



HAL
open science

Résonance noire à trois photons sur un nuage d'ions calcium confinés

Mathieu Collombon

► **To cite this version:**

Mathieu Collombon. Résonance noire à trois photons sur un nuage d'ions calcium confinés. Optique [physics.optics]. Aix-Marseille Université (AMU); Laboratoire PIIM, 2019. Français. NNT: . tel-02114673

HAL Id: tel-02114673

<https://theses.hal.science/tel-02114673>

Submitted on 29 Apr 2019

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

THÈSE DE DOCTORAT
de l'Université d'Aix-Marseille

École Doctorale : Physique et Sciences de la Matière (ED 352)
Laboratoire : Physique des Interactions Ioniques et Moléculaires (UMR 7345)

Thèse présentée par

Mathieu Collombon

Pour obtenir le grade de

Docteur de l'Université d'Aix-Marseille

Sujet de thèse

**Résonance noire à trois photons sur un nuage
d'ions Calcium confinés**

Soutenue le 8 Février 2019 devant le jury composé de :

Mme Anne AMY-KLEIN	LPL, Villetaneuse	Examinatrice
M. Noël DIMARCQ	ARTEMIS, Nice	Rapporteur
Mme Saïda GUELLATI-KHÉLIFA	LKB, Paris	Examinatrice
M. Thomas ZANON-WILLETTE	LERMA, Paris	Rapporteur
M. Gaëtan HAGEL	PIIM, Marseille	Co-Directeur de thèse
Mme Martina KNOOP	PIIM, Marseille	Co-Directrice de thèse

Remerciements

Les personnes qui m'ont accompagné pendant ces trois années de thèse m'ont permis de mener ce travail à bien et je voudrai ici les remercier. En premier lieu je souhaite remercier les membres de mon jury de thèse de m'avoir fait l'honneur d'accepter cette tâche. Merci Saïda Guellati-Khélifa et Anne Amy-Klein d'avoir accepté d'être examinatrices sur mes travaux. Merci pour vos remarques, vos questions et vos encouragements. Merci Thomas Zanon-Willette et Noël Dimarcq d'avoir accepté d'assumer la (lourde) tâche qui fut la votre en tant que rapporteurs de mon manuscrit. Vos corrections, exhaustives et détaillées, furent d'un grand bénéfice, pour ce manuscrit et pour ma culture scientifique. Merci pour ces échanges stimulants.

Martina et Gaëtan vous m'avez accueilli en 2013 dans la salle café de l'équipe CIML afin que l'on s'entretienne sur la possibilité de faire mon stage de Master avec vous. Martina, depuis ce jour tu n'as cessé de me renouveler ta confiance, tes encouragements et tes enseignements. Le tout parsemé de discussions où tu distillais toute ton expérience des pièges et des lasers avec un enthousiasme et une vigueur dont toi seule a le secret et qui sont d'une contagion rare ! Merci infiniment pour cette confiance que tu m'accorda et qui me permis de travailler au sein de ton équipe, ce fut une aventure complète et exceptionnelle.

Gaëtan tu as été la seconde personne à me faire confiance, et à m'encourager pour démarrer cette thèse. Le temps que nous avons passé ensemble sur la manip, particulièrement sur le 729, a été pour moi d'un bénéfice inestimable. Nos échanges sur l'état de l'université, l'histoire de Marseille, ta vision de la pédagogie, et tout le reste, vont me manquer. Dompter une expérience n'est pas chose facile, il faut du mental et du savoir faire, tu as les deux et me les as transmis, merci Gaët !

Les travaux de recherche présentés ici n'auraient jamais vu le jour sans l'équipe CIML au complet.

Caroline, cette idée de trois photons viens de toi et je suis heureux de lui avoir donné corps en courant entre les trois salles de manips ! Merci pour tes enseignements sur l'interaction laser-atome, ta patience as eu raison de ma forte tête à bien des reprises, merci d'avoir tenu bon. Ton enthousiasme inconditionnel et tes coups de stress quand le classeur rose n'est pas à sa place (entre autres) vont me manquer.

Merci à toi Marie pour avoir été là pour toute les questions que j'ai pu avoir. Ta manière de répondre avec un détail toujours complet de ton raisonnement m'a beaucoup aidé.

Merci Jofre, ton expertise sur les problèmes informatiques en tout genre m'a sorti de

la mouise plus d'une fois et tes questions sur la manip étaient toujours très stimulantes.

Merci Aurika pour tes encouragements lors de ma rédaction. Olivier, nous ne nous sommes que "croisés" au sein de l'équipe, mais c'est dans ton bureau que j'ai atterri pour la première fois et tu m'y a accueilli bien chaleureusement. Merci pour tes explications et le temps passé avec moi sur le 729 quand je n'étais encore qu'un étudiant. Cyril je te dois énormément et nous avons partagé bien plus qu'un bureau. Les résultats présentés dans cette thèse ne seraient certainement pas les mêmes sans ton aide et tes remarques. Merci pour tout ça et bon courage pour ta fin de thèse. Fonce et fait nous voir des trois photons plus belles que jamais! Marylise et Adrien, merci pour vos encouragements, particulièrement lors de la rédaction. Bon courage pour votre recherche, je suis sûr que vous allez cartonner! Merci Ramin pour m'avoir aidé à mieux comprendre les problématiques liées au bruit de phase et surtout à sa détection.

Je ne peux bien sûr pas oublier "les Vedel", fondateurs de l'équipe et pionniers du piégeage de particules chargées dans les années...

Michel, ton atelier d'innovations perpétuelles était pour moi une petite pièce un peu magique. Je pouvais tout trouver en matière d'électronique, du neuf, du matériel de deuxième main (beaucoup), du matériel de n-ième mains (beaucoup plus), et tout un tas de broutilles. Mais c'est surtout toi et ton savoir (-faire) que je trouvais dans cette petite pièce. Tes anecdotes, dont tu tirais toujours une petite morale bien sentie, vont drôlement me manquer!

Merci à toi aussi Fernande, particulièrement pour m'avoir permis de participer aux fêtes de la science chaque année. J'admire ton travail de vulgarisation et toute l'énergie que tu y mets (avec Michel aussi bien sûr).

Didier G. merci beaucoup pour ton support sur le pilotage informatique de la manip et pour m'avoir appris les bases de LabView. Il est très clair que sans toi ça ne tournerai pas! Ta curiosité sur la manip a aussi été stimulante pour moi et nos petites discussions dans ton bureau, parfois au son d'un bon groupe de Rock, vont me manquer.

Didier F., merci pour ton aide précieuse sur les systèmes asservis et le traitement des signaux. Le travail que tu as réalisé pour nos photodiodes fut important et cela a été l'occasion pour moi d'apprendre l'art du bas bruit. Nos discussions à la pause clope vont me manquer! Merci aussi à toi Jean-François pour ton aide en électronique et ta disponibilité pour me dépanner d'un composant et réaliser mes plaques de circuit imprimés.

Merci Rémy, toi aussi pour ta disponibilité, et pour les réalisations mécaniques qui ont contribué au bon déroulement de mes travaux de recherche.

Je veux aussi remercier toutes les personnes de l'équipe administrative du labo PIIM. Pour votre bonne humeur quotidienne et votre efficacité quand il s'agissait de m'aider à naviguer dans les eaux parfois troubles de l'administration universitaire. Merci Hulya, Marie-Pierre, Eric, Nathalie, et Priscilla. Merci aussi à Annette Calisti et

Jean-Marc Layet, directrice et directeur adjoint du laboratoire, pour m'avoir accueilli à PIIM.

Sandrine je voudrai te remercier très sincèrement car c'est toi qui m'a initié au monde de la recherche lors de mon premier stage en M1. Si j'écris ces remerciements aujourd'hui c'est que tu m'as convaincu que la recherche est un métier excitant ! Merci te m'avoir transmis ta passion Sandrine.

Laure je veux aussi te remercier chaleureusement car j'ai énormément appris avec toi lorsque nous avons enseigné ensemble en TP d'optique. Ta pédagogie et ton énergie inépuisable m'ont inspirées, merci beaucoup Laure !

Cette thèse fut bien-sûr énormément de temps passé au labo, mais ce fut aussi de nombreux moment passés dans Marseille avec une belle bande d'ami.e.s qui m'ont épaulé dans les moments de doutes pendant ces trois ans de thèse. Toujours là pour tchatcher, rigoler, débattre, se plaindre ou s'aimer autour d'une bonne bière. Au Vidéodrome, au Champs de Mars ou en plein cagnar à Malmousque.

Merci à Thècle et Adrien, les deux piliers de St Jérôme. Le duo infernal sans qui j'aurai eu bien du mal à encaisser les aléas de la thèse. Vous aviez un ans d'avance et vos soutenances et votre travail m'ont inspiré et encouragé !

Max, depuis la L3 on avance ensemble, en Versys ou en V-Strom, parfois en wheel. On s'est serré les coudes et on y est arrivé ! Merci d'avoir toujours l'esprit affûté, nos joutes verbales sont mon passe temps favori.

Samy, merci d'être tout le temps présent, nos discussions interminables me sont indispensables.

Marion, toi aussi heureusement que tu es là ! Merci pour ta joie de vivre, toutes tes questions sur mon boulot, nos réflexions sur nos avenir en terrasse du café de la banque et tout le reste !

Quentin merci aussi pour ton soutien et toutes nos sessions d'escalade et de bricolage. Marek merci pour tes encouragements et ton analyse de nos parcours. Merci Théo pour ta tête de mule, Léo pour ta folie nocturne qui m'a bien fait marrer, Pierrot pour ton envie insatiable de débat, Romain pour la plongée et le style de vie inspirant, Solène pour ta "motivation métaphorique". Merci à mes trois humanistes préférés, Lilan, Yannick et Cammie pour vos sourires et vos engagements.

Enfin je voudrai remercier ma famille, manifestant à chaque repas sa curiosité pour mon travail et renouvelant sans cesse sont soutien, et depuis toujours ! Particulièrement je remercie mes parents. Merci pour votre bienveillance à toute épreuve et votre énergie débordante.

' Never measure anything but frequency! '
Arthur Schawlow

Table des matières

Table des matières	vii
Introduction	1
1 Une référence locale de fréquence optique	5
1.1 Introduction	6
1.1.1 Lasers stabilisés - Bref historique et état actuel	6
1.1.2 Contexte de notre expérience	9
1.2 Ensemble expérimental	12
1.2.1 Conception du laser Ti:Sa	12
1.2.2 Montage optique	14
1.2.3 Les cavités de très haute finesse	16
1.3 Asservissement de fréquence du laser	23
1.3.1 Asservissement monomode	23
1.3.2 La méthode de Pound-Drever-Hall	23
1.3.3 Bruit de photons et limite de résolution	27
1.3.4 Bilan des limites du système	28
1.3.5 Mise en œuvre expérimentale	29
1.4 Méthode de diagnostic	32
1.5 Asservissement de puissance	34
1.6 Lien optique vers l'expérience	36
1.6.1 Bruit de phase dans les fibres optiques	36
1.6.2 Détection	37
1.6.3 Correction	38
1.6.4 Limitation de la puissance optique	40
1.7 Conclusion	42
2 Peigne de fréquences et transfert de stabilité de fréquence	45
2.1 Introduction	46
2.1.1 Structure en peigne d'un laser à modes verrouillés	46
2.1.2 Laser impulsionnel et métrologie	48
2.2 Le peigne de fréquences	51
2.2.1 Principe de fonctionnement	51
2.2.2 Modèle de la "bande élastique"	57
2.2.3 Asservissement sur une référence RF	63
2.2.4 Réponses des actionneurs rapides	65

2.3	Asservissement sur la référence optique	68
2.3.1	Montage	68
2.3.2	Méthode de diagnostic	70
2.4	Asservissement des diodes lasers pour la spectroscopie	74
2.4.1	Méthode expérimentale	74
2.4.2	Diagnostic par auto-corrélation	77
2.4.3	Mesures absolues de fréquences optiques	80
2.5	Conclusion	81
3	Spectroscopie haute résolution d'un état noir à trois photons	83
3.1	Introduction	84
3.2	Confinement et refroidissement d'ions	85
3.2.1	Le piégeage radio-fréquence	85
3.2.2	Refroidissement laser Doppler	89
3.3	L'ion calcium ($^{40}\text{Ca}^+$)	91
3.4	Piégeage cohérent de population et résonance noire	94
3.4.1	Piégeage cohérent à deux photons (système en Λ)	94
3.4.2	Extension à un système à quatre niveaux (système en N)	99
3.5	Ensemble expérimental, le montage "TADOTI"	104
3.6	Méthode expérimentale pour l'étude de la résonance noire	112
3.6.1	Méthode d'interrogation	112
3.6.2	Vue d'ensemble d'un spectre de fluorescence	114
3.6.3	Multiplicité Zeeman des transitions noires	116
3.7	Études systématiques	118
3.7.1	Grandeurs d'intérêt.	118
3.7.2	Mesure de la fréquence THz	119
3.7.3	Reproductibilité	123
3.7.4	Influence des puissances lasers	126
3.7.5	Étude en fonction des désaccords lasers	133
3.7.6	Influence de la largeur spectrale des lasers	136
3.7.7	Explication du décalage de la transition térahertz mesurée	139
3.8	Conclusion	143
	Conclusion	145
	Bibliographie	149

Introduction

Le piégeage cohérent de population, ou CPT pour son acronyme anglais *Coherent Population Trapping*, est l'une des manifestations de la nature quantique des atomes. Impliquant au moins trois niveaux d'énergie, ce phénomène se produit lors d'une superposition cohérente d'états atomiques stables ou métastables. Cette superposition est provoquée par l'interaction de l'atome avec des champs lasers cohérents en phase, et sous une certaine condition d'accord de fréquence. L'atome est alors projeté dans un nouvel état qui émane de cette superposition et est découplé du rayonnement électromagnétique incident : on parle d'état piège.

La manifestation expérimentale de cette projection est une chute de la fluorescence émise par l'atome, celui-ci n'interagissant plus avec les champs incidents : cet état piège est communément appelé "état noir" et sa signature spectrale "résonance noire".

Dans sa version à deux photons, trois niveaux d'énergie sont impliqués dont deux sont stables. Ce phénomène est découvert en 1976 sur le sodium, de façon fortuite par une équipe de recherche italienne [1]. Rapidement [2, 3], on s'aperçoit que ce phénomène peut être exploité de façon générale dans les métaux alcalins grâce à la présence de sous-niveaux hyperfins du niveau fondamental $|S\rangle$ et du premier niveau excité $|P\rangle$. Différentes voies de recherches s'ouvrent alors pour tirer partie du CPT et de la résonance noire qui en résulte. Parmi celles-ci on peut citer la magnétométrie [4], la transparence induite par laser [5], ou le refroidissement laser [6]. Le CPT a aussi été exploré en tant que nouvelle technique de spectroscopie haute résolution pour accéder aux fréquences des transitions entre les sous-niveaux hyperfins du césium ou du rubidium [7].

En effet, le protocole CPT permet de mesurer ces fréquences, se situant dans le domaine GHz, grâce à une source laser unique, modulée en fréquence ou en phase¹ de telle sorte que les deux bandes latérales couplent chacune un niveau hyperfin à un niveau excité. Interrogée de la sorte, une cellule de gaz de césium ou rubidium présente alors une résonance noire dans le spectre de sa lumière émise par fluorescence lorsque l'écart en fréquence entre les deux champs lasers correspond à la séparation des niveaux hyperfins. La cohérence de phase est maintenue grâce à l'utilisation d'une source laser unique. Par ailleurs, la très grande longueur d'onde effective de la transition micro-onde permet de travailler en régime de Lamb-Dicke [8] lorsqu'un gaz tampon est ajouté dans la cellule. Ceci permet, par un effet de collision, de réduire le libre parcours moyen des atomes afin que ce dernier soit inférieur à la demi-longueur

1. Ou deux sources différentes en configuration maître-esclave

d'onde de la transition CPT. Dans une telle configuration l'effet Doppler du premier ordre n'a plus d'effet sur les spectres obtenus et permet l'affinement de ceux-ci [9]. La résonance noire apparaissant dans le spectre de fluorescence peut ainsi atteindre une largeur inférieure à 100 Hz [7] et cette technique a été mise à profit dès 1993 pour constituer des étalons de fréquences micro-onde [10, 11]. Les horloges dites CPT sont aujourd'hui très bien développées et affichent des caractéristiques de stabilité relative de fréquence dans le domaine GHz qui atteignent $3 \times 10^{-13} \tau^{-1/2}$ jusqu'à 100 secondes sur des cellules de césium [12]. Plus récemment, des protocoles impulsionsnels, toujours basés sur le CPT, ont permis d'atteindre 3×10^{-15} à 2000 secondes [13].

Les travaux présentés dans cette thèse s'inscrivent dans cette dynamique de recherche sur le piégeage cohérent de population et explorent une nouvelle voie, celle du CPT dans un processus à trois photons.

Spécialisée dans la manipulation des ions calcium, notre équipe propose en 2007 un protocole original de piégeage cohérent de population à trois photons réalisable sur l'ion $^{40}\text{Ca}^+$ et pouvant être généralisé aux ions de la famille des alcalino-terreux [14]. Le processus physique mis en jeu est le même que celui décrit précédemment mais implique cette fois quatre niveaux d'énergie et trois transitions optiques, dans une structure dite en N . Alors que son homologue à deux photons permet d'accéder à la fréquence d'une transition entre deux sous-niveaux hyperfins de l'état fondamental, le CPT à trois photons offre la possibilité de mesurer la fréquence de la transition dipolaire magnétique du doublet de structure fine dans les ions alcalino-terreux. De plus, ce phénomène reposant sur une interrogation à trois photons, il existe une configuration de vecteur d'onde qui permet d'annuler l'effet Doppler du premier ordre [15]. Cette configuration permet d'utiliser le protocole sur un nuage d'ions, et ainsi lever certaines contraintes techniques présentes dans l'interrogation des ions uniques. En effet, les très grandes durées de confinement et le bon contrôle des paramètres expérimentaux permettent alors de proposer un système spectroscopique précis et robuste. Le doublet de structure fine de l'ion calcium, $3D_{3/2} - 3D_{5/2}$, étant séparé de 1.819 THz, la résonance noire à trois photons dans ce système pourrait alors être mise à profit pour établir une référence de fréquence dans le domaine térahertz. En effet, motivés par les besoins en spectroscopie térahertz, les développements techniques dans cette gamme du spectre électromagnétique ont connu d'importantes avancées au cours des trente dernières années [16]. Des peignes de fréquences sont aujourd'hui disponibles dans la bande 3-5 THz [17, 18] et le besoin de références va grandissant [19].

Le protocole à trois photons que nous allons explorer se distingue significativement du CPT à deux photons, ceci sur trois points qui vont chacun imposer une contrainte pour sa réalisation expérimentale :

- L'une des trois transitions impliquées pour la construction de l'état noir est une

transition quadrupolaire électrique à 729 nm ayant une largeur naturelle inférieure au hertz [20]. Afin de limiter au mieux l'élargissement de celle-ci, il est nécessaire de disposer d'une source laser ayant des caractéristiques spectrales comparables.

- Les deux autres transitions impliquées sont aussi dans le domaine optique, à 397 nm et 866 nm. Il est nécessaire de maintenir une relation de phase qui soit la plus stricte possible entre ces trois longueurs d'onde, séparées de plus d'une octave, afin de préserver la cohérence dans la superposition des états conduisant à la construction de l'état noir à trois photons.
- Enfin, le support de la spectroscopie proposée est ici l'ion calcium, plus précisément un nuage d'ions calcium. Nous allons en effet mener ces expériences sur un ensemble d'ions confinés en piège radio-fréquence. La maîtrise des degrés de liberté externes des ions est donc un prérequis avant de pouvoir prétendre à la manipulation de leurs états d'énergie interne.

Les techniques de stabilisation de fréquence des lasers qui ont été développées depuis l'invention du laser permettent de répondre aux exigences du premier point. L'équipe a entrepris la stabilisation active de la fréquence d'émission d'un laser titane-saphir (Ti:Sa) à 729 nm sur la résonance d'une cavité Fabry-Perot de très haute finesse. Ce développement a été repris et finalisé dans ces travaux de thèse. Nous présenterons au premier chapitre ce laser et les différents travaux effectués pour parvenir aux performances nécessaires en termes de largeur spectrale et de stabilité relative de fréquence.

L'utilisation d'un peigne de fréquence nous permettra de répondre aux problématiques soulevées dans le deuxième point. Ces lasers impulsionsnels permettent en effet de connecter de façon cohérente des longueurs d'ondes séparées de bien plus d'une octave [21, 22] et ainsi, par différents asservissements, d'imprimer une relation de phase entre ces longueurs d'onde. Nous exposerons au second chapitre le travail effectué pour mener à bien ces opérations de transferts de phase entre les trois lasers, grâce à un peigne de fréquence présentant quelques originalités qui seront détaillées.

Enfin, depuis l'invention des pièges à ions [23, 24] et du refroidissement laser [25, 26], le confinement des particules chargées pendant plusieurs heures est possible. Ces deux techniques sont mises en œuvre sur un montage expérimental existant, afin de piéger les nuages d'ions $^{40}\text{Ca}^+$. Le troisième chapitre de cette thèse sera dédié dans un premier temps au détail de ce montage expérimental et des techniques mises en œuvre. Dans un second temps, nous expliciterons le protocole CPT à trois photons pour finalement présenter les premiers spectres expérimentaux.

Une conclusion fera la synthèse des travaux et présentera les perspectives pour une meilleure maîtrise du CPT à trois photons.

Chapitre 1

Une référence locale de fréquence optique

Sommaire

1.1	Introduction	6
1.1.1	Lasers stabilisés - Bref historique et état actuel	6
1.1.2	Contexte de notre expérience	9
1.2	Ensemble expérimental	12
1.2.1	Conception du laser Ti:Sa	12
1.2.2	Montage optique	14
1.2.3	Les cavités de très haute finesse	16
1.3	Asservissement de fréquence du laser	23
1.3.1	Asservissement monomode	23
1.3.2	La méthode de Pound-Drever-Hall	23
1.3.3	Bruit de photons et limite de résolution	27
1.3.4	Bilan des limites du système	28
1.3.5	Mise en œuvre expérimentale	29
1.4	Méthode de diagnostic	32
1.5	Asservissement de puissance	34
1.6	Lien optique vers l'expérience	36
1.6.1	Bruit de phase dans les fibres optiques	36
1.6.2	Détection	37
1.6.3	Correction	38
1.6.4	Limitation de la puissance optique	40
1.7	Conclusion	42

1.1 Introduction

Ce chapitre traite de notre référence locale de fréquence optique à 729 nm (411 THz), qui est utilisée pour l'asservissement d'un peigne de fréquences (chapitre 2) et dans le processus d'interrogation des ions calcium (chapitre 3).

Avant de détailler le contexte spécifique à notre expérience, il est intéressant de passer brièvement en revue quelques moments clefs dans l'histoire des lasers ultra-stables.

1.1.1 Lasers stabilisés - Bref historique et état actuel

La stabilisation de la fréquence d'émission d'un laser ainsi que la réduction de sa largeur spectrale, apparaissent pour ainsi dire en même temps que l'invention du laser au début des années 60 [27, 28]. Ce nouvel outil (et objet d'étude en soi) se répand dans les laboratoires à une vitesse fulgurante. Si les raisons de ce développement sont multiples et sont liées aux différentes propriétés des sources lasers, nous choisissons de n'en retenir qu'une pour cette introduction : la très grande cohérence temporelle du champ électromagnétique émis par les lasers. Cette propriété fait du laser une source "monochromatique" et un outil idéal pour mener des expériences d'interférométrie avec des résolutions encore jamais atteintes. Notons à titre d'exemple que dès 1964, Jaseja et ses collaborateurs testent (une fois de plus) la théorie de "l'éther" dans une expériences de type Michelson-Morley avec deux lasers He-Ne ($1.1 \mu\text{m}$). Ces sources d'un nouveau genre leur permettent d'améliorer d'un facteur 3 les mesures de l'époque, invalidant un peu plus cette théorie [29].

Dans une fenêtre temporelle donnée, la qualité de la cohérence d'une source laser définit sa largeur spectrale et par conséquent la précision des mesures d'interférométrie qu'il est possible de réaliser. Différents phénomènes sont susceptibles de brouiller cette cohérence et un laser n'émet pas un champ électrique oscillant à une fréquence singulière mais présente plutôt un profil spectral dont la largeur dépend des bruits de longueur de la cavité de résonance dont il est constitué ainsi que de la réponse du milieu à gain dans lequel s'effectue le pompage optique. Dans la suite nous entendrons par "stabilisation laser" le processus, actif ou passif, qui consiste à minimiser cette largeur spectrale ainsi qu'à maintenir la fréquence centrale d'émission la plus stable possible.

Les premières techniques de stabilisation sont passives : elles s'effectuent par absorption dans une cellule de gaz placée dans la cavité laser et agissant comme filtre [30, 31]. Dès 1972, ces techniques offrent la possibilité à Evenson et ses collaborateurs de mesurer, avec un laser He-Ne ($3.3 \mu\text{m}$) stabilisé sur une raie d'absorption du méthane, la vitesse de la lumière vis-à-vis du standard primaire de fréquence avec une précision relative de 3.5×10^{-9} , limitée par la précision de la réalisation du mètre étalon [32]. Cette mesure sera prise comme valeur exacte de la vitesse de la lumière en 1975, et le mètre sera redéfini, huit ans plus tard, à partir de celle-ci et de la seconde.

Les sources lasers accordables permettent aussi d'étudier l'édifice atomique sous un

nouveau jour et ouvrent la voie de la spectroscopie laser. Apparaissent alors les premières techniques de spectroscopie par absorption saturée [33] qui permettent de s'affranchir de l'élargissement des spectres par l'effet Doppler du premier ordre. Ainsi en 1974, Hänsch et ses collaborateurs mesurent la constante de Rydberg dans l'hydrogène et le deutérium et améliorent la précision d'un ordre de grandeur par rapport aux mesures en vigueur [34]. Les besoins de stabilisation de fréquence s'accroissent alors rapidement et il apparaît nécessaire d'une part de stabiliser des lasers dont la fréquence d'émission ne coïncide pas avec des raies de transmission de gaz de molécules, d'autre part de dépasser les limites intrinsèques de ces techniques.

L'utilisation d'un interféromètre (cavité Fabry-Perot) comme discriminateur de fréquence permet cette avancée. Une cavité Fabry-Perot présente en effet un spectre de transmission discret, constitué de pics de résonance dont les fréquences ν_N sont déterminées par la longueur optique de la cavité tel que ¹ :

$$\nu_N = N \frac{c}{n2L} \quad (1.1)$$

avec N un nombre entier, c la vitesse de la lumière dans le vide, L la longueur de la cavité et n l'indice optique du milieu séparant les deux miroirs. La largeur spectrale $\Delta\nu_C$ de ces résonances détermine l'efficacité du discriminateur de fréquence qu'elles constituent. Elle est fixée par les coefficients de réflexion en intensité, R_1 et R_2 , des miroirs et s'exprime, dans l'approximation où $R_1 = R_2 = R$, comme :

$$\Delta\nu_C \approx \frac{c}{n2L} \times \frac{1-R}{\pi\sqrt{R}} = \frac{c}{n2L} \times \frac{1}{\mathcal{F}} \quad (1.2)$$

où le paramètre \mathcal{F} dénote la finesse de la cavité. La grandeur $c/n2L$ est l'écart entre deux résonances, communément appelé intervalle spectral libre (ISL). L'asservissement de la fréquence d'un laser sur le flanc de l'une de ces franges de transmission, ou au sommet de celle-ci, permet de réduire sa largeur spectrale avec une efficacité inversement proportionnelle à $\Delta\nu_C$. On souhaite donc naturellement travailler avec des cavités présentant les pics de transmission les plus fins, donc les plus discriminants possibles. Ainsi, en 1973 Barger *et al.* stabilisent un laser à colorant (500 THz) sur une cavité de finesse 400 ($\Delta\nu_C = 2$ MHz) et obtiennent une stabilité relative de fréquence de l'ordre de 10^{-13} à la seconde [35]. Néanmoins cette technique se heurte à un problème majeur lié au temps de réponse d'une cavité en transmission, qui est d'autant plus long que celle-ci est fine, limitant la bande passante de l'asservissement [36].

La technique dite de Pound-Drever-Hall [37], qui sera vue en détail dans ce chapitre, permet de s'affranchir de ce problème de bande passante et n'est plus limitée que par le bruit de détection (*shot noise*) de la photodiode utilisée pour la génération du signal d'erreur. Christophe Salomon *et al.* démontrent alors en 1988 qu'avec cette méthode d'asservissement une limite de stabilité relative au niveau de 10^{-16} peut

1. Pour une cavité linéaire. Le facteur 1/2 est absent dans le cas d'une cavité circulaire

être atteinte si un soin particulier est apporté pour réduire le bruit de longueur de la cavité [38]. En effet lorsqu'un laser est asservi sur une cavité, et si l'on considère que le système d'asservissement n'est pas limitant, nous pouvons écrire les fluctuations de fréquence du laser asservi $\delta\nu_l$ directement en fonction des fluctuations de longueur δL de la cavité tel que² :

$$\frac{\delta\nu_l}{\nu_l} = \frac{\delta L}{L} \quad (1.3)$$

Par ailleurs les avancées concernant la maîtrise des échantillons d'ions ou d'atomes étudiés, grâce au refroidissement et au confinement, stimulent énormément le développement de la stabilisation laser à des niveaux meilleurs que 10^{-15} , donc la réalisation de cavités de haute finesse.

En effet certaines transitions atomiques présentent des largeurs naturelles $\Delta\nu_0$ très faibles devant la fréquence de la transition ν_0 . Le facteur de qualité $Q = \frac{\nu_0}{\Delta\nu_0}$ quantifie cela. Pour une transition d'intérêt métrologique typique, on a $Q > 10^{15}$. Afin de minimiser l'effet d'élargissement de la transition sondée par le laser, il est nécessaire que la qualité spectrale du laser d'interrogation présente un facteur de qualité du même ordre de grandeur, soit $\delta\nu_l/\nu_l < 10^{-15}$. Une contrainte supplémentaire apparaît lorsque le processus d'interrogation est réalisé sur un échantillon individuel, cas d'un ion unique par exemple. La construction d'un signal utile de spectroscopie est faite de façon séquentielle et devient alors très longue, typiquement de l'ordre de la seconde. Ceci fixe l'échelle de temps durant laquelle les excursions en fréquence du laser ne doivent pas être supérieures à $\delta\nu_0$. Enfin il est important de noter qu'une source d'élargissement et d'instabilité de la fréquence de la transition mesurée apparaît lorsque le processus d'interrogation est séquentiel. Cet effet, connu sous le nom d'effet Dick [39], ne dépend pas des caractéristiques (largeur et stabilité) de la source laser et est aujourd'hui un des phénomènes limitant la précision et la stabilité des horloges optiques [40].

Un des premiers résultats remarquables est obtenu dès 1992 par Dirscherl et ses collaborateurs avec une stabilité relative de fréquence de quelques 10^{-14} entre 10^{-5} s et 1 s, ceci avec une cavité cylindrique de longueur 23 cm et de finesse 73000, sous vide et isolée des vibrations par un système de suspensions à ressorts [41]. Le matériau utilisé pour fixer la distance entre les deux miroirs (spacer) est le Zerodur, un verre qui présente un coefficient d'expansion thermique très faible ($\approx 50 \times 10^{-9}/K$), limitant ainsi l'influence des fluctuations thermiques sur la longueur de la cavité.

En 1997, Seel et ses collaborateurs démontrent que le saphir refroidi à des températures cryogéniques (5 K) présente des propriétés thermiques similaires à celles du Zerodur mais qu'il est en plus beaucoup moins sensible aux vibrations (module de Young supérieur d'un facteur 4). Les auteurs obtiennent ainsi une stabilité relative de fréquence de 3×10^{-15} entre 4 et 70 secondes [42]. Un tel système cryogénique est

2. L'indice optique n'apparaît pas ici. Une mise sous vide de la cavité permet en effet de considérer les fluctuations résiduelles d'indice comme négligeable devant les fluctuations de longueur. Ce point sera rediscuté en des termes quantitatifs dans ce chapitre.

néanmoins particulièrement contraignant et les recherches se portent plutôt sur de nouveaux matériaux permettant de travailler à des températures moins exigeantes. Young et ses collaborateurs franchissent le palier des 10^{-15} en 1999 en réalisant le premier laser affichant une stabilité relative de fréquence de 3×10^{-16} entre 1 s et 100 s [43]. Montée horizontalement, la cavité de longueur 15 cm et de finesse 150000 est en matériau ULE³, un verre présentant des propriétés telles qu'un coefficient d'expansion thermique nul pour une température donnée, ici 30 °C. Nous y reviendrons dans ce chapitre. Ce résultat exceptionnel nécessita néanmoins une attention particulière concernant l'isolation vibrationnelle de l'ensemble qui était alors suspendu au plafond par des tubes de caoutchouc de trois mètres de long. Ce laser permet alors la mesure du spectre de la transition quadrupolaire électrique ($S_{1/2} - D_{5/2}$) d'un ion unique de mercure confiné en piège radio-fréquence avec une précision inférieure à 10 Hz [44]. Afin d'alléger les contraintes sur l'isolation vibrationnelle de la cavité de référence, Notcutt *et al.* proposent en 2005 un montage vertical de celle-ci. En maintenant la cavité au niveau de son plan médian, les variations de longueur d'une moitié sont compensées par les variations de l'autre moitié lorsque l'accélération verticale est modifiée [45]. Les auteurs démontrent ainsi, avec un système beaucoup plus compact, un laser dont la largeur spectrale est inférieure au hertz.

Dans cette liste, non exhaustive, notons enfin l'évolution la plus récente. Fin 2017, Zhang et ses collaborateurs démontrent une performance remarquable avec un laser à 1542 nm asservi sur une cavité en silicium maintenue à 4 K. Le laser atteint une stabilité de 1×10^{-16} entre 0.1 s et 100 s, et une largeur inférieure à 20 mHz [46]. Cette technique de stabilisation laser est aujourd'hui limitée par le bruit thermique à la surface des miroirs de la cavité de référence. Les recherches s'orientent donc pour réduire ce bruit avec la conception de revêtement cristallin permettant de réduire cette limite [47].

Ces avancées sur le contrôle de la fréquence d'émission des sources lasers ont été bénéfiques tout autant à l'interférométrie, avec la première détection des ondes gravitationnelles par les interféromètres LIGO⁴ en 2015 [48], qu'à la métrologie des fréquences avec des horloges optiques qui sont aujourd'hui capables de détecter un décalage relatif de fréquence de quelque 10^{-17} d'origine relativiste du fait d'une différence d'altitude de 33 cm dans le champ de gravitation terrestre [49].

1.1.2 Contexte de notre expérience

Initialement motivée par des expériences de piégeage d'un ion unique de calcium et la construction d'un étalon de fréquence optique par interrogation de la transition d'horloge $|S_{1/2}\rangle - |D_{5/2}\rangle$ ($\tau = 1.17s$ [50]), l'équipe développa un laser titane:saphir (Ti:Sa) destiné à être activement stabilisé en fréquence. Cette stabilisation du laser

3. Acronyme pour Ultra Low Expansion, un verre de la marque Corning

4. L'homologue européen de LIGO, VIRGO, n'était pas en service lors de cette première détection historique.

impliqué dans l'interrogation de la transition d'horloge est la condition *sine qua non* pour la réalisation d'un étalon de fréquence optique.

Le projet d'horloge à ion unique n'est plus d'actualité et l'équipe s'est tournée vers d'autres applications de spectroscopie à haute résolution. L'expérience de spectroscopie à trois photons présentée dans cette thèse implique la transition d'horloge mentionnée. Il est donc naturellement apparu nécessaire de poursuivre le développement de la stabilisation active de la fréquence du laser Ti:Sa, débutée en 2008 [51], avec les objectifs de précision fixés par la transition quadrupolaire électrique dont le facteur de qualité avoisine 2×10^{15} , c'est à dire une stabilité relative de fréquence de l'ordre de 10^{-15} à la seconde. Afin de mener ces travaux sur l'amélioration de la stabilisation du laser, il fallait dans un premier temps mettre en place une méthode efficace de mesure des performances du laser asservi.

La technique utilisée ici pour la réduction de la largeur spectrale du laser est la même que celle exposée plus haut : l'asservissement de la fréquence du laser sur la résonance d'une cavité Fabry-Perot de très haute finesse. Les deux problématiques de travail de ce premier chapitre sont ainsi définies :

- Premièrement, il est nécessaire de générer un signal d'erreur qui porte toute l'information sur le désaccord entre le laser et la référence. Ceci se fait au moyen de la technique, devenue classique, dite de Pound-Drever-Hall (PDH)[37]. On explicitera celle-ci en théorie puis en pratique en détaillant sa mise en place expérimentale. Cette technique possède ses propres limites qui seront analysées et discutées.
- Comme décrit précédemment, les contraintes quant à la stabilité de la fréquence de résonance de la cavité ainsi que la finesse de celle-ci sont à étudier. Toutefois ces deux grandeurs sont décorrélées, et la finesse de la cavité est un paramètre fixe. En revanche la stabilité de cette résonance est définie par celle de la longueur optique de la cavité comme nous l'avons vu. Cette grandeur dépend très fortement des conditions (thermiques, acoustiques, vibrationnelles, pression) qui règnent dans son environnement immédiat. Nous avons ainsi travaillé à minimiser l'influence de celles-ci tout en veillant à une bonne connaissance des limites que cet environnement impose à l'expérience.

Afin de mesurer les performances du laser ainsi asservi, l'équipe opta pour la mise en place en 2011 d'une seconde cavité Fabry-Perot de conception similaire qui sera utilisée comme moyen d'analyse. A mon arrivée au laboratoire en 2015, l'ensemble expérimental "de base" était en place pour réaliser un laser d'horloge : le laser Ti:Sa était en service depuis une dizaine d'années et les cavités étaient en place. La méthode de diagnostic n'était cependant pas encore opérationnelle et le contrôle de l'environnement des cavités, notamment leurs températures, n'était pas achevé. Par ailleurs la salle d'expérience hébergeant le laser se situe au rez-de chaussée tandis que l'installation dédiée à la spectroscopie des ions ainsi que le peigne de fréquences se trouvent au premier étage dans l'aile adjacente, un travail fut ainsi mené pour "mettre en service" un lien fibré de 150 mètres.

Je présente dans ce chapitre les travaux menés sur la stabilisation du laser ainsi que ceux réalisés pour mesurer ses performances. L'ensemble du dispositif expérimental sera présenté avant de détailler l'asservissement et la méthode mise en place pour mesurer ses performances. Après cela j'exposerai le travail effectué sur le lien fibré entre les deux salles d'expérience, portant sur la compensation du bruit de phase que celui-ci introduit sur le champ laser. Nous terminerons bien sûr par une discussion des performances obtenues et des limites actuelles du système.

1.2 Ensemble expérimental

Je présente ici l'ensemble du montage optique utilisé pour l'asservissement du laser. Le laser Ti:Sa sera dans un premier temps décrit, ensuite le montage optique principal puis les cavités de haute finesse. J'aborderai, après la description du montage de celles-ci, leurs limites thermiques théoriques ainsi que le dispositif mis en place pour contrôler leurs températures.

1.2.1 Conception du laser Ti:Sa

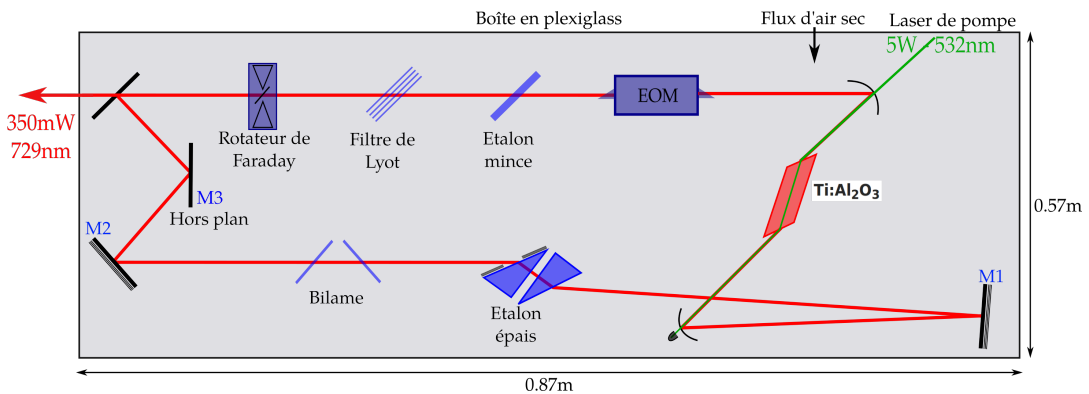


FIGURE 1.1 – Schéma de principe du laser Ti:Sa. EOM : Modulateur électro-optique.

Ce laser à corps solide fut construit au laboratoire au début des années 2000 d'après les plans de l'équipe de François Biraben au LKB [52].

Le milieu amplificateur est constitué d'un cristal de saphir dopé au titane placé dans une cavité optique en anneau d'intervalle spectral libre de 185 MHz. Le pompage optique se fait par un laser Nd:Yag monomode doublé à 532 nm d'une puissance de 5 Watt⁵. Dans son régime de fonctionnement optimal, le laser émet environ 350 mW de lumière à 729 nm dans un mode TEM₀₀ de 1.5 mm de diamètre ($2w_0$) [51].

La figure 1.1 présente schématiquement l'architecture du laser (échelle et loi de réfraction non respectées). Les deux miroirs M1 et M2 définissent la longueur de cavité et sont solidaires du même plan en marbre afin de minimiser d'emblée le bruit de longueur de la cavité.

Quatre éléments sélectifs en longueur d'onde sont présents dans la cavité, du plus large au plus fin nous avons : (voir aussi la figure 1.2)

- **Le filtre de Lyot** est une succession de quatre lames biréfringentes d'épaisseur croissante (e , $2e$, $4e$, $16e$) dont l'orientation relative dans le plan normal à l'incidence permet de sélectionner une plage de longueur d'onde de 0.5 nm de large dans la courbe de gain du laser.
- **L'étalon mince** consiste en une lame à faces planes et parallèles définissant un étalon d'intervalle spectral libre de 150 GHz. L'orientation relative de la lame dans le faisceau permet de faire varier la plage de fréquence sélectionnée.

5. Coherent de Verdi

- **L'étalon épais** formé par deux prismes en regard, constitue le filtre interférentiel le plus fin de la cavité, avec un intervalle spectral libre de 19 GHz. L'un des prismes est monté sur une céramique piézo-électrique permettant ainsi d'ajuster dynamiquement l'épaisseur de la lame d'air entre les prismes avec une amplitude d'excursion de 400 GHz.
- **Le bilame** est composé de deux lames placées symétriquement dont l'angle relatif est ajustable afin, là encore, de modifier la longueur optique de la cavité. Cet élément est motorisé et peut s'avérer utile pour balayer la fréquence du laser sur une large gamme. En revanche, il introduit bien entendu des pertes et a été retiré pour les applications présentées dans cette thèse.

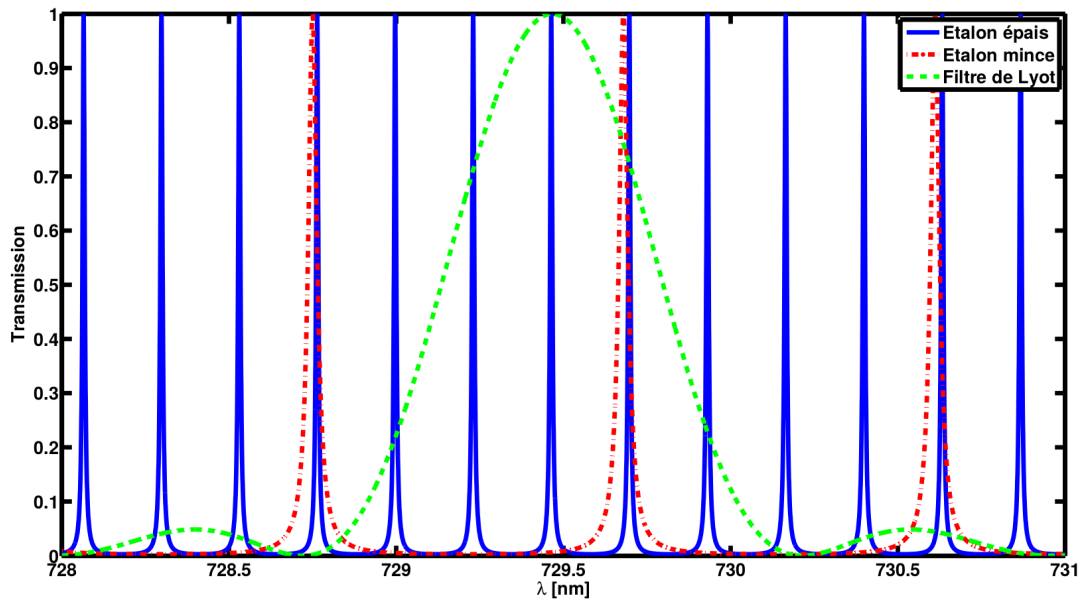


FIGURE 1.2 – Réponse en fréquence des trois filtres interférentiels présents dans la cavité laser. D'après [51].

La combinaison d'un rotateur de Faraday et d'un miroir hors plan (M3 sur la figure (1.1)) permet d'introduire des pertes dans le sens de propagation de la cavité qui n'est pas utilisé. Ceci permet de bénéficier d'un maximum de puissance dans le faisceau se propageant dans le sens qui nous intéresse (anti-horaire).

Enfin un modulateur électro-optique⁶ (EOM) intra-cavité permet d'appliquer des corrections fines de la longueur optique de la cavité par des effets de modulation de phase dans un cristal⁷ soumis à une haute tension, avec une bande passante de 700 kHz. Enfin la céramique piézo-électrique supportant le miroir M2 permet d'ajuster la fréquence en jouant directement sur la longueur de cavité avec une bande de ≈ 5 kHz. Une seconde cale piézo-électrique supporte le miroir M1, celle-ci n'est pas utilisée dans les travaux présentés.

6. Linos

7. Lithium niobate

1.2.2 Montage optique

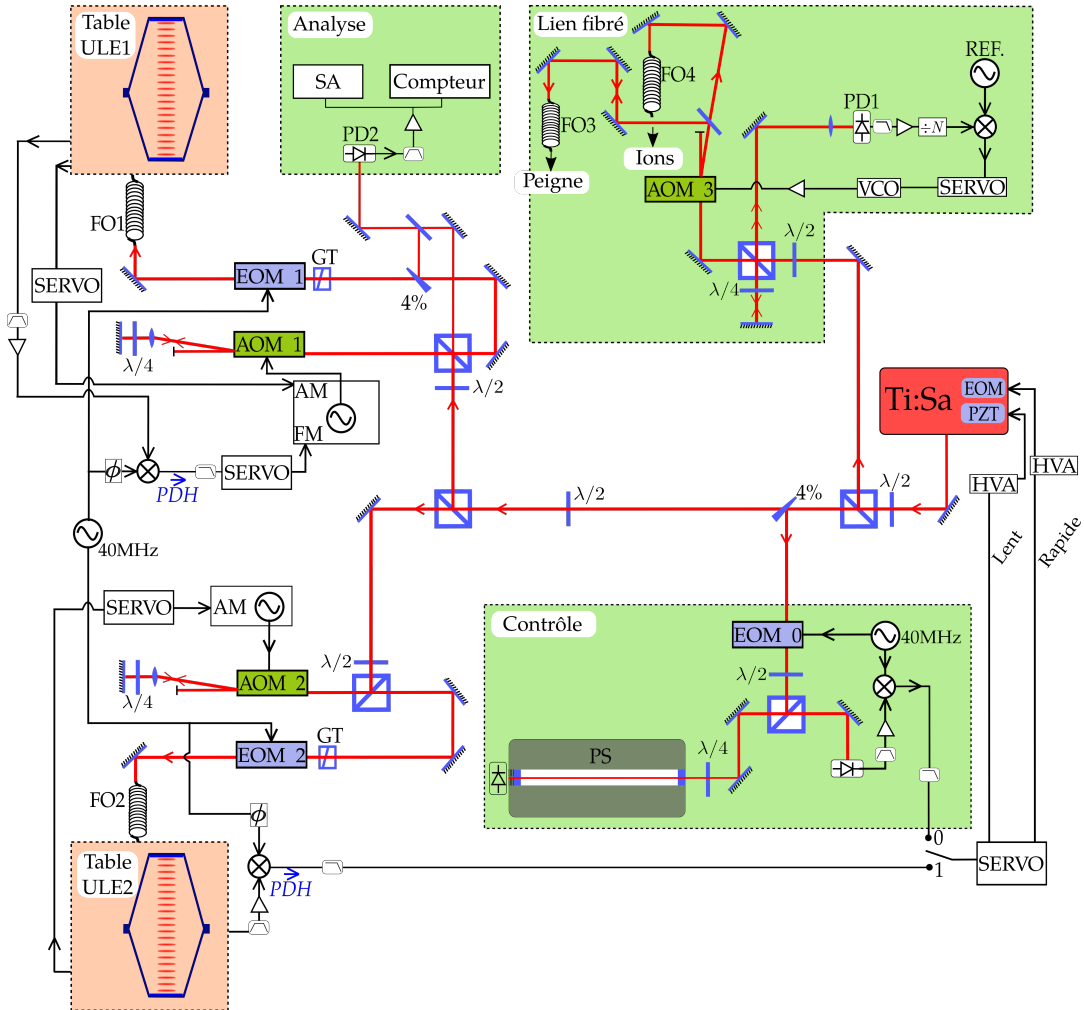


FIGURE 1.3 – Schéma du montage optique principal. AOM : modulateur acousto-optique, EOM : modulateur électro-optique, PD : photodiode, $\lambda/2$ et $\lambda/4$: lame à retard demi et quart d'onde, GT : cube de Glan Thompson, FO : fibre optique monomode à maintien de polarisation, HVA : amplificateur haute tension, PZT : céramique piézo-électrique, SERVO : électronique de correction, SA : analyseur de spectre, PS : cavité de contrôle.

Le marbre sur lequel est disposé le laser Ti:Sa précédemment décrit est placé dans une boîte en plexiglas maintenue en légère surpression d'air sec afin d'avoir un flux d'air sortant qui permet de limiter les poussières. Le tout est disposé sur une table optique amorties par des pieds à coussins d'air activement stabilisés.

La figure 1.3 représente le montage optique de la table principale. Les tables optiques accueillant les cavités sont représentées à titre indicatif (fond orange sur la figure) ; leur montage sera détaillé dans une section à part.

Le faisceau en sortie du laser est immédiatement séparé en deux parties dont les puissances peuvent être ajustées (combinaison d'une lame demi-onde et d'un cube séparateur de polarisation), la majeure partie de la puissance est dirigée vers l'injection de deux fibres optiques faisant le lien vers le peigne de fréquences et le piège à

ions. Avant l'injection des fibres le faisceau est décalé en fréquence par un modulateur acousto-optique monté en simple passage (AOM3) afin d'appliquer la correction du bruit de fibre dont on détaillera la mise en œuvre et le fonctionnement dans la dernière partie de ce chapitre (section 1.6).

L'autre sortie du cube est utilisée pour l'asservissement et le diagnostic du laser. Sur ce trajet une petite fraction ($\approx 4\%$) du faisceau est prélevée au moyen d'une lame à faces non parallèles, cette lumière est utilisée pour pré-stabiliser le laser sur une cavité de contrôle (PS) en matériau Invar⁸ maintenue sous vide (10^{-7} mbar) de finesse 1000 et d'intervalle spectral libre 500 MHz. Un des miroirs de la cavité PS est équipé d'une céramique piézo-électrique permettant de modifier la longueur de cavité et ainsi sa fréquence de résonance. Cette étape de pré-stabilisation nous est utile pour réduire les dérives de fréquence du laser en mode libre afin de pouvoir analyser les signaux de Pound-Drever-Hall générés à partir des cavités de haute finesse.

Notons que le terme de "pré-stabilisation" est un abus de langage ici. En effet, contrairement aux schémas de stabilisation de laser à semi-conducteur ayant généralement une largeur naturelle très importante de par leur construction ($500 \text{ kHz} \leq \delta_\nu \leq 2 \text{ MHz}$) et où un étage de pré-stabilisation est souvent nécessaire en amont de l'asservissement sur cavité ultra-fine ([53, 54]), ce laser à corps solide présente une largeur spectrale en mode libre, intégrée sur 300 ms, estimée à 150 kHz [51], ce qui permet de l'asservir directement sur la résonance d'une cavité ultra-fine sans rencontrer de problème dû à un éventuel manque de gain de la chaîne de rétro-action.

Les deux faisceaux utiles aux asservissements et diagnostic sur les cavités ULE traversent des montages optiques similaires.

Premièrement la fréquence du laser est décalée avec un modulateur acousto-optique (AOM1 ou AOM2) monté en double passage afin de limiter les modifications d'alignement dues aux changements de fréquence des AOM. Ce décalage en fréquence est nécessaire afin d'ajuster la fréquence du laser sur la résonance de chaque cavité. D'autre part les AOM permettent d'appliquer une modulation d'intensité du faisceau diffracté, ceci permettra la mise en place de l'asservissement des puissances laser, décrit à la section 1.5. Les AOM1 et AOM2 sont pilotés par des synthétiseurs de fréquence⁹ respectivement à $\approx 116 \text{ MHz}$ et $\approx 445 \text{ MHz}$, acceptant des signaux de modulation externes en amplitude (AM) et en fréquence (FM) simultanément.

Après ce décalage en fréquence chacun des faisceaux est modulé en phase par un modulateur électro-optique résonant¹⁰ à 40 MHz (EOM1 et EOM2), modulation nécessaire pour l'asservissement PDH. La source à 40 MHz est un cristal asservi sur une source externe à 10 MHz provenant d'un oscillateur à quartz discipliné aux temps longs ($> 1\text{s}$) sur un signal GPS¹¹. Elle est commune aux deux modulateurs. Afin de

8. Alliage de fer et de nickel ayant un coefficient de dilatation thermique $< 2 \times 10^{-6} \text{ K}^{-1}$ en dessous de 360K

9. Marconi 2030

10. New Focus

11. Module Oscilloquartz

limiter une modulation résiduelle d'amplitude provenant d'éventuelles rotations de polarisation du faisceau modulé en phase [55], un cube de Glan Thompson est placé devant chaque EOM, il sélectionne un axe de polarisation linéaire avec un ratio d'extinction meilleur que 10^{-5} .

Les deux faisceaux lasers sont ensuite envoyés vers les cavités de haute finesse pour asservissement et/ou diagnostic via deux fibres optiques monomodes à maintien de polarisation de 10 mètres de long.

1.2.3 Les cavités de très haute finesse

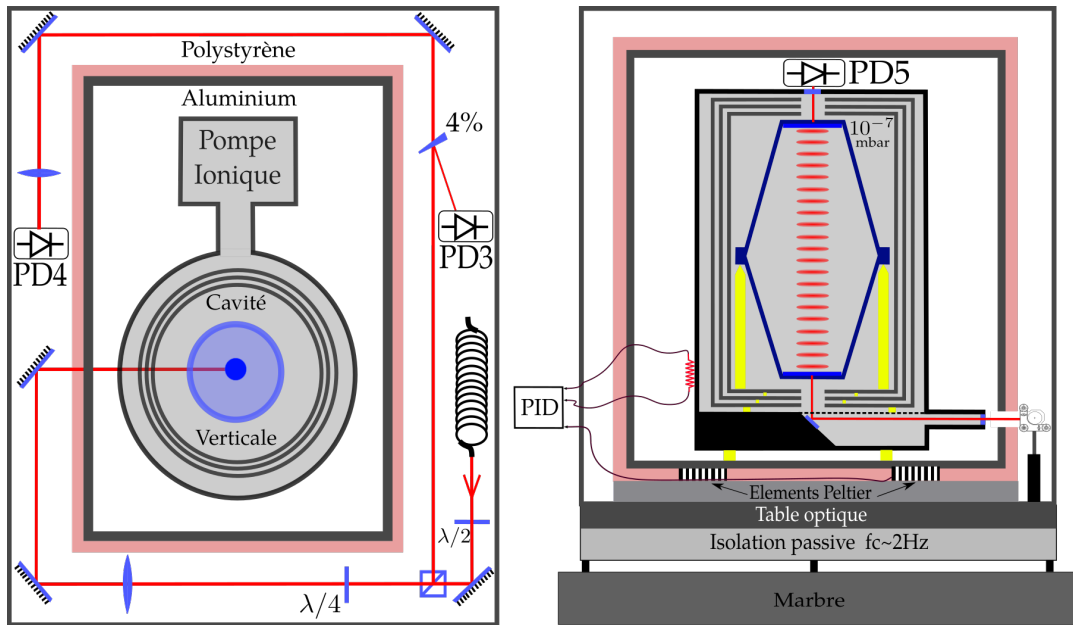


FIGURE 1.4 – Schéma du montage optique d'une cavité ULE sur sa table optique. À gauche l'ensemble vu de dessus, à droite le montage mécanique vu en coupe. L'échelle n'est pas respectée.

Montage optique et mécanique

La fonction de référence de fréquence est assurée par deux cavités Fabry-Perot de haute finesse qui ont été fabriquées d'après une étude réalisée en 2009 [56]. Afin de minimiser leur sensibilité accélérométrique la géométrie choisie fut celle en cônes opposés, semblable à celle utilisée par Andrew Ludlow *et al.* au NIST [57] et Janis Alnis *et al.* au MPQ [58]. Un montage vertical des cavités permet en effet de réduire la sensibilité accélérométrique [45]. Elle sont constituées d'un spacer monobloc en verre ULE¹² sur lequel sont contactés optiquement deux miroirs en silice fondue. Leur sensibilité accélérométrique relative a été établie par simulation à $10^{-12}/g$. Le miroir d'entrée est plan tandis que l'autre miroir possède un rayon de courbure d'un mètre, conduisant à un waist de 0.240mm pour un mode TEM₀₀.

La mesure du temps de vie τ de l'onde stationnaire résonante avec la cavité permet

12. Corning 7972 Ultra Low Expansion

d'accéder à la largeur spectrale des pics de résonance : $\Delta\nu_C = 1/(2\pi\tau)$. Le tableau (1.1) résume les caractéristiques mesurées de nos cavités.

ULE1	ULE2
L = 15cm	
$\tau_1 \approx 22\mu s$	$\tau_2 \approx 35\mu s$
$\Delta\nu_1 = 7.1\text{kHz}$	$\Delta\nu_2 = 4.5\text{kHz}$
$F_1 = 139000$	$F_2 = 210000$

TABLE 1.1 – Caractéristiques mesurées des deux cavités en ULE.

Les montages optiques et mécaniques des deux cavités sont similaires mais reposent chacun sur une table indépendante. Je n'expose qu'un seul schéma de montage présenté sur la figure 1.4.

A l'intérieur de l'enceinte à vide, trois boucliers thermiques en aluminium pur entourent la cavité qui est supportée par trois plots en Macor. L'enceinte est placée dans une boîte en aluminium de 2 cm d'épaisseur isolée par du polystyrène extrudé. Le tout repose sur un ensemble de cinq éléments Peltier pour asservir la température, eux mêmes posés sur une plaque en aluminium de 30 mm d'épaisseur. Une thermistance (type K) est placée sur l'enceinte à vide et fournit le signal utile à l'asservissement de température. Celui-ci est mis en œuvre par un contrôleur PID (Proportionnel Intégrateur Dérivateur) commercial¹³.

L'ensemble repose sur une table d'isolation passive¹⁴ agissant comme un filtre passe-bas de fréquence de coupure ≈ 2 Hz afin de limiter l'influence des bruits sismiques. Un dernier capot en aluminium enferme le tout.

Le faisceau laser est collimaté en sortie de fibre avant de passer par un cube séparateur de polarisation puis une lame quart d'onde. Une lentille traitée anti-reflet de focale +500 mm placée avant les miroirs d'injection permet d'adapter le laser au mode TEM₀₀ de la cavité.

Trois photodiodes sont présentes sur la table optique de chaque cavité ULE :

- PD4 : Le faisceau réfléchi par la cavité effectue un second passage dans la lame quart d'onde. Il est ainsi polarisé orthogonalement au faisceau incident et est extrait par le cube séparateur puis envoyé vers une photodiode à avalanche d'efficacité quantique notée $\eta \approx 0.8$ ¹⁵. C'est le signal de cette photodiode qui sera utilisé pour réaliser le signal d'erreur par la méthode de Pound-Drever-Hall que je détaille par la suite (section 1.3.2)
- PD3 : Dans ce même faisceau une lame à faces non parallèles permet d'extraire $\approx 4\%$ de la puissance lumineuse. Celle-ci est détectée par une photodiode dont le signal sera utilisé pour l'asservissement de la puissance laser sur la table ULE. Je décris celui-ci à la section (1.5).

13. Meerstetter engineering

14. Minus K

15. Valeur approchée d'après les données constructeurs

— PD5 : Enfin une photodiode est placée dans l'axe du faisceau transmis par la cavité afin de contrôler le pic de transmission lors de l'injection de la cavité.

La mise sous vide de la cavité est essentielle afin de limiter l'influence des fluctuations résiduelles de pression. Rappelons en effet que la fréquence de résonance de la cavité dépend de la vitesse de la lumière entre les deux miroirs et que les fluctuations de l'indice optique n dépendent linéairement de la pression \mathcal{P} , exprimée en Pascal, tel que [59] :

$$|1 - n| \approx 3 \times 10^{-9} \mathcal{P} \quad (1.4)$$

La pompe ionique permet de maintenir un vide de 2×10^{-7} mbar. Par ailleurs nous pouvons mesurer que les fluctuations du niveau de vide (mesurées par la pompe) sont inférieures à 2%. Nous pouvons donc à partir de la relation (1.4) établir que la stabilité de fréquence limite due à ces fluctuations résiduelles de pression est inférieure à 1.2×10^{-15} .

Limite thermique

La limite fondamentale du bruit de fréquence atteignable pour un laser asservi sur une cavité est définie par le bruit thermique de celle-ci. Cette limite provient de l'agitation thermique résiduelle (mouvement Brownien) des matériaux constituant la cavité. Le calcul de cette limite est effectué selon la méthode présentée par Kenji Numata *et al.* [60], affinée par Thomas Kessler *et al.* [61]. Ce calcul s'appuie sur le théorème de fluctuation dissipation pour obtenir les contributions en terme de densité spectrale de bruit de longueur des différents éléments constitutifs de la cavité. Je présente ici le résultat final ; on se reportera aux articles cités pour le détail. Les contributions au bruit thermique proviennent des miroirs (substrat et coating) ainsi que du spacer en ULE. Pour un spacer en ULE de forme cylindrique de longueur L , de rayon R , avec une extrusion de rayon r , la densité spectrale de puissance du bruit de longueur s'écrit comme :

$$S_{spacer}(f) = \frac{2k_b T}{f} \frac{L}{\pi^2(R^2 - r^2)E_{ULE}} \phi_{ULE} \quad (1.5)$$

Avec $R = 3$ cm, $r = 0.5$ cm, k_b la constante de Boltzmann, T la température, f la fréquence du bruit, E_{ULE} le module d'Young de l'ULE, et finalement ϕ_{ULE} son coefficient de perte mécanique. Avec les valeurs typiques de l'ULE, $E_{ULE} = 67.6$ GPa et $\phi_{ULE} = 1/(6 \times 10^4)$ le tout à 300 K on obtient la contribution du spacer : $\sqrt{S_{spacer}} = 6 \times 10^{-18} m$.

