



**HAL**  
open science

# Consommation d'énergie et croissance économique au Sénégal : étude de causalité et de cointégration

Oumar Hamady Ndiaye

► **To cite this version:**

Oumar Hamady Ndiaye. Consommation d'énergie et croissance économique au Sénégal : étude de causalité et de cointégration. Economies et finances. Université de Nîmes; Université Cheikh Anta Diop (Dakar), 2018. Français. NNT : 2018NIME0001 . tel-02117250

**HAL Id: tel-02117250**

**<https://theses.hal.science/tel-02117250>**

Submitted on 2 May 2019

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



**UNIVERSITE de NIMES**

**CHROME ED583**

**UNIVERSITE de DAKAR**

**LAPD-UCAD EDJPEG**

Économie - Section CNU 05

**THESE pour obtenir le grade de Docteur**

Soutenue publiquement par

**Oumar Hamady NDIAYE**

le 18 12 2018

**Consommation dénergie et croissance  
économique au Sénégal : Étude de causalité et  
de cointégration**

Stéphane MUSSARD Professeur Université de Nîmes Co-directeur

Ahmadou Aly MBAYE Professeur Université Cheikh Anta Diop de Dakar Co-directeur

Françoise SEYTE Maître de conférences HDR Université de Montpellier Rapporteur

Zied FTITI Professeur EDC Paris Business School Rapporteur

Véronique THIREAU Maître de conférences HDR Université de Nîmes Examineur

François MIRABEL Professeur Université de Montpellier Président du jury

Ndéné KA Maître de conférences Université Alioune Diop de Bambey Examineur

# Remerciements

J'aimerais tout d'abord adresser mes remerciements les plus sincères à Stéphane MUSSARD pour sa précieuse collaboration dans ce travail de recherche. Plus qu'un directeur de thèse, il a été pour moi un guide éclairé. J'ai été fortement marqué par la pertinence de ses conseils et son professionnalisme. Son attachement à la rigueur et à la clarté dans la présentation des travaux ont été, pour moi, d'une grande utilité tout au long de ces années de recherche. Mes remerciements vont également à l'endroit d'Ahmadou Aly MBAYE pour son encadrement, ses conseils et sa disponibilité. Il m'a beaucoup facilité la tâche en m'indiquant la direction à suivre et les personnes à rencontrer en vue de travailler dans de bonnes conditions.

J'associe à ces remerciements les membres des laboratoires de Dakar, de Nîmes, de Montpellier et du Mans et aux membres des écoles doctorales des universités de Nîmes et de Dakar. Je formule les mêmes remerciements à l'endroit de Véronique Thireau et François Mirabel pour leur disponibilité et leur soutien.

Ce fut un grand honneur pour moi d'avoir été un étudiant de Françoise SEYTE, de Michel TERRAZA, Jules SADEFO et d'autres enseignants qui m'ont tous marqués par leur rigueur et leur dévouement.

Je profite de cette opportunité pour exprimer ma gratitude à l'endroit de l'ensemble des enseignants des universités de Dakar, de Montpellier et de Nîmes.

Je remercie mes amis Bocar BA, Moctar NDIAYE, Mamadou DIOP, Hussien Mahamat, Diallo, Nour, Ayad, Boumidiène, Mamadou Gueye, Walid Balame, Alexis Vessat, Wiliam pour ne citer que ceux-là.

Mes remerciements et ma gratitude vont également à l'endroit de ma Mère Adame DIALLO, mes frères Mamadou, Malick, Thialam, Mody, Idy, Doudou Dia et Abdou Salam, mes soeurs Maïram, Khardiata, Oumahany, Khady et Sala, mes cousins et cousines, mes oncles El Hadji Diallo, Bocar Tamar Diallo, Bocar Diallo Passy, Amady Maïmouna Diallo, Sadio Diop, Vieux Moussa Diallo et toute ma famille pour leur soutien et encouragement indéfectibles durant toutes ces années de recherche.

Je réserverai ma gratitude et mes profonds remerciements à mon épouse Khadiyatou WADE pour son amour, sa patience et son soutien.

J'associe à ces remerciements le gouvernement du Sénégal qui m'a alloué une bourse d'études universitaires.

Je dédie cette thèse à mon père décédé, qui était pour moi un papa, un ami et un idole. Sans son implication personnelle, je ne saurais accéder à ce niveau.

# Sommaire

**Remerciements**

**Notations**

**Chapitre Introductif**

**Chapitre I : Profil énergétique des pays africains : le cas du Sénégal**

**Chapitre II : Vector Autoregressive Models : A Gini Approach**

**Chapitre III : Comparaison des méthodes MCO-VAR vs. Gini-VAR avec simulations de Monte Carlo**

**Chapitre IV : A Note on Gini Regression and Heteroskedasticity**

**Chapitre V : Étude de causalité entre consommation d'énergie totale des secteurs et PIB au Sénégal**

**Conclusion Générale**

**Annexe**

**Bibliographie**

## Notations

AEME : Agence pour l'Économie et la Maîtrise de l'Énergie

AFD : Agence Française de Développement

AIC : Akaike Information Criterion

AIE : Agence Internationale de l'Énergie

AMADER : Agence Malienne pour le Développement de l'Énergie Domestique et de l'Électrification Rurale

ANPER : Agence Nigérienne de Promotion de l'Électrification en milieu Rural

ASER : Agence Sénégalaise de l'Électrification Rurale

ARCH : AutoRegressive Conditional Heteroscedastixity

BAD : Banque Africaine de Développement

CE : Consommation d'Énergie

CEDEAO : Communauté Économique des États de l'Afrique de l'Ouest

ECM : Modèle à Correction d'Erreur

FMI : Fonds Monétaire International

GMD : Gini Mean's Difference

GLS : Moindres Carrés Généralisés

GIEC : Groupe d'experts Intergouvernemental sur l'Évolution du Climat

INSEE : Institut National de la Statistique et des Études Économiques

IV : Instrumental Variables

kep : kilos d'équivalent pétrole

KWh : Kilo Watt heure

MCO : Moindres Carrées Ordinaires

MCE : Modèle à Correction d'Erreur

MSE : Erreurs quadratiques moyennes

NP : Nouvelles Politiques

OCDE : Organisation de coopération et de développement économiques

OLS : Ordinary Least Squares

OMD : Objectifs du Millénaire pour le Développement

PA : Politiques Actuelles

PASER : Programme d'Actions Sénégalais d'Électrification Rurale

PIB : Produit Intérieur Brut

PNB : Produit National Brut

PNUD : Programme des Nations Unies pour le Développement

PPA : La parité de pouvoir d'achat

PERG : Programme d'Électrification Rurale Globale

SIE : Système d'Information Énergétique du Sénégal

SMC : Simulations de Monte Carlo

tep : tonne équivalent pétrole

UEMOA : Union Économique et Monétaire Ouest Africaine

VA : Volt-Ampère

VAR : Vecteur AutoRegressive

VECM : Modèle à Correction d'Erreur Vectorielle

VMA : Vector Moving Average

WDE : World Data Energy

WEO : World Energy Outlook

WB : World Bank

WDI : World Development Indicators



## Abstract

Abstract The objective of this thesis is to examine the causal relationship and cointegration between energy consumption and economic growth (GDP) in Senegal using the VAR models, using some recent econometric techniques namely Time series Analysis. This approach requires the use of causality and cointegration theory, including Granger and Sims, with the aim of suggesting solutions on how the energy issue could be addressed in the future in Senegal. To corroborate or refute the classical results, we found it necessary to use a second method, called Gini regression. Energy can be seen as a major factor in stimulating the economic and social development of a country. However, knowledge of the causal link between energy consumption and economic growth is necessary for the implementation of the appropriate policies. In this regard, we believe that in order to speed up the economic and social development of Senegal or the countries of the ECOWAS area, new energy policies and economic growth must be put in place. On the other hand, it becomes legitimate to question the way in which energy is produced, consumed, and to measure its impact on growth. The divergence of empirical results, as well as the major role that energy consumption has played in economic development and social issues in some countries have raised questions. In this thesis, we use the Granger causality test, with a new method, that of the Gini regression to highlight the causal link growth/energy. In addition, we propose the VAR-Gini method as well as the Gini regression method for non-spherical errors in order to fill the limits and shortcomings of classical methods. In particular, the OLS method gives unreliable or even skewed results in the presence of aberrant data. The results obtained at the end of this research work have allowed us to suggest solutions or recommendations on how to deal with the growth/energy issue and its impact in the future in Senegal and the ECOWAS area.

- **Keywords** : growth, energy, causality, cointegration, Gini regression, OLS, VAR, impulse response functions, U-Statistic, heteroscedasticity, White's Test.

## Résumé

L'objectif de cette thèse consiste à examiner la relation de causalité et de cointégration entre la consommation d'énergie et la croissance économique (PIB) au Sénégal à l'aide des modèles VAR, en utilisant certaines techniques récentes de l'économétrie à savoir l'analyse des séries temporelles. Cette démarche nécessite l'utilisation de la théorie de la causalité et de la cointégration, notamment de Granger et de Sims, dans le but de suggérer des solutions sur la façon dont la question énergétique pourrait être abordée à l'avenir au Sénégal. Pour corroborer ou réfuter les résultats classiques, nous avons jugé nécessaire de faire recours à une deuxième méthode, celle de la régression Gini. L'énergie peut être considérée comme un facteur majeur pour stimuler le processus de développement économique et social d'un pays. Ceci étant, la connaissance du lien de causalité entre consommation d'énergie et croissance économique s'avère nécessaire pour la mise en oeuvre des politiques adaptées. A cet égard, nous pensons que pour accélérer le développement économique et social du Sénégal ou des pays de la zone CEDEAO, de nouvelles politiques d'énergie et de croissance économique doivent être mises en place. En revanche, il devient légitime de se questionner sur la manière dont l'énergie est produite, consommée, et de mesurer son impact sur la croissance. La divergence des résultats empiriques, ainsi que le rôle majeur qu'a joué la consommation d'énergie dans le développement économique et social dans certains pays, suscitent des interrogations. Dans cette thèse, nous utilisons le test de causalité de Granger, avec une nouvelle méthode, celle de la régression Gini pour mettre en évidence le lien de causalité croissance/énergie. En outre, nous proposons la méthode VAR-Gini ainsi que la méthode de régression Gini pour erreurs non-sphériques afin de combler les limites et lacunes des méthodes classiques. En particulier, la méthode des MCO donne des résultats peu fiables, voire biaisés en présence de données aberrantes. Les résultats obtenus au terme de ce travail de recherche nous ont permis de suggérer des solutions ou des recommandations sur la façon dont on pourrait traiter la problématique croissance/énergie et son impact à l'avenir au Sénégal et dans l'espace CEDEAO.

• **Mots-Clés** : Croissance, énergie, causalité, cointégration, régression Gini, MCO, VAR, fonctions de réponses impulsionnelle, U-statistique, Hétéroscédasticité, test de White.

# Chapitre Introductif

Ces dernières décennies, de nouvelles méthodes empiriques et théoriques ont été développées par des théoriciens et des praticiens pour mesurer et analyser la relation de cause à effet entre la consommation d'énergie et la croissance économique (PIB). Cependant, la pluralité des conclusions sur cette question suscite des réflexions sur les méthodes utilisées allant jusqu'à les réfuter.

L'énergie peut être considérée comme un facteur clé pour stimuler le développement économique et social des pays. En raison de cette situation particulière, son accès aux populations (consommation et production) devient aujourd'hui un enjeu mondial. Selon le rapport de la Banque Mondiale du 28 mai (2013) portant sur le «cadre de suivi mondial en matière d'énergie durable», 1,2 milliards de personnes, soit pratiquement la population de l'Inde, n'ont pas accès à l'électricité. En plus de cela, 2,8 milliards doivent utiliser du bois ou d'autres produits de la biomasse pour subvenir aux besoins de cuisson et de chauffage. On note, par ailleurs, que 80% d'entre eux vivent en milieu rural. Selon les données publiées en 2014 par l'Agence Ecofin, dans la catégorie des populations privées d'électricité, les Africains représentent 589 millions de personnes. Dans ce contexte, la lutte contre la pauvreté, la précarité énergétique ainsi que les inégalités socio-économiques deviennent un défi à relever pour le développement humain et la protection de l'environnement. Dans le même registre, les résultats des études empiriques révèlent que l'accès à l'énergie (électricité) serait l'un des services les plus importants pour améliorer le bien-être de l'individu pauvre (AIE, 2000). C'est pourquoi, suivant le positionnement de Rosenberg (1998), l'énergie reste un facteur déterminant pour améliorer la qualité de vie des populations.

Philippe Busquin (commissaire européen) corrobore la pensée de Rosenberg pour considérer que l'énergie électrique est, au même titre que les technologies de l'information et de la communication, un bien vital pour la société d'aujourd'hui. Il est nécessaire de comprendre le rôle joué par les services énergétiques modernes pour stimuler le développement humain (PNUD, 2005). En effet, la croissance économique ne saurait être assurée sans la contribution décisive de l'énergie dans le développement économique et social. La relation existant à un moment donné, dans un pays ou dans un groupe de pays, entre la consommation d'énergie et la croissance économique, peut varier suivant la période considérée, voire même, la région. De nombreux facteurs interfèrent dans cette logique : le climat, l'organisation de l'espace, la structure de la production, la technologie

utilisée, le prix directeur de l'énergie, la réglementation en vigueur, le comportement des agents économiques, etc., confer Percebois (2000).

L'expérience des pays développés est un indicateur du rôle crucial joué par l'énergie dans le développement économique, d'abord en tant qu'intrant principal dans le développement industriel, et ensuite comme facteur clé dans l'amélioration de la qualité de vie des populations (Rosenberg, 1998). Au regard de ces considérations préliminaires, il nous paraît important de nous interroger sur les questions suivantes.

Le PIB est-il la cause de la consommation d'énergie totale des 4 secteurs au Sénégal ?

La consommation d'énergie totale des 4 secteurs est-elle la cause du PIB ?

Comment évolue la consommation d'énergie totale lorsque le niveau du PIB augmente et inversement au Sénégal ?

Quel est l'impact d'une nouvelle politique énergétique des secteurs sur la croissance économique (PIB) à court et à long terme ?

Quel est l'impact d'une politique de conservation d'énergie sur la croissance économique (PIB) à court et à long terme ?

Pour répondre à cet ensemble d'interrogations, on fait appel aux techniques de tests de causalité de Granger et de Sims en utilisant l'analyse des séries temporelles. Pour déterminer l'ordre d'intégration des séries, nous jugeons nécessaire d'utiliser le test de cointégration d'Engel et de Granger, puis celui de Johansen afin de vérifier la convergence ou non des résultats. Contrairement aux nombreux travaux antérieurs qui n'ont utilisé que les méthodes classiques pour déterminer la direction de causalité entre ces variables, nous postulons qu'il est de l'ordre du possible de rajouter une nouvelle méthode connue sous le nom de *régression Gini*. En effet, le but de cette méthode est de corroborer les résultats des méthodes classiques, de combler leurs lacunes, et enfin d'aller au delà de leurs limites. L'usage de la régression Gini dans ce travail de recherche se justifie, d'ailleurs, par la présence de données aberrantes (outliers) souvent décelées lors de la collecte de données en vue de l'estimation de modèles économétriques. En outre, la présence de ces points aberrants peut susciter des erreurs de mesure pouvant en effet engendrer des sur-estimations ou sous-estimations des paramètres d'un modèle. Par conséquent, une sous-estimation ou une sur-estimation des paramètres peut conduire à de mauvaises prévisions ou analyses des liens entre les différentes séries ou variables à étudier.

Dans cette perspective, la connaissance du sens de la direction de causalité entre la consommation d'énergie et la croissance économique est primordiale. En effet, cela pourrait faciliter la mise en oeuvre de mesures adaptées aux politiques énergétiques et de croissance économique. Il en est de même, pour des politiques de développement durable et de la stabilité des pays. Cependant, la divergence des résultats empiriques, ainsi que le rôle majeur qu'a joué la consommation d'énergie dans le développement économique et social dans certains pays

suscitent des interrogations. La pluralité des conclusions sur cette question occasionne autant de réflexions sur les méthodes utilisées. En effet, la divergence des résultats empiriques rend nécessaire non seulement davantage de recherches mais également de nouvelles méthodes économétriques pour mieux examiner la relation de causalité entre la consommation d'énergie et la croissance économique.

L'objectif de cette thèse consiste à examiner la relation de causalité et de cointégration entre la consommation d'énergie et la croissance économique (PIB) au Sénégal, d'une part, et de déterminer la direction de causalité d'autre part entre le PIB et les 4 secteurs de l'économie sénégalaise concernant la consommation d'énergie : le secteur résidentiel, le secteur commercial, le secteur des transports et le secteur industriel. Mais aussi, de voir comment le Sénégal pourrait aborder la question de la sécurité énergétique, de la croissance économique et de la protection de l'environnement en utilisant certaines techniques très récentes de l'économétrie à savoir l'analyse des séries temporelles basées sur des métriques de type  $\ell_1$  comme la régression Gini. Cette démarche nécessite alors l'utilisation de la théorie de la causalité, notamment de Granger, dans le cadre de la régression Gini dans le but de suggérer des solutions sur la façon dont la question énergétique pourrait être abordée à l'avenir au Sénégal au regard de l'évolution de la croissance économique. Ces différentes questions sont abordées actuellement par les chercheurs et les hommes politiques. En outre, pour accélérer le développement économique et social des pays tout en protégeant l'environnement, de nouvelles politiques ou stratégies doivent s'imposer. Si l'énergie est considérée comme l'une des forces motrices à court et à long terme dans le processus du développement économique et social, force est de constater que l'accès des populations à ce bien précieux constitue un élément essentiel pour lutter durablement contre la pauvreté. En revanche, il nous paraît légitime de nous interroger sur la manière dont elle est produite et consommée aujourd'hui en vue de préserver l'humanité contre ses effets pervers.

Cette thèse est organisée de la manière suivante :

- Dans le Chapitre introductif, une revue de la littérature est proposée afin d'examiner le profil énergétique de l'Afrique et du Sénégal en particulier.
- Dans le deuxième Chapitre, les modèles VAR usuels sont repris dans le cadre des régressions Gini afin de fournir des estimateurs robustes aux outliers. La construction des tests de Granger à la lumière de l'indice de Gini sera aussi proposée.
- Le Chapitre trois abordera, en utilisant des simulations de Monte Carlo, la comparaison des modèles VAR issus des moindres carrés ordinaires avec ceux issus de l'indice de Gini.
- Dans le quatrième Chapitre, nous étudierons l'impact des séries hétéroscédastiques sur les estimateurs robustes issus de la régression Gini.
- Enfin, dans le cinquième et dernier Chapitre, nous proposerons des résultats empiriques concernant la causalité entre la consommation d'énergie des quatre secteurs sénégalais et la croissance du PIB.

# Chapitre 1

## Profil énergétique des pays africains : le cas du Sénégal

Le mot «énergie» en français, vient du mot latin «energia», qui est issu du mot grec ancien «énérgéia». Ce terme en **grec** original signifie «force en action», par opposition au mot «dynamis» signifiant «force en puissance». Cette force en action, permet d'agir partout, cependant sans elle, il n'existe pas de mouvement, de lumière, ni de chaleur, et en conséquence pas de vie. Par ailleurs au sens physique, l'énergie caractérise la capacité à modifier un état, à produire un travail entraînant du mouvement, de la lumière ou de la chaleur.

En physique l'énergie est définie comme la capacité d'un système à produire du travail, qui peut déclencher un mouvement pouvant produire de la lumière, de la chaleur ou de l'électricité. Dans cette même logique, l'énergie est aussi définie comme étant une grandeur physique qui caractérise l'état d'un système et qui est globalement conservée tout au long des différents processus de transformation. L'unité de mesure de l'énergie est exprimée en Joules ( $J$ ) dans le système international.

### 1.1 Énergie et croissance : définitions

#### 1.1.1 Les types d'énergie

- **L'énergie primaire**

Par définition, l'énergie primaire est composée d'énergies dites soit épuisables (énergies fossiles comme le charbon, le pétrole, le gaz naturel, mais aussi l'uranium), soit non épuisables ou renouvelables (énergie hydraulique, éolienne, géothermique, solaire, et la biomasse qui est l'ensemble de la matière organique d'origine animale ou végétale). Cette énergie est utilisée afin de répondre aux divers besoins de l'homme en terme de consommation d'énergie.

- **L'énergie secondaire**

L'énergie secondaire n'est rien d'autre que de l'énergie primaire transformée. Cette transformation d'une énergie primaire en énergie secondaire nécessite a

priori une consommation d'énergie primaire, et cela entraîne une perte d'énergie. On peut noter comme énergie secondaire les produits pétroliers raffinés dont les carburants automobiles, l'électricité, etc. Ce processus de transformation est mesuré par le ratio entre l'énergie secondaire produite et l'énergie primaire utilisée et cela représente le « rendement » de l'unité de transformation. A titre d'exemple, le rendement d'une centrale électrique qui fabrique de l'électricité en brûlant notamment du gaz et du charbon est estimé entre 30% et 50%. Donnons en exemple, quelques ordres de grandeur utiles pour la production d'électricité.

- En transformant de l'énergie primaire en énergie secondaire, comme lorsqu'on brûle du charbon, du fioul, du gaz ou de la biomasse, dans des centrales thermiques ou que l'on casse de l'uranium dans des centrales nucléaires, on récupère seulement environ 35% d'énergie et tout le reste part en chaleur.

- Toutefois, en capturant les rayons du soleil sur des panneaux photovoltaïques, on récupère uniquement 20% de l'énergie solaire.

- D'autre part, la transformation du vent en électricité via les éoliennes donne un rendement théorique maximum estimé à 59%.

- Toujours dans la même optique de production d'électricité, quand on fait tomber de l'eau d'un barrage sur une turbine électrique, on récupère 90% de l'énergie primaire (l'énergie potentielle de l'eau) sous forme de l'électricité.

### • L'énergie électrique

L'énergie électrique est définie comme une énergie secondaire; elle est soustraite à partir de la transformation d'une autre énergie en amont dite primaire. C'est une énergie disponible sous forme de courant d'électrons (électricité) en vue de produire directement de la lumière ou de la chaleur. En revanche l'énergie électrique ne représente ni une énergie fossile, ni une énergie renouvelable car elle dépend des énergies primaires qui ont été utilisées pour produire de l'électricité. Par exemple, on peut citer le pétrole, l'eau ou le soleil. L'énergie électrique représente un facteur essentiel pour les agents économiques, dans la production, le transport, l'éclairage, la cuisson, le confort thermique (chauffage, climatisation), etc.

L'unité de mesure de l'énergie électrique est cependant le Watt/heure ( $Wh$ ) qui représente l'énergie consommée par un appareil de puissance de 1 Watt fonctionnant pendant 1 heure avec  $1Wh = 3600J$ . En outre, 1 Watt équivaut à  $1J/s$  ou 1 V.A, où le Joule ( $J$ ) est l'unité de mesure universelle de l'énergie. Généralement, on utilise le kilowatt-heure ( $kWh$  ou  $kW - h$ ) comme unité de mesure de l'électricité consommée ou produite.

### • L'énergie finale

Pour rappel, l'énergie finale est soit directe ou indirecte. Elle est dite directe, si l'homme l'utilise pour des besoins domestiques (se chauffer, utiliser une machine à laver, travailler sur un ordinateur, se déplacer en voiture, regarder la télé, etc.). En revanche, elle est dite indirecte, lorsque l'énergie est utilisée à des fins de production de biens et/ou de services.

Selon l'Institut National de la Statistique et des Études Économiques (IN-

SEE), l'énergie finale ou disponible est celle livrée aux consommateurs (essence à la pompe, électricité au foyer, etc.). La consommation d'énergie finale est soit une consommation directe d'énergie primaire non transformée, comme par exemple le charbon brûlé sous les chaudières industrielles dans la chimie ou injecté dans les fours des cimenteries, soit une consommation d'énergie secondaire comme l'essence ou l'électricité.

### • L'intensité énergétique

L'intensité énergétique peut être définie comme une mesure d'efficacité énergétique ; autrement dit, la consommation d'énergie par unité de PIB donné. Ainsi, une intensité énergétique élevée signifie que l'économie du pays ou de la région (groupe de pays) est énergivore pour assurer un niveau de PIB donné. Toutes choses égales par ailleurs, une économie inefficace peut être la résultante d'une intensité énergétique élevée. Pour produire des richesses, il devient nécessaire pour certains pays de miser sur la production et la consommation d'énergie dans certains secteurs. Ces besoins varient d'un secteur à un autre et selon les spécificités des pays en question. C'est pourquoi, il est considéré que l'efficacité énergétique d'un pays dépend de plusieurs facteurs dont les facteurs climatiques, le niveau de vie des populations, et la structure de l'économie du pays. C'est en ce sens qu'on dit que l'intensité énergétique varie d'un pays à un autre voire d'une région à une autre.

## 1.1.2 La croissance économique

La croissance économique peut être définie comme une variation positive de la production de biens et services dans une économie sur une période donnée. Pour mesurer cette croissance, on utilise, en général, le produit intérieur brut (PIB) ou produit national brut (PNB) comme indicateur de mesure. Le PIB est exprimé (mesuré) soit en «volume» ou «à prix constant» en se référant à une année de base afin de corriger les effets de l'inflation. En pratique, après calcul du PIB, on cherche à déterminer le taux de variation de ce dernier noté par le taux de croissance. Ainsi, pour estimer ou analyser l'amélioration de la richesse individuelle dans un pays ou groupe de pays on fait recours à la croissance du PIB/tête sur une période. Cela permet de procéder à une classification des pays par catégories. En outre, cet indicateur permet d'estimer le niveau de vie économique et social des populations. En considérant le PIB de l'année  $n$ , le taux de croissance se calcule de la manière suivante :

$$\text{Taux de croissance} = \frac{PIB_n - PIB_{n-1}}{PIB_{n-1}} * 100 \quad (1.1)$$

Le produit intérieur brut (PIB) est considéré comme l'un des agrégats principaux de mesure de production économique par les comptes nationaux. En d'autres termes, le PIB est le principal indicateur économique d'un pays en se référant aux comptes nationaux. Il représente la valeur totale des richesses créées dans un pays par les agents économiques résidant à l'intérieur de ce territoire,



notamment les ménages, les entreprises et les administrations publiques sur une période donnée, généralement appelée l'année. Autrement dit, le PIB permet de quantifier la production économique réalisée au sein d'un pays.

$$PIB_n = \sum_{i=1}^T P_{n_i} * Q_{n_i}, \quad (1.2)$$

avec  $P_{n_i}$  les prix des biens et services  $i$  créés à l'année  $n$  et  $Q_{n_i}$  les quantités de biens et services  $i$  créés à l'année  $n$ .

Le terme de croissance est utilisé par convention par les économistes afin de décrire le comportement d'un accroissement de la production sur le long terme. A cet égard, selon François Perroux (1966), la croissance économique est « l'augmentation soutenue durant une ou plusieurs périodes longues d'un indicateur de dimension : pour une nation, le produit global brut ou net, en termes réels ». De ce fait, elle se mesure par la variation du PIB ou du PNB. La définition de Simon Kuznets prix Nobel d'économie en 1971 va au-delà et affirme qu'il y a croissance lorsque la croissance du PIB est supérieure à la croissance de la population. Ce dernier explique dans son discours au moment de la réception du prix Nobel que : « La croissance économique d'un pays peut-être définie comme étant une hausse sur une longue période de sa capacité d'offrir à sa population une gamme sans cesse élargie de biens économiques. Cette capacité croissante est fondée sur le progrès technique et les ajustements institutionnels et idéologiques qu'elle requiert. Les fruits de la croissance s'étendent par suite aux autres secteurs de l'économie. » Sur ces travaux portant sur la relation entre croissance économique et distributions de revenus, l'auteur en conclut que : lorsqu'un pays se développe, les inégalités s'accroissent dans un premier temps, puis elles diminuent. En effet, cette relation, nommée courbe de Kuznets en U renversé, s'explique par le fait qu'au départ, une faible part de la population bénéficie de la croissance économique. Cependant, l'enrichissement qui découle de la croissance économique peut participer à la réduction de la pauvreté des populations à long terme. Et qui dit baisse du niveau de la pauvreté, parle évidemment de l'amélioration des conditions de vie des personnes, ce qui laisse sous-entendre une croissance inclusive dans ce cas. La croissance est dite inclusive, si elle participe à l'amélioration des conditions de vie des populations en créant davantage de biens et de services. Ce qui signifie une transformation positive de la vie des sociétés. La croissance des économies contemporaines peut-être expliquée par l'essor des facteurs de production, lié à l'accès au progrès technique, outre les nouvelles ressources notamment énergétiques (pétrole, gaz, charbon, nucléaire, éolien, hydraulique, solaires etc.), minérales (mines profondes, le lithium). Principalement, on considère deux expressions qui font référence à la manière dont est obtenu l'accroissement de la production de biens et services à savoir la croissance extensive et intensive.

-Une croissance extensive correspond essentiellement à une augmentation des quantités de facteurs de production mises en oeuvre notamment le travail, le capital et la terre. En effet, on constate, dans ce cas, que la création de nouvelles usines est susceptible de générer un relèvement du nombre d'emplois, de même qu'un accroissement de l'investissement.

-De même, une croissance intensive correspond à une augmentation de l'efficacité des facteurs de production (gains de productivité). Techniquement, elle se traduit par un accroissement de la production en volume, engendrant une valeur ajoutée par salarié et la performance des machines facilitée par le progrès technique. Cependant, ne s'appuyant que sur des gains de productivité, la croissance intensive ne génère en effet aucune création d'emplois supplémentaires.

La croissance totale d'une économie se détermine par la combinaison de la croissance extensive et intensive. Cependant, même si la croissance économique correspond à une augmentation de la production sur le long terme, cela ne va pas de pair forcément avec une amélioration du niveau de vie des populations. Comme l'a souligné Simon Kuznets (1955), pour une nation, si la croissance démographique évolue d'une manière plus rapide que la croissance du PIB, cela implique une baisse du PIB par habitant. La croissance doit être observée avec des lunettes déformantes à la limite afin de ne pas confondre croissance et développement. Étant donné qu'il n'y a pas de consensus sur la définition du mot développement, on ne pourra pas assimiler le mot croissance au terme développement. Il est possible d'avoir une croissance qui ne débouche pas forcément sur un développement et inversement. A titre d'exemple, on peut citer le cas du Bhoutan, ce petit royaume situé au coeur de l'Himalaya propose un nouvel indicateur de richesse à savoir le Bonheur National Brut (BNB) tout en contestant le dicta du PIB et de la croissance économique à tort ou à raison. Ainsi, selon les défenseurs de ce nouvel indicateur, il n'est plus possible à l'heure actuelle de mesurer la richesse d'un pays uniquement par le PIB. Dans l'optique de quantifier le redressement économique des pays ayant subi les conséquences néfastes des deux guerres mondiales, l'usage du PIB comme mesure de richesse a été de préférence utile. Ils (les adeptes de ce nouvel indicateur) pensent que seul le BNP (Bonheur National Brut) est capable de prendre en compte tous les éléments. De ce fait, pour mesurer la richesse et le développement des pays, on doit changer d'outil de calibrage. Suivant leur positionnement, l'idéal est d'en arriver à une situation économique telle que les populations puissent subvenir à leurs besoins vitaux (manger à leur faim, accéder à l'éducation et à la santé, disposer d'un toit); que ce soit un pays développé ou sous-développé.

Pour certains économistes, le PIB présente beaucoup de limites par le fait que certaines activités ne sont pas prises en compte dans son calcul. Ils considèrent le PIB comme une simple mesure quantitative d'un agrégat économique. A cet égard, la croissance est considérée comme une des composantes du développement qui est d'ailleurs une notion abstraite et qualitative. Selon François Perroux, le développement est « la combinaison des changements mentaux et sociaux d'une population qui la rendent apte à faire accroître, cumulativement et durablement, son produit réel global ». Par ailleurs, le développement est un phénomène qualitatif et structurel (mutations économiques, sociales, politiques, culturelles et démographique etc.) alors que la croissance n'est qu'un phénomène quantitatif. De même, à la limite on peut dire que le terme « croissance » s'applique en général aux économies déjà développées ou en développement. De ce

fait, certains économistes préfèrent utiliser plutôt à court terme le mot « expansion », qui s'oppose à « récession » et qui, par définition signifie une phase de croissance dans un cycle économique. Ces vocables sont d'ailleurs aujourd'hui en vogue dans la littérature économique. Ainsi, tout écart observé entre la croissance mesurée et celle qui serait obtenue en utilisant pleinement tous les facteurs de production est appelé la croissance potentielle. Par conséquent, cet écart se réduit avec le niveau d'expansion, ce qui fait qu'il est à son minimum en période de forte expansion.

Le produit intérieur brut (PIB) reste encore l'indicateur économique le plus utilisé pour mesurer la croissance économique. Il permet de mesurer quantitativement le volume de production. En général, on utilise la parité de pouvoir d'achat, dans l'optique de faire des comparaisons internationales entre pays. La parité de pouvoir d'achat (PPA) permet en effet, d'exprimer le pouvoir d'achat dans une monnaie de référence; ce qui facilite la comparaison entre pays. Par ailleurs, pour un seul pays, on utilise la monnaie courante pour comparer la situation économique des différentes périodes choisies. Le PIB comme indicateur de mesure de croissance économique est considéré comme incomplet et a suscité pas mal de critiques. Cet indicateur mesure mal, voire même pas du tout, les richesses créées par l'économie informelle, ce qui induit un réel déphasage surtout s'il s'agit de pays avec une part importante d'économie informelle. A titre d'exemple, dans certaines économies une part non négligeable des transactions est non déclarée. En outre, certaines activités de production domestique ne sont pas prises en compte (bricolage, ménage, potagers, etc.). Selon Alfred Sauvy, il suffit d'épouser votre femme de ménage pour faire baisser le PIB. Au sens strict de sa définition, la croissance décrit un seul processus d'accroissement qui est celui de la production économique. Cela ne renvoie donc pas directement à l'ensemble des mutations économiques et sociales intervenant dans une économie en développement. Au sens large, ces mutations sont assimilées, conventionnellement, par le terme de développement économique. Par conséquent, les effets de long terme, notamment des services tels que l'éducation ou de la santé, ne sont pas ou mal comptabilisés à travers leur impact sur la production. Le PIB comme indicateur économique est limité pour certains économistes, car ils considèrent que ce dernier ne mesure que la valeur ajoutée produite par les agents économiques résidents. Dans le calcul de ce dernier, les transferts de ressources internationaux ne sont pas pris en compte. Or, en général, ces derniers représentent une part conséquente de la richesse nationale. C'est en ce sens d'ailleurs que certains préfèrent utiliser le revenu national brut à la place du PIB jugé plus pertinent et plus complet.

En outre, en calculant le PIB, on ne prend en compte que la valeur ajoutée, et non la richesse possédée. Il serait mieux de distinguer les effets de la richesse possédée à ceux de la valeur ajoutée sur le bien être collectif des populations. Cela tient au fait que l'augmentation du PIB peut être bénéfique ou non aux habitants d'un pays. En guise d'exemple, une catastrophe naturelle ou une guerre qui détruit un pays (une richesse), peut contribuer par la suite à l'augmentation du

PIB à travers notamment l'activité de reconstitution qu'elle va engendrer. Néanmoins, il faut noter que cette contribution ne reflète ni la destruction précédente, ni le coût du financement de la reconstruction. C'est en ce sens d'ailleurs que Frédéric Bastiat économiste français avance l'hypothèse selon laquelle dans son essai « Ce qu'on voit et ce qu'on ne voit pas » publié en 1850, remettait en cause cette contribution qu'il considère comme illusoire. L'auteur décrit dans cet essai le processus du sophisme de la vitre cassée et aboutit à la conclusion suivante : « la société perd la valeur des objets inutilement détruits », ce qu'il résume par : « destruction n'est pas profit ». Dans cette optique, cette contradiction apparente provient vraisemblablement du fait que le PIB ne mesure pas réellement le développement, voire le progrès en lui-même, mais plutôt l'activité économique, pourvoyeuse d'emploi. De ce fait, peut importe s'il y a progression ou pas de la société dans l'absolu, car cela admet, que toute augmentation de la valeur ajoutée signifie *in fine* des emplois et des revenus pour ceux qui y participent.

## 1.2 Revue de la littérature

Depuis quelques décennies, la relation entre la consommation d'énergie et la croissance économique est devenue une question récurrente dans le débat sur les politiques de développement économique et social et également de la protection de l'environnement. A l'heure actuelle, beaucoup de chercheurs dans ce domaine s'interrogent sur le sens de la direction de causalité entre la consommation d'énergie et la croissance économique. Ainsi, la connaissance de la relation de causalité qui existe entre les variables économiques permet de fournir des éléments importants pour la mise en place de politiques économiques adéquates (Bourbonnais 2003).

Les premières notions d'intégration, de cointégration et de causalité remontent aux travaux des pionniers comme Kraft and Kraft (1978), de Sims (1972), Sims (1980), Granger et al. (1981), et (1983), et de Granger and Weiss (1983). Dans le prolongement de ces travaux, nous pouvons citer ceux de Granger et Engle (1987) et Johansen (1991). Les résultats empiriques tirés de ces recherches sont parfois très mitigés, voire contradictoires, car ils reflètent des hypothèses divergentes (Jumbe 2004, Ghali et El-Saka, (2004). Il en découle souvent une relation de causalité unidirectionnelle ou bidirectionnelle et dans certains cas une absence totale de causalité notée (hypothèse de neutralité). Ce qui fait que jusqu'à présent, il n'existe pas encore de consensus sur le terrain de la recherche à propos de cette question. Outre ces travaux, des auteurs comme Masih et Masih (1996), Glasure et Lee (1997) et Asafu-Adjaye (2000) ont récemment présenté des recherches pour rendre plus fine la méthode classique de Granger et de Sims. C'est ainsi qu'Asafu-Adjaye (2000) a proposé le modèle à correction d'erreur (ECM) pour étudier les liens de causalité entre consommation d'énergie et PIB des pays d'Asie, notamment l'Inde, L'Indonésie, la Thaïlande et les Philippines. L'auteur décèle les résultats suivants.

- Une causalité unidirectionnelle du sens de la consommation d'énergie vers

le PIB en Inde et en Indonésie.

-Une relation de causalité bidirectionnelle en Thaïlande et aux Philippines.

Masih et Masih (1996), sur leurs travaux portant sur six pays asiatiques (l'Inde, l'Indonésie, la Malaisie, le Pakistan, les Philippines et le Singapour), utilisent la méthodologie de Johansen, le modèle à correction d'erreur vectorielle et la décomposition de la variance aboutissent aux résultats suivants :

- une cointégration entre la consommation d'énergie et le PIB de l'Inde, de l'Indonésie et du Pakistan ;

- une non cointégration entre les deux variables en Malaisie, au Singapour et aux Philippines ;

- la consommation d'énergie cause le PIB en Inde ;

- le PIB cause la consommation d'énergie en Indonésie ;

- une causalité bidirectionnelle au Pakistan.

Glasure et Lee (1997) ont réalisé une étude sur la Corée du Sud et Singapour en utilisant le test standard de causalité de Granger et le modèle à correction d'erreur vectorielle (VECM). Ils en concluent que la consommation d'énergie cause le PIB pour la Corée du Sud et une absence de causalité pour le Singapour concernant le test standard de causalité de Granger. Cependant, pour le VECM, ils trouvent une causalité bidirectionnelle pour les deux pays. Yang (2000) trouve d'après ces résultats empiriques une causalité bidirectionnelle entre la croissance économique et la consommation d'électricité sur la province chinoise de Taïwan sur la période (1954 – 1997). Les résultats de l'étude de Kraft et Kraft (1978) sur la relation existant entre le PIB et la consommation d'énergie aux États-Unis sur la période (1947 – 1974) ont abouti à un lien de causalité unidirectionnelle allant du PIB vers la consommation d'énergie. Cependant, leurs travaux ont été remis en cause par Akarca et Long (1980), car en réduisant la période de 1950 à 1968, ils obtiennent des résultats différents même en utilisant une méthode similaire. Ces derniers supposent que la période choisie n'était pas bonne, car incluant une période instable. Dans ce même ordre d'idées, les auteurs Yu et Hwang en 1984 ont mené des études sur les États-Unis entre la consommation d'énergie et le PIB sur deux périodes différentes (1947 – 1979) et (1973 – 1981) en utilisant la technique du test de causalité de Sims. Leurs travaux ont abouti aux conclusions suivantes : une absence de relation de causalité entre les deux variables sur la première période choisie, néanmoins ils trouvent une relation de causalité unidirectionnelle allant du PIB vers la consommation d'énergie. Tous ces résultats divergents sur le même pays, nous poussant à considérer que les méthodes utilisées souffrent de lacunes et manquent vraisemblablement de robustesse.

Yu et Choi (1985) réalisent, sur un panel de pays composés du Brésil, des Philippines, des États-Unis, de la Pologne, de la Corée du Sud et du Royaume Uni, une étude portant sur la consommation d'énergie et le PNB. Utilisant le test standard de Granger, leurs résultats révèlent une absence de relation de causalité entre les deux variables pour le Royaume Uni, la Pologne, les États-Unis et le Brésil. Par ailleurs, une causalité unidirectionnelle a été décelée pour la Corée du Sud allant du PNB vers la consommation d'énergie. En outre, leur troisième résultat révèle que la consommation d'énergie cause le PNB pour les philippines.

Erol et Yu (1987) sur un panel de pays, cherchent à déterminer le lien de causalité entre la consommation d'énergie et le PIB sur plusieurs pays. En utilisant le test de causalité de Granger et de Sims, ils aboutissent aux résultats suivants :

- une causalité unidirectionnelle de la consommation d'énergie vers le PIB pour l'Allemagne de l'Ouest ;
- une causalité bidirectionnelle en Italie ;
- une absence de lien de causalité entre les deux variables pour la France, le Canada et le Royaume Uni.

Les auteurs Hwang et Gum (1992) mènent des travaux sur le Taïwan portant sur le PIB et la consommation d'énergie sur la période (1955 – 1993), en utilisant la méthode de cointégration et le modèle à correction d'erreur (ECM). Leurs travaux ont abouti à une relation de causalité bidirectionnelle entre les variables. Outre les résultats de Hwang et Gum, une deuxième étude a été réalisée au Taïwan par Cheng et Lai sur la même période (1955 – 1993) en proposant cette fois la version de Hsiao du test de causalité de Granger. Ils concluent que le PIB cause la consommation d'énergie.

Aqueel et Butt s'interrogent sur le Pakistan en (2001), concernant la relation pouvant exister entre la croissance économique et la consommation d'énergie en utilisant une version du test de Granger proposé par Hsiao en intégrant l'emploi comme une variable additionnelle. Il en ressort, d'après leur résultat, qu'il existe une relation de causalité unidirectionnelle allant de la croissance économique vers la consommation totale d'énergie.

Paul et Bhattacharya ont étudié le cas de l'Inde sur la période (1950 – 1996) en 2004. Ils ont eu recours au modèle à correction d'erreur et à la méthode du test de cointégration de Johansen. Leur résultat indique une causalité bidirectionnelle entre la consommation d'énergie et la croissance économique. Dans le prolongement de ces travaux, Stoytas et Ali (2001) conduisent des recherches sur la Turquie sur la période (1960 – 1995) dont les résultats révèlent l'existence d'une relation de causalité unidirectionnelle de la consommation d'énergie vers le PIB.

Dans la même optique, Altinaya et Karagol en (2004) ont tenté de tester le lien entre le PIB et consommation d'énergie toujours pour la Turquie sur la période (1950 – 2000). Toutefois, à la différence des travaux précédents, le résultat obtenu indique une absence de relation de causalité en utilisant la version de Hsiao de causalité de Granger. Pour être au clair avec les outils d'analyse utilisés par les chercheurs ayant travaillé sur la Turquie, Galip Altinay *et al.* (2005) mènent une étude sur une longue période (1950 – 2000) en utilisant les méthodes de test de Dolado-Lukepohl dans un modèle VAR, et puis celui de Granger selon la procédure de Toda-Yamamoto (1995). Les techniques mobilisées convergent toutes vers un seul résultat : il existe une relation de causalité unidirectionnelle de la consommation d'électricité vers le PIB.

D'autre part, certains auteurs comme Wolde-Rufael (2005) se sont penchés sur la relation entre la consommation d'énergie par tête et le PIB réel par tête dans un panel de 19 pays Africains sur la période (1971 – 2001) en développant une nouvelle technique de cointégration proposée par Pesaran, Shin et Smith (2001).

Les travaux de Wolde révèlent qu'il existe une causalité unidirectionnelle allant du PIB vers la consommation d'énergie à long terme pour quatre pays (le Nigeria, le Soudan, le Gabon et la côte d'Ivoire). Par contre, ces résultats n'ont pas attesté de l'existence d'une même causalité unidirectionnelle pour d'autres pays (Algérie, République Démocratique du Congo (RDC) et le Ghana). Il apparaît, de ce point de vue que cette relation s'inverse, c'est à dire que la consommation d'électricité cause le PIB à long terme. Enfin une absence de causalité a été décelée pour le reste des autres pays. Lee (2005) a essayé de tester, sur un panel de 18 pays en développement sur la période (1975 – 2001), la relation entre la consommation d'énergie et le PIB. En utilisant des techniques récentes notamment le test de racine unitaire en panel, puis la cointégration en panel hétérogène, et enfin le modèle ECM. Au terme de ses recherches, Lee parvient à démontrer que la consommation d'énergie cause le PIB à court et à long terme pour tous les pays considérés. Narayan and Singh (2007) travaillant sur les îles Fidji, ont examiné la relation de causalité entre PIB et la consommation d'électricité. Ils ont en effet utilisé de nouvelles techniques de cointégration développées par Pesaran, Shin et al (2001) et ensuite la causalité de Granger. Les conclusions de leurs travaux ont confirmé la présence d'une causalité unidirectionnelle de long terme allant de la consommation d'électricité vers le PIB.

Mehrara (2007) s'interroge sur le lien de causalité entre la consommation d'énergie par tête et le PIB par tête pour 11 pays exportateurs de pétrole dont notamment le Nigeria et l'Algérie pour l'Afrique; le Mexique, le Venezuela et l'Équateur pour l'Amérique centrale et du sud; Bahreïn, Oman, les Émirats Arabes Unis, l'Arabie Saoudite, le Koweït et l'Iran pour le Moyen-orient. En effet, l'auteur utilise un test de racine unitaire en panel, puis une analyse de cointégration en panel. Son analyse a abouti à une seule et unique conclusion, une causalité unidirectionnelle allant du PIB vers la consommation d'énergie.

Nous pouvons aussi citer dans la même optique, les travaux de Chiou-Wei et al. (2008) sur le lien de causalité entre consommation d'énergie et croissance du PIB pour un panel de pays nouvellement industrialisés d'Asie et les États-Unis sur la période (1954 – 2003). S'appuyant sur la méthode de causalité linéaire et non linéaire de Granger Chiou-Wei *et al.* trouvent en effet les résultats suivants :

- une absence de lien de causalité pour les États-Unis, la Thaïlande et la Corée du Sud;
- une causalité unidirectionnelle de la croissance du PIB vers la consommation d'énergie pour les Philippines et le Singapour;
- et enfin une causalité unidirectionnelle allant de la consommation d'énergie vers la croissance du PIB pour le Taïwan, Hong Kong, la Malaisie et le Singapour.

Pour réfuter ou corroborer certaines études sur le lien de causalité entre la consommation et le PIB, Chontanawat et al. (2008) s'est intéressé à un panel composé de plus de 100 pays, dont 30 pays membres de l'OCDE, et 78 pays hors OCDE pour déceler cette relation. Les résultats de ses travaux révèlent que la consommation d'énergie cause le PIB dans 21 pays de l'OCDE soit 70%. S'agissant des pays non membres de l'OCDE, cette relation est avérée dans 36 pays sur les 78 pays, soit 46%. En guise de synthèse, il est noté une causalité

plus fréquente allant de la consommation d'énergie vers le PIB pour les pays développés de l'OCDE. Dans cette perspective, une politique visant à réduire la consommation d'énergie aurait un impact négatif plus important sur le PIB des pays de l'OCDE que sur ceux hors OCDE. Ozturk and Acaravci (2010) a tenté de tester la relation de causalité entre la consommation d'énergie et le PIB pour 4 pays d'Europe de l'Est tels que l'Albanie, la Bulgarie, la Hongrie et la Roumanie sur la période (1980 – 2006) en s'appuyant sur le modèle d'Engle et de Granger. Par la suite, les estimations Ozturk et Acaravci concluent à une absence de causalité entre les deux variables pour l'Albanie, la Bulgarie et la Roumanie. Cependant, une présence d'une causalité bidirectionnelle est en effet observée pour la Hongrie.

Effectuant une étude sur la Tanzanie et le Nigeria, Ebohon (1996) atteste la présence d'une causalité bidirectionnelle entre la consommation d'énergie et la croissance économique. La méthodologie utilisée par cet auteur est celle du test classique de Granger. S'interrogeant sur le cas du Malawi, Jumbe (2004) a eu recours au modèle à correction d'erreur (ECM) et au test de causalité de Granger sur la période (1970 – 1999) entre la consommation d'électricité et le PIB agricole et non agricole. Ces résultats montrent :

- une causalité bidirectionnelle entre la consommation d'électricité et le PIB ;
- une causalité unidirectionnelle du PIB non agricole vers la consommation d'électricité ;
- une cointégration entre la consommation d'électricité et le PIB non agricole ;
- une non cointégration entre la consommation d'électricité et le PIB agricole.

Dans cet ordre d'idées, Masih et Fatah (1998) mènent une recherche portant sur la consommation d'électricité par tête et le PIB par tête en Algérie sur la période (1965 – 2008). Ces derniers utilisant la technique de cointégration et la causalité de Granger, trouvent que les deux variables sont non cointégrées et qu'il existe une causalité unidirectionnelle allant du PIB vers la consommation d'électricité.

Toujours dans cette même optique, Kane (2009) met l'accent dans sa recherche sur les variables explicatives de l'intensité énergétique du PIB dans l'espace UEMOA (Union Économique et Monétaire Ouest Africaine) en se servant des travaux de Hurlin (2008) et de la technique de causalité de Granger dans un panel hétérogène. Ces résultats attestent l'existence d'un lien de causalité entre le revenu par tête et la consommation d'électricité. Autrement dit, il existe au moins un pays de la zone dont le revenu par tête cause la consommation d'électricité pour un retard d'ordre 3 des variables en question. Par contre, pour des retards d'ordre 1 et 2 ses résultats valident l'absence de relation de causalité. Soytaş and Sari (2003), ayant travaillé sur sept pays du  $G - 20$ , souligne en ce sens l'intérêt d'étudier la relation entre ces deux variables en utilisant la méthode de la décomposition de la variance et le modèle à correction d'erreur (ECM). Les résultats de ses recherches sont :

- le PIB cause la consommation d'énergie en Italie et en Corée du Sud ;
- une causalité bidirectionnelle pour l'Argentine ;
- la consommation d'énergie cause le PIB en Turquie, en France, en Allemagne



et au Japon.

De même, le cas du Canada entre consommation d'énergie et croissance de la production a été étudié par Ghali and El-Sakka (2004a). En utilisant le modèle à correction d'erreur (ECM) et la technique de cointégration de Johansen ces auteurs indiquent au final :

- qu'il existe une relation de cointégration entre les deux variables ;
- le modèle à correction d'erreur révèle une causalité bidirectionnelle.

Enfin, toujours dans la même optique, Ambapour et Massamba (2005) étudient la relation de causalité qui existe entre la croissance économique et la consommation d'énergie au Congo sur la période (1960 – 1999). En utilisant alors la méthode de cointégration préconisée par Engle et de Granger et la technique de causalité de Granger avec un modèle à correction d'erreur, ils parviennent à la conclusion qu'il existe une relation à long terme entre les deux variables. Toutefois pour la causalité, ils détectent une relation unidirectionnelle allant du PIB vers la consommation d'énergie. L'étude de Shiu et Lam (2004) à propos de la Chine portant sur la période (1971 – 2000) démontre une présence de causalité entre la consommation d'électricité et le PIB. S'appuyant sur la méthode du test de causalité de Granger, les auteurs trouvent que la consommation d'électricité cause le PIB en Chine sur cette période.

### 1.3 La situation énergétique mondiale selon l'AIE

L'Agence Internationale de l'Énergie (AIE) a publié en novembre 2014 son rapport annuel World Energy Outlook (WEO) établissant les différents scénarios de politiques énergétiques jusqu'en 2040. Outre les scénarios présentés, des analyses à ce titre ont été faites dans le but de tirer des enseignements sur les évolutions énergétiques en cours ou à venir. De ce fait, il a été question d'étudier les enjeux et les limites dans l'optique de la lutte contre le changement climatique. Au-delà des prédispositions énergétiques globales, ce rapport introduit aussi deux parties portant sur les perspectives du nucléaire au niveau mondial et de l'énergie en Afrique subsaharienne, qui viennent compléter le rapport du 3 juin sur les investissements portant sur le secteur de l'énergie.

Les différents scénarios envisagés par le WEO (2014) à l'horizon 2040 sont les suivants.

- Un scénario central, dit «Nouvelles Politiques» (NP), qui tient compte des engagements en matière de réduction des gaz à effet de serre, notamment suite aux accords de Cancun (2010).

- Un scénario tendanciel, dit «Politiques Actuelles» (PA), qui décrit l'évolution des marchés mondiaux de l'énergie en prenant en compte uniquement les politiques en vigueur (2014).

- Un scénario «450» proposant une évolution du système énergétique mondial qui permettrait de restreindre les émissions de gaz à effet de serre pour limiter le réchauffement climatique à 2°C (par rapport à l'ère pré-industrielle).

Ces scénarios admettent certaines hypothèses technologiques et macro-économiques

telles que celles portant sur les prix du pétrole par exemple (132 dollars/bl en 2040 pour la NP, ensuite 155 dollars/bl pour la PA et enfin 100 dollars/bl pour le scénario 450). Dans ce contexte, les analyses faites par le WEO (2014) portant sur le système énergétique mondial, sont les suivantes.

- Malgré un net ralentissement (+1% par an après 2025, contre plus de 2% par an au cours des 20 dernières années), la demande énergétique mondiale devrait dans ce cas croître de 37% d'ici 2040 dans le scénario central, essentiellement hors OCDE et Chine.
- D'après le GIEC (Groupe d'experts Intergouvernemental sur l'évolution du Climat), le budget d'émissions de  $CO_2$  que la planète peut tolérer sans trop de dégâts s'élèverait à 2300 GT (gigatonnes), et il n'en reste plus que 1000 GT. Selon l'AIE, le prolongement des tendances actuelles conduirait effectivement à un épuisement d'ici 2040.
- Par ailleurs, il n'est pas envisagé par l'AIE de tensions durables sur les ressources d'ici 2040. Cependant, même dans le scénario central, l'évolution des politiques et la pression des marchés tendent à faire baisser la part des énergies fossiles à un niveau de 75% du mixte énergétique mondial, contre 82% actuellement.
- En ce sens, la cohérence du scénario central repose sur un volume d'investissement considérable, évalué à 48000 milliards de dollars cumulé d'ici 2035, dont 40000 pour l'approvisionnement notamment (production, transport et distribution) et les 8000 milliards restant pour l'efficacité énergétique.
- Cependant, pour pouvoir limiter le réchauffement climatique à  $2^\circ C$ , l'AIE estime que 1600 milliards de dollars par an devraient être investis dans les technologies à bas carbone (par définition l'économie à bas carbone est un modèle visant à la fois un développement socio-économique et la protection de l'environnement), contre 900 milliards dans le scénario central.
- En effet, les subventions aux énergies fossiles ont représenté 550 milliards de dollars pour seulement 2013, soit plus de quatre fois le montant des subventions allouées aux énergies renouvelables. Au même moment, au Moyen-Orient, près de  $2Mbl/j$  de fioul sont utilisés pour produire de l'électricité alors que sans subvention, cette électricité aurait pu être produite de façon compétitive par des énergies renouvelables.
- L'électricité est en effet considérée comme la forme d'énergie dont la demande finale est la plus dynamique, avec un besoin de capacité supplémentaire évalué à 7200 GW d'ici 2040 alors qu'au même moment le constat fait est que 40% du parc de centrales électriques (toutes technologies confondues) doit être remplacé.
- A noter, qu'à l'horizon 2040, les énergies renouvelables (hydroélectricité, éolien, solaire, et autres) assureront un tiers de la production mondiale d'électricité (près de 37% dans les pays de l'OCDE) et contribueront pour la moitié à la hausse de cette production.
- Par ailleurs, la capacité mondiale d'électricité nucléaire devrait croître de 60% d'ici 2040 dans le scénario central, dépassant 620 GW (dont +130 GW en Chine, +32 GW en Inde, +19 GW en Russie). Par contre, elle est

- estimée à  $-18$  GW en Europe.
- Cependant, sur les 434 réacteurs qui étaient opérationnels dans le monde à la fin 2013, les 200 devraient être mis en arrêt d’ici 2040, notamment en Europe, aux États-Unis et enfin au Japon. De prime abord, l’AIE estime à un montant approximatif de 100 milliards de dollars le coût de démantèlement de ces réacteurs.
  - Ce rapport montre, que 620 millions de personnes sont privées d’électricité en Afrique subsaharienne et près de 730 millions font recours à la biomasse solide pour la cuisson dont les effets de la pollution atmosphérique cause près de 600000 décès prématurés par an.
  - Le rapport mentionne dans le scénario central que près d’un milliard d’habitants en Afrique subsaharienne accèdera à l’électricité d’ici 2040, néanmoins 500 millions en resteront privés.
  - Malgré son gros potentiel en ressources énergétiques l’Afrique subsaharienne demeure une zone vulnérable en terme d’accès aux services de l’énergie. C’est pourquoi, l’AIE préconise trois séries de mesures afin que la dite population puisse bénéficier de l’exploitation de ces ressources. Il conviendrait alors d’investir dans la distribution de l’électricité, développer la coopération régionale, et mieux gérer le financement dédié aux infrastructures.
  - En conséquence, selon le rapport d’ici (2040), le coût payé par les consommateurs d’énergie augmentera dans toutes les régions du monde ; par contre les États-Unis et l’Inde seront privilégiés comparativement au reste, surtout par rapport à l’Europe.

