



HAL
open science

Trainée et portance dans les fluides newtoniens et les fluides à seuil

Ziemihori Ouattara

► **To cite this version:**

Ziemihori Ouattara. Trainée et portance dans les fluides newtoniens et les fluides à seuil. Mécanique des fluides [physics.class-ph]. Université Grenoble Alpes, 2018. Français. NNT : 2018GREAI032 . tel-02119665

HAL Id: tel-02119665

<https://theses.hal.science/tel-02119665>

Submitted on 4 May 2019

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

THÈSE

Pour obtenir le grade de

DOCTEUR DE LA COMMUNAUTE UNIVERSITE GRENOBLE ALPES

Spécialité : **Mécanique des fluides, Energétique, Procédés**

Arrêté ministériel : 25 mai 2016

Présentée par

Ziemihori B. OUATTARA

Thèse dirigée par **Pascal JAY**, Professeur des Universités, UGA
codirigée par **Albert MAGNIN**, Directeur de recherches CNRS

préparée au sein du **Laboratoire Rhéologie et Procédés**
dans **l'École Doctorale I-MEP2**

Traînée et portance dans les fluides newtoniens et les fluides à seuil

Thèse soutenue publiquement le **03 Mai 2018**
devant le jury composé de :

M. Valéry BOTTON

PR – INSA, LMFA, Lyon (Président)

M. Huai – Zhi LI

PR – UDL, LRGP, Nancy (Rapporteur)

M. Chérif NOUAR

DR - CNRS, LEMTA, Nancy (Rapporteur)

M. Albert MAGNIN

DR – CNRS, LRP, Grenoble (Co-directeur de thèse)

M. Pascal JAY

PR – UGA, LRP, Grenoble (Directeur de thèse)



Remerciements

Je tiens à remercier dans un premier temps, mon directeur de thèse M. Pascal Jay pour cette belle et enrichissante aventure scientifique, professionnelle et humaine. Je souhaite vous remercier de m'avoir fait confiance et laissé des libertés d'initiatives tout au long de ces années de travail. Au cours de ces années de recherche, vous vous êtes impliqué aussi bien dans l'orientation de mes travaux tant sur le code de calcul que sur les expériences.

Je veux aussi remercier mon co-directeur de thèse, M. Albert Magnin que j'ai rencontré lors de mon stage en Master 2. Vous vous êtes impliqué par votre disponibilité, vos conseils aussi bien dans l'orientation de mes travaux en m'apportant toute votre expertise scientifique. Vous m'avez toujours assuré la possibilité de travailler et d'avancer dans les meilleures conditions.

Je remercie également M. Valéry Botton d'avoir accepté de présider mon jury de thèse. J'exprime toute ma gratitude à M. Cherif Nouar et M. Huai - Zhi Li d'avoir accepté d'être les rapporteurs de ces travaux.

Je voudrais maintenant remercier Mme Nadia El Kissi, directrice du laboratoire pour m'avoir accueilli dans son unité durant ces travaux. Je remercie tout le personnel administratif : M. François Bergerot, Mmes Sylvie Garofalo, Louise Infuso et Manon Bautista pour sa gentillesse et sa bonne humeur.

J'exprime tout ma reconnaissance à tout le personnel de l'équipe technique de mon laboratoire : MM. Didier Blésés, Eric Faivre, Frédéric Hugennel, Mohamed Karrouch et Mme Hélène Galliard pour nos échanges, son soutien et son apport significatif dans ces travaux. Je remercie l'ensemble du laboratoire pour avoir contribué à mon épanouissement professionnel et scientifique durant ces années.

Je tiens également à remercier mes collègues anciens thésards : Fiacre Ahonguio ancien capitaine charismatique de l'équipe de foot Rhéomaster, Hamdullah Özogul pour mon initiation à la simulation numérique et sa gentillesse, Alexis Mauray « l'asiatique et photographe confirmé », Candice Rey « ma collègue de toujours depuis notre Master ». Malladi Nagalakshmaiah, Xabel Garcia, Maxime Rosello, Khawla Al-Jaber, Gary Massoni, Louise Achab, Fanny Rasschaert, Carhel Dassi, Noriyuki Isobé, Chong Li et Yao Jin.

Je remercie aussi tous mes collègues thésards : Moctar Gueye « le nouveau papa », Hugues Mondesert « le pacifique et multi-sports », Diego Milian, Amélie Castel, Mohamad Alajami, Chevremont William, Barchouchi Ayoub, De Oliveira Pinto David, Gangolphe Louis, Xie Kaili, Vilotte Alice, Shawail Essa. Bon courage dans la poursuite de vos travaux.

Je voudrais également remercier mes anciens collègues de mon Master : Ludivine Chaudier, Laurent Vernet, Vincent, Jules, Martinia, Ardèche, Angélique. Je veux également remercier mes amis sportifs : football, volleyeurs et du tennis : Pascal, Gwen, Alexandra, Heiva.

J'exprime ma reconnaissance au service Etudiants de l'ambassade de Côte d'Ivoire en France pour son soutien et sa disponibilité à tous égards. Je remercie particulièrement la direction des bourses hors Cote d'Ivoire de m'avoir accordé une bourse d'étude pour ces travaux.

Enfin, je voudrais exprimer toute ma gratitude et ma reconnaissance à ma famille: mon père Ouattara Kouadio Mathurin, ma mère Ouattara Adigata et à mes frères et sœurs qui m'ont toujours encouragé et soutenu dans mes études. J'exprime toute ma reconnaissance et mon admiration à ma grande mère chérie que la mort a emportée l'année dernière. Je remercie toute ma grande famille : mon grand-père (Boko), mes oncles (Dr Alassane, Dr Karim et Dr Nouho) d'avoir cru en moi dans les moments difficiles, mes tantes (Djenebou, Siatta..), cousins, cousines et nièces pour leurs prières et leurs supports.

Table des matières

NOTATIONS	6
INTRODUCTION GENERALE	9
RÉFÉRENCES	16
CHAPITRE 1: DRAG OF A CYLINDER MOVING NEAR A WALL IN A YIELD STRESS FLUID	17
RESUME	18
ABSTRACT	18
1. INTRODUCTION	19
2. MATERIAL AND RHEOMETRY	21
2.1. MATERIAL	21
2.2. SHEAR RHEOMETRY	22
3. EXPERIMENTAL	24
3.1. EXPERIMENTAL SET UP	24
3.2. TRANSIENT AND STEADY STATE	25
3.3. NUMERICAL SIMULATIONS	27
3.3.1. <i>Governing equations and boundary conditions</i>	27
3.3.2. <i>Influence of the numerical parameters</i>	29
3.3.3. <i>Drag coefficient</i>	33
3.3.4. <i>Velocity profiles and rigid zones for $n = 1$</i>	36
4. NUMERICAL / EXPERIMENTAL COMPARISON AND DISCUSSION	38
5. CONCLUSION	44
REFERENCES	45
CHAPITRE 2 : ECOULEMENT D'UN FLUIDE NEWTONIEN ET D'UN FLUIDE A SEUIL AUTOUR D'UNE PLAQUE INCLINEE A 45° EN INTERACTION AVEC UNE PAROI	48
RESUME	49
1. INTRODUCTION	50
2. MODELISATION NUMERIQUE	52
2.1. PRESENTATION	52
2.2. SIMULATION NUMERIQUE.....	54
2.2.1. <i>Méthode numérique</i>	54
2.2.2. <i>Zones rigides</i>	58
2.2.3. <i>Coefficients de traînée et de portance</i>	61
3. ÉTUDE EXPERIMENTALE	63
3.1. MATERIAUX ET RHEOMETRIE	63
3.2. DISPOSITIF EXPERIMENTAL.....	65
3.3. RESULTATS EXPERIMENTAUX	67
3.3.1. <i>Fluide newtonien</i>	67
3.3.2. <i>Fluide à seuil</i>	68
4. COMPARAISON DES RESULTATS NUMERIQUES ET EXPERIMENTAUX	69
4.1. FLUIDE NEWTONIEN	69
4.2. FLUIDE A SEUIL	70
5. CONCLUSION	76
REFERENCES	77

CHAPITRE 3 : INFLUENCE DE L'INCLINAISON D'UNE PLAQUE SUR LES EFFORTS GENERES DANS L'ECOULEMENT D'UN FLUIDE NEWTONIEN ET D'UN FLUIDE A SEUIL	81
RESUME	82
1. INTRODUCTION.....	83
2. THEORIE.....	85
3. ÉTUDE EXPERIMENTALE	87
3.1. CARACTERISATION RHEOLOGIQUE	87
3.2. DISPOSITIF EXPERIMENTAL.....	89
3.3. RESULTATS EXPERIMENTAUX	91
3.3.1. <i>Fluide newtonien</i>	91
3.3.2. <i>Fluide à seuil</i>	92
4. ÉTUDE NUMERIQUE.....	96
4.1. METHODE NUMERIQUE.....	97
4.1.1. <i>Influences du maillage et de la forme de la plaque</i>	97
4.2. COEFFICIENTS DE TRAINEE ET DE PORTANCE	100
4.2.1. <i>Fluide rhéofluidifiant</i>	100
4.2.2. <i>Fluides à seuil</i>	102
4.2.3. <i>Etude des composantes de traînée et de portance</i>	106
4.3. GRANDEURS LOCALES	108
4.3.1. <i>Champs du gradient de cisaillement</i>	108
4.3.2. <i>Champs de pression</i>	111
5. COMPARAISON DES RESULTATS NUMERIQUES ET EXPERIMENTAUX.....	115
5.1. FLUIDE NEWTONIEN	115
5.2. FLUIDE A SEUIL.....	116
6. CONCLUSION	119
REFERENCES	120
CHAPITRE 4 : LUBRIFICATION HYDRODYNAMIQUE PAR UN FLUIDE A SEUIL D'UN CONTACT PLAN-PLAQUE INCLINEE	123
RESUME	124
1. INTRODUCTION.....	125
2. THEORIE DE LA LUBRIFICATION.....	126
2.1. MISE EN EQUATION.....	127
2.2. SOLUTIONS ASYMPTOTIQUES.....	130
2.2.1. <i>Cas newtonien ($B = 0, n = 1$)</i>	130
2.2.2. <i>Fluide à seuil de Bingham ($n = 1$)</i>	130
2.3. TECHNIQUE DE RESOLUTION NUMERIQUE	131
2.4. VALIDATION DU CODE.....	132
2.4.1. <i>Fluide newtonien</i>	132
2.4.2. <i>Fluide rhéofluidifiant</i>	132
2.4.3. <i>Fluide à seuil de Bingham</i>	133
3. LUBRIFICATION POUR LES FLUIDES D'HERSCHEL-BULKLEY	134
3.1. CHAMPS DE PRESSION	134
3.2. ZONES RIGIDES	135
3.3. ÉVOLUTION DU DEBIT	137
3.4. PORTANCE	138
3.5. TRAINEE.....	141
4. MATERIEL ET METHODES EXPERIMENTALES	143
4.1. DISPOSITIF EXPERIMENTAL.....	143
4.2. MATERIAUX ET METHODES	145
4.3. RESULTATS ET DISCUSSION	146

4.3.1.	<i>Régime permanent</i>	146
4.3.2.	<i>Forces résiduelles</i>	148
5.	CONCLUSION	150
	RÉFÉRENCES	151
	CONCLUSIONS GENERALES ET PERSPECTIVES	153
	REFERENCES	157
	ANNEXE	158
	REFERENCES	161

Notations

A_1	contribution plastique de la traînée
B_1	contribution visqueuse de la traînée
A_2	coefficient plastique de la portance
B_2	contribution visqueuse de la portance
D_s	taille de la zone cisailée (m)
D	diamètre caractéristique du cylindre (m)
e	épaisseur de la plaque (m)
F_D	force de traînée (N)
F_p	force de portance (N)
G'	module élastique (Pa)
G''	module visqueux (Pa)
g	gravité ($m.s^{-2}$)
H	distance entre la plaque ou le cylindre et la paroi inférieure du canal (m)
K	consistance ($Pa.s^n$)
L	largeur de la plaque (m)
l	longueur de la plaque ou du cylindre (m)
m	masse de la plaque ou du cylindre (kg)
p	pression (Pa)
P	poids (N)
T	température ($^{\circ}C$)
t	temps (s)
t_f	temps caractéristique de l'écoulement (s)
t_e	temps élastique (s)
t_p	temps pour atteindre le régime permanent (s)
U, V	vitesse de déplacement de la plaque ou du cylindre ($m.s^{-1}$)
U_x	vitesse selon l'axe x ($m.s^{-1}$)
U_y	vitesse selon l'axe y ($m.s^{-1}$)
R_a	rugosité moyenne (μm)

• **Paramètres spécifiques utilisés dans le chapitre 4**

$\ll^* \gg$	paramètres dimensionnels utilisés dans le chapitre 4
e^*	épaisseur de la plaque (m)
F_{Dr}	force de traînée en régime de relaxation (N)
F_{Pr}	force de portance en régime de relaxation (N)
H^*	jeu caractéristique (m)
h_i^*	entrée du contact dans le jeu (m)
h_f^*	sortie du contact dans le jeu (m)
l^*	largeur de la lame inclinée (m)
L^*	longueur de la plaque (m)
U_1^*	vitesse du plan selon x ($m.s^{-1}$)
U_2^*	vitesse de la plaque selon x ($m.s^{-1}$)

Nombres sans dimension

Cd	coefficient de traînée inertiel
Cl	coefficient de portance inertiel
Cd_{vis}	coefficient de traînée visqueux
Cl_{vis}	coefficient de portance visqueux
Cd^*	coefficient de traînée plastique
Cl^*	coefficient de portance plastique
Cd^*_{∞}	coefficient de traînée plastique à Od infini
Cl^*_{∞}	coefficient de portance plastique à Od infini
De	nombre de Deborah
F_D^*	force de traînée adimensionnelle
G	jeu adimensionnel minimal
M	paramètre de l'inverse de l'indice de la loi puissance
m	paramètre de régularisation
n	indice de la loi puissance
Od	nombre d'Oldroyd
Re	nombre de Reynolds
t_p^*	temps adimensionnel pour atteindre le régime permanent
t^*	temps adimensionnel
t_e^*	temps adimensionnel élastique

- **Paramètres spécifiques utilisés dans le chapitre 4**

a	paramètre représentant le rapport sortie hf^* sur entrée hi^* du jeu
B	nombre de Bingham
B_c	nombre de Bingham critique
$h(x)$	jeu en fonction de x
p	pression adimensionnelle
Q	débit
T	force de traînée adimensionnelle
T_r	traînée résiduelle adimensionnelle
τ	contrainte cisaillement adimensionnelle
u	vitesse adimensionnelle
U_1	vitesse adimensionnelle du plan
U_2	vitesse adimensionnelle de la plaque
Y	jeu adimensionnel
W	force de portance adimensionnelle
W_r	portance résiduelle adimensionnelle

Introduction générale

Cette thèse est consacrée principalement aux efforts exercés sur les obstacles par les écoulements d'un fluide à seuil. Le cas des fluides newtoniens sera également traité pour valider les calculs numériques et les résultats expérimentaux et posséder des points de comparaison. La grande majorité des fluides qui nous entourent ou qui sont utilisés dans les procédés industriels présentent un comportement non newtonien. Parmi ceux-ci, les « fluides à seuil » représentent un nombre très important de produits réels dans l'industrie ou dans les géosciences. L'archétype de leur définition est : « si le matériau n'est pas suffisamment sollicité, il se comporte comme un solide, mais une fois la contrainte seuil dépassée, le matériau s'écoule comme un fluide ». Ils peuvent supporter des contraintes de cisaillement sans s'écouler par opposition aux fluides newtoniens (Møller et al.¹). La transition entre le comportement de type solide et l'écoulement introduit des complications significatives dans la dynamique des écoulements (Balmforth et al.²). Souvent les fluides à seuil présentent un comportement thixotrope ajoutant un degré de complexité. La compréhension des mécanismes et des conséquences de cette transition solide-liquide est un vaste champ d'investigation scientifique et d'ingénierie. Cette catégorie de fluides est très largement présente dans notre quotidien et dans les procédés industriels. On peut citer, en étant loin d'être exhaustif, les crèmes cosmétiques, de nombreux produits agroalimentaires, le pétrole lourd, les graisses, les pâtes céramiques, les boues de forage, les laves torrentielles, les bétons et enduits frais, certaines neiges Des exemples de ces fluides sont présentés sur la figure 1.

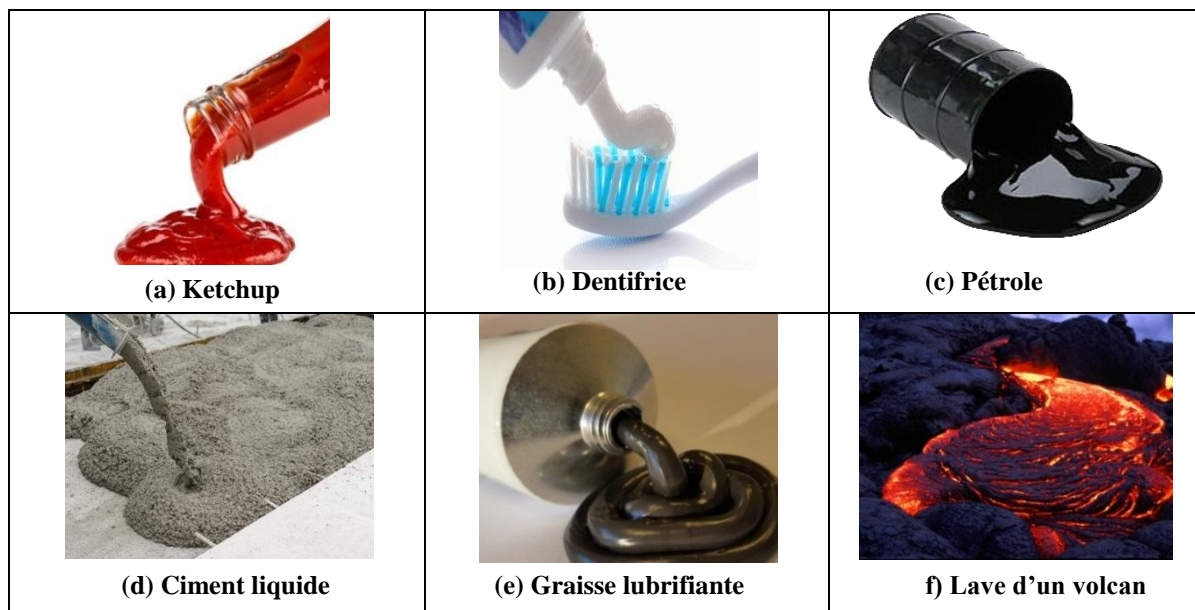


Figure 1 . Exemples des fluides à seuil

Lorsqu'un obstacle est présent dans l'écoulement d'un fluide à seuil, ce qui se retrouve dans de très nombreuses configurations (voir figure 2), les efforts générés sur ces obstacles sont très différents de ceux créés par un fluide newtonien. Ces efforts dépendent évidemment des dimensions géométriques, de la forme ainsi que la configuration de l'obstacle autour duquel l'écoulement du fluide aura lieu. Mais ces efforts dépendent aussi des morphologies d'écoulement particulières qui se développent telles la présence de zones rigides induites par la transition solide-liquide, des effets de rhéofluidification et viscoélastiques.



**(a) Système de prévention
contre les avalanches**

**(b) Barrière de protection
contre les laves torrentielles**

(c) Mélange du béton

Figure 2 . Exemples de l'écoulement d'un fluide à seuil autour d'un obstacle

La thématique de recherche sur les fluides à contrainte seuil et les écoulements autour d'obstacle est en pleine croissance ces dernières années comme l'illustre la figure 3. En utilisant les mots clés : « Yield stress fluid » « fluide à seuil » (figure 3a) et « Yield stress fluid » et « obstacle » (figure 3b) sur le site « sciencedirect.com », nous distinguons la croissance significative du nombre de publications de ces domaines d'étude depuis 2009.

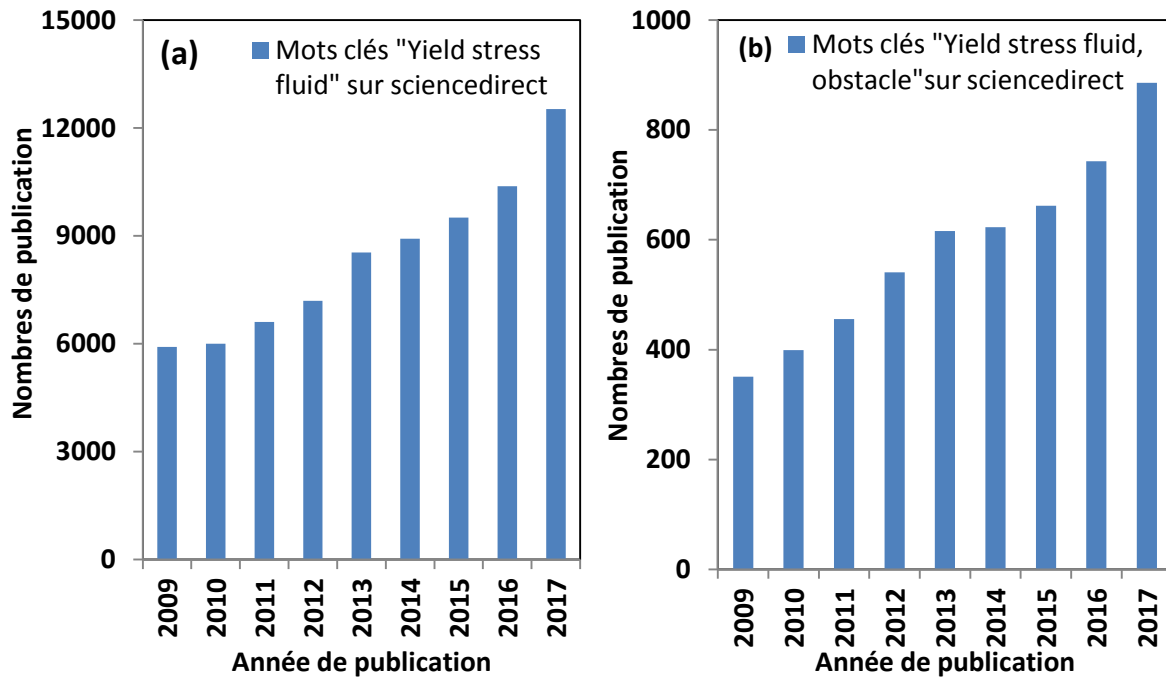


Figure 3 . Evolution du nombre de publications en fonction de l'année de publication en utilisant comme mots clés : (a) Yield stress fluid et (b) Yield stress fluid et obstacle

Depuis quelques années, les fluides à seuil sont l'objet d'intenses efforts autant sur la compréhension de la transition solide-liquide en relation avec la structure, la rhéométrie, les lois de comportement, la mécanique des fluides expérimentales et la modélisation numérique. Les publications de Balmforth et al.² ou de Coussot³ donnent un panorama global. Mitsoulis et Tsamopoulos⁴, Fraggadakis et al.⁵ et Saramito et Wachs⁶ ont fait le point sur l'analyse des modèles élasto-viscoplastiques (EVP) et sur des développements de la modélisation numérique. Cependant, l'analyse de la littérature relève que de nombreuses lacunes persistent encore. La description des phénomènes physiques de l'écoulement autour d'un obstacle et des efforts générés est encore totalement insuffisante, en particulier lorsqu'il s'agit de dimensionner de manière optimale. C'est dans cette optique que cette thèse propose de nouvelles connaissances dans les structures d'écoulement des fluides à seuil en présence d'obstacles ou de parois afin d'apporter des données quantitatives sur les efforts générés et cela de manière expérimentale et numérique. Nous allons définir maintenant le positionnement de la thèse qui sera commun à tous ses chapitres. Tout d'abord, nous avons placé notre étude dans le domaine de l'inertie négligeable. Cette étude s'est concentrée sur les effets de plasticité prépondérants devant les effets visqueux de sorte que l'importance des phénomènes près de la transition solide-liquide soit particulièrement mise en évidence.

L'importance des effets de seuil de contrainte est estimée par le nombre d'Oldroyd Od qui représente le rapport des effets de seuil aux effets visqueux. Dans la thèse, il sera élevé typiquement de 2.6 à l'infini.



Figure 4 . Aspect du gel de Carbopol après sa préparation

Nous avons choisi de travailler expérimentalement avec un gel de Carbopol qui est souvent considéré comme un fluide à seuil modèle (Piau⁷). La figure 4 illustre l'aspect des gels de Carbopol. Il est intéressant pour son absence de thixotropie significative et sa transparence. C'est un produit non toxique, stable dont le seuil peut être réglé selon la concentration en Carbopol avec des lois identifiées (voir Piau⁷). Ces gels sont des suspensions concentrées de microgels déformables gonflés d'eau (« éponges élastiques »).

Depuis quelques années, ce matériau fait l'objet d'une attention soutenue. Son comportement et sa structure commencent à être bien identifiés permettant de bien étayer les analyses. Ces matériaux sont caractérisés par une transition solide-fluide « simple » selon la classification de Møller et al.¹. En effet, cette transition solide-liquide n'est pas compliquée par des effets de thixotropie. Le comportement de ces gels est souvent décrit par le modèle viscoplastique anélastique d'Herschel-Bulkley utilisant une surface seuil définie par le critère de von Mises. Toutefois, ce comportement est réducteur. Différents auteurs, par exemple, Piau⁷, Dimitriou et al.⁸ et Coussot³ ont révélé le comportement élasto-viscoplastique de ces gels.

Nous avons choisi de travailler avec deux types d'obstacle. D'abord le cylindre qui est la configuration de base des écoulements bidimensionnels pour lequel on dispose d'un certain nombre de résultats théoriques et numériques pouvant encadrer nos résultats. L'influence de l'interaction avec une paroi ajoute à la nouveauté. Nous avons choisi d'autre part, les écoulements autour d'une plaque inclinée immergée.

À notre connaissance, aucune étude expérimentale ou numérique n'a été faite sur cette configuration. Ici aussi l'interaction de la plaque avec la proximité d'une paroi ajoute une nouveauté. L'inclinaison de la plaque va générer des forces de traînée et de portance qui ne sont jamais présentées ensemble dans les études sur les obstacles dans les fluides à seuil. Nous avons également placé cette thèse sur le contrôle du glissement aux parois solides. Nous nous sommes assurés de l'adhérence du fluide à seuil aux parois présentes dans l'écoulement. En effet, le glissement est un phénomène majeur à maîtriser dans les écoulements de fluides à seuil^{9,10}. Ce phénomène de glissement est particulièrement accentué pour les écoulements lents pour lesquels les contraintes sont proches du seuil d'écoulement, ce qui sera le cas dans cette étude. Une installation expérimentale spécifique a été développée. Celle-ci est constituée d'un canal rectangulaire horizontal transparent à surface libre dans lequel se déplace un obstacle. L'inclinaison de la plaque peut être variée. Les efforts de traînée et de portance sur l'obstacle peuvent être mesurés simultanément en régime transitoire et permanent. Les vitesses lentes peuvent être imposées à l'obstacle. Les obstacles étudiés peuvent être déplacés dans le plan vertical pour pouvoir régler le jeu H entre l'obstacle et la paroi solide constituée par le fond du canal. L'effet des interactions parois-obstacles pourra être étudié du domaine quasiment infini (sans effets de paroi) jusqu'à celui de la lubrification (forte interaction avec la paroi). Nous avons développé une simulation numérique avec le modèle viscoplastique anélastique d'Herschel-Bulkley régularisé avec la loi de Papanastasiou¹¹. Les paramètres numériques utilisés et l'indépendance du maillage sont étudiés d'une façon approfondie pour les géométries choisies. L'influence des conditions aux limites sera également étudiée. L'évolution des forces de traînée et de portance a été déterminée. Cette modélisation numérique a permis de démontrer les influences de la contrainte seuil, de la rhéofuidification et du jeu obstacle/paroi. Ces résultats ont été comparés aux résultats expérimentaux.

Nous avons cherché des solutions empiriques de la traînée et la portance en fonction du nombre d'Oldroyd et du jeu obstacle/paroi. Le coefficient de traînée pour Od très grand a permis de trouver le critère de stabilité de l'obstacle dans le fluide à seuil. Nous avons pris soin de comparer nos résultats aux résultats publiés. Notamment, nous avons confronté nos résultats aux travaux développés dans le domaine de la mécanique des sols qui se rapprochent de notre domaine d'étude aux effets de plasticité prépondérants. Enfin, nous avons cherché à établir des résultats théoriques dans les cas asymptotiques de la lubrification i.e. les très faibles jeux entre l'obstacle et la paroi. Dans chaque chapitre, nous avons proposé une discussion sur l'influence de l'élasticité et des phénomènes de la plasticité.

Ceci nous permettra de commenter les écarts aux solutions numériques de la modélisation viscoplastiques rigides que nous avons établies et d'orienter les études futures.

Ce manuscrit est organisé selon quatre chapitres décrits ci-après. Ces chapitres sont écrits comme des articles indépendants. Dans chaque chapitre, les approches numériques et expérimentales sont mises en œuvre pour un fluide newtonien et un fluide à seuil.

Chapitre 1: Ce chapitre s'intéressera à la détermination de la traînée sur un obstacle de forme cylindrique se déplaçant à une vitesse constante près d'une paroi.

Chapitre 2: Ce chapitre portera sur la détermination simultanée de la force de traînée et de portance et de la morphologie de l'écoulement s'exerçant sur une plaque inclinée à 45° placée près d'une paroi. Le jeu plaque-paroi sera varié.

Chapitre 3: L'influence de l'angle d'inclinaison (entre 0° et 90°) d'une plaque plate sur la force de traînée et de portance pour un jeu donné sera étudiée.

Chapitre 4: Ce chapitre sera dédié à l'étude de l'écoulement d'un fluide à seuil entre une plaque faiblement inclinée et un plan en condition de lubrification. Un code de calcul utilisant le logiciel Matlab a été créé en utilisant le formalisme des équations d'Hewitt et Balmforth¹². Les champs de pression et de contraintes, le débit, les zones rigides, la traînée et la portance seront déterminés. L'influence de la rhéofluidification et du jeu sera montrée. Une étude portant sur la traînée et la portance en régime de relaxation sera effectuée en fonction du jeu pour des effets plastiques importants.

Suite à ces 4 chapitres, une conclusion et des perspectives sont proposées.

Références

1. Møller PCF, Mewis J, Bonn D. Yield stress and thixotropy: on the difficulty of measuring yield stresses in practice. *Soft Matter*. 2006;2(4):274.
2. Balmforth NJ, Frigaard IA, Ovarlez G. Yielding to Stress: Recent Developments in Viscoplastic Fluid Mechanics. *Annu Rev Fluid Mech*. 2014;46(1):121-146.
3. Coussot P. Yield stress fluid flows: A review of experimental data. *J Non-Newton Fluid Mech*. 2014;211:31-49.
4. Mitsoulis E, Tsamopoulos J. Numerical simulations of complex yield-stress fluid flows. *Rheol Acta*. 2017;56(3):231-258.
5. Fragedakis D, Dimakopoulos Y, Tsamopoulos J. Yielding the yield stress analysis: A thorough comparison of recently proposed elasto-visco-plastic (EVP) fluid models. *J Non-Newton Fluid Mech*. 2016;238:170-188.
6. Saramito P, Wachs A. Progress in numerical simulation of yield stress fluid flows. *Rheol Acta*. 2017;56(3):211-230.
7. Piau JM. Carbopol gels: Elastoviscoplastic and slippery glasses made of individual swollen sponges. *J Non-Newton Fluid Mech*. 2007;144(1):1-29.
8. Dimitriou CJ, Ewoldt RH, McKinley GH. Describing and prescribing the constitutive response of yield stress fluids using large amplitude oscillatory shear stress (LAOStress). *J Rheol*. 2013;57(1):27-70.
9. Magnin A, Piau JM. Cone-and-plate rheometry of yield stress fluids. Study of an aqueous gel. *J Non-Newton Fluid Mech*. 1990;36:85–108.
10. Cloitre M, Bonnecaze RT. A review on wall slip in high solid dispersions. *Rheol Acta*. 2017;56(3):283-305.
11. Papanastasiou TC. Flows of Materials with Yield. *J Rheol*. 1987;31(5):385-404.
12. Hewitt IJ, Balmforth NJ. Viscoplastic lubrication theory with application to bearings and the washboard instability of a planing plate. *J Non-Newton Fluid Mech*. 2012;169-170:74-90.

**Chapitre 1: Drag of a cylinder moving near a wall in a
yield stress fluid**

Résumé

La traînée d'un obstacle cylindrique se déplaçant à une vitesse constante dans un fluide à seuil près d'une paroi est étudiée expérimentalement et numériquement. L'influence de la paroi a été explorée pour des valeurs de jeux entre le cylindre de diamètre D et la paroi allant de $0.01D$ à $100D$, correspondant respectivement aux domaines d'un milieu infini et de la lubrification hydrodynamique. Un fluide à seuil modèle (gel de Carbopol) est utilisé dans les expériences. Les coefficients de traînée visqueuse et plastique ont été calculés et mesurés en fonction du nombre d'Oldroyd, dans des conditions où les effets de la contrainte seuil sont plus importants par rapport à ceux de la viscosité. De plus, l'inertie est négligeable. Nous avons effectué des validations dans le cas newtonien et fourni des comparaisons avec des résultats obtenus numériquement et expérimentalement avec les fluides à seuil.

Mots clés: Fluide à seuil, Fluide newtonien, Effet de paroi, Force de traînée, Viscoplasticité
Ce chapitre de thèse a été accepté pour une publication comme un article dans l'AIChE Journal.

Abstract

The drag of a cylindrical obstacle moving at a constant velocity in a yield stress fluid close to a wall is studied experimentally and numerically. The wall influence has been explored for gap values between the cylinder of diameter D and the wall ranging from $0.01D$ to $100D$, which corresponds respectively to hydrodynamic lubrication and to unconfined domain conditions. A model yield stress fluid (Carbopol gel) is used in the experiments. The viscous and plastic drag coefficients have been calculated and measured as depending on the Oldroyd number, in conditions where the yield stress effects are more important than those of viscosity and the inertia negligible. We have performed experimental and numerical validations in the Newtonian case and provided more specifically comparisons of our measured data on yield stress materials with those resulting from viscoplastic flow simulations.

Key words: Yield stress fluid, Newtonian fluid, Wall effect, Drag force, Viscoplasticity

1. Introduction

Flows around obstacles, encountered in many industrial applications, are widely studied in the literature. Such situations are concerned both in flows of industrial systems (heat exchanger, mixer, filtration devices, and concrete reinforcement) and those in natural conditions (structure devices to limit risks against mud flow or snow avalanche...). In addition to the presence of an obstacle, the existence of a wall may significantly change the forces involved. In these practical situations, many fluids present yield stress properties and thus flow only when the stress level of the applied stresses is sufficiently important.

The main purpose of this paper is to determine how the presence of a wall modifies the structure of the flow around a cylinder and the resulting drag involved. Experimental and numerical approaches concern Newtonian and yield stress fluids, more widely. Study of viscoplastic or yield stress fluids in such conditions is particularly dynamic at the present time and has led to many recently published papers. An overview on such studies has led to important reviews provided in 2013 and 2014 by Balmforth et al.¹ and Coussot², respectively. When considering flows around obstacles of another shapes than a cylinder, it is important to point out the recent works by Chaparian and Frigaard^{3,4}, Nirmalkar et al.⁵, Putz and Frigaard⁶, Tabuteau et al.⁷ and Ovarlez et al.⁸. In this paper, we will refer to flows past a cylinder. For flow of Newtonian fluid in an unbounded domain, Faxén⁹ and Lamb¹⁰ have provided an analytical expression of the drag force around a cylinder, at low Reynolds numbers. Tomotika and Aoi¹¹, by studying the exact solution of Oseen's equation for the steady flow of an incompressible viscous fluid past a cylinder, have provided the solution of the drag coefficient evolution for low Reynolds numbers smaller than 4.

For a power law fluid, Tanner¹² studied analytically and numerically the Stokes paradox for creeping flow with a shear thinning index $n \leq 1$. This author has depicted the evolution of the drag coefficient for different values of n and presented comparisons between analytical and numerical results. For viscoplastic fluids, numerical studies were also performed. Tokpavi et al.¹³ have studied numerically the flow of a Bingham viscoplastic fluid, neglecting inertia and considering predominant yield stress effects. In their study, the flow kinematics, stresses and the rigid zones have been determined and the viscoplastic boundary layer was characterized. Deglo de Besses et al.¹⁴ have considered a Herschel-Bulkley viscoplastic fluid flow without inertia. Using the Papanastasiou approach¹⁵, the effects of the yield stress and the shear thinning index on the kinematic field and the drag coefficient have been computed.

Jossic and Magnin¹⁶ have studied experimentally the drag force by considering an isolated cylinder and two cylinders in interaction, with yield stress fluids. These authors also measured the drag coefficient and have studied the influence of roughness of the cylinder which determines the presence or absence of slippage along the wall. Adachi and Yoshioka¹⁷ have considered the creeping flow of a Bingham fluid by using a variational principle method. They gave the approximate solution of the drag force related to the maximum and minimum principle. Results of flow characteristics are shown as also localization of moving and rigid zones. Expressions of stress and velocity fields are provided. General confined domains involving particular axisymmetric cases have been considered in different studies. For a Newtonian fluid, Chakraborty and Verma¹⁸ have reported a numerical study on the steady flow in a plane channel. Flow parameters have been determined, notably the length of the recirculation zone, the separation angle and the drag coefficient as functions of the Reynolds number and blockage ratio, defined as the ratio of the channel width to the cylinder diameter. For an asymmetric configuration, Mettu et al.¹⁹ have shown the influence of the blockage ratio on the transition of the steady flow to unsteady conditions and also on the mean drag and lift coefficient. For viscoplastic fluids, Zisis and Mitsoulis²⁰ have studied the creeping pressure-driven flow between parallel walls of a Bingham plastic fluid without studying the wall effects. They analyzed the extent and shape of yielded/unyielded regions. Mitsoulis²¹ has also studied numerically, for the same configuration, the influence of gap/cylinder diameter ratios ranging from 2:1 to 50:1. Results on the extent and shape of yielded/unyielded regions, and also the drag coefficient have been presented for a wide range of Bingham numbers. A numerical study by Roquet and Saramito²², has led to identify the different yielded regions and their localization. These authors also investigated the asymptotic behavior when the cylinder is close to the wall. Stresses, velocities and drag coefficient have been determined as function of dimensionless numbers thus concerning the Bingham number and the gap ratio. When the obstacle is very close to the wall, results obtained from the lubrication theory can be considered. For a Newtonian fluid, Cameron²³ has established the basic lubrication theory for cylinders. He specifies the pressure between the cylinder and the plane as the drag on the cylinder for the Sommerfeld condition (contact fully flooded). More recently, for the same condition, Merlen and Frankiewicz²⁴, have studied analytically and numerically the flow in the gap and drag on the cylinder, for small Reynolds numbers. They determined the interstitial flow, the pressure distribution and the stagnation point between the wall and the cylinder. For viscoplastic fluid, a review of the available literature in the lubrication domain has been proposed in a paper by Sofou and Mitsoulis²⁵ who studied numerically the lubrication

approximation theory in the case of roll coating over a moving flat web. They determined the quantities as coating thickness, separation point and the yielded/unyielded areas. Tichy²⁶ has studied analytically a hydrodynamic lubrication theory for the Bingham plastic flow model. In his paper, the formation of the rigid core and their localization has been determined. The case where a cylindrical obstacle moves at a constant velocity and a uniform distance from a wall in a yield stress fluid is very often encountered in industry.

However, to our knowledge, no study on this problem is reported in the literature. In our study, both experimental and numerical, concerns this configuration. It should be pointed out that, in this case, the cylinder is not in a symmetrical configuration as that reported in the studies by Chakraborty and Verma¹⁸ or Mitsoulis²¹. In our experimental approach, a dedicated set-up, described in the first part of this paper, has been realized. The experiments will be carried out with a Newtonian and a model yield stress fluid (Carbopol gel) described in the same part. In The second part of the paper reports the numerical approach for viscoplastic fluid (Bingham and Herschel-Bulkley fluid). The influence of the numerical parameters will be investigated. Then, we present the evolution of the viscous drag coefficient and plastic drag coefficient as functions of the gap and variations of the ratio of yield stress to viscous stress. Empirical correlations will be proposed. In the last part of the paper, the comparisons between the numerical and experimental results will be discussed.

2. Material and Rheometry

2.1. Material

We adopt as Newtonian fluid, a glucose syrup (100% wt) produced by Nigay S.A, of density 1500 kg/m^3 . An aqueous polymer gel made from the Carbopol 940 powder manufactured by Goodrich²⁷ has been retained to model the yield stress fluid in our experiments. This aqueous gel has been obtained by dispersing the Carbopol powder at 0.85wt% in distilled water. It becomes transparent when it is neutralized with a NaOH solution and has been found to be stable versus time. Such material has been widely used by experimenters in yield stress fluid mechanics. Particularly, Piau²⁸ has achieved a thorough study on the structural and mechanical properties of Carbopol gel. He has shown that this gel is a concentrated suspension of micro gels of size in the range 2-20 μm . Yield stress properties come from jamming of the micro gels. This author has also shown that such materials do not exhibit a thixotropic behavior. This was also shown by Magnin and Piau²⁹, and Dimitriou et al.³⁰. The density of the fluid is close to 1000 kg/m^3 .

2.2. Shear rheometry

The rheological properties were established by using a rheometer ARG2 (TA Instruments). A cone and plate geometry with rough surfaces to avoid slippage at the wall of the yield stress fluid was implemented as recommended by Magnin and Piau²⁹. The diameter of the cone and plate cell is 50 mm with an angle of 0.035 rad. Measurements were performed under controlled conditions of temperature, velocity and evaporation rate. To avoid gel evaporation during the experiments, a protection cell around the free surface of the sample was adopted, following Magnin and Piau²⁹. Since the glucose viscosity is strongly dependent on the temperature, rheometrical properties have been obtained at different temperatures between 15 to 25°C. The viscosity of glucose is order to 2186 Pa.s at 20.7°C. For the Carbopol gels, the temperature is maintained at 22°C during the experiments. Rheometrical properties of Carbopol gels may be considered as insensitive to temperature changes in the range 10°C-35°C. Uncertainties on the rheological parameters can be estimated at 7% for the yield stress fluid and at 15% for the glucose material.

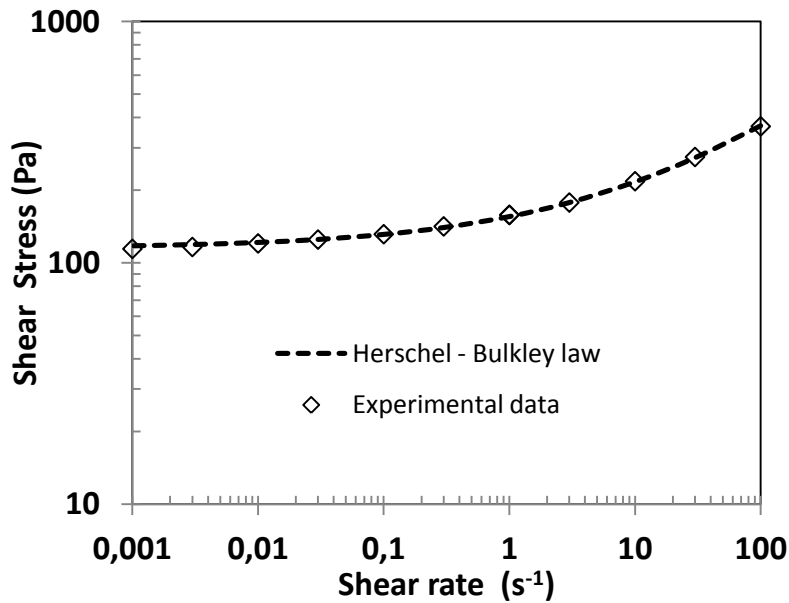


Figure 1.1. Flow curve for a Carbopol gel at $T^\circ = 22^\circ\text{C}$

Figure 1.1 shows the evolution of the shear rate versus the shear stress for the Carbopol gel, in steady state conditions. Experimental values have been fitted by using the Herschel-Bulkley law given by eq. (1.5). The parameters obtained are the followings:

$$\tau_0 = 115 \text{ Pa}, n = 0.4 \text{ and } K = 40.4 \text{ Pa}\cdot\text{s}^n \quad (1.1)$$

The viscoelastic properties below the yield stress were also investigated. Figure 1.2a presents the elastic modulus G' and viscous modulus G'' versus the strain at a frequency of 1 rad/s. It may be observed that the linear domain is obtained up to a value of about 0.3% of the deformation. In this domain, the values of G' and G'' are found to be 559 Pa and 30 Pa, respectively. The elastic modulus G' greater than the viscous modulus G'' indicates that the fluid is a predominantly elastic gel. When increasing the deformation, the gel reaches the flow phase. The cross-over point between G' and G'' is obtained at a critical strain γ_c of roughly 89% and thus for $G' = G'' = 120$ Pa corresponding to a shear stress $G' \cdot \gamma_c = 107$ Pa. This results is consistent with the value of the yield stress measured in steady state $\tau_0 = 115$ Pa. Figure 1.2b depicts the evolution of G' and G'' as a function of angular frequency for strain rate fixed at 0.3%. For a small angular frequency, we may observe that the elastic modulus G' and viscous modulus G'' tend to a plateau. From 0.1 rad/s, the moduli G' and G'' increase when the angular frequency grows. The intensity of the elastic modulus G' is found to be larger than the viscous modulus G'' . In fact, this gel behaves like an elasto-viscoplastic material. Ahonguio et al.³¹ have shown that Carbopol gels exhibit normal stresses. The solid-liquid transition of these gels was studied by Dimitriou et al.³⁰ and Lidon et al.³². It should be noted, Carbopol gels did not exhibit any particular elongational effect as it has been shown in the studies of Yarin et al.³³ and Balmforth et al.^{34,35}.

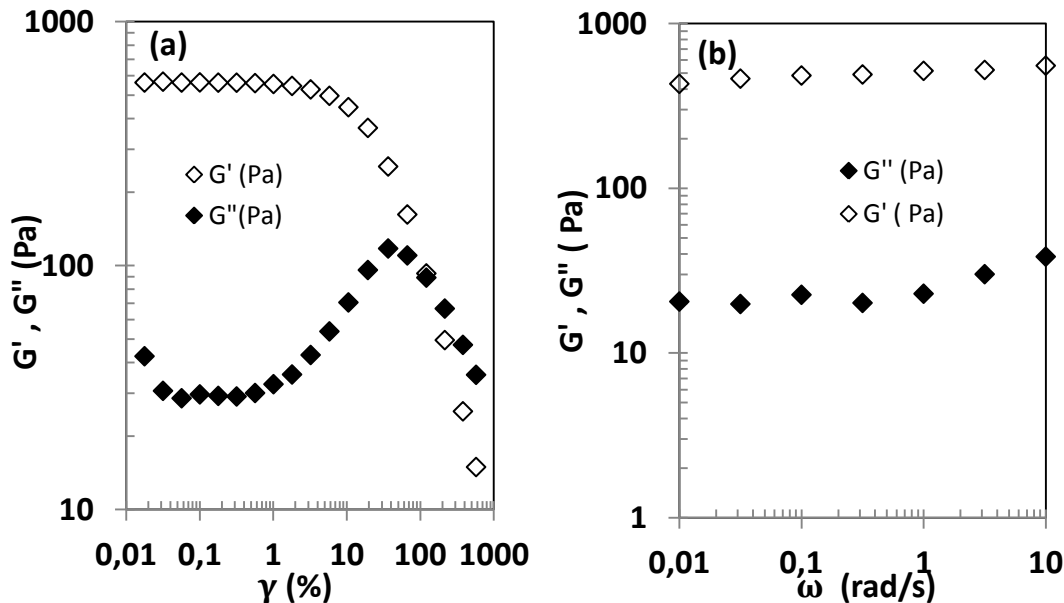


Figure 1.2. Elastic and viscous moduli for a Carbopol gel as a function of the strain (a) and the angular frequency (b)

3. Experimental

3.1. Experimental set up

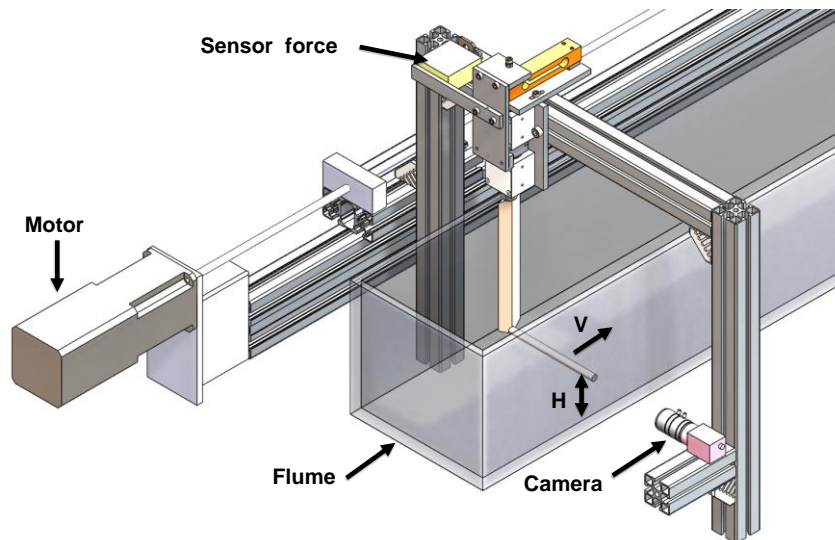


Figure 1.3. Experimental set-up

Figure 1.3 presents a schematic representation of the set-up developed for this study. The flume containing the fluid is a rectangular parallelepiped characterized by a length of 3 m, a width of 22 cm and a height of 21 cm. The cylinder of length l embedded in the fluid is held by an arm mounted on a force sensor. This sensor is attached to a carriage moved by the means of a brushless motor and a screw nut type device. The wall surface of the flume and the cylinder are coated with a sand paper of average roughness $R_a = 120 \mu\text{m}$ manufactured by Norton company. Such system avoids sliding of the Carbopol gels. The driving and acquisition chain have been realized with the LabVIEW software (National Instruments). The data acquisition frequency has varied between 0.1 until 1 KHz. The applied velocity is changed in the range 0.001-12 mm/s with a precision of 4%. A force sensor (TE Connectivity Company) provides the drag force in the range of 0-50 N with an accuracy of 0.05% of the full scale. The distance between the cylinder and the wall is defined by the length H (Figure 1.3) with a precision of 2%. The diameter of the cylinder is $D = 10 \text{ mm} \pm 0.02 \text{ mm}$, its length $l = 155 \text{ mm} \pm 0.03 \text{ mm}$. For the gap G defined by $G = H/D$, the uncertainty is close to 2%. The experimental uncertainty obtained on the plastic drag coefficient C_d^* is found to be of the order of 14%, and of 16.4% on the Oldroyd number. The fluid temperature has been controlled with a precision of $\pm 0.1^\circ\text{C}$. The parasitic drag of the arm holding the cylinder was measured without the cylinder at each velocity and height H .

The drag interaction between the end of the cylinder and the vertical wall of the flume has been estimated at each velocity. These two parasitic drag forces have been subtracted from the measured force with related to the cylinder, in order to obtain the drag force on the cylinder alone.

3.2. Transient and steady state

The figure 1.4 shows some examples of evolution of the drag force in function of the time for Newtonian fluid and yield stress fluid for $G = 9$ and $V = 0.1$ mm/s.

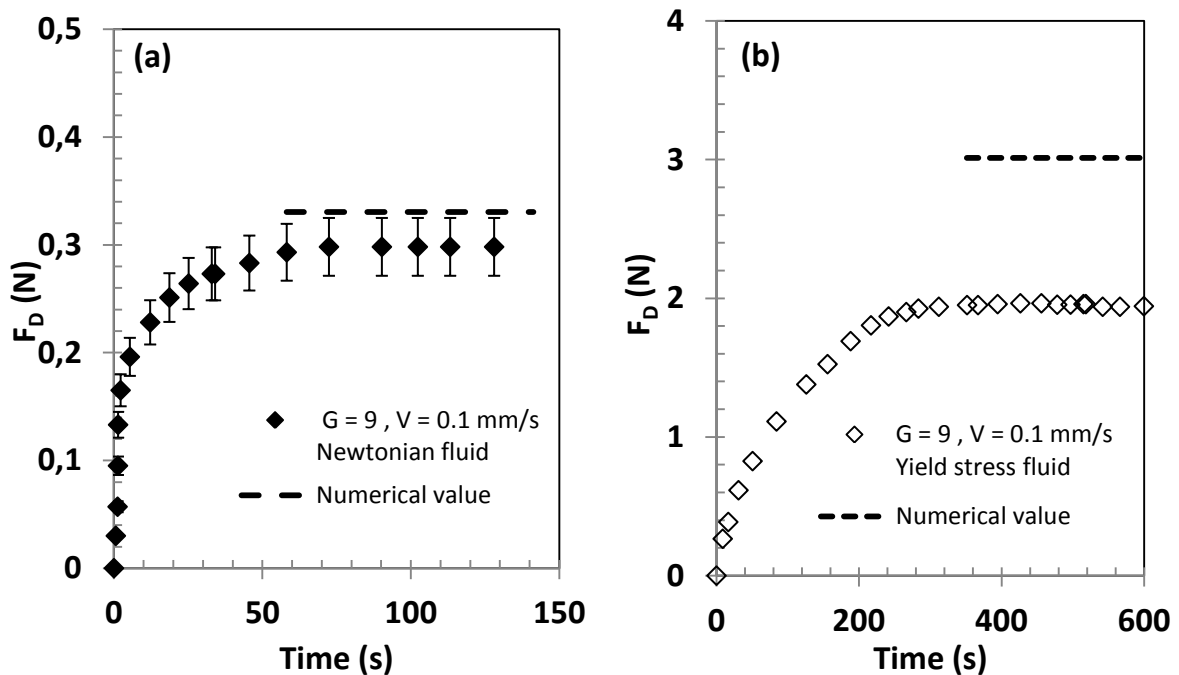


Figure 1.4. Evolution of the drag force in function of the time for transient and steady state at $G = 9$ and $V = 0.1$ mm/s for (a) the Newtonian fluid, and (b) the yield stress fluid

For Newtonian fluid, in the transient state, when the velocity increases the drag force increases. The steady state is obtained after roughly 50-60s. For the viscoplastic fluid at the same gap and velocity, the steady state is obtained after a more long time of 240-300s. This difference will be discussed later.

For Newtonian fluid, the viscous diffusion time scale is very short less than one second. The transient for the measured force to respond is due to the dynamic of the mechanical system and of the transducer. For information, we have added on these curves numerical results obtained for the newtonian and viscoplastic cases.

For the Newtonian case, the numerical results are close to the experimental results with a difference between these results are about of 11% without taking into account the experimental uncertainties estimated at 9%. For the yield stress fluid results will be discussed later.