La contribution des miroirs se répartit selon les deux matériaux dont ils sont constitués. Premièrement la contribution du substrat en silice fondue :

$$S_{sub}(f) = \frac{2k_bT}{f} \frac{1 - \sigma^2}{\pi^{3/2} E_{SF} \omega} \phi_{SF} \quad (1.6)$$

avec σ le coefficient de Poisson de la silice fondue et ω le rayon du faisceau sur le miroir. Sur le substrat est déposé une couche réfléchissante dont les propriétés thermiques doivent être prises en compte, c'est la seconde contribution. On définit alors le paramètre α :

$$\alpha = 1 + \frac{2}{\sqrt{\pi}} \frac{1 - 2\sigma}{1 - \sigma} \frac{\phi_{coat}}{\phi_{SF}} \frac{d}{\omega} \quad (1.7)$$

ainsi nous pouvons écrire la contribution totale d'un miroir en terme de densité spectrale de bruit de longueur comme :

$$S_{miroir}(f) = \alpha S_{sub}(f) \quad (1.8)$$

Avec $\phi_{SF} = 10^{-6}$, $\phi_{coat} = 4 \times 10^{-4}$, $E_{FS} = 72.7$ GPa, un coefficient de Poisson de 0.17 pour la silice fondue, une épaisseur de coating de $d=2 \mu m$ et un faisceau de waist 0.240 mm, on obtient la contribution d'un miroir à la densité spectrale de puissance du bruit de longueur de la cavité : $\sqrt{S_{miroir}} = 18 \times 10^{-18} m$.

En faisant maintenant l'hypothèse que chacune de ces contributions est entièrement décorréelées on peut sommer quadratiquement ces composantes pour obtenir la densité spectrale de bruit de longueur totale de notre cavité due aux effets thermiques :

$$\sqrt{S_{therm}(f)} = \sqrt{2 \times S_{miroir}(f) + S_{spacer}(f)} = 26.1 \times 10^{-18} m \quad (1.9)$$

Considérons maintenant le mode N de la cavité avec lequel le laser de fréquence ν est résonant lors de la fermeture de la boucle d'asservissement. Un changement de longueur δ_L de la cavité de longueur L va entraîner un changement de la position du pic de résonance $\delta_\nu = N \times (c/2L^2)\delta_L$. La fréquence du laser se situe autour de $\nu_l = 411.04208$ THz, soit $N = 411327$, on déduit la densité spectrale de bruit de fréquence limite du laser asservi sur la cavité :

$$\sqrt{S_\nu^{LT}(f)} = \frac{73 \times 10^{-3}}{\sqrt{f}} \quad [Hz \cdot Hz^{-1}] \quad (1.10)$$

Cette valeur de densité spectrale de bruit de fréquence constitue donc la limite théorique atteignable avec une telle cavité.

L'obtention de ce résultat s'est faite à partir de deux approximations : d'une part nous avons considéré un spacer de forme cylindrique, d'autre part nous avons fait l'hypothèse que la zone de contact entre miroirs et spacer ne fait apparaître aucune

corrélation entre les comportements thermiques des deux matériaux. Ces deux approximations sont néanmoins parfaitement raisonnables dans le but d'obtenir non pas une valeur exacte du bruit thermique de la cavité mais plutôt un ordre de grandeur. Un certain nombre de groupes ([58, 62, 63, 64]) ont confirmé la validité de ces approximations en mesurant des bruits de fréquences très proches de la limite calculée selon cette méthode.

Nous pouvons, à partir de $S_{\nu}^{LT}(f)$, calculer la stabilité relative de fréquence limite que ce plancher de bruit implique, en terme de déviation d'Allan [65, 66] :

$$\sigma^{LT} = \frac{\sqrt{2\ln(2)S_{\nu}^{LT}(f)f}}{\nu_l} = 2.0 \times 10^{-16} \quad (1.11)$$

Comportement du matériau ULE et asservissement des cavités

Le matériau ULE a été choisi pour les particularités de son coefficient de dilation thermique (CTE) d'une part très faible ($0 \pm 30 \times 10^{-9} K^{-1}$)¹⁶, d'autre part du fait que celui-ci possède un point d'inflexion autour d'une température comprise entre à 5°C et 30°C¹⁶. Lorsque la température du point d'inflexion est atteinte, le CTE du matériau ULE devient nul, permettant un bruit de longueur de la cavité dû aux fluctuations de température qui soit nul au premier ordre.

Il est donc nécessaire de contrôler activement la température des cavités afin de chercher ce point d'inflexion, ou au moins de limiter au mieux les fluctuations de température vues par les cavités.

La thermistance placée sur l'enceinte à vide fournit le signal utile à un contrôleur PID qui pilote le courant de cinq éléments Peltier répartis sous la plaque de base en aluminium (figure 1.4). La cavité ULE1 est stabilisée autour de 20.3°C tandis que l'ULE2 est stabilisée autour de 19.5 °C. Le graphe (1.5) présente une mesure de fluctuation de la température de chacune des deux cavités autour de ces températures, lorsque l'asservissement est optimisé. Ceci s'effectue empiriquement en réglant successivement et de façon itérative chacun des paramètres proportionnel, intégrateur, et dérivateur (PID) jusqu'à ce que les oscillations du signal de température asservie soient les plus faibles possibles. La stabilité de température ainsi obtenue est de $4 \times 10^{-4} K$ à une seconde (en valeur absolue). Nous faisons par ailleurs l'hypothèse que chacun des trois boucliers thermiques en aluminium présents dans l'enceinte à vide agit comme un filtre passe-bas vis-à-vis de ces fluctuations, atténuant chacun d'un facteur 10 cette valeur. Les fluctuations de température vues par chaque cavité seraient alors de $\approx 4 \times 10^{-7} K$ à 100s.

Les spécificités de CTE dont nous avons parlé ne concernent que le matériau ULE or, dans la conception des cavités utilisées, ici les miroirs sont en silice fondue et non en ULE. Des études ont été menées concluant à un changement important de la température d'inflexion de l'ULE lorsque l'on y contacte des miroirs en silice fondue

16. Données constructeur.

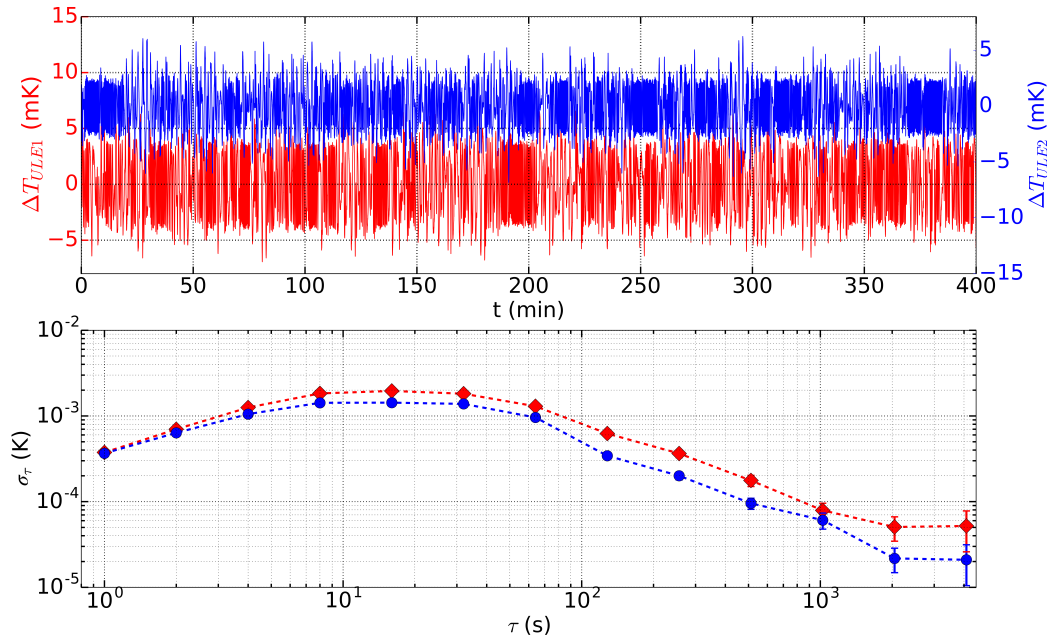


FIGURE 1.5 – Enregistrement temporel du signal de thermistance ramené autour de la valeur de consigne lorsque la boucle d’asservissement est fermée, et stabilité en terme de déviation d’Allan de ces signaux. En rouge les mesures sur l’enceinte de l’ULE1, et en bleu celle de l’ULE2.

[67] du fait de la différence de CTE qui existe entre les deux matériaux. En effet la silice fondue présente un CTE d’environ $500 \times 10^{-9} K^{-1}$. Ceci conduit à une contrainte supplémentaire sur la zone de contact entre spacer et miroirs.

Le déplacement du point d’inflexion du CTE global d’une cavité munie d’un miroir dont le substrat est en ULE tandis que l’autre est en silice fondue a été estimée par la méthode des éléments finis en simulation et mesurée expérimentalement dans la référence [67]. Les auteurs concluent que la température du point d’inflexion est déplacée de $-8^\circ C$ par rapport à la température d’inflexion d’une cavité uniquement constituée d’ULE. Ils affirment par ailleurs que ce résultat doit être attendu comme double si la cavité possède non pas un mais deux miroirs en silice fondue. La température d’inflexion de nos cavités est ainsi attendue autour de $\approx 14^\circ C$ dans le meilleur des cas, $\approx -11^\circ C$ dans le pire des cas.

Il était initialement prévu de se rapprocher de cette température d’inflexion après l’avoir mesurée en observant le déplacement de la fréquence de résonance de chacune des cavités en fonction de sa température. Cependant le montage thermique de nos cavités est assez mal adapté pour que les éléments Peltier soient capables d’évacuer la chaleur nécessaire pour descendre à des températures très inférieures à la température de la salle ($22^\circ C$). C’est l’hypothèse que nous avons faite lorsque nous avons constaté que le simple maintien de l’enceinte à $19.5^\circ C$ était parfois instable et divergeait vers les hautes températures. L’explication de ce phénomène réside probablement dans le manque d’isolation entre le réservoir (plaque en aluminium de 30 mm d’épaisseur) et

la plaque de base sur laquelle est montée l'enceinte à vide, ajouté à la trop faible dissipation de chaleur par le réservoir. Lorsque la charge thermique de l'asservissement augmente, le système de régulation va naturellement augmenter le courant circulant dans les éléments Peltier, mais au delà d'une certaine température du réservoir la chaleur de celui-ci se dissipe aussi en partie sur la face opposée ce qui produit une contre-réaction positive sur le système asservi et un emballement de celui-ci.

Nous avons néanmoins pu mesurer un déplacement de la fréquence de résonance de l'ULE1 de 6.140 *MHz* entre deux températures différentes, 19.4 °C et 20.3 °C. Ceci nous permet de conclure à une sensibilité thermique de 6.8 *kHz/mK* autour de 19.8 °C pour cette cavité. Une unique mesure n'est pas suffisante pour déterminer le point d'inflexion de l'ensemble (spacer+miroir), elle nous permet simplement de connaître le CTE local. Étant donné les performances de l'asservissement en température présentées plus haut, ainsi que l'hypothèse sur les écrans thermiques, nous pouvons déduire une stabilité de fréquence limite aux temps longs, due aux fluctuations de température de $4 \times 10^{-7} K$:

$$\sigma_{temp} < 6.7 \times 10^{-15} \quad (1.12)$$

Nous avons choisi de ne pas entreprendre de mesure supplémentaire et de nous concentrer sur l'objectif principal de ces travaux qui est la réalisation d'expérience de spectroscopie. Cette décision n'aurait bien sûr pas été la même s'il s'était avéré que les fluctuations de température jouaient un rôle limitant.

1.3 Asservissement de fréquence du laser

1.3.1 Asservissement monomode

Le premier asservissement de fréquence à mentionner est l'asservissement monomode du laser Ti:Sa. En effet en amont de toute tentative de stabilisation active de la fréquence du laser, il est important de s'assurer que celui-ci reste sur le même mode longitudinal de la cavité. En effet les influences de l'environnement thermique et acoustique, bien que minimisées par une table à coussin d'air et un marbre, sont telles que l'on peut observer, quand le laser est libre, des sauts vers un mode adjacent dont les conditions de gain sont devenues plus favorables.

L'asservissement dit "monomode" s'effectue au moyen d'une modulation à 3.5 kHz appliquée après amplification sur la céramique piézo-électrique de l'étalon épais. Cette modulation de longueur entraîne une modulation de puissance du mode laser qui est détectée par une photodiode à l'extérieur de la cavité laser. Un dispositif de détection synchrone reçoit ce signal de photodiode ainsi que le signal de modulation pour référence afin de construire un signal d'erreur. Celui-ci est intégré avant d'être amplifié (amplificateur HT) et envoyé sur la même câle piézo-électrique. Lorsque l'on ferme l'intégrateur l'asservissement mono-mode permet de "suivre" le mode du laser dans sa dérive en ajustant la longueur de l'étalon épais, garantissant ainsi que le laser reste sur le même mode longitudinal.

Nous avons néanmoins rencontré des problèmes de saturation de cet asservissement. En effet aux temps longs (>1h) la dérive de fréquence du mode peut être supérieure à l'amplitude d'excursion de la cale piézo-électrique autour de sa tension moyenne de fonctionnement. Il est donc nécessaire de modifier cette tension afin que l'asservissement ne décroche pas. L'ajustement de cet offset se fait sur l'amplificateur haute tension qui alimente la câle piézo-électrique et ne peut se faire que manuellement par l'intermédiaire d'une vis de réglage. Pour des raisons pratiques nous avons donc fait réaliser par l'atelier d'électronique un système de pilotage mécanique qui déplace automatiquement le point de fonctionnement de la cale piézo-électrique afin de maintenir la composante DC du signal de correction autour de zéro, c'est ça dire là où la cale piézo-électrique a toute sa dynamique. Grâce à ce système de désaturation automatisé, l'asservissement monomode est stable sur une journée complète.

1.3.2 La méthode de Pound-Drever-Hall

Afin d'asservir la fréquence du laser sur l'une ou l'autre des cavités, nous utilisons la technique de Pound-Drever-Hall (PDH) [37]. Cette technique permet d'extraire l'information concernant la phase relative entre le laser à asservir et la "phase de la cavité". Pour bien comprendre les performances de ce type d'asservissement, je détaille les bases théoriques de la méthode PDH en reprenant une partie du développement présenté entre autres dans la référence [68].

On s'intéresse dans un premier temps à la fonction de réponse d'une cavité Fabry-Perot en réflexion, notée $F(\omega)$ avec ω la fréquence angulaire du laser. Elle s'écrit

comme le rapport entre les champs électriques réfléchi E_r , et incident E_i . Si l'on considère une cavité symétrique (miroirs identiques) et sans perte on peut écrire :

$$F(\omega) = \frac{E_r}{E_i} = \frac{r(e^{i\frac{\omega}{ISL}} - 1)}{1 - r^2 e^{i\frac{\omega}{ISL}}} \quad (1.13)$$

avec le coefficient de réflexion en amplitude r de chaque miroir, lié au coefficient de transmission en amplitude t par : $r^2 = 1 - t^2$. L'intervalle spectral libre de la cavité est noté ISL et le terme ω/ISL représente la phase accumulée par le champ électrique à chaque aller-retour dans la cavité. Ceci nous permet de voir que le champ réfléchi porte l'information sur le désaccord de phase entre le faisceau incident et la cavité. En effet, proche de la résonance, l'onde stationnaire qui s'établit à l'intérieur de la cavité va aussi être transmise en retour par le miroir d'entrée. L'interférence qui se produit alors avec le faisceau immédiatement réfléchi, qui n'est pas entré dans la cavité, porte l'erreur de phase entre le champ résonant avec la cavité et le faisceau incident. Cette information ne peut cependant pas être extraite directement, seul un battement optique avec une référence ayant un décalage de phase fixé dans le temps va permettre ceci. Pour produire une telle référence le champ laser est modulé en phase à une fréquence angulaire Ω au moyen d'un modulateur électro-optique, produisant des paires de bandes latérales à $\pm\Omega/2\pi$, $\pm 2\Omega/2\pi\dots$ de la porteuse. Le nombre de bandes latérales effectivement présentes dépend de la profondeur de modulation, noté β . Nous pouvons écrire l'expression du champ modulé en une série de termes faisant intervenir les fonctions de Bessel et, en faisant l'hypothèse d'une faible modulation ($\beta \ll 1$), développer le champ en nous limitant aux deux premières fonctions de Bessel dont les coefficients sont notés $J_0(\beta)$ et $J_1(\beta)$. Ainsi :

$$E_i = E_0 \left(J_0(\beta) e^{i\omega t} + J_1(\beta) e^{i(\omega+\Omega)t} - J_1(\beta) e^{i(\omega-\Omega)t} \right) \quad (1.14)$$

avec E_0 l'amplitude du champ électrique non modulé. La conséquence du développement à l'ordre 1 en terme des fonctions de Bessel revient ainsi à considérer seulement la première paire de bandes latérales. La puissance optique dans chacune d'elle s'écrit comme $P_s = (E_0 J_1(\beta))^2$ et la puissance dans la porteuse comme $P_c = (E_0 J_0(\beta))^2$.

La fonction de réponse (eq.1.13) de la cavité nous permet d'écrire le champ réfléchi :

$$E_r = E_0 \left(F(\omega) J_0(\beta) e^{i\omega t} + F(\omega + \Omega) J_1(\beta) e^{i(\omega+\Omega)t} - F(\omega - \Omega) J_1(\beta) e^{i(\omega-\Omega)t} \right) \quad (1.15)$$

En plaçant une photodiode en réflexion de la cavité (PD4 sur la figure 1.4) celle-ci fournit un signal proportionnel à la puissance réfléchie, $P_r = |E_r|^2$, soit :

$$\begin{aligned} P_r = & P_c |F(\omega)|^2 + P_s |F(\omega + \Omega)|^2 + P_s |F(\omega - \Omega)|^2 \\ & + 2\sqrt{P_c P_s} \left(\text{Re} \{ F(\omega) F^*(\omega + \Omega) - F^*(\omega) F(\omega - \Omega) \} \cos(\Omega t) \right. \\ & \left. + \text{Im} \{ F(\omega) F^*(\omega + \Omega) - F^*(\omega) F(\omega - \Omega) \} \sin(\Omega t) \right) \\ & + (\text{termes oscillant à } 2\Omega) \end{aligned} \quad (1.16)$$

La composante oscillant à Ω correspond au battement entre la porteuse et les bandes latérales tandis que le terme oscillant à 2Ω rend compte du battement entre les bandes latérales. Afin d'extraire le terme $F(\omega)F^*(\omega + \Omega) - F^*(\omega)F(\omega - \Omega)$ contenant l'information utile, il est nécessaire de démoduler ce signal avec un signal de référence à la pulsation Ω . Les termes en 2Ω seront filtrés. Il nous faut ajuster la phase du signal afin d'extraire soit la partie réelle ($\cos\Omega t$) soit la partie imaginaire ($\sin\Omega t$). Ce choix est en réalité imposé par le fait que, dans le cas où $\Omega \gg 2\pi\Delta\nu_c$, les bandes latérales sont complètement réfléchies, *i.e.* $F(\omega \pm \Omega) = -1$, ainsi $F(\omega)F^*(\omega + \Omega) - F^*(\omega)F(\omega - \Omega) = -2i \text{Im}\{F(\omega)\}$ est imaginaire pur. On optimisera donc la phase du signal de démodulation afin que les deux signaux aux bornes du mélangeur de fréquence soient en quadrature, c'est là que le signal d'erreur est optimal :

$$S_{PDH} = -4\sqrt{P_c P_s} \text{Im}\{F(\omega)\} \quad (1.17)$$

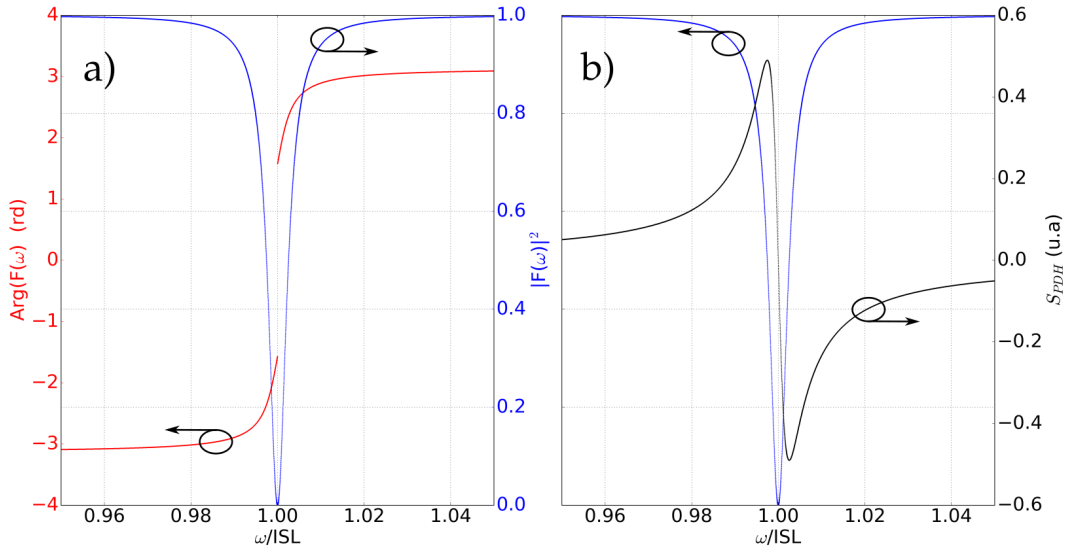


FIGURE 1.6 – a) Phase relative entre le champ incident et le champ réfléchi (ϕ (rd)) et intensité (unité arbitraire) du faisceau réfléchi par une cavité théorique de finesse $F=100$.
b) Signal de Pound-Drever-Hall au voisinage de la résonance.

Considérons maintenant la fréquence du laser très proche de la résonance de la cavité. Nous pouvons décomposer le terme ω/ISL en $2\pi N + \delta\omega/ISL$, avec N un nombre entier et $\delta\omega$ les fluctuations de la fréquence angulaire du laser autour de la fréquence de résonance tel que $\delta\omega \ll 2\pi\Delta\nu_c$. Par ailleurs, nous avons la relation :

$$\mathcal{F} = \frac{ISL}{\Delta\nu_c} \approx \frac{\pi}{1-r^2} \quad (1.18)$$

valable lorsque la finesse \mathcal{F} est très grande. Nous pouvons ainsi réécrire le coefficient de réflexion tel que :

$$F(\omega) \approx \frac{i}{\pi} \frac{\delta\omega}{\Delta\nu_c} \quad (1.19)$$

Ainsi :

$$S_{PDH} = D\delta f = -8 \frac{\sqrt{P_c P_s}}{\Delta\nu_c} \delta f \quad (1.20)$$

Où le coefficient $D = -8\sqrt{P_c P_s}/\Delta\nu_c$ est la pente du discriminateur de fréquence que constitue le signal d'erreur autour de zéro. Les extrema du signal sont atteints lorsque le désaccord du laser vaut exactement la demie largeur à mi-hauteur de la résonance, le passage à zéro s'effectue à la résonance. La pente D correspond au double de la pente globale obtenue entre les excursions maximales et minimales du signal.

Il est intéressant de noter que le coefficient D dépend d'une part de l'inverse de la largeur spectrale de la résonance de la cavité, justifiant de l'utilisation de cavité de haute-finesse, d'autre part de la puissance optique dans la porteuse et les bandes latérales. Ceci fixe notamment la puissance optimale dans les bandes latérales pour avoir un signal d'erreur le plus discriminant possible :

$$\sqrt{P_c P_s} \propto \sqrt{J_0(\beta)^2 J_1(\beta)^2} \quad (1.21)$$

Le maximum est atteint pour une profondeur de modulation de $\beta = 1.08$, soit 42 % de la puissance de la porteuse dans chacune des bandes latérales. Ce résultat reste valable si l'on développe le calcul aux ordres supérieurs des fonctions de Bessel.

La technique de Pound-Drever-Hall, comparativement aux méthodes d'asservissements basées sur la puissance transmise d'une cavité FP, présente deux avantages : D'une part elle est insensible au bruit de puissance du laser car le signal d'erreur est construit à partir d'une comparaison de phase et non de puissance.

D'autre part, et c'est sans doute là le point le plus important, la méthode PDH connaît pour seule limite de bande passante la fréquence utilisée pour la modulation de phase du laser (Ω), contrairement à un asservissement en transmission limité par le temps de stockage dans la cavité. En effet lorsque le laser est résonant avec la cavité le signal d'erreur est la résultante d'une comparaison de phase entre le champ incident et le champ "stocké" dans la cavité, ce dernier étant finalement la référence de phase. Lorsque la fréquence du champ incident est perturbée la réponse du signal d'erreur s'envisage selon deux régimes temporels :

- Pour les fluctuations de fréquence très rapides devant le temps de réponse de la cavité le champ "stocké" ne peut pas suivre. Le jitter de fréquence est donc intégré et c'est la phase qui en résulte qui est comparée à la phase des bandes latérales. Le signal PDH se comporte alors comme un discriminateur de phase.
- En revanche pour les fluctuations plus lentes, c'est à dire dans une bande passante inférieure à $\Delta\nu_c$, le champ stocké est effectivement influencé et il suit le champ incident. L'erreur de phase produite est donc simplement proportionnelle à l'écart à la fréquence de résonance. Dans ce régime le signal PDH est un discriminateur en fréquence.

Il faut cependant noter que ce changement de régime, qui advient donc lorsque la fréquence¹⁷ est égale à $\Delta\nu_c$, entraîne un déphasage de $\pi/2$ dans le signal d'erreur [37]. Ceci sera d'une importance particulière lorsque l'on s'intéressera à l'électronique de correction.

1.3.3 Bruit de photons et limite de résolution

La génération du signal d'erreur s'effectue en démodulant le signal détecté par la photodiode placée en réflexion de la cavité Fabry-Perot. Nous devons donc tenir compte du bruit de photons. Ce bruit est lié à la nature quantique de la lumière qui a pour effet de distribuer l'arrivée des photons selon une statistique de Poisson. De cette distribution résulte l'apparition d'un plancher de bruit blanc dit "de grenaille" (indiqué SN pour shot noise par la suite) qui va limiter les performances de l'asservissement. Son expression peut s'écrire en terme de densité spectrale de puissance tel que [69] :

$$S^{SN} = 2h\nu_L \times P_{eff} \quad [W^2/Hz] \quad (1.22)$$

Avec $P_{eff} = 2\eta P_s$ la puissance lumineuse effective contribuant à la production de photo-électrons sur la photodiode, η étant l'efficacité quantique de celle-ci ; ν_L la fréquence du laser. Nous pouvons ainsi calculer la densité spectrale de bruit de fréquence du signal PDH due à ce bruit de photons. Le discriminateur de pente D introduit plus haut nous permet d'écrire simplement :

$$S_{PDH}^{SN} = \frac{S^{SN}}{D^2} = \frac{h\nu_L}{16\eta P_c} \Delta\nu_c^2 \quad [Hz^2/Hz] \quad (1.23)$$

Si l'on prend les valeurs typiques de notre système, soit : $\nu_L=411$ THz, $\eta=0.8$, $P_c=10$ μ W et $\Delta\nu_c=7.5$ kHz on obtient une limite de densité spectrale de bruit de fréquence liée au bruit de grenaille de :

$$\sqrt{S_{PDH}^{SN}} = 3.4 \times 10^{-4} \quad [Hz/\sqrt{Hz}] \quad (1.24)$$

et son équivalent en terme de stabilité relative de fréquence [66] :

$$\sigma^{SN}(\tau) = \frac{\sqrt{S_{PDH}^{SN}/2}}{\nu_l} = 3.2 \times 10^{-17} \tau^{-1/2} \quad (1.25)$$

Ceci constitue le plancher de bruit du signal de Pound-Drever-Hall. Aucun bruit de fréquence ne peut être résolu par le système, donc corrigé, en deça de cette limite.

17. Nous parlons ici de la fréquence du bruit à corriger.

1.3.4 Bilan des limites du système

Il est utile de résumer les limites en terme de stabilité relative de fréquence ou de densité spectrale de bruit de fréquence, calculées selon certaines hypothèses que l'on rappellera. Cela nous permettra d'avoir une vue d'ensemble de notre système et ainsi de pouvoir conclure lorsque l'optimisation de l'asservissement de fréquence atteindra une limite. Notons que les différentes lignes de ce tableau rendent compte des

Paramètre	σ	$\sqrt{S_f(f)}$	Hypothèse
Pression	$< 1.2 \times 10^{-15}$		$\Delta P/P < 2\%$
Température	$< 6.7 \times 10^{-15}$		$\Delta T < 4 \times 10^{-7} \text{K}$
Bruit thermique	$< 2 \times 10^{-16}$	$73 \text{ mHz}/\sqrt{f}$	Spécificités des matériaux
Bruit de photons	$< 3.2 \times 10^{-17} \tau^{-1/2}$	0.34 mHz	Efficacité quantique
Vibration	$< 5 \times 10^{-15}$		$\Delta a/g < 0.5 \%$

TABLE 1.2 – Bilan des limites pour l'asservissement de fréquence du laser sur les cavités ULE. Lorsque la valeur calculée dépend de la finesse de la cavité (pour le bruit de photons) nous avons pris les caractéristiques de l'ULE1, la cavité présentant la plus faible finesse.

limites dues à différents effets physiques, dont les échelles de temps caractéristiques ne sont pas identiques. Concernant les fluctuations de pression et de température il s'agit de phénomène au temps long ($>100\text{s}$), on parle de dérives. Concernant les bruits thermique (mouvement Brownien), de photons et de vibrations, ceux-ci ont des influences sur une partie beaucoup plus étendue dans l'espace de Fourier, avec une dépendance que l'on a précisée, d'où la dénomination de *bruit*.

1.3.5 Mise en œuvre expérimentale

Génération du signal d'erreur :

Comme décrit précédemment, chacun des faisceaux envoyés vers les cavités est modulé en phase à 40 MHz par un EOM. La sortie de chaque photodiode rapide placée en réflexion des cavités est filtrée autour de cette fréquence avant d'être amplifiée puis démodulée par la même source à 40 MHz. Le schéma sur la figure (1.7) présente le montage définitif qui a été adopté. En effet nous avons testé plusieurs montages

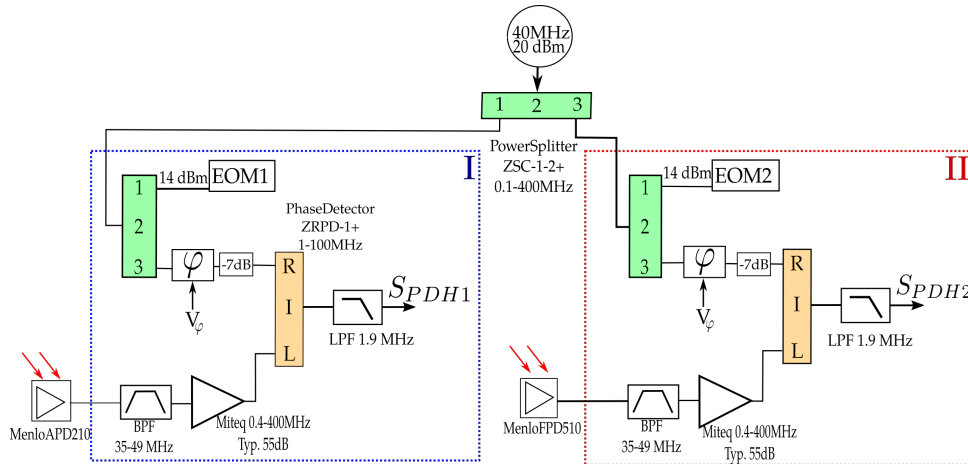


FIGURE 1.7 – Montage électrique pour la création des signaux PDH sur chacune des cavités.

différents afin d'optimiser le rapport signal à bruit (SNR) des signaux PDH. Afin de visualiser ceux-ci, le laser est pré-stabilisé sur la cavité de contrôle, notée PS, comme détaillé sur la figure 1.3. Une modulation de la fréquence des AOM1 et 2 (1.5 MHz de profondeur de modulation à une fréquence de 10 Hz) autour du pic de résonance des cavités permet alors d'observer les signaux d'erreur. C'est en les monitorant de la sorte que nous avons pu les optimiser.

Tout d'abord l'installation des déphaseurs pilotés en tension nous a permis de mettre les signaux en quadrature aux bornes des détecteurs de phase. Ensuite, le filtrage passe-bande autour de 40 MHz avant amplification ainsi que le filtre passe-bas à 1.9 MHz en sortie des détecteurs de phase ont permis de gagner un facteur 2 sur le SNR. La source à 40 MHz a été remplacée pour disposer de plus de puissance sur les EOM et ainsi accroître le rapport P_s/P_c : celui-ci est de ≈ 0.25 dans l'état actuel du montage. Ce n'est pas optimal puisqu'il doit être de 0.42. Cependant, en augmentant la puissance vers les EOM via une amplification de la source à 40 MHz puis en ajustant les puissances distribuées avec des atténuateurs nous sommes parvenus à obtenir un meilleur rapport (0.4) mais pas un meilleur signal PDH. Ne constatant pas d'amélioration, ce montage avec pré-amplification de la source à MHz n'a pas été retenue, en effet nous ne souhaitons pas recourir à des amplifications inutiles dans ce type de système dont les niveaux de bruit sont la préoccupation première.

Les rapports signal à bruit obtenus après ces optimisations et une mise au propre de tout le montage (câbles blindés, plan de masse) sont de 40 pour l'ULE1 et 20 pour

l'ULE2 dans une bande passante d'observation de 1 MHz et avec 40 μW en entrée de cavité. Nous ne sommes pas parvenus à trouver de cause évidente à ce facteur 2 dans le rapport du SNR des deux systèmes.

Asservissement du laser :

Dans un premier temps le laser est asservi sur une seule cavité ULE. Nous choisissons généralement l'ULE2 pour sa plus grande finesse d'une part et d'autre part car les mesures de CTE ont été entreprise sur l'ULE1. Le signal PDH est envoyé vers une électronique de correction¹⁸ entièrement analogique qui comprend deux étages de corrections séparés.

Le premier étage est un intégrateur pur dédié aux corrections basses-fréquences, dont on peut ajuster le signe et la vitesse de réponse. Le signal fourni est envoyé vers l'amplificateur haute tension permettant la commande de la céramique piézo-électrique sur laquelle est fixé le miroir M2 à l'intérieur de la cavité laser (figure 1.1)).

Le signe est déterminé empiriquement, choisi pour l'asservissement soit stable, tandis que la vitesse de réponse est choisie pour avoir un gain à basses-fréquences le plus important possible sans que les résonances mécaniques de l'ensemble (piézo + miroir) ne soient excitées, celles-ci risquent d'entraîner une sur-oscillation et un décrochage de l'asservissement. La plus basses de ces résonances est estimée autour de 2 kHz. Nous fixons la vitesse de l'étage intégral à 100 $Vs^{-1}V^{-1}$ procurant un gain de 40 dB à 1 Hz avec une pente de 20 dB par décade. L'étage d'amplification de l'alimentation haute tension possède aussi un réglage de gain, ajustable sur une plage de 46 dB. Le réglage de ce dernier gain se fait "à la main" pour éviter la condition de sur-oscillation, il se situe autour de 25 dB.

La deuxième partie du module d'asservissement est constituée d'une succession de quatre étages de gain ayant différentes bandes passantes. Ces étages permettent d'appliquer les corrections pour les bruits situés au delà du kilohertz. Les gains et fréquences de coupures caractéristiques sont ajustés pour minimiser le bruit de fréquence du signal d'erreur en boucle fermée. Par ailleurs on prendra soin d'avoir une marge de phase supérieure à 90° autour de la fréquence de coupure de la cavité ($\Delta\nu_c$) afin que la boucle d'asservissement ne décroche pas lors du changement de régime phase/fréquence dans le signal PDH (cf.1.3.2). Le signal de correction ainsi fourni résulte d'une amplification de 30 dB jusqu'à une fréquence de coupure de 700 kHz. Une fois cette boucle de correction fermée, la totalité du laser circulant sur la table optique est asservi vis à vis de l'ULE2. Un enregistrement du signal d'erreur de l'ULE2 en boucle fermée est effectué au moyen d'une carte d'acquisition numérique¹⁹. On détermine au préalable la pente du discriminateur de fréquence en Hz/V afin de convertir la tension mesurée en fréquence. 128 enregistrements successifs sont effectués à une fréquence d'échantillonnage de 2 MHz, on calcule ensuite les densités spectrales de bruit de fréquence associées avant de moyenner les 128 mesures.

18. Toptica FALC110

19. National Instruments (NI)

La courbe noire sur la figure 1.8 présente le résultat obtenu. Y est aussi présentée la courbe relative au bruit de mesure (bruit de la carte NI). Bien qu'il s'agisse de mesures "dans la boucle" nous pouvons tout de même constater une chose concernant le fonctionnement de l'asservissement. Le plateau de bruit, entre 20 Hz et 3 kHz, est plus important que la limite thermique théorique, d'au moins un ordre de grandeur. L'explication de cela réside sans doute dans un manque de gain basse fréquence. Nous ne pouvons néanmoins augmenter celui-ci au risque de saturer la cale piézo-électrique. Une solution serait de séparer l'étage de correction basse fréquence en deux parties distinctes. La première pour les très basses-fréquences adresserait la cale piézo-électrique du miroir M2 avec un signal intégral d'ordre supérieur (type $1/f^2$ ou $1/f^3$). La seconde partie serait alors destinée à la deuxième cale disponible qui supporte le miroir M3 et recevrait un signal intégral d'ordre 1. Ceci permettrait normalement d'augmenter le gain basses-fréquences en évitant d'exciter les résonances mécaniques des cales piézo-électriques. Cela n'a cependant pas été mis en place durant ces travaux.

Les bruits autour de 50 kHz sont attribués à des résonances mécaniques de l'EOM intra-cavité qui applique les corrections hautes-fréquences.

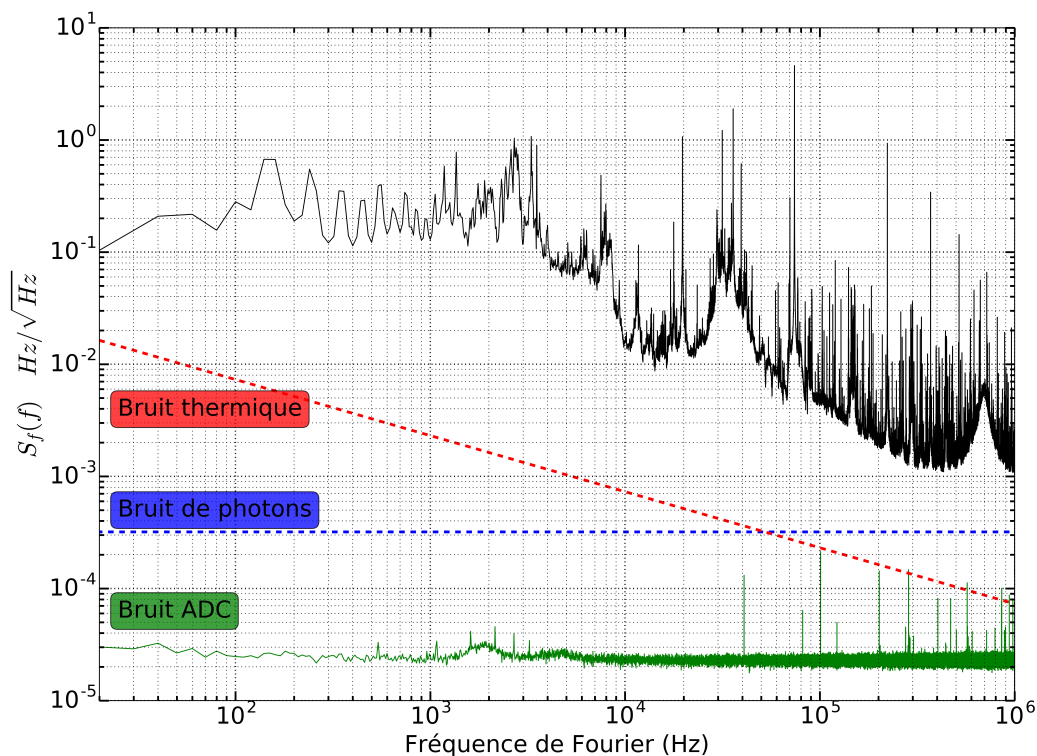


FIGURE 1.8 – Bruit de fréquence du signal d'erreur en boucle fermée sur l'ULE2. En pointillé rouge la limite thermique de l'ULE et en bleu la limite de bruit de photons. On distingue la fin de bande à 700kHz. ADC : convertisseur analogique-digital (carte NI).

1.4 Méthode de diagnostic

Afin de mesurer les performances du laser asservi nous réalisons l'asservissement d'une fraction du faisceau sur la seconde cavité ULE en l'occurrence l'ULE1. Le signal d'erreur produit par celle-ci est aussi envoyé vers une électronique de correction analogique²⁰. Les corrections sont alors appliquées jusqu'à 700 kHz sur l'AOM1 via l'entrée modulation de fréquence du synthétiseur de fréquence qui le pilote.

Une fois cette seconde boucle d'asservissement fermée l'ensemble du laser circulant sur la table optique est toujours asservi vis à vis de l'ULE2, à l'exception cette fois du faisceau après l'AOM1 qui lui est asservi sur l'ULE1. Pour les mesures présentées, la puissance des lasers en entrée de cavité est asservie selon la méthode présentée dans la section suivante (1.5)

Battement optique :

Grâce à cette méthode de double asservissement nous pouvons, en recombinaison une fraction du faisceau n'étant pas passée par l'AOM1 (donc asservi sur l'ULE2) et une fraction du faisceau ayant subi les corrections de fréquences de cet AOM, produire un battement optique des "deux lasers" stabilisés sur deux cavités différentes. Nous considérons en effet que ceux-ci sont décorrélés dans la bande passante des asservissements et faisons ainsi l'hypothèse que les bruits dits "de mode commun", c'est à dire qui affectent les deux cavités, sont négligeables. Le signal de battement détecté par la photodiode PD2, oscille à $f_b = 2f_{AOM1}$. Il est filtré autour de 240 MHz puis amplifié ; nous obtenons dans les meilleures conditions un rapport signal à bruit de 50 dB dans 1 kHz.

Afin d'analyser le spectre de ce battement au moyen d'un analyseur à transformée de Fourier rapide (FFT), nous le convertissons vers les basses fréquences, autour 3 kHz, par démodulation avec un synthétiseur de fréquence. Le résultat est présenté sur la figure (1.9). Le battement sur la figure (1.9) présente une largeur à mi-hauteur de $3 \text{ Hz} \pm 1 \text{ Hz}$. Il s'agit là de la convolution du profil de chacun des lasers. Ce battement étant issu de la comparaison des deux asservissements sur chaque cavité nous avons seulement accès à une limite supérieure de la performance du laser. Le spectre est en effet dominé par le plus bruyant des asservissements.

Déviations d'Allan :

Il convient bien entendu de mesurer la stabilité relative de fréquence de cette convolution des "deux lasers" asservis. Cela va nous permettre de confronter le résultat aux limites de notre système qui ont été résumées plus haut, dans le tableau (1.2). La fréquence du battement optique est comptée avec un compteur de fréquence²¹ sans temps mort, avec un temps de porte τ_0 ajustable. L'exactitude du temps de porte est assurée par le cristal de référence à 10 MHz précédemment mentionné. Le signal temporel ainsi acquis est ramené à sa valeur relative par rapport à la fréquence laser

20. Toptica mFALC

21. Agilent 53230A

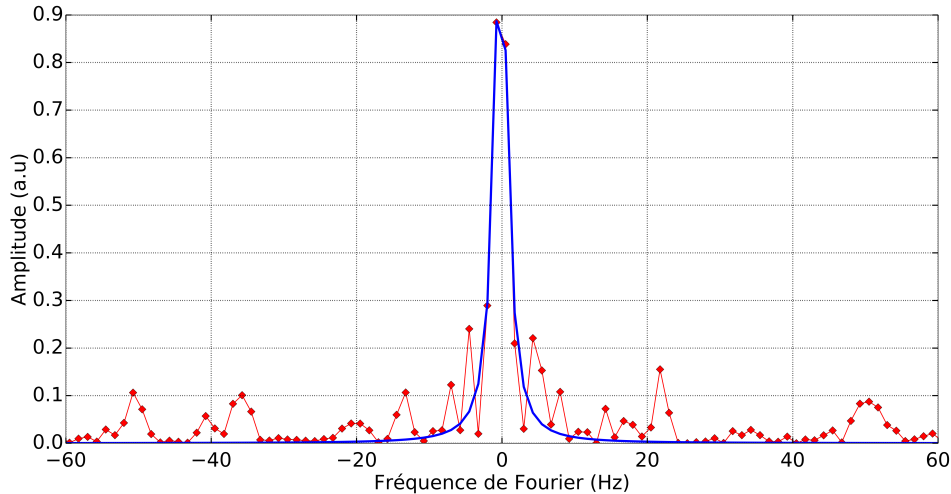


FIGURE 1.9 – Battement optique (◆) des deux faisceaux corrigés enregistré à l'analyseur de spectre (FFT) sur 100ms avec une résolution de 1.5Hz. La fréquence centrale de 2.8 kHz a été soustraite. La courbe en trait plein bleu (—) correspond à un ajustement Lorentzien de $3\text{Hz} \pm 1\text{Hz}$ de largeur à mi-hauteur.

(411 THz) puis analysé en terme de déviation d'Allan, $\sigma_y(\tau)$ [65].

La courbe (1.10) présente ces résultats pour un temps de porte de 200 ms. Un plan-

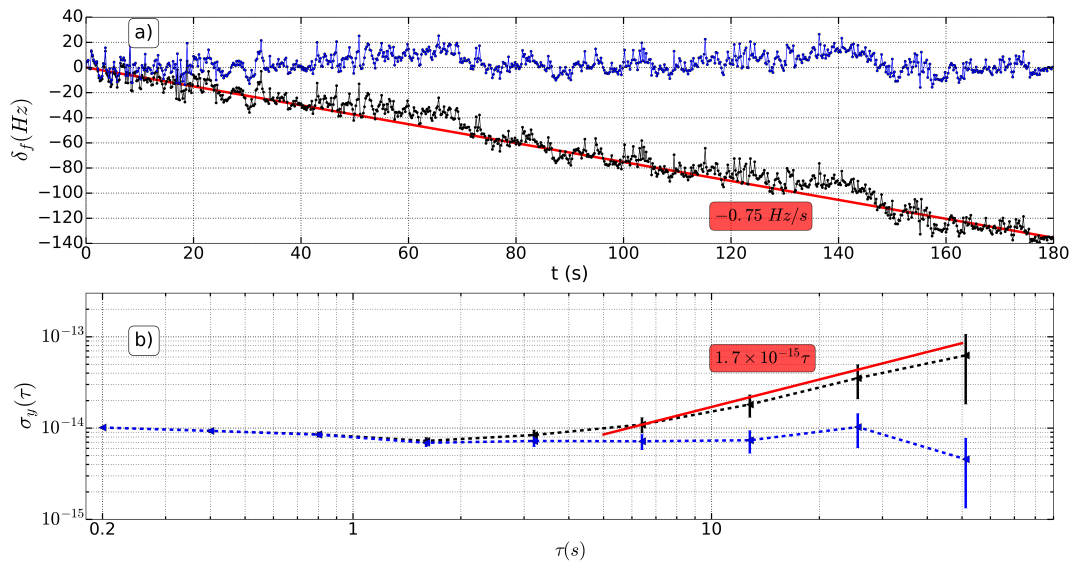


FIGURE 1.10 – a) Enregistrement temporel des fluctuations de fréquence du battement optique autour de sa valeur centrale (241.5 MHz). En noir le signal brut, qui présente une dérive de fréquence de -0.75 Hz/s (—), en bleu le signal après soustraction de la dérive.

b) Déviations d'Allan correspondantes où la dérive de fréquence apparaît sur la courbe noire sous forme d'une remontée en $1.7 \times 10^{-15} \tau$ (—).

cher de stabilité relative inférieur à 10^{-14} est atteint entre 200 ms et 5 s. La dérive thermique relative des deux cavités, ici de -0.75 Hz/s est ensuite responsable d'une remontée de la stabilité aux temps supérieur à 5 s. Cette valeur de dérive n'est pas constante et suit un mouvement de "respiration" comme la courbe de stabilité de température des cavités présentée sur la figure (1.5). Nous avons ainsi pu observer

des dérives relatives pouvant atteindre $\pm 7 \text{ Hz/s}$. Nous verrons dans la suite de ces travaux d'une part que l'on peut, grâce au peigne de fréquences, déterminer la dérive d'une cavité seule et d'autre part que cet effet de dérive n'est pas gênant pour le type de spectroscopie à trois photons que nous allons présenter.

1.5 Asservissement de puissance

Nous avons assumé que la technique Pound-Drever-Hall n'est pas sensible au bruit d'intensité du laser. Néanmoins les fluctuations de la puissance laser incidente sur la cavité peuvent limiter les performances du système asservi pour deux raisons, qui ne sont pas liées à la technique PDH :

- La pente du discriminateur de fréquence, donc le gain d'entrée de la boucle d'asservissement, dépend de la puissance optique dans la porteuse. Ainsi les variations de puissance entraînent une modification du gain, ce qui est à proscrire pour un bon fonctionnement du système.
- Les cavités étant de haute finesse, les variations de la puissance incidente entraînent des variations de puissance circulant dans la cavité qui sont non négligeables. Ceci a pour conséquence la modification du niveau de pression de radiation exercée sur les miroirs, ainsi qu'une modification de leurs équilibres thermiques.

Les changements de pression de radiation se calculent [59] et dans notre cas entraînent des variations relatives de longueur (donc de fréquence) de l'ordre de 10^{-19} donc négligeables.

Si l'on peut négliger l'effet de la pression de radiation il n'en est pas de même pour les variations de température à la surface des miroirs. Nous avons pu mesurer la sensibilité de la fréquence de résonance de chacune des deux cavités comme étant $\approx 40 \text{ Hz} \cdot \mu\text{W}^{-1}$ pour l'ULE1 et $\approx 55 \text{ Hz} \cdot \mu\text{W}^{-1}$ pour l'ULE2. On notera que le rapport de ces deux valeurs ne correspond pas exactement au rapport des finesesses des deux cavités (≈ 1.5) : cela s'explique par un taux d'injection différent.

Pour corriger ces fluctuations de puissance, nous avons fait fabriquer par l'atelier d'électronique du laboratoire deux montages transimpédance bas bruit permettant d'amplifier et de filtrer le signal d'une photodiode commerciale²² qui reçoit une fraction (4%) du faisceau réfléchi par les cavités (PD3 sur la figure 1.4). Le signal détecté est envoyé vers un module PID²³ commercial (TOPTICA DigiLock) appliquant un gain intégral de 60dB. Le signal de correction pilote l'entrée AM (modulation d'amplitude) du synthétiseur de fréquence commandant l'AOM qui diffracte le faisceau avant la cavité (AOM1 et AOM2). Le montage sur chaque cavité est équivalent. La figure (1.11) présente la mesure des fluctuations de puissance au cours du temps devant la cavité ULE2 en mode libre (courbe verte), et lorsque le système d'asservissement est

22. ThorLabs SM05PD1A

23. Proportionnel Intégrateur Dérivateur

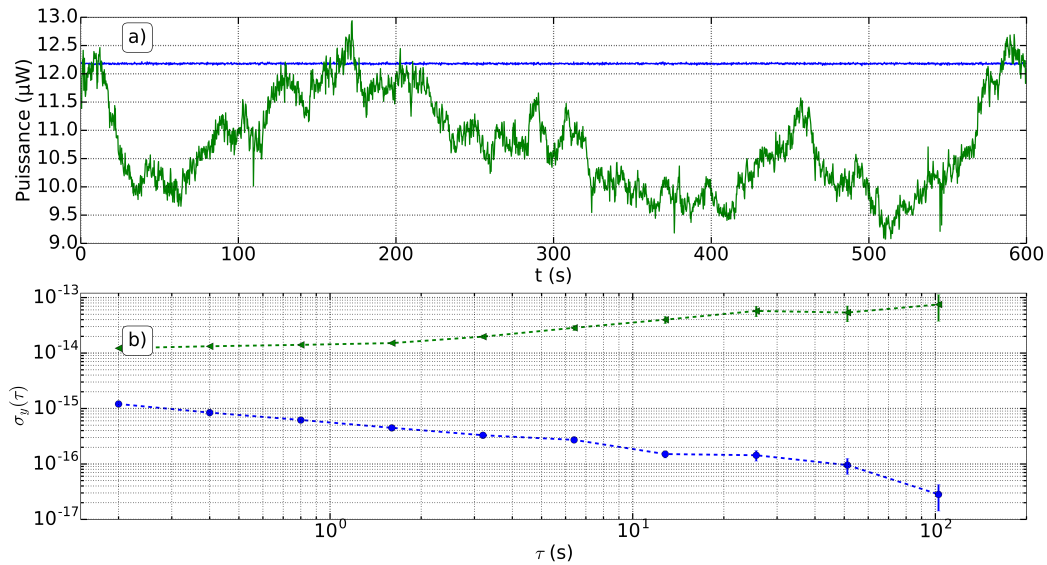


FIGURE 1.11 – a) Fluctuations de puissance au cours du temps en mode libre et en boucle fermée.
 b) Déviation d'Allan en fluctuations de fréquence relatives équivalentes en boucle ouverte (\blacktriangleleft) et en boucle fermée (\bullet)

actif (courbe bleue). Notons que dans les deux cas cette mesure est effectuée sur la photodiode fournissant le signal d'erreur, il s'agit donc d'une mesure *in loop*, insensible à l'influence du bruit du système d'asservissement sur la puissance laser. Nous avons cependant vérifié ces données avec le signal prélevé sur la photodiode en transmission des cavités et celui-ci est parfaitement cohérent avec la mesure faite *in-loop* à cette fréquence d'échantillonnage très basse (5 Hz).

La deuxième courbe présentée sur la figure (1.11) rend compte de l'équivalence des fluctuations de puissance en terme de fluctuations relatives de fréquence via le coefficient précédemment cité. On constate la nécessité d'un tel asservissement si l'on souhaite atteindre des stabilités meilleures que 2×10^{-14} à la seconde. La stabilité relative en boucle fermée démontre l'efficacité de l'asservissement.

Un gain est observé sur la stabilité du laser après l'installation de ce système d'asservissement. La courbe (1.12) présente la stabilité relative de fréquence du laser asservi avec et sans correction de puissance. La stabilité relative de fréquence est ainsi améliorée d'un facteur 2.



FIGURE 1.12 – Déviation d’Allan du battement optique entre les deux faisceaux lasers séparément asservis, sans régulation de puissance (\blacktriangleleft) et avec la régulation (\bullet)

1.6 Lien optique vers l’expérience

1.6.1 Bruit de phase dans les fibres optiques

Nous disposons à présent d’un laser dont les performances en termes de largeur spectrale et de stabilité atteignent les objectifs que nous nous étions fixés. Afin de pouvoir profiter de ces qualités à l’étage supérieur du laboratoire, où s’effectuent les expériences de spectroscopie ainsi que l’asservissement du peigne de fréquences, deux fibres optiques monomodes à maintien de polarisation et de longueur 150 m sont installées.

Les caractéristiques spectrales du laser sont telles que le bruit de phase induit par la fibre devient un paramètre dont il faut se soucier.

La fibre de verre constituant le cœur des fibres optiques possède un indice de réfraction n_f qui n’a aucune raison d’être ni isotrope ni de valeur constante dans le temps. En effet la fibre traverse plusieurs lieux dont les environnements thermiques et acoustiques sont très différents et variables, entraînant des changements de cet indice. Cela modifie le délai de propagation par les modifications de longueur optique. Mais, bien plus important pour nous, cela modifie localement, suivant les anisotropies de la fibre, la vitesse de phase du champ laser. De ceci résulte un bruit de phase accumulé par le laser traversant la fibre que nous noterons Φ_f . On aura ainsi la fréquence instantanée du laser en sortie de fibre :

$$\nu_{out}(t) = \nu_0 + \frac{1}{2\pi} \frac{d\Phi_f}{dt} \quad (1.26)$$

L'objectif est de corriger ces variations de phase afin de disposer des qualités spectrales du laser en sortie de fibre, les plus proches possible de celles en entrée.

L'origine physique précise des perturbations engendrant ce bruit de phase ainsi qu'un traitement théorique complet sur les susceptibilités thermiques et mécaniques des fibres est présenté dans [70]. Nous nous limiterons ici à la description du dispositif mis en place pour la détection et la correction de ces bruits.

1.6.2 Détection

En 1994 Long-Sheng Ma et ses collaborateurs au JILA et au NIST [71] proposent un schéma expérimental permettant la détection du bruit de phase introduit par une fibre. Celui-ci est composé d'un montage interférométrique de type Michelson permettant d'effectuer une comparaison de phase entre une fraction du laser non perturbé et une fraction de ce même laser ayant effectué un aller-retour dans la fibre. Cette comparaison permet d'extraire un signal d'erreur qui permettra de construire le signal de correction pour ajuster la fréquence d'un AOM placé avant la fibre. Il s'agit donc d'une correction que l'on pourrait appeler "en anticipation" puisque l'on va corriger le bruit de fibre avant son injection et non en sortie, d'après un signal d'erreur constitué par un aller-retour dans la fibre. On note T_{ar} le temps de trajet de la lumière pour effectuer un aller-retour dans la fibre. Ceci fixe une condition importante concernant la fréquence de coupure de l'électronique de correction vis à vis de T_{ar} :

Les corrections ne peuvent être appliquées que pour des bruits ayant une dynamique plus lente que T_{ar} . Toute tentative de correction avec une bande passante supérieure à $1/T_{ar}$ va dégrader la fréquence laser plutôt que la corriger. Dans la pratique pour s'assurer de la stabilité du système il est montré que [70] la fréquence de coupure limite du système doit satisfaire :

$$f'_c \leq \frac{1}{4T_{ar}} \quad (1.27)$$

Dans notre cas avec une fibre de 150 m d'indice $n_f \approx 1.5$ on a $T_{ar} \approx 1.5 \mu s$, soit une limite de bande passante pour la correction de 165 kHz. Étant donné le type de bruit caractéristique dans les fibres optiques, d'origines thermiques et acoustiques donc assez basses fréquences, cette limite n'est pas un problème.

En se basant sur cette technique, nous avons mis en place le montage présenté sur la figure 1.13. Le laser stabilisé de fréquence ν_0 est séparé en deux parties par un cube séparateur. Un faisceau d'environ 200 mW est dirigé vers l'AOM3 pour être décalé en fréquence de +83 MHz avant d'être séparé pour être injecté dans les fibres FO3 et FO4. L'autre faisceau d'une puissance d'environ 1 mW est directement prélevé par le cube.

Quelques 25 mW de laser à la fréquence $\nu_0 + f_{AOM3}$ sont injectés dans la fibre FO3

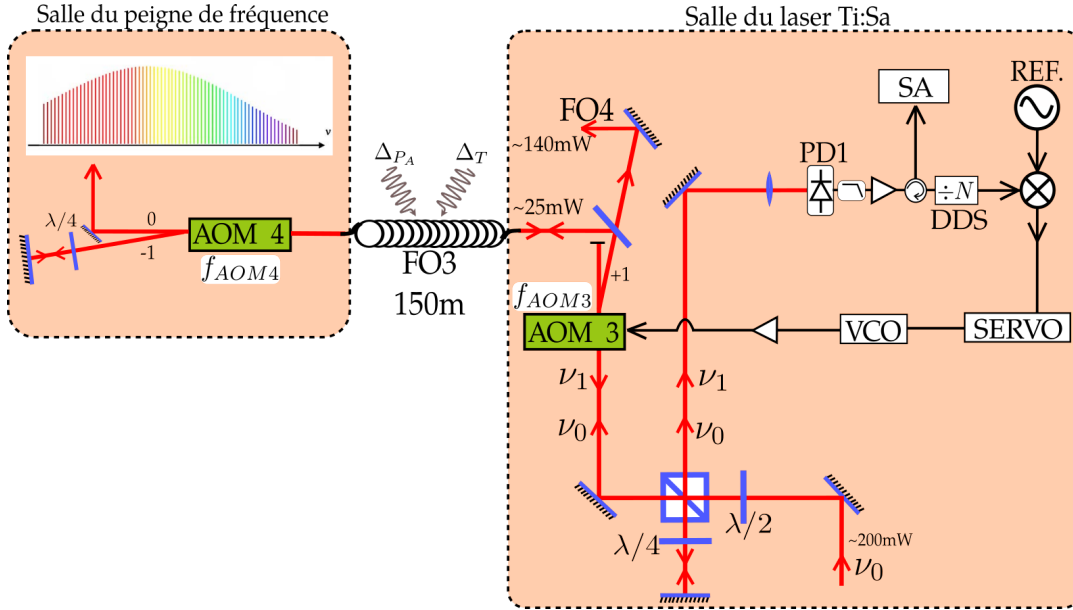


FIGURE 1.13 – Montage optique pour la détection et la correction du bruit introduit par la fibre de 150m. DDS : *Direct Digital Synthesizer* Synthétiseur digital de fréquence

vers la salle accueillant le peigne de fréquences. En sortie de fibre le faisceau est à nouveau diffracté (AOM4), l'ordre 0 sera utilisé pour l'asservissement du peigne tandis que l'ordre -1, décalé de -90 MHz, est replié pour être à nouveau diffracté par l'AOM4 et l'ordre -1 est ré-injecté dans la fibre. En sortie de fibre, après un nouveau passage par l'AOM3, son état de polarisation orthogonal au faisceau aller nous permet de l'extraire avec le cube séparateur pour le recombinaison avec le faisceau de référence à ν_0 . Un recouvrement spatial est effectué afin de permettre un battement optique entre les deux faisceaux de fréquence ν_0 et $\nu_1 = \nu_0 + 2f_{AOM3} - 2f_{AOM4} + 2\delta_f$, avec δ_f le jitter de fréquence résultant du bruit de phase accumulé dans la fibre. La détection de ce battement sur une photodiode permet d'extraire la différence de fréquence entre les deux faisceaux²⁴ :

$$f_b = \left| 2f_{AOM3} - 2f_{AOM4} + \frac{1}{2\pi} \left(2 \frac{d\Phi_f}{dt} \right) \right| = 14 \text{ MHz} + \delta_f \quad (1.28)$$

Rappelons que cette écriture repose sur l'hypothèse que le bruit de phase Φ_f accumulé est le même à l'aller et au retour. La présence de l'AOM4 en sortie de fibre nous permet de nous assurer que le battement détecté émane bien du faisceau ayant fait un aller-retour dans la fibre.