La consommation d’énergie finale dans le monde en 2012 avoisinait 9 milliards de tonnes d’équivalent pétrole (tep). Ainsi, il a fallu une production de près de 13.4 Mtep d’énergie primaire, engendrant notamment l’énergie utilisée pour la transformation des différentes ressources énergétiques initiales, pour en arriver à ces 9 Mtep, selon (Key World Energy Statistics 2014, AIE). La consommation d’énergie dans le monde a évolué d’une manière considérable dans différentes régions. Selon l’AIE entre 1973 et 2012, la consommation d’énergie dans le monde a presque doublé (+92%).

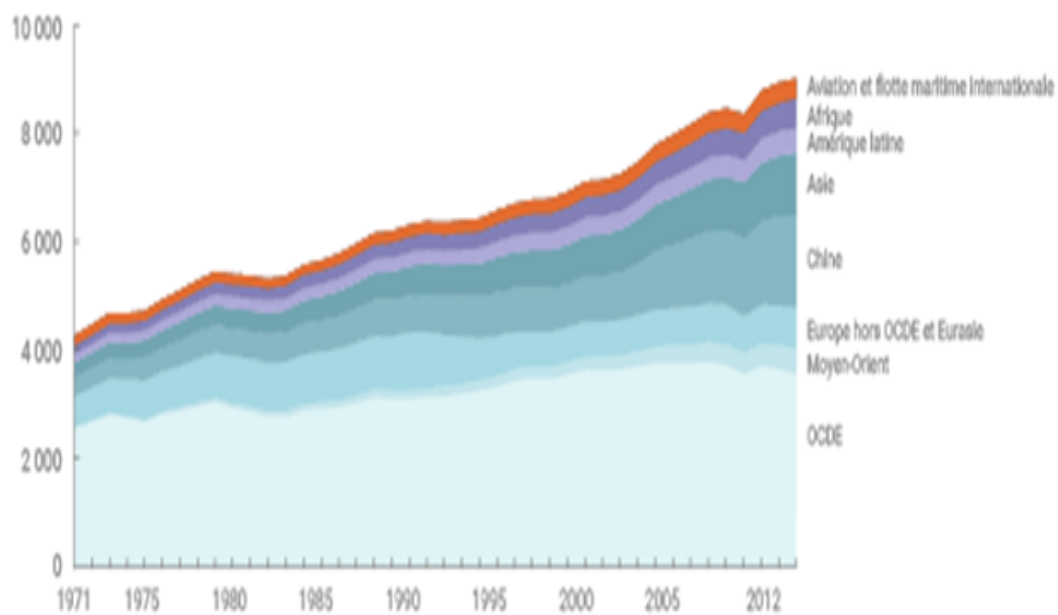


FIGURE 1.1 – Évolution de consommation d'énergie dans le monde

<b>MTep</b>	<b>Production d'énergie primaire 1990</b>	<b>Consom. finale 1990</b>	<b>Part dans la consom.</b>	<b>Production d'énergie primaire 2013</b>	<b>Consom. finale 2013</b>	<b>Variation consom. 2013/1990</b>	<b>Part dans la consom.</b>
Pétrole	3 241	2 606	41 %	4 216	3 716	+43 %	40 %
Gaz naturel	1 688	944	15 %	2 909	1 401	+48 %	15 %
Charbon	2 225	766	12 %	3 958	1 069	+40 %	11 %
Nucléaire	526	-	-	646	-	-	-
Hydroélectricité	184	-	-	326	-	-	-
Éolien, solaire, géoth.	37	3	-	162	34	ns	0,4 %
Biomasse et déchets	905	792	13 %	1 376	1 130	+43 %	12 %
Électricité	-	834	13 %	-	1 677	+101 %	18 %
Chaleur	-	335	5 %	2	273	-19 %	3 %
<b>Total</b>	<b>8 806</b>	<b>6 281</b>	<b>100 %</b>	<b>13 594</b>	<b>9 301</b>	<b>+48 %</b>	<b>100 %</b>

FIGURE 1.2 – Production et Consommation d'énergie : Source AIE novembre 2015

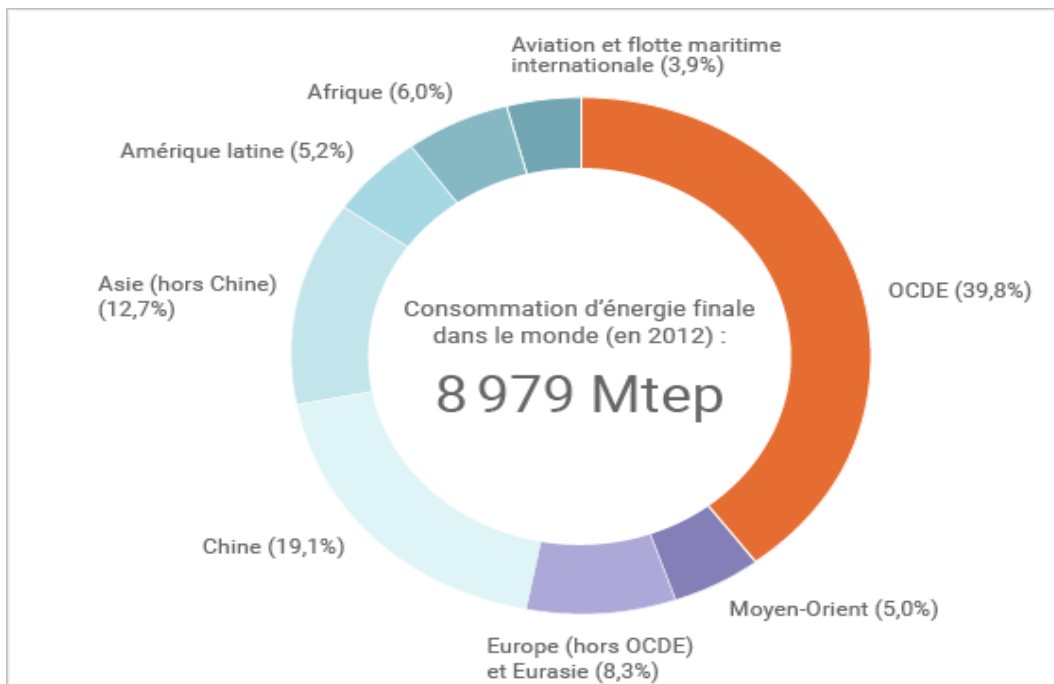


FIGURE 1.3 – Consommation d'énergie finale dans le monde : source Key World Energy Statistics, AIE 2014



FIGURE 1.4 – Cycle de transformation : Source AIE novembre 2015

## 1.4 Profil énergétique en Afrique

### 1.4.1 Démographie et consommation d'énergie

L'Afrique franchira la barre des 2 milliards d'habitants à l'horizon 2050, soit 25% de la population mondiale, contre 15% actuellement. De ce fait, ce boom démographique suscitera, d'une part, des opportunités, et d'autre part, d'énormes défis. Il est à signaler, toutefois, que cette croissance démographique ne sera pas la même dans les différentes régions du continent. Les deux entités les plus concernées seront notamment celle de l'Est et de l'Ouest. Ceci étant, le sud et le nord seront les zones les moins affectées. Cependant, le poids démographique fera de l'Afrique le continent le plus attractif en terme de dynamiques de consommation, de production, d'investissement et de politiques énergétiques. Par ailleurs, cela pourrait être un levier pour accroître l'emploi des jeunes et diminuer la dépendance des pays africains à l'égard de l'extérieur. Cette explosion démographique va accroître, en outre, la consommation qui va de pair avec la production et l'investissement. De ce fait, nous pouvons supposer que cette population et cette diversité de ressources naturelles à l'actif du continent doivent nécessairement constituer l'épine dorsale des politiques de transitions énergétiques, démographiques et économiques. Cela permettra aux pays africains d'adopter des voies novatrices plus accommodées au contexte économique, politique, social et environnemental. Maintenant, il est clair que si le continent souhaite atteindre les objectifs du millénaire pour le développement (OMD), un système fiable et efficace pouvant assurer l'approvisionnement régulier en électricité devient un impératif. Ce boom démographique est un atout certes en terme de consommation et de main d'oeuvre (marché potentiel), mais suscite en revanche des problèmes de gestion sur le plan de l'accès à l'éducation, la santé et l'énergie (l'électricité). L'énergie (l'électricité) pourrait être un facteur majeur pour éradiquer les problèmes liés à la santé, à l'éducation, à l'agriculture, à l'élevage, au commerce, au transport, etc. L'Afrique reste encore le continent qui a le niveau de PIB le plus faible avec des intensités énergétiques élevées et une précarité énergétique accrue. Entre 1980 et 2010, la consommation d'électricité en Afrique a été multipliée par 2.3, alors que le PIB n'a été multiplié que par 1.6.

Par ailleurs, les régions Est et Ouest du continent dont le Sénégal fait partie, sont réputées les plus touchées par ces deux phénomènes (déficit énergétique, explosion démographique). Selon les perspectives économiques en Afrique 2015, la demande d'énergie primaire en Afrique subsaharienne a progressé d'environ 45% entre 2000 et 2012. Or, le PIB n'a augmenté que de 22%, ce qui correspond à un rythme à moitié moins soutenu que la hausse du PIB. En moyenne, un point supplémentaire de PIB s'accompagne d'une augmentation d'un demi-point de la demande d'énergie primaire. Par ailleurs, dans d'autres pays en développement et/ou émergents, le lien entre consommation d'énergie et croissance du PIB est nettement plus étroit. La consommation d'énergie finale moyenne par habitant de la CEDEAO est de 0.45 tep/an, celle de l'Afrique 0.50 et à la moyenne mondiale 1.6 tep/an en 2009. Ainsi, il nous paraît essentiel d'étudier le modèle

croissance/énergie, afin de mieux diagnostiquer les défis majeurs auxquels devra faire face le continent Africain pour relever ces défis en mettant à contribution son potentiel énergétique et démographique. Dans cette logique, il est crucial de comprendre les différentes politiques adoptées dans les grandes régions et leurs résultats dans l'optique d'en tirer quelques recommandations. Cela contribuera à apporter des réponses appropriées aux questions liées à cette problématique d'envergure mondiale. Quelle politique énergétique, économique, environnementale et sociale conviendrait à l'Afrique pour asseoir les bases de son développement durable ? En ce sens, il nous paraît important que l'étude entre la consommation d'énergie et la croissance économique soit inscrite au cœur des stratégies de développement socio-économique du continent. Les défis que pose la dimension démographique du continent nécessite un réexamen, et de plus amples études sur cette question, car sa résolution pourrait faciliter la quête d'une transition énergétique et économique au bénéfice des populations.

Le manque d'accès à l'énergie (électricité) demeure encore l'une des contraintes majeures pour assurer le développement de l'Afrique. Les nouvelles politiques énergétiques peuvent-elles renverser la tendance ? Comment valoriser le potentiel énergétique et démographique africain ? Ces questions de fonds mériteraient d'être posées afin de trouver des palliatifs durables aux problèmes énumérés ci-dessus. En plus du taux de chômage élevé atteignant environ 48.1%, corrélé par une faible croissance économique, le continent ne parvient pas encore à tirer profit de son potentiel démographique. Par ailleurs, l'Afrique compte aujourd'hui 200 millions d'habitants âgés entre 15 et 24 ans ; ce qui fait d'elle en effet la population la plus jeune au monde et cette dernière pourrait selon toute vraisemblance doubler d'ici 2050 si elle garde le même taux de fécondité. Si la démographie constitue un atout pour les pays, elle est susceptible de devenir un problème majeur si des politiques efficaces ne sont pas prises à leur rencontre.<sup>1</sup>

Selon les nations unies, voici l'évolution de la population africaine en terme de chiffres :

- 920 millions en 2005 ;
- 1400 millions ou 1,4 milliard en 2025 ;
- 2000 millions ou 2 milliards en 2050.

La consommation d'énergie en Afrique reste encore faible malgré son poids démographique, comparée à celle du niveau mondial. En effet, un Africain consomme en moyenne 0.5 tep par an contre 4 tep par an pour un Européen et 7.8 tep par an pour un Américain. En même temps, on constate des disparités de consommation énergétique au sein même de l'Afrique par région : nous constatons une forte consommation d'énergie par habitant dans les parties Nord et Sud du continent, en revanche telle n'est pas le cas pour la partie subsaharienne (hors Afrique du sud) où un habitant consomme en moyenne 100 kilos d'équivalent pétrole (kep) par an. Dans cette même optique, on constate que plus de 60% de la population africaine vit avec moins de 2 dollars par jour et plus de 60% de la population africaine n'a pas accès à l'énergie commerciale et doit se contenter de bois de feu (source AFD et BAD via AIE (2007)). Toujours, selon (AFD et BAD) sur

---

1. Source : rapport du fonds des Nations unies pour l'enfance 2016.

"l'énergie en Afrique à l'horizon 2050" publié en 2009, l'Afrique produit 12,4% du pétrole, 7% du gaz, 4,3% du charbon de la planète mais ne représente que 3,4% du pétrole, 3,1% du gaz, 0,5% du charbon consommés mondialement. Ce qui permet d'analyser l'efficacité énergétique dans les différentes régions, et ainsi suggérer aux pays de la zone CEDEAO qui importent le pétrole, de nouvelles politiques pour accroître leur croissance économique encore tributaire de l'énergie. Le continent, qui était en majorité sous le seuil de pauvreté selon le FMI, pourrait sortir de l'ornière grâce à cette manne d'énergie dont elle dispose. D'ailleurs, l'Afrique est souvent citée en exemple en terme de faible taux d'accès à l'énergie qui semble avoir des répercussions sur sa croissance.

Selon leur étude Foster et Briceño-Garmendia (2010) montrent que les entreprises en Afrique perdent 6% de leurs ventes à cause des fréquentes coupures d'électricité. En outre, certaines entreprises informelles, indiquent des pertes allant jusqu'à 16%. Ces dernières restent incapables par manque de moyens de s'offrir des installations de production de substitution afin de pallier à ces coupures.

En 2012 en Afrique subsaharienne, les centrales à charbon représentaient 45% des capacités totales (essentiellement en Afrique du Sud), contre 22% pour l'électricité hydroélectrique, 17% pour les centrales au mazout (ces deux sources d'énergie étant mieux réparties), 14% pour les centrales à gaz (essentiellement au Nigéria), 2% pour le nucléaire et moins de 1% pour les énergies renouvelables.<sup>2</sup> D'après ces chiffres, on voit nettement que les énergies renouvelables, comme le solaire et l'éolien, représentent une part quasi-inexistante.

Une possibilité serait donc de créer des centrales solaires coûteuses mais rentables à long terme. Le moins qu'on puisse dire, c'est que le jeu en vaut la chandelle, afin de créer une rupture de dépendance énergétique vis-à-vis de l'extérieur.

Les sources d'énergie primaires peuvent être définies comme des formes d'énergie disponibles avant toute transformation, comme le gaz naturel, le gaz de Schiste, le pétrole, l'hydraulique, etc. Ces dernières peuvent avoir pour but de doper l'économie et la croissance. Toutefois, les chercheurs manifestent des réserves devant les conséquences que peut générer leur exploitation. Ils sont plutôt favorables à l'arrêt de certaines d'entre elles, car supposant que ces dernières sont dangereuses pour la société. Cependant la réalité économique n'est pas la même dans tous les pays, surtout sur le plan de l'apport de l'énergie à la croissance économique.

L'insuffisance des infrastructures et, notamment, la précarité de l'approvisionnement énergétique constituent une entrave majeure à l'accélération des progrès économiques et sociaux et à la diversification des sources de croissance indispensables pour se placer sur une trajectoire soutenue et durable. Le système énergétique actuel ne parvient pas à suivre le rythme de la croissance, ce qui crée un réel écart entre l'offre et la demande. De ce fait, pour combler ce fossé, il nous paraît indispensable de mettre en place un système mixte composé d'énergies conventionnelles et non conventionnelles.

---

2. Perspectives économiques en Afrique 2015.



### 1.4.2 Nouvelles stratégies

L'Afrique a besoin de stratégies de développement innovantes pour ce 21<sup>ème</sup> siècle. Les économies africaines ne peuvent pas se contenter de reproduire les modèles de transition économique anciens, non seulement en raison des tendances démographiques et géographiques spécifiques, mais aussi parce qu'elles se heurtent à des obstacles extérieurs auxquels les autres continents n'avaient pas été confrontés. En effet, l'Afrique à l'heure actuelle, a besoin de stratégies inédites, associant les bienfaits des différentes approches sectorielles traditionnellement préconisées afin de tirer profit de ses propres caractéristiques démographiques et géographiques. Sans doute, cela permettrait de tracer des voies originales pour sa transformation économique et sociale (UNESCO/ CEA/PNUD, 2011) :

- initier des changements importants dans la production et les modes de consommation d'énergie en Afrique ;
- mettre en oeuvre une nouvelle réorganisation de l'exploitation du potentiel des ressources disponibles.

Ces stratégies permettraient d'assurer une transition énergétique africaine, voire mondiale ; et par conséquent, propulser le continent vers un développement durable même si cela va nécessiter du temps.

### 1.4.3 L'approvisionnement énergétique progresse mais reste insuffisant en Afrique

L'adéquation de l'approvisionnement énergétique devrait être une condition préalable du développement économique et social, sachant que la demande d'énergie augmente conjointement au relèvement des revenus des ménages. Nombreux sont les pays africains qui ont adopté des nouvelles politiques pour améliorer leur offre énergétique et faire face aux problèmes liés à cette problématique. Les nouvelles politiques adoptées par certains pays (Maroc, Mali, Sénégal, Afrique du Sud etc.) ont augmenté certes les capacités de production mais elles restent encore insuffisantes, voire inefficaces pour satisfaire la demande d'énergie. En 2012 en Afrique subsaharienne, les centrales à charbon représentaient 45% des capacités totales (essentiellement en Afrique du Sud), contre 22% pour l'électricité hydroélectrique, 17% pour les centrales au mazout (ces deux sources d'énergie étant mieux réparties), 14% pour les centrales à gaz (essentiellement au Nigéria), 2% pour le nucléaire et moins de 1% pour les énergies renouvelables. Ces chiffres montrent sans ambiguïté la part marginale des énergies renouvelables dans le processus de production d'énergie en Afrique. Malgré les moyens colossaux injectés dans ce secteur, l'Afrique enregistre une production insuffisante d'électricité. Nous partageons l'avis des chercheurs ayant fait le constat que les énergies renouvelables semblent être à l'heure actuelle la solution la plus efficace pour l'Afrique. Jusqu'à une période récente, les politiques énergétiques conduites à l'échelle nationale manquaient un peu d'emprise sur les politiques régionales édictées. Or, la coopération sous-régionale devrait permettre de desservir des marchés plus vastes. L'activité industrielle, tirée par les mines et la raffinerie, re-

présente la moitié de la consommation d'électricité en Afrique subsaharienne. En revanche, l'essentiel est concentré en Afrique du Sud, au Ghana, au Mozambique et au Nigeria. Le secteur résidentiel ne représente que 27% de la consommation totale, puisque le niveau d'équipements électriques des ménages est relativement faible et le revenu disponible assez restreint. Le boom des télécommunications et notamment des téléphones portables est à l'origine d'une hausse de la demande d'énergie depuis quelques années dans le continent, à l'instar de ce qui se passe dans les autres parties du monde.

#### **1.4.4 Un accès à l'électricité très variable entre pays et au sein de chaque pays**

La détermination des hommes politiques à améliorer l'accès à l'électricité par le développement des réseaux et des systèmes de mini-réseaux au Ghana, au Mali, au Mozambique, au Rwanda et en Tanzanie par exemple, a porté ses fruits. En Afrique subsaharienne, le taux d'accès à l'électricité est passé de 23% en 2000 à 32% en 2012, ce qui fait que 145 millions d'habitants en ont bénéficié depuis 2000. Cependant, malgré ces efforts nous constatons un faible taux comparé à d'autres pays de l'OCDE. On remarque que dans de nombreux pays africains, l'essor démographique dépasse le rythme de production supplémentaire d'électricité. De ce fait, 625 millions de subsahariens sur une population totale de 915 millions sont toujours privés d'électricité. Cette population représente 80% des ruraux. Les entreprises et les ménages africains sont souvent confrontés à une alimentation erratique ou inexistante et doivent faire appel à des solutions de remplacement à leurs frais (groupes électrogènes essence ou diesel). En outre, bon nombre de familles continuent de cuisiner en utilisant des combustibles traditionnels comme le bois, le charbon et les résidus agricoles. Cette pratique entraîne en conséquence des problèmes de santé causés par l'inhalation des fumées et contribue également à la déforestation. Dans 7 pays d'Afrique, la population vivant sans électricité en 2012 dépassait les 90% : Liberia, Malawi, RCA, RDC, Sierra Leone, Soudan du Sud et Tchad. Il est à noter que dans 13 autres pays, la proportion se situait entre 75 et 90% : Burkina Faso, Burundi, Éthiopie, Ghana, Guinée-Bissau, Kenya, Madagascar, Mauritanie, Niger, Ouganda, Rwanda, Somalie et Tanzanie. Elle s'établissait entre 50% et 75% dans 18 autres pays comme l'Angola, le Bénin, les Comores, le Congo, la Côte d'Ivoire, Djibouti, l'Érythrée, la Gambie, le Lesotho, le Mali, le Mozambique, la Namibie, le Nigeria, le Soudan, le Swaziland, le Togo, la Zambie et le Zimbabwe. Cette proportion oscillait entre 25% et 49% dans 6 autres pays africains : Botswana, Cameroun, Gabon, Ghana, Sao Tomé-et-Principe, Sénégal. Avec les nouveaux programmes d'électrification, le nombre de personnes privées d'électricité devrait probablement diminuer dans la fourchette comprise entre les années 2020 et 2040. Cette population devrait représenter 950 millions de personnes. Cependant, la pression démographique aura elle aussi augmenté de sorte que plus de 500 millions de personnes, en particulier, celles résidant en zones rurales subsahariennes risqueraient d'être toujours privées d'électricité (OCDE/AIE, 2014). Bien que ces prévisions à long terme soient

éminemment incertaines, elles illustrent l'ampleur des défis pour les décideurs. A défaut d'un approvisionnement énergétique conséquent, tout reste à croire que les objectifs de croissance à long terme ne pourront être tenus. De nombreuses entreprises africaines considèrent que l'insuffisance énergétique (déficit d'électricité) constitue une impasse à leur expansion. Ce qui représente aujourd'hui un véritable facteur de blocage pour le décollage économique. Dans le sillage, on constate que dans 12 autres pays, les entreprises imputent leur faible croissance à l'accès insuffisant à l'électricité : Burundi, Congo, Djibouti, Gabon, Gambie, Guinée, Guinée-Bissau, Nigeria, Ouganda, RCA, RDC et Sénégal.<sup>3</sup> C'est pourquoi d'ailleurs, au cours de ces dernières décennies, de nombreuses politiques d'électrification rurale ont été lancées dans plusieurs pays Africains ; et en particulier, au Sénégal avec la création de l'Agence Sénégalaise de l'Électrification Rurale (ASER). Au Mali, il s'agit de l'Agence Malienne pour le Développement de l'Énergie Domestique et de l'Électrification Rurale (AMADER). On trouve également des structures connexes dans d'autres États africains comme au Niger avec l'Agence Nigérienne de Promotion de l'Électrification en milieu Rural (ANPER). En tenant compte des différentes réalités locales, les politiques se sont inspirées des modèles qui ont connu un véritable succès. A titre d'exemple, on peut citer le Programme d'Électrification Rurale Globale (PERG) au Maroc. En conséquence, grâce à AMADER le taux d'électrification rurale au Mali a passé de 1% à 20% en 10 ans seulement. Par ailleurs, les femmes productrices de beurre de karité ont constaté une nette augmentation de leur production, ce qui a eu un impact positif sur leur chiffre d'affaires. En outre, les services de la santé se sont nettement améliorés et le taux de scolarisation des jeunes a considérablement progressé grâce à ces différents programmes.

## 1.5 Le profil énergétique du Sénégal

### 1.5.1 Les sources d'énergie au Sénégal

Le Sénégal est composé dans sa majorité de ruraux, soit 60% pour une population totale de 15 millions. Cette population vivant en zone rurale souffre d'un manque d'infrastructures et d'accès à l'énergie pour assurer leurs activités économiques. Il faut noter qu'une grande partie de la population sénégalaise n'a pas accès à l'électricité. Par ailleurs, le pays dispose d'énormes ressources énergétiques. Leur exploitation à bon escient pourrait le placer sur un chemin de la croissance durable. Cependant, le système énergétique actuel ne parvient pas à suivre le rythme de la demande ; ce qui crée un écart entre l'offre et la demande d'énergie. Ces dernières années, cette situation s'est vue aggravée par la hausse continue du prix du pétrole, sans oublier que la croissance démographique pourrait creuser davantage l'écart (consommation d'énergie) si aucune alternance n'est envisagée à cet effet. Face à une crise récurrente du secteur de l'énergie au Sénégal, notamment dans le sous-secteur de l'électricité, les performances de la croissance

---

3. Source : enquêtes de conjoncture du Groupe de la Banque mondiale.

économiques seraient sans doute compromises. La résolution de cette situation pourrait ainsi ouvrir la voie à la transition énergétique et élever le Sénégal au rang de pays émergents. Cependant, repenser une nouvelle politique énergétique au Sénégal demeure un enjeu et un impératif de développement socio-économique. De même, les impacts économiques, sociaux et environnementaux attendus de cette nouvelle politique énergétique peuvent justifier son adoption au Sénégal, voire dans l'espace CEDEAO, et en général au niveau continental. L'accès à l'électricité, peut être considéré comme une garantie de meilleures conditions de vie (Hygiène, santé et éducation, eau potable, communication et information, aux activités économiques, artisanat et maraîchage). Par ailleurs, l'utilisation de certaines sources d'énergies locales, notamment l'hydraulique, l'éolien, le solaire et la biomasse pourrait atténuer les coûts et les effets sur l'environnement causés par l'usage des produits pétroliers. Le Sénégal bénéficie d'un ensoleillement fort et régulier dont l'utilisation à bon escient à grande échelle pourrait avoir des effets positifs sur la croissance économique. Néanmoins, ce potentiel est sous-exploité à cause d'une économie fragile, d'un manque d'infrastructures lourdes, etc. Ainsi, pour endiguer ce fléau, il serait expédient d'investir dans la création de centrales solaires coûteuses, a priori, mais rentables à long terme afin de rompre avec la pénurie endémique d'énergie source de la dépendance vis-à-vis de l'extérieur. Entre 2015 et 2016 il y eut une période d'embellie avec une conjoncture favorable à la croissance économique grâce à la baisse du prix du baril de pétrole. En effet, en cette période la croissance de l'économie sénégalaise a connu une hausse de 7% en 2017. Au regard des pronostics des experts sur le Plan Sénégal Émergent, le pays pourrait atteindre l'autosuffisance énergétique en 2035. Cette autosuffisance aura sans nul doute des effets positifs sur sa situation économique et sociale. A l'évidence, cela nécessitera de nouvelles politiques énergétiques, tout en aménageant des stratégies innovantes pour gagner le combat de l'écologie durable. En revanche, il convient de souligner que la problématique de l'énergie au Sénégal repose essentiellement sur la transformation, la distribution et le stockage. Outre, ces problèmes, nous avons aussi d'autres difficultés notamment sur le transport et la vétusté du réseau. Le manque d'informations des populations sur la question des énergies renouvelables vient se greffer à ces problèmes cités ci-dessus. En guise d'exemple, nombreux sont ceux qui estiment que le solaire ne peut prendre que de faibles charges ou proportions et alors préférant en général les groupes électrogènes, ce qui est dommage pour un pays qui détient autant de gisements et de sources d'énergie.

Les énergies traditionnelles (bois, charbon de bois, déchets végétaux et animaux) représentent 49% de la consommation finale d'énergie dans le pays. Dans les zones rurales, 80% de la population a recours au bois et à la biomasse pour la cuisson, s'y ajoute le pétrole lampant ou les lampes à piles pour l'éclairage. L'électricité qui ne représente que 7% dans des postes énergétiques en 2006, est essentiellement d'origine thermique, seuls 10% étant d'origine hydroélectrique selon le SIE (le Système d'Information Énergétique du Sénégal). La consommation énergétique par habitant est de 0.2 tep/an, ce qui place le Sénégal parmi les pays les moins consommateurs au monde; la moyenne mondiale étant de

1.6 tep/an. Elle reste encore dominée par les hydrocarbures et la biomasse. Le secteur domestique représente 49% de la consommation finale d'énergie.<sup>4</sup>

### 1.5.2 Le bilan énergétique du Sénégal en 2014

Le bilan en 2014 est le suivant.

- L'électricité coûte à l'État 123 milliards de Francs CFA.
- Les combustibles domestiques représentent 42% de la consommation d'énergie.
- Les produits pétroliers représentent quant à eux 39% de la consommation d'énergie.
- La facture des produits pétroliers coûte à l'État 708 milliards en 2014.

En guise d'illustration, nous allons présenter quelques subventions accordées par l'État du Sénégal au cours des années suivantes pour la consommation d'électricité des ménages.

En 2012 l'État a versé 53 Francs CFA/KWh consommé et le client 117 Francs CFA/KWh.

En 2013 l'État a versé 37 Francs CFA/KWh consommé et le client 117 Francs CFA/KWh.

En 2014 l'État a versé 30 Francs CFA/KWh consommé et le client 117 Francs CFA/KWh.

En 2014 l'État a versé 14 Francs CFA/KWh consommé au premier semestre et le client 117 Franc CFA/KWh.<sup>5</sup>

Vu la situation énergétique du Sénégal, le mixte énergétique pourrait être une bonne combinaison pour atteindre l'autosuffisance énergétique. En dehors des structures existantes, l'État du Sénégal a mis en place à cet effet, une nouvelle agence pour la maîtrise de l'énergie (AEME) (Agence pour l'Économie et la Maîtrise de l'Énergie). L'objectif de cette dernière est d'économiser jusqu'à 43% de l'énergie ; et ensuite, de réduire la facture des produits pétroliers qui s'élève à 708 milliards de Francs CFA en 2014.

### 1.5.3 Les trois sous-secteurs d'énergie au Sénégal

Les trois sous-secteurs énergétiques du Sénégal sont :

- le sous-secteur de l'électricité ;
- le sous-secteur des combustibles domestiques ou biomasse ;
- et le sous-secteur des hydrocarbures.

Selon le rapport du système d'information énergétique du Sénégal 2007 (SIE-Sénégal), les différents objectifs du gouvernement pour le programme d'électrification rurale sont les suivants. Un taux d'électrification de 50% devrait être atteint d'ici 2012 ; ce qui correspond à faire bénéficier l'accès à l'électricité à 263000 nouveaux ménages des localités rurales qui s'ajouteront aux 102000 ménages disposant de l'électricité en 2006, soit une moyenne de plus de 20000 ménages par

---

4. Source SIE.

5. source SENELEC 2015 (Société nationale d'électricité du Sénégal).

an. Pour rappel, dans le programme pluriannuel 2002 – 2022 d'électrification rurale, à savoir le Programme d'Actions Sénégalais d'Électrification Rurale (PASER), les objectifs initiaux étaient des taux de 30% en 2015 et 62% à l'horizon 2022. La progression moyenne annuelle sur 2000 – 2006, de l'ordre de 10,4%, pourrait permettre d'atteindre ces objectifs initiaux avec des taux respectifs de 38% et 76% pour 2015 et 2022, si la tendance se maintient.

### 1.5.4 La consommation d'énergie finale des secteurs au Sénégal en 2014

La consommation en énergie finale de l'ensemble des secteurs d'activités du Sénégal est estimée à 2560 ktep en 2014 selon le Système Information Énergétique du Sénégal (SIE 2014). En effet, le secteur résidentiel et celui des transports constituent les secteurs dominants, avec respectivement 48% et 30% des consommations énergétiques finales totales. Quant aux secteurs des industries et autres secteurs, ils représentent respectivement 16% et 4%.

La Répartition de la consommation d'énergie finale par secteur d'activité est la suivante (Source : SIE-Sénégal 2014).

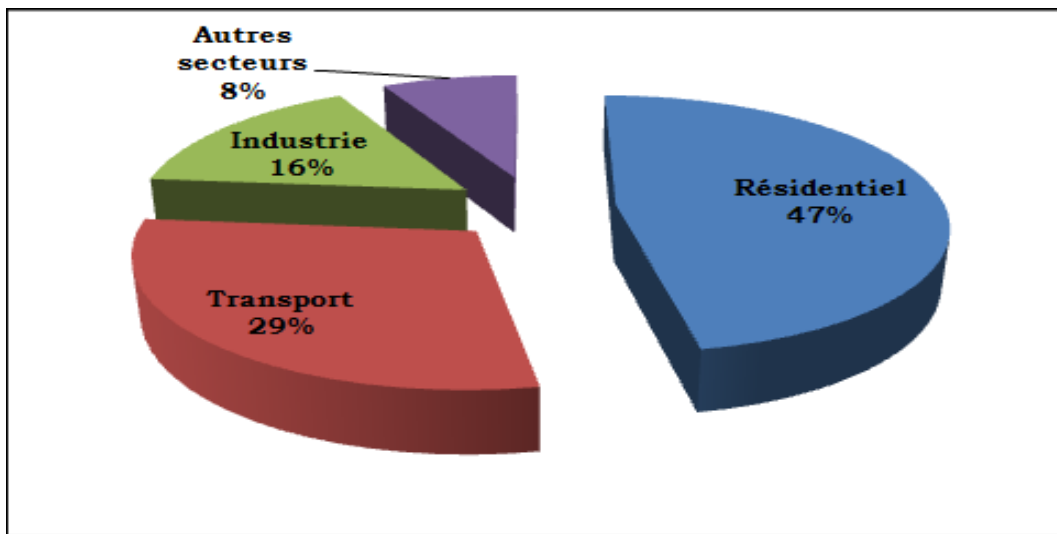


FIGURE 1.5 – Situation énergétique des secteurs au Sénégal

#### 1.5.4.1 Consommation d'énergie du secteur résidentiel

Le secteur résidentiel consomme près de la moitié de l'énergie du pays avec 1226 ktep, soit environ 48% en 2014. La principale source d'énergie provient de la biomasse qui représente à lui seul 84% de la consommation totale d'énergie des ménages. Ce type de produit, composé du bois et du charbon de bois, est souvent utilisé pour besoins de cuisson. Les produits énergétiques, à savoir les énergies fossiles et l'électricité, n'en constituent respectivement que 9% et 7%.

#### **1.5.4.2 Consommation d'énergie du secteur transport**

Le secteur des transports comprend l'ensemble des systèmes utilisés pour le transport des biens et des personnes. Il inclut le transport aérien (passager, fret, cargo), le transport maritime (bateau, ferry, pirogue, etc.), le transport ferroviaire (train et autre) et le transport routier (motocycle, tourisme, bus et autocar, camions, etc.), (Diaw et Tchanche, 2007). En effet, ce secteur consomme 760 ktep, soit 30% de l'énergie. Cependant, la consommation du secteur routier représente la quasi-totalité de la consommation d'énergie du secteur qui est estimée à 95%. Les consommations des secteurs de l'aérien et de la navigation intérieure représentent respectivement 4,7% et 0,3%. S'agissant de la consommation par produit, le diésel et le gasoil occupent 81% de la consommation totale avec notamment 615,6 ktep; alors que le carburéacteur est à 0,3% et l'essence à 18,7%.

#### **1.5.4.3 Consommation d'énergie du secteur industriel**

En 2014, la part de la consommation d'énergie du secteur industriel dans la consommation finale totale du pays est de 16%, estimée à 409,6 ktep. En effet, les produits minéraux non métalliques, provenant essentiellement des cimenteries, occupent plus de la moitié de la consommation totale 65%, car ces dernières sont des industries énergivores. Il s'ensuit après les industries non spécifiées 24,5%, l'industrie alimentaire et du tabac 4,4%, l'industrie chimique et pétrochimique 3,3%, la sidérurgie 1,4%, la construction 0,9% et les textiles et le cuir 0,5%.

#### **1.5.4.4 Consommation d'énergie des secteurs**

La consommation d'énergie des autres secteurs est trop faible. En effet, elle ne représente, en 2014, que 4% de la consommation finale totale du pays. En d'autres termes, les autres secteurs consomment au total 102,4 ktep sur les 2560 ktep de la consommation finale totale.

## **1.6 Conclusion**

L'objectif de ce chapitre était de déterminer le profil énergétique de l'Afrique et en particulier du Sénégal, outre la définition des concepts de croissance et d'énergie. Au terme de cette étude, on a pu déceler des disparités d'accès à l'énergie des différents pays Africains.

Il est difficile, de mesurer la consommation d'énergie dans la mesure où la plupart de la population est rurale et utilise quasiment le bois et la biomasse. Le prix de l'énergie (électricité) pose d'une part un réel problème; et d'autre part, les technologies à utiliser pour exploiter les autres sources d'énergie imposent des défis économiques.

En outre, il faut noter la contrainte de la non disponibilité de données désagrégées sur les ménages, de même sur les différentes formes d'énergie. Cela réduit, en effet, les dimensions de l'étude sur la consommation et la production d'énergie

et de revenus sur le plan microéconomique. La connaissance de ces données permettrait une mise en place de politiques énergétiques et économiques dans une logique intergénérationnelle. En outre, cela permettrait sans doute une meilleure étude des données, pour de meilleurs résultats. Toutefois, ce travail de recherche nous a permis de faire quelques suggestions en termes de politiques à mettre en oeuvre. On constate, en outre, que l'accès à l'énergie est différent selon les différentes régions. Il est important de noter que le choix d'une stratégie de croissance basée sur l'énergie (l'accès, la production et la consommation) ne saurait être réalisé si a priori la relation de cause à effet n'est pas connue. Toutefois, l'option de politique régionale commune en matière de production et consommation d'énergie devrait être privilégiée, car non seulement elle serait génératrice d'économie d'échelle d'une part, mais aussi elle permettrait de réduire les inégalités entre pays. Comme souligné précédemment, le potentiel de ressources énergétiques est à l'heure actuelle sous-exploité compte tenu de la faiblesse des capacités installées jugées très onéreuses, sans oublier l'inadéquation des choix politiques et technologiques. D'ailleurs, la régionalisation des politiques énergétiques permettra, en outre, de mieux faire face aux énormes défis notamment sur le plan financier, le transport et la distribution et l'exploitation. C'est pourquoi, différentes approches sont en cours de promotion, notamment le protocole de l'énergie de la CEDEAO et la politique énergétique commune de l'UEMOA pour une plus grande implication du secteur privé dans cette question afin de favoriser le partenariat public/privé, et en particulier, pour le Sénégal le Plan Sénégal Émergent.

On note pour l'Afrique que l'exploitation du solaire photovoltaïque est en progression, mais demeure encore marginal. Il serait important de prendre en considération ces suggestions ou recommandations suivantes pour l'Afrique et bien évidemment pour le Sénégal.

- Installer un climat propice aux investissements dans le secteur de l'énergie pour toute la gamme des énergies récupérables (pétrole, gaz et charbon) et renouvelables (solaire, hydraulique et éolienne).

- Améliorer la gestion des ressources naturelles et des recettes qui découlent de leur exploitation, en renforçant la qualité, la transparence et la responsabilité des institutions.

- Renforcer l'intégration et la coopération régionales en matière de politiques énergétiques.

- S'atteler aux difficultés propres aux zones rurales isolées, avec des solutions photovoltaïques solaires et des mini-centrales hydroélectriques.

- Promouvoir les combustibles et les appareils de cuisson propres pour les ménages en les aidant à substituer du gaz de pétrole liquéfié aux combustibles solides issus de la biomasse ou au solaire.

- Mener des études plus profondes afin de déceler les effets néfastes sur l'environnement causés par la production et la consommation d'énergie en Afrique, car en 2050 cette population sera probablement de 2 milliards d'individus.



# Chapitre 2

## Vector Autoregressive Models : A Gini Approach

### Résumé

L'objectif de cet article est de montrer que les modèles VAR habituels peuvent être réalisés avec la régression Gini, cest-à-dire sur un espace métrique  $\ell_1$ . En conséquence, lorsque les données sont contaminées par des valeurs extrêmes, nous montrons que des régressions semi-paramétriques VAR-Gini peuvent être utilisées pour obtenir des estimateurs robustes. L'inférence sur les estimateurs est faite avec la norme  $\ell_1$ . Des fonctions de réponse impulsionnelle et des décompositions de Gini pour les erreurs de prévision sont également introduites. Enfin, les tests de causalité de Granger sont proposés sur la base des  $U$ -statistiques. Ce papier a fait l'objet d'un article publié dans Physica A.

### Résumé en anglais

In this paper, it is proven that the usual VAR models may be performed in the Gini sense, that is, on a  $\ell_1$  metric space. The Gini regression is robust to outliers. As a consequence, when data are contaminated by extreme values, we show that semi-parametric VAR-Gini regressions may be used to obtain robust estimators. The inference about the estimators is made with the  $\ell_1$  norm. Also, impulse response functions and Gini decompositions for prevision errors are introduced. Finally, Granger's causality tests are properly derived based on  $U$ -statistics.

**Keywords** : Causality, Gini Regression, Response function,  $U$ -statistics, VAR.

## 2.1 Introduction

Vector autoregressive models – VAR here after – have been extensively used thanks to the seminal work of Sims (1980). Instead of considering a single random variable explained with many one-dimensional real independent variables, a vector of random variables is explained by multivariate regressors. This opens the

door to inductive approaches for the study of correlation and causality between random variables in a system of equations.

As far as we know, VAR models are based on usual estimators such as generalized least squares, the general method of moments, the maximum likelihood, and many other ones. The main drawback of such techniques is their possible close interrelation to the basic Euclidean distance, *i.e.*, the  $\ell_2$  metric.

In their innovative works, Yitzhaki and Schechtman (2013) point out the difficulty inherent to the estimators lying in the  $\ell_2$  metric. Particularly, outliers in samples, even for a small percentage of contamination, imply serious problems on the estimators, for instance explosive variance and/or sign inversions of the coefficient estimates.

Yitzhaki and Schechtman (2013) explain that the use of the coGini operator, based on the  $\ell_1$  metric, provides robust estimates. They argue that the traditional statistical methods may be performed with the Gini index instead of the variance. We investigate this possibility in order to propose semi-parametric Gini estimators for VAR models, which have not been studied before.

In this paper, we show how it is possible to derive robust estimators from semi-parametric VAR-Gini regressions. We first review the difference between the variance and the Gini index (Section 4.2). In Section 4.3, VAR-Gini estimators are proposed : standard semi-parametric Gini regression, generalized Gini regression, and non-linear Gini regressions. Relaxing the strong assumption of the existence of the second moment of the regressors, the inference about the VAR-Gini estimators is proposed thanks to the coGini operator and the use of  $U$ -statistics (Section 4.4). Also, impulse response functions and Gini decomposition for prevision errors are investigated (Section 4.5). Finally, Granger's (non) causality tests are properly derived with  $U$ -statistics (Section 2.6). We close the paper in Section 2.7.

## 2.2 Gini regressions : the standard approaches

We provide in this section a review of the Gini regressions, as it is exposed in Ka and Mussard (2016), see also Yitzhaki and Schechtman (2013).

### 2.2.1 The semi-parametric regression

Consider a simple model  $y = a + \beta_g x + \varepsilon$  with  $x, y, \varepsilon$  some  $n \times 1$  vectors such that  $\varepsilon$  is an error term. The semi-parametric Gini (simple) regression introduced by Olkin and Yitzhaki (1992), consists in averaging tangents  $b_{ij}$  (between observations  $i$  and  $j$ ) with weights  $v_{ij}$ . Let the values of  $x$  be ranked by ascending order ( $x_1 \leq \dots \leq x_n$ ), then the semi-parametric Gini estimator of the slope

coefficient is given by :

$$\hat{\beta}_g = \sum_{i < j} v_{ij} b_{ij}, \text{ with } v_{ij} = \frac{(x_i - x_j)}{\sum_{i < j} (x_i - x_j)} \quad (2.1)$$

$$\text{and } b_{ij} = \frac{(y_i - y_j)}{(x_i - x_j)} \forall i < j ; i = 1, \dots, n. \quad (2.2)$$

Olkin and Yitzhaki (1992) also demonstrate that if the weights  $v_{ij}$  are replaced by quadratic ones such as

$$w_{ij} = \frac{(x_i - x_j)^2}{\sum_{i < j} (x_i - x_j)^2}, \quad (2.3)$$

then the standard Ordinary Least squares (OLS) estimator of the slope coefficient is obtained :

$$\hat{\beta}_{OLS} = \sum_{i < j} w_{ij} b_{ij}. \quad (2.4)$$

Since it depends on the  $\ell_2$  metric, the OLS estimator is heavily sensitive to outliers (see *e.g.* Ka and Mussard (2016) in the case of panel data).

## 2.2.2 The parametric regression

The parametric Gini estimator (Olkin and Yitzhaki, 1992) solves the minimization of Gini index of the residuals ( $e = y - \hat{y}$ ) :<sup>1</sup>

$$\hat{\beta}_{pg} = \arg \min_b G(e) = \arg \min_b \frac{1}{n^2} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n |e_i - e_j|. \quad (2.5)$$

Based on all pairwise "city-block" distances, the parametric and non-parametric Gini regressions are equivalent ( $\hat{\beta}_{pg} = \hat{\beta}_g$ ) if, and only if, the linearity of the model  $y = a + \beta_g x + \varepsilon$  is assessed.

## 2.2.3 OLS vs. Gini

The semi-parametric Gini regression may be defined according to the coGini operator, *i.e.*  $\text{cog}(y, x) := \text{cov}(y, F(x))$  and  $\text{cog}(x, x) := \text{cov}(x, F(x))$  where  $F(x)$  is the cumulative distribution function (cdf) of  $x$ . Indeed, the Gini estimator of the slope coefficient is :

$$\hat{\beta}_g = \frac{\text{cog}(y, x)}{\text{cog}(x, x)}, \text{ whereas } \hat{\beta}_{OLS} = \frac{\text{cov}(y, x)}{\text{cov}(x, x)}. \quad (2.6)$$

---

1. This estimator is only numerically obtained in the multiple regression case.

For estimation purpose, the cdf of  $x$  may be replaced by the rank vector of  $x$  denoted  $r(x)$  such that :<sup>2</sup>

$$\hat{\beta}_g = \frac{\text{cov}(y, r(x))}{\text{cov}(x, r(x))}. \quad (2.7)$$

The semi-parametric Gini multiple regression depends on the rank matrix of the regressors. Let  $X$  be the  $n \times K$  matrix of the regressors and  $R_x$  its rank matrix, which contains in columns the rank vectors  $r(x_k)$  of the regressors  $x_k$  of size  $n \times 1$  for all  $k = 1, \dots, K$ . For each regressor  $x_k$  ( $k = 1, \dots, K$ ), the observations  $x_{ik}$  ( $i = 1, \dots, n$ ) are replaced by their rank within  $x_k$  to get the rank vector  $r(x_k)$ . The semi-parametric Gini multiple regression yields the following estimator (a  $K \times 1$  vector) :

$$\hat{\beta}_g = (R'_x X)^{-1} R'_x y. \quad (2.8)$$

The semi-parametric Gini estimator is close to that of instrumental variables in which the instruments are the rank vectors. Durbin (1954) suggested this estimator without being aware that it corresponds to a Gini framework, initiated later by Yitzhaki and Schechtman (2004).

It is worth mentioning that the coGini index allows the Gini coefficient (the so-called Gini Mean Difference) to be defined as :

$$GMD = \mathbb{E} |x_i - x_j| = 4\text{cov}(x, F(x)),$$

$x_i$  and  $x_j$  being two realizations of  $x$ . Two main approaches have been developed in the literature for analyzing the variability of one random variable. The first one is the variance based on the covariance operator :

$$\sigma^2 = \text{cov}(x, x) = \frac{1}{2} \mathbb{E} (x_i - x_j)^2.$$

The second one is based on the covariance between  $F(x)$  and itself expressed as  $\text{cov}(F(x), F(x))$ . This is Spearman's method defined to be the rank method. The coGini operator can be seen as a mixture of the variance and Spearman's pure rank approach. The difference between the variance and the  $GMD$  is the metrics :  $\ell_2$  norm and  $\ell_1$  norm, respectively. The estimator  $\hat{\beta}_g$  is less sensitive to extreme values thanks to the coGini operator based on the  $\ell_1$  norm.

## 2.2.4 Gini-Grenander conditions

Some conditions on the rank matrix  $R_x$  have to be imposed to ensure the existence of the estimator  $\hat{\beta}_g$ . Grenander conditions used in OLS regressions are modified in order to get a well-defined Gini regression, see Ka and Mussard (2016).

---

2. The rank vector of  $x$  (of size  $n \times 1$ ) is obtained by replacing the elements of  $x$  by their rank, the smallest value of  $x$  is 1 and the highest one is  $n$ . For ties in the regressors, the values of the rank vector must be estimated as mid-points, see Yitzhaki and Schechtman (2013, p. 212-213).

(i) The first condition postulates that no variable degenerates in a sequence of zero, that is, in the Gini sense :

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} r'(x_k)x_k \neq 0, \forall k = 1, \dots, K. \quad (2.9)$$

(ii) The second condition is related to the invertibility of  $R'_x X$ , which is a condition of identification of  $\hat{\beta}_g$  (Eq.(2.8)). Two necessary conditions must hold simultaneously.

(ii.a)  $X$  must be a full rank matrix *i.e.* one column of  $X$  must not be a linear combination of remaining ones, otherwise  $R'_x X$  is not invertible.<sup>3</sup>

(ii.b) Vectors  $x_k$  of  $X$  cannot be comonotonic. Two vectors  $x_k$  and  $x_h$  are comonotonic if, and only if,  $r(x_k) = r(x_h)$ . If at least two regressors  $x_k$  among  $k = 1, \dots, K$  are comonotonic, then  $R'_x X$  is not invertible.

Let  $\mathcal{M}^c$  be the set of all comonotonic matrices with at least two comonotonic vectors  $x_k$ , then (ii.a) and (ii.b) are equivalent to :

$$X \notin \mathcal{M}^c \text{ and } X \text{ is a full rank matrix.}^4 \quad (2.10)$$

(iii) Another condition has to be added with regard to second moments. As explained in the previous subsection, the Gini estimator (and its variance) does not rely on the second moments of  $X$  (and  $\varepsilon$ ), as this is the case for OLS, in order to limit the influence of outliers. Let  $\mathbb{E}(x_k^2)$  and  $\mathbb{E}(\varepsilon^2)$  denote the second moments of  $x_k$  and  $\varepsilon$ , respectively. Then, for all  $k = 1, \dots, K$  :

$$\mathbb{E}(x_k^2) \text{ and } \mathbb{E}(\varepsilon^2) \text{ are supposed to be unknown.} \quad (2.11)$$

Finally, the Gini semi-parametric approach relies on a few assumption :

- no linearity hypothesis is needed ;
- second moments are supposed to be unknown (in this case outliers may arise such that  $\mathbb{E}(x_k^2) \rightarrow \infty$ ).

---

3. For example, let us take a  $n \times 3$  matrix  $X$  with  $x_3$  (column 3) such that :  $x_1 + x_2 = x_3$ . Taking 3 column vectors  $r_1, r_2$  and  $r_3$  of size  $n \times 3$ , then it follows that  $\sum_{i=1}^n r_{1i}x_{1i} + \sum_{i=1}^n r_{1i}x_{2i} = \sum_{i=1}^n r_{1i}x_{3i}$ ,  $\sum_{i=1}^n r_{2i}x_{1i} + \sum_{i=1}^n r_{2i}x_{2i} = \sum_{i=1}^n r_{2i}x_{3i}$  and  $\sum_{i=1}^n r_{3i}x_{1i} + \sum_{i=1}^n r_{3i}x_{2i} = \sum_{i=1}^n r_{3i}x_{3i}$ . If  $r_1, r_2$  and  $r_3$  are the rank vectors of  $X$ , then  $|R'_x X| = 0$ , since :

$$R'_x X = \begin{pmatrix} \sum_{i=1}^n r_{1i}x_{1i} & \sum_{i=1}^n r_{1i}x_{2i} & \sum_{i=1}^n r_{1i}x_{3i} \\ \sum_{i=1}^n r_{2i}x_{1i} & \sum_{i=1}^n r_{2i}x_{2i} & \sum_{i=1}^n r_{2i}x_{3i} \\ \sum_{i=1}^n r_{3i}x_{1i} & \sum_{i=1}^n r_{3i}x_{2i} & \sum_{i=1}^n r_{3i}x_{3i} \end{pmatrix}$$

4. Note that the full rank hypothesis is not a sufficient condition. It is always possible to find a full rank matrix  $X$  with comonotonic vectors

$$X = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 5 \\ 2 & 5 & 8 \\ 3 & 6 & 12 \end{pmatrix},$$

implying  $|R'_x X| = 0$  whereas  $|X| \neq 0$ .

## 2.3 VAR Gini Regressions : Estimations

Let us consider a multivariate process  $\{y_t\}$  composed of  $K$  time series  $\{y_{kt}\}$  such that  $k = 1, \dots, K$ . A vector autoregressive of order 1, *i.e.* a  $VAR(1)$ , is expressed as follows :

$$\underset{(K \times 1)}{y_t} = \underset{(K \times 1)}{\alpha} + \underset{(K \times K)}{B} y_{t-1} + \underset{(K \times 1)}{\varepsilon_t}, \quad (2.12)$$

with  $y_t, y_{t-1}, \alpha, \varepsilon_t$  being  $K \times 1$  column vectors,  $B$  a  $K \times K$  matrix of real coefficients, and with  $\varepsilon_t$  an i.i.d. process representing the error of the model. A  $VAR(p)$  for  $p \in \mathbb{N}^*$  ( $\mathbb{N}^*$  being the set of positive integers) may be expressed as :

$$y_t = \alpha + \Phi_1 y_{t-1} + \dots + \Phi_p y_{t-p} + \varepsilon_t, \quad (2.13)$$

with  $\Phi_i$  being  $K \times K$  matrices such that  $i = 1, \dots, p$ . For instance, for  $K = 2$  and  $p = 2$  we get that :

$$\begin{cases} y_{1t} = \alpha_1 + \Phi_{11} y_{1t-1} + \Phi_{12} y_{1t-2} + \Phi_{13} y_{2t-1} + \Phi_{14} y_{2t-2} + \varepsilon_{1t} \\ y_{2t} = \alpha_2 + \Phi_{21} y_{1t-1} + \Phi_{22} y_{1t-2} + \Phi_{23} y_{2t-1} + \Phi_{24} y_{2t-2} + \varepsilon_{2t}, \end{cases} \quad (2.14)$$

with  $\Sigma$  the variance-covariance matrix of  $(\varepsilon_{1t}, \varepsilon_{2t})$ .

