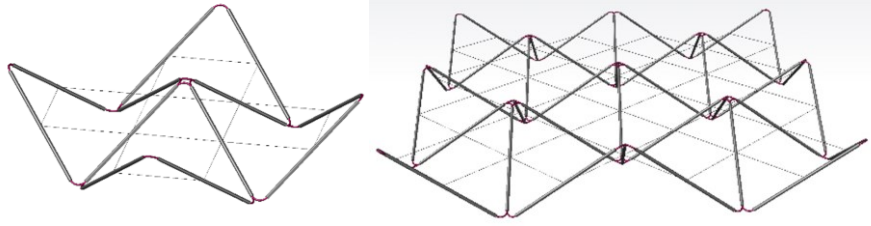


Figure II-8 : Assemblage de modules formant une grille

Similairement, Zhang (Zhang, et al., 2016) présente une ossature où chaque barre est constituée de deux parties égales articulées qui se déploie en utilisant des ressorts de torsion. Dans notre cas, l'assemblage de plusieurs tétraèdres forme une grille auto-déployable qui pourrait être utilisée comme support plan de panneaux solaires ou réflecteurs paraboliques. Il peut alors être intéressant de connaître le volume généré en fonction des applications souhaitées.

Compte tenu de la géométrie du module, il est cependant assez difficile voire impossible de calculer la valeur exacte du volume du tétraèdre étant donné qu'il n'a pas de sommets. Nous choisissons donc de calculer son volume à l'aide d'approximations [Figure II-9].

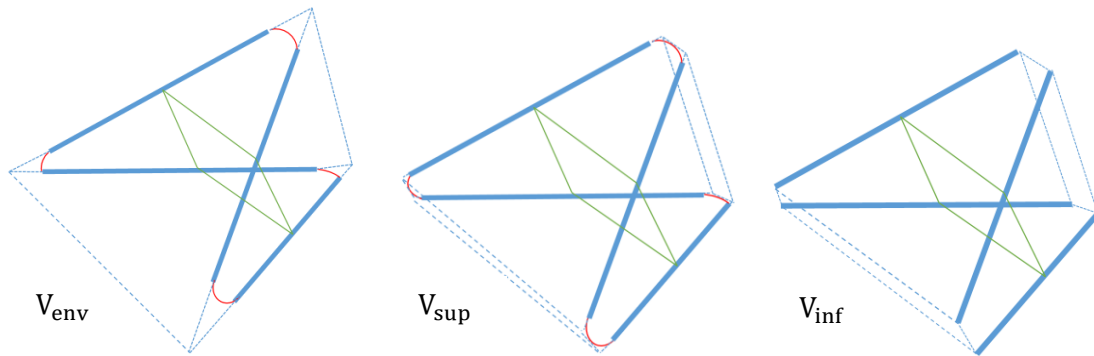


Figure II-9 : Configurations approchées du volume du tétraèdre

Les volumes  $V_{env}$ ,  $V_{sup}$  et  $V_{inf}$  correspondent respectivement à ceux des 3 configurations de la Figure II-9 qui sont respectivement donnés par les équations (II-3), (II-4) et (II-5).

$$V_{env} = \frac{2}{3} \Omega_{\alpha} (2\phi_{\alpha} + L_b)^3 \quad (\text{II-3})$$

$$V_{inf} = \lambda \cdot \Omega_{\alpha} \quad (\text{II-4})$$

$$V_{sup} = \mu \cdot \Omega_{\alpha} \quad (\text{II-5})$$

Avec :



$$\Omega_\alpha = \sin^2\left(\frac{\alpha}{2}\right)\sqrt{\cos\alpha} \quad (\text{II-6})$$

$$\lambda = \psi_\alpha - 4\phi_\alpha^2 \left( L_b + \frac{4}{3}\phi_\alpha \right) \quad (\text{II-7})$$

$$\mu = \psi_\alpha - 4\tau_\alpha^2 \left( L_b + \frac{4}{3}\phi_\alpha + \frac{2}{3}R_\alpha \left( \frac{1 - \sin\left(\frac{\alpha}{2}\right)}{\cos\left(\frac{\alpha}{2}\right)} \right) \right) \quad (\text{II-8})$$

$$\psi_\alpha = \frac{2}{3}(2\phi_\alpha + L_b)^3 \quad (\text{II-9})$$

$$\phi_\alpha = \frac{R_\alpha}{\tan\left(\frac{\alpha}{2}\right)} \quad (\text{II-10})$$

$$\tau_\alpha = 2R_\alpha \frac{1 - \sin\left(\frac{\alpha}{2}\right)}{\sin(\alpha)} \quad (\text{II-11})$$

Comme on peut l'observer en Figure II-10, le volume calculé  $V_{env}$  surestime le volume du module au voisinage de  $\alpha = 0$  et tend vers l'infini lorsque  $\alpha = 0$ . Ceci est dû au fait que  $V_{env}$  ne prend pas en considération les liaisons lors du pliage de la structure. Deux autres approximations sont donc nécessaires,  $V_{sup}$  et  $V_{inf}$ , qui respectivement, majorent ou minorent les volumes des liaisons. Nous considérons donc qu'une bonne approximation du volume du module  $V_{mod}$  est donnée par la relation (II-12).

$$V_{mod} \in [V_{inf}, V_{sup}] \quad (\text{II-12})$$

On observe que le volume maximum est atteint pour  $\alpha = 66^\circ$ . Naturellement, pour un système à 4 barres, la configuration plane correspond à  $\alpha = 90^\circ$  comme présenté en Figure II-10. Pour ce calcul, les dimensions du module ont été choisies ainsi :  $L_b = 0,48$  m et  $R_{init} = 3$  cm.

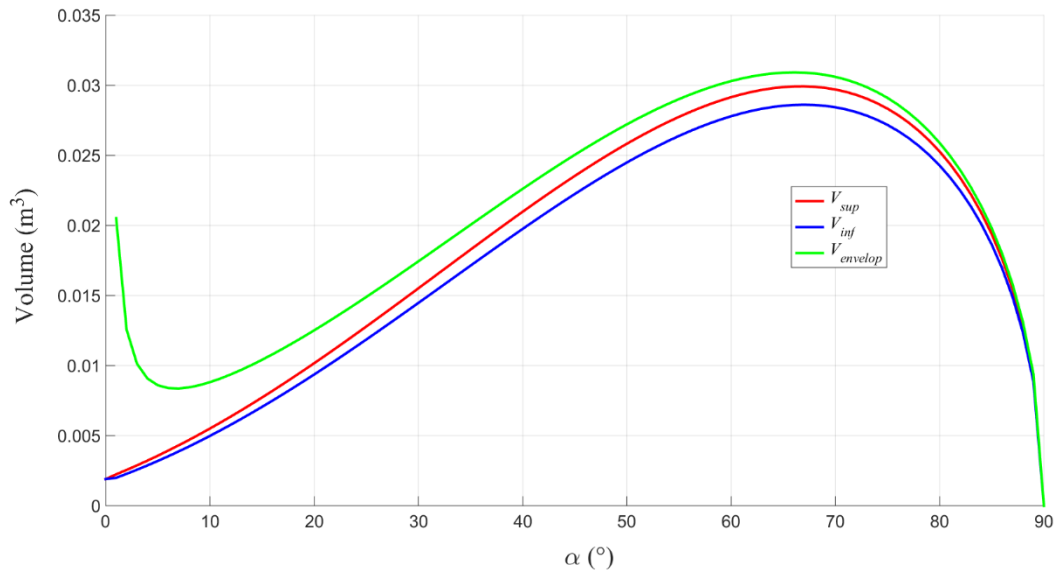


Figure II-10 : Représentation des 3 approximations du volume du tétraèdre

Nous présentons également dans l'ANNEXE A, l'évolution du volume du module au cours du temps faisant suite au modèle mathématique du déploiement présenté dans la partie III.

## II.1.2. Configuration annulaire plane

Actuellement, les antennes spatiales de grands diamètres sont constituées d'un anneau circulaire qui permet de tendre un réseau de câbles formant un paraboloïde. Xu (Xu, et al., 2012) a développé une structure composée de plusieurs assemblages formant un anneau toroïdal en configuration déployée. Viquerat (Viquerat, et al., 2013) propose aussi un anneau de forme polygonale à l'état déployé avec des joints orientés composites, qui diffère de notre structure. Mouthuy (Mouthuy, 2012) développe un modèle analytique de flambage d'un anneau composé uniquement d'éléments flexibles, présentant cependant une faible raideur pour nos types d'applications.

Afin d'obtenir une ossature plane pliable avec une rigidité suffisante, nous proposons dans la partie suivante un anneau polygonal auto-déployable avec plusieurs barres et plusieurs joints souples, avec différentes configurations de pliage potentielles.

En poursuivant l'ouverture du tétraèdre, on arrive à la situation limite où on obtient un anneau plan de forme carrée. En augmentant le nombre d'éléments, on peut créer un anneau polygonal composé successivement de barres et de liaisons qui jouent le rôle de moteur du déploiement.

Dans le but de répondre aux besoins en phase opérationnelle, une analyse géométrique doit être menée en termes de superficie de déploiement. La multiplication du nombre de barres permet d'augmenter la surface utile de l'ossature mais aussi d'approcher au mieux la forme désirée en augmentant le nombre de barres et de liaisons dans  $2\mathbb{N}\setminus\{0,1\}$ .

En vue de déterminer le nombre de barres nécessaire pour une superficie utile à déployer, nous allons déterminer une équation algébrique du nombre minimal de barres à assembler.

En géométrie plane, la superficie développée  $A$  par un polygone régulier est donnée par la formule :

$$A = \frac{NL_b^2}{4 \tan\left(\frac{\pi}{N}\right)} \quad (\text{II-13})$$

où  $N$  désigne le nombre de barres, et  $L_b$  leur longueur.

Il n'est cependant pas possible d'inverser cette application pour obtenir le nombre de barres en fonction de la superficie désirée  $A$  et de la longueur de barre  $L_b$ . Afin de résoudre ce problème, nous choisissons d'effectuer un développement de Taylor à l'ordre 3 de l'application  $N \mapsto \tan\left(\frac{\pi}{N}\right)$ .

On obtient ainsi une approximation de la superficie désirée  $A^{\text{approx}}$  :

$$A^{\text{approx}} = 4 \frac{N^4 L_b^2}{\pi N^2 + \frac{\pi^3}{3}} \quad (\text{II-14})$$

On déduit ainsi de (II-14) le nombre de barres en fonction de la superficie désirée  $A_d$  et du nombre de barres  $L_b$  :

$$N(\zeta) = \left\lceil \sqrt{\frac{2\pi}{\zeta} \left(1 + \sqrt{1 + \frac{\zeta\pi}{3}}\right)} \right\rceil \quad (\text{II-15})$$

avec  $\zeta = L_b^2/A$  et  $[x]$  étant la partie entière de  $x$  par excès définie par (II-16) :

$$[x] - 1 < x \leq [x] \quad (\text{II-16})$$

L'équation (II-15) permet donc d'évaluer le nombre de barres nécessaires en fonction de la superficie à déployer. Cependant, afin d'assurer le pliage d'une structure, le nombre de barres considéré doit être pair et strictement supérieur à 2 ; par conséquent, quand  $N$  est impair, il faut monter à  $N+1$ .

Ainsi, pour notre modélisation, le nombre de barres nécessaire noté  $\tilde{N}$  est donné par (II-17) :

$$\tilde{N}(\zeta) = \begin{cases} N(\zeta) & \text{si } N = 2n, \forall n \in \mathbb{N} \setminus \{0,1\} \\ N(\zeta) + 1 & \text{si } N = 2n + 1, \forall n \in \mathbb{N} \setminus \{0,1\} \end{cases} \quad (\text{II-17})$$

Par exemple, en prenant une barre de longueur  $L_b = 1$  m et une superficie à déployer de  $A = 10$  m<sup>2</sup>, il vient que  $\tilde{N} = 12$ .

On calcule pour un nombre de barres donné, l'erreur relative  $(A - A^{\text{approx}})/A$  qui est due au développement de Taylor de la fonction  $\tan\left(\frac{\pi}{N}\right)$  et donnée par (II-18) :

$$e(N) = 1 - \frac{16N^3}{\pi N^2 + \frac{\pi^3}{3}} \tan\left(\frac{\pi}{N}\right) \quad (\text{II-18})$$

L'équation (II-18) ne dépend pas de la longueur de barre  $L_b$ , pour  $N \geq 4$  l'erreur ne dépasse pas 5,6%, et passe en dessous des 1% pour  $N \geq 8$ . Comme représentée en Figure II-11, on montre que l'erreur converge vers 0 de façon lente quand  $N$  tend vers l'infini. Le détail des calculs est présenté en ANNEXE B.

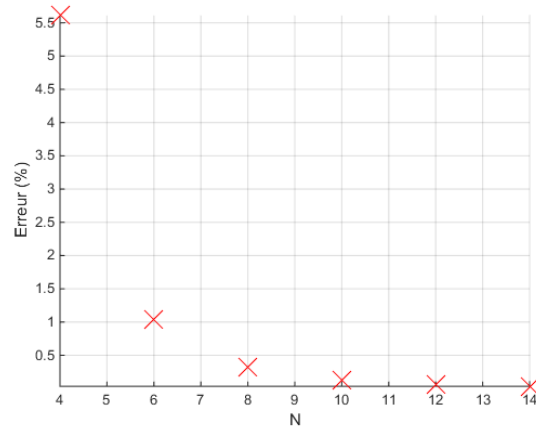


Figure II-11 : Erreur  $e(N)$  en fonction du nombre de barres

Pour aider au choix d'une configuration, nous avons choisi de tracer la superficie déployée pour un nombre de barre donné [Figure II-12]. La fonction A est représentée par des bandes correspondant à un nombre pair de barres dont l'indentation provient de l'utilisation de la fonction partie entière.

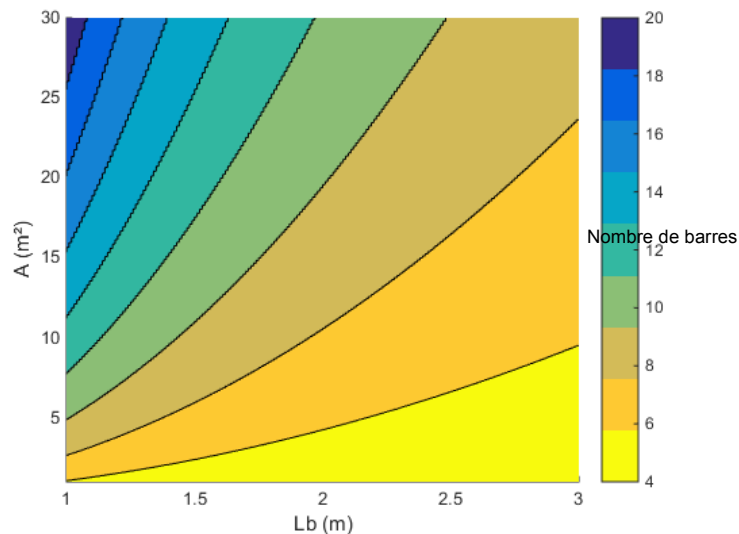


Figure II-12 : Nombre de barres nécessaires en fonction de leur longueur et de la superficie minimale désirée

### II.1.3. Géométrie en configuration gerbée

Comme vu précédemment, la compacité en configuration gerbée est un critère essentiel du dimensionnement de la structure déployable. Nous considérerons ici que la structure est stockée dans un cylindre.

Comme nous allons le voir, deux configurations ont été envisagées pour le pliage d'un anneau polygonal : la configuration « 1-cercle » [Figure II-13-a] et la configuration « 2-cercles » [Figure II-13- b]. Leurs performances et contraintes respectives sont exposées dans la suite.

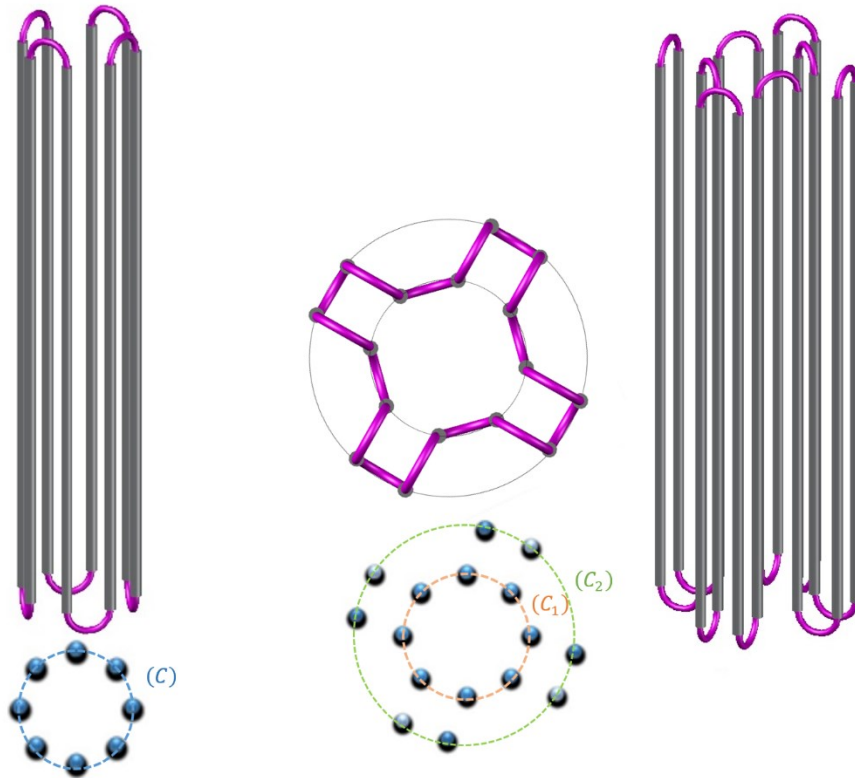


Figure II-13 : Les deux configurations "1-cercle" (a) et "2-cercles" (b)

### II.1.3.1. Configuration « 1-cercle »

La configuration « 1-cercle » consiste en la disposition des barres selon un cercle dont la ligne moyenne de chaque barre est orthogonale au plan formé par le cercle. Afin de s'assurer que la structure n'est pas trop volumineuse, des calculs sur les contraintes géométriques de ce type de structure en configuration gerbée ont été effectués. La Figure II-14 représente la structure « 1-cercle » en plan de coupe transversal du cylindre de stockage.

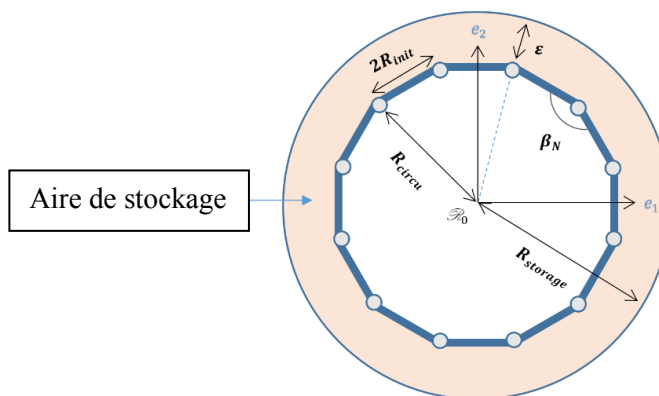


Figure II-14 : Plan de coupe transversal de la structure « 1-cercle » en configuration gerbée

L'angle formé par deux côtés consécutifs du polygone est donné par :

$$\beta_N = \frac{N-2}{N} \pi, \quad \forall N \in \mathbb{N}, \quad N \geq 4 \quad (\text{II-19})$$

La Figure II-15 représente un agrandissement d'une portion de la Figure II-14 avec  $R_{\text{circ}}$  le rayon d'encombrement imposé de la structure en configuration gerbée.

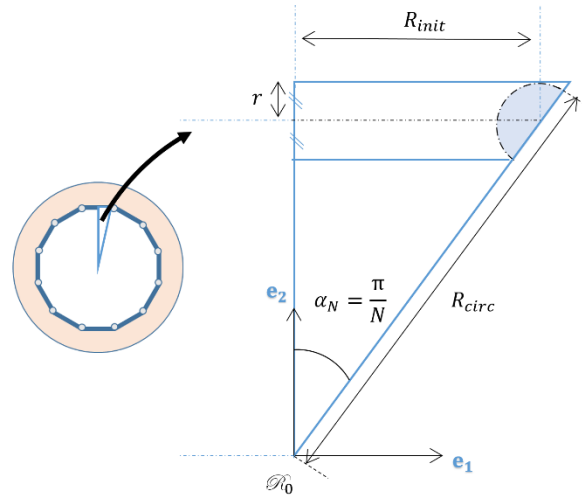


Figure II-15 : Vue de coupe d'une portion de la structure en configuration gerbée

Le rayon extérieur  $R_{\text{circ}}$  de la structure en phase compacte est donné par (II-20) :

$$R_{\text{circ}} = \frac{R_{\text{init}}}{\sin\left(\frac{\pi}{N}\right)} + r \quad (\text{II-20})$$

où  $r$  est le rayon de la barre, et  $R_{\text{init}}$  le rayon de la liaison joignant deux barres en configuration gerbée.

Une première condition est donnée par le jeu  $\varepsilon$ , entre le rayon de l'espace de stockage  $R_{\text{storage}}$  et le rayon circonférentiel  $R_{\text{circ}}$  de la structure à l'état plié donné par (II-21) :

$$R_{\text{circ}} = R_{\text{storage}} - \varepsilon \quad \forall N \in 4\mathbb{N}^* \quad (\text{II-21})$$

La seconde condition géométrique impose un rayon maximal pour les barres et les joints, limité par le contact entre les barres ( $r \leq R_{\text{init}}$ ). On en déduit ainsi l'inéquation traduisant la contrainte géométrique sur le rayon d'une barre (II-22).

$$0 < r \leq R_{\text{init}} \leq \frac{R_{\text{circ}} \sin\left(\frac{\pi}{N}\right)}{1 + \sin\left(\frac{\pi}{N}\right)} \quad (\text{II-22})$$

Par exemple, dans le cas d'un CubeSat, pour une compacité autorisée de  $3 \times 3 \times 10 \text{ cm}^3$ , avec  $\varepsilon = 0$  et  $N = 36$ , pour une voile de désorbitation de  $1 \text{ m}^2$ , le rayon maximal d'une barre est  $r \leq 1,5 \times \frac{\sin\left(\frac{\pi}{36}\right)}{1 + \sin\left(\frac{\pi}{36}\right)}$  ce qui donne  $r \leq 1,2 \text{ mm}$ .

### II.1.3.2. Configuration « 2-cercles »

Dans le but d'obtenir une meilleure compacité, il est possible d'arranger les barres d'une autre manière. Pour la configuration « 1-cercle », les barres distribuées le long d'un cercle se déploient en une seule étape. La seconde possibilité est d'arranger les barres sur 2 cercles concentriques intérieur ( $C_1$ ) et extérieur ( $C_2$ ), ce qui nécessite alors un déploiement en deux étapes qui sera détaillé dans la suite.

De façon à permettre le déploiement, le nombre de barres doit être dans ce cas un multiple de 4. La Figure II-16 présente 3 arrangements de 12-16-20 barres en configuration gerbée.

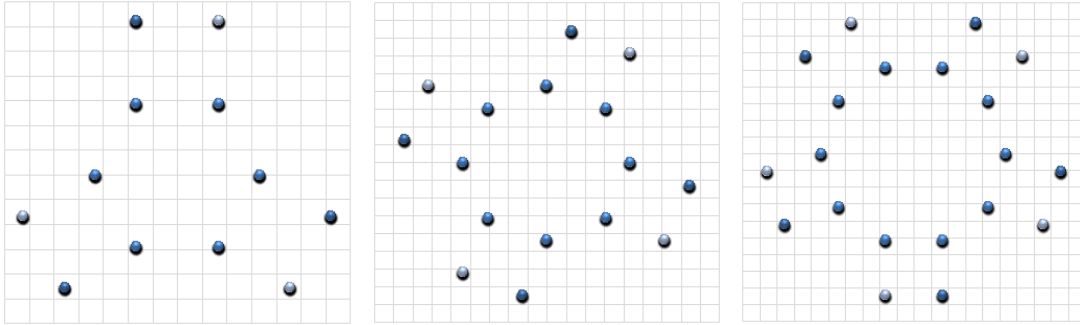


Figure II-16 : Nouvelle configuration stockée pour 12-16-20 barres

Afin de savoir si la configuration « 2-cercles » est plus favorable que la configuration « 1-cercle » en termes de compacité, on définit pour la configuration « 1-cercle »  $R_c$ , le rayon passant par les axes des barres :

$$R_c = \frac{R_{init}}{\sin\left(\frac{\pi}{N}\right)} \quad (\text{II-23})$$

Pour un même nombre de barres, on le compare au rayon  $R_{c2}$  de la configuration « 2-cercles » présenté Figure II-17, et qui correspond au rayon passant par les axes de barres situées sur la couronne extérieure.

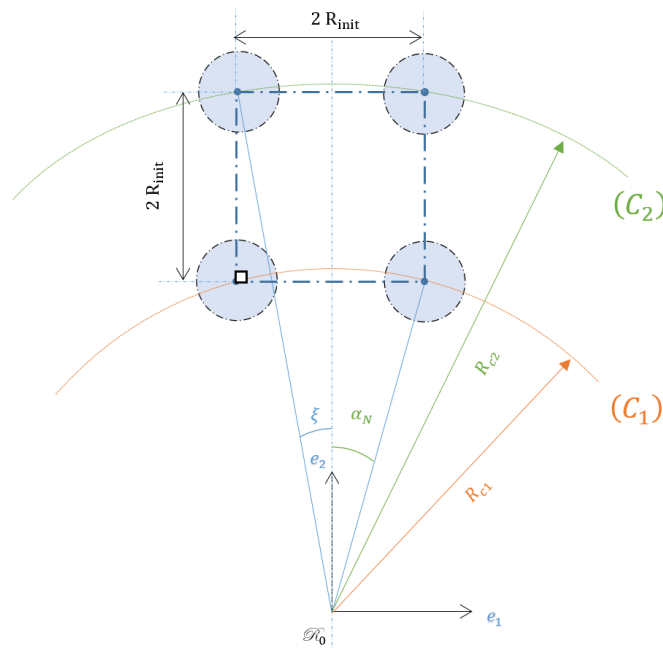


Figure II-17 : Géométrie d'une portion de structure « 2-cercles »

Il vient géométriquement :

$$R_{c2} = R_{init} \sqrt{\left(\frac{1}{\tan\left(\frac{2\pi}{N}\right)} + 2\right)^2 + 1} \quad (\text{II-24})$$

On trouve numériquement que  $R_c > R_{c2}$  quand  $N > 8$  [Figure II-18]. Pour  $N$  élevé, on remarque que la configuration « 2-cercles » est plus efficace en termes d'encombrement.

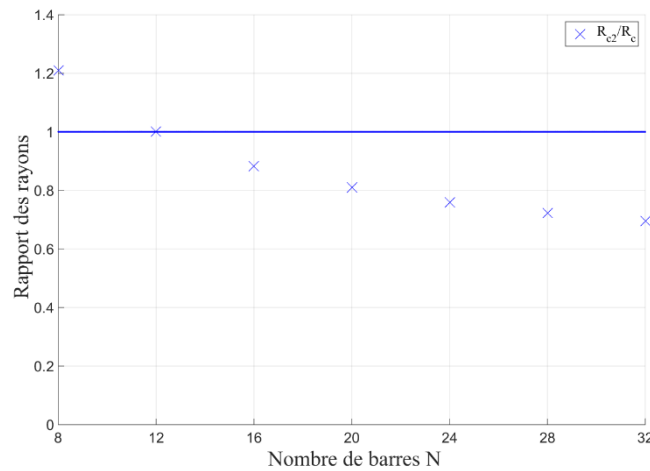


Figure II-18 : Rayons pour les configurations « 1-cercle » et « 2-cercles » en fonction de  $N$ .

Les équations de contraintes géométriques du rayon d'une configuration « 2-cercles » sont données par :

$$0 < r \leq R_{init} \leq \frac{R_{circ2}}{1 + \sqrt{\left(\frac{1}{\tan\left(\frac{\pi}{N}\right)} + 2\right)^2 + 1}} \quad (\text{II-25})$$

Avec,  $R_{circ2} = R_{c2} + r = R_{storage} - \varepsilon$ .



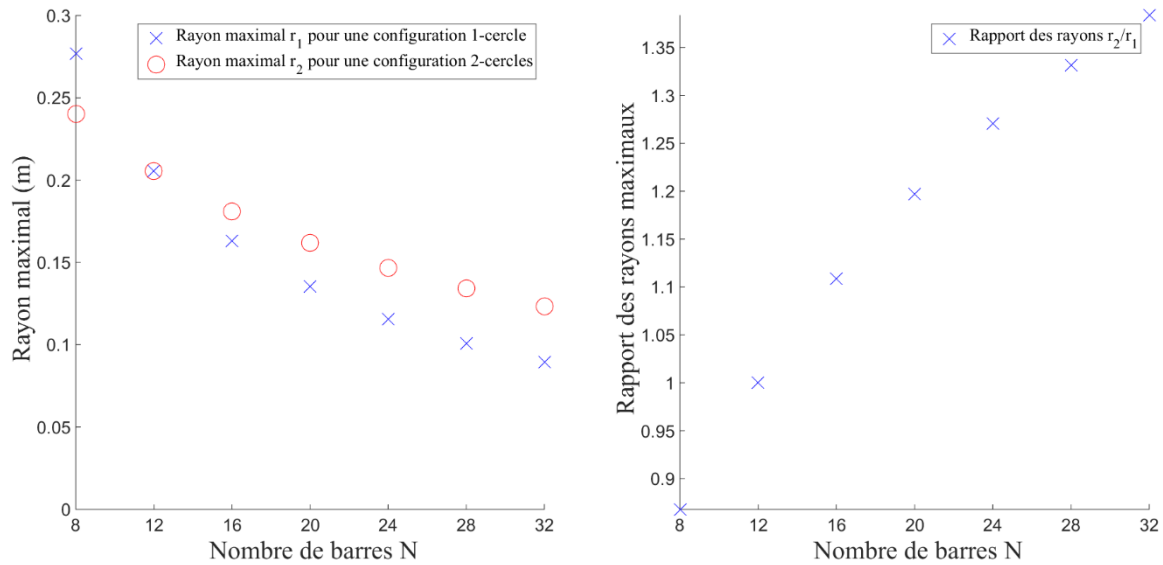


Figure II-19 : Comparaison entre les rayons maximaux des barres pour les 2 configurations avec  $R_{circum2} = 1 m$

Comme attendu et représenté [Figure II-19], pour des compacités initiales identiques, les équations de contraintes géométriques du rayon d'une barre sont plus restrictives pour la configuration « 2-cercles » que pour la configuration « 1-cercle ». Le rayon des barres pourra donc être plus élevé pour une configuration « 1-cercle » que pour une configuration « 2-cercles ». On constate que le rayon d'une barre pour la configuration « 1-cercle » tend vers celui de la configuration « 2-cercles » en l'infini.

Afin d'avoir un déploiement maîtrisé, nous choisissons d'effectuer le déploiement de la configuration « 2-cercles » en 2 étapes : une étape qui consiste à libérer les nœuds servant à maintenir l'ossature en configuration gerbée pour les barres situées sur le cercle extérieur C2, puis lorsque ces barres sont alignées avec les barres se trouvant sur C1, on libère les degrés de liberté des nœuds des barres se trouvant sur C1.

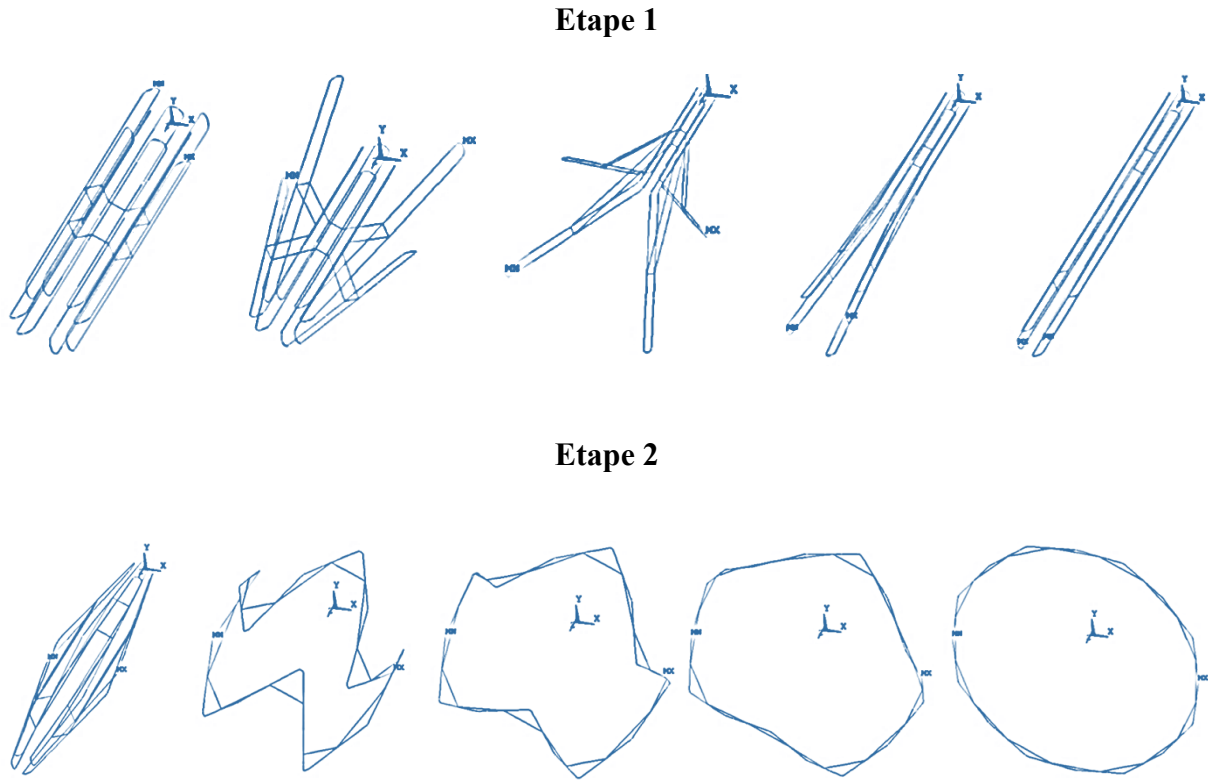


Figure II-20 : Déploiement en deux étapes de la configuration « 2-cercles »

## II.2. Analyse statique

### II.2.1. Modèle analytique

Dans cette partie, nous allons déterminer l'équilibre statique d'un module puis généraliser cet équilibre pour une structure composée de  $2(\mathbb{N} \setminus \{0,1\})$  éléments.

#### II.2.1.1. Analyse statique d'un module

La géométrie du module est représentée sur la Figure II-21.

Soit  $R_0$ , défini par  $(e_1, e_2, e_3)$  la base canonique de  $\mathbb{R}^3$ . Soit  $\mathcal{O}(3, \mathbb{R})$  le groupe orthogonal des isométries directes.  $R_0$  est positionné au centre de la structure défini par le carré formé par les câbles de maintien.

Soit  $\omega = (\overrightarrow{P_0P_A}, \overrightarrow{P_0P_B})$  l'angle orienté au centre et  $\alpha = (\overrightarrow{P_LP_A}, \overrightarrow{P_LP_B})$  l'angle orienté formé par deux barres consécutives. La structure admet deux plans de symétrie  $(e_1, e_3)$ ,  $(e_2, e_3)$ .

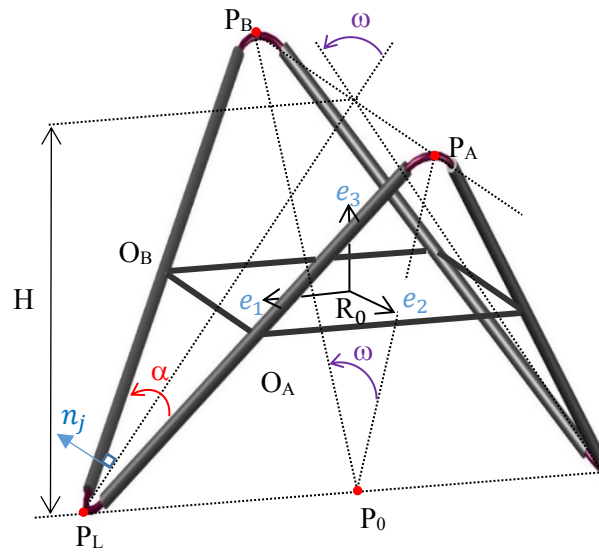


Figure II-21 : Schéma du tétraèdre pour déterminer l'équilibre statique

Dans le repère  $R_0$ , le torseur de cohésion au nœud A s'écrit :

$$\tau_{\text{coh } 1} = \begin{Bmatrix} F_{e_1} & M_{e_1} \\ F_{e_2} & M_{e_2} \\ F_{e_3} & M_{e_3} \end{Bmatrix} \quad (\text{II-26})$$

Grâce à la symétrie donnée par le plan formé par la famille de vecteurs  $(e_1, e_3)$ , le torseur de cohésion au nœud B s'écrit :

$$\tau_{\text{coh } 2} = \begin{Bmatrix} F_{e_1} & -M_{e_1} \\ -F_{e_2} & M_{e_2} \\ F_{e_3} & -M_{e_3} \end{Bmatrix} \quad (\text{II-27})$$

$T_1$  et  $T_2$  sont les vecteurs force introduits par les câbles tendus définis aux nœuds  $O_A$  et  $O_B$  tels que :

$$T_1 = \begin{pmatrix} -T \\ -T \\ 0 \end{pmatrix} \quad \text{et} \quad T_2 = \begin{pmatrix} -T \\ T \\ 0 \end{pmatrix} \quad (\text{II-28})$$

En coupant le système par le plan  $(e_2, e_3)$ , les torseurs et les efforts sont représentés sur la Figure II-22, où l'ossature est projetée dans le plan de symétrie  $(e_2, e_3)$ .

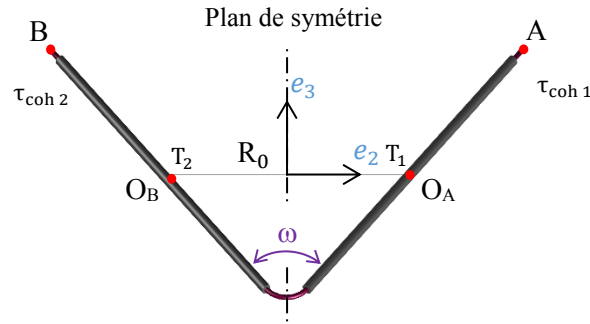


Figure II-22 : Plan de symétrie du tétraèdre

La structure présente une symétrie d'angle  $\pi$  autour de  $e_3$ . Cette opération est représentée par  $R_{e_3}$  :

$$R_{e_3} = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad R_{e_3} \in O(3, \mathbb{R}) \quad (\text{II-29})$$

D'après la troisième loi de Newton : « L'action est toujours égale à la réaction ; c'est-à-dire que les actions de deux corps l'un sur l'autre sont toujours égales et de sens contraires ».

Les conséquences mécaniques sont :

$$F_{P_B} = -R_{e_3} F_{P_A} = (F_{e_1}, F_{e_2}, -F_{e_3})^t \quad (\text{II-30})$$

Les équations (II-27) et (II-30) nous donnent :

$$F_{e_2} = -F_{e_2} = 0, \quad F_{e_3} = -F_{e_3} = 0 \quad (\text{II-31})$$

La symétrie donne pour les moments :

$$M_{P_B} = -R_{e_3} M_{P_A} = (M_{e_1}, M_{e_2}, -M_{e_3})^t \quad (\text{II-32})$$

Les équations (II-27) et (II-32) mènent à la relation :

$$M_{e_1} = -M_{e_1} = 0 \quad (\text{II-33})$$

L'équilibre des efforts [Figure II-22] nous permet d'écrire sur  $e_1$  :

$$2F_{e_1} - 2T = 0 \quad (\text{i.e.}) \quad F_{e_1} = T \quad (\text{II-34})$$

L'équilibre du moment suivant  $e_2$  s'écrit :

$$2M_{e_2} + 2T \frac{H}{2} = 0 \quad (\text{i. e.}) \quad M_{e_2} = -T \frac{H}{2} \quad (\text{II-35})$$

Le moment local suivant  $n_j$ , le vecteur normal au plan  $(O_A O_B P_L)$ , s'écrit :

$$M_{\text{joint}} = \frac{E_{\text{joint}} I_{\text{joint}}}{R_{\alpha}} \quad (\text{II-36})$$

La projection du moment sur  $e_1$  et  $e_3$  nous donne :

$$M_{e_2} = M_{\text{joint}} \cos\left(\frac{\omega}{2}\right) \quad (\text{II-37})$$

et,

$$M_{e_3} = M_{\text{joint}} \sin\left(\frac{\omega}{2}\right) \quad (\text{II-38})$$

Par conséquent, on en déduit que :

$$\frac{M_{\text{joint}}}{T} = \frac{H}{2 \cos\left(\frac{\omega}{2}\right)} \quad (\text{II-39})$$

En développant le membre de droite de l'équation (II-39), l'équilibre statique s'écrit :

$$\frac{|M_{\text{joint}}|}{|T|} = \left[ \frac{1}{2} L_b + \frac{\pi R_{\text{init}}}{\pi - \alpha} \left( 1 - \sin\left(\frac{\alpha}{2}\right) \right) \right] \cos\left(\frac{\alpha}{2}\right) \quad (\text{II-40})$$

La représentation graphique de l'évolution de la tension dans les câbles ainsi que du moment présent dans la liaison pour  $L_b = 1$  m,  $L_a = 5$  cm,  $E = 125$  GPa,  $I = 0,79$  mm<sup>4</sup> est donnée dans la Figure II-23.

La relation analytique de la tension dans les câbles est donnée par :

$$T = \frac{E_{\text{joint}} I_{\text{joint}}}{R_{\text{init}}} \frac{1 - \frac{\alpha}{\pi}}{\left[ \frac{L_b}{2} + \frac{\pi R_{\text{init}}}{\pi - \alpha} \left( 1 - \sin\left(\frac{\alpha}{2}\right) \right) \right] \cos\left(\frac{\alpha}{2}\right)} \quad (\text{II-41})$$

De la même façon, on déduit le moment local généré par la liaison:

$$M_{\text{joint}} = \frac{E_{\text{joint}} I_{\text{joint}}}{R_{\text{init}}} \left( 1 - \frac{\alpha}{\pi} \right) \quad (\text{II-42})$$

Etant données les symétries de ces systèmes, les relations (II-41) et (II-42) sont vraies pour une structure de  $2n$  barres.

On définit par  $\bar{\alpha}$  l'angle d'ouverture adimensionnel de la structure (ramené à l'angle maximal d'ouverture en configuration plane, la valeur  $\alpha = \pi$  correspondant à un nombre infini de barres) :

$$\bar{\alpha} = \frac{\alpha}{\left(1 - \frac{2}{N}\right) \pi} \quad (\text{II-43})$$

La Figure II-23 montre que  $T$  et  $M_{\text{joint}}$  décroissent en fonction de  $\bar{\alpha}$ , ce qui est normal étant donné que les contraintes sont maximales lorsque la structure est en configuration gerbée. On voit que la tension finale tend vers 0 lorsque  $N$  croit.

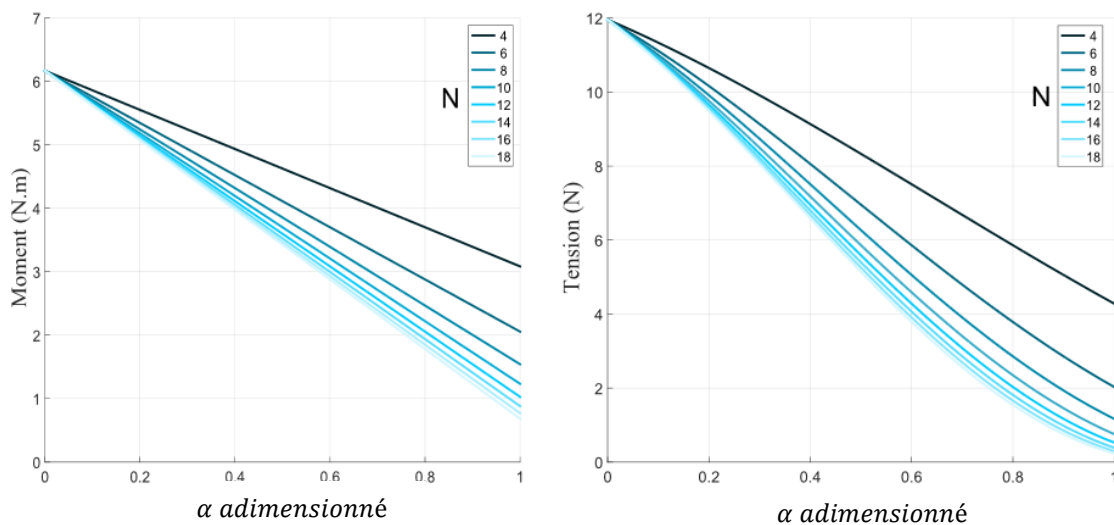


Figure II-23 : Tension dans les câbles et moment de flexion dans les joints pour une configuration donnée

## II.2.2. Modèle numérique

L'analyse numérique par éléments finis permet d'avoir un modèle paramétrable offrant plus d'informations en termes de sollicitations dans les différents éléments que le modèle précédemment présenté. La comparaison des deux modèles consiste à quantifier l'écart entre les efforts locaux présents dans les câbles et les moments locaux générés par la précontrainte de flexion dans les liaisons pour différentes géométries.

Pour réaliser une étude numérique de l'équilibre du système, il est possible de procéder de deux manières différentes menant au même résultat :

- soit la structure est générée en configuration gerbée puis lâchée jusqu'à atteindre la position tendue des câbles de cerclage,
- soit la structure est générée directement avec l'ouverture requise.

Un modèle numérique a été développé sous Ansys®. La précontrainte de flexion dans les liaisons souples est introduite suivant la procédure décrite par Quirant (Quirant, et al., 2011) pour la structure de type ciseaux développée précédemment.

Nous présentons ici les résultats pour un système initialement en configuration gerbée. La résolution passe par la simulation de la dynamique d'ouverture au travers de l'équation du mouvement :

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{u}} + \mathbf{C}\dot{\mathbf{u}} + \mathbf{K}\mathbf{u} = \mathbf{0} \quad (\text{II-44})$$

avec,  $\mathbf{M}$ ,  $\mathbf{C}$ , et  $\mathbf{K}$  qui sont respectivement les matrices de masse, d'amortissement et de raideur, et  $\mathbf{u}$ ,  $\dot{\mathbf{u}}$ ,  $\ddot{\mathbf{u}}$ , les vecteurs déplacement aux nœuds, vitesse et accélération. Dans notre cas, nous choisissons  $\mathbf{C} = 0,01 \times \mathbf{K}$  afin de simuler un amortissement structurel. Les équations sont résolues à l'aide de la méthode de Newmark couplée à la méthode de Newton-Raphson (Demailly, 2016). Les critères de convergence en force, moment, rotation et déplacement sont ceux couramment utilisés dans la littérature.

Dans la simulation, chaque barre est discrétisée en 8 éléments, les joints flexibles en 20 éléments de type "BEAM 4" (Poutre élastique 3D avec 6 degrés de liberté par nœud) et les câbles retenant le déploiement sont constitués d'éléments de type "LINK10" (3 degrés de liberté par nœud).

Les caractéristiques mécaniques et géométriques des différentes simulations sont données dans la Table II-1 et les résultats sont présentés en Table II-2.

	Géométrie			Propriétés mécaniques			
	Longueur (cm)	Diamètre (mm)	Epaisseur (mm)	Moment quadratique (m <sup>4</sup> )	Masse volumique (kg/m <sup>3</sup> )	Coefficient de Poisson	Module de Young (N/m <sup>2</sup> )
tube (carbone)	40	6	1,5	51,05E-06	2700	0,3	125E+09
joint (câble d'acier)	2,5	3	-	0,042E-12	7500	0,3	125E+09
câble (acier)	vari	1	-	-	7500	0,3	125E+09

Table II-1 : Eléments de modélisation

Comme on peut le constater [Table II-2], l'écart relatif entre les deux modèles ne dépasse pas 0,87%, permettant de conforter notre modèle analytique qui permet un dimensionnement plus rapide avec une aussi bonne précision.

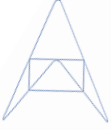



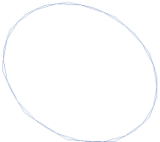
N	Géométries	$\alpha$	$L_w$ (m)	T (N)	$T^{FEM}$ (N)	$\delta_F$ (%)	$M_{joint}$ (Nm)	$M_{joint}^{FEM}$ (Nm)	$\delta_M$ (%)
4		45°	0,173	2,593	2,610	0,65	0,495	0,499	0,76
8		60°	0,221	2,466	2,477	0,43	0,440	0,444	0,87
12		90°	0,305	2,279	2,277	0,11	0,330	0,333	0,79
16		120°	0,370	2,165	2,160	0,21	0,220	0,221	0,67
20		162°	0,420	2,098	2,092	0,30	0,066	0,066	0,19

Table II-2 : Tableau comparatif entre le modèle analytique et le modèle numérique (FEM)



## II.3. Adaptation des géométries aux configurations opérationnelles

### II.3.1. Assemblage de modules pour grilles rigides

En comparaison avec l'ossature d'un module isolé, les structures composées de plusieurs modules permettent d'avoir une meilleure rigidité. Cependant ces ossatures ont un ratio configuration gerbée/configuration déployée plus élevé.

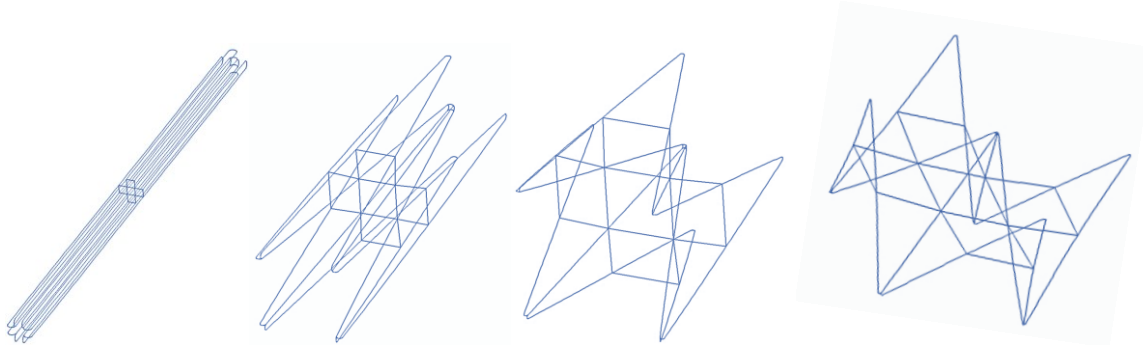


Figure II-24 : Étapes de déploiement d'un assemblage de 4 modules sous Ansys®

La Figure II-24 montre les différentes étapes du déploiement de l'assemblage de 4 ossatures tétraédriques. L'ossature peut être utilisée afin d'accueillir une antenne spatiale ou un des panneaux solaires [Figure II-25].

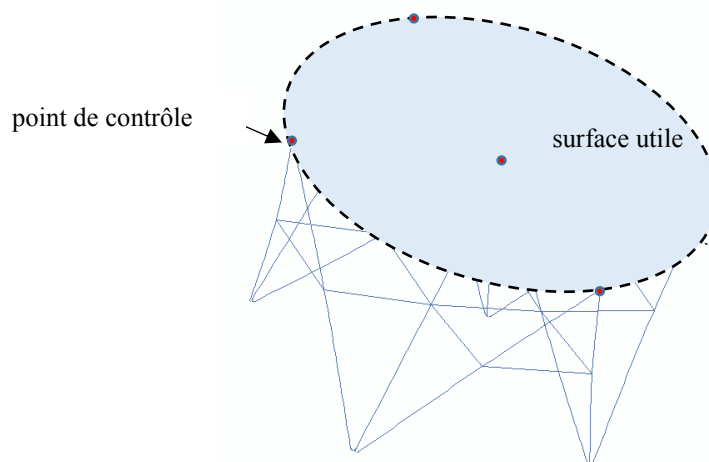


Figure II-25 : Application de l'assemblage de 4 modules à des voiles ou des panneaux solaires

Ces ossatures peuvent se déployer avec des joints souples de type joints « carpentier », joints mètre ruban, joints polymères en fibre de carbone (verrouillage par claquage), ou bien par des joints souples de types lame de carbone ou câble d'acier. Ces grilles peuvent avoir des surfaces planes [Figure II-26] ou bien paraboliques [Figure II-27]. Le déploiement a été simulé sous ToyGL®, logiciel de simulation numérique en dynamique explicite développé au LMGC par J. Averseng (Averseng, 2012).

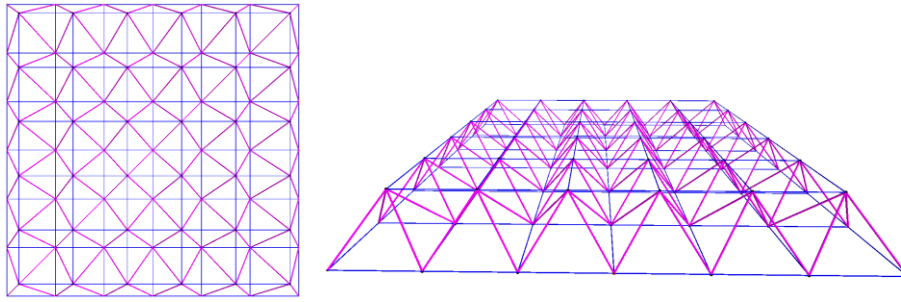


Figure II-26 : Forme parabolique d'une grille à joints souples sous ToyGL®

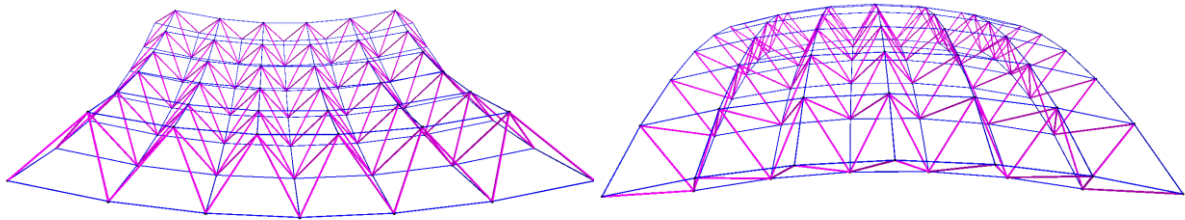


Figure II-27 : Forme parabolique d'une grille à joints souples sous ToyGL®

Cependant, le nombre de liaisons nécessaires pour ce type d'ossature et le mode de déploiement [Figure II-28] (en 2 temps) n'en font pas un bon candidat pour le type d'application visé.

Etape 1: Libération d'un degré de liberté en translation

Etape 2: Libération du second degré de liberté en translation

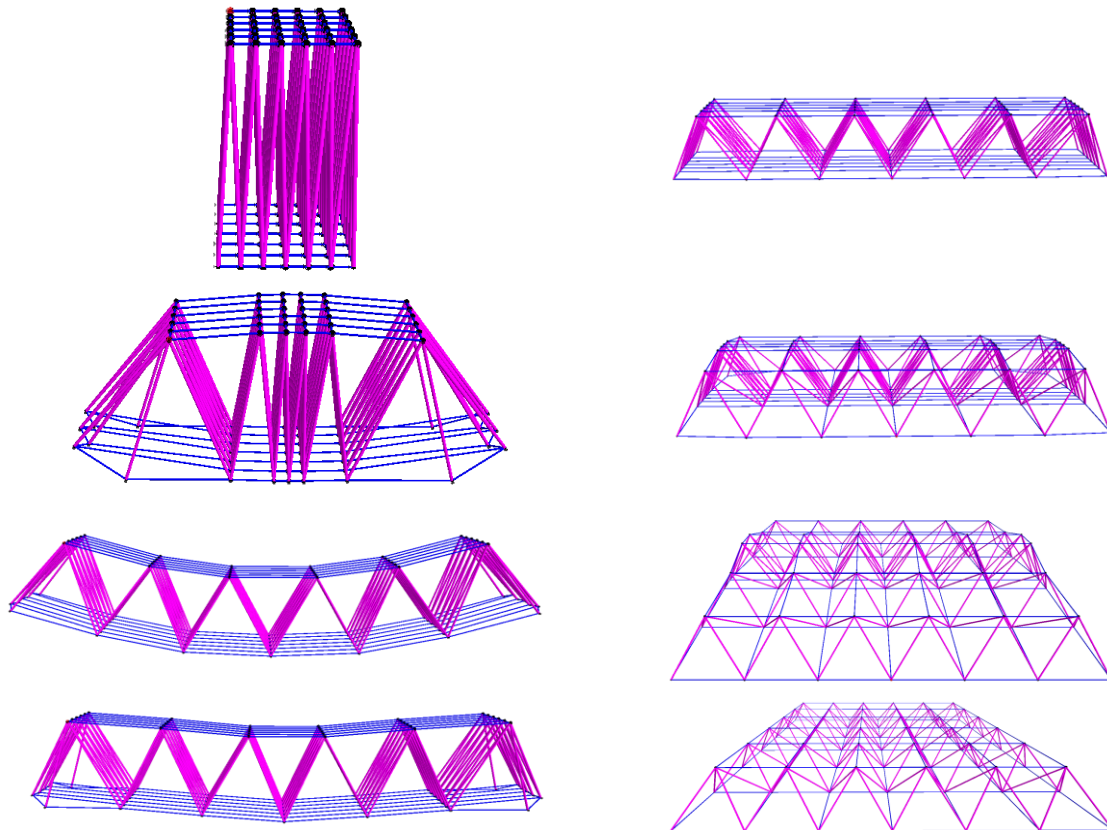


Figure II-28 : Déploiement en deux étapes d'une grille régulière à joints souples sous ToyGl®

### II.3.2. Structure annulaire pour surface tendue

Plusieurs maquettes ont été conçues afin de montrer le potentiel de ce type de structure partiellement [Figure II-29] ou totalement ouvertes [Figure II-31]. Pour ce qui est de la structure partiellement ouverte, des câbles en périphérie de la voile sont insérés dans un ourlet, ce qui met en tension la membrane. Cette dernière est fixée à l'ossature à l'aide de câbles en acier de diamètre 0,2 mm. Les barres de carbone ont une longueur d'un mètre pour un diamètre de 8 mm et les liaisons (câbles en acier) ont une longueur de 10 cm pour un diamètre de 7 mm. Les joints sont fixés sur les barres à l'aide de manchons en acier [Figure II-30]. Les sommets de la voile hexagonale sont fixés au milieu des barres de l'ossature à l'aide d'émérillons. L'analyse statique effectuée dans la première partie de ce chapitre, permet de déterminer la tension au sein de la voile en fonction de l'ouverture de la structure, équivalente à la tension du câble de cerclage.



Figure II-29 : Prototype de voile à ouverture partielle



Figure II-30 : Liaison souple en câble avec manchons

Dans le cas de la voile insérée dans une ossature plane, le prototype est composé d'une feuille de Mylar d'épaisseur 13  $\mu\text{m}$ , pouvant servir de voile de désorbitation hexagonale. La structure est présentée dans sa position fagot et déployée. Des ressorts de compression de diamètre 2 mm et de longueur 3 cm relient consécutivement deux barres faisant office de joints souples. Les barres sont en fibre de carbone, ont une longueur de 10 cm et un diamètre de 2 mm.



Figure II-31 : Photos du démonstrateur d'une voile, en fagot et déployé

D'autres configurations peuvent être envisagées pour la création par exemple de voiles d'ombrage. C'est le cas du TALC, un télescope à haute résolution qui nécessite d'être protégé des radiations. Une voile de 30 m de diamètre doit ainsi être déployée, constituée de 5 voiles de forme générale conique, permettant de ne laisser passer que 2 % de la lumière [Figure II-32].