1.6.3 Correction

Le signal de battement à 14 MHz est filtré puis amplifié de telle sorte que nous avons un rapport signal à bruit de 60 dB dans une bande de 1 kHz. Un coupleur permet de prélever une partie du signal à des fins de diagnostic. L'autre partie de

²⁴. Le terme de somme oscillant à $\approx 2\nu_0$ est naturellement filtré par la bande passante de la photodiode.

la puissance est utilisée pour synchroniser un synthétiseur digital de fréquence (DDS pour l'acronyme anglais), jouant le rôle d'oscillateur suiveur. Nous avons en effet rencontré quelques problèmes concernant la stabilité en puissance du signal de batttement du fait de fluctuations de puissance optique de l'un des deux faisceaux. Cela s'explique par des fluctuations de polarisation à l'intérieur de la fibre convertie en fluctuations de puissance optique par le cube séparateur. La boucle à verrouillage de phase intrinsèque de la DDS est peu sensible aux fluctuations de puissance et possède une bande passante d'environ 100 kHz. Le signal régénéré par la DDS est ainsi filtré et stabilisé en puissance. Une division par 10 est effectuée afin d'augmenter la résolution. Cette division nous permet également de réduire l'amplitude des excursions de phase du signal. En effet ce signal est ensuite démodulé par un détecteur de phase qui a une réponse linéaire pour des variations de phase à ses bornes de $\pm 280^\circ$. L'erreur

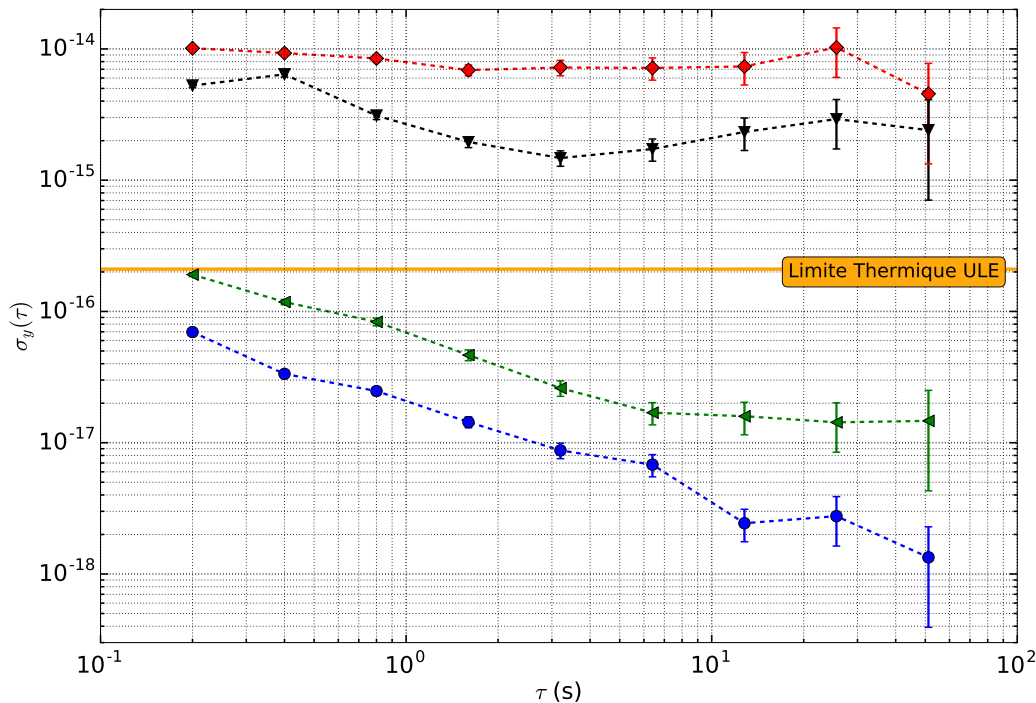


FIGURE 1.14 – Stabilité relative du batttement optique à 14MHz : sans correction du bruit (▼), avec la correction sans passer par DDS (◄), en passant par la DDS (●), ainsi que la stabilité du laser (◆)

de phase produite après démodulation par un synthétiseur à 1.4 MHz est envoyée vers une électronique de correction de type proportionnel-intégrateur que nous avons réalisée, avec une fréquence de coupure à 16 kHz. Le signal de correction pilote un oscillateur contrôlé en tension²⁵ qui alimente l'AOM3 à 83 MHz. Nous faisons par ailleurs l'hypothèse que les deux fibres optiques, qui ont un trajet commun dans la même gaine technique, sont affectées par les mêmes limites. Ainsi la correction du bruit s'applique pour les deux trajets alors que la détection n'est effectuée qu'à partir

25. Mini-Circuits, ZOS 50-100 MHz

du bruit accumulé sur FO3.

Les résultats de stabilité mesurés *in loop* sont présentés sur la figure 1.14. Le premier constat est que, dans l'état actuel des performances de notre laser, le lien fibré n'est pas limitant pour le transfert. Attention cependant car cette mesure est singulière et, étant donné l'origine physique des bruits en question, il serait peu raisonnable de considérer que le niveau de bruit lors de cette mesure soit représentatif de tous les bruits pouvant apparaître durant une journée complète. Afin de se prémunir des variations de ces perturbations nous travaillons avec la compensation du bruit de fibre. De plus l'installation de ce dispositif nous permet d'anticiper les futures améliorations des performances de stabilité du laser. On remarque notamment que cette correction du bruit permettrait de distribuer sans dégradation le signal d'un laser asservi sur une cavité ULE et dont les performances en terme de stabilité atteignent la limite thermique théorique de celle-ci.

1.6.4 Limitation de la puissance optique

Lors de l'injection de la fibre FO4, qui achemine le laser pour la spectroscopie des ions calcium, nous avons rencontré un problème en cherchant à optimiser la puissance transmise. La puissance en sortie de fibre en fonction de la puissance en entrée présente un palier (voir courbe 1.15) autour de 70 mW. Cette mesure est réalisée avec un taux d'injection constant : on augmente la puissance du laser en entrée de fibre en augmentant la puissance du laser de pompe.

Ce phénomène peut s'expliquer par un effet de diffusion Brillouin dans la fibre, qui se manifeste au delà d'un certain seuil de puissance et lorsque la distribution d'énergie est très piquée en fréquence (cas d'un laser stabilisé) [72, 73]. Les effets de couplage entre le champ électrique et les phonons deviennent alors significatifs, avec pour conséquence, entre autres, de limiter la puissance en sortie de fibre. Ce seuil est proportionnel à l'inverse de la longueur de fibre. Un raccourcissement de la fibre réalisé très récemment a permis d'augmenter ce seuil à 90 mW. Les travaux de spectroscopie présentés au chapitre 3 ont néanmoins été contraints par cette puissance seuil dans la salle accueillant l'expérience de piégeage d'ions.

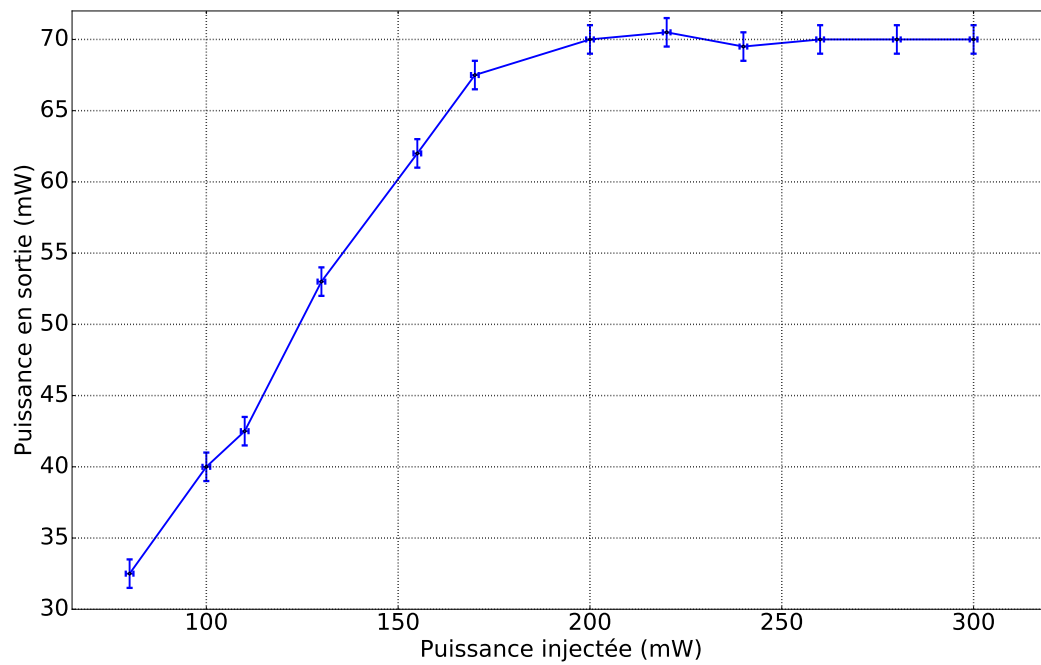


FIGURE 1.15 – Puissance mesurée en sortie de fibre en fonction de la puissance injectée. Les barres d'erreur sont à $\pm 1\text{mW}$.

1.7 Conclusion

J'ai présenté dans ce chapitre les premiers travaux que j'ai effectués lors de mon arrivée dans l'équipe. La stabilisation du laser Ti:Sa, construit une dizaine d'années auparavant, a été menée à bien d'une part en terme d'asservissement mais aussi en terme de diagnostic. En séparant le faisceau laser en deux parties et en asservissant chacune d'elle sur une cavité de haute finesse, nous avons une méthode de diagnostic fiable grâce au battement optique de ces deux faisceaux décorrélés. Avec cette technique il n'est pas possible de connaître les performances du laser asservi sur une cavité unique. Cependant la mesure qu'elle permet reste dominée par le bruit de l'asservissement le moins efficace. Nous accédons ainsi à une mesure de stabilité qui résulte du moins performant des deux faisceaux. Celle-ci ne correspond donc pas exactement à la stabilité relative de fréquence réelle d'un seul faisceau. Cette mesure constitue ainsi une surestimation de la stabilité relative de fréquence du faisceau laser qui va effectivement être utilisé dans la suite de l'expérience.

Une fois les systèmes d'asservissement optimisés et la régulation du niveau de puissance incidente sur les cavités installée, nous avons démontré que le laser présente une largeur spectrale inférieure à 3 Hz sur un temps d'observation de 100 ms et une stabilité relative de fréquence meilleure que 10^{-14} entre 200 ms et 5 s. Son comportement suit ensuite une dérive linéaire de fréquence qui est attribuée aux dérives thermiques des cavités l'une par rapport à l'autre. Étant donné le bilan des bruits et limites de nos références optiques, ce plancher de stabilité de fréquence ne provient probablement pas des cavités elles-mêmes. En effet son comportement est typique d'un bruit de scintillation. Seul le bruit thermique fondamental des cavités répond à cette description, mais son impact en terme de stabilité est attendu deux ordres de grandeur plus bas (10^{-16}). Il est donc très probable que le bruit responsable de ce plancher de stabilité soit ramené par l'une des deux électroniques de génération du signal d'erreur (amplificateur, détecteur de phase...). Une modulation résiduelle d'amplitude lors de la modulation de phase du laser par les EOM peut aussi expliquer cette limitation mais n'a pas été mesurée durant ces travaux.

Par ailleurs il serait sain de s'assurer que les variations d'accélération sur les deux tables optiques des cavités satisfont bien l'hypothèse qui a été faite ($\Delta a/g < 0.5\%$). En effet si les tables sont munies d'un système d'isolation passive il est néanmoins possible que l'environnement acoustique de la salle d'expérience engendre un niveau de vibration limitant la stabilité actuelle. Une mesure de ces perturbations serait à envisager, ainsi qu'une isolation acoustique de l'ensemble.

Pour démarrer ces nouvelles investigations, une simple analyse de stabilité ne serait plus suffisante. Il est en effet nécessaire d'analyser le battement optique en termes de bruit de fréquence afin de précisément cerner la dynamique des bruits limitants dans la configuration actuelle. Une tentative de réalisation d'un convertisseur tension-fréquence (*tracking oscillator*) a été réalisée. Celle-ci s'est avérée infructueuse et nous

avons pris la décision de ne pas insister pour plutôt poursuivre vers le but premier de ces travaux, à savoir les expériences de spectroscopie.

Avant la réalisation de celles-ci, une importante étape consiste à transférer les propriétés de stabilité du laser à 729 nm qui viennent d'être démontrées vers les deux autres lasers utilisés pour la spectroscopie des ions calcium. Cela s'effectue au moyen d'un peigne de fréquences optique.

Chapitre 2

Peigne de fréquences et transfert de stabilité de fréquence

Sommaire

2.1	Introduction	46
2.1.1	Structure en peigne d'un laser à modes verrouillés	46
2.1.2	Laser impulsionnel et métrologie	48
2.2	Le peigne de fréquences	51
2.2.1	Principe de fonctionnement	51
2.2.2	Modèle de la "bande élastique"	57
2.2.3	Asservissement sur une référence RF	63
2.2.4	Réponses des actionneurs rapides	65
2.3	Asservissement sur la référence optique	68
2.3.1	Montage	68
2.3.2	Méthode de diagnostic	70
2.4	Asservissement des diodes lasers pour la spectroscopie	74
2.4.1	Méthode expérimentale	74
2.4.2	Diagnostic par auto-corrélation	77
2.4.3	Mesures absolues de fréquences optiques	80
2.5	Conclusion	81

2.1 Introduction

Ce chapitre présente la pierre angulaire de nos expériences de spectroscopie cohérente : un peigne de fréquences. Ceci va nous permettre d'effectuer deux opérations cruciales pour la maîtrise la plus complète de nos spectres atomiques. D'une part, le peigne nous permet de transférer les propriétés de stabilité de fréquence et de largeur spectrale de la référence locale à 729 nm vers les deux autres sources laser présentes dans le processus d'interrogation des ions Calcium, et cela de manière cohérente. Par ailleurs, comme nous allons le voir dans cette introduction, les peignes de fréquence permettent d'assurer un lien direct entre des fréquences optiques et des signaux électriques dans le domaine radio-fréquence (MHz) [74, 75]. Nous exploiterons ici cette propriété pour effectuer une mesure absolue de la fréquence des lasers de spectroscopie, vis-à-vis d'un standard secondaire de fréquence disséminé par un signal GPS. Ces opérations de transfert et de mesures de fréquence absolue, bien qu'aujourd'hui relativement répandues, entre autres dans les laboratoires de métrologie, ne sont pas triviales et les peignes de fréquence font encore l'objet de recherches très dynamiques et approfondies [76].

Je commencerai ici par une introduction aux peignes de fréquence, dans laquelle les grandes lignes de l'histoire de leurs développements seront exposées, en même temps que les processus physiques permettant leur génération. En effet, les peignes de fréquence sont un bel exemple d'un développement de techniques expérimentales qui a permis d'exploiter un phénomène connu pour en faire un outil aujourd'hui indispensable à toute discipline où le contrôle et la mesure des fréquences sont fondamentaux. Je décrirai le peigne de fréquences utilisé. Celui-ci est un modèle commercial, dont la conception se distingue notablement des peignes les plus répandus dans les laboratoires aujourd'hui.

Nous verrons ensuite le travail réalisé pour caractériser ce peigne ainsi que les différents asservissements mis en place afin de pouvoir l'utiliser dans les expériences de spectroscopie des ions. Je terminerai par une discussion sur les performances mesurées ainsi que les limites de celles-ci.

2.1.1 Structure en peigne d'un laser à modes verrouillés

Le terme de "peigne de fréquences" fait référence au contenu spectral d'un laser impulsionnel à modes verrouillés. Le principe de verrouillage des modes est de "forcer" l'ensemble des modes longitudinaux qui existent dans la cavité à partager la même phase de façon périodique. A chaque fois que ceci se produit, précisément à chaque tour de cavité, ces modes, espacés en fréquence par l'intervalle spectral libre de la cavité mais ayant la même phase, interfèrent constructivement pour produire une impulsion lumineuse d'autant plus intense et courte que le nombre de modes interférant est grand. Il est alors possible, en jouant sur les pertes ou sur la géométrie de la cavité, de favoriser ce mode de fonctionnement et d'obtenir un laser impulsionnel. Le taux

de répétition est ainsi lié à la longueur L de la cavité et s'écrit $T_{rep} = c/L^1$, duquel on dérive la fréquence de répétition $f_{rep} = 1/T_{rep}$.

Le champ électrique en sortie d'un tel laser s'écrit comme [77] :

$$E(t) = \sum_{n=-\infty}^{n=\infty} A\left[t - \frac{n}{f_{rep}}\right] \cdot e^{-i2\pi\nu_c\left(t - \frac{n}{f_{rep}}\right)} \cdot e^{-i(n\Delta\phi)} \quad (2.1)$$

avec ν_c la fréquence de la porteuse optique. Le terme $A[t - n/f_{rep}]$ représente l'enveloppe du pulse. Le premier terme exponentiel représente les modes optiques tandis que le second fait apparaître la différence de phase $\Delta\phi$ entre la porteuse et l'enveloppe. Cette différence provient de la dispersion entre la vitesse de groupe v_g de l'enveloppe et la vitesse de phase v_ϕ de la porteuse, elle s'accumule à chaque pulse. On peut ainsi l'exprimer en fonction de la fréquence de la porteuse et de la longueur de la cavité :

$$\Delta\phi = 2\pi\nu_c\left(\frac{1}{v_g} - \frac{1}{v_\phi}\right)L \quad (2.2)$$

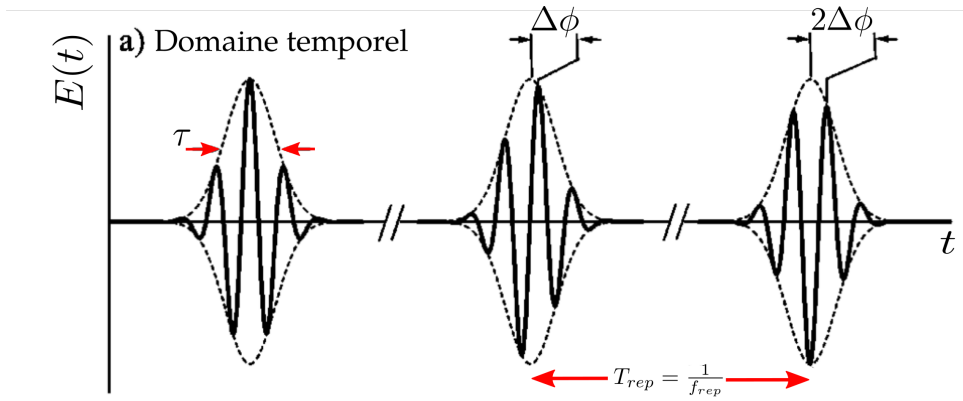


FIGURE 2.1 – Représentation temporelle du champ électrique d'un laser impulsif. Adapté de [78]

Dans l'espace des fréquences nous avons, par transformée de Fourier :

$$\tilde{E}(\nu) = \tilde{A}(\nu - \nu_c) \sum_{n=0}^{n=\infty} e^{-i\left(n\frac{2\pi\nu}{f_{rep}} - n\Delta\phi\right)} \quad (2.3)$$

La fréquence d'un mode notée ν_n s'écrit alors comme :

$$\nu_n = n \times f_{rep} + f_{rep} \frac{\Delta\phi}{2\pi} = n \times f_{rep} + f_0 \quad (2.4)$$

où $f_0 = f_{rep} \frac{\Delta\phi}{2\pi}$ est un offset de fréquence. La figure 2.2 représente schématiquement une telle structure en peigne centrée autour de la fréquence d'émission du laser impulsif. La fréquence d'un mode du peigne est ainsi entièrement déterminée par deux degrés de liberté : le déphasage enveloppe/porteuse qui provoque dans l'espace

1. Ici une cavité en anneau

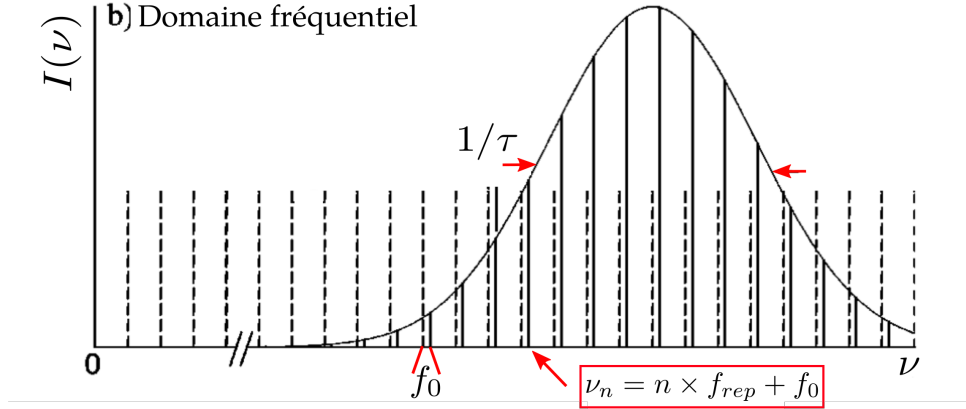


FIGURE 2.2 – Spectre d'intensité du champ électrique. Adapté de [78]

des fréquences l'offset de fréquence f_0 , et le taux de répétition $T_r = 1/f_{rep}$ qui fixe l'espace entre les modes du peigne. La durée des impulsions est déterminée par la largeur spectrale couverte par les \tilde{N} modes interférant. Autrement dit, si l'inter-mode vaut f_{rep} , la largeur temporelle de l'impulsion s'écrit comme :

$$\tau \approx \frac{1}{\tilde{N} \times f_{rep}} \quad (2.5)$$

avec \tilde{N} le nombre de modes qui interfèrent pour construire l'impulsion. Le caractère proportionnel plutôt que purement égal provient du fait qu'un facteur constant intervient et dépend du profil de l'enveloppe.

2.1.2 Laser impulsionnel et métrologie

L'équation (2.4), décrivant à elle seule le contenu spectral d'un laser à modes verrouillés, fait apparaître tout le potentiel métrologique d'une telle structure en peigne. En effet la fréquence ν_n se situe typiquement dans le domaine optique ou infrarouge (THz), alors que la fréquence de répétition ainsi que la fréquence d'offset sont dans la gamme radio-fréquence (MHz), domaine pouvant être facilement connecté au standard de fréquence du césium (GHz). Mesurer de façon absolue ces deux fréquences, ainsi que le numéro du mode n , permet d'accéder à la fréquence du mode ν_n avec la précision de la mesure dans le domaine RF. Ce même mode peut alors être utilisé comme référence pour mesurer la fréquence d'un laser continu via la mesure de la fréquence du battement optique entre eux. D'autre part si les modes sont libres d'évoluer selon deux degrés de liberté (f_0 et f_{rep}), ils partagent néanmoins une relation de phase, fixée par le principe même du verrouillage de mode.

La détection de la fréquence de répétition est triviale pourvu que l'on dispose d'une photodiode ayant une bande passante supérieure à f_{rep} . A contrario la détection de f_0 est moins immédiate et nécessite des développements techniques plus poussés pour être menée à bien. Une telle structure en peigne a pour la première fois été utilisée à des fins métrologiques en 1978 par Eckstein, Ferguson et Hänsch dans des expériences

de spectroscopie à deux photons dans le sodium[79]. Dans cette expérience, un laser à modes verrouillés par modulation active est la source pour le pompage optique d'un laser à colorant. Celui-ci est alors utilisé pour exciter la transition 3S-4D d'une vapeur de sodium dans un schéma à deux photons. La structure en peigne du laser d'interrogation est telle qu'elle produit alors de multiples excitations et les auteurs ont notamment pu résoudre la différence de fréquence due à la structure fine du niveau 4D ($J=3/2$ et $J=5/2$).

Le développement des lasers impulsionsnels se poursuit au cours des années 1980 et l'on parvient dans les années 90 à atteindre le régime femtoseconde avec des lasers Ti:Sa dont le verrouillage de mode s'appuie sur un effet non linéaire du troisième ordre, l'effet Kerr [80, 81, 82]. Ainsi, premièrement le spectre du peigne généré est très large (équation 2.5), et deuxièmement les intensités crêtes sont suffisantes pour élargir le spectre par auto-modulation de phase dans des fibres optiques [83]. Ceci permet l'élargissement du spectre sans modifier la cohérence et l'espace inter-modes. Ainsi en 1999 un peigne couvrant 45 THz, centré autour de 330 THz, est obtenu à partir d'un oscillateur femtoseconde Ti:Sa générant des impulsions de 73 fs à une fréquence de répétition de 76 MHz [84]. Ce peigne est alors utilisé pour faire le lien entre le standard de fréquence du césium et des fréquences optiques dans une version condensée et plus versatile du principe de division de fréquence introduit par Telle en 1990 [85]. Ce procédé simplifie énormément les chaînes de fréquences traditionnelles et permet la mesure absolue de la fréquence de la transition 1S-2S de l'hydrogène [84, 86]. Le jeu de division employé permet de se passer de la mesure de l'offset de fréquence mais nécessite deux autres lasers ainsi que différentes étapes de générations d'harmoniques d'ordre supérieur pour mesurer la fréquence du laser de spectroscopie vis-à-vis de la fréquence de répétition du peigne, alors fixée par une horloge à césium. Les auteurs proposent par ailleurs une technique simple de détection de la fréquence d'offset qui permettrait de se passer de ces étapes de division. Celle-ci repose sur la méthode dite de l'auto-référencement, ou interféromètre $f - 2f$ et nécessite un peigne de fréquences couvrant au moins une octave. Cette technique consiste à effectuer un battement optique entre un mode du peigne à ν_n doublé en fréquence et un mode prélevé dans la partie haute fréquence du peigne à ν_{2n} , une octave plus haut donc. La partie basse fréquence (détectable) du battement ainsi produit s'écrit :

$$2\nu_n - \nu_{2n} = 2n \times f_{rep} + 2f_0 - (2n f_{rep} + f_0) = f_0 \quad (2.6)$$

La figure 2.3 schématise ce procédé. La première démonstration expérimentale est réalisée en 2000 avec l'élargissement du spectre de l'oscillateur femtoseconde avec une fibre optique micro-structurée[74]. Cette nouvelle technologie de fibre optique [87] permet un élargissement bien supérieur que celui obtenu avec les fibres précédemment mentionnées. Les auteurs obtiennent ainsi un peigne de fréquences entre 500 nm et 1200 nm permettant ainsi d'extraire f_0 .

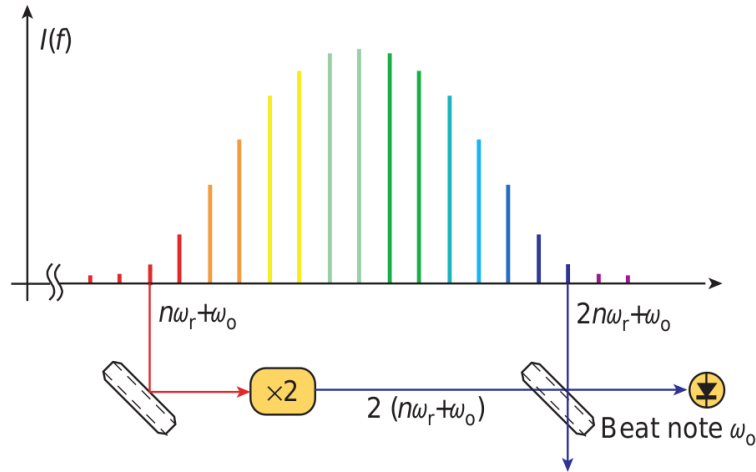


FIGURE 2.3 – Principe de l'auto-référencement pour la mesure de f_0 .
Figure issue de [75]

Cette nouvelle méthode permet de simplifier au dernier degré les chaînes de fréquences et un peigne de fréquences couvrant une octave et auto-référencé est maintenant suffisant pour joindre de façon cohérente les fréquences optiques à la référence RF du césium.

Plusieurs technologies de peigne de fréquences existent aujourd'hui permettant d'assurer ce lien sur des plages atteignant 500 THz centrés à des longueurs d'onde entre 800 nm et 1560 nm avec des fréquences de répétition très variables, de la dizaine de mégahertz à 10 GHz [88].

L'asservissement des deux degrés de liberté du peigne vis-à-vis d'étalons primaires permet de fixer la fréquence de l'ensemble des modes (relation 2.4) et donc de fournir une référence absolue de fréquence optique, auparavant pourvue par des chaînes de fréquence complexes et peu versatiles.

La "règle de fréquence" ainsi produite peut-être mise à profit pour des mesures absolues de fréquence optique et des comparaisons d'horloges optiques [89, 90]. Il est aussi possible d'utiliser un peigne comme oscillateur de transfert pour asservir plusieurs lasers couvrant un large spectre sur la même référence optique ultra-stable avec une précision remarquable (10^{-18}) [91] et ainsi transférer les propriétés spectrales du laser ultra-stable à des longueurs d'onde d'intérêt spectroscopique [92]. Certaines équipes développent par ailleurs des techniques de spectroscopie directement basées sur l'interaction entre les modes du peigne asservi et l'espèce atomique étudiée [93, 94].

Notons enfin l'apparition en 2004 d'une technique permettant la génération d'un peigne dont l'offset de fréquence est entièrement retiré par un processus de différence de fréquence [95]. Cette technique sera détaillée dans la section suivante étant donné que le peigne utilisé durant cette thèse est un modèle commercial qui exploite ce processus.

2.2 Le peigne de fréquences

Comme nous l'avons introduit, le peigne de fréquence acquis par l'équipe est un modèle commercial² basé sur une technique qui permet non pas de mesurer puis de corriger (ou éventuellement soustraire) la fréquence d'offset f_0 mais qui génère un peigne secondaire dépourvu d'offset. Je détaille dans cette partie la méthode employée pour y parvenir ainsi que les caractéristiques de ce peigne. Ce sera l'occasion de présenter une série de mesures effectuées dans le but de caractériser le peigne ainsi que d'apporter une confirmation de l'absence d'offset de fréquence via un test du modèle dit "de la bande élastique"[96].

2.2.1 Principe de fonctionnement

L'oscillateur femtoseconde à l'origine du peigne primaire est constitué d'une fibre optique dopée à l'erbium pompée par une diode laser. Cette fibre est le milieu amplificateur, l'une de ses extrémités est fermée par un miroir monté sur une cale piézo-électrique. Le verrouillage des modes en phase s'effectue de façon passive grâce à des effets de rotation non-linéaire de la polarisation au sein de la fibre [97, 98]. Cette technique particulièrement robuste a permis un fonctionnement quasi continu du verrouillage des modes depuis trois ans d'utilisation.

Un peigne sans offset :

L'oscillateur émet des trains d'impulsions d'une durée de 100 fs avec une fréquence de répétition de 80 MHz, le peigne résultant est centré à 1550 nm et s'étale sur environ 35 nm. Un amplificateur à fibre dopée à l'erbium (EDFA) précède une fibre à cristal photonique afin de disposer d'assez d'énergie crête pour déclencher les effets non linéaires dans celle-ci et élargir le spectre : on dispose ainsi d'un "supercontinuum" entre 800 et 2000 nm. Le processus de génération d'un peigne secondaire sans offset se fait en prélevant les deux parties extrêmes de ce spectre autour de 850 nm et 1850 nm avec une ligne à prisme. Les deux faisceaux sont recombinaés dans un cristal de PPLN³ dans lequel se produit un phénomène non linéaire conduisant à l'émission de photons de fréquence égale à la différence de fréquence des deux photons de pompe (DFG). Ce processus préserve la cohérence de phase [95]. On peut alors écrire

$$(N_{850nm} \times f_{rep} + f_0) - (N_{1850nm} \times f_{rep} + f_0) = N_{1570nm} \times f_{rep} \quad (2.7)$$

où \tilde{N}_λ dénote un ensemble de $\approx 4.39 \times 10^5$ modes⁴. Un nouveau peigne de fréquence est ainsi obtenu en sortie du cristal, centré autour de 1600 nm sans offset de fréquence. La

2. Toptica Photonics

3. Periodically Poled Lithium Niobate

4. Dédit des spectres fournis par Toptica Photonics

figure (2.4) représente schématiquement ces étapes ainsi que les deux spectres avant et après le module de DFG.

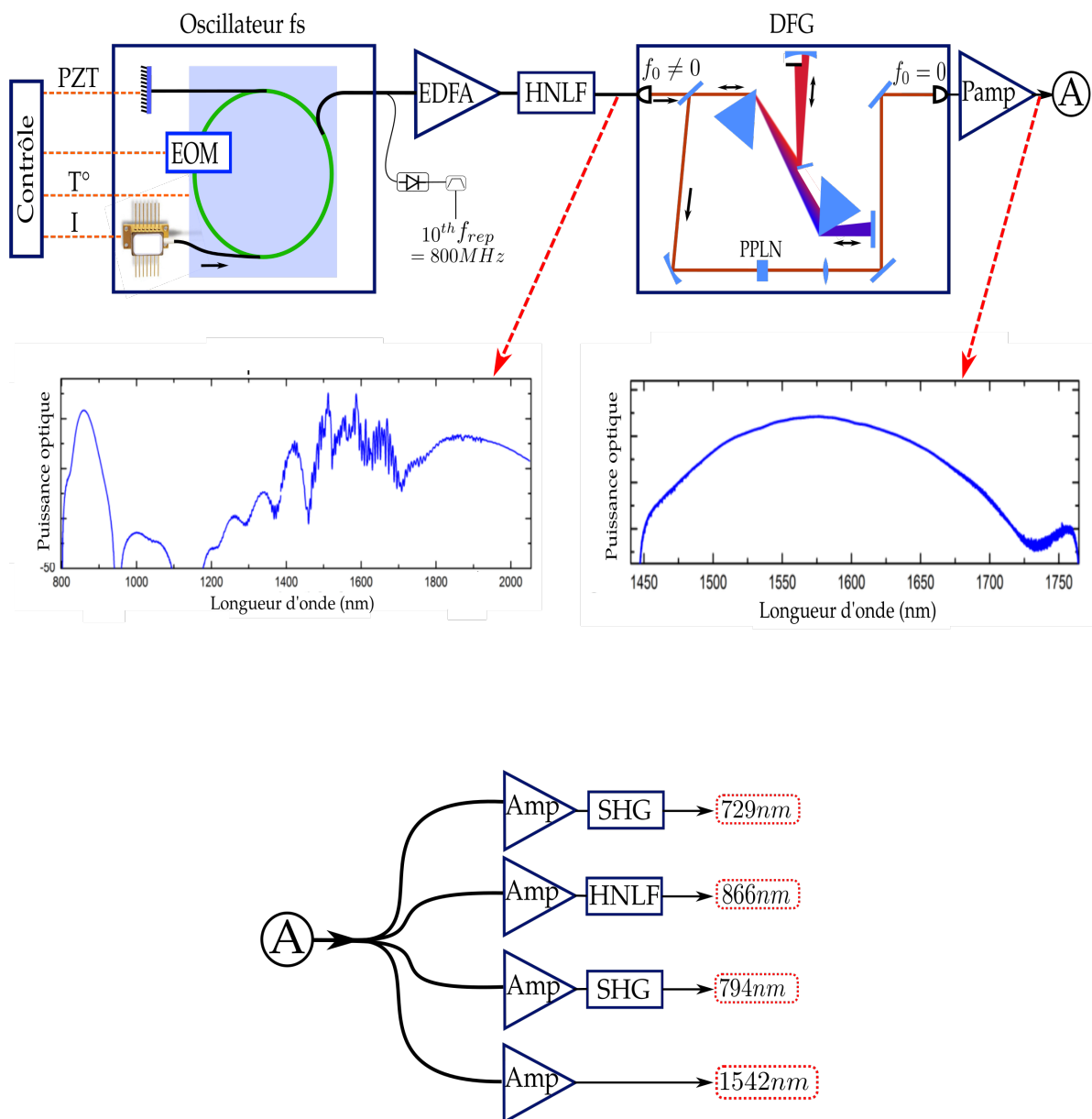


FIGURE 2.4 – Schéma de principe de l'architecture du peigne de fréquences. EDFA : Amplificateur à fibre dopée à l'Erbium; HNL : Fibre hautement non linéaire; SHG : doublage de fréquence par génération de seconde harmonique. Les spectres présentés sont des données fournies par Toptica.

Longueurs d'onde disponibles :

Trois parties différentes du spectre en sortie du module DFG sont prélevées pour fournir les longueurs d'onde d'intérêt pour nos expériences de spectroscopie, une quatrième sortie est disponible à 1542nm pour un raccord au réseau Refimeve+ [99].

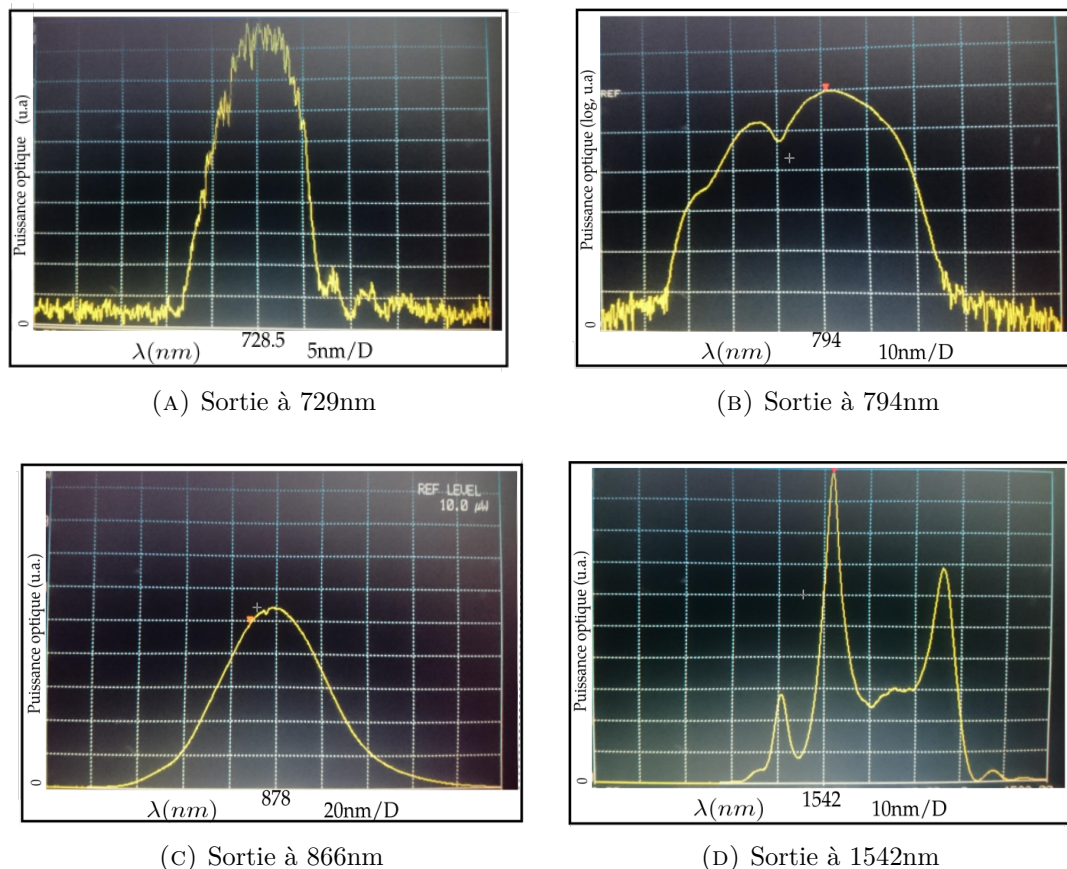


FIGURE 2.5 – Spectres mesurés pour chacune des quatre sorties du peigne de fréquences.

- **729nm** : une partie du spectre en sortie de DFG autour de 1458 nm est prélevée pour être amplifiée puis doublée en fréquence via une génération de second harmonique effectuée en simple passage dans un cristal non linéaire. Nous disposons en sortie d'une puissance moyenne de 12 mW dont le spectre est centré à 728.5 nm et couvre environ 20 nm (figure 2.5a).
- **794nm** : le processus est le même que pour la sortie à 729 nm. Nous avons 18 mW de puissance moyenne avec un spectre centré à 793 nm et couvrant environ 50 nm.(figure 2.5b)
- **866nm** : pour obtenir cette longueur d'onde ce n'est pas un processus de génération de second harmonique mais un étirement du spectre en sortie de DFG, certainement autour de 1450 nm, via des effets non linéaires dans une fibre optique. Nous disposons sur cette sortie de 18 mW dans un spectre centré autour de 878 nm et couvrant environ 80 nm figure.(figure 2.5c)

- **1542nm** : nous disposons d'une sortie à la longueur d'onde télécom typique, issue directement (après amplification) du spectre en sortie de DFG, celui-ci émettant naturellement à cette longueur d'onde. Cette longueur d'onde n'a pas été utilisée durant mes travaux de thèse. Elle est destinée à faire le lien à l'horizon 2019 avec une référence absolue de fréquence optique générée au SYRTE et disséminée sur le réseau national de fibre optique pour l'éducation (Renater) via le projet européen Refimeve+ [99] dont nous sommes partenaires.

Mesure de la fréquence de répétition :

La fréquence de répétition f_{rep} d'un peigne se détecte de façon triviale en envoyant toute ou partie de la lumière émise sur une photodiode de bande passante supérieure à f_{rep} . Nous sommes équipés pour cela de plusieurs *Beat Detection Unit* (BDU), fournies avec le peigne en quatre exemplaires, une pour chaque longueur d'onde. Il s'agit d'un boîtier fermé muni d'un connecteur de fibre et accueillant un couple réseau/fente qui permet de sélectionner dans la lumière en sortie de fibre une bande spectrale de 10 GHz. Cette lumière est focalisée sur une photodiode permettant ainsi la détection d'un signal de battement. L'inter-mode du peigne étant de 80 MHz, on observe dans le signal de photodiode le battement de 125 modes entre eux. Les battements entre plus proches voisins sont responsables d'un signal oscillant à $f_b = f_{rep}$ tandis que les battements avec les seconds, troisièmes... voisins produisent des signaux à $f_b = 2f_{rep}$, $f_b = 3f_{rep}$ etc. Dans la pratique nous effectuons les mesures de f_{rep} sur la BDU à 1542

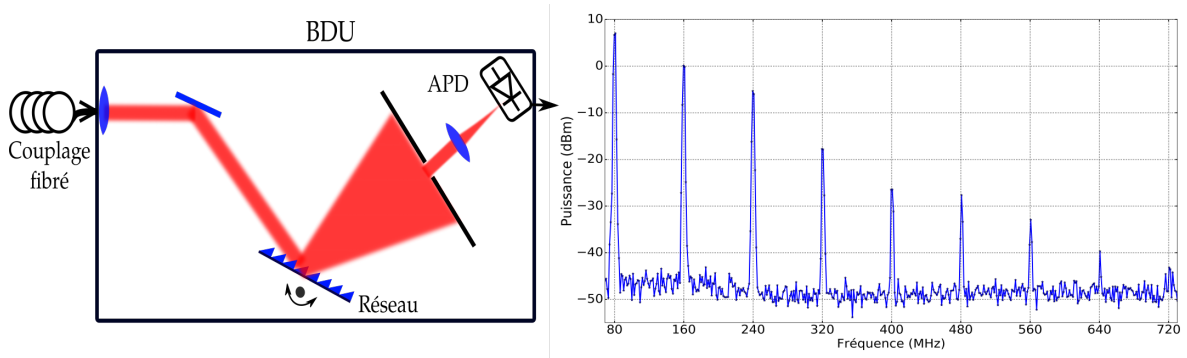


FIGURE 2.6 – Schéma de principe des unités de détection de battement (BDU) et le spectre correspondant issu du signal de la photodiode à avalanche (APD).

nm. Le signal de photodiode est filtré autour de 80 MHz, nous obtenons un signal utile d'une puissance de 6 dBm ($\approx 0.4V_{rms}$) avec un rapport signal à bruit de 90 dB dans 1 kHz.

Nous disposons par ailleurs d'un second moyen de détection de la fréquence de répétition, plus précisément de sa dixième harmonique (800 MHz) qui est issue d'une photodiode placée directement en sortie de l'oscillateur femto-seconde. Il s'agit d'un "montage d'usine", difficilement accessible, qui fournit le signal utile pour l'asservissement du peigne sur une référence RF à 800 MHz décrite dans la prochaine section.

Contrôle de la fréquence de répétition :

Quatre moyens d'action différents sont présents pour contrôler le taux de répétition du laser. Étant donné l'absence de fréquence d'offset nous ne nous préoccupons pas des influences croisées que ces moyens d'action ont usuellement sur f_{rep} et f_0 [100], il s'agit là du principal avantage d'un tel peigne.

- **Température :** La longueur optique de la cavité de l'oscillateur primaire est définie par la longueur de la fibre dopée. Elle est maintenue sur une plaque dont la température est stabilisée et peut être ajustée. Une modification de la température, par des effets de dilatation, change la longueur de la cavité et donc la fréquence de répétition. Pour mesurer la réponse de f_{rep} à un changement

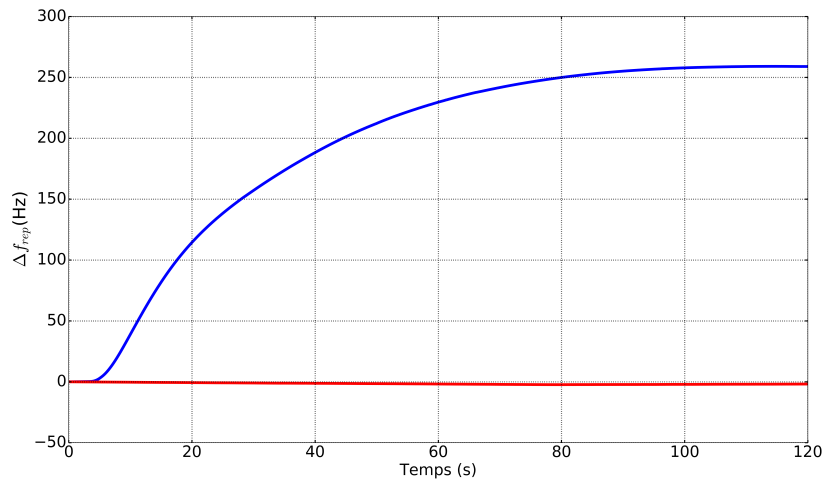


FIGURE 2.7 – Réponse de la fréquence de répétition en fonction d'une marche de température de $+0.3^\circ\text{C}$ appliquée à $t=0$ (—). L'évolution libre (—) est considérée comme négligeable.

de température nous laissons le peigne évoluer en mode libre, on applique ensuite une "marche" de température de $\approx +0.3^\circ\text{C}$, la fréquence de répétition est enregistrée sur un compteur avec un temps de porte de 100 ms , représentée sur la figure (figure 2.7). On peut considérer que sur le temps d'enregistrement l'évolution libre est négligeable devant l'évolution forcée par le changement de température. On observe ainsi une variation de $\approx +250\text{ Hz}$ pour $+0.3^\circ\text{C}$ avec un retard de 4 s, et un temps de montée de 30 s, caractéristiques des phénomènes thermiques.

- **Cale piézo-électrique :** L'empilement de cales piézo-électriques supportant le miroir de l'oscillateur primaire présente une résonance mécanique autour de 5 kHz. Cet élément nous permet d'apporter des corrections jusqu'à 4 kHz. On mesure par ailleurs son gain en Hz/V de façon simple en appliquant une tension sinusoïdale connue et en mesurant la réponse de la fréquence de répétition. On estime par cette mesure un gain de 8 Hz pour une déviation de 1 V_{pp} à 10 Hz envoyée vers l'étage d'amplification haute tension.

- **Courant** : L'alimentation en courant de la diode de pompe est ajustable avec une bande passante allant au moins jusqu'à 990kHz (limite due à la méthode de mesure). Les modifications du taux de répétition par le courant de la diode de pompe proviennent de différents mécanismes physiques couplés les uns aux autres [101]. C'est principalement la modification de la condition de gain dans la cavité, via des effets d'auto-modulation de phase entre autres, qui change la fréquence de répétition. Le gain de cet actionneur est de 55 dB pour un signal de commande à 10 kHz et $20 mV_{pp}$. La modulation effective du courant de diode n'est pas connue.
- **EOM** : Un modulateur électro-optique intra-cavité permet, en modulant l'indice de réfraction localement dans la cavité, d'appliquer des corrections de la fréquence de répétition avec une faible amplitude mais une bande passante *a priori* supérieure à 990 kHz, estimation là encore limitée par le système de mesure. Le gain est de 35 dB pour un signal de commande à 10 kHz et $1 V_{pp}$.

Les valeurs de bande passante et de gain présentées ici pour le courant de pompe et le modulateur électro-optique sont issues de mesures qui ont nécessité en premier lieu l'asservissement de la fréquence de répétition sur une référence dans le domaine RF. Avant de détailler cette méthode d'asservissement puis de présenter la technique mise en place pour mesurer les fonctions de transfert des deux actionneurs rapides (courant et EOM), nous nous intéressons à la particularité du peigne, à savoir l'absence d'offset de fréquence.

2.2.2 Modèle de la "bande élastique"

Démontrer l'absence complète de fréquence d'offset dans le spectre du peigne de fréquences ne peut être fait que par la mise en place d'un dispositif f-2f. Une mesure précise de la stationnarité de l'offset de phase $\Delta\Phi$ entre l'enveloppe et la porteuse des pulses, mesurée par un battement entre un mode ν_{2n} et le mode doublé $2\nu_n$ permettrait de conclure que $f_0 = 0$. Cette mesure a été effectuée par Günther Krauss *et al.* en 2011 sur un peigne dont le principe de fonctionnement est identique au notre [103], mesurant un jitter de phase $\Delta\phi$ inférieur à 0.2 radians intégrée sur 8 secondes, soit une fréquence d'offset inférieure à $\Delta\phi/(2\pi\Delta t) < 4mHz$.

Nous pouvons cependant nous intéresser au comportement du peigne à différentes longueurs d'onde lorsque celui-ci est soumis à une perturbation extérieure. En effet, Harald R. Telle a proposé un modèle [96] dit de la "bande élastique" pour décrire la dynamique d'un peigne et a montré que l'on peut considérer celui-ci comme une bande élastique, étirée dans sa longueur à partir d'un point fixe dont la position en fréquence dépend du type de perturbation. Cette dépendance est liée au fait que la fréquence d'offset et la fréquence de répétition ne sont pas affectées de la même manière par la perturbation selon l'origine de celle-ci. Le point fixe de fréquence ν_{fix} est alors défini comme la fréquence à laquelle les fluctuations de f_0 compensent celles de $\nu_{fix} = n_{fix} \times f_{rep}$. La figure (2.8), issue de l'article de revue de Stefan Droste *et al.* [102] illustre ce principe. A partir de l'équation du peigne (2.4), on peut écrire la fluctuation $\delta\nu_n$ d'un mode optique n lorsque la fréquence de répétition et la fréquence d'offset sont soumises à une variation d'une grandeur perturbative notée P :

$$\delta\nu_n = \frac{d\nu_n}{dP} = n \times \frac{df_{rep}}{dP} + \frac{df_0}{dP} \quad (2.8)$$

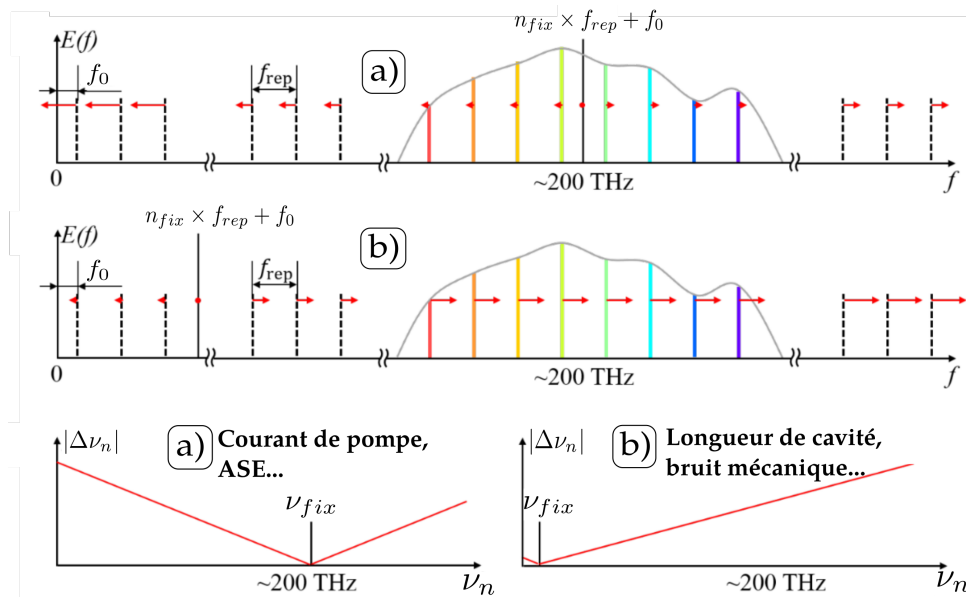


FIGURE 2.8 – Schéma illustrant le principe du point fixe pour décrire la dynamique des modes d'un peigne de fréquences. Adapté de [102]. ASE : émission spontanée amplifiée.

Le mode n_{fix} est celui pour lequel $\delta\nu_n = 0$, il vient donc immédiatement :

$$n_{fix} \equiv -\left(\frac{df_0}{dP}\right) / \left(\frac{df_{rep}}{dP}\right) \quad (2.9)$$

Avec P un perturbateur donné, par exemple une fluctuation du courant de pompe.

Pour un peigne classique, c'est à dire avec une fréquence d'offset non nulle, le point fixe pour un bruit sur le courant de pompe se situe proche de la porteuse optique. En revanche les modifications de longueur de la cavité affectent beaucoup plus la fréquence de répétition que la fréquence d'offset, le point fixe se situe donc dans ce cas proche de zéro.

Sachant cela, les modes d'un peigne dépourvu d'offset, obéissent à la simple équation $\nu_n = n \times f_{rep}$ et doivent présenter un comportement décrit par le modèle élastique avec un point fixe proche de zéro, quelle que soit l'origine de la perturbation. Disposant de trois longueurs d'onde différentes en sortie du peigne, nous avons vérifié ce comportement.

Ainsi nous avons légèrement déplacé la lame permettant de retirer le centre du spectre avant le processus de DFG (voir figure 2.4) afin de faire apparaître un spectre résultant du peigne primaire, contenant donc une fréquence d'offset.

La méthode, schématisée sur la figure (2.9) est la suivante :

- Une perturbation périodique carrée de fréquence 10 Hz avec une amplitude comprise entre $20mV_{pp}$ et $60mV_{pp}$ (selon la mesure) est appliquée sur la cale piézo-électrique ou sur le courant de pompe, induisant une modification δf_{rep} .
- Nous nous intéressons alors aux battements optiques entre un laser continu (diodes laser pour la spectroscopie) et la sortie du peigne à la longueur d'onde correspondante pour mesurer les fluctuations engendrées sur le mode n . Deux battements sont présents, l'un issu du peigne primaire (avec offset) et l'autre issu du peigne secondaire (sans offset), espacés d'environ 15 MHz. La distinction se fait grâce à la différence de puissance entre les deux, le peigne primaire étant beaucoup plus faible (-20 dB). Les signaux de battement sont ramenés autour de 47 MHz en ajustant la fréquence du laser continu. Le signal est ensuite filtré autour de 47 MHz avant d'être amplifié puis enregistré sur un compteur de fréquence.

Notons que le peigne de fréquences et les lasers continus évoluent en mode libre lors de ces mesures, les lasers peuvent alors présenter des dérives à moyen terme ($t > 5s$) qui dépassent le MHz. Cet effet se combine avec la dérive de la fréquence de répétition du peigne, typiquement de l'ordre de 50 mHz s^{-1} , qui se voit multiplier d'un facteur $\approx 10^6$ correspondant au numéro du mode observé. Un choix de fréquence d'échantillonnage du compteur de 50 Hz (temps de porte de 20 ms), ainsi qu'une modulation carrée plutôt que sinusoïdale de 0.1 s de période, nous permet d'effectuer des mesures sans que ces dérives soient trop pénalisantes.

L'opération est répétée aux trois longueurs d'onde disponibles pour les deux battements présents, en modulant le courant avec deux tensions différentes $20mV_{pp}$ et $30mV_{pp}$ puis en modulant l'élément piézo-électrique à $30mV_{pp}$ et $60mV_{pp}$. Sont extrait

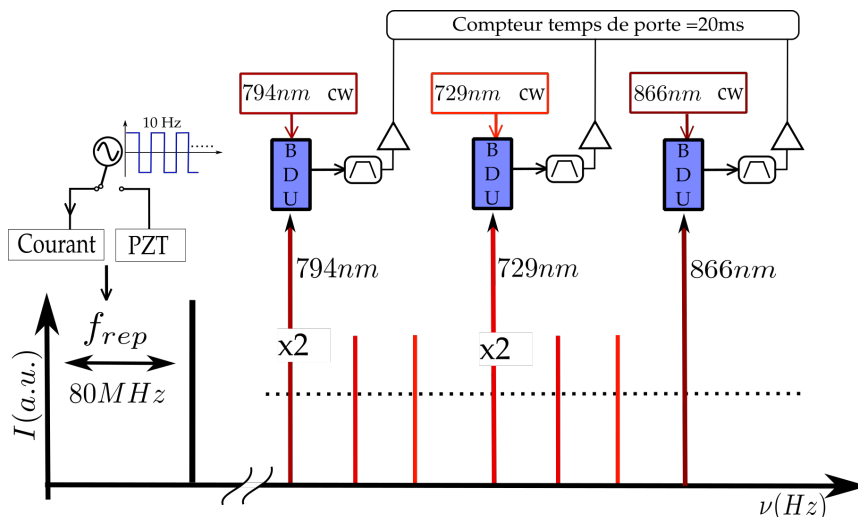


FIGURE 2.9 – Schéma de principe du montage expérimental pour la mesure du comportement du peigne lorsque f_{rep} est soumise à une perturbation sur le courant ou la cale piézo-électrique. CW : laser continu.

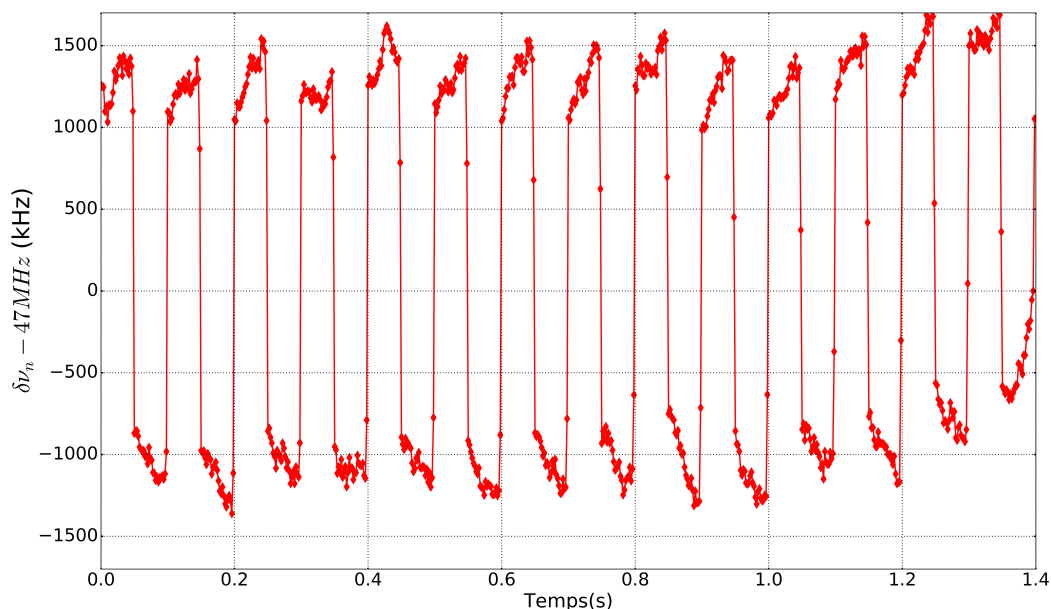


FIGURE 2.10 – Un exemple d'enregistrement type de $\delta\nu_n$, ici sur le battement du peigne secondaire ($f_0 = 0$) à 794 nm lorsqu'une modulation de courant de $20mV_{pp}$ est appliquée. On peut noter les effets thermiques engendrés par une modification du courant de pompe : le signal n'est pas carré mais présente une remontée après chaque marche de tension appliquée. Ce phénomène n'apparaît pas lors des modulations sur l'élément piézo-électrique.

des enregistrements (figure 2.10) une valeur moyenne de $\delta\nu_n$, ainsi que son écart-type, pris comme barre d'erreur.

Pour cette application, il est important de noter si le battement observé évolue avec le même signe que la fréquence de répétition, ou avec un signe opposé. La figure (2.11) présente les résultats obtenus de $\delta\nu_n$ en fonction de la fréquence du mode du

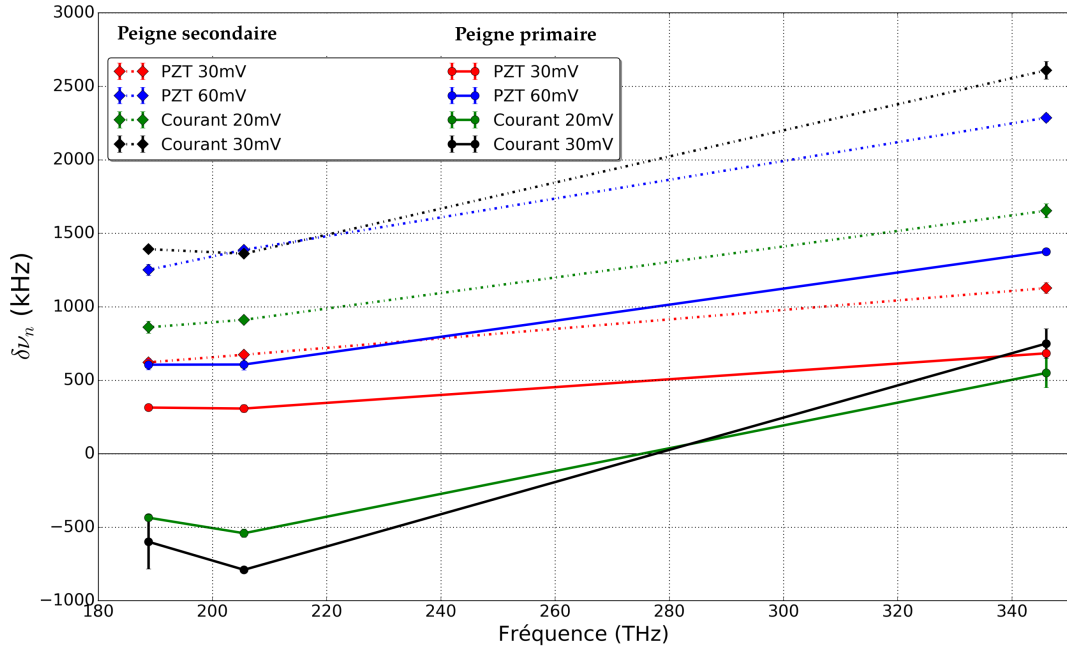


FIGURE 2.11 – Évolution des fluctuations $\delta\nu_n$ d'un mode optique à différentes fréquences et selon des perturbations sur la cale piézo-électrique (PZT) ou le courant de pompe (I). Les courbes en traits pleins sont les mesures issues du peigne primaire, en traits pointillés les mesures sur le battement issu du peigne secondaire. Les liaisons entre les points permettent d'éclaircir les tendances, elles ne représentent pas de valeurs physiques.

peigne, pour les différentes modulations appliquées selon que l'on observe le battement issu du peigne secondaire ou primaire.