From now, the results presented are obtained in the steady state. The figure 1.5a presents the evolution of the drag force in function of the velocity for the Newtonian fluid for different gaps. The range of Reynolds numbers used is between $5 \cdot 10^{-9}$ and $5 \cdot 10^{-5}$. We observe that the drag force increases proportionally to the velocity for each gap. When the gap decreases, the drag force increases due to the more intense shear between the cylinder and the wall. During the experiments, a local perturbation of the free surface just above the cylinder was observed for G above 9 and for large velocities (above 4 mm/s). In the figure 1.5a, a very slight break of slope on the curve for $G = 9$ from $V = 4$ mm/s can be observed. This is certainly due to this perturbation of the free surface. So, to avoid this problem, the measurements of the drag force will be realized only for velocities smaller than 4mm/s.

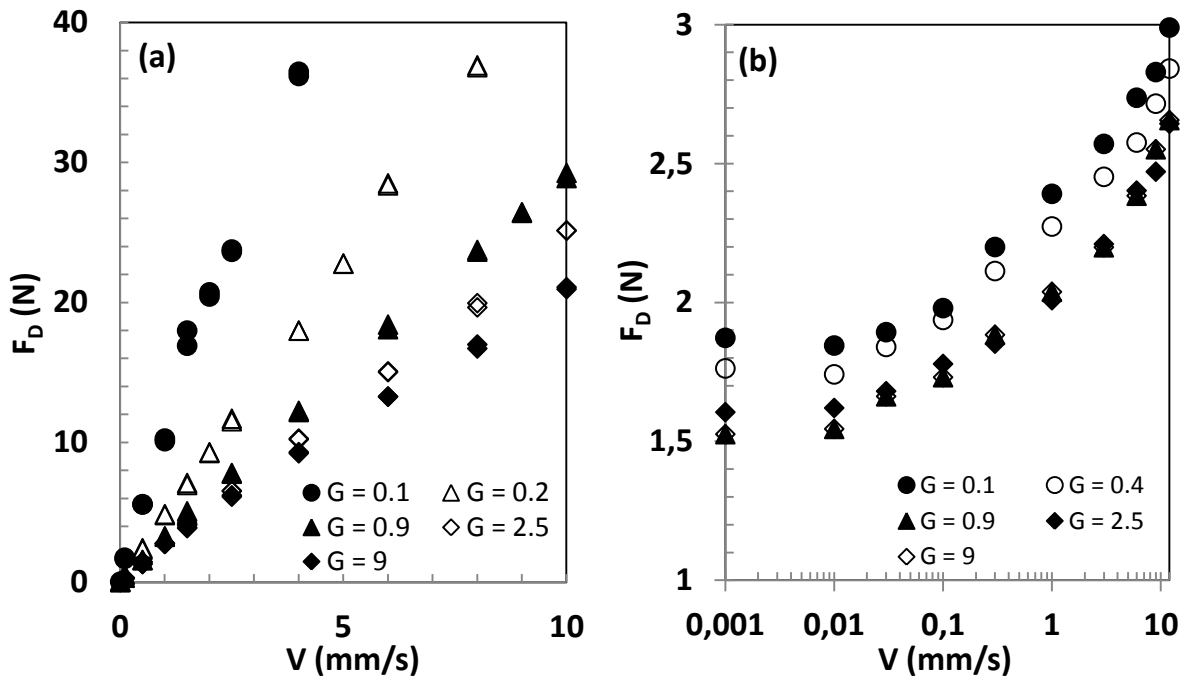


Figure 1.5. Evolutions of the drag force in function of the velocity for different gap for (a) Newtonian fluid, (b) yield stress fluid

Figure 1.5b shows the evolution of the drag force in function of the velocity for the yield stress fluid for different gaps. For all this study, the Reynolds number varies between 10^{-9} and $3 \cdot 10^{-3}$ and the Oldroyd numbers between 2.6 and 113.

For the velocities explored, no perturbation of the free surface was observed. For low velocities between 0.001 mm/s and 0.03 mm/s, the drag force remains more or less constant and governed only by the yield stress effects. Beyond this plateau and from $V = 0.03$ mm/s, when the velocity increases, the drag force increases too. As for the Newtonian case, the drag force increases when the gap decreases. However, the influence of G seems less important for the viscoplastic fluid.

3.3. Numerical simulations

3.3.1. Governing equations and boundary conditions

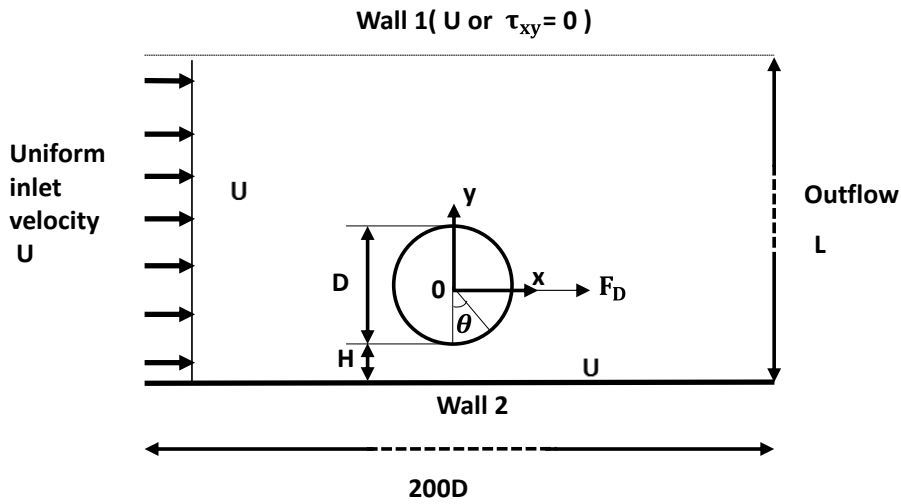


Figure 1.6 . Schematic representation of the problem

The two-dimensional steady flow of a viscoplastic fluid past a circular cylinder of diameter D placed at a distance H of a flat wall (Figure 1.6) is considered. At the entrance, the velocity U of the fluid is uniform. The flow is assumed to be isothermal and isochoric. Dimensions of the domain are also provided in Figure 1.6.

The flow is governed by the continuity and momentum equations which are written as:

$$\nabla \cdot \underline{u} = 0 \quad (1.2)$$

$$\rho \left(\frac{\partial \underline{u}}{\partial t} + \underline{u} \cdot \nabla \underline{u} - \underline{g} \right) - \nabla \cdot \underline{\underline{\sigma}} = 0 \quad (1.3)$$

with $\underline{\underline{\sigma}} = -p\underline{\underline{I}} + \underline{\underline{\tau}}$ (1.4)

Where ρ is the density of the fluid, u the velocity, $\underline{\underline{\sigma}}$ the stress tensor and $\underline{\underline{\tau}}$ the deviatoric part of the stress tensor, p the pressure.

The Herschel-Bulkley model used for the viscoplastic fluid behavior is expressed by:

$$\begin{cases} \underline{\underline{\tau}} = \left(K\dot{\underline{\underline{\gamma}}}^{(n-1)} + \frac{\tau_0}{\dot{\underline{\underline{\gamma}}}} \right) \dot{\underline{\underline{\gamma}}} & \text{if } \tau > \tau_0 \\ \dot{\underline{\underline{\gamma}}} = 0 & \text{if } \tau \leq \tau_0 \end{cases} \quad (1.5)$$

Where K is the consistency coefficient, τ_0 the yields stress, n the shear thinning index, $\dot{\underline{\underline{\gamma}}}$ the strain rate tensor. $\dot{\underline{\underline{\gamma}}}$ and τ second invariants of $\dot{\underline{\underline{\gamma}}}$ and $\underline{\underline{\tau}}$ respectively are expressed by:

$$|\dot{\underline{\underline{\gamma}}}| = \sqrt{\frac{1}{2} \text{tr}(\underline{\underline{\dot{\gamma}}})^2} \quad \text{and} \quad |\tau| = \sqrt{\frac{1}{2} \text{tr}(\underline{\underline{\tau}})^2} \quad (1.6)$$

According to a singularity problem close to zero for the shear rate, the Herschel-Bulkley model have been regularized. Following Papanastasiou¹⁵, a stress-growth (regularization) parameter m is introduced, allowing transformation of the ‘‘solid’’ regions of the model into a viscous one of high viscosity. Thus, Equation (1.5) is replaced by the following equation:

$$\underline{\underline{\tau}} = \left[K\dot{\underline{\underline{\gamma}}}^{(n-1)} + \frac{\tau_0(1-\exp^{-m|\dot{\underline{\underline{\gamma}}}|})}{|\dot{\underline{\underline{\gamma}}}|} \right] \dot{\underline{\underline{\gamma}}} \quad (1.7)$$

The Papanastasiou’s model practically coincides with the Herschel-Bulkley equation when the growth parameter m is large enough.

The boundary conditions of this problem may be written as follows:

- On the wall 2 : $U_x = U$ and $U_y = 0$
- On the cylinder : $U_x = 0$ and $U_y = 0$ (adhesion)
- At the outlet, an outflow condition is defined as $\forall (i, j) \frac{\partial U_i}{\partial x_j} = 0$
- Two channel heights ‘‘L’’ will be studied:
 - Large height (named Infinite domain or ID). This condition will allow comparisons with numerical results of the literature. In fact, we will use $L=200D$. Beyond this value, there is no influence of L .

- The height used experimentally (defined as “Non Infinite Domain” or NID). In this study $L = 19D$.
- For wall 1 , two boundary conditions will be considered:
 - Velocity condition (named VC) with $U_x = U$ and $U_y = 0$
 - No shear condition (named NSC) with $\tau_{xy} = 0$, These two alternative conditions were introduced to approximate the experimental conditions. We will consider their relevance later on.

Equations (1.2) to (1.7) are written on dimensionless forms by using the diameter D , the velocity U and the viscous stress $K(U/D)^n$ as scales of length, velocity and stress respectively.

Thus, we may use the following dimensionless parameters:

The shear thinning index: n (1.8)

The Oldroyd number (yield stress effect/viscous effect)^{36,37}: $Od = \frac{\tau_0}{K(U/D)^n}$ (1.9)

The Reynolds number (inertia effect/viscous effect): $Re = \frac{\rho D^n U^{2-n}}{K}$ (1.10)

Other dimensionless useful parameters can be defined as:

The dimensionless minimum gap: $G = \frac{H}{D}$ (1.11)

The inertial drag coefficient: $Cd = \frac{2F_D}{\rho U^2 D.l}$ (1.12)

The viscous Cd_{vis} and plastic Cd^* drag coefficients can be expressed as follows:

$$Cd_{vis} = Cd \cdot Re \quad , \quad Cd^* = \frac{2F_D}{\tau_0 \cdot D.l} = \frac{Cd \cdot Re}{Od} \quad (1.13)$$

where F_D denotes the drag force on the cylinder in N.

3.3.2. Influence of the numerical parameters

The governing equations are solved numerically by using the ANSYS-Fluent software version 14.5, based on a finite volume approach. A second-order upwind scheme for spatial discretization was adopted. The calculations were carried out by using a double precision solver. The governing equations are approximated using a collocated scheme: the pressure and velocity are both evaluated at cell centers. For each iteration, the velocity field is obtained

from the momentum equations. The pressure field is then computed by solving a pressure correction equation, in order to satisfy the continuity equation.

To insure the velocity pressure coupling, we have retained the SIMPLEC (Semi Implicit Consistent for Pressure Linked Equation) algorithm, based on a predictor corrector approach. An absolute convergence criterion of 10^{-10} has been required for the velocity, the continuity and momentum equations. For all the numerical simulations, the Reynolds number is kept very low at 0.001. Refined meshes around the cylinder have been carried out using quadrilateral elements. The number of nodes adopted is found to be of the order of 60.000 and 95.000, depending on the gap value. Concerning the results, a study towards mesh independence has been made, for different dimensionless gap values G in the range 0.01-100.

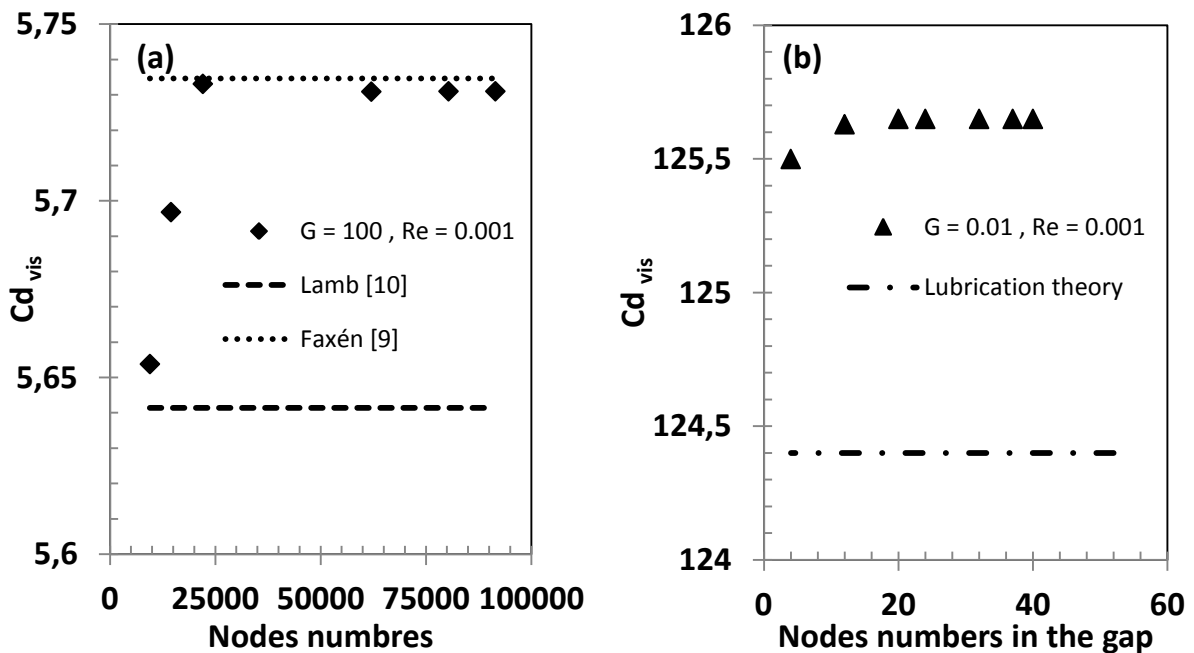


Figure 1.7 . Evolution of the drag coefficient in function of the nodes number, a) $G = 0.01$,
b) $G = 100$

The figure 1.7a presents the evolution of the viscous drag coefficient versus the number of nodes for an unbounded domain (ID + VC conditions). When the number of nodes is greater than $50 \cdot 10^3$, the viscous drag coefficient tends towards a plateau which it is found to be independent of these node numbers with a constant value of Cd_{vis} . Figure 1.7b shows the evolution of viscous drag coefficient in function of nodes numbers between the cylinder and a wall when $G = 0.01$.

From 20 nodes numbers, the viscous drag coefficient value is stable and not depending of nodes numbers. Finally in our numerical calculation, 32 nodes under the cylinder are chosen for the small gap $G = 0.01$ which gives a total of 69.10^3 nodes.

For $G = 100$, 62.10^3 nodes are used. In addition, the values of the theory in an unbounded domain and in a small gap are represented in Figures 1.7a and 1.7b. When the drag coefficients are independent of the nodes numbers, we find a good approximation between our numerical results and those of Lamb¹⁰ and of Faxén⁹. The differences obtained are the order of 1.6% between our results and Lamb¹⁰ equation and is 0.08% between our results and Faxén⁹ formula. At the small gap, we find 1% difference between our results and the lubrication theory.

The mesh used in our numerical calculation is represented in the figure 1.8 for $G = 100$.

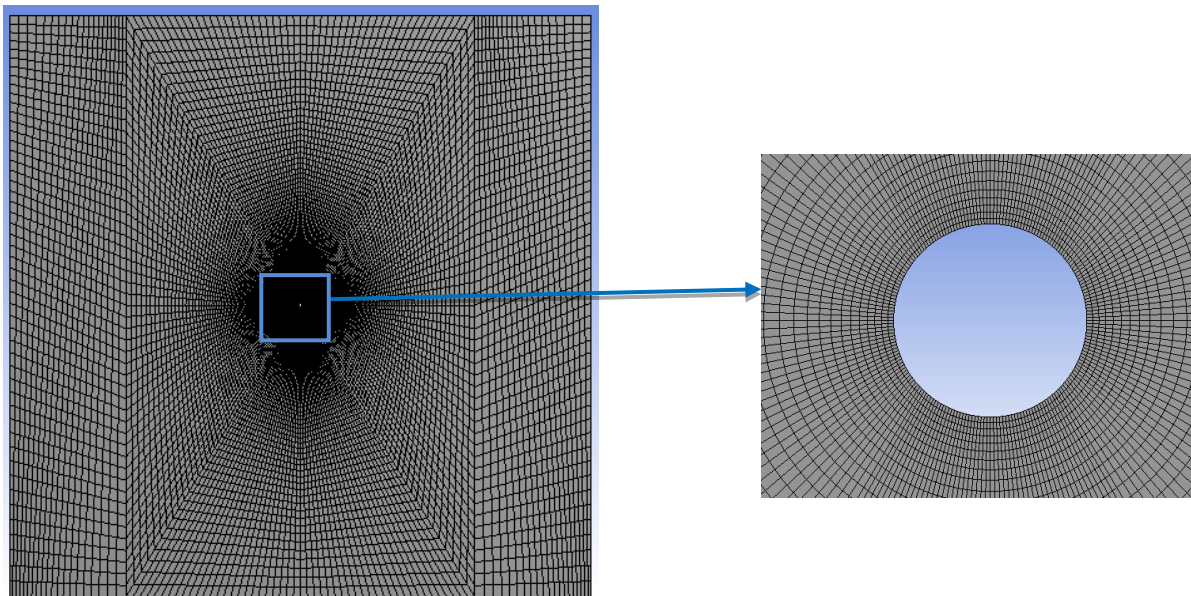


Figure 1.8 . Full grid used for the numerical calculation at large gap ($G = 100$) and zoom around the cylinder

Figure 1.9 presents the evolution of viscous drag coefficient in function of the “regularization” parameter m for a large gap ($G = 100$) and a small gap ($G = 0.01$) for a Bingham fluid ($n = 1$) with a small Oldroyd number $Od = 0.1$ and a large $Od = 10$ and always for an ID+VC condition for the wall 1. For large gaps, in the figure 1.9a and 1.9b, the evolution of viscous drag coefficient tends towards a plateau when m increases and becomes greater than 10^4 . This observation is the same when the gap G is small ($G = 0.01$) as shown in the figure 1.9c and 1.9d regardless Od values. This regularization parameter $m = 10^4$ was then

chosen for all calculations. It can be noticed that Mossaz et al.³⁸ have obtained the same conclusion.

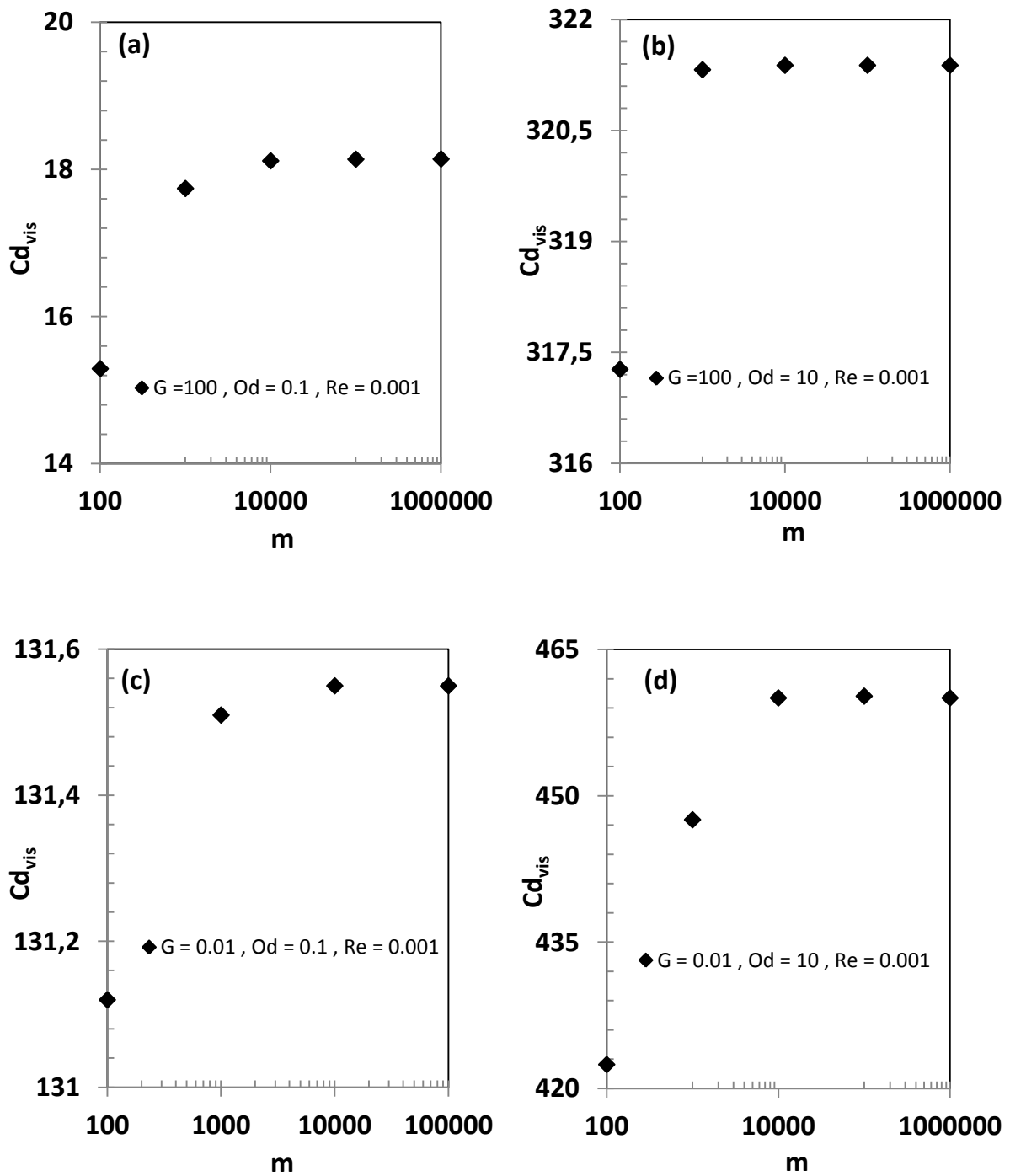


Figure 1.9 . Evolution of the viscous drag coefficient in function of the regularization parameter m for a Bingham fluid with a) $G = 100, Od = 0.1, Re = 0.001$, b) $G = 100, Od = 10, Re = 0.001$ c) $G = 0.01, Od = 0.1, Re = 0.001$, d) $G = 0.01, Od = 10, Re = 0.001$

3.3.3. Drag coefficient

In this section, the results have been obtained under the ID+VC conditions. Figure 1.10a presents the evolution of the viscous drag coefficient for several gap values, at different Oldroyd numbers for the Bingham fluid, with $n = 1$.

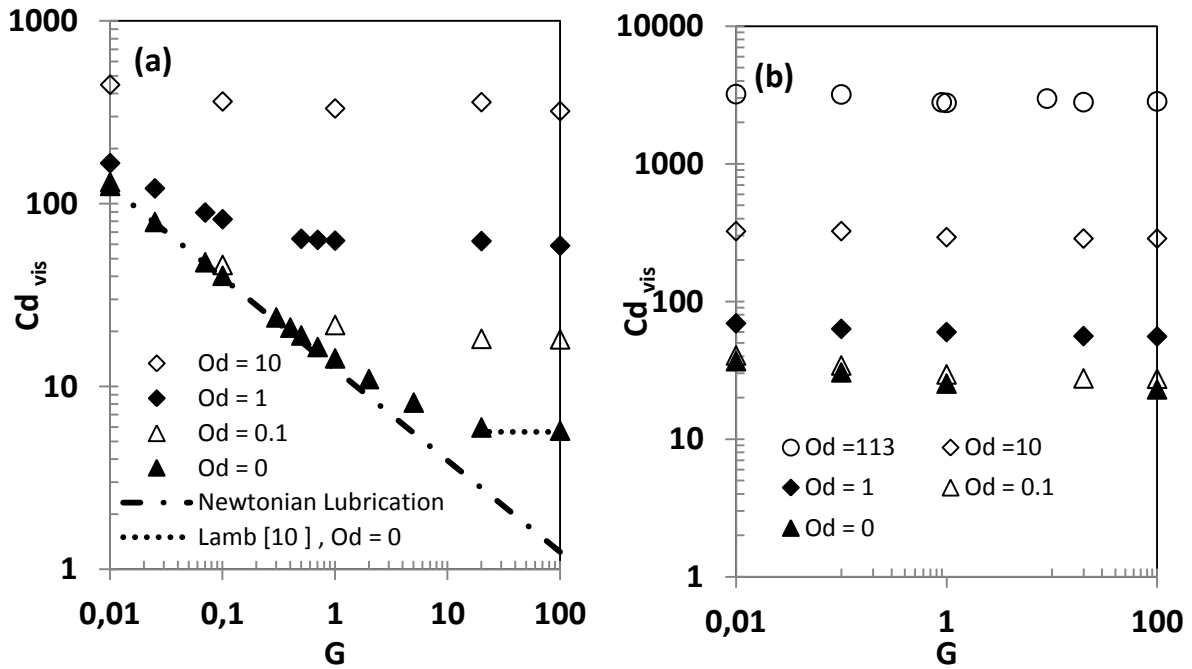


Figure 1.10. Evolutions of the viscous drag coefficient in function of the gap G for different Od at small Re ($Re = 0.001$), a) $n = 1$, b) $n = 0.4$

For large gaps, the drag coefficient is found to be independent of the gap. The domain tends to be unbounded. When the gap decreases from a gap approximately of one diameter, the drag coefficient increases strongly because the shear becomes intense in the zone between the cylinder and the wall. For a Newtonian fluid ($Od = 0$) and in large gap conditions, the viscous drag coefficient may be obtained by using the Faxén⁹ and Lamb¹⁰ formulae valid for an unbounded domain and for $Re \ll 1$. Lamb¹⁰ has provided the following form:

$$Cd_{vis} = 2. Re. \left(\frac{8\pi}{-0.07721 - \ln\left(\frac{Re}{8}\right)} \right) \quad (1.14)$$

This value, considered in Figure 1.10a, is very close to our numerical results as previously shown. In small gap conditions, the drag is mainly governed by the hydrodynamic friction in the gap zone between the cylinder and the wall. The Newtonian lubrication theory thus allows evaluation of the theoretical drag coefficient.

For the Sommerfeld condition (contact flooded), Cameron²³ has established the following analytical relation:

$$Cd_{vis} = \frac{4\pi}{\left(\frac{H}{D}\right)^{0.5}} \quad (1.15)$$

This analytical law shown on Figure 1.10a is very close to numerical value when the dimensionless minimum gap tends to zero. For small gaps, where lubrication assumptions are acceptable, the drag force can be evaluated by means of the lubrication theory of Bingham fluid^{26,25}. Hence, when Od-G becomes small, the lubrication solution for a Bingham fluid tends towards the Newtonian lubrication solution (equation 1.15). Indeed, the product Od-G represents the ratio of yield stress effects to viscous effects of the flow in the gap cylinder-wall. When, this ratio is small, yield stress effects are negligible, as shown in Figure 1.10a.

Figure 1.10b presents variations of the viscous drag coefficient versus the gap values, for the Herschel-Bulkley fluid with $n = 0.4$. The decrease of the shear thinning index n reduces the level of the viscous drag but also the sensitivity of the drag due to variations in the gap G . For $n = 0.4$, the evolution of Cd_{vis} as function of G is flatter than the evolutions for $n = 1$.

When considering a power law fluid and in an infinite domain, Tanner¹² has computed numerically the viscous drag coefficient for a creeping flow, for $n = 0.4$, leading to a value of $Cd_{vis} = 20.43$, close to our computed value of 20.17 with an uncertainty of 1.3% between ours results. More recently, Deglo Blesses et al.¹⁴ have proposed a correlation allowing evaluation of the viscous drag coefficient for a Herschel-Bulkley fluid, in the unbounded domain for $0.26 < n < 1$ and $0 < Od < 100$:

$$Cd_{vis} = \frac{2F_D}{\kappa\left(\frac{U}{d}\right)^n} = 2[A(n) + C(n, od)Od] \quad (1.16)$$

With the function $A(n)$ and $C(n, Od)$ defined by :

$$A(n) = 19.391 \cdot \sin(1.022(1-n)) \quad (1.17)$$

$$C(n, Od) = 11.631 \left[1 + 1.845(n - 0.160)Od^{-\left(\frac{n+0.729}{2.669}\right)} \right] \quad (1.18)$$

In Table 1.1, the comparisons between our results and those provided by Deglo de Besses et al.¹⁴ are found to be satisfactory. This allows validation of our numerical data on the Herschel-Bulkley fluid in the unbounded domain with $n = 0.4$.

Od	Cd*	
	Present work	Deglo Blesses et al ¹⁴
100	25.34	24.73
10	28.72	27.2
5	32.14	28.56

Table 1.1 . Literature results for plastic drag coefficient Cd* of the cylinder in an infinite domain with various Od and n = 0.4

Figure 1.11 presents the plastic drag coefficient Cd* defined by Equation (1.13) as function of the gap for the Bingham fluid (n = 1) and the Herschel-Bulkley model (n = 0.4) for different Oldroyd numbers. We find similarly the same influences for n, Od and G as provided in Figure 1.10, devoted to the viscous drag coefficient. Of course, the data for the Newtonian fluid cannot represent since the yield stress value is null (Od = 0). The representation in Cd* makes it possible to compare the results with the published data.

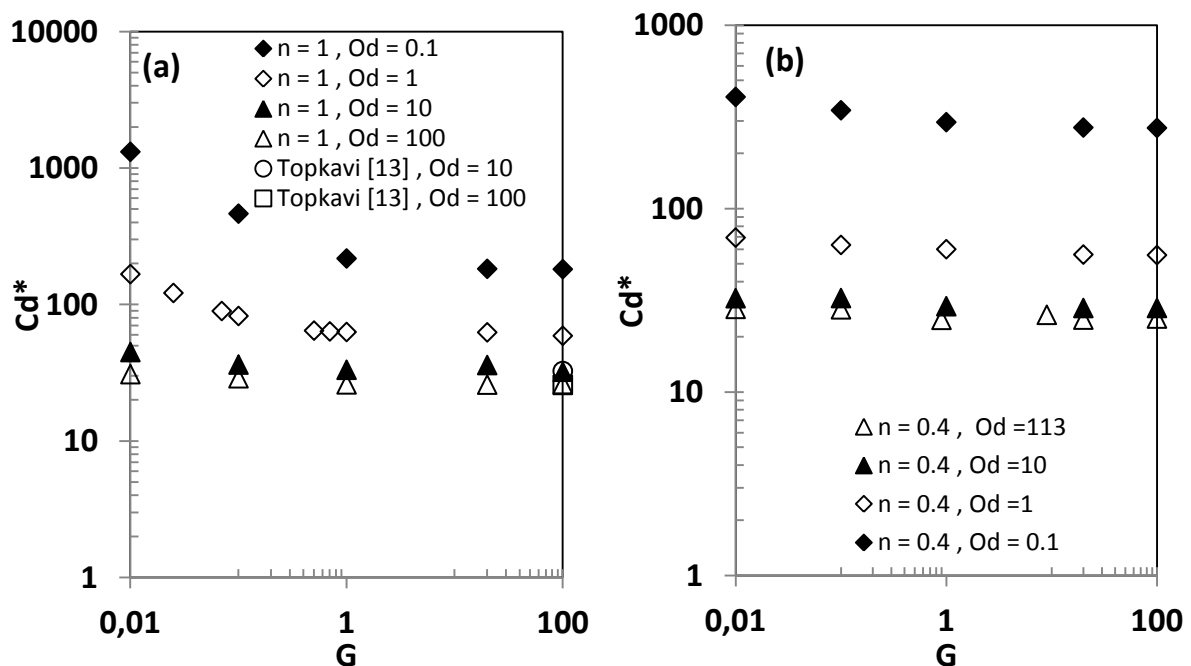


Figure 1.11 . Plastic drag coefficient in function of the gap for different Oldroyd numbers at $Re = 0.001$, (a) $n = 1$, (b) $n = 0.4$

For the yield stress flow and at large gaps, the drag force tends towards a constant value which has been calculated by Tokpavi et al.¹³ for flows without inertia:

For Od in the range $[10; 2 \times 10^5]$

$$Cd^* = 23.96 + 40.86 \cdot Od^{-0.68} \quad (1.19)$$

The value obtained by Tokpavi et al.¹³ for $Od = 10$ and $Od = 100$, reported in Figure 1.11a, is found to be close to our results with the uncertainties which are maximum of the order of 1.4%.

3.3.4. Velocity profiles and rigid zones for $n = 1$

3.3.4.1. Velocities profiles

Merlen et Frankiewicz²⁴ have investigated analytically and numerically for small Reynolds numbers, the flow of a Newtonian fluid between a cylinder and a wall for a fully flooded interstice. They proposed the following equation for the velocity in the gap valid for any Reynolds number for which $4.Re.G^2 \ll 1$ where G is the distance between the wall and the cylinder:

$$\frac{u_x}{U} = 1 - \left(\frac{S}{G}\right)^2 \quad (1.20)$$

U_x is the velocity in x-axis and $S = y + 0.5 + G$.

The figure 1.12a presents the evolution of the velocities profiles obtained for different gap G for $Od = 0.1$ and that obtained by Merlen et Frankiewicz²⁴ in the Newtonian case. The velocities profiles obtained for Bingham fluid tend towards the Newtonian profile (Figure 1.12a) when the gap $G \leq 1$ and when the $Od-G$ ratio is small. The velocity profile is governed by the gap, when the gap becomes small.

Figure 1.12b shows the evolution of the velocities profiles under the gap for $G = 0.1$ and for different Oldroyd numbers. When the $Od-G$ ratio is small, the velocity profiles coincide with the analytic Newtonian velocity profile of Merlen et Frankiewicz²⁴. On the other hand, when Od becomes large, the velocity profile escapes the analytic prediction of the Newtonian lubrication. This difference is due to the presence of the rigid zones in the gap.

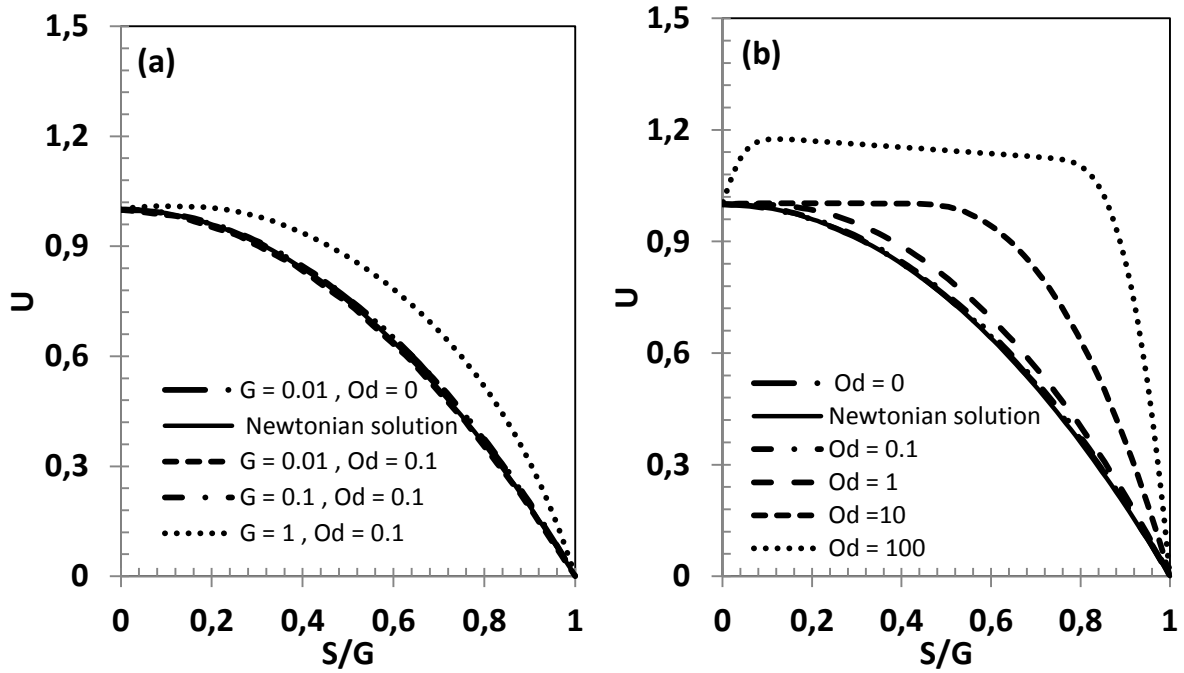


Figure 1.12 . Velocities profiles under the minimum gap for different: (a) gap values and (b) Oldroyd numbers at $Re = 0.001$ and $n = 1$

3.3.4.2. Rigid zones

The rigid zones limit are obtained numerically by using the condition $\tau = \tau_0(1 \pm \varepsilon)$ proposed by Burgos et al.³⁹, where ε is a small parameter. The value of ε was determined thanks to the Burgos et al.³⁹ study and as adopted by Mossaz et al.³⁸. This value was taken equal to 0.

The figure 1.13 shows the rigid zones (red color) for two gaps $G = 100$ and $G = 1$ and two Oldroyd numbers $Od = 1$ and $Od = 100$. When Od increase, the size of the rigid zone increases for any gap. When the gap G decreases the shape of the sheared area is changed. The amplitude of the modification of this zone depends on the intensity of yield stress. The different types of rigid areas, their shapes and localization are explained in particular in the Tokpavi et al.¹³ study.

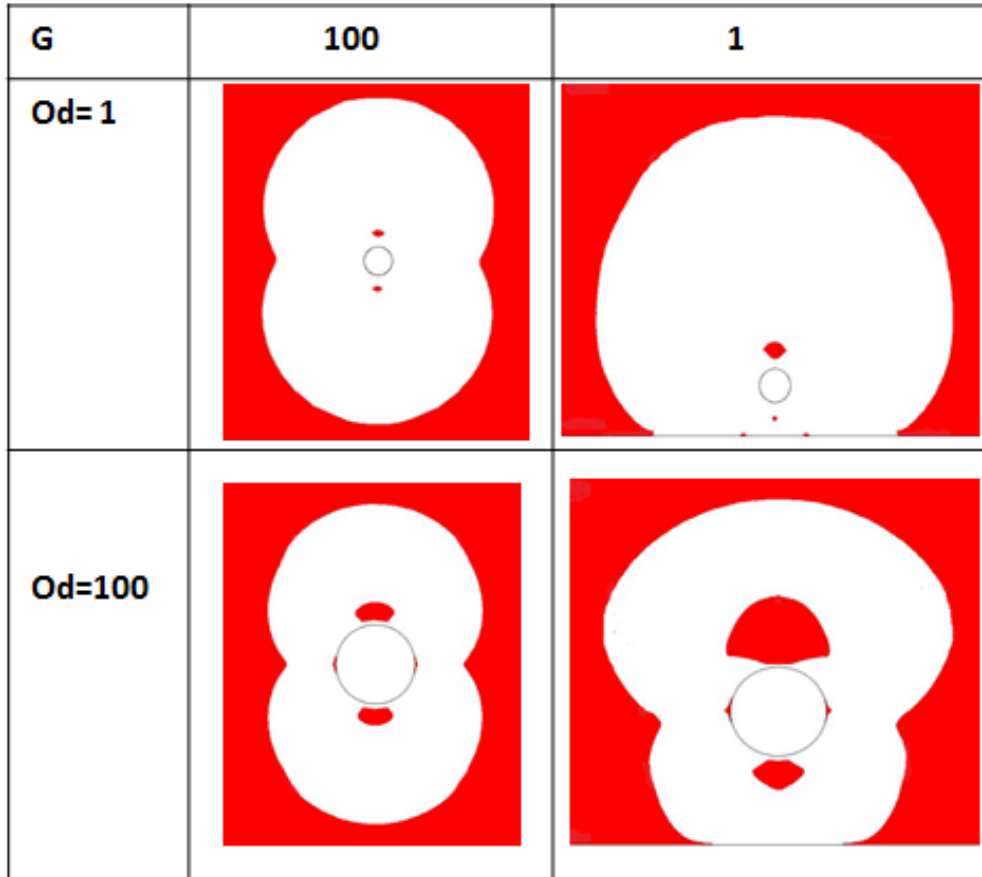


Figure 1.13 . Rigid zones around a cylinder for different gap values and Oldroyd numbers at $Re = 0.001$ and $n = 1$

4. Numerical / Experimental comparison and discussion

First, the transient regime of the drag is discussed. The figure 1.14 presents the evolution of the dimensionless drag force F_D^* as a function of the dimensionless time for two values of velocity $U_1 = 0.1$ mm/s (Figure 1.14a) and $U_2 = 3$ mm/s (Figure 1.14b). The dimensionless drag force F_D^* corresponds to the drag force divided by the drag force in the steady state. The dimensionless time t^* is obtained by dividing the time by the characteristic time of flow $t_f = D/U$: ($t^* = \frac{t \cdot U}{D}$). We may note that the evolutions are globally similar for figures 1.14a and 1.14b. However, it can be observed that the dimensionless time to reach the steady state increases slightly with the velocity. Also, there is a slight influence of the gap. The time for reaching the steady state increases when the value of the gap decreases. If the fluid is considered as elastoviscoplastic, we may define an elastic time as $t_e = (K/G')^{1/n}$ and a dimensionless elastic time as $t_e^* = (K/G')^{1/n} / (D/U)$.

In the case of figures 1.14a and 1.14b, we find for $Od = 18.5$, a dimensionless elastic time $t_e^* = 1.3 \cdot 10^{-5}$, and for $Od = 4.7$, $t_e^* = 3.9 \cdot 10^{-4}$.

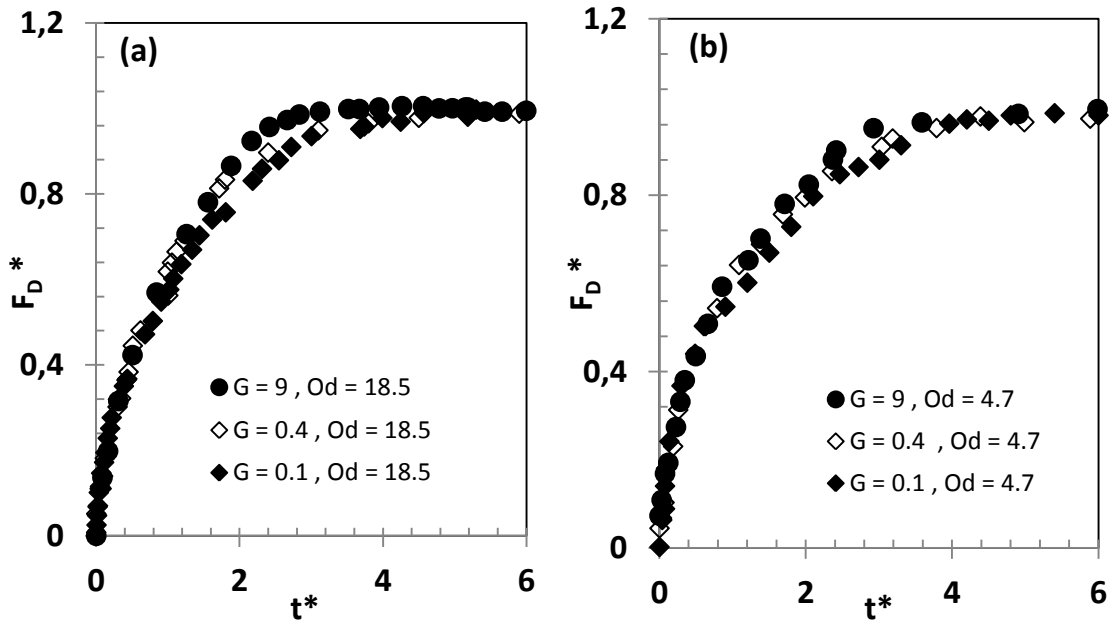


Figure 1.14 . Dimensionless values of the drag force in function of the dimensionless time for various gaps for (a) $Od = 18.5$ and (b) $Od = 4.7$

These dimensionless elastic times are very small in comparison with the times to reach the steady state which are of the order of magnitude of 6 when $Od = 18.5$. The duration of the transient for the yield stress fluid is due to the exceeding of the critical strain required to flow the fluid. This critical strain was measured in rheometry (Figure 1.2). The transient corresponds to the creation of the sheared zone around the cylinder (see the section rigid zones in the paper). The size of this shear zone could be related to the time to reach the steady state. For a cylinder in an infinite medium, this deformation at the end of the transient can be estimated as $\gamma_c = (U/D_s) \cdot t_p$. D_s is the size of the sheared zone, t_p the time of reaching the steady state. If we introduce the adimensional time $t_p^* = t_p \cdot U/D$, we obtain: $D_s/D = t_p^*/\gamma_c$. Let's apply to the case shown in fig. 1.14b and 1.14a. If we take into account the response time of the experimental set-up and rheometry, we have $t_p^* = 2.8$ and $\gamma_c = 0.9$ then $D_s/D = 3.1$. For $Od = 18.5$, the numerical simulation of Tokpavi et al.¹³ gives about $D_s/D = 3.4$. The order of magnitude is correct.

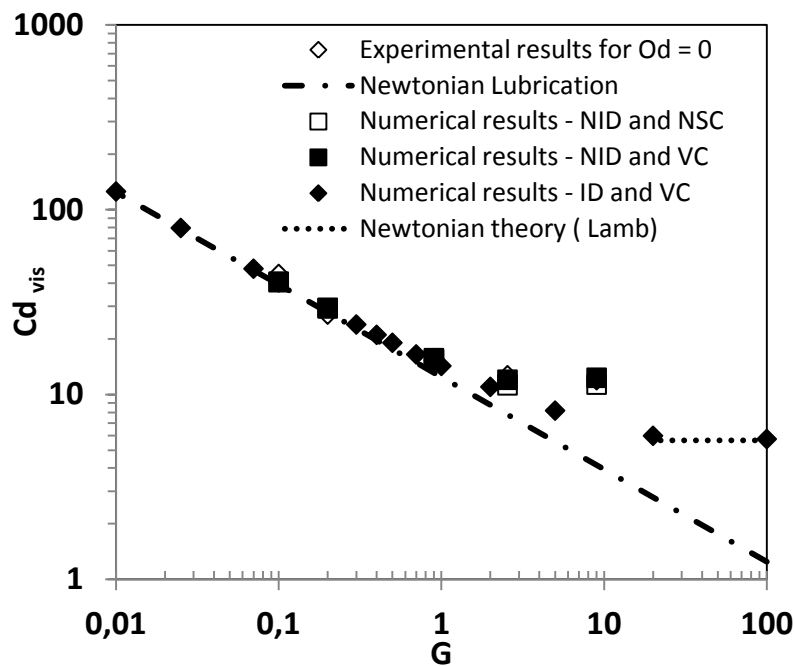


Figure 1.15 . Evolution of the viscous drag coefficient in function of the gap G for a Newtonian fluid at $Re = 0.001$ with different boundary conditions on the wall 1

The steady state of the drag force is now discussed. Figure 1.15 shows the viscous drag coefficient obtained numerically, experimentally and resulting from the lubrication theory (Cameron²³) as a function of dimensionless gap G , for the Newtonian fluid. A good correlation is found for the numerical, experimental and the lubrication theory results when the non-dimensionless gap is smaller than 1. This applies whatever the boundary condition used for the wall1 for the numerical computations.

At large dimensionless gap, the numerical results depend on this boundary condition. The experimental results are significantly close to the numerical results with the maximum difference of about 11.7% when the height ($L = 19D$) of the fluid chosen in the numerical simulation corresponds to the real height of the experimentation. At this height NID domain, the different results of the drag using the condition in velocity (VC) and the shear stress (NSC) are small.

For a yield stress fluid, Figure 1.16a presents the computed and experimental data of the plastic drag coefficient Cd^* versus Oldroyd numbers at large gap ($G = 9$). According our first numerical results and the important values of Od and G values studied here, the selection of the L parameters and the boundary conditions (VC or NSC) on the wall 1 is not critical.

In relation to the different boundary conditions, the deviations on the drag coefficient are about 5%, owing to the fact that for high Od numbers therefore high yield stress values, the flow is confined in a restricted zone around the obstacle. Figure 1.16b presents the results for a small gap ($G = 0.1$). When Od is large enough, the plastic drag coefficient tends towards a plateau. Thus, the plastic effect is dominating in the flow and drag is solely as function of yield stress. When Od decreases and thus the magnitude of viscous stresses increases, the plastic drag coefficient Cd^* grows, as also computed an experimental drag forces. However, a difference between the numerical and experimental plastic drag coefficient may be observed for small and large gap conditions.

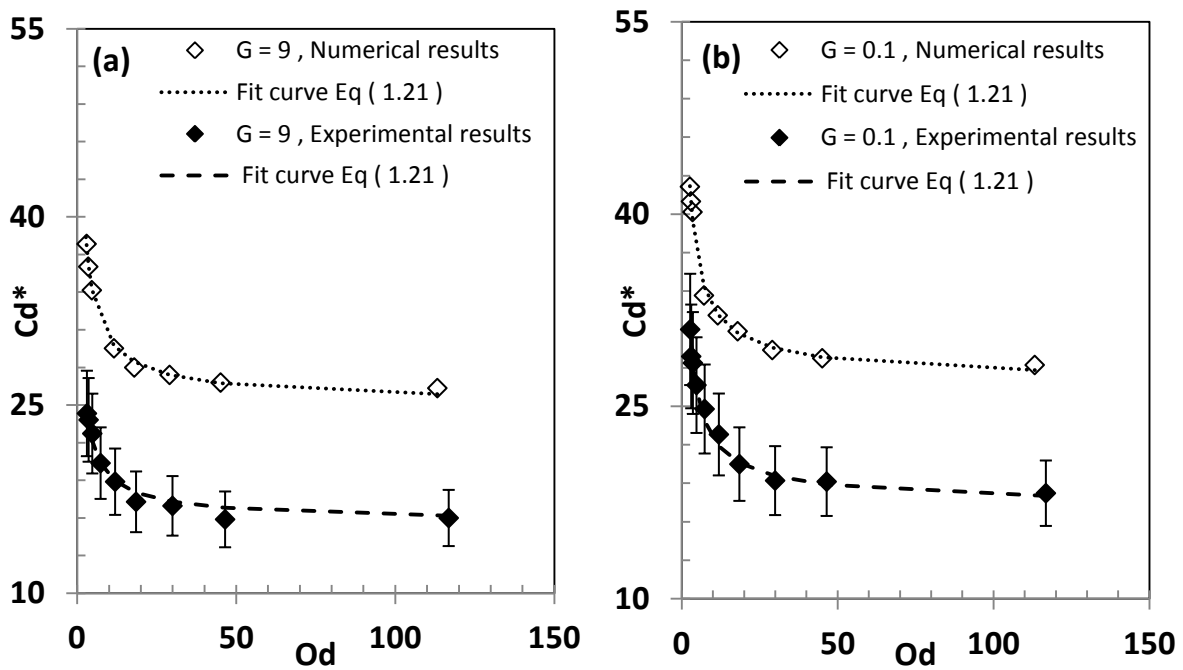


Figure 1.16 . Plastic drag coefficient in function of Oldroyd numbers (a) $G = 9$, and (b) $G = 0.1$

The analytical plastic drag coefficient Cd^* around various objects have been studied in the literature such as Merkak et al.⁴⁰, Ahonguio et al.⁴¹ and Piau and Debiante⁴². It can be expressed by the following equation:

$$Cd^* = Cd^*_\infty + \frac{B}{Od^M} \quad \text{with } M = 1/(1+n) \quad (1.21)$$

The first part of eq. (1.21), Cd^*_∞ represents the plastic contribution and the second part B , the viscous contribution. We define the plastic drag coefficient law Cd^* obtained by the curve fitting on Figure 1.16 under the form of Equation 1.21 as function of Oldroyd number.

The numerical and experimental values of the plastic drag coefficient Cd^*_{∞} from equation 1.21 are indicated on the following table.

G	$Cd^*_{\infty_{num}}$	$Cd^*_{\infty_{exp}}$
9	24.78	16.75
0.1	26.59	18.28

Table 1.2 . Plastic drag coefficient value Cd^*_{∞} of the cylinder at large and small gap

The results providing from the table 1.2 are applicable for Oldroyd numbers such that $2.6 \leq Od \leq 113$ and Reynolds numbers in the range $10^{-9} \leq Re \leq 3.10^{-3}$ for $G = 9$.

The deviation between numerical and experimental results is found to be of the order of 36% for the large gap ($G = 9$) and 31% for the small gap ($G = 0.1$). Such difference is larger than the expected experimental uncertainty estimated at 14% for the plastic drag coefficient Cd^* and 16.4% for Oldroyd number Od . The experimental values are lower than the viscoplastic computed data. The reasons for this deviation will be explained later.

The figures 1.17 present the experimental and numerical evolution of the plastic contribution Cd^*_{∞} as a function of the dimensionless gap. This coefficient tends towards a plateau when the domain becomes unbounded. The interaction with the wall begins to be felt when the cylinder approaches at least one diameter of the wall.

It should be recalled that the parameter Cd^*_{∞} is of particular interest: it corresponds to the drag force when the cylinder is static in the fluid at rest. In practice, it therefore makes it possible to estimate the minimum value of yield stress for keeping the cylinder in suspension in the fluid. The residual force imposed on the cylinder by the yield stress counteracts the gravity effects. The findings presented above show that the vicinity of a wall leads to decrease the level of yield stress required to keep the cylinder in suspension.