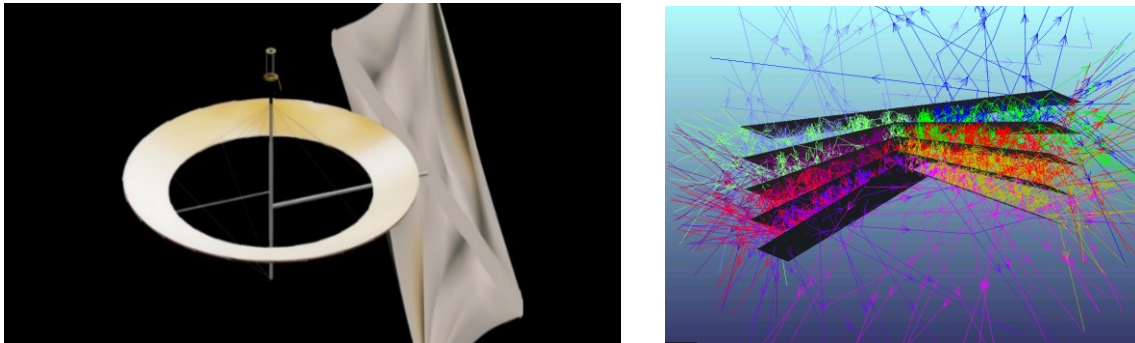


Figure II-32 : Photo du TALC et voile d'ombrage (Durand, 2016)

Une solution comprenant un anneau périphérique et des barres orthogonales à l'anneau permettant de donner la forme conique aux voiles est présentée en Figure II-33.

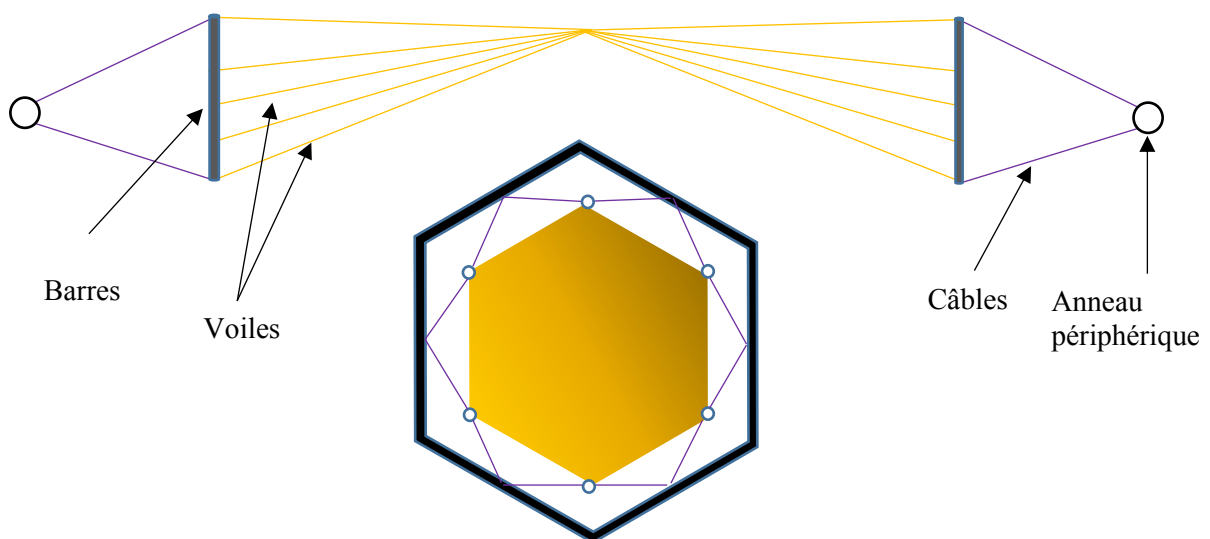


Figure II-33 : Solution pour mise en tension de 5 voiles d'ombrage pour application TALC

## II.4. Conclusion

Dans cette partie, nous avons présenté un nouveau type de structure auto-déployable pour des applications spatiales. Différentes configurations, gerbées et déployées, ont été étudiées géométriquement. En fonction de la superficie à déployer, il a été possible de définir un nombre minimal de barres nécessaires.

Une étude statique, menée comparativement d'un point de vue analytique et numérique, a permis d'évaluer l'état de sollicitation dans le système qui conditionne la mise en tension éventuelle d'un réseau ou d'une membrane au sein de la structure. Le modèle analytique permet un dimensionnement rapide de la tension nécessaire pour le contrôle du déploiement. Il permet également de choisir les caractéristiques mécaniques des liaisons en fonction de l'état de tension souhaité en fin de déploiement.

Cependant, la tension induite sur la surface utile n'est qu'un paramètre de ce dimensionnement, il faut également que l'ossature se déploie de manière maîtrisée et qu'elle soit suffisamment rigide. C'est pourquoi nous développons dans les prochaines parties, des études portant sur la dynamique du déploiement ainsi que sur les aspects fréquentiels. Notre recherche sera orientée vers des solutions applicables à des réflecteurs *shapés*.

# Partie III :

## Modèle mathématique et numérique du déploiement





### III. Modèle mathématique et numérique du déploiement

L'étude des mouvements d'un objet ou d'un ensemble d'objets, c'est-à-dire la cinématique, est un domaine incontournable en mécanique. Elle permet de quantifier les mouvements que peut effectuer un objet, indépendamment d'une action extérieure. L'objet peut translater suivant les 3 directions de l'espace et/ou effectuer des rotations [Figure III-1]. Lorsque cet objet est sollicité mécaniquement, on parle alors de cinétique ou de dynamique. Une étude à l'aide de modèles mathématiques et numériques en introduisant les paramètres physiques, nous permet d'évaluer le mouvement de l'objet. C'est ce que nous nous sommes efforcés de faire dans cette partie pour le système étudié, qui doit passer de la configuration gerbée à la configuration opérationnelle grâce à l'énergie de flexion stockée dans les liaisons.

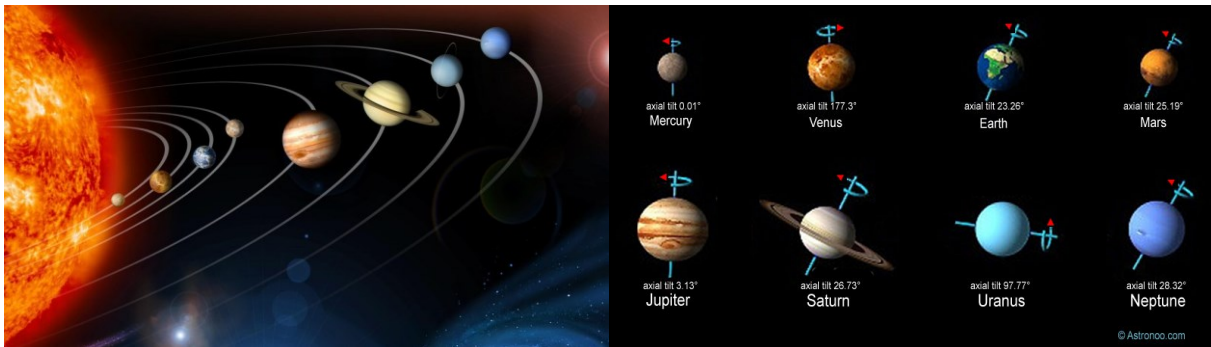


Figure III-1 : Mouvements de rotation des planètes suivant deux axes

Ces mouvements sont générés à l'aide d'éléments moteurs, transformant un potentiel énergétique (énergie potentielle, carburant, ...) en énergie mécanique. C'est le cas des voitures où la combustion du mélange comburant-carburant va permettre la mise en mouvement des pistons, qui eux-mêmes vont entraîner d'autres systèmes à l'aide d'engrenages jusqu'à faire tourner les roues. Les roues tournant, elles permettent à la voiture de se translater.

Dans le dessein d'éviter de perturber l'orbite du satellite lors du déploiement d'antennes, de télescopes ou de tout autres systèmes spatiaux, les déploiements doivent s'effectuer avec de faibles vitesses et accélérations rapportées au centre de gravité du satellite ( $< 0,035 \text{ rad/s}$  et  $0,040 \text{ rad/s}^2$ ). L'étude du comportement mécanique d'ossatures servant à déployer des objets spatiaux en amont est donc primordiale.

Nous proposons dans cette partie de mettre en équation un modèle mathématique du déploiement, dont les paramètres géométriques sont ceux d'une structure composée de  $2n$  barres,  $n \in \mathbb{N} \setminus \{0,1\}$ . La structure est supposée libre (sans point d'accroche). Le modèle proposé sera ensuite confronté à un modèle numérique développé sous le logiciel de calcul éléments finis Ansys®, permettant de vérifier la concordance des deux approches. Nous pourrions dans une dernière partie explorer différents cas de configurations opérationnelles selon le type d'arrimage du système au satellite. La dynamique du déploiement d'une structure 2-cercles (modèle mathématique et éléments finis) sera également présentée.



### III.1. Modèle mathématique du système libre

Le modèle mathématique est basé sur le principe de conservation de l'énergie au cours du déploiement. Afin de déterminer le mouvement effectué par une barre, nous étudions son mouvement à partir de différents paramètres angulaires rattachés au repère global à partir des repères locaux des éléments.

Le mouvement de l'ossature sera déterminé à partir d'un cas général de structure composée de  $N$  barres, avec  $N \in 2\mathbb{N} \setminus \{0,2\}$ .

#### III.1.1. Analyse cinématique

Nous nous intéressons au mouvement qu'effectue une barre pour un système libre, c'est-à-dire quand l'ossature n'est arrimée à aucune structure. Etant donnée la symétrie du système [Figure III-2], il nous est possible d'isoler un élément périodique de la géométrie afin de simplifier la modélisation.

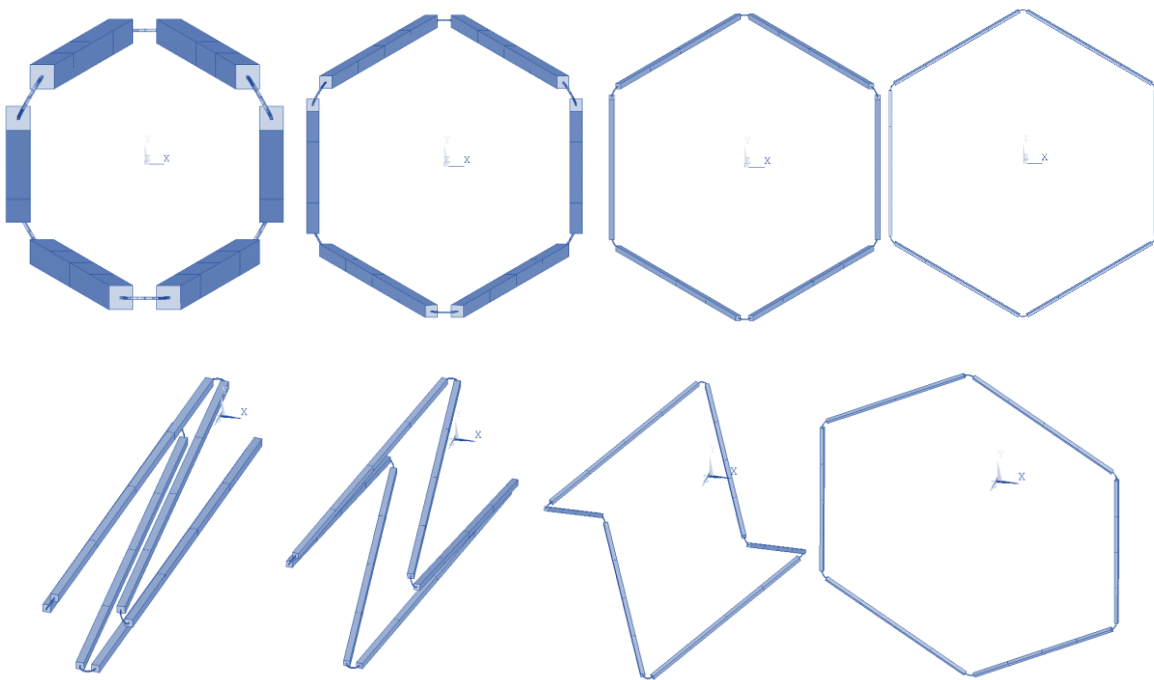
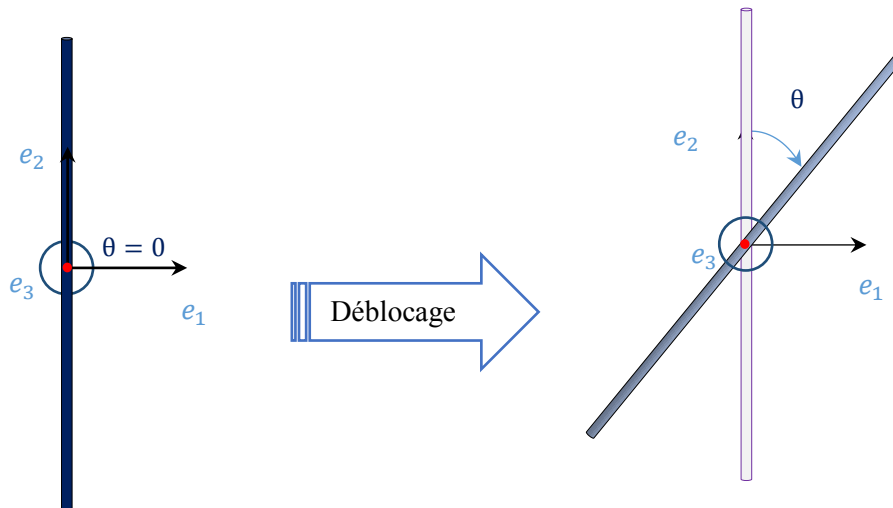


Figure III-2 : Cinématique du déploiement d'un module hexagonal (vue de dessus et en perspective)

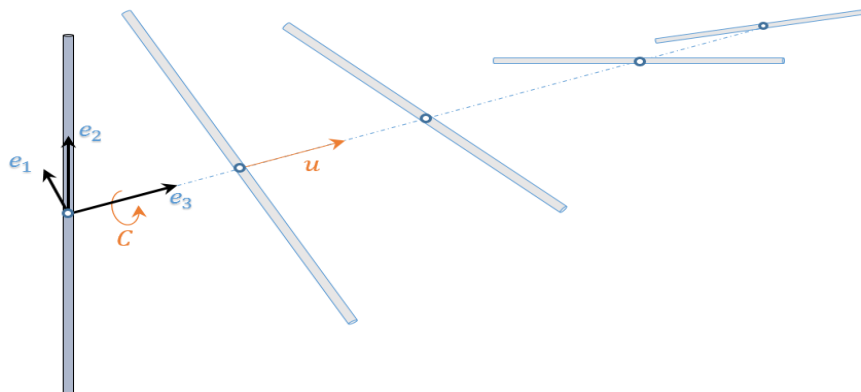
L'élément périodique minimal est constitué d'une barre et de deux demi-liaisons. Compte tenu des dimensions et de la masse de chacun de ces deux éléments, nous négligerons les effets dynamiques induits par les liaisons (les barres sont supposées beaucoup plus massives que les joints souples). De ce fait, nous nous contenterons de la modélisation de la cinématique des barres.

Celle-ci peut être décomposée pour une barre en deux mouvements distincts qui sont une rotation et une translation. Les Figure III-3 et Figure III-4 définissent ces mouvements dans le repère  $(e_1, e_2, e_3)$ ,  $e_3$  étant dirigé vers le centre du module en configuration gerbée. La rotation et la translation sont portées par cet axe.



Etat initial (configuration gerbée)

En cours de déploiement

 Figure III-3 : Rotation de la barre autour de l'axe  $e_3$ 

 Figure III-4 : Translation et rotation autour de l'axe  $e_3$  au cours du déploiement

Ce sont ces deux mouvements appliqués à une barre qui seront utilisés pour l'écriture mathématique de la dynamique du déploiement.

### III.1.2. Écriture de la conservation de l'énergie

Pour un système conservatif, c'est-à-dire pour un système dont l'énergie potentielle (par exemple élastique) se transforme intégralement en énergie cinétique, et réciproquement, les équations d'Euler-Lagrange traduisent la conservation de l'énergie au cours du temps. On note :

$$(E.L): \frac{d}{dt} \frac{\partial}{\partial \dot{\theta}} L(\theta, \dot{\theta}) - \frac{\partial}{\partial \theta} L(\theta, \dot{\theta}) = 0 \quad (\text{III-1})$$

où  $L$  définit le lagrangien du système, exprimé par :

$$L = T - U \quad (\text{III-2})$$

Avec  $T$  et  $U$  définissant respectivement l'énergie cinétique et l'énergie potentielle (ou potentiel élastique) du système.

L'équation d'Euler-Lagrange permet en finalité d'avoir une solution ou une valeur approchée de la solution d'un modèle physique comme décrit par Pommier (Pommier, 2010).

L'énergie nécessaire à la mise en mouvement de la barre est l'énergie élastique que fournit la liaison lorsque celle-ci se déploie. Elle est donnée par l'équation **(III-3)**:

$$W_{\text{él}} = \frac{1}{2} \langle \vec{C}, \vec{\beta} \rangle \quad (\text{III-3})$$

Avec  $\vec{C}$  le couple donné par la liaison, (Cf. **(II-42)**) et  $\vec{\beta}$  l'angle orienté formé par les tangentes à la liaison aux points d'encastrement entre la liaison et les barres. Etant donné que ces deux grandeurs sont portées par le même vecteur normal, il vient que le travail élastique effectué par une liaison est donné par **(III-4)** :

$$W_{\text{él}} = \frac{1}{2} \|\vec{C}\| \cdot \|\vec{\beta}\| \quad (\text{III-4})$$

Soit en fonction de  $\alpha$ , avec  $\alpha \leq 0$  (Cf. [Figure II-5])  $\beta = \pi + \alpha$

$$W_{\text{él}} = \frac{1}{2} \|\vec{C}\| \cdot \|\vec{\beta}\| = \frac{EI}{2R_i} \left(1 + \frac{\alpha}{\pi}\right) (\pi + \alpha), \quad \forall \alpha \in \Omega_\alpha \quad (\text{III-5})$$

Géométriquement, il est possible de montrer que  $\alpha$  et  $\theta$  sont liés par la relation **(III-6)** :

$$\alpha = 2 \operatorname{asin} \left( \sin \theta \cos \frac{\pi}{n} \right) \quad (\text{III-6})$$

L'**ANNEXE C** décrit l'ensemble des paramètres nécessaires à l'écriture mathématique du mouvement et des différentes relations que l'on peut établir entre eux.

Il vient en fonction de  $\theta$  :

$$W_{\text{él}} = \frac{EI}{2\pi R_i} \left( \pi + 2 \operatorname{asin} \left( \sin \theta \cos \frac{\pi}{n} \right) \right)^2, \quad \forall \theta \in \Omega_\theta \quad (\text{III-7})$$

L'énergie cinétique totale de la barre comporte les deux termes correspondant à la translation et à la rotation.

$$E_c = E_t + E_r \quad (\text{III-8})$$

$E_t$  étant l'énergie cinétique de translation, et  $E_r$  l'énergie cinétique de rotation.

$$E_c = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}J\omega^2 \quad (\text{III-9})$$

Où  $v$  représente la norme du vecteur vitesse de translation de la barre et  $\omega$  la norme du vecteur vitesse de rotation de la barre donnée par la rotation du repère local par rapport à la base canonique  $R_0$ . La Figure III-5 donne l'orientation de ce repère avec les différents paramètres décrits dans l'ANNEXE C.

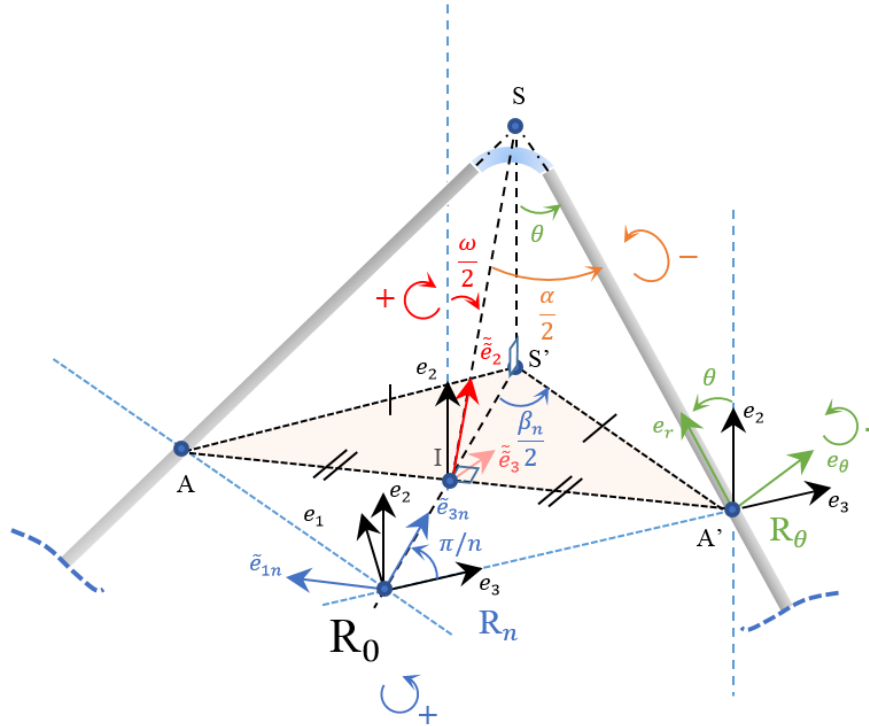


Figure III-5 : Paramétrage de la géométrie

On définit  $R_s$  le rayon inscrit à la structure, par la distance de  $A'$  au centre du repère  $R_0$ .

$$R_s = -\frac{L_t \sin \theta}{2 \tan \frac{\pi}{n}} + \frac{\pi R_i \sqrt{1 - \sin^2 \theta \cos^2 \frac{\pi}{n}}}{\underbrace{\sin \frac{\pi}{n} \left( \pi + 2 \operatorname{asin} \left( \sin \theta \cos \frac{\pi}{n} \right) \right)}_R}, \quad \forall \theta \in \Omega_\theta \quad (\text{III-10})$$

Le premier terme dépend directement de la longueur de la barre alors que le second terme est induit par l'encombrement de la liaison. En supposant que les dimensions de la barre sont grandes par rapport à celles de la liaison, on peut considérer le deuxième terme comme négligeable.

On pose :

$$\widetilde{R}_s = -\frac{L_t \sin \theta}{2 \tan \frac{\pi}{n}}, \quad \forall \theta \in \Omega_\theta \quad (\text{III-11})$$

La vitesse de translation est alors donnée par la dérivée du rayon de la structure  $R_s$  soit :

$$\tilde{v}(\theta, \dot{\theta}) = \frac{d}{dt} \widetilde{R}_s(\theta) = -\frac{L_t \dot{\theta} \cos \theta}{2 \tan \frac{\pi}{n}}, \quad \forall \theta \in \Omega_\theta \quad (\text{III-12})$$

$\omega$  représente la vitesse de rotation de la barre, ce qui se traduit par :

$$\omega = \dot{\theta} \cdot e_3 \quad (\text{III-13})$$

On trouve ainsi l'énergie cinétique équivalente :

$$\widetilde{E}_c = \frac{1}{2} m \tilde{v}^2 + \frac{1}{2} J \dot{\theta}^2 \quad (\text{III-14})$$

Le Lagrangien équivalent  $\widetilde{L}$  s'écrit donc :

$$\widetilde{L} = \widetilde{E}_c - W_{\text{él}} \quad (\text{III-15})$$

Son expression littérale en fonction de  $\theta$  et  $\dot{\theta}$  est :

$$\widetilde{L}(\theta, \dot{\theta}) = \frac{1}{2} m \left( \frac{L_t \dot{\theta} \cos \theta}{2 \tan \frac{\pi}{n}} \right)^2 + \frac{1}{2} J \dot{\theta}^2 - \frac{EI}{2\pi R_i} \left( \pi + 2 \operatorname{asin} \left( \sin \theta \cos \frac{\pi}{n} \right) \right)^2 \quad (\text{III-16})$$

Dans le but d'exprimer la conservation d'énergie du système mécanique, nous écrivons les équations d'Euler-Lagrange pour un système holonome conservatif.

Afin d'éviter de la lourdeur dans les calculs, nous posons par la suite,  $k_n = \frac{mL_t^2}{4 \tan^2 \frac{\pi}{n}}$  et  $\lambda = \frac{EI}{2\pi R_i}$ , raideur de la liaison.

Les équations d'Euler-Lagrange traduisent la conservation de l'énergie cinétique d'un système fermé, ce qui est donné mathématiquement par (III-17) :

$$(\text{E. L.}): \frac{d}{dt} \frac{\partial}{\partial \dot{\theta}} \widetilde{L}(\theta, \dot{\theta}) - \frac{\partial}{\partial \theta} \widetilde{L}(\theta, \dot{\theta}) = 0 \quad (\text{III-17})$$

Etant donné la linéarité du Lagrangien, découplons les équations d'Euler-Lagrange :

$$\lambda_{Ec} = \frac{d}{dt} \frac{\partial}{\partial \dot{\theta}} \widetilde{E}_c - \frac{\partial}{\partial \theta} \widetilde{E}_c \quad (\text{III-18})$$

Avec :

$$\frac{\partial}{\partial \theta} \widetilde{E}_c = -\frac{2}{2} k_n \dot{\theta}^2 \cos \theta \sin \theta = -\frac{1}{2} k_n \dot{\theta}^2 \sin 2\theta \quad (\text{III-19})$$

$$\frac{\partial}{\partial \dot{\theta}} \widetilde{E}_c = \dot{\theta}(k_n \cos^2 \theta + J) \quad (\text{III-20})$$

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial}{\partial \dot{\theta}} \widetilde{E}_c = \ddot{\theta}(k_n \cos^2 \theta + J) + \dot{\theta}(-2\dot{\theta}k_n \cos \theta \sin \theta) \quad (\text{III-21})$$

On déduit de (III-18), (III-19), (III-20) et (III-21) que :

$$\lambda_{E_c} = \ddot{\theta}(k \cos^2 \theta + J) - \dot{\theta}^2 k_n \sin 2\theta + \frac{1}{2} \dot{\theta}^2 k_n \sin 2\theta \quad (\text{III-22})$$

$$\lambda_{E_c} = \ddot{\theta}(k_n \cos^2 \theta + J) - \frac{1}{2} k_n \dot{\theta}^2 \sin 2\theta \quad (\text{III-23})$$

De la même manière sur l'énergie élastique, nous en déduisons :

$$\lambda_{W_{\text{él}}} = \frac{d}{dt} \frac{\partial}{\partial \dot{\theta}} W_{\text{él}} - \frac{\partial}{\partial \theta} W_{\text{él}} \quad (\text{III-24})$$

Avec,

$$\frac{\partial}{\partial \theta} W_{\text{él}} = 2\lambda \frac{\cos \theta \cos \frac{\pi}{n}}{\sqrt{1 - \sin^2 \theta \cos^2 \frac{\pi}{n}}} \left( \pi + 2 \operatorname{asin} \left( \sin \theta \cos \frac{\pi}{n} \right) \right), \quad \forall \theta \in \Omega_\theta \quad (\text{III-25})$$

Etant donné la non dépendance de  $W_{\text{él}}$  à  $\dot{\theta}$ , on en déduit (III-26).

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial W_{\text{él}}}{\partial \dot{\theta}} = 0 \quad (\text{III-26})$$

On déduit de (III-23), (III-24) et (III-25) l'expression littérale de l'équation d'Euler-Lagrange :

$$(E_l) : \begin{cases} \ddot{\theta} - k_n \frac{\sin 2\theta}{2(k_n \cos^2 \theta + J)} \dot{\theta}^2 + 2\lambda \frac{\cos \theta \cos \frac{\pi}{n} \left( \pi + 2 \operatorname{asin} \left( \sin \theta \cos \frac{\pi}{n} \right) \right)}{(k_n \cos^2 \theta + J) \sqrt{1 - \sin^2 \theta \cos^2 \frac{\pi}{n}}} = 0, \quad \forall t \in [0, +\infty[ \\ \theta(t=0) = \theta_0 \\ \frac{d\theta}{dt}(t=0) = 0 \end{cases} \quad (\text{III-27})$$

L'équation ( $E_l$ ) donnée par (III-27) est une équation différentielle (non linéaire) du second ordre en  $\theta$ . Nous avons choisi de résoudre numériquement cette équation à l'aide des schémas de résolution numérique de type Euler et Runge-Kutta (Alfio Quarteroni, 2011) que nous avons implémenté sous Matlab®.

### III.1.3. Interprétation des résultats

Pour la résolution, nous nous plaçons dans le cas test décrit [Table III-1] :

	Géométrie			Propriétés mécaniques			
	Longueur (cm)	Diamètre (mm)	Epaisseur (mm)	Moment d'inertie (m <sup>4</sup> )	Masse volumique (kg/m <sup>3</sup> )	Coefficient de Poisson	Module de Young (GPa)
tube (aluminium)	100	30	-	$\pi \frac{D_t^4}{64}$	2700	0.3	70
joint (câble d'acier)	5	5	-	$\pi \frac{D_{joint}^4}{64}$	7850	0.3	125

Table III-1 : Géométries et propriétés mécaniques des éléments

Sans amortissement, la structure se comporte comme un pendule, et oscille autour de la position d'équilibre (géométrie plane - Figure III-6).

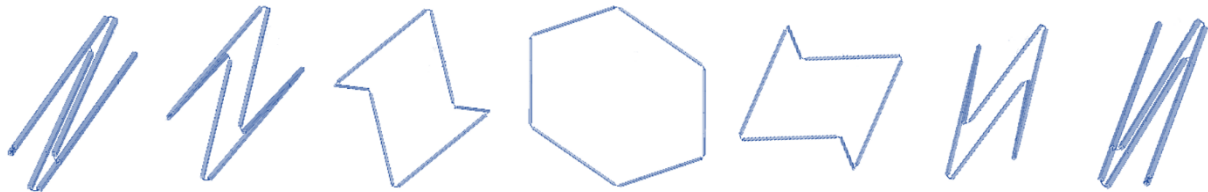


Figure III-6 : Oscillation de la structure sans amortissement autour de la position d'équilibre centrale

La Figure III-7 présente les résultats en termes de position angulaire et de vitesse de rotation en fonction du temps et pour différents pas d'intégration.

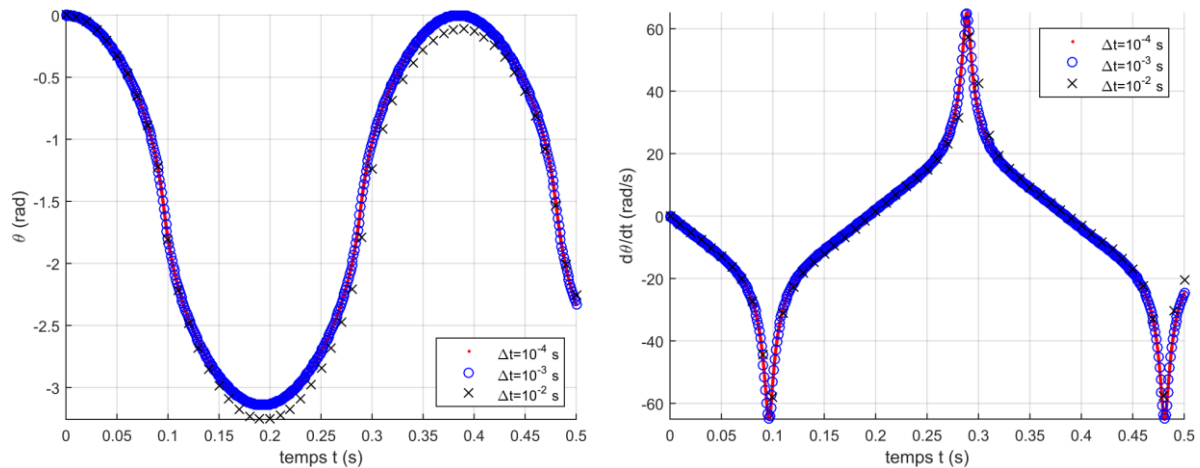


Figure III-7 : Position et vitesse angulaire en fonction du temps

La vitesse de rotation est nulle pour les deux configurations extrêmes gerbées, alors que le maximum de vitesse de rotation est obtenu pour la configuration plane. Comme on peut le constater graphiquement, la vitesse de rotation est maximale en valeur absolue lorsque la courbe représentative de  $\theta$  admet un point d'inflexion.

La Figure III-8 présente le diagramme des phases donnant  $\dot{\theta}$  en fonction de  $\theta$ .

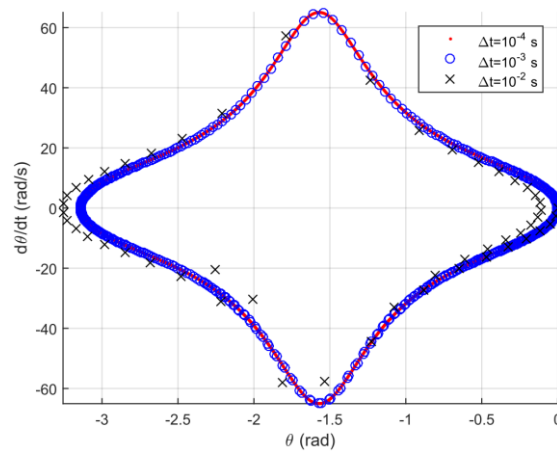


Figure III-8 : Vitesse angulaire en fonction  $\theta$

La Figure III-9 donne l'accélération en fonction du temps et montre l'inversion du signe au passage de la position plane qui est la position d'équilibre.

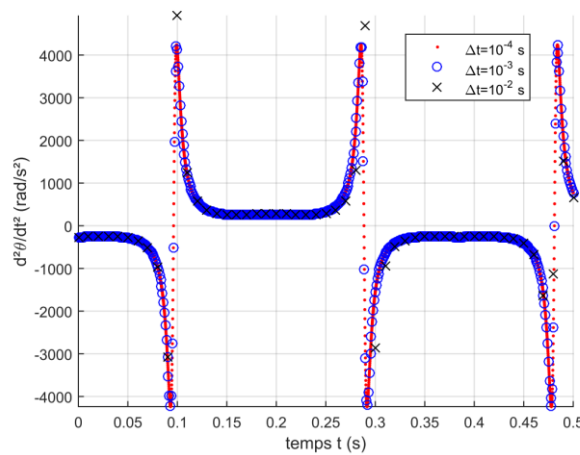


Figure III-9 : Accélération angulaire en fonction du temps

La Figure III-10 montre les diagrammes de phase pour la vitesse et l'accélération angulaires en fonction respectivement de l'angle et de la vitesse angulaire.



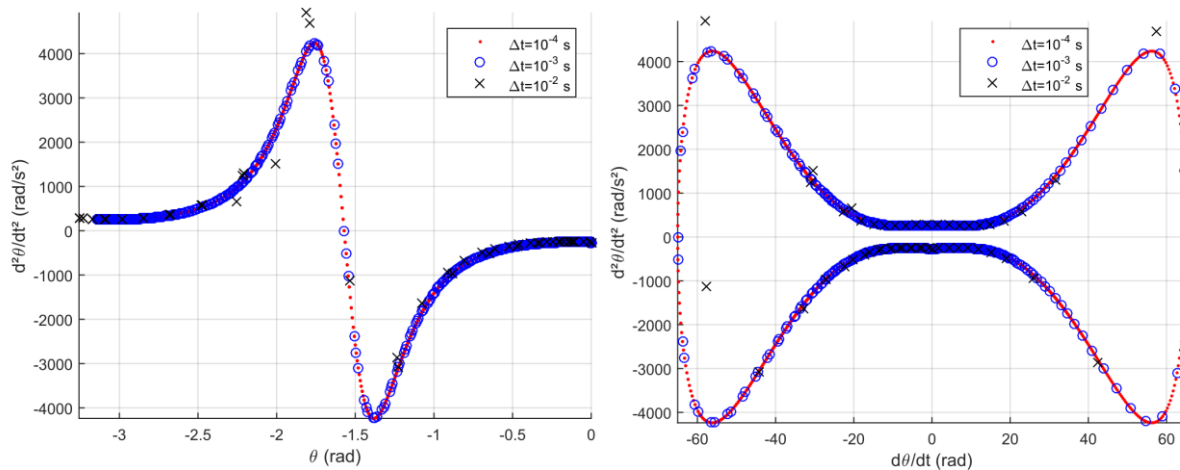


Figure III-10 : Accélération (a) et vitesses angulaires (b) en fonction respectivement de  $\theta$  et  $\dot{\theta}$

L'accélération est nulle lorsque la vitesse angulaire de la barre maximale ou minimale (passage par la position plane).

Afin de vérifier la concordance entre modèle et simulations, nous utilisons la méthode des moindres carrés dans le but de comparer les données entre elles à l'aide du coefficient de corrélation  $r$  [ANNEXE D]. Dans un premier temps, nous étudions l'erreur entre le modèle développé sous Ansys® et le modèle analytique, pour différents modules élastiques et différentes liaisons, sans prendre en considération l'amortissement du système.

Par la suite, nous étudierons l'influence du blocage de la translation du nœud opposé sur le déplacement et la rotation. Pour terminer, nous étudierons le temps de stabilisation de l'ossature pour différents paramètres.

Les graphiques présentés dans cette partie ont été tracés avec les mêmes conditions mécaniques et géométriques que décrites précédemment. La Figure III-11 nous permet de voir que pour une configuration mécanique fixée (au niveau des matériaux), le fait d'augmenter le nombre de barres augmente la période.

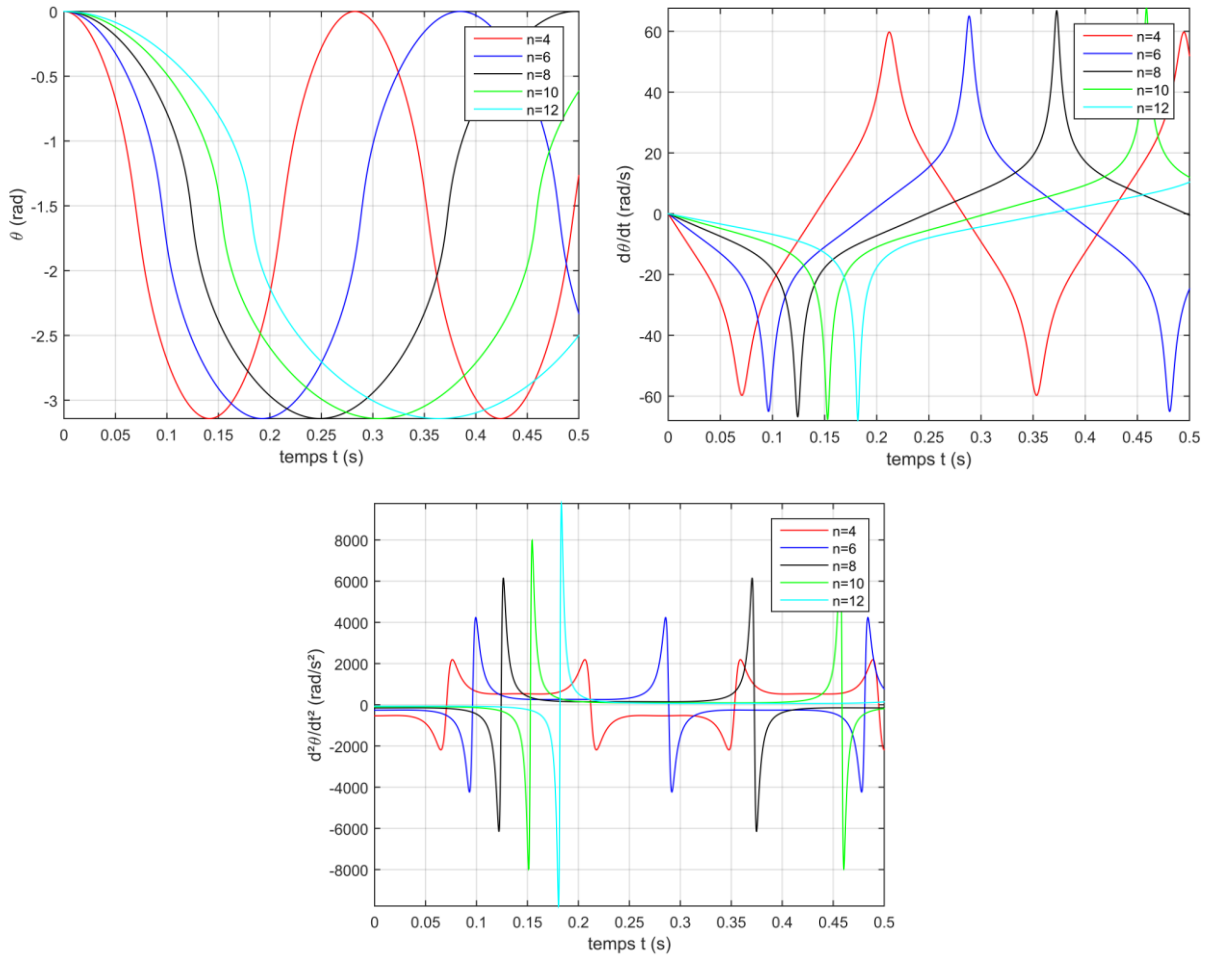


Figure III-11 : Représentation graphique de la rotation, de la vitesse et de l'accélération angulaires d'une barre pour différentes structures en fonction du temps

On peut constater [Figure III-11], qu'avec l'augmentation du nombre de barres, la vitesse de rotation maximale augmente sensiblement sans pour autant avoir modifié les autres paramètres géométriques. Cela est dû à l'orientation du vecteur qui porte le couple induit par la liaison, dont l'action sur la barre est optimisée lorsque le nombre de barres est élevé.

Une analyse paramétrique pour différents angles d'ouverture a été effectuée pour  $N = 6$ . Nous nous intéressons au problème de Cauchy suivant :

$$\ddot{\theta} = f(\theta, \dot{\theta}) \tag{III-28}$$

avec les conditions initiales :

$$\begin{cases} \theta(t = 0) = \theta_0 \\ \dot{\theta}(t = 0) = \dot{\theta}_0 = 0 \end{cases} \tag{III-29}$$

Nous constatons que plus l'angle d'ouverture à l'instant initial est élevé (en valeur absolue), plus la période est petite. La vitesse maximale est moins importante pour une structure dont l'ouverture est faible, comparée à une structure dont l'ouverture à l'instant initial est grande.

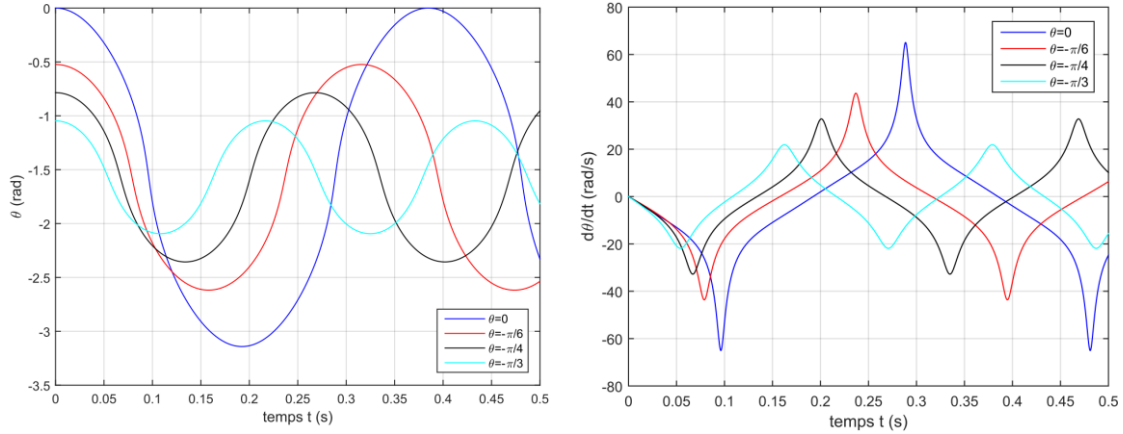


Figure III-12 : Représentation graphique de la position angulaire et de la vitesse angulaire pour différentes ouvertures en fonction du temps

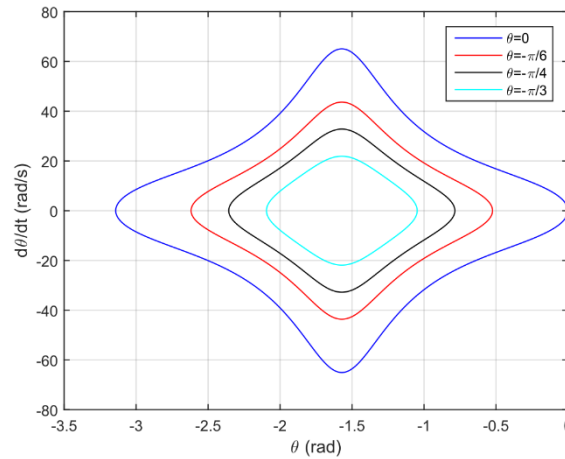


Figure III-13 : Représentation de la solution dans le plan des phases pour différents angles d'ouverture initiaux

### III.1.4. Modèle de déploiement libre avec amortissement

Afin de se rapprocher du cas réel qui doit conduire à la position d'équilibre stable, il est possible d'introduire de l'amortissement structural ou visqueux dans le modèle analytique. Il est ajouté au travers du paramètre  $\xi$  dans l'équation (III-27) pour donner un nouveau système :

$$(E_l): \begin{cases} \ddot{\theta} - k_n \frac{\sin 2\theta}{2(k_n \cos^2 \theta + J)} \dot{\theta}^2 + \xi \dot{\theta} + 2\lambda \frac{\cos \theta \cos \frac{\pi}{n} (\pi + 2 \operatorname{asin}(\sin \theta \cos \frac{\pi}{n}))}{(k_n \cos^2 \theta + J) \sqrt{1 - \sin^2 \theta \cos^2 \frac{\pi}{n}}} = 0, \forall t \in [0, +\infty[ \\ \theta(t=0) = \theta_0 \\ \frac{d\theta}{dt}(t=0) = 0 \end{cases} \quad (\text{III-30})$$

La Figure III-14 présente les résultats en termes de position angulaire et de vitesse de rotation en fonction du temps avec amortissement et laisse apparaître la stabilisation autour de la position d'équilibre plane  $\theta_{eq} = \frac{\pi}{2}$ .

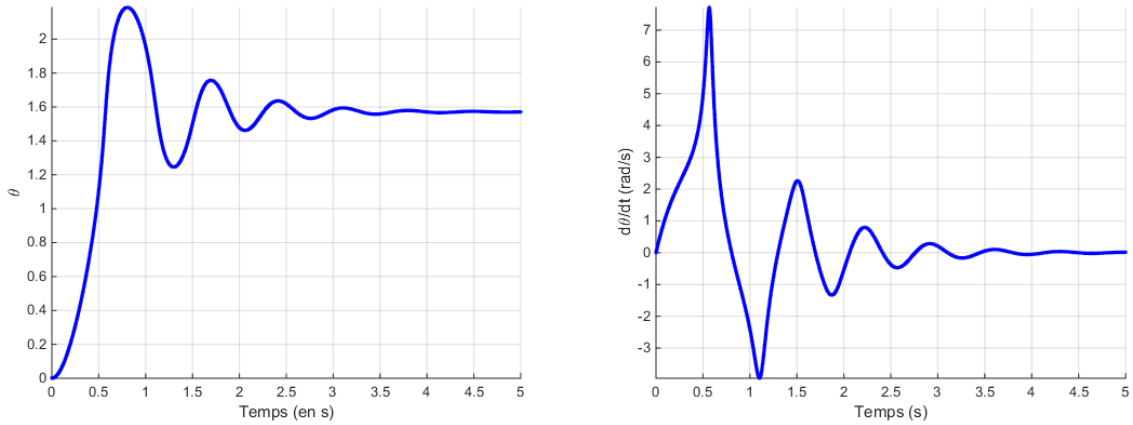


Figure III-14 : Position et vitesse angulaires en fonction du temps avec amortissement

La Figure III-15 présente le diagramme de phase de la vitesse angulaire en fonction de  $\theta$  laissant apparaître le puit de stabilisation.

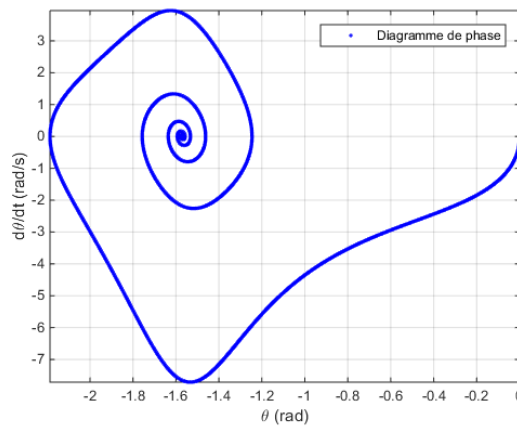


Figure III-15 : Vitesse angulaire en fonction du temps et de la position, avec amortissement

### III.1.5. Etude de la stabilité

Il est possible d'évaluer au cours du temps les variations d'énergie qu'elles soient potentielles ou cinétiques. Pour une ossature composée de 4 barres dont les caractéristiques mécaniques sont données dans la Table III-2, nous avons exprimé et tracé ces différentes valeurs en fonction de  $\theta$  sur une période d'oscillation [Figure III-16].

	Géométrie			Propriétés mécaniques			
	Longueur (cm)	Diamètre (mm)	Epaisseur (mm)	Moment quadratique (m <sup>4</sup> )	Masse volumique (kg/m <sup>3</sup> )	Coefficient de Poisson	Module de Young (GPa)
tube (carbone)	100	30	-	$\frac{\pi D_t^4}{64}$	1550	0.3	125
joint (câble d'acier)	5.00	5	-	$\frac{\pi D_a^4}{64}$	7850	0.3	125

Table III-2 : Propriétés mécaniques de la modélisation de l'ossature à 4 barres

D'un point de vue énergétique, la Figure III-8 représente la variation d'énergie du système en fonction de la position angulaire. L'énergie cinétique de rotation est maximale lorsque que la barre est située à un angle de  $\frac{\pi}{2}$ . Pour l'énergie de translation, on remarque qu'elle est initialement nulle, tout comme l'énergie cinétique de rotation, et qu'elle est nulle lorsque la barre fait un angle de  $\frac{\pi}{4}$  avec le repère global.

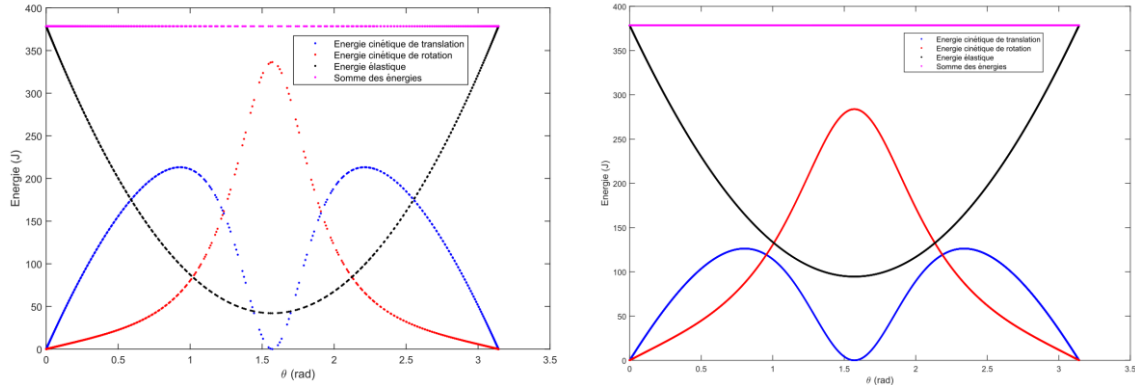


Figure III-16 : Représentation de la répartition énergétique en fonction de  $\theta$  pour deux pas d'intégration ( $\Delta t = 10^{-3}s$  et  $\Delta t = 10^{-4}s$ )

Comme indiqué sur la Figure III-16, l'importance de la sélection du pas de temps est cruciale ; bien que le bilan énergétique soit équilibré pour les deux pas de temps, les écarts énergétiques entre les différents pas de temps sont assez importants. Le pas de temps  $\Delta t$  est choisi pour qu'au même instant  $\tau$ ,  $|\theta_{\Delta t^*}(\tau) - \theta_{\Delta t}(\tau)| < \epsilon$  où  $\Delta t^* = 10^{-1} \times \Delta t$  avec  $\epsilon = 0.001$  rad. L'étude numérique a montré qu'un pas de temps de  $\Delta t = 10^{-5}s$  satisfaisait à l'inéquation pour cette modélisation.

L'énergie cinétique de rotation de la barre est nulle lorsque  $\theta = \{0, \pi\}$ , ce qui correspond aux positions extrêmes gerbées et devient maximale lorsque  $\theta = \frac{\pi}{2}$  ce qui correspond à la position d'ouverture à l'état plan de l'ossature. Au niveau de l'énergie cinétique de translation, pour un système libre, elle est nulle en trois points qui correspondent respectivement à l'état initial, l'état plan et l'état final. Elle admet deux maximums sur le diagramme d'énergie en fonction de  $\theta$ . Ces niveaux d'énergie maximum sont situés en  $\theta = \left\{\frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{4}\right\}$ .

A partir de l'équation (III-19), on en déduit que l'énergie cinétique présente un extrémum pour  $\theta = \{0, \frac{\pi}{2}, \pi\}$ .

Etant donné que la rotation est nulle à l'instant  $t = 0$ , on est déduit que l'énergie cinétique est maximale en  $\theta_{\max} = \pm \frac{\pi}{2}$ .

D'après le théorème de Lejeune-Dirichlet décrit par Pommier (Pommier, 2010), étant donné un système conservatif, tout maximum local strict de l'énergie élastique définit une position d'équilibre stable. Dans un système différentiel représentatif de la conservation d'énergie, une position est dite d'équilibre lorsque son énergie potentielle, élastique dans notre cas est un extremum global de la fonction.

$$\frac{\partial}{\partial \theta} W_{el} = 2\lambda \frac{\cos \theta \cos \frac{\pi}{n}}{\sqrt{1 - \sin^2 \theta \cos^2 \frac{\pi}{n}}} \left( \pi + 2 \operatorname{asin} \left( \sin \theta \cos \frac{\pi}{n} \right) \right) \quad (\text{III-31})$$

$$\frac{\partial}{\partial \theta} W_{\text{él}} = 0 \text{ (i. e.) } 2\lambda \frac{\cos \theta \cos \frac{\pi}{n}}{\sqrt{1 - \sin^2 \theta \cos^2 \frac{\pi}{n}}} \left( \pi + 2 \operatorname{asin} \left( \sin \theta \cos \frac{\pi}{n} \right) \right) = 0 \quad (\text{III-32})$$

Ce qui revient à :

$$\frac{\partial}{\partial \theta} W_{\text{él}} = 0 \text{ (i. e.) } \theta_{\text{él}} = -\frac{\pi}{2} \quad (\text{III-33})$$

Pour cette configuration, nous étudions la stabilité qui sera assurée si l'équation **(III-34)** est vérifiée :

$$\frac{\partial^2}{\partial \theta^2} W_{\text{él}}(\theta_{\text{eq}}) > 0 \quad (\text{III-34})$$

Soit :

$$\frac{\partial^2}{\partial \theta^2} W_{\text{él}}(\theta_{\text{eq}}) = 2\lambda \cos \frac{\pi}{n} \frac{\sqrt{1 - \cos^2 \frac{\pi}{n}}}{1 - \cos^2 \frac{\pi}{n}} \left( \pi + 2 \operatorname{asin} \left( \cos \frac{\pi}{n} \right) \right) \quad (\text{III-35})$$

Tous les termes de l'équation **(III-35)** étant positifs, la position  $\theta_{\text{eq}} = -\frac{\pi}{2}$  est inconditionnellement stable. La stabilité de ce point permet d'avoir une position ouverte pour laquelle la structure se stabilise automatiquement lorsque cette dernière subit des perturbations en position plane, ce qui correspond à un état de moindre énergie.

Cela montre que la position ouverte est stable.

## III.2. Modèle éléments finis du déploiement

Dans ce chapitre, nous allons présenter le même travail de modélisation du déploiement au travers de simulations numériques par éléments finis sous Ansys®. Après avoir paramétré les simulations, nous pourrions comparer les résultats du déploiement du système libre avec le modèle analytique et valider les deux approches.

### III.2.1. Paramétrage du déploiement

Les différentes parties de l'ossature sont modélisées à l'aide d'éléments de type BEAM 4 sous Ansys®. Ces éléments de type poutre sont composés de 2 nœuds à 6 degrés de liberté chacun, comprenant les 3 déplacements et les 3 rotations de l'espace. Afin de retenir la structure en position « partiellement ouverte », pour certaines modélisations, les câbles reliant les milieux des barres consécutifs sont modélisés grâce à des éléments de type LINK10, simplement reliés à deux nœuds et transmettant uniquement un effort suivant l'axe défini par les deux nœuds.

Comme cela a été décrit par Quirant (Quirant, et al., 2011), la précontrainte de flexion dans les joints est introduite par des contraintes géométriques imposant le déplacement et la rotation de chaque extrémité de liaison afin d'assurer la continuité et la régularité géométrique de la liaison. Cette étape du calcul est réalisée pour la configuration gerbée pour laquelle le blocage du déploiement est assuré par des déplacements et des rotations imposés nuls au niveau de certains nœuds.

Pour ce faire, deux types de solutions ont été envisagées [Figure III-17] :

- soit les barres sont encastrées en leurs extrémités,
- soit elles sont encastrées en leur milieu.

Cette introduction de la précontrainte est effectuée dans une première phase de calcul qui se cantonne à des considérations statiques.

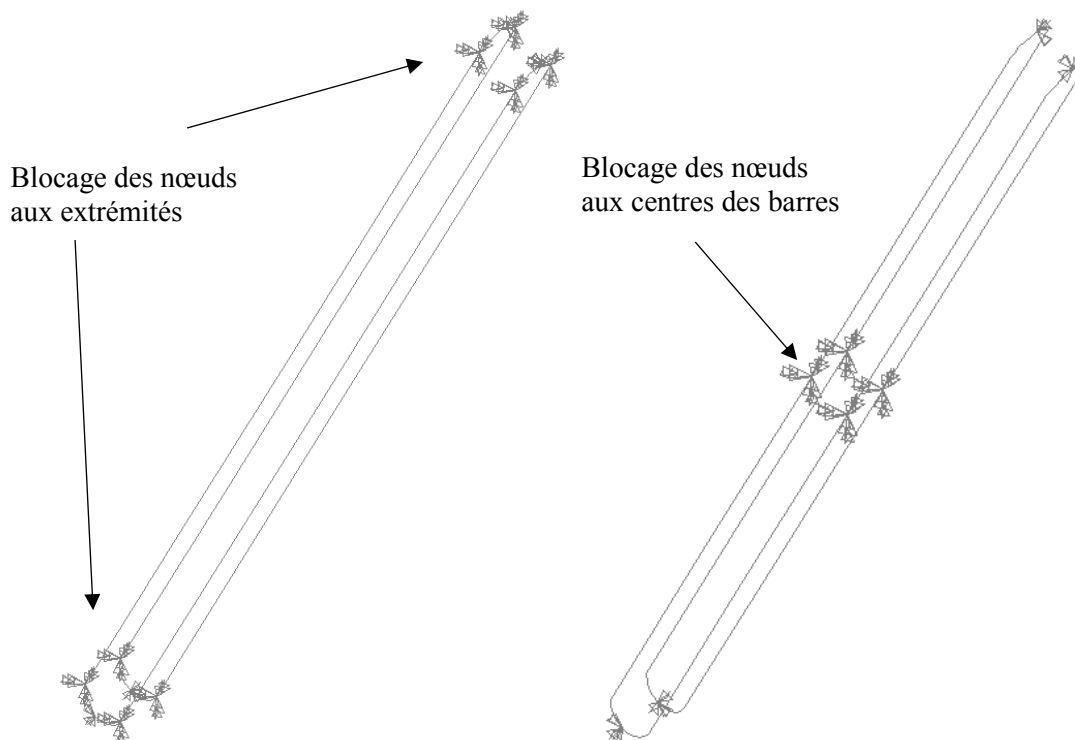


Figure III-17 : Différentes options de fixation de la structure en configuration gerbée

Le fait de bloquer les degrés de liberté des nœuds aux extrémités des barres ou au milieu de chaque barre n'a pas d'influence sur la cinématique et la dynamique du déploiement de l'ossature, mais rend compte de façon différente de l'état de sollicitation interne en fonction du mode de maintien en position gerbée [Figure III-18]. Cette distinction n'a pas lieu d'être dans le cas où le rapport de rigidité entre les barres et les liaisons est élevé. La libération des nœuds des barres s'effectue dans une étape de calcul supplémentaire dynamique dont la résolution est conduite à l'aide du schéma numérique de type Newmark (Ansys, 2016).