- Peigne secondaire** : Nous pouvons constater que quelle que soit la fréquence du mode observé celui-ci évolue avec le même signe que la fréquence de répétition. Le comportement de $\delta\nu_n/\nu_n$ devrait être linéaire et intercepter l'axe des fréquences à 0 quel que soit le moyen d'action utilisé. Néanmoins, concernant les modulations de courant, ce n'est pas exactement le cas. Nous expliquons ceci par les effets thermiques de cet actionneur (mentionnés sur la figure 2.10). En effet lors de la mesure de $\delta\nu_n$ le temps de modulation typique (0.1 s) n'est pas suffisamment long pour que l'état stationnaire soit établi; nous sous-estimons donc la déviation de fréquence $\delta\nu_n$ due à cet actionneur.
- Peigne primaire** : En ce qui concerne les battements issus du peigne contenant *a priori* un offset de fréquence on constate un comportement linéaire compatible avec une fréquence fixe se situant autour de zéro pour les modulations de la longueur de cavité (PZT). Pour les modulations de courant, un changement de signe apparaît dénotant la présence d'un point fixe lié à cet actionneur se situant autour de 280 THz. Ceci confirme, sans valeur quantitative toutefois étant donné la présence de seulement trois points de mesures, qu'il s'agit bien de modes optiques qui n'obéissent pas à l'équation du peigne sans offset.

Il est utile de ramener ces mesures à une valeur relative à $n\delta f_{rep}$, en effet nous pouvons écrire :

$$\frac{\delta\nu_n}{n\delta f_{rep}} - 1 = \frac{\delta f_0}{n\delta f_{rep}} \quad (2.10)$$

En exprimant les mesures de la sorte, nous éliminons l'effet thermique du courant de pompe puisque celui-ci est présent aussi bien sur la mesure de $\delta\nu_n$ que de δf_{rep} . La figure (2.12) présente ces résultats. Nous voyons clairement que les mesures faites sur le peigne secondaire sont ici parfaitement cohérentes avec l'absence de fluctuations de fréquence d'offset. Si cette fréquence existe elle doit fluctuer puisqu'elle est libre de tout contrôle. D'autre part on sait que les modulations de courant doivent modifier celle-ci. Nous pouvons ainsi déduire de $\delta f_0 = 0$ que $f_0 = 0$.

Le comportement du peigne primaire renforce cette hypothèse pour deux raisons :

Premièrement les mesures font apparaître que δf_0 est strictement différent de zéro, quelques soient les modulations appliquées. Nous concluons donc que le battement émane d'un spectre comportant effectivement une fréquence d'offset, libre d'évoluer. Deuxièmement nous pouvons noter que les modulations de courant ont une nette influence sur δf_0 . Compte tenu du modèle de la bande élastique précédemment décrit ceci confirme la présence d'une fréquence d'offset dans ce spectre.

Ces mesures ne se veulent pas quantitatives et nous ne prétendons pas ici démontrer fermement par une mesure que le peigne (secondaire) est dépourvu de fréquence d'offset. Néanmoins les différences nettes de comportements observés pour ces deux spectres sont parfaitement cohérents avec le modèle de la bande élastique, ayant par ailleurs largement fait ses preuves [101, 102, 104]. Nous considérons ainsi, dans la suite de ce chapitre et de cette thèse que les modes du peigne de fréquences utilisé s'écrivent simplement comme :

$$\nu_n = n \times f_{rep} \quad (2.11)$$

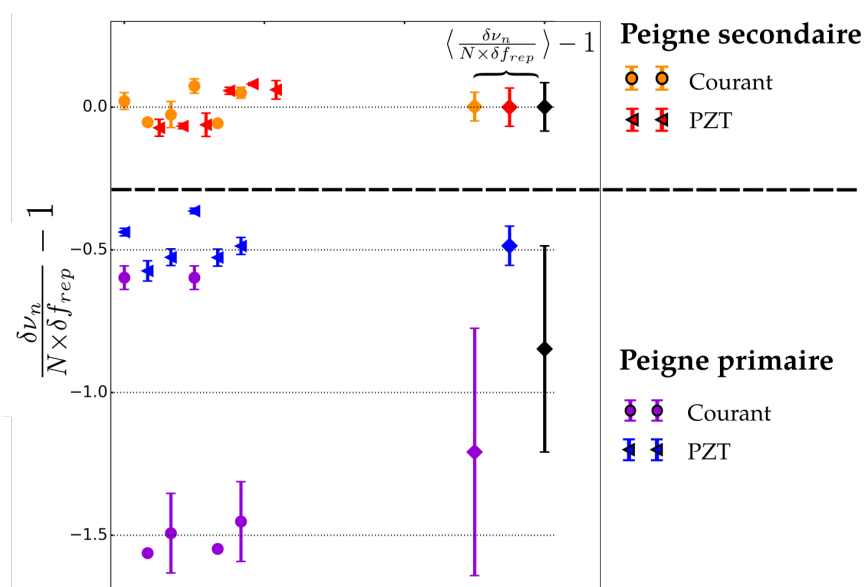


FIGURE 2.12 – Expression graphique de l'équation 2.10 pour les valeurs mesurées de $\delta\nu_n$ et δf_{rep} . Partie de gauche : résultats de (2.10) pour des modulations sur différents actionneurs. Partie de droite : valeur moyenne des mesures par groupe d'actionneurs.

2.2.3 Asservissement sur une référence RF

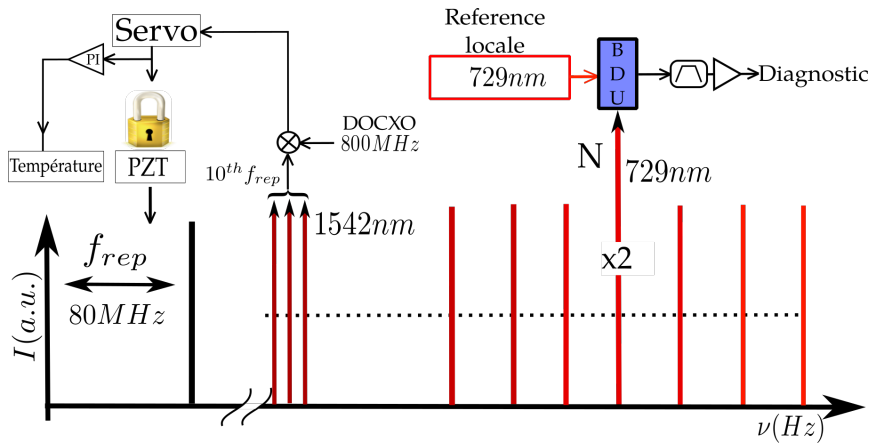


FIGURE 2.13 – Schéma de principe illustrant l'asservissement de la fréquence de répétition du peigne sur une référence RF et son diagnostic.

Nous disposons au laboratoire d'un oscillateur à cristal de quartz contrôlé en température (DOCXO⁵) par deux étages d'asservissements. Sa fréquence est disciplinée aux temps longs (>1s) sur une référence à 10 MHz synthétisée à partir d'un signal GPS⁶.

Le DOCXO génère un signal à 800 MHz avec une stabilité relative de fréquence qui est de l'ordre de 10^{-12} sur une seconde (données fabricant).

En mélangeant ce signal avec la sortie de la photodiode qui détecte la dixième harmonique de la fréquence de répétition on obtient un signal d'erreur qui est envoyé vers une électronique analogique commerciale⁷ appliquant un gain intégral de 15dB par décade entre 0.9 Hz et 2 kHz. Le signal de correction est envoyé vers l'amplificateur haute tension qui alimente l'élément piézo-électrique du miroir intra-cavité.

Le choix d'un asservissement sur la dixième harmonique de f_{rep} présente l'avantage de multiplier par 10 le bruit de la grandeur à asservir, donc d'augmenter naturellement le gain d'entrée du système de 10 dB.

Nous travaillons avec un peigne sans offset de fréquence, nous pouvons donc transposer l'équation du peigne 2.5 en terme de stabilité relative de fréquence transférée à un mode optique ν_n grâce à l'asservissement de la fréquence de répétition :

$$\frac{\delta \nu_n}{\nu_n} = \frac{\delta f_{rep}}{f_{rep}} \quad (2.12)$$

Nous pouvons vérifier ce transfert de stabilité en observant le battement optique entre le laser stabilisé à 729 nm ($\sigma < 1 \times 10^{-14}$ à 1s, voir chapitre 1) et le mode $N = 5138026$ du peigne asservi sur la référence RF. Ce battement est obtenu en superposant 0.7 mW de lumière issue du laser ultra-stable avec la sortie du peigne à 729 nm avec un

5. Acronyme anglais pour *Double Oven Controlled Crystal Oscillator*

6. Fury - Jackson Labs

7. Toptica Falc110

jeu de cube séparateur et de lame demi-onde. Ces deux faisceaux sont injectés dans une fibre commune de 3 mètres afin d’optimiser le recouvrement spatial, celle-ci est connectée à une BDU (figure 2.6). Le battement produit un signal de photodiode oscillant à 48.7 MHz, il est filtré autour de 48 MHz puis compté sans temps mort avec un temps de porte d’une seconde. Le compteur utilisé⁸ est référencé sur le même signal à 10 MHz qui est utilisé pour la synthèse de la source à 800 MHz.

La figure (2.14 a) présente l’enregistrement temporel auquel on a soustrait sa moyenne. Une dérive de $\approx +3.2 \text{ Hz}\cdot\text{s}^{-1}$ est présente dans le signal : elle est attribuée à la dérive thermique de la cavité ULE2 sur laquelle est asservi le laser. La déviation d’Allan de ce signal, relativement à 411 THz, est présentée en (b). Nous pouvons ainsi la comparer aux données de stabilité du GPS pour remarquer que le transfert de stabilité est bien effectif entre 1 et 40 secondes. On notera une remontée en $8 \times 10^{-13} \sqrt{\tau}$ à partir de 40 secondes. Ceci est la signature d’un bruit de type marche aléatoire [66] dont l’origine ne peut pas être déterminée avec cette seule mesure. Nous discuterons de ce bruit à la lumière d’autres mesures présentées plus loin dans ce chapitre.

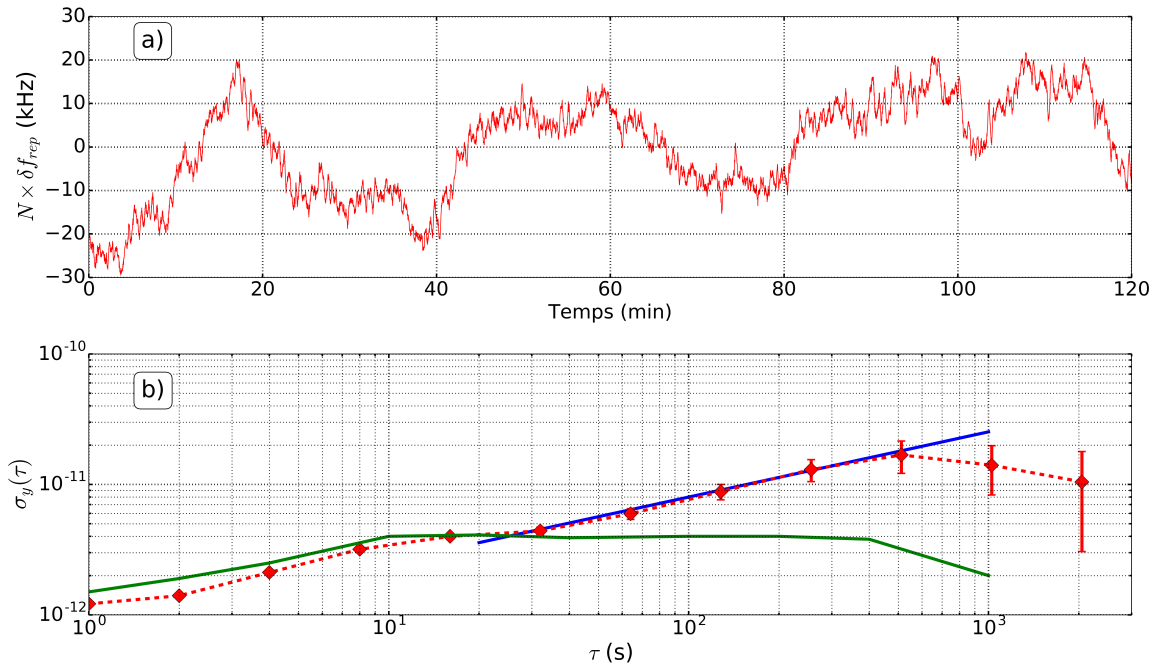


FIGURE 2.14 – a) : fluctuations de fréquence du battement à ≈ 48.7 MHz ramenées autour de sa valeur moyenne. b) : déviation d’Allan relative à 411 THz du battement optique (\blacklozenge), et stabilité de la référence GPS d’après le constructeur (—). La ligne en trait plein (—) correspond à une marche aléatoire de fréquence en $8 \times 10^{-13} \sqrt{\tau}$.

Désaturation : La plage de dynamique en tension de la cale piézo-électrique est limitée à $\pm 5\text{V}$ en entrée d’amplificateur, limitant ainsi la plage de correction de la fréquence de répétition à ± 40 Hz. Ceci a pour conséquence une saturation de l’actionneur lorsque la fréquence de répétition dérive de plus de 40Hz. La rétro-action

8. Agilent 53230A

sur la cale piézo-électrique ne peut alors plus continuer à corriger le système et l'asservissement décroche. Avec une sensibilité thermique mesurée de 50 Hz / 0.1 °C, il faut s'attendre à de telles dérives. Ainsi, afin de désaturer cet actionneur une partie du signal de correction est prélevé. Sa composante DC ($f < 1$ Hz) est utilisée comme signal d'erreur par une électronique (numérique) qui applique un gain proportionnel et intégral pour produire un signal de correction qui pilote le contrôleur de température de l'oscillateur femtoseconde. En choisissant correctement le signe de la correction on impose à la fréquence de répétition une dérive opposée à sa dérive thermique naturelle (cycle de climatisation, ouverture et fermeture de la pièce...), l'actionneur piézo-électrique est ainsi maintenu dans sa plage de fonctionnement optimal.

2.2.4 Réponses des actionneurs rapides

Afin de mesurer les fonctions de transfert du courant de pompe et du modulateur électro-optique intra-cavité nous avons mis en place une méthode s'appuyant sur une mesure de la densité spectrale du bruit de fréquence du signal d'erreur en boucle fermée.

Le peigne est asservi sur la référence RF via le montage précédemment décrit avec une bande passante de 2 kHz, une partie du signal d'erreur est prélevée à des fins d'analyse. Une tension sinusoïdale est alors appliquée, de fréquence f_m et d'amplitude V_{pp} , sur l'un des actionneurs. Le signal d'erreur est enregistré avec une fréquence d'échantillonnage $f_s = 2$ MHz au moyen d'une carte National InstrumentTM(NI). Un filtre passe-bas numérique du 4ème ordre de fréquence de coupure $f_s/2$ permet d'éviter le repliement de spectre. Notons que la fréquence d'échantillonnage maximale est 2 MHz, ce qui limitera notre analyse à 1 MHz (fréquence de Nyquist).

Le signal en boucle fermée porte l'information du bruit du système libre pour les fréquences de Fourier supérieures à la bande passante f_{bw} . Ainsi, si l'on applique une perturbation à $f_m > f_{bw}$ sur le courant de pompe on peut mesurer la perturbation engendrée sur la fréquence de répétition du laser par rapport au bruit du système libre à la même fréquence de Fourier. On quantifie donc le gain de l'actionneur en dB pour une tension V_{pp} appliquée comme :

$$G_{(act)}[dB] = 10 \log \left(\frac{P S_f(f_m, V_{pp})}{L S_f(f_m)} \right) \quad (2.13)$$

Avec $P S_f(f_m)$ la densité spectrale de puissance du bruit de fréquence induite par la perturbation et $L S_f(f_m)$ la même grandeur en mode libre.

La courbe (2.15) présente une mesure typique de la densité spectrale de bruit de fréquence du signal d'erreur en boucle fermée. On effectue l'enregistrement de 20 spectres pour une perturbation (f_m, V_{pp}) donnée. L'opération est répétée pour deux tensions différentes avec des fréquences de modulations de 10 à 990 kHz par pas de 10 kHz, sur le courant de pompe puis sur l'EOM.

Après traitement des données on accède (équation 2.13) aux gains des deux actionneurs en fonction de la fréquence pour deux tensions différentes.

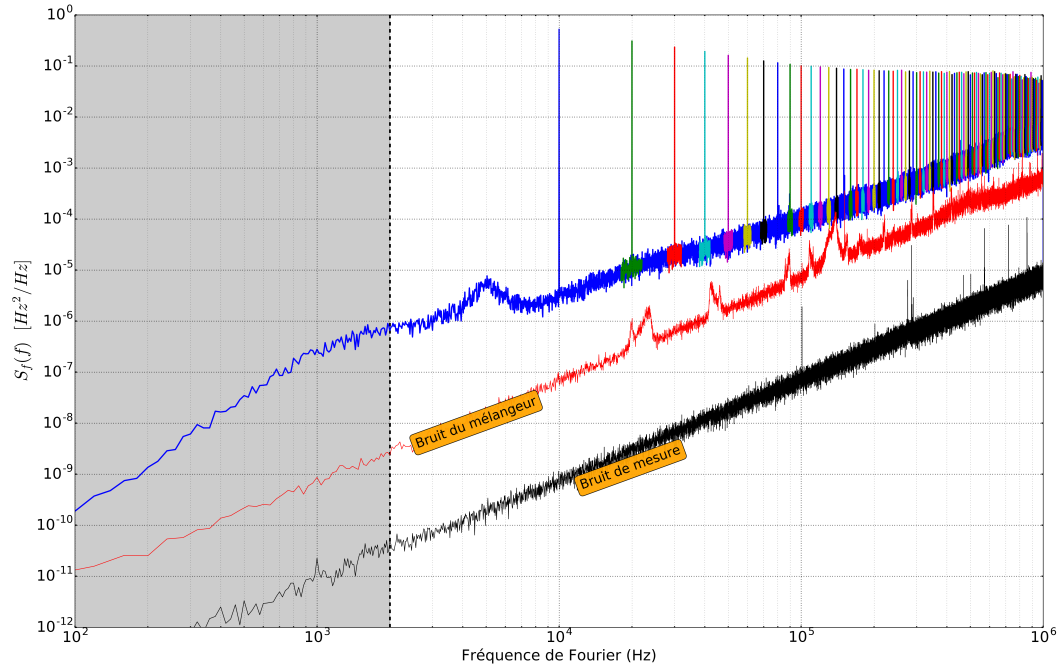


FIGURE 2.15 – Mesures types effectuées sur le signal d’erreur en boucle fermée. La zone grisée correspond à la partie du spectre dans la bande passante du piézo-électrique. Le pic à 5 kHz est lié à une résonance mécanique du couple miroir/cale piézo-électrique. En rouge le bruit du mélangeur et en noir le bruit de mesure de la carte NI. Pour plus de clarté on ne présente qu’une petite portion des spectres (autour de f_m) pour les fréquences de modulations supérieures à 10 kHz.

La figure (2.16) présente ces résultats. Nous pouvons d’emblée remarquer une chute

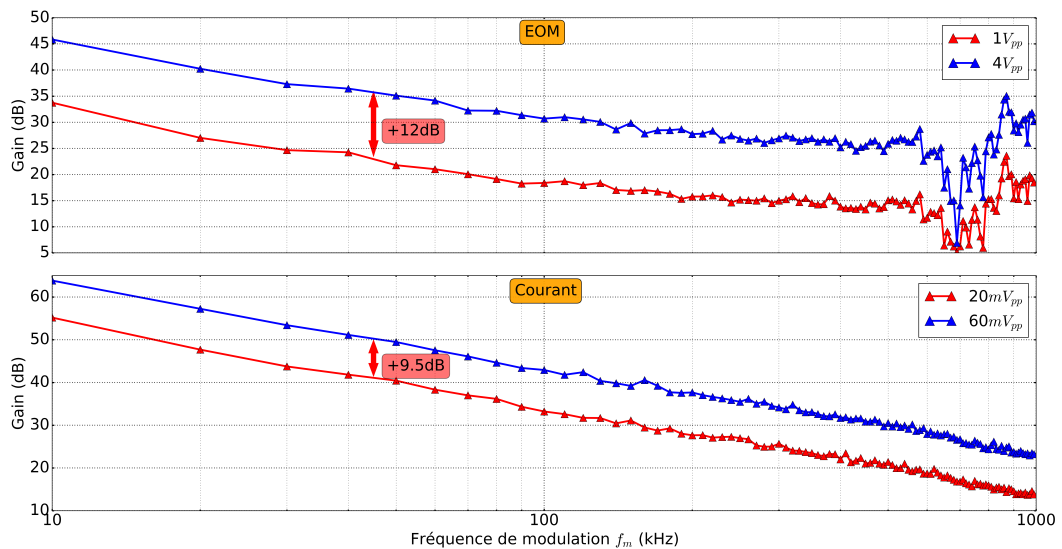


FIGURE 2.16 – Fonction de transfert du courant de pompe et de l’EOM pour deux tensions différentes.

de gain de l’EOM autour de 700 kHz. Cette effet "coupe bande" pourrai être dû à l’impédance d’entrée de l’EOM. Le comportement global du gain est de 15 dB par décade. On notera aussi une augmentation de 12 dB de l’ensemble de la courbe de

gain lorsque la tension appliquée est multipliée par 4, signature d'un comportement linéaire du gain en fonction de la tension.

Concernant l'effet de la modulation du courant de pompe le comportement est en $1/f$, soit -20 dB par décade. Un comportement linéaire est aussi observé avec une augmentation de 9.5 dB pour une augmentation d'un facteur 3 de la tension appliquée.

2.3 Asservissement sur la référence optique

La stabilité relative de fréquence du laser ultra-stable présenté au chapitre précédent est au moins deux ordres de grandeur meilleure que la stabilité de la référence dont nous disposons dans le domaine RF. Ainsi pour gagner en stabilité sur l'ensemble des modes du peigne sa fréquence de répétition est asservie sur le laser à 729 nm. Il s'agit là d'une technique classique qui s'est répandue quasiment en même temps que les peignes de fréquence, du fait de la disponibilité de lasers ultra-stables présentant des performances de stabilité relative bien meilleures que les plus performantes des sources RF ou GHz. Ceci est notamment utilisé pour la génération de signaux micro-ondes à très bas bruit de phase[105].

2.3.1 Montage

Le principe pour l'asservissement du peigne sur la référence optique consiste à extraire l'information du bruit à corriger non pas à partir de la dixième harmonique de f_{rep} mais directement à partir d'un mode optique du peigne, situé à $n \times f_{rep}$ avec $n = 5138050$, grâce à un battement optique entre ce mode et le laser à 729 nm (principe décrit précédemment). De la même façon que l'on bénéficiait d'une augmentation de 10 dB du gain d'entrée en asservissant le peigne à partir de $10^{th} f_{rep}$ nous profitons ici d'une augmentation de 57 dB.

La fréquence du signal de battement f_b obtenue s'écrit comme :

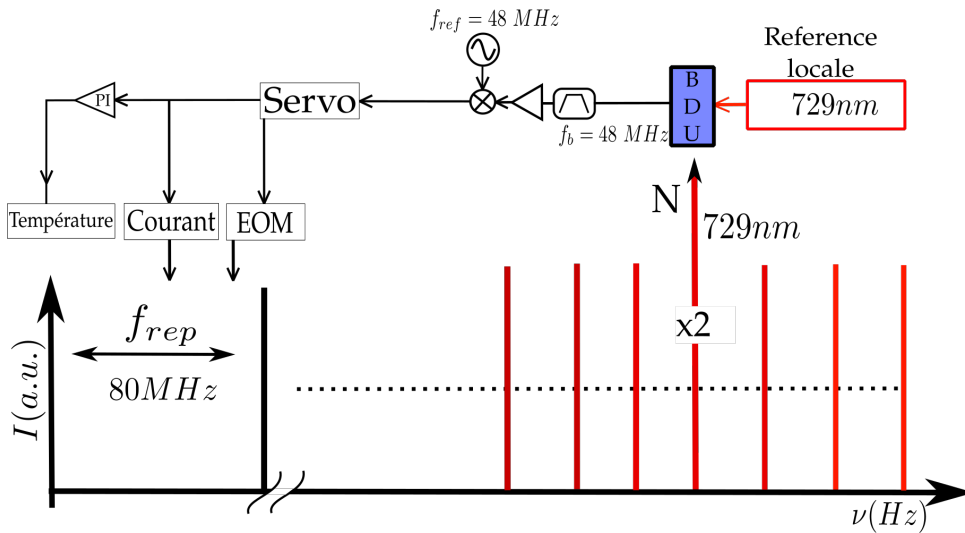


FIGURE 2.17 – Schéma de principe du montage pour l'asservissement de la fréquence de répétition du peigne sur le laser à 729nm.

$$f_b = 5138050 \times f_{rep} - \nu_l \quad (2.14)$$

avec ν_l la fréquence du laser de référence.

Cette fréquence de battement est ramenée à 48 MHz en modifiant le taux de répétition du peigne. Nous disposons en effet à cette fréquence d'un oscillateur à cristal qui

est alors utilisé comme référence de fréquence f_{ref} . La phase de ces deux signaux est comparée par un comparateur de phase digital présentant une réponse strictement linéaire (fonction triangle) avec un gain mesuré de 150 mV / rad. Le signal d'erreur produit est envoyé vers une électronique analogique pour construire les signaux de corrections. Les corrections basses fréquences (intégrateur) sont appliquées sur le courant de pompe tandis que la partie hautes fréquences est appliquée sur l'EOM intra-cavité.

Ce type d'asservissement directement dans le domaine optique nous permet de transférer la stabilité de la référence locale à 729 nm à l'ensemble des modes du peigne (relation 2.12). Ceci peut aussi se traduire en termes de fluctuations de fréquence : lorsque la boucle d'asservissement est fermée on peut écrire les fluctuations résiduelles de fréquence du taux de répétition par rapport à celles du laser de référence et de l'oscillateur à 48 MHz :

$$\delta f_{rep} = \frac{\delta \nu_l + \delta f_{ref}}{5138050} \quad (2.15)$$

Le laser de référence présente des fluctuations résiduelles de fréquence qui sont de l'ordre de ± 20 Hz. L'oscillateur à cristal utilisé présente lui des excursions en fréquence mesurée inférieure à 2 Hz sur 10 minutes ; nous négligerons ici son influence.

Les fluctuations relatives de fréquences sur f_{rep} sont donc attendues à $\pm 4 \mu$ Hz pour une stabilité relative de fréquence identique à celle du laser de référence, soit 8×10^{-15} à une seconde.

2.3.2 Méthode de diagnostic

Mesure de f_{rep} :

Afin de s'assurer de l'efficacité du transfert opéré par l'asservissement décrit précédemment, nous pouvons analyser le comportement de la fréquence de répétition. Celle-ci est détectée sur la BDU à 1.5 μm , le signal est filtré autour de 80 MHz puis compté par le compteur utilisé précédemment, toujours référencé sur le signal GPS à 10 MHz.

La figure (2.18) présente en marqueur rouge la stabilité relative de fréquence de f_{rep}

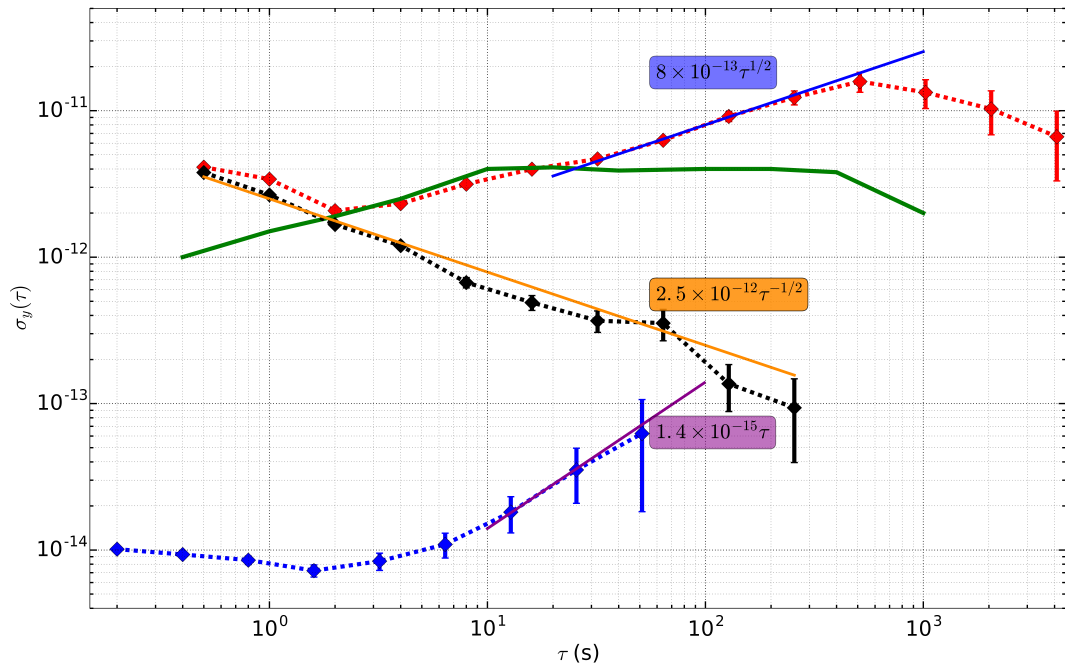


FIGURE 2.18 – Déviation d'Allan de la fréquence de répétition lorsque le peigne est asservi sur la référence optique (♦) et lorsque le peigne est asservi sur la référence à 800 MHz (◆). On présente pour comparaison la stabilité relative de la référence RF en trait plein (—), ainsi que la stabilité de la référence optique (◆)

lorsque le peigne est asservi sur la référence optique. Sur cette même figure la courbe en marqueur bleu représente la stabilité de la référence optique (chapitre 1), où la dérive de fréquence n'a pas été retirée. Le premier constat évident est que la stabilité relative de la fréquence de répétition est moins bonne de deux ordres de grandeur que celle de la référence à 729 nm. Pour comprendre cela nous présentons deux autres courbes : la courbe en trait plein vert correspond à la stabilité relative de la référence locale à 10 MHz, la courbe en marqueur noir correspond à la stabilité relative de f_{rep} lorsque le peigne est asservi sur le signal à 800 MHz.

Nous pouvons alors analyser la stabilité relative de f_{rep} vis-à-vis de ces deux autres courbes.

- Entre 500 ms et 2 s : le comportement est de type bruit blanc ($\tau^{-1/2}$) et coïncide avec la courbe noire. Il s'agit très probablement de la limite de bruit blanc du

compteur de fréquence.

- De 2 s et jusqu'à 30 s : la stabilité de f_{rep} est cohérente avec la stabilité de la source qui synchronise le compteur⁹, la mesure est donc limitée par le compteur, plus précisément par sa référence externe.
- Au delà de 30s : nous retrouvons le même comportement de marche aléatoire ($8 \times 10^{-13} \tau^{1/2}$) que celui présenté à la section précédente (figure 2.14). La référence optique ne présente pas ce type de comportement. La provenance de ce bruit n'est donc pas identifiable dans l'état actuel des mesures. Néanmoins on peut formuler l'hypothèse selon laquelle les fluctuations de puissance optique du battement perturberaient l'asservissement, soit par un bruit de photodiode, soit par une fluctuation de la puissance électrique à l'entrée du détecteur de phase. Une mesure de la corrélation entre le bruit de la puissance optique vue par la photodiode détectant le battement et le bruit de f_{rep} est à envisager pour éclaircir l'origine de cette marche aléatoire.

Nous pouvons par ailleurs expliquer de façon très simple la stabilité relative de fréquence, en apparence meilleure, de f_{rep} lorsque le peigne est asservi sur la référence à 800 MHz (courbe noire). Cette source est synthétisée à partir du même signal à 10 MHz qui synchronise le compteur de fréquence. Les bruits de celle-ci sont donc rejetés lors du comptage de f_{rep} puisque communs. La stabilité relative présente ainsi un comportement en bruit blanc pur, signature du bruit intrinsèque au compteur.

Le diagnostic de l'asservissement sur une référence optique ultra-stable s'avère inefficace si l'on se contente d'analyser la fréquence de répétition de cette façon. En effet le bruit de mesure devient limitant dès lors que l'on cherche une précision meilleure que le mHz, ce qui est le cas ici puisque l'on attend une précision de l'ordre du μ Hz sur f_{rep} .

Une solution à ce problème est d'analyser le bruit de $M \times f_{rep}$, où M est un facteur entier suffisamment grand pour que $M \times \delta f_{rep}$ soit supérieur au bruit de mesure de notre instrument, typiquement de l'ordre du mHz. La dixième harmonique de f_{rep} ne suffit pas, nous avons donc choisi d'effectuer cette mesure directement dans le domaine optique avec un second faisceau du laser de référence à 729nm qui est asservi sur la seconde cavité de haute-finesse disponible (chapitre 1).

Des études préliminaires ont par ailleurs été menées pour effectuer des mesures de bruit de phase de la fréquence de répétition sans être limité par le bruit de mesure des instruments. Celles-ci s'appuient sur la mesure de corrélation croisée afin de rejeter les bruits de mesures [106].

9. Rappelons que celui-ci est référencé sur la référence locale à 10 MHz

Mesure avec la seconde cavité ULE :

Nous avons décrit au chapitre précédent la méthode utilisée pour mesurer la stabilité de fréquence du laser à 729nm asservi sur une cavité ULE. Cette méthode était basée sur l'asservissement d'une fraction du faisceau sur une seconde cavité ULE1 indépendante. Nous utilisons ici ce second faisceau pour effectuer un battement optique avec le mode $n + 4$ du peigne, où $n=5138050$ est le mode à partir du quel s'effectue l'asservissement. La figure (2.19) présente schématiquement le montage expérimental pour réaliser ce battement.

Le "faisceau principal" est asservi sur la cavité ULE2, puis utilisé pour asservir la

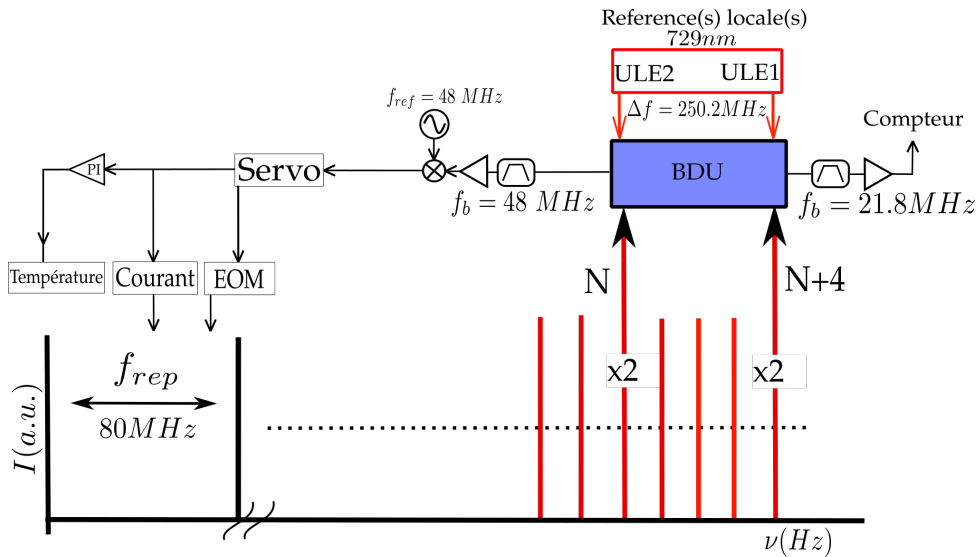


FIGURE 2.19 – Schéma de principe du montage pour l'asservissement de la fréquence de répétition du peigne sur le laser à 729nm.

fréquence de répétition du peigne à partir du mode $n=5138050$. Le deuxième faisceau est asservi sur la cavité ULE1 puis mélangé au peigne de fréquences avec la même BDU que celle utilisée pour l'asservissement. Les fréquences des deux faisceaux indépendamment asservis, chacun sur une ULE, sont séparées de 250.2 MHz. Le signal de photodiode présente ainsi, en plus du battement à 48 MHz, un second battement à 21.8 MHz qui résulte du mélange du mode $n + 4$ avec le deuxième faisceau. Ce signal est filtré autour de 20 MHz, amplifié puis compté.

Les courbes noires sur la figure (2.20) présentent le résultat des fluctuations de fréquence de ce battement ainsi que sa stabilité relative (par rapport à 411THz). A titre de comparaison on réalise 20 minutes plus tard une mesure de stabilité du battement des deux faisceaux lasers (ULE1/ULE2), selon la méthode décrite au chapitre 1 (courbes rouges). Cette mesure nous permet de confirmer que le transfert de stabilité entre la référence optique et le peigne de fréquences est avéré. Nous pouvons alors utiliser les deux autres sorties (866nm et 794nm) du peigne pour transférer les propriétés spectrales de la référence optique ultra-stable à 729 nm vers les deux autres lasers qui sont utilisés pour la spectroscopie cohérente des ions calcium.

Il est important toutefois de préciser l'hypothèse tacite lorsque nous interprétons cette

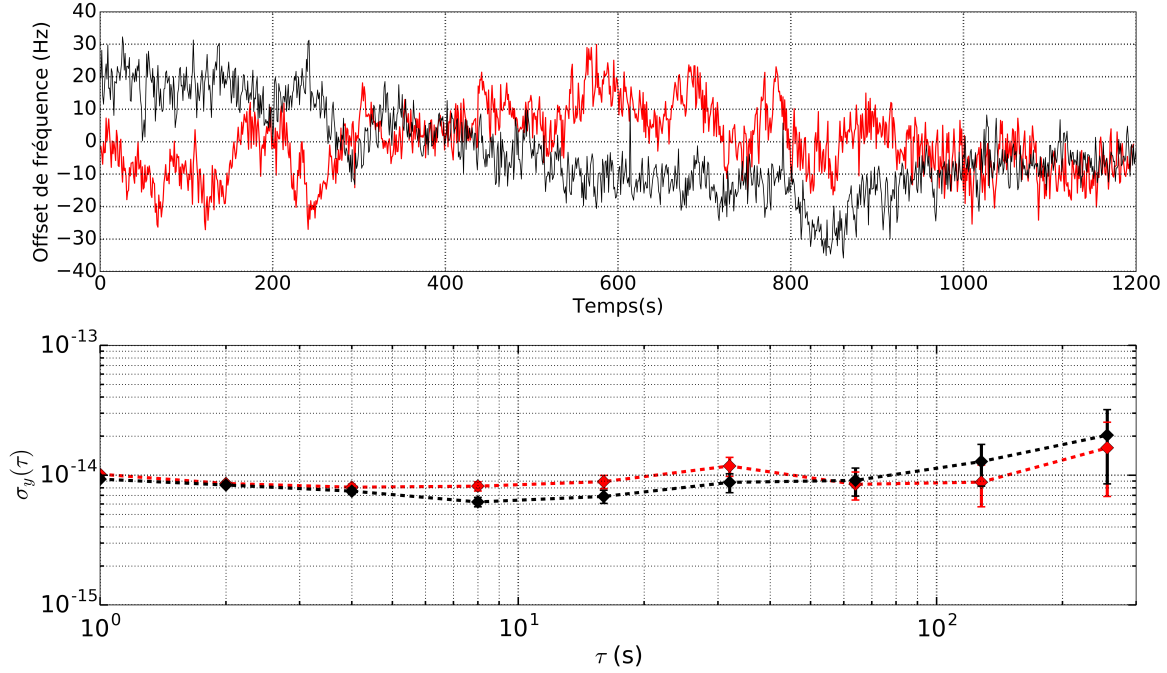


FIGURE 2.20 – Fluctuations de fréquence du mode $n+4$ du peigne de fréquences (—) et stabilité de fréquence relative à 411THz (◆). Une dérive de fréquence de -0.55 Hz s^{-1} a été retirée. En rouge les performances du laser de référence mesurées 20 min plus tard selon la méthode présentée au chapitre précédent, où une dérive de fréquence de -0.47 Hz s^{-1} a été retirée.

mesure pour juger de l'efficacité du transfert de stabilité. La BDU pour la détection des deux battements est commune ce qui a pour conséquence un bruit commun (bruit de photodiode) sur le battement utile à l'asservissement et sur le battement de diagnostic. Nous faisons donc l'hypothèse que le plancher de bruit de flicker de la photodiode est inférieur à la valeur obtenue par la déviation d'Allan des deux lasers. Celui-ci se calcule en terme de densité spectrale de bruit de fréquence à partir de la déviation d'Allan tel que [66] :

$$S_{\delta\nu}(f) = \frac{(\sigma_y \nu_l)^2}{2 \ln(2)} f^{-1} \quad [\text{Hz}^2/\text{Hz}] \quad (2.16)$$

soit $7.8 \times f^{-1} \text{ Hz}^2/\text{Hz}$. Le bruit de la photodiode n'a pas été mesurée, la mesure qui a été présentée n'est donc valide que si celui-ci est inférieur à cette valeur. Dans le cas contraire nous sur-estimons l'efficacité du transfert de stabilité du mode n au mode $n+4$. Notons que cette mesure ajoute du crédit à l'hypothèse selon laquelle le bruit de marche aléatoire en $8 \times 10^{-13} \tau^{1/2}$ proviendrait d'un bruit de puissance, en l'occurrence d'un bruit de photodiode direct. En effet nous ne détectons pas ce bruit sur cette mesure. S'il émanait d'une fluctuation de la puissance électrique à l'entrée du détecteur de phase nous aurions dû le détecter avec cette mesure. Les bruits de photodiodes sont eux rejetés par cette méthode de mesure comme indiqué. La détection des deux battements (asservissement et diagnostic) sur deux photodiodes séparées permettrait de lever le doute.

2.4 Asservissement des diodes lasers pour la spectroscopie

2.4.1 Méthode expérimentale

Pour les expériences de spectroscopie qui vont être présentées au prochain chapitre, deux sources lasers (en plus de la source ultra-stable) sont nécessaires, à 866 nm et 397 nm. La source à 866 nm est une diode laser en cavité étendue (ECDL)¹⁰, la source à 397 nm est issue du doublage de fréquence par génération de seconde harmonique en cavité d'une diode laser à 794 nm¹¹. Pour ce laser à 397 nm, le transfert de stabilité s'effectue en travaillant sur la longueur d'onde fondamentale, avant doublage, à 794 nm. La méthode pour transférer les caractéristiques de stabilité et de largeur spectrale du peigne sur ces deux diodes lasers est exactement la même que celle utilisée pour asservir le peigne sur la référence ultra-stable. Deux montages séparés mais identiques (figure 2.21) permettent de faire ceci.

Les faisceaux de la diode à asservir et du peigne à la longueur d'onde d'intérêt sont

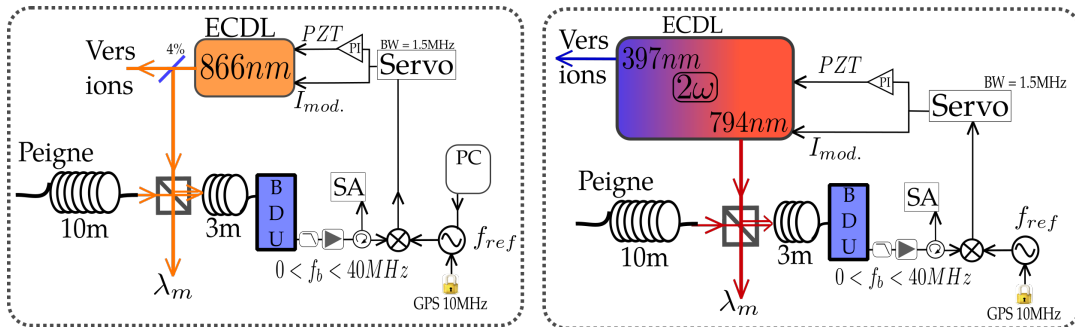


FIGURE 2.21 – Schéma optique et électronique du montage pour l'asservissement des diodes lasers. ECDL : Diode laser en cavité étendue. PZT : cale piézo-électrique. SERVO : électronique de correction. BW : bande passante. SA : analyseur de spectre PC : ordinateur. PI : correction proportionnelle intégrale pour la désaturation. λ_m : lambdamètre.

combinées puis injectés dans une fibre commune de 3m, elle même injectant une BDU. Dans une bande de 0 à f_{rep} , le signal de photodiode présente deux battements dont la somme des fréquences est strictement égale à la fréquence de répétition du peigne. En effet, dans cette bande passante le laser continu produit un battement optique avec le mode n ainsi qu'avec le mode $n + 1$. Nous filtrons aussi le signal de photodiode avec un filtre passe-bas dont la fréquence de coupure se situe à 43 MHz. Le signal d'erreur est obtenu en démodulant le signal f_b avec une fréquence f_{ref} d'un synthétiseur référencé sur le signal à 10 MHz issu du GPS. Une électronique analogique¹² qui reçoit ce signal applique un gain de 37 dB de type intégral jusqu'à 60 kHz, repris par un gain proportionnel de 15dB jusqu'à 1.5 MHz. Le signal de correction produit est appliqué sur le courant de la diode à asservir.

10. Toptica DL pro

11. Toptica DL pro + TA-SHG

12. Toptica mFalc110

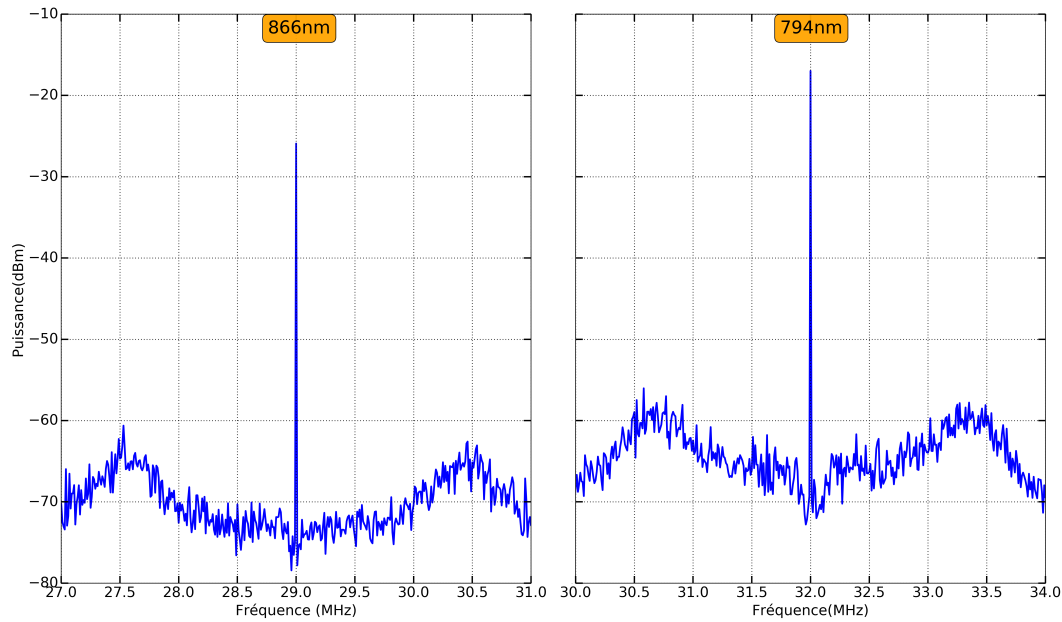


FIGURE 2.22 – Battements de chacune des diodes lasers asservies sur le peigne de fréquences. On distingue la fin de bande autour de 1.5 MHz

En prélevant le signal de photodiode (après amplification) avec un coupleur nous pouvons analyser le battement afin de régler le gain de l'asservissement ainsi qu'optimiser le rapport signal à bruit (figure 2.22). Le coupleur ne réduit que de 0.35 dB la puissance vue par le détecteur de phase. Sur la sortie couplé cependant, la puissance du signal est diminuée de 20 dB par rapport au signal envoyé vers le détecteur de phase, le rapport signal à bruit est inchangé. La figure 2.22 présente ces battements en boucle fermée. On note la fin de bande à 1.5 MHz ainsi qu'un rapport signal à bruit de 40 dB (respectivement 50 dB) pour l'asservissement de la diode à 866nm (resp. 794nm).

En boucle fermée un phénomène de saturation a lieu, comme décrit pour les autres asservissements, du fait que l'offset de tension maximal applicable sur la commande du courant est de $\pm 5V$. On observe ainsi un décrochage de l'asservissement lorsque les dérives du laser dépassent 3 MHz, ce qui est courant pour une diode laser en cavité étendue dans un environnement thermique présentant des fluctuations de température de $\pm 1^\circ C$. La désaturation se fait ici sur la cale piézo-électrique qui supporte le réseau de diffraction fermant la cavité laser étendue.

Une fois ce montage en place et opérationnel il convient, là encore, de mesurer l'efficacité de celui-ci. Il est utile de s'intéresser aux fluctuations de fréquence attendues sur ces lasers asservis sur le peigne, lui-même asservi sur la référence à 729nm.

Le laser ultra-stable présente des fluctuations $\delta\nu_l^{729} = \pm 20$ Hz sur une dizaine de secondes, qui, comme nous l'avons mesuré, sont correctement transférées au peigne. L'effet d'échelle du peigne est tel que l'on doit s'attendre à observer des fluctuations

résiduelles de fréquence des diodes asservies qui s'expriment comme :

$$\begin{aligned}\delta\nu_l^{866} &= \frac{n^{866}}{n^{729}} \times \delta\nu_l^{729} \\ \delta\nu_l^{397} &= 2 \frac{n^{794}}{n^{729}} \times \delta\nu_l^{729}\end{aligned}\tag{2.17}$$

En prenant les valeurs typiques des numéros de modes n^λ sur lesquels nous réalisons les asservissements afin que les lasers soient accordés comme on le souhaite avec les ions, soit :

$$\begin{aligned}n^{866} &= 4325031 \\ n^{794} &= 4720173 \\ n^{729} &= 5138050\end{aligned}$$

nous avons :

$$\begin{aligned}\delta\nu_l^{866} &= 0.8417 \times \delta\nu_l^{729} \\ \delta\nu_l^{397} &= 1.8373 \times \delta\nu_l^{729}\end{aligned}\tag{2.18}$$

Une réduction de la largeur spectrale doit s'opérer avec le même ordre de grandeur. Les fluctuations de fréquence des synthétiseurs utilisés pour les asservissements sont négligées.

Pour un asservissement du peigne sur la référence à 800 MHz on aura de la même manière :

$$\begin{aligned}\delta\nu_l^{866} &= \frac{n^{866}}{10} \times \delta f^{DOCXO} = 4.3 \times 10^5 \times \delta f^{DOCXO} \\ \delta\nu_l^{397} &= 2 \frac{n^{794}}{10} \times \delta f^{DOCXO} = 4.7 \times 10^5 \times \delta f^{DOCXO}\end{aligned}\tag{2.19}$$

Nous ne disposons pas d'autre source laser ultra-stable à ces longueurs d'ondes pour effectuer un battement optique de comparaison, ni d'une cavité Fabry-Perot suffisamment stable pour mesurer ces fluctuations attendues. Nous avons alors mis en place un diagnostic de l'asservissement de la diode à 866 nm par auto-corrélation du spectre.

2.4.2 Diagnostic par auto-corrélation

Le montage pour la mesure par auto-corrélation du spectre de la diode laser asservie est présenté sur la figure (2.23). Le principe repose sur une ligne à retard, constituée d'une fibre optique de 10 kilomètres. Le champ laser est séparé en deux faisceaux : le premier est décalé en fréquence par un AOM à 113 MHz tandis que le second est injecté dans la fibre optique. Les deux faisceaux sont ensuite recombinaés pour produire un battement optique à $f_b = 113$ MHz sur une photodiode. Le signal de cette photodiode est filtré puis amplifié avant d'être envoyé sur un analyseur de spectre.

Si le temps de cohérence τ_d du laser asservie est inférieur au délai τ imposé par la

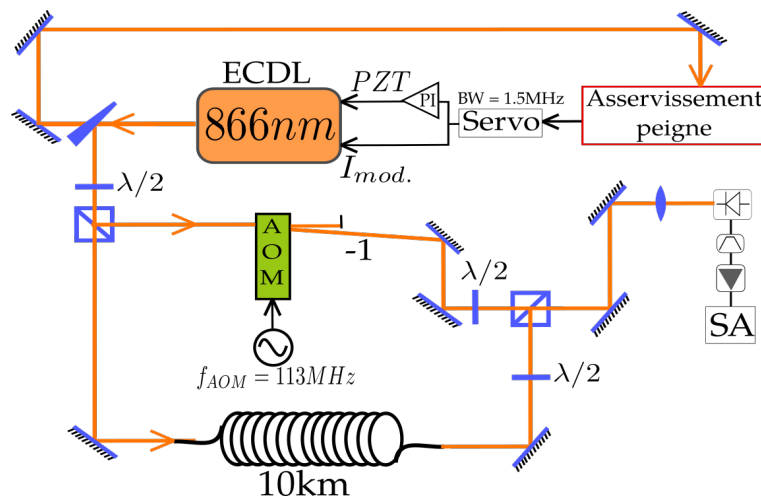


FIGURE 2.23 – Schéma du montage pour la mesure d'auto-corrélation du laser à 866nm lorsque celui-ci est asservi sur le peigne de fréquences.

fibre optique, la largeur spectrale du battement optique est une bonne estimation de la largeur spectrale du laser¹³ [107], [108]. Avec une bobine de fibre de 10 km, le délai est de $\approx 50 \mu s$, ce qui donne une limite de résolution de 20 kHz sur la largeur spectrale du laser à analyser. La diode laser à 866nm est asservie sur le peigne puis analysée de cette façon pour deux configurations d'asservissement du peigne différentes. Dans un premier cas, le peigne est asservi sur la référence à 800 MHz (RF), dans l'autre cas sur la référence optique. La figure 2.24 présente le résultat des spectres obtenus par auto-corrélation dans ces deux cas.

- Asservissement sur la référence RF : Le spectre présente un profil gaussien avec une largeur à mi-hauteur de $110 \text{ kHz} \pm 1 \text{ kHz}$. Soit une largeur 77 kHz pour le laser. Nous ne sommes donc pas limités par le délai de la fibre pour cette mesure et celle-ci représente une bonne approximation de la largeur spectrale du laser asservi. La forme du profil (gaussien) nous permet de dire que les bruits du laser sont lents mais puissants [109, 110]. En d'autres termes si Δf est l'amplitude du bruit et

13. A un facteur 2 ou $\sqrt{2}$ près selon le type de profil obtenu

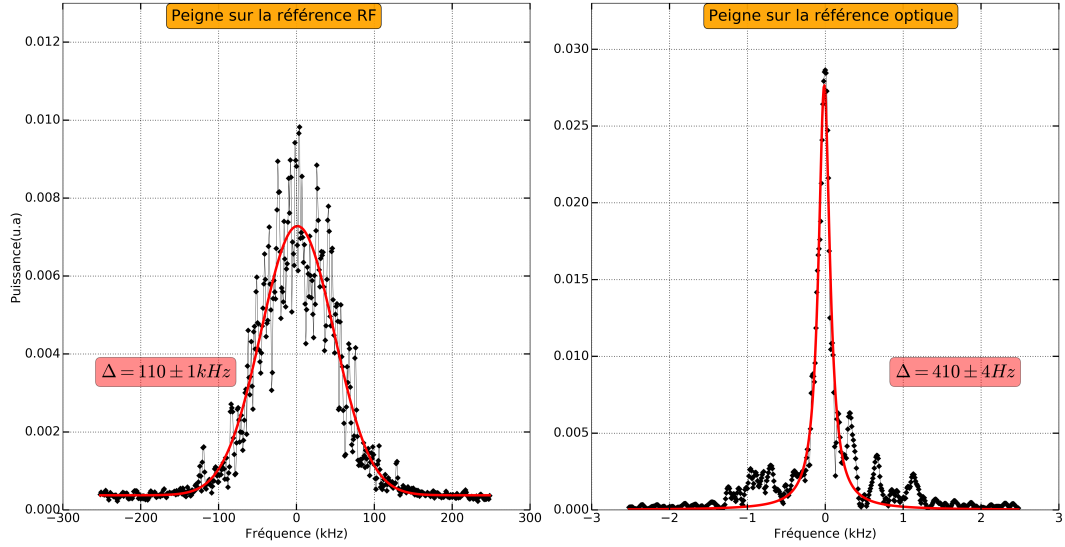


FIGURE 2.24 – Spectres obtenus par auto-corrélation du laser à 866nm dans deux configurations d’asservissements : à gauche le peigne de fréquences est asservi sur la référence à 800 MHz, à droite sur la référence optique à 729nm. Les courbes en traits plein rouge sont des ajustements Gaussien (gauche) et Lorentzien (droite) des données.

f_{bw} sa bande passante alors $\Delta f/f_{bw} \gg 1$. Ce résultat n’est pas étonnant quand l’on connaît les performances de l’oscillateur à 800 MHz et le facteur multiplicatif $n^{866} = 4.3 \times 10^6$ du peigne. D’autre part dans cette configuration le peigne est asservi avec une bande passante de 2 kHz, au delà le système est libre et son bruit est donc transféré à la diode laser (bande passante 1.5 MHz).

- Asservissement sur la référence optique : Dans ce cas la largeur du spectre obtenu est bien inférieure à 20 kHz. Le profil est Lorentzien avec une largeur de 410 ± 4 Hz. Nous ne pouvons rigoureusement rien conclure sur le profil du laser à 866 nm avec ce spectre, si ce n’est que celui-ci est nettement plus fin que la limite de résolution de 20 kHz du système de mesure. Nous avons par ailleurs conduit la même expérience directement avec la référence optique à 729 nm et avons obtenu la même valeur plancher de 410 Hz. Il s’agit donc de la limite du système, certainement dû au bruit de phase introduit pas la fibre de 10 km.

Pour aller plus loin :

Cette mesure, réalisée uniquement sur le laser à 866 nm, nous renseigne qualitativement sur l’efficacité du transfert opéré par l’asservissement sur le peigne de fréquences. Il s’agit d’un travail préliminaire de caractérisation qui doit être approfondie en mesurant le bruit de phase du signal de battement plutôt que simplement son profil spectral. En effet on peut montrer [111] que la densité spectrale de bruit de phase du laser étudié, $S_{\phi}^{laser}(f)$ est liée à la densité spectrale de bruit de phase du battement d’auto-corrélation $S_{\phi}^{beat}(f)$ par :

$$S_{\phi}^{laser}(f) = S_{\phi}^{beat}(f) \cdot [4\sin^2(\pi \cdot f \cdot \tau)]^{-1} \quad (2.20)$$

où f dénote la fréquence de Fourier, et τ le délai imposé par la bobine de fibre optique. Ceci est valable quelle que soit la dynamique du bruit. Par ailleurs, bruit de phase et bruit de fréquence communiquent par la simple relation $S_\phi(f) = (1/f^2)S_{\delta\nu}(f)$. Ceci permettrait ainsi, en plus d'identifier les bruits présents dans le laser, d'avoir une mesure précise de la largeur spectrale du laser directement à partir de son bruit de fréquence [112].

2.4.3 Mesures absolues de fréquences optiques

Pour les expériences de spectroscopie que je m'apprête à présenter au prochain chapitre, nous avons besoin de connaître la fréquence absolue des lasers impliqués. Pour mesurer la fréquence absolue des diodes asservies sur le peigne nous avons besoin de trois grandeurs : la fréquence du battement entre le peigne et le laser, la fréquence de répétition du peigne et le numéro du mode n à l'origine de ce battement.

Lorsqu'un laser est asservi, la fréquence du battement que nous utilisons est comprise entre 1 et 38 MHz et est donnée par la fréquence du synthétiseur (référéncé) qui démodule le battement pour produire le signal d'erreur. La fréquence de répétition est en permanence enregistrée sur le compteur de fréquence durant les expériences, avec une résolution de ± 1 mHz. Le numéro du mode s'obtient en effectuant une mesure préliminaire de la fréquence du laser avec un *lambdamètre*¹⁴ référéncé sur un mode de laser He-Ne avec une exactitude meilleure que $f_{rep}/2$ puis en divisant la valeur obtenue par l'inter-mode (f_{rep}). En prenant la partie entière de cette division nous aurons le numéro du mode n dont la fréquence est inférieure à la fréquence du laser. Cependant il y a ici une ambiguïté : le battement observé peut émaner du mode n comme du mode $n + 1$. Afin de lever l'indétermination, nous modifions la fréquence du battement en boucle fermée et observons le comportement de la fréquence du laser : si elle évolue avec le même signe que le battement c'est que celui-ci émane du mode n , si le signe est opposé il s'agit du mode ($n + 1$). Une fois ceci déterminé, le calcul est le suivant, avec ν_L^\pm la fréquence du laser selon le signe du battement :

$$\nu_L^+ = n \times f_{rep} + f_b \quad (2.21)$$

$$\nu_L^- = (n + 1) \times f_{rep} - f_b \quad (2.22)$$

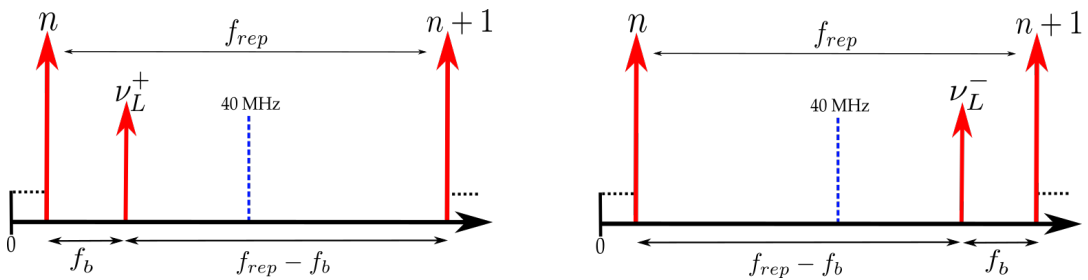


FIGURE 2.25 – Principe de mesure absolue de la fréquence d'un laser.

D'autres méthodes existent, notamment pour déterminer le mode n du peigne sans connaître la fréquence du laser à mesurer, celles-ci sont détaillées dans la référence [113].

L'incertitude Δf_{rep} sur la mesure de f_{rep} est le facteur limitant la résolution en fréquence de ce type de mesure avec $\Delta \nu_n = n^\lambda \times \Delta f_{rep}$. Avec une erreur de ± 1 mHz nous avons une incertitude sur la mesure absolue des fréquences lasers qui est la

14. High Finesse wavemeter

suivante :

$$\sigma_R = n_{866} \times \sigma_{rep} = 4324993 \times 10^{-3} = 4.32 \text{ kHz} \quad (2.23)$$

$$\sigma_C = n_{729} \times \sigma_{rep} = 5138013 \times 10^{-3} = 5.13 \text{ kHz} \quad (2.24)$$

$$\sigma_B = 2 \times n_{794} \times \sigma_{rep} = 9440262 \times 10^{-3} = 9.44 \text{ kHz} \quad (2.25)$$

$$(2.26)$$

avec les indices R , C , et B pour les lasers à 866 nm, 729 nm et 397 nm. Nous avons pris les numéros de modes typiques des fréquences laser auxquelles nous travaillons pour ce calcul.

2.5 Conclusion

J'ai présenté dans ce chapitre le peigne de fréquences dont nous avons fait l'acquisition durant ma première année de thèse. L'implémentation de celui-ci sur l'expérience de spectroscopie a nécessité de caractériser au mieux son comportement, d'une part concernant le transfert de stabilité de notre référence optique vers celui-ci, puis de celui-ci vers les deux diodes lasers utilisées pour la spectroscopie. Les différentes mesures présentées dans ce chapitre nous ont permis de nous assurer que ces opérations sont réalisées avec l'efficacité attendue. Toutefois ces mesures ne sont pas encore complètes dans le sens où elles ne mettent pas au jour les limites des performances du système. Nous avons vu que ceci s'explique simplement par le fait que ces limites sont bien inférieures aux limites atteintes par les techniques de mesures mises en place. Des études systématiques en termes de bruits de fréquences avec un montage d'auto-corrélation devraient permettre d'aller au delà de ces limites, ou en tout cas d'obtenir plus d'informations sur les bruits des lasers asservis.