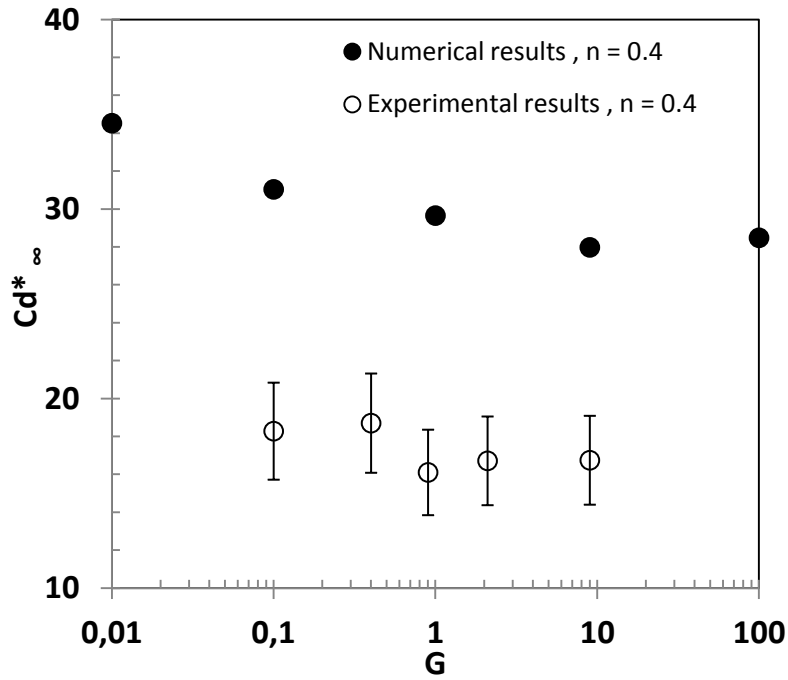


Figure 1.17 . Effect of the gap G on numerical and experimental values of Cd^*_∞

In all this paper, it can be observed that the drag coefficients for the viscoplastic case obtained by numerical simulation are always higher than those obtained by the experimental approach. This must be commented. Fraggedakis et al.⁴³ have shown the effects of elasticity on the settling of a single spherical particle in simple yield-stress fluids. They have shown, in particular, that when the elasticity is increased the yielded region is expand because of the increase of stresses around the particles and the drag decreases. This could explain the differences between our numerical and experimental results. But in our case, the Deborah number, dimensionless number characteristic of elasticity is very small. This number can be calculated by:

$$De = \frac{U}{L} \cdot \frac{K^{1/n}}{G'} \quad (1.22)$$

In our case the Deborah numbers vary from $1.27 \cdot 10^{-4}$ and $1.33 \cdot 10^{-4}$. So the elastic effects seem negligible. On the other hand, our study focus on the great plastic effects with Oldroyd numbers varying from 5.5 to 113. The phenomena of our study therefore seem more influenced by plasticity than elasticity. This would be consistent with the analysis proposed by Fraggedakis et al.⁴³. In their study, they introduced the proposed concept of isotropic kinematic hardening (IKH).

The idea of this model is that the yielded surface of the material evolves dynamically with the flow field. Fraggedakis et al.⁴³ shows that this concept introduced in the numerical modeling allows to represent the experimental results obtained with Carbopol gels. In addition, one cannot exclude the influence of the initial residual stresses in the gel as Mougine et al.⁴⁴ showed in the very slow rise of a bubble in the Carbopol gels.

5. Conclusion

The drag of a cylinder moving very slowly near a wall in a Newtonian fluid and a yield stress fluid has been studied from experimental and numerical viewpoints. The main results of this study may be summarized as follows.

- For Newtonian fluids, numerical and experimental data are generally in agreement. For the very small gap case, the theory of lubrication fits well the drag results.

- For yield stress fluids, the viscoplastic numerical modeling provides a correct order of magnitude for the drag force. However, the numerical computations overestimate the experimental values made with an elastoviscoplastic fluid. In the future, a more realistic solid-liquid transition in the numerical modeling should be necessary.

- Shear-thinning attenuates the drag and as well as the influence of gap cylinder/wall,
- From our study, empirical laws of the evolution of the drag coefficient have been provided as a function of ratio yield stress/ viscous stresses and as a function of the gap cylinder/wall

- When a cylinder is close to a wall, smaller yield stress is required to keep it in suspension

References

1. Balmforth NJ, Frigaard IA, Ovarlez G. Yielding to Stress: Recent Developments in Viscoplastic Fluid Mechanics. *Annu Rev Fluid Mech.* 2014;46(1):121-146.
2. Coussot P. Yield stress fluid flows: A review of experimental data. *J Non-Newton Fluid Mech.* 2014;211:31-49.
3. Chaparian E, Frigaard IA. Yield limit analysis of particle motion in a yield-stress fluid. *J Fluid Mech.* 2017;819:311-351.
4. Chaparian E, Frigaard IA. Cloaking: particles in a yield-stress fluid. *J Non-Newton Fluid Mech.* 2017.
5. Nirmalkar N, Chhabra RP, Poole RJ. On creeping flow of a Bingham plastic fluid past a square cylinder. *J Non-Newton Fluid Mech.* 2012;171-172:17-30.
6. Putz A, Frigaard IA. Creeping flow around particles in a Bingham fluid. *J Non-Newton Fluid Mech.* 2010;165(5-6):263-280.
7. Tabuteau H, Coussot P, de Bruyn JR. Drag force on a sphere in steady motion through a yield-stress fluid. *J Rheol.* 2007;51(1):125-137.
8. Ovarlez G, Mahaut F, Deboeuf S, Lenoir N, Hormozi S, Chateau X. Flows of suspensions of particles in yield stress fluids. *J Rheol.* 2015;59(6):1449-1486.
9. Faxén O. Forces exerted on a rigid cylinder in a viscous fluid between two parall. *procRSwedAcadEngSci.* 1946;187:1-13.
10. Lamb H. On the uniform motion of a sphere through a viscous fluid. *Philos Mag Ser 6.* 1911;21(121):112-121.
11. Tomotika S, Aoi T. The steady flow of a viscous fluid past an elliptic cylinder and a flat plate at small Reynolds numbers. *Q J Mech Appl Math.* 1953;6(3):290-312.
12. Tanner R. Stokes paradox for power-law flow around a cylinder. *J Non-Newton Fluid Mech.* 1993;50(2-3):217-224.
13. Tokpavi DL, Magnin A, Jay P. Very slow flow of Bingham viscoplastic fluid around a circular cylinder. *J Non-Newton Fluid Mech.* 2008;154(1):65-76.
14. Deglo De Besses B, Magnin A, Jay P. Viscoplastic flow around a cylinder in an infinite medium. *J Non-Newton Fluid Mech.* 2003;115(1):27-49.
15. Papanastasiou TC. Flows of Materials with Yield. *J Rheol.* 1987;31(5):385-404.
16. Jossic L, Magnin A. Drag of an isolated cylinder and interactions between two cylinders in yield stress fluids. *J Non-Newton Fluid Mech.* 2009;164(1-3):9-16.

17. Adachi K, Yoshioka N. On creeping flow of a visco-plastic fluid past a circular cylinder. *Chem Eng Sci.* 1973;28(1):215-226.
18. Chakraborty J, Verma N, Chhabra RP. Wall effects in flow past a circular cylinder in a plane channel: a numerical study. *Chem Eng Process Process Intensif.* 2004;43(12):1529-1537.
19. Mettu S, Verma N, Chhabra RP. Momentum and heat transfer from an asymmetrically confined circular cylinder in a plane channel. *Heat Mass Transf.* 2006;42(11):1037-1048.
20. Zisis T, Mitsoulis E. Viscoplastic flow around a cylinder kept between parallel plates. *J Non-Newton Fluid Mech.* 2002;105(1):1-20.
21. Mitsoulis E. On creeping drag flow of a viscoplastic fluid past a circular cylinder: wall effects. *Chem Eng Sci.* 2004;59(4):789-800.
22. Roquet N, Saramito P. An adaptive finite element method for Bingham fluid flows around a cylinder. *Comput Methods Appl Mech Eng.* 2003;192(31-32):3317-3341.
23. Cameron A. Discs. In: *Basic Lubrication Theory*. Mechanical Engineering. Imperial College of science and Technology london; 1983:61-70.
24. Merlen A, Frankiewicz C. Cylinder rolling on a wall at low Reynolds numbers. *J Fluid Mech.* 2011;685:461-494.
25. Sofou S, Mitsoulis E. Roll-over-web coating of pseudoplastic and viscoplastic sheets using the lubrication approximation. *J Plast Film Sheeting.* 2005;21(4):307-333.
26. Tichy JA. Hydrodynamic lubrication theory for the Bingham plastic flow model. *J Rheol.* 1991;35(4):477.
27. Goodrich B. *Product Literature*. Cleveland; 1997.
28. Piau JM. Carbopol gels: Elastoviscoplastic and slippery glasses made of individual swollen sponges. *J Non-Newton Fluid Mech.* 2007;144(1):1-29.
29. Magnin A, Piau JM. Cone-and-plate rheometry of yield stress fluids. Study of an aqueous gel. *J Non-Newton Fluid Mech.* 1990;36:85-108.
30. Dimitriou CJ, Ewoldt RH, McKinley GH. Describing and prescribing the constitutive response of yield stress fluids using large amplitude oscillatory shear stress (LAOStress). *J Rheol.* 2013;57(1):27-70.
31. Ahonguio F, Jossic L, Magnin A. Influence of surface properties on the flow of a yield stress fluid around spheres. *J Non-Newton Fluid Mech.* 2014;206:57-70.
32. Lidon P, Villa L, Manneville S. Power-law creep and residual stresses in a carbopol gel. *Rheol Acta.* 2017;56(3):307-323.

33. Yarin AL, Zussman E, Theron A, Rahimi S, Sobe Z, Hasan D. Elongational behavior of gelled propellant simulants. *J Rheol.* 2004;48(1):101-116.
34. Balmforth NJ, Dubash N, Slim AC. Extensional dynamics of viscoplastic filaments: I. Long-wave approximation and the Rayleigh instability. *J Non-Newton Fluid Mech.* 2010;165(19-20):1139-1146.
35. Balmforth NJ, Dubash N, Slim AC. Extensional dynamics of viscoplastic filaments: II. Drips and bridges. *J Non-Newton Fluid Mech.* 2010;165(19-20):1147-1160.
36. Oldroyd JG, Wilson AH. A rational formulation of the equations of plastic flow for a Bingham solid. *Math Proc Camb Philos Soc.* 1947;43(01):100.
37. Oldroyd JG, Wilson AH. Two-dimensional plastic flow of a Bingham solid. *Math Proc Camb Philos Soc.* 1947;43(03):383.
38. Mossaz S, Jay P, Magnin A. Non-recirculating and recirculating inertial flows of a viscoplastic fluid around a cylinder. *J Non-Newton Fluid Mech.* 2012;177-178:64-75.
39. Burgos GR, Alexandrou AN, Entov V. On the determination of yield surfaces in Herschel–Bulkley fluids. *J Rheol.* 1999;43(3):463.
40. Merkak O, Jossic L, Magnin A. Spheres and interactions between spheres moving at very low velocities in a yield stress fluid. *J Non-Newton Fluid Mech.* 2006;133(2-3):99-108.
41. Ahonguio F, Jossic L, Magnin A, Dufour F. Flow of an elasto-viscoplastic fluid around a flat plate: Experimental and numerical data. *J Non-Newton Fluid Mech.* December 2016.
42. Piau J-M, Debiante K. The adhesive or slippery flat plate viscoplastic boundary layer for a shear-thinning power-law viscosity. *J Non-Newton Fluid Mech.* 2004;117(2-3):97-107.
43. Fraggedakis D, Dimakopoulos Y, Tsamopoulos J. Yielding the yield-stress analysis: a study focused on the effects of elasticity on the settling of a single spherical particle in simple yield-stress fluids. *Soft Matter.* 2016;12(24):5378-5401.
44. Nicolas Mougou, Magnin A, Piau J-M. The significant influence of internal stresses on the dynamics of bubbles in a yield stress fluid. *Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics* 171–172 (2012) 42–55.

**Chapitre 2 : Ecoulement d'un fluide Newtonien et
d'un fluide à seuil autour d'une plaque inclinée à
 45° en interaction avec une paroi**

Résumé

Ce travail expérimental et numérique se concentre sur la détermination des forces de traînée et de portance s'exerçant sur une plaque inclinée à 45° placée près d'une paroi dans un écoulement uniforme de fluide newtonien et d'un fluide à contrainte seuil. L'inertie du fluide est considérée comme négligeable. Les influences de la contrainte seuil, de la rhéofluidification et de la distance entre la plaque et la paroi ont été minutieusement examinées. Les zones rigides autour de la plaque ont été déterminées. Pour la partie expérimentale, un gel de Carbopol a été utilisé comme fluide modèle. Les mesures expérimentales ont été comparées aux résultats numériques et aux résultats publiés notamment dans le cadre de la plasticité développée pour la mécanique des sols. Les écarts sont discutés en termes d'influence de l'élasticité et de la plasticité.

Mots clés: Fluide à seuil, Fluide newtonien, Plaque inclinée, Traînée, Portance, Viscoplasticité

Ce chapitre de thèse fait l'objet d'un article en seconde révision dans l'AICHE Journal.

1. Introduction

Les écoulements autour d'obstacles et en particulier autour de plaques sont largement présents dans les applications d'ingénierie et de la vie quotidienne. On peut citer par exemple les mélangeurs, les systèmes d'induction, les systèmes de protection contre les écoulements naturels (boue, laves torrentielles, avalanches), les ancrages de plateformes offshore, etc. Dans de nombreux cas, ces plaques sont immergées dans des milieux caractérisés par un comportement de fluide à seuil tel que les cosmétiques, les produits agroalimentaires, les pâtes, les ciments, les suspensions argileuses... Leurs comportements se caractérisent par la nécessité de dépasser un certain niveau de contrainte pour qu'ils s'écoulent. Dans cette étude, on considérera les écoulements de fluides newtoniens et les fluides à seuil autour d'une plaque inclinée à 45° par rapport à la direction de l'écoulement.

À notre connaissance, seuls deux articles ont traité la problématique de l'écoulement autour d'une plaque inclinée en régime laminaire pour les fluides newtoniens ou rhéofluidifiant.

Dans le cas d'un fluide newtonien et pour un milieu infini, In et al.¹ ont étudié numériquement en 2D, l'écoulement autour d'une plaque plane avec un angle d'incidence variable et pour des nombres de Reynolds variant entre 1 et 30. Ils ont calculé les coefficients de traînée et de portance en fonction des angles. Pour un fluide à loi puissance, Wu et Thompson² ont étudié numériquement et expérimentalement l'écoulement autour d'une plaque plane avec un angle d'attaque variable. Les effets du nombre de Reynolds, de l'indice de la rhéofluidification et l'angle d'attaque sur les coefficients de traînée et de portance ont été présentés. Les effets d'interaction avec une paroi ne semblent avoir jamais été traités. Plusieurs études ont été récemment menées sur les fluides à seuil et leurs comportements^{3,4} en écoulement autour d'obstacle de formes différentes. On peut citer les écoulements autour de particules^{5,6,7,8}, de sphères^{9,10}, mais aussi autour de cylindre de section circulaire^{11,12}, carré¹³ ou elliptique¹⁴. Les écoulements autour d'une plaque parallèle à l'écoulement^{15,16} et perpendiculaire^{17,18,19} à l'écoulement ont également été étudiés.

À notre connaissance, aucune étude expérimentale ou numérique n'a été faite sur l'écoulement autour d'une plaque inclinée complètement immergée. L'inclinaison de la plaque va générer des forces de traînée et de portance qui ne sont jamais présentées ensemble dans les études sur les obstacles dans les fluides à seuil. Également, l'effet de l'interaction avec une paroi n'a jamais été considéré.

Pour apporter des connaissances nouvelles, la configuration étudiée est celle d'une plaque se déplaçant à une vitesse constante inclinée à 45° et placée à une distance variable d'une paroi. L'étude sera menée pour un fluide newtonien pour donner des points de comparaison et pour un fluide à seuil. Elle se situera dans le domaine des effets d'inertie négligeables et des effets de seuil prépondérants devant les effets visqueux. Un fluide à seuil non thixotrope bien caractérisé du point de vue de la structure et du comportement rhéologique (gel aqueux de Carbopol) sera mis en œuvre. Il sera mis en écoulement en assurant l'adhérence de ce fluide aux parois. En effet, le glissement est un phénomène majeur à maîtriser dans les écoulements de fluides à seuil^{20,21}. Ce phénomène de glissement est particulièrement accentué pour les écoulements lents pour lesquels les contraintes sont proches du seuil d'écoulement, ce qui sera le cas dans cette étude.

Pour guider notre discussion, nous comparerons nos résultats à ceux de simulations numériques obtenues en utilisant un modèle viscoplastique anélastique d'Herschel-Bulkley bien que le fluide expérimental possède un certain caractère élastique.

Les résultats seront également comparés aux résultats publiés notamment dans le cadre de l'analyse limite de la plasticité de la mécanique de sols. Cette étude s'intéressera particulièrement aux forces de portance et de traînée. Toutefois, les zones rigides induites par le seuil d'écoulement seront aussi étudiées. La description du problème et des équations gouvernant notre étude est réalisée dans la première partie. L'étude numérique est présentée dans la deuxième partie. L'évolution des coefficients de traînée et de portance plastiques en fonction du nombre d'Oldroyd, du jeu et de l'indice de rhéofluidification est montrée. Les zones rigides sont aussi précisément déterminées pour différents cas. Dans la troisième partie consacrée à l'étude expérimentale, les propriétés rhéologiques du fluide à seuil et le dispositif expérimental sont tout d'abord précisés. Les forces générées sur la plaque sont ensuite déterminées en fonction de la vitesse de déplacement et de la distance de la plaque à la paroi. Enfin, dans la dernière partie, la comparaison entre les résultats expérimentaux et les résultats numériques est réalisée. Les effets du seuil de contrainte et de l'interaction avec la paroi seront discutés. L'influence de l'élasticité, des phénomènes de la plasticité et des contraintes résiduelles seront également évaluées.

2. Modélisation numérique

2.1. Présentation

L'écoulement bidimensionnel en régime permanent d'un fluide newtonien et d'un fluide viscoplastique autour d'une plaque inclinée à 45° est considéré. La figure 2.1 précise les caractéristiques du problème. La plaque de largeur L et d'épaisseur e est immergée dans le fluide. Le rapport épaisseur sur largeur de la plaque est égal à 0.1. Le bas de la plaque se trouve à une distance H de la paroi plate inférieure. La vitesse U du fluide est uniforme à l'entrée.

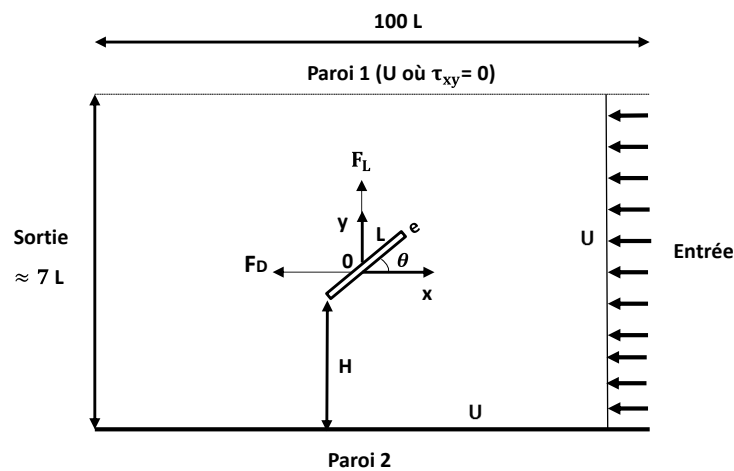


Figure 2.1 . Représentation schématique du problème

Le comportement viscoplastique du fluide est décrit par le modèle d'Herschel-Bulkley :

$$\begin{cases} \underline{\underline{\tau}} = \left(K \dot{\underline{\underline{\gamma}}}^{(n-1)} + \frac{\tau_0}{\dot{\underline{\underline{\gamma}}}} \right) \dot{\underline{\underline{\gamma}}} & \text{si } \tau > \tau_0 \\ \dot{\underline{\underline{\gamma}}} = 0 & \text{si } \tau \leq \tau_0 \end{cases} \quad (2.1)$$

K représente la consistance, τ_0 la contrainte seuil, n l'indice de la loi puissance, $\underline{\underline{\tau}}$ le tenseur des contraintes, $\dot{\underline{\underline{\gamma}}}$ le tenseur des taux de déformation, $\dot{\underline{\underline{\gamma}}}$ et τ sont respectivement les seconds invariants de $\dot{\underline{\underline{\gamma}}}$ et $\underline{\underline{\tau}}$. On peut les exprimer sous la forme :

$$|\dot{\underline{\underline{\gamma}}}| = \sqrt{\frac{1}{2} \text{tr}(\dot{\underline{\underline{\gamma}}})^2} \quad \text{et} \quad |\tau| = \sqrt{\frac{1}{2} \text{tr}(\tau)^2} \quad (2.2)$$

Pour traiter numériquement la discontinuité introduite par le critère de von Mises dans l'équation (2.1), le modèle de régularisation de Papanastasiou²² sera utilisé. Ce traitement classique du seuil de contrainte a été utilisé par de nombreux auteurs tels que Tokpavi et al.¹¹, Savreux et al.¹⁷, Mitsoulis²³, Burgos et al.²⁴. Ce modèle est défini par l'équation 2.3. Le paramètre m représente le paramètre de régularisation. L'influence du paramètre m sera discutée dans la partie numérique.

$$\underline{\underline{\tau}} = \left[K\dot{\gamma}^{(n-1)} + \frac{\tau_0(1-\exp^{-m|\dot{\gamma}|})}{|\dot{\gamma}|} \right] \underline{\underline{\dot{\gamma}}} \quad (2.3)$$

Lorsque m tend vers l'infini, le modèle de Papanastasiou tend vers le modèle viscoplastique d'Herschel-Bulkley défini dans l'équation 2.1.

Les conditions aux limites suivantes sont utilisées :

- À l'entrée et sur la paroi 2 : $U_x = U$ et $U_y = 0$
- Sur la plaque inclinée (adhérence) : $U_x = 0$ et $U_y = 0$
- À la sortie, condition de diffusion de flux nul : $\forall (i, j) \frac{\partial U_i}{\partial x_j} = 0$
- Sur la paroi 1, deux conditions aux limites ont été utilisées :
 - Condition de vitesse (nommée VC) avec $U_x = U$ et $U_y = 0$
 - Condition de cisaillement nul (nommée NSC) avec $\tau_{xy} = 0$

Ces deux conditions alternatives ont été introduites pour se rapprocher des conditions expérimentales. Expérimentalement, la paroi 1 (Figure 2.1) est une surface libre.

Les nombres sans dimension caractérisant l'écoulement sont les suivants :

$$\text{Indice de la loi puissance :} \quad n \quad (2.4)$$

$$\text{Le nombre d' Oldroyd}^{25, 26} : \quad Od = \frac{\tau_0}{K(U/L)^n} \quad (2.5)$$

$$\text{Le nombre de Reynolds :} \quad Re = \frac{\rho L^n U^{2-n}}{K} \quad (2.6)$$

$$\text{Le jeu minimum adimensionnel :} \quad G = \frac{H}{L} \quad (2.7)$$

Plusieurs définitions des coefficients de traînée et de portance peuvent être proposées selon les échelles de force visqueuse ou plastique utilisées.

Dans les différentes expressions des coefficients données ci-dessous, F_D et F_P représentent respectivement la force de traînée et de portance en Newton sur la plaque inclinée.

Les coefficients de traînée et de portance visqueux sont exprimés respectivement par :

$$C_{d_{vis}} = \frac{2F_D \cdot L^{n-1} \cdot U^{-n}}{K \cdot l} \quad , \quad C_{l_{vis}} = \frac{2F_P \cdot L^{n-1} \cdot U^{-n}}{K \cdot l} \quad (2.8)$$

Les coefficients de traînée et de portance plastiques sont représentés respectivement par :

$$C_{d^*} = \frac{2F_D}{\tau_0 \cdot L \cdot l} = \frac{C_{d_{vis}}}{O_d} \quad , \quad C_{l^*} = \frac{2F_P}{\tau_0 \cdot L \cdot l} = \frac{C_{l_{vis}}}{O_d} \quad (2.9)$$

2.2. Simulation numérique

2.2.1. Méthode numérique

Le logiciel Ansys-Fluent (version 17.1) a été mis en œuvre. Le solveur à double précision et la discrétisation spatiale de second ordre sont utilisés. La méthode SIMPLEC (Semi-Implicit-Consistent for Pressure Linked Equation) a été adoptée.

Un critère de convergence absolu de 10^{-8} a été choisi pour la convergence de la vitesse et des équations de continuité. Toutes les simulations ont été effectuées pour une très faible inertie généralement pour $Re = 0.001$. Durant notre étude, la limite entre les zones en écoulement et les zones rigides est obtenue grâce à la condition $\tau = \tau_0(1 \pm \varepsilon)$ proposée par Burgos et al.²⁴. La valeur de $\varepsilon = 0$ a été déterminée en se basant sur l'étude de Burgos et al.²⁴. Cette valeur $\varepsilon = 0$ a été également choisie dans les études de Tokpavi et al.¹¹ et Mossaz et al.¹². Un maillage en quadrilatères raffiné autour de la plaque a été réalisé. Le nombre des nœuds varie entre 7000 et 120000 selon la valeur du jeu G . Le maillage utilisé pour le grand jeu ($G = 3$) est représenté sur la figure 2.2a et pour le petit jeu ($G = 0.066$) sur la figure 2.2b. Des maillages plus raffinés ont aussi été utilisés pour définir précisément l'enveloppe des zones rigides.

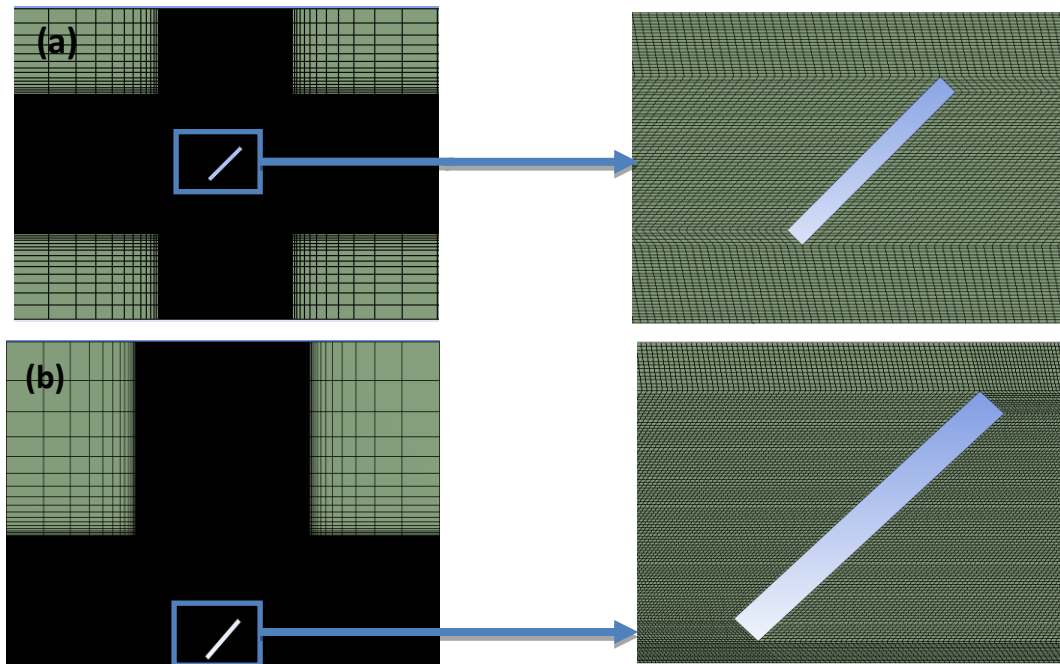


Figure 2.2 . Maillage raffiné autour de la plaque inclinée à 45° avec (a) $G = 3$, (b) $G = 0.066$ et leurs zooms respectifs autour de la plaque

Une étude de l'indépendance du maillage sur les coefficients de traînée et de portance visqueux a été réalisée pour chaque cas. Un exemple de résultat est présenté sur la figure 2.3 obtenue dans le cas $G = 0.066$ pour $Od = 0.1$ et $n = 1$. Comme on peut le constater, un raffinement minimal de 50000 nœuds est nécessaire pour obtenir l'indépendance du coefficient de traînée et de portance sur le maillage. À partir de cette valeur, ces coefficients ne dépendent plus du raffinement du maillage. Pour $G = 3$, le nombre de nœuds nécessaire est de 116000.

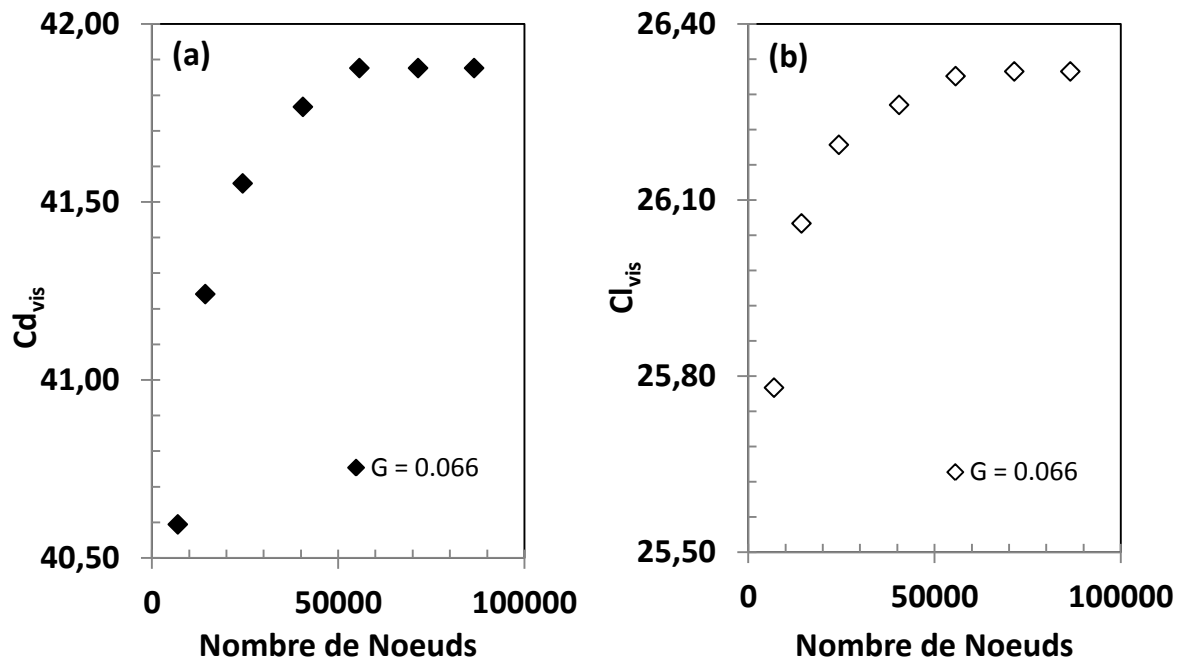


Figure 2.3 . Evolution du coefficient de traînée visqueuse (a) et du coefficient de portance visqueuse (b) en fonction du nombre de nœuds avec $Re = 0.001$, $Od = 0.1$, $m = 10^4$ et $n = 1$

Une étude similaire a été réalisée sur l'influence du paramètre de régularisation m . La figure 2.4 présente l'influence de m sur le coefficient de traînée plastique Cd^* et sur le coefficient de portance plastique Cl^* pour un jeu $G = 3$ avec $Od = 100$. À partir de $m = 1000$, Cd^* et Cl^* deviennent indépendants de m .

Il a aussi été étudié l'influence du paramètre de régularisation m sur la limite des zones rigides. Un exemple de résultat obtenu pour $Od = 100$ et $n = 0.4$ est présenté par la figure 2.5. Il est à noter que la présence de ces différentes zones rigides sera minutieusement étudiée dans le paragraphe suivant. Ici, nous allons analyser seulement l'influence de m . La figure 2.5a montre l'influence de m sur la zone rigide en mouvement et la figure 2.5b sur la zone rigide statique en contact avec la plaque. On peut constater qu'à partir de $m = 10^4$, les limites des zones rigides deviennent indépendantes du choix de la valeur de m . Finalement cette valeur a donc été utilisée pour tous les calculs.

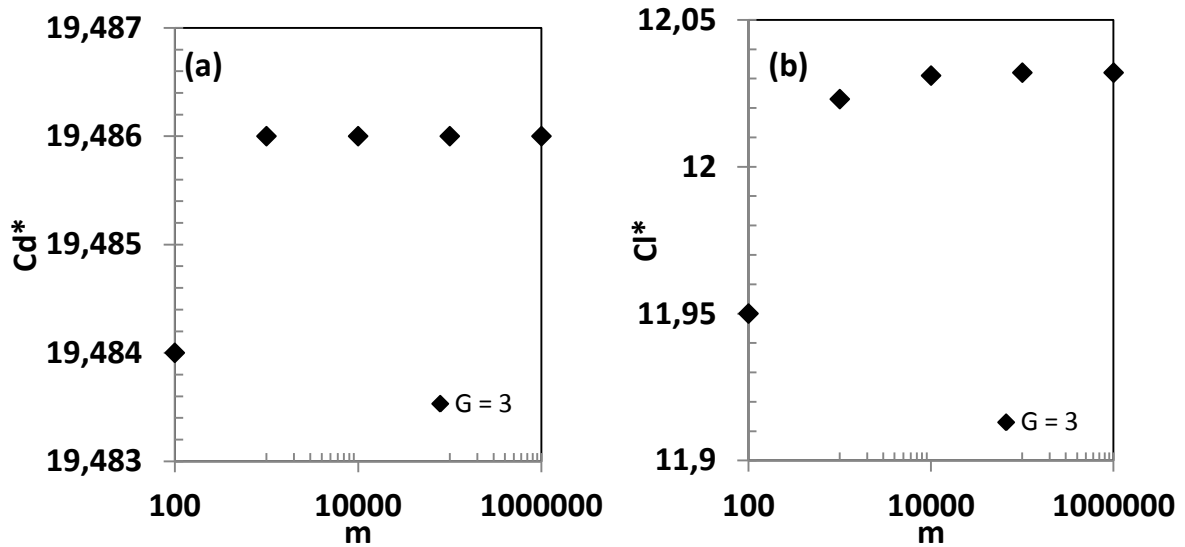


Figure 2.4 . Evolution du paramètre de régularisation m en fonction du coefficient de traînée plastique (a) et du coefficient de portance plastique (b) à $Re = 0.001$ et $Od = 100$ pour $n = 0.4$

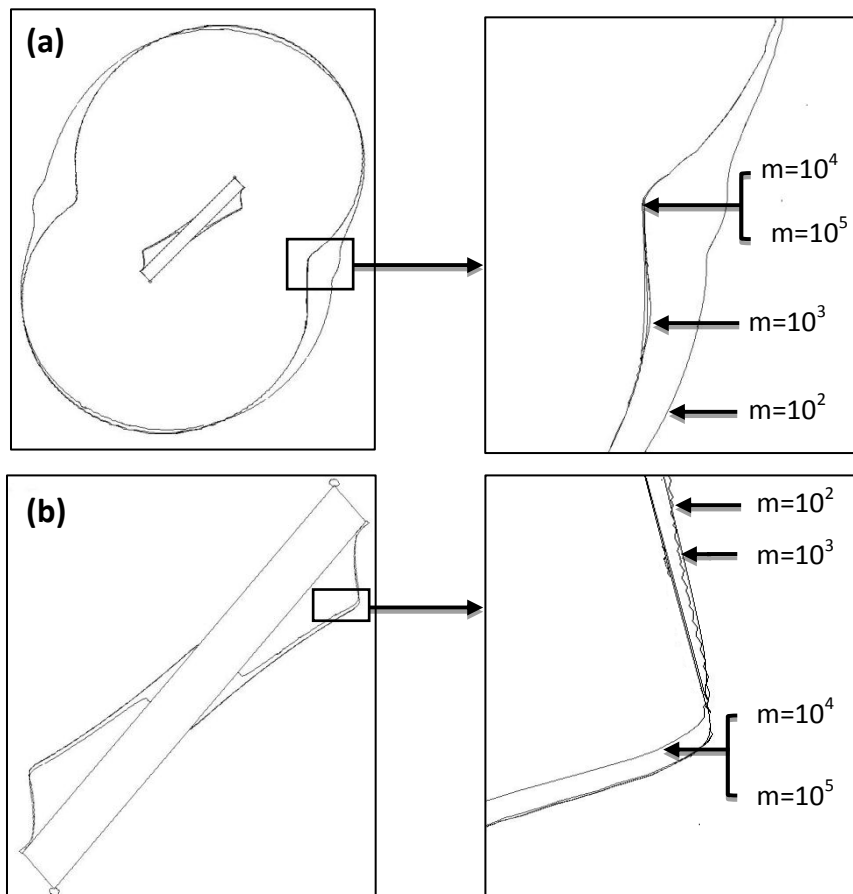


Figure 2.5 . Influence du paramètre de régularisation m sur la forme des zones rigides: (a) zone rigide enveloppe et (b) zone rigide statique pour le cas $Od = 100$ et $n = 0.4$

2.2.2. Zones rigides

Lorsqu'un fluide à seuil s'écoule, il y a création de zones rigides. On en distingue deux types : Les zones dites « rigides statiques » dans lesquelles la vitesse est nulle dans le repère lié à la plaque et les zones dites « rigides en mouvement » dans lesquelles le gradient de cisaillement est nul. Les champs de vitesse correspondent alors à des rotations solides ou des translations solides.

La figure 2.6 montre les zones rigides en fonction du nombre d'Oldroyd pour une grande et petite distance à la paroi ($G = 3$ et 0.066) et pour deux indices de la loi puissance ($n = 1$ et 0.4). La condition de cisaillement nulle (nommée NSC) appliquée sur la paroi 1 a été utilisée pour déterminer les zones rigides. Comme déjà précisée, cette condition se rapproche le plus de notre dispositif expérimental.

Dans l'ensemble, nous observons pour chaque cas, mais avec des intensités différentes selon la valeur des paramètres :

- une zone rigide mobile loin de la plaque appelée "enveloppe" qui délimite la zone cisailée autour de la plaque.
- la présence de zones rigides mobiles de chaque côté de la plaque.
- des zones rigides statiques collées à la plaque.
- des zones rigides en mouvement liées à la paroi inférieure et supérieure du canal.

Globalement, l'augmentation du nombre d'Oldroyd donc l'augmentation des effets du seuil de contrainte par rapport aux effets visqueux a pour effet d'étendre la surface des zones rigides aussi bien statiques que mobiles et donc de réduire la surface de la zone cisailée autour de la plaque. Une zone rigide statique collée sur la paroi 1 supérieure est observée, quel que soit le jeu pour une contrainte seuil faible ($Od = 1$).

Pour un jeu grand $G = 3$, la zone rigide enveloppe est globalement composée de deux lobes. Lorsque le nombre d'Oldroyd est grand ($Od = 100$), la zone rigide se resserre autour de la plaque, la zone cisailée n'est plus influencée par les surfaces inférieures et supérieures. Les deux lobes deviennent symétriques autour de l'axe de symétrie de la plaque. Lorsque le nombre d'Oldroyd diminue i.e. les effets visqueux augmentent, la zone cisailée s'étend et les effets de la paroi inférieure et supérieure se font ressentir. La zone cisailée perd sa forme caractéristique à grands Od et sa symétrie.

Lorsque le jeu devient petit ($G = 0.066$), la symétrie de la zone enveloppe n'est plus observée ainsi que les deux lobes. Il n'y a qu'un lobe s'étendant principalement au-dessus de la plaque. À même Od et n , l'extension de ce lobe unique au-dessus de la plaque est généralement plus importante que dans le cas à grand jeu ($G = 3$), car le débit généré par le déplacement de la plaque est principalement transféré au-dessus de la plaque au lieu d'être partagé sur les deux côtés de la plaque comme au jeu grand ($G = 3$). Dans le cas du petit jeu, l'existence de zones rigides en mouvement sur la paroi inférieure est observée.

L'effet de la réduction de l'indice de la loi puissance, qui affecte la partie visqueuse est plutôt ressenti lorsque les nombres d'Oldroyd sont les plus petits. La zone cisailée augmente et la zone "enveloppe" diminue comme les autres zones rigides.

Pour l'enveloppe délimitant la zone cisailée autour de la plaque, nous remarquons que lorsqu' Od augmente, quel que soit n ou le jeu G , la forme de l'enveloppe du côté de la paroi supérieure 1 est modifiée et puis devient indépendante de cette paroi comme cela est observé sur la figure 2.6. La limite de l'influence de la paroi supérieure sur l'enveloppe de la zone rigide mobile loin de la plaque est estimée à $Od = 5.5$ dans cette étude.

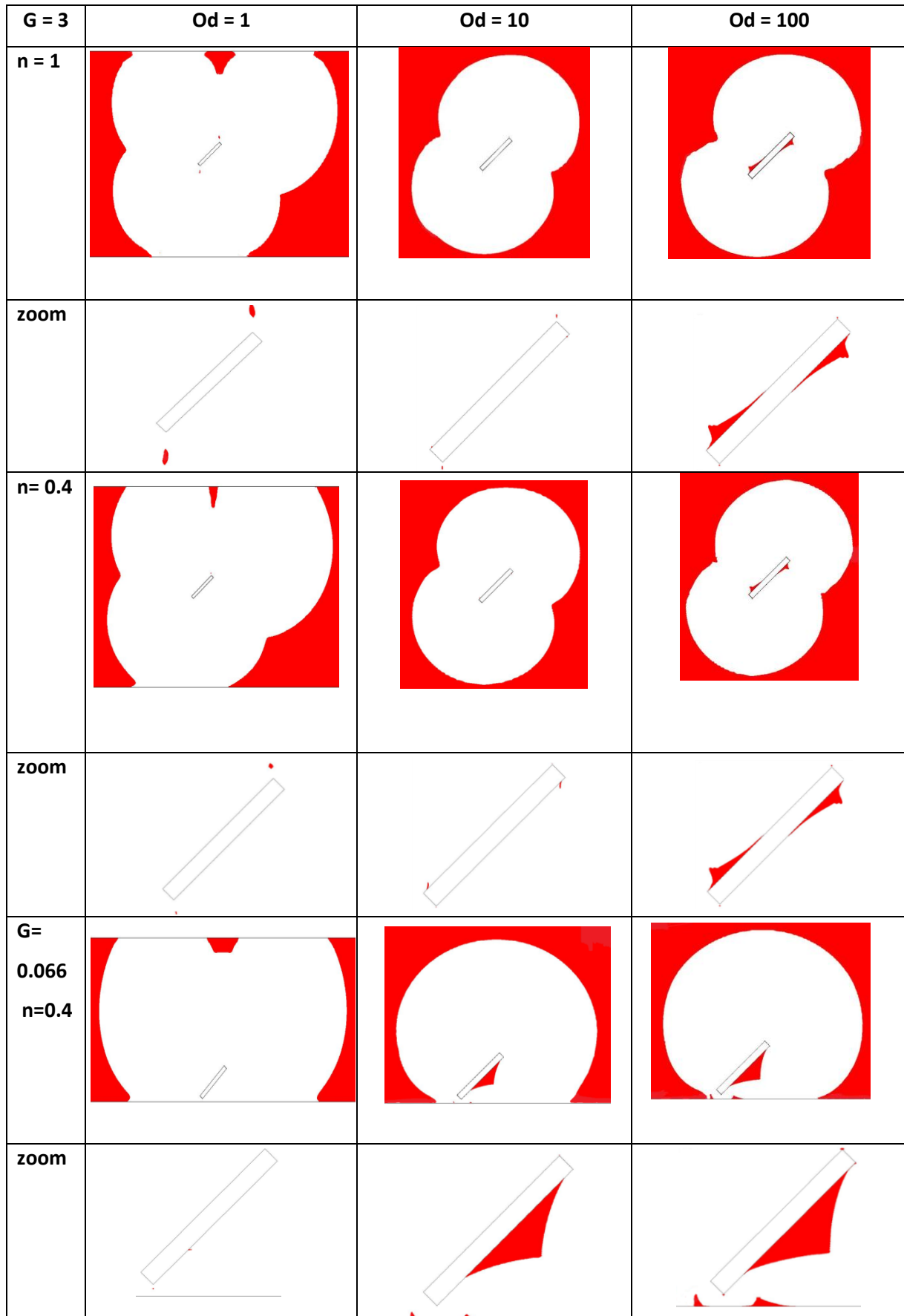


Figure 2.6 . Zones rigides autour d'une plaque inclinée en interaction avec une paroi avec des jeux $G = 3$ et $G = 0.066$ pour $n = 1$ et $n = 0.4$ à des Od différents en utilisant la condition (NSC) à la paroi supérieure

2.2.3. Coefficients de traînée et de portance

Wu et Thompson² ont étudié l'écoulement d'un fluide non newtonien autour d'une plaque plane inclinée avec un angle variable. Ils ont proposé des expressions analytiques de la traînée C_d et de la portance C_l visqueuse en fonction de l'angle variable pour des fluides en loi puissance et pour des fluides newtoniens en régime rampant :

$$C_{d_{vis}} = C_{d_{vis}(\theta = 90)} \sin^2 \theta + C_{d_{vis}(\theta = 0)} \cos^2 \theta \quad (2.10)$$

$$C_{l_{vis}} = \frac{1}{2} (C_{d_{vis}(\theta = 90)} - C_{d_{vis}(\theta = 0)}) \sin 2\theta \quad (2.11)$$

Les équations 2.10 et 2.11 seront discutées dans la partie consacrée à la comparaison numérique et expérimentale pour un fluide newtonien.

Sur la base des théories développées par la mécanique des sols et, en particulier, pour calculer les ancrages dans un sol parfaitement plastique²⁷, on peut de même écrire :

$$C_d^* = (C_{d^*(\theta = 90)} \sin^2 \theta + C_{d^*(\theta = 0)} \cos^2 \theta) \quad (2.12)$$

$$C_l^* = \frac{1}{2} (C_{d^*(\theta = 90)} - C_{d^*(\theta = 0)}) \sin 2\theta \quad (2.13)$$

Ces expressions permettent de mettre en évidence l'évolution de la traînée et de portance en fonction de l'angle pour des Od grands.

Anderson et al.²⁸ ont proposé des expressions des coefficients de traînée à l'angle 0° ($C_{d^*(\theta = 0)}$) et à l'angle 90° ($C_{d^*(\theta = 90)}$). Ces expressions applicables pour un matériau parfaitement plastique (Od très grand) s'écrivent :

$$C_{d^*(\theta = 0)} = 4 + 30 \frac{e}{L} \quad (2.14)$$

$$C_{d^*(\theta = 90)} = 6\pi + 4 + 2 \frac{e}{L} \left(2 + \frac{4}{\sqrt{2}} \right) \quad (2.15)$$

Ce qui donne pour notre cas : ($C_{d^*(\theta = 0)} = 7$) et ($C_{d^*(\theta = 90)} = 23.8$). Les prédictions des équations 2.12 et 2.13 avec un angle $\theta = 45^\circ$ sont montrées sur la figure 2.7. Nous obtenons un écart de l'ordre de 24 % entre nos résultats numériques et la prédiction théorique pour $G = 3$ à $Od = 1000$ pour la traînée. Pour la portance, cet écart est d'environ 29%. Sur la figure 2.7, lorsque Od augmente, les coefficients C_d^* et C_l^* tendent vers un plateau indépendant d' Od . Cette limite correspond aux résultats qui sont uniquement gouvernés par le seuil. Les valeurs $C_{d^* \infty}$ et $C_{l^* \infty}$ pour Od infini correspondent à la situation où la plaque est sans mouvement dans le fluide.

Dans l'autre limite, lorsqu' Od tend vers des valeurs petites donc que les forces visqueuses prennent plus d'importance par rapport aux forces issues du seuil de contrainte, les coefficients augmentent avec la diminution d' Od . Les forces visqueuses sur l'obstacle augmentant avec la vitesse viennent s'ajouter aux forces créées par le seuil d'écoulement.

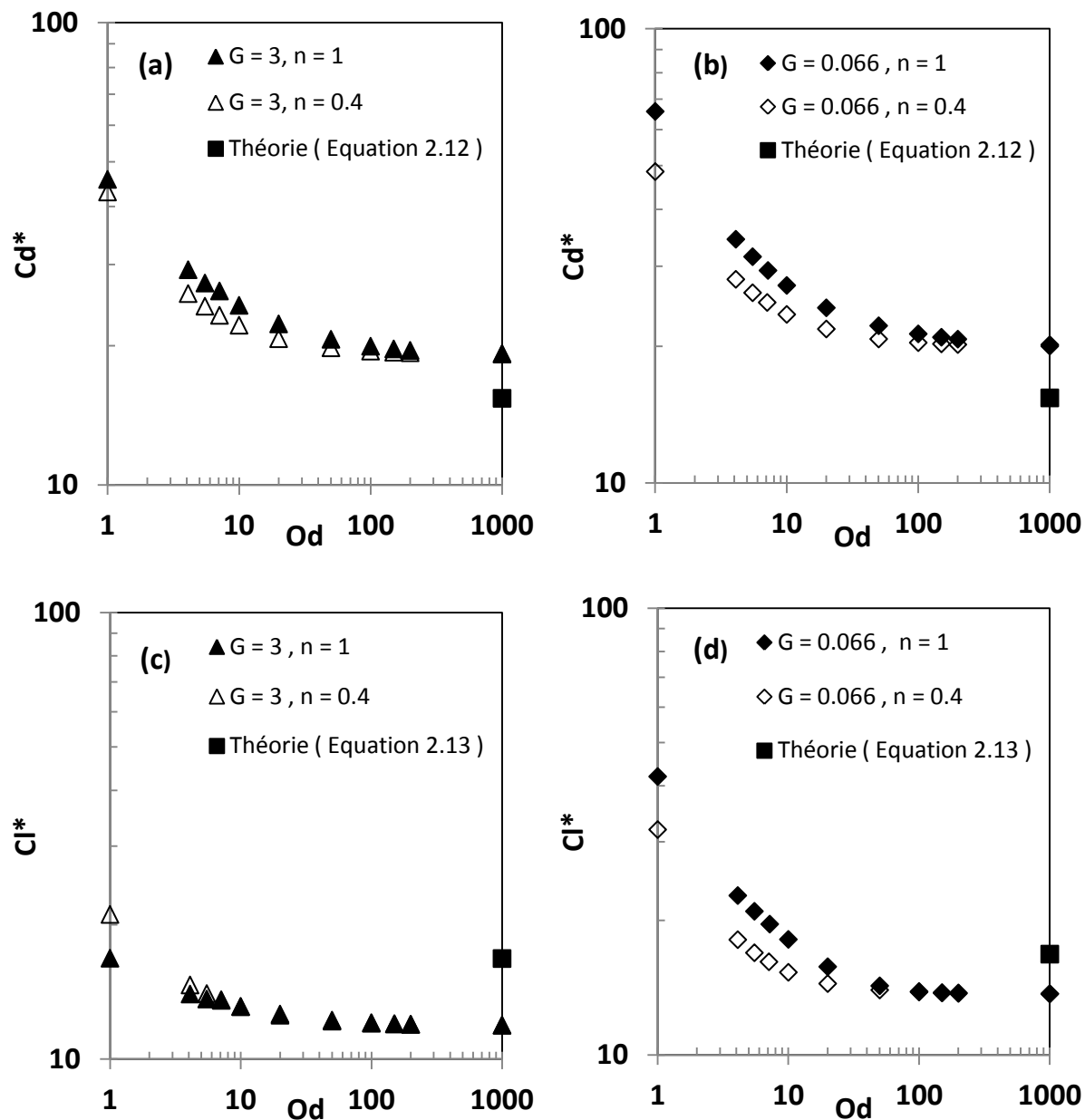


Figure 2.7 . Evolution du coefficient de traînée plastique (a), (b) et du coefficient de portance plastique (c), (d) en fonction du nombre d'Oldroyd pour $n = 1$ et $n = 0.4$ avec des jeux de $G = 3$ et $G = 0.066$

Lorsque l'effet de la rhéofluidification du fluide augmente i.e. n diminue, les coefficients Cd^* et Cl^* diminuent. Cette diminution est beaucoup moins prononcée lorsqu' Od augmente.

En effet, dans cette limite, les effets visqueux diminuent par rapport aux effets des contraintes seuil. Cependant, il est possible de remarquer sur la figure 2.7c, que lorsqu' Od est inférieur à 5.5, la diminution de n entraîne une augmentation de Cl^* pour $G = 3$. Cette augmentation de Cl^* lorsque n diminue a été également observée par Wu et Thompson² pour un fluide à loi puissance à inertie faible.

Lorsque la plaque s'approche de la paroi i.e. la valeur de G diminue, une augmentation du coefficient de ces forces est observée, car le cisaillement devient plus intense entre la plaque et la paroi inférieure. L'augmentation est plus faible aux grandes valeurs d' Od , car les effets visqueux deviennent moins importants.

L'influence des conditions aux limites de vitesse (VC) et de la condition de cisaillement nul (NSC) a été évaluée sur les valeurs de Cd^* et Cl^* . Lorsque $Od \geq 1$ et $G = 3$, nous obtenons des écarts d'environ 0.5% pour la traînée et de 1.4% pour la portance entre nos deux conditions aux limites (VC) et (NSC) quel que soit le jeu. Lorsque $Od \leq 1$, les écarts sont d'environ 3% et 4% respectivement pour la traînée et la portance. Lorsque le jeu est petit ($G = 0.066$), ces écarts sont moins importants. La condition de cisaillement nul (NSC) a été utilisée dans nos simulations numériques, car cette configuration se rapproche le plus des conditions expérimentales de la surface libre. Toutefois, comme on vient de le voir, ce choix n'est pas crucial dans le domaine de paramètres exploré qui est celui des effets plastiques importants.

L'influence de la distance de la paroi sur les coefficients Cd^* et Cl^* a été évaluée à trois jeux différents $G = 100$, $G = 3$ et $G = 1$ pour des Od différents. Les écarts obtenus entre le jeu $G = 100$ et $G = 1$ sont au maximum de l'ordre de 1.5% pour un $Od = 5.5$ et de 2% pour $Od = 100$ et ce quelle que soit les valeurs de n . Donc pour des valeurs plus grandes que $G = 1$ et $Od = 5.5$, la présence de la paroi inférieure n'influence quasiment plus la valeur des efforts induits.

3. Étude expérimentale

3.1. Matériaux et rhéométrie

Deux fluides ont été utilisés lors de notre étude expérimentale. Tout d'abord, un fluide newtonien qui a été élaboré à partir d'un sirop de glucose pur fourni par la société Nigay S.A. Sa masse volumique est de 1500 kg/m^3 . Les mesures de la viscosité du glucose ont été effectuées en imposant un cisaillement variant entre 0.03 à 0.1 s^{-1} et pour une plage de température de 18 à 25°C .

Ensuite, un fluide à seuil a été réalisé à partir du polymère Carbopol 940 produit par la société Goodrich²⁹. Le gel est obtenu par la dissolution d'une quantité massique de ce polymère ($w = 0.85\%$) dans de l'eau déminéralisée suivie d'une neutralisation à l'aide de soude (NaOH). Ce gel a un pH d'environ 7 et une masse volumique de 1000 kg/m^3 . Les gels de Carbopol sont des suspensions concentrées de microgels déformables gonflés d'eau. On se reportera à Piau³⁰ qui donne une revue de leurs propriétés structurales. Leurs caractères non-thixotropes ont été mis en évidence dans les travaux de Magnin et Piau³¹, Piau³⁰ et Dimitriou et al.³².

