



**HAL**  
open science

# Modélisation analytique de la réponse d'un cylindre immergé à une explosion sous-marine

Kévin Brochard

► **To cite this version:**

Kévin Brochard. Modélisation analytique de la réponse d'un cylindre immergé à une explosion sous-marine. Génie mécanique [physics.class-ph]. École centrale de Nantes, 2018. Français. NNT : 2018ECDN0019 . tel-02116265

**HAL Id: tel-02116265**

**<https://theses.hal.science/tel-02116265>**

Submitted on 30 Apr 2019

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# THESE DE DOCTORAT DE

L'ÉCOLE CENTRALE DE NANTES  
COMUE UNIVERSITE BRETAGNE LOIRE

ECOLE DOCTORALE N° 602  
*Sciences pour l'Ingénieur*  
Spécialité : *Génie Mécanique*

Par

**Kévin BROCHARD**

**« Modélisation analytique de la réponse d'un cylindre immergé à une explosion sous-marine »**

Thèse présentée et soutenue à Ecole Centrale de Nantes, le 12/07/2018  
Unité de recherche : Institut de recherche en Génie Civil et Mécanique (GeM) UMR CNRS 6183

## Rapporteurs avant soutenance :

Christine Espinosa    Enseignant-chercheur, HDR, ISAE-SUPAERO  
Philippe Rigo        Professeur, Université de Liège

## Composition du Jury :

Anh Le Van    Professeur, Université de Nantes (président)  
Philippe Rigo    Professeur, Université de Liège  
Christine Espinosa    Enseignant-chercheur, HDR, ISAE-SUPAERO  
Gérard Rio    Professeur, Université de Bretagne-Sud  
Loïc Buldgen    Maître-Assistant, HELMo

Directeur de thèse  
Hervé Le Sourne    Enseignant-chercheur, HDR, Icam  
Nantes

## Invité

Guillaume Barras    Expert DGA, DGA-TN



École doctorale n° 602 : Sciences pour l'Ingénieur (SPI)

Thèse de Doctorat en Mécanique

pour obtenir le grade de docteur délivré par

**l'École Centrale de Nantes**

**Spécialité doctorale "Génie Mécanique"**

*présentée et soutenue publiquement par*

**Kévin Brochard**

le 12 juillet 2018

# **Modélisation analytique de la réponse d'un cylindre immergé à une explosion sous-marine**

Directeur de thèse : **Hervé Le Sourné**

## **Jury**

<b>Anh LE VAN,</b>	Professeur, Université de Nantes	Président
<b>Philippe RIGO,</b>	Professeur, Université de Liège	Rapporteur
<b>Christine ESPINOSA,</b>	Enseignant-chercheur, HDR, ISAE-SUPAERO	Rapporteur
<b>Gérard RIO,</b>	Professeur, Université de Bretagne Sud	Examineur
<b>Loïc BULDGEN,</b>	Maître-Assistant, HELMo	Examineur
<b>Guillaume BARRAS,</b>	Expert DGA, DGA-TN	Invité

**Ecole Centrale de Nantes**

**Instistut de Génie Civil et Mécanique (GeM)**

UMR CNRS 6183, 1 rue de la Noë Nantes, France



## Résumé

La conception d'une coque de sous-marin est cruciale pour son opérabilité et la sécurité de l'équipage, mais également complexe. En effet, les ingénieurs doivent prendre en compte à la fois la légèreté, la discrétion acoustique et la résistance de la coque à la pression d'immersion et aux attaques extérieures. Les explosions sous-marines représentent une menace de premier ordre pour l'intégrité de la coque, dont le comportement doit être correctement analysé.

Les travaux présentés dans cette thèse portent sur le développement d'une méthode simplifiée, basée sur des formulations analytiques, pour étudier la réponse mécanique d'un cylindre profondément immergé à une explosion sous-marine. Le but de cette méthode est de fournir aux ingénieurs une estimation rapide des dommages subis par la coque cylindrique, leur permettant de simuler un grand nombre de scénarios d'explosion. Elle repose sur une méthode développée par Hoo Fatt and Wierzbicki dans laquelle le problème 2D d'une coque cylindrique est transformé en un problème 1D équivalent d'une corde plastique sur une fondation plastique. Pour cela, des paramètres équivalents sont définis et évalués en faisant des hypothèses sur la forme des champs de déplacement et de vitesse dans la section transversale de la coque. Dans ce travail de thèse, le modèle de la corde plastique sur fondation plastique est repris et adapté à l'étude d'un cylindre immergé soumis à un chargement explosif, pour lequel les effets de pression d'immersion et d'interaction fluide-structure sont à prendre en compte.

Le traitement de l'interaction fluide-structure est simplifié en décomposant le chargement issu de l'explosion sous-marine en deux phases distinctes. Dans les tout premiers instants, la quantité d'énergie cinétique transmise au cylindre est déterminée à partir de la position et des caractéristiques de la charge explosive. La mise en vitesse de la paroi cylindrique génère alors une pression de radiation mais la déformation de la coque est supposée négligeable durant cette première phase. Dans un second temps, la coque se déforme en dissipant plastiquement l'énergie cinétique transmise par l'onde de choc. La décélération du mouvement de la paroi produit un chargement additionnel de pression lié aux effets inertiels de l'eau au voisinage de la coque.

Ce modèle simplifié d'interaction fluide-structure est couplé avec le modèle de corde plastique sur fondation plastique, en considérant d'une part les effets de la pression d'immersion et d'autre part le raidissage circonférentiel du cylindre. Des expressions analytiques sont développées pour calculer l'enfoncement de la coque ainsi que son énergie de déformation plastique. Les résultats obtenus sont comparés à des résultats d'essais et de simulations

numériques, ce qui permet de valider progressivement la méthode simplifiée, mais aussi de mettre en évidence ses limitations.

## Remerciements

Toute production humaine étant avant tout une production sociale, et le doctorat ne saurait échapper à cette constatation, je n'aurais pu mener ce travail de thèse à bien sans tout le soutien des personnes qui m'ont entouré durant toute la durée de mes travaux.

Avant toute chose, je tiens à remercier Philippe Rigo et Christine Espinosa pour avoir accepté la tâche fastidieuse de relire ma prose. Mes remerciements sont également adressés à Gérard Rio, Ahn Le Van et Loïc Buldgen qui ont bien voulu participer au jury de cette thèse.

Je remercie très chaleureusement mon directeur de thèse, Hervé Le Sourne, pour la confiance qu'il m'a accordée en me choisissant comme son premier doctorant à diriger, alors qu'il connaissait très bien mon sale caractère de vendéen. Sa rigueur et son bon sens ont été très précieux tout au long de nos travaux, pour éviter de s'immerger sous la complexité du problème. Enfin, sa bonne humeur et sa bienveillance ont fait de ces 4 années passées ensemble, une expérience très riche sur le plan humain. Je souhaite également remercier Nicolas Moes, pour avoir bien voulu m'accueillir au sein de son équipe de recherche.

Je remercie vivement Guillaume Barras, expert à la DGA, qui a veillé de son oeil d'expert sur la pertinence de nos choix tout au long de ces travaux de thèse. Les réunions en sa compagnie ont toujours permis d'avancer dans la bonne direction, et son expérience pratique a été très précieuse. Une pensée aussi pour Bernard Auroire, expert à la DGA, qui a pris sa retraite peu après le début de ma thèse, mais dont les conseils se sont révélés très justes tout au long du déroulement de nos travaux. Enfin, l'expertise sur LS-DYNA/USA de Bruno Maurel a été cruciale dans l'obtention des résultats numériques nécessaires à la réalisation de cette thèse.

Ensuite, je souhaite remercier tous mes compagnons de galère : les doctorants de l'Icam de Nantes et de l'Ecole Centrale de Nantes que j'ai croisés tout au long de ma route. Plus particulièrement, Kevin Merlin et Gideon Simenou, dont les conseils de sages m'ont évité de trop me perdre durant ma première année. Les camarades Rémy & Rémy, toujours là pour discuter de tout et de rien, dans la bonne humeur et l'esprit d'effronterie caractéristique d'un bon scientifique. Et les camarades de l'équipe MS de Centrale (Adrien, Baptiste, ...), pour les séminaires endiablés.

Une pensée aussi pour tous les collègues de l'Icam de Nantes, professeurs, chefs de projet, technicien de labo, ... Dont la liste serait trop longue pour tous les nommer. Leurs conseils et leurs soutiens ont été déterminants pour rendre plaisant mon long séjour à l'Icam de Nantes.

A toute ma famille, qui m'a toujours soutenue, même au plus dur de la thèse, et pour m'avoir élevé tant bien que mal. A ma mère, dont la force de caractère est un exemple pour tous, et à mon père, dont l'humour permet de surmonter toutes les difficultés. A mon frère, pour tous nos moments vécus ensemble, je te souhaite tout le bonheur dans cette lointaine contrée que tu as fait tienne.

Sans amitié, la vie ne pourrait être vécue. A vous, les Genz d'Armes 1415, frères d'armes, pour toutes ces expériences incroyables, de beuverie, bagarre et bricolage. A tous les anciens compagnons du Stade Treillierain, ces 5 années de combat et de galère ne seront jamais oubliées. A toute la bande de l'Icam de Nantes (Jean, Diane, Thomas, Marine, Maël,...), la promotion avec laquelle j'aurais aimé faire mes études. A mes amis artistes, David & David, Céline,... et l'unique Monsieur Camarade Pinson, nos conversations animées et avinées m'auront permis de tenir le coup moralement. A mon coloc Simon, dont la gentillesse a été cruciale sur la fin de la thèse. Enfin, à Florine, dont la présence a été déterminante sur les derniers mois de rédaction, et pour laquelle mon amour grandit chaque jour un peu plus.

# Table des matières

Résumé	iii
Remerciements	iv
Table des matières	vii
Liste des figures	xi
Liste des tableaux	xvii
<b>1 Introduction générale</b>	<b>1</b>
1.1 Contexte des travaux de thèse	2
1.1.1 Coque résistante d'un sous-marin	2
1.1.2 Les explosions sous-marines (torpilles, mines, ...), une menace de premier ordre	3
1.2 Brève étude bibliographique	5
1.2.1 Premiers travaux expérimentaux	5
1.2.2 Modèles analytiques	6
1.2.3 Méthodes numériques appliquées aux explosions sous-marines	7
1.3 Objectifs de la thèse	9
1.4 Plan général	13
Références bibliographiques	20
<b>2 Modélisation de la réponse d'une structure à une explosion sous-marine</b>	<b>21</b>
2.1 Description d'une explosion sous-marine.	22
2.1.1 Description générale des phénomènes	22
2.1.2 Grandeurs physiques associées au choc	25
2.1.3 Caractérisation de l'onde de choc primaire et de la dynamique de bulle	28
2.2 Fondements théoriques de l'interaction fluide-structure	32
2.2.1 Fluide compressible parfait et équation d'ondes	32
2.2.2 Potentiel retardé de Kirchhoff	35

2.2.3	Application au cylindre immergé . . . . .	37
2.3	Résolution numérique . . . . .	39
2.3.1	Formulation théorique . . . . .	39
2.3.2	Simulation numérique à l'aide des codes LS-DYNA/USA . . . . .	44
	Références bibliographiques . . . . .	56
<b>3</b>	<b>Modélisation simplifiée du chargement explosif</b>	<b>57</b>
3.1	Approximations de l'interaction fluide-structure . . . . .	58
3.1.1	Approximation temps court - phase initiale . . . . .	59
3.1.2	Approximation temps long - seconde phase . . . . .	59
3.2	Phase initiale : approximation temps court . . . . .	60
3.2.1	Réponse à une onde incidente sphérique . . . . .	60
3.2.2	Calcul de l'énergie cinétique transmise au cylindre . . . . .	64
3.2.3	Validation et limitations de l'approximation temps court . . . . .	69
3.3	Seconde phase : approximation temps long . . . . .	76
3.3.1	Calcul de la masse d'eau ajoutée . . . . .	76
3.3.2	Définition d'un champ simplifié de masse d'eau ajoutée . . . . .	82
	Références bibliographiques . . . . .	85
<b>4</b>	<b>Modèle couplé fluide-structure de réponse d'un cylindre lisse</b>	<b>87</b>
4.1	Étude bibliographique . . . . .	88
4.2	Formulation du problème . . . . .	90
4.2.1	Hypothèses et simplifications . . . . .	92
4.2.2	Modèle de la corde rigide plastique sur fondation plastique . . . . .	94
4.3	Détermination de la déformée finale . . . . .	96
4.3.1	Calcul de la condition initiale en vitesse . . . . .	98
4.3.2	Expressions de la flèche et des déformations plastiques . . . . .	99
4.3.3	Calcul de l'énergie plastique dissipée . . . . .	100
4.4	Validation du modèle simplifié . . . . .	101
4.4.1	Démarche de validation . . . . .	101
4.4.2	Analyse d'un cylindre "sec" (non immergé) soumis à un champ de vitesse impulsionnelle . . . . .	102
4.4.3	Analyse d'un cylindre immergé soumis à un champ de vitesse impul- sionnel . . . . .	106
4.4.4	Analyse d'un cylindre immergé soumis à l'onde de choc primaire générée par une explosion sous-marine . . . . .	110
4.4.5	Étude de sensibilité des paramètres $\xi$ et $\alpha_0$ . . . . .	116
	Références bibliographiques . . . . .	123

<b>5</b>	<b>Extensions de la méthode simplifiée</b>	<b>125</b>
5.1	Etude bibliographique . . . . .	126
5.1.1	Travaux expérimentaux . . . . .	126
5.1.2	Modélisations numériques . . . . .	129
5.1.3	Modélisations analytiques . . . . .	131
5.2	Réponse d'un cylindre lisse profondément immergé à une explosion sous-marine . . . . .	133
5.2.1	Formulation du problème . . . . .	133
5.2.2	Influence des effets de fond sur la réponse du cylindre . . . . .	136
5.2.3	Modèle mécanique du cylindre sans effets de fond . . . . .	143
5.2.4	Prise en compte du raidissage circonférentiel du cylindre . . . . .	144
5.3	Validation des extensions du modèle mécanique . . . . .	147
5.3.1	Etude de l'influence des effets de fond . . . . .	147
5.3.2	Réponse du cylindre lisse immergé . . . . .	150
5.3.3	Réponse d'un cylindre raidi immergé . . . . .	159
	Références bibliographiques . . . . .	171
<b>6</b>	<b>Conclusions et perspectives</b>	<b>173</b>
6.1	Résumé des travaux . . . . .	174
6.2	Contributions personnelles . . . . .	176
6.3	Perspectives . . . . .	178
<b>A</b>	<b>Coefficients des fonctions de forme</b>	<b>181</b>
<b>B</b>	<b>Détermination des fonctions équivalentes</b>	<b>183</b>
B.1	Masse linéique équivalente . . . . .	183
B.2	Masse d'eau ajoutée linéique équivalente . . . . .	184
B.3	Force axiale équivalente . . . . .	185
B.4	Force résistante d'écrasement équivalente . . . . .	185
	Références bibliographiques . . . . .	186
<b>C</b>	<b>Calcul des coefficients <math>a_1, a_2</math> et <math>a_3</math></b>	<b>187</b>
<b>D</b>	<b>Calcul des coefficients <math>\tilde{a}_1, \tilde{a}_2, \tilde{a}_3</math> et <math>\tilde{M}_a</math></b>	<b>189</b>
D.1	Détermination des coefficients $\tilde{a}_1, \tilde{a}_2$ et $\tilde{a}_3$ . . . . .	189
D.1.1	Contributions des valeurs moyennes suivant $\alpha_0$ . . . . .	190
D.1.2	Contributions des valeurs moyennes suivant $\xi$ . . . . .	190
D.1.3	Expression des coefficients $\tilde{a}_1, \tilde{a}_2$ et $\tilde{a}_3$ . . . . .	191
D.1.4	Influence du moyennage des coefficient $a_i$ sur la réponse de la coque . . . . .	192
D.2	Détermination de la masse d'eau moyenne $\tilde{M}_a$ . . . . .	193

<b>E</b>	<b>Prise en compte des effets de la pression hydrostatique</b>	<b>197</b>
E.1	Détails des calculs pour estimer l'influence des effets de fond . . . . .	197
E.1.1	Détermination de l'équation (5.18) . . . . .	197
E.1.2	Détermination de l'équation (5.20) . . . . .	198
E.2	Conversion de l'énergie élastique stockée . . . . .	199
E.2.1	Cas où les effets de fond sont considérés . . . . .	200
E.2.2	Cas où les effets de fond sont négligés . . . . .	201

# Liste des figures

1.1	Schéma en coupe du SNLE Le Triomphant (S616) . . . . .	2
1.2	Exemples d'essais de détonique sous-marine et de dommages subis par une structure . . . . .	4
2.1	Configuration générale d'un problème d'explosion sous-marine . . . . .	22
2.2	Représentation schématique inspirée de [Sna57] qui présente les évolutions temporelles de la pression (en haut) et de la bulle des gaz résiduels en eau libre (en bas) . . . . .	24
2.3	Répartition de l'énergie totale issue de l'explosion sous-marine de charges TNT tirée de la référence [AY48]. . . . .	25
2.4	Décomposition du champ de pression totale suite à l'interaction de l'onde de choc primaire avec une structure immergée . . . . .	33
2.5	Configuration générale pour l'application du potentiel retardé de Kirchhoff . . . . .	35
2.6	Configuration pour l'application du RPF au cylindre immergé. . . . .	38
2.7	Loi de comportement matériau implémentée dans LS-DYNA . . . . .	44
2.8	Vue du modèle éléments finis et des conditions limites . . . . .	46
2.9	Tracés de la pression totale, de la pression diffusée et de la pression incidente au stand-off point. . . . .	47
2.10	Déplacement et vitesse de la paroi du cylindre au standoff point lorsque la pression incidente est modélisée par une simple exponentielle décroissante et par une double exponentielle décroissante . . . . .	49
2.11	Evolution temporelle des énergies lorsque la pression incidente est modélisée par une simple exponentielle décroissante et par une double exponentielle décroissante . . . . .	51
2.12	Déformations plastiques effectives pour un temps physique de simulation de 25 ms lorsque la pression incidente est modélisée par une simple exponentielle décroissante et par une double exponentielle décroissante . . . . .	52

2.13	Comparaison des enfoncements mesurés expérimentalement et calculés numériquement. Le trait en tiret-point noir correspond à la simulation numérique effectuée avec une modélisation de la pression incidente en simple exponentielle décroissante. Celui en rouge est associé avec la forme en double exponentielle décroissante pour la pression incidente . . . . .	53
3.1	Notations du problème en coordonnées cylindriques . . . . .	58
3.2	Configuration initiale d'un cylindre immergé impacté par l'onde de choc primaire issu d'une explosion sous-marine. . . . .	61
3.3	Tracés de pression relative et de la vitesse relative en fonction de $\beta_S$ à différents instants $t/T_S$ . . . . .	65
3.4	Tracé du temps de coupure relatif en fonction de $\beta_S$ . . . . .	66
3.5	Evolution de la vitesse maximale relative en fonction du coefficient $\beta_S$ et de l'angle $\alpha$ . . . . .	67
3.6	Champ de vitesse maximale transmis à la coque . . . . .	68
3.7	Profils de vitesse et de déplacement de la paroi du cylindre calculés numériquement à différents instants pour le cas 5 du tableau 1 . . . . .	71
3.8	Comparaison des vitesses maximales calculées au <i>standoff point</i> analytiquement et numériquement . . . . .	73
3.9	Comparaison des solutions analytiques et numériques pour la vitesse maximale atteinte le long de la demie-génératrice du cylindre passant par le <i>standoff point</i> . . . . .	74
3.10	Comparaison des solutions analytiques et numériques pour la vitesse maximale atteinte le long du demi-anneau du cylindre passant par le <i>standoff point</i> . . . . .	74
3.11	Comparaison de l'énergie cinétique $E_c$ transmise à la coque à la fin de l'approximation temps courts avec l'énergie plastique $E_p$ dissipée par la coque dans les simulations numériques . . . . .	75
3.12	Notations pour le calcul de la masse d'eau ajoutée . . . . .	77
3.13	Vue des profils de déplacements longitudinal et circonférentiel. . . . .	78
3.14	Tracé des fonctions de formes et des profils de déplacement de la coque calculés numériquement pour les cas 2, 4 et 8. . . . .	79
3.15	Evolution de la masse d'eau ajoutée surfacique calculée au <i>standoff point</i> en fonction de la surface déformée, pour une plaque circulaire et un cylindre. Les courbes relatives au cylindre sont obtenues en faisant varier $\xi$ de 0.01 m à 1.2 m, pour différentes valeurs de l'étendue circonférentielle d'enfoncement $\pi - \alpha_0$ . . . . .	81

3.16	Evolution de la masse d'eau ajoutée surfacique calculée au <i>standoff point</i> en fonction de la surface déformée pour un cylindre. Les tracés sont effectués en faisant varier $\pi - \alpha_0$ de 1.8 ° à 90 ° pour différentes valeurs fixes de l'étendue longitudinale d'enfoncement $\xi$ . . . . .	81
3.17	Tracé des fonctions de forme $h1(x)$ et $h2(\theta)$ et comparaison avec les profils longitudinaux et circonférentiels du champs de masse d'eau ajoutée pour différentes étendues de zone déformée du cylindre. . . . .	82
4.1	Géométrie et chargement du cylindre lisse. . . . .	91
4.2	Critère de plasticité de Huber-Mises et critères de plasticité simplifiés utilisés dans le modèle. [HW91] . . . . .	93
4.3	Modèle de la corde rigide plastique sur fondation rigide plastique. . . . .	95
4.4	Flèche centrale (au stand off) adimensionnelle et vitesse centrale adimensionnelle en fonction du temps adimensionnalisé . . . . .	101
4.5	Vue du modèle éléments finis pour le cas 5. Les masses nodales, modélisant la masse d'eau ajoutée, sont affichées en violet . . . . .	103
4.6	Enfoncement final de la coque au <i>stanfoff point</i> en fonction du facteur de choc $K$ (comparaison de la solution numérique avec celle de l'équation (4.27)) . . . . .	103
4.7	Représentation schématique de l'évolution temporelle de la zone enfoncée du cylindre . . . . .	104
4.8	Cylindre non immergé : comparaison des résultats analytiques et numériques	105
4.9	Cylindre non immergé : évolution temporelle des energies cinétique, interne et totale dans le cylindre pour le cas 5 . . . . .	106
4.10	Cylindre immergé : évolution de l'aire de la zone déformée de la coque et la masse d'eau ajoutée totale en fonction du facteur de choc $K$ . . . . .	107
4.11	Cylindre immergé avec masses ajoutées : comparaison des résultats analytiques et numériques. Les barres d'écarts à 20 % sont tracées . . . . .	108
4.12	Cylindre immergé soumis à un champ de vitesse impulsioennel : illustration des différences d'application du chargement dans le modèle numérique et dans le modèle analytique . . . . .	109
4.13	Cylindre immergé avec masses ajoutées : comparaison des résultats analytiques et numériques. Correction de la masse d'eau ajoutée ( $C = 0.7$ ) . . . .	109
4.14	Cylindre immergé : énergies de déformation plastique extraites des simulations LS-DYNA/USA (double exponentielle) comparées à celles calculées à partir de l'équation (4.34) . . . . .	111
4.15	Cylindre immergé : enfoncements post-traités à l'issue des simulations LS-DYNA/USA (double exponentielle) comparés à ceux calculés à partir de l'équation (4.27)) . . . . .	112

4.16	Comparaison des déformations plastiques effectives analytiques et numériques	114
4.17	Cylindre immergé : comparaison des déformations plastiques effectives évaluées analytiquement et numériquement au <i>standoff point</i>	115
4.18	Etendue longitudinale maximale $\xi_{max}$ et étendue circonférentielle maximale $\alpha_{0max}$ de la zone enfoncée en fonction du facteur de choc $K$	116
4.19	Evolution de l'enfoncement final et de l'énergie plastique de déformation calculés avec le modèle simplifié en fonction des paramètres d'endommagement. Lorsqu'un paramètre varie, l'autre est fixé à sa valeur mesurée dans les simulations numériques. Pour le scénario n° 2, $\alpha_{0max}$ est fixé à 111.7 °et $\xi_{max}$ est fixé à 0.87 m. Pour le cas n° 5, $\alpha_{0max}$ est fixé à 91.6 °et $\xi_{max}$ est fixé à 1.048 m.	118
4.20	Cylindre immergé : énergies de déformation plastique calculées à partir de l'équation (4.34) pour différentes valeurs de $\xi_{max}$ et $\alpha_{0max}$ - Les barres d'écarts à 20 % sont indiquées	119
4.21	Cylindre immergé : enfoncements de la coque calculés à partir de l'équation (4.27) pour différentes valeurs de $\xi_{max}$ et $\alpha_{0max}$ - Les barres d'écarts à 10 % sont indiquées	119
5.1	Photographies du mode 4 d'effondrement d'un cylindre « court »- tirées de [FWM <sup>+</sup> 13]	128
5.2	Comparaison des simulations numériques avec les essais expérimentaux pour une coque cylindrique raidie - tirées de [YZ11]	130
5.3	Modèle de la corde plastique sur fondation prenant en compte les raidisseurs comme des masses et des ressorts discrets attachés à la corde – Tirée de [WH93]	132
5.4	Cylindre lisse immergé impacté latéralement par l'onde de choc primaire issue d'une explosion sous-marine	134
5.5	Tracé des fonctions de forme circonférentielles. $a = 0.5$	138
5.6	Ecart entre les enfoncements finaux $\delta_f$ calculés analytiquement avec et sans influence des effets de fond	142
5.7	Représentation schéma du raidissage de la coque – tirée de [Hoo92]	145
5.8	Localisation de l'axe neutre $h_{NA}$ pour des anneaux en T – tirée de [Hoo92]	145
5.9	Intervalle d'immersion $D_{im} = [0\ m; 130\ m]$	148
5.10	Influence des effets de fond sur la réponse mécanique d'un cylindre immergé avec un rapport $R_c/h$ variant de 20 à 175	148
5.11	Ecart entre les enfoncements finaux $\delta_f$ calculés analytiquement avec et sans influence des effets de fond	149
5.12	Comparaison des énergies calculées analytiquement et numériquement pour une profondeur d'immersion $D_{im}$ variant de 1 à 130 m	151

5.13	Comparaison des enfoncements finaux $\delta_f$ et des augmentations d'enfoncement $\Delta\delta_f$ calculées analytiquement et numériquement pour une profondeur d'immersion $D_{im}$ variant de 1 à 130 m . . . . .	151
5.14	Déformations plastiques effectives à la fin des simulations numériques pour différentes profondeurs d'immersion . . . . .	153
5.15	Evolutions temporelles du déplacement au <i>standoff point</i> obtenu numériquement pour différentes profondeurs d'immersion . . . . .	154
5.16	Evolutions temporelles de l'énergie de déformation plastique obtenue numériquement pour différentes profondeurs d'immersion . . . . .	154
5.17	Évolutions de l'enfoncement final et de l'énergie de déformation plastique en fonction du facteur correcteur $C_{corr}^{im}$ . Les calculs sont effectués pour une immersion de 130 m . . . . .	157
5.18	Modèle corrigé - Comparaison de l'enfoncement initial $\delta_i$ et de l'énergie de déformation plastique $W_{int}$ calculés analytiquement et numériquement pour une profondeur d'immersion $D_{im}$ variant de 1 à 130 m . . . . .	158
5.19	Modèle corrigé - Comparaison des enfoncements finaux $\delta_f$ et des augmentations d'enfoncement $\Delta\delta_f$ calculées analytiquement et numériquement pour une profondeur d'immersion $D_{im}$ variant de 1 à 130 m . . . . .	158
5.20	Vue du modèle éléments finis du cylindre raidi étudié . . . . .	161
5.21	Cylindre raidi : déformations plastiques effectives à la fin des simulations numériques pour différentes profondeurs d'immersion . . . . .	162
5.22	Cylindre raidi : vues circonférentielle et longitudinale des déplacements de la coque pour deux profondeurs d'immersion . . . . .	163
5.23	Cylindre raidi : Implosion du cylindre - $D_{im} = 700$ m . . . . .	164
5.24	Cylindre raidi : comparaison des solutions analytiques et numériques pour la vitesse maximale atteinte le long de la demie-génératrice du cylindre passant par le <i>standoff point</i> . . . . .	164
5.25	Cylindre raidi - Comparaison de l'énergie élastique stockée $W_E$ et de l'énergie de déformation plastique $W_{int}$ calculées analytiquement et numériquement pour une profondeur d'immersion $D_{im}$ variant de 0 à 700 m . . . . .	166
5.26	Cylindre raidi : enfoncements post-traités à l'issue des simulations LS-DYNA/USA comparés à ceux calculés analytiquement . . . . .	166
B.1	Mécanisme des rotules stationnaires non axi-symétriques - tirée de [Hoo92]	184
D.1	Evolutions du rapport de l'enfoncement maximal moyenné sur l'enfoncement maximal non moyenné en fonction de $\epsilon_1$ pour différents cas de chargement.	192
D.2	Evolution du coefficient $\tilde{C}$ en fonction de la surface déformée pour différentes valeurs de $\epsilon_1$ . . . . .	194



# Liste des tableaux

2.1	Paramètre du matériau explosif TNT . . . . .	31
2.2	Caractéristiques du cylindre et du matériau . . . . .	45
2.3	Paramètres de l'explosion . . . . .	45
3.1	Détails des scénarios de tir simulés numériquement . . . . .	70
5.1	Caractéristiques du cylindre raidi et du matériau . . . . .	160
5.2	Détails des scénarios de tir simulés numériquement . . . . .	160
A.1	Coefficient des fonctions de forme . . . . .	181



# Chapitre 1

## Introduction générale

### Résumé

Le but de cette introduction est de décrire le contexte dans lequel les travaux de recherche de cette thèse s'inscrivent. La conception de la coque résistante d'un sous-marin, cruciale pour son opérabilité et pour la sécurité de l'équipage, est une tâche très complexe car il faut pouvoir concilier la légèreté de la coque, sa discrétion acoustique, sa résistance à la pression d'immersion ainsi que les diverses agressions qu'elle peut subir. Les explosions sous-marines (mines, torpilles, grenades,...) représentent une menace de premier ordre pour un sous-marin et son équipage. Le comportement de la structure du sous-marin face à cette menace doit donc être compris et maîtrisé.

De nombreux travaux de recherche ont été effectués dans le passé pour comprendre les explosions sous-marines et le comportement des structures navales soumises à ce type de chargement. Les essais à échelle 1, compliqués et coûteux à mettre en œuvre, sont néanmoins nécessaires dans la compréhension des phénomènes physiques mis en jeu lors d'une explosion sous-marine. Les modèles analytiques étant très délicats à développer, les chercheurs se sont concentrés sur le développement et le couplage de codes numériques pour résoudre le problème de la réponse d'une structure immergée à une explosion sous-marine.

Il s'avère néanmoins que les méthodes numériques sont trop lourdes à mettre en œuvre pour être utilisées efficacement en phase d'avant projet ou pour effectuer des analyses de risques mettant en jeu de nombreux scénarios d'explosions. L'objectif de cette thèse est donc de développer un outil simple, rapide et suffisamment précis pour déterminer la réponse d'une coque cylindrique profondément immergée à une onde de choc issue d'une explosion sous-marine. Cet outil est construit à partir de formulations analytiques basées sur l'analyse limite plastique. La structure de la thèse est détaillée à la fin de ce chapitre.

## 1.1 Contexte des travaux de thèse

### 1.1.1 Coque résistante d'un sous-marin

La coque résistante d'un sous-marin doit être comme la femme de César, c'est à dire qu'elle ne peut souffrir aucune critique. En effet, la résistance de l'enveloppe est capitale pour la protection de l'équipage du sous-marin, dans lequel il va vivre tout au long d'une mission. Cela étant, le concepteur de la coque d'un sous-marin doit en avoir en permanence à l'esprit le souci de choisir les solutions qui seront les moins pénalisantes en terme de poids, car chaque kilogramme consacré à la coque est perdu pour une autre installation, les moins difficiles à construire et à entretenir car cela coûte du temps et de l'argent, les plus endurantes à la fatigue et aux agressions extérieures et enfin les plus compatibles avec les exigences de discrétion acoustique. C'est pourquoi la conception de la coque d'un sous-marin est rarement une chose simple. La coque résistante d'un sous-marin est l'ensemble des structures en tôlerie conçues en vue de participer à la résistance et à l'étanchéité à la pression d'immersion. Celle-ci comprend :

- le bordé, les couples, porques et autres raidisseurs ainsi que les cloisons d'extrémités : cet ensemble constitue la « coque résistante proprement dite »,
- les cloisons résistantes intérieures,
- les capacités résistantes incorporées, c'est-à-dire dont au moins une des parois appartient à la coque résistante proprement dite ou à une cloison résistante intérieure,
- les fermetures de la coque résistante proprement dite, des cloisons résistantes intérieures et des caisses résistantes incorporées.

La coque résistante des sous-marins modernes est une structure de révolution, généralement cylindrique, fermée à ses extrémités par des cloisons sphériques, elliptiques ou torisphériques. Entre les cloisons d'extrémité et le cylindre à section constante ou uniformément décroissante, des portions tronçonniques peuvent être aménagées pour assurer la liaison avec les cloisons d'extrémité. Elles peuvent également être utiles lorsqu'à déplacement de forme donné, il s'avère nécessaire de reculer au maximum le presse-étoupe de ligne d'arbres, afin de limiter la longueur de la partie extérieure de cette dernière. Une description sommaire du SNLE Le Triomphant est présentée en figure 1.1. Sa coque résistante

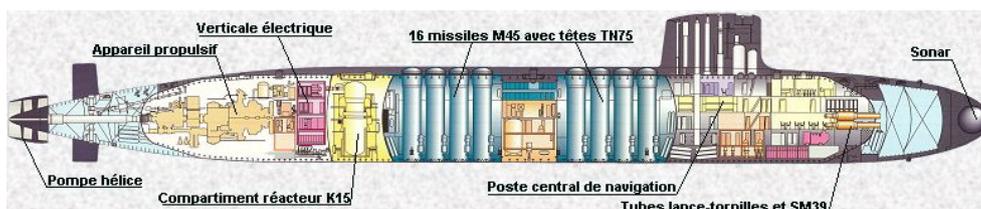


FIGURE 1.1 – Schéma en coupe du SNLE Le Triomphant (S616)

est conçue pour résister en toute sécurité à l'immersion maximale opérationnelle du sous-marin. Ce choix d'immersion maximale représente, à technologies données, un compromis entre les qualités défensives et offensives des sous-marins.

### **1.1.2 Les explosions sous-marines (torpilles, mines, ...), une menace de premier ordre**

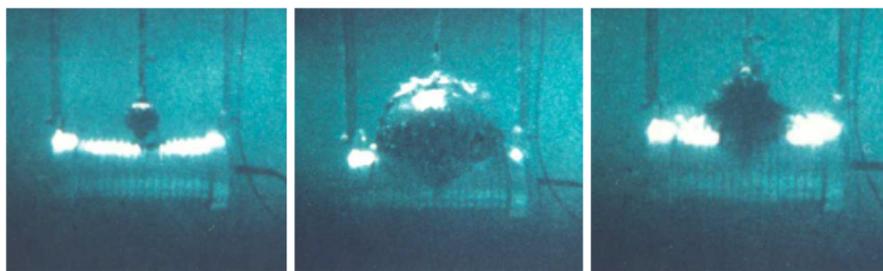
Les explosions sous-marines représentent une menace du premier ordre pour l'intégrité de la coque résistante d'un sous-marin, dont la réponse doit être correctement analysée. L'étude du comportement des structures immergées aux explosions sous-marines a bénéficié d'importants travaux de recherche depuis la fin de la Seconde Guerre Mondiale et tout au long de la Guerre Froide. Cependant ce sujet constitue aujourd'hui encore un large champ d'investigations qui renferme un grand nombre de difficultés. La première étant l'étendue des connaissances requises dans des domaines aussi variés que la physique-chimie des explosifs, la mécanique des fluides et la mécanique des structures. Cette première source de difficultés en fait un sujet compliqué à appréhender, et encore plus à maîtriser. De plus, la multiplicité des phases (solide, liquide et gazeuse) mise en jeu lors d'une explosion sous-marine implique de bien tenir compte des interactions entre les différents milieux et des traitements particuliers à chaque interface pour reproduire le plus fidèlement possible les phénomènes physiques mis en jeu.

De nouvelles difficultés apparaissent lorsque l'on veut traiter les explosions sous-marines en champ proche. Dans ces configurations, les méthodes d'analyses utilisées doivent être en mesure de prendre en compte les non-linéarités matérielles, géométriques et de contact. Ainsi, une simulation numérique suffisamment précise s'obtient au prix d'un temps de calcul important. En effet, pour des applications industrielles courantes, telle que la réponse d'une coque résistante de sous-marin à une explosion sous-marine, la durée d'une simulation associée à un scénario d'explosion peut s'étendre de quelques heures à plusieurs jours sur les moyens informatiques actuels en fonction des cas traités.

Une autre source de difficulté réside dans le caractère stratégique et confidentiel du sujet qui intéresse en premier lieu les départements de défense nationaux à travers le monde. Ces derniers sont généralement les seuls à disposer des moyens et des compétences nécessaires à la mise en place de campagnes expérimentales (manipulation des explosifs, bassins de détonique, barges ou caissons de chocs et navires instrumentés, etc...). Ce dernier point explique le peu de résultats expérimentaux disponibles dans la littérature ouverte pour le domaine naval militaire. Dans un contexte de réduction des essais, des progrès réels dans les techniques de modélisation numérique des structures en dynamique rapide ont été accomplis, permettant notamment de simuler le comportement des structures navales aux explosions sous-marines (navires de surface, sous-marins, etc..). L'intérêt de la simulation

numérique, outre l'économie de moyens d'essais à mettre en œuvre, est de faciliter l'accès à des informations nouvelles avec une précision, une rapidité et une fiabilité accrues pour des configurations diverses ; explosions lointaines ou rapprochées, en eau profonde ou près de la surface, etc.

Une explosion sous-marine conventionnelle produit deux phénomènes : une onde de choc se propageant quasiment à la célérité du son dans l'eau, et une bulle de gaz (produits de la détonation) qui remonte vers la surface en pulsant. Actuellement, les scénarios d'explosions dans lesquels la charge est située suffisamment loin du navire sont correctement simulés en tenant compte des effets combinés du choc et de la bulle. Dans ces configurations, que l'on qualifie de champ lointain, la bulle de gaz migre en direction de la surface libre sans que son mouvement soit perturbé par la présence de la structure. Par contre, lorsque la charge explose à proximité d'une structure, un effet d'attraction lié à la dissymétrie de l'écoulement de l'eau s'opère entre la bulle de gaz et la structure allant, dans certains cas, jusqu'à provoquer l'effondrement de la bulle contre la paroi. Dans cette configuration, qualifiée d'explosion en champ proche, un jet de particules fluides orienté vers la structure se forme au moment de l'effondrement de la bulle et peut entraîner localement des dommages importants, s'ajoutant aux effets de l'onde de choc seule, ce processus est visible sur la figure 1.2(a). Dans la réalité, des ruptures à grande échelle des bordés de navires et des coques de sous-marins sont constatées, comme illustré en figure 1.2(b). Ces phénomènes, mettant en jeu des interactions complexes entre le fluide et la structure, ne sont pas simulés aujourd'hui avec une précision telle que l'on puisse s'affranchir des essais expérimentaux. De



(a) Essais de détonique sous-marine – tirée de [AMM08]



(b) Déchirure d'un bordé de cylindre – tirée de [Aur10]

FIGURE 1.2 – Exemples d'essais de détonique sous-marine et de dommages subis par une structure

plus, lorsque la structure est immergée, les efforts liés à la pression d'immersion s'ajoutent aux effets du chargement explosif, ce qui peut considérablement augmenter les dommages subis par la structure, voir même entraîner sa ruine complète par le processus d'implosion. Ce phénomène consiste en un effondrement soudain et complet de la structure sur elle-même, sous les effets de la pression d'immersion lorsque celle-ci dépasse une valeur critique. Le chargement explosif peut entraîner ce phénomène pour des profondeurs plus faibles que la profondeur critique d'un cylindre intact.

Dans le contexte de ces travaux de thèse, nous nous limiterons à l'étude de la réponse d'un cylindre immergé à faible ou grande profondeur soumis à l'onde de choc produite par une explosion sous-marine. Ce cylindre peut être lisse ou renforcé à l'aide de raidisseurs circonférentiels, devenant ainsi représentatif de la coque résistante d'un sous-marin. Dans le processus de conception d'une telle coque, plusieurs simulations numériques sont requises pour minimiser les dégâts subis par la paroi de la coque lors d'une explosion sous-marine, de telles simulations étant effectuées en considérant différents scénarios de tir (distance, masse d'explosif) et différentes caractéristiques matérielles et géométriques de la coque.

## 1.2 Brève étude bibliographique

Les phénomènes qui accompagnent l'explosion d'une charge sous-marine et la propagation d'une onde de choc dans le milieu fluide ont fait l'objet de nombreux travaux de recherche par le passé. La présente revue des travaux antérieurs se focalise principalement sur la réponse d'un cylindre immergé à l'onde de choc émise par la détonation d'une charge d'explosif dans l'eau (onde de choc primaire). Une étude bibliographique exhaustive de l'ensemble des phénomènes physiques mis en jeu lors de la réponse d'une structure navale à une explosion sous-marine est présentée dans la thèse de G. Barras [Bar12]. Dans l'ensemble, il existe un nombre important de travaux de recherche portant sur la réponse des structures navales aux explosions sous-marine. Néanmoins, les travaux consacrés à la réponse des coques cylindriques sont moins nombreux que ceux dédiés à la réponse des plaques rectangulaires ou circulaires, représentatives des bordés de navires de surface.

### 1.2.1 Premiers travaux expérimentaux

Le processus suivant lequel se déroulent les explosions sous-marines a été étudié systématiquement à partir de 1940, à commencer par le grand nombre de recherches indépendantes qui ont été effectuées par les Alliés (Angleterre, Etats-Unis, Canada) pendant la Seconde Guerre Mondiale. L'ensemble des travaux américains et britanniques ont été regroupés dans un recueil publié en 1950, qui est une compilation de l'essentiel des observations expérimentales et disponibles à l'époque concernant les explosions sous-marines. Répartis en trois tomes, ces travaux portent respectivement sur l'étude de l'onde de choc

sous-marine [HH50a], de la bulle issue des produits de détonation [HH50b], et des effets sur les structures navales [HH50c]. L'ensemble de ces travaux est résumé de manière synthétique dans le remarquable ouvrage de Cole [Col65], qui fait encore aujourd'hui référence dans le domaine de l'étude des explosions sous-marines<sup>1</sup>. Au cours de cette période, les performances des explosifs ont été évaluées en eau libre pour élaborer des relations empiriques qui permettent de caractériser les chargements hydrodynamiques [CCS+46] & [AY48] et la dynamique de bulle [SD48] & [ST62]. Une compilation des paramètres applicables aux explosifs courants a été effectuée par Swisdak [Swi78].

En parallèle de l'étude des différents aspects du chargement hydrodynamique issu d'explosions sous-marines, l'effort de recherche s'est également porté sur l'étude de la réponse des structures navales à ces chargements. Qu'il s'agisse de sous-marins ou de bâtiments de surface, l'objectif est de garantir des structures robustes en environnement militaire et d'en évaluer la vulnérabilité face aux différents types d'agressions. Dans ce cadre, on peut notamment citer les travaux de Kennard [Ken41], de Fox [Fox47] et de Keil [Kei61] qui décrivent les différents modes d'endommagement des structures navales en fonction des agressions sous-marines. Dans le cas de la réponse transitoire des structures à l'onde de choc primaire émise par une explosion sous-marine, les effets sont localisés et se situent dans la gamme des hautes fréquences. Ils sont souvent circonscrits à des éléments structuraux, d'architecture plus ou moins simple, tels que les tôles de bordé ou les sections de coque résistance comprises entre deux cloisons transversales. D'un point de vue expérimental, le comportement aux explosions de coques cylindriques représentatives de sous-marins à échelle réduite a été étudié. En ce qui concerne les cylindres non-raidis, on peut mentionner les essais réalisés par Kwon & Fox [KF93], par Brett et al. [BYV00] & [BY08] en Australie, et plus récemment par Li et al. [LJA11] et Li & Rong [LR12]. En ce qui concerne les coques raidies, leurs réponses ont été étudiées expérimentalement par Hung et al. [HLHFH09] et par Yuan & Zhu [YZ11]. Dans cette dernière étude, les cylindres sont plongés dans une cuve de surpression afin de prendre en compte les effets d'une forte pression hydrostatique.

## 1.2.2 Modèles analytiques

Développer un modèle analytique permettant de connaître la réponse d'une coque cylindrique soumise à l'onde de choc primaire générée par une explosion sous-marine n'est pas une tâche aisée. Il est en effet difficile de trouver une solution analytique au système d'équations différentielles couplées pilotant le comportement d'une coque cylindrique soumise à un tel chargement. Dans un premier temps, Schuman [Sch63] et [Sch65] ont présenté des méthodes empiriques pour étudier la réponse d'un cylindre à un chargement explosif. Quelques années auparavant, des solutions avaient été développées par Carrier [Car51] et Mindlin & Bleich [MB53] pour déterminer la réponse élastique d'un cylindre non-raidi

---

1. Dans ces travaux de thèse, l'édition de 1965 est utilisée, mais la première édition date de 1948

soumis à une onde acoustique plane. Dans le cas où l'onde acoustique est sphérique, des solutions ont également été proposées par Murray [Car55a] et Payton [Pay60]. Au tout début des années 70, Huang [Hua70] et Geers [Gee69] & [Gee72] ont fourni des solutions analytiques pour l'étude de la réponse élastique d'un cylindre immergé infini, impacté latéralement par une onde acoustique. Bien plus tard, Haxton & Haywood [HH86] ont développé des solutions dans le domaine élastique pour des cylindres raidis. Néanmoins, peu d'études ont été publiées sur la réponse de cylindres immergés dans le domaine plastique, si ce n'est par Haxton [HHH91]. On constate néanmoins que ces développements s'avèrent insuffisants pour traiter complètement le cas d'une coque cylindrique immergée profondément et soumise à l'impact de l'onde de choc primaire.

### 1.2.3 Méthodes numériques appliquées aux explosions sous-marines

Le développement des méthodes numériques dans la seconde moitié du XX<sup>e</sup>, notamment la méthode des éléments finis, a permis d'étendre le champ des études à des structures plus complexes, plus représentatives des structures navales, dans les domaines de la mécanique linéaire et non-linéaire. Selon Geers [Gee75], les méthodes employées pour modéliser l'interaction fluide-structure entre les fluides environnants et les parois des structures, et calculer ainsi la réponse transitoire des structures immergées, sont apparues un peu plus tard. Liang [LHL01] présente une revue générale de ces méthodes appliquées aux calculs dynamiques des structures CSD (Computational Structure Dynamics) en réponse aux chocs sous-marins. Si la modélisation des structures repose essentiellement sur les éléments finis, les techniques utilisées pour modéliser le fluide diffèrent considérablement, et, par conséquent, les formulations de l'interaction fluide-structure également. Le lecteur peut se référer à la thèse de Barras [Bar12] pour une description complète des différentes manières de traiter l'interaction fluide-structure et une catégorisation de celles-ci. Dans la revue bibliographique qui suit, seuls les travaux numériques traitant du problème de la réponse élastoplastique d'une coque cylindrique à une explosion sous-marine seront abordés.

Geers & Yen [GY89] ont tenté de trouver la réponse inélastique d'une coque cylindrique immergée en considérant l'interaction fluide-structure et en utilisant la méthode des éléments finis pour modéliser le comportement de la structure, associée à la méthode des éléments de frontière (BEM) pour modéliser le fluide environnant. Cependant, les déplacements considérés dans cette analyse sont de faibles amplitudes. En plus d'essais expérimentaux, Kwon & Fox [KF93] ont reproduit numériquement leurs essais. Le problème numérique est résolu en utilisant le solveur éléments finis DYNA3D pour modéliser la coque cylindrique, couplé au code USA (Underwater Shock Analysis), présenté par DeRuntz [DeR89], pour traiter l'interaction fluide-structure. Le cas traité est une charge d'explosif de 27.3 kg placé à une distance de 7.62 m d'un cylindre en aluminium, et les résultats numériques obtenus sont en bon accord avec les essais. Gong et al. [GLL00] ont utilisé le

code USA couplé au solveur éléments finis non-linéaire DYNA3D pour étudier la réponse d'un pipeline immergé ou enterré dans le fond marin à une explosion sous-marine lointaine. Ramajeyathilagam et al. [RVR01] ont analysé expérimentalement et numériquement des panneaux de coques cylindriques soumis à des explosions sous-marine, pour les simulations numériques, ils ont utilisé le solveur non-linéaire DYNA3D tout en considérant l'effet des taux de déformation et les non-linéarités géométriques et matériels. Par la suite, Kim & Shin [KS08] ont utilisé le module ALE (Arbitrary Lagrangian-Eulerian) inclus au solveur éléments finis non-linéaire LS-DYNA pour étudier la survivabilité d'un réservoir sous-marin endommagé d'oxygène liquéfié lorsqu'il est impacté par une explosion sous-marine. Hung et al. [HLHFH09], quant à eux, ont comparé leurs simulations numériques LS-DYNA/USA avec leurs résultats expérimentaux, et montrent que les résultats obtenus sont en accord. De même, Li & Rong [LR12] ont effectué les mêmes comparaisons entre leurs essais et des simulations numériques obtenues avec le solveur MSC.DYTRAN, validant ainsi la modèle numérique mis au point.

Hsu et al. [HTL<sup>+</sup>15] ont comparé plusieurs formulations empiriques mises au point pour décrire l'onde de choc primaire issue d'une explosion sous-marine et utilisée comme chargement de coques cylindriques immergées. Leur référence pour juger de la précision des différentes formulations étaient les résultats expérimentaux publiés par Kwon & Fox [KF93]. Ils montrent que les formules proposées par Cole [Col65] sont les plus adaptées pour caractériser l'onde de choc primaire incidente. Zhang & Jiang [ZW15] ont introduit un facteur de choc amélioré pour l'étude de structures petites devant la longueur de l'onde de choc incidente. Pour ce faire, ils ont utilisé un modèle numérique couplant la méthode DAA au solveur ABAQUS pour étudier le champ de pression diffusée par ces structures. Gong & Khoo [GK15] se sont intéressés à la réponse à une explosion sous-marine d'une coque raidie de sous-marin constituée d'un matériau composite. Ils ont construit un modèle numérique basé sur un calcul par éléments finis pour simuler le comportement mécanique de la coque, couplé à un calcul par éléments de frontière pour modéliser l'interaction fluide-structure et le chargement issu de l'explosion. Ils montrent que leur coque composite est plus efficace pour amortir le choc qu'une coque en acier. Plus récemment, Xia et al. [XZW17] ont étudié le comportement mécanique d'une coque cylindrique immergée remplie d'un fluide soumise à une explosion sous-marine. La coque est discrétisée en éléments finis et la méthode DAA permet de modéliser le comportement des fluides interne et externe.

Pour clôturer ce tour d'horizon des méthodes numériques permettant de simuler la réponse d'une structure immergée à une explosion sous-marine, il est important de citer les travaux de Wardlaw [Car55b] et de Mair [Mai99]. Ces derniers recensent en effet un grand nombre de cas tests utiles pour qualifier et valider les développements numériques dans le domaine des explosions sous-marines :

- Dans l'article de Wardlaw [Car55b], 19 cas tests sont proposés, incluant la propaga-

tion des chocs et le traitement numérique des interfaces en mécanique des fluides. Leur évaluation repose sur des solutions analytiques exactes ou sur des solutions numériques qui ont convergé.

- Dans l'article de Mair [Mai99], 39 cas tests sont recensés, portant sur la réponse des structures aux explosions sous-marines et sur des problèmes hydrodynamiques liés essentiellement aux ondes de choc et aux dynamiques de bulle. L'évaluation repose sur 21 solutions analytiques et 18 résultats empiriques, et plus de 150 références sont utilisées. Ce travail de recensement présente également l'intérêt majeur de catégoriser les problèmes traités.

## 1.3 Objectifs de la thèse

La revue bibliographique présentée montre que le comportement des structures soumises à une explosion sous-marine en champ lointain est correctement compris et modélisé, lorsque les perturbations dans le fluide sont suffisamment faibles pour que l'on puisse linéariser les équations locales de conservation. Néanmoins, pour étudier les explosions en champ proche, beaucoup de travail reste à faire. En effet, bien que la réponse à l'onde de choc primaire est correctement modélisée à l'heure actuelle, le comportement de la bulle près de la paroi d'une structure est encore mal compris et modélisé. Li et al. [LHZW16], Liu et al. [LYZC17] et Li et al. [LWLZ18]. montrent que les formulations de type fluide acoustique ne permettent pas de simuler les écoulements qui s'opèrent autour des grands mouvements d'interfaces matérielles, mis en jeu lors du processus d'effondrement de la bulle sur la paroi de la structure. De plus, ces formulations deviennent compliquées à mettre en œuvre, voire inopérantes, lorsque la topologie des frontières est fortement perturbée : jet liquide perforant la surface de la bulle au moment de son effondrement, déchirure de la structure et naissance de discontinuités au niveau de l'interface fluide-structure.

Quoiqu'il en soit, à l'heure actuelle, les méthodes numériques restent longues et coûteuses à mettre en place (création des modèles structure et fluide, temps de calcul, post-traitement et validation des résultats), ce qui fait qu'elles sont pour le moment inadaptées en phase d'avant-projet ou pour effectuer des analyses des risques, mettant en jeu différentes configurations de chargement (masse de la charge, distance de tir, profondeur d'immersion) et différentes caractéristiques structurelles (épaisseur des parois, dimensions du cylindre, écart entre raidisseurs, matériaux constitutifs). Pour mener ces études, les ingénieurs doivent disposer d'outils de calculs rapides, faciles à utiliser et suffisamment précis. Dans son ouvrage de référence, Jones [Jon90] présente les fondements théoriques de l'analyse plastique limite, permettant de développer des formulations analytiques pour déterminer la réponse élastoplastique de différentes structures (poutre, plaque, coque) à des chargements accidentels. Ces dernières années, cette méthode a été utilisée par H.

Le Sourne pour ses travaux de recherche, consacrés au développement de différents outils d'analyse pour déterminer le comportement de structures partiellement ou complètement immergées soumises à des chargements accidentels. Ces outils sont les suivants :

- Le Sourne [LS07] puis Le Sourne et al. [LSBCB12] présentent une méthode d'analyse des endommagements causés par une collision entre deux navires. Pour ce faire, la méthode des « super-éléments » est développée. Celle-ci consiste à diviser la structure complète du navire en sous-structures élémentaires, telles que des plaques, des intersections de plaques, des poutres, etc. Les comportements au choc de ces structures élémentaires sont ensuite étudiés, ce qui permet de développer des formulations analytiques pour déterminer leur force résistante à l'impact. La méthode des « super-éléments » est couplée au code MCOL, développé par Le Sourne pour déterminer les mouvements d'ensemble des navires lors d'une collision, en tenant compte des forces hydrodynamiques qui agissent sur leur carène. L'outil de bureau d'études résultant, appelé SHARP, est bien adapté aux études d'avant-projet puisqu'il permet de simuler une collision de navires très rapidement et sans maillage. La modélisation en est grandement simplifiée et les temps de simulation n'excèdent pas une minute, là où un calcul par éléments finis peut prendre plusieurs jours, voir semaines. Buldgen et al. [BLSBR12] et Buldgen et al. [BLSR13b] ont étendu les fonctionnalités de SHARP pour prendre en compte les cas de collision avec un angle d'incidence oblique et lorsque le bordé du navire est incliné. Paboeuf et al. [PLSBB15] présente les fonctionnalités du code SHARP et son utilisation, ainsi que des cas de validation par rapport à des simulations numériques. Ce code est aujourd'hui utilisé par plusieurs organismes tels que Naval Group, Principia et le Bureau Veritas pour effectuer des études de certification de nouvelles conceptions de navire vis à vis des collisions accidentelles.
- Buldgen, dans le cadre de ses travaux de thèse co-encadrés par H. Le Sourne et Ph. Rigo [BLSR12], a étendu les super-éléments développés pour les navires à l'analyse au choc des portes d'écluses (portes planes). La résistance à l'impact d'une porte d'écluse est construite en supposant que celle-ci se déforme localement dans un premier temps : la force résistante est alors la somme des résistances des super-éléments impactés. Dans un second temps, la porte se déforme suivant un mode de flexion globale et les résistances des raidisseurs longitudinaux sont alors combinées. Il est montré que la méthode simplifiée développée surestime légèrement la résistance à la collision comparée à celle obtenue numériquement. Cette méthode a ensuite été étendue à l'étude des portes d'écluse busquées [BLSR13a], puis à l'étude des portes impactées par des étraves de barge, dont la forme d'étrave particulière génère des modes de cisaillement ignorés dans les premiers développements [BLS15].
- Un champ d'étude plus récent porte sur la réponse des éoliennes offshore à l'impact des navires. Buldgen et al. [BLSP14] ont étendu la méthode des super-éléments

pour déterminer la réponse d'une telle structure à la collision d'un navire. Pour ce faire, un super-élément cylindrique, modélisant les piliers et les bracons d'un support d'éolienne de type jacket, a été développé, en considérant deux mécanismes de déformation du cylindre : un mécanisme local représentant l'écrasement de sa section et un mécanisme de flexion globale de la poutre cylindrique sous l'impact. La méthode a été validée par comparaison avec des résultats issus de simulations numériques publiés par Le Sourne et al. [LSBM15]. Il est montré que l'outil développé est limité aux faibles énergies de collision. En effet, Le Sourne et al. [LSPHR16] montre que pour des énergies d'impact élevées, il est nécessaire de prendre en compte d'autres modes de déformation tels que le poinçonnement des piliers par les bracons, le flambement des piliers près des fondations ainsi que la flexion et la torsion d'ensemble du jacket. La méthode des super-éléments a donc été étendue à ces 3 modes de déformation par T. Pire dans le cadre de ses travaux de thèse et un outil complet de bureau d'étude a été développé [Pir18] & [PLSER18].

L'objectif de la présente thèse est de développer un super-élément représentant le comportement d'une coque cylindrique immergée impactée latéralement par une onde de choc, tout en considérant les effets de la pression d'immersion. Il faut également pouvoir y inclure les effets d'un éventuel raidissage en anneaux de la coque cylindrique. Ce super-élément pourra être utilisé, par exemple, pour étudier la réponse d'une section de sous-marin (portion de coque résistante comprise entre deux cloisons transversales), ou d'une section de pipeline sous-marin, à l'onde de choc primaire issue d'une explosion sous-marine. Les difficultés à surmonter dans le développement de ce super-élément sont les suivantes :

1. Modéliser le chargement du cylindre par l'onde de choc primaire lors d'une explosion sous-marine en champ proche. Il s'agit de mettre au point un traitement simplifié de l'interaction fluide-structure entre la paroi du cylindre et le fluide environnant.
2. Développer un mécanisme de déformation plastique de la coque prenant en compte les effets inertiels liés à l'accélération de la coque, qui est loin d'être négligeable au vu de la soudaineté du choc.
3. Assurer une transition correcte entre le comportement élastique du cylindre lors de sa mise en immersion et son comportement plastique lors de sa déformation suite à l'impact de l'onde de choc.
4. Inclure les effets de la pression d'immersion sur le comportement mécanique de la coque cylindrique lorsque celle-ci se déforme suite à l'impact de l'onde de choc.
5. Dans le cas d'un cylindre raidi, incorporer correctement le comportement des raidisseurs circonférentiels dans la réponse globale du cylindre raidi.
6. Se limiter un maximum à des formulations analytiques, afin de gagner en rapidité, et de pouvoir déterminer rapidement l'influence des caractéristiques de la coque cylindrique.

7. Confronter le modèle analytique à des simulations numériques et à des résultats d'essais afin de valider le super-élément développé et de fixer ses limitations.

La construction de ce super-élément prend comme point de départ les travaux de Wierzbicki & Hoo Fatt [WH93], dans lesquels une méthode est développée pour obtenir des formulations analytiques de la réponse d'une coque cylindrique à un chargement latéral (impact, chargement impulsif). Cette méthode permet de réduire le problème 2D du comportement plastique de la coque au problème 1D de la réponse d'une corde plastique sur une fondation plastique. Dans la présente thèse, ce modèle est tout d'abord couplé à un traitement simplifié de l'interaction fluide-structure puis il est étendu aux cylindres profondément immergés et aux cylindres raidis. Des formulations analytiques sont obtenues pour déterminer l'enfoncement final de la coque cylindrique immergée suite à l'impact d'une onde de choc. Les résultats sont comparés pour validation à des résultats issus de simulations numériques. Les développements réalisés dans le cadre de cette thèse ont fait l'objet de plusieurs communications dans des congrès internationaux [BLSB17] et [BLSB18]. Un article a d'autre part été publié dans la revue « *International Journal of Impact Engineering* », celui-ci portant sur la réponse d'un cylindre lisse immergé à l'onde de choc primaire issue d'une explosion sous-marine [BSB18]. Un autre article est également en cours de rédaction pour soumission dans la même revue, dans lequel les effets de la pression d'immersion sur le comportement mécanique du cylindre seront présentés et discutés.

## 1.4 Plan général

La présente thèse est divisée en 5 Chapitres, chacun ayant sa propre bibliographie.

### Chapitre 1 Introduction générale

Ce chapitre présente le contexte des travaux de recherche et décrit sommairement les développements scientifiques ayant trait à la réponse des structures navales aux explosions sous-marines. Les objectifs de la thèse sont définis et le plan de la thèse est présenté.

### Chapitre 2 Modélisation de la réponse d'une structure immergée à une explosion sous-marine

Ce chapitre décrit les phénomènes physiques mis en jeu lors de la réponse d'une structure immergée à l'onde de choc primaire issue d'une explosion sous-marine. La modélisation de cette onde de choc est abordée et les fondements théoriques de l'interaction fluide-structure sont présentés. Enfin, un modèle de simulation numérique est mise en place et les résultats obtenus pour un cas test sont validés par comparaison avec des résultats d'essais.

### Chapitre 3 Modélisation simplifiée du chargement explosif

A partir des fondements théoriques présentés au chapitre 2, la modélisation simplifiée de l'interaction fluide-structure au niveau de la surface mouillée est présentée. Celle-ci est décomposée en deux phases successives : l'approximation *temps courts* et l'approximation *temps long*.

### Chapitre 4 Modèle couplé fluide-structure de réponse d'un cylindre lisse

Ce chapitre est consacré à l'élaboration d'un modèle simplifié permettant de simuler la réponse mécanique d'un cylindre lisse immergé se déformant suite à l'impact d'une onde de choc. Pour ce faire, une analogie est établie entre le comportement d'une coque cylindrique et celui d'une corde plastique sur fondation plastique. Des expressions analytiques de l'enfoncement final du cylindre, des déformations et de l'énergie plastique dissipée sont présentées puis validées par comparaison à des simulations numériques.

### Chapitre 5 Extensions de la méthode simplifiée

Dans ce chapitre, le modèle de la corde plastique sur fondation est étendu pour prendre en compte les effets de l'immersion et du raidissage circonférentiel de la coque cylindrique. Il est montré que la compression axiale du cylindre causée par la pression d'immersion a un effet négligeable sur la réponse de la coque. Il est également montré que le modèle simplifié doit être amélioré pour mieux prendre en compte les effets de la pression suiveuse et des raidisseurs.

## Références bibliographiques

- [AMM08] B. Auroire, P. Mermillod, and B. Maurel. Modèles de calcul pour l'approche de la vulnérabilité des structures navales. In *Workshop Interdisciplinaire sur la Sécurité Globale*, pages 1–8, 2008. 4
- [Aur10] B. Auroire. Réponse des structures navales aux explosions sous-marines. In *NAFEMS*, pages 1–16, 2010. 4
- [AY48] A. B. Arons and D. R. Yennie. Energy partition in underwater explosion phenomena. *Underwater Explosion Research (Office of Naval Research, Washington D.C., 1950, 1 :1135 – 1154, 1948. 6*
- [Bar12] G. Barras. *Fluid-structure interaction : Application to close-in underwater explosion*. PhD thesis, Université des Sciences et Technologies de Lille 1, 2012. 5, 7
- [BLS15] L. Buldgen and H. Le Sourne. A simplified analytical method to estimate the resistance of plane lock gates impacted by river barges. *Marine Structures*, 43 :61–86, 2015. 10
- [BLSB17] K. Brochard, H. Le Sourne, and G. Barras. A simplified method to assess the damage of an immersed cylinder subjected to underwater explosion. In *Progress in the Analysis and Design of Marine Structures, Proceedings of the 6th international conference on Marine Structures (MARSTRUCT 2017)*, pages 405–413, 2017. 12
- [BLSB18] K. Brochard, H. Le Sourne, and G. Barras. A simplified method to assess the damage of a deeply immersed cylinder subjected to underwater explosion. In *WIT transactionson the Built Environment (SUSI 2018)*, page a mettre, 2018. 12
- [BLSBR12] L. Buldgen, H. Le Sourne, N. Besnard, and P. Rigo. Extension of the super-element method to the analysis of the oblique collision between two ships. *Marine Structures*, 29 :22–57, 2012. 10
- [BLSP14] L. Buldgen, H. Le Sourne, and T. Pire. Extension of the super-element method to the analysis of a jacket impacted by a ship. *Marine Structures*, 38 :44–71, 2014. 10
- [BLSR12] L. Buldgen, H. Le Sourne, and P. Rigo. Simplified analytical method for estimating the resistance of lock gates to ship impacts. *Journal of Applied Mathematics*, 2012. 10

- 
- [BLSR13a] L. Buldgen, H. Le Sourne, and P. Rigo. Fast Strength Assessment of Mitred Gates to Ship Impact. *International Journal of Crashworthiness*, 18 :423–443, 2013. [10](#)
- [BLSR13b] L. Buldgen, H. Le Sourne, and P. Rigo. Simplified Analytical Method for Estimating the Crushing Resistance of an Inclined Ship Side. *Marine Structures*, 33 :265–296, 2013. [10](#)
- [BSB18] K. Brochard, H. Le Sourne, and G. Barras. Extension of the string-on-foundation method to study the shock wave response of an immersed cylinder. *International Journal of Impact Engineering*, 117 :138 – 152, 2018. [12](#)
- [BY08] J. M. Brett and G. Yiannakopolous. A study of explosive effects in close proximity to a submerged cylinder. *International Journal of Impact Engineering*, 35(4) :206–225, 2008. [6](#)
- [BYV00] J. M. Brett, G. Yiannakopoulos, and P. J. Van Der Schaaf. Time-resolved measurement of the deformation of submerged cylinders subjected to loading from a nearby explosion. *International Journal of Impact Engineering*, 24(9) :875–890, 2000. [6](#)
- [Car51] G. F. Carrier. The interaction of an acoustic wave and an elastic cylindrical shell. *Brown University Technical Report No. 4*, 1951. [6](#)
- [Car55a] G. F. Carrier. Interaction of a spherical acoustic wave with a beam of circular cross section. *Underwater Explosion Research Division Report 1-55*, June, 1955. [7](#)
- [Car55b] G. F. Carrier. Interaction of a spherical acoustic wave with a beam of circular cross section. *Underwater Explosion Research Division Report 1-55*, June, 1955. [8](#)
- [CCS<sup>+</sup>46] J. S. Coles, E. A. Christian, J. P. Slifko, C. R. Niffenegger, and M. A. Rogers. Shock-wave parameters from spherical TNT charges detonated under water. *Underwater Explosion Research (Office of Naval Research, Washington D.C., 1950)*, 1 :1085 – 1106, 1946. [6](#)
- [Col65] R. H. Cole. *Underwater Explosions*. Dovers Publications, 1965. [6](#), [8](#)
- [DeR89] J. A. DeRuntz. The Underwater Shock Analysis Code And Its Applications. In *60th Shock And Vibration Symposium*, pages 89–107, 1989. [7](#)
- [Fox47] E. N. Fox. A review of underwater explosion phenomena. *Underwater Explosion Research (Office of Naval Research, Washington D.C., 1950)*, 1 :1 – 84, 1947. [6](#)

- [Gee69] T. L. Geers. An exact analysis of the transient interaction of acoustic plane waves with a cylindrical elastic shell. *Journal of Applied Mechanics*, 36 :459–469, 1969. 7
- [Gee72] T. L. Geers. Scattering of a transient acoustic wave by an elastic cylindrical shell. *J. Acoust. Soc. Am.*, 51 :1640–1651, 1972. 7
- [Gee75] T. L. Geers. Transient response analysis of submerged structures. *American Society of Mechanical Engineers, Applied Mechanics Division, AMD*, 58 :14–59, 1975. 7
- [GK15] S. W. Gong and B. C. Khoo. Transient response of stiffened composite submersible hull to underwater explosion bubble. *Composite Structures*, 122 :229–238, 2015. 8
- [GLL00] S. W. Gong, K. Y. Lam, and C. Lu. Structural analysis of a submarine pipeline subjected to underwater shock. *International Journal of Pressure Vessels and Piping*, 77(7) :417–423, 2000. 7
- [GY89] T. L. Geers and C. L. Yen. Inelastic response of an infinite cylindrical shell to transient acoustic waves. *Journal of Applied Mechanics*, 56 :900–909, 1989. 7
- [HH50a] G. K. Hartmann and E. G. Hill. *Underwater Explosion research. A compedium of British and American reports. Vol.1 - The Shock Wave*. Office of Naval Research, Washington D.C., 1950. 6
- [HH50b] G. K. Hartmann and E. G. Hill. *Underwater Explosion research. A compedium of British and American reports. Vol.12 - The Gas Globe*. Office of Naval Research, Washington D.C., 1950. 6
- [HH50c] G. K. Hartmann and E. G. Hill. *Underwater Explosion research. A compedium of British and American reports. Vol.3 - The Damage Process*. Office of Naval Research, Washington D.C., 1950. 6
- [HH86] R. S. Haxton and J. H. Haywood. Linear elastic response of a ring stiffened cylinder to underwater explosion loading. In *Advances in Marine Structure*, edited by C. S. Smith and J. D. Clarke, pages 366–389. Elsevier Applied Science Publishers, London, 1986. 7
- [HHH91] R. S. Haxton, J. H. Haywood, and I. T. Hunter. Nonlinear inelastic response of an infinite cylindrical shell to underwater shock wave loading. In *Advances in Marine Structure*, edited by C. S. Smith and J. D. Clarke, pages 334–351. Elsevier Applied Science Publishers, London, 1991. 7

- 
- [HLHFH09] C. F. Hung, B. J. Lin, J. J. Hwang-Fuu, and P. Y. Hsu. Dynamic response of cylindrical shell structures subjected to underwater explosion. *Ocean Engineering*, 36(8) :564–577, 2009. [6](#), [8](#)
- [HTL<sup>+</sup>15] C. Y. Hsu, T. L. Teng, C. C. Liang, H. A. Nguyen, and C. J. Shih. The study on the dynamic response of cylindrical pressure hull on the different shock loading empirical formula. In *Mechanical and Electrical Technology VII*, volume 799 of *Applied Mechanics and Materials*, pages 604–609. Trans Tech Publications, 11 2015. [8](#)
- [Hua70] H. Huang. An exact analysis of the transient interaction of acoustic plane waves with a cylindrical elastic shell. *Journal of Applied Mechanics*, 37 :1091–1106, 1970. [7](#)
- [Jon90] N. Jones. *Structural Impact*. Cambridge University Press, 1990. [9](#)
- [Kei61] A. H. Keil. *The Response of Ships to Underwater Explosions*, volume volume 69. Transactions of Society of Naval Architects and Marine Engineers, 1961. [6](#)
- [Ken41] E. H. Kennard. Report on underwater explosions. *Underwater Explosion Research (Office of Naval Research, Washington D.C., 1950*, 1 :159 – 208, 1941. [6](#)
- [KF93] Y. W. Kwon and P. K. Fox. Underwater shock response of a cylinder subjected to a side-on explosion. *Computers and Structures*, 48(4) :637–646, 1993. [6](#), [7](#), [8](#)
- [KS08] J. H. Kim and H. C. Shin. Application of the ALE technique for underwater explosion analysis of a submarine liquefied oxygen tank. *Ocean Engineering*, 35(8-9) :812–822, 2008. [8](#)
- [LHL01] C. C. Liang, C. Y. Hsu, and W. H. Lai. A study of transient responses of a submerged spherical shell under shock waves. *Ocean Engineering*, 28(1) :71–94, 2001. [7](#)
- [LHZW16] S. Li, R. Han, A. M. Zhang, and Q. X. Wang. Analysis of pressure field generated by a collapsing bubble. *Ocean Engineering*, 117 :22–38, 2016. [9](#)
- [LJA11] L. J. Li, W.K. Jiang, and Y. H. Ai. Experimental Study on Dynamic Response and Shock Damage of Cylindrical Shell Structures Subjected to Underwater Explosion. *Journal of Offshore Mechanics and Arctic Engineering*, 133(1) :011102, 2011. [6](#)

- [LR12] J. Li and J. I. Rong. Experimental and numerical investigation of the dynamic response of structures subjected to underwater explosion. *European Journal of Mechanics - B/Fluids*, 32 :59–69, 2012. [6](#), [8](#)
- [LS07] H. Le Sourne. A ship collision analysis program based on super-element method coupled with large rotational ship movement analysis. In *4th International Conference on Collision and Grounding of Ships*, pages 131–138, 2007. [10](#)
- [LSBCB12] H. Le Sourne, N. Besnard, C. Cheylan, and N. Buannic. A Ship Collision Analysis Program Based on Upper Bound Solutions and Coupled with a Large Rotational Ship Movement Analysis Tool. *Journal of Applied Mathematics*, 2012. [10](#)
- [LSBM15] H. Le Sourne, A. Barrera, and J. B. Maliakel. Numerical crashworthiness analysis of an offshore wind turbine jacket impacted by a ship. *Journal of Marine Science and Technology*, 23 :694–704, 2015. [11](#)
- [LSPHR16] H. Le Sourne, T. Pire, J. R. Hsieh, and P. Rigo. New analytical developments to study local and global deformations of an offshore wind turbine jacket impacted by a ship. In *Proceedings of International Conference on Collision and Grounding of Ships and Offshore Structures (ICCGS)*, pages 293–300, 2016. [11](#)
- [LWLZ18] T. Li, S. Wang, S. Li, and A. Zhang. Numerical investigation of an underwater explosion bubble based on fvm and vof. *Applied Ocean Research*, 74 :49 – 58, 2018. [9](#)
- [LYZC17] L. T. Liu, X. L. Yao, A. M. Zhang, and Y. Y. Chen. Numerical analysis of the jet stage of bubble near a solid wall using a front tracking method. *Physics of Fluids*, 29(1) :012105, 2017. [9](#)
- [Mai99] HU Mair. Benchmarks for submerged structure response to underwater explosions. *Shock and Vibration*, 6 :169–181, 1999. [8](#), [9](#)
- [MB53] R. D. Mindlin and H. H. Bleich. Dynamic response of cylindrical shell structures subjected to underwater explosion. *Journal of Applied Mechanics*, 20 :189–195, 1953. [6](#)
- [Pay60] R. G. Payton. Transient interaction of an acoustic wave with a circular cylindrical elastic shell. *J. Acoust. Soc. Am.*, 32 :722–729, 1960. [7](#)

- [Pir18] T. Pire. *Development of a code based on the continuous elements method to assess the crashworthiness of an offshore wind turbine jacket*. PhD thesis, University of Liege, 2018. [11](#)
- [PLSBB15] S. Paboeuf, H. Le Sourne, K. Brochard, and N. Besnard. A damaged assessment tool in ship collisions. In *3rd Damaged Ship International Conference*, 2015. [10](#)
- [PLSER18] T. Pire, H. Le Sourne, S. Echeverry, and P. Rigo. Analytical formulations to assess the energy dissipated at the base of an offshore wind turbine jacket impacted by a ship. *Marine Structures*, 59 :192–218, 2018. [11](#)
- [RVR01] K. Ramajeyathilagam, C. P. Vendhan, and V. B. Rao. Experimental and numerical investigations on deformation of cylindrical shell panels to underwater explosion. *Shock and Vibration*, 8(5) :253–268, 2001. [8](#)
- [Sch63] W. J. Schuman. A review of underwater explosion phenomena. *Technical Report 1461, Ballistic Research Laboratories*, March :1 – 174, 1963. [6](#)
- [Sch65] W. J. Schuman. A failure criterion for blast loaded cylindrical shells. *Technical Report 1292, Ballistic Research Laboratories*, May :1 – 128, 1965. [6](#)
- [SD48] E. Swift and J. C. Decius. Measurements of bubble pulse phenomena. III. Radius and period studies. *Underwater Explosion Research (Office of Naval Research, Washington D.C., 1950*, 2 :553 – 599, 1948. [6](#)
- [ST62] H. G. Snay and R. V. Tipton. Charts for the parameters of migrating explosion bubbles. *U.S. Naval Ordnance Laboratory, White Oak, Maryland*, Report NOLTR 62-184, 1962. [6](#)
- [Swi78] M. M. Swisdak. Explosion effects and properties : Part ii - explosion effects in water. *Naval Surface Weapons Center, Silver Spring, Maryland*, Report NSWC/WOL TR76-116, 1978. [6](#)
- [WH93] T. Wierzbicki and M. S. Hoo Fatt. Damage assessment of cylinders due to impact and explosive loading. *International Journal of Impact Engineering*, 13(2) :215–241, 1993. [12](#)
- [XZW17] W. Xiao, A.M. Zhang, and S.P. Wang. The whipping response of a fluid filled cylindrical shell subjected to an underwater explosion. *Marine Structures*, 52 :82 – 93, 2017. [8](#)
- [YZ11] J. H. Yuan and X. Zhu. Dynamic Response of a Ring-Stiffened Cylindrical Shell Subjected to Underwater Explosive Loading. *Applied Mechanics and Materials*, 105-107 :931–936, 2011. [6](#)

- [ZW15] W. Zhang and J. Weikang. An Improved Shock Factor to Evaluate the Shock Environment of Small-Sized Structures Subjected to Underwater Explosion,. *Shock and Vibration*, Article ID 451583 :11 pages, 2015. [8](#)

# Chapitre 2

## Modélisation de la réponse d'une structure à une explosion sous-marine

### Résumé

Dans ce chapitre, dans un premier temps, les phénomènes physiques mis en jeu lors d'une explosion sous-marine sont décrits. Ensuite, les grandeurs physiques associées à l'onde de choc primaire produite par la détonation de l'explosif dans l'eau sont introduites. La modélisation de l'onde de choc sous les formes d'une simple exponentielle décroissante ou d'une double exponentielle décroissante est présentée, et les formules empiriques permettant de caractériser l'onde de choc primaire sont détaillées. Ensuite, les fondements théoriques de l'interaction fluide-structure mise en jeu lors de la réponse à une onde de choc sous-marine d'une paroi, courbée ou non, immergée sur une face, et en contact avec de l'air sur l'autre face. Une formulation simplifiée est développée pour le cas d'un cylindre immergé. Enfin, une méthode de résolution numérique du problème de la réponse d'une coque cylindrique immergée à l'onde de choc primaire issue d'une explosion sous-marine est présentée. Elle est basée sur l'utilisation de l'Approximation Doublement Asymptotique (**DAA**) pour traiter l'interaction fluide-structure. Cette approximation est implémentée dans le code USA, en le couplant avec le solveur éléments finis non linéaire LS-DYNA pour traiter les déformations mécaniques de la coque, les résultats obtenus pour un scénario d'explosion sont comparés avec des résultats d'essais effectués par la DGA. Ceci permet de valider la méthode utilisée, mais également de mettre en évidence ses limites.