Deux perspectives de travail sont à envisager concernant cet outil et son fonctionnement au sein de l'expérience de spectroscopie :

- D'une part le bruit de type marche aléatoire de fréquence doit être clairement identifié avec une mesure de détection synchronisée du bruit de puissance et du bruit de la fréquence de répétition.
- D'autre part les trois asservissements présentés ici, premièrement le peigne sur la référence optique, puis les deux diodes lasers sur le peigne, s'effectuent sans division de fréquence des battements optiques détectés. Ceux-ci sont en effet directement envoyés vers des détecteurs de phase pour produire les signaux d'erreur. Cette méthode, très directe, peut s'avérer poser problème si le signal de battement présente des excursions de phase supérieures à la plage de détection des détecteurs (typ. $\pm\pi$). On parle alors de sauts de phase et ceux-ci ne seraient pas détectés par le système. Une division analogique des battements par un entier N avant la

détection de phase permet de réduire l'influence des sauts en divisant les excursions de phase par N afin de rester dans la plage des détecteurs de phase [70]. Ceci doit naturellement s'accompagner par une augmentation du gain du système de correction, proportionnellement au facteur de division N .

Chapitre 3

Spectroscopie haute résolution d'un état noir à trois photons

Sommaire

3.1	Introduction	84
3.2	Confinement et refroidissement d'ions	85
3.2.1	Le piégeage radio-fréquence	85
3.2.2	Refroidissement laser Doppler	89
3.3	L'ion calcium ($^{40}\text{Ca}^+$)	91
3.4	Piégeage cohérent de population et résonance noire	94
3.4.1	Piégeage cohérent à deux photons (système en Λ)	94
3.4.2	Extension à un système à quatre niveaux (système en N)	99
3.5	Ensemble expérimental, le montage "TADOTI"	104
3.6	Méthode expérimentale pour l'étude de la résonance noire	112
3.6.1	Méthode d'interrogation	112
3.6.2	Vue d'ensemble d'un spectre de fluorescence	114
3.6.3	Multiplicité Zeeman des transitions noires	116
3.7	Études systématiques	118
3.7.1	Grandeurs d'intérêt.	118
3.7.2	Mesure de la fréquence THz	119
3.7.3	Reproductibilité	123
3.7.4	Influence des puissances lasers	126
3.7.5	Étude en fonction des désaccords lasers	133
3.7.6	Influence de la largeur spectrale des lasers	136
3.7.7	Explication du décalage de la transition térahertz mesurée	139
3.8	Conclusion	143

3.1 Introduction

Le phénomène qualifié de "résonance noire" est observé pour la première fois en 1976 par G. Alzetta *et al.* [1] dans une expérience de spectroscopie d'une vapeur de sodium avec un laser à colorant multimode. Étudiant les résonances de l'échantillon placé dans un gradient de champ magnétique, de soudaines chutes de fluorescence sont détectées à certaines positions dans la cellule de sodium. Ceci se produit lorsque la différence de fréquence entre deux modes du laser est égale à la différence de fréquence de deux niveaux hyperfins de l'état fondamental du sodium.

Dans les années suivantes, les études théoriques [114] expliquent qu'une cohérence entre deux niveaux hyperfins, induite par deux modes du laser d'interrogation, entraîne l'apparition d'un état piège qui est une superposition cohérente des états hyperfins. Ce "nouvel état" est découplé de l'excitation laser et la population atomique y est piégée, résultant en une chute de fluorescence. Le terme de "Piégeage Cohérent de Population" (CPT) s'installe progressivement au fil des années 80 pour désigner ce type de phénomène [3].

Cet effet de piégeage cohérent de population à deux photons (trois niveaux atomiques) est alors mis à l'œuvre pour des réalisations expérimentales diverses, du "laser sans inversion de population" [115] aux techniques de refroidissement sub-Doppler utilisant la transparence induite par cet effet (EIT cooling) [116], en passant par la métrologie des fréquences avec l'exploitation de la raie noire issue des niveaux hyperfins du césium ou du rubidium pour la création d'un signal d'horloge dans le domaine micro-onde [7, 117, 11].

Cette dernière application est celle qui a connu la dynamique la plus importante. Le développement d'étalons de fréquences secondaires basés sur le CPT, robustes et compacts, permettent aujourd'hui d'atteindre des stabilités relatives de fréquence de l'ordre de $10^{-13}\tau^{-1/2}$ jusqu'à 2000 s grâce à des protocoles d'interrogation particuliers permettant de fortement atténuer les effets de dérive, principalement dus aux fluctuations de puissance des lasers d'interrogation [13].

En 2007 notre équipe propose une technique de piégeage cohérent de population dans un schéma original où ce ne sont pas trois mais quatre niveaux atomiques qui sont impliqués [14]. Un piégeage cohérent à trois photons donc, réalisé sur l'ion calcium. Alors que les étalons CPT à deux photons sont basés sur une transition dans le domaine gigahertz, nous allons voir que le protocole à trois photons permet d'accéder au domaine térahertz par la fréquence de la transition dipolaire magnétique entre les niveaux du doublet de structure fine de l'ion calcium. Les études préliminaires théoriques [118] démontrent qu'une stabilité relative de $8 \times 10^{-14}\tau^{-1/2}$ est envisageable avec un nuage de 10^5 ions confinés en piège quadrupolaire.

Ce chapitre présente la première mise en œuvre expérimentale de ce piégeage cohérent de population dans un schéma à trois photons sur un nuage d'ions calcium confinés en piège radio-fréquence. J'expose ici la méthode expérimentale utilisée pour le confinement des ions avant de présenter le développement théorique qui permet d'expliquer

le phénomène de résonance noire ainsi que les possibles sources d'élargissement et de décalage de fréquence de la transition térahertz mesurée avec cette méthode. Après avoir décrit l'ensemble expérimental je présenterai les spectres obtenus dont nous avons étudié la dépendance selon plusieurs paramètres expérimentaux. Ces études préliminaires ont permis de cibler certaines contraintes expérimentales concernant une future exploitation métrologique de la transition.

3.2 Confinement et refroidissement d'ions

3.2.1 Le piégeage radio-fréquence

Le piégeage de particules chargées grâce à un champ électrique oscillant est proposé dans les années 1950 par Wolfgang Paul, lauréat du prix Nobel pour ces travaux [24]. Le principe s'appuie sur la génération d'un potentiel quadratique oscillant $\Phi(x, y, z, t)$ par l'application d'une tension sinusoïdale sur une structure d'électrodes hyperboliques à 3 dimensions telle que représentée sur la figure (3.1). Dans ce type

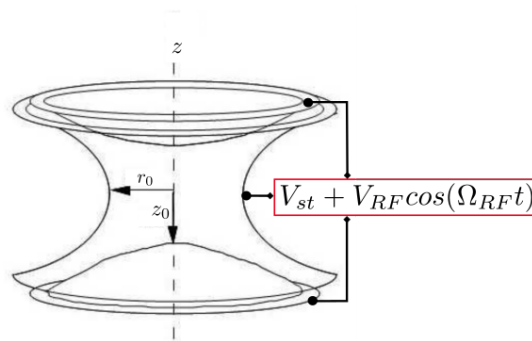


FIGURE 3.1 – Géométrie d'un piège de Paul en trois dimensions. *In*[119]

de piège le potentiel est de la forme :

$$\Phi(x, y, z, t) = \left(V_{st} + V_{RF} \cos(\Omega_{RF} t) \right) \frac{x^2 + y^2 - 2z^2}{2r_0^2} \quad (3.1)$$

avec V_{st} la composante statique de la tension appliquée et V_{RF} l'amplitude de la composante oscillante à la fréquence $\Omega_{RF}/2\pi$. Les particules piégées dans ce potentiel subissent un mouvement forcé par le champ oscillant dans les trois directions de l'espace. Ce mouvement a une amplitude d'autant plus élevée que l'on s'éloigne du centre du piège, influençant d'avantage le piégeage de gros échantillons. Par ailleurs, les accès optiques sont très contraints par la géométrie des électrodes.

En 1989, J. D. Prestage et ses collaborateurs [120], en se basant sur l'idée initiale de W. Paul, imaginent une structure de piège quadrupolaire linéaire plus ouverte dans laquelle le confinement radial est assuré par deux paires d'électrodes cylindriques disposées en regard l'une de l'autre (voir la figure (3.2)). En appliquant une tension sinusoïdale alternative d'amplitude $V_{RF}/2$ sur une paire et la même tension déphasée de π sur l'autre paire un potentiel piégeant dans le plan radial (x,y) est généré et

s'écrit :

$$\Phi_r(x, y, t) = \left(V_{st} + V_{RF} \cos(\Omega_{RF} t) \right) \frac{x^2 - y^2}{2r_0^2} \quad (3.2)$$

Le confinement axial est assuré par un jeu d'électrodes polarisées par une tension continue fixe ($V_{DC} > 0$ pour des ions positifs) :

$$\Phi_{DC}(x, y, z) = \frac{\kappa V_{DC}}{2z_0^2} (2z^2 - x^2 - y^2) \quad (3.3)$$

avec V_{DC} la tension appliquée et κ un facteur d'écrantage qui dépend de la distance $2z_0$ entre les électrodes DC et de la géométrie du piège. Ce potentiel possède une composante déconfinante dans le plan radial (x,y) et il est nécessaire d'adapter la tension appliquée afin que cet effet soit inférieur à l'effet de confinement de Φ_r . Ceci est facile à réaliser expérimentalement dans la mesure où les deux potentiels sont générés de façon indépendante.

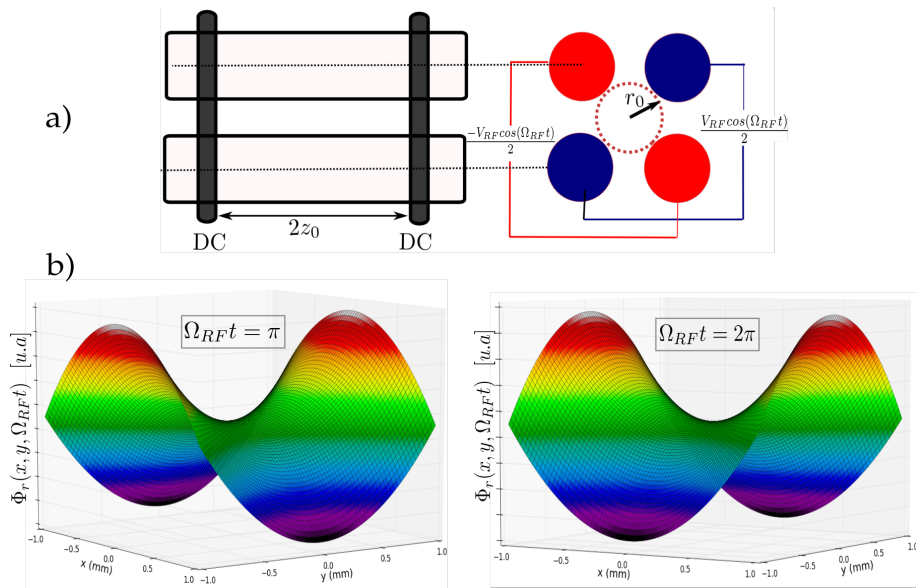


FIGURE 3.2 – a) Géométrie d'un piège quadrupolaire. À gauche une vue en coupe dans le plan axial (z). À droite dans le plan radial (x,y). Le piège est "fermé" par deux électrodes DC. Adapté de [121].
b) Allure du potentiel Φ_r à $\Omega_{RF} t = \pi$ et $\Omega_{RF} t = 2\pi$

Pour comprendre le piégeage d'un ensemble de particules chargées, typiquement un nuage d'ions, je ne présente ici que le cas simple où l'on considère une particule unique. Ceci permet d'introduire les paramètres de stabilité d'un piège RF et de comprendre la dynamique globale dans un tel piège. Le développement avec un traitement de type "pseudo-potentiel", pour lequel la dynamique des particules est lente devant les variations du champ radio-fréquence, permet de décrire la dynamique collective d'un ensemble d'ion piégés, typiquement un nuage [121, 23, 122].

Soit une particule de charge q et de masse m dans un champ électrique $\mathbf{E}(\mathbf{r}, t)$ son

mouvement est décrit par la seconde loi de Newton :

$$m\ddot{\mathbf{r}} = q\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) \quad (3.4)$$

En considérant le champ électrique uniquement généré par le potentiel radial Φ_r (Eq. 3.2) on obtient un système d'équations différentielles du second ordre :

$$\ddot{u} + (a_u - 2q_u \cos 2\tau)u = 0 \quad (3.5)$$

avec $u = (x, y)$ et $\tau = \Omega_{RF}t/2$. Ce système d'équations est connu sous le nom d'équations de Mathieu [123] où a_u et q_u sont les paramètres de Mathieu et sont définis en fonction des paramètres de piégeage et du rapport q/m :

$$q_x = -q_y = \frac{2qV_{RF}}{mr_0^2\Omega_{RF}^2} \quad (3.6)$$

$$a_x = -a_y = \frac{4qV_{st}}{mr_0^2\Omega_{RF}^2} \quad (3.7)$$

La solution générale de chaque équation s'écrit comme une somme de termes oscillants [124] :

$$u(t) = Me^{i\omega_u t} \sum_{n=-\infty}^{\infty} C_{2n} e^{2i n \Omega_{RF} t} + Me^{-i\omega_u t} \sum_{n=-\infty}^{\infty} C_{2n} e^{-2i n \Omega_{RF} t} \quad (3.8)$$

avec M un paramètre qui dépend des conditions initiales, C_{2n} les amplitudes des composantes de Fourier du mouvement et $\omega_u = \beta_u \Omega_{RF}/2$ où β_u un paramètre qui dépend de a_u et q_u . Les trajectoires $u(t)$ qui ne divergent pas lorsque $t \rightarrow +\infty$ sont dites stables. On peut les identifier en fonction des paramètres de Mathieu et ainsi définir des "zones de stabilité" dans l'espace des paramètres. La figure 3.3 présente la première de ces zones selon le couple (a_u, q_u) , pour des raisons techniques c'est généralement cette première zone qui est exploitée pour le confinement. Cette analyse

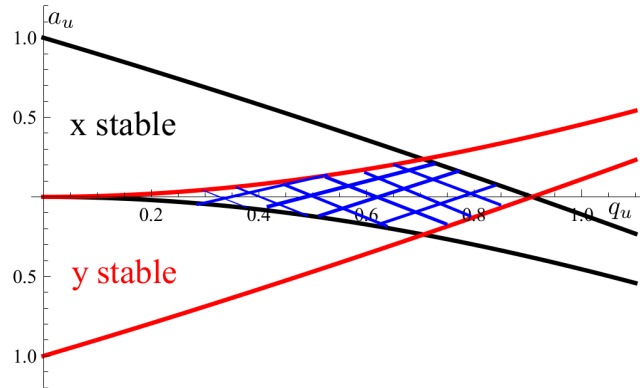


FIGURE 3.3 – Première zone de stabilité (hachurée en bleu) d'un quadrupole linéaire selon les paramètres de Mathieu. Adapté de [121]

permet de choisir correctement les dimensions du piège, définies par r_0 , et les paramètres expérimentaux V_{RF} et Ω_{RF} , selon l'espèce que l'on désire piéger, caractérisée par son rapport q/m .

Pour décrire la dynamique de la particule il est montré [23] que, en se plaçant dans l'approximation adiabatique¹, c'est à dire $q_u \ll 0.4$ et $a_u \ll q_u$ et $\beta_u^2 = a_u + q_u^2/2 \ll 1$, nous pouvons développer l'équation (3.8) en nous limitant aux termes $n = 0$ et $n = \pm 1$ et ainsi écrire la trajectoire $u(t)$ telle que :

$$u(t) = A \cos(\omega_u t + \phi_u) \left(1 - \frac{q_u}{2} \cos(\Omega_{RF} t) \right) \quad (3.9)$$

Nous obtenons une combinaison de deux termes oscillant, avec A et ϕ_u l'amplitude et la phase initiale, et $\omega_u = \beta_u \Omega_{RF}/2$. Le second terme rend compte de l'oscillation forcée par le champ piégeant dans le plan radial, à la fréquence $\Omega_{RF}/2\pi$ dont l'amplitude est modulée par le premier terme à la fréquence ω_u qui est petite devant Ω_{RF} ($\beta^2 \ll 1$). Le confinement axial du piège par Φ_{DC} est responsable d'un mouvement d'oscillation harmonique de fréquence $\omega_z/2\pi$ tel que :

$$\omega_z^2 = \frac{2q\kappa V_{DC}}{mz_0^2} \quad (3.10)$$

Ce même potentiel possède une composante déconfinante dans le plan radial (x,y) qui amène à corriger les paramètres de Mathieu $a_{x,y}$ par le paramètre a_z et donc à décaler le diagramme de stabilité tel que :

$$\tilde{a}_{x,y} = a_{x,y} - a_z \quad \text{avec} \quad a_z = \frac{2\omega_z^2}{\Omega_{RF}^2} \quad (3.11)$$

La fréquence d'oscillation radiale du mouvement s'écrit ainsi :

$$\omega_{x,y}^2 = \frac{\Omega_{RF}^2}{4} \left(\frac{q_{x,y}^2}{2} + \tilde{a}_{x,y} \right) \quad (3.12)$$

Le développement qui a été présenté ici n'est rigoureusement valide que dans le cadre d'une particule chargée unique. La répulsion coulombienne d'un ensemble de particules peut être prise en compte par une charge d'espace qui modifie les équations du mouvement. Néanmoins les modifications engendrées sur les paramètres de stabilités ainsi que les fréquences caractéristiques du piégeage sont faibles dans le régime de notre piège macroscopique. Nous nous limiterons ici à la description d'une particule unique qui nous a permis de voir que le confinement est à l'origine de deux mouvements : le micro-mouvement oscillant à la fréquence $\Omega_{RF}/2\pi$ et le macro-mouvement (ou mouvement séculaire) avec une fréquence $\omega_z/2\pi$ sur l'axe du piège et $\omega_{x,y}/2\pi$ dans le plan radial. Nous verrons en détail ces grandeurs caractéristiques de notre piège lorsque nous décrirons l'ensemble expérimental. Le mouvement forcé par la radio-fréquence, couplé à des collisions, entraîne un apport constant d'énergie. Ce

1. Approximation largement justifiée dans l'espace des paramètres expérimentaux.

phénomène est appelé chauffage radio-fréquence et se traduit par une augmentation de la vitesse moyenne des ions qu'il est alors nécessaire de refroidir pour pouvoir les piéger de façon pérenne.

3.2.2 Refroidissement laser Doppler

La technique du refroidissement laser Doppler est proposée simultanément en 1975 par T. W. Hänsch et A. L. Schawlow pour les atomes neutres [25] et par D. J. Wineland et H. Dehmelt pour les ions piégés [26]. C'est entre autre grâce à cette technique que la première observation d'un ion unique de baryum (Ba^+) en piège de Paul est réalisée en 1980 par Neuhauser et ses collaborateurs. Ce procédé s'appuie sur la pression de radiation et sa dépendance avec l'effet Doppler, ainsi que sur l'isotropie de l'émission spontanée. Pour comprendre le refroidissement laser Doppler considérons un atome au repos dans un faisceau laser de vecteur d'onde \mathbf{k}_L . On modélise ici cet atome par un système à deux niveaux, le niveau fondamental $|f\rangle$ d'énergie E_f et le niveau excité $|e\rangle$ d'énergie E_e . L'atome absorbe un photon lorsque l'énergie de celui-ci, notée $\hbar\omega_L$, correspond à la différence d'énergie $\Delta E = E_e - E_f$ de l'atome. Lors de l'absorption la quantité de mouvement $\hbar\mathbf{k}_L$ du photon est transmise à l'atome. Celui-ci se désexcite ensuite dans son état fondamental par émission stimulée ou par émission spontanée.

Dans le cas de l'émission stimulée le photon émis a le même vecteur d'onde que le photon absorbé, ainsi le bilan en terme de variation de quantité de mouvement de l'atome dans un cycle absorption/émission stimulée est nul, $\Delta\mathbf{p} = 0$.

L'émission spontanée n'émane pas d'un couplage avec le champ laser incident mais d'une interaction avec le champ électromagnétique du vide. Le photon émis par ce processus possède un vecteur d'onde dont la direction est aléatoire. Le recul de l'atome sous l'impulsion du photon ainsi émis est moyenné à zéro pour un grand nombre d'émissions spontanées. Le changement d'impulsion de l'atome est alors, en moyenne, égal à l'impulsion des photons absorbés $\Delta\mathbf{p} = \hbar\mathbf{k}_L$.

Si l'atome est animé d'une vitesse \mathbf{v}_i avant absorption, la conservation de l'impulsion et de l'énergie impose alors :

$$\mathbf{v}_f = \mathbf{v}_i + \frac{\hbar\mathbf{k}_L}{m} \quad (3.13)$$

$$E_f + \hbar\omega_L + \frac{1}{2}m\mathbf{v}_i^2 = E_e + \frac{1}{2}m\mathbf{v}_f^2 \quad (3.14)$$

avec \mathbf{v}_f la vitesse de l'atome après l'absorption.

Ce jeu d'équations implique que la fréquence du laser vue par l'atome $\omega_L^{at} = \omega_L - \mathbf{k}_L \cdot \mathbf{v}_i$ obéisse à $\omega_L^{at} = \omega_0 + \hbar\mathbf{k}_L^2/2m$. Le terme $\omega_{rec} = \hbar\mathbf{k}_L^2/2m$ est la pulsation associée à l'énergie de recul de l'atome à chaque émission spontanée.

Lorsque $\omega_L < \omega_0$, la fréquence du laser vue par l'atome est résonante avec la transition dans le cas d'une vitesse opposée au vecteur d'onde *i.e* $-\mathbf{k}_L \cdot \mathbf{v}_i > 0$ (configuration contra-propageante) on déduit alors de (3.13) que $\|\mathbf{v}_f\| < \|\mathbf{v}_i\|$ et la différence $\hbar\mathbf{k}_L/m$

est la vitesse de recul de l'atome. Par exemple pour un ion calcium de masse 40 u.m.a, refroidi sur une transition dipolaire électrique à 397 nm cette vitesse est de l'ordre 2.5 cm/s.

Dans la condition de raie large, c'est à dire lorsque ω_{rec} est très inférieure à la largeur naturelle Γ du niveaux $|e\rangle$ et pour des excitations dans le régime non-saturé, il est démontré que le refroidissement est optimal lorsque le désaccord laser $\delta_L = \omega_L - \omega_0$ est égal à $-\Gamma/2$. La température limite est alors donnée par :

$$T_{lim} = \frac{\hbar\Gamma}{2k_B} \quad (3.15)$$

avec k_B la constante de Boltzmann. Dans cette hypothèse simplificatrice d'un système à deux niveaux, la limite Doppler pour l'ion calcium est $T_{lim} = 0.55$ mK.

Nous avons ici présenté le principe de base du refroidissement Doppler en nous limitant à la condition de raie large. Ceci est suffisant pour décrire les expériences qui vont être présentées. On pourra se reporter à [124] pour un développement approfondi, notamment concernant les techniques qui permettent de refroidir en dessous de la limite Doppler.

3.3 L'ion calcium ($^{40}\text{Ca}^+$)

L'ion calcium 40 ($^{40}\text{Ca}^+$) appartient à la famille des alcalino-terreux. La structure de ses premiers niveaux d'énergie excités est composée de deux niveaux métastables ($3^2D_{3/2}; \tau_{D_{3/2}} = 1.176 \text{ s}$) [20] et ($3^2D_{5/2}; \tau_{D_{5/2}} = 1.168 \text{ s}$) [20, 50] respectivement couplés à l'état fondamental $4^2S_{1/2}$ par deux transitions quadrupolaires électriques à 732 nm et 729 nm respectivement. Les deux états du doublet de structure fine sont couplés par une transition dipolaire magnétique à 1.819 THz.

Le niveau excité $4^2P_{1/2}$ a une durée de vie $\tau_{P_{1/2}}$ de 6.904 ns [125] et se désexcite selon deux canaux : vers le niveau fondamental par une transition dipolaire électrique à 397 nm avec une probabilité de 0.936^2 et vers le niveau $D_{3/2}$ par une transition dipolaire électrique à 866 nm avec une probabilité de 0.064^2 . La figure (3.4) schématise cette structure et le tableau (3.1) résume les caractéristiques précises de ces transitions. Nous n'avons présenté ici que les quatre niveaux d'intérêt pour les expériences de spectroscopie réalisées, la transition $S_{1/2} - D_{3/2}$ à 732 nm n'est pas exploitée dans les expériences qui vont suivre.

Transition	Type	λ	ν_0 [THz]	$\Gamma/2\pi$
$S_{1/2} - P_{1/2}$	Dipolaire électrique	397 nm	755.222 765 896(88) [127]	21.57(8) MHz [125]
$D_{3/2} - P_{1/2}$	Dipolaire électrique	866 nm	346.000 234 867(96) [128]	1.482(8) MHz [125]
$S_{1/2} - D_{5/2}$	Quadrupolaire électrique	729 nm	411.042 129 776 401 7(1.1) [129]	136.26(17) mHz [20]
$D_{3/2} - D_{5/2}$	Dipolaire magnétique	$164\mu\text{m}$	1.819 599 021 504(37) [130] 1.819 599 021 534(8) [131]	
$S_{1/2} - D_{3/2}$	Quadrupolaire électrique	732 nm	409.222 530 754 869(8) ³	135.34(20) mHz [20]

TABLE 3.1 – Caractéristiques des cinq transitions présentes pour les quatre premiers niveaux d'énergie de l'ion $^{40}\text{Ca}^+$. En gras les transitions d'intérêt pour nos travaux. $\Gamma/2\pi$ est la largeur naturelle de la transition.

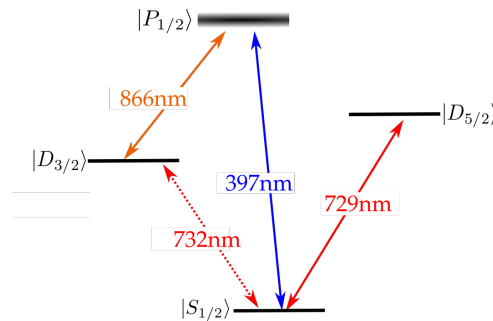


FIGURE 3.4 – Représentation schématique des quatre premiers niveaux d'énergie de l'ion calcium 40. Seules les transitions en trait plein vont être impliquées dans les expériences de spectroscopie présentées.

2. Valeurs exactes : $0.93565(7)$ et $0.06435(7)$ [126].

3. Dédit des mesures de $D_{3/2} - D_{5/2}$ et $S_{1/2} - D_{5/2}$.

La structure des premiers niveaux de l'ion $^{40}\text{Ca}^+$ permet d'effectuer le refroidissement laser Doppler sur la transition dipolaire électrique $S_{1/2} - P_{1/2}$ avec un laser à 397 nm. Pour un refroidissement efficace il est nécessaire d'avoir un grand nombre de cycles absorption/émission par seconde sur cette transition. Or la probabilité de désexcitation de $P_{1/2}$ vers $S_{1/2}$ n'est pas unitaire ($\approx 14/15$) et le canal de désexcitation vers $D_{3/2}$ a une probabilité de $\approx 1/15$. Comme la durée de vie de $D_{3/2}$ est très grande devant $\tau_{P_{1/2}}$, il est nécessaire de repomper la population qui relaxe dans $D_{3/2}$ afin d'avoir un refroidissement efficace. Ceci s'effectue avec un second laser, dit de repompage, à 866 nm. La détection des ions se fait à 397 nm sur la lumière émise par fluorescence.

Structure Zeeman et règles de sélections

Lorsque le champ magnétique est non-nul, l'effet Zeeman provoque une levée de dégénérescence des niveaux atomiques. Le décalage en énergie des sous-niveaux par rapport aux niveaux non dégénérés est donné au premier ordre par :

$$\Delta E_i = \mu_B \cdot g_i \cdot m_j \cdot B \quad (3.16)$$

avec g_i le facteur de Landé du niveau considéré, m_j la projection de son moment angulaire total selon l'axe de \vec{B} , B le champ magnétique et μ_B le magnéton de Bohr. Le tableau (3.2) résume ceci dans l'approximation d'un facteur de Landé exactement égal à 2 pour l'électron.

m_j	$S_{1/2}$ $g = 2$	$P_{1/2}$ $g = 2/3$	$D_{3/2}$ $g = 4/5$	$D_{5/2}$ $g = 6/5$
-5/2				$-15/5 \mu_B B$
-3/2			$-6/5 \mu_B B$	$-9/5 \mu_B B$
-1/2	$-\mu_B B$	$-1/3 \mu_B B$	$-2/5 \mu_B B$	$-3/5 \mu_B B$
+1/2	$+\mu_B B$	$+1/3 \mu_B B$	$+2/5 \mu_B B$	$+3/5 \mu_B B$
+3/2			$+6/5 \mu_B B$	$+9/5 \mu_B B$
+5/2				$+15/5 \mu_B B$

TABLE 3.2 – Décalage en énergie des sous-niveaux Zeeman en fonction du paramètre $\mu_B B$, des facteurs de Landé et de la projection du moment angulaire total m_j .

La levée de dégénérescence des sous-niveaux Zeeman fait apparaître la multiplicité des transitions selon la projection du moment angulaire total sur l'axe de quantification défini par le champ magnétique local. La force de couplage induite par le laser qui connecte deux niveaux $|J, m_j\rangle$ et $|J', m'_j\rangle$ est quantifiée par la pulsation de Rabi et dépend alors du moment angulaire du photon par rapport à l'axe de quantification. Cette force est différente selon la transition et elle est modulée selon les angles respectifs du vecteur de polarisation $\vec{\epsilon}$ et du vecteur d'onde \vec{k}_L avec la direction du champ magnétique \vec{B} , notés ϕ et θ respectivement (voir figure 3.5). Ceci se traduit par des

règles de sélection dont nous énonçons ici la forme générale pour les trois transitions d'intérêt dans l'ion calcium.

Pour les transitions dipolaires électriques ($S_{1/2} - P_{1/2}$ et $D_{3/2} - P_{1/2}$) :

Une polarisation parallèle à \vec{B} , soit $\phi = 0$, permet de sélectionner les transitions obéissant à $\Delta m_j = 0$. Ce sont les transitions π .

Une polarisation orthogonale à \vec{B} , soit $\phi = \pi/2$ permet de sélectionner les transitions obéissant à $\Delta m_j = \pm 1$. Ce sont les transitions σ^+ et σ^- .

Pour la transition quadrupolaire électrique ($S_{1/2} - D_{5/2}$) :

Un vecteur d'onde parallèle à \vec{B} , soit $\theta = 0$, permet de sélectionner les transitions obéissant à $\Delta m_j = \pm 1$

Un vecteur d'onde et une polarisation orthogonale à \vec{B} , soit $\theta = \pi/2$ et $\phi = \pi/2$, permettent de sélectionner les transitions obéissant à $\Delta m_j = \pm 2$.

La modification des forces de couplage dipolaire ou quadrupolaire qui en résulte sera précisée plus loin.

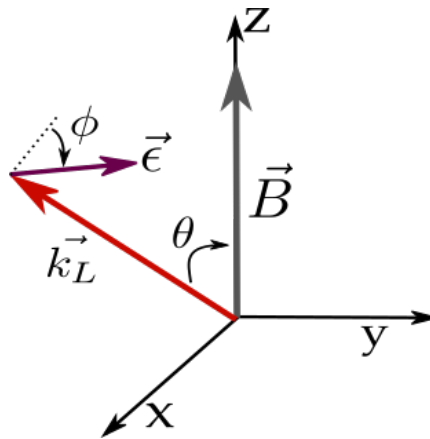


FIGURE 3.5 – Représentation des trois vecteurs d'intérêt pour les règles de sélection.

3.4 Piégeage cohérent de population et résonance noire

J'introduis ici les bases théoriques qui permettent d'expliquer l'apparition d'une résonance noire à deux photons du fait d'un piégeage cohérent de population dans un système à trois niveaux couplés par deux champs lasers. Ceci nous permet ensuite d'étendre ce cas à une configuration à trois photons, soit quatre niveaux impliqués. Ces développements sont issus des références : [132, 118, 14, 3].

Quelques résultats de simulations numériques sont présentés afin de visualiser les effets attendus du piégeage cohérent de population sur le spectre de fluorescence des ions calcium. Cela nous permettra notamment de voir les effets d'élargissements et de décalages des résonances noires dus à la largeur spectrale des lasers impliqués et à la distribution de vitesses des ions.

3.4.1 Piégeage cohérent à deux photons (système en Λ)

Les deux lasers nécessaires au refroidissement de l'ion calcium couplent trois niveaux d'énergie et forment un système en lambda. Deux des trois niveaux impliqués sont stables ($S_{1/2}$) ou métastables ($D_{3/2}$). Dans un tel système il existe une configuration particulière concernant la fréquence des lasers qui provoque un piégeage cohérent de population. Pour expliquer et décrire ce phénomène il est commun de se placer dans la base des états habillés par les photons des deux lasers [3], [132]. En considérant le système au repos les états propres sont définis comme :

$$|P\rangle = |P_{1/2}, N_b - 1, N_r - 1\rangle \quad (3.17)$$

$$|S\rangle = |S_{1/2}, N_b, N_r - 1\rangle \quad (3.18)$$

$$|D\rangle = |D_{3/2}, N_b - 1, N_r\rangle \quad (3.19)$$

avec N_b le nombre de photons bleu (397 nm) et N_r le nombre de photons rouge (866 nm). Les énergies propres de ces états dépendent ainsi des désaccords du laser bleu : $\Delta_B = (\omega_B - \omega_{SP})$ et rouge $\Delta_R = (\omega_R - \omega_{DP})$, avec ω_R et ω_B la fréquence angulaire des lasers rouge et bleu, ainsi que ω_{SP} et ω_{DP} les fréquences angulaires propres des transitions. La figure 3.6 schématise les niveaux d'énergie de l'atome ainsi habillé.

Dans cette base l'Hamiltonien total s'écrit :

$$\hat{H} = \hbar \begin{pmatrix} & |P\rangle & |S\rangle & |D\rangle \\ -\Delta_B & \Omega_B/2 & \Omega_R/2 & \\ \Omega_B/2 & 0 & 0 & \\ \Omega_R/2 & 0 & \Delta_R - \Delta_B & \end{pmatrix} \quad (3.20)$$

avec Ω_R et Ω_B les pulsations de Rabi (supposées réelles), qui quantifient respectivement les forces des couplages dipolaires électriques induites par le laser rouge et le laser bleu.

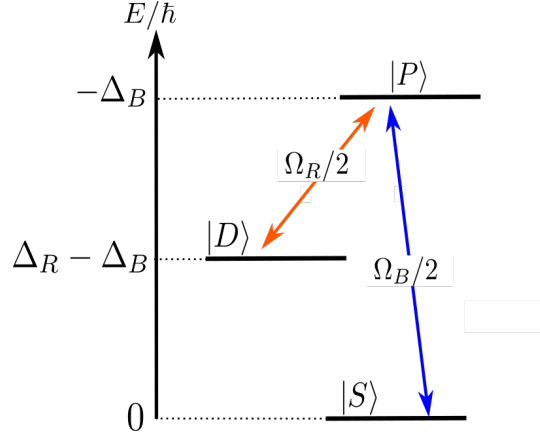


FIGURE 3.6 – Structure en Lambda du système {atome+photon}.

On introduit alors une nouvelle base dont deux des vecteurs de base sont une superposition cohérente de l'état fondamental et de l'état métastable :

$$|\Psi_{NC}\rangle = (-\Omega_R|S\rangle + \Omega_B|D\rangle)/\bar{\Omega} \quad (3.21)$$

$$|\Psi_C\rangle = (\Omega_B|S\rangle + \Omega_R|D\rangle)/\bar{\Omega} \quad (3.22)$$

avec $\bar{\Omega} = \sqrt{\Omega_R^2 + \Omega_B^2}$. En réécrivant l'Hamiltonien total du système (3.20) dans cette nouvelle base $\{|P\rangle, |\Psi_C\rangle, |\Psi_{NC}\rangle\}$ nous avons :

$$\hat{H} = \hbar \begin{pmatrix} |P\rangle & |\Psi_C\rangle & |\Psi_{NC}\rangle \\ -\Delta_B & \frac{\bar{\Omega}}{2} & 0 \\ \frac{\bar{\Omega}}{2} & \frac{\Omega_B^2 \Delta_B + \Omega_R^2 \Delta_R}{\bar{\Omega}^2} & \frac{\Omega_B \Omega_R}{\bar{\Omega}^2} (\Delta_R - \Delta_B) \\ 0 & \frac{\Omega_B \Omega_R}{\bar{\Omega}^2} (\Delta_R - \Delta_B) & \frac{\Omega_B^2 \Delta_R + \Omega_R^2 \Delta_B}{\bar{\Omega}^2} \end{pmatrix} \quad (3.23)$$

Ce développement fait apparaître la particularité de l'état $|\Psi_{NC}\rangle$ qui est découplé de l'interaction laser lorsque $\Delta_R - \Delta_B = 0$ puisqu'il est alors un état propre du système. Lorsque cette condition est satisfaite cet état n'est plus peuplé que par l'émission spontanée depuis le niveau $P_{1/2}$. Si l'on néglige le taux d'émission spontanée de l'état $D_{3/2}$ ($< 1 \text{ s}^{-1}$) la population accumulée dans $|\Psi_{NC}\rangle$ au fur et à mesure des cycles absorption/émission s'y trouve piégée.

Dans la pratique la détection des ions s'effectue par la détection des photons à 397 nm, et le nombre de photons émis est proportionnel à la population de l'état $P_{1/2}$. Quand la fréquence de l'un des lasers est balayée, il apparaît une chute de fluorescence dans le spectre lorsque la condition de piégeage cohérent de population est satisfaite d'où l'appellation usuelle de "résonance noire".

Nous avons considéré dans ce développement qu'aucune source de décohérence ne vient brouiller la superposition d'état dont $|\Psi_{NC}\rangle$ est issu. Ceci s'exprime par le choix des pulsations de Rabi sans terme de phase (réelles). Une diffusion de phase

non stationnaire entre les deux lasers entraîne une variation dans le temps de l'état non couplé donc une émission de photons. Expérimentalement cela se traduit par une chute de contraste de la résonance noire.

Si l'on considère maintenant l'ion animé d'un mouvement dans le champ laser il faut prendre en compte dans l'Hamiltonien l'énergie cinétique $p^2/2m$. Les nouveaux états habillés s'écrivent alors :

$$|P, \mathbf{p}\rangle = |P_{1/2}, \mathbf{p}, N_b - 1, N_r - 1\rangle \quad (3.24)$$

$$|S, \mathbf{p} - \hbar\mathbf{k}_b\rangle = |S_{1/2}, \mathbf{p} - \hbar\mathbf{k}_b, N_b, N_r - 1\rangle \quad (3.25)$$

$$|D, \mathbf{p} - \hbar\mathbf{k}_r\rangle = |D_{3/2}, \mathbf{p} - \hbar\mathbf{k}_r, N_b - 1, N_r\rangle \quad (3.26)$$

avec $\hbar\mathbf{k}_b$ et $\hbar\mathbf{k}_r$ les quantités de mouvement respectives d'un photon bleu et d'un photon rouge.

Ceci modifie la condition de résonance noire en :

$$\Delta_B - \Delta_R + \frac{\hbar}{2m}(\mathbf{k}_B^2 - \mathbf{k}_R^2) + (\mathbf{k}_R - \mathbf{k}_B) \cdot \mathbf{v} = 0 \quad (3.27)$$

Nous pouvons ici identifier deux effets :

Premièrement, le terme de recul, indépendant de \mathbf{v} , entraîne un déplacement de la condition de résonance noire de l'ordre de $\omega_{rec}/2\pi = 25$ kHz.

Deuxièmement, dans le cas d'une distribution de vitesse thermique nous avons un élargissement Doppler proportionnel à un vecteur d'onde effectif $\Delta\mathbf{k} = \mathbf{k}_R - \mathbf{k}_B$, qui correspond à une longueur d'onde dans le domaine optique (rouge). En plus de l'élargissement il résulte de cet effet Doppler une chute de contraste qui peut alors être mise à profit pour quantifier le mouvement d'un ion comme cela a été réalisé par notre équipe en 2005 sur un ion unique en piège de Paul [133].

Pour étudier numériquement ce type de système comportant des mélanges d'états il est nécessaire de passer par le formalisme de la matrice densité $\hat{\rho}$. Celui-ci permet une description exhaustive de l'évolution temporelle des populations moyennes via l'équation de Liouville-von Neumann :

$$i\hbar \frac{\partial \hat{\rho}}{\partial t} = [\hat{H}, \hat{\rho}] + \mathcal{L}\hat{\rho} \quad (3.28)$$

où \mathcal{L} contient les termes de relaxations et de largeur spectrales des lasers.

La projection de cette relation (3.28) forme un système d'équations différentielles connu sous le nom d'équations de Bloch optiques. Leurs résolutions numériques permettent d'accéder aux probabilités d'occupation de chaque niveau du système atomique étudié. Nous ne présentons ici que la probabilité d'occupation du niveau excité $P_{1/2}$ puisque nous nous intéressons au profil du spectre de fluorescence émise sur la transition $S_{1/2} - P_{1/2}$.

Afin de prendre en compte l'effet Doppler du premier ordre le désaccord des lasers est modifié en fonction d'une distribution de vitesses de type Maxwell-Boltzmann dont la

vitesse moyenne s'exprime en fonction de la température T comme : $\langle v \rangle = \sqrt{2k_b T/m}$. Cette distribution est centrée autour d'une vitesse nulle.

Le système est initialisé dans l'état $|S_{1/2}\rangle$ et l'état stationnaire des populations est calculé pour différents désaccords du laser de repompage (866 nm) afin de simuler l'expérience où la fréquence du laser est balayée pour obtenir un spectre de fluorescence. Nous faisons ici l'hypothèse que l'équilibre thermodynamique n'est pas modifié par le changement de la fréquence du laser à 866 nm et que la distribution de vitesse demeure constante. En effet la simulation numérique ne tient pas compte des effets mécaniques de la lumière, la physique du refroidissement laser est donc absente.

Le choix de faire varier la fréquence du laser de repompage plutôt que celle du laser de refroidissement est simplement motivé par le fait que c'est le désaccord du laser à 397 nm qui conditionne au premier ordre l'efficacité de refroidissement, donc l'équilibre thermodynamique.

La figure (3.7) présente ces résultats de simulation réalisée sans distribution de vitesse et selon deux configurations différentes concernant la largeur spectrale des lasers (FWHM). La courbe bleue est réalisée avec des lasers ayant une largeur spectrale nulle. On constate dans ce cas que la totalité la population se trouve piégée dans l'état noir lorsque $\Delta_R = \Delta_B - \omega_{rec}/2\pi$. En effet la population du niveau $|P_{1/2}\rangle$ atteint zéro et donne ainsi lieu à une raie noire avec un contraste de 100%.

Pour la courbe rouge nous avons ajouté une largeur spectrale de 500 kHz sur chaque laser. Nous remarquons alors une chute du contraste d'environ 20%. Notons que dans les conditions de couplage laser choisies nous ne pouvons pas résoudre l'influence de la largeur des lasers sur la largeur de la raie noire. En effet il est démontré que, dans un système en Λ comme celui-ci, la raie noire, est principalement élargie par saturation [134]. Dans le cas présent, le couplage induit par le laser rouge est tel que la transition est saturée ($\Omega_R \gg \Gamma_R$). Ainsi, avec ce choix de paramètres, nous avons un élargissement d'approximativement 10 MHz qui domine la largeur de la raie.

La figure (3.8) présente les résultats de simulations où l'on s'intéresse cette fois à l'influence d'une distribution de vitesse sur le profil de la résonance noire à deux photons. Les couplages lasers ainsi que les désaccords sont les mêmes que dans la simulation précédente.

La courbe bleue est simulée avec des lasers ayant une largeur de 500 kHz, et aucune distribution de vitesses n'est implémentée.

La courbe rouge est quant à elle obtenue en ajustant à chaque pas de fréquence les désaccords laser en fonction d'une distribution de vitesse dont la valeur moyenne correspond à une température de 20 mK. En comparant ces deux courbes nous pouvons noter deux effets dus à une température non nulle.

Premièrement nous observons une chute de contraste de la résonance d'environ 25%, qui est due à l'élargissement Doppler de la condition de résonance.

D'autre part, bien que nous soyons encore dans une régime de forte saturation, nous pouvons observer cet effet d'élargissement directement sur la largeur de la résonance.

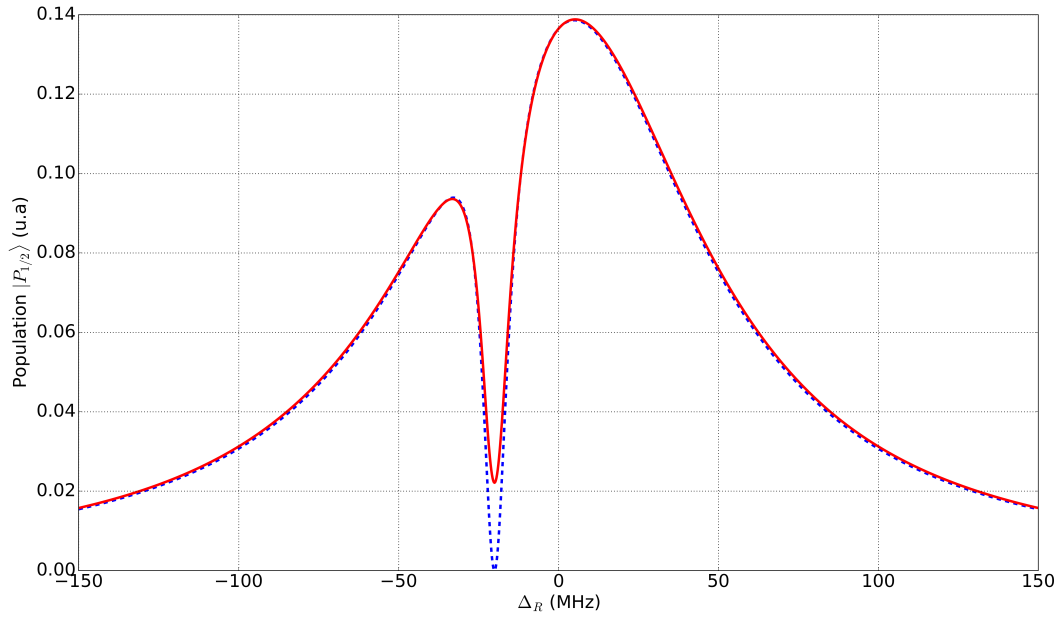


FIGURE 3.7 – Spectres simulés avec des lasers parfaits (---) et larges (FWHM) de 500 kHz (—). Les paramètres de la simulation sont $\Omega_B/2\pi = 20$ MHz, $\Omega_R/2\pi = 10$ MHz, $\Delta_B = -20$ MHz

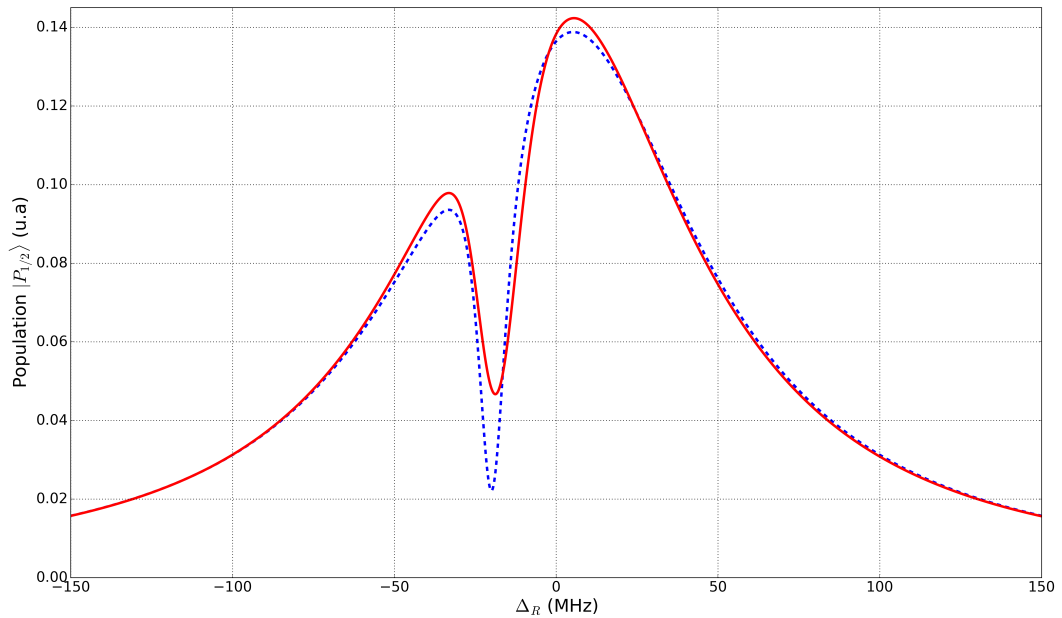


FIGURE 3.8 – Spectres simulés avec des lasers larges de 500 kHz (FWHM) et une température des ions nulle (---) et avec une température ionique de 20 mK (—). Les paramètres de la simulation sont $\Omega_B/2\pi = 20$ MHz, $\Omega_R/2\pi = 10$ MHz, $\Delta_B = -20$ MHz

3.4.2 Extension à un système à quatre niveaux (système en N)

Lorsqu'un troisième laser couple l'état $S_{1/2}$ à l'état $D_{5/2}$ par la transition quadripolaire électrique⁴, le système forme un N. La base des états habillés par les photons pour ce système s'écrit :

$$|P\rangle = |P_{1/2}, N_b - 1, N_r - 1, N_c\rangle \quad (3.29)$$

$$|S\rangle = |S_{1/2}, N_b, N_r - 1, N_c\rangle \quad (3.30)$$

$$|D\rangle = |D_{3/2}, N_b - 1, N_r, N_c\rangle \quad (3.31)$$

$$|Q\rangle = |D_{5/2}, N_b, N_r - 1, N_c - 1\rangle \quad (3.32)$$

où nous avons nommé $|Q\rangle$ l'état habillé issu de $|D_{5/2}\rangle$ en référence à la nature de la transition et N_c le nombre de photons à 729 nm. L'Hamiltonien total dans cette base s'écrit :

$$\hat{H} = \hbar \begin{pmatrix} & |P\rangle & |S\rangle & |D\rangle & |Q\rangle \\ -\Delta_B & \Omega_B/2 & \Omega_R/2 & 0 \\ \Omega_B/2 & 0 & 0 & \Omega_C/2 \\ \Omega_R/2 & 0 & \Delta_R - \Delta_B & 0 \\ 0 & \Omega_C/2 & 0 & -\Delta_C \end{pmatrix} \quad (3.33)$$

Pour expliquer l'apparition d'une seconde résonance noire dans un tel système, il est judicieux de se ramener à un système en Lambda. Ceci est possible en considérant le couplage quadripolaire électrique comme une faible perturbation.

On peut alors diagonaliser le sous-espace propre $\{|S\rangle, |Q\rangle\}$ en développant ses énergies propres au premier ordre en α_C tel que :

$$\alpha_C = \frac{\Omega_C}{2\Delta_C} \ll 1 \quad (3.34)$$

Ses états propres s'écrivent ainsi :

$$|S_Q\rangle = \mathcal{N}(|S\rangle + \alpha_C|Q\rangle) \quad (3.35)$$

$$|Q_S\rangle = \mathcal{N}(|Q\rangle - \alpha_C|S\rangle) \quad (3.36)$$

avec \mathcal{N} un facteur de normalisation. L'expression de l'Hamiltonien de couplage dans la nouvelle base $\{|P\rangle, |S_Q\rangle, |D\rangle, |Q_S\rangle\}$ est :

$$\hat{H}_{AL} = \hbar \begin{pmatrix} & |P\rangle & |S_Q\rangle & |D\rangle & |Q_S\rangle \\ -\Delta_B & \Omega_B/2 & \Omega_R/2 & -\alpha_C\Omega_B/2 \\ \Omega_B/2 & \alpha_C\Omega_C/2 & 0 & 0 \\ \Omega_R/2 & 0 & \Delta_R - \Delta_B & 0 \\ -\alpha_C\Omega_B/2 & 0 & 0 & -\Delta_C - \alpha_C\Omega_C/2 \end{pmatrix} \quad (3.37)$$

4. Transition dite d'horloge et dont les paramètres sont étiquetés C , comme *Clock*, par la suite

Le couplage quadrupolaire fait apparaître un terme de déplacement lumineux de

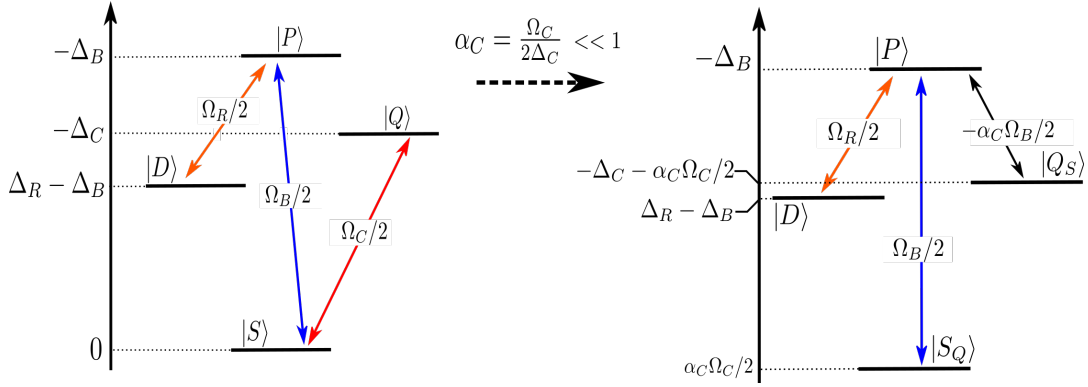


FIGURE 3.9 – D'une structure en N à une représentation en Λ , dans l'approximation d'un couplage quadrupolaire faible.

l'état $|Q_S\rangle$ de $\pm\alpha_C\Omega_C/2$, négatif si $\Delta_C > 0$ et positif si $\Delta_C < 0$. D'autre part, si $\Delta_R - \Delta_B \neq 0$ alors l'état $|S_Q\rangle$ est très éloigné en énergie, nous pouvons ainsi nous limiter à l'analyse du système $\{|D\rangle, |P\rangle, |Q_S\rangle\}$ qui forme une structure en Lambda dont les deux pieds sont constitués d'un état métastable et de la superposition de deux états stable et métastable. Lorsque ces deux niveaux sont dégénérés, c'est à dire quand :

$$\Delta_R - \Delta_B = -\Delta_C - \alpha_C \frac{\Omega_C}{2} \quad (3.38)$$

il y a piégeage cohérent de population dans un nouvel état noir $|\Psi_{NC}\rangle$ [14] :

$$|\Psi_{NC}\rangle = \mathcal{N}' \left(\alpha_C \frac{\Omega_B}{\Omega_R} |D\rangle + |Q_S\rangle \right) \quad (3.39)$$

où \mathcal{N}' est un facteur de normalisation.

Ce piégeage se traduit par une résonance noire dans le spectre de fluorescence des ions calcium. Lorsque celle-ci est atteinte les fréquences ν_i des trois lasers satisfont à la relation 3.38, ce qui se traduit par :

$$\nu_R + \nu_C - \nu_B + \frac{\alpha_C \Omega_C}{2} = \nu_{THz}^0 \quad (3.40)$$

où ν_{THz}^0 est la fréquence de la transition dipolaire magnétique $D_{3/2} - D_{5/2}$. La mesure la plus actuelle de cette fréquence a été réalisée par Solaro et ses collaborateurs en 2018 sur un ion unique de calcium interrogé avec un protocole Raman directement avec une peigne de fréquence [131] et nous rappelons ici sa valeur : $\nu_{THz}^0 = 1.819\,599\,021\,534(8)$ THz. Cette mesure est compatible avec celle réalisée 10 ans plus tôt par Yamazaki *et al.*, également réalisée par spectroscopie Raman sur un ion unique mais avec des lasers continus [130]. Nous nous référerons à la valeur la plus actuelle lorsque nous mesurerons la fréquence térahertz par le CPT trois photons.

Nous devons maintenant prendre en compte l'influence du mouvement des ions pour rendre compte de l'intérêt métrologique offert par cet état noir particulier, construit avec trois photons. De façon analogue à (3.27), la condition de désaccord se réécrit :

$$\Delta_B - \Delta_C - \Delta_R - \alpha_C \frac{\Omega_C}{2} + \hbar \frac{(\mathbf{k}_B - \mathbf{k}_C)^2}{2m} - \hbar \frac{\mathbf{k}_R^2}{2m} + \Delta \mathbf{k} \cdot \mathbf{v} = 0 \quad (3.41)$$

où $\Delta \mathbf{k} = \mathbf{k}_C + \mathbf{k}_R - \mathbf{k}_B$. Nous pouvons à présent analyser cette condition de résonance modifiée selon deux configurations particulières d'alignement des lasers donnant lieu à des vecteurs d'onde effectifs $\Delta \mathbf{k}$ différents.

Configuration où $\Delta \mathbf{k} \neq 0$:

Lorsque les trois lasers sont co-propageants, le vecteur d'onde effectif s'exprime en fonction du vecteur d'onde \mathbf{k}_{THz} relatif à la transition dipolaire magnétique $D_{3/2} - D_{5/2}$, de longueur d'onde $164 \mu\text{m}$:

$$\Delta \mathbf{k} = \mathbf{k}_C + \mathbf{k}_R - \mathbf{k}_B = \mathbf{k}_{\text{THz}} \quad (3.42)$$

avec $|\mathbf{k}_{\text{THz}}| = 2\pi\nu_{\text{THz}}^0/c$. Nous pouvons alors réécrire les deux termes liés aux énergies de recul :

$$\hbar \frac{(\mathbf{k}_B - \mathbf{k}_C)^2}{2m} - \hbar \frac{\mathbf{k}_R^2}{2m} = \frac{\hbar}{2m} (\mathbf{k}_{\text{THz}}^2 - 2\mathbf{k}_R \cdot \mathbf{k}_{\text{THz}}) \quad (3.43)$$

Comme $|\mathbf{k}_{\text{THz}}| \approx |\mathbf{k}_R|/200$, en négligeant le terme en $\mathbf{k}_{\text{THz}}^2$ nous obtenons :

$$\frac{\hbar}{2m} (\mathbf{k}_{\text{THz}}^2 - 2\mathbf{k}_R \cdot \mathbf{k}_{\text{THz}}) = -\frac{\hbar}{2m} \mathbf{k}_R^2 \left(2 \frac{\mathbf{k}_{\text{THz}}}{\mathbf{k}_R}\right) \quad (3.44)$$

$$\approx -\frac{1}{100} \frac{\hbar}{2m} \mathbf{k}_R^2 \quad (3.45)$$

La condition de résonance à trois photons est ainsi déplacée de -66 Hz.

Le dernier membre de la relation (3.41), $\Delta \mathbf{k} \cdot \mathbf{v}$, exprime l'élargissement de la condition de résonance par l'effet Doppler du premier ordre. Cependant le vecteur d'onde effectif étant dans le domaine THz cet effet est réduit d'un facteur 200 par rapport à un élargissement sur un vecteur d'onde optique rouge.

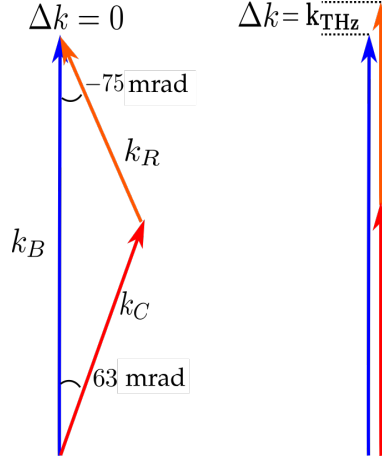


FIGURE 3.10 – Deux cas particuliers d’alignement des faisceaux lasers.

Configuration où $\Delta\mathbf{k} = 0$:

Avec trois faisceaux lasers pour l’interrogation des ions il existe une configuration angulaire particulière dans laquelle le vecteur d’onde effectif est nul *i.e.* $\mathbf{k}_B = \mathbf{k}_R + \mathbf{k}_C$ (figure 3.10).

Ceci a deux conséquences immédiates sur la condition de résonance noire. D’une part les énergies de recul se compensent, et d’autre part l’effet Doppler du premier ordre devient nul lui aussi [15].

La figure (3.11) présente un spectre simulé avec la même méthode que présentée précédemment, cette fois-ci avec le quatrième niveau $D_{5/2}$ couplé à l’état fondamental $S_{1/2}$ par le laser à 729 nm. Les trois lasers sont considérés parfaits (FWHM = 0) et nous ne considérons pas de distribution de vitesse thermique (T=0). Dans les conditions de désaccord choisies, nous pouvons observer une résonance noire à trois photons autour de $\Delta_R = 0$. Nous ne présenterons pas ici d’études systématiques en simulation concernant le comportement de sa largeur en fonction des paramètres lasers. Ceci est bien détaillé dans les références [118, 14]. Notons toutefois que, si l’on néglige toute source de décohérence, le paramètre expérimental pilotant cette largeur est la force de couplage du laser à 866 nm qui couple le niveau $D_{3/2}$ au niveau $P_{1/2}$, autrement dit le pied gauche du Lambda schématisé sur la figure 3.9. Cela n’est cependant valable que si la force de couplage du pied droit, $\Omega_C\Omega_B/4\Delta_C$, est négligeable devant Ω_R . Étant donnée la nature de la transition d’horloge, ceci sera facilement réalisable expérimentalement en choisissant un désaccord Δ_C approprié.

Notons un point important qui est commun au phénomène à deux photons présentés précédemment. L’état noir est ici constitué par la superposition cohérente des états $|D\rangle$, $|Q\rangle$ et $|S\rangle$ grâce au couplage induit par les trois lasers. Ainsi la diffusion de phase relative entre ces trois lasers constitue une source de décohérence qui est susceptible de dégrader l’efficacité du piégeage dans l’état noir. Ceci se traduirait par un élargissement et une chute de contraste de la résonance noire. C’est ce point qui a motivé

l'utilisation d'un peigne de fréquence asservi sur le laser d'horloge, et sur lequel sont asservis les deux autres lasers.

Nous allons maintenant voir l'ensemble expérimental ainsi que la méthode mise en place pour l'observation des spectres de résonance noire.