### 2.3.1 The basic semi-parametric case

Let us consider a realization  $y_k$  of the process  $\{y_{kt}\}$  over  $t = 1, \dots, T$  periods, for all  $k = 1, \dots, K$ . Then, a realization of a  $VAR(p)$  may be represented by the following system :

$$\begin{cases} \underset{(T \times 1)}{y_1} = \underset{(T \times (k_1+1))}{X_1} \underset{((k_1+1) \times 1)}{\beta_{g1}} + \underset{(T \times 1)}{\varepsilon_1} \\ \vdots \\ \underset{(T \times 1)}{y_k} = \underset{(T \times (k_h+1))}{X_k} \underset{((k_h+1) \times 1)}{\beta_{gk}} + \underset{(T \times 1)}{\varepsilon_k} \\ \vdots \\ \underset{(T \times 1)}{y_K} = \underset{(T \times (k_K+1))}{X_K} \underset{((k_K+1) \times 1)}{\beta_{gK}} + \underset{(T \times 1)}{\varepsilon_K}, \end{cases} \quad (2.15)$$

with matrices  $X_k$  of size  $T \times (k_h + 1)$  with  $k_h$  a given number of realizations of times series among  $y_{1t}, y_{1t-1}, \dots, y_{Kt-p}$ .<sup>5</sup> The Gini estimation of a  $VAR(p)$  may

---

5. Note that each one of the processes  $y_{kt}$  may obey to different lagged times series.  $X_k$  is also composed of a vector of ones to determine  $\alpha_k$ . In the case where  $k_h = Kp + 1$  for all matrices  $X_k$ , then the model Eq.(2.15) is reduced to Eq.(3.2) for a given  $K \in \mathbb{N}^*$ . Note also that Eq.(2.15) is more flexible since it allows the time series  $y_{kt}$  to be dependent on  $y_{ht}$  and conversely, but not only. For example, we could have :

$$\begin{cases} y_{1t} = \alpha_1 + \Phi_{10} y_{2t} + \Phi_{11} y_{1t-1} + \Phi_{12} y_{1t-2} + \Phi_{13} y_{2t-1} + \Phi_{14} y_{2t-2} + \varepsilon_{1t} \\ y_{2t} = \alpha_2 + \Phi_{20} y_{1t} + \Phi_{21} y_{1t-1} + \varepsilon_{2t}. \end{cases}$$

be performed by concatenating the equations of the system (Eq.(2.15)) in order to estimate the following,

$$\mathbf{y} = \mathbf{X}\boldsymbol{\beta}_g + \boldsymbol{\varepsilon}, \quad (2.16)$$

with

$$\mathbf{y} = \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_K \end{pmatrix}; \mathbf{X} = \begin{pmatrix} X_1 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & X_2 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \cdots & \cdots & \cdots & \vdots \\ 0 & \cdots & \cdots & \cdots & X_K \end{pmatrix}; \boldsymbol{\beta}_g = \begin{pmatrix} \beta_{g1} \\ \beta_{g2} \\ \vdots \\ \beta_{gK} \end{pmatrix} \quad (2.17)$$

with  $\mathbf{y}$  a  $TK \times 1$  vector,  $\mathbf{X}$  a  $(TK) \times \sum_{h=1}^K (k_h + 1)$  matrix,  $\boldsymbol{\beta}_g$  a  $\sum_{h=1}^K (k_h + 1) \times 1$  vector. The semi-parametric Gini regression yields an estimator of  $\boldsymbol{\beta}_g$  whenever Gini-Grenander conditions (i)–(iii) are respected :

$$\hat{\boldsymbol{\beta}}_g = (\mathbf{R}'_{\mathbf{x}} \mathbf{X})^{-1} \mathbf{R}'_{\mathbf{x}} \mathbf{y}, \quad (2.18)$$

where  $\mathbf{R}_{\mathbf{x}}$  is the rank matrix of  $\mathbf{X}$ . As in the standard semi-parametric Gini regression, Gini estimators are of particular relevance when outliers arise in the data. As we will see in the following sections, some conditions must be imposed on  $\varepsilon_t$ .

### 2.3.2 Generalized Gini regressions

Let us now propose a new way of estimating VAR models in the Gini sense.<sup>6</sup> Let  $\boldsymbol{\Sigma}_{\varepsilon}$  be the variance-covariance matrix of  $\boldsymbol{\varepsilon}$ . Since it is positive semi-definite, then it exists a real matrix  $\mathbf{P}$  such that  $\boldsymbol{\Sigma}_{\varepsilon} = \mathbf{P}\mathbf{P}'$ . In this respect, thanks to the Cholesky decomposition, the model may be rewritten as :

$$\mathbf{P}^{-1}\mathbf{y} = \mathbf{P}^{-1}\mathbf{X}\boldsymbol{\beta}_g + \mathbf{P}^{-1}\boldsymbol{\varepsilon} \iff \mathbf{y}^* = \mathbf{X}^*\boldsymbol{\beta}_g + \boldsymbol{\varepsilon}^*. \quad (2.19)$$

We can check that :

$$\mathbb{E}(\boldsymbol{\varepsilon}^* \boldsymbol{\varepsilon}^{*\prime}) = \mathbb{E}(\mathbf{P}^{-1}\boldsymbol{\varepsilon}\boldsymbol{\varepsilon}'\mathbf{P}^{-1'}) = \mathbf{P}^{-1}\boldsymbol{\Sigma}_{\varepsilon}\mathbf{P}^{-1'} = \mathbf{P}^{-1}\mathbf{P}\mathbf{P}'\mathbf{P}^{-1'} = \mathbb{I}_{TK}. \quad (2.20)$$

Since the previous model has been purged from autocorrelation and heteroskedasticity, then applying the semi-parametric Gini regression we get the generalized Gini regression whenever Gini-Grenander conditions (i)–(iii) are met :

$$\hat{\boldsymbol{\beta}}_{gg} = (\mathbf{R}'_{\mathbf{x}^*} \mathbf{X}^*)^{-1} \mathbf{R}'_{\mathbf{x}^*} \mathbf{y}^*, \quad (2.21)$$

with  $\mathbf{R}'_{\mathbf{x}^*}$  being the rank matrix of  $\mathbf{X}^*$ . If we assume a contemporaneous correlation between the  $\varepsilon_k$  and  $\varepsilon_h$ , that is,  $\sigma_{kh} := \text{cov}(\varepsilon_k, \varepsilon_h)$  :

$$\boldsymbol{\Sigma}_{\varepsilon} := \mathbb{E}(\boldsymbol{\varepsilon}\boldsymbol{\varepsilon}') = \begin{pmatrix} \sigma_{11}\mathbb{I}_T & \sigma_{12}\mathbb{I}_T & \cdots & \sigma_{1K}\mathbb{I}_T \\ \sigma_{21}\mathbb{I}_T & \sigma_{22}\mathbb{I}_T & \cdots & \sigma_{2K}\mathbb{I}_T \\ \cdots & \cdots & \sigma_{kh}\mathbb{I}_T & \cdots \\ \sigma_{K1}\mathbb{I}_T & \sigma_{K2}\mathbb{I}_T & \cdots & \sigma_{KK}\mathbb{I}_T \end{pmatrix} \quad (2.22)$$

---

6. The technique "generalized Gini regression" is inspired from the "generalized least squares" in which the effects of non-spherical disturbances are neutralized.

with  $\mathbb{1}_T$  the  $T \times T$  identity matrix, then the model is close to the well-known SURE regression introduced by Zellner (1962).<sup>7</sup> However, as mentioned in the Gini-Grenander condition (iii), second moments must not be used to avoid bias estimates due to the presence of outliers. For that purpose, the variance-covariance matrix Eq.(2.22) may be replaced by the coGini matrix of the error terms to get a SURE-Gini regression :

$$\mathbf{G}_\varepsilon := \mathbb{E}(\varepsilon F'(\varepsilon)) = \begin{pmatrix} \text{cog}_{11} \mathbb{1}_T & \text{cog}_{12} \mathbb{1}_T & \cdots & \text{cog}_{1K} \mathbb{1}_T \\ \text{cog}_{21} \mathbb{1}_T & \sigma_{22} \mathbb{1}_T & \cdots & \text{cog}_{2K} \mathbb{1}_T \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ \text{cog}_{k1} \mathbb{1}_T & \text{cog}_{k2} \mathbb{1}_T & \cdots & \text{cog}_{kK} \mathbb{1}_T \end{pmatrix} \quad (2.23)$$

where  $F$  is the c.d.f. of  $\varepsilon$ , and where,

$$\text{cog}_{kh} = \text{cov}(\varepsilon_k, F(\varepsilon_h)). \quad (2.24)$$

The estimator  $\hat{\beta}_{gg}$  may be determined if there exists a matrix  $\mathbf{P}$  of the transformed model Eq.(4.3) such that  $\mathbb{E}[\varepsilon^* F'(\varepsilon^*)] = \mathbb{1}_{KT}$ . Precisely,  $\mathbf{P}$  must solve for :

$$\mathbb{E}[\varepsilon^* F'(\varepsilon^*)] = \mathbb{E}[\mathbf{P}\varepsilon F'(\mathbf{P}\varepsilon)] = \mathbf{P}\mathbb{E}[\varepsilon F'(\varepsilon)] = \mathbb{1}_{KT}. \quad (2.25)$$

If  $\mathbf{P}$  is rank idempotent, *i.e.*  $F'(\mathbf{P}\varepsilon) = F'(\varepsilon)$ , then

$$\mathbf{P}\mathbb{E}[\varepsilon F'(\varepsilon)] = \mathbf{P}\mathbf{G}_\varepsilon = \mathbb{1}_{KT} \implies \mathbf{P} = [\mathbf{G}_\varepsilon]^{-1}. \quad (2.26)$$

Although the condition on  $\mathbf{P}$  to be rank idempotent is strong, we must at least have an approximation  $F'(\mathbf{P}\varepsilon) \approx F'(\varepsilon)$  to determine  $\hat{\beta}_{gg}$ . It is noteworthy that in the special case of independence between each and every pairs of error terms *i.e.*  $\text{cog}_{kh} = 0$ , then  $\mathbf{P} = [\mathbf{G}_\varepsilon]^{-1}$ . Indeed, if  $\text{cog}_{kh} = 0$  for all  $k \neq h$ , then

$$\mathbf{G}_\varepsilon = \mathbb{E}(\varepsilon F'(\varepsilon)) = \begin{pmatrix} \text{cog}_{11} \mathbb{1}_T & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \text{cog}_{22} \mathbb{1}_T & \cdots & 0 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ 0 & \cdots & \cdots & \text{cog}_{KK} \mathbb{1}_T \end{pmatrix}. \quad (2.27)$$

This yields :

$$\mathbf{P}^{-1} = \begin{pmatrix} \text{cog}_{11}^{-1} \mathbb{1}_T & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \text{cog}_{22}^{-1} \mathbb{1}_T & \cdots & 0 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ 0 & \cdots & \cdots & \text{cog}_{KK}^{-1} \mathbb{1}_T \end{pmatrix}. \quad (2.28)$$

In this case,  $\mathbf{P}$  is diagonal and it follows that  $F'(\mathbf{P}\varepsilon) = F'(\varepsilon)$ , *i.e.*  $\mathbf{P}$  is rank idempotent.

Finally, it can be noticed that the analytic form of  $\hat{\beta}_{gg}$  is close to that of instrumental variables (IV) – see Yitzhaki and Schechtman (2004) for the link

---

7. Let  $\Sigma$  the  $K \times K$  matrix such that  $\Sigma := [\sigma_{kh}]$ . Then another expression for  $\Sigma_\varepsilon$  is  $\Sigma_\varepsilon = \Sigma \otimes \mathbb{1}_T$ .



between Gini regressions and IV. Indeed setting the matrix of instruments  $\mathbf{Z}' := \mathbf{R}'_{\mathbf{x}^*} \mathbf{P}^{-1}$ , we get an IV estimator :

$$\begin{aligned}\hat{\boldsymbol{\beta}}_{gg} &= (\mathbf{R}'_{\mathbf{x}^*} \mathbf{X}^*)^{-1} \mathbf{R}'_{\mathbf{x}^*} \mathbf{y}^* = (\mathbf{R}'_{\mathbf{x}^*} \mathbf{P}^{-1} \mathbf{X})^{-1} \mathbf{R}'_{\mathbf{x}^*} \mathbf{P}^{-1} \mathbf{y} = (\mathbf{Z}' \mathbf{X})^{-1} \mathbf{Z}' \mathbf{y} \\ &\equiv \hat{\boldsymbol{\beta}}_{IV}.\end{aligned}\quad (2.29)$$

Off-course, the estimator  $\hat{\boldsymbol{\beta}}_{gg}$  does not rely on the same assumptions compared with the traditional OLS-IV estimator. Thanks to the Gini approach, there is no need to postulate neither exogeneity of the error term, nor the existence of the second moments of the regressors (nor those of the error terms for the variance of  $\hat{\boldsymbol{\beta}}_{gg}$ ), nor the linearity of the model.

### 2.3.3 Non linearity

Let us introduce a semi-parametric Gini regression by relaxing the linearity hypothesis. Let us assume the existence of the following regression curve,

$$\mathbf{y} = g(\mathbf{X}, \boldsymbol{\beta}_g) + \boldsymbol{\varepsilon}, \quad (2.30)$$

that is,  $\mathbf{y}$  is a non-linear function of the regressors  $\mathbf{X}$  in which extreme values arise. Paralleling the well-known non-linear least squares, we make a Taylor expansion of  $g(\mathbf{X}, \boldsymbol{\beta}_g)$  on an exogenous vector  $\boldsymbol{\beta}_g^0$  :

$$g(\mathbf{X}, \boldsymbol{\beta}_g) \approx g(\mathbf{X}, \boldsymbol{\beta}_g^0) + \sum_k \frac{\partial g(\mathbf{X}, \boldsymbol{\beta}_g^0)}{\partial \beta_k^0} (\beta_k - \beta_k^0). \quad (2.31)$$

Thus :

$$\begin{aligned}g(\mathbf{X}, \boldsymbol{\beta}_g) &\approx \left[ \underbrace{g(\mathbf{X}, \boldsymbol{\beta}_g^0)}_{g^0} - \sum_k \beta_k^0 \underbrace{\frac{\partial g(\mathbf{X}, \boldsymbol{\beta}_g^0)}{\partial \beta_k^0}}_{\mathbf{x}_k^0} \right] + \sum_k \beta_k \frac{\partial g(\mathbf{X}, \boldsymbol{\beta}_g^0)}{\partial \beta_k^0} \\ &= \left[ g^0 - \sum_k \beta_k^0 \mathbf{x}_k^0 \right] + \sum_k \beta_k \mathbf{x}_{k^0} \\ &= g^0 - \mathbf{X}^0 \boldsymbol{\beta}_g^0 + \mathbf{X}^0 \boldsymbol{\beta}_g.\end{aligned}\quad (2.32)$$

The model becomes :

$$\mathbf{y} = g(\mathbf{X}, \boldsymbol{\beta}_g) + \boldsymbol{\varepsilon} = g^0 - \mathbf{X}^0 \boldsymbol{\beta}_g^0 + \mathbf{X}^0 \boldsymbol{\beta}_g + \boldsymbol{\varepsilon}. \quad (2.33)$$

Thus :

$$\underbrace{\mathbf{y} - g^0 + \mathbf{X}^0 \boldsymbol{\beta}_g^0}_{\mathbf{y}^0} = \mathbf{X}^0 \boldsymbol{\beta}_g + \boldsymbol{\varepsilon}. \quad (2.34)$$

Then, we loop either the standard semi-parametric Gini regression Eq.(4.2) or the generalized Gini regression Eq.(2.21) :

$$\mathbf{y}^0 = \mathbf{X}^0 \boldsymbol{\beta}_g + \boldsymbol{\varepsilon} \quad \text{or} \quad \mathbf{y}^{0*} = \mathbf{X}^{0*} \boldsymbol{\beta}_{gg} + \boldsymbol{\varepsilon}^*. \quad (2.35)$$

The estimated vector  $\hat{\beta}_g^\tau$  ( $\hat{\beta}_{gg}^\tau$ ) at iteration  $\tau$  will be the vector used in the next iteration  $\tau + 1$  with  $\hat{\beta}_g^0$  ( $\hat{\beta}_{gg}^0$ ) the initial vector at iteration 0 such that :

$$\hat{\beta}_g^{\tau+1} = [\mathbf{R}'_{\mathbf{x}^0} \mathbf{X}^{0\tau}]^{-1} \mathbf{R}'_{\mathbf{x}^0} \mathbf{y}^\tau \quad \text{or} \quad \hat{\beta}_{gg}^{\tau+1} = [\mathbf{R}'_{\mathbf{x}^{0*}} \mathbf{X}^{0*\tau}]^{-1} \mathbf{R}'_{\mathbf{x}^{0*}} \mathbf{y}^{*\tau} \quad (2.36)$$

where  $\mathbf{R}'_{\mathbf{x}^0}$  ( $\mathbf{R}'_{\mathbf{x}^{0*}}$ ) is the rank matrix of  $\mathbf{X}^{0\tau}$  ( $\mathbf{X}^{0*\tau}$ ). The algorithm stops when  $\hat{\beta}_g^{\tau+1} - \hat{\beta}_g^\tau \approx 0$ .

### 2.3.4 Selection of the VAR order

For all semi-parametric Gini regressions studied above, the number of lags  $p$  has to be determined. The classical methods may be employed such as Akaike (AIC), Schwarz (BIC), Hannan et Quinn (HQ), and other ones. In the case where each times series  $y_{kt}$  depends on the same number of regressors, replacing the estimation of the variance-covariance matrix  $\hat{\Sigma}_\varepsilon$  by that of the coGini  $\hat{\mathbf{G}}_\varepsilon$ , the Akaike information criterion may be computed as,

$$AIC = \log \det(\hat{\mathbf{G}}_\varepsilon) + \frac{2K(Kp + 1)}{T}, \quad (2.37)$$

or in the small sample case, see Hurvich and Tsay (1989), as follows

$$AIC = \log \det(\hat{\mathbf{G}}_\varepsilon) + \frac{2K(Kp + 1)}{T - (Kp + 1)}. \quad (2.38)$$

The discussion on the choice of the desirable criterion, for usual VAR models, is analyzed for instance in Colletaz (2017).

## 2.4 Inference

In this Section it is proven that the inference about the estimators of VAR-Gini regressions may be done with first moments only in order to respect the Gini-Grenander conditions (i)–(iii). Before, let us analyze the existence of the bias.

### 2.4.1 Bias

Under the linear approximation  $\varepsilon = \mathbf{y} - \mathbf{X}\beta_g$  and with the condition  $\mathbb{E}(\mathbf{R}'_{\mathbf{x}}\varepsilon) = 0$ ,<sup>8</sup> the estimator  $\hat{\beta}_g$  is an unbiased estimator of  $\beta_g$  :

$$\begin{aligned} \hat{\beta}_g &= (\mathbf{R}'_{\mathbf{x}} \mathbf{X})^{-1} \mathbf{R}'_{\mathbf{x}} \mathbf{y} = (\mathbf{R}'_{\mathbf{x}} \mathbf{X})^{-1} \mathbf{R}'_{\mathbf{x}} (\mathbf{X}\beta_g + \varepsilon) \\ &= \beta_g + (\mathbf{R}'_{\mathbf{x}} \mathbf{X})^{-1} \mathbf{R}'_{\mathbf{x}} \varepsilon. \end{aligned} \quad (2.39)$$

---

8. The condition  $\mathbb{E}(\mathbf{R}'_{\mathbf{x}}\varepsilon) = 0$  is analogous to that of exogeneity  $\mathbb{E}(\mathbf{X}'\varepsilon) = 0$  in the OLS case.

Thus,

$$\mathbb{E}(\hat{\beta}_g) = \beta_g + \mathbb{E}((\mathbf{R}'_x \mathbf{X})^{-1} \mathbf{R}'_x \boldsymbol{\varepsilon}) = \beta_g. \quad (2.40)$$

The same demonstration holds true for the generalized Gini regression whenever  $\boldsymbol{\varepsilon}^* = \mathbf{y}^* - \mathbf{X}^* \hat{\beta}_{gg}$  and with the condition  $\mathbb{E}(\mathbf{R}'_{\mathbf{x}^*} \boldsymbol{\varepsilon}^*) = 0$ .

## 2.4.2 Inference with first moments only

Some strong conditions should be imposed such as the existence of second moments to derive the limiting distributions of  $\hat{\beta}_{gg}$ . However, Yitzhaki and Schechtman (2013) show that all the estimators used in semi-parametric Gini regressions are  $U$ -statistics, which possess desirable and weaker asymptotic properties. Let us show that  $\hat{\beta}_{gg}$  is a function of  $U$ -statistics.

Let  $x_1, x_2, \dots, x_m$  be  $m$  i.i.d. random variables, and  $\phi(x_1, x_2, \dots, x_m)$  a symmetric function (the kernel) such that :

$$\phi^*(x_1, x_2, \dots, x_m) = (n!)^{-1} \sum_{i_1, i_2, \dots, i_m} \dots \sum \phi(x_{i_1}, x_{i_2}, \dots, x_{i_m}), \quad (2.41)$$

where  $n$  is the smallest number of observations needed to estimate  $\phi^*$ . The  $U$ -statistic for the parameter  $\phi^*$ , which is an unbiased estimate of  $\phi^*$ , is expressed as :

$$U(x_1, x_2, \dots, x_m) = \binom{m}{n}^{-1} \sum_{i_1, i_2, \dots, i_m} \dots \sum \phi(x_{i_1}, x_{i_2}, \dots, x_{i_m}). \quad (2.42)$$

The variance of an  $U$ -statistics,  $Var(U)$ , for the parameter  $\phi^*$  of degree  $m$  (degree of the kernel) is,

$$Var(U) = \binom{n}{m}^{-1} \sum_{i=1}^n \binom{n}{i} \binom{n-m}{m-i} \xi_i, \quad (2.43)$$

where,

$$\xi_i = Var[\phi_i^*(x_1, x_2, \dots, x_m)] = \mathbb{E}(\phi_i^{*2}(x_1, x_2, \dots, x_m)) - \mathbb{E}(\phi_i^*(x_1, x_2, \dots, x_m))^2.$$

An easier way to estimate the variance of  $U$  is the jackknife :

$$Var(U) = \frac{n-1}{n} \sum_{i=1}^n \left[ U_{-i} - \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n U_{-i} \right]^2, \quad (2.44)$$

where  $U_{-i}$  is the estimator issued from the sample of size  $n-1$  *i.e.* without the  $i$ th observation.

To prove that  $\hat{\beta}_{gg}$  is a semi-parametric estimator, which is a function of  $U$ -statistics, we start from the estimation of Eq.(4.3) with the generalized Gini regression (the same demonstration holds true for the standard model Eq.(2.16)) :

$$\begin{cases} y_1^* &= X_1^* \beta_{gg1} + \varepsilon_1^* \\ \vdots & \vdots \\ y_k^* &= X_k^* \beta_{ggk} + \varepsilon_k^* \\ \vdots & \vdots \\ y_K^* &= X_K^* \beta_{ggK} + \varepsilon_K^* \end{cases} \quad (2.45)$$

For each equation of the system, we can prove that the vector  $\hat{\beta}_{ggk}$  is an  $U$ -statistics. Let us start with the  $k$ -th equation estimated by generalized Gini regression, then for  $k_h$  regressors (the constant is omitted for simplicity) :

$$y_k^* = \hat{\beta}_{ggk,1}y_1^* + \cdots + \hat{\beta}_{ggk,k_h}y_{k_h}^* + \hat{\varepsilon}_k^*, \quad \forall k = 1, \dots, K. \quad (2.46)$$

We follow a technique initiated by Yitzhaki and Schechtman (2013, Chapter 8) for the standard semi-parametric Gini regression. We set the following identity issued from (2.46) :

$$\begin{aligned} \text{cov}(y_k^*, r_1) &= \hat{\beta}_{ggk,1} \text{cov}(y_1^*, r_1) + \cdots + \hat{\beta}_{ggk,k_h} \text{cov}(y_{k_h}^*, r_1) + \text{cov}(\hat{\varepsilon}_k^*, r_1) \\ \text{cov}(y_k^*, r_2) &= \hat{\beta}_{ggk,1} \text{cov}(y_1^*, r_2) + \cdots + \hat{\beta}_{ggk,k_h} \text{cov}(y_{k_h}^*, r_2) + \text{cov}(\hat{\varepsilon}_k^*, r_2) \\ &\vdots \\ \text{cov}(y_k^*, r_{k_h}) &= \hat{\beta}_{ggk,1} \text{cov}(y_1^*, r_{k_h}) + \cdots + \hat{\beta}_{ggk,k_h} \text{cov}(y_{k_h}^*, r_{k_h}) + \text{cov}(\hat{\varepsilon}_k^*, r_{k_h}), \end{aligned} \quad (2.47)$$

with  $r_1, r_2, \dots, r_{k_h}$  the rank vectors of, respectively,  $y_1^*, y_2^*, \dots, y_{k_h}^*$ . Dividing the previous equations by, respectively,  $\text{cov}(y_1^*, r_1), \text{cov}(y_2^*, r_2), \dots, \text{cov}(y_{k_h}^*, r_{k_h})$  and setting for all  $j = 1, \dots, k_h$ ,

$$\hat{\beta}_{0j} := \frac{\text{cov}(y_k^*, r_j)}{\text{cov}(y_j^*, r_j)}; \quad \hat{\beta}_{k_h j} := \frac{\text{cov}(y_{k_h}^*, r_j)}{\text{cov}(y_j^*, r_j)}; \quad \hat{\beta}_{\varepsilon j} := \frac{\text{cov}(\hat{\varepsilon}_k^*, r_j)}{\text{cov}(y_j^*, r_j)} \quad (2.48)$$

yields,

$$\begin{aligned} \hat{\beta}_{01} &= \hat{\beta}_{ggk,1} + \cdots + \hat{\beta}_{ggk,k_h} \hat{\beta}_{k_h 1} + \hat{\beta}_{\varepsilon 1} \\ \hat{\beta}_{02} &= \hat{\beta}_{ggk,1} \hat{\beta}_{12} + \cdots + \hat{\beta}_{ggk,k_h} \hat{\beta}_{k_h 2} + \hat{\beta}_{\varepsilon 2} \\ &\vdots \\ \hat{\beta}_{0k_h} &= \hat{\beta}_{ggk,1} \hat{\beta}_{1k_h} + \cdots + \hat{\beta}_{ggk,k_h} + \hat{\beta}_{\varepsilon k_h}. \end{aligned} \quad (2.49)$$

Let us set  $\hat{b}_0 := (\hat{\beta}_{01}, \dots, \hat{\beta}_{0k_h})$  and  $\hat{b}_\varepsilon := (\hat{\beta}_{\varepsilon 1}, \dots, \hat{\beta}_{\varepsilon k_h})$ , thus,

$$\begin{pmatrix} \hat{\beta}_{ggk,1} \\ \hat{\beta}_{ggk,2} \\ \vdots \\ \hat{\beta}_{ggk,k_h} \end{pmatrix} = \underbrace{\begin{pmatrix} 1 & \hat{\beta}_{21} & \cdots & \hat{\beta}_{k_h 1} \\ \hat{\beta}_{12} & \cdots & \cdots & \cdots \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ \hat{\beta}_{1k_h} & \hat{\beta}_{2k_h} & \cdots & 1 \end{pmatrix}}_{\hat{B}^{-1}}^{-1} \begin{pmatrix} \hat{\beta}_{01} - \hat{\beta}_{\varepsilon 1} \\ \hat{\beta}_{02} - \hat{\beta}_{\varepsilon 2} \\ \vdots \\ \hat{\beta}_{0k_h} - \hat{\beta}_{\varepsilon k_h} \end{pmatrix}. \quad (2.50)$$

Hence, for all  $k = 1, \dots, K$  :

$$\hat{\beta}_{ggk} = \hat{B}^{-1} [\hat{b}_0 - \hat{b}_\varepsilon]. \quad (2.51)$$

The estimator  $\hat{\beta}_{ggk}$  is a function of slope coefficients of semi-parametric simple Gini regressions (see Eq.(2.1)). Thereby, it is a semi-parametric Gini estimator. The estimators  $\hat{\beta}_{0j}$ ,  $\hat{\beta}_{\varepsilon j}$  and  $\hat{\beta}_{k_h j}$  are function of  $U$ -statistics, see Yitzhaki and

Schechtman (2013, Chapter 9). If  $\hat{B}$  is a full rank matrix, so invertible, then  $\hat{\beta}_{ggk}$  is a function of  $U$ -statistics. By Slutsky's theorem,  $\hat{\beta}_{ggk}$  is a consistent estimator and it is asymptotically normal. Therefore,

$$\hat{\beta}_{gg} \stackrel{a}{\sim} \mathcal{N}(\beta_{gg}, \hat{\sigma}_J(\hat{\beta}_{gg})), \quad (2.52)$$

with  $\hat{\sigma}_J(\hat{\beta}_{gg})$  the Jackknife standard deviation of  $\hat{\beta}_{gg}$  (see Eq.(2.44)).

### 2.4.3 Testing for linearity

As mentioned by Yitzhaki and Schechtman (2013), in the case of cross sectional data, the parametric Gini regression may be used to test for the linearity of the model. It is worth mentioning that the parametric Gini regression Eq.(2.5) relies on linearity. Then, it is also a tool to test whether the coefficients of the semi-parametric Gini regressions are coincident with those derived under linearity. Let  $\beta_{pg}$  and  $\beta_{gg}$  be respectively the parametric and semi-parametric Gini coefficients of any given  $VAR(p)$  model. The test is specified as follows :

$$\left\| \begin{array}{l} H_0 : \beta_{pgk} - \beta_{ggk} = 0 \quad \forall k \\ H_1 : \exists(\beta_{pgk} - \beta_{ggk}) \neq 0, \quad k = 1, \dots, K \end{array} \right\| \iff \left\| \begin{array}{l} H_0 : \text{linearity} \\ H_1 : \text{non linearity} \end{array} \right\|$$

From Eq.(2.52) we know that  $\beta_{gg} \stackrel{a}{\sim} \mathcal{N}$ . On the other hand, if  $\beta_{pg} \stackrel{a}{\sim} \mathcal{N}$ , then

$$\hat{\beta}_{ggk} - \hat{\beta}_{pgk} \stackrel{a}{\sim} \mathcal{N}(\beta_{ggk} - \beta_{pgk}, \hat{\sigma}_J(\hat{\beta}_{ggk} - \hat{\beta}_{pgk})), \quad (2.53)$$

with  $\hat{\sigma}_J(\hat{\beta}_{ggk} - \hat{\beta}_{pgk})$  the Jackknife standard deviation (Eq.(2.44)). If the null is rejected, then the semi-parametric approach provides a regression curve for at least one process  $y_{kt}$  of the system Eq.(2.45). Also, in this case, it is possible to define a specific non-linear form and to use the semi-parametric non-linear Gini regression studied above (Eq.(2.36)).

## 2.5 Impulse Response and Gini Decomposition

In this section, we study the impulse response function of the VAR-Gini model. First, we briefly review the condition of stationarity necessary to derive the impulse response function. Then, we develop the Gini impulse response function and the Gini decomposition of the errors.

### 2.5.1 Stationarity

It is well-known that any  $VAR(p)$  may be reduced to a  $VAR(1)$  as follows,

$$\mathbf{Y}_t = \mathbf{c} + \mathbf{C}\mathbf{Y}_{t-1} + \boldsymbol{\varepsilon}_t, \quad (2.54)$$

such that,

$$\begin{aligned} \mathbf{Y}_t &= \begin{pmatrix} y_t \\ y_{t-1} \\ \vdots \\ y_{t-p+1} \end{pmatrix}; \quad \mathbf{c} = \begin{pmatrix} c \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix}; \quad \mathbf{C} = \begin{pmatrix} \Phi_1 & \Phi_2 & \cdots & \Phi_p \\ \mathbb{I}_K & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \mathbb{I}_K & 0 & \cdots \\ \vdots & \cdots & \cdots & \vdots \\ 0 & \cdots & \mathbb{I}_K & 0 \end{pmatrix} \\ \boldsymbol{\varepsilon}_t &= \begin{pmatrix} \varepsilon_t \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix}. \end{aligned} \quad (2.55)$$

As a consequence, if a  $VAR(p)$  is stationary or stable then its reduced form Eq.(2.54) is also stable. It is noteworthy that a  $VAR(p)$  is stable (and so stationary) if, and only if, the eigen values of  $\mathbf{C}$  are no greater than one in absolute value. Or, equivalently, defining  $L$  the lag operator, then stability implies that the polynomial,

$$|\mathbb{I} - \Phi_1 L - \Phi_2 L^2 - \cdots - \Phi_p L^p|, \quad (2.56)$$

has roots outside the complex circle of radius one. On the other hand, any  $VAR(p)$  may be rewritten as a Vector Moving Average process  $VMA$ . An infinite vector moving average process,  $VMA(\infty)$ , is expressed as follows,

$$y_t = \mu + \varepsilon_t + \Psi_1 \varepsilon_{t-1} + \Psi_2 \varepsilon_{t-2} + \cdots = \mu + \Psi(L)\varepsilon_t, \quad (2.57)$$

with  $\mu := \mathbb{E}(y_t)$  and  $\varepsilon_{t-i} \sim \mathcal{N}$ . In this case, the coefficients of  $VAR$  and  $VMA$  are linked in the following way,

$$(\mathbb{I} - \Phi_1 L - \Phi_2 L^2 - \cdots - \Phi_p L^p)(\Psi_0 + \Psi_1 L + \Psi_2 L^2 + \cdots) = \mathbb{I}. \quad (2.58)$$

This provides a well-known result in the literature of  $VAR$  models :<sup>9</sup>

$$\Psi_0 = \mathbb{I} \quad (2.59)$$

$$\Psi_1 = \Phi_1 \quad (2.60)$$

$$\Psi_2 = \Phi_1 \Psi_1 + \Phi_2 \quad (2.61)$$

$\vdots$

$$\Psi_i = \Phi_1 \Psi_{i-1} + \Phi_2 \Psi_{i-2} + \cdots + \Phi_p \Psi_{i-p}. \quad (2.62)$$

## 2.5.2 The simple impulse response function

Thanks to the  $VMA(\infty)$  model, it is possible to capture the impact of any given innovation  $\varepsilon_{kt}$  on the whole system represented by  $y_t$ . Since the  $VMA(\infty)$  is given by,

$$y_t = \mu + \varepsilon_t + \Psi_1 \varepsilon_{t-1} + \Psi_2 \varepsilon_{t-2} + \cdots + \Psi_i \varepsilon_{t-i} + \cdots \quad (2.63)$$

---

9. The reader is referred to Carcea and Serfling (2015) and Shelef and Schechtman (2011) for the determination of ARMA processes in the Gini sense, related to the concept of Gini stationarity, which is not investigated here.

with  $\mathbb{E}(\varepsilon_t) = 0$ , then the simple response function is expressed as,

$$\frac{\partial y_t}{\partial \varepsilon_{t-i}} = \Psi_i. \quad (2.64)$$

Since  $\Psi_i$  is a  $K \times K$  matrix, the simple impulse response function provides the impact of the innovations  $\varepsilon_{1t}, \dots, \varepsilon_{Kt}$  at time  $t$  on the dependent variable  $y_{t+i}$ , precisely on each  $y_{1t+i}, \dots, y_{Kt+i}$ .

### 2.5.3 The orthogonal impulse response function

As seen in the previous sections, the generalized Gini regression provides an estimator  $\hat{\beta}_{gg}$  based on the coGini matrix of the residuals. Here, the same strategy is employed by defining the coGini matrix of the error term  $\varepsilon_t$  :

$$G_{\varepsilon} := \mathbb{E}(\varepsilon_t F'(\varepsilon_t)) = \begin{pmatrix} \text{cog}_{11} & \text{cog}_{12} & \cdots & \text{cog}_{1k} \\ \text{cog}_{21} & \sigma_{22} & \cdots & \text{cog}_{2k} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ \text{cog}_{k1} & \text{cog}_{k2} & \cdots & \text{cog}_{kk} \end{pmatrix} \quad (2.65)$$

where  $F$  is the c.d.f. of  $\varepsilon_t$ , and where,

$$\text{cog}_{ij} = \text{cov}(\varepsilon_{it}, F(\varepsilon_{jt})). \quad (2.66)$$

This specification allows one to deal with orthogonal innovations in order to get proper estimates of impulse responses. In the same manner than in the generalized Gini regression, we set  $G_{\varepsilon} = P^{-1}$ . The  $K \times K$  matrix  $P^{-1}$  enables the transformed errors  $\varepsilon_t^* = P\varepsilon_t$  to be neutral whenever  $P$  exists and it is rank idempotent :

$$\mathbb{E}(\varepsilon_t^* F'(\varepsilon_t^*)) = \mathbb{E}(P\varepsilon_t F'(P\varepsilon_t)) = PG_{\varepsilon} = \mathbb{I}_K. \quad (2.67)$$

Consequently, the transformed innovations  $\varepsilon_t^* = P\varepsilon_t$  allows for a better estimation of the responses since they are uncorrelated (orthogonal) to each others. Since  $P^{-1}\varepsilon_t^* = \varepsilon_t$  the  $VMA(\infty)$  is rewritten as :

$$y_t = \mu + \varepsilon_t + \Psi_1 P^{-1} \varepsilon_{t-1}^* + \Psi_2 P^{-1} \varepsilon_{t-2}^* + \cdots + \Psi_i P^{-1} \varepsilon_{t-i}^* + \cdots \quad (2.68)$$

Setting  $\Theta_i := \Psi_i P^{-1}$ , then

$$y_t = \mu + \varepsilon_t + \Theta_1 \varepsilon_{t-1}^* + \Theta_2 \varepsilon_{t-2}^* + \cdots + \Theta_i \varepsilon_{t-i}^* + \cdots \quad (2.69)$$

The orthogonal response function is given by :

$$\frac{\partial y_t}{\partial \varepsilon_{t-i}^*} = \Theta_i. \quad (2.70)$$

In this case, when outliers occur in  $y_t$ , even if the semi-parametric Gini regression attenuates the presence of outliers in the errors terms, the use of  $G_{\varepsilon}$  enables some robustness to be obtained compared with a traditional variance-covariance matrix.

## 2.5.4 The Gini decomposition of the errors

From the  $VMA(\infty)$  it is possible to derive the prevision error at a given period. For variable  $y_{kt}$ , this error is, for lags  $l = 1, \dots, \ell$  :

$$\begin{aligned} er_{kt+\ell} &= y_{kt+\ell} - \mathbb{E}(y_{kt+\ell}) \\ &= \sum_{l=1}^{\ell} \Theta_{\ell-l,k1} \varepsilon_{1,t+1}^* + \sum_{l=1}^{\ell} \Theta_{\ell-l,k2} \varepsilon_{2,t+1}^* + \dots + \sum_{l=1}^{\ell} \Theta_{\ell-l,kK} \varepsilon_{K,t+1}^*, \end{aligned} \quad (2.71)$$

where  $\Theta_{\ell-l,k1}$  is the coefficient estimate of variable  $k$  associated with innovation  $\varepsilon_1^*$ . The variance of the prevision error is :

$$\text{Var}(er_{kt+\ell}) = \sum_{l=1}^{\ell} \Theta_{\ell-l,k1}^2 + \dots + \sum_{l=1}^{\ell} \Theta_{\ell-l,kK}^2. \quad (2.72)$$

The contribution of innovation  $\varepsilon_k^*$  to the variance of the prevision error is :

$$\text{Cont}_k = \frac{\sum_{l=1}^{\ell} \Theta_{\ell-l,kk}^2}{\sum_{l=1}^{\ell} \Theta_{\ell-l,k1}^2 + \dots + \sum_{l=1}^{\ell} \Theta_{\ell-l,kK}^2}. \quad (2.73)$$

Since second moments are assumed to be unknown, the coGini between the prevision errors and its rank vector  $r_{er}$  is computed as :

$$\text{cov}(er_{kt+\ell}, r_{er}) = \sum_{l=1}^{\ell} \Theta_{\ell-l,k1} \text{cov}(\varepsilon_{1,t+1}^*, r_{er}) + \dots + \sum_{l=1}^{\ell} \Theta_{\ell-l,kK} \text{cov}(\varepsilon_{K,t+1}^*, r_{er}). \quad (2.74)$$

Multiplying both sides of the previous expression by  $4/n$  yields the Gini index of the prevision error  $G(er_{kt+\ell})$  :

$$G(er_{kt+\ell}) = \frac{4}{n} \sum_{l=1}^{\ell} \Theta_{\ell-l,k1} \text{cov}(\varepsilon_{1,t+1}^*, r_{er}) + \dots + \frac{4}{n} \sum_{l=1}^{\ell} \Theta_{\ell-l,kK} \text{cov}(\varepsilon_{K,t+1}^*, r_{er}). \quad (2.75)$$

The contribution of innovation  $\varepsilon_k^*$  to the Gini prevision error is given by :

$$\text{Cont-}G_k = \frac{\sum_{l=1}^{\ell} \Theta_{\ell-l,kk} \text{cov}(\varepsilon_{k,t+1}^*, r_{er})}{\sum_{l=1}^{\ell} \Theta_{\ell-l,k1} \text{cov}(\varepsilon_{1,t+1}^*, r_{er}) + \dots + \sum_{l=1}^{\ell} \Theta_{\ell-l,kK} \text{cov}(\varepsilon_{K,t+1}^*, r_{er})}. \quad (2.76)$$

## 2.6 Granger Causality Test

In order to test whether a variable (does not) cause(s)  $y_t$ , in Granger's sense, let us start with a  $VAR(1)$  model :

$$\begin{pmatrix} y_{1t} \\ y_{2t} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \Phi_{11} & \Phi_{12} \\ \Phi_{21} & \Phi_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y_{1t-1} \\ y_{2t-1} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} c_1 \\ c_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \varepsilon_{1t} \\ \varepsilon_{2t} \end{pmatrix}. \quad (2.77)$$



If the variable  $y_{1t}$  does not cause the variable  $y_{2t}$  at the order 1, then the non causality is denoted  $y_{1t} \not\overset{(1)}{\rightarrow} y_{2t}$ . If the variable  $y_{1t}$  causes the variable  $y_{2t}$  at the order 1, then in this case  $y_{1t} \overset{(1)}{\rightarrow} y_{2t}$ . This means that  $y_{1t}$  is a predictor of  $y_{2t}$ , that is,  $y_{1t}$  enables to predict  $y_{2t}$  with a time horizon of one period. It is also noteworthy that Granger's (1969) causality test is linear. However, the linearized semi-parametric Gini regression studied in Section 2.3.3 may be used as well.

The (non) causality tests, between the variables  $y_{1t}$  and  $y_{2t}$ , stemming from the  $VAR(1)$  model are as follows :

$$\left\| \begin{array}{l} H_0 : \Phi_{12} = 0 \\ H_1 : \Phi_{12} \neq 0 \end{array} \right\| \iff \left\| \begin{array}{l} H_0 : y_{2t} \not\overset{(1)}{\rightarrow} y_{1t} \\ H_1 : y_{2t} \overset{(1)}{\rightarrow} y_{1t}, \end{array} \right. \quad (2.78)$$

$$\left\| \begin{array}{l} H_0 : \Phi_{21} = 0 \\ H_1 : \Phi_{21} \neq 0 \end{array} \right\| \iff \left\| \begin{array}{l} H_0 : y_{1t} \not\overset{(1)}{\rightarrow} y_{2t} \\ H_1 : y_{1t} \overset{(1)}{\rightarrow} y_{2t}. \end{array} \right. \quad (2.79)$$

Since  $\hat{\Phi}_{ij} \equiv \hat{\beta}_{gg,ij}$  and since, as seen before,

$$\hat{\beta}_{gg,ij} \overset{a}{\sim} \mathcal{N}(\beta_{gg,ij}, \hat{\sigma}_J(\beta_{gg,ij})),$$

then the (non) causality test may be implemented directly by testing for the nullity of  $\beta_{gg,ij}$ .

Things are more complicated for a  $VAR(p)$  model. Let us take, as before, only two variables. The  $VAR(p)$  is,

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} y_{1t} \\ y_{2t} \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} \Phi_{11,1} & \Phi_{12,1} \\ \Phi_{21,1} & \Phi_{22,1} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y_{1t-1} \\ y_{2t-1} \end{pmatrix} + \dots + \\ &+ \begin{pmatrix} \Phi_{11,p} & \Phi_{12,p} \\ \Phi_{21,p} & \Phi_{22,p} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y_{1t-p} \\ y_{2t-p} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} c_1 \\ c_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \varepsilon_{1t} \\ \varepsilon_{2t} \end{pmatrix}. \end{aligned} \quad (2.80)$$

A joint test may be performed to assess whether  $y_{1t}$  may (not) cause  $y_{2t}$  and inversely :

$$\left\| \begin{array}{l} H_0 : \Phi_{12,1} = \dots = \Phi_{12,p} = 0 \\ H_1 : \exists \Phi_{12,i} \neq 0, i = 1, \dots, p \end{array} \right\| \iff \left\| \begin{array}{l} H_0 : y_{2t} \not\overset{(1)}{\rightarrow} y_{1t} \\ H_1 : y_{2t} \overset{(1)}{\rightarrow} y_{1t}. \end{array} \right. \quad (2.81)$$

$$\left\| \begin{array}{l} H_0 : \Phi_{21,1} = \dots = \Phi_{21,p} = 0 \\ H_1 : \exists \Phi_{21,i} \neq 0, i = 1, \dots, p \end{array} \right\| \iff \left\| \begin{array}{l} H_0 : y_{1t} \not\overset{(1)}{\rightarrow} y_{2t} \\ H_1 : y_{1t} \overset{(1)}{\rightarrow} y_{2t}. \end{array} \right. \quad (2.82)$$

To perform the joint test, let us compare the model with the restriction imposed by the null  $H_0$  and without it. For that purpose, the goodness of fit of the model is computed with and without restriction. The Gini R-squared is given, for instance for the first equation, by

$$GR^2 = 1 - \left( \frac{\text{COV}(\hat{\varepsilon}_{1t}, r_{\hat{\varepsilon}_{1t}})}{\text{COV}(y_{1t}, r_{y_{1t}})} \right)^2, \quad (2.83)$$

where  $r_{\hat{\varepsilon}_{1t}}$  is the rank vector of  $\hat{\varepsilon}_{1t} = y_{1t} - \hat{y}_{1t}$  and  $r_{y_{1t}}$  the rank vector of  $y_{1t}$ . Setting  $G\rho_0^2$  being the Gini R-squared of the model with constraint (under the null), and  $G\rho^2$  the Gini R-squared without restriction, then Eq.(5.11) is equivalent to test for :

$$\left\| \begin{array}{l} H_0 : G\rho_0^2 - G\rho^2 = 0 \\ H_1 : G\rho_0^2 - G\rho^2 \neq 0 \end{array} \right. \iff \left\| \begin{array}{l} H_0 : y_{2t} \xrightarrow{(1)} y_{1t} \\ H_1 : y_{2t} \not\xrightarrow{(1)} y_{1t}. \end{array} \right. \quad (2.84)$$

Let us denote  $U_1 := \text{cov}(\hat{\varepsilon}_{1t}, r_{\hat{\varepsilon}_{1t}})$  the coGini of the residuals and  $U_2 := \text{cov}(y_{1t}, r_{y_{1t}})$  the coGini of  $y_{1t}$ . Then, an estimator of  $G\rho^2$  is given by :

$$U = \frac{U_2^2 - U_1^2}{U_2^2}. \quad (2.85)$$

Since  $U$  is a function of coGinis which are  $U$ -statistics, then it is an unbiased and convergent estimator of  $G\rho^2$ . In the same way, defining  $U_0$  as a consistent estimator of  $G\rho_0^2$  issued from the model with constraints on the parameters, then the null is tested thanks to the following statistics :

$$U_0 - U \stackrel{a}{\sim} \mathcal{N}(G\rho_0^2 - G\rho^2, \hat{\sigma}_J(U_0 - U)), \quad (2.86)$$

where  $\hat{\sigma}_J(U_0 - U)$  is the Jackknife standard deviation of  $U_0 - U$ .

It is noteworthy that, in their original paper, Olkin and Yitzhaki (1992) made use of Eq.(2.83) which is obtained under the parametric approach, *i.e.*, with the assumption that :

$$\text{cov}(\hat{y}, r_{\hat{\varepsilon}}) = 0. \quad (2.87)$$

The previous equation is true in the parametric case in which linearity is imposed. In order to assess the goodness of fit of the semi-parametric Gini regression, without linearity condition, we propose another Gini analysis. Since,

$$y = \hat{y} + \hat{\varepsilon}, \quad (2.88)$$

then,

$$\text{cov}(y, r_y) = \text{cov}(\hat{y}, r_y) + \text{cov}(\hat{\varepsilon}, r_y). \quad (2.89)$$

that is,

$$G_y = \frac{4}{n} \text{cov}(\hat{y}, r_y) + \frac{4}{n} \text{cov}(\hat{\varepsilon}, r_y), \quad (2.90)$$

with  $G_y$  the Gini index of  $y$ . As a consequence the Gini index of the dependent variable (the variability of  $y$ ) is explained by the variability of the estimated dependent variable  $\hat{y}$  and the variability of the residuals  $\hat{\varepsilon}$ . We deduce that the Gini R-squared may be defined as follows :

$$\frac{G_y}{G_y} = \frac{\text{cov}(\hat{y}, r_y)}{\text{cov}(y, r_y)} + \frac{\text{cov}(\hat{\varepsilon}, r_y)}{\text{cov}(y, r_y)}, \quad (2.91)$$

that is,

$$\overline{GR}^2 = 1 - \frac{\text{cov}(\hat{\varepsilon}, r_y)}{\text{cov}(y, r_y)}. \quad (2.92)$$

Thereby, relaxing the hypothesis of linearity of the model used by Olkin and Yitzhaki (1992) implies that the (non) causality test has to be performed as in Eq.(2.86) thanks to the statistics Eq.(2.92).

## 2.7 Conclusion

In this paper, we have shown that taking recourse to a tool of income inequality measurement, the celebrated Gini index, may have interesting features, see also Palestini and Pignataro (2016) for the use of the Atkinson index.

The semi-parametric Gini regression has been shown to be an alternative way compared with the usual estimators available in the literature of VAR models based on the variance. It offers a wide range of estimators : parametric and non parametric. This flexibility enables one to test whether a model may be specified with linearity or not, as in the usual Gini regression, initiated by Schechtman *et al.* (2011). Also, it allows for dealing with non spherical disturbances such as heteroskedasticity and auto-correlation, the so-called generalized Gini regression, which opens the way on deriving rank idempotent matrices to deduce accurate estimators.

Finally, it is shown that if outliers drastically affect the sample, then it is possible to make use of other tools : a Gini causality test in Granger's sense, a Gini (orthogonal) impulse response functions, and the Gini decomposition of the prevision errors.

## Chapitre 3

# Comparaison des méthode MCO-VAR vs Gini-VAR avec simulations de Monte Carlo

Dans ce chapitre, l'objectif principal est de déterminer par simulation de Monte Carlo le comportement des estimateurs (bêtas Gini) et de leurs erreurs quadratiques moyennes (MSE) associées, afin d'attester la validité de notre approche VAR-Gini, et de vérifier par ailleurs que les résultats sont conformes à la littérature théorique notamment Yitzhaki et Schechtman (2013) et Ka et Muscard (2016). A partir de la régression par moindres carrés ordinaires (MCO) et de la régression Gini (GMD), nous souhaitons mettre en évidence les points de convergence ou de différences entre ces deux approches en absence ou en présence de données aberrantes sur les variables observées. En outre, les MSE et les bêtas seront les supports pour montrer la robustesse de la régression Gini en présence de points aberrants, mais aussi les limites et lacunes de celle des MCO. Pour ce faire, il sera question de recourir au modèle Vecteur Auto-régressif VAR-Gini et VAR-MCO, tels que nous les avons présentés dans les chapitres précédents. Rappelons que les modèles VAR permettent d'étudier l'interdépendance dynamique de séries temporelles ; il est donc intéressant d'analyser le comportement des estimateurs Gini et MCO, afin de comprendre si en présence de valeurs aberrantes, cette dynamique est correctement décrite par l'une ou l'autre des techniques d'estimation.

La régression par MCO consiste à minimiser la variance des erreurs, alors que la régression Gini minimise la GMD des erreurs, voir Olkin and Yitzhaki (1992) et l'ouvrage complet de Yitzhaki et Schechtman (2013). La différence moyenne de Gini (GMD) a été introduite pour la première fois par Corrado Gini en (1912) comme une mesure alternative de la variabilité. Ainsi, leur principale différence demeure la norme utilisée : la norme  $l_1$  ou City block pour Gini (GMD), et la norme  $l_2$  ou la distance euclidienne pour la variance. De ce fait, en présence de points aberrants, les estimateurs des MCO sont plus sensibles que ceux de

la régression Gini, par le fait que l'erreur est élevée au carré.<sup>1</sup> Il est également important de rappeler qu'il existe deux types de régression Gini, la régression paramétrique et la régression semi-paramétrique. Dans le cadre de ce chapitre, seule la régression semi-paramétrique sera utilisée, en effet, cette dernière ne suppose pas la linéarité entre les variables dépendantes et les régresseurs, nous souhaitons donc nous affranchir d'une méthode qui repose sur la linéarité et qui implique aussi que la forme fonctionnelle des estimateurs est inconnue.

Avant d'aborder les Simulations de Monte Carlo (*SMC*), revenons un instant sur l'usage de cette méthode. Les *SMC* ont été proposées pour la première fois par les scientifiques du projet Manhattan lors de la deuxième guerre mondiale, en s'inspirant des jeux de hasard pratiqués à Monaco. Les auteurs, comme E. Fermi, J. Neumann, S. Ulam et N. Metropolis sont considérés comme les pionniers des méthodes de *SMC*. Ces dernières sont, en effet, répandues aujourd'hui dans plusieurs domaines scientifiques notamment en physique des hautes énergies, en économétrie, en logistique, en réseaux, en radioactivité, en finance, etc. Par exemple Hertz (1964) a utilisé cette méthode pour apporter une solution à la décision d'investissement de projets nouveaux. Un actif financier ou réel peut avoir plusieurs valeurs pour une période donnée. Il est ainsi commode de simuler ces valeurs par *SMC* à l'aide, par exemple, de processus aléatoires afin d'estimer les valeurs futures de l'actif ou plus généralement d'une variable.

Grâce aux *SMC*, il est possible de constater que les fluctuations des variables évoluent selon les différents scénarios étudiés. La simulation nous permet aussi de modéliser les effets de l'incertitude des variables, qui constitue un élément indispensable pour évaluer leur effet et leur lien par rapport à d'autres variables.

Les *SMC* se réalisent à partir de différentes étapes selon l'étude envisagée. Dans le cadre de notre étude, nous procéderons de la manière suivante :

- **Première étape :**

Le processus stochastique qui décrit le comportement de l'évolution des variables est choisi : soit des données portant sur la croissance économique (PIB) et la consommation d'énergie dans un premier temps, soit des lois que l'on propose d'utiliser de manière arbitraire, dans un second temps.

- **Deuxième étape :**

On estime le modèle de base (croissance/énergie) puisque le processus générateur des données n'est pas supposé *a priori* ou, dans le cas contraire, on fixe les paramètres du processus stochastique à utiliser (les bêtas, la volatilité, l'incrément de temps et le nombre d'itérations) ainsi que les lois suivies par les variables.

---

1. Rappelons aussi que pour la régression Gini on utilise comme instrument le rang des régresseurs, ce qui n'est pas le cas pour la régression par MCO.

• Troisième étape :

Les outliers (points aberrants) sont insérés suivant une logique aléatoire dans la variable expliquée ou dans les variables explicatives.

• Quatrième étape :

Les résultats obtenus sont analysés.

• Cinquième étape :

Les étapes précédentes sont répétées un grand nombre de fois (*rep*) afin de mesurer, entre autres, l'écart entre les bêtas estimés avec contamination et les bêtas fixés ou estimés *a priori*.

Dans les première et deuxième étape de nos *SMC*, nous fixerons et estimerons suivants les cas, le modèle  $VAR(p)$ , dont on rappelle la forme générale :

$$y_t = \alpha_0 + \sum_{i=1}^p \beta_i y_{t-i} + \varepsilon_t. \quad (3.1)$$

Par exemple, comme nous l'avons vu au chapitre précédent, pour deux retards et deux variables :

$$\begin{cases} y_{1t} = \alpha_1 + \Phi_{11}y_{1t-1} + \Phi_{12}y_{1t-2} + \Phi_{13}y_{2t-1} + \Phi_{14}y_{2t-2} + \varepsilon_{1t} \\ y_{2t} = \alpha_2 + \Phi_{21}y_{1t-1} + \Phi_{22}y_{1t-2} + \Phi_{23}y_{2t-1} + \Phi_{24}y_{2t-2} + \varepsilon_{2t}. \end{cases} \quad (3.2)$$

Dans les étapes trois à cinq, les  $\hat{\beta}^{MCO}$  et les  $\hat{\beta}^{Gini}$  sont estimés afin d'en déduire les MSE :

$$MSE^j = \frac{1}{rep} \sum_{i=1}^N (\beta^j - \widehat{\beta}_i^j)^2, \quad (3.3)$$

avec  $j = MCO, Gini$ .

Pour mettre en exergue les deux méthodes d'estimation, plusieurs stratégies sont adoptées. L'une consiste à ne pas supposer le processus générateur des données, alors que l'autre consiste à le supposer *a priori*. Par conséquent, dans le cadre de la première approche, deux variables théoriquement liées comme la croissance économique (croissance du PIB) et la consommation d'énergie du Sénégal entre 1980 et 2013 sont analysées afin de rendre compte des similitudes et des différences entre les estimateurs MCO et Gini. Nous aborderons donc en premier lieu le modèle croissance/énergie comme étant le modèle de base ou de référence. Ce modèle croissance/énergie ne comporte pas d'outliers (points aberrants) dans les données, ces derniers sont introduits par la suite afin d'étudier d'éventuels changements dans les estimations. Dans la seconde approche, des lois normales sont générées et contaminées, à la fois au niveau des variables dépendantes et des régresseurs, afin de prouver la robustesse des estimateurs Gini.

## 3.1 Processus générateur inconnu : le cas du Sénégal

Nous analysons tour à tour dans cette section, les données sénégalaises nécessaires à nos estimations par simulation, l'estimation du modèle de base, et enfin les différents scénarios de contamination.

### 3.1.1 Description des données

Pour la première phase d'application qui consiste à ne pas supposer le processus générateur des données, nous avons utilisé les données extraites du site de la banque mondiale (WDI)<sup>2</sup> portant sur le PIB par tête en dollars courant des États-Unis (*EU*) et de la consommation d'énergie en Kg tep<sup>3</sup> par tête allant sur la période de 1980 – 2013 au Sénégal. L'échantillon est de faible taille, ce qui nous permettra d'en tirer des conclusions lors de nos comparaisons entre les techniques MCO et Gini. Représentons sur même un graphe nos deux variables afin de montrer leur variabilité et leur co-mouvement.