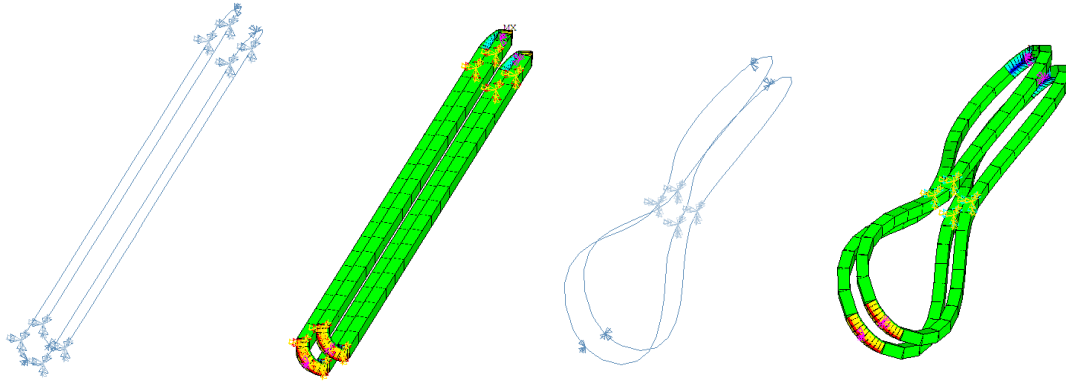


Figure III-18 : Solutions de mise en précontrainte et effets sur les contraintes internes (relevées par la déformée) en configuration gerbée

### III.2.2. Système libre

Un premier cas test a permis de tester le modèle numérique en choisissant une longueur de liaison égale à 3 cm et une barre de longueur 1 m. Cela a permis de déterminer la cinématique de déploiement et d'évaluer le mouvement de chacune des barres d'un module [Figure III-19].

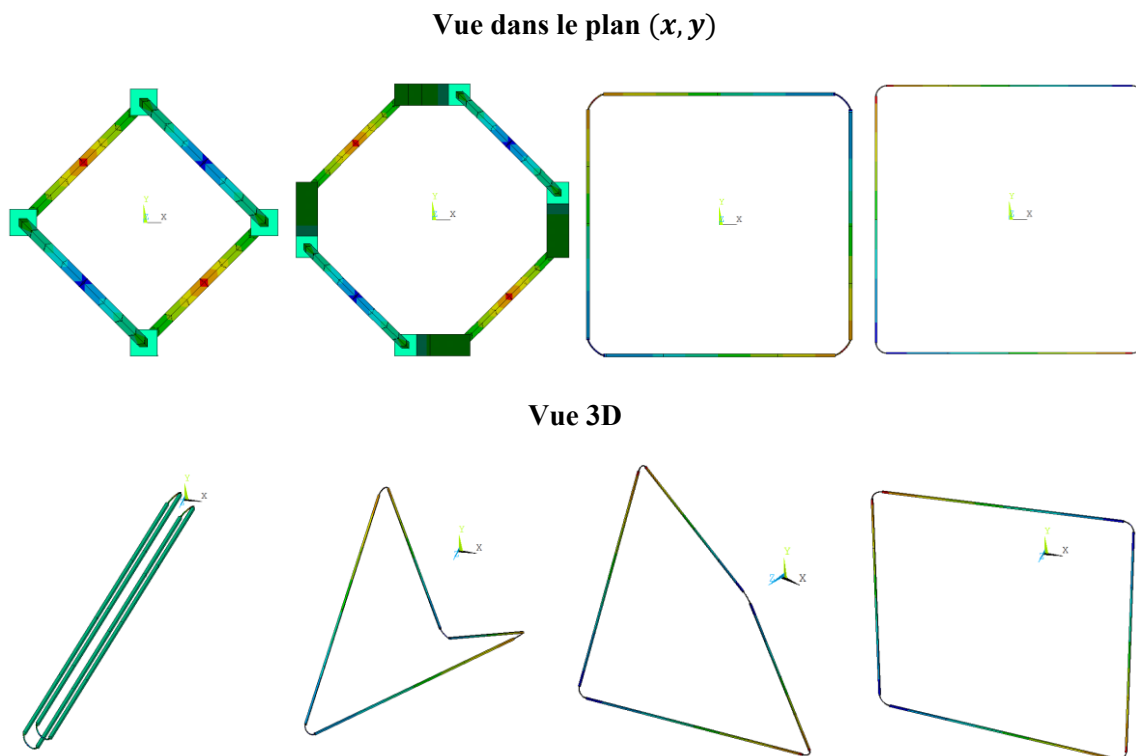
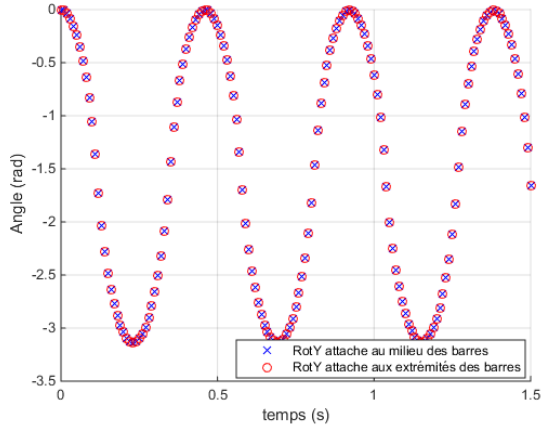


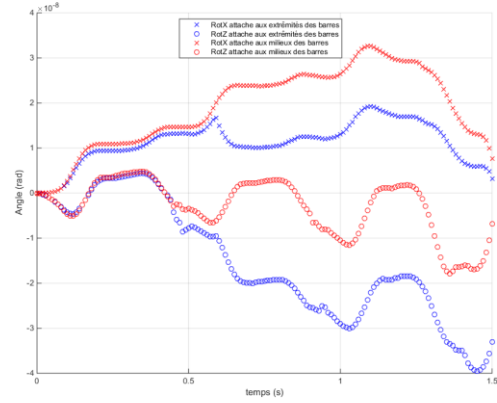
Figure III-19 : Cinématique du déploiement vue sous Ansys® pour  $n = 4$



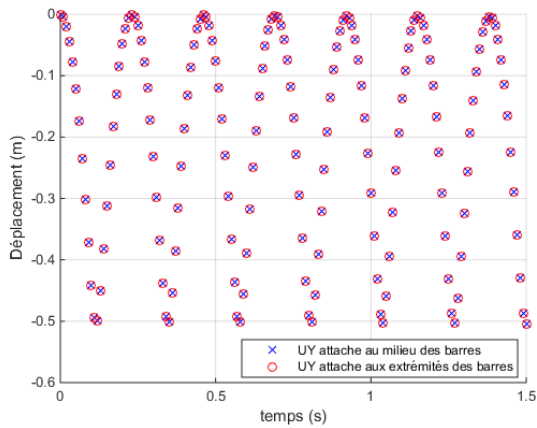
Dans cette simulation, il n'y a pas de câble pour retenir le déploiement, permettant au système d'osciller et de se déplacer suivant un axe principal (graphes (a) et (c) [Figure III-20]), les déplacements et rotations présentés sur les graphes (b) et (d) de la Figure III-20 étant négligeables. Le pas de temps d'intégration du logiciel éléments finis est choisi pour assurer une bonne approximation de la solution numérique.



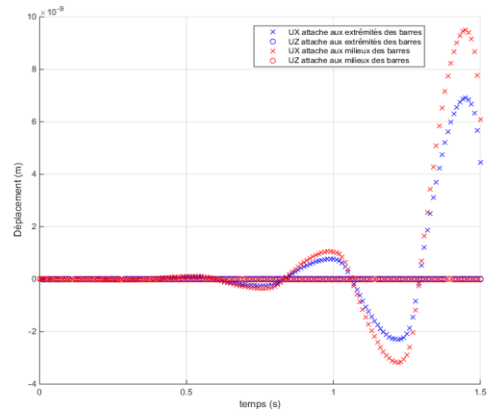
Graphe (a)



Graphe (b)



Graphe (c)



Graphe (d)

Figure III-20 : Représentation des rotations et des déplacements du nœud situé au milieu des barres pour deux systèmes d'attache du fagot

Une autre configuration avec des longueurs de barres plus importantes a amené une inertie plus importante et une augmentation de la période [Figure III-21].

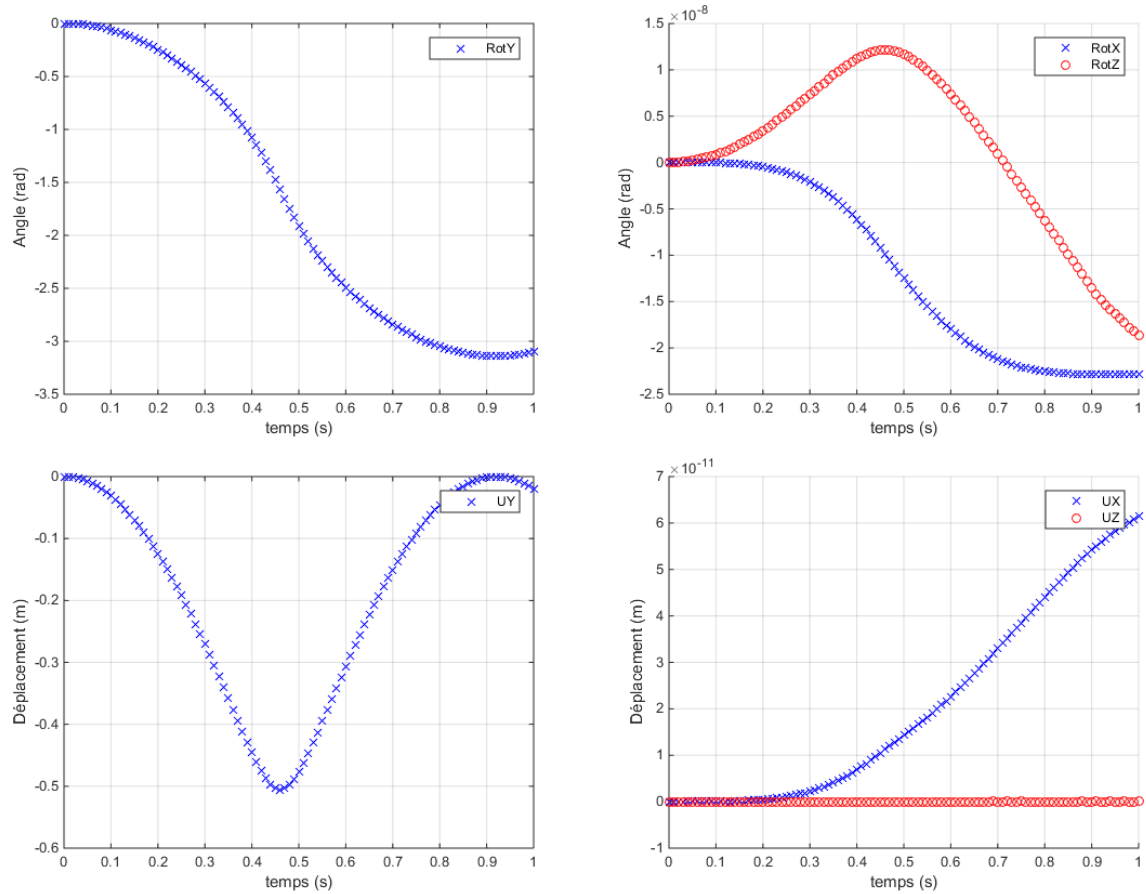
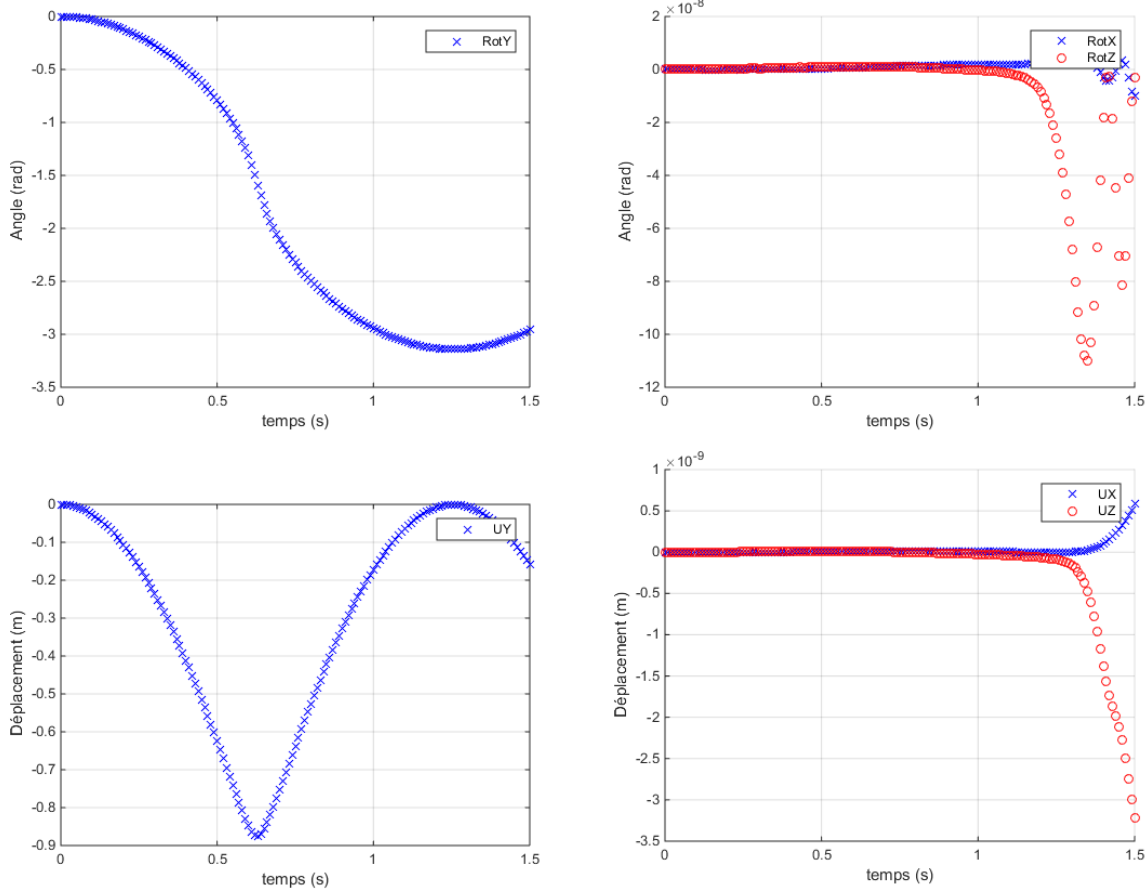


Figure III-21 : Rotations et déplacements suivant les différents axes du repère local pour  $n = 4$

Les résultats de la simulation numérique ont été étendus à une ossature constituée de 6 barres. Le mouvement qu'effectue une barre reste le même. En effet, dans le repère local lié au milieu de la barre, la simulation numérique montre que la rotation est inférieure à  $10^{-7}$  rad suivant les axes  $e_x$  et  $e_z$  et oscille dans l'intervalle  $[-\pi, 0]$  suivant  $e_y$  [Figure III-22].


 Figure III-22 : Rotations et déplacements suivant les différents axes du repère local pour  $n=6$ 

### III.2.3. Comparaison des modèles numérique et analytique

Les simulations numériques ont permis de vérifier dans un premier temps, à partir de l'angle  $\theta$  que forme la barre et l'axe vertical au cours du temps et du rayon de la structure  $R_s$ , que la relation (III-36) était correcte.

$$R_s = -\frac{L_t \sin \theta}{2 \tan \frac{\pi}{n}} + \frac{\pi R_i \sqrt{1 - \sin^2 \theta \cos^2 \frac{\pi}{n}}}{\underbrace{\sin \frac{\pi}{n} \left( \pi + 2 \operatorname{asin} \left( \sin \theta \cos \frac{\pi}{n} \right) \right)}_R}, \quad \forall \theta \in \Omega_\theta \quad (\text{III-36})$$

La Figure III-23 superpose le  $R_s$  issu directement du calcul numérique et celui calculé à partir de la formule (III-36) et du  $\theta$  numérique à un même instant  $t$ . Les deux simulations sont effectuées pour  $n = 4$  et  $n = 6$  sur une période de 2 secondes. Comme on peut le constater, les courbes sont parfaitement confondues, ce qui permet de confirmer géométriquement le mouvement de translation et de rotation modélisé.

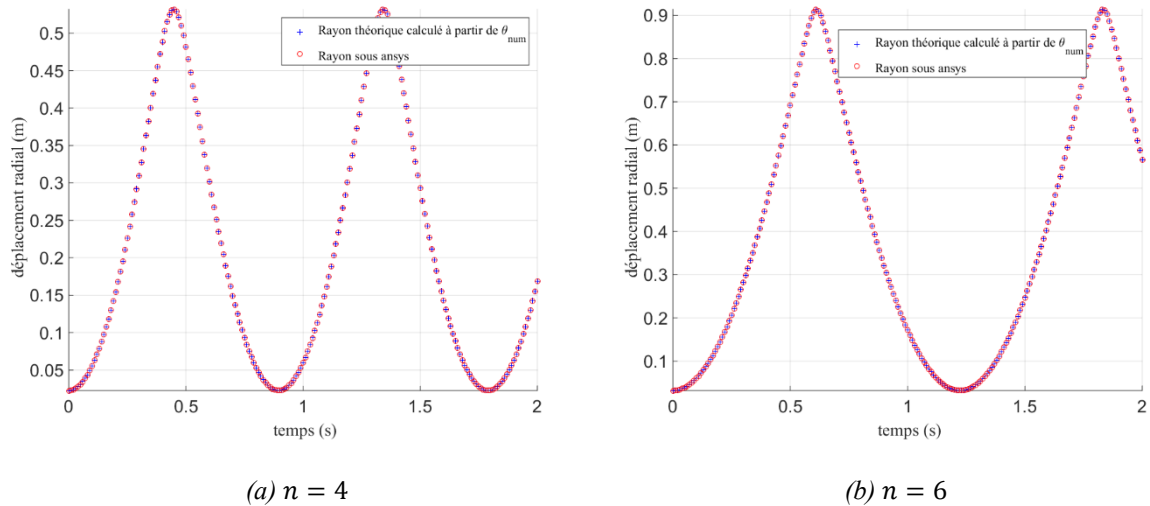


Figure III-23 : Représentation des deux rayons  $R_s$ , le premier géométrique et le second calculé à partir de  $\theta$  numérique

La comparaison du modèle numérique et analytique est ensuite effectuée sur la géométrie du système au cours du temps au travers de l'angle  $\theta$ , de sa vitesse et de son accélération. Les simulations numériques qui suivent sont effectuées en introduisant la précontrainte de flexion par blocage de deux extrémités des barres comme décrit précédemment. La comparaison des résultats [Figure III-24] est effectuée pour une modélisation dont les caractéristiques des éléments sont présentées dans la Table III-2. Numériquement, l'angle  $\theta$  et sa vitesse angulaire sont donnés par l'angle et la vitesse du nœud central des barres.

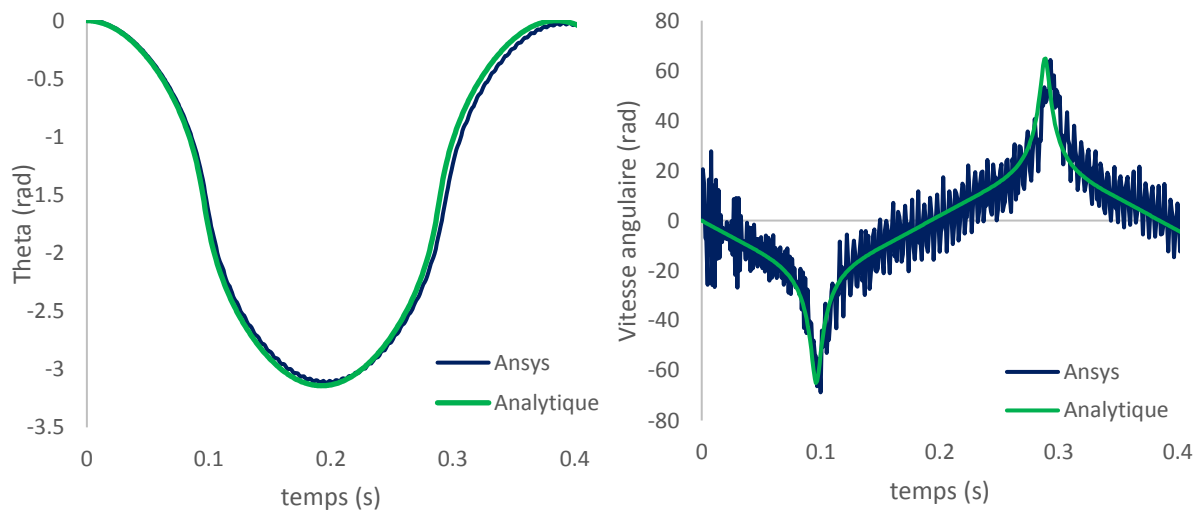


Figure III-24 : Position angulaire et vitesse de rotation analytique et sous Ansys® pour une structure composée de 6 barres

Comme on peut le constater [Table III-3], le modèle numérique oscille autour de la solution du modèle analytique. Les coefficients de corrélation entre les deux modèles sont très proches de 1.

	$\theta$	$\dot{\theta}$
<b>Coefficient de corrélation</b>	99.28%	90.61%

Table III-3 : Coefficients de corrélation linéaire entre modèles analytique et numérique

Dans le sens de vérifier si les oscillations autour de la moyenne de l'angle  $\theta$  en fonction du temps sont dues à un phénomène physique (que ne prendrait pas en compte le modèle analytique) ou numérique, une étude sur le pas de temps a été menée. La méthode de Newmark couplée à la méthode de Newton-Raphson utilisée dans le modèle éléments finis est stable numériquement et a permis de montrer que le pas de temps du schéma numérique n'avait pas d'influence sur ces oscillations. Dans la même optique, une simulation en débloquent progressivement les contraintes sur les déplacements nodaux a été menée afin de vérifier si la libération « brutale » du système n'était pas à l'origine des oscillations ; une hypothèse sur l'origine de ce mouvement était que la précontrainte ne permettait pas de transmettre les efforts initiaux aux barres. Les résultats des simulations sont restés identiques.

Nous nous sommes finalement penchés sur la raideur des barres pour évaluer son influence. Une simulation a été effectuée en augmentant fortement le module élastique de la barre ( $\times 1000$ ). Comme on peut le constater dans la Figure III-25, le fait de raidir la barre nous permet d'avoir des courbes plus lisses au niveau de sa rotation et de sa vitesse angulaire.

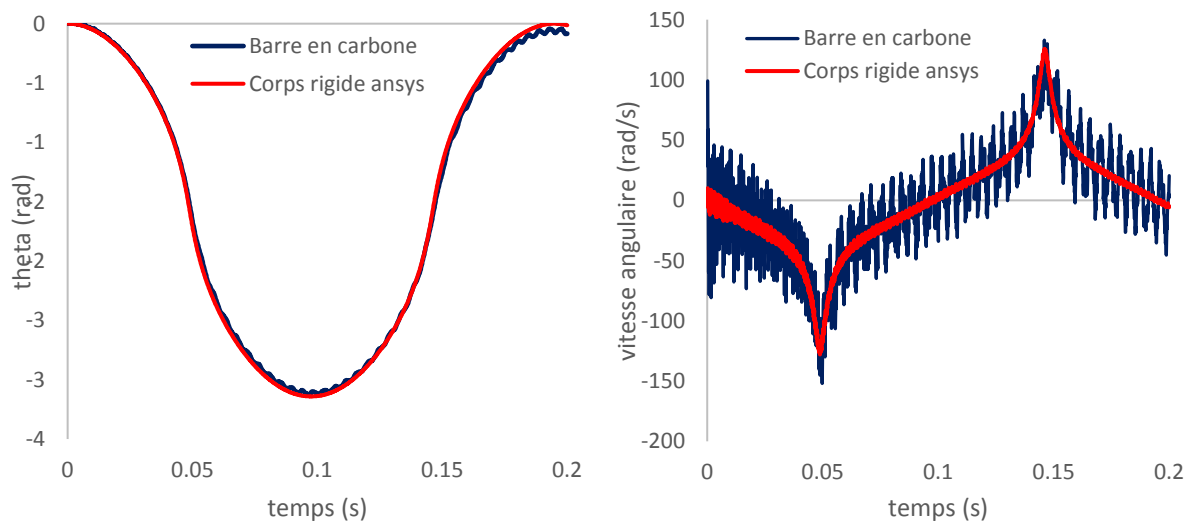


Figure III-25 : Comparaison des simulations sous Ansys® entre une barre rigide et une barre en carbone

Les paramètres de la simulation présentée sont répertoriés dans la Table III-4. Le pas de temps régulier était de  $10^{-5}$ s.

	Géométrie				Propriétés mécaniques		
	Longueur (cm)	Diamètre (mm)	Epaisseur (mm)	Moment quadratique (m <sup>4</sup> )	Masse volumique (kg/m <sup>3</sup> )	Coefficient de Poisson	Module de Young (GPa)
tube (carbone)	100	30	1,5	$\pi \frac{D_t^4 - (D_t - 2e)^4}{64}$	1550	0,3	125
joint (câble d'acier)	10	5	-	$\frac{\pi D_a^4}{64}$	7850	0,3	125

Table III-4 : Considérations mécaniques et géométriques

Nous en déduisons que les oscillations constatées sur le nœud central de la barre [Figure III-24, Figure III-25] sont probablement dues à des oscillations de vibration propre de la barre générées par la libération brutale.

Pour vérifier cela, nous avons étudié les déplacements et les rotations d'un nœud central et d'un nœud d'extrémité de barre en faisant varier le nombre de barres du système, les caractéristiques des éléments restant constantes suivant la Table III-5.

Tube : 10 éléments par barre						Liaison : 20 éléments par liaison					
Géométrie			Mécanique			Géométrie			Mécanique		
ép.	$\phi_{ext}$	$L_t$	$E_t$	$\nu$	$\rho$	ép.	$\phi_{ext}$	$L_a$	$E_a$	$\nu$	$\rho$
(mm)	(mm)	(m)	(GPa)	(/)	( $\text{kgm}^{-3}$ )	(mm)	(mm)	(cm)	(GPa)	(/)	( $\text{kgm}^{-3}$ )
1	20	1	125	0,3	1550	-	2	5	125	0,3	1550

Table III-5 : Eléments de modélisation

On répertorie dans la Table III-6 les rotations et les déplacements effectués par les nœuds situés aux deux extrémités d'une barre ainsi qu'au milieu. L'écart maximal est relativement faible pour ce qui est des déplacements et des rotations. Les écarts absolus sont calculés pendant la période d'ouverture, pour  $\theta \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right]$ .

N	$T_a$	$T_D$	$\epsilon_T$	$\Delta U_{max}$	$\Delta r_{max}$	$\Delta V_{max}$	$\Delta \dot{r}_{max}$	$\Delta \Gamma_{max}$	$\Delta \ddot{r}_{max}$
	(s)	(s)		(m)	(rad)	(m/s)	(rad/s)	( $\text{m/s}^2$ )	( $\text{rad/s}^2$ )
4	0,0973	0.1000	3%	0,004	0,005	1,084	4,379	965,186	43789,26
6	0,1323	0.1363	3%	0,009	0,007	3,732	5,36	1253,94	53633,48
8	0,1709	0.1760	3%	0,012	0,010	8,487	13,790	3218,171	57217,61
10	0,2104	0.2164	1%	0,011	0,006	2,910	5,890	1290,875	58901,361
12	0,2503	0.2574	3%	0,012	0,601	11,955	45,595	3732,342	60146,350

Table III-6 : Représentation de l'écart entre le nœud situé au milieu d'une barre et le nœud situé à l'extrémité d'une barre.

Avec,

$T_a$ (s)= temps de déploiement analytique jusqu'à  $\theta = \frac{\pi}{2}$ ,

$T_D$  (s)=temps de déploiement sous Ansys® jusqu'à  $\theta = \frac{\pi}{2}$ ,

$\epsilon_T$ = écart relatif sur la période,

$\Delta U_{max}$ = écart maximal entre le déplacement local d'une extrémité et celui du milieu de la barre,

$\Delta r_{max}$ = écart maximal entre la rotation locale d'une extrémité et celle au milieu de la barre,

$\Delta V_{max}$ = écart maximal entre la vitesse de translation locale d'une extrémité et celle du milieu de la barre,

$\Delta \dot{r}_{max}$ =écart maximal entre la vitesse angulaire locale d'une extrémité et celle du milieu de la barre,

$\Delta \Gamma_{max}$ = écart maximal entre l'accélération de translation locale d'une extrémité et celle du milieu de la barre,

$\Delta \ddot{r}_{max}$ = Ecart maximal entre l'accélération angulaire locale d'une extrémité et celle du milieu de la barre.

Nous représentons Table III-7 la corrélation des résultats entre les déplacements et rotations d'un milieu de barre et l'extrémité.

N	T <sub>a</sub> (s)	T <sub>D</sub> (s)	ε <sub>T</sub>	r <sub>U</sub>	r <sub>θ</sub>	r <sub><math>\frac{dU}{dt}</math></sub>	r <sub><math>\frac{dθ}{dt}</math></sub>	r <sub>Y<sub>U</sub></sub>	r <sub>Y<sub>theta</sub></sub>
4	0,0973	0,1000	2,7%	1,00	1,00	0,96	0,99	0,84	0,07
6	0,1323	0,1363	2,9%	1,00	1,00	1,00	1,00	0,05	0,03
8	0,1709	0,1760	2,9%	1,00	1,00	0,94	0,95	0,85	0,04
10	0,2104	0,2164	2,8%	1,00	1,00	0,99	0,97	0,11	0,00
12	0,2503	0,2574	2,8%	1,00	1,00	0,88	0,36	0,87	0,62

Table III-7 : Représentation de la corrélation entre le nœud situé au milieu d'une barre et le nœud situé à l'extrémité d'une barre.

Avec,

T<sub>a</sub>(s)= temps de déploiement analytique jusqu'à  $\theta = \frac{\pi}{2}$ ,

T<sub>D</sub> (s)=temps de déploiement sous Ansys® jusqu'à  $\theta = \frac{\pi}{2}$ ,

ε<sub>T</sub>= écart relatif sur la période,

r<sub>U</sub>= coefficient de corrélation calculé sur les déplacements entre le modèle numérique et analytique,

r<sub>θ</sub>= coefficient de corrélation calculé entre la rotation locale d'une extrémité et celle au milieu de la barre,

r <sub>$\frac{dU}{dt}$</sub> = coefficient de corrélation calculé entre la vitesse de translation locale d'une extrémité et celle du milieu de la barre,

r <sub>$\frac{dθ}{dt}$</sub>  = coefficient de corrélation calculé entre la vitesse angulaire locale d'une extrémité et celle du milieu de la barre,

r<sub>Y<sub>U</sub></sub>= coefficient de corrélation calculé entre l'accélération de translation locale d'une extrémité et celle du milieu de la barre,

r<sub>Y<sub>theta</sub></sub> = coefficient de corrélation calculé entre l'accélération angulaire locale d'une extrémité et celle du milieu de la barre.

On constate une très bonne corrélation du déplacement radial et que ce sont bien les vitesses de rotation, dans une certaine mesure, et surtout les accélérations qui divergent. Cela confirme un déphasage des accélérations probablement dû à une vibration libre de la barre.

Une autre comparaison a été établie sur une ouverture différenciée du fagot ( $\theta_0 \in [0^\circ, 30^\circ]$ ) afin de visualiser son influence sur la période d'oscillation de la structure dans son ensemble, pour les cas à 6 et 8 barres. La Table III-8 présente les résultats en termes de période, les écarts et la corrélation entre l'analytique et le numérique. On peut constater que la période d'oscillation augmente avec le nombre de barres et diminue avec l'angle d'ouverture initial de la structure.

Dans tous les cas envisagés, les calculs analytiques et numériques ont donné des résultats comparables.

N	$\theta_0$	$T_a$ (s)	$T_D$ (s)	$\epsilon_T$	$r_\theta$	$r_{\frac{d\theta}{dt}}$
6	0°	0,1323	0,1363	2,9%	1,00	1,00
	10°	0,1261	0,1290	2,2%	1,00	0,99
	20°	0,1182	0,1210	2,3%	1,00	0,99
	30°	0,1087	0,1111	2,2%	1,00	0,99
8	0°	0,1709	0,1751	2,4%	1,00	0,99
	10°	0,1625	0,1665	2,4%	1,00	0,99
	20°	0,1515	0,1553	2,4%	1,00	0,99
	30°	0,1381	0,1422	2,7%	1,00	0,99

Table III-8 : Représentation de l'écart entre le modèle numérique et le modèle analytique à l'aide de la méthode de corrélation linéaire pour une structure composée de 6 et 8 barres.

Les Figure III-26 et Figure III-27 donnent les tracés des angles et des vitesses radiales respectivement pour les simulations numériques et la résolution analytique. Sur le même graphique sont représentés en partie haute les résultats pour  $N = 6$  et en partie basse pour  $N = 8$ . La bonne concordance entre les deux approches explique les coefficients de corrélation très élevés obtenus dans la Table III-8.

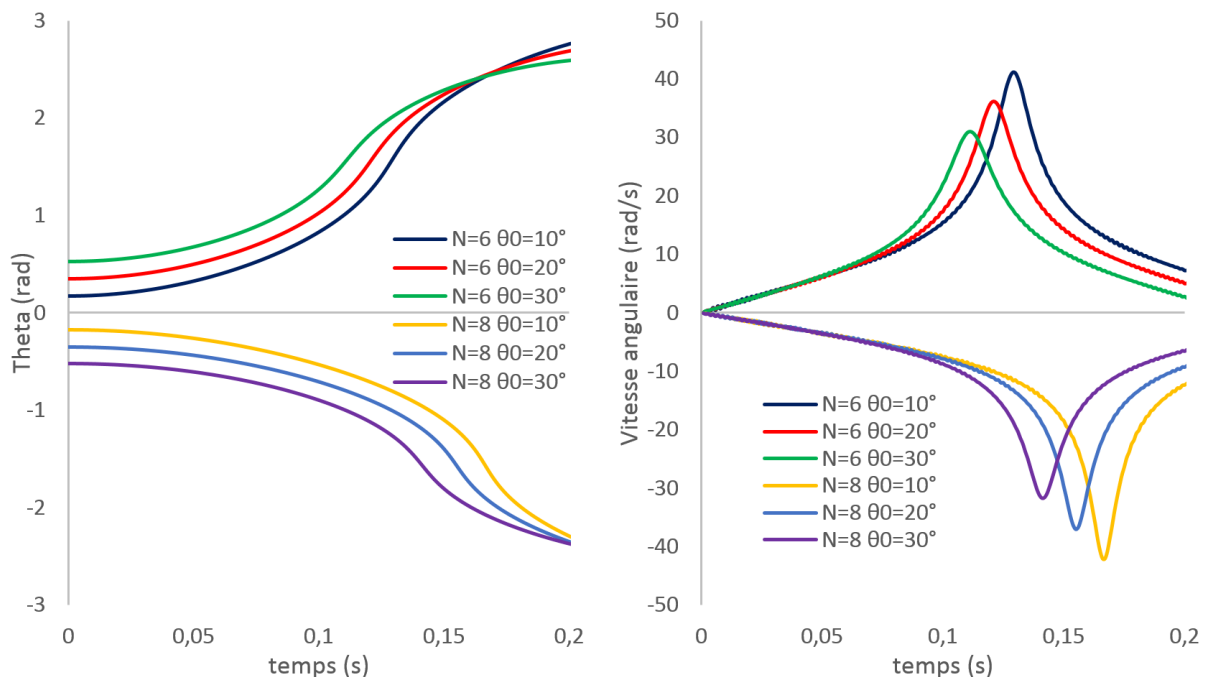


Figure III-26 : Résultats de la simulation E-F pour différents angles d'ouverture initiale



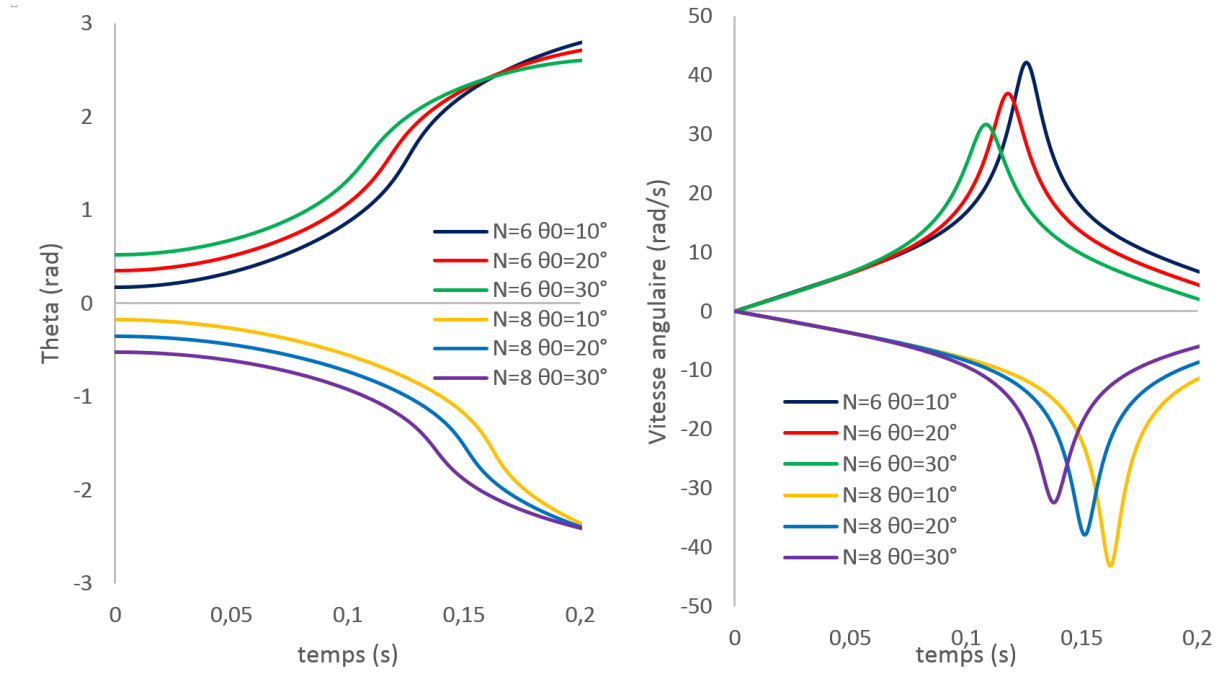


Figure III-27 : Résultats du modèle mathématique pour différents angles d'ouverture initiale

Des simulations ont aussi été réalisées en augmentant la longueur de la liaison afin de déterminer si sa non prise en compte dans le modèle analytique n'est pas pénalisante pour l'exactitude des résultats. Les résultats sont présentés pour des géométries identiques aux précédentes.

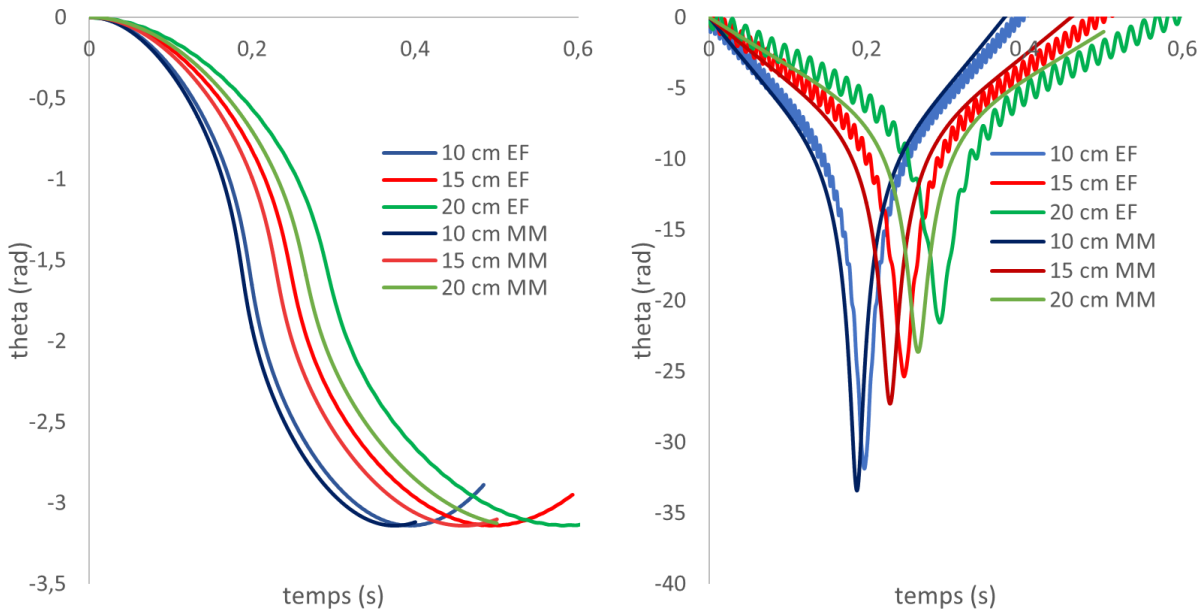


Figure III-28 : Position et vitesse angulaire en fonction du temps

Comme attendu, l'augmentation de la longueur de la liaison rend le modèle analytique moins représentatif de la réalité du mouvement. Cet écart se retrouve sur le diagramme des phases [Figure III-29].

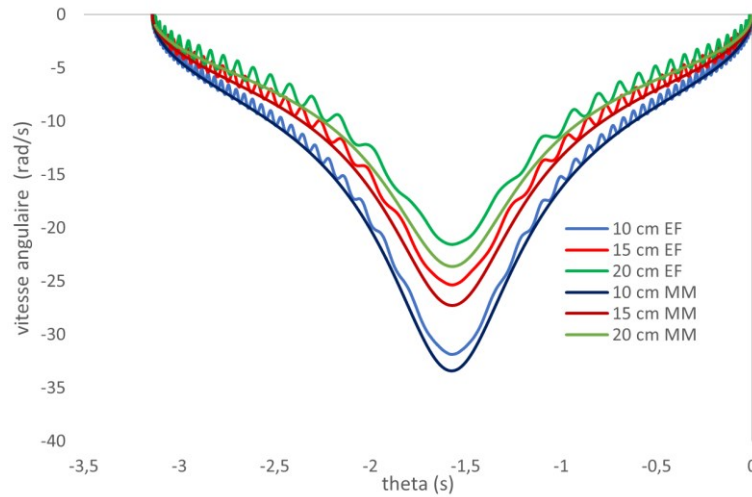


Figure III-29 : Représentation de la solution dans l'espace des phases

On constate que notre modèle surestime la vitesse donnée par le modèle éléments finis. Nous répertorions les résultats des corrélations dans la Table III-9. Le coefficient de corrélation décroît et l'écart relatif des périodes augmente en fonction de la longueur de la liaison.

N	$L_a$ (m)	$T_a$ (s)	$T_D$ (s)	$\epsilon_T$	$r_\theta$	$\frac{r_{d\theta}}{dt}$
6	0,10	0,191	0,188	1,6%	0,997	0,958
	0,15	0,247	0,229	7,3%	0,996	0,884
	0,20	0,293	0,265	9,6%	0,966	0,439

Table III-9 : Coefficients de corrélations pour différentes longueurs de liaisons

Nous présentons en **ANNEXE E** un modèle analytique permettant de décrire le mouvement d'une barre lors de la libération de la première nappe d'un système utilisant la configuration « 2-cercles ». Ce modèle permet de déterminer l'instant à partir duquel les barres de la première nappe sont dans une configuration afin de déclencher la deuxième phase de déploiement.

### III.2.3.1. Système amorti

Afin de simuler un système se rapprochant le plus d'un modèle physique, nous avons introduit un facteur d'amortissement de type Rayleigh dans la simulation par éléments finis. L'amortissement de Rayleigh se définit par  $C = \alpha M + \beta K$ . Nous choisissons ici de poser  $\beta = 0$  et  $\alpha = 0,01$ . La Table III-10 répertorie les caractéristiques du système simulé.

Tube						Liaison					
(_ Géométrie			Mécanique			Géométrie			Mécanique		
ép.	$\Phi_{ext}$	$L_t$	$E_t$	$\nu$	$\rho$	ép.	$\Phi_{ext}$	$L_a$	$E_a$	$\nu$	$\rho$
(mm)	(mm)	(m)	(GPa)		( $\text{kgm}^{-3}$ )	(mm)	(mm)	(cm)	(GPa)		( $\text{kgm}^{-3}$ )
1,5	50	1,75	125	0,3	1550	-	8	10	125E9	0,3	7850

Table III-10 : Caractéristiques géométriques et mécaniques de la simulation

On représente dans la Figure III-30 les mouvements des nœuds des centres des barres, l'hexagone représentant les câbles reliant les centres de barres en position ouverte.

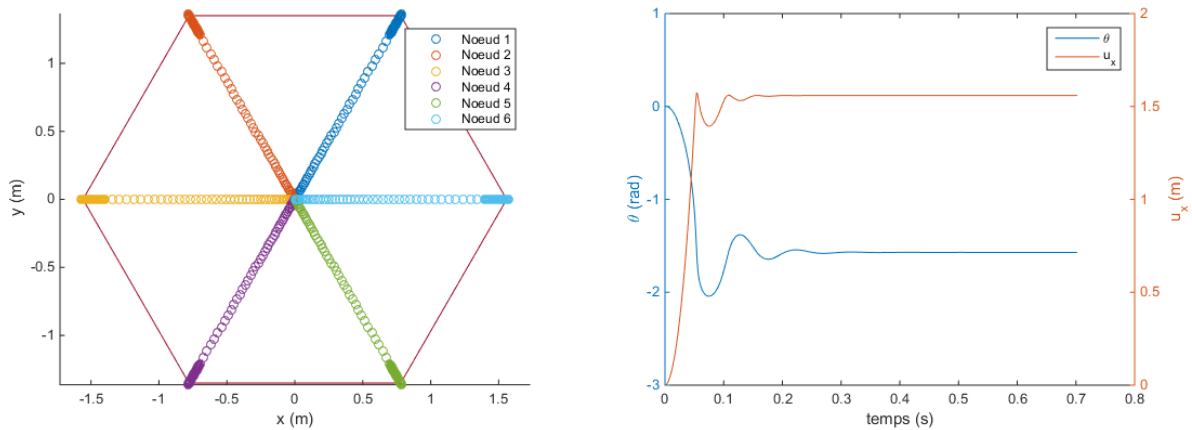


Figure III-30 : Déplacement et rotation des nœuds

Comme constaté, le mouvement effectué par le nœud situé au milieu des barres est un mouvement radial. Les nœuds restent tous dans le plan (O, X, Y). L'ossature se stabilise en configuration déployée au bout de 0,4 s.

Nous intégrons dans notre modèle analytique un facteur d'amortissement permettant de modéliser au mieux le mouvement amorti donné par Ansys®. Le facteur d'amortissement du modèle analytique a été recalé numériquement.

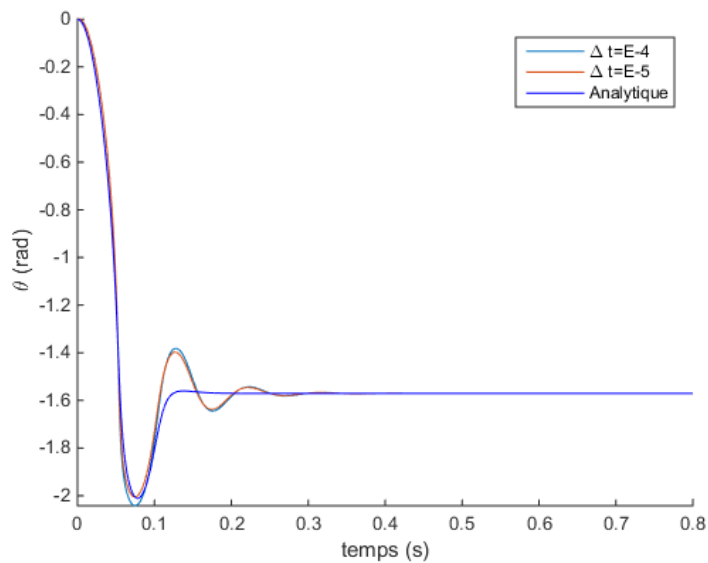


Figure III-31 : Amortissement modélisé sous Ansys® et approximation pour un système libre

La relation entre les coefficients d'amortissement du modèle numérique et analytique est difficile à établir. Plusieurs paramètres peuvent influencer la solution, par exemple la simplification du modèle, le fait d'avoir un modèle de corps rigide ne permet pas d'obtenir l'ensemble des informations du système modélisé sous Ansys® telle que la flexion que peut subir la barre lors du déploiement ou les vibrations locales de ces systèmes. De plus, nous comparons ici les résultats avec deux méthodes de résolution différentes, la méthode de Newmark utilisée sous Ansys® afin de résoudre le modèle éléments finis et la méthode de Runge-Kutta (Grivet, 2013) à l'ordre 4 permettant d'avoir une solution approchée du

modèle analytique libre. En effet, deux méthodes de résolution numérique peuvent donner des résultats différents.

### III.3. Simulation du déploiement en interaction avec un élément porteur

Le déploiement de l'ossature se fait en situation opérationnelle en interaction avec l'élément auquel elle est reliée. De ce fait, la dynamique de déploiement n'est plus la même par rapport à un système libre (amorti ou non).

Les systèmes de motorisation du déploiement ont un rôle crucial en orbite, ils doivent permettre de déployer une ossature en générant peu de perturbation. Pour cela, les forces motrices doivent être grossièrement 3 fois supérieures aux forces résistives. Il est tout aussi important, afin d'éviter que l'antenne heurte le satellite lors du déploiement, de connaître le volume maximal dans lequel elle va évoluer au cours de l'ouverture. L'étude de la dynamique et de la cinétique du déploiement est ainsi présentée dans cette partie en prenant en compte l'arrimage.

Lorsqu'on effectue une simulation numérique du déploiement pour un système composé de 4 barres, on constate un mouvement régulier des différents éléments, notamment pour la barre opposée au bras d'arrimage [Figure III-32]. La rotation suivant  $y$  suit à peu de choses près le modèle attendu issu du système libre, les rotations suivant les autres axes sont négligeables.

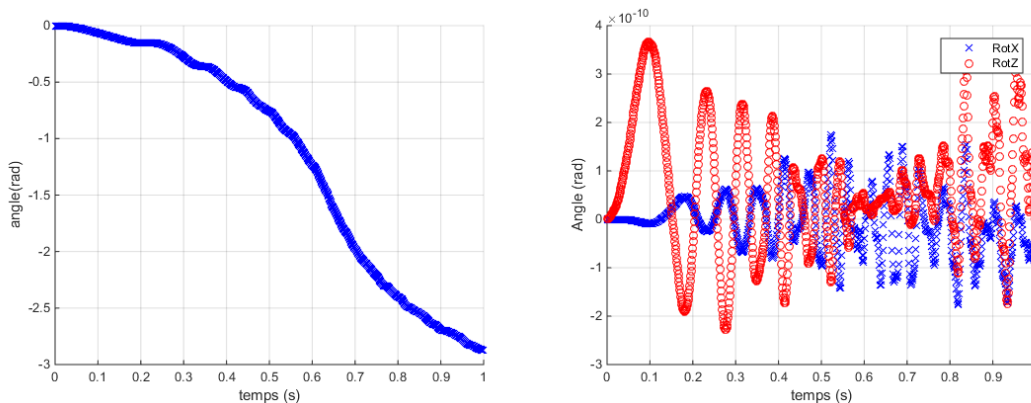


Figure III-32 : Rotation de la barre opposée à la barre arrimée

Néanmoins, cela reste un cas favorable, lorsqu'on augmente le nombre de barres de l'anneau, les mouvements des éléments ne sont pas aussi réguliers. Nous choisissons par la suite d'effectuer une simulation pour un système à 6 barres en bloquant de la même façon un nœud situé au centre d'une barre. Pour cette ossature, la stabilisation permettant d'obtenir un anneau plan [Figure III-33] s'effectue au bout de 7 secondes. Comme on peut le constater [Figure III-34], le nœud opposé au nœud encastré reste sur une trajectoire rectiligne, contrairement aux 4 autres nœuds. Ainsi, la symétrie du système permet d'équilibrer les efforts sur cette trajectoire du nœud 4.

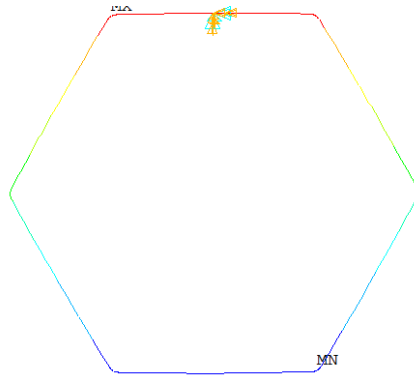
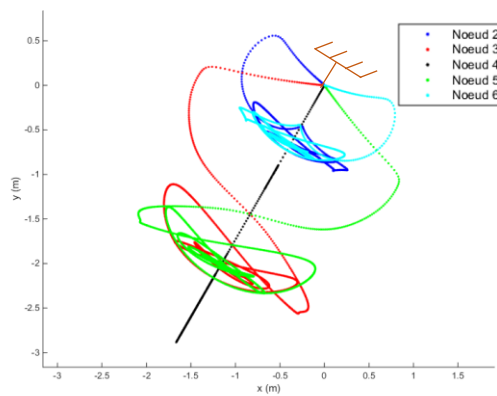
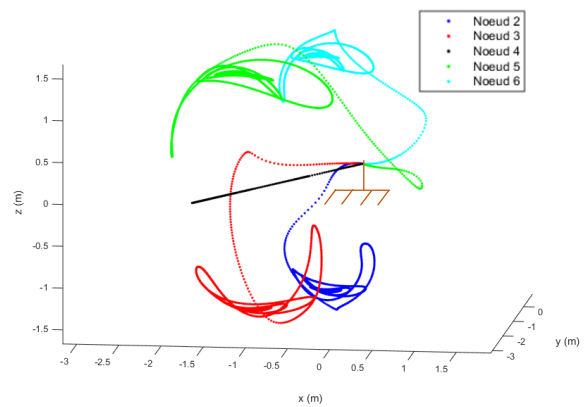


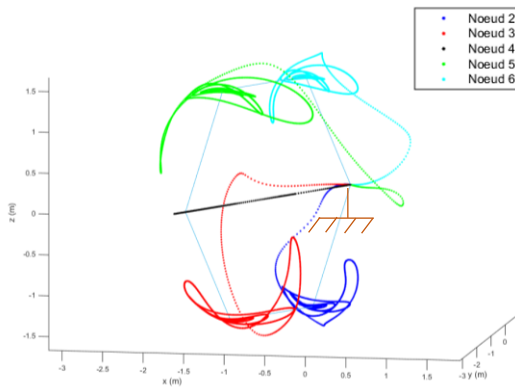
Figure III-33 : Hexagone en position d'équilibre stable



(a)



(b)



(c)

Figure III-34 : Déplacements des nœuds centraux des barres pour un système à 6 barres arrimé.

Une simulation sur la même ossature a été effectuée en débloquant la rotation du centre de la barre arrimée, lui permettant de tourner sur elle-même.

Il en résulte une instabilité liée à un degré de liberté non contraint générant les trajectoires circulaires des nœuds 2, 3, 5 et 6 [Figure III-35].

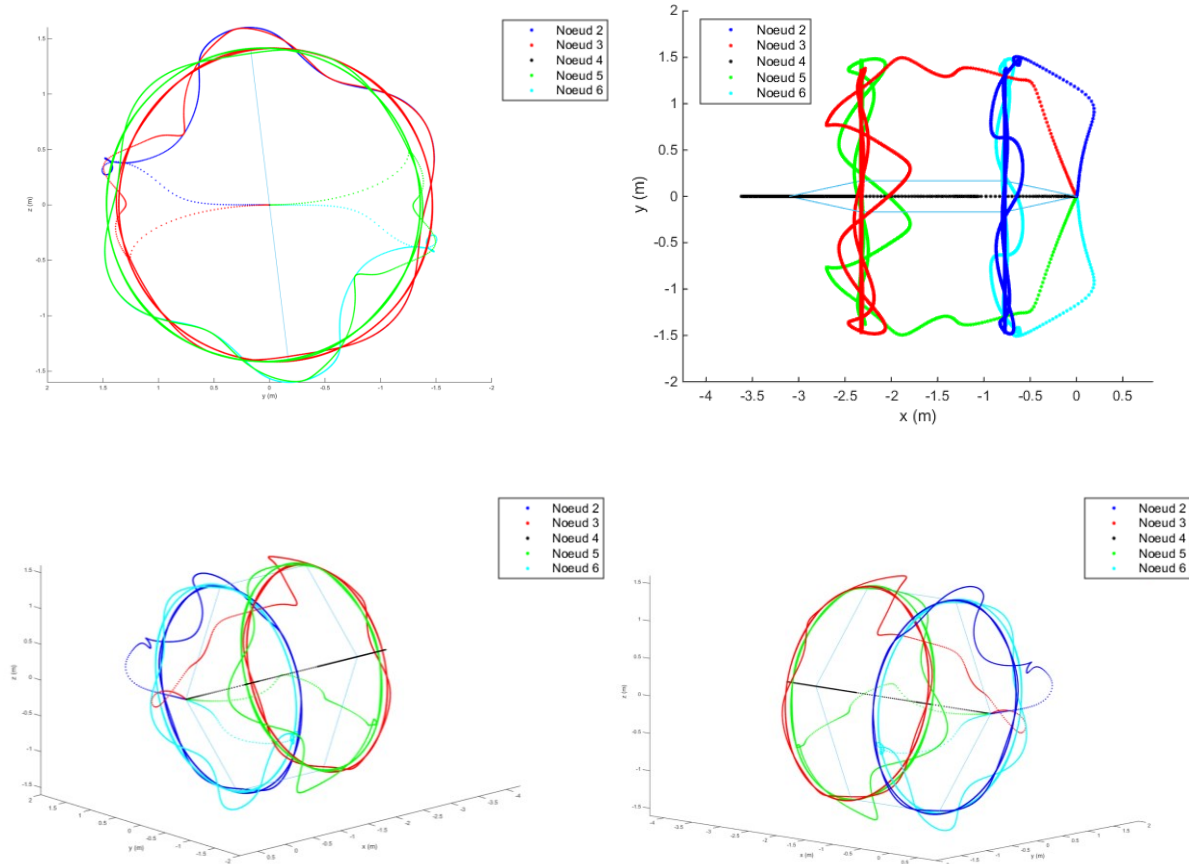
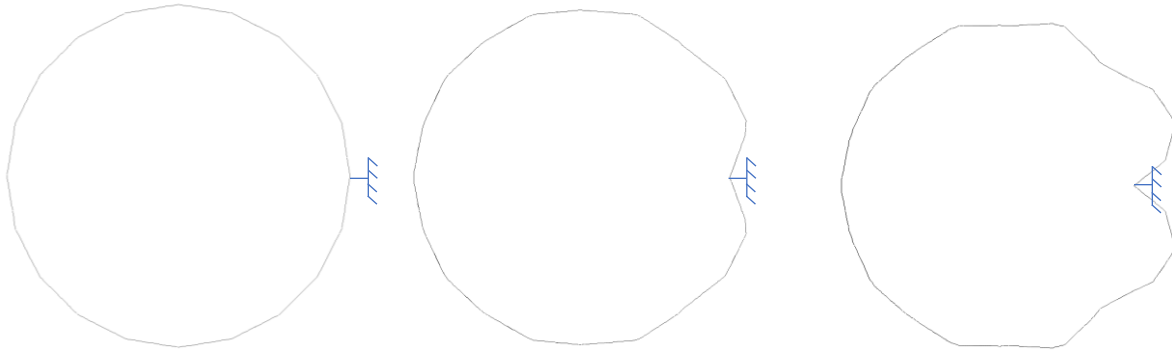


Figure III-35 : Représentation du mouvement effectué par le centre des barres (rotation libre)

Comme on peut le constater, il existe une symétrie dans le plan  $(0, X, Y)$  lors du déploiement [Figure III-35]. L'ossature se déploie en 3 s puis commence à vaciller autour de son axe de rotation. Le calcul a été stoppé à 7 s.

Ces simulations permettent de définir le volume d'évolution de l'ossature au cours du temps lorsque celle-ci est arrimée au satellite, dans le but de prédire d'éventuelles collisions avec d'autres structures environnantes.

Il est à noter qu'un phénomène de non convexité de l'ossature apparaît également en cours de déploiement pour un nombre de barres croissant [Figure III-36]. Ce phénomène est dû à la réaction du satellite sur l'ossature.