Les propriétés rhéologiques des gels de Carbopol ont été déterminées par des essais en cisaillement simple à l'aide du rhéomètre DHR3 (TA Instruments) à contrainte imposée. Une géométrie cône-plan a été utilisée. Le cône utilisé a un diamètre de 50 mm avec un angle de 0.035 radians. Les surfaces de la géométrie sont recouvertes de papier rugueux pour éviter le glissement comme cela a été montré dans les études de Magnin et Piau^{20,31} et Meeker et al.³³. La gamme de taux de cisaillement varie entre 10^{-3} s^{-1} jusqu'à 100 s^{-1} . Les mesures sont réalisées avec une évaporation contrôlée comme cela a été étudié par Magnin et Piau³¹. Durant les expériences, la température était de $22^\circ\text{C} \pm 0.1^\circ\text{C}$. Les incertitudes de mesure pour les autres paramètres sont estimées à 7%. En utilisant le modèle d'Herschel-Bulkley, les paramètres suivants ont été obtenus : $\tau_0 = 115\text{ Pa}$, $K = 40.4\text{ Pa}\cdot\text{s}$ et $n = 0.4$. Cependant, les gels de Carbopol présentent un certain degré d'élasticité sous le seuil.

La figure 2.8 montre l'évolution du module élastique et visqueux en fonction de la déformation et de la fréquence angulaire. Dans le domaine linéaire $\gamma < 0.3\%$, le module élastique G' est très supérieur au module visqueux G'' . C'est un gel avec un comportement élastique prédominant. Lorsque la déformation du matériau dépasse 90%, le matériau se met en écoulement, la contrainte de cisaillement dépasse la contrainte seuil.

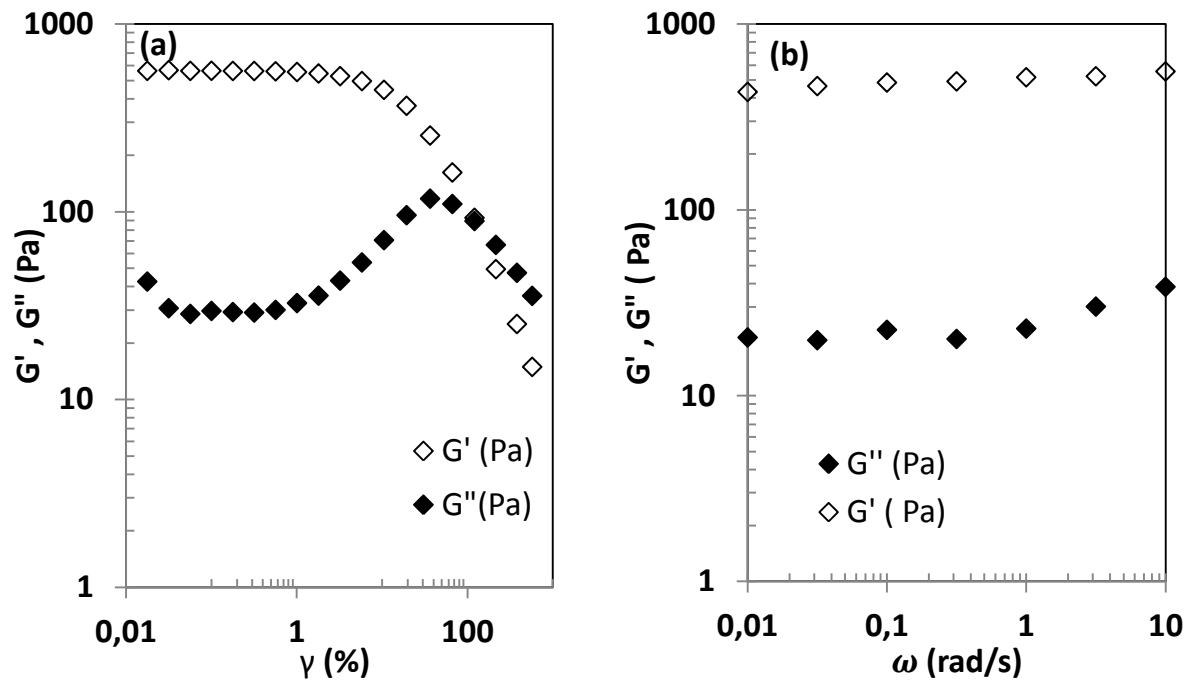


Figure 2.8 . Evolution du module élastique et module visqueux en fonction de la déformation γ (a) et de la fréquence angulaire ω (b)

Plusieurs études se sont intéressées aux comportements rhéologiques de la fluidisation (transition solide-liquide) du Carbopol. Ovarlez et al.³⁴ et Martinie et al.³⁵ ont montré que le critère de von Mises pouvait être appliqué à ce type de matériaux. Sur des bases expérimentales, Dimitriou et al.³² et Dimitriou et MacKinley³⁶ ont introduit pour ce type de gel, le concept de durcissement (écrouissage) cinématique isotrope dans lequel le seuil de contrainte se construit durant l'écoulement. Lidon et al.³⁷ ont étudié l'interaction entre le fluage et les contraintes résiduelles dans ces mêmes gels. Ahonguio et al.³⁸ ont quant à eux montré la présence de contraintes normales. Les gels de Carbopol ne montrent pas d'effet élongationnel particulier comme cela a été montré dans les études de Yarin et al.³⁹ et de Balmforth et al.^{40,41}.

3.2. Dispositif expérimental

La figure 2.9 montre le dispositif expérimental développé au Laboratoire Rhéologie et Procédés. Un moteur brushless entraîne en rotation une tige filetée liée à un chariot. Celui-ci comporte un bras où sont fixés la plaque inclinée à 45°, la caméra et les capteurs de traînée et de portance.

La caméra permet de vérifier la distance entre la plaque et le fond du canal, et l'inclinaison de cette dernière. Le bras et la plaque sont immergés dans le canal rempli de fluide.

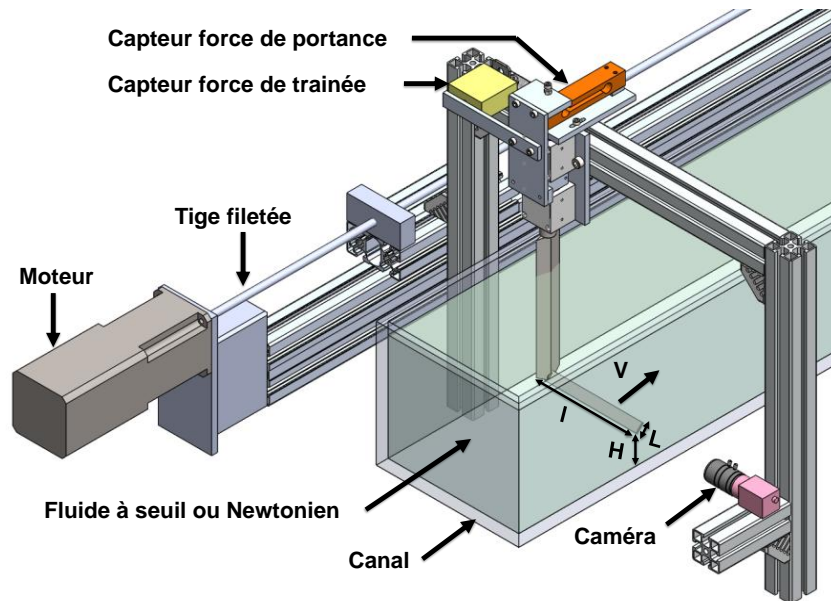


Figure 2.9 . Dispositif expérimental

Le canal est en Plexiglas transparent et présente une longueur de 3 m, une largeur de 22 cm et une hauteur de 21 cm. Pour la plaque inclinée, la longueur est de $l = 14 \text{ cm} \pm 0.1 \text{ mm}$, la largeur de $L = 3 \text{ cm} \pm 0.02 \text{ mm}$, et l'épaisseur de $e = 0.3 \text{ cm} \pm 0.02 \text{ mm}$. Pour éviter le glissement du fluide à seuil sur les parois, la plaque et le fond du canal ont été recouverts de papier rugueux de rugosité $Ra = 120 \mu\text{m}$ fabriqué par la société Norton.

Le capteur pour la force traînée a été fabriqué par la société TE Connectivity Company et celui de la force de portance par la société Scaime. Ces capteurs peuvent mesurer des forces dans une plage variant entre 0 et 50 N avec des précisions de l'ordre de 0.05% de la pleine échelle pour la traînée et de 0.025% de la pleine échelle pour la portance. La répétabilité des mesures de la force de la traînée et de portance a été vérifiée.

La distance minimale H entre la plaque et le fond du canal peut être réglée avec une précision de 2%. La température du fluide a été contrôlée avec une précision de $\pm 0.1^\circ\text{C}$. La plage de vitesse appliquée est comprise entre 0.001 et 6 mm/s avec une précision de 4%. Le logiciel LabVIEW a été utilisé pour acquérir les données avec une fréquence d'acquisition variant entre 0.1 et 1 KHz. L'incertitude expérimentale obtenue pour le fluide à seuil sur le coefficient de traînée plastique est de 14% et de 10% pour le coefficient de portance plastique. Concernant le nombre d'Oldroyd, l'incertitude est de l'ordre de 16.4%.

Les incertitudes expérimentales concernant le fluide newtonien sont estimées à environ 15% pour les coefficients de traînée visqueuse et de portance visqueuse. La force de traînée parasite du bras tenant la plaque a été mesurée sans la plaque à chaque vitesse et à chaque jeu. La force due à l'interaction entre le bout de la plaque et la paroi verticale du canal a été estimée également à chaque vitesse. Ces deux forces ont été déduites de la force de traînée mesurée avec la plaque afin d'obtenir la force de traînée seulement sur la plaque. La force de portance parasite du bras tenant la plaque a été également mesurée sans la plaque à chaque vitesse et à chaque jeu. La valeur de cette dernière s'est révélée négligeable dans tous les cas étudiés du fait du montage mécanique choisi. Lorsque les jeux sont importants, il a été constaté un bombement de la surface libre au-dessus de l'obstacle, bombement surtout présent dans les cas des grandes vitesses et pour les fluides newtoniens. Les résultats pour lesquels la surface libre est déformée n'ont donc pas été utilisés.

3.3. Résultats expérimentaux

3.3.1. Fluide newtonien

La figure 2.10 indique l'évolution de la force de traînée et de portance en fonction de la vitesse pour des jeux différents dans le cas d'un fluide newtonien. Les nombres de Reynolds utilisés varient entre 4×10^{-7} et 6×10^{-5} .

À jeu constant, lorsque la vitesse augmente, les forces de traînée et de portance augmentent. À vitesse constante, lorsque le jeu diminue, celles-ci augmentent en raison des cisaillements qui deviennent de plus en plus intenses entre la plaque et la paroi. Comme il a été vu précédemment, lorsque le jeu et la vitesse augmentent, la surface libre se déforme créant un artefact sur les mesures. Les mesures pour les grands G ont donc été limitées à des vitesses $U \leq 1.5$ mm/s pour lesquelles aucune déformation de la surface libre n'est observée.

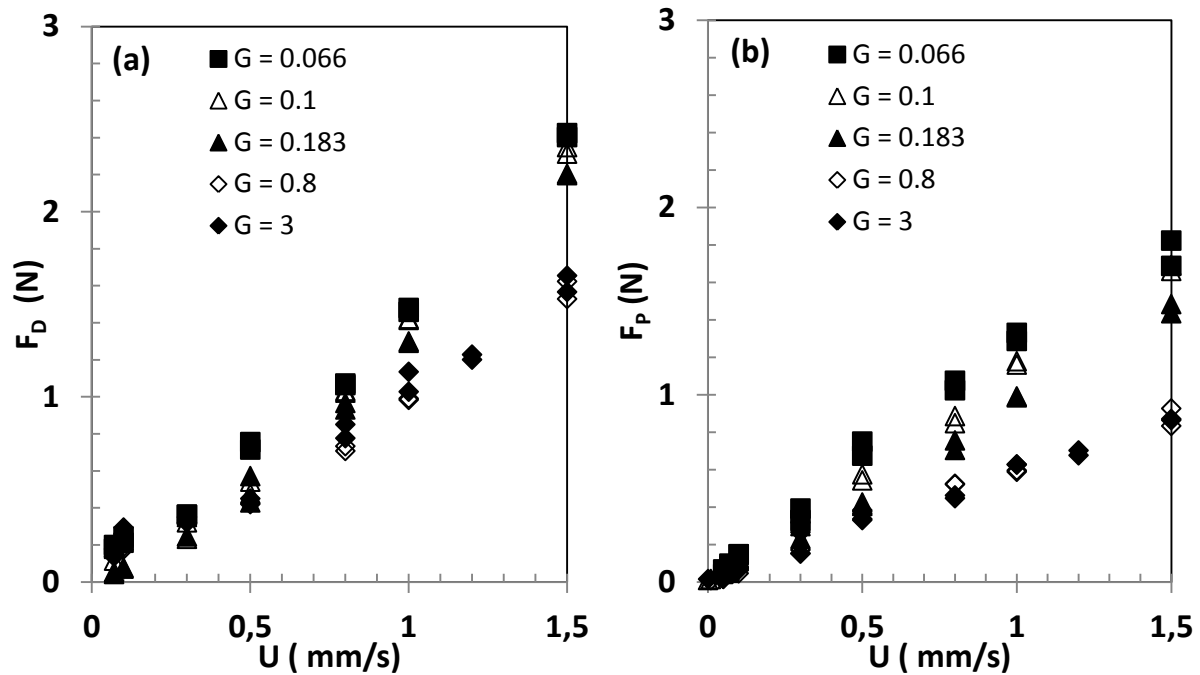


Figure 2.10 . Evolution de la force de traînée (a) et de portance (b) en fonction de la vitesse pour différents jeux pour un fluide newtonien

3.3.2. Fluide à seuil

La figure 2.11 présente l'évolution de la force de traînée et de portance en fonction de la vitesse pour différents jeux. La plage des nombres de Reynolds utilisés est comprise entre 1.5×10^{-9} à 1.7×10^{-3} et pour les nombres Oldroyd entre 5.5 et 179. Ici, les effets de la surface libre n'influencent pas les forces mesurées, car les effets de seuil sont importants.

Lorsque les vitesses tendent vers des valeurs faibles i.e. les forces visqueuses deviennent très petites, les forces de traînée et de portance tendent vers un plateau indépendant de la vitesse et seulement dépendant de la géométrie et de l'intensité de la contrainte seuil.

Cependant, lorsque les vitesses augmentent i.e. les forces visqueuses augmentent par rapport aux forces dues à la contrainte seuil, on observe une augmentation significative des forces de traînée et de portance. À vitesse constante, les forces de traînée et de portance augmentent lorsque le jeu diminue, en raison du cisaillement plus intense entre la plaque inclinée et la paroi.

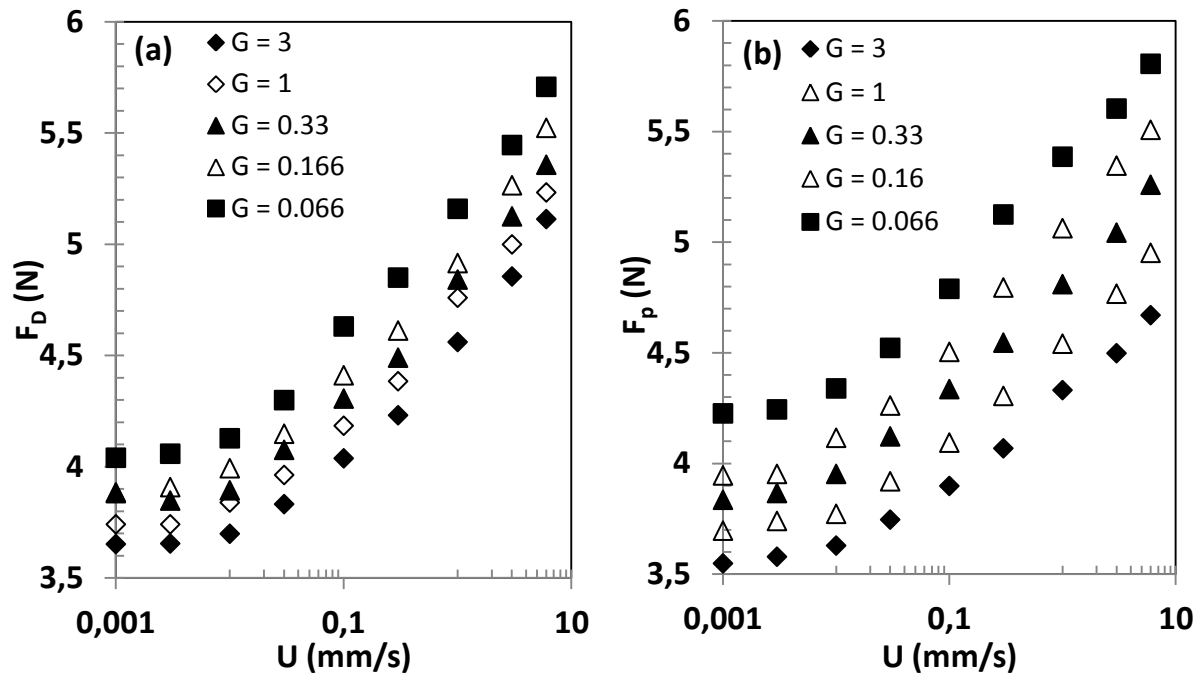


Figure 2.11 . Evolution de la force de traînée (a) et de portance (b) en fonction de la vitesse aux jeux différents pour un fluide à seuil

4. Comparaison des résultats numériques et expérimentaux

4.1. Fluide newtonien

La figure 2.12 montre l'évolution du coefficient de traînée et de la portance visqueuse obtenue numériquement et expérimentalement en fonction du jeu pour un fluide newtonien.

Une augmentation significative des coefficients de $C_{d_{vis}}$ et $C_{l_{vis}}$ peut être observée lorsque le jeu diminue à partir de $G \approx 0.8$. Cette augmentation est marquée par le cisaillement plus intense exercé entre la plaque et la paroi. Pour les jeux plus importants que 0.8 environ, $C_{d_{vis}}$ et $C_{l_{vis}}$ évoluent nettement moins vite avec la distance paroi/plaque. Les écarts entre les résultats numériques et expérimentaux sont au maximum de 14% et se situent dans les incertitudes expérimentales.

Il a été aussi rajouté sur cette même figure, les résultats obtenus en utilisant les équations 2.10 et 2.11 de Wu et Thompson². Seules les valeurs obtenues pour $G = 3$ ont été indiquées, car ces équations ne sont valables que pour les jeux grands. Les valeurs des coefficients de traînée de la plaque à l'angle 0° et 90° introduits dans les équations 2.10 et 2.11 pour calculer la théorie newtonienne proviennent de nos valeurs numériques pour un jeu $G = 3$.

Pour ce jeu, nous retrouvons une bonne approximation entre la prédiction théorique des équations 2.10 et 2.11 et les résultats numériques et expérimentaux de la traînée et de la portance.

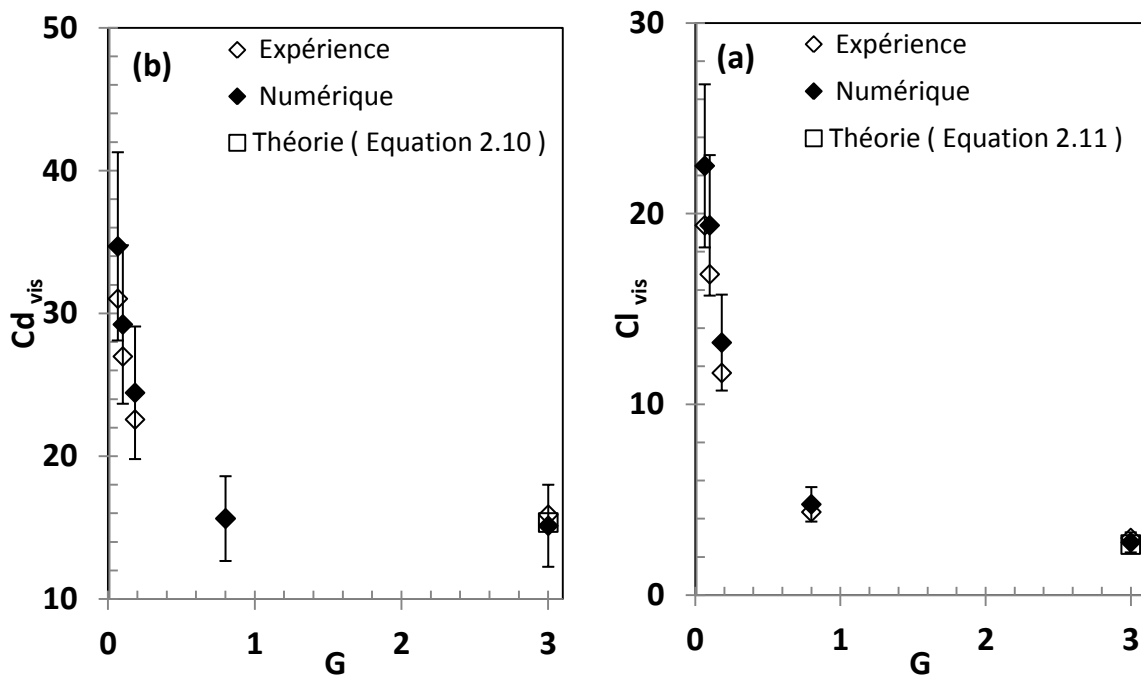


Figure 2.12 . Evolution du coefficient de traînée visqueuse (a) et (b) du coefficient de portance visqueuse en fonction du jeu pour un fluide newtonien

4.2. Fluide à seuil

Comparons maintenant les mesures expérimentales de la traînée et de la portance avec les résultats de la simulation numérique utilisant le modèle viscoplastique d'Herschel-Bulkley. Tout d'abord pour nous aider dans la discussion, nous utiliserons une loi empirique de l'évolution des coefficients de forces en fonction du nombre d'Oldroyd. Plusieurs auteurs tels que Merkak et al.¹⁰, Tokpavi et al.¹¹, et Piau et Debiante¹⁵ ont défini l'expression suivante pour le coefficient de traînée plastique :

$$Cd^* = Cd^*_\infty + \frac{B_1}{Od^M} \quad \text{avec } M = 1/(1+n) \quad (2.16)$$

Cd^*_∞ représente la partie de la contribution plastique du comportement du matériau lorsque Od tend vers l'infini et B_1 représente la partie visqueuse. Par similitude, on peut établir l'équation ci-dessous pour le coefficient de portance plastique :

$$Cl^* = Cl^*_\infty + \frac{B_2}{Od^M} \quad (2.17)$$

La figure 2.13 présente l'évolution des coefficients de traînée et de portance plastiques obtenus numériquement et expérimentalement en fonction du nombre d'Oldroyd pour un jeu petit et un jeu grand. Quelle que soit la valeur du jeu, leurs évolutions sont similaires en fonction de Od . Lorsqu' Od tend vers les grandes valeurs correspondant ainsi aux effets plastiques prépondérants, les coefficients tendent vers un plateau. Ce plateau pour Od infini correspond à la force de traînée et de portance lorsque la plaque est statique dans le fluide au repos.

D'autre part, lorsque les nombres d'Oldroyd diminuent, la traînée et la portance plastique augmentent. Il a été aussi rajouté sur ces figures, les résultats obtenus par la théorie de la plasticité (eq 2.12) donc pour des grands Od . Pour les Cd^* , les résultats sont en bonnes corrélations avec les résultats expérimentaux. Les écarts sont au maximum de l'ordre de 10% sans la prise en compte des incertitudes expérimentales estimées à 14%.

De plus, nous remarquons sur la figure 2.13 que les valeurs de la traînée obtenues par la simulation numérique sont supérieures aux résultats expérimentaux aux petits et grands jeux.

Pour la portance, au contraire, les mesures expérimentales sont inférieures aux prédictions numériques (figures 2.13c et 2.13d). Les raisons possibles de ces différences entre nos résultats seront discutées plus loin. On notera que les courbes expérimentales et numériques de Cd^* et Cl^* en fonction de Od ont des évolutions similaires, mais avec approximativement un décalage presque constant selon l'axe des ordonnées.

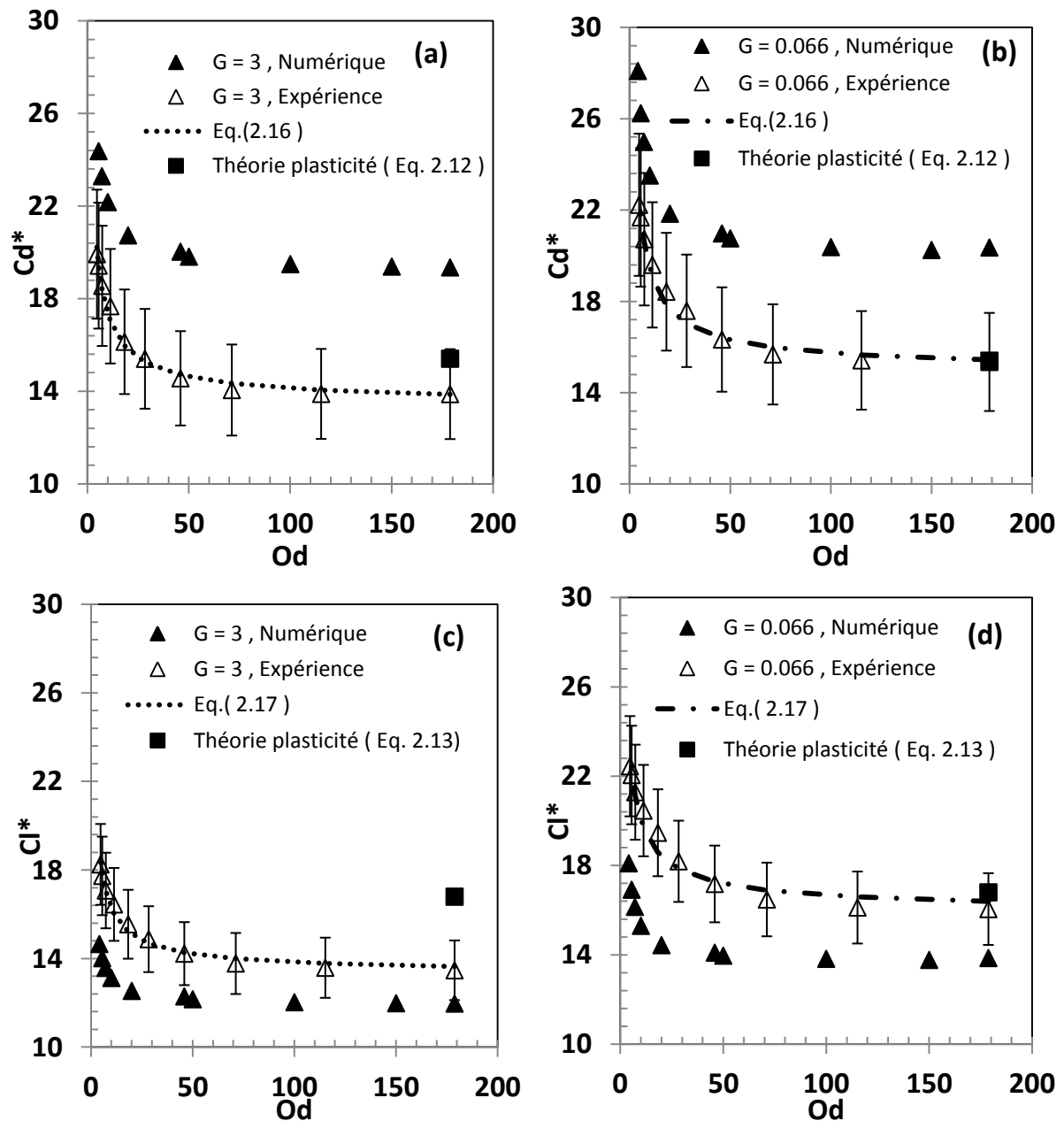


Figure 2.13 . Evolutions du coefficient de traînée plastique (a) et (b) et du coefficient de portance plastique (c) et (d) en fonction du nombre d'Oldroyd pour des jeux $G = 3$ et $G = 0.066$

Considérons maintenant le cas de la figure 2.14 mettant en évidence les effets du jeu sur la contribution plastique de la traînée Cd^*_∞ et de la portance Cl^*_∞ . Les contributions plastiques Cd^*_∞ et Cl^*_∞ augmentent relativement faiblement lorsque le jeu diminue autant expérimentalement que numériquement (Figures 2.14a et 2.14b). Lorsque le jeu G est supérieur à 1, les contributions plastiques Cd^*_∞ et Cl^*_∞ tendent vers une valeur constante qui correspond à la plaque dans un milieu infini.

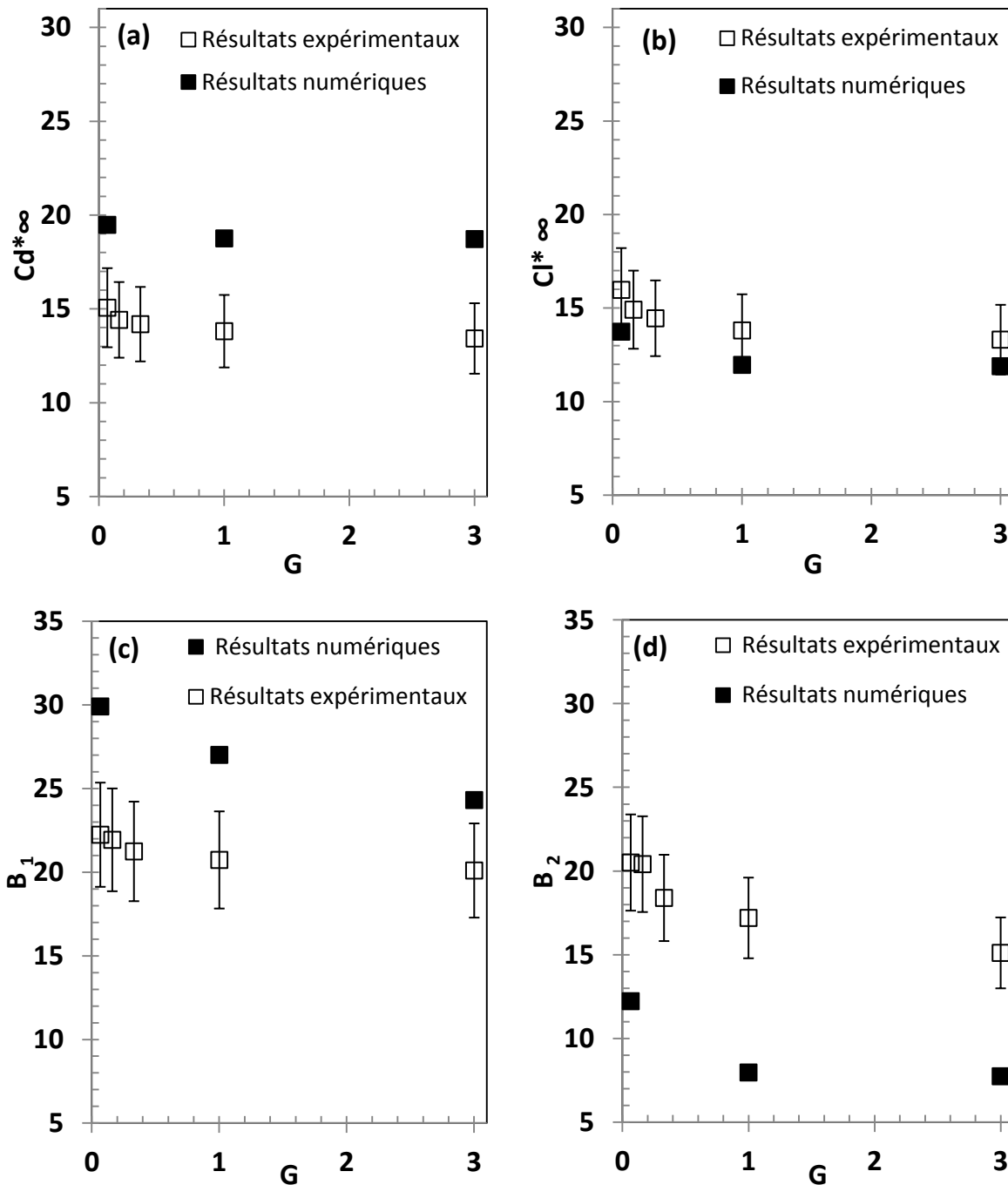


Figure 2.14 . Effet du jeu sur les valeurs numériques et expérimentales avec (a) pour Cd^*_{∞} , (b) pour Cl^*_{∞} , (c) pour B_1 de Cd^* et (d) pour B_2 of Cl^*

Les valeurs de Cd^*_{∞} et Cl^*_{∞} permettent d'estimer la valeur minimale de la contrainte seuil pour maintenir la plaque immobile en suspension dans le fluide. Dans ce cas, la force créée par le poids de la plaque ($P = \text{masse}(m) \cdot \text{constante de gravité } (g)$) est équilibrée par la force exercée par le seuil d'écoulement.

On établit facilement que le seuil pour maintenir la plaque immobile s'écrit: $\tau_0 \geq \frac{m.g}{Cd^*_{\infty}.L}$. Le seuil de contrainte nécessaire est inversement proportionnel au Cd^*_{∞} . En application, les résultats de la figure 2.14 montrent donc que lorsque la plaque est proche de la paroi, il faut moins de seuil de contrainte pour la stabiliser. D'autre part, la valeur du seuil pour stabiliser une lame inclinée à 45° se situe entre celle pour une plaque inclinée à 0° (seuil maximal) et celle pour une plaque inclinée à 90° (seuil minimal). En effet, dans le cas à 45°, les valeurs Cd^*_{∞} valent $Cd^*_{\infty} = 18.71$ (numérique) et $Cd^*_{\infty} = 13.42$ (expérience) et pour 0° et 90° respectivement $Cd^*_{\infty(\theta=0)} = 7$ et $Cd^*_{\infty(\theta=90)} = 23.8$.

Les figures 2.14 c) et d) montrent l'évolution des coefficients B_1 et B_2 des contributions visqueuses des coefficients de traînée et de portance en fonction du jeu. Ces contributions visqueuses évoluent de la même manière que les contributions plastiques Cd^*_{∞} et Cl^*_{∞} (figures 2.14 a et b). Elles diminuent faiblement pour G plus grand que 1 et augmentent plus sensiblement lorsque la plaque se rapproche de la paroi. Rappelons que les analyses proposées sont valables dans le domaine des Od compris entre 5 et 179, i.e. les forces visqueuses sont petites devant les forces dues au seuil de contrainte.

Comme précédemment mentionné, on remarque des écarts entre les résultats numériques obtenus avec un modèle viscoplastique anélastique rigide et les résultats expérimentaux obtenus avec un fluide possédant des caractéristiques élasto-viscoplastiques.

Nous allons discuter maintenant des phénomènes physiques présents dans l'écoulement pouvant être la cause de ces écarts. Pour rappel, des études récentes ont été menées afin de proposer et de comparer les modèles élasto-viscoplastiques (EVP) existants⁴². Une analyse critique des avantages et inconvénients des modèles viscoplastiques et des modèles élasto-viscoplastique (EVP) a été proposée⁴³. Les applications de ces modèles sur des écoulements autour d'obstacle ont été étudiées dans le cas d'une sphère⁴², d'un cylindre⁴⁴, et d'une plaque plane parallèle à l'écoulement^{45,46}.

Afin de comprendre l'influence des effets élastiques sur la traînée et la portance plastique de nos résultats, on peut définir un nombre de Deborah De : $De = \frac{U}{L} \cdot \frac{\kappa^{1/n}}{G'}$. Celui-ci permet de quantifier le rapport des effets visqueux aux effets élastiques. Dans notre étude, les nombres de Deborah De varient entre $1.274 \cdot 10^{-4}$ et $1.33 \cdot 10^{-4}$. Ces valeurs très faibles de De montrent que l'élasticité ne doit pas jouer un rôle très significatif dans le problème traité. Ceci est conforme à l'analyse de Fraggedakis et al.⁴². Dans une étude très approfondie, ils montrent que la traînée plastique diminue lorsque le nombre de Deborah augmente de 10^{-3} à 4 dans le cas d'une sphère qui sédimente dans un gel de Carbopol. Les écarts entre les résultats numériques et expérimentaux doivent donc plutôt provenir des phénomènes plastiques. Rappelons que dans la présente étude, les effets de seuil sont prépondérants sur les effets visqueux avec des nombres d'Oldroyd variant de 5 à 179. Le comportement plastique et la définition du critère seuil sont plus complexes pour les gels de Carbopol que la pure modélisation viscoplastique utilisée dans notre étude numérique. Fraggedakis et al.⁴² en donnent une bonne analyse et incluent dans leur modélisation numérique le concept de durcissement (écrouissage) cinématique isotrope (IKH) de Dimitriou et al.³², réalisé expérimentalement dans les gels de Carbopol. Cette modélisation permet d'admettre un écoulement plastique pour des contraintes imposées inférieures aux contraintes seuil utilisées dans notre simulation, ce que les modèles classiques d'Herschel-Bulkey élastique ou rigide ne peuvent pas prendre en compte^{44,45,46}. Il est clair qu'une modélisation permettant de mieux représenter la fluidisation telle que le modèle IKH serait plus pertinente. On devrait également considérer dans cette modélisation les contraintes initiales résiduelles stockées dans le matériau à seuil avant l'expérience. Mougin et al.⁴⁷ ont démontré dans des conditions d'écoulement très lent, le rôle important des contraintes internes résiduelles existant dans le matériau sur la trajectoire d'une bulle montant dans un gel de Carbopol. Enfin, la contribution des contraintes normales mesurées par Ahonguio et al.³⁸ pour des gels de Carbopol devrait également être considérée.

5. Conclusion

Les forces de traînée et de portance générées sur une plaque inclinée à 45° se déplaçant près d'une paroi dans un fluide newtonien ou dans un fluide à seuil ont été étudiées numériquement et expérimentalement. L'approche numérique a été validée avec le fluide newtonien en comparant les résultats obtenus expérimentalement et avec le code de calcul. Pour les fluides à seuil, l'étude a été réalisée pour des effets de seuil prépondérants par rapport aux effets visqueux.

Sur la base d'une modélisation numérique utilisant un modèle viscoplastique anélastique avec une surface seuil définie par un critère de von Mises, une étude approfondie des influences de la contrainte seuil, de la rhéofluidification et de celle de la distance entre la plaque et la paroi sur les forces de traînée et de portance a été effectuée.

Les différentes zones rigides ont aussi été identifiées. Globalement, l'augmentation du nombre d'Oldroyd a pour effet d'augmenter la surface des zones rigides en réduisant la surface de la zone cisailée autour de la plaque. L'indice de la loi puissance n , quant à lui, a tendance à diminuer ces zones rigides lorsque le seuil du matériau est faible. Les coefficients de traînée et de portance diminuent avec l'augmentation du nombre d'Oldroyd et augmentent lorsque le jeu diminue. Les valeurs asymptotiques de la traînée Cd^* et Cl^* à Od infini ont été déterminées et ont permis d'en déduire le critère de stabilité de la plaque. Il faut des valeurs moins élevées du seuil de contrainte pour stabiliser la plaque lorsqu'elle se rapproche d'une paroi. Pour les fluides à seuil, les résultats expérimentaux Cd^* et Cl^* suivent la tendance des prédictions numériques. Ces dernières fournissent des ordres de grandeurs correctes pour la force de traînée et de la force de portance. Cependant, des écarts subsistent. Ceux-ci ne semblent pas pouvoir être attribués aux effets élastiques, mais plutôt à des effets de la plasticité non pris en compte dans la modélisation numérique. En particulier, il serait certainement nécessaire de prendre en compte les évolutions de la transition solide-liquide en introduisant par exemple le modèle de durcissement cinématique isotrope proposé par Dimitriou et al.³² pour les gels de Carbopol.

Références

1. In KM, Choi DH, Kim M-U. Two-dimensional viscous flow past a flat plate. *Fluid Dyn Res.* 1995;15(1):13–24.
2. Wu J, Thompson MC. Non-Newtonian shear-thinning flows past a flat plate. *J Non-Newton Fluid Mech.* 1996;66(2-3):127–144.
3. Balmforth NJ, Frigaard IA, Ovarlez G. Yielding to Stress: Recent Developments in Viscoplastic Fluid Mechanics. *Annu Rev Fluid Mech.* 2014;46(1):121-146.
4. Coussot P. Yield stress fluid flows: A review of experimental data. *J Non-Newton Fluid Mech.* 2014;211:31-49.
5. Chaparian E, Frigaard IA. Cloaking: particles in a yield-stress fluid. *J Non-Newton Fluid Mech.* 2017. <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0377025717300678>. Accessed May 2, 2017.
6. Chaparian E, Frigaard IA. Yield limit analysis of particle motion in a yield-stress fluid. *J Fluid Mech.* 2017;819:311-351.
7. Putz A, Frigaard IA. Creeping flow around particles in a Bingham fluid. *J Non-Newton Fluid Mech.* 2010;165(5-6):263-280.
8. Ovarlez G, Mahaut F, Deboeuf S, Lenoir N, Hormozi S, Chateau X. Flows of suspensions of particles in yield stress fluids. *J Rheol.* 2015;59(6):1449-1486.
9. Tabuteau H, Coussot P, de Bruyn JR. Drag force on a sphere in steady motion through a yield-stress fluid. *J Rheol.* 2007;51(1):125-137.
10. Merkak O, Jossic L, Magnin A. Spheres and interactions between spheres moving at very low velocities in a yield stress fluid. *J Non-Newton Fluid Mech.* 2006;133(2-3):99-108.
11. Tokpavi DL, Magnin A, Jay P. Very slow flow of Bingham viscoplastic fluid around a circular cylinder. *J Non-Newton Fluid Mech.* 2008;154(1):65-76.
12. Mossaz S, Jay P, Magnin A. Non-recirculating and recirculating inertial flows of a viscoplastic fluid around a cylinder. *J Non-Newton Fluid Mech.* 2012;177-178:64-75.
13. Nirmalkar N, Chhabra RP, Poole RJ. On creeping flow of a Bingham plastic fluid past a square cylinder. *J Non-Newton Fluid Mech.* 2012;171-172:17-30.
14. Patel SA, Chhabra RP. Steady flow of Bingham plastic fluids past an elliptical cylinder. *J Non-Newton Fluid Mech.* 2013;202:32-53.
15. Piau J-M, Debiante K. The adhesive or slippery flat plate viscoplastic boundary layer for a shear-thinning power-law viscosity. *J Non-Newton Fluid Mech.* 2004;117(2-3):97-107.

16. Piau J-M. Viscoplastic boundary layer. *J Non-Newton Fluid Mech.* 2002;102(2):193–218.
17. Savreux F, Jay P, Magnin A. Flow normal to a flat plate of a viscoplastic fluid with inertia effects. *AIChE J.* 2005;51(3):750-758.
18. Brookes, G. F, and R. L. Whitmore. The Static Drag on Bodies in Bingham Plastics. *Rheol. Acta*, 7, 189. 1968.
19. Brookes, G. F., and R. L. Whitmore. Drag forces in Bingham plastics. *Rheol. Acta*, 8, 472. 1969.
20. Magnin A, Piau JM. Cone-and-plate rheometry of yield stress fluids. Study of an aqueous gel. *J Non-Newton Fluid Mech.* 1990;36:85–108.
21. Cloitre M, Bonnecaze RT. A review on wall slip in high solid dispersions. *Rheol Acta.* 2017;56(3):283-305.
22. Papanastasiou TC. Flows of Materials with Yield. *J Rheol.* 1987;31(5):385-404.
23. Mitsoulis E. On creeping drag flow of a viscoplastic fluid past a circular cylinder: wall effects. *Chem Eng Sci.* 2004;59(4):789-800.
24. Burgos GR, Alexandrou AN, Entov V. On the determination of yield surfaces in Herschel–Bulkley fluids. *J Rheol.* 1999;43(3):463.
25. Oldroyd JG, Wilson AH. A rational formulation of the equations of plastic flow for a Bingham solid. *Math Proc Camb Philos Soc.* 1947;43(01):100.
26. Oldroyd JG, Wilson AH. Two-dimensional plastic flow of a Bingham solid. *Math Proc Camb Philos Soc.* 1947;43(03):383.
27. Dhanvi Vengre Raghavendra. Performance of plate anchors , Thesis , Master of science , Civil Engineering. 2016.
28. Anderson, K. H., Murff, J. D., and Randolph, M. R. Deepwater Anchor Design Practice Vertically Loaded Drag Anchors (2003). *Phase II Report to API/Deepstar, Norwegian Geotechnical Institute, Norway, Offshore Technology Research Center, USA and Centre for Offshore Foundation Systems, Australia.*
29. Goodrich B. *Product Literature.* Cleveland; 1997.
30. Piau JM. Carbopol gels: Elastoviscoplastic and slippery glasses made of individual swollen sponges. *J Non-Newton Fluid Mech.* 2007;144(1):1-29.
31. Magnin A, Piau JM. Shear rheometry of fluids with a yield stress. *J Non-Newton Fluid Mech.* 1987;23:91–106.

32. Dimitriou CJ, Ewoldt RH, McKinley GH. Describing and prescribing the constitutive response of yield stress fluids using large amplitude oscillatory shear stress (LAOStress). *J Rheol.* 2013;57(1):27-70.
33. Meeker SP, Bonnecaze RT, Cloitre M. Slip and Flow in Soft Particle Pastes. *Phys Rev Lett.* 2004;92(19).
34. Ovarlez G, Barral Q, Coussot P. Three-dimensional jamming and flows of soft glassy materials. *Nature Materials.* 2010;9:115–119].
35. Martinie L., Buggisch H., Willenbacher N. Extending yield-stress fluid paradigms. *J Rheol.* ,2013,57, 627–646.
36. Dimitriou C.J., McKinley G.H. A comprehensive constitutive law for waxy crude oil: a thixotropic yield stress fluid. *Soft Matter*, 2014,10,6619-6644.
37. Lidon P, Villa L, Manneville S. Power-law creep and residual stresses in a carbopol gel. *Rheol Acta.* 2017;56(3):307-323.
38. Ahonguio F, Jossic L, Magnin A. Influence of surface properties on the flow of a yield stress fluid around spheres. *J Non-Newton Fluid Mech.* 2014;206:57-70.
39. Yarin AL, Zussman E, Theron A, Rahimi S, Sobe Z, Hasan D. Elongational behavior of gelled propellant simulants. *J Rheol.* 2004;48(1):101-116.
40. Balmforth NJ, Dubash N, Slim AC. Extensional dynamics of viscoplastic filaments: I. Long-wave approximation and the Rayleigh instability. *J Non-Newton Fluid Mech.* 2010;165(19-20):1139-1146.
41. Balmforth NJ, Dubash N, Slim AC. Extensional dynamics of viscoplastic filaments: II. Drips and bridges. *J Non-Newton Fluid Mech.* 2010;165(19-20):1147-1160.
42. Fraggedakis D, Dimakopoulos Y, Tsamopoulos J. Yielding the yield-stress analysis: a study focused on the effects of elasticity on the settling of a single spherical particle in simple yield-stress fluids. *Soft Matter.* 2016;12(24):5378-5401.
43. Saramito P, Wachs A. Progress in numerical simulation of yield stress fluid flows. *Rheol Acta.* 2017;56(3):211-230.
44. Fonseca C, Frey S, Naccache MF, de Souza Mendes PR. Flow of elasto-viscoplastic thixotropic liquids past a confined cylinder. *J Non-Newton Fluid Mech.* 2013;193:80-88.
45. Ahonguio F, Jossic L, Magnin A, Dufour F. Flow of an elasto-viscoplastic fluid around a flat plate: Experimental and numerical data. *J Non-Newton Fluid Mech.* December 2016,238:131-139
46. Ferreira MR, Furtado GM, Hermany L, Frey S, Naccache MF, de Souza Mendes PR. External flows of elasto-viscoplastic materials over a blade. *Proc ENCIT.* 2014;15:10–13.

47. Nicolas Mougin, Magnin A , Piau JM. The significant influence of internal stresses on the dynamics of bubbles in a yield stress fluid. *Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics* 171–172 (2012) 42–55.

Chapitre 3 : Influence de l'inclinaison d'une plaque sur les efforts générés dans l'écoulement d'un fluide newtonien et d'un fluide à seuil

Résumé

L'objet de ce travail est d'étudier expérimentalement et numériquement l'influence de l'inclinaison d'une plaque sur l'écoulement d'un fluide newtonien et d'un fluide à seuil en présence d'une paroi. Les forces de traînée et de portance ont été particulièrement étudiées. L'inclinaison de la plaque varie entre 0° et 90° . Les écoulements sont sans inertie et les effets de plasticité sont prépondérants devant les effets visqueux. Numériquement, pour un fluide obéissant au modèle viscoplastique anélastique rigide d'Herschel-Bulkley, les effets du nombre d'Oldroyd, de l'indice de loi puissance n , de l'inclinaison, de l'épaisseur de la plaque sur la traînée et la portance sont montrés. Les contributions des contraintes de cisaillement et de pression des coefficients de traînée et de portance sont également analysées. Les champs de pression et du gradient de cisaillement autour de la plaque sont détaillés. Expérimentalement, un canal instrumenté a été utilisé avec un gel de Carbopol comme fluide à seuil modèle. Les forces de portance et de traînée mesurées sont comparées aux résultats numériques ainsi qu'aux données de la littérature. Les effets d'élasticité et de plasticité sont discutés.

Mots clés : Fluide à seuil, Fluide newtonien, Plaque plane, Traînée, Portance, Inclinaison, Viscoplasticité

1. Introduction

L'écoulement rampant autour d'une plaque a été largement étudié dans le cas d'un fluide newtonien. Cependant, dans le domaine des fluides non-newtoniens et, en particulier, dans le cas des fluides à seuil très peu d'études semblent exister. La détermination des efforts générés sur une plaque dans un fluide à seuil en fonction de son angle d'inclinaison n'a jamais été réalisée à notre connaissance ni numériquement et expérimentalement. Pour ce type de configuration d'écoulement et pour un fluide newtonien, In et al.¹ ont étudié numériquement en 2D, l'écoulement autour d'une plaque plane avec un angle d'attaque variable pour des nombres de Reynolds allant jusqu'à 30 dans un milieu infini. Ils ont calculé les coefficients de traînée et de portance. De plus, plusieurs études ont été réalisées pour l'écoulement d'un fluide newtonien parallèle^{2,3} et perpendiculaire^{4,5} à la plaque dans un milieu infini.

D'autre part, pour un fluide à loi puissance, Wu et Thompson⁶ ont étudié numériquement et expérimentalement l'écoulement autour d'une plaque plane avec des angles d'attaques variables. Les effets du nombre de Reynolds, de l'indice de la loi puissance et l'angle d'attaque sur les coefficients de traînée et de portance ont été présentés.

Pour les fluides à seuil, les seules études réalisées à notre connaissance concernent les configurations pour lesquelles la plaque est perpendiculaire à l'écoulement ou parallèle à celle-ci. Pour les écoulements de fluides viscoplastiques parallèles à la plaque, une étude analytique a été réalisée par Piau⁷. Celle-ci propose des approches nouvelles pour la détermination du champ cinématique et des contraintes pour la couche limite le long de la plaque pour des écoulements rampants. Piau et Debiante⁸ ont analysé les évolutions du coefficient de traînée et de l'épaisseur de la couche limite autour d'une plaque plate en décrivant la région liquide avec un modèle viscoplastique d'Herschel-Bulkley et la région solide avec l'équation constitutive de Hooke. Boujlel et al.⁹ ont étudié expérimentalement pour une large gamme de vitesse, la force de traînée et les champs de vitesse autour d'une plaque parallèle à l'écoulement. Balmforth et al.¹⁰ ont réexaminé l'analyse de la couche limite viscoplastique d'Oldroyd comme l'avait effectuée auparavant Piau⁷. Ils ont proposé une solution générale avec une théorie alternative qui permet à la couche limite d'être courbée et de longueur finie. Ils ont trouvé contrairement à Piau⁷, des zones rigides mobiles et statiques à l'extérieur de la couche limite. De plus, Balmforth et al.¹⁰ ont précisé qu'ils n'étaient pas nécessaires d'introduire une déformation élastique en dessous du seuil pour tenir compte du déplacement loin de la plaque contredisant ainsi les études de Boujlel et al.⁹.

Pour cette même configuration, Ahonguio et al.¹¹ ont réalisé récemment une étude numérique et expérimentale avec un modèle élasto-viscoplastique dans lesquelles l'évolution du coefficient de traînée plastique en fonction du nombre d'Oldroyd et de la contrainte de cisaillement à la paroi pour des nombres élastiques différents est déterminée. Il est également à noter que l'étude de l'influence de l'élasticité sur les profils de vitesse et les zones rigides autour de la plaque dans l'écoulement a été récemment étudiée numériquement par Ferreira et al.¹². Pour les écoulements perpendiculaires à la plaque, Brookes et Whitmore^{13,14} ont étudié expérimentalement la force de traînée statique d'une plaque immergée. Savreux et al.¹⁵ ont étudié numériquement avec un modèle de Bingham, la structure de l'écoulement à inertie négligeable en fonction du nombre d'Oldroyd. Ils ont proposé des solutions empiriques pour le coefficient de traînée pour des nombres de Reynolds variant de 0.01 à 30.

Des études liées à la théorie de la plasticité pour des applications à la mécanique des sols peuvent être aussi trouvées pour des plaques perpendiculaires ou parallèles à la force d'arrachement. Elles sont relativement nombreuses vu de l'importance des applications. Par exemple, Merifield et al.^{16,17} ont étudié numériquement l'influence de la forme des ancrages sur la capacité de retenue dans de l'argile sur une gamme de profondeurs variables et pour des largeurs et longueurs variables. Ils ont calculé les valeurs des forces d'arrachement aux limites de rupture du sol pour des ancrages de la forme d'une plaque. Bembem et al.¹⁸ ont étudié expérimentalement l'influence de différentes conditions de charge sur la capacité de retenue verticale des ancrages marins. Ils ont déterminé les valeurs de la capacité de retenue de la charge et les limites à la rupture en fonction de la profondeur d'encastrement de l'ancrage.

À la différence des travaux précédemment cités, nous allons apporter durant cette étude, des connaissances nouvelles des effets de l'inclinaison d'une plaque sur les efforts de traînée et de portance générés dans l'écoulement d'un fluide à seuil et d'un fluide newtonien. La plaque sera complètement immergée dans le fluide. La description du problème et des équations gouvernantes sera tout d'abord présentée.

L'approche expérimentale sera ensuite détaillée avec la caractérisation des fluides et la description du dispositif expérimental. Les mesures des efforts sur la plaque seront menées dans le gel de Carbopol considéré comme un fluide à seuil modèle et dans un sirop de glucose newtonien. Les efforts générés sur la plaque seront déterminés en fonction de l'angle d'inclinaison et aux grands nombres d'Oldroyd.

Dans la suite, l'étude numérique sera présentée avec l'utilisation du modèle viscoplastique d'Herschel-Bulkley anélastique régularisé avec la technique de Papanastasiou. Les influences de l'indice de la loi puissance n , de la contrainte seuil Od sur les coefficients de traînée et de portance seront alors déterminées. Une étude approfondie de l'influence des paramètres numériques sur ces coefficients sera menée. Dans la dernière partie de ce chapitre, une comparaison entre nos résultats expérimentaux et numériques et ceux de la bibliographie sera apportée. Les influences de l'élasticité et des effets induits par la plasticité seront discutées dans le cas de notre étude.