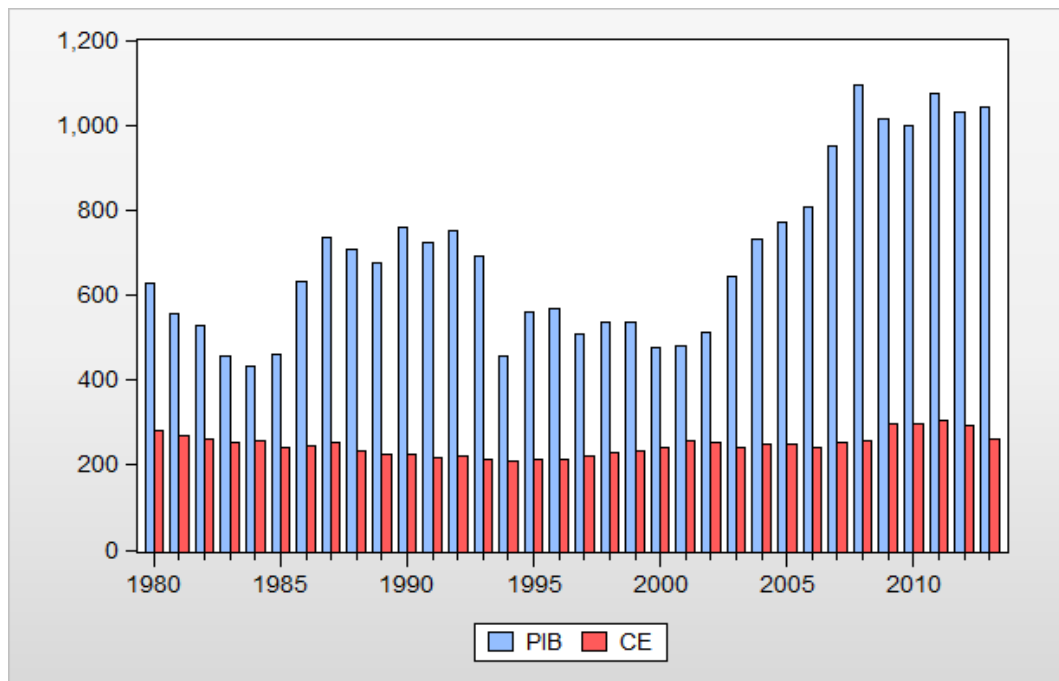


FIGURE 3.1 – Consommation d'énergie et du PIB par tête au Sénégal

2. World Development Indicators (2014).

3. Tonne équivalent pétrole.

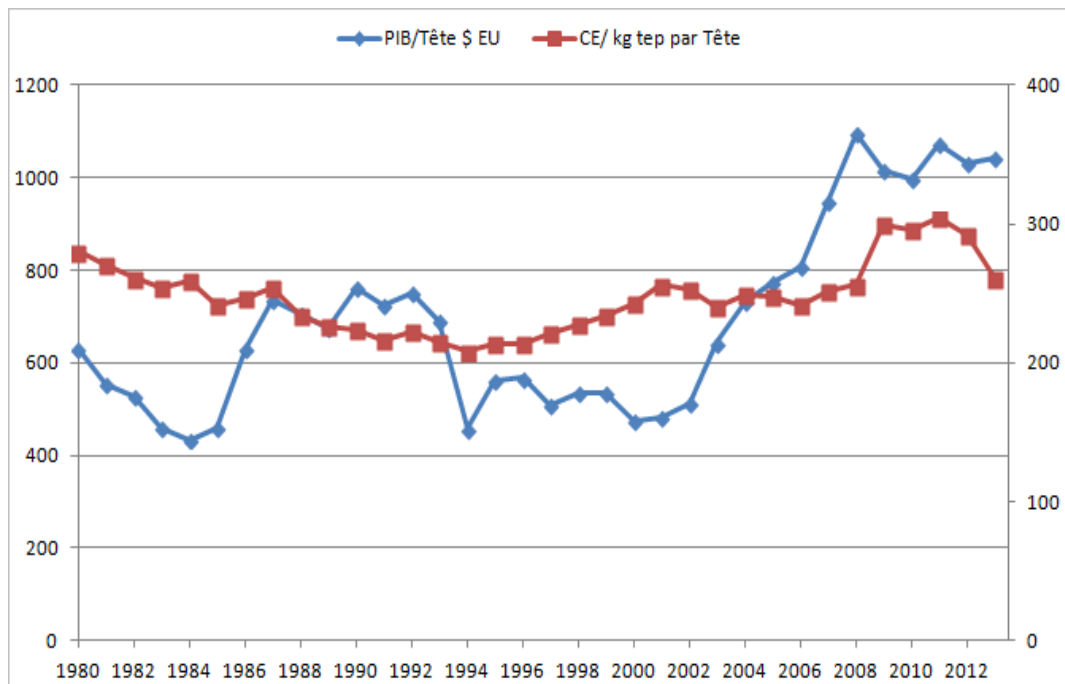


FIGURE 3.2 – Évolution de la consommation d'énergie et du PIB par tête au Sénégal

A partir de ce graphique représentant l'évolution de la consommation d'énergie et PIB, à première vue, les courbes ne semblent pas avoir une allure stationnaire. Cela laisse supposer, que les deux séries se comportent comme un processus à tendance stochastique. De même, en les observant de plus près, on constate qu'elles présentent des évolutions différentes et une hausse de façon générale sur la période.

Comme on pouvait s'y attendre *a priori*, une forte volatilité des deux séries est observée sur des sous-périodes. On pourrait se permettre, en outre, de penser qu'il y a sans doute la présence d'une tendance haussière du PIB de 2000 à 2008. Cette tendance haussière du PIB peut être expliquée par l'environnement socio-politique et socio-économique du pays. A titre d'exemple, cette stabilité peut être expliquée (par une absence de crise politique, ou coup d'Etat, ou encore une crise économique sévère sur une période, une guerre, etc.). Cette augmentation générale peut en outre, être expliquée par les politiques d'investissement initiées par la Banque Mondiale et le FMI pour la mise en place d'une stratégie de croissance accélérée. Par évidence, il existe une relation de corrélation étroite entre la stabilité politique et l'efficacité économique d'un pays. Si *a priori*, on considère la croissance du bien-être ou la stabilité économique comme l'un des facteurs essentiels de la stabilité politique d'un pays, on observe entre 1994 et 1995 une forte hausse du PIB qui peut être due aux ajustements structurels datant de 1994. Par ailleurs, une tendance baissière de la consommation d'énergie sur la période 1980-1994 et une légère hausse sur la période 1994 à 2010 sont enregistrées. Par conséquent, les fluctuations des prix du pétrole peuvent se répercuter sur le prix



de la consommation d'énergie et évidemment impacter le PIB. Ce phénomène a été observé d'ailleurs dans plusieurs pays importateurs de pétrole. Toujours dans la même optique d'analyse des séries, d'une manière ramassée, observons leurs histogrammes.

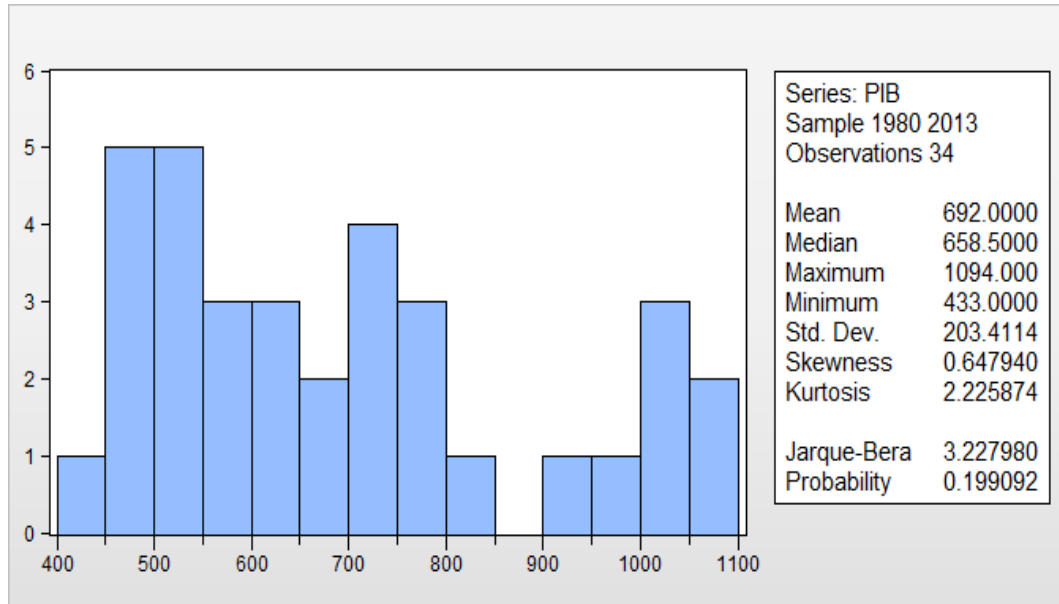


FIGURE 3.3 – L'histogramme du PIB/tête au Sénégal de 1980 – 2013

A partir de cet histogramme, on peut de fait constater que le coefficient d'asymétrie ou Skewness est de 0,6480. La distribution est donc asymétrique vers la droite, du fait que la valeur du coefficient d'asymétrie est supérieure à 0. De plus, le coefficient d'aplatissement ou Kurtosis est de 2,23 indiquant que la distribution du PIB est platikurtique car étant inférieure à la valeur du Kurtosis de la loi normale (3).

En outre, on remarque que le PIB par tête a une valeur maximale de 1093,7166 dollars ce qui représente souvent le PIB des pays pauvres, et un minimum de 433,1532 dollars sur la période soit une différence de 660,5634. Par ailleurs, cette série a une médiane de 658,4997 et une moyenne de 692,0030 dollars ce qui représente assez souvent les valeurs des pays pauvres.

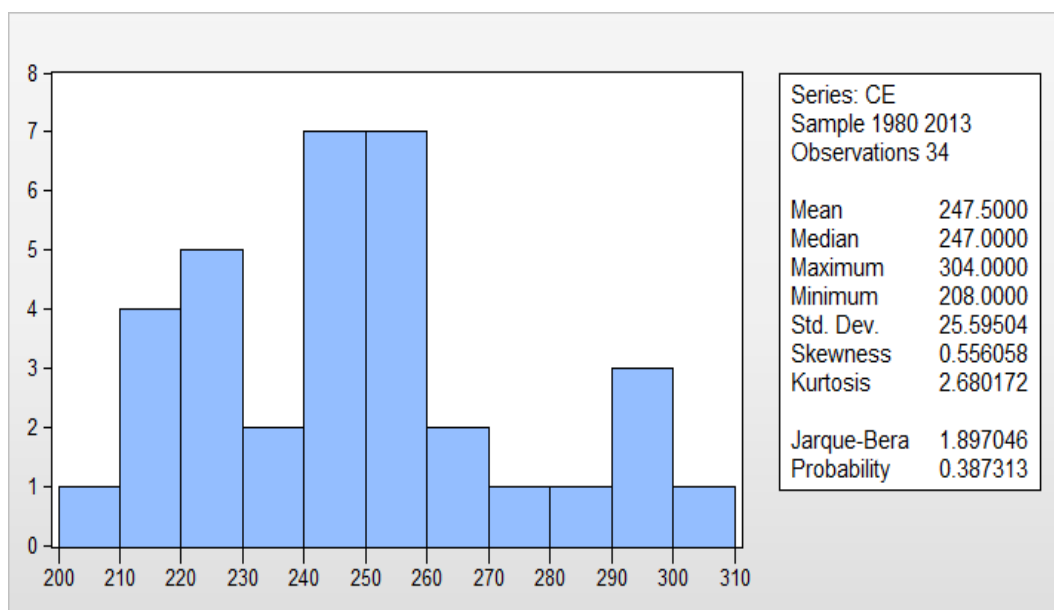


FIGURE 3.4 – L’histogramme de la consommation d’énergie/tête au Sénégal de 1980 – 2013

La consommation d’énergie par tête est asymétrique vers la droite (Skewness de 0,542542) et platikurtique (Kurtosis de 2,662847). Les valeurs maximales et minimales de la série sont de 303,73156 et 207,7774 sur la période. La médiane de cette distribution est de 246,8698 avec une moyenne de 247,5251. Comparées aux pays développés, ces valeurs sont trop faibles et cela sous-entend que la consommation d’énergie par tête est faible. Ce constat peut être expliqué par un manque d’accès à l’énergie (électricité).

### 3.1.2 Estimation du modèle de base

L’hypothèse keynésienne habituellement retenue est que la croissance économique ne saurait être assurée sans la consommation d’énergie. Autrement dit, la consommation d’énergie affecte significativement et positivement le développement économique et social des pays. Cela suggère qu’à long terme, il serait possible qu’une politique portant sur l’économie d’énergie puisse influencer la croissance économique. Le rôle majeur qu’a joué la consommation d’énergie dans le développement économique et social de certains pays, suscite davantage de recherches afin de connaître le lien existant ou pouvant exister dans d’autres pays. A cet égard, l’expérience des pays développés a montré que le secteur de production d’énergie électrique a bien joué un rôle crucial dans leur développement économique et social. C’est en ce sens, que dans ce chapitre nous avons essayé de voir quelle pourrait être la meilleure des méthodes à utiliser pour étudier cette relation entre consommation d’énergie et PIB (croissance économique) à l’aide d’un modèle VAR. Les modèles VAR nous permettent d’étudier cette interdépendance dynamique supposée théoriquement en amont. En outre, cela facilitera

le choix des politiques énergétiques et de croissance à mettre en oeuvre, en étudiant la relation de causalité par exemple Kraft and Kraft (1978), Sims (1972), Granger et al. (1981), et (1983), Granger and Weiss (1983), Jumbe (2004) et Ozturk and Acaravci (2010) etc.

Comme expliquée par SIMS (1980), Sims (1980) cette technique des modèles VAR constitue une alternative aux modèles Keynésiens. En clair, cette approche repose toutefois sur l'hypothèse que l'évolution de l'économie peut être approchée par la description du comportement dynamique de variables dépendant linéairement du passé. En effet, dans cette section nous estimons les coefficients du modèle de base, par VAR-MCO et VAR-Gini, afin d'en déduire des enseignements concernant le niveau de la consommation d'énergie et du PIB au Sénégal. Le modèle de base est tout d'abord utilisé, puis des contaminations nous permettrons de comparer les techniques d'estimations VAR-MCO et VAR-Gini.

Dans le cadre de l'estimation du modèle de base croissance/énergie, vérifions que nos variables ne comportent pas de données aberrantes.<sup>4</sup> Pour rappel, les représentations graphiques restent le meilleur moyen pour détecter les points aberrants, car les tests usuels reposent en grande partie sur une l'hypothèse d'une loi normale difficilement acceptable dans la pratique. Il est possible de scruter simplement à l'oeil nu le caractère exceptionnel d'une observation à s'écarter du nuage par rapport aux autres points. Cependant, il faut au préalable s'assurer qu'il ne s'agit pas d'une erreur de retranscription, de saisie, etc. Notons aussi que le fait de supprimer des observations extrêmes peut modifier les moyennes, les variances, et les estimateurs. Il serait aussi possible de les modéliser par des variables indicatrices ce qui est contraire à la logique de la régression Gini.

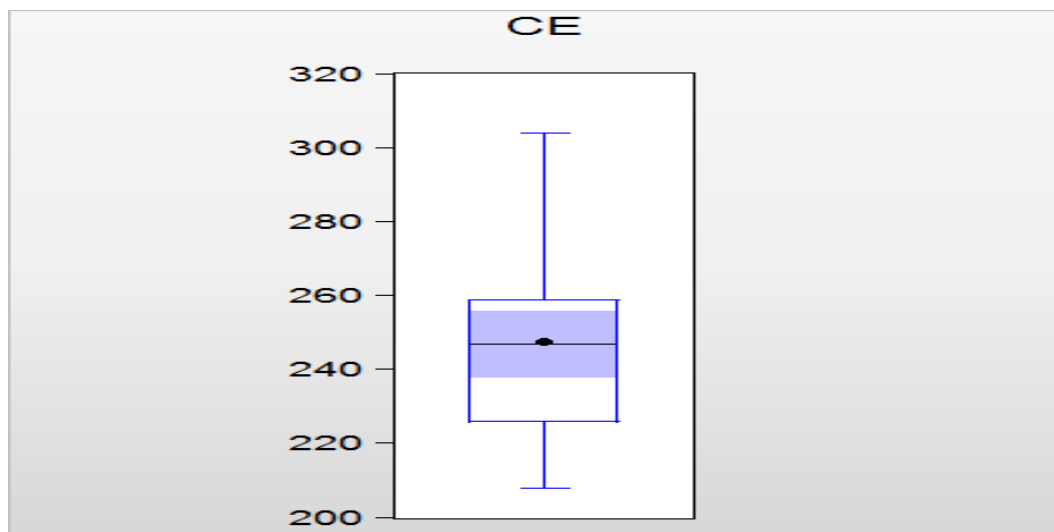


FIGURE 3.5 – Boîte à moustaches de la consommation d'énergie au Sénégal de 1980 – 2013

4. Le terme données aberrantes ne fait pas l'unanimité et certains préfèrent données extrêmes ou outliers

En observant un ou plusieurs points en dessous du graphe, on peut en conclure qu'il y a présence des points aberrants ou de données atypiques dans cette série. D'après la boîte à moustaches de la consommation d'énergie, on constate une absence de points aberrants.

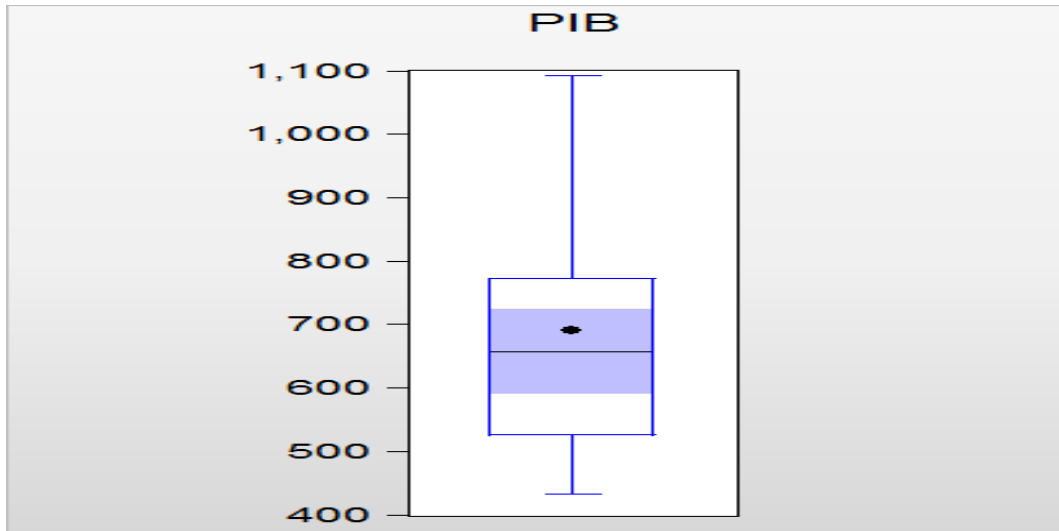


FIGURE 3.6 – Boîte à moustaches du PIB du Sénégal de 1980 – 2013

De même, en observant la boîte à moustaches du PIB on constate nettement une non présence de points aberrants. On peut ainsi débiter la partie estimation du modèle de base sans outliers dans les observations.

Étant donné qu'on s'intéresse, pour ce chapitre uniquement au PIB et à la consommation d'énergie par tête, deux modèles seront estimés afin de mieux comparer les deux méthodes :

- **Modèle 1** : Le PIB ( $y$ ) est considérée comme étant la variable endogène et la CE ( $x$ ) la variable exogène ou régresseur.
- **Modèle 2** : La CE ( $x$ ) représente la variable endogène et le PIB ( $y$ ) la variable exogène.

Intéressons-nous, avant de donner l'estimation finale des modèles 1 et 2, au nombre de retard optimal du modèle VAR. Le modèle est estimé avec 1 retard, puis on augmente le nombre de retards à 2, 3, 4 et enfin 5. Formellement, l'AIC Gini et l'AIC MCO, ainsi que leurs versions corrigées, sont utilisés afin de déterminer le retard du VAR (avec  $p$  = Nombre de retards choisis au départ, AIC le critère relatif à la méthode des MCO et AICG celui de la méthode Gini).<sup>5</sup>

5. Nous avons juste considéré le critère d'information Akaike (AIC), néanmoins nous aurions pu choisir d'autres critères notamment le Schwarz (SIC), le Hannan-Quinn (HQIC) et le  $R^2$ , voire même la log-likelihood, mais leur détermination dans le cadre d'un modèle VAR-Gini peut poser des difficultés de conception.

Retards	AIC	AIC corrigé	retard optimal	AICG	AICG corrigé	retard optimal
$P=1$	13.8469	13.2587	1.0000	13.9045	13.9045	1.0000
$P=2$	13.9286	13.3989	1.0000	14.1398	13.9045	1.0000
$P=3$	13.8695	13.8077	1.0000	14.3751	13.9045	1.0000
$P=4$	14.1606	13.9286	4.0000	14.2374	13.8844	4.0000
$P=5$	14.1639	13.9286	5.0000	13.9116	13.4410	5.0000
$P=6$	14.3992	13.9286	6.0000	14.1469	13.4410	5.0000

TABLE 3.1 – Critères d’informations pour le choix du retard optimal du VAR

Le modèle MCO-VAR produit un critère d’information Akaike (AIC) d’une valeur de 13.9286 contre une valeur de 13.9286 pour l’AIC corrigé pour un modèle avec 1 retard. La méthode Gini-VAR donne une valeur de 13.9045 pour le critère AICG et de 13.9045 pour celui de l’AICG corrigé. De même, on a Akaike (AIC) d’une valeur de 14.1639 contre une valeur de 13.9286 pour l’AIC corrigé pour un modèle avec 2 retard. La méthode Gini-VAR donne une valeur de 14.1398 pour le critère AICG et de 13.9045 pour celui de l’AICG corrigé pour un modèle avec 2 retard. Le retard optimal est sélectionné lorsque les critères d’informations sont minimisés. En termes simples, on doit toujours choisir le retard qui donne la plus petite valeur du critère AIC. Au regard du Tableau 3.1, les critères d’information AIC et AIC corrigés conduisent à sélectionner le  $VAR(1)$ . On se limitera ainsi à un seul retard qui indique une réaction rapide du PIB à la consommation d’énergie et inversement (mémoire courte).

Les résultats de l'estimation des modèles, pour 1 retard, sont les suivants :

$B\hat{e}ta =$	$\beta_0$	$\beta y_{t-1}$	$\beta x_{t-1}$
Modèle 1 <i>MCO</i>	<b>-56.2161</b> (0.6392)	<b>0.9206</b> (0.0000)	<b>-0.6113</b> (0.6888)
Modèle 1 <i>Gini</i>	<b>-59.4251</b> (0.6150)	<b>0.9200</b> (0.0000)	<b>-0.6101</b> (0.8138)
$B\hat{e}ta =$	$\beta_0$	$\beta x_{t-1}$	$\beta y_{t-1}$
Modèle 2 <i>MCO</i>	39.1798 (0.0350)	<b>0.7917</b> (0.0000)	<b>-0.0068</b> (0.5852)
Modèle 2 <i>Gini</i>	39.7404 (0.0476)	<b>0.8352</b> (0.0000)	<b>-0.0065</b> (0.6913)

TABLE 3.2 – Modèle de Base : MCO-VAR vs Gini-VAR

On constate à partir du Tableau 3.2, une similarité des deux méthodes en observant les  $\beta$ . Ce résultat est en effet connu dans la littérature. Lorsque les distributions des régresseurs sont normales multivariées, les deux méthodes de régression sont identiques. Force est de constater que les estimateurs *MCO* et *Gini* sont quasi identiques. En outre, le constat est le même concernant les P-values représentées par les valeurs entre parenthèses. Cela est également valable pour la constante du modèle VAR ( $\beta_0$ ). Pour le modèle 1, la méthode des *MCO* donne un  $\beta y_{t-1} = \mathbf{0,9206}$  alors que la méthode *Gini* donne un  $\beta y_{t-1} = \mathbf{0,9200}$ . Pour le modèle 1 toujours, on a  $\beta x_{t-1} = \mathbf{-0.6113}$  par *MCO*, contre  $\beta x_{t-1} = \mathbf{-0.6101}$  pour *Gini*. Le constat persiste pour le modèle 2 : On constate que  $\beta x_{t-1} = \mathbf{0.7917}$  par *MCO* et  $\mathbf{0,8352}$  par *Gini*. Si on considère enfin le  $\beta y_{t-1}$  du modèle 2, on constate une valeur de  $\mathbf{-0.0068}$  pour la méthode des *MCO* contre  $\mathbf{-0.0065}$  pour *Gini*. Malgré la faible taille de l'échantillon, les estimations sont sensiblement égales. Bien évidemment, il est inutile de vouloir conclure sur l'exactitude et la supériorité des méthodes. Même si l'estimateur *Gini* corrige l'endogénéité, il semble néanmoins ne pas y avoir de différence avec les *MCO*. Avec différents scénarios de contamination des données, nous pourrions par la suite conclure que la méthode basée sur la GMD est plus robuste, autrement dit, moins sensible aux outliers. Analysons, dans les sections suivantes, différentes simulations de Monte Carlo afin de mieux comparer les méthodes.

### 3.1.2.1 Simulation de Monte Carlo : contamination des $y$ et $y$ retardées

Afin de ne pas avoir un trop grand nombre de régresseurs, seuls les modèles VAR(2) seront considérés, en estimant les  $\beta$  et les  $MSE$  des deux méthodes. La démarche adoptée ici est la suivante. On introduit des outliers dans les  $y$  et  $y$  retardées, tout en admettant que les  $x$  et  $x$  retardées ne comportent pas du tout de données extrêmes. Les deux modèles 1 et 2 sont utilisés afin de mieux cerner l'influence de chaque variable sur l'autre. La contamination se fait en multipliant une observation de  $y$  et de  $y$  retardée par le facteur  $\mu$ , avec  $\mu$  indiquant l'intensité de la contamination. La contamination s'effectue par une contamination au hasard d'une valeur de  $y$  ou de  $y$  retardée. L'intensité de contamination sera fixée à  $\mu = 1\%$ , puis à  $5\%$  et enfin à  $10\%$ . Pour chaque valeur de  $\mu$  on estime le modèle en boucle en fixant le nombre de réplifications à **1000**, où à chaque itération une nouvelle valeur sera contaminée au hasard. Au total, trois scénarios sont mis en oeuvre.

- Cas n°1 :  $\mu = 0,01$  et  $rep = 1000$

Commençons par le cas n°1, où le nombre de réplifications pour chaque scénario  $rep = 1000$  et l'intensité de la contamination est fixé à  $\mu = 1\%$ . La taille de l'échantillon est  $N = 34$ , ce qui représente un pourcentage de contamination de l'échantillon de l'ordre de **2,9%**. Dans les autres scénarii qui suivent le pourcentage de contamination sera modifié. Sur cette base, le vecteur  $\hat{\beta}$  des coefficients estimés sera calculé  $rep$  fois. On pourra donc en déduire la valeur des  $MSE$  des bêtas qui consiste à mesurer la dispersion entre le  $\hat{\beta}$  estimé sans contamination et le  $\hat{\beta}$  simulé  $rep$  fois (avec contamination).

Les résultats des  $MSE$  des deux méthodes sont sans équivoques, que ce soit pour le modèle 1 ou pour le modèle 2. Dans le modèle 1, concernant les  $MSE$  de  $y_{t-1}$ , on obtient une valeur de **15,2023** =  $MSE^{MCO}$  contre **9,0050** =  $MSE^{Gini}$ . Ensuite, pour les  $MSE$  de  $x_{t-2}$  du modèle 1 on a :  $MSE^{MCO} = 40,4411$  et  $MSE^{Gini} = 0,4587$ . De même, pour le modèle 2 pour  $x_{t-1}$ , on a  $MSE^{MCO} = 128,4407$  et  $MSE^{Gini} = 31,1188$ . Aussi, pour  $y_{t-2}$  on a  $MSE^{MCO} = 0,8314$  et  $MSE^{Gini} = 0,0128$ . Comme on peut le remarquer sans nuance, les  $MSE^{MCO}$  sont toutes supérieures aux  $MSE^{Gini}$  pour les deux modèles. Cela conduit à conclure que la méthode Gini est meilleure que celle des MCO au regard du critère  $MSE$ . Pour corroborer ce résultat, étudions d'autres cas en modifiant la valeur de  $\mu$  ou celle de  $rep$ .

$\beta$ moyen=	$\beta_0$	$y_{t-1}$	$y_{t-2}$	$x_{t-1}$	$x_{t-2}$
Modèle 1 MCO	-236.7075	0.9606	-0.3635	-0.3688	0.9282
Modèle 1 Gini	-175.4156	0.9785	-0.2574	-2.9818	2.2464
$\beta$ moyen=	$\beta_0$	$\beta x_{t-1}$	$\beta x_{t-2}$	$\beta y_{t-1}$	$\beta y_{t-2}$
Modèle 2 MCO	162.1918	0.5913	-0.4080	-0.0099	<b>0.0143</b>
Modèle 2 Gini	107.5871	0.8745	-0.3687	-0.0277	<b>0.0106</b>
$MSE=$	$\beta_0$	$y_{t-1}$	$y_{t-2}$	$x_{t-1}$	$x_{t-2}$
Modèle 1 MCO	10552267.	<b>15.2023</b>	<b>24.4323</b>	733.2788	<b>40.4411</b>
Modèle 1 Gini	421751.	<b>9.0050</b>	<b>3.8153</b>	49.1341	<b>0.4587</b>
$MSE=$	$\beta_0$	$x_{t-1}$	$x_{t-2}$	$y_{t-1}$	$y_{t-2}$
Modèle 2 MCO	13862478.	<b>128.4407</b>	56.0466	0.2100	<b>0.8314</b>
Modèle 2 Gini	4674587.	<b>31.1188</b>	16.8326	0.0006	<b>0.0128</b>

TABLE 3.3 – Cas n°1, avec contamination des  $y$  et  $y$  retardées

• Cas n°2 :  $\mu = 0,05$  et  $rep = 1000$

Pour ce cas n°2, on considère, à nouveau le même nombre de variables  $K = 2$ , avec 2 retards, et un nombre de réplifications  $rep = 1000$ , excepté qu'ici, on augmente l'intensité de la contamination à 5%, soit  $\mu = 0,05$ .

$\beta$ moyen =	$\beta_0$	$\beta y_{t-1}$	$\beta y_{t-2}$	$\beta x_{t-1}$	$\beta x_{t-2}$
Modèle 1 MCO	-228.4898	0.9675	-0.3588	-0.5291	0.9530
Modèle 1 Gini	-169.8274	0.9833	-0.2584	-3.0960	2.2422
$\beta$ moyen=	$\beta_0$	$\beta x_{t-1}$	$\beta x_{t-2}$	$\beta y_{t-1}$	$\beta y_{t-2}$
Modèle 2 MCO	159.9064	0.6009	-0.4050	-0.0093	<b>0.0136</b>
Modèle 2 Gini	105.6933	0.8803	-0.3635	-0.0260	<b>0.0090</b>
$MSE=$	$\beta_0$	$y_{t-1}$	$y_{t-2}$	$x_{t-1}$	$x_{t-2}$
Modèle 1 MCO	8931475.1	<b>13.5557</b>	22.9767	484.4843	<b>31.0800</b>
Modèle 1 Gini	223455.7	<b>8.1191</b>	3.9476	11.5496	<b>0.6553</b>
$MSE=$	$\beta_0$	$x_{t-1}$	$x_{t-2}$	$y_{t-1}$	$y_{t-2}$
Modèle 2 MCO	13329540.2	<b>121.6754</b>	54.6301	<b>0.1917</b>	<b>0.7927</b>
Modèle 2 Gini	4419201.2	<b>29.1163</b>	15.5008	<b>0.0008</b>	<b>0.0037</b>

TABLE 3.4 – Cas n°2, avec contamination des  $y$  et  $y$  retardées



Les valeurs des  $MSE$  des deux méthodes pour le modèle 1 fortifient sans exception les résultats du premier cas. Par exemple, pour  $y_{t-2}$  du modèle 1, la valeur des  $MSE^{MCO}$  est de **22,9767** et celle des  $MSE^{Gini}$  de **3,9476**, cette différence est notable. Ce constat est en outre valable pour le modèle 2, avec **54,6301** pour les  $MSE^{MCO}$  et **15,5008** pour les  $MSE^{Gini}$ .

- **Cas n°3 :  $\mu = 0,1$  et  $rep = 1000$**

Pour ce dernier cas sur les  $y$  contaminées, seule l'intensité de la contamination varie, les autres paramètres restent inchangés.

$\beta$ moyen=	$\beta_0$	$\beta y_{t-1}$	$\beta y_{t-2}$	$\beta x_{t-1}$	$\beta x_{t-2}$
Modèle 1 MCO	-233.6003	0.9760	-0.3450	-0.5065	0.9315
Modèle 1 Gini	-185.2103	0.9836	-0.2538	-2.9902	2.1929
$\beta$ moyen=	$\beta_0$	$\beta x_{t-1}$	$\beta x_{t-2}$	$\beta y_{t-1}$	$\beta y_{t-2}$
Modèle 2 MCO	155.0521	0.6141	-0.3959	-0.0104	0.0137
Modèle 2 Gini	102.1841	0.8930	-0.3661	-0.0305	0.0120
$MSE=$	$\beta_0$	$y_{t-1}$	$y_{t-2}$	$x_{t-1}$	$x_{t-2}$
Modèle 1 MCO	9923545.5	11.6376	<b>18.9901</b>	516.3824	<b>39.1171</b>
Modèle 1 Gini	919990.8	8.0653	<b>3.3864</b>	45.4610	<b>5.6048</b>
$MSE=$	$\beta_0$	$x_{t-1}$	$x_{t-2}$	$y_{t-1}$	$y_{t-2}$
Modèle 2 MCO	12232222.7	<b>112.6227</b>	<b>50.4710</b>	0.2227	<b>0.7960</b>
Modèle 2 Gini	3964956.2	<b>24.9451</b>	<b>16.1514</b>	0.0128	<b>0.0248</b>

TABLE 3.5 – Cas n°3, avec contamination des  $y$  et  $y$  retardées

On s'aperçoit nettement à partir du Tableau 3.5, les  $MSE^{MCO}$  sont largement supérieurs aux  $MSE^{Gini}$ , pour les deux méthodes. Les chiffres sont mis gras dans le tableau afin d'illustrer cette différence.

### 3.1.2.2 Simulation de Monte Carlo : contamination des $x$ et $x$ retardées

Nous passons à présent à des simulations portant sur la contamination des régresseurs  $x$  et  $x$  retardés, en choisissant une valeur de  $x$  au hasard, et en envisageant plusieurs intensités de contamination, tout en maintenant  $rep = 1000$ . L'idée paraît redondante, néanmoins il est aussi important de voir également le comportement des  $MSE$  avec contamination des  $x$  et  $x$  retardés afin de confirmer nos résultats avec ceux de la littérature, par exemple ceux de Ka et Mussard (2016); Ka and Mussard (2016), concernant la contamination des données de panel.

- Cas n°1 :  $\mu = 0,01$  et  $rep = 1000$

On obtient le tableau suivant :

$MSE=$	$\beta_0$	$y_{t-1}$	$y_{t-2}$	$x_{t-1}$	$x_{t-2}$
Modèle 1 MCO	19932043.7	<b>1.0351</b>	0.2544	7.0711	<b>71.1209</b>
Modèle 1 Gini	7541333.8	<b>0.2111</b>	0.0032	3.3919	<b>23.4641</b>
$MSE=$	$\beta_0$	$x_{t-1}$	$x_{t-2}$	$y_{t-1}$	$y_{t-2}$
Modèle 2 MCO	2329.4031	<b>0.5517</b>	0.0097	0.0003	<b>0.0094</b>
Modèle 2 Gini	16.2099	<b>0.0181</b>	0.0047	0.0000	<b>0.0006</b>

TABLE 3.6 – Cas n°1, avec outliers dans les  $x$  et  $x$  retardées

Comme on peut le constater, pour le modèle 1, les  $MSE$  de la méthode MCO sont toutes supérieures aux  $MSE$  de la méthode Gini ; par exemple si on considère  $y_{t-1}$  du modèle 1 on trouve  $MSE^{MCO} = 7.0711 > MSE^{Gini} = 0,2111$ , idem pour  $x_{t-1}$ , on a  $MSE^{MCO} > MSE^{Gini}$  puisque **123,3704** > **3.3919**. En outre, pour le modèle 2 le constat est le même (valeurs en gras dans le tableau).

- Cas n°2 :  $\mu = 0,05$  et  $rep = 1000$

On augmente à nouveau le paramètre de contamination à  $\mu = 0,05$ .

$MSE=$	$\beta_0$	$y_{t-1}$	$y_{t-2}$	$x_{t-1}$	$x_{t-2}$
Modèle 1 MCO	21095617.3	<b>1.1493</b>	<b>0.2367</b>	2.7638	<b>83.8016</b>
Modèle 1 Gini	7783411.0	<b>0.2062</b>	<b>0.0082</b>	1.3742	<b>28.2514</b>
$MSE=$	$\beta_0$	$x_{t-1}$	$x_{t-2}$	$y_{t-1}$	$y_{t-2}$
Modèle 2 MCO	1965.6110	<b>0.5270</b>	0.0146	0.0004	<b>0.0092</b>
Modèle 2 Gini	6.8765	<b>0.0230</b>	0.0014	0.0000	<b>0.0008</b>

TABLE 3.7 – Cas n°2, avec outliers dans les  $x$  et  $x$  retardées

Les résultats de ce cas n°2 vont dans le même sens que ceux du cas précédent.

- Cas n°3 :  $\mu = 0,1$  et  $rep = 1000$

Nous avons obtenu les résultats suivants :

$MSE=$	$\beta_0$	$y_{t-1}$	$y_{t-2}$	$x_{t-1}$	$x_{t-2}$
Modèle 1 MCO	19704795.2	<b>1.0120</b>	0.2387	2.0978	<b>78.6575</b>
Modèle 1 Gini	7097401.1	<b>0.2002</b>	0.0038	0.7515	<b>25.0816</b>
$MSE=$	$\beta_0$	$x_{t-1}$	$x_{t-2}$	$y_{t-1}$	$y_{t-2}$
Modèle 2 MCO	1670.5986	<b>0.3728</b>	0.0060	0.0002	<b>0.0059</b>
Modèle 2 Gini	3.5722	<b>0.0087</b>	0.0041	0.0000	<b>0.0003</b>

TABLE 3.8 – Cas n°3, avec outliers dans les  $x$  et  $x$  retardées

Les résultats restent stables. En présence d'outliers dans les  $x$  et  $x$  retardées, la méthode Gini reste la meilleure. Notons néanmoins que notre stratégie de contamination a consisté à introduire de faibles valeurs dans l'échantillon. Nous aurions pu choisir d'introduire de fortes valeurs, cependant les différences de  $MSE$  n'étaient pas aussi marquées que celles obtenues dans les scénarii précédents.

## 3.2 Processus générateur connu : le cas des lois normales

Cette dernière section concernant des simulations Monte Carlo à l'aide de lois normales permettra de corroborer les résultats des sections précédentes sur la robustesse de la méthode Gini. En outre, on rappelle aussi que la procédure de contamination des  $x$  et  $y$  reste toujours la même (une observation contaminée au hasard). Comme dans les cas précédents, notons qu'on fixe ici *a priori* le nombre d'observations  $n = 100$  et l'écart type de la distribution normale  $\sigma$ . Le pourcentage de contamination des données sera donc fixé à 1%. Aussi, l'utilisation d'un  $\sigma$  intense,  $\sigma = 10$  par exemple, a pour but d'ajouter plus de variabilité dans la variable dépendante afin d'analyser la réponse des estimateurs. Enfin, les simulations avec lois normales nous permettent de mieux comparer les méthodes MCO et Gini, puisque sans contamination, elles sont équivalentes, voir Yitzhaki et Schechtman (2013).

### 3.2.1 Contamination des $y$ et $y$ retardées

Cette sous-section porte sur l'introduction d'outliers dans les variables  $y$  et  $y$  retardées, à 2 retards et avec un échantillon de taille  $n = 100$ .

- Cas n°1 :  $\mu = 0,03$  et  $\sigma = 10$

$MSE=$	$\beta_0$	$y_{t-1}$	$y_{t-2}$	$x_{t-1}$	$x_{t-2}$
Modèle 1 MCO	0.0297	<b>0.0471</b>	<b>0.0230</b>	0.0002	<b>0.0020</b>
Modèle 1 Gini	0.0047	<b>0.0136</b>	<b>0.0028</b>	0.0000	<b>0.0000</b>
$MSE=$	$\beta_0$	$x_{t-1}$	$x_{t-2}$	$y_{t-1}$	$y_{t-2}$
Modèle 2 MCO	0.0015	<b>0.0160</b>	<b>0.0258</b>	0.0000	<b>0.0005</b>
Modèle 2 Gini	0.0006	<b>0.0068</b>	<b>0.0070</b>	0.0000	<b>0.0001</b>

TABLE 3.9 – Cas n°1, avec outliers dans les  $y$  et  $y$  retardées : Avec lois normales

- Cas n°2 :  $\mu = 0,05$  et  $\sigma = 10$

$MSE=$	$\beta_0$	$y_{t-1}$	$y_{t-2}$	$x_{t-1}$	$x_{t-2}$
Modèle 1 MCO	0.4677	<b>0.0551</b>	<b>0.2876</b>	0.0003	<b>0.0058</b>
Modèle 1 Gini	0.0084	<b>0.0436</b>	<b>0.0387</b>	0.0002	<b>0.0006</b>
$MSE=$	$\beta_0$	$x_{t-1}$	$x_{t-2}$	$y_{t-1}$	$y_{t-2}$
Modèle 2 MCO	0.0781	<b>0.0372</b>	<b>0.0184</b>	<b>0.0014</b>	0.0000
Modèle 2 Gini	0.0013	<b>0.0016</b>	<b>0.0017</b>	<b>0.0000</b>	0.0000

TABLE 3.10 – Cas n°2, avec outliers dans les  $y$  et  $y$  retardées : Avec lois normales

- Cas n°3 :  $\mu = 0,1$  et  $\sigma = 10$

$MSE=$	$\beta_0$	$y_{t-1}$	$y_{t-2}$	$x_{t-1}$	$x_{t-2}$
Modèle 1 MCO	0.1681	<b>0.2898</b>	1.1490	<b>0.0396</b>	<b>0.0280</b>
Modèle 1 Gini	0.0045	<b>0.1157</b>	0.0912	<b>0.0004</b>	<b>0.0012</b>
$MSE=$	$\beta_0$	$x_{t-1}$	$x_{t-2}$	$y_{t-1}$	$y_{t-2}$
Modèle 2 MCO	0.2011	0.1756	<b>2.1424</b>	<b>0.0118</b>	<b>0.0762</b>
Modèle 2 Gini	0.0316	0.0560	<b>0.4613</b>	<b>0.0003</b>	<b>0.0000</b>

TABLE 3.11 – Cas n°3, avec outliers dans les  $y$  et  $y$  retardées : Avec lois normales

Pour résumer ces trois cas, tous les résultats obtenus modèle par modèle s'accordent sur l'efficacité de la méthode Gini lorsque l'intensité de la contamination s'accroît, au regard du critère  $MSE$ . Avant de tirer une conclusion générale, nous abordons la dernière sous-section avec contamination des variables  $x$  et  $x$  retardées.

### 3.2.2 Contamination des $x$ et des $x$ retardées

Nous maintenons les conditions établies à la section précédente notamment le nombre de variables  $k = 2$ , le nombre de retards 2, le nombre de réplifications  $rep = 1000$ , et l'intensité de la contamination  $\mu$  allant de 0,3, 0,5 à 0,1. La taille de l'échantillon reste à  $n = 100$  ainsi que l'écart-type des lois normales simulées  $\sigma = 10$ .

- Cas n°1 :  $\mu = 0,03$  et  $\sigma = 10$

$MSE=$	$\beta_0$	$y_{t-1}$	$y_{t-2}$	$x_{t-1}$	$x_{t-2}$
Modèle 1 MCO	0.0114	<b>0.1213</b>	<b>0.0583</b>	0.0001	<b>0.0011</b>
Modèle 1 Gini	0.0014	<b>0.0266</b>	<b>0.0065</b>	0.0000	<b>0.0000</b>
$MSE=$	$\beta_0$	$x_{t-1}$	$x_{t-2}$	$y_{t-1}$	$y_{t-2}$
Modèle 2 MCO	0.1140	<b>0.0466</b>	<b>0.0720</b>	<b>0.0008</b>	0.0000
Modèle 2 Gini	0.0028	<b>0.0078</b>	<b>0.0290</b>	<b>0.0000</b>	0.0000

TABLE 3.12 – Cas n°1, avec outliers dans les  $x$  et  $x$  retardées : Avec lois normales

$MSE=$	$\beta_0$	$y_{t-1}$	$y_{t-2}$	$x_{t-1}$	$x_{t-2}$
Modèle 1 MCO	0.3716	<b>0.3729</b>	<b>0.0144</b>	0.0012	<b>0.0053</b>
Modèle 1 Gini	0.0169	<b>0.0645</b>	<b>0.0002</b>	0.0000	<b>0.0003</b>
$MSE=$	$\beta_0$	$x_{t-1}$	$x_{t-2}$	$y_{t-1}$	$y_{t-2}$
Modèle 2 MCO	0.3393	0.0094	<b>0.1083</b>	<b>0.0019</b>	<b>0.0006</b>
Modèle 2 Gini	0.0236	0.0004	<b>0.0269</b>	<b>0.0002</b>	<b>0.0001</b>

TABLE 3.13 – Cas n°2, avec outliers dans les  $x$  et  $x$  retardées : Avec lois normales

- Cas n°2 :  $\mu = 0,05$  et  $\sigma = 10$
- Cas n°3 :  $\mu = 0,1$  et  $\sigma = 10$

$MSE=$	$\beta_0$	$y_{t-1}$	$y_{t-2}$	$x_{t-1}$	$x_{t-2}$
Modèle 1 MCO	0.1721	<b>1.7261</b>	<b>0.0573</b>	0.0000	0.0002
Modèle 1 Gini	0.0182	<b>0.1740</b>	<b>0.0143</b>	0.0000	0.0000
$MSE=$	$\beta_0$	$x_{t-1}$	$x_{t-2}$	$y_{t-1}$	$y_{t-2}$
Modèle 2 MCO	2.1147	<b>0.6208</b>	0.1939	0.0009	<b>0.0290</b>
Modèle 2 Gini	0.1731	<b>0.1054</b>	0.0943	0.0002	<b>0.0008</b>

TABLE 3.14 – Cas n°3, avec outliers dans les  $x$  et  $x$  retardées : Avec lois normales

- Cas n°4 :  $\mu = 100$ ,  $\sigma = 10$  et  $n = 1000$

$MSE=$	$\beta_0$	$y_{t-1}$	$y_{t-2}$	$x_{t-1}$	$x_{t-2}$
Modèle 1 MCO	0.0267	0.8534	0.0838	0.0003	0.0002
Modèle 1 Gini	0.0083	0.0459	0.0127	0.0000	0.0000
$MSE=$	$\beta_0$	$x_{t-1}$	$x_{t-2}$	$y_{t-1}$	$y_{t-2}$
Modèle 2 MCO	0.2392	0.3946	0.0693	0.0002	0.0017
Modèle 2 Gini	0.0008	0.0139	0.0078	0.0000	0.0001

TABLE 3.15 – Cas n°4, avec outliers dans les  $x$  et  $x$  retardées : Avec lois normales

Les résultats obtenus à partir de cette dernière sous-section viennent conforter les précédents. Autrement dit, les  $MSE^{MCO}$  sont largement supérieurs aux  $MSE^{Gini}$ , si on compare les deux méthodes modèle par modèle. En outre, ce dernier cas n°4, montre que les simulations fonctionnent aussi sur des cas où l'intensité de contamination est forte, et aussi lorsque la taille est plus importante (contamination de 0,1% cela représente 100 parmi 1000).

### 3.3 Conclusion

L'objectif de ce présent travail était d'utiliser certains développements très récents de l'économétrie des séries temporelles, afin d'explorer les similarités et les divergences de la régression Gini et celle des MCO. Mais également, de voir les limites des MCO et la robustesse de la méthode de régression Gini semi-paramétrique en présence d'outliers à l'aide d'un modèle VAR, avec simulations de Monte Carlo. Les résultats du modèle de base croissance/énergie montrent une similarité des deux méthodes de régression en absence de points aberrants. D'un point de vue théorique, lorsque la distribution des régresseurs est normale multivariée, les deux méthodes de régression sont équivalentes, voir Yitzhaki and Schechtman (2013). En revanche, en contaminant les données au hasard avec une intensité de contamination allant de 1%, 5% à 10% les résultats obtenus permettent de constater sans équivoque la divergence des deux méthodes. L'utilisation des SME sur lois normales aboutit à différents scénarii qui montrent tous la puissance de la régression Gini en se fondant sur les  $MSE$ . Il est aisé de voir plus clairement, avec des lois normales, la robustesse de la régression Gini et les lacunes des MCO surtout en augmentant la contamination des variables en question. Par ailleurs, il faut noter que plusieurs autres cas ont été testés notamment avec  $\sigma$  égale à 3, 4, 5 etc, mais aussi avec  $n$  allant 100 à 1000 et les résultats sont disponibles en annexes.

Les erreurs de mesure engendrent une sous-estimation ou une sur-estimation des paramètres, voir la démonstration formelle dans Mussard et Souissi (2015), Mussard and Souissi-Benrejab (2015) dans le cadre des régressions Gini. Évidemment, ces sous-estimations ou sur-estimations peuvent affecter négativement les politiques mises en oeuvres comme les problèmes de développement au coeur de la question croissance/énergie. Ainsi, ce chapitre nous permet de justifier l'emploi de la régression Gini pour la suite de notre travail, portant sur l'étude de la causalité, de la cointégration et de la réponse impulsionnelle des modèles VAR-Gini.



# Chapitre 4

## A Note on Gini Regression and Heteroskedasticity

### Résumé

Dans ce papier nous vous proposons un estimateur Aitken pour la régression de Gini. Il est prouvé que l'estimateur  $\mathcal{A}$ -Gini est une statistique  $U$ . Des simulations de Monte Carlo sont fournies pour traiter l'hétéroscédasticité et faire des comparaisons entre les moindres carrés généralisés et la régression de Gini. Un test de Gini-White est proposé et montre qu'une meilleure puissance est obtenue par rapport au test de White habituel lorsque des observations périphériques contaminent les données. Cet article a été soumis à la revue *Econometrics*.

### Résumé en anglais

We propose an Aitken estimator for Gini regression. The suggested  $\mathcal{A}$ -Gini estimator is proven to be an  $U$ -statistics. Monte Carlo simulations are provided to deal with heteroskedasticity and to make some comparisons between the generalized least squares and the Gini regression. A Gini-White test is proposed and shows that a better power is obtained compared with the usual White test when outlying observations contaminate the data.

**Key-words** : Heteroskedasticity, Gini regression ; White test

### 4.1 Introduction

Among  $\ell_1$  regressions, the Gini regression initiated by Olkin and Yitzhaki (1992) is increasingly used in econometrics. It enables traditional hypotheses to be relaxed such as the linearity of the model. Moreover it is well suited for the study of variables contaminated by outliers or measurement errors – the reader is referred to Yitzhaki and Schechtman (2013) for a complete overview of the Gini methodology.

Shelef and Schechtman (2011) and also Carcea and Serfling (2015) investigate independently the use of the Gini autocovariance functions in order to

estimate, respectively, the parameter of AR(1) and ARMA processes in the case of heavy tailed distributions such as Pareto processes. Recently, Mussard and Ndiaye (2018) investigate the semi-parametric Gini regression for vector autoregressive models in which nonspherical disturbances occur. They show that pre-multiplying the model by a matrix that neutralizes the Gini covariance of the error terms may produce non-biased Gini estimators.

In the context of semi-parametric Gini regressions, we show that the Aitken technique for non-spherical disturbances based on the variance provides exactly the same estimator obtained by neutralizing the Gini covariance of the error term. However, the convergence of the former estimator requires the existence of the second moment of the error term, whereas the latter is an  $U$ -statistics. Monte Carlo simulations are addressed in order to show the superiority of the Aitken-Gini estimator compared with the traditional GLS estimator in the presence heteroskedasticity. It is also shown that the usual White test to detect heteroskedasticity should be done in the Gini sense, that is, by testing the rank of the regressors instead of the regressors squared. In this case more power is obtained for small samples.

The outline of this note is as follows. We begin in Section 4.2 with the two versions of the Aitken-Gini estimator based respectively on the variance and on the Gini covariance, before showing their equivalence. Section 4.3 is devoted to the convergence property. Section 4.4 presents Monte Carlo simulations. It is shown that the combination of nonspherical disturbances and outliers imply a loss of efficiency, which is not so important in the Gini case compared with GLS. Also, the power of White's test is analyzed in the presence of outlying observations. Section 4.5 closes the note.

## 4.2 Aitken-Gini estimators

It is common practice to deal with heteroskedasticity and autocorrelation with generalized least squares. However, if the data are contaminated by outliers the loss of efficiency can drastically affect the coefficient estimates. It is shown that the employ of the Aitken-Gini estimator may be preferred to GLS when the data are contaminated by outlying observations. The model is the following :

$$\mathbf{y} = \mathbf{X}\boldsymbol{\beta}_g + \boldsymbol{\varepsilon}_g, \quad (4.1)$$

where  $\mathbf{y}$  is the dependent variable ( $n \times 1$  vector),  $\mathbf{X} \equiv [x_{ik}]$  the matrix of the regressors (of size  $n \times K$ , accounting for the constant),  $\boldsymbol{\beta}_g$  the  $K \times 1$  vector of parameters to be estimated, and  $\boldsymbol{\varepsilon}_g$  the vector of perturbation terms (of size  $n \times 1$ ). Following Olkin and Yitzhaki (1992), the semi-parametric Gini regression yields an estimator of  $\boldsymbol{\beta}_g$ ,

$$\hat{\boldsymbol{\beta}}_g = (\mathbf{R}'_x \mathbf{X})^{-1} \mathbf{R}'_x \mathbf{y}, \quad (4.2)$$

where  $\mathbf{R}_x$  is the rank matrix of  $\mathbf{X}$ . The rank matrix  $\mathbf{R}_x$  is the matrix in which, for each regressor  $\mathbf{x}_k$  ( $k = 1, \dots, K$ ), the observations  $x_{ik}$  ( $i = 1, \dots, n$ ) are replaced by their rank within  $\mathbf{x}_k$  (the smallest value of  $x_{ik}$  is replaced by 1, the highest one by  $n$ ). Olkin and Yitzhaki (1992) show that Gini estimators may be of particular relevance when outliers arise in the data. It is worth mentioning that, in the sequel, only the semi-parametric Gini regression is investigated. The parametric Gini regression is a numerical technique relying on the minimization of the Gini index of the residuals, which yields the same estimator than the semi-parametric Gini regression when the model is linear.

### 4.2.1 Mimicking the usual Aïtken estimator

The generalized least squares (GLS) technique requires, in the case of heteroskedasticity and non serial correlation, the traditional following hypotheses  $\mathbb{E}(\varepsilon_{g,i}) = 0$ ,  $\text{cov}(\varepsilon_{g,i}, \varepsilon_{g,j}) = 0$  for all  $i \neq j$ , and  $\mathbb{E}(\varepsilon_{g,i}^2) = \sigma_i^2$ , such that  $\mathbb{E}[\boldsymbol{\varepsilon}_g \boldsymbol{\varepsilon}_g'] = \sigma_g^2 \boldsymbol{\Omega}$  with

$$\boldsymbol{\Omega} = \begin{pmatrix} a_1 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & a_2 & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & & & & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & a_n \end{pmatrix}, \quad \forall a_i > 0.$$

Let us denote by  $(\boldsymbol{\varepsilon}_g) = \mathbb{E}[\boldsymbol{\varepsilon}_g \boldsymbol{\varepsilon}_g']$  the variance of the error term such that  $(\boldsymbol{\varepsilon}_g) := \sigma_g^2 \boldsymbol{\Omega}$ . By the singular value decomposition  $\boldsymbol{\Omega} = \mathbf{C} \boldsymbol{\Lambda} \mathbf{C}'$  with  $\boldsymbol{\Omega}^{-1} = \mathbf{P}' \mathbf{P}$  and  $\mathbf{P}' = \mathbf{C} \boldsymbol{\Lambda}^{-\frac{1}{2}}$ . Setting  $\mathbf{y}^* := \mathbf{P} \mathbf{y}$ ,  $\mathbf{X}^* := \mathbf{P} \mathbf{X}$  and  $\boldsymbol{\varepsilon}_g^* := \mathbf{P} \boldsymbol{\varepsilon}_g$  it follows that :

$$\mathbf{P} \mathbf{y} = \mathbf{P} \mathbf{X} \boldsymbol{\beta}_g + \mathbf{P} \boldsymbol{\varepsilon}_g \iff \mathbf{y}^* = \mathbf{X}^* \boldsymbol{\beta}_g + \boldsymbol{\varepsilon}_g^*. \quad (4.3)$$

Thereby, a first Aïtken-Gini estimator may be derived.