*Figure III-36 : Phénomène de non convexité de l'ossature en cours de déploiement*

On détermine par la modélisation numérique le déplacement des nœuds des milieux des barres lorsque l'ossature est arrimée au satellite. Dans cette simulation, on débloque 1DDL, qui permet à la barre arrimée au satellite d'effectuer une rotation. Les résultats présentés pour la modélisation [Figure III-36] permettent de mettre en évidence certaines instabilités lors du déploiement et notamment des déplacements hors plan horizontal des nœuds des milieux des barres.

### **III.4. Conclusion**

Dans ce chapitre, les différents cas tests étudiés ont permis d'évaluer le mouvement qu'effectue une barre de l'ossature pour un système libre. Il se modélise par une rotation et une translation autour d'un axe passant par le milieu de la barre et le centre de la structure.

La confrontation des résultats entre un modèle mathématique et un modèle numérique a permis de montrer la pertinence du modèle analytique pour des longueurs de liaisons assez faibles (masse suffisamment faible des liaisons pour être négligée). Ce modèle simplifié évite un recours systématique à une modélisation éléments finis.

Le modèle a pu être complété avec la prise en compte d'un amortissement que ce soit d'un point de vue analytique ou numérique.

Les équations développées dans le modèle mathématique ont également permis de vérifier la stabilité de l'ossature lorsque celle-ci est en phase opérationnelle (état plan).

Le volume occupé par la structure lors du déploiement de l'ossature (arrimée ou libre) a pu être déterminé à l'aide des simulations numériques.





Partie IV :

Solutions pour applications  
spatiales



---

## IV. Solutions pour applications spatiales

Comme développé en première partie, les ossatures spatiales se doivent d'être légères, rigides, et composées de mécanismes de déploiement relativement simples afin de palier d'éventuels blocages de l'ossature en cours de déploiement.

Les critères prépondérant au dimensionnement de structures spatiales sont la rigidité de l'ossature en configuration gerbée/ouverte, la précision de surface, la stabilité et la forme de la surface réfléchissante en configuration opérationnelle.

L'analyse modale permet au préalable de déterminer la rigidité de l'ensemble de la structure et d'éviter que cette dernière entre en résonance avec le système exciteur (ici les réacteurs du lanceur et le satellite en phase opérationnelle). En effet, l'ossature doit être capable de résister aux vibrations engendrées par les moteurs du lanceur à l'accélération que subit le satellite en orbite et aux manœuvres de ce dernier dirigées par le SCAO.

Cette résonance se manifeste généralement par un mouvement mécanique bien défini. Tout matériau et tout objet ou ensemble d'objets possède des fréquences de résonance (Virey, 2015). Ces vibrations vont se propager jusqu'à l'ossature de l'antenne et peuvent compromettre son intégrité. Les conséquences peuvent aller de la diminution de la précision de surface de la partie réfléchissante jusqu'à la destruction de l'ossature lorsque cette dernière entre en résonance avec le satellite.

Du décollage jusqu'au largage de la charge utile, prédire la réponse de la structure à une excitation afin d'éviter son endommagement ou sa destruction est de ce fait primordiale. Pour cela, la rigidité de l'ensemble de la structure est évaluée à l'aide de simulations numériques et d'essais dynamiques.

Afin de déterminer la rigidité de l'ossature pour différents diamètres de réflecteurs, nous présentons dans une première partie les résultats de simulations numériques réalisées grâce au logiciel Ansys®. Les études sont menées pour différentes configurations de l'ossature. Le mode d'accrochage, différentes pistes de conception d'un dispositif de verrouillage, ainsi que l'évaluation de l'influence d'un réseau de câbles sur la rigidité de l'ensemble seront étudiés.

Nous présentons dans une seconde partie, une solution d'application de l'ossature pour une antenne spatiale, introduisant une géométrie de surface réfléchissante, avec un réseau et une membrane réfléchissante. Cette solution fait à la fois l'objet d'analyses numériques et expérimentales sur une maquette à l'échelle 1.

## IV.1. Etude modale de l'ossature

Afin de tester le modèle numérique sur un cas de référence, nous allons l'appliquer dans un premier temps à la modélisation d'ossatures existantes telles que celle de l'Astromesh.

Nous nous intéressons ici au premier mode de l'ossature (sans réseau de câble) [Figure IV-1]. La difficulté de calibrer notre modèle sur les ossatures existantes est due au fait que les informations sur ces types de structures ne sont pas en accès libre. Morterolle (Morterolle-2, 2011) propose un modèle pour l'Astromesh que nous reprendrons ici pour cette étude. Dans cette comparaison, nous considérons que les barres sont successivement encastées entre elles. La méthode de résolution numérique est la méthode des sous espaces décrite par Wilson (Wilson E.L., et al., 1983).

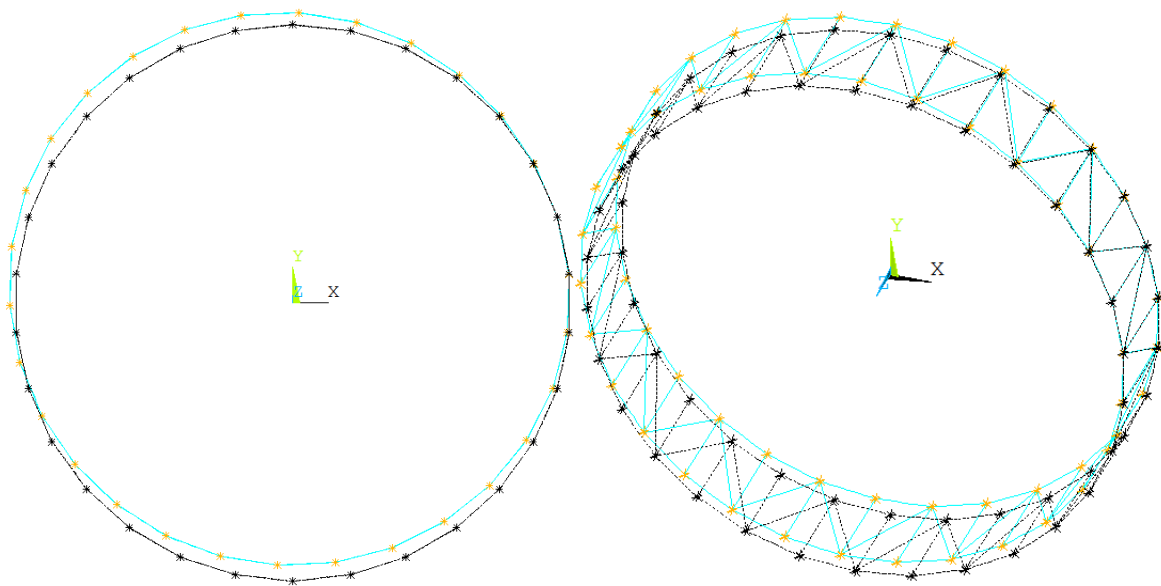


Figure IV-1 : Ossature de type Astromesh - 1<sup>er</sup> mode de vibration

Comme constaté, le premier mode de cette ossature est un mode de cisaillement dans le plan. La valeur obtenue est de 0,3 Hz, ce qui est du même ordre de grandeur que celle obtenue par Morterolle.

Cette approche étant validée, nous avons conduit une série de simulations sur l'ossature d'antenne que nous avons développée pour différentes configurations, afin de déterminer les paramètres influents.

Une première étude sur les différentes configurations d'ouverture possibles en configuration déployée a été menée. Pour cela, on fait varier  $\theta$  de  $10^\circ$  à  $90^\circ$ . Les configurations pour lesquelles  $\theta$  varie de  $10^\circ$  à  $20^\circ$  correspondent grossièrement à des configurations gerbées, les autres correspondant à des configurations partiellement ouverte ou plane ( $\theta = 90^\circ$ ). L'influence du nombre de barres sur l'apparition du premier mode a été étudiée pour un angle d'ouverture donné et des diamètres différents. Dans un souci de simplification, la précontrainte de flexion n'est pas prise en compte dans un premier temps, les barres sont consécutivement encastées.

Le cahier des charges d'antennes requiert généralement des fréquences propres de l'ossature en configuration gerbée supérieures à 55 Hz et supérieures à 1 Hz en configuration opérationnelle (ossature déployée), qui doivent être nos cibles pour un dimensionnement.

Dans cette partie, il est proposé une analyse modale paramétrique de notre ossature en fonction des différentes configurations possibles, et de divers matériaux. Les différentes configurations possibles d'arrimage de l'ossature au satellite seront aussi étudiées.

### IV.1.1. Influence de l'ouverture et du type d'arrimage

Datashvili (Datashvili-2, et al., 2014) a montré au travers d'une modélisation par éléments finis (réflecteurs de 20 et 30 m de diamètre de forme cylindrique (double pantographe) [Figure IV-2]) que le premier mode était dépendant de l'angle d'ouverture du pantographe [Figure IV-3] et passait par une rigidité optimale pour un angle de  $66^\circ$ .



Figure IV-2 : Double pantographe (Datashvili-2, et al., 2014)

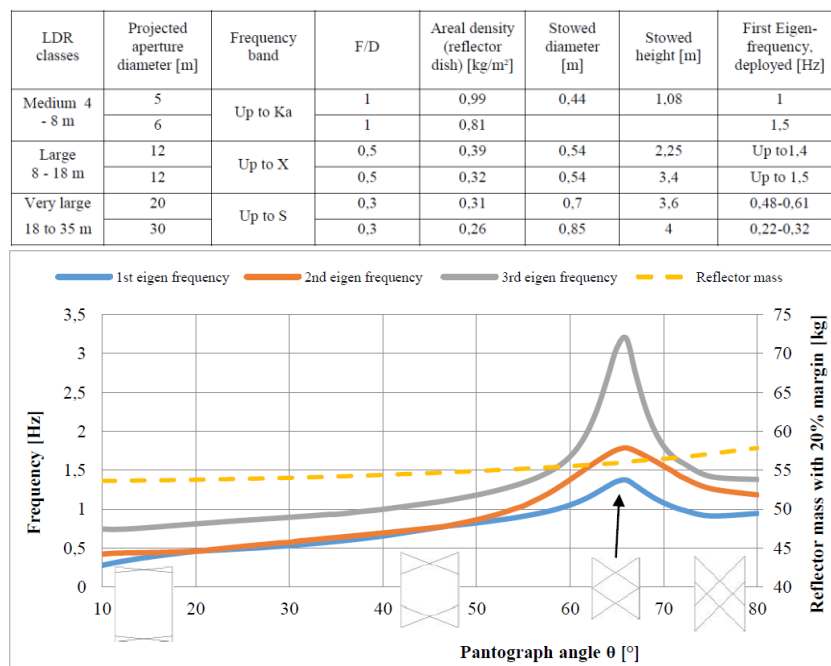


Figure IV-3 : Apparition des modes propres du double pantographe en fonction de l'angle d'ouverture

Des simulations numériques sont alors menées dans le cas de notre ossature pour différentes configurations d'ouverture en faisant varier l'angle  $\theta_0$  de la barre par rapport à la position verticale tel que décrit dans l'étude de la cinématique du déploiement.

Cette ouverture progressive définit différents rayons intérieurs utiles de l'ossature caractérisés par le rayon du cercle inscrit [Figure IV-4].

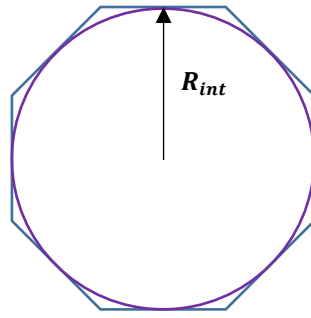


Figure IV-4 : Représentation du cercle inscrit de rayon  $R_{int}$

L'influence d'un autre paramètre sur le mode propre est évaluée au travers de différentes configurations d'arrimage et de maintien en position (gerbée ou opérationnelle) qui sont matérialisées par des blocages sur les nœuds pressentis pour être les points d'accrochage au bras d'éloignement du satellite. Ces 6 configurations présentées dans la Figure IV-5 sont les suivantes :

- Configuration (a) : les barres sont bloquées au milieu (dispositif de cerclage)
- Configuration (b) : les liaisons sont bloquées (dispositif de double cerclage)
- Configuration (c) : une barre est bloquée en son milieu (dispositif d'arrimage ponctuel)
- Configuration (d) : une barre est bloquée à ses deux extrémités (dispositif d'arrimage par un bras)
- Configuration (e) : la structure est bloquée sur un nœud (dispositif d'arrimage ponctuel)
- Configuration (f) : système libre (pour comparaison)

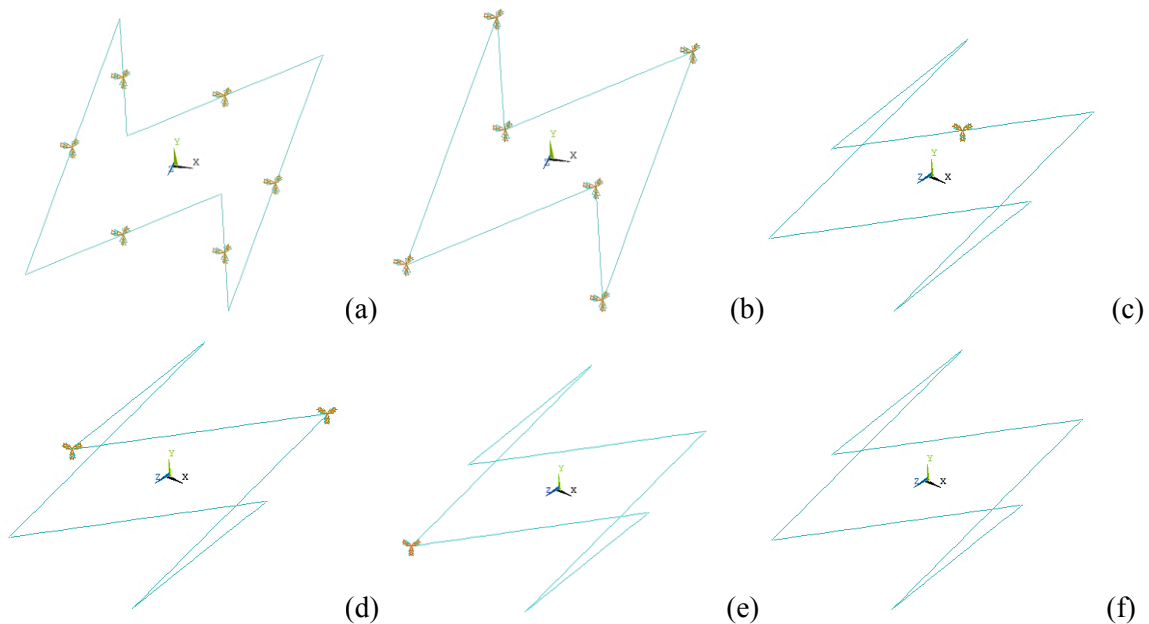
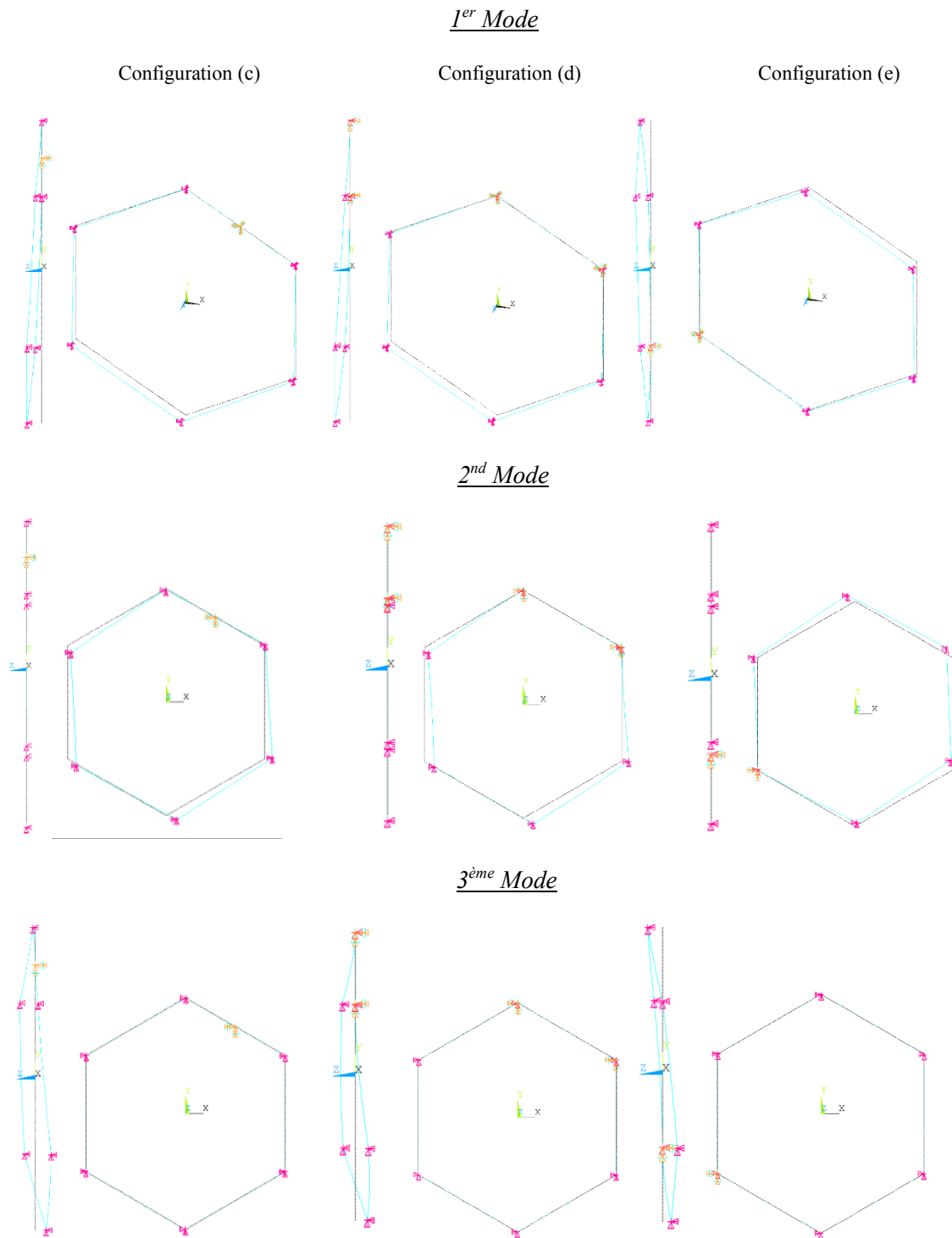


Figure IV-5 : Différentes configurations de fixation de l'ossature.

Une première étude a permis de recenser les 3 premiers modes en configuration plane de la structure pour différents modes d'accrochage [Figure III-25].



*Figure IV-6 : Modèles vibratoires d'un anneau polygonal à 6 côtés*

Le premier mode de l'ossature est un mode de flexion, le second est un mode de cisaillement plan et le troisième est composé de flexion et de torsion. On remarque que le type de configuration (c), (d) ou (e) influe peu sur la forme du mode de vibration de l'ossature.

On peut mettre en évidence que quel que soit l'angle d'ouverture, le premier mode de flexion reste toujours prépondérant [Figure IV-7].



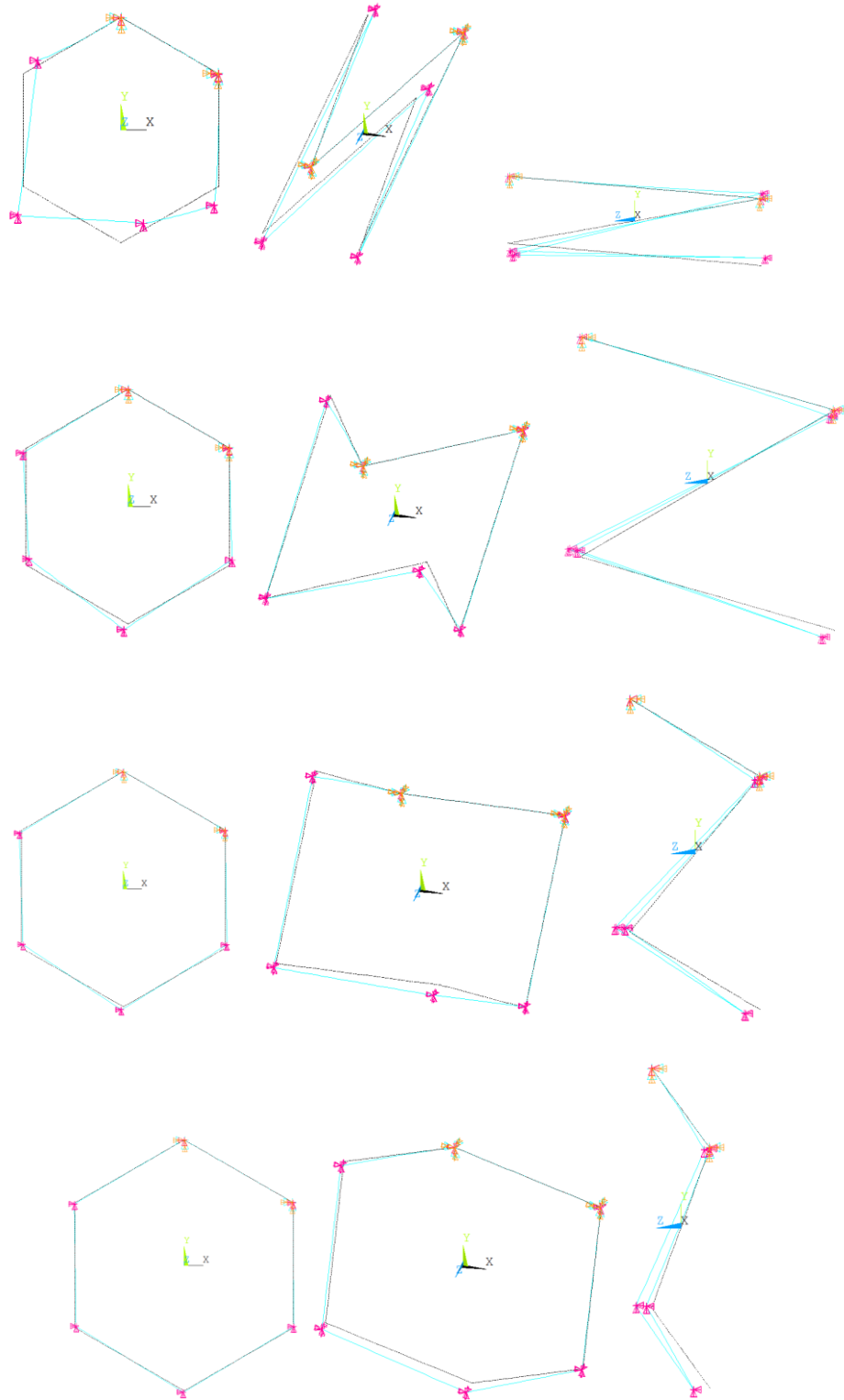



Figure IV-7 : Premier mode de l'ossature en configuration (d) pour différents angles d'ouverture  $10^\circ$ ,  $30^\circ$ ,  $50^\circ$ ,  $70^\circ$ .

Les déformées avec les configurations (d) et (e) sont identiques et ne sont pas représentées.

Les valeurs des deux premières fréquences sont données dans la Table IV-1, pour laquelle on fixe la longueur d'une barre à 1,5 m. Les caractéristiques mécaniques des matériaux sont également figées ( $D_t = 0,05$  m,  $L_t = 1,5$  m,  $E_t = 125$  GPa,  $\nu_t = 0,3$ ,  $e_t = 0,0015$  m).



		Position gerbée		Partiellement ouvert						Plan	
		$\theta_0$	10°	20°	30°	40°	50°	60°	70°	80°	90°
n = 6	Superficie (m <sup>2</sup> )		0,176	0,684	1,461	2,415	3,430	4,384	5,162	5,669	5,846
	Rayon (m)		0,23	0,44	0,65	0,84	1,00	1,13	1,22	1,28	1,30
Configuration (a)	$f_1$ (Hz)		150,57	154,96	161,93	170,98	181,29	191,74	200,89	207,20	209,46
	$f_2$ (Hz)		150,57	154,96	161,93	170,98	181,29	191,74	200,89	207,20	209,46
Configuration (b)	$f_1$ (Hz)		231,52	231,61	231,74	231,91	232,10	232,02	231,66	231,34	231,22
	$f_2$ (Hz)		231,52	231,61	231,74	231,91	232,10	232,02	231,66	231,34	231,22
Configuration (c)	$f_1$ (Hz)		16,25	12,50	9,80	8,13	7,10	6,45	6,05	5,84	5,77
	$f_2$ (Hz)		16,77	13,63	11,25	9,67	8,57	7,78	7,25	6,93	6,83
Configuration (d)	$f_1$ (Hz)		19,69	16,05	12,98	10,89	9,53	8,65	8,10	7,80	7,70
	$f_2$ (Hz)		20,23	17,64	15,73	14,50	13,61	12,91	12,37	12,03	11,91
Configuration (e)	$f_1$ (Hz)		16,26	12,55	9,86	8,20	7,17	6,54	6,16	5,96	5,90
	$f_2$ (Hz)		16,84	13,87	11,60	10,02	8,86	8,00	7,41	7,06	6,94
Configuration (f)	$f_1$ (Hz)		32,11	32,20	32,52	32,84	33,20	33,53	33,17	32,65	32,44
	$f_2$ (Hz)		32,11	32,20	32,52	32,84	33,20	33,53	33,17	32,65	32,44

Table IV-1 : Exemple de simulations effectuées pour une géométrie de barres donnée

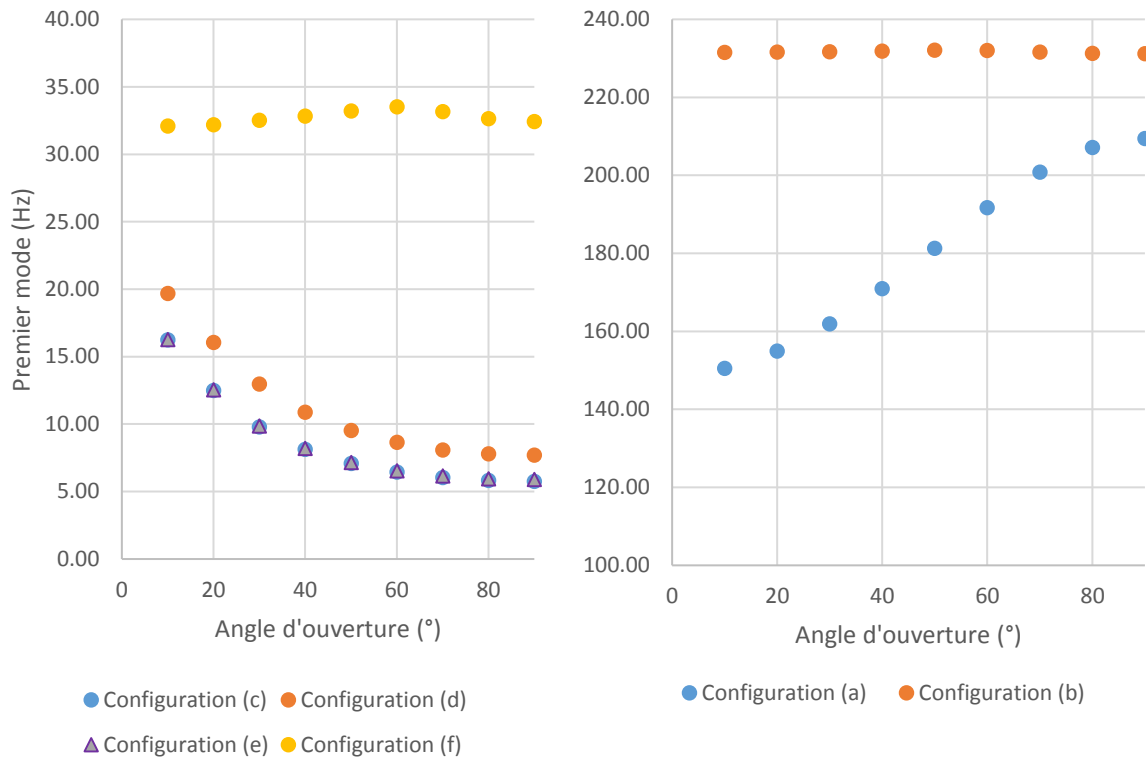


Figure IV-8 : Evolution de la fréquence en fonction de l'angle de l'ouverture

La Figure IV-8 met en évidence la décroissance du mode en fonction de l'angle d'ouverture pour les configurations (c), (d) et (e). La rigidité de l'ossature en configuration (a) augmente avec l'angle d'ouverture tandis que celle de la configuration (b) est quasiment constante. On observe cependant au voisinage de 60°, un point d'inflexion pour la configuration (a) et un maximum pour les configurations (f) et (b).

Un grand nombre d'autres simulations ont été menées en faisant varier les différents paramètres :

- Le nombre de barres,
- Le diamètre des barres,
- La longueur des barres,
- Les différents types de matériaux.

Les différentes configurations testées sont répertoriées dans la Table IV-2.

Caractéristiques géométriques des éléments	$L_t = 1,5 \text{ m}$ $\phi_t = 2 \text{ cm}$ $e_t = 1,5 \text{ mm}$	$L_t = 2 \text{ m}$ $\phi_t = 2 \text{ cm}$ $e_t = 1,5 \text{ mm}$	$L_t = 1,5 \text{ m}$ $\phi_t = 3,5 \text{ cm}$ $e_t = 1,5 \text{ mm}$	$L_t = 2 \text{ m}$ $\phi_t = 3,5 \text{ cm}$ $e_t = 1,5 \text{ mm}$	$L_t = 1,5 \text{ m}$ $\phi_t = 5 \text{ cm}$ $e_t = 1,5 \text{ mm}$	$L_t = 2 \text{ m}$ $\phi_t = 5 \text{ cm}$ $e_t = 1,5 \text{ mm}$
--	--	--	--	--	--	--

Table IV-2: Caractéristiques géométriques des éléments

Les simulations ont été effectuées pour un angle d'ouverture allant de 10° à 90° avec un pas de 10° et pour  $N = 6, 8, 10$  pour une structure entièrement composée de matériau carbone-époxy (C-E). Pour les structures composées d'aluminium (Al) ou kevlar (K), les simulations ont été menées pour  $N = 6$ .

Quelles que soient les configurations, sur l'ensemble des simulations, il s'est avéré que le matériau de type « carbone-époxy » était le meilleur candidat en termes de rigidité [Figure IV-9]. Cela semble cohérent étant donné la forte rigidité de ce matériau par rapport à son poids propre.

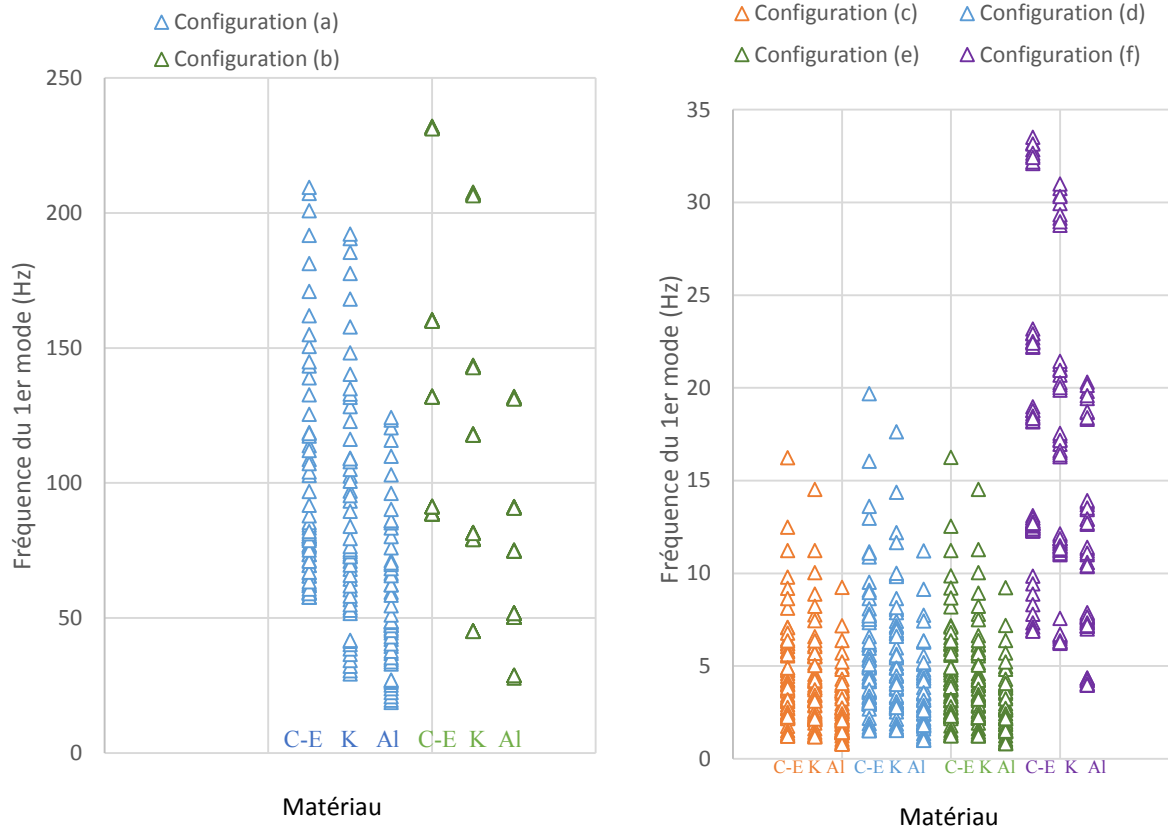


Figure IV-9 : Premier mode de l'ossature à 6 barres en fonction des différents matériaux

Les corrélations entre les différents résultats pour les différentes simulations ont été répertoriées dans la Table IV-3. On constate que les configurations de (c) à (e) sont étroitement corrélées.

Config (a)-(b)	Config (b)-(c)	Config (c)-(d)	Config (d)-(e)	Config (c)-(e)	Config (e)-(f)
96,29%	62,31%	99,75%	99,78%	100%	70,53%

Table IV-3 : Coefficient de corrélation linéaire entre deux configurations

Comme on peut le constater [Figure IV-10, Figure IV-11, Figure IV-12], les nuages de points peuvent être approximés par des droites, les coefficients de corrélation linéaires établis dans la Table IV-3 étant très proches de 1 (compris entre 99,75% et 100%). Le nuage de points étant assez dense, quel que soit l'angle d'ouverture initial  $\theta_0$ , la représentation des données par une droite est justifiée. Les coefficients permettant de passer d'une configuration à une autre sont les suivants :

$$\begin{aligned}
 (y_e) &\cong 0.7971 \times (x_d) \\
 (y_c) &\cong 0.7939 \times (x_d) \\
 (y_e) &\cong 1.0034 \times (x_c)
 \end{aligned}
 \tag{IV-1}$$

Dans le cas des configurations (a) et (b) Figure IV-13, des valeurs d'angle au-delà de 20° ne rendent pas compte d'un cas réel et le coefficient de corrélation présente moins de pertinence.

D'après ces coefficients, la configuration qui permet le plus de rigidité est la configuration (d), l'arrimage en deux points d'une barre. Les configurations (c) et (e) par arrimage ponctuel sont équivalentes.

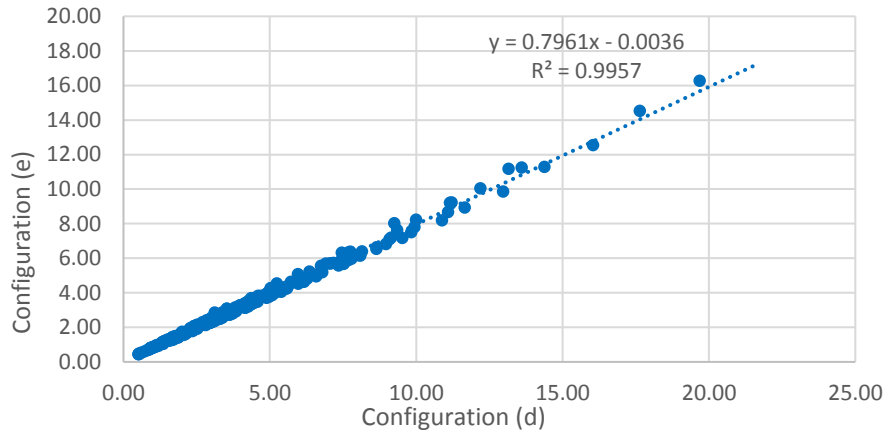


Figure IV-10 : Représentation graphique du premier mode de la configuration (e) en fonction du premier mode de la configuration (d)

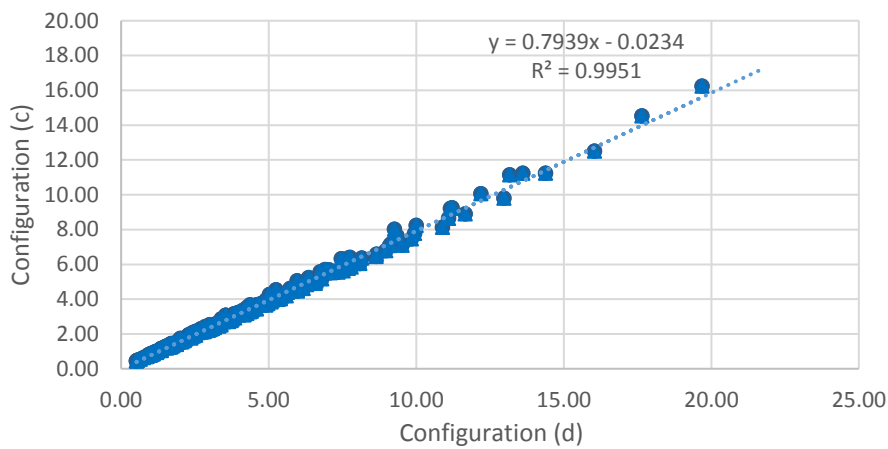


Figure IV-11 : Représentation graphique du premier mode de la configuration (d) en fonction du premier mode de la configuration (c)

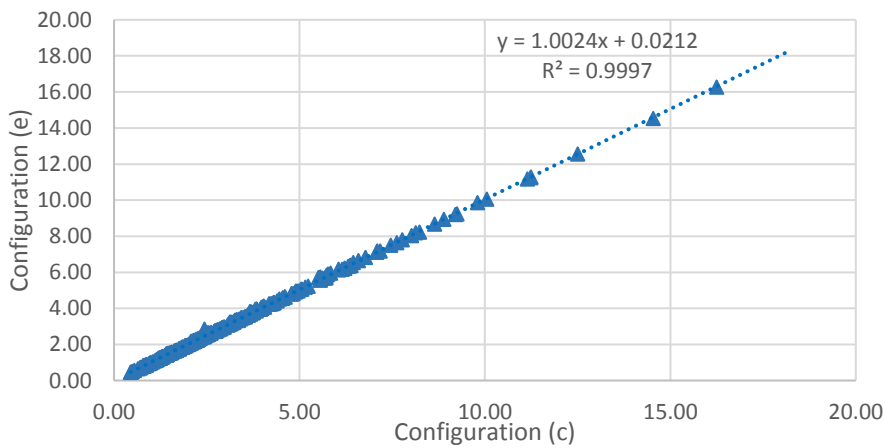


Figure IV-12 : Représentation graphique du premier mode de la configuration (e) en fonction du premier mode de la configuration (c)

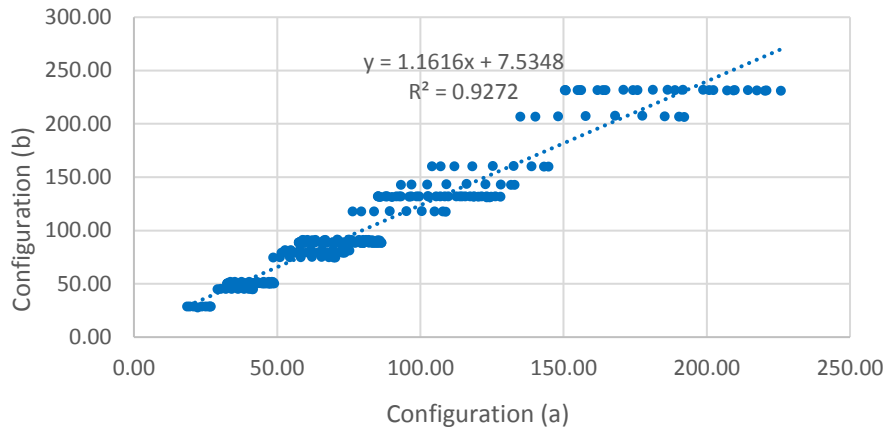


Figure IV-13 : Représentation graphique du premier mode de la configuration (b) en fonction du premier mode de la configuration (a)

#### IV.1.2. Influence du nombre de barre et de leur épaisseur sur le premier mode

Il est possible d'évaluer l'influence du nombre de barres de la structure sur le premier mode pour les configurations (c), (d) et (e) car il est vraisemblable que la multiplication du nombre d'éléments risque d'affecter la rigidité de la structure et donc son premier mode.

Les graphiques de la [Figure IV-14] présentent les modes propres pour différentes valeurs de rayon de l'ossature avec un nombre de barres croissant en configuration plane. Les simulations ont été effectuées pour des barres en matériau carbone époxy, de diamètre 35 mm et d'épaisseur 1,5 mm et pour un nombre de barre allant de 6 à 20.

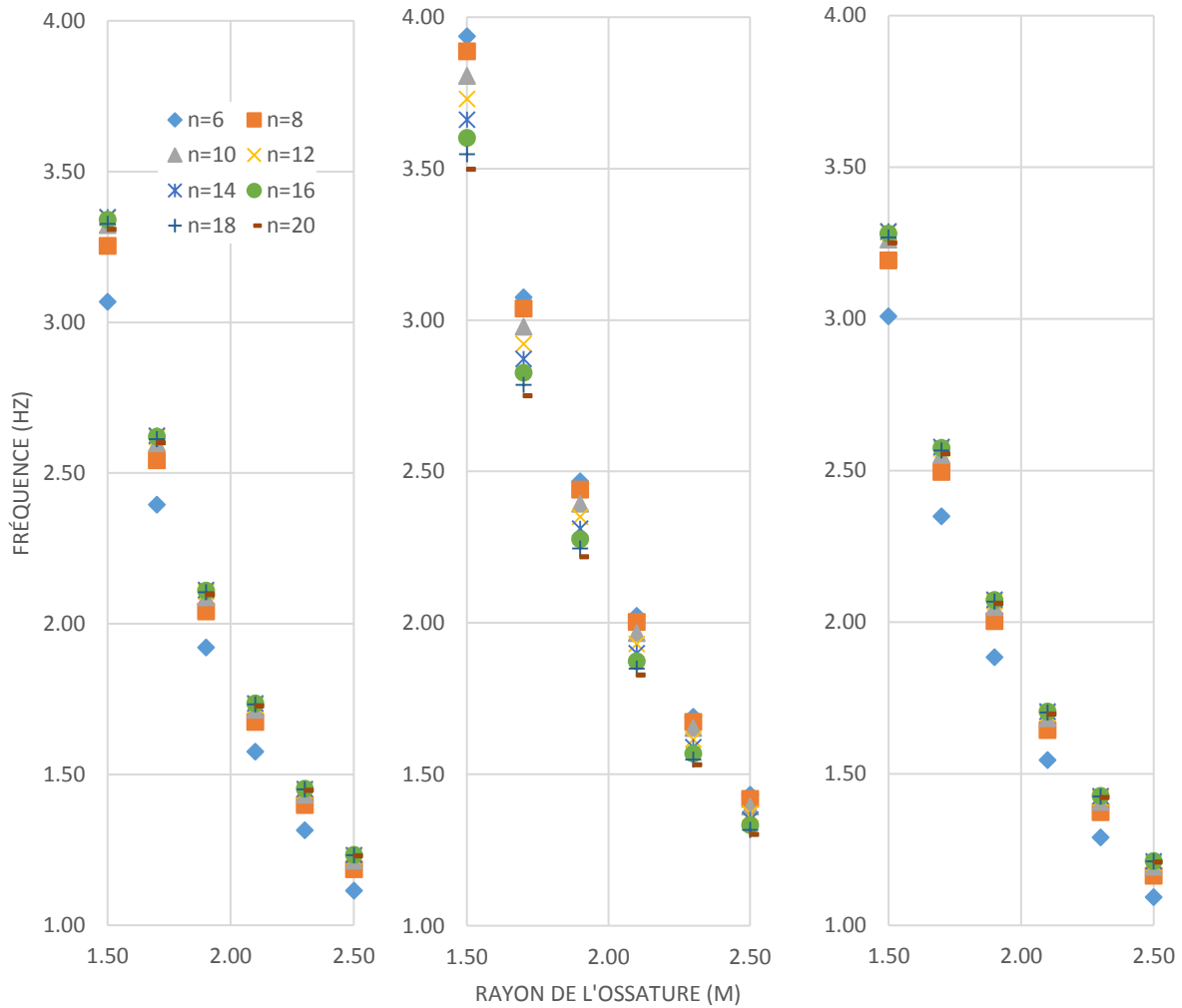


Figure IV-14 : Représentation graphique du premier mode en fonction du rayon de l'ossature pour  $\theta_0 = 90^\circ$  pour les configurations (c), (d) et (e)

La fréquence propre chute en suivant une loi inversement proportionnelle au carré du rayon de l'ossature, ce qui est très pénalisant. Ces résultats concordent avec ce qui a pu être établi par Sébastien Morterolle dans sa thèse (Morterolle-2, 2011).

On peut noter sur la Figure IV-14 que la configuration (d) donne les meilleurs résultats. L'augmentation du nombre de barres amène une chute de la fréquence dans ce cas.

Pour compenser cette chute, nous avons envisagé de modifier l'épaisseur des barres afin de gagner en rigidité pour une surface équivalente [Figure IV-15] (rayons inscrits  $R_{\text{int}} = 1,5 \text{ m}$  et  $2,5 \text{ m}$ ).

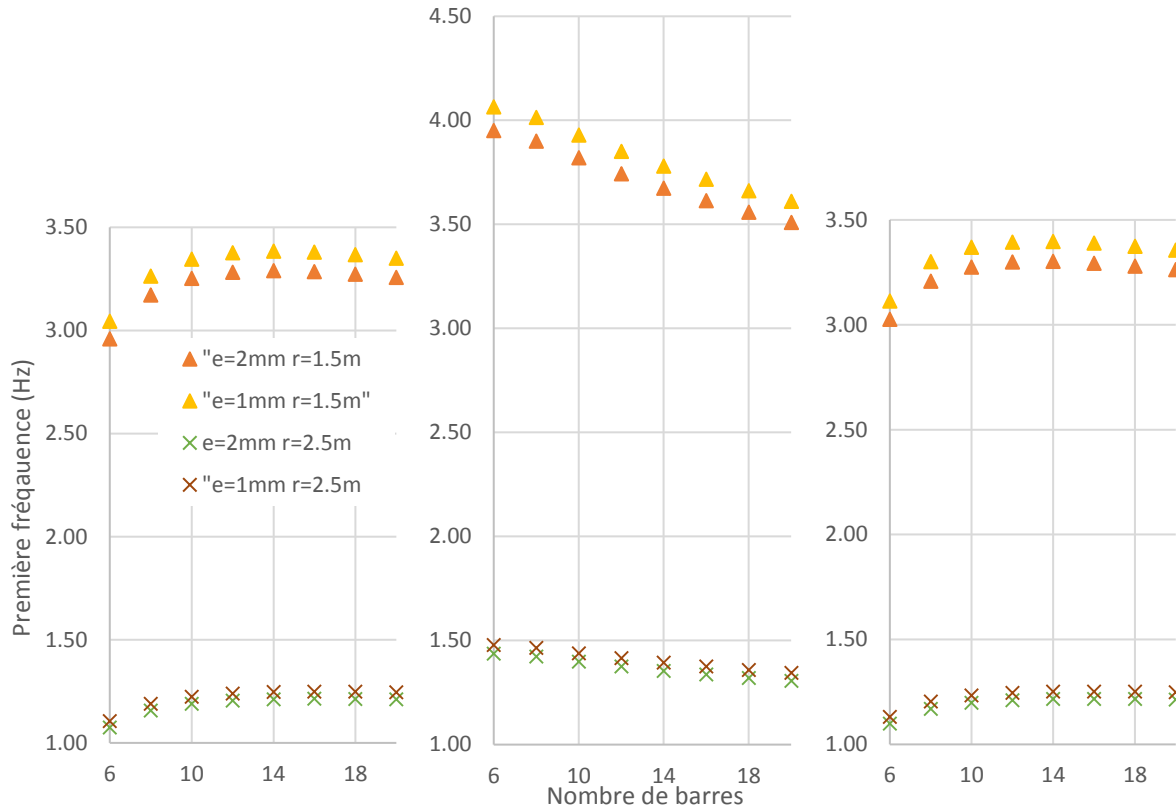


Figure IV-15 : Fréquence du premier mode pour des épaisseurs différentes et 3 configurations (c), (d) et (e) en fonction du nombre de barres en configuration plane

A partir des simulations réalisées, il est possible d'étudier l'influence de l'épaisseur des tubes qui joue à la fois sur la masse de la structure et sa raideur.

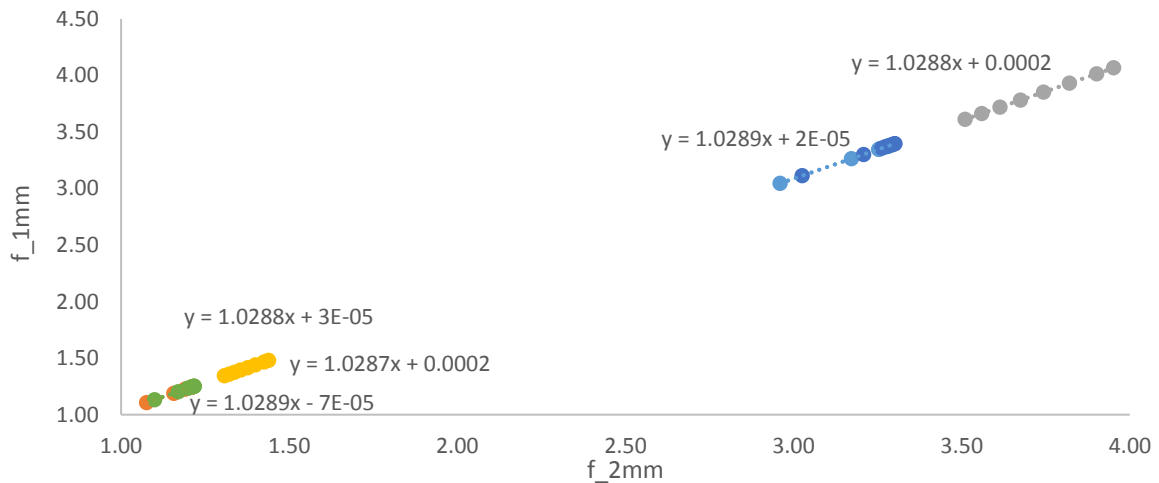


Figure IV-16 : Représentation du premier mode pour une épaisseur de 1 mm en fonction du premier mode pour une épaisseur de 2 mm pour des rayons d'ossature de 1,5 m et 2,5 m

Comme on peut le constater, le fait de diminuer l'épaisseur des barres permet une augmentation de 2,9 % du premier mode propre ce qui est très faible. Les essais ont été effectués pour des diamètres d'ossatures de 1,5 m et de 2,5 m. Le coefficient de corrélation linéaire entre deux configurations étant de 100% quelle que soit la configuration choisie, le passage d'une épaisseur de 1 mm à 2 mm s'effectue en utilisant la relation de linéarité (IV-2).



$$f_{1\text{mm}} = 1.0289 \times f_{2\text{mm}} \quad (\text{IV-2})$$

Pour agir de façon plus efficace sur la rigidité du système, une variation sur le diamètre des tubes serait plus performante à épaisseur équivalente. L'expression de la fréquence propre étant homogène à  $\sqrt{\frac{k}{m}}$ , l'inertie du tube pouvant être approchée par  $\frac{\pi}{8}eD^3$  et la masse proportionnelle à  $\pi eD$ , l'épaisseur ne joue pratiquement pas alors que le diamètre joue de façon linéaire sur la fréquence [Table IV-4].

Diamètre	épaisseur	Fréquence	Masse	épaisseur	Diamètre	Fréquence	Masse
2 cm	1 mm	1,45 Hz	0,96 kg	0,5 mm	3 cm	2,26 Hz	0,75 kg
3 cm	1 mm	2,22 Hz	1,47 kg	1,0 mm	3 cm	2,22 Hz	1,47 kg
4 cm	1 mm	2,99 Hz	1,97 kg	1,5 mm	3 cm	2,18 Hz	2,16 kg
5 cm	1 mm	3,75 Hz	2,48 kg	2,0 mm	3 cm	2,15 Hz	2,83 kg
6 cm	1 mm	4,52 Hz	2,98 kg	2,5 mm	3 cm	2,11 Hz	3,47 kg
7 cm	1 mm	5,29 Hz	3,49 kg	3,0 mm	3 cm	2,08 Hz	4,09 kg

Table IV-4 : Rigidité d'un anneau en fonction de l'épaisseur du tube et du diamètre pour  $R_{int} = 1,5 m$

### IV.1.3. Influence de la masse et de la rigidité des nœuds

La masse amenée par la liaison reliant les barres, ainsi que les jeux ou le verrouillage de la liaison peuvent influencer fortement la réponse modale de la structure. Nous allons donc passer ces paramètres en revue dans le cas d'une ossature hexagonale.

#### IV.1.3.1. Prise en compte de la masse des liaisons

Pour les 3 configurations en phase opérationnelle ((c), (d) et (e)), la Figure IV-17 présente les variations du premier mode propre en fonction de la masse additionnelle par liaison pour différents rayons d'ossature.

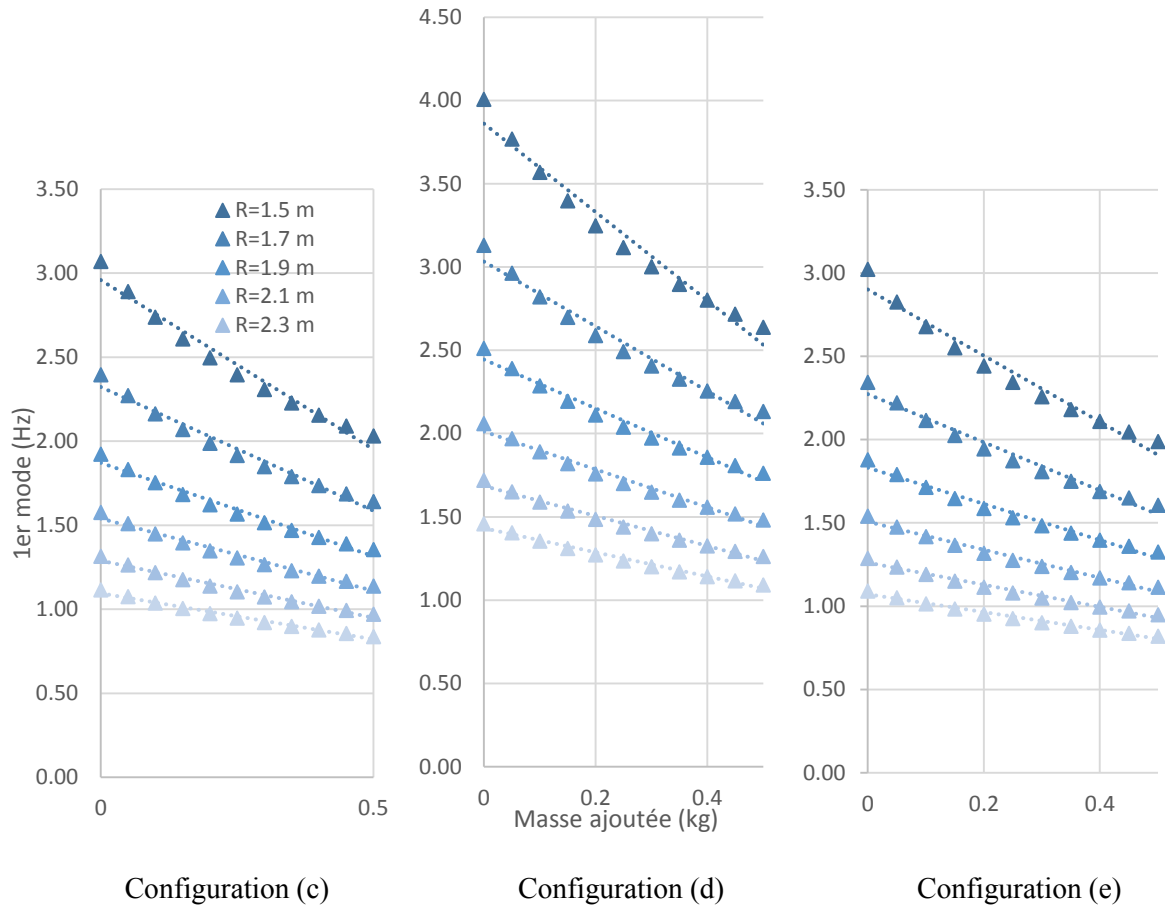


Figure IV-17 : Fréquence du premier mode en fonction de la masse additionnelle par nœud

#### IV.1.3.2. Introduction d'un jeu dans les liaisons

En jouant sur les degrés de liberté d'assemblage de chaque barre, il est possible d'évaluer le mode propre dans le cas où l'ossature n'est que partiellement verrouillée. Les simulations sont effectuées sur une ossature hexagonale [Figure IV-18] en déverrouillant les 3 degrés de liberté en rotation sur certains nœuds. On se place dans le cadre de la configuration (c), une des configurations les moins rigides en phase déployée. La simulation a été effectuée en ajoutant une masse ponctuelle au niveau de chaque nœud.

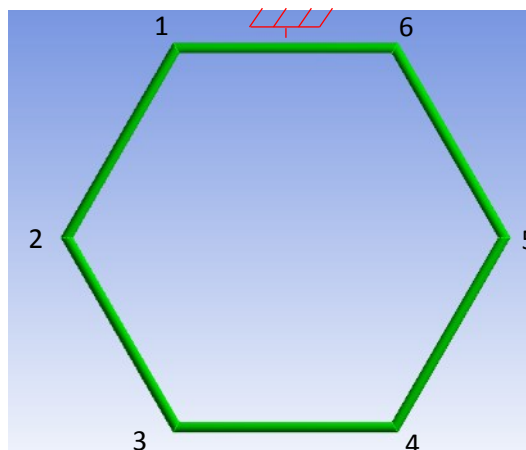


Figure IV-18 : Disposition des nœuds

Ces modélisations permettent en même temps de simuler grossièrement un jeu dans la structure et sont répertoriées dans la Table IV-5.

$R_{int}$ (m)	Nœud	Masse ponctuelle (kg)	0,0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	Corrélation
1.5	-	Sans Rotule	3,07	2,74	2,49	2,31	2,16	2,03	
	6	1 rotule	1,81	1,61	1,47	1,36	1,27	1,19	100%
	5	1 rotule	2,46	2,19	1,99	1,84	1,72	1,62	100%
	4	1 rotule	3,06	2,73	2,49	2,30	2,15	2,03	100%
1.7	-	Sans Rotule	2,40	2,16	1,99	1,85	1,74	1,64	
	6	1 rotule	1,41	1,27	1,17	1,09	1,02	0,96	100%
	5	1 rotule	1,92	1,73	1,59	1,48	1,39	1,31	100%
	4	1 rotule	2,39	2,16	1,98	1,85	1,73	1,64	100%
1.9	-	Sans Rotule	1,92	1,75	1,62	1,52	1,43	1,35	
	6	1 rotule	1,13	1,03	0,95	0,89	0,84	0,80	100%
	5	1 rotule	1,54	1,40	1,30	1,21	1,14	1,08	100%
	4	1 rotule	1,92	1,75	1,62	1,51	1,43	1,35	100%
2.1	-	Sans Rotule	1,58	1,45	1,35	1,27	1,20	1,14	
	6	1 rotule	0,93	0,85	0,79	0,74	0,70	0,67	100%
	5	1 rotule	1,26	1,16	1,08	1,01	0,96	0,91	100%
	4	1 rotule	1,57	1,45	1,34	1,26	1,19	1,14	100%

Table IV-5 : Tableau récapitulatif des modes en fonction du positionnement d'une liaison rotule dans l'ossature.