2. Théorie

L'écoulement d'un fluide viscoplastique et d'un fluide newtonien en 2D autour d'une plaque avec des angles variés en régime permanent est considéré. La figure 3.1 montre la géométrie du problème étudiée. La plaque de largeur L et d'épaisseur e est immergée dans le fluide.

Le rapport e/L de la plaque est égal à 0.1. La vitesse U du fluide est uniforme à l'entrée. La plaque plane se trouve à une distance H symétrique entre la paroi supérieure (Paroi 1) et la paroi inférieure (Paroi 2). La paroi 1 correspond à la surface libre et la paroi 2 au fond du canal. Le jeu minimal égal à $H = 3L$ a été choisi entre le fond du canal (Paroi 2) et la plaque comme dans la situation expérimentale. Une distance de $H = 3L$ a également été prise entre la plaque et la paroi supérieure 1 dans le calcul numérique. Expérimentalement, cette distance varie entre $2L$ et $3L$ avec l'angle. La distance globale du domaine entre la paroi supérieure 1 et la paroi inférieure 2 est de $6L$.

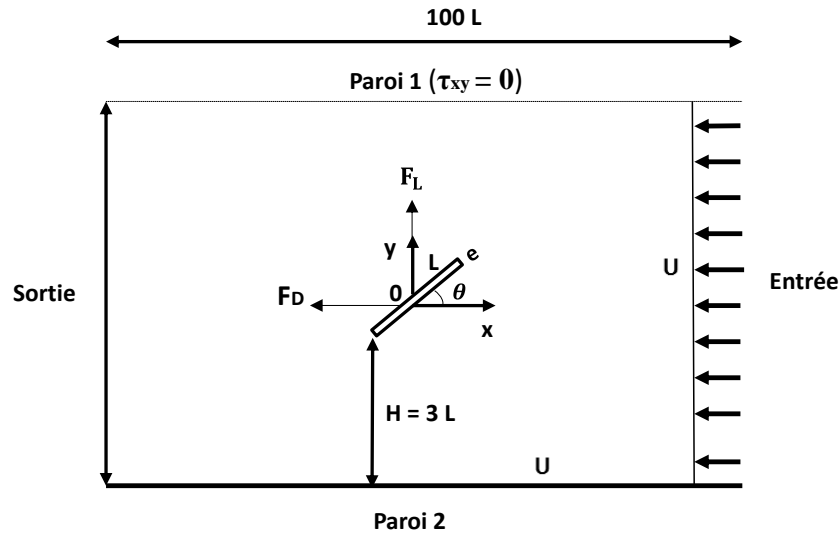


Figure 3.1 . Représentation schématique du problème

Le comportement viscoplastique du fluide peut être modélisé par le modèle viscoplastique d'Herschel–Bulkley donné par l'équation suivante :

$$\begin{cases} \underline{\underline{\tau}} = \left(K \dot{\underline{\underline{\gamma}}}^{(n-1)} + \frac{\tau_0}{\dot{\underline{\underline{\gamma}}}} \right) \dot{\underline{\underline{\gamma}}} & \text{si } \tau > \tau_0 \\ \dot{\underline{\underline{\gamma}}} = 0 & \text{si } \tau \leq \tau_0 \end{cases} \quad (3.1)$$

Le paramètre K représente le coefficient de consistance, τ_0 la contrainte seuil, n indice de la loi puissance, $\underline{\underline{\tau}}$ le tenseur des contraintes, $\dot{\underline{\underline{\gamma}}}$ le tenseur des taux de déformation, $\dot{\underline{\underline{\gamma}}}$ et τ sont les seconds invariants respectivement de $\dot{\underline{\underline{\gamma}}}$ et $\underline{\underline{\tau}}$.

Le seuil d'écoulement est défini par le critère de von Mises qui est adapté pour les fluides utilisés dans la partie expérimentale comme cela a été montré par Ovarlez et al.¹⁹ et Martinie et al.²⁰.

Les conditions aux limites sont définies par les expressions suivantes :

-   l'entrée et sur la paroi 2 : $U_x = U$ et $U_y = 0$
- Sur la plaque : $U_x = 0$ et $U_y = 0$
-   la sortie, condition de diffusion de flux nul : $\forall (i, j) \frac{\partial U_i}{\partial x_j} = 0$
- Sur la paroi 1, condition de cisaillement nulle (NSC) avec $\tau_{xy} = 0$

Les nombres sans dimension caractérisant notre écoulement sont les suivants :

$$\text{Indice de la loi puissance : } n \quad (3.2)$$

$$\text{Nombre d'Oldroyd : } Od = \frac{\tau_0}{K(U/L)^n} \quad (3.3)$$

$$\text{Nombre de Reynolds : } Re = \frac{\rho L^n U^{2-n}}{K} \quad (3.4)$$

$$\text{Jeu minimum adimensionnel : } G = \frac{H}{L} \quad (3.5)$$

Les coefficients de traînée et de portance visqueux et plastiques sont définis par les équations suivantes :

$$Cd_{vis} = \frac{2F_D \cdot L^{n-1} \cdot U^{-n}}{K} , \quad Cd^* = \frac{Cd_{vis}}{Od} \quad (3.6)$$

$$Cl_{vis} = \frac{2F_P \cdot L^{n-1} \cdot U^{-n}}{K} , \quad Cl^* = \frac{Cl_{vis}}{Od} \quad (3.7)$$

F_D et F_P représentent respectivement la force de traînée et de portance par unité de largeur calculée et mesurée sur la plaque. À noter que la force de traînée calculée numériquement étant négative, sa valeur sera donnée en valeur absolue $|F_D|$ tout au long de cette étude. La force de portance est quant à elle positive.

3. Étude expérimentale

3.1. Caractérisation rhéologique

Un sirop de glucose produit par Nigay S.A de masse volumique 1500 kg/m^3 a été utilisé comme fluide newtonien. Les mesures de la viscosité de ce glucose ont été effectuées en imposant un cisaillement variant entre 0.03 et 0.1 s^{-1} en géométrie cône-plan. Un système anti-évaporation a été mis en place autour de l'échantillon. La viscosité a été mesurée dans la plage de 18 à 25°C $\pm 0.5^\circ\text{C}$ pour évaluer précisément la valeur de la viscosité dans l'expérience en canal. Par exemple, la viscosité du glucose à 20.7°C est d'environ 2186 Pa.s . Le gel de Carbopol utilisé dans cette étude est souvent considéré comme un fluide à seuil modèle dans les expériences de mécanique des fluides notamment pour son absence de thixotropie significative (Piau²¹, Dimitriou et al.²²) et sa transparence. Ici, il a été obtenu par la dissolution d'une quantité massique de 0.85 \% wt du Carbopol 940 produit par Goodrich²³ dans de l'eau déminéralisée. Cette dissolution conduit à une solution acide qui est neutralisée par une solution de soude. Le gel obtenu à pH neutre est transparent.

Le comportement rhéométrique a été analysé en régime permanent et en régime oscillatoire. En régime permanent, les propriétés rhéologiques du gel ont été déterminées à vitesse de rotation, à température et à évaporation contrôlées par des mesures de cisaillement simple effectuées à l'aide du rhéomètre DHR3 fabriqué par TA Instrument. Les échantillons de mesure ont été directement prélevés dans le canal au niveau de la surface libre et au fond de ce dernier. Les mesures ont été effectuées avec une cellule cône-plan pour des taux de cisaillement variant entre 10^{-3} et 100 s^{-1} . Les surfaces de la cellule ont été recouvertes de papier rugueux afin d'éviter tout glissement comme cela a été montré dans l'étude de Magnin et Piau^{24,25} et Meeker et al.²⁶. Le cône utilisé avait un diamètre de 50 mm avec un angle de 0.035 rad. Les incertitudes de mesure des paramètres rhéologiques sont estimées à 7% pour le fluide à seuil et de 15% pour le glucose.

Le tableau 3.1 présente les propriétés rhéologiques du gel de Carbopol. Les valeurs des paramètres de l'équation 3.1 du modèle d'Herschel-Bulkley sont obtenues après le calage avec les mesures effectuées en rhéométrie.

τ_0 (Pa)	K (Pa.s ⁿ)	n	γ (%)	G' (Pa)	G'' (Pa)
115	40.4	0.4	0.3	561	29

Tableau 3.1 . Propriétés rhéologiques du gel de Carbopol

En régime oscillatoire, les propriétés viscoélastiques du gel dont les caractéristiques principales sont aussi indiquées dans le tableau 3.1 ont été mesurées. Ces mesures ont permis de caractériser le domaine linéaire afin de déterminer le module élastique G' et le module visqueux G'' sous le seuil du matériau. Le module élastique G' est largement supérieur au module visqueux G'' et cela montre la présence d'un caractère élastique dans le domaine linéaire.

Le gel de Carbopol se comporte comme un fluide élasto-viscoplastique comme l'ont montré Piau²¹, Dimitriou et al.²² ou Coussot et al.²⁷. Ahonguio et al.²⁸ ont montré que ces gels présentent des premières différences de contraintes normales non nulles. Yarin et al.²⁹ et Balmforth et al.^{30,31} ont étudié le comportement en élongation de ces gels. La fluidisation ou la transition solide-liquide des gels de Carbopol a fait l'objet de travaux récents Ovarlez et al.¹⁹ et Martinie et al.²⁰.

Plusieurs auteurs ont étudié le comportement en fluage sous le seuil de contrainte (Lidon et al.³², Caton et Baravian³³, Divoux et al.³⁴, Divoux et al.³⁵). Dimitriou et al.²² suite à des travaux expérimentaux sur les gels de Carbopol ont introduit le modèle du durcissement cinématique isotrope (IKH) qui décrit l'évolution du seuil durant l'écoulement. Le travail de Fraggedakis et al.³⁶ est intéressant à lire sur l'analyse du concept d'IKH et son application.

3.2. Dispositif expérimental

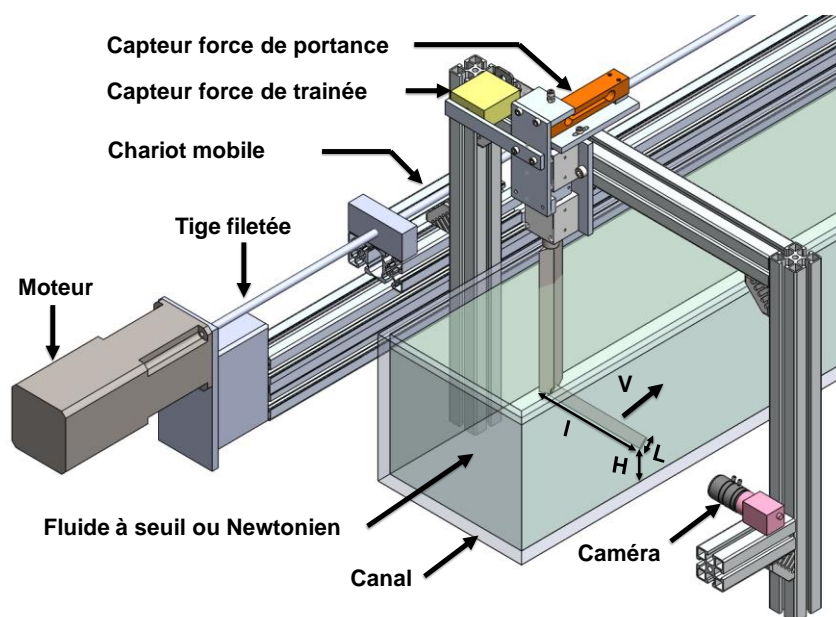


Figure 3.2 . Dispositif expérimental

Le dispositif expérimental est présenté sur la figure 3.2. Il comprend un chariot mobile entraîné par un système vis écrou mis en rotation par un moteur Brushless à vitesse variable, chariot mobile sur lequel est fixée la plaque inclinée. Le chariot transporte aussi la caméra et les capteurs de traînée et de portance. La tige filetée a un diamètre de 10 mm et un pas de 1.5 mm. La technologie du moteur permet d'imposer des vitesses dans une large gamme de vitesses.

La distance H entre la plaque et le fond du canal et l'angle d'inclinaison de la plaque durant les essais ont été vérifiés à l'aide de la caméra. Les dimensions du canal transparent en Plexiglas sont les suivantes: longueur = 3 m, largeur = 22 cm et hauteur = 21 cm. La plaque a une longueur de $l = 14 \text{ cm} \pm 0.1 \text{ mm}$, une largeur de $L = 3 \text{ cm} \pm 0.02 \text{ mm}$, et une épaisseur $e = 0.3 \text{ cm} \pm 0.02 \text{ mm}$.

Pour éviter tout glissement, les surfaces de la plaque et le fond du canal ont été recouverts d'un papier rugueux de rugosité moyenne $Ra = 120 \mu\text{m}$ fabriqué par Norton.

Un capteur de force fabriqué par TE Connectivity Company mesure la force de traînée dans la plage de 0 à 50 N avec une précision de 0.05% de la pleine échelle. Un autre capteur de force produit par la société Scaime mesure la force de portance entre 0 et 50 N avec une précision d'environ 0.025% de la pleine échelle. La distance entre la plaque et la paroi est égale à $G = 3$. Une température de $22^\circ\text{C} \pm 0.1^\circ\text{C}$ a été utilisée durant les expériences pour le gel de Carbopol.

La force de traînée parasite du bras tenant la plaque a été mesurée sans la plaque à chaque vitesse. La force de traînée de l'interaction entre le bout de la plaque et la paroi verticale du canal a été estimée également à chaque vitesse. Ces deux forces de traînée ont été déduites de la force de traînée mesurée avec la plaque afin d'obtenir la force de traînée seulement sur la plaque. Il est à noter que la force de traînée parasite du bras tenant la plaque sans la plaque est négligeable et représente moins de 2% de la valeur globale. Et pour la portance, cette valeur représente moins de 3% de la valeur globale. La distance minimale H entre la plaque et le fond du canal peut être réglée avec une précision de 2%. La plage de vitesse appliquée est comprise entre 0.001 et 6 mm/s avec une précision de 4%.

L'incertitude expérimentale obtenue sur le coefficient de traînée plastique Cd^* est de 14% et de 10% pour le coefficient de portance plastique. Concernant le nombre d'Oldroyd Od , l'incertitude calculée est de l'ordre de 16.4%. Il est à noter que lorsque les vitesses de déplacement sont importantes ou si le jeu G est suffisamment grand, la surface libre peut se déformer. Pour éviter cet effet pouvant introduire un biais dans nos résultats, les vitesses maximales ont donc été délibérément limitées.

Lors de nos mesures, deux régimes d'écoulement du fluide autour de la plaque ont été observés : un régime transitoire où la force mesurée dépend du temps, puis un régime permanent où la force mesurée est indépendante du temps. La durée de chaque régime dépend de la vitesse imposée et de la nature du fluide. Seules les forces mesurées en régime permanent ont été utilisées dans le cadre de cette étude.

3.3. Résultats expérimentaux

3.3.1. Fluide newtonien

La figure 3.3 montre l'évolution de la force de traînée et de portance en fonction de la vitesse pour des angles d'inclinaison de la plaque différents avec le sirop de glucose. Les nombres de Reynolds utilisés varient entre 2.68×10^{-7} et 3.21×10^{-5} .

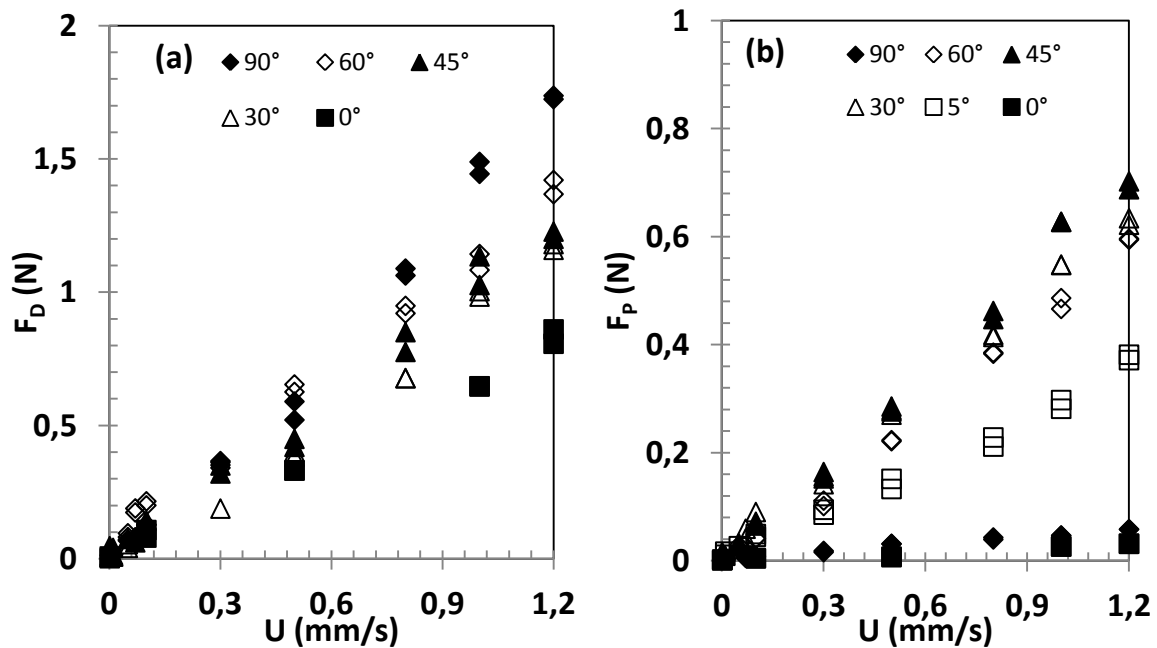


Figure 3.3 . Evolution de la force de traînée (a) et de portance (b) en fonction de la vitesse pour des angles d'inclinaison de la plaque différents pour un fluide newtonien

On peut observer que les forces de portance et de traînée augmentent relativement linéairement avec la vitesse, et ce pour chaque angle. Sur la figure 3.3a, la force de traînée augmente lorsque l'angle d'inclinaison de la plaque augmente. Sur la figure 3.3b, la force de portance est minimale à 0° puis augmente avec l'angle jusqu'à l'angle 45° environ, puis elle diminue pour s'annuler à l'angle 90° .

Wu et Thompson⁶ ont étudié l'écoulement d'un fluide non newtonien autour d'une plaque plane inclinée avec un angle variable. Ils ont proposé des expressions analytiques de la traînée C_d et de la portance C_l visqueuse en fonction de l'angle :

$$C_{d_{vis}} = C_{d_{vis}(\theta = 90)} \sin^2 \theta + C_{d_{vis}(\theta = 0)} \cos^2 \theta \quad (3.8)$$

$$C_{l_{vis}} = \frac{1}{2} (C_{d_{vis}(\theta = 90)} - C_{d_{vis}(\theta = 0)}) \sin 2\theta \quad (3.9)$$

Ils ont précisé que ces équations peuvent aussi s'appliquer pour des fluides en loi puissance et pour des fluides newtoniens, mais seulement dans le régime rampant.

Les coefficients de traînée et de portance en fonction de l'angle peuvent être connus à partir du coefficient de traînée à l'angle 0° ($Cd_{vis(\theta=0)}$) et 90° ($Cd_{vis(\theta=90)}$). Les solutions de la traînée et de la portance des équations 3.8 et 3.9 pour un fluide newtonien seront montrées lors de la comparaison avec les résultats expérimentaux et numériques à la figure 3.22.

3.3.2. Fluide à seuil

La figure 3.4 présente l'évolution de la force de traînée (Fig. 3.4a) et de portance (Fig 3.4b) en fonction de la vitesse pour des angles d'inclinaison de la plaque différents. La plage des nombres de Reynolds utilisés est comprise entre 1.5×10^{-9} et 1.7×10^{-3} avec des nombres Oldroyd variant entre 5.5 et 179.

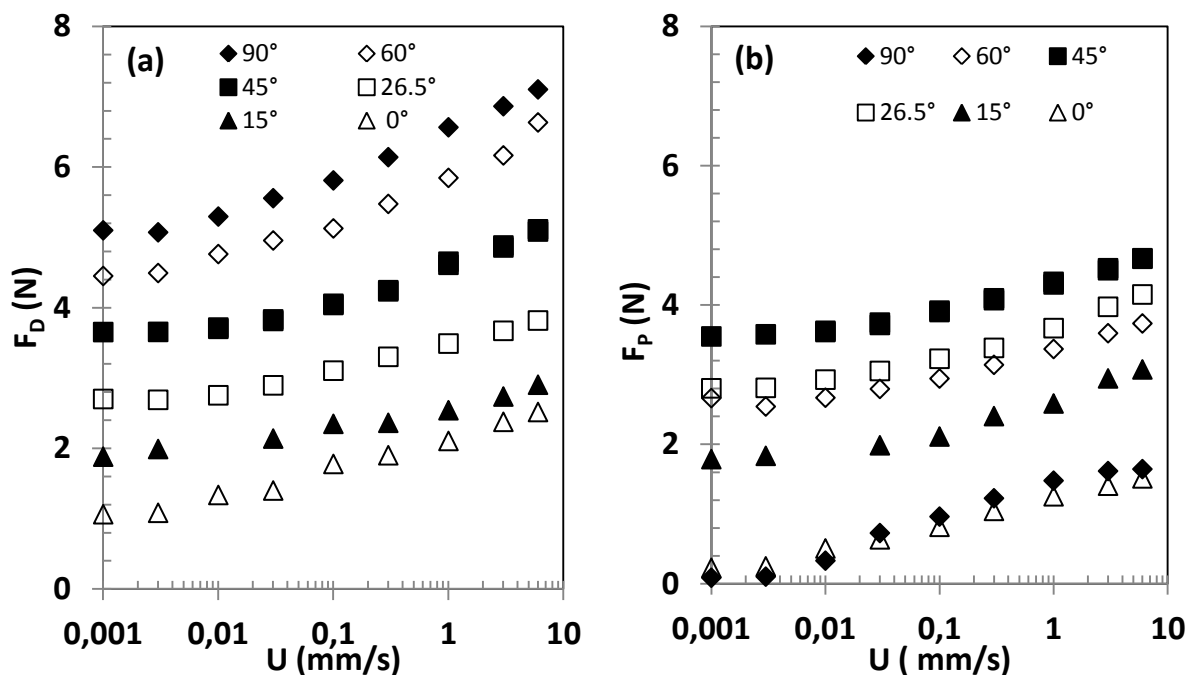


Figure 3.4 . Evolution de la force de traînée (a) et de portance (b) en fonction de la vitesse pour des angles d'inclinaison de la plaque différents pour un fluide à seuil

La figure 3.4a montre que les évolutions de la force de traînée en fonction de la vitesse ont des formes similaires, quel que soit l'angle d'inclinaison. Contrairement aux fluides newtoniens, la force de traînée tend vers un plateau aux faibles vitesses correspondant aux effets de seuil importants.

La force de traînée s'accroît avec la vitesse, car les forces visqueuses augmentent par rapport aux forces dues à la contrainte seuil. Le niveau de force augmente avec l'angle d'inclinaison. La figure 3.4b montre que la force de portance tout comme la force de traînée, tend vers un plateau lorsque la vitesse tend vers 0 et donc lorsque les effets du seuil deviennent prépondérants. La force de portance augmente avec la vitesse lorsque la vitesse devient suffisamment importante. La force de portance est minimale à 0° et augmente avec l'angle d'inclinaison. Elle est maximale vers un angle de 45° puis décroît lorsque l'angle augmente. Les valeurs de la portance sont non nulles aux angles 0° et 90° pour les hautes vitesses contrairement au fluide newtonien où ces valeurs sont négligeables. La présence de ces valeurs de portance à ces angles peut être due à l'épaisseur non négligeable de la plaque ainsi qu'aux propriétés des matériaux utilisés.

La figure 3.5 présente les résultats des mesures dans la représentation adimensionnelle. Elle montre les évolutions du coefficient de traînée et de portance plastique en fonction du nombre d'Oldroyd pour différents angles d'inclinaison de la plaque. Quel que soit l'angle d'inclinaison, ces coefficients plastiques diminuent et tendent vers un plateau lorsque le nombre d'Oldroyd devient grand. Dans cette limite, les coefficients Cd^* et Cl^* ne dépendent que du seuil de contrainte. De l'autre côté, lorsque les nombres d'Oldroyd diminuent et que les frottements visqueux deviennent plus importants, les coefficients augmentent.

Sur la base des études réalisées par Merkak et al.³⁷, Tokpavi et al.³⁸, les points expérimentaux ont été interpolés par une loi empirique sous la forme suivante :

$$Cd^* = Cd^*_{\infty} + \frac{B_1}{Od^M} \quad \text{avec } M = 1/(1+n) \quad (3.10)$$

$A_1 = Cd^*_{\infty}$ représente la partie de la contribution plastique et B_1 la partie visqueuse. Par similitude, on peut établir l'équation du coefficient de portance plastique définie par l'équation ci-dessous :

$$Cl^* = Cl^*_{\infty} + \frac{B_2}{Od^M} \quad (3.11)$$

$A_2 = Cl^*_{\infty}$ est la contribution plastique de la portance et B_2 représente la partie de la contribution visqueuse de la portance.

Les valeurs de Cd^*_{∞} et Cl^*_{∞} représentent le comportement plastique du matériau lorsque Od tend vers l'infini. Ces expressions analytiques sont représentées sur la figure 3.5 pour chaque angle.

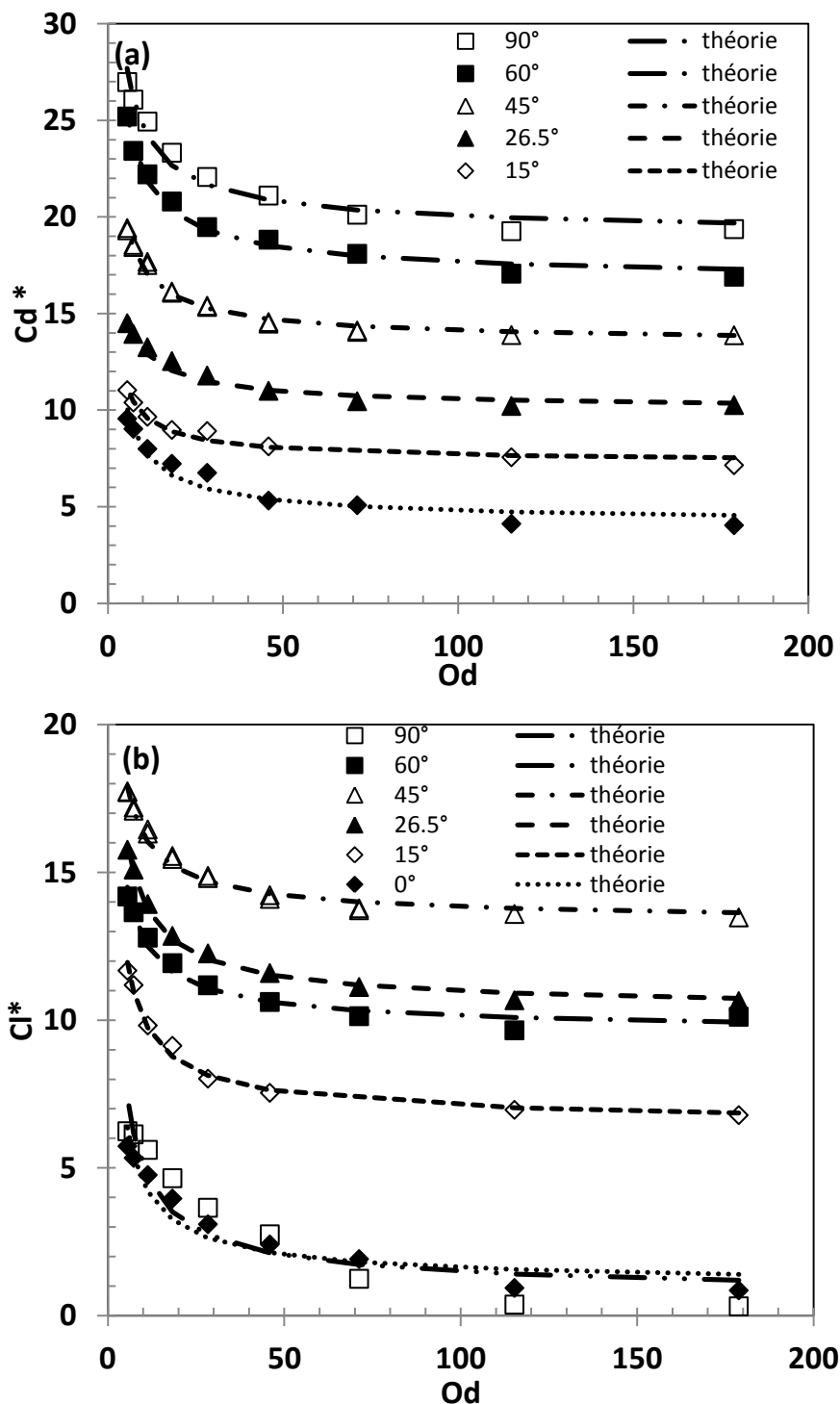


Figure 3.5 . Evolution du coefficient de traînée plastique (a) et du coefficient de portance plastique (b) en fonction du nombre d'Oldroyd pour différents angles d'inclinaison de la plaque

Les valeurs des coefficients A_1 , A_2 , B_1 et B_2 sont résumées dans le tableau 3.2 pour des angles étudiés. La valeur de M est égale 0.714 dans cette étude.

Paramètres	Cd*		Cl*	
	A ₁	B ₁	A ₂	B ₂
θ (°)				
0	4.042	20.57	0.95	18.34
15	7.197	13.45	6.4	18.89
26.5	9.95	16.66	10.26	19.57
45	13.41	20.11	13.3	15.12
60	16.57	29.77	9.52	16.83
90	18.96	29.54	0.64	22.84

Tableau 3.2 . Récapitulatif des valeurs des coefficients de traînée Cd* et de portance Cl* plastiques provenant des équations 3.10 et 3.11

Les valeurs des expressions analytiques trouvées dans le tableau 3.2 sont valables pour un nombre d'Oldroyd variant entre 5.5 et 179 et à inertie négligeable. On observe que les valeurs de A₁ de la traînée augmentent avec l'angle. Le coefficient A₂ augmente avec l'angle jusqu'à un maximum de 45° puis diminue.

Sur la base des théories développées par la mécanique des sols et, en particulier, pour calculer les ancrages dans un sol parfaitement plastique (Raghavendra³⁵, Aubeny et Chi³⁹), on peut montrer que :

$$Cd^* = Cd^*_{(\theta=90)} \sin^2 \theta + Cd^*_{(\theta=0)} \cos^2 \theta \quad (3.12)$$

$$Cl^* = \frac{1}{2} (Cd^*_{(\theta=90)} - Cd^*_{(\theta=0)}) \sin 2\theta \quad (3.13)$$

Nous pouvons noter que la portance maximale donnée par l'équation 3.13 est située à l'angle $\theta = 45^\circ$. De plus, Raghavendra³⁵ et Anderson et al.⁴⁰ ont proposé dans leurs études sur l'ancrage des plaques, des solutions pour la traînée $Cd^*_{(\theta=0)}$ et $Cd^*_{(\theta=90)}$ qui sont applicables pour un matériau parfaitement plastique. Ces expressions sont indiquées sur les équations 3.14 et 3.15 suivantes :

$$Cd^*_{(\theta=0)} = 4 + 30 \frac{e}{L} \quad (3.14)$$

$$Cd^*_{(\theta=90)} = 6\pi + 4 + 2 \frac{e}{L} \left(2 + \frac{4}{\sqrt{2}} \right) \quad (3.15)$$

La figure 3.6 compare ainsi les résultats expérimentaux à ceux de cette théorie pour des effets de seuil grands.

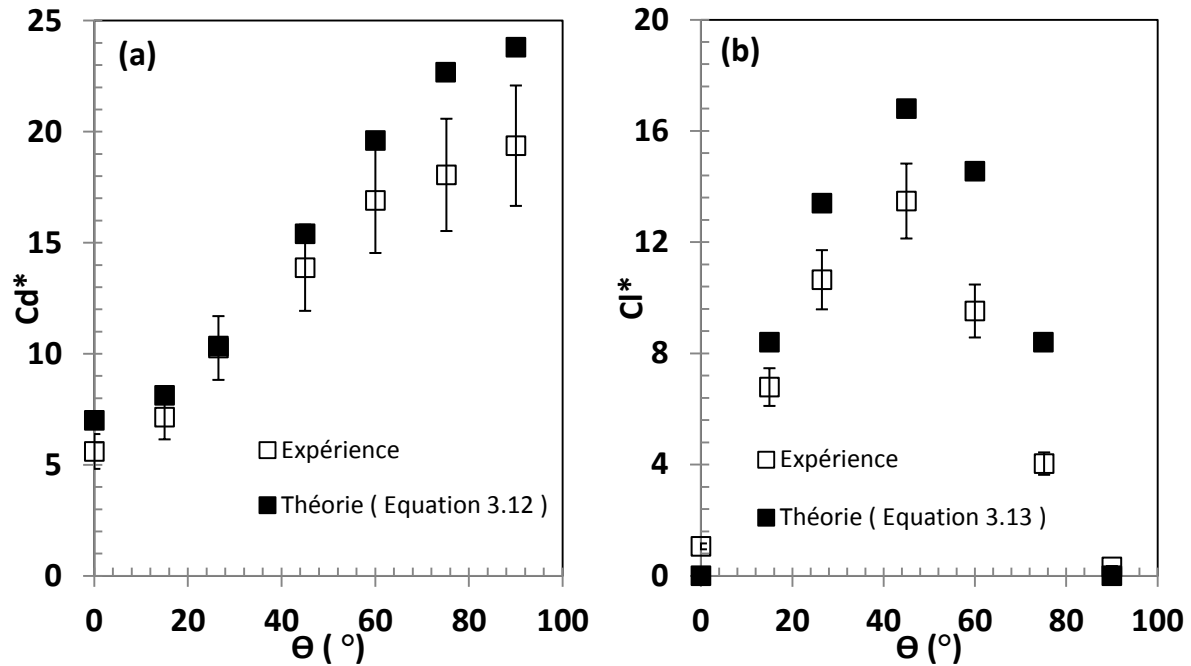


Figure 3.6 . Etude comparative entre les valeurs de la traînée et de la portance plastique à $Od = 179$ avec $n = 0.4$ et la théorie de la plasticité en fonction de l'angle d'inclinaison de la plaque

Les équations 3.14 et 3.15 donnent dans notre cas : $Cd^*_{(\theta=0)} = 7$ et $Cd^*_{(\theta=90)} = 23.81$. Nous observons que la traînée et la portance évoluent de manière similaire avec les résultats théoriques. Sur la figure 3.6a, les valeurs expérimentales de la traînée plastique et celles de la théorie sont globalement proches sauf aux angles grands. Sur la figure 3.6b, nous observons des écarts non négligeables entre les valeurs expérimentales de la portance et ceux de la théorie de la plasticité de la mécanique des sols.

4. Étude numérique

Une étude numérique a été mise en œuvre afin de comparer ces prédictions avec les résultats expérimentaux. Pour cette modélisation, la loi d'Herschel-Bulkley (équation 3.1) a été régularisée par le modèle bien connu de Papanastasiou⁴¹. Ce modèle régularisé a été utilisé dans de nombreuses études notamment pour les écoulements autour d'obstacles^{15,42,43}. Il est défini par l'équation 3.16 suivante où m représente le paramètre de régularisation.

$$\underline{\underline{\tau}} = \left[K\dot{\gamma}^{(n-1)} + \frac{\tau_0(1-\exp^{-m|\dot{\gamma}|})}{|\dot{\gamma}|} \right] \underline{\underline{\dot{\gamma}}} \quad (3.16)$$

4.1. Méthode numérique

Le logiciel Ansys-Fluent avec la version 17.1 a été utilisé. Le solveur à double précision et la discrétisation spatiale de second ordre ont été choisis. La méthode SIMPLEC (Semi-Implicit-Consistent for Pressure Linked Equation) a été adoptée. Le critère de convergence absolu de 10^{-8} a été choisi pour la convergence de la vitesse et des équations de continuité. Toutes les simulations ont été effectuées pour une très faible inertie, généralement pour $Re = 0.001$.

4.1.1. Influences du maillage et de la forme de la plaque

Afin d'optimiser tous les paramètres numériques et de rendre les résultats indépendants des maillages, une étude systématique de l'influence du maillage (nombre de nœuds), du type de maille (quadrilatères, triangles) et de la forme de la plaque (rectangulaire, oblongue) sur les coefficients de traînée et de portance plastique a été réalisée. Seuls les résultats des angles à 26.5° et 45° seront présentés ici. Un exemple de maillage de 116000 nœuds en quadrilatère est présenté sur la figure 3.7 pour une plaque inclinée à 26.5° . Ce maillage a été très raffiné vers les quatre coins de la plaque.

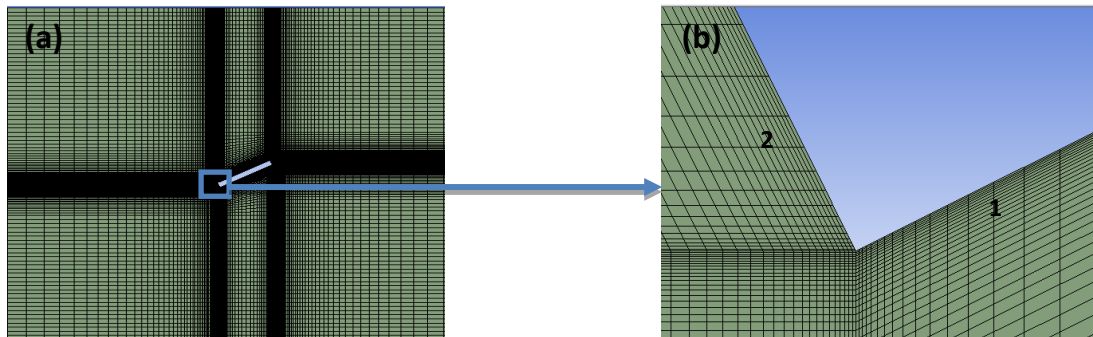


Figure 3.7 . Exemple d'un maillage raffiné vers les bords autour d'une plaque inclinée à 26.5° (a) et d'un zoom près de la plaque (b) pour un jeu $G = 3$

L'influence du nombre de nœuds de ce maillage sur la traînée Cd^* et la portance Cl^* pour un nombre d'Oldroyd $Od = 179$ est montrée sur la figure 3.8.

Comme on peut le voir, un raffinement minimal de 116000 nœuds est nécessaire pour obtenir l'indépendance du coefficient de traînée et de portance sur le maillage. Ce raffinement sera utilisé durant cette étude.

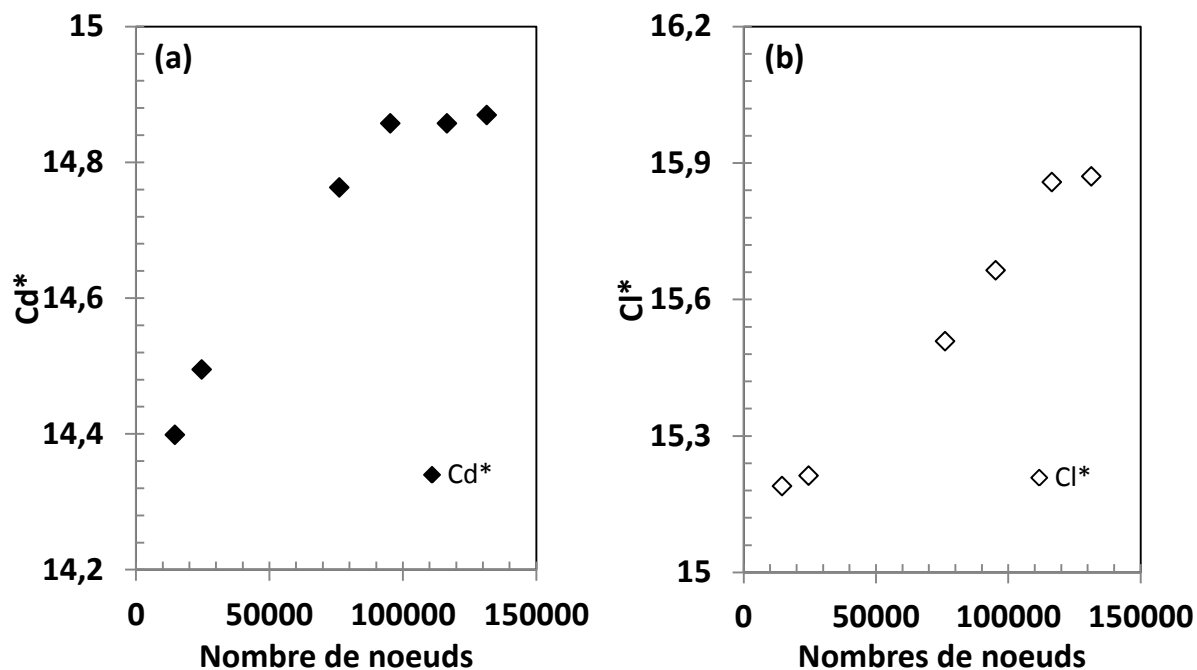


Figure 3.8 . Evolution du coefficient de traînée C_d^* et de portance C_l^* plastique en fonction du nombre de nœuds pour un jeu $G = 3$ avec un nombre d'Oldroyd $Od = 179$ et $Re = 0.001$ et $n = 0.4$

La forme de la plaque a été aussi modifiée afin de vérifier si la présence des coins, qui peuvent être des points singuliers dans la modélisation numérique, avait une influence sur la valeur des coefficients de traînée et de portance. Une plaque à bords arrondis a donc été créée. Elle est représentée sur la figure 3.9.

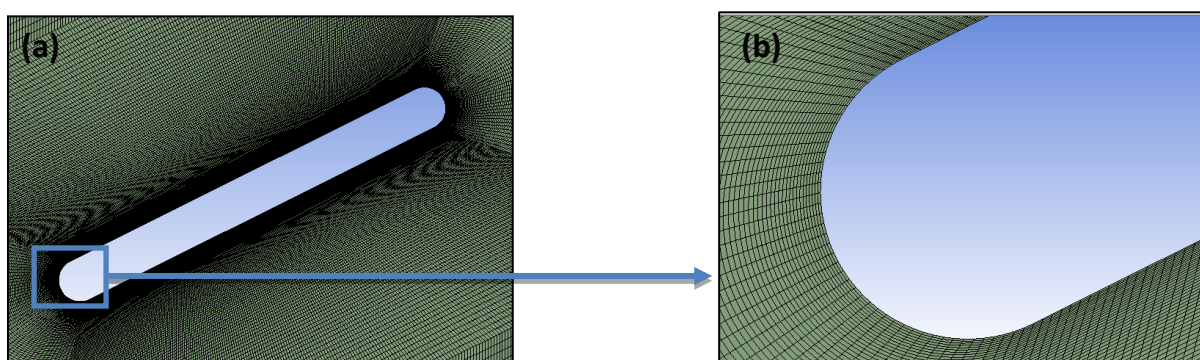


Figure 3.9 . Exemple d'un maillage raffiné vers les bords arrondis autour d'une plaque inclinée à 26.5° (a) et d'un zoom près de la plaque (b) pour un jeu $G = 3$

Un maillage en triangle a aussi été réalisé afin de vérifier que la forme des mailles n'avait pas d'importance sur le résultat final. Ce maillage est présenté sur la figure 3.10.

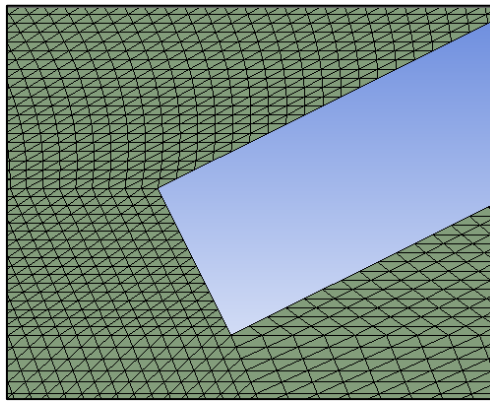


Figure 3.10 . Exemple du zoom d'un maillage triangulaire autour d'une plaque inclinée à 26.5° pour un jeu $G = 3$

Le récapitulatif des résultats de la traînée Cd^* et de la portance Cl^* plastique pour chacun de ces cas et pour deux angles de 26.5° et 45° est proposé sur le tableau 3.3.

Type de maillage / forme géométrique	$\theta = 26.5^\circ$		$\theta = 45^\circ$	
	Cd^*	Cl^*	Cd^*	Cl^*
Maillage quadrilatère	14.73	15.92	19.68	12.0066
Maillage quadrilatère Raffinement bord	14.86	15.86	19.28	11.82
Maillage triangulaire	14.76	15.71	19.06	11.66
Maillage avec une forme arrondie	14.069	15.113	18.599	11.96

Tableau 3.3 . Etude comparative du coefficient de traînée Cd^* et de portance Cl^* plastique pour une plaque inclinée à 26.5° et 45° pour différents types de maillage et de forme géométrique à $Od = 179$ et un jeu $G = 3$ et $n = 0.4$

Ce tableau montre que les valeurs des coefficients de traînée et de portance sont proches, quels que soient les types de maillage utilisés pour une plaque inclinée à 26.5° et à 45° . Le changement de la forme géométrique de la plaque d'un rectangle (figure 3.7) à celle d'une forme arrondie (figure 3.9) modifie peu les valeurs de la traînée et de la portance avec un écart de 5% au maximum obtenu pour l'angle 26.5° et de 5.5% pour l'angle 45° . Le changement de forme de la plaque montre qu'aucune singularité numérique n'est présente.

Pour confirmer cette tendance, une étude de l'influence du changement de la forme sur la localisation du gradient de cisaillement autour de la plaque sera menée dans la partie consacrée aux grandeurs locales. Nous avons également réalisé des études de l'influence de la variation du nombre de Reynolds entre 0.01 et 0.0001 sur les coefficients de traînée et de portance plastique pour l'angle 45° et 26.5° . Ainsi, les valeurs de ces coefficients obtenus sur cette gamme de Reynolds sont similaires.

Suite à cette étude, le maillage raffiné vers les bords de 116000 nœuds en quadrilatère avec une plaque de forme rectangulaire sera utilisé pour réaliser les calculs numériques. Pour le modèle de Papanastasiou⁴¹, une étude systématique sur l'influence du paramètre de régularisation m sur les coefficients de force a été réalisée et une valeur de $m = 10^4$ a été choisie pour tous les calculs.

4.2. Coefficients de traînée et de portance

Dans cette partie, nous allons examiner les fluides rhéofluidifiants, puis les fluides à seuil d'Herschel-Bulkley. Dans le cas d'un fluide rhéofluidifiant ($Od = 0$), les influences de l'indice de rhéofluidification n sur Cd^* et Cl^* seront examinées pour des angles différents. Ensuite, pour les fluides d'Herschel-Bulkley, les influences de l'indice de la loi puissance n , de la contrainte seuil (Od) et de l'épaisseur de la plaque sur les coefficients de traînée et de portance seront étudiées d'une part, et d'autre part, sur les composantes de la contrainte plastique et de pression de la traînée et de la portance.

4.2.1. Fluide rhéofluidifiant

La figure 3.11 montre l'évolution de la traînée et de la portance visqueuses en fonction de l'angle à inertie négligeable et pour différents indices de rhéofluidification n à $Od = 0$.

Sur la figure 3.11a, le coefficient de traînée visqueuse augmente logiquement avec l'angle depuis le minimum à 0° jusqu'au maximum pour 90° . Lorsque la rhéofluidification augmente i.e. quand n diminue, l'intensité du coefficient de traînée visqueuse augmente. Les valeurs newtoniennes sont toujours les plus faibles. L'influence de la rhéofluidification est importante aux faibles angles. Elle est maximale pour l'angle de 90° .

La figure 3.11b montre que lorsque n diminue, la portance visqueuse Cl_{vis} augmente. Nous observons également que le maximum de la portance trouvé à l'angle 45° pour un fluide newtonien ($n = 1$, $Od = 0$) se déplace vers des angles plus petits lorsque n diminue.

À partir de $n \leq 0.4$, la portance maximale est trouvée à l'angle 26.5° .

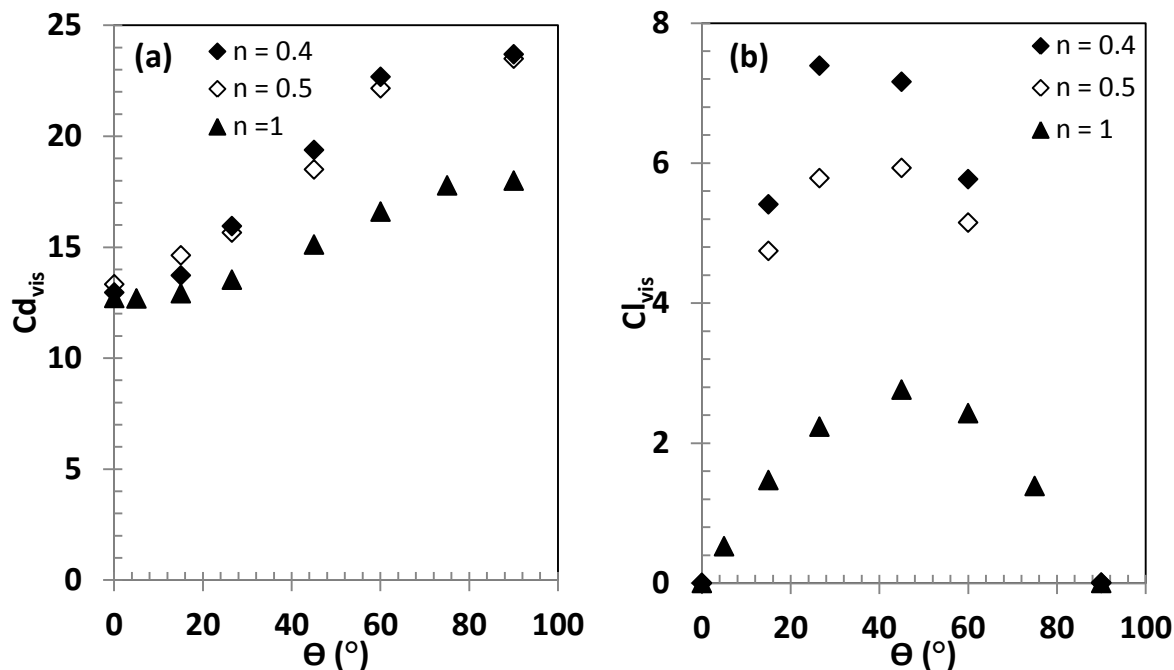


Figure 3.11 . Evolution de la traînée (a) et de la portance visqueuses (b) en fonction de l'angle pour un nombre de Reynolds $Re = 0.001$, un jeu $G = 3$ et pour différents n

Les évolutions de la traînée et de la portance visqueuse en fonction de n pour des angles différents sont montrées sur la figure 3.12.

Sur la figure 3.12a, nous observons bien que le coefficient de traînée visqueuse augmente avec l'angle. L'indice de rhéofluidification a une influence plus complexe. Pour un angle de 45° , Cd_{vis} augmente lorsque la rhéofluidification augmente. Pour les angles plus faibles, l'augmentation du Cd_{vis} s'atténue avec la diminution de n . Pour l'angle 15° , le coefficient de traînée visqueuse montre un maximum pour $n = 0.5$ environ. La portance visqueuse augmente (figure 3.12b), lorsque n diminue, quel que soit l'angle. Nous observons que les valeurs de la portance pour l'angle 45° sont plus grandes que celles de l'angle 26.5° jusqu'à $n > 0.5$. Lorsque $n \leq 0.5$, les valeurs de la portance à l'angle 26.5° sont plus grandes que celle de l'angle 45° . Cette tendance est peut être également observée sur la figure 3.11(b). Les valeurs de la portance à l'angle 15° sont plus petites comparées aux valeurs de la portance aux angles 26.5° et 45° quelle que soit la valeur de n .

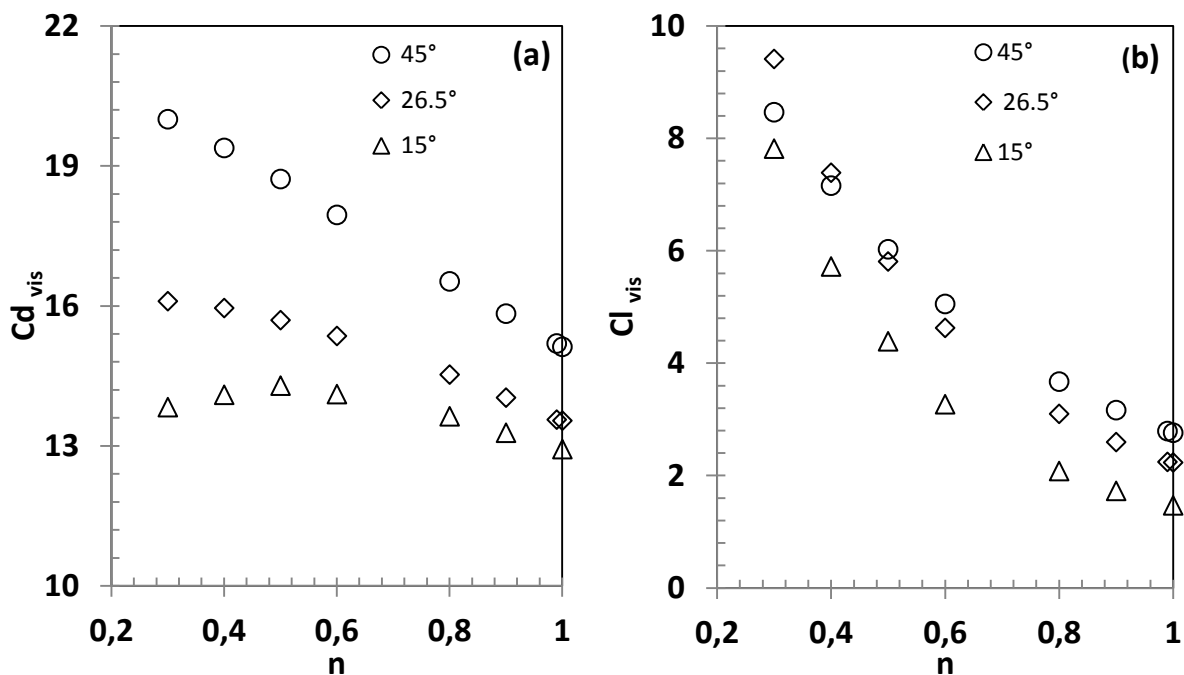


Figure 3.12 . Evolution de la traînée (a) et de la portance visqueuses (b) en fonction de n pour des angles différents

4.2.2. Fluides à seuil

La figure 3.13 montre l'influence de n sur les coefficients Cd^* et Cl^* en fonction de l'angle d'inclinaison de la plaque pour un jeu $G = 3$ avec un nombre d'Oldroyd $Od = 5.5$ et 179 .