Let  $\mathbf{R}_{x^*}$  be the rank matrix of  $\mathbf{X}^*$ , then applying the usual semi-parametric Gini regression (4.2) to model (4.3) yields :

$$\hat{\boldsymbol{\beta}}_g = (\mathbf{R}_{x^*}' \mathbf{X}^*)^{-1} \mathbf{R}_{x^*}' \mathbf{y}^* \text{ such that } \mathbb{E}[\boldsymbol{\varepsilon}_g^* \boldsymbol{\varepsilon}_g^{*'}] = \sigma_g^2 \mathbb{1}_n.$$

*Démonstration.* The application of the semi-parametric Gini regression to model (4.3) is obvious. Note that :

$$\mathbb{E}[\boldsymbol{\varepsilon}_g^* \boldsymbol{\varepsilon}_g^{*'}] = \mathbf{P} \sigma_g^2 \boldsymbol{\Omega} \mathbf{P}' = \sigma_g^2 \mathbb{1}_n.$$

■

We obtain a result quite close to (4.2), which has the form of estimators by instrumental variables (IV) – see Yitzhaki and Schechtman (2004) for the link between Gini regressions and IV. Indeed setting  $\mathbf{Z}' := \mathbf{R}_{x^*}' \mathbf{P}$ , we get an IV estimator :

$$\hat{\boldsymbol{\beta}}_g = (\mathbf{R}_{x^*}' \mathbf{X}^*)^{-1} \mathbf{R}_{x^*}' \mathbf{y}^* = (\mathbf{R}_{x^*}' \mathbf{P} \mathbf{X})^{-1} \mathbf{R}_{x^*}' \mathbf{P} \mathbf{y} = (\mathbf{Z}' \mathbf{X})^{-1} \mathbf{Z}' \mathbf{y}. \quad (4.4)$$

The Gini estimator (4.4) is derived by mimicking the usual Aitken estimator, which may be used if, and only if, the variability of the error term is defined with respect to the variance *i.e.*  $\mathbb{E}[\boldsymbol{\varepsilon}_g^* \boldsymbol{\varepsilon}_g^{*'}] = \sigma_g^2 \mathbb{1}_n$ . However, the Gini methodology is employed whenever the underlying variability is the covariance-Gini defined by Schechtman and Yitzhaki (1987), the co-Gini from now on, which is examined in the next subsection.

## 4.2.2 The Aitken-Gini estimator

The usual Aitken estimator described in the previous subsection is valid whenever the second moments of  $\boldsymbol{\varepsilon}_g$  are known and when no outliers occur in  $\mathbf{X}$ . Outliers may produce bad estimates. The Gini estimator may be one solution to overcome this difficulty without invoking the existence of the second moment of  $\boldsymbol{\varepsilon}_g$ . For that purpose, we must define the transformed model,

$$\mathbf{P}\mathbf{y} = \mathbf{P}\mathbf{X}\boldsymbol{\beta}_{ag} + \mathbf{P}\boldsymbol{\varepsilon}_g \iff \mathbf{y}^* = \mathbf{X}^*\boldsymbol{\beta}_{ag} + \boldsymbol{\varepsilon}_g^*, \quad (4.5)$$

such that there is no heteroskedasticity in the Gini sense, that is, the co-Gini of  $\varepsilon_{g,i}$  remains constant for all  $i = 1, \dots, n$ . Let the co-Gini operator be defined such that :

$$\text{cog}(\varepsilon_{g,i}, \varepsilon_{g,i}) := \text{cov}(\varepsilon_{g,i}, F(\varepsilon_{g,i})),$$

where  $F(\varepsilon_{g,i})$  is the cumulative distribution function of  $\varepsilon_{g,i}$ . In this respect, we have  $\mathbb{E}[\boldsymbol{\varepsilon}_g F'(\boldsymbol{\varepsilon}_g)] = g\boldsymbol{\Omega}^G$  with  $g \geq 0$  such that,

$$\boldsymbol{\Omega}^G = \begin{pmatrix} b_1 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & b_2 & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & & & & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & b_n \end{pmatrix}, \quad \forall b_i > 0.$$

Let  $\mathbf{R}_{\mathbf{x}^*}$  be the rank matrix of  $\mathbf{X}^*$ . If  $\mathbf{P}$  is rank idempotent *i.e.*  $F(\mathbf{P}\boldsymbol{\varepsilon}_g) = F(\boldsymbol{\varepsilon}_g)$  then applying the usual semi-parametric Gini regression (4.2) to model (4.6) yields the Aitken-Gini estimator :

$$\hat{\boldsymbol{\beta}}_{ag} = (\mathbf{R}'_{\mathbf{x}^*} \mathbf{X}^*)^{-1} \mathbf{R}'_{\mathbf{x}^*} \mathbf{y}^* \text{ such that } \mathbb{E}[\boldsymbol{\varepsilon}_g^* F'(\boldsymbol{\varepsilon}_g^*)] = g\mathbb{1}_n.$$

*Démonstration.* We must find  $\mathbf{P}$  of the transformed model (4.6) such that

$$\mathbb{E}[\boldsymbol{\varepsilon}_g^* F'(\boldsymbol{\varepsilon}_g^*)] = \mathbb{E}[\mathbf{P}\boldsymbol{\varepsilon}_g F'(\mathbf{P}\boldsymbol{\varepsilon}_g)] = \mathbf{P}\mathbb{E}[\boldsymbol{\varepsilon}_g F'(\mathbf{P}\boldsymbol{\varepsilon}_g)] = g\mathbb{1}_n.$$

If  $\mathbf{P}$  is rank idempotent then  $F'(\mathbf{P}\boldsymbol{\varepsilon}_g) = F'(\boldsymbol{\varepsilon}_g)$  and so,

$$\mathbf{P}\mathbb{E}[\boldsymbol{\varepsilon}_g F'(\boldsymbol{\varepsilon}_g)] = \mathbf{P}g\boldsymbol{\Omega}^G = g\mathbb{1}_n \implies \mathbf{P} = [\boldsymbol{\Omega}^G]^{-1}.$$

Note that the invertibility of  $\boldsymbol{\Omega}^G$  is ensured since it is positive semi-definite. ■

### 4.2.3 A reconciliation

In the previous subsections, two Aitken Gini estimators have been derived. We can actually show that the Gini estimator  $\hat{\beta}_g$  that mimics the GLS is equivalent to the Aitken-Gini estimator  $\hat{\beta}_{ag}$ .

Let  $\varepsilon_{gi} = \xi_i \sqrt{\kappa i}$  such that  $\kappa > 0$  and  $i = 1, \dots, n$ . The  $\xi_i$  are assumed to be i.i.d. with  $(\xi_i) = \sigma^2$  and with  $\text{cog}(\xi_i, \xi_i) = g$ . Let  $\varepsilon_g^* := \Omega^{-\frac{1}{2}} \varepsilon_g$  and  $\tilde{\varepsilon}_g := [\Omega^G]^{-1} \varepsilon_g$ . Then, the following assertions hold :

- (i)  $(\varepsilon_{g,i}^*) = \sigma^2$
- (ii)  $\text{cog}(\varepsilon_{g,i}^*, \varepsilon_{g,i}^*) = g$
- (iii)  $\hat{\beta}_g = \hat{\beta}_{ag}$  and  $\tilde{\varepsilon}_g = \varepsilon_g^*$

*Démonstration.* (i) Let us remark that  $(\varepsilon_{gi}) \stackrel{iid}{=} (\xi \sqrt{\kappa i}) = \sigma^2 \kappa i$ . As a consequence,

$$\sigma^2 \Omega = \sigma^2 \begin{pmatrix} \kappa & 0 \cdots & 0 \\ 0 & \kappa i & \vdots \\ \vdots & \cdots & \kappa n \end{pmatrix}.$$

Thus, by Proposition 4.2.1 we get that  $\mathbf{P} = \Omega^{-\frac{1}{2}}$ , consequently the transformed model provides  $\varepsilon_g^* = \mathbf{P} \varepsilon_g = \Omega^{-\frac{1}{2}} \varepsilon_g = (\xi_1, \dots, \xi_n)'$ . Hence,  $(\varepsilon_{g,i}^*) = (\xi_i) = \sigma^2$ .

(ii) We have  $\text{cog}(\varepsilon_{g,i}, \varepsilon_{g,i}) \stackrel{iid}{=} \text{cog}(\xi \sqrt{\kappa i}, F(\xi \sqrt{\kappa i})) = \sqrt{\kappa i} \text{cog}(\xi, F(\xi))$ . Thereby,  $\text{cog}(\varepsilon_{g,i}, \varepsilon_{g,i}) = g \sqrt{\kappa i}$  and so :

$$g \Omega^G = g \begin{pmatrix} \sqrt{\kappa} & 0 \cdots & 0 \\ 0 & \sqrt{\kappa i} & \vdots \\ \vdots & \cdots & \sqrt{\kappa n} \end{pmatrix}.$$

By Proposition 4.2.2 we get that  $\mathbf{P} = [\Omega^G]^{-1}$ . The transformed model yields  $\tilde{\varepsilon}_g = \mathbf{P} \varepsilon_g = [\Omega^G]^{-1} \varepsilon_g = (\xi_1, \dots, \xi_n)'$ . Hence,  $\text{cog}(\tilde{\varepsilon}_{g,i}, \tilde{\varepsilon}_{g,i}) = \text{cog}(\xi_i, \xi_i) = g$ .

(iii) Following (i) and (ii) it follows that  $\varepsilon_g = \tilde{\varepsilon}_g$ . Note that both estimators  $\hat{\beta}_g$  and  $\hat{\beta}_{ag}$  are issued from  $(\mathbf{R}'_{\mathbf{x}^*} \mathbf{X}^*)^{-1} \mathbf{R}'_{\mathbf{x}^*} \mathbf{y}^*$  with  $\mathbf{X}^* = \mathbf{P} \mathbf{X}$ ,  $\mathbf{y}^* = \mathbf{P} \mathbf{y}$  and  $\mathbf{R}_{\mathbf{x}^*}$  the rank matrix of  $\mathbf{X}^*$ . Note that  $\mathbf{P} = \Omega^{-\frac{1}{2}}$  is employed in the first case and  $\mathbf{P} = [\Omega^G]^{-1}$  in the second one. Since  $\Omega^{-\frac{1}{2}} = [\Omega^G]^{-1}$ , then  $\hat{\beta}_g = \hat{\beta}_{ag}$ , which concludes the proof. ■

Although the previous proposition indicates that an equivalence exists between the two Aitken-Gini estimators  $\hat{\beta}_g$  and  $\hat{\beta}_{ag}$ , it is noteworthy that  $\hat{\beta}_{ag}$  requires less assumptions since the first moments of  $\varepsilon_g$  and  $\xi$  have to be known only, whereas  $\hat{\beta}_g$  is based on the existence of the two first moments of  $\varepsilon_g$  and  $\xi$ .

## 4.3 Sampling properties

The aim of this section is to show, as above, that two strategies are available to get the sampling variance of the Aitken Gini-estimator. The first one is to

consider that the second moment  $\boldsymbol{\varepsilon}_g$  exists, and the second one that it does not exist. For this purpose, one needs additional assumptions. We start again with the transformed model,

$$\mathbf{P}\mathbf{y} = \mathbf{P}\mathbf{X}\boldsymbol{\beta}_{ag} + \mathbf{P}\boldsymbol{\varepsilon}_g \iff \mathbf{y}^* = \mathbf{X}^*\boldsymbol{\beta}_{ag} + \boldsymbol{\varepsilon}_g^*. \quad (4.6)$$

**H1** :  $\mathbb{E}[\boldsymbol{\varepsilon}_g^*] = \mathbf{0}$ ,  $(\boldsymbol{\varepsilon}_g^*) = \sigma^2 \mathbb{1}_n$ .

**H2** : The perturbation term is linearly approximated as follows :<sup>1</sup>

$$\boldsymbol{\varepsilon}_g^* = \mathbf{y}^* - \mathbf{X}^*\boldsymbol{\beta}_{ag}.$$

**H3** : The diagonal matrix  $\boldsymbol{\Omega}^G =: [\omega_i]$  contains finite elements  $\omega_i > 0$ .

**H4** :  $\mathbf{R}'_{\mathbf{x}^*}\mathbf{X}^*$  is a positive definite matrix.

The **H2** assumption is necessary because the semi-parametric Gini regression does not rely on the usual linearity assumption of the regressors. These hypotheses yield the convergence of the Aitken-Gini estimator. First, we prove that the estimator is unbiased.

Let  $\mathbf{Z}' := \mathbf{R}'_{\mathbf{x}^*}[\boldsymbol{\Omega}^G]^{-1}$ . Under **H1-H2**,  $\hat{\boldsymbol{\beta}}_{ag}$  is an unbiased estimator of  $\boldsymbol{\beta}_{ag}$ .

*Démonstration.* Since  $\hat{\boldsymbol{\beta}}_{ag} = (\mathbf{R}'_{\mathbf{x}^*}\mathbf{X}^*)^{-1}\mathbf{R}'_{\mathbf{x}^*}\mathbf{y}^*$  with  $\mathbf{X}^* = \mathbf{P}\mathbf{X} = [\boldsymbol{\Omega}^G]^{-1}\mathbf{X}$ , then we have by **H2** :

$$\hat{\boldsymbol{\beta}}_{ag} = (\mathbf{Z}'\mathbf{X})^{-1}\mathbf{Z}'\mathbf{y} = (\mathbf{Z}'\mathbf{X})^{-1}\mathbf{Z}'(\mathbf{X}\boldsymbol{\beta} + \boldsymbol{\varepsilon}_g^*) = \boldsymbol{\beta}_{ag} + (\mathbf{Z}'\mathbf{X})^{-1}\mathbf{Z}'\boldsymbol{\varepsilon}_g^*. \quad (4.7)$$

Then, by **H1** :

$$\mathbb{E}[\hat{\boldsymbol{\beta}}_{ag}] = \mathbb{E}[\boldsymbol{\beta}_{ag} + (\mathbf{Z}'\mathbf{X})^{-1}\mathbf{Z}'\boldsymbol{\varepsilon}_g^*] = \boldsymbol{\beta}_{ag}.$$

■

### 4.3.1 Convergence

We suppose that the second moment of  $\boldsymbol{\varepsilon}_g$  exists in order to derive the asymptotic variance of  $\hat{\boldsymbol{\beta}}_{ag}$  and to check for its convergence.

Let  $\mathbf{Z}' := \mathbf{R}'_{\mathbf{x}^*}[\boldsymbol{\Omega}^G]^{-1}$ . Under **H1-H4**, the following assertions hold.

(i)  $\text{Var}(\hat{\boldsymbol{\beta}}_{ag}|\mathbf{X}) = \sigma^2(\mathbf{Z}'\mathbf{X})^{-1}\mathbf{R}'_{\mathbf{x}^*}[\boldsymbol{\Omega}^G]^{-2}\mathbf{R}_{\mathbf{x}^*}[(\mathbf{Z}'\mathbf{X})^{-1}]'$ .

(ii)  $\hat{\boldsymbol{\beta}}_{ag}$  is convergent.

*Démonstration.* (i) From (4.7), we deduce that :

$$\begin{aligned} \text{Var}(\hat{\boldsymbol{\beta}}_{ag}|\mathbf{X}) &= \mathbb{E} \left[ (\hat{\boldsymbol{\beta}}_{ag} - \boldsymbol{\beta}_{ag})(\hat{\boldsymbol{\beta}}_{ag} - \boldsymbol{\beta}_{ag})' \right] \\ &= \mathbb{E} \left[ (\mathbf{Z}'\mathbf{X})^{-1}\mathbf{Z}'\boldsymbol{\varepsilon}_g^*\boldsymbol{\varepsilon}_g^{*\prime}\mathbf{Z}[(\mathbf{Z}'\mathbf{X})^{-1}]' \right] \\ &= \sigma^2(\mathbf{Z}'\mathbf{X})^{-1}\mathbf{Z}'\mathbf{Z}[(\mathbf{Z}'\mathbf{X})^{-1}]' \\ &= \sigma^2(\mathbf{Z}'\mathbf{X})^{-1}\mathbf{R}'_{\mathbf{x}^*}[\boldsymbol{\Omega}^G]^{-1}[\boldsymbol{\Omega}^G]^{-1}\mathbf{R}_{\mathbf{x}^*}[(\mathbf{Z}'\mathbf{X})^{-1}]' \end{aligned} \quad (4.8)$$

---

1. The regression curve of the Gini regression does not require any linear assumption of the model. Only a linear approximation is necessary to estimate the error term.

(ii) From Proposition 4.3,  $\hat{\beta}_{ag}$  is an unbiased estimate of  $\beta_{ag}$ . We have,  $\mathbf{Z}'\mathbf{X} = \mathbf{R}'_{\mathbf{x}^*}[\boldsymbol{\Omega}^G]^{-1}\mathbf{X} = \mathbf{R}'_{\mathbf{x}^*}\mathbf{X}^*$ , thus by **H4**,

$$\text{plim} \frac{1}{n} \mathbf{Z}'\mathbf{X} = \text{plim} \frac{1}{n} \mathbf{R}'_{\mathbf{x}^*} [\boldsymbol{\Omega}^G]^{-1} \mathbf{X} = \text{plim} \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \omega_i^{-1} \mathbf{r}_i \mathbf{x}'_i$$

is a positive definite matrix (with  $\mathbf{r}_i$  and  $\mathbf{x}_i$  being rows of  $\mathbf{R}'_{\mathbf{x}^*}$  and  $\mathbf{X}$  respectively). Since  $\mathbf{R}'_{\mathbf{x}^*} [\boldsymbol{\Omega}^G]^{-2} \mathbf{R}_{\mathbf{x}^*}$  is a non null matrix, the asymptotic variance covariance matrix exists :

$$a.s. (\hat{\beta}_g | \mathbf{X}) = \frac{\sigma_g^2}{n} \left( \text{plim} \frac{1}{n} \mathbf{Z}'\mathbf{X} \right)^{-1} \left( \text{plim} \frac{1}{n} \mathbf{R}'_{\mathbf{x}^*} [\boldsymbol{\Omega}^G]^{-2} \mathbf{R}_{\mathbf{x}^*} \right) \left( \text{plim} \frac{1}{n} (\mathbf{Z}'\mathbf{X})' \right)^{-1}. \quad (4.9)$$

Let  $n$  tends towards infinity, we get that  $\lim_{n \rightarrow +\infty} a.s. (\hat{\beta}_g | \mathbf{X}) = \mathbf{0}$ . ■

As mentioned by Yitzhaki and Schechtman (2013), the inference on the regressors of the semi-parametric Gini regression has to be performed with  $U$ -statistics. In this case the convergence is ensured without invoking **H4** nor the second moment of  $\boldsymbol{\varepsilon}_g$ .

### 4.3.2 Convergence with $U$ -statistics

As shown by Yitzhaki and Schechtman (2013), Gini estimators are  $U$ -statistics. Let  $X_1, X_2, \dots, X_n$  be  $n$  i.i.d. variables, and  $\phi(X_1, X_2, \dots, X_n)$  a symmetric function (the kernel) such that the parameter  $\phi^*$  is given by :

$$\phi^*(X_1, X_2, \dots, X_n) = (m!)^{-1} \sum_{i_1, i_2, \dots, i_m} \dots \sum \phi(X_{i_1}, X_{i_2}, \dots, X_{i_m}),$$

where  $m$  is the smallest number of observations needed to estimate  $\phi^*$ . The  $U$ -statistics of  $\phi^*$  is an unbiased estimate of  $\phi^*$ . It is written as :

$$U(X_1, X_2, \dots, X_n) = \binom{n}{m}^{-1} \sum_{i_1, i_2, \dots, i_m} \dots \sum \phi(X_{i_1}, X_{i_2}, \dots, X_{i_m}).$$

The variance of an  $U$ -statistics, ( $U$ ), for the parameter  $\phi^*$  of degree  $m$  (degree of the kernel) is :

$$(U) = \binom{n}{m}^{-1} \sum_{i=1}^m \binom{m}{i} \binom{n-m}{m-i} \xi_i,$$

where,

$$\xi_i = [\phi_i^*(X_1, X_2, \dots, X_n)] = \mathbb{E}(\phi_i^{*2}(X_1, X_2, \dots, X_n)) - \mathbb{E}(\phi_i^*(X_1, X_2, \dots, X_n))^2.$$

Another way for the estimation of the variance of  $U$  is the jackknife method,

$$(U) = \frac{n-1}{n} \sum_{i=1}^n \left[ U_{-i} - \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n U_{-i} \right]^2,$$

where  $U_{-i}$  is the estimator based on a sample of size  $n - 1$ , without the  $i$ th observation.

The Aïtken-Gini estimator  $\hat{\beta}_{ag}$  is a function of  $U$ -statistics, hence it is an unbiased and consistent estimator such that  $\hat{\beta}_{ag} \stackrel{a}{\sim} \mathcal{N}$ .

*Démonstration.* See the appendix. ■

## 4.4 Tests and simulations

In this Section, it is shown that the semi-parametric Aïtken-Gini estimator is more robust than the usual GLS one when the data are contaminated by outliers.

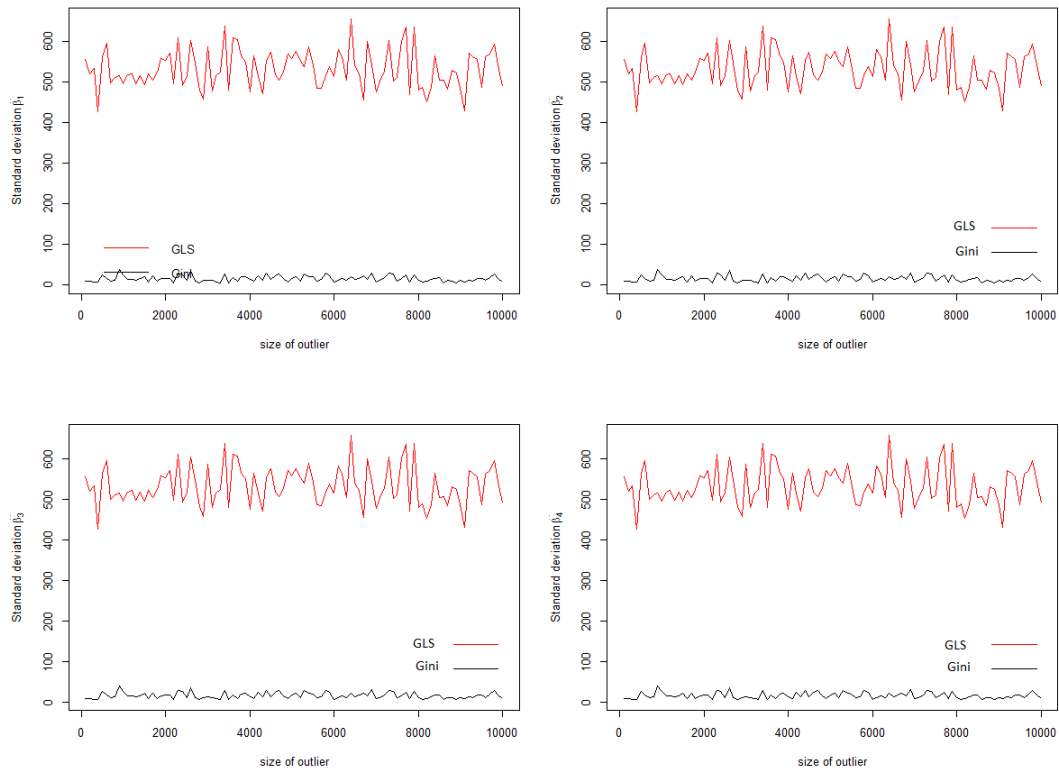
### 4.4.1 Monte Carlo Simulations

The contamination is concerned with only one observation in the sample. For all simulation samples a random location is chosen for the contamination.

[H] Robust Heteroskedastic Gini Regression  $\theta = 100$  [ $\theta$  is the value of the outlier]  $\theta = 10,000$  [*increment of 100*]  $b = 1$  [ $b$  is the number of simulations]  $b = 1,000$  [*increment of 1*] Generate a 3-variate normal distribution  $\mathbf{X} \sim \mathcal{N}(\mu, \Sigma)$  such that  $\mu = \mathbf{0}$  with  $\Sigma_{jj} = 1$ ,  $\Sigma_{jl} = \text{cor}(x_j, x_l) = 0 \forall j \neq l$  **Heteroskedasticity** :  $\Omega^G = \text{diag}(\sqrt{100i})$  Fix any vector  $\beta_{ag} = (10, 3, -10, 58)$  and compute  $y = \mathbf{X}\beta_{ag} + \varepsilon$  with  $\varepsilon \sim \mathcal{N}(0, 1)$  **Contamination** : One outlier is introduced into one row  $i$  of  $\mathbf{X}$  :  $\mathbf{X}_i^o := \theta\mathbf{X}_i$  [for a random localization  $i$ ]. **Regression** :  $y$  is regressed on  $\mathbf{X}^o$  and  $\hat{\beta}_{ag}$  is computed Variance (in mean over  $B$ ) of  $\hat{\beta}_{ag}$  by Jackknife and variance (in mean over  $B$ ) of the estimators obtained by GLS

The standard deviations of each estimator are reported in Figure 1 (GLS in red, Aïtken-Gini in black).





**Figure 1. Standard deviations of the coefficients**

Also, it is possible to compute the mean squared errors of the GLS estimator and the Aitken-Gini one. The contamination process is the same as before, except that the number of replication is set to 600 and the size of the sample  $n = 100$ . The Aitken estimator is better than the usual GLS, as depicted in Figure 2 below. However the difference is less important and in some cases the MSE of the generalized least squared may be less important (GLS in red, Aitken-Gini in black).

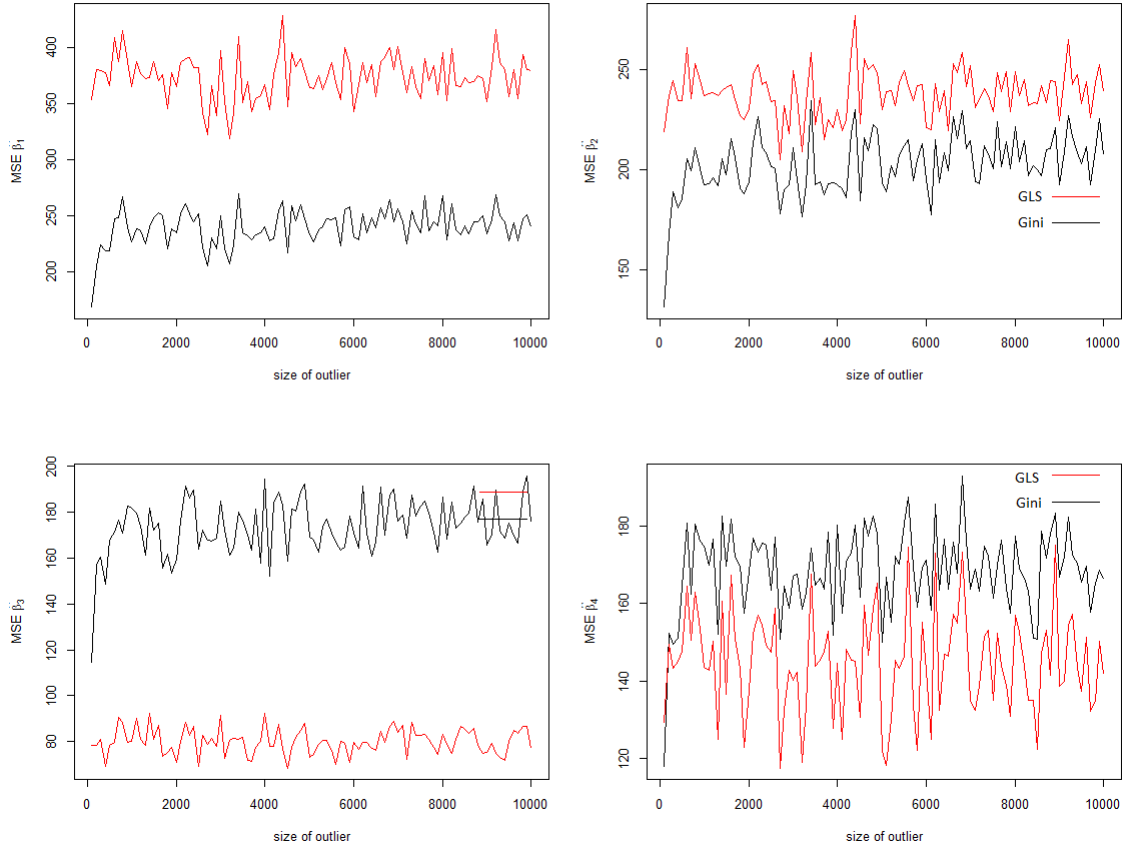


Figure 2. Mean squared errors of the coefficients

#### 4.4.2 Tests

Although GLS estimators may be affected by outliers, it is worth mentioning that Aïtken-Gini estimators and GLS estimators are based on two different notions of heteroskedasticity. The Aïtken-Gini one captures another type of variability, the co-Gini based on ranks, compared with GLS based on the variance. In what follows, focus is put on White's test since it is commonly employed in the literature. White's model and its Gini counterpart are given by,

$$\mathbf{y} = \mathbf{X}\boldsymbol{\beta} + \boldsymbol{\varepsilon} \implies \hat{\varepsilon}_i^2 = \delta_0 + \sum_{k=1}^K \delta_k x_{ik} + \sum_{k=1}^K \gamma_k x_{ik}^2 + u_i \quad (\text{White-OLS})$$

and,

$$\mathbf{y} = \mathbf{X}\boldsymbol{\beta}_g + \boldsymbol{\varepsilon}_g \implies \underbrace{\hat{\varepsilon}_{g,i} r_{\varepsilon_g,i}}_{\tilde{y}_i} = \delta_0 + \sum_{k=1}^K \delta_k x_{ik} + \sum_{k=1}^K \gamma_k x_{ik} r_{ik} + u_{g,i}, \quad (\text{White-Gini})$$

where  $r_{\varepsilon_g,i}$  is the rank of  $\varepsilon_{g,i}$  and  $r_{ik}$  the rank of  $x_{ik}$  (within the vector  $\mathbf{x}_k$ ). The intuition of the White-Gini test is to exhibit the variables  $\mathbf{x}_k$  that depend on the

rank of the individuals. This is the case for example when we regress incomes on age. We have the same intuition for White's test performed with OLS. However, the squared residuals may be contaminated by outliers. In this respect, it is possible to use Eq.(White-Gini) to test for heteroskedasticity. It is noteworthy that this equation cannot be estimated by the semi-parametric Gini regression since the rank vector of  $\mathbf{x}_k$  and the rank vector of  $\mathbf{x}_k \otimes r_k$  are collinear ( $\otimes$  being the Hadamard product). Consequently, both equations are estimated by OLS.

In the following tables, we provide the mean  $R^2$  of each model over the number of Monte Carlo experiments  $B$ . We provide in parenthesis the power of the Fisher test related to the significance of the  $R^2$  in each model. The Monte Carlo simulations with contamination are based on the same simulation process described in the Algorithm 1.

**Table 1. Power of the White-Gini test : small sample**  
 $n = 30$

$B =$	without outliers : $\theta = 1$		with outliers : $\theta = 100$	
	$\overline{R^2}$ (Gini)	$\overline{R^2}$ (OLS)	$\overline{R^2}$ (Gini)	$\overline{R^2}$ (OLS)
500	0.17 (0.02)	0.25 (0.11)	0.45 (0.51)	0.24 (0.09)
1,000	0.17 (0.03)	0.26 (0.14)	0.45 (0.51)	0.24 (0.09)
5,000	0.17 (0.02)	0.26 (0.14)	0.45 (0.50)	0.24 (0.09)

Table 1 : Contamination 3.33% of the sample  
 () : power of the test

**Table 2. Power of the White-Gini test :**  
 $n = 100$

$B =$	without outliers : $\theta = 1$		with outliers : $\theta = 100$	
	$\overline{R}^2$ (Gini)	$\overline{R}^2$ (OLS)	$\overline{R}^2$ (Gini)	$\overline{R}^2$ (OLS)
500	0.08 (0.07)	0.15 (0.64)	0.32 (0.69)	0.14 (0.59)
1,000	0.08 (0.07)	0.15 (0.7)	0.32 (0.7)	0.14 (0.59)
5,000	0.08 (0.08)	0.20 (0.25)	0.32 (0.7)	0.14 (0.58)

Table 2 : Contamination 1% of the sample  
 () : power of the test

**Table 2. Power of the White-Gini test :**  
 $n = 1000$

$B =$	without outliers : $\theta = 1$		with outliers : $\theta = 100$	
	$\overline{R}^2$ (Gini)	$\overline{R}^2$ (OLS)	$\overline{R}^2$ (Gini)	$\overline{R}^2$ (OLS)
500	0.05 (1)	0.11 (1)	0.16 (1)	0.11 (1)
1,000	0.05 (1)	0.11 (1)	0.16 (1)	0.11 (1)
5,000	0.05 (1)	0.11 (1)	0.15 (1)	0.11 (1)

Table 2 : Contamination 0.1% of the sample  
 () : power of the test

As can be seen in Tables 1 and 2, when outlying observations affect the sample, the power of the White-Gini test is higher than that of the usual White test for small samples. When the outliers are dilute in the sample, for instance when the contamination of the sample is only concerned with 0, 1% of the sample (Table 3), both tests produce the same power.

## 4.5 Concluding remarks

In this paper, we have demonstrated that two equivalent Gini estimators may be proposed to deal with heteroskedasticity : the former deals with heteroskedasticity in the variance sense and the latter with heteroskedasticity in the Gini sense. The Jackknife variance of these estimators are shown to be robust in the presence of outlying observations compared with the usual GLS technique, *i.e.*, the loss of efficiency is less important in the Gini case. The simulations in Tables 1-3 show that a contamination of 1% of the sample may drastically affect the power of the White-OLS test, so that the White-Gini test may be preferred to detect the presence of heteroskedasticity when outlying observations occur in the sample.

## Chapitre 5

# Étude de causalité entre consommation d'énergie totale des secteurs et PIB au Sénégal

L'objectif de ce chapitre est d'étudier le co-mouvement entre la croissance économique *PIB* et la consommation totale d'énergie de chacun des 4 secteurs énergétiques (résidentiel, commercial, transport et industriel) au Sénégal. Pour ce faire, on fait recourt aux méthodes économétriques notamment la cointégration et la causalité à l'aide des modèles VAR. Les travaux des dernières décennies portant sur la relation cause à effet entre croissance économique (*PIB*) et consommation d'énergie ont suscité beaucoup d'interrogations chez les économistes. C'est d'ailleurs ce qui nous motive à orienter ce travail de recherche sur cette question au Sénégal. Il est toutefois utile de rappeler que la quasi-totalité des travaux n'a traité que *PIB* et consommation d'énergie et/ou modèle croissance/énergie. Ainsi, parlant de consommation d'énergie totale cela nous paraît un peu réducteur dans la mesure où cette dernière regroupe toutes les composantes d'une manière agrégée. C'est pourquoi dans ce travail, on propose la consommation d'énergie par secteur (désagrégé) afin de mieux analyser l'effet causal entre chaque secteur et le *PIB* du pays pour enfin étudier les fonctions de réponse impulsionnelle sur la période choisie. A ce jour, aucune étude, à notre connaissance, n'est encore réalisée sur le lien causal entre la consommation d'énergie par secteur et le *PIB* au Sénégal. Toutefois, ce type d'analyse nous paraît nécessaire dans le contexte actuel du pays marqué par le lancement depuis de 2012 du Plan pour un Sénégal Émergent (le PSE) où l'économie sénégalaise pourrait être tirée vers le haut par les différents secteurs clés cités sous-dessus. Cela laisse supposer théoriquement que ces différents secteurs peuvent être considérés comme des leviers potentiels porteurs de croissance pour le Sénégal. Or, cette supposition n'est que théorique. C'est en ce sens que nous tenterons de réaliser cette étude empirique afin de corroborer ou de réfuter cette hypothèse. Comme dans beaucoup d'études, les résultats de cette question restent très mitigés voire le plus souvent contradictoires. A cet égard, la question qui mériterait d'être posée est la suivante :

Existe-t-il un lien de causalité et une relation de cointégration entre le *PIB* et

la consommation d'énergie des 4 secteurs clés de l'économie Sénégalaise ? Pour répondre à cette question, on utilisera les techniques classiques de cointégration d'Engle et Granger, de Johansen, et puis de la causalité de Granger, de Sims et enfin la causalité de Granger au sens de Gini à partir d'un modèle VAR. L'introduction de la méthode de Gini dans le but de déterminer la causalité se justifie par le fait qu'en présence de points aberrants dans les données, la méthode des MCO présente des lacunes, voire des limites. De ce fait, les estimateurs obtenus ne sont pas de bonnes qualités. Ces différentes raisons nous poussent à chercher des estimateurs robustes. D'autres raisons peuvent également survenir notamment les problèmes de collecte de données, d'endogénéité, d'erreurs de mesure, et enfin des techniques non adaptées pour modéliser les données. Par conséquent, les résultats obtenus peuvent être biaisés ou non fiables. Ces arguments servent à expliquer le recours à la méthode de régression Gini. Suivant les résultats prouvés par la littérature, il s'avère qu'en présence de points atypiques, les estimateurs obtenus avec la méthode de Gini sont plus robustes que ceux des MCO (Olkin et Yitzhaki 1992). Dans ces cas de figure où les estimateurs sont biaisés et/ou de signes incohérents, l'analyse de la causalité peut être biaisée ainsi que celle des prévisions. En résumé, ces résultats peuvent avoir des effets négatifs sur les différentes mesures prises notamment la politique de conservation d'énergie ou de croissance économique.

## 5.1 Étude des données

Les séries qui nous intéressent sont celles du PIB et de la consommation totale d'énergie par secteurs à savoir : le secteur commercial, les transports, le secteur résidentiel et enfin le secteur industriel sur la période (1960 – 2015).

## Consommation totale d'énergie des 4 secteurs

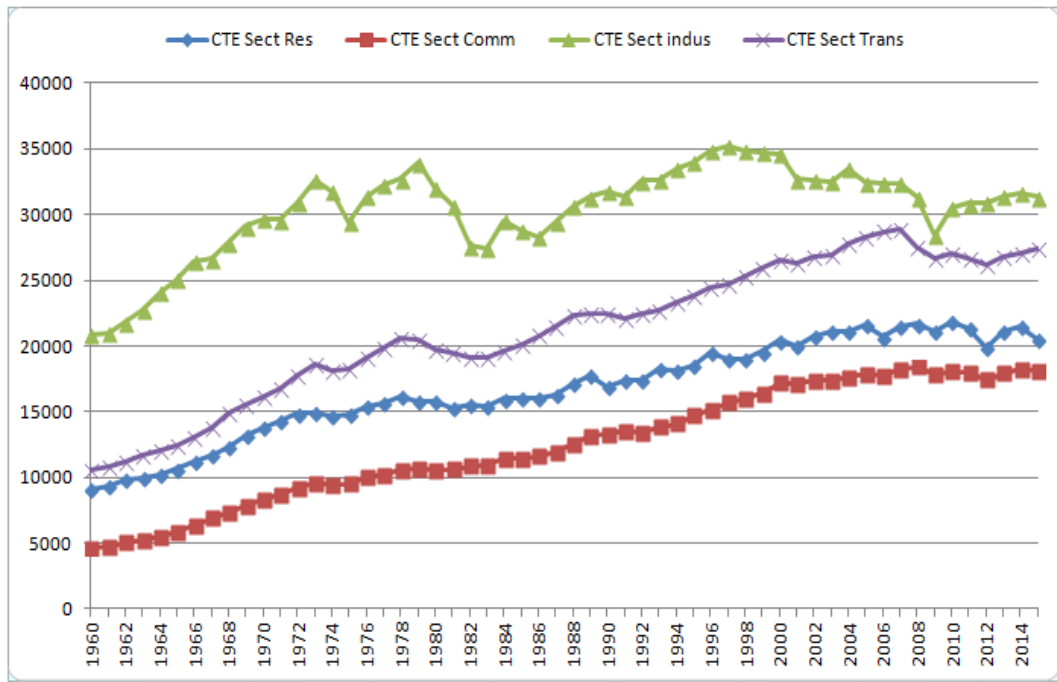


FIGURE 5.1 – Consommation totale d'énergie des 4 secteurs

L'analyse de la représentation graphique nous permet de détecter les différentes composantes d'une série chronologique. A partir de ces représentations graphiques, on peut constater globalement une évolution de la consommation d'énergie des 4 secteurs sur la période observée. Au regard de ces graphiques, on peut émettre l'hypothèse (ou soupçonner) de la présence de points aberrants dans les séries. Néanmoins avant de passer à ce test, les différentes séries seront filtrées en logarithme népérien afin d'amortir le phénomène d'hétéroscédasticité en premier lieu, et puis en différence première logarithmique.

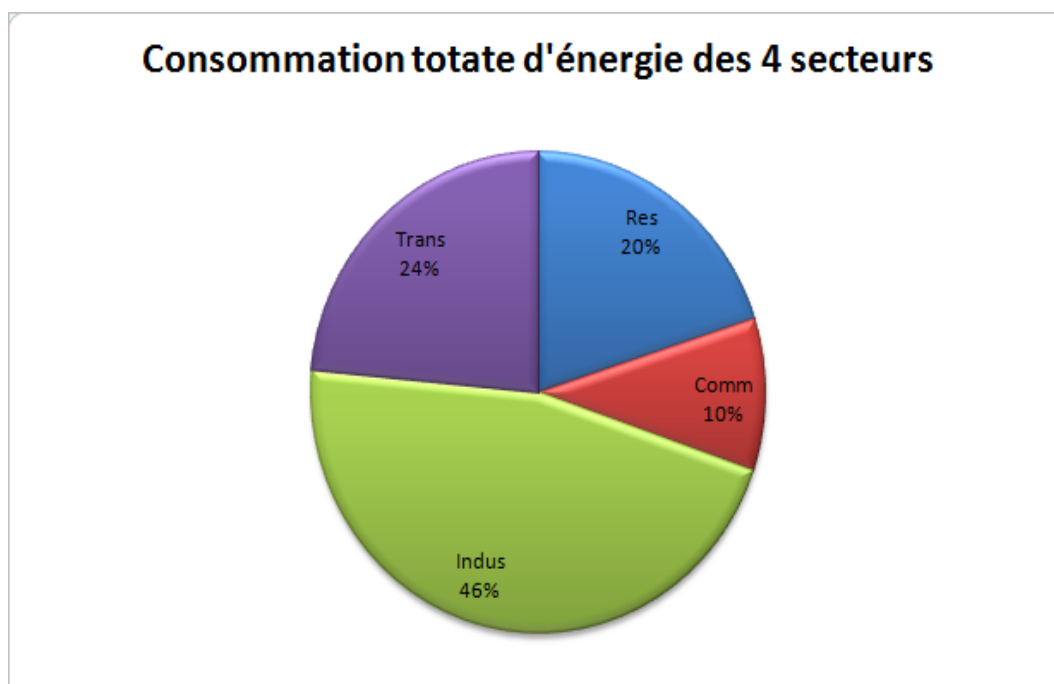


FIGURE 5.2 – Consommation totale d'énergie des 4 secteurs

A partir de ce graphique, on constate nettement que le secteur industriel représente presque la moitié de la consommation totale d'énergie soit 46% sur l'ensemble de la période (1960 – 2015). Ceci pourrait peut être expliqué par la position importante qu'occupe ce secteur dans les pays et principalement dans les pays développés. Ensuite, il est suivi par les secteurs transport et résidentiel qui représentent respectivement 24% et 20%. Enfin, le secteur commercial avec 10% reste celui qui a la plus faible consommation sur l'ensemble de la période. On pourrait imputer ce phénomène par un manque de dynamisme et de modernité du secteur. On pourrait même présager que les programmes initiés, ces dernières années, par l'État permettront d'améliorer en terme de rendement ces secteurs, voire même rehausser à la fois la consommation totale d'énergie. Ainsi, en admettant l'hypothèse qu'une augmentation de consommation d'énergie va de pair avec celui du PIB, cela aura un effet global positif sur l'économie sénégalaise.



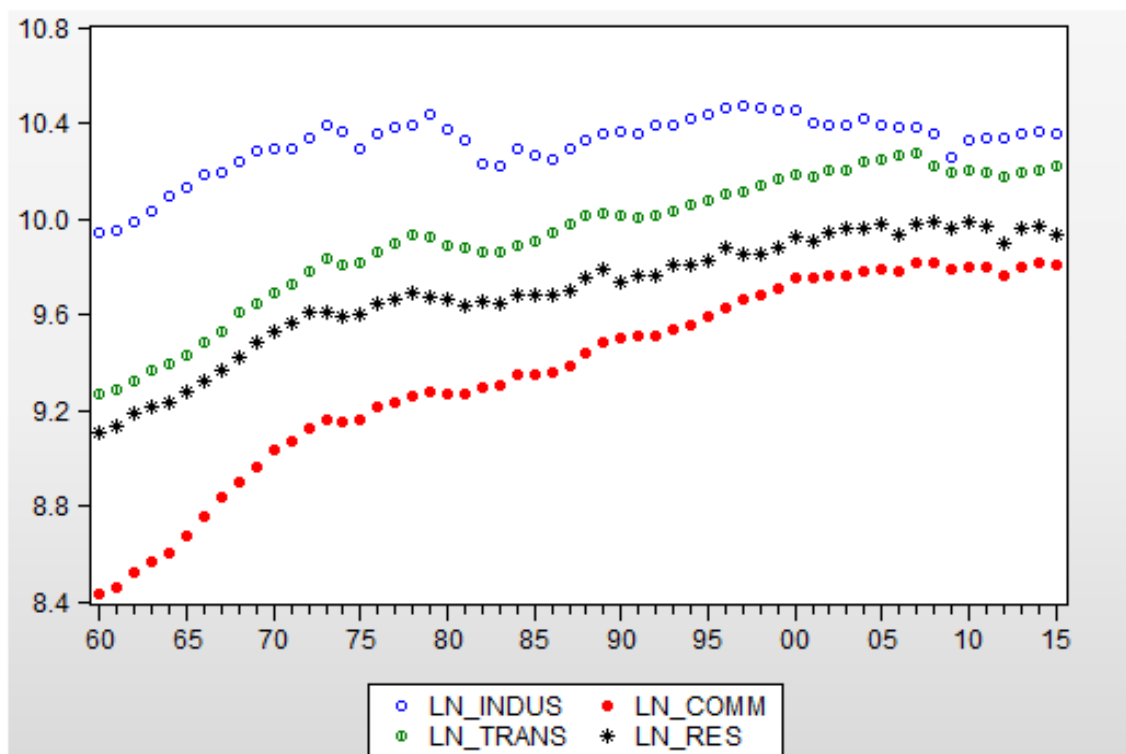


FIGURE 5.3 – Consommation totale d'énergie des 4 secteurs en ln

Présentons aussi quelques statistiques descriptives de nos séries :

### Statistiques descriptives des 5 séries en ln

	lnPIB	lnres	lntrans	lnindus	lncomm
Mean	22.59331	9.699264	9.927190	10.31424	9.363170
Median	22.54880	9.717177	9.989253	10.35235	9.413932
Maximum	23.48293	9.989418	10.27015	10.46878	9.820220
Minimum	21.96451	9.109350	9.268226	9.944710	8.435853
Std.Dev.	0.441139	0.243044	0.281023	0.124335	0.404239
Skewness	0.417265	-0.841433	-0.859557	-1.459336	-0.740433
Kurtosis	2.018072	2.884251	2.797518	4.758110	2.586630
Jarque-Bera	3.874787	6.639356	6.991491	27.08907	5.515627
Probability	0.144079	0.036164	0.030326	0.000001	0.063430
Sum	1265.226	543.1588	555.9226	577.5974	524.3375
Sum Sq.Dev	10.70320	3.248863	4.343558	0.850257	8.987493
Observation	56	56	56	56	56

FIGURE 5.5 : **Statistiques descriptives des 5 séries en ln**

En analysant la moyenne, l'observation de ce tableau nous indique que cette dernière varie entre 9 et 10 pour les 4 secteurs (en ln), puis une valeur de 22.5 pour le PIB en ln ayant un ordre de grandeur différent de ces derniers. Ainsi, en passant les séries en différence première on constate qu'elles fluctuent toutes autour de leur moyenne (voir tableaux ci-dessous).

## 5.2 L'étude de la stationnarité

Pour étudier les interdépendances entre plusieurs variables, il est important de se situer dans un cadre multivarié. Cependant, il faut en amont connaître les notions utilisées dans le cadre d'une étude univariée afin de mieux faciliter la compréhension des mécanismes dans le cas multivarié. Il faut donc s'assurer que tous les processus que l'on incorpore dans la modélisation du VAR soient bien stationnaires. Par conséquent, cela nécessite au préalable l'étude de ces différents processus. A partir des séries stationnaires ou rendues stationnaires, il est relativement plus facile d'étudier les dépendances dynamiques entre plusieurs variables. A titre d'exemple, pour étudier la causalité ou la réaction du système face aux chocs d'innovations ou aux fonctions de réponses impulsionnelles, on doit *a priori* étudier la stationnarité. Il est aussi nécessaire dans le cas de l'analyse de la contribution des chocs à la variance des erreurs de prévision ou décomposition de la variance. Et enfin, cela permet également l'étude de la causalité et de la cointégration dans le cadre des processus intégrés avec un modèle à correction d'erreur. A cet égard, pour chaque série, il faut tout d'abord déterminer le nombre de retards optimal, puis procéder aux tests de stationnarité ou tests racines unitaires. Pour ce faire, deux techniques ont été retenues en l'occurrence la technique Augmenté de Dickey Fuller (1981) (ADF) et celle de Kwiatowski, Phillips, Schmidt, Shin (KPSS) dans l'optique de comparer et de prouver les résultats de la première méthode. En effet, ces tests permettent de vérifier le caractère stationnaire ou non d'une série temporelle par la détermination d'une tendance déterministe ou stochastique. Cette partie reste la principale étape dans l'étude de séries temporelles, car elle permet de savoir si ces dernières suivent un processus stationnaire ou non. Autrement dit, étudier si la structure du processus sous-jacent supposé évolue ou non avec le temps. Ainsi, le processus est dit stationnaire si la structure reste partout la même.

Un processus est dit stationnaire si l'ensemble de ses moments d'ordre un et deux sont indépendants du temps. De manière globale, tout processus qui ne satisfait pas ces deux conditions est dit alors non-stationnaire. Ainsi, la non stationnarité d'une série peut être empiriquement expliquée par la dépendance de son moment de premier ordre appelé aussi l'espérance, sa variance ou de ses auto-covariances par rapport au temps. D'autre part, un processus est dit aussi stationnaire au second ordre si les trois conditions suivantes sont vérifiées :

- $E(x_t)$  soit indépendant du temps  $t$  ;

- $Var(x_t)$  soit une constante finie indépendante du temps  $t$  ;
- $Cov(x_t, x_{t-1})$  soit une fonction finie  $k$  indépendante du temps  $t$ .

Techniquement, pour la modélisation d'un processus, on doit d'abord voir s'il est stationnaire ou non. Ensuite, on applique la méthode qui lui est adaptée. Puis, on cherche alors le meilleur modèle parmi la classe des processus stationnaires pour représenter cette série, et enfin on estime ce modèle. Par contre, si la série est issue d'un processus non stationnaire, on doit la rendre stationnaire pour trouver une transformation adéquate. Après cette étape, il est facile de le modéliser et d'estimer les paramètres associés à la composante stationnaire.

Pour réaliser ce test on fait recours à la stratégie de test présentée par Henin Jobert (1991). Cette dernière consiste à utiliser les valeurs critiques tabulées par Dickey et Fuller pour tester de façon séquentielle l'existence d'une racine unitaire dans les modèles. En pratique, on admet trois modèles comprenant successivement une tendance et une constante, puis une constante seulement, et enfin celui qui n'a ni constante ni tendance (marche aléatoire pure).

Afin de résumer l'ensemble de ces tests, nous proposons le tableau suivant.

#### Résumé de tests de racine unitaire des séries en ln

<b>ADF</b>	<b>lnres</b>	<b>lncomm</b>	<b>lnindus</b>	<b>lntrans</b>	<b>lnPIB</b>
t-stat	<b>-1.910023</b>	<b>-1.657024</b>	<b>-2.473869</b>	<b>-2.387265</b>	<b>-1.333396</b>
1%	-4.133838	-4.133838	-4.133838	-4.137279	-4.133838
5%	-3.493692	-3.493692	-3.493692	-3.495295	-3.493692
10%	-3.175693	-3.175693	-3.175693	-3.176618	-3.175693
<b>KPSS</b>	<b>lnres</b>	<b>lncomm</b>	<b>lnindus</b>	<b>lntrans</b>	<b>lnPIB</b>
t-stat	<b>0.843816</b>	<b>0.865197</b>	<b>0.161940</b>	<b>0.196746</b>	<b>0.246519</b>
1%	0.739000	0.739000	0.216000	0.216000	0.216000
5%	0.463000	0.463000	0.146000	0.146000	0.146000
10%	0.347000	0.347000	0.119000	0.119000	0.119000

FIGURE 5.6 : Résumé de tests de racine unitaire des séries en ln

Les valeurs des  $T$ -statistiques comparées aux valeurs critiques à 1%, 5% et 10% justifient la présence de racine unitaire dans nos séries respectives ; et donc, on peut dire qu'elles sont toutes non stationnaires. Par ailleurs, on constate également une non significativité de la constante et de la tendance ce qui signifie que nous avons des processus DS. En effet, nos différentes séries peuvent être rendues stationnaire par différenciation ou filtre. Ce qui justifie, d'ailleurs, le passage des séries en différences premières logarithmiques (Difln) afin de voir si le même phénomène perdure. En outre, cela permet d'éviter les régressions fallacieuses ou illusoire (spurious regression). Ces dernières sont caractérisées le plus souvent, par un  $R^2$  et des  $T$ -statistiques très élevés, alors que les variables n'ont en générale aucun lien entre elles.

### Grphe des 4 secteurs en Difln

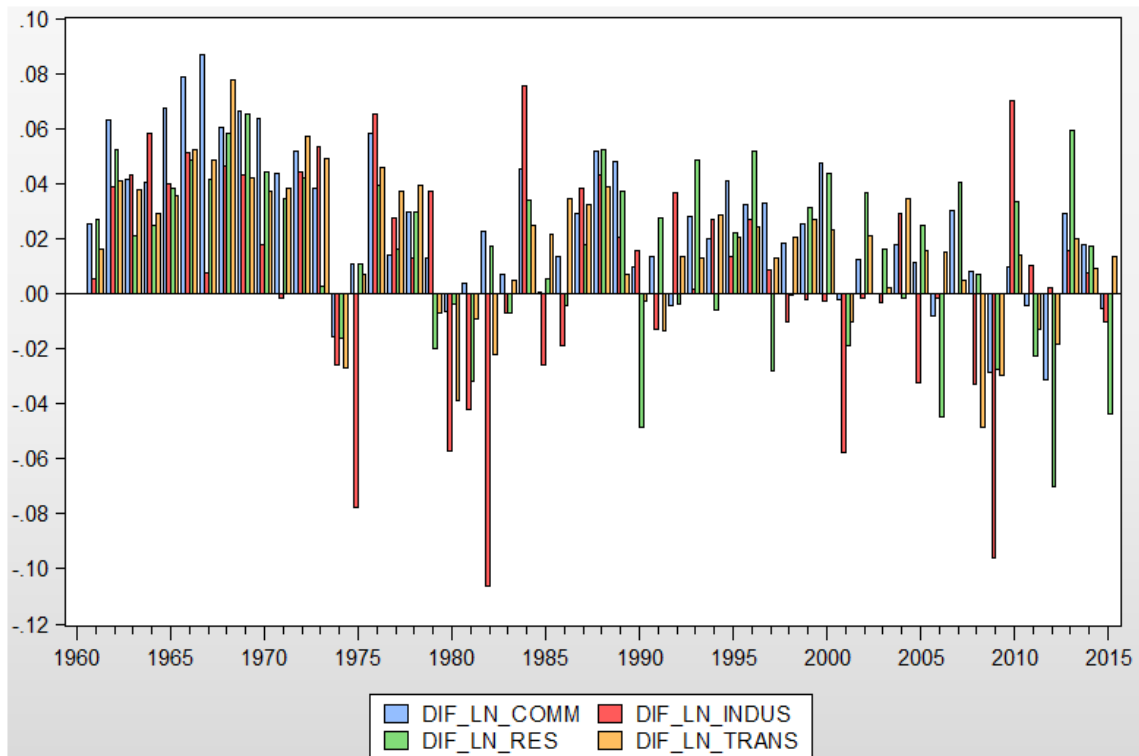


FIGURE 5.4 – Secteurs en Difln

En constatant les fluctuations des différentes séries en première logarithmique, on peut prédire que ces dernières sont stationnaires en attendant que cette prédiction soit validée par les résultats des différents tests de racine notamment (ADF) et (KPSS).