## 2.1 Description d'une explosion sous-marine.

Les phénomènes physiques qui se produisent lors de l'explosion d'une charge immergée sont présentés succinctement dans cette section. Les mécanismes de formation de l'onde de choc sous-marine et de la bulle de gaz issus des produits de détonation sont exposés. La description des principes de similitude ayant trait aux dynamiques de choc et de bulle permet ensuite, à partir des caractéristiques du matériau explosif utilisé, de déterminer complètement la forme de l'onde de choc primaire et les phénomènes secondaires liés à la dynamique de bulle. Dans ce contexte, la sévérité de l'explosion sous-marine face à la tenue mécanique des structures est caractérisée par le facteur de choc.

### 2.1.1 Description générale des phénomènes

La figure 2.1 illustre en deux dimensions la configuration générale d'un problème d'explosions sous-marine. On appelle « point source » la localisation initiale du centre de la charge au moment de l'explosion. Le « *standoff point* » correspond au premier point de la structure impacté par l'onde de choc. On note  $D$  la distance de tir correspondant à la distance initiale du point source au *standoff point*. Le profil de pression  $p_I(t)$  indique l'onde de choc incidente provenant de l'explosion sous-marine, et  $\bar{p}_I(t)$  la pression incidente au niveau du *standoff point*. Les charges utilisées dans l'agression sous-marine de navires fonctionnent généralement par détonation, c'est-à-dire que la libération brusque d'une grande

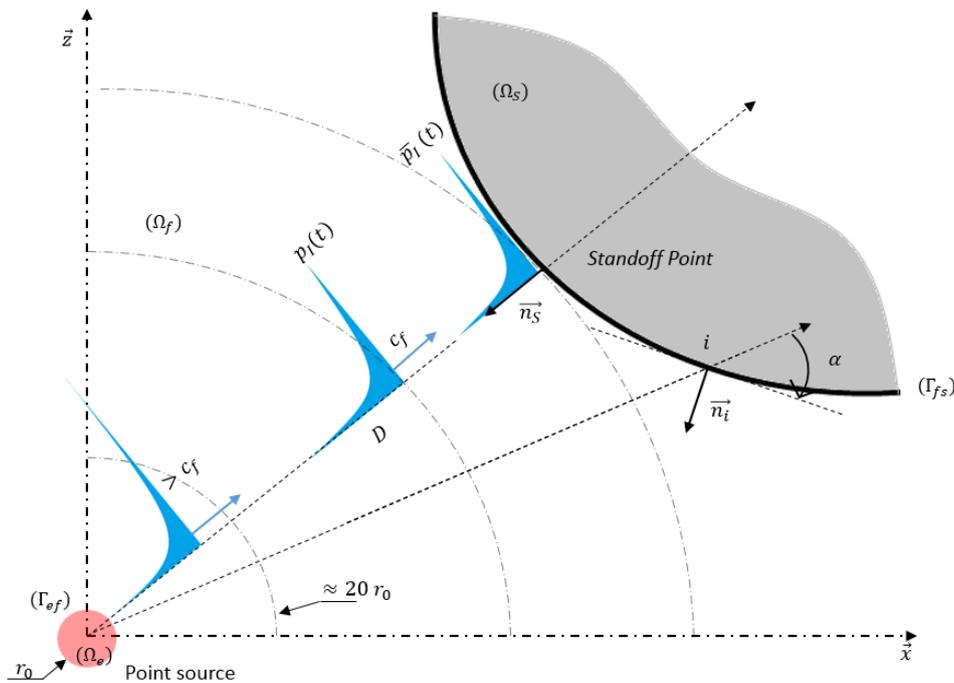


FIGURE 2.1 – Configuration générale d'un problème d'explosion sous-marine

quantité d'énergie de nature chimique s'effectue au passage d'une onde explosive dans le matériau constitutif de la charge (domaine  $\Omega_e$ ), et ce, à une vitesse et des pressions élevées qui dépendent fortement de la nature même de l'explosif utilisé (de l'ordre de 20 000 MPa, 6500 m/s et 3000 °C pour la tolite). La pression atteinte dans l'onde ne doit pas être confondue avec celle de la bulle des gaz résiduels se constituant après l'explosion et avant la détente.

Au moment où l'onde de détonation atteint la frontière extérieure de l'explosif  $\Gamma_{ef}$ , une onde de choc est propagée dans le domaine fluide environnant  $\Omega_f$  dont la vitesse, égale à plusieurs fois la vitesse de propagation des ondes acoustiques dans l'eau, dans un régime supersonique, décline très rapidement pour se stabiliser à la célérité du son dans l'eau ( $c_f = 1500$  m/s) suite à un parcours très court de l'ordre de 20 à 25 fois le rayon  $r_0$  de la charge. Pendant ce régime supersonique, l'énergie de l'onde se dégrade, puis celle-ci se stabilise au fur et à mesure que l'onde de choc tend vers la vitesse du son. Une fois ce régime stabilisé atteint, l'onde de choc est appelée onde de choc primaire.

L'onde de choc primaire en pleine eau est caractérisée par une montée quasi-instantanée de la pression, de l'ordre de la microseconde, suivie d'une baisse de pression qui peut être assimilée en première approximation, comme l'ont montré les travaux présentés dans [Col65], à une simple exponentielle décroissante de la forme :

$$\begin{cases} p_I(t) = 0, & t < 0 \\ p_I(t) = P_S e^{-t/T_S}, & t \geq 0 \end{cases} \quad (2.1)$$

où  $P_S$  est la pression maximale et  $T_S$  la constante de temps qui caractérisent l'explosion. Il sera montré dans la suite de ce manuscrit que ces deux grandeurs dépendent exclusivement de la charge explosive et de la distance du point d'évaluation à la charge. La grandeur temporelle  $T_S$  définit la durée de l'onde de choc, et on note qu'à l'instant  $t = T_S$ , la pression est égale à  $P_S/e$  soit environ le tiers de la pression maximale. En raison de la forme sphérique de l'onde de choc, le pic de pression  $P_S$  décroît dans le fluide par diffusion.

Les gaz résiduels, issus de la détonation de la charge, donnent naissance à une bulle qui va enfler en eau libre. Durant cette phase de croissance, la pression interne diminue à mesure que le volume de la bulle augmente. A la recherche d'un équilibre avec le milieu fluide environnant, c'est à dire la pression hydrostatique, la bulle suit un comportement oscillatoire, semblable à celui d'un système masse-ressort initialement comprimé. Les oscillations de la bulle produisent ainsi des mouvements d'eau alternatifs de flux et de reflux. Aux moments de contraction maximale de la bulle, des ondes de surpression secondaires sont générées dans le fluide, d'amplitude moins élevée que l'onde de choc primaire mais de durée plus longue.

En parallèle des oscillations, on observe également une migration verticale de la bulle en direction de la surface libre, provoquée par la poussée hydrostatique s'exerçant sur la bulle. Ce mouvement n'est pas linéaire en fonction du temps, puisqu'il dépend des oscillations de la bulle. En effet, la migration vers la surface libre accélère pendant les phases de contraction, par diminution des forces de traînée lorsque la bulle se contracte, et ralentit pendant les phases d'expansion, par augmentation des forces de traînée. A chaque nouvelle oscillation, le rayon maximal de la bulle diminue, suite aux pertes d'énergie lors des phases de contraction maximale. Ces explications sont schématisés dans la figure 2.2, où l'évolution de la pression enregistrée en un point du fluide, suffisamment éloigné du point source, et l'évolution temporelle de la bulle de gaz en eau libre sont représentés. Il est important de signaler que le comportement dynamique de la bulle peut être fortement perturbé par la présence d'obstacles (paroi rigide, structure déformable, fond sous-marin) qui modifient les gradients de pression dans le fluide autour de la bulle et peuvent de ce fait jouer le rôle d'attracteurs pour la bulle.

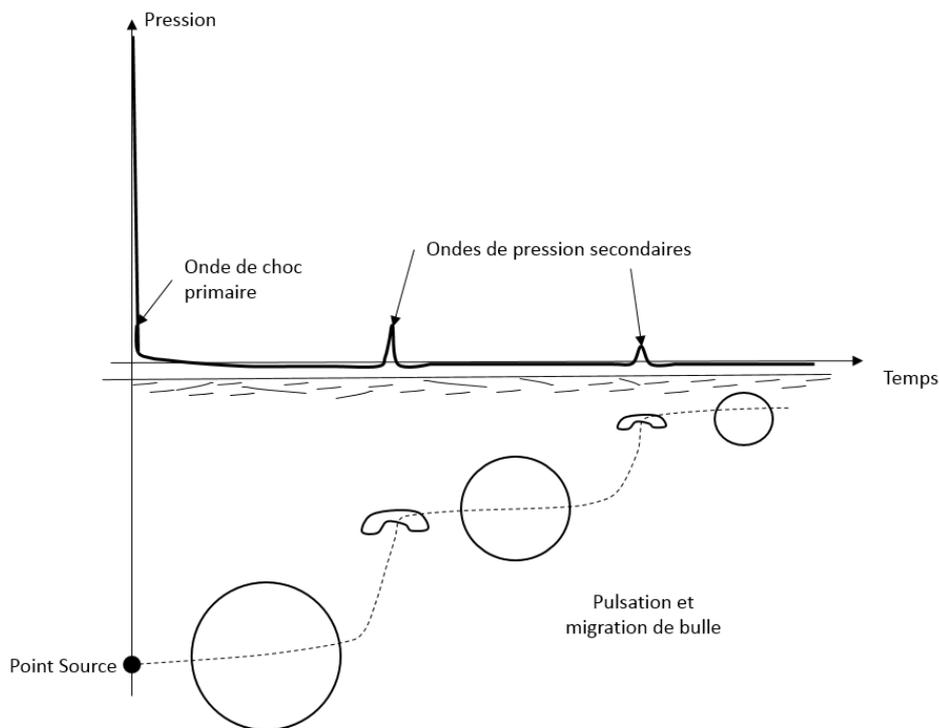


FIGURE 2.2 – Représentation schématique inspirée de [Sna57] qui présente les évolutions temporelles de la pression (en haut) et de la bulle des gaz résiduels en eau libre (en bas)

## 2.1.2 Grandeurs physiques associées au choc

### 2.1.2.1 Répartition d'énergie

En se basant sur les développements théoriques de [AY48] menés à partir de résultats expérimentaux obtenus par [CCS+46] et [ASC48], la part de l'énergie chimique de l'explosif transmise au fluide par l'intermédiaire de l'onde de choc est de l'ordre de 54 %, une part de cette énergie est dissipée pendant le régime supersonique, pour se stabiliser à environ 26 % lorsque l'onde de choc atteint la célérité du son. La part d'énergie restante, approximativement 50 %, est stockée sous forme d'énergie potentielle dans la bulle des gaz résiduels, ce qui va entretenir le régime pulsatoire décrit précédemment. A chaque phase de contraction maximale de la bulle, de l'énergie est perdue, essentiellement par rayonnement acoustique lors de la compression des gaz.

Les principaux résultats présentés par [AY48] sont schématisés sur la figure 2.3. Ils ont été menés pour la détonation d'une charge de TNT dont l'énergie spécifique initiale est égale à 4396 J/g. La répartition de cette énergie en fonction des différents phénomènes physiques au cours de l'explosion est présentée sur la figure 2.3. Les énergies spécifiques en J/g et en

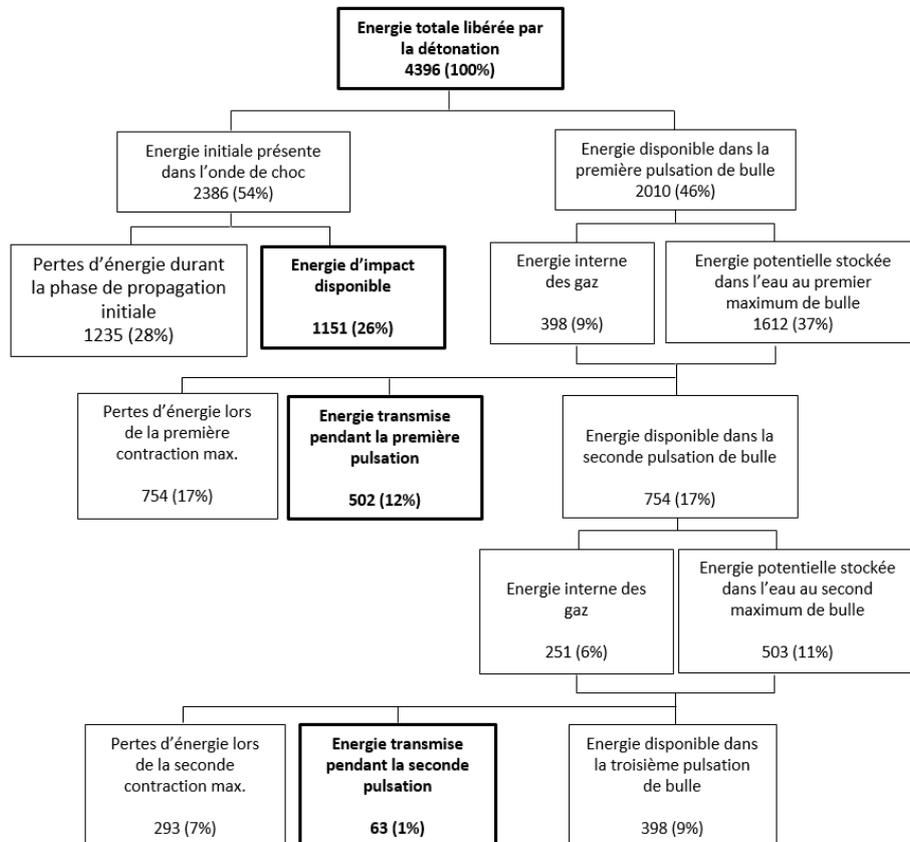


FIGURE 2.3 – Répartition de l'énergie totale issue de l'explosion sous-marine de charges TNT tirée de la référence [AY48].

pourcentage de l'énergie totale initiale. La radiation acoustique et la dissipation au niveau du front d'onde de choc sont évaluées à une distance du point source  $r = m_c^{1/3}/0.352$ , où  $m_c$  est la masse d'explosif utilisée. Il est à noter que cette répartition n'est plus valide lorsque la bulle se forme suffisamment près d'un obstacle, puisque celle-ci va « s'effondrer » sur l'obstacle en un jet d'eau. Ce phénomène a été notamment observé dans les travaux expérimentaux menés par [BYV00] & [BY08], portant sur la réponse de cylindre immergé à des explosions sous-marines très proches, et cause généralement de grands dommages à la structure impactée.

### 2.1.2.2 Modélisation de l'onde de choc primaire

L'approximation de l'onde de choc primaire modélisée par une décroissance en simple exponentielle n'est représentative de l'évolution de pression qu'au tout début de la détente, c'est-à-dire pour l'onde de choc primaire seule jusqu'au temps  $t \approx T_S$ . En effet, la suite de la baisse de pression est moins rapide que ne l'indique la loi en simple exponentielle du fait de la proximité de la bulle dont la détente est plus lente et qui est encore à une pression bien supérieure à la pression hydrostatique. Ce phénomène doit être pris en compte dans les modèles théoriques lorsque l'on souhaite inclure les effets liés à la dynamique de bulle, qui sont à prendre en compte lorsque la charge est proche de la structure étudiée. L'exploitation des mesures expérimentales publiées par Coles [CCS+46] met en évidence la déviation de la forme exponentielle décroissante par rapport à la courbe de pression mesurée. Ces mesures concernent l'évolution temporelle de la pression en un point du liquide situé à une distance de la charge  $r$  telle que  $r = m_c^{1/3}/0.242$ . En utilisant ces données, Geers et al. [GH02] ont construit une courbe de tendance de forme double exponentielle décroissante qui permet de mieux décrire l'évolution temporelle de la pression sur la période  $t \leq 7T_S$  :

$$\begin{cases} p_I(t) = 0, & t < 0 \\ p_I(t) = P_S e^{-t/T_S}, & 0 \leq t < T_S \\ p_I(t) = P_S(0.8251e^{-1.338t/T_S} + 0.1749e^{-0.1805t/T_S}), & T_S \leq t \leq 7T_S \end{cases} \quad (2.2)$$

Pour des explosions sous-marine relativement éloignées de la structure impactée, l'onde de choc primaire, qui est un moyen d'action à distance des explosifs sous-marins, peut être considérée comme une onde se propageant à vitesse constante caractérisée en un point par la pression maximale  $P_S$  et la constante de temps  $T_S$ . A ces grandeurs caractéristiques de l'onde de choc, on peut ajouter l'impulsion  $I$  qui est l'intégrale de la pression en un point donné, entre deux instants. Afin de ne pas inclure les phénomènes secondaires liés à la détente de la bulle des gaz résiduels, ce court intervalle de temps entre l'apparition du front raide de pression et la durée d'impulsion est fixé à  $6.7T_S$  [Col65]. L'impulsion est

définie par la relation :

$$I = \int_0^{6.7T_S} p_I(t) dt \quad (2.3)$$

Le calcul de l'impulsion à partir de la forme en simple exponentielle décroissante de l'onde de choc primaire (2.1) donne :

$$I_{simple} = \int_0^{6.7T_S} P_S e^{-t/T_S} dt \approx T_S P_S \quad (2.4)$$

En utilisant la forme en double exponentielle décroissante donnée par l'équation (2.2), qui est plus représentative des relevés expérimentaux effectués assez proche du point source, l'impulsion s'écrit :

$$I_{double} = \int_0^{6.7T_S} P_S (0.8251 e^{-1.338t/T_S} + 0.1749 e^{-0.1805t/T_S}) dt \approx 1.30 T_S P_S \quad (2.5)$$

soit une impulsion 30 % plus élevée que celle calculée avec la simple exponentielle. Cette considération n'est pas sans importance du point de vue des effets du choc sur les structures immergées. Dans le cadre d'une approche conservative, la prise en compte d'une forme en double exponentielle décroissante, ou de tout autre forme plus proche de l'onde réelle mesurée, paraît plus adéquate du point de vue dimensionnement des structures. Il sera d'ailleurs montré à la fin de ce chapitre, à l'aide de simulations numériques, que l'utilisation de la double exponentielle décroissante conduit logiquement à un endommagement plus important de la structure immergée. L'énergie contenue dans le choc primaire est donnée par :

$$E = \frac{1}{\rho c_f} \int_0^{6.7T_S} p_I^2(t) dt \quad (2.6)$$

où  $c_f$  est la vitesse du son dans l'eau et  $\rho$  la masse volumique du fluide. L'énergie par unité de surface calculée à partir de la forme en simple exponentielle décroissante de l'onde de choc primaire (2.1) s'écrit :

$$E_{simple} = \frac{1}{\rho c_f} \int_0^{6.7T_S} P_S^2 e^{-2t/T_S} dt \approx \frac{T_S P_S^2}{2\rho c_f} \quad (J.m^{-2}) \quad (2.7)$$

L'intégration de la forme en double exponentielle décroissante (2.2) donne quant à elle

une énergie analogue :

$$E_{double} = \frac{1}{\rho c_f} \int_0^{6.7T_s} P_S^2 (0.8251e^{-1.338t/T_s} + 0.1749e^{-0.1805t/T_s})^2 dt \approx 1.058 \frac{T_s P_S^2}{2\rho c_f} (J.m^{-2}) \quad (2.8)$$

### 2.1.3 Caractérisation de l'onde de choc primaire et de la dynamique de bulle

La prédiction la plus directe du comportement des ondes de choc est contenue dans le principe de similitude en vertu duquel, si un facteur d'échelle  $\lambda$  est appliqué aux dimensions de la charge ainsi qu'à toutes les autres longueurs du problème pour deux explosions différentes, l'onde de choc engendrera un champ de pression similaire en un point situé à une distance amplifiée du facteur  $\lambda$ , en un temps également amplifié du même facteur. Ce principe de similitude peut être vérifié par des mesures expérimentales menées sur des explosions de charges différentes en appliquant le même facteur d'échelle  $\lambda$  aux longueurs et au temps, comme montré par Cole [Col65].

Ce principe de similitude, obtenu originellement à partir d'observations expérimentales, a des fondements théoriques puisqu'il obéit en fait à une similitude dynamique de Mach qui se focalise sur les forces d'inertie et les forces de compressibilité locales. Selon cette similitude, le rapport de ces forces est invariant avec l'échelle utilisée pour l'expérimentation. Autrement dit, en exprimant ce principe de similitude en terme de pressions, le rapport de la pression dynamique  $\rho u^2$  sur la pression acoustique  $\rho c_f u$  est invariant avec l'échelle :

$$\frac{\rho u^2}{\rho c_f u} = \text{invariant avec l'échelle} \quad \Leftrightarrow \quad \frac{\hat{u}}{\hat{c}_f} = 1 \quad (2.9)$$

où l'accent circonflexe dénote le rapport de la grandeur mesurée à deux échelles différentes. Pour un liquide tel que l'eau, la masse volumique  $\rho$  est généralement identique aux deux échelles, le nombre de Mach invariant avec l'échelle s'écrit dans ce cas comme le rapport de la vitesse particulière  $u$  sur la célérité acoustique  $c_f$  :

$$\mathcal{M}_a = \frac{u}{c} \quad (2.10)$$

Pour un même liquide, le rapport des célérités acoustiques  $\hat{c}_f$  est égal à 1, ce qui impose  $\hat{u} = 1$ . Cela permet de déduire par analyse dimensionnelle, à partir des principes

de similitude cinématique et dynamique, les différents facteurs d'échelle sur le temps  $t$ , l'accélération  $a$ , l'effort  $F$  et la pression  $p$  :

$$\hat{t} = \lambda \quad ; \quad \hat{a} = \lambda^{-1} \quad ; \quad \hat{F} = \lambda^2 \quad ; \quad \hat{p} = 1 \quad (2.11)$$

où  $\lambda$  est le facteur d'échelle géométrique, rapport des longueurs à échelle réduite par rapport à l'échelle réelle, ce qui permet de vérifier la validité des considérations présentées au début de cette sous-section. Des courbes de similitude obtenues à partir d'essais réalisés sur différents types d'explosifs permettent donc de caractériser les paramètres de l'onde de choc ; le pic de pression  $P_S$ , la constante de temps  $T_S$ , l'impulsion  $I$  et l'énergie par unité de surface  $E$ .

Ces grandeurs caractéristiques dépendent de la masse d'explosif utilisée  $m_c$ , et de la distance de tir  $D$ . En faisant abstraction des phénomènes de viscosité et des réactions chimiques secondaires de l'explosion, l'onde de choc primaire suit les lois de similitude, c'est-à-dire que deux charges dont les dimensions sont dans un rapport  $\lambda$ , les volumes, et par extension les masses, sont dans un rapport  $\lambda^3$ , donnent en des points homologues, i.e. séparés de la distance  $\lambda$ , des pressions égales en un temps également amplifié du même facteur, car les vitesses doivent se conserver. Ce fait est valable uniquement pour des explosions en champ infini où les phénomènes de réflexion, diffraction et de cavitation d'interviennent pas. Les courbes de similitude sont établies pour un type d'explosif (par exemple de TNT) de forme et de masse volumique initiales données.

L'analyse des résultats expérimentaux montre que les variations du pic de pression  $P_S$  et du flux d'énergie réduit  $E/m_c^{1/3}$  en fonction de la distance réduite  $m_c^{1/3}/r$ , avec  $r$  la distance du point source au point considéré dans le fluide, sont bien représentées par des lois mathématiques de la forme :

$$K \left( \frac{m_c^{1/3}}{r} \right)^A \quad (2.12)$$

où  $K$  et  $A$  sont des paramètres déterminés à partir des mesures expérimentales. Le tracé des fonctions  $Kx^A$ , où  $x$  représente la distance réduite, en échelle bi-logarithmique correspond à des droites de pente  $A$  et d'ordonnée  $\ln K$  à l'origine. L'utilisation de ces lois de puissance pour représenter les variations de l'impulsion réduite  $I/m_c^{1/3}$  et de la constante de temps réduite  $T_S/m_c^{1/3}$  n'est correcte que pour des distances supérieures à 10 fois le rayon initial de la charge. En respectant cette condition, les différentes grandes physiques de l'explosion peuvent être exprimées sous la forme d'une loi de puissance dépendant de la

charge employée :

$$\begin{aligned}
 \text{Pic de pression :} \quad & P_S = K_1 \left( \frac{m_c^{1/3}}{r} \right)^{A_1} \quad (N.m^{-2}) \\
 \text{Constante de temps :} \quad & T_S = K_2 m_c^{1/3} \left( \frac{m_c^{1/3}}{r} \right)^{A_2} \quad (ms) \\
 \text{Impulsion :} \quad & I = K_3 m_c^{1/3} \left( \frac{m_c^{1/3}}{r} \right)^{A_3} \quad (N.m^{-2}.s) \\
 \text{Energie par unité de surface :} \quad & E = K_4 m_c^{1/3} \left( \frac{m_c^{1/3}}{r} \right)^{A_4} \quad (J.m^{-2})
 \end{aligned} \tag{2.13}$$

Selon Cole [Col65], le domaine de validité de ces expressions, exprimé en terme de rapport  $m_c^{1/3}/r$  est globalement compris entre 0.08, ce qui correspond à de faibles charges pour de grandes distances, et 2.50, associé généralement à des charges importantes à petites distances, dans les unités du système international ( $kg^{1/3}.m^{-1}$ ). Une autre limite de ces expressions est qu'elles ne prennent pas en compte l'influence de la forme de la charge sur le pic de pression et l'impulsion de l'onde de choc. Or Ming et al.[MSZ14] & [MZXW16] ont montré, à l'aide de simulations numériques basées sur la méthode SPH, que pour une charge cylindrique, les écarts de pression et d'impulsion calculés à une distance de 6.47 fois le rayon de la charge, suivant les différentes direction par rapport à l'axe de la charge peuvent atteindre jusqu'à 25 % pour la pression, et 10 % pour l'impulsion. Néanmoins, ces écarts diminuent rapidement avec la distance à la charge. Des lois analogues de similitude pour la pseudo-période  $T_p$  et le rayon maximal de la bulle  $R_{max}$  sont décrites dans [Sna62] et [ST62] :

$$\begin{aligned}
 \text{Pseudo-période de bulle :} \quad & T_P = K_5 \frac{m_c^{1/3}}{(D_i + 10)^{5/6}} \quad (s) \\
 \text{Rayon maximal de bulle :} \quad & R_{max} = K_6 \frac{m_c^{1/3}}{(D_i + 10)^{1/3}} \quad (m) \\
 \text{Rayon minimal de bulle :} \quad & R_{min} = K_7 m_c^{1/3} \quad (m)
 \end{aligned} \tag{2.14}$$

où  $D_i$  est la profondeur d'immersion de la charge en mètres ( $m$ ). Le tableau 2.1 présente

Pic de Pression	$P_S$	$K_1$	$52.117 \times 10^6$
		$A_1$	1.180
Constante de temps	$T_S$	$K_2$	0.090
		$A_2$	-0.185
Impulsion	$I$	$K_3$	6519.945
		$A_3$	0.980
Flux d'énergie	$E$	$K_4$	244.307
		$A_4$	2.155
Pseudo-période de bulle	$T_p$	$K_5$	2.064
Rayon max. de bulle	$R_{max}$	$K_6$	3.383
Rayon min. de bulle	$R_{min}$	$K_7$	0.125

TABLE 2.1 – Paramètre du matériau explosif TNT

les valeurs des paramètres  $A$  et  $K$  pour l'explosif TNT, obtenues à partir d'une charge sphérique de densité  $1600 \text{ kg.m}^{-3}$ . Ces valeurs sont celles implémentées dans le code de calcul USA [DG78], qui sera présenté dans la suite de ce chapitre.

La grandeur généralement utilisée pour caractériser la sévérité d'une explosion sous-marine est le facteur de choc noté  $K$ . Celui-ci dépend de la charge explosive de masse  $m_c$  et de la distance au point source  $r$ . Il est défini comme :

$$K = \frac{\sqrt{m_c}}{r} \quad (2.15)$$

où  $m_c$  est exprimé en kilogrammes (kg) et  $r$  en mètres (m) dans les unités du Système International. Cette définition du facteur de choc est valable lorsque l'onde de choc impacte perpendiculairement la surface immergée de la structure, autrement dit, lorsque la direction de propagation est normale à la structure au *standoff point*. L'angle d'incidence  $\alpha$  de l'onde de choc avec la structure, tel que représenté sur la figure 2.1, est pris en compte dans la définition suivante du facteur de choc :

$$K = \frac{\sqrt{m_c}}{r} \frac{1 + \sin \alpha}{2} \quad (2.16)$$

Dans le cas où l'incidence du choc est perpendiculaire à la structure ( $\alpha = \pi/2$ ), l'expression ci-dessus se ramène à l'expression (2.15).

## 2.2 Fondements théoriques de l'interaction fluide-structure

La modélisation de la réponse dynamique d'une structure immergée soumise à une explosion sous-marine implique l'utilisation d'un certain nombre d'hypothèses permettant de représenter le comportement du fluide environnant et de la structure impactée. Cette section décrit les fondements théoriques et les équations constitutives associés à la modélisation de l'onde de choc primaire en interaction avec une paroi, courbée ou non, immergée sur une face, et en contact avec de l'air sur l'autre face.

### 2.2.1 Fluide compressible parfait et équation d'ondes

Les développements introduits par la suite sont effectués en faisant l'hypothèse d'un écoulement fluide non-visqueux, irrotationnel, qui admet un potentiel des vitesses  $\phi = \phi(\mathbf{x}, t)$  défini à chaque instant et en tout point du fluide tel que :

$$\mathbf{v} = -\nabla\phi \quad (2.17)$$

où  $\mathbf{v} = \mathbf{v}(\mathbf{x}, t)$  est le champ de vitesse des particules fluide, et  $\nabla$  est l'opérateur gradient. Le champ de pression en tout point du fluide vérifie en outre de l'équation de Bernoulli :

$$p(\mathbf{x}, t) = -\rho_f \left[ \frac{\partial\phi}{\partial t}(\mathbf{x}, t) + \frac{1}{2} \nabla\phi(\mathbf{x}, t) \cdot \nabla\phi(\mathbf{x}, t) \right] + p_{atm} + \rho_f g d(\mathbf{x}) \quad (2.18)$$

Avec,

- $\mathbf{x} = x_1\mathbf{x} + x_2\mathbf{y} + x_3\mathbf{z}$  dans le repère cartésien
- $\rho_f$  : densité du fluide
- $g$  : accélération de pesanteur
- $d(\mathbf{x})$  : profondeur d'immersion au point considéré

Aux équations précédentes, on ajoute les limitations suivantes :

- Pour satisfaire aux considérations physiques exposées dans la section précédente, liées aux phénomènes de détonique sous-marine, le **champ proche** est défini lorsque  $a(t) < \mathbf{x} < R$ , où  $a(t)$  est le rayon actuel de la bulle des gaz et  $R$  est la distance mesurée à partir du point source (centre de gravité de la charge d'explosif) telle que  $R$  soit supérieure ou égale à deux fois le rayon maximal de la bulle atteint lors de sa première oscillation ( $R = 2R_{max}$ ), ou quinze fois le rayon initial de la charge explosive  $r_0$  ( $R = 15r_0$ ). Le **champ lointain** est défini alors pour  $r > R$ .

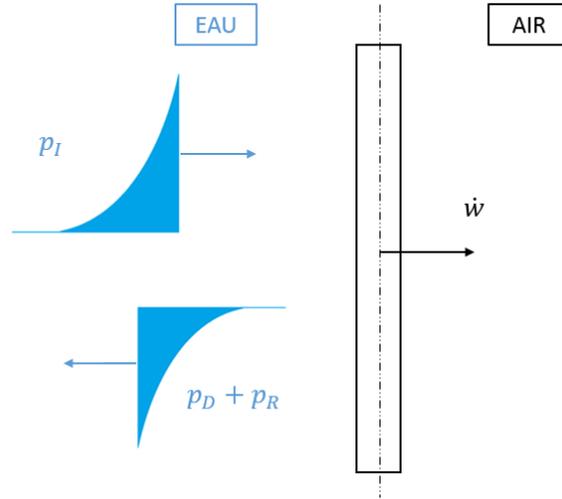


FIGURE 2.4 – Décomposition du champ de pression totale suite à l'interaction de l'onde de choc primaire avec une structure immergée

- En champ proche, la propagation d'onde est hyper-acoustique et radiale, le front d'onde de choc généré aux temps très courts se déplace à des vitesses supérieures à la vitesse du son ( $c > c_f$ ).
- En champ lointain, la propagation est quasi-acoustique et radiale, le profil de pression est quasi-acoustique et le front d'onde se déplace à une vitesse proche de la vitesse du son ( $c \approx c_f$ ).

En champ lointain  $r > R$ , le terme quadratique dans l'équation de Bernoulli (2.17) est négligé, ce qui permet d'exprimer la pression acoustique sous la forme linéarisée suivante :

$$p(\mathbf{x}, t) = \rho_f \frac{\partial \phi}{\partial t}(\mathbf{x}, t) \quad (2.19)$$

L'onde de surpression incidente venant impacter une structure immergée, l'interaction fluide-structure donne naissance à un champ de pression complexe dans le fluide, dépendant de la présence et de la réaction de la paroi. En acoustique linéaire, la pression acoustique totale en un point  $P(x_1, x_2, x_3)$  du fluide  $\Omega_f$  se décompose comme suit :

$$p(\mathbf{x}, t) = p_I(\mathbf{x}, t) + p_D(\mathbf{x}, t) + p_R(\mathbf{x}, t) \quad (2.20)$$

où  $p_I(\mathbf{x}|t)$  est l'onde incidente, i.e. l'onde de choc primaire issue de l'explosion sous-marine, il s'agit de la donnée de chargement du problème considéré ;  $p_D(\mathbf{x}|t)$  est l'onde diffractée, elle est produite par la réflexion de l'onde incidente sur la paroi supposée rigide et fixe ;  $p_R(\mathbf{x}|t)$  est l'onde rayonnée, c'est le champ créé par les mouvements, de corps rigides

ou de déformation, de la structure. La pression diffusée  $p_S(\mathbf{x}|t)$ , définie comme la somme des pressions diffractée et rayonnée ( $p_S = p_D + p_R$ ), constitue l'inconnue du problème. La figure 2.4 illustre la décomposition de la pression totale suite à l'interaction de l'onde de choc primaire avec la structure et la naissance dans le fluide d'une onde de pression diffusée.

Pour une structure  $\Omega_S$  immergée totalement dans un domaine fluide supposé infini  $\Omega_f$ , le champ de pression et toutes ses composantes satisfont en outre l'équation d'onde scalaire tridimensionnelle de Helmholtz (équation d'onde acoustique isotrope) qui est une équation hyperbolique. Celle-ci s'exprime à l'aide du potentiel des vitesses  $\phi$  sous la forme :

$$\Delta\phi - \frac{1}{c_f^2} \frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} = 0 \quad \text{dans } \Omega_f \quad (2.21)$$

dans laquelle  $c_f$  est la vitesse du son dans le milieu fluide. La solution générale s'écrit sous la forme de combinaison d'une onde divergente  $f$  et d'une onde convergente  $g$  :

$$\phi(x, t) = f(x + ct) + g(x - ct) \quad (2.22)$$

Au niveau de l'interface fluide-structure  $\Gamma_{fs}$ , la condition de continuité des vitesses implique l'égalité des composantes normales de la vitesse particulaire du fluide  $\mathbf{v}_f$  et de la vitesse de la structure  $\mathbf{v}_s$ , ce qui traduit la non pénétration des particules de fluide dans la structure :

$$\mathbf{v}_f \mathbf{n}_f = \mathbf{v}_s \mathbf{n}_f \quad (2.23)$$

où  $\mathbf{n}_f$  est la normale unitaire au niveau de l'interface fluide-structure  $\Gamma_{fs}$ . Dans le cas où la vitesse de la coque est normale à l'interface, en notant  $w$  le déplacement radial de la paroi, la relation de continuité à l'interface fluide-structure s'exprime :

$$\frac{\partial p}{\partial n_f} = -\rho_f \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} \quad (2.24)$$

### 2.2.2 Potentiel retardé de Kirchhoff

L'interaction fluide-structure peut être écrite de façon exacte à l'aide de la formule du potentiel retardé de Kirchhoff (*Retarded Potential Formula* RPF), qui est en fait une application du principe de Huygens par la méthode d'intégrale de frontière.

Pour des géométries tridimensionnelles de structures complexes et arbitraires, l'application directe du RPF pour un calcul de réponse à un chargement transitoire comme une onde de choc est numériquement très coûteuse, car elle nécessite de stocker un grand nombre d'informations liées à l'historique du chargement. Cette difficulté a conduit les scientifiques à opérer diverses approximations de la formulation RPF que Geers classe en trois catégories dans [Gee75] :

- Approximations au temps court (*Early-Time Approximations* ETA ou *High-Frequency Approximations* HFA), valides pour de faibles longueurs d'ondes acoustiques (phénomènes haute fréquence), et adaptées pour étudier les premiers instants de l'interaction fluide-structure,
- Approximations au temps long (*Late-Time Approximations* LTA ou *Low-Frequency Approximations* LFA), justes pour de grandes longueurs d'ondes acoustiques (phénomènes basse fréquence), et utiles pour modéliser les phénomènes secondaires de la réponse de la structure,
- Approximations doublement asymptotiques (*Doubly Asymptotic Approximations* DAA) valides pour les deux cas limites précédents.

Aux équations précédentes (2.17), (2.19) et (2.21), les hypothèses suivantes sont ajoutées :

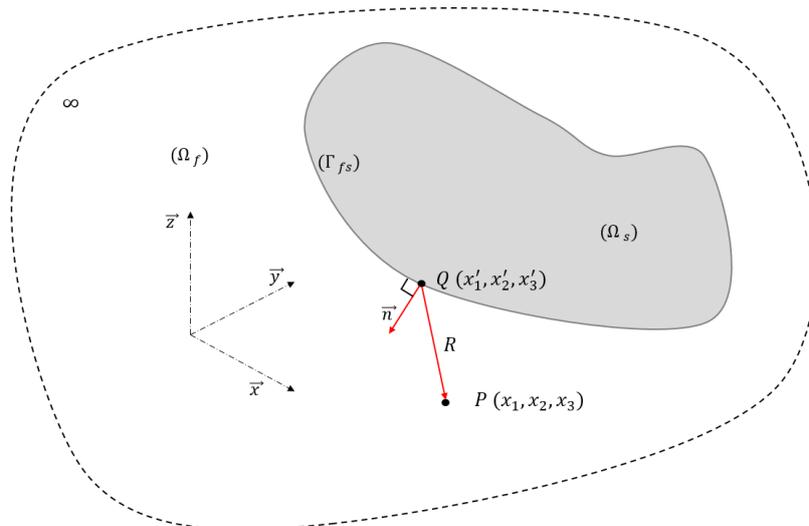


FIGURE 2.5 – Configuration générale pour l'application du potentiel retardé de Kirchhoff

- le potentiel des vitesses  $\phi(\mathbf{x}, t)$  pour  $t \in ]-\infty; t]$  n'est pas une fonction singulière dans le domaine  $\Omega_f$  situé entre la surface d'interaction fluide-structure  $\Gamma_{fs}$ , qui représente la surface mouillée de la structure immergée, et l'infini, voir figure 2.5
- le potentiel des vitesses décroît en  $R^{-1}$  à une distance suffisamment éloignée de  $\Gamma_{fs}$ .

La formule du potentiel retardé de Kirchhoff peut alors être énoncée, avec les notations présentées en figure 2.5 [Fel80] et [GZ94], sous une forme intégrale de l'équation d'onde (2.21) obtenue à l'aide de l'identité de Green :

$$4\pi\epsilon\phi(P, t) = - \int_{\Gamma_{fs}} \left\{ \frac{1}{R} \frac{\partial\phi}{\partial\mathbf{n}}(Q, t_r) + \frac{\cos\beta}{R^2} \left[ \phi(Q, t_r) + \frac{R}{c_f} \frac{\partial\phi}{\partial t}(Q, t_r) \right] \right\} dS_Q + 4\pi\epsilon\phi_I(P, t) \quad (2.25)$$

où  $\phi(P, t)$  est le potentiel des vitesses relatif à la pression totale au point  $P$ ,  $\phi_I(P, t)$  le potentiel des vitesses relatif à l'onde incidente (onde de choc primaire),  $P(x_1, x_2, x_3)$  la position du point où le potentiel doit être dérivé,  $Q(x'_1, x'_2, x'_3)$  la position du point source,  $R$  la distance du point  $P$  au point source  $Q$  (norme du vecteur  $\mathbf{R}_{PQ}$ ),  $\mathbf{n}$  la normale unitaire dirigée vers l'intérieur du domaine  $\Omega_f$  calculée en  $Q \in \Gamma_{fs}$ ,  $\cos\beta = \partial\mathbf{R}_{PQ}/\partial\mathbf{n}$  est le cosinus de l'angle formé par les vecteurs  $\mathbf{R}_{PQ}$  et  $\mathbf{n}$ ,  $t_r = t - R/c_f$  le temps retardé, et la valeur du paramètre  $\epsilon$  dépend de la position du point  $P$ , à savoir  $\epsilon = 1$  si  $P \in \Omega_f$ ,  $\epsilon = 1/2$  si  $P \in \Gamma_{fs}$  et  $\epsilon = 0$  si  $P \in \Omega_s$ .

Il est impératif de noter que l'intégration ci-dessus est singulière lorsque  $R$  tend vers 0 en raison des termes en  $R^{-1}$  et  $R^{-2}$  à intégrer. C'est pourquoi la valeur principale de Cauchy de cette intégrale impropre est calculée, ce qui revient à chercher la limite de l'intégrale sur l'ensemble  $\Gamma_{fs} \cap \Gamma_e$ , où  $\Gamma_e$  représente un petit élément de surface autour du point  $P$ , lorsque  $\Gamma_e$  tend vers zéro. Le champ de pression  $p(P, t)$  s'obtient en dérivant la formule précédente par rapport au temps et en utilisant l'équation (2.19) :

$$4\pi\epsilon p(P, t) = \int_{\Gamma_{fs}} \left\{ \frac{\rho_f}{R} \frac{\partial v_n}{\partial t}(Q, t_r) - \frac{\cos\beta}{R^2} \left[ p(Q, t_r) + \frac{R}{c_f} \frac{\partial p}{\partial t}(Q, t_r) \right] \right\} dS_Q + 4\pi\epsilon p_I(P, t) \quad (2.26)$$

où  $v_n = -\partial\phi/\partial\mathbf{n}$  est la vitesse particulière normale à l'interface  $\Gamma_{fs}$ . Afin d'établir les approximations de l'interaction fluide-structure sur la surface  $\Gamma_{fs}$ , on considère le point  $P$

appartenant à  $\Gamma_{fs}$ , soit  $\epsilon = 1/2$ , ce qui donne :

$$2\pi p(P, t) = \int_{\Gamma_{fs}} \left\{ \frac{\rho_f}{R} \frac{\partial v_n}{\partial t}(Q, t_r) - \frac{\cos \beta}{R^2} [p(Q, t_r) + \frac{R}{c_f} \frac{\partial p}{\partial t}(Q, t_r)] \right\} dS_Q + 2\pi \epsilon p_I(P, t) \quad (2.27)$$

Il est possible d'utiliser directement la formule générale (2.27) dans un schéma numérique afin de modéliser les interactions fluide-structure dans le cas de chargements transitoires tels que les explosions sous-marines. Néanmoins, cette méthode est encore de nos jours trop coûteuse en raison de la nécessité de mettre en mémoire, à chaque pas de temps, l'ensemble des informations aux différents points de calcul pour provisionner les pas de temps suivants. Cette limitation a entraîné le développement de méthodes d'approximations comme la DAA, qui autorise à simuler correctement l'interaction fluide-structure aux temps court et temps long. Elle est à la base de la méthode de calcul numérique développée dans le code USA (*Underwater Shock Analysis*), qui est une méthode d'éléments de frontière ne nécessitant pas de modéliser l'étendue du domaine fluide pour intégrer les équations de la mécanique des fluides.

### 2.2.3 Application au cylindre immergé

La formule précédente (2.27) du potentiel retardé peut être simplifiée en supposant que l'onde de choc interagit avec un cylindre immergé de rayon  $R_c$  et de longueur  $L$ , "tenu" par une membrane rigide infinie, comme montré en figure 2.6. Dans ce cas, l'angle  $\beta$  formé par les vecteurs  $\mathbf{R}_{PQ}$  et  $\mathbf{n}$  peut être considéré quasiment égal à  $\pi/2 \forall Q$  ( $\cos \beta = 0$ ) pour des points  $Q \in \Gamma_{fs}$  proches du point  $P$  considéré. Ainsi, l'hypothèse est faite que la contribution du terme en  $\frac{\cos \beta}{R^2}$  dans l'équation (2.27) est négligeable.

Afin de calculer la pression en tout point de l'interface  $\Gamma_{fs}$ , il est possible d'exprimer le potentiel des vitesses  $\phi$  en fonction du potentiel non-perturbé  $\phi_I$ , comme si la frontière  $\Gamma_{fs}$  n'avait aucun effet sur le champ de pression. En notant  $v_{In}$  la composante normale de la vitesse particulière dans le champ de pression incidente  $p_I(t)$  non perturbé, la pression s'obtient avec l'expression suivante :

$$p(P, t) = p_I(P, t) + \frac{\rho_f}{2\pi} \int_{\Gamma_{fs}} \left\{ \frac{1}{R} \frac{\partial v_n}{\partial t}(Q, t_r) - \frac{\partial v_{In}}{\partial t}(Q, t_r) \right\} dS_Q \quad (2.28)$$

La relation de continuité des composantes normales de la vitesse particulière à l'interface fluide-structure impose une vitesse normale nulle au niveau de la membrane rigide infinie. Cette propriété implique que le second terme de l'intégrale précédente se traduit par un

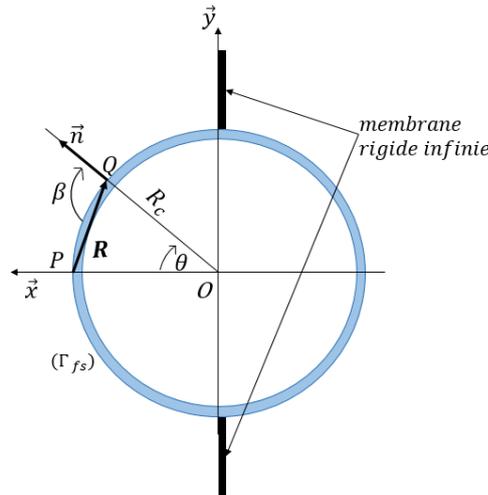


FIGURE 2.6 – Configuration pour l'application du RPF au cylindre immergé.

doublément de la pression incidente au niveau de la paroi du cylindre. L'expression du champ de pression au point  $P$  appartenant à la surface  $\Gamma_{fs}$  du cylindre s'écrit donc :

$$p(P, t) = 2p_I(P, t) + \frac{\rho_f}{2\pi} \int_S \frac{1}{R} \frac{\partial v_n}{\partial t}(Q, t - R/c_f) dS_Q \quad (2.29)$$

Où le terme  $2p_I(P, t)$  correspond au doublement de la pression dans le cas où la surface est parfaitement rigide. Le second terme du membre de droite représente les effets du rayonnement acoustique produit par la mise en mouvement de la paroi de la coque cylindrique.  $R$  étant la distance entre les points  $P$  et  $Q$ ,  $R/c_f$  représente le temps mis par l'onde acoustique rayonnée pour voyager du point  $Q$  au point  $P$  à la vitesse du son dans le fluide, ainsi, le temps  $t_r = t - R/c_f$  est l'instant d'apparition de l'onde rayonnée au point  $Q$ . La quantité  $v_n$  est la composante normale de la vitesse particulière à la surface du cylindre. A l'interface entre le fluide et la coque cylindrique déformable animée d'une vitesse radiale  $\dot{w}(t)$ , la condition d'égalité de la composante normale des vitesses impose, dans le repère cylindre  $(O|u_r; u_\theta; u_z)$  :

$$\dot{w}(t) = -v_n \quad (2.30)$$

Sachant que le vecteur normal unitaire  $n$  utilisé dans la formulation est directement opposé au vecteur  $u_r$  si celui-ci est orienté vers l'intérieur du cylindre, l'équation (2.29) s'écrit de la façon suivante :

$$p(P, t) = 2p_I(P, t) - \frac{\rho_f}{2\pi} \int_S \frac{1}{R} \frac{\partial \dot{w}(t)}{\partial t}(Q, t - R/c_f) dS_Q \quad (2.31)$$

Cette équation intégral-différentielle transcrit donc, sous forme intégrée à l'interface, les contributions élémentaires à la pression rayonnée de chaque élément de la coque cylindrique dont la vitesse radiale est  $\dot{w}$ . La formulation (2.31) sera utilisée dans le chapitre suivant pour écrire les approximations de l'interaction fluide-structure et déterminer la réponse dynamique de la coque cylindrique.

## 2.3 Résolution numérique

Afin de valider les méthodes d'analyses simplifiées qui sont présentées dans la suite de cette thèse, il est essentiel de pouvoir les comparer à une solution de référence, qu'elle soit issue d'essais ou de simulations numériques, voir les deux. Du fait du manque de résultats d'essais exploitables dans la littérature, les modèles simplifiés seront validés par comparaison avec des résultats de simulations numériques qui permettent de simuler les phénomènes physiques intervenants lors d'une explosion sous-marine. Le code de calcul USA, couplé au solveur éléments finis non-linéaire LS-DYNA, permet de traiter la réponse dynamique des structures aux explosions sous-marines en champ lointain, ou en champ proche en ne considérant que l'onde de choc primaire, par la méthode des éléments de frontière. Cette méthode ne nécessite pas la modélisation volumique du fluide entourant la structure immergée, les équations de la mécanique des fluides étant intégrées directement sur la surface mouillée de la structure qui est discrétisée en éléments de frontière.

Dans cette section, la formulation de l'approximation doublement asymptotique implémentée dans USA est présentée rapidement, davantage de détails la concernant sont disponibles dans [DeR89]. Ensuite, le problème d'un cylindre immergé impacté latéralement par l'onde de choc primaire issue d'une explosion sous-marine est traité avec cette méthode numérique. Ce calcul numérique est validé par comparaison avec des résultats d'essais d'explosions sous-marines réalisés par la DGA.

### 2.3.1 Formulation théorique

#### 2.3.1.1 Forme discrétisée de la formulation variationnelle structure

La forme discretisée de l'équation différentielle pour la réponse dynamique de la structure s'exprime classiquement par :

$$\mathbf{M}_S \ddot{\mathbf{X}} + \mathbf{C}_S \dot{\mathbf{X}} + \mathbf{K}_S \mathbf{X} = \mathbf{f} \quad (2.32)$$

Avec  $\mathbf{M}_S$  la matrice de masse de dimension  $[N_S \times N_S]$  ( où  $N_S$  est le nombre de degrés

de liberté relatifs aux déplacements des noeuds du maillage associé à la structure),  $\mathbf{C}_S$  la matrice d'amortissement de dimension  $[N_S \times N_S]$ ,  $\mathbf{K}_S$  la matrice de raideur, également de dimension  $[N_S \times N_S]$ ,  $\ddot{\mathbf{X}}$  la matrice colonne des accélérations nodales de dimension  $[N_S \times 1]$ ,  $\dot{\mathbf{X}}$  la matrice colonne des vitesses nodales de dimension  $[N_S \times 1]$ ,  $\mathbf{X}$  la matrice colonne des déplacements nodaux de dimension  $[N_S \times 1]$ . Dans le cas de l'excitation de la structure immergée par une onde acoustique,  $\mathbf{f}$  s'écrit :

$$\mathbf{f} = -\mathbf{G}\mathbf{A}_f(\mathbf{P}_I + \mathbf{P}_S) + \mathbf{f}_D \quad (2.33)$$

Où  $\mathbf{G}$  la matrice de transformation permettant de restituer les normales à la surface mouillée de la structure de dimension  $[N_S \times N_F]$  (où  $N_F$  est le nombre de degrés de liberté relatifs à la résolution des équations de la mécanique des fluides),  $\mathbf{A}_f$  la matrice diagonale des aires des éléments immergés à l'interface fluide-structure de dimension  $[N_F \times N_F]$ ,  $\mathbf{P}_I$  la matrice colonne des pressions nodales incidentes (connues avec les équations données par [Col65]) à l'interface fluide-structure de dimension  $[N_F \times 1]$ ,  $\mathbf{P}_S$  la matrice colonne de la pression diffusée (somme des pressions diffractée et rayonnée inconnues) à l'interface fluide-structure de dimension  $[N_F \times 1]$  et  $\mathbf{f}_D$  la matrice colonne des efforts généralisés appliqués à la structure, de dimension  $[N_S \times 1]$ .

### 2.3.1.2 Approximation Doublement Asymptotique au premier ordre DAA1

L'approximation doublement asymptotique au premier ordre DAA1, du champ de pression diffusée s'écrit sous la forme, décrite dans [Gee78] :

$$\mathbf{M}_f \dot{\mathbf{P}}_S + \rho c \mathbf{A}_f \mathbf{P}_S = \rho c \mathbf{M}_f \dot{\mathbf{U}}_S \quad (2.34)$$

Où  $\mathbf{U}_S$  est la matrice colonne des vitesses de particules fluide relatives à l'onde de pression diffusée, normales à l'interface fluide-structure,  $\rho$  et  $c$  sont respectivement la masse volumique et la célérité du son pour le fluide considéré, et  $\mathbf{M}_f$  est la matrice symétrique de masse fluide au niveau de l'interface fluide-structure. Elle est produite en appliquant la méthode des éléments de frontière à l'équation de Laplace pour un écoulement irrotationnel généré dans un fluide supposé infini, non-visqueux et incompressible par les mouvements des surfaces mouillées de la structure immergée ; cette matrice est totalement constituée de sous-matrices non nulles associées à chaque élément frontière. Lorsque cette matrice est transformée dans le système de coordonnées de la structure, elle devient la matrice de masse d'eau ajoutée, qui, lorsqu'elle est additionnée à la matrice de masse de la structure, donne la matrice de masse virtuelle pour les mouvements de la structure immergée dans un fluide incompressible [DG78].

La relation approchée (2.34) est appelée "doublement asymptotique" par le fait qu'elle permet de représenter, de façon exacte, l'interaction fluide-structure aux deux limites asymptotiques suivantes :

- en haute fréquence (ou temps court), l'interaction est décrite par les seuls effets acoustiques. Dans ce cas  $|\dot{\mathbf{P}}_S| \gg |\mathbf{P}_S| \rightarrow \mathbf{P}_S = \rho c \mathbf{U}_S$  ce qui représente une limite correcte pour des ondes acoustiques courtes.
- en basse fréquence (ou temps long), l'interaction est décrite par les seuls effets inertiels. On a alors  $|\dot{\mathbf{P}}_S| \ll |\mathbf{P}_S| \rightarrow \mathbf{A}_f \mathbf{P}_S = \mathbf{M}_f \dot{\mathbf{U}}_S$  (relation d'écoulement incompressible) ce qui représente la limite correcte pour des ondes acoustiques longues.

A l'interface fluide-structure, dans le cas de l'excitation par une onde incidente acoustique,  $\mathbf{U}_S$  est liée à la réponse de la structure par la relation de comptabilité cinématique suivante :

$$\mathbf{G}^T \dot{\mathbf{X}} = \mathbf{U}_I + \mathbf{U}_S \quad (2.35)$$

Où l'exposant "T" représente la transposition de matrice. L'équation (2.35) exprime la contrainte que la projection de la vitesse particulière du fluide suivant la normale de la surface mouillée doit être égale à la vitesse de la structure, projetée suivant cette même normale. Le fait que la matrice de transformation reliant ces vitesses soit  $\mathbf{G}^T$  résulte de l'invariance du travail virtuel par rapport au choix du système de coordonnées de la surface mouillée. Généralement,  $\mathbf{G}$  est une matrice rectangulaire dont le nombre de lignes est plus élevé que le nombre de colonnes, dans la mesure où les degrés de liberté de la structure sont généralement bien plus nombreux que les degrés de liberté du fluide. Cette matrice est construite de sorte que seulement les degrés de liberté en translation de la structure sont couplés avec les degrés de liberté du fluide.

### 2.3.1.3 Équation d'interaction fluide-structure

En utilisant les relations précédentes, et en ne considérant pas d'efforts imposés sur la structure autre que les effets de l'interaction, le système complet à résoudre s'écrit :

$$\begin{cases} \mathbf{M}_S \ddot{\mathbf{X}} + \mathbf{C}_S \dot{\mathbf{X}} + \mathbf{K}_S \mathbf{X} &= -\mathbf{G} \mathbf{A}_f (\mathbf{P}_I + \mathbf{P}_S) \\ \mathbf{M}_f \dot{\mathbf{P}}_S + \rho c \mathbf{A}_f \mathbf{P}_S &= \rho c \mathbf{M}_f (\mathbf{G}^T \ddot{\mathbf{X}} - \dot{\mathbf{U}}_I) \end{cases} \quad (2.36)$$

Ce système peut être résolu simultanément à chaque pas de temps, en reportant dans les membres de gauche les termes inconnus  $-\mathbf{G} \mathbf{A}_f \mathbf{P}_S$  et  $\rho c \mathbf{M}_f \mathbf{G}^T \ddot{\mathbf{X}}$ . Cependant, cette méthode est très coûteuse en temps calcul, principalement à cause de la forme de la matrice de transformation  $G$  qui relie généralement un très grand nombre de degrés de liberté

structure  $N_S$ , à un très petit nombre de degrés de liberté fluide  $N_F$ . Une solution pour remédier à ce problème en améliorant l'efficacité de la résolution, tout en présentant un schéma numérique inconditionnellement stable pour la structure, est d'appliquer la procédure d'augmentation présentée en référence [PFD77].

L'implémentation la plus simple de la procédure d'augmentation peut s'effectuer de la manière suivante. En supposant que  $\mathbf{M}_S$  est non singulière, la première équation du système (2.36) est partitionnée pour obtenir une expression  $\mathbf{G}^T \ddot{\mathbf{X}}$ , qui est ensuite injectée dans la seconde équation du système (2.36). En multipliant par la gauche cette équation par  $\mathbf{A}_f \mathbf{M}_f^{-1}$ , il vient :

$$\mathbf{A}_f \dot{\mathbf{P}}_S + (\mathbf{D}_{f1} + \mathbf{D}_S) \mathbf{P}_S = -\rho c \mathbf{A}_f \mathbf{G}^T \mathbf{M}_S^{-1} (\mathbf{C}_S \dot{\mathbf{X}} + \mathbf{K}_S \mathbf{X}) - \mathbf{D}_S \mathbf{P}_I - \rho c \mathbf{A}_f \dot{\mathbf{U}}_I \quad (2.37)$$

Où les matrices  $\mathbf{D}_{f1} = \rho c \mathbf{A}_f \mathbf{M}_f^{-1} \mathbf{A}_f$  et  $\mathbf{D}_S = \rho c \mathbf{A}_f \mathbf{G}^T \mathbf{M}_S^{-1} \mathbf{G} \mathbf{A}_f$  sont symétriques. Cette méthode d'augmentation revient à injecter une des équations du système dans la seconde pour former ainsi un nouveau système appelé équations d'interaction augmentées.

Dans un océan homogène, le champ acoustique émanant d'une explosion sous-marine peut être représenté par une onde sphérique, ainsi, l'onde de pression incidente et la vitesse particulaire incidente projetée suivant la normale à l'interface fluide-structure pour la  $i^{\text{ème}}$  facette fluide sont données par :

$$p_{Ii}(t) = \frac{S}{R_i} \bar{p}_I \left( t - \frac{R_i - S}{c} \right) \quad (2.38)$$

$$\dot{u}_{Ii}(t) = \left[ \frac{1}{\rho c} \dot{p}_{Ii}(t) + \frac{1}{\rho R_i} p_{Ii}(t) \right] \gamma_i \quad (2.39)$$

Où  $S$  est la distance de la source explosive au point le plus proche sur la structure « mouillée » (*standoff point*),  $\bar{p}_I$  est le profil de pression appliqué au *standoff point*,  $R_i$  est la distance entre le point source et la  $i^{\text{ème}}$  facette immergée où s'applique la pression incidente  $p_{Ii}(t)$ , et  $\gamma_i$  est le cosinus directeur de l'angle formé par les vecteurs  $\mathbf{R}_i$  (orienté du point source à la  $i^{\text{ème}}$  facette immergée) et  $\mathbf{n}_i$  (normale à la facette dirigée vers le fluide), i.e.  $\gamma_i = \mathbf{R}_i \cdot \mathbf{n}_i$ .

Pour une onde de choc, le vecteur de pression incidente  $\mathbf{P}_I$  est discontinu à  $t = 0$  et le vecteur accélération des particules du fluide  $\dot{\mathbf{U}}_I$  contient des singularités. Pour enlever ces singularités présentes dans  $\dot{\mathbf{U}}_I$  de l'équation (2.37), une modification du vecteur de

pression est introduite :

$$\mathbf{P}_M = \mathbf{P}_S + \mathbf{\Gamma}\mathbf{P}_I \quad (2.40)$$

Où  $\mathbf{\Gamma}$  est une matrice diagonale constituée des cosinus directeur des angles  $\gamma_i$ . L'incorporation de l'équation (2.40) dans l'équation (2.37) et la première équation du système (2.36), suivi de l'utilisation de l'équation (39) produit le système d'équations d'interaction augmentées adapté à ce cas :

$$\begin{cases} \mathbf{M}_S \ddot{\mathbf{X}} + \mathbf{C}_S \dot{\mathbf{X}} + \mathbf{K}_S \mathbf{X} &= -\mathbf{G}\mathbf{A}_f [\mathbf{P}_M + (\mathbf{I} - \mathbf{\Gamma})\mathbf{P}_I] \\ \mathbf{A}_f \dot{\mathbf{P}}_M + (\mathbf{D}_{f1} + \mathbf{D}_S)\mathbf{P}_M &= -\rho c \mathbf{A}_f \mathbf{G}^T \mathbf{M}_S^{-1} (\mathbf{C}_S \dot{\mathbf{X}} + \mathbf{K}_S \mathbf{X}) - \mathbf{H}\mathbf{P}_I \end{cases} \quad (2.41)$$

Dans lequel  $\mathbf{I}$  est la matrice identité, et

$$\mathbf{H} = \mathbf{D}_S - (\mathbf{D}_S + \mathbf{D}_{f1} - c\mathbf{A}_f\mathbf{R}^{-1})\mathbf{\Gamma} \quad (2.42)$$

Où  $\mathbf{R}$  est la matrice diagonale contenant toutes les distances  $R_i$  et le vecteur de vitesses des particules de fluide incidente  $\mathbf{u}_I$  n'apparaît plus explicitement. Les équations du système (2.41) sont les équations résolues par le code USA pour une onde incidente sphérique afin de déterminer la réponse de la structure  $\ddot{\mathbf{X}}$  et  $\mathbf{X}$ , et la pression au niveau de la surface d'interaction fluide-structure  $\mathbf{P} = (\mathbf{I} - \mathbf{\Gamma})\mathbf{P}_I + \mathbf{P}_M$ .

Il est à noter qu'une Approximation Doublement Asymptotique au second ordre DAA2 est également implémentée dans le code USA pour enrichir l'approximation DDA1 donnée par l'équation (2.34) avec des termes de pression diffusée du second ordre. Une formulation détaillée de la DAA2 est donnée dans [Gee78] et [DeR89]. Par soucis de concision, elle ne sera pas explicitée dans le cadre de cette thèse, la démarche de résolution restant identique. Cette formulation permet en outre de tenir compte des rayons de courbure de la structure dans les équations d'interaction fluide-structure. C'est cette formulation qui sera utilisée pour simuler la réponse d'un cylindre lisse immergé lorsqu'il est soumis à l'onde de choc primaire d'une explosion sous-marine.

## 2.3.2 Simulation numérique à l'aide des codes LS-DYNA/USA

### 2.3.2.1 Paramètres de simulation

Les travaux présentés dans cette thèse ont pour objectif d'élaborer une méthode d'analyse simplifiée permettant de prédire, de façon conservative et réaliste, le comportement de coque cylindrique lisse ou raidie, immergée en plus ou moins grande profondeur, lorsqu'elle est soumise aux chargements extrêmes issus d'explosions sous-marines.

Afin de valider la méthode proposée, des simulations numériques sont effectuées à l'aide d'un calcul non linéaire LS-DYNA couplé au code USA pour tenir compte des effets de l'interaction fluide-structure aux temps court et long grâce à l'Approximation Doublement Asymptotique d'ordre 2 **DAA2** [Gee78]. La discrétisation spatiale du problème est basée sur la méthode des éléments finis. Cette méthode numérique est validée par comparaison avec des essais expérimentaux menés par la DGA. Une des simulations menées dans le cadre de cette thèse est présentée par la suite, afin d'illustrer la démarche employée, ainsi que les phénomènes physiques impliqués lors de la réponse d'un cylindre immergé à une explosion sous-marine.

La coque étant immergée, un calcul implicite de mise en pression statique est d'abord effectué, puis un schéma de calcul explicite est utilisé afin de traiter la réponse de la coque à l'explosion sous-marine. Seule l'onde de choc primaire est modélisée à partir des caractéristiques du matériau explosif. Les calculs ont été effectués avec deux formes d'onde de choc primaire : la simple exponentielle décroissante et la double exponentielle décroissante. Les effets secondaires liés à la dynamique de bulle ne sont pas considérés. Le temps de simulation est limité à 50 ms. Les paramètres de la simulation sont conformes à la configuration

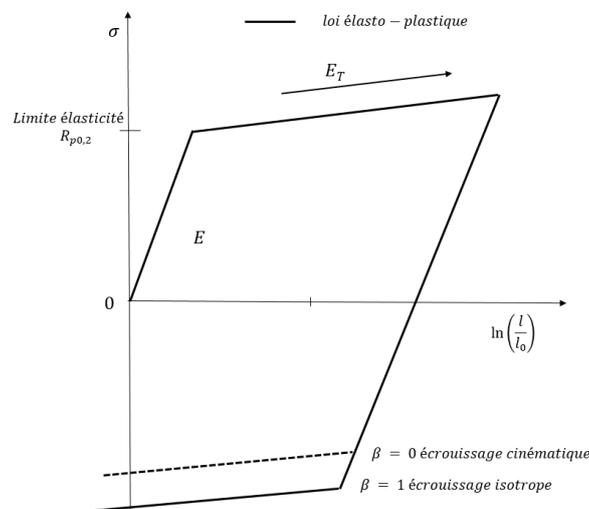


FIGURE 2.7 – Loi de comportement matériau implémentée dans LS-DYNA

des essais effectués par la DGA. La structure impactée par l'onde de choc est un cylindre lisse rempli d'air, de longueur  $L$ , de rayon  $R_c$  et d'épaisseur  $h$ , encastré à ses extrémités.

La loi matériau utilisée dans LS-DYNA pour modéliser le comportement du cylindre est une loi élasto-plastique, montrée en figure 2.7, permettant de prendre en compte l'écroutissement et les effets de la vitesse de déformation, via une loi de type Cowper-Symonds. Néanmoins, dans une première approche, il a été décidé d'ignorer l'effet de la vitesse de déformation dans les développements analytiques. En conséquence, afin d'obtenir une solution numérique de référence cohérente avec le modèle analytique développé, les simulations numériques ont été également menées sans prendre en compte les effets de la vitesse de déformation.

Le tableau 2.2 présente les caractéristiques du cylindre et les propriétés du matériau constitutif choisi (acier E355). L'éventuelle rupture de la coque n'est pas traitée dans le cadre de cette thèse, ainsi, aucun critère à la rupture n'est défini dans les paramètres de la simulation numérique.

Cylindre		Matériaux	
Longueur $L$	2.8 m	Module d'Young $E$	200000 MPa
Rayon $R_c$	0.7 m	Masse volumique	7800 kg/m <sup>3</sup>
épaisseur $h$	15 mm	Limite élasticité $R_{p0.2}$	355 MPa
		Module Tangent $E_T$	415 MPa

TABLE 2.2 – *Caractéristiques du cylindre et du matériau*

Les données relatives au fluide et à un scénario d'explosion sont récapitulées dans le Tableau 2.3. Cette configuration d'explosion correspond à un facteur de choc  $K = 2.5$  ce qui constitue un choc sévère pour la structure, entraînant des phénomènes irréversibles sous forme de plastification dans l'épaisseur de la paroi du cylindre, sans que la limite à rupture ne soit nécessairement atteinte.

Densité du fluide $\rho_f$ ( $kg.m^{-3}$ )	1025
Vitesse du son $c_f$ ( $m.s^{-1}$ )	1500
Masse d'explosif TNT $m_c$ ( $kg$ )	1.1
Distance de tir $D$ ( $m$ )	0.42
Pic de pression $P_S$ ( $MPa$ )	200
Constante de temps $T_S$ ( $ms$ )	0.071

TABLE 2.3 – *Paramètres de l'explosion*

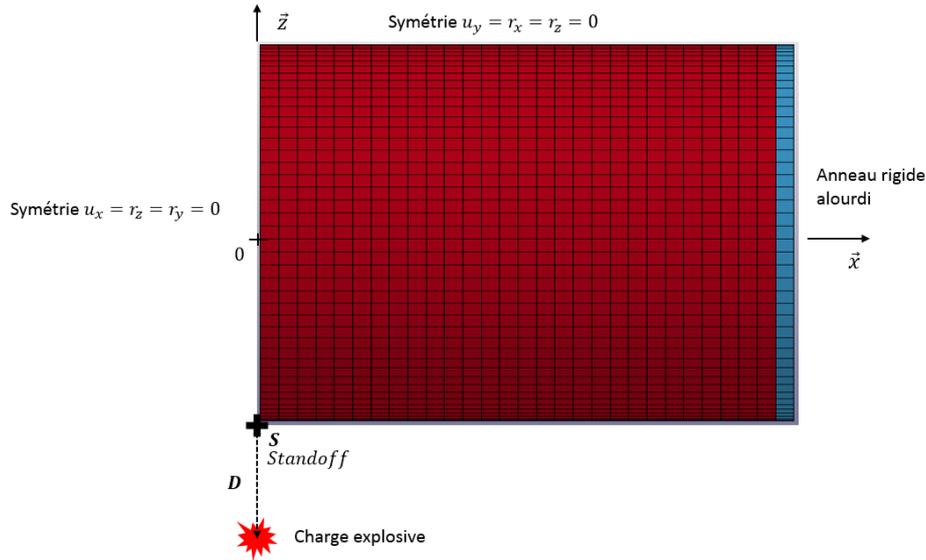


FIGURE 2.8 – Vue du modèle éléments finis et des conditions limites

La structure étudiée est discrétisée par 1305 éléments finis à 4 noeuds avec 6 degrés de liberté par noeud. La formulation utilisée du type plaque est basée sur la théorie de Belytschko-Lin-Tsay [Hal06], avec 5 points d'intégration dans l'épaisseur. Par soucis de rapidité de calcul, l'analyse porte sur un quart de cylindre, avec prise en compte des conditions de symétrie dans les plans de coupe. Les extrémités sont modélisées comme des anneaux rigides fortement alourdis pour simuler un blocage inertiel du cylindre. La figure 2.8 présente une vue du modèle éléments finis simulé.