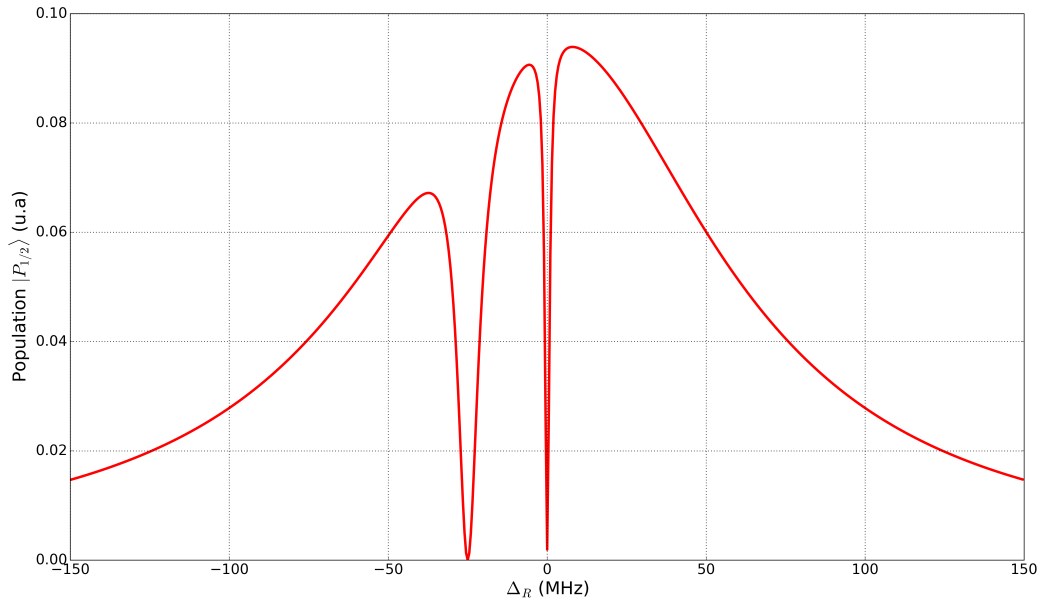


FIGURE 3.11 – Spectres simulés avec des lasers parfaits (FWHM=0) et une température nulle. Les paramètres de la simulation sont $\Omega_B/2\pi = 20$ MHz, $\Omega_R/2\pi = 10$ MHz, $\Omega_C/2\pi = 80$ kHz, $\Delta_B = -25$ MHz, $\Delta_C = -25$ MHz. La résolution en fréquence est de 500 kHz.

3.5 Ensemble expérimental, le montage "TADOTI"

L'ensemble expérimental pour le confinement des ions répond à l'acronyme de "TADOTI" pour "*Thermodynamics And Dynamics Of Trapped Ions*". Ce montage a été originellement conçu pour l'étude de la thermodynamique et le transport de gros nuages d'ions (jusqu'à 10^6 ions) [121]. Il est constitué d'une enceinte maintenue sous ultra-vide (2×10^{-9} mbar) par une pompe ionique qui accueille un piège macroscopique ($r_0 = 3.93$ mm) radio-fréquence (RF) linéaire. Au total 5 lasers sont utilisés pour mener l'expérience. Aux trois lasers de spectroscopie qui ont été décrits aux chapitres précédents s'ajoutent deux lasers nécessaires au processus de photo-ionisation pour la création des ions à partir d'un jet atomique de calcium neutre.

Notons un dernier AOM (AOM5) sur le trajet du laser à 729 nm avant son implémentation sur l'expérience. Celui-ci est monté en double passage et piloté autour 100 MHz. Il nous permet de faire des ajustements *in situ* de la fréquence du laser ainsi que d'asservir la puissance envoyée vers les ions avec une boucle de rétro-action numérique (SERVO sur la figure 3.12) qui reçoit le signal de la photodiode PD1. Une fois la puissance asservie, ses fluctuations relatives sont inférieures à 5%. Nous mesurons en continu et simultanément les longueurs d'onde de chaque laser grâce à un lambdamètre⁵ étalonné quotidiennement sur un laser He-Ne à 632.176 nm stabilisé en température. Nous avons avec ce système une incertitude de mesure des fréquences des lasers inférieures à 10 MHz.

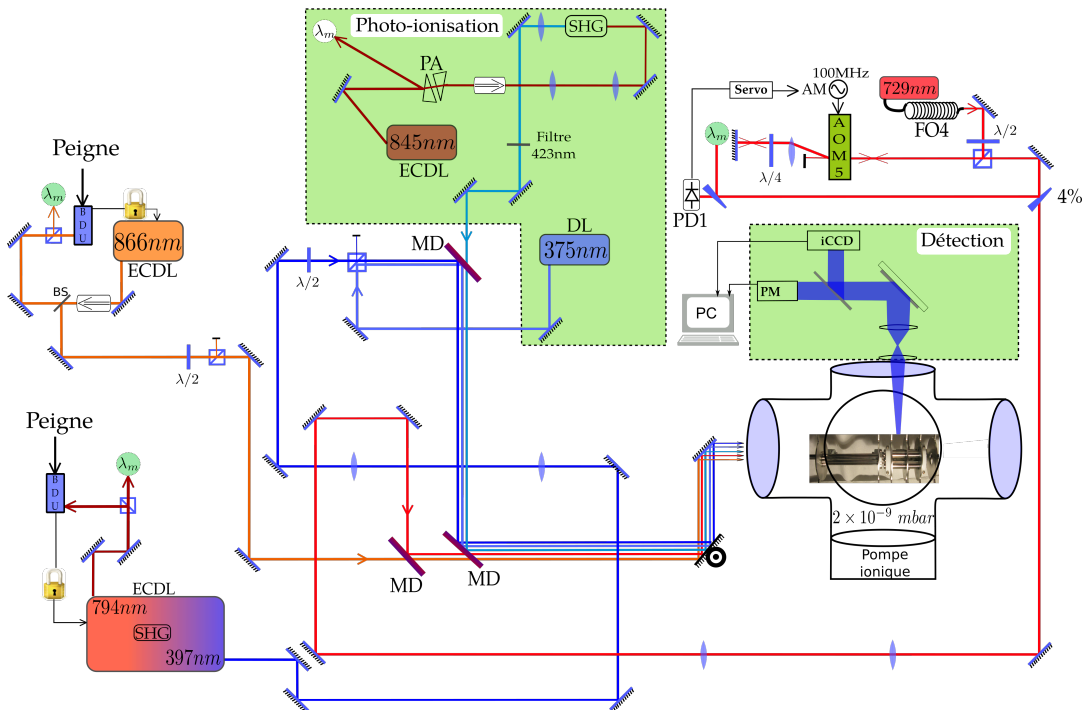


FIGURE 3.12 – Vue schématique du montage TADOTI. MD : miroir dichroïque; DL : diode laser; ECDL : diode laser en cavité étendue; SHG : doublage de fréquence par génération de seconde harmonique; iCCD : caméra CCD intensifiée; PM : tube photomultiplicateur; PC : ordinateur de contrôle.

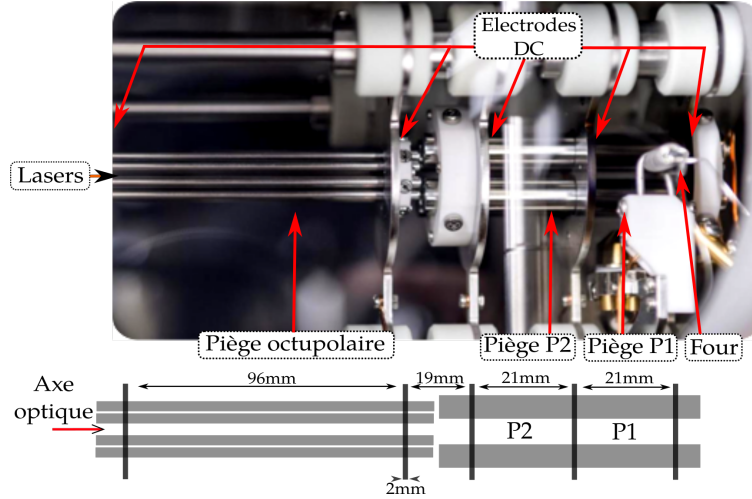


FIGURE 3.13 – Photo du piège à l'intérieur de l'enceinte à vide et schéma du piège segmenté complet (échelle non respectée).

$\Omega_{RF}/2\pi$	V_{RF}	V_{DC}	κ	z_0	r_0
5.215 MHz	825 V_{pp}	1200 V	0.015	10.5 mm	3.93 mm
$q_{x,y}$	$a_{x,y}$	$\omega_{x,y}/2\pi$	q_z	a_z	$\omega_z/2\pi$
0.240	0	216 kHz	0.04	9×10^{-4}	113 kHz

TABLE 3.3 – Caractéristiques de confinement en P2.

Le piège radio-fréquence :

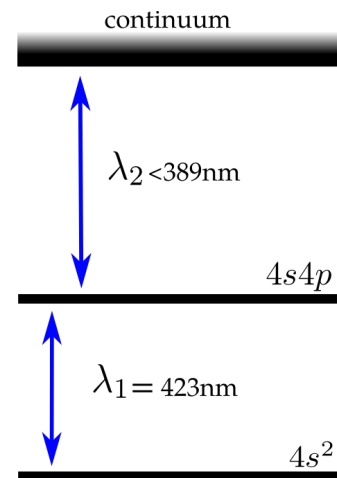
Le piège RF est constitué de deux parties indépendantes. La première partie est un piège quadrupolaire de rayon $r_0 = 3.93$ mm séparé en deux zones de 21 mm de long par une électrode polarisée par une tension continue (électrode DC) variable. Deux autres électrodes DC ferment les deux extrémités du piège. La seconde partie est un piège RF en configuration octupolaire (8 barreaux) permettant le piégeage d'un grand nombre d'ions sans augmenter l'influence du micro-mouvement. Les expériences de ma thèse ont été conduites dans P2. On pourra se reporter à la thèse de Marius Kamsap [121] pour une description exhaustive des possibilités offertes par la partie octupolaire du piège. La figure 3.13 présente une vue photographique et commentée du piège dans son ensemble. L'accès pour les lasers s'effectue dans l'axe du piège tandis que l'optique de détection est placée au dessus et collecte les photons émis dans un cône orthogonal à l'axe du piège, entre deux barreaux du piège.

La séparation du quadrupole en deux zones permet de réserver une partie à la création du nuage d'ions. En effet le processus de création que nous allons décrire entraîne un dépôt d'atomes de calcium sur les barreaux du piège qui s'accumule au fil des cycles de création. Ceci a pour conséquence l'apparition d'un potentiel de contact et le déplacement du minimum de potentiel en dehors du nœud du champ RF et donc une augmentation conséquente du chauffage radio-fréquence. Un "protocole de transfert" [135, 136] permet de transférer le nuage d'ions créés dans la première zone vers la

seconde, non contaminée par les dépôts, réservée à la spectroscopie.

Création des ions calcium 40 :

La création des ions s'effectue à partir d'un jet d'atomes neutres de calcium émis par un four chauffé à 340 °C dans la première zone du piège quadrupolaire (P1). Le jet atomique est perpendiculaire à l'axe optique. La méthode utilisée pour la création des ions calcium est la photo-ionisation à deux photons [137]. Un premier laser de longueur d'onde $\lambda_1 = 423$ nm et d'une puissance de $80 \mu W$, issu du doublage en fréquence d'une diode laser en cavité étendue à 846nm, est réglé en résonance avec la transition $4s^2 - 4s4p$ du calcium. Un second laser à $\lambda_2 = 375$ nm émettant 4 mW apporte l'énergie suffisante pour éjecter l'électron de $4s4p$ vers le continuum. L'avantage de



cette méthode par rapport au bombardement électronique est d'une part son efficacité bien supérieure pour un même flux d'atomes neutres, et d'autre part l'utilisation d'une transition résonante dont la fréquence est spécifique à l'isotope 40 du calcium. Pendant ce processus les lasers à 397 nm et 866 nm sont présents et permettent de refroidir les ions créés.

Détection du nuage d'ions :

La détection des ions s'effectue sur la fluorescence à 397 nm collectée perpendiculairement à l'axe du piège, vers le haut. L'objectif de détection est monté sur une platine de translation et peut être déplacé horizontalement au dessus de l'ensemble du piège afin d'observer les ions dans les trois différentes zones de piégeage. Dans la pratique, lorsque le processus de création est optimisé, nous ne déplaçons plus celui-ci et il demeure au dessus du deuxième quadrupole (P2).

L'objectif est un modèle commercial construit sur mesure⁶ avec une ouverture numérique de 0.28, une distance focale de 66.8 mm et réglé à un grandissement de 13.8. Un filtre interférentiel à 397 nm permet de filtrer la lumière collectée qui est ensuite séparée en deux trajets d'égale intensité (miroir semi-réfléchissant 50%), l'un vers un tube photomultiplicateur⁷ (tube PM) et l'autre vers une caméra CCD intensifiée⁸.

Le tube PM nous permet de suivre temporellement l'évolution de la fluorescence du nuage ; il fournit un signal proportionnel au taux d'occupation du niveau $P_{1/2}$. Ce signal est enregistré par l'ordinateur de contrôle qui ouvre un canal de comptage numérique pendant un temps réglable. La caméra offre quant à elle une résolution spatiale du nuage, compte tenu du grandissement de l'objectif nous avons une résolution de $1 \mu m$ par pixel. Elle est refroidie à -25 °C afin de minimiser les bruits thermiques.

6. Sill Optics

7. Electron Tubes Limited P30CWAD-07

8. Andor Solis 1024× 1024 pixels

Les images produites par la caméra nous permettent de calculer le nombre d'ions piégés, lorsque ceux-ci sont suffisamment froids (phase liquide) et que le contour que dessine le nuage est net. Une analyse de l'image permet alors de connaître le volume du nuage. La densité d'ions étant fixée par les paramètres de piégeage nous accédons au nombre d'ions avec une incertitude de 5% [121].

La figure (3.14) présente les données typiques obtenues grâce au tube PM et à la caméra CCD. Le spectre est obtenu avec une puissance de 5 mW à 866 nm et 10 mW à 397 nm. La fréquence du laser repompeur (866 nm) est balayée en appliquant une rampe de tension sur l'actionneur piézo-électrique de la cavité du laser. Le laser à 729 nm n'est pas allumé. La génération de la rampe s'effectue en simultanée avec

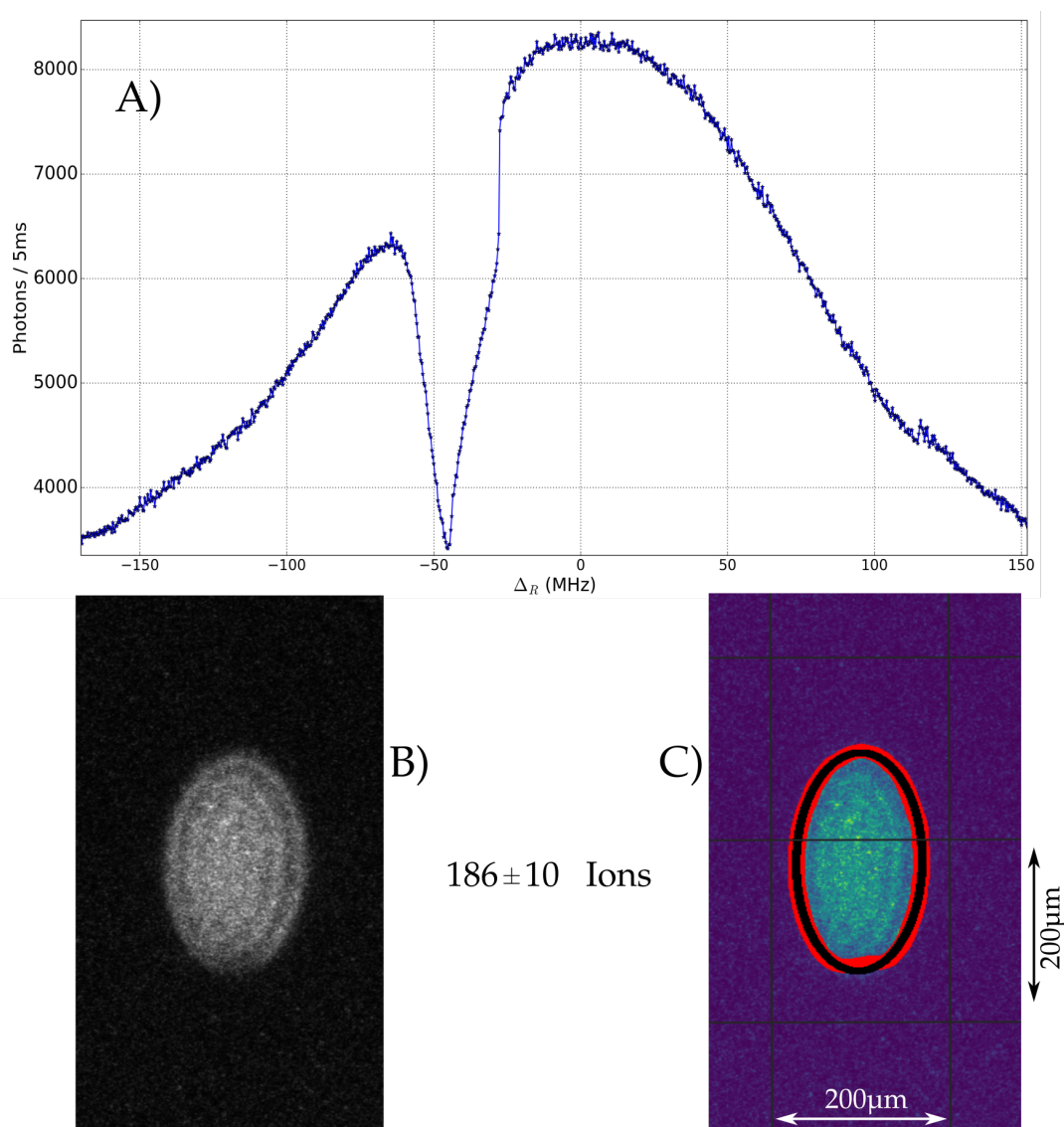


FIGURE 3.14 – **A)** Exemple type de la détection du taux de fluorescence du nuage d'ions piégés en nombre de photons par canal de 5 ms. L'échelle de désaccord du laser à 866 nm (abscisse) est arbitrairement fixé à 0 MHz au maximum de fluorescence. Le profil présente un bel exemple de résonance noire à 2 photons autour de -44 MHz. **B)** Image brute de la caméra CCD pour un temps d'exposition de 100ms. **C)** Traitement de l'image par ajustement des contours pour déterminer le nombre d'ions dans le piège, ici 186 ± 10 .

la lecture des canaux de comptage du signal du tube PM. Le nombre de photons collectés n'émane pas entièrement de la fluorescence des ions, nous avons un fond de lumière bleue qui provient de diverses réflexions parasites. Celui-ci sera systématiquement précisé, et dans le cas du spectre présenté sur la figure (3.14 A) nous avons un fond de 1500 coups dans 5 ms de temps de comptage.

Notons deux points importants concernant ce spectre. Nous pouvons observer une résonance noire à deux photons autour d'un désaccord de -44 MHz du laser de repompage. Ceci a pour effet une diminution de l'efficacité du refroidissement laser. A la sortie de cette résonance nous observons d'ailleurs une remontée abrupte du taux de fluorescence (autour de -25 MHz), ceci est la signature d'un changement de phase du nuage, d'une phase gazeuse vers une phase liquide [121].

Les trois phases d'un nuage d'ions piégés (gaz, liquide, cristal), sont l'expression de la compétition entre l'énergie cinétique et l'énergie d'interaction des ions (ici l'interaction de Coulomb entre les ions). Lorsque l'énergie cinétique domine complètement (température élevée) le nuage est en phase gazeuse, on ne peut pas le distinguer nettement sur les images prises par la caméra. Quand ces deux énergies sont du même ordre de grandeur, le nuage est en phase liquide et on discerne ses contours. Finalement lorsque le nuage est suffisamment froid, l'interaction de Coulomb domine et les ions s'organisent en phase cristalline, on parle de cristal de Coulomb [138]. Dans cette phase les ions sont individuellement discernables sur les images.

Ce rapport entre énergie potentielle de Coulomb entre plus proches voisins et énergie d'agitation thermique est appelé paramètre plasma, noté Γ_{pl} . Il s'écrit pour un ensemble d'ions à la température T [139] :

$$\Gamma_{pl} = \frac{q^2}{4\pi\epsilon_0 a_{ws} k_b T} \quad (3.46)$$

avec a_{ws} le rayon de Wigner-Seitz donné par $a_{ws} = (4\pi n_0/3)^{-1/3}$ où n_0 est la densité d'ions.

Ce paramètre nous permet de borner la température du nuage. En effet il est montré [139, 121] que, pour un nombre d'ions supérieur à 250, la valeur de ce paramètre plasma peut être limité selon les trois phases, gaz, liquide, cristal tel que :

$$\Gamma_{pl}^{Gaz} < 2 \leq \Gamma_{pl}^{Liq} < 175 \leq \Gamma_{pl}^{Cri} \quad (3.47)$$

Avec une densité d'ions constante fixée par les paramètres de piégeage, $n_0 = 8.9 \times 10^{-13}$ ions/ m^3 , nous pouvons dire que, après une transition de phase gaz-liquide la température du nuage se situe entre 7 mK et 600 mK.

Caractéristiques des faisceaux laser :

Les expériences sont menées avec les trois faisceaux lasers co-propageants selon l'axe z du piège. Le piège ne dispose pas d'un hublot suffisamment large pour pouvoir implémenter les angles nécessaires à l'obtention d'un vecteur d'onde effectif nul. On rappelle que dans une configuration co-propageante, nous avons $\Delta\mathbf{k} = \mathbf{k}_{\text{THz}}$.

Les faisceaux sont mis en forme individuellement avant d'être superposés et injectés dans le piège. Le tableau (3.4) résume les mesures des cols (*waist*) ω , en terme de rayon, et longueur de Rayleigh Z_R de ces faisceaux gaussiens au centre du second piège quadrupolaire dans lequel s'effectue l'interaction avec les ions. Les faisceaux des deux diodes laser présentent des profils d'intensité elliptiques. La mesure de leur col est donnée comme la somme quadratique des deux axes de l'ellipse. Les nuages

	729 nm	866 nm	397 nm
ω	$150 \mu\text{m} \pm 10 \mu\text{m}$	3.2 mm	1.9 mm
Z_R	$9.6 \text{ cm} \pm 1.2 \text{ cm}$	37 m	28 m

TABLE 3.4 – Caractéristiques des faisceaux lasers d'interrogation à l'intérieur du piège.

d'ions sur lesquels nous travaillons ont un diamètre inférieur à $300 \mu\text{m}$ et une longueur n'excédant pas le millimètre. Nous sommes donc normalement assuré de ne pas avoir d'élargissement des transitions par temps de transit.

De plus, avec un waist de $150 \mu\text{m}$ le faisceau du laser à 729 nm est le plus convergent et l'incertitude spatiale sur la position de son waist à l'intérieur du piège est de $\pm 1 \text{ cm}$. Ainsi nous pouvons calculer que la dispersion angulaire du vecteur d'onde $\Delta\mathbf{k}_{729}$ est inférieure à $\pm 0.17 \text{ mrad}$ sur l'étendue du nuage. En considérant que les faisceaux à 397 nm et 866 nm sont co-propageants, cet effet entraîne une dispersion du vecteur d'onde effectif $\Delta\mathbf{k}$ par rapport à $\Delta\mathbf{k} = \mathbf{k}_{\text{THz}}$ qui est inférieure à 0.06 % sur l'étendue du nuage. Nous négligerons ainsi l'effet d'élargissement supplémentaire qui en résulte et s'ajoute à l'effet Doppler proportionnel à \mathbf{k}_{THz} .

Remarque sur la taille des nuages :

Nous avons vu que la configuration des faisceaux dans l'état actuel de l'expérience ne permet pas de supprimer l'élargissement des spectres induit par l'effet Doppler du premier ordre grâce à un vecteur d'onde effectif qui soit nul. Néanmoins il doit être possible d'atteindre le régime de Lamb-Dicke [140] si l'étendue du nuage (dans sa longueur) est inférieure à la longueur d'onde de la transition THz, en l'occurrence $164 \mu\text{m}$. Dans cette configuration, le spectre atomique est discrétisé permettant une élimination de l'élargissement Doppler continu. C'est précisément cet effet qui est exploité dans les cellules de gaz pour le CPT à deux photons.

Les expériences présentées dans cette thèse n'ont pas pu être réalisées sur des nuages d'une longueur inférieure à $200 \mu\text{m}$, principalement du fait d'un contraste insuffisant

lorsque le nombre d'ions devient trop réduit.

Champ magnétique et couplage effectif :

Afin de lever la dégénérescence Zeeman deux bobines carrées de 21 cm de côté ont été mises en place de part et d'autre de l'enceinte à vide. Distantes de 52 cm, elles définissent un axe de quantification orthogonal à l'axe de propagation des lasers et à l'axe de collection de photons, dans le sens Nord-Sud. Le courant d'alimentation des bobines peut être ajusté entre 0 mA et 3 A avec une précision de 1 mA. Les inhomogénéités du champ magnétique créé par les bobines sont calculées comme inférieures à 0.025 mG dans un volume de 1 mm³ centré sur le nuage. Par ailleurs en vue de l'installation d'un système commercial de compensation des fluctuations du champ magnétique total (bobines + environnement) celles-ci ont été mesurées par une entreprise spécialisée. Ces mesures font état de fluctuations ayant deux composantes : l'une quasi continue pouvant entraîner des écarts de ± 0.2 mG sur 30 secondes, l'autre oscillante à 50 Hz et ses harmoniques avec une magnitude de 6 mG pic-pic. Les champs électriques des trois lasers impliqués dans le processus d'interrogation sont polarisés linéairement dans la direction orthogonale au vecteur d'onde \mathbf{k}_L ainsi qu'au champ magnétique \mathbf{B} imposé par les bobines. Ceci nous permet de sélectionner les transitions dipolaires électriques σ^\pm , satisfaisant à la relation $\Delta m_j = \pm 1$ et les transitions quadrupolaires électriques σ^\pm satisfaisant à la relation $\Delta m_j = \pm 2$.

Nous pouvons écrire la forme générale de la pulsation de Rabi pour une transition dipolaire électrique (E_1) ou quadrupolaire électrique (E_2) comme [141] :

$$\Omega_{(E_i)} = \frac{eE_0}{\hbar\sqrt{c\alpha}} \sqrt{\frac{A_i}{k^3}} \sigma_{(E_i)} \quad (3.48)$$

avec E_0 le champ électrique du laser, α la constante de structure fine, k le vecteur d'onde et A_i le coefficient d'Einstein relatif au dipôle ou quadrupole de transition. Le paramètre $\sigma^{(E_i)}$ est composé du coefficient Wigner-3j associé à la transition $|J, m_j\rangle - |J', m'_j\rangle$ et d'un paramètre dépendant des angles ϕ et θ (figure 3.15).

Compte tenu des waists des trois faisceaux ainsi que des angles de polarisation et de vecteur d'onde nous calculons le couplage effectif sur chacune des transitions les plus probables pour 1 mW de puissance laser :

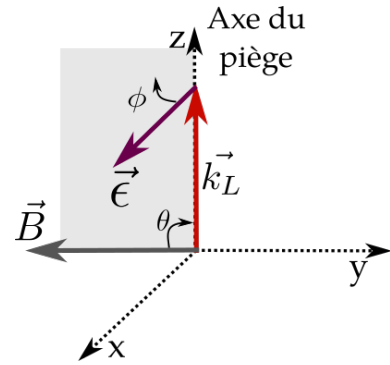


FIGURE 3.15 – Configuration géométrique des vecteurs \mathbf{k}_L , ϵ et \mathbf{B} dans le piège P2

Laser	I (mW/mm ²)	Transition	$\Omega^0/2\pi$
397 nm	0.17	$ \frac{1}{2}, \mp\frac{1}{2}\rangle - \frac{1}{2}, \pm\frac{1}{2}\rangle$	5.4 MHz
866 nm	0.06	$ \frac{3}{2}, \pm\frac{3}{2}\rangle - \frac{1}{2}, \pm\frac{1}{2}\rangle$	2.5 MHz
729 nm	28.3	$ \frac{1}{2}, \pm\frac{1}{2}\rangle - \frac{5}{2}, \pm\frac{5}{2}\rangle$	19 kHz

TABLE 3.5 – Fréquences de Rabi des couplages induits par les trois lasers sur les transitions les plus probables dans la configuration présentée sur la figure (3.15).

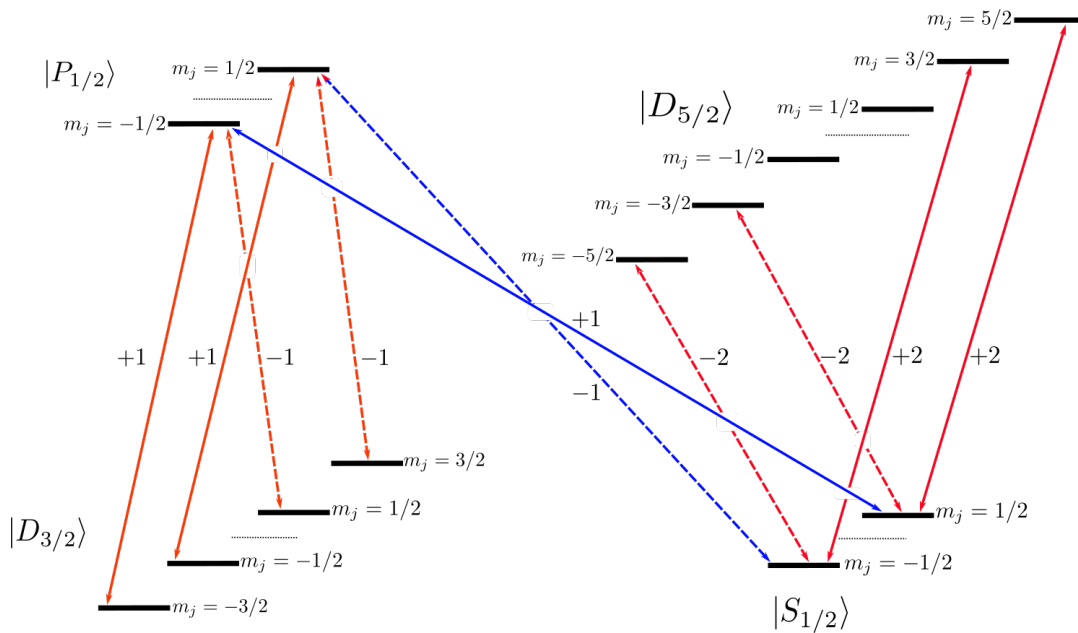


FIGURE 3.16 – Les 8 transitions possibles dans l'hypothèse où les règles de sélection imposées par les polarisations des lasers et la direction du champ magnétique sont parfaitement satisfaites.

3.6 Méthode expérimentale pour l'étude de la résonance noire

3.6.1 Méthode d'interrogation

Afin de mener avec précision les expériences de spectroscopie sur l'état noir à trois photons précédemment décrit, les lasers de refroidissement (397 nm) et de repompage (866 nm) sont asservis sur le peigne de fréquence selon la méthode décrite au chapitre 2. Le peigne est quant à lui asservi sur le laser d'horloge à 729 nm. Ceci nous permet d'une part de réduire la largeur spectrale des deux diodes lasers en dessous de 20 kHz, d'autre part de maintenir un certain degré de corrélation dans la diffusion de phase relative entre les trois lasers. Ce dernier point constitue l'hypothèse centrale de ces expériences. En effet la mesure de la diffusion de phase relative entre trois lasers avec des longueurs d'ondes séparées de plus d'une octave n'est pas possible. Nous verrons que les résultats présentés ici permettent de discuter cette hypothèse.

Afin d'étudier le taux d'occupation du niveau $P_{1/2}$ selon le désaccord des lasers nous réalisons l'acquisition de spectres de fluorescence des ions calcium en balayant la fréquence du laser de repompage tout en maintenant les fréquences du laser de refroidissement et du laser d'horloge fixes. En effet la fréquence du laser à 397 nm pilote l'efficacité de refroidissement du nuage, efficacité que nous souhaitons la plus constante possible durant les mesures. D'autre part le laser d'horloge ne peut pas être décalé en fréquence par l'AOM5 sur des plages suffisamment grandes.

Le taux de fluorescence du nuage est enregistré sur des canaux de comptage de

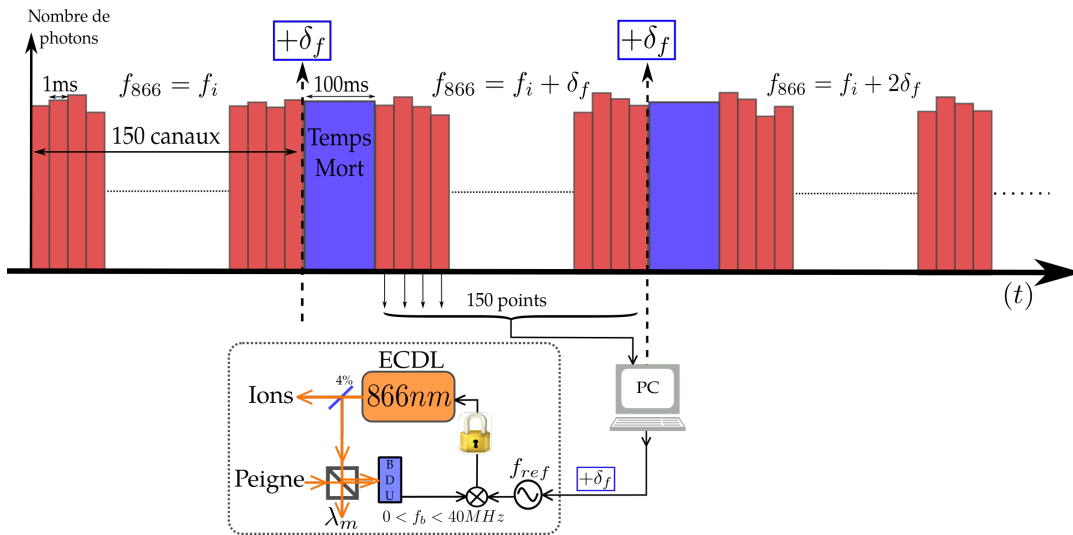


FIGURE 3.17 – Déroulement d'une séquence d'acquisition de la fluorescence d'un nuage d'ions pour différentes fréquences du laser de repompage.

1 ms pendant 150 ms, le taux de fluorescence est obtenu en effectuant la moyenne du nombre de photons reçus dans chacun des 150 canaux ouverts pendant l'acquisition. L'écart-type de cette moyenne correspond à un bruit blanc de photons et est pris comme barre d'erreur. La fréquence du laser à 866 nm est ensuite modifiée d'une valeur δ_f tout en restant asservi sur le peigne de fréquence. Nous effectuons cela

simplement en changeant la fréquence f_{ref} du synthétiseur nécessaire à la construction du signal d'erreur pour l'asservissement sur le peigne. En boucle fermée ceci entraîne un décalage de la fréquence du battement optique de la même quantité δf via l'ajustement de la fréquence du laser par la boucle de rétroaction. À l'issue de ce décalage de fréquence un temps mort de 100 ms est ajouté afin de s'assurer que le système atomique ait atteint l'état stationnaire avant l'enregistrement suivant. Le temps d'établissement de l'état stationnaire dépend des taux de relaxations des niveaux et des couplages laser. Nous avons pu vérifier expérimentalement que, sur la gamme des paramètres explorés dans cette thèse, ce temps caractéristique est inférieur à 1 ms. Ne souhaitant pas revenir sur ce temps mort selon les puissances lasers choisies nous avons fixé celui-ci à 100 ms.

La figure (3.17) présente schématiquement ce déroulement, où l'on a repris dans une version simplifiée le schéma d'asservissement du laser à 866 nm sur le peigne (Chapitre 2). Cette méthode de balayage en boucle fermée limite l'étendue des excursions en fréquence qu'il est possible de réaliser. En effet le battement optique (entre le laser et le peigne) sur lequel s'effectue l'asservissement est compris entre 0 et 40 MHz. Dans la pratique nous nous limitons à une plage allant de 1 MHz à 38 MHz pour que l'asservissement ne soit pas perturbé soit par la chute de signal due aux fréquences de coupures des électroniques en dessous de 1 MHz, soit par le battement avec le mode opposé du peigne qui évolue symétriquement dans la bande 40-80 MHz.

3.6.2 Vue d'ensemble d'un spectre de fluorescence

Avant de procéder à l'étude systématique de la résonance noire à trois photons nous pouvons observer et décrire sa situation générale dans un spectre de fluorescence typique. La figure (3.18 C) présente une vue globale du spectre d'un nuage de 630 ± 30 ions dans trois situations différentes. Les puissances lasers et couplages effectifs sont résumés dans le tableau 3.6 et le champ magnétique est estimé par une mesure du courant dans les bobines à 1.2 Gauss.

- La courbe bleue représente un spectre "classique" où seuls les lasers à 397 nm et 866 nm sont appliqués, sans être asservis. Le balayage du laser de repompage est réalisé par l'application d'une rampe de tension sur la cale piézo-électrique de la diode en cavité étendue. Nous pouvons voir une résonance noire à deux photons autour d'un désaccord de -30 MHz suivie d'une transition de phase du nuage, caractérisée par la remontée abrupte du taux de fluorescence [121].
- La courbe noire est réalisée dans les mêmes conditions avec cette fois-ci l'ajout du laser à 729 nm (asservi). Notons la chute globale du taux de fluorescence ($\approx 10\%$) causée par l'excitation d'une partie de la population sur le niveau $D_{5/2}$ (shelving). La conséquence de cette perte de population dans le cycle de refroidissement est une augmentation de la température du nuage comme en témoigne l'élargissement de la résonance noire à deux photons. Enfin une multitude de résonances noires à trois photons sont présentes lorsque le désaccord du laser de repompage se trouve entre -9 MHz et +3 MHz.
- La courbe rouge présente le taux de fluorescence enregistré selon la méthode décrite précédemment, avec les lasers à 866 nm et 397 nm asservis sur le peigne de fréquence, lui-même référencé sur le laser à 729 nm. Le balayage en fréquence n'est effectué que sur la première moitié des résonances noires. Nous pouvons noter que l'asservissement des lasers nous permet d'augmenter significativement le contraste d'une raie noire (autour de -6 MHz) par rapport à la configuration avec les lasers libres.

La partie supérieure de la figure (3.18) présente les photos typiques d'un nuage d'ions lorsque le laser à 729 nm est absent (A) et lorsqu'il est présent (B). Ces photos ne sont pas celles du nuage correspondant au spectre de fluorescence, nous les présentons à titre d'exemple. Nous pouvons remarquer une importante tache noire sur le nuage lorsque le laser d'horloge est présent (B). Les ions qui sont excités vers le niveau $D_{5/2}$ sortent du cycle de refroidissement pendant un temps qui est typiquement de l'ordre de la seconde. Sortis du cycle de la transition $S - P$ ces ions ne sont plus soumis à la pression de radiation du laser à 397 nm. Ceci explique la "séparation" du nuage en une zone lumineuse et une zone sombre, la zone lumineuse étant l'image des ions qui subissent la pression de radiation. Celle-ci est située après la zone sombre dans le sens de propagation du laser à 397 nm.

729nm	P = 10 mW	$\Omega^0/2\pi = 60$ kHz	$\Delta_C = -27\text{MHz} \pm 5\text{MHz}$
866nm	P = 11 mW	$\Omega^0/2\pi = 8$ MHz	voir graphe $\pm 5\text{MHz}$
397nm	P = 5 mW	$\Omega^0/2\pi = 12$ MHz	$\Delta_B = -30\text{MHz} \pm 5\text{MHz}$

TABLE 3.6 – Force de couplage sur les transitions les plus intenses et désaccords des lasers mesurés au lambdamètre.

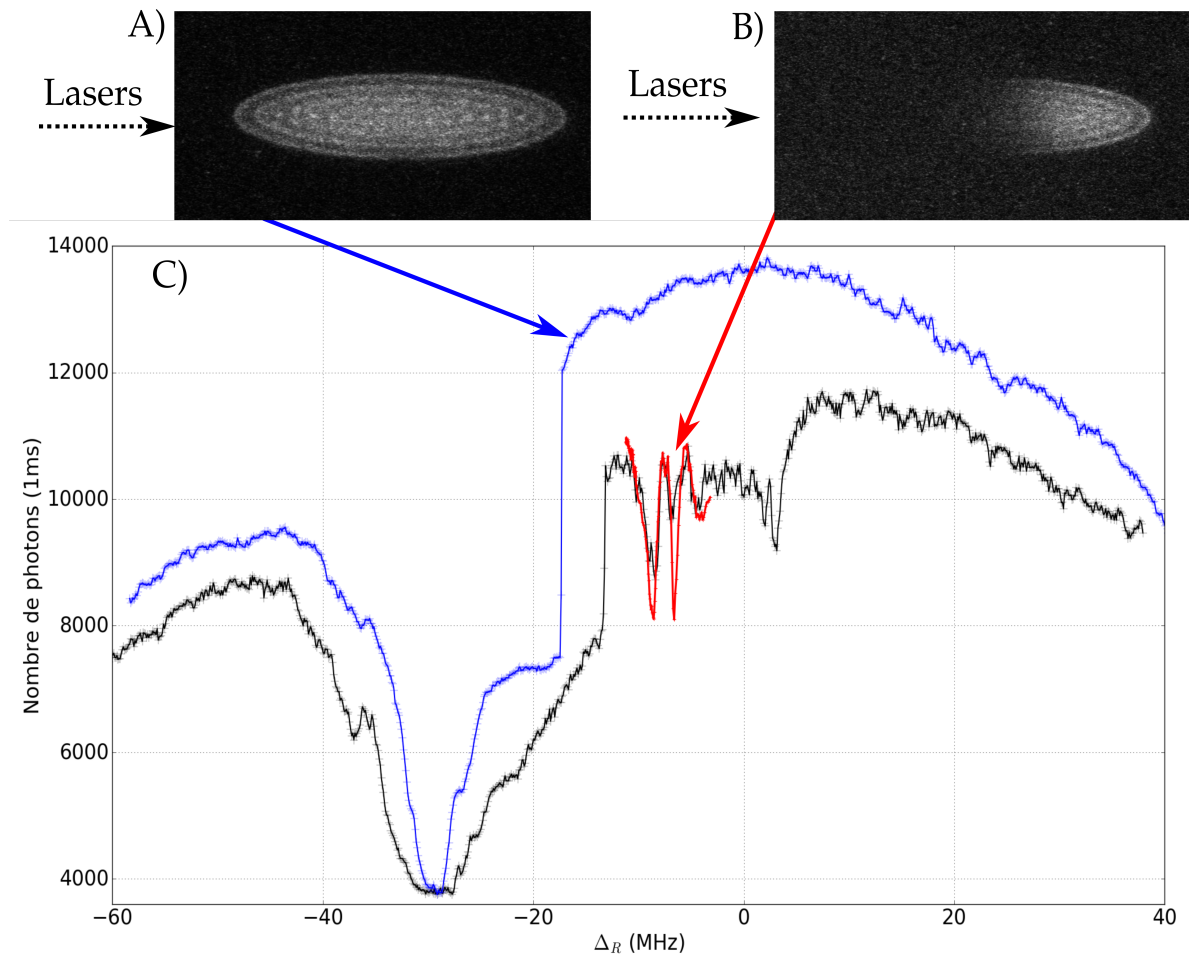


FIGURE 3.18 – Vue d'ensemble du spectre de fluorescence d'un nuage de 630 ± 30 ions obtenu de trois manières différentes. La courbe bleue présente le spectre obtenu sans laser à 729 nm et avec les lasers à 397 nm et 866 nm en mode libre. La courbe noire est obtenue dans les mêmes conditions avec le laser à 729 nm. Enfin la courbe rouge est obtenue avec les lasers à 397 nm et 866 nm asservis sur le peigne.

3.6.3 Multiplicité Zeeman des transitions noires

Nous nous concentrerons maintenant sur la seule partie du spectre de fluorescence qui contient les multiples raies noires. La figure (3.19) présente un spectre typique obtenu lorsque les lasers à 397 nm et 866 nm sont asservis sur le peigne, lui-même asservi sur le laser à 729 nm. La fréquence du laser repompeur est balayée selon la technique décrite précédemment. Nous pouvons distinguer cinq couples exploitables de raies noires présentant des contrastes et des largeurs différentes.

Afin de pouvoir calculer le couplage laser effectif sur chaque raie il est nécessaire d'identifier les sous-niveaux Zeeman qui participent à la construction de chaque état noir. Nous déduisons de l'écart en fréquence entre chaque couple les sous-niveaux $|D_{3/2}, m_j\rangle$ et $|D_{5/2}, m_j\rangle$ impliqués. Les raies sont ainsi étiquetées par un facteur que nous noterons m_{THz} tel que :

$$m_{THz} = m_{D_{5/2}} \times g_{5/2} - m_{D_{3/2}} \times g_{3/2} \quad (3.49)$$

Ainsi le facteur $m_{THz} \times \mu_B B$ correspond à l'écart en fréquence dû à l'effet Zeeman du premier ordre sur une raie, identifiée par m_{THz} , par rapport à la transition noire non dégénérée de fréquence ν_{THz} (voir tableau 3.1). Connaissant maintenant les sous-niveaux en jeu nous pouvons calculer les couplages lasers effectifs sur chacune des raies selon les règles de sélections. Le tableau 3.7 présente ces couplages exprimés en valeurs relatives au couplage le plus intense.

$m_j(D_{3/2})$	$m_j(D_{5/2})$	m_{THz}	Ω_C/Ω_C^0	Ω_R/Ω_R^0	Ω_B/Ω_B^0
$\mp 3/2$	$\pm 5/2$	$\pm 21/5$	1	1	1
$\pm 1/2$	$\pm 5/2$	$\pm 13/5$	1	$1/\sqrt{3}$	1
$\mp 1/2$	$\pm 3/2$	$\pm 11/5$	$1/\sqrt{5}$	$1/\sqrt{3}$	1
$\pm 1/2$	$\pm 3/2$	$\pm 7/5$	$1/\sqrt{5}$	$\sqrt{2/3}$	1
$\pm 3/2$	$\pm 3/2$	$\pm 3/5$	$1/\sqrt{5}$	1	1

TABLE 3.7 – Résumé des couplages relatifs pour chaque transitions observées sur la figure 3.19

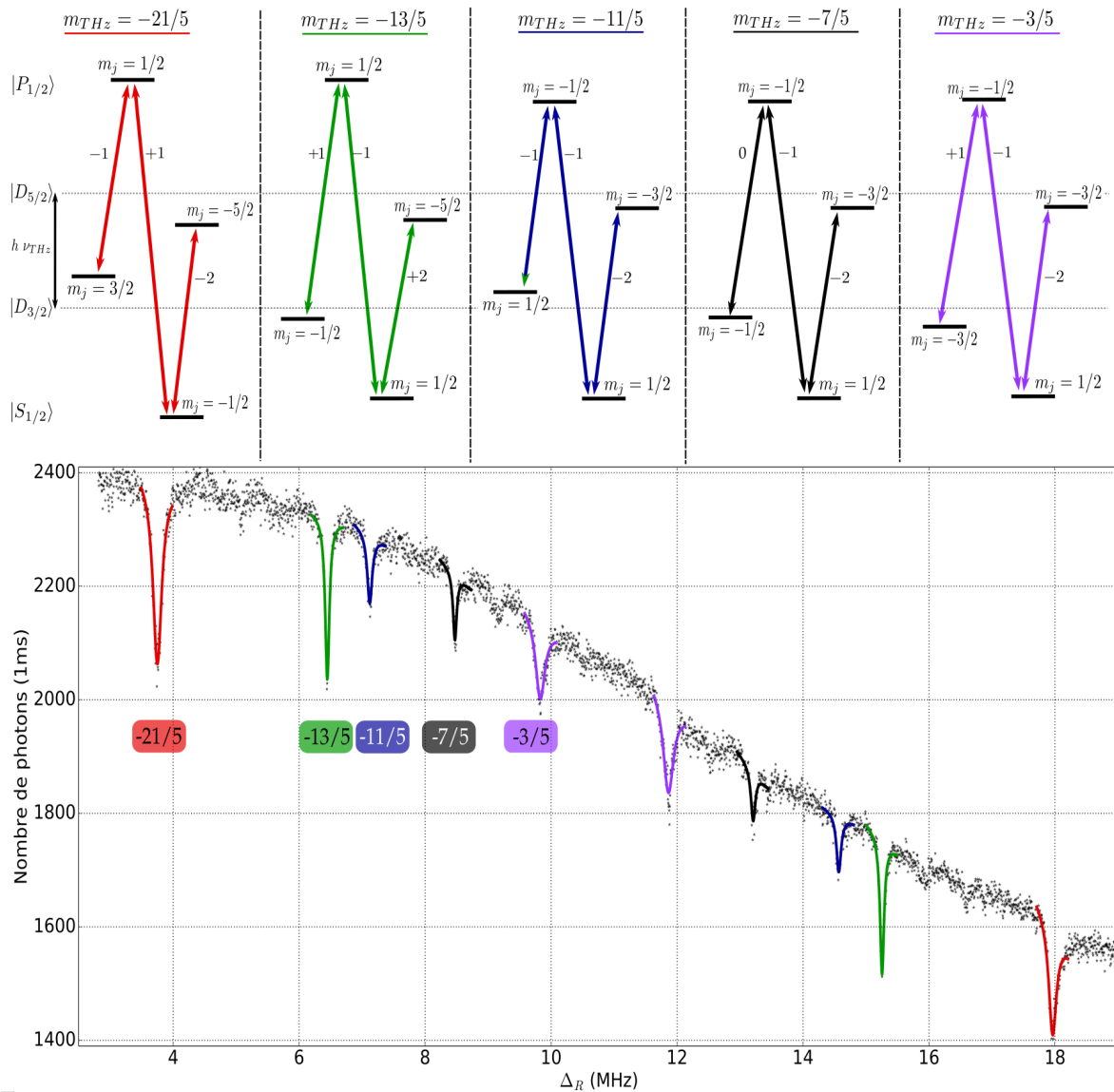


FIGURE 3.19 – Résonances noires présentes dans le spectre de fluorescence des ions identifiés par leur facteur m_{THz} . Ce spectre est réalisé avec une résolution en fréquence de 1 kHz. Un ajustement Lorentzien (traits pleins colorés) de chaque raie est effectué. Nous indiquons, au dessus du spectre, les niveaux impliqués dans les états noirs observés sur la première moitié du spectre. La seconde moitié n'est pas détaillée puisque, par symétrie, seul un changement de signe apparaît sur m_{THz} . Le bruit de photons en $\sqrt{N_{photons}}$ est retiré pour plus de lisibilité.

3.7 Études systématiques

Nous avons décrit le cadre théorique permettant de comprendre le phénomène de piégeage cohérent à trois photons ainsi que l'ensemble expérimental mis en place pour la réalisation de ce CPT et l'observation des résonances noires, signatures de celui-ci, sur le spectre de fluorescence d'un nuage d'ion $^{40}\text{Ca}^+$.

L'objectif de cette thèse est d'évaluer le potentiel métrologique de cette résonance. Nous avons ainsi débuté des séries de mesures afin d'étudier le comportement de cette raie noire selon différents paramètres. Ceci va nous permettre d'affiner les exigences expérimentales qu'il est nécessaire de remplir pour poursuivre vers l'objectif métrologique.

Cette démarche implique de définir en amont les grandeurs caractéristiques de la raie noire que nous allons étudier.

3.7.1 Grandeurs d'intérêt.

La stabilité relative de fréquence que l'on peut obtenir à partir d'une résonance atomique de fréquence ν^0 et de largeur Δ (FWHM) est définie en terme de déviation d'Allan comme [142] :

$$\sigma_y(\tau) = \frac{\Delta}{\nu^0 \times SNR} \sqrt{\frac{T_c}{\tau}} \quad (3.50)$$

avec T_c le temps nécessaire pour la construction du signal et SNR le rapport signal à bruit de la résonance.

Ainsi, trois grandeurs pertinentes sont à mesurer afin d'étudier le comportement d'une résonance atomique dans une perspective métrologique. Nous obtenons celles-ci à partir des spectres expérimentaux par un ajustement Lorentzien :

- La largeur à mi-hauteur de la raie, Δ .
- Le contraste de la raie, noté C , est défini comme le rapport entre la chute de fluorescence ΔS engendrée par la projection dans l'état noir et le nombre moyen de photons à mi-hauteur de la raie, noté $\langle S \rangle$. Le nombre de photons qui n'émane pas de la fluorescence des ions (le fond) est retiré. Le bruit est un bruit de photons strictement proportionnel à $\sqrt{\langle S \rangle}$, ainsi nous définissons le rapport signal à bruit à partir du contraste comme :

$$SNR = \frac{\Delta S}{\sqrt{\langle S \rangle}} = C \times \sqrt{\langle S \rangle} \quad (3.51)$$

- Enfin, nous souhaitons mesurer la fréquence de la transition térahertz, ν^0 dans l'équation (3.50). Ceci s'effectue à partir des mesures des fréquences des trois lasers lorsque le pic d'une résonance noire est atteint. Cette étape est moins immédiate et demande à être détaillée.

3.7.2 Mesure de la fréquence THz

Nous avons vu que les ions sont projetés dans un état noir à trois photons dès lors que la relation sur les désaccords des lasers :

$$\Delta_R = \Delta_B - \Delta_C - \alpha_C \frac{\Omega_C}{2} \quad (3.52)$$

est satisfaite. Ceci se traduit en terme de fréquence absolue des lasers par :

$$(\nu_R + \nu_C - \nu_B)_{m_{THz}} + \alpha_C \frac{\Omega_C}{2} - m_{THz} \mu_B B = \nu_{THz}^0 + \delta_{THz} \quad (3.53)$$

où ν_R , ν_C et ν_B désignent respectivement les fréquences mesurées des lasers à 866 nm, 397 nm, et 729 nm, lorsqu'une résonance noire (minimum d'un pic), repérée par son indice m_{THz} , apparaît dans le spectre de fluorescence ; ν_{THz}^0 la valeur de la transition mesurée dans [131], et δ_{THz} un éventuel décalage de nos mesures par rapport à ν_{THz}^0 . Nous nous proposons de regrouper les fréquences lasers dans un terme commun noté ν_{dark} , tel que $\nu_{dark} = \nu_R + \nu_C - \nu_B$. Dans l'espace des paramètres où nous travaillons, le terme de déplacement lumineux, $\alpha_C \Omega_C / 2$, est strictement inférieur à 50 Hz et nous verrons que l'expérience n'a pas encore la résolution requise pour être sensible à ce déplacement, nous le négligerons dans la suite de cet exposé.

Nous réécrivons ainsi la relation (3.53) comme :

$$\nu_{THz} = \nu_{dark} - m_{THz} \mu_B B = \nu_{THz}^0 + \delta_{THz} \quad (3.54)$$

Deux mesures sont donc nécessaires pour accéder à la fréquence de la transition térahertz ν_{THz} :

- Mesure de ν_{dark} : Les lasers à 866 nm et à 397 nm sont asservis sur le peigne, l'accès à leurs fréquences se fait donc selon la méthode décrite au chapitre précédent où l'on notera f_b^{794} la fréquence du battement optique entre le laser à 794 nm et le peigne. Le laser d'horloge (729 nm) permet d'asservir le peigne mais la mesure de sa fréquence s'effectue de la même façon, via un battement noté f_b^{729} . Nous définissons ainsi la fréquence ν_{dark} lorsque une résonance noire est atteinte comme :

$$\nu_{dark} = \nu_R + \nu_C - \nu_B \quad (3.55)$$

$$= n_{866} \times f_{rep} \pm f_{fit}^{866} \quad (3.56)$$

$$+ n_{729} \times f_{rep} \pm f_b^{729} \quad (3.57)$$

$$- 2(n_{794} \times f_{rep} \pm f_b^{794}) \quad (3.58)$$

$$= (n_{866} + n_{729} - 2n_{794}) \times f_{rep} \pm f_{fit}^{866} \pm f_b^{729} \pm 2f_b^{794} \quad (3.59)$$

avec f_{fit}^{866} la fréquence renvoyée par l'ajustement Lorentzien de la raie et correspondant au battement optique du laser de repompage avec le peigne. L'incertitude

sur la fréquence individuelle de chaque laser est de l'ordre de 5-10 kHz (voir chapitre 2); elle est due à la résolution sur le comptage de la fréquence de répétition du peigne. En revanche cette incertitude est commune aux trois lasers. Nous pouvons alors écrire l'incertitude totale sur la mesure de ν_{dark} , notée σ_{dark} , comme la somme quadratique de quatre termes indépendants :

$$\sigma_{dark} = \sqrt{(\Delta n \times \sigma_{f_{rep}})^2 + \sigma_{f_b^{729}}^2 + 4\sigma_{f_b^{794}}^2 + \sigma_{f_{fit}^{866}}^2} \quad (3.60)$$

Avec $\Delta n = n_{866} + n_{729} - 2n_{794} = 22744$. Le tableau (3.8) récapitule ces différentes sources d'incertitudes. La qualité de l'ajustement dépend du bruit de mesure, qui est un bruit de photons, et du nombre de points qui est défini par le pas de fréquence du balayage. Celui-ci peut varier d'une mesure à l'autre, on donne ici un encadrement. Pour la mesure de la fréquence ν_{dark} d'une résonance noire nous

$\Delta n \sigma_{f_{rep}}$		23 Hz	Mesure de f_{rep}
σ_{fit}^{866}		500 Hz < < 3000 Hz	Bruit de photons
σ_b^{794}		< 1 mHz	Synthétiseur
σ_b^{729}		< 2 Hz	Cristal 48 MHz
σ_{dark}		500 Hz < < 3000 Hz	

TABLE 3.8 – Budget d'incertitudes sur la mesure de la fréquence ν_{dark} . Celui-ci est largement dominé par le bruit de photon.

sommes donc principalement limités par le bruit de photon qui a pour conséquence d'augmenter l'incertitude des valeurs obtenues par l'ajustement Lorentzien.

- Mesure du champ magnétique local :

Chaque raie noire repérée par m_{THz} est écartée d'un facteur $m_{THz}\mu_B B$ de la transition THz non dégénérée. Si la détermination de m_{THz} se fait sans ambiguïté l'intensité du champ magnétique n'est pas exactement connue *a priori*. Afin de déterminer celle-ci, nous nous intéressons au comportement de la courbe $(\nu_{dark} - \nu_{THz}^0)_{m_{THz}} = m_{THz}\mu_B B + \Delta_{THz}$. La pente de cette courbe nous permet d'accéder à $\mu_B B$ avec une incertitude σ_B . Son offset nous renvoie la valeur moyenne de l'écart à la transition THz Δ_{THz} du barycentre de toute les raies. Nous ne nous préoccupons pas de sa valeur. La figure (3.20) est un exemple de ce type de mesure, effectuée pour le multiplet de résonance présenté sur la figure (3.19). Nous avons vu que les fluctuations au temps long du champ magnétique δ_B sont de l'ordre de ± 0.2 mG. Nous affectons donc à chaque point de mesure ν_{dark} l'incertitude supplémentaire liée à cette fluctuation : $\pm m_{THz}\mu_B \times 0.2 \times 10^{-3}$. Ces valeurs (tableau 3.9) sont du même ordre de grandeur, ou inférieures, aux incertitudes de mesures de ν_{dark} .

Sur la mesure présentée ici, la prise en compte de σ_{δ_B} sur chaque point, en plus

de σ_{dark} , dans l'ajustement linéaire de la pente est responsable d'une incertitude relative de 0.03% sur la détermination du champ magnétique. Ceci dépend de la mesure et cette incertitude peut se voir modifiée dans certains cas que l'on précisera.

Sur la mesure présentée, nous déduisons avec cette méthode un champ magnétique de 1209.4 ± 0.4 mG. Lors des études du comportement de la raie noire en fonction de différents paramètres expérimentaux, cette mesure de champ magnétique est effectuée systématiquement. Nous préciserons donc sa valeur, sans présenter à nouveau les courbes du type (3.20) dont elle est issue.

$\sigma_{\delta_B} = m_{THz} \mu_B \times \delta_B$	$\pm \frac{21}{5}$	$\pm \frac{13}{5}$	$\pm \frac{11}{7}$	$\pm \frac{7}{5}$	$\pm \frac{3}{5}$
	1.17 kHz	0.72 kHz	0.61 kHz	0.40 kHz	0.20 kHz

TABLE 3.9 – Incertitude sur la fréquence des transitions noires induite par la fluctuation du champ magnétique

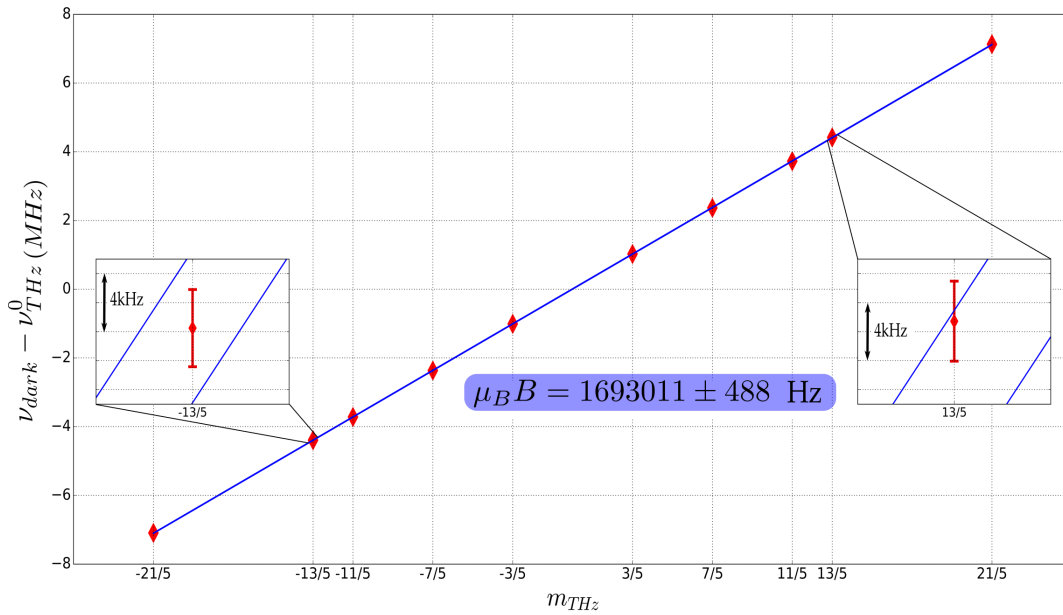


FIGURE 3.20 – Résultat de mesure de $\nu_{dark} - \nu_{THz}^0$ pour chaque raie m_{THz} . L'ajustement linéaire en bleu nous permet d'extraire la valeur du coefficient $\mu_B B$. On présente un zoom sur les deux points du couple $\pm 13/5$ où sont représentés les deux pentes extrêmes retournées par l'ajustement lorsque l'on tient compte de l'erreur $\sqrt{\sigma_{dark}^2 + \sigma_{\delta_B}^2}$ sur chaque point.

Une fois le champ magnétique mesuré avec cette méthode, nous obtenons la fréquence de la transition THz mesurée à partir d'une seule raie m_{THz} simplement comme $\nu_{THz} = \nu_{dark} - m_{THz} \mu_B B$. Nous comparerons cette valeur obtenue pour chaque raie à la valeur ν_{THz}^0 de la littérature [131]. L'écart δ_{THz} déduit porte l'incertitude cumulée des deux mesures, ainsi que les fluctuations du champ magnétique. L'incertitude de la mesure de référence [131] est de ± 8 Hz, nous la négligerons ici. Nous avons

finalement σ_{THz} :

$$\sigma_{THz} = \sqrt{\sigma_{dark}^2 + \sigma_B^2 + \sigma_{\delta_B}^2}. \quad (3.61)$$

Influence de la dérive du laser d'horloge :

Notons enfin un élément important concernant la dérive de fréquence du laser à 729 nm que nous avons évoquée au chapitre 1 en terme de dérive relative d'une cavité par rapport à l'autre et au chapitre 2 en terme de dérive absolue mesurée avec le peigne de fréquence. Nous avons ainsi vu que le laser, du fait des dérives thermiques de la cavité sur laquelle il est asservi (ULE2), présente des dérives de fréquence δ_{729} pouvant atteindre 3 Hz/s. Dans le cas où les trois lasers seraient décorrélés ceci poserait un problème évident d'élargissement de la raie noire, voire d'incertitudes sur la mesure de la fréquence du laser d'horloge. Cependant l'utilisation du peigne de fréquence comme lien entre le laser à 729 nm et les deux autres lasers nous permet de grandement réduire les effets, potentiellement néfastes, de cette dérive. En effet, lorsqu'elle est asservie à partir du mode n_{729} , la fréquence de répétition f_{rep} du peigne dérive comme δ_{729}/n_{729} . Les deux autres lasers, asservis sur le peigne, dérivent alors comme $(n_{866}/n_{729}) \times \delta_{729}$ pour le lasers à 866 nm et $(2n_{794}/n_{729}) \times \delta_{729}$ pour le laser à 397 nm.