### Graphe des 5 séries en Difln

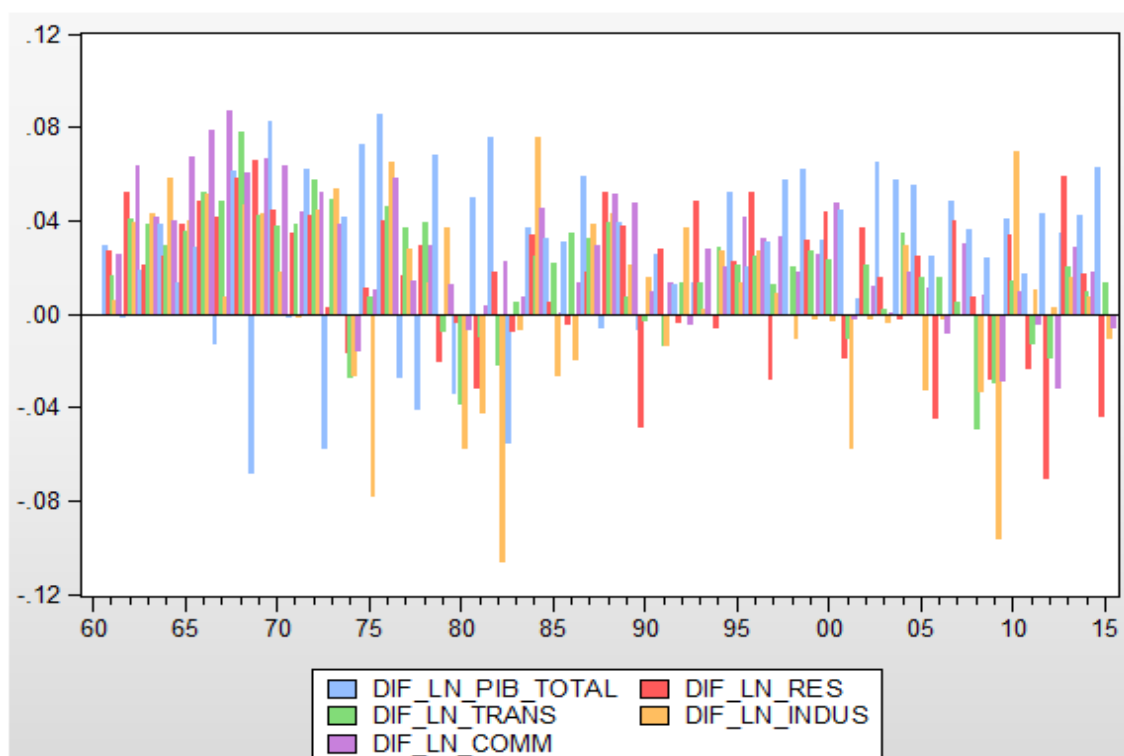


FIGURE 5.5 – Les 5 séries en Difln

### Statistiques descriptives des séries en Difln

	DiflnPIB	Diflnres	Diflntrans	Diflnindus	Diflncomm
Mean	0.027608	0.014898	0.017244	0.007410	0.024921
Median	0.032307	0.020845	0.020347	0.008449	0.022765
Maximum	0.085448	0.065332	0.077872	0.075201	0.087047
Minimum	-0.067788	-0.070117	-0.048713	-0.106298	-0.031453
Std. Dev.	0.035259	0.031165	0.025278	0.038936	0.026234
Skewness	-0.849354	-0.643978	-0.413995	-0.828720	0.201482
Kurtosis	3.376508	2.747670	3.104234	3.779668	2.634555
Jarque-Bera	6.937715	3.947394	1.595989	7.688515	0.678172
Probability	0.031153	0.138942	0.450231	0.021402	0.712421
Sum	1.518419	0.819405	0.948435	0.407531	1.370677
Sum Sq.Dev	0.067132	0.052447	0.034506	0.081865	0.037163
Observation	55	55	55	55	55

Afin de valider ou non la stationnarité des séries passées en différences premières logarithmique, le résumé des tests sont les suivants : (pour plus de détails, voir l' Annexe à ce chapitre, tests de racine unitaire des séries en Difln).

### Résumé des tests de racine unitaire des séries en Difln

<b>ADF</b>	<b>DiflnPIB</b>	<b>Diflnres</b>	<b>Diflntrans</b>	<b>Diflnindus</b>	<b>Diflncomm</b>
t-stat	<b>-2.691219</b>	<b>-5.903231</b>	<b>-3.140067</b>	<b>-6.059336</b>	<b>-8.932346</b>
1%	-2.609324	-2.608490	-2.608490	-2.608490	-2.610192
5%	-1.947119	-1.946996	-1.946996	-1.946996	-1.947248
10%	-1.612867	-1.612934	-1.612934	-1.612934	-1.612797
<b>KPSS</b>	<b>Diflnres</b>	<b>Diflncomm</b>	<b>Diflnindus</b>	<b>Diflntrans</b>	<b>DiflnPIB</b>
t-stat	<b>0.100440</b>	<b>0.089220</b>	<b>0.079907</b>	<b>0.073163</b>	<b>0.500000</b>
1%	0.216000	0.216000	0.216000	0.216000	0.216000
5%	0.146000	0.146000	0.146000	0.146000	0.146000
10%	0.119000	0.119000	0.119000	0.119000	0.119000

Les valeurs des  $T$ -statistiques comparées aux valeurs critiques à 1%, 5% et 10% indiquent une absence de racine unitaire dans nos différentes séries respectives, on en déduit alors qu'elles sont toutes stationnaires. Pour savoir si elles se comportent toutes comme des pures marches aléatoires, on détermine leur corrélogramme (voir Annexe). Étant donné que l'hypothèse de présence de racine unitaire dans les séries est rejetée, cela permet ainsi de procéder à l'étude de causalité en faisant appel à la technique de Granger, voire d'autres techniques.

## 5.3 L'étude de la cointégration

Étudier la cointégration revient à déterminer l'existence ou non d'une relation d'état stationnaire entre des variables.

### 5.3.1 Définition de la cointégration de deux séries

Soit deux séries  $x_t$  et  $y_t$  dont les processus sont intégrés d'ordre 1, notés  $I(1)$ , on peut dire que ces deux séries sont cointégrées s'il existe une combinaison linéaire unique de ces deux dernières se révélant intégrée d'ordre 0, notée  $I(0)$ . Cette combinaison linéaire peut être écrite sous la forme suivante :

$$z_t = x_t - a - by_t \quad (5.1)$$

Avec  $\mathbf{a}$  et  $\mathbf{b}$  deux constantes réelles de sorte que la variable  $z_t$  soit une variable stationnaire. Dans ce cas, il est possible que  $x_t$  et  $y_t$  varient ensemble dans le temps et subissent même des déviations momentanées. Cependant, étant stationnaires, ces deux séries ne pourront pas en effet diverger sans limites. En effet,

l'équation ci-dessus représente une relation de long terme ou d'équilibre des deux séries. Par conséquent,  $z_t$  mesure la déviation par rapport à la valeur d'équilibre. Dans la pratique, deux approches sont, en général, utilisées afin de tester l'hypothèse nulle de cointégration à savoir : l'approche multivariée de Johansen et celle en deux étapes d'Engle et Granger.

### 5.3.2 Test de cointégration d'Engle et Granger

Selon ces deux auteurs, tester la cointégration revient à effectuer un test de racine unitaire sur les résidus de l'équation de cointégration. Cela vise à estimer en premier lieu la relation de long terme entre  $x_t$  et  $y_t$  par la méthode des moindres carrés ordinaires (MCO). En second lieu, procéder à une application de la méthodologie des tests de Dickey-Fuller ou de KPSS à ces résidus qu'on note  $\hat{z}_t$ .

$$\hat{z}_t = \mu \hat{z}_{t-1} + \lambda_t \quad (5.2)$$

Deux cas sont possibles, soit :

- $|\mu| = 1$  : La série  $\hat{z}_t$  dispose d'une racine unitaire et par conséquent  $x_t$  et  $y_t$  ne sont pas cointégrées ;
- $|\mu| < 1$  : La série  $\hat{z}_t$  ne possède pas de racine unitaire ; ce qui signifie que l'hypothèse de cointégration est acceptée. Autrement dit, les séries  $x_t$  et  $y_t$  sont cointégrées.

### 5.3.3 Test de cointégration de Johansen

Cette technique en deux étapes d'Engle et Granger est très restrictive, car elle n'est applicable que dans le cas d'une seule et unique relation de cointégration. D'autre part, cette approche pose un problème de normalisation, et peut, en outre, mener à des résultats différents selon la combinaison considérée :

$$z_t = x_t - a - by_t \quad (5.3)$$

Ou bien :

$$z_t = y_t - a - bx_t \quad (5.4)$$

A cet égard, on utilise plutôt le test de cointégration de Johansen comme alternative à l'approche d'Engle et Granger. Cette alternative permet de déterminer le nombre de relations d'équilibre de long terme entre des variables intégrées de même ordre. Cette dernière est applicable quelle que soit la normalisation utilisée.

### 5.3.4 Tests de cointégration

Les résultats des tests de cointégration sont les suivants.

### Résultats de tests de cointégration

Nbre Hyp CE(s)	Val propre	Stat trace	Val crit 0.05	Prob.**
None *	0.477485	80.91026	69.81889	0.0050
At most1	0.353790	45.85882	47.85613	0.0761
At most2	0.214592	22.28076	29.79707	0.2832
At most3	0.123382	9.236983	15.49471	0.3439
At most4	0.038606	2.126059	3.841466	0.1448

Nbre Hyp CE(s)	Val propre	Stat Max-Eigen	Val crit 0.05	Prob.**
None *	0.477485	35.05144	33.87687	0.0361
At most 1	0.353790	23.57806	27.58434	0.1501
At most 2	0.214592	13.04377	21.13162	0.4482
At most 3	0.123382	7.110924	14.26460	0.4761
At most 4	0.038606	2.126059	3.841466	0.1448

Avec :

\* indique le rejet de l'hypothèse au niveau de 0,05 ;

\*\* p-values de MacKinnon-Haug-Michelis (1999)

**Hypothèses** : Soit  $r$  le nombre de relations de cointégrations on a :

$H_0$  :  $r = 0$  il n'y a pas de relation de cointégration ;

$H_1$  :  $r > 0$  il y a au moins une relation de cointégration.

Si la statistique de Trace est supérieure à la valeur critique à 5%, alors on rejette  $H_0$ .

D'après le tableau de résumé, le test de trace nous indique une seule équation de cointégration au risque de 5%. Autrement dit, les résultats selon le test de trace indiquent la présence d'une seule relation de cointégration entre les différentes séries. Techniquement, pour s'en convaincre, on compare la valeur statistique de trace à la valeur tabulée de 5% ou comparer la valeur des p-values à 5%, ainsi les valeurs obtenues permettent de noter l'absence ou la présence de nombre de relations d'intégration. On constate à cet effet, que la valeur de la statistique de Trace 80.91026 est supérieure à 69.81889 (la valeur critique au seuil de 5%). De même on observe que les p-values sont inférieures à 5%. En outre, l'hypothèse permettant d'accepter l'existence de plus d'une relation de cointégration est rejetée car, la valeur de la statistique de Trace 45.85882 est inférieure à 47.85613 la valeur tabulée au seuil de 5%. Ce résultat va de pair avec celui des valeurs des p-values des hypothèses suivantes admettant plus de 2, 3, et 4 relations de cointégrations car on constate que 0.0761, 0.2832, 0.3439, 0.1448 sont toutes supérieures à 5%. De même, on voit que les valeurs de la statistique de trace sont toutes inférieures aux valeurs tabulées à 5%. Toujours, dans la même optique de recherche de nombres relations de cointégration outre la statistique de trace, on considère à nouveau, la statistique de Max-Eigen qu'on compare aux valeurs tabulées de 5%. L'hypothèse d'absence de relations de cointégration est



rejetée selon ce critère (Max-Eigen) car 35.05144 est supérieure à 33.87687, de même on a la valeur de p-value 0.0361 inférieure à 5%. Le rejet de l'hypothèse d'absence de relations signifie en effet l'acceptation d'existence au moins d'une relation de cointégration. Toute fois, l'hypothèse d'existence de plus d'une relation de cointégration est rejetée car, la valeur statistique de Max-Eigen 23.57806 est supérieure à 27.58434 et que la p-value 0.1501 est supérieure à 5%. Les autres hypothèses sont également rejetées car les valeurs observées de Max-Eigen sont toutes inférieures aux valeurs critiques à 5%, idem pour les p-values. En résumé, une seule relation de cointégration est déterminée entre les séries.

### 5.3.5 Existence de points aberrants

A présent, testons l'existence de points aberrants dans nos séries stationnaires en Difln. Cette étape est nécessaire, puisqu'elle pourra justifier (ou non) l'utilisation d'une modélisation VAR en Gini.

#### Test outliers avec la méthode Eviews

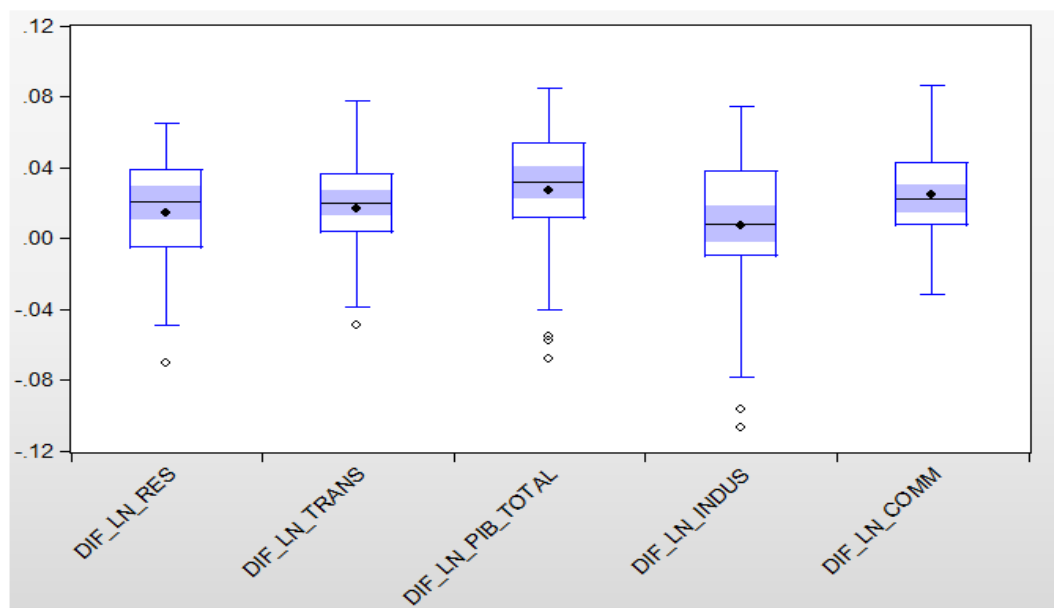


FIGURE 5.6 – Test d'outliers des 5 séries en Difln

Les résultats du test d'outliers avec eviews "Boxplot" justifient la présence de points aberrants dans les données; ce qui se matérialise par l'observation de petits cercles qui sortent en dessous des observations concernées. Afin de valider la présence d'outliers, nous allons à nouveau utiliser une deuxième méthode, le test de Grubbs.

## Test d'outliers avec la méthode de Grubbs

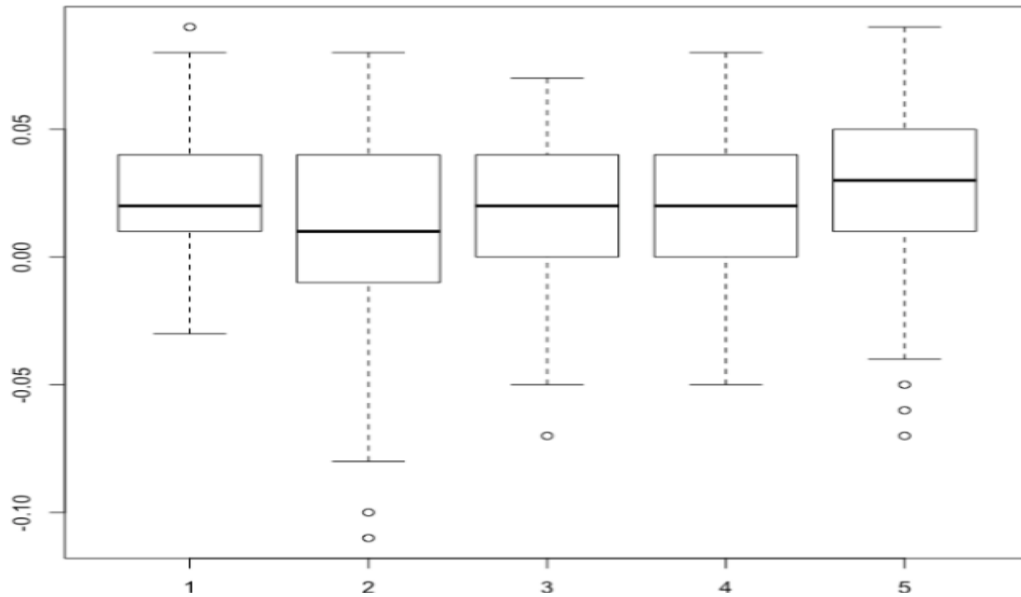


FIGURE 5.7 – Test d'outliers des séries en Difln

On peut constater le même phénomène avec la méthode de Grubbs. Il fortifie les résultats du premier test, c'est à dire la présence d'outliers dans les données.

### 5.3.6 Modèle à correction d'erreur

Une relation de cointégration suppose a priori qu'il existe une relation d'état stationnaire entre deux séries. On peut admettre a posteriori que ces différentes séries ont une tendance commune à évoluer ensemble dans le même sens. Cependant, tout écart constaté d'une manière momentanée par rapport à l'équilibre sera considéré dans ce cas comme aléatoire. En effet, le MCE permet de modéliser d'une manière conjointe les dynamiques de court terme et de long terme représentées respectivement par les variables en différence première et en niveau. C'est en ce sens d'ailleurs, que le théorème de représentation de Ganger admet l'existence d'un mécanisme à correction d'erreur pour tout système cointégré. Ce mécanisme empêche aux séries de s'écarter démesurément de leur équilibre à long terme. En définitive, étudier la cointégration revient à déterminer d'une manière précise la nature et la réalité des écarts entre des séries supposées théoriquement liées entre elles dans le but de les modéliser.

Par exemple, si on a deux séries cointégrées ( $y_t - \hat{a}_{xt} - \hat{b} \leftrightarrow (I(0))$ ), on peut estimer le modèle à correction d'erreur (MCE) suivant :

$$\Delta y_t = \mu \Delta x_t + \delta (y_{t-1} - a x_{t-1} - b) + v_t \quad (5.5)$$

Avec  $\delta < 0$

En effet, le paramètre le paramètre  $\delta$  doit être négatif pour qu'il y ait un retour de  $y_t$  à sa valeur d'équilibre de long terme ( $ax_{t-1} + b$ ). Néanmoins, si  $y_{t-1}$  est supérieur à ( $ax_{t-1} + b$ ), un retour vers l'équilibre de long terme est possible que si  $\delta < 0$ .

Techniquement, le MCE permet de modéliser conjointement les dynamiques de court terme (représentées par les variables en différences premières) et de long terme (représentées par les variables en niveau). Ainsi, on a les deux écritures suivantes :<sup>1</sup>

- La dynamique de court terme

$$y_t = \alpha_0 + \alpha_1 y_{t-1} + \alpha_2 x_t + \alpha_3 x_{t-1} + vt \quad (5.6)$$

- La dynamique de long terme

$$y_t = ax_t + b + vt \quad (5.7)$$

avec, à long terme  $y_{t-1} = y_t$  et  $x_{t-1} = x_t$

Après cette étape, on peut passer à l'étude de la causalité par la méthode du Gini, car les différentes séries sont stationnaires et en même temps, on observe la présence des points aberrants.

## 5.4 Modélisation VAR

Après la phase d'étude de la stationnarité des différentes variables, on construit un modèle VAR, afin de mieux étudier les relations de dépendance entre les variables dans un cadre multivarié. Les processus VAR constituent une généralisation des processus *AR* dans la cas multivarié. Ces modèles permettent d'analyser les effets d'une variable sur une autre au travers de simulations de chocs aléatoires. Dans notre cas, nous avons une autorégression vectorielle de 5 variables afin d'étudier la variation du PIB déclenchée par une fluctuation des 4 secteurs de consommation d'énergie.

Déterminons le degré optimal du modèle VAR à retenir dans l'application empirique. En effet dans un modèle VAR, chacune des variables est une fonction linéaire de ses propres valeurs passées et celles des autres variables du modèle. Dans cette perspective, on estime divers processus du *VAR* pour des ordres de retards allant de 1 à 4. On retiendra le VAR (Gini ou MCO) qui minimise le critère d'information Akaike (AIC) pour les différents retards choisis.

---

1. Bourbonnais R. (2000), Lardic S. et Mignon V. (2002)

## Critères d'informations de choix du retard optimal du VAR à retenir

MCO	AIC	AIC corrigé	retard optimal
	50.3360	50.0633	1.0000
Gini	AICG	AIC corrigé	retard optimal
	50.4971	50.2243	1.0000

Au regard des résultats de ces deux critères à savoir (AIC et AIC corrigé) figurant dans ce tableau, l'ordre optimal retenu est 1; et donc, on retient le modèle VAR(1) dans la suite de notre application.

## 5.5 Étude de la causalité

Selon Granger, une série  $y_{1t}$  cause la série  $y_{2t}$  si la connaissance du passé de  $y_{1t}$  améliore la prévision  $y_{2t}$ . Autrement dit,  $x$  cause  $y$  si la connaissance des valeurs passées de  $x$  améliore la prévision de  $y$ .

A partir de cette définition de causalité de Granger, on détermine la causalité de Granger avec la méthode de l'estimateur Gini. Les tests de (non) causalité entre les variables  $y_{1t}$  et  $y_{2t}$ , par exemple d'un modèle VAR(1) sont :

$$\left\| \begin{array}{l} H_0 : \Phi_{12} = 0 \\ H_1 : \Phi_{12} \neq 0 \end{array} \right\| \iff \left\| \begin{array}{l} H_0 : y_{2t} \xrightarrow{(1)} y_{1t} \\ H_1 : y_{2t} \xrightarrow{(1)} y_{1t}, \end{array} \right\| \quad (5.8)$$

$$\left\| \begin{array}{l} H_0 : \Phi_{21} = 0 \\ H_1 : \Phi_{21} \neq 0 \end{array} \right\| \iff \left\| \begin{array}{l} H_0 : y_{1t} \xrightarrow{(1)} y_{2t} \\ H_1 : y_{1t} \xrightarrow{(1)} y_{2t}. \end{array} \right\| \quad (5.9)$$

Comme  $\hat{\Phi}_{ij} \equiv \hat{\beta}_{G,ij}$ , comme vu précédemment,

$$\hat{\beta}_{G,ij} \stackrel{a}{\sim} \mathcal{N}(\beta_{G,ij}, \hat{\sigma}_J(\beta_{G,ij})) \quad (5.10)$$

Le test de (non) causalité peut alors être mis en oeuvre directement en testant la nullité des  $\beta_{G,ij}$ .

- Un test conjoint peut être effectué pour déterminer si  $y_{1t}$  peut causer ou non  $y_{2t}$  et inversement :

$$\left\| \begin{array}{l} H_0 : \Phi_{12,1} = \dots = \Phi_{12,p} = 0 \\ H_1 : \exists \Phi_{12,i} \neq 0, i = 1, \dots, p \end{array} \right\| \iff \left\| \begin{array}{l} H_0 : y_{2t} \xrightarrow{(1)} y_{1t} \\ H_1 : y_{2t} \xrightarrow{(1)} y_{1t}. \end{array} \right\| \quad (5.11)$$

$$\left\| \begin{array}{l} H_0 : \Phi_{21,1} = \dots = \Phi_{21,p} = 0 \\ H_1 : \exists \Phi_{21,i} \neq 0, i = 1, \dots, p \end{array} \right\| \iff \left\| \begin{array}{l} H_0 : y_{1t} \xrightarrow{(1)} y_{2t} \\ H_1 : y_{1t} \xrightarrow{(1)} y_{2t}. \end{array} \right\| \quad (5.12)$$

Les résultats du test sont les suivants.

### Test de Causalité des séries en Difln avec la méthode Gini VAR(1)

<b>M1</b> Diflnres	Diflncomm 0.8060	Diflnindus <b>0.0000***</b>	Diflntrans 0.6893	DiflnPIB 0.7447
<b>M2</b> Diflncomm	Diflnres 0.5288	Diflnindus <b>0.0996*</b>	Diflntrans 0.4153	DiflnPIB <b>0.0210**</b>
<b>M3</b> Diflnindus	Diflnres <b>0.0005**</b>	Diflncomm 0.1483	Diflntrans 0.2448	DiflnPIB <b>0.0636*</b>
<b>M4</b> Diflntrans	Diflnres 0.7583	Diflncomm 0.2770	Diflnindus 0.1326	DiflnPIB 0.6850
<b>M5</b> DiflnPIB	Diflnres 0.6216	Diflncomm <b>0.0399*</b>	Diflnindus <b>0.0506*</b>	Diflntrans 0.7092

Dans ce tableau, les valeurs représentent les p-values et permettent de déterminer la relation de causalité entre la variable endogène considérée (en rouge) et les régresseurs (en colonnes). Pour le modèle 1 ou (M1) du VAR(1), le secteur résidentiel est l'endogène et les trois autres secteurs avec le PIB observé à un retard sont les exogènes. Si les valeurs des p-values sont inférieures à 5%, on rejette l'hypothèse de causalité à un retard ou causalité unidirectionnelle.

- Pour le modèle 1 on a 0.0000 inférieure à 5% ; ce qui signifie que le secteur industriel cause le secteur résidentiel. Il permet de montrer qu'il existe une absence de causalité allant des secteurs commercial et transport vers le secteur résidentiel.
- S'agissant du modèle 2, on note que le secteur industriel cause au sens faible le secteur commercial. Cela se justifie par la valeur 0.0996 supérieure à 1% et 5% mais inférieure à 10%.
- Suivant le modèle 3, qui s'inscrit dans la même optique, on a  $0.0005 < 1\%$  et 5% ; ce qui prouve une présence de causalité allant du secteur résidentiel vers le secteur industriel ; et enfin, une absence de causalité pour les deux autres secteurs notamment commercial et transport.
- Pour le modèle 4 on constate une absence de relation de causalité.

Les résultats du test de causalité classique (par MCO) sont les suivants.

**Test de Causalité classique des séries en Difln VAR(1)**

<b>M1</b> Diflnres	Diflncomm 0.3883	Diflnindus <b>0.0759*</b>	Diflntrans 0.8793	DiflnPIB <b>0.0681*</b>
<b>M2</b> Diflncomm	Diflnres <b>0.0192**</b>	Diflnindus 0.1090	Diflntrans 0.6986	DiflnPIB <b>0.0408**</b>
<b>M3</b> Diflnindus	Diflnres 0.3489	Diflncomm 0.7362	Diflntrans <b>0.0109**</b>	DiflnPIB <b>0.0317**</b>
<b>M4</b> Diflntrans	Diflnres <b>0.0008***</b>	Diflncomm <b>0.0191**</b>	Diflnindus <b>0.0006***</b>	DiflnPIB <b>0.0786*</b>
<b>M5</b> DiflnPIB	Diflnres 0.9355	Diflncomm 0.7963	Diflnindus 0.3749	Diflntrans 0.3835

On constate que la valeur 0.0317 est inférieure à 5%. Cela prouve l'existence d'une relation de causalité allant du PIB vers le secteur industriel. Par contre, la valeur 0.3749 est supérieure à 5%; en d'autres termes, le secteur industriel ne cause pas le PIB. On peut dire qu'il existe ici une causalité unidirectionnelle allant du sens du PIB vers le secteur industriel. Dans ce sillage, une augmentation du PIB entraîne une augmentation de la consommation d'énergie du secteur industriel.

De même, on observe que la valeur 0.0408 inférieure à 5%. Autrement dit, le PIB cause le secteur commercial sur la première relation. Par ailleurs, pour la deuxième relation, on constate que 0.7963 est supérieur à 5%. Donc, l'hypothèse de l'existence de causalité allant du secteur commercial vers le PIB est rejetée. Dans ce cas, le secteur commercial ne cause pas le PIB. On peut alors considérer qu'une augmentation ou diminution de la consommation d'énergie du secteur commercial n'affecte pas le PIB.

Les valeurs obtenues de la relation PIB et le secteur transport permettent de dire qu'il existe une relation de causalité au sens faible du PIB vers le secteur transport, car la valeur 0.0786 est supérieure à 5% mais inférieure à 10%. La valeur 0.3835 est supérieure 5% et 10%. Cela prouve une absence de relation de causalité allant du secteur transport vers le PIB. Autrement dit, la consommation d'énergie du secteur transport n'a pas d'effet sur le PIB, néanmoins le sens inverse est juste.

Enfin, pour le lien entre le PIB et le secteur résidentiel, la valeur de 0.0681 est inférieure à 5% ce qui indique que le PIB cause le secteur résidentiel. De même, on a 0.9355 supérieur à 10%, 5% ce qui conduit à dire que le secteur résidentiel ne cause pas le PIB. On assiste alors à une causalité unidirectionnelle allant du PIB vers le secteur résidentiel; ce qui indique qu'une augmentation du PIB entraîne également une augmentation de la consommation du secteur résidentiel et non inversement. Par conséquent, une politique de conservation d'énergie ou

de réduction de la consommation d'énergie n'aura pas d'impacts négatifs sur le PIB (croissance économique).

Il convient de souligner que l'objectif de ce chapitre n'était pas d'étudier les liens de causalités entre les différents secteurs. Toutefois, les résultats obtenus nous permettent de mettre en évidence leur interdépendance. De ce point de vue, les résultats de causalités obtenus entre ces derniers permettent de mieux appréhender la mise en place de différentes politiques intersectorielles.

## 5.6 Réponse impulsionnelle

La fonction de réponses impulsionnelles décrit les réactions en chaîne sur les variables d'un modèle VAR, suite à une perturbation sur l'une des variables, à travers un choc sur le terme d'erreurs de l'équation expliquant cette variable.

Nous allons déterminer la réaction des 4 secteurs suite à un choc du PIB selon les deux méthodes (les autres résultats sont données en annexe).

### Réponse impulsionnelle des séries en Difln selon la méthode *Gini - VAR*

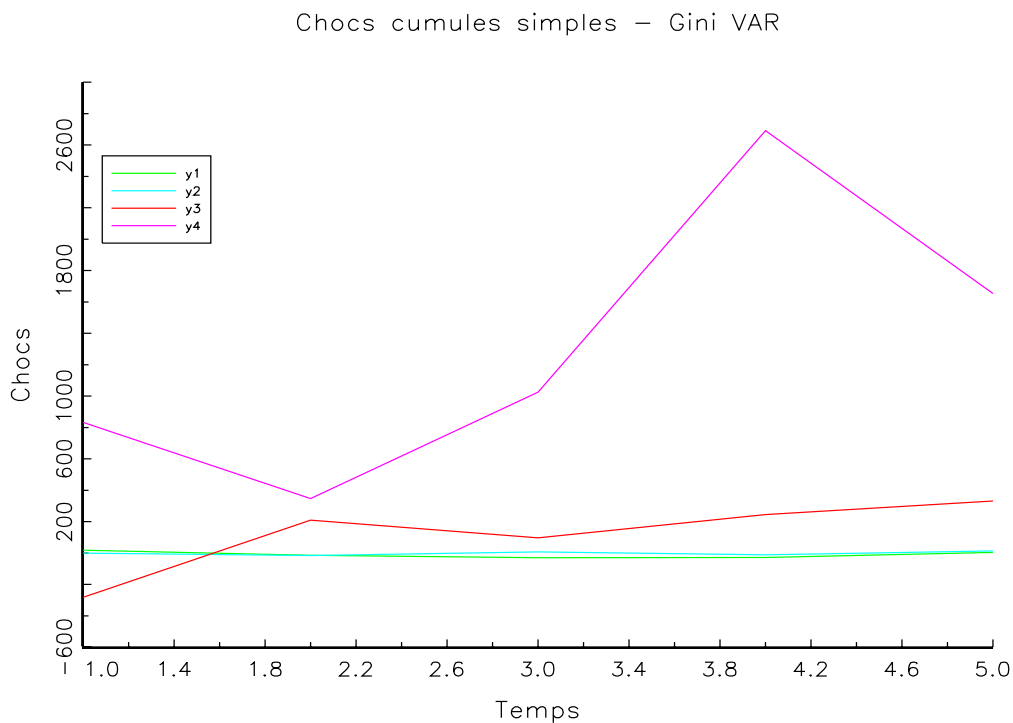


FIGURE 5.8 – Réponse impulsionnelle

Ce graphe représente la réponse des secteurs à un choc sur le PIB. Un choc du PIB a une incidence rapide sur les différents secteurs, puis la réaction baisse après la période 4 avant de s'estomper au bout de 5 périodes. En termes plus

détaillés, après un choc sur le PIB, une baisse apparaît dans les premiers temps mais d'une manière modérée jusqu'à la troisième période, puis une convergence se dessine de façon oscillatoire vers leur valeur d'équilibre. On remarque, en effet, que le choc a une influence durable (périodes), néanmoins, il s'atténue au cours du temps. Les fluctuations soudaines des différents secteurs sont moins fortes comparées à la méthode GLS-VAR<sup>2</sup>. Ce qui laisse présager que cette méthode reste la meilleure afin d'étudier les fonctions de réponses impulsionnelles lorsque des outliers contaminent les données. Les moindres carrés généralisés (GLS)<sup>3</sup>.

### Réponse impulsionnelle des séries en Difln selon la méthode GLS – VAR

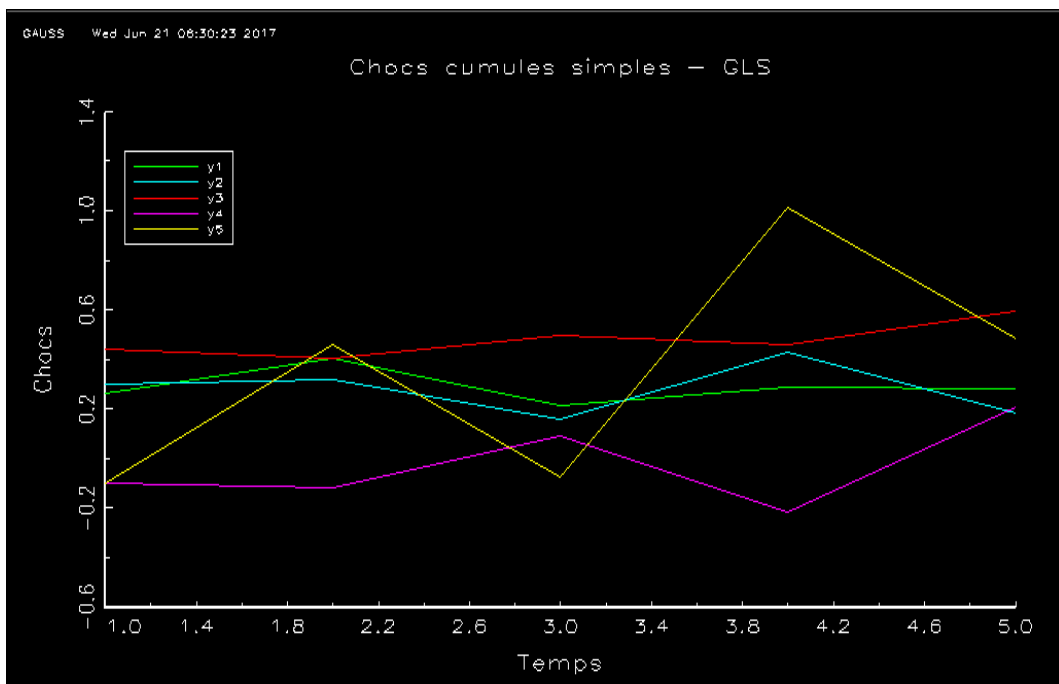


FIGURE 5.9 – reponseGLS.PNG

On peut observer à partir de ce graphe la réponse des secteurs suite à un choc sur le PIB. Cette réaction se traduit par une baisse soudaine au départ, ensuite une hausse discontinue de la période 2 et continue jusqu'à la période 4, enfin une reprise de baisse perpétuelle à partir de la 5 période. Pour chaque secteur, une hausse à partir de la période 1 jusqu'à la période 5 est enregistrée. Toutefois, il est à noter qu'avec cette méthode on remarque que les résultats sont plus erratiques, phénomène certainement imputable à l'influence des outliers.

2. voir commentaires ci-dessous

3. Les moindres carrés généralisés (GLS) restent une technique d'estimation des paramètres inconnus dans un modèle de régression linéaire lorsqu'il existe un certain degré de corrélation entre les résidus dans un modèle de régression. Dans ces cas, les moindres carrés ordinaires et les moindres carrés pondérés peuvent être statistiquement inefficaces, voire donner des conclusions trompeuses. De ce fait, on préfère utiliser la technique des GLS pour l'étude des fonction de réponses impulsionnelles



Par ailleurs, cette analyse basée sur les fonctions de réponses impulsionnelles peut être complétée par une étude de décomposition de la variance de l'erreur de prévision. Empiriquement, il s'agit de calculer la contribution de chacune des innovations à la variance de l'erreur.

## 5.7 Décomposition de la variance

La décomposition de la variance de l'erreur de prévision consiste à déterminer pour chacune des innovations sa contribution à la variance de l'erreur. En guise d'exemple, si un choc sur  $\epsilon_t$  n'affecte pas la variance de l'erreur sur  $y_t$  quelque soit l'horizon de la prévision, dans ce cas, on dira que  $y_t$  peut être considéré comme étant exogène, car évoluant indépendamment de  $\epsilon_t$ . Au contraire, si un choc  $\epsilon_t$  affecte considérablement la variance de l'erreur sur  $y_t$ , cela signifie alors que  $y_t$  peut être admis comme endogène. En pratique, l'ordre de décomposition s'effectue de la variable supposée être la plus exogène vers la moins exogène.

Tableau de décomposition de la variance de l'erreur

Variance Decomposition of DIF_LN_PIB_TOTAL:						
Period	S.E.	DIF_LN_PI...	DIF_LN_IN...	DIF_LN_C...	DIF_LN_RES	DIF_LN_T...
1	0.033172	100.0000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
2	0.036362	92.45658	5.376416	1.695788	0.378166	0.093047
3	0.037115	90.29019	5.487054	1.635987	0.477223	2.109543
4	0.037334	89.97836	5.511376	1.948546	0.476757	2.084965
5	0.037376	89.84830	5.517575	1.957578	0.500544	2.176002
6	0.037391	89.81155	5.520665	1.993134	0.500372	2.174279
7	0.037395	89.79888	5.520111	1.995820	0.502365	2.182827
8	0.037396	89.79461	5.520230	1.999861	0.502329	2.182972
9	0.037396	89.79300	5.520136	2.000444	0.502516	2.183909
10	0.037396	89.79243	5.520128	2.000944	0.502514	2.183981
Variance Decomposition of DIF_LN_INDUS:						
Period	S.E.	DIF_LN_PI...	DIF_LN_IN...	DIF_LN_C...	DIF_LN_RES	DIF_LN_T...
1	0.035642	3.114182	96.88582	0.000000	0.000000	0.000000
2	0.039649	3.229517	78.65987	2.158552	1.337785	14.61427
3	0.040941	5.090514	73.80078	3.357763	1.472087	16.27885
4	0.041189	5.029377	72.95520	3.950444	1.496594	16.56839
5	0.041276	5.085325	72.65780	4.195183	1.509653	16.55204
6	0.041303	5.078941	72.56538	4.266628	1.513673	16.57538
7	0.041314	5.082217	72.52670	4.299002	1.514160	16.57792
8	0.041318	5.081356	72.51263	4.309197	1.514748	16.58207
9	0.041320	5.081611	72.50700	4.313829	1.514834	16.58272
10	0.041321	5.081516	72.50496	4.315365	1.514919	16.58324

FIGURE 5.10 – Décomposition de la variance

On remarque que la variance de l'erreur de prévision du PIB est due à 89.79% à ses propres chocs, à 5.52% à ceux du secteur industriel, à 2.00% au secteur

commercial, à 0.50% au secteur résidentiel et à 2.18% au secteur transport. De même, la variance de l'erreur de prévision du secteur industriel résulte de 72.50% à ses propres chocs, à 5.08% du PIB, à 4.32% du secteur commercial, à 1.51% du secteur résidentiel, et à 16.59% du secteur transport.

Variance Decomposition of DIF_LN_COMM:						
Period	S.E.	DIF_LN_PI...	DIF_LN_IN...	DIF_LN_C...	DIF_LN_RES	DIF_LN_T...
1	0.021715	0.011359	19.52670	80.46194	0.000000	0.000000
2	0.025430	0.042108	15.74410	70.90291	1.221173	12.08971
3	0.026977	0.805039	14.19423	69.45052	1.180533	14.36968
4	0.027513	0.908054	13.66043	68.82553	1.336749	15.26924
5	0.027710	0.974971	13.48188	68.75628	1.356930	15.42994
6	0.027781	0.986175	13.41741	68.71144	1.373345	15.51163
7	0.027808	0.993317	13.39351	68.69982	1.376721	15.53664
8	0.027819	0.995201	13.38429	68.69348	1.378639	15.54839
9	0.027823	0.996182	13.38079	68.69148	1.379194	15.55235
10	0.027824	0.996483	13.37945	68.69061	1.379455	15.55400

Variance Decomposition of DIF_LN_RES:						
Period	S.E.	DIF_LN_PI...	DIF_LN_IN...	DIF_LN_C...	DIF_LN_RES	DIF_LN_T...
1	0.028807	0.127308	8.775642	48.26952	42.82753	0.000000
2	0.032106	0.834466	7.245081	39.22515	40.17191	12.52339
3	0.032827	0.988335	6.930249	40.85142	38.60944	12.62055
4	0.033036	1.058831	6.848791	40.76414	38.37935	12.94889
5	0.033106	1.063798	6.822769	40.91875	38.21876	12.97592
6	0.033132	1.070302	6.814772	40.93660	38.17189	13.00643
7	0.033142	1.071289	6.811311	40.95157	38.15042	13.01541
8	0.033145	1.072215	6.810071	40.95539	38.14282	13.01950
9	0.033147	1.072402	6.809567	40.95725	38.13982	13.02096
10	0.033147	1.072523	6.809385	40.95789	38.13869	13.02151

FIGURE 5.11 – Décomposition de la variance

La décomposition de la variance indique que la variance de l'erreur de prévision du secteur commercial peut être expliquée à 68.69% par ses propres chocs, à 1% à ceux du PIB, à 13.38% ceux du secteur industriel, à 1.38% à ceux du secteur résidentiel, et à 15.55% à ceux du secteur transport. Pour le secteur résidentiel, on constate que 38.14% de cette dernière est due à ses propres chocs, et le reste par les chocs des autres à savoir 40.96% pour le secteur commercial, 6.81% pour le secteur industriel, 1.07% pour le PIB, et 13.02% pour le secteur transport.

Variance Decomposition of DIF_LN_TRANS:						
Period	S.E.	DIF_LN_PI...	DIF_LN_IN...	DIF_LN_C...	DIF_LN_RES	DIF_LN_T...
1	0.020904	0.045994	34.25221	14.85003	0.151132	50.70064
2	0.025076	1.628478	23.93782	20.29768	0.138072	53.99795
3	0.026268	2.380700	21.81539	22.63326	0.531998	52.63865
4	0.026614	2.421937	21.25461	23.71061	0.625253	51.98759
5	0.026737	2.442437	21.07093	24.08210	0.659951	51.74458
6	0.026784	2.444223	21.00200	24.21619	0.669830	51.66775
7	0.026802	2.446998	20.97530	24.26624	0.673649	51.63781
8	0.026809	2.447610	20.96498	24.28508	0.675151	51.62718
9	0.026812	2.448001	20.96106	24.29238	0.675715	51.62284
10	0.026813	2.448101	20.95957	24.29513	0.675939	51.62126

Cholesky Ordering: DIF\_LN\_PIB\_TOTAL DIF\_LN\_INDUS DIF\_LN\_COMM DIF\_LN\_RES D...

FIGURE 5.12 – Décomposition de la variance

Enfin, pour ce tableau, la décomposition montre que la variance de l'erreur du secteur transport est assurée à 51.62% à ses propres chocs, à 0.68% au secteur résidentiel, à 24.29% au secteur commercial, à 20.96% au secteur industriel et à 2.45% au PIB.

En définitive, l'effet des propres chocs de chaque secteur est moins important par rapport au PIB. Ce phénomène est une dissymétrie d'effet.

## Synthèse des liens de causalité croissance/énergie selon les 4 hypothèses

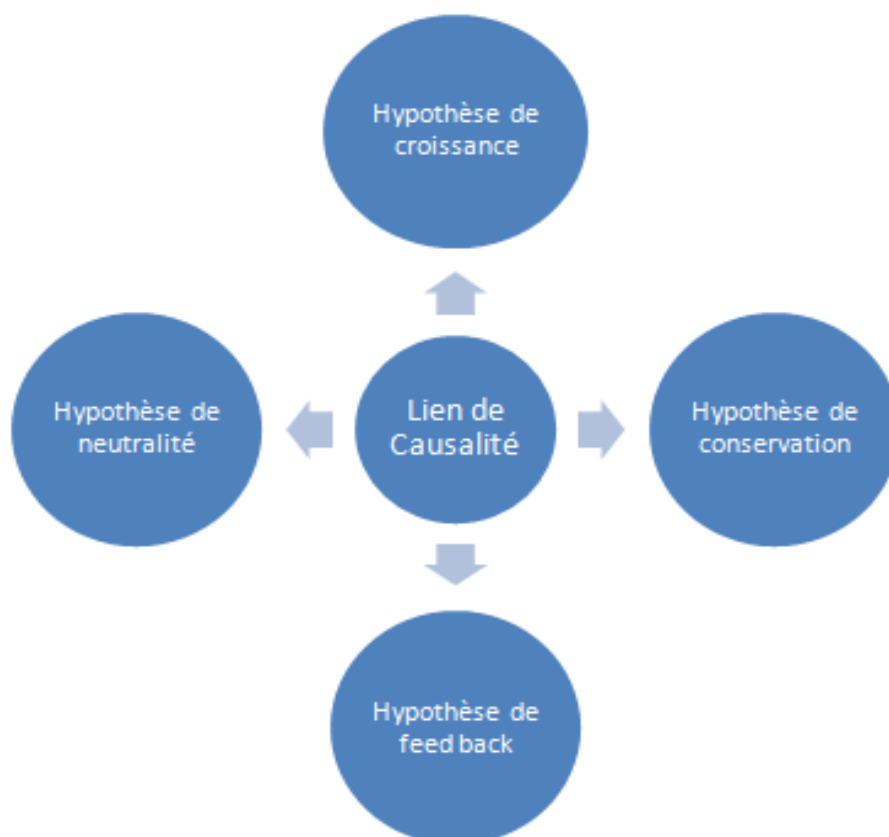


FIGURE 5.13 – Relation de causalité entre consommation d'énergie et croissance économique

L'ensemble des résultats discutés précédemment nous permettent de discuter différentes hypothèses abordées en économie de l'énergie.

### 5.8 Analyse économique du lien entre croissance et énergie

Plusieurs hypothèses sont retenues dans la littérature afin de faire état du lien qui pourrait exister entre la croissance économique et la consommation d'énergie.

- L'hypothèse de neutralité (neutrality hypothesis) : Elle considère qu'il n'y a pas de relation de causalité (aucun lien) entre la croissance économique et la consommation d'énergie. Autrement dit, l'énergie est considérée comme un facteur neutre ou marginal à la croissance. En revanche, si cette hypothèse s'avère fautive, les politiques conservatrices ou expansives menées sur la consommation d'énergie pourraient avoir des effets pervers et freiner ou ralentir le rythme de la

croissance économique.

- L'hypothèse de conservation (conservation hypothesis) : Elle découle de la causalité unidirectionnelle allant de la croissance économique vers la consommation d'énergie. En d'autres termes, la consommation d'énergie n'a pas d'impact sur la croissance économique. Dans cette perspective, des politiques de conservation d'énergie peuvent être mises en oeuvre dans le pays en question sans impacter négativement la croissance économique. Une politique de conservation d'énergie consiste à réduire la consommation d'énergie finale dans les différents secteurs économiques notamment : les secteurs industriel, résidentiel, commerces et services, en plus de l'éclairage public, etc ; sans minorer les actions concernant essentiellement le secteur électrique.

- L'hypothèse de croissance (growth hypothesis) : Par cette hypothèse, on admet l'existence d'une causalité unidirectionnelle de la consommation d'énergie vers la croissance économique. Dans ce cas de figure, les choix politiques doivent être axés sur la consommation d'énergie et sur la non restriction d'utilisation de l'énergie dans les différents secteurs de l'économie. Cependant, toute politique de conservation ou de restriction peut évidemment entraver la croissance économique sur cette période. Par ailleurs, les défenseurs de cette hypothèse Ghali and El-Sakka (2004b) considèrent que l'énergie est un des facteurs (input) essentiels à la production au même titre que le travail et le capital. En admettant cette hypothèse, l'énergie devient un facteur limitant à la croissance économique, Masih and Masih (1998). Par ailleurs, dans ce contexte, la consommation d'énergie affecte en effet positivement le PIB et cela suggère qu'à long terme qu'il serait probable que le programme portant sur l'économie d'énergie puisse influencer nettement la croissance économique.

- L'hypothèse de retour (feedback hypothesis) : C'est enfin la relation de causalité dans les deux sens ou causalité bidirectionnelle entre la croissance économique et la consommation d'énergie. Ceci peut être expliqué par la relation d'impact ou d'effet de l'une sur l'autre conjointement. En clair, cela signifie qu'une variation de la consommation d'énergie aura un effet automatique sur la variation de la croissance économique et inversement. Dans cette optique, des stratégies de croissance ou de consommation d'énergie peuvent être menées en agissant sur l'une des variables. En outre, cette situation pourrait donner d'une façon plus nette (précise) l'intensité énergétique du pays. Par conséquent, on ne pourra supposer une augmentation de la croissance sans pour autant que cela ne génère une augmentation de la consommation d'énergie.

- En résumé pour le cas du Sénégal les résultats de la méthode de Gini valident deux hypothèses, celles de feed back et neutralité.

-L'hypothèse de feed back entre les secteurs industriel et commercial et le PIB est acceptée compte tenu des valeurs des p-values obtenues, ce qui permet

d'avancer l'idée que l'énergie devrait être au coeur de la politique de développement de l'Etat du Sénégal. En d'autres termes, ces deux secteurs pourraient être des leviers potentiels pour booster l'économie sénégalaise.

- L'hypothèse de neutralité est validée selon les résultats de causalité entre le PIB et les secteurs résidentiel et transport. Ce résultat peut être appréhendé de la façon suivante : la consommation d'énergie de ces deux secteurs est assez faible pour impacter le PIB, de même qu'une variation du PIB n'a aucun effet sur la consommation de ces deux secteurs. De ce fait, pour améliorer la compétitivité de l'économie sénégalaise, l'accès à l'énergie (l'électricité pour le secteur résidentiel) en quantité et en qualité avec un coût optimal devrait être un impératif pour le gouvernement afin de ne pas minorer l'apport du secteur résidentiel. A cet égard, l'électricité est considérée comme un facteur nécessaire au développement économique et social.

**Les principales recommandations qu'on préconise au terme de notre étude, et qui devraient être mises en oeuvre par le gouvernement, sont :**

- réorganiser ou moderniser les 4 différents secteurs en augmentant les investissements en équipement, en maintenance et de matériels moderne ;

- subventionner le prix de l'électricité, de l'essence et du gazole etc ;

- développer des programmes massifs d'électrification rural ;

- développer le réseau routier avec un programme de désenclavement du monde rurale ;

- jouer un rôle important en matière de régulation et de contrôle afin d'éviter une hausse des prix de l'énergie (l'électricité) pouvant générer de l'inflation dans le pays ;

- mettre en place des mesures draconiennes permettant d'économiser et d'exploiter de manière optimale les ressources énergétiques disponibles ;

- créer des agences d'économie d'énergie afin d'aider les populations à l'utilisation de façon efficace l'électricité et bien évidemment sans les pénaliser ;

- développer et décentraliser l'industrie, qui est en majorité concentrée à la capitale ;

- s'engager dans des programmes de mixte énergétique en diversifiant les sources de production d'énergie (électrique) afin de limiter la dépendance vis-à-vis de l'étranger par le biais des produits pétroliers ;

- construire de nouvelles infrastructures pour la production d'énergie prove-

nant de l'éolien, du solaire etc. tout en respectant la protection de l'environnement.

## Conclusion

L'objectif de ce chapitre portait sur l'étude des relations dynamiques entre le PIB et la consommation d'énergie totale des 4 secteurs de l'économie sénégalaise. Ainsi, pour ce faire, nous avons eu recours aux méthodes économétriques des séries temporelles notamment les méthodes VAR-Gini et VAR-MCO.

De plus, nous avons cherché dans ce chapitre à déterminer le lien causal entre la consommation d'énergie par secteur et PIB en utilisant une méthode dite classique "causalité à la Granger" comparée à une nouvelle méthode proposée "la causalité de Granger au sens de Gini". Les résultats obtenus permettent de mieux appréhender les questions de politique de croissance, de consommation d'énergie ou d'économie d'énergie dans le pays. Ces résultats permettent aussi de vérifier empiriquement la liaison théorique entre PIB et consommation d'énergie des différents secteurs. L'étude de la cointégration a révélé des séries cointégrées. Par ailleurs, l'analyse de la causalité à partir d'un  $VAR(1)$  a aboutit aux résultats suivants selon la méthode de l'estimateur Gini :

- une causalité bidirectionnelle entre le PIB et le secteur commercial ;
- une causalité bidirectionnelle entre le PIB et le secteur industriel ;
- une absence de causalité entre PIB et les secteurs résidentiel et transport.

# Conclusion Générale

L'objectif de cette thèse porte sur l'analyse du lien causal entre croissance économique et consommation d'énergie au Sénégal.

Nous avons présenté au chapitre 1 de la thèse les différentes notions et concepts des termes croissance et énergie, avec une revue de la littérature théorique et empirique portant sur notre thème de recherche, et enfin une description du profil énergétique mondial, Africain et en particulier celui du Sénégal. Pour ce faire, nous nous sommes attardés sur l'étude des différentes hypothèses et résultats avancés par les théoriciens et les praticiens dans les modèles croissance/énergie. Selon les résultats des travaux empiriques, le lien entre consommation et croissance économique (PIB) ne fait pas l'unanimité et diffère selon les pays et selon les périodes d'études choisies. A notre avis, les techniques utilisées pour déterminer ce lien interfèrent sur les résultats. La pluralité des résultats pousse à l'heure actuelle beaucoup de chercheurs à se pencher sur cette question afin de trouver des méthodes plus adaptées. De même, les défis du siècle portant sur l'énergie, la croissance, le développement, l'environnement et la santé, poussent les grandes institutions et les États à déployer de grands moyens afin de trouver des solutions efficaces à ces différentes questions. C'est pourquoi, la relation de causalité entre croissance économique et consommation d'énergie intéresse les chercheurs et les décideurs qui tentent de proposer des remèdes adéquates à mettre en oeuvre.

L'énergie a été longtemps considérée comme un facteur qui n'interfère pas sur la production. Cependant, le rôle crucial qu'a joué le secteur énergétique pendant la révolution industrielle a permis à certains auteurs comme Rosenberg de considérer l'énergie au même titre que les facteurs capital et travail dans la fonction de production. Le facteur énergie est considéré aujourd'hui comme indispensable dans le processus de développement des pays. Il est à noter, que presque tout le monde s'accorde sur l'importance de son apport au processus de croissance et de développement des pays. C'est dans ce sens d'ailleurs, que l'on considère le modèle croissance/énergie comme un indicateur de richesse et un vecteur pour réduire les inégalités sociales. Selon les différents scénarii observés, la consommation d'énergie peut ou non avoir des impacts sur la croissance économique ou la création de richesse. Le problème d'accès à l'énergie (l'électricité) des populations dans certaines régions en Afrique et particulièrement au Sénégal reste un des défis majeurs à relever sur les décennies à venir. D'ailleurs, ceci est valable sur le plan des pays du monde entier, car la place de l'énergie demeure



encore décisive pour l'être humain. Le désaccord des responsables et chercheurs donne une importance capitale aux méthodes et techniques d'études utilisées. Ainsi, on peut avancer l'idée que la réduction de la pauvreté dépend du niveau de la redistribution des revenus créés, voire du niveau d'accès des populations aux services énergétiques (électricité). C'est pourquoi la production et la consommation d'énergie restent actuellement la préoccupation majeure des autorités et des chercheurs dans ce domaine afin de réussir le pari de la croissance inclusive et de l'accès à l'énergie pour tous.

Il devient alors impératif de réduire les contraintes énergétiques des entreprises et des ménages pour pouvoir accélérer le développement économique et social. Une approche intégrée qui poursuit des objectifs à la fois économiques, sociaux et environnementaux, paraît indispensable. Des efforts soutenus sont nécessaires dans les domaines suivants :

- Installer un climat propice aux investissements dans l'énergie pour toute la gamme des énergies récupérables (pétrole, gaz et charbon) et renouvelables (solaire, hydraulique et éolienne).

- Améliorer la gestion des ressources naturelles et des recettes qui découlent de leur exploitation, en renforçant la qualité, la transparence et la responsabilité des institutions.