Quelle que soit la valeur de Od , lorsque l'angle d'inclinaison de la plaque θ augmente, le coefficient de traînée plastique Cd^* augmente également. Concernant l'influence de l'indice de loi puissance n , l'augmentation de n entraîne une augmentation du coefficient de traînée comme cela est indiqué sur la figure 3.13a. L'augmentation de cette traînée dépend de l'intensité d' Od . Plus Od est grand donc plus les effets de contraintes seuil sont prépondérants devant les effets visqueux, moins l'influence de l'indice de rhéofluidification sur la traînée est significative comme le montre la figure 3.13b.

Nous observons des différences entre la théorie de la plasticité (équation 3.12) de la traînée indiquée sur la figure 3.13b et les résultats numériques. Ces différences seront expliquées dans la partie comparaison numérique et expérimentale. Les figures 3.13c et 3.13d montrent l'évolution de la portance plastique en fonction de l'angle d'inclinaison de la plaque pour $Od = 5.5$ et 179 .

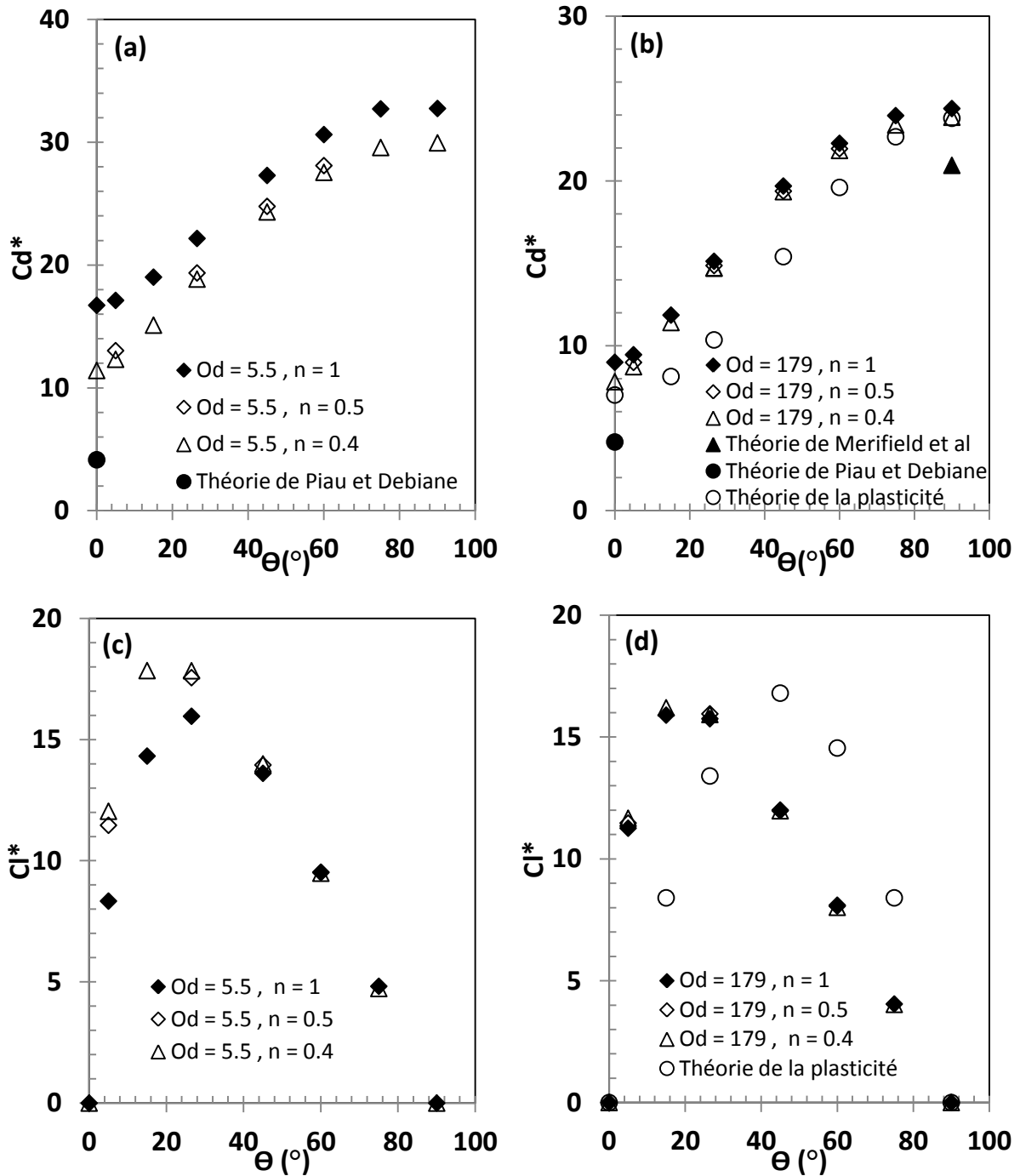


Figure 3.13 . Evolution du coefficient de traînée plastique (a) et (b), et du coefficient de portance plastique (c), (d) en fonction de l'angle d'inclinaison de la plaque pour deux nombres d'Oldroyd $Od = 5.5$ et $Od = 178.76$ avec $n = 1$ et $n = 0.4$ au jeu $G = 3$

La portance est nulle pour l'angle 0° et 90° et est maximale à un angle particulier. Sur la figure 3.13c, la portance maximale est obtenue à l'angle $\theta = 26.5^\circ$ environ pour $n = 1$. Puis ce maximum décalé est localisé entre l'angle $\theta = 15^\circ$ et l'angle $\theta = 26.5^\circ$ pour $n = 0.5$ et $n = 0.4$ lorsque le nombre d'Oldroyd Od est égal 5.5.

Ainsi, lorsque le nombre d'Od devient très élevé ($Od = 179$) sur la figure 3.13d, la portance maximale est obtenue à l'angle 15° environ quel que soit n . Cet angle d'inclinaison de la plaque correspondant à la portance maximale est différent de celui obtenu par la théorie de la plasticité de l'équation 3.13 ($\theta = 45^\circ$).

Il est important d'indiquer que lorsque la contrainte seuil est grande ($Od = 179$), les courbes ne dépendent plus de n car les effets visqueux sont négligeables. Cette évolution en fonction de n est différente dans le cas d'un fluide rhéofluidifiant (figure 3.11b) et lorsque la contrainte seuil ($Od = 5.5$) est faible (figure 3.13c).

Des calculs supplémentaires ont permis de déterminer l'évolution de la traînée et de la portance plastique pour une valeur d'Od supérieure à 179 par exemple pour une valeur d'Od = 1000 pour un angle donné ($\theta = 26.5^\circ$). Nous obtenons des valeurs de Cd^* de l'ordre de 14.73 et 14.6 respectivement à $Od = 179$ et $Od = 1000$. L'écart obtenu entre ces deux Od est de 0.88%. Les valeurs de la portance Cl^* sont de l'ordre de 15.92 et 15.763 respectivement à $Od = 179$ et $Od = 1000$. L'écart obtenu entre ces deux Od est de 0.9%. En somme, l'augmentation des effets du seuil à partir d'Od = 179 devient négligeable sur les valeurs de la traînée et la portance plastique puisque les valeurs de Cd^* et Cl^* à $Od = 179$ et $Od = 1000$ sont très proches. Cette tendance obtenue sur les valeurs de Cd^* et Cl^* à ces deux Od reste valable, quel que soit l'angle d'inclinaison. Les valeurs Cd^* et Cl^* pour Od très grand correspondent à la situation où la plaque est sans mouvement dans le fluide. Ces valeurs constantes permettent de calculer le seuil minimal nécessaire pour maintenir la plaque en équilibre dans le fluide. Ceci sera examiné plus loin dans ce chapitre.

L'influence de l'épaisseur e de la plaque sur la traînée et la portance plastique en fonction de l'angle est illustrée sur la figure 3.14 pour $n = 0.4$ et un nombre d'Oldroyd $Od = 179$. Deux épaisseurs ont été choisies: $e/L = 0.1$ comme l'épaisseur utilisée expérimentalement et $e/L = 0.003$. Comme on l'observe sur la figure 3.14a, la diminution de l'épaisseur de la plaque e à L constant entraîne une diminution de la traînée. Cette diminution est plus marquée aux faibles angles. Cependant, elle est relativement faible compte tenu de la diminution d'un facteur 33 de l'épaisseur car e/L est déjà une valeur petite.

Concernant la figure 3.14b, lorsque l'épaisseur diminue ($e/L = 0.003$), la portance plastique augmente légèrement. Nous retrouvons les mêmes évolutions de la portance entre l'épaisseur $e/L = 0.1$ et $e/L = 0.003$.

Les valeurs asymptotiques de la traînée plastique théorique à l'angle 0° et 90° données respectivement par Piau et Debiane⁸ et par Merifield et al.¹⁶ ont été indiquées sur la figure 3.14a. Pour une plaque infiniment mince dans un milieu infini, et parallèle à l'écoulement, Piau et Debiane⁸ ont proposé l'expression de la traînée plastique ci-dessous :

$$Cd^* = 4 \left(1 + \left(\left[\frac{2}{L\pi} \frac{1+n}{n} \right]^n \frac{1}{Od} \right)^{1/(1+n)} \right) \quad (3.17)$$

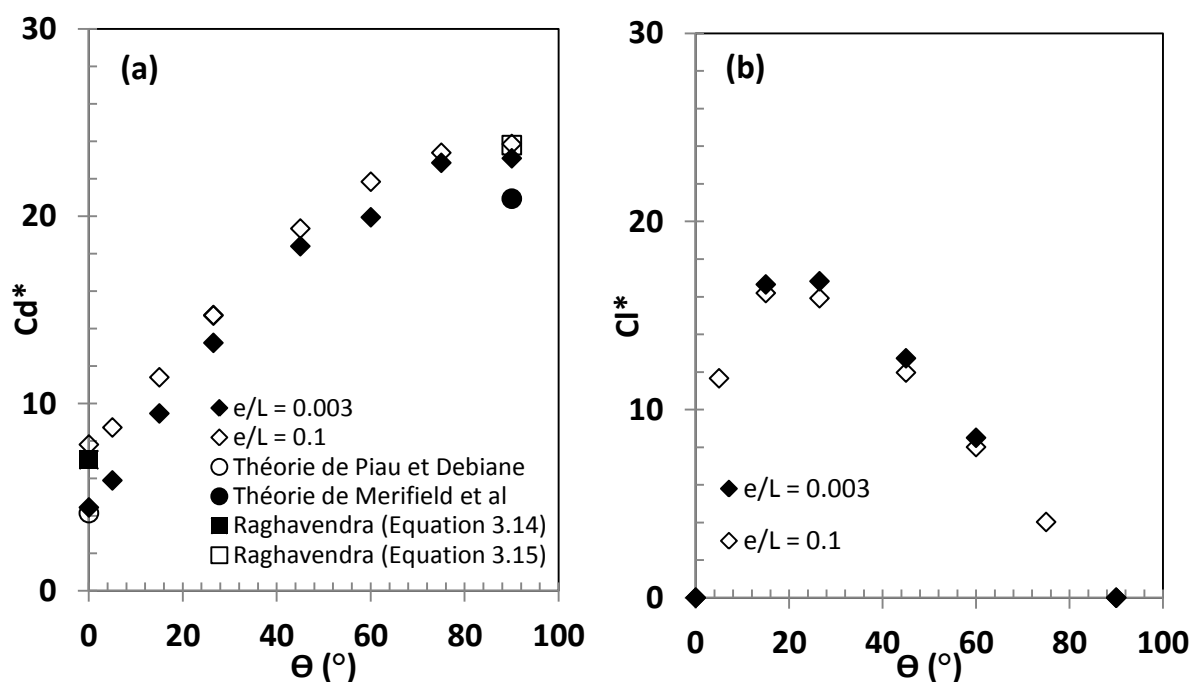


Figure 3.14 . Influence de l'épaisseur de la plaque sur la traînée Cd^* (a) et la portance Cl^* (b) plastique à $Od = 179$ et $n = 0.4$

Nous retrouvons une bonne corrélation entre notre valeur numérique et la valeur théorique de Piau et Debiane⁸ établie pour une épaisseur nulle à $\theta = 0^\circ$ et pour $e/L = 0.003$ avec un écart d'environ 7%. Cependant pour l'épaisseur ($e = 0.1$ mm), l'écart est plus important : 46%, car dans ce cas, la condition de la plaque infiniment mince est moins respectée.

La théorie de la plasticité appliquée aux calculs des ancrages qui a conduit aux équations 3.14 et 3.15 fournies par Raghavendra³⁴ peut également s'appliquer. Comme on peut l'observer sur la figure 3.14a, une approximation correcte a été obtenue avec ces résultats. Rappelons que les expressions 3.14 et 3.15 tiennent compte de l'épaisseur de la plaque.

Une étude sur l'influence de la taille du domaine a été réalisée jusqu'à $G = 100$ afin de vérifier si les effets de la paroi sont négligeables sur les valeurs de la traînée et de la portance aux Od élevés ($Od = 179$) et aux Od plus faibles ($Od = 5.5$) pour $n = 1$ et $n = 0.4$ avec un angle de 26.5° . Nous trouvons des écarts inférieurs à 3.5% sur les valeurs obtenues de Cd^* et de Cl^* pour un jeu $G = 1$ et un jeu $G = 100$. À partir de $G = 1$ et $Od = 5.5$, le milieu peut être considéré comme infini, c'est-à-dire sans effet d'interaction avec les parois. Cette tendance a été observée dans l'étude réalisée sur la plaque inclinée à 45° (cf. chapitre 2) où il a été montré que les effets de paroi deviennent négligeables sur les valeurs de la traînée et de la portance plastique à partir de $G = 1$ et $Od = 5.5$.

D'autres études complémentaires de l'influence du jeu G à l'angle 90° ont également permis de confirmer les effets négligeables de la paroi sur la traînée plastique à partir de $G = 1$. À titre illustratif, nous obtenons un écart de 1% entre les valeurs de la traînée plastique entre un jeu $G = 1$ et un jeu $G = 3$ pour $Od = 5.5$.

De plus, comme précisé auparavant, les valeurs de Cd^*_∞ et Cl^*_∞ permettent d'estimer la valeur minimale de la contrainte seuil pour maintenir la plaque immobile en suspension dans le fluide. Dans ce cas, la force créée par le poids de la plaque ($P = \text{masse } (m) * \text{constante de gravité } (g)$) est équilibrée par la force exercée par le seuil d'écoulement. On peut définir que le seuil pour maintenir la plaque immobile s'écrit : $\tau_0 \geq \frac{m \cdot g}{Cd^*_\infty \cdot L \cdot l}$. Le seuil de contrainte nécessaire est inversement proportionnel au Cd^*_∞ . Les résultats de la figure 3.14 à Od très grand montrent ainsi que lorsque l'angle d'inclinaison de la plaque augmente, il faut moins de seuil de contrainte pour la stabiliser.

4.2.3. Etude des composantes de traînée et de portance

Pour mieux comprendre la variation de la traînée et de la portance, il est intéressant d'examiner les composantes induites par des contraintes de cisaillement et par la pression Cd_v^* et Cd_p^* de la traînée Cd^* et celles Cl_v^* et Cl_p^* de la portance Cl^* . Les valeurs discutées sont celles fournies par la modélisation numérique de ce chapitre utilisant le modèle de Papanastasiou. Les composantes de ces deux coefficients sont données par les expressions suivantes :

$$Cd^* = Cd_v^* + Cd_p^* \text{ et } Cl^* = Cl_v^* + Cl_p^* \quad (3.18)$$

La figure 3.15 montre un exemple de l'évolution des composantes de la traînée Cd^* et de la portance Cl^* plastique en fonction de l'angle pour deux Od différents avec $n = 0.4$.

Sur la figure 3.15a, nous remarquons que les contributions dues à la pression Cd_p^* sont plus grandes par rapport aux contributions Cd_v^* à partir de l'angle 15° quelle que soit la valeur du nombre d'Oldroyd. En dessous de cet angle, c'est la contribution des contraintes de cisaillement Cd_v^* de la traînée plastique qui l'emporte. Cette prédominance de la contribution de pression est encore plus marquée sur la figure 3.15b pour la portance plastique où les valeurs de la contribution des contraintes de cisaillement de la portance sont très faibles, et tendent vers des valeurs négatives.

Les valeurs des deux composantes de la traînée à $Od = 5.5$ sont plus grandes comparées à celles dans le cas où $Od = 179$. L'évolution des contributions de pression Cd_p^* et Cl_p^* est similaire à celle de la traînée Cd^* et de la portance Cl^* plastique comme cela est observé sur la figure 3.14. La différence de pression sur les faces de la plaque lors de l'écoulement joue donc un rôle prépondérant sur les efforts créés par l'écoulement. Cette différence sera mise en exergue par le champ de pression autour de la plaque à l'aide des grandeurs locales.

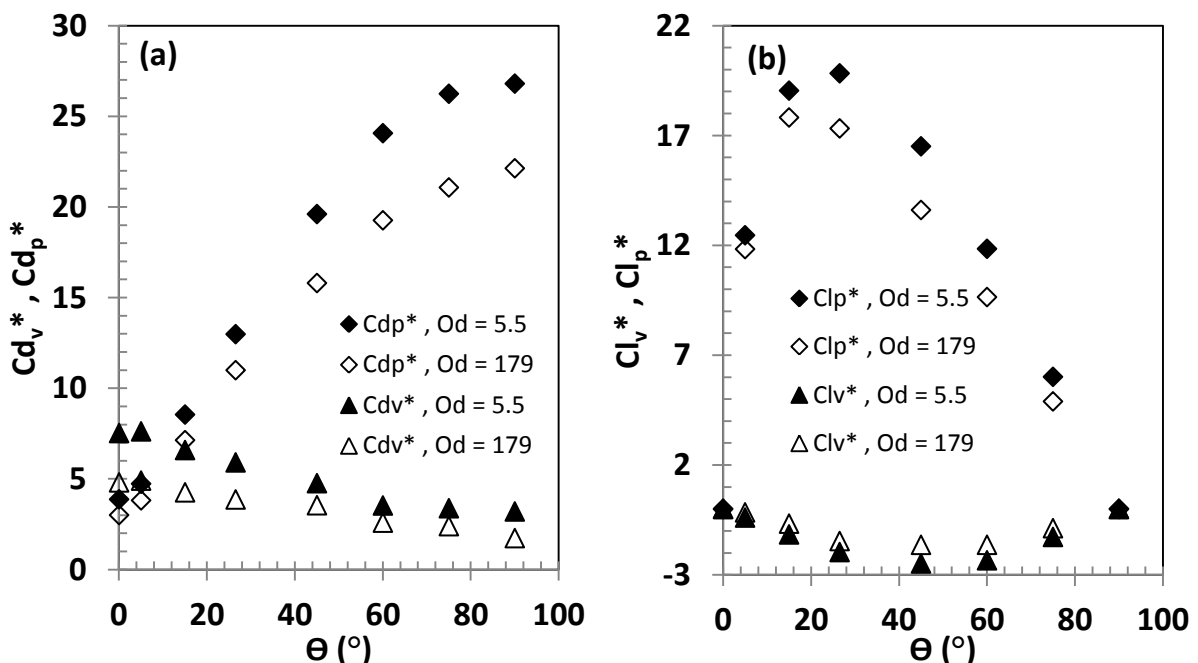


Figure 3.15 . Evolution des composantes de la traînée Cd^* (a) et de la portance Cl^* (b) en fonction de l'angle avec des nombres d'Oldroyd $Od = 5.5$ et 179 pour $n = 0.4$

4.3. Grandeurs locales

Dans cette partie, l'étude du champ du gradient de cisaillement et de la pression adimensionnel autour de la plaque pour un fluide newtonien et pour un fluide à seuil viscoplastique intervenant dans le calcul de la traînée et la portance nous permettra de connaître de manière précise la contribution de ces champs sur les faces de la plaque dans l'écoulement.

L'influence de la forme de la plaque sur le champ du gradient de cisaillement sera étudiée pour un fluide à seuil. Le champ de pression sera montré en particulier aux angles faibles (15° , 26.5° et 45°) pour une plaque de forme rectangulaire.

4.3.1. Champs du gradient de cisaillement

4.3.1.1. Cas d'un fluide newtonien

La figure 3.16 montre l'évolution du champ du gradient de cisaillement adimensionnel autour d'une plaque inclinée aux angles 15° (figure 3.16a) et 26.5° (figure 3.16b) avec un jeu $G = 3$. Nous remarquons que les gradients de cisaillement les plus élevés sont localisés directement dans les coins et plus précisément aux intersections entre les faces 1 et 2 et les faces 3 et 4. Son intensité diminue au fur et à mesure que l'on s'éloigne des coins pour devenir uniforme. Les valeurs du gradient de cisaillement maximales aux intersections entre les faces sont de 344 pour l'angle 15° et de 180 pour l'angle 26.5° . Pour l'angle 45° , ce gradient diminue et atteint la valeur de 27.5. Les valeurs minimales du gradient de cisaillement trouvées autour de la plaque sont négligeables et varient entre $1.28 \cdot 10^{-5}$, $2.13 \cdot 10^{-7}$ et $8.29 \cdot 10^{-9}$ respectivement pour les angles 15° , 26.5° et 45° .

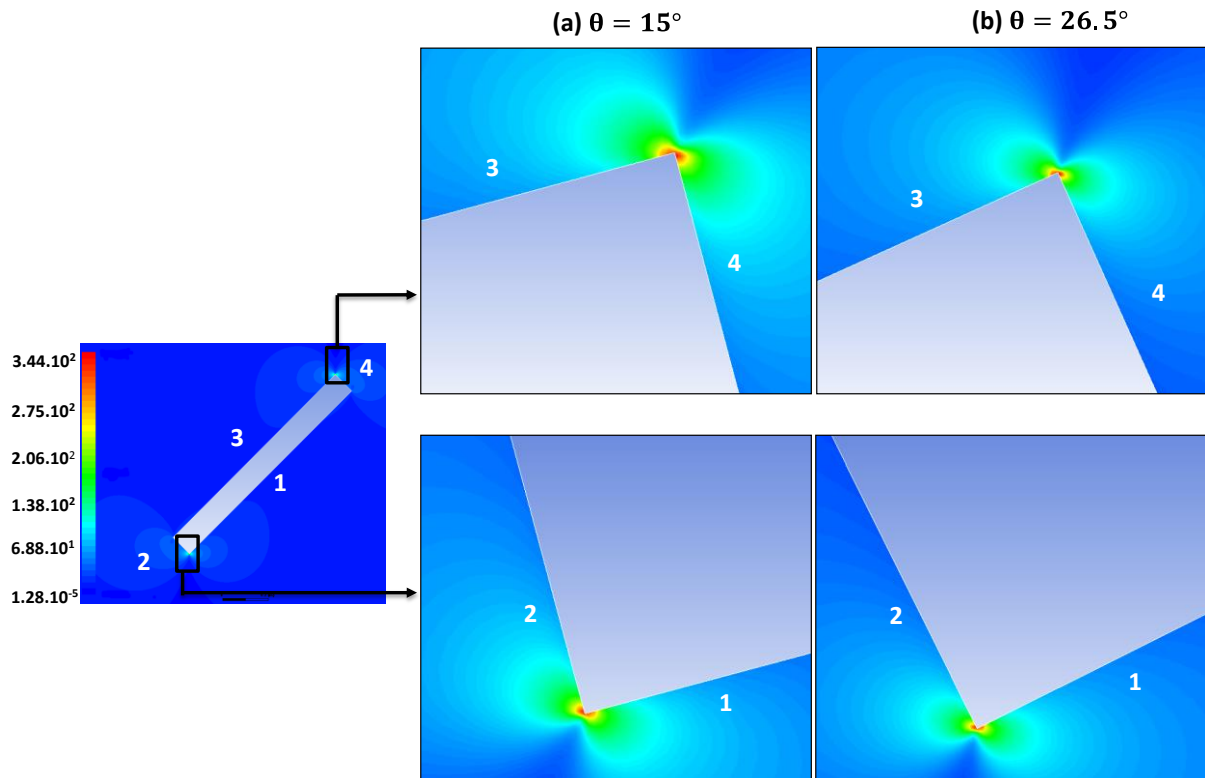


Figure 3.16 . Evolution du champ du gradient de cisaillement autour d'une plaque pour deux angles différents : (a) $\theta = 15^\circ$, (b) $\theta = 25.6^\circ$ avec un nombre de Reynolds $Re = 0.001$ et un jeu $G = 3$

4.3.1.2. Cas d'un fluide à seuil

La figure 3.17 indique le champ du gradient de cisaillement adimensionnel autour d'une plaque inclinée à 26.5° pour un nombre d'Oldroyd $Od = 179$ et différents n pour un jeu $G = 3$ à inertie négligeable dans le cas de la plaque rectangulaire (figures 3.17a, 3.17b) et de celle à coins arrondis (figure 3.17c).

Les zooms de l'écoulement autour de la plaque indiquent comme dans le cas newtonien que les gradients de cisaillement les plus élevés sont localisés sur les coins de la plaque. En changeant la forme rectangulaire par une forme plus arrondie (figure 3.17c), la zone où le gradient de cisaillement est le plus élevée reste la même que dans celui de la forme rectangulaire. Par ailleurs, la valeur maximale du gradient de cisaillement aux coins des faces à $Od = 179$ de la figure 3.17a est 8 fois supérieure au cas newtonien à $Od = 0$ avec une plaque de forme rectangulaire (figure 3.16b).

Nous pouvons également confirmer grâce aux zones de localisation du gradient de cisaillement sur les deux formes de la plaque (figure 3.17) qu'aucune singularité numérique n'est distinguée dans notre étude comme cela a déjà été vérifié plus haut.

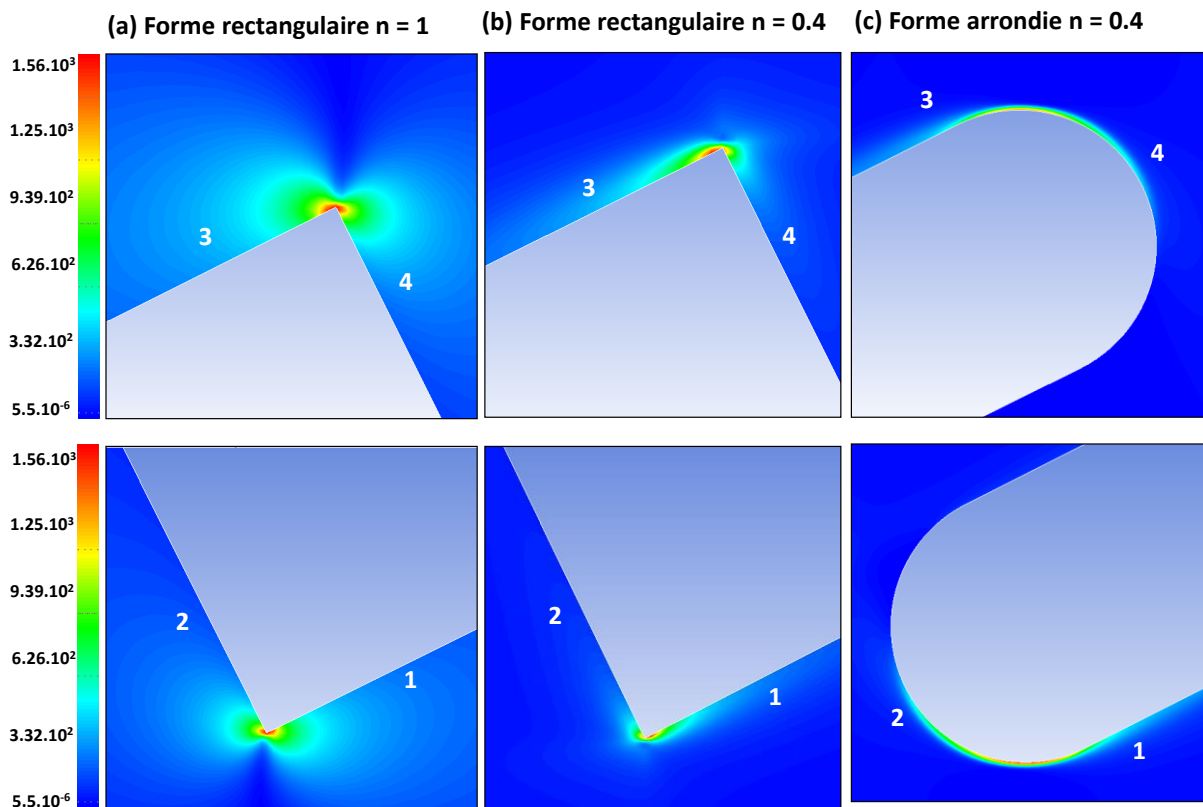


Figure 3.17 . Evolution du champ du gradient de cisaillement adimensionnel autour de la plaque inclinée à 26.5° sous une forme rectangulaire (a, b) et une forme arrondie (c) pour un jeu $G = 3$, $Od = 179$, pour différents n

D'autre part, il est intéressant de comprendre l'évolution du gradient de cisaillement autour de la plaque pour des angles différents. La forme rectangulaire de la plaque a été choisie pour des angles à 15° et 45° . Son évolution est montrée sur la figure 3.18.

En observant les figures 3.18a, 3.18b et la figure 3.17b pour $Od = 179$ et $n = 0.4$, nous remarquons que les deux zones où le gradient de cisaillement maximal est localisé se déplacent lorsque l'angle augmente. Le déplacement de ces gradients s'exerce dans le sens de la face 1 à la face 2 et dans le sens de la face 3 à la face 4. Les valeurs du gradient de cisaillement à ces points particuliers diminuent de $6.74.10^4$ à $1.56.10^3$ lorsque l'angle d'inclinaison de la plaque augmente de 15° à 45° comme la tendance observée dans le cas newtonien.

Concernant le cas où $n = 0.4$, les gradients de cisaillement minimaux varient entre $1.6 \cdot 10^{-6}$ et $7.8 \cdot 10^{-6}$ pour les angles compris entre 15° et 45° . Ces gradients sont négligeables comme dans le cas newtonien et pour $n = 1$. Les gradients de cisaillement maximaux, quel que soit l'angle sont les plus prépondérants dans l'écoulement. La diminution du gradient de cisaillement lorsque l'angle augmente est similaire à l'évolution de la contribution visqueuse de la traînée Cd_v^* et de la contribution de la portance visqueuse Cl_v^* (figure 3.15).

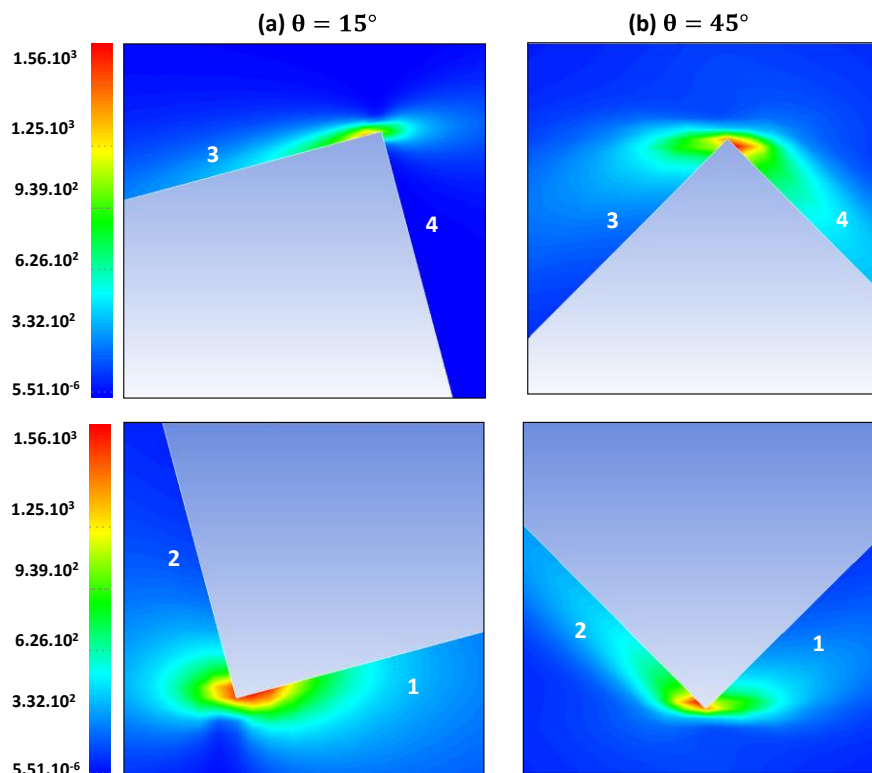


Figure 3.18 . Evolution du champ du gradient de cisaillement adimensionnel autour de la plaque pour deux angles : (a) $\theta = 15^\circ$, (b) $\theta = 26.5^\circ$ pour un jeu $G = 3$, $Od = 179$ et $n = 0.4$

4.3.2. Champs de pression

4.3.2.1. Cas d'un fluide newtonien

La figure 3.19 présente le champ de pression global adimensionnel autour de la plaque pour des angles différents avec une inertie négligeable. Pour les faibles angles par exemple à 15° , la zone de pression maximale est située sur la face 4 qui est le bout de la plaque. En effet, cette face est située le plus frontalement à l'écoulement.

La zone de pression minimale est située dans le sillage de la plaque sur le bout (face 2).

Lorsqu'on augmente l'angle, ce sont maintenant les faces 1 et 3 qui deviennent les plus frontales à l'écoulement. C'est sur la face 1 que les zones de pressions maximales sont observées et sur la face 3 dans le sillage de la plaque que la zone de pression minimale est située. Les pressions sont positives sur les surfaces frontales à l'écoulement et négatives sur les autres surfaces. Nous remarquons que les valeurs de la pression maximale diminuent de 400 à 42 lorsque l'angle augmente de 15° à 45° . Toutefois, les valeurs de la pression minimale augmentent de -405 à -24.6 lorsque l'angle augmente de 15° à 45° . La somme de la différence des valeurs de la pression indique une augmentation de cette dernière avec l'angle.

Cette tendance de la différence de pression intervenant dans le calcul de la portance sur la plaque suit la même évolution de la portance qui augmente avec l'angle (voir figure 3.22).

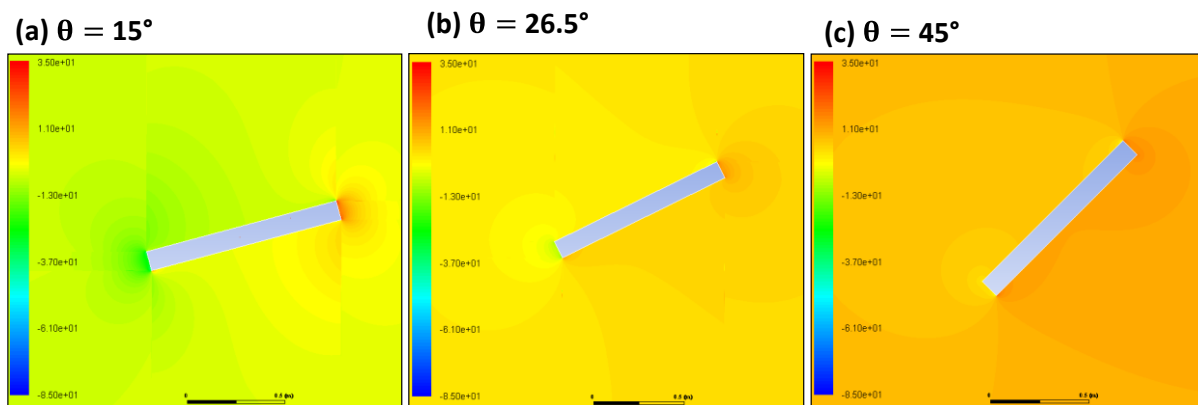


Figure 3.19 . Evolution du champ de pression autour de la plaque pour : (a) $\theta = 15^\circ$ et (b) $\theta = 26.5^\circ$ et $\theta = 45^\circ$ avec $Re = 0.001$

La figure 3.20 quant à elle indique de façon plus précise le champ de pression avec des zooms réalisés sur les coins de la plaque durant l'écoulement. Nous distinguons que la répartition de la pression dans les coins est similaire à l'angle 15° et 26.5° .

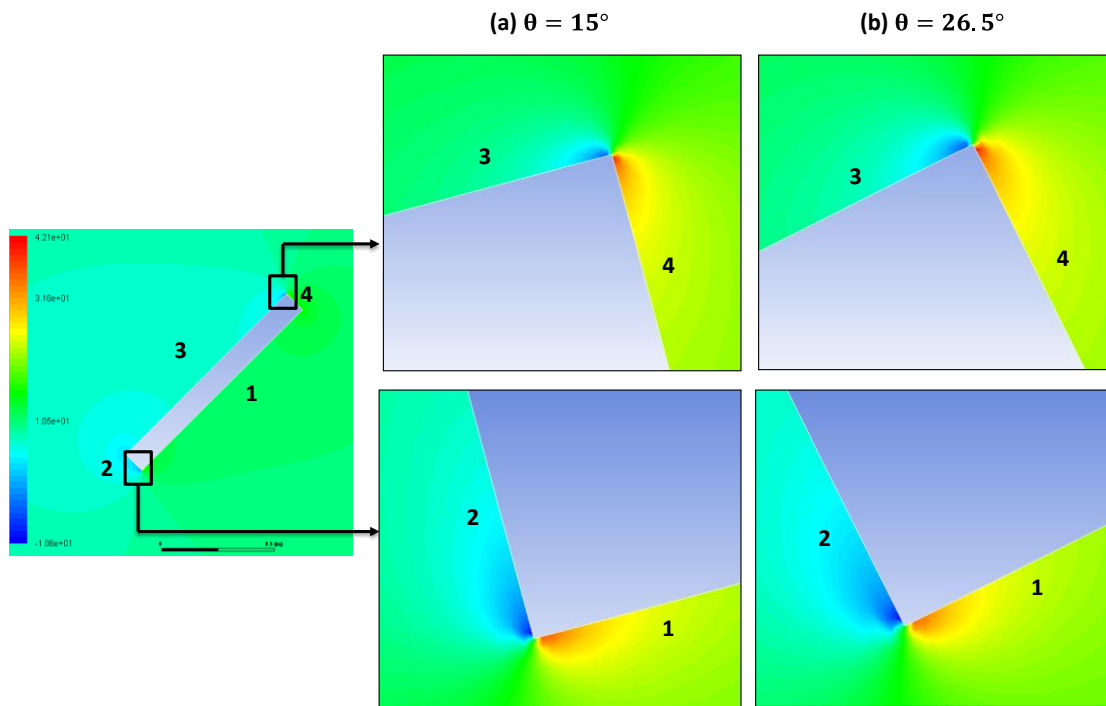


Figure 3.20 . Evolution du champ de pression autour des coins de la plaque pour deux angles différents : (a) angle 15° , et (b) angle 26.5° à inertie négligeable $Re = 0.001$

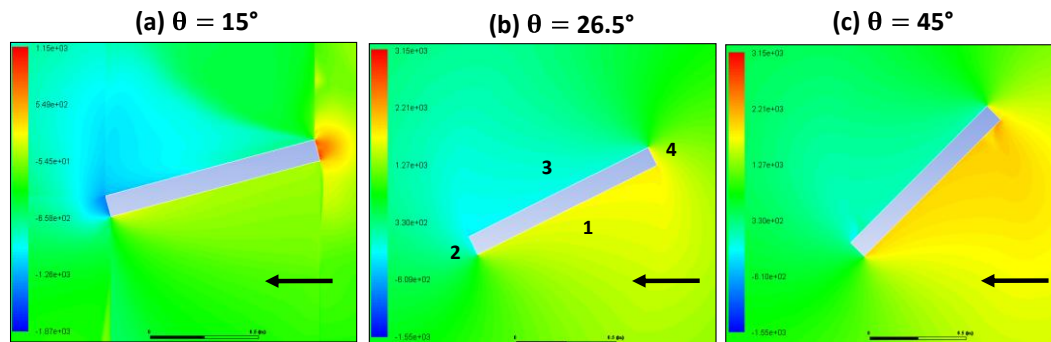
4.3.2.2. Cas d'un fluide à seuil

Le champ de pression de l'écoulement d'un fluide à seuil autour d'une plaque pour des angles différents est indiqué sur la figure 3.21 avec un nombre d'Oldroyd $Od = 179$, et un jeu $G = 3$ pour différents n . La même échelle de pression a été utilisée sur toutes les figures. Pour un même angle, la répartition du champ de pression autour de la plaque en présence d'un seuil de contrainte élevé ($Od = 179$) semble similaire pour $n = 1$ et $n = 0.4$.

Comme pour le fluide newtonien, pour les faibles angles par exemple 15° , la zone de pression maximale est située sur la face 4 qui est le bout de la plaque. En effet, cette face est située le plus frontalement à l'écoulement. La zone de pression minimale est située dans le sillage de la plaque sur le bout de la face 2. Lorsque l'angle d'inclinaison de la plaque augmente de 15° à 45° , les zones où sont localisées les faces 1 et 3 subissent de fortes variations de pression par l'écoulement du fluide. Ainsi, la zone de pression maximale et minimale sont situées respectivement sur les faces 1 et 3.

Les faces 1 et 3 étant plus étendues que les faces 2 et 4, on observe que la somme des intégrales de pression projetées sur l'axe x sont plus importantes lorsque l'angle augmente. En effet, la figure 3.15a montre l'augmentation de Cd_p^* avec l'angle.

Cas : $n = 1$



Cas : $n = 0.4$

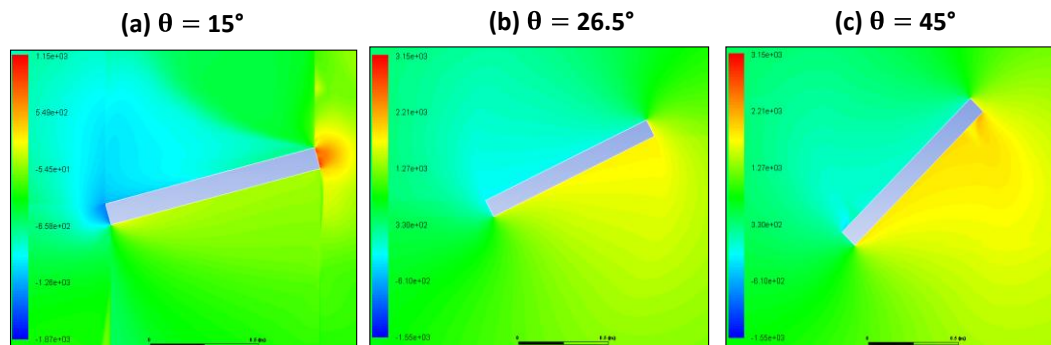


Figure 3.21 . Evolution du champ de pression autour d'une plaque avec des angles d'inclinaison différents (a) 15° , (b) 26.5° , (c) 45° pour différents n avec un nombre d'Oldroyd $Od = 179$ et un jeu $G = 3$. La flèche indique le sens de l'écoulement

Les valeurs maximales de la pression obtenues sont différentes selon n . Pour $n = 0.4$, elles augmentent de $1.15 \cdot 10^3$ à $2.29 \cdot 10^3$ lorsque l'angle d'inclinaison augmente de 15° à 45° . Dans le cas où $n = 1$, elles augmentent de $2.35 \cdot 10^3$ à $3.89 \cdot 10^3$ également lorsque l'angle augmente de 15° à 45° . Les valeurs de la pression maximale pour $n = 1$ sont supérieures aux valeurs de la pression maximale à $n = 0.4$.

À la différence du gradient de cisaillement maximal qui s'exerce sur les deux coins, nous observons sur ces figures que la pression maximale est localisée principalement le long des faces 1 et 4 de la plaque. Notons également que la pression minimale est plutôt localisée derrière la plaque sur les faces 2 et 3. Contrairement à l'évolution de la pression maximale pour $n = 0.4$, les valeurs minimales de la pression autour de la plaque augmentent de $-1.8 \cdot 10^3$ à $-4.76 \cdot 10^2$ lorsque l'angle d'inclinaison augmente de 15° à 45° . Dans le cas où $n = 1$, elles augmentent également de $-5.26 \cdot 10^3$ à $-4.79 \cdot 10^2$ avec l'angle. En effectuant la somme de la différence des valeurs de la pression maximale et minimale pour $n = 0.4$ et pour chaque angle, nous trouvons que les différences de pression augmentent de 15° à 26.5° puis diminuent pour l'angle 45° .

Cette évolution est similaire à celle observée sur la figure 3.15b concernant la contribution de pression de la portance plastique Cl_p^* .

5. Comparaison des résultats numériques et expérimentaux

5.1. Fluide newtonien

Comme précédemment souligné, Wu et Thompson⁶ ont proposé des lois (équations 3.8 et 3.9) permettant de calculer les coefficients de force pour un écoulement rampant. Les valeurs des coefficients de traînée de la plaque pour les angles 0° et 90° introduits dans les équations 3.8 et 3.9 pour calculer la théorie newtonienne proviennent de nos valeurs numériques pour un jeu $G = 3$.

La figure 3.22 montre la comparaison des résultats numériques et expérimentaux ainsi que de la théorie newtonienne du coefficient de traînée et de la portance visqueuse en fonction de l'angle d'inclinaison de la plaque pour un fluide newtonien.

La figure 3.22a montre l'augmentation de la traînée visqueuse lorsque l'angle augmente. Les écarts entre les résultats numériques et expérimentaux sont au maximum de l'ordre de 6%. En prenant en considération les incertitudes expérimentales estimées à 15% au maximum, les valeurs sont similaires. Nous trouvons une bonne approximation de la théorie newtonienne de l'équation 8 avec nos résultats expérimentaux.

La figure 3.22b montre une évolution similaire de la portance entre les mesures, la prédiction numérique et la théorie newtonienne de l'équation 3.9. Notamment, la portance maximale est obtenue à l'angle 45° . Cette tendance à l'obtention de la portance maximale pour l'angle 45° a été montrée également par In et al¹ pour un nombre de Reynolds égal à 1. Les écarts sont au maximum de l'ordre de 17%. Compte tenu des incertitudes expérimentales, on observe une bonne corrélation entre les mesures expérimentales, les prédictions numériques et la théorie newtonienne.

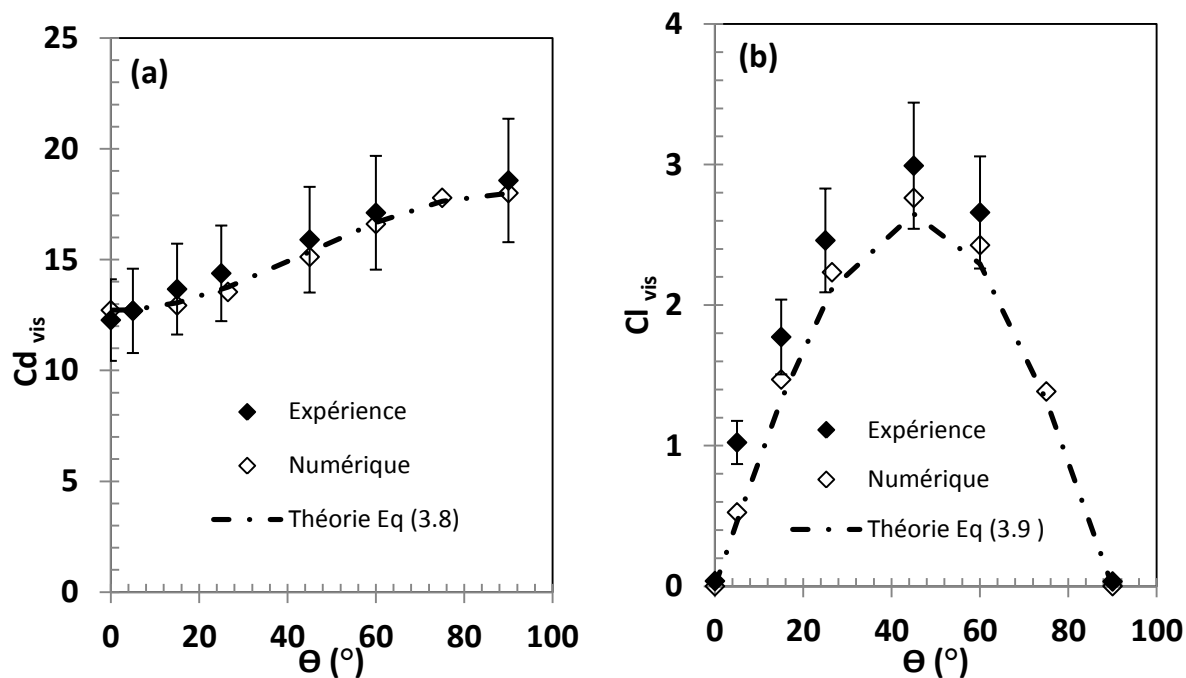


Figure 3.22 . Evolution des coefficients de (a) traînée visqueuse, (b) portance visqueuse en fonction de l'angle d'inclinaison de la plaque pour un fluide newtonien à inertie négligeable avec un jeu $G = 3$

5.2. Fluide à seuil

Comparons maintenant les mesures expérimentales de la traînée et de la portance avec les résultats de la simulation numérique en utilisant le modèle d'Herschel-Bulkley. La figure 3.23 compare les résultats expérimentaux et numériques pour des nombres d'Oldroyd $Od = 5.5$ et 179 .

Concernant la comparaison sur la portance plastique (figures 3.23c et 3.23d), les résultats numériques sont également supérieurs aux résultats expérimentaux sur un intervalle d'angle de 5° à 26.5° . Néanmoins à partir de l'angle 45° , les résultats expérimentaux sont supérieurs aux résultats numériques. Ce décalage au niveau des résultats expérimentaux et numériques est localisé à l'angle 45° correspondant au maximum de la portance mesurée. Numériquement, cet angle est plus petit et dépend de la valeur de la contrainte seuil Od et de n . À la suite de l'étude numérique précédente relative à l'influence du maillage et de la forme de la plaque sur les champs, il ne semble pas que cela soit dû à un artefact numérique.

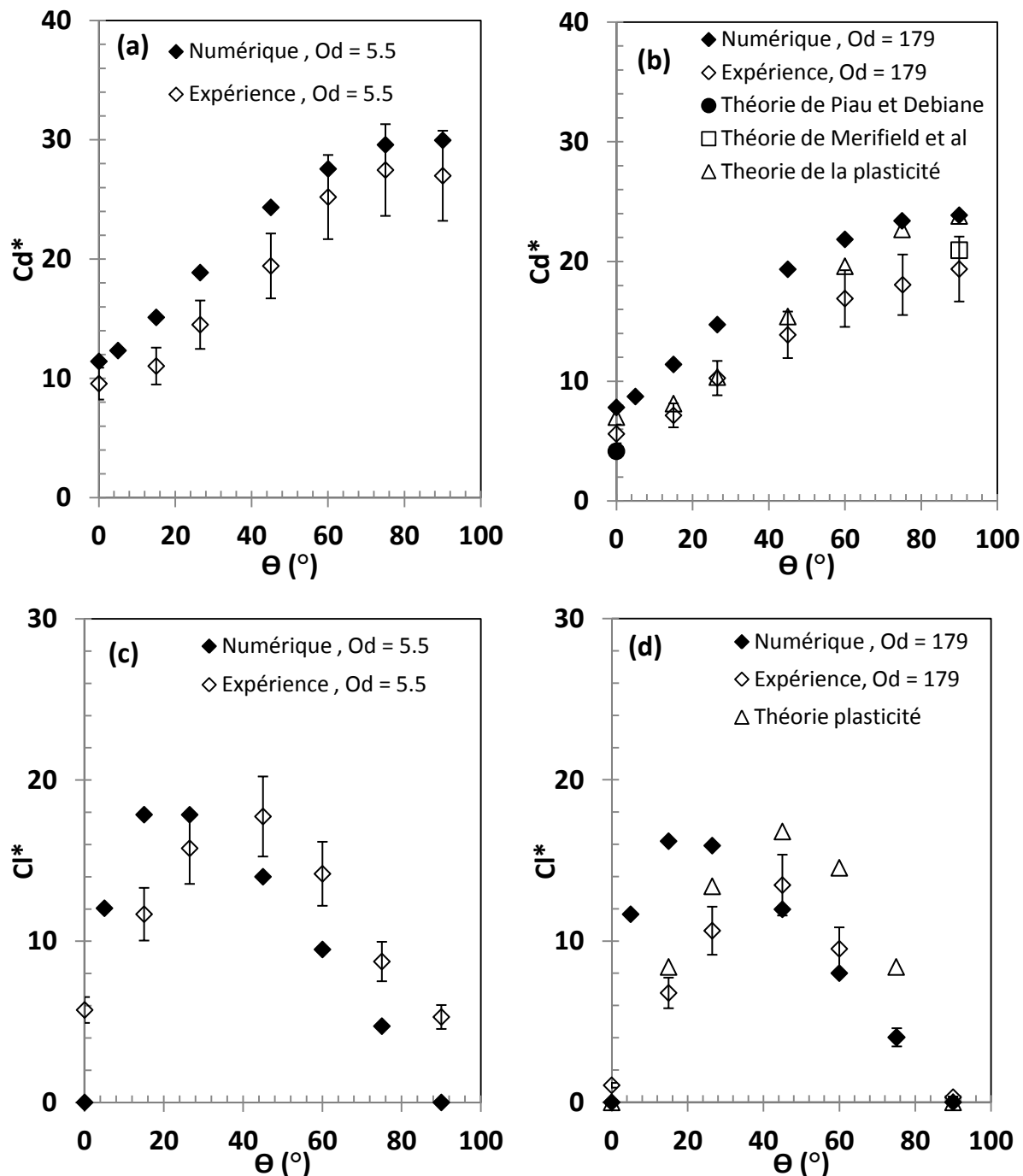


Figure 3.23 . Evolution du coefficient de traînée plastique (a) et (b) et du coefficient de portance plastique (c) et (d) en fonction de l'angle pour des nombres d'Oldroyd $Od = 5.5$ et 179 avec un jeu $G = 3$

Les valeurs numériques du coefficient de traînée sont généralement légèrement supérieures aux résultats expérimentaux, mais suivent les mêmes évolutions. La différence ne s'explique pas que par les incertitudes de mesures et du calcul numérique comme celles du nombre d'Oldroyd estimées à 10% et de l'indice de la loi puissance n de l'ordre de 5.5%. Une discussion sur l'origine de ces écarts sera exposée par la suite.