### 2.3.2.2 Analyse des résultats

Les évolutions temporelles de la pression incidente, de la pression diffusée et de la pression totale dans le fluide au niveau du standoff point sont tracées sur la figure 2.9 pour les formes en simple et double exponentielle décroissante de la pression incidente. Le profil de pression incidente, dont le pic initial est égal à 200 MPa et la décroissance exponentielle est pilotée par la constance  $T_S$ , est conforme aux valeurs du tableau 2.3 pour les deux formes de modélisation de la pression incidente. De même, on vérifie bien que la décroissance de la forme en double exponentielle est plus lente que celle en simple exponentielle pour des temps supérieurs à  $T_S$ .

Pour la forme en simple exponentielle décroissante de la pression incidente, on note sur la figure 2.9(a) qu'à l'instant initial, la pression totale est le double de la pression incidente, puis celle-ci décroît rapidement pour atteindre une valeur minimale de -20.6 MPa en 0.162 ms. Cette valeur de pression est bien inférieure à la tension de cavitation de l'eau, de l'ordre de -0,01 MPa à -0.1 MPa pour des temps très courts [Mäk98]. Pour la forme en double exponentielle décroissante, la pression totale est également le double de la

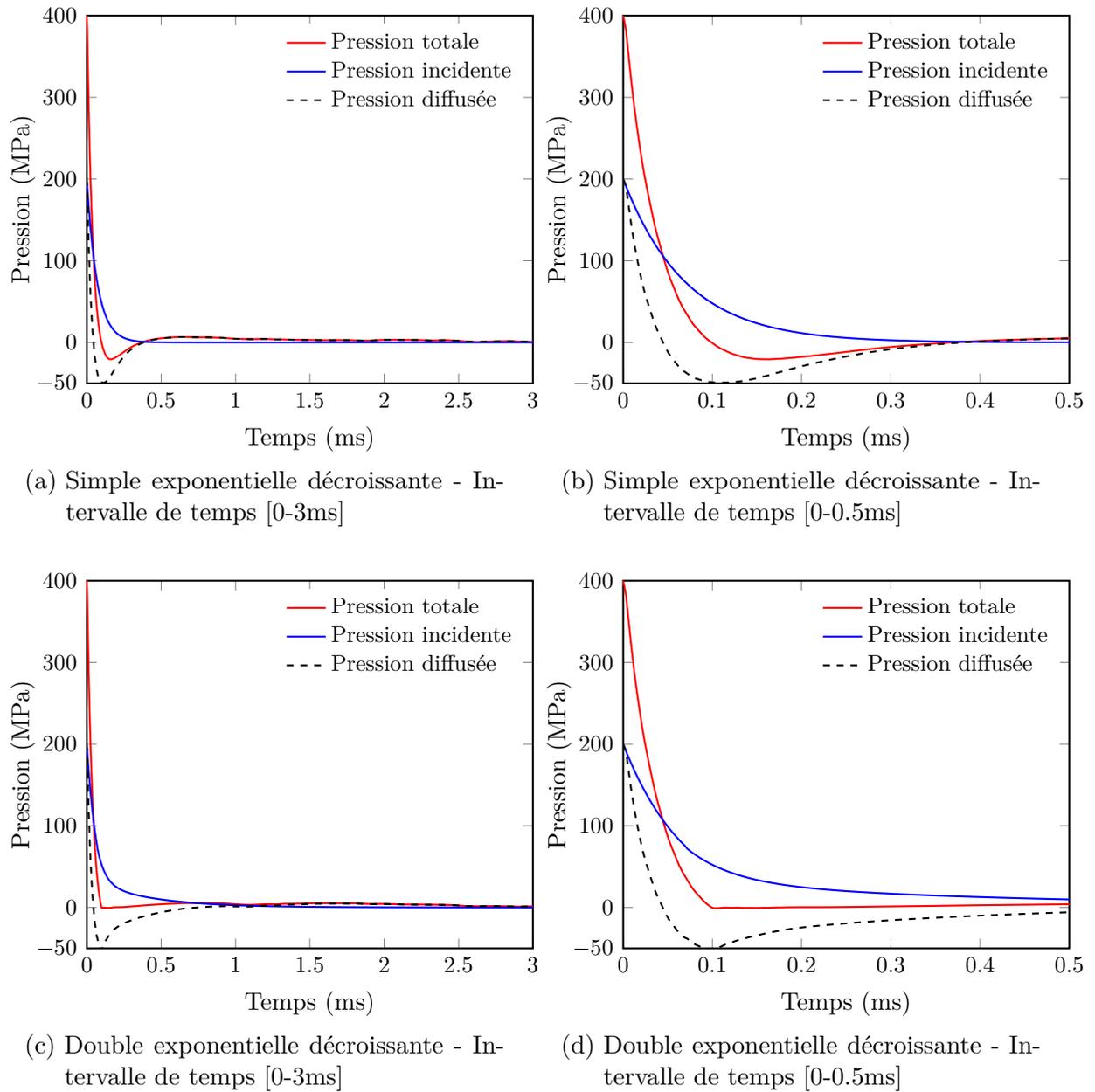


FIGURE 2.9 – Tracés de la pression totale, de la pression diffusée et de la pression incidente au stand-off point.

pression incidente à l'instant initial. On constate également une décroissance très rapide de la pression s'exerçant sur la plaque, mais la valeur minimale atteinte est de -0.9 MPa à un temps plus faible de 0.102 ms. Cette différence de variation peut s'expliquer par la durée plus longue de l'onde de pression incidente lorsque que la forme en double exponentielle décroissante est utilisée.

La forte pression négative obtenue n'est donc pas physique et elle a pour effet de retenir le mouvement de la paroi, diminuant ainsi l'enfoncement du bordé. Cet effet est bien plus important pour la forme en simple exponentielle que pour la forme en double exponentielle décroissante, au vu du grand écart de la valeur minimale de pression totale calculée avec ces deux formes. Pour prendre en compte la cavitation dans un modèle numérique, Felippa & Deruntz [FD84] montre qu'il est nécessaire de modéliser la région du fluide environnant où la cavitation est susceptible d'apparaître avec des éléments finis volumiques, et ont développé une méthode basée sur des éléments finis acoustiques cavitants, la méthode CAFE. Cette méthode a été améliorée par Sprague & Geers pour la rendre plus économe en ressource de calculs [SG04], en utilisant notamment des éléments spectraux plutôt que des éléments finis, cette nouvelle méthode a été appelé la méthode CASE. Cette méthode a été appliqué avec succès pour étudier la réponse d'un modèle simplifié de bateau à une explosion sous-marine [SG06].

Les résultats obtenus en terme de déplacement radial de la coque au *standoff point* sont présentés sur la figure 2.10. On remarque que sur le temps de 50 ms, la flèche n'est pas encore stabilisée, il reste des oscillations élastiques du déplacement de la paroi. Néanmoins, la flèche résiduelle peut être estimée en prenant la valeur moyenne de ces oscillations. Dans le cas où la pression incidente est modélisée avec une simple exponentielle décroissante, l'enfoncement calculé est d'environ 113 mm. Si l'on considère la forme en double exponentielle décroissante, la flèche résiduelle, de l'ordre de 221 mm, est pratiquement doublée par rapport à celle obtenue avec la forme en simple exponentielle.

Les profils des vitesses radiales post-traitées au *standoff point* sont également tracés en figure 2.10. Quelle que soit la modélisation de l'onde de choc incidente, un premier pic de vitesse est observé au même temps très court de 0.096 ms. Les vitesses atteintes en ce premier pic sont quasiment identiques<sup>1</sup>, et valent environ 90 m.s<sup>-1</sup>. Ce premier pic de vitesse correspond à la mise en vitesse de la paroi du cylindre liée à l'impulsion de l'onde de choc. Par la suite, la vitesse décroît, plus brutalement pour la forme en simple exponentielle que pour la forme en double exponentielle, l'écart entre les deux valeurs de vitesses minimales atteintes étant assez important ( $\approx 25$  m.s<sup>-1</sup>). Cet écart peut s'expliquer par la pression négative bien plus importante exercée par le fluide sur le paroi lorsque la

---

1. Il est important de préciser que le pas de temps de mesure dans les simulations est de 0.048 ms. Il est fortement probable que le premier pic de vitesse soit atteint à un temps antérieur à 0.096 ms, et avec une valeur un peu plus élevée.

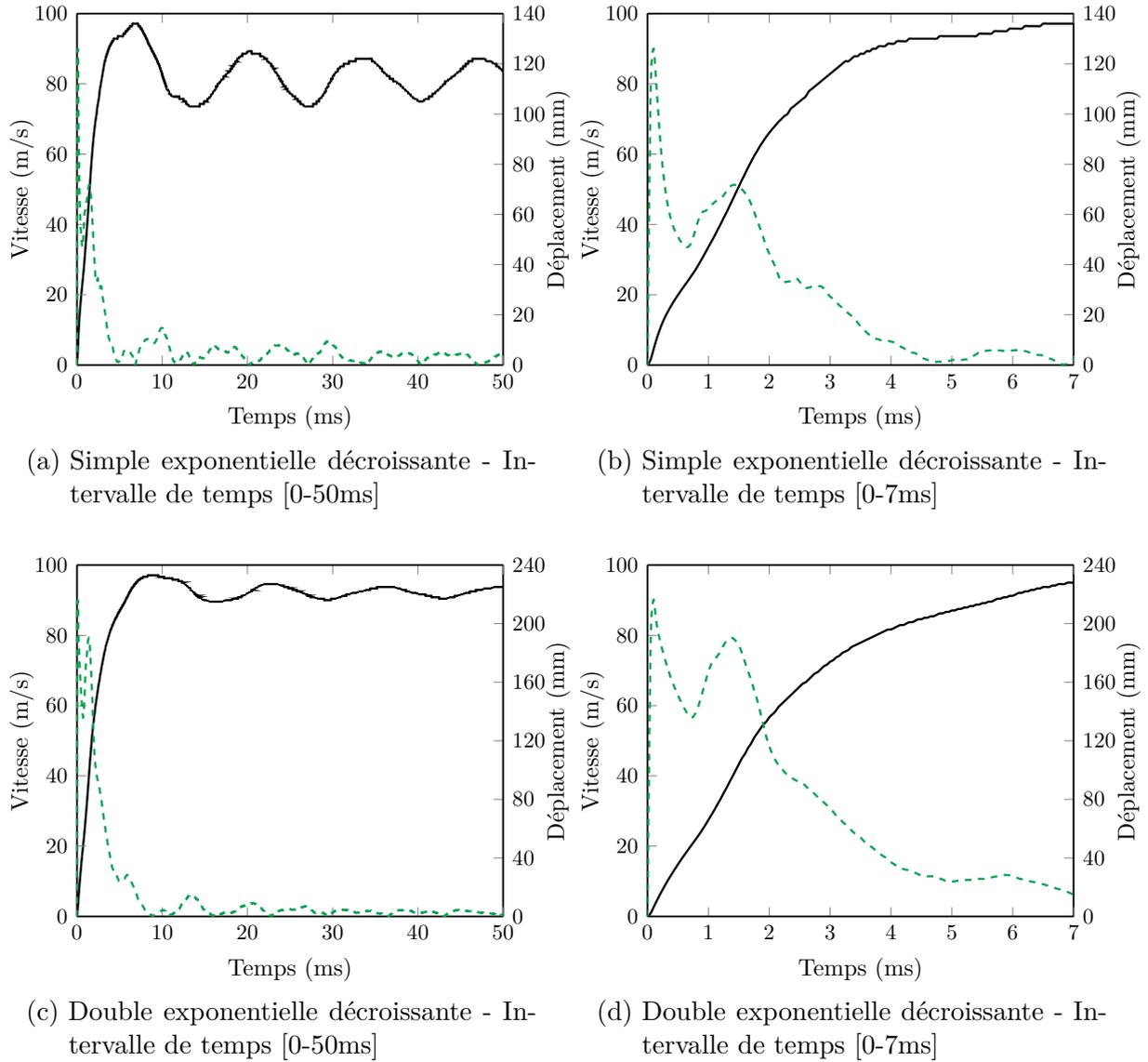


FIGURE 2.10 – Déplacement et vitesse de la paroi du cylindre au standoff point lorsque la pression incidente est modélisée par une simple exponentielle décroissante et par une double exponentielle décroissante

forme en simple exponentielle décroissante est utilisée pour modéliser l'onde de pression incidente. Un second pic de vitesse apparaît à 1.4 ms en simple et double exponentielles. Les niveaux atteints sont par contre différents :  $79.2 \text{ m.s}^{-1}$  en double exponentielle et  $51.2 \text{ m.s}^{-1}$  en simple. Ce second pic de vitesse est plus difficile à interpréter, mais il coïncide avec la légère hausse de pression observée sur la figure 2.9(a) entre 0.4 ms et 1.5 ms.

Ces résultats sont corroborés par le tracé des différentes énergies sur la figure 2.11. Dans les premiers instants, on constate en effet une croissance rapide de l'énergie cinétique transmise par l'onde de choc primaire au cylindre, jusqu'à 120 kJ en simple exponentielle et 140 kJ en double. Cette énergie cinétique est ensuite dissipée dans la structure sous forme d'énergie de déformation, et décroît jusqu'à devenir quasiment nulle à 4 ms en simple exponentielle et 8 ms en double exponentielle. A cet instant, l'énergie interne atteint sa valeur maximale, et seules les oscillations associées à la réponse élastique du cylindre perdurent. Aucune déformation plastique additionnelle ne se produisant par la suite, la résolution du problème peut être considérée comme terminée.

L'énergie dissipée plastiquement dans le cylindre est environ deux fois plus importante en double exponentielle : 460 kJ comparés à 227 kJ. La zone plastiquement déformée est également bien plus étendue en double exponentielle, comme le montre la figure 2.12, où sont comparées les déformations plastiques effectives post-traitées à 25 ms. On peut d'ailleurs observer que la majeure partie de l'énergie est dissipée plastiquement dans l'enfoncement du cylindre autour du *standoff point*, l'autre partie étant dissipée au niveau des extrémités encastrées de la coque cylindrique.

Quelle que soit la modélisation de l'onde de choc, ce rapport de 2 entre les énergies de déformation est très proche de celui des enfoncements. On constate par contre qu'il est plus élevé que celui entre les impulsions  $I$  (égal à 1.3) ou celui des énergies contenues dans l'onde de choc  $E$  (égal à 1.058). De même, le rapport entre les énergies cinétiques maximales, égal à 1.2, est supérieur au rapport des énergies contenues dans l'onde de choc. Ces différences illustrent clairement l'influence considérable des effets de l'interaction fluide-structure sur la réponse du cylindre : la durée plus grande de l'onde de choc en double exponentielle fait que davantage d'énergie est transmise au cylindre, ce qui entraîne un enfoncement plus important. Cette conclusion serait à vérifier avec des simulations prenant en compte les effets de la cavitation.

### 2.3.2.3 Validation et limitation du modèle numérique

Afin de valider la modélisation numérique du problème utilisée dans le cadre de ces travaux de thèse, les résultats obtenus pour un scénario d'explosion sont comparés avec ceux issus d'un essai mené par la DGA en bassin de détonique. Cette expérience a été effectuée sur le cylindre dont les caractéristiques sont répertoriées dans le tableau 2.2. La

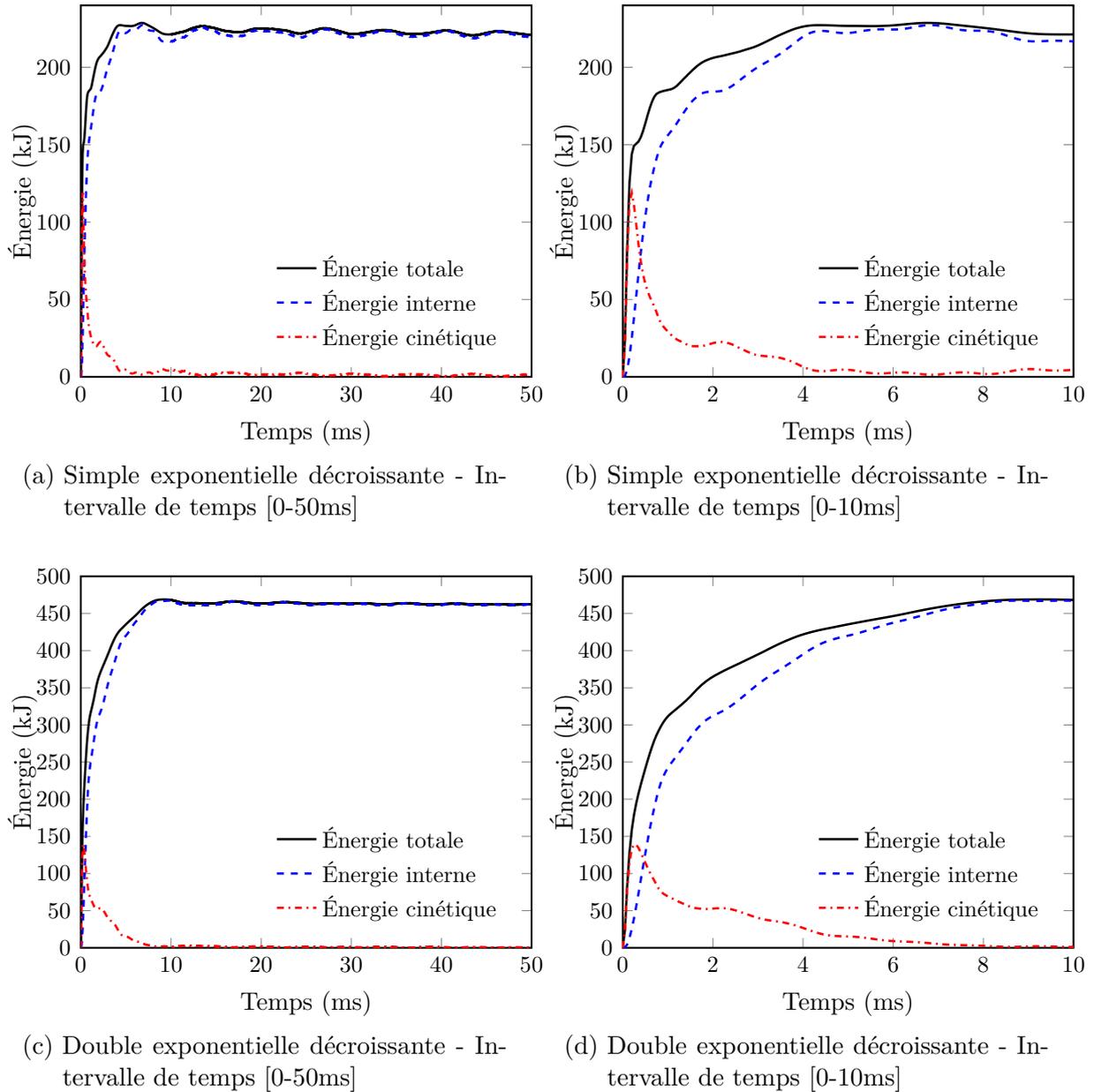


FIGURE 2.11 – Evolution temporelle des énergies lorsque la pression incidente est modélisée par une simple exponentielle décroissante et par une double exponentielle décroissante

charge est immergée à une profondeur de 4 m, et placée au-dessus du cylindre, à une distance de 0.492 m. La masse de la charge est de 406 g, soit un facteur de choc égal à 1.3, ce qui constitue un chargement suffisamment sévère pour entraîner des déformations plastiques importantes du cylindre.

Le déplacement de la paroi du cylindre au niveau du *standoff point* est mesuré au cours du temps à l'aide d'un capteur laser. L'évolution temporelle de l'enfoncement du bordé est représentée sur la figure 2.13. Le premier plateau observé, dont la valeur est d'environ 55 mm, correspond à l'enfoncement associé à la réponse de la coque à l'onde de choc primaire. Le second plateau est quant à lui associé au rechargement du cylindre par les effets liés à la dynamique de la bulle (ondes de choc secondaire), et la valeur d'enfoncement associé est de 120 mm. L'enfoncement mesuré avec le capteur pour ce second plateau est validé par des relevés effectués post-mortem sur la structure après endommagement. On constate que les dommages liés à la dynamique de bulle sont du même ordre que ceux créés par l'onde de choc primaire pour le cas étudié.

Sur cette figure, sont également indiqués les enfoncements calculés numériquement en simulant la réponse du cylindre à l'onde de choc primaire issu de la détonation d'une charge de 400 g placée à 0.42 m du cylindre. Le facteur de choc associé à ce scénario est de 1.5, soit un chargement légèrement plus sévère que le chargement expérimental. Les deux chargements en simple exponentielle et en double exponentielles décroissantes de l'onde de choc primaire ont été appliqués. On constate que l'enfoncement obtenu avec la forme en simple exponentielle décroissante est très inférieur, d'environ 13 mm, à celui mesuré expérimentalement, alors que le choc est plus sévère. L'utilisation de la forme en double exponentielle décroissante permet de calculer une flèche résiduelle proche de celle relevée expérimentalement (59 mm contre 55 mm). Ainsi, la forme en double exponentielle est jugée plus adaptée pour simuler la réponse d'une coque soumise à la détonation d'une

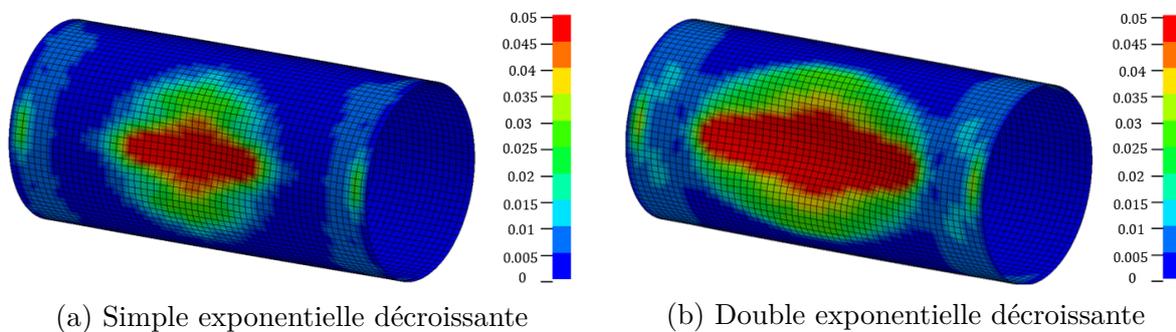


FIGURE 2.12 – Déformations plastiques effectives pour un temps physique de simulation de 25 ms lorsque la pression incidente est modélisée par une simple exponentielle décroissante et par une double exponentielle décroissante

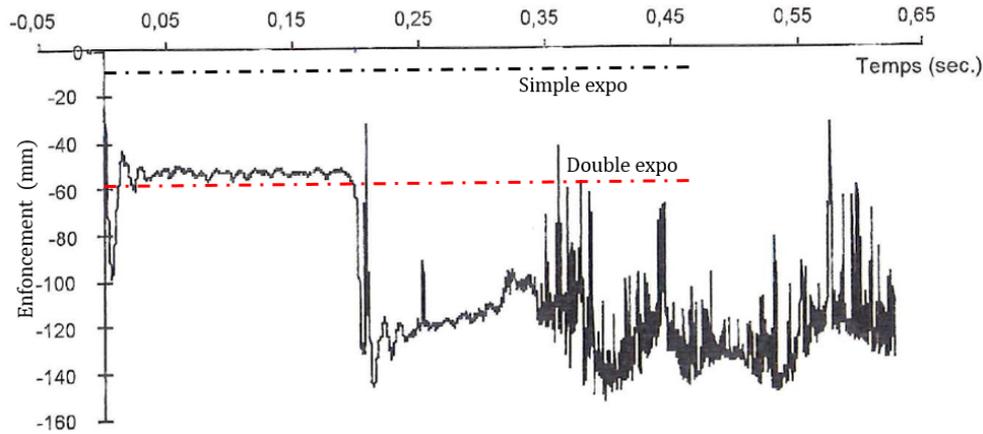


FIGURE 2.13 – Comparaison des enfoncements mesurés expérimentalement et calculés numériquement. Le trait en tiret-point noir correspond à la simulation numérique effectuée avec une modélisation de la pression incidente en simple exponentielle décroissante. Celui en rouge est associé avec la forme en double exponentielle décroissante pour la pression incidente

charge proche de la structure.

La méthodologie de simulation numérique utilisée pour les travaux de cette thèse semble bien adaptée pour estimer la réponse d'une coque à l'onde de choc primaire issue d'une explosion sous-marine en champ proche, à condition d'utiliser une forme en double décroissante pour modéliser la décroissance de la pression incidente. Néanmoins, cette méthodologie pourrait être améliorée en considérant les effets de la cavitation, et du rechargement associé. En effet, il a été montré, par exemple par Rajendran pour le cas de la réponse d'une plaque immergée [Raj08], que la prise en compte de la cavitation augmentait sensiblement les enfoncements calculés. De plus, l'effet de la vitesse de déformation n'est pas pris en compte dans le modèle numérique ; or plus le choc est sévère, plus les vitesses de déformations mises en jeu sont importantes et plus la structure dissipe de l'énergie par les effets de viscosité. Ramajeyathilagam et al. [RVR01] ont montré qu'ignorer ces effets pouvait conduire à surestimer de 60 % l'enfoncement au centre d'une plaque rectangulaire impactée par l'onde de choc. En ce qui concerne le cas expérimental étudié ici, il est probable que ces deux effets se compensent, ce qui expliquerait la très bonne corrélation obtenue entre l'enfoncement calculé numériquement et celui mesuré expérimentalement.

## Références bibliographiques

- [ASC48] A. B. Arons, J. P. Slifko, and A. Carter. Secondary pressure pulses due to gas globe oscillation in underwater explosions. I. Experimental data. *Underwater Explosion Research (Office of Naval Research, Washington D.C., 1950, 2* :475 – 480, 1948. [25](#)
- [AY48] A. B. Arons and D. R. Yennie. Energy partition in underwater explosion phenomena. *Underwater Explosion Research (Office of Naval Research, Washington D.C., 1950, 1* :1135 – 1154, 1948. [xi](#), [25](#)
- [BY08] John M. Brett and George Yiannakopolous. A study of explosive effects in close proximity to a submerged cylinder. *International Journal of Impact Engineering*, 35(4) :206–225, 2008. [26](#)
- [BYV00] John M. Brett, George Yiannakopoulos, and Paul J. Van Der Schaaf. Time-resolved measurement of the deformation of submerged cylinders subjected to loading from a nearby explosion. *International Journal of Impact Engineering*, 24(9) :875–890, 2000. [26](#)
- [CCS+46] J. S. Coles, E. A. Christian, J. P. Slifko, C. R. Niffenegger, and M. A. Rogers. Shock-wave parameters from spherical TNT charges detonated under water. *Underwater Explosion Research (Office of Naval Research, Washington D.C., 1950)*, 1 :1085 – 1106, 1946. [25](#), [26](#)
- [Col65] R. H. Cole. *Underwater Explosions*. Dovers Publications, 1965. [23](#), [26](#), [28](#), [30](#), [40](#)
- [DeR89] J. A. DeRuntz. The Underwater Shock Analysis Code And Its Applications. In *60th Shock And Vibration Symposium*, pages 89–107, 1989. [39](#), [43](#)
- [DG78] J. A. DeRuntz and T. L. Geers. Added mass computation by the boundary integral method. *Journal for Numerical Methods in Engineering*, 12(January 1978) :531–550, 1978. [31](#), [40](#)
- [FD84] C. A. Felippa and J. A. Deruntz. Finite element analysis of shock-induced hull cavitation. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 44(3) :297–337, 1984. [48](#)
- [Fel80] C. A. Felippa. A family of early-time approximations for fluid-structure interaction. *Journal of Applied Mechanics*, 47 :703–708, 1980. [36](#)
- [Gee75] T. L. Geers. Transient response analysis of submerged structures. *American Society of Mechanical Engineers, Applied Mechanics Division, AMD*, 14 :59 – 68, 1975. [35](#)

- [Gee78] T. L. Geers. Doubly Asymptotic Approximations for Transient Motions of Submerged Structures. *Journal of Acoustical Society of America*, 64(5), 1978. [40](#), [43](#), [44](#)
- [GH02] T. L. Geers and K. S. Hunter. An integrated wave-effects model for an underwater explosion bubble. *Journal of the Acoustical Society of America*, 4(111) :1584 – 1601, 2002. [26](#)
- [GZ94] T. L. Geers and P. Zhang. Doubly asymptotic approximations for submerged structures with internal fluid volumes : Formulation. *Journal of Applied Mechanics*, 61(4) :893–899, 1994. [36](#)
- [Hal06] Jo Hallquist. *LS-DYNA theory manual*. 2006. [46](#)
- [Mäk98] K. Mäkinen. Cavitation models for structures excited by a plane shock wave. *Journal of Fluids and Structures*, 12(1) :85–101, 1998. [46](#)
- [MSZ14] F. R. Ming, P. N. Sun, and A. M. Zhang. Investigation on charge parameters of underwater contact explosion based on axisymmetric SPH method. *Applied Mathematics and Mechanics (English Edition)*, 35(4) :453–468, 2014. [30](#)
- [MZXW16] F. R. Ming, A. M. Zhang, Y. Z. Xue, and S. P. Wang. Damage characteristics of ship structures subjected to shockwaves of underwater contact explosions. *Ocean Engineering*, 117 :359–382, 2016. [30](#)
- [PFD77] K. C. Park, C. A. Felippa, and J. A. DeRuntz. Added mass computation by the boundary integral method. *American Society of Mechanical Engineers, Applied Mechanics Division, AMD*, 26 :95 – 124, 1977. [42](#)
- [Raj08] R. Rajendran. Reloading effects on plane plates subjected to non-contact underwater explosion. *Journal of Materials Processing Technology*, 206(1-3) :275–281, 2008. [53](#)
- [RVR01] K Ramajeyathilagam, C P Vendhan, and V B Rao. Experimental and numerical investigations on deformation of cylindrical shell panels to underwater explosion. *Shock and Vibration*, 8(5) :253–268, 2001. [53](#)
- [SG04] M. A. Sprague and T. L. Geers. A spectral-element method for modelling cavitation in transient fluid-structure interaction. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 60(15) :2467–2499, 2004. [48](#)
- [SG06] M.A. Sprague and T. L. Geers. A spectral-element/finite-element analysis of a ship-like structure subjected to an underwater explosion. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 195(17-18) :2149–2167, 2006. [48](#)

- [Sna57] H. G. Snay. Hydrodynamics of underwater explosions. In *Symposium on naval hydrodynamics*, volume 9, pages 325 – 352, Washington, 1957. National Academy of Sciences, National Research Council. [xi](#), [24](#)
- [Sna62] H. G. Snay. Underwater explosion phenomena : The parameters of migrating bubbles. *U.S. Naval Ordnance Laboratory, White Oak, Maryland*, NAVORD Report 4185, 1962. [30](#)
- [ST62] H. G. Snay and R. V. Tipton. Charts for the parameters of migrating explosion bubbles. *U.S. Naval Ordnance Laboratory, White Oak, Maryland*, Report NOLTR 62-184, 1962. [30](#)

# Chapitre 3

## Modélisation simplifiée du chargement explosif

### Résumé

A partir des fondements théoriques, présentés dans le chapitre précédent, qui permettent de décrire, de façon exacte sous une forme intégrée, l'interaction fluide-structure au niveau de la surface mouillée du cylindre, ce chapitre est consacré à la modélisation simplifiée de l'interaction fluide-structure mise en jeu lors de la réponse d'une coque cylindrique à l'onde de choc primaire issue d'une explosion sous-marine. Pour ce faire, l'équation de l'interaction fluide-structure, issue de l'application de la RPF à un cylindre lisse immergé, est simplifiée, et les approximations temps courts et temps longs sont introduites.

Les effets de l'interaction de l'onde de choc primaire sphérique avec le cylindre immergé sont ensuite présentés, à la fois pour la forme en simple exponentielle décroissante et en double exponentielle décroissante. L'approximation temps court est utilisée pour calculer la quantité d'énergie cinétique transmise au cylindre, celui-ci ne se déformant pas durant cette phase. Durant l'approximation temps longs, la coque se déforme suite à l'impact de l'onde de choc pour dissiper l'énergie cinétique transmise. Le mouvement de décélération de la paroi du cylindre dans l'eau produit un chargement additionnel de pression lié à la masse d'eau ajoutée, dont le calcul est présenté dans ce chapitre.

### 3.1 Approximations de l'interaction fluide-structure

A partir de l'équation intégrô-différentielle (2.31) écrite dans le chapitre précédent, on peut introduire les approximations fluide-structure utilisées par la suite pour déterminer la réponse dynamique du cylindre immergé impacté par l'onde de choc primaire issue d'une explosion sous-marine. Dans le repère en coordonnées cylindriques  $(O|\vec{u}_r; \vec{u}_\theta; \vec{x})$  associé au cylindre et présenté sur la figure 3.1, les positions des points  $S$  et  $Q$  sont données respectivement par  $(R_c, \theta', x')$  et  $(R_c, \theta, x)$ , où  $R_c$  est le rayon de la coque cylindre. La distance  $R$  s'écrit alors :

$$R = \|\vec{S}Q\| = \sqrt{(x - x')^2 + R_c^2(\cos \theta - \cos \theta')^2 + R_c^2(\sin \theta - \sin \theta')^2} \quad (3.1)$$

L'expression de la pression calculée au *standoff point*  $S_0$ , de coordonnées  $(R_c, 0, 0)$  car situé à l'intersection des deux plans de symétrie du cylindre, à chaque instant  $t$  devient :

$$p(S_0, t) = 2p_I(S_0, t) - \frac{\rho_f}{2\pi} \int_S \frac{1}{R_0} \frac{\partial \dot{w}(t)}{\partial t}(Q, t - R_0/c_f) dS \quad (3.2)$$

Où  $R_0 = S_0Q = \sqrt{x^2 + R_c^2(\cos \theta - 1)^2 + R_c^2(\sin \theta)^2}$ . Pour simplifier l'écriture, on notera par la suite la pression au *standoff point*  $p(S_0, t) = p(t)$  et la pression incidente  $p_I(S_0, t) = p_I(t)$ . On notera également la densité du fluide au repos  $\rho_f = \rho$ , et la célérité du son dans le fluide  $c_f = c$ . En exprimant l'intégrale dans le système de coordonnées cylindriques,

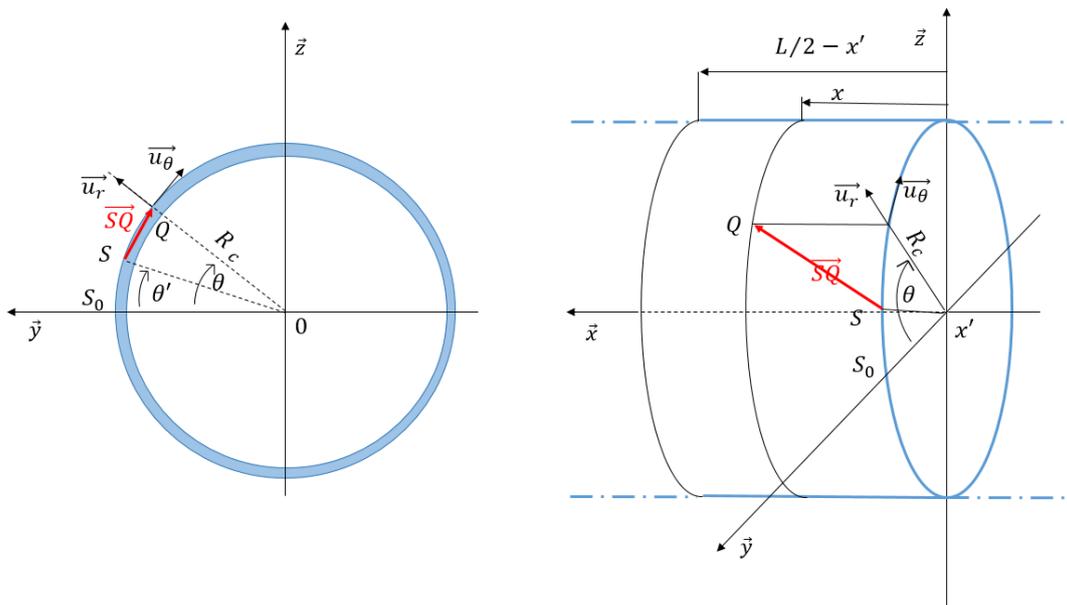


FIGURE 3.1 – Notations du problème en coordonnées cylindriques

sachant que  $dS = R_c dx d\theta$ , l'équation (3.2) devient :

$$p(t) = 2p_I(t) - \frac{\rho}{2\pi} \int_S \frac{1}{R_0} \frac{\partial \dot{w}(t)}{\partial t} (Q, t - R_0/c) R_c dx d\theta \quad (3.3)$$

Cette expression est similaire à celle obtenue par Barras dans son DEA [Bar07] pour le cas d'une plaque circulaire fixée sur une structure rigide supposée plane et de dimension infinie. En postulant une déformée parabolique de la plaque circulaire en chaque instant, il est possible d'obtenir une expression de la pression au centre de la plaque à chaque instant. De cette expression, deux cas temporels limites peuvent être examinés, correspondant aux approximations temps court et temps long, permettant de traiter analytiquement l'interaction fluide-structure.

### 3.1.1 Approximation temps court - phase initiale

Pendant la phase de réponse pour laquelle  $t < \theta_d$ , où  $\theta_d = L/(2c)$  est appelé *temps de diffraction* et correspond au temps mis par l'onde pour se propager du *standoff point* à l'extrémité du cylindre, les termes correspondant à la diminution de pression liée à l'arrivée des ondes réfléchies provenant des points adjacents du cylindre et des extrémités peuvent être négligés. La pression calculée au *standoff point* s'écrit alors :

$$p(t) \approx 2p_I(t) - \rho c \frac{dw}{dt}(t) \quad (3.4)$$

Ce résultat est exactement celui qui aurait été obtenu en considérant une plaque plane de dimension infinie soumise à une onde de pression incidente plane, et mise en mouvement avec une vitesse de  $\frac{dw}{dt}(t)$ . Le terme  $2p_I(t)$  correspond au doublement de la pression liée à la réflexion de l'onde sur la surface supposée fixe, et le terme  $\rho c \frac{dw}{dt}(t)$  correspond à la pression rayonnée suite à la mise en mouvement de la paroi du cylindre. Cette approximation s'applique d'autant mieux que les longueurs d'ondes acoustiques du fluide sont petites devant les longueurs d'ondes mécaniques de la structure, schématiquement pour des sollicitations en haute fréquence. Elle est cohérente avec la limite asymptotique en hautes fréquences de la formulation **DAA** implémentée dans le code USA, présentée dans le chapitre précédent.

### 3.1.2 Approximation temps long - seconde phase

Le seconde situation limite se déroule en supposant que les variations d'accélération de la paroi du cylindre sont suffisamment lentes pour que les temps de propagation puissent être négligés. Cela revient à évaluer dans l'équation (3.3) l'accélération  $\frac{d^2w(t)}{dt^2}$  au même

instant  $t$  en tout point de la paroi du cylindre. Dans ce cas, l'équation (3.3) devient :

$$p(t) = 2p_I(t) - m_a \frac{d^2 w}{dt^2}(t) \quad (3.5)$$

Le second terme du membre de droite s'identifie aux effets inertiels dus à la masse d'eau ajoutée  $m_a$ , ici évaluée au niveau du *standoff point*. Le chargement de la paroi du cylindre s'approche ainsi d'un doublement de pression incidente, moins les effets inertiels de l'écoulement fluide considéré comme incompressible. La décélération de la paroi du cylindre ( $\frac{d^2 w}{dt^2}(t) < 0$ ) produit un chargement additionnel de pression. Cette approximation est aussi appelée *Virtual Mass Approximation VMA*, ce qui se comprend bien compte tenu des considérations précédentes. Elle s'applique d'autant mieux que les longueurs d'ondes acoustiques du fluide sont grandes, c'est à dire pour des sollicitations en basse fréquence où les effets inertiels liés à la masse d'eau ajoutée sont prédominants. Elle est cohérente avec la limite asymptotique en basses fréquences de la formulation **DAA** implémentée dans le code USA.

Ainsi, dans le cas de l'interaction de l'onde de choc primaire issue d'une explosion sous-marine, les temps et les fréquences mis en jeu montrent que l'approximation temps court semble bien adaptée dans la phase initiale du chargement, durant laquelle le cylindre n'a pas (ou peu) le temps de se déformer mécaniquement, et ce d'autant mieux que l'onde de choc est de courte durée et que les fréquences de réponse de la structures sont basses. Dans cette thèse, l'approximation temps court est utilisée pour calculer l'énergie cinétique atteinte par la paroi du cylindre à la fin de la première phase.

L'approximation temps long est quant à elle adaptée aux effets résiduels, tels que les vibrations en basse fréquence de la structure après passage de l'onde de choc transitoire. Cette approximation est par exemple utilisée par [ZL01] pour le cas de la plaque circulaire immergée impactée par une onde de choc. [Zon03] se sert de cette approximation pour déterminer la réponse vibratoire d'une poutre immergée soumise aux pulsations de la bulle produite par la détonation sous-marine d'une charge explosive. Dans le cadre de cette thèse, l'approximation temps long est adoptée pour modéliser les effets inertiels de masse d'eau ajoutée mis en jeu lorsque le cylindre se déforme durant la seconde phase.

## 3.2 Phase initiale : approximation temps court

### 3.2.1 Réponse à une onde incidente sphérique

Comme expliqué précédemment, l'approximation temps court est adoptée pour estimer l'énergie cinétique atteinte par la paroi du cylindre à la fin de la première phase temporelle.

Celui-ci est supposé totalement immergé, rempli d'air et encastré à ses extrémités, conformément à la configuration des simulations numériques présentée au chapitre précédent. Les effets de la pression d'immersion sont négligés pour le moment. La configuration du problème étudié est illustrée sur la figure 3.2.

Dans un domaine fluide supposé infini, l'onde de choc provoquée par l'explosion d'une charge prend la forme d'une onde sphérique. Si la distance de tir est grande par rapport à la dimension caractéristique de la structure traitée ( $D_0 \gg L$ ), l'onde peut être considérée comme plane. Dans le cas où l'explosion est relativement proche de la structure, la modélisation en onde plane n'est plus valable et il devient nécessaire de tenir compte de la forme sphérique de l'onde. Les développements suivants seront effectués à l'aide de l'approximation onde sphérique présentée dans le chapitre précédent, et utilisée dans certains solveurs numériques avancés tels que USA [DeR89]. Le profil temporel de pression, en supposant la décroissance en  $1/D$  de l'amplitude de l'onde de choc, défini en un point  $S$  appartenant à la surface mouillée du cylindre (figure 3.2) s'exprime alors plus généralement :

$$p_{IS}(t) = \frac{D}{D_0} \bar{p}_I \left( t - \frac{D - D_0}{c} \right) \quad (3.6)$$

Où  $D_0$  est, rappelons-le, la distance entre la charge explosive et le point le plus proche sur la surface mouillée du cylindre, i. e. le premier point impacté par l'onde de choc.  $D$  est la distance entre la source explosive et le point  $S$  appartenant à la paroi mouillée du cylindre, et  $\bar{p}_I$  est le profil de pression incidente au niveau du *standoff point*  $S_0$ . Les

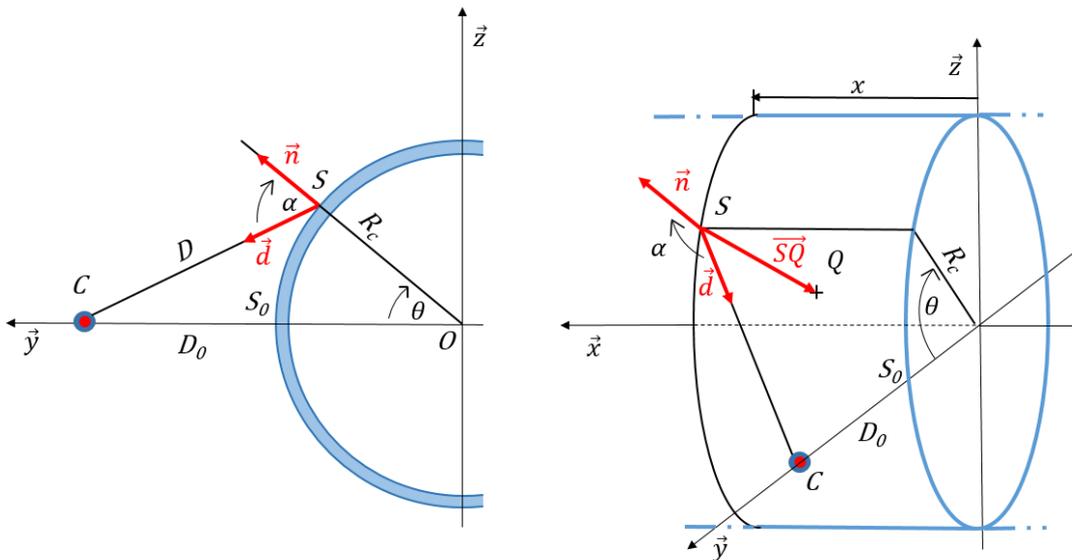


FIGURE 3.2 – Configuration initiale d'un cylindre immergé impacté par l'onde de choc primaire issu d'une explosion sous-marine.

développements seront menés en considérant la forme en simple exponentielle décroissante et en double exponentielle décroissante de l'onde de choc primaire. Cette expression traduit le fait que le pic de pression impactant un point  $S$  est plus faible qu'au niveau du *standoff point*, et cette diminution suit une décroissance en  $1/D$ . L'incidence de l'onde de choc par rapport à la structure doit également être prise en compte. La grandeur  $\alpha$  est introduite, elle correspond à l'angle formé par la direction de propagation de l'onde de choc primaire avec la normale à la surface du cylindre au point courant  $S$ , tel que :

$$\cos \alpha = \vec{d} \cdot \vec{n} \quad (3.7)$$

Pour modéliser le comportement du cylindre lors de l'approximation temps court de l'interaction fluide-structure, le modèle de Taylor [Tay41], développé à l'origine pour la réponse d'une plaque à une onde de choc plane, est adapté au cas du cylindre immergé. Ce modèle est limité à une onde linéaire de pression qui n'entraîne pas de changement significatif de la densité du fluide, et est valide jusqu'à l'apparition de la cavitation. Selon Kambouchev et al. [KNR07], dans le cas d'une explosion sous-marine, la densité de l'eau reste constante pour des pressions de l'ordre de 10 GPa. Cette valeur est bien plus grande que les niveaux de pression mis en jeu lorsque l'onde de choc primaire issue d'une explosion sous-marine impacte une structure. A titre d'exemple, dans le cas d'une charge de 500 kg placée à 3 m d'une structure, soit un facteur de choc de 7.45, ce qui constitue une attaque très sévère, l'amplitude de l'onde de choc incidente est de 215 MPa.

Plusieurs auteurs ont utilisé le modèle de Taylor pour étudier la réponse de structures immergées ou non à un chargement explosif. Le cas d'une plaque métallique circulaire ou rectangulaire a été étudié par Kennard [Ken44], Keil [Kei61] et Johnson et al. [JPST66]. Plusieurs travaux expérimentaux et théoriques sur ce problème sont compilés dans le livre de Cole [Col65]. Fleck & Deshpande [FD04] ont développé un modèle analytique de réponse d'une poutre sandwich encastrée à une onde de choc plane, en air ou en eau. Ce modèle a été amélioré et étendu au cas d'une plaque sandwich par Deshpande [DF05]. Également basés sur l'hypothèse de Taylor, d'autres modèles analytiques de réponse d'une plaque sandwich à une onde de choc plane ont été mis au point par Wang et al. [WLF+13], Wang et al. [WLL13], Schiffer & Tagarielli [ST14] [ST15] et Hoo Fatt & Sirivolu [HS17].

Durant la phase temporelle très courte correspondant à l'approximation temps court, les déformations mécaniques de la paroi du cylindre restent très faibles. Il s'en suit que les forces de raideur peuvent être négligées par rapport aux forces d'inertie, c'est-à-dire que le temps de réponse de la structure est très grand devant la durée de mise en vitesse. L'équation de conservation de la quantité de mouvement d'un petit élément unitaire autour

d'un point  $S$  peut alors s'écrire :

$$m_S \frac{dv_S}{dt}(t) = 2p_{IS}(t) - \rho c v_S(t) \quad (3.8)$$

Où  $v_S(t)$  est la vitesse au point  $S$ ,  $m_S$  est la masse de l'élément unitaire au point  $S$  par unité de surface. En choisissant la forme en simple exponentielle décroissante pour exprimer la pression incidente  $p_{IS}$  au point  $S$ , l'équation (3.8) se réécrit :

$$\frac{dv_S}{dt}(t) + \frac{\rho c}{m_S} v_S(t) = \frac{2P_S}{m_S} e^{-(t-\tau_s)/T_S} \quad (3.9)$$

Où  $\tau_s = (D - D_0)/c$  est le délai correspondant au temps mis par l'onde de choc incidente pour atteindre le point  $S$ . Les grandeurs  $P_S$  et  $T_S$  caractérisant l'onde de choc primaire au point  $S$  sont calculées à l'aide des équations suivantes :

$$P_S = K_P \left( \frac{m_c^{1/3}}{D} \right)^{A_P} \quad T_S = K_T m_c^{1/3} \left( \frac{m_c^{1/3}}{D} \right)^{A_T} \quad (3.10)$$

Où  $m_c$  est la masse de la charge  $C$  et  $K_P$ ,  $K_T$ ,  $A_P$  et  $A_T$  sont les paramètres caractéristiques de l'explosif utilisé, présentés au chapitre précédent. En faisant l'hypothèse d'une répartition uniforme de la masse sur toute la surface de la coque cylindrique ( $m_S = m \forall S$ ), le paramètre suivant est défini :

$$\beta_S = \frac{\rho c T_S}{m} \quad (3.11)$$

$\beta_S$  est un coefficient adimensionnel. Le numérateur est la masse d'eau "déplacée" par l'onde de choc primaire dans la direction normale à la paroi du cylindre au point  $S$  et le dénominateur représente la masse surfacique de la coque. Afin d'évaluer les grandeurs définies par les équations (3.10) et (3.11), la distance  $D$  et le cosinus de l'angle  $\alpha$  sont à déterminer en tout point  $S$  de la coque. Pour ce faire, les longueurs sont adimensionnées par rapport à  $R_c$ , ce qui permet d'introduire les grandeurs adimensionnelles suivantes :

$$\chi = \frac{x}{R_c} \quad ; \quad \eta_0 = \frac{D_0}{R_c} \quad ; \quad \eta = \frac{D}{R_c} \quad (3.12)$$

En un point  $S$ , la distance adimensionnelle au point source de la charge  $\eta$  en fonction

des variables  $\chi$  et  $\theta$  est donnée par :

$$\eta(\chi, \theta) = \sqrt{\eta_0^2 + 2(1 - \cos \theta)(1 + \eta_0) + \chi^2} \quad (3.13)$$

Dans le repère  $(O|\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$ , le vecteur unitaire  $\vec{d} = \vec{SC}/D$  s'exprime de la manière suivante :

$$\vec{d} = \frac{1}{\eta} [-\chi\vec{x} + (1 + \eta_0 - \cos \theta)\vec{y} - \sin \theta\vec{z}] \quad (3.14)$$

Et le cosinus de l'angle  $\alpha$  en un point  $S$  s'obtient en effectuant le produit scalaire de  $\vec{d}$  avec le vecteur normal unitaire  $\vec{n} = \cos \theta\vec{y} + \sin \theta\vec{z}$  :

$$\cos \alpha(\chi, \theta) = \vec{d} \cdot \vec{n} = \frac{1}{\eta} [\cos \theta(1 + \eta_0) - 1] \quad (3.15)$$

### 3.2.2 Calcul de l'énergie cinétique transmise au cylindre

Une fois la distance  $D$  et le cosinus de l'angle  $\alpha$  calculés, l'équation différentielle du premier ordre (3.9) peut être résolue. En négligeant le délai  $\tau_S$  associé à la propagation de l'onde incidente, la solution générale de l'équation de conservation de la quantité de mouvement s'écrit :

$$v_S(t) = \frac{(1 + \cos \alpha)}{2} \frac{2P_S T_S}{m(1 - \beta_S)} (e^{-\beta_S t/T_S} - e^{-t/T_S}) \quad (3.16)$$

Où le terme en  $(1 + \cos \alpha)/2$  est introduit pour prendre en compte les effets de l'incidence de l'onde sur la coque cylindrique. Ce coefficient est extrait de l'observation des profils de pression mesurés lors d'essais effectués par la DGA à Toulon et présentés au chapitre précédent. En substituant l'équation de la vitesse (3.16) dans l'équation de la pression (3.4), on obtient l'expression suivante pour le champ de pression en un point  $S$  :

$$p_S(t) = \frac{(1 + \cos \alpha)}{2} \frac{2P_S}{1 - \beta_S} (-\beta_S e^{-\beta_S t/T_S} + e^{-t/T_S}) \quad (3.17)$$

Au *standoff point*, pour  $D = D_0 \Rightarrow \cos \alpha = 1$ , on vérifie que les expressions de la vitesse et de la pression sont identiques aux expressions obtenues par [Tay41] et [Bar07] selon l'approximation onde plane pour une plaque circulaire. La surpression totale appliquée

au *standoff point*  $p(t)$  s'exprime avec l'équation suivante :

$$p(t) = \frac{2P_S}{1 - \beta_S} (-\beta_S e^{-\beta_S t/T_S} + e^{-t/T_S}) \quad (3.18)$$

Et pour la vitesse au *standoff point*  $v(t)$  :

$$v(t) = \frac{2P_S T_S}{m(1 - \beta_S)} (e^{-\beta_S t/T_S} - e^{-t/T_S}) \quad \text{ou} \quad v(t) = 2V_p \frac{\beta_S}{1 - \beta_S} (e^{-\beta_S t/T_S} - e^{-t/T_S}) \quad (3.19)$$

Où  $V_p = \frac{p_S}{\rho c}$  est la vitesse particulière maximale de l'onde de choc. L'évolution de la surpression relative  $p/2p_m$  et de la vitesse relative  $v/2V_p$  en fonction de  $\beta_S$  à différents instants  $t/T_S$  sont tracés respectivement sur les figures 3.3(a) et 3.3(b). Afin d'améliorer la lisibilité des courbes aux limites  $\beta \rightarrow 0$  et  $\beta \rightarrow \infty$ , l'échelle des abscisses est logarithmique. Dans le cas où la masse surfacique de la paroi du cylindre est négligeable, i.e.  $\beta \rightarrow \infty$ , la vitesse à chaque instant  $t/T_S$  tend vers deux fois la vitesse particulière incidente correspondant aux valeurs  $e^{-t/T_S}$  reportées en ordonnée sur la figure 3.3(b), et la surpression totale tend vers zéro. La paroi du cylindre se comporte alors comme une interface libre. A l'opposé, lorsque la masse surfacique de la paroi du cylindre est très supérieure à la masse d'eau déplacée, i.e.  $\beta \rightarrow 0$ , la vitesse de la paroi reste nulle à chaque instant et la surpression totale est égale à deux fois la pression incidente correspondant aux valeurs  $e^{-t/T_S}$  reportées en ordonnée sur la figure 3.3(a). La paroi du cylindre est alors semblable à une interface

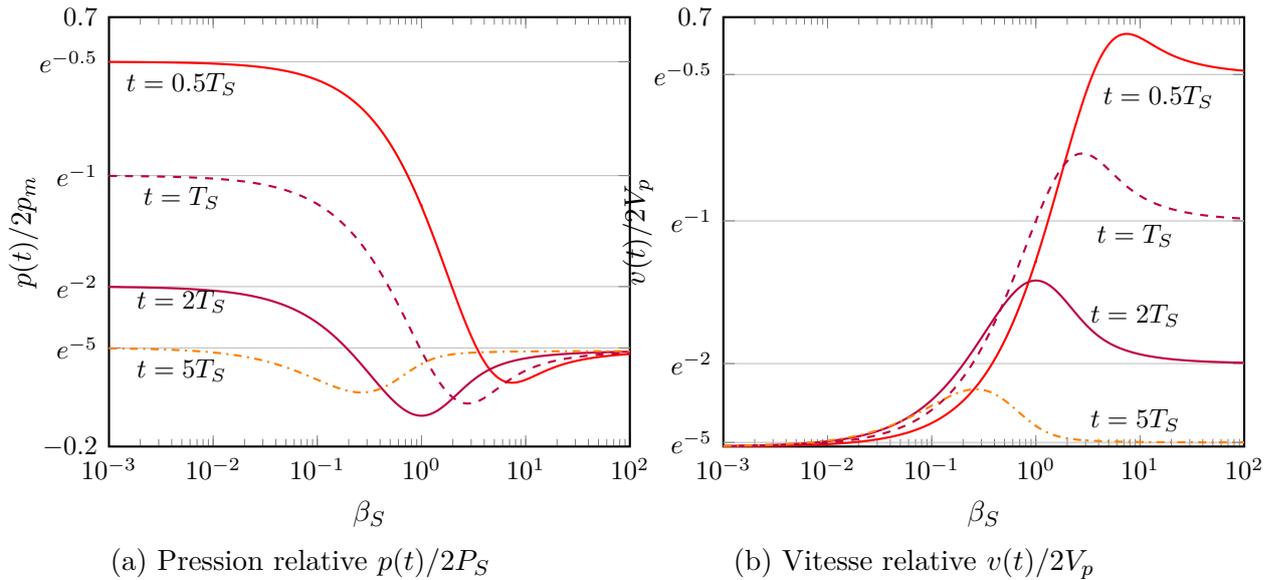


FIGURE 3.3 – Tracés de pression relative et de la vitesse relative en fonction de  $\beta_S$  à différents instants  $t/T_S$

fixe.

A partir de l'équation (3.16) de la vitesse  $v_S$ , il est possible de déterminer la vitesse maximale atteinte par la paroi du cylindre en un point  $S$  sous l'effet de l'onde de choc, en cherchant l'instant  $t$  auquel la dérivée première de la vitesse s'annule :

$$\frac{dv_S}{dt}(t) = \frac{(1 + \cos\alpha) 2P_S}{2} \frac{1}{m(1 - \beta_S)} (-\beta_S e^{-\beta_S t/T_S} - e^{-t/T_S}) \quad (3.20)$$

Chercher le zéro de la dérivée revient à :

$$-\beta_S e^{-\beta_S t/T_S} - e^{-t/T_S} = 0 \quad \Rightarrow \quad \beta_S = e^{(\beta_S - 1)t/T_S} \quad \Rightarrow \quad t = T_S \left( \frac{\ln \beta_S}{\beta_S - 1} \right) \quad (3.21)$$

On détermine ainsi le temps  $t_{cS}$  auquel la vitesse de la paroi de la coque en un point  $S$  est maximale :

$$t_{cS} = T_S \left( \frac{\ln \beta_S}{\beta_S - 1} \right) \quad (3.22)$$

L'évolution du temps de coupure relatif  $t_{cS}/T_S$  en fonction du coefficient adimensionnel  $\beta_S$  est présentée sur la figure 3.4. En reportant cette expression dans la formule de la vitesse

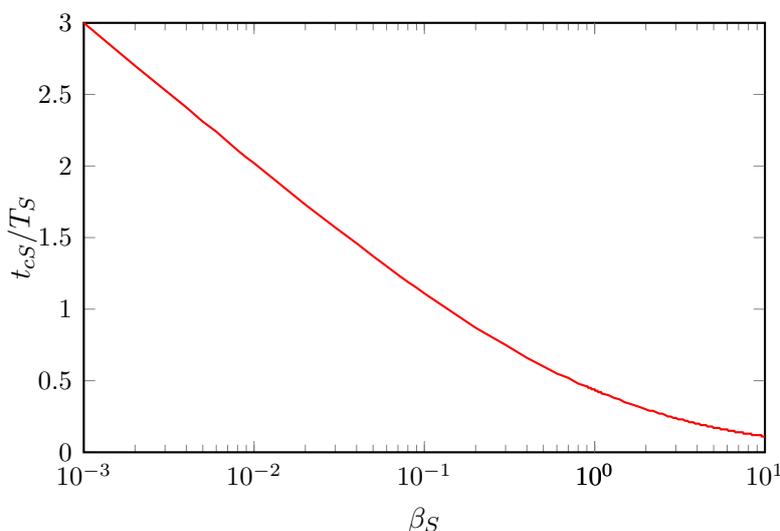


FIGURE 3.4 – Tracé du temps de coupure relatif en fonction de  $\beta_S$

$v_S(t)$ , la vitesse maximale atteinte au point  $S$  se calcule avec l'équation suivante :

$$V_m(S) = v_S(t_{cS}) = \frac{(1 + \cos\alpha)}{2} \frac{2P_S T_S}{m} \beta_S^{\frac{\beta_S}{1-\beta_S}} \quad \text{ou} \quad V_m(S) = \frac{(1 + \cos\alpha)}{2} 2V_p \beta_S^{\frac{1}{1-\beta_S}} \quad (3.23)$$

La vitesse maximale relative est ainsi fonction des deux paramètres  $\beta_S$  et  $\alpha$ . Le premier correspond à la masse de fluide "déplacée" rapportée à la masse surfacique du cylindre et le second décrit la position du point considéré par rapport au point source :

$$\frac{V_m}{2V_p} = \frac{(1 + \cos\alpha)}{2} \beta_S^{\frac{1}{1-\beta_S}} \quad (3.24)$$

La figure 3.5 présente le tracé de la vitesse maximale relative en fonction du coefficient adimensionnel  $\beta_S$  et de l'angle  $\alpha$ . Il est intéressant d'exprimer la pression totale  $p_S$  en un

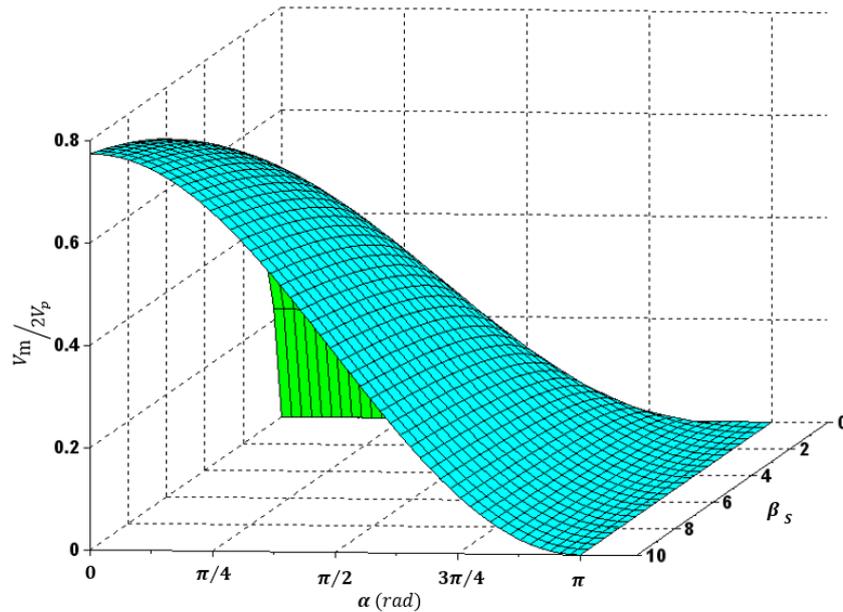


FIGURE 3.5 – Evolution de la vitesse maximale relative en fonction du coefficient  $\beta_S$  et de l'angle  $\alpha$

point  $S$  au temps  $t_{cS}$  :

$$\begin{aligned}
 p_S(t_c) &= \frac{(1 + \cos\alpha)}{2} \frac{2P_S}{1 - \beta_S} (-\beta_S e^{-\beta_S t_c / T_S} + e^{-t_c / T_S}) \\
 \Rightarrow p_S(t_c) &= \frac{(1 + \cos\alpha)}{2} \frac{2P_S}{1 - \beta_S} (-\beta_S \beta_S^{\frac{-\beta_S}{\beta_S - 1}} + \beta_S^{\frac{-1}{\beta_S - 1}}) \\
 \Rightarrow p_S(t_c) &= \frac{(1 + \cos\alpha)}{2} \frac{2P_S}{1 - \beta_S} (-\beta_S^{\frac{-1}{\beta_S - 1}} + \beta_S^{\frac{-1}{\beta_S - 1}}) \\
 \Rightarrow p_S(t_c) &= 0
 \end{aligned} \tag{3.25}$$

On voit ici que le temps  $t_{cS}$  est l'instant où le chargement en pression s'annule et correspond à la fin de la phase initiale. C'est également l'instant où le phénomène de cavitation apparaît. Si l'on considère que la pression de cavitation de l'eau est proche de zéro, ce qui est approximativement vrai lorsque la pression d'immersion est faible, le critère proposé par Kirkwood [Kir45], stipulant que la cavitation apparaît en un point  $S$  de la coque si le temps de coupure  $t_{cS}$  est inférieur au temps de diffraction  $\theta_d$ , est respecté. Ce critère a été validé par des essais sur des plaques circulaires. Le seuil de cavitation  $p_S = 0$  est utilisé dans la plupart des travaux portant sur le développement de modèles simplifiés, tels ceux de Schiffer [ST14] et Hoo Fatt [HS17], même si sous certaines conditions la pression de cavitation peut être légèrement négative. Akulichev and Il'ichev [AI05] répertorient les variations dans les seuils de pression de cavitation acoustique, i.e. la différence entre la pression hydrostatique et la pression de cavitation hydrodynamique.

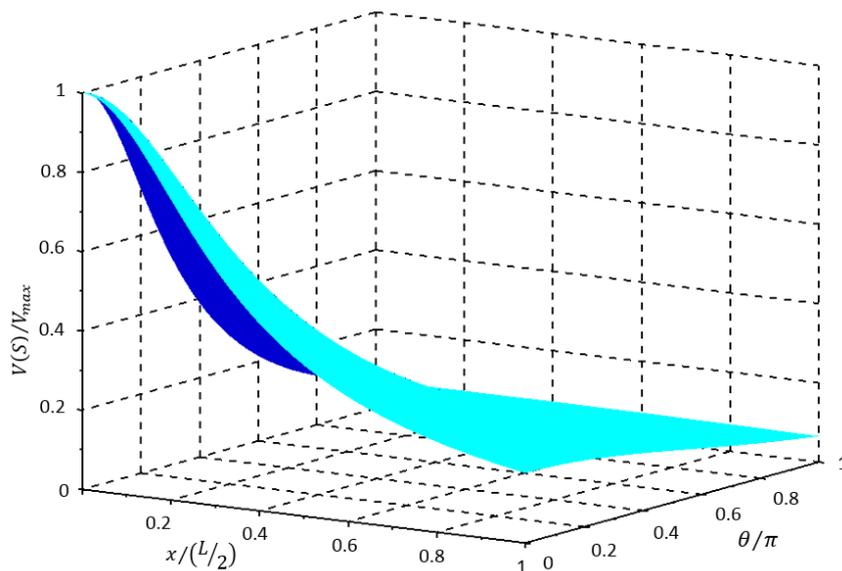


FIGURE 3.6 – Champ de vitesse maximale transmis à la coque

Le champ de vitesse maximale atteinte en tout point  $S$  de la coque cylindrique est présenté en figure 3.6 pour le scénario d’explosion simulé numériquement dans le chapitre précédent. Ce champ est calculé à l’aide de l’équation (3.23), et chaque valeur obtenue est divisée par la vitesse maximale atteinte au *standoff point*  $V_{max}$ , qui pour le scénario étudié est égale à  $92.3 \text{ m/s}$ , ce qui est proche de la valeur obtenue numériquement ( $90 \text{ m.s}^{-1}$  pour rappel). Ce champ de vitesse maximale est utilisé pour calculer l’énergie cinétique atteinte par la paroi de la coque immergée à la fin de la phase initiale :

$$E_c = \int_S \frac{1}{2} m V_m(S)^2 dS \quad (3.26)$$

La même démarche peut être suivie en considérant une pression incidente exprimée en double exponentielle décroissante. De tels calculs ont été effectués par Barras [Bar12] dans le cas de la plaque circulaire fixée à ses bords, pour deux épaisseurs de tôle différentes (10 et 50  $mm$ ), la masse d’explosif variant de 1 à 1000  $kg$  et la distance de tir de 1 et 50  $m$ . Il est montré que les résultats obtenus en terme de vitesse maximale transmise et de temps de coupure sont quasiment identiques. Il en est de même pour l’évolution de la pression totale. Les énergies cinétiques maximales atteintes en fin de phase initiale, évaluées à l’aide de l’équation (3.26) ne diffèrent donc que très peu. Cette conclusion est en contradiction avec les résultats de simulation numérique présentés dans le chapitre précédent. En effet, l’enfoncement du cylindre obtenu avec la forme en double exponentielle est environ deux fois plus important que celui calculé avec la forme en simple exponentielle, et il en est de même pour les énergies plastiques dissipées. Ceci illustre les limitations de la théorie de Taylor, qui ne s’applique qu’aux premiers instants de l’interaction fluide-structure jusqu’au temps de coupure  $t_{cS}$ . Pour les plaques considérées par [Bar12], le rapport de masse  $\beta_S$  varie de 0.5 à 2.5. Pour ces valeurs, comme le montre la figure 3.4, le temps de coupure est inférieur à  $T_S$ . Or, les formes en simple et double exponentielle décroissante sont identiques jusqu’au temps  $T_S$ , donc en utilisant la théorie de Taylor, la paroi est chargée de la même manière.

### 3.2.3 Validation et limitations de l’approximation temps court

Afin de valider l’approximation temps court de l’interaction fluide-structure présentée dans ce chapitre, il est nécessaire de pouvoir comparer les résultats issus de cette approximation à une solution de référence, qu’elle soit issue d’essais ou de simulations numériques, voir les deux. Du fait du manque de résultats d’essais exploitables dans la littérature, les vitesses maximales atteintes et les énergies cinétiques atteintes seront validées par comparaison avec des résultats de simulations numériques LS-DYNA/USA. Rappelons ici que le code USA développé par De Runtz [DeR89], couplé au solveur éléments finis LS-DYNA, permet de simuler la réponse dynamique élasto-plastique d’une structure immergée aux

explosions sous-marines en champ lointain, ou en champ proche en ne considérant que l'onde de choc primaire.

Numéro de cas	$m_c$ kg	K	$P_s$ MPa	$T_s$ ms
1	0.4	1.51	132.03	0.056
2	0.5	1.68	144.03	0.059
3	0.7	1.99	164.23	0.064
4	0.9	2.26	181.14	0.068
5	1.1	2.50	195.88	0.071
6	1.3	2.71	209.7	0.074
7	1.5	2.92	221.7	0.077
8	1.7	3.10	232.13	0.079

TABLE 3.1 – Détails des scénarios de tir simulés numériquement

La démarche numérique exposée au chapitre précédent est suivie pour simuler huit scénarios d'explosion, présentés dans le tableau 3.1. La distance de tir au *standoff point* est fixe ( $D_0 = 0.42$ ) et différentes masses d'explosif  $m_c$  sont considérées. Les grandeurs caractéristiques de l'onde de choc primaire produite par la détonation de l'explosif sont obtenues à l'aide des lois de similitude également présentées au chapitre précédent. Les travaux de Ming et al. [MZWX16] ont montré, à partir de simulations numériques SPH, que le profil du front d'onde est correctement estimé par les formules de Cole pour une distance à la charge supérieur à environ 7 fois son rayon. On vérifie que pour les scénarios étudiés, cette condition est remplie, excepté pour le cas 8, où ce rapport est de 6.7. Les paramètres caractéristiques de l'explosif ne sont pas donnés dans cette thèse, pour des raisons de confidentialité. Pour chaque scénario, le facteur de choc  $K = \sqrt{m_c}/D_0$ , la pression maximale  $P_s$  et la constante de temps  $T_s$ , toutes deux évaluées au *standoff point*, sont résumés dans le tableau 3.1. Les formes en simple et double exponentielles décroissantes sont utilisées pour décrire l'onde de choc incidente.

Tous les scénarios sont suffisamment sévères pour que la coque cylindre se déforme plastiquement ; en d'autres termes le bordé subit un enfoncement permanent. Pour chacun des scénarios présentés dans le tableau 3.1, les profils de vitesse et l'enfoncement de la coque, l'énergie dissipée par déformation plastique ainsi que les étendues longitudinale et circumférentielle de la zone déformée sont post-traitées.