- Renforcer l'intégration et la coopération régionales en matière de politiques énergétiques.

- S'atteler aux difficultés propres aux zones rurales isolées avec des solutions photovoltaïques solaires et des mini-centrales hydroélectriques.

- Promouvoir les combustibles et les appareils de cuisson propres pour les ménages en les aidant à substituer du gaz de pétrole liquéfié aux combustibles solides issus de la biomasse.

Dans le chapitre 2, nous avons montré que le recours à un outil de mesure de l'inégalité des revenus à savoir le célèbre indice de Gini, peut présenter des caractéristiques intéressantes. En effet, la régression semi-paramétrique de Gini s'est révélée être une alternative par rapport aux estimateurs habituels disponibles dans la littérature des modèles VAR basés sur la métrique de la variance. Il offre une large gamme d'estimateurs en l'occurrence : paramétrique et non paramétrique. Cette flexibilité permet de savoir si un modèle peut être spécifié avec linéarité ou non, comme dans la régression de Gini habituelle, voir notamment Yitzhaki et Schechtman (2013). En outre, nous avons montré qu'il permet de traiter des perturbations non-sphériques telles que l'hétéroscédasticité et l'auto-corrélation, la régression dite de Gini généralisée, qui ouvre la voie à la spécification de matrices de rang idempotentes pour en déduire des estimateurs appropriés. Enfin, dans ce chapitre on a montré que si des valeurs aberrantes affectent l'échantillon, il est possible d'utiliser d'autres outils : le test de causalité de Granger au sens de Gini, les fonctions de réponses impulsionnelles au sens de Gini (orthogonales) et la décomposition de l'indice de Gini des erreurs de prévision.

Dans le chapitre 3, nous avons pu démontrer la robustesse de la régression

Gini-VAR en présence de points aberrants. En outre, les similarités et les divergences des régressions Gini et MCO ont été explorées. De même, dans ce travail, les limites de la méthode MCO en présence d'outliers et la robustesse de la méthode de régression Gini semi-paramétrique ont été prouvées à l'aide d'un modèle VAR, par simulations de Monte Carlo. En premier lieu le modèle croissance/énergie comme modèle de base a été introduit et les résultats de ce dernier ont révélé une certaine similarité des deux méthodes de régression en absence de points aberrants. Ce résultat est connu dans la littérature et a été démontré par Yitzhaki et Schechtman (2013). De ce point de vue, lorsque la distribution des régresseurs est normale multivariée, les deux méthodes de régression sont identiques. Deuxièmement, en contaminant les données au hasard avec des intensités de contamination différentes (1%, 5% à 10%), les résultats sont sans appel et attestent tous d'une meilleure robustesse de la régression Gini. Avec différents scénarii sur l'ordre de contamination et inversement des variables endogènes en exogènes en se servant des  $MSE$  comme outil de comparaison des deux méthodes (avec ou sans processus générateur connu). Les résultats obtenus montrent tous la puissance de la régression Gini. Ainsi, en augmentant la contamination des variables, les résultats sont sans équivoques même avec des lois normales où la méthode des MCO est sensée être de meilleure qualité. Il faut noter que plusieurs autres cas ont été testés notamment avec des écarts-types variables, mais aussi, avec des échantillons de taille allant de 100 à 1000. La cohérence des résultats est fondamentale surtout pour l'estimation des paramètres et notamment pour la prévision du modèle. Rappelons aussi que les erreurs de mesure peuvent engendrer une sous-estimation ou une sur-estimation des paramètres (voir la démonstration formelle dans Mussard et Souissi (2015)), dans le cadre des régressions Gini-PLS. Tout porte à croire que ces sous-estimations ou sur-estimations peuvent affecter négativement les politiques mises en oeuvre comme les problèmes de développement au coeur de la question croissance/énergie.

Dans le chapitre 4, nous avons démontré que deux estimateurs de Gini équivalents peuvent être proposés pour traiter l'hétéroscédasticité sans rentrer dans une spécification VAR (afin de simplifier la présentation des résultats). La variance par Jackknife de ces estimateurs est meilleure en présence d'observations éloignées par rapport à la technique GLS habituelle. En d'autres termes, la perte d'efficacité est moins importante dans le cas de la régression Gini avec perturbations non-sphériques et lorsque les données sont contaminées par des outliers. Les simulations de Monte Carlo montrent qu'une contamination de 5% de l'échantillon peut radicalement affecter la puissance du test de White. Cependant, la puissance augmente lorsque les points périphériques sont dilués dans l'échantillon.

L'objectif du dernier chapitre de cette thèse est de proposer une application sur l'étude des relations dynamiques entre le PIB et la consommation d'énergie totale des 4 secteurs au Sénégal. Nous avons fait appel aux techniques présentées aux chapitres précédents afin d'étudier la liaison dynamique existant entre le PIB et ces différentes variables. L'idée de recourir à la méthode Gini pour déterminer

le lien causal se justifie par le fait que les méthodes dites classiques notamment les causalités au sens de Granger ou de Sims sont biaisées ou non adaptées, car elles sont basées sur la métrique euclidienne (non pertinente en cas de points atypiques et d'erreurs de mesure). Afin de contourner cela, nous avons jugé nécessaire de recourir à une nouvelle méthode appelée la causalité de Granger au sens de Gini. L'étude de la causalité à partir d'un  $VAR(1)$  a abouti aux résultats suivants selon la méthode de l'estimateur Gini. Il existe une causalité bidirectionnelle entre le PIB et le secteur commercial; une causalité bidirectionnelle entre le PIB et le secteur industriel; et enfin une absence de causalité entre le PIB et les secteurs résidentiel et transport. Ces résultats nous ont permis de valider deux hypothèses : l'hypothèse de feed back et de neutralité. La question de l'énergie doit cependant être relativisée dans la mesure où d'autres variables sont susceptibles d'expliquer davantage la demande d'énergie en Afrique et au Sénégal en particulier. Par exemple, la prise en compte de l'effet des prix sur la demande d'énergie.

En définitive, les résultats économétriques obtenus permettent de mieux appréhender les questions de politique de croissance, de consommation d'énergie ou d'économie d'énergie. Ces résultats permettent aussi de vérifier empiriquement la liaison théorique entre PIB et consommation d'énergie des différents secteurs au Sénégal. En guise de perspectives, nous souhaitons réaliser la même étude en panel dans l'espace CEDEAO, appliquer les modèles Gini-VAR au MASI (marché financier marocain) et enfin les déterminants du PIB au Sénégal avec la méthode Gini. Par ailleurs, on pourrait améliorer ce travail de recherche en essayant d'utiliser les tests de cointégration et de racines unitaires avec des séries hétéroscédastiques au sens de Gini.

# Bibliographie

- Chiou-Wei, S. Z., Chen, C.-F., and Zhu, Z. (2008). Economic growth and energy consumption revisited? evidence from linear and nonlinear granger causality. *Energy Economics*, 30(6) :3063–3076.
- Chontanawat, J., Hunt, L. C., and Pierse, R. (2008). Does energy consumption cause economic growth? : Evidence from a systematic study of over 100 countries. *Journal of Policy Modeling*, 30(2) :209–220.
- Ghali, K. H. and El-Sakka, M. I. (2004a). Energy use and output growth in canada : a multivariate cointegration analysis. *Energy Economics*, 26(2) :225–238.
- Ghali, K. H. and El-Sakka, M. I. (2004b). Energy use and output growth in canada : a multivariate cointegration analysis. *Energy economics*, 26(2) :225–238.
- Granger, C. W. and Weiss, A. A. (1983). Time series analysis of error-correction models. *Studies in econometrics, time series, and multivariate statistics*, pages 255–278.
- Granger, D. N., Rutili, G., McCord, J. M., et al. (1981). Superoxide radicals in feline intestinal ischemia. *Gastroenterology*, 81(1) :22–29.
- Jumbe, C. B. (2004). Cointegration and causality between electricity consumption and gdp : empirical evidence from malawi. *Energy economics*, 26(1) :61–68.
- Ka, N. and Mussard, S. (2016). 11 regressions : Gini estimators for fixed effects panel data. *Journal of Applied Statistics*, 43(8) :1436–1446.
- Kraft, J. and Kraft, A. (1978). Relationship between energy and gnp. *J. Energy Dev. ;(United States)*, 3(2).
- Lee, C.-C. (2005). Energy consumption and gdp in developing countries : a cointegrated panel analysis. *Energy economics*, 27(3) :415–427.
- Masih, A. M. and Masih, R. (1998). A multivariate cointegrated modelling approach in testing temporal causality between energy consumption, real income and prices with an application to two asian ldc. *Applied Economics*, 30(10) :1287–1298.

- Mehrara, M. (2007). Energy consumption and economic growth : the case of oil exporting countries. *Energy policy*, 35(5) :2939–2945.
- Mussard, S. and Souissi-Benrejab, F. (2015). Gini-pls regressions. *Cahier de Recherche/Working Paper*, 15 :01.
- Narayan, P. K. and Singh, B. (2007). The electricity consumption and gdp nexus for the fiji islands. *Energy Economics*, 29(6) :1141–1150.
- Olkin, I. and Yitzhaki, S. (1992). Gini regression analysis. *International Statistical Review/Revue Internationale de Statistique*, pages 185–196.
- Ozturk, I. and Acaravci, A. (2010). The causal relationship between energy consumption and gdp in albania, bulgaria, hungary and romania : Evidence from ardl bound testing approach. *Applied Energy*, 87(6) :1938–1943.
- Sims, C. A. (1972). Money, income, and causality. *The American economic review*, 62(4) :540–552.
- Sims, C. A. (1980). Macroeconomics and reality. *Econometrica : Journal of the Econometric Society*, pages 1–48.
- Soytas, U. and Sari, R. (2003). Energy consumption and gdp : causality relationship in g-7 countries and emerging markets. *Energy economics*, 25(1) :33–37.
- Wolde-Rufael, Y. (2005). Energy demand and economic growth : the african experience. *Journal of Policy Modeling*, 27(8) :891–903.
- Yitzhaki, S. and Schechtman, E. (2013). More than a dozen alternative ways of spelling gini. In *The Gini Methodology*, pages 11–31. Springer.

# Table des matières

Remerciements . . . . .	2
Sommaire . . . . .	4
Notations . . . . .	5
Abstract . . . . .	8
Résumé . . . . .	9
<b>1 Profil énergétique des pays africains : le cas du Sénégal</b>	<b>13</b>
1.1 Énergie et croissance : définitions . . . . .	13
1.1.1 Les types d'énergie . . . . .	13
1.1.2 La croissance économique . . . . .	15
1.2 Revue de la littérature . . . . .	19
1.3 La situation énergétique mondiale selon l'AIE . . . . .	24
1.4 Profil énergétique en Afrique . . . . .	29
1.4.1 Démographie et consommation d'énergie . . . . .	29
1.4.2 Nouvelles stratégies . . . . .	32
1.4.3 L'approvisionnement énergétique progresse mais reste in-	
suffisant en Afrique . . . . .	32
1.4.4 Un accès à l'électricité très variable entre pays et au sein	
de chaque pays . . . . .	33
1.5 Le profil énergétique du Sénégal . . . . .	34
1.5.1 Les sources d'énergie au Sénégal . . . . .	34
1.5.2 Le bilan énergétique du Sénégal en 2014 . . . . .	36
1.5.3 <b>Les trois sous-secteurs d'énergie au Sénégal</b> . . . . .	36
1.5.4 La consommation d'énergie finale des secteurs au Sénégal	
en 2014 . . . . .	37
1.6 Conclusion . . . . .	38
<b>2 Vector Autoregressive Models :</b>	
<b>A Gini Approach</b>	<b>40</b>
2.1 Introduction . . . . .	40
2.2 Gini regressions : the standard approaches . . . . .	41
2.2.1 The semi-parametric regression . . . . .	41
2.2.2 The parametric regression . . . . .	42
2.2.3 OLS vs. Gini . . . . .	42
2.2.4 Gini-Grenander conditions . . . . .	43
2.3 VAR Gini Regressions : Estimations . . . . .	45

2.3.1	The basic semi-parametric case . . . . .	45
2.3.2	Generalized Gini regressions . . . . .	46
2.3.3	Non linearity . . . . .	48
2.3.4	Selection of the VAR order . . . . .	49
2.4	Inference . . . . .	49
2.4.1	Bias . . . . .	49
2.4.2	Inference with first moments only . . . . .	50
2.4.3	Testing for linearity . . . . .	52
2.5	Impulse Response and Gini Decomposition . . . . .	52
2.5.1	Stationarity . . . . .	52
2.5.2	The simple impulse response function . . . . .	53
2.5.3	The orthogonal impulse response function . . . . .	54
2.5.4	The Gini decomposition of the errors . . . . .	55
2.6	Granger Causality Test . . . . .	55
2.7	Conclusion . . . . .	58
<b>3</b>	<b>Comparaison des méthode MCO-VAR vs Gini-VAR avec simu- lations de Monte Carlo</b>	<b>59</b>
3.1	Processus générateur inconnu : le cas du Sénégal . . . . .	62
3.1.1	Description des données . . . . .	62
3.1.2	Estimation du modèle de base . . . . .	65
3.2	Processus générateur connu : le cas des lois normales . . . . .	74
3.2.1	Contamination des $y$ et $y$ retardées . . . . .	74
3.2.2	Contamination des $x$ et des $x$ retardées . . . . .	76
3.3	Conclusion . . . . .	78
<b>4</b>	<b>A Note on Gini Regression and Heteroskedasticity</b>	<b>80</b>
4.1	Introduction . . . . .	80
4.2	Aïtken-Gini estimators . . . . .	81
4.2.1	Mimicking the usual Aïtken estimator . . . . .	82
4.2.2	The Aïtken-Gini estimator . . . . .	83
4.2.3	A reconciliation . . . . .	84
4.3	Sampling properties . . . . .	84
4.3.1	Convergence . . . . .	85
4.3.2	Convergence with $U$ -statistics . . . . .	86
4.4	Tests and simulations . . . . .	87
4.4.1	Monte Carlo Simulations . . . . .	87
4.4.2	Tests . . . . .	89
4.5	Concluding remarks . . . . .	91
<b>5</b>	<b>Étude de causalité entre consommation d'énergie totale des sec- teurs et PIB au Sénégal</b>	<b>92</b>
5.1	Étude des données . . . . .	93
5.2	L'étude de la stationnarité . . . . .	97
5.3	L'étude de la cointégration . . . . .	101
5.3.1	Définition de la cointégration de deux séries . . . . .	101

5.3.2	Test de cointégration d'Engle et Granger . . . . .	102
5.3.3	Test de cointégration de Johansen . . . . .	102
5.3.4	Tests de cointégration . . . . .	102
5.3.5	Existence de points aberrants . . . . .	104
5.3.6	Modèle à correction d'erreur . . . . .	105
5.4	Modélisation VAR . . . . .	106
5.5	Étude de la causalité . . . . .	107
5.6	Réponse impulsionnelle . . . . .	110
5.7	Décomposition de la variance . . . . .	112
5.8	Analyse économique du lien entre croissance et énergie . . . . .	115



# Annexes

Pour ces différents tableaux en annexes, le nombre de réplifications restera inchangé avec  $rep = 1000$ , par ailleurs  $\mu$ ,  $n$  et  $\sigma$  varieront selon le cas étudié.

- Cas n°1 :  $\mu = 0,2$ ,  $n = 20$  et  $\sigma = 10$

$MSE=$	$\beta_0$	$y_{t-1}$	$y_{t-2}$	$x_{t-1}$	$x_{t-2}$
Modèle 1 MCO	9.6813	0.0138	8.0629	0.7987	0.4633
Modèle 1 Gini	0.0217	0.1402	2.5975	0.0550	0.0095
$MSE=$	$\beta_0$	$x_{t-1}$	$x_{t-2}$	$y_{t-1}$	$y_{t-2}$
Modèle 2 MCO	0.7342	3.8652	0.1458	0.0042	0.2263
Modèle 2 Gini	0.4977	1.8118	0.1537	0.0067	0.0127

TABLE 5.1 – Cas n°1, avec outliers dans les  $y$  et  $y$  retardées : Avec lois normales

- Cas n°2 :  $\mu = 0,1$ ,  $n = 1000$  et  $\sigma = 10$

$MSE=$	$\beta_0$	$y_{t-1}$	$y_{t-2}$	$x_{t-1}$	$x_{t-2}$
Modèle 1 MCO	0.1960	0.4957	0.0036	0.0005	0.0012
Modèle 1 Gini	0.0003	0.0280	0.0004	0.0000	0.0000
$MSE=$	$\beta_0$	$x_{t-1}$	$x_{t-2}$	$y_{t-1}$	$y_{t-2}$
Modèle 2 MCO	0.1318	0.3896	0.0316	0.0002	0.0004
Modèle 2 Gini	0.0004	0.0225	0.0003	0.0000	0.0000

TABLE 5.2 – Cas n°2, avec outliers dans les  $y$  et  $y$  retardées : Avec lois normales

- Cas n°3 :  $\mu = 0,1, n = 1000$  et  $\sigma = 100$

$MSE=$	$\beta_0$	$y_{t-1}$	$y_{t-2}$	$x_{t-1}$	$x_{t-2}$
Modèle 1 MCO	0.0256	0.0965	0.0435	0.0000	0.0005
Modèle 1 Gini	0.3059	0.0053	0.0066	0.0000	0.0000
$MSE=$	$\beta_0$	$x_{t-1}$	$x_{t-2}$	$y_{t-1}$	$y_{t-2}$
Modèle 2 MCO	0.0876	0.7184	0.0702	0.0007	0.0001
Modèle 2 Gini	0.0092	0.0533	0.0037	0.0000	0.0000

TABLE 5.3 – Cas n°3, avec outliers dans les  $y$  et  $y$  retardées : Avec lois normales

- Cas n°1 :  $\mu = 0.03, \sigma = 3$  et  $n = 100$

$MSE=$	$\beta_0$	$y_{t-1}$	$y_{t-2}$	$x_{t-1}$	$x_{t-2}$
Modèle 1 MCO	0.0044	0.0171	0.0196	0.0002	0.0000
Modèle 1 Gini	0.0000	0.0041	0.0058	0.0001	0.0000
$MSE=$	$\beta_0$	$x_{t-1}$	$x_{t-2}$	$y_{t-1}$	$y_{t-2}$
Modèle 2 MCO	0.0264	0.0020	0.0750	0.0000	0.0000
Modèle 2 Gini	0.0042	0.0000	0.0276	0.0001	0.0000

TABLE 5.4 – Cas n°1, avec outliers dans les  $x$  et  $x$  retardées : Avec lois normales

- Cas n°2 :  $\mu = 0.05, \sigma = 3$  et  $n = 100$

$MSE=$	$\beta_0$	$y_{t-1}$	$y_{t-2}$	$x_{t-1}$	$x_{t-2}$
Modèle 1 MCO	0.1374	0.3834	0.3324	0.0056	0.0025
Modèle 1 Gini	0.0047	0.0386	0.0478	0.0001	0.0002
$MSE=$	$\beta_0$	$x_{t-1}$	$x_{t-2}$	$y_{t-1}$	$y_{t-2}$
Modèle 2 MCO	0.0282	0.5248	0.0352	0.0028	0.0025
Modèle 2 Gini	0.0030	0.0902	0.0197	0.0001	0.0000

TABLE 5.5 – Cas n°2, avec outliers dans les  $x$  et  $x$  retardées : Avec lois normales

- Cas n°3 :  $\mu = 0.1, \sigma = 3$  et  $n = 100$

$MSE=$	$\beta_0$	$y_{t-1}$	$y_{t-2}$	$x_{t-1}$	$x_{t-2}$
Modèle 1 MCO	0.6964	0.8838	4.0384	0.0227	0.0505
Modèle 1 Gini	0.0188	0.1723	0.5958	0.0004	0.0001
$MSE=$	$\beta_0$	$x_{t-1}$	$x_{t-2}$	$y_{t-1}$	$y_{t-2}$
Modèle 2 MCO	0.0014	0.4898	0.2564	0.0030	0.0009
Modèle 2 Gini	0.0018	0.0406	0.0273	0.0000	0.0001

TABLE 5.6 – Cas n°3, avec outliers dans les  $x$  et  $x$  retardées : Avec lois normales

- Cas n°4 :  $\mu = 0.1, \sigma = 10$  et  $n = 1000$

$MSE=$	$\beta_0$	$y_{t-1}$	$y_{t-2}$	$x_{t-1}$	$x_{t-2}$
Modèle 1 MCO	0.0059	0.0691	0.2267	0.0007	0.0003
Modèle 1 Gini	0.0001	0.0019	0.0165	0.0000	0.0000
$MSE=$	$\beta_0$	$x_{t-1}$	$x_{t-2}$	$y_{t-1}$	$y_{t-2}$
Modèle 2 MCO	0.0012	0.4067	0.5223	0.0001	0.0001
Modèle 2 Gini	0.0002	0.0206	0.0385	0.0000	0.0000

TABLE 5.7 – Cas n°4, avec outliers dans les  $x$  et  $x$  retardées : Avec lois normales

- Cas n°5 :  $\mu = 0.1, \sigma = 30$  et  $n = 1000$

$MSE=$	$\beta_0$	$y_{t-1}$	$y_{t-2}$	$x_{t-1}$	$x_{t-2}$
Modèle 1 MCO	0.0885	0.1733	0.0159	0.0004	0.0000
Modèle 1 Gini	0.0029	0.0083	0.0009	0.0000	0.0000
$MSE=$	$\beta_0$	$x_{t-1}$	$x_{t-2}$	$y_{t-1}$	$y_{t-2}$
Modèle 2 MCO	3.4910	1.3214	0.0031	0.0006	0.0050
Modèle 2 Gini	0.0193	0.0800	0.0008	0.0000	0.0001

TABLE 5.8 – Cas n°5, avec outliers dans les  $x$  et  $x$  retardées : Avec lois normales

- Cas n°6 :  $\mu = 0.1, \sigma = 50$  et  $n = 1000$

$MSE=$	$\beta_0$	$y_{t-1}$	$y_{t-2}$	$x_{t-1}$	$x_{t-2}$
Modèle 1 MCO	2.5391	0.2077	0.0053	0.0005	0.0002
Modèle 1 Gini	0.0282	0.0074	0.0009	0.0000	0.0000
$MSE=$	$\beta_0$	$x_{t-1}$	$x_{t-2}$	$y_{t-1}$	$y_{t-2}$
Modèle 2 MCO	0.2575	0.0337	0.0170	0.0000	0.0000
Modèle 2 Gini	0.0000	0.0034	0.0012	0.0000	0.0000

TABLE 5.9 – Cas n°6, avec outliers dans les  $x$  et  $x$  retardées : Avec lois normales

- Cas n°7 :  $\mu = 0.1, \sigma = 100$  et  $n = 1000$

$MSE=$	$\beta_0$	$y_{t-1}$	$y_{t-2}$	$x_{t-1}$	$x_{t-2}$
Modèle 1 MCO	0.1772	0.0027	0.1109	0.0004	0.0006
Modèle 1 Gini	0.0134	0.0018	0.0044	0.0000	0.0000
$MSE=$	$\beta_0$	$x_{t-1}$	$x_{t-2}$	$y_{t-1}$	$y_{t-2}$
Modèle 2 MCO	0.8004	0.0219	0.0437	0.0002	0.0005
Modèle 2 Gini	0.0029	0.0026	0.0002	0.0000	0.0000

TABLE 5.10 – Cas n°7 avec, outliers dans les  $x$  et  $x$  retardées : Avec lois normales

- Cas n°8 :  $\mu = 0.2, \sigma = 100$  et  $n = 1000$

$MSE=$	$\beta_0$	$y_{t-1}$	$y_{t-2}$	$x_{t-1}$	$x_{t-2}$
Modèle 1 MCO	3.6318	0.7015	0.2085	0.0009	0.0009
Modèle 1 Gini	2.3121	0.0989	0.0266	0.0002	0.0000
$MSE=$	$\beta_0$	$x_{t-1}$	$x_{t-2}$	$y_{t-1}$	$y_{t-2}$
Modèle 2 MCO	19.5082	0.6864	0.0082	0.0001	0.0051
Modèle 2 Gini	0.0465	0.1369	0.0012	0.0000	0.0000

TABLE 5.11 – Cas n°8, avec outliers dans les  $x$  et  $x$  retardées : Avec lois normales

**Proof of Proposition 4.3.2** : We follow the proof obtained by Ka and Mussard (2016) in the case of fixed effects panel Gini regressions. Let  $r_k$  be the  $k$ th column of  $\mathbf{R}_{\mathbf{x}^*}$  and  $\mathbf{x}_k^*$  the  $k$ th column of  $\mathbf{X}^*$ , for all  $k = 1, \dots, K$ . Let  $\hat{\boldsymbol{\beta}}_{ag} =: (\hat{\beta}_{g1}, \dots, \hat{\beta}_{gK})$ . From (4.3), we get that :

$$\mathbf{y}^* = \hat{\beta}_{g1}\mathbf{x}_1^* + \dots + \hat{\beta}_{gK}\mathbf{x}_K^* + \boldsymbol{\varepsilon}_g.$$

Hence the following identities hold :<sup>4</sup>

$$\begin{aligned} \text{cov}(\mathbf{y}^*, r_1^*) &= \hat{\beta}_{g1}\text{cov}(\mathbf{x}_1^*, r_1^*) + \dots + \hat{\beta}_{gK}\text{cov}(\mathbf{x}_K^*, r_1^*) + \text{cov}(\boldsymbol{\varepsilon}_g, r_1^*) \\ &\vdots \\ \text{cov}(\mathbf{y}^*, r_k^*) &= \hat{\beta}_{g1}\text{cov}(\mathbf{x}_1^*, r_k^*) + \dots + \hat{\beta}_{gK}\text{cov}(\mathbf{x}_K^*, r_k^*) + \text{cov}(\boldsymbol{\varepsilon}_g, r_k^*) \\ &\vdots \\ \text{cov}(\mathbf{y}^*, r_K^*) &= \hat{\beta}_{g1}\text{cov}(\mathbf{x}_1^*, r_K^*) + \dots + \hat{\beta}_{gK}\text{cov}(\mathbf{x}_K^*, r_K^*) + \text{cov}(\boldsymbol{\varepsilon}_g, r_K^*). \end{aligned}$$

Setting  $\hat{\beta}_{\varepsilon j}^* := \frac{\text{cov}(\boldsymbol{\varepsilon}_g, r_j^*)}{\text{cov}(\mathbf{x}_j^*, r_j^*)}$ ,  $\hat{\beta}_{0j}^* := \frac{\text{cov}(\mathbf{y}^*, r_j^*)}{\text{cov}(\mathbf{x}_j^*, r_j^*)}$  and  $\hat{\beta}_{kj}^* := \frac{\text{cov}(\mathbf{x}_k^*, r_j^*)}{\text{cov}(\mathbf{x}_j^*, r_j^*)}$ , dividing the three last equations by, respectively,  $\text{cov}(\mathbf{x}_1^*, r_1^*)$ ,  $\text{cov}(\mathbf{x}_k^*, r_k^*)$  and  $\text{cov}(\mathbf{x}_K^*, r_K^*)$  yields :

$$\begin{aligned} \hat{\beta}_{01}^* &= \hat{\beta}_{g1} + \dots + \hat{\beta}_{gK}\hat{\beta}_{K1}^* + \hat{\beta}_{\varepsilon 1}^* \\ &\vdots \\ \hat{\beta}_{0k}^* &= \hat{\beta}_{g1}\hat{\beta}_{1k}^* + \dots + \hat{\beta}_{gK}\hat{\beta}_{Kk}^* + \hat{\beta}_{\varepsilon k}^* \\ &\vdots \\ \hat{\beta}_{0K}^* &= \hat{\beta}_{g1}\hat{\beta}_{1K}^* + \dots + \hat{\beta}_{gK} + \hat{\beta}_{\varepsilon K}^*. \end{aligned}$$

Now, we define the two following columns vectors  $\hat{\mathbf{b}}_0^* := (\hat{\beta}_{01}^*, \dots, \hat{\beta}_{0K}^*)$  and  $\hat{\mathbf{b}}_\varepsilon^* := (\hat{\beta}_{\varepsilon 1}^*, \dots, \hat{\beta}_{\varepsilon K}^*)$ . Then it comes :

$$\begin{pmatrix} \hat{\beta}_{g1} \\ \vdots \\ \hat{\beta}_{gK} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & \hat{\beta}_{21}^* & \dots & \hat{\beta}_{K1}^* \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ \hat{\beta}_{1K}^* & \hat{\beta}_{2K}^* & \dots & 1 \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} \hat{\beta}_{01}^* - \hat{\beta}_{\varepsilon 1}^* \\ \vdots \\ \hat{\beta}_{0K}^* - \hat{\beta}_{\varepsilon K}^* \end{pmatrix} =: \hat{\mathbf{B}}^{*-1} [\hat{\mathbf{b}}_0^* - \hat{\mathbf{b}}_\varepsilon^*].$$

The previous expression shows that the Aitken-Gini estimator  $\hat{\boldsymbol{\beta}}_{ag}$  is a function of slope coefficients of semi-parametric simple Gini regressions  $\hat{\beta}_{..}^*$ . As a consequence, it is a semi-parametric Gini estimator. Following Yitzhaki and Schechtman (2013, Chapter 9), we get that  $\hat{\beta}_{0k}^*$ ,  $\hat{\beta}_{\varepsilon k}^*$  and  $\hat{\beta}_{kh}^*$  are function of  $U$ -statistics. If  $\hat{\mathbf{B}}^*$  is a full rank matrix, then  $\hat{\boldsymbol{\beta}}_{ag}$  is a function of  $U$ -statistics. By Slutsky's theorem,  $\hat{\boldsymbol{\beta}}_{ag}$  is a consistent estimator of  $\boldsymbol{\beta}_{ag}$ , it is asymptotically normal.

---

4. This technique has been introduced by Yitzhaki and Schechtman (2013, Chapter 8) in the case of the standard Gini regression.

# Étude de racines unitaires

## Test de racine unitaire lnPIB

Null Hypothesis: LN_PIB_TOTAL has a unit root				
Exogenous: Constant, Linear Trend				
Lag Length: 1 (Automatic - based on AIC, maxlag=10)				
			t-Statistic	Prob.*
<b>Augmented Dickey-Fuller test statistic</b>			<b>-0.705705</b>	<b>0.9674</b>
Test critical values:				
	1% level		-4.137279	
	5% level		-3.495295	
	10% level		-3.176618	
*MacKinnon (1996) one-sided p-values.				
Augmented Dickey-Fuller Test Equation				
Dependent Variable: D(LN_PIB_TOTAL)				
Method: Least Squares				
Date: 06/24/18 Time: 23:28				
Sample (adjusted): 1962 2015				
Included observations: 54 after adjustments				
Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
LN_PIB_TOTAL(-1)	-0.045309	0.064204	-0.705705	0.4836
D(LN_PIB_TOTAL(-1))	-0.385425	0.133557	-2.885856	0.0057
C	1.005857	1.401241	0.717833	0.4762
@TREND("1960")	0.001950	0.001711	1.139285	0.2600
R-squared	0.227221	Mean dependent var		0.027573
Adjusted R-squared	0.180854	S.D. dependent var		0.035589
S.E. of regression	0.032210	Akaike info criterion		-3.961865
Sum squared resid	0.051876	Schwarz criterion		-3.814533
Log likelihood	110.9704	Hannan-Quinn criter.		-3.905045
F-statistic	4.900521	Durbin-Watson stat		2.060623
Prob(F-statistic)	0.004608			

FIGURE 5.14 – Test de racine unitaire lnPIB

## Test de racine unitaire lnres

Null Hypothesis: LN_RES has a unit root				
Exogenous: Constant, Linear Trend				
Lag Length: 0 (Automatic - based on AIC, maxlag=10)				
			t-Statistic	Prob.*
<b>Augmented Dickey-Fuller test statistic</b>			<b>-1.910023</b>	<b>0.6359</b>
Test critical values:				
	1% level		-4.133838	
	5% level		-3.493692	
	10% level		-3.175693	
*MacKinnon (1996) one-sided p-values.				
Augmented Dickey-Fuller Test Equation				
Dependent Variable: D(LN_RES)				
Method: Least Squares				
Date: 06/24/18 Time: 22:58				
Sample (adjusted): 1961 2015				
Included observations: 55 after adjustments				
Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
LN_RES(-1)	-0.093111	0.048749	-1.910023	0.0617
C	0.900595	0.453103	1.987617	0.0521
@TREND("1960")	0.000608	0.000740	0.821492	0.4151
R-squared	0.196480	Mean dependent var		0.014898
Adjusted R-squared	0.165575	S.D. dependent var		0.031165
S.E. of regression	0.028468	Akaike info criterion		-4.227069
Sum squared resid	0.042142	Schwarz criterion		-4.117578
Log likelihood	119.2444	Hannan-Quinn criter.		-4.184728
F-statistic	6.357613	Durbin-Watson stat		2.208997
Prob(F-statistic)	0.003388			

FIGURE 5.15 – Test de racine unitaire lnres

### Test de racine unitaire Intrans

Null Hypothesis: LN_TRANS has a unit root Exogenous: Constant, Linear Trend Lag Length: 1 (Automatic - based on AIC, maxlag=10)				
			t-Statistic	Prob.*
<b>Augmented Dickey-Fuller test statistic</b>			<b>-2.387265</b>	<b>0.3818</b>
Test critical values:	1% level		-4.137279	
	5% level		-3.495295	
	10% level		-3.176618	
*Mackinnon (1996) one-sided p-values.				
Augmented Dickey-Fuller Test Equation Dependent Variable: D(LN_TRANS) Method: Least Squares Date: 06/24/18 Time: 23:10 Sample (adjusted): 1962 2015 Included observations: 54 after adjustments				
Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
LN_TRANS(-1)	-0.071743	0.030052	-2.387265	0.0208
D(LN_TRANS(-1))	0.411393	0.122366	3.361976	0.0015
C	0.703385	0.284685	2.470745	0.0169
@TREND("1960")	0.000682	0.000525	1.298814	0.2000
R-squared	0.425864	Mean dependent var		0.017263
Adjusted R-squared	0.391416	S.D. dependent var		0.025515
S.E. of regression	0.019905	Akaike info criterion		-4.924515
Sum squared resid	0.019810	Schwarz criterion		-4.777183
Log likelihood	136.9619	Hannan-Quinn criter.		-4.867694
F-statistic	12.36245	Durbin-Watson stat		1.952346
Prob(F-statistic)	0.000004			

FIGURE 5.16 – Test de racine unitaire Intrans

### Test de racine unitaire Inindus

Null Hypothesis: LN_INDUS has a unit root Exogenous: Constant, Linear Trend Lag Length: 0 (Automatic - based on AIC, maxlag=10)				
			t-Statistic	Prob.*
<b>Augmented Dickey-Fuller test statistic</b>			<b>-2.473869</b>	<b>0.3394</b>
Test critical values:	1% level		-4.133838	
	5% level		-3.493692	
	10% level		-3.175693	
*Mackinnon (1996) one-sided p-values.				
Augmented Dickey-Fuller Test Equation Dependent Variable: D(LN_INDUS) Method: Least Squares Date: 06/24/18 Time: 23:19 Sample (adjusted): 1961 2015 Included observations: 55 after adjustments				
Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
LN_INDUS(-1)	-0.128276	0.051852	-2.473869	0.0167
C	1.330718	0.527426	2.523041	0.0147
@TREND("1960")	-1.18E-05	0.000406	-0.028980	0.9770
R-squared	0.173247	Mean dependent var		0.007410
Adjusted R-squared	0.141449	S.D. dependent var		0.038936
S.E. of regression	0.036078	Akaike info criterion		-3.753293
Sum squared resid	0.067683	Schwarz criterion		-3.643802
Log likelihood	106.2155	Hannan-Quinn criter.		-3.710952
F-statistic	5.448324	Durbin-Watson stat		1.810157
Prob(F-statistic)	0.007108			

FIGURE 5.17 – Test de racine unitaire Inindus

### Test de racine unitaire Incomm

Null Hypothesis: LN\_COMM has a unit root  
 Exogenous: Constant, Linear Trend  
 Lag Length: 0 (Automatic - based on AIC, maxlag=10)

	t-Statistic	Prob.*
<b>Augmented Dickey-Fuller test statistic</b>	<b>-1.657024</b>	<b>0.7568</b>
Test critical values:		
1% level	-4.133838	
5% level	-3.493692	
10% level	-3.175693	

\*Mackinnon (1996) one-sided p-values.

Augmented Dickey-Fuller Test Equation  
 Dependent Variable: D(LN\_COMM)  
 Method: Least Squares  
 Date: 06/24/18 Time: 23:34  
 Sample (adjusted): 1961 2015  
 Included observations: 55 after adjustments

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
LN_COMM(-1)	-0.042264	0.025506	-1.657024	0.1035
C	0.419047	0.221404	1.892678	0.0640
@TREND("1960")	4.50E-05	0.000642	0.070118	0.9444

R-squared	0.388770	Mean dependent var	0.024921
Adjusted R-squared	0.365261	S.D. dependent var	0.026234
S.E. of regression	0.020901	Akaike info criterion	-4.845082
Sum squared resid	0.022715	Schwarz criterion	-4.735591
Log likelihood	136.2398	Hannan-Quinn criter.	-4.802741
F-statistic	16.53718	Durbin-Watson stat	1.513562
Prob(F-statistic)	0.000003		

FIGURE 5.18 – Test de racine unitaire lncomm

## Correlogramme des séries en Difln

### Correlogramme DiflnPIB

Date: 07/08/18 Time: 18:49  
 Sample: 1960 2015  
 Included observations: 55

Autocorrelation	Partial Correlation	AC	PAC	Q-Stat	Prob
		1 -0.332	-0.332	6.3864	0.011
		2 0.111	0.001	7.1104	0.029
		3 -0.103	-0.075	7.7534	0.051
		4 0.120	0.072	8.6389	0.071
		5 0.075	0.161	8.9922	0.109
		6 0.099	0.188	9.6217	0.142
		7 -0.022	0.087	9.6541	0.209
		8 -0.034	-0.025	9.7316	0.284
		9 -0.019	-0.074	9.7573	0.370
		10 0.064	-0.019	10.039	0.437
		11 0.160	0.165	11.867	0.374
		12 0.010	0.138	11.874	0.456
		13 -0.107	-0.057	12.728	0.469
		14 0.088	0.054	13.314	0.502
		15 -0.056	-0.059	13.558	0.559
		16 0.055	-0.096	13.800	0.614
		17 0.074	0.046	14.257	0.649
		18 -0.115	-0.088	15.376	0.636
		19 0.097	0.082	16.194	0.644
		20 -0.137	-0.062	17.864	0.596
		21 0.055	-0.084	18.139	0.640
		22 -0.090	-0.164	18.902	0.651
		23 0.095	-0.019	19.779	0.655
		24 -0.043	0.062	19.964	0.699

FIGURE 5.19 – Correlogramme DiflnPIB

### Correlogramme Diflnres



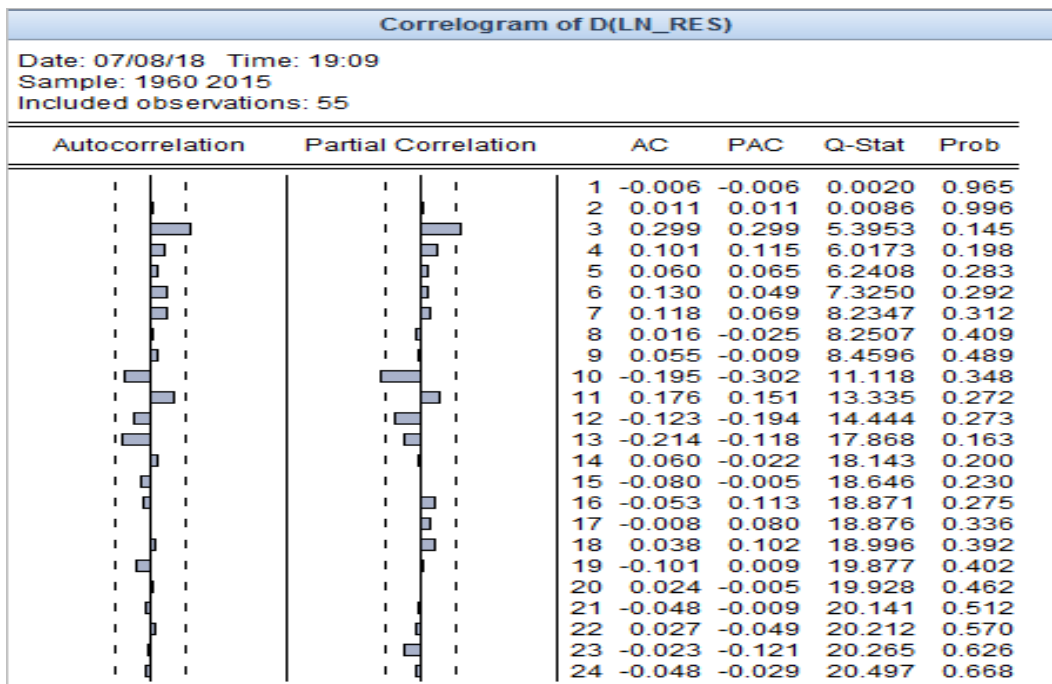


FIGURE 5.20 – Correlogramme Diflnres

### Correlogramme Diflntrans

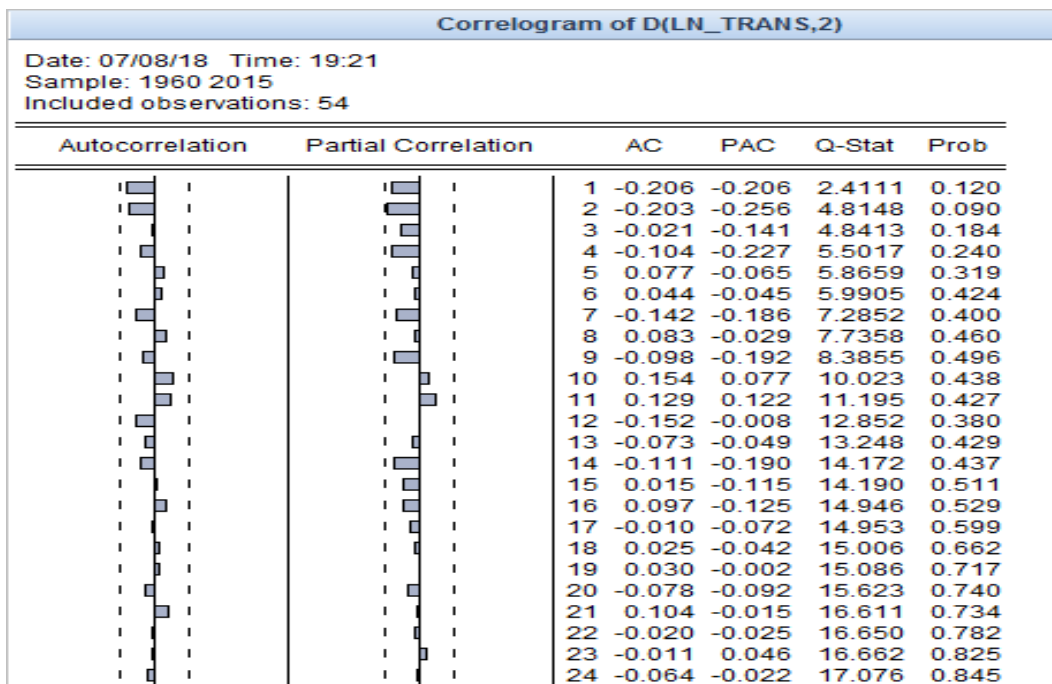


FIGURE 5.21 – Correlogramme Diflntrans

### Correlogramme Diflnindus

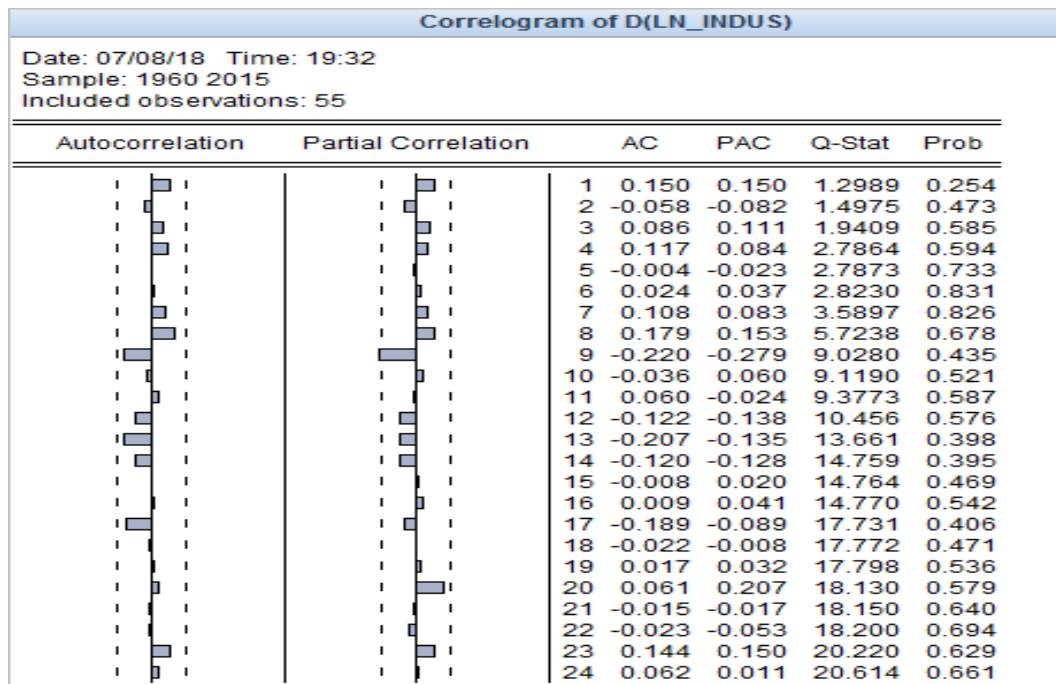


FIGURE 5.22 – Correlogramme Diflnindus

### Correlogramme Diflncomm

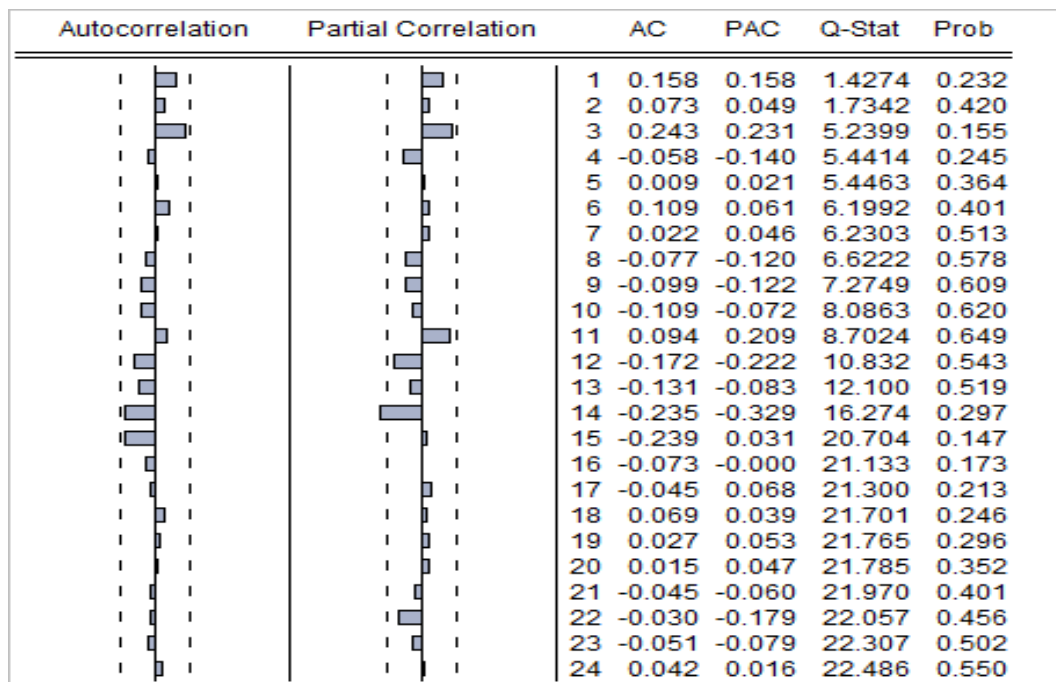


FIGURE 5.23 – Correlogramme Diflncomm

## Test de cointégration

Date: 06/23/18 Time: 17:10  
Sample (adjusted): 1962 2015  
Included observations: 54 after adjustments  
Trend assumption: Linear deterministic trend  
Series: LN\_PIB\_TOTAL LN\_RES LN\_TRANS LN\_INDUS LN\_COMM  
Lags interval (in first differences): 1 to 1

**Unrestricted Cointegration Rank Test (Trace)**

Hypothesized No. of CE(s)	Eigenvalue	Trace Statistic	0.05 Critical Value	Prob.**
None *	0.477485	80.91026	69.81889	0.0050
At most 1	0.353790	45.85882	47.85613	0.0761
At most 2	0.214592	22.28076	29.79707	0.2832
At most 3	0.123382	9.236983	15.49471	0.3439
At most 4	0.038606	2.126059	3.841466	0.1448

Trace test indicates 1 cointegrating eqn(s) at the 0.05 level  
\* denotes rejection of the hypothesis at the 0.05 level  
\*\*MacKinnon-Haug-Michelis (1999) p-values

**Unrestricted Cointegration Rank Test (Maximum Eigenvalue)**

Hypothesized No. of CE(s)	Eigenvalue	Max-Eigen Statistic	0.05 Critical Value	Prob.**
None *	0.477485	35.05144	33.87687	0.0361
At most 1	0.353790	23.57806	27.58434	0.1501
At most 2	0.214592	13.04377	21.13162	0.4482
At most 3	0.123382	7.110924	14.26460	0.4761
At most 4	0.038606	2.126059	3.841466	0.1448

Max-eigenvalue test indicates 1 cointegrating eqn(s) at the 0.05 level  
\* denotes rejection of the hypothesis at the 0.05 level  
\*\*MacKinnon-Haug-Michelis (1999) p-values

FIGURE 5.24 – Test de cointégration des séries en ln

**Unrestricted Cointegrating Coefficients (normalized by b\*S11\*b=I):**

LN_PIB_TOTAL	LN_RES	LN_TRANS	LN_INDUS	LN_COMM
0.738318	-23.32438	-14.40447	7.829202	18.32717
3.525860	-47.13325	47.73420	8.206006	-10.46084
1.563026	17.09863	-21.22554	18.88668	-2.207585
0.825981	-34.31766	-15.40712	9.461125	29.67731
-9.614181	-3.309718	2.223446	-14.11949	13.21895

**Unrestricted Adjustment Coefficients (alpha):**

D(LN_PIB_T...)	D(LN_RES)	D(LN_TRANS)	D(LN_INDUS)	D(LN_COMM)
-0.004428	0.013753	0.010667	0.007958	0.012703
-0.000884	-0.007082	-0.009966	0.002385	
0.000242	-0.005132	-0.000494	-0.011746	-0.002521
0.006359	0.004142	0.000889	-0.002969	-0.000457
-0.004840	0.000786	-0.000181	-0.000237	-0.001143

**1 Cointegrating Equation(s):** Log likelihood 669.4588

**Normalized cointegrating coefficients (standard error in parentheses)**

LN_PIB_TOTAL	LN_RES	LN_TRANS	LN_INDUS	LN_COMM
1.000000	-31.59124	-19.50985	10.60411	24.82287
	(13.1204)	(11.5136)	(4.00948)	(7.59760)

**Adjustment coefficients (standard error in parentheses)**

D(LN_PIB_T...)	D(LN_RES)	D(LN_TRANS)	D(LN_INDUS)	D(LN_COMM)
-0.003269	0.010154	0.007875	0.005876	0.009379
(0.00333)	(0.00252)	(0.00178)	(0.00352)	(0.00173)

FIGURE 5.25 – Test de cointégration des séries en ln

2 Cointegrating Equation(s):		Log likelihood	681.2478		
Normalized cointegrating coefficients (standard error in parentheses)					
LN_PIB_TOTAL	LN_RES	LN_TRANS	LN_INDUS	LN_COMM	
1.000000	0.000000	37.78102	-3.744074	-23.35226	
		(8.89952)	(3.42892)	(5.64438)	
	0.000000	1.813505	-0.454182	-1.524952	
		(0.58107)	(0.22388)	(0.36853)	
Adjustment coefficients (standard error in parentheses)					
D(LN_PIB_T...	-0.006387	0.144957			
	(0.01626)	(0.23739)			
D(LN_RES)	0.026896	-0.544584			
	(0.01205)	(0.17592)			
D(LN_TRANS)	-0.017093	0.084987			
	(0.00787)	(0.11493)			
D(LN_INDUS)	-0.029262	0.284099			
	(0.01634)	(0.23848)			
D(LN_COMM)	0.017786	-0.408676			
	(0.00834)	(0.12180)			

FIGURE 5.26 – Test de cointégration des séries en ln

3 Cointegrating Equation(s):		Log likelihood	687.7697		
Normalized cointegrating coefficients (standard error in parentheses)					
LN_PIB_TOTAL	LN_RES	LN_TRANS	LN_INDUS	LN_COMM	
1.000000	0.000000	0.000000	7.291018	-2.858041	
			(1.50681)	(0.53522)	
	0.000000	0.000000	0.075507	-0.541221	
			(0.09569)	(0.03399)	
	0.000000	1.000000	-0.292080	-0.542448	
			(0.07567)	(0.02688)	
Adjustment coefficients (standard error in parentheses)					
D(LN_PIB_T...	-0.006009	0.149093	0.016445		
	(0.01773)	(0.24962)	(0.24461)		
D(LN_RES)	0.018874	-0.632339	0.137489		
	(0.01280)	(0.18030)	(0.17668)		
D(LN_TRANS)	-0.017865	0.076542	-0.481197		
	(0.00858)	(0.12079)	(0.11837)		
D(LN_INDUS)	-0.047621	0.083265	-0.341042		
	(0.01649)	(0.23218)	(0.22753)		
D(LN_COMM)	0.013846	-0.451775	-0.015653		
	(0.00898)	(0.12645)	(0.12392)		

FIGURE 5.27 – Test de cointégration des séries en ln

4 Cointegrating Equation(s):		Log likelihood	691.3252		
Normalized cointegrating coefficients (standard error in parentheses)					
LN_PIB_TOTAL	LN_RES	LN_TRANS	LN_INDUS	LN_COMM	
1.000000	0.000000	0.000000	0.000000	-27.19509	
				(6.93394)	
	1.000000	0.000000	0.000000	-0.793259	
				(0.06696)	
	0.000000	1.000000	0.000000	0.432502	
				(0.28446)	
	0.000000	0.000000	1.000000	3.337949	
				(0.95483)	
Adjustment coefficients (standard error in parentheses)					
D(LN_PIB_T...	-0.000756	-0.069142	-0.081533	0.022810	
	(0.01773)	(0.28751)	(0.24888)	(0.10592)	
D(LN_RES)	0.022295	-0.774480	0.073674	0.088895	
	(0.01286)	(0.20852)	(0.18050)	(0.07682)	
D(LN_TRANS)	-0.017131	0.046036	-0.494893	0.024480	
	(0.00875)	(0.14191)	(0.12284)	(0.05228)	
D(LN_INDUS)	-0.050074	0.185170	-0.295291	-0.269402	
	(0.01676)	(0.27180)	(0.23528)	(0.10013)	
D(LN_COMM)	0.013469	-0.436096	-0.008614	0.067092	
	(0.00917)	(0.14876)	(0.12877)	(0.05480)	

FIGURE 5.28 – Test de cointégration des séries en ln



Vector Error Correction Estimates  
Date: 07/09/17 Time: 02:32  
Sample (adjusted): 1963 2015  
Included observations: 53 after adjustments  
Standard errors in ( ) & t-statistics in [ ]