La fréquence ν_{dark} dérive alors comme :

$$\delta_{dark} = \frac{\Delta n}{n_{729}} \times \delta_{729} = 0.004 \times \delta_{729} \quad (3.62)$$

où l'on rappelle que $\Delta n = 22744$, correspond à $(n_{866} + n_{729} - 2n_{794})$. L'effet de dérive sur ν_{dark} est ainsi négligeable avec 16 mHz/s pour 4 Hz/s sur le laser d'horloge.

3.7.3 Reproductibilité

Avant d'étudier le comportement des grandeurs caractéristiques des raies noires sous différentes conditions expérimentales il est important d'effectuer une série de mesures sans modifier aucun des paramètres expérimentaux. Ceci nous permet d'identifier d'éventuelles sources de perturbations du système qui viendraient gêner l'interprétation des résultats des mesures systématiques que nous allons mener.

Nous nous concentrons ici sur l'observation d'une seule raie noire, celle identifiée par $m_{THz} = -13/5$. Cette raie présente en effet le meilleur contraste et la plus petite largeur. Les paramètres expérimentaux sont les suivants :

Laser	P (mW)	$\Omega/2\pi$	Désaccords
397 nm	10	17 MHz	$\Delta_B = -32.178\text{MHz}$
729 nm	11.2	63 kHz	$\Delta_C = -21.735\text{MHz}$
866 nm	0.8	1.3 MHz	$-13.7 < \Delta_R < -13.2\text{MHz}$
N_{ions}	200 ± 10		
Fond	367 ± 25 coups/ms		
B	906 ± 1 mG		

TABLE 3.10 – Paramètres expérimentaux pour la raie -13/5.

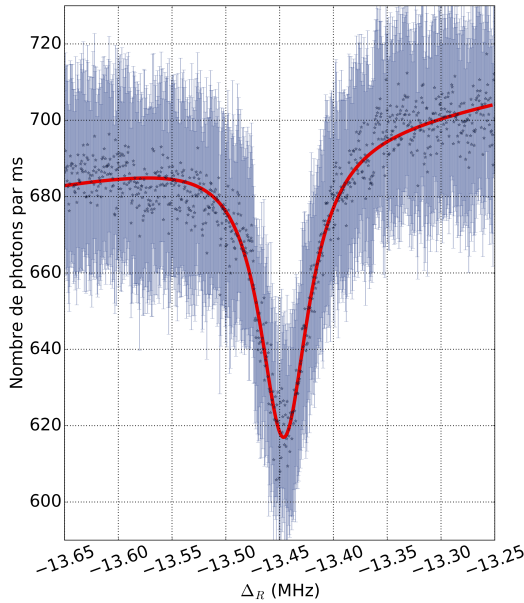


FIGURE 3.21 – Observation type de la raie noire (-13/5) pour la mesure de reproductibilité. Les points sont les valeurs moyennes du nombre de photons compté pendant 150×1 ms et les barres d'erreur correspondent au bruit de photons. La courbe en trait plein rouge présente l'ajustement Lorentzien.

Le balayage de la raie est effectué sur une amplitude de 700 kHz avec un pas de fréquence de 500 Hz. Le temps total pour l'acquisition d'une raie complète et donc de 350 secondes. La mesure est répétée 14 fois sans modifier aucun paramètre. La figure ci-contre (fig. (3.22) présente l'une de ces multiples mesures.

L'ensemble des 14 valeurs de fréquence f_{fit}^{866} retournées par l'ajustement sont moyennées et on exprime l'écart δ_f de chaque raie comme $\delta_f = f_{fit}^{866} - \langle f_{fit}^{866} \rangle$ (figure 3.22 A). Le constat est très clair : sur les 14 mesures réalisées, pendant plus d'une heure, la dispersion à 1σ de δ_f est parfaitement cohérente avec celle attendue sur cette raie pour des fluctuations du champ magnétique de ± 0.2 mG.

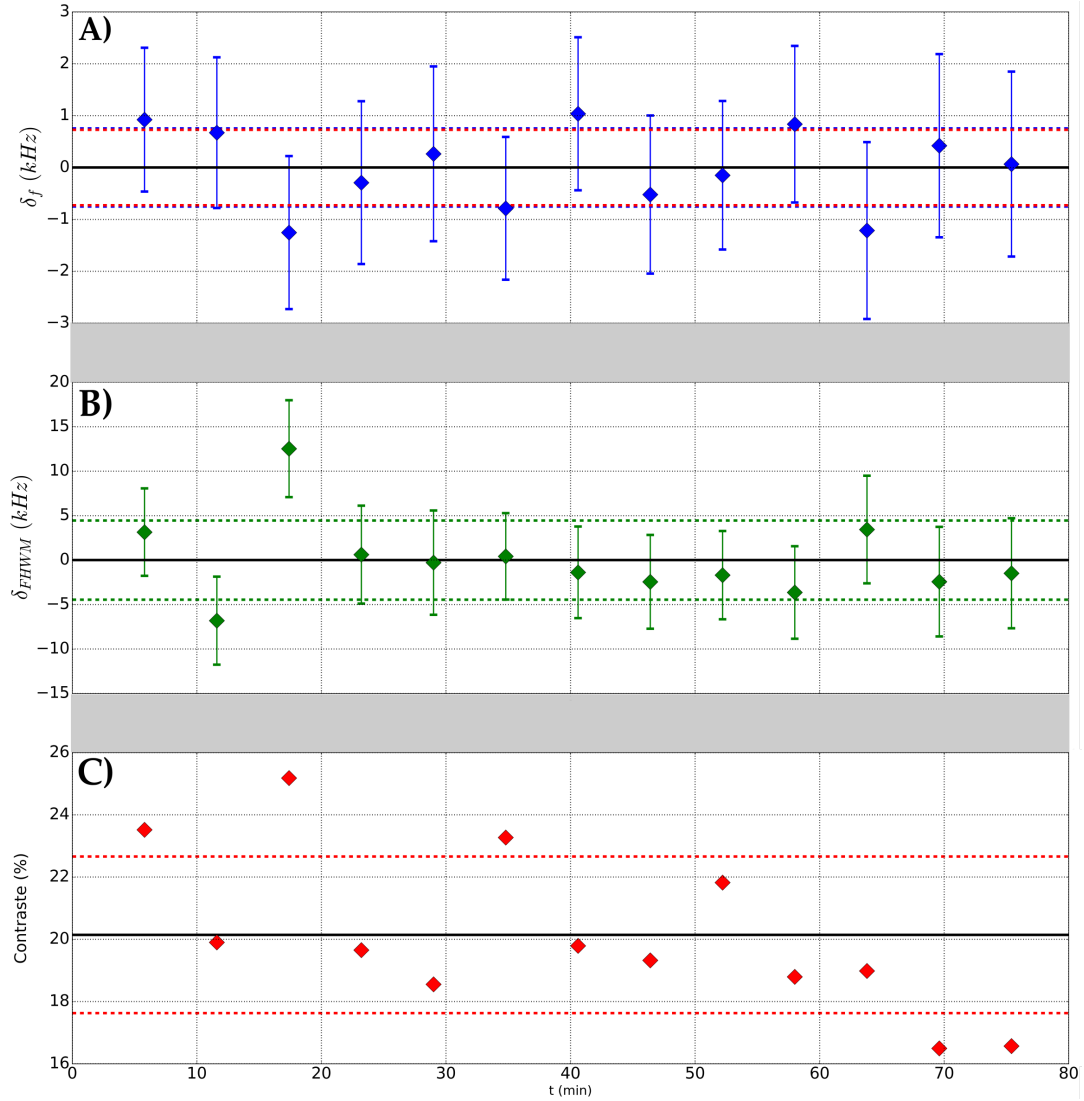


FIGURE 3.22 – **A)** : Écart δ_f à la valeur moyenne de la position en fréquence de la résonance. Les lignes pointillées bleues représentent la dispersion à 1σ de ces mesures. Celles en pointillés rouges délimitent l'écart à ± 0.72 kHz attendu sur cette raie du fait des fluctuations aux temps longs du champ magnétique. **B)** : Écart δ_{FWHM} des mesures de largeur à mi-hauteur par rapport à la moyenne de l'ensemble à 51.64 kHz. En pointillés la dispersion à 1σ . **C)** : Évolution du contraste.

Nous obtenons un contraste moyen de $20\% \pm 3\%$. L'origine de ses fluctuations est possiblement liée à la fluctuation d'une ou de plusieurs puissances lasers. Nous discutons l'influence de celle-ci dans la partie suivante.

Les différentes largeurs à mi-hauteur obtenues se situent autour d'une valeur moyenne de 51.9 kHz et leur dispersion à 1σ est de ± 4.5 kHz, soit 8%. Plusieurs effets contribuent à cette largeur ainsi qu'à ses fluctuations au fil des mesures successives.

Premièrement nous avons vu que les vecteurs d'onde des lasers sont dans une configuration où l'effet Doppler est non nul et l'élargissement qui en résulte dépend de la température des ions. Nous savons que nous travaillons sur un nuage en phase liquide et nous avons ainsi vu que sa température pouvait être encadrée à l'aide du paramètre plasma, elle se situe entre 7 mK et 600 mK. Si l'on fait l'hypothèse que les lasers sont

exactement co-propageants alors l'élargissement Doppler est proportionnel à k_{THz} , ainsi, dans le cas d'une distribution de vitesses isotrope des ions et suivant la loi de Maxwell-Boltzmann, la contribution de l'élargissement Doppler est comprise entre 17 kHz et 159 kHz. Compte tenu de la largeur de la raie observée nous pouvons dire que, dans le cadre de ces hypothèses, la température moyenne du nuage pendant ces mesures est inférieure à 65 mK.

Le champ magnétique local est aussi source d'élargissement puisque on rappelle qu'il présente des fluctuations à 50 Hz (et ses harmoniques) d'une amplitude de 6 mG (pic-pic). Il en résulte un élargissement de 21.8 kHz de la raie -13/5.

Enfin comme nous l'avons vu dans la description théorique, dans le régime de paramètres auxquels nous travaillons la largeur de raie est principalement déterminée par le couplage du laser repompeur.

Notons que le troisième point de l'enregistrement, autour de 18 min présente une déviation significative. Ceci n'est pas expliqué avec certitude aujourd'hui mais il se pourrait qu'un saut (ou chute) de la puissance d'un des lasers se soit produit durant l'enregistrement. Il n'est pas exclu non plus que des sauts de phases sur un des asservissement puissent provoquer cela en brouillant la relation de phase entre les lasers.

Dans le cas présent nous avons un rapport signal sur bruit moyen de $0.2 \times \sqrt{680} = 5$.

3.7.4 Influence des puissances lasers

Nous nous intéressons ici à l'influence de l'intensité des lasers sur le comportement de la résonance noire, en termes d'élargissement, de contraste et de décalage de fréquence de la transition THz mesurée.

Puissance du laser de repompage (866 nm)

Nous balayons la fréquence du laser de repompage sur l'ensemble du multiplet de raies noires par pas de 5 kHz. Le choix de ce pas de fréquence résulte d'un compromis entre la résolution et le temps de mesure, ici 12 minutes pour un spectre complet. Afin de diminuer l'influence des effets de décalage des fréquences des transitions par les fluctuations aux temps longs du champ magnétique, nous faisons l'acquisition et le moyennage de trois spectres complets pour chaque puissance explorée. Le couple de raies $\pm 11/5$ ne présente pas un contraste suffisant pour être exploité.

Laser	P (mW)	$\Omega^0/2\pi$	Désaccords
397 nm	19	23 MHz	$\Delta_B = -30.146$ MHz
729 nm	10.4	61 kHz	$\Delta_C = -26.352$ MHz
866 nm	3/2/1.4/0.7 mW	4 MHz à 3 mW	$-10 < \Delta_R < 2.6$ MHz
N_{ions}		620 ± 30	
Fond		580 ± 25 coups/ms	
B		903.7 ± 0.3 mG	

TABLE 3.11 – Paramètres expérimentaux.

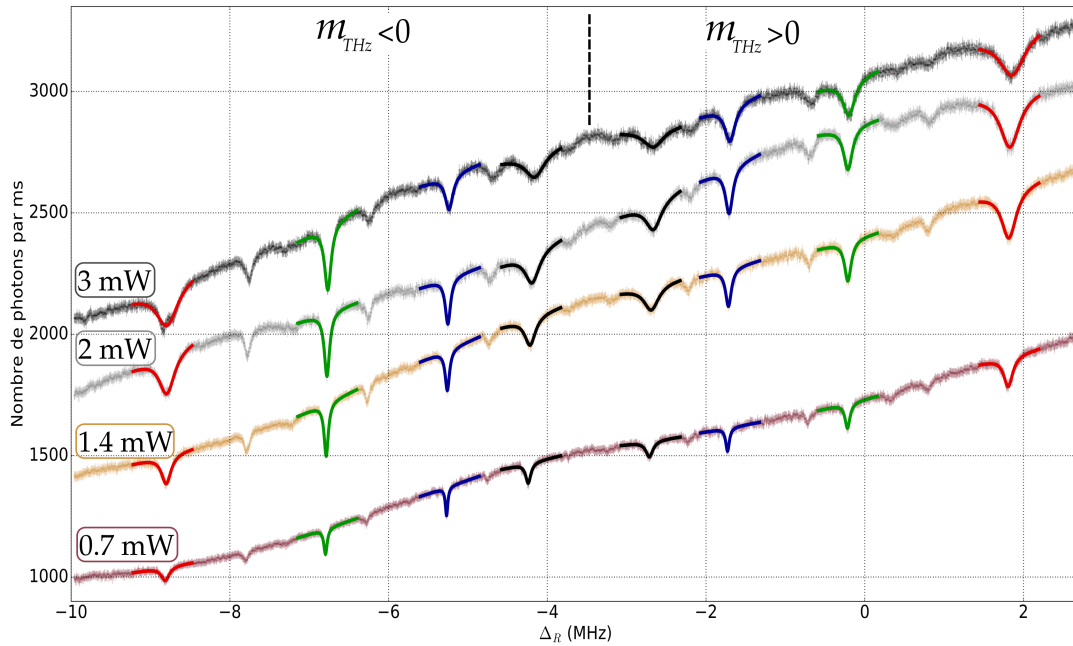


FIGURE 3.23 – Taux de fluorescence selon les puissances du laser à 866 nm. $P_R = 0.7$ mW, 1.4 mW, 2 mW et 3 mW.

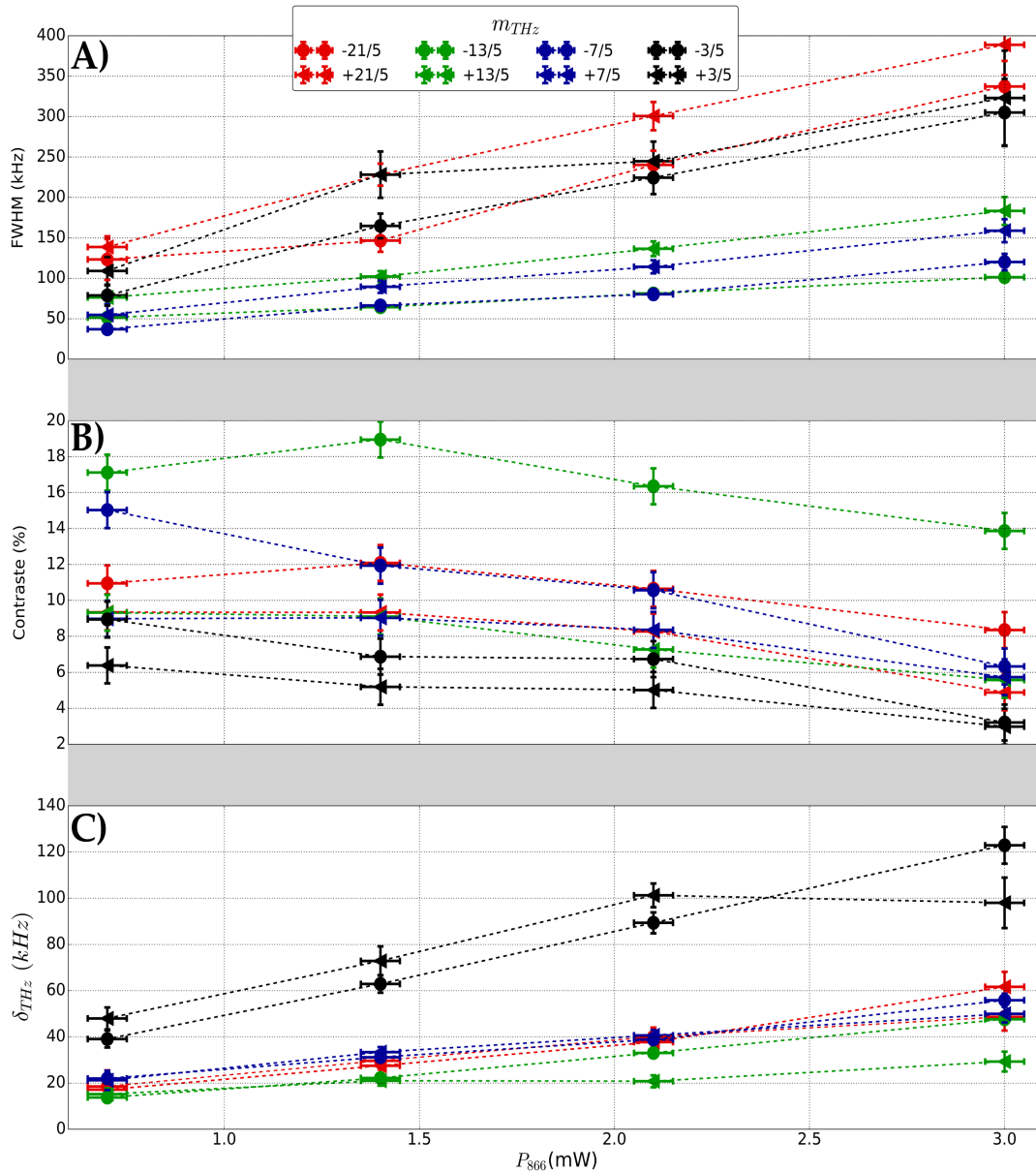


FIGURE 3.24 – Résultats des analyses de largeur à mi-hauteur (A), contraste (B) et décalage à la transition térahertz (C) en fonction de P_R et pour chaque raie repérée par m_{THz} . Les lignes pointillées reliant les points y figurent pour augmenter la lisibilité.

L'analyse de la largeur des différentes raies montre clairement une tendance d'élargissement avec l'augmentation de la puissance du laser de repompage (figure 3.24 A). Le taux d'élargissement est globalement linéaire sur la gamme des puissances explorées. Étant donné le nombre de points et les barres d'erreurs, nous ne réalisons pas d'ajustement linéaire mais donnons plutôt une tendance générale. Ainsi, pour les deux couples de raies les plus fortement couplées par le laser de repompage ($\pm 21/5$ et $\pm 3/5$), ce taux est estimé à $100 \text{ kHz} \pm 15 \text{ kHz/mW}$.

Concernant les deux autres couples, ce taux d'élargissement est diminué d'approximativement un facteur 2. Nous expliquons ceci par la diminution significative de leur couplage au laser de repompage par rapport aux raies $\pm 21/5$ et $\pm 3/5$, typiquement

d'un facteur $1/\sqrt{3}$, respectivement $\sqrt{2/3}$, pour le couple $\pm 13/5$, respectivement $\pm 7/5$. Ceci confirme le comportement attendu concernant l'influence de l'intensité du laser de repompage sur l'élargissement d'une résonance noire.

Par ailleurs, nous noterons aussi que la tendance de l'évolution des largeurs, extrapolée à $P_R = 0$ dépend de l'indice m_{THz} . Si nous n'avons pas la résolution suffisante pour une mesure exacte nous remarquons néanmoins que la largeur obtenues par une extrapolation de la courbe à $P_R = 0$ est d'autant plus importante que m_{THz} est grand. Nous attribuons ceci aux fluctuations rapides du champ magnétique dont l'effet d'élargissement sur une raie dépend de sa sensibilité, qui est directement proportionnelle à son indice m_{THz} .

Concernant le contraste (figure 3.24 B) nous constatons une diminution globale, quelles que soient les raies observées. Ceci est dû à deux effets conjoints dont la dynamique est différente. D'une part nous avons une augmentation non linéaire du signal moyen de fluorescence avec la puissance de laser à 866 nm, dû au passage vers un régime de saturation qui déforme le profil général de fluorescence. D'autre part l'augmentation de la profondeur du signal de résonance noire a une dynamique moins sensible à la puissance du laser de repompage. La combinaison de ces deux effets résulte donc en une chute de contraste. Le rapport signal sur bruit des raies est en revanche quasi constant en fonction de la puissance laser.

Le décalage mesuré par rapport à la transition térahertz (figure 3.24 B) est strictement positif et présente une dépendance nette en fonction de la puissance laser. Nous mesurons effectivement une augmentation de ce décalage d'environ +10 kHz/mW pour tous les couples de raies, à l'exception de $\pm 3/5$ qui présente une dépendance trois fois plus importante.

Nous reviendrons sur l'origine possible de ce décalage à la fin du chapitre.

Puissance du laser de refroidissement (397 nm)

Nous procédons ici de la même façon que pour l'étude précédente. Trois puissances différentes sont explorées pour le laser de refroidissement.

Laser	P (mW)	$\Omega^0/2\pi$	Désaccords
397 nm	4.9 / 6.9 / 10 mW	12 MHz à 5 mW	$\Delta_B = -28.947$ MHz
729 nm	9 mW	57 kHz	$\Delta_C = -20.350$ MHz
866 nm	2 mW	3 MHz	$-14 < \Delta_R < -2$ MHz
N_{ions}	295 ± 15		
Fond	100 < < 300 ± 25 coups/ms		
B	904.5 ± 0.3 mG		

TABLE 3.12 – Paramètres expérimentaux.

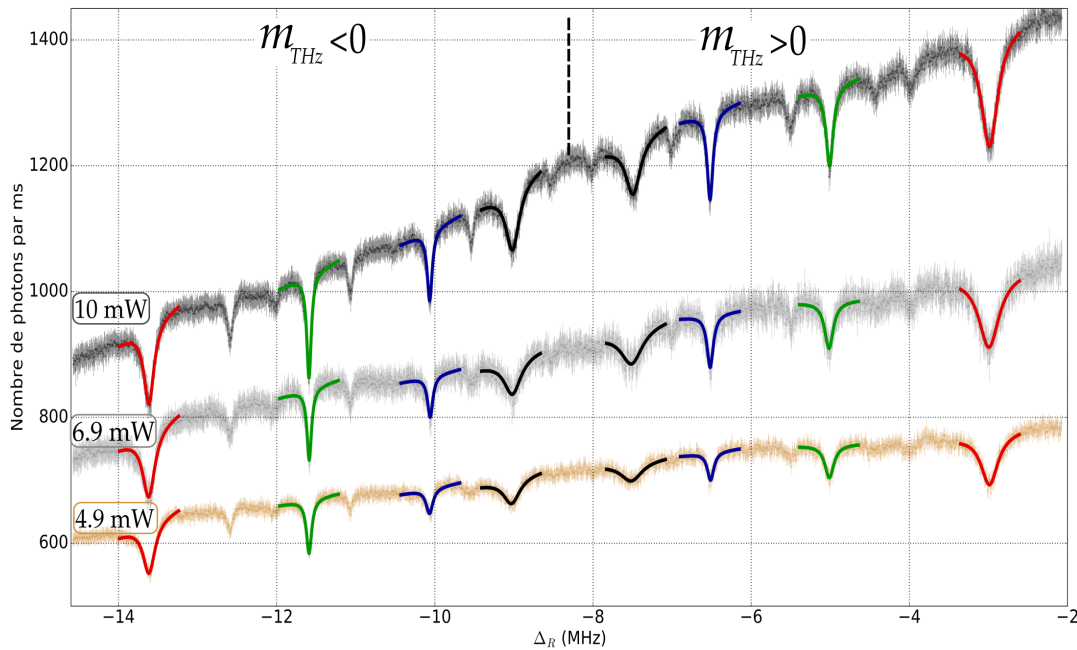


FIGURE 3.25 – Taux de fluorescence pour les trois puissances du laser à 397 nm. $P_B = 4.9$ mW / 6.9 mW et 10 mW.

Les résultats de ces mesures sont présentés sur la figure (3.25) en terme de taux de fluorescence et leur analyse sur la figure (3.26). Nous remarquons que l'évolution de la puissance du laser de refroidissement n'est pas responsable d'un élargissement significatif des différentes raies noires. De même pour le décalage à la transition térahertz, aucune tendance particulière ne se dégage des courbes et le décalage semble stationnaire, autour de 25 kHz, pour tous les couples de raies à l'exception du couple $\pm 3/5$. Nous expliquons par le faible contraste de cette paire qui limite la résolution. Les barres d'erreurs y sont d'ailleurs significativement plus importantes. Nous ne concluons donc pas que la tendance que présente ce couple de raie est significative. Notons enfin l'effet sur le contraste. Celui-ci demeure quasi constant, ou au moins ne présente pas de tendance franche. Ceci est un point positif car le signal moyen de

fluorescence augmente avec la puissance, ainsi un contraste constant signifie que le rapport signal à bruit augmente.

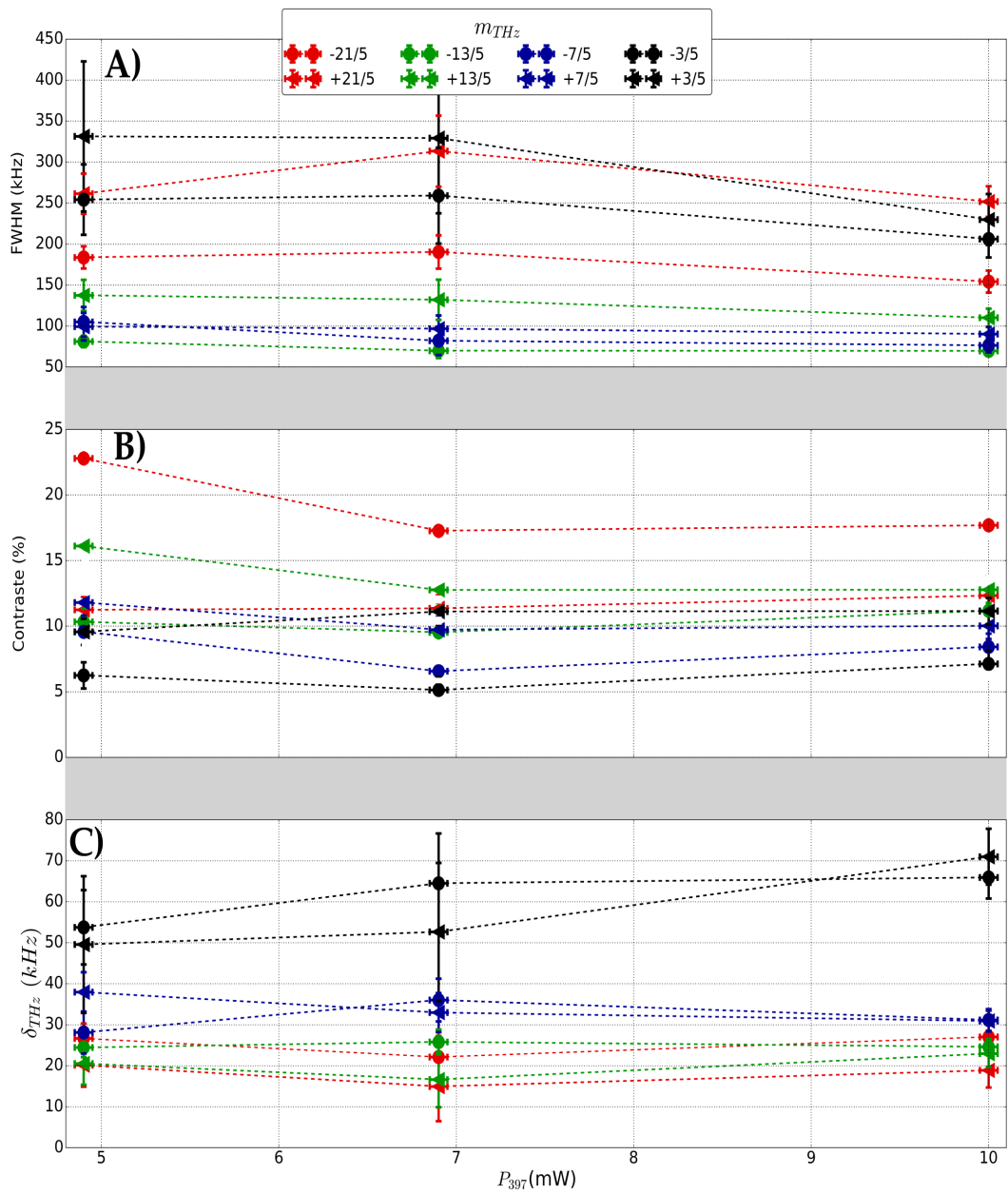


FIGURE 3.26 – Résultats des analyses de largeur à mi-hauteur (A), contraste (B) et décalage à la transition térahertz (C) en fonction de la puissance du laser à 397 nm et pour chaque raie, repérée par m_{THz} . Les lignes y figurent pour plus de lisibilité.

Puissance du laser d'horloge (729 nm)

Enfin nous explorons l'influence de la puissance du laser d'horloge sur la résonance noire. Nous choisissons pour cette mesure de balayer seulement la raie $m_{THz} = -13/5$, par pas de 500 Hz sur un intervalle de 600 kHz.

Notons un paramètre expérimental sensiblement différent pour cette mesure par rapport à celles présentées précédemment : le nombre d'ions est plus important, d'un facteur 10 par rapport au plus petit nuage que nous ayons observé (mesure de reproductibilité). Ceci a une conséquence immédiate sur le nombre de photons collectés et donc sur le bruit de photons. Pour cette mesure, nous n'avons pas pu balayer un spectre complet avec suffisamment de résolution pour pouvoir déterminer le champ magnétique local avec une incertitude qui soit du même ordre de grandeur que précédemment. Ainsi l'incertitude sur B est ici de 0.6 mG, soit deux fois plus que précédemment pour la même valeur de champ.

Laser	P (mW)	$\Omega/2\pi$	Désaccords
397 nm	10 mW	9 MHz	$\Delta_B = -25.408$ MHz
729 nm	$4.5 < P < 19$ mW	$40 \text{ kHz} < \Omega < 82 \text{ kHz}$	$\Delta_C = -20.348$ MHz
866 nm	1.1	2.6 MHz	$-8.3 < \Delta_R < -7.7$ MHz
N_{ions}		1950 ± 100	
Fond		565 ± 25 coups/ms	
B		904.7 ± 0.6 mG	

TABLE 3.13 – Paramètres expérimentaux pour la raie $-13/5$.

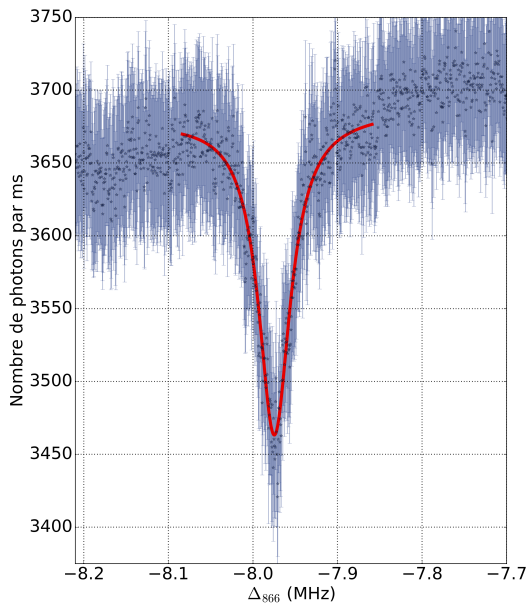


FIGURE 3.27 – Spectre de fluorescence de la raie $(-13/5)$ pour une puissance $P_C = 19$ mW .

Nous présentons sur la figure (3.28) les résultats des grandeurs d'intérêt issues des spectres de fluorescence (figure 3.27), comme nous l'avons fait précédemment. Concernant la largeur à mi-hauteur nous distinguons une légère tendance à l'élargissement avec l'augmentation de la puissance du laser d'horloge. Il est en revanche impossible d'être affirmatif compte tenu de l'importance des barres d'erreurs ($\approx 13\%$), principalement lié au bruit de photons sur cette mesure. Le contraste en revanche présente une nette tendance à l'augmentation en fonction de la puissance du laser à 729 nm. D'autre part nous avons vérifié que le taux moyen de fluorescence du nuage

n'est que peu affecté ($< 2\%$) par l'augmentation de la puissance laser. Ainsi, il résulte de cette augmentation de contraste une augmentation du rapport signal sur bruit de 2 à 4 pour une variation de puissance de 4.5 mW à 19 mW.

Le dernier point à 19 mW de puissance présente un contraste qui sort de la tendance générale. Il s'agit certainement d'un décrochage de l'asservissement de puissance du laser. En effet la limite de puissance pour que l'asservissement bénéficie d'une marge de gain suffisante est de 20 mW. Il est donc tout à fait possible que celui-ci ait décroché suite à une fluctuation de puissance trop importante.

L'écart à la transition térahertz paraît stable en fonction de la puissance laser dans la limite des barres d'erreurs.

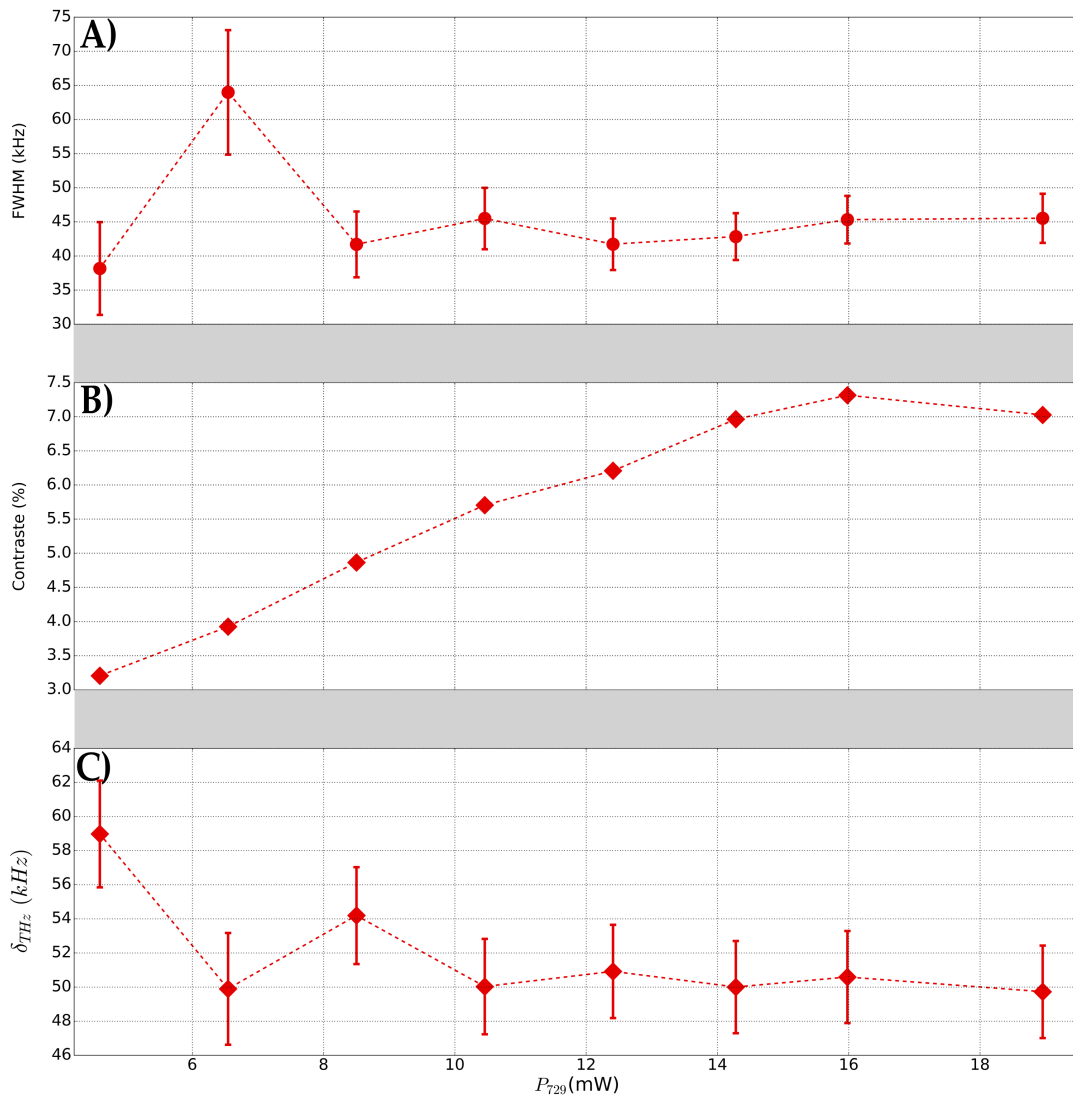


FIGURE 3.28 – Résultats des analyses de largeur à mi-hauteur (A), contraste (B) et décalage à la transition térahertz (C) en fonction de la puissance du laser à 729 nm sur la raie repérée par m_{THz} .

3.7.5 Étude en fonction des désaccords lasers

Nous cherchons ici à mesurer l'influence des désaccords du laser d'horloge et du laser de repompage. Le désaccord du laser de refroidissement est maintenu fixe et l'on explore cinq jeux de désaccords $(\Delta_R; \Delta_C)$ différents. En effet il n'est pas possible d'étudier l'influence d'un seul désaccord laser sans en modifier un autre.

Nous nous concentrons une fois de plus sur la raie $-13/5$, balayée par pas de 1 kHz. La figure (3.29) présente les cinq spectres obtenus où l'on a indiqué Δ_R sur l'abscisse basse et Δ_C sur l'abscisse haute.

Laser	P (mW)	$\Omega/2\pi$	Désaccords
397 nm	10 mW	17 MHz	$\Delta_B = -24.941$ MHz
729 nm	8 mW	54 kHz	-25 MHz $< \Delta_C < -41$ MHz
866 nm	2 mW	3.5 MHz	-3 MHz $< \Delta_R < 13$ MHz
N_{ions}	1050 \pm 50		
Fond	520 \pm 25 coups/ms		
B	1017.5 \pm 0.9 mG		

TABLE 3.14 – Paramètres expérimentaux.

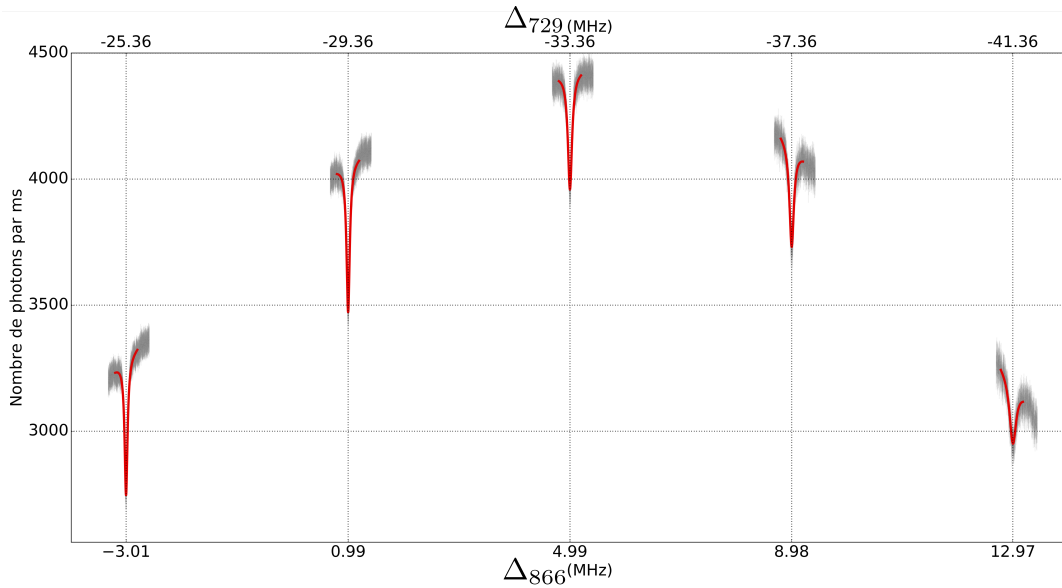


FIGURE 3.29 – Taux de fluorescence du nuage pour les cinq jeux de désaccords explorés.

Nous présentons sur la figure (3.30) les résultats de ces mesures. Les trois grandeurs analysées présentent toutes un comportement très net.

Premièrement nous pouvons remarquer un élargissement de la raie noire lorsque le désaccord du laser repompeur augmente par valeur positive et ceci d'autant plus que le désaccord est grand. Nous expliquons ceci par une augmentation de la température du nuage du fait de la diminution de l'efficacité du repompage.

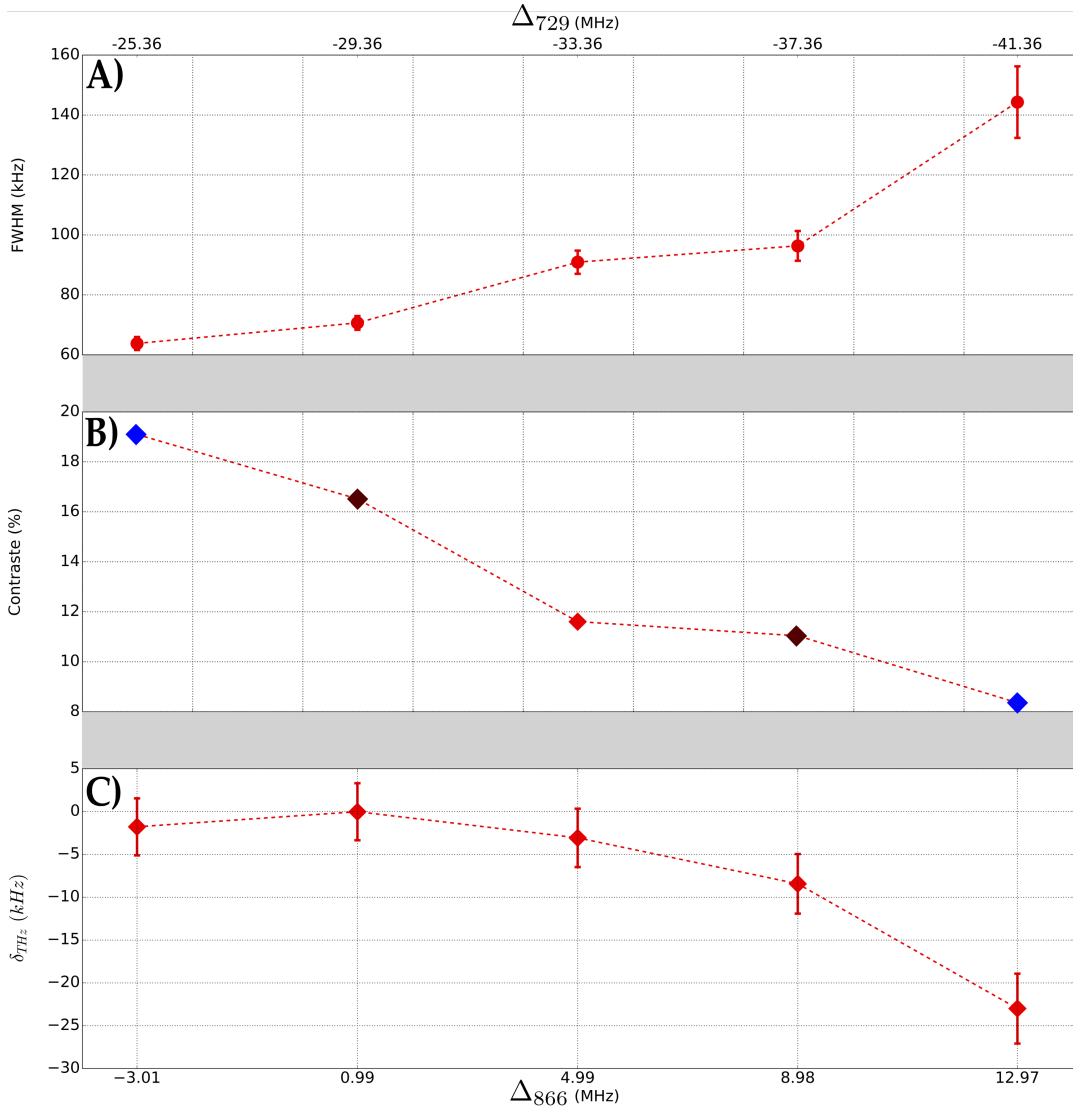


FIGURE 3.30 – Résultats des analyses de largeur à mi-hauteur (A), contraste (B) et décalage à la transition térahertz (C) selon différents désaccords du laser rouge et du laser d'horloge pour la raie $-13/5$. Les marqueurs marrons et bleus correspondent, par paire, à des raies dont le taux moyen de fluorescence est égal. Les lignes ne reflètent pas de mesures mais sont ajoutées pour plus de lisibilité.

Concernant le contraste de la raie nous voyons que celui-ci chute avec avec l'augmentation de Δ_R (par valeur positive) et l'augmentation de Δ_C (par valeur négative). Il faut ici remarquer que les raies peuvent être regroupées en deux paires qui présentent un contraste différent mais un taux de fluorescence égal du fait de leur position symétrique dans le profil global de fluorescence. Le contraste étant strictement croissant nous voyons ainsi immédiatement que le rapport signal sur bruit augmente. Celui-ci passe de 4 pour $\Delta_R = 12.97$ MHz et $\Delta_C = -41.36$ MHz à 11 pour $\Delta_R = -3.01$ MHz et $\Delta_C = -25.36$ MHz.

Les résultats du décalage à la transition térahertz présentent un comportement très intéressant, bien qu'assez difficile à interpréter. Le décalage mesuré est négatif, contrairement à ceux mesurés jusqu'alors. La dépendance en puissance de laser à 866 nm

(figure 3.24 C) associée à la dépendance en désaccord du même laser peut laisser penser que ce décalage est piloté par un effet de déplacement lumineux. Nous rediscutons ceci en fin de chapitre à la lumière de quelques résultats de simulation.

Nous avons ici vu comment le couple de désaccords (Δ_R, Δ_C) modifie le profil de la résonance noire, à la fois en terme de contraste (et de rapport signal à bruit) mais aussi en terme de largeur de raie. Il serait bien sûr nécessaire de conduire des séries de mesures plus approfondies pour étudier l'influence de chaque désaccord individuellement. Ceci est envisageable par une méthode de mesure où l'on permuterait la modification de désaccord appliquée sur chaque laser tour à tour. Dans le cas où les effets produits sur la résonance seraient significatifs nous pourrions déduire, en comparant deux à deux les mesures, le rôle exact de chacun des désaccords. La figure (3.31) schématise ce procédé.

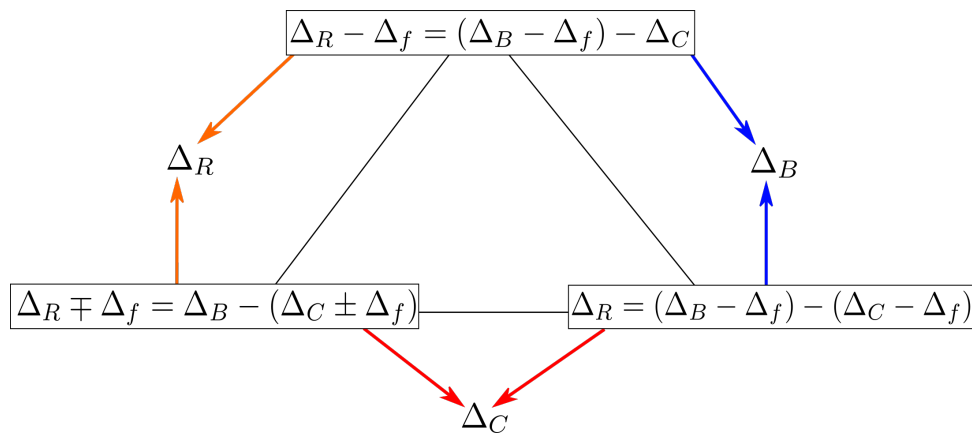


FIGURE 3.31 – Principe de mesure proposé pour identifier les effets induits par le changement d'un désaccord laser. On implémente ici un changement de désaccord Δ_f .

3.7.6 Influence de la largeur spectrale des lasers

Nous nous intéressons ici au rôle de la largeur spectrale des lasers. Pour cela nous exploitons les deux configurations possibles d'asservissement du peigne de fréquence qui ont été décrites au chapitre 2. Nous y avons vu que la fréquence de répétition du peigne peut en effet être stabilisée soit directement à partir d'une référence dans le domaine RF (à 800 MHz), nous appellerons ça le mode RF ; soit à partir du battement entre le mode noté n_{729} et notre référence optique, nous appellerons cette configuration le mode Optique. Nous avons par ailleurs pu démontrer une nette augmentation de la largeur spectrale d'un laser asservi sur le peigne dans le mode RF (≈ 80 kHz sur 0.6 s) par rapport au mode Optique (< 20 kHz sur 0.6 s).

Laser	P (mW)	$\Omega/2\pi$	Désaccords (OPT)	Désaccords (RF)
397 nm	10	17 MHz	$\Delta_B = -31.202$ MHz	$\Delta_B = -31.896$ MHz
729 nm	11	63 kHz	$\Delta_C = -22.948$ MHz	$\Delta_C = -22.917$ MHz
866 nm	0.8	2.2 MHz	-11.7 MHz $< \Delta_R < 10.9$ MHz	-12.3 MHz $< \Delta_R < 11.7$ MHz
N_{ions}	600 ± 60			
Fond	580 ± 30 coups/ms			
B	913 ± 1 mG			

TABLE 3.15 – Paramètres expérimentaux.

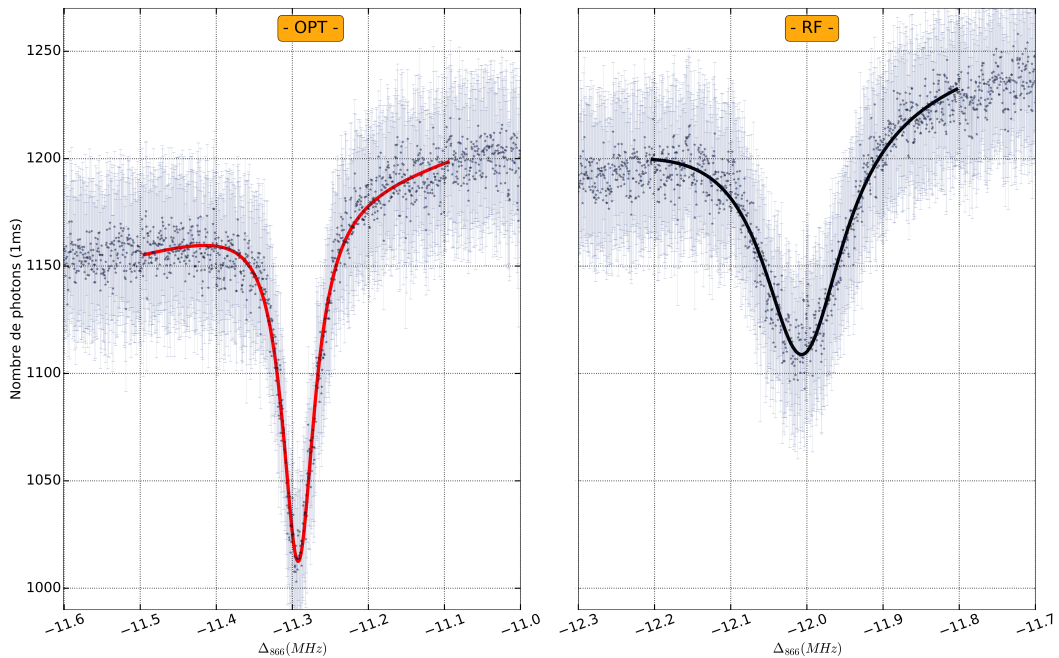


FIGURE 3.32 – Taux de fluorescence du nuage autour de la raie $-13/5$ dans deux configurations différentes d'asservissement des lasers à 397 nm et 866 nm. La courbe de gauche est obtenue dans la configuration où les lasers sont asservis sur le peigne qui est lui même asservi sur le laser d'horloge. La courbe de droite est obtenue avec le peigne asservi sur la référence RF.

Nous réalisons l'acquisition du spectre de fluorescence du nuage d'ions autour de la raie $-13/5$ dans ces deux configurations avec un pas de fréquence de 500 Hz. Ceux-ci sont présentés sur la figure 3.32. La courbe de gauche est obtenu dans le "mode optique". Nous conservons le même nuage d'ions et changeons les paramètres d'asservissement du peigne pour passer en "mode RF" : les deux diodes laser y sont ré-asservies et nous nous assurons de garder sensiblement les même désaccords sur tous les lasers. Nous réalisons cinq acquisitions successives dans chacune de ces deux configurations. Dans le processus, le laser à 729 nm est maintenu asservi sur la cavité ULE2. Lorsque nous passons en "mode RF", f_{rep} vaut exactement 80 MHz, nous enregistrons donc la fréquence du battement entre le peigne et le laser à 729 nm afin de pouvoir mesurer la fréquence de ce dernier. Il est ici important de noter que, dans ce mode la dérive du laser à 729 nm n'est pas reportée sur le peigne, donc pas non plus sur les deux autres diodes laser. Les résultats présentés tiennent compte de cette dérive qui est mesurée à 4 Hz/s. Avant de commenter les mesures, notons un dernier point spécifique à cette méthode de mesure en "mode RF". Le battement mentionné présente des fluctuations de fréquence importantes du fait de la multiplication du bruit de la référence RF par le facteur n_{729} (vu au chapitre 2). En moyennant ces fluctuations sur la durée d'une mesure (après soustraction de la dérive) nous obtenons un écart type de 3 kHz qu'il nous faut alors intégrer à l'incertitude de mesure de la fréquence térahertz ν_{dark} .

La figure (3.33) présente les mesures des grandeurs étudiées.

Les résultats en terme de largeurs à mi-hauteur sont très nets. Nous pouvons en effet mesurer une largeur moyenne sur les cinq mesures de 51 ± 2 kHz dans le mode optique et 140 ± 11 kHz dans le mode RF, soit une augmentation d'un facteur ≈ 2.7 . Ceci indique clairement l'influence de la largeur spectrale des lasers impliqués (ici ceux à 866 nm et 397 nm) sur la largeur de la transition noire résultante de la superposition d'état.

Le contraste de la raie observée est lui aussi grandement affecté avec une valeur moyenne de 20% en mode optique, soit un rapport signal sur bruit de 7, et 12% pour le mode RF, soit un rapport signal à bruit de 4.

Concernant le décalage à la transition térahertz celui-ci ne présente pas de différence significative entre les deux méthodes d'asservissement. Il est stationnaire et se situe autour d'une valeur moyenne de 11 ± 3.8 kHz pour le mode optique et $8.5 \text{ kHz} \pm 7.1 \text{ kHz}$ pour le mode RF.

Ces résultats démontrent l'influence de la largeur spectrale de deux des lasers impliqués dans la construction de l'état noir à trois photons sur le profil de la résonance observée. Celle-ci est nettement affectée par un élargissement et par une chute de contraste lorsque le profil des lasers est élargi via le changement de la référence de fréquence sur laquelle ils sont asservis.

L'hypothèse selon laquelle les effets observés sur la largeur et le contraste seraient dus à une augmentation significative de la température du nuage, plutôt qu'à la largeur

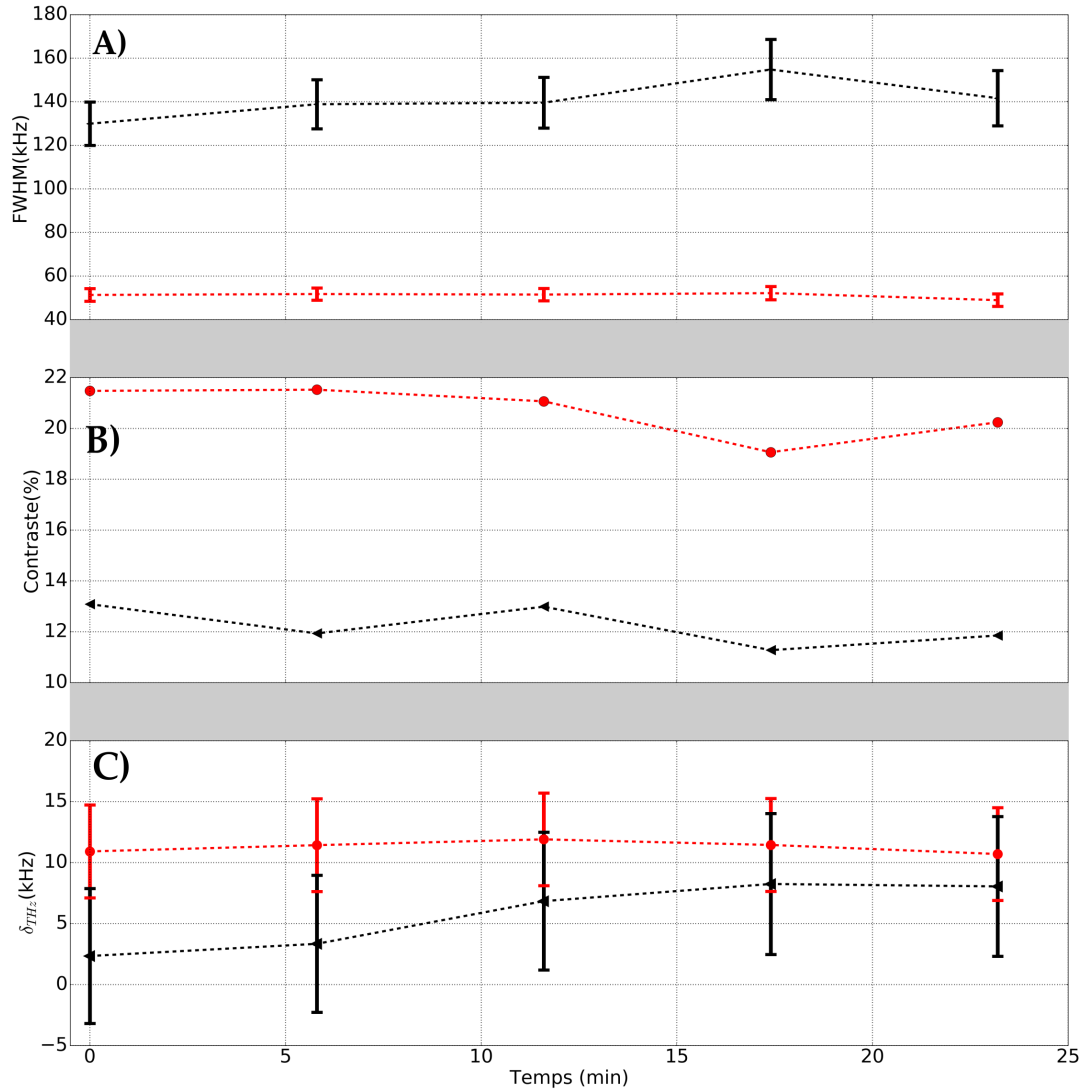


FIGURE 3.33 – Résultats des analyses de largeur à mi-hauteur (A), contraste (B) et décalage à la transition térahertz (C). En rouge les mesures réalisées en "mode optique", et en noir celles réalisées en "mode RF".

des lasers, peut être raisonnablement écartée. En effet, considérons que cet élargissement est effectivement causé par un élargissement Doppler supérieur suite à une augmentation de température. Le facteur d'élargissement étant de ≈ 2.7 cela correspondrait à un facteur ≈ 7.3 sur la température du nuage⁹. Or un tel changement de température modifierait le profil global du spectre de fluorescence des ions par élargissement Doppler, ce qui aurait pour conséquence de diminuer le niveau de fluorescence moyen de façon significative, typiquement de l'ordre de 40% (observé en simulation). Or, nous constatons en comparant les deux mesures que le niveau de fluorescence moyen est identique à 4% près, ce qui invalide l'hypothèse d'augmentation de la température pour expliquer la différence de largeur observée.

9. $\Delta\nu_{Doppler} \propto \sqrt{T}$

3.7.7 Explication du décalage de la transition térahertz mesurée

L'ensemble des résultats expérimentaux exposés ont fait état d'un décalage significatif dans la mesure de la transition térahertz par rapport à la valeur actuelle présente dans la littérature. Étant donné que les expériences ont été réalisées avec une organisation des faisceaux lasers conduisant à $\Delta \mathbf{k} \neq 0$, nous avons cherché à évaluer par des simulations l'influence d'une distribution de vitesses sur les spectres attendus pour une configuration co-propageante, *i.e.* $\Delta \mathbf{k} = \mathbf{k}_{\text{THz}}$. Nous comparons ces résultats à la configuration "idéale" où $\Delta \mathbf{k} = 0$.

La figure (3.34) présente des spectres calculés numériquement pour quatre températures différentes et dans les cas particulier de vecteur d'onde effectif nul et non-nul. Le choix des désaccords est tel que l'on doit observer une résonance noire autour de $\Delta_R = 0$.

La partie gauche (**A**) de la figure présente les résultats pour la configuration d'alignement conduisant à $\Delta \mathbf{k}_{\text{THz}} = 0$, pour quatre températures différentes, de 0 à 100 mK. Nous constatons ici que la seule influence de l'augmentation de la température est une baisse globale du taux d'occupation de $P_{1/2}$ (donc du niveau de fluorescence). Ceci s'explique par un élargissement général du profil de fluorescence. La résonance noire à trois photons n'est, elle, pas affectée, ni en terme d'élargissement ni en terme de décalage.