### 3.2.3.1 Justification de l'approximation temps court

On considère le scénario d'explosion associé aux résultats de simulation LS-DYNA/USA présentés au chapitre précédent (scénario 5 du tableau 3.1). La pression incidente étant

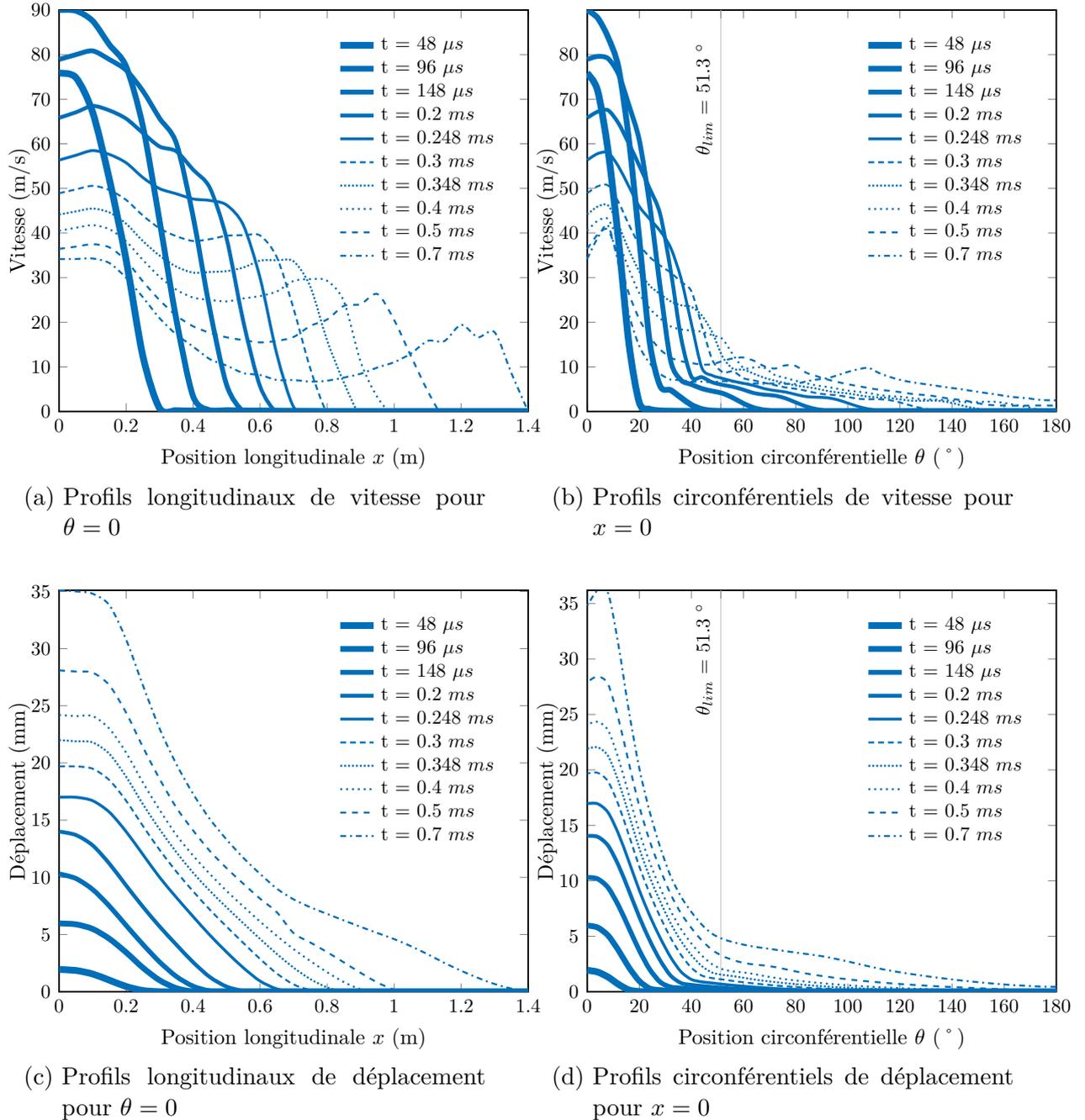


FIGURE 3.7 – Profils de vitesse et de déplacement de la paroi du cylindre calculés numériquement à différents instants pour le cas 5 du tableau 1

exprimée en simple exponentielle décroissante, on trace sur la figure 3.7 les profils longitudinaux et circonférentiels de vitesse radiale (figures 3.7(a) et 3.7(b)) et du déplacement radial (figures 3.7(c) et 3.7(d)) de la paroi du cylindre à différents instants. On met ainsi en évidence le caractère sphérique de l'onde de choc, puisque la paroi du cylindre est mise progressivement en vitesse par l'arrivée de l'onde de choc primaire. Un point situé à la position  $x$  le long de la génératrice est impacté par l'onde de choc à un instant  $\Delta t = (\sqrt{x^2 + D_0^2} - D_0)/c$  après le *standoff point*, et c'est bien ce qui est observé sur la figure 3.7(c). Par exemple, en  $x = 1$  m, le temps d'arrivée  $\Delta t$  est égal à 0.45 ms, et on vérifie qu'au temps  $t = 0.4$  ms, la vitesse et le déplacement de la paroi sont nuls, ce qui n'est plus le cas à l'instant  $t = 0.5$  ms. De plus, la vitesse maximale atteinte en un point de la paroi décroît avec la distance  $D$  par rapport au centre de la charge.

Concernant l'hypothèse de non prise en compte des déformations mécaniques du cylindre durant l'approximation temps court, celle-ci est validée localement, puisqu'en tout point de la paroi, les tracés de la figure 3.7 montrent que la vitesse atteint son maximum alors que le déplacement de la paroi est encore faible, de quelques mm tout au plus. Mais en considérant l'ensemble du cylindre, du fait du délai de propagation de l'onde de choc, les points les plus éloignés de la charge sont mis en vitesse alors qu'au même moment les points au voisinage du *standoff point* se sont déjà déplacés du quart de leur déplacement final. Néanmoins, les temps de coupure  $t_{cs}$  sont de l'ordre de grandeur du temps  $T_S$ , ainsi les pressions rayonnées par des points éloignés de la paroi du cylindre n'ont que très peu d'influence sur le phénomène bref de mise en vitesse d'un point.

Selon les travaux présentés par Cole [Col65], la décomposition linéaire des champs de pression acoustique effectuée pour caractériser l'interaction de la paroi du cylindre avec l'eau environnant n'est valide que pour des angles d'incidence  $\alpha$  allant jusqu'à 70 °. Dans le calcul de l'énergie cinétique, l'hypothèse est faite de ne pas inclure la contribution des points pour lesquels l'angle d'incidence est supérieur à 90 °. La valeur de l'angle  $\theta_{lim}$ , pour l'anneau central du cylindre, associée à cette incidence rasante dépend de la distance  $D_0$  de la charge et des caractéristiques géométriques du cylindre via la relation suivante :

$$\theta_{lim} = \arccos\left(\frac{R}{R + D_0}\right) \quad (3.27)$$

Cette valeur est identique pour tous les scénarios d'explosion récapitulés au tableau 3.1, et vaut 51.3 °. Cette valeur est mise en évidence sur les figures 3.7(b) et 3.7(d), où l'on voit que les points situés au-delà atteignent des vitesses maximales faibles comparées aux points situés près du *standoff point*.

### 3.2.3.2 Validation du calcul de la vitesse maximale

Pour valider le calcul de la vitesse maximale atteinte par la paroi du cylindre, les valeurs du champ de vitesse maximale évaluées à l'aide de l'équation (3.23) sont comparées avec celles issues des simulations numériques. Pour celles-ci, la quantité mesurée est l'amplitude du premier pic observé sur les courbes de vitesse des noeuds, visible sur la figure 2.10 du chapitre précédent. Ce premier pic correspond au régime impulsionnel du chargement par l'onde de choc primaire, modélisé par l'approximation temps court de l'interaction fluide-structure.

La figure 3.8 présente les valeurs des vitesses maximales atteintes au *standoff point* calculées analytiquement et numériquement pour tous les cas définis dans le tableau 3.1. Les niveaux obtenus par simulations numériques sont quasiment identiques en simple et double exponentielle, ce qui est en accord avec les résultats obtenus par Barras [Bar12] et présentés précédemment. Les valeurs calculées analytiquement sont très proches de celles obtenues numériquement pour tous les cas étudiés, avec un écart inférieur à 5 %, comme illustré par les barres d'erreurs à plus ou moins 5 % représentées sur la figure 3.8.

L'évolution longitudinale de la vitesse maximale de la coque rapportée à la vitesse maximale au *standoff point* est affichée sur la figure 3.9, pour les facteurs de choc  $K = 1.51$ ,  $K=2.5$  et  $K = 3.1$ . Les barres d'erreurs à plus ou moins 5 % sont ajoutées pour le facteur de choc  $K = 1.51$ . On constate que le modèle analytique permet d'estimer correctement le profil longitudinal des vitesses maximales. L'écart observé à partir de  $x = 1.3 m$  s'explique

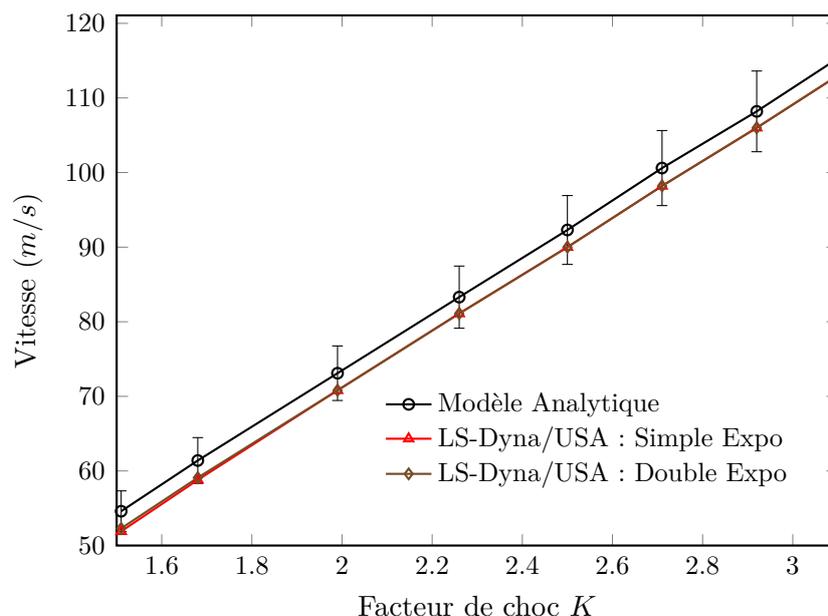


FIGURE 3.8 – Comparaison des vitesses maximales calculées au *standoff point* analytiquement et numériquement

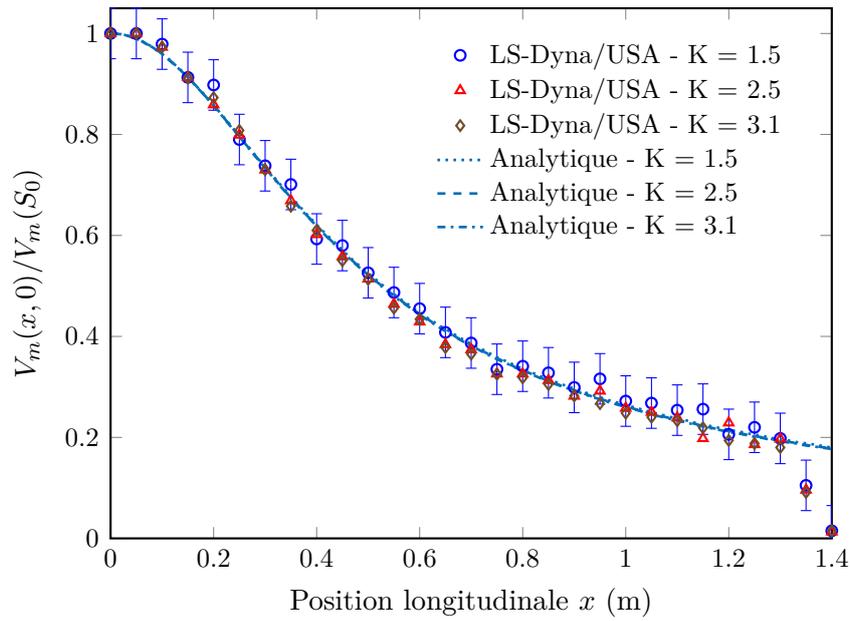


FIGURE 3.9 – Comparaison des solutions analytiques et numériques pour la vitesse maximale atteinte le long de la demie-génératrice du cylindre passant par le *standoff point*

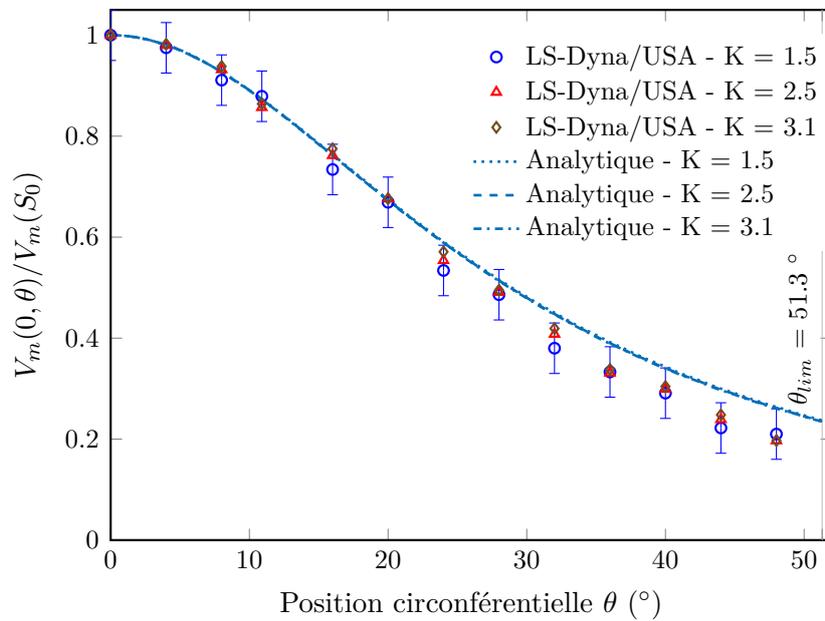


FIGURE 3.10 – Comparaison des solutions analytiques et numériques pour la vitesse maximale atteinte le long du demi-anneau du cylindre passant par le *standoff point*

par le fait que les extrémités du cylindre sont considérées encastées dans les modèles numériques, ce qui n'est pas le cas dans les modèles analytiques. Néanmoins, cet écart n'a pas d'incidence sur le calcul de l'énergie cinétique transmise au cylindre (équation (3.26)), puisque les vitesses des points situés aux extrémités du cylindre sont considérées nulles.

De la même façon, l'évolution circonférentielle de la vitesse maximale de la coque rapportée à la vitesse maximale au *standoff point* est tracée sur la figure 3.10, pour un angle  $\theta$  variant de 0 à  $\theta_{lim}$ . Les barres d'erreurs à plus ou moins 5 % sont également indiquées pour le facteur de choc  $K = 1.51$ . Le modèle analytique donne des résultats proches des simulations numériques pour un angle  $\theta$  allant de 0 ° à environ 30 °, et surestime légèrement les vitesses maximales atteintes pour des angles supérieurs. Néanmoins, on peut globalement estimer que le champ des vitesses maximales calculé analytiquement est en accord avec celui post-traité à l'issue des simulations numériques. De plus, que ce soit analytiquement ou numériquement, la distribution des vitesses est identique quelle que soit la charge d'explosif utilisée.

### 3.2.3.3 Comparaison des énergies

La figure 3.11 présente, pour chaque scénario présenté dans le tableau 3.1, une comparaison entre l'énergie cinétique  $E_c$  maximale de la coque en fin de phase initiale et l'énergie  $E_p$  dissipée plastiquement dans la coque obtenue à l'issue de la simulation numérique.

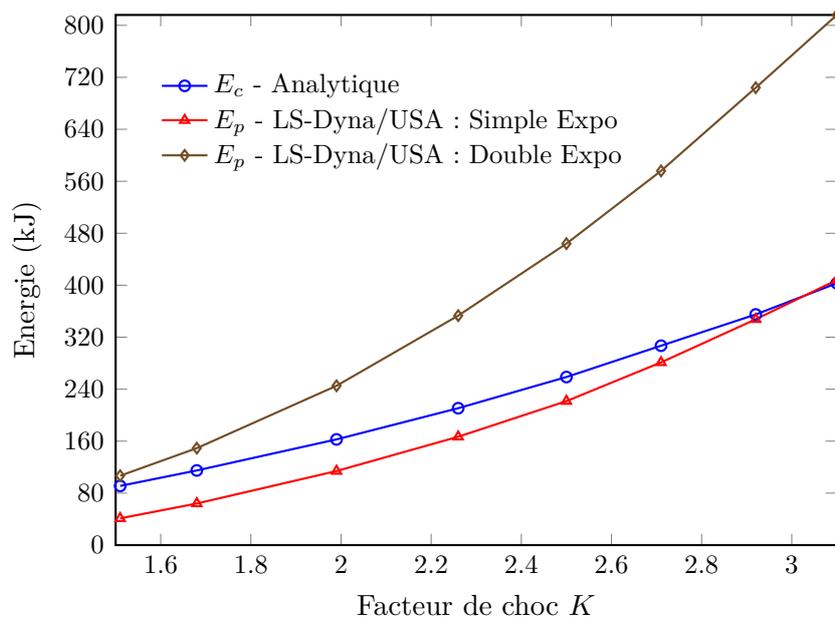


FIGURE 3.11 – Comparaison de l'énergie cinétique  $E_c$  transmise à la coque à la fin de l'approximation temps courts avec l'énergie plastique  $E_p$  dissipée par la coque dans les simulations numériques

On observe qu'en partant d'une pression incidente modélisée en simple exponentielle décroissante, l'énergie plastique dissipée dans la coque est inférieure à l'énergie cinétique atteinte à la fin de la première phase, quelque soit le facteur de choc considéré, l'écart diminuant lorsque le facteur de choc  $K$  augmente. Cet écart peut s'expliquer par la non prise en compte de la cavitation dans les modèles numériques, ce qui entraîne l'apparition d'une forte pression négative à l'interface entre la paroi du cylindre et l'eau environnante, comme montré dans le chapitre précédent. Par suite, la dépression dans le fluide au voisinage du cylindre restreint l'enfoncement de la coque, ce qui se traduit par une diminution de l'énergie dissipée plastiquement dans le cylindre.

Si l'on considère une pression incidente modélisée en double exponentielle décroissante, l'énergie plastique dissipée est toujours supérieure à l'énergie cinétique transmise, et l'écart augmente avec la sévérité du chargement, de 17.2 % pour le cas 1 à 102 % pour le cas 8, malgré la non prise en compte de la cavitation dans les modèles numériques. Ainsi l'approximation temps court n'est pas suffisante pour traiter correctement l'interaction fluide-structure mise en jeu au cours de la réponse du cylindre, puisqu'elle ne permet pas de charger suffisamment en énergie la coque cylindrique. Cette limitation est due à l'impossibilité de modéliser :

- le chargement additionnel en pression lié à la durée plus longue du chargement modélisé en double exponentielle,
- les effets inertiels mis en jeu lorsque la coque se déforme mécaniquement dans l'eau.

C'est pourquoi l'approximation temps long, associée à la seconde phase de déformation et présentée dans la suite de ce chapitre, est couplée à l'approximation temps court, afin de modéliser un chargement additionnel en pression de la paroi du cylindre permettant de compenser l'écart d'énergie constaté.

## 3.3 Seconde phase : approximation temps long

### 3.3.1 Calcul de la masse d'eau ajoutée

#### 3.3.1.1 Méthodologie de calcul

Après le passage de l'onde de choc primaire, i.e. pour  $t > \theta_d$ , marquant la fin de la phase initiale du chargement, la coque cylindrique se déforme et toute l'énergie cinétique  $E_c$  reçue par la coque est supposée se transformer en énergie de déformation. En considérant l'approximation temps long décrite par l'équation (3.5), le mouvement de la paroi du cylindre produit un chargement de pression proportionnel à la décélération de la coque. De plus, en général,  $\theta_d \gg T_S$ , ce qui fait que le champ de pression incidente s'est annulé, i.e.  $p_{IS}(t) = 0$ . En reportant cette expression dans l'équation (2.31) de la RPF présentée au

chapitre 2, la pression au point  $S$  s'écrit :

$$p(S, t) = -\frac{\rho_f}{2\pi} \int_S \frac{1}{R} \frac{\partial \dot{w}(t)}{\partial t}(Q, t) dS_Q \quad (3.28)$$

Où la distance  $R$  est donnée par l'équation (3.1). Les simulations numériques menées dans le cadre de ces travaux de thèse montrent que la région enfoncée du cylindre a une forme elliptique, comme illustré sur la figure 3.12(a), l'étendue circonférentielle variant avec la position longitudinale  $x$  le long du cylindre. Afin de déterminer la masse d'eau ajoutée à partir de l'équation (3.28), on postule un champ de déplacement radial pour tout point  $S$  de la zone déformée de la coque à chaque instant  $t$  sous la forme :

$$w(S|t) = \begin{cases} 0 & \text{si } t < 0 \\ \delta(t)f(x)g(\theta) & \text{si } t > 0 \end{cases} \quad (3.29)$$

Où  $\delta(t)$  est la le déplacement radial de la paroi au *standoff point* en chaque instant. Les fonctions  $f$  et  $g$  sont respectivement des fonctions de forme longitudinale et circonférentielle, déterminées à partir d'essais expérimentaux et des simulations numériques. L'analyse des déformées post-traitées à l'issue des calculs éléments finis réalisés dans le cadre de cette thèse a permis de déterminer les expressions suivantes pour les fonctions de formes  $f$  et  $g$  :

$$f(x) = \left(1 - \left(\frac{x}{\xi}\right)^2\right)^2 \quad (3.30)$$

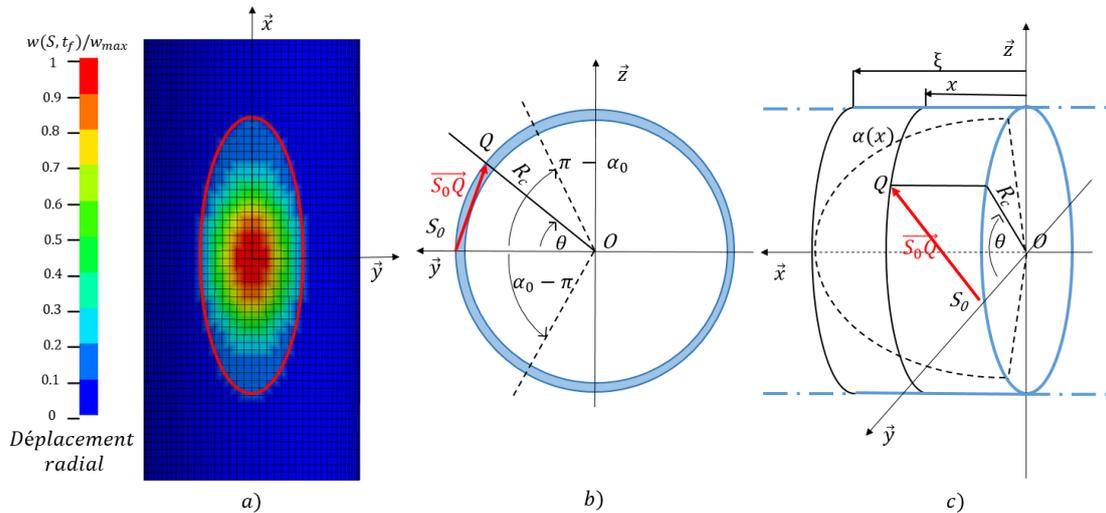


FIGURE 3.12 – Notations pour le calcul de la masse d'eau ajoutée

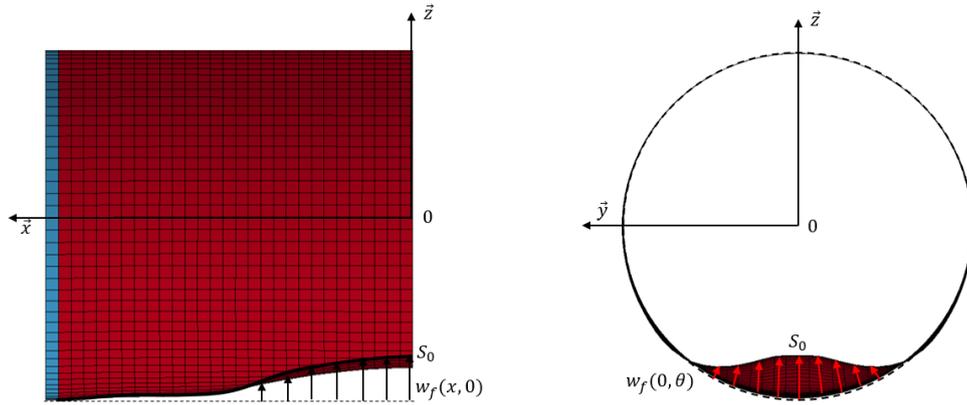


FIGURE 3.13 – Vue des profils de déplacements longitudinal et circonférentiel.

$$g(\theta) = 1 + g_1\left(\frac{\theta}{\alpha(x)}\right) + g_2\left(\frac{\theta}{\alpha(x)}\right)^2 + g_3\left(\frac{\theta}{\alpha(x)}\right)^3 + g_4\left(\frac{\theta}{\alpha(x)}\right)^4 + g_5\left(\frac{\theta}{\alpha(x)}\right)^5 + g_6\left(\frac{\theta}{\alpha(x)}\right)^6 \quad (3.31)$$

La fonction de forme  $f$  donnée par l'expression (3.30) est de la même forme que celle utilisée par Hoo Fatt [Hoo92] dans ses travaux. Dans l'équation (3.31), les coefficients  $g_i$ , listés en Annexe A, sont ajustés pour être en accord avec les profils observés à l'issue des simulations numériques. Un exemple de déformées longitudinale et transversale est illustré sur la figure 3.13. Il correspond au scénario 7 du tableau 3.1, simulé en considérant une pression incidente en simple exponentielle décroissante. Les fonctions  $f$  et  $g$  seront à nouveau utilisées au chapitre suivant, consacré à la description du modèle de réponse mécanique de la coque.

Lorsque le choc est suffisamment sévère ( $K \geq 2$ ), la figure 3.14(a) montre que cette fonction de forme  $f$  approxime assez bien le profil final des déplacements du cylindre, avec seulement de légères différences aux extrémités de la zone déformée. Par contre, lorsque les chocs sont moins sévères ( $K < 2$ ) - dans le cas présenté l'enfoncement de la coque est de l'ordre de l'épaisseur de la coque - la fonction de forme retenue ne concorde pas aussi bien avec la déformée post-traitée à l'issue du calcul numérique. Il est à noter enfin que la forme longitudinale  $f$  correspond à une déformation locale du cylindre ; elle ne prend pas en compte une flexion plastique d'ensemble de celui-ci, initiée par la formation de rotules plastiques à ses extrémités. Hoo Fatt [HFWMK96] a mis en évidence la nécessité de prendre en compte ce mécanisme global lorsque le cylindre lisse est suffisamment long par rapport à son diamètre, sous peine de surestimer le niveau d'enfoncement de la coque.

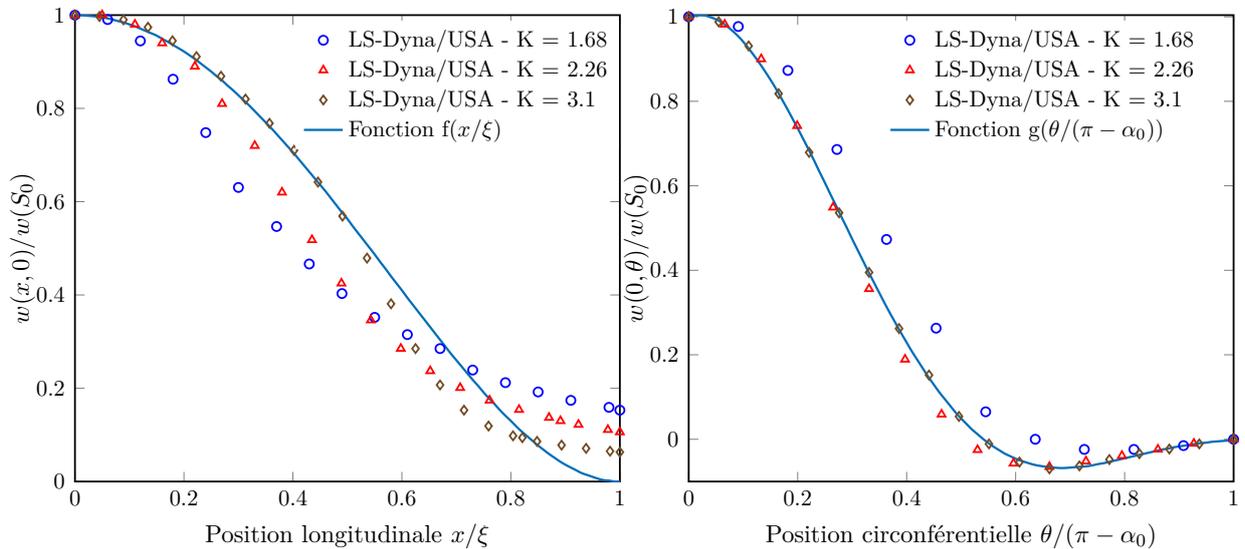
Le modèle développé dans le cadre de ces travaux n'est donc valable que pour des cylindres dont la longueur n'est pas trop importante par rapport au diamètre, quelques

diamètres tout au plus, ce qui correspond généralement à l'étendue maximale des tranches de sous-marins. Concernant la fonction de forme  $g$ , la figure 3.14(b) montre que celle-ci permet de représenter correctement le champ de déplacement radial d'une section du cylindre lorsque le facteur de choc  $K$  est supérieur à 2 (ce qui est bien le cas des scénarios traités dans la thèse). Pour des facteurs de choc plus faibles, ce qui correspond, en considérant une pression incidente en simple exponentielle, à des enfoncements inférieurs à 3 fois l'épaisseur de la coque, le champ de déplacement observé dans les simulations numériques diffère légèrement de la fonction de forme  $g$ . En injectant le champ de déplacement (3.29) dans l'équation (3.28), l'expression de la pression en un point  $S$  de la zone déformée du cylindre est :

$$p(S, t) = -\ddot{\delta}(t) \frac{\rho_f}{2\pi} \int_{-\xi}^{\xi} \int_{-\alpha(x)}^{\alpha(x)} \frac{R_c f(x) g(\theta)}{R} d\theta dx \quad (3.32)$$

Où  $2\xi$  est l'étendue longitudinale de la zone enfoncée du cylindre, et  $\alpha(x) = (\pi - \alpha_0) \sqrt{1 - (x/\xi)^2}$ , qui est l'équation d'une ellipse, voir figure 3.12(c). Par identification avec l'équation (3.5), la masse d'eau ajoutée par unité de surface en un point  $S$  s'écrit :

$$m_a(S) = \frac{\rho_f}{2\pi} \int_{-\xi}^{\xi} \int_{-\alpha(x)}^{\alpha(x)} \frac{R_c f(x) g(\theta)}{R} d\theta dx \quad (3.33)$$



(a) Comparaison de la fonction de forme  $f$  avec le profil longitudinal de déplacement pour différents scénarios.

(b) Comparaison de la fonction de forme  $g$  avec le profil circonférentiel de déplacement pour différents scénarios.

FIGURE 3.14 – Tracé des fonctions de formes et des profils de déplacement de la coque calculés numériquement pour les cas 2, 4 et 8.

Cette expression n'ayant pas de solution analytique, elle est évaluée numériquement en chaque point  $S$  de la zone enfoncée du cylindre. L'intégrale (3.33) est impropre en  $S$ , ce qui rend nécessaire le calcul de la valeur principale de Cauchy associée à cette intégrale, comme expliqué au chapitre précédent dans la section 2.2.2. Ce faisant, un champ de masse d'eau ajoutée est obtenu pour l'ensemble de la zone déformée de la coque cylindrique.

### 3.3.1.2 Etude quantitative de la masse d'eau ajoutée calculée

A la connaissance de l'auteur, il n'existe pas dans la littérature de formule analytique de la masse d'eau ajoutée associée à la déformation plastique locale d'un cylindre immergé impacté par une onde de choc. L'ouvrage de Blevins [Ble] propose une expression approchée pour déterminer la masse d'eau ajoutée d'un cylindre immergé de dimension finie animé d'un mouvement d'ensemble perpendiculaire à son axe :

$$M_a^{Blevins} = \alpha \rho \pi R^2 L \quad (3.34)$$

Où  $\alpha$  est un terme correctif, dont la valeur dépend du rapport  $L/(2R)$ . Dans cette expression,  $M_a$  est une quantité massique, qu'il convient de diviser par la surface du cylindre  $2\pi RL$  pour obtenir la masse d'eau ajoutée surfacique  $m_a^{Blevins}$ . De son côté, Cole [Col65] propose une expression pour déterminer la masse d'eau ajoutée surfacique au centre d'une plaque circulaire de rayon  $a$  se déformant plastiquement suite à l'impact d'une onde de choc. L'hypothèse est faite que la déformée de la plaque a une forme parabolique. Le déplacement vertical en tout point  $r$  de la plaque et à chaque instant  $t$  s'écrit alors sous la forme :

$$w(r|t) = \begin{cases} 0 & \text{si } t < 0 \\ W(t)(1 - \frac{r^2}{a^2}) & \text{si } t > 0 \end{cases} \quad (3.35)$$

Où  $W(t)$  est la flèche au centre de la plaque en chaque instant. Cette approximation quadratique permet d'approcher les observations effectuées lors d'expérimentations sur des structures analogues [Aur98]. En utilisant ce champ de déplacement, l'expression suivante est obtenue pour la masse d'eau ajoutée surfacique au centre de la plaque :

$$m_a^{plaque} = \frac{2\rho a}{3} \quad (3.36)$$

La formule proposée par Blevins (3.34) appliquée au cylindre considéré dans nos simulations conduit à une masse d'eau ajoutée totale  $M_a^{Blevins} = 3103.4$  kg, soit une masse

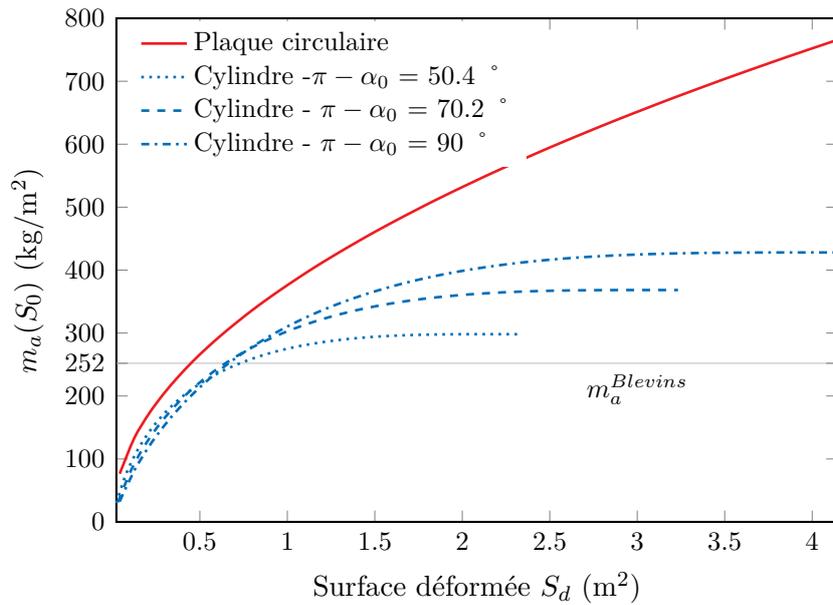


FIGURE 3.15 – Evolution de la masse d’eau ajoutée surfacique calculée au *standoff point* en fonction de la surface déformée, pour une plaque circulaire et un cylindre. Les courbes relatives au cylindre sont obtenues en faisant varier  $\xi$  de 0.01 m à 1.2 m, pour différentes valeurs de l’étendue circonférentielle d’enfoncement  $\pi - \alpha_0$

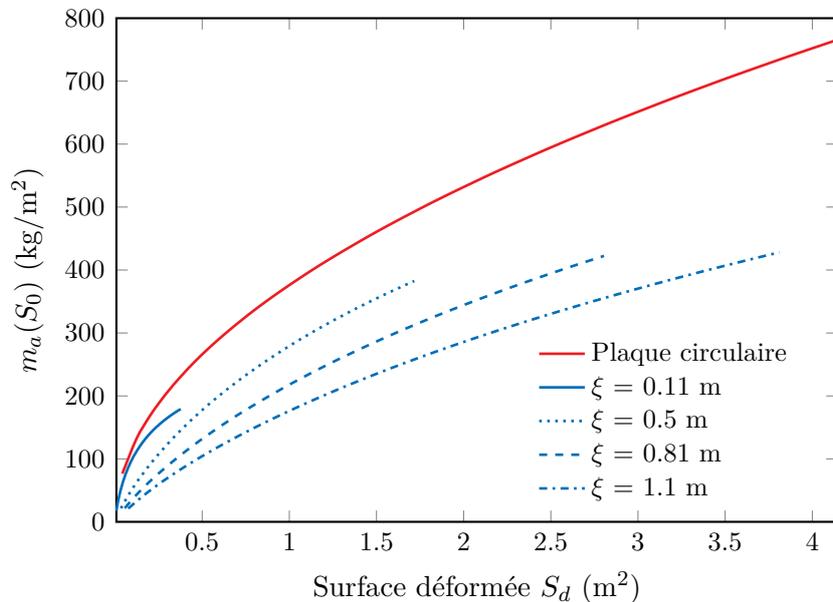


FIGURE 3.16 – Evolution de la masse d’eau ajoutée surfacique calculée au *standoff point* en fonction de la surface déformée pour un cylindre. Les tracés sont effectués en faisant varier  $\pi - \alpha_0$  de 1.8 ° à 90 ° pour différentes valeurs fixes de l’étendue longitudinale d’enfoncement  $\xi$

d'eau ajoutée surfacique  $m_a^{Blevins} = 252 \text{ kg.m}^{-2}$ . La formule (3.36) appliquée à une plaque circulaire de même surface que le cylindre (rayon de plaque  $a$  égal à 1.98 m) conduit une masse d'eau ajoutée surfacique au centre de la plaque égale à  $1320 \text{ kg.m}^{-2}$ .

L'évolution de  $m_a^{plaque}$  en fonction de la surface de plaque déformée est tracée en rouge sur la figure 3.15. Cette courbe est comparée aux évolutions de masse d'eau ajoutée surfacique  $m_a(S_0)$  calculées au *standoff point* à l'aide de l'équation (3.33), pour différentes étendues circonférentielles  $\pi - \alpha_0$  de section de coque déformée. Sur la figure 3.16, la comparaison est faite avec les évolutions de masse d'eau ajoutée calculées pour différentes étendues longitudinales  $\xi$  de la zone déformée. On met ainsi en évidence le fait que la masse d'eau ajoutée surfacique associée à la déformation de la coque cylindrique est toujours inférieure à celle de la plaque circulaire, pour une surface déformée identique. Cela est dû au fait que les fonctions de forme considérées sont différentes. L'intégration de la fonction  $f(\tilde{x})$ , avec  $\tilde{x} = x/\xi$ , pour  $\tilde{x}$  variant de 0 à 1 est égale à  $8/15$ , ce qui est inférieur à  $2/3$  (valeur obtenue en intégrant la forme quadratique (3.35)). De même, l'intégration de  $g(\tilde{\theta})$ , avec  $\tilde{\theta} = \theta/(\pi - \alpha_0)$ , pour  $\tilde{\theta}$  variant de 0 à 1 est égale à 0.22.

### 3.3.2 Définition d'un champ simplifié de masse d'eau ajoutée

Pour incorporer le champ de masse d'eau ajoutée dans le modèle analytique de déformation du cylindre présenté au chapitre suivant, une expression simplifiée de ce champ est

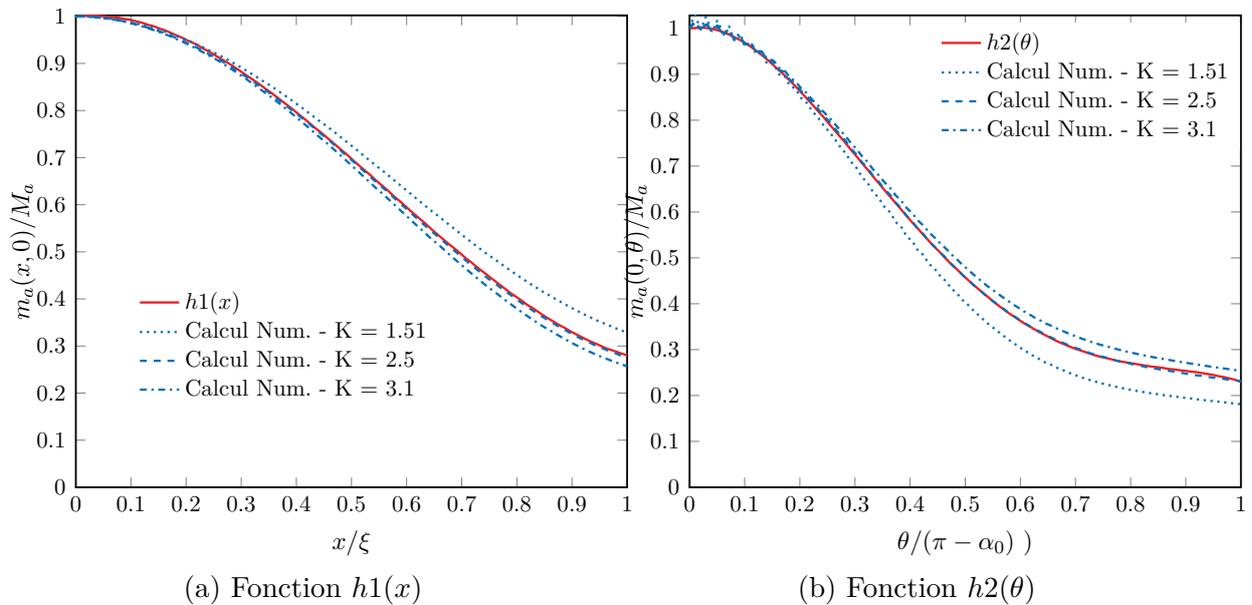


FIGURE 3.17 – Tracé des fonctions de forme  $h1(x)$  et  $h2(\theta)$  et comparaison avec les profils longitudinaux et circonférentiels du champs de masse d'eau ajoutée pour différentes étendues de zone déformée du cylindre.

proposée :

$$m_a(x, \theta) = M_a h_1(x) h_2(\theta) \quad (3.37)$$

Où  $x, \theta$  sont les coordonnées cylindriques du point courant  $S$  et  $M_a = m_a(S_0)$  est la masse d'eau ajoutée évaluée au *standoff point*  $S_0$ . Les fonctions de forme  $h_1$  et  $h_2$  sont déterminées à partir du champ de masse d'eau ajoutée "exact" construit par évaluation numérique de l'équation (3.33). Les paramètres d'endommagement  $\xi$  et  $\alpha_0$  utilisés pour le calcul de ce champs ont été mesurés à partir des déformées du cylindre obtenues à l'issue des simulations numériques des scénarios de tir récapitulés dans le tableau 3.1. La fonction  $h_1$  peut être exprimée sous la forme d'un polynôme d'ordre 3 en  $x$ , et est tracée en figure 3.17(a) :

$$h_1(x) = 1 + h_{11}\left(\frac{x}{\xi}\right) + h_{12}\left(\frac{x}{\xi}\right)^2 + h_{13}\left(\frac{x}{\xi}\right)^3 \quad (3.38)$$

En ce qui concerne la fonction  $h_2$ , elle est exprimée sous la forme d'un polynôme d'ordre 4, et est tracée en figure 3.17(b). Les valeurs des coefficients  $h_{1j}$  et  $h_{2j}$  sont données en Annexe A.

$$h_2(\theta) = 1 + h_{21}\left(\frac{\theta}{\alpha(x)}\right) + h_{22}\left(\frac{\theta}{\alpha(x)}\right)^2 + h_{23}\left(\frac{\theta}{\alpha(x)}\right)^3 + h_{24}\left(\frac{\theta}{\alpha(x)}\right)^4 \quad (3.39)$$

## Références bibliographiques

- [AI05] V A Akulichev and V I Il. Acoustic Cavitation Thresholds of Sea Water in Different Regions of the World Ocean. *Acoustical Physics*, 51(2) :128–138, 2005. [68](#)
- [Aur98] B. Auroire. Exemple de problèmes traités ou pouvant être traités avec usa et lsdyna. In *Pré à l'IPSI PHI2AS*, 1998. [80](#)
- [Bar07] G. Barras. Réponse dynamique des structures aux explosions sous-marines - Confrontation de méthodes analytiques au calcul numérique, 2007. [59](#), [64](#)
- [Bar12] G. Barras. *Fluid-structure interaction : Application to close-in underwater explosion*. PhD thesis, Université des Sciences et Technologies de Lille 1, 2012. [69](#), [73](#)
- [Ble] R. D. Blevins. *Formulas for natural frequency and mode shape*. Krieger Publishing Company. [80](#)
- [Col65] R. H. Cole. *Underwater Explosions*. Dovers Publications, 1965. [62](#), [72](#), [80](#)
- [DeR89] J. A. DeRuntz. The Underwater Shock Analysis Code And Its Applications. In *60th Shock And Vibration Symposium*, pages 89–107, 1989. [61](#), [69](#)
- [DF05] V. S. Deshpande and N. A. Fleck. One-dimensional response of sandwich plates to underwater shock loading. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 53(11) :2347–2383, 2005. [62](#)
- [FD04] N. A. Fleck and V. S. Deshpande. The Resistance of Clamped Sandwich Beams to Shock Loading. *Journal of Applied Mechanics*, 71(3) :386, 2004. [62](#)
- [HFWMK96] M. S. Hoo Fatt, T. Wierzbicki, M. Moussouros, and J. Koenig. Rigid-Plastic Approximations for Predicting Plastic Deformation of Cylindrical Shells Subject to Dynamic Loading. *Shock and Vibration*, 3(3) :169–182, 1996. [78](#)
- [Hoo92] M. S. Hoo Fatt. *Deformation and Rupture of Cylindrical Shells under Dynamic Loading*. PhD thesis, Massachusetts Institute of Technology, 1992. [78](#)
- [HS17] M. S. Hoo Fatt and Dushyanth Sirivolu. Marine composite sandwich plates under air and water blasts. *Marine Structures*, 56 :163–185, 2017. [62](#), [68](#)
- [JPST66] W. Johnson, A. Poynton, H. Singh, and F. W. Travis. Experiments in the underwater explosive stretch forming of clamped circular blanks . *International Journal of Mechanical Sciences*, 8 :237–270, 1966. [62](#)

- [Kei61] A. H. Keil. The response of ships to underwater explosions. *Trans. Soc. Nav. Arch. Mar. Eng.* 69, pages 366–410, 1961. [62](#)
- [Ken44] E. H. Kennard. The effet of a pressure wave on a plate or diaphragm, compendium of underwater explosion research. *ONR* 3, pages 11–64, 1944. [62](#)
- [Kir45] J. G. Kirkwood. Ue report no. 10, 1945. [68](#)
- [KNR07] N. Kambouchev, L. Noels, and R. Radovitzky. Numerical simulation of the fluid-structure interaction between air blast waves and free-standing plates. *Computers and Structures*, 85(11-14) :923–931, 2007. [62](#)
- [MZXW16] F. R. Ming, A. M. Zhang, Y. Z. Xue, and S. P. Wang. Damage characteristics of ship structures subjected to shockwaves of underwater contact explosions. *Ocean Engineering*, 117 :359–382, 2016. [70](#)
- [ST14] A. Schiffer and V. L. Tagarielli. The dynamic response of composite plates to underwater blast : Theoretical and numerical modelling. *International Journal of Impact Engineering*, 70 :1–13, 2014. [62](#), [68](#)
- [ST15] A. Schiffer and V. L. Tagarielli. The response of circular composite plates to underwater blast : Experiments and modelling. *Journal of Fluids and Structures*, 52 :130–144, 2015. [62](#)
- [Tay41] G. I. Taylor. The pressure and impulse of submarine explosion waves on plates. *Underwater Explosion Research (Office of Naval Research, Washington D.C., 1950)*, 1 :1155 – 1174, 1941. [62](#), [64](#)
- [WLF<sup>+</sup>13] Z. Wang, X. Liang, A. S. Fallah, G. Liu, L. A. Louca, and L. Wang. A novel efficient method to evaluate the dynamic response of laminated plates subjected to underwater shock. *Journal of Sound and Vibration*, 332(21) :5618–5634, 2013. [62](#)
- [WLL13] Z. Wang, X. Liang, and G. Liu. An analytical method for evaluating the dynamic response of plates subjected to underwater shock employing Mindlin plate theory and Laplace transforms. *Mathematical Problems in Engineering*, 2013, 2013. [62](#)
- [ZL01] Z. Zong and K. Y. Lam. Viscoplastic response of a circular plate to an underwater explosion shock. *Acta Mechanica*, 148 :93–104, 2001. [60](#)
- [Zon03] Z. Zong. Dynamic plastic response of a submerged free-free beam to an underwater gas bubble. *Acta Mechanica*, 161 :179–194, 2003. [60](#)



# Chapitre 4

## Modèle couplé fluide-structure de réponse d'un cylindre lisse

### Résumé

Dans les chapitres précédents, le solveur non linéaire par éléments finis LS-DYNA, couplé au code linéaire par éléments de frontières USA, a été utilisé avec succès pour simuler la réponse d'un cylindre immergé soumis à l'onde de choc primaire issue de l'explosion d'une mine sous-marine. Néanmoins, la mise en œuvre d'un tel calcul nécessite du temps, aussi bien pour mettre au point les modèles, pour réaliser les calculs que pour post-traiter les résultats. Ce type d'outil est ainsi peu adapté à une étude de risque ou à une conception d'avant-projet, pour lesquelles de nombreux scénarios de tirs doivent être considérés. Le présent chapitre est consacré à l'élaboration d'un modèle simplifié permettant de simuler la réponse dynamique d'un cylindre lisse immergé se déformant au cours de la seconde phase du choc (approximation temps long).

Pour ce faire, une analogie est établie entre le comportement d'une coque cylindrique soumise à un chargement asymétrique et celui d'une corde plastique reposant sur une fondation plastique. Ce modèle est construit à partir de fondements mathématiques présentés par Hoo Fatt [Hoo92]. Des expressions analytiques de l'enfoncement final du cylindre, des déformations et de l'énergie plastique absorbée sont présentées. Les résultats obtenus sont confrontés à des simulations numériques, ce qui permet justifier du bien fondé de ce modèle mais aussi d'en fixer les limites.

## 4.1 Étude bibliographique

Du fait des complications liées au chargement asymétrique en pression, à la réponse de la coque en grands déplacements et au comportement non-linéaire du matériau, le problème de la réponse d'un cylindre soumis à une onde de choc issue d'une explosion sous-marine ne se prête pas aisément à une résolution analytique. Les premiers travaux sur la réponse dynamique plastique de coques cylindriques soumises à un chargement impulsionnel uniforme et axisymétrique ont été effectués par Hodge [Hod55]. Jones & Oliveira [JDO83] ont ensuite repris ces travaux en y ajoutant les effets du cisaillement transverse et des inerties de rotation. Gefken et al. [GKH88] ont prolongé l'analyse antérieure de Lindberg & Florence [LF83] au cas d'un chargement latéral d'une pression radiale variant avec le cosinus de la position circonférentielle et uniforme le long de la longueur de la coque. Des essais menés sur des cylindres courts, encastrés à leurs extrémités ont révélé que les modes de réponse consistaient en un plissement dynamique de la paroi suivant la direction circonférentielle suivi d'un important enfoncement de la coque. Ce type de comportement est caractéristique de coques plutôt minces (rapport du rayon sur l'épaisseur,  $R_c/h = 240$ ).

Dans le cas de structures plus épaisses ou de structures minces renforcées par des raidisseurs annulaires, la coque fléchit sans aucun plissement. Les enfoncement locaux de cylindres épais ( $R_c/h < 40$ ) impactés par des missiles sont ainsi décrits par Stronge [Str93] et Corbett et al. [CRAH90] et comparés à des enfoncements sous poinçonnement quasi-statique. Plus récemment, Song et al. [SLJG14] ont développé un modèle analytique de la réponse plastique d'un cylindre soumis à une onde impulsionnelle de pression latérale, uniforme sur la longueur du cylindre mais variant sur la circonférence. Li et al. [LLL15] ont étudié expérimentalement la réponse d'une coque cylindrique remplie de sable chargé par une feuille d'explosif sur un côté. A partir de ces essais, ils mettent au point un modèle semi-analytique validé par comparaison à des simulations numériques.

Parallèlement au développement de solutions simplifiées des équations de la théorie des coques, une approche alternative a consisté à modéliser la coque cylindrique comme une corde plastique reposant sur une fondation plastique. L'analogie entre une coque cylindrique sous chargement axisymétrique et une poutre-sur-fondation a trouvé son origine dans la théorie des coques élastiques [DH52]. En 1977, ce modèle a été utilisé par Calladine [Cal77] dans le but de traiter les problèmes de chargement non-axisymétrique d'une sphère et d'une coque cylindrique élastique. Peu après, Reid [Rei78] a étendu le modèle de la poutre-sur-fondation au domaine plastique en étudiant le pincement de tubes rigides-plastiques. Yu & Stronge [YS90] [Str85] se sont appuyés sur le modèle de la poutre-sur-fondation pour calculer les déformations d'une coque impactée par des projectiles, mais leurs analyses étaient limitées à de petits enfoncements. Pour étudier des problèmes pour lesquels l'enfoncement central de la coque est de l'ordre de plusieurs fois son épaisseur, le modèle de la

poutre-sur-fondation peut être étendu au domaine plastique de manière à ce que l'analogie soit faite à présent entre une coque cylindrique et une corde-sur-fondation. Gurkok & Hopkins [GH73] [GH81] ont montré qu'un tel enfoncement cause des changements significatifs dans une poutre encastree à ses extrémités et soumise à un chargement transverse. Lorsque le déplacement au centre de la poutre est de l'ordre de son épaisseur, les forces de membrane deviennent prédominantes, ce qui augmente la capacité de charge de la poutre et la fait se comporter comme une corde (état membranaire). Ainsi, la coque cylindrique supposée rigide-plastique subissant un enfoncement relativement important va davantage se comporter comme une corde-sur-fondation que comme une poutre-sur-fondation.

La réponse dynamique d'une corde plastique, mais sans fondation, a été abondamment étudiée pendant et après la Seconde Guerre Mondiale [Cri67]. Cependant, mis à part le problème de l'impact d'un avion contre le câble d'un ballon de barrage, aucune autre application pratique de ces solutions n'a été trouvée. L'addition d'une fondation plastique à la corde plastique a permis d'envisager de nouveaux usages à ce modèle. Alors que la corde représente la moyenne pondérée de la résistance axiale d'une coque cylindrique, la fondation décrit la résistance de la coque à un écrasement latéral. Les deux mécanismes principaux de résistance d'un cylindre étant inclus dans cette formulation, la corde sur fondation apparaît comme un modèle réaliste pour résoudre divers problèmes de dynamique. Mathématiquement, le problème de la corde-sur-fondation est décrit par une équation d'onde in-homogène associée à des conditions non linéaires de chargement et de déchargement. Il a été résolu par Wierzbicki & Hoo Fatt [WF92] pour le problème de l'impact d'une masse enfonçant une coque de façon significative, i.e. conduisant à un enfoncement compris entre l'épaisseur et 20 % du rayon du cylindre. La résolution, basée sur le principe de conservation de la quantité de mouvement, fait appel à un nouveau concept de rotule d'extension se propageant. Cette méthode de résolution a été utilisée par Hoo Fatt & Wierzbicki [HFW91] pour prédire l'endommagement d'éléments tubulaires d'une plateforme offshore suite à la chute accidentelle d'un collier de forage. Dans la plage des vitesses les plus élevées, les enfoncements théoriques maximums calculés par Wierzbicki & Hoo Fatt [WF92] sont en accord avec les résultats expérimentaux obtenus par Stronge [Str93].

Le modèle de la corde-sur-fondation a aussi été utilisé par Hoo Fatt & Wierzbicki [HW91] pour analyser la réponse plastique d'une coque cylindrique à un chargement de pression localisé et transversal, mais constant dans le temps. Dans le cas d'une explosion sous-marine, le chargement de pression varie bien évidemment avec le temps et Suliciu et al. [MSSWHF96] ont obtenu des solutions analytiques pour la réponse transitoire d'une coque soumise à un pulse de pression en exponentielle décroissante. Hoo Fatt [Hoo92] et Wierzbicki & Hoo Fatt [WH93] ont également développé un modèle simplifié basé sur une forme modale de la solution en déplacement, qu'ils ont validé par comparaison avec la solution exacte trouvée par Suliciu et al. [MSSWHF96]. Par la suite, Hoo Fatt et al.

[HFWMK96] ont résolu le problème de la corde sur fondation plastique pour un cylindre lisse chargé latéralement par un champ impulsionnel de pression dont l'amplitude varie le long de la circonférence. Pour ce faire, ils ont utilisé une méthode de résolution basée sur des séries de Fourier représentant les modes propres de la réponse de la corde. En comparant la solution obtenue à des résultats de simulation numérique, ils ont montré que dans le cas de cylindres longs, le modèle sous-estime l'enfoncement de la coque car la flexion d'ensemble du cylindre n'est pas prise en compte.

Dans ce chapitre, le modèle de corde plastique sur fondation plastique est couplé aux approximations *temps court* et *temps long* présentées au chapitre précédent. En repartant de la méthode de résolution simplifiée développée dans sa thèse de doctorat par Hoo Fatt [Hoo92], des expressions analytiques de l'enfoncement et de l'énergie plastique de déformation de la coque cylindrique immergée sont obtenues. Ces résultats sont ensuite confrontés aux simulations numériques et les limitations du modèle développé sont discutées.

## 4.2 Formulation du problème

Soit un cylindre de longueur  $L$ , de rayon  $R_c$  et d'épaisseur  $h$ , tel que décrit sur la figure 4.1, encastré à ses extrémités (cloisons transversales pesantes). Celui-ci vient d'être impacté latéralement par une onde de choc produite par une explosion sous-marine, d'une sévérité suffisante pour le déformer plastiquement dans une zone circonscrite exposée au choc. L'énergie cinétique transmise par l'onde de choc au cylindre pendant la phase initiale de chargement (approximation "temps court") est absorbée durant la seconde phase par déformation plastique de celui-ci. Le champ de déplacement radial associé est noté  $w(x, \theta, t)$ , où  $x, \theta$  représentent les coordonnées axiales et tangentielles, et  $t$  est le temps. Durant cette seconde phase (approximation "temps long"), on a vu au chapitre précédent que si l'on néglige la pression de radiation résiduelle, le chargement que voit la coque cylindrique se réduit aux effets inertiels de l'eau. La décélération de la coque produit ainsi au voisinage du cylindre un chargement de pression  $p(x, \theta, t)$  proportionnel à cette décélération :

$$p(x, \theta, t) = -m_a(x, \theta)\ddot{w}(x, \theta, t) \quad (4.1)$$

Dans cette expression,  $m_a(x, \theta)$  est la masse d'eau ajoutée par unité de surface en un point situé dans la zone de déformation du cylindre. Dans le cadre des déplacements modérément importants, les déformations élastiques peuvent être considérées comme négligeables comparées aux déformations plastiques. Sous cette hypothèse, le matériau isotrope constituant le cylindre est supposé suivre une loi de comportement rigide parfaitement plastique, caractérisée par une contrainte d'écoulement  $\sigma_0$ . Pour un matériau sujet à l'écrasement, cette contrainte d'écoulement est en fait une contrainte fixe, plus élevée que la limite

élastique du matériau, correspondant à une déformation moyenne du matériau  $\epsilon_{moyenne}$  lors de la réponse de la structure à l'explosion, telle que  $\sigma_0 = \sigma(\epsilon_{moyenne})$ .

L'équilibre global du cylindre est établi via le Principe des Puissances Virtuelles :

$$\dot{W}_{ext} = \dot{W}_{int} \quad (4.2)$$

Où  $\dot{W}_{ext}$  est le taux de travail des forces extérieures et  $\dot{W}_{int}$  est le taux d'énergie de déformation. En supposant un état de contrainte plan et en se basant sur une théorie de coque de Love-Kirchhoff, l'équation (4.2) s'exprime en coordonnées cylindriques, où  $dS_0 = dxRd\theta$  :

$$\int_{S_0} p\dot{w}dS_0 - \int_{S_0} (m\ddot{w})\dot{w}dS_0 = \int_{S_0} (N_{\alpha\beta}\dot{\epsilon}_{\alpha\beta} + M_{\alpha\beta}\dot{\kappa}_{\alpha\beta})dS_0 \quad (4.3)$$

Dans cette expression,  $\dot{\epsilon}_{\alpha\beta}$  et  $\dot{\kappa}_{\alpha\beta}$  désignent les tenseurs des taux de déformation et de courbure et  $N_{\alpha\beta}$  et  $M_{\alpha\beta}$  les tenseurs correspondants des forces de membrane et des moments de flexion.  $m = \rho h$  est la masse surfacique de la coque, supposée constante sur l'étendue du cylindre.  $S_0$  représente la surface déformée de la paroi cylindrique. L'analyse de résultats d'essais dans lesquels un cylindre lisse immergé est soumis à une explosion sous-marine montre que cette déformée de paroi a une forme elliptique, ce qui fait que son étendue circonférentielle varie en fonction de la coordonnée axiale  $x$ .

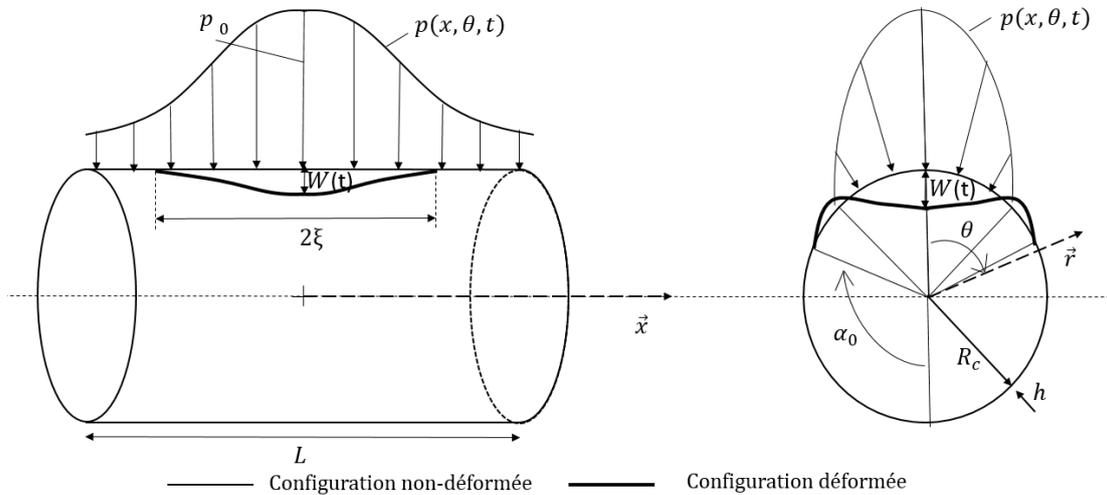


FIGURE 4.1 – Géométrie et chargement du cylindre lisse.

### 4.2.1 Hypothèses et simplifications

Le taux d'énergie plastique dissipée dans la zone de déformation du cylindre, décrit par le terme de droite de l'équation (4.3), se calcule à l'aide de l'expression suivante :

$$\dot{W}_{int} = 2 \int_0^\xi 2R_c \int_0^{\alpha(x)} (M_{xx}\dot{\kappa}_{xx} + M_{\theta\theta}\dot{\kappa}_{\theta\theta} + 2M_{x\theta}\dot{\kappa}_{x\theta} + N_{xx}\dot{\epsilon}_{xx} + N_{\theta\theta}\dot{\epsilon}_{\theta\theta} + 2N_{x\theta}\dot{\epsilon}_{x\theta})d\theta dx \quad (4.4)$$

Dans cette expression,  $2\xi$  est l'étendue longitudinale de la zone de déformation plastique du cylindre et  $\alpha(x) = (\pi - \alpha_0)\sqrt{1 - (x/\xi)^2}$  (équation d'une ellipse). Pour des coques relativement fines, i.e.  $20 < R_c/h < 150$ , et dans la mesure où les déplacements restent modérément larges, i.e.  $W/R < 0,2$ , quelques hypothèses peuvent être faites afin d'obtenir une expression plus simple du taux d'énergie de déformation plastique. Ces hypothèses sont listées ci-dessous :

1. La coque est supposée inextensible dans la direction circonférentielle, ainsi  $\dot{\epsilon}_{\theta\theta} = 0$ , ce qui signifie qu'aucune énergie n'est supposée être dissipée en compression ou traction circonférentielle. Cette hypothèse n'est plus valable pour des coques cylindriques très fines, telles que  $R_c/h > 100$ .
2. Dans ses travaux de thèse [Hoo92], Hoo Fatt montre que le rapport entre le taux de travail en flexion et le taux de travail en membrane est approximativement égal à  $h/2\delta_l$ , où  $\delta_l$  est le déplacement maximal de la paroi cylindrique. Lorsque le déplacement maximal de la coque est plusieurs fois supérieur à son épaisseur, l'énergie dissipée en flexion axiale est négligeable comparée à l'énergie dissipée en membrane, ce qui signifie que  $M_{xx}\dot{\kappa}_{xx} \approx 0$  dans l'équation (4.4). L'erreur associée à cette hypothèse diminue lorsque la sévérité du choc augmente.
3. Dans le cas d'un tube sous chargement latéral constant de type "knife loading", Mousoros et al. [MH95] montrent que les taux de travail des forces de cisaillement  $2M_{x\theta}\dot{\kappa}_{x\theta}$  et  $2N_{x\theta}\dot{\epsilon}_{x\theta}$  sont insignifiants tant que  $w/R_c < 0,2$ .
4. Un critère simplifié de plasticité est utilisé, selon lequel le moment de flexion circonférentielle  $M_{\theta\theta}$  est supposé indépendant de la force axiale  $N_{xx}$  :

$$|M_{\theta\theta}| = M_{pl} \quad |N_{xx}| = N_{pl} \quad (4.5)$$

Ici,  $M_{pl} = \sigma_0 h^2/4$  est le moment plastique par unité de longueur et  $N_{pl} = \sigma_0 h$  la force plastique axiale par unité de longueur. Remarquons au passage que le critère choisi circonscrit le critère de plasticité de Huber-Mises, qui serait représenté par une

ellipse couplant les contraintes généralisées, comme le montre la figure (4.2), tirée de [HW91]. Ainsi, le choix d'un critère "circonsrit" implique une sur-estimation de la force résistante de la coque alors que le choix d'un critère "inscrit" implique une sous-estimation de la raideur du cylindre.

5. La coque est supposée encastree à ses deux extrémités et les déplacements axiaux sont considérés négligeables. Suivant la théorie des déplacement modérément importants, le taux de déformation axial est calculé avec la relation  $\dot{\epsilon}_{xx} = w'\dot{w}'$  où le prime désigne la différentiation par rapport à  $x$ .

Compte tenu de ces hypothèses, l'expression du taux d'énergie dissipée par déformation plastique (4.4) se simplifie :

$$\dot{W}_{int} = 2 \int_0^\xi 2R_c \int_0^{\alpha(x)} (|M_{pl}\dot{\kappa}_{\theta\theta}| + |N_{pl}w'\dot{w}'|) d\theta dx \quad (4.6)$$

Dans cette expression, les valeurs absolues permettent d'assurer une dissipation d'énergie positive, sans considération pour le signe de  $\dot{\kappa}_{\theta\theta}$  ou  $w'\dot{w}'$ . Les deux termes de droite de l'équation (4.6) représentent, respectivement, le taux d'énergie dissipée en flexion plastique circonférentielle (écrasement des anneaux du cylindre) et le taux d'énergie absorbée

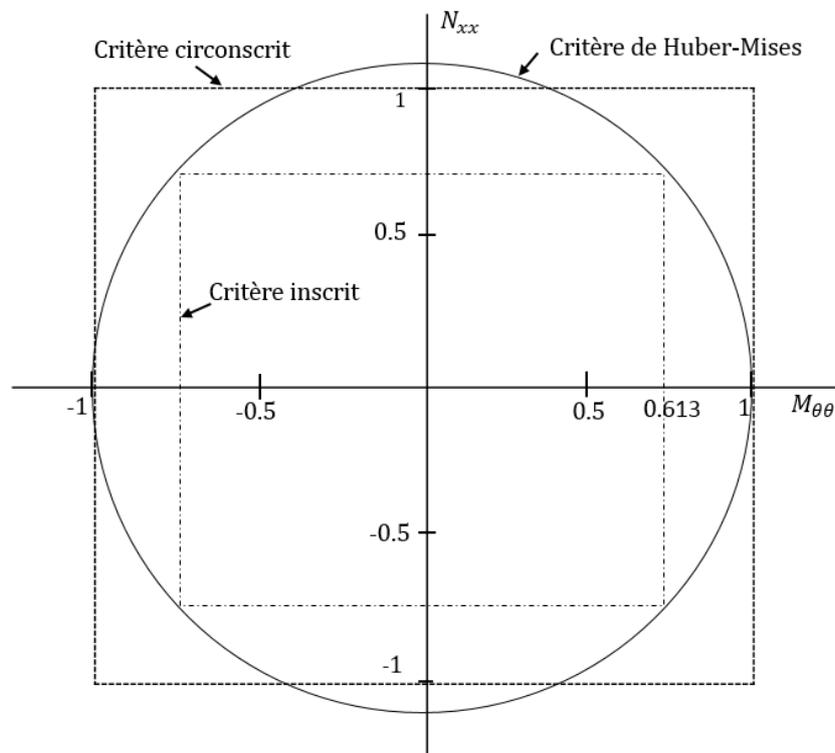


FIGURE 4.2 – Critère de plasticité de Huber-Mises et critères de plasticité simplifiés utilisés dans le modèle. [HW91]

en déformation plastique de membrane (allongement des génératrices). Dans le modèle présenté, ces deux composantes sont découplées, ce qui simplifie la résolution mathématique du problème. Physiquement, cela revient à considérer le cylindre comme un ensemble de génératrices indépendantes les unes des autres, supportant des anneaux indépendants, pouvant se déformer les uns par rapport aux autres sans cisaillement.

### 4.2.2 Modèle de la corde rigide plastique sur fondation plastique

En remplaçant dans l'équation (4.3) la pression  $p$  et le taux d'énergie dissipée en déformation plastique par leurs expressions données respectivement par les équations (4.1) et (4.6), le problème se réécrit sous la forme suivante :

$$2 \int_0^\xi 2R_c \int_0^{\alpha(x)} (-m_a(x, \theta) \ddot{w} \dot{w} - m \ddot{w} \dot{w}) d\theta dx = 2 \int_0^\xi 2R_c \int_0^{\alpha(x)} (|M_{pl} \dot{\kappa}_{\theta\theta}| + |N_{pl} w' \dot{w}'|) d\theta dx \quad (4.7)$$

En suivant la procédure développée par Hoo Fatt and Wierzbicki [HW91], l'équation (4.7) peut être intégrée suivant la direction circonférentielle  $\theta$ , pour donner :

$$2 \int_0^\xi (\bar{m}_a(x) \ddot{w}(x, t) \dot{w}(x, t)) dx + 2 \int_0^\xi (\bar{m}(x) \ddot{w}(x, t) \dot{w}(x, t)) dx + 2 \int_0^\xi (\bar{q}(x) \dot{w}(x, t)) dx + 2 \int_0^\xi (\bar{N}(x) w'(x, t) \dot{w}'(x, t)) dx = 0 \quad (4.8)$$

Où les fonctions équivalentes suivantes sont introduites :

1. Une masse linéique équivalente :

$$\bar{m}(x) \ddot{w}(x, 0, t) \dot{w}(x, 0, t) = 2R_c m \int_0^{\alpha(x)} \ddot{w} \dot{w}(x, \theta, t) d\theta \quad (4.9)$$

2. Une masse d'eau ajoutée linéique équivalente :

$$\bar{m}_a(x) \ddot{w}(x, 0, t) \dot{w}(x, 0, t) = 2R_c \int_0^{\alpha(x)} m_a(x, \theta) \ddot{w} \dot{w}(x, \theta, t) d\theta \quad (4.10)$$

3. Une force axiale équivalente :

$$\bar{N}(x) w'(x, 0, t) \dot{w}'(x, 0, t) = 2R_c N_{pl} \int_0^{\alpha(x)} w'(x, \theta, t) \dot{w}'(x, \theta, t) d\theta \quad (4.11)$$

4. Un moment résistant équivalent :

$$\bar{q}(x)\dot{w}(x, 0, t) = 2R_c \int_0^{\alpha(x)} |M_{pl}\dot{\kappa}_{\theta\theta}| d\theta \quad (4.12)$$

La démarche proposée par Wierzbicki et Hoo Fatt permet en fait de "regrouper" les quantités relatives à un anneau au niveau d'une seule génératrice située à  $\theta = 0$ . Les déplacements radiaux  $w$  et les efforts internes deviennent ainsi des fonctions de  $x$  et de  $t$  seulement. Remarquons également que la barre située au dessus des termes qui apparaissent dans les expressions (4.9) à (4.12) désigne une quantité qui a été intégrée suivant la direction circonférentielle, et pondérée par le champ circonférentiel de vitesse. Le calcul des fonctions équivalentes requiert de postuler un mécanisme adéquat de déformation des sections du cylindre (des anneaux).

Cette technique permet de modéliser une coque cylindrique sous déformation plastique importante comme une corde rigide-plastique reposant sur une fondation rigide plastique. Ce modèle est illustré en figure (4.3), où  $\bar{q}(x)$  est la résistance à l'écrasement d'un anneau à la position  $x$ , d'une masse linéique équivalente  $\bar{m}(x)$  augmentée de la masse d'eau ajoutée linéique équivalente  $\bar{m}_a(x)$ , dont la résistance à l'allongement est  $\bar{N}(x)$ . Dans sa thèse, Michèle Hoo Fatt [Hoo92] postule plusieurs mécanismes possibles pour calculer ces fonctions équivalentes, mais elle retient un mécanisme simplifié d'écrasement du tube constitué de 5 rotules plastiques stationnaires. Afin de simplifier la résolution de l'équation (4.8), elle fait également l'hypothèse que ces fonctions équivalentes sont relativement peu dépendantes de  $x$ , elles sont donc remplacées par une valeur moyenne et deviennent ainsi des paramètres équivalents constants.

Compte tenu de ces simplifications, le problème se réduit à la résolution d'une équation d'onde in-homogène associée à des conditions aux limites in-homogènes en  $x = \xi$  et à une condition initiale en vitesse dans le cas d'un chargement d'onde de choc. La résolution

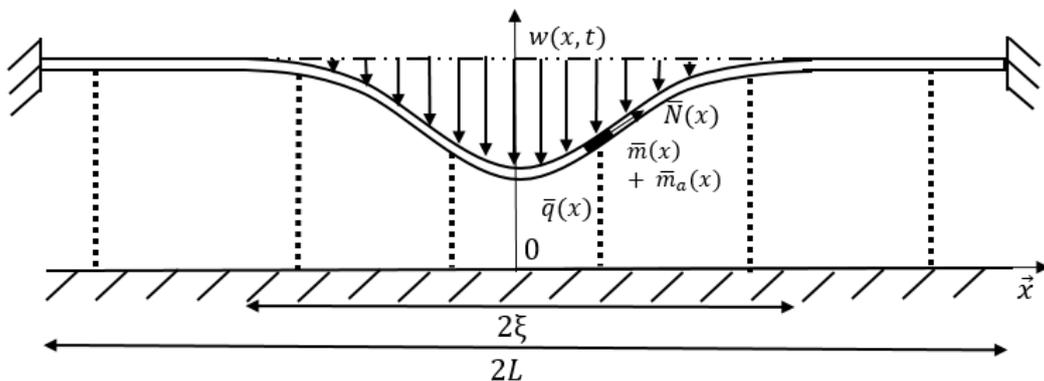


FIGURE 4.3 – Modèle de la corde rigide plastique sur fondation rigide plastique.

mathématique exacte afin d'obtenir une expression analytique du champ de déplacement  $w(x, t)$  reste une tâche fort compliquée, et n'a été faite que partiellement par Hoo Fatt [Hoo92]. La solution trouvée n'est valide que pour des explosions dont l'impulsion transmise à la coque est inférieure à une valeur critique. De plus, l'étendue longitudinale de la zone déformée est supposée égale à celle de la pression incidente ; or les simulations numériques présentées au chapitre précédent montrent que ce n'est pas toujours le cas. Une résolution plus complète du problème de la corde plastique sur fondation plastique soumise à un chargement impulsionnel est présentée dans [MSSWHF96]. Une unique forme déformée de la corde est déterminée, mais l'état de contraintes et la force de réaction de la fondation associés ne sont pas uniques. Néanmoins, le champ impulsionnel de pression utilisé a une forme rectangulaire, ce qui ne correspond pas à la forme des champs de pression mesurée pour des explosions en champ proche.