Afin de comprendre ces écarts sur la traînée et le décalage du maximum de la portance, nous nous sommes intéressés à l'étude de Fraggedakis et al.³⁶ qui ont analysé l'influence de l'élasticité sur la traînée d'une sphère en sédimentation dans un fluide à seuil. Ils ont trouvé que la traînée plastique Cd^* diminuait lorsque l'élasticité du matériau augmente. Cela pourrait expliquer les différences entre nos résultats numériques et expérimentaux. Cependant, dans notre étude, le nombre sans dimension de Deborah caractérisant l'élasticité d'un matériau est très petit. Ce nombre peut être défini par: $De = \frac{U}{L} \cdot \frac{\kappa}{G'}$. Dans cette étude, il varie entre $1.274 \cdot 10^{-4}$ et $1.33 \cdot 10^{-4}$. Les effets élastiques semblent donc négligeables. D'autre part, notre étude se concentre sur des effets plastiques grands avec des nombres d'Oldroyd variant de 5.5 à 179. Les phénomènes de notre étude semblent donc plus influencés par la plasticité que par l'élasticité. Cela serait cohérent avec l'analyse proposée par Fraggedakis et al.³⁶. Dans leur étude, ils ont introduit le concept du durcissement cinématique isotrope (IKH) proposé par Dimitriou et al.²². L'idée de ce modèle est que la surface seuil du matériau évolue dynamiquement avec le champ d'écoulement. Fraggedakis et al.³⁶ ont montré que ce concept introduit dans la modélisation numérique permet de représenter les résultats expérimentaux obtenus avec les gels de Carbopol. Pour mieux comprendre le décalage du maximum de portance, il serait donc certainement intéressant d'intégrer dans le modèle numérique, des modèles décrivant précisément la transition solide-liquide comme le modèle IKH. De plus, on ne peut exclure l'influence des contraintes résiduelles initiales dans le gel comme l'ont montré Mougin et al.⁴⁵ dans une étude où ils ont analysé la montée d'une bulle dans les gels de Carbopol dans des conditions d'écoulement quasi-statiques. En plus, Ahonguio et al.²⁸ ont montré l'évolution des forces normales pour ces types de fluide en fonction du gradient de cisaillement. La présence de ces forces normales pourrait en partie expliquer les écarts obtenus.

6. Conclusion

L'influence de l'inclinaison d'une plaque dans l'écoulement sans inertie d'un fluide à seuil et d'un fluide newtonien a été étudiée expérimentalement et numériquement. Pour les fluides à seuil, l'étude s'est concentrée sur les effets de plasticité prépondérants. D'un point de vue numérique, l'évolution des coefficients de traînée et de portance en fonction de l'angle d'inclinaison de la plaque, de l'indice de rhéofluidification et du seuil de contrainte a été établie.

Les grandeurs locales comme les champs de pression et du gradient de cisaillement ont été mises en évidence. L'étude de l'évolution des composantes visqueuses et de pression, de la traînée et de la portance plastique a permis d'évaluer leurs contributions dans l'écoulement.

Une bonne corrélation pour les fluides newtoniens a été trouvée pour la traînée et la portance entre les résultats expérimentaux et numériques ainsi qu'une bonne approximation avec la prédiction du modèle de Wu et Thompson⁶ en fonction de l'angle.

Pour les fluides à seuil, la comparaison entre la prédiction numérique et les mesures expérimentales montre que l'évolution de la portance et de la traînée en fonction de l'angle est similaire. Nonobstant, la portance maximale est prédite par la théorie de la plasticité et l'expérience pour un angle de 45° alors que la prédiction numérique sur la base du modèle d'Herschel-Bulkley donne un angle plus faible.

Les solutions analytiques des coefficients de traînée et de portance plastiques issues de la théorie de la plasticité ou de la couche limite sur une plaque plane prédisent relativement bien les mesures expérimentales. Elles approximent relativement les solutions numériques sauf l'angle de portance maximale.

Les écarts expériences/numérique ne semblent pas provenir des effets élastiques, mais plutôt des phénomènes liés à la plasticité comme l'évolution du seuil de contrainte sous écoulement défini et comme un durcissement cinématique isotrope. Dans le futur, la modélisation devrait prendre en compte cette transition solide-liquide plus réaliste pour les gels de Carbopol.

Références

1. In KM, Choi DH, Kim M-U. Two-dimensional viscous flow past a flat plate. *Fluid Dyn Res.* 1995;15(1):13–24.
2. Tamada K, Miura H, Miyagi T. Low-Reynolds-number flow past a cylindrical body. *J Fluid Mech.* 1983;132(1):445.
3. Janssen E. Flow past a flat plate at low Reynolds numbers. *J Fluid Mech.* 1958;3(04):329.
4. Tomotika S, Aoi T. The steady flow of a viscous fluid past an elliptic cylinder and a flat plate at small Reynolds numbers. *Q J Mech Appl Math.* 1953;6(3):290–312.
5. Hudson JD, Dennis SCR. The flow of a viscous incompressible fluid past a normal flat plate at low and intermediate Reynolds numbers: the wake. *J Fluid Mech.* 1985;160(1):369.
6. Wu J, Thompson MC. Non-Newtonian shear-thinning flows past a flat plate. *J Non-Newton Fluid Mech.* 1996;66(2-3):127–144.
7. Piau J-M. Viscoplastic boundary layer. *J Non-Newton Fluid Mech.* 2002;102(2):193–218.
8. Piau J-M, Debiante K. The adhesive or slippery flat plate viscoplastic boundary layer for a shear-thinning power-law viscosity. *J Non-Newton Fluid Mech.* 2004;117(2-3):97-107.
9. Boujlel J, Maillard M, Lindner A, Ovarlez G, Chateau X, Coussot P. Boundary layer in pastes—Displacement of a long object through a yield stress fluid. *J Rheol.* 2012;56(5):1083-1108.
10. N. J. Balmforth, R. V. Craster, D. R. Hewitt, S. Hormozi, and A. Maleki. Viscoplastic boundary layers. *J. Fluid Mech.* (2017), vol. 813, pp. 929-954.
11. Ahonguio F, Jossic L, Magnin A, Dufour F. Flow of an elasto-viscoplastic fluid around a flat plate: Experimental and numerical data. *J Non-Newton Fluid Mech.* December 2016.
12. Ferreira MR, Furtado GM, Hermany L, Frey S, Naccache MF, de Souza Mendes PR. External flows of elasto-viscoplastic materials over a blade. *Proc ENCIT.* 2014;15:10–13.
13. Brookes, G. F., and R. L. Whitmore. Drag forces in Bingham plastics. *Rheol. Acta*, 8, 472. 1969.
14. Brookes, G. F, and R. L. Whitmore. The Static Drag on Bodies in Bingham Plastics. *Rheol. Acta*, 7, 189. 1968.
15. Savreux F, Jay P, Magnin A. Flow normal to a flat plate of a viscoplastic fluid with inertia effects. *AIChE J.* 2005;51(3):750-758.

16. Merifield RS, Lyamin AV, Sloan SW, Yu HS. Three-dimensional lower bound solutions for stability of plate anchors in clay. *J Geotech Geoenvironmental Eng.* 2003;129(3):243–253.
17. R. S. Merifield, S. W. Sloan, and H. S. Yu. Stability of plate anchors in undrained clay. (2001). *Géotechnique* 51, No. 2, 141±153.
18. Bembem SM, Kalajian EH, Kupferman MM, others. The vertical holding capacity of marine anchors in sand and clay subjected to static and cyclic loading. In: *Offshore Technology Conference*. Offshore Technology Conference; 1973. <https://www.onepetro.org/conference-paper/OTC-1912-MS>. Accessed October 13, 2017.
19. Ovarlez G, Barral Q, Coussot P. Three-dimensional jamming and flows of soft glassy materials. *Nature Materials*. 2010;9:115–119].
20. Martinie L., Buggisch H., Willenbacher N. Extending yield-stress fluid paradigms. *J Rheol.* ,2013,57, 627–646.
21. Piau JM. Carbopol gels: Elastoviscoplastic and slippery glasses made of individual swollen sponges. *J Non-Newton Fluid Mech.* 2007;144(1):1-29.
22. Dimitriou CJ, Ewoldt RH, McKinley GH. Describing and prescribing the constitutive response of yield stress fluids using large amplitude oscillatory shear stress (LAOStress). *J Rheol.* 2013;57(1):27-70.
23. Goodrich B. *Product Literature*. Cleveland; 1997.
24. Magnin A, Piau JM. Cone-and-plate rheometry of yield stress fluids. Study of an aqueous gel. *J Non-Newton Fluid Mech.* 1990;36:85–108.
25. Magnin A, Piau JM. Shear rheometry of fluids with a yield stress. *J Non-Newton Fluid Mech.* 1987;23:91–106.
26. Meeker SP, Bonnecaze RT, Cloitre M. Slip and Flow in Soft Particle Pastes. *Phys Rev Lett.* 2004;92(19).
27. P. Coussot, H. Tabuteau, X. Chateau, L. Tocquer, and G. Ovarlez. Aging and solid or liquid behavior in pastes. *Journal of Rheology* 50, 975 (2006)
28. Ahonguio F, Jossic L, Magnin A. Influence of surface properties on the flow of a yield stress fluid around spheres. *J Non-Newton Fluid Mech.* 2014;206:57-70.
29. Yarin AL, Zussman E, Theron A, Rahimi S, Sobe Z, Hasan D. Elongational behavior of gelled propellant simulants. *J Rheol.* 2004;48(1):101-116.
30. Balmforth NJ, Dubash N, Slim AC. Extensional dynamics of viscoplastic filaments: I. Long-wave approximation and the Rayleigh instability. *J Non-Newton Fluid Mech.* 2010;165(19-20):1139-1146.

31. Balmforth NJ, Dubash N, Slim AC. Extensional dynamics of viscoplastic filaments: II. Drips and bridges. *J Non-Newton Fluid Mech.* 2010;165(19-20):1147-1160.
32. Lidon P, Villa L, Manneville S. Power-law creep and residual stresses in a carbopol gel. *Rheol Acta.* 2017;56(3):307-323.
33. F. Caton and C. Baravian. Plastic behavior of some yield stress fluids: From creep to long-time yield. *Rheol. Acta* 47, 601–607 (2008).
34. Divoux T, Tamarii D, Barentin C, Manneville S. Transient Shear Banding in a Simple Yield Stress Fluid. *Phys Rev Lett.* 2010;104(20).
35. T.Divoux,C.Barentin, and S.Manneville. From stress-induced fluidization processes to Herschel-Bulkley behaviour in simple yield stress fluids. *Soft Matter* 7, 8409–8418 (2011).
36. Fraggedakis D, Dimakopoulos Y, Tsamopoulos J. Yielding the yield-stress analysis: a study focused on the effects of elasticity on the settling of a single spherical particle in simple yield-stress fluids. *Soft Matter.* 2016;12(24):5378-5401.
37. Merkak O, Jossic L, Magnin A. Spheres and interactions between spheres moving at very low velocities in a yield stress fluid. *J Non-Newton Fluid Mech.* 2006;133(2-3):99-108.
38. Tokpavi DL, Jay P, Magnin A, Jossic L. Experimental study of the very slow flow of a yield stress fluid around a circular cylinder. *J Non-Newton Fluid Mech.* 2009;164(1-3):35-44.
39. Aubeny C.P., Chi C. Mechanics of drag embedment anchors in a soft seabed. *Journal of Geotechnical and geoenvironmental engineering*, 2010, 136,57-68.
40. Anderson, K. H., Murff, J. D., and Randolph, M. R. Deepwater Anchor Design Practice Vertically Loaded Drag Anchors (2003). *Phase II Report to API/Deepstar, Norwegian Geotechnical Institute, Norway, Offshore Technology Research Center, USA and Centre for Offshore Foundation Systems, Australia.*
41. Papanastasiou TC. Flows of Materials with Yield. *J Rheol.* 1987;31(5):385-404.
42. Tokpavi DL, Magnin A, Jay P. Very slow flow of Bingham viscoplastic fluid around a circular cylinder. *J Non-Newton Fluid Mech.* 2008;154(1):65-76.
43. Mitsoulis E. On creeping drag flow of a viscoplastic fluid past a circular cylinder: wall effects. *Chem Eng Sci.* 2004;59(4):789-800.
44. Dhanvi Vengre Raghavendra. Performance of plate anchors, Thesis , Master of science , Civil Engineering. 2016.
45. Nicolas Mougine, Magnin A , Piau JM. The significant influence of internal stresses on the dynamics of bubbles in a yield stress fluid. *Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics* 171–172 (2012) 42–55.

Chapitre 4 : Lubrification hydrodynamique par un fluide à seuil d'un contact plan-plaque inclinée

Résumé

L'écoulement d'un fluide à seuil entre un plan et une plaque inclinée séparés par un jeu très petit a été étudié expérimentalement et numériquement. Le formalisme des équations de la lubrification d'Hewitt et Balmforth¹ a été adopté. La validation du code de calcul pour résoudre ces équations a été effectuée sur les champs de pression et de contrainte, la traînée, la portance, le débit et les zones rigides pour des fluides à comportement Newtonien, rhéofluidifiant et un fluide de Bingham. Les effets du jeu minimum, de l'angle d'inclinaison, de la contrainte seuil et de l'indice de la loi puissance ont été analysés en détail. Une caractérisation rhéologique du fluide à seuil modèle a été finement réalisée. Les mesures expérimentales de la traînée et de la portance ont été comparées aux résultats numériques obtenus pour un fluide viscoplastique d'Herschel-Bulkley. Le régime de la relaxation des contraintes du matériau a été déterminé. Des solutions asymptotiques de la traînée et de la portance ont été trouvées.

Mots clés: Fluide à seuil, Lubrification, Traînée, Portance, Viscoplasticité, Zones rigides

1. Introduction

De nombreux systèmes mettent en œuvre des entrefers petits et des fluides à seuil d'écoulement. Le cas de la lubrification à la graisse est le plus connu. Mas et Magnin^{2,3} ont montré que les graisses sont des fluides non newtoniens caractérisés par un seuil d'écoulement et une viscosité non newtonienne. Le comportement viscoplastique de ces fluides a été décrit de la façon suivante par Tichy⁴ : « Quand l'amplitude du déviateur du tenseur des contraintes est plus petite que le seuil d'écoulement, le matériau est rigide. Lorsque le seuil d'écoulement est dépassé, le matériau s'écoule avec une viscosité non newtonienne ». Si cette loi de viscosité est newtonienne, le fluide est dit de Bingham, si elle suit un fluide à loi puissance, elle est dite d'Herschel-Bulkley. La présence de ce seuil d'écoulement va notamment créer dans l'écoulement des zones rigides statiques ou des zones qui s'écouleront en bloc sans cisaillement. La théorie de la lubrification pour les fluides à seuil a fait l'objet d'un certain nombre de travaux.

Un résumé des avancées récentes sur la théorie de la lubrification et sur les films minces pour les fluides viscoplastiques a été donné par Hewitt et Balmforth¹ et Balmforth et al.⁵. Il ressort que les études théoriques ont été faites pour les fluides de Bingham et très peu d'étude pour les fluides d'Herschel-Bulkley. D'autre part, ces études théoriques ont surtout concerné les paliers circulaires et les contacts cylindre-plan. D'un point de vue expérimental, on peut citer les travaux de Cohn et Oren⁶ et de Wada et al.⁷ sur les paliers circulaires, de Wada et al.⁸ sur un patin et ceux de Mutuli et al.⁹ pour un cylindre-plan. Les fluides utilisés dans ces études expérimentales sont des graisses lubrifiantes considérées comme des fluides de Bingham, ce qui est éloigné de la réalité. Dans le cadre de l'étalement des fluides à seuil, Pelot et al.¹⁰ ont étudié expérimentalement, l'écoulement des gels de Carbopol entre une plaque inclinée de 5° à 20° et une plaque plane en mouvement. Cette étude consacrée à la visualisation a permis d'identifier les zones rigides créées par le seuil de contrainte sans s'intéresser à la portance et à la traînée.

Le présent article a pour but de combler le manque de connaissances théoriques et expérimentales sur les patins glissants (slider bearing) lubrifiés avec un fluide d'Herschel-Bulkley. Il sera organisé de la façon suivante: dans un premier temps, les résultats théoriques de Hewitt et Balmforth¹ obtenus pour un fluide Bingham seront étendus à un fluide de Herschel-Bulkley. Cette prise en compte permettra de simuler des fluides à seuil réels.

Les résultats obtenus avec un logiciel développé sous Matlab® seront validés avec les résultats publiés pour un fluide newtonien, pour un fluide à loi puissance et pour un fluide à seuil de Bingham.

Par la suite, une étude exhaustive de l'influence de la rhéofluidification sera menée en prêtant une attention particulière pour le cas correspondant au fluide expérimental. L'influence sur la portance, la traînée et les zones rigides créées par le seuil de contrainte sera examinée en détail. Puis, l'aspect expérimental sera abordé. Le dispositif expérimental construit sera détaillé. Un fluide à seuil modèle non-thixotrope a été utilisé pour les mesures expérimentales. Il sera finement caractérisé du point de vue rhéologique. Les résultats expérimentaux en régime permanent de la traînée et de la portance sur la plaque seront présentés. Ces résultats seront comparés avec les prédictions de la théorie de la lubrification. À la fin de l'article, nous nous intéresserons aux valeurs résiduelles de la traînée et de la portance lorsque la vitesse devient nulle.

2. Théorie de la lubrification

La figure 4.1a montre la géométrie du problème pour des variables dimensionnelles (fig. 4.1a) et adimensionnelles (fig. 4.1b). Les hypothèses sont celles de la lubrification et l'on considère l'écoulement d'un fluide viscoplastique incompressible à 2 dimensions qui traverse un interstice étroit. De plus, l'écoulement est permanent et la gravité est ignorée.

La plaque est inclinée d'un angle α . Les variables dimensionnelles seront notées avec un « * ». Le jeu à l'entrée du contact est noté h_i^* et celui à la sortie noté h_f^* . Le système de coordonnées cartésiennes est utilisé. Le jeu sera noté h^* , la vitesse du plan selon x est notée U_1^* (dans le cas traité dans le chapitre $U_1^* = 0$) et celle de la plaque U_2^* . La vitesse du fluide selon x^* sera notée u^* .

Les équations ont été rendues sans dimension avec les grandeurs caractéristiques suivantes : Le jeu caractéristique est $H^* = h_f^* - h_i^*$. La longueur caractéristique L^* est la longueur de la lame inclinée projetée sur l'axe x^* . La vitesse caractéristique du fluide suivant l'abscisse x^* est U_2^* . Les hypothèses de la lubrification imposent donc $H^* \ll L^*$ et un nombre de Reynolds réduit $Re \ll 1$ avec $Re = \frac{\rho^* H^{*n} U_2^{*2-n}}{K}$, où k le coefficient de consistance du fluide et ρ^* la masse volumique du fluide.

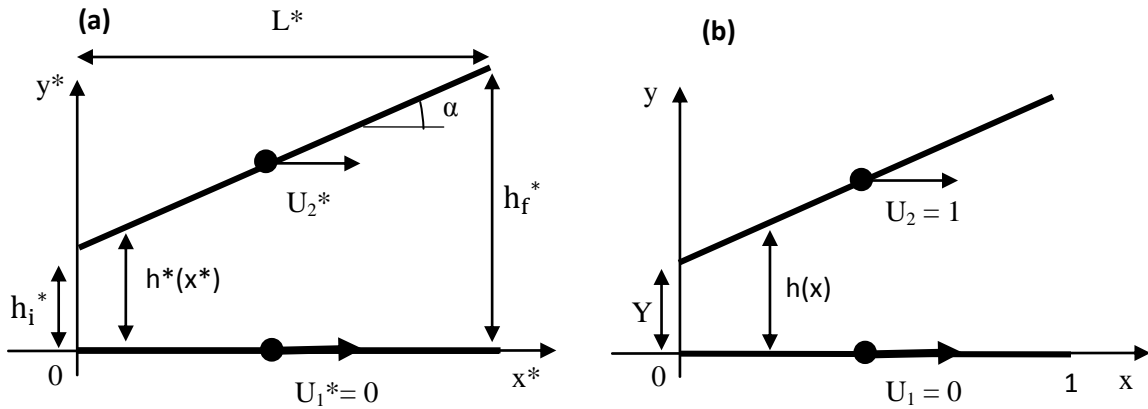


Figure 4.1. Géométrie du problème en utilisant (a) des grandeurs dimensionnelles et (b) des grandeurs adimensionnelles

Les variables adimensionnées sont définies par les expressions suivantes:

$$x = \frac{x^*}{L^*}, y = \frac{y^*}{H^*} = \frac{y^*}{h_f^* - h_i^*}, Y = \frac{h_i^*}{h_f^* - h_i^*}, h = \frac{h^*}{H^*} = Y + x, u = \frac{u^*}{U_2^*}, Q = \frac{Q^*}{U_2^* H^*}, \tau = \frac{\tau^*}{\frac{\rho \nu U_2^*}{H^*}},$$

$$p = \frac{p^*}{\frac{L \rho \nu U_2^*}{H^2}}.$$

Avec p la pression dans le fluide, τ la contrainte de cisaillement dans le fluide, u la vitesse dans le fluide. La figure 4.1b montre la géométrie du problème pour les variables sans dimension.

2.1. Mise en équation

À l'aide des hypothèses définies ci-dessus, les équations de conservation de la quantité de mouvement et de continuité s'écrivent sous la forme suivante :

$$\frac{\partial p}{\partial x} = \frac{\partial \tau}{\partial y} \quad \frac{\partial p}{\partial y} = 0 \quad \text{et} \quad \frac{\partial u}{\partial x} = 0 \quad (4.1)$$

Les conditions aux limites sont:

$$\text{En vitesse :} \quad u(x, 0) = U_1 = 0 \quad \text{et} \quad u(x, h) = U_2 = 1 \quad (4.2)$$

$$\text{En pression :} \quad p(x=0) = 0 \quad \text{et} \quad p(x=1) = 0 \quad (4.3)$$

En intégrant (4.1) :

$$\tau = \tau_1 + y \frac{\partial p}{\partial x} = \tau_2 - (h - y) \frac{\partial p}{\partial x} \quad (4.4)$$

Avec τ_1 la contrainte de cisaillement sur le plan et τ_2 la contrainte de cisaillement sur la plaque inclinée telle que :

$$\frac{\partial p}{\partial x} = \frac{1}{h}(\tau_2 - \tau_1) \quad (4.5)$$

Le fluide suit la loi de comportement viscoplastique d'Herschel-Bulkley représenté par :

$$\begin{cases} \underline{\underline{\tau}} = \dot{\gamma}^{n-1} \left(1 + \frac{B}{\dot{\gamma}^n}\right) \underline{\underline{\dot{\gamma}}} & \text{si } \tau > B \\ \underline{\underline{\dot{\gamma}}} = 0 & \text{si } \tau \leq B \end{cases} \quad (4.6)$$

Où B représente le nombre de Bingham défini par : $B = \frac{\tau_0 H^n}{K U_2^n}$. Ce nombre exprime le rapport de la contrainte seuil sur la contrainte visqueuse. τ_0 la contrainte seuil, n indice de la loi puissance, $\underline{\underline{\dot{\gamma}}}$ le tenseur des taux de déformation, $\dot{\gamma}$ le taux de cisaillement, $\underline{\underline{\tau}}$ le tenseur des contraintes et τ le second invariant des tenseurs des contraintes.

Rappelons que pour $n = 1$, on obtient le modèle de Bingham; pour $\tau_0 = 0$, le fluide a un comportement en loi puissance, rhéofluidifiant si $n \leq 1$ et pour $\tau_0 = 0$ et $n = 1$, le fluide est newtonien. Le seuil est défini par le critère de von Mises. Ovarlez et al.¹¹ ont démontré que le fluide à seuil qui sera utilisé dans les expériences obéit à ce critère.

De ce modèle, découle :

$$u_y = \Gamma(\tau) = (|\tau| - B)_+^{\frac{1}{n}} \text{sgn}(\tau) \quad (4.7)$$

Avec $(x)_+ = \max(0, x)$

Dans cette modélisation à une dimension, le fluide s'écoule lorsque $|\tau| \geq B$ et est rigide autrement.

Les conditions limites en vitesse (4.2) impliquent :

$$U_2 = U_2 - U_1 = \int_0^h \frac{\partial u}{\partial y} dy = \int_0^h u_y dy \equiv \frac{1}{\rho_x} \int_{\tau_1}^{\tau_2} \Gamma(\tau) d\tau \quad (4.8)$$

$$\text{Posons : } I_j(\tau) = \int_0^\tau \tau^j \Gamma(\tau) d\tau \quad (4.9)$$

D'où d'après (4.4) :

$$\frac{U_2}{h}(\tau_2 - \tau_1) = I_0(\tau_2) - I_0(\tau_1) \quad (4.10)$$

D'autre part, en intégrant sur y l'équation de continuité (4.1), on obtient :

$$\frac{\partial}{\partial x} \int_0^h u(x) dy = 0 \quad (4.11)$$

$$\text{Or, en notant } Q \text{ le débit : } Q = \int_0^h u(x) dy \equiv \frac{1}{2} \int_0^h (h - 2y) u_y dy + q \quad (4.12)$$

$$\text{Avec } q = \frac{1}{2} h U_2 \quad (4.13)$$

En résolvant (4.12), l'expression du débit est exprimée par :

$$Q - q = \frac{h U_2 (\tau_2 + \tau_1)}{2(\tau_2 - \tau_1)} - \frac{h^2 [I_1(\tau_2) - I_1(\tau_1)]}{(\tau_2 - \tau_1)^2} \quad (4.14)$$

Les équations couplées (4.10) et (4.14), nous permettront par la suite de déterminer le débit, et les contraintes aux parois à condition d'avoir une condition sur la différence de pression P, entre l'entrée et la sortie, nulle.

$$P = \int_0^1 \frac{\partial p}{\partial x} dx = 0 \quad (4.15)$$

Donc, d'après (4.5) :

$$P = \int_0^1 \frac{\tau_2 - \tau_1}{h} dx = 0 \quad (4.16)$$

La force de portance notée W s'écrit dans notre système adimensionnel :

$$W = \frac{H^{n+1}}{KL^2 U_2^n} F_P \quad \text{avec} \quad F_P = \int_0^L p dx \quad (4.17)$$

La force de traînée notée T s'écrit dans notre système adimensionnel :

$$T = \frac{H^n}{KLU_2^n} F_D \quad \text{avec} \quad F_D = \int_0^L \tau_1 dx \quad (4.18)$$

F_D et F_P représentent respectivement les forces de traînée et de portance mesurées par unité de longueur de la plaque.

Pour finir, les limites des zones rigides sont retrouvées, lorsque $\tau = \pm B$, donc d'après (4.4) les équations définissant les zones rigides sont définies par :

$$Y_{\pm} = -\frac{\tau_1}{\frac{\partial p}{\partial x}} \pm \frac{B}{\left| \frac{\partial p}{\partial x} \right|} \quad (4.19)$$

Dans les zones pour lesquelles $y > Y_+$ et $y < Y_-$, le fluide est complètement cisailé. Dans l'intervalle $Y_+ < y < Y_-$, le fluide est dominé par le seuil d'écoulement. Balmforth et Craster¹² ont montré que cette région dominée par le seuil n'est pas toujours rigide. Ils ont démontré la présence d'une zone appelée « pseudo rigide » dans cette région. Cette zone pseudo rigide est en réalité légèrement supérieure au seuil en raison de l'approximation de la théorie lubrification. Le profil de vitesse est indépendant de y, mais varie avec x.

Sur la base des contraintes de cisaillement à la paroi ou sur la position des surfaces seuillées, Hewitt et Balmforth¹ ont identifié quatre zones différentes dans le champ d'écoulement :

A : Zone centrale pseudo rigide : $|\tau_1|$ et $|\tau_1| > B$ et $\text{sgn}(\tau_1) = -\text{sgn}(\tau_2)$

B : Zone rigide inférieure : $|\tau_1| < B$

C : Zone complètement cisailée : $|\tau_1|$ et $|\tau_1| > B$ et $\text{sgn}(\tau_1) = \text{sgn}(\tau_2)$

D : Zone rigide supérieure : $|\tau_2| < B$

2.2. Solutions asymptotiques

2.2.1. Cas newtonien ($B = 0$, $n = 1$)

Les forces de portance, de traînée et du débit dans le cas newtonien ont été étudiés par Frêne et al.¹³. Ils proposent les expressions suivantes :

Pour la force de portance :

$$W = 6 \left(\ln a - 2 \frac{a-1}{a+1} \right) \quad (4.20)$$

$$\text{Avec } a = \frac{h_f^*}{h_i^*} = \frac{1+Y}{Y}$$

La force de traînée quant à elle vaut :

$$T = 4 \ln a - 2 \frac{a-1}{a+1} \quad (4.21)$$

Et le débit vaut :

$$Q = \frac{Y^2+Y}{2Y+1} \quad (4.22)$$

2.2.2. Fluide à seuil de Bingham ($n = 1$)

Hewitt et Balmforth¹ ont calculé que lorsque les nombres de Bingham sont supérieurs à un nombre critique B_c , la force de portance s'exprime comme :

$$W = \frac{1}{9} [a^2 - 2 \ln a + 56 \ln 2 - 40] \quad \text{si } Y < 1 \quad (4.23)$$

$$W = 6 \left(\ln a - 2 \frac{a-1}{a+1} \right) \quad \text{si } Y \geq 1 \quad (4.24)$$

$$\text{Où } B_c = \frac{2Y+1}{9Y^3} (1 - Y) \quad (4.25)$$

2.3. Technique de résolution numérique

Pour résoudre les équations (4.10), (4.14) et (4.16) afin d'obtenir les valeurs de τ_1 , τ_2 et Q un code de calcul sous le logiciel Matlab® a été développé. De ces valeurs découleront les valeurs du champ de pression, de la portance et la traînée de la plaque. La méthode retenue pour résoudre ce système non linéaire à 3 équations et 3 inconnues est la suivante :

Le débit est tout d'abord fixé à zéro. La résolution des équations (4.10) et (4.14) permet d'obtenir les valeurs de τ_1 et τ_2 pour ce débit. L'équation (4.16) permet alors de calculer la valeur de la différence de pression entre l'entrée et la sortie du système. Ensuite, l'opération est répétée avec un nouveau débit afin d'obtenir une nouvelle valeur de la différence de pression de signe opposé à celle obtenue pour un débit nul. Pour finir, un algorithme de dichotomie est utilisé afin de trouver le débit permettant d'avoir une différence de pression nulle entre l'entrée et la sortie, sachant qu'en entrée la pression est nulle.

Pour ce code, une discrétisation du domaine en 10^3 intervalles est acceptable. Et l'erreur sur la différence de pression est inférieure à 10^{-3} .

Ce code permet ainsi d'obtenir les zones rigides, les valeurs du Q , τ_1 , τ_2 , W et T pour des valeurs Y , B et n choisies par l'utilisateur.

Pour la résolution des équations (4.9) et (4.13), l'algorithme retenu est celui de Newton-Raphson. Il faut donc créer 2 fonctions F et G telles que :

$$F(\tau_1, \tau_2) = \frac{I_0(\tau_2) - I_0(\tau_1)}{\tau_2 - \tau_1} - \frac{U_2}{h} \quad (4.26)$$

$$G(\tau_1, \tau_2) = \frac{hU_2(\tau_2 + \tau_1)}{2(\tau_2 - \tau_1)} - \frac{h^2[I_1(\tau_2) - I_1(\tau_1)]}{(\tau_2 - \tau_1)^2} - Q + q \quad (4.27)$$

Et leurs dérivées afin de résoudre :

$$\begin{pmatrix} \frac{\partial F}{\partial \tau_1} & \frac{\partial F}{\partial \tau_2} \\ \frac{\partial G}{\partial \tau_1} & \frac{\partial G}{\partial \tau_2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \tau_1 \\ \tau_2 \end{pmatrix} = - \begin{pmatrix} F \\ G \end{pmatrix} \quad (4.28)$$

Ainsi, cela nous permet d'avoir τ_1 et τ_2 pour une position donnée. Une précision de la méthode de 10^{-5} et un nombre maximal d'itérations de 10^3 ont été choisies.

2.4. Validation du code

2.4.1. Fluide newtonien

Les forces de portance, de traînée et du débit dans le cas d'un fluide newtonien sont données par les formules (4.20), (4.21) et (4.22). Le tableau 4.1 compare ainsi les résultats issus du calcul numérique et ceux de Frêne et al.¹³.

Y	Portance (notre étude)	Portance Frêne et al. ¹³	Traînée (notre étude)	Traînée Frêne et al. ¹³	Débit (notre étude)	Débit Frêne et al. ¹³
0.3	1.314	1.298	2.117	2.116	0.244	0.244
0.5	0.598	0.591	1.394	1.394	0.376	0.375
0.7	0.328	0.324	1.048	1.049	0.498	0.496

Tableau 4.1 . Etude comparative de la traînée, de la portance et du débit en fonction de Y pour un fluide newtonien

Les écarts sont de l'ordre de 1.2% pour la portance et inférieur à 0.1% pour la traînée et le débit. Les portances, les traînées et les débits correspondent donc bien à celles prédites par les résultats de Frêne et al.¹³.

2.4.2. Fluide rhéofluidifiant

Pour valider la modélisation pour un fluide rhéofluidifiant en loi puissance, l'étude numérique de Das¹⁴ a été considérée. Les résultats pour $a = 2.5$ ($Y = 0.66.$) ont été extraits de la figure originale. Ses résultats ont été transformés dans le système d'adimensionnalisation de la présente étude. Ils sont récapitulés dans le tableau 4.2.

Les évolutions entre les résultats de portance de la présente étude et ceux de Das¹⁴ sont proches. Les écarts observés varient de 2.5 à 15% lorsque n diminue. Ces écarts apparaissent acceptables compte tenu des erreurs dans les estimations des résultats de Das¹⁴ ainsi que dans les techniques de résolution des équations qui deviennent fortement non-linéaires lorsque n diminue.

n	Portance (notre étude)	Portance (Das ¹⁴)
0.5	0.209	0.250
0.7	0.273	0.314
1	0.366	0.376

Tableau 4.2 . Etude comparative entre la portance de la présente étude et celle de Das¹⁴ pour un fluide rhéofluidifiant avec $Y = 0.66$

2.4.3. Fluide à seuil de Bingham

Hewitt et Balmforth¹ ont fait des simulations avec les fluides à seuil de Bingham ($n = 1$). La figure 4.2 montre les évolutions de la contrainte de cisaillement τ_1 , τ_2 en fonction de l'abscisse x pour différents nombres de Bingham avec $Y = 0.3$ pour les résultats obtenus par Hewitt et Balmforth¹ et pour notre étude. Lorsque $\tau_1 = \tau_2$, la dérivée de la pression est nulle d'après l'équation (4.5), et la pression est maximale comme cela est illustré sur la figure 4.3. Lorsque B (ou le seuil de contrainte) augmente, le niveau des contraintes de cisaillement τ_1 et τ_2 augmente. Les contraintes de cisaillement calculées par Hewitt et Balmforth¹ concordent avec nos résultats numériques. Comme les contraintes de cisaillement τ_1 et τ_2 gouvernent toutes les autres grandeurs telles que la pression, les zones rigides, la portance et la traînée, nous avons retrouvé les mêmes résultats sur toutes ces grandeurs que ceux d' Hewitt et Balmforth¹.

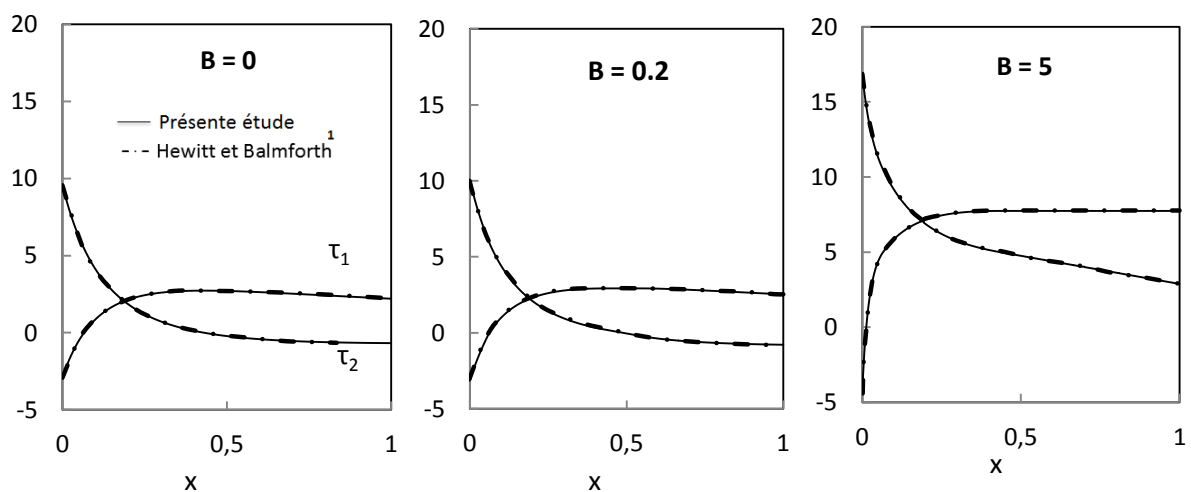


Figure 4.2 . Evolution des contraintes τ_1 et τ_2 en fonction de x

Ces grandeurs pour $n = 1$ seront commentées en détail ci-dessous pour être comparées avec celles obtenues lorsque la rhéofluidification du matériau augmente.

3. Lubrification pour les fluides d'Herschel-Bulkley

Les résultats de la théorie de lubrification pour les fluides viscoplastiques vont être présentés pour un fluide d'Herschel-Bulkley. Nous allons discuter dans cette partie, d'une part, de l'évolution du champ de pression, des zones rigides induites par la présence de la contrainte seuil, du débit d'écoulement sous la plaque inclinée pour les fluides à seuils. Nous présenterons la comparaison entre les résultats pour $n = 1$ et $n = 0.4$ correspondant au fluide utilisé expérimentalement.

D'autre part, nous allons mettre en évidence l'évolution de la traînée et de la portance en fonction des nombres sans dimensions Y , B et n .

3.1. Champs de pression

Pour un fluide de Bingham ($n = 1$), l'évolution des champs de pression est représentée sur la figure 4.3 en fonction de l'abscisse pour différents nombres de Bingham B avec deux valeurs du jeu Y .

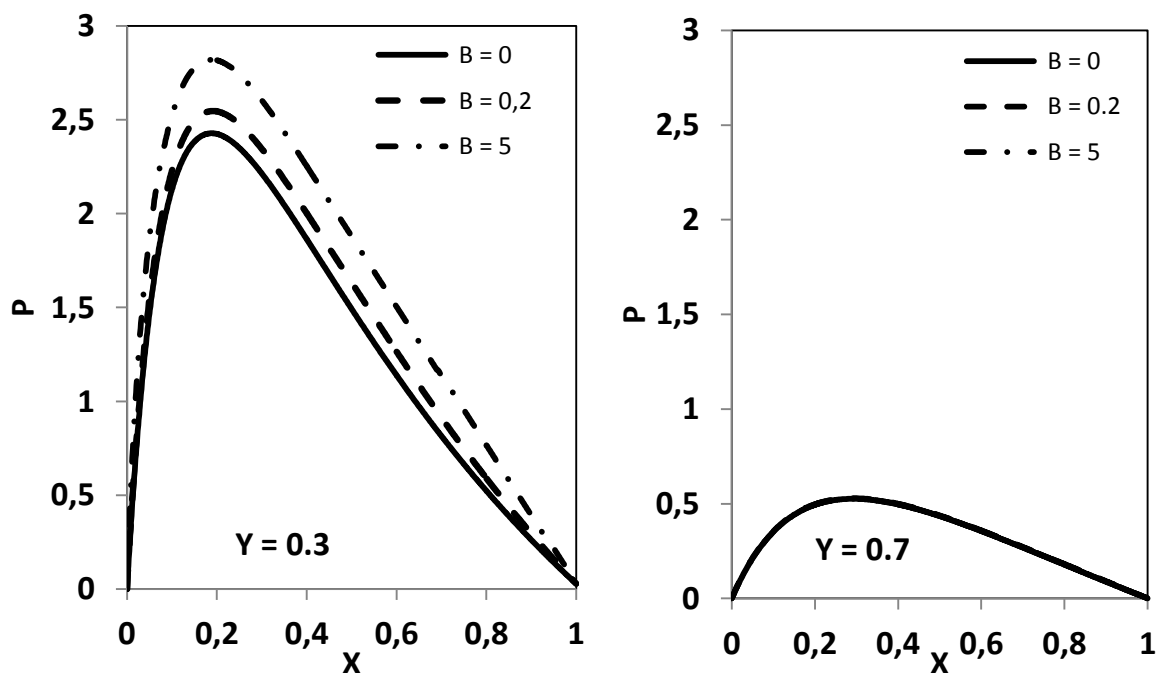


Figure 4.3 . Evolution de la pression en fonction de l'abscisse x pour $n = 1$

Nous remarquons que les pressions sont plus importantes lorsque $Y = 0.3$ que lorsque $Y = 0.7$. En effet, lorsque Y augmente, le rapport entre la hauteur d'entrée et de sortie diminue, donc l'inclinaison de la plaque diminue. Dans le cas des grands Y , on remarque une très faible sensibilité aux nombres de Bingham.

L'évolution du champ de pression pour un fluide d'Herschel-Bulkley avec un indice de rhéofluidification $n = 0.4$ est représentée sur la figure 4.4. La comparaison des niveaux de pressions de la figure 4.4 pour $n = 0.4$ et ceux de la figure 4.3 pour $n = 1$ montre que l'introduction de la rhéofluidification diminue le niveau de la pression. Également, la rhéofluidification réduit l'influence du nombre de Bingham.

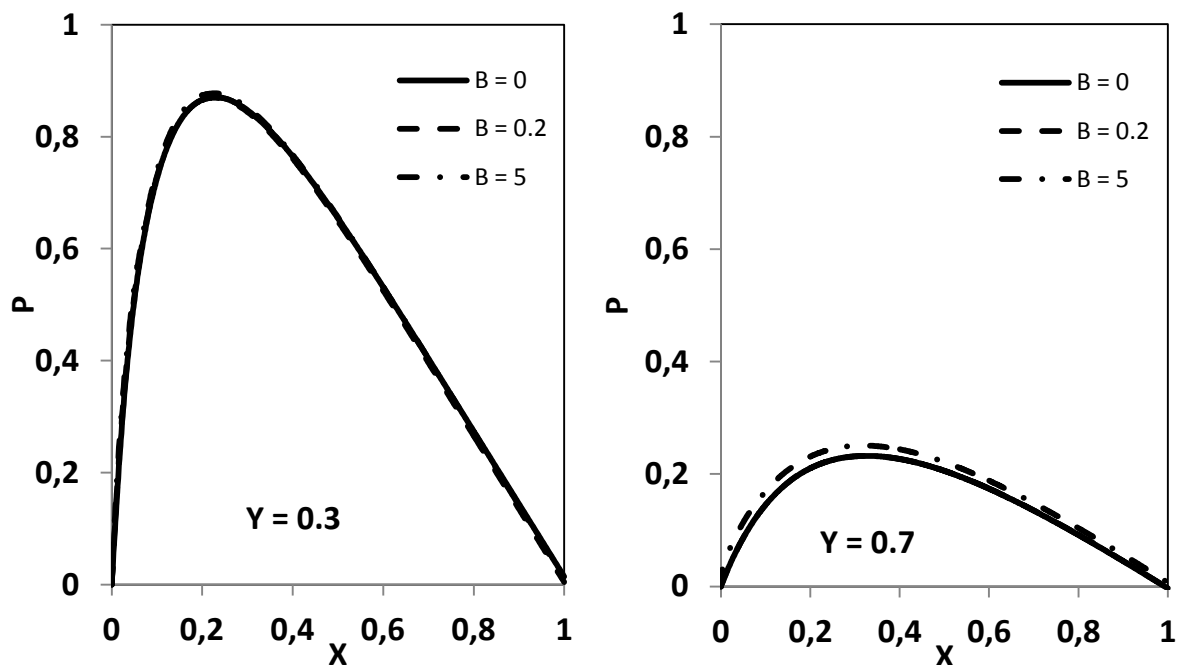


Figure 4.4 . Evolution de la pression en fonction de x pour $n = 0.4$

3.2. Zones rigides

La figure 4.5 montre l'évolution des zones rigides pour $n = 1$ pour différentes valeurs d' Y et B . Les zones grisées représentent les zones rigides ou pseudo rigides et les zones blanches sont les zones où le fluide est cisailé. De plus, la ligne verticale correspond au lieu où le gradient de pression est nul (voir équation (4.20)).

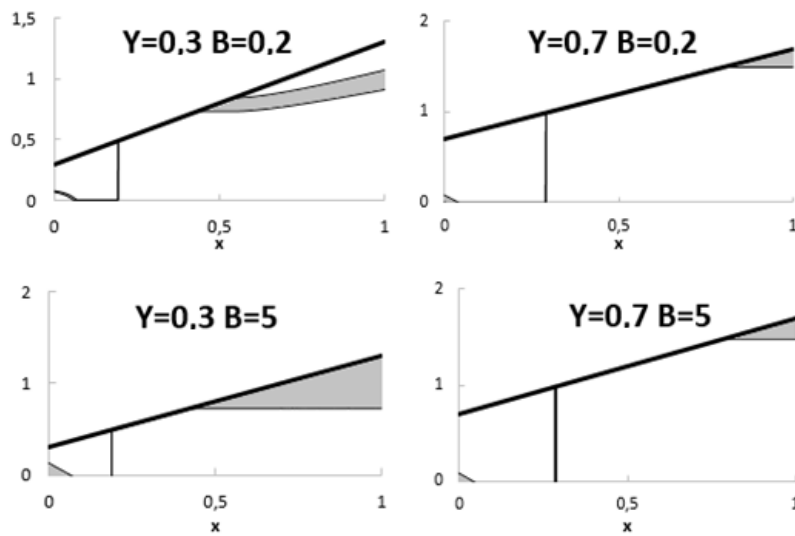


Figure 4.5 . Zones rigides pour $n = 1$

On observe plusieurs types de zones rigides suivant les valeurs des contraintes τ_1 et τ_2 montrées sur la figure 4.2. Lorsque $Y = 0.3$ et $B = 0.2$, nous observons une fine couche de zone rigide statique « collée » au plan inférieur dans laquelle la vitesse est nulle en sortie du contact. On observe également une zone pseudo rigide touchant la plaque inclinée et qui s'étend dans le fluide sous la plaque. Lorsque les effets du seuil d'écoulement augmentent ($Y = 0.3$ et $B = 5$), la pseudo zone rigide augmente et se transforme en une zone rigide supérieure collée sous la plaque. Il existe toujours une zone rigide inférieure près de la sortie du contact qui a augmenté. Pour les grandes valeurs de Y ($Y = 0.7$ sur la figure 4.5), les zones rigides inférieures et supérieures de surfaces deviennent moins importantes que pour $Y = 0.3$.

La localisation et la morphologie des zones rigides pour $n = 0.4$ sont représentées sur la figure 4.6. L'effet de la rhéofluidification est de diminuer sensiblement les zones rigides voire de les faire disparaître par rapport au fluide de Bingham. La figure 4.6 correspond à une rhéofluidification relativement importante ($n = 0.4$).

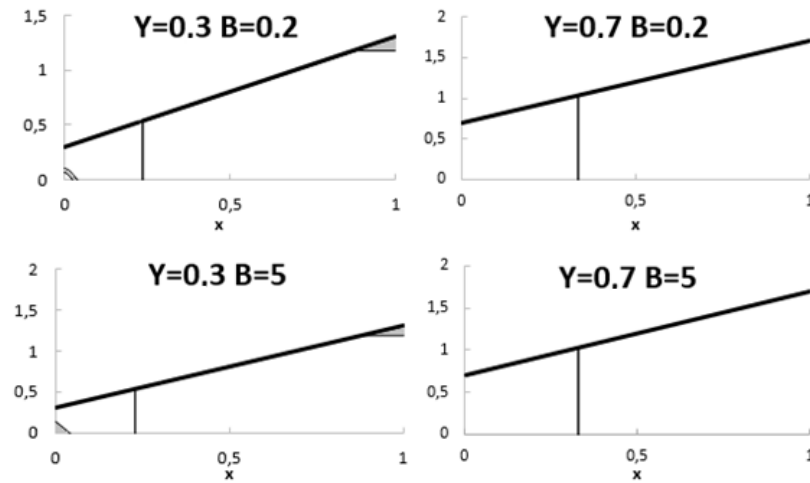


Figure 4.6 . Zones rigides pour $n = 0.4$

3.3. Évolution du débit

La figure 4.7 montre l'évolution du débit en fonction de B pour différents Y et n . La figure 4.7 met en évidence que le débit adimensionnel est très peu dépendant du nombre de Bingham. Cependant, il dépend de n . En effet, le débit est plus important lorsque $n = 0.4$. Comme le montre le tableau 4.1, les débits newtoniens théoriques lorsque $n = 1$ et $B = 0$ sont bien retrouvés en fonction de Y .

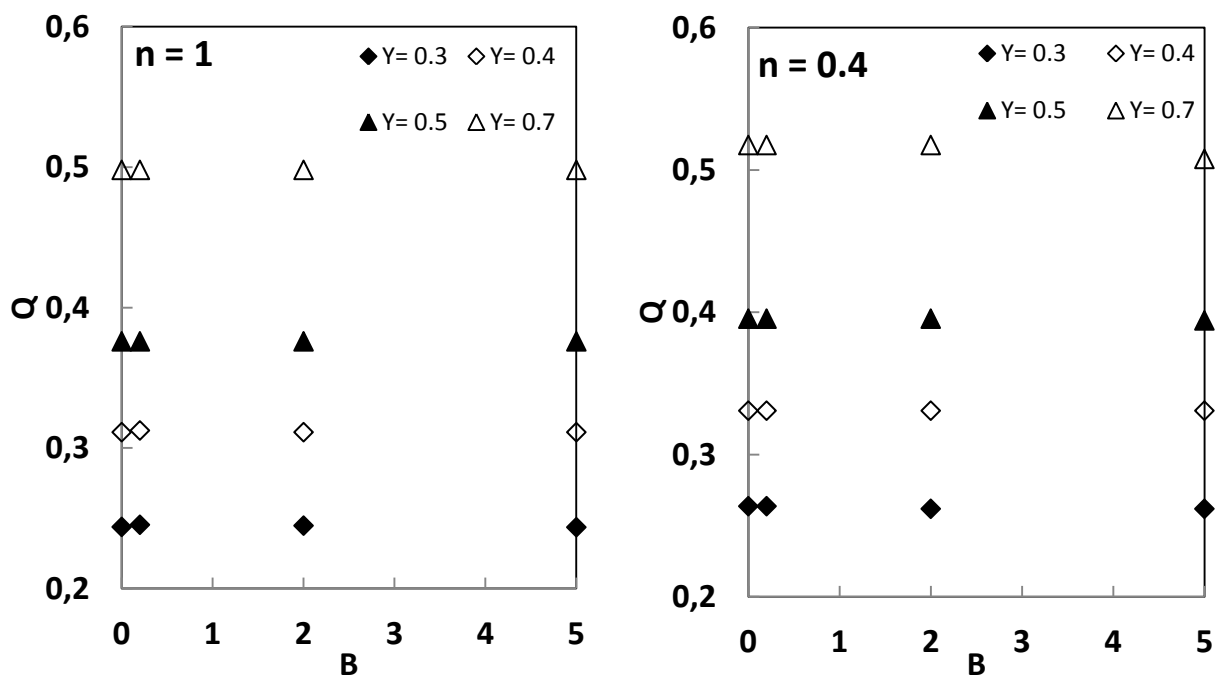


Figure 4.7 . Débit en fonction de B pour $n = 1$ et $n = 0.4$

3.4. Portance

Les figures 4.8 et 4.9 montrent l'évolution de la portance en fonction de B pour différents Y et n. La figure 4.8 montre l'évolution de la portance en fonction du nombre de Bingham pour n = 1. Le niveau de portance diminue lorsque Y augmente donc lorsque l'angle d'inclinaison diminue. La portance augmente avec l'augmentation du nombre de Bingham donc avec des effets de seuil de contrainte croissant. D'autre part, lorsque le nombre de Bingham devient grand, la portance n'évolue plus avec B. La loi asymptotique établie par Hewitt et Balmforth¹ donnée par la formule (4.23) valable pour $B > B_c$ permet de prédire ces niveaux de portance.

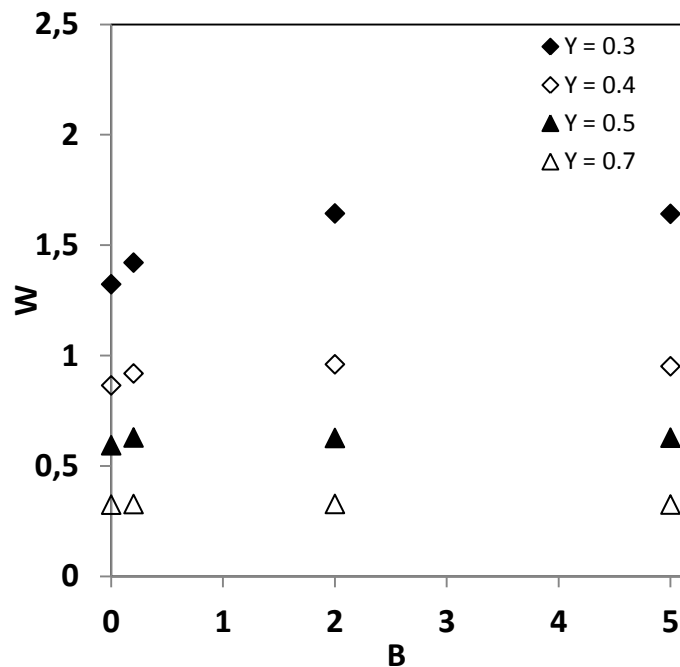


Figure 4.8 . Evolution de la portance en fonction de B pour n = 1

Le tableau 4.3 montre une étude comparative entre la prédiction de cette loi et nos résultats numériques. Les écarts obtenus sont de l'ordre de 1%.

Y	Portance $B = 5 > B_c$ (nos résultats)	Portance théorique Hewitt et Balmforth ¹ $B > B_c$	B_c critique
0.3	1.652	1.629	4.609
0.5	0.632	0.624	0.888
0.7	0.330	0.327	0.23

Tableau 4.3 . Etude comparative de la portance de la présente étude et celle de la théorie d'Hewitt et Balmforth¹ (equ.4.23) pour $n = 1$ et $B > B_c$

La figure 4.9 montre l'évolution de la portance en fonction de B pour un fluide d'Herschel-Bulkley avec $n = 0.4$. On observe que la portance adimensionnalisée diminue avec l'augmentation du paramètre Y comme pour $n = 1$ (Figure 4.8). Cependant, le niveau de portance est plus faible avec $n = 0.4$. D'autre part, la rhéofluidification atténue l'influence du nombre de Bingham sur la portance.