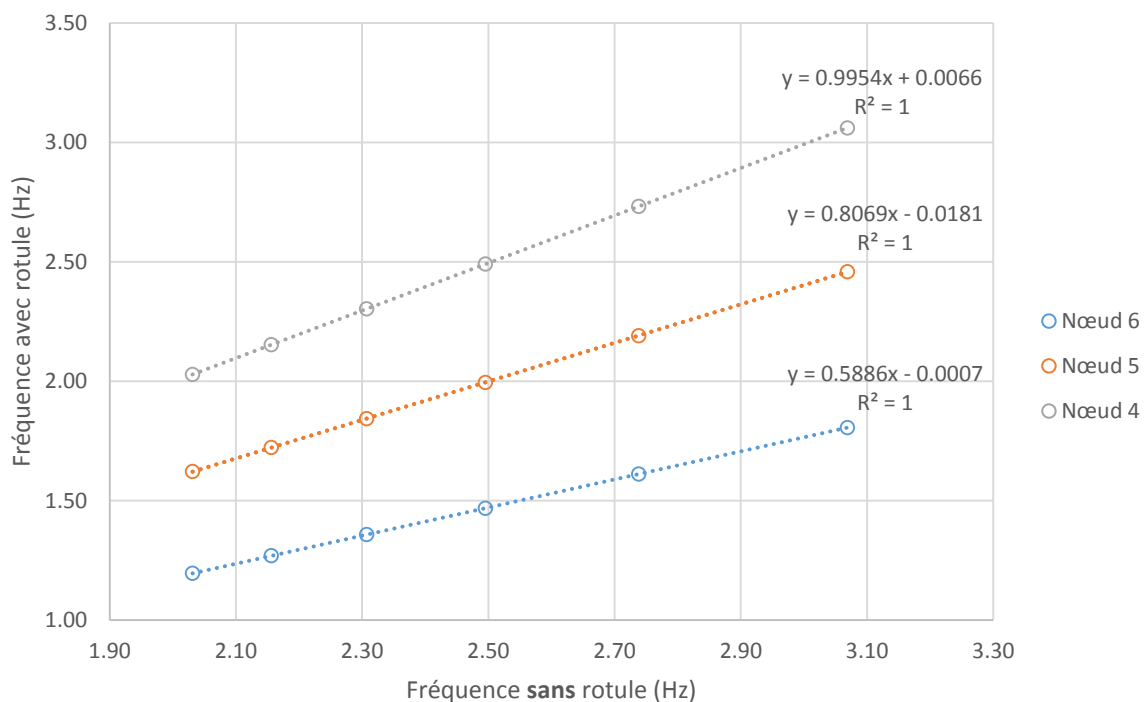


Figure IV-19 : Fréquence propre en fonction de la fréquence propre d'origine pour  $R_{int} = 1,5$  m

On remarque [Figure IV-19] que plus la liaison rotule est éloignée de l'encastrement, plus le 1<sup>er</sup> mode propre est élevé. De plus il existe une dépendance linéaire permettant de passer du premier mode sans rotule au mode avec rotule, quelle que soit la masse de la liaison. Le mode reste supérieur à 1 Hz.

#### IV.1.4. Nœud réel et verrouillage

Au cours du déploiement, les sollicitations dans les barres et les liaisons souples évoluent. En phase gerbée, le moment généré par la liaison est porté par un axe qui est parallèle au plan défini par les câbles maintenant la position, alors qu'en configuration ouverte, le moment est porté par un axe perpendiculaire à ce plan comme présenté sur la Figure IV-20.

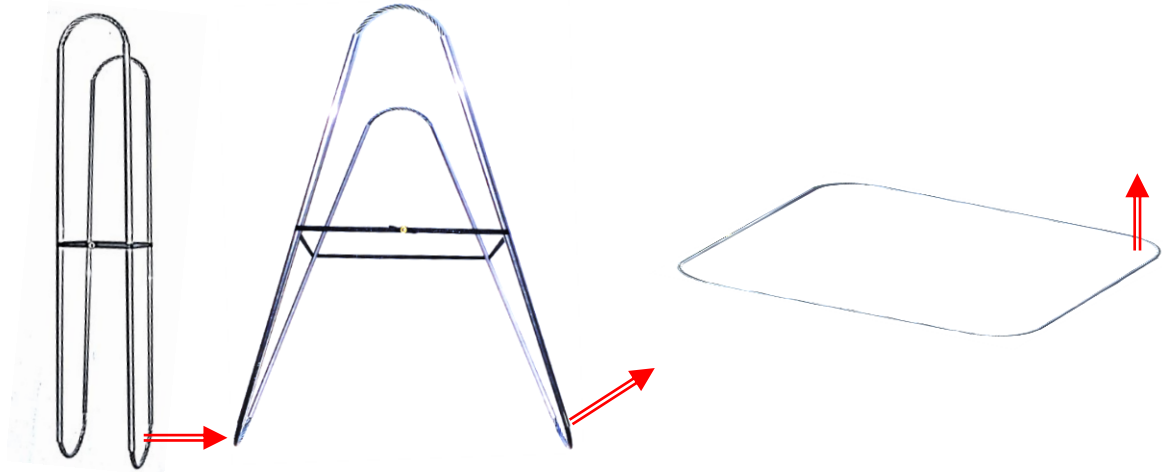


Figure IV-20 : Rotation de l'axe portant le moment induit par la liaison circulaire

Ce changement de position de l'axe portant le moment moteur du déploiement peut ne pas être gênant si la liaison n'a pas d'axe d'inertie privilégié. Par contre, si cette liaison possède un axe principal d'inertie fort et un autre plus faible, cela peut induire de la torsion dans l'élément en cours de déploiement. Une symétrie de révolution de la liaison semble donc préférable.

Dans le cas de lames de carbone qui ont été pressenties pour le stockage d'énergie élastique pour le déploiement, la torsion peut être préjudiciable, engendrant délaminage et rupture des éléments comme cela a pu être mis en évidence par Sébastien Morterolle dans sa thèse (Morterolle-2, 2011).

Par ailleurs, il est quasiment impossible d'assurer un encastrement parfait entre les barres et l'étude précédente montre que l'introduction de jeux au niveau des liaisons diminue la rigidité de l'ossature. Pour ne pas avoir une souplesse importante entre les barres, il a été envisagé de déporter la liaison souple, les barres étant assemblées au travers de deux pivots [Figure IV-21] : un au point de concours des deux barres (point A') et un deuxième correspondant à un palier sur une des barres afin d'éviter les phénomènes de torsion lors du déploiement (point B).

Les liaisons sont toutes composées par des pivots, le degré de mobilité est donc égal à 1 (un seul mouvement est possible pour ce type de liaison). Les torseurs de cohésion aux points A et B [Figure IV-21], notés respectivement  $\tau_A$  et  $\tau_B$  s'écrivent respectivement :

$$\tau_A = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & R_z \end{pmatrix} \quad \text{et} \quad \tau_B = \begin{pmatrix} 0 & R_x \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (\text{IV-3})$$

On obtient ainsi un torseur équivalent par somme de torseurs en série au niveau du point A :

$$\tau_{\text{équ}} = \begin{Bmatrix} 0 & R_x \\ 0 & 0 \\ 0 & R_z \end{Bmatrix} \quad (\text{IV-4})$$

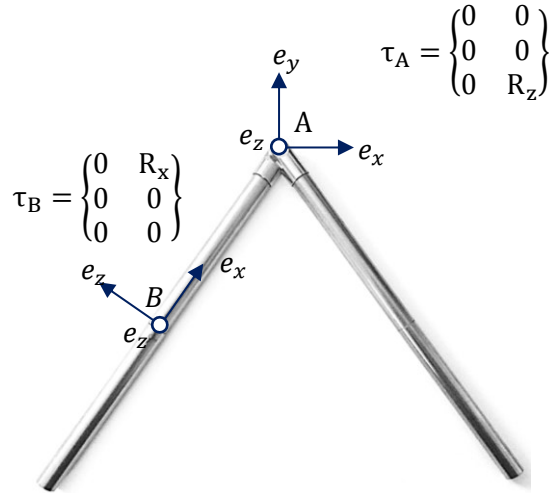


Figure IV-21 : Représentation des torseurs cinématiques de la liaison pivot-palier

La liaison souple est ensuite assemblée aux barres par l'intermédiaire de liaisons pivot en deux points L et L' écartés du centre A de la liaison, le torseur cinématique de la lame représenté au point L [Figure IV-22] s'écrit :

$$\tau_L = \begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & R_z \end{Bmatrix} \quad (\text{IV-5})$$

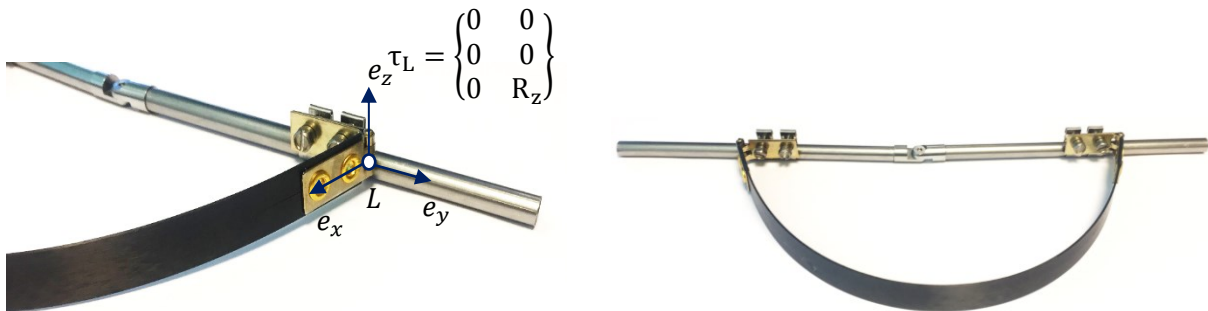


Figure IV-22 : Torseur cinématique de la lame par rapport aux manchons

Un des avantages de cette configuration est la possibilité d'utiliser la lame comme élément de verrouillage en configuration opérationnelle si elle recouvre une géométrie plane. On se retrouve alors dans la configuration de la Figure IV-23. Les lames sont alors supposées linéaires et articulées aux nœuds L et L'. L'influence de ce type de liaison sur l'encombrement de la structure n'est pas évaluée dans cette partie.

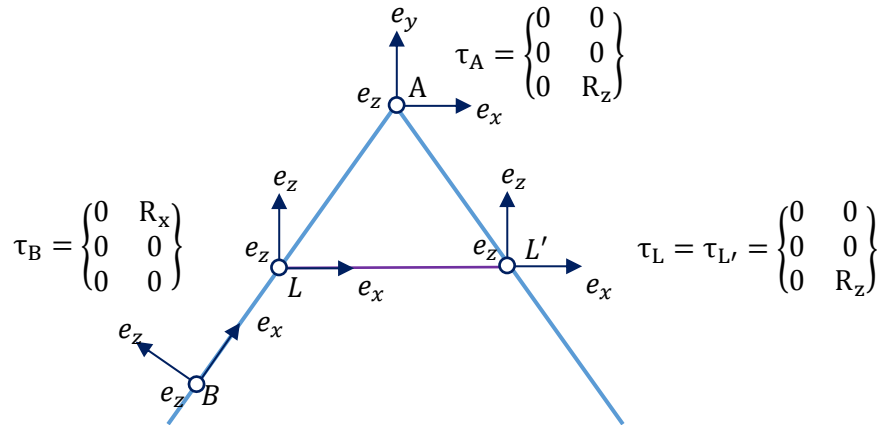


Figure IV-23 : Représentation des torseurs cinématiques de la liaison (lame bi-articulée) (Configuration 0)

Des simulations sont menées pour ce type de liaison appliqué aux six nœuds du système. Les premiers modes propres sont évalués pour différentes largeurs  $b$  et épaisseurs  $e$  de lame, avec des positions d'accrochages plus ou moins éloignées du nœud A [Table IV-6].

Largeur de 5 cm					Largeur de 3,5 cm				
Distance LL' (m)					Distance LL' (m)				
Épaisseur e (mm)	0,5	0,4	0,3	0,2	Épaisseur e (mm)	0,5	0,4	0,3	0,2
3	2,66	2,78	2,92	<b>3,15</b>	3	1,97	2,07	2,24	<b>2,50</b>
2,5	2,55	2,65	2,80	3,01	2,5	1,85	1,95	2,10	2,34
2	2,42	2,52	2,65	2,85	2	1,71	1,80	1,94	2,16
1,5	2,25	2,34	2,47	2,67	1,5	1,54	1,62	1,75	1,96
1	2,00	2,08	2,20	2,40	1	1,32	1,39	1,50	1,69

Table IV-6 : Simulations modales pour une lame bi-articulée

La contrainte maximale générée pour un pliage à  $180^\circ$  d'une lame de longueur  $L$ , d'épaisseur  $e$  et de module élastique  $E$  est donnée par la relation :

$$\sigma = \frac{\pi E e}{2L} \quad (\text{IV-6})$$

La limite d'élasticité des lames donnée par le fabricant étant de 2,5 GPa, la flexion de la lame devra être limitée pour les cas distingués par la couleur rouge dans la Table IV-6. La Figure IV-24 présente des résultats plus complets sous forme graphique.

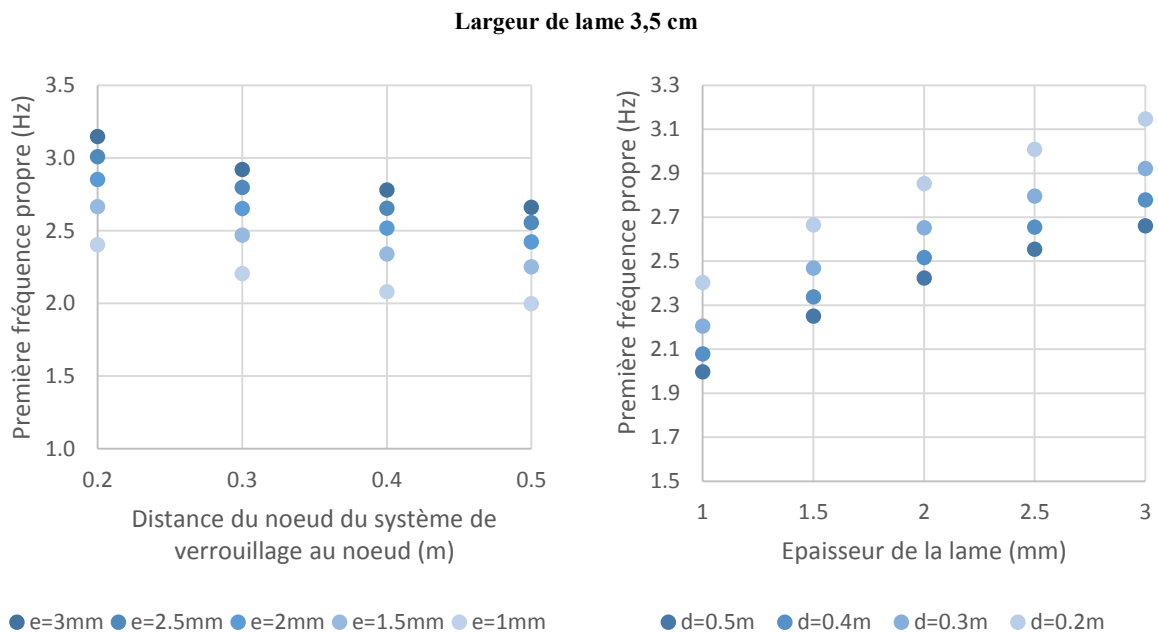
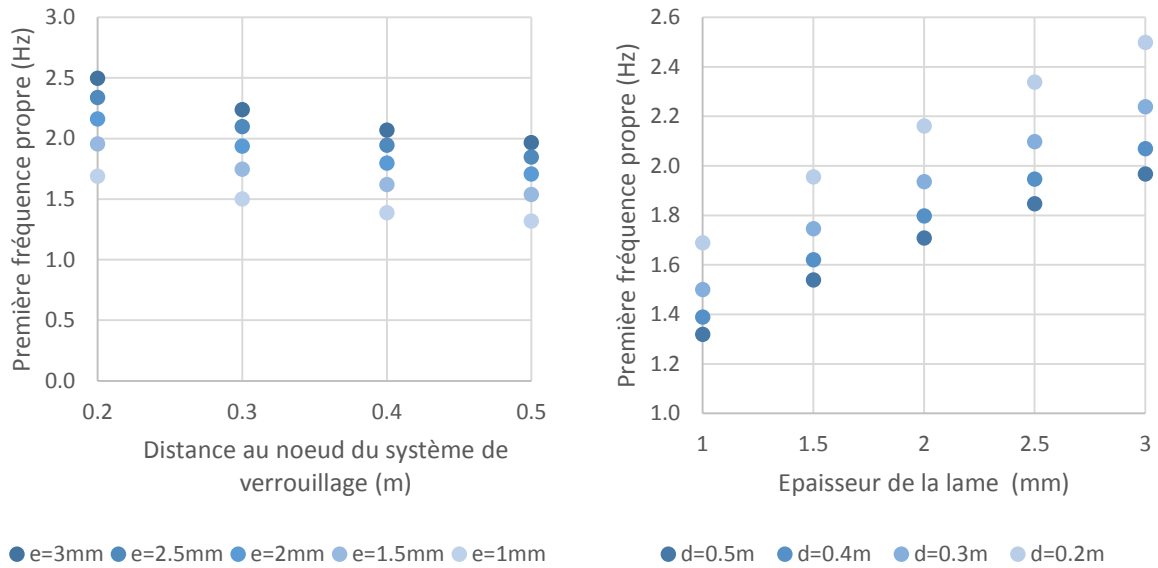
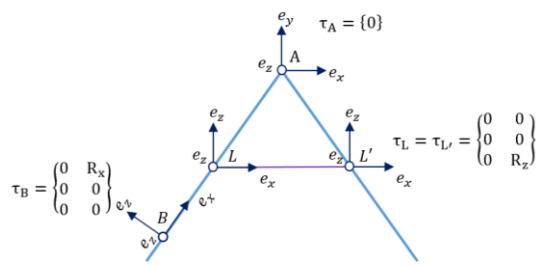


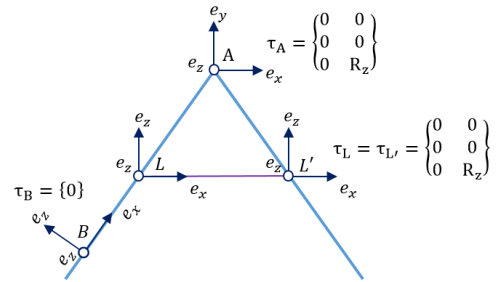
Figure IV-24 : Analyse fréquentielle en fonction de la longueur de la liaison et de l'épaisseur de la lame

On constate que plus l'épaisseur de la lame est importante, plus la fréquence augmente pour une largeur donnée. De même, plus la largeur de la lame est importante, plus l'ossature est rigide. Ces résultats sont dus au fait que le premier mode de l'ossature sans lame est un mode de flexion. Le fait d'augmenter la largeur des lames permet d'augmenter le moment quadratique, ce qui a pour conséquence de rigidifier l'ossature. On privilégiera ainsi une lame épaisse, large et courte.

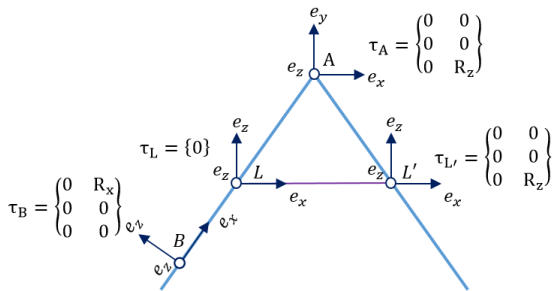
Afin d'augmenter encore la rigidité à l'état déployé, il est possible d'envisager un verrouillage des liaisons. Les différents choix possibles de verrouillage sont donnés sur la Figure IV-25.



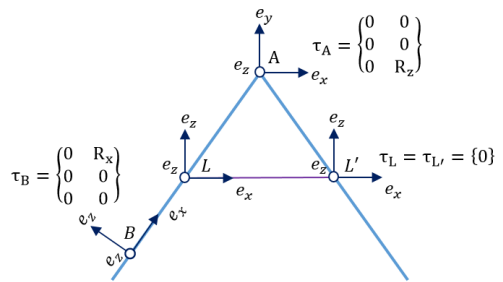
Configuration (1)



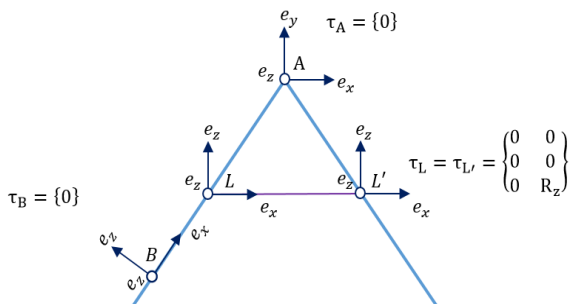
Configuration (2)



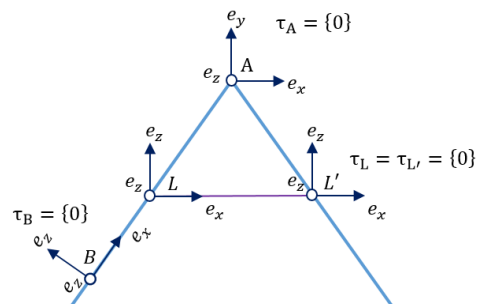
Configuration (3)



Configuration (4)



Configuration (5)



Configuration (6)

Figure IV-25 : Différentes configurations de verrouillage de l'ossature.

Les résultats des différents configurations testées sont répertoriées [Table IV-7] pour  $R_{\text{int}} = 1,5 \text{ m}$ , avec un diamètre de barre 7,5 cm et une épaisseur de barre de 1,5 mm.

Verrouillage des liaisons	$R_{\text{int}} = 1,5 \text{ m}$
Configuration (1)	1,50136 Hz
Configuration (2)	5,84717 Hz
Configuration (3)	1,50136 Hz
Configuration (4)	1,50136 Hz
Configuration (5)	5,84717 Hz
Configuration (6)	5,84717 Hz

 Table IV-7 : Simulations effectuées pour une largeur de lame 3,5 cm, d'épaisseur 2 mm, avec  $AL = 30 \text{ cm}$



Comme on peut le constater dans la Table IV-7, les configurations (1), (3) et (4) sont équivalentes en termes de gain de rigidité, de même que les configurations (2), (5) et (6). Les dernières configurations sont plus rigides que les précédentes. Par la suite nous opterons pour la configuration (2), qui ne nécessite le blocage que d'un seul pivot. La configuration (0) est à 5,35 Hz, ce qui implique que le fait de verrouiller les articulations des lames de carbone dans le sens d'inertie fort, permet d'augmenter la rigidité de l'ossature de 9,6 %. En effet, le premier mode étant un mode de flexion hors plan, le fait de mettre une lame de carbone dans le sens fort permet de rigidifier considérablement l'ossature. De la même façon, l'ajout de précontrainte de compression dans les liaisons ne modifie pas non plus la rigidité. La première fréquence de cet anneau lorsque les barres sont successivement encastrées est de 6,037 Hz.

## IV.2. Génération et interaction de la géométrie interne de l'antenne

Dans les géométries d'antennes communicantes qui peuvent être insérées dans l'ossature développée précédemment, il existe deux types de configurations possibles : les configurations off-set et prime focus. Un inconvénient majeur de l'antenne prime focus est que la source se trouve au foyer de la parabole, venant ainsi masquer les signaux et en diminuer le gain. De ce fait, la grande majorité des réflecteurs spatiaux sont en configuration off-set, qui utilise une portion de parabole permettant de dégager la surface utile de l'ombre générée par l'emplacement de la source et son support [Figure IV-26].

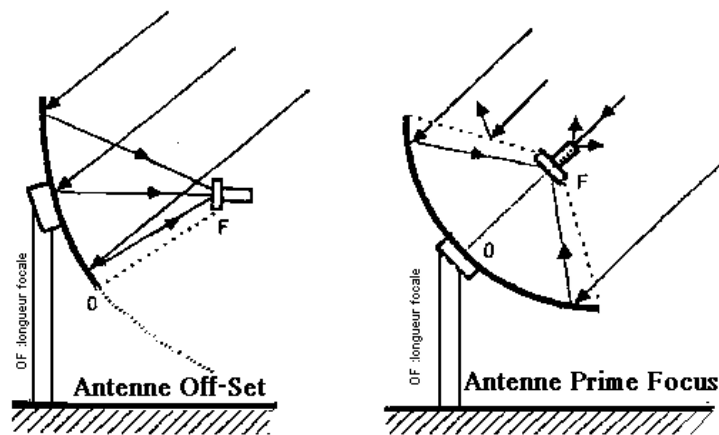


Figure IV-26 : Antenne off-set et prime focus

Mortierolle et al. a proposé une méthode permettant de générer un réseau de câbles tendus uniformément tout en respectant la forme théorique de la parabole, ce qui permet d'optimiser le gain du signal transmis ou émis. Ce réseau permet la mise en position de la surface réflectrice dont nous allons décrire les différentes caractéristiques suivant la solution technologique choisie (réseau maillé ou membrane).

Nous allons étudier dans cette partie comment l'insertion d'un tel réseau va influencer sur la rigidité de la structure qui sera évaluée numériquement et expérimentalement, et quelle est la tension potentiellement générée en phase opérationnelle par le système de liaisons souples.

### IV.2.1. Différents types de surfaces réflectrices

Il est possible actuellement de distinguer deux familles de surfaces réflectrices : celles maillées et celles en composite carbone CFRS (Carbon Fiber Reinforced Silicon) à mémoire de forme.

Les réseaux de type maillé « mesh » sont principalement constitués de mailles en or et en molybdène [Figure IV-27].

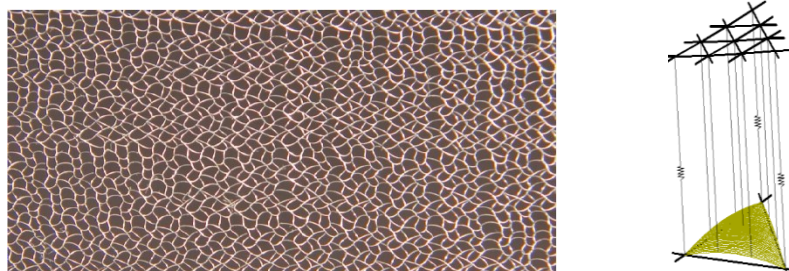


Figure IV-27 : Tricot réflecteur et principe de mise en tension (Sanikidze, et al., 2014)

La surface réfléchissante est tendue en périphérie par un anneau. Cet anneau est déployé et verrouillé en configuration opérationnelle à l'aide de câbles. La forme parabolique est donnée grâce à des « *tension-ties* » (tendeurs), reliant les deux faces du réflecteur [Figure IV-28].

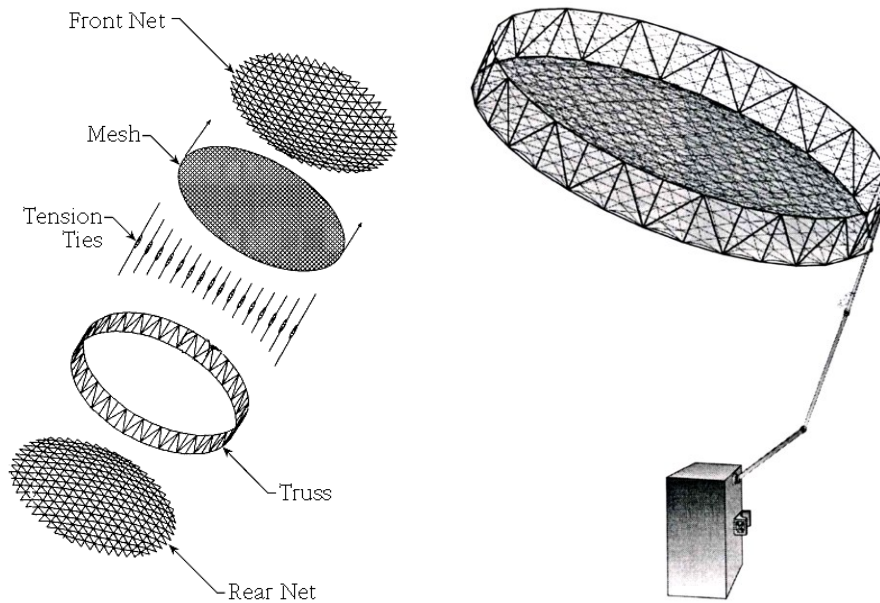


Figure IV-28 : Assemblage de l'antenne Astromesh

A l'heure actuelle, la grande majorité des réflecteurs à ossature déployable utilise des « tricots » comme surface réfléchissante.

A la différence des réflecteurs maillés, les surfaces CFRS ont une mémoire de forme qui nécessite une tension moindre afin de générer la surface régulière en configuration opérationnelle [Figure IV-29].

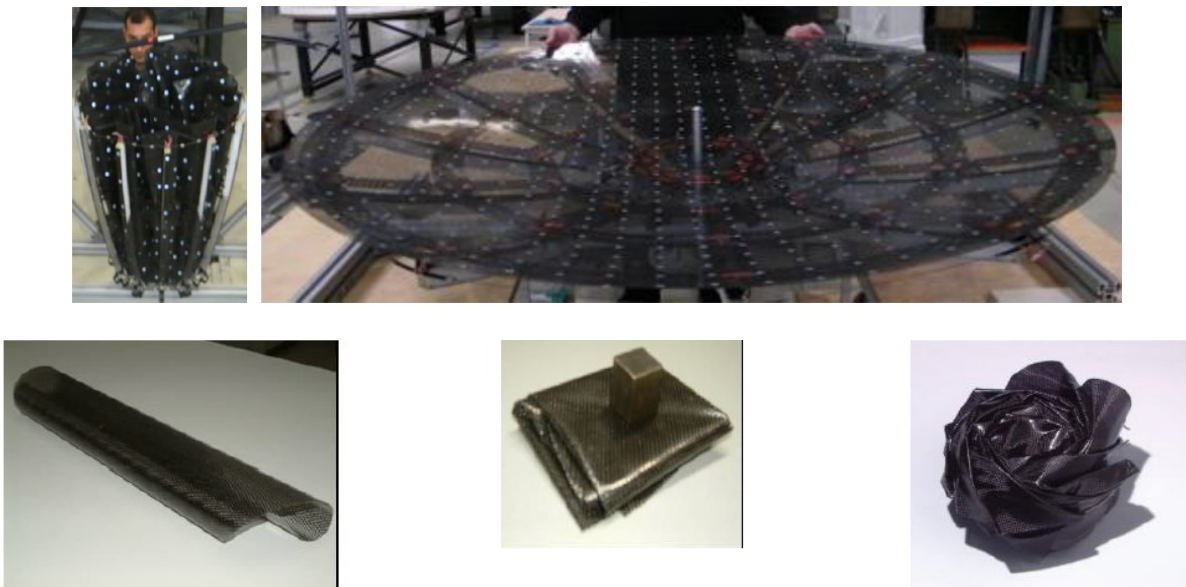


Figure IV-29 : Membrane CFRS (Langer, et al., 2014)

Langer (Langer, et al., 2014) présente des membranes CFRS créées pour le programme Cubsat [Figure IV-29]. Certaines informations sur le matériau sont données par Datashvili (Datashvili-1, et al., 2010). L'erreur RMS est d'environ 0,3 mm. Du fait d'une très bonne précision de surface, en remplacement des réflecteurs maillés, les membranes CFRS sont de plus en plus sollicitées. Datashvili présente

également des études sur la thermoélasticité de ce type de membrane (Datashvili-3, 2014). En Figure IV-30, la configuration gerbée de la structure et le pliage de la membrane sont présentés.



Figure IV-30 : Un mode de pliage de la membrane (Datashvili-3, 2014)

Bien que la plupart des réflecteurs aient une forme parabolique régulière, certains ont des formes peu communes permettant d'émettre des signaux dans des zones bien prédéfinies (*shapée*) [Figure IV-31]. De ce fait, la topologie de la surface est modifiée en conséquence, et est soit figée, soit reconfigurable comme présenté dans la première partie de ce mémoire.

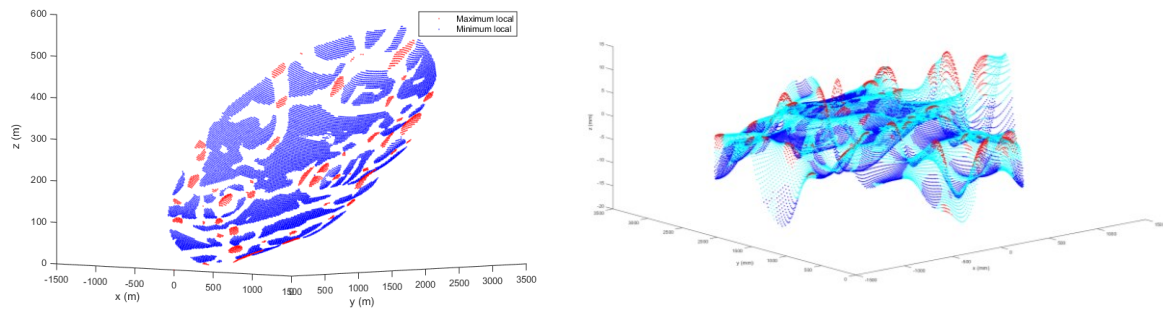


Figure IV-31 : Représentation d'une surface réflectrice shapée et de l'écart de la surface réflectrice par rapport à la parabole de référence (régulière)

## IV.2.2. Influence du réseau

L'influence du réseau sur la rigidité et les modes propres de l'ossature sera évaluée numériquement dans un premier temps par l'insertion d'un simple réseau radial (plan), puis par un réseau tridimensionnel. Enfin l'insertion d'un dôme-câble sera envisagée afin de permettre la génération de points de contrôle suivant une surface non régulière.

### IV.2.2.1. Réseau radial

Dans le but d'évaluer l'influence d'un réseau de câbles sur la rigidité de l'ensemble de la structure, nous effectuons des simulations sur des anneaux avec un réseau radial et sans réseau. Dans la Table IV-8 sont répertoriés les fréquences des 3 premiers modes propres d'une ossature composée de 6 barres, seule ou avec l'insertion d'un réseau, pour des conditions d'encastremets différentes. L'ossature est composée de barres en Carbone-Epoxy de diamètre 3,5 cm pour une épaisseur de 1,5 mm. Le câble formant le réseau est en Kevlar, de section circulaire, d'épaisseur 1 mm.

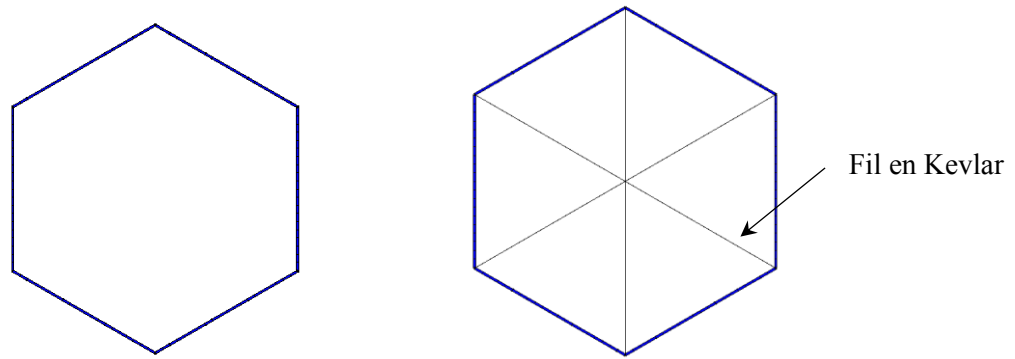


Figure IV-32 : Anneau avec et sans réseau de câble radial

	Rayon inscrit (m)	1,50	1,70	1,90	2,10	2,30	2,50
<b>Configuration (c)</b> blocage milieu barre	F1 (Hz)	3,07	2,40	1,92	1,58	1,32	1,11
	F1 (câble) (Hz)	3,07	2,40	1,92	1,58	1,32	1,11
	F2 (Hz)	3,61	2,82	2,26	1,86	1,55	1,31
	F2 (câble) (Hz)	5,70	4,45	3,64	3,03	2,56	2,20
	F3 (Hz)	6,30	4,93	3,95	3,24	2,71	2,29
<b>Configuration (e)</b> blocage une extrémité	F1 (Hz)	3,02	2,34	1,88	1,54	1,29	1,09
	F1 (câble) (Hz)	3,02	2,34	1,88	1,54	1,29	1,09
	F2 (Hz)	3,55	2,77	2,23	1,82	1,52	1,29
	F2 (câble) (Hz)	4,26	3,34	2,69	2,22	1,85	1,57
	F3 (câble) (Hz)	6,07	4,74	3,80	3,12	2,60	2,21
<b>Configuration (d)</b> blocage deux extrémités	F1 (Hz)	4,01	3,13	2,51	2,06	1,72	1,46
	F1 (câble) (Hz)	4,01	3,13	2,51	2,06	1,72	1,46
	F2 (Hz)	6,20	4,84	3,89	3,19	2,67	2,26
	F2 (câble) (Hz)	9,67	7,56	6,07	4,98	4,16	3,52
	F3 (Hz)	9,68	7,56	6,07	4,98	4,16	3,53

Table IV-8 : Fréquences des modes propres avec et sans réseau radial

Les analyses calculées sous Ansys® présentées dans la [Table IV-8] nous permettent de confirmer que l'insertion d'un réseau permet d'augmenter la fréquence du second mode propre de l'ossature (le réseau stabilise notamment le mode de cisaillement dans le plan). Par contre le mode de flexion hors plan F1 n'est pas affecté.

Rayon inscrit (m)	1,50	1,70	1,90	2,10	2,30	2,50
<b>Configuration (c)</b>	57,66%	57,82%	60,94%	63,48%	65,58%	67,30%
<b>Configuration (e)</b>	19,80%	20,49%	21,01%	21,40%	21,71%	21,96%
<b>Configuration (d)</b>	56,03%	55,99%	55,96%	55,93%	55,91%	55,89%

Table IV-9 : Représentation de l'augmentation de la fréquence du second mode en fonction du rayon de l'ossature.

Comme représenté dans la Table IV-9, en fonction de la configuration considérée, le second mode peut augmenter de 19,6% jusqu'à 67,30%. Le second mode sans réseau correspondant à un déplacement de l'ossature dans le plan, les câbles vont ainsi permettre de rigidifier l'ossature et minimiser ces mouvements. Finalement, pour la configuration (d) le troisième mode sans câble devient le deuxième mode de l'ossature couplée au réseau radial [Figure IV-33].

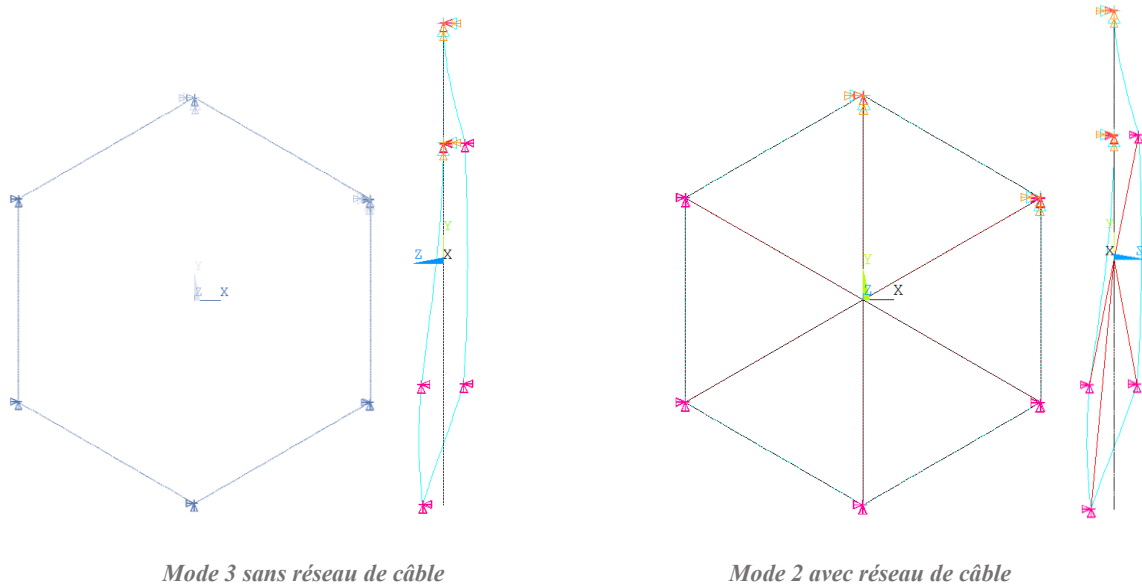


Figure IV-33 : Troisième mode avec et sans réseau de câble pour la configuration (d)

#### IV.2.2.2. Réseau tridimensionnel

Pour une géométrie plane au niveau de l'ossature, il faut introduire des éléments rigides hors plan afin de pouvoir tendre deux réseaux de câbles symétriques générant une parabole [Figure IV-34].

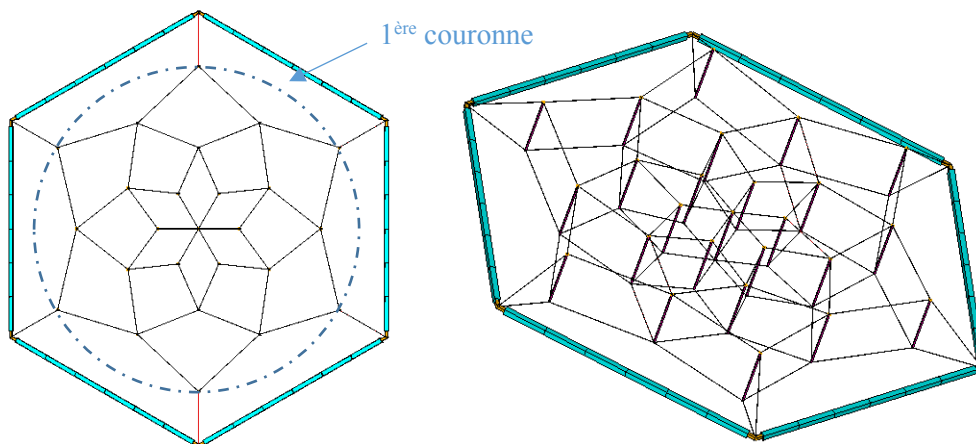


Figure IV-34 : Réseau tridimensionnel

L'étude de l'influence du réseau passe dans un premier temps par l'étude d'un réseau simple, composé de la seule couronne formée par les éléments rigides [Figure IV-35].

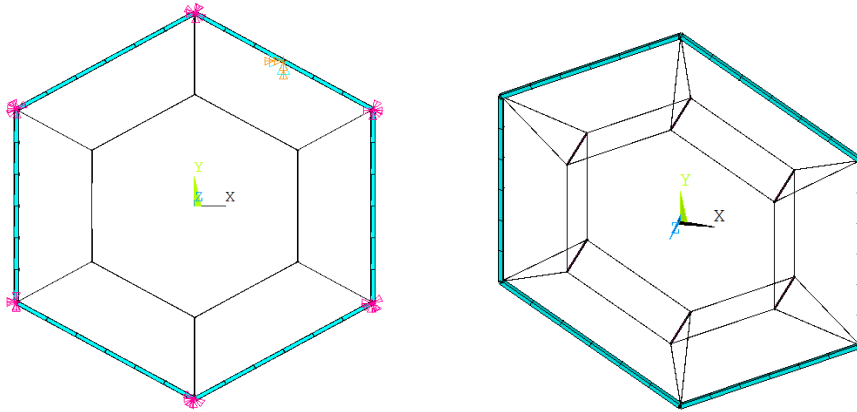


Figure IV-35 : Réseau tridimensionnel composé d'une seule couronne

Quel que soit le type de configuration (c), (d) ou (e), le mode de torsion du dôme câble est présent, faisant apparaître des mécanismes, indiquant de la souplesse dans ce dernier [Figure IV-36].

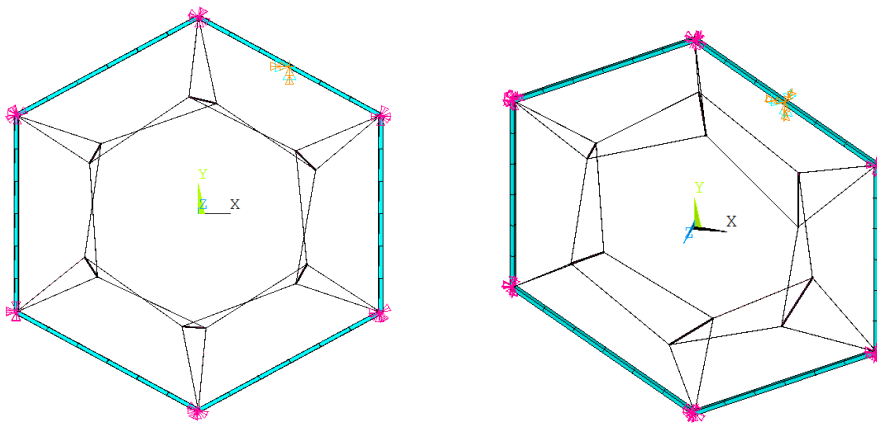


Figure IV-36 : Mode de torsion du dôme-câble

Nous considérons alors le cas où le réseau est complété radialement jusqu'au centre de la structure [Figure IV-37].

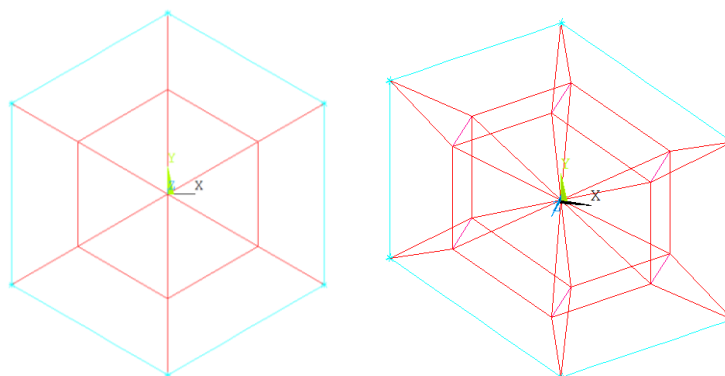


Figure IV-37 : Représentation d'un réseau basique

Nous constatons que le réseau est ainsi stabilisé [Figure IV-38] et l'ensemble retrouve un mode propre correspondant au mode de flexion de l'ossature.



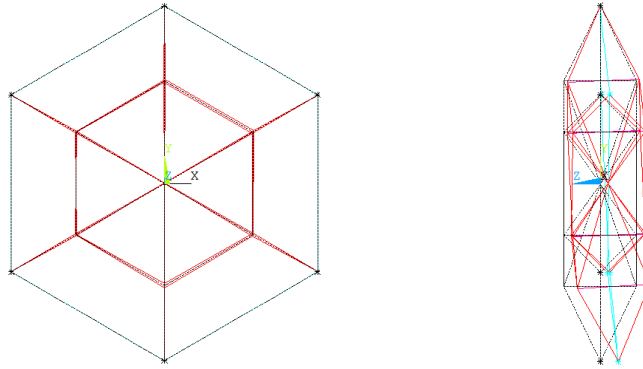


Figure IV-38 : Mode de flexion

Une analyse paramétrique a été menée afin d'évaluer l'impact de la hauteur des barres de la première couronne ainsi que la distance de cette dernière à l'anneau périphérique. Pour cela on fixe  $R_{\text{int}} = 1,5$  m. L'ossature est considérée dans la configuration de verrouillage (0). Les résultats sont présentés sur la Figure IV-39.

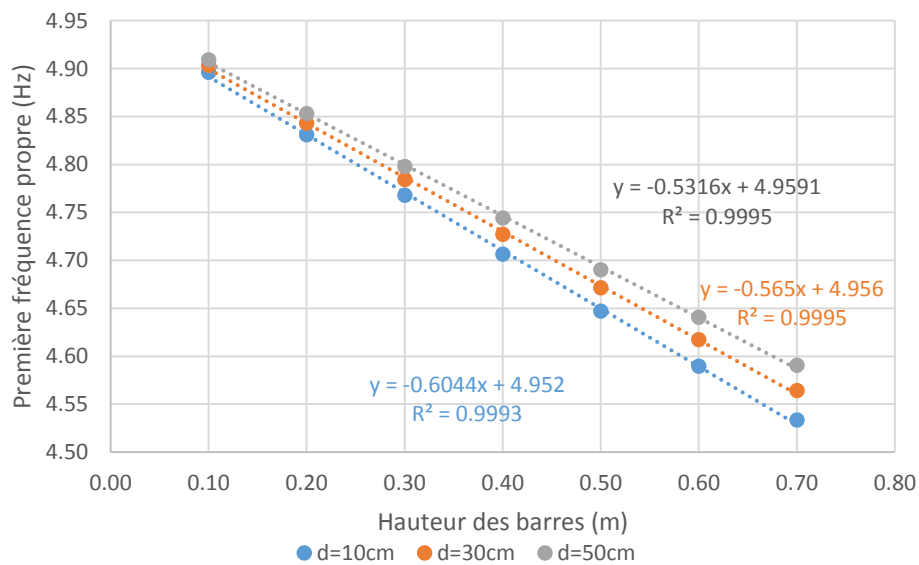


Figure IV-39 : Premier mode en fonction de la hauteur des barres

On constate que le premier mode propre est une fonction affine de la hauteur des barres. Pour les 3 configurations choisies, la distance de la première couronne à l'anneau périphérique a une influence assez faible.

#### IV.2.2.3. Solution à base de dôme-câble

A l'heure actuelle les réseaux tendus permettant de mettre en forme le tricot réflecteur nécessitent deux surfaces symétriques à double courbure positive, ce qui ne permet pas de générer des surfaces *shapées* (creux et bosses par rapport au paraboloïde de référence).

Une solution pour s'affranchir de cette limitation est de remplacer le réseau tendu par un réseau de type « dôme-câble ».

La plupart des structures de type dôme-câble servent de structure porteuse de couverture de bâtiments. Ces structures sont composées d'un anneau rigide en périphérie et d'un ensemble de barres comprimées



et de câbles tendus, permettant de donner la forme voulue du dôme-câble. Généralement, la structure est courbée afin d'évacuer l'eau de pluie.

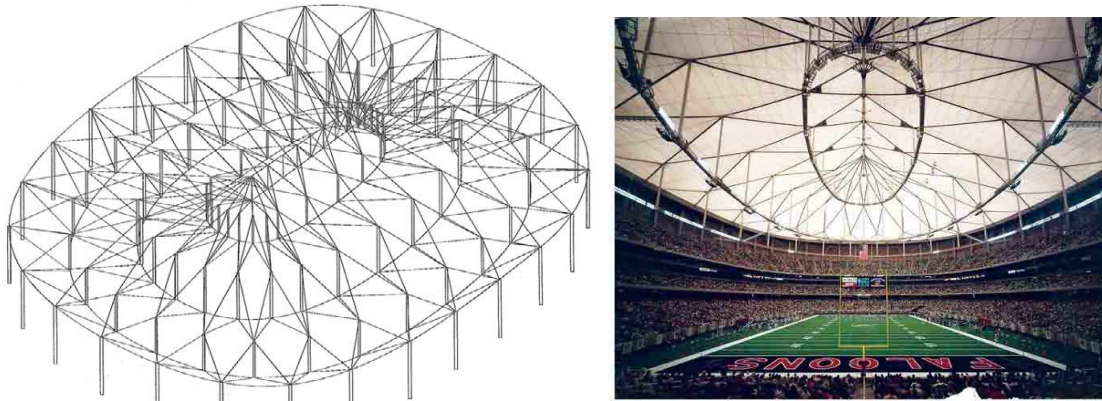


Figure IV-40 : Structure du dôme-câble du Georgia dôme (Atlanta USA)

Ces solutions sont très appréciées dans le domaine du Génie-Civil, en raison de leur faible masse par rapport à la surface qu'elles recouvrent. Ces performances les rendent naturellement concurrentielles pour réaliser la surface support d'un réflecteur. De plus, la position des barres étant adaptable au travers de ce qu'on appelle une « recherche de forme » (D. Veenendaal), cela peut permettre de positionner l'extrémité des barres sur des surfaces non régulières.

Une première maquette d'un anneau octogonal a été élaborée en laboratoire afin de visualiser le nouveau concept du réseau tridimensionnel. Pour cela, un réseau de type Geiger a été introduit dans l'ossature [Figure IV-41].

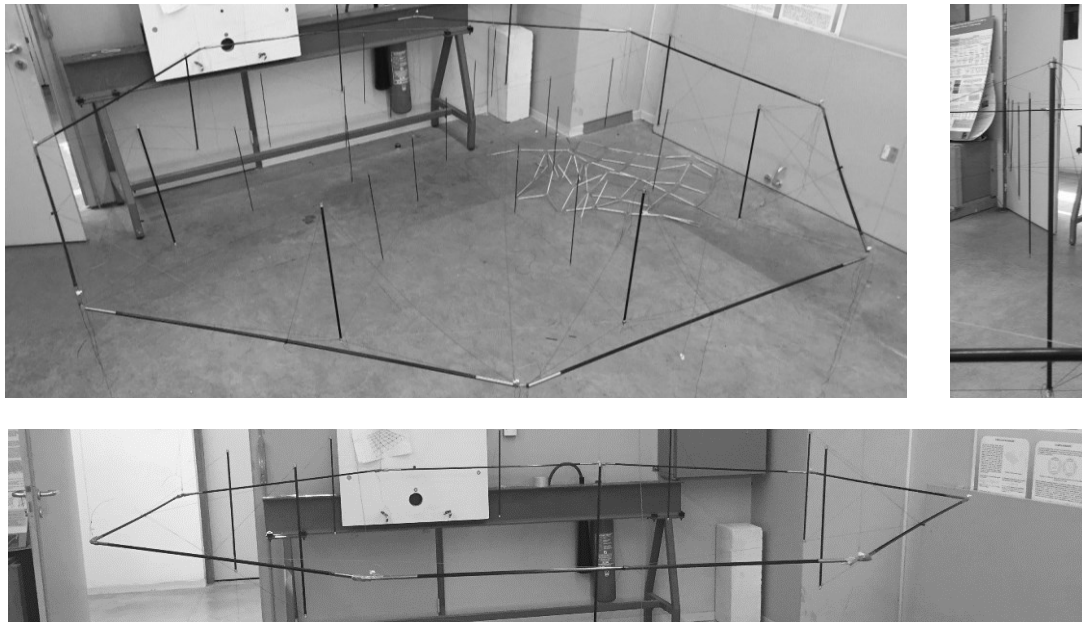


Figure IV-41: Anneau octogonal et réseau de type Geiger

Une infinité de combinaisons est possible afin de choisir un réseau tendant une membrane. La symétrie de deux nappes en vis-à-vis ou non, l'influence de la distance séparant deux couronnes de barres consécutives, le nombre de couronnes, le nombre de points d'accroche... Cependant, pour accueillir une surface réfléchissante non régulière, les éléments séparant les deux nappes doivent être capables de

reprendre des efforts de compression. Pour cela, nous considérons la forme du dôme-câble de la Figure IV-42 (b) plutôt que le réseau de câbles à nappes symétriques (a).



Figure IV-42 : Réseau de câble à double courbure inversée (a) et dôme-câble (b)

Il existe plusieurs configurations de dômes-câbles possibles, Fuller ou Geiger étant les plus connues et usités [Figure IV-43 et Figure IV-44].

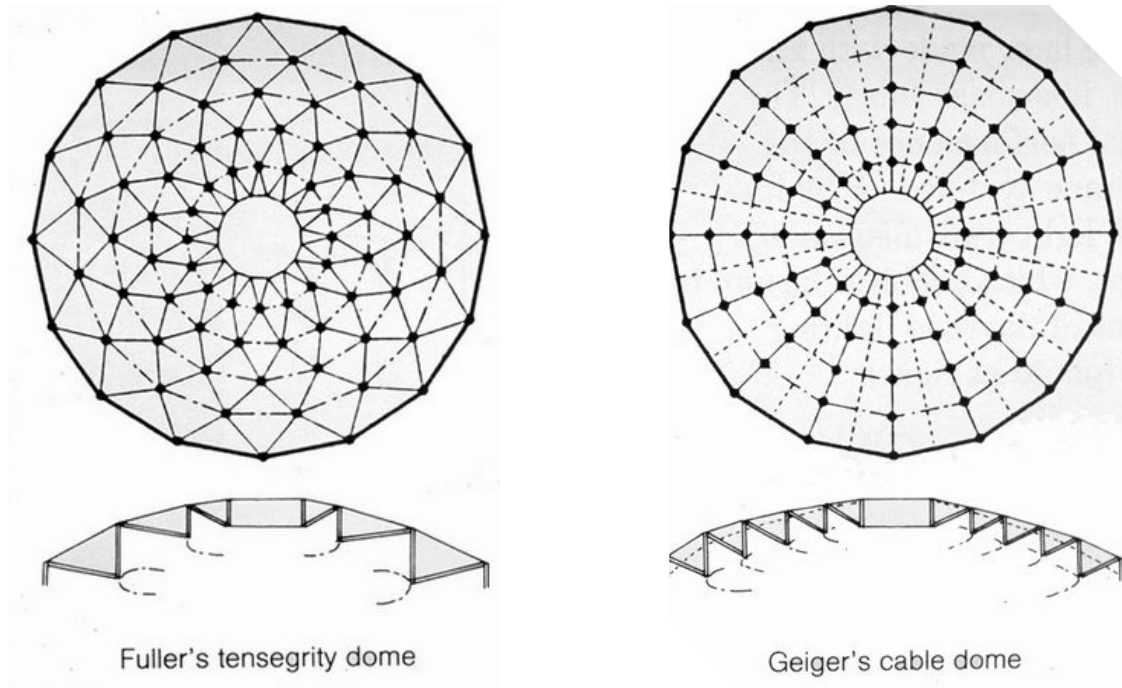


Figure IV-43 : Différents types de dômes-câbles

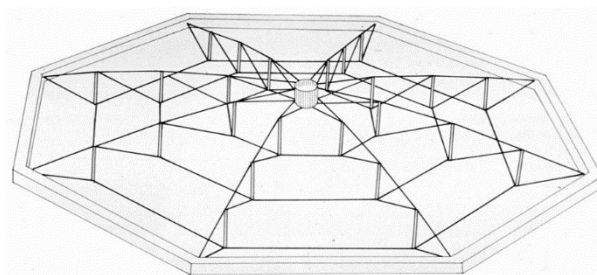


Figure IV-44 : Dôme-câble de type Geiger

De la même façon que pour un réseau tridimensionnel, une analyse modale doit être menée pour évaluer la rigidité du dôme-câble. Afin de comparer les rigidités des 2 dômes-câbles [Figure IV-50], nous les comparons à masses quasiment équivalentes, ce qui revient à les comparer pour des nombres de barres identiques. Nous comparons ainsi la première fréquence pour  $N_c = 2$  et  $N_c = 3$ , où  $N_c$  désigne le nombre de couronnes. Les réseaux sont accrochés de manière identique (encastrement des câbles périphériques). Le réseau de câble est composé d'éléments de type LINK10 agissant en traction et les barres sont composés des mêmes éléments agissant en compression.

Ces réseaux ont été développés afin que la partie supérieure vienne accueillir le chargement (membrane). Dans notre étude, c'est la partie inférieure qui est la surface utile devant accueillir une membrane réfléchissante.