Pour des chocs avec une impulsion plus élevée que cette limite, Hoo Fatt [Hoo92] propose une méthode de résolution simplifiée, en postulant une forme modale du champ de déplacement de la corde. Cette forme, déterminée à partir de l'étude de la solution exacte, approxime correctement le champ de déplacement pour des impulsions transmises importantes. Hoo Fatt montre que l'utilisation d'une forme modale de la réponse permet d'obtenir une solution simplifiée proche à 10 % de la solution exacte pour le déplacement maximal de la corde à l'impulsion critique. Néanmoins, la solution exacte du problème théorique n'a pas été validée par comparaison à des essais ou à des simulations numériques.

### 4.3 Détermination de la déformée finale

Dans les travaux réalisés dans le cadre de cette thèse, la résolution de l'équation se fera en postulant la forme modale suivante pour le champ de déplacement :  $w(x, \theta, t) = \delta(t)f(x)g(\theta)$ . Sous cette hypothèse, les formes des déformées des génératrices et des anneaux ne varient pas avec le temps mais leur amplitude  $\delta(t)$ , qui devient l'inconnue du problème, varie elle avec le temps. Les deux fonctions de forme  $f$  et  $g$  ont été introduites au chapitre précédent lors du calcul de la masse d'eau ajoutée. En notant que  $w(x, t) = \delta(t)f(x)$  et en regroupant les termes sous une même intégrale, l'équation d'équilibre (4.8) se réécrit de la façon suivante :

$$2 \int_0^{\xi} (\bar{m}_a(x)\ddot{\delta}(t)f^2(x) + \bar{m}(x)\ddot{\delta}(t)f^2(x) + \bar{N}(x)\delta(t)(f'(x))^2 + \bar{q}(x)f(x))\dot{\delta}(t)dx = 0 \quad (4.13)$$

A partir des fonctions de forme présentées précédemment, la détermination des expressions des fonctions équivalentes devient analytiquement possible. Les calculs correspon-

dants sont détaillés en Annexe B. Les expressions des fonctions équivalentes sont ensuite reportées dans l'équation (4.13) puis, en partant du fait que  $\dot{\delta}(t) > 0 \quad \forall t$  (la coque est supposée ne se déformer que plastiquement), les termes de cette équation sont intégrés suivant  $x$ . Ce qui permet d'obtenir l'équation différentielle du second ordre suivante :

$$a_3\ddot{\delta}(t) + a_2\dot{\delta}(t) + a_1 = 0 \quad (4.14)$$

dans laquelle, rappelons-le,  $\delta(t)$  désigne l'amplitude de la flèche au *stand-off point*. A cette équation sont associées la condition initiale en déplacement :

$$\delta(0) = 0 \quad (4.15)$$

et la condition initiale en vitesse :

$$\dot{\delta}(0) = \dot{\delta}_i \quad (4.16)$$

Dans l'équation (4.14), les coefficients  $a_1, a_2$  and  $a_3$ , dont les calculs sont détaillés en Annexe C, ont pour expression :

$$a_1 = \bar{q}' \frac{3\xi}{16(1 - \frac{\alpha_0}{\pi})} \quad (4.17)$$

$$a_2 = \bar{N}' \frac{\pi}{\xi} (1 - \frac{\alpha_0}{\pi}) \frac{5\pi}{16} \quad (4.18)$$

et

$$a_3 = (\bar{m}' + \bar{m}'_a G'_{ma}) \pi \xi (1 - \frac{\alpha_0}{\pi}) \frac{63\pi}{512} \quad (4.19)$$

On remarque que les coefficients  $a_1, a_2$  et  $a_3$  dépendent à la fois des étendues longitudinale et circonférentielle de la zone déformée du cylindre. Ainsi,  $\xi$  et  $\alpha_0$  sont à considérer comme des paramètres caractéristiques de la réponse du cylindre à une explosion sous-marine. C'est pourquoi il est nécessaire de pouvoir les déterminer correctement, en prenant en compte les dimensions du cylindre et les propriétés du matériaux, ainsi que la configuration du chargement explosif.

### 4.3.1 Calcul de la condition initiale en vitesse

La condition initiale en vitesse est obtenue à partir de l'énergie cinétique  $E_c$  transmise à la paroi du cylindre par l'onde de choc à la fin de la phase initiale. En égalant cette énergie transmise avec l'énergie cinétique initiale de la zone enfoncée du bordé  $U_i$ , il vient :

$$E_c = U_i = \int_{-\xi}^{\xi} \int_{-\alpha(x)}^{\alpha(x)} \frac{1}{2} m (\dot{w}_i(x, \theta))^2 R_c d\theta dx \quad (4.20)$$

Dans cette expression,  $\dot{w}_i(x, \theta) = \dot{\delta}(0) f(x) g(\theta) = \dot{\delta}_i f(x) g(\theta)$  est le champ de vitesse initiale de la zone déformée du cylindre. En reportant dans l'équation (4.20), l'énergie cinétique initiale de la zone déformée devient :

$$U_i = \int_0^{\xi} \int_0^{\alpha(x)} 2R_c m \dot{\delta}_i^2 f(x)^2 g(\theta)^2 d\theta dx \quad (4.21)$$

L'intégrale du terme de droite est similaire à celle associée au terme de masse linéique équivalente de la coque. En suivant une démarche similaire, on obtient l'expression suivante pour l'énergie cinétique initiale de la zone déformée :

$$U_i = 2R_c m G_m \dot{\delta}_i^2 \pi \xi \left(1 - \frac{\alpha_0}{\pi}\right) \frac{63\pi}{512} \quad (4.22)$$

En posant  $\bar{m}' = 2R_c m G_m$ , et compte tenu de l'égalité (4.20), la condition initiale en vitesse  $\dot{\delta}_i$  peut se calculer avec l'expression :

$$\dot{\delta}_i = \dot{\delta}(0) = \sqrt{\frac{E_c}{\bar{m}' \pi \xi \left(1 - \frac{\alpha_0}{\pi}\right) \frac{63\pi}{512}}} \quad (4.23)$$

La démarche proposée ici est différente de celle adoptée par Hoo Fatt dans sa thèse, où la vitesse initiale est obtenue à partir du calcul d'une impulsion équivalente transmise à la corde [Hoo92]. Ce calcul fait apparaître un coefficient, nommé  $\Theta_0$  dans sa thèse, semblable à celui utilisé dans l'estimation de la masse linéique équivalente. La détermination de ce coefficient, dans le cadre d'une explosion sous-marine, devient compliquée du fait de la présence du fluide autour du cylindre. Pour tenir compte de l'interaction entre la paroi et le fluide environnant, Wierzbicki & Hoo Fatt [WH93] modifient sans réelle justification la valeur de  $\Theta_0$ , le faisant passer de 0.5 (cylindre soumis à une explosion en air) à 1.5 (cylindre immergé soumis à une explosion sous-marine), afin de corréliser les flèches obtenues par calcul à des résultats expérimentaux.

Dans le modèle présenté dans cette thèse, la détermination de la vitesse initiale de la

corde ne fait plus apparaître de "coefficients ajustables" et difficilement justifiables. Même si l'équation (4.23) s'appuie sur les paramètres d'endommagement  $\xi$  et  $\alpha_0$ , ceux-ci sont mesurables ou, comme nous le verrons plus tard, peuvent être obtenus à partir d'un bilan d'énergie. Il est également important de préciser que le champ de vitesse initiale utilisé pour déterminer la réponse de la corde est différent du champ de vitesses impulsionnelles calculé à la fin de la phase initiale (approximation temps court). Concrètement, la démarche présentée ci-dessus consiste à dissiper par déformation plastique du cylindre l'intégralité de l'énergie cinétique transmise par l'onde de choc primaire.

### 4.3.2 Expressions de la flèche et des déformations plastiques

L'équation différentielle (4.14) associée aux conditions initiales (4.15) et (4.23) a pour solution :

$$\delta(t) = \frac{a_1}{a_2} \left( \cos \sqrt{\frac{a_2}{a_3}} t - 1 \right) + \dot{\delta}_i \sqrt{\frac{a_3}{a_2}} \sin \sqrt{\frac{a_2}{a_3}} t \quad (4.24)$$

La flèche finale au *standoff point* est définie par  $\delta_f = \delta(t_f)$  où  $t_f$  est le temps auquel la vitesse de la paroi cylindrique s'annule ( $\dot{\delta}(t_f) = 0$ ) : il n'y a aucune oscillation élastique puisque le matériau est supposé rigide parfaitement plastique. En annulant la dérivée de l'expression (4.24) par rapport au temps, la relation suivante s'obtient :

$$\tan \sqrt{\frac{a_2}{a_3}} t_f = \frac{\dot{\delta}_i}{a_1} \sqrt{a_3 a_2} \quad (4.25)$$

Le terme de droite étant toujours positif, l'expression de  $t_f$  s'écrit :

$$t_f = \sqrt{\frac{a_3}{a_2}} \arctan \left( \frac{\dot{W}_i}{a_1} \sqrt{a_3 a_2} \right) \quad (4.26)$$

En reportant cette expression de  $t_f$  dans l'équation (4.24) et en utilisant les identités trigonométriques  $\sin(\arctan(x)) = x/\sqrt{1+x^2}$  et  $\cos(\arctan(x)) = 1/\sqrt{1+x^2}$ , la flèche finale au *standoff point* peut être calculée à l'aide de l'expression suivante :

$$\delta_f = \delta(t_f) = \frac{a_1}{\sqrt{a_1^2 + \dot{\delta}_i^2 a_3 a_2}} \left( \frac{a_1 - \sqrt{a_1^2 + \dot{\delta}_i^2 a_3 a_2}}{a_2} + \frac{\dot{\delta}_i^2 a_3}{a_1} \right) \quad (4.27)$$

où les coefficients  $a_1$ ,  $a_2$  et  $a_3$  sont obtenus à partir des équations (4.17), (4.18) et (4.19). Les évolutions temporelles des valeurs adimensionnelles de flèche  $\delta(t)/\delta_f$  et de vitesse  $\dot{\delta}(t)/\dot{\delta}_i$  au *stand-off point* sont représentées sur la figure 4.4. A un instant  $t$ , une fois connue la

flèche au *standoff point*  $\delta(t)$ , le taux de déformation axiale dans une génératrice de la coque se calcule de la façon suivante (le déplacement axial  $u$  est supposé nul) :

$$\dot{\epsilon}_{xx}(x, \theta) = w' \dot{w}' = \delta(t) \dot{\delta}(t) g^2(\theta) (f'(x))^2 = \delta(t) \dot{\delta}(t) g^2(\theta) \left( \frac{-4x}{\xi^2} \left( 1 - \left( \frac{x}{\xi} \right)^2 \right) \right)^2 \quad (4.28)$$

De même, le taux de déformation circonférentielle associée à l'écrasement d'un anneau situé à une distance  $x$  du *stand-off point* s'écrit :

$$\dot{\epsilon}_{\theta\theta}(x, \theta) = \frac{h}{2} |\dot{\kappa}_{\theta\theta}| = \frac{h}{2} \frac{|\dot{w}_{,\theta\theta}|}{R_c^2} = \frac{h}{2} \frac{|\dot{\delta}(t) g''(\theta) f(x)|}{R_c^2} \quad (4.29)$$

Connaissant les taux de déformations plastiques axiale et circonférentielle, la déformation plastique effective  $\epsilon_{eff}$  en un point de coordonnées  $(x, \theta)$  peut être calculée à l'aide de la formule suivante :

$$\epsilon_{eff}(x, \theta) = \int_0^{t_f} \dot{\epsilon}_{eff}(x, \theta) dt = \int_0^{t_f} \sqrt{\frac{2}{3} (\dot{\epsilon}_{xx}^2 + \dot{\epsilon}_{\theta\theta}^2)} dt \quad (4.30)$$

L'évaluation détaillée de cette équation sera abordée dans la section 4.4.4 et les déformations effectives obtenues pour un scénario donné seront comparées à des résultats de simulation numérique.

### 4.3.3 Calcul de l'énergie plastique dissipée

L'énergie dissipée par déformation plastique de la coque s'obtient par intégration du taux d'énergie plastique, lui-même défini par l'équation (4.6) :

$$W_{int} = \int_0^{t_f} \dot{W}_{int} dt = \int_0^{t_f} \dot{W}_m dt + \int_0^{t_f} \dot{W}_b dt = W_m + W_b \quad (4.31)$$

Dans l'expression ci-dessus,  $\dot{W}_m$  est le taux d'énergie dissipée par les forces de membrane (premier terme de l'équation (4.6)) et  $\dot{W}_b$  est le taux d'énergie dissipée en flexion circonférentielle (second terme de l'équation (4.6)). En reprenant la démarche suivie pour aboutir à l'équation différentielle régissant l'enfoncement du bordé, on obtient l'expression du taux d'énergie dissipée en membrane :

$$\dot{W}_m = 2 \int_0^\xi 2R_c \int_0^{\alpha(x)} |N_{pl} w' \dot{w}'| d\theta dx = 2\delta(t) \dot{\delta}(t) a_2 \quad (4.32)$$

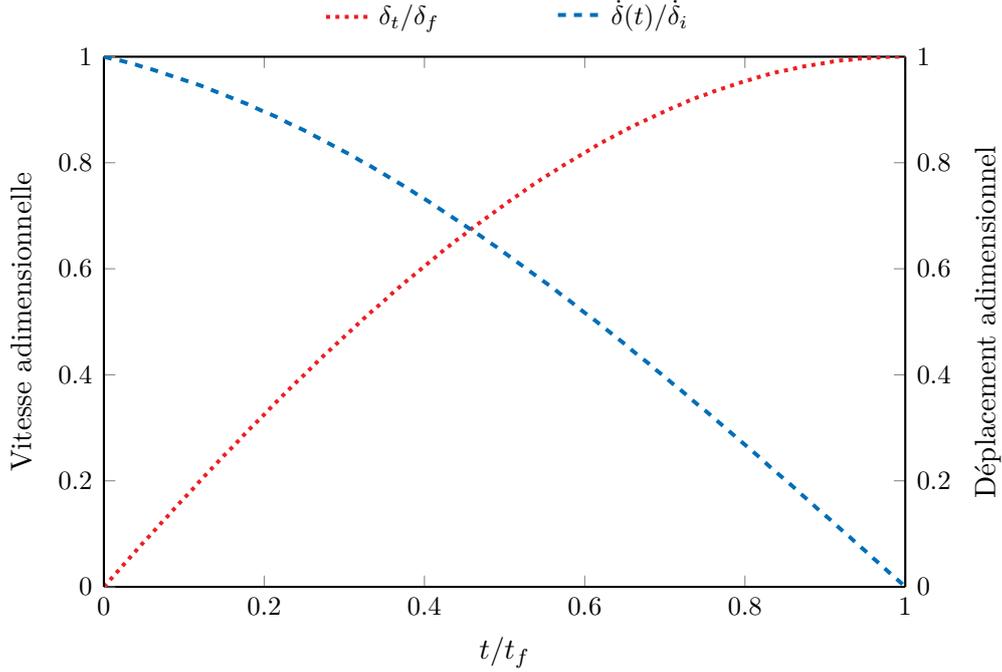


FIGURE 4.4 – Flèche centrale (au stand off) adimensionnelle et vitesse centrale adimensionnelle en fonction du temps adimensionnalisé

Où le coefficient  $a_2$  est donné par l'équation (4.18). De la même façon, l'expression du taux d'énergie dissipée en flexion circonférentielle s'écrit :

$$\dot{W}_b = 2 \int_0^\xi 2R_c \int_0^{\alpha(x)} |M_{pl} \dot{\kappa}_{\theta\theta}| d\theta dx = 2\dot{\delta}(t)a_1 \quad (4.33)$$

Où le coefficient  $a_1$  est donné par l'équation (4.17). L'énergie plastique totale s'obtient alors en intégrant les expressions (4.32) et (4.33) entre 0 en  $t_f$  et en sommant les expressions obtenues (équation (4.31)) :

$$W_{int} = a_2 \delta_f^2 + 2a_1 \delta_f \quad (4.34)$$

## 4.4 Validation du modèle simplifié

### 4.4.1 Démarche de validation

Dans cette section, la méthode analytique proposée pour déterminer la réponse d'un cylindre immergé à une onde de choc primaire est progressivement validée par comparaison à des résultats de simulations numériques et ses limitations sont mises en évidence. Dans un premier temps, afin de valider le modèle mécanique de la corde plastique sur fondation

plastique, un cylindre "sec" (i.e. non immergé) est soumis au champ de vitesse initial défini par l'équation (3.23). Dans ce cas, le champ de masse d'eau ajoutée surfacique  $m_a(x, \theta)$  donné par l'équation (3.37) est fixé à zéro. Les simulations numériques sont effectuées à l'aide du solveur LS-DYNA seul (sans USA), en considérant l'ensemble des scénarios listés dans le tableau 3.1 et le cylindre décrit dans le tableau 2.2. Les enfoncements du cylindre au *standoff point* calculés à l'aide de l'équation (4.27) sont ensuite comparés aux enfoncements post-traités à l'issue des simulations numériques.

Dans un second temps, le même champ de vitesse initiale est appliqué sur le cylindre immergé. Les effets inertiels de l'eau sont modélisés par une masse constante d'eau ajoutée à la masse du cylindre. Dans le modèle analytique, la masse d'eau ajoutée  $m_a(x, \theta)$  est calculée par l'équation (3.37). Dans le modèle numérique, la même masse d'eau ajoutée est répartie sur la zone déformée du cylindre en utilisant des masses ponctuelles nodales, comme illustré sur la figure 4.5. Les enfoncements au *standoff point* et les énergies de déformation plastique sont à nouveau comparés pour tous les scénarios listés dans le tableau 3.1.

Dans un troisième temps, le comportement du cylindre immergé soumis à une onde de choc primaire est simulé à l'aide de l'outil LS-DYNA/USA. Pour tous les scénarios étudiés (tableau 3.1), les résultats analytiques sont confrontés aux simulations numériques et les différences observées sur les enfoncements et les énergies de déformations permettent, en conclusion, de mettre en évidence les qualités mais aussi les limitations du modèle développé.

#### 4.4.2 Analyse d'un cylindre "sec" (non immergé) soumis à un champ de vitesse impulsionnelle

Dans cette première étape, le cylindre est supposé non immergé. Les huit scénarios d'explosion décrits dans le tableau 3.1 sont considérés pour calculer les champs de vitesse impulsionnelle associés. Dans le modèle numérique (LS-DYNA), le champ de vitesse calculé par l'équation (3.23) est appliqué aux nœuds du cylindre supposés être impactés par l'onde de choc. L'objectif étant de valider le modèle analytique, les paramètres d'endommagement  $\xi$  et  $\alpha_0$  utilisés dans l'équation (4.27) sont mesurés à partir des zones déformées plastiquement post-traitées à l'issue des simulations numériques. De plus, l'équation (4.27) est appliquée en utilisant les deux critères "inscrit" et "circonscrit" de plasticité.

Sur la figure 4.6, les enfoncements au *standoff point* obtenus à l'aide de l'équation (4.27) sont comparés à ceux obtenus numériquement. Les enfoncements calculés à l'aide des formules développées par Hoo Fatt [Hoo92] sont également reportés sur cette figure. Quel que soit le facteur de choc et le critère de plasticité utilisé, on constate clairement que le modèle de la corde plastique sur fondation plastique surestime largement les enfoncements

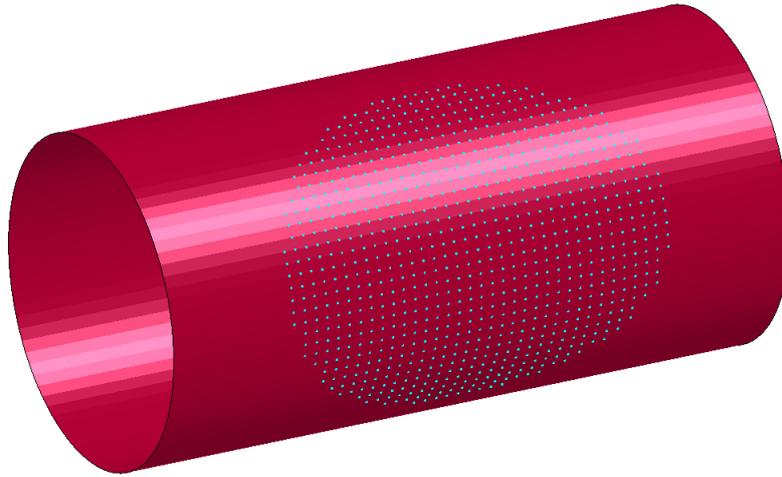


FIGURE 4.5 – Vue du modèle éléments finis pour le cas 5. Les masses nodales, modélisant la masse d'eau ajoutée, sont affichées en violet

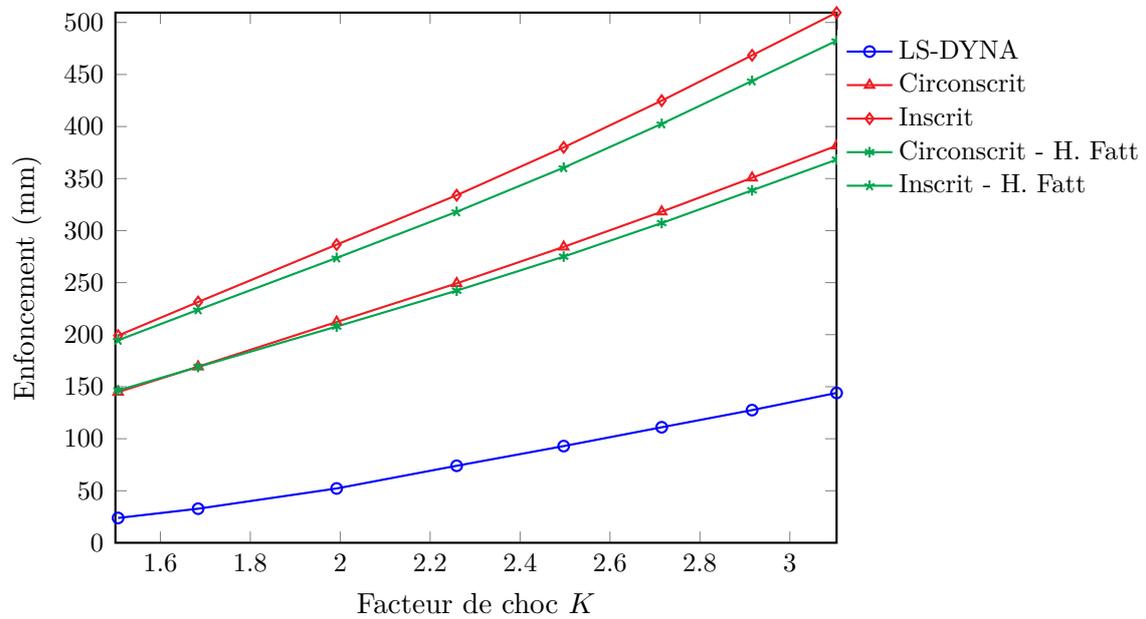


FIGURE 4.6 – Enfoncement final de la coque au *stanfoff point* en fonction du facteur de choc  $K$  (comparaison de la solution numérique avec celle de l'équation (4.27))

de la coque. Cela est dû au fait que, lors du calcul des coefficients  $a_1$ ,  $a_2$  et  $a_3$ , les paramètres d'endommagements  $\xi$  et  $\alpha_0$  restent invariants dans le temps. Autrement dit, la surface de la zone déformée est supposée rester constante tout au long de la réponse de la coque cylindrique, alors qu'en réalité elle varie entre zéro et sa valeur maximale.

#### 4.4.2.1 Corrections du modèle mécanique

Le modèle est donc amélioré en considérant que les paramètres d'endommagement  $\xi$  et  $\alpha_0$  varient linéairement entre zéro et leur valeur maximale, ce qui revient à calculer des valeurs moyennes pour les coefficients  $a_i$  à l'aide de l'équation suivante :

$$\tilde{a}_i = \frac{1}{(\xi_{max} - \epsilon_1 \xi_{max})(\alpha_{0max} - \epsilon_2 \pi)} \int_{\epsilon_1 \xi_{max}}^{\xi_{max}} \int_{\epsilon_2 \pi}^{\alpha_{0max}} a_i(\xi, \alpha_0) d\alpha_0 d\xi \quad (4.35)$$

Dans cette expression,  $\epsilon_1 \xi_{max}$  et  $\epsilon_2 \pi$  sont respectivement les valeurs initiales des longueurs d'endommagement longitudinal et circonférentiel, comme montré en figure 4.7. La détermination des coefficients  $\tilde{a}_i$  est détaillée en Annexe D. Tout calculs faits, les expressions suivantes sont obtenues :

$$\tilde{a}_1 = \frac{3\bar{q}}{16} \frac{\xi_{max}(1 + \epsilon_1)}{2} \frac{\alpha_{0max}}{(\alpha_{0max} - \epsilon_2 \pi)} \frac{-\pi}{\alpha_{0max}} \left[ \ln\left(1 - \frac{\alpha_{0max}}{\pi}\right) - \ln(1 - \epsilon_2) \right] \quad (4.36)$$

$$\tilde{a}_2 = \frac{5\bar{N}'\pi}{16} \frac{-\ln(\epsilon_1)}{\xi_{max}(1 - \epsilon_1)} \frac{\alpha_{0max}}{(\alpha_{0max} - \epsilon_2 \pi)} \left[ 1 - \frac{\alpha_{0max}}{2\pi} - \frac{\epsilon_2 \pi}{\alpha_{0max}} + \frac{\epsilon_2^2 \pi}{2\alpha_{0max}} \right] \quad (4.37)$$

$$\tilde{a}_3 = \frac{63\pi(\bar{m}' + \bar{m}'_a G'_{ma})}{512} \frac{\xi_{max}(1 + \epsilon_1)}{2} \frac{\alpha_{0max}}{(\alpha_{0max} - \epsilon_2 \pi)} \left[ 1 - \frac{\alpha_{0max}}{2\pi} - \frac{\epsilon_2 \pi}{\alpha_{0max}} + \frac{\epsilon_2^2 \pi}{2\alpha_{0max}} \right] \quad (4.38)$$

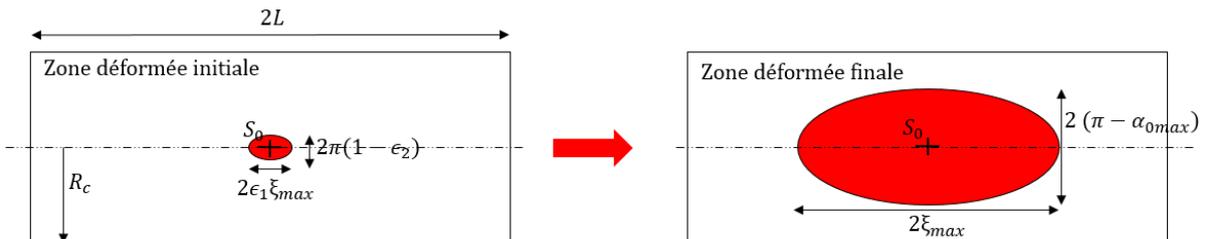


FIGURE 4.7 – Représentation schématique de l'évolution temporelle de la zone enfoncée du cylindre

En prenant  $\epsilon_1 = 10^{-5}$  et  $\epsilon_2 = 1 - \epsilon_1$  et en utilisant les coefficients moyennés  $\tilde{a}_1$ ,  $\tilde{a}_2$  et  $\tilde{a}_3$  dans l'équation (4.27), les énergies de déformation plastique et les enfoncements finaux corrént bien mieux avec les résultats des simulations numériques, comme illustré respectivement sur les figures 4.8(a) et 4.8(b). Le léger écart observé sur l'énergie plastique (figure 4.8(a)) s'explique par une perte numérique mineure d'énergie totale dans les simulations numériques par rapport à l'énergie cinétique initiale fournie par le champ initial de vitesse impulsionnelle, visible sur la figure 4.9.

La figure 4.8(b) montre par ailleurs que lorsque le facteur de choc est "faible", les deux modèles "circonscriit" et "inscrit" surestiment les enfoncements de la coque. Ce résultat a été montré par Hoo Fatt [Hoo92], qui écrit que lorsque l'épaisseur de la coque et l'enfoncement sont du même ordre, le moment de flexion axial ne peut être négligé par rapport aux autres modes de déformation. C'est d'ailleurs ce qui explique que la fonction de forme choisie  $f$  est moins pertinente pour les faibles facteurs de choc. La surestimation des enfoncements s'explique aussi en partie par la quantité d'énergie de déformation plastique interne plus importante dans le modèle de la corde sur fondation que dans les simulations numériques, comme constaté en figure 4.8(a).

De plus, dans le modèle de la corde plastique, il est supposé que toute l'énergie cinétique atteinte par la coque à la fin de la phase initiale est absorbée dans la zone enfoncée. Or, lorsqu'on analyse les résultats des simulations numériques, on observe qu'une petite partie de l'énergie cinétique est absorbée plastiquement au niveau des encastremets. Le modèle analytique ne prenant pas en compte les déformations plastiques près des extrémités du

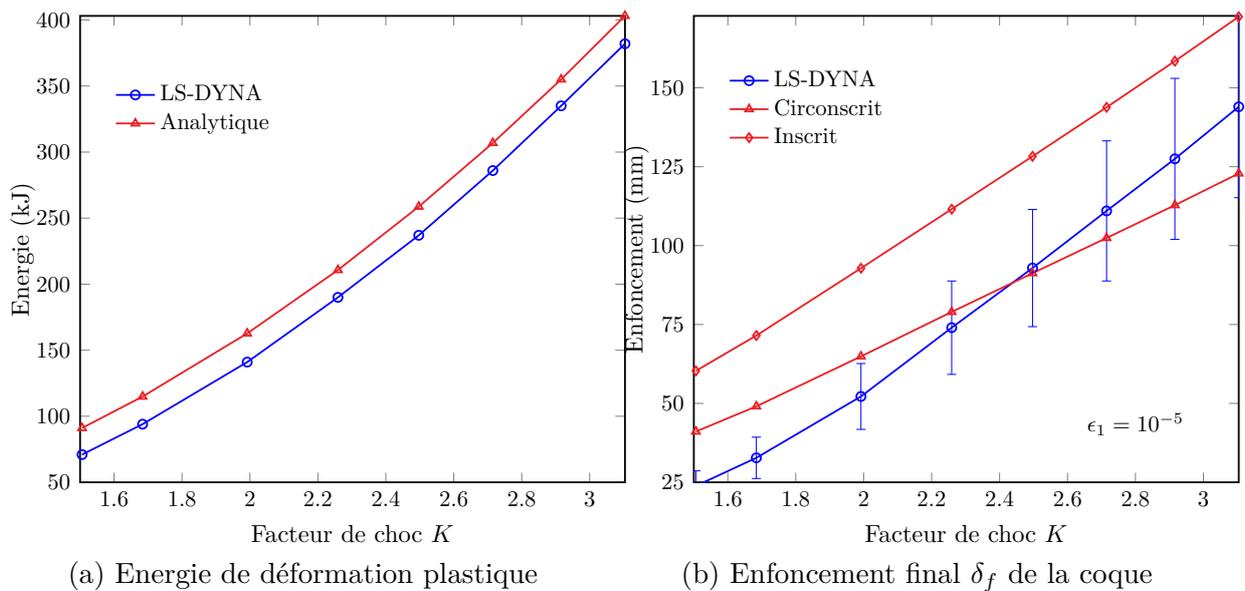


FIGURE 4.8 – Cylindre non immergé : comparaison des résultats analytiques et numériques

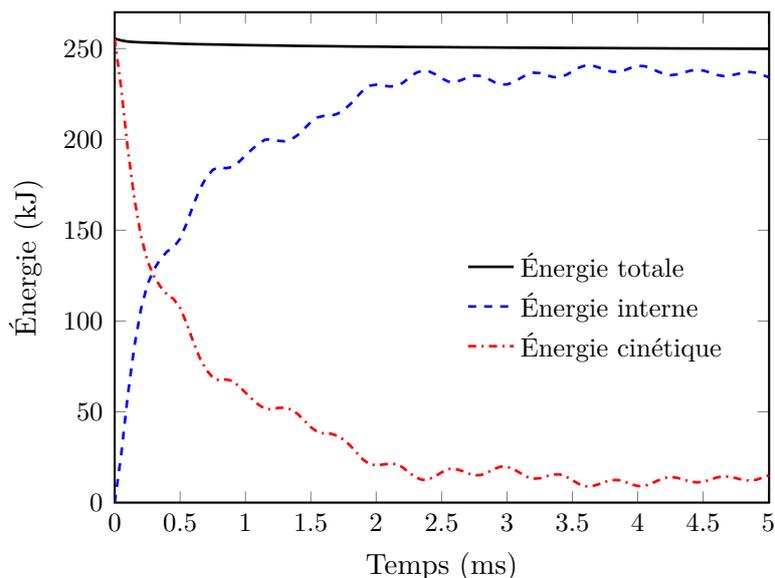


FIGURE 4.9 – Cylindre non immergé : évolution temporelle des énergies cinétique, interne et totale dans le cylindre pour le cas 5

cylindre, il tend à surestimer l'enfoncement au *standoff point*. Néanmoins, la figure 4.8(b) montre que pour des facteurs de choc supérieurs à 2, i.e., lorsque l'enfoncement du cylindre est au moins trois fois supérieur à l'épaisseur de la coque, le modèle associé au critère de plasticité circonscrit conduit à un écart inférieur à 20 % par rapport aux simulations numériques (les barres d'erreurs à 20 % sont tracées sur la figure 4.8(b)). Lorsque le facteur de choc est supérieur à 2.4, les enfoncements obtenus par simulations numériques se situent entre les solutions analytiques calculées avec le critère circonscrit et celles calculées avec le critère inscrit.

#### 4.4.3 Analyse d'un cylindre immergé soumis à un champ de vitesse impulsif

Dans cette seconde étape de validation, le cylindre est supposé totalement immergé. Les effets inertiels de l'eau sont considérés en calculant la masse d'eau ajoutée surfacique au *standoff point* à l'aide de l'équation (3.33). En ce qui concerne le modèle numérique (LS-DYNA), l'expression (3.37) est utilisée pour déterminer la masse d'eau ajoutée à répartir, à l'aide de masses ponctuelles, sur les nœuds du maillage de la coque situés dans la zone déformée (figure 4.5).

En considérant toujours les mêmes scénarios, les mêmes paramètres de simulation et les mêmes champs de vitesses initiaux que dans la sous-section 4.4.2, des calculs analytiques et numériques sont effectués. Les évolutions de l'aire de la zone déformée du cylindre et de la masse d'eau ajoutée totale en fonction du facteur de choc  $K$  sont tracées sur la figure

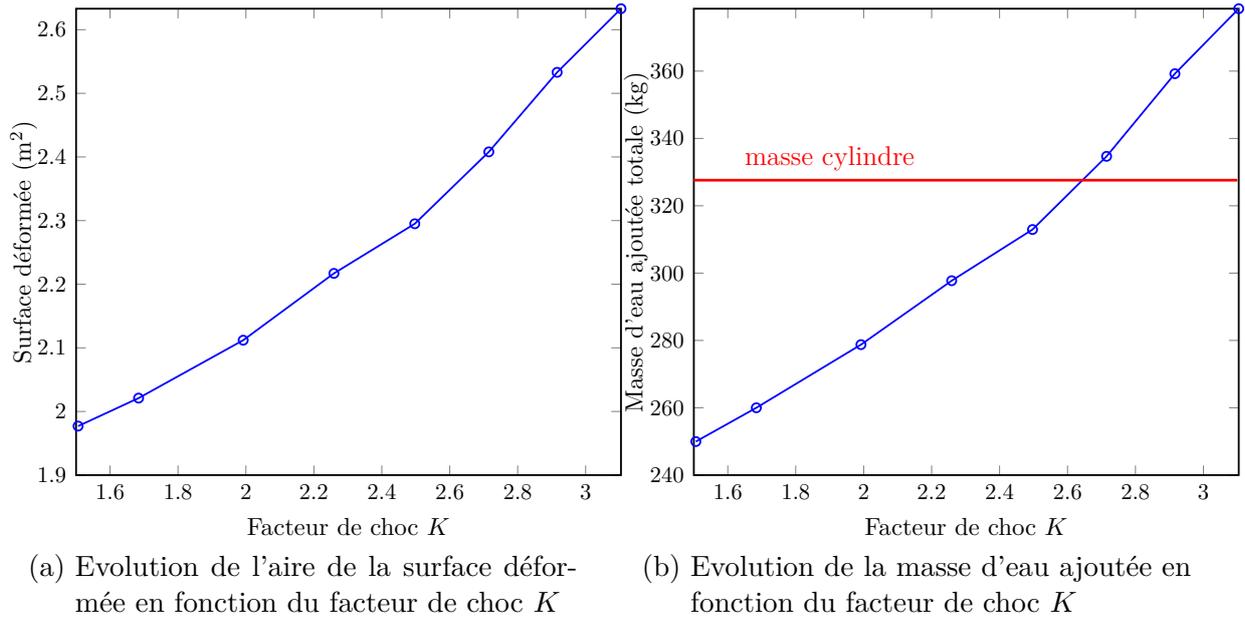


FIGURE 4.10 – Cylindre immergé : évolution de l'aire de la zone déformée de la coque et la masse d'eau ajoutée totale en fonction du facteur de choc  $K$

4.10. Sur cette figure, on peut constater que les masses d'eau ajoutée sont de l'ordre de grandeur de la masse du cylindre (327.6 kg), ce qui illustre l'importance des effets inertiels de l'eau dans la réponse dynamique de la coque cylindrique.

#### 4.4.3.1 Correction du terme de masse d'eau ajoutée

Sur la figure 4.11(a), pour chaque facteur de choc considéré, l'énergie de déformation plastique calculée à l'aide de l'équation (4.34), dont les coefficients  $a_i$  ont été moyennés, est comparée à celle post-traitée à l'issue des simulations numériques. On constate que le modèle simplifié surestime d'environ 25 % l'énergie de déformation plastique par rapport aux résultats numériques, quel que soit le facteur de choc. Ceci peut s'expliquer de la façon suivante. Dans le modèle de la corde plastique sur fondation plastique, l'énergie de déformation plastique est supposée identique à l'énergie cinétique de la corde au début de la seconde phase de chargement (temps long), quel que soit le critère de plasticité utilisé. Comme détaillé dans la sous-section 4.3.1, cette hypothèse permet de déterminer la vitesse initiale de la paroi du cylindre qui est supposée se déformer durant cette seconde phase. Par contre, dans le modèle numérique, le champ de vitesse initial est distribué sur toute la surface du cylindre supposée être impactée par l'onde de choc. Cette aire étant plus importante que la surface déformée du cylindre comme illustré sur la figure 4.12, les vitesses appliquées sur les nœuds localisés dans la zone déformée du cylindre sont par conséquent plus faibles que celles données par l'équation (4.23). Les énergies cinétiques initiales, et donc les énergies de déformation, sont par conséquent systématiquement surestimées par le

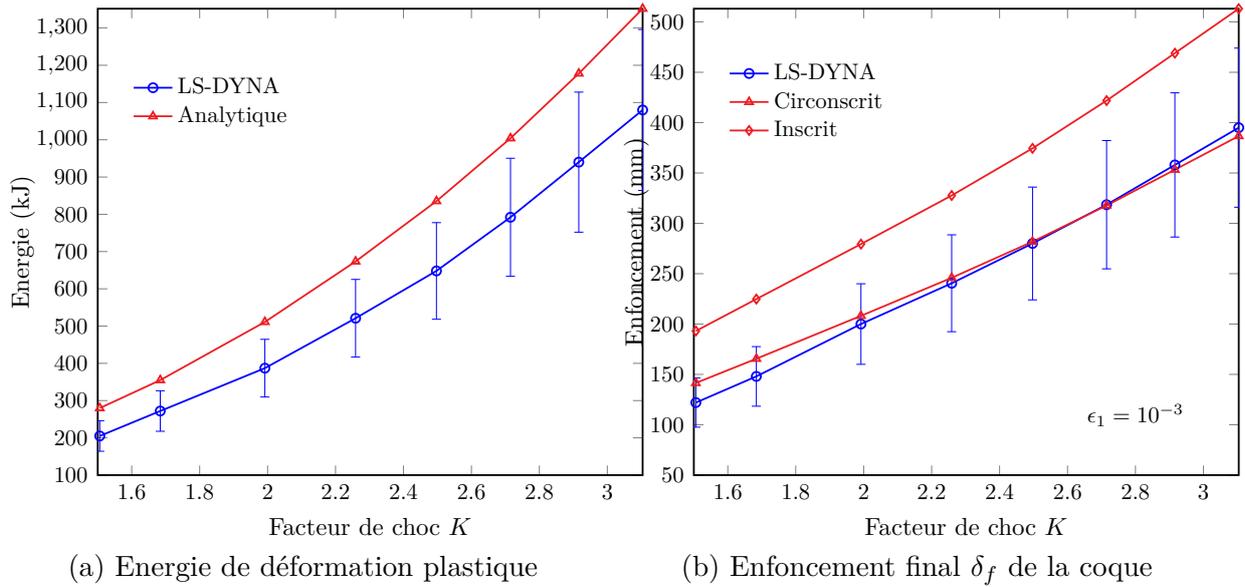


FIGURE 4.11 – Cylindre immergé avec masses ajoutées : comparaison des résultats analytiques et numériques. Les barres d'écarts à 20 % sont tracées

modèle simplifié par rapport aux modèles numériques. Ceci était déjà le cas pour l'analyse du cylindre "sec" (figure 4.8(a)), où toute l'énergie cinétique fournie est supposée être absorbée plastiquement. Les effets inertiels de l'eau étant maintenant considérés, cette surestimation est plus prononcée que dans le cas du cylindre "sec".

En ce qui concerne les enfoncements, calculés en prenant  $\epsilon_1 = 10^{-3}$  et  $\epsilon_2 = 1 - \epsilon_1$ , la figure 4.11(b) montre que les résultats analytiques sont supérieurs aux résultats numériques, quel que soit le scénario considéré. Ceci peut s'expliquer simplement par le fait que l'énergie de plastique de déformation est surestimée dans le modèle de la corde plastique sur fondation plastique. Afin de réduire l'énergie cinétique transmise à la corde au début de la deuxième phase de chargement (temps long), un coefficient  $C$  de réduction de la masse d'eau ajoutée est introduit dans l'équation (4.38). Une nouvelle comparaison des énergies de déformation plastique est présentée en figure 4.13(a), pour une valeur de  $C$  égale à 0,7. Cette correction permet d'obtenir une excellente corrélation entre les résultats analytiques et numériques, et ce quelles que soient les valeurs du facteur de choc  $K$ . Sur la figure 4.13(b), les enfoncements calculés avec l'équation (4.27) pour une valeur de  $\epsilon_1$  fixée à  $10^{-3}$  sont également tracés. Avec ce choix de paramètres, les solutions des modèles simplifiés "circonscriit" et "inscrit" encadrent les enfoncements post-traités dans les simulations numériques avec des écarts inférieurs à 20 % lorsque le facteur de choc  $K$  est supérieur à 2.

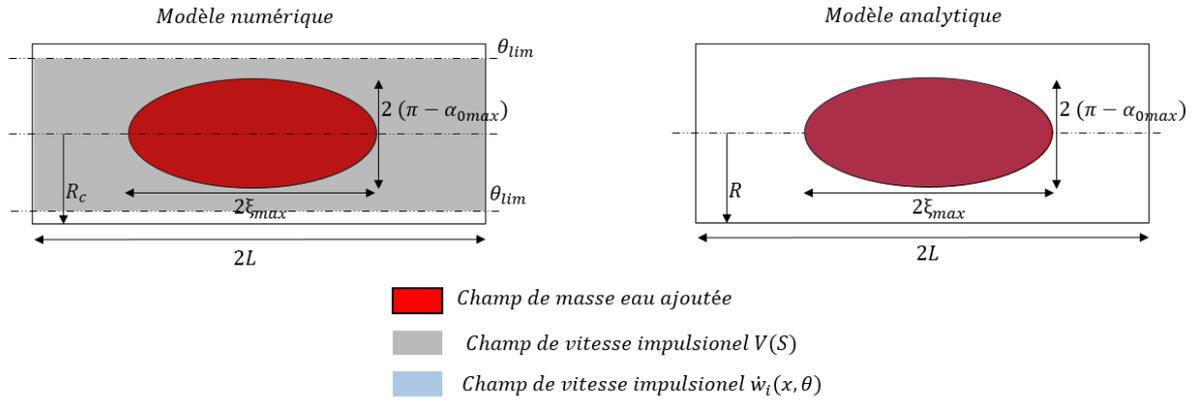


FIGURE 4.12 – Cylindre immergé soumis à un champ de vitesse impulsional : illustration des différences d’application du chargement dans le modèle numérique et dans le modèle analytique

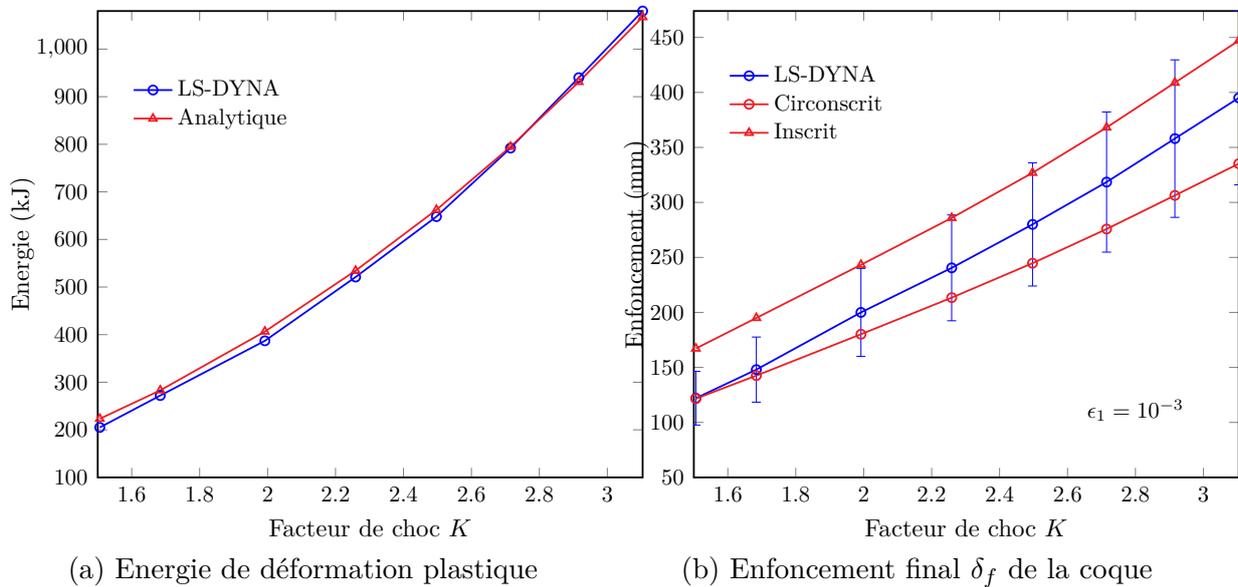


FIGURE 4.13 – Cylindre immergé avec masses ajoutées : comparaison des résultats analytiques et numériques. Correction de la masse d’eau ajoutée ( $C = 0.7$ )

#### 4.4.4 Analyse d'un cylindre immergé soumis à l'onde de choc primaire générée par une explosion sous-marine

##### 4.4.4.1 Moyennement du terme de masse d'eau ajoutée

Dans un troisième temps, les énergies de déformation et les enfoncements de la coque obtenus avec la méthode simplifiée sont confrontés aux résultats des simulations LS-DYNA/USA, dans le but de quantifier l'aptitude du modèle analytique à simuler la réponse d'un cylindre lisse immergé impacté par l'onde de choc primaire d'une explosion sous-marine. La première correction à apporter à ce modèle concerne le calcul du champ de masse d'eau ajoutée surfacique, défini au chapitre précédent par l'équation (3.37). Dans cette expression, le terme  $M_a$  est considéré constant. Or, l'aire de la zone déformée et par suite la masse d'eau ajoutée évoluent tout au long de la seconde phase de chargement (temps long). Par conséquent, dans le calcul du terme de masse d'eau ajoutée du coefficient moyenné  $\tilde{a}_3$ , il est nécessaire de prendre en compte cette variation. Pour cela, une valeur moyenne  $\tilde{M}_a$  de la masse d'eau ajoutée surfacique au *standoff point* est définie de la manière suivante :

$$\tilde{M}_a = \tilde{C}M_a \quad (4.39)$$

Le détail du calcul du coefficient  $\tilde{C}$  en fonction des paramètres d'endommagements  $\xi_{max}$  et  $\alpha_{0max}$  est donné en annexe D. Pour la suite, la valeur de  $\tilde{C}$  est fixée à 0.445. En multipliant ce coefficient par le coefficient de réduction  $C$  introduit précédemment, un coefficient de réduction de la contribution de la masse d'eau ajoutée est incorporé dans le modèle de la corde plastique sur fondation plastique :

$$C_{corr} = \tilde{C} * C \quad (4.40)$$

##### 4.4.4.2 Comparaison des énergies de déformation plastique et des enfoncements finaux

Les résultats obtenus avec le modèle analytique sont comparés aux résultats numériques LS-DYNA/USA obtenus en considérant une onde de pression incidente en double exponentielle décroissante. Comme on l'a vu paragraphe 2.3.2.3, ce choix est motivé par le fait que les calculs en double exponentielle corrént plutôt bien avec les résultats d'essais réalisés par DGA, contrairement aux calculs en simple exponentielle qui ont tendance à sous-estimer largement l'enfoncement du cylindre.

Sur la figure 4.14, les énergies de déformation plastique du cylindre extraites des simulations numériques sont comparées à celles calculées par le modèle simplifié pour différentes

valeurs du coefficient de réduction  $C$ . Lorsque la masse d'eau ajoutée est négligée ( $C = 0$ ), l'énergie de déformation plastique déterminée analytiquement est inférieure à celle issue des calculs LS-DYNA/USA et, comme attendu, l'écart augmente avec le facteur de choc. Lorsque la masse d'eau ajoutée est prise en compte sans coefficient de réduction ( $C = 1$  soit  $C_{corr} = \tilde{C} = 0.445$ ), le modèle simplifié surestime systématiquement l'énergie de déformation plastique. Mais contrairement au cas du cylindre immergé présenté au paragraphe 4.4.3 (figure 4.11(a)), l'écart entre les résultats analytiques et numériques varie significativement, passant de 58 % pour le scénario 1 ( $K = 1.5$ ) à 21 % pour le scénario 8 ( $K = 3.1$ ).

Enfin, en fixant la valeur du coefficient de réduction  $C$  à 0.7, valeur retenue pour réduire l'énergie cinétique transmise à la corde au début de la seconde phase de chargement, l'énergie de déformation plastique calculée par le modèle simplifié est très proche de celle obtenue numériquement pour des facteurs de choc  $K \geq 2$ . Pour des facteurs de choc inférieurs, l'équation (4.34) surestime l'énergie dissipée plastiquement par le cylindre, l'écart augmentant avec la diminution du facteur de choc (pour le scénario 1, celui-ci est de 35.5 %). La raison de cette différence vient du fait que durant la réponse mécanique du cylindre, de l'amortissement de radiation (le terme  $-\rho c \dot{w}$  de l'approximation *temps court*) peut persister en parallèle des effets inertiels de l'eau. Cette persistance est d'autant plus importante que le cylindre est raide. A la différence du modèle simplifié où l'on passe abruptement de l'approximation *temps court* (pression rayonnée) à l'approximation *temps long* (effets inertiels de l'eau), l'Approximation Doublement Asymptotique (DAA) implémentée dans

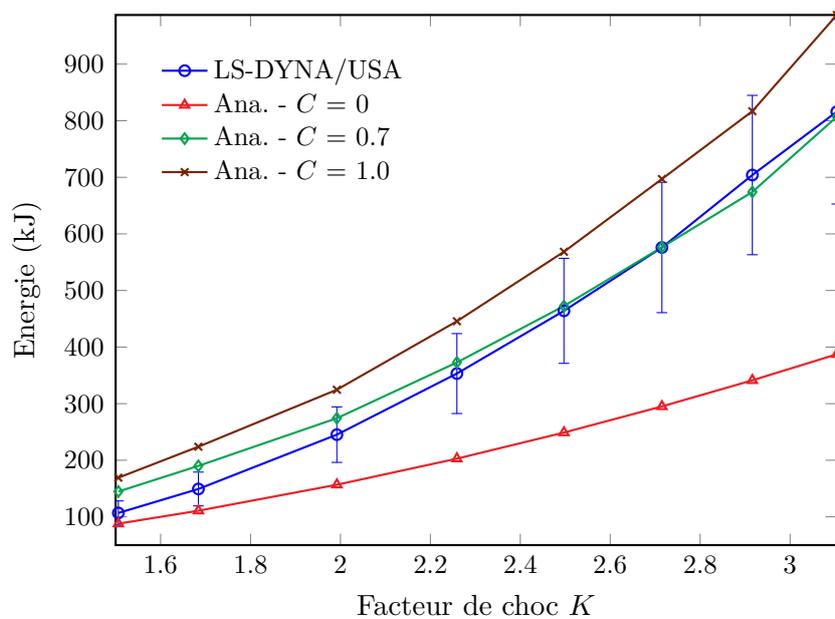


FIGURE 4.14 – Cylindre immergé : énergies de déformation plastique extraites des simulations LS-DYNA/USA (double exponentielle) comparées à celles calculées à partir de l'équation (4.34)

le code USA permet une transition douce entre *temps court* et *temps long*. L'évolution de la pression rayonnée est ainsi mieux représentée dans les simulations LS-DYNA/USA.

Les enfoncements finaux au *standoff point* sont quant à eux présentés sur la figure 4.15 pour différentes valeurs de  $C$ . Comme attendu, lorsque la masse d'eau ajoutée est négligée, les enfoncements prédits par le modèle analytique sont en général sous-estimés. Dans le cas contraire, le modèle analytique tend à surestimer l'enfoncement du cylindre. On remarque néanmoins que lorsque  $C = 0.7$ , les solutions obtenues avec les critères de plasticité circonscrits et inscrits encadrent la solution numérique pour des facteurs de choc  $K \geq 2$ , les écarts étant inférieurs à 20 % lorsque  $K \geq 2.3$ . En conclusion, pour de faibles facteurs de choc, c'est à dire lorsque les enfoncements sont inférieurs à 5 fois l'épaisseur de la coque, le modèle de la corde sur fondation surestime son enfoncement. Plusieurs raisons peuvent être données pour expliquer ce conservatisme :

- L'énergie de déformation élastique est négligée et, comme on l'a vu ci-dessus, le modèle analytique tend à surestimer l'énergie de déformation plastique pour les faibles facteurs de choc.
- Dans le modèle analytique, toute la déformation plastique est supposée être localisée dans la zone située au droit de l'explosion. Or, les simulations numériques du cylindre choisi montrent qu'une partie de ces déformations est localisée près des extrémités encastrées.
- La contribution du moment de flexion axial n'est pas prise en compte, alors qu'elle

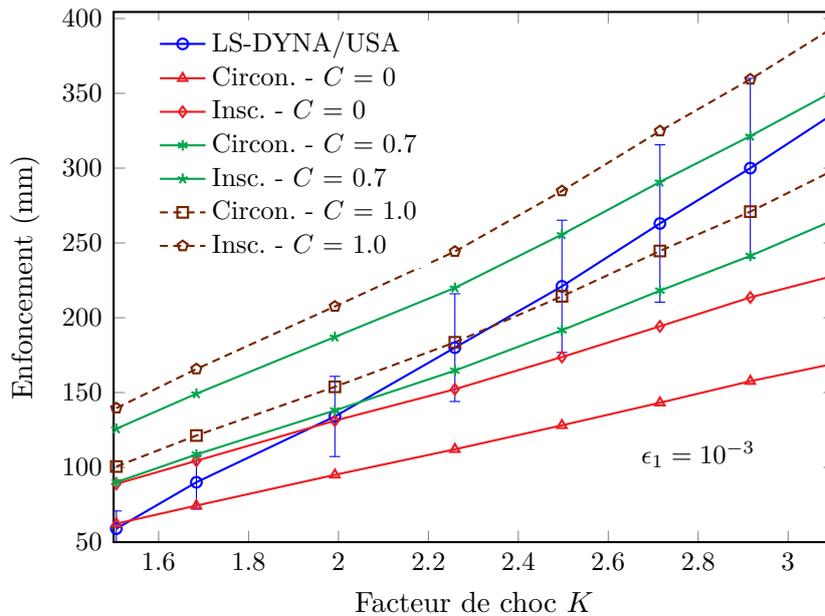


FIGURE 4.15 – Cylindre immergé : enfoncements post-traités à l'issue des simulations LS-DYNA/USA (double exponentielle) comparés à ceux calculés à partir de l'équation (4.27)

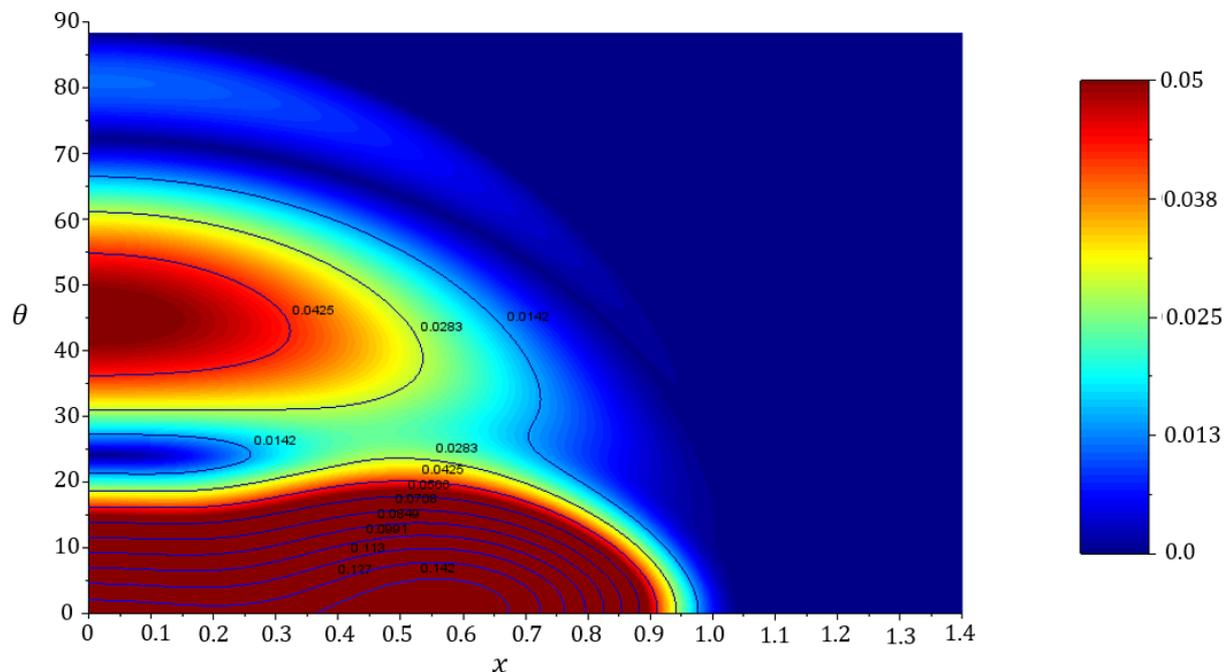
- n'est plus négligeable lorsque l'enfoncement est de l'ordre de l'épaisseur de la coque.
- Les efforts internes de cisaillement ne sont pas considérés dans le modèle de corde sur fondation et leur importance mériterait d'être étudiée plus en détails.
  - La fonction de forme  $f$  est inadaptée pour décrire le champ de déplacement au début de la réponse mécanique, qui semble suivre plutôt une forme quadratique. Une solution pourrait être d'ajuster le mécanisme de déformation à l'enfoncement de la coque.

Cela dit, pour des rapports enfoncement/épaisseur de coque supérieurs à 5, ce qui correspond dans le cas étudié à des facteurs de chocs supérieurs à 2, le modèle simplifié permet de prédire correctement le comportement du cylindre. Néanmoins, la pente de l'enfoncement final en fonction du facteur de choc  $K$  est plus importante dans les simulations numériques que dans les solutions analytiques circonscrites et inscrites. Ceci indique que le modèle analytique couplé ne retranscrit pas exactement le comportement sous explosion de la coque lorsqu'elle se déforme. De plus, l'effet de la cavitation n'a pas été modélisé dans les simulations numériques en double exponentielle décroissante. Il s'agit dans l'avenir de comparer les résultats du modèle de la corde plastique avec des simulations numériques prenant en compte ce phénomène.

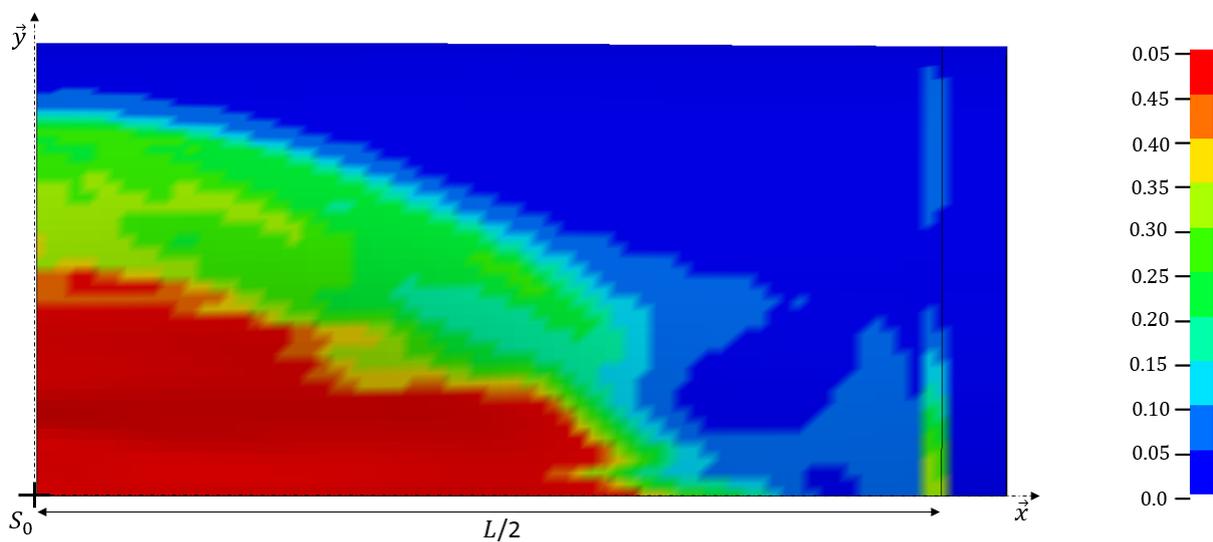
#### 4.4.4.3 Comparaison des déformations plastiques effectives

Le calcul analytique des déformations plastiques de la coque cylindrique est présenté dans la sous-section 4.3.2. L'expression (4.30) permet de calculer la déformation plastique effective en tout point de la zone déformée, une fois les paramètres d'endommagement  $\xi$  et  $\alpha_0$  connus. La distribution sur un quart de cylindre des déformations plastiques effectives, calculées analytiquement avec un critère circonscrit de plasticité pour le cas n° 5 défini dans le tableau 3.1, est affichée sur la figure 4.16(a). On présente également sur cette figure des courbes de niveaux des déformations, la couleur rouge foncé correspondant à une valeur de déformation égale ou supérieure à 5 %. On constate que la déformation est maximale le long de la génératrice passant par le *standoff point*, pour une position longitudinale  $x$  égale à la moitié de l'étendue longitudinale de la zone déformée. Le long de la circonférence, pour  $x = 0$ , la déformation plastique effective ne varie pas de façon monotone, mais passe par deux maxima locaux, pour  $\theta \approx 45^\circ$  et  $\theta \approx 80^\circ$ , ce qui correspondrait à la présence de deux rotules plastiques, en plus de celle située au niveau du *standoff point*.

Les déformations plastiques effectives obtenues à l'issue du calcul LS-DYNA/USA sont quant à elles présentées sur la figure 4.16(b), pour le même quart de cylindre et pour le cas n°5. On retrouve bien la forme elliptique de la zone déformée dans les deux modèles. Par contre, sur le modèle numérique, on constate au voisinage des extrémités une zone également déformée plastiquement, non prise en compte dans le modèle analytique. Par ailleurs, une zone de faibles déformations, constatée sur le modèle analytique (figure 4.16(a)) pour



(a) Déformations plastiques effectives calculées analytiquement



(b) Déformations plastiques effectives calculées numériquement - capture d'écran du post-traitement numérique

FIGURE 4.16 – Comparaison des déformations plastiques effectives analytiques et numériques

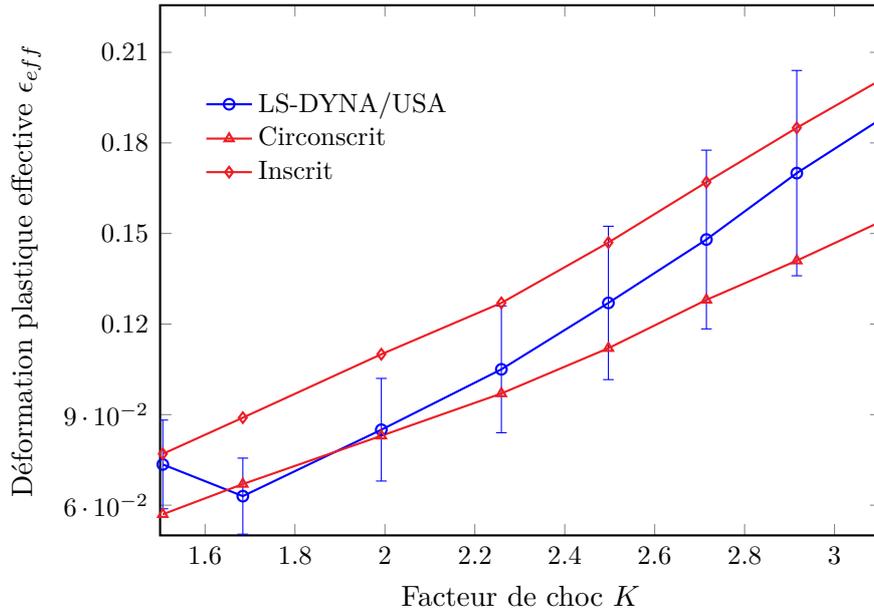


FIGURE 4.17 – Cylindre immergé : comparaison des déformations plastiques effectives évaluées analytiquement et numériquement au *standoff point*

une valeur de  $\theta \approx 25^\circ$ , n'apparaît pas dans les résultats numériques. Enfin, dans le modèle numérique, le maximum de déformation plastique effective apparaît au niveau du *standoff point*, et non à la position ( $x \approx \xi/2, \theta = 0$ ). Ces différences peuvent s'expliquer par le choix des fonctions de forme  $f$  et  $g$  utilisées pour représenter le champ de déplacement. En effet, dans les premiers instants de la réponse, la forme de la zone déformée ne suit pas la forme définie par ces deux fonctions. Il semblerait, par exemple, qu'une fonction polynomiale d'ordre 2 soit plus appropriée pour représenter dans les premiers instants le champ de déplacement suivant la direction  $x$ . De plus, la formule (4.29) montre que les déformations plastiques circonférentielles dépendent de la dérivée seconde de la fonction  $g$ . Or, cette fonction, bien que décrivant convenablement le champ de déplacement d'un anneau, est sans doute moins adaptée pour représenter de façon précise la distribution spatiale des déformations plastiques. Malgré ces limitations, le modèle analytique permet de retrouver un champ de déformation plastique effective physiquement cohérent par rapport aux simulations numériques.

Cette conclusion est confirmée par les tracés effectués sur la figure 4.17, où les déformations plastiques effectives au *standoff point* obtenues analytiquement et numériquement sont comparées pour tous les cas définis dans le tableau 3.1. Les calculs analytiques ont été effectués avec les critères circonscrit et inscrit de plasticité et les barres d'écart à 20 % sont également indiquées sur la courbe issue du calcul LS-DYNA/USA. Pour la plupart des facteur de choc, on constate que les résultats analytiques encadrent, à moins de 20 %, les résultats numériques. On remarque également que la valeur obtenue numériquement pour le cas n° 1 est incohérente : elle devrait logiquement être inférieure à celle obtenue

pour le cas n°2. Dans l'ensemble, le modèle analytique permet de retrouver des déformations plastiques effectives cohérentes avec celles obtenues numériquement, validant ainsi les hypothèses de modélisation effectuées au début de ce chapitre.

#### 4.4.5 Étude de sensibilité des paramètres $\xi$ et $\alpha_0$

Les paramètres d'endommagement  $\xi$  et  $\alpha_0$ , nécessaires pour prévoir la réponse de la coque, sont actuellement issus du post-traitement des simulations numériques. Les évolutions de ces paramètres avec le facteur de choc  $K$  sont tracées sur la figure 4.18, la pression incidente étant considérée en double exponentielle décroissante dans les simulations numériques. On constate que  $\xi$  et  $\alpha_0$  évoluent quasi linéairement avec le facteur de choc, comme le montrent les tracés des droites d'interpolation. Les irrégularités étant très probablement liées à la taille des éléments du maillage (carrés de 50 mm de côté) qui conditionne la précision des mesures effectuées. Ce sont ces valeurs qui sont actuellement utilisées pour calculer, à l'aide du modèle simplifié, l'enfoncement de la coque. Néanmoins, en pratique, la méthode proposée doit pouvoir être utilisée sans avoir recours à des simulations numériques a priori. Il faut donc pouvoir quantifier la variabilité des résultats issus du modèle analytique avec les paramètres d'endommagement.

On présente sur la figure 4.19, pour les scénarios de tir n° 2 ( $K = 1.68$ ) et n° 5 ( $K = 2.5$ ) présentés dans le tableau 3.1, l'enfoncement du cylindre et l'énergie de déformation plastique associée, lorsque l'on fait varier un des paramètres d'endommagement et que

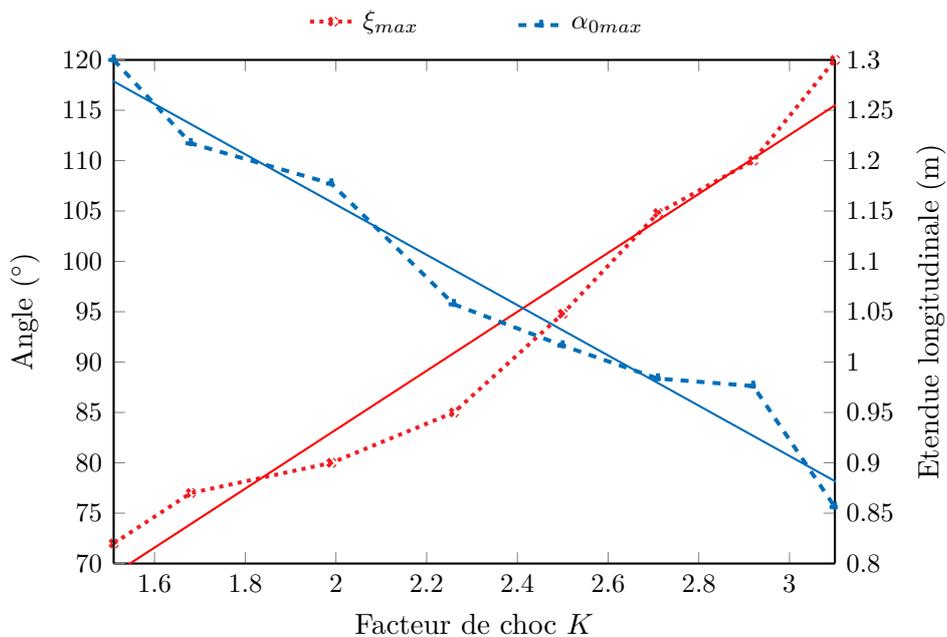


FIGURE 4.18 – Etendue longitudinale maximale  $\xi_{max}$  et étendue circonférentielle maximale  $\alpha_{0max}$  de la zone enfoncée en fonction du facteur de choc  $K$

l'on fixe l'autre paramètre à sa valeur mesurée à l'issue des simulations numériques. Les résultats des calculs LS-DYNA/USA sont également indiqués en traits pointillés. La figure 4.19(a) montre que pour une valeur  $\alpha_{0max}$  donnée, la flèche augmente avec  $\xi_{mas}$  jusqu'à un maximum d'abscisse  $\xi_{max}^1$  puis décroît. Cette valeur  $\xi_{max}^1$  change suivant le critère de plasticité utilisé et augmente avec l'étendue circonférentielle de la zone déformée. Pour le cylindre étudié, cette valeur n'est pas toujours atteinte, comme le montrent les tracés pour le cas de chargement n° 5. Sur la figure 4.19(b), les mêmes observations peuvent être faites lorsque c'est l'étendue circonférentielle de la zone déformée qui varie.

L'analyse des figures 4.19(c) et 4.19(d) montre que l'énergie de déformation plastique augmente de façon monotone avec l'aire de la zone déformée, en passant du simple au double, mais cette évolution n'est pas linéaire. Si l'on s'intéresse aux abscisses des points d'intersections (A,B,A',B') des courbes d'énergies issues du modèle analytique avec celles extraites du calcul LS-DYNA/USA, on obtient le couple ( $\xi_{max} = x_A \approx 0.73$  m,  $\alpha_{0max} = x_{A'} \approx 120^\circ$ ) pour le cas n° 2 et ( $\xi_{max} = x_B \approx 1.05$  m,  $\alpha_{0max} = x_{B'} \approx 91^\circ$ ) pour le cas n° 5. Il est intéressant de constater que ces valeurs sont proches de celles mesurées à l'issue des simulations numériques (figure 4.18) : ( $\xi_{max} \approx 0.87$  m,  $\alpha_{0max} \approx 111.7^\circ$ ) pour le scénario n° 2 et ( $\xi_{max} \approx 1.048$  m,  $\alpha_{0max} \approx 91.6^\circ$ ) pour le scénario n° 5. Ceci illustre que le modèle de la corde sur fondation développé permet de restituer assez correctement la réponse mécanique du cylindre, puisqu'à énergie de déformation plastique égale, la zone déformée du cylindre estimée analytiquement est proche de celle obtenue numériquement.