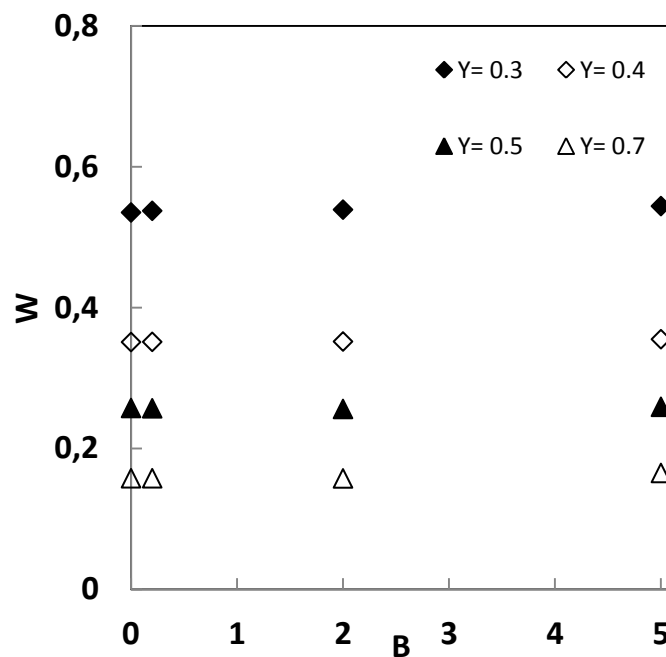


Figure 4.9 . Evolution de la portance en fonction de B pour $n = 0.4$

La figure 4.9 montre des évolutions peu dépendantes de B. Pour $n = 1$, la portance tend vers un niveau constant quand B devient grand i.e. les forces dues au seuil deviennent prépondérantes.

Les figures 4.8 et 4.9 ainsi que les solutions analytiques pour B grands montrent que la portance adimensionnalisée tend vers une constante. La connaissance de cette constante a un intérêt pour les applications. La figure 4.10 montre l'évolution de cette constante appelée C en fonction de Y pour différentes valeurs de n.

La portance dimensionnelle F_p pour B grand s'exprime comme $F_p = C \frac{KL^2U^n}{H^{n+1}}$. Un nombre de Bingham B grand signifie que les forces plastiques deviennent prépondérantes devant les forces visqueuses. C'est le cas notamment lorsque U tend vers 0. Dans ce cas, la force de portance tend vers 0 en U^n .

La figure 4.10 montre les valeurs de portance lorsque B est grand correspondant aux valeurs de C en fonction de Y pour différentes valeurs de n. Pour $n = 1$, on retrouve la solution analytique d'Hewitt et Balmforth¹ donnée par l'équation 4.23. Lorsque la rhéofluidification augmente (n diminue), la sensibilité de C au paramètre de jeu Y diminue. Pour Y grand, les valeurs de C sont indépendantes de n.

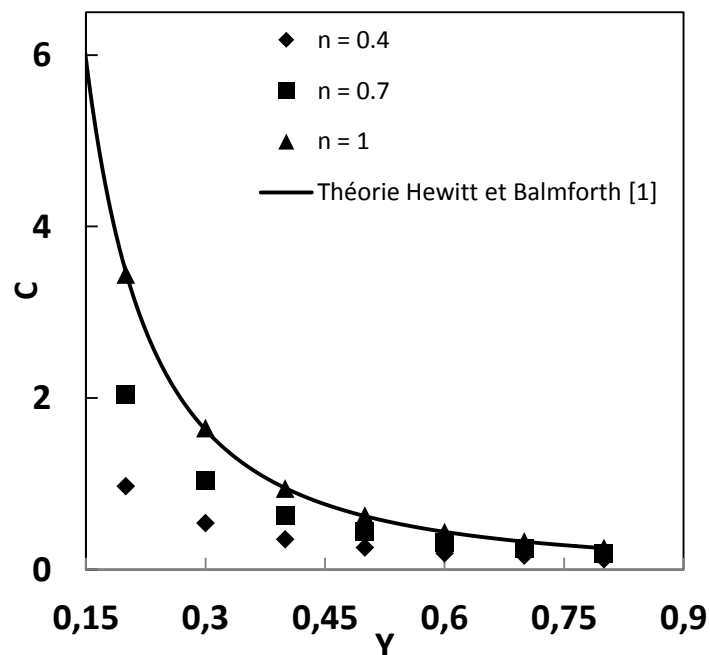


Figure 4.10 . Evolution de la portance à B grand en fonction Y pour différents n

3.5. Traînée

La figure 4.11 montre l'évolution de la traînée en fonction de B pour différents Y lorsque $n = 1$ et $n = 0.4$. Le niveau de la traînée est plus important pour le fluide de Bingham ($n = 1$). Lorsque la rhéofluidification augmente (n diminue), l'influence de Y est atténuée.

On constate sur la figure 4.11 que pour B suffisamment grand, la traînée évolue linéairement avec B suivant la loi, quelles que soient les valeurs de n :

$$T = C_1 + B \quad (4.29)$$

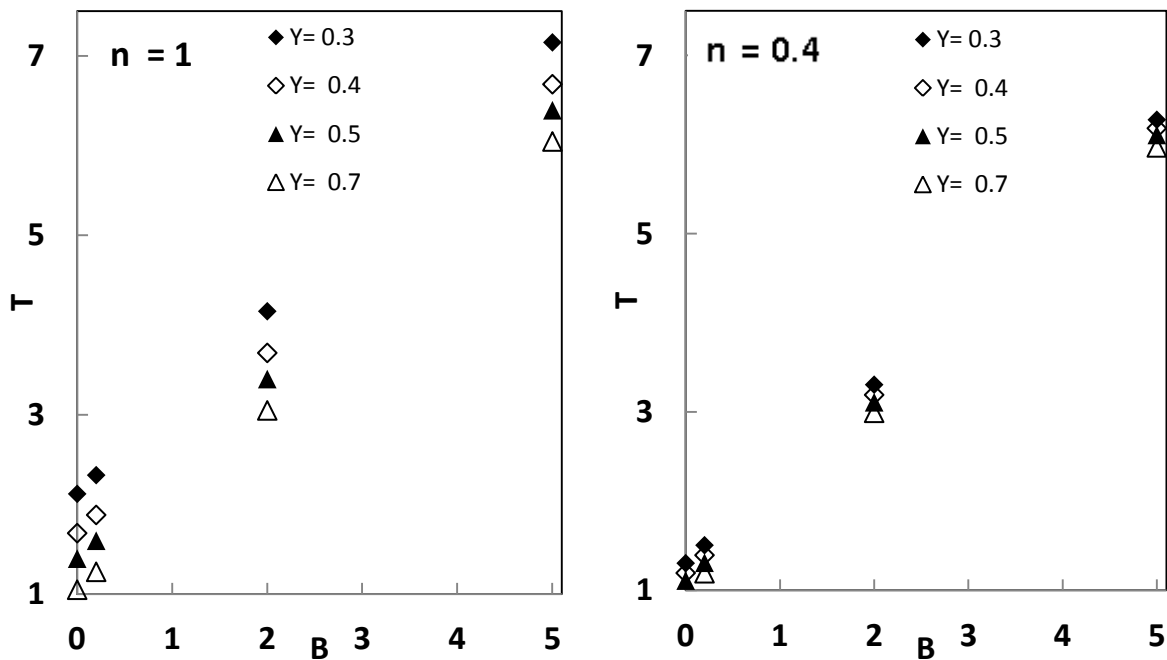


Figure 4.11 . Evolution de la traînée en fonction de B pour $n = 1$ et $n = 0.4$

La figure 4.12 montre ainsi l'évolution de C_1 qui représente la traînée pour $B = 0$ en fonction de Y .

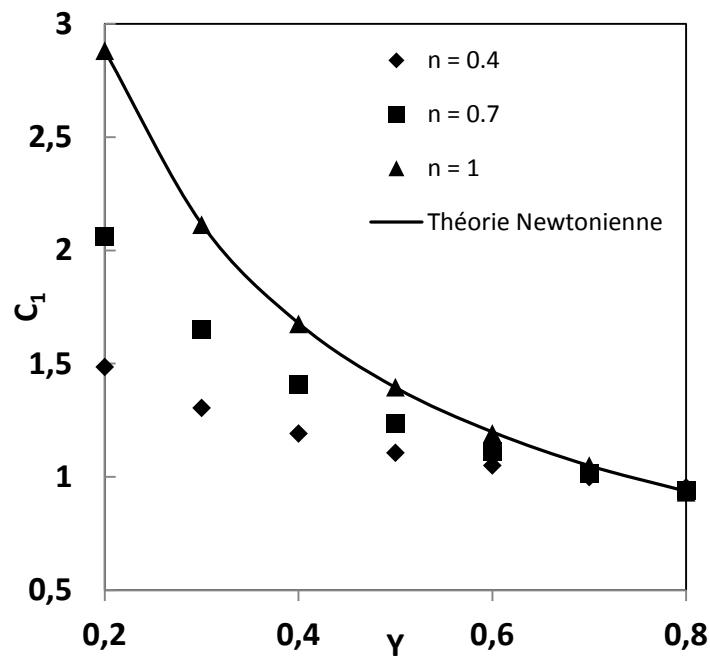


Figure 4.12 . Constante C_1 de la traînée en fonction du paramètre Y pour différents n

Pour $n = 1$, la solution newtonienne donnée par Frêne et al.¹³ à l'équation (4.21) est retrouvée. Lorsqu' Y augmente donc quand l'angle d'inclinaison de la plaque devient petit, la valeur de la constante devient indépendante de n . La valeur de C_1 diminue avec n comme le laisse entrevoir la discussion sur les fluides rhéofluidifiants donnée plus haut.

Comme nous l'avons vu plus haut, lorsque B devient grand, la traînée adimensionnelle T évolue comme B . Dans cette limite où les forces dues au seuil d'écoulement (plasticité) sont prépondérantes, la force de traînée dimensionnelle est indépendante de U et tend vers $F_D = \tau_0 L$.

4. Matériel et Méthodes expérimentales

4.1. Dispositif expérimental

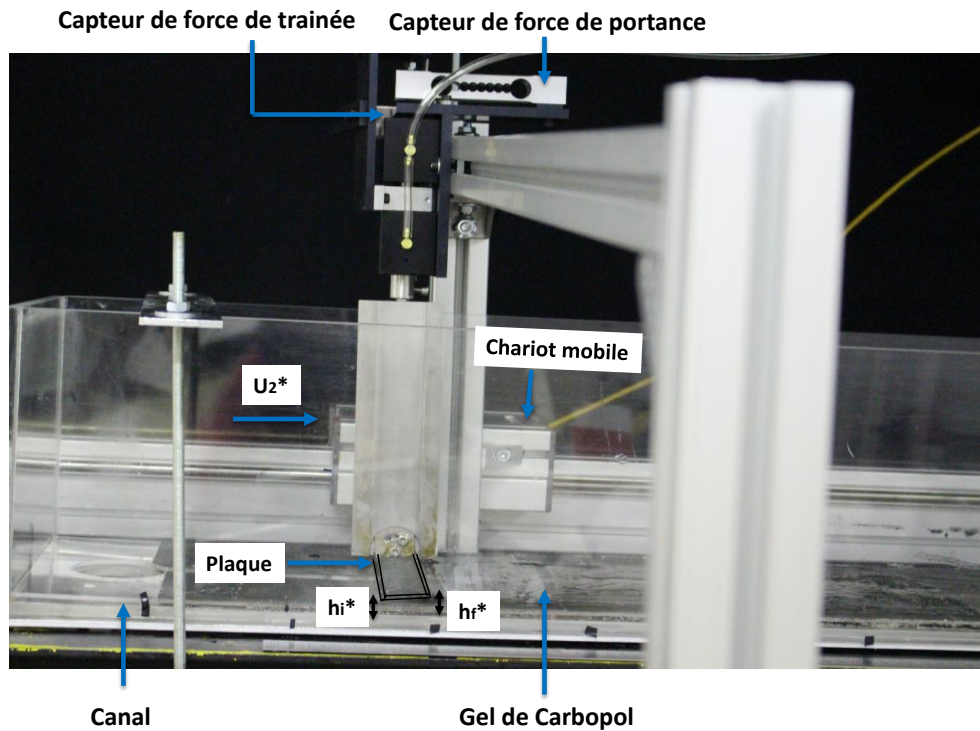


Figure 4.13 . Dispositif expérimental

Le dispositif expérimental utilisé est présenté sur la figure 4.13. Un chariot mobile portant un bras où la plaque inclinée et les capteurs de force sont fixés et mis en mouvement grâce à un moteur de type brushless par l'intermédiaire d'une tige filetée. Les dimensions géométriques de la plaque sont les suivantes : la longueur est de $l^* = 14 \text{ cm} \pm 0.1 \text{ mm}$, la largeur est de $L^* = 3 \text{ cm} \pm 0.02 \text{ mm}$, et l'épaisseur de $e^* = 0.3 \text{ cm} \pm 0.02 \text{ mm}$. Le canal a une longueur de 3 m. L'angle d'inclinaison α de la plaque est compris entre 2° et 6° correspondant respectivement à des valeurs de Y comprises entre 0.7 et 0.3 avec des valeurs de H variant entre 1.4 mm et 3.33 mm. Le fond du canal et la plaque inclinée sont recouverts de papier rugueux fabriqué par la société Norton avec une granulométrie de $120 \mu\text{m}$. Ceci permet d'éviter le glissement aux parois lors des mesures. En effet, il est bien établi que les fluides à seuil d'écoulement sont susceptibles de glisser aux interfaces solides si les conditions tribologiques sont favorables. Magnin et Piau^{15,16}, Meeker et al.¹⁷, Ahonguio et al.¹⁸ ont caractérisé et mesuré l'influence du glissement avec des gels de Carbopol ou pour des fluides similaires comme les émulsions.

Le phénomène de glissement a fait l'objet d'une revue récente par Cloitre et Bonnecaze¹⁹. Une couche de fluide à seuil est déposée au fond du canal de manière uniforme avec une hauteur légèrement inférieure à h_f^* afin de minimiser les effets parasites avant les mesures. En effet, le déplacement de la plaque entraîne le déplacement d'une masse de gel devant la plaque. Cette masse de gel a un volume croissant au fur et à mesure du déplacement de la plaque. Cette masse peut venir se déverser sur la plaque et ainsi créer une force parasite.

Nous avons cherché à contrôler cette force parasite en contrôlant la hauteur de la couche de fluide initiale, en faisant des mesures sur un temps le plus court possible. Le contact a toujours été suffisamment alimenté. La force de traînée sur la plaque inclinée est mesurée par un capteur conçu par la société TE Connectivity Company et la force de portance est mesurée à l'aide d'un capteur fabriqué par la société Scaime. Leurs gammes de mesure est de 0 à 50 N avec une précision de 0.05% de la pleine échelle pour la traînée et de 0.025% de la pleine échelle pour la portance. La distance minimum h_i entre la plaque et le fond du canal peut être réglée avec une incertitude maximale de 2%. La température du fluide a été contrôlée avec une précision de $\pm 0.1^\circ\text{C}$. La gamme de la vitesse appliquée est comprise entre 0.1 et 15 mm/s avec une précision de 4%. Une fréquence d'acquisition variant entre 0.1 et 1 KHz a été utilisée pour acquérir les données expérimentales à l'aide du logiciel Labview. L'incertitude expérimentale maximale obtenue sur la mesure de la traînée adimensionnelle T est de 14% et est de 10% pour la portance W . L'incertitude est de l'ordre de 16.4% sur le nombre de Bingham.

Trois régimes d'écoulement ont été identifiés lors des mesures de forces: le régime transitoire, le régime permanent et le régime de la relaxation des forces.

Tout d'abord, le régime transitoire correspond à la phase de démarrage durant laquelle la force augmente avec le temps. La durée de cette phase est dépendante de la vitesse appliquée. Ensuite, un régime permanent est atteint lorsque les forces deviennent indépendantes du temps. Les forces de traînée et de portance en régime permanent seront détaillées et discutées plus loin. Lorsque la vitesse appliquée est nulle après le régime permanent, un régime de relaxation des forces est observé. Les forces relaxent vers des niveaux de force non nuls. Ces niveaux de forces résiduelles sont créés par la contrainte seuil du matériau qui ne relaxe pas vers une valeur nulle. Ces régimes de la relaxation des contraintes seront également présentés dans la partie « résultats et discussion ».

4.2. Matériaux et méthodes

Un gel aqueux de Carbopol a été utilisé comme un fluide à seuil dans les expériences. Les gels de Carbopol sont bien connus pour être des fluides à seuil modèles, très souvent utilisés dans la mécanique expérimentale des fluides. Piau²⁰ a étudié sa structure et leur comportement rhéologique. Il décrit les gels de Carbopol comme étant des suspensions concentrées de microgels, percolées et désordonnées d'éponges élastiques individuelles dans le solvant. Leurs propriétés non-thixotropes ont également été mises en évidence dans les travaux de Magnin et Piau¹⁶, Piau²⁰ et Dimitriou et al.²¹ par exemple. Pour obtenir ce gel, de la poudre de Carbopol 940 fabriquée par Goodrich²² a été dissoute sous une forte agitation dans de l'eau déminéralisée à une concentration de 0.85 % en poids. Le mélange a été amené à un pH = 7 en ajoutant une solution de soude NaOH. L'influence du pH sur les propriétés en écoulement du gel a été étudiée par Curran et al.²³. La masse volumique du gel est de 1000 kg/m³. Ces gels ont une très bonne stabilité dans le temps et sont transparents.

La caractérisation du comportement rhéologique du gel a été déterminée à contrainte imposée par des essais en cisaillement simple à l'aide d'un rhéomètre DHR3 de la société TA Instruments. Un diamètre de 50 mm de la cellule cône-plan avec un angle 0.035 rad a été utilisé. Les surfaces de la cellule sont recouvertes de papier rugueux pour éviter le glissement. La gamme du taux de cisaillement utilisé varie entre 10⁻³ s⁻¹ jusqu'à 100 s⁻¹. Les mesures ont été réalisées en contrôlant l'évaporation selon les techniques données par Magnin et Piau¹⁶. Une température de 22°C +/- 0.1°C a été utilisée au cours de nos expériences. Les incertitudes de mesure des paramètres rhéologiques sont de l'ordre de 7%.

La figure 4.14 montre en régime permanent l'évolution de la contrainte de cisaillement en fonction du gradient de cisaillement. Lorsque le gradient de cisaillement diminue, la contrainte de cisaillement diminue et puis tend vers un plateau. La loi de comportement des gels de Carbopol en régime permanent est connue^{24,25,26}. Elle peut être modélisée par le modèle viscoplastique d'Herschel-Bulkley (Equation 4.6). Les paramètres rhéologiques du gel sont définis par :

$$\tau_0 = 115 \text{ Pa}, K = 40.4 \text{ Pa.s}, n = 0.4. \quad (4.30)$$

Ovarlez et al.¹¹ ont démontré expérimentalement que le seuil d'écoulement des gels de Carbopol obéissait au critère de von Mises.

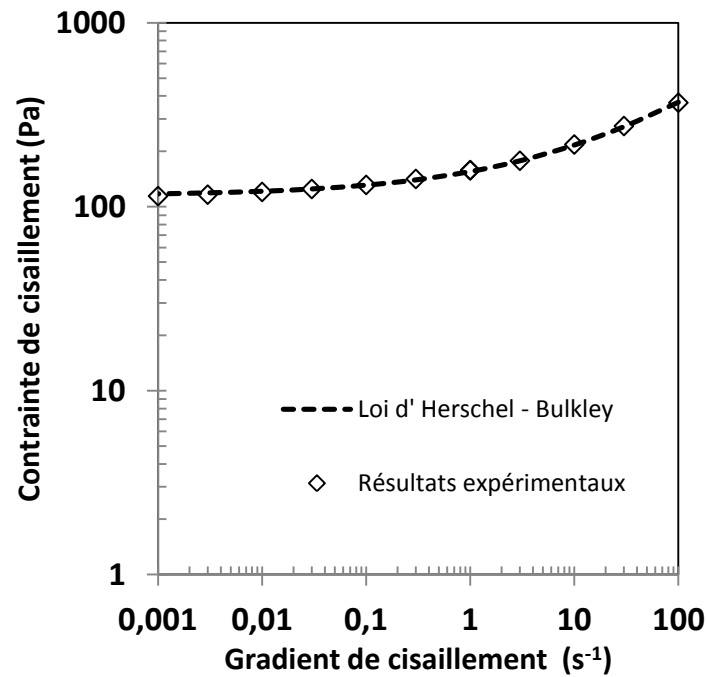


Figure 4.14 . Evolution de la contrainte de cisaillement en fonction du gradient de cisaillement en régime permanent

Le comportement du Carbopol en régime permanent peut être décrit comme un fluide viscoplastique d'Herschel-Bulkley. Mais comme tous fluides réels, il présente un certain caractère élasto-viscoplastique^{20,21}. Il développe un comportement élastique en dessous du seuil et des contraintes normales comme cela a été montré par Ahonguio et al.¹⁸. Il ne montre pas de comportement élongationnel particulier comme cela a été étudié par Yarin et al.²⁷ et de Balmforth et al.^{28,29}.

4.3. Résultats et Discussion

4.3.1. Régime permanent

La figure 4.15 montre une étude comparative entre les résultats expérimentaux et les résultats théoriques de la lubrification, de la traînée en fonction de B pour différents Y. On observe que la traînée adimensionnelle augmente avec le nombre de Bingham B. L'évolution expérimentale est presque linéaire comme le prédit la théorie donnée par l'équation (4.29) pour les grandes valeurs de B. D'autre part, le niveau de la traînée diminue avec l'augmentation de Y. Une bonne corrélation entre les résultats expérimentaux et théoriques est observée.

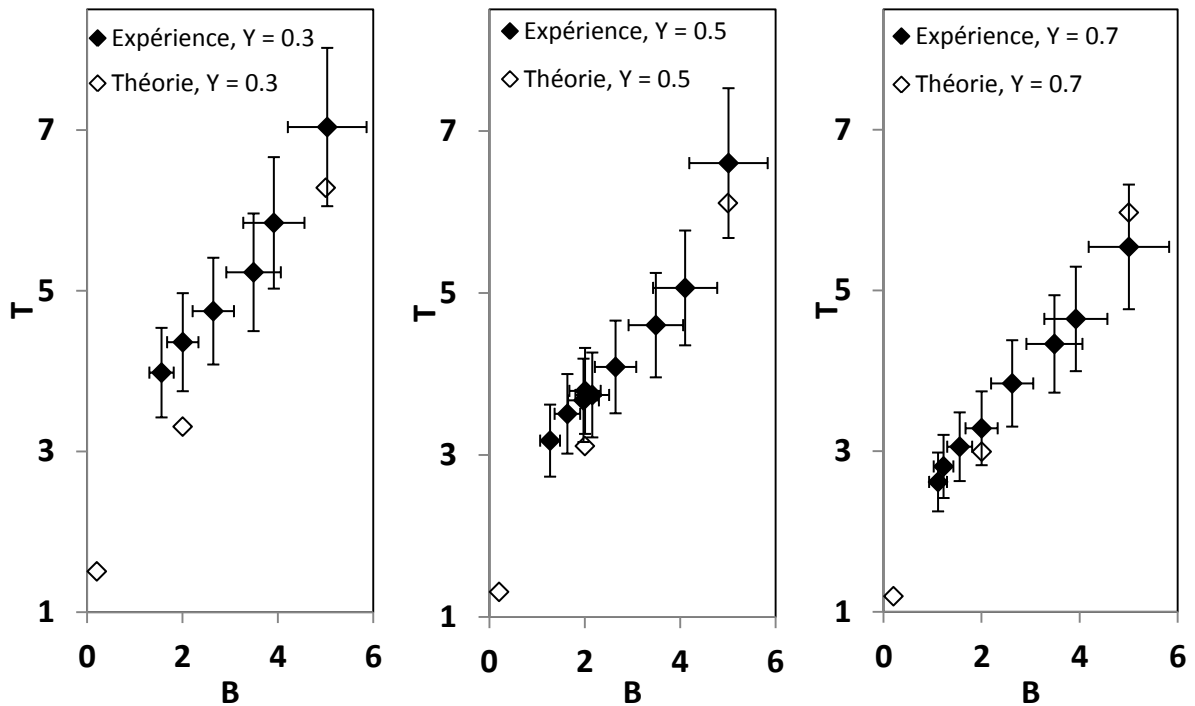


Figure 4.15 . Comparaison des résultats expérimentaux et théoriques de la traînée en fonction de B pour différents Y

La figure 4.16 montre une étude comparative entre les résultats expérimentaux et théoriques de la portance en fonction de B pour différents Y .

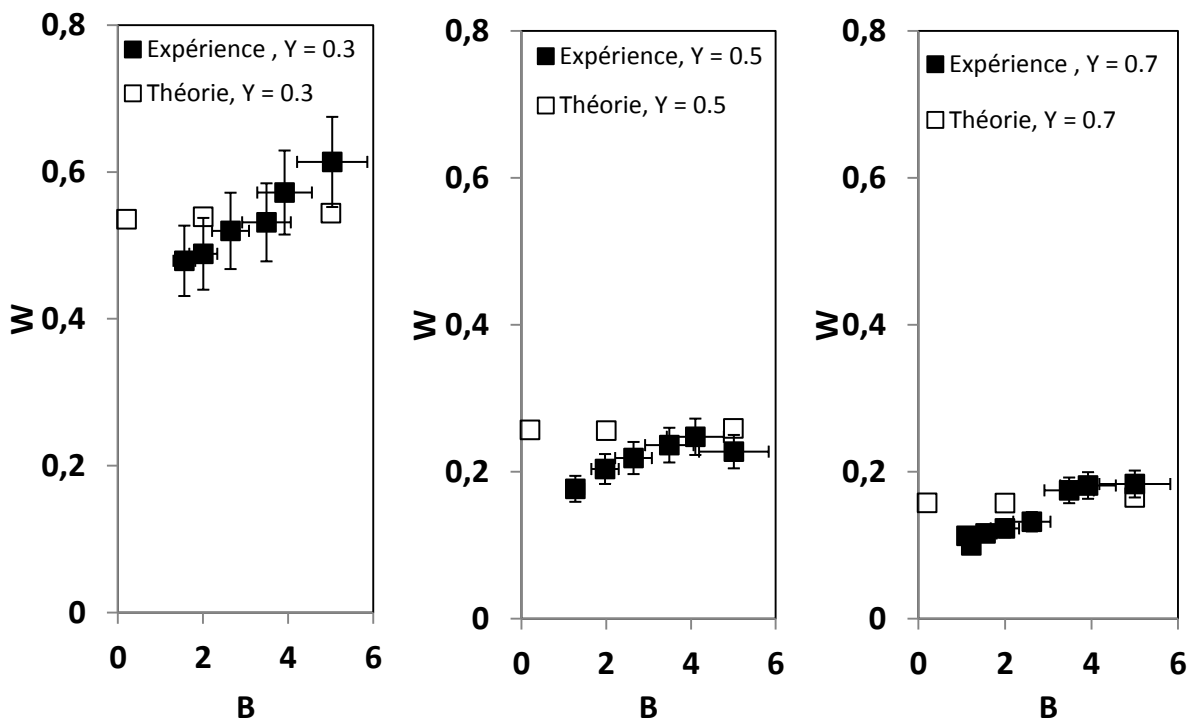


Figure 4.16 . Comparaison des résultats expérimentaux et théoriques de la portance en fonction de B pour différent Y

Une corrélation correcte est observée en tenant compte des incertitudes expérimentales. Comme prédit par la théorie (Fig. 4.10), la portance adimensionnelle est constante en fonction de B pour les nombres de Bingham suffisamment grands. Comme prévu également par la théorie (Fig. 4.10), la portance adimensionnelle diminue lorsqu'Y augmente.

4.3.2. Forces résiduelles

Comme mentionné plus haut, lorsque la vitesse est ramenée à 0 après l'essai, les forces de traînée et de portance relaxent vers des niveaux non nuls. C'est directement une conséquence de la présence du seuil d'écoulement. Nous nommerons ces niveaux de forces résiduelles pour la traînée adimensionnelle T_r et la portance adimensionnelle W_r .

$$T_r = \frac{F_{Dr}}{\tau_0.L} \quad , \quad W_r = \frac{F_{Pr}}{\tau_0.L} \quad (4.31)$$

Les forces de traînée F_{Dr} et de portance résiduelle F_{Pr} ont été adimensionnalisées par la contrainte de seuil d'écoulement, car la vitesse est nulle et c'est donc la contrainte seuil qui domine dans le fluide. La traînée résiduelle T_r fonction de B pour des Y différents a été portée sur la figure 4.17.

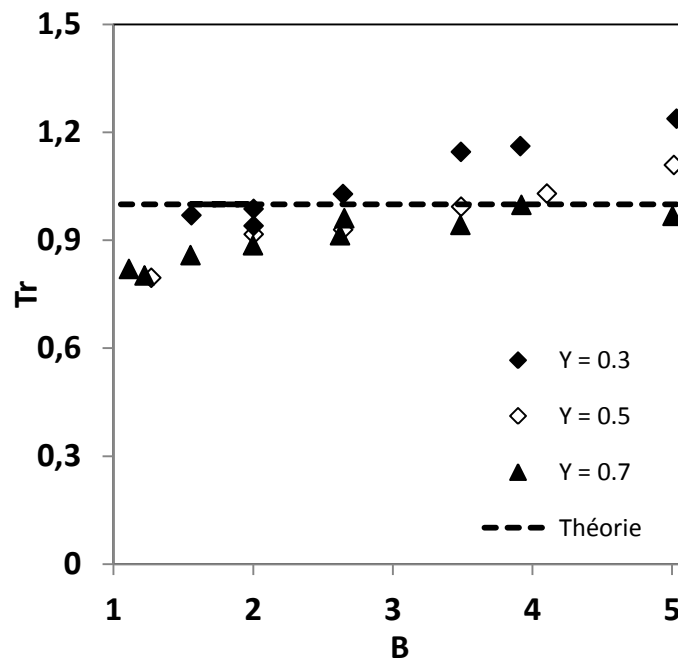


Figure 4.17 . Evolution de la traînée en régime de relaxation en fonction du nombre de Bingham pour différent Y

Nous constatons que les valeurs expérimentales, quelle que soit B et Y se regroupent autour de la valeur 1. Ceci n'est pas surprenant, car comme il a été vu plus haut, la solution théorique prédit que la force de traînée tend vers $F_D = \tau_0 \cdot L$ donc T_r tend vers 1 pour les grands nombres de Bingham, ce qui est le cas également lorsque la vitesse tend vers 0.

La figure 4.18 montre l'évolution de la portance résiduelle W_r en fonction du nombre de Bingham. Le niveau de la portance W_r est plus petit que celui de la traînée résiduelle T_r . Contrairement à T_r , l'intensité de la portance relaxée W_r est dépendante de Y. Lorsque Y diminue, la portance W_r augmente. Si la traînée résiduelle T_r peut être prédite par la théorie de la lubrification, la portance résiduelle échappe à la théorie. En effet, il a été précédemment montré que lorsque B tend vers des valeurs élevées par exemple si la vitesse tend vers 0, la force de portance tend vers 0 et donc W_r tend vers 0. Parmi les raisons à explorer pour comprendre pourquoi les portances résiduelles ne tendent pas vers zéro, on peut avancer la présence d'un certain niveau d'élasto-viscoplasticité dans le fluide expérimental qui peut se traduire par la présence d'élasticité et d'efforts normaux. En effet, ces deux effets sont négligés dans la simulation viscoplastique de la lubrification d'Hewitt et Balmforth¹.

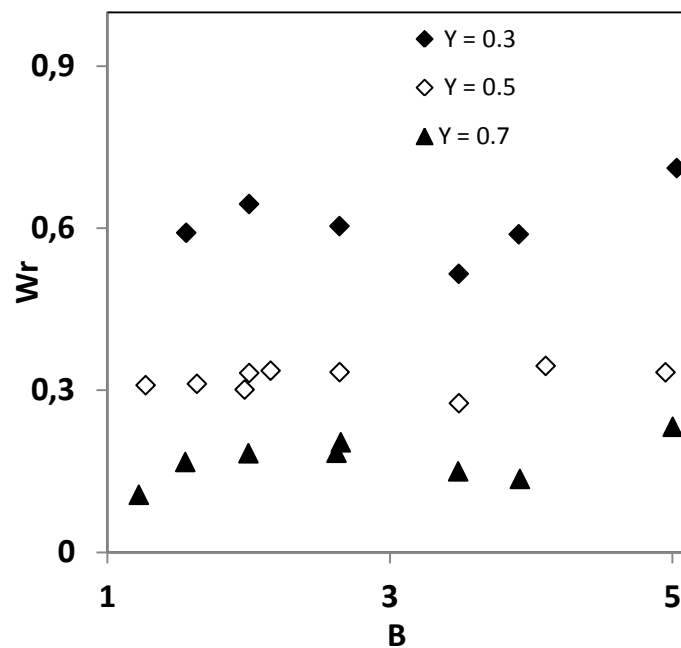


Figure 4.18 . Evolution de la portance en régime de relaxation en fonction du nombre de Bingham pour différents Y

5. Conclusion

Cette étude a permis d'établir de nouveaux résultats sur la lubrification d'une plaque inclinée pour les fluides à seuil suivant la loi d'Herschel-Bulkley. En utilisant le formalisme d'Hewitt et Balmforth¹, les influences de la rhéofluidification, du seuil d'écoulement et du jeu ont été déterminées sur les champs des contraintes, le débit, les zones rigides, la traînée et la portance. Des solutions analytiques ou empiriques sont également données. Les expériences menées avec un fluide à seuil modèle suivant en première approximation, un fluide d'Herschel-Bulkley a permis d'établir la variation de la portance et de la traînée en fonction du nombre de Bingham et du jeu. La théorie de la lubrification permet de prédire correctement ces grandeurs. La comparaison entre les résultats expérimentaux et ceux de la prédiction théorique s'est faite dans des domaines où les nombres de Bingham sont plutôt élevés correspondant à des effets de seuils qui deviennent prépondérants par rapport aux effets visqueux. Des portances et des traînées résiduelles après l'arrêt de la vitesse ont été mesurées. Elles sont reliées uniquement au seuil d'écoulement. La traînée résiduelle peut être prédite par la théorie. La portance résiduelle moins élevée que la traînée résiduelle échappe à la prédiction théorique. Il serait alors peut être utile d'introduire une loi de comportement élasto-viscoplastique dans la modélisation.

Références

1. Hewitt IJ, Balmforth NJ. Viscoplastic lubrication theory with application to bearings and the washboard instability of a planing plate. *J Non-Newton Fluid Mech.* 2012;169-170:74-90.
2. Mas R., Magnin A. Rheology of colloidal suspensions: Case of lubricating greases. *Journal of Rheology* 1994, 38 :889.
3. Mas R., Magnin A. Experimental validation of steady shear and dynamic viscosity relation for yield stress fluids. *Rheologica Acta* 1997, 36(5) : 49–55.
4. Tichy JA. Hydrodynamic lubrication theory for the Bingham plastic flow model. *J Rheol.* 1991;35(4):477.
5. Balmforth NJ, Frigaard IA, Ovarlez G. Yielding to Stress: Recent Developments in Viscoplastic Fluid Mechanics. *Annu Rev Fluid Mech.* 2014;46(1):121-146.
6. Cohn ,G , Oren J. W. Film pressure distribution in grease lubricated journal bearing. *trans.Am.Soc.Mech.Eng.* 1949, 71-555.
7. Wada, S., Hayashi H. , Haga K. Behavior of a Bingham solid in hydrodynamic lubrication: Part 3, application to journal bearing,. *Bull. JSME*, 1973, 17 (111) :1182-1191.
8. Wada, S, Hayashi H. , Haga K. Behavior of a Bingham Solid in Hydrodynamic Lubrication (Part 2, Application to Step Bearing). *Bull. JSME*, 1973, 16 (92) :432-440.
9. Mutuli, S., Bonneau D. Frene J. Velocity Measurements in the Grease-Lubricating Film of a Sliding Contact. *ASLE Trans.* 1985, 29 (4) :515-522.
10. David D. Pelot, Nadiya Klep , Alexander L. Yarin. Spreading of Carbopol gels. *Rheol Acta* (2016) 55:279–291.
11. Ovarlez G, Barral Q, Coussot P. Three-dimensional jamming and flows of soft glassy materials. *Nature Materials.* 2010;9:115–119].
12. N.J. Balmforth, R.V. Craster. A consistent thin-layer theory for Bingham plastics. *J. Non-Newtonian Fluid Mech.* 84 (1999) 65±81. March 17, 1998.
13. Frêne, J., Nicolas, D., Deguerce, B., Berthe, D., G Odet, M.(1990). Lubrification hydrodynamique : Paliers et Butées. In: Edition Eyrolles, 1990. ; 1990.
14. Das NC. A study of optimum load capacity of slider bearings lubricated with power law fluids. *Tribol Int.* 1999;32(8):435–441.
15. Magnin A, Piau JM. Cone-and-plate rheometry of yield stress fluids. Study of an aqueous gel. *J Non-Newton Fluid Mech.* 1990;36:85–108.

16. Magnin A, Piau JM. Shear rheometry of fluids with a yield stress. *J Non-Newton Fluid Mech.* 1987;23:91–106.
17. Meeker SP, Bonnecaze RT, Cloitre M. Slip and Flow in Soft Particle Pastes. *Phys Rev Lett.* 2004;92(19).
18. Ahonguio F, Jossic L, Magnin A. Influence of surface properties on the flow of a yield stress fluid around spheres. *J Non-Newton Fluid Mech.* 2014;206:57-70.
19. Cloitre M, Bonnecaze RT. A review on wall slip in high solid dispersions. *Rheol Acta.* 2017;56(3):283-305.
20. Piau JM. Carbopol gels: Elastoviscoplastic and slippery glasses made of individual swollen sponges. *J Non-Newton Fluid Mech.* 2007;144(1):1-29.
21. Dimitriou CJ, Ewoldt RH, McKinley GH. Describing and prescribing the constitutive response of yield stress fluids using large amplitude oscillatory shear stress (LAOStress). *J Rheol.* 2013;57(1):27-70.
22. Goodrich B. *Product Literature.* Cleveland; 1997.
23. Curran SJ, Hayes RE, Afacan A, Williams MC, Tanguy PA. Properties of Carbopol Solutions as Models for Yield-Stress Fluids. *J Food Sci.* 2002, 67:176-180.
24. Coussot P, Tocquer L, Lanos C, Ovarlez G. Macroscopic vs. local rheology of yield stress fluids. *J Non-Newton Fluid Mech.* 2009;158(1-3):85-90.
25. Oppong FK, de Bruyn JR. Diffusion of microscopic tracer particles in a yield-stress fluid. *J Non-Newton Fluid Mech.* 2007;142(1-3):104-111.
26. Divoux T, Tamarii D, Barentin C, Manneville S. Transient Shear Banding in a Simple Yield Stress Fluid. *Phys Rev Lett.* 2010;104(20).
27. Yarin AL, Zussman E, Theron A, Rahimi S, Sobe Z, Hasan D. Elongational behavior of gelled propellant simulants. *J Rheol.* 2004;48(1):101-116.
28. Balmforth NJ, Dubash N, Slim AC. Extensional dynamics of viscoplastic filaments: I. Long-wave approximation and the Rayleigh instability. *J Non-Newton Fluid Mech.* 2010;165(19-20):1139-1146.
29. Balmforth NJ, Dubash N, Slim AC. Extensional dynamics of viscoplastic filaments: II. Drips and bridges. *J Non-Newton Fluid Mech.* 2010;165(19-20):1147-1160.

Conclusions générales et perspectives

L'écoulement d'un fluide newtonien et d'un fluide à seuil autour d'une plaque et d'un cylindre en présence ou non d'une paroi a été étudié expérimentalement et numériquement. Cette étude a permis d'apporter une compréhension nouvelle sur la morphologie des écoulements de fluides à seuil et de fournir des résultats quantitatifs sur les efforts qu'ils génèrent lorsqu'ils rencontrent un obstacle. Ainsi, cette étude s'est intéressée aux cas des écoulements à inertie négligeable en s'assurant de l'adhérence du fluide aux parois afin d'éviter les problématiques du glissement rencontrées dans les écoulements lents de fluides à seuil. La présente étude s'est concentrée sur les effets plastiques importants (O_d grands) afin de comprendre les phénomènes physiques proches de la transition solide-liquide des fluides à seuil. Les influences du seuil de contrainte, de la rhéofluidification et de l'interaction obstacle et paroi sur les coefficients de traînée et de portance, et sur la morphologie des écoulements ont été étudiées. Un sirop de glucose a été utilisé pour le fluide newtonien et un gel de Carbopol comme fluide à seuil. Les mesures de la force de traînée et de portance ont permis de connaître l'évolution de ces forces en fonction de la vitesse de déplacement de l'obstacle et des jeux obstacle/paroi. À jeu constant, lorsque la vitesse augmente, les forces de traînée et de portance augmentent. À vitesse constante, lorsque le jeu diminue, celles-ci augmentent en raison des cisaillements qui deviennent de plus en plus intenses entre la plaque et la paroi. Les effets de l'interaction entre la paroi et l'obstacle sur la traînée et la portance ont permis d'identifier une zone de transition à un jeu $G \approx 1$ entre les jeux grands et les jeux petits (domaine de lubrification). Les résultats obtenus avec ce fluide ont permis de valider l'installation expérimentale en particulier au niveau de la mesure des forces de traînée et de portance générées sur l'obstacle. Des approximations correctes de la traînée et de la portance ont été trouvées entre les résultats expérimentaux et numériques ainsi qu'avec des résultats de la littérature comme la prédiction de Wu et Thompson¹.

Le gel de Carbopol utilisé dans cette étude est souvent considéré comme un fluide à seuil modèle. Le comportement rhéométrique des gels de Carbopol par des essais en cisaillement simple a été analysé en régime permanent et en régime oscillatoire. Ces gels présentent un certain degré d'élasticité sous le seuil.

Ces matériaux sont caractérisés par une transition solide-fluide simple selon la classification de Møller et al.². Un dispositif expérimental a été conçu pour mesurer simultanément la force de traînée et de portance sur l'obstacle.

Une simulation numérique utilisant le modèle anélastique viscoplastique d'Herschel-Bulkley avec la régularisation de Papanastasiou³ a été réalisée pour chacune des configurations. Concernant le fluide à seuil, l'évolution de la traînée et de la portance a été analysée en fonction de la vitesse pour des jeux différents. Les coefficients de traînée Cd^* et de portance Cl^* plastiques ont été minutieusement examinés en fonction de la contrainte seuil Od , du jeu et l'angle. Ces coefficients suivent la même évolution en fonction du nombre d'Oldroyd. Ils diminuent puis tendent vers un plateau lorsque le nombre d'Oldroyd augmente. La diminution de la traînée et de la portance s'explique par une diminution des effets visqueux lorsque le nombre d'Oldroyd augmente. Des solutions asymptotiques ont été trouvées à Od très grands correspondant à l'état où l'obstacle est considéré comme étant pratiquement immobile dans l'écoulement. D'une part, dans le cas de l'écoulement d'un cylindre proche d'une paroi, l'évolution de la traînée visqueuse et plastique pour une large gamme de jeux allant d'un milieu infini jusqu'au domaine de la lubrification a été déterminée. Il a été montré que lorsque la relation $Od \times G$ devient petite, la solution de la lubrification de Bingham pour la traînée tend vers la solution de la lubrification newtonienne aux petits jeux. L'évolution des profils de vitesse correspondant au domaine de la lubrification et les zones rigides autour du cylindre ont été présentées. D'autre part, dans la configuration de l'écoulement d'un fluide à seuil autour d'une plaque inclinée à l'angle 45° , les influences du jeu G , de la contrainte seuil Od , de l'indice de la loi puissance n sur la traînée et la portance ainsi que sur la morphologie des zones rigides autour de la plaque ont été clairement montrées. De plus, l'influence de l'inclinaison de la plaque sur les forces de traînée et de portance a été déterminée pour des angles variant de 0° à 90° . Des solutions analytiques permettant de relier la traînée et la portance en fonction de l'angle aux effets plastiques importants ont été proposées. Enfin, une étude consacrée à la lubrification hydrodynamique d'un contact entre un plan et une plaque inclinée dans un fluide à seuil a été réalisée en régime permanent et en régime de relaxation. Les influences de la rhéofluidification, du seuil d'écoulement et du jeu ont été déterminées sur le champ de pression et des contraintes, le débit, les zones rigides, la traînée et la portance. Des solutions asymptotiques de la traînée et de la portance ont été proposées en régime de relaxation.

Les solutions analytiques des coefficients de traînée et de portance plastique issues de la théorie de la plasticité de la mécanique des sols ou de la couche limite sur une plaque plane prédisent relativement bien les mesures expérimentales. Elles approximent relativement bien les solutions numériques sauf la prédiction de l'angle de portance maximale.

Les résultats numériques avec un modèle viscoplastique anélastique fournissent une approximation assez correcte des résultats expérimentaux. Toutefois, les différences entre les résultats expérimentaux et numériques ont été discutées. Les faibles effets élastiques ne semblent pas pouvoir expliquer ces différences. D'autres phénomènes physiques peuvent les expliquer comme la plasticité des matériaux étudiés par Fraggedakis et al.⁴. Ils ont introduit le concept du durcissement cinématique isotrope (IKH) proposé par Dimitriou et al.⁵ pour les gels de Carbopol. Ils ont montré que ce concept introduit dans la modélisation numérique permettait de mieux représenter les résultats expérimentaux obtenus avec ces gels. De plus, on ne peut exclure l'influence des contraintes résiduelles initiales dans le gel comme l'ont montré Mougin et al.⁶ ainsi que la présence des contraintes normales déterminée par Ahonguio et al.⁷ qui sont absents dans le calcul numérique.

Au terme de cette étude, les perspectives sont encore nombreuses dans la compréhension de ces écoulements. Parmi elles, nous proposons les points suivants:

- Introduire des modèles numériques plus représentatifs du comportement élasto-viscoplastique des gels de Carbopol. Fraggedakis et al.⁸ ont comparé dans un article très récent cinq modèles élasto-viscoplastiques dont les modèles SRM et SRM-HB (modifié de Herschel-Bulkley) proposés par Saramito⁹ et qui ont été utilisés pour décrire le déplacement d'un objet dans un gel de Carbopol.
- Réaliser des mesures de visualisation par PIV afin de comprendre plus finement la structure de l'écoulement. Il serait également intéressant de réaliser des mesures de biréfringence pour avoir accès aux champs de contraintes dans le matériau (Fraggedakis et al.⁴). Pour ces derniers cette technique est le moyen le plus sûr de décrire avec précision la localisation et la forme de la surface seuil.
- Effectuer le même type d'approche, mais en se plaçant dans des régimes plus inertiels, car c'est une configuration qui peut se retrouver fréquemment dans des systèmes industriels.
- Élargir les expériences à d'autres fluides comme les fluides thixotropes qui sont dépendants de l'histoire de leur microstructure. Pour certains types de matériaux (boues de forage, ciment frais,..), cette évolution avec le temps peut jouer un rôle majeur (Balmforth et al.¹⁰). Il serait donc très intéressant de connaître comment les forces de traînée et de portance évoluent en fonction de la contrainte seuil et du temps pour ce type de matériaux.
- Étudier d'autres formes d'obstacles comme le disque, la sphère, le carré,... ce qui permettrait de traiter, en les combinant, toutes les configurations que l'on peut rencontrer dans le monde industriel et dans les géosciences.

Références

1. Wu J, Thompson MC. Non-Newtonian shear-thinning flows past a flat plate. *J Non-Newton Fluid Mech.* 1996;66(2-3):127–144.
2. Møller PCF, Mewis J, Bonn D. Yield stress and thixotropy: on the difficulty of measuring yield stresses in practice. *Soft Matter.* 2006;2(4):274.
3. Papanastasiou TC. Flows of Materials with Yield. *J Rheol.* 1987;31(5):385-404.
4. Fraggedakis D, Dimakopoulos Y, Tsamopoulos J. Yielding the yield-stress analysis: a study focused on the effects of elasticity on the settling of a single spherical particle in simple yield-stress fluids. *Soft Matter.* 2016;12(24):5378-5401.
5. Dimitriou CJ, Ewoldt RH, McKinley GH. Describing and prescribing the constitutive response of yield stress fluids using large amplitude oscillatory shear stress (LAOStress). *J Rheol.* 2013;57(1):27-70.
6. Nicolas Mougin, Magnin. A , J-M Piau. The significant influence of internal stresses on the dynamics of bubbles in a yield stress fluid. *Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics 171–172 (2012) 42–55.*
7. Ahonguio F, Jossic L, Magnin A. Influence of surface properties on the flow of a yield stress fluid around spheres. *J Non-Newton Fluid Mech.* 2014;206:57-70.
8. Fraggedakis D, Dimakopoulos Y, Tsamopoulos J. Yielding the yield stress analysis: A thorough comparison of recently proposed elasto-visco-plastic (EVP) fluid models. *J Non-Newton Fluid Mech.* 2016;238:170-188.
9. Pierre Saramito. A new elastoviscoplastic model based on the Herschel-Bulkley viscoplastic model. *Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics, Elsevier, 2009, 158 (1-3), pp.154-161.*
10. Balmforth NJ, Frigaard IA, Ovarlez G. Yielding to Stress: Recent Developments in Viscoplastic Fluid Mechanics. *Annu Rev Fluid Mech.* 2014;46(1):121-146.

Annexe

Comportement sous le seuil et évolution dynamique du critère de seuil de contrainte pour les gels de Carbopol

Plusieurs auteurs ont développé le concept de l'amplitude de cisaillement oscillatoire large (LAOS) sous lequel les matériaux à seuil révèlent leurs propriétés linéaires (module élastique G' et module visqueux G'') et non linéaires (valeur de la contrainte seuil). Les équations constitutives pour décrire la dynamique de la contrainte seuil proposées par Beris et Tsamopoulos¹, Saramito^{2,3} et Belblidia et al.⁴ ne permettent pas de prédire l'existence de réponses visqueuses (G'') dans le cadre du LAOS pour des petites amplitudes de déformation ou de contrainte. La réponse visqueuse résultant ainsi de la disparition du module visqueux calculée, car ces auteurs supposent que le matériau se comporte comme un solide Hookéen linéaire parfait. L'incapacité des modèles à prédire la dissipation d'énergie, qui est liée à la réponse visqueuse sous LAOS, lorsque le matériau se comporte comme un solide, contribue à la fausse prédiction des paramètres du modèle. Ainsi, les modèles ne peuvent pas décrire correctement le comportement du matériau sous des écoulements complexes, Dimitriou et al.⁵ ont examiné expérimentalement le comportement d'un gel de Carbopol sous des tests LAOS et ont extrait les propriétés viscoélastiques linéaires pour une large gamme d'amplitudes de déformation. Ils ont montré que le module de visqueux est non nul et est toujours plus petit que le module élastique aux faibles gammes de déformation pour un matériau présentant un comportement élasto-viscoplastique (EVP). Ils ont également confirmé que les modèles, par exemple, de Bingham ou d'Herschel-Bulkley complétés avec une composante élastique, ne peuvent prédire aucune réponse visqueuse lorsque le second invariant du tenseur des contraintes est inférieur à la limite de la contrainte seuil. Pour surmonter cette incapacité de la prédiction visqueuse sous le seuil, Dimitriou et al.⁵ et Dimitriou et McKinley⁶ ont introduit l'idée du durcissement cinématique isotrope (IKH), où la surface seuil du matériau évolue dynamiquement avec le champ d'écoulement selon l'équation suivante :

$$\frac{dA}{dt} = \frac{\tau - \tau_{eff}}{K} - \frac{qA}{K} |\tau - \tau_{eff}| \quad (1)$$

A est un paramètre d'évolution sans dimension, τ est le second invariant du tenseur des contraintes, K la consistance du matériau EVP. q représente un paramètre sans dimension défini comme une constante supplémentaire du matériau.

τ_{eff} est la contrainte seuil effective qui est définie par:

$$\tau_{\text{eff}} = C^* \cdot A \quad (2)$$

C^* représente un nouveau paramètre du matériau appelé "module de contrainte de retour" (Ames al.⁷). Il est à noter que dans le critère de von Mises, la valeur de la contrainte seuil τ_0 en régime permanent a été remplacée par la contrainte seuil effective τ_{eff} , qui se réduit à τ_0 , lorsque le régime permanent est atteint. De plus, lorsque $\frac{dA}{dt} = 0$, il a été trouvé que $\tau_0 = \frac{C^*}{q}$ et l'équation (1) peut s'écrire sous la forme suivante :

$$\frac{dA}{dt} = \frac{1}{K} \left[(\tau - \tau_{\text{eff}}) - \left(\frac{\tau_{\text{eff}}}{\tau_0} \right) |\tau - \tau_{\text{eff}}| \right] \quad (3)$$

Ce modèle proposé par Dimitriou et al.⁵ est plus simple dans son utilisation, par rapport à celui proposé par Brader et al.⁸ qui explique également l'évolution dynamique du critère seuil des matériaux. Fragedakis et al.⁹ ont montré en comparant leurs prédictions avec des expériences l'importance du durcissement cinématique isotrope pour les simulations transitoires. Ainsi, la dissipation d'énergie est permise, ce qui entraîne la prédiction du module visqueux à de faibles amplitudes de déformation dans le cadre LAOS et, finalement, la détermination correcte des paramètres du modèle comme le module élastique G' , le module visqueux G'' et de l'intersection de G' et G'' .

Dans des études futures, il serait intéressant d'utiliser l'équation (3) du modèle IKH dans les simulations numériques afin de prédire plus concrètement les écoulements transitoires des matériaux EVP en présence d'obstacles tels ceux étudiés dans cette thèse.

References

1. Beris AN, Tsamopoulos JA, Armstrong RC, Brown RA. Creeping motion of a sphere through a Bingham plastic. *Journal of Fluid Mechanics*. 1985;158(1):219.
2. Saramito P. A new constitutive equation for elastoviscoplastic fluid flows. *Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics*. 2007;145(1):1-14.
3. Pierre Saramito. A new elastoviscoplastic model based on the Herschel-Bulkley viscoplastic model. *Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics, Elsevier, 2009, 158 (1-3), pp.154-161*.
4. Fawzi Belblidia, Hamid Reza Tamaddon-Jahromi, Michael Francis Webster, Ken Walters. Computations with viscoplastic and viscoelastoplastic fluids. *Rheologica Acta, April 2011, Volume 50, Issue 4, pp 343–360*.
5. Dimitriou CJ, Ewoldt RH, McKinley GH. Describing and prescribing the constitutive response of yield stress fluids using large amplitude oscillatory shear stress (LAOStress). *Journal of Rheology*. 2013;57(1):27-70.
6. Dimitriou C.J., McKinley G.H. A comprehensive constitutive law for waxy crude oil: a thixotropic yield stress fluid. *Soft Matter, 2014,10,6619-6644*.
7. Nicoli M.Ames, Vikas Srivastava, Shawn A. Chester, Lallit Anand. A thermo-mechanically coupled theory for large deformations of amorphous polymers. Part II: Applications. *International Journal of Plasticity Volume 25, Issue 8, August 2009, Pages 1495-1539*.
8. Joseph M. Brader , Thomas Voigtmanna , Matthias Fuchs , Ronald G. Larson , and Michael E. Cates. Glass rheology: From mode-coupling theory to a dynamical yield criterion. *PNAS September 8, 2009. 106 (36) 15186-15191*;
9. Fraggedakis D, Dimakopoulos Y, Tsamopoulos J. Yielding the yield-stress analysis: a study focused on the effects of elasticity on the settling of a single spherical particle in simple yield-stress fluids. *Soft Matter*. 2016;12(24):5378-5401.