La partie (**B**) de la figure (3.34) présente les résultats de simulation réalisées dans les mêmes conditions, à l'exception du vecteur d'onde effectif $\Delta \mathbf{k}$ qui cette fois est pris égal à \mathbf{k}_{THz} . Ceci correspond à la configuration où les lasers sont co-propageants. La résonance se trouve élargie, comme attendu, par l'effet Doppler proportionnel à

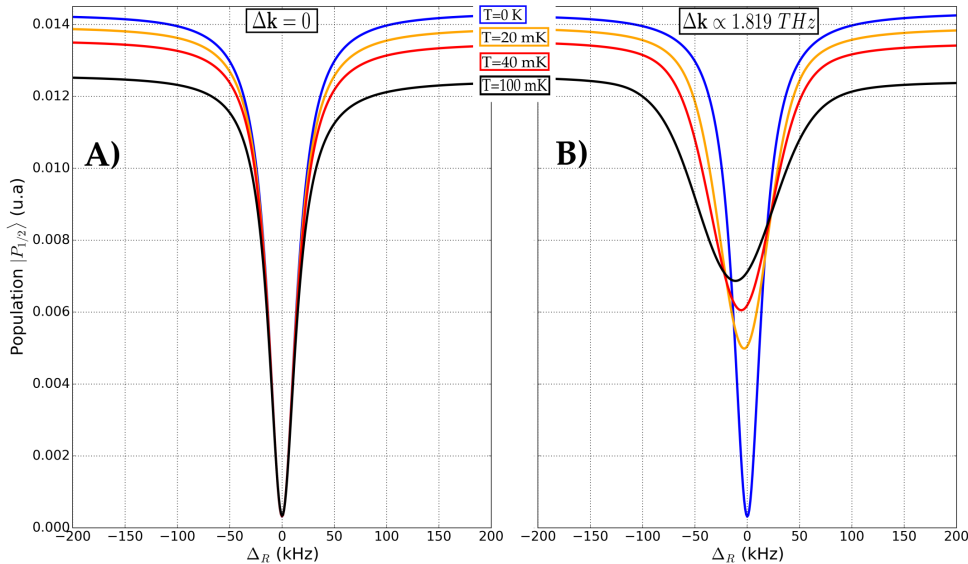


FIGURE 3.34 – Paramètres utilisés pour la simulation : $\Omega_B/2\pi = 10$ MHz, $\Omega_R/2\pi = 1$ MHz, $\Omega_C/2\pi = 80$ kHz, $\Delta_B = -25$ MHz, $\Delta_C = -25$ MHz. La résolution en fréquence est de 1 kHz. **A**) Spectres simulés dans la configuration $\Delta k = 0$ pour quatre températures différentes (voir légende). **B**) Spectres simulés dans la configuration $\Delta k \propto 1.8$ THz avec le même jeu de températures.

1.819 THz, soit $\approx 206 \text{ kHz}/\sqrt{K}$. En plus de cet effet on note un net décalage de la fréquence de la transition de l'ordre de 12 kHz à une température de 100 mK. Dans ces conditions la résonance noire se produit lorsque la fréquence du laser à 866 nm est plus basse qu'attendue.

Pour expliquer cet effet il est nécessaire d'analyser l'influence sur la résonance noire d'une classe de vitesse unique plutôt que d'une distribution. La figure 3.35 présente ces résultats, dans les mêmes conditions que précédemment, pour trois vitesses différentes : -2 m/s, 0 m/s et +2 m/s. Les vitesses négatives représentent un mouvement de l'ion contra-propageant aux champs lasers.

Nous pouvons ici remarquer que le déplacement de la position en fréquence des résonances est bien symétrique comme attendu, et égal à $\Delta \mathbf{k} \cdot \mathbf{v}$. En revanche le taux de fluorescence n'est pas affecté de façon symétrique, le contraste varie selon les différentes classes de vitesses. Ainsi, si l'on généralise ceci à une distribution de vitesses, ce phénomène va avoir pour effet un déplacement du barycentre des raies vers la zone où le contraste est plus prononcé.

Cette modification de contraste en fonction de la vitesse est liée à la modification individuelle de chaque désaccord laser. Dans les conditions présentées, le décalage positif de la fréquence du laser bleu, donc la diminution de son désaccord, par une vitesses contra-propageante (-v), augmente significativement le taux de fluorescence général. La modification des désaccords des deux autres lasers joue aussi un rôle. Néanmoins sur l'exemple présente sur la figure (3.35) le couplage du laser bleue domine largement ($\Omega_B = 10 \text{ MHz}$).

Cette modification du contraste en fonction des désaccords à un photon doit donc dépendre de l'emplacement de la raie noire dans le profil de fluorescence. En effet, dans l'approximation où cet effet est majoritairement piloté par les modifications du

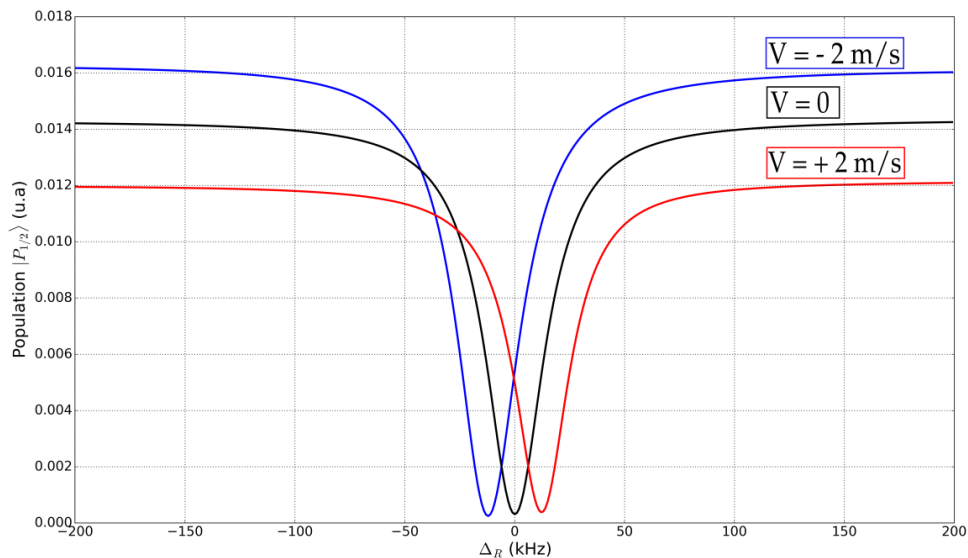


FIGURE 3.35 – Résonance noire pour trois vitesses différentes. Les conditions expérimentales sont les mêmes que pour la figure 3.34

désaccord bleu, la modification doit être d'autant plus forte que le profil est raide. Afin de vérifier cela, nous effectuons plusieurs simulations en modifiant la condition de désaccord à trois photons, déplaçant ainsi la raie noire dans le profil de fluorescence. Pour faire cela le désaccord du laser bleu est gardé fixe ($\Delta_B = -30$ MHz) et l'on explore trois désaccords différents sur le laser d'horloge. Nous répétons l'opération cette fois-ci avec une force de couplage plus faible sur laser bleu afin de comparer les effets de décalage aux mêmes conditions de désaccords mais avec un profil moins raide. En effet la forme du profil est ici déterminée¹⁰ par Ω_B . Deux familles de points sont alors à comparer.

La première, reliée en traits pointillés, présente les résultats du décalage pour des simulations réalisées avec $\Omega_B = 20$ MHz.

La seconde famille de points, reliée en traits pleins, est obtenue avec $\Omega_B = 10$ MHz dans les mêmes conditions de désaccords lasers.

Les barres d'erreurs sont liées au pas de fréquence de la simulation, donc à la résolution, ici égale à 1 kHz. Afin de situer les résonances dont sont issues ces mesures nous présentons sur la figure (3.36 B) l'allure typique des profils de fluorescence pour une température donnée (40 mK) et pour les deux couplages du laser bleu (traits pleins/trait pointillés).

D'une part, nous retrouvons sur ces courbes la dépendance du décalage à la transition térahertz en fonction de la température. D'autre part, on remarque que l'amplitude du décalage, ainsi que son signe, dépendant effectivement de la position de la raie noire dans le profil de fluorescence et de la forme de celui-ci.

Ces mesures sur des spectres simulées nous permettent de conclure que l'effet Doppler est en partie à l'origine du décalage δ_{THz} mesuré expérimentalement. L'ordre de grandeur de ce décalage est dans la dizaine de kilohertz. Or nous avons parfois pu mesurer des décalages plus importants sur les spectres expérimentaux (40-50 kHz). Il n'est donc pas exclu qu'une autre source de déplacement contribue au décalage de la transition térahertz. Une fois l'effet Doppler supprimé, ce point pourra être éclairci.

10. Au premier ordre

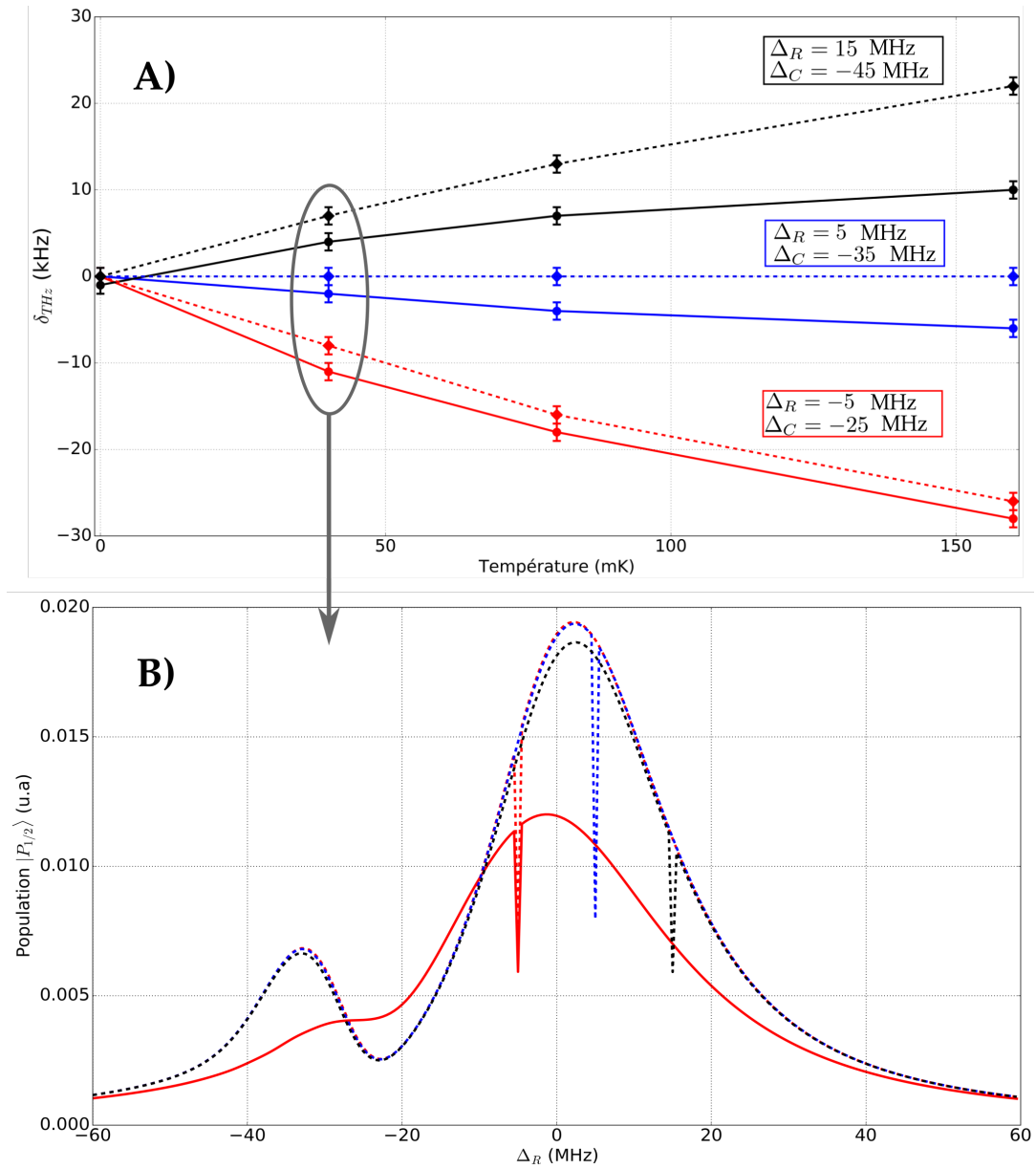


FIGURE 3.36 – **A**) Décalage par rapport à ν_{THz}^0 de la transition térahertz évaluée par simulation en fonction de la température (0, 40 mK, 80 mK, 160 mK), pour trois désaccords Δ_C et pour $\Omega_B = 10$ MHz (traits pleins) puis $\Omega_B = 20$ MHz (trait pointillés). Les traits reliant les points permettent d'éclaircir les tendances, ils n'ont pas de signification physique. **B**) Vue d'ensemble des profils dont sont issues les mesures. Le code couleur est identique à celui de la figure **A**). Nous ne présentons qu'un seul profil à $\Omega_B = 10$ MHz (trait plein) afin de voir la différence de forme avec celui obtenu à $\Omega_B = 20$ MHz (traits pointillés). Les paramètres de simulation concernant le couplage à 866 nm et 729 nm sont identiques pour chaque courbe, avec $\Omega_R = 1$ MHz et $\Omega_C = 80$ kHz

3.8 Conclusion

Nous avons présenté dans ce chapitre les premiers spectres expérimentaux de résonance noire à trois photons, obtenus sur des nuages de quelques centaines ou milliers d'ions $^{40}\text{Ca}^+$ confinés en piège radio-fréquence. Ce type de résonance exotique intervient à la suite d'une projection des ions dans un état d'énergie découplé des champs lasers, qui est la résultante d'une superposition cohérente de trois états stables ou métastables. La condition sur les désaccords des trois lasers pour que les ions soient effectivement projetés dans cet état noir est telle que nous accédons à la fréquence de la transition dipolaire magnétique entre $|D_{3/2}\rangle - |D_{5/2}\rangle$ à 1.819 THz.

L'utilisation de trois lasers pour la construction de cet état noir permet normalement une configuration de vecteurs d'onde telle que le vecteur d'onde effectif soit nul, afin que l'effet Doppler du premier ordre soit annulé. Si nous avons démontré ceci en simulation numérique, nous n'avons pas pu nous placer dans une telle configuration géométrique dans le cadre de nos expériences. Les effets d'un vecteur d'onde effectif non nul sur la résonance noire ont été brièvement étudiés en simulation afin de pouvoir quantifier ceux-ci, en termes d'élargissement Doppler mais surtout de décalage de la fréquence de la transition térahertz mesurée. Nous avons notamment vu que dans cette condition la fréquence mesurée de la transition dépend de la position de la raie noire dans le profil global de fluorescence.

Les premières études systématiques du comportement de la résonance noire en fonction de différents paramètres ont pu être débutées et ont été présentées dans ce chapitre.

Nous avons mesuré l'influence de la puissance des lasers sur la résonance noire. Ces mesures ont permis de conclure que, dans le régime où $\Omega_R > \Omega_B \Omega_C / 4\Delta_C$, la largeur de la raie noire est contrôlée au premier ordre par la force de couplage du laser repompeur. Cependant la diminution de la puissance du laser à 866 nm résulte en un compromis entre efficacité de refroidissement du nuage et largeur de la raie noire. On peut alors tirer parti de la multiplicité Zeeman des résonances présentes dans le spectre afin de sélectionner une raie faiblement couplée au laser de repompage, la raie $-13/5$ dans la configuration actuelle, sans affecter le refroidissement du nuage.

Dans la gamme des puissances explorées, nous avons vu que les puissances des deux autres lasers peuvent être augmentées afin de gagner en rapport signal à bruit sans élargir significativement la raie noire.

En gardant le désaccord du laser de refroidissement fixe, nous avons exploré l'influence combinée des désaccords du laser repompeur et du laser d'horloge. Ceci nous a permis de conclure en une nette augmentation du rapport signal à bruit de la raie lors d'une diminution du désaccord du laser d'horloge.

Ces études devront être à nouveau menées lorsque l'effet Doppler du premier ordre sera annulé. En effet nous devrions alors gagner en résolution afin de déterminer plus

précisément l'influence de ces puissances, notamment la limite de changement de régime où la contribution de Ω_C et Ω_B devient non négligeable dans la contribution à la largeur de la raie noire.

Un décalage systématique de la fréquence de la transition térahertz a été mesuré. Nous constatons sans ambiguïté que ce décalage dépend de la puissance du laser de repompage ainsi que de son désaccord. Nous avons expliqué par des simulations ce décalage ainsi que son comportement, qui dépend de l'emplacement de la raie noire dans le profil de fluorescence et de la forme de celui-ci.

L'utilisation conjuguée d'un laser ultra-stable ainsi que d'un peigne de fréquence pour le transfert des propriétés spectrales de ce laser vers les deux autres sources utilisées dans le processus à trois photons s'avère être une nécessité. Nous avons en effet pu démontrer une augmentation d'un facteur 3 de la largeur de la transition noire lorsque deux des lasers (866 nm et 397 nm) étaient asservis sur une référence RF dont les propriétés de stabilité sont deux ordres de grandeur moins bonnes que notre référence optique.

La conclusion générale de ces mesures est la nécessité de modifier l'architecture expérimentale afin de réduire l'influence des deux sources majeures d'élargissement et de décalage de la transition térahertz, à savoir l'effet Doppler et les fluctuations du champ magnétique, en particulier dues aux perturbations du réseau électrique à 50 Hz. Ces deux travaux sont en cours avec, d'une part, un montage qui permet de profiter d'un accès optique plus large afin que les trois faisceaux aient les bons angles relatifs pour produire un vecteur d'onde effectif nul, et d'autre part avec l'installation d'un système de compensation active des fluctuations du champ magnétique.

Les mesures présentées dans ce chapitre sont très prometteuses. En effet en tirant profit de cette spectroscopie originale à trois photons, nous avons été capable d'obtenir des largeurs de raie inférieures à la cinquantaine de kilohertz sur de grands ensembles d'ions confinés. Cela représente un résultat original. En effet les expériences de spectroscopie sur de tels échantillons sont usuellement limitées par un effet Doppler bien plus conséquent, puisque relatif à des transitions optiques.

Conclusion

L'objectif de cette thèse consistait en la réalisation expérimentale du piégeage cohérent de population dans un processus à trois photons sur un nuage d'ions $^{40}\text{Ca}^+$ confinés en piège RF.

Cet objectif était motivé par l'exploration d'une nouvelle voie dans la métrologie des fréquences, plus particulièrement la démonstration du potentiel de référence de fréquence dans le domaine térahertz de la résonance noire émanant de ce protocole CPT particulier, à trois photons.

Deux contraintes principales, inhérentes aux processus physiques impliqués, ont dû être traitées en amont de la réalisation de cette spectroscopie sur état noir.

Comme son nom l'indique, le CPT à trois photons nécessite trois lasers, dans notre système ceux-ci couvrent plus d'une octave sur le spectre électromagnétique du visible au proche infrarouge. D'autre part, le processus repose sur la superposition cohérente d'états atomiques stables et métastables, induite par les trois lasers en question. Il est donc nécessaire de réduire au mieux la diffusion de phase entre ces trois lasers afin de préserver la cohérence de l'état noir. Enfin, l'une des transitions mise en jeu est la transition d'horloge de l'ion calcium, à 729 nm, qui présente une largeur naturelle inférieure au hertz. Ceci impose de disposer d'un laser ayant une largeur spectrale qui soit comparable à celle de cette transition.

Ainsi, afin de mener à bien cette expérience de spectroscopie et d'obtenir les premiers spectres de résonance noire, les travaux expérimentaux se sont déroulés suivant les trois axes présentés dans les trois chapitres de ce manuscrit.

Les deux premiers axes de travail étaient définis par les contraintes imposées par le CPT à trois photons. Le dernier axe marqua le début d'un travail de fond sur l'étude des premiers spectres obtenus.

Nous avons, en premier lieu, repris le développement de la stabilisation active de la fréquence d'émission d'un laser Ti:Sa à 729 nm fabriqué au laboratoire. Ce laser à corps solide est asservi par la méthode de Pound-Drever-Hall sur la résonance d'une cavité de très haute finesse en matériau ULE. Afin de diagnostiquer les performances de l'asservissement et d'optimiser celui-ci, nous avons mis en place un deuxième asservissement, en parallèle, sur une seconde cavité du même type. Ceci nous a permis, en réalisant un battement optique entre deux parties de faisceau issus du même laser mais asservies séparément sur les deux cavités, d'obtenir une méthode de diagnostic hors-boucle fiable. Un asservissement en température de l'environnement immédiat des cavités a permis la réduction des fluctuations de température et ainsi de limiter

les fluctuations résiduelles de longueur à un niveau inférieur à 7×10^{-15} en valeur relative. Enfin nous avons mis en place un système d'asservissement de la puissance lumineuse incidente sur chacune des cavités afin de limiter les perturbations sur le gain d'entrée des boucles d'asservissements ainsi que les modifications de l'équilibre thermique à la surface des miroirs des cavités. Ces deux étapes, assorties d'une optimisation des signaux d'erreur, nous ont permis de mesurer une stabilité relative de fréquence inférieure à 10^{-14} entre 0.2 s et 5 secondes et une largeur spectrale du laser inférieure à 3 Hz sur 100 ms. Au vu des différentes limites estimées du système, ainsi que de la signature de la variance d'Allan typique d'un bruit de scintillement, ce palier de stabilité émane probablement du bruit des électroniques pour la construction du signal d'erreur. Ces résultats ont été publiés dans *Optics Letters* [143]. Une analyse systématique plus poussée, en terme de bruit de fréquence, devrait permettre d'éclaircir ce point.

Afin de réduire la diffusion de phase relative entre les trois lasers impliqués dans le processus cohérent, un peigne de fréquences a été utilisé. Celui-ci est un modèle commercial qui, par sa construction, ne comporte pas d'offset de fréquence. Ce peigne a été caractérisé durant ces travaux de thèse ; nous avons présenté les deux techniques d'asservissement possibles de sa fréquence de répétition, sur une référence RF ou directement sur une référence optique. Étant donné les performances obtenues sur le laser Ti:Sa ultra-stable, nous avons naturellement opté pour un asservissement du peigne sur la référence optique. Après avoir démontré le transfert de stabilité opéré par cet asservissement vers l'ensemble des modes du peigne, nous avons mis en place les asservissements des deux autres sources lasers sur ce peigne. Ceci a permis d'effectuer à nouveau cette opération de transfert, cette fois-ci du peigne vers les deux diodes lasers. L'efficacité de ces opérations a pu être vérifiée par une mesure d'auto-corrélation sur la diode laser à 866 nm. Cette mesure, limitée en résolution, n'a toutefois pas permis d'accéder à une valeur exacte de largeur spectrale ou de la stabilité de fréquence du laser asservi, mais plutôt à une estimation haute. Des mesures plus approfondies, proposées dans ce manuscrit, devraient permettre de repousser cette limite de diagnostic. Parallèlement à ce rôle d'oscillateur de transfert, le peigne de fréquences permet de mesurer en continu la fréquence de chacun des trois lasers utilisés par la mesure de sa fréquence de répétition vis-à-vis d'un étalon secondaire de fréquence discipliné par GPS. Par ailleurs, l'équipe étant partenaire du projet national Refimeve+¹¹, un signal métrologique à 1542 nm, issu d'un étalon primaire de fréquence, devrait être disponible au cours de l'année 2019 au sein du laboratoire. Ceci permettra de s'affranchir de la référence GPS et d'augmenter la précision des mesures effectuées avec le peigne de fréquence.

Nous avons finalement présenté dans le dernier chapitre de cette thèse l'aboutissement de ces travaux avec les premiers résultats expérimentaux de résonance noire

11. <http://www.refimeve.fr/index.php/en/>

à trois photons. Ces expériences ont pu être réalisées grâce au laser ultra-stable et au peigne de fréquence et ont été réalisées sur un montage existant permettant le confinement d'un nuage d'ions calcium dans un piège radio-fréquence quadrupolaire linéaire.

Contraints par les accès optiques du piège, les faisceaux lasers n'ont pas pu être orientés avec les angles relatifs nécessaires afin d'obtenir un vecteur d'onde effectif nul lors de la projection des ions dans l'état noir à trois photons. Nous avons donc travaillé dans une configuration où les lasers sont co-propageants. Ceci conduit à un effet Doppler du premier ordre sur un vecteur d'onde effectif résiduel égal au vecteur d'onde de la transition térahertz $D_{3/2} - D_{5/2}$ à 1.819 THz. L'élargissement Doppler résultant est en effet réduit d'un facteur ≈ 200 par rapport à un effet Doppler relatif à un vecteur d'onde dans le domaine optique. Il a ainsi été possible de résoudre l'évolution de la largeur de la raie noire en fonction de différents paramètres expérimentaux. Nous avons notamment pu mesurer la nette dépendance de la largeur de la raie noire en fonction de la puissance du laser à 866 nm. Cet effet était attendu [14] et démontre qu'il est possible, tant que $\Omega_R^2 \gg \alpha_C^2 \Omega_B^2$, d'affiner la largeur de raie en diminuant la puissance du laser à 866 nm. Il y a néanmoins un compromis à trouver du fait du rôle du laser à 866 nm dans l'efficacité de refroidissement des ions. Ceci peut être réalisé en choisissant une raie noire dans la multiplicité Zeeman qui soit faiblement couplée au laser de repompage.

Dans les gammes explorées, les puissances des deux autres lasers ne présentent pas d'influence sur la largeur de raie. Par ailleurs, un gain sur le rapport signal à bruit a été mesuré lorsque la puissance du laser à 729 nm est augmentée. Disposant depuis peu de plus de puissance à cette longueur d'onde, de nouvelles mesures sont en cours afin de déterminer la puissance optimale pour obtenir le meilleur rapport signal à bruit sans élargir la raie.

Le résultat le plus prometteur a été obtenu sur une résonance noire repérée par $m_{THz} = -13/5$, avec une largeur de 51 ± 2 kHz et un rapport signal à bruit de 7.

Il est important de noter que la validité des conclusions que nous avons tirées concernant la largeur de raie et son comportement est limitée par deux sources d'élargissement systématique : d'une part l'effet Doppler, avec une contribution qui dépend de la température du nuage dont la mesure exacte n'est pas accessible en temps réel. D'autre part, les fluctuations rapides du champ magnétique local ont été mesurées et sont responsables d'un élargissement de 21 kHz sur les raies $\pm 13/5$.

Un problème d'exactitude sur la valeur de la transition térahertz mesurée a été rencontré. Un décalage se situant entre -25 kHz et 50 kHz a été observé selon les mesures. En valeur relative à la transition cela correspond à une inexactitude de 3×10^{-8} dans le pire des cas. Ceci représente un problème conséquent pour toute expérience ayant un objectif métrologique. Nous avons proposé une explication à ce décalage. Celui-ci est en partie dû à l'effet Doppler ainsi qu'à la forme du profil de fluorescence du nuage à l'endroit de la résonance noire. Cela rend cet effet complexe à analyser

expérimentalement, pour l'instant ces explications s'appuient sur des résultats de simulations numériques.

Le travail exploratoire de cette thèse a permis de démontrer ce nouveau protocole de CPT à trois photons sur des ions calcium confinés. Pour poursuivre vers un objectif métrologique et utiliser cette résonance noire comme une référence de fréquence dans le domaine térahertz, une modification de l'architecture de l'expérience est nécessaire. L'interrogation du nuage avec des faisceaux lasers ayant les angles relatifs adaptés permettra de supprimer l'effet Doppler du premier ordre. En effet, c'est aujourd'hui le facteur limitant, à la fois en terme d'exactitude, avec un décalage significatif de la fréquence mesurée de la transition, mais aussi en terme d'élargissement de la raie. Enfin la compensation des fluctuations du champ magnétique permettra elle aussi un affinement significatif de la raie noire.

Parmi ces perspectives notons qu'une étude du comportement de la raie noire en fonction du nombre d'ions devra aussi être menée. En effet le chauffage induit par le champ radio-fréquence nécessaire au confinement des ions est d'autant plus fort que le nombre d'ions piégés est important [23]. Même si l'effet Doppler du premier ordre est supprimé par un vecteur d'onde effectif nul, une température élevée du nuage peut significativement diminuer le taux moyen de fluorescence. En supposant un contraste constant ceci aura pour effet, comme nous l'avons vu, une baisse du rapport signal à bruit.

Une fois ces modifications mises en place, l'expérience produira des résultats avec une résolution suffisante pour étudier l'effet des différentes sources de décohérences ainsi que tous les effets systématiques plus subtils observés en spectroscopie sub-Doppler. Il est alors réaliste d'envisager, avec une calibration précise des élargissements par saturation, d'atteindre des largeurs de raie sub-kHz. Ce niveau de performance sera alors du même ordre grandeur que les résultats, très récents, de spectroscopie THz sur des molécules froides uniques [144, 145].

Bibliographie

- [1] G. ALZETTA et al. « An experimental method for the observation of r.f. transitions and laser beat resonances in oriented Na vapour ». *Il Nuovo Cimento B (1971-1996)* 36.1 1976, p. 5–20. ISSN : 1826-9877. DOI : 10.1007/BF02749417.
- [2] G. ORRIOLS. « Nonabsorption resonances by nonlinear coherent effects in a three-level system ». *Il Nuovo Cimento B (1971-1996)* 53.1 1979, p. 1–24. ISSN : 1826-9877. DOI : 10.1007/BF02739299.
- [3] E. ARIMONDO. « Coherent Population Trapping in Laser Spectroscopy ». In : Elsevier Science B.V. T. XXXV. Progress in Optics. E. Wolf, 1996. Chap. V, p. 258–354.
- [4] Marlan O. SCULLY et Michael FLEISCHHAUER. « High-sensitivity magnetometer based on index-enhanced media ». *Phys. Rev. Lett.* 69 9 1992, p. 1360–1363. DOI : 10.1103/PhysRevLett.69.1360.
- [5] A. KASAPI et al. « Electromagnetically Induced Transparency : Propagation Dynamics ». *Phys. Rev. Lett.* 74 13 1995, p. 2447–2450. DOI : 10.1103/PhysRevLett.74.2447.
- [6] A. ASPECT et al. « Laser cooling below the one-photon recoil energy by velocity-selective coherent population trapping ». *Phys. Rev. Lett.* 61 1988, p. 826.
- [7] R. WYNANDS et A. NAGEL. « Precision spectroscopy with coherent dark states ». *Applied Physics B* 68.1 1999, p. 1–25. ISSN : 1432-0649. DOI : 10.1007/s003400050581.
- [8] R. H. DICKE. « The Effect of Collisions upon the Doppler Width of Spectral Lines ». *Phys. Rev.* 89 1953, p. 472.
- [9] S. BRANDT et al. « Buffer-gas-induced linewidth reduction of coherent dark resonances to below 50Hz ». *Phys. Rev. A* 56 2 1997, R1063–R1066. DOI : 10.1103/PhysRevA.56.R1063.
- [10] N. CYR, M. TETU et M. BRETON. « All-optical microwave frequency standard : a proposal ». *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement* 42.2 1993, p. 640–649. ISSN : 0018-9456. DOI : 10.1109/19.278645.
- [11] J. VANIER. « Atomic clocks based on coherent population trapping : a review ». *Applied Physics B* 81.4 2005, p. 421–442. ISSN : 1432-0649. DOI : 10.1007/s00340-005-1905-3.

- [12] Peter YUN et al. « High-Performance Coherent Population Trapping Clock with Polarization Modulation ». *Phys. Rev. Applied* 7 1 2017, p. 014018. DOI : 10.1103/PhysRevApplied.7.014018.
- [13] Moustafa ABDEL HAFIZ et al. « Toward a High-Stability Coherent Population Trapping Cs Vapor-Cell Atomic Clock Using Autobalanced Ramsey Spectroscopy ». *Phys. Rev. Applied* 9 6 2018, p. 064002. DOI : 10.1103/PhysRevApplied.9.064002.
- [14] C. CHAMPENOIS et al. « Terahertz frequency standard based on three-photon coherent population trapping ». *Phys. Rev. Lett.* 99 2007, p. 013001.
- [15] G. GRYNBERG et al. « Three-Photon Doppler-Free Spectroscopy : Experimental Evidence ». *Phys. Rev. Lett.* 37 5 1976, p. 283–285. DOI : 10.1103/PhysRevLett.37.283.
- [16] S S DHILLON et al. « The 2017 terahertz science and technology roadmap ». *Journal of Physics D : Applied Physics* 50.4 2017, p. 043001.
- [17] Takeshi YASUI et al. « Terahertz frequency comb by multifrequency-heterodyning photoconductive detection for high-accuracy, high-resolution terahertz spectroscopy ». *Applied Physics Letters* 88.24 2006, p. 241104. DOI : 10.1063/1.2209718.
- [18] David BURGHOFFBURGHOFF et al. « Terahertz laser frequency combs ». *Nature Photonics* 8 2014. DOI : 10.1038/nphoton.2014.85.
- [19] Yasui T. « Terahertz metrology based on frequency combs techniques ». In : *Handbook of Terahertz Technology for Imaging, Sensing and Communications*. 2013.
- [20] A. KREUTER et al. « Experimental and theoretical study of the $3d^2D$ -level lifetimes of $^{40}\text{Ca}^+$ ». *Phys. Rev. A* 71 3 mar. 2005, p. 032504. DOI : 10.1103/PhysRevA.71.032504.
- [21] Theodor W. HÄNSCH. « Nobel Lecture : Passion for precision ». *Rev. Mod. Phys.* 78 4 2006, p. 1297–1309. DOI : 10.1103/RevModPhys.78.1297.
- [22] John L. HALL. « Nobel Lecture : Defining and measuring optical frequencies ». *Rev. Mod. Phys.* 78 4 2006, p. 1279–1295. DOI : 10.1103/RevModPhys.78.1279.
- [23] H.G. DEHMELT. « Radiofrequency spectroscopy of stored ions I : storage ». *Advances in Atomic and Molecular Physics* 3 1967, p. 53–72.
- [24] W. PAUL. « Electromagnetic traps for charged and neutral particles ». *Rev. Mod. Phys.* 62 1990, p. 531.
- [25] T.W. HÄNSCH et A.L. SCHAWLOW. « Cooling of gases by laser radiation ». *Optics Communications* 13.1 1975, p. 68–69. ISSN : 0030-4018. DOI : [https://doi.org/10.1016/0030-4018\(75\)90159-5](https://doi.org/10.1016/0030-4018(75)90159-5).

- [26] D. J. WINELAND et H. G. DEHMELT. « Proposed $10^{14} \delta\nu < \nu$ Laser Fluorescence Spectroscopy on Tl^+ Mono-Ion Oscillator III ». *Bull. Am. Phys. Soc.* 20 1975, p. 637.
- [27] A. L. SCHAWLOW et C. H. TOWNES. « Infrared and Optical Masers ». *Phys. Rev.* 112 6 1958, p. 1940–1949. DOI : 10.1103/PhysRev.112.1940.
- [28] T. H. MAIMAN. « Stimulated optical radiation in ruby ». *Nature* 187 1960.
- [29] T. S. JASEJA et al. « Test of Special Relativity or of the Isotropy of Space by Use of Infrared Masers ». *Phys. Rev.* 133 5A 1964, A1221–A1225. DOI : 10.1103/PhysRev.133.A1221.
- [30] Howard GREENSTEIN. « Theory of a Gas Laser with Internal Absorption Cell ». *Journal of Applied Physics* 43.4 1972, p. 1732–1750. DOI : 10.1063/1.1661388.
- [31] J. L. HALL. « Stabilized Lasers and Precision Measurements ». *Science* 202.4364 1978, p. 147–156. ISSN : 00368075, 10959203.
- [32] K. M. EVENSON et al. « Speed of Light from Direct Frequency and Wavelength Measurements of the Methane-Stabilized Laser ». *Phys. Rev. Lett.* 29 19 1972, p. 1346–1349. DOI : 10.1103/PhysRevLett.29.1346.
- [33] T. W. HÄNSCH, I. S. SHAHIN et A. L. SCHAWLOW. « High-Resolution Saturation Spectroscopy of the Sodium D Lines with a Pulsed Tunable Dye Laser ». *Phys. Rev. Lett.* 27 11 1971, p. 707–710. DOI : 10.1103/PhysRevLett.27.707.
- [34] T. W. HÄNSCH et al. « Precision Measurement of the Rydberg Constant by Laser Saturation Spectroscopy of the Balmer α Line in Hydrogen and Deuterium ». *Phys. Rev. Lett.* 32 24 1974, p. 1336–1340. DOI : 10.1103/PhysRevLett.32.1336.
- [35] R. L. BARGER, M.S. SOREM et J.L. HALL. « Frequency stabilization of a cw dye laser ». *Applied Physics Letters* 22.11 1973, p. 573–575. DOI : 10.1063/1.1654513.
- [36] J. HELMCKE, S. A. LEE et J. L. HALL. « Dye laser spectrometer for ultrahigh spectral resolution : design and performance ». *Appl. Opt.* 21.9 1982, p. 1686–1694. DOI : 10.1364/AO.21.001686.
- [37] R.W.P. DREVER et al. « Laser Phase and Frequency Stabilization Using an Optical Resonator ». *Appl. Phys. B* 31 1983, p. 97.
- [38] Ch. SALOMON, D. HILS et J. L. HALL. « Laser stabilization at the millihertz level ». *J. Opt. Soc. Am. B* 5.8 1988, p. 1576–1587. DOI : 10.1364/JOSAB.5.001576.
- [39] G.J. DICK. « Local Oscillator Induced Instabilities in Trapped Ion Frequency Standards ». *Proceedings of the 1987 PTTI, Redondo Beach, California* 1987, p. 133–147.

- [40] Audrey QUESSADA et al. « The Dick effect for an optical frequency standard ». *Journal of Optics B : Quantum and Semiclassical Optics* 5.2 2003, S150–S154. DOI : 10.1088/1464-4266/5/2/373.
- [41] J. DIRSCHERL et al. « A dye laser spectrometer for high resolution spectroscopy ». *Optics Communications* 91.1 1992, p. 131–139. ISSN : 0030-4018. DOI : [https://doi.org/10.1016/0030-4018\(92\)90114-7](https://doi.org/10.1016/0030-4018(92)90114-7).
- [42] Stefan SEEL et al. « Cryogenic Optical Resonators : A New Tool for Laser Frequency Stabilization at the 1 Hz Level ». *Phys. Rev. Lett.* 78 25 1997, p. 4741–4744. DOI : 10.1103/PhysRevLett.78.4741.
- [43] B. C. YOUNG et al. « Visible Lasers with Subhertz Linewidth ». *Phys. Rev. Lett.* 83 1999, p. 3799.
- [44] R.J. RAFAC et al. « Sub-dekahertz Ultraviolet Spectroscopy of $^{199}\text{Hg}^+$ ». *Phys. Rev. Lett.* 85 2000, p. 2462.
- [45] M. NOTCUTT et al. « Simple and compact 1-Hz laser system via an improved mounting configuration of a reference cavity ». *Opt. Lett.* 30 2005, p. 1815–1817.
- [46] W. ZHANG et al. « Ultrastable Silicon Cavity in a Continuously Operating Closed-Cycle Cryostat at 4 K ». *Phys. Rev. Lett.* 119 24 2017, p. 243601. DOI : 10.1103/PhysRevLett.119.243601.
- [47] Garrett D. COLE et al. « Tenfold reduction of Brownian noise in high-reflectivity optical coatings ». *Nature Photonics* 7. DOI : 10.1038/nphoton.2013.174.
- [48] B. P. ABBOTT et al. « Observation of Gravitational Waves from a Binary Black Hole Merger ». *Phys. Rev. Lett.* 116 6 2016, p. 061102. DOI : 10.1103/PhysRevLett.116.061102.
- [49] C. W. CHOU et al. « Optical Clocks and Relativity ». *Science* 329.5999 2010, p. 1630–1633. ISSN : 0036-8075. DOI : 10.1126/science.1192720. eprint : <http://science.sciencemag.org/content/329/5999/1630.full.pdf>.
- [50] M. KNOOP et al. « Metastable level lifetimes from electron-shelving measurements with ion clouds and single ions ». *Eur. Phys. J. D* 29 2004, p. 163–171.
- [51] Cédric ZUMSTEG. « Spectroscopie ultra haute résolution d'un ion unique de calcium ». Thèse. Université de Provence, 2010.
- [52] S. BOURZEIX et al. « Efficient frequency doubling of a continuous wave titanium : sapphire laser in an external enhancement cavity ». *Optics Communications* 99.1 1993, p. 89–94. ISSN : 0030-4018. DOI : [https://doi.org/10.1016/0030-4018\(93\)90710-M](https://doi.org/10.1016/0030-4018(93)90710-M).
- [53] P. DUBÉ et al. « A narrow linewidth and frequency-stable probe laser source for the $^{88}\text{Sr}^+$ single ion optical frequency standard ». *Appl. Phys. B* 95 2009, p. 43–54. DOI : 10.1007/s00340-009-3390-6.

- [54] Tarallo M.G et al. « A high-stability semiconductor laser system for a ^{88}Sr -based optical lattice clock ». *Appl. Phys. B* 103 2011, p. 17–25. DOI : 10.1007/s00340-010-4232-2.
- [55] E. A. Whittaker et al. « Residual amplitude modulation in laser electro-optic phase modulation ». *J. Opt. Soc. Am. B* 2.8 1985, p. 1320–1326.
- [56] Didier GUYOMARC'H et al. « Some aspects of simulation and realization of an optical reference cavity ». en. *Physical Review A* 80.6 déc. 2009. ISSN : 1050-2947, 1094-1622. DOI : 10.1103/PhysRevA.80.063802.
- [57] A. D. LUDLOW et al. « Compact, thermal-noise-limited optical cavity for diode laser stabilization at 1×10^{-15} ». *Opt. Lett.* 32.6 2007, p. 641–643. DOI : 10.1364/OL.32.000641.
- [58] J. ALNIS et al. « Subhertz linewidth diode lasers by stabilization to vibrationally and thermally compensated ultralow-expansion glass Fabry-Perot cavities ». *Physical Review A (Atomic, Molecular, and Optical Physics)* 77.5, 053809 2008, p. 053809. DOI : 10.1103/PhysRevA.77.053809.
- [59] Jacques MILLO. « Génération de signaux micro-ondes pour la métrologie à partir de références et peignes de fréquences optiques ». Thèse. Université Pierre et Marie Curie, 2010.
- [60] Kenji NUMATA, Amy KEMERY et Jordan CAMP. « Thermal-Noise Limit in the Frequency Stabilization of Lasers with Rigid Cavities ». *Phys. Rev. Lett.* 93.25 déc. 2004, p. 250602. DOI : 10.1103/PhysRevLett.93.250602.
- [61] Thomas KESSLER, Thomas LEGERO et Uwe STERR. « Thermal noise in optical cavities revisited ». *J. Opt. Soc. Am. B* 29.1 2012, p. 178–184. DOI : 10.1364/JOSAB.29.000178.
- [62] J. MILLO et al. « Ultrastable lasers based on vibration insensitive cavities ». *Physical Review A (Atomic, Molecular, and Optical Physics)* 79.5, 053829 2009, p. 053829. DOI : 10.1103/PhysRevA.79.053829.
- [63] J. KELLER et al. « Simple vibration-insensitive cavity for laser stabilization at the 10^{-16} level ». en. *Applied Physics B* 116.1 2014, p. 203–210. ISSN : 0946-2171, 1432-0649. DOI : 10.1007/s00340-013-5676-y.
- [64] S. A. WEBSTER et al. « Thermal-noise limited optical cavity ». *Phys. Rev. A* 77 2008, p. 033847. DOI : 10.1103/PhysRevA.77.033847.
- [65] D. W. ALLAN. « Statistics of Atomic Frequency Standards ». *Proc. of the IEEE* 54 1966, p. 221–230.
- [66] Enrico RUBIOLA. *Phase noise and frequency stability in oscillators*. Cambridge university press, 2009.
- [67] Thomas LEGERO, Thomas KESSLER et Uwe STERR. « Tuning the thermal expansion properties of optical reference cavities with fused silica mirrors ». *J. Opt. Soc. Am. B* 27.5 2010, p. 914–920.

- [68] D. Eric BLACK. « An introduction to Pound-Drever-Hall laser frequency stabilization ». *Am. J. Phys.* 69 1 jan. 2001, p. 79. DOI : 10.1119/1.1286663.
- [69] J. VANIER et C. AUDOIN. *The Quantum Physics of Atomic Frequency Standards*. Bristol et Philadelphia : Adam Hilger, 1989.
- [70] Anthony BERCY. « Liens ultra-stables par fibres optiques : déploiement vers plusieurs utilisateurs distants, étude des limites fondamentales et technologiques et nouvelles applications. » Thèse de doctorat. Université Paris 13 - Sorbonne Paris Cité, 2016.
- [71] Ma LS. et al. « Delivering the same optical frequency at two places : accurate cancellation of phase noise introduced by an optical fiber or other time-varying path ». *Optics Letters* 19.3 nov. 1994, p. 1777–1779.
- [72] Andrey KOPYAKOV, Michael SAUER et Dipak CHOWDHURY. « Stimulated Brillouin scattering in optical fibers ». 2 déc. 2009, p. 59.
- [73] Smith R.G. « Optical Power Handling Capacity of Low Loss Optical Fibers as Determined by Stimulated Raman and Brillouin Scattering ». 11 nov. 1972, p. 2489.
- [74] Scott A. DIDDAMS et al. « Direct Link between Microwave and Optical Frequencies with a 300 THz Femtosecond Laser Comb ». *Phys. Rev. Lett.* 84 22 2000, p. 5102–5105. DOI : 10.1103/PhysRevLett.84.5102.
- [75] Th. UDEM, R. HOLZWARH et T.W. HÄNSCH. « Optical Frequency Metrology ». *Nature* 416 1999, p. 233.
- [76] Jungwon KIM et Youjian SONG. « Ultralow-noise mode-locked fiber lasers and frequency combs : principles, status, and applications ». *Adv. Opt. Photon.* 8.3 2016, p. 465–540. DOI : 10.1364/AOP.8.000465.
- [77] F. X. KÄRTNER. *Few-cycle laser pulse generation and its application*. Springer, 2004.
- [78] Steven T. CUNDIFF et Jun YE. « Colloquium : Femtosecond optical frequency combs ». *Rev. Mod. Phys.* 75 1 2003, p. 325–342. DOI : 10.1103/RevModPhys.75.325.
- [79] J. N. ECKSTEIN, A. I. FERGUSON et T. W. HÄNSCH. « High-Resolution Two-Photon Spectroscopy with Picosecond Light Pulses ». *Phys. Rev. Lett.* 40 13 1978, p. 847–850. DOI : 10.1103/PhysRevLett.40.847.
- [80] Joachim HERRMANN. « Theory of Kerr-lens mode locking : role of self-focusing and radially varying gain ». *J. Opt. Soc. Am. B* 11.3 1994, p. 498–512. DOI : 10.1364/JOSAB.11.000498.
- [81] D. E. SPENCE, P. N. KEAN et W. SIBBETT. « 60-fsec pulse generation from a self-mode-locked Ti :sapphire laser ». *Opt. Lett.* 16.1 1991, p. 42–44. DOI : 10.1364/OL.16.000042.

- [82] T. BRABEC et al. « Kerr lens mode locking ». *Opt. Lett.* 17.18 1992, p. 1292–1294. DOI : 10.1364/OL.17.001292.
- [83] R. H. STOLEN et Chinlon LIN. « Self-phase-modulation in silica optical fibers ». *Phys. Rev. A* 17 4 1978, p. 1448–1453. DOI : 10.1103/PhysRevA.17.1448.
- [84] J. REICHERT et al. « Measuring the frequency of light with mode-locked lasers ». *Optics Communications* 172.1 1999, p. 59–68. ISSN : 0030-4018. DOI : [https://doi.org/10.1016/S0030-4018\(99\)00491-5](https://doi.org/10.1016/S0030-4018(99)00491-5).
- [85] H. R. TELLE, D. MESCHEDÉ et T. W. HÄNSCH. « Realization of a new concept for visible frequency division : phase locking of harmonic and sum frequencies ». *Opt. Lett.* 15.10 1990, p. 532–534. DOI : 10.1364/OL.15.000532.
- [86] M. NIERING et al. « Measurement of the Hydrogen 1S-2S Transition Frequency by Phase Coherent Comparison with a Microwave Cesium Fountain Clock ». *Phys. Rev. Lett.* 84 2000, p. 5496.
- [87] Jinendra K. RANKA, Robert S. WINDELER et Andrew J. STENTZ. « Visible continuum generation in air–silica microstructure optical fibers with anomalous dispersion at 800 nm ». *Opt. Lett.* 25.1 2000, p. 25–27. DOI : 10.1364/OL.25.000025.
- [88] Scott A. DIDDAMS. « The evolving optical frequency comb ». *J. Opt. Soc. Am. B* 27.11 2010, B51–B62. DOI : 10.1364/JOSAB.27.000B51.
- [89] J. STENGER et al. « Phase-coherent frequency measurement of the Ca intercombination line at 657 nm with a Kerr-lens mode-locked femtosecond laser ». *Phys. Rev. A* 63 2 2001, p. 021802. DOI : 10.1103/PhysRevA.63.021802.
- [90] Kensuke MATSUBARA et al. « Direct comparison of a Ca⁺ single-ion clock against a Sr lattice clock to verify the absolute frequency measurement ». *Opt. Express* 20.20 2012, p. 22034–22041. DOI : 10.1364/OE.20.022034.
- [91] Daniele NICOLÒDI et al. « Spectral purity transfer between optical wavelengths at the 10¹⁸ level ». *Nature Photonics* 8.3 jan. 2014, p. 219–223. ISSN : 1749-4885, 1749-4893. DOI : 10.1038/nphoton.2013.361.
- [92] Hajime INABA et al. « Spectroscopy of 171Yb in an optical lattice based on laser linewidth transfer using a narrow linewidth frequency comb ». *Opt. Express* 21.7 2013, p. 7891–7896. DOI : 10.1364/OE.21.007891.
- [93] Anne Lisa WOLF et al. « Direct frequency-comb spectroscopy of a dipole-forbidden clock transition in trapped Ca⁺40 ions ». *Opt. Lett.* 36.1 2011, p. 49–51. DOI : 10.1364/OL.36.000049.
- [94] Sandrine GALTIER et al. « High-accuracy deep-UV Ramsey-comb spectroscopy in krypton ». *Applied Physics B* 123.1 2016, p. 16. ISSN : 1432-0649. DOI : 10.1007/s00340-016-6584-8.

- [95] Marcus ZIMMERMANN et al. « Optical clockwork with an offset free difference frequency comb, accuracy of sum and difference frequency generation ». *Opt. Lett.* 29.3 2004, p. 310–312.
- [96] H.R. TELLE, B. LIPPHARDT et J. STENGER. « Kerr-lens, mode-locked lasers as transfer oscillators for optical frequency measurements ». *Applied Physics B* 74.1 2002, p. 1–6. ISSN : 1432-0649. DOI : 10.1007/s003400100735.
- [97] M. E. FERMAN et al. « Passive mode locking by using nonlinear polarization evolution in a polarization-maintaining erbium-doped fiber ». *Opt. Lett.* 18.11 1993, p. 894–896. DOI : 10.1364/OL.18.000894.
- [98] Jakub BOGUSLAWSKI et al. « 80fs passively mode-locked Er-doped fiber laser ». *Laser Physics* 25.6 2015, p. 065104.
- [99] URL : <http://www.refimeve.fr/index.php/fr/>.
- [100] B. R. WASHBURN, W. C. SWANN et N. R. NEWBURY. « Response dynamics of the frequency comb output from a femtosecond fiber laser ». *Opt. Express* 13.26 2005, p. 10622–10633. DOI : 10.1364/OPEX.13.010622.
- [101] N. R. NEWBURY et B. R. WASHBURN. « Theory of the frequency comb output from a femtosecond fiber laser ». *IEEE Journal of Quantum Electronics* 41.11 2005, p. 1388–1402. ISSN : 0018-9197. DOI : 10.1109/JQE.2005.857657.
- [102] Stefan DROSTE et al. « Optical Frequency Comb Generation based on Erbium Fiber Lasers ». *Nanophotonics* 2016, p. 196–213. DOI : 10.1515/nanoph-2016-0019.
- [103] Günther KRAUSS et al. « All-passive phase locking of a compact Er :fiber laser system ». *Opt. Lett.* 36.4 2011, p. 540–542. DOI : 10.1364/OL.36.000540.
- [104] Thomas PUPPE et al. « Characterization of a DFG comb showing quadratic scaling of the phase noise with frequency ». *Opt. Lett.* 41.8 2016, p. 1877–1880.
- [105] J. MILLO et al. « Ultra-low-noise microwave extraction from fiber-based optical frequency comb ». *Opt. Lett.* 34.23 2009, p. 3707–3709. DOI : 10.1364/OL.34.003707.
- [106] Ramin KHAYATZADEH et al. « Noise Characterization of an Optical Frequency Comb Using Offline Cross-Correlation ». *IEEE Photonics Technology Letters* 29.3 fév. 2017, p. 322–325. ISSN : 1041-1135, 1941-0174. DOI : 10.1109/LPT.2017.2647829.
- [107] T. OKOSHI, K. KIKUCHI et A. NAKAYAMA. « Novel method for high resolution measurement of laser output spectrum ». *Electronics letters* 1980.
- [108] Peter HORAK et Wei H. LOH. « On the delayed self-heterodyne interferometric technique for determining the linewidth of fiber lasers ». *Opt. Express* 14.9 2006, p. 3923–3928. DOI : 10.1364/OE.14.003923.

- [109] Gianni Di DOMENICO, Stéphane SCHILT et Pierre THOMANN. « Simple approach to the relation between laser frequency noise and laser line shape ». *Appl. Opt.* 49.25 2010, p. 4801–4807. DOI : 10.1364/AO.49.004801.
- [110] D. S. ELLIOTT, Rajarshi ROY et S. J. SMITH. « Extracavity laser band-shape and bandwidth modification ». *Phys. Rev. A* 26 1 1982, p. 12–18. DOI : 10.1103/PhysRevA.26.12.
- [111] O LLOPIS et al. « Phase noise measurement of a narrow linewidth CW laser using delay line approaches ». *Optics Letters* 36.14 2011, p. 2713–2715.
- [112] Nikola BUCALOVIC et al. « Experimental validation of a simple approximation to determine the linewidth of a laser from its frequency noise spectrum ». *Appl. Opt.* 51.20 2012, p. 4582–4588. DOI : 10.1364/AO.51.004582.
- [113] Yann LE COQ. « Optical frequency combs and optical frequency measurements ». Habilitation à diriger des recherches. Université Pierre et Marie Curie - Paris VI, jan. 2014.
- [114] H. R. GRAY, R. M. WHITLEY et C. R. STROUD. « Coherent trapping of atomic populations ». *Opt. Lett.* 3.6 1978, p. 218–220. DOI : 10.1364/OL.3.000218.
- [115] Marlan O. SCULLY, Shi-Yao ZHU et Athanasios GAVRIELIDES. « Degenerate quantum-beat laser : Lasing without inversion and inversion without lasing ». *Phys. Rev. Lett.* 62 24 1989, p. 2813–2816. DOI : 10.1103/PhysRevLett.62.2813.
- [116] Giovanna MORIGI, Jürgen ESCHNER et Christoph H. KEITEL. « Ground State Laser Cooling Using Electromagnetically Induced Transparency ». *Phys. Rev. Lett.* 85 2000, p. 4458.
- [117] Svenja KNAPPE et al. « Characterization of coherent population-trapping resonances as atomic frequency references ». *J. Opt. Soc. Am. B* 18.11 2001, p. 1545–1553. DOI : 10.1364/JOSAB.18.001545.
- [118] Caroline CHAMPENOIS, Giovanna MORIGI et Jürgen ESCHNER. « Quantum coherence and population trapping in three-photon processes ». *Phys. Rev. A* 74 5 2006, p. 053404. DOI : 10.1103/PhysRevA.74.053404.
- [119] Martina KNOOP. « Etude spectroscopique du doublet métastable 3D de l'ion Ca^+ dans un piège de Paul en présence de collisions ». Thèse de doctorat. Marseille : Université de Provence, 1994.
- [120] J.D. PRESTAGE, G.J. DICK et L. MALEKI. « New Ion Trap for Frequency Standard Applications ». *J. Appl. Phys.* 66 1989, p. 1013.
- [121] Marius Romuald KAMSAP. « Horloge micro-onde à ions : analyse et transport d'un nuage d'ions dans un piège à plusieurs zones ». Thèse de doctorat. Marseille : Université d'Aix-Marseille, 2015.
- [122] Mathieu MARCIANTE. « Dynamique d'ions en pièges radio-fréquences ». Thèse de Doctorat. Université de Provence, 2011.

- [123] R CAMPBELL. *Théorie générale de l'équation de Mathieu*. Masson, 1955.
- [124] Martina KNOOP, Niels MADSEN et Richard C THOMPSON. *Trapped Charged Particles*. WORLD SCIENTIFIC (EUROPE), 2016. Chap. 6. DOI : 10.1142/q0004.
- [125] M. HETTRICH et al. « Measurement of Dipole Matrix Elements with a Single Trapped Ion ». *Phys. Rev. Lett.* 115 14 2015, p. 143003. DOI : 10.1103/PhysRevLett.115.143003.
- [126] Michael RAMM et al. « Precision Measurement Method for Branching Fractions of Excited $P_{1/2}$ States Applied to $^{40}\text{Ca}^+$ ». *Phys. Rev. Lett.* 111 2 2013, p. 023004. DOI : 10.1103/PhysRevLett.111.023004.
- [127] Yong WAN et al. « Precision spectroscopy by photon-recoil signal amplification ». *Nature Communications* 5 2014. DOI : 10.1038/ncomms4096.
- [128] Florian GEBERT et al. « Precision Isotope Shift Measurements in Calcium Ions Using Quantum Logic Detection Schemes ». *Phys. Rev. Lett.* 115 5 2015, p. 053003. DOI : 10.1103/PhysRevLett.115.053003.
- [129] Y. HUANG et al. « Frequency Comparison of Two $^{40}\text{Ca}^+$ Optical Clocks with an Uncertainty at the 10^{-17} Level ». *Phys. Rev. Lett.* 116 1 2016, p. 013001. DOI : 10.1103/PhysRevLett.116.013001.
- [130] Rekishu YAMAZAKI et al. « Stimulated Raman spectroscopy and the determination of the D -fine-structure level separation in $^{40}\text{Ca}^+$ ». *Phys. Rev. A* 77 1 2008, p. 012508. DOI : 10.1103/PhysRevA.77.012508.
- [131] C. SOLARO et al. « Direct Frequency-Comb-Driven Raman Transitions in the Terahertz Range ». *Phys. Rev. Lett.* 120 25 2018, p. 253601. DOI : 10.1103/PhysRevLett.120.253601.
- [132] Caroline CHAMPENOIS. « Of charged atoms and photons : some phenomena observable in radio-frequency traps. » Habilitation à diriger des recherches. Université de Provence - Aix-Marseille I, juin 2010.
- [133] Caroline LISOWSKI et al. « Dark resonances as a probe for the motional state of a single ion ». *Appl. Phys. B* 81 2005, p. 5–12.
- [134] Thomas ZANON-WILLETTE. « Développement d'une horloge à piégeage cohérent de population : étude théorique et expérimentale du régime impulsif et continu ». Thèse de doct. 2005.
- [135] Jofre PEDREGOSA-GUTIERREZ et al. « Ion transport in macroscopic {RF} linear traps ». en. *International Journal of Mass Spectrometry* 381-382 mai 2015, p. 33–40. ISSN : 13873806. DOI : 10.1016/j.ijms.2015.03.008.
- [136] M. R. KAMSAP et al. « Fast accumulation of ions in a dual trap ». *EPL (Europhysics Letters)* 110.6 2015, p. 63002.
- [137] D.M. LUCAS et al. « Isotope-selective photoionization for calcium ion trapping ». *Phys. Rev. A* 69 2004, p. 012711.

-
- [138] R. BLÜMEL et al. « Phase transitions of stored laser-cooled ions ». *Nature* 334 1988, p. 309–313.
- [139] E. L. POLLOCK et J. P. HANSEN. « Statistical Mechanics of Dense Ionized Matter. II. Equilibrium Properties and Melting Transition of the Crystallized One-Component Plasma ». *Phys. Rev. A* 8.6 1973, p. 3110–3122.
- [140] R. H. DICKE. « The Effect of Collisions upon the Doppler Width of Spectral Lines ». *Phys. Rev.* 89 2 1953, p. 472–473. DOI : 10.1103/PhysRev.89.472.
- [141] D.F.V. JAMES. « Quantum dynamics of cold trapped ions with application to quantum computation ». *Applied Physics B* 66.2 1998, p. 181–190. ISSN : 1432-0649. DOI : 10.1007/s003400050373.
- [142] A BAUCH et H R TELLE. « Frequency standards and frequency measurement ». *Reports on Progress in Physics* 65.5 2002, p. 789.
- [143] Mathieu COLLOMBON et al. « Phase transfer between three visible lasers for coherent population trapping ». *Opt. Lett.* 44.4 2019, p. 859–862. DOI : 10.1364/OL.44.000859.
- [144] J. Chou, D. Leibfried, NIST, private communication, 2018.
- [145] Roland Wester, Innsbruck University, private communication, 2018.

Résumé

Les travaux présentés dans cette thèse décrivent l'ensemble de la démarche expérimentale qui a été mise en place afin d'observer un piégeage cohérent de population à trois photons sur un nuage d'ions Calcium confinés en piège radio-fréquence. La réalisation d'un tel processus cohérent repose sur des contraintes expérimentales fortes concernant la relation de phase entre les trois lasers impliqués dans le processus d'interrogation ainsi que sur leurs finesses spectrales. Notre approche est basée sur l'optimisation des performances d'un laser stabilisé à 411 THz (729 nm) pour atteindre une stabilité de fréquence relative inférieure à 10^{-14} à 1 s. Ces performances ont ensuite été transférées vers un peigne de fréquence optique. Le comportement de cet instrument ainsi que les performances du transfert sont présentés dans ces travaux. Le peigne est alors utilisé comme oscillateur de transfert pour asservir les deux autres lasers impliqués dans l'interrogation des ions (866 nm et 794 nm). Grâce à ce travail sur la mise en relation des trois sources laser, ainsi que l'optimisation de leur qualités spectrales nous avons pu observer les premières résonances noires à trois photons dans le spectre de fluorescence des ions $^{40}\text{Ca}^+$. Ces résultats originaux ainsi que les premières études systématiques du comportement de la résonance en fonction de différents paramètres expérimentaux sont présentés. L'analyse de ces résultats a permis de définir clairement les conditions expérimentales à respecter pour une potentielle utilisation métrologique de cette résonance qui émane d'une superposition cohérente d'état stable ou métastable.

Mots clés : Laser stabilisé en fréquence, peigne de fréquence, asservissement de phase, spectroscopie atomique haute résolution, piégeage cohérent de population, ions piégés, métrologie THz.

Abstract

The work presented in this thesis describes the complete experimental set-up and approach to realize three-photon coherent population trapping in a cloud of radiofrequency confined Calcium ions. The realization of such a population trapping relies on a stringent conditions of the phase relationship between the three lasers involved in the interrogation process, and also their spectral linewidths. Our experimental approach is based on the optimization of the performance of a frequency-stabilized titanium-sapphire laser at 411 THz (729nm) at the 10^{-14} level, in term of relative frequency uncertainties. This laser's frequency stability is subsequently transferred to an optical frequency comb by means of a phase-locked loop. Then the two other lasers involved (866 nm and 794 nm) are phase-locked to the optical frequency comb with the same technique. This work describes the transfer method along with its measured performances. With all the three lasers sharing the same ultra-stable frequency reference we have been able to experimentally observe for the first time a 3-photon dark resonance in the fluorescence spectra of the $^{40}\text{Ca}^+$, signature of a coherent population trapping in a 3-photon scheme. The dependence of this resonance at experimental parameters, such as laser powers, laser detunings and local magnetic field, have been studied and are presented in this work. The preliminary results have allowed to explain the behaviour of the dark resonance and explored conditions for the use of the 3-photon dark line as a THz frequency standard.

Keywords : Stable laser, optical frequency comb, phase lock, high resolution spectroscopy, coherent population trapping, ion trap, THz metrology.