Pour une valeur  $\alpha_{0max}$  et un critère de plasticité donnés, l'étendue longitudinale de la zone déformée  $\xi_{max}^1$  pour laquelle l'enfoncement est maximal peut être estimée de façon itérative. Le principe est le suivant : pour une valeur de  $\alpha_{0max}$  donnée, l'intervalle des valeurs possibles de  $\xi_{max}$  est parcouru dans l'ordre croissant, et pour chaque valeur, l'enfoncement est calculé. Le processus itératif s'arrête lorsque l'enfoncement maximal est atteint et c'est l'abscisse associée qui est choisie pour  $\xi_{max}^1$ . La figure 4.20 présente les énergies de déformation plastique obtenues avec cet algorithme pour différentes valeurs de  $\alpha_{0max}$ . On constate que quelle que soit l'étendue circonférentielle  $\alpha_{0max}$  considérée, en laissant varier l'étendue longitudinale, l'énergie de déformation plastique obtenue s'écarte assez peu de la courbe associée aux valeurs mesurées (les barres délimitent des écarts inférieurs à 20 %) quel que soit le facteur de choc étudié.

Les enfoncements calculés pour quelques valeurs fixées de  $\alpha_{0max}$  sont présentés sur les figures 4.21(a) (critère circonscrit) et 4.21(b) (critère inscrit). Sur chacune des figures, les barres d'écart à 10 % sur la courbe issue des valeurs  $\xi_{max}$  et  $\alpha_{0max}$  mesurées sont tracées. On remarque que les enfoncements obtenus à partir d'un calcul de  $\xi_{max}^1$  restent proches des ceux obtenus en considérant la valeur  $\xi_{max}$  mesurée. Il résulte des constats précédents que, pour ce cylindre, un utilisateur de la méthode simplifiée peut estimer correctement

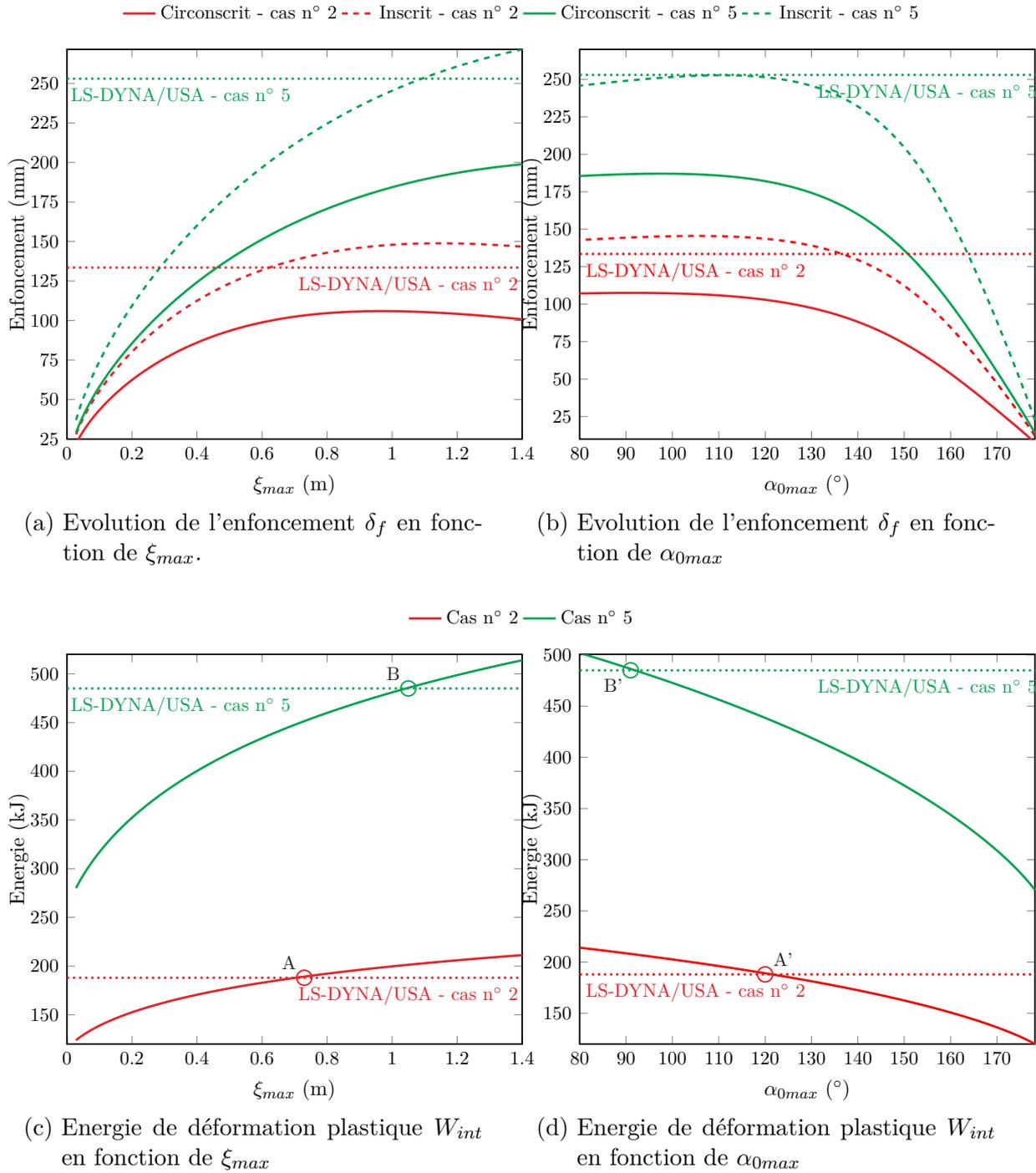


FIGURE 4.19 – Evolution de l'enfoncement final et de l'énergie plastique de déformation calculés avec le modèle simplifié en fonction des paramètres d'endommagement. Lorsqu'un paramètre varie, l'autre est fixé à sa valeur mesurée dans les simulations numériques. Pour le scénario n° 2,  $\alpha_{0max}$  est fixé à  $111.7^\circ$  et  $\xi_{max}$  est fixé à  $0.87$  m. Pour le cas n° 5,  $\alpha_{0max}$  est fixé à  $91.6^\circ$  et  $\xi_{max}$  est fixé à  $1.048$  m.

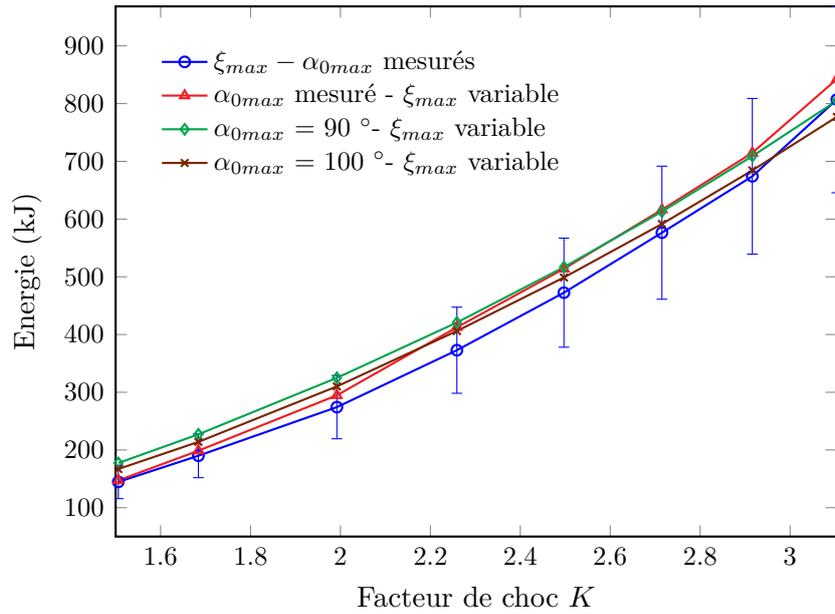
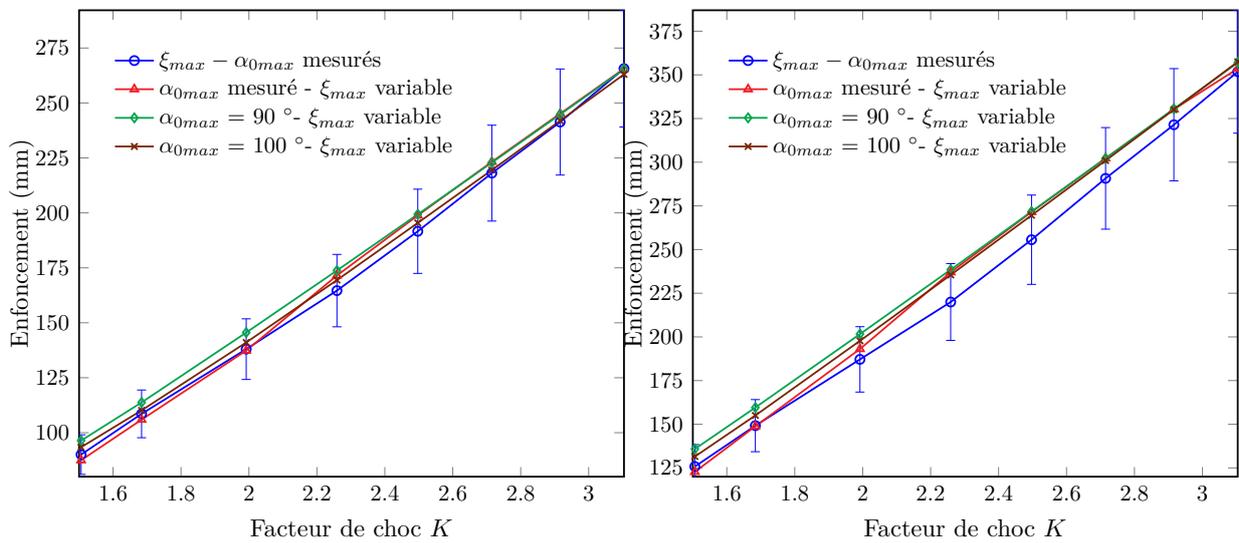


FIGURE 4.20 – Cylindre immergé : énergies de déformation plastique calculées à partir de l'équation (4.34) pour différentes valeurs de  $\xi_{max}$  et  $\alpha_{0max}$  - Les barres d'écart à 20 % sont indiquées



(a) Evolution de l'enfoncement  $\delta_f$  calculé avec un critère circonscrit de plasticité

(b) Evolution de l'enfoncement  $\delta_f$  calculé avec un critère inscrit de plasticité

FIGURE 4.21 – Cylindre immergé : enfoncements de la coque calculés à partir de l'équation (4.27) pour différentes valeurs de  $\xi_{max}$  et  $\alpha_{0max}$  - Les barres d'écart à 10 % sont indiquées

l'enfoncement final de la coque et l'énergie de déformation plastique associée, bien que n'ayant pas connaissance a priori des valeurs des paramètres d'endommagement. Il lui suffit juste de choisir une valeur d'étendue circonférentielle de la zone endommagée, suivant la sévérité du choc considéré. Pour déterminer cette valeur, une loi empirique pourrait être utilisée. La figure 4.18 montre que l'évolution de  $\alpha_{0max}$  en fonction du facteur de choc peut être approchée par une fonction linéaire. Il s'agit alors de vérifier si l'équation de la droite linéaire obtenue peut s'appliquer pour des distances de tir et des cylindres différents.

## Références bibliographiques

- [Cal77] C. R. Calladine. Thin-walled elastic shells analysed by a Rayleigh method. *International Journal of Solids and Structures*, 13(6) :515–530, 1977. [88](#)
- [CRAH90] G. G. Corbett, S. R. Reid, and S. T. S. Al-Hassani. Static and dynamic penetration of steel tubes by hemispherically nosed punches. *International Journal of Impact Engineering*, 9(2) :105–190, 1990. [88](#)
- [Cri67] N. Critescu. *Dynamic Plasticity*. North Holland, Amsterdam, 1967. [89](#)
- [DH52] J. P. Den Hartog. *Advanced Strength of Materials*. McGraw-Hill, New York, 1952. [88](#)
- [GH73] A. Gurkok and H. G. Hopkins. The effect of geometry changes on the load carrying capacity of beams under transverse load. *SIAM J. Appl. Math.*, 25(3) :500–126, 1973. [89](#)
- [GH81] A. Gurkok and H. G. Hopkins. Plastic beams at finite deflection under transverse load with variable end- constraint. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 29(5/6) :447, 1981. [89](#)
- [GKH88] Paul R. Gefken, Steven W. Kirkpatrick, and Bayard S. Holmes. Response of impulsively loaded cylindrical shells. *International Journal of Impact Engineering*, 7(2) :213–227, 1988. [88](#)
- [HFW91] M. S. Hoo Fatt and T. Wierzbicki. Impact damage of long plastic cylinders. In *Proc. First International Conference of Offshore and Polar Engineering*, pages 172–182, 1991. [89](#)
- [HFWMK96] M. S. Hoo Fatt, T. Wierzbicki, Minos Moussouros, and John Koenig. Rigid-Plastic Approximations for Predicting Plastic Deformation of Cylindrical Shells Subject to Dynamic Loading. *Shock and Vibration*, 3(3) :169–182, 1996. [90](#)
- [Hod55] P. G. Hodge. Impact pressure loading of rigid-plastic cylindrical shells. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 3 :176–188, 1955. [88](#)
- [Hoo92] M. S. Hoo Fatt. *Deformation and Rupture of Cylindrical Shells under Dynamic Loading*. PhD thesis, Massachusetts Institute of Technology, 1992. [87](#), [89](#), [90](#), [92](#), [95](#), [96](#), [98](#), [102](#), [105](#)
- [HW91] M. S. Hoo Fatt and T. Wierzbicki. Damage of Plastic Cylinders under Localized Pressure Loading. *International Journal of Mechanical Sciences*, 33(12) :999–1016, 1991. [xiii](#), [89](#), [93](#), [94](#)

- [JDO83] N. Jones and J. G. De Oliveira. Impulsive loading of a cylindrical shell with transverse shear and rotatory inertia. *International Journal of Solids and Structures*, 19(3) :263–279, 1983. [88](#)
- [LF83] H. E. Lindberg and A. L. Florence. Dynamic pulse buckling : Theory and experiment. *Technical Report 6503H, Defense Nuclear Agency*, 1983. [88](#)
- [LLL15] X. Li, Z. Li, and M. Liang. An analytical approach for deformation shapes of a cylindrical shell with internal medium subjected to lateral contact explosive loading. *Mathematical Problems in Engineering*, 2015, 2015. [88](#)
- [MH95] Minos Moussouros and M. S. Hoo Fatt. Effect of Shear on Plastic Denting of Cylinders. *International Journal of Mechanical Sciences*, 37(4) :355–371, 1995. [92](#)
- [MSSWHF96] M. Mihailescu-Suliciu, I. Suliciu, T. Wierzbicki, and M. S. Hoo Fatt. Transient response of an impulsively loaded plastic string on a plastic foundation . *Quarterly of Applied Mathematics*, 54(2) :327–343, 1996. [89](#), [96](#)
- [Rei78] S. R. Reid. Influence of geometrical parameters on the mode of collapse of a "pinched" rigid-plastic cylindrical shell. *International Journal of Solids and Structures*, 14 :1027–1043, 1978. [88](#)
- [SLJG14] Kejian Song, Yuan Long, Chong Ji, and Fuyin Gao. Plastic Deformation of Metal Tubes Subjected to Lateral Blast Loads. *Mathematical Problems in Engineering*, pages 1–10, 2014. [88](#)
- [Str85] W. J. Stronge. Impact and perforation of cylindrical shells by blunt missiles. In S. R. Reid, editor, *Metalforming and Impact Mechanics*. Pergamon Press, Oxford, 1985. [88](#)
- [Str93] W. J. Stronge. Impact on metal tubes : Indentation and perforation. In N. Jones and T. Wierzbicki, editors, *Structural Crashworthiness and Failure*. Elsevier Science Publishers, 1993. [88](#), [89](#)
- [WF92] T. Wierzbicki and M. S. Fatt. Impact response of a string-on-plastic foundation. *International Journal of Impact Engineering*, 12(1) :21–36, 1992. [89](#)
- [WH93] T. Wierzbicki and M. S. Hoo Fatt. Damage assessment of cylinders due to impact and explosive loading. *International Journal of Impact Engineering*, 13(2) :215–241, 1993. [89](#), [98](#)

- [YS90] T. X. Yu and W. J. Stronge. Large deflections of a rigid-plastic beam-on-foundation from impact. *International Journal of Impact Engineering*, 9(1) :115–126, 1990. [88](#)



# Chapitre 5

## Extensions de la méthode simplifiée

### Résumé

Dans ce chapitre, une étude bibliographique sur le phénomène d'implosion de structures navales immergées sous les effets combinés de la pression hydrostatique et d'un chargement accidentel. Ce phénomène est extrêmement violent et peut avoir des conséquences désastreuses. C'est pourquoi il est capital de le considérer pour la conception d'une coque résistante de sous-marin.

L'extension du modèle de la corde plastique sur fondation plastique pour prendre en compte les effets de l'immersion (forces de pression suivieuse et effets de fonds) est présentée. Il est montré que les effets de fond sont négligeables, et cette conclusion est validée par les simulations numériques. Un modèle ne considérant que les forces de pression suivieuse est alors développé et comparé à des simulations numériques. Il est conclu qu'un nouveau mécanisme de déformation doit être construit pour modéliser au mieux l'action des forces de pression suivieuse.

Enfin, dans le cas d'un cylindre raidi avec des anneaux, une technique d'homogénéisation des raidisseurs est présentée. Il est montré que cette technique est inadaptée pour modéliser l'influence des raidisseurs sur le comportement mécanique de la coque raidie impactée par une onde de choc.

Dans le chapitre précédent, les effets de la pression hydrostatique sur le cylindre étaient négligés dans la détermination de sa réponse mécanique à l'onde de choc primaire issue d'une explosion sous-marine. Dans ce chapitre, le modèle mécanique est modifié pour prendre en compte ces effets puis étendu à l'analyse des cylindres raidis. Dans un premier temps, on présente une analyse bibliographique des travaux portant sur le problème de la réponse d'un cylindre profondément immergé à une explosion sous-marine, qu'il soit raidi ou non. Dans un second temps, le modèle mécanique de la corde plastique sur fondation plastique est étendu pour prendre en compte les effets de la pression hydrostatique, ainsi qu'un éventuel raidissage circonférentiel du cylindre. Il est montré que la compression axiale du cylindre causée par la pression hydrostatique a une influence négligeable sur l'enfoncement du cylindre sous l'effet de l'impact de l'onde de choc. Dans un dernier temps, les modèles mécaniques développés sont comparés à des simulations numériques afin de les valider et mettre en lumière les limitations de ces modèles.

## 5.1 Etude bibliographique

### 5.1.1 Travaux expérimentaux

Le flambement de structures sous l'effet d'une pression extérieure est un problème classique de stabilité qui a été abondamment traité par la communauté scientifique car c'est un critère majeur de conception des structures sous-marines. Des compilations de ces travaux ont été effectuées par Timoshenko & Gere [TG63] et Singer et al. [SAW02]. Pour des structures métalliques, telles que des coques cylindriques ou sphériques, le flambement peut se produire dans le domaine élastique, mais un comportement matériel inélastique mène à un effondrement de la structure. Dans un environnement où la pression environnante est constante, ce qui est le cas en immersion profonde dans un fluide tel que l'eau, l'effondrement de la structure est dynamique et interagit avec le fluide environnant, ce qui génère la propagation d'une forte onde de pression dans le fluide. Ce processus, nommé *implosion*, a été étudié dans le domaine de l'acoustique sous-marine car les implosions peuvent être utilisées comme une alternative aux explosions sous-marines, pour faire office de source sous-marine de son, voir Urick [Uri63] et Orr [OS76].

#### 5.1.1.1 Implosion d'un cylindre

Turner & Ambrico [TA18] présentent des exemples typiques de volumes susceptibles d'imploser tels que les sous-marins, les véhicules immergés pilotés à distance, les pipelines sous-marins et les capteurs immergés. Un volume pouvant imploser est défini comme une coque ou un objet structural sur lequel agit une pression extérieure et qui contient un gaz à une pression plus faible (voir du vide). En d'autres termes, l'implosion d'une structure peut être comprise comme une soudaine perte de stabilité causée par

une force externe menant la structure à s’effondrer sur elle-même. Cet effondrement est violent et produit une libération soudaine d’énergie sous la forme d’une onde de choc de pression accompagnée de mouvements rapides de fluide et de son. Dans un environnement sous-marin, cet effondrement est un processus dynamique d’une durée de l’ordre de la milliseconde. Au moment de l’affaissement, les parois de la coque accélèrent vers l’intérieur du volume, et l’eau environnante se précipite pour combler le vide résultant du processus d’affaissement. Ce mouvement de l’eau vers l’intérieur du volume s’arrête brusquement lorsque les parois de la structure entrent en contact, ce qui entraîne une surcompression de l’eau au niveau des parois, et donc l’émission d’importantes ondes de surpression vers l’extérieur. Il existe de plus des situations dans lesquelles l’onde de pression produite par l’implosion d’une structure peut endommager les structures voisines voire initier l’implosion de celles-ci. Une telle situation s’est produite en 2001, au laboratoire de Super-Kamiokande au Japon, où un tube photo-multiplicateur implosa. L’onde de pression générée par cette implosion provoqua une réaction en chaînes qui détruisit 7000 tubes. Plus récemment, en 2010, un robot sous-marin autonome, nommé ABE, a été perdu au large des côtes chiliennes du fait de l’implosion d’une sphère en verre de contrôle d’immersion, ce qui détruisit les systèmes embarqués. En 2014, le robot sous-marin Nereus a implosé au large des côtes néo-zélandaises. Ces événements illustrent la nécessité de prendre en compte ce phénomène lors de la conception d’une structure amenée à opérer en immersion profonde.

La compréhension des phénomènes physiques mis en jeu lors du processus d’implosion est un sujet d’intérêt depuis le début des années 50, tout spécialement dans les domaines de l’offshore (pipelines marins) et de la construction navale [PM75]. L’influence de la pressurisation du fluide contenu dans un long tube sur l’effondrement dynamique de ce tube soumis à un chargement extérieure en pression a été étudiée par Kyriakides et al. [KB81] & [KN00]. L’effondrement des structures de type pipeline sous pression extérieure s’amorce localement puis peut se propager à des vitesses de l’ordre des centaines de m/s pour détruire rapidement tout le pipeline. La vitesse de propagation est pilotée par les caractéristiques du cylindre et du fluide interne. Par exemple, la vitesse est significativement plus faible si le fluide est de l’eau plutôt que de l’air. Une manière de limiter l’endommagement du pipeline est d’installer périodiquement des colliers de renforcement, appelés « buckle arrestors » à des intervalles réguliers le long du pipeline. La conception de ces raidisseurs a été étudiée en détails par Kyriakides et Netto [KN04]. Dans le cas de cylindres dont le rapport longueur sur rayon est bien plus faible, ce qui est le cas pour les sous-marins, Farhat et al. [FWM<sup>+</sup>13] ainsi que Gish & Wierzbicki [GW15] montrent expérimentalement que le mode de flambement dynamique est un mode d’ovalisation à 4 lobes, illustré sur la figure 5.1, alors que pour un pipeline, c’est le mode 2 qui est activé. Ce comportement a été également retrouvé par simulation numérique de la réponse du cylindre. Gupta et al. [GPSS14] ont pu mesuré expérimentalement en temps réel les déformations mécaniques à l’aide d’une technique de



(a) Vue d'ensemble



(b) Vue de côté

FIGURE 5.1 – Photographies du mode 4 d'effondrement d'un cylindre « court »- tirées de [FWM<sup>+</sup>13]

corrélation d'images digitales à haute vitesse. Leurs travaux ont permis de montrer que les caractéristiques de l'onde de choc émise sont directement corrélées au temps mis par l'effondrement pour se propager sur toute la longueur du cylindre. Cette étude a également démontré la nécessité de mesurer à la fois la déformation mécanique de la structure et la pression dans le fluide, afin de comprendre l'interaction fluide-structure mise en jeu lors de implosion. L'implosion des coques cylindriques en matériaux composites ont été également étudiées avec la même technique par Pinto et al. [PGS15b] & [PGS15a].

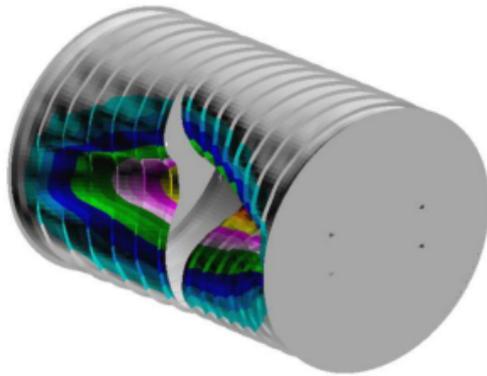
Les travaux présentés précédemment se focalisaient uniquement sur le comportement de cylindres intacts en immersion profonde. Mais en conditions réelles d'utilisation, les structures peuvent être impactées par des objets divers (outils, sol, etc...) ou subir des dommages lors de l'installation, tels que des bosselures ou des enfoncements de la paroi. La présence de tels défauts peut avoir une grande incidence sur la résistance à la pression extérieure de la structure. C'est ce que montrent les travaux expérimentaux de Park & Kyriakides [PK96], dans lesquels un cylindre enfoncé localement perd grandement sa capacité de résistance à l'effondrement. En effet, lorsque le défaut d'ovalisation  $\Delta_{0d}$  du cylindre est d'approximativement 0.1, la pression critique de flambement est réduite de 50 %. De plus, ils montrent que la forme de la zone enfoncée influence peu cette réduction de capacité, ce qui signifie que le défaut d'ovalisation  $\Delta_{0d}$  est une excellente mesure de sévérité de l'influence du défaut sur la capacité de résistance du cylindre.

### 5.1.1.2 Implosion d'un cylindre provoquée par une explosion sous-marine

Dans le cas de la réponse d'un cylindre immergé à une explosion sous-marine, Gupta et al. [GMLS16] montrent expérimentalement que celui-ci peut imploser sous l'effet des chargements de pression issus de l'explosion (onde de choc primaire et ondes de choc secondaire). Les déformations mécaniques de la coque sont mesurées et décrites à l'aide de photographies ultra-rapides couplées à la technique "3D DIC" et les évolutions de pression dans le fluide sont collectées à différents points. Ces travaux montrent que plus la pression hydrostatique est élevée, plus le cylindre risque de s'effondrer lors de l'impact de l'onde de choc. Ainsi, lorsque la pression hydrostatique environnante est proche de la pression critique de flambement, une onde de choc de faible amplitude suffit à déclencher l'effondrement du cylindre. Pinto & Shukla [PS16] ont également étudié l'implosion de tubes composites chargés latéralement par une onde de choc issue d'une explosion sous-marine. Par la suite, Shukla et al. [SGML18] ont étudié expérimentalement l'influence du confinement sur l'effondrement d'une structure immergée dans une cavité un peu plus grande. Ils montrent que le confinement diminue la vitesse d'effondrement du cylindre. En revanche, si la cavité de confinement est ouverte, une forte onde de pression est produite vers l'extérieur de cette cavité. Lorsqu'elle est fermée, cette onde de pression est diminuée. Matos et al. [MGS18] ont poursuivi l'étude de l'implosion d'un cylindre immergé dans un milieu confiné sous l'effet d'une explosion sous-marine, en s'intéressant notamment à l'interaction entre les ondes secondaires produites par la bulle et les pressions réfléchies sur les parois de la cavité de confinement. Ils montrent qu'un revêtement en polymère retarde l'effondrement du cylindre et diminue l'onde d'implosion émise. Récemment, Ren et al. [RSZ<sup>+</sup>18] ont étudié expérimentalement l'implosion de coques cylindriques immergées et raidies (en grillage), impactées latéralement à vitesse modérée.

## 5.1.2 Modélisations numériques

Une revue des travaux portant sur la simulation numérique de cylindres lisses soumis à des explosions sous-marines a déjà été présentée dans la sous-section 1.2.3 de cette thèse. Dans cette section, une analyse bibliographique des travaux de modélisation de cylindres raidis est présentée. On s'intéresse également aux études réalisées sur le comportement d'un cylindre profondément immergé soumis à un chargement explosif. En 2008, Lee et al. [LHH08] ont modélisé le sous-marin allemand HDW U209-1400 et ont étudié sa réponse à l'impact de l'onde de choc générée par la détonation d'une torpille près de la coque, en utilisant le solveur ABAQUS couplé au code USA. Peu après, Hung et al. [HLHFH09] ont étudié expérimentalement et numériquement la réponse à une explosion sous-marine lointaine de 3 cylindres différents : le premier sans raidisseur, le second raidi par des anneaux externes et le troisième raidi par des anneaux internes. Différentes profondeurs de détonation ont été étudiées, mais elles restent assez faibles, la plus importante étant de



(a) Simulation numérique



(b) Vue de côté

FIGURE 5.2 – Comparaison des simulations numériques avec les essais expérimentaux pour une coque cylindrique raidie - tirées de [YZ11]

2.10 m. Les charges utilisées étant de faible puissance, les cylindres se sont peu déformés plastiquement. La même année, Jen [Jen09] a utilisé le module acoustique d'ABAQUS pour la modélisation d'explosion sous-marine. En utilisant une méthode par fonction de pénalité étendue, il a optimisé la conception d'une coque raidie impacté par une onde de choc. Yin et al. [YJCH16] ont récemment étudié la réponse de coques raidies nues ou recouvertes d'un revêtement absorbant soumises au chargement d'une explosion sous-marine en considérant les effets de l'onde de choc couplés à ceux de la pression hydrostatique. La réponse dynamique de cylindres raidis par des anneaux sous chargement explosif sous-marin a été étudiée par Yuan & Zhu [YZ11] pour différentes profondeurs d'immersion. Ils ont mené des essais expérimentaux et les simulations numériques ont été effectuées avec MSC.DYTRAN. Les chargements explosifs étaient assez forts pour provoquer une rupture nette de la paroi du cylindre, comme illustré sur la figure 5.2. Enfin, inspirés par l'analyse dynamique incrémentale (IDA) utilisée dans le domaine de l'analyse sismique, Biglarkhani & Sadeghi [BS17] ont développé ce qu'ils nomment l'analyse explosive incrémentale (IEA), comme méthode de conception d'une coque cylindrique raidie chargée par une détonation sous-marine. Tenant compte des effets de la pression d'immersion, cette méthode leur permet de réaliser une étude paramétrique de la réponse de la coque en fonction des divers paramètres tels que la profondeur immersion, la distance de tir, la masse d'explosif et l'épaisseur de la coque.

### 5.1.3 Modélisations analytiques

#### 5.1.3.1 Modèle de cylindre lisse avec immersion

A notre connaissance, aucun modèle analytique de la réponse d'un cylindre immergé à une explosion sous-marine prenant en compte les effets de la pression d'immersion n'a été développé. Wierzbicki & Bhat [WB86] ont développé des formulations analytiques pour estimer les pressions d'initiation et de propagation de flambement d'un long tube présentant un défaut d'ovalisation. Les résultats obtenus corrélaient correctement avec les résultats d'essais publiés dans la littérature. Néanmoins le mécanisme utilisé pour déterminer résoudre analytiquement le problème est axi-symétrique, ce qui fait que le modèle est inadapté au cas d'un cylindre impacté par une onde de choc. Par la suite, Tam & Croll [TC87] ont étendu ce modèle au cas de pipelines raidis par des anneaux endommagés. Ils montrent que le raidissage du cylindre augmente considérablement la pression de propagation, mais a beaucoup moins d'influence sur la pression d'initiation, qui augmente peu. Gish & Wierzbicki [GW15] présentent une méthode permettant d'estimer l'énergie présente dans le pulse de pression émis lors de l'effondrement d'un cylindre lisse. Ils calculent la différence entre l'énergie potentielle totale connue et l'énergie de déformation plastique absorbée lors de l'implosion, ce qui leur permet d'estimer analytiquement l'énergie plastique absorbée ainsi que l'énergie cinétique de la paroi du cylindre juste avant le premier contact. Les résultats obtenus sont validés par comparaison à des simulations numériques.

Wierzbicki & Suh [WS88] ont mené une analyse théorique pour étudier la déformation plastique de tubes soumis à un chargement combiné sous la forme d'un enfoncement latéral, d'un moment fléchissant et d'une force axiale. Ils montrent qu'une pré-charge axiale modifie la résistance du tube à l'enfoncement latéral. Si celle-ci est une force de tension, alors la résistance du tube est augmentée. À l'inverse, si le tube est en compression axiale, sa résistance à l'enfoncement latéral est diminuée. Si la force de compression est suffisamment importante, alors le tube perd toute capacité de résister à un enfoncement latéral, ce qui mène à sa destruction. Les résultats obtenus corroborent bien avec les résultats d'essais effectués par le passé. Leur méthode d'analyse est reprise dans ce chapitre pour étudier la réponse d'un cylindre soumis au chargement combiné de la pression hydrostatique et d'une onde de choc. Karamanos et al. [KE04] & [KA06] ont étendu le modèle de Wierzbicki & Suh pour prendre en compte l'influence d'un fluide sous pression contenu dans un tube sur le comportement au flambement de ce dernier ainsi que sur sa résistance à un impact latéral.

#### 5.1.3.2 Extension du modèle de la corde plastique aux cylindres raidis

Si l'on s'intéresse à la modélisation analytique des cylindres raidis, Wierzbicki & Hoo Fatt [WH93] proposent deux méthodes pour prendre en compte l'influence des raidisseurs

dans le modèle de la corde plastique sur fondation plastique. La première consiste à utiliser une technique d'homogénéisation des raidisseurs avec la coque, ce qui permet de définir un nouveau cylindre lisse aux propriétés mécaniques orthotropes. La résistance axiale en membrane reste inchangée mais la masse surfacique de la paroi et la résistance à l'écrasement des anneaux sont augmentées. L'autre méthode consiste à traiter les raidisseurs comme des masses ponctuelles supportées par des ressorts de force constante, attachées à la corde plastique. Un nouveau modèle mécanique simplifié est alors obtenu, présenté sur la figure 5.3, où la masse  $\bar{M}$  représente la masse équivalente d'un anneau raidisseur et où le terme  $\bar{Q}$  décrit la résistance à l'écrasement d'un anneau raidisseur. Ce modèle est par la suite utilisé par Wierzbicki & Hoo Fatt [WH93] et Hoo Fatt [Hoo94a] pour déterminer la réponse d'une coque cylindrique raidie à un pulse de pression localisé. Pour cela, l'équation aux dérivées partielles décrivant le mouvement de la baie centrale du cylindre (portion de coque contenue entre deux raidisseurs) est résolu par une méthode d'extension des modes propres. Par la suite, Hoo Fatt [Hoo94b] et [Hoo97] résout à nouveau ce problème, mais cette fois-ci en considérant un chargement en pression modélisé en simple exponentielle décroissante. Deux méthodes de résolution sont utilisées, l'une est basée sur une approximation modifiée de Galerkin [Hoo94b], et l'autre repose sur une méthode d'extension des modes propres couplée à une condition d'orthogonalité modifiée. Cette modélisation est prometteuse, puisque les résultats obtenus sont qualitativement cohérents, mais les effets de l'interaction fluide-structure de la paroi de la coque doivent être inclus pour corrélérer avec les résultats numériques et d'essais.

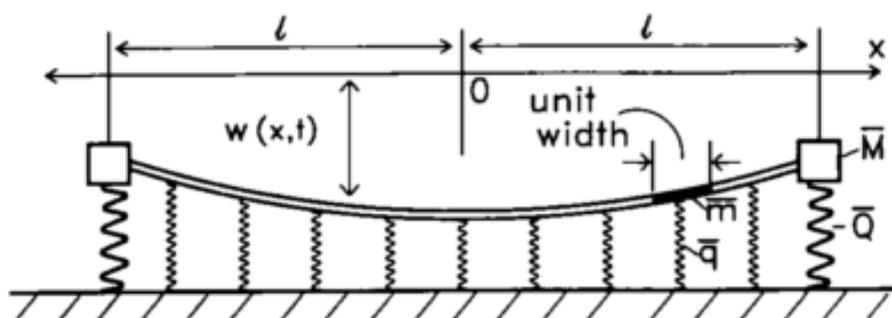


FIGURE 5.3 – Modèle de la corde plastique sur fondation prenant en compte les raidisseurs comme des masses et des ressorts discrets attachés à la corde – Tirée de [WH93]

## 5.2 Réponse d'un cylindre lisse profondément immergé à une explosion sous-marine

Dans cette section, une méthode simplifiée pour déterminer la réponse d'un cylindre profondément immergé à une explosion sous-marine est développée. Dans un premier temps, l'énergie de déformation élastique d'un cylindre sous pression hydrostatique est estimée. Dans un second temps, la formulation générale du problème mécanique prenant en compte les effets de la pression hydrostatique est présentée. Ce problème est résolu en considérant les effets de fond (forces axiales créées par la pression hydrostatique) et la pression suiveuse (pression hydrostatique radiale appliquée sur la paroi du cylindre). La prise en compte de ces forces dans le modèle est largement basée sur la méthodologie développée par Wierzbicki & Suh [WS88] pour étudier l'enfoncement latéral d'un tube soumis à un chargement combiné. Il est montré dans cette section que pour le cylindre considéré, les forces axiales ont très peu d'effet sur la réponse de la coque à l'onde de choc primaire. Le problème est alors résolu en ne considérant que l'action de la pression suiveuse et les résultats obtenus sont validés par comparaison avec ceux issus de simulation numérique. Les limites du modèle de la corde plastique sur fondation plastique pour prendre en compte la pression suiveuse sont enfin mises en évidence.

### 5.2.1 Formulation du problème

#### 5.2.1.1 Préchargement élastique du cylindre

Considérons le cylindre scellé décrit sur la figure 5.4, encastré à ses extrémités, sauf dans la direction longitudinale  $\vec{x}$ . Celui-ci a une longueur  $L$ , un rayon  $R_c$  et une épaisseur  $h$ . Il est rempli d'air et totalement immergé à une profondeur d'immersion  $D_{im}$ . A partir de la théorie membranaire des coques, et en considérant un matériau élastique isotrope de module d'Young  $E$  pour la paroi du cylindre, l'énergie élastique stockée dans le cylindre sous l'effet de la pression hydrostatique  $p_{im} = \rho g D_{im}$  est calculée avec l'expression suivante :

$$W_E = \int_{-L/2}^{L/2} \int_{-\pi}^{\pi} \frac{Eh}{2(1-\nu^2)} [\epsilon_x^2 + \epsilon_\theta^2 + 2\nu\epsilon_x\epsilon_\theta] R_c d\theta dx \quad (5.1)$$

Où les termes  $\epsilon_x$  et  $\epsilon_\theta$  correspondent respectivement aux déformations longitudinales et circonférentielles. Dans le cas d'un cylindre fermé soumis à une pression hydrostatique uniforme, les termes de flexion peuvent être négligés. Les solutions en déplacement de la réponse élastique statique de la coque sont données dans le Krauss [Kra67], et s'expriment de la manière suivante :

$$Ehw = -p_{im}R_c^2(1-\nu/2) \quad Ehu_x = -p_{im}R_c x(1/2-\nu) \quad (5.2)$$

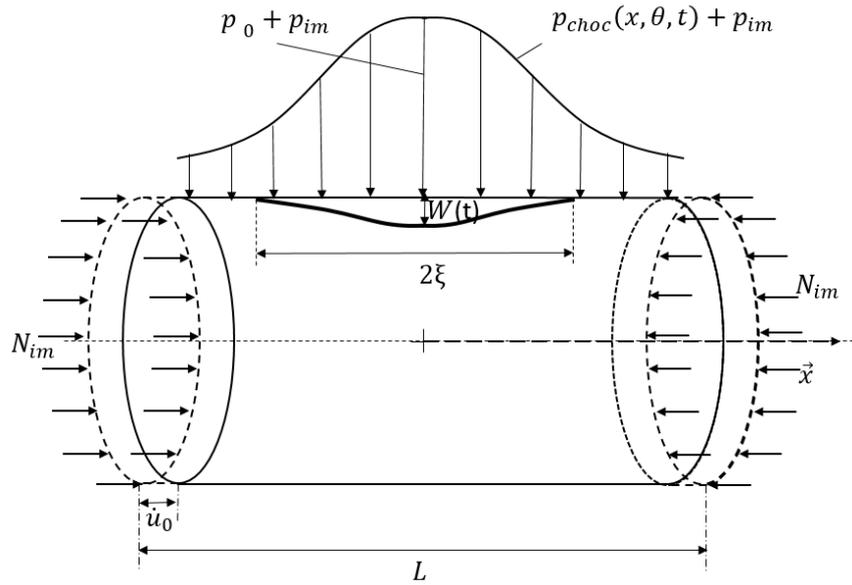


FIGURE 5.4 – Cylindre lisse immergé impacté latéralement par l'onde de choc primaire issue d'une explosion sous-marine

Sachant que pour un acier  $\nu = 0.3$ , les déformations axiales et circonférentielles sont obtenues avec les formules suivantes :

$$\epsilon_x = -0.2 \frac{p_{im} R_c}{Eh} \quad \epsilon_\theta = -0.85 \frac{p_{im} R_c}{Eh} \quad (5.3)$$

En réinjectant ces expressions dans l'équation (5.1), puis en intégrant suivant  $\theta$  et  $x$ , l'énergie de déformation élastique du cylindre sous pression hydrostatique s'écrit :

$$W_E = \frac{0.76 + 0.17\nu}{Eh(1 - \nu^2)} 2\pi L p_{im}^2 R_c^3 \quad (5.4)$$

### 5.2.1.2 Déformation plastique du cylindre

Le chargement combiné du cylindre par la pression hydrostatique et l'onde de choc primaire issue d'une explosion sous-marine est supposé suffisamment sévère pour que la coque se déforme plastiquement. Par conséquent, la coque se déforme suivant le champ de déplacement radial  $w(x, \theta, t)$ , et axial  $u(x)$  sous l'effet de la compression axiale exercée par la pression hydrostatique, où  $x, \theta$  représentent les coordonnées axiales et tangentielles et  $t$  le temps. Dans le cadre des déplacements modérément importants, les déformations élastiques peuvent être considérées comme négligeables comparées aux déformations plastiques. On

utilise la même loi rigide-plastique de comportement pour l'acier constitutif du cylindre que dans le chapitre précédent. L'équilibre global du cylindre est établi via le Principe des Puissances Virtuelles :

$$2N_{im}\dot{u}_0 + \int_{S_0} p\dot{w}dS_0 - \int_{S_0} (m\ddot{w})\dot{w}dS_0 = h \int_{S_0} \sigma_{ij}\dot{\epsilon}_{ij}dS_0 \quad (5.5)$$

Où  $\sigma_{ij}$  et  $\dot{\epsilon}_{ij}$  sont les composantes des tenseurs de contrainte et de déformation. Le terme de droite de l'équation (5.5) est le taux d'énergie dissipée par déformation plastique de la coque. Le premier terme de gauche correspond au taux de travail des effets de fond, le troisième décrit le taux de travail des forces inertielles produites par l'accélération de la paroi du cylindre et le second est le taux de travail de la pression exercée radialement sur la paroi de la coque. Cette pression inclut deux composantes :

$$p(x, \theta, t) = p_{cylindre}(x, \theta, t) + p_{im} \quad (5.6)$$

Où  $p_{im}$  est la pression hydrostatique et  $p_{cylindre}$  est la surpression générée par le mouvement de la paroi du cylindre dans l'eau, exprimée par l'équation (4.1). En injectant cette expression dans l'équation (5.5), en supposant un état de contrainte plan et en utilisant la théorie des coques de Love-Kirchhoff, l'équation d'équilibre du cylindre s'écrit en coordonnées cylindriques, où  $dS_0 = dxR_c d\theta$  :

$$2N_{im}\dot{u}_0 + \int_{S_0} p_{im}\dot{w}dS_0 - \int_{S_0} (m\ddot{w} + m_a(x, \theta)\ddot{w})\dot{w}dS_0 = \int_{S_0} (N_{\alpha\beta}\dot{\epsilon}_{\alpha\beta} + M_{\alpha\beta}\dot{\kappa}_{\alpha\beta})dS_0 \quad (5.7)$$

Dans cette expression,  $\dot{\epsilon}_{\alpha\beta}$  et  $\dot{\kappa}_{\alpha\beta}$  désignent les tenseurs des taux de déformation et de courbure et  $N_{\alpha\beta}$  et  $M_{\alpha\beta}$  les tenseurs correspondants des forces de membrane et des moments de flexion. Donc le terme de droite de l'équation (5.7) est le taux d'énergie de déformation plastique  $\dot{W}_{int}$ . L'expression de ce terme est identique à celle obtenue dans le chapitre précédent, donnée par l'équation (4.6). En l'injectant dans l'équation (5.7), la formulation du problème devient :

$$2N_{im}\dot{u}_0 + \int_{S_0} p_{im}\dot{w}dS_0 = \int_{S_0} [|M_{pl}\dot{\kappa}_{\theta\theta}| + |N_{pl}\dot{\epsilon}_{xx}| + (m\ddot{w} + m_a(x, \theta)\ddot{w})\dot{w}] dS_0 \quad (5.8)$$

Les deux premiers termes de l'intégrale de droite de l'équation représentent, respec-

tivement, le taux d'énergie dissipée en flexion plastique circonférentielle (écrasement des anneaux du cylindre) et le taux d'énergie dissipée en déformation plastique de membrane (allongement des génératrices). Dans le modèle présenté, ces deux composantes sont découplées, ce qui simplifie la résolution mathématique du problème. Physiquement, cela revient à considérer le cylindre comme un ensemble de génératrices indépendantes les unes des autres, supportant des anneaux indépendants, pouvant se déformer les uns par rapport aux autres sans cisaillement. On retrouve ainsi une expression similaire à l'équation (4.7) obtenue dans le chapitre précédent, exceptée les deux termes de gauche correspondant aux taux de travail des forces de pression appliquées sur le cylindre par le fluide environnant.

## 5.2.2 Influence des effets de fond sur la réponse du cylindre

### 5.2.2.1 Calcul des déformations mécaniques des génératrices

Dans le but de calculer les contributions des génératrices au taux d'énergie de déformation plastique, le taux de déformation axiale  $\dot{\epsilon}_{xx}$  est décomposé en deux parties :

$$\int_0^\xi \dot{\epsilon}_{xx} dx = \int_0^\xi [\dot{\epsilon}_1 + \dot{\epsilon}_2] dx \quad (5.9)$$

Le taux de déformation  $\dot{\epsilon}_1$ , associé à la zone enfoncée du cylindre, diffère d'une génératrice à l'autre. Le taux de déformation  $\dot{\epsilon}_2$ , créé par la compression uniforme du cylindre est le même pour toutes les génératrices. D'après la théorie des déplacements modérément importants :

$$\dot{\epsilon}_1 = w' \dot{w}' \quad (5.10)$$

Où le prime désigne la différentiation par rapport à  $x$ . En considérant le champ de déplacement décrit par l'équation (3.29), la contribution d'une génératrice située à une position circonférentielle  $\theta$  au taux d'énergie de déformation plastique s'écrit :

$$2N_{pl} \int_0^\xi \dot{\epsilon}_1 dx = 2N_{pl} g^2 \delta \dot{\delta} \int_0^\xi (f')^2 dx = \frac{256N_{pl}}{105} g^2 \frac{\delta \dot{\delta}}{\xi} \quad (5.11)$$

Le taux de déformation axiale, qui résulte de la théorie des poutres, est linéaire  $\dot{\epsilon}_2 = \dot{u}'$ , et est donc facilement intégrable suivant  $x$ . Le taux d'énergie de déformation plastique de toutes les génératrices  $\dot{W}_m$  s'écrit alors :

$$\dot{W}_m = 4R_c N_{pl} \left[ \int_0^{\pi-\alpha_0} \frac{128}{105} g^2 \frac{\delta \dot{\delta}}{\xi} + \dot{u}_0 |d\theta + \int_{\pi-\alpha_0}^\pi |\dot{u}_0 |d\theta \right] \quad (5.12)$$

Où  $\dot{u}_0 = \dot{u}(\xi)$  et  $\pi - \alpha_0$  est la demie-étendue circonférentielle de la zone déformée. Dans une première approche, et contrairement au modèle présenté au chapitre précédent, la zone déformée est considérée de forme rectangulaire et non de forme elliptique, afin de simplifier les développements analytiques. Les développements suivants s'inspirent du travail de Wierzbicki & Suh [WS88] qui fixent  $\alpha_0$  à  $0^\circ$ , ce qui signifie que la zone déformée s'étend sur toute la circonférence d'une section du cylindre. La fonction de forme  $g$  définie par l'équation (3.31) est un polynôme d'ordre 6, la fonction  $g^2$  est donc un polynôme d'ordre 12. La solution analytique de l'intégrale de l'équation (5.12) étant difficile à obtenir, une expression simplifiée de  $g^2$  est utilisée :

$$\tilde{g}(\theta) = \begin{cases} (1 - \frac{\theta}{a\pi})^2 & \text{si } \theta \leq a\pi \\ 0 & \text{si } \theta > a\pi \end{cases} \quad (5.13)$$

Où  $a$  est un paramètre pouvant varier de 0 à 1. Les fonctions  $g$ ,  $g^2$  et  $\tilde{g}$  sont tracées sur la figure 5.5, pour une valeur de  $a$  fixée à 0.5. Considérant le changement de variable  $\theta = (\pi - \alpha_0)\tilde{\theta}$  et  $\alpha_0 = 0$ , l'équation (5.12) devient :

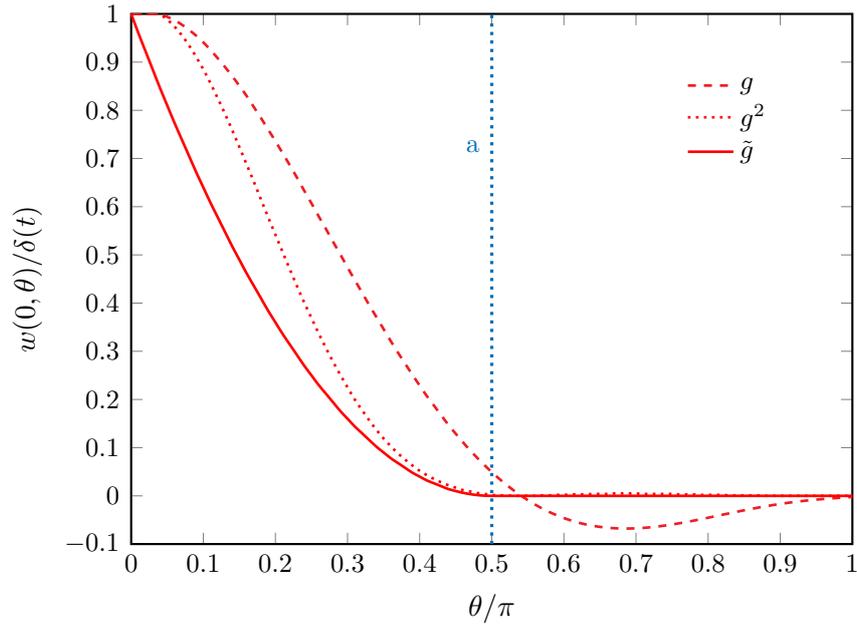
$$\dot{W}_m = 4\pi R_c N_{pl} \left[ \int_0^a \left| \frac{128}{105} \frac{\delta\dot{\delta}}{\xi} \left(1 - \frac{\tilde{\theta}}{a}\right)^2 + \dot{u}_0 \right| d\tilde{\theta} + \int_a^1 |\dot{u}_0| d\tilde{\theta} \right] \quad (5.14)$$

En absence de déplacement radial,  $\dot{\kappa}_{\theta\theta} = \dot{w} = 0$  dans l'équation (5.8), l'unique solution de cette équation en compression est :

$$N_{im} = -N_p \quad (5.15)$$

Dans cette expression,  $N_p = 2\pi R_c N_{pl}$  est la résistance plastique d'une section non déformée du cylindre, ce qui signifie que le cylindre ne se déforme pas axialement tant que la force de compression  $N_{im}$  reste inférieure en valeur absolue à  $|N_p|$ . Comme observé par Wierzbicki & Suh [WS88], la force axiale exercée sur le cylindre par la pression hydrostatique ne conduit généralement pas à l'effondrement du cylindre. Néanmoins, elle peut très sensiblement influencer sur la résistance à l'enfoncement de la coque cylindrique sous pré-chargement axial. Lorsque le déplacement radial de la coque est non nul, la force axiale totale s'exerçant sur la section centrale du cylindre peut s'écrire :

$$N_{im} = 2\pi R_c N_{pl} \left[ \int_0^a \text{sign} \left( \frac{128}{105} \frac{\delta\dot{\delta}}{\xi} \left(1 - \frac{\tilde{\theta}}{a}\right)^2 + \dot{u}_0 \right) d\tilde{\theta} + \int_a^1 \text{sign}(\dot{u}_0) d\tilde{\theta} \right] \quad (5.16)$$


 FIGURE 5.5 – Tracé des fonctions de forme circonférentielles.  $a = 0.5$ 

L'argument dans la fonction *sign* dans la première intégrale de l'équation (5.16) change de signe pour une valeur  $\tilde{\theta} = \tilde{\theta}_1$  telle que :

$$\frac{128}{105} \frac{\delta \dot{\delta}}{\xi} \left(1 - \frac{\tilde{\theta}_1}{a}\right)^2 = -\dot{u}_0 \quad (5.17)$$

Après intégration suivant  $\tilde{\theta}$ , dont les détails sont données en Annexe E l'équation (5.16) devient :

$$N_{im} = -N_p (1 - 2\tilde{\theta}_1) \quad (5.18)$$

Dans le cas où le cylindre est fermé aux extrémités, la force axiale  $N_{im}$  est également reliée à la profondeur d'immersion  $D_{im}$  :

$$N_{im} = -\pi R_c^2 p_{im} = -\rho g \pi R_c^2 D_{im} \quad (5.19)$$

D'après Wierzbicki & Suh [WS88], l'équation (5.18) signifie que pour tout choix de  $D_{im}$  telle que  $-N_p < N_{im} < 0$ , il existe un point unique sur la demi-circonférence du cylindre  $\tilde{\theta} = \tilde{\theta}_1$  pour lequel le taux de déformation axiale s'annule et l'état de contrainte passe de traction à compression. Après avoir déterminé ce point de commutation, l'intégration

suivant la circonférence de l'équation (5.14), détaillée en Annexe E, donne :

$$\dot{W}_m = \frac{4\pi R_c N_{pl}}{3} \frac{128}{105} \frac{\delta \dot{\delta}}{\xi} a \left[ 1 - \frac{1}{4a^3} \left( 2a - 1 - \frac{N_{im}}{N_p} \right)^3 \right] + 2N_{im} \dot{u}_0 \quad (5.20)$$

Dans cette équation, le terme entre crochets correspond au facteur de correction  $C_{im}$  du taux d'énergie de déformation plastique en membrane; la présence des forces axiales diminuent donc la capacité d'absorption d'énergie du cylindre pour un même enfoncement radial  $\delta$ . Il est à noter qu'en fixant  $a = 1$ , le facteur de correction est identique à celui obtenu par Wierzbicki & Suh [WS88]. En négligeant les forces axiales dues à la pression hydrostatique, et en suivant la même procédure de calcul, le taux d'énergie de déformation plastique non corrigé  $\dot{W}_{\tilde{m}}$  est calculé avec l'expression suivante :

$$\dot{W}_m = \frac{4\pi R_c N_{pl}}{3} \frac{128}{105} \frac{\delta \dot{\delta}}{\xi} a \quad (5.21)$$

### 5.2.2.2 Détermination de l'enfoncement final du cylindre

Dans les développements suivants,  $a$  est fixé à 0.5 pour être en accord avec la fonction de forme circonférentielle choisie et illustrée sur la figure 5.5. Le second terme du membre de droite de l'équation (5.20) est identique au premier terme du membre de gauche de l'équation (5.8). Le deuxième terme du membre de gauche de l'expression (5.8) correspond au taux de travail de la pression hydrostatique radiale et peut être exprimé comme une fonction de  $\dot{\delta}$  :

$$4R_c \int_0^\pi \int_0^\xi p_{im} \dot{\delta} f(x) g(\theta) dx d\theta = \frac{8\xi}{15} \bar{p}_{im} \dot{\delta} \quad (5.22)$$

Ici,  $\bar{p}_{im} = 2\pi R_c p_{im} G_{im}$  est la pression radiale équivalente d'immersion où  $G_{im} = \int_0^\pi g(\theta) d\theta = 0.19$  est obtenu par intégration numérique. La pression équivalente  $\bar{p}_{im}$  peut être interprétée comme une valeur moyenne intégrée de la quantité considérée avec le champ de vitesse associé comme fonction d'échantillonnage. L'expression des autres termes de l'équation (5.8) en fonction de  $\dot{\delta}$  est détaillée en Annexe E. Pour l'étude de l'influence des effets de fonds, il n'est pas nécessaire d'inclure les effets de masse d'eau ajoutée dans le modèle, donc pour l'instant,  $m_a(x, \theta) = 0$ . En injectant ces expressions dans l'équation (5.8), une équation différentielle linéaire du second ordre est obtenue :

$$b_3 \ddot{\delta} + b_2 \dot{\delta} + b_1 = 0 \quad (5.23)$$

Où les coefficients  $b_1$ ,  $b_2$  et  $b_3$  sont définis ainsi :

$$b_1 = \frac{8\xi}{15} (\bar{q} - \bar{p}_{im}); \quad b_2 = \frac{128\bar{N}}{105\xi} \left[ 1 - \frac{1}{4a^3} \left( 2a - 1 - \frac{N_{im}}{N_p} \right)^3 \right]; \quad b_3 = \frac{128\xi\bar{m}}{315} \quad (5.24)$$

Ici,  $\bar{q} = 2M_{pl}G_q/\pi R_c$  est la résistance équivalente à l'écrasement d'une section par unité de longueur,  $\bar{N} = 2\pi R_c N_{pl} (2a/3)$  est la résistance équivalente en tension par unité de longueur, et  $\bar{m} = 2\pi R_c m G_m$  est la masse équivalente du cylindre par unité de longueur, où  $G_q = 6.3$  et  $G_m = 0.22$  sont également obtenus par intégration numérique. Dans l'expression de  $b_2$ , le terme entre crochet correspond au facteur correcteur  $C_{im}$  et disparaît lorsque les effets de fond sont ignorés. Les conditions initiales de l'équation (5.23) sont les suivantes :

$$\delta(0) = \delta_i \quad \& \quad \dot{\delta}(0) = \dot{\delta}_i \quad (5.25)$$

La vitesse initiale de la corde plastique sur fondation plastique  $\dot{\delta}_i$  est calculée en considérant que l'énergie cinétique  $E_c$  transmise à la paroi du cylindre par l'onde de choc à la fin de l'approximation temps court (le développement pour la déterminer est identique à celui présenté dans la sous section 4.3.1 du chapitre précédent) :

$$\dot{\delta}_i = \sqrt{\frac{E_c}{b_3}} \quad (5.26)$$

Le déplacement initial de la corde  $\delta_i$  est déterminée à partir du pré-chargement élastique du cylindre par la pression hydrostatique. L'énergie stockée élastiquement  $W_E$  dans le cylindre est convertie en une énergie de déformation plastique à dissiper par le mécanisme plastique de réponse à l'onde de choc. Un enfoncement initial « équivalent » est ainsi calculé en résolvant l'équation du second degré suivante :

$$\frac{256\bar{N}C_{im}}{105\xi}\delta_i^2 + \frac{16\bar{q}\xi}{15}\delta_i - W_E = 0 \quad (5.27)$$

L'obtention de l'équation (5.27) est détaillée en Annexe E et sa solution s'écrit :

$$\delta_i = \frac{\frac{-16\bar{q}\xi}{15} + \sqrt{\Delta}}{\frac{256\bar{N}}{105\xi}} \quad avec \quad \Delta = \left(\frac{16\bar{q}\xi}{15}\right)^2 + 4W_E \frac{256\bar{N}}{105\xi} \quad (5.28)$$

Une fois les conditions initiales  $\delta_i$  et  $\dot{\delta}_i$  connues, la solution à l'équation (5.23) s'écrit :

$$\delta(t) = \delta_i \cos \sqrt{\frac{b_2}{b_3}}t + \frac{b_1}{b_2}(\cos \sqrt{\frac{b_2}{b_3}}t - 1) + \dot{\delta}_i \sqrt{\frac{b_3}{b_2}} \sin \sqrt{\frac{b_2}{b_3}}t \quad (5.29)$$

Tout comme au chapitre précédent, le matériau constitutif du cylindre est considéré rigide plastique ; ce dernier est donc supposé se déformer sans retour élastique. L'enfoncement final permanent est alors défini par  $\delta_f = \delta(t = t_f)$  où  $t_f$  est l'instant auquel la vitesse  $\dot{\delta}(t)$  s'annule. En dérivant l'expression (5.29) par rapport au temps et en posant  $\dot{\delta}(t_f) = 0$ , une relation est trouvée pour déterminer  $t_f$  :

$$\tan \sqrt{\frac{b_2}{b_3}}t_f = \frac{\dot{\delta}_i}{\sqrt{\frac{b_2}{b_3}}(b_1/b_2 + \delta_i)} \quad (5.30)$$

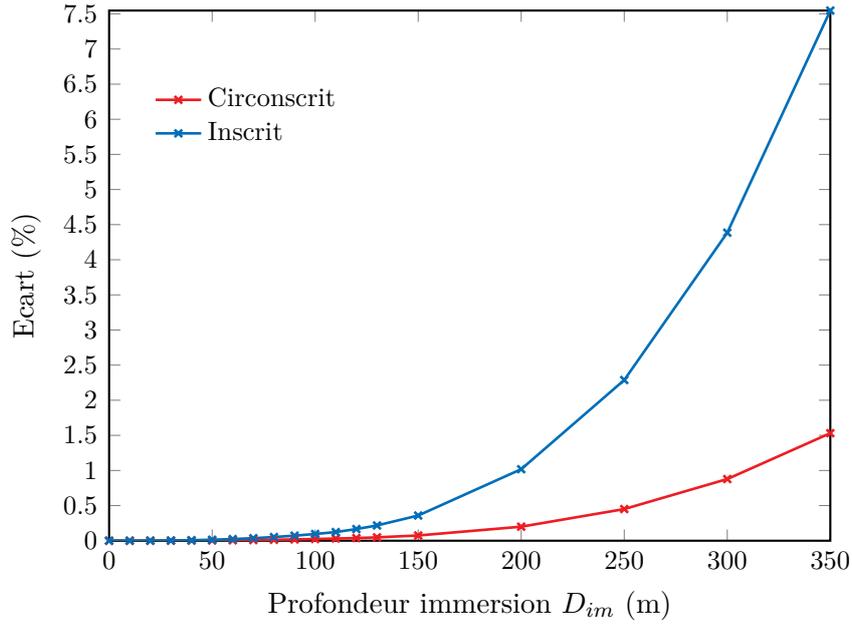


FIGURE 5.6 – Ecart entre les enfoncements finaux  $\delta_f$  calculés analytiquement avec et sans influence des effets de fond

Si le terme de droite de l'équation (5.30) est positif, alors l'expression de  $t_f$  s'écrit :

$$t_f = \sqrt{\frac{b_3}{b_2}} \arctan \left( \frac{\dot{\delta}_i}{\sqrt{\frac{b_2}{b_3}} \left( \delta_i + \frac{b_1}{b_2} \right)} \right) \quad (5.31)$$

En reportant cette expression dans l'équation (5.29), et en utilisant les formules de trigonométrie décrites dans la 4.3.2, la flèche finale au *standoff point* s'obtient avec la formule suivante :

$$\delta_f = \frac{\sqrt{\frac{b_2}{b_3}} \left( \delta_i + \frac{b_1}{b_2} \right)}{\sqrt{\frac{b_2}{b_3} \left( \delta_i + \frac{b_1}{b_2} \right)^2 + \dot{\delta}_i^2}} \left( \delta_i + \frac{b_1}{b_2} + \dot{\delta}_i^2 \frac{b_3}{b_2} \frac{1}{\left( \delta_i + \frac{b_1}{b_2} \right)} \right) \quad (5.32)$$

L'équation (5.32) est évaluée pour deux valeurs de  $b_2$ , i.e. en tenant compte ou pas du facteur de correction  $C_{im}$ , pour une charge d'explosif de masse  $C = 1.1$  kg, située à une distance de tir  $D_0 = 0.42$  m du cylindre décrit dans la tableau 2.2. Les calculs sont effectués en considérant les critères circonscriit et inscrit de plasticité. La figure 5.6 présente l'évolution des écarts entre les deux solutions avec la profondeur d'immersion  $D_{im}$ . Pour ce cylindre, ces écarts demeurent inférieurs à 1.6 % pour le critère circonscriit et à 7.5 % pour le critère inscrit, pour des profondeurs d'immersion allant jusqu'à 350 m. Cette valeur est d'ailleurs assez proche de la profondeur d'immersion critique de flambement du

cylindre, évaluée à 487 m à l'aide des formules proposées par Pinna [PR00]. En conclusion, le modèle mécanique simplifié, basé sur une zone de déformation rectangulaire s'étendant sur toute la circonférence du cylindre, montre que les effets de fond peuvent être négligés pour déterminer la réponse de ce cylindre à l'onde de choc primaire issue d'une explosion sous-marine.

### 5.2.3 Modèle mécanique du cylindre sans effets de fond

Dans cette section, un nouveau modèle mécanique de la réponse du cylindre ne tenant compte que de la pression hydrostatique radiale est développé à partir de l'équation (5.8). Dans ce nouveau modèle, la zone enfoncée est supposée elliptique, i.e. l'étendue circonférentielle de la zone déformée varie avec la position longitudinale  $x$  de la section considérée, avec  $\alpha(x) = (\pi - \alpha_0) \sqrt{1 - (x/\xi)^2}$ . La masse d'eau ajoutée est prise en compte et modélisée avec le champ simplifié décrit par l'équation (3.37). Compte tenu de ces hypothèses, et en suivant la même démarche que dans la section 5.2.2, l'équation (5.8) peut s'exprimer comme une équation différentielle linéaire du second ordre :

$$c_3 \ddot{\delta} + c_2 \dot{\delta} + c_1 \delta = 0 \quad (5.33)$$

Où les coefficients  $c_1$ ,  $c_2$  et  $c_3$  sont définis par :

$$c_1 = \bar{q}' \frac{3\xi}{16(1 - \frac{\alpha_0}{\pi})} - \frac{5\pi\xi(\pi - \alpha_0)}{32} \bar{p}'_{im} \quad (5.34)$$

$$c_2 = \bar{N}' \frac{\pi}{\xi} \left(1 - \frac{\alpha_0}{\pi}\right) \frac{5\pi}{16} \quad (5.35)$$

et

$$c_3 = (\bar{m}' + \bar{m}'_a G'_{ma}) \pi \xi \left(1 - \frac{\alpha_0}{\pi}\right) \frac{63\pi}{512} \quad (5.36)$$

Où  $\bar{p}'_{im} = 2R_c p_{im} G_{im}$ ,  $\bar{N}' = 2R_c N_{pl} G_m$ ,  $\bar{m}' = 2R_c m G_m$  et  $\bar{m}'_a = 2R_c m_a G_{ma}$ . Le coefficient  $G_{ma}$  est donné en C et  $G'_{ma}$  est donné en D. Comme expliqué dans la sous-section 4.4.2 du chapitre précédent, il est nécessaire de prendre en compte les évolutions temporelles des paramètres d'endommagement  $\xi$  et  $\alpha_0$ , afin de représenter correctement la réponse mécanique du cylindre à l'onde de choc. La méthode de moyennage détaillée en Annexe D, est appliquée aux coefficients  $C_i$  de l'équation (5.33) et les coefficients moyennés

suivants sont obtenus :

$$\tilde{c}_1 = \frac{3\bar{q}}{16} \frac{\xi_{max}(1 + \epsilon_1)}{2} \frac{\alpha_{0max}}{(\alpha_{0max} - \epsilon_2\pi)} \frac{-\pi}{\alpha_{0max}} \left[ \ln\left(1 - \frac{\alpha_{0max}}{\pi}\right) - \ln(1 - \epsilon_2) \right] - \frac{5\pi}{32} \frac{\bar{p}'_{im}}{2} \frac{\xi_{max}(1 + \epsilon_1)}{2} \left[ 1 - \frac{\alpha_{0max}}{2\pi} - \frac{\epsilon_2\pi}{\alpha_{0max}} + \frac{\epsilon_2^2\pi}{2\alpha_{0max}} \right] \quad (5.37)$$

$$\tilde{c}_2 = \frac{5\bar{N}'\pi}{16} \frac{-\ln(\epsilon_1)}{\xi_{max}(1 - \epsilon_1)} \frac{\alpha_{0max}}{(\alpha_{0max} - \epsilon_2\pi)} \left[ 1 - \frac{\alpha_{0max}}{2\pi} - \frac{\epsilon_2\pi}{\alpha_{0max}} + \frac{\epsilon_2^2\pi}{2\alpha_{0max}} \right] \quad (5.38)$$

$$\tilde{c}_3 = \frac{63\pi(\bar{m}' + \bar{m}'_a G'_{ma})}{512} \frac{\xi_{max}(1 + \epsilon_1)}{2} \frac{\alpha_{0max}}{(\alpha_{0max} - \epsilon_2\pi)} \left[ 1 - \frac{\alpha_{0max}}{2\pi} - \frac{\epsilon_2\pi}{\alpha_{0max}} + \frac{\epsilon_2^2\pi}{2\alpha_{0max}} \right] \quad (5.39)$$

Dans ces expressions,  $\epsilon_1 \xi_{max}$  et  $\epsilon_2 \pi$  sont respectivement les valeurs initiales des longueurs d'endommagement longitudinal et circonférentiel, comme illustré sur la figure 4.7. Le calcul des conditions initiales en déplacement  $\delta_i$  et en vitesse  $\dot{\delta}_i$  suit la même procédure que celle décrite en section 5.2.2. La solution de l'équation (5.33) est similaire à celle de l'équation (5.23), la différence étant que les coefficients  $b_i$  sont maintenant remplacés par les coefficients  $\tilde{c}_i$ .

#### 5.2.4 Prise en compte du raidissage circonférentiel du cylindre

On considère maintenant une coque cylindrique renforcée par les raidisseurs circonférentiels en "T" illustrés sur la figure 5.7. Pour tenir compte de ce raidissage dans la modélisation de la réponse au choc du cylindre, la technique d'homogénéisation proposée par Hoo Fatt dans ses travaux de thèse [Hoo92] est utilisée. La masse surfacique d'un cylindre lisse « équivalent » peut être calculée en « étalant » les anneaux raidisseurs de telle manière que l'épaisseur  $h$  de la paroi de la coque soit remplacée par une épaisseur équivalente  $h_i$ . La largeur de la liaison du raidisseur à la paroi de la coque est supposée égale à l'épaisseur de l'âme. L'épaisseur équivalente  $h_i$  est déterminée en considérant que le volume d'une maille de coque raidie de longueur  $2l$  (cf. figure 5.7) est égale au volume d'un segment non-raidi de même longueur dont l'épaisseur est augmentée :

$$h_i = \frac{2hl + h_w t_w + h_f t_f}{2l} \quad (5.40)$$

Cette méthode est appliquée pour calculer l'épaisseur équivalente associée à la résistance

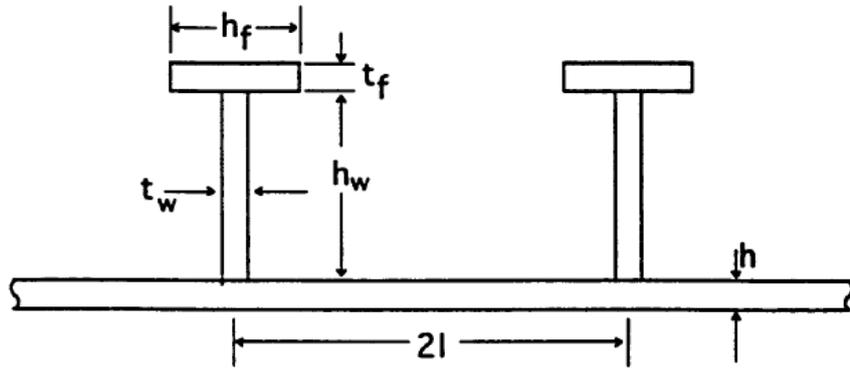


FIGURE 5.7 – Représentation schéma du raidissage de la coque – tirée de [Hoo92]

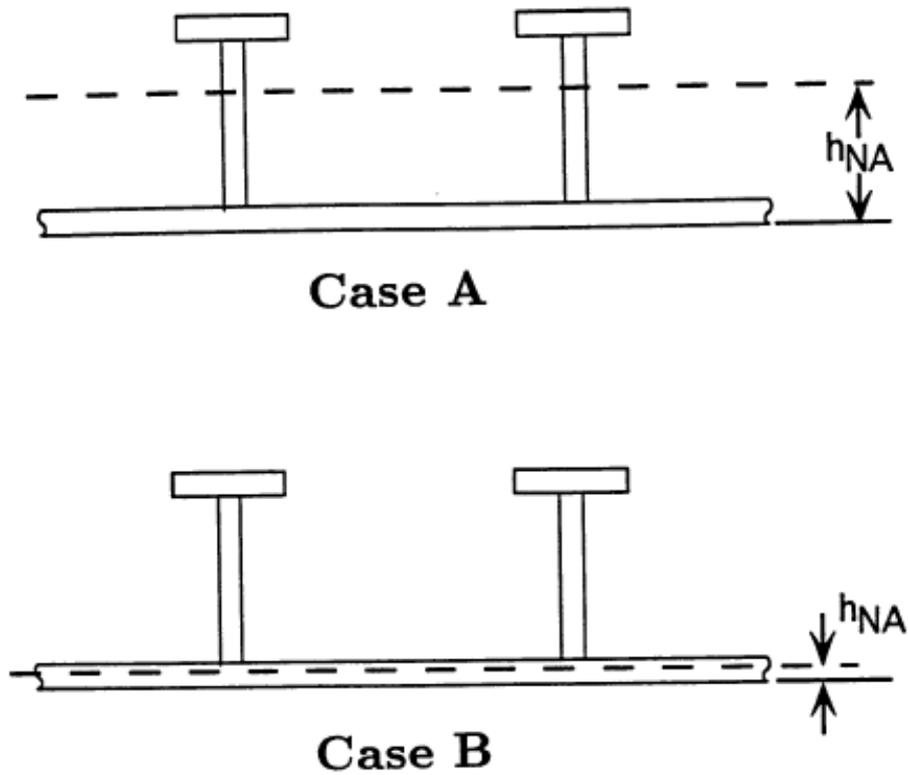


FIGURE 5.8 – Localisation de l'axe neutre  $h_{NA}$  pour des anneaux en T – tirée de [Hoo92]

additionnelle en flexion des anneaux raidisseurs. Le moment de flexion plastique de la coque raidie  $M_b$  est supposé égal au moment de flexion total du segment :

$$M_b = \frac{\sigma_0 h_b^2}{4} t_w \quad (5.41)$$

Pour calculer  $M_b$ , l'axe neutre  $h_{NA}$  de la coque raidie, illustré sur la figure 5.8, doit être localisé. Pour un anneau en T parfaitement plastique, pour les deux cas A ou B, l'axe neutre  $h_{NA}$  est donné par la formule suivante :

$$h_{NA} = \frac{(h + h_w)t_w + h_f t_f}{2t_w} \quad (5.42)$$

Le moment total de flexion associé à la direction circonférentielle peut maintenant être exprimé autour de l'axe  $h_{NA}$  :

$$M_b = \sigma_0 \left[ \frac{h_{NA}^2}{2} t_w + \frac{(h + h_w - h_{NA})^2}{2} t_w + t_f h_f \left( \frac{t_f}{2} + h + h_w - h_{NA} \right) \right] \quad (5.43)$$

En égalant les deux équations (5.41) & (5.43), on obtient l'expression suivante pour l'épaisseur équivalente :

$$h_b = 2 \sqrt{\left[ \frac{h_{NA}^2}{2} + \frac{(h + h_w - h_{NA})^2}{2} + \frac{t_f h_f}{t_w} \left( \frac{t_f}{2} + h + h_w - h_{NA} \right) \right]} \quad (5.44)$$

## 5.3 Validation des extensions du modèle mécanique

Afin de valider les modèles mécaniques prenant en compte les effets de la pression hydrostatique ainsi que le raidissage circonférentiel du cylindre, les résultats obtenus, en terme d'enfoncements finaux et d'énergie de déformation plastique, sont comparés avec ceux issus de simulations numériques. Celles-ci ont été menées avec la méthodologie décrite dans la section 2.3 de la présente thèse. Le cylindre utilisé est identique à celui décrit dans le tableau 2.2, la charge utilisée a une masse de 1.1 kg et est placée à une distance  $D_0$  de 0.42 m, ce qui correspond au cas 5 du tableau 3.1. L'onde de choc primaire est modélisée en double exponentielle décroissante et les simulations sont effectuées pour des profondeurs d'immersion  $D_{im}$  variant de 1 à 130 m.