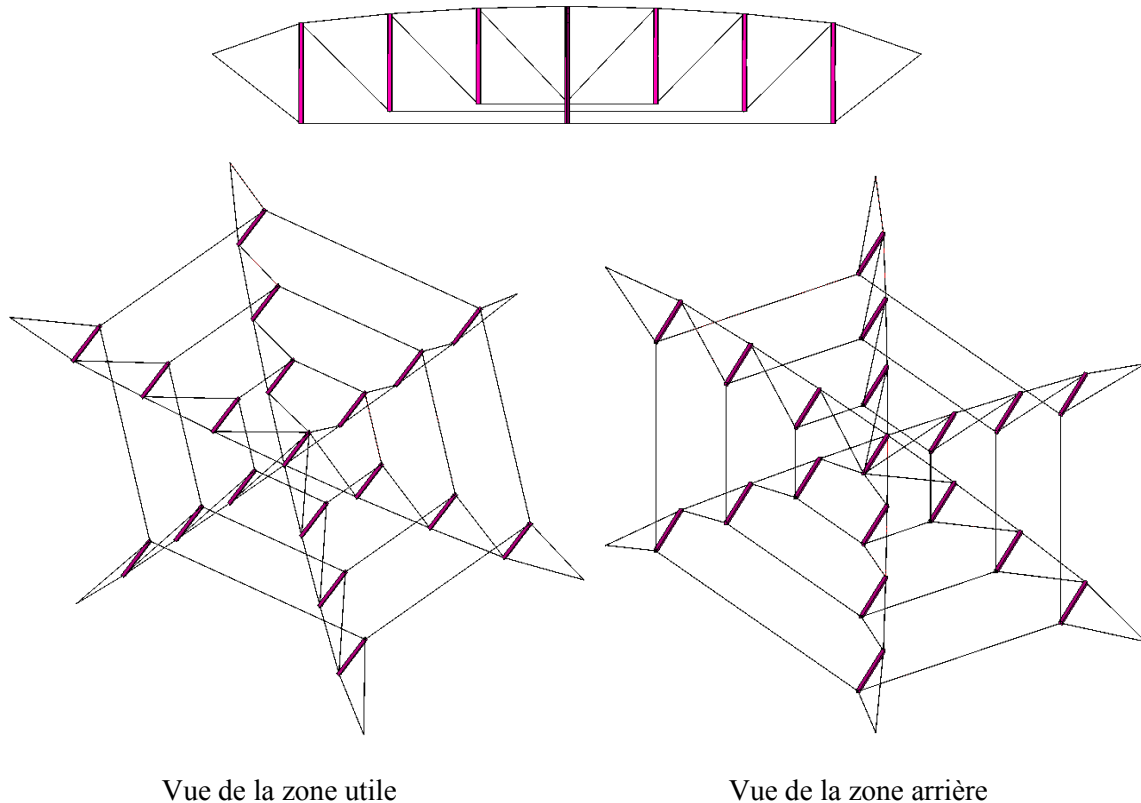
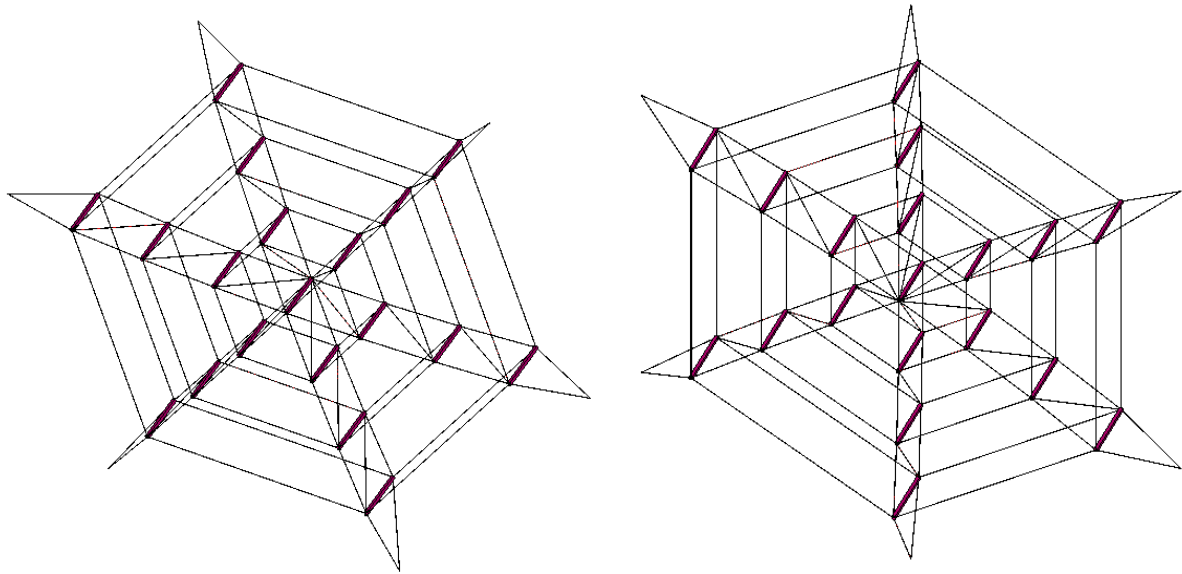


Figure IV-45 : Réseau radial de type Geiger

Cependant, tels quels [ Figure IV-45], ces réseaux ne sont pas stables, ils admettent des mécanismes. Afin de les stabiliser, des câbles jouant un rôle de contreventement [Figure IV-46] ou une pré-tension doivent être rajoutés. Dans certains cas, les membranes architecturales peuvent jouer ce rôle, mais cela reste à vérifier pour des membranes de réflecteurs spatiaux. Dans la suite, nous supposons que seuls les câbles jouent ce rôle.



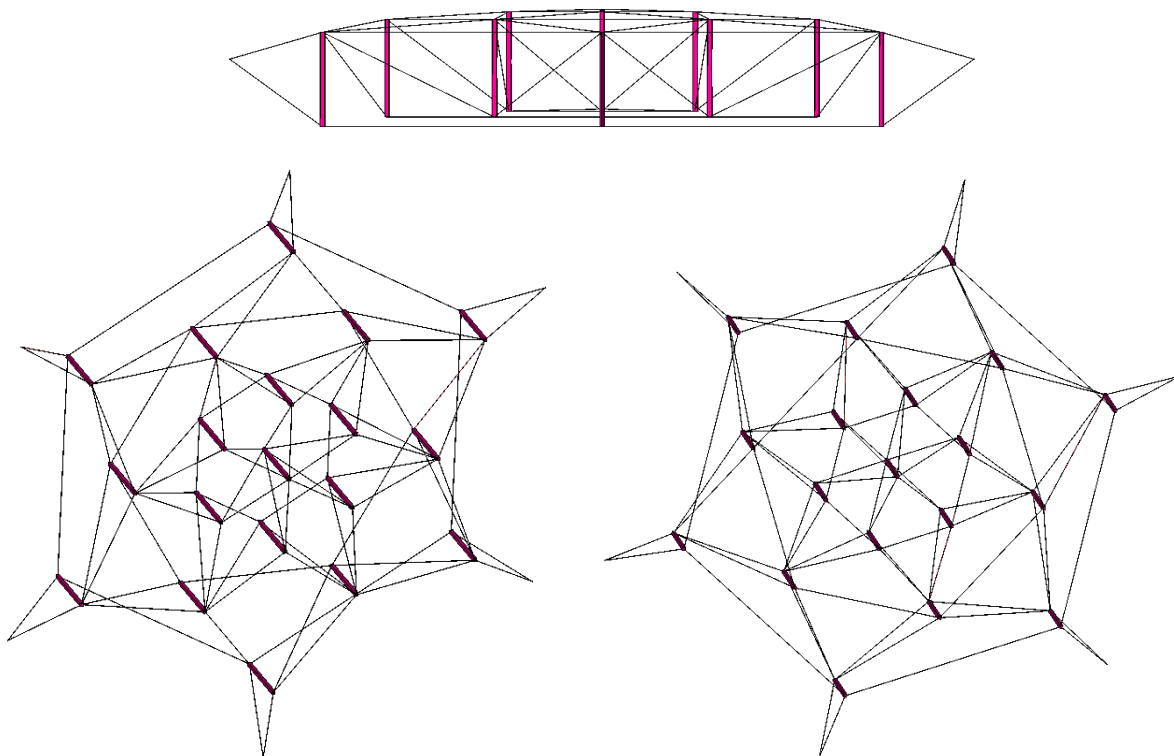
Vue de la zone utile

Vue de la zone arrière

*Figure IV-46 : Réseau radial Geiger contreventé*

Afin de rigidifier le réseau en supprimant les mécanismes de rotation des couronnes de barres, des câbles ont été rajoutés sur la partie convexe du réflecteur. Le premier mode du réseau rigidifié étant identifié à un mode de torsion, des câbles sur la partie supérieure et inférieure allant de nappe en nappe ont permis de stabiliser les mécanismes. Le premier mode de ce réseau devient ainsi un mode de pulsation.

Le dôme-câble Fuller permet d'avoir des points d'accroche disposés suivant une géométrie diamatique répartissant de manière plus régulière les barres dans le plan [Figure IV-47 Figure IV-48].

*Figure IV-47 : Réseau diamatique de type Fuller*

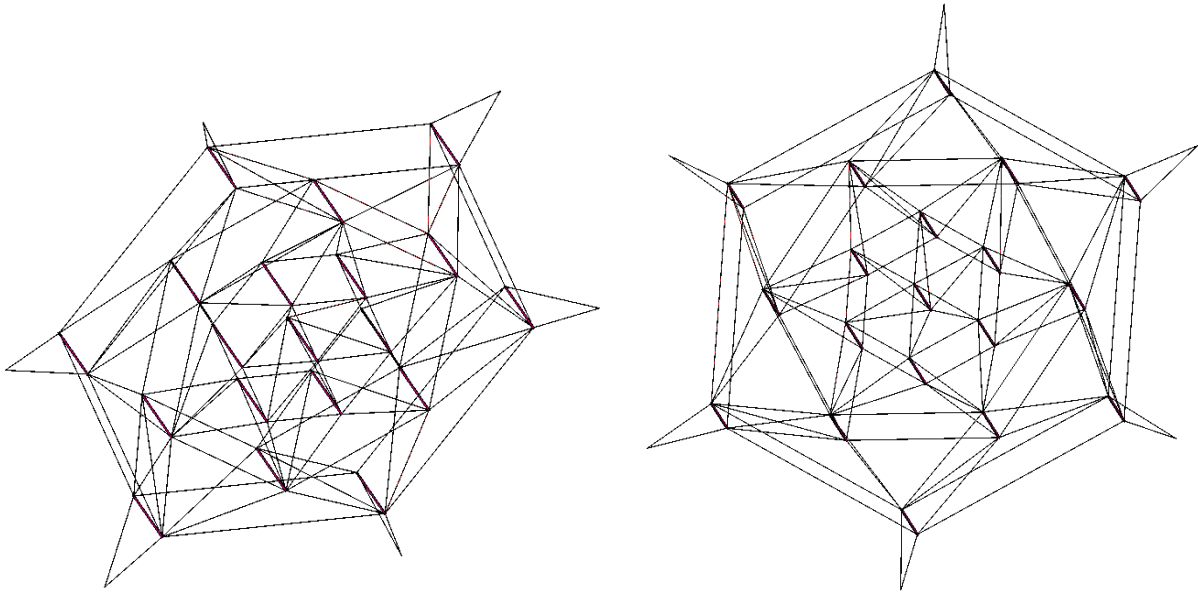


Figure IV-48 : Réseau diamatique de type Fuller contreventé

Les résultats de la Table IV-10 sont présentés pour des réseaux comprenant des barres de diamètre de 1 cm et une hauteur de 40 cm pour la barre située au centre. La focale de la partie venant accueillir la surface réfléchissante est de 4,5 m et la focale du réseau arrière est de 6 m. Les points d'accroche du réseau sont dans le plan contenant le milieu de la barre centrale. Les autres barres sont disposées de sorte que  $R_{int} = 1,5$  m et  $R_f = 1,3$  m. Chaque couronne  $i$  a un rayon  $R_{c_i} = i \times \frac{1,3}{N_c}$ . On note  $N_c$  le nombre de couronnes composant le réseau.

	Fuller			Geiger		
	$N_c = 1$	$N_c = 2$	$N_c = 3$	$N_c = 1$	$N_c = 2$	$N_c = 3$
Masse câbles (kg)	0,04	0,074	0,10	0,05	0,06	0,07
Masse des barres (kg)	0,32	0,61	0,90	0,36	0,65	0,95
Masse totale (kg)	0,37	0,69	1,00	0,41	0,71	1,02
Nombre barres	7	13	19	7	13	19
Nombre de câbles	36	84	126	42	72	102
<b>Fréquences</b>						
F1 (Hz)	70,88	51,09	44,53		50,45	41,85
F2 (Hz)	109,04	92,25	51,09	mécanismes	55,18	69,38
F3 (Hz)	116,47	92,25	70,89		56,20	69,98

Table IV-10 : Modes propres pour différentes configurations et différents types réseaux

Comme on peut le constater dans la Table IV-10, le premier mode pour les configurations contreventées proposées pour les modèles Fuller et Geiger sont assez proches.

Afin de vérifier l'influence de la masse des barres sur la raideur du réseau de l'ossature, d'autres simulations ont été menées en multipliant le diamètre des barres par deux. Les résultats sont présentés dans la Table IV-11.



	Fuller			Geiger		
	$N_c = 1$	$N_c = 2$	$N_c = 3$	$N_c = 1$	$N_c = 2$	$N_c = 3$
Masse câbles (kg)	0,04	0,074	0,10	0,05	0,06	0,07
Masse des barres (kg)	1,30	2,45	3,60	1,42	2,61	3,80
Masse totale (kg)	1,34	2,52	3,70	1,48	2,67	3,87
Nombre barres	7	13	19	7	13	19
Nombre de câbles	36	84	126	42	72	102
<b>Fréquences</b>						
F1 (Hz)	37,75	26,32	22,79		26,17	21,63
F2 (Hz)	56,35	47,26	42,19	mécanismes	28,54	35,82
F3 (Hz)	56,35	47,26	42,19		29,39	36,10

Table IV-11 : Modes propres pour différentes configurations et différents réseaux

Comme on peut le constater, l'augmentation de la masse du réseau due aux barres influe sur la rigidité de l'ossature. Nous remarquons que la fréquence du premier mode est multipliée par 2 lorsque le diamètre de la barre est multiplié par 2 (les barres sont supposées pleines), ce qui a pour conséquence de multiplier par 4 la masse de la barre. En négligeant la masse des câbles, en sachant que la pulsation évolue en  $\sqrt{k/m}$ , ce rapport est cohérent. De plus on constate que la différence de fréquence entre les deux types de réseau pour un même nombre de couronnes reste très faible.

Un troisième type possible de réseau tridimensionnel est un réseau pyramidal, permettant un meilleur dégagement des nœuds constituant les points de contrôle d'une potentielle surface réflectrice [Figure IV-49].

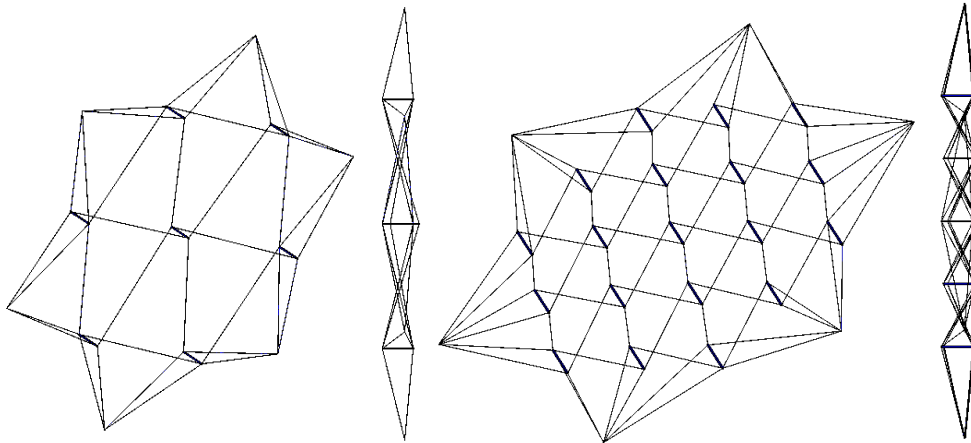


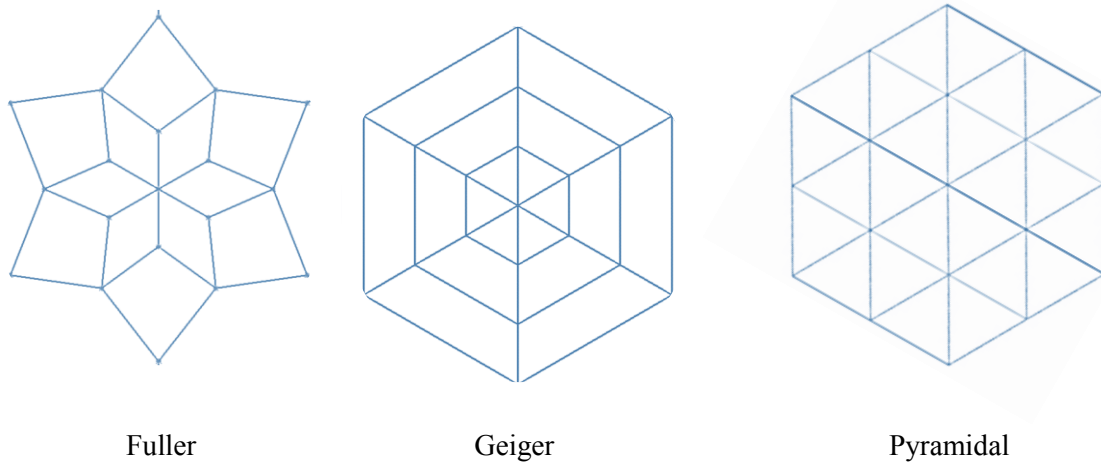
Figure IV-49 : Réseau pyramidal composé de 7 et 19 barres

Ce type de réseau est très attractif étant donné qu'il est isostatique et qu'il permet en jouant sur la longueur des éléments, d'avoir des points d'accroche sans que les câbles du réseau viennent à être en contact direct avec la membrane du réflecteur. Le maillage peut être uniformément réparti sur la membrane, permettant ainsi d'avoir des points d'accroche réguliers, ce qui n'est pas le cas pour les réseaux de type Geiger et Fuller.

Si P désigne le nombre de couronnes, pour une ossature hexagonale, le nombre de points d'accroche pour un même rayon est donné [Table IV-12]. Comme on peut le constater, la densité du réseau pyramidal est quadratique par rapport à P.

Fuller	Geiger	Pyramidal
$6P+1$	$6P+1$	$3(P+1)P+1$

Table IV-12 : Nombre de point d'accroche pour un même rayon


 Figure IV-50 : Représentation de différents dômes-câble pour 19 barres ( $P = 3$  pour Fuller et Geiger et  $P = 2$  pour le réseau pyramidal)

Pour le réseau pyramidal, nous considérons une ossature hexagonale constituée de tubes de longueur 1,75 m, de diamètre 5 cm et d'épaisseur 1,5 mm. Les câbles qui constituent le réseau ont un diamètre de 1 mm et sont en Kevlar. Les barres servant à constituer le dôme-câble sont en carbone et de diamètre 1 cm. On étudiera ici le type d'arrimage de ces réseaux à l'ossature ainsi que l'influence du nombre de nappes sur l'apparition du premier mode propre. Une étude paramétrique est proposée dans une deuxième partie avec un réseau pyramidal, en fonction du nombre de nappes. Nous considérerons ici la focale  $F_1 = 4,5$  m et la focale du réseau arrière  $F_2 = 6$  m permettant de générer de la compression dans les éléments barres.

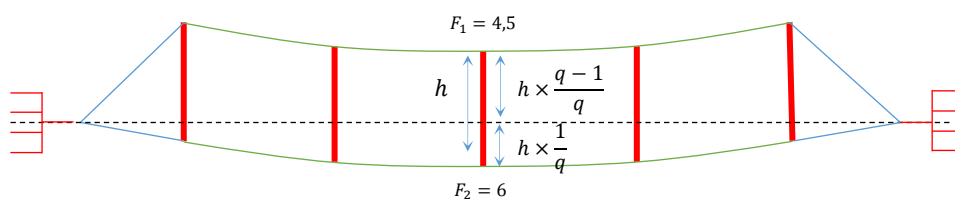


Figure IV-51: Paramètres pour l'analyse modale du réseau

Nous voulons vérifier ici quelles sont les conséquences d'un point de vue modal de la position du réseau dans l'anneau ainsi que la variation de la hauteur de chacune des barres composant le réseau. Nous fixons pour cela la longueur de la barre située au centre du réseau et nous faisons varier sa position verticale. Nous choisissons de déplacer la barre de la barre centrale avec le coefficient  $\frac{q-1}{q}$ ,  $q = \{1; 1,25; 1,75; 2\}$  [Figure IV-51].

La longueur de la barre centrale du dôme prend les valeurs  $h = \{0,2; 0,3\}$  m. On choisit  $R_{\text{int}} = 1,5$  m et le diamètre du réflecteur prend les valeurs  $D_f = \{1,7; 2,6\}$  m. Dans un premier temps on considère un réseau à 7 barres. Les résultats sont répertoriés [Table IV-13].

$D_f$ (m)	h (m)	q	1	1,25	1,5	1,75	2
1,7 m	0,2	F1 (Hz)	55,30	45,67	41,44	39,97	39,73
	0,3	F1 (Hz)	70,10	59,30	53,01	50,06	48,89
2,6 m	0,2	F1 (Hz)	40,43	30,94	26,54	25,06	24,77
	0,3	F1 (Hz)	51,93	44,16	36,53	32,07	29,76

Table IV-13 : Résultats de l'analyse modale de dômes-câbles pyramidaux composés de 7 barres

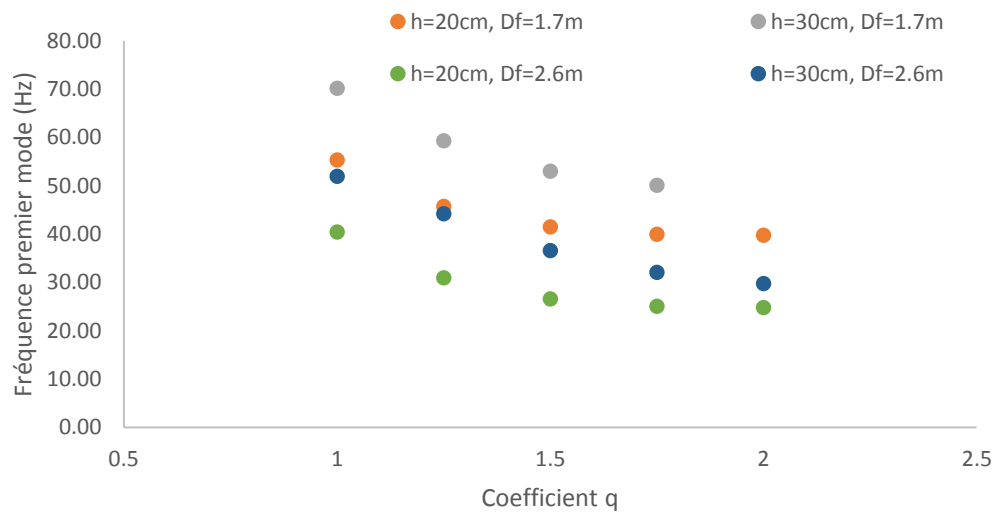


Figure IV-52 : Représentation des différentes analyses modales en fonction du coefficient q

Comme on peut le constater [Figure IV-52], la position la plus rigide, se trouve généralement lorsque la barre est située en dessous du plan formé par l'anneau. Cependant la décroissance est assez brutale jusqu'à ce que le centre de la ligne moyenne de la barre se retrouve dans le plan de l'ossature, puis croît lentement. Il est important de noter ici que plus la hauteur des barres est grande, plus le réseau est rigide.

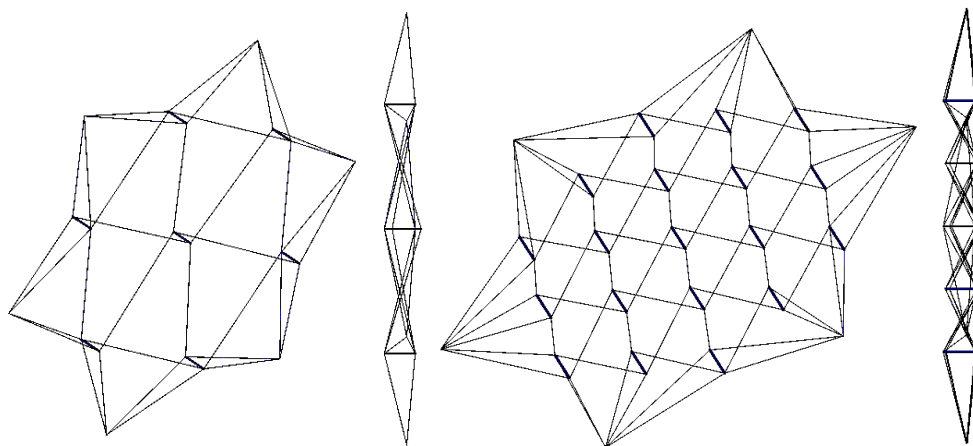


Figure IV-53 : Réseau isostatique composé de 7 et 19 barres



Une analyse modale (en encastrant directement les nœuds des câbles convergeant vers l'anneau périphérique) a été effectuée. Les résultats ont permis de montrer que le réseau composé de 7 barres était stable et que celui de 19 barres ne l'était pas.

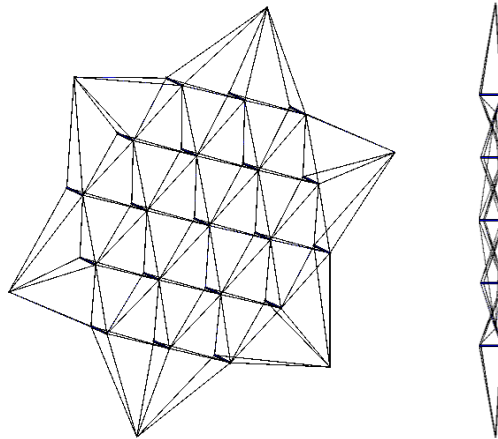


Figure IV-54 : Rigidification du réseau arrière

En effet, pour un rayon intérieur de 1 m, le premier mode du réseau qui est un mode de pulsation est à 11,79 Hz pour le réseau à 7 barres, et présente des mécanismes pour celui composé de 19 barres. En effectuant la même manipulation pour une structure de 7 barres, c'est-à-dire en rigidifiant l'ossature (réseau arrière) à l'aide de câble, le mode passe de 11,79 Hz à 39,73 Hz.

### IV.2.3. Mise en tension d'un réseau plan au travers de l'ossature

Que ce soit un dôme-câble ou un réseau de câbles, la nécessité de tendre ces réseaux amène à s'interroger sur la capacité des liaisons souples à assurer cette fonction. Pour cela, il faut évaluer quelle est la part d'énergie de flexion qui peut être affectée à la mise en tension du réseau, pour les différentes configurations envisagées (ouverture partielle ou plane). Pour assurer le pliage de l'ensemble « réseau-surface réflectrice-ossature », il est nécessaire de se positionner au milieu des barres de l'ossature, même si cette configuration est la plus défavorable pour le gain en tension.

En effet, la mise en tension du réseau s'oppose au déploiement, créant un moment qui s'oppose au couple induit par les liaisons souples. Ce moment est d'autant plus important que le bras de levier est grand, le milieu de la barre étant le cas le plus défavorable. Les équations établies ont montré que le moment était proportionnel à l'angle d'ouverture, ce qui a été vérifié expérimentalement dans la thèse de Morterolle pour des lames de carbone unidirectionnelles (Morterolle-2, 2011), donnant ainsi les caractéristiques mécaniques de ces dernières. Le comportement des lames étudiées était quasi-linéaire, nous garderons ce cadre théorique.

Dans le cas d'une structure à 6 côtés, pressentie pour constituer un prototype à échelle 1, nous pouvons déterminer la tension dans les câbles de maintien pour différentes configurations du réseau interne [Figure IV-55].

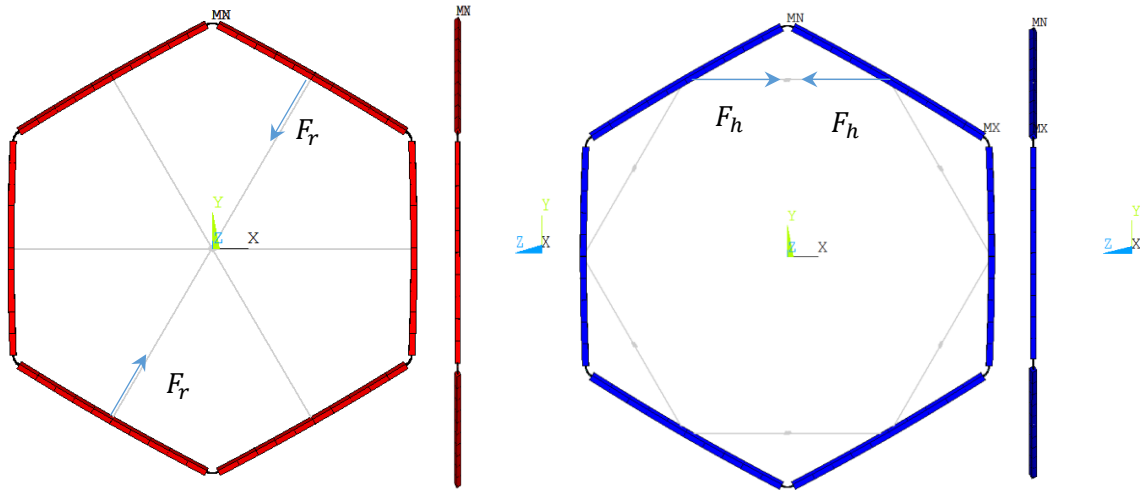


Figure IV-55 : Tension générée dans un réseau radial  $F_r$  et hexagonal  $F_h$

Analytiquement, nous avons déterminé l'équation (II-41) qui donne la tension nécessaire au contrôle du déploiement en fonction du moment généré par la liaison, ce qui donne la tension maximale potentiellement induite dans le réseau.

Nous considérons les liaisons composées de lames de carbone de module élastique  $125 \cdot 10^9$  Pa, de longueur 20 cm, d'épaisseur 1 mm et de largeur 1 cm. La Figure IV-56 met en avant la tension dans le câble en fonction de la longueur de la barre.

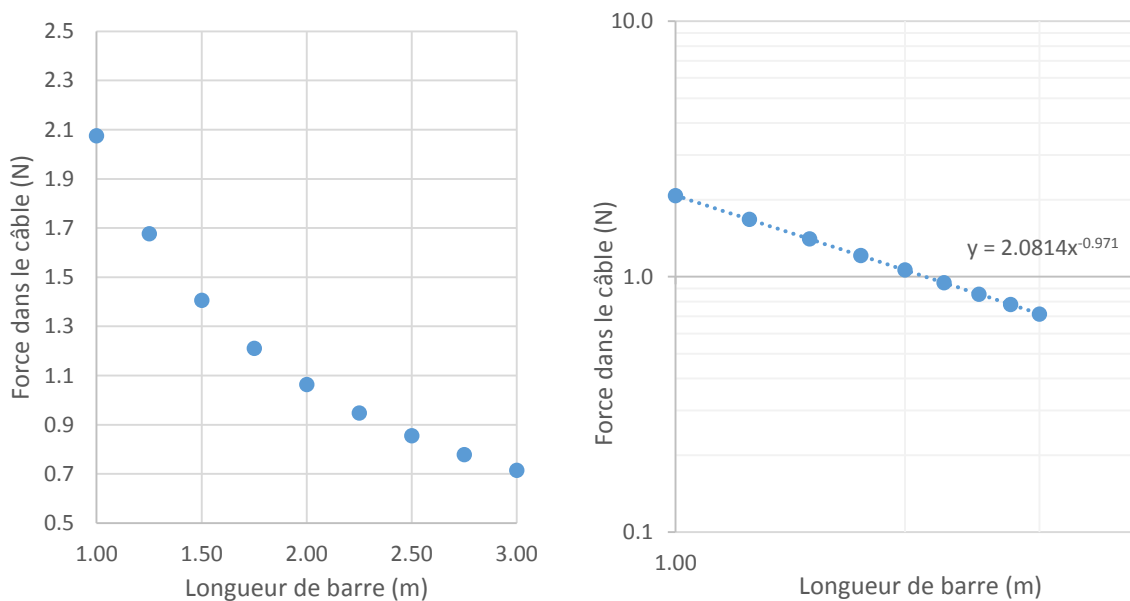


Figure IV-56 : Représentation graphique de la tension du câble en fonction de la longueur de la barre

On constate que l'effort décroît de façon inversement proportionnelle à la longueur de la barre.

Afin de s'approcher le plus possible d'une solution pour une antenne de diamètre 2,6 m, nous choisissons de fixer une longueur de barre à 1,75 m, de caractéristiques de section droite 3,5 cm de diamètre et d'épaisseur 1,5 mm.

L'épaisseur de la lame va jouer un rôle prépondérant dans la tension des câbles puisque la tension est directement dépendante du moment quadratique des sections droites des lames.

Une variation adéquate de l'épaisseur de la lame (en restant dans le domaine élastique) permet donc d'avoir une variation très importante dans la tension des câbles [Figure IV-57].

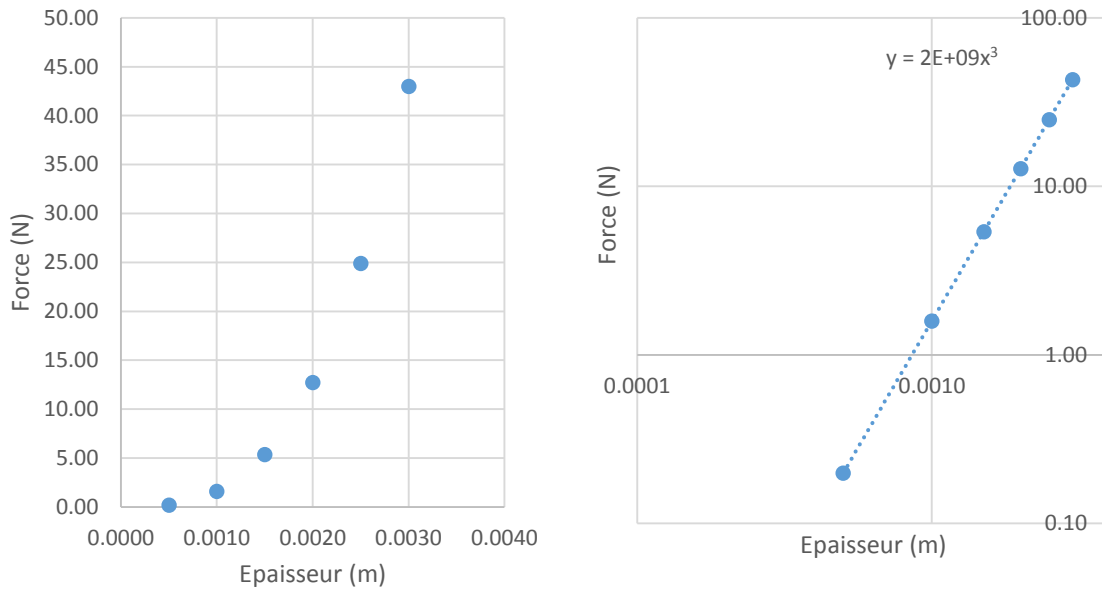


Figure IV-57 : Représentation graphique de la tension du câble en fonction de l'épaisseur de la lame

Tout aussi logiquement, la tension dans les câbles va varier linéairement en fonction de la largeur de la lame [Figure IV-58].

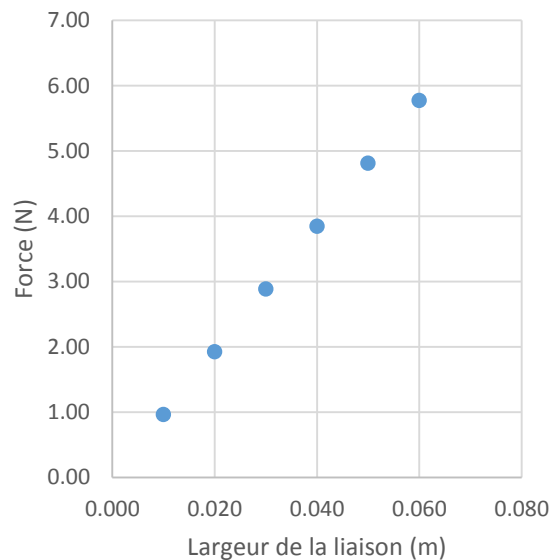


Figure IV-58 : Représentation graphique de la tension du câble en fonction de la largeur de la lame

Il faut noter que pour un même rayon de courbure, la contrainte dans le matériau va rester identique si on accroît la largeur de la lame, alors qu'elle va augmenter si on vient augmenter l'épaisseur de la lame.

La longueur de la lame, elle, va jouer sur le rayon de courbure qui intervient au dénominateur de l'équation (II-41). La tension présente dans le câble est donc inversement proportionnelle à la longueur de la lame [Figure IV-59].

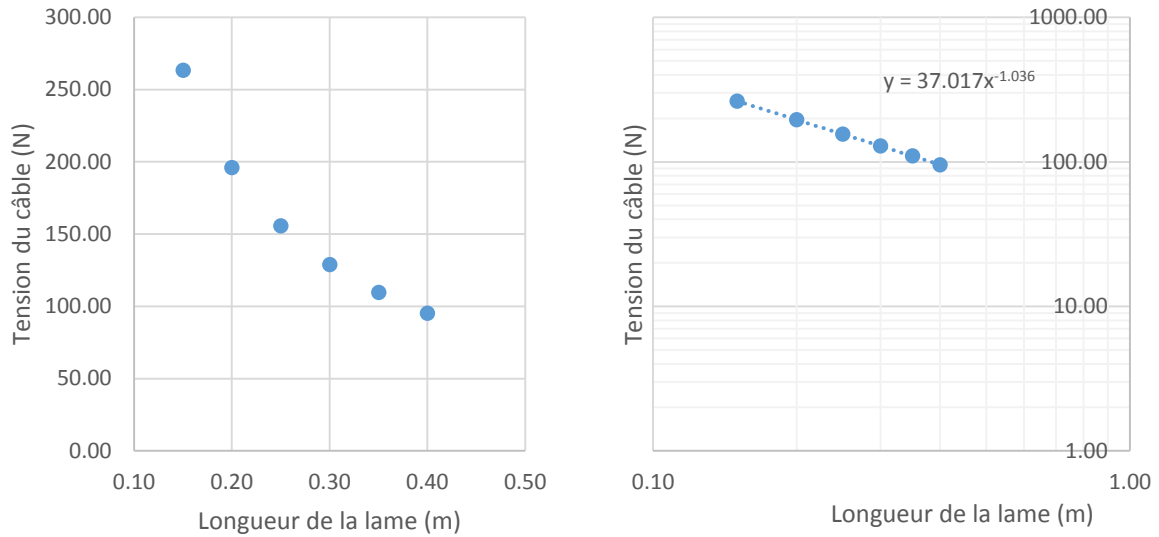


Figure IV-59 : Représentation graphique de la tension du câble en fonction de la longueur de la lame

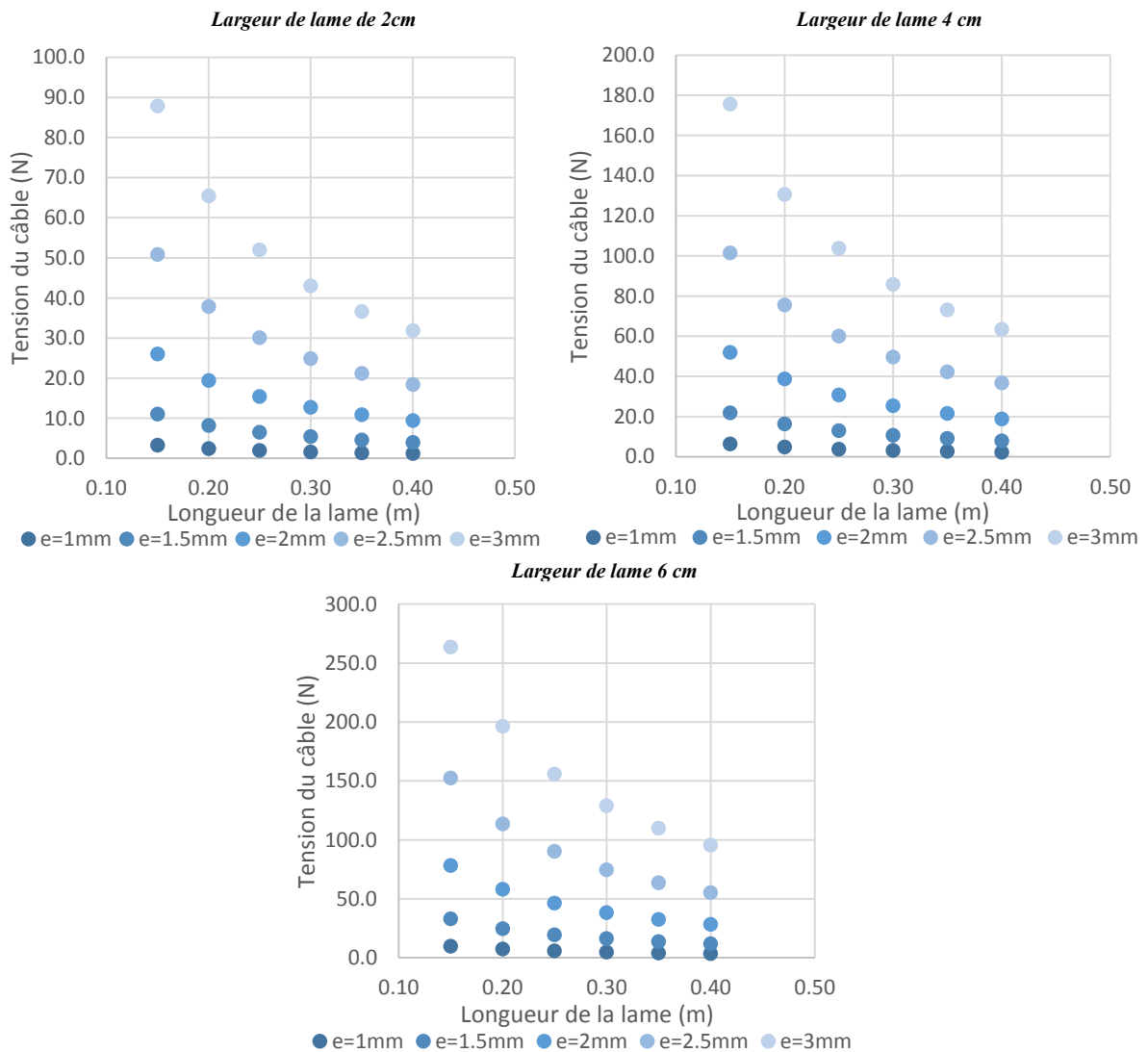


Figure IV-60 : Représentation graphique de la tension du câble en fonction de la longueur de la lame pour des épaisseurs e de 1 mm et 1,5 mm

Il faut noter que technologiquement, pour avoir une ouverture complète du système (surface plane), il ne faut pas que le réseau soit de dimension inférieure à la géométrie ouverte et que sa rigidité empêche l'ouverture totale [Figure IV-61]. Inversement, si la géométrie du réseau est légèrement plus grande que la surface ouverte, il ne se mettra pas en tension.

Compte tenu de la rigidité importante des réseaux constitués de câbles kevlar, la précision à atteindre dans la fabrication du réseau pour permettre l'ouverture est quasiment impossible à tenir. Une solution est d'insérer des tendeurs à tension constante capables de se déformer de façon importante (1 à 2 cm), ce qui permet d'atteindre la géométrie souhaitée tout en tendant le réseau au niveau requis. Bien sûr, il faut veiller à ce que cette tension reste inférieure, même faiblement, à la tension qui empêcherait le déploiement (II-41). A titre d'exemple, en considérant des câbles en Kevlar de module élastique de 90 GPa, et de diamètre 1 mm, la déformation de ce dernier est de 0,014% pour un effort de 10 N et de 0,14% pour un effort de 100 N, ce qui d'un point de vue conception est irréaliste et laisse trop peu de marge d'erreur.

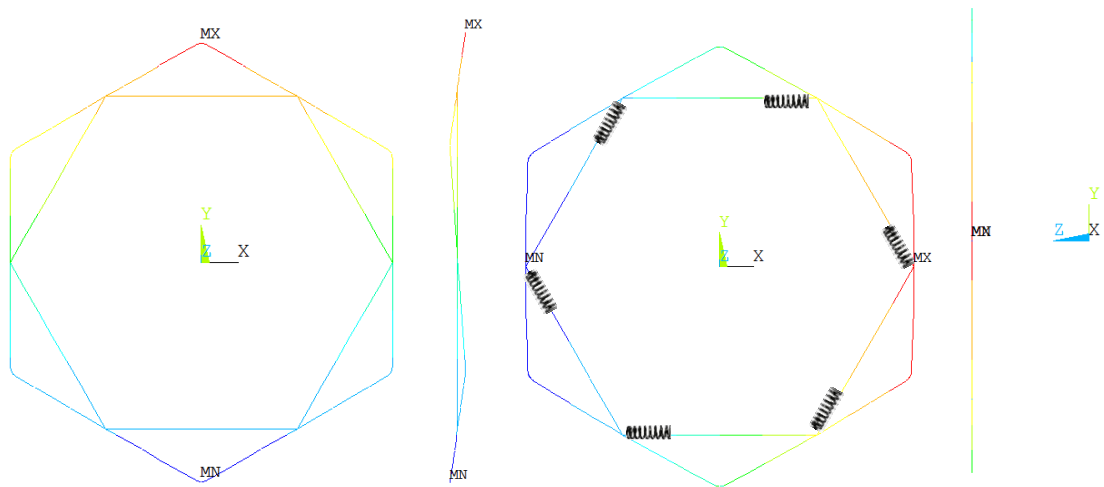


Figure IV-61 : Anneau sans tendeur avec des câbles trop courts (gauche) et avec tendeur (droite)

Dans le but d'assurer la tension du réseau, il est possible de calculer les flèches induites dans la barre par le moment des liaisons d'une part et par la réaction du réseau inséré à mi-longueur de la barre d'autre part [Figure IV-62].

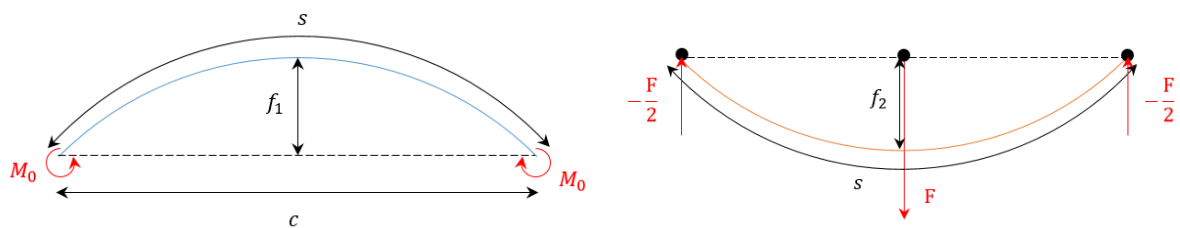


Figure IV-62 : Découplage du système d'accroche du réseau sur l'anneau

En supposant le câble d'une rigidité infinie et coupé à la dimension requise,  $f_1 = f_2$ .

$f_2$  est un cas courant de force appliquée sur une poutre bi-articulée et vaut  $\frac{Fs^3}{48E_t I_t}$ .

Le moment  $M_0$  étant constant dans la poutre, la forme générée est un arc de cercle et la flèche  $f_1$  est la hauteur de corde qui vaut  $R \left(1 - \cos\left(\frac{\gamma}{2}\right)\right)$  avec,  $\gamma = \frac{s}{R}$ .

Avec  $R = \frac{E_t I_t}{M_0}$ , et  $M_0 = \frac{E_1 I_1}{R_\alpha}$ , on en déduit  $f_1 = R_\alpha \frac{E_t I_t}{E_1 I_1} \left(1 - \cos\left(\frac{s}{2R}\right)\right)$

Finalement, pour  $f_1 = f_2$ , on arrive à la relation

$$F = R_\alpha 48 \frac{E_t^2 I_t^2}{s^3 E_1 I_1} \left(1 - \cos\left(\frac{s E_1 I_1}{2 E_t I_t R_\alpha}\right)\right) \quad (\text{IV-7})$$

Avec  $s = L_t$ , il vient :

$$F = R_\alpha 48 \frac{E_t^2 I_t^2}{L_t^3 E_1 I_1} \left(1 - \cos\left(\frac{L_t E_1 I_1}{2 E_t I_t R_\alpha}\right)\right) \quad (\text{IV-8})$$

Une simulation numérique a permis de vérifier cette relation analytique en créant la géométrie à l'état plan et en introduisant la précontrainte et un câble reliant consécutivement les milieux de chaque barre. Pour un tube de diamètre 5 cm, d'épaisseur 1,5 mm, de longueur 1,75 m, et une liaison de module élastique 125 GPa, identique au module élastique du tube, de longueur 10 cm et d'épaisseur 8 mm, la tension dans le câble est de 868 N pour la FEM et 877 N pour le modèle analytique. L'écart relatif est de 1,1 % pour cette modélisation.

### IV.3. Expérimentation et aspects technologiques

Dans le cadre du développement de prototypes permettant d'envisager des applications concrètes, il est important d'aborder quelques considérations technologiques nécessaires à la bonne conception d'une solution opérationnelle.

Plusieurs points méritent d'être explorés, que ce soit la conception des liaisons, l'ajout d'un dispositif de verrouillage, d'une membrane ou le comportement dynamique d'une ossature à l'échelle 1.

#### IV.3.1. Dimensionnement des liaisons

L'assemblage des barres au niveau des liaisons souples est un point qui peut affaiblir la raideur d'ensemble de l'ossature que les joints souples assurent seuls ou non cette liaison. L'affaiblissement en termes de rigidité (inertie flexionnelle hors plan) peut être évalué en intégrant des éléments de jonction (axes pleins en carbone) à l'extrémité de chaque barre et en réduisant progressivement leur diamètre [Figure IV-63].

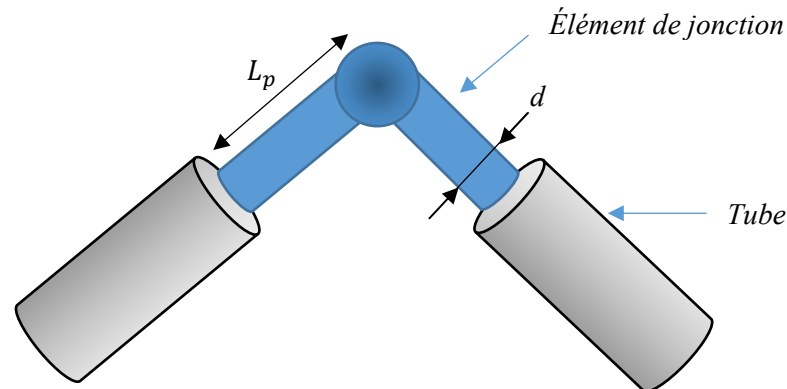


Figure IV-63 : Configuration permettant le calcul de raideur de la liaison

Les simulations effectuées pour les configurations (c) (encastrement d'une barre en son milieu) et (d) (blocage des deux extrémités de la barre) ont montré qu'une faible rigidité des éléments de jonction amenait logiquement une chute de la fréquence du premier mode propre. A contrario, un diamètre trop important amène un surplus en termes de masse affectant légèrement la fréquence [Figure IV-64]. Les simulations ont été prises en compte avec une masse additionnelle de 500 tg par nœud, correspondant à la réalisation effective de la liaison (axes, goupilles, pivots, paliers...).

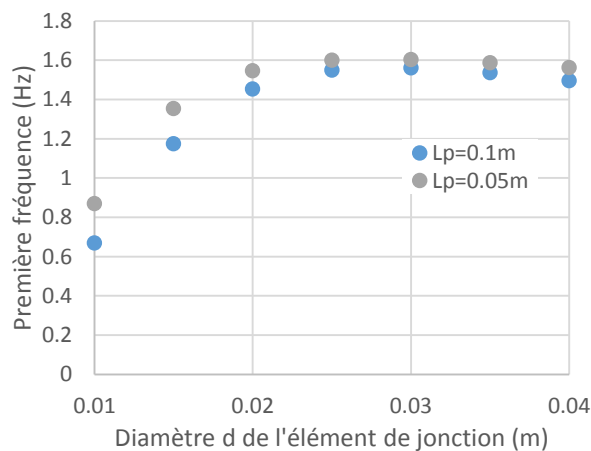


Figure IV-64 : Rigidité de l'anneau en fonction du diamètre des éléments de jonction

On constate un optimum local pour un élément de 30 mm de diamètre. Cette configuration plus rigide pourrait être retenue dans le cas d'un prototype de la liaison à l'échelle 1.

### IV.3.2. Dispositifs technologiques de verrouillage et d'assemblage des liaisons

Des maquettes ont été réalisées à base de câbles faisant office de joints souples, permettant de tendre une voile solaire (nécessitant peu d'énergie pour la mise en tension) ou un réseau tridimensionnel avec une ouverture partielle de l'ossature [Figure IV-65] pour un diamètre de 80 cm environ. Néanmoins, ces joints rudimentaires n'offrent pas au premier abord une raideur suffisante lorsque l'antenne est en phase opérationnelle.

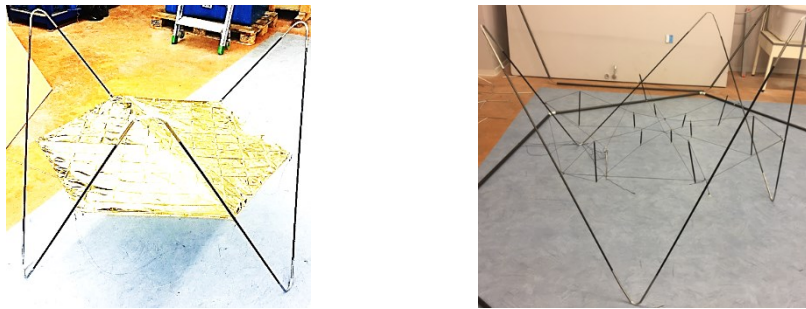


Figure IV-65 : Structure partiellement ouverte composée de câbles faisant office de joints souples

C'est la raison pour laquelle la même géométrie a été assemblée avec des liaisons pivots et paliers combinés à un joint souple déporté et bi-articulé [Figure IV-66]. Bien qu'en termes de compacité, cette solution ne soit pas optimale (dû au fait que la liaison souple est inversée), il est apparu important de l'étudier sur maquette. Le prototype a pu être suspendu à un système de compensation gravitaire pour simuler un déploiement en apesanteur.

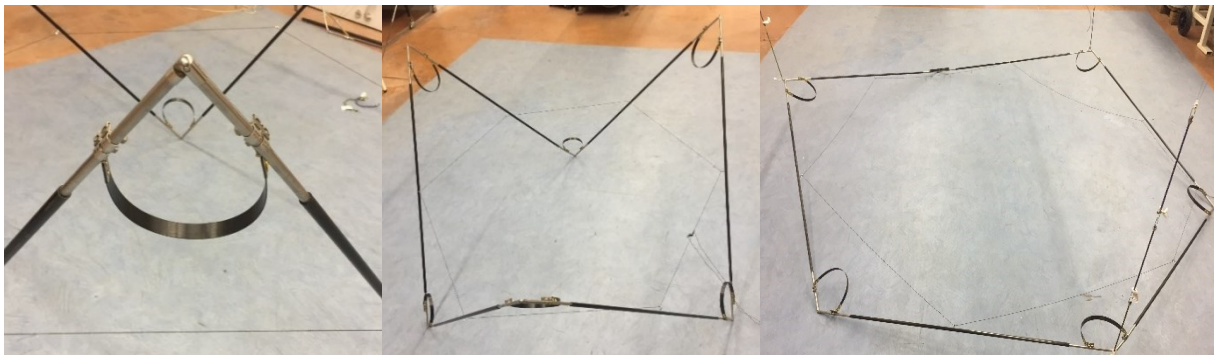


Figure IV-66 : Cinématique du déploiement du prototype

Par ailleurs, plusieurs pistes ont été également explorées afin de proposer des solutions technologiques permettant un verrouillage des mécanismes induits par les liaisons utilisant des pivots et des paliers :

- Système de verrouillage magnétique,
- Compas.



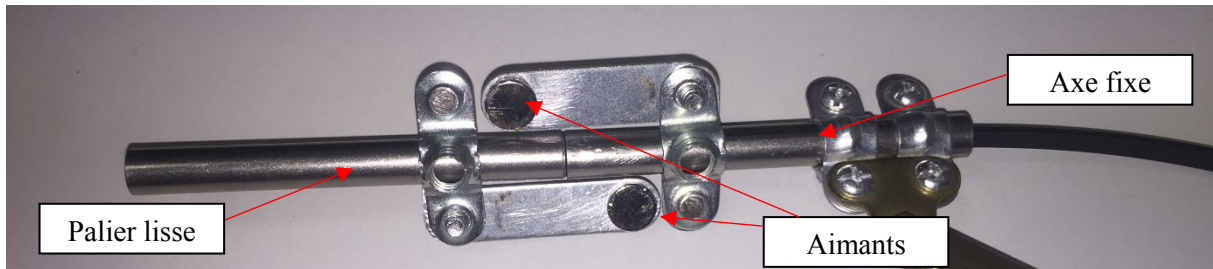
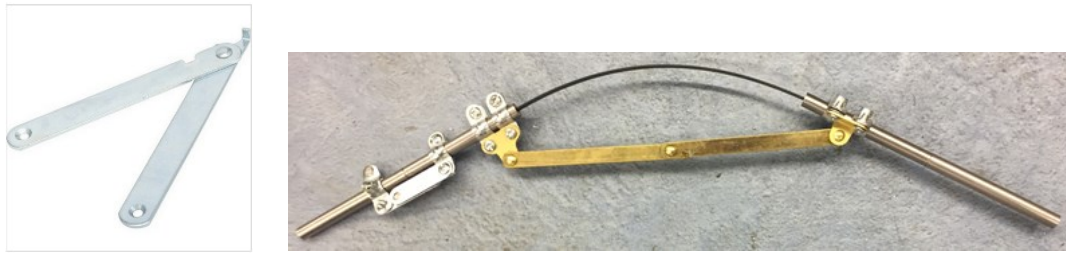


Figure IV-67 : Dispositif de verrouillage par compas et système électromagnétique

### IV.3.3. Expérimentations sur prototype

Lors de la simulation numérique, nous avons supposé que l'ossature était composée d'un assemblage de barres liées par un encastrement en chaque extrémité. Afin de comparer les résultats des simulations avec ceux d'un prototype d'ossature s'approchant au mieux du modèle numérique, des liaisons emmanchant les tubes ont été réalisées et liaisonnées par collage [Figure IV-68].

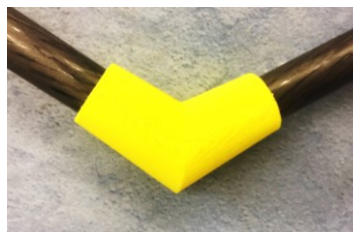


Figure IV-68 : Montage de l'anneau verrouillé

Les coudes ont été imprimés en 3D [Figure IV-69] suivant la géométrie générée pour un déploiement plan.

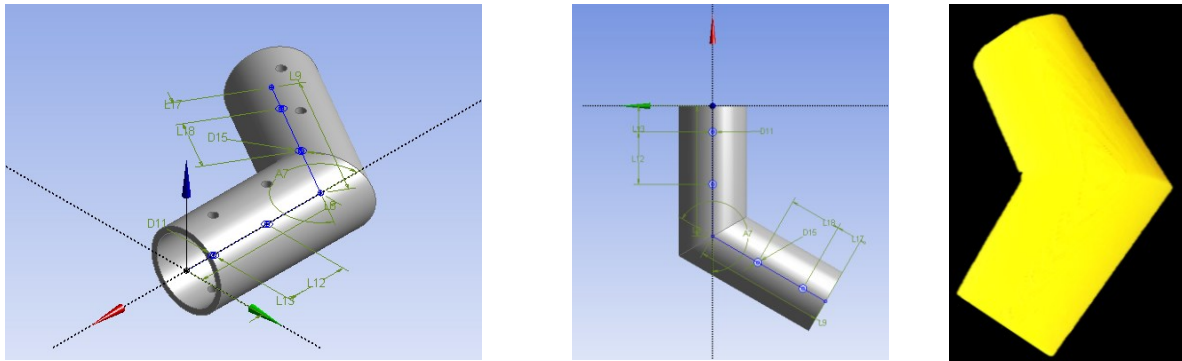


Figure IV-69 : Liaison rigide

Pour le cas étudié, le prototype est composé de barres de diamètre 2 cm, d'épaisseur 1,5 mm et de longueur 1,5 m. Chaque barre présente une masse de 0,202 kg.

L'assemblage a été suspendu à un système de compensation gravitaire dont les points d'accrochage ont été réglés à l'aide d'un niveau laser<sup>25</sup> [Figure IV-70]. Pour assurer une suspension souple, nous introduisons des ressorts reliés au dispositif de compensation gravitaire à chacun des nœuds.