Cointegrating Eq:		CointEq1				
LN_TRANS(-1)		1.000000				
LN_RES(-1)		-0.514517 (0.19828) [-2.59486]				
LN_PIB_TOTAL(-1)		0.077232 (0.03322) [2.32467]				
LN_INDUS(-1)		0.071091 (0.09131) [0.77855]				
LN_COMM(-1)		-0.446184 (0.10780) [-4.13887]				
C		-3.237131				
Error Correction:	D(LN_TRANS)	D(LN_RES)	D(LN_PIB_TO	D(LN_INDUS)	D(LN_COMM)	
CointEq1	-0.655961 (0.14184) [-4.62479]	-0.062562 (0.22452) [-0.27865]	-0.109298 (0.26719) [-0.40906]	-0.664342 (0.29111) [-2.28207]	-0.123654 (0.17761) [-0.69620]	
D(LN_TRANS(-1))	0.910763 (0.17037) [5.34568]	0.789095 (0.26969) [2.92592]	0.287467 (0.32095) [0.89567]	1.251291 (0.34969) [3.57832]	0.664466 (0.21335) [3.11444]	
D(LN_TRANS(-2))	0.145231 (0.21290) [0.68215]	-0.241632 (0.33701) [-0.71699]	0.196748 (0.40107) [0.49056]	-0.010689 (0.43697) [-0.02446]	-0.220731 (0.26660) [-0.82794]	
D(LN_RES(-1))	-0.242273 (0.14634) [-1.65558]	-0.563776 (0.23164) [-2.43382]	-0.295270 (0.27567) [-1.07109]	-0.096572 (0.30035) [-0.32153]	-0.222891 (0.18325) [-1.21633]	
D(LN_RES(-2))	-0.119912 (0.12986) [-0.92341]	-0.545798 (0.20556) [-2.65523]	0.303974 (0.24463) [1.24260]	-0.156822 (0.26653) [-0.58839]	-0.211523 (0.16261) [-1.30077]	
D(LN_PIB_TOTAL(-1))	0.186134 (0.07838) [2.37484]	0.011413 (0.12407) [0.09199]	-0.448716 (0.14765) [-3.03907]	-0.060076 (0.16087) [-0.37345]	-0.001560 (0.09815) [-0.01589]	
D(LN_PIB_TOTAL(-2))	0.137973 (0.07941) [1.73757]	-0.016474 (0.12570) [-0.13106]	-0.090971 (0.14959) [-0.60815]	0.128528 (0.16298) [0.78862]	-0.005155 (0.09944) [-0.05184]	
D(LN_INDUS(-1))	-0.160601 (0.08775) [-1.83026]	-0.084574 (0.13890) [-0.60889]	-0.336107 (0.16530) [-2.03331]	-0.149944 (0.18010) [-0.83257]	-0.120417 (0.10988) [-1.09588]	
D(LN_INDUS(-2))	0.071414 (0.08848) [0.80712]	-0.135799 (0.14006) [-0.96959]	0.143709 (0.16668) [0.86219]	-0.020566 (0.18160) [-0.11325]	0.011252 (0.11080) [0.10155]	
D(LN_COMM(-1))	-0.207700 (0.19915) [-1.04294]	0.229207 (0.31524) [0.72709]	0.173560 (0.37516) [0.46263]	-0.449911 (0.40875) [-1.10071]	0.284646 (0.24938) [1.14140]	
D(LN_COMM(-2))	0.027207 (0.19915) [0.13662]	0.733380 (0.31524) [2.32643]	-1.066637 (0.37516) [-2.84318]	-0.092219 (0.40874) [-0.22562]	0.378428 (0.24938) [1.51747]	
C	0.000828 (0.00540) [0.15346]	-0.000682 (0.00854) [-0.07977]	0.058419 (0.01017) [5.74521]	0.002714 (0.01108) [0.24499]	0.007492 (0.00676) [1.10843]	
R-squared	0.650498	0.415904	0.364989	0.382068	0.478573	
Adj. R-squared	0.556729	0.259195	0.194620	0.216281	0.338678	
Sum sq. resids	0.011859	0.029716	0.042086	0.049959	0.018597	
S.E. equation	0.017007	0.026922	0.032039	0.034907	0.021297	
F-statistic	6.937250	2.653993	2.142344	2.304577	3.420946	
Log likelihood	147.5271	123.1851	113.9622	109.4179	135.6054	
Akaike AIC	-5.114230	-4.195662	-3.847631	-3.676146	-4.664354	
Schwarz SC	-4.668126	-3.749559	-3.401527	-3.230042	-4.218250	
Mean dependent	0.016816	0.013970	0.028119	0.006851	0.024190	
S.D. dependent	0.025545	0.031279	0.035701	0.039431	0.026189	
Determinant resid covariance (dof adj.)	2.03E-17					
Determinant resid covariance	5.62E-18					
Log likelihood	676.5476					
Akaike information criterion	-23.07727					
Schwarz criterion	-20.66087					

FIGURE 5.29 – VECM  
141

## Étude racine unitaire des séries différences premières : Difln

### Test de racine unitaire DiflnPIB

Null Hypothesis: D(LN_PIB_TOTAL) has a unit root				
Exogenous: None				
Lag Length: 1 (Automatic - based on AIC, maxlag=24)				
			t-Statistic	Prob.*
<b>Augmented Dickey-Fuller test statistic</b>			<b>-2.691219</b>	<b>0.0080</b>
Test critical values:			1% level	-2.609324
			5% level	-1.947119
			10% level	-1.612867
*Mackinnon (1996) one-sided p-values.				
Augmented Dickey-Fuller Test Equation				
Dependent Variable: D(LN_PIB_TOTAL,2)				
Method: Least Squares				
Date: 06/25/18 Time: 15:30				
Sample (adjusted): 1963 2015				
Included observations: 53 after adjustments				
Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
D(LN_PIB_TOTAL(-1))	-0.451614	0.167810	-2.691219	0.0096
D(LN_PIB_TOTAL(-1),2)	-0.440951	0.128731	-3.425378	0.0012
R-squared	0.515946	Mean dependent var		0.001211
Adjusted R-squared	0.506455	S.D. dependent var		0.058264
S.E. of regression	0.040932	Akaike info criterion		-3.516815
Sum squared resid	0.085446	Schwarz criterion		-3.442464
Log likelihood	95.19559	Hannan-Quinn criter.		-3.488223
Durbin-Watson stat	2.196325			

FIGURE 5.30 – Test de racine unitaire DiflnPIB

### Test de racine unitaire Diflnres

Null Hypothesis: D(LN_RES) has a unit root				
Exogenous: None				
Lag Length: 0 (Automatic - based on AIC, maxlag=12)				
			t-Statistic	Prob.*
<b>Augmented Dickey-Fuller test statistic</b>			<b>-5.903231</b>	<b>0.0000</b>
Test critical values:	1% level		-2.608490	
	5% level		-1.946996	
	10% level		-1.612934	
*MacKinnon (1996) one-sided p-values.				
Augmented Dickey-Fuller Test Equation				
Dependent Variable: D(LN_RES,2)				
Method: Least Squares				
Date: 06/25/18 Time: 16:01				
Sample (adjusted): 1962 2015				
Included observations: 54 after adjustments				
Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
D(LN_RES(-1))	-0.802747	0.135984	-5.903231	0.0000
R-squared	0.396138	Mean dependent var		-0.001309
Adjusted R-squared	0.396138	S.D. dependent var		0.043832
S.E. of regression	0.034061	Akaike info criterion		-3.902964
Sum squared resid	0.061489	Schwarz criterion		-3.866131
Log likelihood	106.3800	Hannan-Quinn criter.		-3.888759
Durbin-Watson stat	2.032401			

FIGURE 5.31 – Test de racine unitaire Diflnres

### Test de racine unitaire Diflntrans

Null Hypothesis: D(LN_TRANS) has a unit root				
Exogenous: None				
Lag Length: 0 (Automatic - based on AIC, maxlag=10)				
			t-Statistic	Prob.*
<b>Augmented Dickey-Fuller test statistic</b>			<b>-3.140067</b>	<b>0.0022</b>
Test critical values:	1% level		-2.608490	
	5% level		-1.946996	
	10% level		-1.612934	
*MacKinnon (1996) one-sided p-values.				
Augmented Dickey-Fuller Test Equation				
Dependent Variable: D(LN_TRANS,2)				
Method: Least Squares				
Date: 06/25/18 Time: 16:17				
Sample (adjusted): 1962 2015				
Included observations: 54 after adjustments				
Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
D(LN_TRANS(-1))	-0.312837	0.099628	-3.140067	0.0028
R-squared	0.156852	Mean dependent var		-5.58E-05
Adjusted R-squared	0.156852	S.D. dependent var		0.024427
S.E. of regression	0.022430	Akaike info criterion		-4.738509
Sum squared resid	0.026664	Schwarz criterion		-4.701676
Log likelihood	128.9398	Hannan-Quinn criter.		-4.724304
Durbin-Watson stat	2.057789			

FIGURE 5.32 – Test de racine unitaire Diflntrans

### Test de racine unitaire Diflnindus



Null Hypothesis: D(LN_INDUS) has a unit root				
Exogenous: None				
Lag Length: 0 (Automatic - based on AIC, maxlag=10)				
			t-Statistic	Prob.*
<b>Augmented Dickey-Fuller test statistic</b>			-6.059336	0.0000
Test critical values:				
	1% level		-2.608490	
	5% level		-1.946996	
	10% level		-1.612934	
*MacKinnon (1996) one-sided p-values.				
Augmented Dickey-Fuller Test Equation				
Dependent Variable: D(LN_INDUS,2)				
Method: Least Squares				
Date: 06/25/18 Time: 16:30				
Sample (adjusted): 1962 2015				
Included observations: 54 after adjustments				
Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
D(LN_INDUS(-1))	-0.818908	0.135148	-6.059336	0.0000
R-squared	0.409225	Mean dependent var		-0.000286
Adjusted R-squared	0.409225	S.D. dependent var		0.051198
S.E. of regression	0.039352	Akaike info criterion		-3.614189
Sum squared resid	0.082075	Schwarz criterion		-3.577356
Log likelihood	98.58311	Hannan-Quinn criter.		-3.599984
Durbin-Watson stat	1.965032			

FIGURE 5.33 – Test de racine unitaire Difnindus

### Test de racine unitaire Difncomm

Null Hypothesis: D(LN_COMM,2) has a unit root				
Exogenous: None				
Lag Length: 1 (Automatic - based on AIC, maxlag=10)				
			t-Statistic	Prob.*
<b>Augmented Dickey-Fuller test statistic</b>			-8.932346	0.0000
Test critical values:				
	1% level		-2.610192	
	5% level		-1.947248	
	10% level		-1.612797	
*MacKinnon (1996) one-sided p-values.				
Augmented Dickey-Fuller Test Equation				
Dependent Variable: D(LN_COMM,3)				
Method: Least Squares				
Date: 06/25/18 Time: 16:44				
Sample (adjusted): 1964 2015				
Included observations: 52 after adjustments				
Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
D(LN_COMM(-1),2)	-1.944269	0.217666	-8.932346	0.0000
D(LN_COMM(-1),3)	0.399580	0.128644	3.106090	0.0031
R-squared	0.739649	Mean dependent var		-3.61E-05
Adjusted R-squared	0.734442	S.D. dependent var		0.042793
S.E. of regression	0.022052	Akaike info criterion		-4.753112
Sum squared resid	0.024315	Schwarz criterion		-4.678064
Log likelihood	125.5809	Hannan-Quinn criter.		-4.724340
Durbin-Watson stat	2.011275			

FIGURE 5.34 – Test de racine unitaire Difncomm

## Inverse des racines

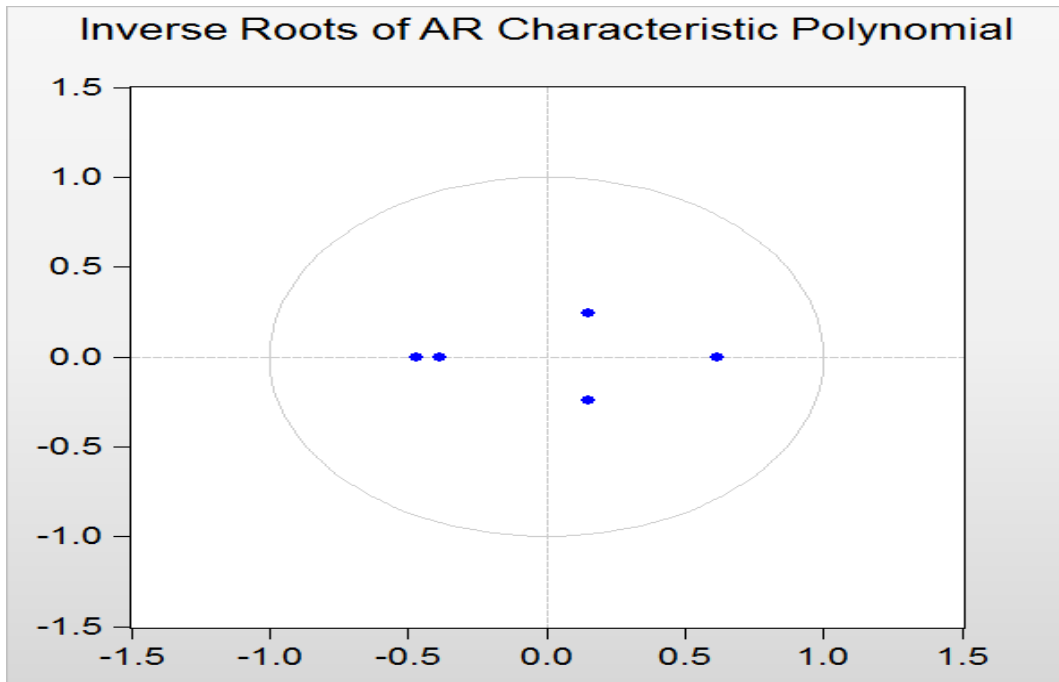


FIGURE 5.35 – Inverse des racines

## Étude graphique des séries

### Consommation du secteur résidentiel dans le temps

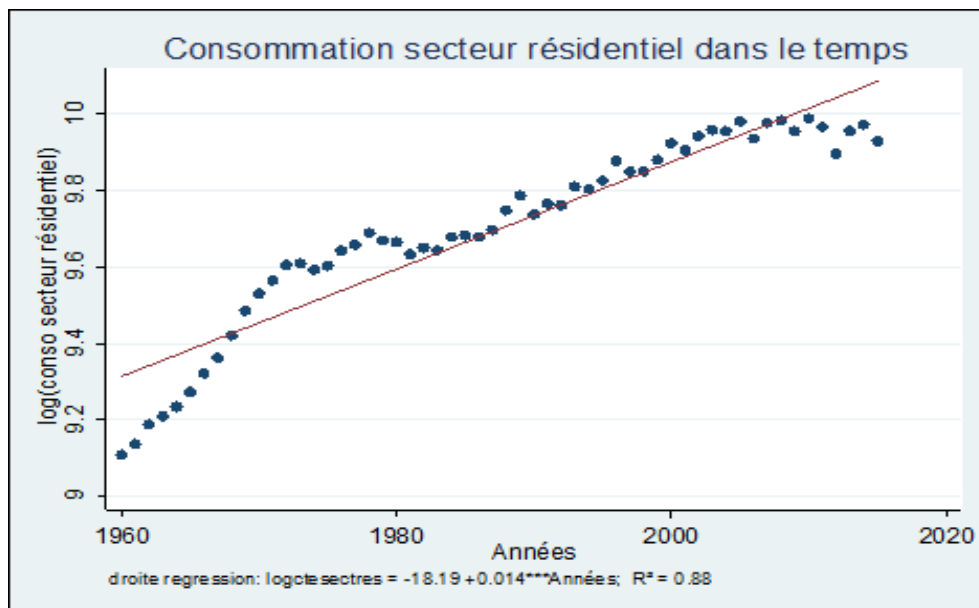


FIGURE 5.36 – Analyse graphique du secteur résidentiel dans le temps

### Consommation du secteur résidentiel dans le temps

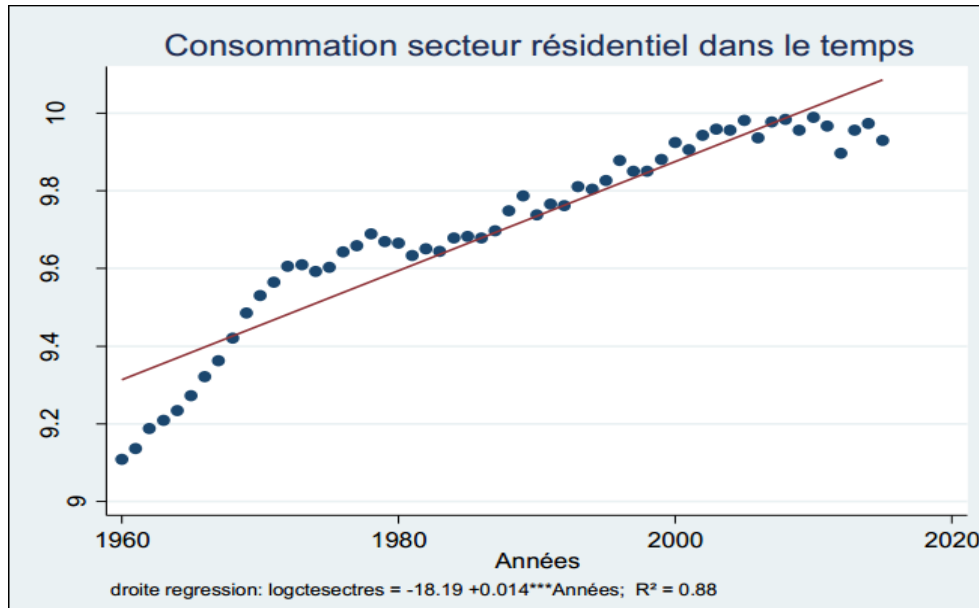


FIGURE 5.37 – Analyse graphique du secteur résidentiel dans le temps

### Consommation du secteur commercial dans le temps

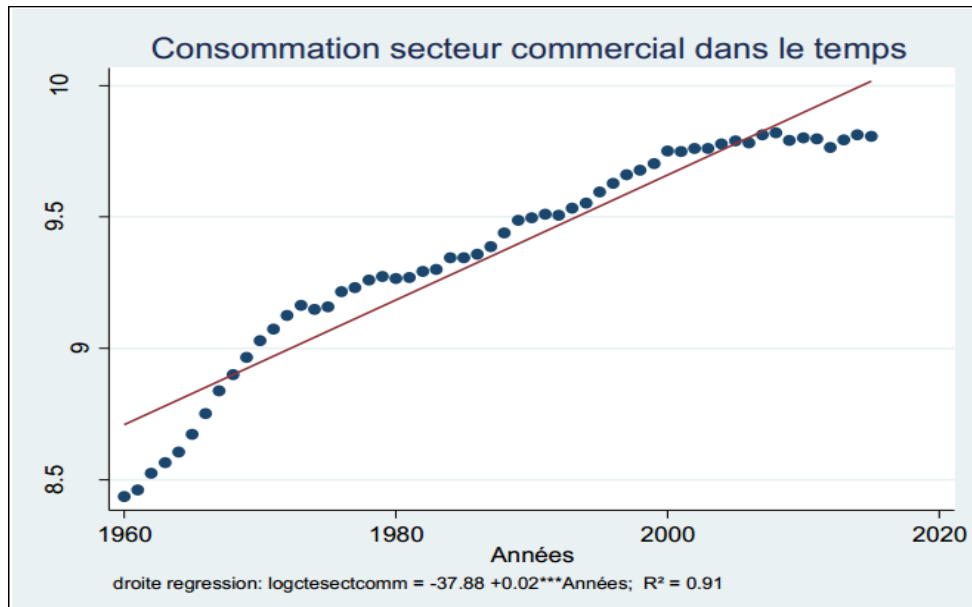


FIGURE 5.38 – Analyse graphique du secteur commercial

### Consommation du secteur industriel dans le temps

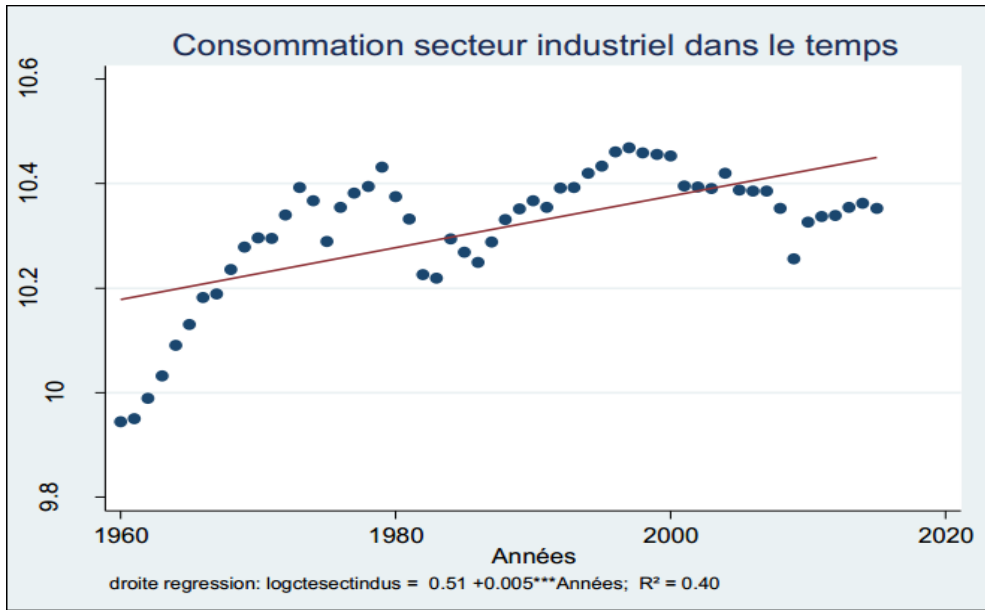


FIGURE 5.39 – Analyse graphique du secteur industriel

### Consommation du secteur transport dans le temps

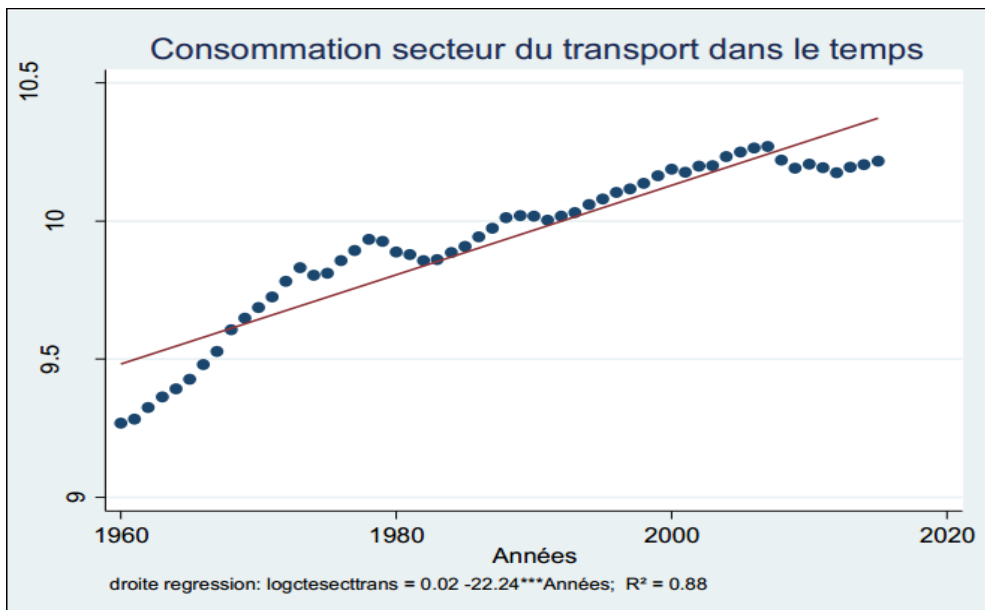


FIGURE 5.40 – Analyse graphique du secteur transport

### Consommation secteur résidentiel et PIB

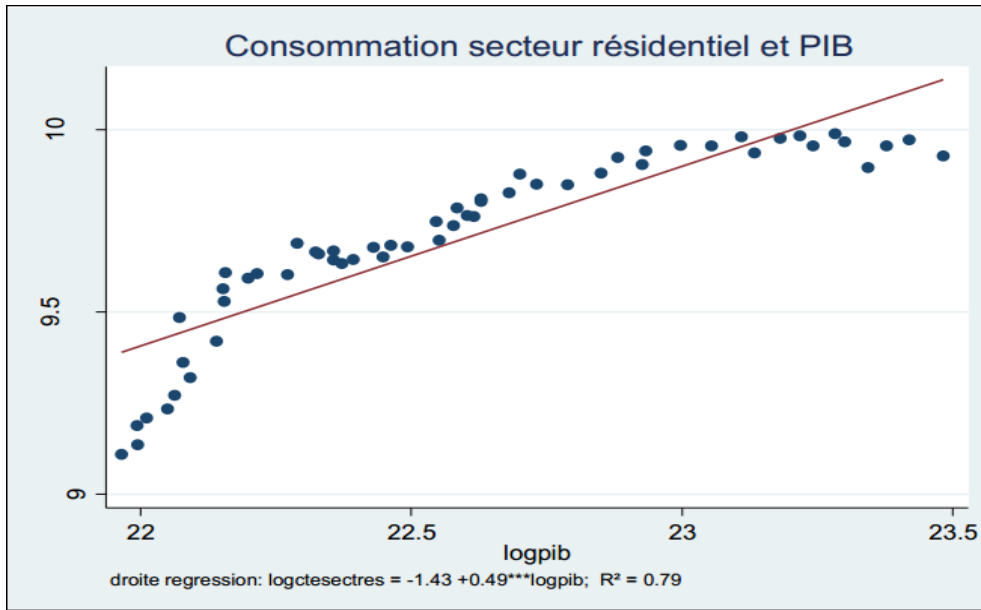


FIGURE 5.41 – Consommation secteur résidentiel et PIB

**Consommation secteur commercial et PIB**

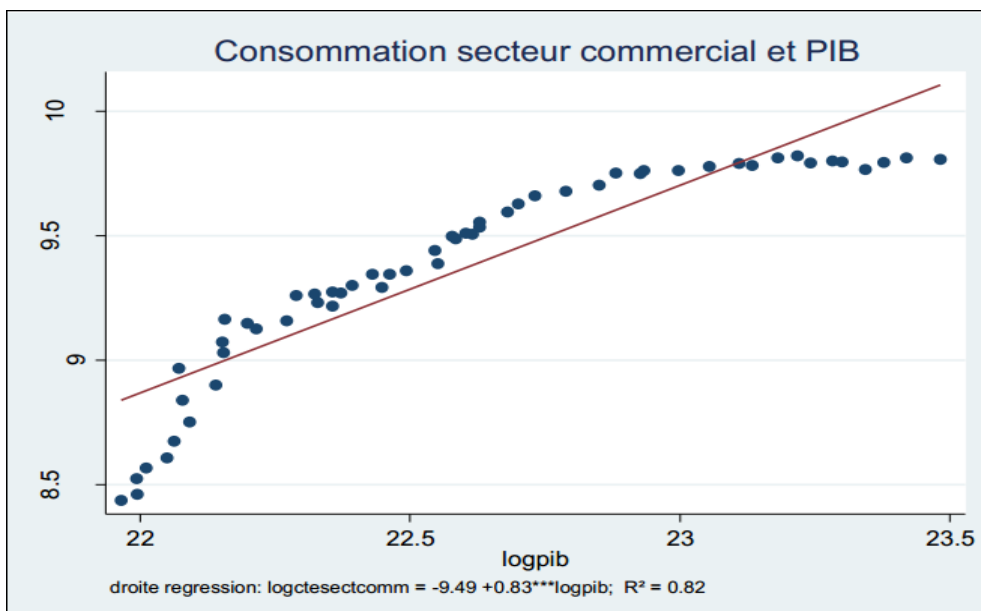


FIGURE 5.42 – Consommation secteur commercial et PIB

**Consommation secteur industriel et PIB**

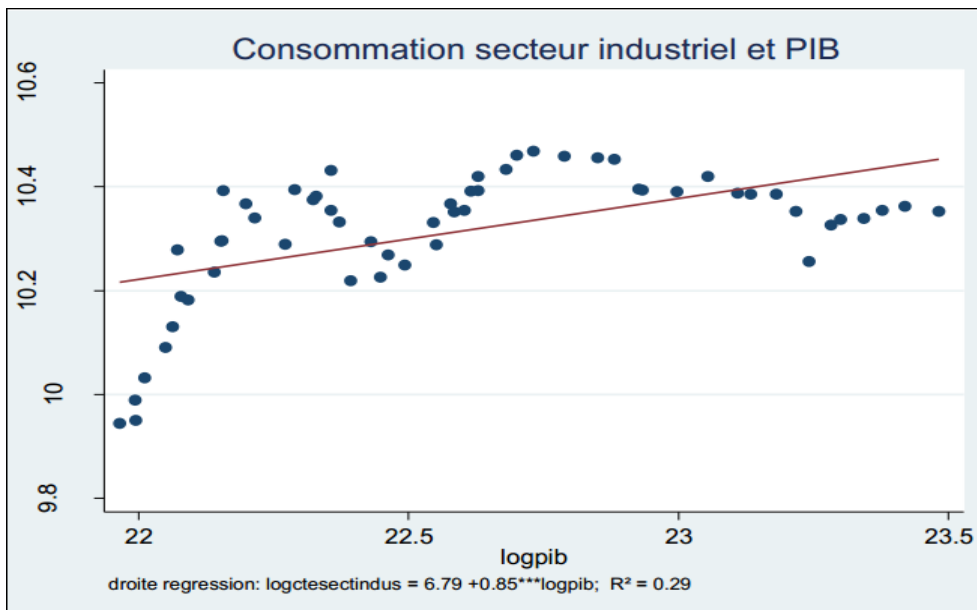


FIGURE 5.43 – Consommation secteur industriel et PIB

### Consommation secteur transport et PIB

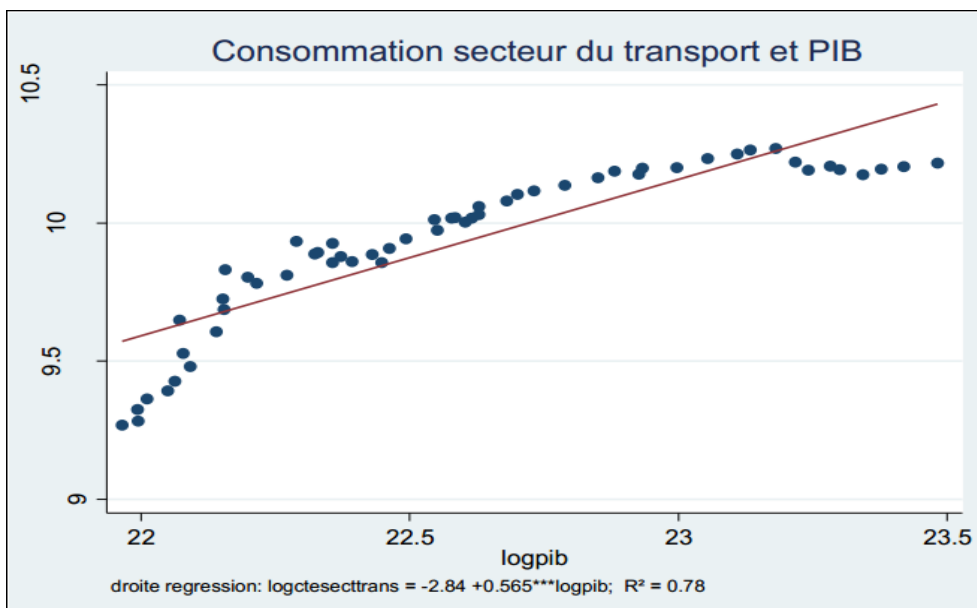


FIGURE 5.44 – Consommation secteur transport et PIB

### PIB et Consommation secteur résidentiel

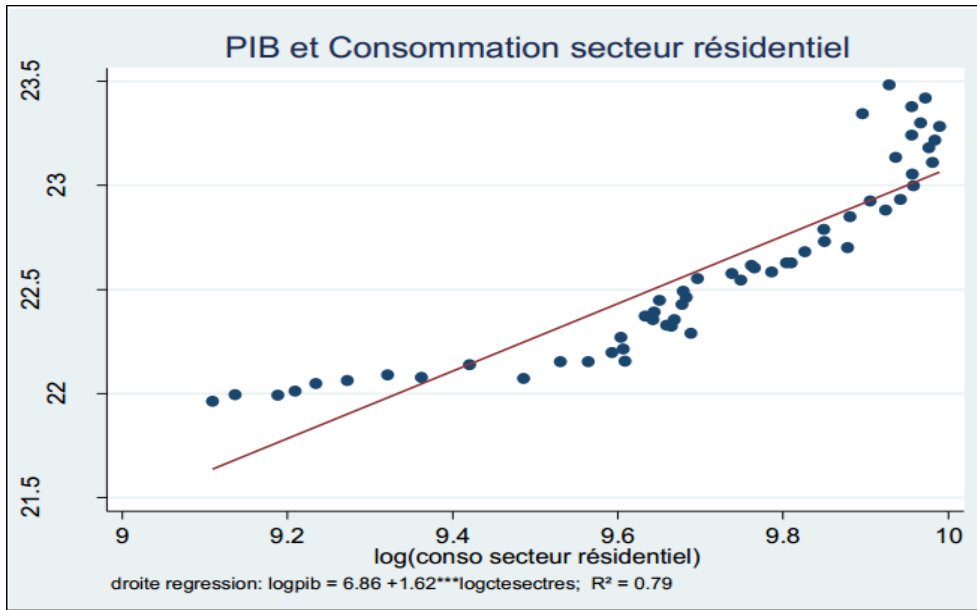


FIGURE 5.45 – PIB et Consommation secteur résidentiel

### PIB et Consommation secteur commercial

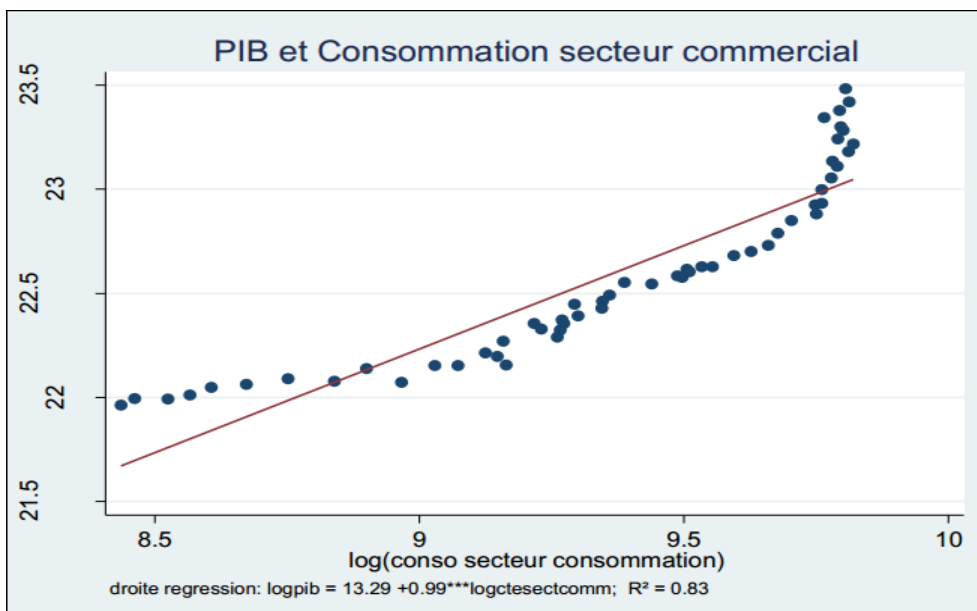


FIGURE 5.46 – PIB et Consommation secteur commercial

### PIB et Consommation secteur industriel

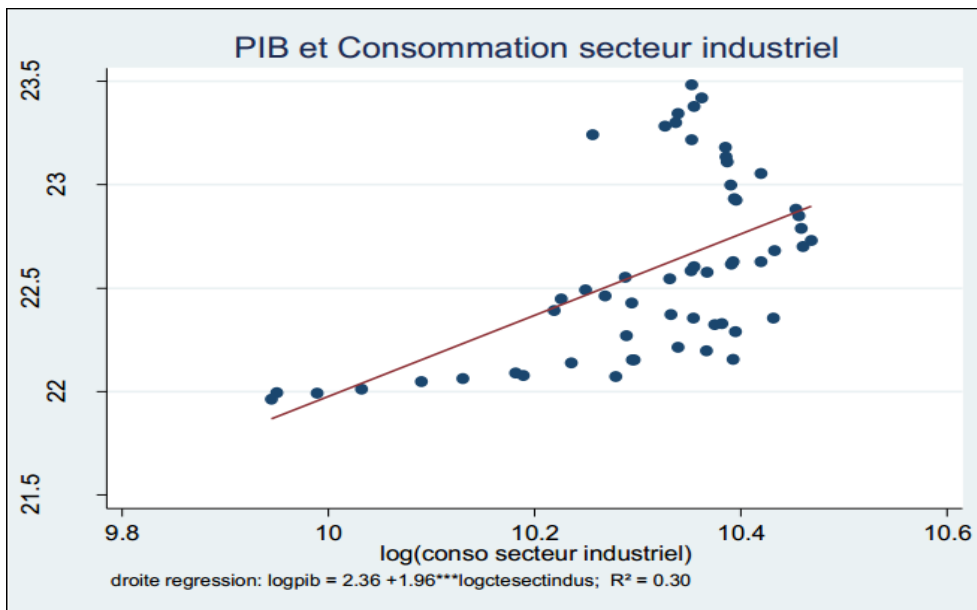


FIGURE 5.47 – PIB et Consommation secteur industriel

### PIB et Consommation secteur transport

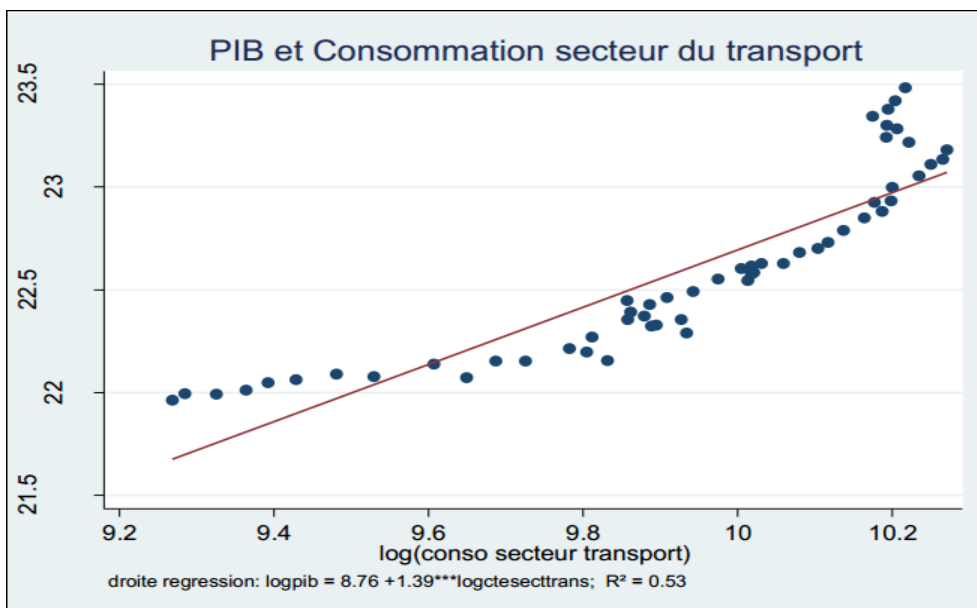


FIGURE 5.48 – PIB et Consommation secteur transport

Pour les 4 premières figures, une régression a été réalisée afin de voir l'évolution de chaque secteur par rapport au temps sous forme de nuage de points. Pour les autres figures, on peut observer la significativité des variables en régressant une variable sur l'autre. Ainsi pour les droites de régressions la première valeur



représente la constante, la deuxième le bêta et enfin le  $R^2$ . Par ailleurs, on aperçoit quelques points aberrants, le plus flagrant est celui du secteur industriel. On observe globalement des tendances haussières pour les différentes séries. Par ailleurs, pour le secteur industriel on voit nettement plus d'instabilité comparé aux autres secteurs.

**Tableau de résumé du test de Grubbs**

Variabes	G	U	P-value	valeur d'outlier
Diflnres	2.94940	0.83592	0.05932	-557
Diflncomm	2.8360	0.8483	0.0905	-3097
Diflnindus	3.0207	0.8279	0.04502	-1442
Diflntrans	3.3621	0.7868	0.01066	-1372
DiflnPIB	2.86810	0.84485	0.08047	961923676

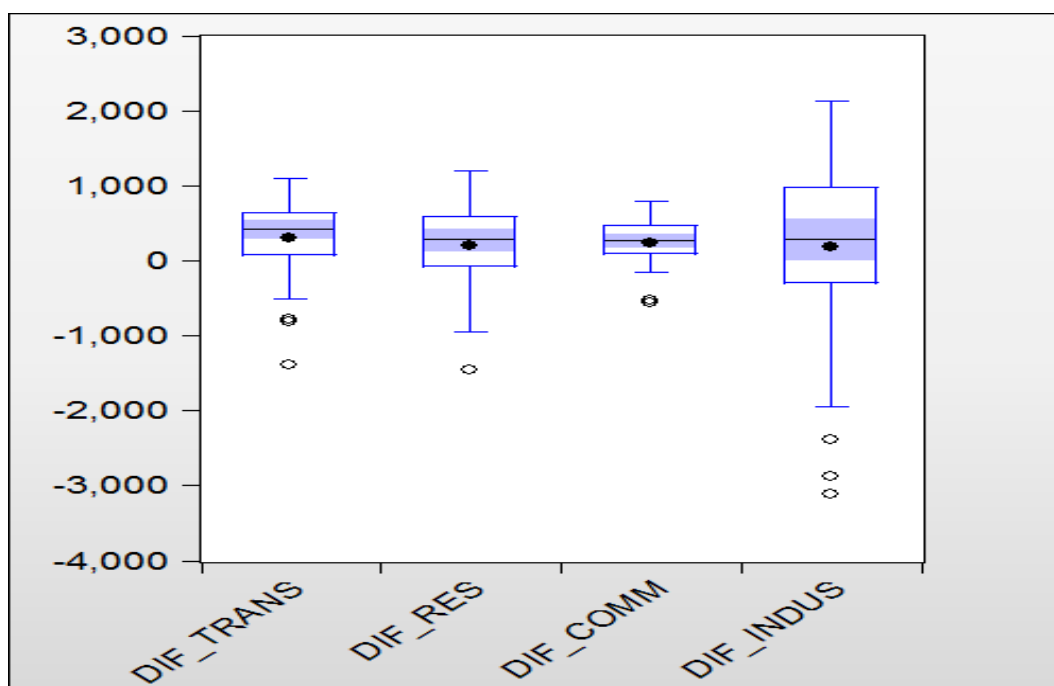


FIGURE 5.49 – Test d'outliers des séries

Test de Causalité classique des séries en Difln VAR(1)

Null Hypothesis	F-Stat	Prob
Diflnindus does not Granger Cause Diflncomm Diflncomm does not Granger Cause Diflnindus	0.11471 2.66121	0.7362 0.1090
DiflnPIB does not Granger Cause Diflncomm Diflncomm does not Granger Cause DiflnPIB	0.06733 4.40625	0.7963 <b>0.0408**</b>
Diflnres does not Granger Cause Diflncomm Diflncomm does not Granger Cause Diflnres	0.75721 5.84334	0.3883 <b>0.0192**</b>
Diflntrans does not Granger Cause Diflncomm Diflncomm does not Granger Cause Diflntrans	5.85754 0.15167	<b>0.0191**</b> 0.6986
DiflnPIB does not Granger Cause Diflnindus Diflnindus does not Granger Cause DiflnPIB	0.80145 4.87879	0.3749 <b>0.0317**</b>
Diflnres does not Granger Cause Diflnindus Diflnindus does not Granger Cause Diflnres	3.28256 0.89384	<b>0.0759*</b> 0.3489
Diflntrans does not Granger Cause Diflnindus Diflnindus does not Granger Cause Diflntrans	13.5728 6.98963	<b>0.0006***</b> <b>0.0109**</b>
Diflnres does not Granger Cause DiflnPIB DiflnPIB does not Granger Cause Diflnres	3.47399 0.00662	<b>0.0681*</b> 0.9355
Diflntrans does not Granger Cause DiflnPIB DiflnPIB does not Granger Cause Diflntrans	3.22085 0.77257	<b>0.0786*</b> 0.3835
Diflntrans does not Granger Cause Diflnres Diflnres does not Granger Cause Diflntrans	12.6653 0.02329	<b>0.0008***</b> 0.8793

# Réponses impulsionnelles des séries en Difln

## Réponses impulsionnelles avec Eviews : MCO

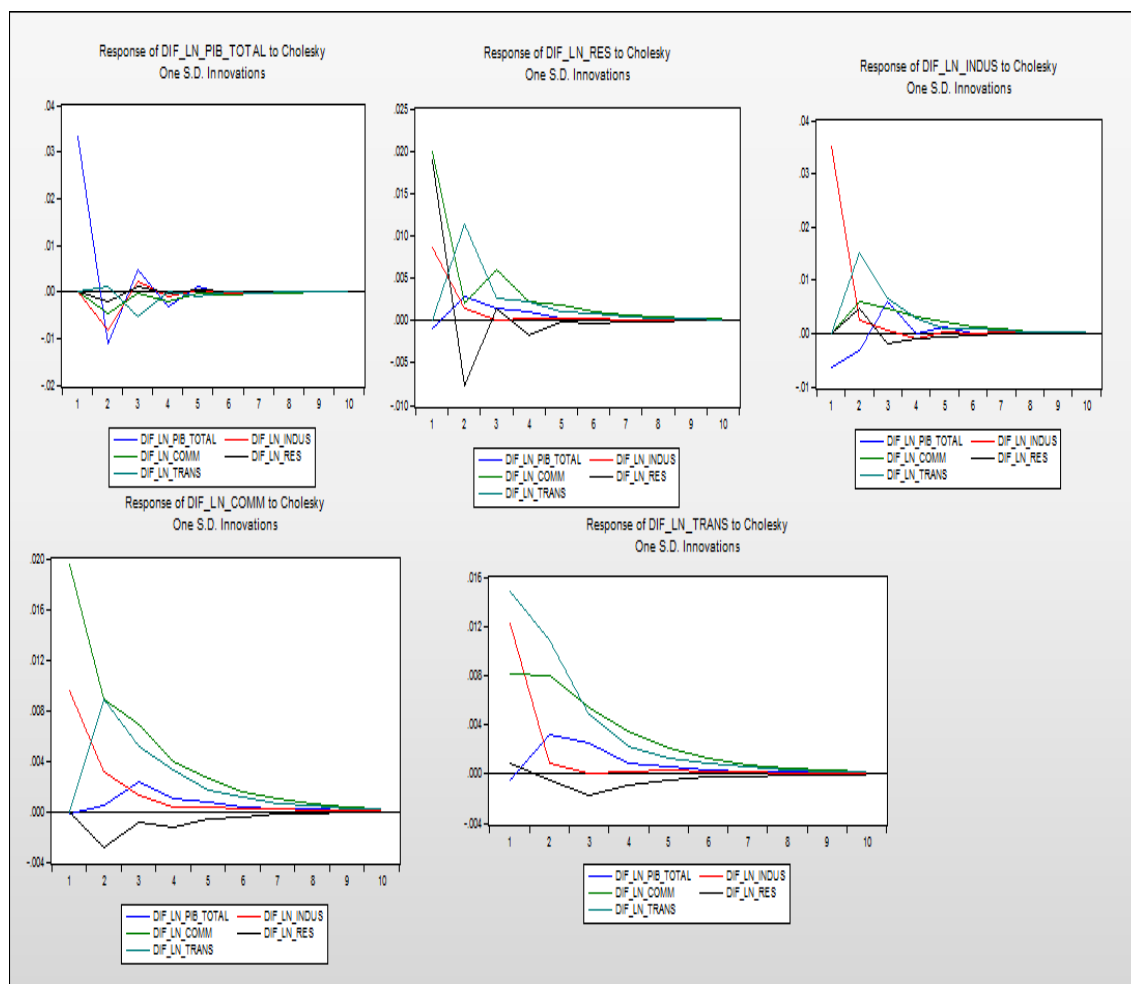


FIGURE 5.50 – Réponses impulsionnelles avec Eviews

### Réponse impulsionnelle des séries en Difln selon la méthode

*Gini – VAR*

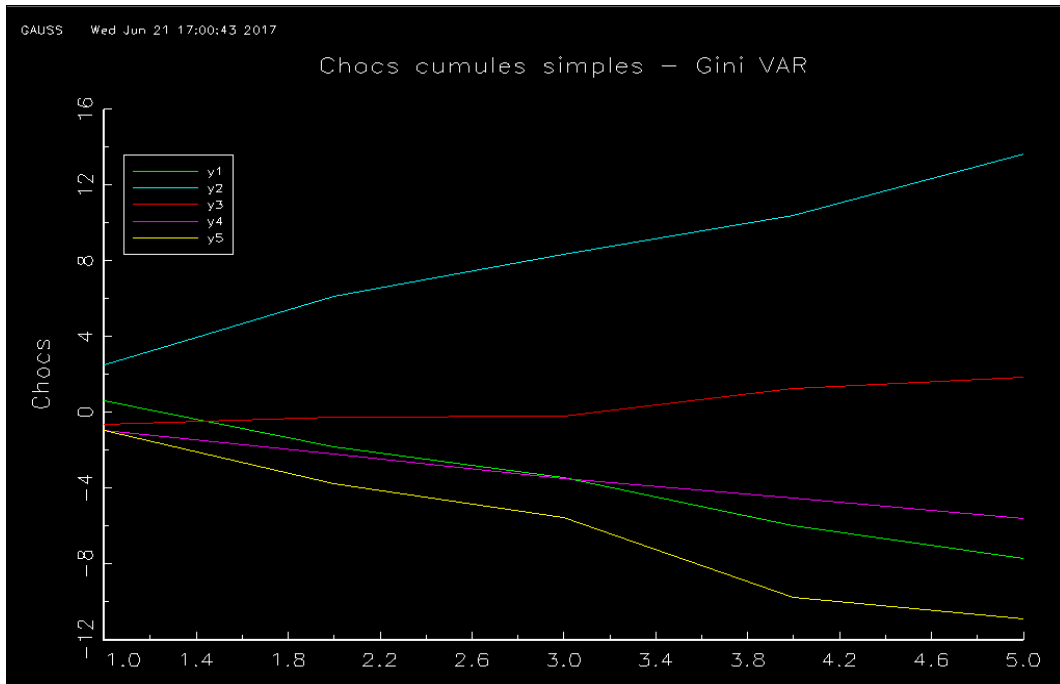


FIGURE 5.51 – Graphe de Réponse impulsionnelle des 4 secteurs et du PIB

Réponse impulsionnelle des séries en Difln selon la méthode  
GLS - VAR

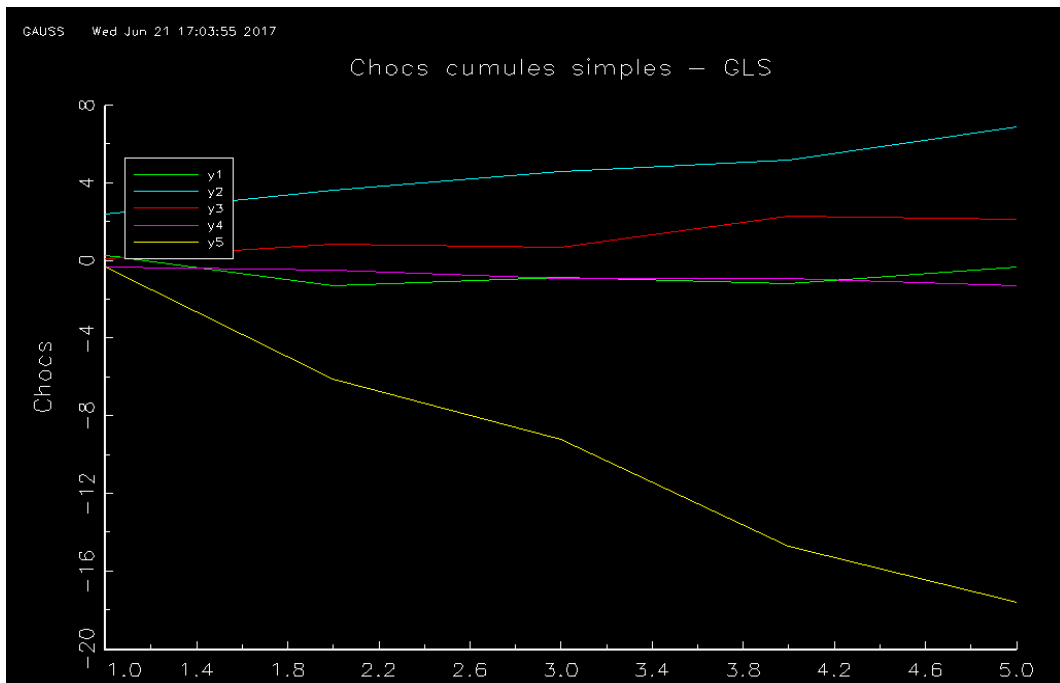


FIGURE 5.52 – Réponse impulsionnelle des séries

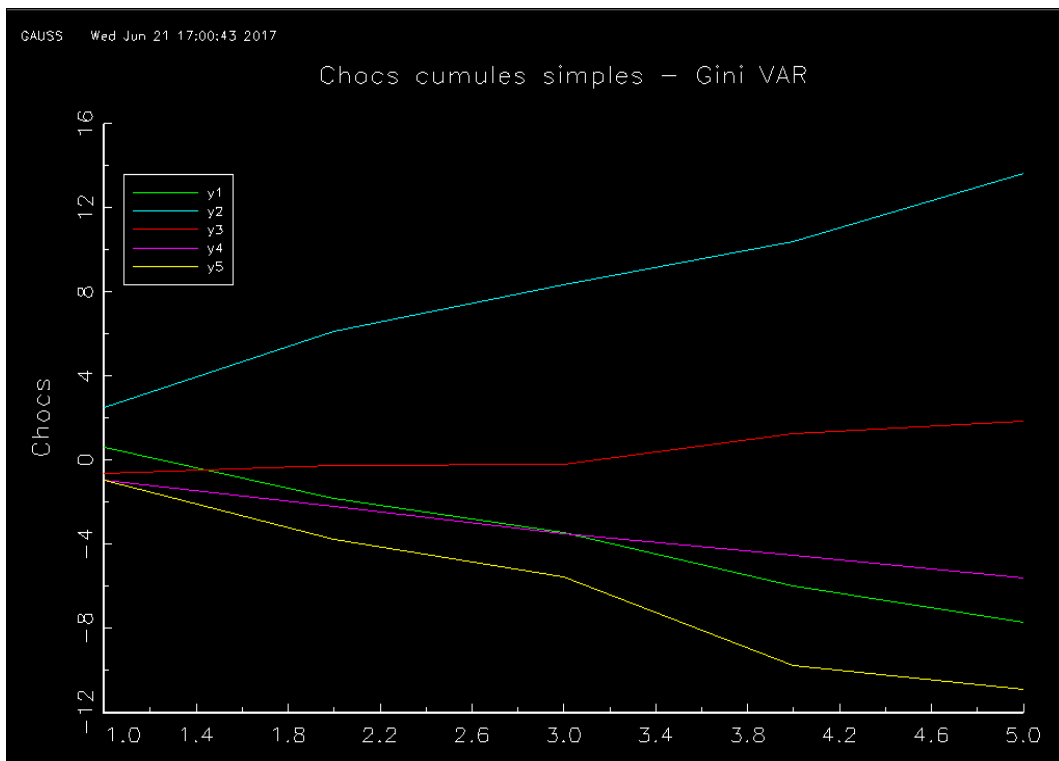


FIGURE 5.53 – Graphe de Réponse impulsionnelle des 4 secteurs et du PIB

### Réponse impulsionnelle des séries en Difln par le *GLS*

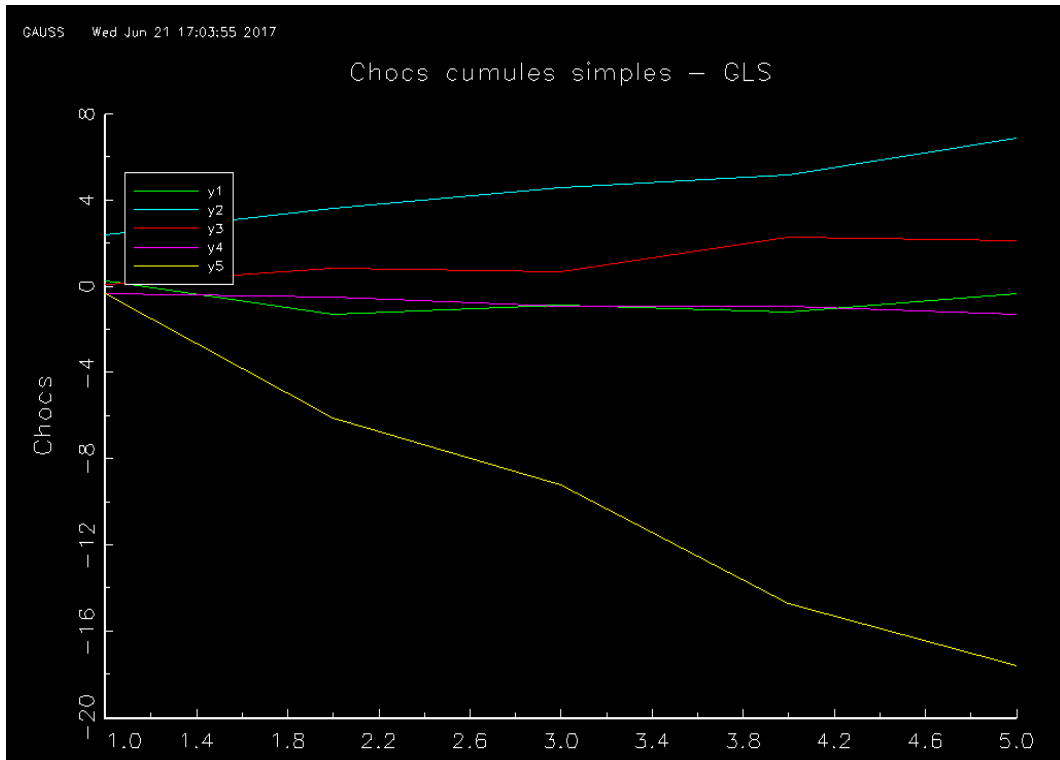


FIGURE 5.54 – Réponse impulsionnelle des séries