### 5.3.1 Etude de l'influence des effets de fond

#### 5.3.1.1 Comparaison aux simulations numériques

Sur la figure 5.9, les écarts entre les enfoncements finaux du cylindre obtenus avec et sans effets de fond (calculés à l'aide de l'équation (5.29)) sont présentés. Les courbes obtenues analytiquement sont comparées à celles issues des simulations Ls-DYNA/USA, pour des profondeurs d'immersion variant de 1 à 130 m. On constate que les écarts obtenus à partir du modèle simplifié sont du même ordre que ceux issus des calculs numériques (approximativement deux à trois fois inférieurs pour le critère inscrit de plasticité). Pour le cylindre considéré, les simulations Ls-DYNA/USA confirment donc les conclusions de la section 5.2.2. Il s'agit maintenant de vérifier que cette conclusion puisse s'appliquer à toutes les topologies de cylindre qui sont utilisées dans les structures immergées (sous-marins, pipe-line, etc...), dont les rapports entre longueur, rayon et épaisseur peuvent être très différents.

#### 5.3.1.2 Extension à d'autres cylindres

L'influence des effets de fonds est pilotée par la valeur du facteur de correction  $C_{im}$  qui apparait dans l'équation (5.20). La valeur de ce coefficient dépend du rapport  $N_{im}/N_p$ , où  $N_{im}$  est donné par l'équation (5.19). Ce rapport peut s'exprimer à l'aide de la relation suivante :

$$\frac{N_{im}}{N_p} = \frac{-\pi \rho g R_c^2 D_{im}}{2\pi R_c \sigma_0 h} = \frac{-\rho g R_c D_{im}}{2\sigma_0 h} \quad (5.45)$$

On constate que ce rapport dépend à la fois de la profondeur d'immersion  $D_{im}$  et du ratio  $R_c/h$ , caractéristique du cylindre considéré. Ainsi, différents cylindres, avec des ratios  $R_c/h$  distincts, subiront plus ou moins l'influence des effets de fond. L'évolution du facteur

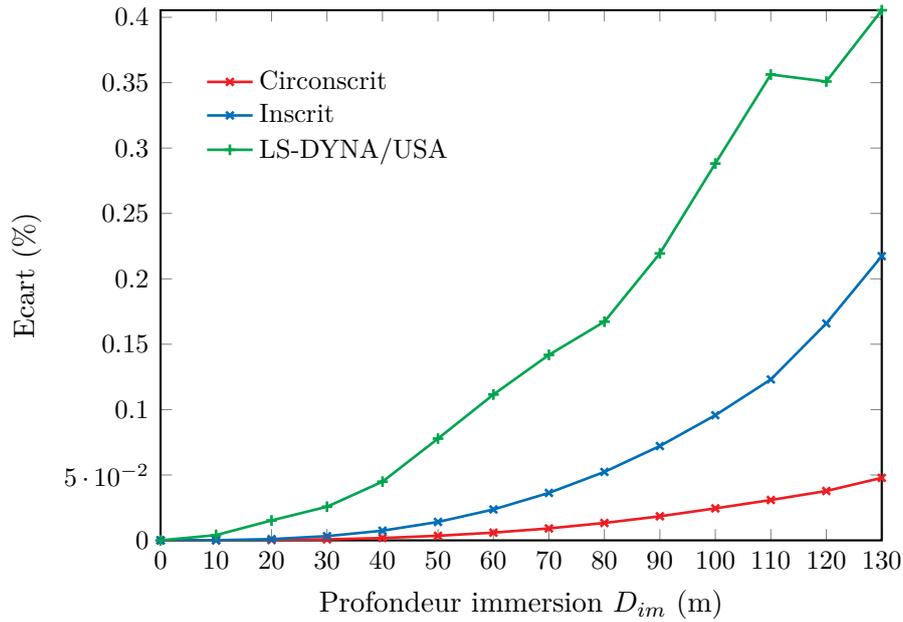
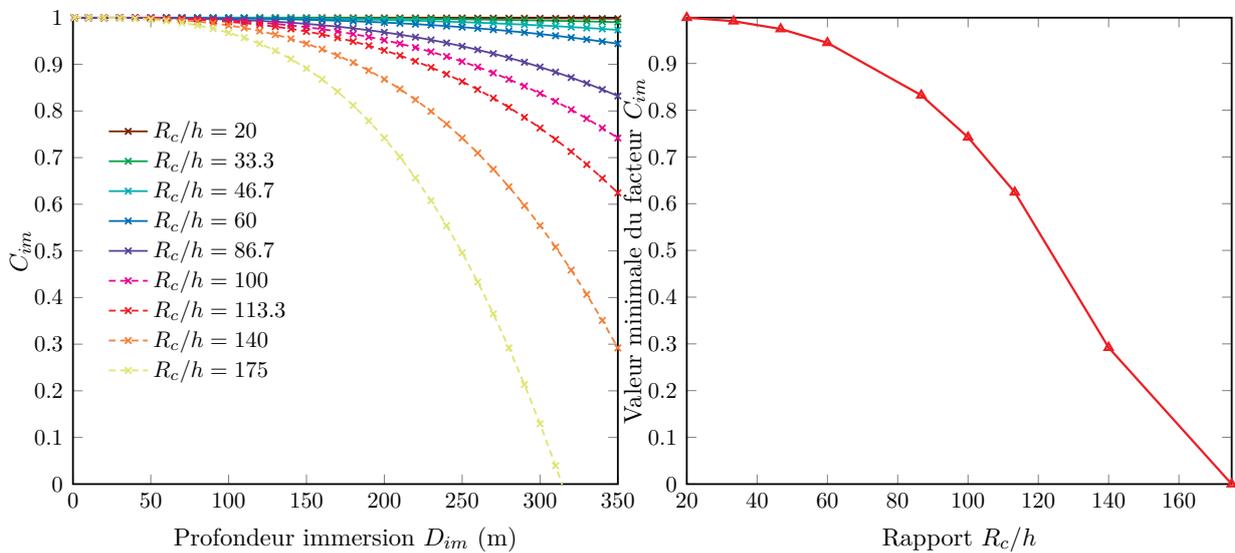


FIGURE 5.9 – Intervalle d’immersion  $D_{im} = [0\text{ m}; 130\text{ m}]$



(a) Evolution du facteur correcteur  $C_{im}$  en fonction de la profondeur d’immersion  $D_{im}$  pour différentes valeurs du rapport  $R_c/h$

(b) Evolution de la valeur minimale du facteur correcteur  $C_{im}$ , calculée pour une profondeur d’immersion de 350 m, en fonction du rapport  $R_c/h$

FIGURE 5.10 – Influence des effets de fond sur la réponse mécanique d’un cylindre immergé avec un rapport  $R_c/h$  variant de 20 à 175

de correction  $C_{im}$  avec la profondeur d'immersion  $D_{im}$  est tracée sur la figure 5.10(a), pour des ratios  $R_c/h$  variant de 20 à 175. Pour une profondeur d'immersion donnée,  $C_{im}$  diminue en raison inverse du rapport  $R_c/h$ . Le cylindre considéré pour tracer les figures 5.6 & 5.9 correspond au rapport  $R_c/h = 46.7$ . Pour ce rapport, la valeur minimale du facteur de correction est de 0.974, ce qui explique pourquoi les écarts constatés en figure 5.6 sont faibles pour une profondeur d'immersion  $D_{im}$  allant jusqu'à 350 m.

L'évolution de la valeur minimale du facteur de correction  $C_{im}$  en fonction du rapport  $R_c/h$  est illustrée sur la figure 5.10(b). On constate que plus le rapport  $R_c/h$  augmente, et plus cette valeur minimale décroît, cette diminution n'étant pas linéaire. Elle atteint même une valeur nulle dans l'intervalle de profondeurs d'immersion considérées à partir d'un certain rapport  $R_c/h$ , ce qui signifie, idéalement, que plus aucune résistance en extension des génératrices ne peut se produire dans le cylindre. Seule la raideur en flexion des anneaux résiste à l'impact de l'onde de choc, ce qui explique que pour certaines géométries de cylindres, l'enfoncement final obtenu peut être bien plus important lorsque les effets de fond sont pris en compte.

Ce phénomène est illustré par la figure 5.11, où les écarts d'enfoncements obtenus avec ou sans effets de fonds sont présentés pour deux valeurs du rapport  $R_c/h$  : 86.7 et 100. Pour une même profondeur d'immersion, les écarts calculés sont sensiblement plus importants pour le cylindre associé au rapport  $R_c/h$  le plus élevé. Néanmoins, suivant les caractéristiques géométriques du cylindre, celui-ci peut plus ou moins supporter la pression hydrostatique avant flambement. En effet, pour une longueur fixe du cylindre, d'après

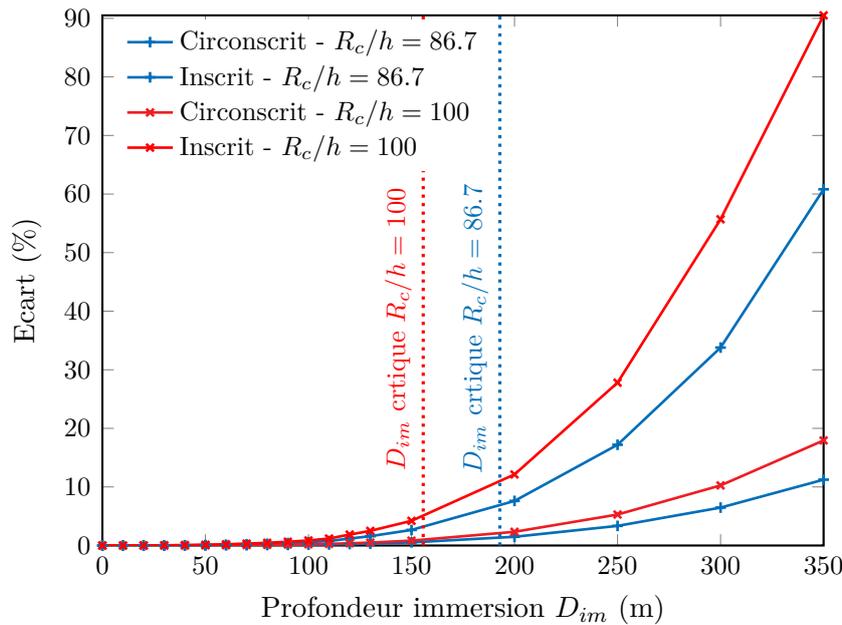


FIGURE 5.11 – Écart entre les enfoncements finaux  $\delta_f$  calculés analytiquement avec et sans influence des effets de fond

l'expression proposée par Timoshenko & Gere [TG63] et étendue par Pinna [PR00], la profondeur d'immersion  $D_{im}$  critique avant flambement diminue avec l'augmentation du rapport  $R_c/h$ . Il faut donc la prendre en compte pour étudier l'influence des effets de fond, puisque étudier la réponse du cylindre pour des profondeurs supérieures à l'immersion critique n'a aucun intérêt.

C'est pourquoi, sur la figure 5.11, les profondeurs d'immersion critiques, calculées à partir de la formule proposée par Pinna [PR00], sont également indiquées (elles valent, respectivement 192.9 m et 155.7 m). A ces profondeurs critiques d'immersion, les écarts maximaux sont respectivement d'environ 7 % pour  $R_c/h = 86.7$ , et d'environ 5 % pour  $R_c/h = 100$ . En conclusion, il semble que quel que soit le cylindre considéré, le modèle mécanique simplifié développé montre que les effets de fond peuvent être ignorés dans l'étude de la réponse d'un cylindre lisse immergé soumis à l'onde de choc primaire issue d'une explosion sous-marine. Par la suite, il faudra bien entendu vérifier ces conclusions avec un modèle mécanique de déformation tenant compte de la présence de raidisseurs circonférentiels.

## 5.3.2 Réponse du cylindre lisse immergé

### 5.3.2.1 Limitations du modèle mécanique simplifié

Dans cette sous-section, le modèle mécanique sans effet de fond présenté en section 5.2.3 est confronté aux simulations numériques. Les calculs analytiques sont effectués avec une valeur de  $\epsilon_1$  égale à  $10^{-3}$ ,  $\epsilon_2 = 1 - \epsilon_1$ , le coefficient  $C$  de réduction de la masse d'eau ajoutée est choisi égal à 0.7 et enfin le coefficient  $\tilde{C}$  de moyenne de masse d'eau ajoutée est fixée à 0.445. Les critères de plasticité circonscrit et inscrit sont considérés pour effectuer les calculs. Sur la figure 5.12, les énergies de déformation élastique sous pression hydrostatique ainsi que les énergies de déformation plastique du cylindre issues des simulations numériques sont comparées à celles obtenues analytiquement, pour des immersions variant de 1 à 130 m. La figure 5.12(a) montre que l'énergie élastique calculée analytiquement est très proche de celle obtenue numériquement, avec un écart inférieur à 5 % quelle que soit la profondeur d'immersion considérée. Cet écart est probablement dû à la non prise en compte des déformations élastiques de cisaillement dans la coque, qui se produisent au voisinage des extrémités encastées du cylindre. Par contre, concernant les énergies de déformation plastique, la figure 5.12(b) montre clairement que le modèle simplifié ne permet pas de retrouver les énergies de déformation plastiques extraites des simulations LS-DYNA/USA.

Si l'on s'intéresse à l'immersion de 1 m, on constate que l'énergie de déformation plastique extraite du calcul LS-DYNA/USA est de 416 kJ, alors que dans la section 4.4.4 du chapitre précédent, cette même énergie était égale à 464 kJ. Cet écart peut s'expliquer

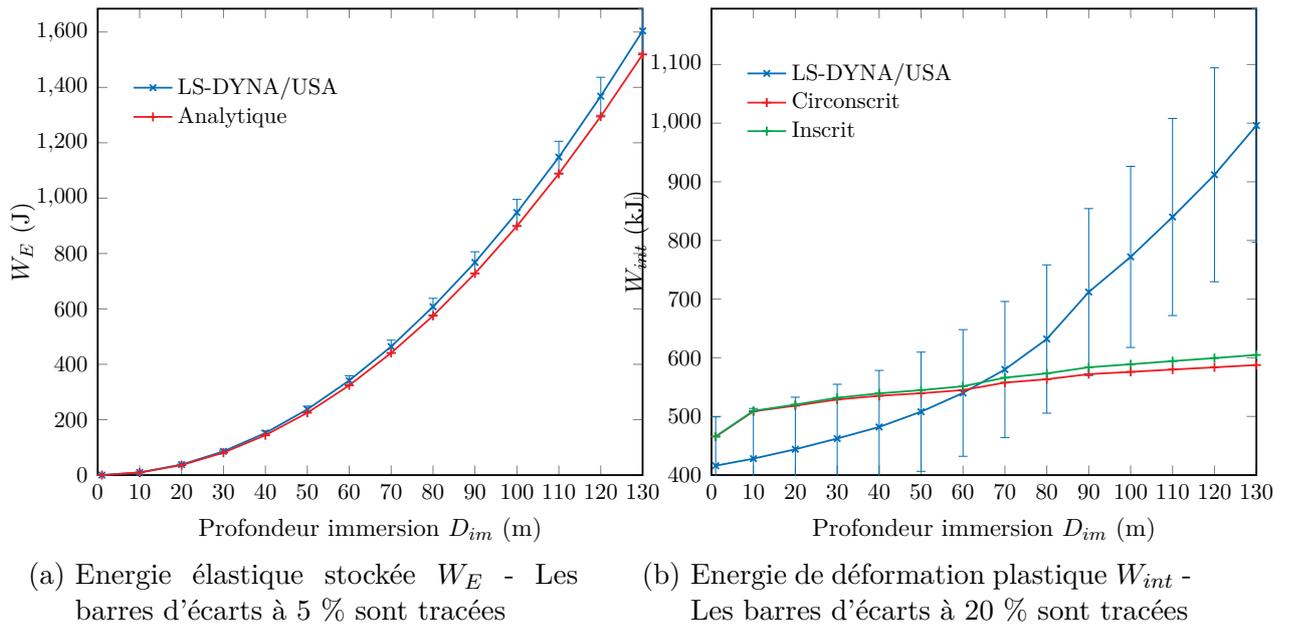


FIGURE 5.12 – Comparaison des énergies calculées analytiquement et numériquement pour une profondeur d’immersion  $D_{im}$  variant de 1 à 130 m

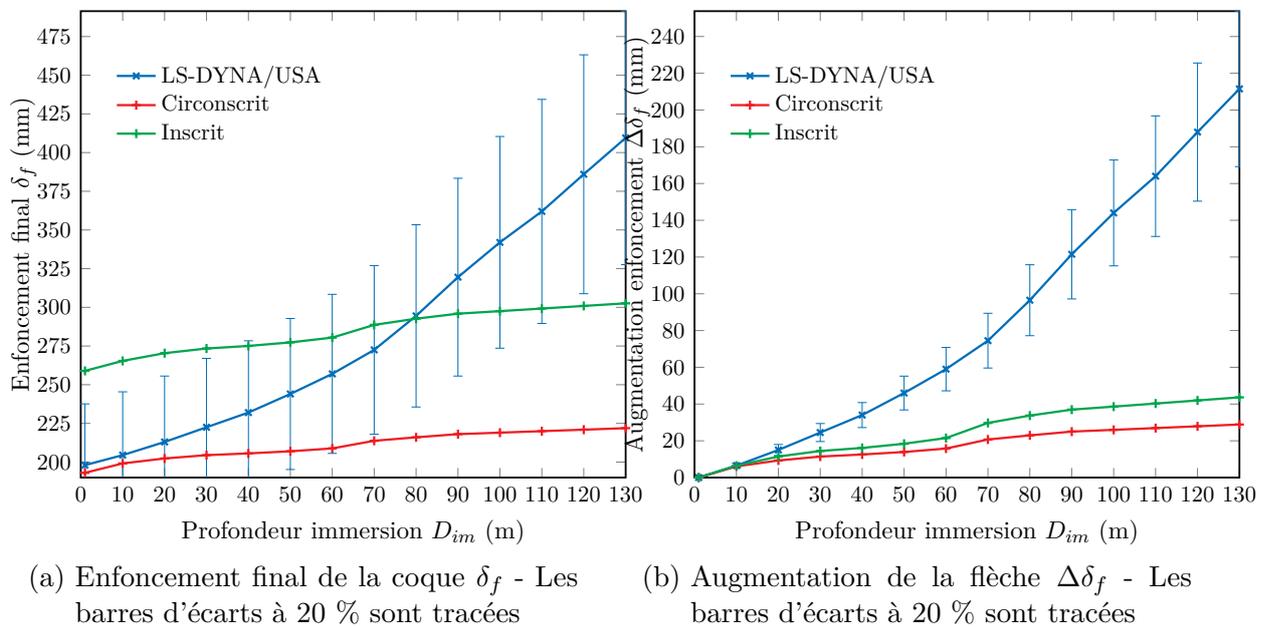


FIGURE 5.13 – Comparaison des enfoncements finaux  $\delta_f$  et des augmentations d’enfoncement  $\Delta\delta_f$  calculées analytiquement et numériquement pour une profondeur d’immersion  $D_{im}$  variant de 1 à 130 m

par le fait que les calculs numériques tenant compte de la pression d'immersion ont été effectués avec un maillage 2.5 fois plus fin que celui considéré en 4.4 (éléments carrés de 20 mm de côté au lieu de 50 mm). Ce maillage plus fin modifie le traitement de l'interaction fluide-structure par le code USA, en effet le second pic de vitesse observé au *standoff point* est plus faible avec ce nouveau maillage,  $70 \text{ m.s}^{-1}$  au lieu de  $79.2 \text{ m.s}^{-1}$  pour le maillage plus grossier. Ainsi, il est logique que le modèle analytique surestime (de l'ordre de 15 %) l'énergie de déformation plastique par rapport à cette nouvelle simulation numérique du cas de chargement 5 à une immersion de 1 m. Néanmoins, pour des profondeurs d'immersion plus importantes, en tenant compte de l'écart initial d'énergie, le modèle analytique ne permet pas de reproduire le taux d'accroissement d'énergie en fonction de la profondeur d'immersion issu des simulations numériques. A une immersion de 130 m, le modèle analytique calcule une énergie de déformation plastique quasiment deux fois inférieure à celle calculée numériquement. Le modèle analytique ne semble donc pas en mesure de reproduire correctement la réponse de la coque cylindrique lorsque la pression hydrostatique est prise en compte.

Cette conclusion est confirmée par la figure 5.13(a), où sont comparés les enfoncements extraits des calculs analytiques et numériques. On note tout d'abord que le nouveau modèle numérique prédit un enfoncement final inférieur à celui calculé numériquement au chapitre précédent : 198 mm contre 221 mm. Ce qui explique pourquoi la solution numérique pour une profondeur d'immersion de 1 m est très proche de la solution analytique circonscrite. Pour une profondeur d'immersion allant jusqu'à environ 80 m, la solution numérique est comprise entre les deux solutions analytiques. Au delà de 80m, la solution analytique sous-estime l'enfoncement de la coque, quel que soit le modèle de plasticité utilisé, l'écart excédant 25% pour une immersion de 130m. De plus, on remarque que la solution numérique évolue avec l'immersion suivant une courbe parabolique, là où les solutions analytiques suivent une évolution linéaire.

La différence de pente est encore plus visible sur la figure 5.13(b) où les augmentations de l'enfoncement final en fonction de l'immersion  $\Delta\delta_f(D_{im}) = \delta_f(D_{im}) - \delta_f(1)$  sont tracées. On constate que les taux d'accroissement des enfoncements issus des calculs analytiques sont bien inférieurs à ceux issus des simulations numériques. L'écart augmente avec la profondeur d'immersion, les niveaux de  $\Delta\delta_f$  extraits des simulations numériques étant quasiment 5 fois plus élevés pour une profondeur d'immersion de 130 m. Ceci montre bien que l'effet de la pression hydrostatique exercée sur la paroi du cylindre n'est pas correctement pris en compte par le modèle simplifié présenté en section 5.2.3.

### 5.3.2.2 Analyse des résultats de simulations numériques

Dans la sous-section précédente 5.3.2.1, il est montré que le modèle mécanique présenté dans la section 5.2.3 ne permet pas de prédire correctement la réponse mécanique du

cylindre lorsque celui-ci est soumis à la fois à la pression hydrostatique et à l'impact de l'onde de choc primaire issue d'une explosion sous-marine. Le mécanisme développé ne réussit pas à estimer le travail des forces de pression suiveuses qui s'exercent sur la paroi au cours de la phase de déformation.

La figure 5.14 présente, pour quatre profondeurs d'immersion, la distribution des déformations plastiques effectives finales du cylindre. Ces images permettent de mieux comprendre comment le cylindre se comporte lorsque la pression hydrostatique est présente. Sur la figure 5.14(a), correspondant au cas d'immersion de 1 m, on retrouve bien la forme elliptique de la zone enfoncée, caractérisée par les deux paramètres d'endommagement  $\xi$  et  $\alpha_0$ , égaux respectivement à 1.02 m et  $90^\circ$ . Pour les immersions plus importantes, les figures 5.14(b), 5.14(c) et 5.14(d) montrent que l'étendue circonférentielle n'évolue presque pas avec l'augmentation de l'immersion, contrairement à l'étendue longitudinale. Il semble donc que la pression hydrostatique déforme la coque après l'action de l'onde de choc, et non en même temps. En effet, tout se passe comme si la déformée elliptique causée par l'onde de choc était ensuite "poussée" par la pression hydrostatique vers l'intérieur du cylindre. C'est ce qu'on peut voir sur la figure 5.14(d), où le contour elliptique de la zone enfoncée est clairement visible (les lignes rouges de déformation), indiquant ainsi la poussée de la bosse vers l'intérieur, sans pour autant changer sa forme. Ainsi, la réponse du cylindre aux effets combinés de l'onde de choc et de la pression d'immersion peut être décomposée en deux mécanismes distincts, agissant l'un après l'autre.

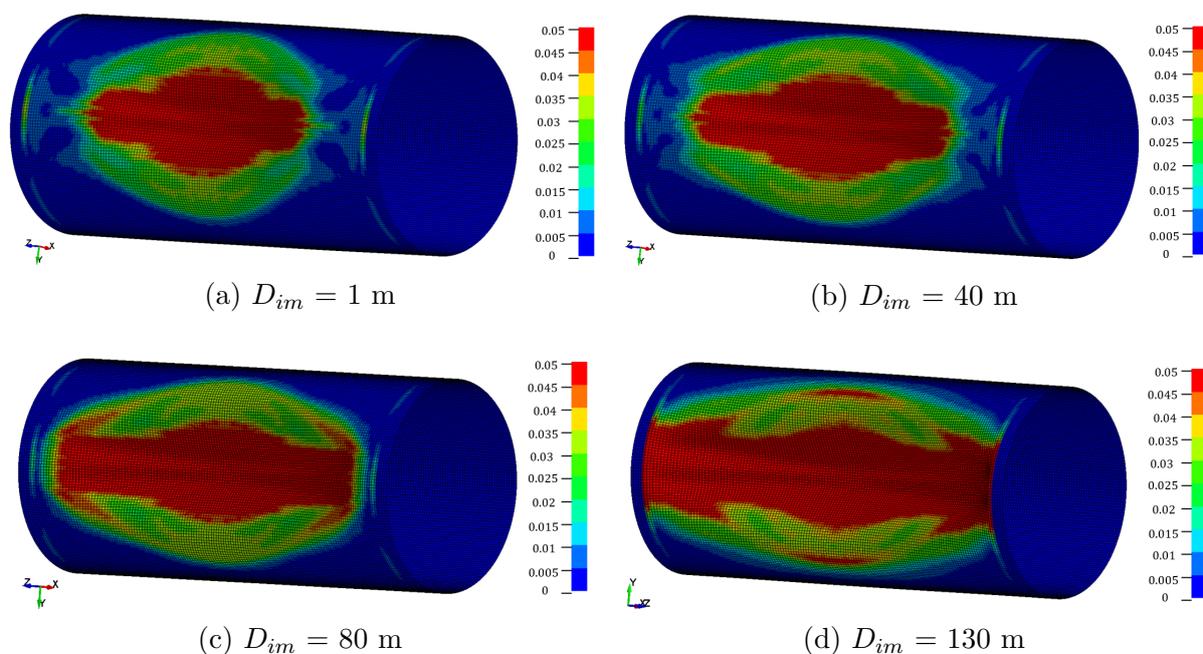


FIGURE 5.14 – Déformations plastiques effectives à la fin des simulations numériques pour différentes profondeurs d'immersion

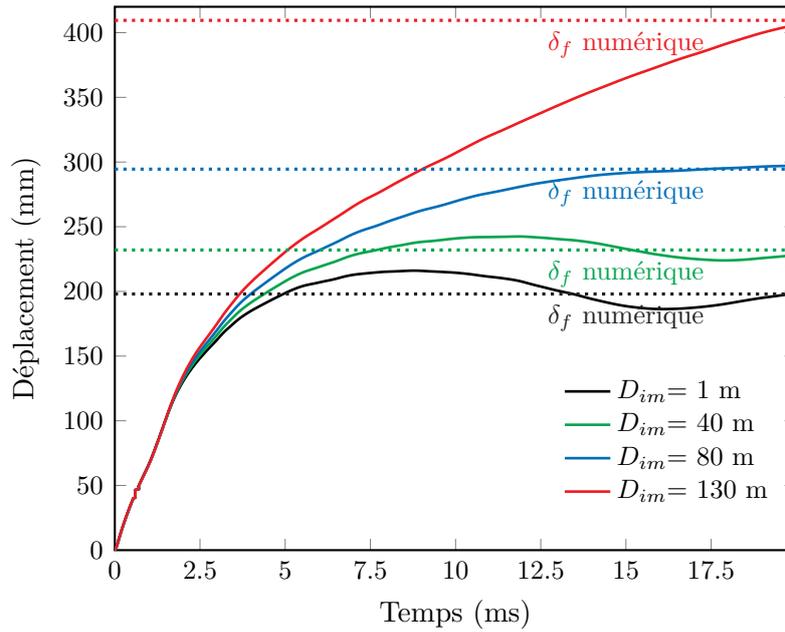


FIGURE 5.15 – Evolutions temporelles du déplacement au *standoff point* obtenu numériquement pour différentes profondeurs d'immersion

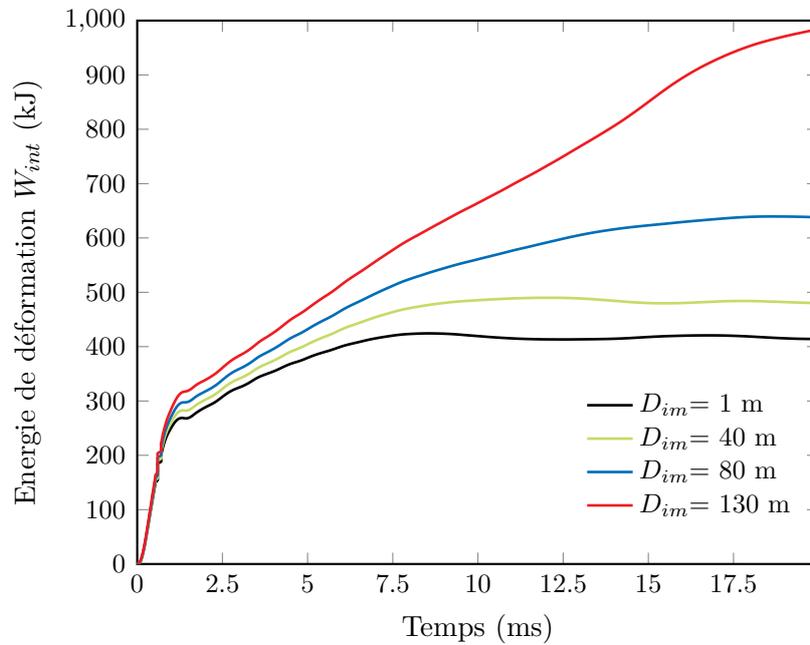


FIGURE 5.16 – Evolutions temporelles de l'énergie de déformation plastique obtenue numériquement pour différentes profondeurs d'immersion

Ces deux mécanismes de déformation successifs sont visibles également sur la figure 5.14 où les évolutions temporelles de l'enfoncement au *standoff point* sont comparées pour les différentes profondeurs d'immersion étudiées. Quelle que soit l'immersion, l'enfoncement évolue de la même manière dans les premiers instants de la réponse du cylindre, jusqu'à environ 2.5 ms. Ensuite, les courbes commencent à légèrement différer, tout en restant assez proches les unes des autres jusqu'à environ 5 ms. Ce comportement légèrement différent indique que l'effet de la pression hydrostatique reste modéré pendant cet intervalle de temps. D'ailleurs, ce temps de 5 ms correspond quasiment au temps de réponse du cylindre uniquement soumis à l'impact de l'onde de choc, observé sur la figure 2.10. On met ainsi en évidence que la pression d'immersion a peu d'influence sur le comportement mécanique de la coque durant la phase de réponse à l'onde de choc.

Cette observation est encore plus visible lorsque l'on compare les évolutions temporelles des énergie de déformation plastique tracées sur la figure 5.16. On remarque qu'elles diffèrent assez peu pendant les 5 premières millisecondes puis l'effet des forces de pression suiveuse s'accroît sensiblement. Le temps de réponse de la coque augmente en effet avec la profondeur d'immersion, pour atteindre 20 ms dans le cas du cylindre le plus profondément immergé. Pour résumer, on peut décomposer la réponse mécanique du cylindre profondément immergé à l'onde de choc en 3 phases :

1. Une première phase correspondant à l'approximation temps court de l'interaction fluide-structure, où l'onde de choc transmet une énergie cinétique  $E_c$  à la paroi du cylindre, sans que celle-ci se déforme.
2. Une deuxième phase associée à l'approximation temps long de l'interaction fluide-structure, où la coque se déforme mécaniquement pour dissiper plastiquement l'énergie cinétique transmise par l'onde de choc, tout en étant affectée par les effets inertiels de l'eau environnante. Pendant cette phase, les forces de pression suiveuse ont peu d'influence sur le comportement de la coque. A la fin de cette phase, la zone enfoncée du cylindre a une forme elliptique.
3. Une troisième phase au cours de laquelle les forces de pression suiveuse exercent une poussée sur la zone enfoncée vers l'intérieur du cylindre ce qui, à partir d'une certaine immersion, peut entraîner la ruine complète du cylindre. Ce nouvel enfoncement de la paroi se fait suivant un mécanisme différent de celui qui apparaît dans la deuxième phase.

Le modèle mécanique de la corde plastique sur fondation plastique développé dans la section 5.2.3 ne prend pas du tout en compte la troisième phase de la réponse du cylindre, et limite l'influence des forces de pression suiveuse à la seule deuxième phase. C'est ce qui explique pourquoi le modèle mécanique sous-estime l'enfoncement final et l'énergie de déformation plastique lorsque les immersions commencent à être importantes. La section

suivante propose donc une amélioration du modèle simplifié pour mieux prendre en compte l'action de la pression suiveuse.

### 5.3.2.3 Amélioration du modèle mécanique

Afin de palier à la limitation du modèle simplifié mise en évidence dans les sous-sections 5.3.2.1 et 5.3.2.2, la manière dont les forces de pression suiveuse sont prises en compte dans ce modèle doit être modifiée. Pour mieux modéliser ce qui se passe durant la troisième phase évoquée ci-dessus, un mécanisme de réponse du cylindre à la pression hydrostatique devrait être développé et incorporé au modèle mécanique de la corde plastique sur fondation plastique. Faute de temps, ce travail n'a pu être mené dans le cadre de cette thèse. Néanmoins, une autre manière de prendre en compte l'effet de la pression suiveuse est d'accentuer "artificiellement" son influence sur la déformation du cylindre. Pour ce faire, le second terme de l'expression (5.34), qui représente la force de pression suiveuse, est modifié en le multipliant par une constante  $C_{corr}^{im}$  :

$$c_1 = \bar{q}' \frac{3\xi}{16(1 - \frac{\alpha_0}{\pi})} - C_{corr}^{im} \frac{5\pi\xi (\pi - \alpha_0)}{32} \bar{p}'_{im} \quad (5.46)$$

Où  $C_{corr}^{im}$  est nécessairement un nombre positif (un nombre négatif signifierait que les forces de pression suiveuse tirent la paroi du cylindre vers l'extérieur, ce qui n'est pas physique...). Si la valeur de ce coefficient est inférieure à 1, alors l'influence de la pression hydrostatique sur la réponse de la coque est diminuée. A l'opposé, si ce coefficient est supérieur à 1, alors le travail des forces de pression suiveuse est augmenté. C'est ce qui est montré sur la figure 5.17, où sont tracées les évolutions de l'enfoncement final  $\delta_f$  et de l'énergie de déformation plastique  $W_{int}$  en fonction du facteur correcteur  $C_{corr}^{im}$ , pour une profondeur d'immersion de 130 m. Les calculs analytiques ont été effectués avec une valeur de  $\xi_{max}$  égale à 1.4 m, et une valeur de 90 ° pour  $\alpha_{0max}$ . Sur ce graphique, les résultats issus des simulations LS-DYNA/USA sont également indiqués.

Sur la figure 5.17(a), on remarque que l'enfoncement final passe quasiment du simple au double lorsque le facteur de correction varie de 0 à 10. Si l'on s'intéresse à l'énergie de déformation plastique, on constate sur la figure 5.17(b) que celle-ci passe quasiment du simple au triple pour la même variation du facteur de correction. On observe également que lorsque l'influence de la pression hydrostatique est prise en compte, l'énergie de déformation plastique calculée analytiquement varie avec le critère de plasticité utilisé, plus celui-ci augmente, et se rapproche du critère circonscrit, et moins l'énergie de déformation est importante. Dans le cas où l'immersion est de 130 m, en fixant le facteur de correction  $C_{corr}^{im}$  à 7, la solution numérique en énergie de déformation est encadrée par les solutions analytiques circonscrites et inscrites. Il en est de même pour la solution en déplacement,

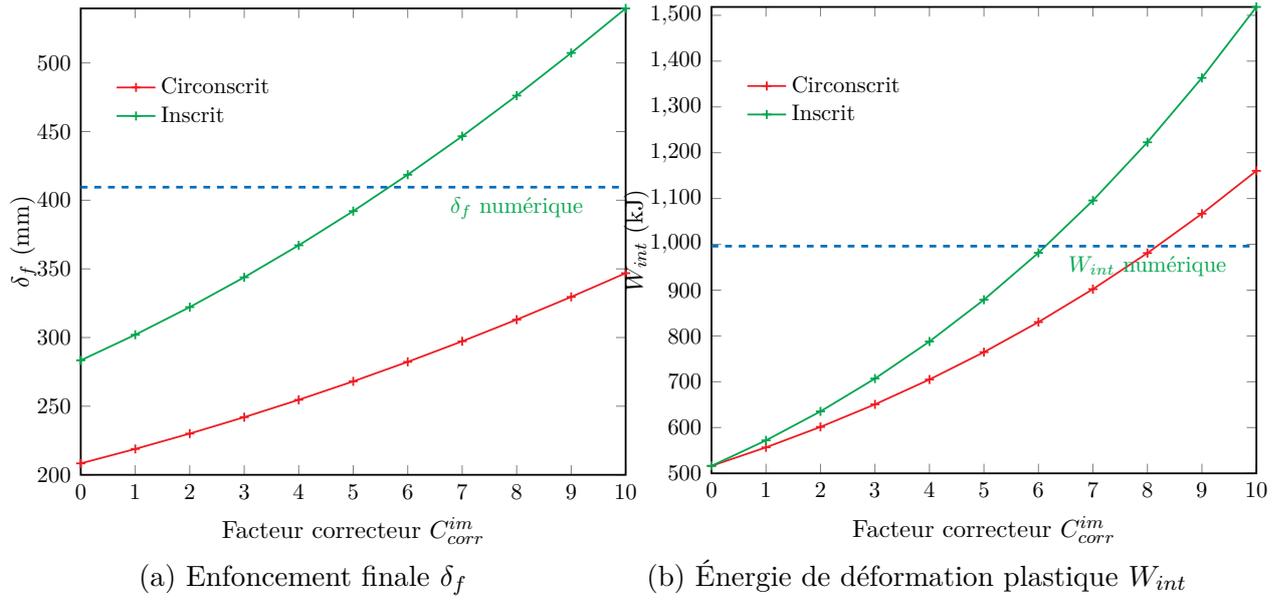


FIGURE 5.17 – Évolutions de l'enfoncement final et de l'énergie de déformation plastique en fonction du facteur correcteur  $C_{corr}^{im}$ . Les calculs sont effectués pour une immersion de 130 m

comme le montre la figure 5.17(a), même si cet encadrement est moins bien centré que celui obtenu pour l'énergie de déformation plastique.

Une fois cette modification apportée au modèle simplifié - l'équation (5.34) est remplacée par l'équation (5.46)- les calculs présentés en section 5.3.2.1 sont effectués à nouveau, en considérant un facteur de correction  $C_{corr}^{im}$  égal à 7. Sur la figure 5.18(a) les déplacements initiaux  $\delta_i$  de la corde plastique sur fondation plastique, calculés analytiquement à l'aide de l'équation (5.28), sont comparés aux contractions radiales du cylindre observées dans les simulations numériques pour l'intervalle des immersions considérées. On remarque que les valeurs de  $\delta_i$  sont toujours supérieures à celles de la contraction radiale du cylindre, ce qui est logique, puisque toute l'énergie élastique de déformation  $W_E$  est ramenée sur une surface plus petite du cylindre. Néanmoins, les valeurs obtenues sont du même ordre et restent cohérentes physiquement parlant. Quant aux énergies de déformation plastique, elles sont comparées sur la figure 5.18(b). On observe que le modèle analytique surestime l'énergie de déformation plastique pour des immersions allant jusqu'à 105 m, mais l'écart reste modéré, inférieur à 25 % pour quasiment toutes les immersions considérées. Passé cette limite, les solutions analytiques encadrent la solution numérique. Néanmoins, les pentes des solutions analytiques sont inférieures à celle de la solution numérique, ce qui indique que, bien qu'amélioré, le modèle mécanique ne retranscrit pas correctement l'influence de la pression hydrostatique. Ce résultat est logique puisque le facteur de correction  $C_{corr}^{im}$  reste constant quelle que soit la profondeur d'immersion. Pour améliorer le modèle, il faudrait

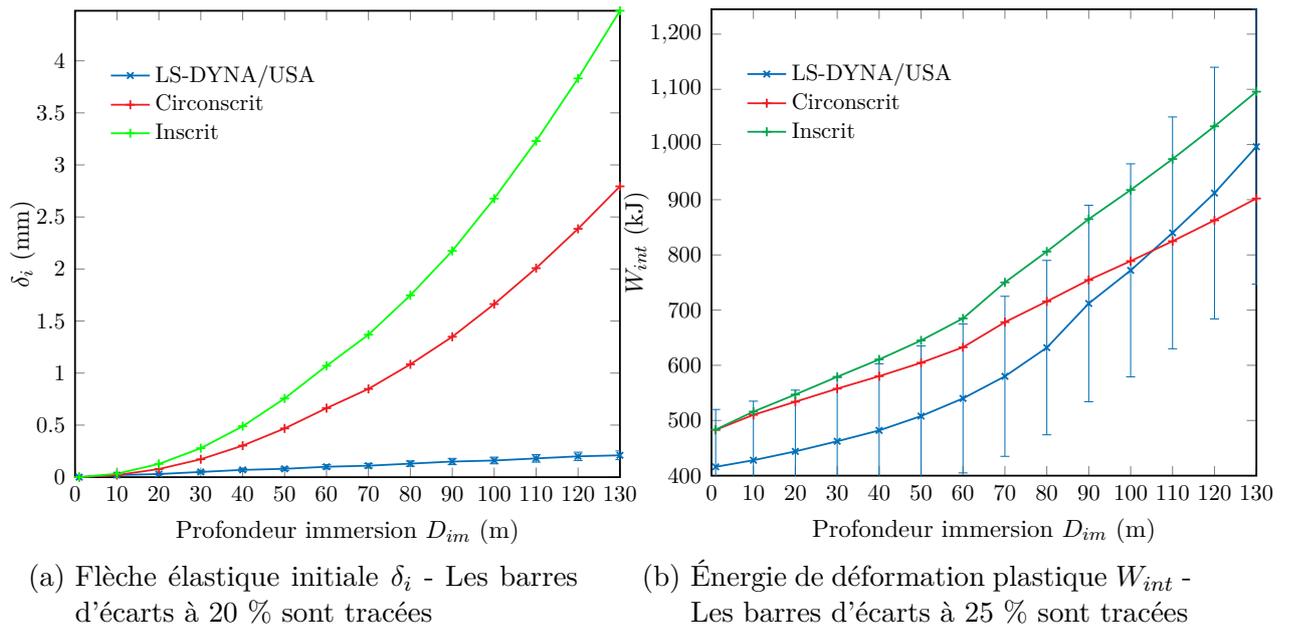


FIGURE 5.18 – Modèle corrigé - Comparaison de l'enfoncement initial  $\delta_i$  et de l'énergie de déformation plastique  $W_{int}$  calculés analytiquement et numériquement pour une profondeur d'immersion  $D_{im}$  variant de 1 à 130 m

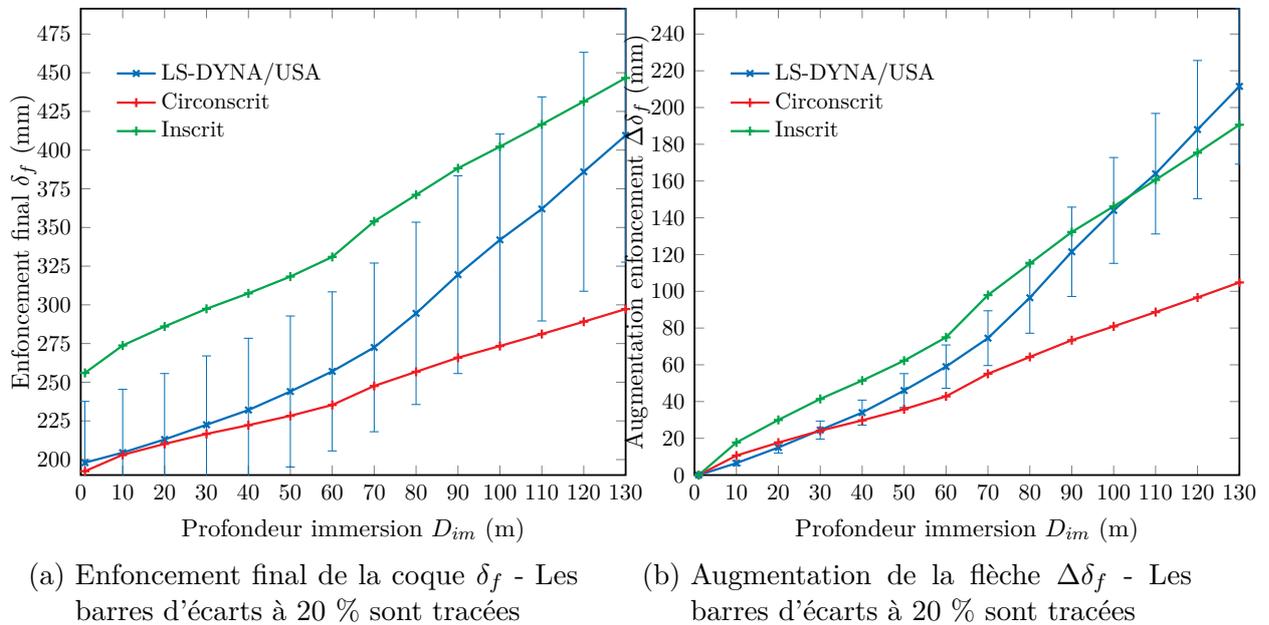


FIGURE 5.19 – Modèle corrigé - Comparaison des enfoncements finaux  $\delta_f$  et des augmentations d'enfoncement  $\Delta\delta_f$  calculées analytiquement et numériquement pour une profondeur d'immersion  $D_{im}$  variant de 1 à 130 m

le faire varier en fonction de l'immersion puis vérifier que cette fonction de variation peut s'appliquer à différentes typologies de cylindre.

Des conclusions similaires peuvent être tirées à partir des enfoncements finaux post-traités au *standoff point* du cylindre et comparés sur la figure 5.19(a). Il apparaît que les solutions analytiques encadrent la solution numérique quelle que soit la profondeur d'immersion considérée. Néanmoins, la solution associée au critère inscrit surestime trop (i.e. l'écart est supérieur à 20%) la solution numérique pour une immersion allant jusqu'à 100 m. A l'opposé, la solution circonscrite sous-estime la solution numérique, mais reste proche de celle-ci (l'écart est inférieur à 20%). Finalement, le modèle de la corde plastique sur fondation plastique corrigé du facteur  $C_{corr}^{im}$  permet, pour ce cylindre, de correctement estimer la réponse du cylindre profondément immergé à l'onde de choc primaire d'une explosion sous-marine. Néanmoins, comme le montre la figure 5.19(b), le modèle mécanique ne permet pas de retrouver le taux de variation de l'enfoncement en fonction de l'immersion. En effet, les taux obtenus analytiquement sont quasiment constants. A contrario, le taux de variation issu des calculs numériques augmente avec l'immersion jusqu'à une profondeur d'immersion d'environ 70 m, pour ensuite rester à une valeur constante, supérieure aux valeurs analytiques. Pour palier à cette limitation du modèle mécanique, le facteur de correction  $C_{corr}^{im}$  pourrait être défini comme une fonction de la profondeur d'immersion. Néanmoins, la solution la plus juste physiquement serait de modéliser explicitement, à l'aide d'un mécanisme dédié, la réponse du cylindre endommagé par l'onde choc et soumis à la pression hydrostatique suiveuse.

### 5.3.3 Réponse d'un cylindre raidi immergé

Afin de valider la technique d'homogénéisation présentée au paragraphe 5.2.4 pour tenir compte d'un raidissage circonférentiel, la réponse à l'onde de choc primaire d'un cylindre raidi profondément immergé est étudiée à l'aide du modèle analytique développé puis les résultats sont confrontés aux résultats de simulations LS-DYNA/USA menées par DGA/TN. Le coque cylindrique étudiée est raidie par des plats (épaisseur et largeur des semelles sont donc nulles); ses caractéristiques géométriques et matérielles sont résumées dans le tableau 5.1. L'espacement entre raidisseurs est de 100 mm et le cylindre immergé est rempli d'air. L'immersion maximale du cylindre est d'environ 1000 m. Les modalités de simulation sont identiques à celles présentées au chapitre 2, à la différence près que les calculs ont été effectués uniquement en considérant une pression décrite en simple exponentielle décroissante pour l'onde de choc primaire. Le temps physique de simulation est limité à 20 ms et le temps de calcul pour chaque simulation numérique est d'environ 15 min.

Afin d'étudier les effets de l'immersion sur ce cylindre raidi, 5 profondeurs d'immersion

Cylindre		Matériaux	
Longueur $L$	1.4 m	Module d'Young $E$	200000 MPa
Rayon $R_c$	0.45 m	Masse volumique	7800 kg/m <sup>3</sup>
épaisseur $h$	7 mm	Limite élastique $R_e$	620 MPa
épaisseur âme $t_w$	8 mm	Module Tangent $E_T$	645 MPa
hauteur âme $h_w$	40 mm	Résistance ultime $R_p$	747 MPa

TABLE 5.1 – Caractéristiques du cylindre raidi et du matériau

différentes  $D_{im}$  sont considérées. La distance de tir au *standoff point*  $D_0$  est fixée à 0.09m et la masse d'explosif  $m_c$  est de 80 grammes. Les grandeurs caractéristiques de l'onde de choc primaire produite par la détonation de l'explosif sont obtenues à partir des lois de similitude également présentées au chapitre 2. Pour chaque scénario, le facteur de choc  $K$  ainsi que la pression maximale  $P_S$  et la constante de temps  $T_S$  évaluées au *standoff point*, sont résumés dans le tableau 5.2. Les scénarios de tir retenus sont suffisamment sévères pour que la

Numéro de cas	$D_{im}$ m	K	$P_s$ MPa	$T_s$ ms
1	0	1.51	307.5	0.025
2	100	1.68	307.5	0.025
3	300	1.99	307.5	0.025
4	500	2.26	307.5	0.025
5	700	2.50	307.5	0.025

TABLE 5.2 – Détails des scénarios de tir simulés numériquement

coque raidie se déforme plastiquement, sans toutefois aller jusqu'à rupture de la paroi. Du point de vue numérique, la structure étudiée est discrétisée par 15 360 éléments finis à 4 nœuds avec 6 degrés de liberté par nœud. Des éléments plaques à intégration complète de type Belytschko-Lin-Tsay [Hal06] sont utilisés, avec 5 points d'intégration dans l'épaisseur. Par soucis de rapidité, l'analyse porte sur un quart de cylindre et des conditions de symétrie sont définies au niveau des plans de coupe. Le modèle numérique est constitué de 3 parties, la partie centrale correspond au cylindre raidi lui-même, connecté à des extrémités rigides et encastrées, via deux sections coniques de plus grandes épaisseurs, raidies avec de plus gros raidisseurs. La figure 5.20 montre une vue en coupe du cylindre étudié.

### 5.3.3.1 Analyse des résultats des simulations numériques

La figure 5.21 présente, pour quatre profondeurs d'immersion différentes, la distribution des déformations plastiques effectives finales du cylindre raidi. Ces images permettent de

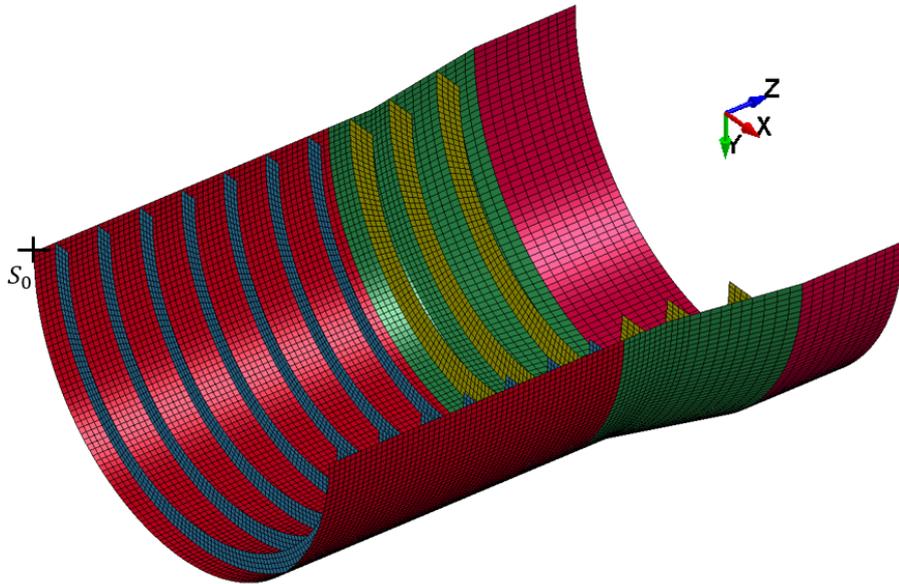


FIGURE 5.20 – Vue du modèle éléments finis du cylindre raidi étudié

mieux comprendre comment le raidissage influence le comportement du cylindre, et sont à comparer avec celles présentées sur la figure 5.14. Sur la figure 5.21(a), qui correspond au cas d’immersion nulle, on retrouve bien la forme elliptique de la zone enfoncée de la coque raidie. Par contre, on remarque que les déformations plastiques effectives ne sont plus maximales au niveau du *standoff point* mais aux jonctions du bordé avec les raidisseurs. Pour les immersions plus importantes, les figures 5.21(b), 5.21(c) et 5.21(d) montrent que, comme pour le cylindre lisse, l’étendue circonférentielle n’évolue presque pas avec l’augmentation de l’immersion. Par contre, contrairement au cylindre lisse, l’étendue longitudinale de la zone enfoncée n’évolue pas non plus. En fait, tout se passe comme si la zone enfoncée par l’onde de choc était ensuite « poussée » vers l’intérieur du cylindre, les raidisseurs bloquant son expansion longitudinale.

La figure 5.22 présente des vues circonférentielle et longitudinale des déplacements radiaux de la coque raidie pour deux profondeurs d’immersion (0 et 500 m) qui permettent de mieux comprendre le comportement mécanique du cylindre raidi. En effet, les figures 5.22(a) et 5.22(b) montrent que les raidisseurs absorbent une bonne partie de l’énergie de déformation plastique, principalement au niveau du *standoff point* et des frontières de la zone déformée. Ceci illustre que le raidissage de la coque est un excellent moyen d’augmenter sa résistance à l’impact d’une onde de choc. Les figures 5.22(c) et 5.22(d) montrent que la déformation de la coque raidie est plus complexe que celle de la coque lisse. En effet, on observe un couplage entre les déformation du bordé de coque et celles des raidisseurs. Les portions de coque entre raidisseurs se déforment localement, et, exceptée pour la portion centrale, de façon asymétrique. Leur enfoncement local maximal n’est plus

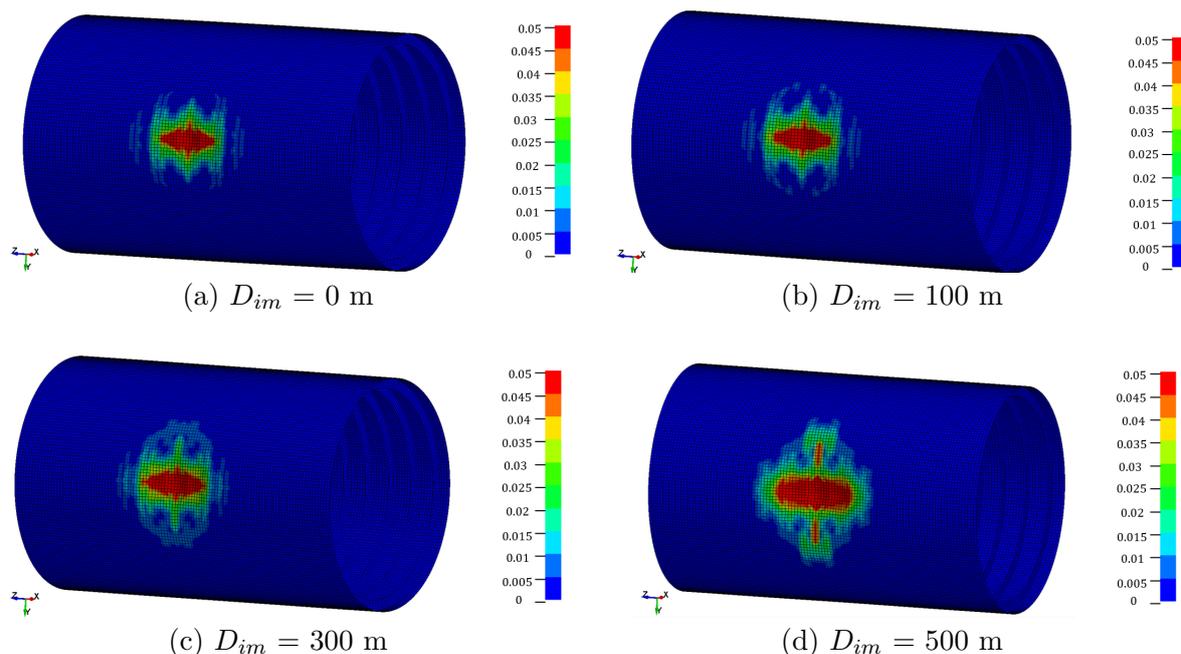
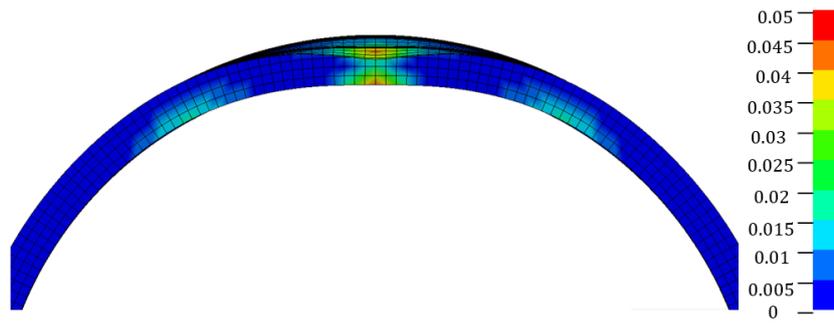


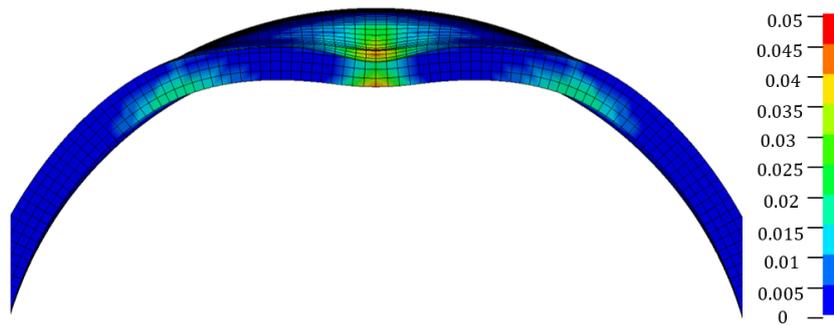
FIGURE 5.21 – Cylindre raidi : déformations plastiques effectives à la fin des simulations numériques pour différentes profondeurs d’immersion

situé au centre de la portion de bordé, mais est plus proche du raidisseur adjacent se déformant le plus sous l’action combinée de l’onde de choc et de la pression d’immersion. 3 points de mesure de déplacement sont définis sur la coque raidie, le premier  $S_0$  au niveau du *standoff point*, le deuxième  $S_1$  situé à mi-chemin du premier raidisseur et le dernier  $S_2$  localisé sur le premier raidisseur.

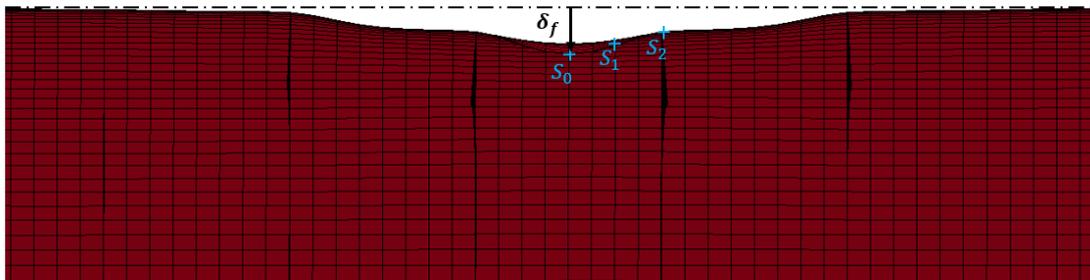
Pour l’immersion de 700 m, la figure 5.23 montre que le cylindre a entamé un processus d’effondrement, qui n’est pas encore terminé à la fin de la simulation numérique. L’énergie de déformation plastique est alors de 1000 kJ et l’enfoncement radial de 621 mm. Ceci confirme la dangerosité de ce phénomène pour l’intégrité d’une structure immergée. Pour le cylindre lisse, l’effondrement se produit également lorsque l’immersion dépasse les 140 m. Celle-ci correspond à un peu plus du quart de l’immersion critique du cylindre lisse, qui est de 487 m. Pour le cylindre raidi, l’immersion à laquelle l’effondrement provoqué par l’impact de l’onde de choc se produit est supérieure à 500 m, soit plus de la moitié de l’immersion critique de ce cylindre (environ 1000 m). On est tenté de conclure que le raidissage permet de mieux protéger un cylindre de l’onde de choc. Ceci doit être néanmoins nuancé car la sévérité du chargement explosif appliqué au cylindre raidi est plus faible que celle du chargement appliqué au cylindre lisse. Il faudrait pouvoir faire une comparaison avec une même sévérité de chargement pour conclure de manière cohérente.



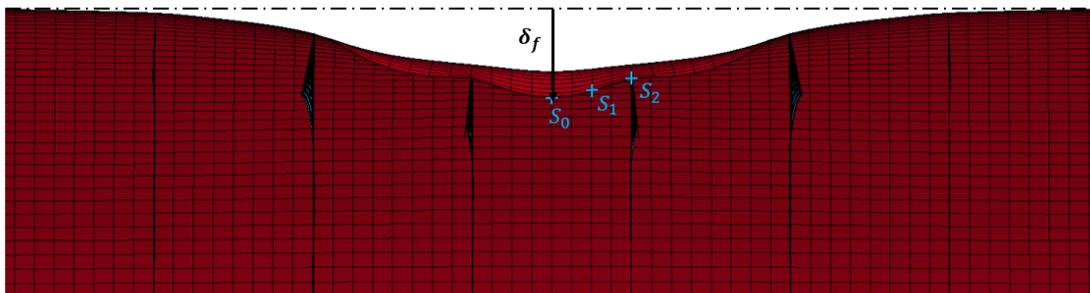
(a) Vue circonférentielle -  $D_{im} = 0$  m



(b) Vue circonférentielle -  $D_{im} = 500$  m



(c) Vue longitudinale -  $D_{im} = 0$  m



(d) Vue longitudinale -  $D_{im} = 500$  m

FIGURE 5.22 – Cylindre raidi : vues circonférentielle et longitudinale des déplacements de la coque pour deux profondeurs d'immersion

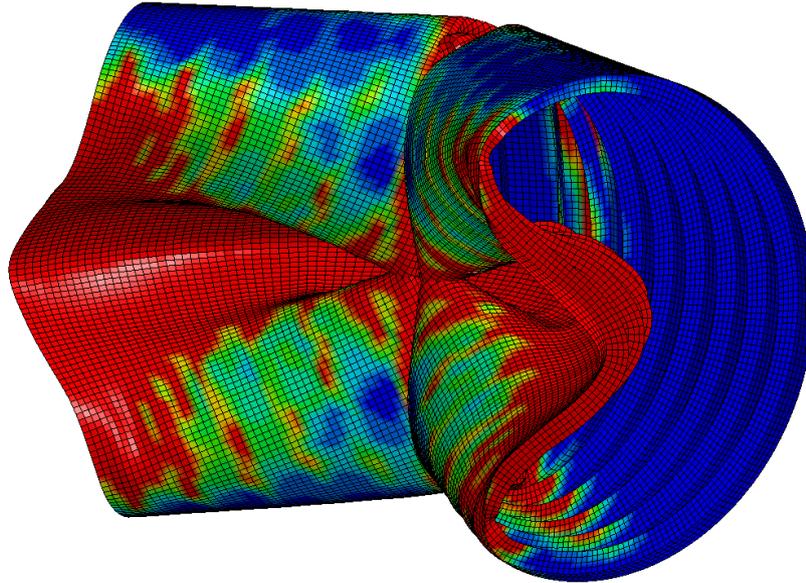


FIGURE 5.23 – Cylindre raidi : Implosion du cylindre -  $D_{im} = 700$  m

### 5.3.3.2 Comparaison des résultats analytiques et numériques

Afin de valider (ou pas) l'utilisation de la technique d'homogénéisation adoptée pour tenir compte des raidisseurs dans l'analyse du comportement au choc du cylindre raidi, on compare dans cette sous-section les résultats analytiques et numériques. Il faut tout

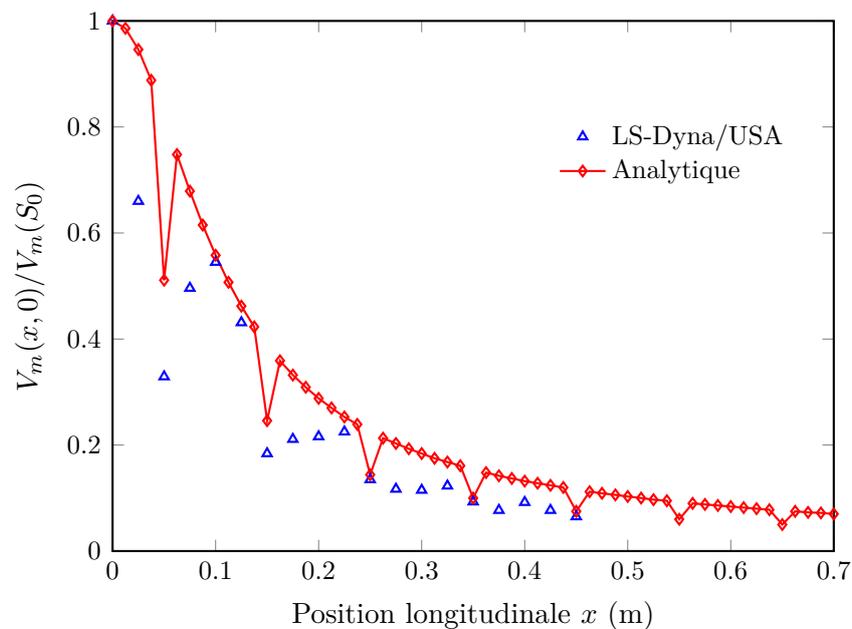
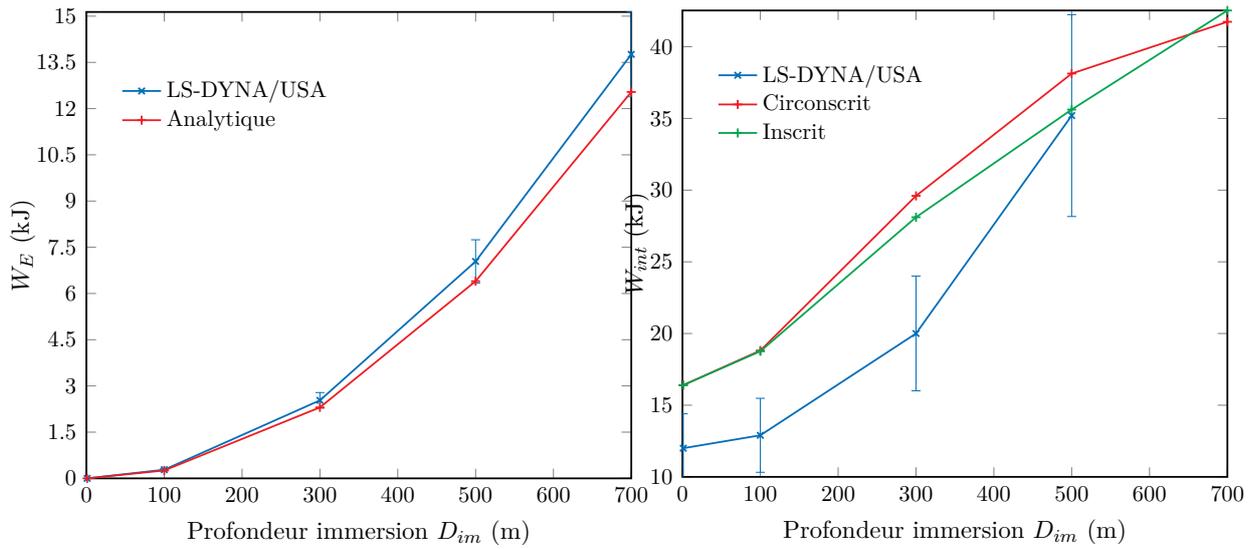


FIGURE 5.24 – Cylindre raidi : comparaison des solutions analytiques et numériques pour la vitesse maximale atteinte le long de la demie-génératrice du cylindre passant par le *standoff point*

d'abord vérifier que l'énergie cinétique transmise à la coque par l'onde de choc à la fin de la première phase de chargement est correctement évaluée. Les calculs analytiques sont effectués avec les mêmes coefficients d'ajustement ( $\epsilon_1, C_{corr}$ ) que ceux utilisés dans la sous-section 4.4.4. La valeur du coefficient  $C_{corr}^{im}$  est également fixée à 7. Le calcul numérique donne une vitesse impulsionnelle maximale au *standoff point* de  $159 \text{ m.s}^{-1}$ , alors qu'elle est de  $125 \text{ m.s}^{-1}$  pour le modèle analytique. De plus, la figure 5.24 montre que le rapport entre la vitesse maximale de la coque et la vitesse maximale au *standoff point*, le long de la demi-génératrice du cylindre passant par ce point, est légèrement surestimé par le modèle analytique. On constate également qu'au droit des raidisseurs, la vitesse maximale atteinte est plus faible, car localement la masse surfacique de la structure est plus importante. Pour le modèle analytique, l'évaluation de l'équation (3.23) est modifiée pour prendre en compte la masse surfacique supplémentaire au droit du raidisseur. Néanmoins, dans le modèle analytique, la diminution de la vitesse maximale est trop abrupte par rapport au modèle numérique, pour lequel la transition est plus douce entre le point au droit du raidisseur et les points environnants. En ce qui concerne le calcul de l'énergie transmise à la coque, cette surestimation de la vitesse le long de la demi-génératrice doit compenser la plus faible vitesse maximale calculée au *standoff point*.

La figure 5.25 présente une comparaison des énergies élastiques stockées  $W_E$  et des énergies de déformation plastique  $W_{int}$  calculées analytiquement et numériquement pour des profondeurs d'immersion  $D_{im}$  variant de 0 à 700 m. On constate sur la figure 5.25(a) que le modèle analytique sous-estime d'environ 10 % l'énergie élastique stockée dans la coque raidie. Cet écart, qui reste fixe avec l'immersion, peut s'expliquer par le fait que les raidisseurs ne sont pas pris en compte pour le moment dans le calcul de l'énergie de déformation élastique du cylindre sous pression hydrostatique (équation (5.4)). En ce qui concerne l'énergie de déformation plastique, la figure 5.25(b) illustre le fait que le modèle analytique la surestime d'un peu plus de 30 % pour le cas où l'immersion est nulle. Ceci s'explique sans doute par le fait que la cavitation n'est pas considérée dans les simulations numériques. Une partie de l'énergie de l'onde de choc est donc dissipée par des pressions négatives non physiques, comme expliqué dans la section 2.3. Pour des immersions plus importantes, cet écart se réduit. A une immersion de 500 m, l'énergie de déformation plastique donnée par le modèle analytique est quasiment égale à celle obtenue numériquement. Par contre, à 700 m, l'énergie de déformation plastique numérique explose ( $> 1000 \text{ kJ}$ ), et cela n'est pas retrouvé par le modèle analytique, ce qui illustre le fait que le phénomène d'effondrement n'est pas pris en compte par le modèle simplifié.