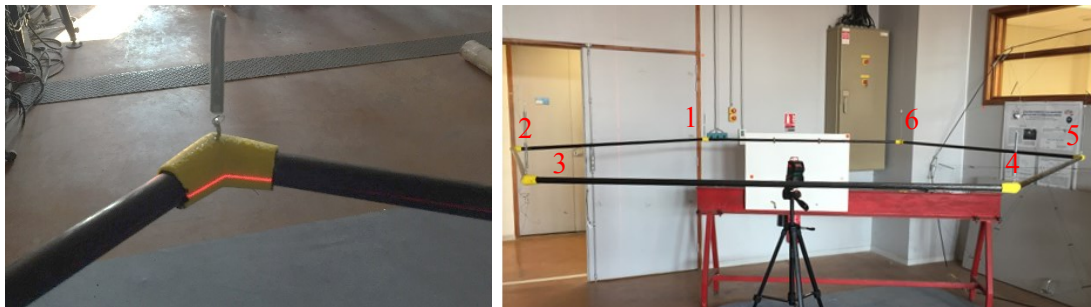


Figure IV-70 : Mise en place de l'anneau

Le dispositif expérimental de sollicitation et de mesures est décrit sur la Figure IV-71.

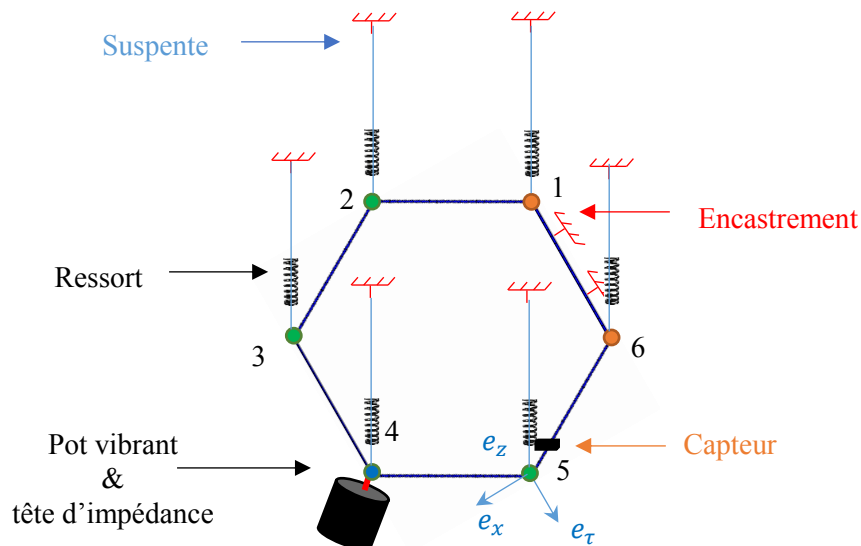


Figure IV-71 : Schéma du dispositif expérimental

<sup>25</sup> Niveau laser de marque Bosh, PLL 360

Etant donné la symétrie du système mécanique étudié, on positionnera le pot vibrant aux nœuds 3 et 4 et nous interpréterons la réponse aux nœuds 2, 3, 4 et 5 pour chacune des deux positions du pot.

- Nœuds testés
- Nœud excité
- Nœuds qui ne subissent quasiment aucune perturbation.

Le pot vibrant [Figure IV-72] est suspendu. Les ressorts ont une faible raideur, permettant de compenser la gravité, évitant ainsi à l'anneau de fléchir sous son propre poids. Il est possible en mettant plusieurs ressorts en série d'augmenter la souplesse du montage et ainsi se rapprocher de l'état d'apesanteur.

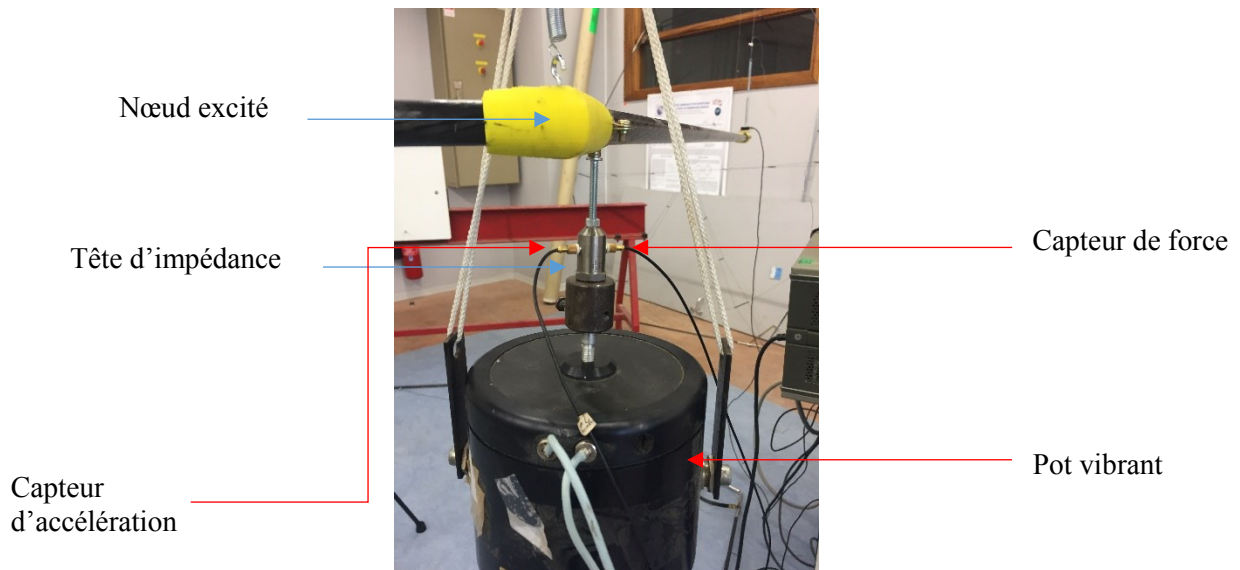
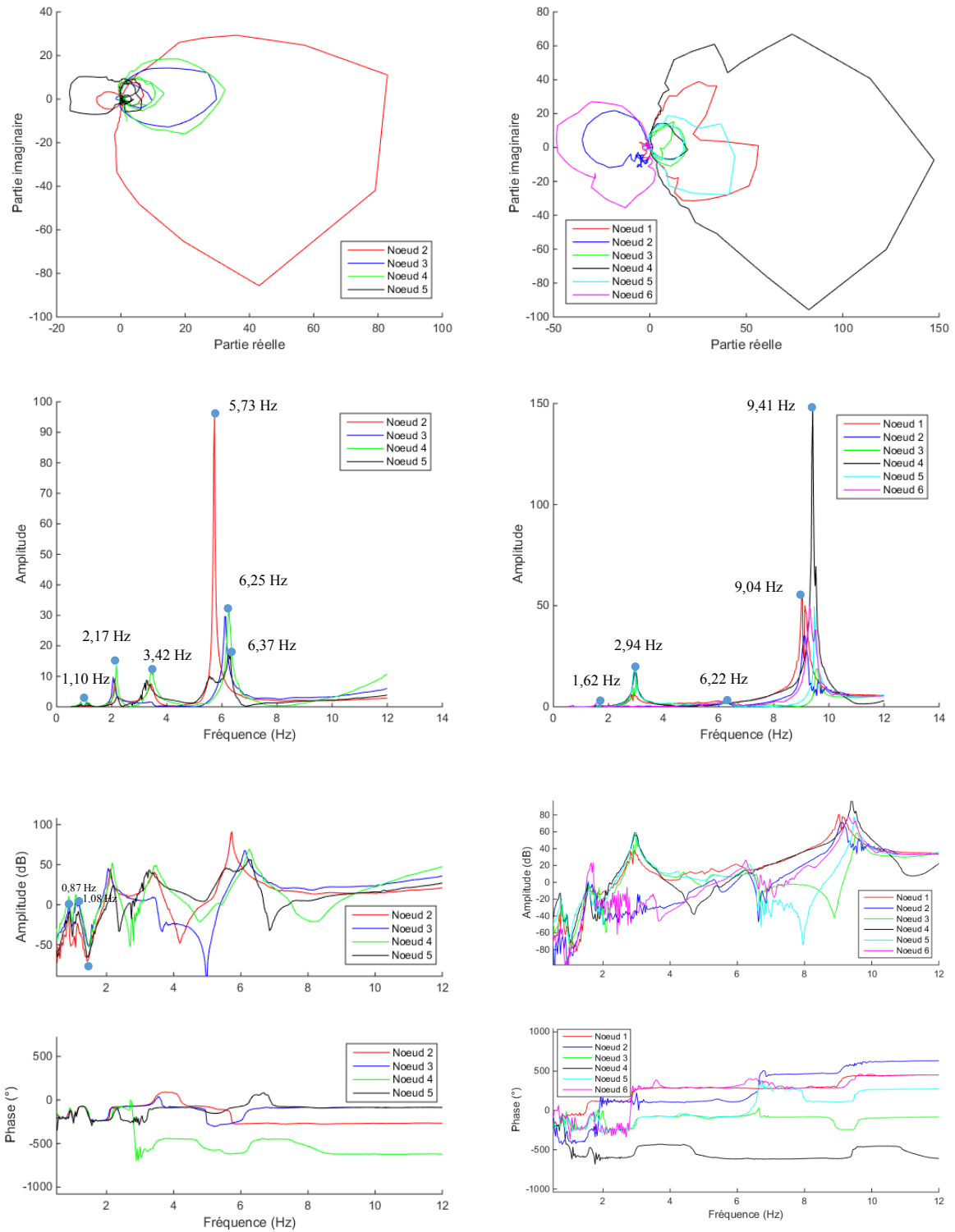


Figure IV-72 : Dispositif expérimental d'excitation et de mesure

Dans le but d'obtenir une bonne précision, des essais ont été menés afin de valider la tension de la source du signal. Les essais sont effectués en imposant un balayage sinusoïdal. Le pot est placé au nœud 4 et l'accéléromètre est placé au nœud 3 suivant z.

Des essais sont réalisés avec deux et trois ressorts disposés en série au niveau des suspentes pour évaluer l'effet de la gravité.

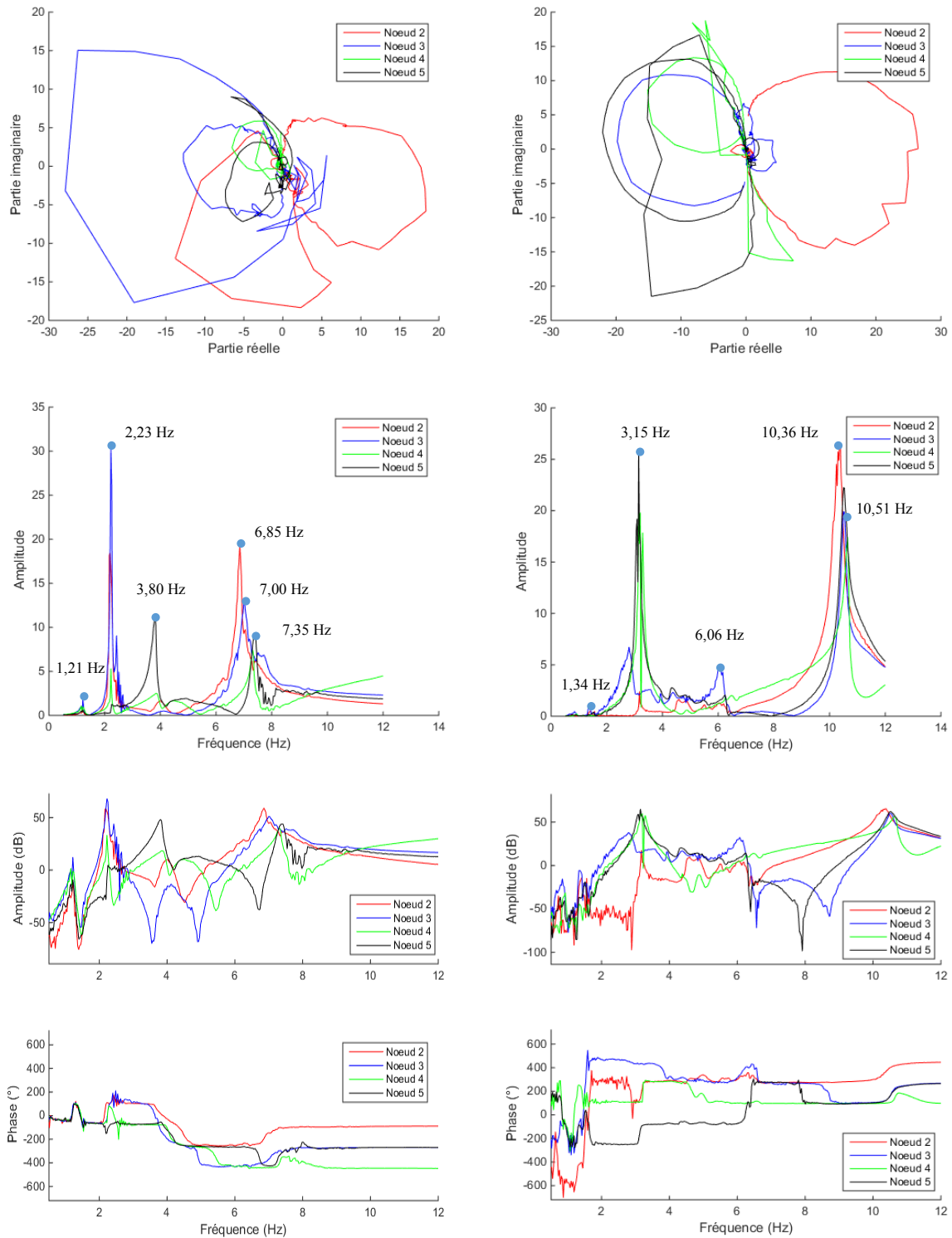
On représente sur les Figure IV-73 et Figure IV-74 les résultats des essais hors plan (excitation et relevé des mesures suivant z pour des dispositifs à deux et trois ressorts.



*cas encasté*

*cas libre*

Figure IV-73 : Digrammes de Nyquist, des fréquences et de Bode pour le cas encasté et libre pour excitation hors plan suivant z pour 2 ressorts en série par suspente



*cas encasté*

*cas libre*

Figure IV-74 : Diagrammes de Nyquist, des fréquences et de Bode pour le cas encasté et libre pour une excitation hors plan suivant z pour 3 ressorts en série par suspente

Comme on peut le visualiser sur les graphiques [Figure IV-73] et [Figure IV-74], les modes relevés pour les configurations encastées comportant deux et trois ressorts sont équivalentes.



Afin d'évaluer la fréquence des modes propres dans le plan pour les différents dispositifs (deux ressorts et trois ressorts), l'anneau est excité à l'aide du pot vibrant dans le plan suivant la direction  $e_\tau$  du capteur [Figure IV-75].

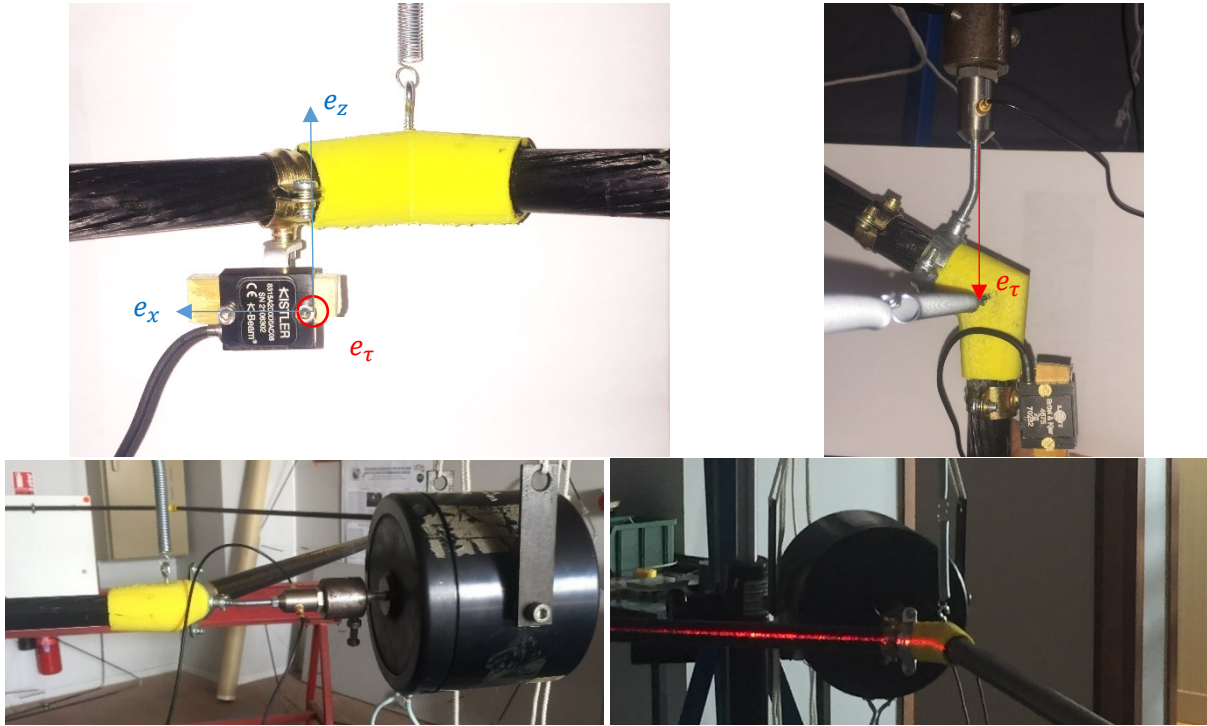
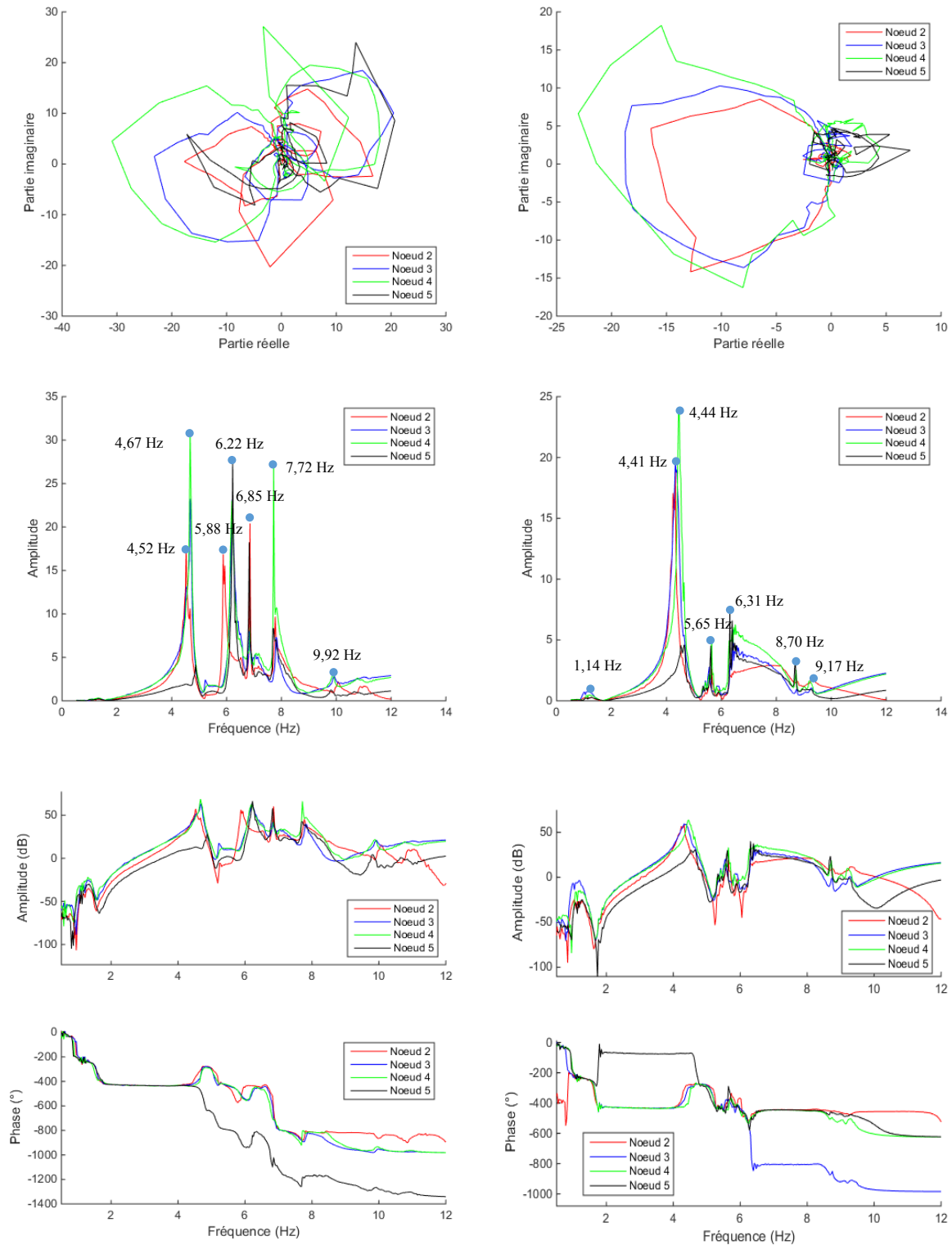


Figure IV-75 : Dispositif d'excitation dans le plan

On présente dans la Figure IV-76 les résultats expérimentaux pour une étude des modes plans pour des configurations à deux et trois ressorts en série. Les mesures ont été relevées aux nœuds 2, 3, 4 et 5. Comme on peut le constater, les déplacements des nœuds sont en phase jusqu'à environ 5 Hz dans le cadre des configurations à deux et 3 ressorts.



2 ressorts par suspente

3 ressorts par suspente

Figure IV-76 : Digrammes de Nyquist, des fréquences et de Bode pour le cas encastré d'excitations dans le plan pour 2 et 3 ressorts en série

Afin de confirmer les modes propres obtenus expérimentalement, un modèle numérique se rapprochant au mieux du dispositif expérimental a été développé [Figure IV-77].

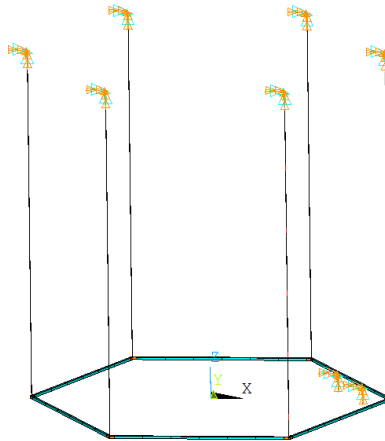
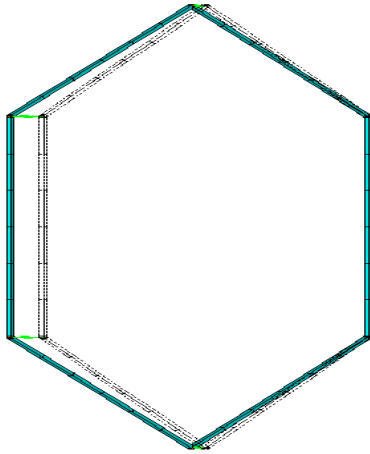
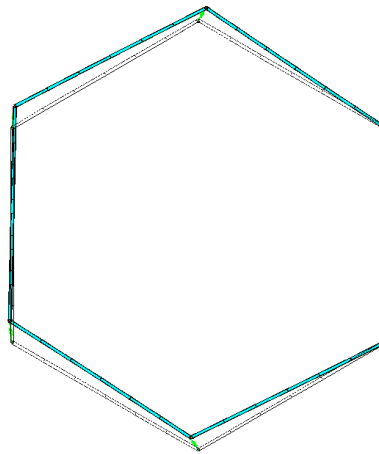


Figure IV-77 : Modèle numérique avec suspentes

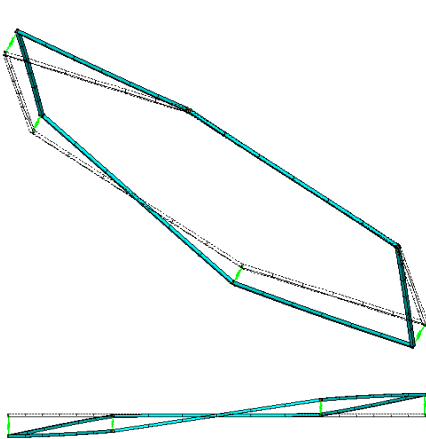
Les déplacements générés par chaque mode propre peuvent être visualisés sur la Figure IV-78.



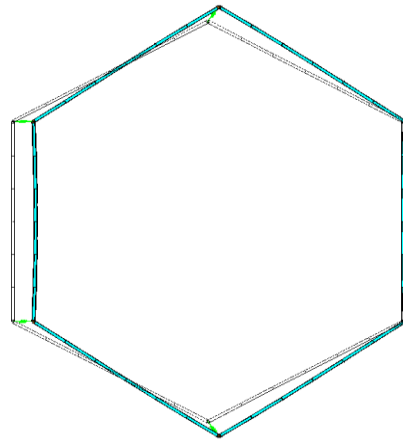
Mode 1 : Flexion hors plan



Mode 2 : Cisaillement plan



Mode 3 : Torsion



Mode 4 : Pulsation dans le plan

Figure IV-78 : Représentation des 4 premiers modes de l'anneau sous Ansys®



Comme on peut le constater sur la Figure IV-78 il semblerait que les nœuds 2, 3 et 4 soient en phase au voisinage de 3 Hz, ce qui indiquerait que le mode excité est un mode de flexion. Le nœud 2 est assez proche de l'encastrement, ce qui ne permet pas d'avoir un signal net.

Afin d'évaluer l'influence de l'encastrement sur l'anneau, nous avons choisi de le supprimer et de laisser le pot sur le nœud 4, l'anneau est suspendu à 3 ressorts en série.

Afin de déterminer la rigidité de l'ossature, on détermine numériquement la fréquence propre du système par la résolution de l'équation (IV-9) :

$$M\ddot{u} + C\dot{u} + Ku = f \quad (\text{IV-9})$$

Où,

- M est la matrice de masse,
- C la matrice d'amortissement,
- K la matrice de raideur,
- u le vecteur déplacement,
- f la matrice représentant la force excitatrice.

Afin d'avoir une solution la plus représentative de la réalité, nous choisissons d'insérer un amortissement de type Rayleigh, en écrivant la matrice d'amortissement C comme combinaison linéaire de la matrice de masse M et de raideur K :

$$C = \alpha M + \beta K, \quad \alpha, \beta \in \mathbb{R} \quad (\text{IV-10})$$

Amortissement de type Rayleigh :

$$C = \alpha M, \quad \alpha \in \mathbb{R} \quad (\text{IV-11})$$

Le nombre d'essais peut être réduit du fait de la symétrie du système (les essais symétriques étant là afin de vérifier la corrélation partie gauche droite).

Les ressorts ont une raideur en traction de 0,05 N/mm. La longueur initiale est de 59 mm avec une force initiale de 1 N. L'effort normal maximal autorisé est de 11,15 N pour un allongement de 292,68 mm. Le fil a un diamètre de 0,6 mm et le diamètre extérieur du ressort est de 8 mm.

Le fait de mettre deux ressorts en série divise par deux la raideur, tandis que le fait de les agencer en parallèle multiplie par deux la raideur.

Dans le modèle expérimental, l'anneau est suspendu verticalement à une suspente présente dans le hall d'essais. Cette dernière sert de système de compensation gravitaire. Des câbles d'une longueur L sont accrochés sur une extrémité à une suspente verticale située au plafond de la halle, et l'autre extrémité est fixée au nœud de chacune des barres.

Le modèle numérique développé sous Ansys® en langage apdl prend en compte la force volumique gravitaire. Les simulations ont montré que la longueur des suspentes n'avait pas d'influence sur l'apparition du premier mode. Nous répertorions dans la Table IV-14 les fréquences des quatre premiers modes  $F_a$ ,  $F_b$ ,  $F_c$  et  $F_d$  mesurés expérimentalement.

Numéro des Nœuds	Résultats des essais expérimentaux							
	Excitation hors plan							
	2 ressorts en série				3 ressorts en série			
	$F_a$	$F_b$	$F_c$	$F_d$	$F_a$	$F_b$	$F_c$	$F_d$
2	0,87	1,13	2,11	3,42	1,21	2,20		
3	0,87	1,10	2,05	3,43	1,23	2,23		Non exploitables
4	0,87	1,07	2,17	3,49	1,21	2,23		
5	0,90	1,16	2,20	3,2	1,21	2,25		
Excitation dans le plan								
2 ressorts en série				3 ressorts en série				
$F_a$	$F_b$	$F_c$	$F_d$	$F_a$	$F_b$	$F_c$	$F_d$	
2	1,32	4,53	5,88	6,85	1,22	4,32	5,63	6,28
3	1,32	4,72	6,22	6,83	1,20	4,32	5,63	6,38
4	1,32	4,72	6,22	6,83	1,25	4,47	5,65	6,50
5	1,32	4,87	6,22	6,83	1,18	4,64	5,62	6,30

Table IV-14 : Relevé des fréquences expérimentales aux nœuds 3, 4, 5 et 6 pour une excitation au nœud 4 de l'ossature encastree

On répertorie dans les Figure IV-79 et Figure IV-80 les premiers modes mesurés sur un dispositif expérimental composé de 3 ressorts en série. Les nœuds encastres sont représentés sur la figure par 0 et 5. Le pot est placé au nœud 3 sur le schéma.

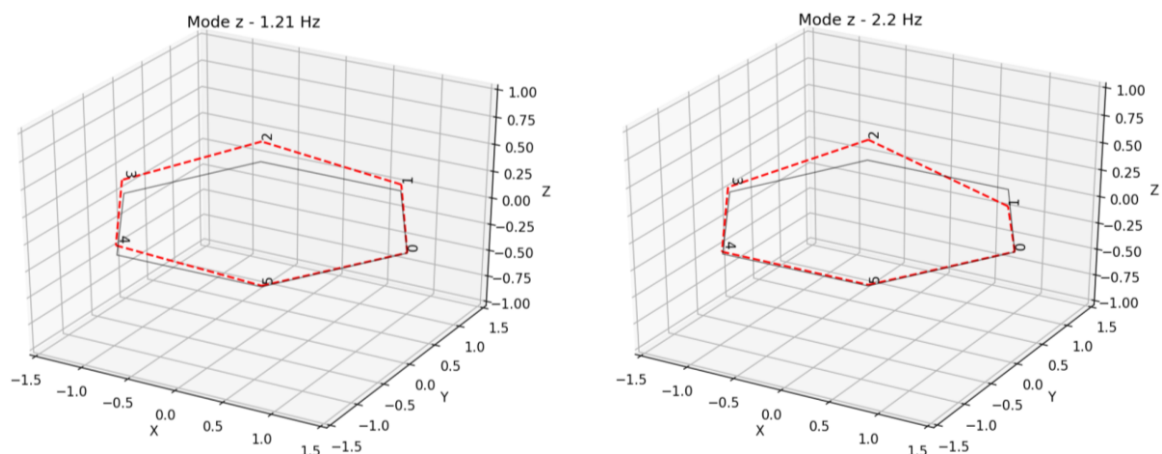


Figure IV-79 : Mode de flexion et de torsion pour un dispositif expérimental de trois ressorts

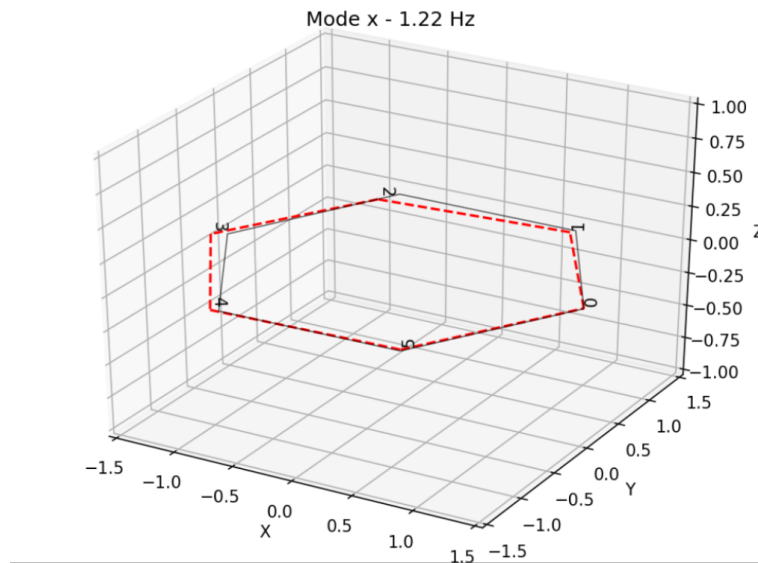


Figure IV-80 : Mode de cisaillement pour un dispositif expérimental de 3 ressorts

Les simulations numériques dont les résultats sont présentés dans la Table IV-15 sont effectuées sur l'anneau en modifiant la raideur des suspentes.

$k$ (N/m)	0.05	0.025	0.016	0.0125
$f_1$ (Hz)	3.474	2.942	2.743	2.629
$f_2$ (Hz)	3.541	3.541	3.541	3.541
$f_3$ (Hz)	6.138	5.813	5.701	5.640

Table IV-15 : Premières fréquences en fonction de la raideur des ressorts

On remarque une bonne corrélation sur la forme des modes propres entre le modèle expérimental et le modèle numérique. Cependant, la fréquence des modes propres du modèle numérique [Table IV-15] est trop élevée comparée à celle du modèle expérimental. La relation entre le premier et le second mode propre est difficile à établir quantitativement. Cela pourrait s'expliquer par la liaison qui a été conçue à l'aide d'une imprimante 3D et qui n'est pas pleine. Son épaisseur est constituée de couches successives en nid d'abeille [Figure IV-81 (a)]. Ce principe de conception pourrait-être une hypothèse de départ sur la non concordance des résultats entre le modèle expérimental et numérique. En effet, ce type de conception ne permet pas d'obtenir une liaison homogène et isotrope alors considérée telle quelle sous Ansys®. Un phénomène de décollement des couches de nid d'abeille est apparu lors des essais ce qui a eu pour conséquence d'engendrer une souplesse supplémentaire à la structure [Figure IV-81 (b)].

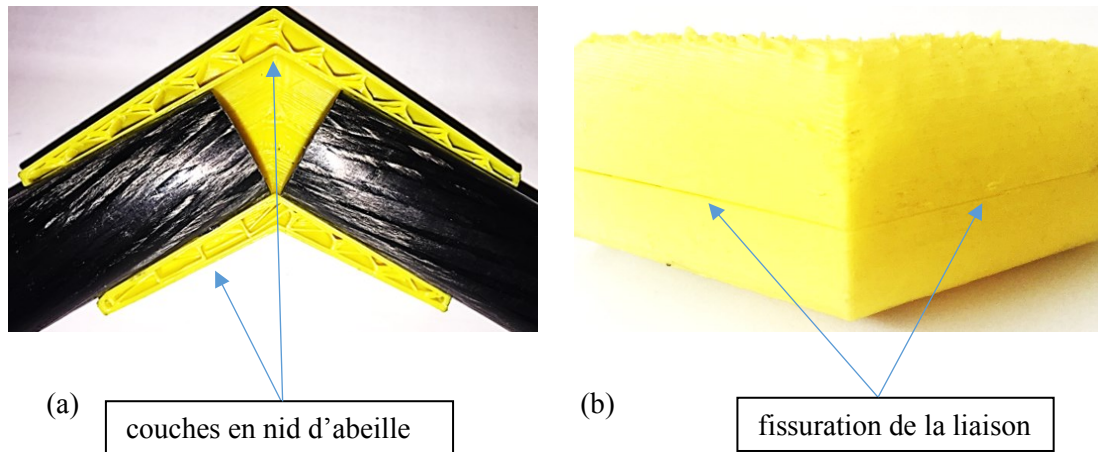


Figure IV-81 : Vue de l'assemblage nœud-barres

#### IV.3.4. Adjonction d'une membrane sur le réseau pyramidal

L'étude du type d'accroche du réseau à l'ossature est primordiale afin d'atteindre la tension nécessaire dans le réseau permettant de tendre correctement la membrane. De même, la densification du réseau de barres et de câbles formant le dôme-câble peut être un avantage pour la précision de surface mais également engendrer une modification importante du comportement. Nous nous sommes limités dans un premier temps à l'étude du réseau pyramidal.

Un modèle numérique paramétrable (paramétrage du nombre d'éléments) d'antenne membranaire a été développé sous Ansys® afin de répondre à cette question. La membrane est créée à l'aide d'éléments coque de type **SHELL63** munis d'une raideur flexionnelle, permettant des chargements dans le plan et hors plan des éléments. La membrane est isotrope. Chaque élément est constitué de 3 nœuds, chacun ayant 6 degrés de liberté, formant des éléments triangulaires équilatéraux. Les câbles modélisés sont en Kevlar de diamètre 1 mm. Le code développé permet de densifier le réseau en fonction du nombre de couronnes.

Le pliage de la membrane est un critère déterminant dans le sens où les points d'accroche du réseau ne peuvent être pris de manière aléatoire. Les points d'arrimage du réseau sur l'anneau doivent être situés au milieu des barres et non aux extrémités, afin de conserver les points d'accroche dans un même plan. C'est pour cela que, dans l'étude qui suit, nous considérons que le réseau dôme-câble supportant la membrane est fixé sur l'anneau périphérique à l'aide de câbles ou de tendeurs au milieu des barres. Comme on peut le constater sur la Figure IV-82, il est possible d'attacher le réseau en plusieurs points.

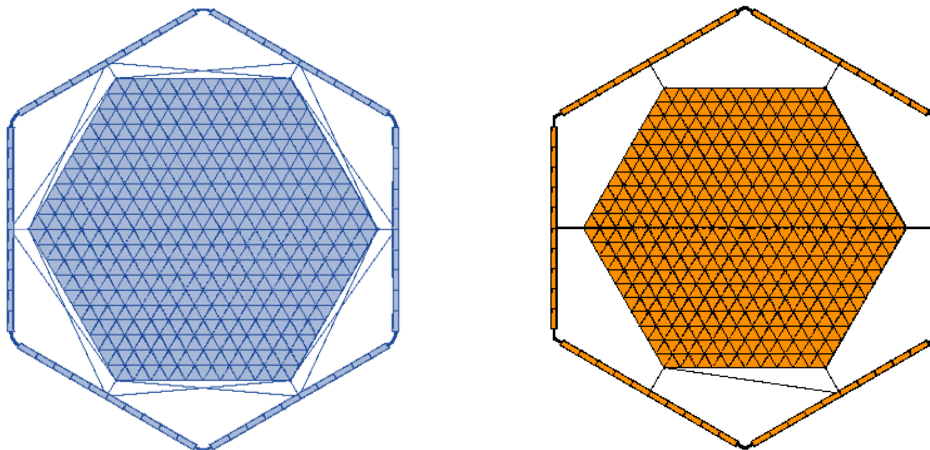


Figure IV-82 : Dispositifs possibles d'attache de la membrane

De ce fait, plusieurs configurations sont possibles en fonction du nombre de points de contrôle désiré [Figure IV-83]. Cependant, nous avons choisi d'étudier la configuration d'accroche de la membrane présentées sur la Figure IV-83.

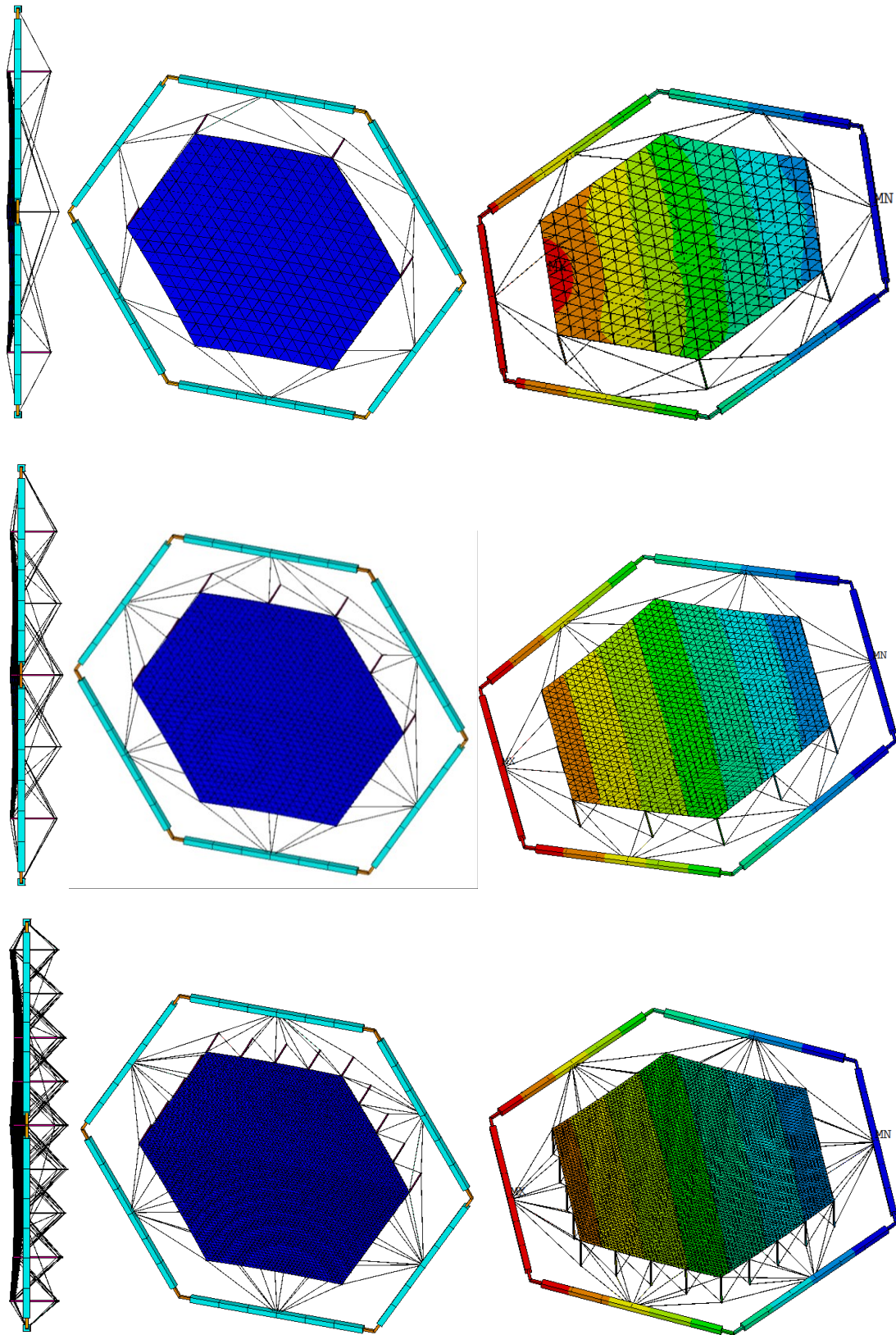


Figure IV-83 : Géométrie du réseau pour  $P = 1, 2$  et  $4$

Une comparaison en analyse modale de la membrane avec et sans dôme-câble est effectuée afin de déterminer l'influence du dispositif membrane-réseau tridimensionnel sur la rigidité de l'ossature. Nous choisissons comme paramètres de modélisation  $R_{\text{int}} = 1,5 \text{ m}$  et  $R_f = 1,2 \text{ m}$ . Les résultats sont répertoriés ci-après.

		Anneau	Anneau Réseau Membrane
<b><math>P = 2</math></b>	<b>5,55 kg</b>		
Masse Anneau	3,26 kg	F1	2,88 Hz
Masse réseau de câbles	0,62 kg	F2	3,84 Hz
Masse des barres du réseau	0,27 kg	F3	6,52 Hz
Masse de la membrane	1,40 kg		
<b><math>P = 3</math></b>	<b>6,02 kg</b>		
Masse Anneau	3,26 kg	F1	2,88 Hz
Masse réseau de câbles	0,64 kg	F2	3,84 Hz
Masse des barres du réseau	0,72 kg	F3	6,52 Hz
Masse de la membrane	1,40 kg		
<b><math>P = 4</math></b>	<b>6,73 kg</b>		
Masse Anneau	3,26 kg	F1	2,88 Hz
Masse réseau de câbles	0,67 kg	F2	3,84 Hz
Masse des barres du réseau	1,40 kg	F3	6,52 Hz
Masse de la membrane	1,40 kg		
<b><math>P = 5</math></b>	<b>7,67 kg</b>		
Masse Anneau	3,26 kg	F1	2,88 Hz
Masse réseau de câbles	0,70 kg	F2	3,84 Hz
Masse des barres du réseau	2,30 kg	F3	6,52 Hz
Masse de la membrane	1,40 kg		

Table IV-16 : Résultats des simulations pour différentes configurations de réseaux

Comme on peut le constater dans la Table IV-16, le fait de rajouter la masse de la membrane et du réseau à l'anneau influe sur les modes. En effectuant le rapport des fréquences d'une antenne (ossature + membrane + réseau), nous obtenons :

$$\frac{f_{\text{anneau}}}{f_{\text{antenne}}} = \frac{2,88}{2,27} = 1,27 \quad (\text{IV-12})$$

En effectuant le rapport de la racine carré des masses,

$$\sqrt{\frac{m_{\text{antenne}}}{m_{\text{anneau}}}} = \sqrt{\frac{5,55}{3,26}} = 1,30 \quad (\text{IV-13})$$

Nous constatons que la racine carré du rapport des masses est proche du rapport des fréquences du premier mode ce qui pourrait justifier que le premier mode de l'ensemble membrane, réseau et anneau est un mode de flexion, qui est aussi celui de l'anneau seul.



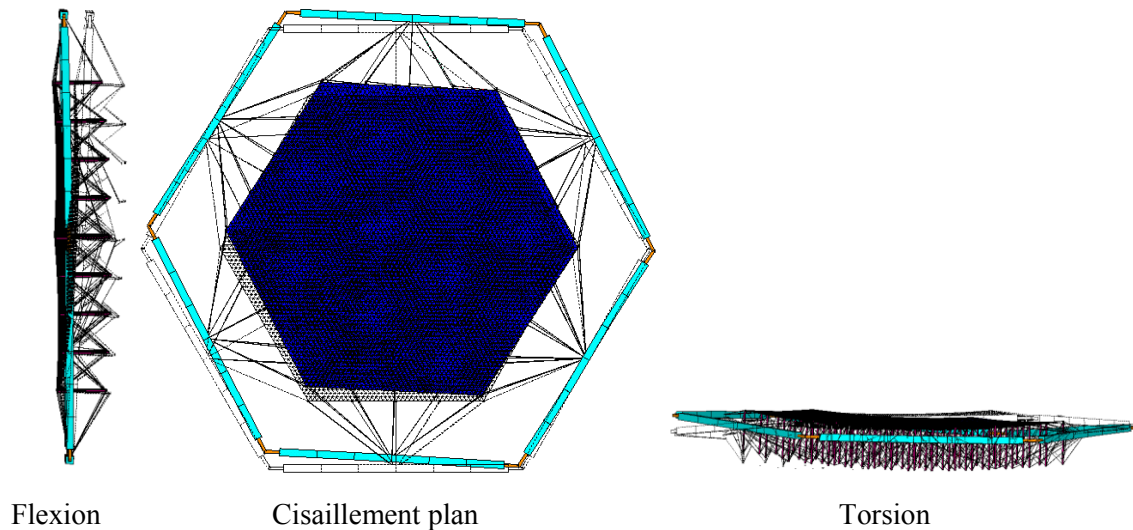


Figure IV-84 : Les trois premiers modes pour une antenne complète encastrée au milieu d'une barre ( $P=5$ )

Comme on pouvait s'y attendre au vu des résultats précédents des modes élevés des ossatures tridimensionnelles, les modes dominants sont les modes de flexion, cisaillement et de torsion, qui sont ceux de l'anneau encastré au milieu d'une barre [Figure IV-84].

Néanmoins, on note quelques différences pour  $P = 4$ , puisque le mode de cisaillement n'apparaît pas dans les trois premiers modes. Le premier mode est toujours un mode de flexion alors que le second est devenu un mode de torsion.

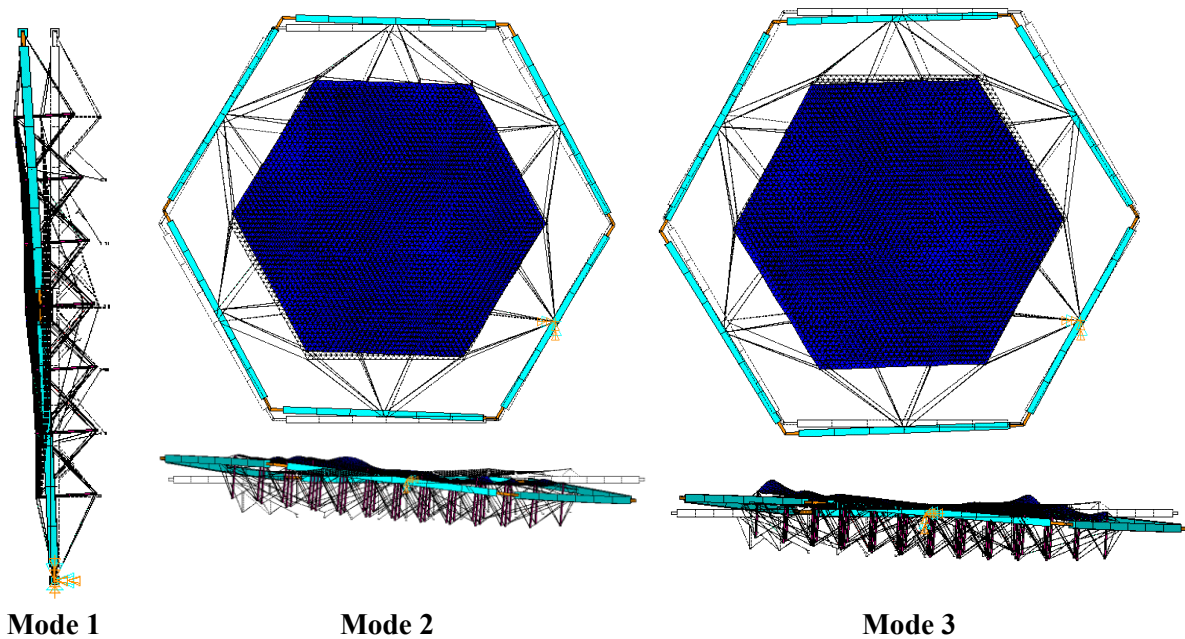


Figure IV-85 : Trois premiers modes pour une antenne complète encastrée au milieu d'une barre ( $P=4$ )

## IV.4. Conclusion

On a montré dans cette partie la faisabilité de l'architecture proposée. Cette architecture est composée de lames souples permettant la motorisation du déploiement et d'un pivot au niveau de la liaison permettant d'obtenir un anneau plan.

Ces liaisons comportant peu de mécanismes se révèlent intéressantes car elles présentent moins de risque de blocage lors du déploiement.

Cependant ce système nécessite un système de verrouillage en phase opérationnelle.

Les analyses modales effectuées sur différentes configurations de liaisons ont permis d'évaluer l'influence des différents modes de verrouillage. Différents facteurs (masse, matériaux, rayon des éléments,...) ont également été évalués au travers d'une étude paramétrique afin d'optimiser la conception en termes de rapport masse/rigidité.

Le dôme câble pyramidal servant à supporter et tendre la membrane s'est révélé être un très bon candidat pour être associé à l'anneau et constituer une solution complète pour une antenne satellite déployable.

Des démonstrateurs ont pu être réalisés afin de confronter les études numériques à des données expérimentales.

Les essais dynamiques effectués sur un anneau plan sont venus confirmer le modèle numérique sur la forme des modes, montrant une rigidité acceptable de l'anneau à l'état déployé et verrouillé.





# Conclusion générale et perspectives



## Conclusion et perspectives

---

L'introduction à l'espace a permis de mettre en avant les contraintes liées à son environnement et à la législation régissant le droit spatial. Cette partie a mis en évidence que le choix des matériaux était un élément clé du dimensionnement des engins spatiaux. Ces derniers se doivent d'être légers afin d'éviter des surcoûts liés au lancement, mais aussi en raison de considérations mécaniques telles que l'environnement vibratoire ou l'énergie nécessaire au positionnement du satellite en orbite. Les travaux présentés dans ce manuscrit sont le fruit d'une volonté de proposer de nouvelles solutions de structures légères, pliables et compactes en configuration gerbée, pouvant atteindre de grandes superficies avec peu d'éléments, tout en gardant une grande simplicité de mise en œuvre.

### *Etat de l'art*

L'exploration des solutions existantes menée par l'étude prospective a mis en évidence que les technologies éprouvées en termes de réflecteurs étaient souvent lourdes, peu rigides et complexes à mettre en œuvre étant donné le nombre important d'éléments et de mécanismes qu'elles présentent.

Nous nous sommes donc tournés vers le développement d'un dispositif de déploiement à liaisons souples, permettant une ouverture automatique du système par restitution d'énergie de flexion. Cette technologie n'est pas encore présente dans le déploiement d'antennes spatiales et reste à qualifier pour des vols effectifs.

Dans le but de démontrer la pertinence de ce type de systèmes, nous avons proposé des avancées significatives sur l'étude statique, cinématique, dynamique et modale d'une ossature qui peut être associée à un réseau tridimensionnel portant une membrane réflectrice.

### *Nouveau concept*

Après avoir décrit les principes généraux de cette nouvelle structure (constitution, géométrie, déploiement), nous avons montré que deux configurations étaient potentiellement utilisables pour des applications nécessitant des géométries planes ou volumiques. Une optimisation de la compacité en configuration gerbée a été proposée afin de minimiser l'encombrement de la structure. Deux solutions sont ainsi envisageables en fonction de l'application finale visée.

Le déploiement étant généré par des liaisons souples fléchies, le moment créé permet le déploiement qui peut être contrôlé par des câbles de cerclage. Une étude statique analytique a permis de déterminer la tension générée dans les câbles de cerclage pour toute position du système. Un modèle numérique a été confronté au modèle analytique et a montré la pertinence de cette approche.

En fonction des deux configurations planes ou volumique de la structure déployée, il est possible de générer des ossatures permettant de développer une surface utile plane, ou, par assemblage de modules, la constitution de grilles tridimensionnelles.

### *Etude du déploiement*

Un modèle analytique du déploiement du système a été proposé, permettant de préciser la cinématique de déploiement et comment l'énergie élastique stockée dans les liaisons pouvait s'équilibrer dans le cas d'un système libre avec les énergies cinétiques. L'introduction d'un amortissement permet de passer d'un système oscillant à la position d'équilibre finale. La confrontation à un modèle numérique a pu être menée, donnant des résultats concordants dans le cas où la longueur des liaisons reste faible devant celle des barres.

La prise en compte des conditions d'arrimage de la structure à un satellite dans le modèle numérique a montré que le mouvement de la barre opposée à la barre encastrée gardait une rotation et une translation telles que décrites dans le modèle analytique pour le cas libre.

### *Vers des solutions opérationnelles*

Dans l'optique de proposer des solutions opérationnelles, des conditions strictes sur les modes propres de vibration de ces structures arrimées au satellite sont imposées. Afin d'assurer le respect de ces critères, une étude modale paramétrique a été menée, permettant de vérifier que les objectifs fixés étaient réalistes. Suivant les deux configurations d'ossature proposées, plane ou volumique, l'influence de l'ouverture, du type d'arrimage ou de la géométrie des éléments a été évaluée. La masse, notamment amenée par les dispositifs de liaisons, ainsi que la rigidité de ces liaisons, sont aussi des éléments jouant sur les modes propres dont l'influence a été estimée. Il en est ressorti que la configuration plane était un très bon candidat pour proposer une ossature légère et rigide générant une surface utile polygonale.

L'adjonction à cette ossature d'un réseau de câbles ou d'un dôme-câble, permettant de tendre une membrane, a mis en évidence la modification de la réponse modale de l'ossature. En augmentant la masse du système, ces réseaux tridimensionnels peuvent diminuer la fréquence du premier mode, mais également rigidifier l'anneau dans son plan ; certains modes de vibration ont même été éliminés.

Afin de tendre ces réseaux, une partie de l'énergie élastique stockée dans les liaisons peut être mobilisée, mais l'utilisation de tendeurs s'avère nécessaire pour que l'ouverture de l'ossature puisse atteindre la position ciblée : la précision de fabrication des éléments étant assurée avec une marge d'erreur, ils pourraient bloquer le système avant l'obtention de la configuration finale.

Des considérations technologiques ont également permis de dégager les grandes lignes de la conception des nœuds du système comprenant les liaisons souples. Pour éviter la torsion dans les éléments souples à base de lames de carbone (faible masse, énergie stockée importante), des liaisons comportant des paliers permettent le maintien de l'orientation des liaisons dans un même plan. Des maquettes ont été réalisées afin de tester la faisabilité et la cinématique de déploiement.

Des simulations numériques ont permis de tester différentes configurations de verrouillage de l'ossature en phase opérationnelle. L'efficacité de ces dernières a pu être évaluée à l'aide d'analyses modales.

Un dispositif expérimental a été mis en œuvre pour comparer les modes propres d'une ossature hexagonale avec les modélisations numériques précédemment réalisées. Fixé à un dispositif de compensation gravitaire, les modes propres du prototype ont pu être mesurés et superposés aux résultats numériques.

Enfin, dans le but de valider le concept pour des applications de type antenne en phase opérationnelle, l'évaluation de la rigidité d'un système composé d'un anneau, d'un dôme-câble et d'une membrane a pu être menée à l'aide de simulations numériques. L'étude a montré que ce type de système complet répondait bien aux exigences d'un cahier des charges classique pour une antenne satellite.

Néanmoins, le passage à des prototypes opérationnels à l'échelle 1 est nécessaire pour une qualification du système développé.

### ***Perspectives***

Plusieurs perspectives de développement de travaux sont envisagées.

#### *Conception et évaluation d'une ossature opérationnelle*

Nous avons montré que la solution combinant deux pivots (un dans le nœud, un faisant la liaison avec une des barres) est suffisante cinématiquement pour permettre un déploiement sans torsion de la liaison, mais d'autres solutions peuvent être explorées [Figure IV-86].

A moyen terme, la conception d'un prototype élaboré avec système de verrouillage permettra d'effectuer d'autres essais afin de qualifier l'ossature en phase opérationnelle. Différentes pistes sont à explorer telles que le verrouillage électromagnétique, à l'aide d'aimants, par serrage de vis en phase opérationnelle ou à l'aide de compas. Un tel système doit palier un potentiel phénomène de perte des

propriétés des liaisons (dégradation sous rayonnement solaire), permettant ainsi de garder une tension opérationnelle sur le long terme.



Figure IV-86 : Liaison flexible autobloquante en position ouverte et alignée (Oxford)

Une partie de l'étude portera sur la corrélation entre les modèles de déploiement et les mesures expérimentales, un système de compensation gravitaire permettant de simuler le déploiement du prototype.

*Intégration et optimisation du réseau de câbles*

La position du réseau, son orientation, sa forme et sa densité sont autant de paramètres qui demandent à être optimisés sur les critères de poids et de rigidité.

Par exemple, deux configurations peuvent être étudiées en termes d'orientation [Figure IV-87].

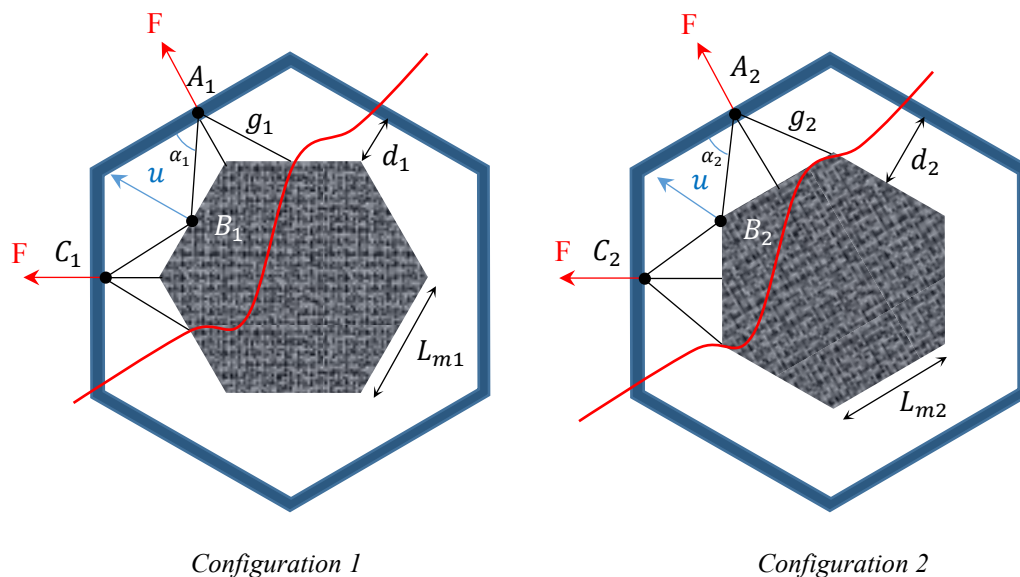


Figure IV-87 : Différentes configurations de positionnement de la membrane dans l'anneau

Des contraintes géométriques restent à imposer pour s'assurer de la mise en tension de la membrane. Cette optimisation pourra être testée par des essais dynamiques sur un anneau couplé à un dôme-câble représentant l'ensemble de l'antenne.