Enfin, les enfoncements issus des calculs analytiques et numériques sont comparés sur la figure 5.26. Les trois points  $S_0, S_1$  et  $S_2$ , visibles sur la figure 5.22, sont considérés. On constate que le modèle analytique sous-estime l'enfoncement final au *standoff point*, quel que soit le critère de plasticité utilisé et quelle que soit la profondeur d'immersion considé-



(a) Energie élastique stockées  $W_E$ - Les barres d'écarts à 10 % sont tracées

(b) Énergie de déformation plastique  $W_{int}$  - Les barres d'écarts à 20 % sont tracées

FIGURE 5.25 – Cylindre raidi - Comparaison de l'énergie élastique stockée  $W_E$  et de l'énergie de déformation plastique  $W_{int}$  calculées analytiquement et numériquement pour une profondeur d'immersion  $D_{im}$  variant de 0 à 700 m

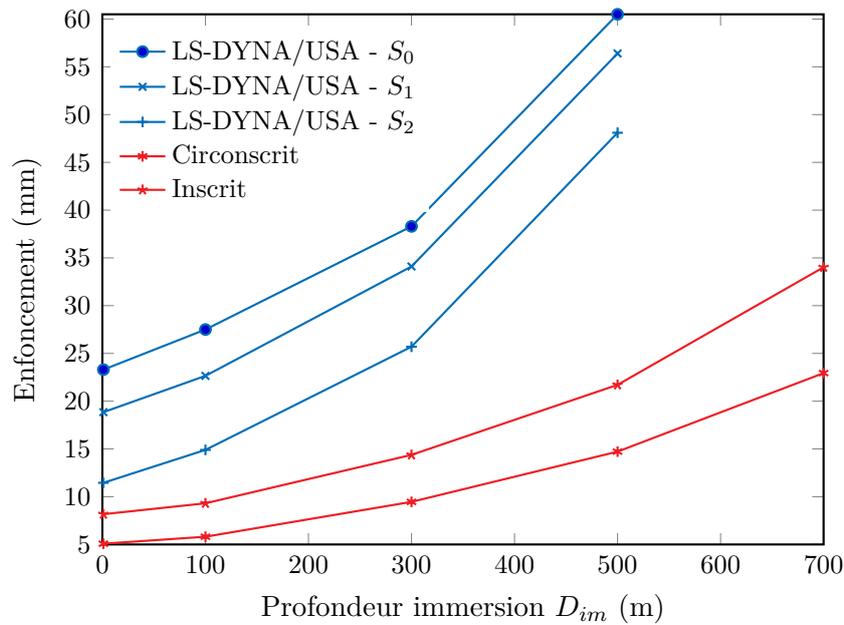


FIGURE 5.26 – Cylindre raidi : enfoncements post-traités à l'issue des simulations LS-DYNA/USA comparés à ceux calculés analytiquement

rée. Ceci semble contredire le fait que pour des immersions inférieures à 500 m, l'énergie de déformation plastique est surestimée par le modèle analytique. Le modèle de la corde plastique sur fondation plastique avec des raidisseurs homogénéisés semble donc bien trop raide pour représenter correctement le comportement mécanique de cylindre raidi considéré. De plus, l'augmentation brutale de l'enfoncement à partir d'une immersion de 500 m n'est pas du tout prise en compte par le modèle analytique. Ceci s'explique par le fait que la technique d'homogénéisation augmente considérablement la valeur du coefficient  $\bar{q}$  apparaissant dans l'expression du coefficient  $\tilde{c}_1$  (5.37), représentant la résistance à l'écrasement d'une section du cylindre. En l'occurrence, cette valeur est multipliée par 10! On peut donc conclure que la technique d'homogénéisation n'est pas adaptée à cette configuration de raidissage et qu'un nouveau mécanisme est à développer pour prendre en compte les couplages entre les raidisseurs et les portions de bordé situées entre deux raidisseurs. Néanmoins, il serait intéressant de vérifier la validité de la technique d'homogénéisation pour des écartements entre raidisseurs plus faibles.

## Références bibliographiques

- [BS17] Masoud Biglarkhani and Keyvan Sadeghi. Incremental Explosive Analysis and Its Application to Performance-Based Assessment of Stiffened and Unstiffened Cylindrical Shells Subjected to Underwater Explosion. *Shock and Vibration*, 2017 :1–17, 2017. [130](#)
- [FWM<sup>+</sup>13] C. Farhat, K. G. Wang, A. Main, S. Kyriakides, L. H. Lee, K. Ravi-Chandar, and T. Belytschko. Dynamic implosion of underwater cylindrical shells : Experiments and Computations. *International Journal of Solids and Structures*, 50(19) :2943–2961, 2013. [xiv](#), [127](#), [128](#)
- [GMLS16] Sachin Gupta, Helio Matos, James M. Leblanc, and Arun Shukla. Shock initiated instabilities in underwater cylindrical structures. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 95 :188–212, 2016. [129](#)
- [GPSS14] S. Gupta, V. Parameswaran, M. A. Sutton, and A. Shukla. Study of dynamic underwater implosion mechanics using digital image correlation. *Proc. R. Soc. Math. Phys. Eng. Sci.*, 470 :20140576, 2014. [127](#)
- [GW15] L. A. Gish and T. Wierzbicki. Estimation of the underwater implosion pulse from cylindrical metal shells. *International Journal of Impact Engineering*, 77 :166–175, 2015. [127](#), [131](#)
- [Hal06] Jo Hallquist. *LS-DYNA theory manual*. 2006. [160](#)
- [HLHFH09] C. F. Hung, B. J. Lin, J. J. Hwang-Fuu, and P. Y. Hsu. Dynamic response of cylindrical shell structures subjected to underwater explosion. *Ocean Engineering*, 36(8) :564–577, 2009. [129](#)
- [Hoo92] M. S. Hoo Fatt. *Deformation and Rupture of Cylindrical Shells under Dynamic Loading*. PhD thesis, Massachusetts Institute of Technology, 1992. [xiv](#), [144](#), [145](#)
- [Hoo94a] M. S. Hoo Fatt. Plastic Deformation and Rupture of Ring-Stiffened Cylinders under Localized Pressure Pulse Loading. *Shock and Vibration*, 1(3) :289–301, 1994. [132](#)
- [Hoo94b] M. S. Hoo Fatt. Shock-Wave Damage of Ring-Stiffened Cylindrical Shells. *Journal of Ship Research*, 38(3) :245–252, 1994. [132](#)
- [Hoo97] M. S. Hoo Fatt. Rigid-Plastic Deformation of a Ring-Stiffened Shell Under Blast Loading. *Journal of Pressure Vessel Technology*, 119 :467–474, 1997. [132](#)

- [Jen09] C. Y. Jen. Coupled acoustic-structural response of optimized ring-stiffened hull for scaled down submerged vehicle subject to underwater explosion. *Theoretical and Applied Fracture Mechanics*, 52(2) :96–110, 2009. [130](#)
- [KA06] Spyros A. Karamanos and Kyros P. Andreadakis. Denting of internally pressurized tubes under lateral loads. *International Journal of Mechanical Sciences*, 48(10) :1080–1094, 2006. [131](#)
- [KB81] S. Kyriakides and C. D. Babcock. Large Deflection Collapse Analysis of an Inelastic Inextensional Ring Under External Pressure. *International Journal of Solids and Structures*, 17(10) :981–993, 1981. [127](#)
- [KE04] Spyros A. Karamanos and Charis Eleftheriadis. Collapse of pressurized elastoplastic tubular members under lateral loads. *International Journal of Mechanical Sciences*, 46(1) :35–56, 2004. [131](#)
- [KN00] S. Kyriakides and T.A Netto. On the dynamics of propagating buckles in pipelines. *International Journal of Solids and Structures*, 37(46-47) :6843–6867, 2000. [127](#)
- [KN04] S. Kyriakides and T. A. Netto. On the dynamic propagation and arrest of buckles in pipe-in-pipe systems. *International Journal of Solids and Structures*, 41(20) :5463–5482, 2004. [127](#)
- [Kra67] H. Krauss. *Thin Elastic Shells*. John Wiley & Sons Ltd, 1967. [133](#)
- [LHH08] Ya Jung Lee, Chia Hao Hsu, and Chien Hua Huang. Pressure hull analysis under shock loading. *Shock and Vibration*, 15(1) :19–32, 2008. [129](#)
- [MGS18] Helio Matos, Sachin Gupta, and Arun Shukla. Structural instability and water hammer signatures from shock-initiated implosions in confining environments. *Mechanics of Materials*, 116 :169–179, 2018. [129](#)
- [OS76] M. Orr and M. Schoenberg. Implosions as sources of underwater sound. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 59 :1155–1159, 1976. [126](#)
- [PGS15a] M. Pinto, S. Gupta, and A. Shukla. Hydrostatic Implosion of GFRP Composite Tubes Studied by Digital Image Correlation. *Journal of Pressure Vessel Technology*, 137(5), 2015. [128](#)
- [PGS15b] M. Pinto, S. Gupta, and A. Shukla. Study of implosion of carbon/epoxy composite hollow cylinders using 3-D Digital Image Correlation. *Composite Structures*, 119 :272–286, 2015. [128](#)

- [PK96] T. D. Park and S. Kyriakides. On the collapse of dented cylinders under external pressure. *International Journal of Mechanical Sciences*, 38(5) :557–578, 1996. [128](#)
- [PM75] A. C. Palmer and J. H. Martin. Buckle propagation in submarine pipelines. *Nature*, 254 :463–48, 1975. [127](#)
- [PR00] Rodney Pinna and Beverley F. Ronalds. Hydrostatic buckling of shells with various boundary conditions. *Journal of Constructional Steel Research*, 56(1) :1–16, 2000. [143](#), [150](#)
- [PS16] M. Pinto and A. Shukla. Shock-Initiated Buckling of Carbon/Epoxy Composite Tubes at Sub-Critical Pressures. *Experimental Mechanics*, 56(4) :583–594, 2016. [129](#)
- [RSZ<sup>+</sup>18] Shaofei Ren, Ying Song, A. Man Zhang, Shiping Wang, and Pengbo Li. Experimental study on dynamic buckling of submerged grid-stiffened cylindrical shells under intermediate-velocity impact. *Applied Ocean Research*, 74 :237–245, 2018. [129](#)
- [SAW02] J. Singer, J. Arbocz, and J. Weller. *Buckling Experiments : Experimental Methods in Buckling of Thin-Walled Structures, vol. 2*. John Wiley & Sons, 2002. [126](#)
- [SGML18] A. Shukla, S. Gupta, H. Matos, and J. M. LeBlanc. Dynamic Collapse of Underwater Metallic Structures – Recent Investigations : Contributions after the 2011 Murray Lecture. *Experimental Mechanics*, 58(3) :387–405, 2018. [129](#)
- [TA18] S. E. Turner and J. M. Ambrico. Underwater implosion of cylindrical metal tubes. 80(1) :011013, 2018. [126](#)
- [TC87] C. K. W. Tam and J. G. A. Croll. Analysis of Buckle Initiation in Damaged Subsea Pipelines. *J. Offshore Mech. Arct. Eng*, 109(4) :366–374, 1987. [131](#)
- [TG63] S. P. Timoshenko and J. M. Gere. *Theory of Elastic Stability*. McGraw-Hill International Book Company, 1963. [126](#), [150](#)
- [Uri63] R. J. Urick. Implosions as sources of underwater sound. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 35 :2026–2027, 1963. [126](#)
- [WB86] T. Wierzbicki and S. U. Bhat. Initiation and Propagation of Buckles in Pipelines. *International Journal of Solids and Structures*, 22(9) :985–1005, 1986. [131](#)

- [WH93] T. Wierzbicki and M. S. Hoo Fatt. Damage assessment of cylinders due to impact and explosive loading. *International Journal of Impact Engineering*, 13(2) :215–241, 1993. [xiv](#), [131](#), [132](#)
- [WS88] T. Wierzbicki and M. S. Suh. Indentation of tubes under combined loading. *International Journal of Mechanical Sciences*, 30(3-4) :229–248, 1988. [131](#), [133](#), [137](#), [138](#), [139](#)
- [YJCH16] Caiyu Yin, Zeyu Jin, Yong Chen, and Hongxing Hua. Shock mitigation effects of cellular cladding on submersible hull subjected to deep underwater explosion. *Ocean Engineering*, 117 :221–237, 2016. [130](#)
- [YZ11] Jian Hong Yuan and Xi Zhu. Dynamic Response of a Ring-Stiffened Cylindrical Shell Subjected to Underwater Explosive Loading. *Applied Mechanics and Materials*, 105-107 :931–936, 2011. [xiv](#), [130](#)



# Chapitre 6

## Conclusions et perspectives

### Résumé

Dans ce chapitre de conclusion, la thèse est résumée et les principaux points traités dans chaque chapitre sont rappelés.

Ensuite, les résultats originaux obtenus dans le cadre de cette thèse sont détaillés.

Finalement, les applications possibles de la méthode analytique développée sont discutées et des travaux de recherche à mener dans le futur sont suggérés pour améliorer les travaux présentés.

## 6.1 Résumé des travaux

Dans le Chapitre 1, il est expliqué que les explosions sous-marines représentent une menace de premier ordre pour l'intégrité de la coque résistante d'un sous-marin. Il est donc capital de considérer cette menace dès la conception d'une structure immergée susceptible d'y être exposée. Les travaux scientifiques menés sur ce sujet depuis la Seconde Guerre Mondiale ont permis d'aboutir à des méthodes de simulation numérique fiables permettant d'étudier le comportement d'une structure navale lorsqu'elle est soumise à une explosion sous-marine en champ lointain. Pour les explosions en champ proche, ces méthodes restent valides pour déterminer les effets de l'impact de l'onde de choc primaire sur la structure. Par contre, elles sont à l'heure actuelle toujours inadaptées pour modéliser les interactions entre la bulle produite par l'explosion et la paroi de la structure. De plus, les simulations numériques, bien que fournissant des résultats précis, sont complexes et longues à mettre en œuvre, ce qui rend leur utilisation inadaptée dans une phase de conception en avant-projet (études de différentes conceptions, analyses de risques incluant de nombreux scénarios d'explosions, ...).

Le développement d'une méthode analytique pour déterminer rapidement la résistance d'une coque cylindrique immergée, raidie ou non, à l'impact de l'onde de choc primaire s'avère donc nécessaire et constitue l'objectif principal de cette thèse.

La méthode que nous proposons pour l'analyse du comportement mécanique d'une coque cylindrique immergée s'appuie sur des développements analytiques incluant les interactions entre la structure et le fluide environnant. Pour modéliser ces interactions, une version simplifiée de la méthode **DAA** (Doubly Asymptotic Approximation) est développée. Le modèle de réponse mécanique du cylindre est quant à lui construit à partir du théorème de la borne supérieure issu de l'analyse limite plastique. Le problème 2D de la réponse d'une coque cylindrique est réduit au problème 1D d'une corde rigide-plastique sur fondations rigides-plastiques, ce qui permet d'obtenir des expressions analytiques explicites pour l'énergie de déformation plastique et l'enfoncement final de la coque. Les résultats obtenus à l'aide des expressions analytiques sont alors confrontés aux résultats de simulations numériques, effectuées avec le code USA couplé au solveur non-linéaire par éléments finis LS-DYNA.

Dans le Chapitre 2, les phénomènes physiques mis en jeu lors d'une explosion sous-marine sont tout d'abord décrits. La modélisation de la pression associée à l'onde de choc primaire en simple ou double exponentielle décroissante est présentée et les formules empiriques permettant de caractériser et de quantifier cette onde de choc sont détaillées. Ensuite, les fondements théoriques de l'interaction fluide-structure mise en jeu lors de la réponse d'une paroi à l'onde de choc sous-marine sont introduits. Enfin, la méthode de résolution numérique utilisée dans le cadre de cette thèse est présentée. Les résultats obtenus

pour un cas test sont comparés à des résultats d'essais, ce qui permet de les valider puis de les utiliser comme référence. Les limites du modèle numérique utilisé sont néanmoins mises en évidence : non prise en compte du phénomène de cavitation et de l'effet des vitesses de déformation.

A partir des fondements théoriques, présentés dans le Chapitre 2, qui permettent de décrire de façon exacte l'interaction fluide-structure au niveau de la surface mouillée du cylindre, la modélisation simplifiée de l'interaction mise en jeu lors de la réponse au choc militaire d'un cylindre est présentée dans le Chapitre 3. L'interaction entre la coque et l'eau environnante est décomposée en deux phases successives : la phase dite *temps court* au tout début du chargement en pression et la phase dite *temps long* correspondant à la réponse libre en déformation de la structure. Lors de la première phase, la quantité d'énergie cinétique transmise au cylindre est estimée en supposant que celui-ci ne se déforme pas. Durant la seconde phase, la coque se déforme en dissipant plastiquement l'énergie cinétique transmise. Le mouvement de décélération de la paroi du cylindre dans l'eau produit un chargement additionnel de pression lié aux effets inertiels de l'eau et représenté par une masse d'eau ajoutée, dont le calcul est présenté dans ce chapitre. Il est montré que le champ de vitesse impulsional de la paroi cylindrique est en accord avec celui extrait des simulations numériques. Un champ simplifié de masses d'eau ajoutées correspondant à la surface déformée du cylindre est introduit afin de faciliter les développements analytiques réalisés au Chapitre 4.

Le Chapitre 4 est consacré à l'élaboration d'un modèle simplifié permettant de déterminer la réponse dynamique d'un cylindre lisse immergé se déformant au cours de la seconde phase. Pour ce faire, une analogie est établie entre le comportement d'une coque cylindre soumise à un chargement asymétrique et celui d'une corde plastique reposant sur une fondation plastique. Des expressions analytiques de l'enfoncement final du cylindre, des déformations et de l'énergie de déformation plastique sont développées. Les résultats obtenus sont ensuite confrontés aux simulations numériques et il est montré que les solutions analytiques encadrent la solution numérique pour des facteurs de choc  $K \geq 2$  (à l'échelle étudiée), les écarts étant inférieurs à 20 % lorsque  $K \geq 2.3$ . La cohérence du modèle avec la physique est démontrée, même si le traitement de l'interaction fluide-structure et la modélisation du comportement dynamique de la corde plastique sur fondation plastique peuvent être améliorés.

Dans le Chapitre 5, le modèle de la corde plastique sur fondation plastique est étendu pour tenir compte de la pression hydrostatique qui s'exerce sur un cylindre profondément immergé. A partir d'un modèle mécanique simplifié de la corde, il est montré que les effets de fond (forces de compression axiale) ont une influence négligeable sur la réponse d'un cylindre lisse impacté par l'onde de choc primaire issue d'une explosion sous-marine.

Ainsi, dans le nouveau modèle mécanique du cylindre lisse en immersion profonde, seules les forces radiales de pression suiveuse sont prises en compte. Les résultats analytiques obtenus avec la nouvelle méthode simplifiée sont comparés à des résultats de simulation numérique. Il est montré qu'en augmentant artificiellement l'action des forces de pression suiveuse, le modèle corrigé de la corde plastique sur fondation plastique permet de correctement estimer la réponse d'un cylindre lisse profondément immergé. Néanmoins, il apparaît nécessaire de développer un nouveau mécanisme pour correctement modéliser la réponse de la coque cylindrique sous l'action de la pression d'immersion, celle-ci se produisant après la seconde phase de chargement. Enfin, l'étude d'un cylindre raidi est abordée et une technique d'homogénéisation est introduite pour tenir compte de la raideur additionnelle en flexion apportée par des renforts circonférentiels en "T". Il est montré que, pour le cylindre considéré, cette technique est inadaptée car elle surestime la résistance à l'écrasement des sections raidies.

## 6.2 Contributions personnelles

Le but essentiel de ces travaux de thèse étant de développer une méthode simplifiée, basée sur des développements analytiques et capable d'estimer l'endommagement subi par un cylindre immergé soumis à l'onde de choc primaire issue d'une explosion sous-marine, les principales contributions listées ci-dessous concernent la modélisation analytique des phénomènes physiques mis en jeu lors d'un tel événement :

1. On montre que la modélisation de l'onde de choc primaire avec une forme en double exponentielle décroissante est plus adaptée pour une explosion sous-marine en champ proche que la forme en simple exponentielle décroissante. Cette conclusion serait à confirmer avec des simulations numériques prenant en compte la cavitation et l'influence des vitesses de déformation.
2. Une formulation simplifiée de l'équation de la RPF est développée pour le cas d'un cylindre immergé. Celle-ci permet de décomposer l'interaction fluide-structure en deux phases successives distinctes et d'introduire les notions d'approximations *temps court* et *temps long*.
3. L'approximation *temps court* permet de déterminer un champ de vitesse impulsionnelle atteinte par la paroi du cylindre, en supposant que la coque cylindrique est mise en vitesse sans se déformer. Ce champ de vitesse prend en compte l'incidence entre la direction de l'onde de choc et la normale à la paroi du cylindre. Le champ obtenu est validé par comparaison avec des simulations numériques, puis il est utilisé pour déterminer l'énergie cinétique transmise à la coque cylindrique par l'onde de choc primaire.

4. Durant la seconde phase associée à l'approximation *temps long*, la coque cylindrique se déforme et dissipe plastiquement l'énergie cinétique transmise. Ce mouvement de décélération de la paroi du cylindre produit un chargement additionnel de pression sur la coque, lié aux effets inertiels de l'eau située au voisinage de celle-ci. Une procédure pour déterminer la masse d'eau ajoutée en tout point en mouvement de la coque est développée. Après construction d'un champ de déplacements modal des points de la zone déformée, une équation est obtenue pour calculer le champ de masse d'eau ajoutée correspondant. Une forme simplifiée de ce champ est développée afin de faciliter les développements analytiques ultérieurs.
5. Le modèle de la corde plastique sur fondation plastique proposé par T. Wirezbicki et M. Hoo Fatt est ensuite couplé au modèle d'interaction fluide-structure décomposé en deux phases. Les équations de la corde sur fondation sont modifiées pour prendre en compte une forme elliptique de la zone déformée du cylindre. Le champ modal de déplacement est utilisé pour aboutir à une équation différentielle linéaire du second ordre qui, une fois résolue, fournit l'évolution de l'enfoncement de la corde au *standoff point*. L'énergie cinétique transmise est convertie en une vitesse initiale de la corde et les effets inertiels de l'eau sont pris en compte à l'aide du champ de masse d'eau ajoutée simplifié.
6. Il est montré qu'il est nécessaire de prendre en compte la variation dans le temps de la zone enfoncée du cylindre, au risque de largement sous-estimer la résistance de la coque cylindrique. Pour ce faire, les évolutions temporelles des paramètres d'endommagement  $\xi$  et  $\alpha_0$  sont supposées être linéaires et une procédure de moyennage des coefficients de l'équation différentielle en déplacement est proposée. Celle-ci permet d'obtenir des enfoncements finaux en concordance avec ceux issus des simulations numériques.
7. La méthode simplifiée ne peut être utilisée qu'une fois les paramètres d'endommagement  $\xi$  et  $\alpha_0$  connus. Une procédure est développée pour déterminer l'étendue longitudinale de la zone déformée pour une valeur de  $\alpha_0$  donnée. Il est montré que la valeur obtenue est proche de celle mesurée numériquement. Enfin, une étude de sensibilité de l'enfoncement final en fonction de la valeur de  $\alpha_0$  est effectuée. Il est montré que l'enfoncement final varie peu en fonction de la valeur de  $\alpha_0$ . En laissant  $\xi$  variable, et en fixant la valeur de  $\alpha_0$  à  $90^\circ$ , la méthode simplifiée peut être utilisée de manière satisfaisante.
8. Il est également montré que les effets de fond peuvent être négligés pour déterminer la réponse d'un cylindre lisse profondément immergé lorsqu'il est impacté par une onde de choc. Cette conclusion serait à vérifier dans le cas d'un cylindre raidi.
9. Le modèle de la corde plastique sur fondation plastique est étendu pour prendre en compte l'action des forces de pression suiveuse. Il est montré que celles-ci agissent

sur un temps plus long que celui de l'impact de l'onde de choc primaire et déforment la structure après coup selon un mécanisme à développer. Dans le modèle développé dans le cadre de cette thèse, la contribution des pressions est artificiellement augmentée afin de mieux corrélérer avec les résultats des simulations numériques.

10. Une technique d'homogénéisation est utilisée pour tenir compte de la masse et de la raideur apportés au cylindre par des renforts circonférentiels en "T". Il est montré que, pour le cylindre raidi considéré, cette technique conduit à surestimer largement la résistance à l'écrasement d'une section du cylindre raidi. Ceci se traduit par des enfoncements finaux bien inférieurs à ceux extraits des simulations numériques. De plus, le phénomène d'effondrement du cylindre raidi constaté à partir d'une certaine immersion n'est pas modélisé.

### 6.3 Perspectives

En l'état actuel, la méthode simplifiée développée dans le cadre de cette thèse est adaptée à l'étude de la réponse d'un cylindre lisse immergé soumis à l'onde de choc primaire issue d'une explosion sous-marine. Néanmoins, il faudra étendre la validation des solutions analytiques développées en confrontant les résultats à des simulations numériques tenant compte des effets de cavitation et des vitesses de déformation. Il sera également souhaitable d'étudier des cas de chargement différents (explosion plus lointaine, charge plus importante) et des formes géométriques de cylindres plus variées (rapports  $L/R$  et  $R/h$  différents). Enfin, l'influence de la vitesse de déformation sur la valeur de la contrainte d'écoulement plastique est à inclure dans le modèle mécanique de la corde plastique sur fondation plastique. Le chargement explosif est pour l'instant limité à la seule onde de choc primaire. Des développements seront à effectuer pour inclure les effets des ondes de choc secondaires issues de la dynamique de bulle, ainsi que le phénomène d'effondrement de bulle sur la structure (impact d'un jet d'eau sur la paroi du cylindre).

Lorsque le cylindre est profondément immergé, une troisième phase est à considérer afin de mieux rendre compte de la physique associée à l'action de la pression d'immersion. Cette phase se situe après l'approximation temps long et un mécanisme dédié à la déformation de la coque sous l'action des forces de pression suiveuse sera à construire. Il faudra alors définir un critère satisfaisant de transition entre les phases de réponse à l'onde de choc et à la pression d'immersion. En ce qui concerne la prise en compte du raidissage circonférentiel de la coque cylindrique, il est montré que pour le cylindre étudié, la technique d'homogénéisation proposée surestime largement la raideur de la coque renforcée par des anneaux circonférentiels. Dans un premier temps, on pourra vérifier à partir de quel espacement la technique d'homogénéisation devient utilisable. Pour les cas où elle est en défaut, un nouveau mécanisme couplant les déplacements des raidisseurs et les déplacements du bordé

entre raidisseurs sera également à construire.

La méthode proposée est limitée à des formulations analytiques pour déterminer l'enfoncement final du cylindre. Ce choix implique des restrictions sur la modélisation des différents phénomènes physiques mis en jeu lors de la réponse d'un cylindre à l'onde de choc issue d'une explosion sous-marine. En premier lieu, la transition entre les phases *temps court* et *temps long* est trop abrupte : à l'image de ce qui est fait dans la méthode **DAA**, la modèle gagnera en efficacité si l'on assure une transition continue entre ces deux phases. De plus, le mécanisme de déformation de la coque cylindrique n'est pas constant dans le temps. En effet, celui-ci change de forme en fonction de l'enfoncement : pour de petits enfoncements, la fonction  $f$  devrait être d'ordre 2 pour mieux représenter la variation longitudinale du déplacement. Enfin, les paramètres d'endommagements évoluent également avec le temps. Ainsi, il sera intéressant de procéder à une résolution pas à pas du modèle de la corde plastique sur fondation plastique, en effectuant une mise à jour de toutes les grandeurs du problème à chaque pas de temps.



# Annexe A

## Coefficients des fonctions de forme

Le tableau suivant liste les valeurs des coefficients des fonctions de forme  $h_1(x)$ ,  $h_2(\theta)$  et  $g(\theta)$  respectivement présentées dans le chapitre 3.

$h_1(x)$		$h_2(\theta)$		$g(\theta)$	
$h_{11}$	0.11	$h_{21}$	0.2	$g_1$	0.424
$h_{12}$	-2.03	$h_{22}$	-6	$g_2$	-11.53
$h_{13}$	1.2	$h_{23}$	8.69	$g_3$	12.56
		$h_{24}$	-3.66	$g_4$	11.87
				$g_5$	-23.52
				$g_6$	9.19

TABLE A.1 – Coefficient des fonctions de forme



# Annexe B

## Détermination des fonctions équivalentes

A partir des fonctions de forme présentées précédemment, la détermination des expressions des fonctions équivalentes devient analytiquement possible. On peut remarquer que, en postulant une forme du champ de déplacement, il n'est pas nécessaire de définir, a priori, un mécanisme de déformations des anneaux du cylindre, puisque la fonction de forme circonférentielle est directement utilisable pour intégrer le champs de déplacement suivant la circonférence. Cette section présente la démarche suivie pour calculer les fonctions équivalentes données par les équations (4.9) à (4.12).

### B.1 Masse linéique équivalente

Pour rappel, la masse linéique équivalente du cylindre se calcule avec l'expression suivante :

$$\bar{m}(x)\ddot{w}(x,t)\dot{w}(x,t) = 2R_c m \int_0^{\alpha(x)} \ddot{w}\dot{w}(x,\theta,t)d\theta \quad (\text{B.1})$$

En remplaçant les termes en  $w$  par la forme modale construite à partir des fonctions de forme définies au chapitre précédent, l'équation (B.1) devient :

$$\bar{m}(x) = 2R_c m \int_0^{\alpha(x)} g^2(\theta)d\theta \quad (\text{B.2})$$

Afin d'évaluer l'intégrale dans l'équation précédente, le changement de variable  $\tilde{\theta} =$

$\theta/\alpha(x)$  est effectué, ce qui donne :

$$\bar{m}(x) = 2R_c m \alpha(x) \int_0^1 g^2(\tilde{\theta}) d\tilde{\theta} \quad (\text{B.3})$$

En intégrant cette expression, il vient :

$$\bar{m}(x) = 2R_c m \alpha(x) G_m \quad (\text{B.4})$$

Où  $G_m = 0.22$  est obtenu par intégration numérique. Remarquons qu'en choisissant une solution modale, la masse équivalente est indépendante du temps. Sa valeur dépend de la forme choisie pour la zone de déformation sur le cylindre : dans le cas présent, l'équation  $\alpha(x) = (\pi - \alpha_0) \sqrt{1 - (x/\xi)^2}$  correspond à celle d'une ellipse. La masse équivalente est donc maximale pour  $x = 0$  et nulle lorsque  $x = \xi$ . Dans ses travaux, Hoo Fatt fait l'hypothèse que la masse linéique équivalente reste constante, c'est à dire indépendante de  $x$ . Sa valeur, égale à  $2Rm\Theta_2$  où  $\Theta_2 = 0.25$ , est obtenue en supposant qu'un anneau se déforme selon un mécanisme constitué de 5 rotules stationnaires, voir figure B.1. En choisissant la même valeur pour  $\alpha_0$  que Hoo Fatt [Hoo92], i.e.  $\alpha_0 = \pi/2$ , en  $x = 0$ , la masse linéique équivalente vaut  $2R_c m * 0.35$ , ce qui est supérieur à la valeur retenue par Hoo Fatt.

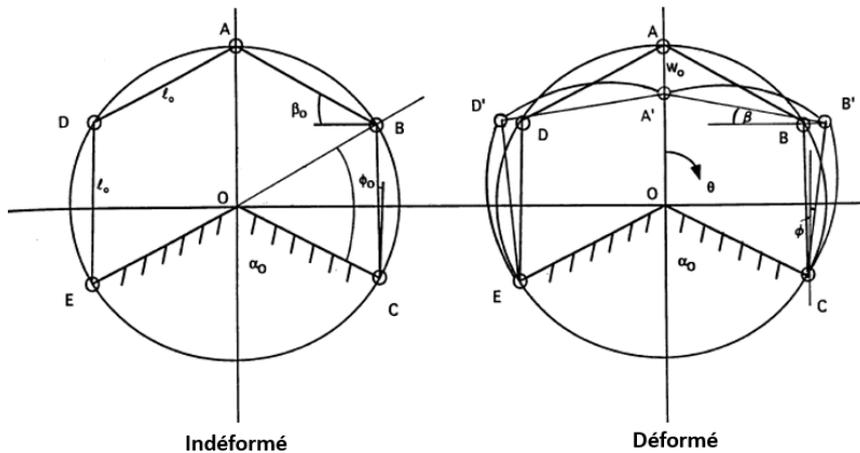


FIGURE B.1 – Mécanisme des rotules stationnaires non axi-symétriques - tirée de [Hoo92]

## B.2 Masse d'eau ajoutée linéique équivalente

En postulant la forme suivante pour le champs de masse d'eau ajoutée  $m_a(x, \theta) = M_a h_1(x) h_2(\theta)$ , où  $M_a$  est la masse d'eau ajoutée calculée au stand-off. En suivant la même

démarche que pour la masse linéique équivalente de la coque, la masse d'eau ajoutée équivalente s'écrit :

$$\bar{m}_a(x) = 2R_c M_a h_1(x) \alpha(x) \int_0^1 h_2(\tilde{\theta}) g^2(\tilde{\theta}) d\tilde{\theta} \quad (\text{B.5})$$

En posant  $G_{m_a} = \int_0^1 h_2(\tilde{\theta}) g^2(\tilde{\theta}) d\tilde{\theta}$ , il vient :

$$\bar{m}_a(x) = 2R_c M_a h_1(x) \alpha(x) G_{m_a} \quad (\text{B.6})$$

Dans le cas où  $h_2(\tilde{\theta}) = 1$ , i.e. la masse d'eau ajoutée est considérée constante le long de la circonférence,  $G_{m_a} = G_m = 0.22$ . Une expression polynomiale d'ordre 4 a été déterminée dans la partie précédente pour  $h_2(\tilde{\theta})$ , à partir du calcul de la masse d'eau ajoutée le long de la circonférence du cylindre en  $x = 0$ . En utilisant cette expression dans l'intégrale de l'équation (B.5), il vient  $G_{m_a} = 0.914G_m$ .

### B.3 Force axiale équivalente

Le calcul de ce terme équivalent suit la même démarche que celle utilisée pour déterminer la masse linéique équivalente de la coque. Son expression est :

$$\bar{N}(x) = 2R_c N_{pl} \alpha(x) G_m \quad (\text{B.7})$$

La même comparaison avec les travaux de Hoo Fatt [Hoo92] que celle effectuée pour le terme de masse linéique équivalente peut être faite. En supposant une zone de déformation rectangulaire, et en gardant la valeur de  $\alpha_0$  constante suivant  $x$ , alors le modèle développé serait pratiquement identique à celui présenté par Hoo Fatt [Hoo92], puisque les fonctions équivalentes seraient en fait des paramètres équivalents, de valeurs quasiment identiques à celles définies par Hoo Fatt.

### B.4 Force résistante d'écrasement équivalente

Pour rappel, le moment résistant équivalent à l'écrasement du cylindre s'obtient à partir de l'équation (4.12). Pour calculer ce terme, Hoo Fatt [Hoo92] postule un mécanisme de déformation de l'anneau, constitué de 5 rotules plastiques stationnaires, reliées entre elles par des segments rigides. En d'autres termes, la dissipation d'énergie dans l'anneau est limitée à la rotation de ces 5 rotules. De plus, en supposant que l'étendue du mécanisme

reste constante le long du cylindre, i.e.  $\alpha_0 = \pi/2$ , et indépendante de l'enfoncement (ce qui n'est pas le cas en réalité car l'étendue de la zone déformée augmente avec l'enfoncement), Hoo Fatt aboutit à la force résistante d'écrasement équivalente suivante :  $\bar{q} = 8M_{pl}/R_c$ . Si l'on utilise la forme modale du champ de déplacement  $w(x, \theta, t) = \delta(t)f(x)g(\theta)$ , ces hypothèses restrictives peuvent être abandonnées. De la théorie des coques, le taux de courbure s'obtient à partir de la relation suivante :

$$\dot{\kappa}_{\theta\theta} = \frac{\dot{w}_{,\theta\theta}}{R_c^2} = \frac{\dot{\delta}(t)f(x)g''(\theta)}{R_c^2} \quad (\text{B.8})$$

En remplaçant cette expression dans l'équation (4.12), il vient :

$$\bar{q}(x) = \frac{2M_{pl}}{R_c} \int_0^{\alpha(x)} |g''(\theta)| d\theta \quad (\text{B.9})$$

Afin d'évaluer l'intégrale dans l'équation précédente, le changement de variable  $\tilde{\theta} = \theta/\alpha(x)$  est effectué, ce qui donne :

$$\bar{q}(x) = \frac{2M_{pl}}{R_c\alpha(x)} \int_0^1 |g''(\tilde{\theta})| d\tilde{\theta} \quad (\text{B.10})$$

En notant que  $G_q = \int_0^1 |g''(\tilde{\theta})| d\tilde{\theta}$ , et en remplaçant  $\alpha(x)$  par son expression, il vient :

$$\bar{q}(x) = \frac{2M_{pl}G_q}{R_c(\pi - \alpha_0)\sqrt{1 - (x/\xi)^2}} \quad (\text{B.11})$$

Avec les coefficients choisis pour la fonction  $g$ , l'intégration numérique de l'intégrale définie dans la relation (B.9) donne  $G_q = 6.3$ . A la différence de l'expression obtenue par Hoo fatt, le moment résistant équivalent d'un anneau s'exprime comme une fonction de la position axiale  $x$  et de l'enfoncement de l'anneau, via le paramètre  $\alpha_0$  qui augmente avec la profondeur d'enfoncement du bordée cylindrique. En postulant  $\alpha_0 = \pi/2$ , et en  $x = 0$ ,  $\bar{q}(0) \approx 8M_{pl}/R$ , ce qui est identique à la valeur utilisée par Hoo Fatt dans sa thèse.

## Références bibliographiques

- [Hoo92] M. S. Hoo Fatt. *Deformation and Rupture of Cylindrical Shells under Dynamic Loading*. PhD thesis, Massachusetts Institute of Technology, 1992. [xv](#), [184](#), [185](#)

# Annexe C

## Calcul des coefficients $a_1, a_2$ et $a_3$

Les coefficients  $a_1, a_2$  et  $a_3$  sont calculés de la manière suivante :

$$\begin{aligned} a_1 &= \int_0^\xi \bar{q}(x)f(x)dx \\ &= \int_0^\xi \frac{2M_{pl}G_q(1 - (\frac{x}{\xi})^2)^2}{R_c(\pi - \alpha_0)(1 - (\frac{x}{\xi})^2)^{1/2}}dx \\ &= \frac{2M_{pl}G_q}{R_c(\pi - \alpha_0)} \int_0^\xi (1 - (\frac{x}{\xi})^2)^{3/2}dx \end{aligned}$$

En intégrant cette expression, et en notant  $\bar{q}' = \frac{2M_{pl}G_q}{R_c}$  , il vient :

$$a_1 = \frac{2M_{pl}G_q}{R_c} \frac{1}{\pi(1 - \frac{\alpha_0}{\pi})} \frac{3\pi\xi}{16} = \bar{q}' \frac{3\xi}{16(1 - \frac{\alpha_0}{\pi})} \quad (\text{C.1})$$

De même pour le coefficient  $a_2$  :

$$\begin{aligned} a_2 &= \int_0^\xi \bar{N}(x)(f'(x))^2 dx \\ &= 2R_c N_{pl} G_m (\pi - \alpha_0) \int_0^\xi (1 - (\frac{x}{\xi})^2)^{1/2} (\frac{-4x}{\xi^2} (1 - (\frac{x}{\xi})^2))^2 dx \end{aligned}$$

En intégrant cette expression, et en notant  $\bar{N}' = 2R_c N_{pl} G_m$  , il vient :

$$a_2 = \bar{N}' (\pi - \alpha_0) \frac{5\pi}{16\xi} = \bar{N}' \frac{\pi}{\xi} (1 - \frac{\alpha_0}{\pi}) \frac{5\pi}{16} \quad (\text{C.2})$$

Enfin pour le coefficient  $a_3$  :

$$\begin{aligned}
 a_3 &= \int_0^\xi (\bar{m}(x)f(x)^2 + \bar{m}_a(x)f(x)^2)dx \\
 &= 2R_c \int_0^\xi (mG_m(\pi - \alpha_0)(1 - (\frac{x}{\xi})^2)^{1/2}f(x)^2 + M_aG_{ma}h_1(x)(1 - (\frac{x}{\xi})^2)^{1/2}f(x)^2)dx \\
 &= 2R_cmG_m(\pi - \alpha_0) \int_0^\xi (1 - (\frac{x}{\xi})^2)^{9/2}dx + 2R_cm_aG_{ma}(\pi - \alpha_0) \int_0^\xi h_1(x)(1 - (\frac{x}{\xi})^2)^{9/2}dx
 \end{aligned}$$

En intégrant cette expression, et en notant  $\bar{m}' = 2R_cmG_m$  et  $\bar{m}'_a = 2R_cM_aG_{ma}$ , il vient :

$$a_3 = \bar{m}'(\pi - \alpha_0)\frac{63\pi\xi}{512} + \bar{m}'_a(\pi - \alpha_0) \int_0^\xi h_1(x)(1 - (\frac{x}{\xi})^2)^{9/2}dx$$

Une expression polynomiale d'ordre 3 a été déterminée pour  $h_1(x)$ , voir chapitre 3 sur le chargement explosif, en la reportant dans l'équation précédente, et après intégration, il vient :

$$a_3 = (\bar{m}' + \bar{m}'_aG'_{ma})\pi\xi(1 - \frac{\alpha_0}{\pi})\frac{63\pi}{512} \tag{C.3}$$

Où  $G'_{ma} = \int_0^\xi h_1(x)(1 - (\frac{x}{\xi})^2)^{9/2}dx / \int_0^\xi (1 - (\frac{x}{\xi})^2)^{9/2}dx = 0.9$ . Avec ces coefficients, le terme de masse d'eau ajoutée dans le terme  $a_3$  est sensiblement identique à celui de la masse structurelle équivalente de la coque, ce qui illustre bien l'importance de prendre en compte le couplage fluide structure pour estimer correctement la déformation d'un cylindre immergé soumis à une explosion sous-marine.

# Annexe D

## Calcul des coefficients $\tilde{a}_1, \tilde{a}_2, \tilde{a}_3$ et $\tilde{M}_a$

### D.1 Détermination des coefficients $\tilde{a}_1, \tilde{a}_2$ et $\tilde{a}_3$

Pour rappel, les expressions des coefficients  $a_1, a_2$  et  $a_3$  sont les suivantes :

$$a_1 = \bar{q}' \frac{3\xi}{16(1 - \frac{\alpha_0}{\pi})} \quad (\text{D.1})$$

$$a_2 = \bar{N}' \frac{\pi}{\xi} (1 - \frac{\alpha_0}{\pi}) \frac{5\pi}{16} \quad (\text{D.2})$$

Et

$$a_3 = (\bar{m}' + \bar{m}'_a G'_{ma}) \pi \xi (1 - \frac{\alpha_0}{\pi}) \frac{63\pi}{512} \quad (\text{D.3})$$

Ces coefficients dépendent des valeurs des paramètres d'endommagement  $\xi$  et  $\alpha_0$ . Les coefficients moyennés  $\tilde{a}_i$  sont déterminés à l'aide de la relation suivante :

$$\tilde{a}_i = \frac{1}{(\xi_{max} - \epsilon_1 \xi_{max})(\alpha_{0max} - \epsilon_2 \pi)} \int_{\epsilon_1 \xi_{max}}^{\xi_{max}} \int_{\epsilon_2 \pi}^{\alpha_{0max}} a_i(\xi, \alpha_0) d\alpha_0 d\xi \quad (\text{D.4})$$

Où  $\epsilon_1 \xi_{max}$  et  $\epsilon_2 \pi$  sont respectivement les valeurs initiales des longueurs d'endommagements longitudinal et circonférentiel. Les valeurs moyennes sont calculées séparément pour chacun des paramètres, puis les coefficients moyennés sont obtenus en multipliant les contributions moyennées de chacun des paramètres.

### D.1.1 Contributions des valeurs moyennes suivant $\alpha_0$

Pour les coefficients  $\tilde{a}_2$  et  $\tilde{a}_3$ , les valeurs sont identiques, et la contribution  $I_{a_2, a_3}$  s'écrit :

$$I_{a_2, a_3} = \frac{1}{(\alpha_{0max} - \epsilon_2\pi)} \int_{\epsilon_2\pi}^{\alpha_{0max}} \left(1 - \frac{\alpha_0}{\pi}\right) d\alpha_0 \quad (D.5)$$

En effectuant le changement de variable  $\alpha_0 = \alpha_{0max}\tilde{\alpha}_0$ , l'équation (D.5) devient après intégration :

$$I_{a_2, a_3} = \frac{\alpha_{0max}}{(\alpha_{0max} - \epsilon_2\pi)} \left[ \tilde{\alpha}_0 - \frac{\alpha_{0max}}{2\pi} \tilde{\alpha}_0^2 \right]_{\frac{\epsilon_2\pi}{\alpha_{0max}}}^1 \quad (D.6)$$

Tout calcul fait, l'expression de la contribution moyennée suivant  $\alpha_0$  pour les coefficients  $\tilde{a}_2$  et  $\tilde{a}_3$  est la suivante :

$$I_{a_2, a_3} = \frac{\alpha_{0max}}{(\alpha_{0max} - \epsilon_2\pi)} \left[ 1 - \frac{\alpha_{0max}}{2\pi} - \frac{\epsilon_2\pi}{\alpha_{0max}} + \frac{\pi}{\alpha_{0max}} \frac{\epsilon_2^2}{2} \right] \quad (D.7)$$

En ce qui concerne le coefficient  $\tilde{a}_1$ , la contribution moyennée suivant  $\alpha_0$  est déterminée avec l'équation suivante :

$$I_{a_1} = \frac{1}{(\alpha_{0max} - \epsilon_2\pi)} \int_{\epsilon_2\pi}^{\alpha_{0max}} \left( \frac{1}{1 - \frac{\alpha_0}{\pi}} \right) d\alpha_0 \quad (D.8)$$

En effectuant le changement de variable  $\tilde{\alpha}_0 = \alpha_{0max}/\alpha_0$ , l'équation (D.8) devient après intégration :

$$I_{a_1} = \frac{\alpha_{0max}}{(\alpha_{0max} - \epsilon_2\pi)} \frac{-\pi}{\alpha_{0max}} \left[ \ln \left( 1 - \frac{\alpha_{0max}}{\pi} \right) - \ln(1 - \epsilon_2) \right] \quad (D.9)$$

### D.1.2 Contributions des valeurs moyennes suivant $\xi$

Pour les coefficients  $\tilde{a}_1$  et  $\tilde{a}_3$ , les valeurs sont identiques, et la contribution moyennée suivant  $\xi$ ,  $II_{a_1, a_3}$  est la suivante :

$$II_{a_1, a_3} = \frac{1}{\xi_{max}(1 - \epsilon_1)} \int_{\epsilon_1\xi}^{\xi_{max}} \xi d\xi \quad (D.10)$$

Après intégration, on a :

$$II_{a_1, a_3} = \frac{\xi_{max}}{(1 - \epsilon_1)} \frac{(1 - \epsilon_1^2)}{2} = \frac{\xi_{max} (1 - \epsilon_1^2)}{2} \quad (D.11)$$

De même pour le coefficient  $\tilde{a}_2$ , la contribution moyennée suivant  $\xi$  est :

$$II_{a_2} = \frac{1}{\xi_{max}(1 - \epsilon_1)} \int_{\epsilon_1 \xi}^{\xi_{max}} \frac{1}{\xi} d\xi \quad (D.12)$$

En effectuant le changement de variable  $\tilde{\xi} = \xi_{0max}/\xi$ , l'expression (D.12) s'écrit après intégration :

$$II_{a_2} = \frac{1}{\xi_{max}(1 - \epsilon_1)} \int_{\epsilon_1}^1 \frac{1}{\tilde{\xi}} d\tilde{\xi} = \frac{1}{\xi_{max}(1 - \epsilon_1)} (-\ln \epsilon_1) \quad (D.13)$$

### D.1.3 Expression des coefficients $\tilde{a}_1, \tilde{a}_2$ et $\tilde{a}_3$

Les coefficients  $\tilde{a}_1, \tilde{a}_2$  et  $\tilde{a}_3$  s'obtiennent alors en multipliant les contributions moyennées suivant chacun des paramètres d'endommagement, ce qui donne :

$$\tilde{a}_1 = \frac{3\bar{q}}{16} I_{a_1} II_{a_1} = \frac{3\bar{q} \xi_{max} (1 + \epsilon_1)}{16} \frac{\alpha_{0max}}{(\alpha_{0max} - \epsilon_2 \pi)} \frac{-\pi}{\alpha_{0max}} \left[ \ln \left( 1 - \frac{\alpha_{0max}}{\pi} \right) - \ln(1 - \epsilon_2) \right] \quad (D.14)$$

$$\tilde{a}_2 = \frac{5\bar{N}'\pi}{16} I_{a_2} II_{a_2} = \frac{5\bar{N}'\pi}{16} \frac{-\ln(\epsilon_1)}{\xi_{max}(1 - \epsilon_1)} \frac{\alpha_{0max}}{(\alpha_{0max} - \epsilon_2 \pi)} \left[ 1 - \frac{\alpha_{0max}}{2\pi} - \frac{\epsilon_2 \pi}{\alpha_{0max}} + \frac{\epsilon_2^2 \pi}{2\alpha_{0max}} \right] \quad (D.15)$$

$$\begin{aligned} \tilde{a}_3 &= \frac{63\pi(\bar{m}' + \bar{m}'_a G'_{ma})}{512} I_{a_3} II_{a_3} \\ \tilde{a}_3 &= \frac{63\pi(\bar{m}' + \bar{m}'_a G'_{ma})}{512} \frac{\xi_{max}(1 + \epsilon_1)}{2} \frac{\alpha_{0max}}{(\alpha_{0max} - \epsilon_2 \pi)} \left[ 1 - \frac{\alpha_{0max}}{2\pi} - \frac{\epsilon_2 \pi}{\alpha_{0max}} + \frac{\epsilon_2^2 \pi}{2\alpha_{0max}} \right] \end{aligned} \quad (D.16)$$

### D.1.4 Influence du moyennage des coefficient $a_i$ sur la réponse de la coque

En posant  $\epsilon_2 = 1 - \epsilon_1$ , les évolutions du rapport de l'enfoncement maximal moyenné sur l'enfoncement maximal non moyenné en fonction de  $\epsilon_1$  sont tracées sur la figure D.1 pour trois cas de chargement extraits du tableau 3.1, en considérant le cylindre "sec" uniquement chargé par le champ de vitesse impulsionnelle. En tenant compte du fait que la zone déformée augmente, les enfoncements maximaux sont diminués d'autant plus que  $\epsilon_1$  est petit. Lorsque  $\epsilon_1$  est égal à 1, le calcul de l'enfoncement moyenné ne peut être effectué car le terme  $\tilde{a}_2$  est infini. Physiquement, lorsque  $\epsilon_1 \rightarrow 1$ , l'enfoncement moyenné devrait tendre vers l'enfoncement non moyenné, mais ce n'est pas ce qui est observé sur la figure D.1. En effet, à partir de  $\epsilon_1 \approx 0.5$ , l'enfoncement moyenné diminue.

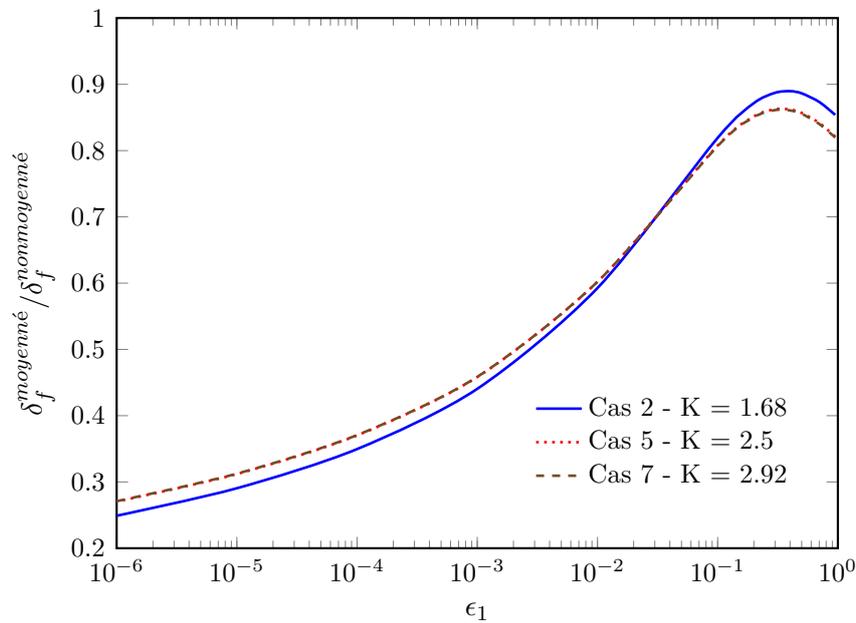


FIGURE D.1 – Evolutions du rapport de l'enfoncement maximal moyenné sur l'enfoncement maximal non moyenné en fonction de  $\epsilon_1$  pour différents cas de chargement.

## D.2 Détermination de la masse d'eau moyenne $\tilde{M}_a$

Déterminer une expression du coefficient moyenné  $\tilde{C}$  à partir de l'équation (3.33) utilisée pour calculer la masse d'eau ajoutée surfacique au *standoff point* est impossible. En effet, l'expression (3.33) est évaluée numériquement pour un couple  $(\xi, \alpha_0)$ , et les figures 3.15 et 3.16 montrent que la variation de la masse d'eau ajoutée en fonction d'un des paramètres d'endommagement dépend de la valeur de l'autre paramètre d'endommagement. C'est pourquoi, le coefficient moyenné  $\tilde{C}$  est calculé à partir de la moyenne de l'équation (3.36) de la masse d'eau ajoutée surfacique d'une plaque circulaire de rayon  $a_{eq}$  telle que la surface de la plaque soit égale à la surface déformée du cylindre  $S_d = \pi\xi R_c(\pi - \alpha_0)$ . L'équation pour déterminer ce rayon est :

$$a_{eq} = \sqrt{\frac{S_d}{\pi}} = \sqrt{R_c \xi (\pi - \alpha_0)} \quad (D.17)$$

En utilisant cette expression du rayon  $a_{eq}$  dans l'équation (3.36) de la masse d'eau ajoutée au centre de la plaque, ce qui correspond au *standoff point* pour le cylindre, la masse d'eau ajoutée moyennée pour la plaque  $\tilde{m}_a^{plaque}$  se calcule avec la formule suivante :

$$\tilde{m}_a^{plaque} = \frac{2\rho}{3} \sqrt{R_c} \left( \frac{1}{\alpha_{0max} - \epsilon_2\pi} \int_{\epsilon_2\pi}^{\alpha_{0max}} \sqrt{\pi - \alpha_0} d\alpha_0 \right) \left( \frac{1}{\xi_{max} - \epsilon_1\xi_{max}} \int_{\epsilon_1\xi_{max}}^{\xi_{max}} \sqrt{\xi} d\xi \right) \quad (D.18)$$

La première intégrale correspond à la contribution moyennée suivant  $\alpha_0$ , et vaut :

$$(I) = \frac{1}{\alpha_{0max} - \epsilon_2\pi} \int_{\epsilon_2\pi}^{\alpha_{0max}} \sqrt{\pi - \alpha_0} d\alpha_0$$

L'intégration de cette expression est directe et donne :

$$(I) = \frac{1}{\alpha_{0max} - \epsilon_2\pi} \frac{2}{3} \left[ (\pi - \epsilon_2\pi)^{3/2} - (\pi - \alpha_{0max})^{3/2} \right] \quad (D.19)$$

La deuxième intégrale correspond quant à elle à la contribution moyennée suivant  $\xi$ , et s'évalue de la manière suivante :

$$(II) = \frac{1}{\xi_{max} - \epsilon_1\xi_{max}} \int_{\epsilon_1\xi_{max}}^{\xi_{max}} \sqrt{\xi} d\xi$$

En effectuant le changement de variable  $\tilde{\xi} = \xi/\xi_{max}$ , cette expression devient :

$$(II) = \frac{\sqrt{\xi_{max}}}{1 - \epsilon_1} \int_{\epsilon_1}^1 \sqrt{\tilde{\xi}} d\tilde{\xi}$$

L'intégration de cette expression est directe et donne :

$$(II) = \frac{\sqrt{\xi_{max}}}{1 - \epsilon_1} \frac{2}{3} [1 - \epsilon_1^{3/2}] \quad (D.20)$$

En injectant les contribution moyennées dans l'équation D.18, l'expression de la masse d'eau moyennée de la plaque devient :

$$\tilde{m}_a^{plaque} = \frac{2\rho}{3} \sqrt{R_c} \frac{1}{\alpha_{0max} - \epsilon_2\pi} \frac{2}{3} [(\pi - \epsilon_2\pi)^{3/2} - (\pi - \alpha_{0max})^{3/2}] \frac{\sqrt{\xi_{max}}}{1 - \epsilon_1} \frac{2}{3} [1 - \epsilon_1^{3/2}] \quad (D.21)$$

Le coefficient moyenné  $\tilde{C}$  se calcule alors en divisant l'expression D.21 par l'expression (3.36) évaluée avec  $a_{eq}$ , ce qui donne :

$$\tilde{C} = \frac{\tilde{m}_a^{plaque}}{m_a^{plaque}} = \frac{\sqrt{R_c} (I) (II)}{\sqrt{S_d/\pi}} \quad (D.22)$$

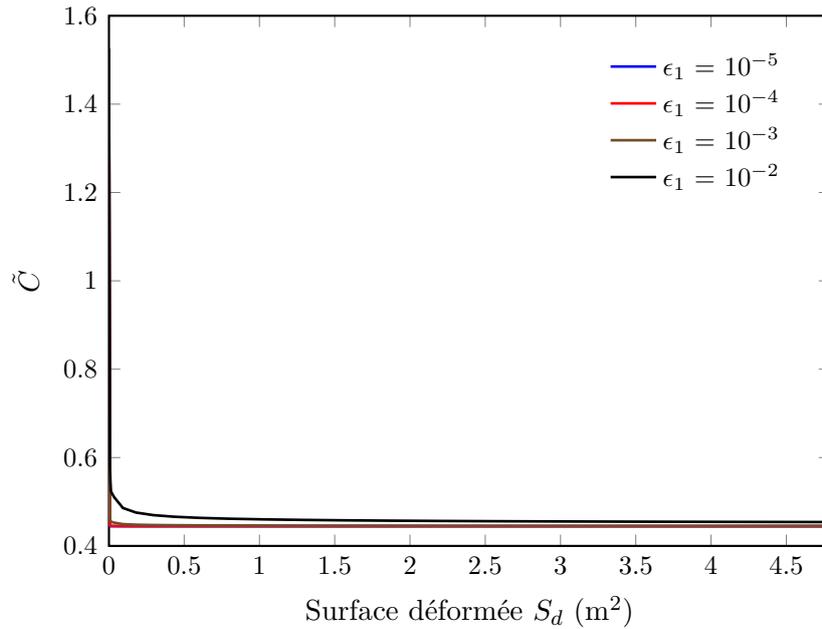


FIGURE D.2 – Evolution du coefficient  $\tilde{C}$  en fonction de la surface déformée pour différentes valeurs de  $\epsilon_1$

En posant  $\epsilon_2 = 1 - \epsilon_1$ , les tracés de l'évolution du coefficient  $\tilde{C}$  en fonction de la surface déformée  $S_d$  sont présentés en figure [D.2](#) pour différentes valeurs de  $\epsilon_1$ . Après une valeur pic pour les très petites aires de zone déformée ( $S_d < 10^{-3} \text{ m}^2$ ), la valeur du coefficient décroît subitement, d'autant plus que la valeur de  $\epsilon_1$  est faible. Pour les trois plus petites valeurs de  $\epsilon_1$ , le coefficient  $\tilde{C}$  tend vers la même valeur 0.445, et il tend vers 0.454 pour  $\epsilon_1 = 10^{-2}$ .



# Annexe E

## Prise en compte des effets de la pression hydrostatique

### E.1 Détails des calculs pour estimer l'influence des effets de fond

Dans cette section, les développements mathématiques nécessaires à l'établissement des équations (5.18) et (5.20) sont présentés. Ces calculs ne présentent pas de difficultés majeures.

#### E.1.1 Détermination de l'équation (5.18)

En incluant le point de changement de signe  $\tilde{\theta}_1$ , l'intégrale du premier terme de l'équation (5.16) peut être évaluée, ce qui donne :

$$N_{im} = 2\pi R_c N_{pl} \left[ \int_0^{\tilde{\theta}_1} 1 d\tilde{\theta} + \int_{\tilde{\theta}_1}^a -1 d\tilde{\theta} + \int_a^1 -1 d\tilde{\theta} \right] \quad (\text{E.1})$$

Après intégrations, il vient :

$$N_{im} = 2\pi R_c N_{pl} \left[ 2\tilde{\theta}_1 - a + (-1 + a) \right] \quad (\text{E.2})$$

Les  $a$  s'annulent dans cette équation et en réarrangeant les termes, il vient :

$$N_{im} = -2\pi R_c N_{pl} \left( 1 - 2\tilde{\theta}_1 \right) \quad (\text{E.3})$$

En posant  $N_p = 2\pi R_c N_{pl}$ , on retrouve bien l'équation (5.18).

### E.1.2 Détermination de l'équation (5.20)

Une fois le point de changement de signe connu à l'aide de l'équation (5.18), la valeur absolue dans l'équation (5.14) peut être évaluée, ce qui donne :

$$\dot{W}_m = 4\pi R_c N_{pl} \left[ \int_0^{\tilde{\theta}_1} \left( \frac{128}{105} \frac{\delta\dot{\delta}}{\xi} \left(1 - \frac{\tilde{\theta}}{a}\right)^2 + \dot{u}_0 \right) d\tilde{\theta} - \int_{\tilde{\theta}_1}^a \left( \frac{128}{105} \frac{\delta\dot{\delta}}{\xi} \left(1 - \frac{\tilde{\theta}}{a}\right)^2 + \dot{u}_0 \right) d\tilde{\theta} - \int_a^1 \dot{u}_0 d\tilde{\theta} \right] \quad (\text{E.4})$$

En séparant les termes correspondant à l'enfoncement radial et les termes correspondant à la compression axiale dans les intégrales, pour ensuite les regrouper, on obtient :

$$\dot{W}_m = 4\pi R_c N_{pl} \left[ \frac{128}{105} \frac{\delta\dot{\delta}}{\xi} \left( \int_0^{\tilde{\theta}_1} \left(1 - \frac{\tilde{\theta}}{a}\right)^2 d\tilde{\theta} - \int_{\tilde{\theta}_1}^a \left(1 - \frac{\tilde{\theta}}{a}\right)^2 d\tilde{\theta} \right) + \int_0^{\tilde{\theta}_1} \dot{u}_0 d\tilde{\theta} - \int_{\tilde{\theta}_1}^a \dot{u}_0 d\tilde{\theta} - \int_a^1 \dot{u}_0 d\tilde{\theta} \right] \quad (\text{E.5})$$

Les trois dernières intégrales de l'équation précédente sont ensuite évaluées et on obtient :

$$\dot{W}_m = 4\pi R_c N_{pl} \left[ \frac{128}{105} \frac{\delta\dot{\delta}}{\xi} \left( \int_0^{\tilde{\theta}_1} \left(1 - \frac{\tilde{\theta}}{a}\right)^2 d\tilde{\theta} - \int_{\tilde{\theta}_1}^a \left(1 - \frac{\tilde{\theta}}{a}\right)^2 d\tilde{\theta} \right) - \dot{u}_0 (1 - 2\tilde{\theta}_1) \right] \quad (\text{E.6})$$

Il reste donc à calculer les deux premières intégrales de l'équation (E.6). Pour cela, il faut déterminer une primitive  $\tilde{G}$  de la fonction  $\tilde{g}$  :

$$\tilde{G}(\tilde{\theta}) = \frac{-a}{3} \left(1 - \frac{\tilde{\theta}}{a}\right)^3 \quad (\text{E.7})$$

En utilisant cette expression pour effectuer les intégrations de l'équation (E.6), il vient :

$$\dot{W}_m = 4\pi R_c N_{pl} \left[ \frac{128}{105} \frac{\delta\dot{\delta}}{\xi} \left( \frac{-a}{3} \left(1 - \frac{\tilde{\theta}_1}{a}\right)^3 + \frac{a}{3} - \frac{a}{3} \left(1 - \frac{\tilde{\theta}_1}{a}\right)^3 \right) - \dot{u}_0 (1 - 2\tilde{\theta}_1) \right] \quad (\text{E.8})$$

Tout calcul fait, cette équation se réécrit sous la forme suivante :

$$\dot{W}_m = 4\pi R_c N_{pl} \frac{128}{105} \frac{\delta \dot{\delta}}{\xi} \left( \frac{a}{3} - \frac{2a}{3} \left( 1 - \frac{\tilde{\theta}_1}{a} \right)^3 \right) - 4\pi R_c N_{pl} \dot{u}_0 (1 - 2\tilde{\theta}_1) \quad (\text{E.9})$$

A partir de l'équation (5.18), l'expression de  $\tilde{\theta}_1$  suivante est obtenue :

$$\tilde{\theta}_1 = \frac{1}{2} \left( 1 + \frac{N_{im}}{N_p} \right) \quad (\text{E.10})$$

En injectant cette expression dans l'équation (E.9), et en simplifiant les termes, le taux d'énergie de déformation plastique en membrane s'écrit :

$$\dot{W}_m = \frac{4\pi R_c N_{pl}}{3} \frac{128}{105} \frac{\delta \dot{\delta}}{\xi} a \left[ 1 - \frac{1}{4a^3} \left( 2a - 1 - \frac{N_{im}}{N_p} \right)^3 \right] + 2N_{im} \dot{u}_0 \quad (\text{E.11})$$

## E.2 Conversion de l'énergie élastique stockée

Dans cette section, on présente les étapes de calcul pour obtenir l'équation (5.27). La quantité d'énergie élastique  $W_E$  stockée par la coque est déterminée avec l'équation (5.4). Connaissant cette énergie, il s'agit maintenant de la convertir en une énergie de déformation plastique initiale, associée à la flèche initiale  $\delta_i$ . Pour rappel, le taux d'énergie de déformation plastique s'écrit :

$$\dot{W}_{int} = 2 \int_0^\xi 2R_c \int_0^{\alpha(x)} (|M_{pl} \dot{\kappa}_{\theta\theta}| + |N_{pl} w' \dot{w}'|) d\theta dx \quad (\text{E.12})$$

En utilisant le champ de déplacements défini par l'équation (3.29), l'équation (E.12) devient :

$$\dot{W}_{int} = \frac{4\dot{\delta}(t)}{R_c} \int_0^\xi \int_0^{\alpha(x)} M_{pl} |f(x) g''(\theta)| d\theta dx + 4R_c \delta(t) \dot{\delta}(t) \int_0^\xi \int_0^{\alpha(x)} |N_{pl} f'(x)^2 g^2(\theta)| d\theta dx \quad (\text{E.13})$$

Dans cette équation, les intégrales ne dépendent plus du temps. On peut donc intégrer temporellement cette expression, afin de déterminer l'énergie de déformation plastique  $W_{int}$

à un instant  $t$ , ce qui donne :

$$W_{int} = \int_0^t \dot{W}_{int} dt = \frac{4\delta(t)}{R_c} \int_0^\xi \int_0^{\alpha(x)} M_{pl} |f(x)g''(\theta)| d\theta dx + 4R_c \delta^2(t) \int_0^\xi \int_0^{\alpha(x)} |N_{pl} f'(x)^2 g^2(\theta)| d\theta dx \quad (\text{E.14})$$

Au temps  $t_i$  correspondant à l'instant initial de la réponse à l'onde de choc primaire, en égalant l'énergie plastique de déformation  $W_{int}$  et l'énergie élastique stockée  $W_E$ , la relation suivante est obtenue pour déterminer le déplacement initial  $\delta_i$  :

$$W_E = \frac{4\delta_i}{R_c} \int_0^\xi \int_0^{\alpha(x)} M_{pl} |f(x)g''(\theta)| d\theta dx + 4R_c \delta_i^2 \int_0^\xi \int_0^{\alpha(x)} |N_{pl} f'(x)^2 g^2(\theta)| d\theta dx \quad (\text{E.15})$$

Il s'agit maintenant d'évaluer les intégrales présentes dans le terme de droite de l'équation (E.15), dont le résultat dépend des hypothèses de modélisation faites.

### E.2.1 Cas où les effets de fond sont considérés

Lorsque les effets de fond sont considérés, comme expliqué dans la sous-section 5.2.2, on suppose que la zone déformée est rectangulaire et qu'elle s'étend sur toute la circonférence du cylindre, i.e.  $\alpha_0 = 0$ . De plus, la masse d'eau ajoutée n'est pas considérée. Dans ce cas, l'équation (E.15) devient :

$$W_E = \frac{4\delta_i}{R_c} \int_0^\xi M_{pl} f(x) \int_0^\pi |g''(\theta)| d\theta dx + 4R_c \delta_i^2 \int_0^\xi N_{pl} f'(x)^2 \int_0^\pi |g^2(\theta)| d\theta dx \quad (\text{E.16})$$

L'évaluation des intégrales suivant la circonférence du terme de droite de l'équation (E.16) est détaillée en Annexe B et dans le 5. En injectant les expressions obtenues et en considérant la correction produite par les effets de fond, modélisée par le coefficient de réduction  $C_{im}$  explicité dans l'équation (5.20), on obtient :

$$W_E = \delta_i \frac{4M_{pl}G_q}{\pi R_c} \int_0^\xi f(x) dx + \delta_i^2 4\pi R_c N_{pl} \frac{2a}{3} C_{im} \int_0^\xi f'(x)^2 dx \quad (\text{E.17})$$

Si les effets de fond ne sont pas considérés, alors il suffit de fixer la valeur de  $C_{im}$  à 1. L'expression de  $f'(x)^2$  est donnée en Annexe C ; en effectuant les intégrations suivant  $x$ ,

l'équation (E.17) devient :

$$W_E = \delta_i \frac{4M_{pl}G_q}{\pi R_c} \frac{8\xi}{15} + \delta_i^2 4\pi R_c N_{pl} \frac{2a}{3} C_{im} \frac{128}{105\xi} \quad (\text{E.18})$$

Finalement, en posant  $\bar{q}_{EF} = \frac{2M_{pl}G_q}{\pi R_c}$  et  $\bar{N} = 2\pi R_c N_{pl} \frac{2a}{3}$ , l'équation du second degré suivante est obtenue pour déterminer le déplacement initial  $\delta_i$  :

$$\frac{256\bar{N}C_{im}}{105\xi} \delta_i^2 + \frac{16\bar{q}_{EF}\xi}{15} \delta_i - W_E = 0 \quad (\text{E.19})$$

## E.2.2 Cas où les effets de fond sont négligés

Les hypothèses faites pour développer le modèle de la sous-section 5.2.3 sont différentes : la zone déformée est elliptique,  $\alpha_0$  est variable et la masse d'eau ajoutée est prise en compte. Compte tenu de ces hypothèses, l'évaluation des intégrales de l'équation (E.15) est modifiée. Elle suit le déroulé des intégrations exposées dans les Annexes B et C, utilisé pour déterminer l'énergie de déformation plastique dans la sous-section 4.3.2. Tout calculs faits, l'équation du second degré suivante est obtenue pour déterminer l'enfoncement initial  $\delta_i$  :

$$2a_2\delta_i^2 + 2a_1\delta_i - W_E = 0 \quad (\text{E.20})$$

Où les coefficients  $a_1$  et  $a_2$  sont donnés respectivement par les équations (C.1) et (C.2). De plus, cette équation peut être modifiée pour prendre en compte l'évolution temporelle de la zone déformée en remplaçant les coefficients  $a_1$  et  $a_2$  par leurs valeurs moyennées  $\tilde{a}_1$  et  $\tilde{a}_2$ . Les expressions de ces coefficients moyennés sont données respectivement par les équations (4.36) et (4.37).



**Titre :** Modélisation analytique de la réponse d'un cylindre immergé à une explosion sous-marine

**Mots clés :** Explosion sous-marine, interaction fluide-structure, coque cylindrique, analyse limite, plasticité dynamique, formulation analytique

**Résumé :** La conception d'une coque de sous-marin est cruciale pour son opérabilité et la sécurité de l'équipage, mais également complexe. En effet, les ingénieurs doivent prendre en compte à la fois la légèreté, la discrétion acoustique et la résistance de la coque à la pression d'immersion et aux attaques extérieures. Les explosions sous-marines représentent une menace de premier ordre pour l'intégrité de la coque, dont le comportement doit être correctement analysé. Les travaux présentés dans cette thèse portent sur le développement d'une méthode simplifiée, basée sur des formulations analytiques, pour étudier la réponse mécanique d'un cylindre profondément immergé à une explosion sous-marine. Le but de cette méthode est de fournir aux ingénieurs une estimation rapide des dommages subis par la coque cylindrique, leur permettant de simuler un grand nombre de scénarios d'explosion.

Dans ce travail de thèse, le modèle de la corde plastique sur fondation plastique est repris et adapté à l'étude d'un cylindre immergé soumis à un chargement explosif, pour lequel les effets de pression d'immersion et d'interaction fluide-structure sont à prendre en compte. Une modélisation simplifiée de l'interaction fluide-structure est couplée avec le modèle de corde plastique sur fondation plastique, en considérant d'une part les effets de la pression d'immersion et d'autre part le raidissage circonferentiel du cylindre. Des expressions analytiques sont développées pour calculer l'enfoncement de la coque ainsi que son énergie de déformation plastique. Les résultats obtenus sont comparés à des résultats d'essais et de simulations numériques, ce qui permet de valider progressivement la méthode simplifiée, mais aussi de mettre en évidence ses limitations.

**Title :** Analytical modelling of an immersed cylinder's response to an underwater explosion

**Keywords :** Underwater Explosion, Fluid-Structure Interaction, Cylindrical Shell, limit analysis, dynamic plasticity, analytical formulation

**Abstract :** The design of a hull of submarine is crucial for its operability and the safety of the crew, but also complex. Indeed, the engineers have to take into account at the same time lightness, acoustic discretion and resistance of the hull to immersion pressure and to environmental attacks. Underwater explosions represent a first-rate threat to the integrity of the hull, whose behavior needs to be properly analyzed. The works presented in this thesis concern the development of a simplified method, based on analytical formulations, to study the mechanical behavior of a cylinder deeply immersed subjected to an underwater explosion. The purpose of this method is to give engineers a fast estimation of the damage undergone by the cylindrical shell, allowing them to compute a large number of scenarios of explosion.

In the scope of this thesis, the model of the plastic string on plastic foundation is picked up and adapted to the study of an immersed cylinder subjected to an explosive load, for which the effects of immersion pressure and fluid-structure interaction are to be taken into account. This simplified model of the fluid-structure interaction is coupled with the model of a plastic string resting on plastic foundation, by considering on one hand the effects of the immersion pressure and on the other hand the circumferential stiffening of the cylinder. Analytical expressions are derived in order to calculate the final deflection of the shell as well as its energy of plastic deformation. The obtained results are compared with results obtained with numerical simulations, which allows to validate gradually the simplified method, but also to highlight its limitations.