*Aspects thermiques*

Les aspects thermiques [Figure IV-88] devront être pris en considération dans la modélisation afin d'évaluer le comportement de cette membrane en phase opérationnelle. L'exposition aux rayons solaires va influencer à la fois sur le comportement et l'erreur RMS (précision de la surface) du réseau et de la membrane tendue.

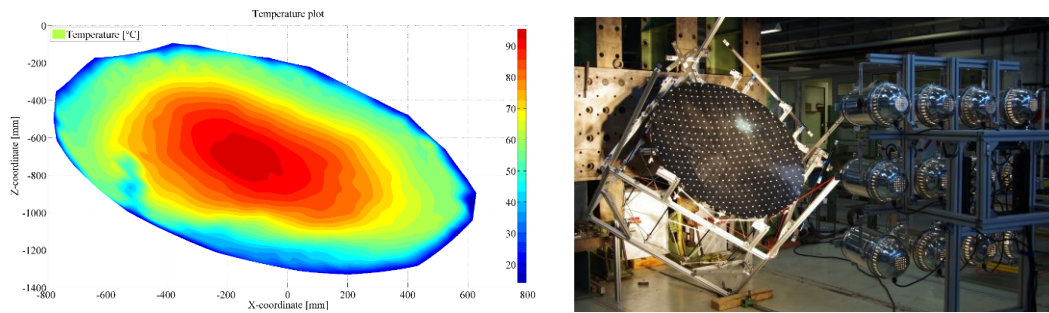


Figure IV-88 : Thermo-déformation de la surface CFRS (Datashvili-3, 2014)

*Pliage de la surface utile*

La question du pliage de la membrane et du réseau est également posée. Il est important dans le cadre de la conception de prévoir un pliage ordonné du réseau de câbles afin de ne pas compromettre le déploiement. Le réseau de câble placé côté membrane peut être attaché à cette dernière, afin d'éviter des enchevêtrements rédhibitoires pour le déploiement.

Parmi les pliages existants, le pliage Miura est le plus répandu [Figure IV-89]. La solution proposée permet un déploiement radial en une seule étape.

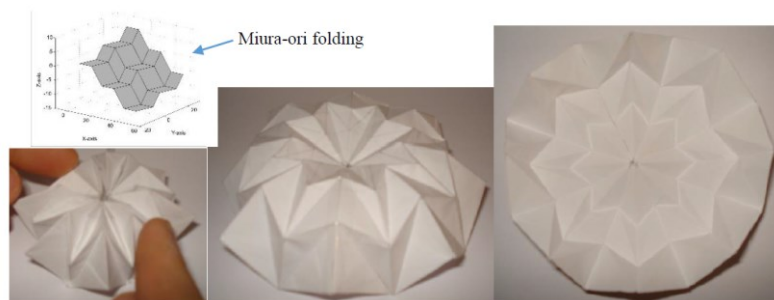


Figure IV-89 : Différentes configurations de pliage d'origami (Langer, et al., 2014)

Un nouveau type de pliage peut également être envisagé dans le cas d'une membrane carrée [Figure IV-90], généralisable à un polygone à n côtés.

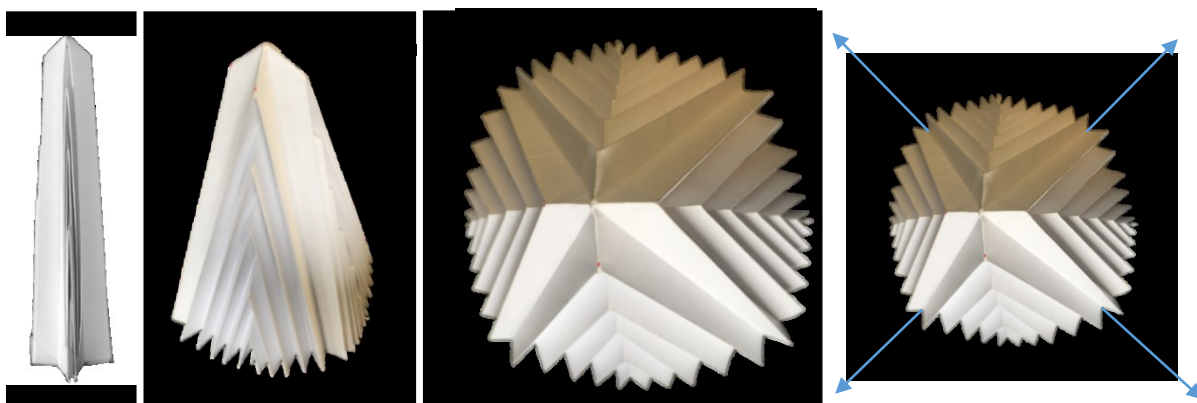


Figure IV-90 : Un mode de pliage de la membrane

Par ailleurs, en plus de la surface utile, il est envisageable de mettre en place une membrane similaire du côté opposé afin d'assurer le bon positionnement des éléments en vis-à-vis.

La problématique de la liaison réseau-membrane doit aussi être résolue du point de vue technologique : transmission des efforts, concentration de contraintes, respect des limites de sollicitations.

*Autres applications potentielles*

Si nos travaux se sont développés essentiellement dans l'optique où l'ossature plane servirait de structure porteuse à une antenne, d'autres applications sont envisageables et méritent d'être explorées.

Par exemple, il serait envisageable d'utiliser la configuration partiellement ouverte pour des applications antennes [Figure IV-91].

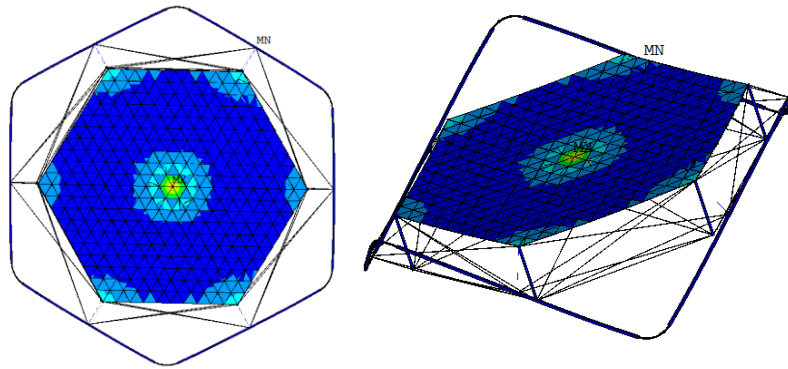


Figure IV-91 : Modélisation sous Ansys® d'une structure partiellement ouverte avec  $P = 2$ .

La position partiellement ouverte permet également de tendre une voile plane [Figure IV-92] dont les applications peuvent être multiples : voiles solaires, voiles de désorbitation et voiles d'ombrage.

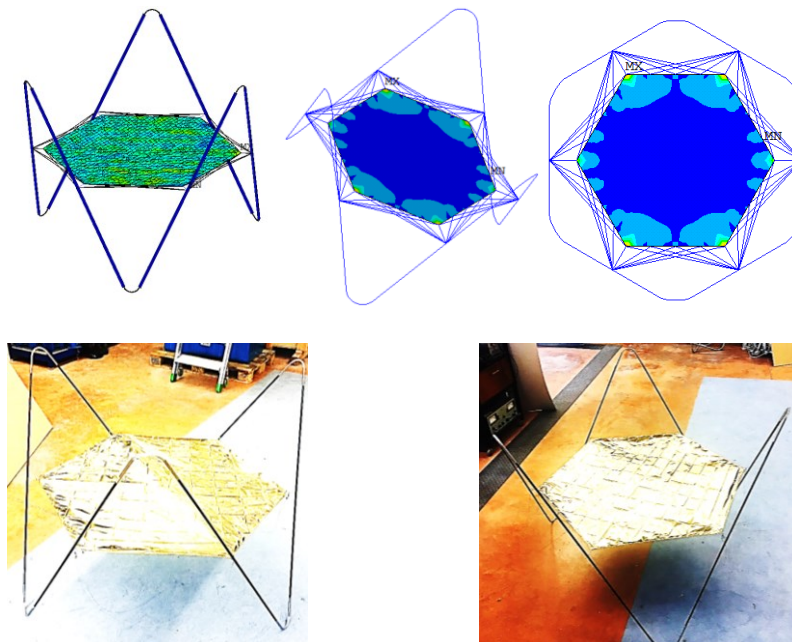


Figure IV-92 : Prototype de voile à ouverture partielle et modèle éléments finis sous Ansys®





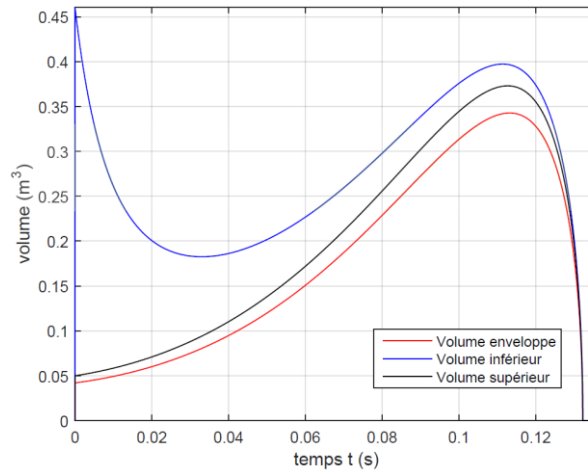
# Annexes



## X. Annexes

### *ANNEXE A : Calcul du volume du tétraèdre en fonction du temps*

Comme étudié dans la première partie où la géométrie du module tétraédrique est présentée, nous pouvons déterminer l'évolution du volume du tétraèdre en fonction du temps en injectant la solution de l'équation du mouvement d'une barre (modèle mathématique - partie III) dans les expressions des différents volumes.



*Figure X-1 : Evolution du volume d'un tétraèdre libre en fonction du temps*

## ANNEXE B : Calculs géométriques de l'anneau

Calculons le nombre de barres  $N$  dont nous avons besoin pour une superficie donnée :

Soit (E) l'équation suivante :

$$S_d = \frac{NL^2}{4 \tan\left(\frac{\pi}{N}\right)} \quad (\text{X-1})$$

Posons :

$$\zeta = \frac{L^2}{S_d} \quad (\text{X-2})$$

$$(E) : \quad 4 \tan\left(\frac{\pi}{N}\right) \zeta - N = 0 \quad (\text{X-3})$$

Effectuons un développement limité de  $\tan\left(\frac{\pi}{N}\right)$  à l'ordre 3 :

$$\tan\left(\frac{\pi}{N}\right) = \frac{\pi}{N} + \frac{1}{3} \frac{\pi^3}{N^3} + o\left(\frac{1}{N^5}\right) \quad (\text{X-4})$$

Avec  $o(\cdot)$  la notation de Landau comme décrit dans (Mercier-1, 2016).

Nous obtenons ainsi l'équation (E') :

$$(E') : \quad 4 \left( \frac{\pi}{N} + \frac{1}{3} \frac{\pi^3}{N^3} \right) \zeta - N = 0 \quad (\text{X-5})$$

$$(E') : \quad \frac{\zeta}{4} N^4 - \pi N^2 - \frac{\pi^3}{3} = 0 \quad (\text{X-6})$$

Nous obtenons ainsi une équation de degré 4 en  $N$ , que nous pouvons réduire en une équation de degré 2. Il nous est par conséquent aisé de trouver une valeur approchée du nombre de barres en fonction de notre paramètre  $\zeta$ .

$$(E') : \underbrace{\frac{\zeta}{4} \left( N^2 - \frac{2\pi}{\zeta} \left( 1 - \sqrt{1 + \frac{\lambda\pi}{3}} \right) \right)}_{\text{Solution Complexe}} \underbrace{\left( N^2 - \frac{2\pi}{\zeta} \left( 1 + \sqrt{1 + \frac{\zeta\pi}{3}} \right) \right)}_{\text{Solution Réelle}} = 0 \quad (\text{X-7})$$

Notre choix se porte donc vers la solution positive réelle :

$$N_0 = \left\lceil \sqrt{\frac{2\pi}{\zeta} \left( 1 + \sqrt{1 + \frac{\lambda\pi}{3}} \right)} \right\rceil \quad (\text{X-8})$$

Etant donné que notre système doit comprendre un nombre pair de barres afin de pouvoir plier la structure, si  $N$  est impair, nous choisirons de rajouter par excès  $+1$  au résultat.

Posons :

$$f(\lambda) = \left\lceil \sqrt{\frac{2\pi}{\zeta} \left( 1 + \sqrt{1 + \frac{\zeta\pi}{3}} \right)} \right\rceil \quad (\text{X-9})$$

Ainsi, pour notre modélisation, le nombre de barres noté  $\tilde{N}$  est donné par :

$$\tilde{N}(\zeta) = \begin{cases} N(\zeta) & \text{si } N = 2n, \forall n \in \mathbb{N} \setminus \{0,1\} \\ N(\zeta) + 1 & \text{si } N = 2n + 1, \forall n \in \mathbb{N} \setminus \{0,1\} \end{cases} \quad (\text{X-10})$$

## ANNEXE C : Paramétrage géométrique du déploiement

### C.1. Repère global et repères locaux

Définissons  $R_0 = (e_1, e_2, e_3)$  la base canonique de  $\mathbb{R}^3$ , avec  $e_3$  dirigé vers le centre d'une barre.

Afin de déterminer le sens de rotation des différents repères dans la base  $R_0$ , nous définissons les angles orientés suivants avec leurs mesures principales respectives :

On définit  $\theta$  l'angle formé par le vecteur  $e_r$  lié à la barre et la position verticale donnée par le vecteur  $e_2$ .

$$(e_2, e_r) = \theta < 0 \quad (\text{X-11})$$

Le passage du repère  $R_\theta$  au repère  $R_0$  s'effectue grâce à la rotation d'angle  $-\theta$  autour de l'axe  $e_3$ .

$$R_\theta(e_r, e_\theta, e_3) \xrightarrow{(-\theta, e_3)} R_0(e_1, e_2, e_3) \quad (\text{X-12})$$

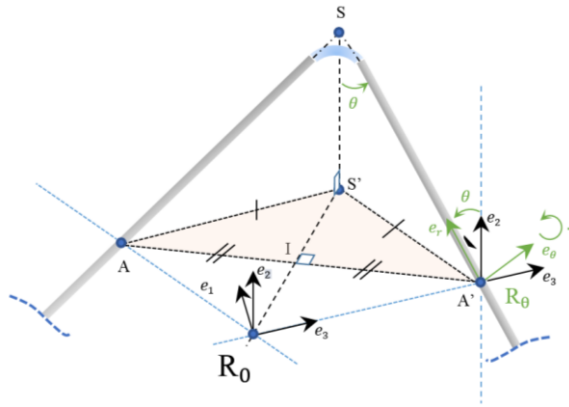


Figure X-2 : Repère global et repère local lié à la barre

Le passage du repère  $R_n$  au repère  $R_0$  s'effectue grâce à la rotation d'angle  $-\frac{\pi}{n}$  autour de l'axe  $e_2$ .

$$R_{-\frac{\pi}{n}}(\tilde{e}_{1n}, \tilde{e}_{2n}, \tilde{e}_{3n}) \xrightarrow{\left(-\frac{\pi}{n}, e_2\right)} R_0(e_1, e_2, e_3) \quad (\text{X-13})$$

$$(e_3, \tilde{e}_{3n}) = \frac{\pi}{n} > 0 \quad (\text{X-14})$$

Le passage du repère  $R_{\frac{\omega}{2}}$  au repère  $R_0$  s'effectue à l'aide de 2 rotations :

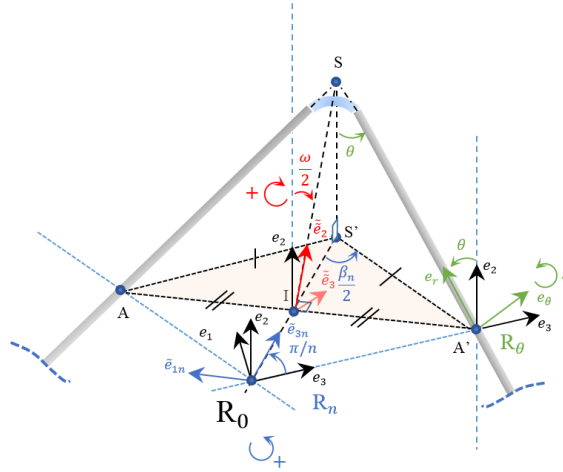


Figure X-3 : Définition de l'angle  $\omega$

$$R_{\frac{\omega}{2}}(\tilde{e}_{1n}, \tilde{e}_2, \tilde{e}_3) \xrightarrow{\left(-\frac{\omega}{2}, \tilde{e}_{1n}\right)} R_{\frac{\pi}{n}}(\tilde{e}_{1n}, \tilde{e}_{2n}, \tilde{e}_{3n}) \xrightarrow{\left(-\frac{\pi}{n}, e_2\right)} R_0(e_1, e_2, e_3) \quad (\text{X-15})$$

$$(e_2, \tilde{e}_2) = \frac{\omega}{2} > 0 \quad (\text{X-16})$$

$$\forall n \in 2\mathbb{N} \setminus \{0, 2\}, \quad \forall \left(\frac{\alpha}{2}, \frac{\omega}{2}, \theta\right) \in \left[-\frac{\alpha_n}{2}, 0\right] \times [0, \pi] \times [-\pi, 0] \quad (\text{X-17})$$

Dans le but d'alléger les notations, nous écrivons par la suite :

$$\Omega_\theta = [-\pi, 0] \quad (\text{X-18})$$

$$\Omega_\omega = [0, \pi] \quad (\text{X-19})$$

$$\Omega_\alpha = [-\alpha_n, 0] \quad (\text{X-20})$$

La base  $(e_r, e_\theta, e_3)$  est définie par l'isométrie directe  $R_\theta$  appliquée à  $R_0$  correspondant à une rotation d'angle  $\theta$  suivant l'axe  $e_3$ .



$$R_{\theta} = \begin{pmatrix} \cos \theta & -\sin \theta & 0 \\ \sin \theta & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (\text{X-21})$$

La base  $(\tilde{e}_{1n}, e_2, \tilde{e}_{3n})$  est définie par l'isométrie directe  $R_n$  appliquée à  $R_0$  correspondant à une rotation d'angle  $\frac{\pi}{n}$  suivant l'axe  $e_2$ .

$$R_{\frac{\pi}{n}} = \begin{pmatrix} \cos \frac{\pi}{n} & 0 & \sin \frac{\pi}{n} \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \frac{\pi}{n} & 0 & \cos \frac{\pi}{n} \end{pmatrix} \quad (\text{X-22})$$

La base  $(\tilde{e}_{1n}, \tilde{e}_2, \tilde{e}_3)$  est définie par l'isométrie directe  $R_{\frac{\omega}{2}}$  appliquée à  $R_{\frac{\pi}{n}}$  correspondant à une rotation d'angle  $\omega$  suivant l'axe  $\tilde{e}_{1n}$ .

$$R_{\frac{\omega}{2}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \frac{\omega}{2} & -\sin \frac{\omega}{2} \\ 0 & \sin \frac{\omega}{2} & \cos \frac{\omega}{2} \end{pmatrix} \quad (\text{X-23})$$

On utilisera la convention :

$$\begin{cases} \beta = \pi - \alpha & \text{si } \alpha > 0 \\ \beta = \pi + \alpha & \text{si } \alpha < 0 \end{cases} \quad (\text{X-24})$$

Le calcul de la matrice de changement de base nous permet de calculer la normale portant le moment dans  $R_0$ .

$$R_{\frac{\omega}{2}} R_{\frac{\pi}{n}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \frac{\omega}{2} & -\sin \frac{\omega}{2} \\ 0 & \sin \frac{\omega}{2} & \cos \frac{\omega}{2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos \frac{\pi}{n} & 0 & \sin \frac{\pi}{n} \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \frac{\pi}{n} & 0 & \cos \frac{\pi}{n} \end{pmatrix} \quad (\text{X-25})$$

$$R_{\frac{\omega}{2}} R_{\frac{\pi}{n}} = \begin{pmatrix} \cos \frac{\pi}{n} & 0 & \sin \frac{\pi}{n} \\ \sin \frac{\omega}{2} \sin \frac{\pi}{n} & \cos \frac{\omega}{2} & -\sin \frac{\omega}{2} \cos \frac{\pi}{n} \\ -\cos \frac{\omega}{2} \sin \frac{\pi}{n} & \sin \frac{\omega}{2} & \cos \frac{\omega}{2} \cos \frac{\pi}{n} \end{pmatrix} \quad (\text{X-26})$$

Le calcul de  $\alpha$  et  $\omega$  en fonction de  $\theta$  permet ramener le calcul à une seule variable. Les manipulations géométriques et algébriques vont permettre par la suite d'obtenir une équation différentielle en  $\theta$ .

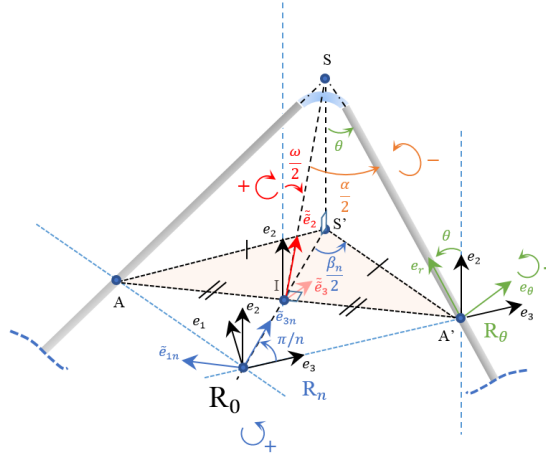


Figure X-4 : Définition des angles entre les différents repères

$$(\tilde{e}_2, e_r) = \frac{\alpha}{2} < 0 \quad (\text{X-27})$$

Posons :

$$SA' = L \quad (\text{X-28})$$

d'où,

$$S'A' = L \cos\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) = L \sin \theta \quad (\text{X-29})$$

ce qui mène à :

$$IA' = S'A' \cos \frac{\pi}{n} = L \sin \theta \cos \frac{\pi}{n} \quad (\text{X-30})$$

Or,

$$IA' = L \sin \frac{\alpha}{2} \quad (\text{X-31})$$

On déduit de (X-30) et (X-31) :

$$\alpha = 2 \operatorname{asin} \left( \sin \theta \cos \frac{\pi}{n} \right) < 0 \quad (\text{X-32})$$

De plus,

$$SS' = L \cos \theta \quad (\text{X-33})$$

d'où,

$$IS = \frac{SS'}{\cos \frac{\omega}{2}} = \frac{L \cos \theta}{\cos \frac{\omega}{2}} \quad (\text{X-34})$$

ce qui mène à

$$IS = L \cos \frac{\alpha}{2} \quad (\text{X-35})$$

On déduit ainsi de (X-34) et (X-35) :

$$\cos \frac{\omega}{2} = \frac{\cos \theta}{\cos \frac{\alpha}{2}} > 0 \quad (\text{X-36})$$

Par conséquent, à l'aide de (X-32) et (X-36) on déduit que :

$$\cos \frac{\omega}{2} = \frac{\cos \theta}{\cos \left( a \sin \left( \sin \theta \cos \frac{\pi}{n} \right) \right)} \quad (\text{X-37})$$

Nous cherchons dans ce qui suit à simplifier l'écriture de (X-32) afin d'avoir une équation différentielle « plus légère » en  $\theta$ .

Soit :

$$y = \sin \theta \cos \frac{\pi}{n} \quad (\text{X-38})$$

et

$$\lambda = a \sin y \quad (\text{X-39})$$

$$\sin \lambda = \frac{y}{1} \quad (\text{X-40})$$

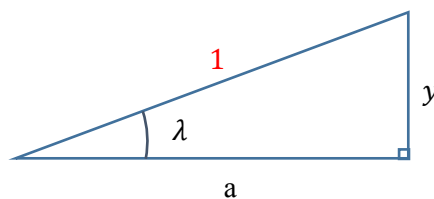


Figure X-5 : Schéma donnant la relation entre  $\lambda$  et  $y$

A partir de (X-40) et de la Figure X-5 on en déduit :

$$a = \cos \lambda = \sqrt{1 - \sin^2 \theta \cos^2 \frac{\pi}{n}}, \quad \forall (n, \theta) \in \Omega_n \times \Omega_\theta \quad (\text{X-41})$$

Ce qui mène à :

$$\cos \frac{\alpha}{2} = \sqrt{1 - \sin^2 \theta \cos^2 \frac{\pi}{n}}, \quad \forall (\alpha, \theta) \in \Omega_\alpha \times \Omega_\theta \quad (\text{X-42})$$

D'où finalement,

$$\cos \frac{\omega}{2} = \frac{\cos \theta}{\sqrt{1 - \sin^2 \theta \cos^2 \frac{\pi}{n}}}, \quad \forall (\omega, \theta) \in \Omega_\omega \times \Omega_\theta \quad (\text{X-43})$$

Cette relation donne  $\omega$  en fonction de  $\theta$  et  $n$ , c'est-à-dire l'ouverture de l'ossature en fonction de  $\theta$ , quel que soit le nombre de barre  $n$  qui compose l'ossature.

### ***C.2. Calcul du rayon de la structure***

Le calcul du rayon de la structure va nous permettre de déterminer son encombrement en configuration déployée et en cours de déploiement pour un système libre. Il nous est aussi indispensable dans cette partie car il représente le déplacement radial de la barre lors du déploiement.

Géométriquement, on définit le rayon de la structure  $R_s$  par :

$$R_s = \frac{IA'}{\sin \frac{\pi}{n}} \quad (\text{X-44})$$

$R_s$  étant la distance de la barre à  $R_0$  dans  $R_0$  dans le cadre d'un déploiement symétrique.

$$R_s = \frac{L \sin \left| \frac{\alpha}{2} \right|}{\sin \frac{\pi}{n}}, \quad \forall \alpha \in \Omega_\alpha \quad (\text{X-45})$$

Avec,

$$L = \frac{Lt}{2} + \frac{R_\alpha}{\tan \left| \frac{\alpha}{2} \right|}, \quad \forall \alpha \in \Omega_\alpha \quad (\text{X-46})$$

Il vient finalement, à l'aide de (X-32) et (X-46) :

$$R_s(\theta; L_t, R_i) = \frac{L_t \sin|\theta|}{2 \tan \frac{\pi}{n}} + \frac{\pi R_i \sqrt{1 - \sin^2 \theta \cos^2 \frac{\pi}{n}}}{\sin \frac{\pi}{n} \left( \pi - \left| 2 \operatorname{asin} \left( \sin \theta \cos \frac{\pi}{n} \right) \right| \right)}, \quad \forall \theta \in \Omega_\theta \quad (\text{X-47})$$

### C.3. Calcul des vecteurs portant les moments des liaisons

Afin de déterminer dans le repère  $R_0$  le vecteur local portant le moment de la liaison, nous utilisons les coordonnées sphériques. En s'aidant de (X-26), on décrit l'orientation des normales  $n_1$  et  $n_2$  portant les moments des deux liaisons consécutives reliées à une barre. La normale  $n_1$  n'est rien d'autre que la rotation d'angle  $\frac{\omega}{2} + \frac{\pi}{2}$  du vecteur  $\tilde{e}_{3n}$  autour de l'axe  $\tilde{e}_{1n}$ .

Le moment de la liaison est porté par la normale  $n_1$  dans  $R_0$  décrite par :

$$n_1 = \begin{pmatrix} \sin \frac{\pi}{n} \\ -\sin \frac{\omega}{2} \cos \frac{\pi}{n} \\ \cos \frac{\omega}{2} \cos \frac{\pi}{n} \end{pmatrix} \quad (\text{X-48})$$

Avec  $n_1 = \widetilde{\tilde{e}_3}$

Dans la même base, nous donnons le vecteur normal  $n_2$  qui correspond à la normale de la liaison consécutive.

$$n_2 = \begin{pmatrix} -\sin \frac{\pi}{n} \\ \sin \frac{\omega}{2} \cos \frac{\pi}{n} \\ \cos \frac{\omega}{2} \cos \frac{\pi}{n} \end{pmatrix} \quad (\text{X-49})$$

On peut vérifier que la résultante des moments est bien portée par le vecteur  $e_3$  de la base  $R_0$  à l'aide des relations (X-48) et (X-49).

$$n_1 + n_2 = \begin{pmatrix} \sin \frac{\pi}{n} \\ -\sin \frac{\omega}{2} \cos \frac{\pi}{n} \\ \cos \frac{\omega}{2} \cos \frac{\pi}{n} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -\sin \frac{\pi}{n} \\ \sin \frac{\omega}{2} \cos \frac{\pi}{n} \\ \cos \frac{\omega}{2} \cos \frac{\pi}{n} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 2 \cos \frac{\omega}{2} \cos \frac{\pi}{n} \end{pmatrix} \quad (\text{X-50})$$

Le moment commun aux deux normales, porté suivant  $e_3$  vaut  $M_f \cos \frac{\omega}{2} \cos \frac{\pi}{n}$ , ce qui génère un mouvement de rotation du nœud au tour du vecteur  $e_3$  de la base canonique.

Cependant comme on peut le constater lors des simulations présentées dans la partie II, la barre se déplace suivant le vecteur  $e_3$  en même temps qu'elle tourne, ce mouvement est dû aux actions des liaisons sur la barre.

Dans le cadre de la modélisation analytique, certains paramètres sont négligés. Comme on peut le constater dans la Table X-1, la simplification de notre modèle nous permet de limiter à 9 variables la modélisation

Ansys®								Nombre de variables
$D_a$	$S_a$	$E_a$	$I_a$	$J_a$	$L_a$	$\rho_a$	$\nu_a$	8
$D_t$	$S_t$	$E_t$	$I_t$	$J_t$	$L_t$	$\rho_t$	$\nu_t$	8
Modèle analytique								
$D_a$	$S_a$	$E_a$	$I_a$	$J_a$	$L_a$	$\rho_a$	$\nu_a$	4
$D_t$	$S_t$	$E_t$	$I_t$	$J_t$	$L_t$	$\rho_t$	$\nu_t$	5

Table X-1 : Tableau comparatif des variables nécessaires à la modélisation

## ANNEXE D : Méthode des moindres carrés

Comme décrit dans (Mercier-2, 2013), la méthode des moindres carrés permet de vérifier s'il y a corrélation entre des bases de données. Dans notre domaine d'étude, nous analysons à chaque instant le lien entre la position à l'instant  $\tau_i$  de la variable  $\theta_{ana}$  et de la variable  $\theta_{num}$ . Nous utilisons cette méthode pour les vitesses mais aussi pour les accélérations du système harmonique. Nous déterminons ainsi les domaines de validité du modèle analytique par rapport au modèle numérique pour différentes grandeurs caractéristiques.

- On note par  $\sigma_{XY}$  la covariance, aussi notée  $cov(X, Y)$  et définie telle que :

$$\sigma_{XY} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y}) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i y_i - \bar{x} \bar{y} \quad (\text{X-51})$$

Avec,

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i, \quad \bar{y} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_i \quad (\text{X-52})$$

- On note par  $\sigma_X^2$  la variance de X, définie telle que :

$$V_X = \sigma_X^2 = \frac{1}{n} \left( \sum_{i=1}^n x_i^2 \right) - \bar{x}^2 \quad (\text{X-53})$$

Coefficient de corrélation linéaire :

$$r = \frac{\sigma_{XY}}{\sigma_X \sigma_Y} \quad (\text{X-54})$$

Plus le coefficient  $r$  est proche de 1, plus les résultats sont corrélés.

Le pas de temps adaptatif n'est pas utilisé sous Ansys® afin d'avoir des points réguliers coïncidents avec ceux de la résolution du modèle analytique.

## **ANNEXE E : Résolution de l'équation d'Euler-Lagrange pour le cas de la configuration 2- cercles**

Comme nous l'avons montré dans la seconde partie de ce mémoire, la configuration 2-cercles est moins contraignante en termes d'encombrement que pour une configuration 1-cercle. Afin de vérifier la dynamique du déploiement de la première étape l'ossature, nous choisissons de développer un modèle analytique permettant de prédire à quel instant nous devons libérer les nœuds dont la projection se trouve sur (C2) lors de la modélisation. Le modèle est établi grâce aux équations de conservation de l'énergie d'Euler-Lagrange. Nous nous contenterons de faire un résumé succinct de ce type de déploiement.

Le modèle présenté est basé sur le principe de conservation de l'énergie cinétique. Les barres sont supposées rigides. En considérant les remarques faites sur la partie du déploiement d'une ossature 1- cercle, dans le cadre de la modélisation des liaisons, nous privilégierons des liaisons courtes devant la longueur des barres. A l'état initial, les barres sont encastrées aux extrémités.

On présente sur la Figure X-6 un système simplifié représentant le déploiement d'une barre s'alignant sur le premier cercle lorsque celle-ci est libérée.



*Figure X-6 : Système modélisé*

On considère dans ce cas de figure que la barre effectue une simple rotation autour de l'axe  $e_z$ .

Le lagrangien s'écrit :

$$L_1 = E_c - W_{\dot{\theta}_1} \quad (\text{X-55})$$

Avec,

$$E_c = \frac{1}{2} J \omega_1^2 \quad (\text{X-56})$$

Où  $E_c$  représente l'énergie cinétique du système, avec  $\omega_1 = \dot{\theta}_1$ , et  $\theta_1 \in [0, \pi]$ .

$$E_c = \frac{1}{2} \frac{mL_t^2}{3} \dot{\theta}_1^2 \quad (\text{X-57})$$

$$E_c = \frac{1}{2} \frac{mL_t^2}{3} \dot{\beta}^2 \quad (\text{X-58})$$



L'énergie élastique s'exprime par :

$$W_{\text{él}} = \frac{1}{2} \|\vec{\beta}\| \cdot \|\vec{C}\| \quad (\text{X-59})$$

$$W_{\text{él}} = \frac{1}{2} \frac{EI}{\pi R_i} \beta^2 \quad (\text{X-60})$$

Or  $\theta_1 = \beta$ , avec  $\beta = \pi - \alpha$

D'où,

$$L_1 = \frac{1}{2} \frac{mL_t^2}{3} \dot{\beta}^2 - \frac{1}{2} \frac{EI}{\pi R_i} \beta^2 \quad (\text{X-61})$$

D'où en écrivant les équations d'Euler-Lagrange,

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial L_1}{\partial \dot{\beta}} - \frac{\partial L_1}{\partial \beta} = 0 \quad (\text{X-62})$$

Pour le premier terme, nous obtenons :

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial L_1}{\partial \dot{\beta}} = \frac{mL_t^2}{3} \ddot{\beta} \quad (\text{X-63})$$

Pour le seconde terme, nous avons :

$$\frac{\partial L_1}{\partial \beta} = \frac{EI}{\pi R_i} \beta \quad (\text{X-64})$$

Il vient finalement :

$$\frac{mL_t^2}{3} \ddot{\beta} + \frac{EI}{\pi R_i} \beta = 0 \quad (\text{X-65})$$

$$\ddot{\beta} + \frac{3EI}{\pi R_i mL_t^2} \beta = 0 \quad (\text{X-66})$$

Les solutions de cette équation différentielle linéaire du second ordre sont de la forme :

$$\beta(t) = A \sin(\sqrt{b}t) + B \cos(\sqrt{b}t) \quad (\text{X-67})$$

$$\dot{\beta}(t) = A\sqrt{b} \cos(\sqrt{b}t) - B\sqrt{b} \sin(\sqrt{b}t) \quad (\text{X-68})$$

Avec les conditions initiales suivantes :

$$\begin{cases} \beta(t_0) = \beta_0 \\ \dot{\beta}(t_0) = 0 \end{cases} \quad (\text{X-69})$$

Dans le cas ou  $t_0 = 0$  s, on obtient :

$$\beta(0) = B = \beta_0 \quad (\text{X-70})$$

$$\dot{\beta}(0) = A\sqrt{b} = 0 \quad (\text{X-71})$$

Il vient par conséquent  $A = 0$ , avec  $b = \frac{3EI}{\pi R_i m L_t^2}$ .

On obtient ainsi la relation donnant  $\beta$  en fonction du moment cinétique, de l'énergie élastique de la liaison, de l'angle d'ouverture initial  $\beta_0$  quel que soit le temps  $t$ .

$$\beta(t) = \beta_0 \cos\left(\sqrt{\frac{3EI}{\pi R_i m L_t^2}} t\right) \quad (\text{X-72})$$

On se place dans la configuration donnée [Table X-2] afin de comparer le modèle analytique au modèle numérique.

	Géométrie			Propriétés mécaniques			
	Longueur (cm)	Diamètre (mm)	Epaisseur (mm)	Moment quadratique (m <sup>4</sup> )	Masse volumique (kg/m <sup>3</sup> )	Coefficient de Poisson	Module de Young (N/m <sup>2</sup> )
tube (carbone)	100	30	2	1,73E-08	1550	0,3	125E+09
joint (câble d'acier)	10	3	-	3,98E-12	7850	0,3	125E+09
câble d'acier	vari	1	-	-	7850	0,3	125E+09

Table X-2 : Géométries et propriétés mécaniques des éléments

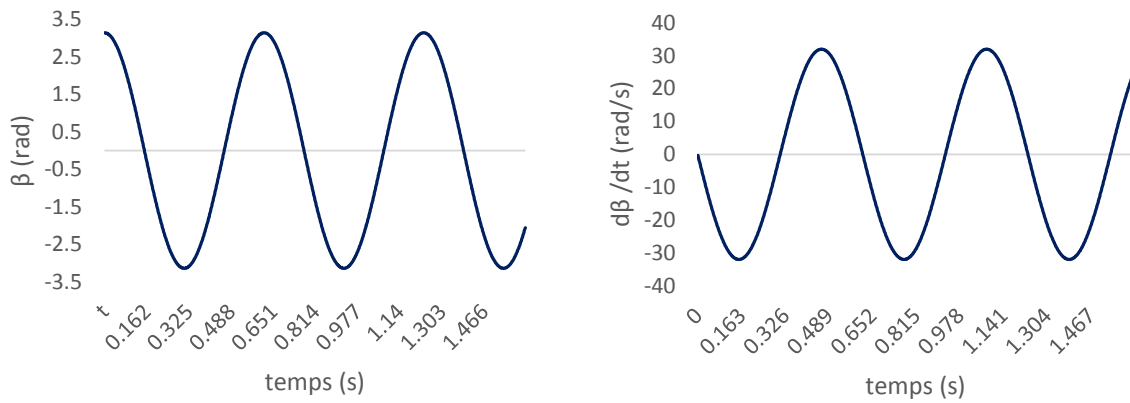


Figure X-7 : Angle d'ouverture et vitesse angulaire en fonction du temps

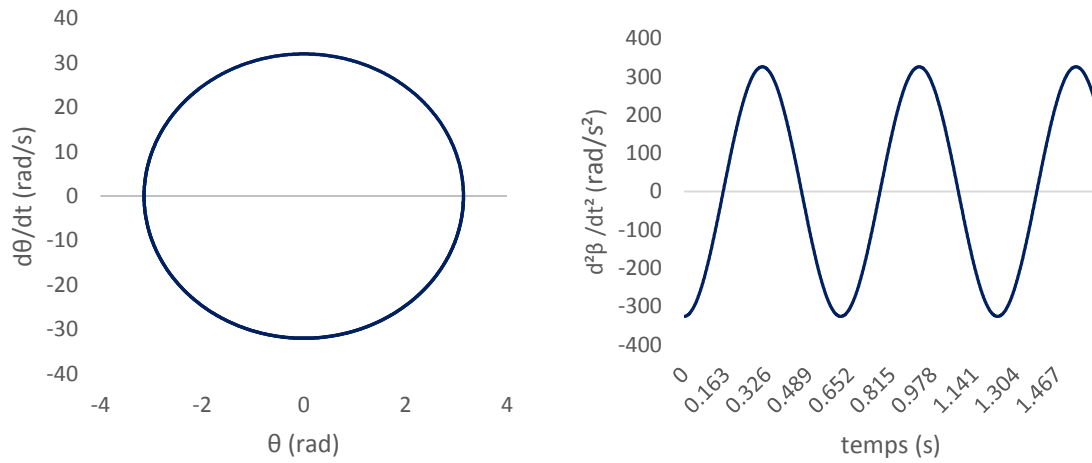


Figure X-8 : Espace des phases et accélération angulaire d'ouverture en fonction du temps

Comme on peut le constater sur le diagramme de phase [Figure X-8], la vitesse angulaire d'une barre se trouvant sur le cercle (C1) est maximale lorsque la barre est alignée avec celle du cercle (C2) (ce qui correspond à  $\beta = 0$ ). La Figure X-8 permet de visualiser que l'accélération angulaire est maximale à l'instant initial, contrairement à la configuration 1-cercle ou l'accélération angulaire est maximale pour  $\theta = \frac{\pi}{2}$ .

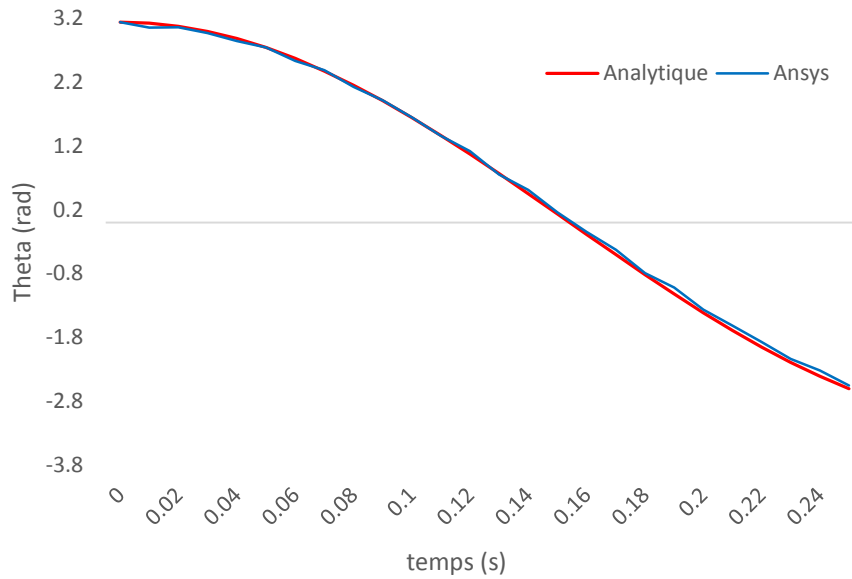


Figure X-9 : Angle numérique et analytique

Nous n'avons pas introduit d'amortissement structural dans le modèle éléments finis, ce qui laisse osciller le système indéfiniment, ce qui n'est pas réaliste car avec un  $\beta < 0$ , des chocs entre barres peuvent intervenir et modifier le mouvement.. Les résultats présentés sur la Figure X-9 sont effectués pour une demi-période.

Un coefficient d'amortissement est introduit dans le modèle afin de s'approcher au mieux d'un système réel, dont l'amortissement dépend des matériaux, des frottements, etc... Le fait d'introduire ce coefficient nous permet de prédire l'instant où le système sera en équilibre, instant qui nous permettra de libérer les barres situées sur le cercle (C2). C'est le rôle endossé par le modèle analytique dans cette simulation. Connaissant la période du système, à l'aide du modèle analytique, en prenant une marge d'erreur, nous pouvons déterminer à quel moment la seconde nappe pourra être libérée.

Dans le cas de la résolution du modèle avec amortissement, l'équation différentielle s'écrit :

$$\ddot{\beta} + K \dot{\beta} + \frac{3EI}{\pi R_1 m L_t^2} \beta = 0 \quad (\text{X-73})$$

Dans ce cas,  $K > 0$ .

On rappelle que pour une équation différentielle linéaire du second ordre suivante :

$$a\ddot{\beta} + b\dot{\beta} + c\beta = 0 \quad (\text{X-74})$$

Le polynôme caractéristique de l'équation s'écrit :

$$ar^2 + br + c = 0 \quad (\text{X-75})$$

Nous supposons ici que  $\Delta < 0$

$$r_1 = \lambda + i\gamma \quad \text{et} \quad r_2 = \lambda - i\gamma \quad (\text{X-76})$$

avec

$$r_1 = \frac{-K - i \sqrt{-\left(K^2 - 4 \frac{3EI}{\pi R_i m L_t^2}\right)}}{2} \quad (\text{X-77})$$

$$r_2 = \frac{-K + i \sqrt{-\left(K^2 - 4 \frac{3EI}{\pi R_i m L_t^2}\right)}}{2} \quad (\text{X-78})$$

$$\lambda = -\frac{K}{2} \quad \text{et} \quad \gamma = \frac{1}{2} \sqrt{-\left(K^2 - 4 \frac{3EI}{\pi R_i m L_t^2}\right)} \quad (\text{X-79})$$

$$\Delta < 0 \quad \text{implique} \quad \beta(t) = (A \cos(\gamma t) + B \sin(\gamma t)) e^{\lambda t} \quad (\text{X-80})$$

Par dérivation, on obtient :

$$\dot{\beta}(t) = (-\gamma A \sin(\gamma t) + \gamma B \cos(\gamma t)) e^{\lambda t} + \lambda(A \cos(\gamma t) + B \sin(\gamma t)) e^{\lambda t} \quad (\text{X-81})$$

Avec les conditions initiales :

$$\begin{cases} \beta(t=0) = \beta_0 \\ \dot{\beta}(t=0) = 0 \end{cases} \quad (\text{X-82})$$

$$\dot{\beta}(t) = (-\gamma A \sin(\gamma t) + \gamma B \cos(\gamma t) + \lambda B \sin(\gamma t) + \lambda A \cos(\gamma t)) e^{\lambda t} \quad (\text{X-83})$$

Or,

$$\dot{\beta}(t=0) = 0 \quad (\text{X-84})$$

D'où,

$$\gamma B + \lambda A = 0, \quad A = \beta_0 \quad (\text{X-85})$$

$$\begin{cases} A = \beta_0 \\ B = -\frac{\lambda \beta_0}{\gamma} \end{cases} \quad (\text{X-86})$$

D'où,

$$\beta(t) = \left( \beta_0 \cos(\gamma t) - \frac{\lambda \beta_0}{\gamma} \sin(\gamma t) \right) e^{-\frac{K}{2}t} \quad (\text{X-87})$$

La période ne dépend pas de la valeur d'ouverture initiale  $\beta_0$  (isochronisme des oscillations). Dans le cas d'un régime pseudo périodique,  $K < w_0$ .

Une fois le coefficient de corrélation fixé, on effectue le déploiement en 2 étapes en débloquant les nœuds des barres présentes sur le cercle (C1).

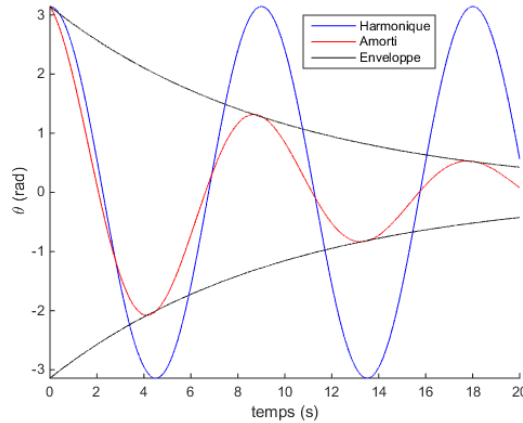


Figure X-10 : Evolution de  $\theta$  en fonction du temps pour un système harmonique et amorti

Les résultats analytiques de la Figure X-10 sont présentés dans le cadre de la configuration définie [Table X-3].

	Géométrie			Propriétés mécaniques			
	Longueur (cm)	Diamètre (mm)	Epaisseur (mm)	Moment quadratique (m <sup>4</sup> )	Masse volumique (kg/m <sup>3</sup> )	Coefficient de Poisson	Module de Young (GPa)
tube (carbone)	100	30	-	$\frac{\pi D_t^4}{64}$	2700	0.3	125
joint (câble d'acier)	5.00	5	-	$\frac{\pi D_a^4}{64}$	7850	0.3	125
câble de cerclage (acier)	vari	1	-	-	7850	0.3	125

Table X-3 : Caractéristiques mécaniques du système modélisé

Cette configuration correspond à une liaison composée d'un câble d'acier de section circulaire et d'un tube rigide. Le modèle de corps rigide développé analytiquement nous permet, comme vu précédemment, de simplifier les paramètres du modèle.



# Bibliographie





## V. Bibliographie

**Adami M., Fiore L. et Battocchio L.** Lightweight inflatable structures for thermal protection during re-entry [Revue] // Proceedings of the 2nd International Conference "Advanced Lightweight Structures and Reflector Antennas". - 2014. - pp. 331-340.

**Akira Meguro Kyoji Shintate, Motofumi Usui, Akio Tsujihata** In-orbit deployment characteristics of large deployable antenna reflector onboard Engineering Test Satellite VIII, [Revue] // Acta Astronautica . - 2009. - pp. Vol 65, 1306-1316.

**Alfio Quarteroni Riccardo Sacco, Fausto Saleri** Méthodes numériques [Ouvrage]. - [s.l.] : Springer, 2011.

**Ansys** Ansys mechanical user's guide. - 2016.

**Averseng J., Quirant, J. & Dubé, J.-F.**, Interactive design and dynamic analysis of tensegrity systems [Article] // International Journal of Space Structures. - 2012. - 2-3 : Vol. 27.

**Bonnal Christophe** Pollution Spatiale, L'Etat d'urgence [Ouvrage]. - [s.l.] : Belin, 2016.

**Bovet Laurent** Mécanique spatiale [Ouvrage]. - [s.l.] : Ellipses, 2017.

**Chang Lin Guo [et al.]** A hybrid inflatable boom/rigid hinge membrane cylindrical reflector [Revue] // Proceedings of the 2nd International Conference "Advanced Lightweight Structures and Reflector Antennas". - 2014. - pp. 326-330.

**Cmglee-Wikipédia** [En ligne]. - [https://fr.wikipedia.org/wiki/Syst%C3%A8me\\_de\\_positionnement\\_par\\_satellites](https://fr.wikipedia.org/wiki/Syst%C3%A8me_de_positionnement_par_satellites).

**D. Veenendaal P. Block** An overview and comparison of structural form finding methods [Article] // International Journal of Solids and Structures 49. - 3741-3753 : Vol. 49.

**Datashvili-1 L. [et al.]** Large shell-membrane space reflector [Revue] // 51st AIAA/ASME/ASCE/AHS/ASC Structures, Structural Dynamics, and Materials Conference. - 2010.

**Datashvili-2 Leri et al. et** Advanced architectures of large space deployable mesh reflectors: from medium to very large sizes [Revue] // Proceedings of the 2nd International Conference "Advanced Lightweight Structures and Reflector Antennas". - 2014. - pp. 7-20.

**Datashvili-3 Leri** Dimensional stability and shape-accuracy of shell-membrane reflecting surfaces made of fibre-reinforced elastomers [Revue] // Proceedings of the 2nd International Conference "Advanced Lightweight Structures and Reflector Antennas". - 2014.

**Demailly Jean-Pierre** Analyse numérique et équations différentielles [Ouvrage]. - [s.l.] : Grenoble Science, 2016. - pp. 119-122.

**Durand Gilles** TALC, Thin Aperture Light Collector [Revue]. - Noordwijk : [s.n.], 2016.

**Dusseau Laurent** Notes de cours [Revue]. - 2017.

**Footdale Joseph N.** Design developments of a non-planar deployable structure [Revue] // 51st AIAA/ASME/ASCE/AHS/ASC Structures, Structural Dynamics, and Materials Conference. - 2010.

**Fraux V., Reveles J. R. et Lawton M.** Novel large deployable antenna backing structure breadboard test campaign [Revue] // Proceedings of the 2nd International Conference "Advanced Lightweight Structures and Reflector Antennas". - 2014. - pp. 131-137.

**Futura sciences [En ligne]**. - <https://www.futura-sciences.com/sciences/actualites/astronautique-troisieme-lancement-annee-aujourd'hui-arianespace-30288/>.

**Gallix Vincent** Flexibility assembled three-dimensional dynamic structure [Brevet] : WO/066983 A1, 2003.. - France, 2003.

**Geuskens F., Vermij G. et Ording B.** Improving the inflatable parabolic reflector [Revue] // Proceedings of the 2nd International Conference "Advanced Lightweight Structures and Reflector Antennas". - 2014. - pp. 350-360.

**Grivet Jean-Philippe** Méthodes numériques appliquées [Ouvrage]. - [s.l.] : Grenoble Science, 2013.

**HPS** [En ligne]. - <http://www.hps-gmbh.com/portfolio/subsystems/antennas/>.

**Huang H., Guan F. et Fang H.** Design analysis of an inflatable satellite communication reflector [Revue] // Proceedings of the 2nd International Conference "Advanced Lightweight Structures and Reflector Antennas". - 2014. - pp. 341-349.

**Langer M. [et al.]** Deployable structures in the cubesat program MOVE [Revue] // Proceedings of the 2nd International Conference "Advanced Lightweight Structures and Reflector Antennas". - 2014. - pp. 123-133.

**Mangenot C., et al** Large antenna working group, final report [Revue] // ESA, TEC-EEA/2010.595/CM. - 2010.

**Medzmariashvili-1 E. [et al.]** Conical V-fold bar ring with flexible pre-stressed center [Revue] // Proceedings of the 2nd International Conference "Advanced Lightweight Structures and Reflector Antennas". - 2014. - pp. 391-399.

**Medzmariashvili-2 N. et Medzmariashvili V.** Structure of leighweight reflector using the principle of "Tension architecture" [Revue] // Proceedings of the 2nd International Conference "Advanced Lightweight Structures and Reflector Antennas". - 2014. - pp. 384-390.

**Mercier-1 Dany-Jack** Formules de Taylor et développements limités [Ouvrage]. - [s.l.] : Amazon, 2016.

**Mercier-2 Dany-Jack** Méthode des moindres carrés [Ouvrage]. - [s.l.] : Amazon, 2013.

**Meschini Alberto, Rigato Riccardo et Scaroza Davide** The development of a novel large deployable antenna reflector concept [Revue] // Proceedings of the 2nd International Conference "Advanced Lightweight Structures and Reflector Antennas". - 2014. - pp. 22-29.

**Morterolle-1 S. [et al.]** Modal behavior of a new large reflector conceptual design [Revue] // Aerospace science and technology. - 2015. - pp. Vol.42 74-79.

**Morterolle-2 Sébastien** Etude de structures légères déployables pour applications spatiales [Revue] // Thèse de doctorat. - 2011. - p. 12.

**Motty-Wikipédia** [En ligne]. - [https://fr.wikipedia.org/wiki/Ariane\\_5#/media/File:Cut\\_drawing\\_of\\_an\\_Ariane\\_5\\_GS\\_FR.svg](https://fr.wikipedia.org/wiki/Ariane_5#/media/File:Cut_drawing_of_an_Ariane_5_GS_FR.svg).

**Mouthuy P.O., Coulombier, M., Pardoën, T., Raskin J.P, Jonas A-M** Overcurvature describes the buckling and folding of rings from curved origami foldable [Revue] // Nature communications. - 2012. - p. Vol.3 1290.

**National and Aéronautic Space Administration** [En ligne]. - [https://nssdc.gsfc.nasa.gov/planetary/image/sputnik\\_asm.jpg](https://nssdc.gsfc.nasa.gov/planetary/image/sputnik_asm.jpg).

**Oxford** [Ouvrage].

**Ozawa S.** Design concept of large deployable reflector for next generation L-band SAR satellite [Revue] // Proceedings of the 2nd International Conference "Advanced Lightweight Structures and Reflector Antennas". - 2014. - pp. 43-51.

**Pommier Sylvie** Mécanique générale [Ouvrage]. - [s.l.] : Dunod, 2010. - p. 223.

**Quirant J. [et al.]** Conceptual design and analysis of a deployable structure with flexible joints [Revue] // Journal of aerospace engineering. - 2011. - pp. 277-284.

radiotelescopeamateur [En ligne]. - <http://radiotelescopeamateur.e-monsite.com/pages/a-sans-le-materiel/5-l-algorithme.html>.

**Rodrigues Gonçalo, Angevain Jean-Christophe et Prowald Julian Santiago** Active shape control of reconfigurable antenna reflectors [Revue] // Proceedings of the 2nd International Conference "Advanced Lightweight Structures and Reflector Antennas". - 2014. - pp. 264-271.

**Sanikidze M. [et al.]** Erection cycle of deployable space reflectors using the functional and technological screen mesh [Revue] // Proceedings of the 2nd International Conference "Advanced Lightweight Structures and Reflector Antennas". - 2014. - pp. 371-383.

**Sicre J. Givois D., Emerit A.** Application of "Maeva" hinge to Myriade microsattellites deployments needs [Revue] // 11th European Space Mechanisms and Tribology Symposium. - 2005.

**Straubel Marco [et al.]** Deployable composite booms for various gossamer space structures [Revue] // 52nd AIAA/ASME/ASCE/AHS/ASC Structures, Structural Dynamics and Materials Conference. - 2011.

**Thomson-1 M. [et al.]** Successful Starshade Petal Deployment Tolerance verification in support of NASA's technology development for exoplanet missions [Revue] // Proceedings of the 2nd International Conference "Advanced Lightweight Structures and Reflector Antennas". - 2014. - pp. 200-213.

**Tserodz Sh. et al. et** New design of a transformable mechanical cone system with V-folding rods [Revue] // Proceedings of the 2nd International Conference "Advanced Lightweight Structures and Reflector Antennas". - 2014. - pp. 89-98.

**Viquerat A.D. et Guest S.D.** Designing folding rings using polynomial continuation [Revue] // Journal of mechanisms and robotics. - 2013. - pp. Vol.6 No.1 011005-011016.

**Virey Jean-Marc** Physique et Mécanique [Ouvrage]. - [s.l.] : Presse universitaire de provence, 2015.

**Wilson E.L. et Itoh T.** An eigensolution strategy for large systems [Revue] // Computers and structures. - 1983. - pp. Vol. 16 259-265.

**Xu Y. [et al.]** Structural design and static analysis of a double-ring deployable truss for mesh antennas [Revue] // Acta astronautica. - 2012. - pp. Vol.81 545-554.

**Zhang T, Wu, M. et Guan F.** Deployment study of a single-layer deployment truss driven by elastic component [Revue] // IASS Symposium. - 2016. - pp. Vol. 57 No.4 285-294.





## **Solutions innovantes pour des structures spatiales déployables**

### **Résumé**

Les structures destinées aux applications aérospatiales doivent être légères, rigides et compactes afin de pouvoir être stockées dans la coiffe d'un lanceur. Une solution permettant de déployer automatiquement une ossature rigide à l'aide d'énergie élastique stockée dans des liaisons souples est proposée. La solution retenue, constituant une structure annulaire polygonale, peut être utilisée dans différents types d'applications spatiales, que ce soit pour des voiles solaires, de désorbitation ou des antennes satellite. Elle a fait l'objet d'études géométriques afin d'optimiser la compacité et la masse. La cinématique et la dynamique du déploiement ont aussi été étudiées et modélisées, à la fois analytiquement et numériquement. L'analyse de la rigidité de la structure en position gerbée (pliée dans la coiffe du lanceur) et en configuration opérationnelle est traitée et confrontée aux expérimentations vibratoires d'un prototype. L'adjonction d'un réseau tridimensionnel permettant de tendre une membrane réflectrice pour des applications de type « antenne » est proposée, ainsi qu'un dispositif de verrouillage en phase opérationnelle.

Mots-clés : Antenne spatiale, articulation flexible, équation du mouvement, dynamique, analyses numériques.

---

## **Innovative solutions for space applications**

### **Abstract**

Structures intended for aerospace applications have to be lightweight, stiff and compact to be stored in the fairing of a launcher. A solution is allowing to deploy automatically a stiff skeleton by means of elastic energy stored in flexible connections. The retained solution, establishing an annular polygonal structure, can be used in various types of space applications, whether for solar sails, deorbiting sails or space antenna. It has led to geometrical studies to optimize the compactness and the mass. The kinematics and the dynamics of the deployment were also studied and modeled both analytically and numerically. Analysis of the rigidity of the structure in folded position (folded in the fairing) and in operational configuration is performed and compared to vibratory experiments of a prototype. The addition of three-dimensional network allowing to tighten a reflector membrane for antenna applications is proposed, as well as a locking device in operational phase.

Keywords : Space antenna, flexible joint, equation of the motion, dynamics, numerical analysis.

---